Mesures vectorielles expérimentales des instruments ASM de la mission SWARM, : du commissioning à la production de modèles de champs géomagnétiques

Pierre Vigneron

▶ **To cite this version:**

Pierre Vigneron. Mesures vectorielles expérimentales des instruments ASM de la mission SWARM, : du commissioning à la production de modèles de champs géomagnétiques. Sciences de la Terre. Université Paris Cité, 2019. Français. NNT : 2019UNIP7162 . tel-03139970

HAL Id: tel-03139970
https://theses.hal.science/tel-03139970

Submitted on 12 Feb 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Paris
Ecole doctorale STEP UP
Institut de Physique du Globe de Paris

Mesures vectorielles expérimentales des instruments ASM de la mission SWARM

Du commissioning à la production de modèles de champs géomagnétiques

Par Pierre Vigneron

Thèse de doctorat de Sciences de la Terre et de l'Environnement

Dirigée par Gauthier Hulot

Présentée et soutenue publiquement le 29 Novembre 2019

Devant un jury composé de :

Gauthier Hulot, Directeur de Recherche au CNRS (IPGP, Paris)	Directeur de thèse
Philippe Lognonné, Professeur (Université de Paris)	Examinateur
Elvira Astafyeva, Chargée de Recherche au CNRS (IPGP, Paris)	Examinatrice
Chris Finlay, Professeur (Technical University of Denmark, Copenhague)	Examinateur
Nicolas Gillet, Chargé de Recherche au CNRS (IsTerre, Grenoble)	Rapporteur
Benoit Langlais, Directeur de Recherche (LPG, Nantes)	Rapporteur
Jean-Michel Léger, Ingénieur (CEA/Léti, Grenoble)	Invité
Isabelle Fratter, Ingénieure (CNES, Toulouse)	Invitée

Except where otherwise noted, this is work licensed under
https://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/3.0/fr/

Titre : Mesures vectorielles expérimentales des instruments ASM de la mission SWARM, du commissioning à la production de modèles de champs géomagnétiques

Résumé : Les trois satellites de la mission SWARM de l'agence spatiale européenne (ESA), lancés le 22 Novembre 2013, ont pour objectif principal de mesurer le champ magnétique terrestre. Sur chaque satellite, la charge utile principale (dédiée à la magnétométrie) comporte un magnétomètre relatif (VFM) solidaire de caméras stellaires (STR) placé sur un bras, à l'extrémité duquel se trouve également un magnétomètre absolu (ASM). Le rôle nominal de l'ASM est de fournir une mesure scalaire absolue du champ, utilisée à la fois pour les besoins scientifiques de la mission et pour permettre la calibration des données fournies par le VFM, dont l'attitude est restituée grâce aux données fournies par les STR. En utilisant un concept innovant mis au point par le CEA-Léti, l'ASM a cependant aussi la capacité de fournir seul et simultanément une mesure vectorielle auto-calibrée du champ magnétique. La fourniture de cet instrument à l'ESA par le CNES a permis de tester ce mode pour la première fois de manière opérationnelle dans l'espace. En tirant parti de la disponibilité simultanée des données vectorielles nominales de la mission et des données expérimentales fournies par les ASM, il a été possible de tester avec succès la qualité et le potentiel scientifique de ces dernières. Cette thèse rapporte les travaux menés dans ce sens, depuis les travaux initiaux (de type « commissioning ») ayant permis de valider dans l'espace le principe même de cette mesure vectorielle expérimentale, jusqu'à la démonstration progressive de l'intérêt scientifique de telles données, pour notamment la construction de modèles géomagnétiques globaux de très bonne qualité. Ces travaux ont aussi été l'occasion d'identifier les conditions optimales de fonctionnement vectoriel de l'instrument ASM (et les perturbations pouvant affecter les données), d'améliorer la stratégie d'auto-calibration des données et même de contribuer à la caractérisation et à la remédiation de problèmes affectant l'ensemble de la mission (y compris les données nominales). De nombreuses leçons ont été tirées de ces travaux et mises à profit par le CEA-Léti, qui travaille aujourd'hui à la conception d'une version miniaturisée de l'instrument ASM, désormais proposé comme charge utile principale sur un nouveau projet de constellation de nanosatellites, le projet NanoMagSat (déposé conjointement à l'appel d'offre « Scout » de l'ESA par l'IPGP, le CEA-Léti, la Société Open Cosmos et l'Université d'Oslo) pour compléter et prendre la suite de la mission Swarm.

Mots clefs : SWARM, ASMV, magnétomètre, modélisation

Title : ASM experimental vector measurements of the SWARM mission, from commissioning to the production of geomagnetic field models

Abstract : The three satellites of the European Space Agency (ESA) SWARM mission were launched on 22 November 2013, with the main goal of investigating the Earth's magnetic field. The main payload on each satellite consists of a relative vector magnetometer (VFM) close to a set of star cameras (STR) placed on a boom, at the very tip of which sits an absolute magnetometer (ASM). The nominal role of this ASM is to provide absolute scalar measurements of the field, for both scientific investigations and calibration of the data provided by the VFM, the attitude of which is reconstructed using the information provided by the STR. However, and thanks to an innovative design by CEA-Léti, the ASM instrument has the ability to also simultaneously provide self-calibrated vector measurements of the magnetic field. This instrument having been funded by CNES as a customer furnished instrument to ESA, the possibility was provided to test its vector capacity for the first time in operational mode in space. By taking advantage of the simultaneous availability of nominal vector data and experimental vector data provided by the ASM instruments, the quality and usefulness of the latter could successfully be tested. The present manuscript provides an account of all the work carried out along those lines, reporting on the « commissioning » type of activities that confirmed the validity of the operating principle of this experimental vector mode, as well as on the progressive demonstration of the scientific value of the data provided, most notably for the purpose of building high quality global geomagnetic field models. This work also provided the opportunity to identify the conditions best suited for operating the vector mode of the ASM instrument (as well as the perturbations potentially affecting the data), to improve the self-calibration strategy of the vector data and even to contribute to the characterisation and remediation of problems affecting the mission as a whole (including nominal data). Many lessons could be drawn for this work, which CEA-Léti could take advantage of to design an improved miniaturized version of the ASM instrument, now proposed as the main payload for a new NanoMagSat nanosatellite constellation project, (jointly proposed by IPGP, CEA-Léti, the Open Cosmos company and the University of Oslo in response to the recent ESA « Scout » ITT) for the purpose of complementing and next taking over the Swarm mission.

Keywords : SWARM, ASMV, magnetometer, modelization

« *Et ces trois frères avaient le soleil au front, la lune sur la nuque et les étoiles autour de la tête* »

Alexandre Nikolaïevitch Afanassiev
Contes populaires russes
Conte n°219

Pour Marie,
Pour Emelyn.

Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, Gauthier Hulot, pour avoir accompagné et encadré ce travail de thèse. Mener ce projet en parallèle de mon activité d'ingénieur n'était pas simple et Gauthier a su m'aider à rendre ce projet réalisable.

Je remercie également mes rapporteurs messieurs Nicolas Gillet et Benoit Langlais pour leur relecture de mon manuscrit.

Je remercie aussi les membres de mon jury mesdames Elvira Astafyeva et Isabelle Fratter ainsi que messieurs Philippe Lognonné, Chris Finlay et Jean-Michel Léger.

Je tiens également à remercier toutes les personnes de la communauté Swarm avec qui j'ai été amené à travailler pour leurs discussions très enrichissantes, je pense notamment à Thomas Jager du CEA/Léti, ainsi que Peter Brauer, Nils Olsen et Lars Tøffner-Clausen du DTU.

Je remercie également mes collègues pour la bonne ambiance générale au laboratoire : Anojh, Olivier, Ted, Julia, Rémi, Martin, Mouloud mais aussi Delphine, Tatiana, Marie, Robin, Pierdavide, Vincent, Virginie, Marianne, Guillaume, Alex, Thomas, Aude, Chabane, Léna, Pierrick, Johann et les autres. Merci à Pierdavide, non seulement pour être une des rares personnes de l'étage à connaître Guybrush et Lechuck, mais aussi pour m'avoir lancé sur TikZ : la majorité des schémas de ce manuscrit a été réalisée à l'aide de ce package et je ne peux plus m'en passer désormais. Je remercie également notre assistant de prévention pour tous les conseils utiles qu'il a pu me prodiguer sur la sécurisation du poste de travail ; et bien qu'il préfère les consoles au pc, ça reste un bon collègue malgré tout.

Je tiens également à remercier mes parents et ma sœur Magali pour leur aide dans l'organisation du pot de thèse (Mag tu gères !). Merci également pour m'avoir aidé à traquer les fautes d'orthographe ! Merci aussi à Anastase et Sabrina pour leurs conseils et remarques sur ma présentation de soutenance.

Enfin, je te remercie Emelyn pour ton soutien et ta présence.

Table des matières

1 Introduction **23**

1.1 Le champ magnétique terrestre . . . 24
1.1.1 Description macroscopique du champ magnétique terrestre . . . 24
1.1.2 Equations de Maxwell . . . 26
1.1.3 Solution générale de l'équation de Laplace . . . 28
1.1.4 Application au champ magnétique terrestre . . . 30
1.2 Mesure du champ magnétique . . . 33
1.2.1 Capteurs à effet Hall, SQUID et magnétomètres RMN . . . 34
1.2.2 Les magnétomètres *Fluxgates* . . . 36
1.2.3 Les magnétomètres à pompage optique . . . 39
1.3 Historique des mesures magnétiques . . . 40
1.3.1 Mesures d'observatoire . . . 40
1.3.2 Mesures satellites . . . 42
1.4 Mission SWARM . . . 44
1.4.1 Le satellite Swarm . . . 44
1.4.2 Le magnétomètre VFM . . . 47
1.4.3 Le magnétomètre à pompage optique ASM . . . 49
1.4.4 Le mode vectoriel de l'ASM . . . 51

2 Commissioning des données scalaires de l'ASM **57**

2.1 Protocole de comparaison . . . 58
2.2 Configuration de vol nominal . . . 61
2.3 Configuration de vol renversé . . . 64
2.4 Configuration de vol à 62° . . . 68
2.5 Configuration de vol à ±90° pour A et C . . . 70
2.6 Comparaisons des anomalies visibles lors des manœuvres . . . 76
2.7 Vers une interprétation thermo-électrique . . . 81
2.7.1 Modèle thermo-électrique pour expliquer la perturbation dBsun affectant le VFM . . . 81
2.7.2 Modèle thermo-électrique pour expliquer la perturbation dBsun affectant l'ASM . . . 84
2.7.3 Optimisation des paramètres p_{int}, T_e et k . . . 86
2.7.4 Robustesse du modèle thermo-électrique . . . 92
2.7.5 Estimation de l'effet thermo-électrique lors du vol nominal . . . 92
2.8 Conclusion du chapitre . . . 98

3 Commissioning des données vectorielles ASMV 99
3.1 Bruit magnétique ambiant mesuré par le mode BURST . . . 100
3.1.1 Identification des perturbations affectant les données en mode BURST 100
3.1.2 Estimation du bruit magnétique ambiant . . . 110
3.1.3 Bilan de l'étude du BURST . . . 110
3.2 Estimation de la qualité des données vectorielles ASMV . . . 112
3.2.1 Protocole de comparaison . . . 112
3.2.2 Estimation fine des perturbations . . . 113
3.2.3 Bilan de la qualité du mode vectoriel . . . 119
3.3 Estimation de la rigidité du bras . . . 120
3.3.1 Estimation de la matrice de passage . . . 120
3.3.2 Mise en évidence d'une déformation lente du bras . . . 122
3.4 Conclusion du chapitre . . . 129

4 Exploitation des données vectorielles ASMV pour la construction de modèles géomagnétiques globaux 131
4.1 Modèle ASMV IGRF-12 . . . 131
4.1.1 Données utilisées . . . 132
4.1.2 Modélisation et résultats . . . 137
4.2 Modèle basé sur un plus long support temporel . . . 144
4.2.1 Données utilisées . . . 144
4.2.2 Modélisation et résultats . . . 145
4.2.3 Analyse du désaccord zonal . . . 148
4.2.4 Influence d'un glissement du support temporel . . . 150
4.3 Description empirique de l'anomalie ASM sous la forme d'une déformation apparente périodique du bras . . . 152
4.4 Modèle de champ calculé à partir des données ASMV corrigées de la déformation apparente du bras . . . 159
4.5 Identification de l'origine de la déformation apparente du bras . . . 163
4.6 Modèle ASMV DGRF-13 . . . 168
4.6.1 Données utilisées . . . 168
4.6.2 Modélisation et résultats . . . 169
4.6.3 Améliorations introduites . . . 170
4.7 Conclusion du chapitre . . . 170

5 Conclusion et perspectives 177

Annexes 185

A Manœuvres additionnelles 187
A.1 Configuration de vol renversé . . . 187
A.1.1 Configuration de vol renversé pour SAT-A . . . 187
A.1.2 Configuration de vol renversé pour SAT-B . . . 192
A.1.3 Configuration de vol renversé pour SAT-C . . . 197
A.2 Configuration de vol à 62° . . . 200
A.2.1 Configuration à 62° pour SAT-A . . . 200
A.2.2 Configuration à 62° pour SAT-B . . . 203
A.2.3 Configuration à 62° pour SAT-C . . . 205
A.3 Comparaison des anomalies . . . 208

A.3.1 Estimation de la pente pour les configurations à 62° 208
A.3.2 Robustesse de l'estimation des pentes 208

B Construction de la donnée BURST **213**
B.1 Contenu des données BURST brutes 213
B.2 Conversion et correction des données 215

C Analyse du résidu vectoriel entre ASMV et VFM **219**

D Inversion des données ASMV **221**
D.1 Modèle simple de champ interne statique 221
D.2 Ajout d'une variation temporelle des coefficients de Gauss 224
D.3 Ajout d'un champ externe 227
D.3.1 Contribution des sources lointaines 229
D.3.2 Contribution de l'anneau de courant magnétosphérique 230
D.4 Ajout de données scalaires 231
D.5 Ajout du calcul d'un alignement entre le référentiel des magnétomètres et le référentiel des caméras stellaires 232
D.6 Ajout d'une régularisation 235
D.6.1 Régularisation de la dérivée troisième 236
D.6.2 Régularisation de la dérivée seconde 237
D.6.3 Régularisation sur les deux conditions 238
D.7 Quelques considérations sur la pondération 238

E Courbes B-Splines **243**
E.1 Polynôme interpolateur 243
E.2 Espace des fonctions polynômiales par morceaux 244
E.3 Espace des splines 247
E.4 Application au calcul des coefficients de Gauss 250

F Papiers publiés **253**
F.1 Modèle IGRF 2015 253
F.2 Modèle GRL 2015 266

G Notice DGRF-13 **275**

H Rapport communiqué au CNES sur les besoins de stabilisation d'un nanosatellite pour la mesure magnétique **283**

Table des figures

1.1 Représentation symbolique des différentes sources du champ magnétique terrestre . . . 25
1.2 Couverture en intensité et en longueur d'onde spatiale des principales sources du champ géomagnétique vu à 400 km d'altitude . . . 25
1.3 Composante radiale des champs du noyau (en haut) et de la lithosphère (en bas) constituant le champ géomagnétique interne. Ces cartes ont été obtenues à partir du modèle GRIMM (voir références dans le texte). . . . 27
1.4 Fonctions de Legendre P_6^m . . . 29
1.5 Harmoniques sphériques jusqu'au degré 4 . . . 31
1.6 Partition de l'espace physique en trois régions . . . 32
1.7 Capteur à effet Hall . . . 34
1.8 Deux exemples de magnétomètres . . . 35
1.9 Magnétomètre RMN à précession libre . . . 37
1.10 Architecture de magnétomètres fluxgate . . . 37
1.11 Cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique . . . 38
1.12 Levée de dégénérescence par effet Zeeman . . . 39
1.13 Observatoires magnétiques . . . 41
1.14 Satellites Ørsted et CHAMP . . . 43
1.15 Trace au sol des 3 satellites Swarm pour la journée du 28 décembre 2016 . . . 45
1.16 Evolution de l'heure locale orbite montante des trois satellites Swarm . . . 45
1.17 Evolution de l'altitude des trois satellite Swarm . . . 46
1.18 Satellite SWARM . . . 47
1.19 Charge utile de la mission SWARM pour les mesures de magnétométrie . . . 48
1.20 Correction de la non-orthogonalité des bobines . . . 49
1.21 Cycle de mesure de la sonde ^{4}He . . . 50
1.22 Pompage optique . . . 51
1.23 Impact d'un champ sinusoïdal . . . 53

2.1 Représentation de l'orientation du satellite à l'aide des trois angles de rotation roulis, tangage et lacet . . . 57
2.2 Convention de signe pour l'angle de lacet . . . 58
2.3 Configuration de vol nominal, le 31/12/2013 . . . 60
2.4 Cohérence des mesures entre A et C, vol nominal . . . 63
2.5 Différences finies des instruments, vol nominal . . . 63
2.6 Configuration de vol renversé pour SAT-A . . . 64
2.7 Cohérence des mesures, vol 180A . . . 66
2.8 Différences finies des instruments, vol 180A . . . 67
2.9 Configuration de vol à 62° pour SAT-B . . . 68

2.10 Cohérence des mesures inter-satellites, vol 62B 69
2.11 Les différentes phases de la manœuvre A-C 70
2.12 Configuration de vol initiale pour la manœuvre composée AC 71
2.13 Cohérence des instruments ASM, vol ±90°AC 72
2.14 Différences finies de l'instrument ASM du satellite A, vol $\pm 90 AC$ 74
2.15 Différences finies de l'instrument ASM du satellite C, vol $\pm 90 AC$ 75
2.16 Impact d'une perturbation sur l'axe transverse 77
2.17 Incompatibilité d'un champ perturbatoire statique avec les phénomènes observés 77
2.18 Pente estimée, manœuvre 62°B 79
2.19 Pentes estimées, manœuvre ±90°AC 80
2.20 Enrobage du VFM dans une couche de MLI 81
2.21 Modèle thermique des rivets sur la couverture MLI protégeant l'instrument VFM 82
2.22 Patron des plaques de MLI protégeant l'instrument VFM 84
2.23 Couverture en MLI et position des rivets ASM 84
2.24 Optimisation du modèle thermo-électrique sur la manœuvre 62°B 87
2.25 Modèle thermo-électrique optimisé sur la manœuvre 62°B 88
2.26 Optimisation du modèle thermo-électrique sur la manœuvre 62°A 89
2.27 Modèle thermo-électrique optimisé sur la manœuvre 62°A 90
2.28 Comparaison des modèles estimés pour 62B et 62A 91
2.29 Comparaison entre le modèle thermo-électrique et l'anomalie 62°C 91
2.30 Comparaison entre anomalies observées et anomalies prédites par le modèle lors de la série de manœuvres ±90°AC 93
2.31 Correction des anomalies observées lors de la série de manœuvres ±90°AC 94
2.32 Histogramme de la perturbation thermo-électrique du satellite B sur l'année 2016 95
2.33 Synthèse de la perturbation thermo-électrique scalaire du satellite B sur l'année 2016 96
2.34 Morphologie de la perturbation thermo-électrique scalaire du satellite B (en nT) 97

3.1 Dérivée temporelle du signal BURST 102
3.2 Dérivée temporelle filtrée du signal BURST 103
3.3 Exemple d'un outlier 104
3.4 Distance des outliers aux activations du moteur piezo 105
3.5 Présence d'une marche 106
3.6 Train d'anomalies affectant le signal BURST 107
3.7 Activation des *heaters* 107
3.8 Contenu spectral d'un train d'anomalies 108
3.9 Localisation des anomalies 109
3.10 DSP glissante du signal BURST 111
3.11 Histogramme du résidu scalaire 112
3.12 Histogramme du résidu scalaire, impact du moteur piezo-électrique 113
3.13 Comparaison du résidu scalaire avec le vecteur $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$ 114
3.14 Comparaison du résidu scalaire avec les composantes filtrées du vecteur $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$ 115
3.15 Comparaison du résidu scalaire (zoomé) avec les composantes filtrées du vecteur $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$ 115

3.16 Localisation des perturbations identifiées sur le spectre de $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$ 116
3.17 Corrélation des perturbations de type I avec les mesures de densité électronique 117
3.18 Evolution de l'indice IBI au voisinage des deux événements de type I . . . 117
3.19 Représentation schématique des courants alignés 118
3.20 Lien entre résidu scalaire et niveaux d'énergie dans les trois bandes de fréquence 118
3.21 Référentiels instruments du satellite 120
3.22 Evolution de la matrice de rotation ASM-VFM 123
3.23 Evolution de l'angle de la matrice de rotation ASM-VFM en fonction de l'heure locale 124
3.24 Quatre cas canoniques d'orbites 125
3.25 Evolution de l'angle de la matrice de rotation ASM-VFM en fonction de l'heure locale et du sens de l'orbite 126
3.26 Evolution des angles $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ 128

4.1 Synthèse des différents référentiels 134
4.2 Longitude solaire 135
4.3 Mesure de la distance angulaire entre le satellite M et le Soleil S 135
4.4 Condition de nuit noire et angle critique ζ_C 136
4.5 Points remarquables pour le calcul de la latitude Quasi-Dipole 137
4.6 Diagramme de sélection des données 138
4.7 Couverture des données modèle IGRF 139
4.8 Cartes de champ du modèle ASMV IGRF 142
4.9 Spectre du modèle IGRF ASM 143
4.10 Comparaison entre le modèle ASM et le modèle moyen IGRF 143
4.11 Couverture des données, modèle sur un an 144
4.12 Cartes du champ interne des modèles sur un an 146
4.13 Spectres des modèles sur un an 147
4.14 Comparaison des prédictions $\Delta\mathbf{P}$ entre les modèles ASM et VFM, moyennées selon la latitude QD, pour les trois composantes ainsi que la norme . . 149
4.15 Comparaison des données $\Delta\mathbf{D}$, moyennées selon la latitude QD, pour les trois composantes ainsi que la norme 149
4.16 Comparaison des résidus $\mathbf{R}_{\mathrm{ASM}}$ et $\mathbf{R}_{\mathrm{VFM}}$, moyennés selon la latitude QD, pour les trois composantes ainsi que la norme 150
4.17 Comparaison de la prédiction des modèles à leur époque centrale 151
4.18 Repères ASMV, VFM et RTP 152
4.19 Exemple d'estimation d'oscillation apparente, sur dix jours de données consécutifs 154
4.20 Analyse globale de l'oscillation apparente 156
4.21 Déformation moyenne pour chacun des 4 cas de figure 157
4.22 Correction des données ASMV par les 4 modèles moyens 158
4.23 Inluence de la correction empirique sur le désaccord des modèles en intensité 161
4.24 Spectre des modèles sur deux ans et demi 162
4.25 Hypothèse d'une oscillation du bras en fonction de la latitude géographique 163
4.26 Définition d'une pseudo co-latitude et d'une pseudo longitude dans le référentiel instrument 164
4.27 Trace de $\mathbf{B}$ en latitude/longitude selon les référentiels NEC et ASM 165

4.28 Introduction du référentiel pseudo-NEC . . . 166
4.29 Evolution du désaccord angulaire selon les deux référentiels pseudo-NEC et ASM . . . 167
4.30 Couverture des données modèle DGRF . . . 168
4.31 Cartes du modèle ASM candidat DGRF-13 . . . 171
4.32 Cartes de variation séculaire DGRF-13 . . . 172
4.33 Cartes d'accélération séculaire DGRF-13 . . . 173
4.34 Spectre des modèles DGRF-13 . . . 174
4.35 Améliorations entre l'IGRF-12 et le DGRF-13 . . . 175

5.1 Durée de vie estimée des satellites SWARM . . . 178
5.2 Instrument MAM (prototype) Crédits : CEA/LETI. . . . 179
5.3 Exemple d'un whistler . . . 179
5.4 Influence de l'inclinaison de l'orbite sur la dérive en heure locale . . . 180
5.5 Trace au sol d'une orbite inclinée à 60° dans le référentiel géocentrique . . . 181
5.6 Nanomagsat (prototype) Crédits : Open Cosmos. . . . 182
5.7 Proposition des produits pouvant être générés par NanoMagSat, en regard des objectifs scientifiques envisageables . . . 183

A.1 Configuration de vol renversé pour SAT-A . . . 189
A.2 Cohérence des mesures, vol 180A . . . 190
A.3 Différences finies des instruments, vol 180A . . . 191
A.4 Configuration de vol renversé pour SAT-B . . . 192
A.5 Cohérence des mesures, vol 180B . . . 194
A.6 Cohérence des mesures entre B et C, vol 180B . . . 195
A.7 Impact de l'activation des torqueurs, vol 180B . . . 196
A.8 Différences finies des instruments, vol 180B . . . 196
A.9 Configuration de vol renversé pour SAT-C . . . 197
A.10 Cohérence des mesures, vol 180C . . . 198
A.11 Impact d'une manœuvre EFI, vol 180C . . . 199
A.12 Différences finies des instruments, vol 180C . . . 199
A.13 Configuration de vol à 62° pour SAT-A . . . 200
A.14 Cohérence des mesures inter-satellites, orbites montantes, vol 62A . . . 201
A.15 Cohérence des mesures inter-satellites, orbites descendantes, vol 62A . . . 201
A.16 Cohérence des mesures, vol 62A . . . 202
A.17 Configuration de vol à 62° pour SAT-B . . . 203
A.18 Cohérence des mesures inter-satellites, vol 62B . . . 204
A.19 Cohérence des mesures, vol 62B . . . 204
A.20 Configuration de vol à 62° pour SAT-C . . . 205
A.21 Cohérence des mesures inter-satellites, orbites montantes, vol 62C . . . 206
A.22 Cohérence des mesures inter-satellites, orbites descendantes, vol 62C . . . 206
A.23 Cohérence des mesures, vol 62C . . . 207
A.24 Pentes estimées, manœuvre 62° . . . 209
A.25 Robustesse de l'estimation de la pente, manœuvre 62°A . . . 210
A.26 Robustesse de l'estimation de la pente, manœuvre 62°B . . . 210
A.27 Robustesse de l'estimation de la pente, manœuvre 62°C . . . 211

B.1 Contenus du L_0 BURST . . . 214
B.2 Annotated Source Packet . . . 215

B.3 Source Packet Structure . . . 216
B.4 Reconstruction du signal BURST à partir des incréments . . . 216
B.5 Signal BURST $F(t)$ . . . 218

C.1 Définition des composantes parallèle et perpendiculaire à $\mathbf{B}_{\mathrm{ASM}}$ . . . 219

D.1 Allure des premières B-splines utilisées pour l'inversion . . . 224
D.2 Instabilité des coefficients de Gauss dynamiques . . . 226
D.3 Référentiels GSM et SM . . . 227
D.4 Axes caractéristiques de la Terre . . . 228
D.5 Evolution de l'indice Dst . . . 231
D.6 Référentiels utilisés pour la co-estimation des angles d'Euler . . . 234
D.7 Impact de la régularisation . . . 239
D.8 Impact de l'inclinaison de l'orbite sur la répartition géographique des données 240
D.9 Impact des outliers sur la qualité de l'inversion . . . 241
D.10 Allure de la pondération de Huber . . . 242

E.1 3e polynôme de Lagrange sur la séquence $(x_k) = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$ . . . 244
E.2 Deux exemples d'interpolation lagrangienne . . . 245
E.3 Deux exemples de fonction polynômiale par morceaux . . . 246
E.4 Fonction $\omega_{jk}(x)$ . . . 247
E.5 Influence du choix des nœuds . . . 248
E.6 Impact de l'ordre k sur la forme de la B-spline uniforme . . . 249
E.7 Impact de l'espacement des nœuds et du degré sur la qualité de l'approximation B-splines . . . 251

Liste des tableaux

1.1 Ordre de grandeur de l'intensité des différents champs magnétiques contribuant au champ géomagnétique à l'altitude des satellites 24
1.2 Précédentes missions satellite 44
1.3 Périodes de BURST 52

2.1 Liste des manœuvres 59
2.2 Estimation des pentes 79

3.1 Périodes de BURST 101

4.1 Données utilisées pour l'inversion 133
4.2 Résidus des modèles IGRF-12 141
4.3 Résidus des modèles sur un an 145
4.4 Variables utilisées pour la comparaison des modèles sur un an 148
4.5 Définition des 4 jeux de données *glissés* 150
4.6 Coefficients des quatre modèles de correction empirique (en radians) 155
4.7 Résidus des modèles sur deux ans et demi 160
4.8 Résidus des modèles DGRF-13 169

A.1 Liste des manœuvres 188

B.1 Noms des fichiers L_0 pour les données ASM du 19 janvier 2014 pour les trois satellites SWARM 213
B.2 Constantes du mode BURST 217

C.1 Bilan des écart-types par population 220

E.1 Séparation des nœuds et ordre des splines de quelques modèles de champ géomagnétique 250

Chapitre 1

Introduction

Les trois satellites SWARM ont été lancés en Novembre 2013 et constituent la cinquième mission du programme « Earth Explorer » de l'Agence Spatiale Européenne (ESA). Leur objectif est de mesurer le champ magnétique terrestre. Dans ce but, ces satellites embarquent deux magnétomètres : un instrument directionnel dit VFM (*Vector Field Magnetometer*) fournissant la direction du champ magnétique ainsi qu'un instrument scalaire dit ASM (*Absolute Scalar Magnetometer*) fournissant de façon nominale l'intensité du champ magnétique.

Ce dernier instrument, développé par le Laboratoire d'Électronique et de Technologie de l'Information du Commissariat à l'Énergie Atomique (CEA-LETI) à Grenoble en collaboration avec le Centre National d'Études Spatiales (CNES) et l'Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP), peut également fournir une mesure directionnelle par lui-même (mode dit ASMV) ainsi qu'une mesure haute-fréquence à 250 Hz au lieu de 1 Hz (mode dit BURST). C'est la première fois qu'un tel instrument est utilisé dans le cadre d'une mission spatiale.

L'enjeu de notre étude est double. Tout d'abord, il s'agit de s'assurer du bon fonctionnement de ce magnétomètre. Nous rendons compte de ce travail dans les chapitres deux et trois où nous nous concentrons sur le mode nominal scalaire et sur le mode vectoriel. Il s'agit des phases dites de *Commissioning* communes à chaque mission satellitaire et dont le but est de s'assurer du bon fonctionnement des instruments embarqués.

Dans un second temps, nous nous intéressons plus spécifiquement au mode expérimental vectoriel de l'ASM et nous montrerons dans quelle mesure il peut fournir à lui seul une mesure magnétique complète et exploitable scientifiquement. Nous procéderons pour ce faire au calcul de modèles de champ géomagnétique et nous comparerons les modèles issus de l'instrument ASM seul aux modèles utilisant les données nominales de SWARM (c'est à dire la mesure vectorielle VFM et la mesure scalaire ASM). L'enjeu est au final de pouvoir proposer un instrument « deux-en-un » réduisant d'autant les coûts des futures missions. Cela est détaillé dans le chapitre quatre de ce manuscrit.

Enfin, nous terminerons dans un dernier chapitre par une présentation des perspectives qu'ouvre le travail que nous avons accompli. En particulier, nous évoquerons le projet NanoMagSat comme potentiel complément à la mission SWARM. Nous montrerons de quelle manière nos résultats permettent d'affiner le dimensionnement de ce satellite.

Dans ce présent chapitre introductif, nous commencerons par présenter une description phénomènologique du champ magnétique terrestre. Nous présenterons ensuite le formalisme théorique permettant de représenter mathématiquement les différentes sources de ce champ. Nous étudierons les méthodes permettant de *mesurer* un champ magnétique

avant de présenter un rapide historique des mesures magnétiques. Enfin, nous terminerons par une présentation plus détaillée de la mission SWARM.

1.1 Le champ magnétique terrestre

1.1.1 Description macroscopique du champ magnétique terrestre

Le champ magnétique terrestre, ou champ géomagnétique, est une superposition de plusieurs champs parmi lesquels nous pouvons citer :

— le champ du noyau,
— le champ lithosphérique,
— le champ induit dans le manteau terrestre,
— le champ ionosphérique,
— le champ magnétosphérique.

Ces champs sont générés par des sources qui sont représentées schématiquement figure 1.1 (tirée de [Hulot et al., 2015a]) et leur intensité à l'altitude des satellites est résumée tableau 1.1. On le voit, le champ dominant est le champ du noyau. Il est généré par le mouvement du cœur liquide au centre de la Terre. Ce champ, essentiellement dipolaire à la surface de la Terre, varie dans le temps et l'espace (voir [Gillet et al., 2010]). Le champ lithosphérique quant à lui trouve son origine dans l'aimantation rémanente des roches de la croûte terrestre et est considéré comme statique à l'échelle de la mission SWARM. Champ du noyau et champ lithosphérique constituent à eux deux ce qu'on appelle le champ *interne*.

A l'inverse les champs ionosphérique et magnétosphérique constituent ce qu'on appelle le champ *externe* car leurs sources se trouvent à l'extérieur de la Terre. Ils sont causés par la circulation de charges électriques respectivement dans l'ionosphère et la magnétosphère. Ces deux systèmes de courant peuvent parfois communiquer par le biais de *courants alignés* ou *Field Aligned Current*, qui sont des phénomènes essentiellement polaires et dont on trouvera une description dans [Park et al., 2010].

Notons pour terminer la présence d'un champ *induit* généré au sein du manteau terrestre suite aux variations temporelles des précédents champs. L'amplitude de ce champ induit est grossièrement de l'ordre de 0.27 fois celle du champ inducteur (voir [Olsen et al., 2005]).

Sources	Intensité (nT)
Champ du noyau	10^4
Champ lithosphérique	10^1
Champ ionosphérique	10^1
Champ magnétosphérique	$10^1 \sim 10^2$

TABLE 1.1 – Ordre de grandeur de l'intensité des différents champs magnétiques contribuant au champ géomagnétique à l'altitude des satellites

Tous ces champs varient dans l'espace et le temps. La figure 1.2, inspirée de [Thébault et al., 2010], représente grossièrement leur répartition en intensité et en extension spatiale. Le satellite mesurant à chaque instant la somme vectorielle de ces champs, il faudra prêter une attention particulière à la séparation des contributions.

L'allure de la composante radiale des deux champs internes (noyau et lithosphérique) est donnée figure 1.3 et a été obtenue à partir de la prédiction des modèles GRIMM-3 et

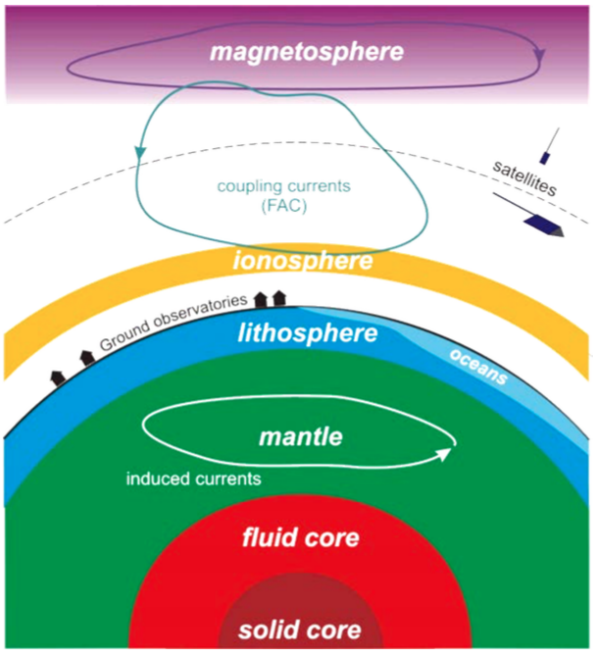


FIGURE 1.1 – Représentation symbolique des différentes sources du champ magnétique terrestre [Hulot et al., 2015a]

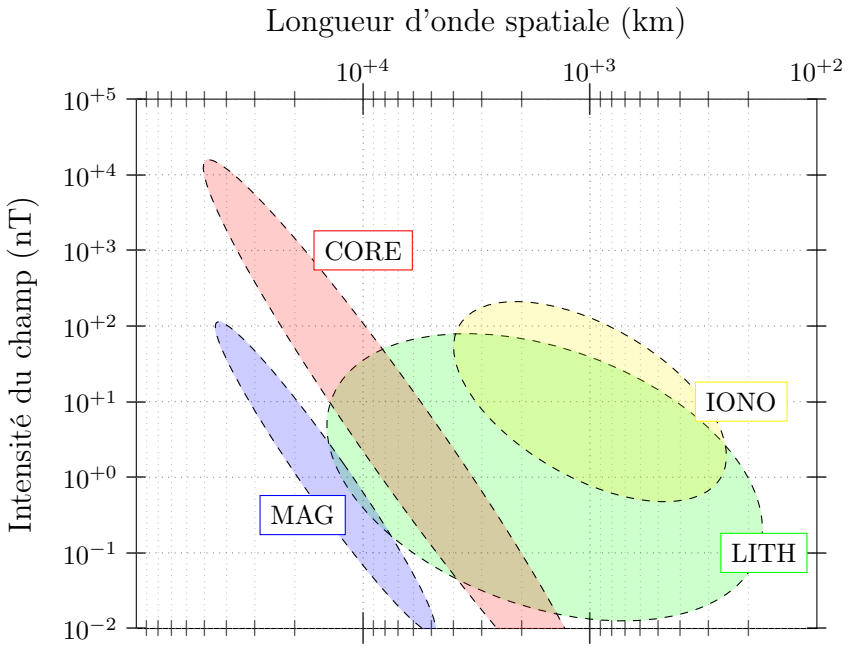


FIGURE 1.2 – Couverture en intensité et en longueur d'onde spatiale des principales sources du champ géomagnétique vu à 400 km d'altitude. Nous voyons apparaître le champ du noyau en rouge (CORE), le champ lithosphérique en vert (LITH), le champ ionosphérique en jaune (IONO) et le champ magnétosphérique en bleu (MAG).

GRIMM-L estimés à l'altitude type des satellites (450 km) au 1er janvier 2005. Pour plus de détails sur ces modèles et d'autres modèles, le lecteur peut se référer à [Lesur et al., 2008], [Lesur et al., 2010], [Lesur et al., 2013] et [Hulot et al., 2015a].

1.1.2 Equations de Maxwell

Les équations de Maxwell sont rappellées ci-dessous équations 1.1. Dans le système SI, $\mathbf{E}$ est exprimé en V/m et $\mathbf{B}$ est exprimé en Tesla (T). Les autres paramètres du système d'équations sont la densité de charge ρ exprimée en C/m^3, la permittivité du vide $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} F/m$, la perméabilité du vide $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} H/m$ et enfin la densité de courant $\mathbf{J}$ exprimée en A/m^2.

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{1.1a}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{1.1b}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \tag{1.1c}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \left(\mathbf{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \right) \tag{1.1d}$$

Ces équations peuvent également s'écrire sous forme intégrale. L'équation de Gauss, version intégrale de l'équation 1.1a, relie le flux du champ électrique traversant une surface fermée S à la charge électrique totale Q_{int} contenue à l'intérieur du volume délimité par S.

$$\oiint_S \mathbf{E} \cdot \mathbf{dS} = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} \tag{1.2}$$

De la même façon, la version intégrale de l'équation 1.1b, nous indique que le flux magnétique à travers toute surface fermée S est nul.

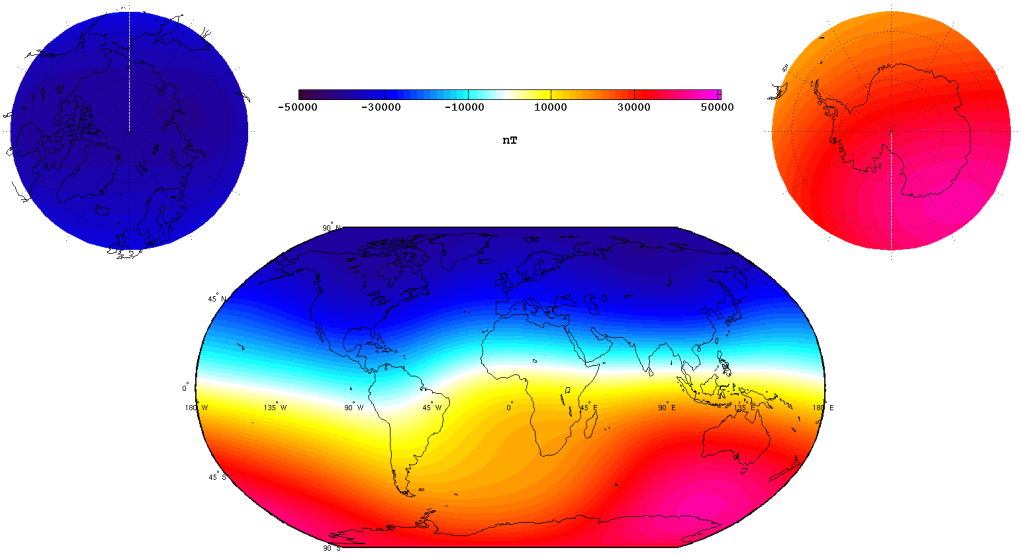
$$\oiint_S \mathbf{B} \cdot \mathbf{dS} = 0 \tag{1.3}$$

En intégrant l'équation 1.1c, nous obtenons l'équation de Maxwell-Faraday qui relie circulation électrique le long d'un contour fermé C avec l'intégrale de la dérivée de $\mathbf{B}$ sur toute surface S s'appuyant sur ce contour. Cette équation traduit le phénomène d'induction électromagnétique : une variation temporelle de champ magnétique est suceptible de créer une circulation de charges dans tout conducteur électrique soumis à cette variation.

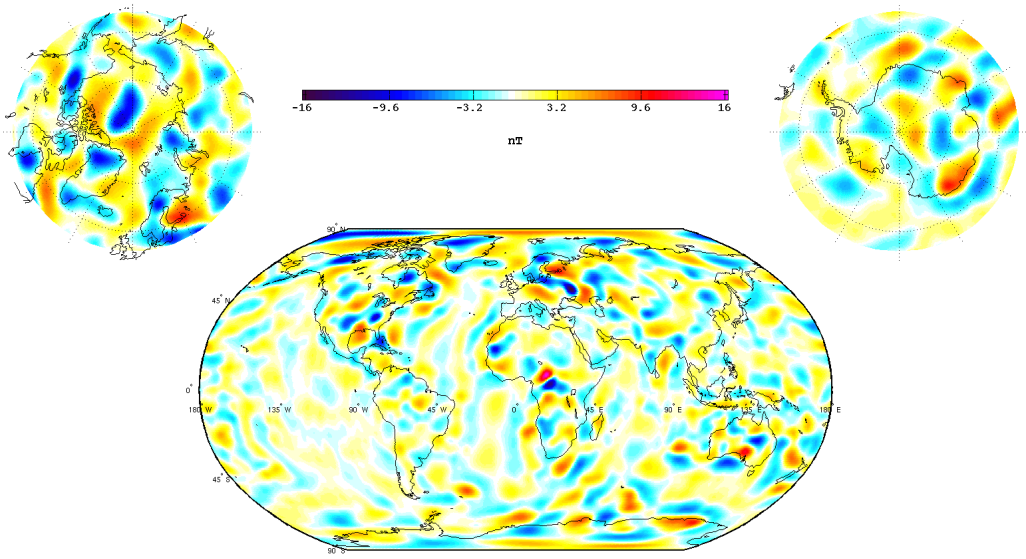
$$\oint_C \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = -\iint_S \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \cdot \mathbf{dS} \tag{1.4}$$

Enfin, en intégrant la dernière équation 1.1d, on peut relier la circulation de $\mathbf{B}$ le long d'un contour fermé C aux courants qui traversent toute surface S s'appuyant sur C.

$$\oint_C \mathbf{B} \cdot \mathbf{dl} = \mu_0 \iint \mathbf{j} \cdot \mathbf{dS} + \varepsilon_0 \mu_0 \iint \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \cdot \mathbf{dS} \tag{1.5}$$



(a) Champ du noyau



(b) Champ lithosphérique

FIGURE 1.3 – Composante radiale des champs du noyau (en haut) et de la lithosphère (en bas) constituant le champ géomagnétique interne. Ces cartes ont été obtenues à partir du modèle GRIMM (voir références dans le texte).

En l'absence locale de circulation de charges (c'est-à-dire si nous avons $\mathbf{J} = \mathbf{0}$), alors le champ magnétique $\mathbf{B}$ s'écrit comme gradient d'un certain champ scalaire V :

$$\mathbf{B} = -\nabla V \tag{1.6}$$

En combinant avec l'équation 1.1b, il vient naturellement :

$$\nabla^2 V = 0 \tag{1.7}$$

On reconnait ici l'équation de Laplace, V est alors appelé un champ scalaire *harmonique*. Nous allons maintenant trouver la formulation générale des champs scalaires V qui vérifient cette équation, ceci nous permettant d'introduire les *coefficients de Gauss* que nous manipulerons dans le chapitre 4.

1.1.3 Solution générale de l'équation de Laplace

En coordonnées sphériques (r, θ, ϕ) où r est la distance au centre de la Terre, θ est l'angle par rapport au pôle Nord géographique et ϕ est la longitude par rapport à un méridien de référence, l'opérateur Laplacien ∇^2 s'écrit (voir le chapitre 17 de [Freeden et al., 2010]) :

$$\nabla^2 = \frac{2}{r}\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2 \sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{r^2 \sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \tag{1.8}$$

Nous pouvons séparer cette équation en une partie radiale et une partie angulaire ∇_S^2 avec :

$$\nabla_S^2 = \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial \theta}\left(\sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \tag{1.9}$$

Soit $\psi(\mathbf{r})$ une solution de l'équation 1.7. En introduisant une séparation des variables, c'est-à-dire en admettant que ψ est un produit de deux fonctions $\psi(r, \theta, \phi) = R(r)Y(\theta, \phi) = u(r)/rY(\theta, \phi)$, on peut montrer que la partie radiale s'écrit comme combinaison linéaire de deux fonctions :

$$u(r) = A \cdot r^{n+1} + B \cdot r^{-n}, \quad (A, B) \in \mathbb{R}^2,\ n \in \mathbb{N} \tag{1.10}$$

La partie angulaire $Y(\theta, \phi)$ se met quant à elle sous la forme générale :

$$Y_{n,m}(\theta, \phi) = kP_{n,m}(\cos\theta)\exp^{im\phi}, \quad k \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N},\ -n \leq m \leq n \tag{1.11}$$

Les fonctions $P_{n,m}$ sont les fonctions associées de Legendre. Elles sont définies sur $[0, 1]$ par la relation :

$$P_{n,m}(\mu) = \frac{1}{2^n n!}(1 - \mu^2)^{m/2}\frac{\mathrm{d}^{n+m}}{\mathrm{d}\mu^{n+m}}(\mu^2 - 1)^n \tag{1.12}$$

Ces fonctions peuvent être normalisées selon différentes conventions. La normalisation de Ferrers définit par exemple des fonctions unitaires entre elles :

$$Y_{n,m}(\theta, \phi) = (-1)^m \sqrt{(2n+1)\frac{(n-m)!}{(n+m)!}} P_{n,m}(\cos\theta)\exp^{im\phi}, \quad n \in \mathbb{N}, -n \leq m \leq n \tag{1.13}$$

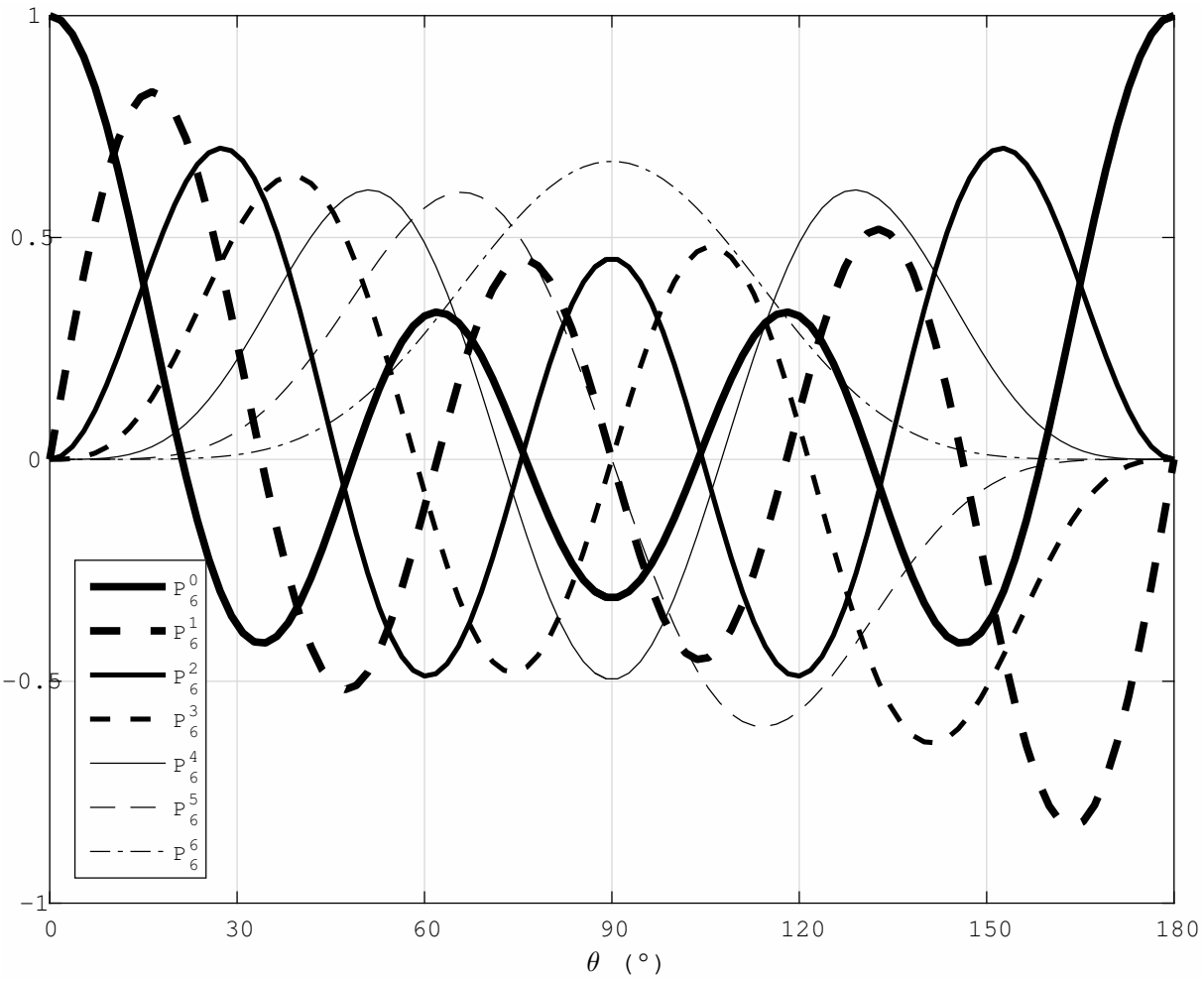


FIGURE 1.4 – Fonctions de Legendre P_6^m

Nous avons ainsi, en notant $\overline{Y}$ le conjugué de Y :

$$< Y_{n,m}, Y_{l,k} >= \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \overline{Y}_{n,m}(\theta, \phi) Y_{k,l}(\theta, \phi) \sin\theta \mathrm{d}\theta \mathrm{d}\phi = \delta_{nl}\delta_{mk} \tag{1.14}$$

Les fonctions $Y_{n,m}$ ainsi définies sont appelées *harmoniques sphériques* complexes de degré n et d'ordre m selon la normalisation de Ferrers.

Dans le domaine du géomagnétisme et pour des raisons historiques, on utilise une autre convention que la normalisation de Ferrers : la quasi-normalisation de Schmidt. Afin d'éviter toute ambiguité dans les notations, les fonctions associées de Legendre sont notées P_n^m dans cette normalisation et sont définies par les relations suivantes :

$$P_n^m(\cos\theta) = \begin{cases} P_{n,m}(\cos\theta) & \text{si } m = 0 \\ \sqrt{\dfrac{2(n-m)!}{(n+m)!}} P_{n,m}(\cos\theta) & \text{si } m > 0 \end{cases} \tag{1.15}$$

Les 7 fonctions de Legendre P_6^m de degré 6 et d'ordre 0 à 6, normalisées par le facteur de Schmidt sont représentées figure 1.4.

Nous pouvons de la même façon introduire les *harmoniques sphériques* réelles normalisées par le facteur de Schmidt comme étant, par définition, $Y_n^{m,c} = P_n^m(\cos\theta)\cos m\phi$ et

$Y_n^{m,s} = P_n^m(\cos\theta)\sin m\phi$. On montre facilement que ces harmoniques sphériques réelles correspondent aux parties réelle et imaginaire des harmoniques sphériques complexes convenablement normalisées :

$$Y_n^{m,c} = (-1)^m \sqrt{\frac{2}{(2n+1)(1+\delta_{m0})}}\, \Re[Y_{n,m}(\theta,\phi)] \tag{1.16a}$$

$$Y_n^{m,s} = (-1)^m \sqrt{\frac{2}{(2n+1)}}\, \Im[Y_{n,m}(\theta,\phi)] \tag{1.16b}$$

Ces harmoniques sphériques réelles sont toujours orthogonales mais ne sont plus unitaires :

$$< Y_n^{m,c}, Y_l^{k,c} > = < Y_n^{m,s}, Y_l^{k,s} > = \frac{1}{2n+1}\delta_{n,l}\delta_{mk} \tag{1.17a}$$

$$< Y_n^{m,c}, Y_l^{k,s} > = 0 \tag{1.17b}$$

L'allure des fonctions $Y_n^{m,c}$ est tracée sur la sphère unité pour les degrés de 1 à 4 à la figure 1.5 : une amplitude positive (respectivement négative) est représentée en rouge (respectivement en bleu) alors qu'une valeur nulle est représentée en blanc. On peut montrer facilement que ces fonctions possèdent exactement $n-m$ zéros lorsque θ parcourt le segment $[0,\pi]$ et $2m$ zéros lorsque ϕ parcourt le segment $[0,2\pi]$. Lorsque $m=0$, ces harmoniques ne dépendent plus de ϕ et sont appelées harmoniques *zonales*. De la même façon, lorsque $m=n$, les harmoniques sphériques ne changent plus de signe avec la variation de θ et sont appelées harmoniques *sectorielles*. Les harmoniques des figures 1.5a, 1.5c, 1.5f et 1.5j sont *zonales* alors que celles des figures 1.5b, 1.5e, 1.5i et 1.5n sont *sectorielles*.

Une relation de récurrence existe entre les différentes fonctions P_n^m (voir [Langel, 1987]), ce qui peut permettre d'accélérer le calcul de la base de fonctions :

$$P_n^n(\cos\theta) = \sqrt{\frac{2n-1}{2n}}\sin\theta\, P_{n-1}^{n-1}(\cos\theta), \quad n>1 \tag{1.18a}$$

$$P_n^m(\cos\theta) = \frac{2n-1}{\sqrt{n^2-m^2}}\cos\theta\, P_{n-1}^m(\cos\theta) - \sqrt{\frac{(n-1)^2-m^2}{n^2-m^2}}\, P_{n-2}^m(\cos\theta), \quad 0\le m<n \tag{1.18b}$$

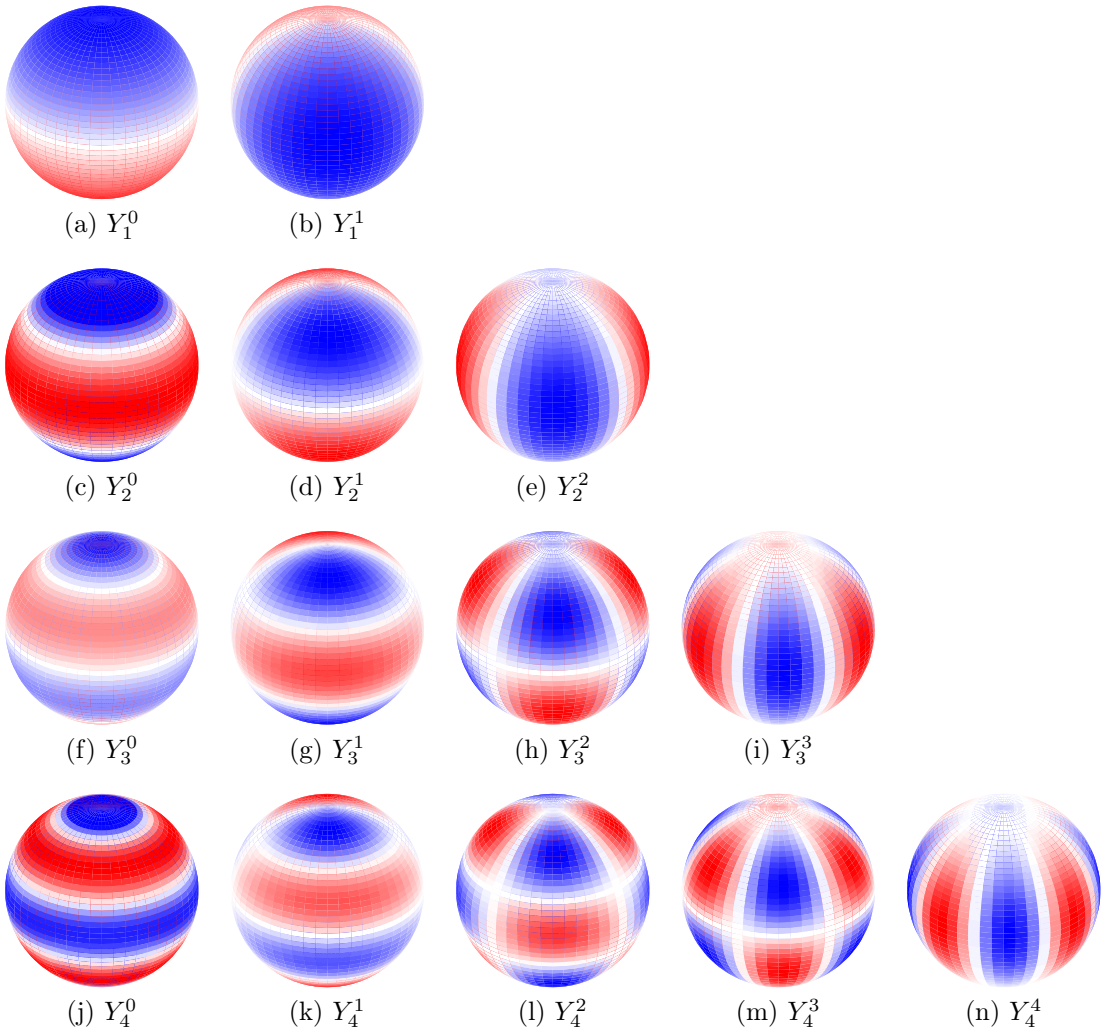
Nous allons maintenant appliquer ces résultats dans le cadre d'une distribution de sources similaire à celle de la Terre.

1.1.4 Application au champ magnétique terrestre

Supposons que l'espace tridimensionnel se divise en trois régions I, II et III délimitées par deux rayons a et c en coordonnées sphériques, comme l'illustre la figure 1.6 :

— Région I : $r \le a$
— Région II : $a < r < c$
— Région III : $c \le r$

Typiquement, a représente le rayon terrestre et c délimite la fin de la zone d'atmosphère neutre. En supposant que seules les régions I et III contiennent des sources, alors on peut montrer (cf. [Langel, 1987] ou [Backus et al., 1996]) qu'en n'importe quel point de



(a) Y_1^0 (b) Y_1^1

(c) Y_2^0 (d) Y_2^1 (e) Y_2^2

(f) Y_3^0 (g) Y_3^1 (h) Y_3^2 (i) Y_3^3

(j) Y_4^0 (k) Y_4^1 (l) Y_4^2 (m) Y_4^3 (n) Y_4^4

FIGURE 1.5 – Harmoniques sphériques jusqu'au degré 4

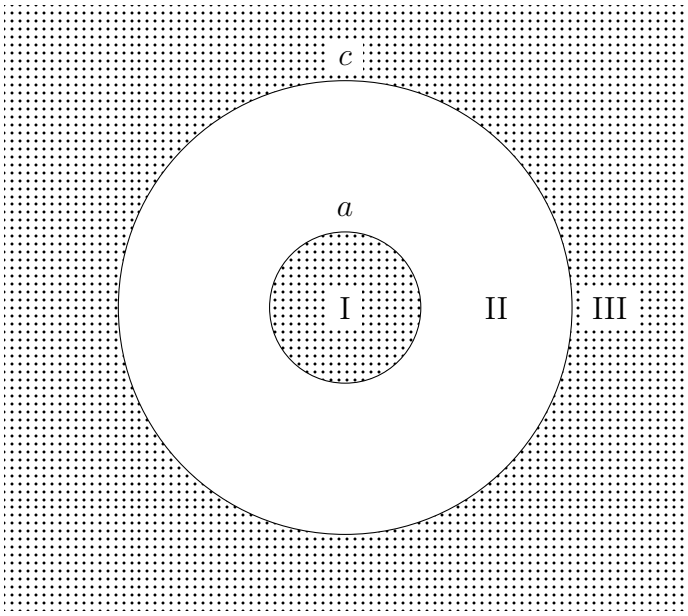


FIGURE 1.6 – Partition de l'espace physique en trois régions. La région I correspond aux sources internes et la régions III aux sources externes. La région II, intermédiaire, correspond à la zone où évoluent les satellites.

la région II le potentiel scalaire V s'écrit comme somme de deux potentiels indépendants V^i et V^e. V^i correspond au potentiel créé par les sources de la région *intérieure* I et V^e à celui créé par les sources de la région *extérieure* III. Ces potentiels sont donnés par les relations 1.19a et 1.19b et sont modulés par les *coefficients de Gauss* $(g_n^m, h_n^m, q_n^m, s_n^m)$. Remarquons que les coefficients h_n^0 et s_n^0 sont superflus puisque $\sin(m\phi) = 0$ lorsque $m = 0$. Remarquons également que le terme de degré $n = 0$ est omis pour l'interne comme pour l'externe. Pour l'interne, ce terme correspondrait en effet à un monopôle magnétique qui est une impossibilité physique. Pour l'externe, le potentiel scalaire associé est constant, sa valeur n'a donc aucune influence sur le champ magnétique : par convention, nous le choisissons égal à 0.

$$V^i(r,\theta,\phi) = a\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1}\sum_{m=0}^{n}\left(g_n^m\cos m\phi + h_n^m\sin m\phi\right)P_n^m(\cos\theta) \tag{1.19a}$$

$$V^e(r,\theta,\phi) = a\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r}{a}\right)^{n}\sum_{m=0}^{n}\left(q_n^m\cos m\phi + s_n^m\sin m\phi\right)P_n^m(\cos\theta) \tag{1.19b}$$

En injectant 1.19a et 1.19b dans 1.6, il vient :

$$\mathbf{B}(r,\theta,\phi) = \mathbf{B_i}(r,\theta,\phi) + \mathbf{B_e}(r,\theta,\phi) \tag{1.20}$$

avec

$$\mathbf{B_i}(r,\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^{n+2}\sum_{m=0}^{n}\left(g_n^m\ \mathbf{\Pi}_{ni}^{mc}(\theta,\phi) + h_n^m\ \mathbf{\Pi}_{ni}^{ms}(\theta,\phi)\right) \tag{1.21a}$$

$$\mathbf{B_e}(r,\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r}{a}\right)^{n-1}\sum_{m=0}^{n}\left(q_n^m\ \mathbf{\Pi}_{ne}^{mc}(\theta,\phi) + s_n^m\ \mathbf{\Pi}_{ne}^{ms}(\theta,\phi)\right) \tag{1.21b}$$

où

$$\mathbf{\Pi}_{ni}^{mc}(\theta,\phi) = (n+1)P_n^m(\cos\theta)\cos m\phi\,\mathbf{e_r} - \frac{\mathrm{d}P_n^m(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta}\cos m\phi\,\mathbf{e}_\theta + \frac{m}{\sin\theta}P_n^m(\cos\theta)\sin m\phi\,\mathbf{e}_\phi \tag{1.22a}$$

$$\mathbf{\Pi}_{ni}^{ms}(\theta,\phi) = (n+1)P_n^m(\cos\theta)\sin m\phi\,\mathbf{e_r} - \frac{\mathrm{d}P_n^m(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta}\sin m\phi\,\mathbf{e}_\theta - \frac{m}{\sin\theta}P_n^m(\cos\theta)\cos m\phi\,\mathbf{e}_\phi \tag{1.22b}$$

$$\mathbf{\Pi}_{ne}^{mc}(\theta,\phi) = -nP_n^m(\cos\theta)\cos m\phi\,\mathbf{e_r} - \frac{\mathrm{d}P_n^m(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta}\cos m\phi\,\mathbf{e}_\theta + \frac{m}{\sin\theta}P_n^m(\cos\theta)\sin m\phi\,\mathbf{e}_\phi \tag{1.22c}$$

$$\mathbf{\Pi}_{ne}^{ms}(\theta,\phi) = -nP_n^m(\cos\theta)\sin m\phi\,\mathbf{e_r} - \frac{\mathrm{d}P_n^m(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta}\sin m\phi\,\mathbf{e}_\theta - \frac{m}{\sin\theta}P_n^m(\cos\theta)\cos m\phi\,\mathbf{e}_\phi \tag{1.22d}$$

et $(\mathbf{e_r}, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi)$ sont les vecteurs unitaires associés aux coordonnées sphériques (r, θ, ϕ).

En introduisant les *harmoniques sphériques* réelles normalisées par le facteur de Schmidt que nous avons définies à la section précédente, les équations 1.19a et 1.19b se réécrivent :

$$V^i(r,\theta,\phi) = a\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1}\sum_{m=0}^{n}\left(g_n^m Y_n^{m,c}(\theta,\phi) + h_n^m Y_n^{m,s}(\theta,\phi)\right) \tag{1.23a}$$

$$V^e(r,\theta,\phi) = a\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{r}{a}\right)^{n}\sum_{m=0}^{n}\left(q_n^m Y_n^{m,c}(\theta,\phi) + s_n^m Y_n^{m,s}(\theta,\phi)\right) \tag{1.23b}$$

1.2 Mesure du champ magnétique

Le plus ancien manuscrit mentionnant l'existence d'aimant est l'œuvre d'un auteur chinois, Guanzhong (mort en 645 avant J-C.), voir [Cyrot et al., 2001a]. Il existe plusieurs façons différentes de mesurer un champ magnétique. La méthode la plus ancienne et la plus simple est la boussole. Inventée en Chine à une date inderterminée (probablement autour du IVe siècle av. J-C.), son principe consiste en une aiguille aimantée tournant librement sur un pivot. Wang Chong (né en 22 apr. J-C., mort en 97 apr. J-C.), philosophe chinois de la dynastie des Hang, en donne une description dans son *Lunheng* : « cet outil ressemble à une cuillère, et quand on le pose sur un plateau par terre, la poignée pointe vers le sud ». L'instrument était alors rudimentaire et nécessitait un polissage préalable du socle pour permettre l'alignement de la cuillère.

Il faudra attendre le IXe siècle pour voir apparaître les premiers *poissons directifs* où l'aiguille était cette fois-ci placée dans un bol rempli d'eau. C'est Shen Kuo qui en donnera une définition écrite en 1086 : « quand on polit la pointe d'une aiguille (en fer) avec une pierre d'aimant, elle s'oriente vers le sud mais légèrement vers l'est, pas vraiment au sud ». Notons que certaines boussoles étaient suspendues à un fil de soie.

En Occident, les premières publications dans le domaine du magnétisme remontent au onzième siècle avec « De Magnete » de Pierre Pèlerin de Maricourt, voir [Cyrot et al., 2001a].

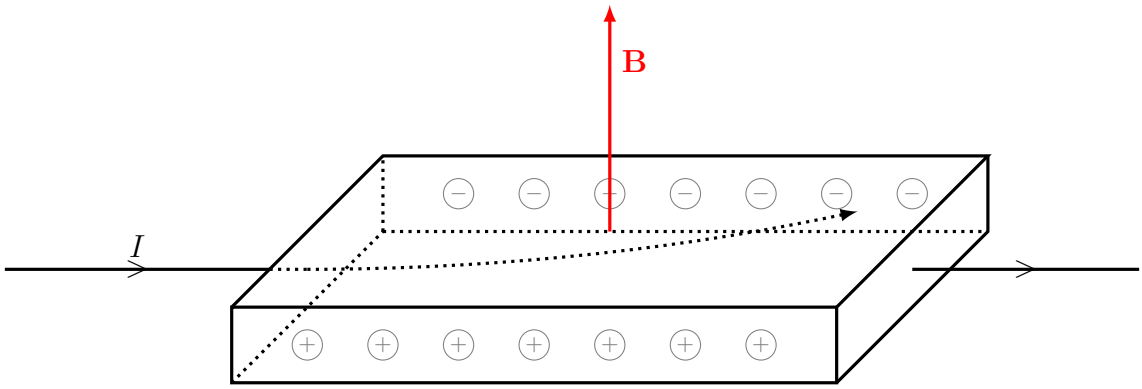


FIGURE 1.7 – Capteur à effet Hall. Une plaque conductrice est soumise à une circulation de charge (courant I) ; en présence d'un champ magnétique $\mathbf{B}$ les charges seront déviées de leur trajectoire créant une accumulation de charges sur la face arrière de la plaque. En mesurant la différence de potentiel existant entre les faces avant et arrière, nous pouvons remonter à une information sur l'intensité du champ magnétique.

Aujourd'hui plusieurs familles de magnétomètres existent et nous en donnons ci-après quelques exemples sommaires : le capteur à effet Hall, le SQUID, le magnétomètre à précession de protons, le *Fluxgate* et le magnétomètre à pompage optique. Ces magnétomètres répondent à des besoins différents et nous verrons que seules certaines de ces techniques de mesures sont exploitables en environnement spatial. Il est néanmoins intéressant de voir comment ces dispositifs très différents les uns des autres répondent à la même question : comment mesurer un champ magnétique ? Par ailleurs, la mission SWARM embarquant des magnétomètres de type *Fluxgate* (le VFM) et à pompage optique (l'ASM), nous leur accorderons plus loin une description plus détaillée.

1.2.1 Capteurs à effet Hall, SQUID et magnétomètres RMN

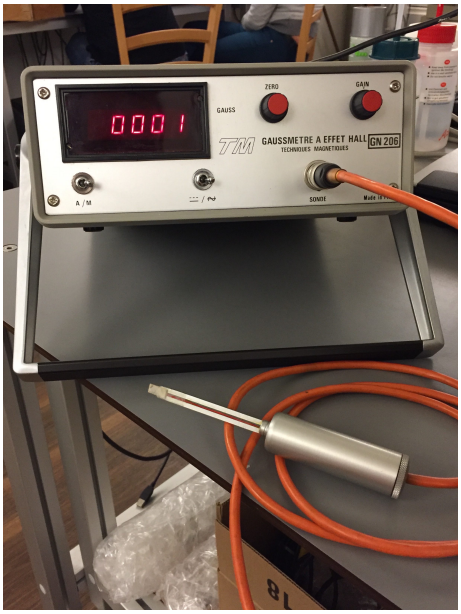
Les capteurs à effet Hall, voir [Cyrot et al., 2001b], sont largement utilisés pour la mesure de forts champs magnétiques (supérieurs à 1 mT) et ne sont donc généralement pas utilisés dans le cadre du géomagnétisme. Ils consistent en une plaque conductrice dans laquelle on fait circuler un courant I (voir figure 1.7). En présence d'un champ magnétique $\mathbf{B}$, les électrons se déplaçant dans la plaque avec une vitesse $\mathbf{v}$ seront déviés de leur trajectoire sous l'influence de la force de Laplace :

$$\mathbf{F} = -q\mathbf{v} \wedge \mathbf{B} \tag{1.24}$$

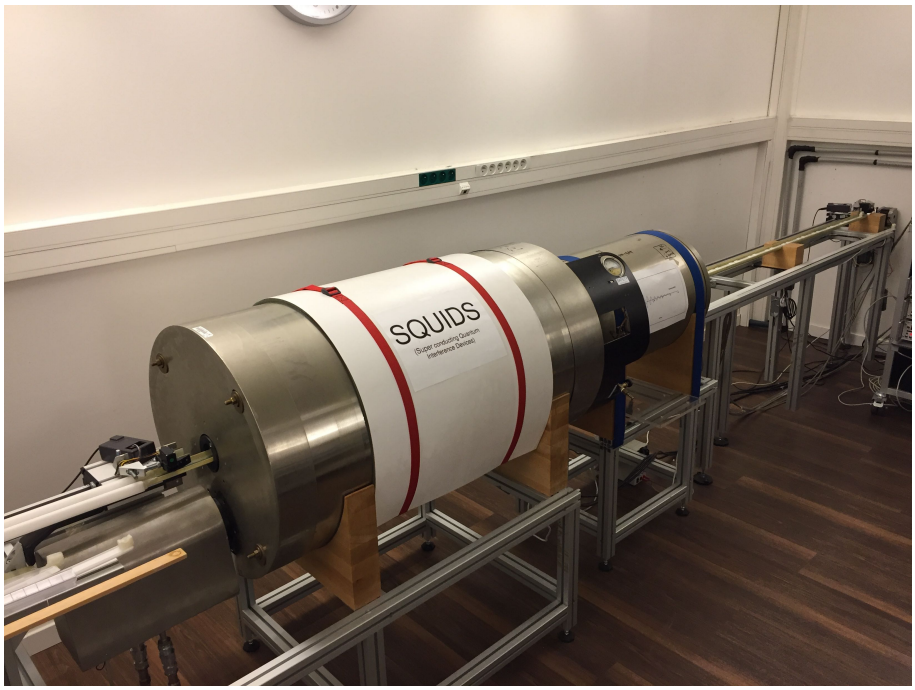
Cette déviation du flux électronique créera une accumulation de charges négatives sur la face arrière de la plaque conductrique conduisant ainsi à l'apparition d'une différence de potentiel électrique U entre les faces avant et arrière. On peut montrer que dans ces cas $U \propto BI$, le coefficient de proportionnalité étant lié à la géométrie de la plaque et au nombre d'électrons par unité de volume dans le matériau.

La figure 1.8a est un exemple de magnétomètre à effet Hall, utilisé ici par le laboratoire de Paléomagnétisme de l'Institut de Physique du Globe de Paris dans le cadre de la calibration de leur instrumentation.

Un SQUID (de l'anglais Superconducting QUantum Interference Device) est un magnétomètre utilisant des matériaux supraconducteurs et se basant sur l'effet Josephson,



(a) Magnétomètre à effet Hall (IPGP)



(b) Magnétomètre SQUID (IPGP)

FIGURE 1.8 – Deux exemples de magnétomètres

voir [Cyrot et al., 2001b]. C'est actuellement le magnétomètre le plus sensible. Son utilisation requiert cependant de très basses températures (typiquement quelques Kelvin) rendant son exploitation spatiale aujourd'hui impossible. Nous ne détaillons pas plus le fonctionnement de ce magnétomètre, le lecteur peut toutefois se référer à [Cyrot et al., 2001b] pour une présentation des principes généraux du SQUID. Un exemple de magnétomètre SQUID est donné figure 1.8b. Ce magnétomètre est utilisé par l'équipe de Paléomagnétisme de l'IPGP afin de mesurer l'aimantation rémanante d'un échantillon de roche, ce dernier étant introduit sur un rail mobile visible à droite sur la photo.

Les magnétomètres à Résonance Magnétique Nucléaire (RMN) à précession libre utilisent le phénomème de précession de Larmor, voir complément F_{IV} de [Cohen-Tannoudji et al., 1973a]. Considérons un système de moment cinétique $\mathbf{j}$ et de moment magnétique $\mathbf{m} = \gamma\mathbf{j}$, où γ est le rapport gyromagnétique du système considéré. En présence d'un champ magnétique statique $\mathbf{B}$, le moment $\mathbf{m}$ va se mettre à précesser autour de ce champ magnétique avec une vitesse angulaire $\omega = -\gamma B$. Si le système est libre, on observera également un alignement de $\mathbf{m}$ avec $\mathbf{B}$ au bout d'un temps de relaxation de l'ordre de la seconde.

La mesure s'effectue au final en deux étapes :

1. le système est tout d'abord placé hors équilibre grâce à une polarisation à l'aide d'un fort champ magnétique (de l'ordre de 10 mT) perpendiculaire au champ à mesurer,
2. on mesure ensuite la fréquence de la précession grâce à des bobines de détection par effet inductif.

Le système utilisé dans ces magnétomètres est généralement un liquide riche en protons (typiquement de l'eau). On comprend facilement que ce magnétomètre n'est pas totalement isotrope : si le champ de polarisation est aligné avec le champ à détecter, plus aucune précession ne survient. Par ailleurs, les temps de relaxation et la durée du cycle imposent une fréquence d'acquisition assez lente (en général inférieure à 1 Hz).

Ces magnétomètres sont principalement utilisés dans les observatoires magnétiques, où la direction du champ à mesurer est à peu près connue ce qui permet d'orienter le capteur et où la faible fréquence d'acquisition n'est pas pénalisante. Un exemple d'un tel capteur est donné figure 1.9 : on remarque un boîtier noir contenant l'électronique d'acquisition ainsi que le magnétomètre en blanc.

Notons enfin qu'une amélioration de ce système est possible, permettant une polarisation continue des protons par effet Overhauser. Nous renvoyons le lecteur à [Overhauser, 1953] pour une présentation de cet effet. Cette technologie a été employée en environnement spatial, notamment dans le cadre des missions CHAMP et Ørsted (voir plus bas).

1.2.2 Les magnétomètres *Fluxgates*

Les magnétomètres « Portes de flux » ou *Fluxgates* ont été inventés en 1936 (voir [Gravrand, 2000]). Ils sont constitués d'un noyau de matériau ferromagnétique autour duquel sont enroulées deux bobines : la première servant à exciter le matériau à une certaine fréquence et la seconde effectuant la mesure du champ induit. La géométrie de ces capteurs peut varier d'un magnétomètre à l'autre et nous en donnons un exemple figure 1.10 (exemple tiré de [Gravrand, 2000]).

Ces magnétomètres se basent sur la relation non-linéaire liant le champ d'excitation magnétique $\mathbf{H}$ au champ magnétique $\mathbf{B}$ à l'intérieur du noyau ainsi que l'illustre la figure 1.11. Lors d'une première excitation (courbe pleine fléchée), le matériau acquiert progressivement une aimantation jusqu'à saturation où la perméabilité relative du milieu tend

FIGURE 1.9 – Magnétomètre RMN à précession libre. Crédits : Ted Luc (IPGP).

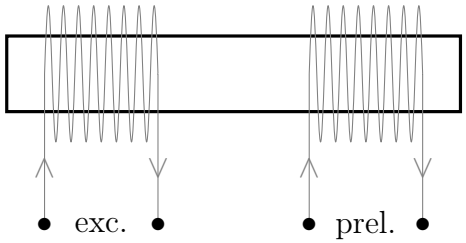


FIGURE 1.10 – Architecture de magnétomètres fluxgate. La bobine d'excitation (à gauche) génère un champ sinusoïdal de fréquence connue. L'analyse du signal induit dans la bobine de mesure (à droite) permet de remonter à l'intensité de la projection de $\mathbf{B}$ le long de l'axe des deux bobines.

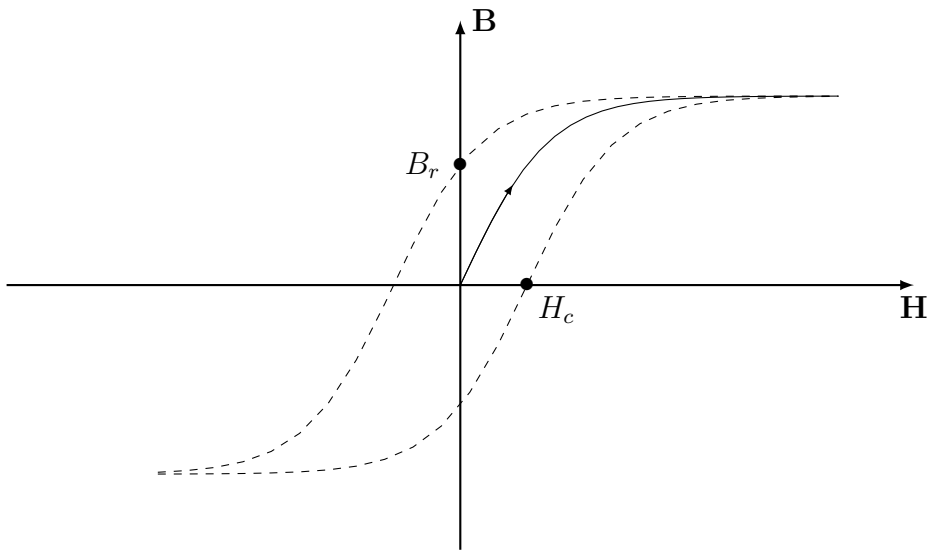


FIGURE 1.11 – Cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique

vers 0. Lorsque $\mathbf{H}$ diminue, cette aimantation s'oppose au changement de champ. Le cas particulier $\mathbf{H} = \mathbf{0}$ fait apparaître le champ magnétique rémanent $\mathbf{B_r}$. De même, la valeur $\mathbf{H_c}$ qui annule $\mathbf{B}$ s'appelle le champ coercitif.

Supposons qu'on souhaite mesurer un champ statique $\mathbf{H_0}$. En l'absence de courant dans la bobine d'excitation, la bobine de mesure ne perçoit aucune variation de flux magnétique : aucun signal n'est détecté.

On injecte maintenant un signal sinusoïdal de pulsation ω dans la bobine d'excitation et d'amplitude suffisamment grande pour faire saturer le noyau, on verra apparaître dans la bobine de détection un signal correspondant au cycle d'hystérésis. On peut montrer, voir [Primdahl, 1979], qu'en cas de saturation du noyau (donc clairement, lorsque l'excitation est assez forte pour que la courbe 1.11 ne puisse plus être considérée comme linéaire) et en négligeant l'aimantation rémanente, l'harmonique d'ordre 2 du signal de sortie est proportionnelle à H_0 ce qui la rend particulièremment intéressante. Par ailleurs, la présence d'un champ statique introduit également un déphasage du signal de sortie ; déphasage qu'il est également possible d'exploiter afin de remonter à la valeur de H_0.

La plupart des magnétomètres Fluxgate embarquent également une boucle de contre-réaction permettant d'asservir à zéro le courant circulant dans la bobine de détection. Ceci permet d'augmenter la plage de mesure possible.

Ces magnétomètres permettent d'atteindre de très bonnes résolutions (de l'ordre de la dizaine de $\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$, cf. [Gravrand, 2000]). Par ailleurs, l'utilisation d'un jeu de bobines d'excitation/détection orthogonales permet de mesurer l'intensité du champ magnétique selon ces trois axes et donc d'obtenir une mesure *vectorielle* du champ magnétique.

Néanmoins, ces magnétomètres souffrent d'une dérive instrumentale plurifactorielle. Tout d'abord les fonctions de transfert des bobines peuvent varier, notamment avec la température. Par ailleurs, l'aimantation rémanente susceptible d'apparaître dans le noyau peut créer un décalage (ou *offset*) dans la mesure de champ nul. Enfin, l'imperfection de l'orthogonalité des bobines peut introduire une corrélation entre les mesures selon les différents axes. Tous ces phénomènes doivent être pris en compte lors de la calibration de l'instrument.

Les magnétomètres *Fluxgates* ont régulièrement été employés en environnement spatial, notamment lors des missions Ørsted et SWARM.

1.2.3 Les magnétomètres à pompage optique

Les magnétomètres à pompage optique se basent sur l'effet Zeeman selon une idée suggérée par Alfred Kastler en 1950 (voir [Kastler, 1950]). Le principe de base est de venir mesurer cet effet dans une cellule remplie d'un gaz atomique, par exemple de l'Hélium 4.

L'état fondamental de l'atome d'Hélium 4 ne présente pas de raies Zeeman, ce qui n'est pas le cas de la couche 2^3S_1. En l'absence de champ magnétique extérieur, cet état est dégénéré et les électrons ont la même énergie. La présence d'un champ magnétique extérieur $\mathbf{B}$ va lever cette dégénérescence et va séparer les états électroniques selon leur nombre quantique magnétique m : c'est l'effet Zeeman (voir complément D_{VII} de [Cohen-Tannoudji et al., 1973a] ainsi que [Cohen-Tannoudji, 1962]). Cet effet est illustré figure 1.12. La séparation ΔE des raies est proportionnelle à B et fait intervenir γ, le rapport gyromagnétique de l'électron. Avec un champ magnétique de l'ordre de la dizaine de micro Tesla, cet écart est de l'ordre de 10^{-9} eV.

$$\Delta E = \gamma\hbar \cdot ||\mathbf{B}|| = \hbar\omega \tag{1.25}$$

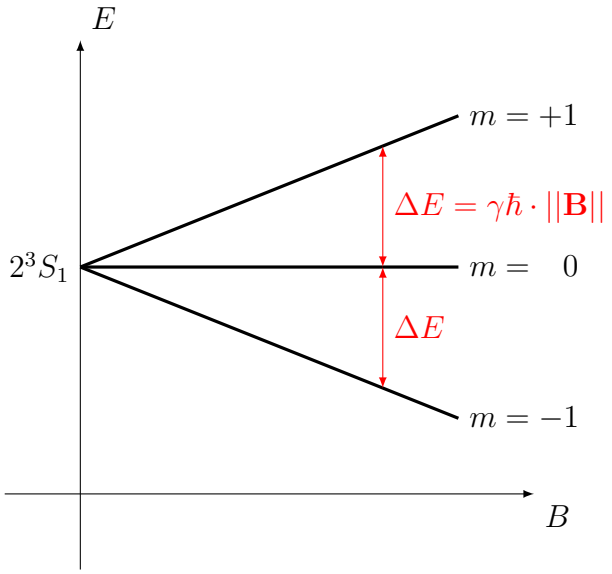


FIGURE 1.12 – Levée de dégénérescence par effet Zeeman

On comprend bien que si l'on parvient à mesurer cet écart d'énergie, nous pouvons remonter à la valeur de l'intensité du champ magnétique. La mesure de cet écart s'effectue à l'aide d'un *pompage optique* : un faisceau laser correctement polarisé va venir exciter les états électroniques afin de favoriser les transitions énergétiques entre la couche 2^3S_1 et une couche de référence. Cet écart en énergie sera ensuite mesuré grâce à une exploration en fréquence d'un champ radio-fréquence, nous y reviendrons plus loin. Ces instruments sont par nature très robustes par rapport aux contraintes de l'environnement telles que les variations de température, on dit qu'ils sont *absolus*. L'instrument scalaire de SWARM, l'ASM, repose sur cette technologie.

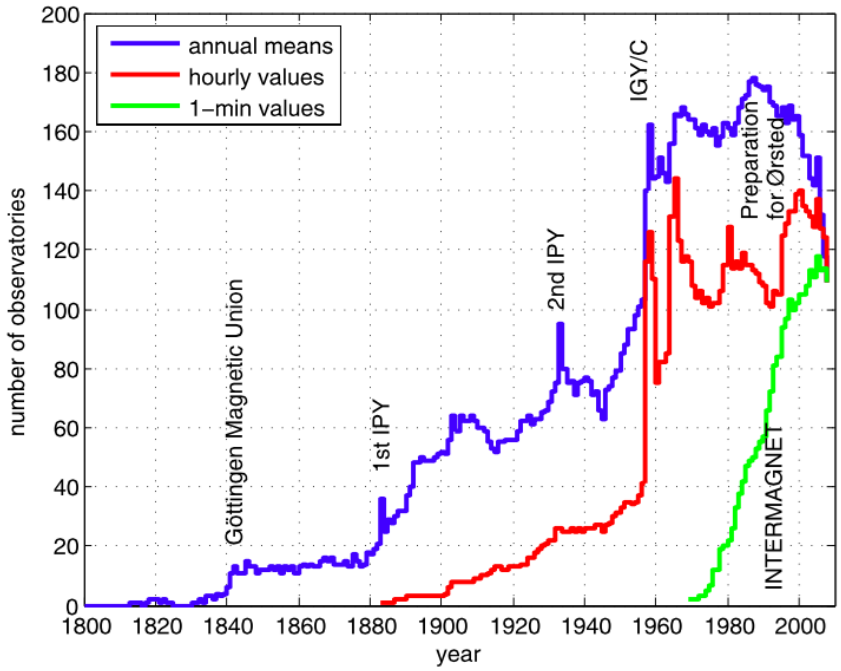
Maintenant que nous avons présenté les différentes techniques modernes de mesure d'un champ magnétique, nous allons maintenant présenter rapidement l'historique des mesures magnétiques. Ceci nous amènera tout naturellement à la mission SWARM et à la présentation des magnétomètres VFM et ASM.

1.3 Historique des mesures magnétiques

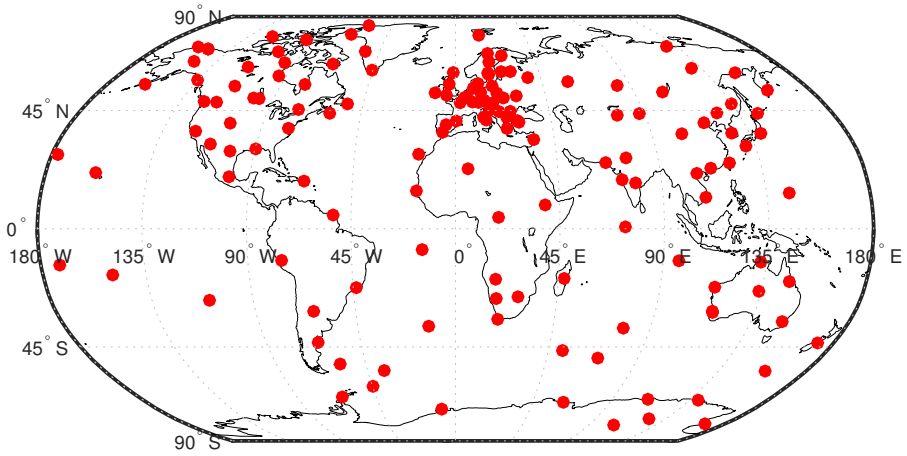
1.3.1 Mesures d'observatoire

Les premiers observatoires magnétiques datent du XIXe siècle et ont été mis en place par Carl Friedrich Gauss. Ceci lui avait permis à l'époque de calculer la toute première décomposition du champ magnétique terrestre en harmoniques sphériques (cf. [Matzka et al., 2010]). Le nombre d'observatoires magnétiques dans le monde a ensuite progressivement augmenté, ainsi que l'illustre la figure 1.13a tirée de [Matzka et al., 2010]. En 1987 a été créé le réseau Intermagnet, qui est une organisation internationale facilitant l'échange des données entre observatoires et proposant un cahier des charges pour standardiser la qualité des mesures magnétiques. A l'heure actuelle, Intermagnet compte 150 observatoires, représentés figure 1.13b obtenue selon les informations du site internet `http://intermagnet.org`.

Un observatoire est généralement équipé d'un magnétomètre fluxgate permettant une mesure automatique de la direction du champ. Ces magnétomètres sont, comme nous le verrons, d'excellents variomètres mais nécessitent une calibration régulière afin de compenser d'éventuelles dérives. Ces calibrations sont effectuées régulièrement par des opérateurs avec un magnétomètre à précession libre, conduisant ainsi à l'estimation de *lignes de base* (ou *baselines* en anglais) pour corriger les données. Pour plus d'information sur le protocole de mesure, le lecteur peut se référer à [Bitterly and Lalanne, 2011].



(a) Evolution du nombre d'observatoires magnétiques dans le monde et de la fréquence d'acquisition. La chute apparente du nombre d'observatoires en 2010 est un artefact dû au délai nécessaire pour la production des données définitives.



(b) Localisation des observatoires du réseau Intermagnet en mai 2019

FIGURE 1.13 – Observatoires magnétiques

1.3.2 Mesures satellites

Avec l'avénement de l'ère spatiale, l'idée est très vite venue d'embarquer des magnétomètres sur des satellites. L'interêt par rapport aux observatoires terrestres est immédiat : la possibilité d'avoir une couverture géographique des données beaucoup plus large et régulière. En contrepartie, notre satellite se déplaçant dans l'espace, la difficulté de séparer variation spatiale et temporelle survient.

Les toutes premières mesures spatiales du champ magnétique ont été effectuées par le satellite soviétique Sputnik 3 en 1958. Le satellite embarquait un fluxgate triaxial et évoluait sur une orbite elliptique avec une inclinaison de 65.2°. Les données recueillies étaient toutefois loin d'être précises et une panne est survenue sur l'enregistreur de bord, limitant grandement l'acquisition des données (voir [Hulot, 2015]).

Les premières missions dédiées à la mesure du champ magnétique furent par la suite les satellites POGO ou *Polar Orbiting Geophysical Observatories* qui ont consisté, pour le géomagnétisme, en 3 satellites OGO-2, OGO-3 et OGO-6 lancés consécutivement entre 1965 et 1969. Ces satellites ont fourni des données uniquement scalaires. Mais leur exploitation scientifique a rapidement bloqué sur le problème de l'effet Backus : la construction d'un modèle de champ magnétique interne à partir des seules mesures scalaires à la surface d'une sphère contenant les sources magnétique est un problème non-unique [1] (voir [Backus, 1970]).

La mission MAGSAT de la NASA a été la première à produire des données vectorielles. La mission a duré 6 mois entre 1979 et 1980 et consistait en un seul satellite évoluant sur une orbite basse quasi-polaire. Les instruments embarqués étaient un fluxgate et un magnétomètre absolu. Les données générées ont permis l'élaboration du premier modèle basé sur des données vectorielles spatiales (voir [Langel and Estes, 1985]).

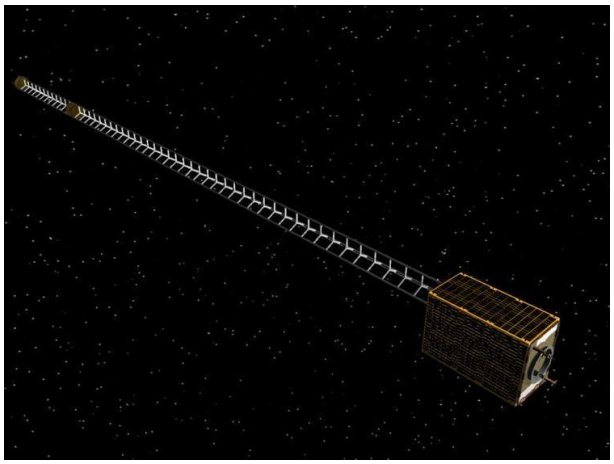
Près de 20 ans plus tard, le Danemark lance le satellite Ørsted suivi peu après par le satellite allemand CHAMP. Le satellite Ørsted a été lancé en février 1999 et a fourni des données magnétiques vectorielles jusqu'en novembre 2005 et scalaires jusqu'en février 2011 [2]. La mission CHAMP, débutée en juillet 2000 a duré quant à elle dix ans. La figure 1.14 présente ces deux satellites. Une réplique des instruments vectoriels d'Ørsted fut également embarquée à bord de la mission argentine SAC-C lancée en Novembre 2000. Néanmoins, une avarie est survenue empêchant la restitution de l'orientation du satellite et, par là-même, des mesures vectorielles. Notons que les données fournies par ces missions ont permis l'élaboration d'un certain nombre de modèles géomagnétiques parmi lesquels nous pouvons citer :

— les modèles GRIMM : [Lesur et al., 2008], [Lesur et al., 2010],
— le modèle CM5 : [Sabaka et al., 2015],
— les modèles CHAOS : [Olsen et al., 2006], [Olsen et al., 2009], [Olsen et al., 2010b].

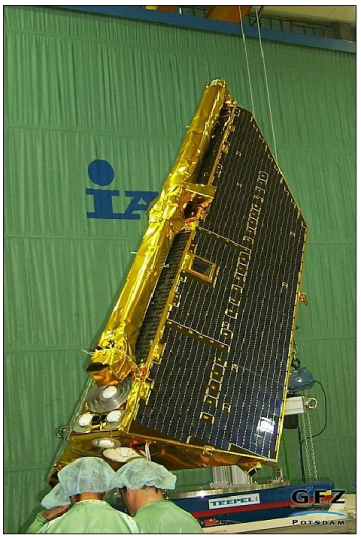
Le tableau 1.2, inspiré de [Hulot et al., 2015a], synthétise les caractéristiques de ces précédentes missions satellitaires. Nous limitons notre étude aux missions spatiales dédiées au champ magnétique terrestre, mais de nombreuses missions ont également étudié les champs magnétiques des autres planètes et satellites de notre système solaire. Nous pouvons par exemple citer Mariner 10 ou BepiColombo pour Mercure ; Mariner 4, Phobos ou Mars Global Surveyor pour Mars ou enfin Pioneer 10 pour Jupiter. La présentation de

1. Khokhlov et al. montreront en 1997 que l'ajout de la localisation de l'équateur magnétique permet d'éliminer cette non-unicité, voir [Khokhlov et al., 1997]

2. Ørsted est actuellement toujours en orbite mais ne transmet plus aucune donnée. Par ailleurs, une anomalie probablement due aux radiations a endommagé les caméras stellaires en novembre 2005, empêchant toute restitution d'attitude.



(a) Ørsted. Crédits : DTU.



(b) CHAMP. Crédits : GFZ.

FIGURE 1.14 – Satellites Ørsted et CHAMP

Satellite	Cycle de vie	Inclinaison	Altitude	Données
OGO-2	Oct. 1965 - Sep. 1967	87°	410 - 1510 km	Scalaire
OGO-4	Jul. 1967 - Jan. 1969	86°	410 - 910 km	Scalaire
OGO-6	Jun. 1969 - Jun. 1971	82°	400 - 1100 km	Scalaire
MAGSAT	Nov. 1979 - Mai. 1980	97°	325 - 550 km	Vecteur + Scalaire
ØRSTED	Fev. 1999 - ...	97°	650 - 850 km	Vecteur + Scalaire
CHAMP	Jul. 2000 - Sep. 2010	87°	250 - 450 km	Vecteur + Scalaire
SAC-C	Jan. 2001 - Dec. 2004	97°	698 - 705 km	Scalaire

TABLE 1.2 – Précédentes missions satellite

ces missions sortirait du cadre de ce manuscrit mais nous invitons le lecteur à se référer à [Balogh, 2010] pour de plus amples informations.

1.4 Mission SWARM

1.4.1 Le satellite Swarm

SWARM est la cinquième mission du programme « Earth Explorer » de l'Agence Spatiale Européenne (ESA), voir [Friis-Christensen et al., 2006]. Les précédentes missions étaient CryoSat 1 en 2005 sur l'étude des glaces polaires ; GOCE en 2009 sur le champ de gravité terrestre ; SMOS en 2009 sur l'humidité des sols et la salinité des mers et enfin CryoSat 2 en 2010. Cette cinquième mission consiste en trois satellites identiques ALPHA, BRAVO et CHARLIE (A, B et C) dont l'objectif principal est de mesurer le champ magnétique terrestre. Le lancement a eu lieu le 22 Novembre 2013 et ces satellites sont toujours en activité aujourd'hui.

Ils sont placés sur une orbite basse (500 km) quasi-polaire d'inclinaison d'environ 87° et font le tour de la Terre en 93 minutes. ALPHA et CHARLIE évoluent côte à côte alors que BRAVO est 50 km plus haut et orbite à une heure locale différente. Cette configuration de vol offre une meilleure couverture en heure locale permettant de séparer efficacement les différentes sources de champ (notamment le distingo interne/externe [3]). Par ailleurs les satellites ALPHA et CHARLIE évoluant côte à côte permettent de mieux caractériser les composantes à haute fréquence spatiale du champ (voir [Friis-Christensen et al., 2006]). Les traces au sol de ces trois satellites sont données pour la journée du 28 décembre 2016 figure 1.15.

La figure 1.16 représente l'évolution de l'heure locale vue par les satellites à l'équateur lors de leur orbite montante. On observe d'une part que ALPHA et CHARLIE évoluent bien à la même heure locale alors que BRAVO se sépare progressivement du duo pour se positionner sur sa propre orbite. Il faut compter environ neuf mois pour qu'un satellite de SWARM retrouve les mêmes conditions d'heures locales ascendantes sur son orbite.

La figure 1.17 représente l'évolution de l'altitude des trois satellites. Là encore, on observe que ALPHA et CHARLIE évoluent côte à côte. On remarque par ailleurs la phase de transition des trois satellites sur leur orbite définitive (de janvier 2014 à mai 2014). Enfin, nous remarquons que l'altitude des satellites diminue continuellement : ils sont freinés par l'atmosphère résiduelle.

3. en particulier, une bonne couverture en heures locales permet de mieux caractériser le signal magnétique d'origine ionosphérique et donc de le séparer plus efficacement des autres contributions

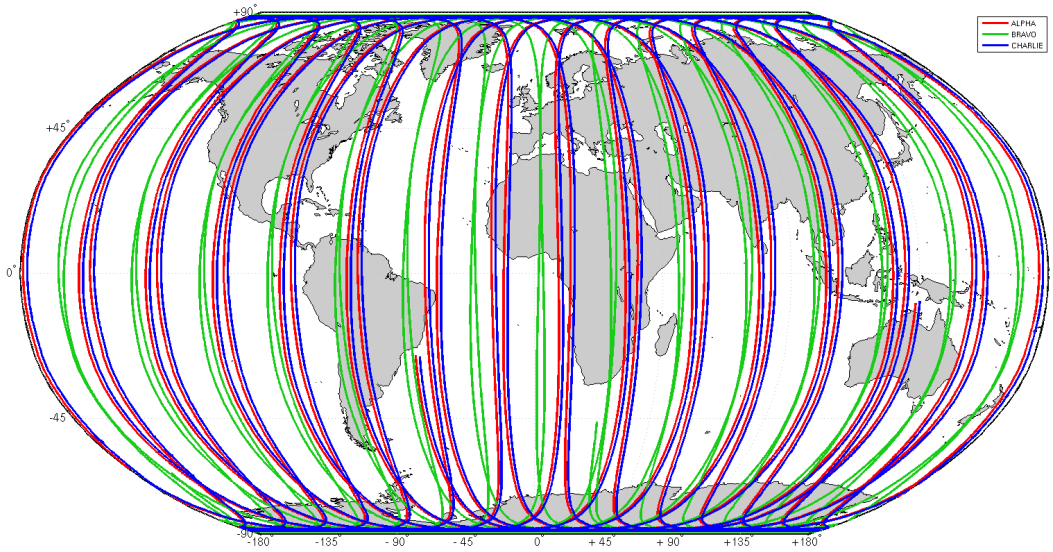


FIGURE 1.15 – Trace au sol des 3 satellites Swarm pour la journée du 28 décembre 2016

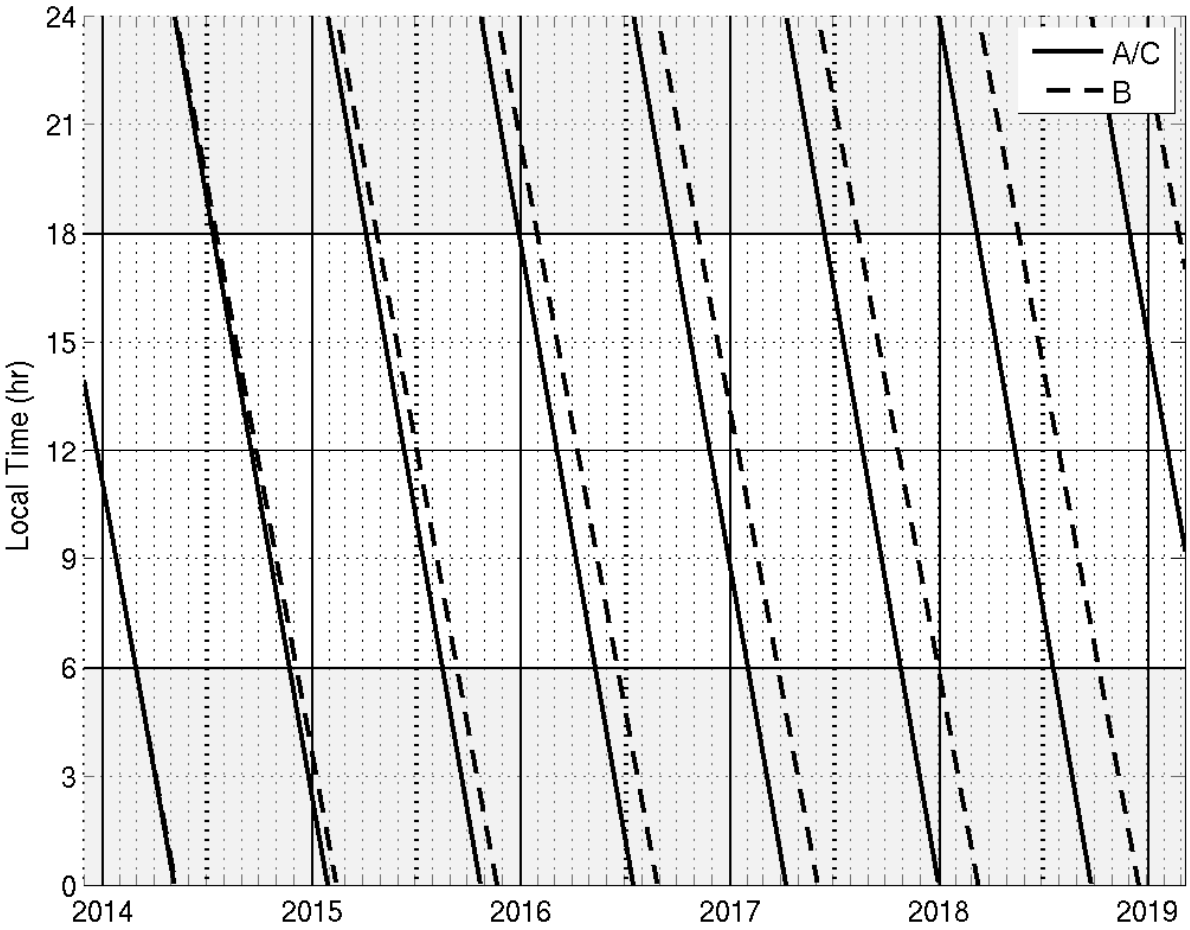


FIGURE 1.16 – Evolution de l'heure locale orbite montante des trois satellites Swarm

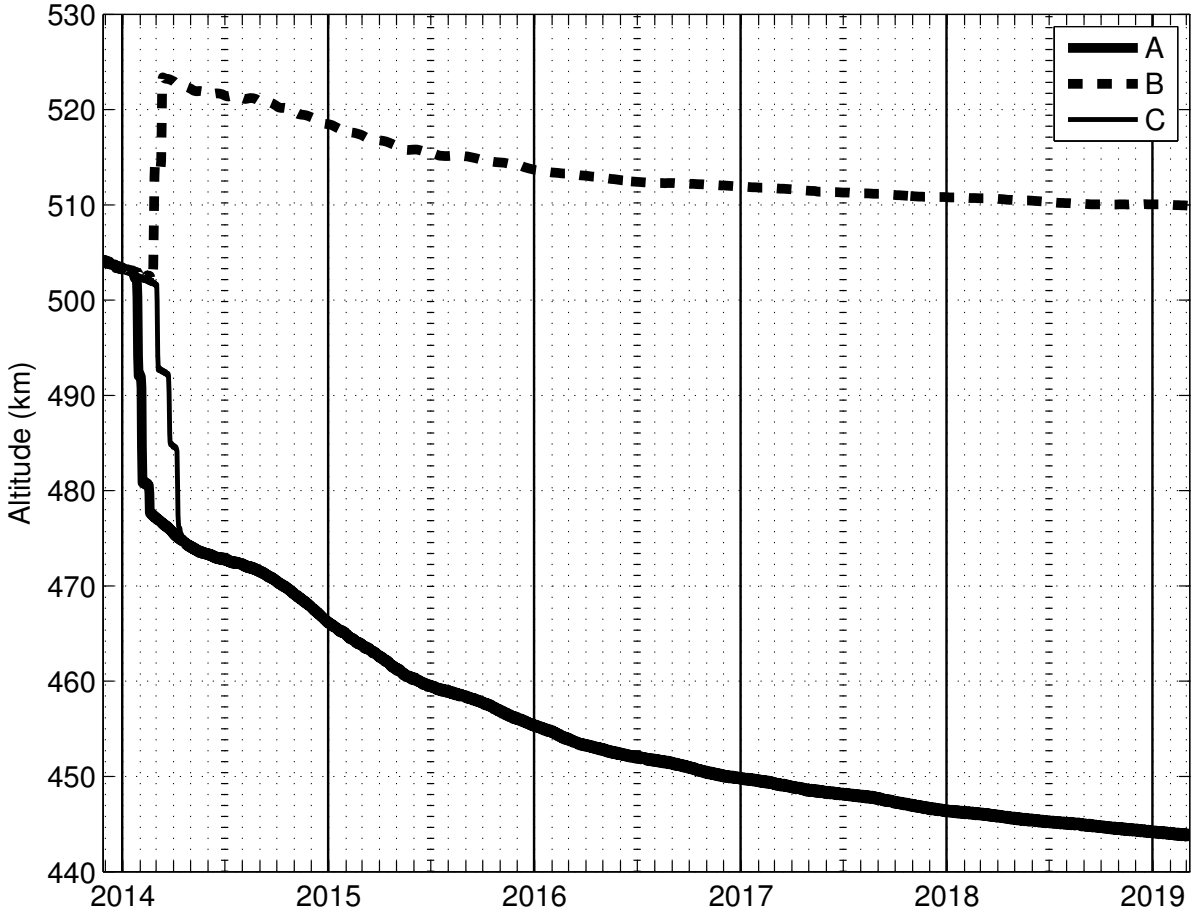


FIGURE 1.17 – Evolution de l'altitude des trois satellite Swarm

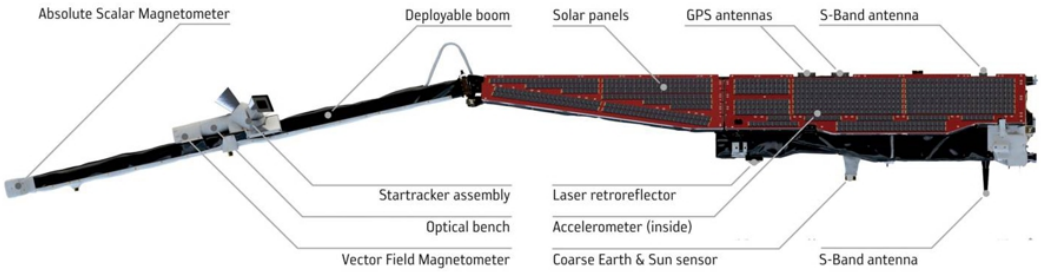


FIGURE 1.18 – Satellite SWARM

La figure 1.18 est un schéma de l'un des trois satellites. Ces satellites embarquent un magnétomètre *Vector Field Magnetometer* (VFM), fournissant des mesures vectorielles du champ magnétique à 1 Hz basé sur la technologie *Fluxgate* et visible sur la figure 1.19a. Ce VFM est couplé à une triple caméra stellaire permettant d'établir la relation de passage entre le référentiel instrument et le référentiel terrestre. Ces caméras stellaires (visibles à droite sur la figure 1.19a) sont constituées d'un baffle permettant de protéger l'objectif des lumières parasites (Soleil, Lune, Terre) et collectent en continu la lumière provenant de la voûte stellaire (voir chapitre XII de [CNES, 2011e]). Un processeur dédié permet ensuite d'obtenir le quaternion de passage entre le référentiel instrument et le repère de référence céleste international (ICRF), voir [CNES, 2011b]. Il devient alors possible d'exprimer toute mesure vectorielle du champ magnétique dans le repère *North-East-Center* (NEC). L'utilisation de trois caméras stellaires permet d'éviter la situation où les capteurs sont simultanément éblouis par le Soleil, la Lune ou la Terre.

Les fluxgates nécessitent une calibration régulière afin de compenser, entre autres, les dérives en température. Cela est possible grâce à un deuxième magnétomètre *Absolute Scalar Magnetometer* (ASM) fournissant une mesure scalaire absolue. Afin de minimiser l'impact des perturbations magnétiques générées par le satellite, ce dernier est placé au bout d'un bras de quatre mètres de long. Ces deux instruments sont illustrés figure 1.19, remarquons d'une part que le VFM est solidaire des caméras stellaires et d'autre part que l'ASM, placé à 1.6 m du VFM, est redondé sur chaque satellite. Nous allons maintenant détailler le principe de fonctionnement de ces deux magnétomètres.

1.4.2 Le magnétomètre VFM

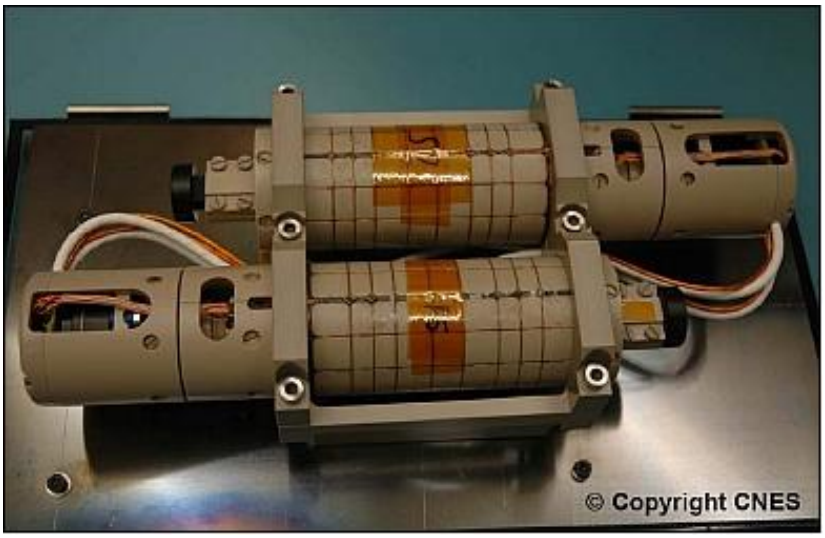
Le magnétomètre *Vector Field Magnetometer* (VFM) est un magnetomètre de type *Fluxgate* avec boucle de rétro-action. Nous avons vu à la section 1.2.2 que ces instruments pouvaient dériver. Ainsi si nous notons $\mathbf{B}_{\text{true}}$ le champ magnétique *vrai* et $\mathbf{B}_{\text{mes}}$ le champ mesuré par le VFM, nous pouvons idéalement relier les deux vecteurs par la relation :

$$\mathbf{B}_{\text{true}} = P^{-1}S^{-1}(\mathbf{B}_{\text{mes}} - \mathbf{b}) \tag{1.26}$$

Ici la matrice S est un opérateur d'homothétie traduisant l'effet de la température. Elle est diagonale et ses coefficients dépendent de la température (et sont donc susceptibles d'évoluer dans le temps).

$$S = \begin{pmatrix} s_1(t) & 0 & 0 \\ 0 & s_2(t) & 0 \\ 0 & 0 & s_3(t) \end{pmatrix} \tag{1.27}$$

(a) VFM. Crédits : DTU.



(b) ASM. Crédits : CNES.

FIGURE 1.19 – Charge utile de la mission SWARM pour les mesures de magnétométrie

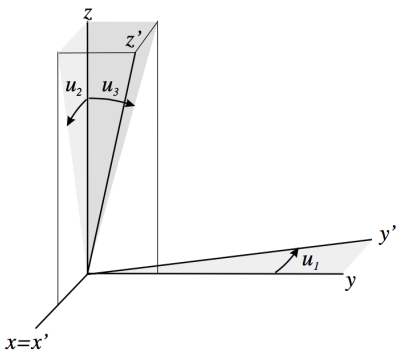


FIGURE 1.20 – Correction de la non-orthogonalité des bobines. Crédits : N. Olsen (DTU).

La matrice P corrige quant-à-elle la non-orthogonalité du repère. En supposant que l'axe $\mathbf{e_x}$ reste invariant par cette transformation et que l'axe $\mathbf{e_y}$ se transforme en restant dans le plan $(\mathbf{e_x}, \mathbf{e_y})$, alors nous pouvons écrire la matrice P en introduisant les écarts angulaires u_1, u_2 et u_3 définis par la figure 1.20 :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\sin u_1 & \cos u_1 & 0 \\ \sin u_2 & \sin u_3 & \sqrt{1 - \sin^2 u_2 - \sin^2 u_3} \end{pmatrix} \tag{1.28}$$

Le dernier terme $\mathbf{b}$ traduit enfin l'*offset* de la mesure. Nous avons directement :

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} \tag{1.29}$$

Afin de remonter aux paramètres de la calibration (c'est-à-dire l'évaluation des termes des matrices S et P ainsi que de l'offset $\mathbf{b}$), il est nécessaire de se baser sur une valeur de *référence* de l'intensité magnétique : c'est le rôle premier de l'instrument ASM. En minimisant le résidu entre la mesure scalaire de l'ASM et la norme de la mesure vectorielle du VFM pour un grand nombre de mesures, il est ainsi possible de trouver les paramètres optimaux de la calibration. Le lecteur peut se référer à [Tøffner Clausen, 2017] et [Tøffner-Clausen et al., 2016] pour une présentation plus complète de la calibration du VFM.

1.4.3 Le magnétomètre à pompage optique ASM

L'ASM est un magnétomètre à pompage optique basé sur une cellule d'Hélium 4, développé par le CEA-LETI en collaboration avec le CNES. En mode nominal, il produit les données scalaires de la mission Swarm permettant de calibrer régulièrement les données issues de l'instrument VFM. Il peut toutefois fonctionner en mode expérimental permettant :

1. soit de fournir des données scalaires très haute fréquence (250 Hz), c'est le mode dit *BURST*,
2. soit de fournir par lui-même une mesure vectorielle du champ magnétique, c'est le mode dit *ASMV*.

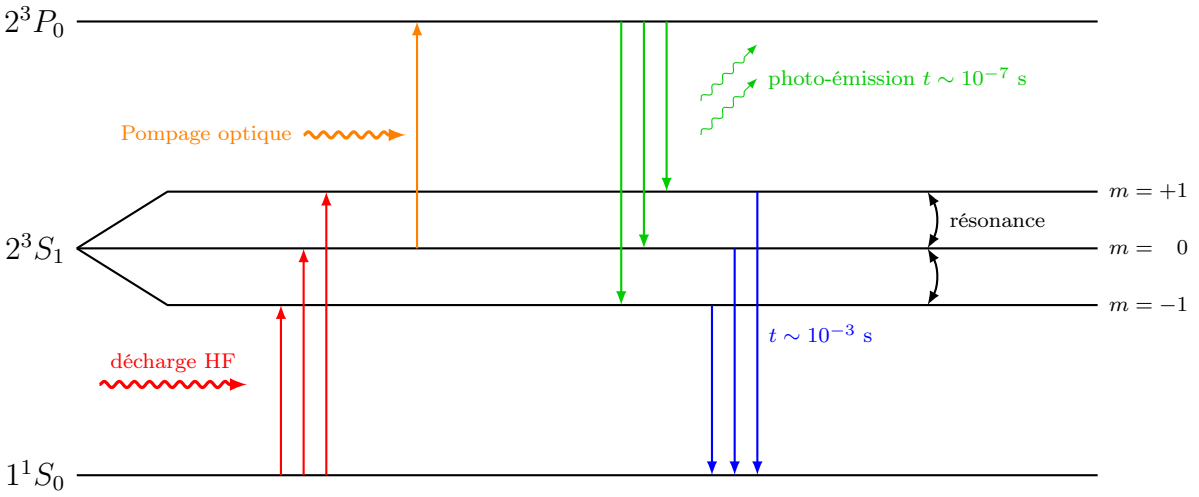


FIGURE 1.21 – Cycle de mesure de la sonde ^{4}He

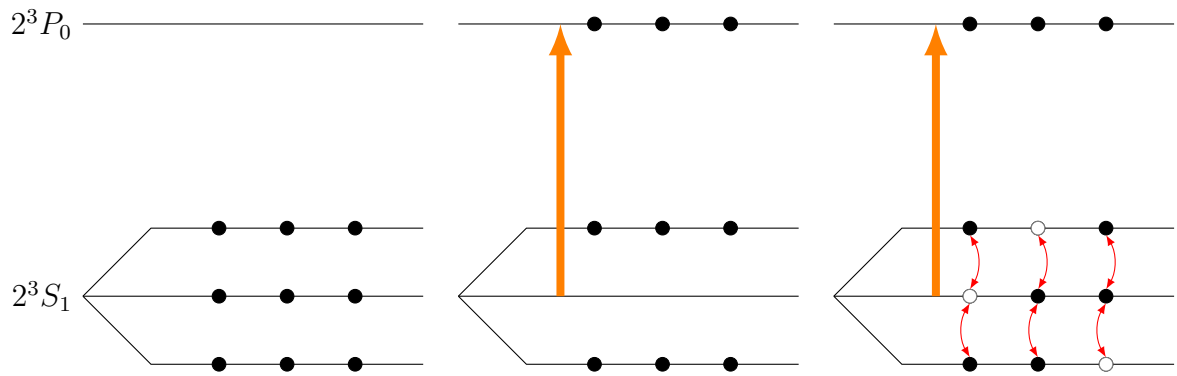
Ainsi que nous l'avons expliqué à la section 1.2.3, les magnétomètres à pompage optique à Hélium 4 mesurent l'écart énergétique entre les sous-niveaux du niveau 2^3S_1 dû à la présence d'un champ magnétique non nul.

La figure 1.21 présente les différents mécanismes qui entrent en jeu afin de permettre la mesure de cet écart. Les atomes étant initialement dans leur état fondamental 1^1S_0, il est nécessaire de les amener dans l'état 2^3S_1 à l'aide d'une décharge haute fréquence (en rouge sur le diagramme).

Une excitation laser correctement polarisée et de longueur d'onde $D_0 = 1082.9081$ nm permet ensuite de dépeupler le niveau 2^3S_1 pour lequel $m = 0$ en déplaçant les électrons sur le niveau 2^3P_0 (en orange sur le diagramme). Remarquons que l'énergie de ces deux niveaux ne dépend pas du champ magnétique. Au bout d'un certain temps, un équilibre s'établit entre pompage optique et émission spontanée du niveau 2^3P_0 vers le niveau 2^3S_1 (en vert sur le diagramme), cela s'observe sur l'intensité du faisceau laser mesurée à la sortie de la cellule : aucune transition n'est observée, la cellule devient pour ainsi dire transparente. Le pompage optique est décrit en détail dans [Cohen-Tannoudji, 1962]. Remarquons toutefois que pour sélectionner la transition 2^3S_1 avec $m = 0$ le laser doit être polarisé selon une certaine direction qui est liée à celle du champ $\mathbf{B}$: si cette dernière varie trop on perd la polarisation et donc le pompage optique. Ceci introduit l'idée d'une anisotropie de la sonde, anisotropie qui est compensée par un moteur piézo-électrique qui permet de réorienter dynamiquement la polarisation (voir [Guttin et al., 1994]).

Un champ radio-fréquence tournant de pulsation ω_p est ensuite appliqué à l'échantillon afin de trouver la condition de résonance (en noir à droite sur le diagramme). Lorsque $\omega_p = \omega = \gamma \cdot ||\mathbf{B}||$, la résonance survient : les électrons changent de niveau. Cela s'observe sur l'intensité du faisceau laser transmis qui est alors modulée. L'asservissement du champ magnétique tournant est décrit en détail dans [Condette et al., 1991]. Dans le cadre de la mesure du champ magnétique terrestre, la fréquence de ce champ oscillant est de l'ordre du MHz. Les trois étapes clefs du pompage optique sont résumées figure 1.22.

Le grand avantage de ce magnétomètre est de pouvoir être opéré à haute-fréquence. En dehors du mode nominal produisant une mesure par seconde, les ASM de la mission SWARM peuvent ainsi passer en mode BURST et produire des données à 250 Hz. Notons que le mode BURST est exclusif avec le mode vectoriel de l'ASM : l'instrument ne peut



(a) En l'absence de pompage, la résonance est macroscopiquement indétectable

(b) Le pompage optique créé une dissymétrie de population, la cellule devient transparente

(c) A la résonance, les transitions énergétiques créeent une modulation du faisceau laser

FIGURE 1.22 – Pompage optique

fournir simultanément des mesures scalaires BURST et des mesures vectorielles [4]. De fait, ce mode BURST n'a été activé que lors de sessions spécifiques n'excédant généralement pas 48h et résumées tableau 1.3. De plus longues périodes ont toutefois été dédiées au BURST depuis le début de l'année 2019 et il est prévu que ce mode BURST soit désormais activé plus fréquemment. Le mode BURST ne présente pas de différences conceptuelles avec le mode scalaire nominal, nous ne le détaillons pas plus dans ce chapite mais nous y reviendrons lorsque nous aborderons le commissioning des données vectorielles.

1.4.4 Le mode vectoriel de l'ASM

Comme nous l'avons mentionné au début de cette section, l'ASM peut également produire des données vectorielles. L'idée de base du mode vectoriel de l'ASM est de superposer au champ ambiant $\mathbf{B_0}$ trois champs magnétiques sinusoïdaux selon trois axes orthogonaux entre eux à l'aide de bobines.

Afin de visualiser ce qu'il se passe dans ce cas, considérons tout d'abord le cas simplifié d'une unique perturbation $\mathbf{B_m}$ d'amplitude b_m et de pulsation ω_m, selon une direction fixe $\mathbf{e_m}$ donnée :

$$\mathbf{B_m} = b_m \cos(\omega_m t) \cdot \mathbf{e_m} \tag{1.30}$$

On suppose que le champ ambiant est statique devant le temps de la mesure et nous allons regarder la variation de l'intensité du champ total $\mathbf{B}(t) = \mathbf{B_0} + \mathbf{B_m}(t)$ dans les deux cas canoniques suivant, illustrés figure 1.23a :

1. $\mathbf{e_m}$ est aligné avec $\mathbf{B_0}$ (en rouge sur la figure),
2. $\mathbf{e_m}$ est dans le plan orthogonal à $\mathbf{B_0}$ (en vert sur la figure).

Dans le premier cas, l'intensité totale est directement la somme algébrique des deux champs : elle est maximale lorsque $\cos(\omega_m t)$ est maximal et oscille à la même pulsation ω_m entre les deux extrèmes $B_0 + b_m$ et $B_0 - b_m$, en notant $B_0 = ||\mathbf{B_0}||$. Cela est illustré figure

4. ce comportement n'est pas lié à une quelconque limitation technique de l'instrument qui aurait très bien pu fonctionner dans les deux modes simultanément. Néanmoins le mode BURST était initialement prévu pour une analyse ponctuelle du bruit magnétique et non pas pour la production de données scientifiques. Pour des raisons de dimensionnement des mémoires tampons, il a donc été décidé de n'activer le mode BURST qu'à la demande.

BURST	SAT-A		SAT-B		SAT-C	
	Start	Stop	Start	Stop	Start	Stop
1	26-11-2013 22h35	27-11-2013 03h04	27-11-2013 15h04	27-11-2013 19h31	27-11-2013 06h33	27-11-2013 10h02
2	10-12-2013 21h50	11-12-2013 02h20	11-12-2013 15h10	11-12-2013 19h40	-	-
3	07-01-2014 11h31	08-01-2014 15h00	07-01-2014 13h45	08-01-2014 15h00	07-01-2014 13h45	08-01-2014 15h00
4	19-01-2014 00h00	19-01-2014 23h59	19-01-2014 00h00	19-01-2014 23h59	19-01-2014 00h00	19-01-2014 23h59
5	-	-	28-01-2014 00h00	28-01-2014 23h59	28-01-2014 00h00	28-01-2014 23h59
6	08-02-2014 00h00	10-02-2014 00h00	08-02-2014 00h00	10-02-2014 00h00	08-02-2014 00h00	10-02-2014 00h00
7	22-02-2014 00h00	24-02-2014 00h00	22-02-2014 00h00	24-02-2014 00h00	22-02-2014 00h00	24-02-2014 00h00
8	24-07-2018 14h44	26-07-2018 07h00	-	-	-	-
9	-	-	21-01-2019 07h36	28-01-2019 06h53	-	-
10	13-05-2019 12h39	20-05-2019 12h37	-	-	-	-
11	10-06-2019 23h51	12-06-2019 00h09	-	-	-	-
12	11-08-2019 23h51	19-08-2019 00h10	-	-	-	-
13	22-09-2019 23h50	30-09-2019 00h09	-	-	-	-

TABLE 1.3 – Périodes de BURST

1.23b : le signal injecté est tracé en bas en fonction du temps (courbe noire), l'intensité du champ total est tracée en rouge au-dessus.

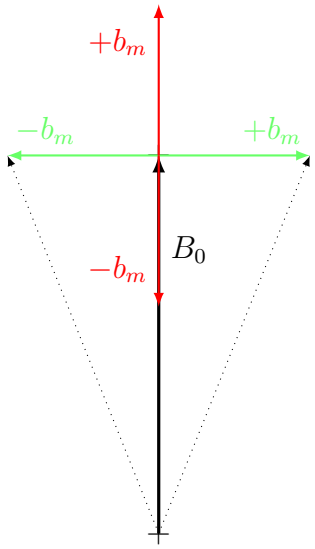
Dans le second cas, la situation est un peu plus complexe : l'intensité totale oscille entre B_0 (cas où $\cos(\omega_m t) = 0$) et $\sqrt{B_0^2 + b_m^2}$ (cas où $\cos(\omega_m t) = \pm 1$). Mais on remarque également que la pulsation d'oscillation de l'intensité totale n'est plus ω_m mais $2\omega_m$, ainsi que l'illustre la figure 1.23b : pour le même signal perturbatoire d'entrée, l'allure de l'intensité du champ total est tracée en vert au-dessus.

Dans le cas général où $\mathbf{B_m}$ est dans une orientation quelconque par rapport à $\mathbf{B_0}$, on devine donc que l'intensité totale qui sera mesurée par le magnétomètre présentera un contenu spectral mixte entre les deux conditions canoniques que nous venons de voir. En regardant l'amplitude de cette intensité aux pulsations ω_m et $2\omega_m$ et connaissant les caractériques du signal magnétique injecté, nous pouvons ainsi remonter à une information sur la direction du champ ambiant $\mathbf{B_0}$.

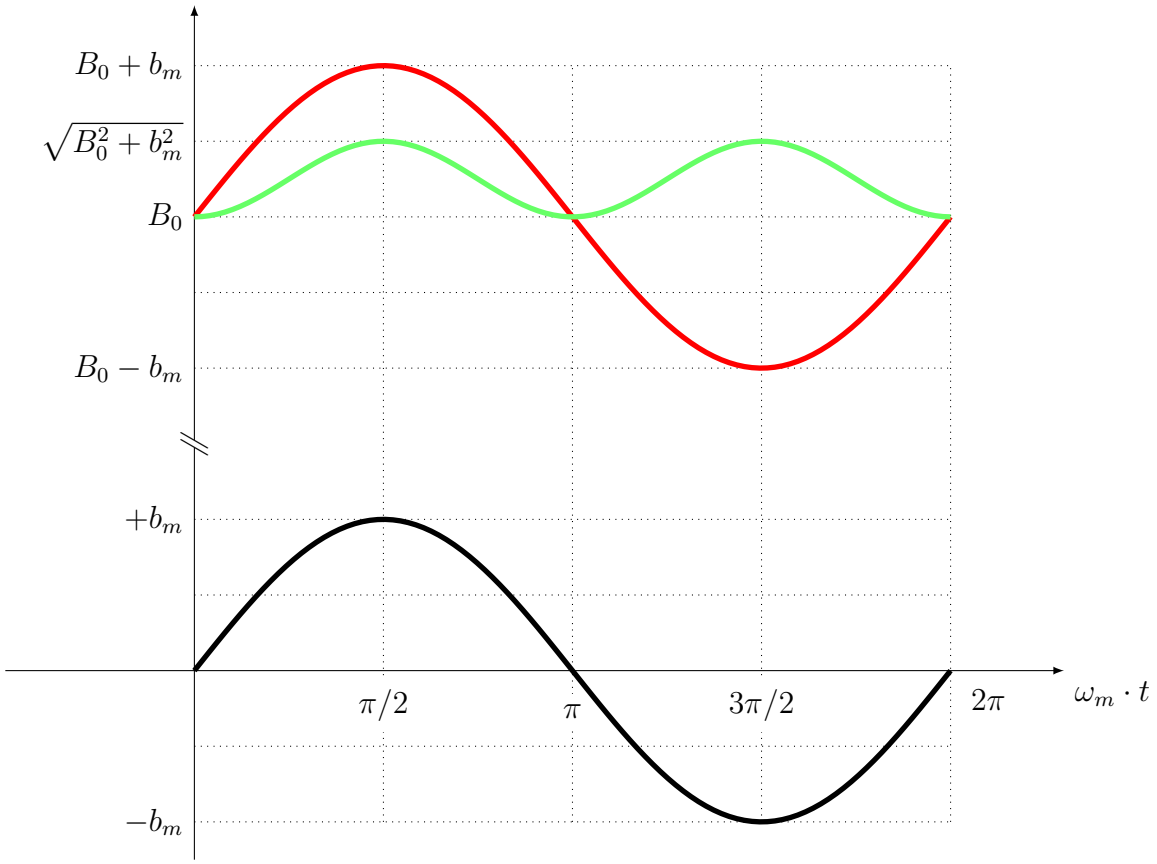
De façon plus rigoureuse, on peut montrer que l'intensité totale B se met sous la forme suivante :

$$B = \sqrt{B_0^2 + b_m^2 + 2\mathbf{B_0} \cdot \mathbf{B_m}} \tag{1.31}$$

En supposant que l'amplitude de la perturbation est négligeable devant le champ



(a) Deux cas canoniques. La perturbation peut être colinéaire à la direction du champ principal (en rouge) ou perpendiculaire (en vert).



(b) Intensité totale $||\mathbf{B_0} + \mathbf{b_m}||$

FIGURE 1.23 – Impact d'un champ sinusoïdal

ambiant, c'est-à-dire $b_m << B_0$, on peut écrire :

$$B(t) \approx B_0 + b_m \frac{\mathbf{B_0} \cdot \mathbf{e_m}}{B_0} \cos(\omega_m t) + \frac{b_m^2}{2B_0} \left(1 - \left(\frac{\mathbf{B_0} \cdot \mathbf{e_m}}{B_0}\right)^2\right) \cos^2(\omega_m t) \tag{1.32}$$

L'analyse spectrale du signal $B(t)$ fait ressortir une composante continue H_0, un harmonique principal H_1 à la fréquence de modulation ω_m et un harmonique H_2 au double de cette fréquence. Les amplitudes de ces trois composantes s'écrivent de la façon suivante, en introduisant la projection P_m du vecteur directeur du champ principal sur l'axe de modulation :

$$H_0 = B_0 + H_2 \tag{1.33a}$$
$$H_1 = b_m \, P_m \tag{1.33b}$$
$$H_2 = \frac{1}{4} \frac{b_m^2}{B_0} (1 - P_m^2) \tag{1.33c}$$

$$P_m = \frac{\mathbf{B_0} \cdot \mathbf{e_m}}{B_0} \tag{1.34}$$

A ce stade, l'orientation de $\mathbf{B_0}$ ne peut être connue que relativement à la direction $\mathbf{e_m}$ de la perturbation. En particulier, cette méthode ne nous permet pas de distinguer deux champs statiques $\mathbf{B_0}$ de même intensité et inclus dans le plan orthogonal à $\mathbf{e_m}$. L'idée est donc d'introduire un jeu de trois bobines orthogonales entre elles, chacune perturbant le système selon une direction $\mathbf{e_i}$ et à une pulsation ω_i, avec i valant x, y ou z.

$$\mathbf{e_i} \cdot \mathbf{e_j} = \delta_{i,j} \tag{1.35}$$

$$\mathbf{B_i} = b_i \cos(\omega_i t) \cdot \mathbf{e_i} \tag{1.36}$$

Cette fois-ci le signal dynamique mesuré par la sonde scalaire s'écrit :

$$B(t) = |\mathbf{B_0} + \mathbf{B_x}(t) + \mathbf{B_y}(t) + \mathbf{B_z}(t)| \tag{1.37}$$

On peut montrer (voir [Gravrand, 2000]) que dans ce cas, l'analyse spectrale du signal $B(t)$ fait apparaître les deux harmoniques liés à chaque modulation ainsi que des termes croisés H_{ij} aux pulsations $\omega_i \pm \omega_j$:

$$H_0 = B_0 + \sum_{i=x,y,z} H_{2i} \tag{1.38a}$$
$$H_i = b_i \, P_i \tag{1.38b}$$
$$H_{2i} = \frac{1}{4} \frac{b_i^2 - H_i^2}{B_0} \tag{1.38c}$$
$$H_{ij} = -\frac{H_i \, H_j}{2B_0} \tag{1.38d}$$

Mesurer l'amplitude du niveau fondamental H_0 ainsi que des autres termes H_i, H_{2i} et H_{ij} $(i = x, y, z)$ nous permet ainsi de remonter à la caractérisation complète de $\mathbf{B_0}$.

Les fréquences des trois modulations sont respectivement de $f_1 = 7.93$ Hz, $f_2 = 10.99$ Hz et $f_3 = 12.97$ Hz et les amplitudes sont de l'ordre de 50 nT, soit 3 ordres de grandeur

inférieur à l'intensité caractéristique du champ ambiant (voir [Léger et al., 2015]). Le choix de ces valeurs fait suite à une analyse minutieuse des valeurs optimales dans le cadre d'une mission satellite (voir [Gravrand, 2000]).

Contrairement au VFM, l'ASM scalaire est un instrument *absolu* en ce sens où le signal généré par l'instrument peut directement être relié à un phénomène physique, sans devoir *calibrer* les différents composants de l'instrument. La mesure est ainsi particulièrement stable par rapport aux conditions de la mesure. Un traitement des données vectorielles est toutefois nécessaire pour corriger certains artefacts ou, comme c'était le cas du VFM, pour corriger la non-orthogonalité des axes. Nous ne rentrons volontairement pas dans la présentation de ces effets mais nous pouvons par exemple citer :

- la correction de l'orthogonalité des axes de l'instrument,
- la correction des signaux parasites générés par le satellite (tels que l'activation des *thrusters* pour le maintien à poste ou le *cross-talk* de l'instrument VFM),
- la correction de l'anisotropie de la sonde, due à la présence de champs induit et rémanent.

Pour une explication plus détaillée de ces effets, nous renvoyons le lecteur à [Gravrand et al., 2001] et [Jager, 2013a].

Au final, la donnée ASM scalaire a une résolution de 1 $\mathrm{pT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ dans la bande de fréquence [DC-100 Hz] et une précision de 65 pT (valeur à 1σ) alors que la résolution vectorielle est de 1 $\mathrm{nT}/\sqrt{\mathrm{Hz}}$ (voir [Léger et al., 2015]). La mesure scalaire est d'excellente qualité, et nous verrons plus loin que la mesure vectorielle, bien que de moindre résolution, est de qualité suffisante pour faire la démonstration de son intérêt pour l'exploitation de la mission.

Chapitre 2

Commissioning des données scalaires de l'ASM

Dans ce chapitre nous rendons compte de nos travaux sur la validation des données scalaires de l'ASM. Ces données permettent la calibration des données vectorielles du VFM permettant ainsi la production des données magnétiques nominales de la mission SWARM (voir [Tøffner Clausen, 2017]).

Afin de valider ces données, nous allons tirer parti du fait que les trois satellites ont évolué côte à côte pendant quelques mois au début de la mission, avant leur séparation et leur mise en orbites opérationnelles. Nous avons ainsi été en mesure de comparer directement les mesures effectuées par les trois magnétomètres. Moyennant quelques précautions que nous allons détailler, nous montrons ainsi que les trois mesures sont complétement cohérentes entre elles compte tenu des performances intrinsèques des ASM.

Par ailleurs, lors de ces mêmes premiers mois suivant le lancement, la mission est entrée en phase de *commissioning*. Cette phase, qui a duré quelques mois, a vu la séparation des satellites sur leur trois orbites définitives ainsi que la calibration et la vérification de tous les instruments embarqués. Cette phase a laissé ensuite place à la phase d'exploitation (ou phase E2), pendant laquelle la plupart des opérations de maintenance des satellites ont été automatisées (voir [Bock, 2013]).

Lors du commissioning, un certain nombre de manœuvres ont été réalisées pendant lesquelles les satellites ont évolué selon une orientation particulière. Cette orientation est représentée par les angles directs de *roulis*, *tangage* et *lacet* définis figure 2.1. Les mesures scalaires sont sensées être insensibles à ces manœuvres. Néanmoins la comparaison des mesures nous a permis de caractériser certaines anomalies.

La distance séparant les satellites étant de l'ordre de la dizaine de kilomètres, il a été nécessaire de corriger les mesures scalaires du gradient du champ naturel. Nous avons ici

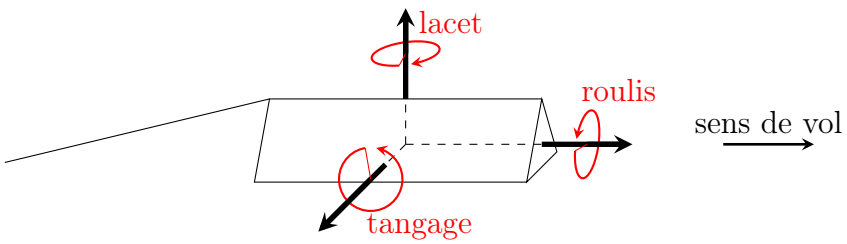


FIGURE 2.1 – Représentation de l'orientation du satellite à l'aide des trois angles de rotation roulis, tangage et lacet

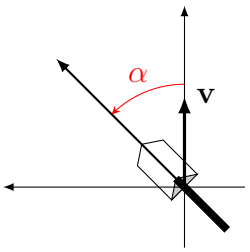


FIGURE 2.2 – Convention de signe pour l'angle de lacet. Le sens de vol est représenté par le vecteur **v**.

utilisé le modèle de champ basé sur les données expérimentales ASM-V que nous avons décrit dans l'article [Hulot et al., 2015b], que nous appelons ci-après *modèle GRL* et sur lequel nous reviendrons plus en détail au chapitre 4.

Au final les manœuvres analysées sont uniquement des manœuvres de *lacet*[1], le satellite a tourné d'un certain angle autour de l'axe vertical passant par son centre de gravité et a évolué dans cette configuration statique pendant une dizaine d'heures. La rotation s'effectue dans le sens trigonométrique par rapport au vecteur $\mathbf{e_r}$ du repère sphérique[2] ainsi que l'illustre la figure 2.2 où le satellite est représenté en vue du dessus en orbite montante. Ces manœuvres sont résumées dans le tableau 2.1 qui liste pour chaque manœuvre, le satellite affecté, la date de début de la manœuvre, la date de fin ainsi que l'heure locale des orbites montantes. La dernière manœuvre, notée AC ±90° est une manœuvre complexe où à la fois ALPHA et CHARLIE ont fait un tour complet autour de l'axe vertical par pas de 90°.

Nous commençons par présenter le protocole de comparaison des mesures puis nous l'appliquerons à un cas de vol nominal afin d'avoir une référence de comparaison. Nous étudierons ensuite chacune de ces manœuvres, en commençant par les manœuvres de retournement (vol à 180°) avant de regarder les manœuvres à 62° pour enfin terminer par la manœuvre complexe sur A et C. Ces études auront pour but d'établir un *bestiaire* des anomalies rencontrées. Afin de ne pas surcharger la lecture de ce chapitre par une accumulation de figures, nous ne présentons ici que les cas vraiment caractéristiques, le lecteur trouvera en annexe A l'ensemble des manœuvres. Nous tenterons ensuite de tirer un maximum d'information de ces anomalies (symétrie, influence de l'heure locale, etc.) avant de les relier à un phénomène physique quantifiable. Cette dernière étape, toujours en cours à l'heure de l'écriture de ce manuscrit, a été initiée par Peter Brauer de l'Université Technique du Danemark (DTU) à propos de l'instrument VFM et nous avons étendu ses conclusions au cas particulier de l'instrument ASM.

2.1 Protocole de comparaison

Soient trois satellites A, B et C évoluant côte à côte. Un exemple d'une telle évolution est représenté figure 2.3 : les satellites sont vus du dessus, lors d'une orbite montante, ils progressent donc vers le haut de la figure. En négligeant la différence d'altitude des satellites, nous pouvons estimer la distance angulaire γ_{ij} entre chacune de ces trois orbites. En notant λ_i et φ_i les coordonnées de latitude et de longitude du satellite i à chaque

1. en effet, les autres types de manœuvre n'ont pas duré assez longtemps pour permettre l'analyse que nous présentons ici
2. donc du centre de la Terre vers le satellite

Satellite	Angle de lacet	Début (UTC)		Fin (UTC)		Heure locale (up)
A	180°	2014-01-23	17 :55 :00	2014-01-24	05 :55 :00	09h05
B	180°	2014-01-22	14 :20 :00	2014-01-23	02 :20 :00	09h10
C	180°	2014-01-21	06 :00 :00	2014-01-21	18 :00 :00	09h15
A	62°	2013-12-19	14 :00 :00	2013-12-20	02 :00 :00	12h09
B	62°	2013-12-16	14 :00 :00	2013-12-17	02 :00 :00	12h22
C	62°	2014-01-09	11 :58 :00	2014-01-09	23 :58 :00	10h16
AC	±90°	2014-05-13	00 :49 :00	2014-05-14	09 :51 :00	23h15

TABLE 2.1 – Liste des manœuvres

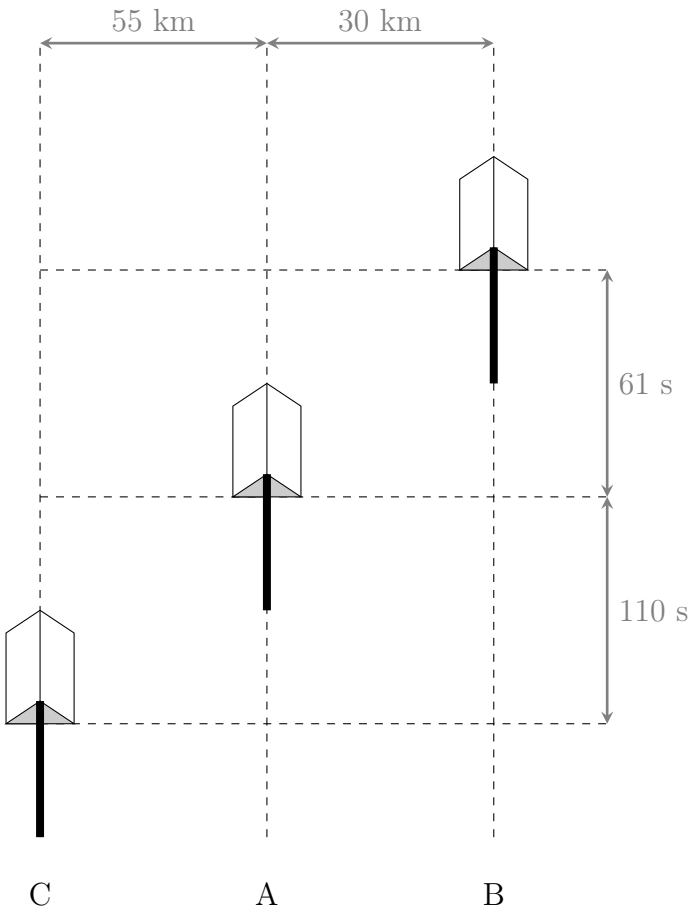


FIGURE 2.3 – Configuration de vol nominal, le 31/12/2013

instant, nous avons :

$$\gamma_{ij} = \cos^{-1}\Big(\sin\lambda_i \cdot \sin\lambda_j + \cos\lambda_j \cdot \cos\lambda_i \cdot \cos\left(\phi_j - \phi_i\right)\Big) \tag{2.1}$$

Nous commençons par *synchroniser* spatialement les orbites des trois satellites. Autrement dit, pour chaque point du satellite A, nous trouvons les points de B et C qui minimisent la distance (2.1). Afin d'éviter les éventuels effets transitoires liés aux manœuvres, nous ignorons les 20 premières minutes qui suivent le début de chaque manœuvre.

Si nous notons F_i la mesure scalaire du satellite i et P_i la prédiction de cette valeur scalaire à partir du modèle GRL, nous obtenons alors les résidus scalaires de chaque satellite par la relation :

$$\mathrm{ASM}_i = F_i - P_i \tag{2.2}$$

De la même façon, en notant $\mathbf{B_i}$ la mesure vectorielle du satellite i, mesure qui provient de l'instrument VFM calibré par l'ASM [3], nous obtenons de même le résidu VFM_i par la relation :

$$\mathrm{VFM}_i = ||\mathbf{B_i}|| - P_i \tag{2.3}$$

Finalement, nous pouvons mesurer le désaccord entre les instruments ASM de deux satellites évoluant côte à côte par la relation :

$$\Delta_{ij,\mathrm{ASM}} = \mathrm{ASM}_i - \mathrm{ASM}_j \tag{2.4}$$

Exactement de la même façon, nous pouvons mesurer le désaccord entre les instruments VFM par la relation :

$$\Delta_{ij,\mathrm{VFM}} = \mathrm{VFM}_i - \mathrm{VFM}_j \tag{2.5}$$

Enfin nous pouvons également mesurer le désaccord entre les deux instruments ASM et VFM d'un même satellite i par la relation :

$$\Delta_i = \mathrm{ASM}_i - \mathrm{VFM}_i \tag{2.6}$$

Pour terminer, nous pouvons également représenter, pour chaque instrument de chaque satellite, l'évolution de la différence finie de chaque instrument afin de mettre en évidence une quelconque anomalie de fonctionnement. Par définition et en notant $X(i)$ la *i-ème* mesure de l'instrument X, nous avons :

$$\mathrm{Diff}(X)(i) = X(i+1) - X(i) \tag{2.7}$$

Ces différentes quantités vont nous permettre d'estimer le bon fontionnement des instruments lors des manœuvres. Mais nous allons tout d'abord effectuer une analyse en vol nominal.

2.2 Configuration de vol nominal

Nous avons sélectionné l'intégralité de la journée du 31 décembre 2013 afin de tester une configuration en vol nominal. A ce moment là, les orbites des satellites n'étaient pas

3. nous avons en effet vu au chapitre précédent que le scalaire ASM était régulièrement utilisé pour calibrer le vecteur VFM. En toute rigueur les quantités F_i et $\mathbf{B_i}$ sont donc corrélées. Néanmoins, cela ne nous impacte pas directement car nous étudions des désaccords *hautes fréquences* (période inférieure à une orbite) qui ne sauraient être absorbés par la calibration.

encore séparées et l'heure locale orbite montante était de 11h05 environ. La séparation spatiale et temporelle des trois satellites est représentée figure 2.3.

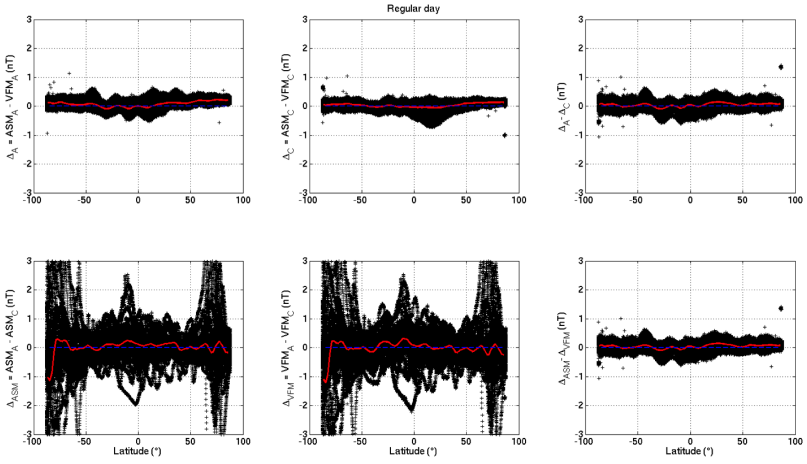
La figure 2.4a synthétise la cohérence des mesures entre les différents instruments des satellites A et C après synchronisation spatiale. En haut à gauche est représenté en noir le désaccord entre les instruments ASM et VFM du satellite A, tracé sur tout le segment temporel (donc 24h) en fonction de la latitude. C'est la valeur Δ_A que nous avons définie dans la section précédente. La courbe rouge représente la valeur moyennée de ce signal. Nous observons que les deux instruments sont en très bon accord. En haut au milieu est tracé ce même désaccord instrumental mais calculé pour le satellite C. Il s'agit donc de la valeur Δ_C. Là encore, nous observons une très bonne cohérence entre les mesures des deux instruments. La courbe en haut à droite représente simplement la différence entre Δ_A et Δ_C. Fort logiquement, nous n'observons pas d'effet particulier.

En bas à droite est représentée la différence entre les instruments ASM des deux satellites A et C, il s'agit donc de la quantité $\Delta_{AC,\mathrm{ASM}}$. Le signal est désormais beaucoup plus bruité, cela étant dû aux sources naturelles magnétiques locales non corrigées, plus fortes aux hautes latitudes, ce qui est attendu. Néanmoins, nous ne voyons pas de désaccord systématique important entre les deux instruments et la valeur moyenne du signal est tout à fait satisfaisante. De la même façon, la courbe en bas au milieu représente le désaccord $\Delta_{AC,\mathrm{VFM}}$ entre les instruments VFM des deux satellites A et C. Nous retrouvons la même allure que la courbe précédente et nous en tirons les mêmes conclusions. La dernière des courbes, en bas à droite, est simplement la différence $\Delta_{AC,\mathrm{ASM}} - \Delta_{AC,\mathrm{VFM}}$, qui est par définition égale à la différence $\Delta_A - \Delta_C$.

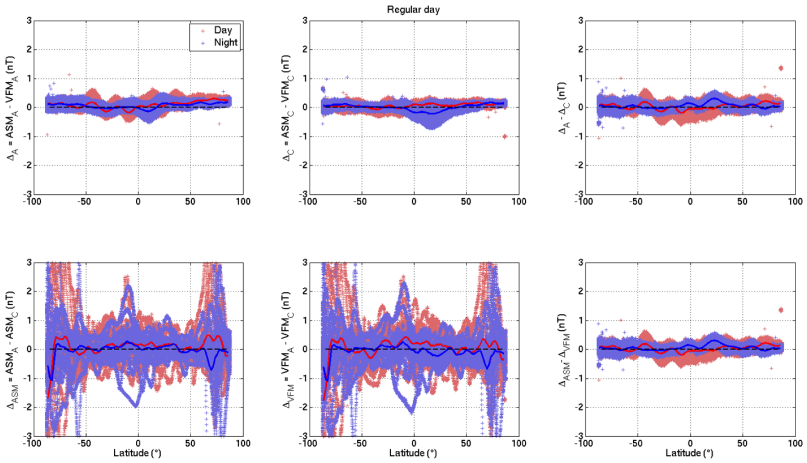
La figure 2.4b quant à elle reprend exactement la même configuration que la figure précédente sauf qu'elle fait apparaître le distingo entre orbite diurne (ici montante, lorsque l'heure locale vaut 11h05) et nocturne (donc descendante avec l'heure locale qui vaut 23h05). Nous ne voyons aucune différence particulière entre jour et nuit.

Finalement, les différences finies des instruments sont tracées figure 2.5 pour l'ASM (en haut) et le VFM (en bas) et pour les trois satellites (de gauche à droite). Nous ne voyons aucun signal particulier. Tout au plus observons-nous que le signal est généralement plus bruité aux pôles, ce qui s'explique de nouveau facilement par la présence de phénomènes magnétiques naturels haute fréquence présents dans les régions polaires.

Ces résultats constituent donc une base de comparaison à laquelle nous nous référerons par la suite pour mettre en évidence d'éventuelles anomalies.



(a) Cohérence des mesures



(b) Influence de l'effet Jour/Nuit

FIGURE 2.4 – Cohérence des mesures entre A et C, vol nominal

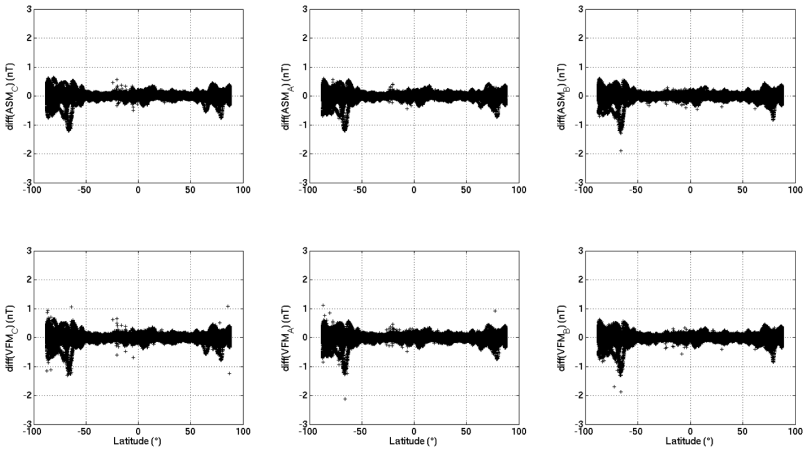


FIGURE 2.5 – Différences finies des instruments, vol nominal

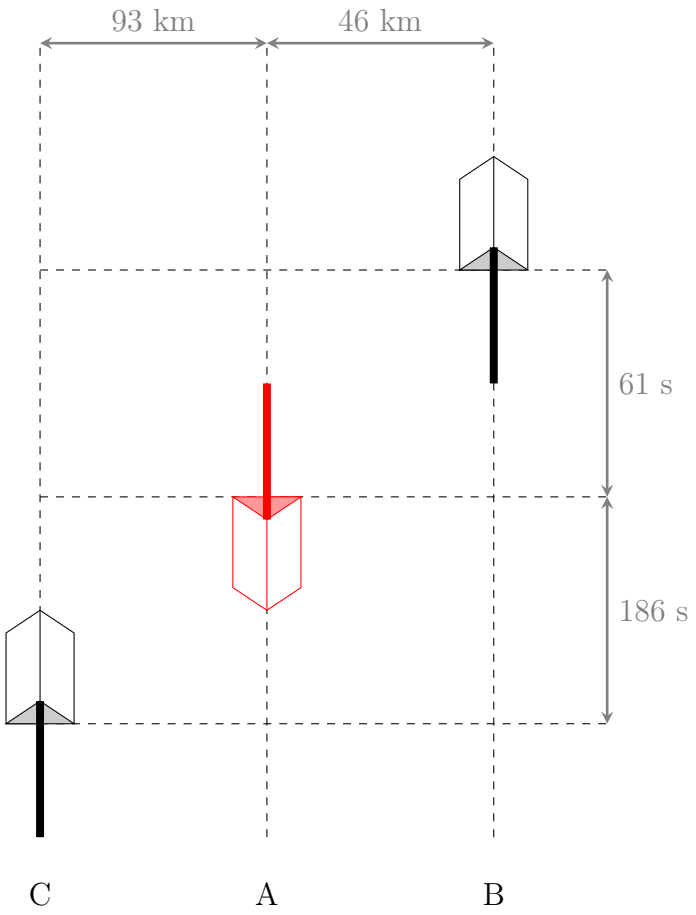


FIGURE 2.6 – Configuration de vol renversé pour SAT-A

2.3 Configuration de vol renversé

Trois manœuvres de vol renversé ont été effectuées. Les résultats étant similaires, nous ne présentons dans ce chapitre que le vol renversé sur SAT-A, afin de ne pas alourdir la lecture. Le lecteur trouvera en annexe A.1 page 187 l'intégralité des figures.

Nous nous intéressons donc à la manœuvre du 23 janvier 2014 pendant laquelle le satellite A a volé avec un angle de lacet de 180° pendant 12 heures (voir tableau 2.1). Les conditions de vol sont résumées figure 2.6 et l'heure locale était alors de 09h05 pour les orbites montantes. Remarquons que, sur ces 12 heures, nous avons l'intégralité des données pour A et B mais nous ne disposons que des six premières heures pour C.

Nous commençons par tracer l'équivalent de la figure 2.4b entre les satellites B et C, qui ne participent donc pas à la manœuvre. Nous obtenons alors la figure 2.7a qui est très similaire au cas du vol nominal.

Mais si nous comparons les mesures entre A et B (figure 2.7b) ou entre A et C (figure 2.7c), nous obtenons des figures très différentes. Tout d'abord la comparaison entre ASM_A d'une part et ASM_B ou ASM_C d'autre part (en bas à gauche) montre que les instruments ASM sont en relativement bon accord.

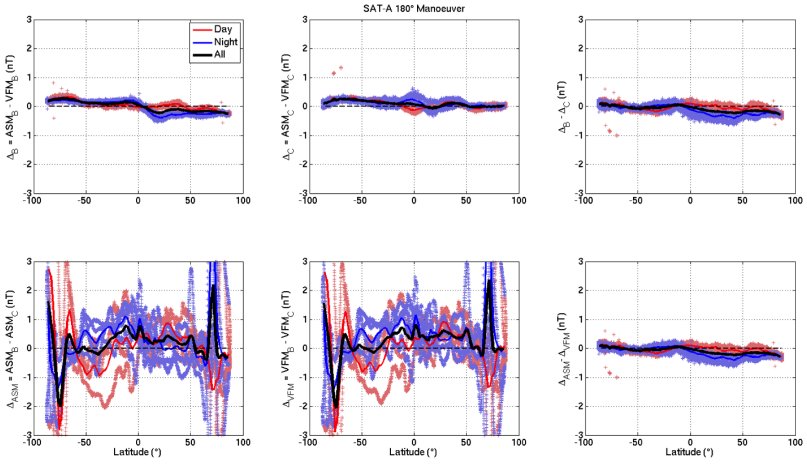
En revanche, la comparaison des instruments VFM (en haut à gauche de la même figure) montre une très nette différence. On en déduit que lors du vol renversé, l'instrument VFM_A perçoit une anomalie. Cette anomalie présente une très forte différenciation Jour/Nuit ainsi qu'une dépendance assez marquée avec la latitude géographique ; rappe-

lons qu'en 12 heures de temps les satellites ont eu le temps d'effectuer environ 7 orbites montantes et 7 orbites descendantes. Après discussion avec les autres membres du projet SWARM, nous avons conclu qu'il s'agissait de la signature d'une anomalie produite par un effet thermo-électrique réagissant à l'ensoleillement et affectant l'instrument VFM (anomalie dite « dBsun »). L'effet est particulièrement fort sur l'instrument VFM mais comme nous venons de le voir, il ne semble pas affecter significativement les mesures de l'ASM dans le contexte de configurations de vol renversé. Malheureusement comme le montreront les résultats qui suivent, une signature de cet effet sur l'ASM est néanmoins révélée lors de manœuvres complémentaires. C'est cette signature que nous chercherons donc à caractériser par l'analyse des autres manœuvres.

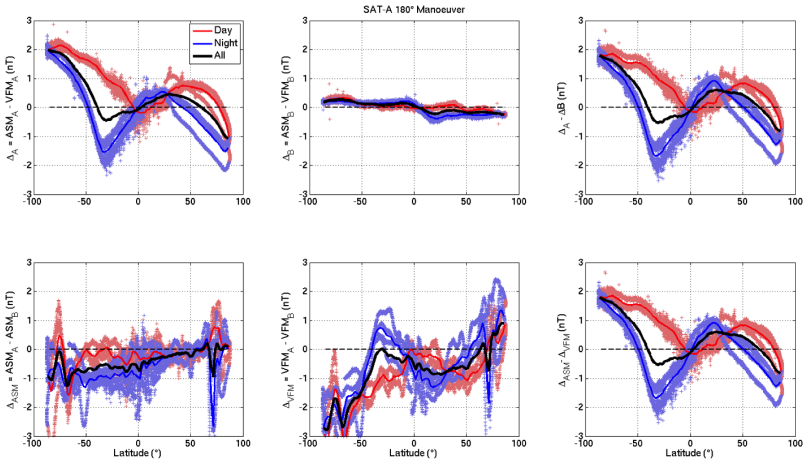
Si nous regardons enfin les différences finies des différents instruments (donc l'équivalent de la figure 2.5), nous obtenons la figure 2.8. Nous remarquons que lors d'un vol à 180°, l'instrument ASM est plus bruité que la normale au niveau de l'équateur géographique. Pour le moment nous n'avons pas trouvé d'explication pour ce phénomène qui est sans grandes conséquences[4].

Comme nous l'avons déjà mentionné, les profils pour les manœuvres de vol renversé pour SAT-B et SAT-C sont similaires à celui de SAT-A et sont présentés en annexe A.1.

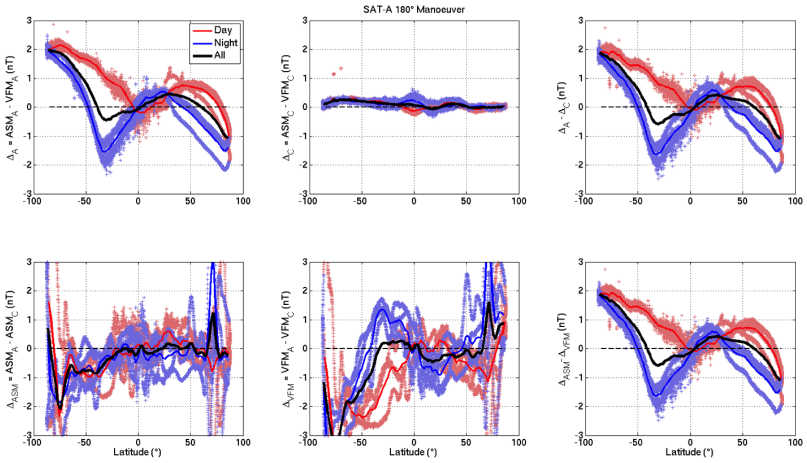
4. Comme nous le verrons par la suite, ce comportement n'est pas systématique. Il est probablement dû à un signal parasite généré par le satellite.



(a) Cohérence entre B et C



(b) Cohérence entre A et B



(c) Cohérence entre A et C

FIGURE 2.7 – Cohérence des mesures, vol 180A

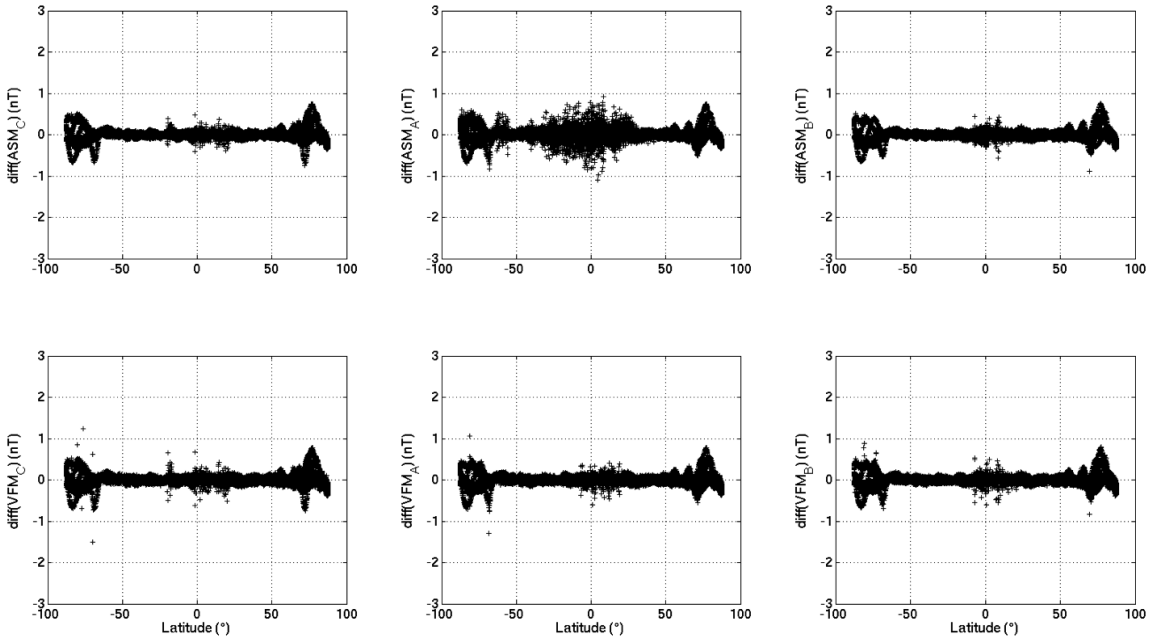


FIGURE 2.8 – Différences finies des instruments, vol 180A

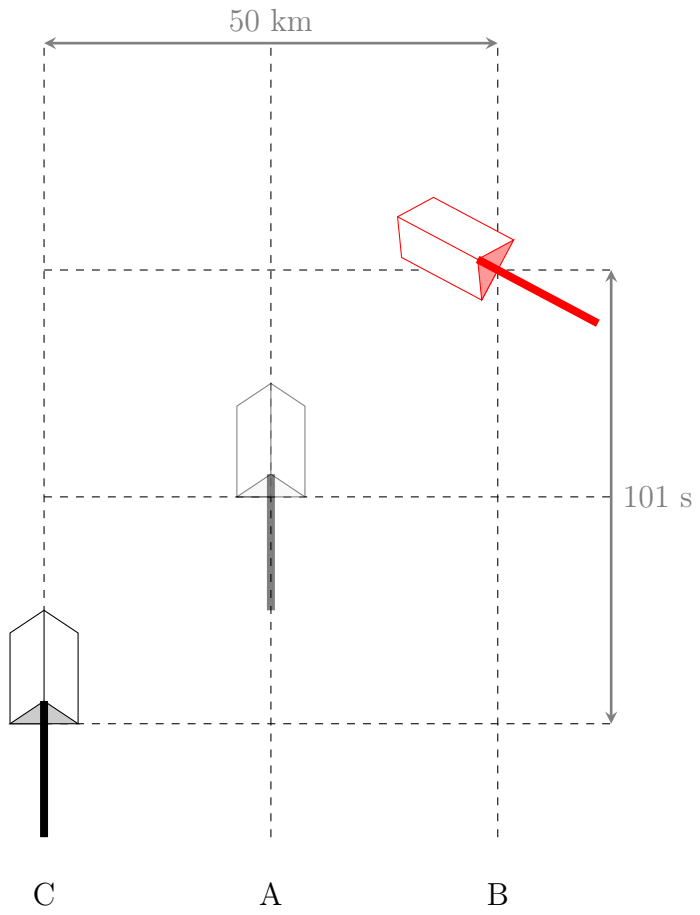


FIGURE 2.9 – Configuration de vol à 62° pour SAT-B

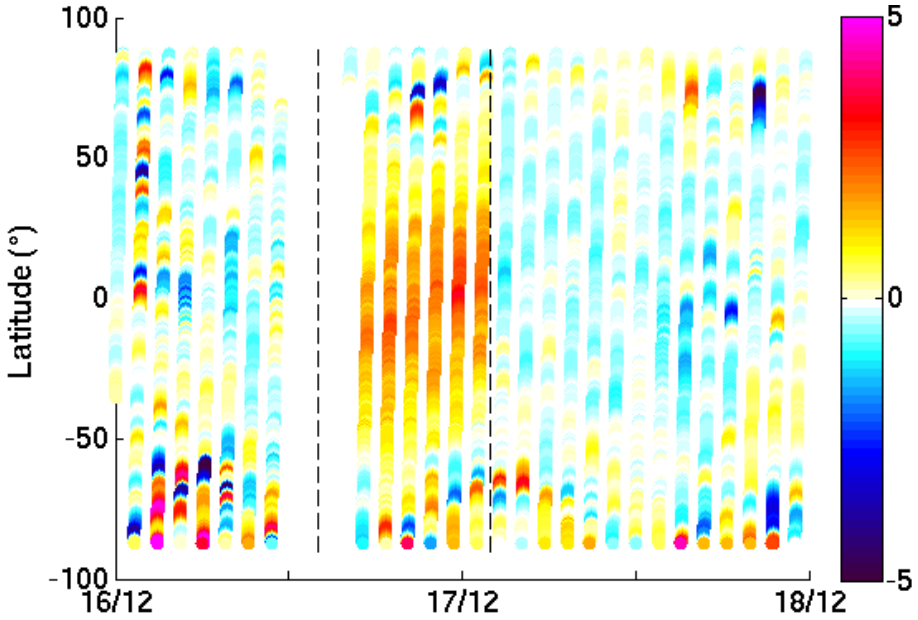
2.4 Configuration de vol à 62°

De même que pour la section précédente, nous ne présentons ici qu'une seule des trois manoeuvres à 62°. Le lecteur pourra trouver en annexe A.2 page 200 l'intégralité de cette étude.

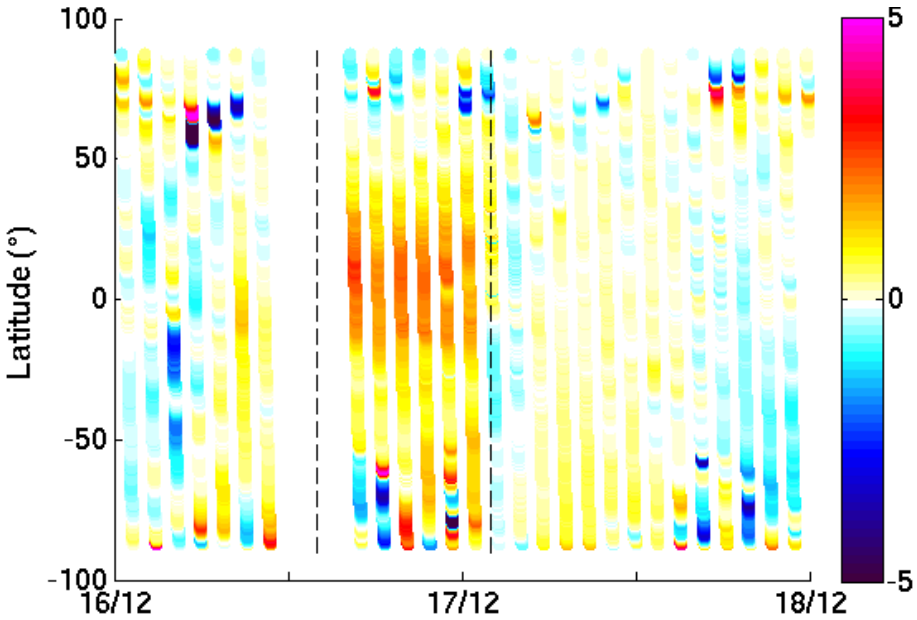
Le 16 décembre 2013, le satellite B a volé avec un angle de lacet de 62° pendant 12 heures (voir tableau 2.1, page 59). Les conditions de vol sont résumées figure 2.9 et l'heure locale était alors de 12h22 pour les orbites montantes. Sur cette période, nous ne disposons que des données satellites B et C.

La figure 2.10 représente les désaccords entre C et B pour l'instrument ASM pour les orbites montantes (en haut) et descendantes (en bas). Les bornes temporelles de la manœuvre sont matérialisées par deux traits en pointillés. Nous observons clairement sur cette figure que la manœuvre affecte fortement l'ASM, tant sur les orbites montantes que descendantes. L'équivalent pour l'instrument VFM n'est pas représenté puisque nous avons vu qu'il pouvait lui-même être affecté d'une anomalie. Son étude sort du cadre de ce chapitre mais le lecteur trouvera les figures correspondantes en annexe.

L'étude des manœuvres 62° sur SAT-A et SAT-C montre des effets globalement similaires mais avec des amplitudes différentes. L'effet est légèrement moins marqué pour SAT-A et est très fortement atténué pour SAT-C. Le lecteur en trouvera une présentation détaillée en annexe A.2.

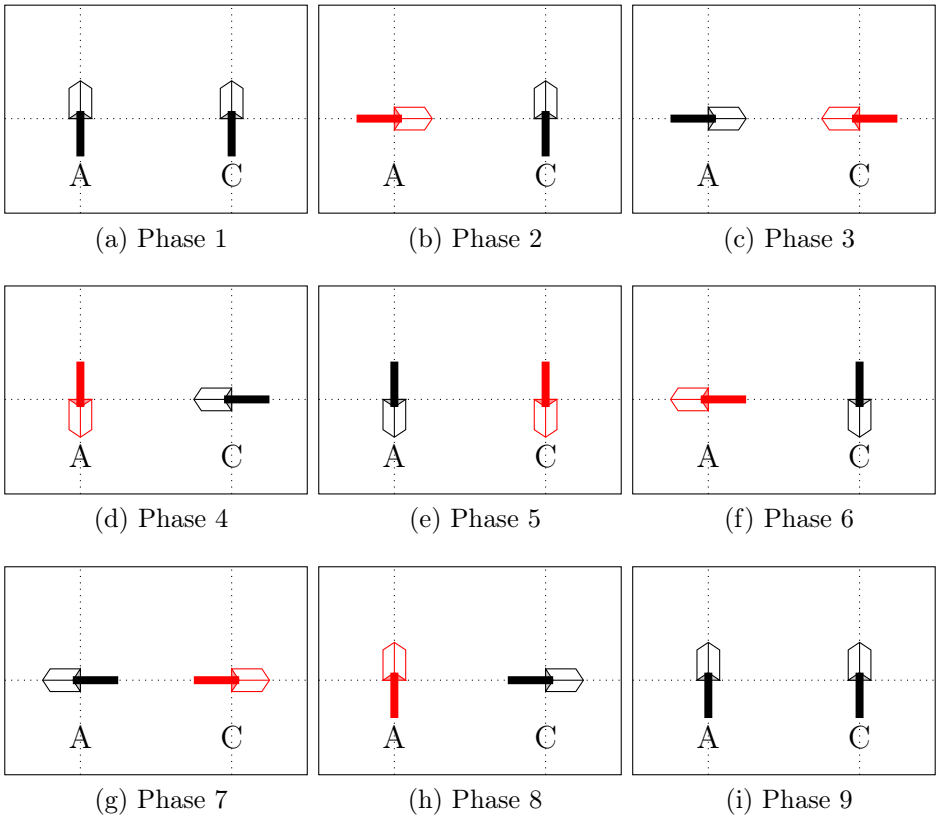


(a) $\Delta_{CB,ASM}$ (nT), upgoing



(b) $\Delta_{CB,ASM}$ (nT), downgoing

FIGURE 2.10 – Cohérence des mesures inter-satellites, vol 62B



(a) Phase 1 (b) Phase 2 (c) Phase 3

(d) Phase 4 (e) Phase 5 (f) Phase 6

(g) Phase 7 (h) Phase 8 (i) Phase 9

FIGURE 2.11 – Les différentes phases de la manœuvre A-C

2.5 Configuration de vol à ±90° pour A et C

Entre le 13 et le 14 mai 2014, les satellites A et C ont effectué une manœuvre complexe consistant en une rotation complète du lacet des deux satellites par pas de 90°, ainsi que l'illustre la figure 2.11. Cette manœuvre est arrivée bien plus tard que les précédentes : les satellites sont désormais sur leurs orbites opérationnelles, la distance séparant A et C est bien plus grande que précédemment et le satellite B est trop loin pour pouvoir continuer les comparaisons. Cela est résumé sur la figure 2.12. L'heure locale est par ailleurs de 23h15 pour l'orbite montante ce qui est également une différence par rapport à toutes les précédentes manœuvres où l'orbite montante était systématiquement côté jour.

La manœuvre a duré au total 33 heures (voir tableau 2.1, page 59), soit un peu moins de 5 heures pour chacune des phases de la figure 2.11. Nous disposons donc de moins de points que précédemment pour caractériser chacune de ces phases.

Les figures 2.13 synthétisent nos comparaisons entre ASM pour chacune de ces neuf phases, avec toujours le distingo entre jour (courbe rouge) et nuit (courbe bleue). Tout d'abord, nous constatons que les phases 1 et 9 correspondent à des conditions de vol nominal et présentent des profil assez similaires à ceux du vol nominal présenté à la section 2.2 page 61. Par ailleurs, nous remarquons que pour les autres phases de la manœuvre une anomalie plus ou moins marquée est presque toujours observée sur l'ASM.

Nous remarquons également que le bruit équatorial que nous observions précedemment n'est cette fois-ci plus perceptible sur aucune des phases de la manœuvre. Cela s'observe à la fois sur le satellite A (figure 2.14) et sur le satellite C (figure 2.15). Tout au plus observons-nous un signal local bruité sur le satellite C pour la phase 5 (cf. figure 2.15e).

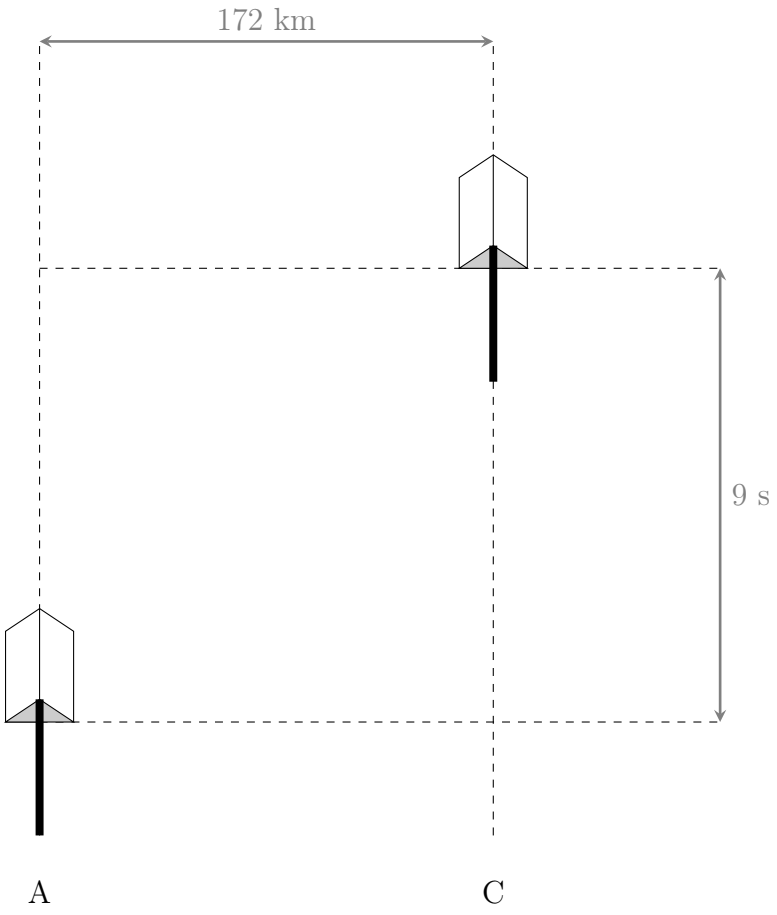
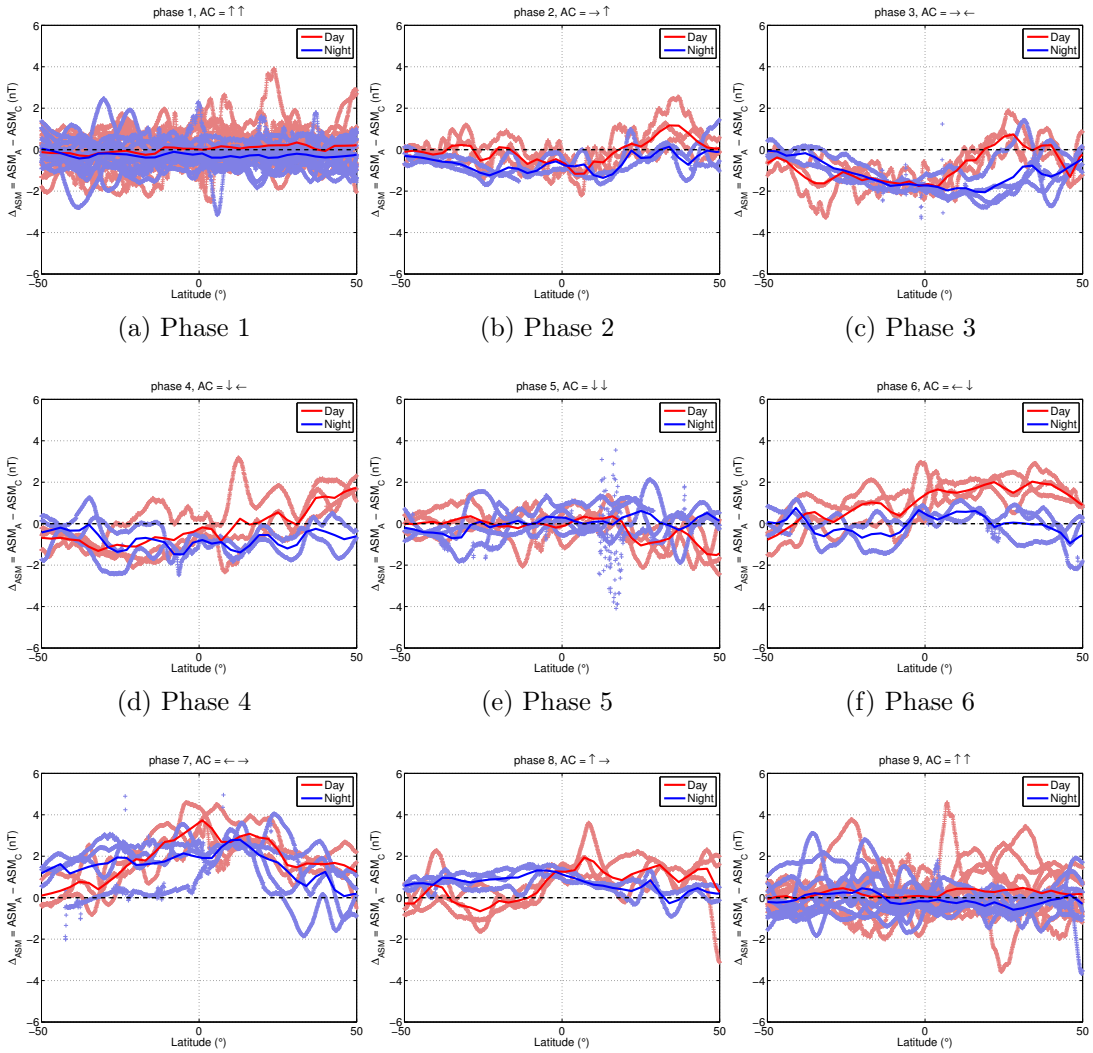


FIGURE 2.12 – Configuration de vol initiale pour la manœuvre composée AC



(a) Phase 1 (b) Phase 2 (c) Phase 3

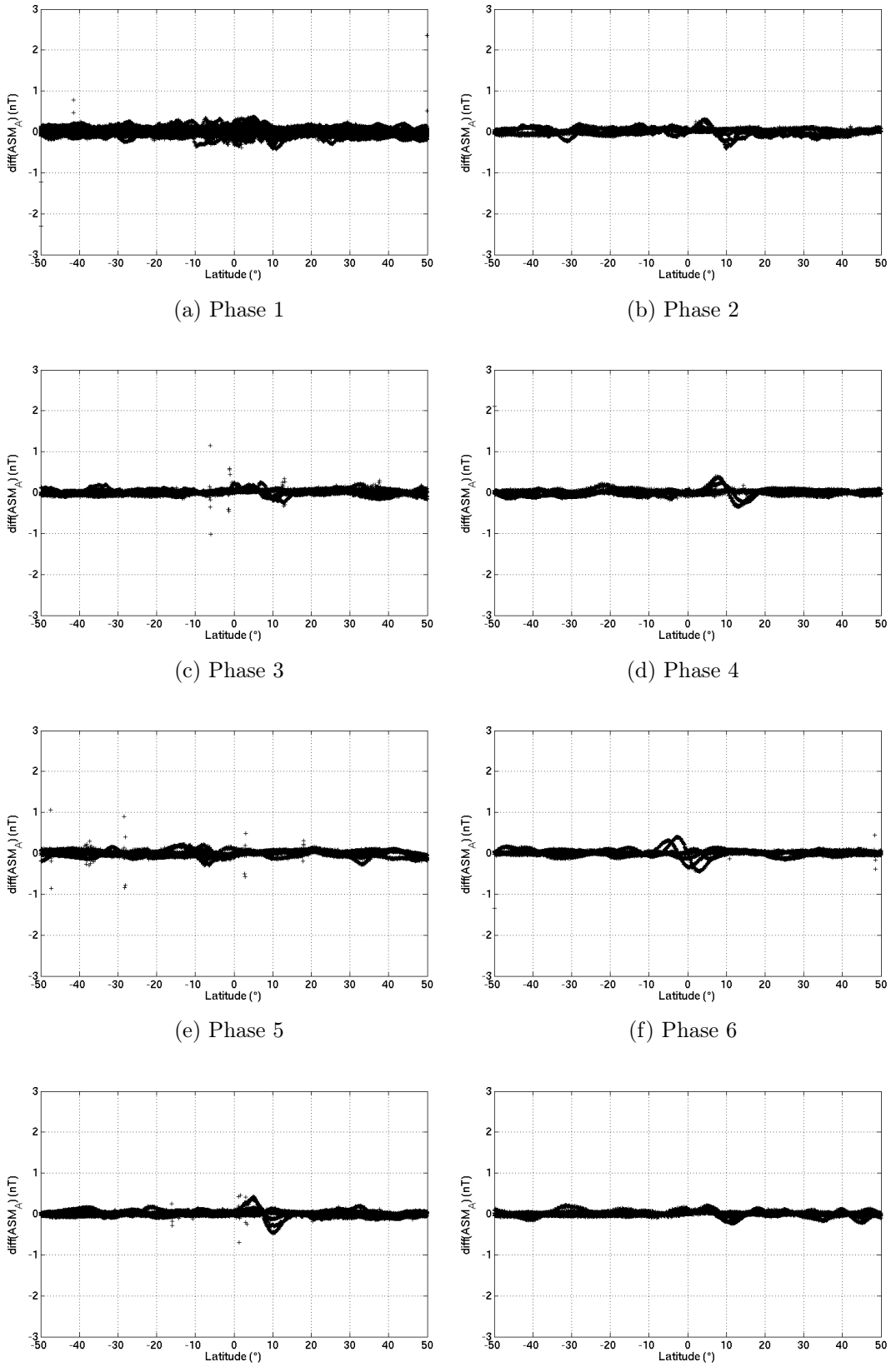
(d) Phase 4 (e) Phase 5 (f) Phase 6

(g) Phase 7 (h) Phase 8 (i) Phase 9

FIGURE 2.13 – Cohérence des instruments ASM, vol ±90°AC

Cela semble indiquer que le bruit équatorial que nous observions lors des manœuvres à 180° était probablement dû à une perturbation ponctuelle indépendante de la manœuvre.

Nous allons maintenant utiliser ce *bestiaire* d'anomalies pour en comprendre la cause.



(a) Phase 1

(b) Phase 2

(c) Phase 3

(d) Phase 4

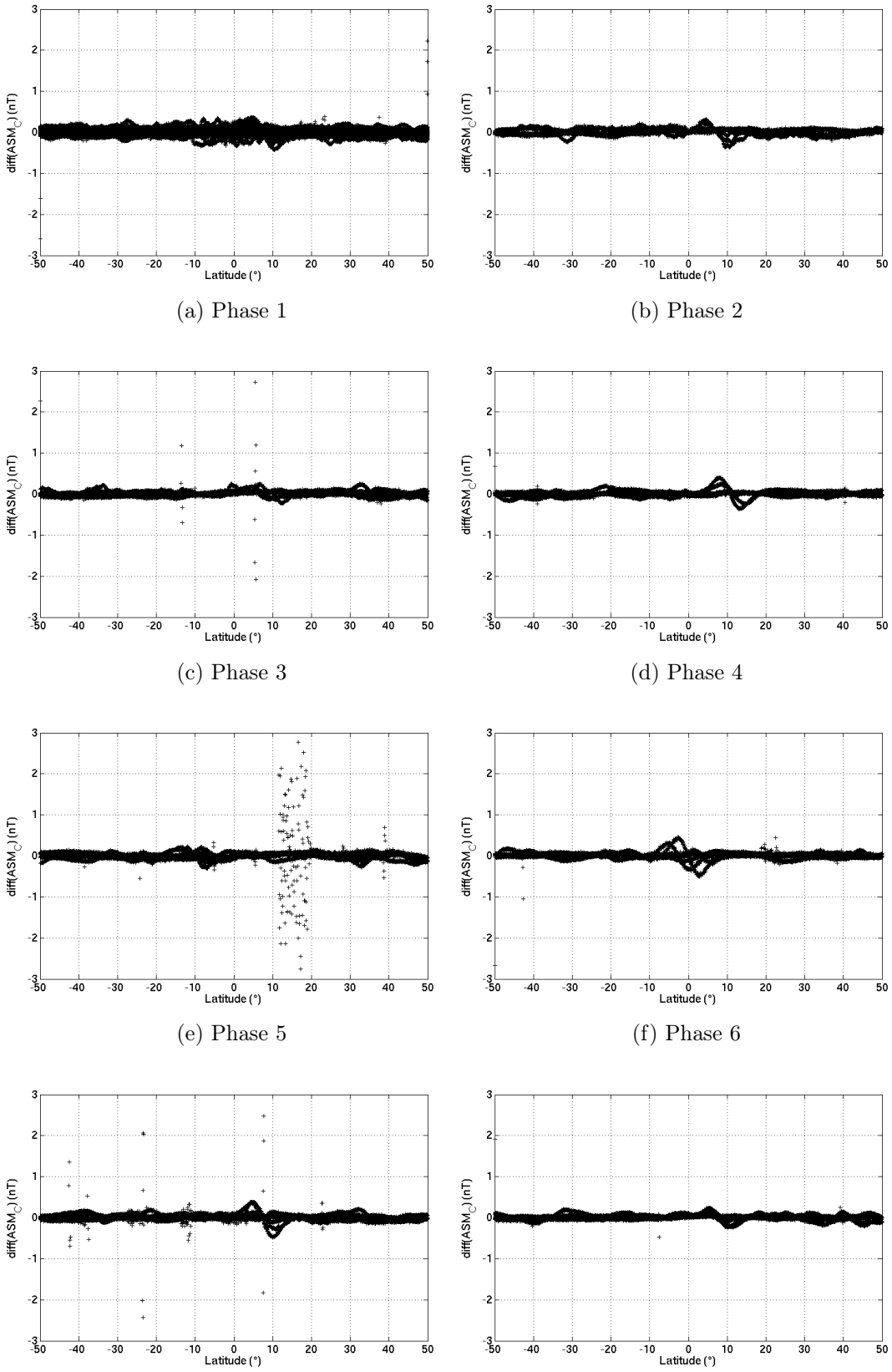
(e) Phase 5

(f) Phase 6

(g) Phase 7

(h) Phase 8

FIGURE 2.14 – Différences finies de l'instrument ASM du satellite A, vol $\pm 90AC$



(a) Phase 1 (b) Phase 2

(c) Phase 3 (d) Phase 4

(e) Phase 5 (f) Phase 6

(g) Phase 7 (h) Phase 8

FIGURE 2.15 – Différences finies de l'instrument ASM du satellite C, vol $\pm 90AC$

2.6 Comparaisons des anomalies visibles lors des manœuvres

Afin de dégager les grandes tendances des anomalies que nous avons listées jusqu'à présent, nous nous sommes basés sur le *credo* suivant : des satellites dans des situations comparables devraient présenter des anomalies comparables.

Au cours de la thèse, comme nous l'avons déjà mentionné, une anomalie impactant particulièrement l'instrument VFM côté jour a été mise en évidence (voir [Tøffner-Clausen et al., 2016]). Nous ne nous attarderons pas d'avantage là-dessus car notre étude porte sur la validation de l'ASM, et dans la suite de notre étude nous ne considérerons donc plus que les comparaisons entre ASM [5].

Si on fait l'hypothèse d'une perturbation unique qui affecte l'ASM lors de toutes les manœuvres précédentes, nous devons ainsi rendre compte de plusieurs observations :

— la perturbation n'est pas visible lors des vols nominaux,
— la perturbation n'est pas visible lors des vols à 180°,
— la perturbation semble plus forte lors des vols à ±90° que lors des vols à 62°,
— la perturbation semble maximale à l'équateur.

Le fait que l'anomalie n'est pas visible sur les vols nominaux et à 180° nous incite à penser qu'elle pourrait être une perturbation portée par la composante transverse du satellite. En introduisant le référentiel satellite $\{\mathbf{e_x}, \mathbf{e_y}, \mathbf{e_z}\}$ tel que défini à la figure 2.16, nous pouvons écrire :

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \tag{2.8a}$$

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.8b}$$

Nous pouvons ainsi relier la valeur *vraie* du scalaire F à l'expression de $\mathbf{B}$ dans ce référentiel :

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2} \tag{2.9}$$

En supposant un champ magnétique ambiant globablement dipolaire et en supposant que les orbites des satellites sont polaires, nous pouvons supposer que $\mathbf{B}$ est quasiment porté par l'axe $\mathbf{e_x}$ dans les régions équatoriales. Auquel cas, en faisant l'hypothèse d'une perturbation petite devant l'amplitude du champ ambiant, $||\mathbf{b}|| \ll ||\mathbf{B}||$, nous pouvons donner une expression du désaccord entre les normes des deux ASM dans le cas du vol nominal :

$$\Delta F = ||\mathbf{B} + \mathbf{b}|| - ||\mathbf{B}|| \approx \frac{b^2 + 2Yb}{2F} \tag{2.10}$$

L'effet devient au contraire maximal lorsque $\mathbf{e_y}$ est aligné avec $\mathbf{B}$, c'est-à-dire lorsque le satellite évolue avec un angle de lacet de ±90°. Dans ce cas, le désaccord est directement

5. l'étude de l'instrument vectoriel ASMV a contribué à la caractérisation de l'effet dbSun et a permis d'apporter un éclairage nouveau sur cette problématique, néanmoins l'exposé de ces résultats sort du cadre de ce travail de thèse et ne sera pas exposé ici. Le lecteur peut se reporter à [Vigneron and Hulot, 2016]

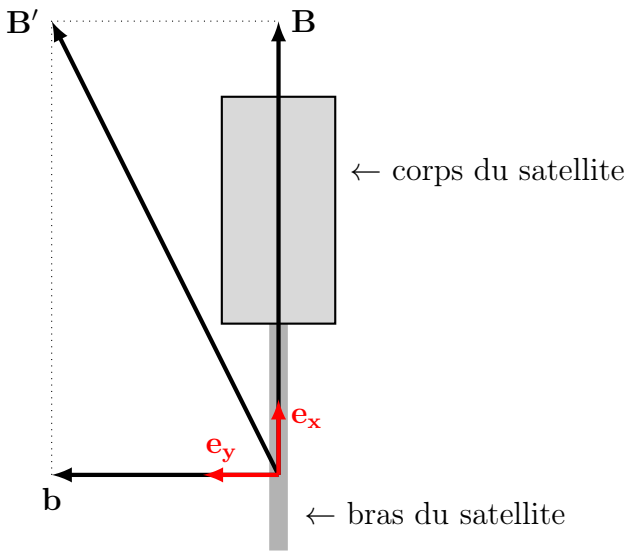
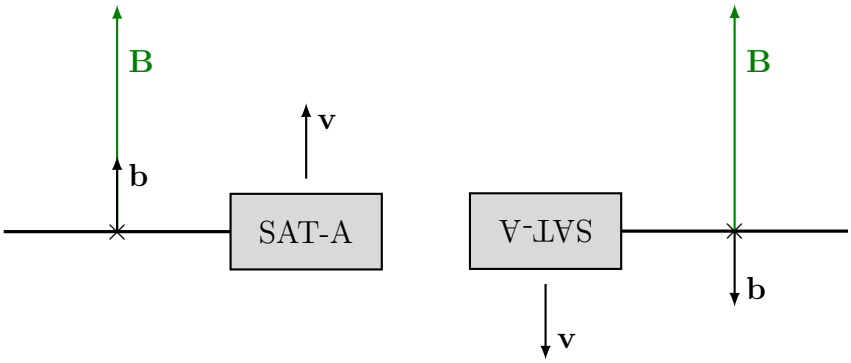


FIGURE 2.16 – Impact d'une perturbation sur l'axe transverse. L'axe $\mathbf{e_z}$, non représenté, complète le trièdre direct.



(a) Orbite montante (b) Orbite descendante

FIGURE 2.17 – Incompatibilité d'un champ perturbatoire statique avec les phénomènes observés

égal à $\pm b$:

$$\Delta F = \pm b \tag{2.11}$$

Les vols à $\pm 90°$ nous permettent d'estimer que b vaudrait environ 3 nT, ce qui en conditions nominales de vol laisserait une signature de 10^{-4} nT (voir équation 2.10). Il serait donc normal que l'on n'observe rien de particulier dans le cas des vols nominaux.

Néanmoins, ce premier modèle ne permet pas d'expliquer l'invariance de la signature lorsqu'on passe d'une orbite montante de jour à une orbite descendante de nuit. En effet, la figure 2.17 illustre en vue du dessus l'effet d'une perturbation statique dans le cas d'un vol à 90° pour une orbite montante (à gauche) et descendante (à droite). On voit que dans le premier cas, la même anomalie qui conduisait à une *sur-estimation* du champ ambiant devrait conduire dans le deuxième cas à un champ perçu *sous-estimé*.

Une première façon simple de rendre compte de ces observations est d'introduire une erreur sur la composante $\mathbf{e_y}$ que nous supposons maintenant proportionnelle à Y. Autre-

ment dit, nous supposons :

$$\mathbf{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ \varepsilon Y \\ 0 \end{pmatrix} \tag{2.12}$$

Dans ce cas, le désaccord ΔF entre un satellite incliné et un satellite nominal s'écrit :

$$\Delta F = \varepsilon \frac{Y^2}{F} \tag{2.13}$$

Le facteur ε est ici adimensionnel et représente la *pente* entre les quantités ΔF et Y^2/F. Afin de garder le maximum de généralité, nous considérons que ce facteur dépend de l'amplitude du lacet (0°, 62°, ±90°...) et du satellite considéré (A, B ou C). Nous utilisons donc la notation suivante : $\varepsilon_{\text{SAT, lacet}}$; ainsi $\varepsilon_{C,62}$ représente le facteur ε de l'instrument ASM du satellite C lorsque ce dernier évolue avec un angle de lacet de 62°.

Le cas de la manœuvre complexe ±90°AC est particulier et nécessite quelques développements. En effet, lorsqu'à la fois SAT-A et SAT-C évoluent avec des angles de lacet différents de 0°ou 180°, nous devrions observer une superposition des anomalies : celle créée par SAT-A et celle créée par SAT-C. Il faudra prêter une méticuleuse attention au signe de ces perturbations, l'effet étant positif dans un cas et négatif dans l'autre.

Le paramètre $\bar{\varepsilon}$ qui minimise la quantité $\Delta F - \varepsilon Y^2/F$ au sens des moindres carrés s'obtient par la formule suivante :

$$\bar{\varepsilon} = \sum_{0 \leq i \leq N} \frac{Y_i^2 \, \Delta F_i}{F_i} \Big/ \sum_{0 \leq i \leq N} \left(\frac{Y_i^2}{F_i} \right)^2 \tag{2.14}$$

Les valeurs de $\bar{\varepsilon}$ sont données tableau 2.2a pour les manœuvres à 62° et tableau 2.2b pour chacune des phases de la manœuvre ±90AC. Nous dégageons un certain nombre de points clefs concernant les manœuvres à 62° :

1. la comparaison avec l'un ou l'autre satellite de référence donne, lorsque cela est possible, sensiblement la même estimation de la pente,
2. mis à part le cas du satellite C, la pente est insensible au moment de la journée (jour ou nuit),
3. l'effet est deux fois plus fort lorqu'on passe de la manœuvre sur A à la manœuvre sur B,
4. l'effet est deux fois plus faible lorqu'on passe de la manœuvre sur A à la manœuvre sur C.

Les coefficients obtenus sur les phases de la manœuvre ±90AC sont plus difficiles à interpréter, ceci étant probablement dû au fait que les configurations de vol durent moins longtemps. On remarque toutefois que l'effet est le plus fort pour les phases 3 et 7, ce qui est attendu.

L'estimation des pentes est illustrée dans le cas de la manœuvre 62°B en figure 2.18 et dans le cas de la manœuvre ±90AC figure 2.19. Le lecteur trouvera en annexe A.3 page 208 plus de développements sur l'estimation de ces pentes et notamment sur la robustesse du calcul.

Quoiqu'il en soit, le fait qu'on observe un changement de signe de l'anomalie portée par l'axe $\mathbf{e_y}$ avec l'illumination laisse suggérer une origine thermo-électrique. De récents développements sur l'anomalie du VFM nous ont amené à préciser cette piste de recherche. C'est ce que nous allons détailler dans la section suivante.

manœuvre	comparaison	pente mesurée (10^{-5}) Jour	Nuit
62A	A-B	-6.57	-5.68
	A-C	-5.68	-5.96
62B	B-C	-10.3	-9.57
62C	C-B	$+0.18$	-2.81
	C-A	$+0.51$	-3.20

(a) Manœuvres à 62°

phase	orientation A	C	pente attendue	pente mesurée (10^{-5}) Jour	Nuit
2	→	↑	$\varepsilon_{A,-90}$	-0.72	-4.98
3	→	←	$\varepsilon_{A,-90} - \varepsilon_{C,+90}$	-3.51	-8.19
4	↓	←	$-\varepsilon_{C,+90}$	-0.42	-4.33
6	←	↓	$\varepsilon_{A,+90}$	$+5.94$	$+0.55$
7	←	→	$\varepsilon_{A,+90} - \varepsilon_{C,-90}$	$+10.7$	$+12.5$
8	↑	→	$-\varepsilon_{C,-90}$	$+4.98$	$+4.81$

(b) Manœuvre ±90AC

TABLE 2.2 – Estimation des pentes

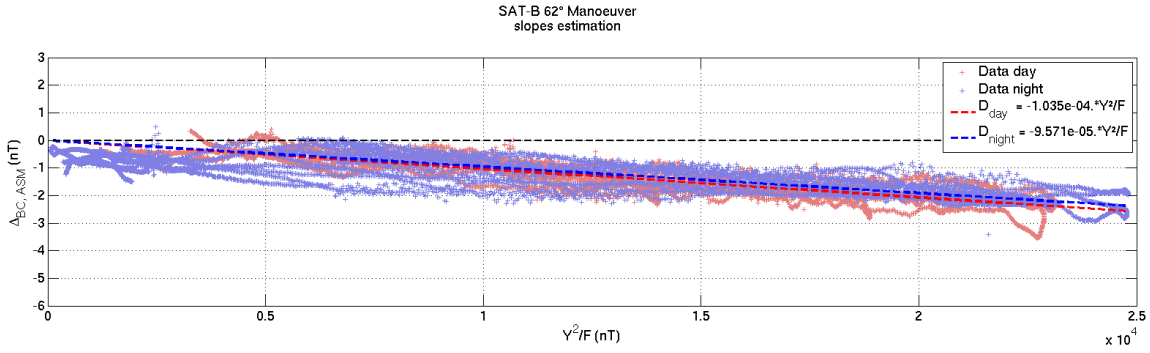
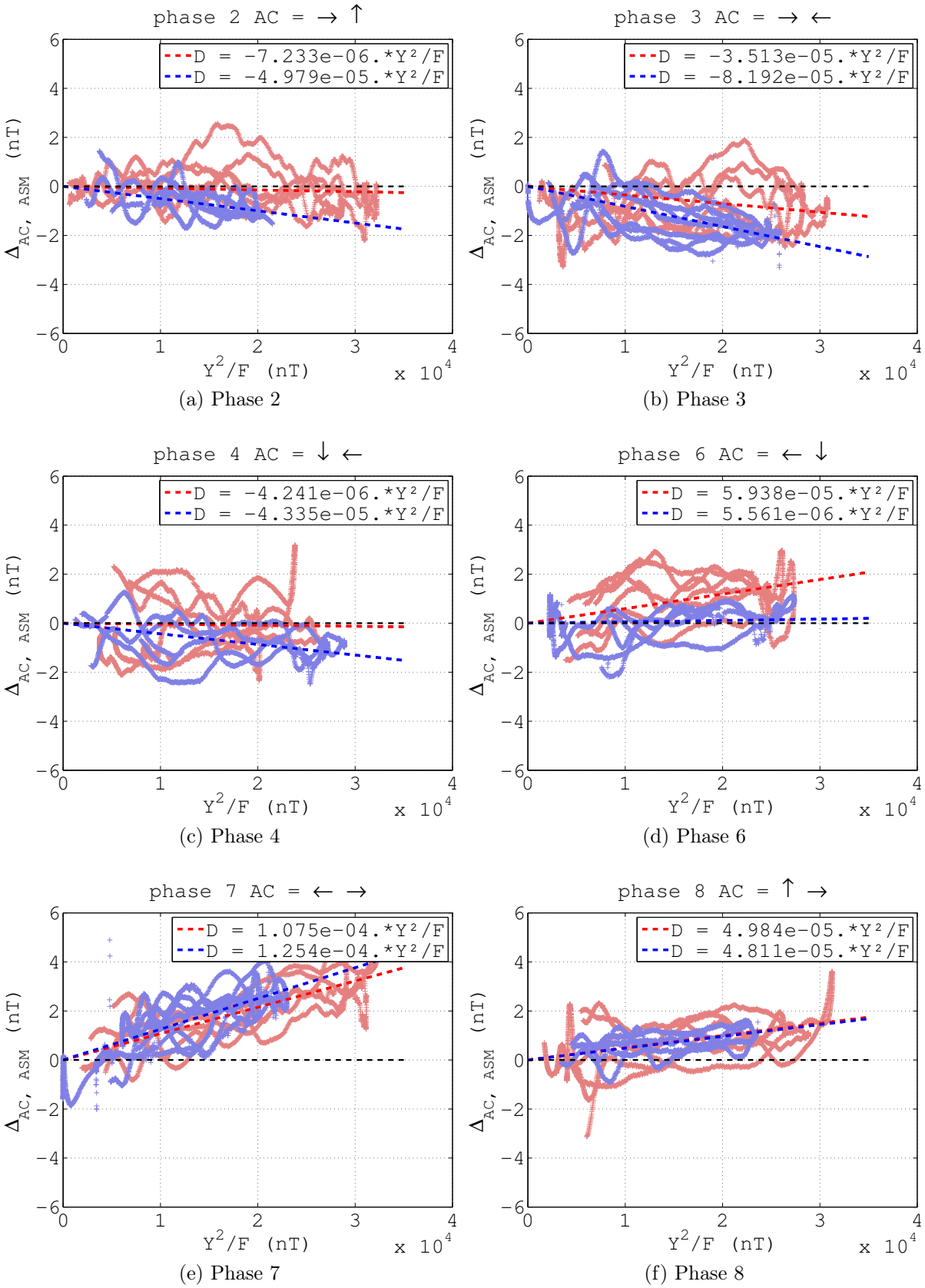


FIGURE 2.18 – Pente estimée, manœuvre 62°B

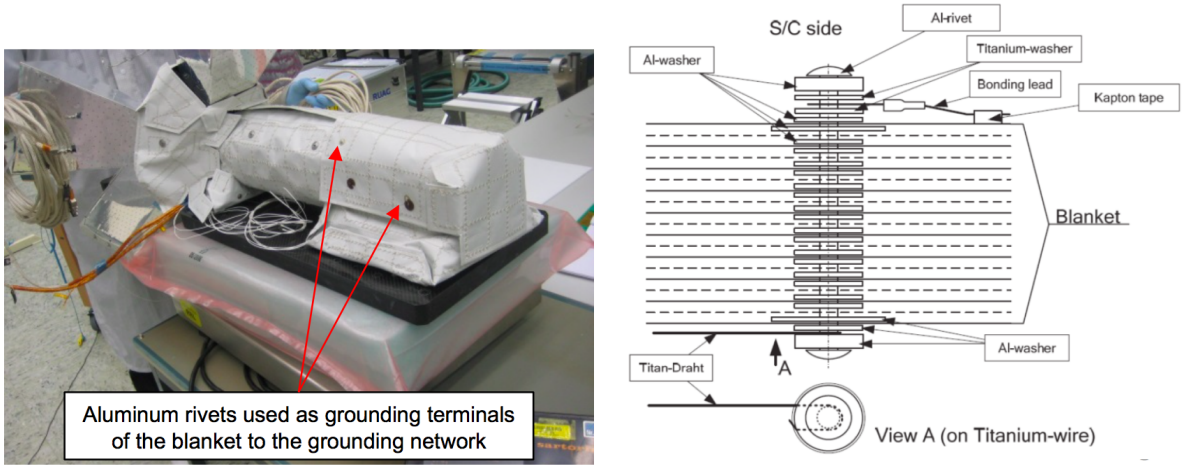


(a) Phase 2 (b) Phase 3

(c) Phase 4 (d) Phase 6

(e) Phase 7 (f) Phase 8

FIGURE 2.19 – Pentes estimées, manœuvre ±90°AC



(a) Couverture en MLI et position des rivets

(b) Vue en coupe d'un rivet

FIGURE 2.20 – Enrobage du VFM dans une couche de MLI. Crédits : Peter Brauer (DTU).

2.7 Vers une interprétation thermo-électrique

Lors de la 7e conférence « SWARM Data Quality Workshop » qui s'est déroulée à Delft fin 2017, Peter Brauer du *Technical University of Denmark* (DTU) a présenté un modèle thermo-électrique pouvant expliquer l'anomalie dBsun affectant l'instrument VFM, que nous avons évoquée plus haut. Nous avons adapté ce modèle à l'ASM afin de vérifier si un effet similaire ne pouvait pas également expliquer les désaccords que nous constatons. Les résultats que nous avons obtenus sont très encourageants.

Nous allons tout d'abord présenter le modèle de Peter Brauer avant d'analyser la façon dont nous l'avons adapté à l'ASM. Nous terminerons par une discussion sur la signature prédite par ce modèle sur les données en vol nominal.

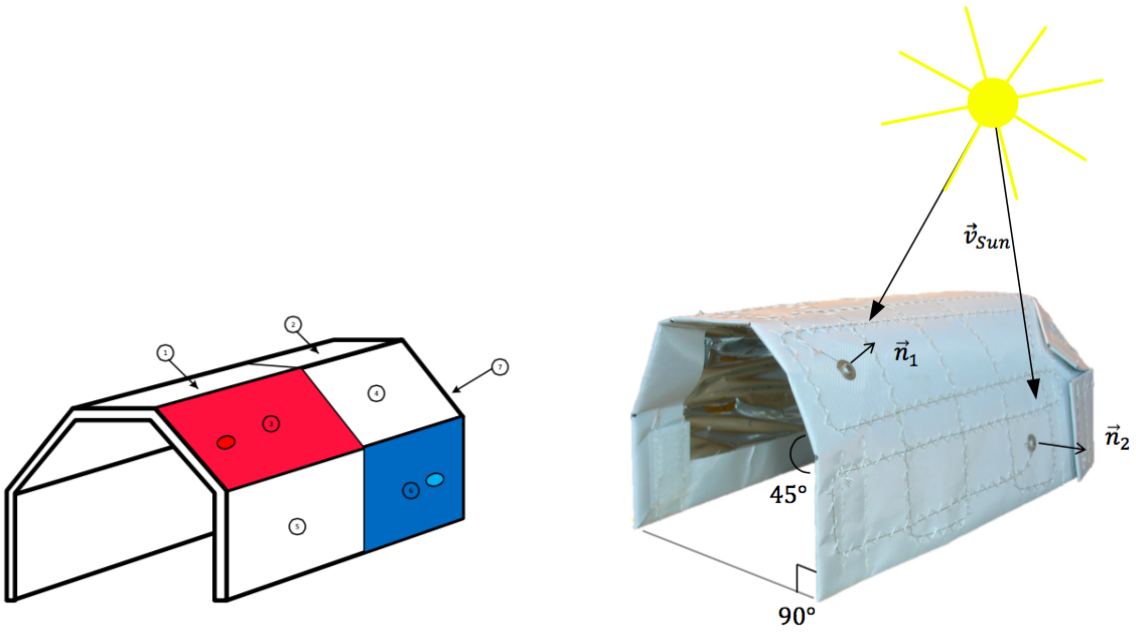
2.7.1 Modèle thermo-électrique pour expliquer la perturbation dBsun affectant le VFM

L'instrumentation VFM est protégée par une couche de *Multi Layer Insulation* (MLI) : c'est une superposition de matériaux isolants (typiquement du Kapton ou du Mylar aluminisé couplé à des tulles de polyester). Le MLI permet d'isoler thermiquement le VFM et est fixé au satellite à l'aide de rivets en aluminium (voir figures 2.20a et 2.20b). Ces rivets permettent la mise à la masse du MLI aluminisé par ailleurs tissé de fil de titane en surface pour éviter l'accumulation de charges électrostatiques ; la mise à la masse s'effectuant grâce à des câbles en cuivre reliant les rivets à la masse du satellite.

L'idée centrale du modèle de Peter Brauer est précisemment de supposer que, lorsque ces rivets sont soumis à des températures différentes, une différence de potentiel électrique peut s'établir entre eux créant par là-même un courant électrique dans la couche de MLI : c'est l'effet *Seebeck*. Cette circulation de charges peut alors créér un champ magnétique qui serait à l'origine de la perturbation dBsun.

Des tests en laboratoire ont montré que l'intensité du courant circulant dans le MLI était directement proportionnelle à la différence de température entre les rivets :

$$I_{MLI} = 35\,\mu A/°C \tag{2.15}$$



(a) Bilan thermique de chaque face

(b) Incidence du Soleil

FIGURE 2.21 – Modèle thermique des rivets sur la couverture MLI protégeant l'instrument VFM. Crédits : Peter Brauer (DTU).

Ce coefficient de proportionnalité a été obtenu en environnement contrôlé et il est à attendre que ce facteur soit légèrement différent en conditions réelles (notamment la qualité du contact électrique entre les rivets et le MLI).

La principale difficulté est maintenant de déterminer un modèle thermique du satellite permettant d'évaluer l'évolution temporelle de la température des rivets. Peter Brauer commence par découper logiquement l'enrobage de MLI en plaques (voir figure 2.21a). Il est alors possible d'établir un bilan thermique au niveau de chaque plaque contenant un rivet (en rouge et bleu sur la figure), bilan qui inclut :

— la puissance P_{sun} du rayonnement solaire absorbée par la plaque,
— la puissance P_{int} émise par le satellite et absorbée par la plaque,
— la puissance P_{flow} transmise par conduction par la plaque vers les plaques voisines,
— la puissance P_{out} dissipée dans l'espace sous forme de rayonnement.

Au final, la variation temporelle de l'énergie thermique E de la plaque s'écrit :

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = P_{\text{sun}} + P_{\text{int}} - P_{\text{flow}} - P_{\text{out}} \tag{2.16}$$

La loi de Fourier nous permet par ailleurs d'écrire, en notant T la température de la plaque et C_p sa capacité thermique :

$$\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = C_p \frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} \tag{2.17}$$

En supposant que le Soleil illumine la face en question, la puissance P_{sun} s'écrit en faisant intervenir la puissance surfacique rayonnée par le Soleil au niveau de la Terre $G_s = 1361\,W/m^2$, le coefficient d'absorption de la plaque $\alpha = 0.1$, la surface de la plaque

considérée A et enfin l'incidence du Soleil F_{sun} :

$$P_{\text{sun}} = G_s \, \alpha \, A \, F_{\text{sun}} \tag{2.18}$$

L'incidence du Soleil s'obtient directement à partir des vecteurs unitaires $\mathbf{v}_{\text{sun}}$ donnant la direction du Soleil et $\mathbf{n}$ donnant la normale à la plaque (voir figure 2.21b) :

$$F_{\text{sun}} = \mathbf{v}_{\text{sun}} \cdot \mathbf{n} \tag{2.19}$$

Lorsque $F_{\text{sun}} < 0$, cela correspond à la condition où le Soleil illumine le rivet *par en-dessous*, ce qui est physiquement impossible car le corps du satellite bloque alors le rayonnement solaire. Dans ce cas là, on impose $F_{\text{sun}} = 0$.

Il faut également prendre en compte la condition d'eclipse, c'est-à-dire lorsque le satellite évolue dans l'ombre de la Terre, auquel cas nous avons directement :

$$P_{\text{sun}} = 0 \tag{2.20}$$

La puissance dissipée dans l'espace, quant à elle, s'exprime directement par la loi de Stefan-Boltzmann et fait intervenir la constante de Stefan σ et l'émissivité $\epsilon = 0.15$ de la plaque :

$$P_{\text{out}} = \sigma \, \epsilon \, A \, T^4 \tag{2.21}$$

La puissance par unité de surface, émise par le satellite en fonctionnement, est estimée à $p_{\text{int}} = 11.1\, W/m^2$, on a alors :

$$P_{\text{int}} = A \, p_{\text{int}} \tag{2.22}$$

L'estimation, enfin, de la puissance P_{flow} transmise par la plaque vers ses voisines s'effectue en introduisant la température T_i de la plaque i et la conductivité $k_{i,j}$ entre les plaques i et j. Compte tenu de la nature des matériaux, on suppose que cette conductivité est identique pour chaque plaque et fixée à $k = 100\, mW/°C$.

La figure 2.22 est une mise-à-plat du schéma 2.21a faisant apparaître la numérotation des plaques. Les deux plaques qui nous intéressent sont la (3) et la (6). Les voisins de (3) sont (1), (4) et (5) alors que les voisins de (6) sont (4), (5) et (7). On peut alors écrire :

$$P_{\text{flow},3} = k\left((T_3 - T_1) + (T_3 - T_4) + (T_3 - T_5)\right) \tag{2.23a}$$
$$P_{\text{flow},6} = k\left((T_6 - T_4) + (T_6 - T_5) + (T_6 - T_7)\right) \tag{2.23b}$$

Au final, notre équation d'état 2.16 s'écrit pour chacune des 7 plaques, conduisant à un système de 7 équations à 7 inconnues (les températures T_i de chaque plaque).

$$C_p \frac{\mathrm{d}T_i}{\mathrm{d}t} = G_s \, \alpha \, A_i \, F_{\text{sun},i} + p_{\text{int}} \, A_i - \sigma \, \epsilon \, A_i \, T_i^4 - k \sum_j (T_i - T_j) \tag{2.24}$$

En régime permanent et en négligeant le terme de conduction, nous avons une première estimation des T_i :

$$T_i^0 = \left(\frac{G_s \, \alpha \, F_{\text{sun},i} + p_{\text{int}}}{\sigma \, \epsilon} \right)^{1/4} \tag{2.25}$$

Lors d'une seconde itération, nous pouvons ensuite avoir une expression des températures T_i établies en régime permanent :

$$T_i = \left(\frac{G_s \, \alpha \, F_{\text{sun},i} + p_{\text{int}} - \sum_j k \, A_i^{-1} (T_i^0 - T_j^0)}{\sigma \, \epsilon} \right)^{1/4} \tag{2.26}$$

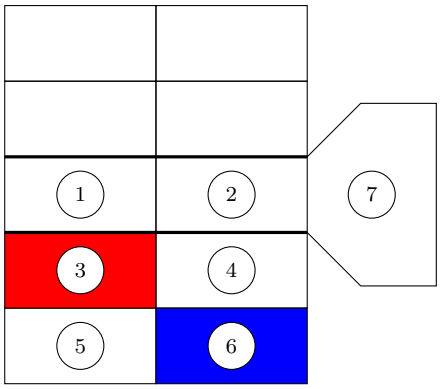
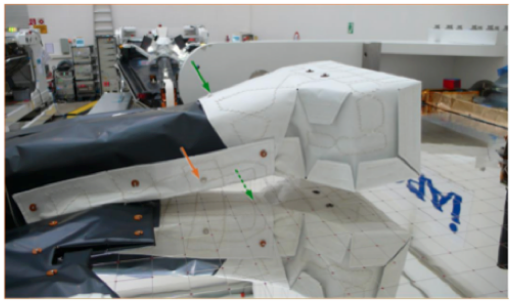


FIGURE 2.22 – Patron des plaques de MLI protégeant l'instrument VFM



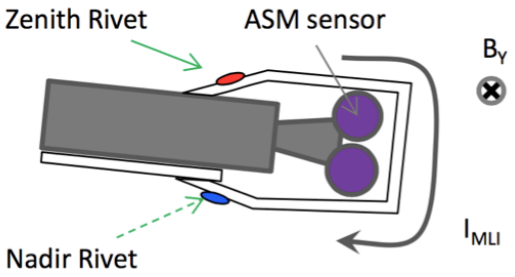


FIGURE 2.23 – Couverture en MLI et position des rivets ASM. Crédit Peter Brauer (DTU)

La solution dynamique du système d'équations 2.24 s'obtient ensuite par différences finies à l'aide d'un filtre convenablement dimensionné (voir [Brauer, 2017]).

Peter Brauer a montré que ce modèle expliquait très bien l'anomalie dBSun affectant l'instrument VFM. Nous avons travaillé avec lui afin de déterminer si, d'une part ce modèle pouvait être appliqué au cas de l'instrument ASM et d'autre part si l'anomalie générée pouvait expliquer les désaccords que nous avons observés lors des manœuvres.

2.7.2 Modèle thermo-électrique pour expliquer la perturbation dBsun affectant l'ASM

Le cas de l'ASM diffère quelque peu du cas précédent. Tout d'abord la géométrie de la couverture de MLI n'est pas tout à fait la même (voir figure 2.23). Les deux rivets susceptibles d'intervenir dans l'effet Seebeck sont indiqués en rouge et en bleu. Le premier est situé au zénith et le second au nadir. Ce dernier rivet présente la particularité d'être toujours orienté vers la Terre.

L'influence de la Terre sur le rivet nadir est prise en compte dans le terme P_{out} qui correspond, rappelons-le, à la puissance dissipée par rayonnement. En supposant que la Terre, de rayon R_e, se comporte également comme un corps noir de température T_e et que le rivet nadir, de température T_n, est situé à une altitude h, nous pouvons écrire en

première approximation :

$$P_{\text{out, nadir}} = \sigma\,\epsilon\,A\left(T_n^4 - \frac{R_e^2}{(R_e+h)^2}T_e^4\right) \tag{2.27}$$

Cette formule est assez grossière. En particulier, nous supposons ici que la température de la Terre est homogène et statique, nous n'avons pas pris en compte l'albédo terrestre et nous avons supposé que l'émissivité de la plaque au niveau du rivet nadir était égale à son absorptivité. Néanmoins, nous devrions être en mesure de capturer la dynamique thermique générale de l'échange radiatif Terre-Satellite.

La puissance dissipée par rayonnement au niveau du rivet zenith est quant à elle identique au cas du VFM et fait intervenir la température du rivet zenith T_z :

$$P_{\text{out, zenith}} = \sigma\,\epsilon\,A\,T_z^4 \tag{2.28}$$

Les puissances P_{sun} du rayonnement solaire reçu au niveau des deux rivets sont également identiques au cas du VFM et s'écrivent :

$$P_{\text{sun, nadir}} = G_s\,\alpha\,A\,F_{\text{sun, nadir}} \tag{2.29a}$$
$$P_{\text{sun, zenith}} = G_s\,\alpha\,A\,F_{\text{sun, zenith}} \tag{2.29b}$$

Enfin, compte tenu de la disposition des instruments ASM sous la couche de MLI, la puissance émise par le satellite est supposée être transmise essentiellement vers le rivet zenith. Néanmoins, il est délicat d'estimer l'amplitude de la puissance surfacique p_{int} rayonnée par le satellite en direction du rivet. Tentons un dimensionnement grossier : le capteur de l'ASM consomme 50 mW et les réchauffeurs (lorsqu'ils fonctionnent) consomment 2.5 W. En supposant une surface de l'instrument de l'ordre de 0.1 m^2, nous arrivons à une puissance surfacique d'environ 37 W/m^2. Cette puissance n'est pas intégralement transmise en direction du rivet zenith et se propage au sein du satellite d'une façon qu'il nous est difficile de modéliser. Néanmoins, ce rapide calcul nous a permis d'estimer l'ordre de grandeur de la puissance surfacique p_{int} transmise au rivet. Au final nous pouvons écrire :

$$P_{\text{int, nadir}} = 0 \tag{2.30a}$$
$$P_{\text{int, zenith}} = A\,p_{\text{int}} \tag{2.30b}$$

En régime permanent, et en négligeant le terme P_{flow}, les valeurs T_n et T_z sont finalement données par les équations suivantes :

$$T_z = \left(\frac{G_s\,\alpha\,F_{\text{sun, z}} + p_{\text{int}}}{\sigma\,\epsilon}\right)^{1/4} \tag{2.31a}$$

$$T_n = \left(\frac{G_s\,\alpha\,F_{\text{sun, n}}}{\sigma\,\epsilon} + \frac{R_e^2}{(R_e+h)^2}T_e^4\right)^{1/4} \tag{2.31b}$$

Par rapport au modèle thermo-électrique du VFM, nous avons désormais deux paramètres variables qui sont la puissance surfacique rayonnée par le satellite p_{int} et la température de la Terre T_e. Nous ajoutons également un troisième paramètre variable qui est le facteur d'amplitude k reliant l'écart en température et l'intensité du courant éléctrique circulant entre les rivets (cf. équation 2.15).

Si on observe la figure 2.23, on se rend compte que la circulation de courant se fait dans le plan $(\mathbf{e_x}, \mathbf{e_z})$ (voir notre repère défini figure 2.16 page 77), le champ magnétique induit par cette circulation sera donc porté par le vecteur $\mathbf{e_y}$ ce qui est conforme à ce que nous avons suggéré à la section 2.6 page 76.

2.7.3 Optimisation des paramètres p_{int}, T_e et k

L'objectif pour nous est maintenant de trouver quelles valeurs de (p_{int}, T_e, k) minimisent la différence entre l'anomalie observée et l'anomalie prédite. Cette anomalie n'étant pas visible dans le cadre des vols nominaux ou à 180°, nous nous sommes basés sur les manœuvres à 62°, en commençant par la manœuvre où l'effet était le plus important : 62°B.

Cas de la manœuvre sur SAT-B

La figure 2.24a illustre l'écart-type du résidu entre le désaccord $\Delta_{ASM} = ASM_B - ASM_C$ d'une part et la prédiction de l'effet thermo-électrique d'autre part. Nous explorons systématiquement les paramètres p_{int} et T_e et pour chacun de ces couples, nous estimons quel est le facteur d'amplitude qui explique au mieux l'anomalie. Autrement dit, pour chaque couple (p_{int}, T_e), nous calculons un facteur d'amplitude optimisé, ce dernier étant réprésenté figure 2.24b. Ceci étant précisé, l'étude de la figure 2.24a permet d'observer une très nette corrélation entre les paramètres p_{int} et T_e.

Quoiqu'il en soit, nous trouvons qu'avec une puissance surfacique de $20\,W/m^2$, une température T_e de 28.99 °C et un facteur d'amplitude de $0.033\,nT/°C$ l'écart-type du résidu vaut alors 0.31 nT ce qui est tout à fait comparable au résidu trouvé lors des comparaisons en vol nominal. Attardons-nous un peu sur la signification de ces valeurs optimisées. Tout d'abord, nous constatons que la puissance surfacique trouvée est du même ordre de grandeur que notre dimensionnement. La valeur de la température de la Terre peut paraître aberrante. En effet, selon les hypothèses retenues, le CNES encadre cette valeur entre −11°C et −25°C (voir [CNES, 2011d], section X.3.3.3.3 page 176). Néanmoins, plusieurs hypothèses simplificatrices ont été introduites dans notre modèle (comportement de corps noir de la Terre et du satellite, aucun albedo terrestre, température de la Terre constante, puissance éléctrique rayonnée constante...), il était donc attendu que la température terrestre optimisée n'ait pas d'interprétation directe. Enfin, n'oublions pas que les paramètres p_{int} et T_e sont très corrélés entre eux : nous avons choisi une solution parmi une infinité de couples possibles.

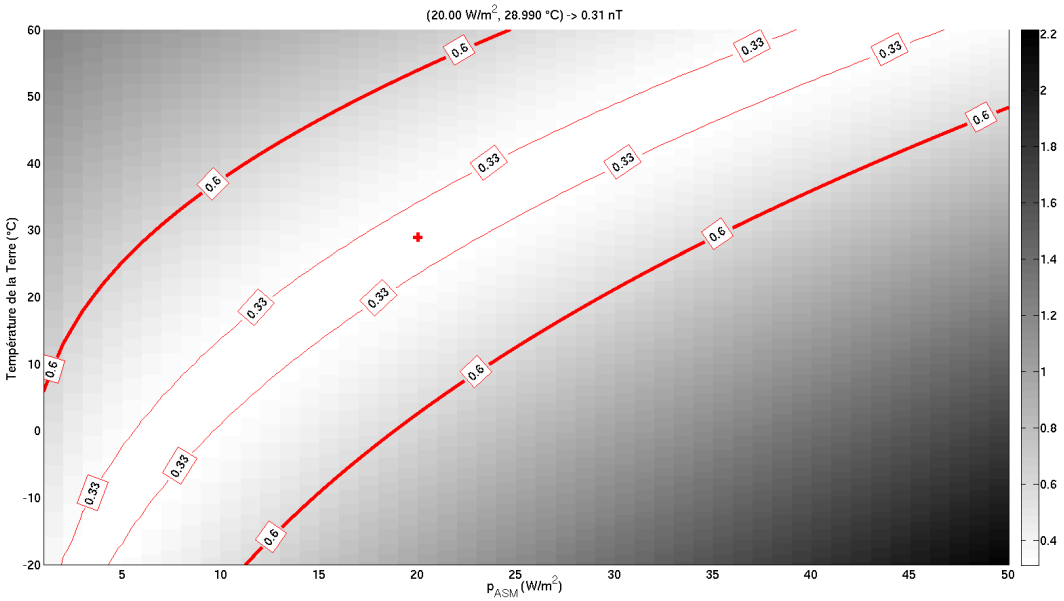
Il nous reste maintenant à vérifier que l'amplitude et la signature de l'anomalie correspondent bien à nos observations. La figure 2.25a représente ainsi le désaccord $\Delta_{BC,\text{ASM}}$ que nous obtenions lors de la manœuvre de 62° sur B (voir section 2.4, page 68). En rouge et bleu apparaissent les désaccords expérimentaux moyens pour les côtés diurne (en rouge) et nocturne (en bleu). La prédiction de notre modèle optimisé est tracé en orange pour le côté jour et bleu ciel pour le côté nuit. On observe une très bonne concordance des anomalies.

La figure 2.25b montre enfin à quoi ressemblerait le désaccord $\Delta_{BC,\text{ASM}}$ si nous le *corrigions* de l'anomalie prédite par le modèle optimisé. Cette courbe est à comparer à celle que nous avons obtenue lors des comparaisons entre satellites en vol nominal [6] : l'essentiel de l'anomalie est parfaitement décrit par le modèle.

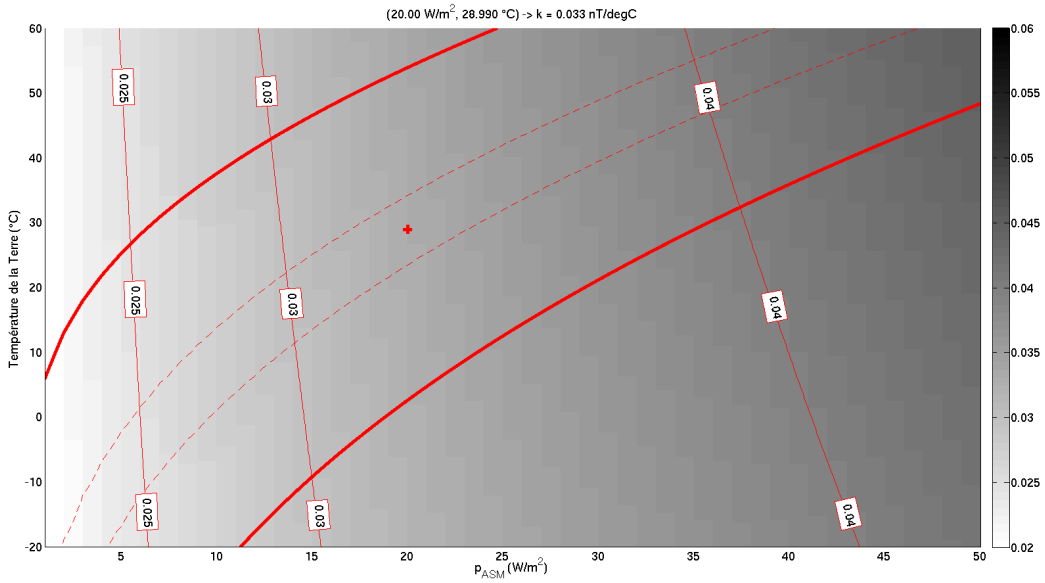
Cas de la manœuvre sur SAT-A

Dans le cas de la manœuvre à 62° sur SAT-A, la minimisation du résidu selon le même protocole est représenté figure 2.26. Là encore, les paramètres (p_{int}, T_e) sont corrélés. Une optimisation sur la manœuvre à 62° (croix rouge sur la figure) nous permet d'obtenir un

6. voir par exemple la courbe 2.4b page 63

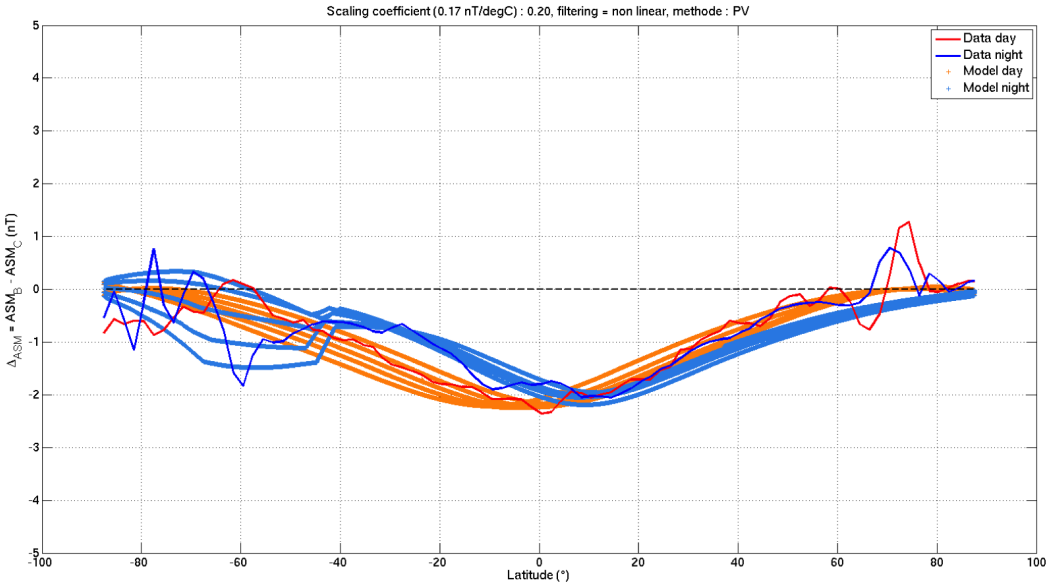


(a) Résidu du modèle en nT en fonction de (p_{int}, T_e). L'iso-valeur à 0.6 nT tracée en rouge épais représente la limite au-delà de laquelle le modèle dégrade le résidu. L'iso-valeur en rouge fin délimite la région dans lequelle la correction est optimale.

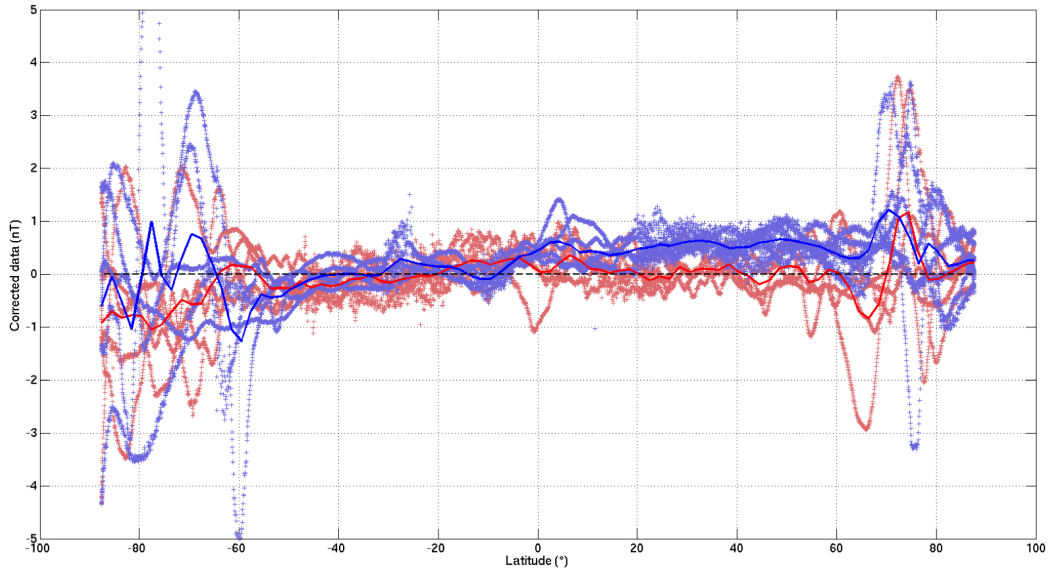


(b) Facteur d'amplitude, exprimé $nT/°C$. Les deux régions définies dans la figure du dessus sont également reportées.

FIGURE 2.24 – Optimisation du modèle thermo-électrique sur la manœuvre 62°B



(a) Comparaison entre le modèle thermo-électrique et l'anomalie



(b) Désaccord $\Delta_{BC,\mathrm{ASM}}$ corrigé

FIGURE 2.25 – Modèle thermo-électrique optimisé sur la manœuvre 62°B

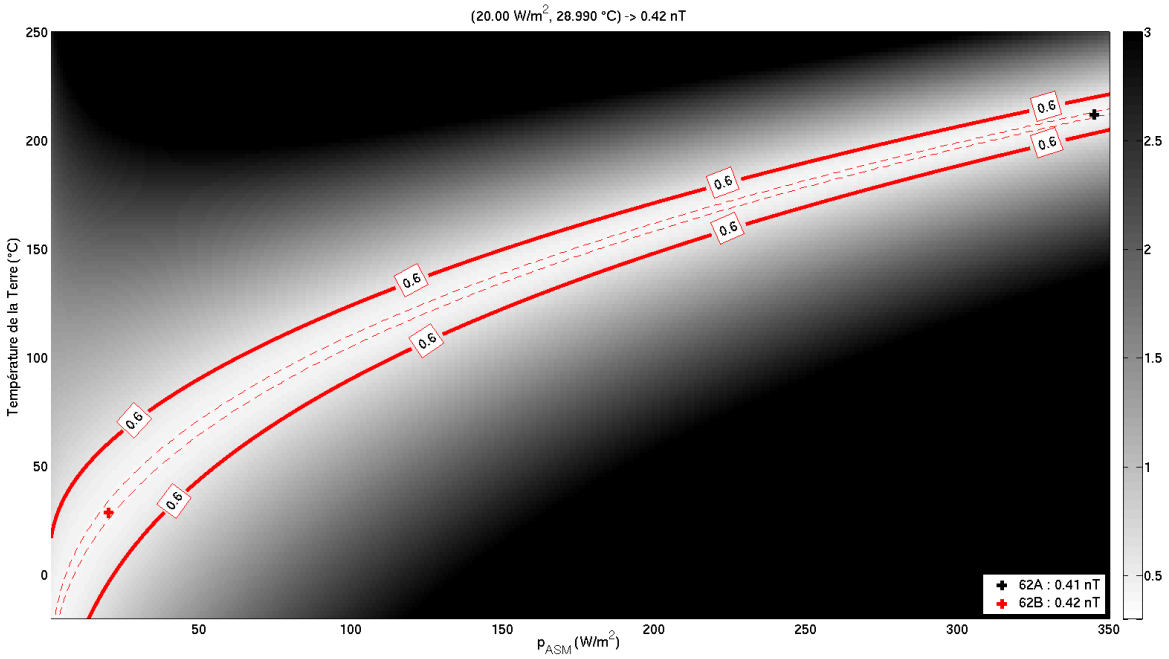


FIGURE 2.26 – Optimisation du modèle thermo-électrique sur la manœuvre 62°A

résidu de 0.41 nT. Si nous utilisons les paramètres (p_{int}, T_e) optimisés sur la manœuvre sur SAT-B précédemment étudiée (donc une puissance surfacique de $20\,W/m^2$ et une température de la Terre de $28.99°C$) et que nous optimisons le facteur d'échelle, nous trouvons un facteur de $0.023\,nT/°\text{C}$ et un résidu de 0.42 nT. Par souci de cohérence ce sont ces valeurs que nous avons retenues.

Nous trouvons ainsi que l'effet est 31% plus faible sur SAT-A que sur SAT-B. La comparaison entre désaccord observé et prédiction du modèle optimisé est présentée figure 2.27 : l'essentiel de l'anomalie est supprimé.

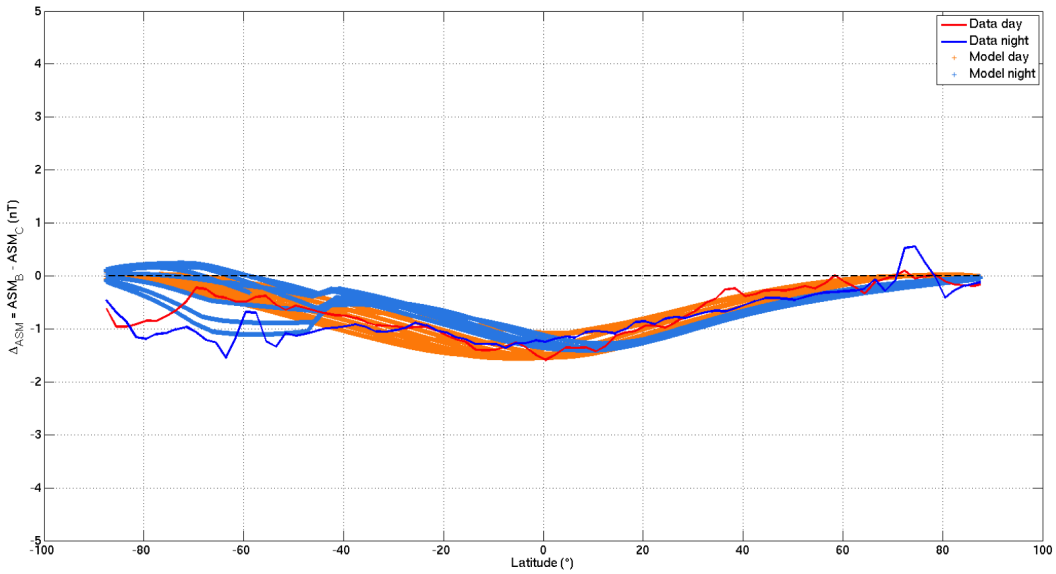
Par ailleurs, il peut être intéressant de comparer les optimisations effectuées sur ALPHA et BRAVO. Cela est effectué figure 2.28. Sont tracés en fonction du paramètre p_{int}, la valeur du paramètre optimisé T_e (en haut), le facteur d'échelle optimisé k (au milieu) et l'écart-type du résidu (en bas) pour le satellite ALPHA (en rouge) et BRAVO (en bleu). Nous remarquons ici quatre points :

1. les températures optimisées T_e sont identiques entre ALPHA et BRAVO,
2. le facteur d'échelle est plus important sur BRAVO que sur ALPHA,
3. l'écart-type est quasiment constant dès que $p_{\text{int}} > 4\,W/m^2$,
4. l'écart-type est un peu plus élevé sur ALPHA que sur BRAVO.

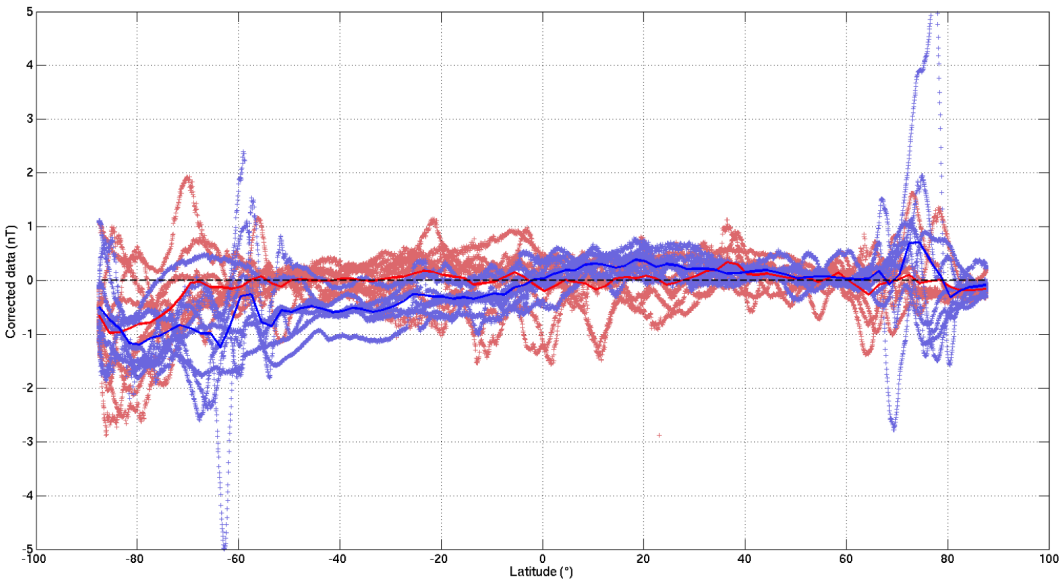
Ceci nous conforte dans l'idée que les satellites ALPHA et BRAVO présentent une anomalie de même nature et qui se décrit très bien par notre modèle.

Cas de la manœuvre sur SAT-C

Le cas de la manœuvre à 62° sur SAT-C est un peu plus problématique car l'anomalie y est beaucoup moins visible. Sans surprise, notre modèle thermo-électrique fonctionne beaucoup moins bien sur cette manœuvre ainsi que l'illustre la figure 2.29. Le modèle représenté ici utilise les paramètres (p_{int}, T_e) optmisés sur la manœuvre 62B et un facteur d'échelle ad-hoc de $0.017\,nT/°\text{C}$.



(a) Comparaison entre le modèle thermo-électrique et l'anomalie 62°A



(b) Désaccord $\Delta_{AB,\mathrm{ASM}}$ corrigé

FIGURE 2.27 – Modèle thermo-électrique optimisé sur la manœuvre 62°A

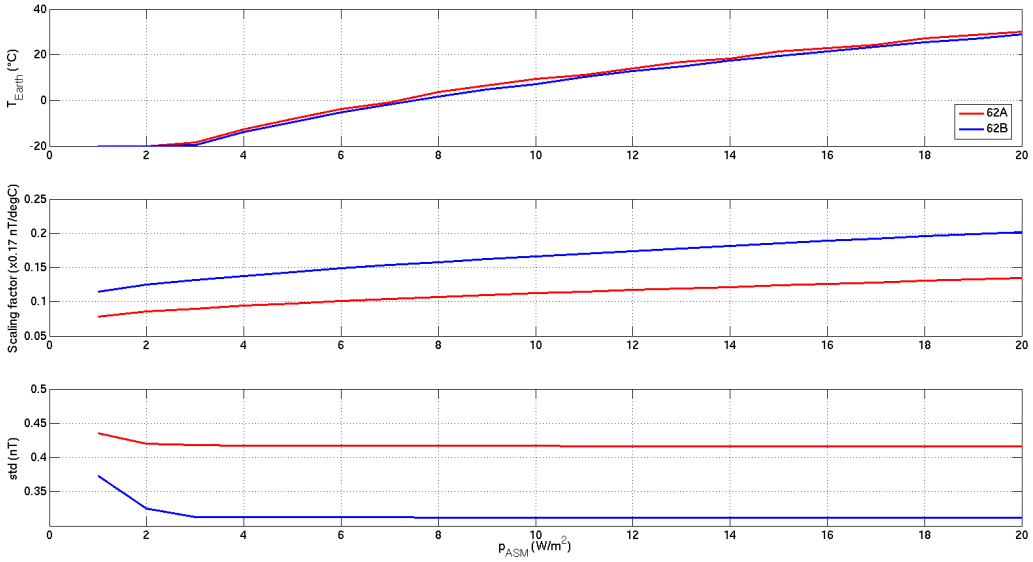


FIGURE 2.28 – Comparaison des modèles estimés pour 62B et 62A

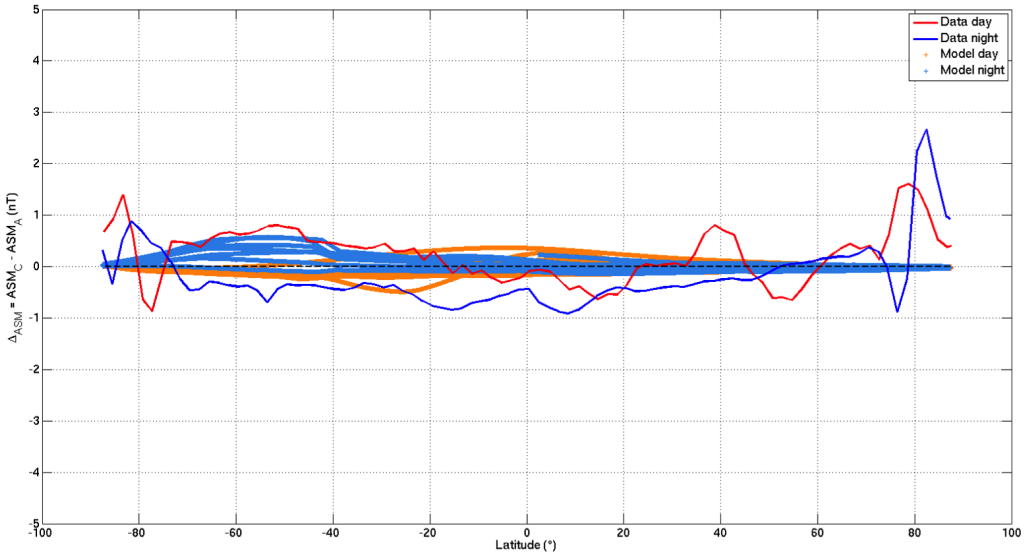


FIGURE 2.29 – Comparaison entre le modèle thermo-électrique et l'anomalie 62°C

2.7.4 Robustesse du modèle thermo-électrique

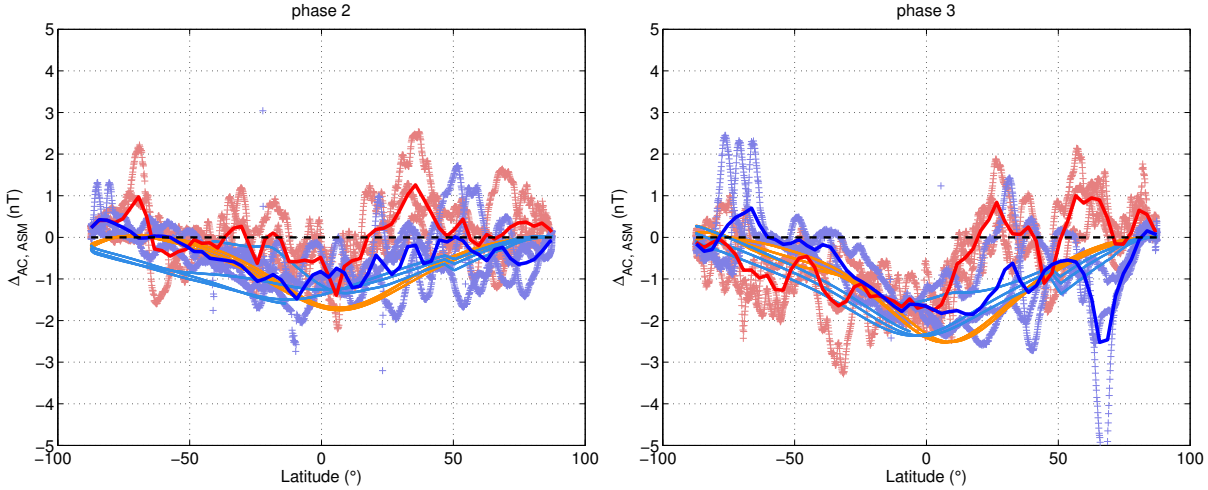
Il nous reste maintenant à regarder ce que prédiraient les modèles de correction optimisés sur 62°A et 62°C dans le cas de la manœuvre complexe ±90°AC. Nous avons choisi un facteur d'échelle pour CHARLIE qui est égal à 50% de celui de ALPHA. Ces résultats sont résumés pour les six phases intéressantes de la manœuvre figure 2.30. Nous remarquons que notre modèle parvient à capturer la dynamique pour chacune des phases avec une remarquable efficacité pour la phase 7 (phase pendant laquelle les satellites avaient chacun un lacet de 90°). Par ailleurs, nous ne devons pas oublier que le support temporel de chacune de ces phases est de seulement cinq heures, soit uniquement trois orbites consécutives. La figure 2.31 représente au final les résidus observés après correction par nos modèles. Nous estimons au final que nous pouvons valider la pertinence de notre modèle thermo-électrique.

2.7.5 Estimation de l'effet thermo-électrique lors du vol nominal

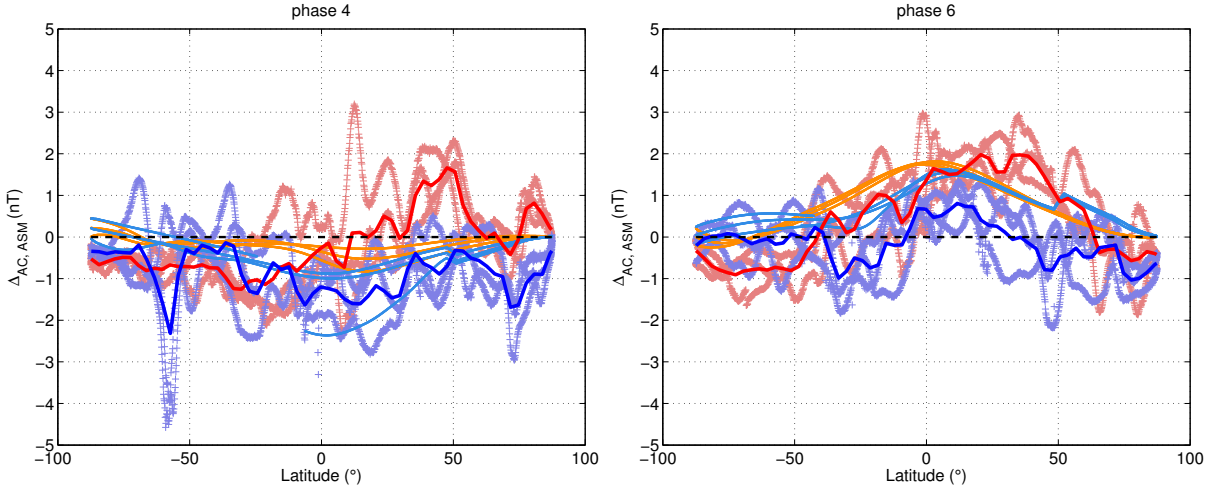
Maintenant que nous avons caractérisé le modèle thermo-électrique sur les vols à 62° et que nous l'avons validé avec la manœuvre ±90AC, il nous reste à estimer son impact lors du vol nominal. La figure 2.32 illustre pour l'année 2016 et pour le satellite B l'histogramme de la perturbation thermo-électrique. L'amplitude varie entre -5 nT et +3 nT, ce qui n'est pas négligeable. Rappelons toutefois que cet effet est beaucoup plus faible sur les satellites A et C.

Nous avons vu que cet effet était porté par l'axe transverse $\mathbf{e_y}$ de l'instrument ASM, il nous reste finalement à calculer sa projection sur la direction du champ principal afin de déterminer la signature attendue sur le scalaire. Cela est présenté figure 2.33 en fonction de l'heure locale (en haut) et en histogramme (en bas). La signature scalaire de l'anomalie présente ainsi sur l'année étudiée un écart-type de 0.2 nT : comme attendu, la signature sur le scalaire est assez faible en vol nominal.

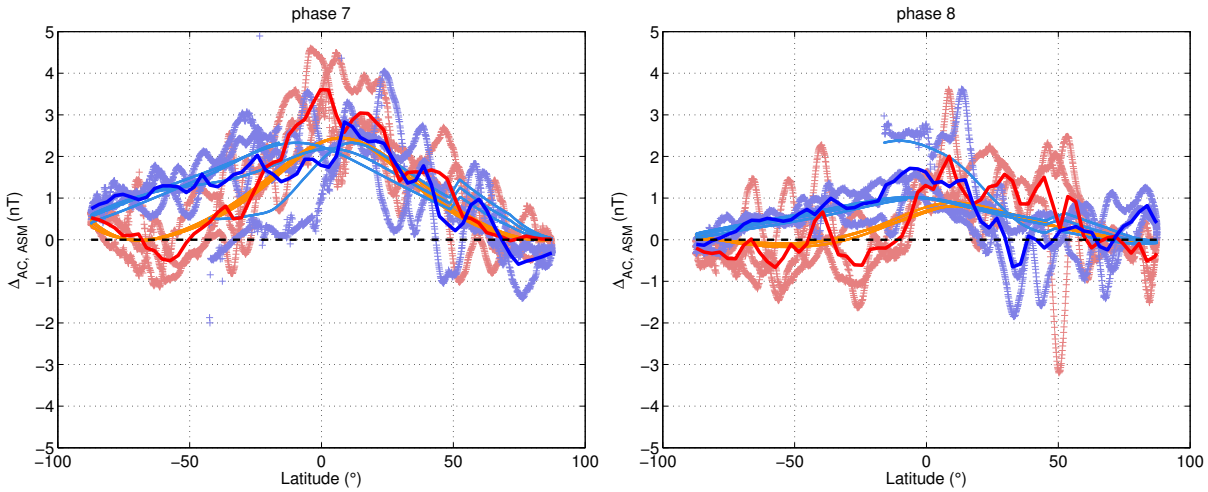
La figure 2.34 présente finalement un exemple de distribution géographique de l'anomalie scalaire dans le cas du vol nominal du satellite B, orbite montante et avec une heure locale voisine de 12h. Du fait de la morphologie du champ, l'impact sur le scalaire fait apparaître une certaine dépendance avec la localisation qui dérive naturellement des cartes de déclinaison du champ magnétique.



(a) Phase 2 (b) Phase 3

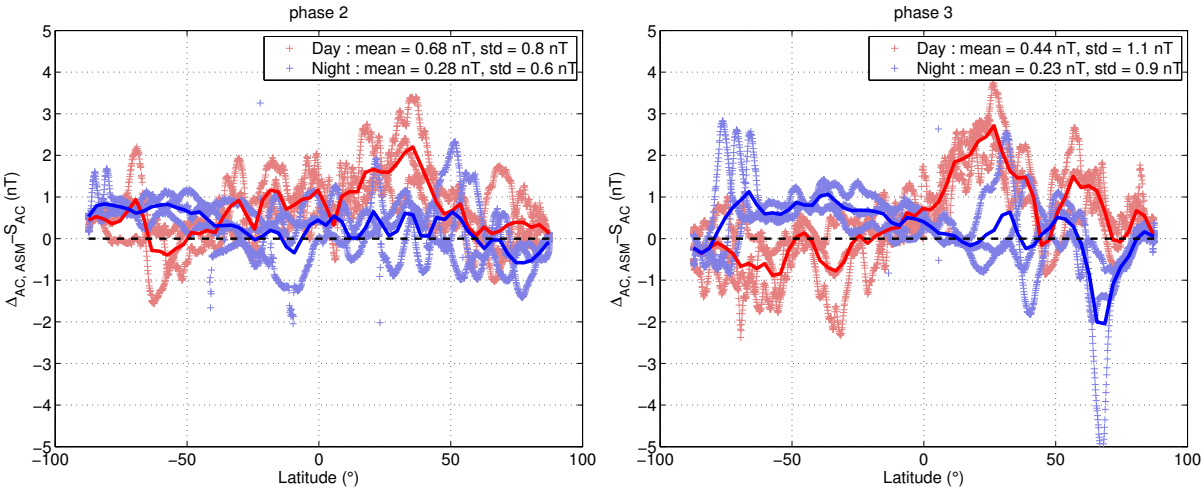


(c) Phase 4 (d) Phase 6



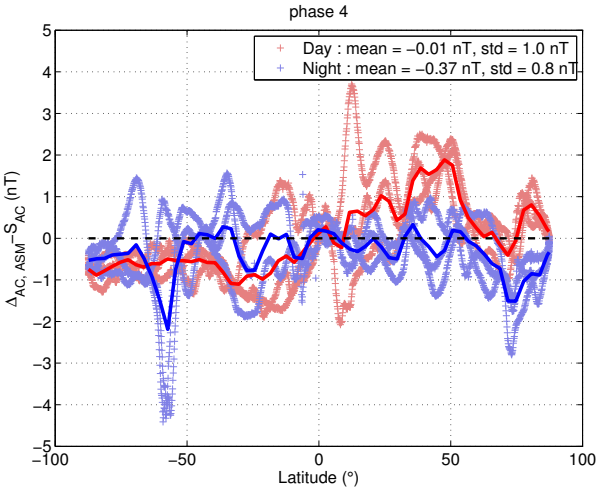
(e) Phase 7 (f) Phase 8

FIGURE 2.30 – Comparaison entre anomalies observées et anomalies prédites par le modèle lors de la série de manœuvres ±90°AC

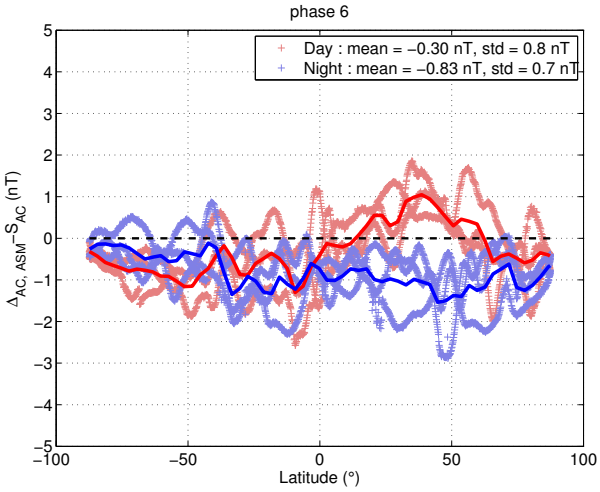


(a) Phase 2

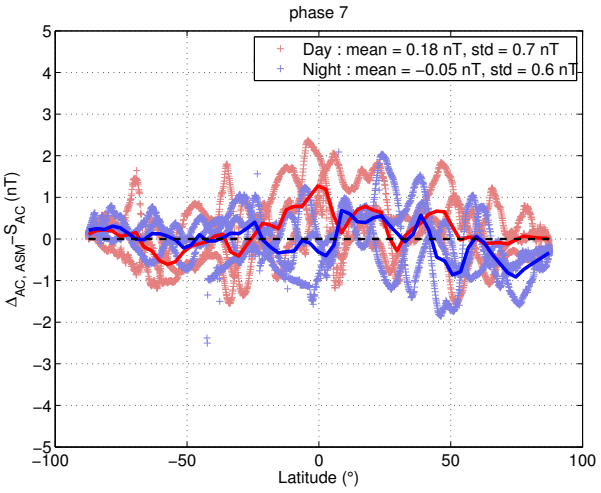
(b) Phase 3



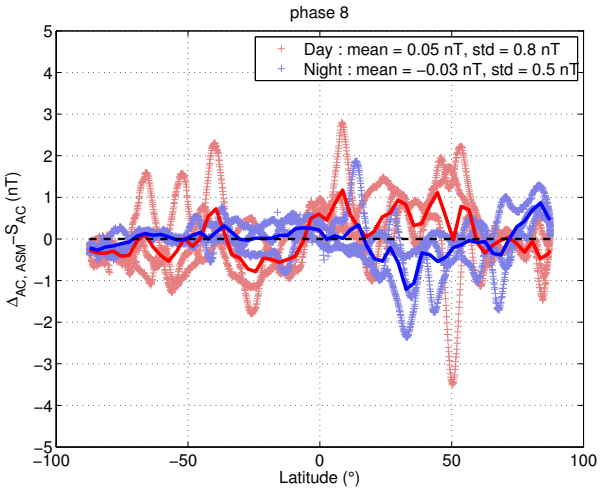
(c) Phase 4



(d) Phase 6



(e) Phase 7



(f) Phase 8

FIGURE 2.31 – Correction des anomalies observées lors de la série de manœuvres ±90°AC

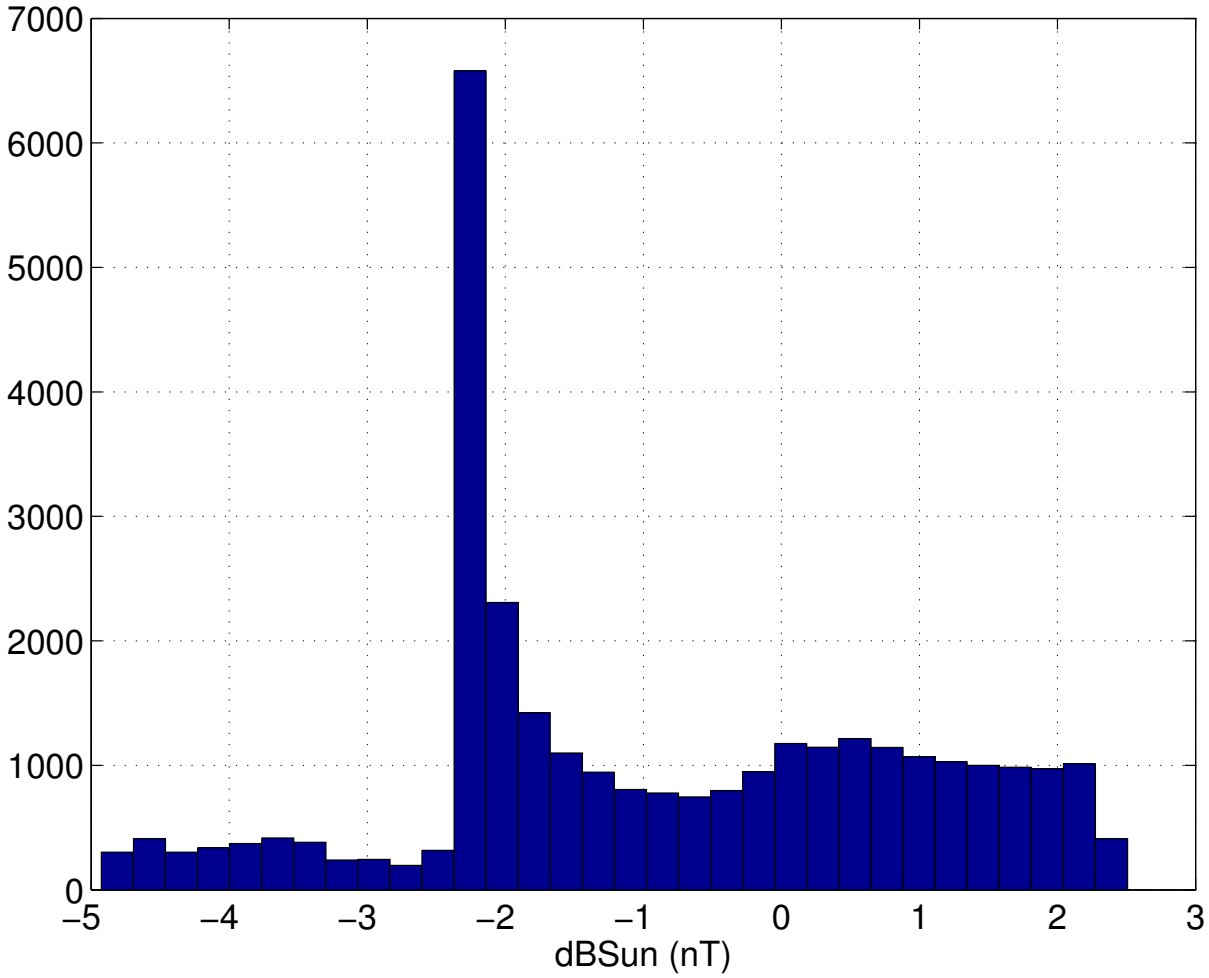
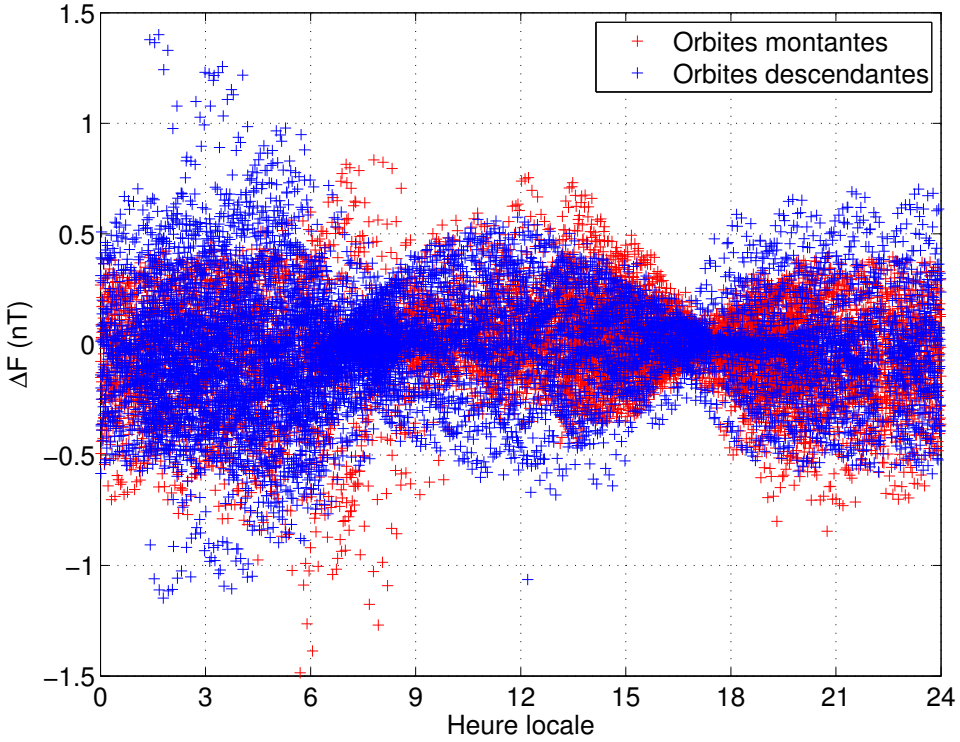
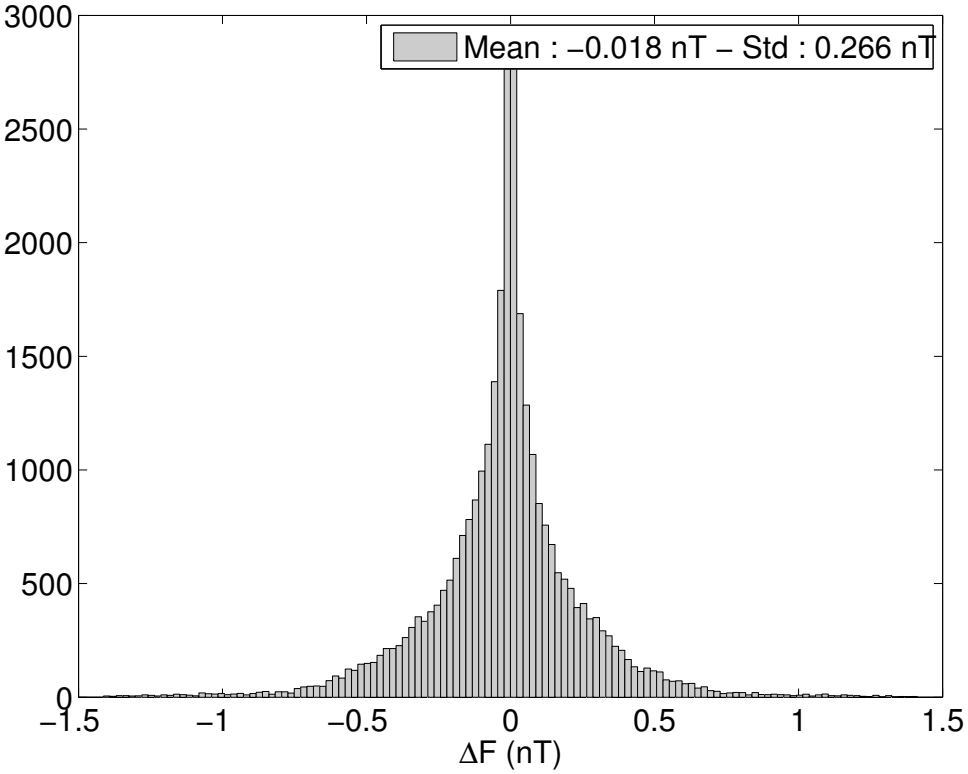


FIGURE 2.32 – Histogramme de la perturbation thermo-électrique du satellite B sur l'année 2016



(a) En fonction de l'heure locale



(b) En histogramme

FIGURE 2.33 – Synthèse de la perturbation thermo-électrique scalaire du satellite B sur l'année 2016

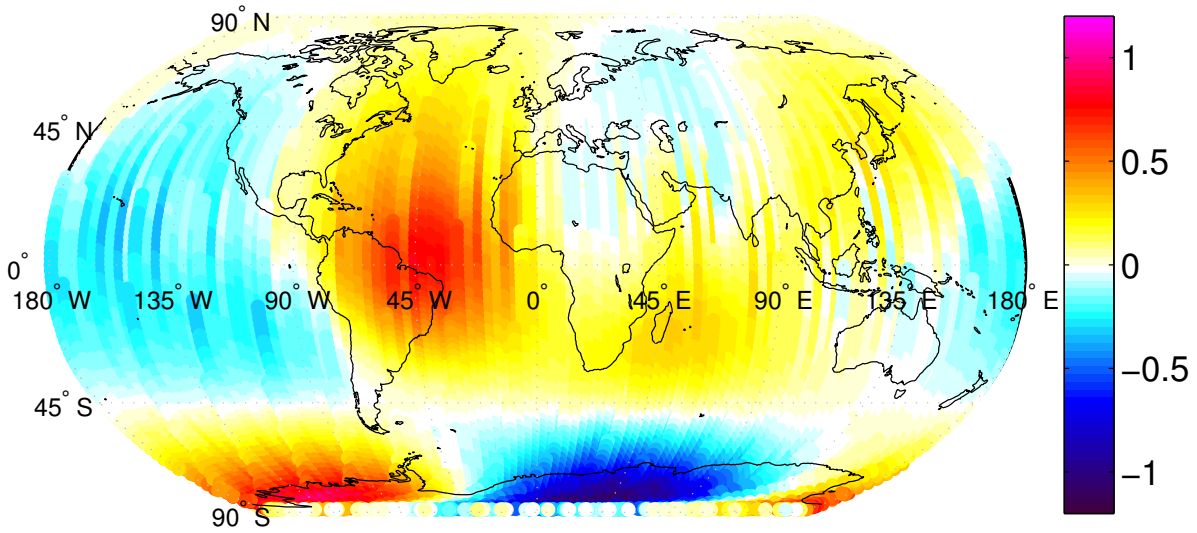


FIGURE 2.34 – Morphologie de la perturbation thermo-électrique scalaire du satellite B (en nT)

2.8 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la qualité des données scalaires de l'ASM. Dans le cas du vol nominal, nous avons ainsi montré que des satellites évoluant côte à côte observaient des signaux comparables, et sans aucun biais relatif.

La phase de commissioning a aussi permis d'étudier un certain nombre de manœuvres pendant lesquelles les satellites ont évolué avec un angle de lacet non nul. Ces manœuvres ont fait apparaître des anomalies entre les mesures des ASM.

Nous avons caractérisé la signature de ces anomalies et nous avons montré que nous pouvions tout à fait les expliquer par un modèle thermo-électrique convenablement dimensionné. Nous avons montré que ce modèle, optimisé sur les manœuvres à 62°, donnait de bonnes prédictions sur la manœuvre ±90AC.

Une des conclusions importantes de ce chapitre est que malheureusement cette anomalie thermo-électrique est bien présente dans le cas du vol nominal. Néanmoins, nous avons vu que sa projection sur le champ principal donnait un effet minime avec un écart-type de l'ordre de 0.2 nT. La mesure scalaire effectuée par les instruments ASM est donc globalement très peu affectée, ce qui est une bonne nouvelle pour l'exploitation scientifique des données. Par contre, il importe de souligner le fait que la perturbation identifiée va significativement affecter d'une part la calibration de l'instrument VFM, et d'autre part les mesures expérimentales ASMV. Ceci est un problème nettement plus significatif.

Pour ce qui concerne la calibration de l'instrument VFM (qui consiste à optimiser les paramètres de calibration du VFM pour minimiser la différence entre le module de la mesure vectorielle du VFM et la mesure scalaire de l'ASM), la non-prise en compte de cette perturbation va en effet se traduire par le fait que les données calibrées VFM absorberont de manière erronée la perturbation *vectorielle* qui affecte l'instrument ASM. Or celle-ci peut atteindre jusqu'à 5 nT, comme on l'a vu. Comme nous avons également vu que l'instrument VFM est en outre indépendamment affecté par un effet dBsun semblable, des efforts importants doivent être déployés pour tenir compte de tous ces effets. Ces efforts ont été initiés par le DTU avec qui nous collaborons étroitement. Un premier modèle de correction a ainsi déjà été mis en œuvre, et les données VFM calibrées fournies par la mission font déjà l'objet d'une calibration/correction avancée. Mais cette correction ne tient pas compte de la nécessité d'en attribuer une partie à l'instrument ASM. Ceci n'est pas satisfaisant et notre collaboration se poursuit donc activement.

Il est important de souligner que pour l'ensemble des travaux que nous présentons dans la suite de cette thèse, aucune correction liée à cet effet n'a encore été apportée aux données ASM (ni aux données scalaires, ni aux données vectorielles expérimentales). Par ailleurs, les données nominales VFM que nous utiliserons pour nos comparaisons sont celles actuellement disponibles et qui sont corrigées de l'effet dBSun, en supposant que toutes les perturbations ne concernent que l'instrument VFM. Il est toutefois intéressant de noter que malgré cette prise en compte imparfaite des perturbations affectant les données nominales du VFM d'une part (corrections apportées mais en partie erronnées) et les données ASM d'autre part (corrections pour l'instant ignorées et attribuées de manière erronée à l'instrument VFM), les résultats que nous décrivons par la suite (notamment au chapitre 4) n'en semblent pas affectés de manière importante. Ceci laisse penser que la contribution des perturbations encore mal prises en compte (essentiellement sur la composante Y) est pour l'essentiel rejetée par les modèles de champ construits à partir de ces données. Des tests préliminaires que nous avons menés (encore trop préliminaires pour être rapportés dans le cadre de cette thèse) semblent en effet confirmer cette hypothèse.

Chapitre 3

Commissioning des données vectorielles ASMV

Dans ce chapitre, nous présentons nos travaux concernant la validation du mode vectoriel de l'ASM. Ce mode expérimental n'a jamais été testé en environnement spatial. Conjointement avec le CEA/LETI nous avons développé une chaîne de traitement permettant de produire de façon automatique les données vectorielles de l'ASM. Ces données sont donc directement comparables à celles produites de façon nominale et qui dérivent, comme nous l'avons déjà dit, des données vectorielles VFM calibrées par la mesure scalaire de l'ASM.

Nous avons vu au premier chapitre la façon dont ces données sont produites (voir section 1.4.4 page 51). En particulier, nous avons vu que la mesure vectorielle ASMV était obtenue en superposant au champ magnétique ambiant trois champs sinusoïdaux orthogonaux aux fréquences de $f_1 = 7.93$ Hz, $f_2 = 10.99$ Hz et $f_3 = 12.97$ Hz. Nous avons montré qu'une analyse du spectre du signal scalaire temporel permettait de remonter aux informations d'amplitude et de direction du champ.

Ce mode de fonctionnement présuppose que l'environnement magnétique est relativement *calme* au voisinage des trois fréquences d'excitation. Pour nous en assurer, nous commençons par vérifier le *spectre* du plus rapide signal magnétique dont nous disposons : le mode BURST de l'ASM, échantillonné à 250 Hz. Une première étape, indispensable, consistera à valider ce mode. Nous nous apercevrons alors qu'il est susceptible d'être affecté par certaines perturbations que nous caractériserons. Nous utiliserons ensuite ces données pour établir un spectre haute-fréquence du champ magnétique.

Le mode BURST de l'ASM ne pouvant pas être activé en même temps que le mode vectoriel, nous ne pourrons cependant pas faire de validation plus poussée. Nous nous rabattrons alors sur les données magnétiques VFM échantillonées à 50 Hz afin de voir s'il existe une corrélation entre un environnement bruité et un signal vectoriel dégradé sur l'ASM. Nous montrerons alors qu'en effet certains signaux géophysiques sont susceptibles de perturber la mesure vectorielle ASMV.

Pour terminer, en comparant les données vectorielles ASM et VFM, nous testerons la rigidité du bras du satellite via un *alignement* entre les deux jeux de données. Nous définirons alors une amplitude maximale d'oscillation mécanique que nous sommes susceptibles de rencontrer en orbite.

Les données ASMV ayant servi à notre étude ont été produites grâce à l'outil de calibration du CEA/LETI et sont en version `XPf1B`, autrement dit en version 6 [1]. Comme

1. Nous ne rentrons volontairement pas dans l'historique des précédentes versions logicielles (qui pro-

nous le verrons au chapitre 4, nous avons contribué à mettre en évidence un besoin de calibration plus fine de ces données, conduisant à la production d'un nouveau jeu de données ASMV recalibrées. Les résultats présentés ici se basent sur l'*ancienne* calibration ; néanmoins nous avons vérifié que le choix de la calibration n'impactait aucunement les conclusions que nous dégageons.

3.1 Bruit magnétique ambiant mesuré par le mode BURST

L'instrument ASM peut fournir des mesures scalaires haute-fréquence à 250 Hz. Lors des premiers mois de la mission, un certain nombre de sessions BURST ont ainsi été effectuées afin de vérifier le bon fonctionnement de l'instrument. Notre rôle dans ce processus a été de produire un dataset BURST scientifiquement exploitable à partir des données brutes reçues des satellites et d'identifier d'éventuels artefacts de mesure. Ce travail a été réalisé conjointement avec l'équipe du CEA/LETI en charge de l'instrument ASM et a conduit à la publication de deux articles (voir [Léger et al., 2015] et [Fratter et al., 2016]).

Les différentes périodes de BURST sont résumées dans la table 3.1 ci-dessous.

Nous nous concentrons ici sur la période 4, c'est-à-dire la journée du 19 janvier 2014 pour les trois satellites ALPHA, BRAVO et CHARLIE. Nous ne détaillons pas la façon de construire ces données à partir des données brutes reçues du satellite mais nous renvoyons le lecteur à l'annexe B, page 213. Retenons seulement que la mesure de l'intensité du champ magnétique est codée par un entier de 32 bits à chaque seconde UTC et que l'instrument enregistre les 249 incréments suivants sur des entiers de 16 bits.

Nous admettons désormais que nous disposons d'une mesure scalaire à 250 Hz correctement datée et géolocalisée. Nous allons maintenant étudier finement ce signal afin de mettre en évidence d'éventuels signaux parasites.

3.1.1 Identification des perturbations affectant les données en mode BURST

Perturbation liée au moteur piézo-électrique

Nous allons ici montrer que le signal BURST, noté F, est parsemé d'*outliers* et que la majorité de ces outliers est due à l'activation du moteur piézo-électrique. Ainsi que nous l'avons vu dans le chapitre 1 (section 1.4.3, page 49), le moteur piézo-électrique de l'ASM permet d'asservir la polarisation et le champ RF en fonction de l'orientation du champ.

Commençons par regarder la dérivée temporelle F' de la mesure BURST. Ce signal est tracé figure 3.1a en fonction de l'heure UTC pour le satellite ALPHA. Nous voyons clairement apparaître deux populations de points : la première, en-deçà de 200 nT/s en valeur absolue, représente la variation naturelle liée au déplacement du satellite dans le champ géomagnétique ; la seconde, au-delà de 200 nT/s en valeur absolue, est due à des outliers. Ces deux populations ressortent clairement si on représente la densité de points normalisés de cette dérivée temporelle, ainsi que l'illustre la figure 3.1b.

viennent soit d'un modification de la chaîne de calibration du CEA/LETI soit d'une évolution de nos propres algorithmes) car d'une part cela sort du cadre du présent manuscrit et d'autre part ces évolutions n'ont que peu d'impact sur les résultats présentés ici. Le lecteur peut se référer aux documents [Vigneron et al., 2014], [Vigneron et al., 2015a], [Vigneron et al., 2016a] et [Vigneron et al., 2016b] pour de plus amples informations sur ces algorithmes de production et sur la façon dont ceux-ci ont évolué.

BURST	SAT-A		SAT-B		SAT-C	
	Start	Stop	Start	Stop	Start	Stop
1	26-11-2013 22h35	27-11-2013 03h04	27-11-2013 15h04	27-11-2013 19h31	27-11-2013 06h33	27-11-2013 10h02
2	10-12-2013 21h50	11-12-2013 02h20	11-12-2013 15h10	11-12-2013 19h40	-	-
3	07-01-2014 11h31	08-01-2014 15h00	07-01-2014 13h45	08-01-2014 15h00	07-01-2014 13h45	08-01-2014 15h00
4	19-01-2014 00h00	19-01-2014 23h59	19-01-2014 00h00	19-01-2014 23h59	19-01-2014 00h00	19-01-2014 23h59
5	-	-	28-01-2014 00h00	28-01-2014 23h59	28-01-2014 00h00	28-01-2014 23h59
6	08-02-2014 00h00	10-02-2014 00h00	08-02-2014 00h00	10-02-2014 00h00	08-02-2014 00h00	10-02-2014 00h00
7	22-02-2014 00h00	24-02-2014 00h00	22-02-2014 00h00	24-02-2014 00h00	22-02-2014 00h00	24-02-2014 00h00
8	24-07-2018 14h44	26-07-2018 07h00	-	-	-	-
9	-	-	21-01-2019 07h36	28-01-2019 06h53	-	-
10	13-05-2019 12h39	20-05-2019 12h37	-	-	-	-
11	10-06-2019 23h51	12-06-2019 00h09	-	-	-	-
12	11-08-2019 23h51	19-08-2019 00h10	-	-	-	-
13	22-09-2019 23h50	30-09-2019 00h09	-	-	-	-

TABLE 3.1 – Périodes de BURST

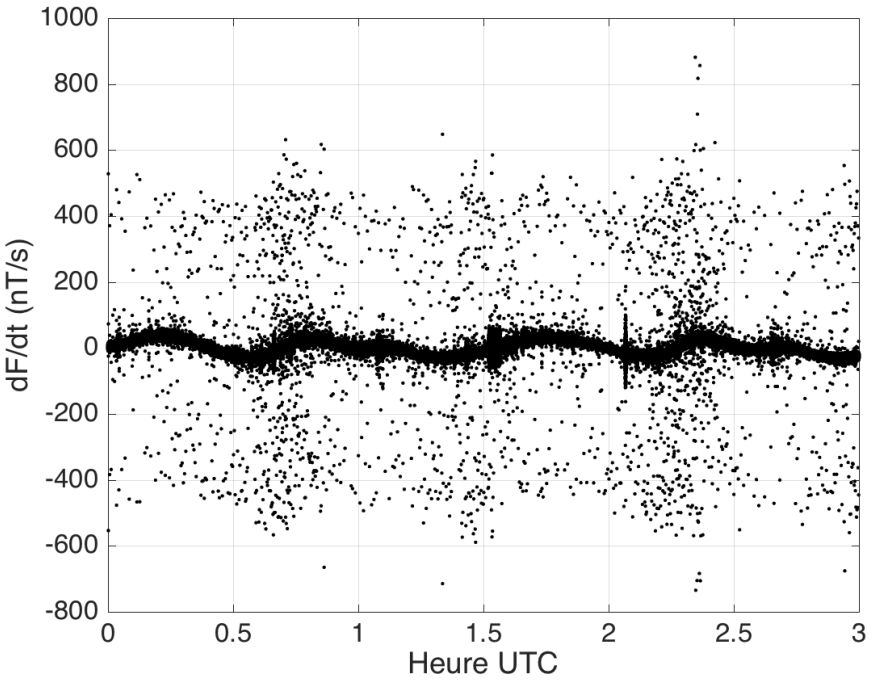
Afin de s'affranchir des tendances à basse fréquence de la première population, nous filtrons le signal F' avec un double filtre Butterworth passe-haut d'ordre 2 et de fréquence de coupure 2.5 Hz. En notant $\mathcal{H}$ ce filtre, le résultat $\widetilde{F'}$ s'écrit donc $\widetilde{F'} = \mathcal{H} \cdot F'$ et est représenté figure 3.3. On notera que ce filtrage va reserrer le pic central de la figure 3.1b et éliminer des variations caractérisées par des dérivées de l'ordre de quelques dizaines de nT/s au maximum. Nous serons ainsi en mesure de faire ressortir plus clairement les variations extrémement fortes, variations susceptibles de témoigner de la présence de signaux anormaux. Ceci est illustré figure 3.2b où sont comparées les densités de point normalisées avant et après application du filtrage.

Nous définissons alors les outliers comme les événements dont la dérivée temporelle filtrée dépasse un certain seuil β. L'étude de la figure 3.1b nous permet de fixer ce seuil à $\beta = 200$ nT/s pour le satellite ALPHA (grossièrement 20σ). Un temps t_{out} correspond donc à un outlier si et seulement si :

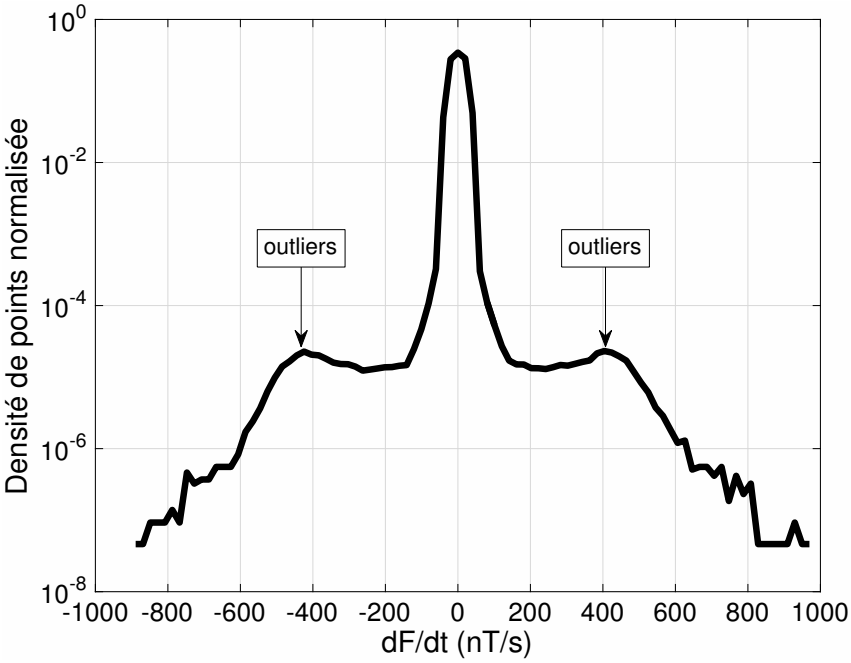
$$\left|\widetilde{F'}(t)\right|_{t=t_{out}} > \beta \tag{3.1}$$

Nous associons ensuite tous les outliers ainsi identifiés qui sont consécutifs sur 3 points afin de ne pas comptabiliser plusieurs fois la même perturbation.

De cette manière, nous comptabilisons un total de 5 986 outliers pour le satellite ALPHA et pour la journée du 19 janvier 2014. Un exemple d'outlier est donné Figure 3.3 ci-dessous. L'immense majorité des outliers détectés a cette forme caractéristique.

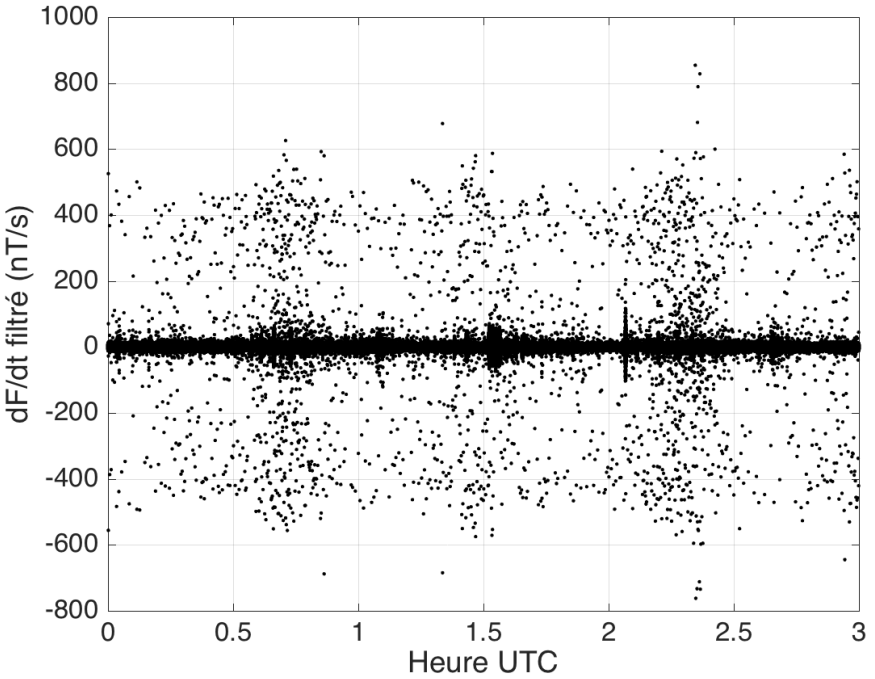


(a) Dérivée temporelle de F. La dérivée est tracée en fonction du temps pour les trois premières heures UTC de la journée. Les outliers se dégagent nettement.

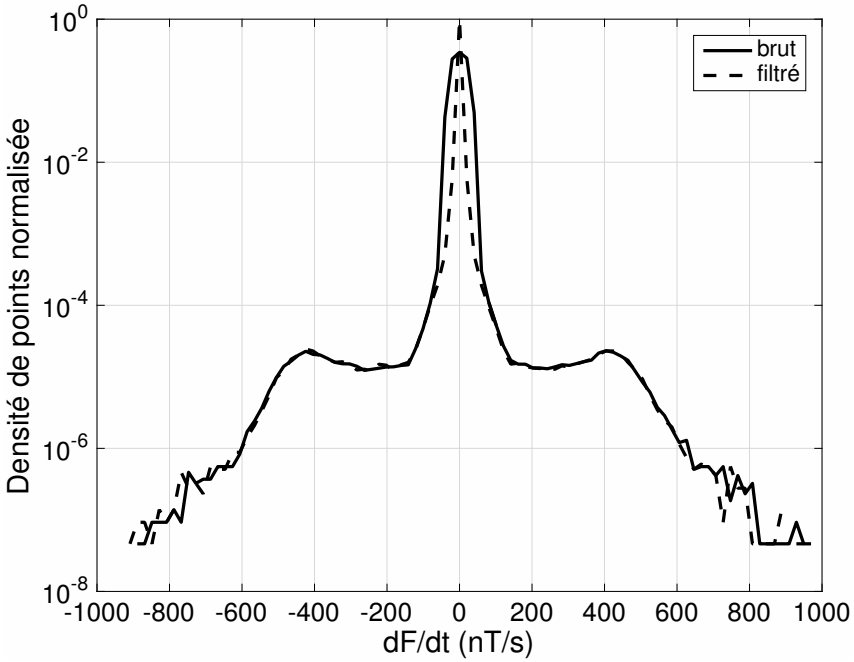


(b) Densité de points normalisée de la dérivée temporelle de F, établie sur l'ensemble de la journée. Les outliers sont indiqués par deux flèches.

FIGURE 3.1 – Dérivée temporelle du signal BURST, estimée sur la journée du 19 janvier 2014 pour le satellite ALPHA



(a) Dérivée temporelle de F filtrée. La dérivée est tracée en fonction du temps pour les trois premières heures UTC de la journée.



(b) Densité de points normalisée de la dérivée temporelle de F avant et après application du filtrage, établie sur l'ensemble de la journée.

FIGURE 3.2 – Dérivée temporelle filtrée du signal BURST pour ne conserver que les fréquences au-dessus de 2.5 Hz, estimée sur la journée du 19 janvier 2014 pour le satellite ALPHA

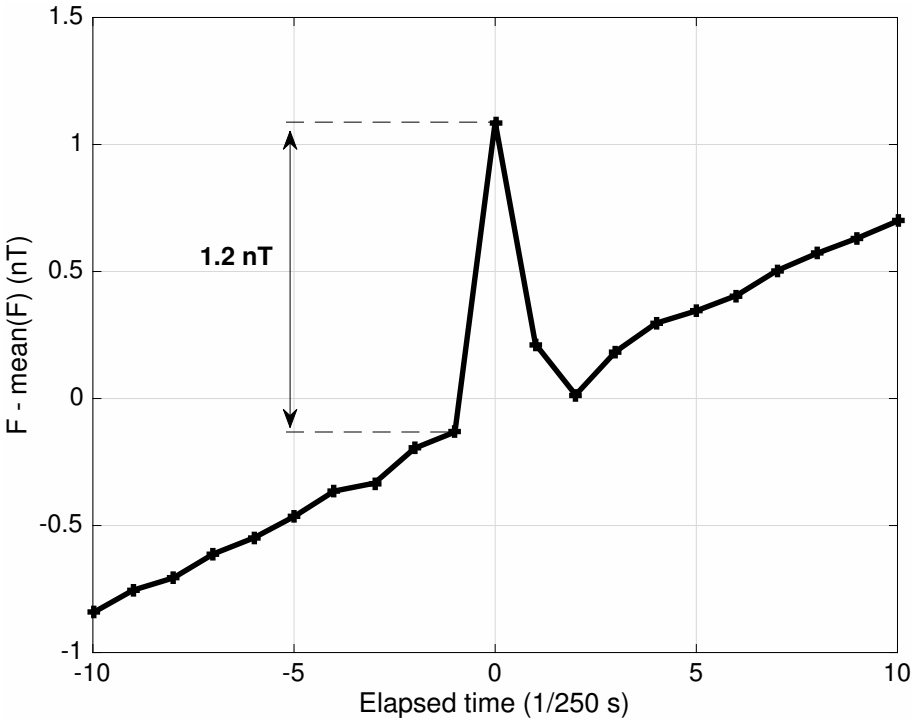


FIGURE 3.3 – Exemple d'un outlier. Le signal BURST est tracé en fonction du temps sur une vingtaine de points autour de l'outlier, qui est survenu dans le signal BURST du satellite ALPHA lors de la seconde UTC 00h53m07s. Par commodité d'affichage, la valeur moyenne du signal sur cet intervalle a été retranchée.

Pour chacun de ces outliers, nous avons associé une distance temporelle le séparant de la plus proche activation du moteur piézo-électrique. Le résultat est tracé figure 3.4 pour ALPHA. On voit que l'essentiel des outliers (99.6%) surviennent moins de 3 secondes après chaque activation du moteur. Réciproquement, 76.3% des activations du moteur sont suivies d'au-moins un outlier dans les 3 secondes qui suivent.

En étudiant les données des satellites BRAVO et CHARLIE, nous remarquons que nous pouvons utiliser le même paramètre de sélection β pour BRAVO mais qu'il faut baisser ce seuil à 120 nT/s pour CHARLIE. Ceci conduit à l'identification de 4 401 outliers pour BRAVO et 4 997 pour CHARLIE. Pour BRAVO (respectivement CHARLIE), 99.5% des outliers surviennent moins de 3 secondes après une activation du moteur piezo (respectivement 79.9%). Réciproquement pour BRAVO (respectivement CHARLIE), 87.4% des activations piezo sont suivies d'au-moins un outlier dans les 3 secondes (respectivement 74.9%). Ceci établit sans ambiguité que les outliers détectés sont en fait produits dans les 2 à 3 secondes qui suivent l'activation du moteur. Ils sont dus au fait que l'activation du moteur provoque des fluctuations rapides dans le couplage optique du capteur, produisant des perturbations dans la boucle de contrôle de l'instrument (cf. [Léger et al., 2015]). Ces signaux ne sont pas de vrais signaux magnétiques mais des artefacts qu'il convient donc de ne pas prendre en compte et d'éliminer pour l'analyse scientifique des données BURST.

Cependant, et fort heureusement, ces artefacts n'entraînent aucun signal détectable sur le scalaire 1 Hz, ceci étant dû au filtre passe-bas à 1 Hz qui les supprime naturellement. Par contre, et comme nous le verrons plus loin, ces artefacts vont perturber la mesure vectorielle de l'ASM et des précautions devront donc être prises pour identifier et éliminer les mesures perturbées par l'activation du moteur avant toute exploitation scientifique de

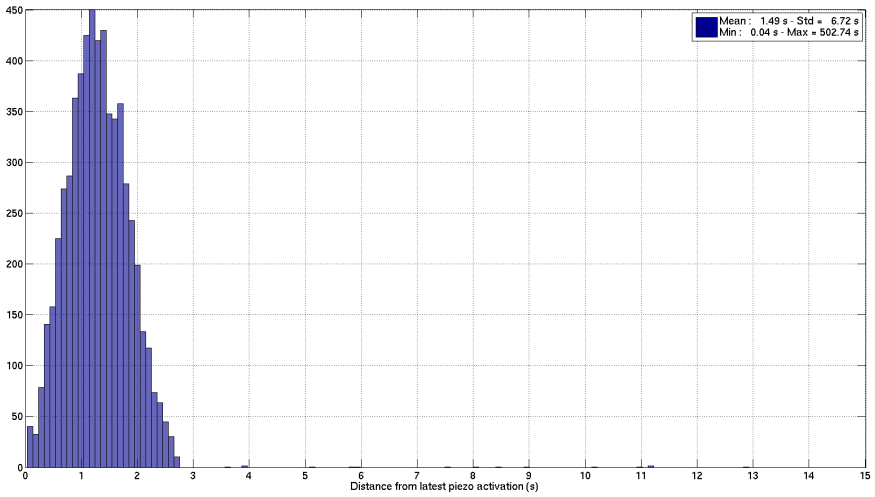


FIGURE 3.4 – Distance des outliers aux activations du moteur piezo

ces données.

Saturation de la mémoire

Les 249 valeurs d'incrément ΔF étant codées sur 2 octets (cf. tables B.1a et B.1b), un phénomène de saturation peut apparaître lorsqu'on dépasse la valeur maximale représentable, c'est-à-dire lorsque :

$$\Delta F > \Delta F_{max} = k_{LSB} \cdot \texttt{0x7FFF} \tag{3.2}$$

Un calcul rapide donne $\Delta F_{max} \approx 4.01$ nT, soit une pente de 1000 nT/s. Ces saturations ne peuvent arriver que lors de l'acquisition des 249 différences ΔF puisque la mesure du scalaire, effectuée à chaque seconde UTC, est codée par un entier de 4 octets.

Si une saturation survient, elle restera jusqu'au prochain codage sur 4 octets de F. Macroscopiquement, on verra donc apparaître une marche. En pratique, ces phénomènes seront causés par un outlier particulièrement fort.

On en déduit plusieurs règles concernant l'apparition de ces marches :

1. la durée d'une marche ne peut pas excéder une seconde,
2. l'amplitude d'une marche sera d'environ 8 nT (en supposant que les ΔF naturels sont négligeables devant l'amplitude de l'outlier),
3. la marche se termine nécessairement sur la seconde UTC.

De cette façon, nous sommes en mesure de détecter une marche sur ALPHA (cf. figure 3.5), 21 marches sur BRAVO et une seule marche sur CHARLIE. La différence du nombre de marches entre ALPHA et BRAVO est curieuse et mérite sans doute des investigations plus poussées.

Nous pouvons facilement corriger ces marches en corrigeant les segments affectés par un *offset* convenablement choisi.

Perturbation liée aux réchauffeurs

Afin de garantir que les instruments fonctionnent dans leur plage nominale de température, des réchauffeurs ou *heaters* peuvent être automatiquement activés. Ces *heaters*

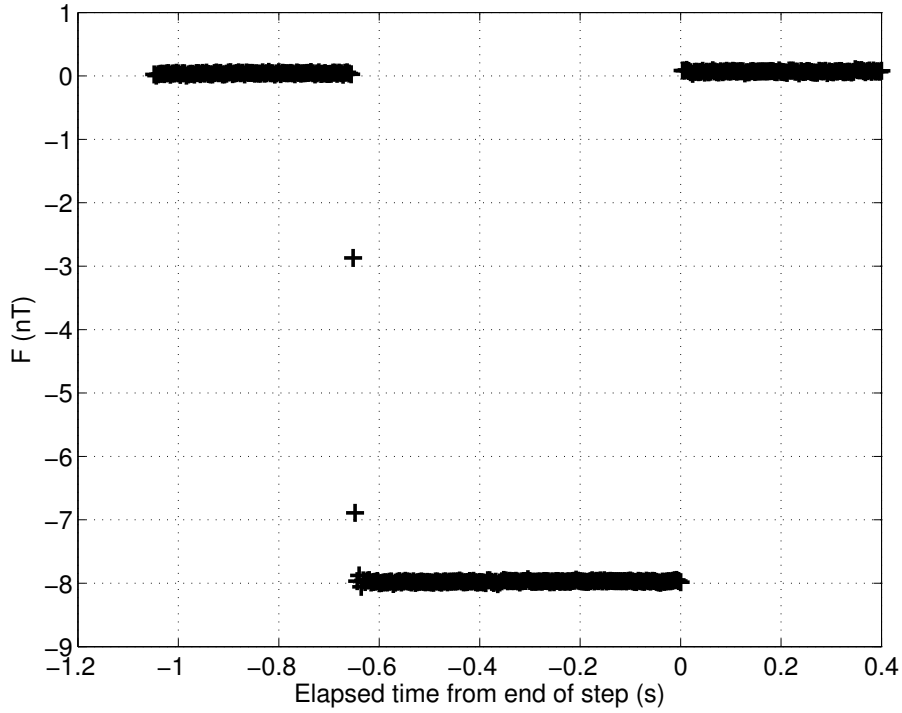


FIGURE 3.5 – Présence d'une marche. Le signal BURST, corrigé par un polynôme de degré 1, est tracé en fonction du temps.

sont pilotés par des signaux carrés à 58 kHz dont les harmoniques peuvent malheureusement interférer avec le signal RF de l'ASM, engendrant ce que nous avons appelé des *trains d'anomalies*. Nous avons détecté ces trains et les avons entièrement caractérisés.

A chaque fois qu'un harmonique de ce signal carré croise la fréquence de Larmor associée au champ ambiant, un train d'anomalies est susceptible d'être observé. Un exemple d'un tel train est donné figure 3.6, ainsi que la localisation géographique du satellite. Les conditions d'observations de ce signal sont décrites par les équations 3.3a (pour la fréquence) et 3.3b (pour l'amplitude magnétique, rappelons qu'une fréquence de résonance de 58 kHz correspond à une intensité magnétique d'environ 2 nT). Notons qu'il faut bien entendu que les *heaters* soient activés à ces moments là. La figure 3.7 résume pour les trois satellites (de haut en bas) si ces heaters sont activés (signal à 1) ou éteints (signal à 0) en fonction du temps et pour la journée du 19 janvier 2014.

$$f_{\text{Larmor}} = (2k+1) \times 58 \text{ kHz} \quad k \in \mathbb{N} \tag{3.3a}$$

$$F = (2k+1) \times 2.071 \text{ nT} \quad k \in \mathbb{N} \tag{3.3b}$$

La figure 3.8 donne une analyse spectrale du train d'anomalies de la figure 3.6. Nous observons en haut le signal Burst filtré par un double filtre de Butterworth passe-haut d'ordre 2 et de fréquence de coupure de 0.1 Hz. Le train d'anomalies est ici constitué de 7 anomalies s'étalant sur 16 secondes et d'amplitude inférieure à 0.1 nT. Sur la figure du bas, nous pouvons observer le contenu spectral de ces anomalies qui correspond à une espèce de sifflement dont la fréquence diminue puis réaugmente. Nous observons ici le battement entre la fréquence de résonance du magnétomètre et l'harmonique voisin.

Pour le satellite ALPHA, 208 502 points sont identifiés comme potentiellement perturbés lors de la journée du 19 janvier 2014, ce qui représente exactement 293 événements

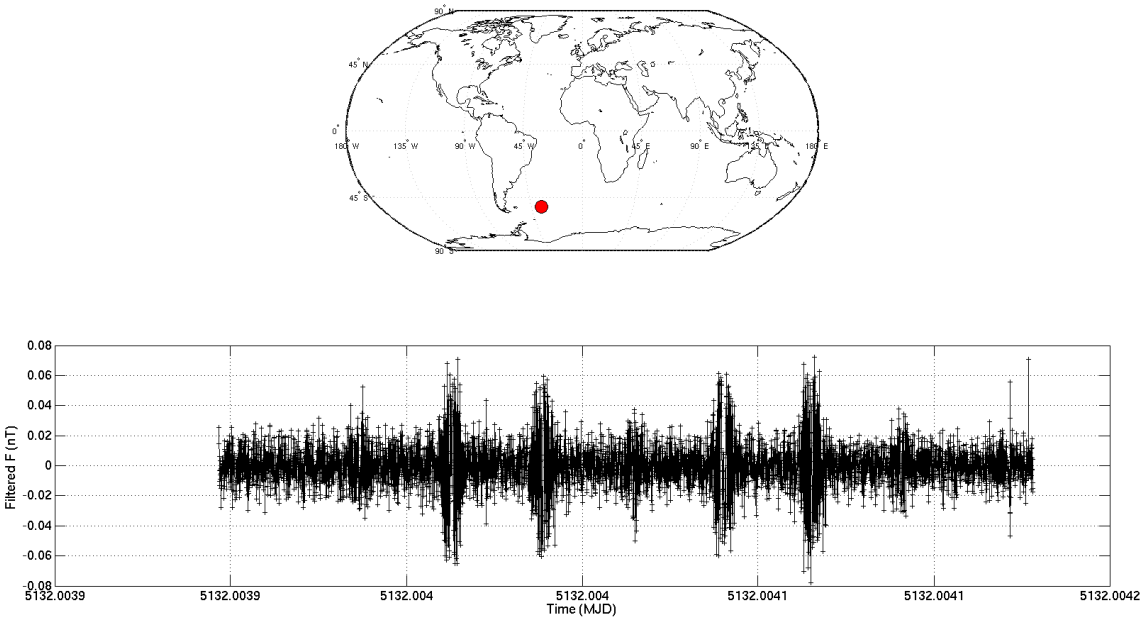


FIGURE 3.6 – Train d'anomalies affectant le signal BURST. La localisation géographique de l'événement est représentée en haut. Le signal BURST, filtré par un coupe-bas, est tracé en fonction du temps en bas.

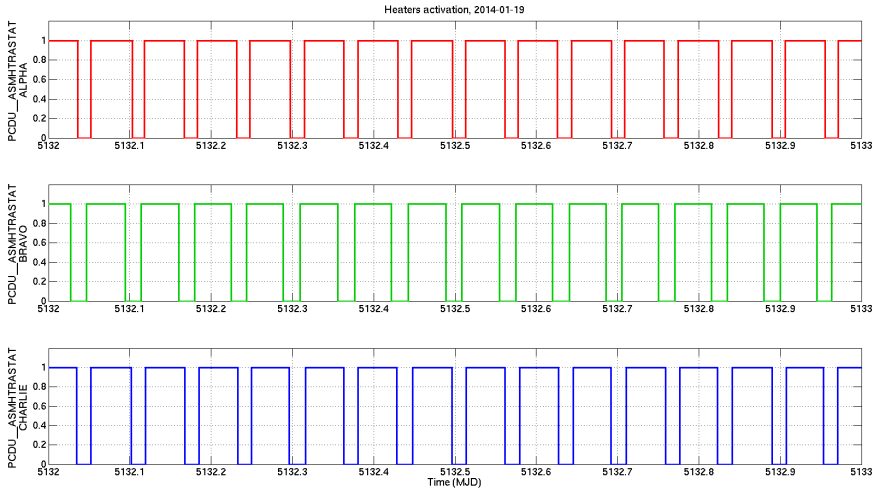


FIGURE 3.7 – Activation des *heaters* pour les satellites ALPHA (en rouge en haut), BRAVO (en vert au milieu) et CHARLIE (en bleu en bas). Une valeur de 1 indique que le réchauffeur est activé.

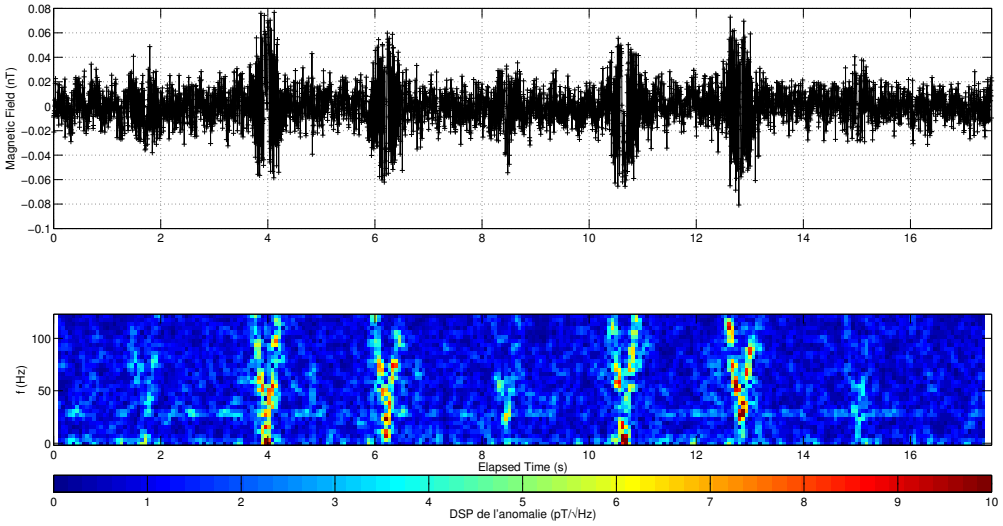


FIGURE 3.8 – Contenu spectral d'un train d'anomalies. Le signal BURST (filtré) est tracé en fonction du temps en haut. Son contenu spectral est tracé en fonction du temps et de la fréquence en bas. On remarque également un signal permanent à 30 Hz qui est lié au fonctionnement interne de l'ASM (voir [Léger et al., 2015])

distincts et moins de 1% des données. Pour le satellite BRAVO (respectivement CHARLIE), nous trouvons exactement 353 (respectivement 273) événements distincts sur cette même journée.

Enfin la figure 3.9 reproduit cette étude pour l'ensemble de la journée du 7 janvier 2014 et pour le satellite ALPHA en représentant sur une carte d'une part l'ensemble des zones où un train d'anomalies est *susceptible* de se produire (ronds verts), c'est-à-dire l'ensemble des points vérifiant l'équation 3.3b alors que les *heaters* sont activés ; et d'autre part l'ensemble des zones où des trains d'anomalies ont effectivement été observés (croix rouge). Nous remarquons que l'apparition des trains d'anomalies coïncide bien avec les conditions définies par l'équation 3.3b mais n'est pas systématique [2]. Ces conditions pourront donc être utilisées pour éliminer les données (BURST ou vectorielles) susceptibles d'être perturbées par ces interférences.

2. l'ordre des harmoniques détermine directement l'amplitude de l'anomalie attendue et donc sa probabilité de détection

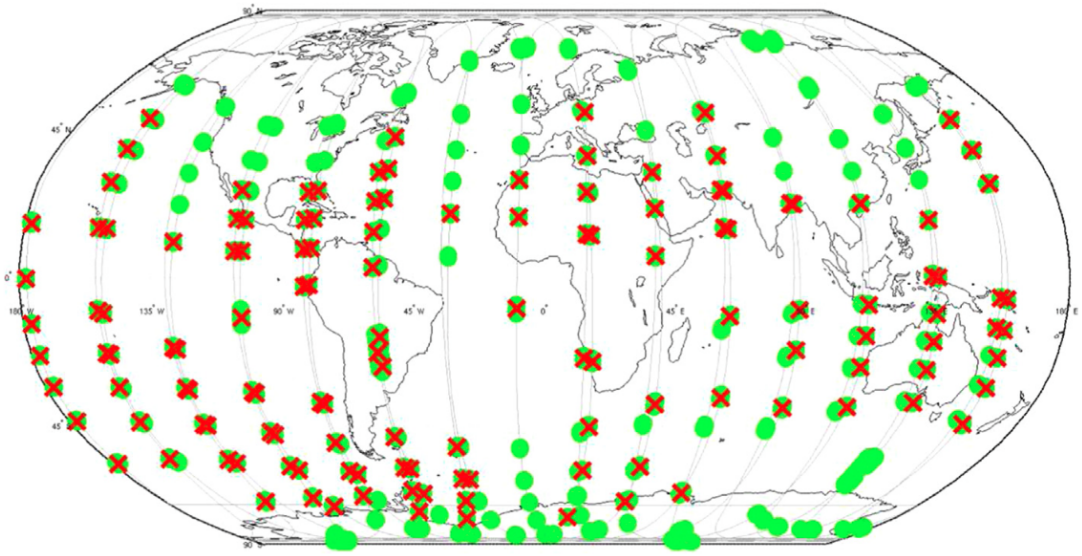


FIGURE 3.9 – Localisation des anomalies. Un rond vert représente une *possibilité* d'observer l'anomalie, une croix rouge représente une anomalie effectivement observée.

3.1.2 Estimation du bruit magnétique ambiant

Nous pouvons maintenant estimer la densité spectrale de puissance en bruit (DSP) du signal BURST établie en calculant la transformée de Fourier du signal sur une fenêtre glissante de 2048 points avec un recouvrement de 75%. Avec 2048 points, chaque transformée de Fourier est estimée sur environ 8 secondes de données ce qui nous donne un pas en fréquence de 0.12 Hz. Cette DSP glissante est représentée figure 3.10a pour les 6 premières heures du signal BURST brut, c'est-à-dire non-corrigé des effets que nous avons identifiés à la section précédente, de la session 4 pour le satellite ALPHA. A basse fréquence ($f < 10$ Hz), on observe la prédominance du champ naturel (l'échelle est volontairement tronquée). On observe également une raie à 30 Hz qui correspond à une perturbation connue liée à un repliement de spectre du signal RF généré par l'ASM. On distingue également d'autres raies à de plus petites fréquences : ce sont les harmoniques de la boucle de contrôle de la fréquence laser D_0. Ces deux effets sont caractérisés dans [Léger et al., 2015]. Nous observons par ailleurs un certains nombre d'outliers qui viennent polluer toute la bande de fréquence.

Si nous choisissons d'écarter les perturbations liées au moteur piezo-électrique en les remplaçant par des interpolations linéaires, nous obtenons alors la DSP figure 3.10b. La majorité des outliers ont disparu et nous retrouvons bien la résolution attendue de l'ASM scalaire, de l'ordre de 1 pT/$\sqrt{\text{Hz}}$. Par ailleurs, en-dehors de ces outliers nous ne remarquons aucun signal systématique susceptible de venir perturber fortement les 3 bandes de fréquences de $f_1 = 7.93$ Hz, $f_2 = 10.99$ Hz et $f_3 = 12.97$ Hz que l'instrument exploite lorsqu'il fonctionne en mode vectoriel, mis-à-part un évenement ponctuel survenant aux alentours de 1h30 du matin et qui ne semble pas lié à une activation du moteur piezo-électrique. Ceci est très rassurant et montre qu'en règle générale, les conditions de bruit magnétique rencontrées par les satellites devraient permettre l'exploitation du mode vectoriel des ASM lorsque ce mode est activé.

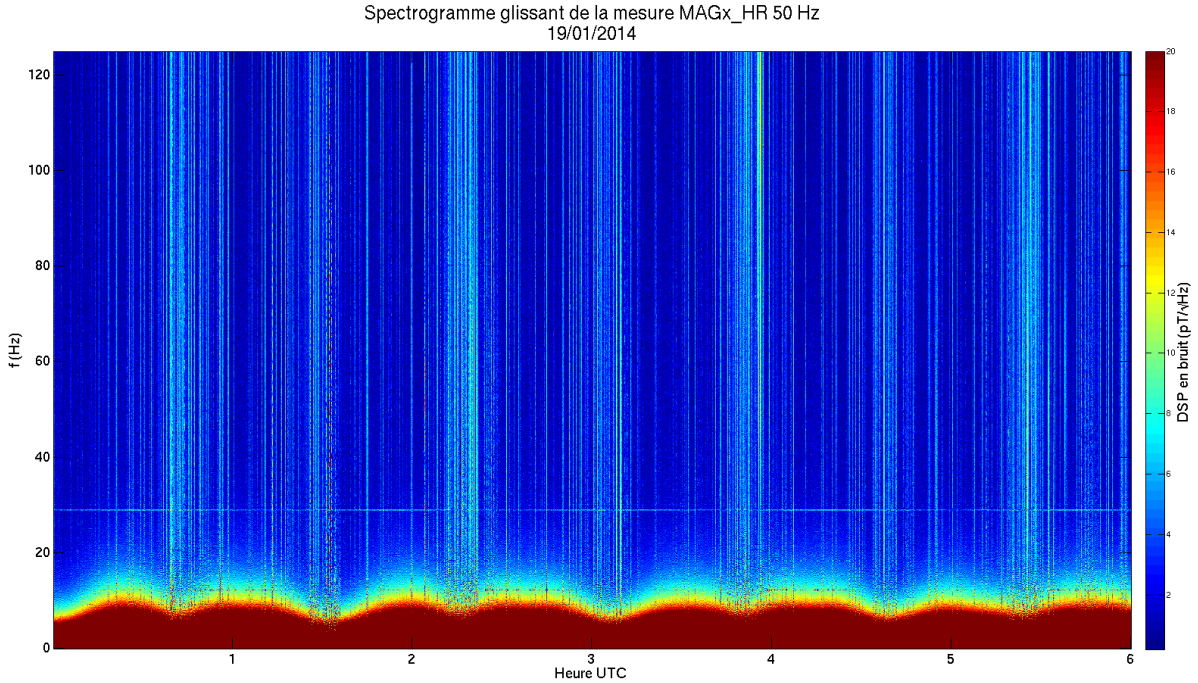
3.1.3 Bilan de l'étude du BURST

L'étude des données BURST nous a permis de mettre en évidence un certains nombre de perturbations :

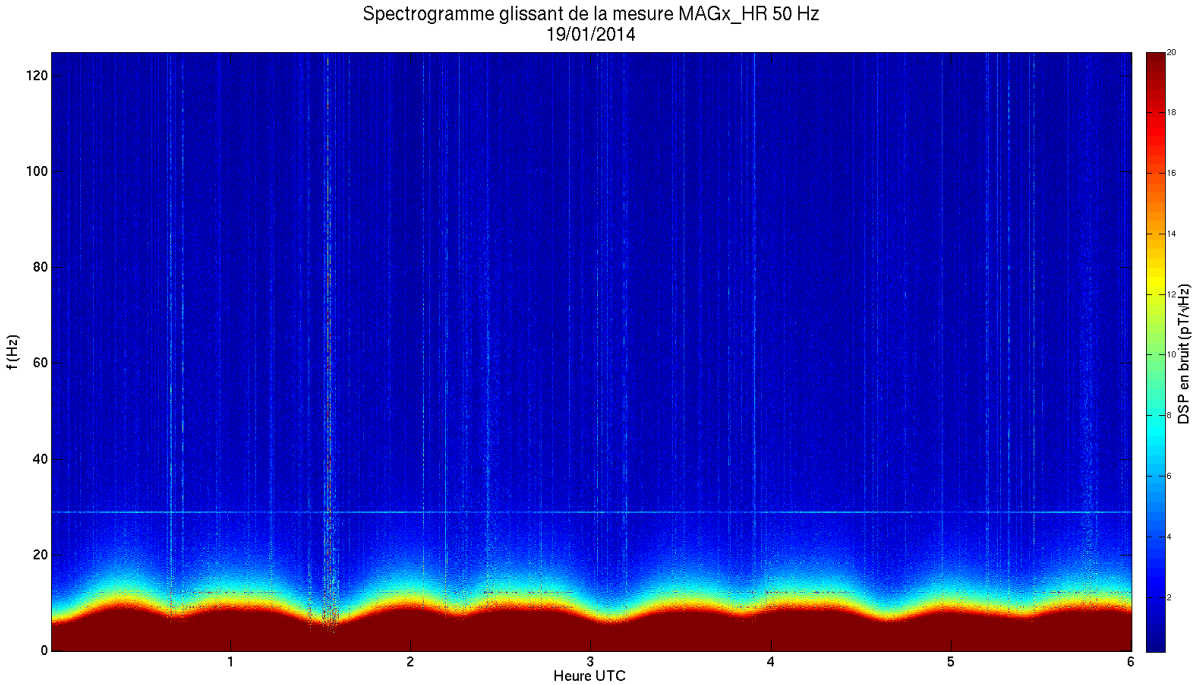
— des outliers liés à l'activation du moteur piezo-électrique,
— des marches lorsque les outliers introduisent des variations trop grandes du signal,
— des trains d'anomalies lorsque les réchauffeurs sont activés.

Nous avons également pu vérifier que chacune de ces perturbations n'avait aucune incidence sur la mesure scalaire à 1 Hz exploitée pour la calibration de l'instrument VFM et la production des données nominales de la mission.

Par contre, comme nous l'avons déjà mentionné au début de ce chapitre, le mode BURST de l'instrument ASM étant exclusif avec son mode vectoriel, il ne nous est pas possible de corréler les perturbations visibles sur le BURST avec d'éventuelles dégradations du signal vectoriel. Nous allons donc passer à l'étude conjointe de la qualité des données vectorielles ASMV et du contenu spectral des données VFM à 50 Hz (produit MAGxHR). Nous accorderons une attention particulière aux conditions générant les artefacts que nous avons constatés sur le mode BURST.



(a) DSP glissante du signal BURST non corrigé



(b) DSP glissante du signal BURST corrigé

FIGURE 3.10 – DSP glissante du signal BURST. L'amplitude de la DSP est tracée en couleur en fonction de l'heure UTC (abscisse) et de la fréquence (ordonnée). Le signal magnétique naturel apparaît à basse fréquence (l'échelle de couleur est volontairement tronquée).

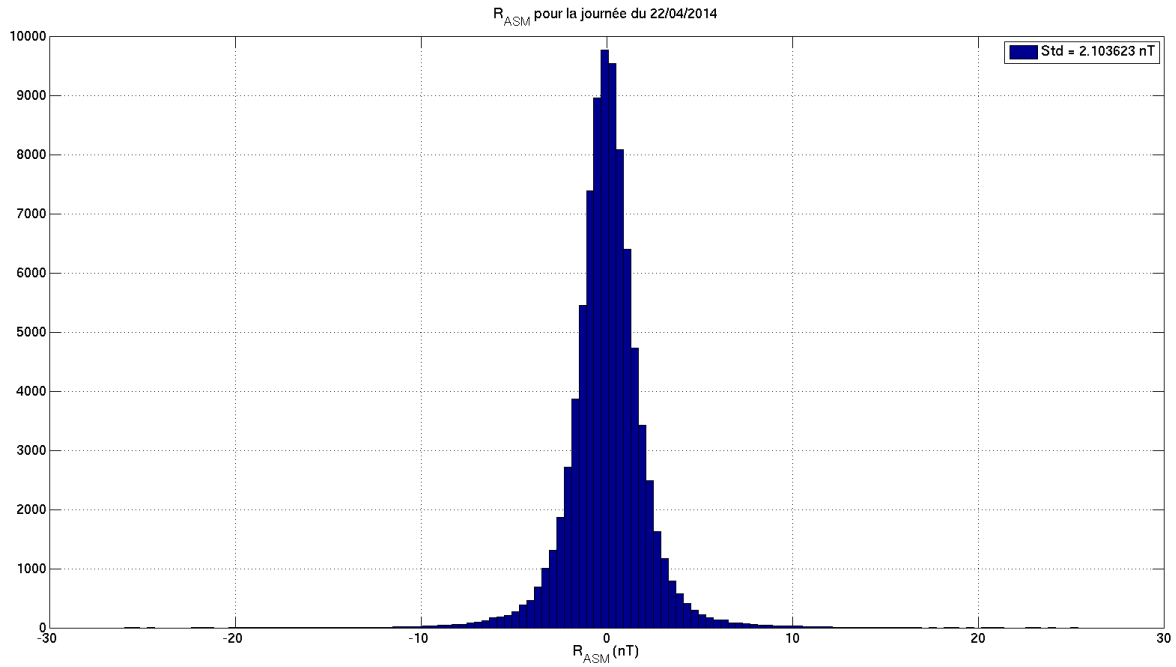


FIGURE 3.11 – Histogramme du résidu scalaire pour la journée du 22 avril 2014 et pour le satellite ALPHA

3.2 Estimation de la qualité des données vectorielles ASMV

3.2.1 Protocole de comparaison

Nous définissons la *qualité* de la mesure vectorielle ASMV comme étant le résidu scalaire entre d'une part le scalaire nominal ASM F_{ASM}, et d'autre part la *norme* du vecteur $\mathbf{B}_{\text{ASMV}}$. Ce résidu s'écrit donc :

$$R = F_{\text{ASM}} - ||\mathbf{B}_{\text{ASMV}}|| \tag{3.4}$$

Un exemple d'histogramme de ce résidu est donné figure 3.11 pour la journée du 22 avril 2014 et pour le satellite ALPHA. On observe un résidu d'environ $\sigma = 2.1$ nT. Nous pouvons mettre en évidence l'effet de l'activation du moteur piezo-électrique en calculant cet histogramme sur deux parties de même taille de ce jeu de données. Nous regardons soit les points situés à moins de 3 secondes d'une activation du moteur piezo-électrique (figure 3.12, à gauche), soit les points situés à plus de 3 secondes d'une activation (figure 3.12, à droite). Nous observons une très nette dégradation du résidu vectoriel lorsque nous sommes proches d'une activation du moteur. Le résidu *selectionné* est de l'ordre de $\sigma = 1.5$ nT, ce qui est comparable aux performances intrinsèques de l'instrument (voir [Leger et al., 2009]). Dans la suite de cette étude, nous baserons notre analyse sur ce jeu de données selectionné, afin de mettre en avant d'autres parasites éventuels.

Nous utilisons maintenant les produits MAGxHR qui contiennent $\mathbf{B}_{\text{HR}}$ le vecteur champ magnétique mesuré par le VFM et échantillonné à 50 Hz. La figure 3.13 met en relation l'évolution temporelle du résidu scalaire sur la journée du 31 octobre 2014 pour le satellite ALPHA (en haut) et la densité spectrale de puissance du signal $|\mathbf{B}_{\text{HR}}|$. Nous observons tout d'abord un résidu scalaire acceptable, avec un écart-type du même

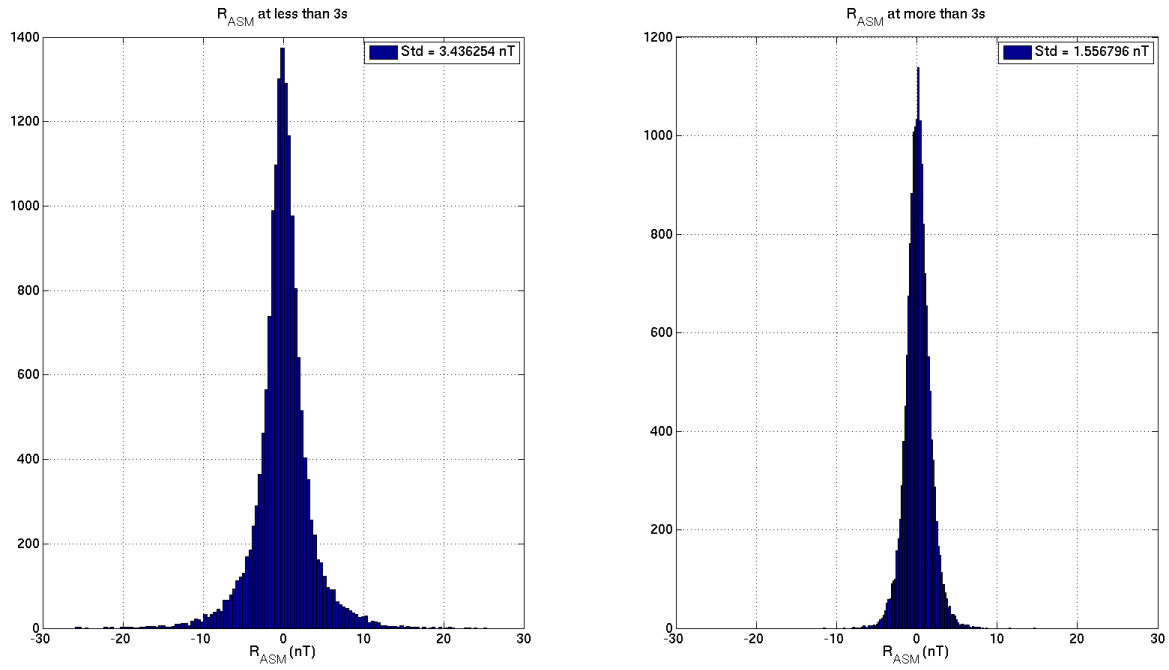


FIGURE 3.12 – Histogramme du résidu scalaire pour la journée du 22 avril 2014 et pour le satellite ALPHA. A gauche, nous ne regardons que les points situés à moins de 3 secondes d'une activation du moteur piezo-électrique. A droite, tous les autres points. Nous observons un très net impact de cette activation.

ordre que celui que nous avons établi figure 3.12 lorsque la DSP est calme. Deux *outliers* apparaissent cependant sur la DSP, au voisinage des temps 5417.75 et 5417.95, ce qui correspond aux heures UT 18h00 et 22h50 environ. Nous voyons très nettement que ces pics sur la DSP se traduisent par un résidu scalaire anormalement élevé (de l'ordre de 50 nT). Il est important de remarquer que la DSP du signal $|\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}|$ traduit l'agitation temporelle du signal magnétique alors que le résidu scalaire de l'instrument ASM traduit simplement la bonne cohérence entre mesure scalaire et mesure vectorielle. La présence d'agitation à haute fréquence dans le signal mesuré est donc susceptible d'introduire des incohérences dans la mesure vectorielle. Ceci traduit le fait que cette agitation magnétique vient malheureusement parfois interférer avec les modulations f_1 (7.93 Hz), f_2 (10.99 Hz) et f_3 (12.97 Hz) utilisées par le mode vectoriel.

3.2.2 Estimation fine des perturbations

Nous essayons maintenant de quantifier plus finement l'impact de ces perturbations sur le résidu scalaire. Nous commençons par regarder la valeur de $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$ selon la direction $\mathbf{e_k}$ du repère ASMV, autrement dit la quantité $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}} \cdot \mathbf{e_k}$. Nous *filtrons* cette quantité avec un filtre passe-bande d'ordre 2 de type Butterworth centré autour de la fréquence de modulation f_k et avec une bande-passante de 1 Hz. Ces valeurs nous renseignent plus finement sur l'amplitude des perturbations autour des fréquences de modulation et selon les directions de modulation.

La figure 3.14 synthétise nos résultats. Nous voyons apparaître deux populations de perturbations :

— un premier type de perturbations, que nous avions déjà observé figure 3.13, qui

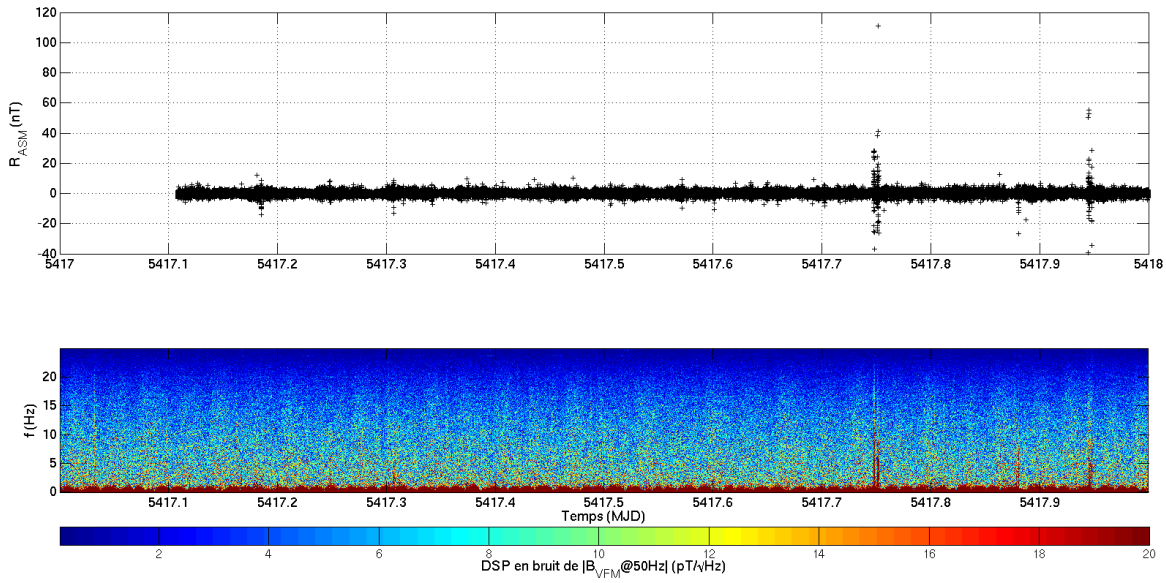


FIGURE 3.13 – Comparaison du résidu scalaire avec le vecteur $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$. En haut est tracé le résidu scalaire R en fonction du temps, pour le satellite ALPHA et la journée du 31 octobre 2014. En dessous est tracée la DSP du signal $|\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}|$. Nous observons une très nette corrélation entre les outliers visibles dans la DSP et les valeurs élevées du résidu scalaire.

apparaît essentiellement sur le spectre de la norme et qui introduit un fort résidu scalaire (de l'ordre de 50 nT),

— un second type de perturbations, qui s'observe principalement sur les *composantes* de $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$ mais pas sur son module, ce qui prouve que ces perturbations sont perpendiculaires au champ ambiant. L'effet de ces dernières sur le résidu scalaire est beaucoup plus faible.

L'effet du second type de perturbations s'observe mieux sur la figure 3.15 qui est l'équivalent zoomé de la figure 3.14, l'amplitude du résidu scalaire est de l'ordre de quelques nT.

La figure 3.16 représente la répartition géographique de ces perturbations. Les deux perturbations du premier type sont localisées à basse latitude, au-dessus de l'Afrique et côté nuit (l'heure locale est alors de 20h environ). Les perturbations du second type sont essentiellement localisées aux zones polaires et surviennent côté jour comme côté nuit.

Le fait que les anomalies de premier type surviennent plutôt à basse latitude et après la transition jour/nuit nous a incité à en déduire qu'elles sont dues à la traversée de bulles de plasma équatoriales (voir [Yokoyama and Stolle, 2017]). Les bulles de plasma équatoriales sont des phénomènes perturbatoires qui se manifestent dans l'ionosphère lorsque celle-ci n'est plus soumise à l'action du Soleil (transition jour/nuit). Elles se développent à travers la couche F de l'ionosphère et sont principalement dues à un effet d'instabilité de Rayleigh-Taylor entre deux zones de densités électroniques différentes. De fait, il peut être intéressant de comparer nos perturbations avec les mesures de densité électronique fournies par la sonde de Langmuir embarquée sur SWARM. On remarque alors que l'allure de la variation de la densité électronique qu'on obtient (voir figure 3.17) est très similaire à celle décrite dans [Yokoyama and Stolle, 2017].

Le GFZ produit par ailleurs un *Ionospheric Bubble Index* ou IBI qui est un produit SWARM de niveau 2 (voir [Park, 2017]). Pour chacune des mesures de SWARM, ce produit contient un drapeau informant si le satellite traverse une bulle de plasma ou pas.

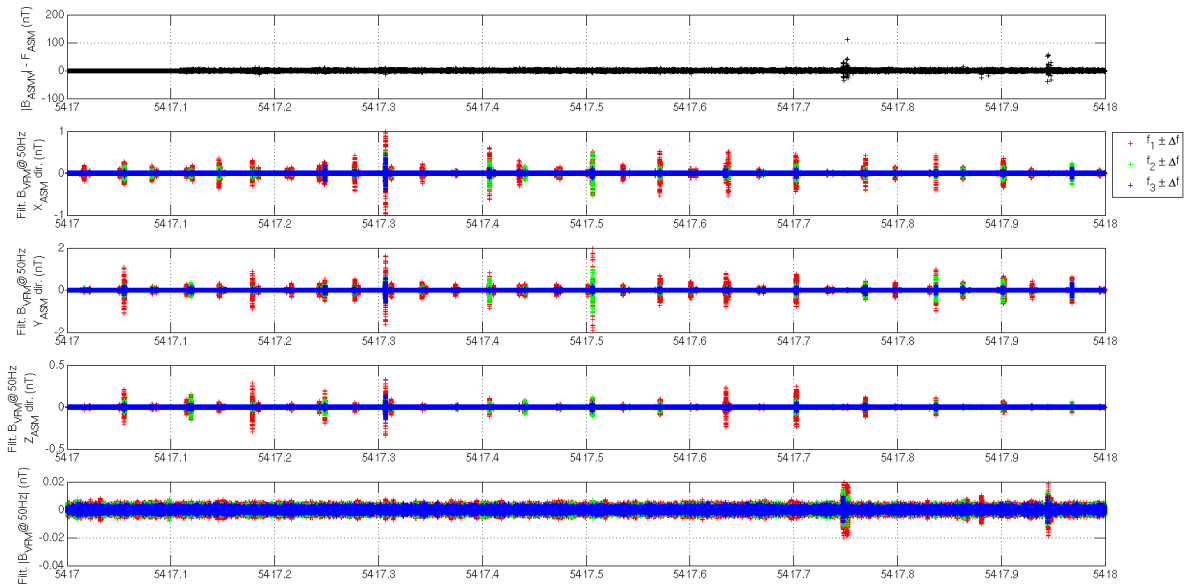


FIGURE 3.14 – Comparaison du résidu scalaire avec les composantes filtrées du vecteur $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$. En haut est tracé le résidu scalaire R en fonction du temps, pour le satellite ALPHA et la journée du 31 octobre 2014. Les trois courbes du dessous montrent le signal $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$ selon la composante $\mathbf{e_k}$ du repère ASMV et filtré autour des trois fréquences de modulation f_1, f_2 et f_3. La dernière courbe (en bas) représente la quantité $|\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}|$ filtrée autour des trois fréquences de modulation.

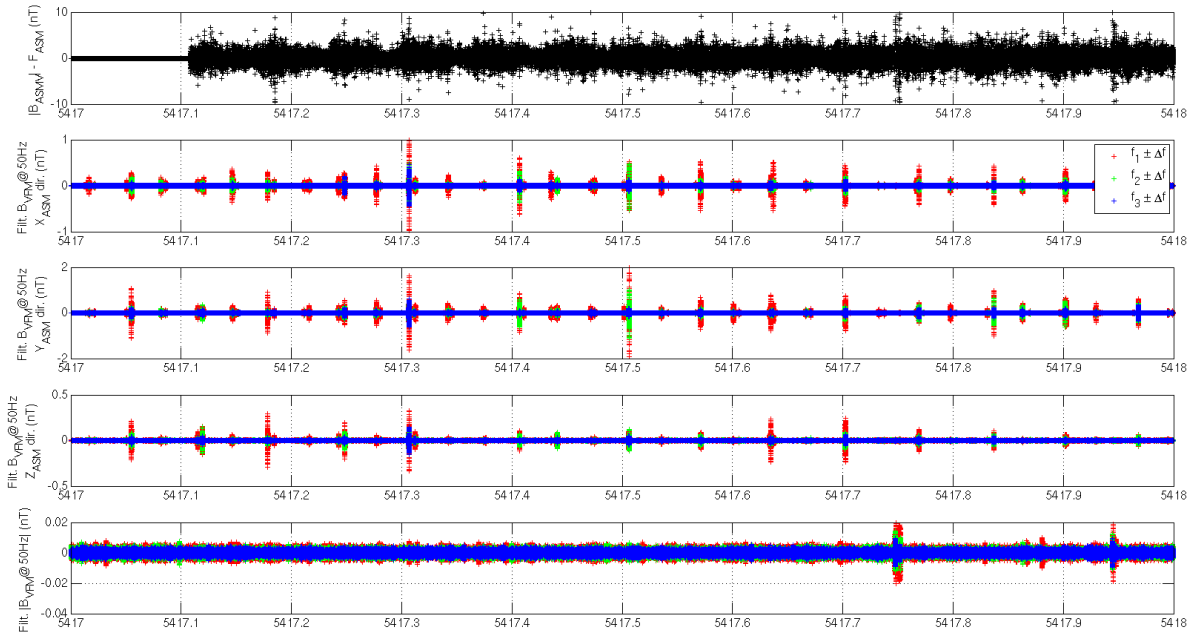


FIGURE 3.15 – Comparaison du résidu scalaire (zoomé) avec les composantes filtrées du vecteur $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$. En haut est tracé le résidu scalaire R en fonction du temps, pour le satellite ALPHA et la journée du 31 octobre 2014 et tracé uniquement entre -10 nT et +10 nT. Les trois courbes du-dessous montrent le signal $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$ selon la composante $\mathbf{e_k}$ du repère ASMV et filtré autour des trois fréquences de modulation f_1, f_2 et f_3. La dernière courbe (en bas) représente la quantité $|\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}|$ filtrée autour des trois fréquences de modulation.

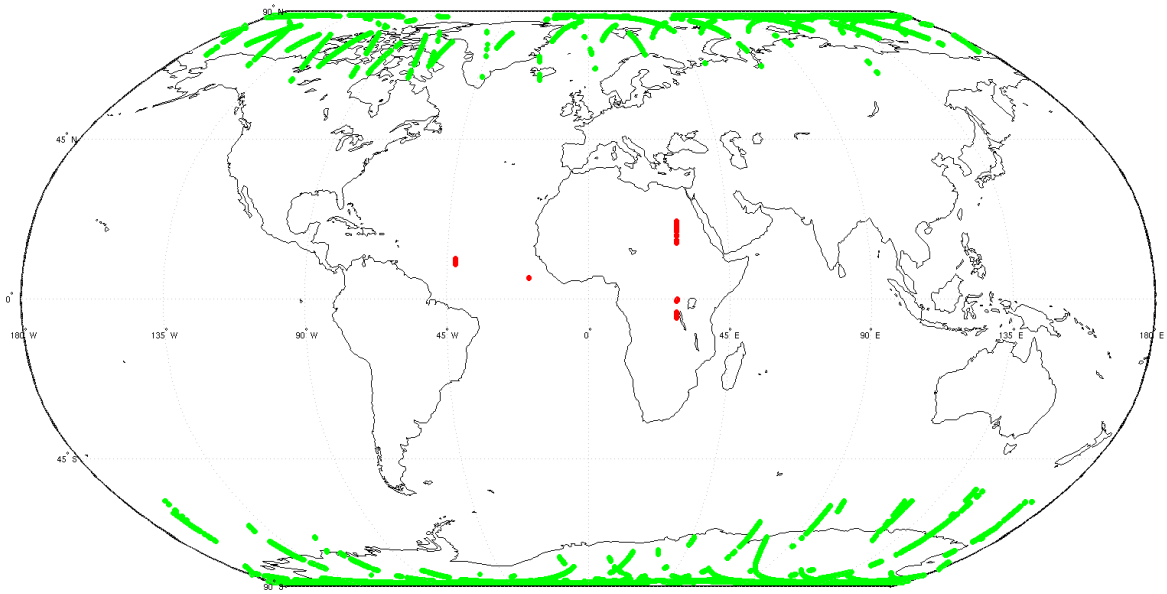


FIGURE 3.16 – Localisation des perturbations identifiées sur le spectre de $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$. En rouge apparaissent les perturbations de type I, qui ont une signature clairement visible sur le spectre de la norme de $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$. En vert apparaissent les perturbations de type II, qui ont une signature visible sur le spectre des composantes de $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$.

L'évolution de cet indice est tracé figure 3.18 au voisinage de nos deux évenements suspectés d'être des bulles de plasma. Cet indice passe bien à 1, ce qui termine de valider notre hypothèse.

Par ailleurs, les événements de type II sont beaucoup plus nombreux, surviennent à des heures locales arbitraires et sont principalement localisés dans les régions polaires. Ils sont dus à des courants alignés (voir [Le et al., 2010]) dont une représentation graphique est donnée figure 3.19. Ces courants créent en effet des perturbations magnétiques perpendiculaires à la direction du champ principal, ce qui explique qu'ils ne soient pas visibles sur la norme de $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$. Par ailleurs, le fait que le résidu du scalaire de l'ASM ne soit alors que faiblement affecté montre que les seules composantes des données ASMV possiblement affectées sont, là encore, les composantes perpendiculaires au champ ambiant. Des études menées par Pierre Deram (ingénieur CDD CNES dans le cadre du projet) ont en effet permis de montrer que la qualité de ces composantes était alors légéremment affectée. Le lecteur peut se référer à l'annexe C, page 219, pour une présentation de ces résultats.

Afin de généraliser notre analyse, nous définissons une énergie moyenne E_k de perturbation de la modulation f_k comme étant la somme sur le double de la fenêtre d'intégration de l'ASM (2 secondes) du carré de la DSP s_k au voisinage de la fréquence f_k :

$$E_k(t) = \sum_{i=-50}^{50} s_k(t-i)^2 \tag{3.5}$$

Une valeur de E_k élevée nous indique ainsi que le contenu spectral du champ mesuré par le VFM est *susceptible* de venir perturber la mesure de la composante $\mathbf{e_k}$. L'évolution du résidu scalaire en fonction de ces trois niveaux E_k est donnée figure 3.20 pour la journée du 25 juin 2014 et pour le satellite ALPHA. Nous observons un lien assez net entre ces quantités, confirmant notre analyse sur la période du 31 octobre 2014.

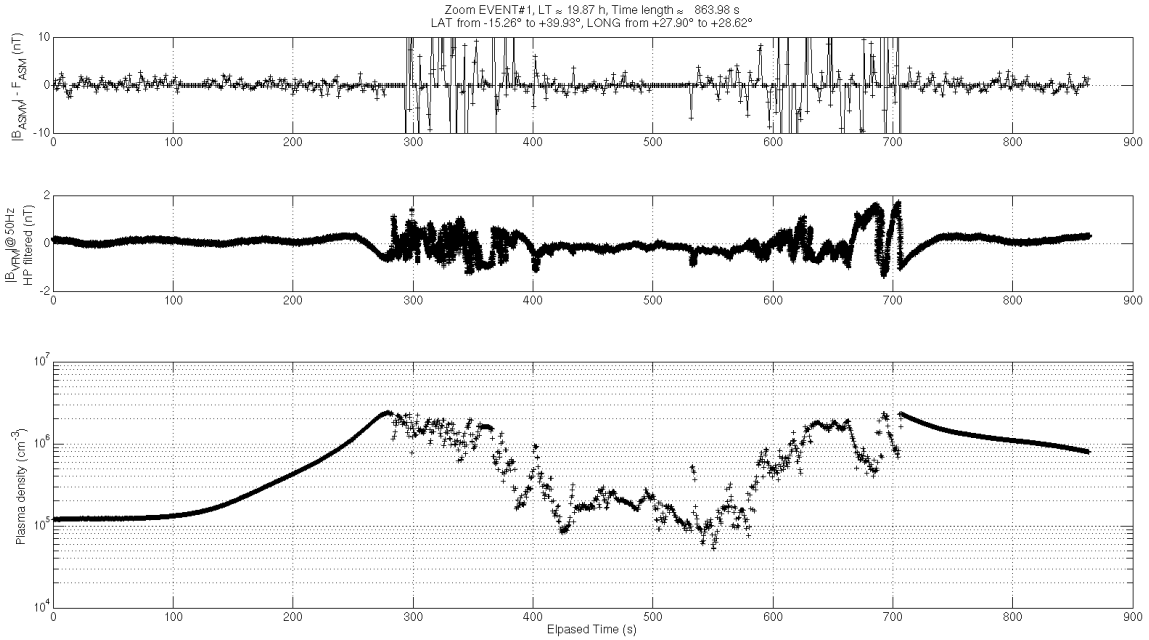


FIGURE 3.17 – Corrélation des perturbations de type I avec les mesures de densité électronique. En haut, le résidu scalaire zoomé sur l'une de ces perturbation. Au milieu, l'évolution temporelle de la composante haute fréquence du signal $\mathbf{B}_{\mathrm{HR}}$. En bas, l'évolution de la densité électronique perçue par le satellite. On retrouve la signature d'une bulle de plasma.

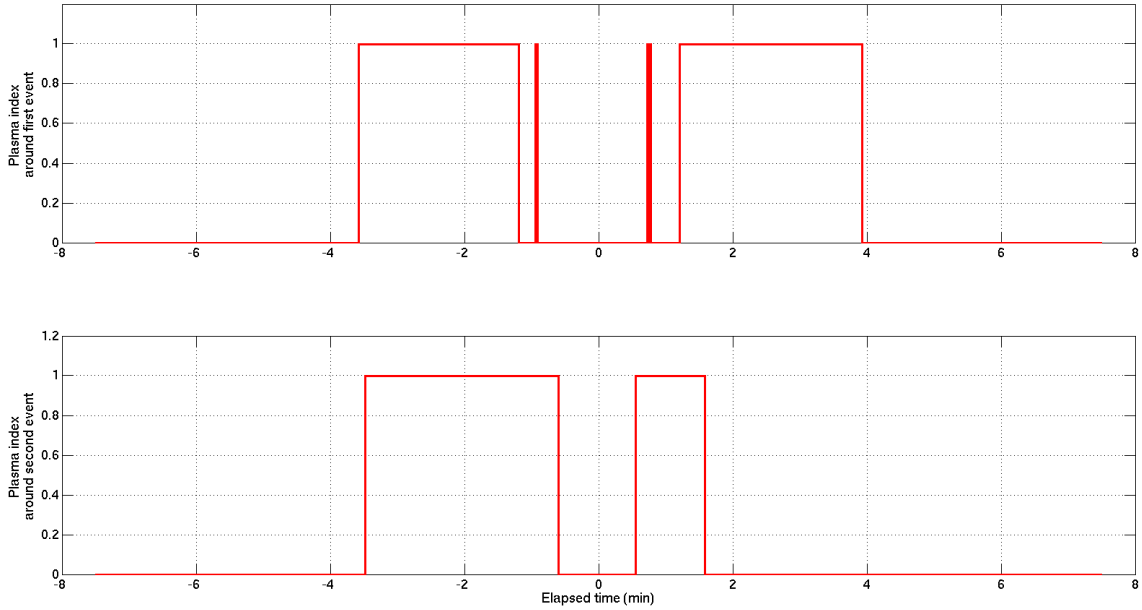


FIGURE 3.18 – Evolution de l'indice IBI au voisinage des deux événements de type I

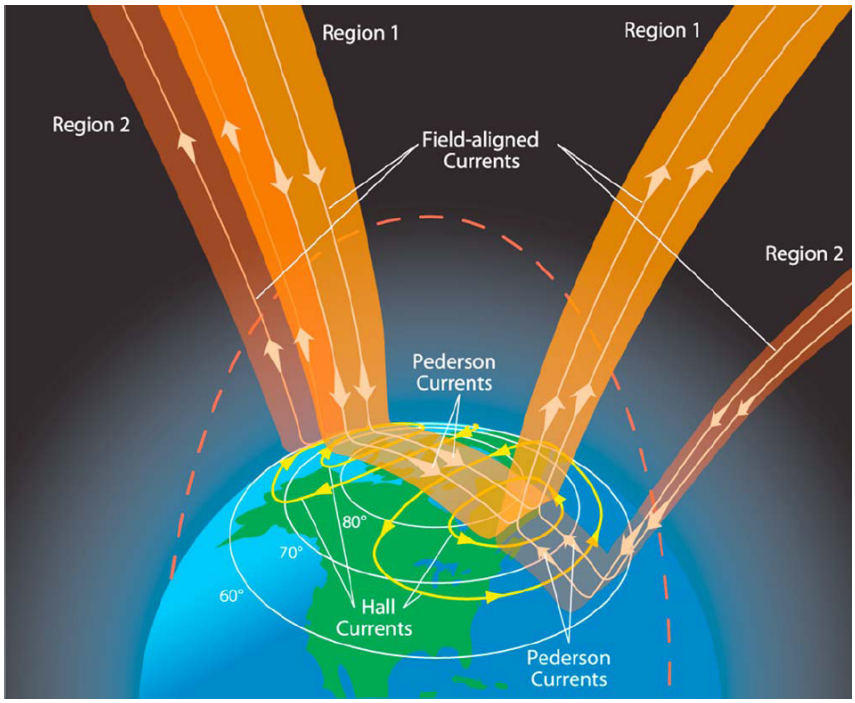


FIGURE 3.19 – Représentation schématique des courants alignés (figure tirée de [Le et al., 2010])

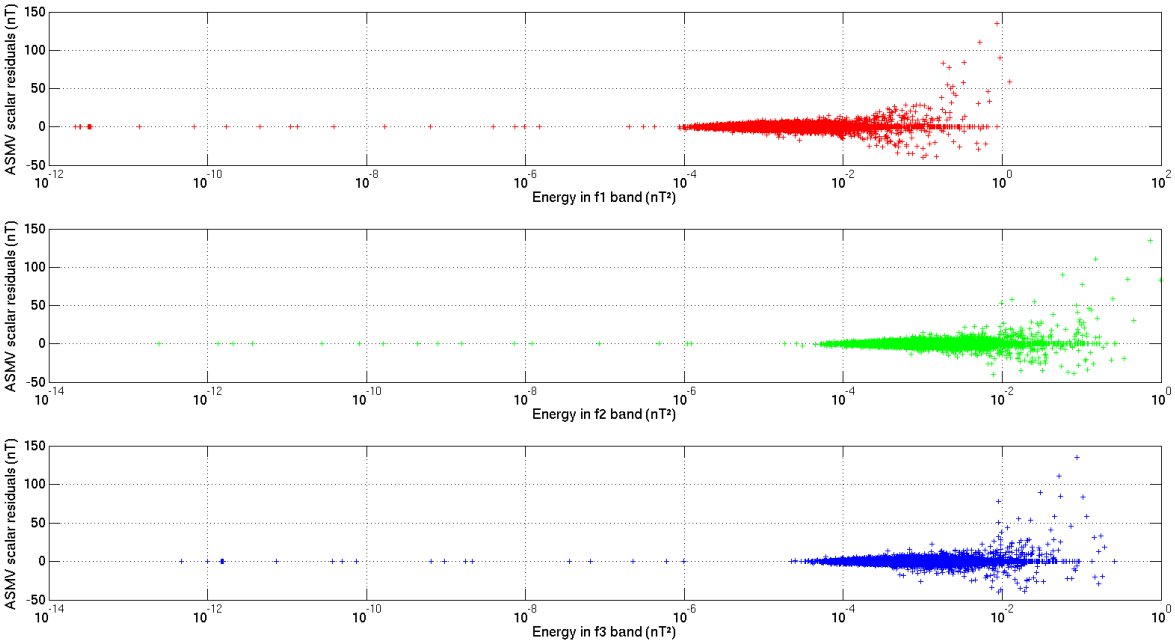


FIGURE 3.20 – Lien entre résidu scalaire et niveaux d'énergie dans les trois bandes de fréquence. Le résidu scalaire est tracé pour la journée du 25 juin 2014 pour le satellite ALPHA en fonction de E_1 (en haut), E_2 (au milieu) et E_3 (en bas). On observe une très nette corrélation entre niveaux d'énergie élevés et résidu scalaire élevé.

3.2.3 Bilan de la qualité du mode vectoriel

L'étude du résidu scalaire de l'ASMV nous a permis de quantifier l'impact des perturbations que nous avions identifiées dans l'analyse du mode BURST. Nous avons ainsi montré que ces dernières pouvaient avoir un impact significatif. En ne considérant que les points non impactés par ces perturbations, nous avons montré que le résidu scalaire était d'environ 1.5 nT, ce qui est très proche des spécifications de l'instrument ASMV.

Par contre, en regardant plus finement ce résidu scalaire lorsque le signal magnétique était perturbé, nous avons mis en évidence une dégradation des performances de l'instrument vectoriel lorsque le satellite traverse des bulles de plasma ou des courants alignés.

Dans le cas général, cette étude nous permet donc de conclure au bon fonctionnement de l'instrument vectoriel.

Néanmoins avant d'envisager une possible exploitation scientifique de ces données vectorielles, il faut que nous puissions les exprimer dans un référentiel exploitable. Il faut donc nous assurer de la bonne rigidité du bras. C'est l'enjeu de la prochaine section.

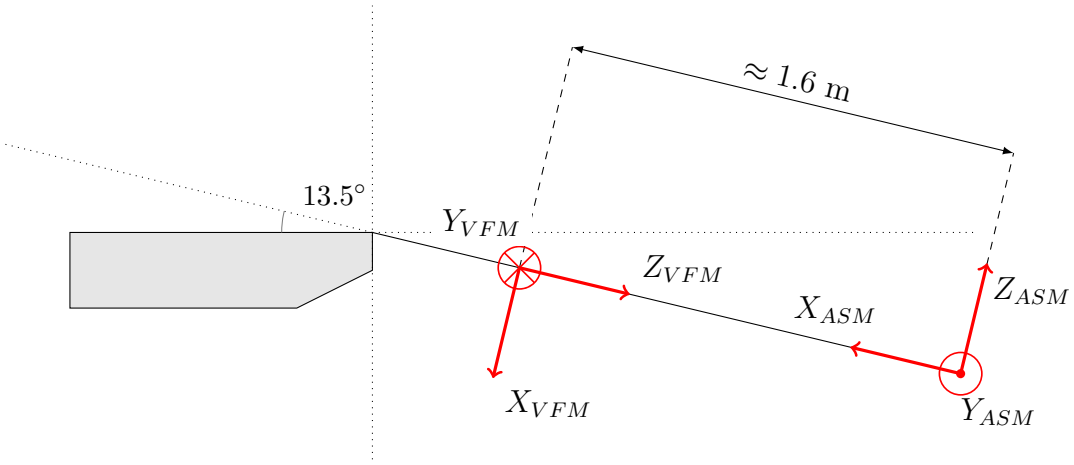


FIGURE 3.21 – Référentiels instruments du satellite

3.3 Estimation de la rigidité du bras

L'instrument VFM, qui produit la donnée vectorielle nominale de la mission SWARM, est solidaire des caméras stellaires du satellite (voir section 1.4.1, page 47). La mesure vectorielle exprimée dans le référentiel instrument VFM (voir schéma 3.21) est donc systématiquement associée à un quaternion de passage $q_{\text{VFM}\to\text{NEC}}$ permettant de l'exprimer dans le repère NEC (North-East-Center), pour l'exploitation scientifique des données.

Hélas, ce n'est pas le cas de la mesure vectorielle expérimentale ASMV, localisée tout au bout du bras comme on l'a vu. On peut suspecter des oscillations ou des torsions du bras, liées par exemple à l'activation des propulseurs pour le maintien à poste ou encore à des déformations thermiques. Avant d'envisager une quelconque exploitation scientifique des données vectorielles ASMV, il est donc nécessaire de *caractériser* l'amplitude de ces effets éventuels.

Pour répondre à cette problématique, nous allons estimer les paramètres de la rotation permettant de passer optimalement du vecteur champ magnétique mesuré par l'ASMV et exprimé dans le référentiel ASMV, au vecteur champ magnétique mesuré par le VFM et exprimé dans le référentiel VFM. Nous étudierons alors les évolutions de ces paramètres au cours du temps.

3.3.1 Estimation de la matrice de passage

Considérons deux jeux de mesures vectorielles effectuées aux mêmes temps UTC. Le premier jeu provient de l'instrument ASMV et est exprimé dans le référentiel ASMV (voir figure 3.21). Nous le notons $\mathbf{B}_{\text{ASMV, ASMV}}$, la notation se faisant dans le sens $\mathbf{B}_{\text{instrument, repère}}$. Le second jeu provient de l'instrument VFM et est exprimé dans le référentiel VFM (voir pareillement figure 3.21). Avec la même convention, nous le notons $\mathbf{B}_{\text{VFM, VFM}}$. Nous faisons l'hypothèse d'une rotation *statique* à l'échelle de la journée. Nous aimerions trouver les paramètres de la rotation M permettant d'exprimer le vecteur issu de l'instrument ASMV dans le référentiel du VFM, c'est-à-dire :

$$\mathbf{B}_{\text{ASMV, VFM}} = M \cdot \mathbf{B}_{\text{ASMV, ASM}} \tag{3.6}$$

Afin de paramétrer la matrice M, nous introduisons la représentation par les angles d'Euler (voir [Diebel, 2006]). La matrice M s'écrit ainsi comme la composée de trois ro-

tation élémentaires, selon l'équation suivante :

$$M = \begin{pmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0 \\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

Si nous supposons que l'erreur de nos mesures suit une distribution gaussienne, nous pouvons estimer les paramètres (α, β, γ) qui minimisent au sens des moindres carrés le résidu $\mathbf{R}$ entre $\mathbf{B}_{\text{VFM, VFM}}$ d'une part et $\mathbf{B}_{\text{ASMV, VFM}} = M(\alpha, \beta, \gamma) \cdot \mathbf{B}_{\text{ASMV, ASMV}}$ d'autre part. Comme $\mathbf{B}_{\text{ASMV, VFM}}$ n'est pas une fonction linéaire des paramètres (α, β, γ), il nous faut procéder itérativement.

$$\mathbf{R} = \mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{d} = \mathbf{B}_{\text{VFM, VFM}} - M(\alpha, \beta, \gamma) \cdot \mathbf{B}_{\text{ASMV, ASMV}} \tag{3.8}$$

En introduisant notre vecteur de paramètre $\mathbf{m}$, nous pouvons exprimer la relation liant $\mathbf{m}$ et $\mathbf{d}$:

$$\mathbf{m} = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

$$\mathbf{d} = g(\mathbf{m}) \tag{3.10}$$

Afin de trouver la solution optimale, l'idée est de partir d'une solution que nous savons être proche de la solution optimale. Nous avons choisi la permutation d'axes qu'on observe sur la figure 3.21 :

$$\begin{pmatrix} X_{\text{ASM}} \\ Y_{\text{ASM}} \\ Z_{\text{ASM}} \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} -Z_{\text{VFM}} \\ -Y_{\text{VFM}} \\ -X_{\text{VFM}} \end{pmatrix} \tag{3.11}$$

Ceci se traduit par une connaissance *a priori* des valeurs que devraient prendre les paramètres (α, β, γ) :

$$\mathbf{m}_{\text{prior}} = \begin{pmatrix} +90 \\ 0 \\ -90 \end{pmatrix} \tag{3.12}$$

En supposant que la solution optimisée est proche de ces valeurs *a priori*, il nous est possible de linéariser localement l'équation 3.10 :

$$g(\mathbf{m}) \approx g(\mathbf{m}_{\text{prior}}) + G(\mathbf{m} - \mathbf{m}_{\text{prior}}) \tag{3.13}$$

avec

$$G^i_j = \left(\frac{\partial g^i}{\partial m^j}\right)_{\mathbf{m}_{\text{prior}}} \tag{3.14}$$

Partant d'un jeu de paramètres initial $\mathbf{m_0}$, il est alors possible de construire itérativement une suite de paramètres qui converge vers un minimum local (voir [Tarantola, 2005]) :

$$\mathbf{m_{n+1}} = \mathbf{m_n} + \left(G' C_d^{-1} G + \lambda C_m^{-1}\right)^{-1} \left(G' C_d^{-1} (\mathbf{d_n} - \mathbf{d}_{\text{obs}}) + \lambda C_m^{-1} (\mathbf{m_n} - \mathbf{m}_{\text{prior}})\right) \tag{3.15}$$

Dans cette équation, λ est un paramètre de régularisation qui traduit une pénalité lorsqu'on s'éloigne trop de $\mathbf{m}_{\text{prior}}$. L'intérêt de cette régularisation est d'empêcher l'itération de converger vers un minimum local trop éloigné de notre solution physique. Après

quelques tests sur un simulateur, nous l'avons choisi égal à 10^5. La matrice de covariance des données, C_d ainsi que celle des paramètres du modèle C_m ont été choisies égales à la matrice identité.

3.3.2 Mise en évidence d'une déformation lente du bras

Nous avons estimé la matrice de rotation quotidienne pour les satellites ALPHA et BRAVO depuis le lancement fin 2013 jusqu'à fin 2017, en nous basant sur les données VFM 050x, qui intégrent une correction empirique de l'effet dBsun. Pour chaque journée et pour chacun des deux satellites, nous représentons la matrice de rotation par un vecteur unitaire $\mathbf{u}$ exprimé dans le référentiel ASM et un angle θ.

$$\theta = \arccos\left(\frac{\mathrm{Tr}(M) - 1}{2}\right) \tag{3.16a}$$

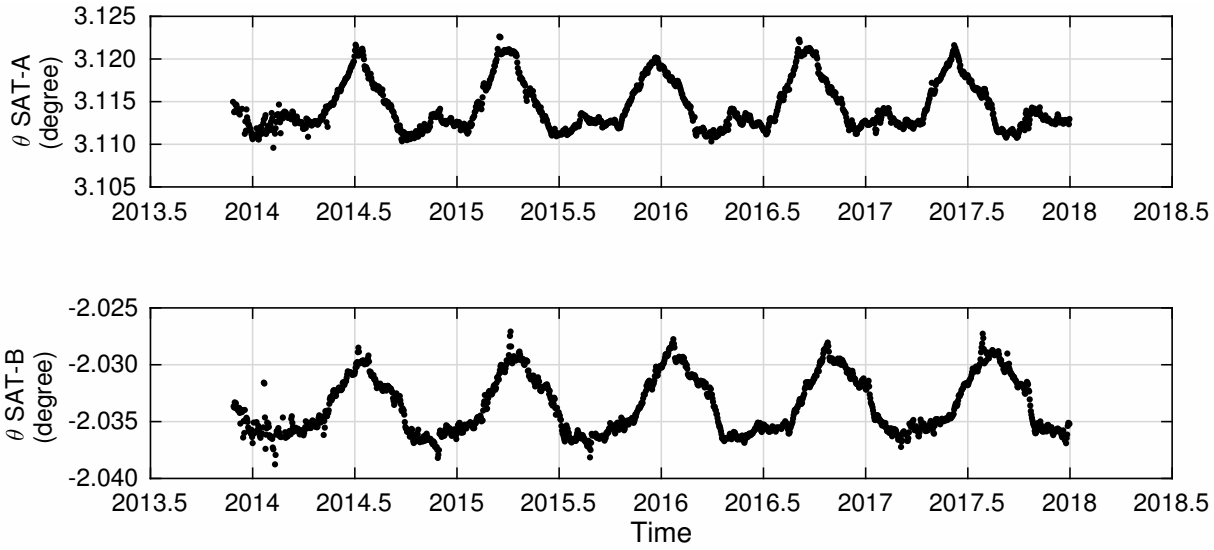
$$M\mathbf{u} = \mathbf{u} \tag{3.16b}$$

L'évolution temporelle de l'angle de la rotation est représentée figure 3.22a et celle du vecteur directeur figure 3.22b. Le vecteur directeur de la rotation est remarquablement stable pour les deux satellites et correspond dans les deux cas à une rotation portée par l'axe Z_{ASM}. L'angle moyen de la rotation est d'environ 3° pour ALPHA et −2° pour BRAVO. Nous interprétons ces premiers résultats comme un désalignement statique entre les deux instruments, essentiellement porté par l'axe Z_{ASM}.

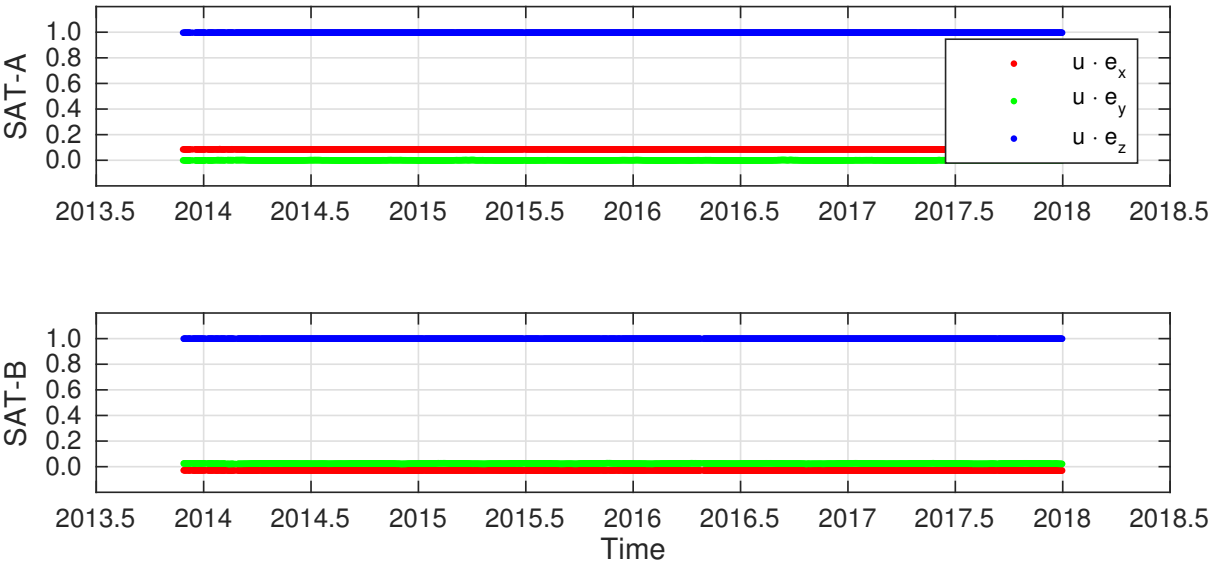
Nous observons également une *fluctuation* périodique de l'angle de la rotation avec un écart crête-à-crête d'environ 40 arcsecondes pour ALPHA et 30 arcsecondes pour BRAVO et au sujet de laquelle il est intéressant de s'attarder un peu. La figure 3.23 est l'équivalent de la figure 3.22a mais cette fois-ci l'angle de la rotation est tracé en fonction de l'heure locale des orbites montantes. Nous observons tout d'abord une symétrie de l'amplitude de l'oscillation apparente entre les heures locales midi et minuit pour les deux satellites. En revanche, on observe une étonnante dissymétrie lorsqu'on passe de l'heure locale orbite montante 6h à l'heure locale orbite montante 18h.

La figure 3.24 illustre l'illumination du satellite pour 4 cas canoniques selon l'heure locale orbite montante : midi, minuit, 6h et 18h. Lorsqu'on compare les heures locales midi et minuit (figures 3.24a et 3.24b), on observe que chaque flanc du satellite subit la même évolution d'illumination. En revanche, lorsqu'on compare les heures locales 6h et 18h (figures 3.24c et 3.24d), on observe que dans le premier cas le flanc droit est toujours illuminé, le flanc gauche restant systématiquement dans l'ombre. Dans le second cas, c'est l'inverse !

Nous supputons que cette différence d'éclairement est à l'origine de la différence d'angle mesurée entre les heures locales 6 heures et 18 heures orbites montantes. Afin de vérifier cette hypothèse, nous recalculons les matrices de rotation quotidiennes en faisant le distingo entre orbites montantes et descendantes afin de séparer les deux populations d'heures locales. Pour chaque journée considérée, nous calculons ansi deux matrices de rotation, l'une pour les orbites montantes et l'autre pour les orbites descendantes. Le résultat est tracé figure 3.25. Nous remarquons immédiatement une déformation similaire lorsqu'on change à la fois le sens de l'orbite (montante ou descendante) et l'heure locale (avec son complémentaire). Nous en déduisons donc que la déformation est stable entre orbite montante et orbite descendante et qu'une seule matrice de rotation quotidienne semble



(a) Evolution temporelle de l'amplitude de la rotation pour ALPHA (en haut) et BRAVO (en bas)



(b) Evolution temporelle du vecteur directeur de la rotation pour ALPHA (en haut) et BRAVO (en bas)

FIGURE 3.22 – Evolution de la matrice de rotation ASM-VFM

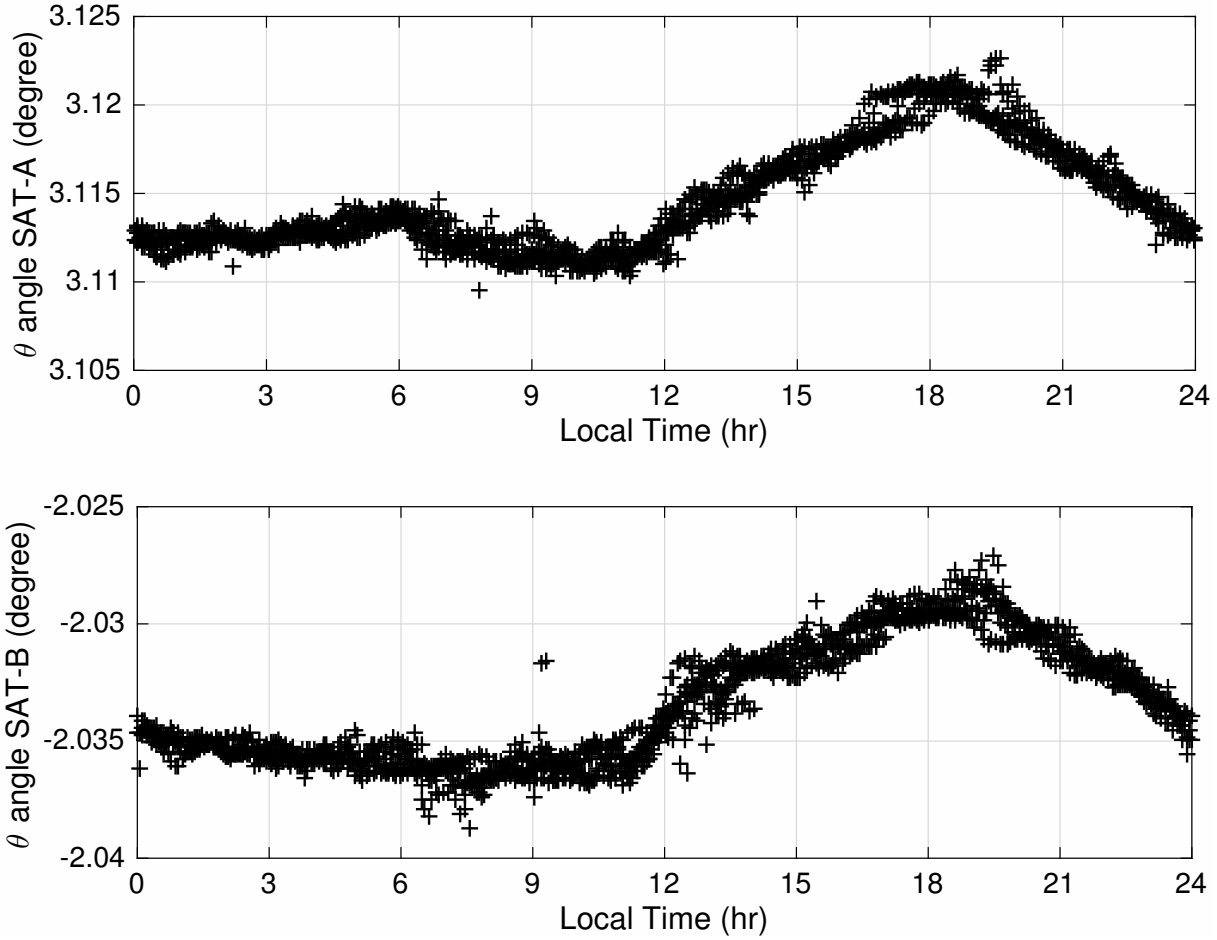
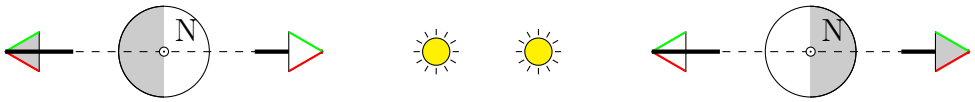
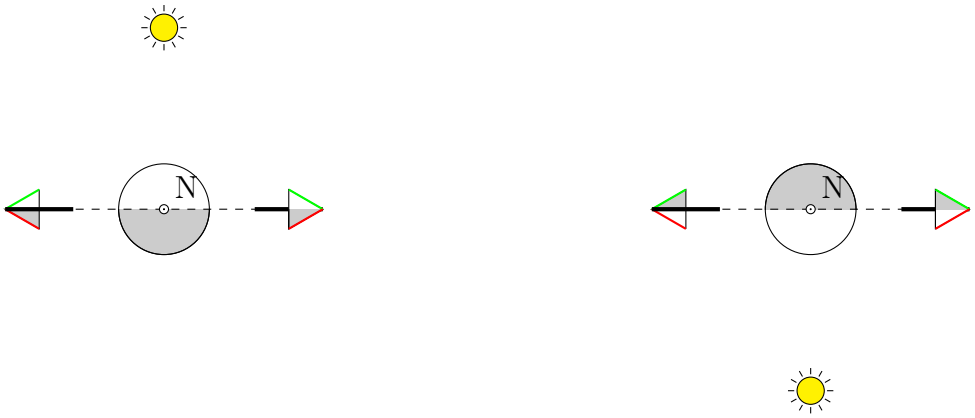


FIGURE 3.23 – Evolution de l'angle de la matrice de rotation ASM-VFM en fonction de l'heure locale des orbites montantes pour ALPHA (en haut) et BRAVO (en bas). Si les instruments perçoivent une déformation similaire lorsqu'on passe de 0h à 12h heure locale orbite montante, on observe une forte dissymétrie entre les heures locales 6h et 18h



(a) 12h heure locale orbite montante

(b) 0h heure locale orbite montante



(c) 6 heures locale orbite montante

(d) 18 heures locale orbite montante

FIGURE 3.24 – Quatre cas canoniques d'heure locale orbite montante. La Terre est vue d'en haut, au-dessus du pôle Nord. Le flanc droit du satellite est tracé en vert, le flanc gauche est tracé en rouge.

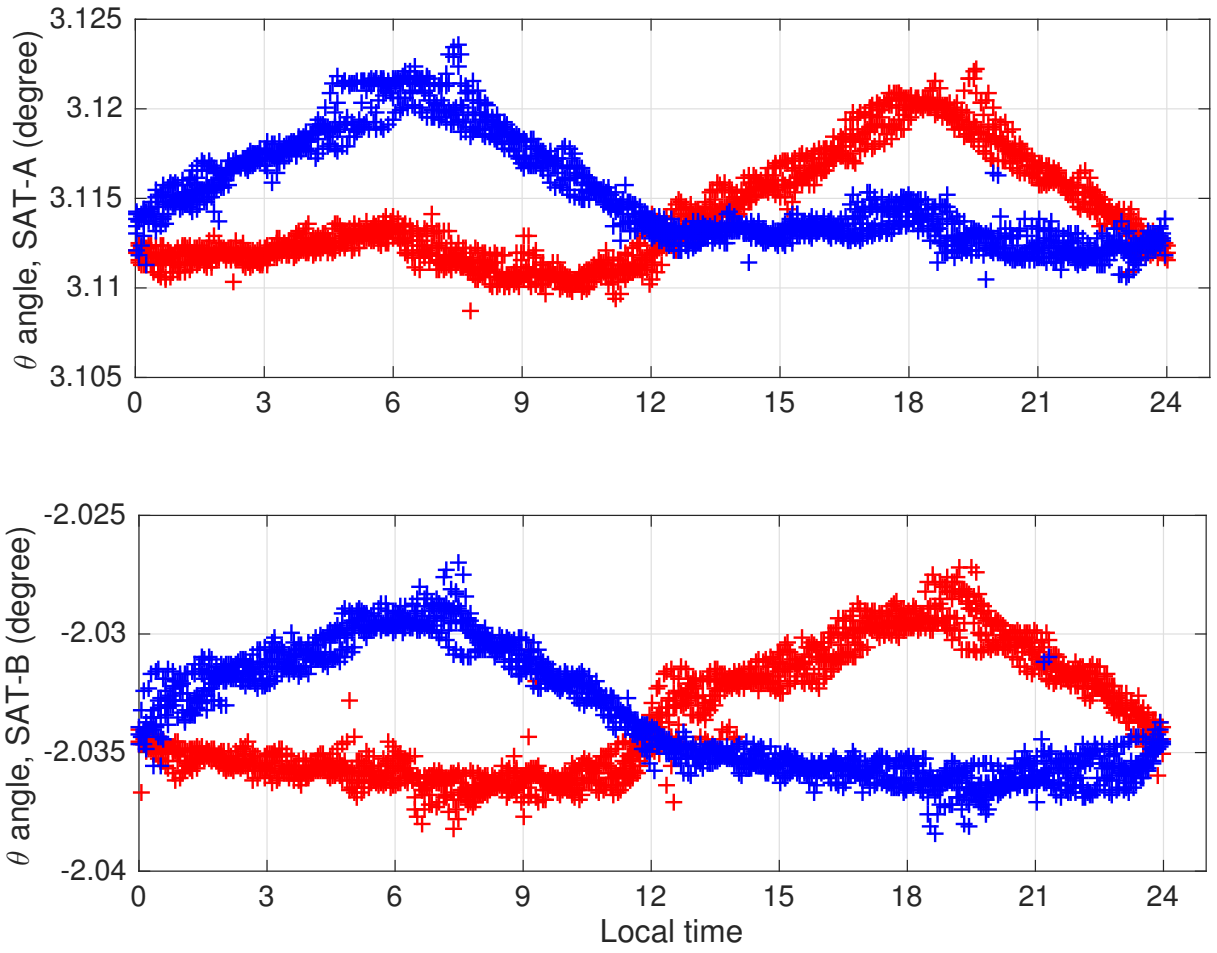


FIGURE 3.25 – Evolution de l'angle de la matrice de rotation ASM-VFM en fonction de l'heure locale et du sens de l'orbite (montant en rouge, descendant en bleu) pour ALPHA (en haut) et BRAVO (en bas).

suffisante pour décrire la déformation. Enfin, l'effet est maximal pour une heure locale de 18h orbite montante et pour une heure locale de 6h orbite descendante.

Nous pouvons maitenant regarder l'oscillation *dynamique* D_k de la matrice de rotation M_k par rapport à la première matrice M_1 estimée pour chaque satellite. Ceci nous permet de « masquer » le désalignement statique afin de mettre en évidence des rotations dynamiques d'amplitude plus faible.

$$D_k = M_k \cdot M_1^{-1} \tag{3.17}$$

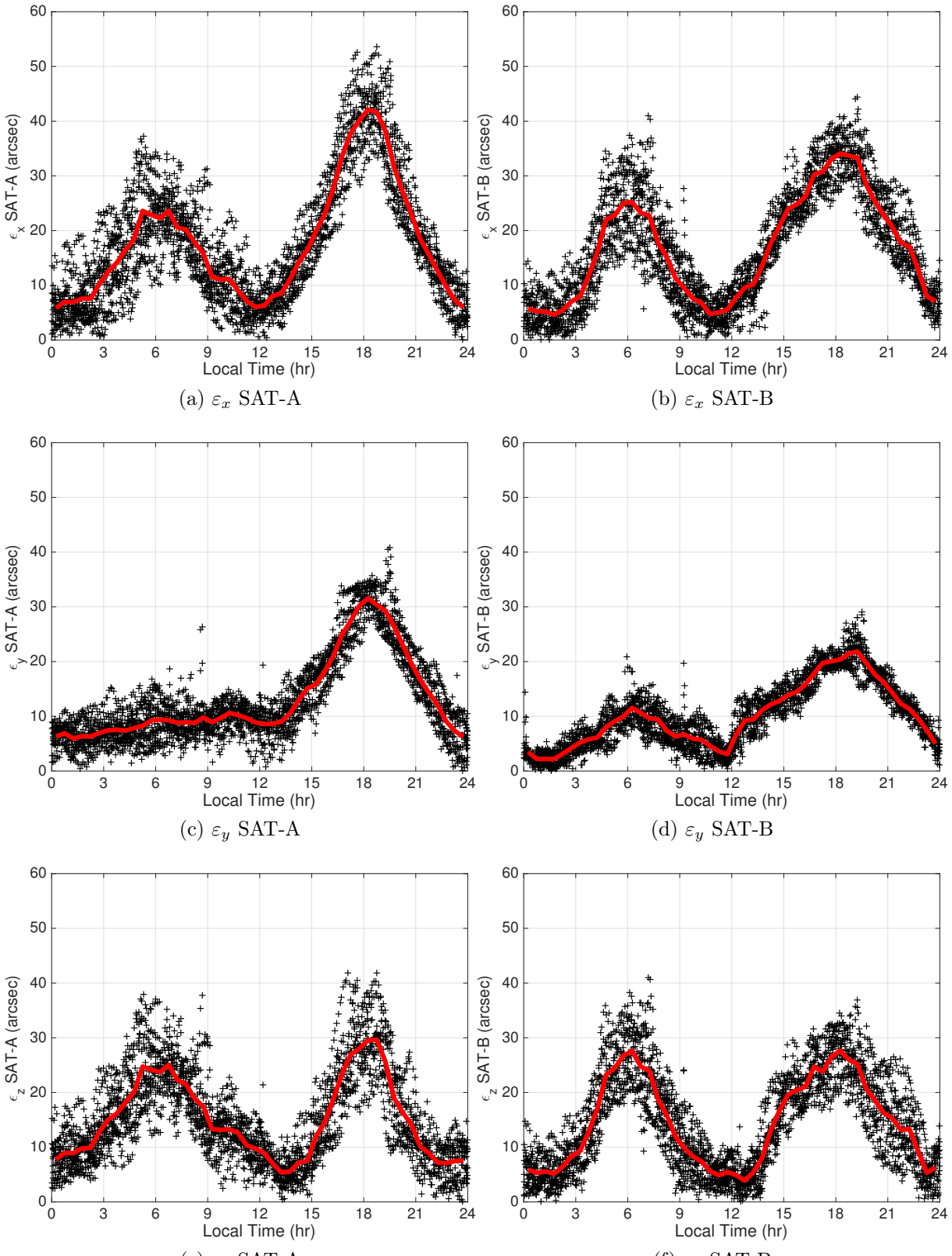
Nous représentons ces matrices de rotation dynamique par les trois angles $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ qu'elles introduisent sur les trois axes du repère ASM $(\mathbf{e_x}, \mathbf{e_y}, \mathbf{e_z})$:

$$\varepsilon_x = \arccos\left(D_k\, \mathbf{e_x} \cdot \mathbf{e_x}\right) \tag{3.18a}$$

$$\varepsilon_y = \arccos\left(D_k\, \mathbf{e_y} \cdot \mathbf{e_y}\right) \tag{3.18b}$$

$$\varepsilon_z = \arccos\left(D_k\, \mathbf{e_z} \cdot \mathbf{e_z}\right) \tag{3.18c}$$

L'évolution des trois angles $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ est représentée figure 3.26 en fonction de l'heure locale orbite montante. Nous remarquons qu'il n'existe pas de déformations simples permettant d'expliquer la dynamique que nous observons. S'il paraissait naturel d'attribuer la rotation statique à un désalignement des deux magnétomètres le long du bras du satellite, il est beaucoup plus délicat de se prononcer sur la *nature* de cette oscillation dynamique. Observons-nous une réelle oscillation mécanique du bras, auquel cas la déformation que nous observons pourrait être due à une déformation thermo-mécanique du bras sous l'effet de l'ensoleillement ? Observons-nous plutôt une signature de l'effet *dBSun* dont nous avons déjà parlé, auquel cas la déformation que nous observons serait plutôt due à un effet thermo-électrique ? Dans ce cas, il faut envisager que cette anomalie est susceptible de perturber les deux magnétomètres (ASMV et VFM), ce qui complexifie d'autant la tâche de départager les différentes contributions. Nous pouvons néanmoins affirmer que la stabilité mécanique du bras est assez bonne pour garantir un alignement à mieux que 50 arcsecondes.



(a) ε_x SAT-A (b) ε_x SAT-B

(c) ε_y SAT-A (d) ε_y SAT-B

(e) ε_z SAT-A (f) ε_z SAT-B

FIGURE 3.26 – Evolution des angles $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$ en fonction de l'heure locale orbite montante pour le satellite ALPHA (à gauche) et BRAVO (à droite)

3.4 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous nous sommes concentrés sur la validation du mode vectoriel de l'ASM. L'étude du signal BURST nous a dans un premier temps permis de mettre en évidence un certain nombre de pertubations susceptibles de venir polluer la mesure vectorielle. Nous avons ensuite étudié la qualité des données vectorielles en étudiant :

1. le résidu scalaire $F_{\mathrm{ASM}} - ||\mathbf{B}_{\mathrm{ASMV}}||$,
2. l'alignement entre les vecteurs $\mathbf{B}_{\mathrm{ASMV}}$ et $\mathbf{B}_{\mathrm{VFM}}$.

L'étude du résidu scalaire, nous a permis de quantifier l'impact des pertubations analysées dans le BURST. Nous avons ainsi pu réduire l'écart-type du résidu à une valeur de 1.5 nT, ce qui est très proche des spécifications de l'instrument. Par ailleurs, nous avons pu mettre en évidence des dégradations du mode vectoriel lors de la survenue de certains événements géophysiques tels que la traversée de bulles de plasma ou de courants alignés. Ce type de perturbations était attendu, compte tenu du fonctionnement du mode vectoriel et il était important d'en caractériser la survenue et d'en quantifier l'impact. Notre étude a permis de montrer que les conditions menant à ces perturbations étaient liées à des phénomènes physiques connus et détectables, et que les données affectées, peu nombreuses, pouvaient être repérées et éliminées pour les besoins de l'exploitation scientifique des données. C'est une excellente nouvelle !

L'étude de la matrice de passage entre les vecteurs ASMV et VFM nous a ensuite permis de mettre en évidence un alignement statique entre les deux instruments. Cette rotation s'effectue selon l'axe Z_{ASM} et vaut environ 3° pour ALPHA et $-2°$ pour BRAVO.

Hormis cette rotation statique, qui est vraisemblablement due à un défaut d'alignement lors du montage des magnétomètres le long du mât, nous avons mis en évidence une oscillation dynamique apparente du bras d'amplitude 40 à 50 arcsecondes. Cette oscillation dépend essentiellement de l'angle d'illumination du Soleil et présente donc une variation saisonnière. A ce stade, il est difficile de dire si cette oscillation apparente est due à une oscillation mécanique du bras, à un effet thermo-électrique impactant l'ASM ou enfin à un effet thermo-électrique impactant le VFM. Il est également possible qu'on observe une superposition de ces effets. Nous verrons au chapitre suivant que les modèles ASMV peuvent apporter un éclairage sur cette indétermination.

Quoiqu'il en soit, un désalignement de 40 arcsecondes, qui plus est lentement variable (avec une variation maximale de seulement quelques arcsecondes sur une dizaine de jours) est parfaitement gérable pour l'exploitation scientifique des données. Rappelons en effet qu'un mésalignement de 5 arcsecondes n'introduit une erreur que d'environ 0.7 nT (dans la pire des configurations) pour un champ ambiant de 30 μT.

Terminons ce chapitre par un rapide état de santé des instruments. A la date de la rédaction du présent manuscrit (octobre 2019), les instruments ASM des satellites ALPHA et BRAVO sont en parfait état de marche et fournissent des données de façon nominale. Hélas, ce n'est pas le cas de CHARLIE dont l'ASM redondant a été endommagé lors du lancement et dont l'instrument principal (comble de malchance) a subi une avarie en novembre 2014 (pour plus d'informations à ce sujet, nous renvoyons le lecteur à [Fratter et al., 2016]). Néanmoins les instruments se sont montrés suffisamment précis pour que l'ASM de ALPHA (qui évolue sur une orbite voisine de CHARLIE) puisse calibrer le VFM de CHARLIE et donc, pour que des données vectorielles issues de l'instrument VFM de CHARLIE puissent continuer à être produites, sans affecter de manière notable l'exploitation nominale de la mission.

Pour ce qui concerne notre étude, la conclusion la plus importante reste bien entendu que nous pouvons maintenant envisager une exploitation scientifique des données scalaires et vectorielles produites par l'ASM. Ce sera l'enjeu du prochain chapitre.

Chapitre 4

Exploitation des données vectorielles ASMV pour la construction de modèles géomagnétiques globaux

Dans les deux chapitres précédents, nous avons validé le bon fonctionnement de l'instrument ASMV. Nous avons ainsi montré que le résidu scalaire pouvait descendre jusqu'à 1.5 nT. Nous avons également mis en évidence une bonne stabilité mécanique du bras entre les instruments ASM et VFM avec une déformation lente apparente ne dépassant pas quelques dizaines d'arcsecondes sur le long terme.

Dans ce chapitre, nous exploitons maintenant le jeu de données vectorielles ASMV que nous avons produites pour construire des modèles de champ géomagnétique. Nous les comparons d'une part à des modèles basés sur les données vectorielles issues de la chaîne Swarm officielle, d'autre part à des modèles de référence (CHAOS-4, [Olsen et al., 2014], ou CHAOS-6, [Finlay et al., 2016], selon le contexte). Ceci nous permettra de constater que les modèles construits avec les premières données ASMV produites sont globalement en bon accord avec ces modèles de référence, validant par là même les performances de l'instrument ASM en mode vectoriel. Cependant, nous mettrons aussi en lumière un certain désaccord, léger mais systématique, sur lequel nous avons ensuite travaillé et qui nous a permis de conclure à la nécessité de mieux calibrer les données ASMV. Nous présentons pour finir le modèle le plus abouti que nous avons pu construire à partir de ces données ASMV ainsi recalibrées.

Une partie des travaux présentés ici a donné lieu à deux publications [Vigneron et al., 2015b] et [Hulot et al., 2015b] qui sont reproduites respectivement en annexes F.1 et F.2.

4.1 Modèle ASMV IGRF-12

Tous les cinq ans, l'Association Internationale de Géomagnétisme et d'Aéronomie (*International Association of Geomagnetism and Aeronomy*, IAGA) publie une mise à jour de son modèle de référence du champ magnétique terrestre (*International Geomagnetic Reference Field*, IGRF [1]). Dans ce cadre, il est possible de proposer un *modèle candidat* afin de le soumettre à une évaluation extérieure. Trois catégories sont proposées :

1. Pour une présentation plus détaillée de l'IGRF, nous renvoyons le lecteur au chapitre 10 de [Mandea and Korte, 2010]

1. un modèle de champ principal, dit modèle IGRF, estimé au 1er janvier de l'année de l'IGRF,
2. un modèle de champ principal définitif, dit modèle DGRF, estimé à la date de l'IGRF précédent et qui constitue donc une mise-à-jour définitive de ce modèle en bénéficiant d'un plus grand nombre de données,
3. un modèle de variation séculaire, destiné à prévoir l'évolution du champ principal pour les cinq prochaines années.

Lors de la dernière génération du modèle IGRF en 2015, ce sont ainsi dix équipes internationales qui ont fourni chacune un modèle candidat. Une comparaison de ces modèles a été effectuée et un *modèle moyen* a été dérivé, devenu le modèle de référence IGRF de douzième génération (voir à ce sujet [Thébault et al., 2015]). C'est dans ce contexte que nous avons proposé un modèle candidat qui présente la particularité de n'utiliser que des données magnétiques issues de l'instrument ASM (scalaires et vectorielles). Ce modèle a été publié ([Vigneron et al., 2015b] reproduit en annexe F.1) et le lecteur est invité à se reporter à cette publication pour plus de détails. Il est toutefois intéressant de rappeler ici, dans le contexte de cette thèse, la façon dont ce modèle a été construit et les enseignements qui ont pu en être tirés sur les données ASMV.

Les modèles IGRF sont une représentation du champ interne par une décomposition en harmoniques sphériques jusqu'au degré 13. Dans le cadre de l'IGRF-12 ces modèles étaient à estimer au 1er janvier 2015. Rappelons qu'en l'absence locale de circulation de charges, le champ magnétique $\mathbf{B}$ peut s'écrire comme le gradient d'un potentiel scalaire V (voir section 1.1.4) :

$$\mathbf{B} = -\nabla V \tag{4.1}$$

où V s'écrit en fonction des coefficients de Gauss (g_n^m, h_n^m) :

$$V(r,\theta,\phi) = a \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+1} \sum_{m=0}^{n} \left(g_n^m \cos m\phi + h_n^m \sin m\phi\right) P_n^m(\cos\theta) \tag{4.2}$$

Construire un modèle candidat à l'IGRF-12 consistait donc à proposer un jeu de coefficients de Gauss pour les degrés 1 à 13 inclus et estimés à l'époque 2015.0 (autrement dit, au premier janvier 2015 à minuit UTC).

4.1.1 Données utilisées

Nous nous sommes basés sur les données vectorielles et scalaires produites par l'instrument ASM et présentées dans les sections 1.4.3 et 1.4.4. La version des données utilisées ici est la `XPf1B`, soit la version 6 [2]. Rappelons que les mesures scalaires et vectorielles de l'ASM sont indépendantes et que la mesure vectorielle est exprimée dans le référentiel instrument. Les données utilisées pour notre inversion sont résumées table 4.1. Nous remarquons que les données vectorielles magnétiques ASM sont exprimées dans un référentiel propre à l'instrument, ce qui complexifie l'estimation des coefficients de Gauss qui sont quant à eux exprimés dans le référentiel terrestre sphérique RTP. Il nous manque certaines informations sur l'orientation du magnétomètre dans l'espace, informations qui nous seront en partie fournies par les caméras stellaires. Le satellite dispose en effet d'un

2. Comme expliqué au chapitre précédent, nous ne rentrons pas dans le détail des différentes versions et renvoyons le lecteur aux documents [Vigneron et al., 2014], [Vigneron et al., 2015a], [Vigneron et al., 2016a] et [Vigneron et al., 2016b] pour de plus amples informations à ce sujet.

Nom	Unité	Description
t	MJD-2000 UTC	Date UTC de la mesure au format MJD-2000
r	km	Rayon de la mesure dans le référentiel ITRF
θ	degré	Co-latitude de la mesure dans le référentiel ITRF
ϕ	degré	Longitude de la mesure dans le référentiel ITRF
F	nT	Mesure scalaire ASMV
B_{ASM}	nT	Mesure vectorielle de l'instrument ASMV, exprimée dans le référentiel ASMV
B_{VFM}	nT	Mesure vectorielle de l'instrument VFM, exprimée dans le référentiel VFM
$q_{\text{CRF}\rightarrow\text{NEC}}$	-	quaternion entre le référentiel CRF lié aux caméras stellaires et le référentiel NEC

TABLE 4.1 – Données utilisées pour l'inversion

référentiel de référence, le *Common Reference Frame* (CRF) lié aux caméras stellaires et pour lequel la relation de passage permettant de passer au référentiel *North-East-Center* (NEC) est connue à chaque instant (grâce au traitement des informations issues des caméras stellaires). Cette transformation est donnée sous la forme d'un quaternion noté $q_{\text{CRF}\rightarrow\text{NEC}}$. Une permutation triviale des axes permet ensuite de passer du réfentiel NEC au référentiel terrestre sphérique dans lequel les coefficients de Gauss s'expriment. Il nous reste à estimer la relation de passage entre le référentiel de l'instrument ASM et le référentiel CRF du satellite. Cette dernière transformation est co-estimée avec les coefficients de Gauss par notre modèle, comme nous le verrons par la suite. Les différents référentiels que nous venons d'évoquer sont représentés figure 4.1.

La date de soumission des modèles IGRF-12 ayant été fixée en octobre 2014, nous avons dû gérer deux contraintes :

1. d'une part, notre choix de n'utiliser que des données ASM de la mission SWARM limite grandement la couverture temporelle de notre jeu de données : le lancement ayant eu lieu fin Novembre 2013, cela représentait un peu moins d'un an de données,
2. d'autre part, les modèles IGRF-12 devant être exprimés à la date du 1er janvier 2015, une *extrapolation* de notre modèle était nécessaire [3].

Nous avons ensuite procédé à une sélection des données basée notamment sur la valeur des indices magnétiques K_p et RC afin d'éviter la contamination de nos mesures par du signal magnétique provenant de l'ionosphère et de la magnétosphère (que nous ne souhaitons pas modéliser). Une définition de ces indices peut être trouvée au chapitre 8 de [Mandea and Korte, 2010] et dans [Olsen et al., 2014]. Nous avons imposé à l'indice K_p de ne pas excéder la valeur seuil 2+ et à la variation temporelle de l'indice RC de ne pas excéder 2 nT/h.

Pour les mêmes raisons, nous avons également sélectionné uniquement les données côté nuit, lorsque le Soleil est à au moins 10° sous l'horizon. Afin d'estimer cet angle, nous repérons le Soleil par ses coordonnées équatoriales qui sont l'ascension droite α et la déclinaison δ. La déclinaison est une extension de la latitude terrestre pour les objets célestes, tandis que l'ascension droite peut être vue comme une longitude par rapport à un

3. Remarquons que cette contrainte impacte également tous les autres modèles candidats, et que c'est là la raison pour laquelle les modèles IGRF sont ensuite systématiquement mis à jour *a posteriori* 5 ans plus tard sous la forme d'un modèle DGRF.

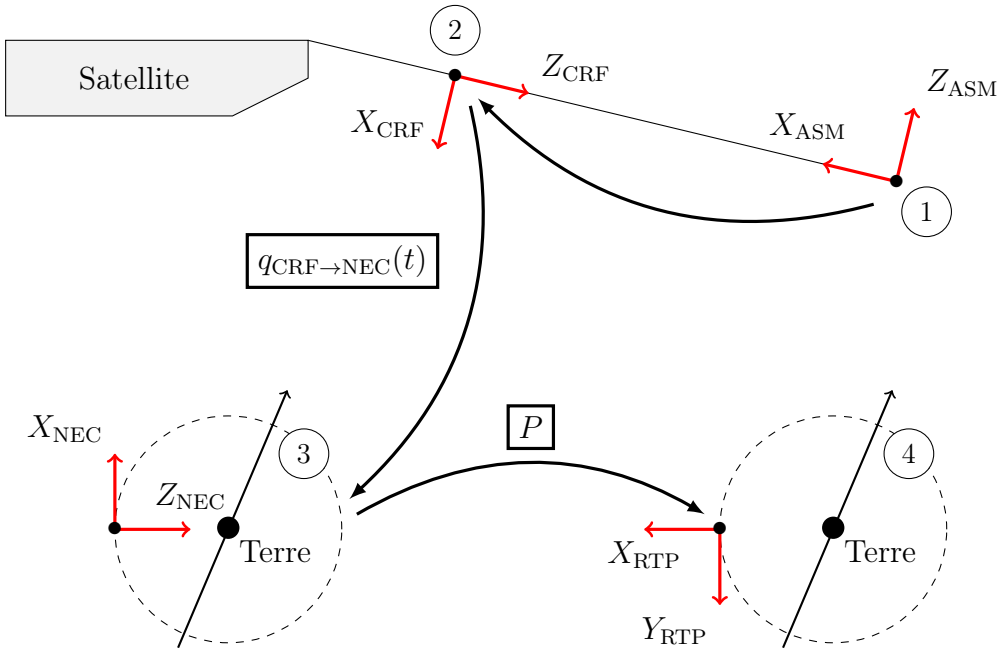


FIGURE 4.1 – Synthèse des différents référentiels. Les mesures magnétiques sont effectuées dans le référentiel instrument (1) alors que les coefficients de Gauss sont exprimés dans le référentiel sphérique RTP (4), qui est égal au référentiel NEC à une permutation des axes près (notée P). Les caméras stellaires permettent d'exprimer à tout instant la relation de passage liant le référentiel CRF (2), un référentiel de référence propre au satellite, au référentiel NEC. Cette relation de passage est représentée par le quaternion $q_{\mathrm{CRF}\to\mathrm{NEC}}$ et fait partie des informations délivrées par SWARM. Au final, seule la transformation du réfentiel instrument vers le référentiel CRF est *a priori* inconnue (ou plus précisement, cette transformation est connue avec une précision insuffisante, ce qui nécessite qu'elle soit redéterminée dans le contexte de la modélisation du champ).

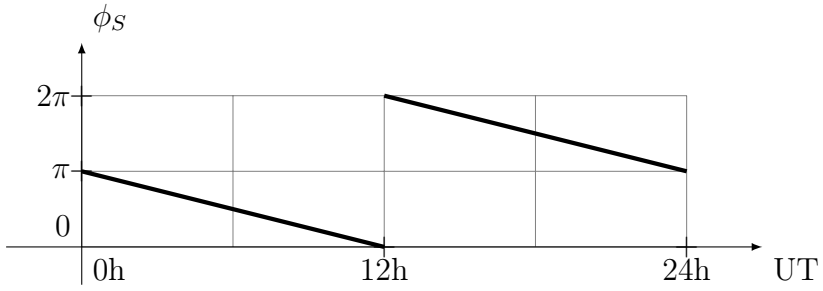


FIGURE 4.2 – Longitude solaire en fonction de l'heure UT

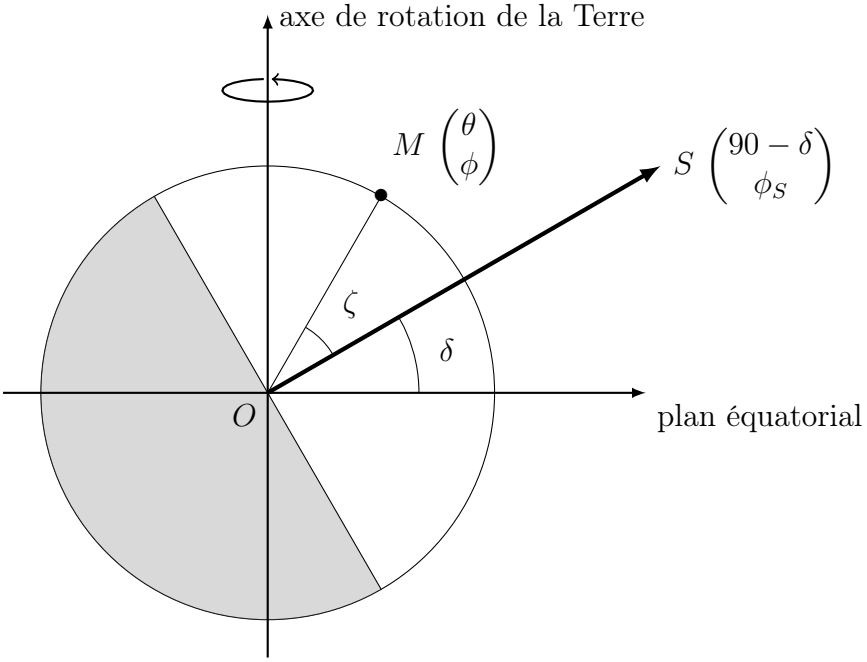


FIGURE 4.3 – Mesure de la distance angulaire entre le satellite M et le Soleil S par rapport au centre de la Terre O. Le Soleil est repéré par sa déclinaison δ et sa longitude solaire ϕ_S. Le satellite est situé à un endroit quelconque repéré notamment par sa co-latitude θ et sa longitude ϕ. Ainsi le satellite est « côté nuit » si l'angle $\zeta = (\overrightarrow{OS}, \overrightarrow{OM})$ est supérieur à $\pi/2$

point de réference de l'équateur terrestre appelé point *vernal*. Par commodité de calcul, on préférera lui substituer la longitude solaire qui dérive naturellement de l'heure UTC et dont l'allure est donnée figure 4.2.

La figure 4.3 nous permet d'introduire l'angle ζ défini comme la distance angulaire entre le Soleil S et le satellite M par rapport au centre de la Terre O. On peut montrer que cet angle peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\cos\zeta = \cos\theta \cdot \sin\delta + \sin\theta \cdot \cos\delta \cdot \cos(\phi - \phi_S) \tag{4.3}$$

En introduisant un angle critique ζ_C (ici $\zeta_C = 10°$), la condition de nuit noire correspond à la sélection illustrée figure 4.4 et, en négligeant l'altitude du satellite, s'écrira simplement :

$$\cos\zeta < \cos(\pi/2 + \zeta_C) \tag{4.4}$$

Notons que cette dernière sélection sera assez drastique, notamment pour les périodes où l'heure locale est proche de 6h/18h.

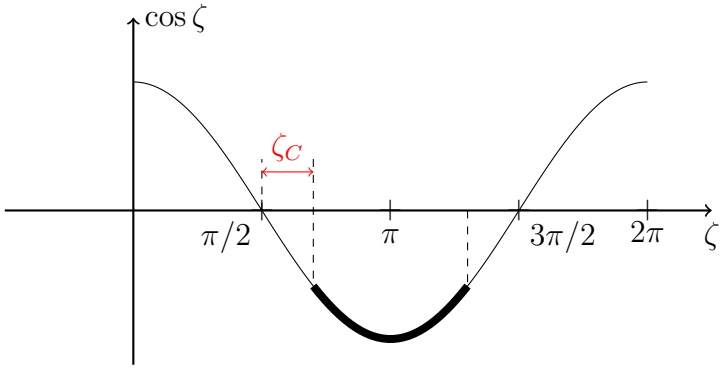


FIGURE 4.4 – Condition de nuit noire et angle critique ζ_C. La zone de nuit noire correspond ici à la partie épaissie de la courbe, comprise entre $\pi/2 + \zeta_C$ et $3\pi/2 - \zeta_C$.

Les données à haute latitude sont potentiellement porteuses de la signature de courants alignés (voir [Le et al., 2010]), phénomènes que nous ne cherchons pas à modéliser. Ces phénomènes sont donc gênants dans notre modélisation car nous avons fait l'hypothèse d'une absence de circulation de charges au voisinage des satellites. Etant donné que la signature de ces effets sur la mesure magnétique vectorielle est essentiellement *perpendiculaire* à la direction du champ ambiant, nous pouvons grandement atténuer leur effet en remplaçant la mesure vectorielle par la mesure scalaire dans les zones perturbées. Ceci permet en outre de s'affranchir des perturbations polaires pouvant affecter les données vectorielles de l'ASM (rappelons-nous la figure 3.16, page 116). Ces phénomènes étant par ailleurs fortement liés à la morphologie du champ, nous utilisons une sélection basée sur la latitude *Quasi-Dipole* plutôt que sur la latitude géographique. Pour un point M de l'espace, situé à une altitude h, on détermine la ligne de champ qui passe par ce point. On note A l'apex de cette ligne de champ, c'est-à-dire le point de plus haute altitude par rapport à la surface terrestre. En notant h_A l'altitude de ce point A, la latitude Quasi-Dipole λ_q du point M s'écrit :

$$\lambda_q = \pm \cos^{-1}\left(\frac{a+h}{a+h_A}\right)^{1/2} \tag{4.5}$$

où a représente rappelons-le, le rayon terrestre moyen (6371.2 km). Le signe de λ_q permet de séparer les hémisphères Nord et Sud. La figure 4.5 illustre le calcul de cette latitude. Pour plus d'informations à ce sujet, nous renvoyons le lecteur à l'article [Richmond, 1995] où cette latitude a été introduite.

Nous avons ainsi choisi de ne garder que des mesures scalaires au-dessus de la latitude QD 55° pour chaque hémisphère afin d'atténuer l'influence de ces courants alignés. Pour ces points situés aux hautes latitudes, il est intéressant d'utiliser une sélection basée sur des paramètres plus adaptés que les indices K_p ou RC pour traduire l'agitation magnétique des zones polaires. Newell dans [Newell et al., 2007] donne l'expression du champ électrique de reconnection E_m dû à l'interaction entre le vent solaire, caractérisé par sa vitesse de propagation v, et la magnétosphère, caractérisée par l'intensité de l'indice IMF (B_x, B_y, B_z). [Ritter et al., 2004] a montré que cet indice est particulièrement bien adapté pour caractériser l'agitation magnétique des zones polaires. Nous utilisons la définition de E_m utilisée dans CHAOS-4 (voir [Olsen et al., 2014]) qui dérive de celle proposée par Newell et qui s'exprime par la formule suivante :

$$E_m = K v^{4/3} B_t^{2/3} (\sin|\Theta|/2)^{8/3} \tag{4.6}$$

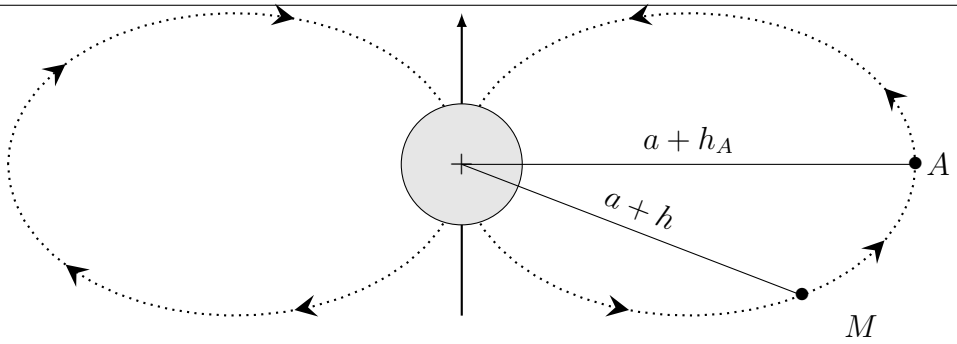


FIGURE 4.5 – Points remarquables pour le calcul de la latitude Quasi-Dipole. A partir d'un point M donné situé à une altitude h, on trace la ligne de champ qui passe par ce point (ici en pointillé). On repère sur cette courbe, l'apex A situé à une altitude h_A. La latitude QD se déduit des deux altitudes h et h_A.

où $B_t = \sqrt{B_y^2 + B_z^2}$ et $\Theta = \arctan(B_y/B_z)$. Le coefficient K permet de rendre comparable cette définition avec les autres définitions de l'indice E_m proposées par Newell et vaut $K = 0.33$ pour obtenir E_m en mV/m, lorsque v est exprimé en km/s et l'indice IMF en nT. Avec cette définition, nous ne gardons les données scalaires haute latitude que si la valeur moyenne de cet indice sur l'heure précédant la mesure n'excède pas 3.3 mV/m.

En deça de 55° de latitude QD, nous souhaitons n'utiliser que les données vectorielles les plus propres possible. En nous basant sur nos précédentes études (voir les chapitres 2 et 3), nous avons choisi les critères suivants : si le résidu scalaire $F - ||\mathbf{B}||$ est inférieur à 0.3 nT et si la dernière activation du moteur piezo-électrique est à plus de 3 secondes, nous utilisons la mesure vectorielle ; pour tous les autres cas, nous utilisons la mesure scalaire.

Notre sélection des données est résumée figure 4.6. Au final et après une ultime décimation nous obtenons 3×65169 données vectorielles et 66454 données scalaires pour ALPHA et 3×74123 données vectorielles et 67095 données scalaires pour BRAVO, soit un total de 551425 données[4].

Nous construisons de la même façon un jeu de données basé sur les mesures magnétiques officielles de SWARM et séléctionnées aux mêmes points que notre jeu ASMV afin de construire un modèle de comparaison, que nous appellerons « modèle VFM ».

4.1.2 Modélisation et résultats

Pour pouvoir livrer un modèle IGRF pour l'époque 2015 jusqu'au degré 13, il est en fait nécessaire de construire un modèle « parent » légèrement plus sophistiqué, afin de permettre l'extrapolation à l'époque voulue. Notre modèle calcule ainsi les coefficients de Gauss jusqu'au degré 40, avec une prise en compte de la variation séculaire jusqu'au degré 8. Il modélise également de manière simplifiée les sources externes pour tenir compte des signaux ionosphériques et magnétosphériques que la sélection des données ne permet pas d'éliminer. Par ailleurs, comme nous l'expliquions plus haut, les données sont exprimées

4. Le lecteur pourra s'étonner que nous n'avons utilisé aucune donnée ASMV provenant du satellite CHARLIE, qui a pourtant fourni des données jusqu'au 04/11/2014. La raison principale en est que les satellites ALPHA et CHARLIE étant très proches l'un de l'autre, les données de CHARLIE étaient largement redondantes de celles de ALPHA pour les besoins de notre modélisation. En outre, les données de CHARLIE étaient de nettement moins bonne qualité (cf. [Léger et al., 2015]).

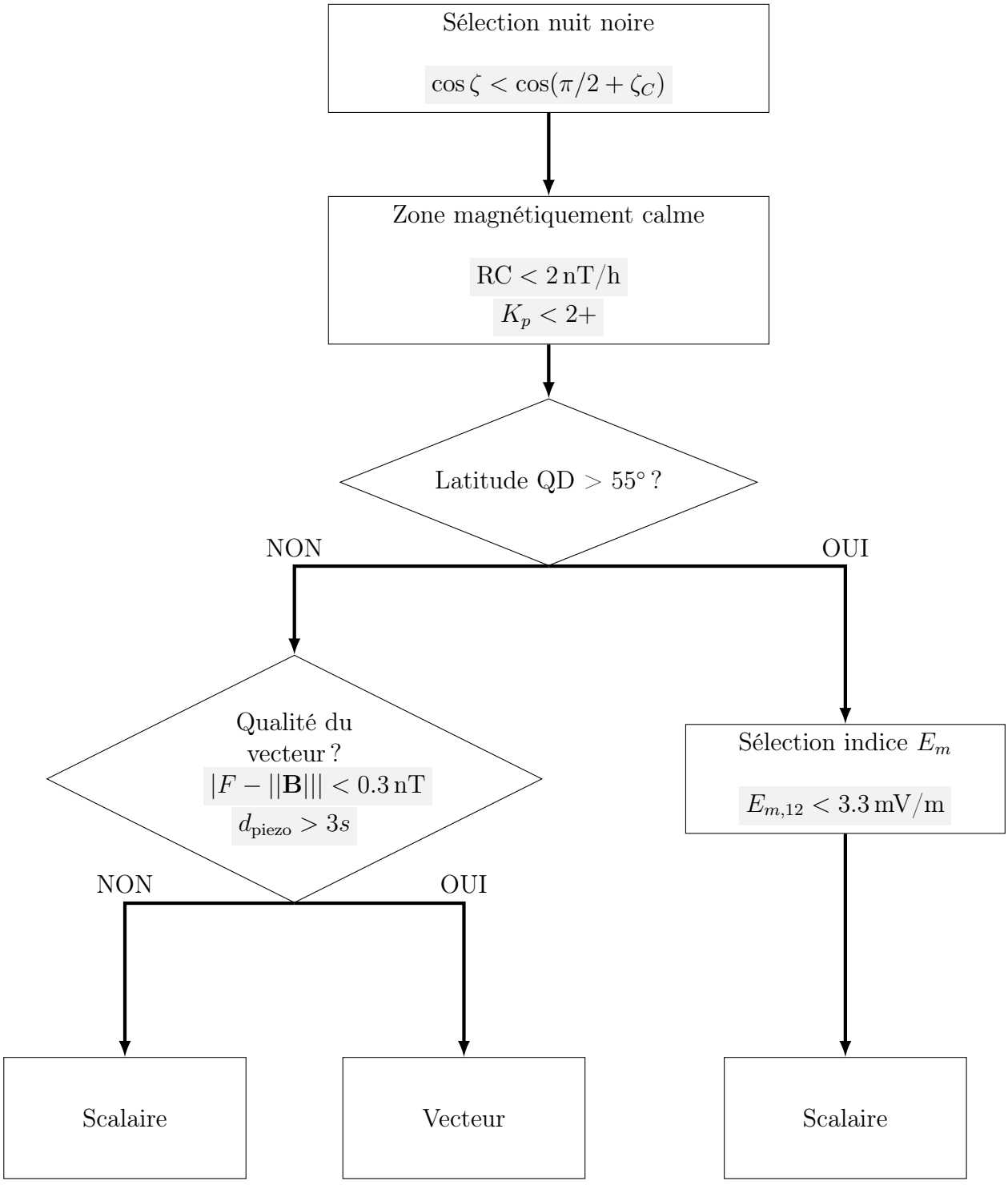


FIGURE 4.6 – Diagramme de sélection des données. Une ultime décimation des jeux de données scalaire et vectoriel (non montrée ici) permet au final une inversion sur un ensemble de données de dimension raisonnable.

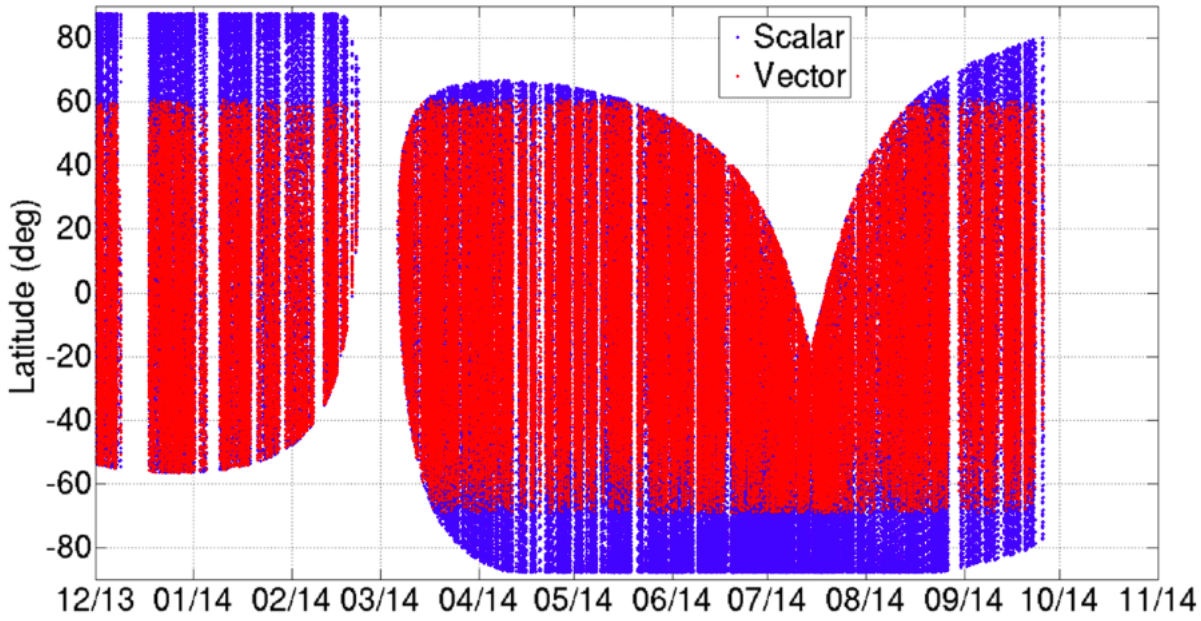


FIGURE 4.7 – Couverture des données sélectionnées pour la construction du modèle parent de notre modèle candidat à l'IGRF-12. Les données sont représentées en fonction de la date et de la latitude géographique, en rouge pour le vecteur et en bleu pour le scalaire. On remarque que seules les données scalaires sont utilisées dans les zones polaires. Par ailleurs, la sélection côté nuit uniquement (nécessaire pour éviter la contamination des données par du signal ionosphérique non modélisé) introduit des « trous » dans la couverture des données, comme c'est par exemple le cas aux alentours de mars et juillet 2014.

dans le référentiel instrument alors que les coefficients de Gauss s'expriment dans le référentiel terrestre sphérique RTP. En introduisant un référentiel intermédiaire, le *Common Reference Frame* (ou CRF) il est possible de décomposer la relation de passage (dynamique) liant le référentiel instrument au référentiel RTP (rappelons-nous la figure 4.1). La relation de passage liant le référentiel CRF au référentiel RTP se déduit, on l'a déjà dit, du quaternion $q_{\mathrm{CRF}\to\mathrm{NEC}}$ fourni par les données SWARM. Il nous reste à déterminer la relation de passage entre le référentiel instrument et le référentiel CRF. On représente cette dernière transformation par le biais d'angles d'Euler qui seront co-estimés avec les autres paramètres du modèle. On a vu au chapitre précédent qu'une déformation lente du bras pouvait être observée (de l'ordre de quelques arcsecondes sur une dizaine de jours), nous avons donc choisi d'estimer les angles d'Euler tous les 10 jours pour chacun des satellites. Nous ne rentrons volontairement pas dans les détails, mais le lecteur peut se référer à l'annexe D pour une présentation approfondie des angles d'Euler et de notre modélisation.

Au final, notre modélisation fait donc intervenir les contributions suivantes :

1. un champ statique jusqu'au degré 40 (coefficients de Gauss pour $n = 1$ à 40), soit $40 \times 42 = 1680$ coefficients statiques,
2. une variation séculaire jusqu'au degré 8 (dérivées premières des coefficients de Gauss pour $n = 1$ à 8), soit $8 \times 10 = 80$ coefficients,
3. un champ externe dynamique représenté par 13 coefficients,
4. une estimation de la rotation dynamique permettant de passer du référentiel instrument au référentiel CRF, calculée pour chaque satellite tous les dix jours, soit 180 coefficients.

Soit un total de 1953 paramètres. Pour l'IGRF, nous tronquerons notre modèle uniquement aux coefficients statiques jusqu'au degré 13 en nous basant sur notre variation séculaire pour les extrapoler à la date du 1er janvier 2015.

La méthode qui permet, partant d'un certain nombre d'observations du champ magnétique ($\mathbf{B}_k$), de trouver les paramètres *optimaux* du modèle fait partie d'une vaste classe d'outils mathématiques connue sous le nom de *Problème inverse* ([Tarantola, 2005] et [Menke, 2012]).

Du fait de l'utilisation de données scalaires d'une part et de la co-estimation des angles d'Euler d'autre part, le problème inverse considéré ici est *non-linéaire* et nécessite un algortihme d'optimisation itératif. Compte tenu de la durée du support temporel, nous n'avons cependant introduit aucune régularisation sur la fonction à optimiser (pour plus de détail, voir [Vigneron et al., 2015b], reproduit en annexe F.1).

Les statistiques des résidus obtenus après inversion sont données pour les modèles ASM et VFM tableau 4.2 à la fois pour le résidu scalaire à haute latitude F_p et pour les trois composantes B_r, B_θ et B_ϕ. Ces résidus sont obtenus en calculant les différences entre valeurs prédites par le modèle et les valeurs des données utilisées pour construire le modèle. On observe que ces résidus sont globalement similaires entre les deux modèles ASM et VFM. La carte de la composante radiale du champ prédit par le modèle ASMV au 1er janvier 2014 à l'altitude moyenne des satellites (450 km) est donnée figure 4.8 ainsi que sa différence avec celle prédite par le modèle VFM. On observe que l'essentiel du désaccord est localisé au pôle Nord, ce que nous interprétons comme une incertitude sur l'extrapolation due à la couverture des données dans les régions polaires (cf. figure 4.7). On remarque également un désaccord zonal d'environ 3 nT, sur lequel nous reviendrons. Les modèles sont néanmoins en bon accord, ce que nous confirme une comparaison des spectres

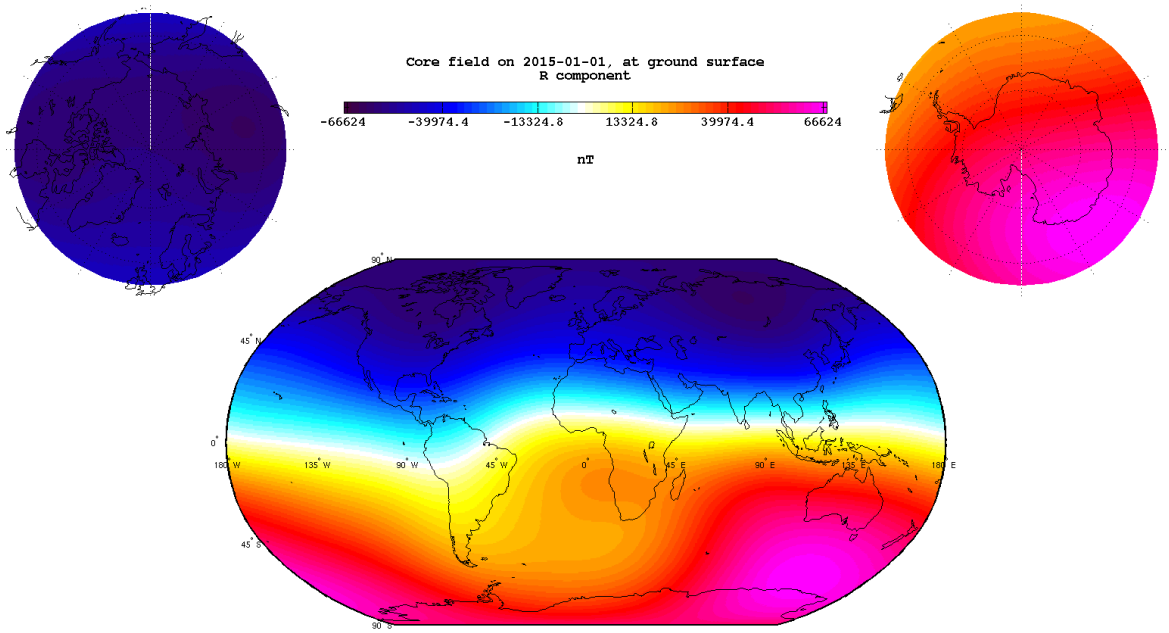
	N	ASMV		VFM	
		mean	rms	mean	rms
F_p	49214	−0.27	4.81	+0.00	4.80
B_r	139292	−0.02	2.45	−0.06	1.76
B_θ	139292	−0.03	3.56	+0.06	3.18
B_ϕ	139292	−0.16	2.96	−0.13	2.61

TABLE 4.2 – Résidus des modèles IGRF-12. Les résidus sont donnés en nT pour le modèle ASMV (à gauche) et VFM (à droite) pour le scalaire dont la latitude QD est au-delà de 55° en valeur absolue (F_p), ainsi que pour les trois composantes en référentiel géocentrique B_r B_θ et B_ϕ. On remarque que les deux modèles ont des résidus comparables.

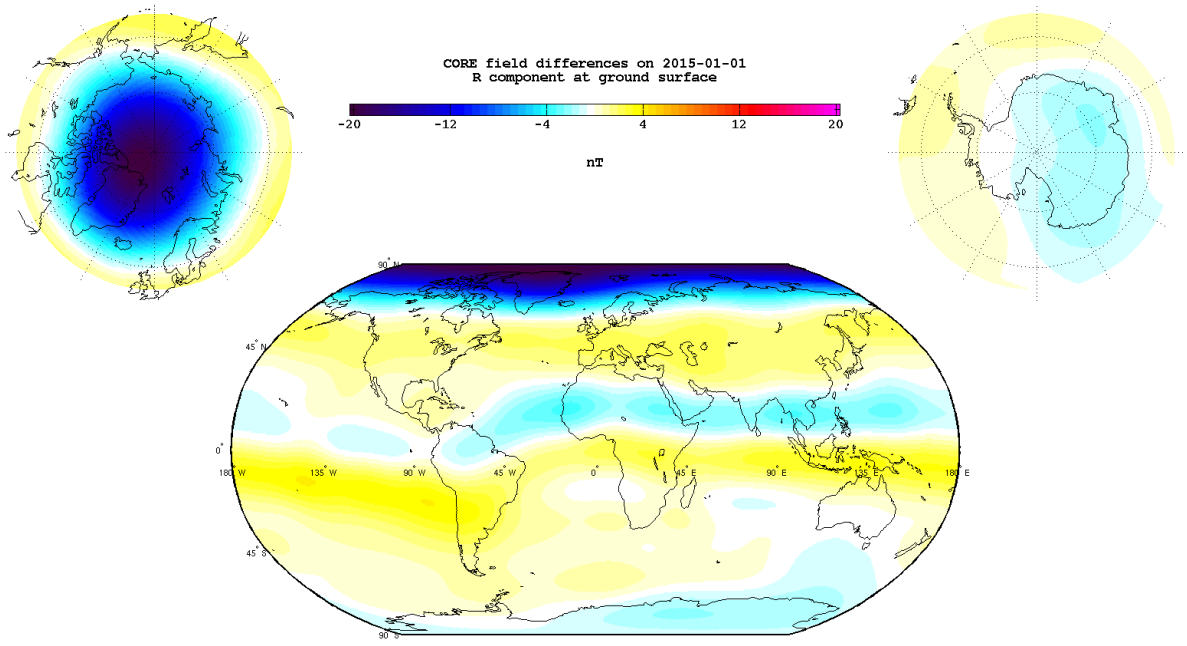
de Lowes-Mauersberger, figure 4.9. Ces spectres sont définis par l'équation suivante :

$$W_n(r) = (n+1)\left(\frac{a}{r}\right)^{2n+4} \sum_{m=0}^{n} \left[(g_n^m)^2 + (h_n^m)^2\right] \tag{4.7}$$

Une comparaison des différents modèles candidats a été effectuée dans [Thébault et al., 2015]. Notre modèle ASMV (noté modèle H dans cet article) présente des désaccords avec le modèle moyen à la surface de la Terre qui sont du même ordre de grandeur que les désaccords des autres modèles. Ce résultat a permis de fournir la première démonstration tangible de la capacité de l'instrument ASM à fournir des données magnétiques scientifiquement exploitables. Nous reproduisons figure 4.10 la carte de ce désaccord. Sans surprise, nous remarquons que les plus gros désaccords surviennent aux régions polaires. Tous ces résultats ont été publiés dans [Vigneron et al., 2015b] reproduit en Annexe F.1.



(a) Composante radiale du champ interne ($N = 1 \sim 13$) estimé au 1er janvier 2015 à la surface de la Terre pour le modèle ASMV IGRF



(b) Différence selon la composante radiale ($N = 1 \sim 13$) entre les modèles ASMV et VFM, estimée au 1er janvier 2015 à la surface de la Terre

FIGURE 4.8 – Cartes de champ du modèle ASMV IGRF

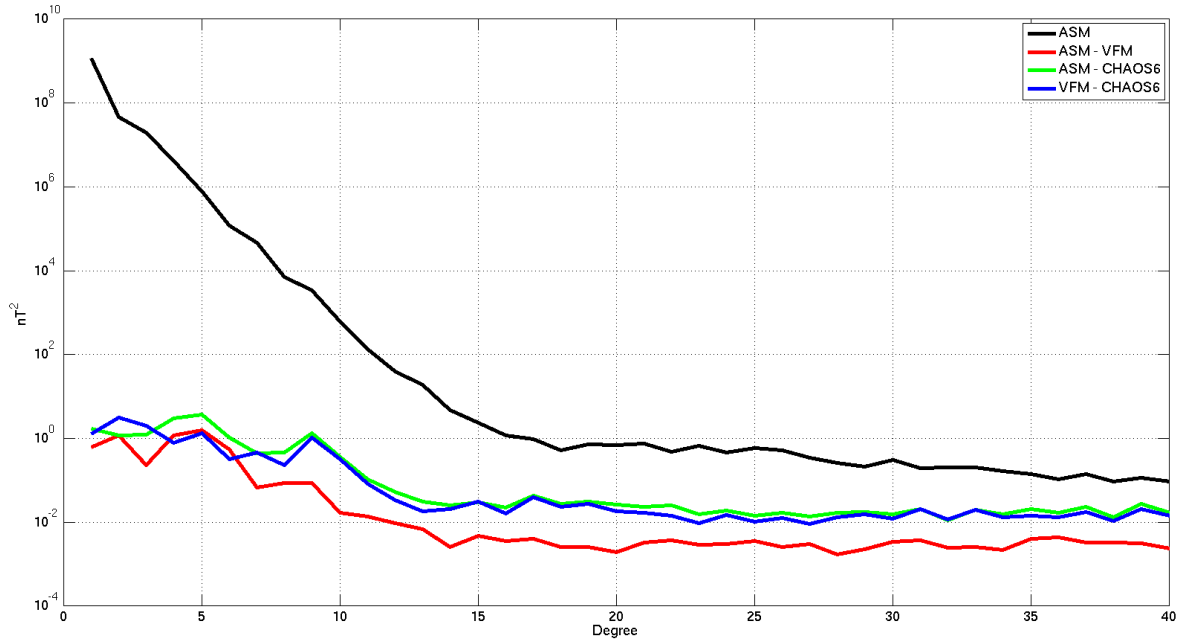


FIGURE 4.9 – Spectre du modèle IGRF ASM (en noir), estimé au 1er janvier 2015 à l'altitude moyenne des satellites (450 km). Le spectre des différences ASM-VFM, ASM-CHAOS6 et VFM-CHAOS6 sont tracées, respectivement, en rouge, vert et bleu. On observe que les trois modèles sont en relativement bon accord.

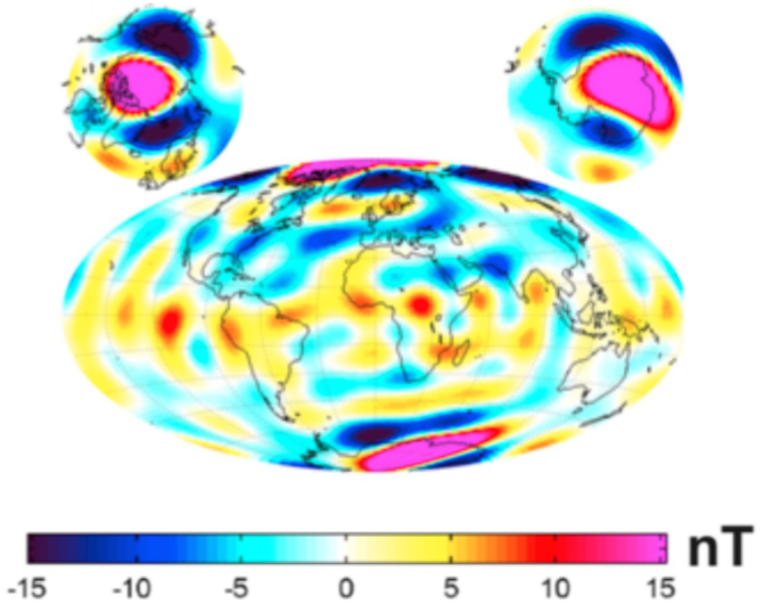


FIGURE 4.10 – Différence de la composante radiale entre le modèle ASMV et le modèle moyen IGRF, estimée au 1er janvier 2015 à la surface de la Terre (carte issue de [Thébault et al., 2015])

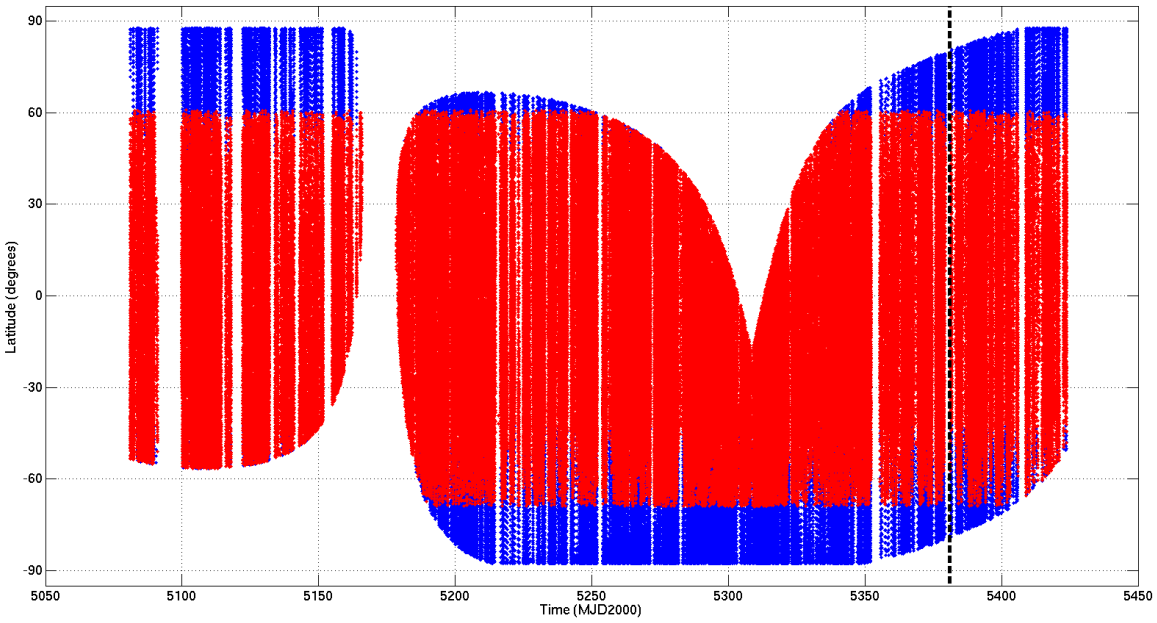


FIGURE 4.11 – Couverture des données modèle sur un an. Les données sont représentées en fonction de la date et de la latitude géographique, en rouge pour le vecteur et en bleu pour le scalaire. Une barre verticale noire a été ajoutée à la date du 25 septembre 2014 et correpond à la fin du support temporel utilisé pour nos modèles IGRF : l'ajout d'un mois de données supplémentaire est ici crucial pour combler le déficit en données de la zone du pôle Nord.

4.2 Modèle basé sur un plus long support temporel

Notre modèle IGRF-12 a permis de valider la qualité des données ASMV. En revanche, nous avons vu que notre contrainte de n'utiliser que des données issues de SWARM introduisait une imprécision dans l'estimation de la variation séculaire dont l'effet se manifeste essentiellement au pôle Nord. Nous avons donc travaillé sur un second modèle, intégrant un support temporel un peu plus long et nous nous sommes concentrés sur les comparaisons de prédiction des modèles à l'intérieur du support temporel des données. Ce travail a été publié dans [Hulot et al., 2015b] dont le lecteur trouvera une reproduction à l'annexe F.2. Si le but du modèle IGRF était de proposer un modèle ASMV comparable aux autres modèles candidats, l'objectif de cette seconde étude était plutôt d'analyser en détail les désaccords entre les modèles ASM et VFM.

4.2.1 Données utilisées

Ce nouveau jeu de données ASMV courait jusqu'en Novembre 2014, ce qui permet de combler le déficit en données au voisinage du pôle Nord à la fin du support temporel (voir figure 4.11, qui est à comparer à la figure 4.7). La sélection des données est sensiblement la même que pour le modèle IGRF, à ceci près que nous avons choisi de supprimer les données dont 1/ le résidu scalaire est trop élevé ou 2/ la distance temporelle avec une activation du moteur piezo-électrique est inférieure à 3 secondes [5].

Au final, notre nouveau jeu de données représente 3×145487 données vectorielles et

5. précedemment, nous remplacions la donnée vectorielle par la donnée scalaire

	N	ASMV		VFM	
		mean	rms	mean	rms
F_p	64853	-0.14	3.69	$+0.01$	3.68
B_r	307978	$+0.02$	2.42	$+0.02$	1.76
B_θ	307978	-0.01	3.50	$+0.04$	3.13
B_ϕ	307978	-0.11	2.87	-0.09	2.52

TABLE 4.3 – Résidus des modèles sur un an. Les résidus sont donnés en nT pour le modèle ASMV (à gauche) et VFM (à droite) pour le scalaire dont la latitude QD est au-delà de 55° en valeur absolue (F_p), ainsi que pour les trois composantes en référentiel géocentrique B_r B_θ et B_ϕ. On remarque que les deux modèles ont des résidus comparables.

31515 données scalaires pour ALPHA et 3×162491 données vectorielles et 33338 données scalaires pour BRAVO.

4.2.2 Modélisation et résultats

Notre modélisation est similaire à celle employée précédemment, mais cherche à reconstruire un modèle plus précis. Nous avons ainsi calculé :

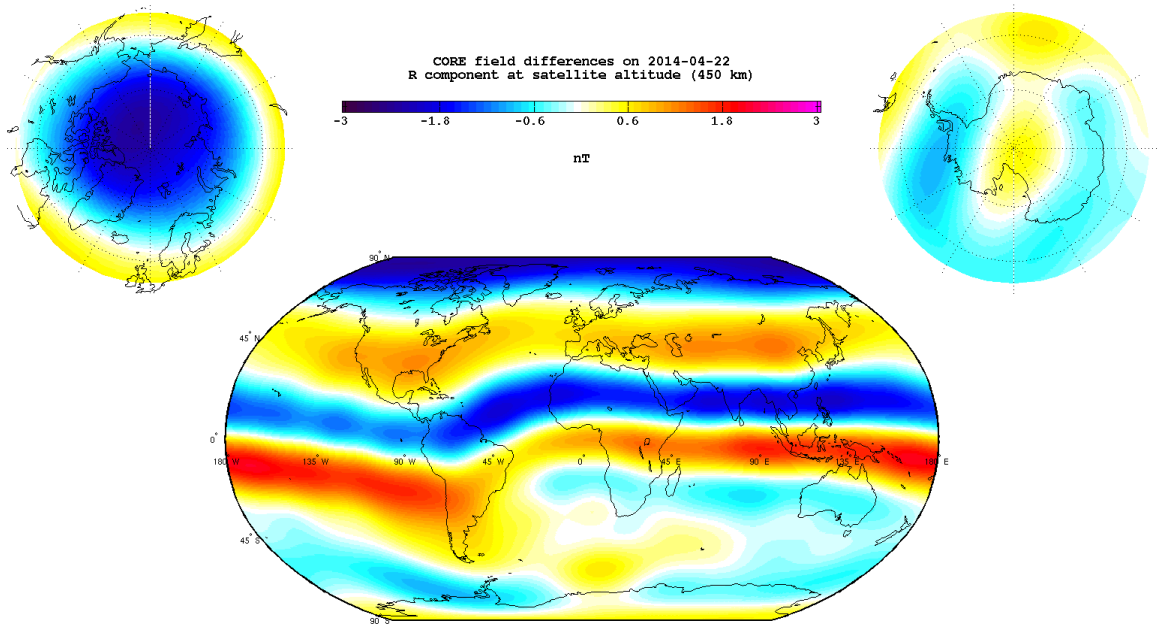
1. un champ statique jusqu'au degré 45, soit $405 \times 47 = 2115$ coefficients statiques,
2. une variation séculaire jusqu'au degré 13, soit $13 \times 15 = 195$ coefficients,
3. un champ externe dynamique représenté par 91 coefficients,
4. une rotation dynamique du référentiel instrument vers le référentiel CRF, calculée pour chaque satellite tous les dix jours, soit 204 coefficients.

Soit un total de 2615 coefficients. C'est plus que le nombre de coefficients utilisés précédemment (1953). Trois raisons expliquent cela :

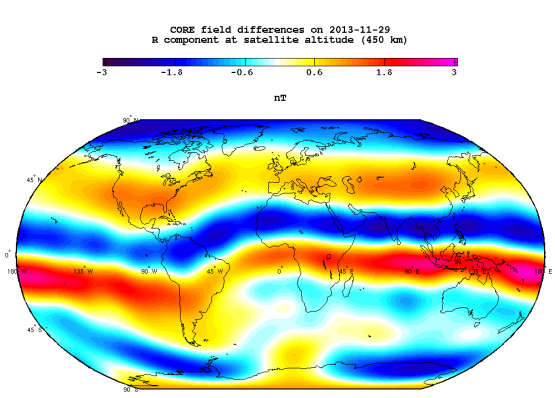
— notre champ interne est calculé jusqu'à un plus haut degré, à la fois pour le statique ($40 \to 45$) que pour le dynamique ($8 \to 13$),
— notre champ externe est modélisé plus finement : les coefficents de correction Δq_i^j sont désormais dynamiques (voir section D.3, page 227),
— dans une moindre mesure, le support temporel plus large introduit de nouveaux angles d'Euler.

Les statistiques des résidus après inversion sont données table 4.3. Nous retrouvons des résultats assez proches des modèles parents IGRF. Néanmoins l'étude de la différence selon la composante radiale entre les modèles ASM et VFM, qui est représentée figure 4.12 à trois instants différents (milieu du segment temporel figure 4.12a, début figure 4.12b et fin figure 4.12c) est assez instructive. Nous voyons que l'essentiel du désaccord polaire a disparu, validant ainsi notre hypothèse qui le reliait à un déficit de la couverture des données dans cette région. En revanche, cela fait ressortir un désaccord zonal assez marqué, de l'ordre de 3 nT et qui semble suivre les iso-valeurs de latitude QD. Nous voyons que ce désaccord est visible à n'importe quel moment du support temporel et qu'il semble donc *statique*. Il s'observe également lorsqu'on compare les spectres des deux modèles, figure 4.13a.

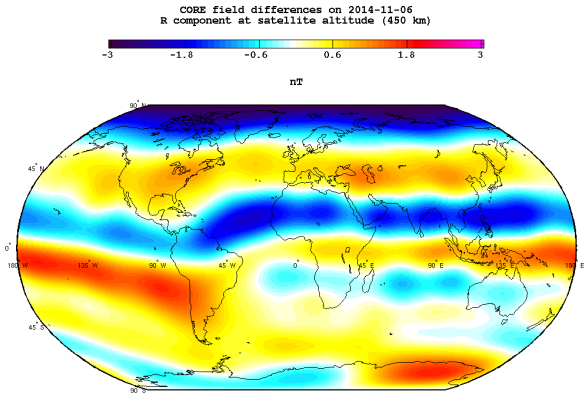
Enfin, la comparaison des spectres de la variation séculaire, figure 4.13b, permet de vérifier que notre modèle ASM basé sur un an de données, bien que n'utilisant qu'une simple régression linéaire pour l'estimation des coefficients dynamiques, affiche un spectre de variation séculaire proche de celui de CHAOS-6.



(a) 22 avril 2014

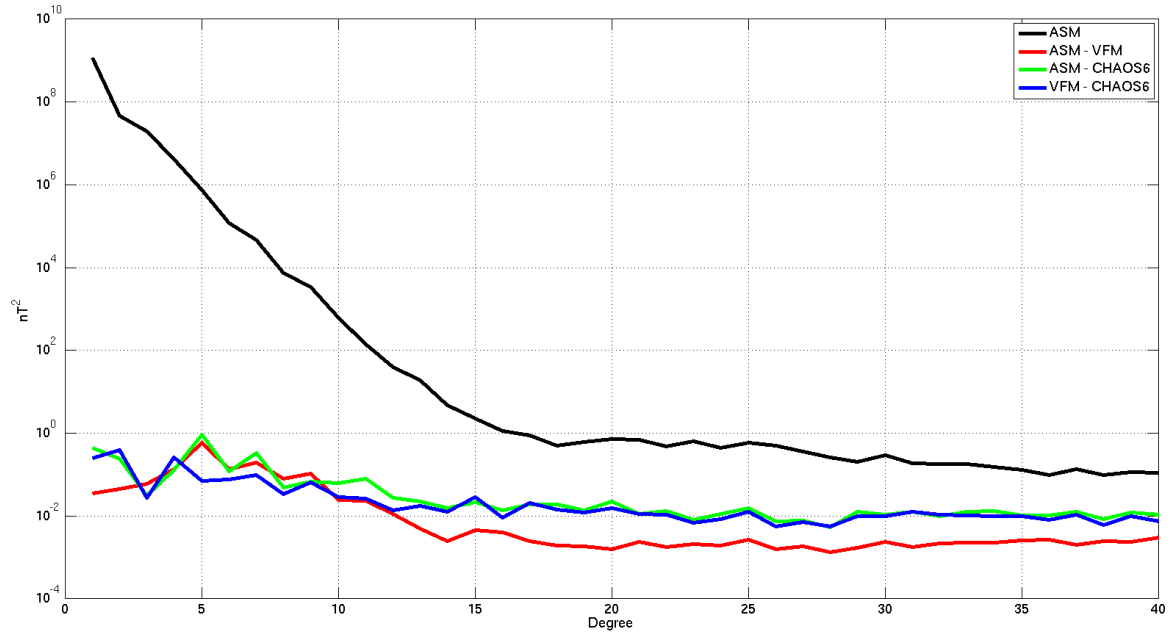


(b) début du support temporel

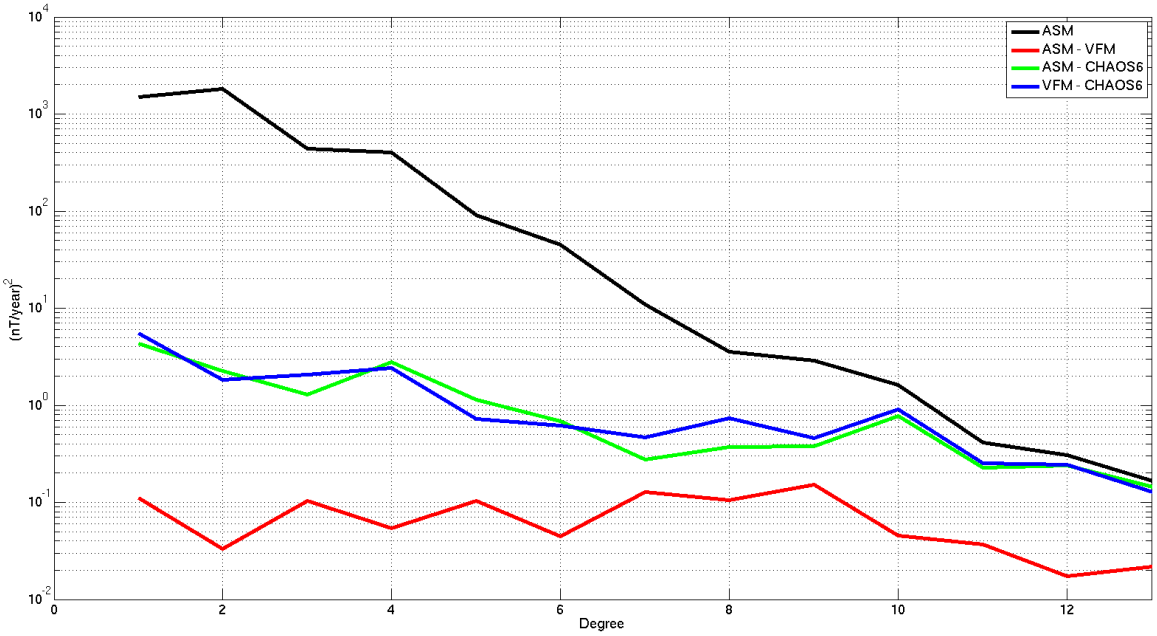


(c) fin du support temporel

FIGURE 4.12 – Différence selon la composante radiale ($N = 1 \sim 13$) entre les modèles ASMV et VFM sur un an, estimée à l'altitude moyenne des satellites (450 km) et à différents temps du support temporel.



(a) Spectre du champ principal



(b) Spectre de la variation séculaire

FIGURE 4.13 – Spectres du champ principal (en haut) et de la variation séculaire (en bas) des modèles sur un an, estimés au 22 avril 2014 à l'altitude moyenne des satellites (450 km). Le modèle ASM est tracé en noir ; les différences ASM-VFM, ASM-CHAOS6 et VFM-CHAOS6 sont tracées, respectivement, en rouge, vert et bleu.

Instrument	Données	Résidus	Prédiction
ASM	$\mathbf{D}_{\text{ASM}}$	$\mathbf{R}_{\text{ASM}}$	$\mathbf{P}_{\text{ASM}}$
VFM	$\mathbf{D}_{\text{VFM}}$	$\mathbf{R}_{\text{VFM}}$	$\mathbf{P}_{\text{VFM}}$

TABLE 4.4 – Variables utilisées pour la comparaison des modèles sur un an

4.2.3 Analyse du désaccord zonal

Afin d'étudier plus finement le désaccord zonal que nous avons observé, nous introduisons les variables définies table 4.4. Les quantités vectorielles définies dans ce tableau sont toutes exprimées dans le référentiel terrestre en coordonnées sphériques, nous avons pour cela utilisé au besoin les angles d'Euler issus de l'inversion. Par ailleurs le terme *résidus* se comprend comme la différence entre la prédiction du modèle et les données sur lesquelles est basé le modèle. Enfin, les prédictions des modèles sont exprimées aux points ayant servi à l'inversion, de sorte que données, résidus et prédictions ont tous le même support temporel. Partant de ces définitions, nous pouvons exprimer les différences entre ASM et VFM par les deux quantités vectorielles $\Delta\mathbf{D}$ et $\Delta\mathbf{P}$ définies par :

$$\Delta\mathbf{D} = \mathbf{D}_{\text{ASM}} - \mathbf{D}_{\text{VFM}} \tag{4.8a}$$
$$\Delta\mathbf{P} = \mathbf{P}_{\text{ASM}} - \mathbf{P}_{\text{VFM}} \tag{4.8b}$$

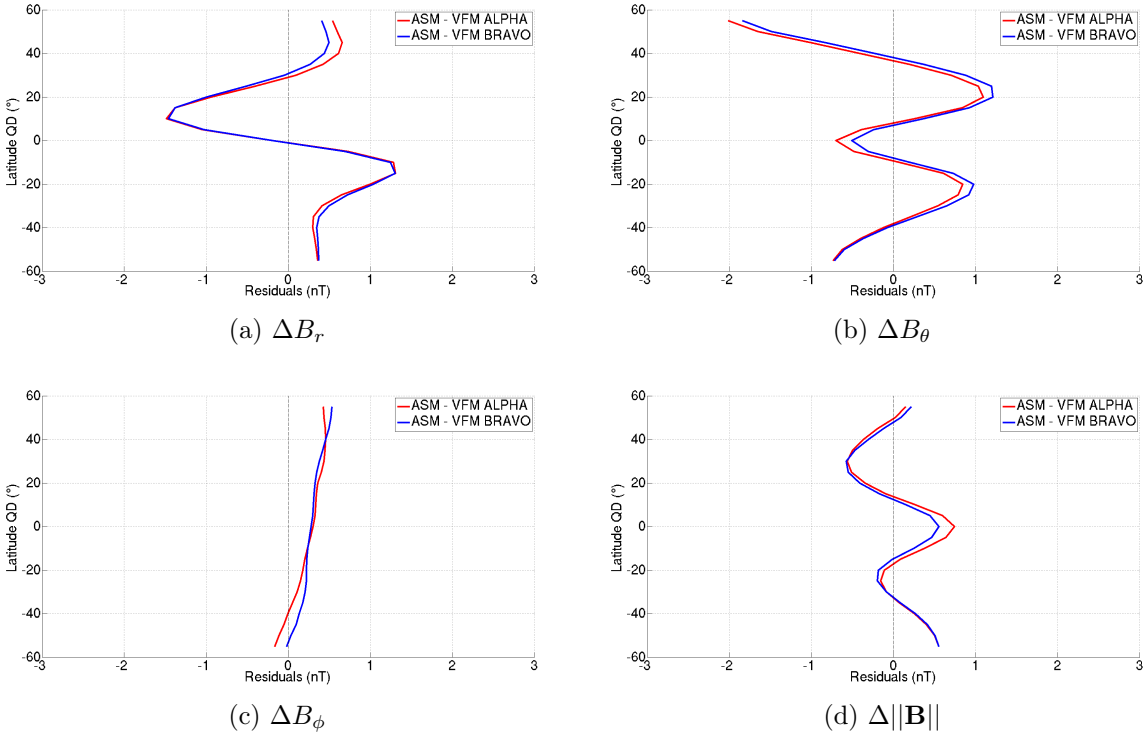
Afin de synthétiser nos comparaisons, nous calculons un désaccord *moyen* basé sur un découpage de la latitude QD en boîte de 10°. La figure 4.14 nous montre ainsi la différence entre les prédictions des deux modèles, moyennées en latitude QD sur l'intégralité du support temporel, selon les trois composantes r, θ et ϕ ainsi que la différence d'intensité. Ces différences font le distingo entre ALPHA (en rouge) et BRAVO (en bleu). Nous observons immédiatement que les deux modèles sont en désaccord systématique selon les composantes r et θ ainsi que sur l'intensité. L'effet est moindre sur la composante ϕ. Nous voyons par ailleurs une bonne cohérence entre les satellites ALPHA et BRAVO.

Si nous regardons maintenant la comparaison des données représentée figure 4.15, nous remarquons qu'une signature identique est visible pour les composantes r et θ *mais que les intensités sont en relativement bon accord*. Ceci nous permet d'affirmer qu'un désaccord sur la *direction* des données est à l'origine du désaccord qu'on observe sur les modèles. Néanmoins l'étude de cette figure seule ne nous permet pas de dire quel instrument est à l'origine du désaccord.

Pour cela, il est utile d'analyser aussi la comparaison des résidus représentée figure 4.16. Nous remarquons que les résidus du modèle VFM (tracés en bleu foncé pour ALPHA et bleu clair pour BRAVO) ne présentent pas de signature statique particulière selon la latitude QD, *ce qui n'est pas le cas des modèles ASM* (tracés en rouge pour ALPHA et orange pour BRAVO). La signature des résidus ASM est en effet similaire à l'anomalie que nous avons constatée. Ceci nous permet d'affirmer que :

1. le désaccord entre les modèles ASM et VFM trouve son origine dans une anomalie des données ASM,

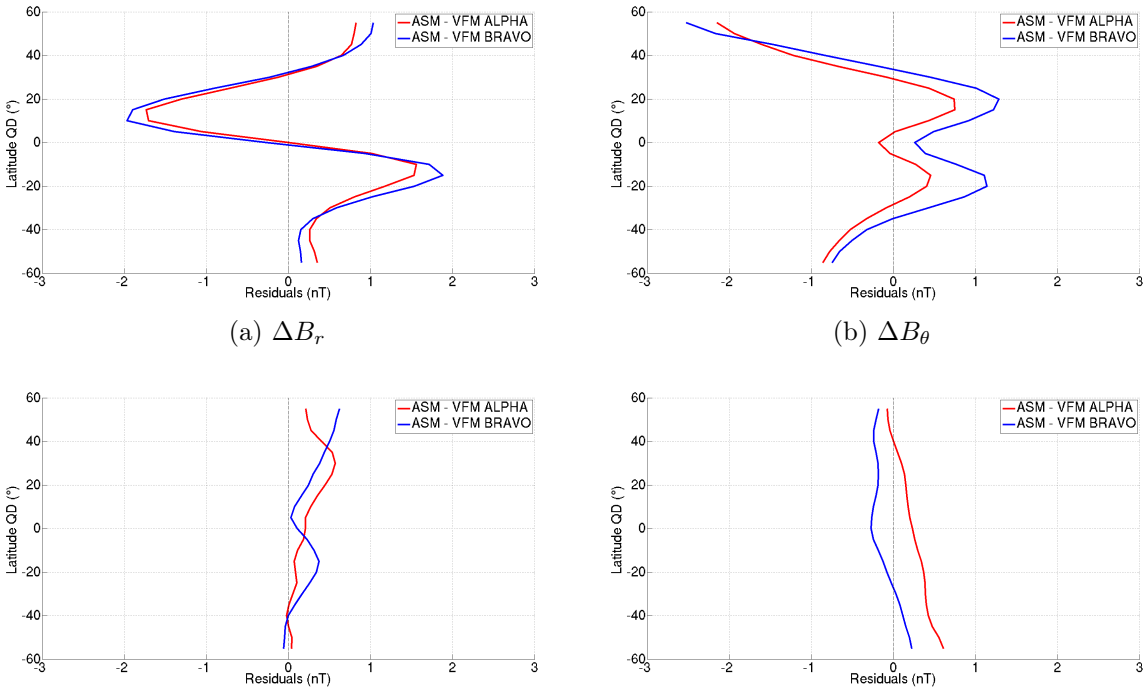
2. cette anomalie ne peut être totalement représentée par un champ potentiel puisqu'elle se retrouve en partie dans les résidus.



(a) ΔB_r (b) ΔB_θ

(c) ΔB_ϕ (d) $\Delta||\mathbf{B}||$

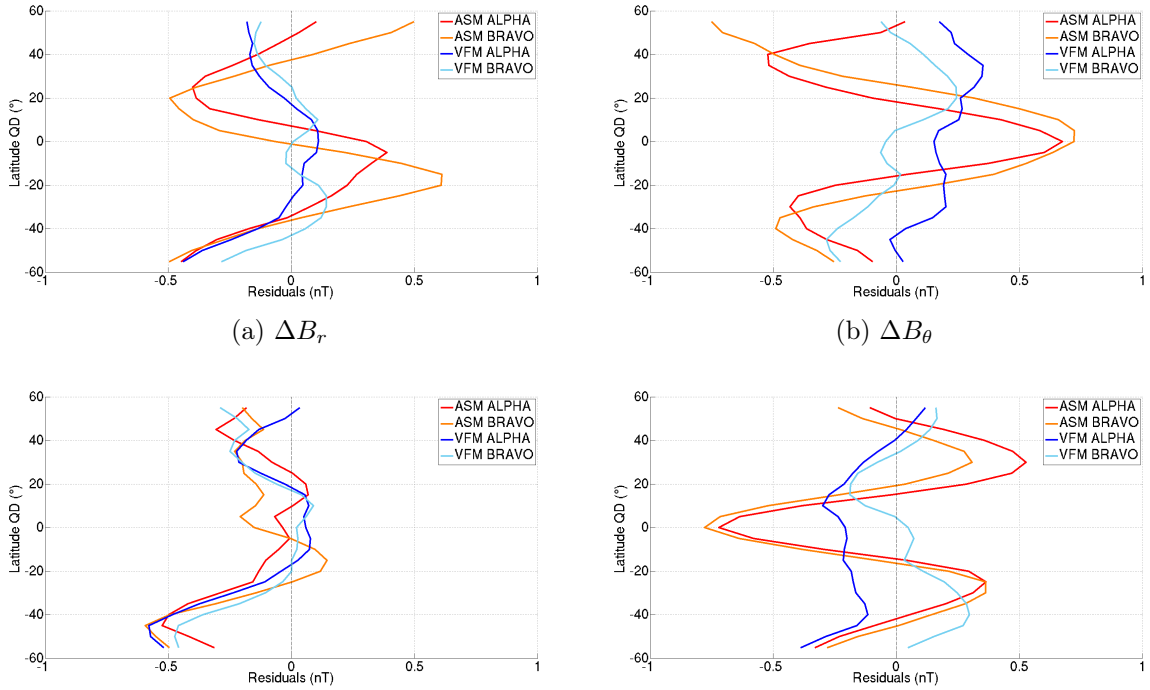
FIGURE 4.14 – Comparaison des prédictions $\Delta\mathbf{P}$ entre les modèles ASM et VFM, moyennées selon la latitude QD, pour les trois composantes ainsi que la norme



(a) ΔB_r (b) ΔB_θ

(c) ΔB_ϕ (d) $\Delta||\mathbf{B}||$

FIGURE 4.15 – Comparaison des données $\Delta\mathbf{D}$, moyennées selon la latitude QD, pour les trois composantes ainsi que la norme



(a) ΔB_r (b) ΔB_θ

(c) ΔB_ϕ (d) $\Delta||\mathbf{B}||$

FIGURE 4.16 – Comparaison des résidus $\mathbf{R}_{\text{ASM}}$ et $\mathbf{R}_{\text{VFM}}$, moyennés selon la latitude QD, pour les trois composantes ainsi que la norme

4.2.4 Influence d'un glissement du support temporel

Afin de s'assurer que l'effet mis en évidence dans notre étude précédente ne résultait pas d'un effet transitoire dérivant du lancement des satellites, nous avons par la suite tiré parti de l'accumulation de près de trois ans de données et refait notre étude sur deux runs de deux jeux de données (ASM et VFM) de 16 mois chacun sans support temporel commun et définis table 4.5. Ces modèles ont été construits exactement de la même manière que les modèles précédents, c'est-à-dire avec la même paramétrisation que celle décrite à la section 4.2.2.

Run	Instrument	Début	Fin	Durée (mois)
1	ASMV	2013-11-30	2015-03-24	16
	VFM	2013-11-30	2015-03-24	16
2	ASMV	2015-05-24	2016-09-14	16
	VFM	2015-05-24	2016-09-14	16

TABLE 4.5 – Définition des 4 jeux de données *glissés*

La comparaison de la prédiction des modèles issus des données des deux instruments ASM et VFM est donnée figure 4.17. Nous remarquons que le même désaccord est visible pour les deux runs. L'anomalie que nous constatons dans la direction du vecteur ASMV est donc bien présente quel que soit le moment d'observation. Il s'agit d'un effet systématique.

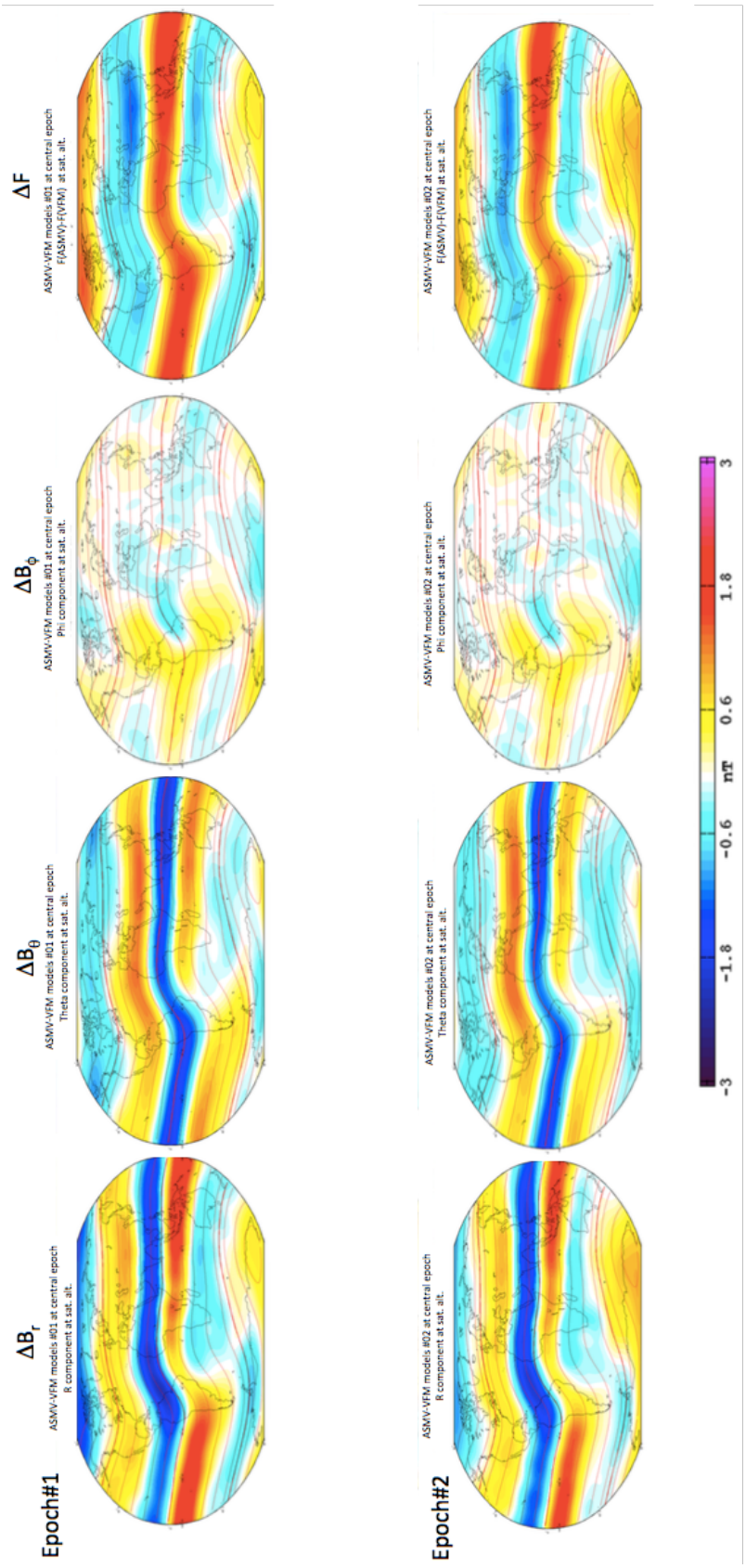


FIGURE 4.17 – Comparaison de la prédiction des modèles à leur époque centrale ($N = 1 \sim 13$) à l'altitude moyenne des satellites (450 km). La différence entre les modèles ASM et VFM du run 1 est tracée colonne de gauche, celle du run 2 colonne de droite. Nous faisons classiquement apparaître les comparaisons selon les trois composantes ainsi que la différence de prédiction d'intensité (de bas en haut).

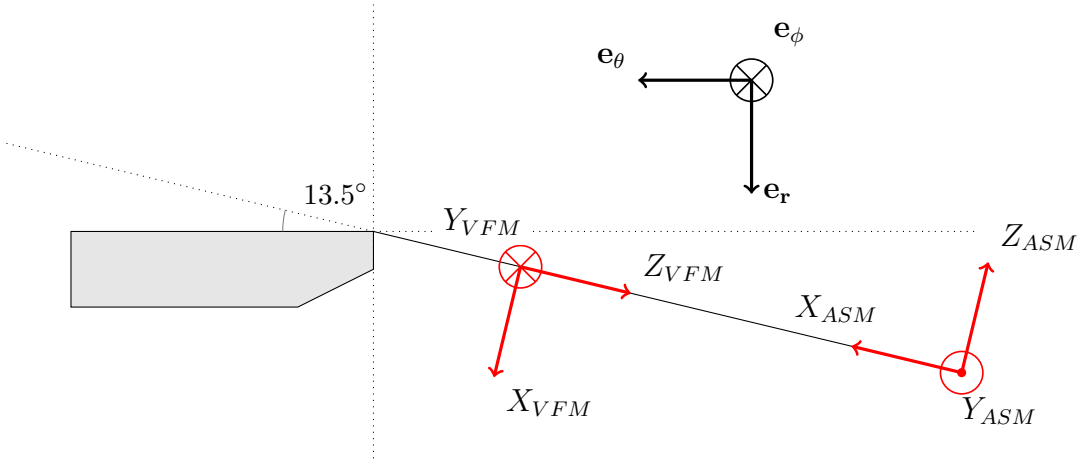


FIGURE 4.18 – Repères ASMV, VFM et RTP

4.3 Description empirique de l'anomalie ASM sous la forme d'une déformation apparente périodique du bras

L'analyse menée dans les sections précédentes nous a permis d'identifier une anomalie dans les données ASMV, qui présente les caractéristiques suivantes :

1. elle semble relativement systématique et peut s'observer à n'importe quel moment,
2. son amplitude n'excède pas 3 nT,
3. elle affecte principalement les composantes r et θ mais pas la composante ϕ,
4. elle ne semble pas affecter la norme,
5. sa géométrie est fortement corrélée à la latitude QD.

Afin de comprendre l'origine de cette anomalie, nous avons entrepris de la modéliser sous la forme d'une déformation apparente du bras entre les deux instruments ASM et VFM, avec une périodicité orbitale. Rappelons en effet qu'il suffit d'une déformation de la dizaine d'arcsecondes pour produire une anomalie de l'ordre de 2 nT, et que nous avons déjà pu mettre en évidence une déformation au long terme du bras de cet ordre de grandeur au chapitre 3. Il n'est donc a priori pas invraisemblable que le bras puisse aussi se déformer périodiquement au rythme orbital (ce que les études menées au chapitre 3 ne permettaient pas de tester, puisque l'alignement était alors fait sur des durées d'une journée).

Nous modélisons donc l'anomalie observée comme une *oscillation apparente* dans le plan $(X_{\text{VFM}}, Y_{\text{VFM}})$ qui est approximativement égal au plan porté par les composantes $\mathbf{e}_r$ et $\mathbf{e}_\theta$, ainsi que l'illustre la figure 4.18. Nous postulons que l'amplitude de cette oscillation ne dépend que de la latitude QD λ.

Nous travaillons dans le référentiel VFM et nous avons les deux quantités vectorielles suivantes : $\mathbf{B}_{\text{VFM, VFM}}$, qui est le vecteur VFM exprimé dans le référentiel VFM et $\mathbf{B}_{\text{ASM, VFM}}$, qui est le vecteur ASM exprimé dans le référentiel VFM grâce aux techniques d'alignement quotidien que nous avons présentées section 3.3. Nous introduisons $\mathbf{d}_{\text{obs}} = \mathbf{B}_{\text{ASM, VFM}}$ et $\mathbf{d}$ qui est égal au vecteur $\mathbf{B}_{\text{VFM, VFM}}$ après rotation selon l'oscillation apparente que nous cherchons à modéliser. En notant $R(\lambda)$, cette matrice de rotation, nous pouvons donc écrire :

$$\mathbf{d} = R(\lambda) \cdot \mathbf{B}_{\text{VFM, VFM}} \tag{4.9}$$

L'amplitude de l'anomalie étant de 3 nT, nous pouvons en déduire que l'amplitude de cette oscillation est de l'ordre de la dizaine d'arcsecondes. Nous pouvons donc effectuer un développement limité au voisinage de 0 pour avoir une expression simplifiée de la matrice R :

$$R(\lambda) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha(\lambda)) & 0 & \sin(\alpha(\lambda)) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\alpha(\lambda)) & 0 & \cos(\alpha(\lambda)) \end{pmatrix} \approx \begin{pmatrix} 1 & 0 & \alpha(\lambda) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\alpha(\lambda) & 0 & 1 \end{pmatrix} \tag{4.10}$$

Nous pouvons ensuite utiliser une décomposition en série de Fourier pour obtenir la valeur de α pour une latitude QD donnée :

$$\alpha(\lambda) = A_0 + \sum_{k=1}^{N} A_k \cdot cos(\pi \cdot k \frac{90 - \lambda}{180}) \tag{4.11}$$

En notant $\mathbf{m} = (A_0, A_1, \ldots, A_N)$, et en supposant une erreur gaussienne entre nos observations et la prédiction de notre modèle nous pouvons montrer que le modèle qui minimise le désaccord $\mathbf{d} - \mathbf{d}_{\text{obs}}$ au sens des moindres carrés est donné par :

$$\mathbf{m} = \left(G' C_D^{-1} G\right)^{-1} \left(G' C_D^{-1} \mathbf{d}_{\text{obs}}\right) \tag{4.12}$$

où C_D représente la matrice de covariance des données et G est définie par :

$$G = \begin{pmatrix} z_1 & z_1 c_1 & \ldots & z_1 c_N \\ -x_1 & -x_1 c_1 & \ldots & -x_1 c_N \\ z_2 & z_2 c_1 & \ldots & z_2 c_N \\ -x_2 & -x_2 c_1 & \ldots & -x_2 c_N \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ z_n & z_n c_1 & \ldots & z_n c_N \\ -x_n & -x_n c_1 & \ldots & -x_n c_N \end{pmatrix} \tag{4.13}$$

avec $\mathbf{B}_{\text{VFM, VFM}_k} \equiv (x_k, y_k, z_k)$ et $c_k \equiv \cos(\pi \cdot k \frac{90-\lambda}{180})$.

Quelques tests nous ont permis d'estimer que 13 coefficients étaient suffisants pour capturer efficacement la dynamique de l'oscillation apparente. Un exemple de tel ajustement est donné figure 4.19 sur dix jours de données consécutifs pour le satellite ALPHA. Afin d'éviter la contamination des données par l'effet dBSun dont nous avons déjà parlé, nous n'avons considéré que des données côté nuit.

Fort de ces premiers résultats encourageants, nous avons étendu notre étude à l'ensemble des données alors disponibles, de Novembre 2013 à Mai 2016 en suivant le protocole suivant :

- nous n'utilisons que les données nuit,
- nous divisons le temps en tranches de 10 jours sur lesquelles nous effectuons une quadruple estimation des paramètres (A_k) basée sur (1) le distinguo ALPHA/-BRAVO, et (2) le distinguo orbite montante ou descendante.

Ces deux distinguos nous permettent de garder la plus grande généralité en nous permettant de comparer à la fois les déformations perçues par les deux satellites lorsqu'ils sont dans des configurations similaires, mais également l'influence du sens de l'orbite. Notre étude fait l'hypothèse que la déformation est de même dynamique sur dix jours consécutifs et nous permet d'estimer si des effets de dérive peuvent être observés. Les résultats sont synthétisés figure 4.20a pour les orbites montantes et 4.20b pour les orbites descendantes. Nous observons une déformation apparente similaire pour les deux satellites

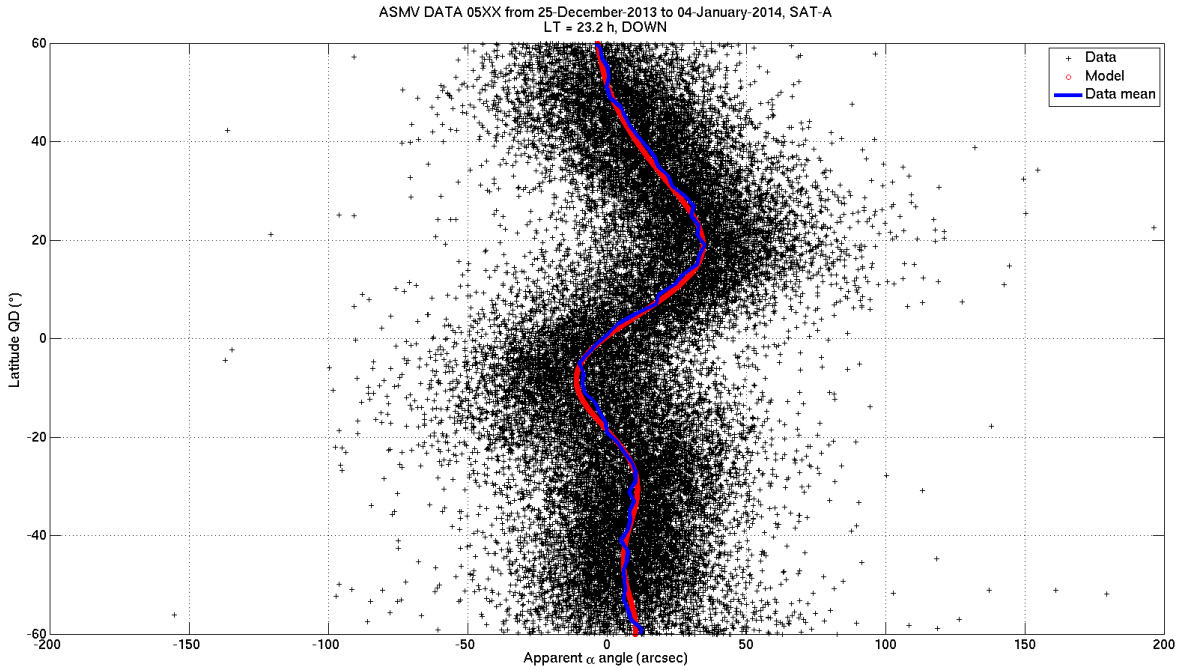


FIGURE 4.19 – Exemple d'estimation d'oscillation apparente, sur dix jours de données consécutifs pour le satellite ALPHA (uniquement côté nuit). L'angle apparent de la déformation $(\mathbf{B}_{\mathrm{ASM,VFM}}, \mathbf{B}_{\mathrm{VFM,\ VFM}})$ est tracé en noir en fonction de la latitude QD. La déformation moyenne, estimée sur une fenêtre glissante en latitude QD est tracée en bleu. Enfin la prédiction de notre modèle est tracée en rouge. Nous voyons une bonne adéquation entre les deux courbes.

Coefficient	**ALPHA ↑**	**ALPHA ↓**	**BRAVO ↑**	**BRAVO ↓**
A_0	-2.674e-05	-1.778e-05	-1.397e-04	-6.274e-05
A_1	+4.572e-05	-1.162e-04	+1.032e-04	-1.360e-04
A_2	-9.727e-05	-1.227e-04	-2.833e-04	-2.057e-04
A_3	+6.488e-05	-1.070e-04	+1.329e-04	-1.163e-04
A_4	-7.981e-05	-8.093e-05	-2.237e-04	-1.455e-04
A_5	-1.468e-05	-4.838e-05	+2.634e-05	-3.725e-05
A_6	-1.258e-05	-2.378e-05	-1.088e-04	-5.449e-05
A_7	+4.840e-05	-5.856e-05	+6.858e-05	-7.246e-05
A_8	-3.628e-05	-4.203e-05	-1.042e-04	-6.942e-05
A_9	-3.152e-07	-1.705e-05	+1.342e-05	-1.418e-05
A_{10}	-6.145e-06	-7.540e-06	-2.814e-05	-1.502e-05
A_{11}	+9.708e-06	-1.332e-05	+1.424e-05	-1.565e-05
A_{12}	-6.263e-06	-7.950e-06	-2.077e-05	-1.298e-05

TABLE 4.6 – Coefficients des quatre modèles de correction empirique (en radians)

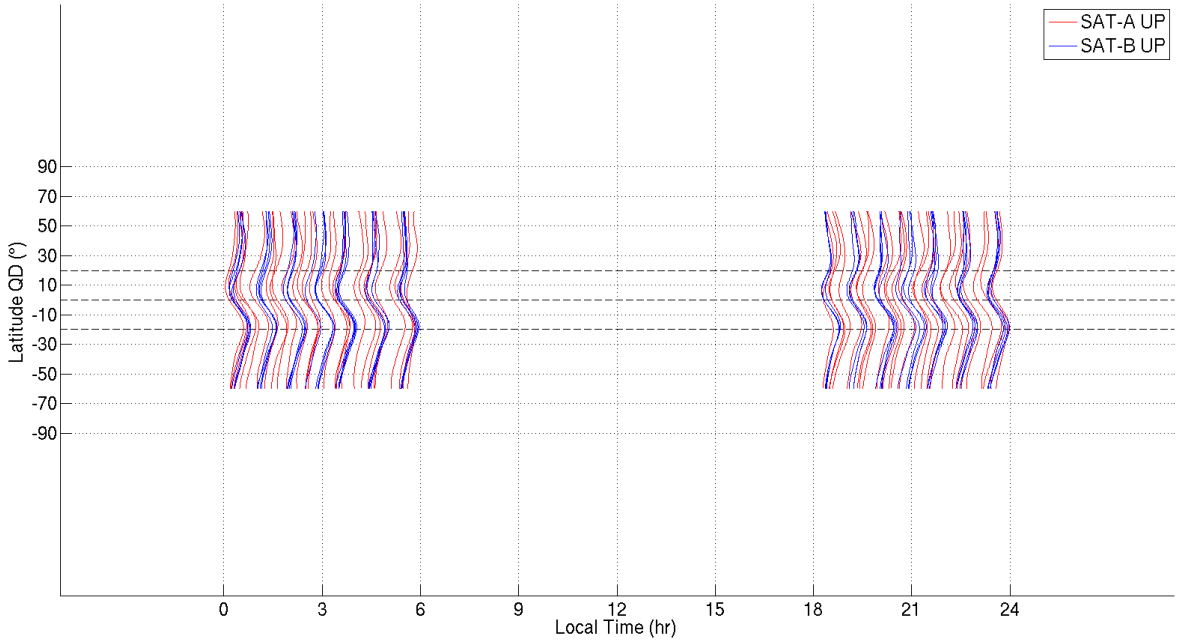
lorsqu'ils sont dans des configurations d'heure locale et de sens d'orbite similaires. Nous observons également que l'heure locale a peu d'influence sur la déformation. En revanche, on observe une très nette différence entre orbite montante et descendante.

La figure 4.21 représente ces mêmes déformations, cette fois-ci sous forme superposée, selon les quatre cas de figure : satellite (ALPHA ou BRAVO) et sens de l'orbite (montante ou descendante). Un modèle moyen calculé pour chaque cas de figure est également représenté. On observe que ces modèles moyens sont très proches entre ALPHA et BRAVO. Par ailleurs, la différence entre orbites montantes ou descendantes semble se traduire par une symétrie axiale autour de l'équateur QD. Autrement dit, en notant $\alpha_\uparrow(\lambda)$ le modèle estimé sur les orbites montantes et $\alpha_\downarrow(\lambda)$ celui estimé sur les orbites descendantes, on constate que :

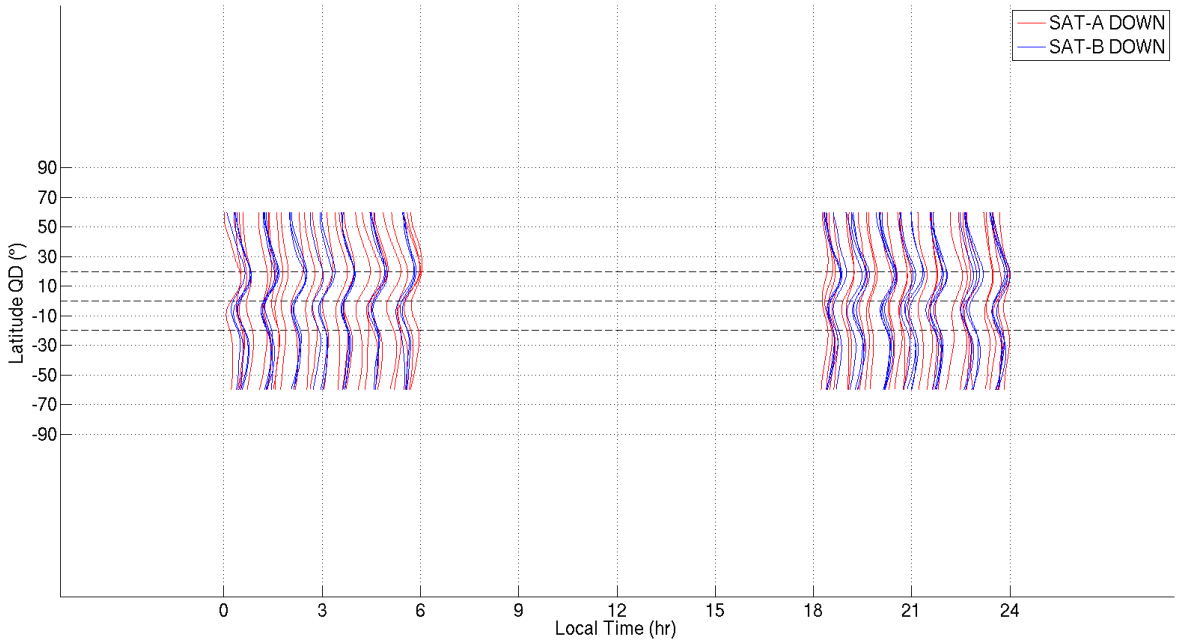
$$\alpha_\uparrow(\lambda) \approx \alpha_\downarrow(-\lambda) \tag{4.14}$$

une observation minutieuse met toutefois en évidence un léger déphasage entre ces deux signaux, sur lequel nous reviendrons.

La concordance du désaccord entre ALPHA et BRAVO, d'une part, et la symétrie entre orbites montante et descendante, d'autre part, sont très instructives. Nous y reviendrons bientôt afin de trouver l'origine de l'anomalie qui affecte l'ASM. Pour le moment, nous allons corriger *empiriquement* les données ASM en utilisant nos quatre modèles moyens, c'est-à-dire en utilisant l'un ou l'autre des modèles selon le sens de l'orbite et le satellite considéré, ce qui nous amène *in fine* à considérer une correction utilisant $4 \times 13 = 52$ paramètres. Les coefficients de ces quatre modèles sont donnés table 4.6. Un exemple de correction de données est représenté figure 4.22.



(a) Orbites montantes



(b) Orbites descendantes

FIGURE 4.20 – Analyse globale de l'oscillation apparente. L'allure de la déformation est tracée pour les satellites ALPHA (en rouge) et BRAVO (en bleu), pour les orbites montantes (figure du haut) et descendantes (figure du bas) en fonction de l'heure locale. Nous observons une déformation similaire pour les deux satellites lorsqu'ils sont dans des configurations d'heure locale et de sens d'orbite similaires. Nous observons également que l'heure locale a peu d'influence sur la déformation. En revanche, on observe une très nette différence entre orbite montante et descendante.

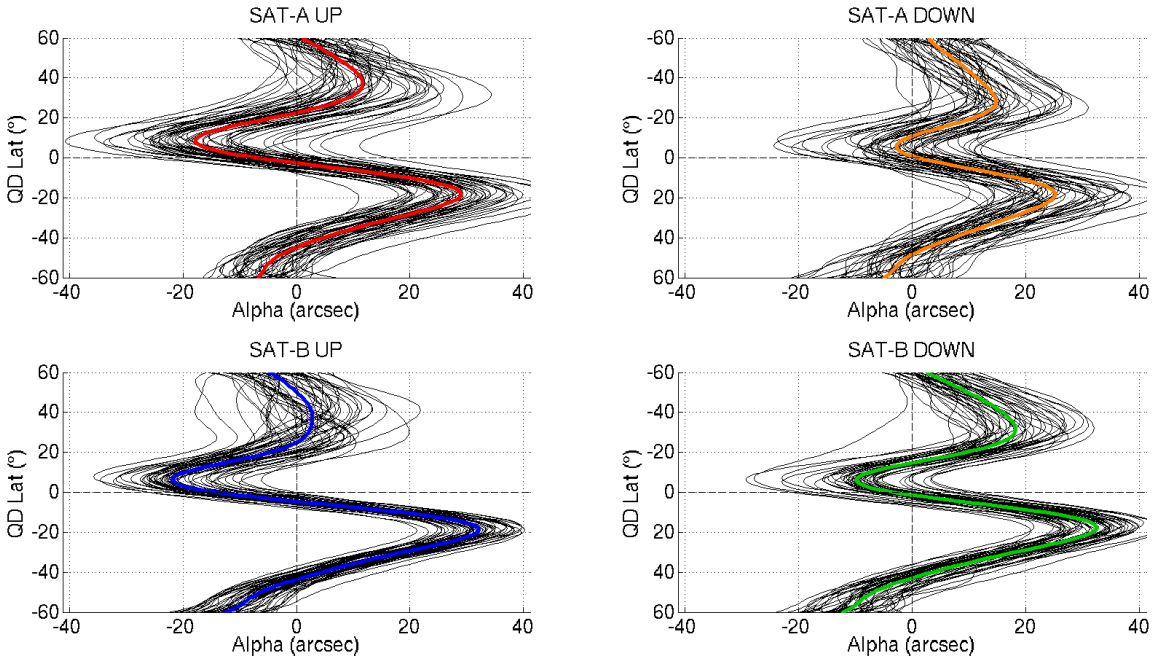


FIGURE 4.21 – Déformation moyenne pour chacun des 4 cas de figure. La déformation moyenne en arcseconde est tracée en fonction de la latitude QD pour les orbites montantes de ALPHA (en rouge, en haut à gauche), les orbites descendantes de ALPHA (en orange, en haut à droite), les orbites montantes de BRAVO (en bleu, en bas à gauche) et les orbites descendantes de BRAVO (en vert, en bas à droite). Le sens de l'axe des latitudes QD a été inversé pour les orbites descendantes. Les estimations sur les tranches de 10 jours sont également tracées en noir afin de mettre en évidence la dispersion autour des modèles moyens. Notons comme les 4 modèles moyens sont proches les uns des autres lorsqu'on inverse l'axe des latitudes QD pour les orbites descendantes.

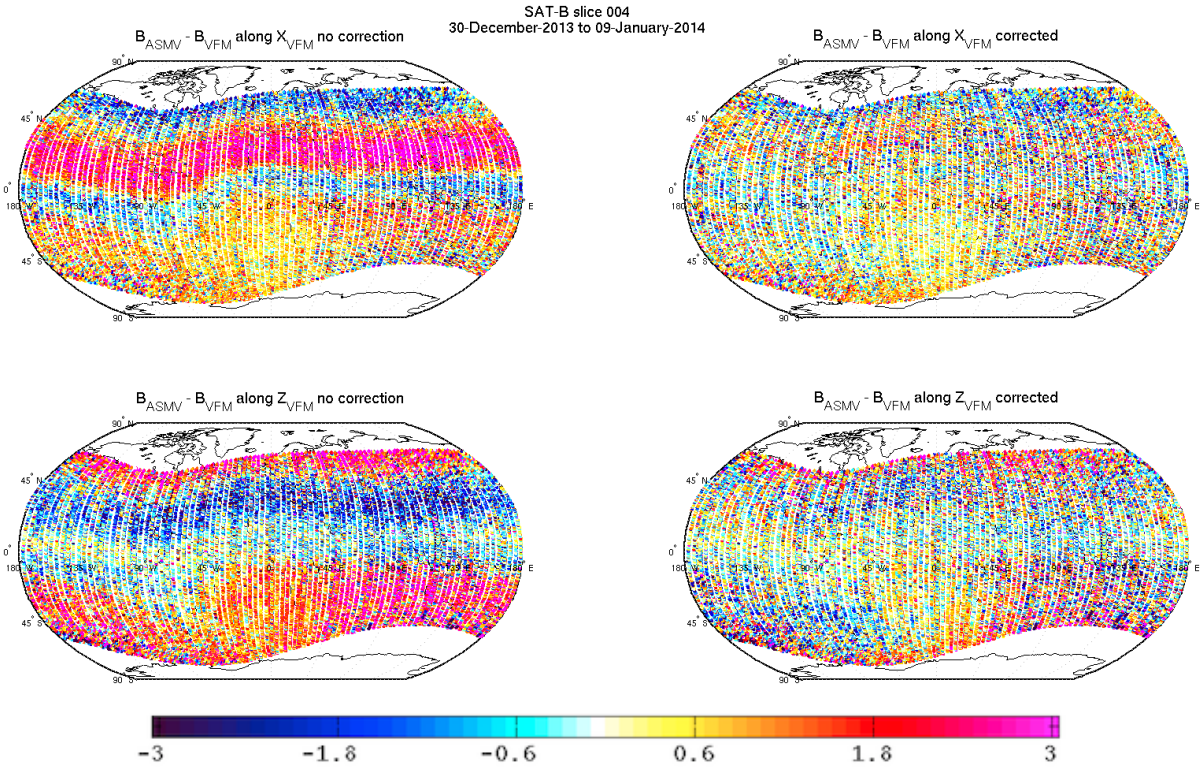


FIGURE 4.22 – Correction des données ASMV par les 4 modèles moyens. Le désaccord initial entre les données ASMV et VFM est tracé à gauche selon les directions X_{VFM} (en haut) et Z_{VFM} (en bas), pour le satellite BRAVO sur 10 jours consécutifs courant Janvier 2014. A droite, le même désaccord est tracé après correction de nos modèles moyens : on voit que l'essentiel de l'anomalie a disparu.

4.4 Modèle de champ calculé à partir des données ASMV corrigées de la déformation apparente du bras

Fort du succès de la correction apportée par la modélisation d'une déformation apparente du bras des satellites, nous avons aussi testé l'amélioration apportée aux modèles géomagnétiques globaux lorsque cette correction est introduite.

Pour cela nous avons construit trois jeux de données satellitaires couvrant 2 ans et demi de données depuis le lancement de SWARM :

1. un jeu utilisant les données ASM « brutes »,
2. un jeu utilisant les données ASM corrigées par notre modèle empirique de déformation du bras,
3. et finalement un jeu basé sur les données VFM pour comparaison.

Ces données sont sélectionnées de façon identique à nos précédents modèles. En particulier, nous ne gardons que les données en condition de nuit noire, ce qui correspond au domaine de validité de notre correction empirique.

L'utilisation d'un support temporel beaucoup plus long que celui de nos précédents modèles nous impose cependant aussi de modéliser plus finement le comportement dynamique des coefficients de Gauss. Désormais, nous décrivons les coefficients de Gauss de degré inférieur ou égal à 13 comme une combinaison linéaire de fonctions B-splines d'ordre 6 évaluées avec un pas en temps de 6 mois (pour plus de détails, voir annexe D.2).

Nos nouveaux modèles estiment ainsi les paramètres suivants :

— un champ statique du degré 14 (inclus) au degré 45 (inclus) soit $45 \times (45+2) - 13 \times (13+2) = 1920$ coefficients,
— un champ dynamique jusqu'au degré 13, se décomposant sur la base de $N_s = 10$ fonctions B-splines soit $N_s \times 13 \times (13+2) = 1950$ coefficients,
— un champ externe dynamique représenté par 251 coefficients,
— une rotation dynamique du référentiel instrument vers le référentiel CRF, calculée pour chaque satellite tous les dix jours, soit 537 coefficients.

soit un total de 4658 paramètres.

La modélisation d'une accélération séculaire requiert une régularisation afin d'empêcher les coefficients dynamiques d'avoir des variations trop rapides qui n'ont pas de réalité physique (voir annexe D.6). Notre régularisation se base ainsi sur deux critères :

1. la valeur moyenne du carré de la dérivée troisième de la composante radiale du champ à la surface du noyau, intégrée sur le support temporel de l'inversion,
2. la valeur absolue de la dérivée seconde de cette même composante, estimée aux deux extrémités du support temporel (premier et dernier nœud).

La fonction de coût à minimiser s'écrit désormais :

$$\mathbf{e}^T C^{-1} \mathbf{e} + \lambda_3 \mathbf{m}^T \Lambda_3 \mathbf{m} + \lambda_2 \mathbf{m}^T \Lambda_2 \mathbf{m} \tag{4.15}$$

où $\mathbf{m}$ est notre vecteur de 4658 paramètres, $\mathbf{e} = \mathbf{d_{obs}} - \mathbf{d_{mod}}$ est le vecteur résidu entre les données $\mathbf{d_{obs}}$ et la prédiction du modèle $\mathbf{d_{mod}}$ et C la matrice de covariance des données.

Les deux matrices Λ_3 et Λ_2 sont des matrices de régularisation construites pour satisfaire aux deux critères mentionnés ci-dessus. Nous avons ainsi :

$$\mathbf{m}^T \Lambda_3 \mathbf{m} = \frac{1}{t_{N_t} - t_1} \int_{t=t_1}^{t_{N_t}} \int \left| \frac{\delta^3 B_r}{\delta t^3} \right|^2 d\Omega_C dt \tag{4.16a}$$

	N	ASMV corrigé		ASMV brut		VFM	
		mean	rms	mean	rms	mean	rms
F_p	256635	−0.03	3.78	−0.15	3.78	−0.03	3.78
B_r	1383263	−0.01	2.19	−0.02	2.27	−0.01	1.71
B_θ	1383263	+0.05	3.37	+0.02	3.43	+0.06	3.02
B_ϕ	1383263	−0.04	2.90	−0.05	2.91	−0.03	2.61

TABLE 4.7 – Résidus des modèles sur deux ans et demi. Les résidus sont donnés en nT pour le modèle ASMV corrigé (à gauche), le modèle ASMV brut (au milieu) et VFM (à droite) pour le scalaire dont la latitude QD est au-delà de 55° en valeur absolue (F_p), ainsi que pour les trois composantes en référentiel géocentrique B_r B_θ et B_ϕ.

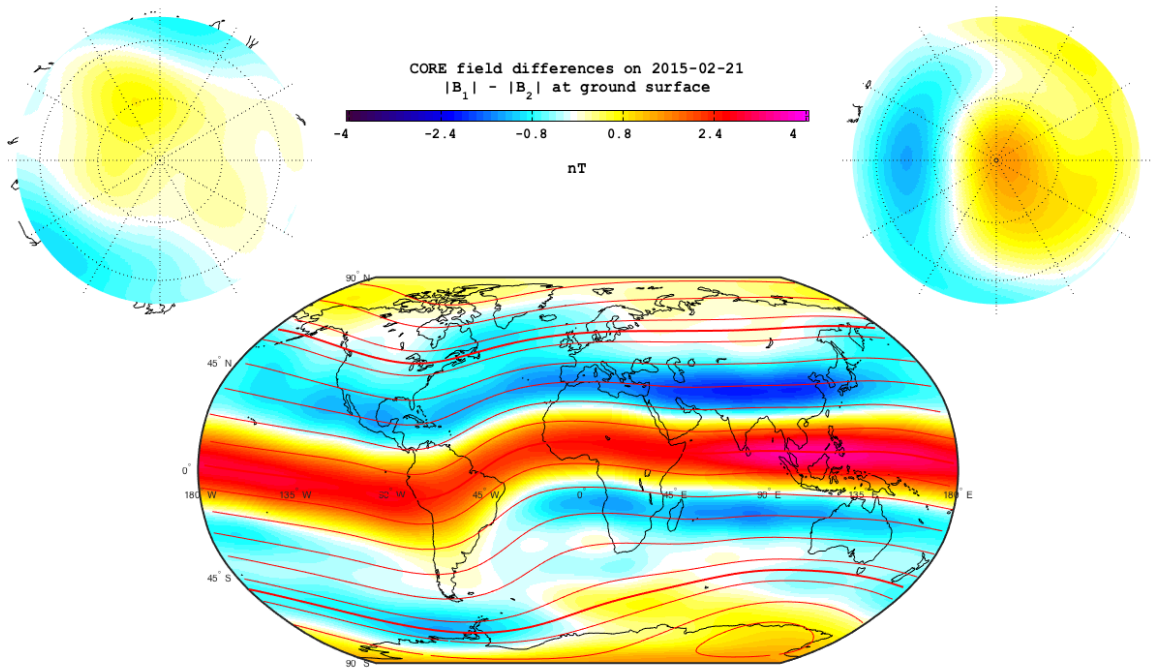
$$\mathbf{m}^T \Lambda_2 \mathbf{m} = \int_{\Omega_C} \left| \frac{\partial^2 B_r}{\partial t^2} \right|^2_{t=t_1} \mathrm{d}\Omega + \int_{\Omega_C} \left| \frac{\partial^2 B_r}{\partial t^2} \right|^2_{t=t_{N_t}} \mathrm{d}\Omega \tag{4.16b}$$

Pour plus de détail sur la construction de ces matrices, nous invitons à nouveau le lecteur à se référer à l'annexe D.6. Les valeurs des coefficients λ_3 et λ_2, qui représentent le *poids* de la pénalité introduite par l'une ou l'autre de ces régularisations, ont été choisies égales à celles de CHAOS-4, c'est-à-dire $\lambda_2 = 10\,(\mathrm{nT\ yr^{-2}})^{-2}$ et $\lambda_3 = 0.33\,(\mathrm{nT\ yr^{-3}})^{-2}$. De même que pour CHAOS-4, le terme de damping associé au coefficient g_1^0 est traité séparemment avec $\lambda_3 = 10\,(\mathrm{nT\ yr^{-3}})^{-2}$.

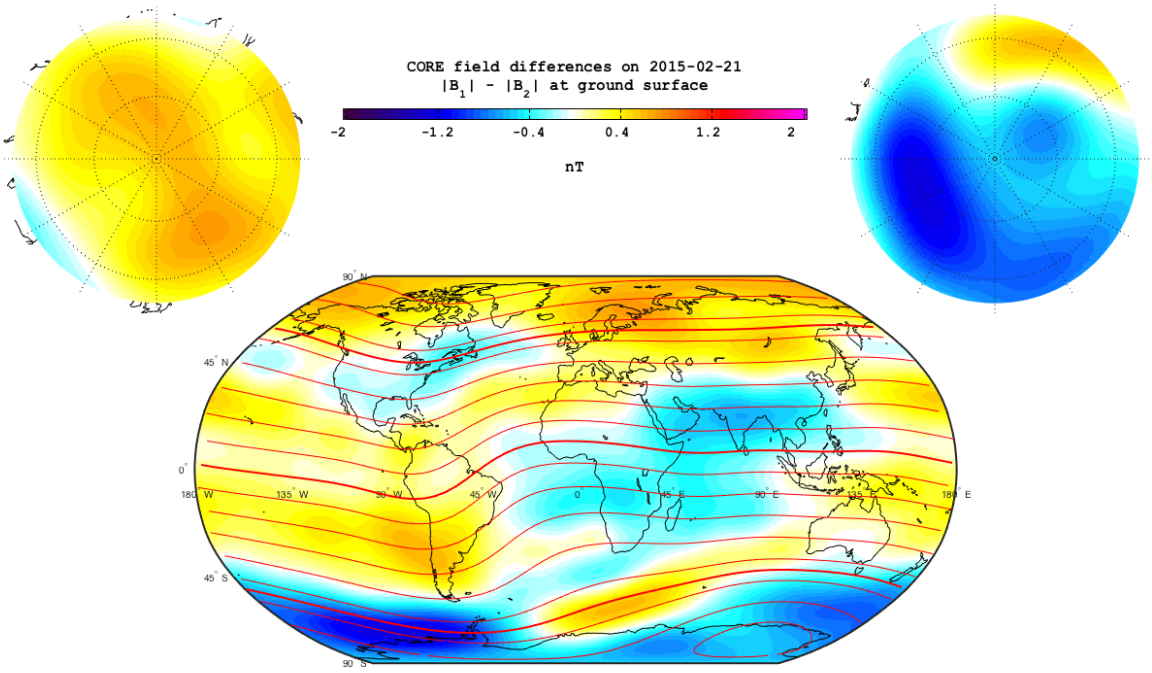
Les statistiques des résidus des trois modèles sont données table 4.7.

Lorsqu'on compare les différences de prédiction d'*intensité* entre le modèle ASM brut et le modèle VFM (figure 4.23a) d'une part et entre le modèle ASM corrigé et le modèle VFM (figure 4.23b), nous remarquons que l'essentiel de l'anomalie zonale a disparu..

Les spectres de comparaison des différents modèles de champ principal et de la variation séculaire sont donnés figure 4.24. L'influence de la correction des données ASM s'observe très nettement sur les spectres de champ principal, notamment entre les degrés 5 et 15. Le modèle utilisant les données ASMV corrigées est maintenant beaucoup plus proche du modèle utilisant les données VFM. L'impact sur les spectres de variation séculaire est minime, ce qui est compréhensible puisque notre correction varie peu avec le temps.

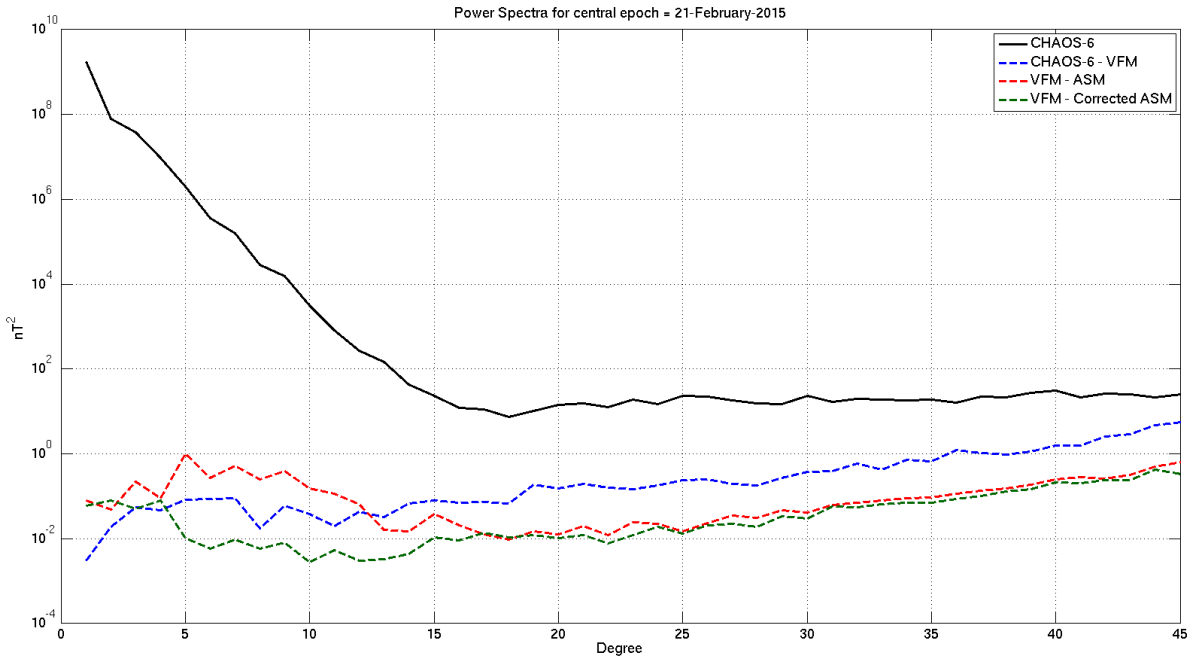


(a) ASM brut - VFM

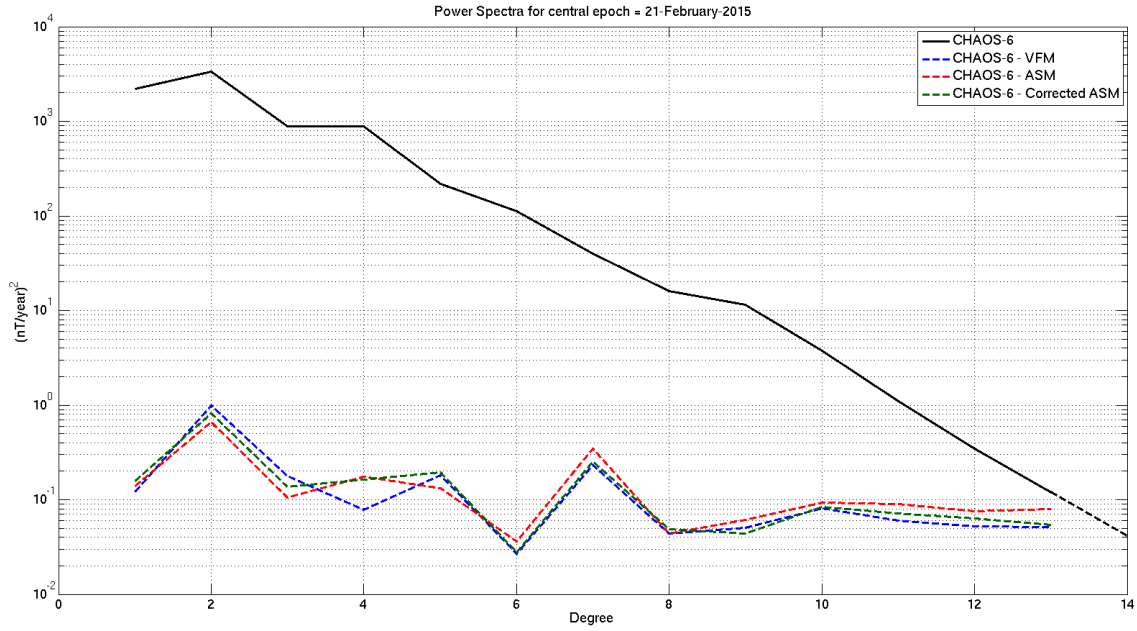


(b) ASM corrigé - VFM

FIGURE 4.23 – Influence de la correction empirique sur le désaccord des modèles en intensité. L'introduction de notre correction réduit considérablement ce désaccord.

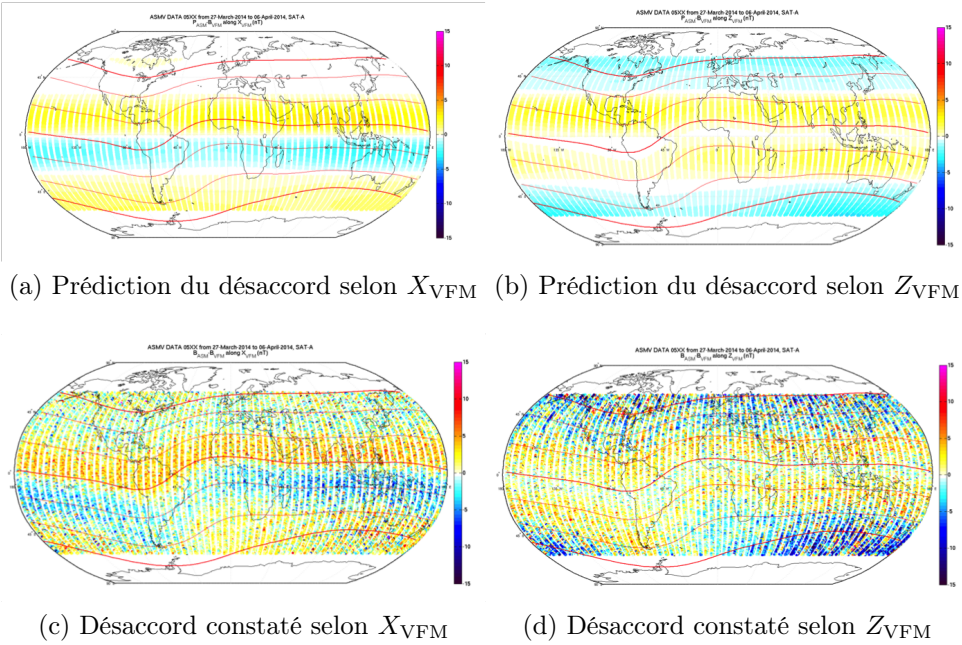


(a) Spectre du champ principal



(b) Spectre de la variation séculaire

FIGURE 4.24 – Spectre du champ principal (en haut) et de la variation séculaire (en bas) des modèles sur deux ans et demi, estimés à l'époque centrale à la surface de la Terre. Le modèle CHAOS-6 est tracé pour référence en noir ; les spectres des différences entre les modèles sont tracés en pointillés.



(a) Prédiction du désaccord selon X_{VFM} (b) Prédiction du désaccord selon Z_{VFM}

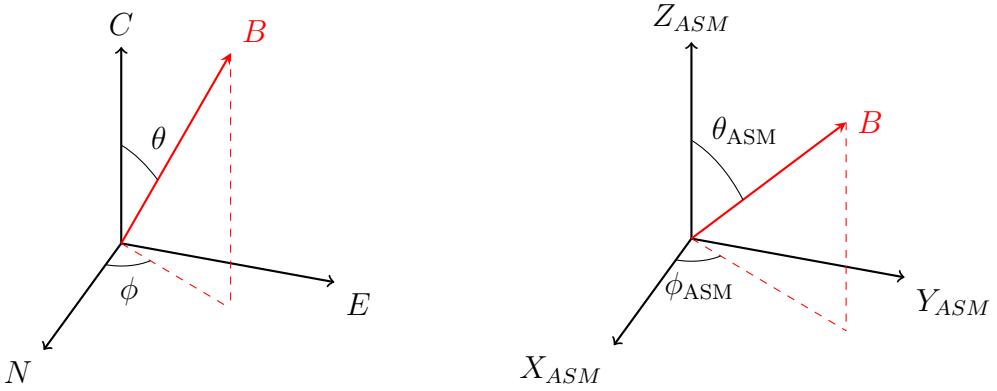
(c) Désaccord constaté selon X_{VFM} (d) Désaccord constaté selon Z_{VFM}

FIGURE 4.25 – Hypothèse d'une oscillation du bras en fonction de la latitude géographique. Lorsqu'on modélise le désaccord directionnel comme étant uniquement lié à la période orbitale (et donc à la latitude *géographique*), on observe une adéquation très relative avec le désaccord constaté.

4.5 Identification de l'origine de la déformation apparente du bras

Notre correction *ad hoc* en termes de déformations du bras des satellites en fonction de la latitude QD donne, on l'a vu, de bons résultats et nous avons considérablement réduit le désaccord zonal que nous observions dans nos premiers modèles en n'utilisant que 52 paramètres. Cette dépendance en fonction de la latitude QD est cependant intrigante. Pourquoi le bras se déformerait-il en fonction de cette latitude liée à la morphologie du champ principal et non, plus simplement, en fonction de la latitude géographique ? Ceci aurait, par exemple, pu être causé par une variation du champ de gravité perçu par le satellite dans sa course autour de la Terre. Force est de constater, cependant, qu'une oscillation du bras à une période harmonique de la période orbitale ne permet pas de bien expliquer l'anomalie observée. La figure 4.25 illustre ce problème sur un sous-ensemble de données, et pour le meilleur modèle de déformation du bras calculé en fonction de la latitude géographique. Le désaccord selon les deux composantes habituelles X_{VFM} et Z_{VFM} n'est clairement pas correctement représenté par un tel modèle. Une dépendance en fonction de la latitude QD est clairement incontournable.

Fort de cette constatation, nous avons ensuite décidé de changer le référentiel d'étude de notre anomalie afin de vérifier s'il n'existait pas un référentiel *privilégié* dans lequel cette anomalie s'exprimait plus simplement. Pour cela, nous avons introduit les angles θ_{ASM} et ϕ_{ASM} qui seraient l'équivalent de la co-latitude et de la longitude du vecteur magnétique $\mathbf{B}$ mais exprimées dans le référentiel instrument selon la convention représentée figure 4.26. Le champ magnétique étant essentiellement dipolaire, il est globalement porté par le vecteur $\mathbf{N} = -\mathbf{e}_\theta$. Or si les orbites montantes et descendantes sont naturellement



(a) Co-latitude θ et longitude ϕ classique

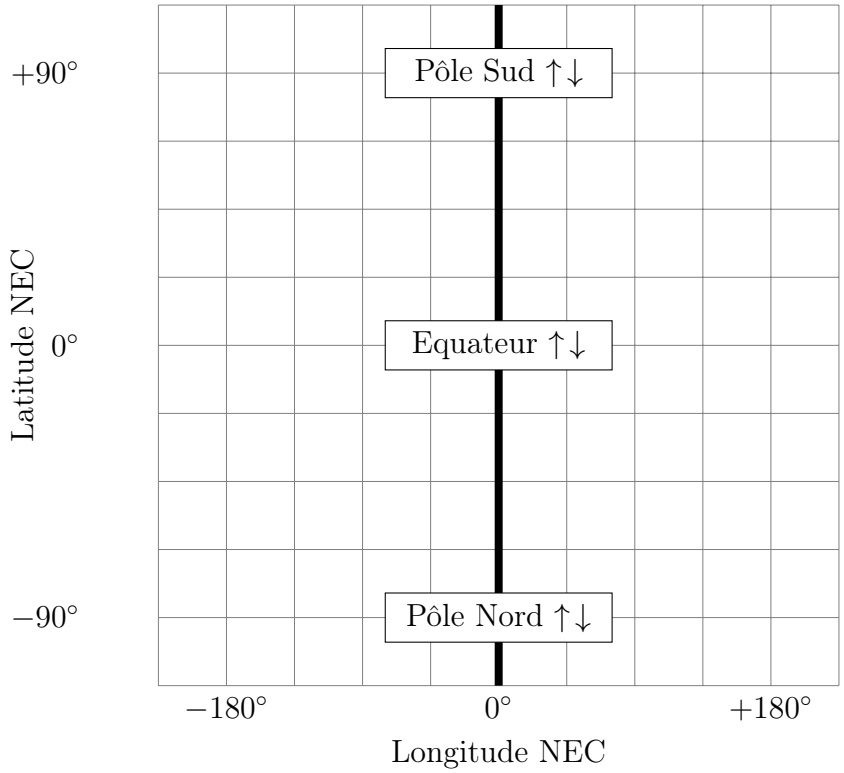
(b) Pseudo co-latitude θ_{ASM} et pseudo longitude ϕ_{ASM} dans le référentiel ASM

FIGURE 4.26 – Définition d'une pseudo co-latitude et d'une pseudo longitude dans le référentiel instrument

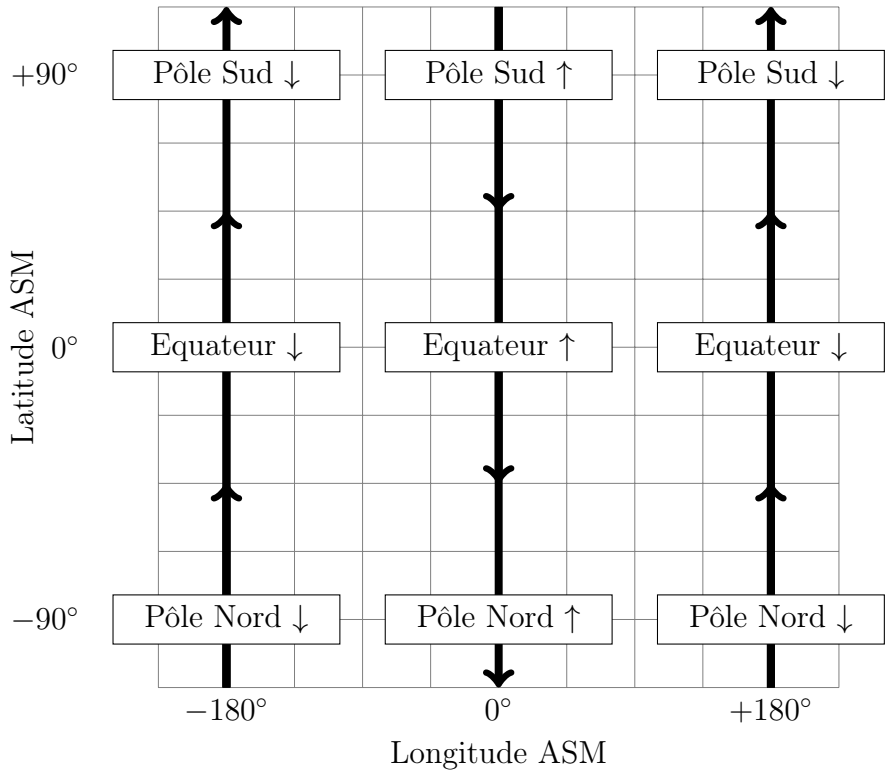
séparées lorsqu'on travaille dans le référentiel instrument, cf. figure 4.27b, ce n'est pas le cas du référentiel NEC, cf. figure 4.27a. Afin de compenser cet effet, on introduit un référentiel *pseudo-NEC* où les composantes N et E deviennent $-N$ et $-E$ lors des orbites descendantes. Ceci nous permet de séparer artificiellement les deux sens d'orbites, ainsi que l'illustre la figure 4.28.

Nous pouvons désormais exprimer le désaccord angulaire apparent entre $\mathbf{B}_{\text{ASM, VFM}}$ et $\mathbf{B}_{\text{VFM, VFM}}$ selon les couples angulaires (θ, ϕ) de $\mathbf{B}$ selon nos deux conventions. Ces désaccords sont tracés figure 4.29 pour le référentiel pseudo-NEC (en haut) et ASM (en bas), dans le cas du satellite BRAVO. Sur ces figures, nous retrouvons le changement de signe du désaccord angulaire lorsqu'on change le sens de l'orbite. Le léger déphasage de ce désaccord entre orbites montantes et descendantes se retrouve distinctement dans le référentiel pseudo-NEC (figure 4.29a). En revanche, il n'apparaît plus lorsqu'on l'exprime dans le référentiel ASM (figure 4.29b). Cette différence provient très probablement du fait que le mât du satellite est incliné de 13.5° et induit donc une légère dissymétrie selon l'orientation du satellite dans le référentiel NEC. Ceci suggère fortement que le problème vient principalement de l'instrument ASM en lui-même plutôt que d'une véritable déformation du bras des satellites.

Nous avons travaillé en collaboration avec l'équipe du CEA/LETI en charge de l'instrument afin de déterminer l'origine de cette anomalie. En travaillant sur la signature de l'anomalie, ils en ont déduit que l'algorithme de reconstruction du champ vectoriel qu'ils avaient développé (voir [Jager, 2012]) pouvait être affiné, notamment afin de prendre en compte certains effets non linéaires. De nouveaux paramètres de calibration expérimentaux ont ainsi été produits ce qui nous a permis de reconstruire un nouveau jeu de données recalibrées, considérablement amélioré comme nous allons le constater.



(a) Trace de **B** en co-latitude/longitude NEC



(b) Trace de **B** en pseudo co-latitude/longitude ASM

FIGURE 4.27 – Trace de **B** en co-latitude/longitude selon les référentiels NEC et ASM. **B** étant un champ essentiellement dipolaire porté par l'axe N, seules certaines zones du diagramme sont accessibles (en noir sur les figures). Dans le référentiel instrument, les orbites montantes et descendantes sont naturellement séparées, ce qui n'est pas le cas du référentiel NEC.

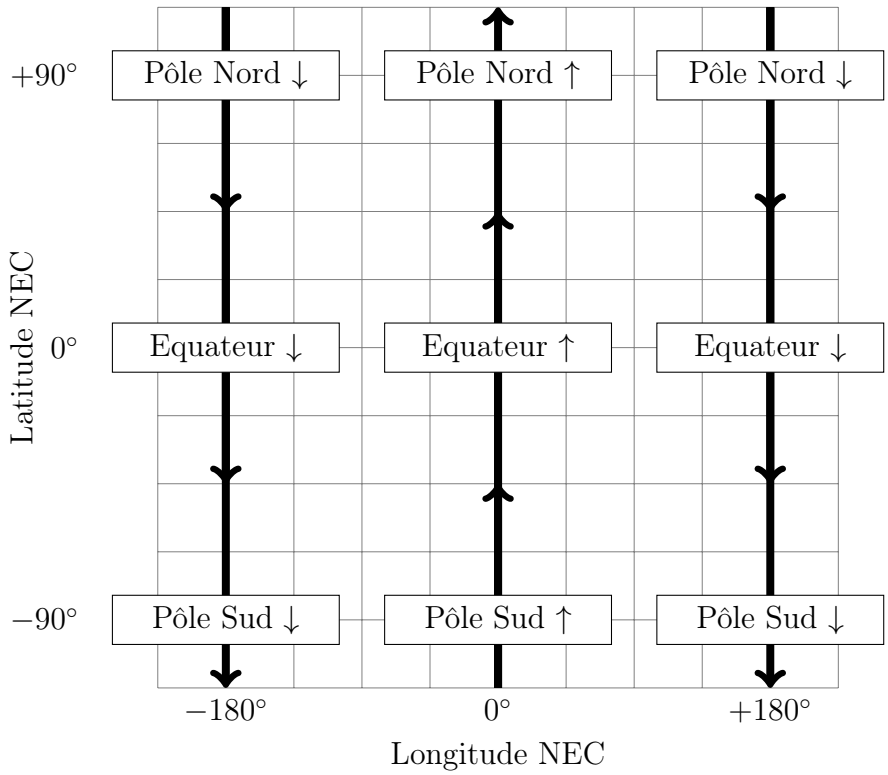
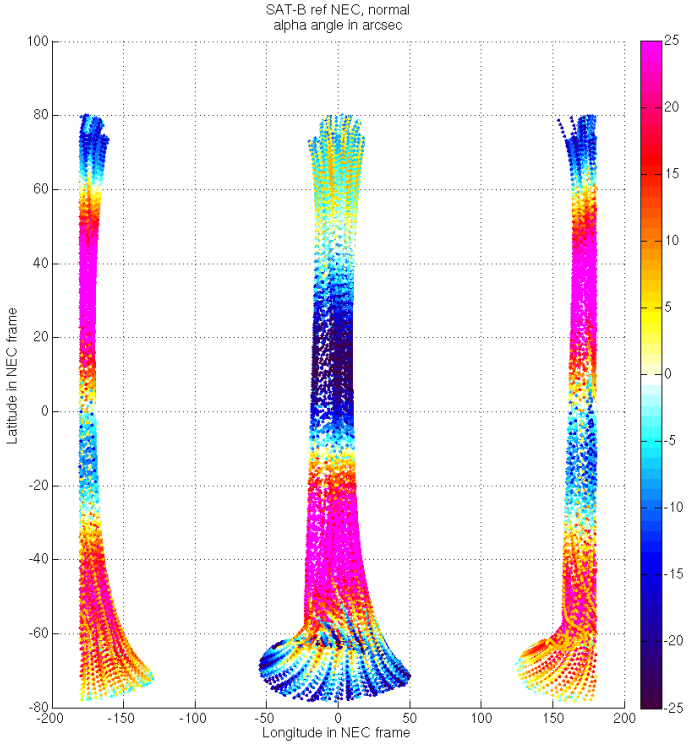
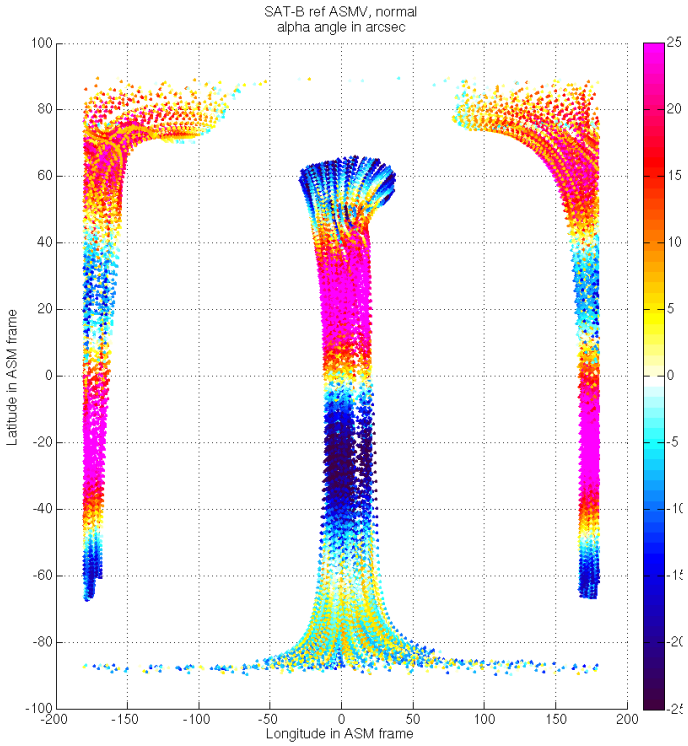


FIGURE 4.28 – Introduction du référentiel pseudo-NEC. En changeant artificiellement le signe de N et E lors des orbites descendantes, on sépare les deux populations d'orbites pour obtenir une couverture comparable à celle du référentiel ASM.



(a) Angle apparent dans le référentiel pseudo-NEC



(b) Angle apparent dans le référentiel ASM

FIGURE 4.29 – Evolution du désaccord angulaire selon les deux référentiels pseudo-NEC et ASM

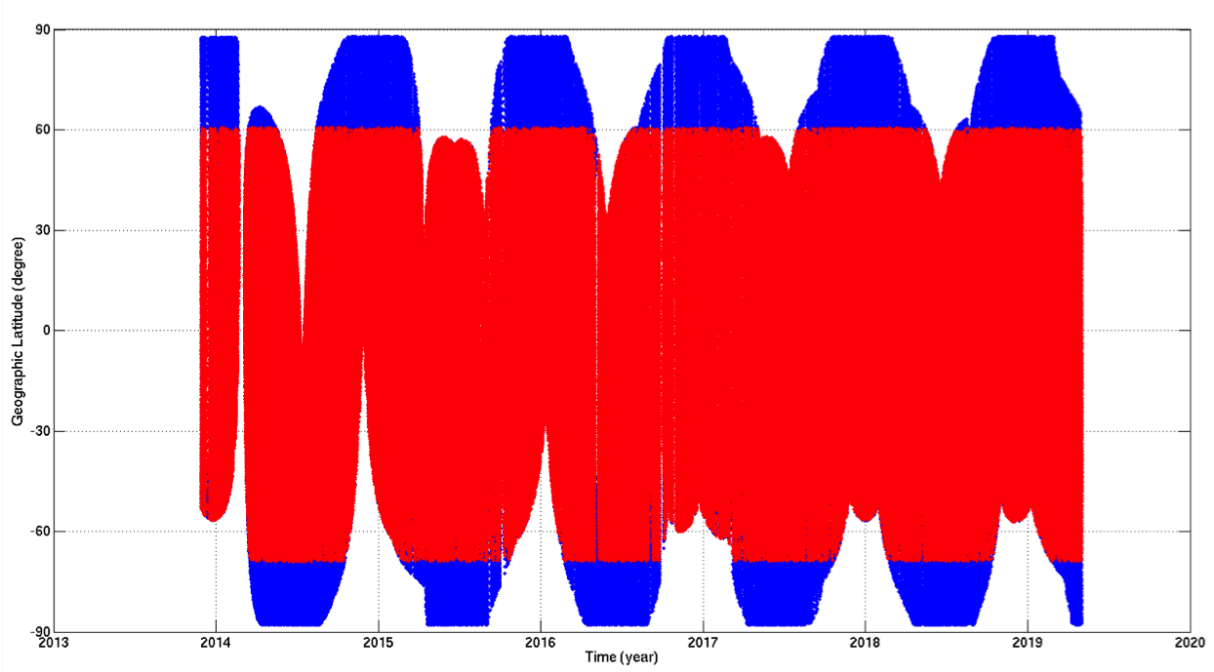


FIGURE 4.30 – Couverture des données sélectionnées pour la construction du modèle parent de notre modèle candidat au DGRF-13. Les données sont représentées en fonction de la date et de la latitude géographique, en rouge pour le vecteur et en bleu pour le scalaire.

4.6 Modèle ASMV DGRF-13

Suite à cette recalibration, nous avons donc naturellement travaillé à la production d'un nouveau modèle ASMV. Le hasard du calendrier nous a permis d'inscrire cette démarche dans le cadre de l'IGRF de 13e génération pour lequel nous avons proposé un nouveau modèle ASMV dans la catégorie DGRF. Il s'agit donc, comme nous l'avons vu en section 4.1, d'un modèle de champ interne pour les degrés 1 à 13 inclus et estimé au 1er janvier 2015 [6]. Nous présentons ici les résultats les plus remarquables de cet exercice mais le lecteur peut se référer à la notice que nous avons fournie avec le modèle et reproduite en annexe G. Signalons également que ces travaux feront l'objet d'un article à soumettre pour le 30 janvier 2020, dans le cadre du numéro spécial du journal « *Earth, Planets and Space* » consacré à la présentation des modèles candidats à l'IGRF-13.

4.6.1 Données utilisées

La sélection des données est identique à celle du modèle précédent (section 4.4) et se base sur les données ASMV recalibrées (en version `XPa1B`) du lancement en Novembre 2013 jusqu'au 03 Mai 2019, soit près de cinq ans et demi de données. La couverture de ces données est représentée figure 4.30.

Au final, notre jeu de données représente 3×1340172 données vectorielles et 313601 données scalaires.

6. autrement dit, exactement à la même date que notre précédent modèle IGRF-12, mais exploitant désormais des données acquises à la fois avant et après cette date, en bénéficiant, bien entendu, de la recalibration à laquelle nos précédentes études avaient conduit.

	N	ASMV		VFM	
		mean	rms	mean	rms
F_p	313601	−0.07	3.87	−0.07	3.87
B_r	1340172	−0.01	2.16	−0.01	1.55
B_θ	1340172	+0.06	3.31	+0.02	2.92
B_ϕ	1340172	−0.01	2.86	+0.01	2.48

TABLE 4.8 – Résidus des modèles DGRF-13. Les résidus sont donnés en nT pour le modèle ASMV (à gauche) et VFM (à droite) pour le scalaire dont la latitude QD est au-delà de 55° en valeur absolue (F_p), ainsi que pour les trois composantes en référentiel géocentrique B_r B_θ et B_ϕ.

Comme précédemment, enfin, nous avons également construit un jeu de données nominales VFM pour nous permettre de construire un modèle analogue « VFM » basé sur ces données nominales.

4.6.2 Modélisation et résultats

Comme nous l'avons fait pour l'IGRF-12 présenté section 4.1, nous construisons un modèle parent légéremment plus sophistiqué que celui requis pour le DGRF, à savoir :

- un champ statique du degré 14 (inclus) au degré 45 (inclus) soit $45 \times (45+2) - 13 \times (13+2) = 1920$ coefficients,
- un champ dynamique jusqu'au degré 13, se décomposant sur la base de $N_s = 16$ fonctions B-splines soit $N_s \times 13 \times (13+2) = 3120$ coefficients,
- un champ externe dynamique représenté par 539 coefficients,
- une rotation dynamique du référentiel instrument vers le référentiel CRF, calculée pour chaque satellite tous les dix jours, soit 1176 coefficients.

soit un total de 6755 paramètres.

Comme pour le modèle précédent (section 4.4), nous introduisons une régularisation basée sur :

1. la valeur moyenne du carré de la dérivée troisième de la composante radiale du champ à la surface du noyau, intégrée sur le support temporel de l'inversion,
2. la valeur absolue de la dérivée seconde de cette même composante, estimée aux deux extrémités du support temporel (premier et dernier nœud).

Les valeurs des coefficients de régularisation sont toujours les mêmes, à savoir $\lambda_2 = 10\,(\text{nT yr}^{-2})^{-2}$ et $\lambda_3 = 0.33\,(\text{nT yr}^{-3})^{-2}$ (avec un traitement particulier pour le coefficient associé à g_1^0 pour lequel $\lambda_3 = 10\,(\text{nT yr}^{-3})^{-2}$).

Les résidus sont donnés table 4.8 et sont du même acabit que ceux que nous avons obtenus précédemment.

La figure 4.31 représente la prédiction de la composante radiale du champ principal pour les degrés 1 à 13 (en haut à gauche) et maintenant aussi du champ de plus haut degré ($N = 14 \sim 45$) d'origine lithosphérique (en bas à gauche) du modèle ASM candidat, estimé à la surface de la Terre et à l'époque centrale du modèle (en Août 2016) ; ainsi que leur différence avec les prédicions du modèle VFM. Nous constatons comme précedemment que l'essentiel de l'anomalie zonale a disparu. Le modèle ASM est par ailleurs en très bon accord avec le modèle VFM concernant la prédiction du champ d'origine lithosphérique avec des désaccords de l'ordre de quelques pourcents. Ces résultats démontrent

sans ambiguïté les capacités de l'instrument ASM à fournir des données magnétiques de grande qualité.

Par ailleurs, la carte de la variation séculaire estimée à la surface du noyau pour la composante radiale et à l'époque centrale du modèle (en Août 2016), est donnée figure 4.32 pour le modèle ASM candidat (en haut), CHAOS-6x9 (au milieu) et VFM (en bas). Là encore, nous trouvons un très bon accord entre ces trois modèles.

Enfin, les accélérations séculaires sont également très proches (cf. figure 4.33). Nous avons toujours l'accélération du modèle ASM en haut, de CHAOS-6x9 au milieu et du modèle VFM en bas tracées selon les mêmes modalités que dans la figure 4.32.

Par ailleurs, les spectres des différents modèles sont tracés Figure 4.34 pour le champ principal (en haut), la variation séculaire (au milieu) et l'accélération séculaire (en bas). Les modèles ASM et VFM sont comparés au modèle CHAOS-6x9 [7] ; nous observons que l'ASM est en mesure de fournir un modèle représentant le champ principal, la variation séculaire et une accélération séculaire de manière remarquablement comparable au modèle CHAOS-6x9.

4.6.3 Améliorations introduites

Pour terminer, il peut être intéressant de comparer les performances des modèles développés dans le cadre de l'IGRF-12 (et présentés section 4.1) avec nos modèles DGRF-13 que nous venons de présenter. La figure 4.35a représente ainsi les spectres de champ principal, estimés au 1er janvier 2015 à la surface de la Terre pour les degrés 1 à 13 (inclus). Notre modèle candidat ASM DGRF-13 est tracé en noir. Le spectre de la différence de ce modèle avec CHAOS-6x9 est tracée en pointillés rouges alors que la différence de notre modèle ASM candidat IGRF-12 avec CHAOS-6x9 est tracée en pointillés verts. Nous observons immédiatement l'amélioration introduite par notre recalibration ! Bien évidemment, d'autres aspects sont en prendre en compte et notamment le fait que notre modèle candidat DGRF-13 n'est pas extrapolé. Néanmoins, l'amélioration est clairement visible. De la même façon la cohérence entre les modèles ASM et VFM sont tracés en pointillés noirs pour le DGRF-13 et en pointillés bleus pour l'IGRF-12. Là encore, nous voyons que nos deux modèles sont en bien meilleur accord qu'ils ne l'étaient cinq ans plus tôt.

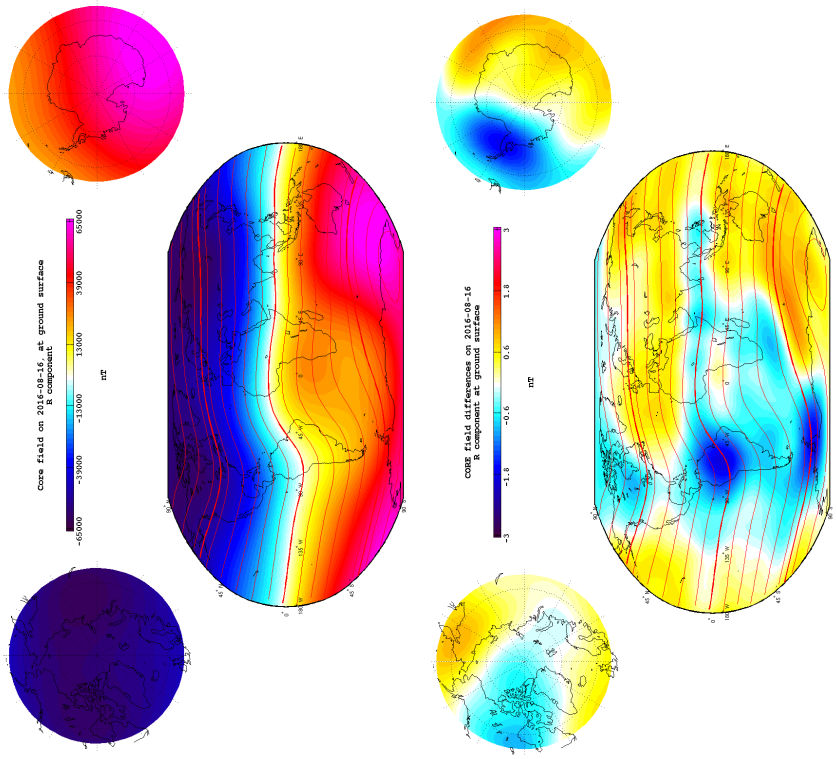
La figure 4.35b représente la même chose mais cette fois-ci pour les spectres de variation séculaire. Nous en déduisons exactement les mêmes conclusions.

4.7 Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, nous avons exploité le jeu de données vectorielles expérimental de l'ASM afin de produire des modèles de champ géomagnétique. Notre premier modèle, développé dans le cadre de l'IGRF de douzième génération, a montré un bon accord avec les autres modèles candidats dans sa capacité à prédire le champ magnétique au 1er janvier 2015. C'était un premier résultat trés encourageant. Néanmoins, cet exercice a mis en lumière une certaine anomalie zonale systématiquement présente dans nos comparaisons.

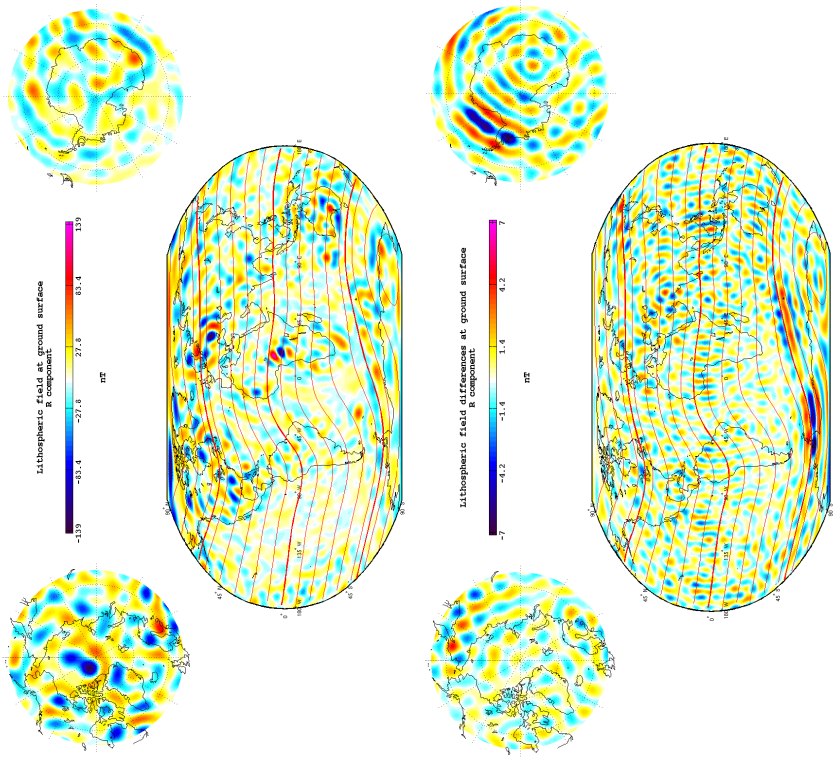
Une analyse plus fine nous a par la suite permis de déduire que l'origine de cette anomalie provenait de l'instrument ASM. Nous avons alors montré que nous pouvions

7. Ce modèle est une extension de CHAOS-6 utilisant des données jusqu'en avril 2019, voir http://www.spacecenter.dk/files/magnetic-models/CHAOS-6/



(a)

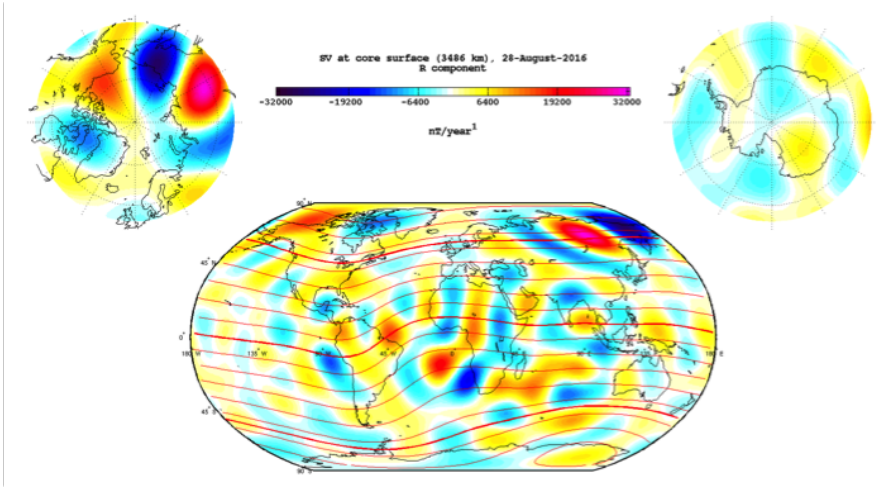
(b)



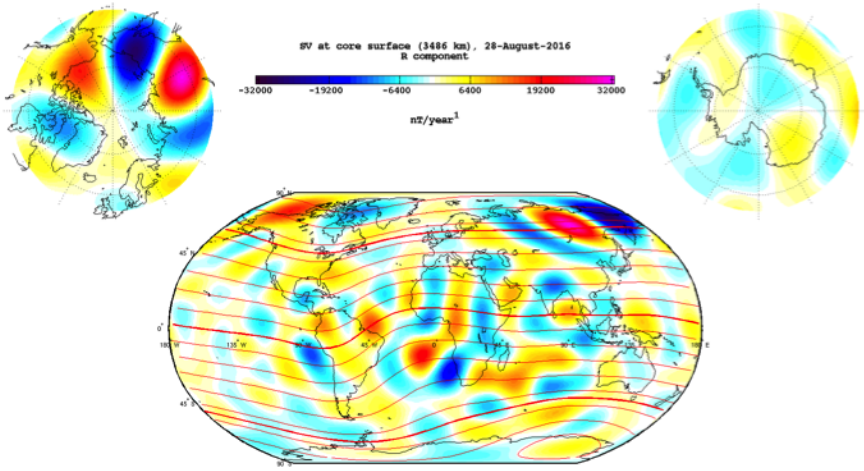
(c)

(d)

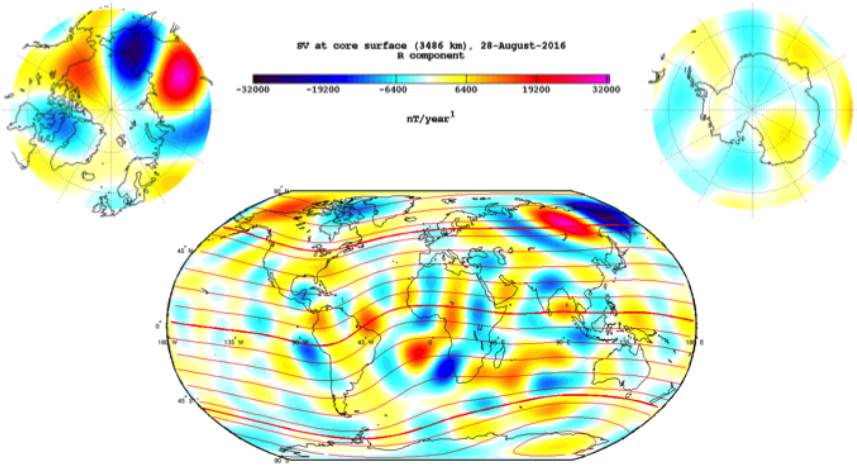
FIGURE 4.31 – (a) Composante radiale du champ interne estimé à la surface de la Terre et à l'époque centrale (modèle ASM DGRF-13). (b) Différence entre les modèles ASM et VFM de la prédiction de la composante radiale du champ interne, à la surface de la Terre et à l'époque centrale. (c) *idem* que (a) mais pour le champ lithosphérique. (d) *idem* que (b) mais pour le champ lithosphérique.



(a) Modèle ASMV

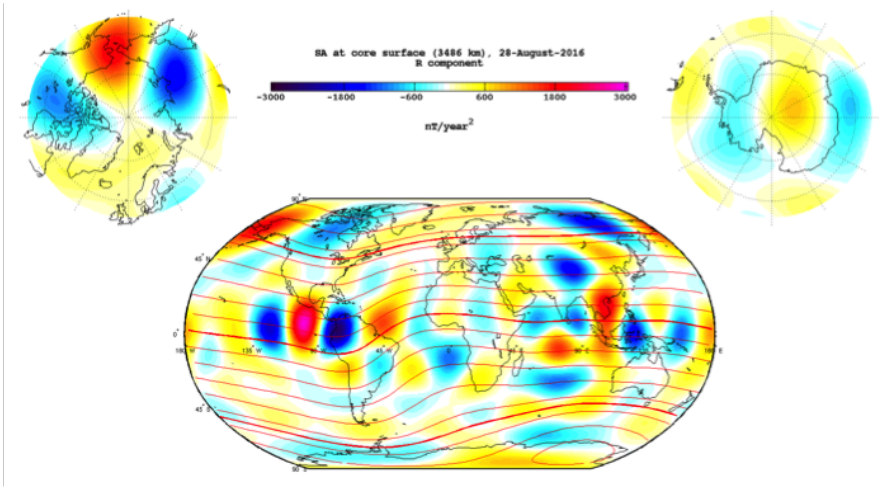


(b) Modèle CHAOS-6x9

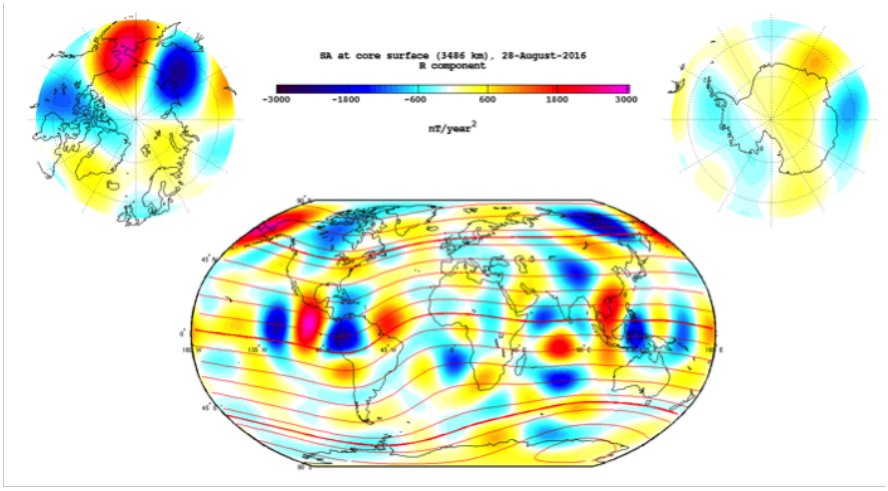


(c) Modèle VFM

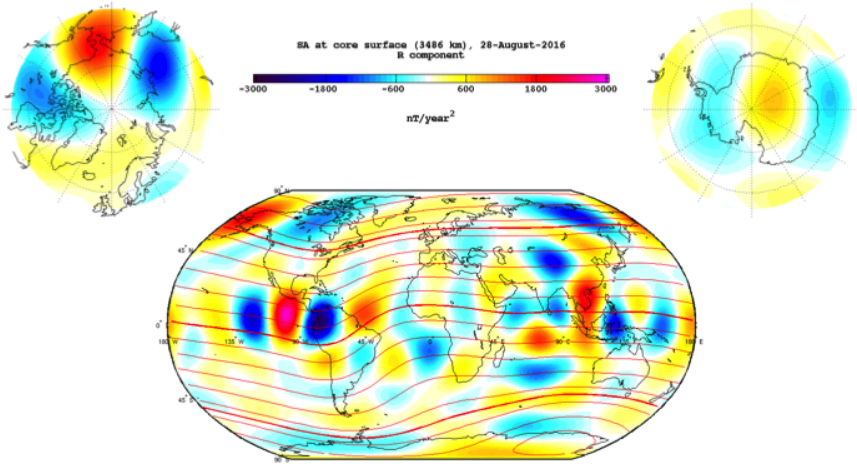
FIGURE 4.32 – Cartes de variation séculaire DGRF-13, composante radiale estimée à l'époque centrale et à la surface du noyau



(a) Modèle ASMV

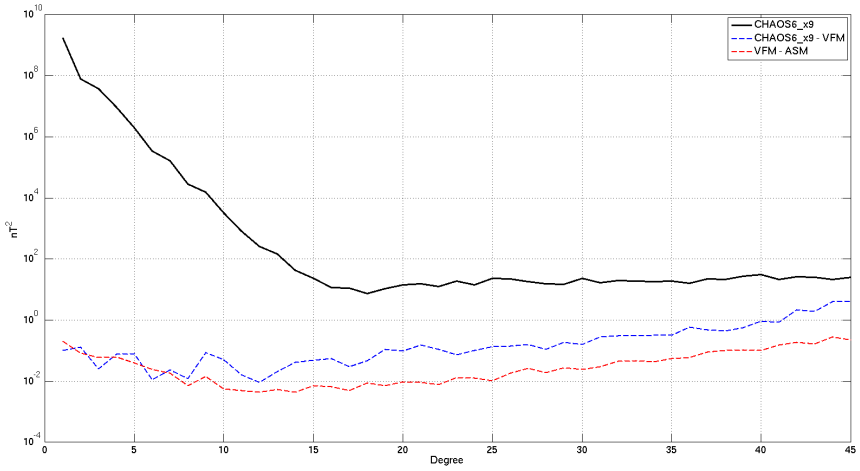


(b) Modèle CHAOS-6x9

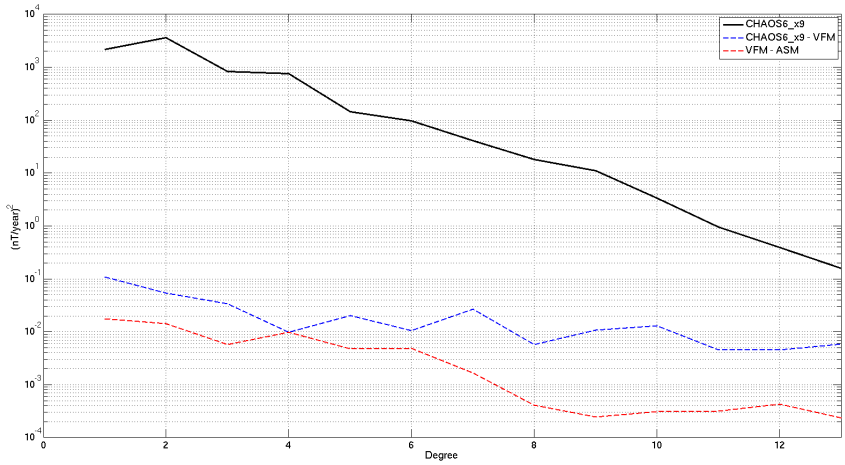


(c) Modèle VFM

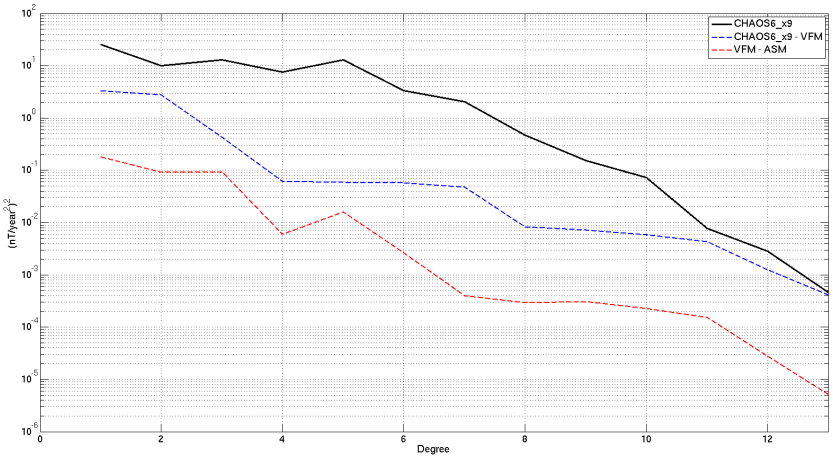
FIGURE 4.33 – Cartes d'accélération séculaire DGRF-13, composante radiale estimée à l'époque centrale et à la surface du noyau



(a) Spectre du champ principal

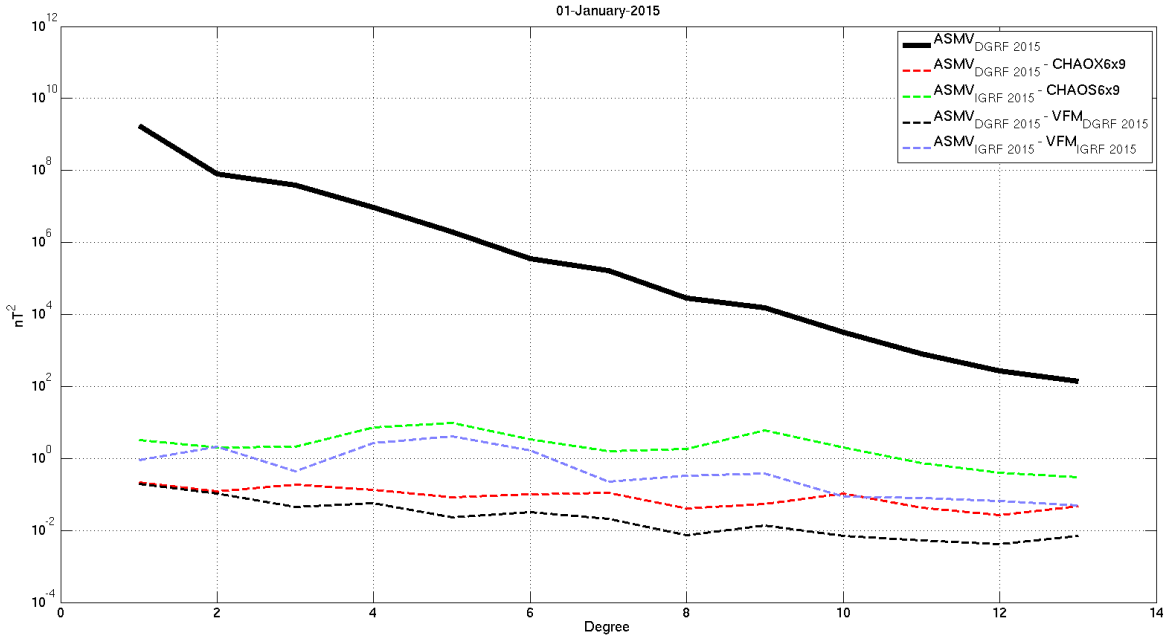


(b) Spectre de la variation séculaire

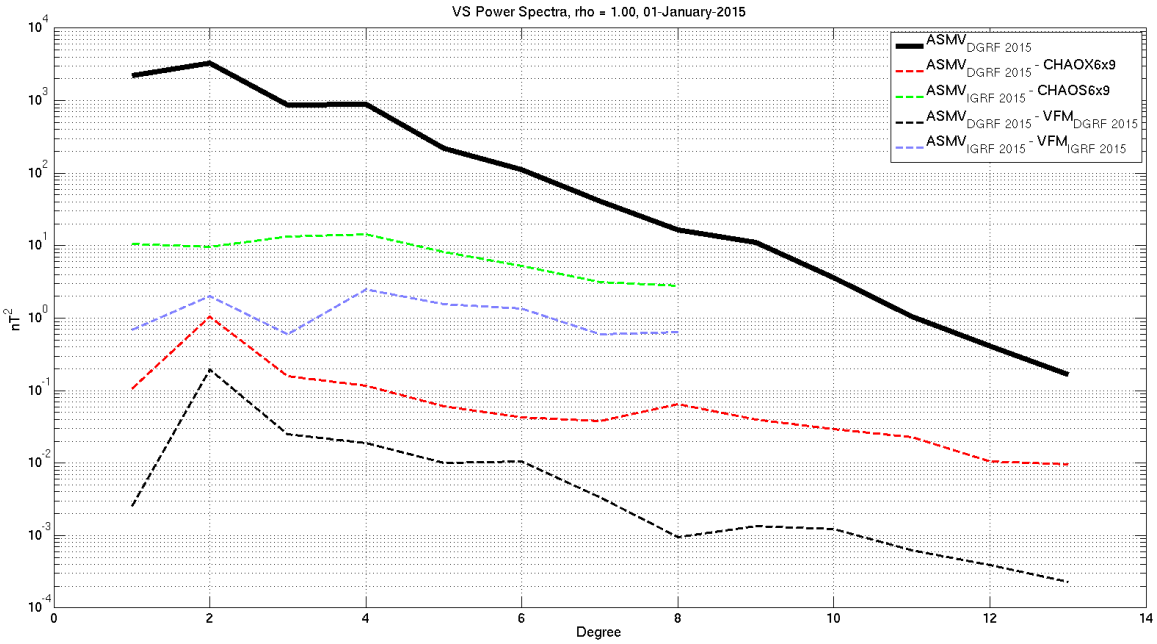


(c) Spectre de l'accélaration séculaire

FIGURE 4.34 – Spectres du champ principal (en haut), de la variation séculaire (au milieu) et de l'accélération séculaire (en bas) des modèles DGRF-13 estimés à l'époque centrale et à la surface de la Terre. Le modèle CHAOS-6x9 est tracé pour référence en noir ; les spectres des différences entre les modèles sont tracés en pointillés.



(a) Champ principal



(b) Variation séculaire

FIGURE 4.35 – Améliorations entre l'IGRF-12 et le DGRF-13. Les spectres sont estimés au 1er janvier 2015 à la surface de la Terre pour les degrés 1 à 13 (inclus) pour le champ principal (en haut) et la variation séculaire (en bas).

convenablement modéliser cette anomalie comme une déformation apparente du bras du satellite. Ceci a contribué à identifier l'origine du problème : des effets non linéaires non pris en compte dans la calibration dynamique de l'instrument et qui pouvaient se manifester sous certaines conditions. Une nouvelle calibration a alors été proposée par le CEA/LETI en charge de l'instrument. Nous avons montré que les premiers résultats de cette recalibration étaient très satisfaisants.

Nous avons par la suite travaillé sur la production d'un nouveau modèle ASMV, dans le cadre du DGRF de treizième génération. Nous avons montré que ce modèle, qui se base sur la nouvelle calibration, était de très bonne qualité et qu'il pouvait être comparé au dernier modèle CHAOS disponible à l'heure de rédaction du présent manuscrit. C'est sur cet ultime exercice que, dans le cadre de cette thèse, s'achèvent les tests de validation des données vectorielles fournies par l'instrument ASM.

Chapitre 5

Conclusion et perspectives

Les résulats que nous avons présentés dans ce manuscrit ont démontré la capacité de l'instrument ASM à fournir à lui seul une mesure de qualité du champ géomagnétique. Nous avons toutefois identifié certaines limitations, qui sont autant liées au design de l'instrument qu'à des perturbations extérieures. Nous avons également mis en évidence des perturbations de type thermo-électrique affectant à la fois les instrumnets ASM et VFM. Cet effet dBSun est lié à la conception des satellites et nous avons vu qu'il était possible de les corriger, au moins en partie. Comme nous l'avons signalé, les efforts se poursuivent pour encore améliorer cette correction, qui n'est pas encore satisfaisante, ni pour les données nominales de la mission, ni pour les données ASMV expérimentales.

La mission SWARM est aujourd'hui dans sa sixième année d'exploitation et, à l'exception de l'instrument ASM du satellite CHARLIE qui a cessé de fonctionner en Novembre 2014, tous les instruments fournissent des données de façon nominale. Les réserves en carburant, régulièrement utilisées pour le maintien à poste des satellites, permettent la poursuite de la mission au moins jusqu'en 2024 (soit pour la fin d'un cycle solaire complet), ainsi que l'illustre la figure 5.1 qui représente l'évolution de l'altitude des satellites pour différents scénarios.

Les satellites SWARM évoluent sur des orbites quasi-polaires, ce qui permet une grande couverture en latitude. En revanche, cette configuration ne dérive que lentement en heure locale : la durée τ nécessaire pour que les satellites retrouvent les mêmes conditions d'heure locale et de sens d'orbite est de 266 jours pour ALPHA et CHARLIE et de 280 jours pour BRAVO (qui orbite à une altitude plus élevée). Ceci peut s'avérer problématique, notamment dans le cadre de l'étude du champ externe qui requiert une bonne couverture en heures locales. Mais cette limitation a également été perceptible dans le cadre de notre travail, rappelons-nous par exemple les sélections de données que nous avons effectuées au chapitre 4.

Dès 2015, et au fur et à mesure que la démonstration des performances de l'ASM avançait, le projet de concevoir une nouvelle mission satellite complétant la constellation SWARM et intégrant l'instrument ASM au cœur de sa charge utile a pris de l'ampleur sous le nom de projet NanoMagSat. Dans ce sens, le CEA/LETI a travaillé sur le successeur miniaturisé de l'ASM : le MAM (Miniaturized ASM). Ce nouveau magnétomètre intègre des innovations techniques importantes et résout les différents écueils que nous avons identifiés. Nous allons rapidement les passer en revue.

L'activation du moteur piézo-électrique, nécessaire pour re-polariser correctement le laser, est source de perturbations pour la mesure BURST et la mesure vectorielle (voir chapitre 3). L'instrument MAM utilisera une technique de re-polarisation n'utilisant pas

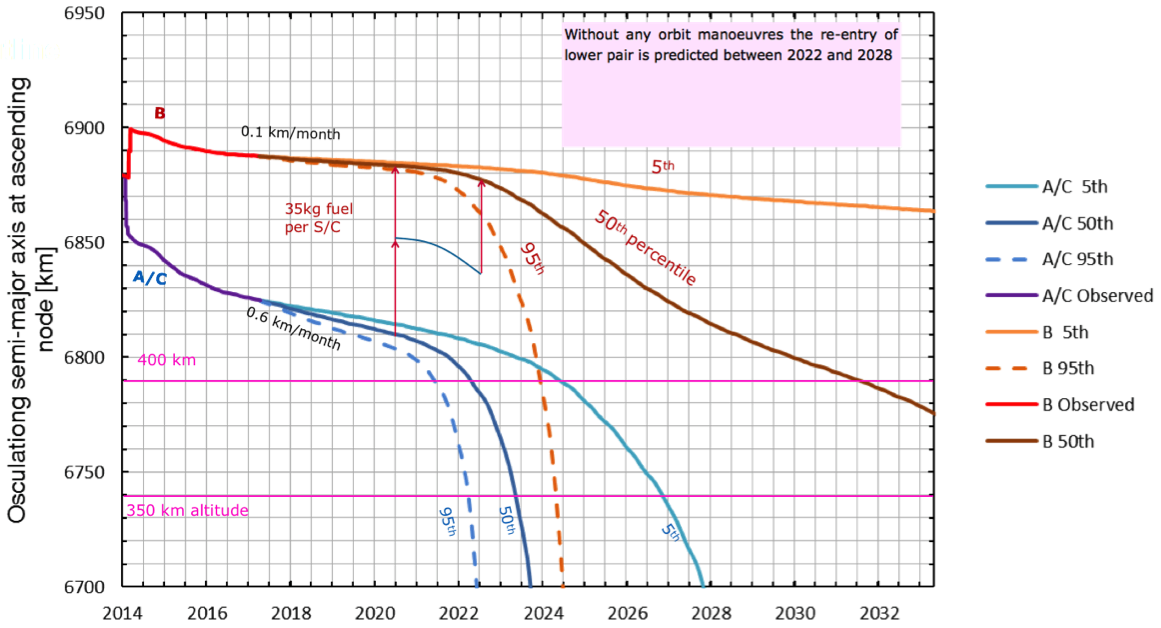


FIGURE 5.1 – Durée de vie estimée des satellites SWARM. Crédits : ESA.

de moteur piézo-électrique (voir [Hulot et al., 2018]) et le laser pourrait être remplacé par une diode laser, plus compacte. Le MAM est représenté figure 5.2.

Par ailleurs, des leçons furent tirées de l'incident qui affecta l'instrument ASM de CHARLIE. Rappelons que le 05 Novembre 2014 un ion lourd a irrémédiablement endommagé l'électronique de l'instrument ASM de ce satellite (voir [Fratter et al., 2016]). Le composant défectueux a pu être identifié et des précautions ont été prises pour que cette avarie, pourtant peu probable, ne se reproduise plus.

Le mode BURST, dont nous avons donné une rapide analyse en section 3, a été activé de façon ponctuelle depuis le début de la mission, principalement pour des raisons de *commissioning*. Il importe toutefois de noter qu'une étude scientifique de ces données a également pu être menée au sein de l'IPGP (mais en dehors du cadre de cette thèse) et s'est révélée très intéressante. Ceci a mené au projet ILGEW qui étudie la signature des éclairs sur le signal magnétique haute fréquence mesuré par les satellites : les *whistlers*. Un exemple d'un tel signal est donné figure 5.3. Les travaux préliminaires ont été présentés à l'American Geophysical Union (AGU) en 2018 ([Coïsson et al., 2018]) et le lecteur peut se référer au site internet du projet `https://ilgew.ipgp.fr` pour de plus amples informations à ce sujet. Suite à ces premiers résultats démontrant l'intérêt scientifique d'une mesure magnétique à haute fréquence, il a été décidé que ce mode soit activé plus régulièrement sur SWARM, à raison d'une semaine par mois. Par ailleurs et compte tenu de l'intérêt considérable de ces données, le MAM est désormais conçu pour produire conjointement une mesure scalaire haute fréquence à 2 kHz et une mesure vectorielle, ce que ne permettait pas la mission SWARM par design.

Enfin, une attention particulière sera bien évidemment portée aux effets thermo-électriques susceptibles de venir perturber les mesures magnétiques.

En 2016, le projet NanoMagSat, mené conjointement par le CEA/LETI et l'IPGP, est entré en phase 0 [1] au CNES. L'objet de cette phase était d'analyser les besoins de la mission

1. le cycle de vie des projets CNES est généralement découpé en 7 phases : l'analyse de la mission (phase 0), l'étude de la faisabilité (phase A), la définition du système (phases B/C), la production et la qualification (phase D), le lancement et la recette en vol (phase E), l'exploitation (phase E2) et finalement

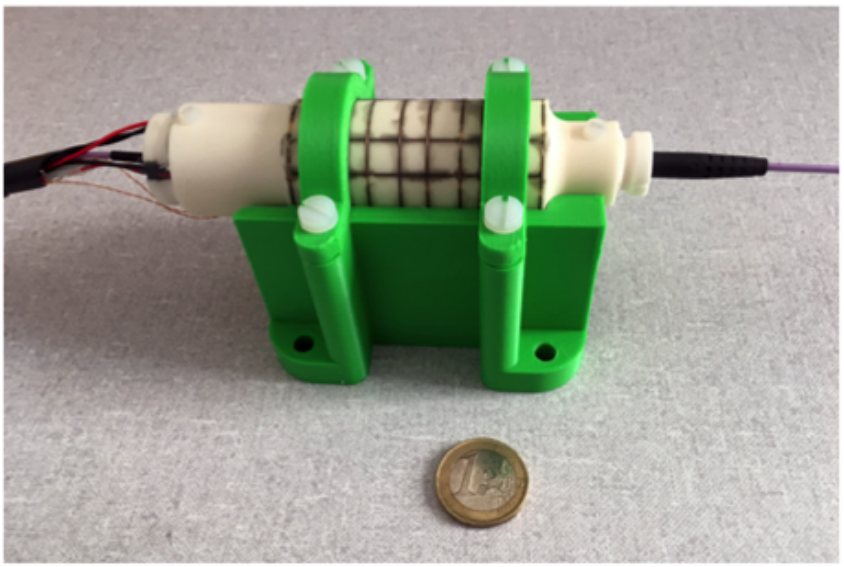


FIGURE 5.2 – Instrument MAM (prototype) Crédits : CEA/LETI.

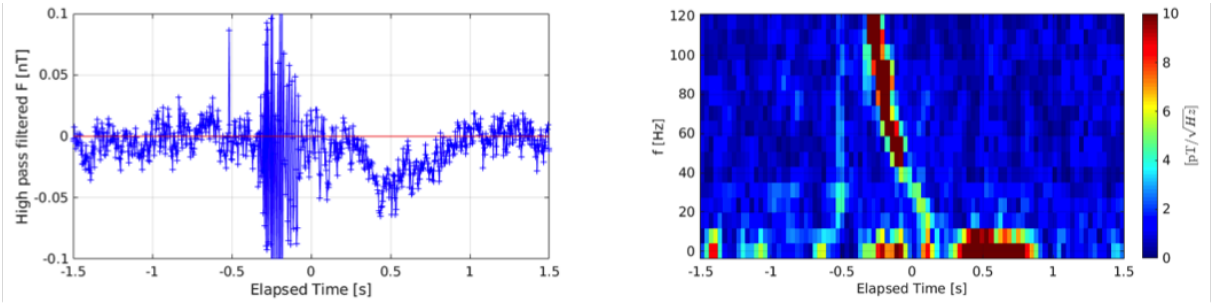


FIGURE 5.3 – Exemple d'un whistler. Le signal BURST, filtré par un filtre passe-haut, est tracé en fonction du temps à gauche. La DSP de ce signal est tracée à droite. La signature d'un éclair sur le signal magnétique ressemble un peu à un sifflement, d'où le terme de *whistler*. Ces signaux sont produits par les éclairs atmosphériques et leur dispersion fournit des informations très originales pour caractériser l'état de l'ionosphère sous les satellites, ce qui a suscité le programme de recherche ILGEW désormais financé par l'ESA.

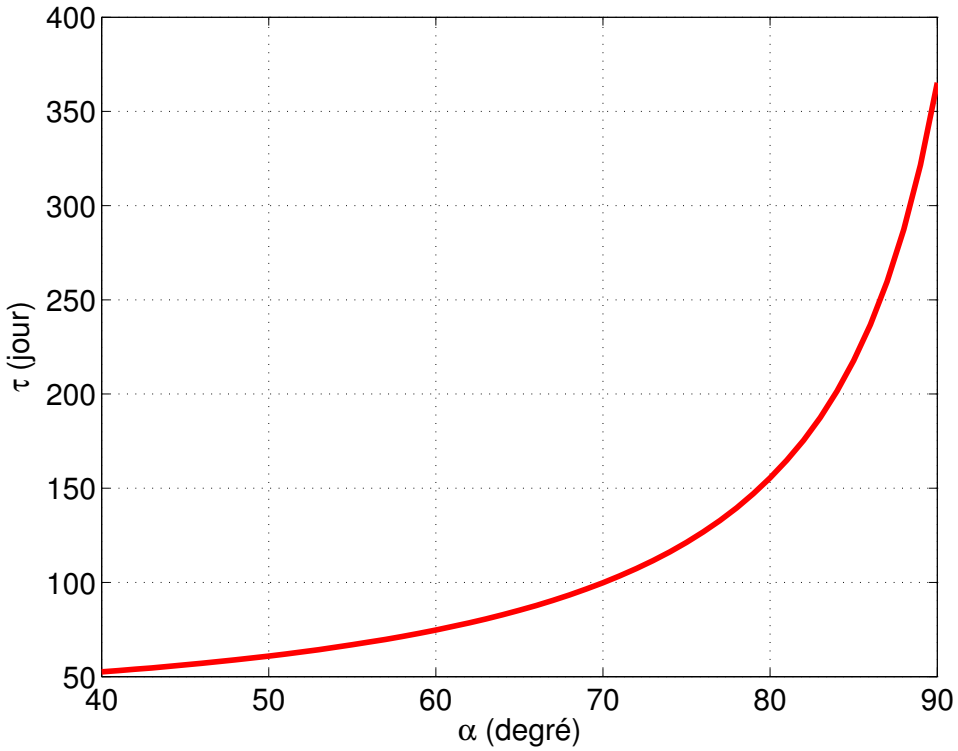


FIGURE 5.4 – Influence de l'inclinaison de l'orbite sur la dérive en heure locale

et d'en valider le concept. Ce fut l'occasion de proposer un premier dimensionnement de ce satellite, auquel nous avons participé et dont nous donnons ici quelques éléments clefs.

Les nano satellites ont typiquement une masse de moins de 20 kg, ce qui est très inférieur à la masse des satellites SWARM lors de leur lancement (environ 470 kg). Ceci impose une contrainte forte sur le volume et le poids des instruments embarqués. La solution actuellement envisagée serait un satellite de type Cubesat 12U dont le volume est 20cm x 20cm x 30cm. Un certain nombre de choix scientifiques et de compromis ont donc dû être faits.

Dans le cadre de la phase 0, nous avons notamment étudié la relation entre l'inclinaison de l'orbite (notée angle α) et la durée τ nécessaire pour avoir une couverture totale en heure locale. Cela est représenté figure 5.4 pour une orbite hypothétique de 500 km. Pour une orbite polaire ($\alpha = 90°$), nous retrouvons la période de révolution terrestre de 365.25 jours. Nous remarquons qu'avec une orbite inclinée de 60°, cette durée est de seulement 74 jours ce qui est une excellente complémentarité par rapport aux satellites de SWARM. la contre-partie étant bien entendu une plus faible couverture géographique, la latitude maximale accessible étant de 60°. Ceci apparaît comme un bon compromis. La trace d'une orbite à 60° est donnée figure 5.5.

Nous avons également testé la nécessité d'assurer un contrôle fin de l'orientation du satellite dans le référentiel terrestre, comme c'est actuellement le cas sur SWARM. Nous avons ainsi montré que, sur des données échantillonnées à 1 Hz, pour maintenir tout biais de mesure inférieur à 0.2 nT suite à une rotation du satellite sur lui-même, ces rotations devaient être inférieures à 30° par minute. Cette étude a fait l'objet d'une note transmise au CNES et dont le lecteur trouvera la reproduction en Annexe H.

En Août 2019, l'IPGP et le CEA/LETI ainsi que leurs associés Open Cosmos et

le retrait de service (phase F)

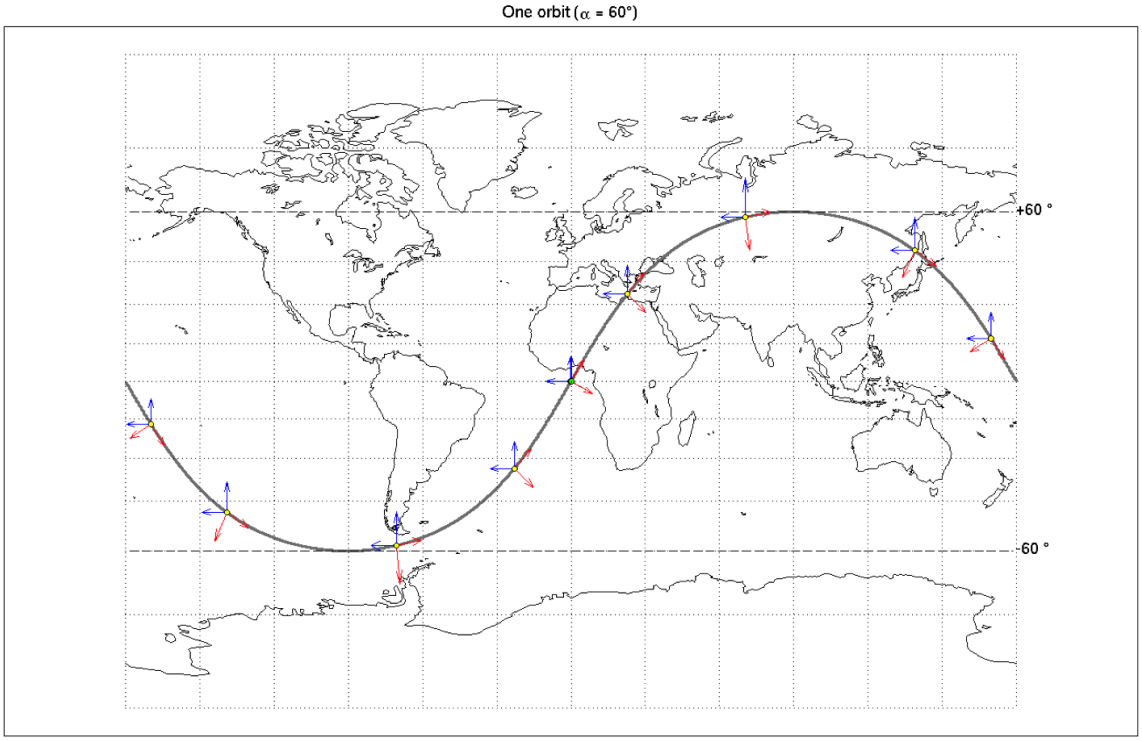


FIGURE 5.5 – Trace au sol d'une orbite inclinée à 60° dans le référentiel géocentrique

l'Université d'Oslo ont soumis le projet NanoMagSat à l'appel à projets de l'ESA Scout. La mission s'est précisée avec désormais l'objectif de quatre nanosatellites : deux sur des orbites polaires comme SWARM et deux sur des orbites inclinées à 60°.

La figure 5.6 représente ainsi le design actuel des satellites. L'instrument MAM serait situé tout en bout de bras et associé à deux caméras stellaires. En outre, il a été montré que chaque satellite pouvait embarquer comme charge utile complémentaire les instruments suivants :

- un magnétomètre vectoriel haute fréquence (HFM) pouvant fonctionner à 2 kHz, pour compléter les données BURST fournies par le MAM. Cet instrument relatif, également miniaturisé et en développement au CEA/LETI, serait situé dans le corps du satellite,
- une sonde de Langmuir comportant 4 « aiguilles » (« *multi-needle Langmuir Probe* » ou mNLP) fournie par l'Université d'Oslo, capable de mesurer la densité électronique locale à 2 kHz également,
- un instrument GNSS double-fréquence, équipé de deux antennes afin de fournir des mesures de « *Total Electron Content* » (TEC), de radio-occultation et des indices de scintillation dans la bande L, à 1 Hz, pour compléter les études ionosphériques (et donner, bien entendu, le temps de référence et la position des satellites). Cet instrument est également situé dans le corps du satellite.

Cette charge utile et la complémentarité des orbites envisagées permettraient alors d'étudier un très grand nombre d'objectifs scientifiques, comme illustré sur la figure 5.7, extraite de la proposition soumise à l'appel d'offre Scout de l'ESA.

Le dossier est actuellement en cours d'étude par l'ESA et une réponse est attendue courant Octobre 2019. Nous croisons les doigts pour que le projet soit accepté et espérons

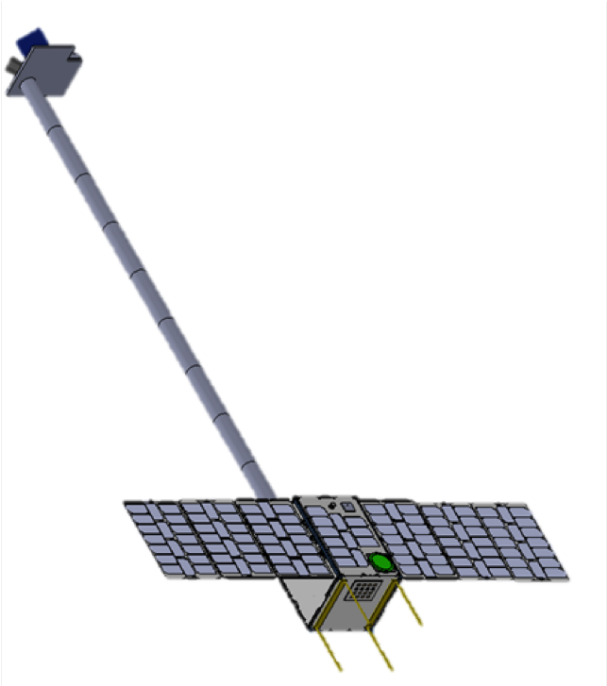


FIGURE 5.6 – Nanomagsat (prototype) Crédits : Open Cosmos.

pouvoir vous en dire plus lors de la soutenance de cette thèse.

Comme nous pouvons le constater, les travaux menés au cours de cette thèse en étroite collaboration avec le CEA/LETI ont donc ouvert des perspectives considérables pour le futur de l'observation permanente du champ magnétique et de l'environnement ionosphérique depuis l'espace, tout à fait complémentaire des observations fournies au sol par le réseau international des observatoires magnétiques (Intermagnet, cf. figure 1.13b).

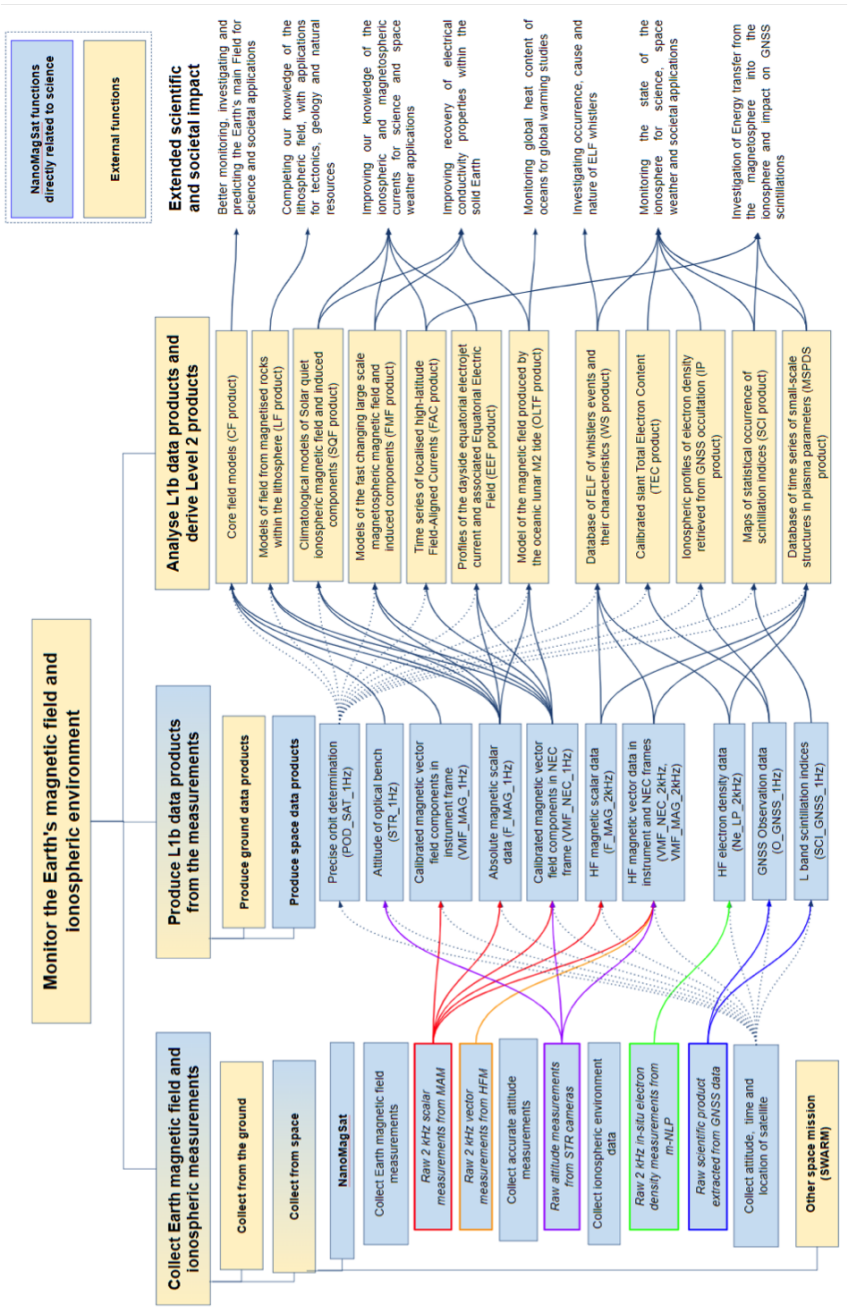


FIGURE 5.7 – Proposition des produits pouvant être générés par NanoMagSat, en regard des objectifs scientifiques envisageables

Annexes

Annexe A

Manœuvres additionnelles

Dans cette annexe, nous présentons l'ensemble des manœuvres mentionnées au chapitre 2 et résumées dans le tableau A.1 ci-contre.

A.1 Configuration de vol renversé

A.1.1 Configuration de vol renversé pour SAT-A

Cette manœuvre a déjà été étudiée au chapitre 2 du présent manuscrit, nous rappelons rapidement les principaux résultats. Nous rappelons que cette manœuvre s'est déroulée le 23 janvier 2014 et a consisté en un vol du satellite A avec un angle de lacet de 180° pendant 12 heures (voir tableau A.1). Les conditions de vol sont résumées figure A.1 et l'heure locale était alors de 09h05 pour les orbites montantes. Remarquons que, sur ces 12 heures, nous avons l'intégralité des données pour A et B mais nous ne disposons que des 6 premières heures pour C.

Nous commençons par tracer l'équivalent de la figure 2.4b page 63 entre les satellites B et C, qui ne participent donc pas à la manœuvre. Nous obtenons alors la figure A.2a qui est très similaire au cas du vol nominal.

Mais si nous comparons les mesures entre A et B (figure A.2b) ou entre A et C (figure A.2c), nous obtenons des figures très différentes. Tout d'abord la comparaison entre ASM_A d'une part et ASM_B ou ASM_C d'autre part (en bas à gauche) montre que les instruments ASM sont en relativement bon accord.

En revanche, la comparaison des instruments VFM (en haut à gauche de la même figure) montre une très nette différence. On en déduit que lors du vol renversé, l'instrument VFM_A perçoit une anomalie. Cette anomalie présente une très forte différenciation Jour/Nuit ainsi qu'une dépendance assez marquée avec la latitude géographique ; rappelons qu'en 12 heures de temps les satellites ont eu le temps d'effectuer environ 7 orbites montantes et 7 orbites descendantes. Après discussion avec les autres membres du projet SWARM, nous avons conclu qu'il s'agissait de la signature de l'anomalie dB-sun affectant l'instrument VFM aujourd'hui partiellement corrigée (voir par exemple [Tøffner-Clausen et al., 2016]).

Si nous regardons maintenant les différences finies des différents instruments (donc l'équivalent de la figure 2.5 page 63), nous obtenons la figure A.3. Nous remarquons que lors d'un vol à 180°, l'instrument ASM est plus bruité que la normale au niveau de l'équateur géographique. Pour le moment nous n'avons pas trouvé d'explication pour ce phénomène qui est sans grandes conséquences.

Satellite	Angle de lacet	Début (UTC)		Fin (UTC)		Heure locale (up)
A	180°	2014-01-23	17 :55 :00	2014-01-24	05 :55 :00	09h05
B	180°	2014-01-22	14 :20 :00	2014-01-23	02 :20 :00	09h10
C	180°	2014-01-21	06 :00 :00	2014-01-21	18 :00 :00	09h15
A	62°	2013-12-19	14 :00 :00	2013-12-20	02 :00 :00	12h09
B	62°	2013-12-16	14 :00 :00	2013-12-17	02 :00 :00	12h22
C	62°	2014-01-09	11 :58 :00	2014-01-09	23 :58 :00	10h16
AC	±90°	2014-05-13	00 :49 :00	2014-05-14	09 :51 :00	23h15

TABLE A.1 – Liste des manœuvres

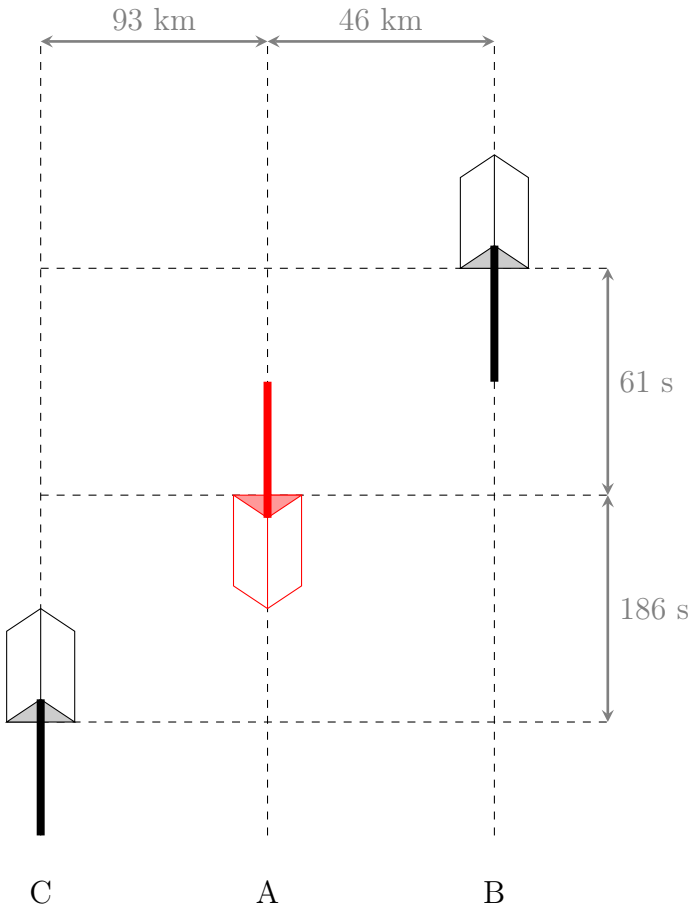
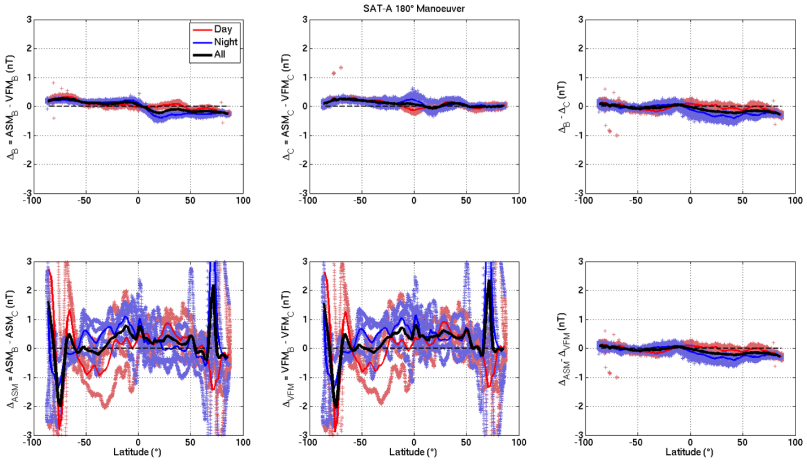
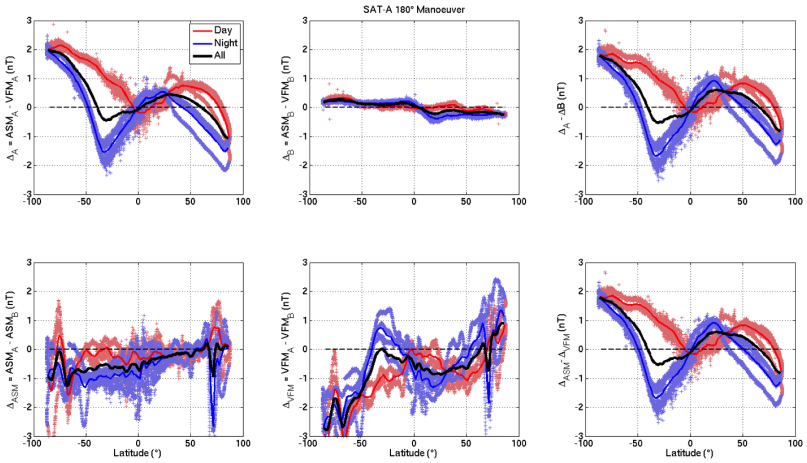


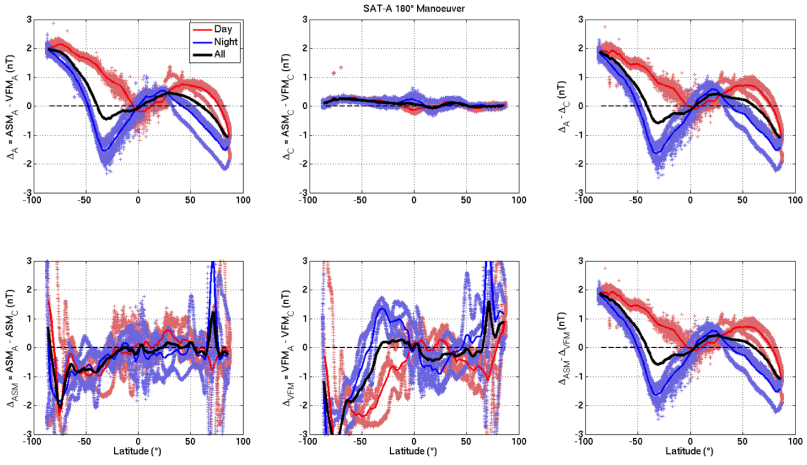
FIGURE A.1 – Configuration de vol renversé pour SAT-A



(a) Cohérence entre B et C



(b) Cohérence entre A et B



(c) Cohérence entre A et C

FIGURE A.2 – Cohérence des mesures, vol 180A

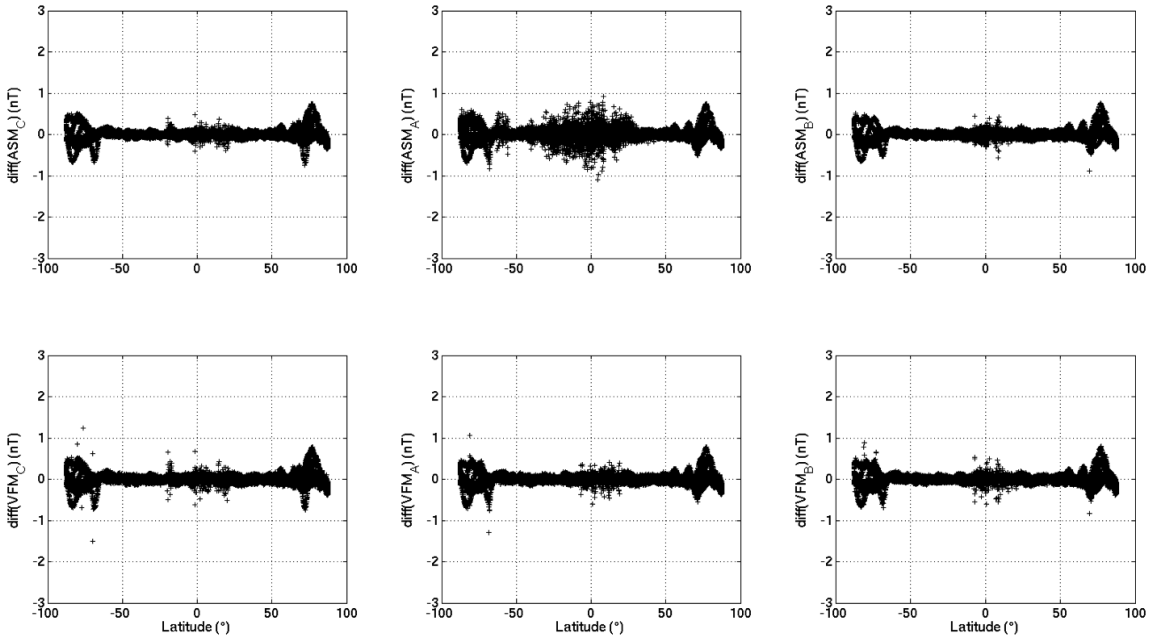


FIGURE A.3 – Différences finies des instruments, vol 180A

Nous pouvons maintenant regarder si ces mêmes phénomènes s'observent lorsque SAT-B évolue en vol inversé.

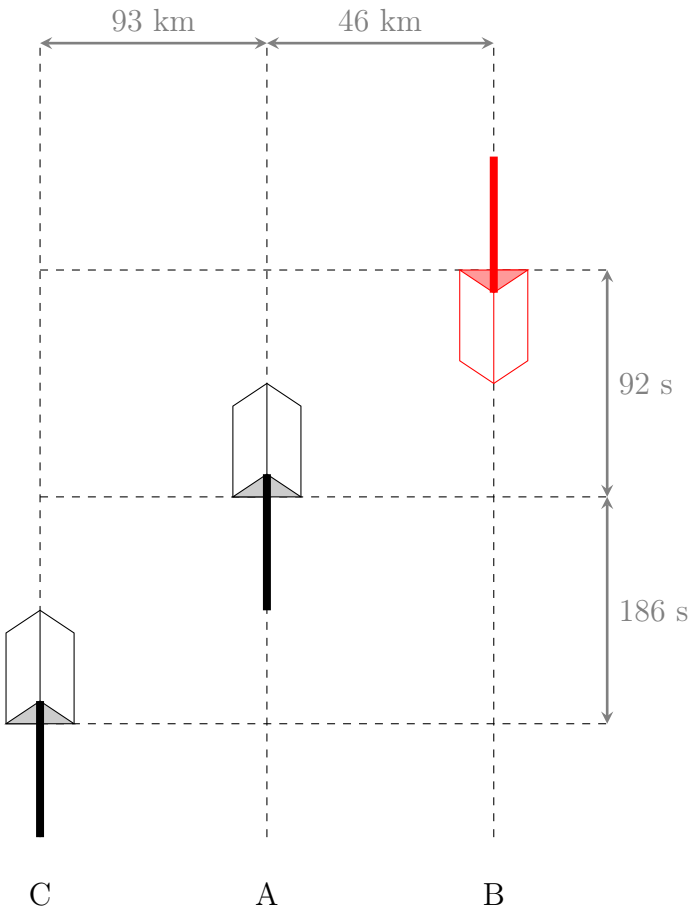


FIGURE A.4 – Configuration de vol renversé pour SAT-B

A.1.2 Configuration de vol renversé pour SAT-B

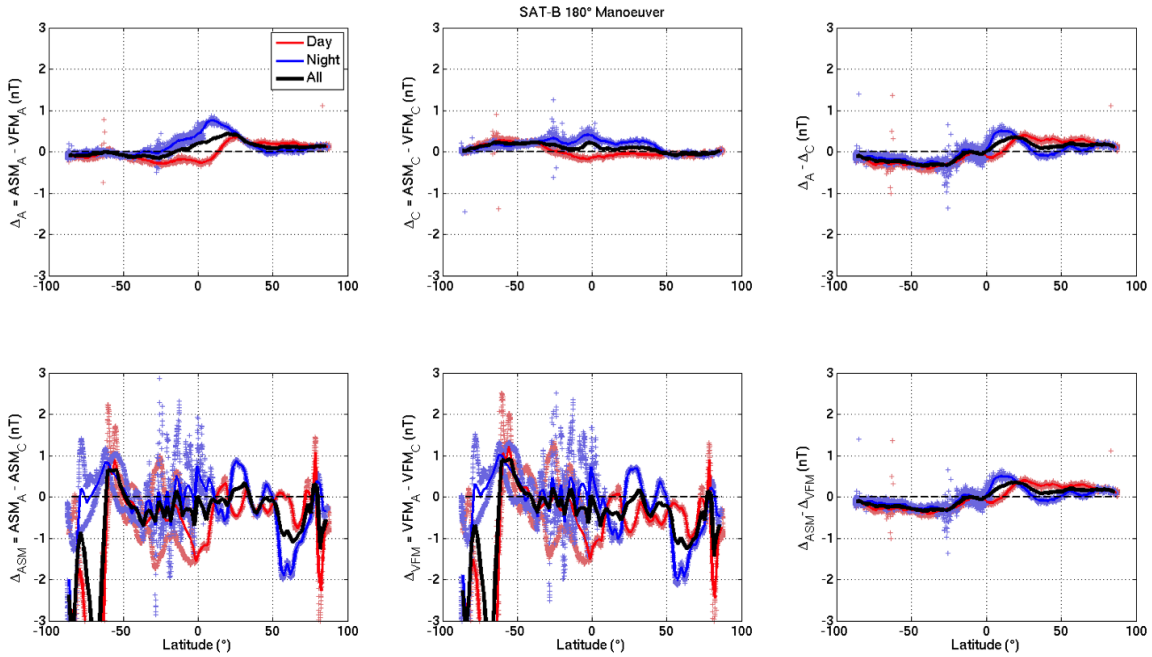
Le 22 janvier 2014, le satellite B a volé avec un angle de lacet de 180° pendant 12 heures (voir tableau A.1). Les conditions de vol sont résumées figure A.4 et l'heure locale était alors de 09h10 pour les orbites montantes. Remarquons que, sur ces 12 heures, nous avons l'intégralité des données pour B et C mais nous ne disposons que des 3 dernières heures pour A.

Les cartes de comparaison sont résumées figures A.5a, A.5b et A.6. La figure A.6 se scinde en deux parties selon qu'on considère le segment temporel commun aux trois satellites A, B et C c'est-à-dire les trois dernières heures de la manœuvre (figure A.6a) ou bien l'intégralité du segment temporel (figure A.6b). Un examen attentif de ces figures nous permet d'observer une anomalie sur le VFM de SAT-B dont l'allure est très similaire à celle observée lors de la précédente manœuvre. On observe clairement un effet Jour/Nuit ainsi qu'une variation systématique avec la latitude. C'est là encore probablement un effet du dBsun (voir [Tøffner-Clausen et al., 2016]).

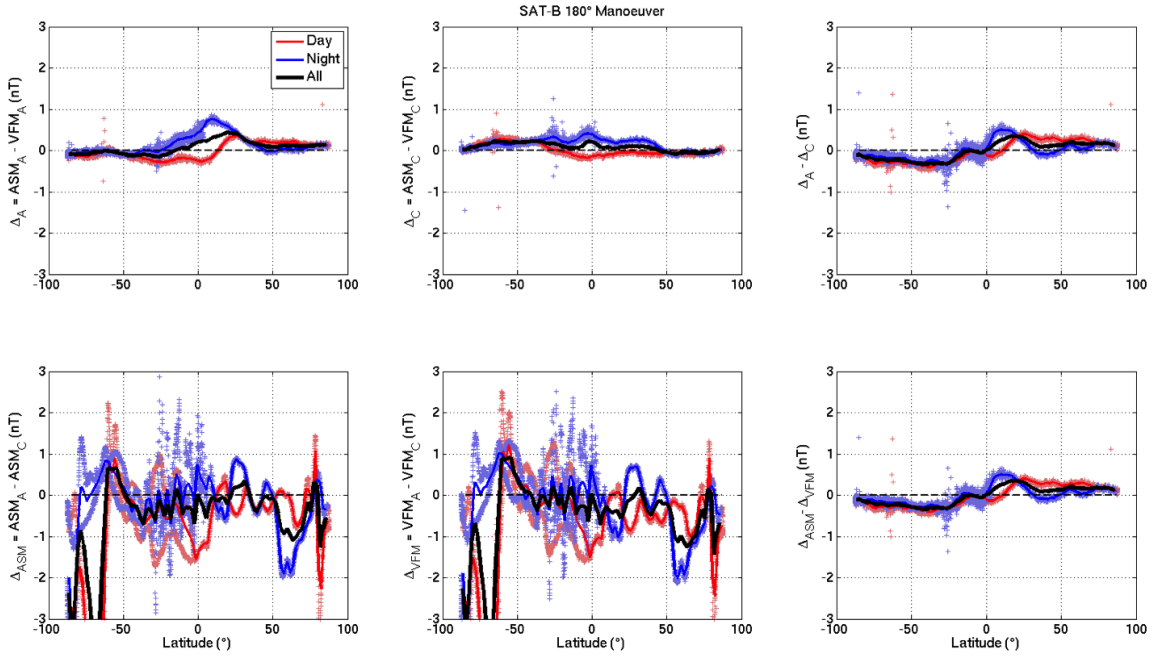
Lorsqu'on regarde la comparaison entre B et C sur l'intégralité du segment temporel de la manœuvre (figure A.6b), on s'aperçoit de la présence de deux marches sur la comparaison $\Delta_C = \mathrm{ASM}_C - \mathrm{VFM}_C$ présentes côté Nuit et aux alentours de $-50°$ de latitude géographique. Nous avons cherché un certain temps l'origine de ce désaccord avant de nous rendre compte qu'il était lié à l'activation d'un des magnéto-coupleurs (ou *torqueur*) du satellite, ainsi que l'illustre la figure A.7, où Δ_C est tracé en fonction du temps et où l'activation des magnéto-coupleurs apparaît en rouge. Les magnéto-coupleurs sont des

bobines servant au contrôle de l'orientation du satellite. Lorsqu'elles sont parcourues par un courant électrique, ces bobines génèrent un moment dipolaire $\mathbf{M}$ qui intéragit avec le champ magnétique naturel $\mathbf{B}$ fournissant un couple $\mathbf{\Gamma} = \mathbf{M} \wedge \mathbf{B}$.

Si nous regardons maintenant les différences finies des différents instruments (donc l'équivalent de la figure 2.5 page 63), nous obtenons la figure A.8. Nous remarquons de nouveau que l'instrument ASM est plus bruité que la normale lors d'un vol à 180° (courbe en haut à droite).

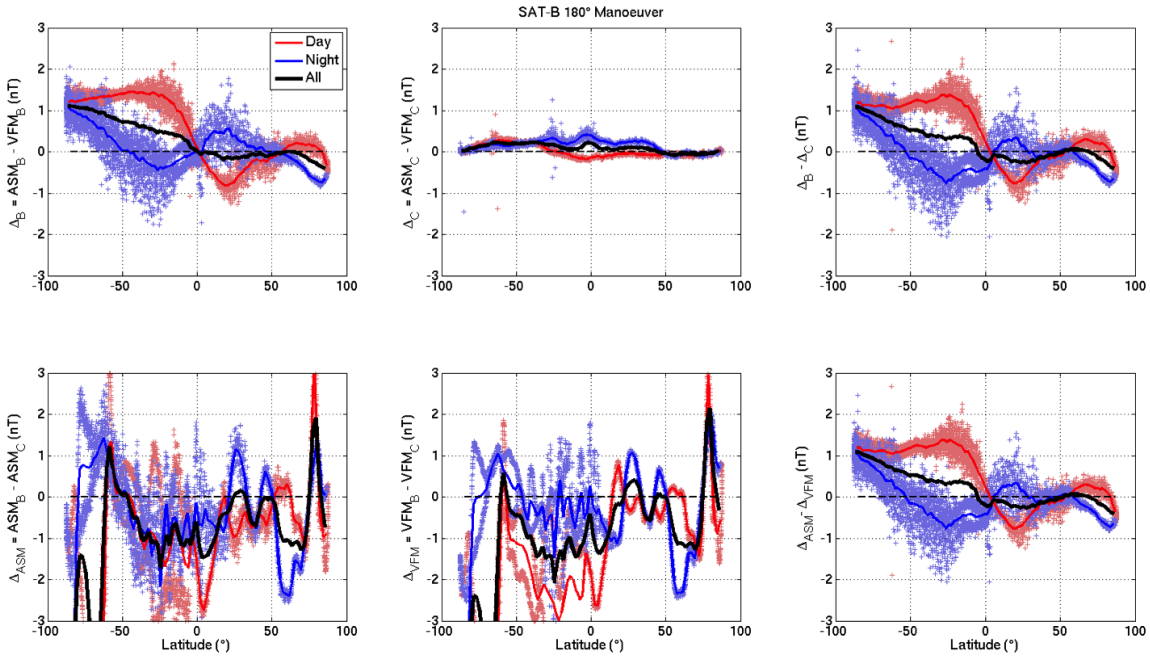


(a) Cohérence entre A et C

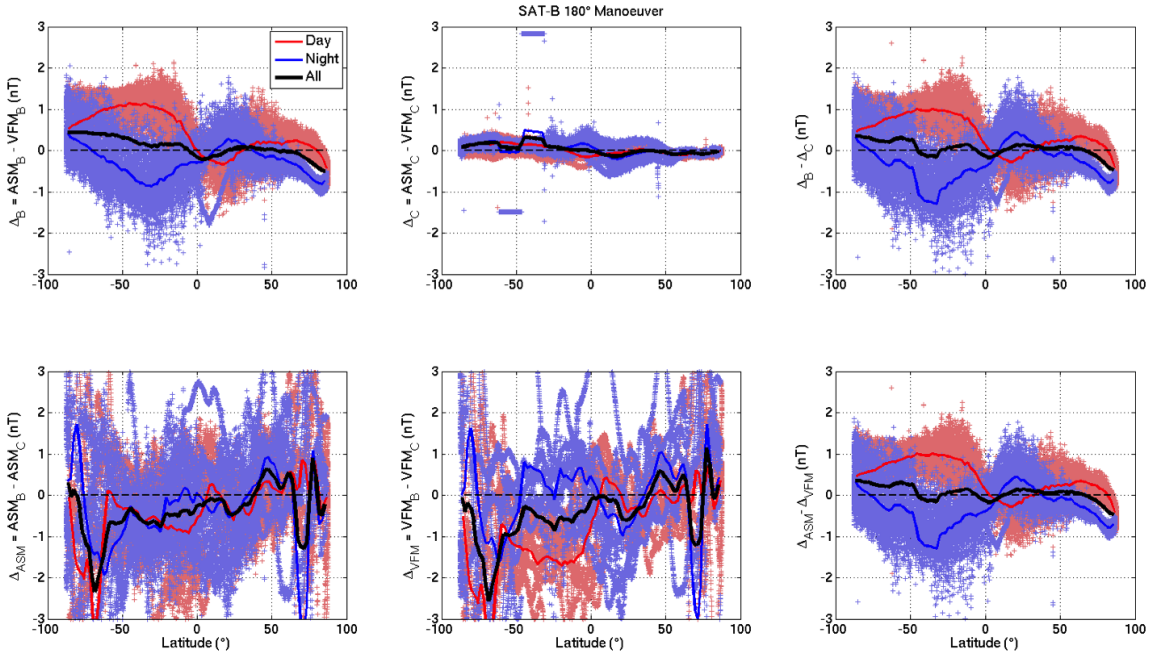


(b) Cohérence entre A et B

FIGURE A.5 – Cohérence des mesures, vol 180B



(a) Support temporel commun entre A, B et C



(b) Support temporel total de la manœuvre

FIGURE A.6 – Cohérence des mesures entre B et C, vol 180B

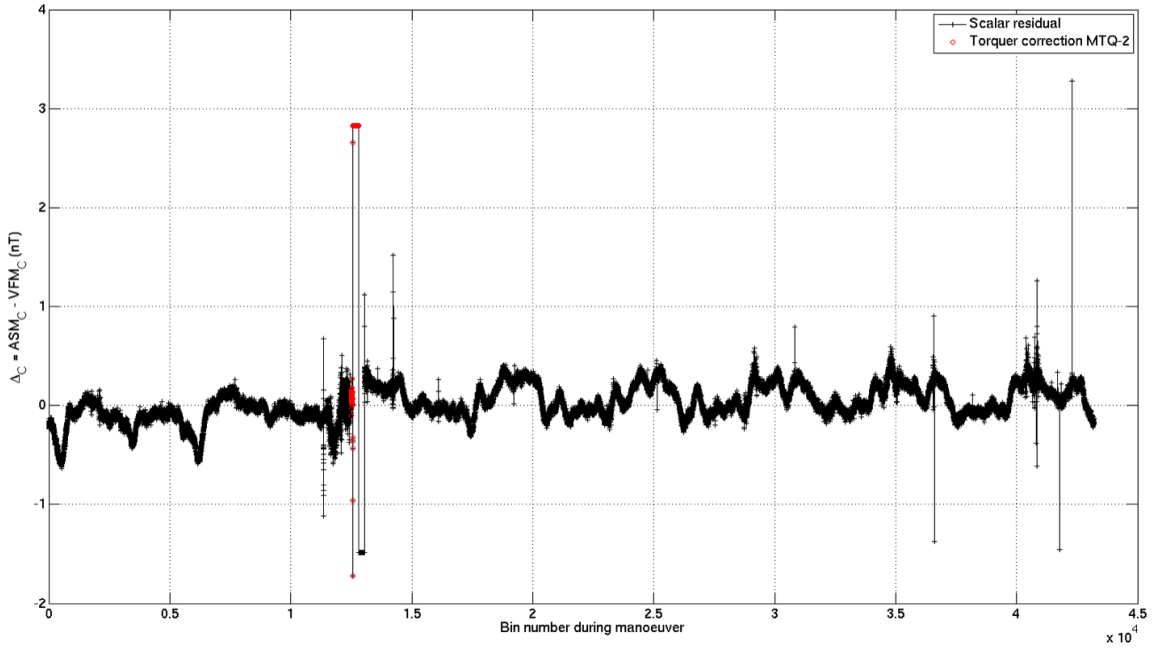


FIGURE A.7 – Impact de l'activation des torqueurs, vol 180B

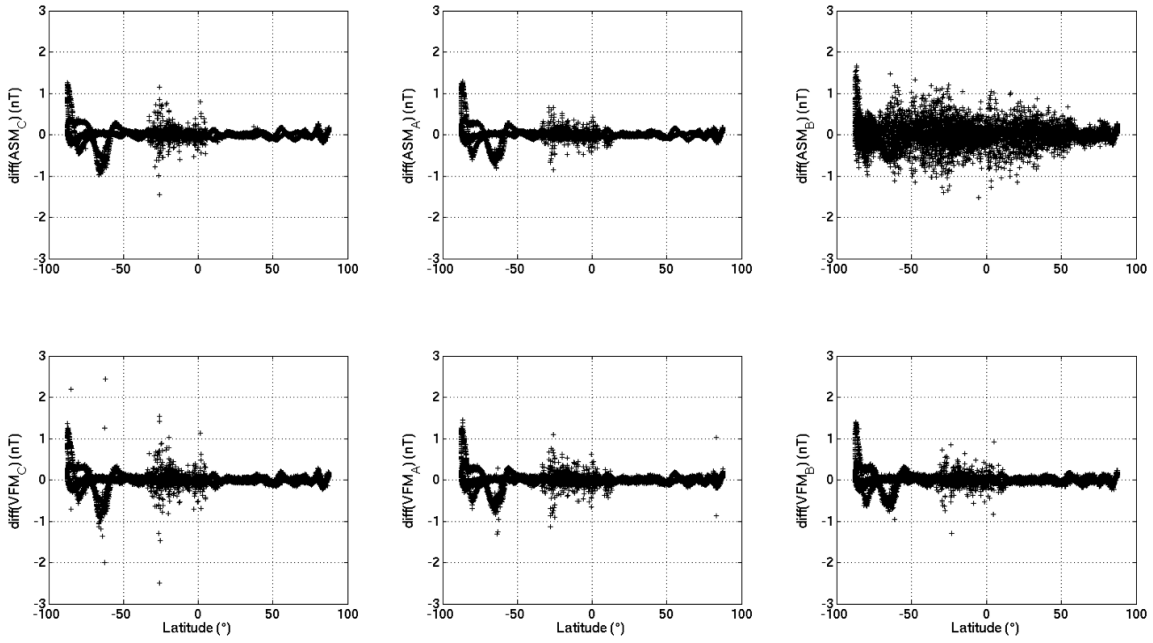


FIGURE A.8 – Différences finies des instruments, vol 180B

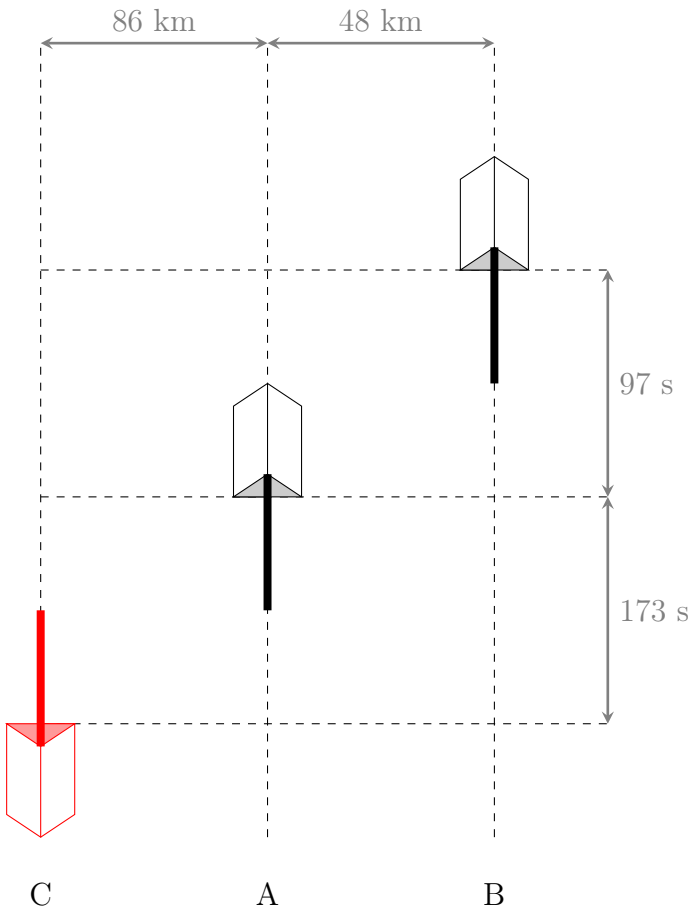


FIGURE A.9 – Configuration de vol renversé pour SAT-C

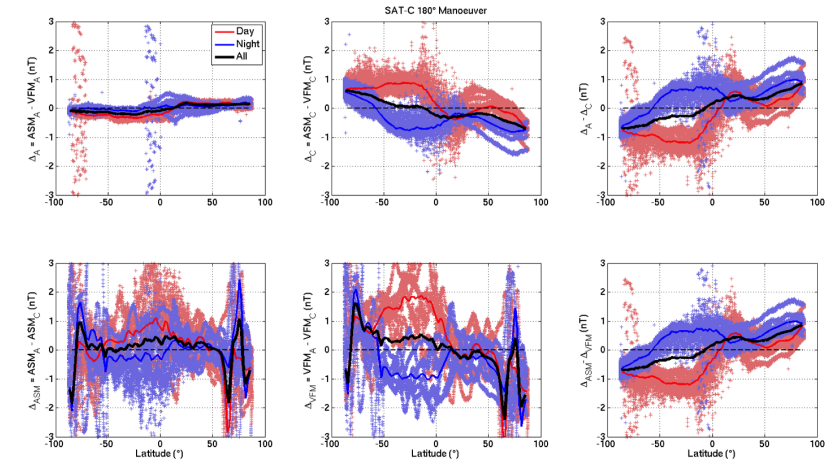
A.1.3 Configuration de vol renversé pour SAT-C

Le 21 janvier 2014, le satellite C a volé avec un angle de lacet de 180° pendant 12 heures (voir tableau A.1). Les conditions de vol sont résumées figure A.9 et l'heure locale était alors de 09h15 pour les orbites montantes.

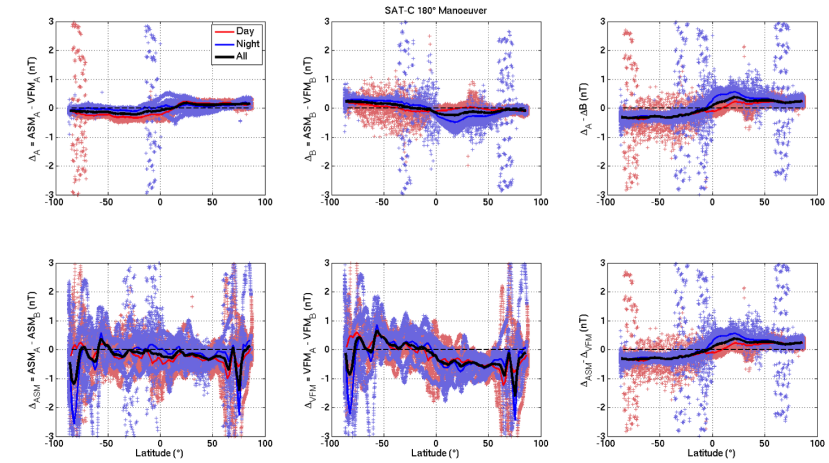
Les cartes de comparaison sont résumées figures A.10a, A.10b et A.10c. Là encore, nous observons une anomalie sur le VFM de SAT-C dont l'allure est très similaire à celle observée lors des deux précédentes manœuvres. On observe clairement un effet Jour/Nuit ainsi qu'une variation systèmatique avec la latitude.

Lorsqu'on regarde l'évolution de Δ_A et Δ_B, on se rend compte de la présence de marches comme pour la précédente manœuvre. Après inspection de l'historique des manœuvres des satellites, nous nous sommes rendus compte que ces évènements étaient liés à une autre opération sur les satellites ainsi que l'illustre la figure A.11 : les quantités Δ_A et Δ_B sont tracées en fonction de l'heure UT et la période de la manœuvre EFI (*Electric FIeld Instrument*) apparaît en rouge.

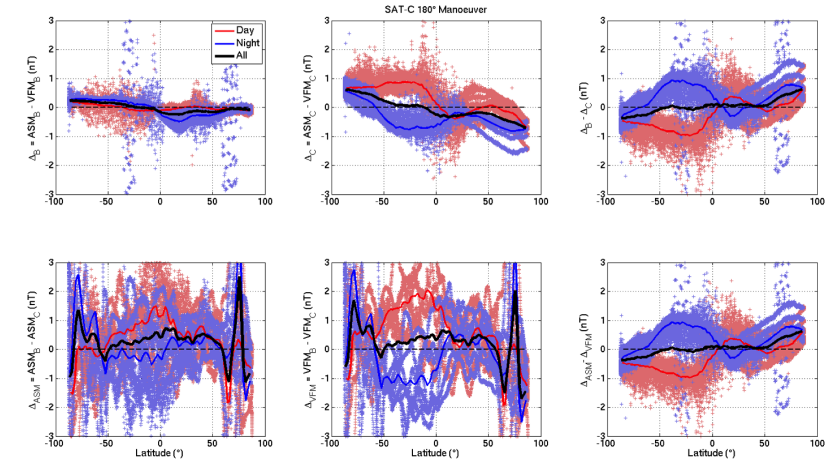
Si nous regardons maintenant les différences finies des différents instruments (donc, rappelons-le, l'équivalent de la figure 2.5, page 63), nous obtenons la figure A.12. Nous remarquons de nouveau que l'instrument ASM est plus bruité que la normale lors d'un vol à 180° (courbe en haut à gauche).



(a) Cohérence entre A et C



(b) Cohérence entre A et B



(c) Cohérence entre B et C

FIGURE A.10 – Cohérence des mesures, vol 180C

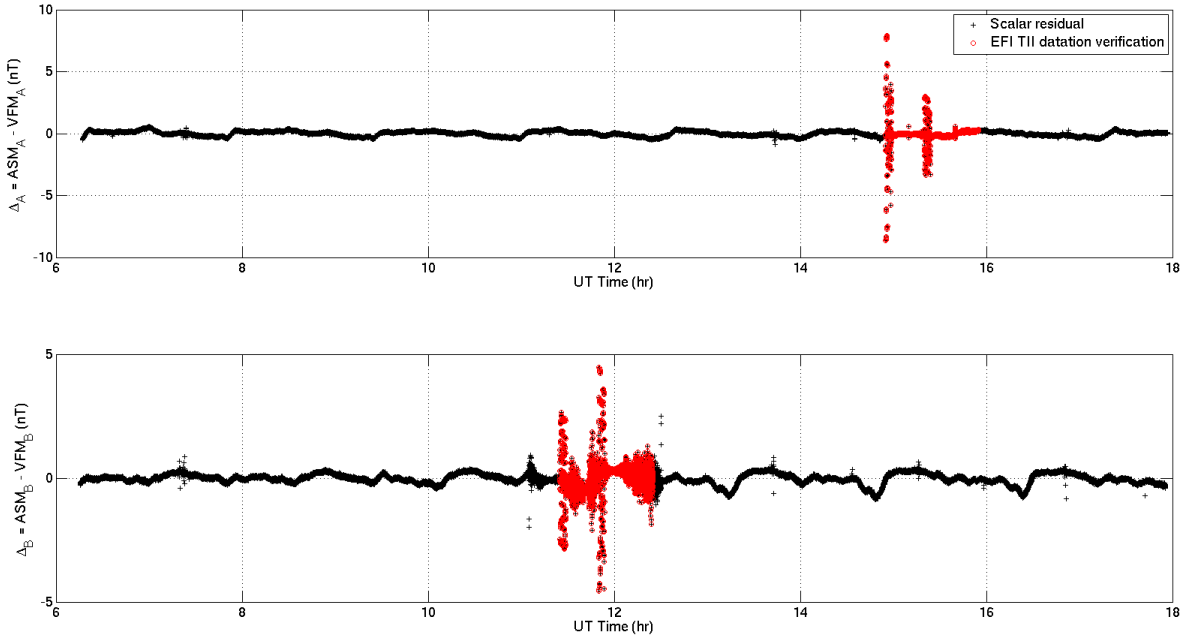


FIGURE A.11 – Impact d'une manœuvre EFI, vol 180C

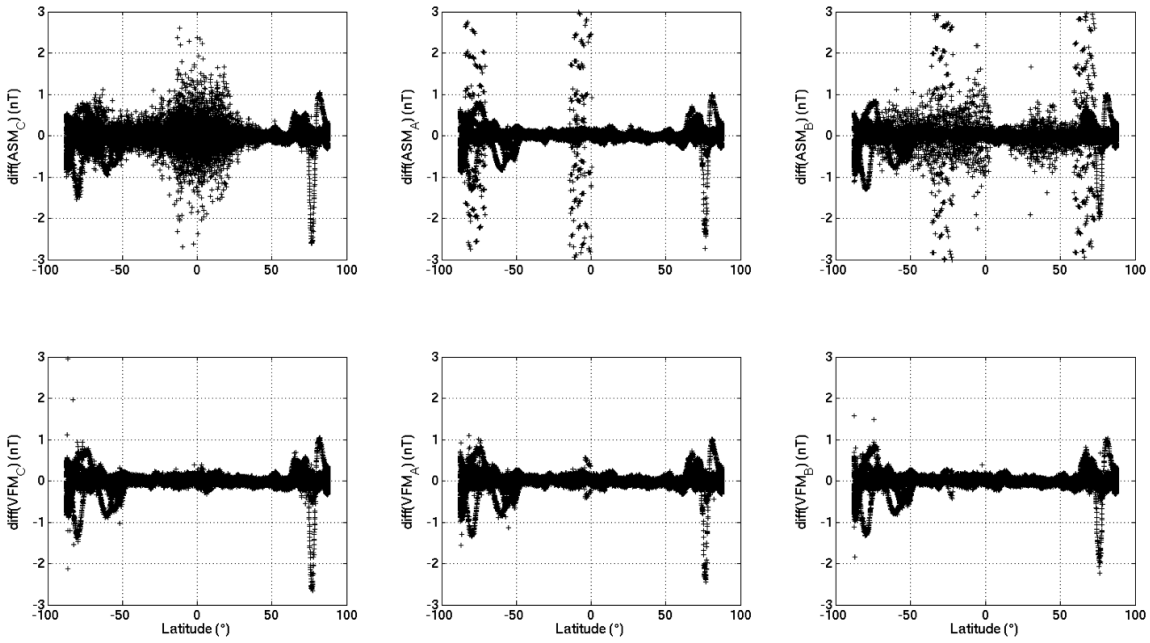


FIGURE A.12 – Différences finies des instruments, vol 180C

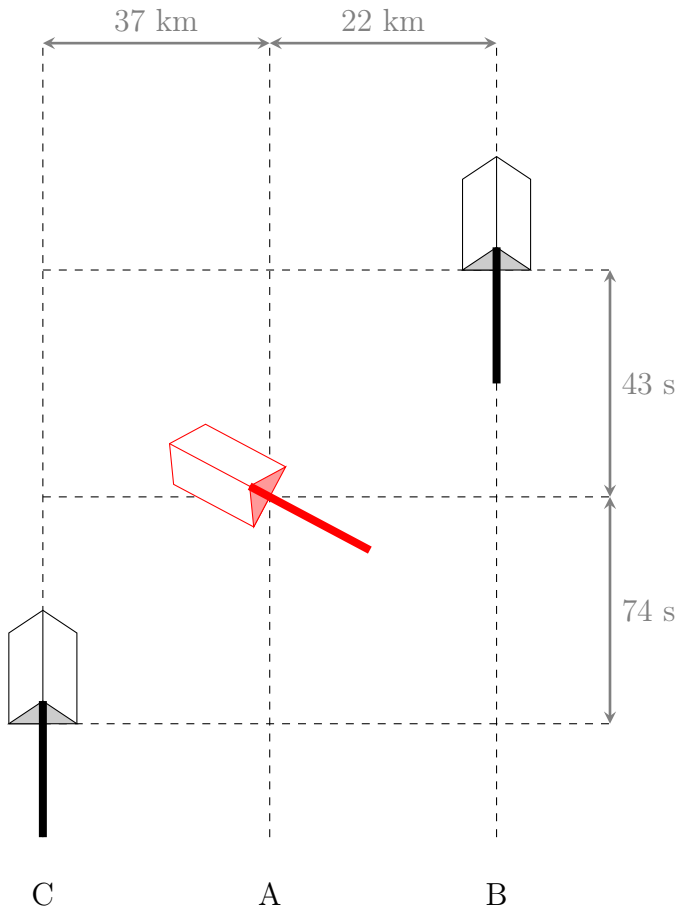


FIGURE A.13 – Configuration de vol à 62° pour SAT-A

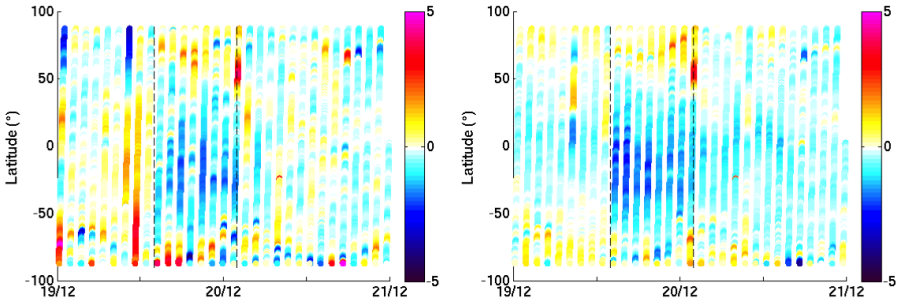
A.2 Configuration de vol à 62°

A.2.1 Configuration à 62° pour SAT-A

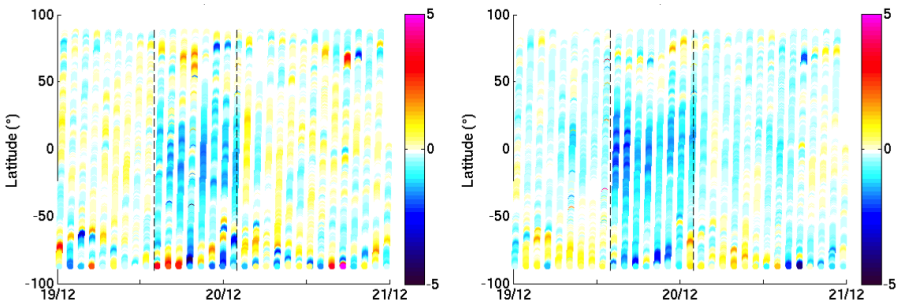
Le 19 décembre 2013, le satellite A a volé avec un angle de lacet de 62° pendant 12 heures (voir tableau A.1, page 188). Les conditions de vol sont résumées figure A.13 et l'heure locale était alors de 12h09 pour les orbites montantes.

La figure A.14 représente les désaccords entre A et C (colonne de gauche) et entre A et B (colonne de droite) pour l'instrument VFM (en haut) et ASM (en bas) pour les orbites montantes en fonction du temps et de la latitude. Les bornes temporelles de la manœuvre sont matérialisées par deux traits en pointillés. La figure A.15 représente ces mêmes désaccords mais pour les orbites descendantes. Nous observons clairement une différence entre les comparaisons pendant la manœuvre (zone entre les deux pointillés) et les comparaisons hors-manœuvre.

La figure A.16 compare quant à elle l'évolution des quantités Δ_C, Δ_A et Δ_B (de gauche à droite) pour les orbites montantes (en haut) et descendantes (en bas). Ici encore, nous observons un impact de la manœuvre, mais qui semble plus marqué sur les orbites descendantes que montantes.

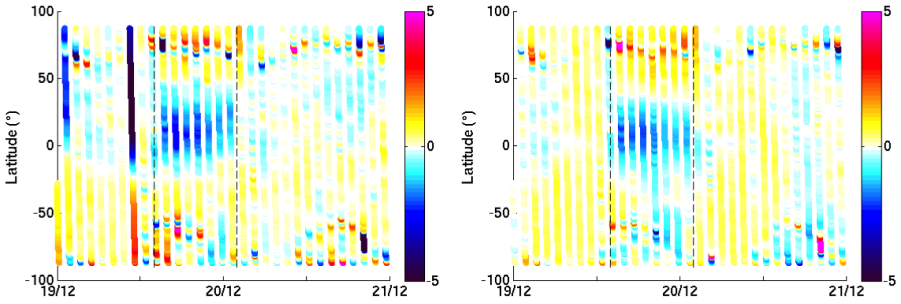


(a) $\Delta_{AC,\mathrm{VFM}}$ (nT) (b) $\Delta_{AB,\mathrm{VFM}}$ (nT)

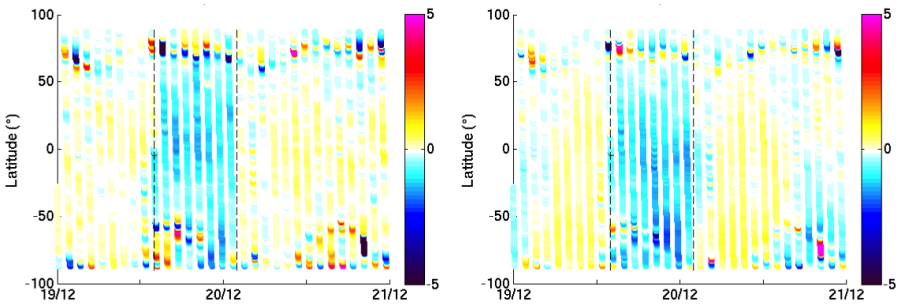


(c) $\Delta_{AC,\mathrm{ASM}}$ (nT) (d) $\Delta_{AB,\mathrm{ASM}}$ (nT)

FIGURE A.14 – Cohérence des mesures inter-satellites, orbites montantes, vol 62A

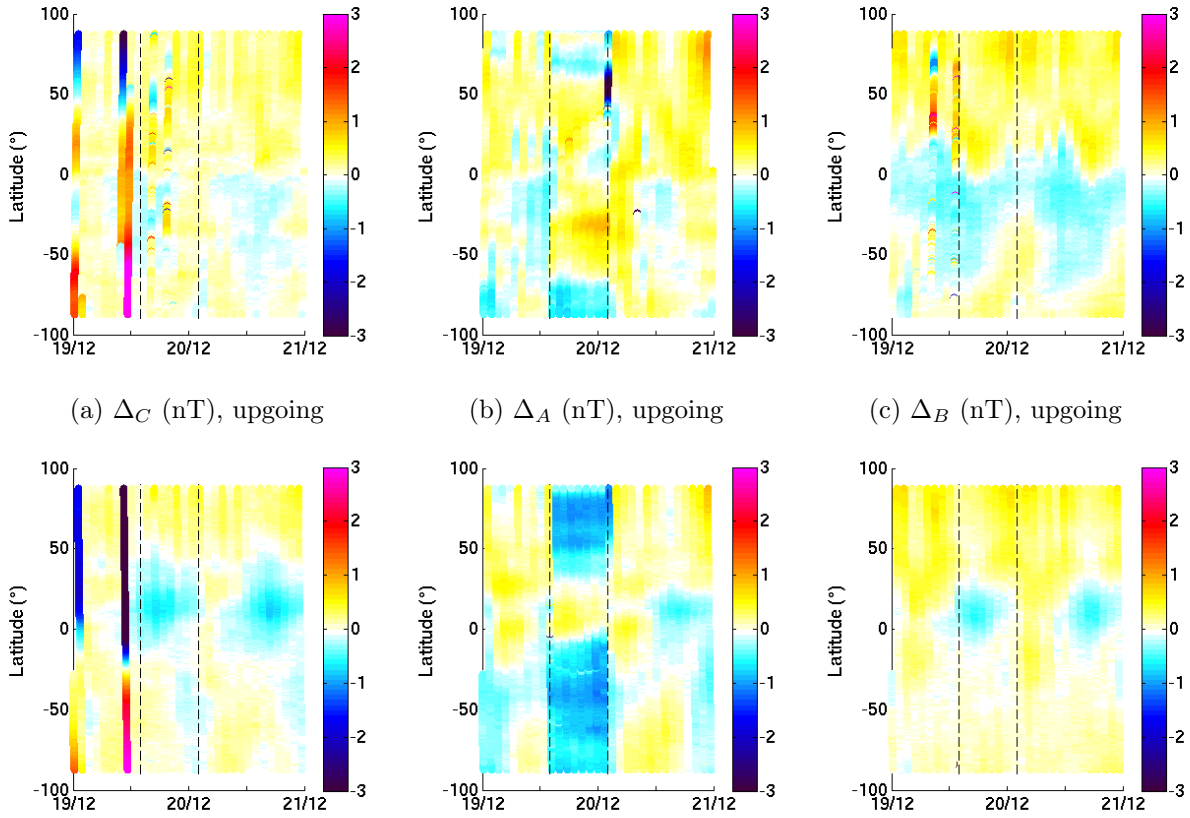


(a) $\Delta_{AC,\mathrm{VFM}}$ (nT) (b) $\Delta_{AB,\mathrm{VFM}}$ (nT)



(c) $\Delta_{AC,\mathrm{ASM}}$ (nT) (d) $\Delta_{AB,\mathrm{ASM}}$ (nT)

FIGURE A.15 – Cohérence des mesures inter-satellites, orbites descendantes, vol 62A



(a) Δ_C (nT), upgoing (b) Δ_A (nT), upgoing (c) Δ_B (nT), upgoing

(d) Δ_C (nT), downgoing (e) Δ_A (nT), downgoing (f) Δ_B (nT), downgoing

FIGURE A.16 – Cohérence des mesures, vol 62A

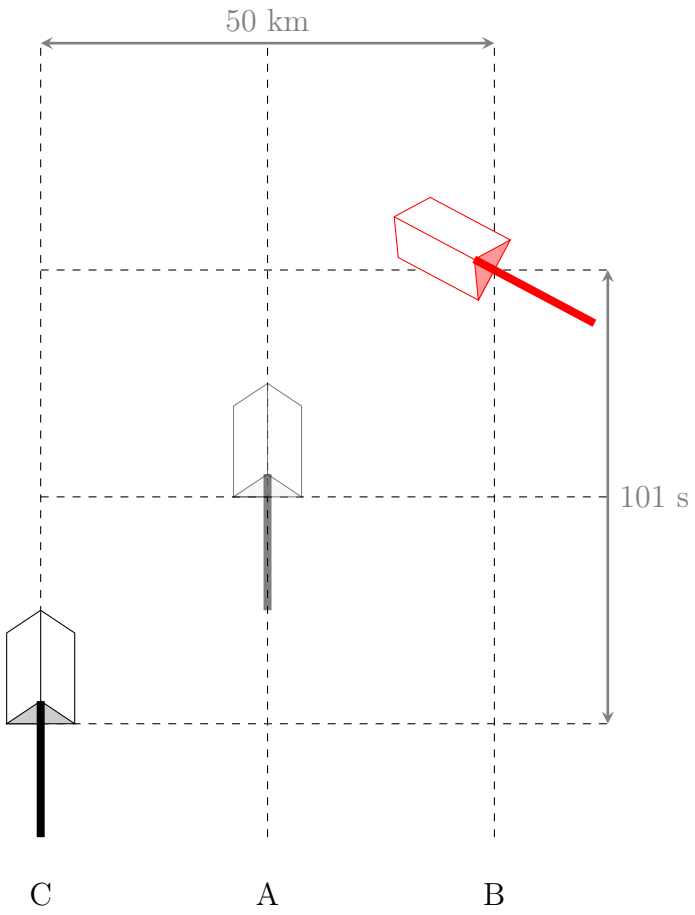
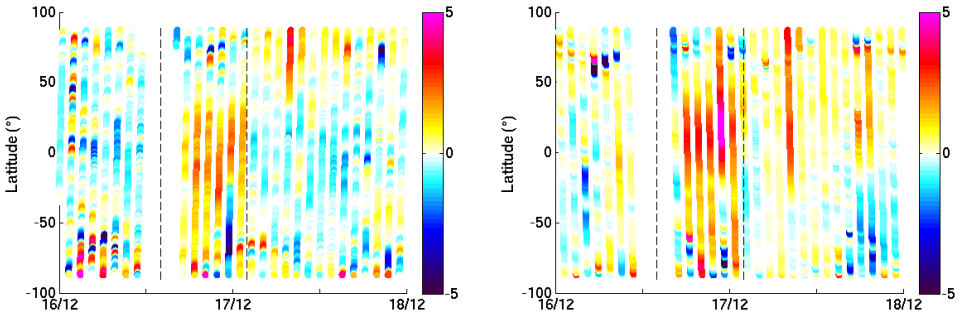


FIGURE A.17 – Configuration de vol à 62° pour SAT-B

A.2.2 Configuration à 62° pour SAT-B

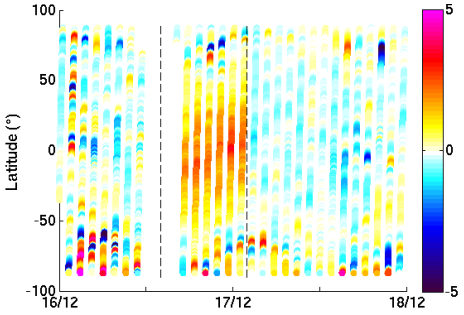
Cette manœuvre a également été présentée dans le corps du présent manuscrit. Nous répétons les figures par souci d'exhaustivité. Le 16 décembre 2013, le satellite B a volé avec un angle de lacet de 62° pendant 12 heures (voir tableau A.1, page 59). Les conditions de vol sont résumées figure A.17 et l'heure locale était alors de 12h22 pour les orbites montantes. Sur cette période, nous ne disposons que des données satellites B et C.

La figure A.18 représente les désaccords entre C et B pour l'instrument VFM (en haut) et ASM (en bas) pour les orbites montantes (colonne de gauche) et descendantes (colonne de droite). Ici encore, on voit nettement l'impact de la manœuvre sur toutes les comparaisons. La figure A.19 compare les quantités Δ_C (colonne de gauche) et Δ_B (colonne de droite) pour les orbites montantes (en haut) et descendantes (en bas). L'impact de la manœuvre est moins évident que précédemment.

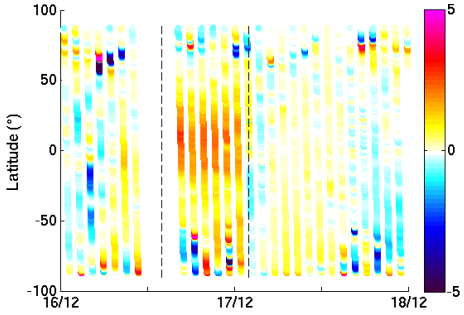


(a) $\Delta_{CB,VFM}$ (nT), upgoing

(b) $\Delta_{CB,VFM}$ (nT), downgoing

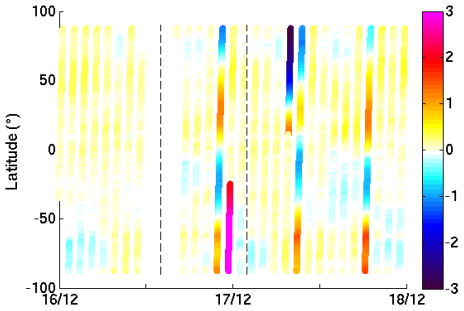


(c) $\Delta_{CB,ASM}$ (nT), upgoing

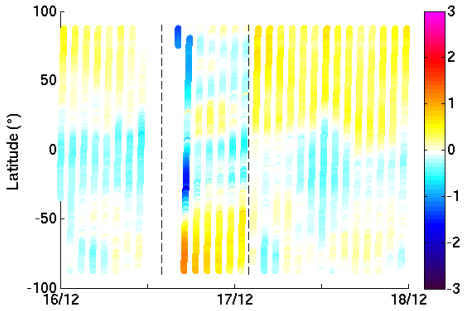


(d) $\Delta_{CB,ASM}$ (nT), downgoing

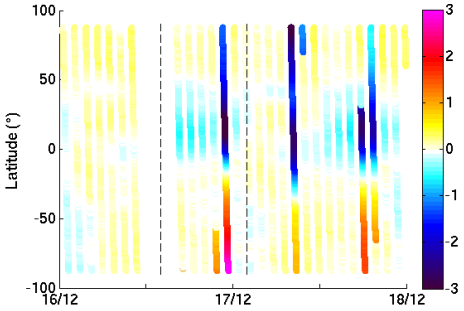
FIGURE A.18 – Cohérence des mesures inter-satellites, vol 62B



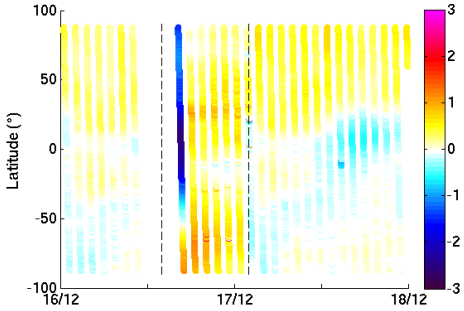
(a) Δ_C (nT), upgoing



(b) Δ_B (nT), upgoing



(c) Δ_C (nT), downgoing



(d) Δ_B (nT), downgoing

FIGURE A.19 – Cohérence des mesures, vol 62B

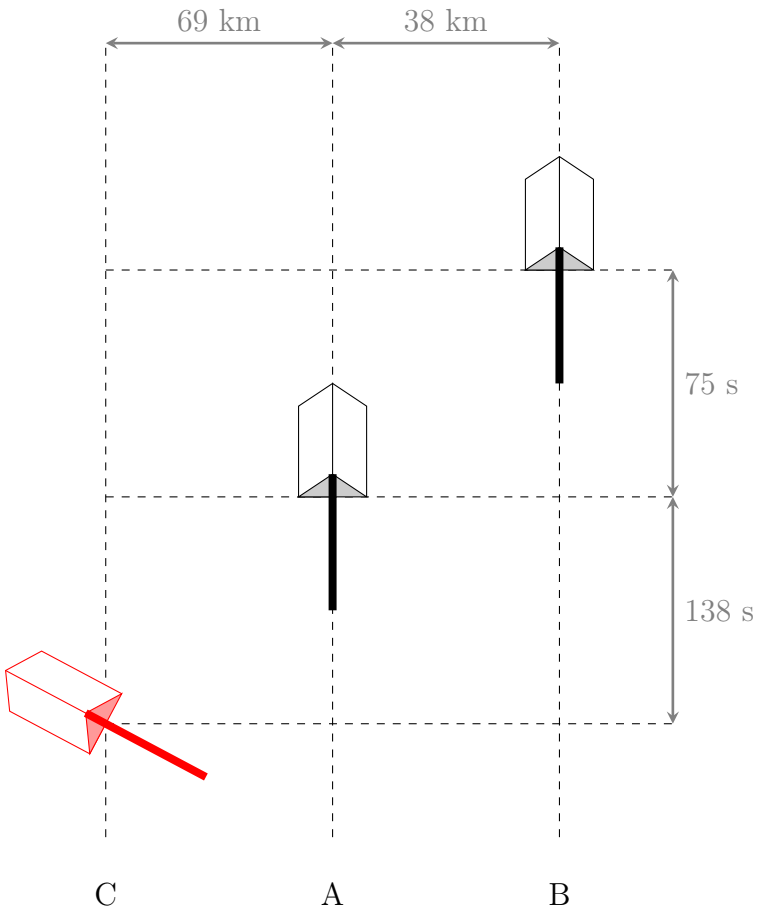


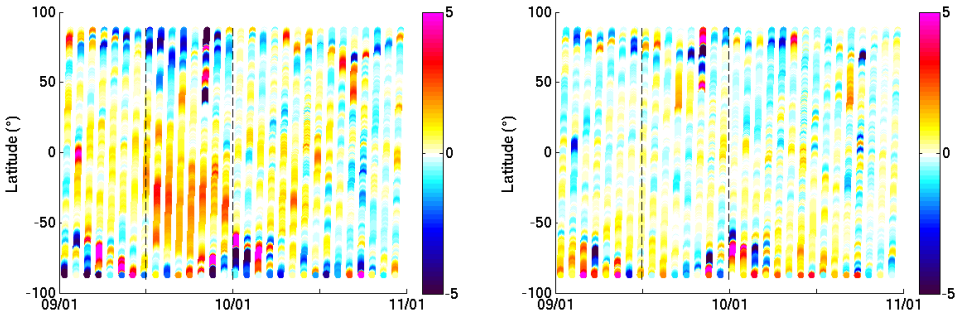
FIGURE A.20 – Configuration de vol à 62° pour SAT-C

A.2.3 Configuration à 62° pour SAT-C

Le 9 janvier 2014, le satellite C a volé avec un angle de lacet de 62° pendant 12 heures (voir tableau A.1, page 59). Les conditions de vol sont résumées figure A.20 et l'heure locale était alors de 10h16 pour les orbites montantes.

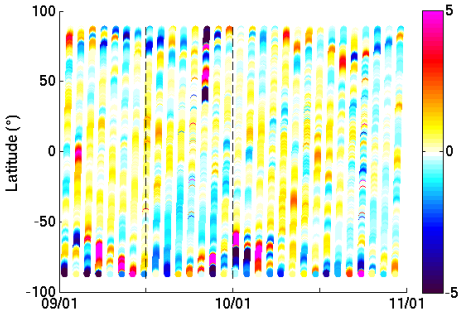
La figure A.21 représente les désaccords entre A et C (colonne de gauche) et entre A et B (colonne de droite) pour l'instrument VFM (en haut) et ASM (en bas) pour les orbites montantes en fonction du temps et de la latitude. Les bornes temporelles de la manœuvre sont matérialisées par deux traits en pointillés. La figure A.22 représente ces mêmes désaccords mais pour les orbites descendantes. L'impact de la manœuvre, visible à la fois lorsqu'on regarde les comparaisons A/C et A/B et lorsqu'on compare le comportement de C avant, pendant et après la manœuvre, cet impact donc semble ici beaucoup moins fort que lors des précédentes manœuvres.

La figure A.23 compare quant à elle l'évolution des quantités Δ_C, Δ_A et Δ_B (de gauche à droite) pour les orbites montantes (en haut) et descendantes (en bas). Nous observons un impact assez fort de la manœuvre, mais qui semble cette fois-ci plus marqué sur les orbites montantes que descendantes.

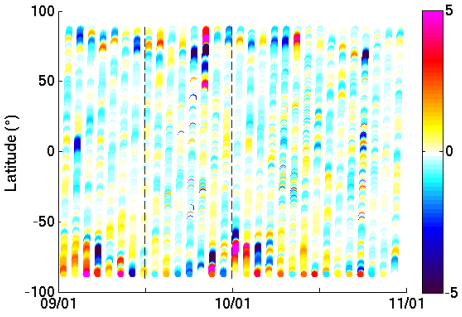


(a) $\Delta_{AC,\mathrm{VFM}}$ (nT)

(b) $\Delta_{AB,\mathrm{VFM}}$ (nT)

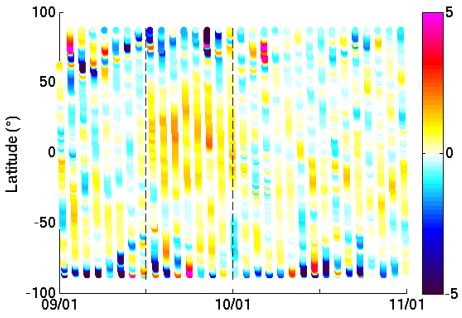


(c) $\Delta_{AC,\mathrm{ASM}}$ (nT)

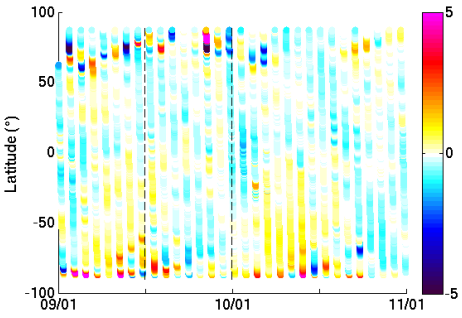


(d) $\Delta_{AB,\mathrm{ASM}}$ (nT)

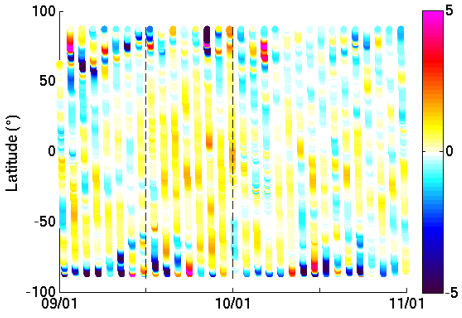
FIGURE A.21 – Cohérence des mesures inter-satellites, orbites montantes, vol 62C



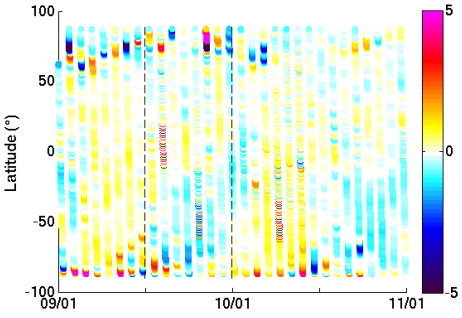
(a) $\Delta_{AC,\mathrm{VFM}}$ (nT)



(b) $\Delta_{AB,\mathrm{VFM}}$ (nT)

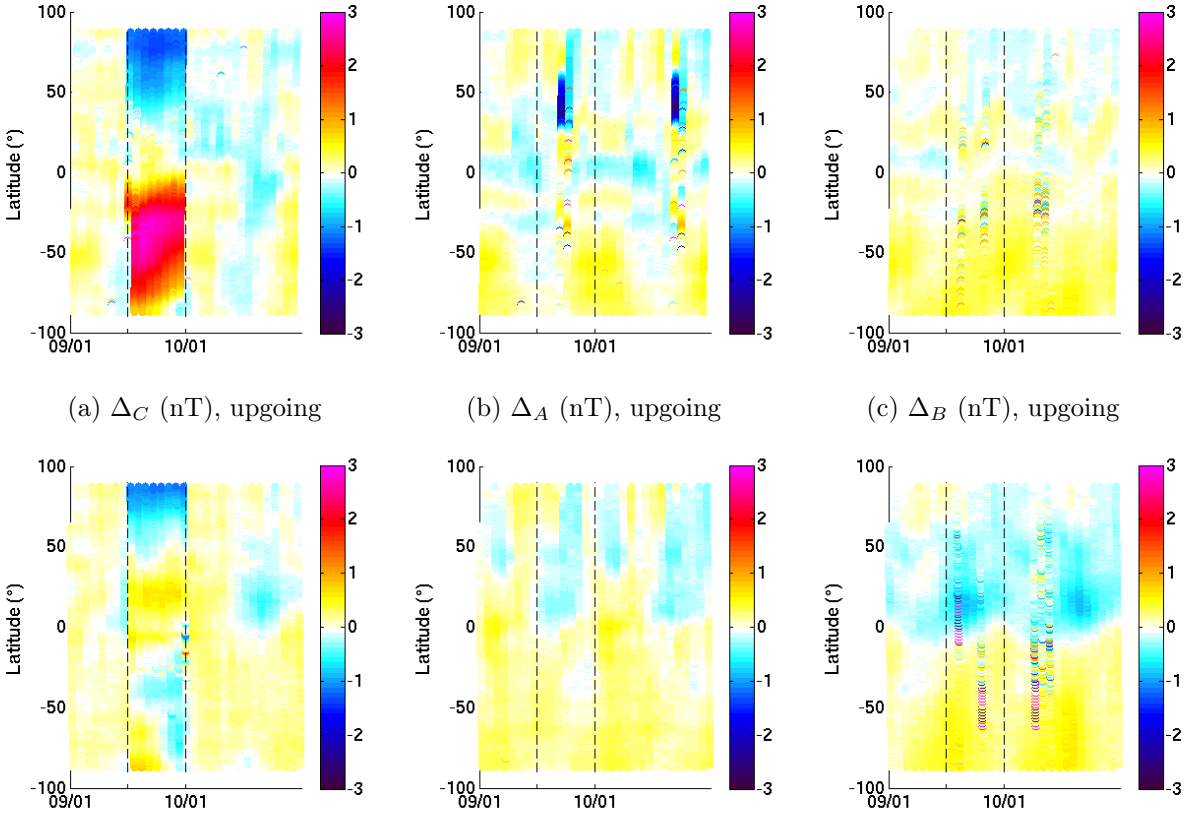


(c) $\Delta_{AC,\mathrm{ASM}}$ (nT)



(d) $\Delta_{AB,\mathrm{ASM}}$ (nT)

FIGURE A.22 – Cohérence des mesures inter-satellites, orbites descendantes, vol 62C



(a) Δ_C (nT), upgoing (b) Δ_A (nT), upgoing (c) Δ_B (nT), upgoing

(d) Δ_C (nT), downgoing (e) Δ_A (nT), downgoing (f) Δ_B (nT), downgoing

FIGURE A.23 – Cohérence des mesures, vol 62C

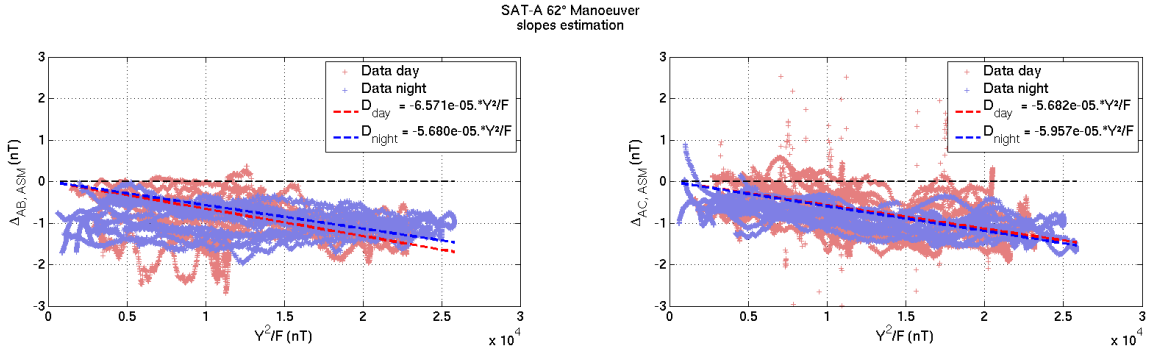
A.3 Comparaison des anomalies

A.3.1 Estimation de la pente pour les configurations à 62°

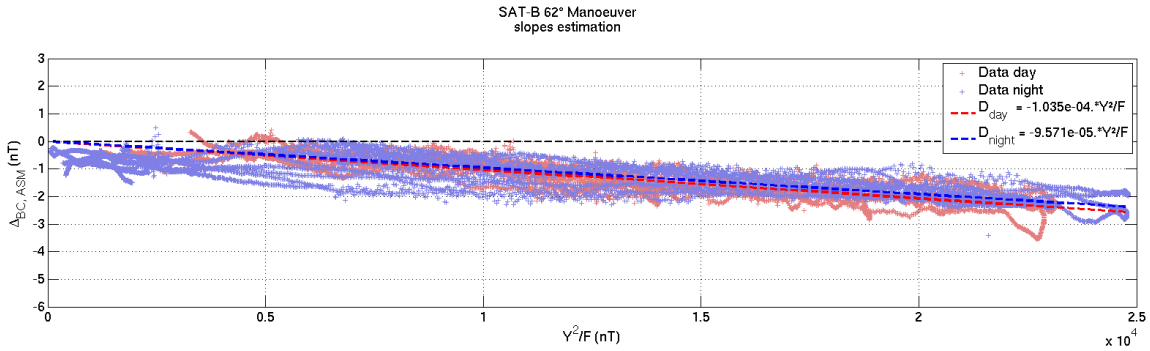
La figure A.24b illustre le calcul de la pente optimale $\bar{\varepsilon}$ dans le cas de la manœuvre à 62° sur SAT-B. Le signal du désaccord considéré est ainsi tracé en faisant apparaître le distingo jour/nuit (rouge/bleu) en fonction de la quantité Y^2/F. Nous y superposons les pentes estimées (toujours en effectuant le distingo jour/nuit). L'équivalent pour les manœuvres sur SAT-A et SAT-C est donné figures A.24a et A.24c.

A.3.2 Robustesse de l'estimation des pentes

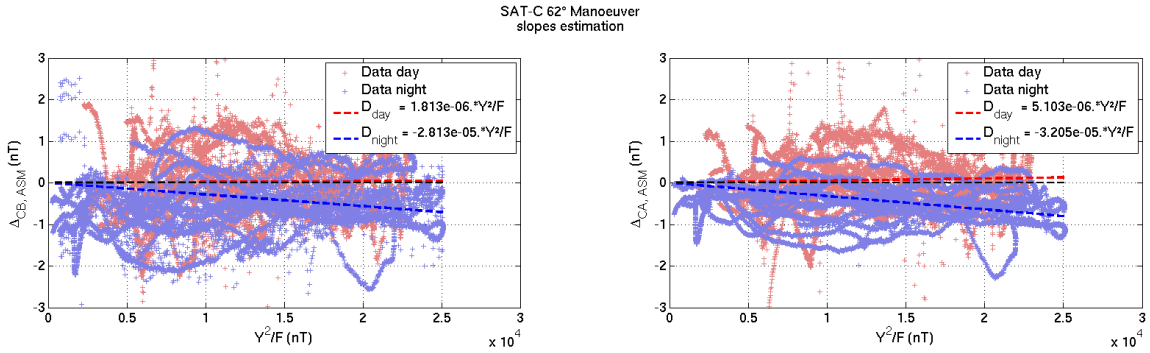
Les figures A.25, A.26 et A.27 présentent la robustesse de l'estimation de la pente lorsqu'on la calcule demi-orbite par demi-orbite pour les trois manœuvres à 62°. Sont ainsi représentées les neuf premières demi-orbites (nous alternons donc côté jour et côté nuit). Nous observons que l'effet est toujours systématique et nous retrouvons bien la même amplitude attendue pour l'estimation de la pente. Le cas du satellite C montre toutefois une plus grande disparité des pentes.



(a) Manœuvre 62°A



(b) Manœuvre 62°B



(c) Manœuvre 62°C

FIGURE A.24 – Pentes estimées, manœuvre 62°

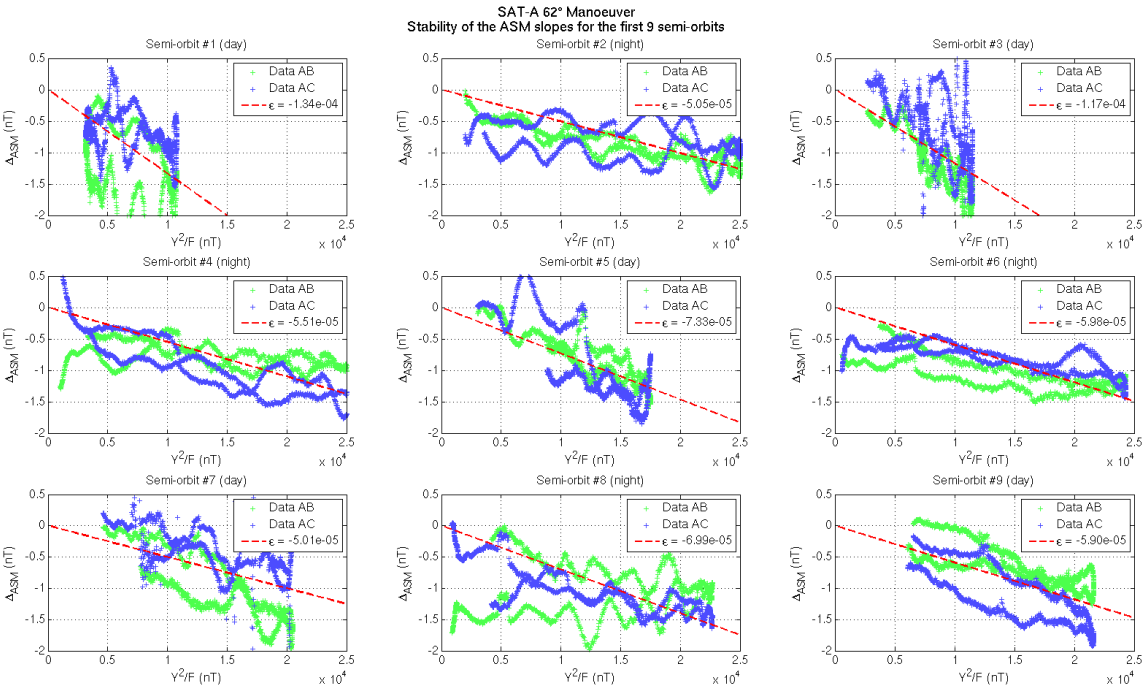


FIGURE A.25 – Robustesse de l'estimation de la pente, manœuvre 62°A

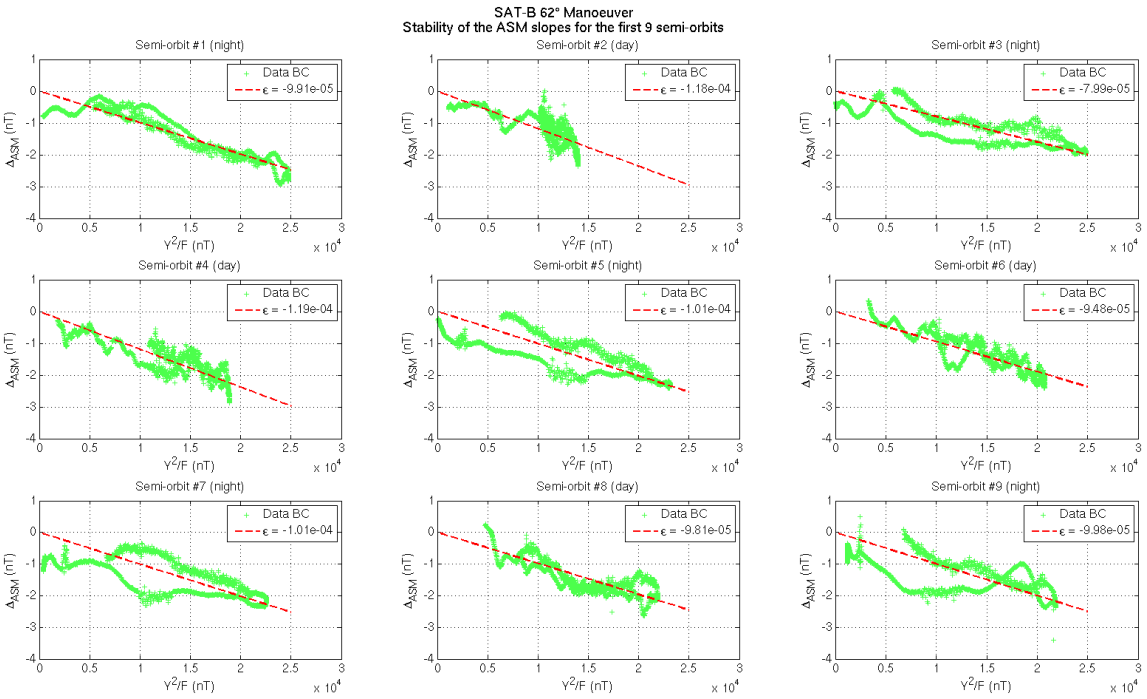


FIGURE A.26 – Robustesse de l'estimation de la pente, manœuvre 62°B

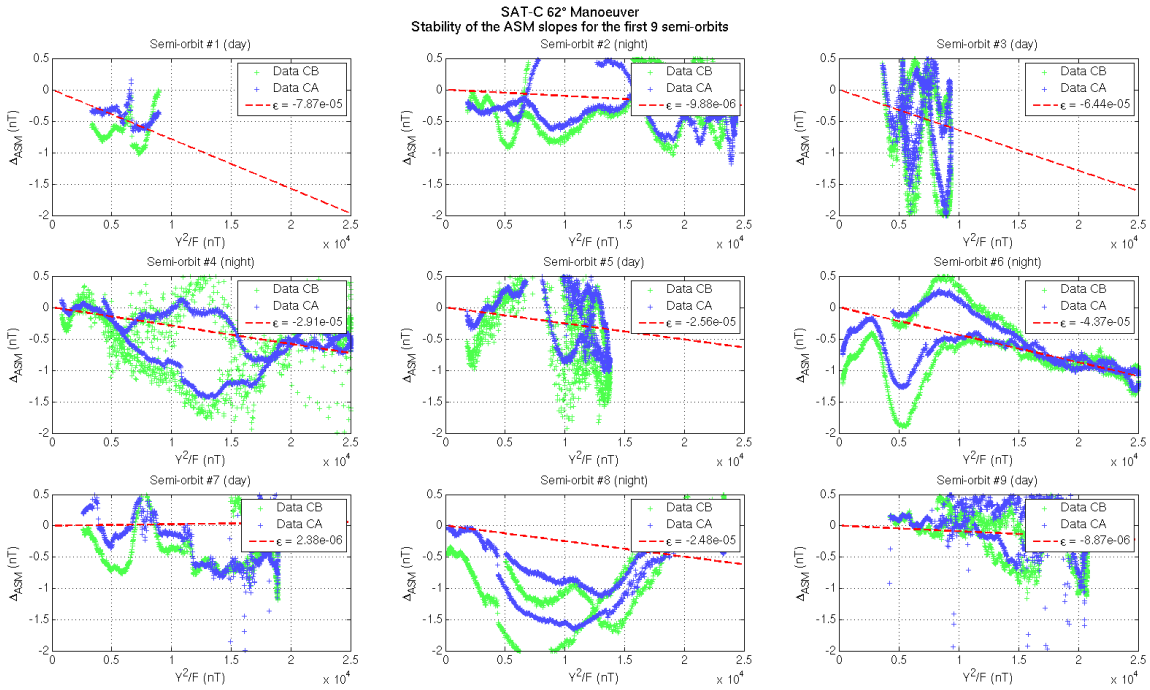


FIGURE A.27 – Robustesse de l'estimation de la pente, manœuvre 62°C

Annexe B

Construction de la donnée BURST

Dans cette annexe, nous donnons les principaux éléments de la reconstruction de la donnée BURST.

B.1 Contenu des données BURST brutes

Les données BURST sont contenues dans les fichiers de niveau 0 `ASMxBUR_0` (voir table B.1). Elles commencent le 19 janvier 2014 à `00:00:12` et se terminent le même jour à `23:59:49` sans aucune discontinuité. Sur l'ensemble de la journée, il manque donc 22 secondes.

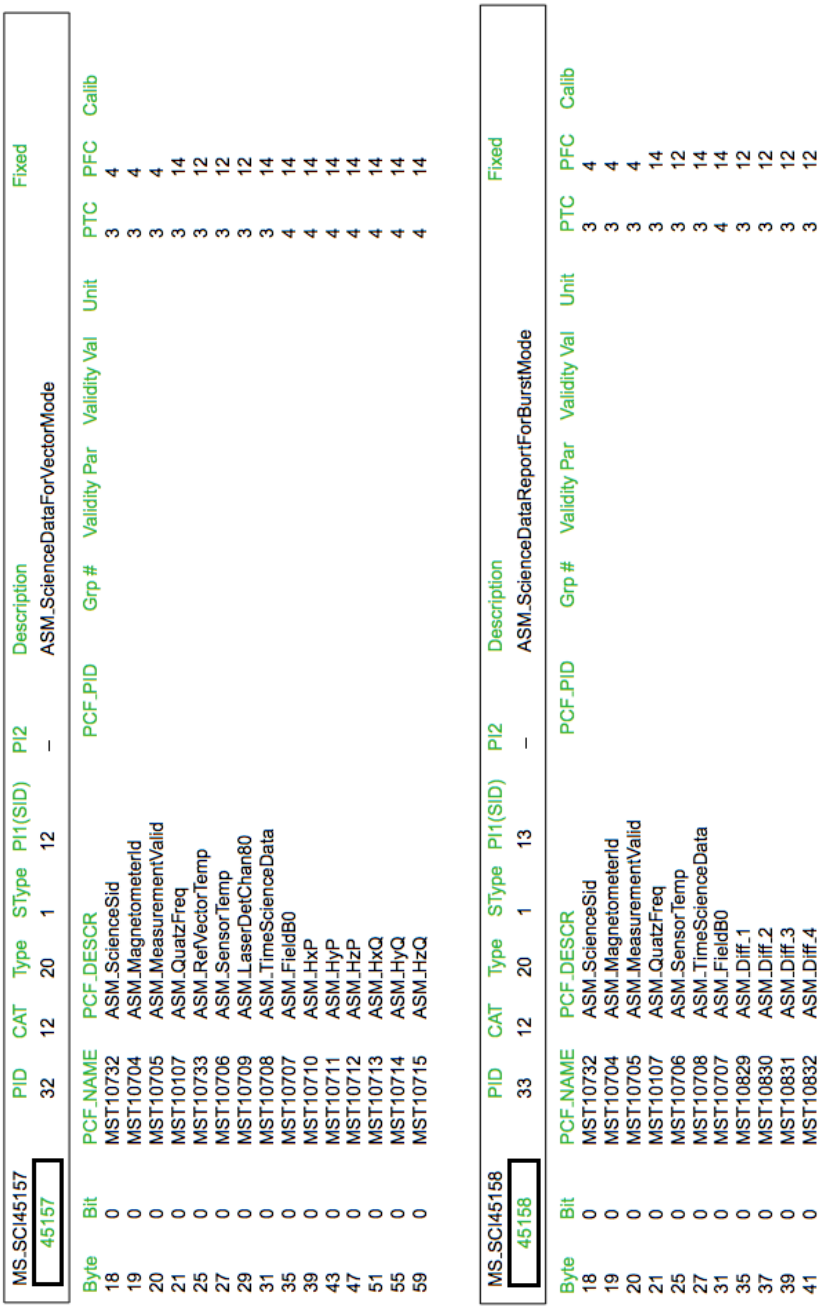
Ces fichiers ne permettent d'obtenir que le temps de la mesure t au format MJD ainsi que la valeur du scalaire F en nT ainsi que l'illustrent les figures B.1a et B.1b, extraites de [Scheuble, 2011] (p. 72). En particulier, il nous est impossible à partir des seuls fichiers L_0 de savoir à quel endroit le satellite se trouve au moment de la mesure. Il est donc nécessaire d'associer à chaque mesure BURST une géolocalication contenue dans un fichier externe. Nous avons choisi d'utiliser les informations de navigations à 50 Hz contenues dans les produits `MAGxHR_1B`.

La figure 2 p.16 de [Team, 2010] (reproduite en figure B.2 ci-dessous) décrit la structure générale des données de niveau 0. On remarque qu'un fichier BURST contient un nombre arbitraire[1] N d'enregistrements ASP (*Annotated Source Packet*). Chaque ASP est constitué d'un paquet *Sensing Time*, d'un paquet *Product Confidence Data* (PCD) et

1. ce nombre dépend de la taille du fichier L0 qui est variable

SW_OPER_ASMABUR_0__20140119T000012_20140119T071150_0201.DBL
SW_OPER_ASMABUR_0__20140119T071151_20140119T115850_0201.DBL
SW_OPER_ASMABUR_0__20140119T115851_20140119T235949_0201.DBL
SW_OPER_ASMBBUR_0__20140119T000012_20140119T084408_0201.DBL
SW_OPER_ASMBBUR_0__20140119T084409_20140119T133307_0201.DBL
SW_OPER_ASMBBUR_0__20140119T133308_20140119T235949_0201.DBL
SW_OPER_ASMCBUR_0__20140119T000012_20140119T102505_0201.DBL
SW_OPER_ASMCBUR_0__20140119T102506_20140119T151305_0201.DBL
SW_OPER_ASMCBUR_0__20140119T151306_20140119T235949_0201.DBL

TABLE B.1 – Noms des fichiers L_0 pour les données ASM du 19 janvier 2014 pour les trois satellites SWARM



MS.SCI45157	PID	CAT	Type	SType	PI1(SID)	PI2	Description	Fixed
45157	32	12	20	1	12	–	ASM.ScienceDataForVectorMode	

Byte	Bit	PCF_NAME	PCF_DESCR	PCF_PID	Grp #	Validity Par	Validity Val	Unit	PTC	PFC	Calib
18	0	MST10732	ASM.ScienceSid						3	4	
19	0	MST10704	ASM.MagnetometerId						3	4	
20	0	MST10705	ASM.MeasurementValid						3	4	
21	0	MST10107	ASM.QuatzFreq						3	14	
25	0	MST10733	ASM.RefVectorTemp						3	12	
27	0	MST10706	ASM.SensorTemp						3	12	
29	0	MST10709	ASM.LaserDetChan80						3	12	
31	0	MST10708	ASM.TimeScienceData						3	14	
35	0	MST10707	ASM.FieldB0						4	14	
39	0	MST10710	ASM.HxP						4	14	
43	0	MST10711	ASM.HyP						4	14	
47	0	MST10712	ASM.HzP						4	14	
51	0	MST10713	ASM.HxQ						4	14	
55	0	MST10714	ASM.HyQ						4	14	
59	0	MST10715	ASM.HzQ						4	14	

(a) MS SCI45157

MS.SCI45158	PID	CAT	Type	SType	PI1(SID)	PI2	Description	Fixed
45158	33	12	20	1	13	–	ASM.ScienceDataReportForBurstMode	

Byte	Bit	PCF_NAME	PCF_DESCR	PCF_PID	Grp #	Validity Par	Validity Val	Unit	PTC	PFC	Calib
18	0	MST10732	ASM.ScienceSid						3	4	
19	0	MST10704	ASM.MagnetometerId						3	4	
20	0	MST10705	ASM.MeasurementValid						3	4	
21	0	MST10107	ASM.QuatzFreq						3	14	
25	0	MST10706	ASM.SensorTemp						3	12	
27	0	MST10708	ASM.TimeScienceData						3	14	
31	0	MST10707	ASM.FieldB0						4	14	
35	0	MST10829	ASM.Diff.1						3	12	
37	0	MST10830	ASM.Diff.2						3	12	
39	0	MST10831	ASM.Diff.3						3	12	
41	0	MST10832	ASM.Diff.4						3	12	

(b) MS SCI45158r

FIGURE B.1 – Contenus du L_0 BURST

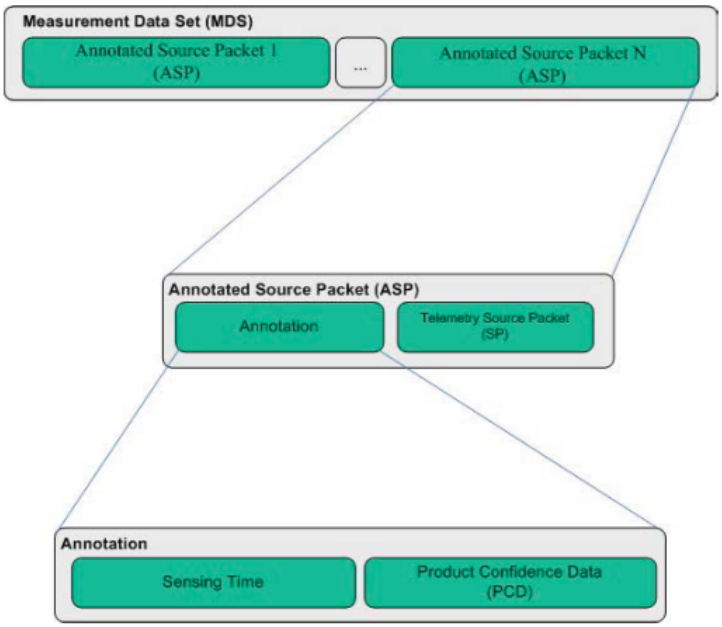


FIGURE B.2 – Annotated Source Packet

d'un paquet *Telemetry Source Packet* (ISP). Chacun de ces enregistrements représente au final 250 mesures BURST.

Le tableau 3 p.17 de [Team, 2010] (reproduit figure B.3 ci-dessous) décrit la structure des deux premiers paquets. Le troisième paquet (ISP) est décrit dans [Scheuble, 2011] (voir figures B.1a et B.1b ci-dessus).

On remarque que les temps des données BURST sont au format UTC/MJD-2000. Par ailleurs la valeur scalaire BURST est donnée à chaque seconde UTC (champ ASM_FIELDB0 de l'ISP), les 249 autres valeurs étant codées par différence deux à deux (champs ASM_DIFF_k, avec $1 \leq k \leq 249$). La valeur du scalaire à chaque seconde UTC est codée par un entier signé de 32 bits, la valeur des 249 différences est codée par un entier signé de 16 bits (voir la table de correspondance page 24 de [Scheuble, 2011]).

B.2 Conversion et correction des données

Les mesures scalaires contenues dans les paquets ISP sont en unité arbitraire. On reconstruit le champ 250 Hz en ajoutant les incréments deux à deux, ainsi que l'illustre la figure B.4. On calcule ensuite la valeur en nT du scalaire BURST en multipliant par un facteur de conversion et en corrigeant l'écart à la fréquence de référence par la formule B.1. :

$$F = k_{LSB} \cdot \frac{ISP.QuartFreq}{N_{nom}} \cdot ISP.FieldB0 \tag{B.1}$$

k_{LSB} est un facteur de conversion en nT/LSB et N_{nom} est la référence en fréquence du Quartz. Tous deux proviennent de [Jager, 2013a] du CEA-LETI et sont explicités table B.2.

Par ailleurs, la section 2.7 de [Jager, 2013a] précise que le délai de filtrage des données

Field #	Description	Units	Bytes	Format
	Sensing Time It is the time of the actual acquisition of the source packet.	**UTC**	**12**	MJD 2000 (Modified Julian Day 2000)
#1	Number of days elapsed since the 1st of January 2000 at 00:00:00 hour.	days	4	int
#2	Number of seconds elapsed since the beginning of that day	s	4	unsigned int
#3	Number of microseconds elapsed since the last second	µs	4	unsigned int
	Product Confidence Data		**8**	
#4	Packet length = (length of source packet excluding 6 bytes of header) – 1.	bytes	2	unsigned short
#5	Number of VCDUs containing current SP		2	unsigned short
#6	Number of missing VCDUs containing current SP		2	unsigned short
#7	CRC Error Flag, identifying the detection of CRC error in the packet (1 = CRC error, 0 = no CRC error).		1	unsigned char
#8	Spares		1	unsigned char
	Instrument Source Packet			
	See [S-PUS]			

FIGURE B.3 – Source Packet Structure

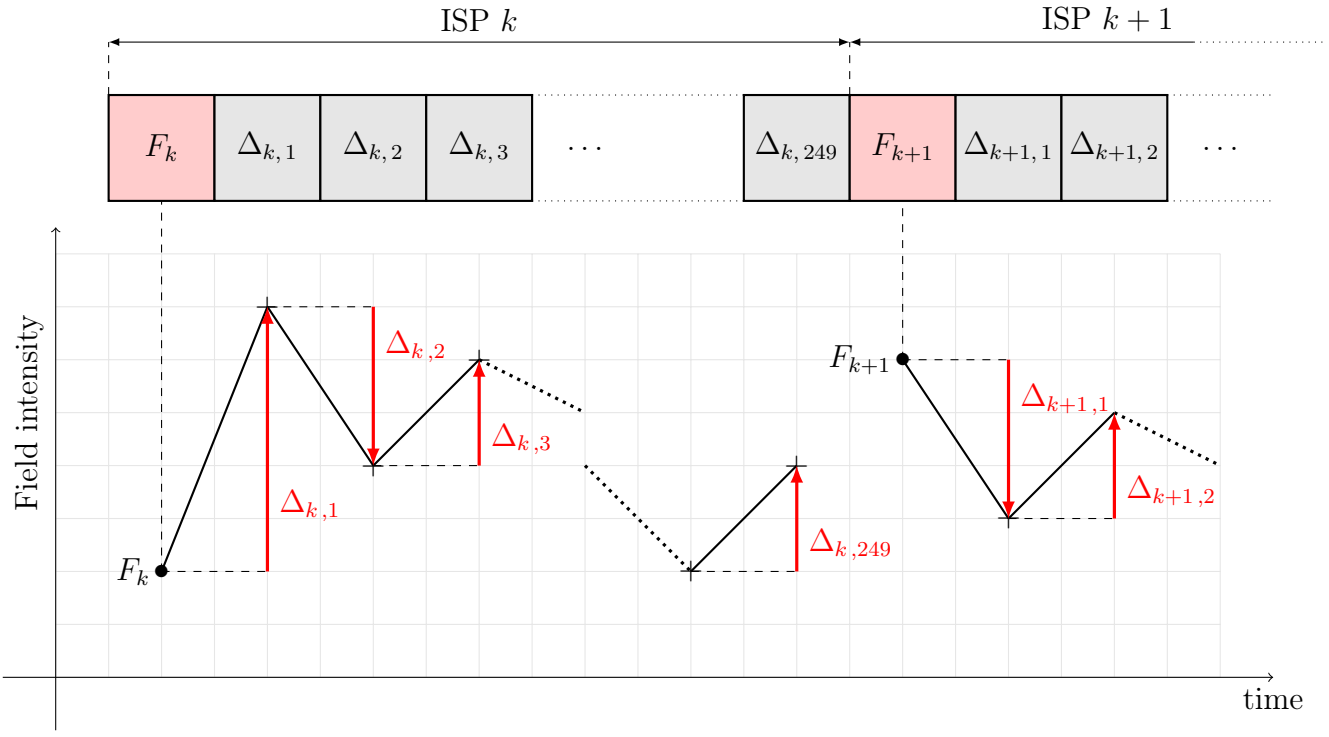


FIGURE B.4 – Reconstruction du signal BURST à partir des incréments

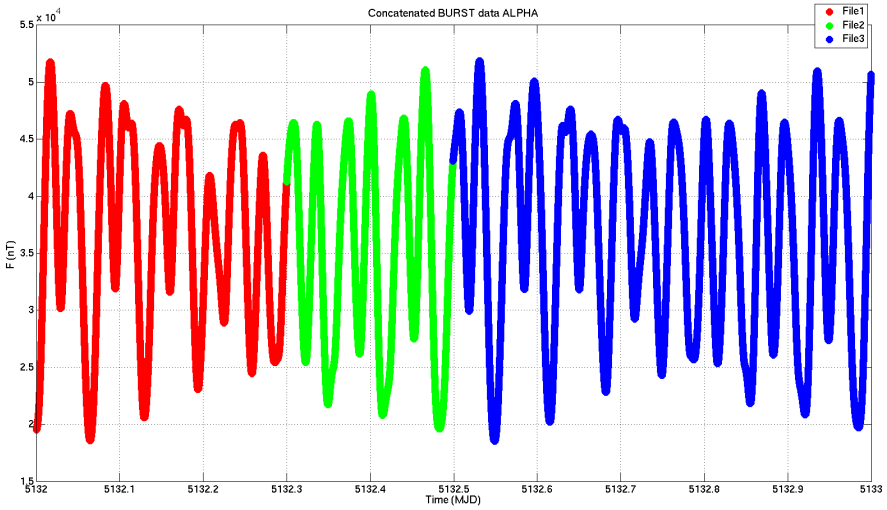
Constante	Description	Valeur	Dimension
F_e	Fréquence d'échantillonnage	250	[Hz]
Δt	Pas en temps	$1/F_e$	[s]
k_{LSB}	Facteur de conversion	$1.22511086 \cdot 10^{-4}$	[nT/LSB]
N_{nom}	Fréquence Quartz nominale	29491191	[Hz]
D_t	Délai des filtres ASM Burst	$3.907 \cdot 10^{-3}$	[s]

TABLE B.2 – Constantes du mode BURST

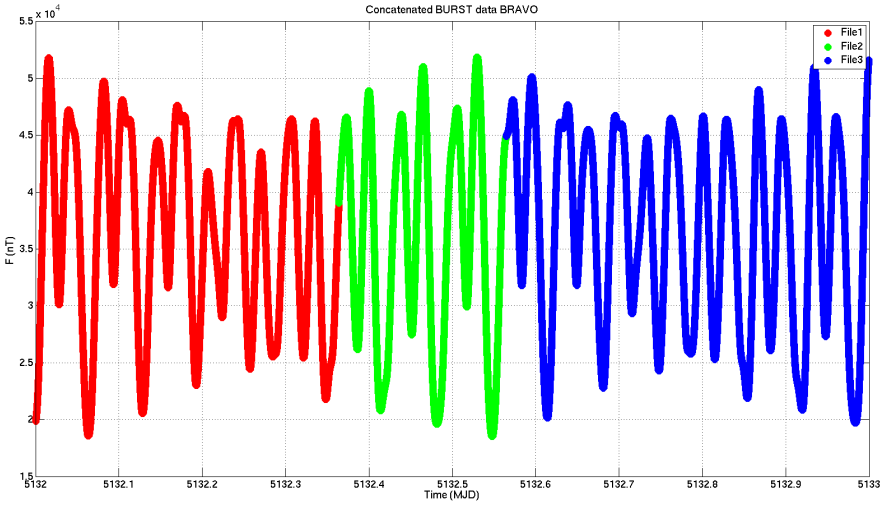
ASM BURST est de $D_t = 3.907$ ms. Nous corrigeons donc le temps BURST par :

$$t = SensingTime.day + \frac{SensingTime.second}{86400} + \frac{SensingTime.micro}{86400 \cdot 10^6} - D_t \qquad \text{(B.2)}$$

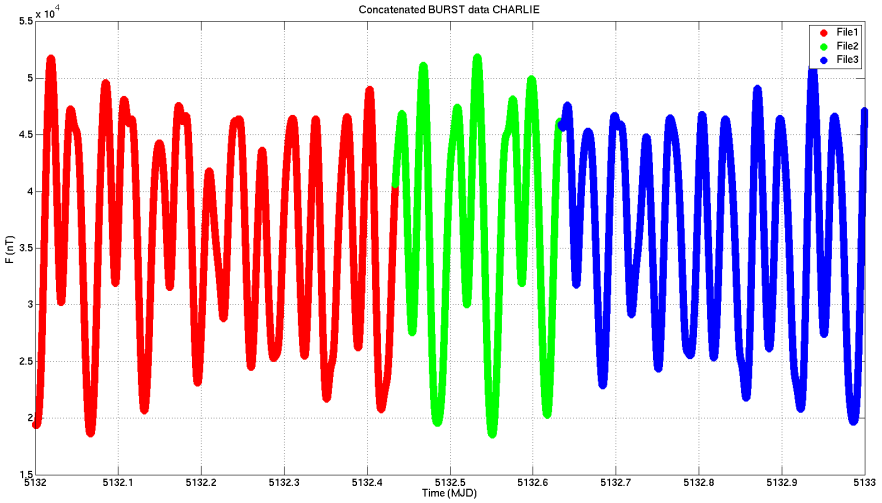
Le scalaire BURST concaténé sur toute la période du 19 janvier 2014 est tracé pour chacun des trois satellites figures B.5a, B.5b et B.5c. Le changement de fichier L_0 au cours de la journée se traduit par un changement de couleur.



(a) ALPHA



(b) BRAVO



(c) CHARLIE

FIGURE B.5 – Signal BURST $F(t)$

Annexe C

Analyse du résidu vectoriel entre ASMV et VFM

Dans cette annexe, nous synthétisons l'étude effectuée par Pierre Deram (ingénieur CDD CNES dans le cadre du projet) qui a quantifié certains résultats que nous avons présentés en section 3.2.2, page 113.

L'idée principale est de comparer le vecteur champ magnétique expérimental mesuré par l'ASM et exprimé dans le repère du VFM, noté $\mathbf{B}_{\text{ASM}}$, et le vecteur champ magnétique officiel mesuré par le VFM et exprimé dans le repère du VFM, noté $\mathbf{B}_{\text{VFM}}$. On peut alors exprimer le résidu vectoriel $\mathbf{R} = \mathbf{B}_{\text{VFM}} - \mathbf{B}_{\text{ASM}}$ selon les composantes parallèle $\mathbf{e}_{||}$ et perpendiculaire $\mathbf{e}_{\perp}$ au champ mesuré par l'ASM (et représentatif au premier ordre du champ principal) ainsi que l'illustre la figure C.1. Nous pouvons alors définir les trois quantités suivantes :

$$\sigma = \text{std}(F - ||\mathbf{B}_{\text{ASM}}||) \tag{C.1a}$$

$$\sigma_{||} = \text{std}(\mathbf{R} \cdot \mathbf{e}_{||}) \tag{C.1b}$$

$$\sigma_{\perp} = \text{std}(\mathbf{R} \cdot \mathbf{e}_{\perp}) \tag{C.1c}$$

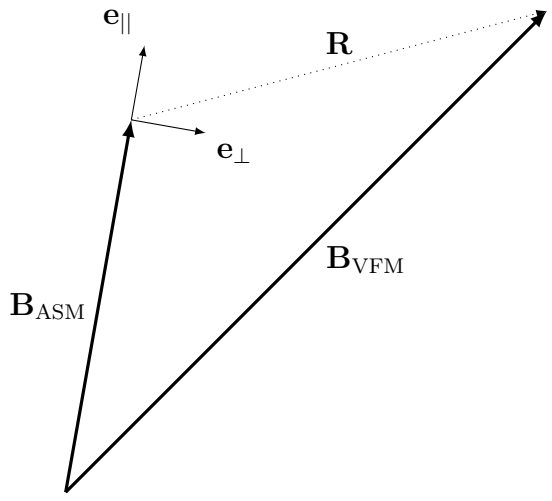


FIGURE C.1 – Définition des composantes parallèle et perpendiculaire à $\mathbf{B}_{\text{ASM}}$

	Nominal	Courants alignés	Bulle de plasma
σ	1.35	1.5	20.34
$\sigma_{\|\|}$	1.33	1.49	20.31
$\sigma_{\perp}$	1.69	3.26	11.25

TABLE C.1 – Bilan des écart-types par population

Dans la section 3.2.2, nous avons montré que deux phénomènes géophysiques étaient susceptibles de venir dégrader la mesure vectorielle ASMV :

1. La traversée de bulles de plasma qui, comme nous l'avons montré, impacte en premier lieu le résidu scalaire σ,
2. Les courants alignés dans les régions polaires qui, comme nous l'avons montré, n'ont pas d'effet fort sur le résidu scalaire.

Pierre Deram a montré que le résidu *perpendiculaire* était légéremment impacté par les courants alignés dans les régions polaires ainsi que l'illustre le tableau C.1, basé sur la journée du 31 octobre 2014 pour le satellite ALPHA.

Annexe D

Inversion des données ASMV

Dans cette annexe nous donnons les principes généraux permettant d'obtenir les coefficients de nos modèles ASMV. Nous procédons par étapes successives en partant d'un modèle « simple » de champ interne statique, puis nous introduisons une variation temporelle des coefficients, des champs externes, puis le calcul des angles des rotations permettant de passer du référentiel des magnétomètres au référentiel des caméras stellaires.

Le code initial permettant de calculer ces différents paramètres nous a été fourni par Nils Olsen du *Technical University of Denmark* (DTU). Nous avons par la suite largement fait évoluer ce code pour l'adapter aux spécificités des données ASMV.

D.1 Modèle simple de champ interne statique

Nous partons de l'expression liant le champ interne aux coefficients de Gauss, que nous avons détaillé section 1.1.4.

$$\mathbf{B_i}(r,\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a}{r}\right)^{n+2} \sum_{m=0}^{n} \left(g_n^m \, \mathbf{\Pi}_{ni}^{mc}(\theta,\phi) + h_n^m \, \mathbf{\Pi}_{ni}^{ms}(\theta,\phi) \right) \tag{D.1}$$

En supposant une suite de N points représentés par les coordonnées sphériques (r_k, θ_k, ϕ_k),

et en tronquant la somme infinie au degré maximal n cette équation peut se réécrire :

$$\begin{pmatrix} B_{r_1} \\ \vdots \\ B_{r_N} \\ B_{\theta_1} \\ \vdots \\ B_{\theta_N} \\ B_{\phi_1} \\ \vdots \\ B_{\phi_N} \end{pmatrix} = \overset{3N}{\updownarrow} \begin{pmatrix} \overset{n\cdot(n+2)}{\longleftrightarrow} \\ A_r \\ A_\theta \\ A_\phi \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} g_{10} \\ g_{11} \\ h_{11} \\ g_{20} \\ g_{21} \\ h_{21} \\ g_{22} \\ h_{22} \\ \vdots \\ g_{n0} \\ \vdots \\ g_{nm} \\ h_{nm} \end{pmatrix} \tag{D.2}$$

Avec :

$$A_r = \begin{pmatrix} A_{r_1} \\ A_{r_2} \\ \cdots \\ A_{r_N} \end{pmatrix} \tag{D.3}$$

où

$$A_{r_k} = \begin{pmatrix} 2\left(\frac{a}{r_k}\right)^3 P_1^0(\cos\theta_k) \\ 2\left(\frac{a}{r_k}\right)^3 P_1^1(\cos\theta_k)\cos\phi_k \\ 2\left(\frac{a}{r_k}\right)^3 P_1^1(\cos\theta_k)\sin\phi_k \\ \vdots \\ (n+1)\left(\frac{a}{r_k}\right)^{n+2} P_n^m(\cos\theta_k)\cos(m\phi_k) \\ (n+1)\left(\frac{a}{r_k}\right)^{n+2} P_n^m(\cos\theta_k)\sin(m\phi_k) \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} \tag{D.4}$$

Nous pouvons facilement montrer que les expressions équivalentes pour A_θ et A_ϕ s'écrivent :

$$A_{\theta_k} = \begin{pmatrix} -\left(\frac{a}{r_k}\right)^3 \frac{\mathrm{d}P_1^0(\cos\theta_k)}{\mathrm{d}\theta} \\ \vdots \\ -\left(\frac{a}{r_k}\right)^{n+2} \frac{\mathrm{d}P_n^m(\cos\theta_k)}{\mathrm{d}\theta}\cos(m\phi_k) \\ -\left(\frac{a}{r_k}\right)^{n+2} \frac{\mathrm{d}P_n^m(\cos\theta_k)}{\mathrm{d}\theta}\sin(m\phi_k) \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} \tag{D.5}$$

$$A_{\phi_k} = \begin{pmatrix} 0 \\ \vdots \\ \left(\frac{a}{r_k}\right)^{n+2} \frac{m}{\sin\theta_k} P_n^m(\cos\theta_k)\sin(m\phi_k) \\ -\left(\frac{a}{r_k}\right)^{n+2} \frac{m}{\sin\theta_k} P_n^m(\cos\theta_k)\cos(m\phi_k) \end{pmatrix}^{\mathrm{t}} \tag{D.6}$$

En notant :

$$\mathbf{d} = \begin{pmatrix} B_{r_1} \\ \vdots \\ B_{r_N} \\ B_{\theta_1} \\ \vdots \\ B_{\theta_N} \\ B_{\phi_1} \\ \vdots \\ B_{\phi_N} \end{pmatrix} \quad \mathbf{m} = \begin{pmatrix} g_{10} \\ \vdots \\ g_{nm} \\ h_{nm} \end{pmatrix} \tag{D.7}$$

nous pouvons finalement réécrire l'équation D.2 sous la forme condensée :

$$\mathbf{d} = G \cdot \mathbf{m} \tag{D.8}$$

Remarquons que G est une matrice de dimension $(3N \times n\cdot(n+2))$ où N est le nombre de points de mesure et n est le degré maximal de la décomposition en harmoniques sphériques.

Partant d'un jeu de paramètres $\mathbf{m} = (g_{ij})$, nous sommes donc en mesure de calculer une prédiction en n'importe quel point de l'espace.

Si nous disposons maintenant d'un ensemble d'*observables* $\mathbf{d}_{\text{obs}}$, nous pouvons nous interroger sur le processus inverse ; à savoir l'estimation des paramètres (g_{ij}) *optimaux*. En supposant une erreur gaussienne sur les observables et en notant C_D la matrice de covariance estimée sur les données et en supposant enfin que nous ne disposons pas d'information *a priori* sur les coefficients (g_{ij}) nous pouvons montrer que la solution $\widetilde{\mathbf{m}}$ qui minimise au sens des moindres carrés l'écart entre observation et prédiction s'écrit (cf. [Tarantola, 2005], section 3.2.2) :

$$\widetilde{\mathbf{m}} = (G^t C_D^{-1} G)^{-1} (G^t C_D^{-1} \mathbf{d}_{\text{obs}}) \tag{D.9}$$

La quantité minimisée s'écrit quant à elle :

$$S(\mathbf{m}) = \frac{1}{2}(G\mathbf{m} - \mathbf{d}_{\text{obs}})^t C_D^{-1} (G\mathbf{m} - \mathbf{d}_{\text{obs}}) \tag{D.10}$$

Les incertitudes sur les paramètres s'écrivent de même :

$$\widetilde{C}_M = (G^t C_D^{-1} G)^{-1} \tag{D.11}$$

En pratique, nous choisissons une matrice de covariance diagonale (avec $\sigma = 2.2\,\text{nT}$ pour l'ensemble des modèles que nous avons calculés)

$$C_D = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 1 \end{pmatrix} \tag{D.12}$$

Nous verrons plus loin (à la section D.5), que cette matrice de covariance peut être ajustée pour prendre en compte les incertitudes sur l'alignement des magnétomètres.

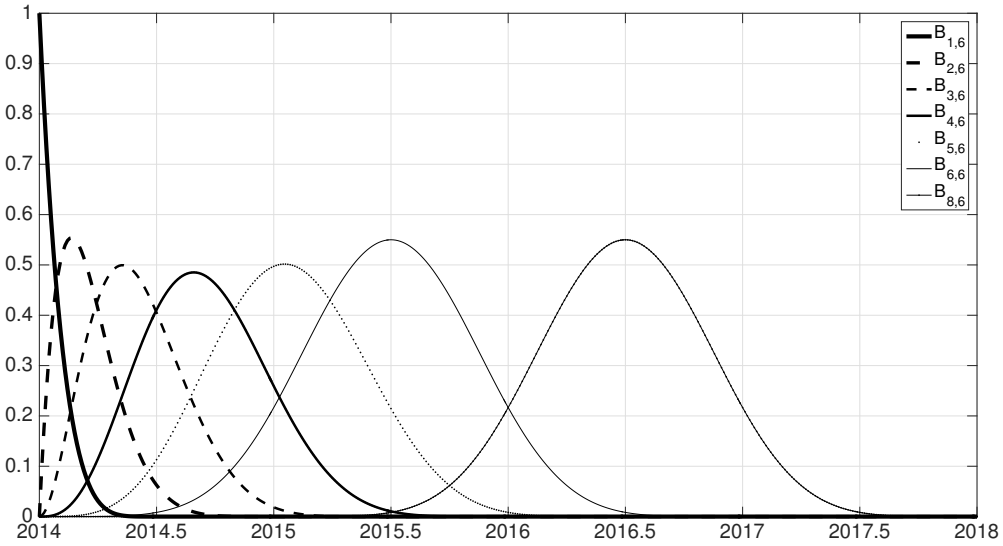


FIGURE D.1 – Allure des premières B-splines utilisées pour l'inversion

D.2 Ajout d'une variation temporelle des coefficients de Gauss

Nous souhaitons maintenant prendre en compte la *variation temporelle* des coefficients de Gauss de degré inférieur à égal à n_{vs}. L'idée est d'exprimer le coefficient $g_{ij}(t)$ comme une combinaison linéaire de fonctions B-splines d'ordre k $B_{l,k}(t)$ définies sur la séquence de nœuds $(t_1, t_2, \ldots, t_{N_t})$. Les nœuds sont tous de multiplicité 1 sauf les deux extrémités t_1 et t_{N_t} qui sont de multiplicité k. Ceci nous permet d'estimer les conditions aux limites sur la fonction $g_{ij}(t)$ ainsi que ses dérivées successives. Une définition précise des fonctions B-splines est donnée à l'annexe E, retenons simplement qu'il s'agit de fonctions polynômiales par morceaux qui présentent un support temporel fini délimité d'une part par la séquence des nœuds et d'autre part par l'ordre utilisé. Pour une séquence de nœuds comprenant N_t sites distincts deux à deux, nous pouvons montrer que la base des fonctions B-splines d'ordre k est de dimension $L = N_t - 2 + k$.

En pratique, nous utilisons des splines d'ordre 6 avec des noeuds réguliers espacés tous les 6 mois. Un coefficient de Gauss dynamique $g(t)$ s'écrira donc :

$$g(t) = \sum_{l=1}^{L} \alpha_l B_{l,6}(t) \tag{D.13}$$

L'allure des 6 premières B-splines ainsi que la huitième B-spline est donnée figure D.1. Le support temporel borné des B-splines est très intéressant, il nous assure qu'une observable du champ magnétique à un instant t n'aura d'influence que sur un petit nombre de B-splines. Ainsi pour un instant t quelconque compris entre t_1 et t_{N_t}, il y a exactement k B-splines d'ordre k non nulles.

Précédemment, nous avions montré que le lien entre la valeur de la composante radiale

B_r et les coefficients (g_{ij}) via la matrice A_r s'écrit (cf. équation D.4) :

$$B_r = \left(\boxed{A_r} \right) \cdot \begin{pmatrix} g_{10} \\ \vdots \\ g_{nm} \\ h_{nm} \end{pmatrix} \tag{D.14}$$

L'ajout d'une variation temporelle des coefficients complexifie quelque peu cette relation et remplace les $n_{\text{vs}} \cdot (n_{\text{vs}} + 2)$ paramètres (g_{ij}) par les $L \cdot n_{\text{vs}} \cdot (n_{\text{vs}} + 2)$ paramètres $(\alpha_{ij,l})$. Dans cette notation, rappelons que i représente le degré de l'harmonique sphérique, j son ordre et l le rang de la spline.

$$B_r = \left(\boxed{A_r} \right) \cdot \begin{pmatrix} \boxed{B_{l,k}(t)} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \boxed{B_{l,k}(t)} & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \boxed{B_{l,k}(t)} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \boxed{\alpha_{10,1}} \\ \vdots \\ \boxed{\alpha_{10,L}} \\ \vdots \\ \boxed{\alpha_{nm,1}} \\ \vdots \\ \boxed{\alpha_{nm,L}} \end{pmatrix} \tag{D.15}$$

Dans cette nouvelle relation linéaire reliant les paramètres $(\alpha_{ij,l})$ à la prédiction B_r, il est intéressant de remarquer que la variation spatiale est entièrement contenue dans la matrice A_r alors que la partie temporelle est entièrement contenue dans la nouvelle matrice. Cette dernière contient exactement $n_{\text{vs}} \cdot (n_{\text{vs}} + 2)$ blocs $B_{l,k}(t)$ qui contiennent chacun L éléments qui sont les évaluations des B-splines à l'instant t :

$$B_{l,k}(t) = \begin{pmatrix} B_{1,k}(t) & \dots & B_{L,k}(t) \end{pmatrix} \tag{D.16}$$

L'équation D.15 doit ensuite s'écrire pour chaque observation et pour les trois composantes B_r, B_θ et B_ϕ. Cela ne pose pas de problème particulier et n'est pas reproduit ici afin de ne pas alourdir la notation.

Pour les harmoniques sphériques de degré strictement supérieur à n_{vs}, nous utilisons la formulation classique présentée à la section précédente, où les prédictions du champ se déduisent directement des coefficients de Gauss statiques. La matrice totale reliant

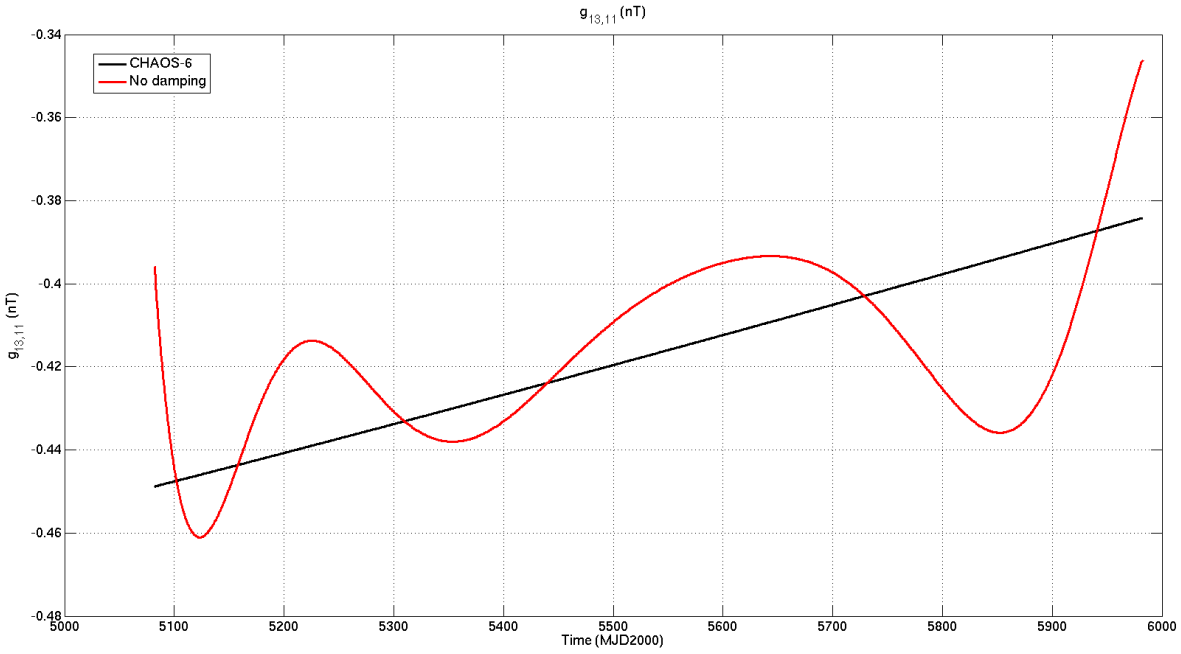


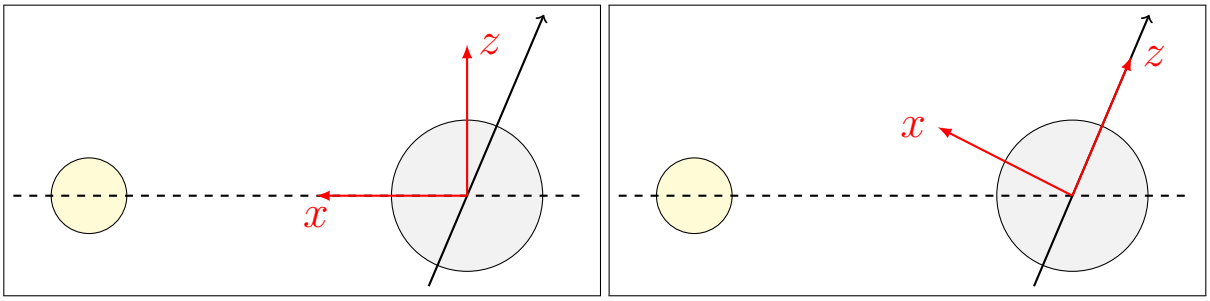
FIGURE D.2 – Instabilité des coefficients de Gauss dynamiques. Sans l'ajout d'une régularisation, nous observons que l'évolution temporelle d'un coefficient de Gauss présente des oscillations non réalistes. L'évolution du coefficient $g_{13,11}$ est ainsi tracée en fonction du temps pour un modèle non régularisé (en rouge). L'évolution du coefficient $g_{13,11}$ de CHAOS-6 est donnée pour référence (en noir).

paramètres et prédiction de la composante radiale s'écrira ainsi :

$$B_r = (A_r)\cdot \begin{pmatrix} H(t) & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{ij,L} \\ g_{ij} \end{pmatrix} \begin{array}{l} \updownarrow \text{Dynamique} \\ L \cdot n_{\text{vs}}(n_{\text{vs}}+2) \\ \updownarrow \text{Statique} \\ n \cdot (n+2) - n_{\text{vs}}(n_{\text{vs}}+2) \end{array} \tag{D.17}$$

Nous remarquons au final qu'en modifiant la matrice G et l'espace des paramètres, nous pouvons toujours lier linéairement paramètres et données. En revanche, la solution optimale au sens des moindres carrés n'est pas toujours très réaliste d'un point de vue physique et présente souvent des *oscillations* temporelles non pertinente des coefficients de Gauss dynamiques, ainsi que l'illustre la figure D.2.

Nous présentons plus loin (section D.6) une façon de limiter l'amplitude de ces oscillations en ajoutant des contraintes (ou régularisation) sur la solution du problème inverse.



(a) Référentiel GSM (b) Référentiel SM

FIGURE D.3 – Référentiels GSM et SM. Le Soleil est en jaune, la Terre en gris. L'axe du dipôle magnétique est représenté par une flèche noire. L'axe y, non montré sur les figures, complète le trièdre direct (x, y, z).

D.3 Ajout d'un champ externe

L'ajout d'un champ externe se fait en considérant l'expression de $\mathbf{B_e}$ (voir équation 1.21, section 1.1.4) :

$$\mathbf{B_e}(r,\theta,\phi) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{r}{a}\right)^{n-1} \sum_{m=0}^{n} \left(q_n^m \, \mathbf{\Pi}_{ne}^{mc}(\theta,\phi) + s_n^m \, \mathbf{\Pi}_{ne}^{ms}(\theta,\phi) \right) \tag{D.18}$$

Deux sources principales peuvent contribuer au champ externe :

1. L'anneau de courant magnétosphérique, dont la signature magnétique se modélise grossièrement comme un dipôle en coordonnées *Solar Magnetic* (SM),

2. Les sources lointaines générées dans la magnétopause, dont la morphologie se décrit naturellement au premier ordre dans le référentiel *Geocentric Solar Magnetospheric* (GSM) par un champ zonal statique généralement de degré 2.

Les deux référentiels SM et GSM sont décrits dans [Hulot et al., 2015a] et sont représentés figure D.3. Le référentiel GSM est un référentiel cartésien dont l'origine est le centre la Terre. L'axe x est dirigé vers le Soleil et l'axe z est dans le plan porté par l'axe x et l'axe du dipôle magnétique, tout en étant orienté vers le Nord. L'axe y complète naturellement le trièdre direct. Dans le référentiel SM, l'axe z est cette fois-ci aligné avec l'axe du dipôle magnétique et l'axe x est dans le plan porté par z et l'axe (OP) où O est le centre de la Terre et P le point subsolaire (voir figure D.4).

L'idée de départ est de décomposer ces deux contributions dans leur référentiel *naturel*. La Terre étant en rotation sur elle-même et en mouvement autour du Soleil, on pressent qu'un champ statique dans l'un de ces référentiels sera perçu comme dynamique pour un observateur terrestre. Cette dynamique apparente présente des fréquences diurnes pour le référentiel SM et diurnes et annuelles pour le référentiel GSM [Maus and Lühr, 2005]. L'idée développée par Maus et Lühr est de fournir une relation explicite entre une décomposition du champ externe en harmoniques sphériques exprimée dans le référentiel GSM/SM avec des coefficients statiques d'une part, et cette même décomposition exprimée dans le référentiel terrestre avec des coefficients dynamiques d'autre part.

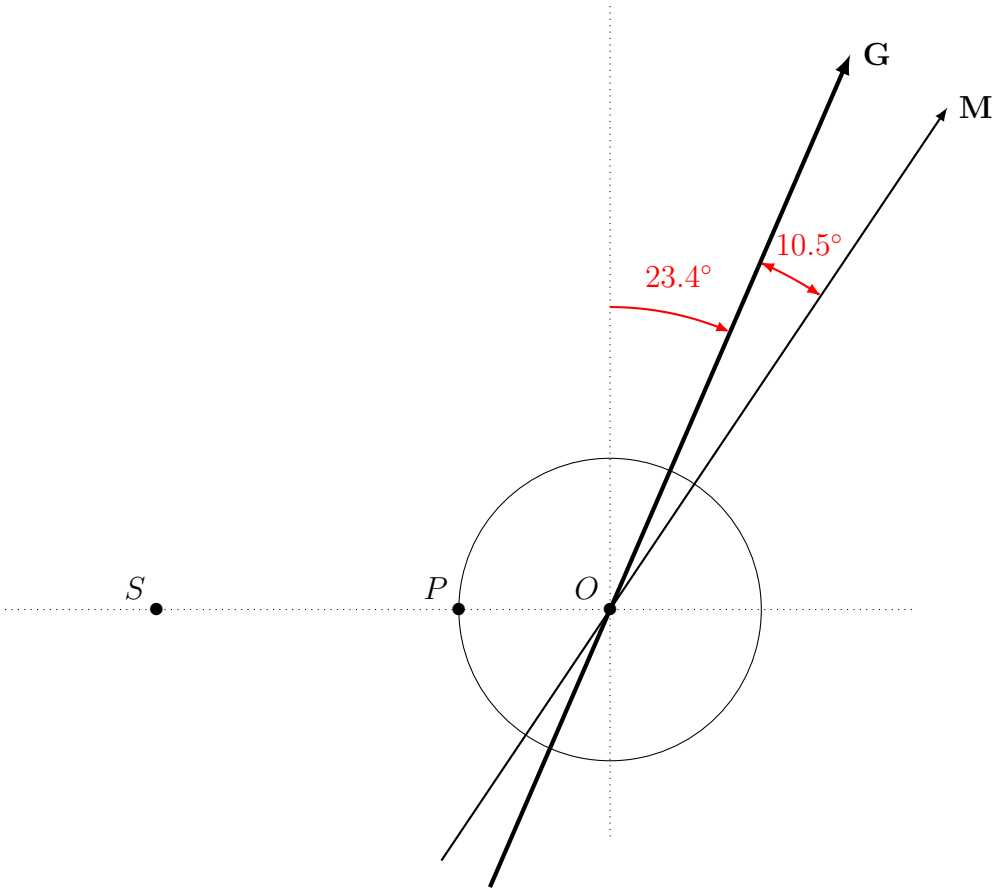


FIGURE D.4 – Axes caractéristiques de la Terre. La figure fait intervenir le centre de la Terre O, la position du Soleil S, le point subsolaire P, l'axe du dipôle magnétique $\mathbf{M}$ et l'axe de rotation de la Terre $\mathbf{G}$. Sur ce schéma, l'axe $\mathbf{G}$ n'appartient pas nécessairement au plan porté par S et $\mathbf{M}$.

D.3.1 Contribution des sources lointaines

Dans la littérature, les sources lointaines de la magnétosphère sont modélisées par un champ zonal statique dans le référentiel GSM [1]. Nous le modélisons par une décomposition en harmoniques sphériques qui ne fait intervenir que les couples (degré, ordre) valant (1,0) et (2,0).

Dans le référentiel GSM, le potentiel scalaire associé à ce champ s'écrit en introduisant la co-latitude GSM θ_{GSM} :

$$V^{\mathrm{ext}}(r,\theta_{\mathrm{GSM}}) = a\sum_{n=1}^{2} q_n^{0,\mathrm{GSM}} \left(\frac{r}{a}\right)^n P_n^0(\cos\,\theta_{\mathrm{GSM}}) \tag{D.19}$$

Backus a montré qu'un champ laplacien scalaire de degré n soumis à une rotation fixe pouvait se décrire comme un champ laplacien scalaire de même degré (voir [Backus et al., 1996], section 3.3.4 page 59). Dans notre contexte, un coefficient $q_n^{0,\mathrm{GSM}}$ statique exprimé dans le référentiel GSM équivaut donc à $2n+1$ coefficients dynamiques $(q_n^{m,\mathrm{GEO}}, s_n^{m,\mathrm{GEO}})$ exprimés dans le référentiel terrestre.

[Maus and Lühr, 2005] ont donné la relation de passage explicite entre ces deux référentiels. Nous ne donnons pas le détail de ce calcul ici mais nous nous référons aux équations (7) et (15) de cet article. Les auteurs mettent d'ailleurs à disposition les codes permettant d'effectuer le changement de coordonnées [2]. Cette relation s'écrit au final en introduisant la matrice de passage $Q^{\mathrm{ext}}_{\mathrm{GSM}\to\mathrm{GEO}}(t)$:

$$\begin{pmatrix} \vdots \\ q_n^{m,\mathrm{GEO}}(t) \\ \vdots \end{pmatrix} = Q^{\mathrm{ext}}_{\mathrm{GSM}\to\mathrm{GEO}}(t) \cdot \begin{pmatrix} \vdots \\ q_n^{m,\mathrm{GSM}} \\ \vdots \end{pmatrix} \tag{D.20}$$

Nous avons au final, dans le référentiel terrestre :

$$V^{\mathrm{ext}}(r,\theta,\phi,t) = a\sum_{n=1}^{2}\left(\frac{r}{a}\right)^n \sum_{m=0}^{n}\left(q_n^{m,\mathrm{GEO}}(t)\cos m\phi + s_n^{m,\mathrm{GEO}}(t)\sin m\phi\right) P_n^m(\cos\,\theta) \tag{D.21}$$

Il est important de remarquer ici que la modélisation de cette contribution ne fait intervenir que deux paramètres $q_1^{0,\mathrm{GSM}}$ et $q_2^{0,\mathrm{GSM}}$. En revanche, il est nécessaire de transformer les matrices reliant paramètres et données afin d'exprimer le champ résultant dans le référentiel terrestre.

Par ailleurs, le potentiel scalaire exprimé dans le référentiel terrestre variant avec le temps, il est nécessaire de prendre en compte le champ induit dans le manteau terrestre légèrement conducteur. Ceci est également détaillé dans l'article [Maus and Lühr, 2005] équations (12), (13) et (15) et fait intervenir une matrice de conductivité du manteau terrestre dérivée de [Everett et al., 2003], [Velímskỳ et al., 2003] et [Utada et al., 2003].

L'estimation du potentiel scalaire du champ induit s'écrit au final sous la forme sui-

1. voir à ce sujet les différents articles des modèles CHAOS : [Olsen et al., 2006], [Olsen et al., 2009], [Olsen et al., 2010b], [Olsen et al., 2014], [Finlay et al., 2015], [Finlay et al., 2016]

2. la page internet citée par l'article n'existe plus mais les codes sont accessibles à cette adresse https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/gsm2geo.shtml

vante :

$$V^{\text{ext}}(r,\theta,\phi,t) = a\sum_{n=1}^{2}\left(\frac{r}{a}\right)^{n}\sum_{m=0}^{n}\left(q_n^{m,\text{GEO}}(t)\cos m\phi + s_n^{m,\text{GEO}}(t)\sin m\phi\right)P_n^m(\cos\,\theta) + a\sum_{n=1}^{2}\left(\frac{a}{r}\right)^{n+1}\sum_{m=0}^{n}\left(\tilde{q}_n^{m,\text{GEO}}(t)\cos m\phi + \tilde{s}_n^{m,\text{GEO}}(t)\sin m\phi\right)P_n^m(\cos\,\theta) \tag{D.22}$$

en introduisant la matrice de passage $Q^{\text{int}}_{\text{GSM}\to\text{GEO}}(t)$ qui relie les coefficients externes statiques dans le référentiel GSM aux coefficients internes dynamiques dans le référentiel terrestre :

$$\begin{pmatrix}\vdots\\ \tilde{q}_n^{m,\text{GEO}}(t)\\ \vdots\end{pmatrix} = Q^{\text{int}}_{\text{GSM}\to\text{GEO}}(t)\cdot\begin{pmatrix}\vdots\\ q_n^{m,\text{GSM}}\\ \vdots\end{pmatrix} \tag{D.23}$$

Encore une fois, rappelons que l'expression de ce potentiel ne dépend que des deux paramètres $q_1^{0,\text{GSM}}$ et $q_2^{0,\text{GSM}}$; le mouvement de la Terre nous amène en interne à considérer la contribution de 8 coefficients de Gauss dynamiques afin de décrire le champ des sources lointaines dans le référentiel terrestre. La présence d'un champ induit amène par la suite à séparer pour chacun de ces coefficients les contributions externe et induite.

D.3.2 Contribution de l'anneau de courant magnétosphérique

La signature magnétique de l'anneau de courant magnétosphérique se modélise généralement dans les coordonnées SM par une décomposition en harmoniques sphériques jusqu'au degré 2. Le calcul est très similaire au cas précédent et fait intervenir la co-latitude θ_{SM} et la longitude ϕ_{SM} (qui sont fréquemment appelées co-latitude dipolaire et heure locale magnétique dans la littérature). Les relations de passage sont également données dans [Maus and Lühr, 2005]. Remarquons simplement que la variation annuelle n'existe plus et que seules des variations diurnes interviennent.

$$V^{\text{ext}}(r,\theta_{\text{SM}},\phi_{\text{SM}}) = a\sum_{n=1}^{2}\sum_{m=0}^{n}(q_n^{m,\text{SM}}\cos m\phi_{\text{SM}} + s_n^{m,\text{SM}}\sin m\phi_{\text{SM}})\left(\frac{r}{a}\right)^{n}P_n^m(\cos\theta_{\text{SM}}) \tag{D.24}$$

Néanmoins, l'intensité du champ de degré 1 est *dynamique* dans le référentiel SM. Cette intensité est directement donnée par l'indice *Disturbance Storm Time* (Dst), qui représente l'intensité de la composante Nord de la perturbation équatoriale à la surface de la Terre causée par l'anneau de courant magnétosphérique (ainsi que sa contrepartie induite). Il est estimé toutes les heures à l'aide des mesures de 4 observatoires magnétiques situés à basse latitude selon une méthodologie détaillée [3] dans [Sugiura, 1991]. L'allure de l'indice Dst est donnée figure D.5 pour la journée du 22 avril 2014.

On pourrait être tenté de relier directement l'évolution des coefficients de degré 1 à celle de l'indice Dst. Néanmoins ce dernier souffre d'un certain nombre d'instabilités qui rendent son utilisation délicate (voir par exemple [Olsen et al., 2005]). L'idée est donc d'introduire, pour chacun des trois ordres, un coefficient de régression $\hat{q}_1^m$ ainsi qu'une

3. le lecteur peut également trouver un résumé de cette méthode sur le site du World Data Center de Kyoto : http://wdc.kugi.kyoto-u.ac.jp/dstdir/dst2/onDstindex.html

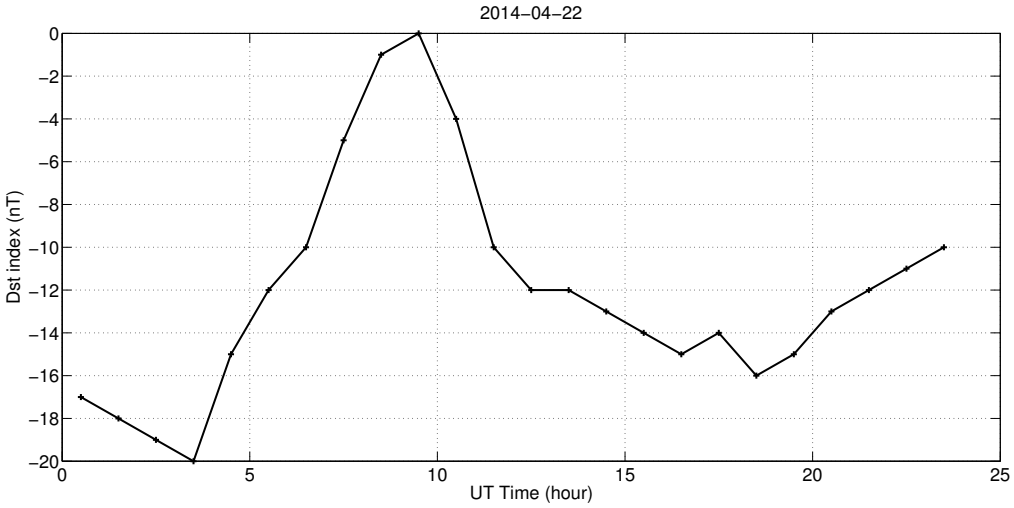


FIGURE D.5 – Evolution de l'indice Dst pour la journée du 22 avril 2014

correction de la ligne de base Δq_1^m. La séparation entre champs primaire et induit se fait par ailleurs naturellement en considérant la décomposition de l'indice Dst entre primaire (Est) et induit (Ist) (voir [Olsen et al., 2005]).

$$\mathrm{Dst}(t) = \mathrm{Est}(t) + \mathrm{Ist}(t) \tag{D.25}$$

$$q_1^0(t) = \hat{q}_1^0 \left[\mathrm{Est}(t) + \mathrm{Ist}(t) \left(\frac{a}{r}\right)^3 \right] + \Delta q_1^0(t) \tag{D.26a}$$

$$q_1^1(t) = \hat{q}_1^1 \left[\mathrm{Est}(t) + \mathrm{Ist}(t) \left(\frac{a}{r}\right)^3 \right] + \Delta q_1^1(t) \tag{D.26b}$$

$$s_1^1(t) = \hat{s}_1^1 \left[\mathrm{Est}(t) + \mathrm{Ist}(t) \left(\frac{a}{r}\right)^3 \right] + \Delta s_1^1(t) \tag{D.26c}$$

En pratique, les correctifs Δq_1^m sont estimés tous les cinq jours pour $m = 0$ et tous les trentes jours pour $m = 1$. En admettant que nos données ont un support temporel de N_d jours, notre modélisation nous amène ainsi à considérer $N_d/5$ coefficients pour Δq_1^0 et $N_d/30$ pour Δq_1^1 et Δs_1^1. Sur un an de données, cela représente respectivement 73 et 12 coefficients.

Au final, la modélisation de l'anneau magnétosphérique nous amène à considérer :

— 3 coefficients $\hat{q}_1^0$, $\hat{q}_1^1$ et $\hat{s}_1^1$ qui correspondent à la dépendance linéaire du degré 1 avec la variation de l'indice Dst,

— un nombre de coefficients correctifs Δq_1^0, Δq_1^1 et Δs_1^1 qui dépend du support temporel des données,

— cinq coefficients q_2^0, q_2^1, s_2^1, q_2^2 et s_2^2 qui correspondent au reste de la décomposition en harmoniques sphériques.

D.4 Ajout de données scalaires

Les données vectorielles des zones polaires sont généralement perturbées par la présence de courants alignés, dont la signature sur la mesure du champ magnétique introduit

une composante perpendiculaire à la direction du champ. Afin de s'affranchir de ce problème, il est courant de n'utiliser que des données scalaires à haute latitude, typiquement au-delà de 55° de latitude QD. Le problème qui survient alors est que la relation qui relie l'intensité $\mathbf{F}$ du champ magnétique d'une part et les coefficients du modèle $\mathbf{m}$ d'autre part n'est plus linéaire et se met sous la forme suivante (en reprenant le formalisme des sections précédentes) :

$$\mathbf{F} = g(\mathbf{m}) = \sqrt{(A_r\mathbf{m})^2 + (A_\theta\mathbf{m})^2 + (A_\phi\mathbf{m})^2} \tag{D.27}$$

Il n'existe plus de solution explicite nous donnant la valeur de $\mathbf{m}$ qui minimise les residus au sens des moindres carrés, il faut désormais *approcher* cette solution par itérations succesives en linéarisant localement l'équation reliant paramètres et prédiction pour chacune des étapes. On introduit pour cela la matrice G, calculée dynamiquement à chaque itération et de taille $N \times K$, où N est le nombre d'observations et K le nombre de paramètres par :

$$G_{ij} = \left.\frac{\partial F_i}{\partial m_j}\right|_{\mathbf{m}_n} \tag{D.28}$$

On montre que cette matrice s'écrit :

$$\frac{\partial F_i}{\partial m_j} = \frac{1}{F_i}\left(B_{r_i}A_{r_ij} + B_{\theta_i}A_{\theta_ij} + B_{\phi_i}A_{\phi_ij}\right) \tag{D.29}$$

Partant des paramètres $\mathbf{m}_n$ de l'itération n, on calcule alors les paramètres de l'itération $n+1$ par :

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n + (G^tC_D^{-1}G)^{-1}G^tC_D^{-1}(\mathbf{d}_n - \mathbf{d}_{\text{obs}}) \tag{D.30}$$

Pour tous les modèles que nous avons développés au cours de cette thèse, nous avons choisi comme jeu de paramètres initial $\mathbf{m}_0$ les coefficients 1 à 13 de CHAOS-4 (voir[Olsen et al., 2014]) estimés à la date de lancement de SWARM (fin novembre 2013). Les données ayant servi au calcul de CHAOS-4 proviennent essentiellement des missions Ørsted, CHAMP et SAC-C et ne contiennent *aucune* donnée issue de SWARM. Par ailleurs, il importe de noter que le choix de $\mathbf{m}_0$ n'est pas crucial (un simple dipôle suffirait). Cependant, un choix de $\mathbf{m}_0$ raisonnablement proche du modèle final permet de réduire le nombre d'itérations nécessaire à la convergence des calculs.

D.5 Ajout du calcul d'un alignement entre le référentiel des magnétomètres et le référentiel des caméras stellaires

Jusqu'à présent, nous avons considéré que les données étaient exprimées dans le référentiel sphérique terrestre $(\mathbf{e_r}, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi)$. Cependant les données dont nous disposons sont exprimées dans le référentiel des magnétomètres.

Le satellite dispose d'un référentiel de référence appelée le *Common Reference Frame* (CRF), lié aux caméras stellaires et pour lequel la relation de passage $R(t)$ permettant de passer au référentiel NEC est calculée à chaque instant grâce à l'exploitation des données issues des caméras. Nous avons ainsi :

$$\begin{pmatrix} X_{\text{NEC}} \\ Y_{\text{NEC}} \\ Z_{\text{NEC}} \end{pmatrix} = R(t) \cdot \begin{pmatrix} X_{\text{CRF}} \\ Y_{\text{CRF}} \\ Z_{\text{CRF}} \end{pmatrix} \tag{D.31}$$

Le passage du référentiel NEC au référentiel sphérique RTP est trivial et consiste en une simple permutation d'axes :

$$\begin{pmatrix} X_{\text{RTP}} \\ Y_{\text{RTP}} \\ Z_{\text{RTP}} \end{pmatrix} = P \cdot \begin{pmatrix} X_{\text{NEC}} \\ Y_{\text{NEC}} \\ Z_{\text{NEC}} \end{pmatrix}, \quad \text{avec } P = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \tag{D.32}$$

Il nous reste néanmoins à déterminer la relation de passage nous permettant de relier le référentiel des magnétomètres au référentiel CRF. Nous avons vu au chapitre 3 que des déformations du bras d'environ 40 arcsecondes étaient susceptibles d'être observées. L'idée est d'exprimer cette relation de passage en faisant intervenir les trois angles d'Euler (α, β, γ) selon une approche assez similaire à celle développée à la section 3.3.

Nous pouvons ainsi écrire :

$$\begin{pmatrix} X_{\text{CRF}} \\ Y_{\text{CRF}} \\ Z_{\text{CRF}} \end{pmatrix} = M(\alpha, \beta, \gamma) \cdot \begin{pmatrix} X_{\text{ASM}} \\ Y_{\text{ASM}} \\ Z_{\text{ASM}} \end{pmatrix} \tag{D.33}$$

avec :

$$M(\alpha, \beta, \gamma) = \begin{pmatrix} \cos\gamma & -\sin\gamma & 0 \\ \sin\gamma & \cos\gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & \sin\beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\beta & 0 & \cos\beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & -\sin\alpha \\ 0 & \sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix} \tag{D.34}$$

Nous avons au final :

$$\begin{pmatrix} X_{\text{RTP}} \\ Y_{\text{RTP}} \\ Z_{\text{RTP}} \end{pmatrix} = P \cdot R(t) \cdot M(\alpha, \beta, \gamma) \cdot \begin{pmatrix} X_{\text{ASM}} \\ Y_{\text{ASM}} \\ Z_{\text{ASM}} \end{pmatrix} \tag{D.35}$$

Il est important de noter que dans cette relation de passage, seule la matrice M est inconnue. Les différents référentiels que nous avons présentés sont illustrés figure D.6.

Les angles d'Euler optimaux sont co-estimés itérativement avec les autres coefficients du modèle en minimisant la quantité $\mathbf{R}$ définie par :

$$\mathbf{R} = \mathbf{B}_{\text{ASM}} - \Big[M^t(\alpha, \beta, \gamma) R^t(t) P^t\Big] g_0(\mathbf{m_0}) \tag{D.36}$$

où $g_0(\mathbf{m_0})$ est la relation reliant les paramètres $\mathbf{m_0}$ à la prédiction du champ dans le référentiel RTP, telle que nous l'avons définie dans les sections précédentes. Ce qui peut au final se réécrire :

$$\mathbf{R} = \mathbf{B}_{\text{ASM}} - g(\mathbf{m}) \quad \text{avec } \mathbf{m} = \begin{pmatrix} \mathbf{m_0} \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} \tag{D.37}$$

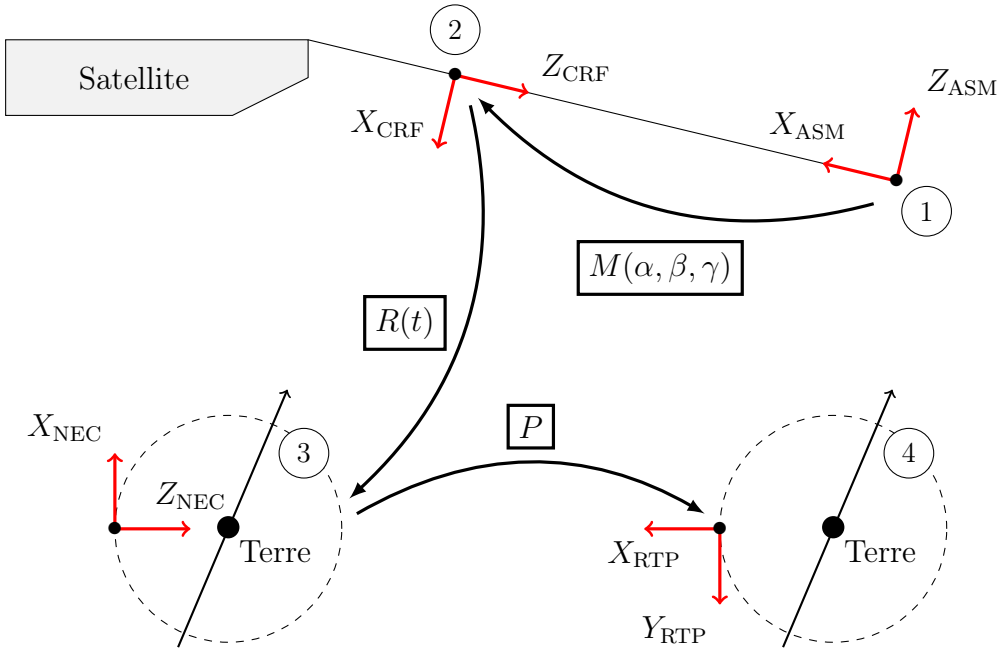


FIGURE D.6 – Référentiels utilisés pour la co-estimation des angles d'Euler. Les mesures magnétiques sont effectuées dans le référentiel instrument (1) alors que l'inversion se base sur les données exprimées dans le référentiel sphérique RTP (4). Il faut tout d'abord estimer la relation de passage entre le référentiel instrument avec le référentiel CRF lié aux caméras stellaires (2). La relation de passage liant le réferentiel CRF avec le référentiel terrestre NEC (3) est fournie dans les produits officiels SWARM. Une dernière permutation d'axe permet finalement de passer du réferentiel NEC au référentiel RTP.

La solution est estimée itérativement en linéarisant localement la relation D.37 en remarquant que :

$$\frac{\partial M}{\partial \alpha} = \begin{pmatrix} 0 & \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma & -\sin\alpha\sin\beta\cos\gamma + \cos\alpha\sin\gamma \\ 0 & \cos\alpha\sin\beta\sin\gamma - \sin\alpha\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta\sin\gamma - \cos\alpha\cos\gamma \\ 0 & \cos\alpha\cos\beta & -\sin\alpha\cos\beta \end{pmatrix} \tag{D.38a}$$

$$\frac{\partial M}{\partial \beta} = \begin{pmatrix} -\sin\beta\cos\gamma & \sin\alpha\cos\beta\cos\gamma & \cos\alpha\cos\beta\cos\gamma \\ -\sin\beta\sin\gamma & \sin\alpha\cos\beta\sin\gamma & \cos\alpha\cos\beta\sin\gamma \\ -\cos\beta & -\sin\alpha\sin\beta & -\cos\alpha\sin\beta \end{pmatrix} \tag{D.38b}$$

$$\frac{\partial M}{\partial \gamma} = \begin{pmatrix} -\cos\beta\sin\gamma & -\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma - \cos\alpha\cos\gamma & -\cos\alpha\sin\beta\sin\gamma + \sin\alpha\cos\gamma \\ \cos\beta\cos\gamma & \sin\alpha\sin\beta\cos\gamma - \cos\alpha\sin\gamma & \cos\alpha\sin\beta\cos\gamma + \sin\alpha\sin\gamma \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \tag{D.38c}$$

En pratique, notre inversion se basant sur les données des deux satellites ALPHA et BRAVO[4], il est nécessaire d'introduire *deux* jeux d'angles d'Euler (un par satellite). Par ailleurs afin de prendre en compte d'éventuelles déformations dynamiques du bras, ces angles d'Euler sont estimés tous les dix jours. Ces deux points ne présentent pas de difficultés conceptuelles, nous ne les détaillerons pas plus ici.

Au final, la prise en compte de l'alignement des instruments par rapport au référentiel de référence nous amène à considérer $36 \cdot 3 = 108$ coefficients par an et par satellite.

Au début de cette annexe, nous avons supposé une matrice de covariance des données diagonale et définie par :

$$C_D = \sigma^2 \mathbf{I} \tag{D.39}$$

Or Richard Holme et Jeremy Bloxham ont montré dans [Holme and Bloxham, 1995] et [Holme and Bloxham, 1996] que ceci était incomplet si on prenait en compte une incertitude sur la restitution de l'orientation du magnétomètre. En supposant que cette incertitude est isotrope et en la notant Ψ (en arcseconde), ils ont montré que l'incertitude sur la donnée magnétique était anisotrope et que la matrice de covariance se réecrivait :

$$C_D = (\sigma^2 + B^2\Psi^2)\mathbf{I} - \Psi^2 \mathbf{B}\mathbf{B}^t \tag{D.40}$$

C'est donc cette matrice que nous avons utilisée, en choisissant $\Psi = 10$ arcsecondes pour l'ensemble de nos modèles.

D.6 Ajout d'une régularisation

Comme nous l'avons vu à la section D.2, l'ajout d'une variation temporelle des coefficients de Gauss peut conduire à des solutions qui, bien qu'optimales au sens des moindres carrés, présentent des oscillations des coefficients non réalistes. Afin de résoudre ce problème, l'idée est d'ajouter une *régularisation* au problème inverse en pénalisant *arbitrairement* les solutions qui ne nous paraissent pas réalistes. Ce faisant, nous introduisons une information *a priori* sur la pertinence des modèles obtenus.

L'impact d'une régularisation sur les modèles dynamiques de champ interne est détaillé dans [Gillet et al., 2010]. Pour notre part, nous avons mis en place la régularisation utilisée dans le modèle CHAOS-4 (voir [Olsen et al., 2014]).

4. rappelons en effet que, d'une part CHARLIE vole sur une orbite très voisine de celle de ALPHA et que d'autre part son instrument ASM est hors-service depuis Novembre 2014

Notre régularisation se base ainsi sur deux critères :

1. la valeur moyenne du carré de la dérivée troisième de la composante radiale du champ à la surface du noyau, intégrée sur le support temporel de l'inversion,
2. la valeur absolue de la dérivée seconde de cette même composante, estimée aux deux extrémités du support temporel (premier et dernier nœud).

D.6.1 Régularisation de la dérivée troisième

En notant Ω_C, la surface du noyau définie par son rayon $r_C = 3485\text{km}$ et $\Delta t = t_{N_t} - t_1$, la première quantité s'écrit :

$$\left\langle \left| \frac{\partial^3 B_r}{\partial t^3} \right|^2 \right\rangle = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1}^{t_{N_t}} \int_{\Omega_C} \left| \frac{\partial^3 B_r}{\partial t^3} \right|^2 \mathrm{d}\Omega \mathrm{d}t \tag{D.41}$$

En reprenant l'expression de B_r donnée équation D.1 et en remarquant que seuls les coefficients de Gauss (g_n^m, h_n^m) dépendent du temps, nous pouvons écrire :

$$\frac{\partial^3 B_r}{\partial t^3} = \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{a}{r_C} \right)^{k+2} (k+1) \sum_{m=0}^{k} \frac{\mathrm{d}^3 g_k^m}{\mathrm{d}t^3} \cdot P_k^m(\cos\theta)\cos(m\phi) + \frac{\mathrm{d}^3 h_k^m}{\mathrm{d}t^3} \cdot P_k^m(\cos\theta)\sin(m\phi) \tag{D.42}$$

Lorsqu'on injecte cette expression dans D.41 et qu'on regarde l'intégration à la surface du noyau, nous voyons apparaître des termes croisés entre les différentes harmoniques sphériques. Or nous avions étudié au chapitre 1 les relations d'orthogonalité liant ces harmoniques sphériques (voir équation 1.17). Du fait de cette orthogonalité, les termes croisés sont tous nuls et nous avons pour les autres termes :

$$\int_{\Omega_C} |P_k^m(\cos\theta)\cos(m\phi)|^2 \mathrm{d}\Omega = \frac{1}{2k+1} \tag{D.43a}$$

$$\int_{\Omega_C} |P_k^m(\cos\theta)\sin(m\phi)|^2 \mathrm{d}\Omega = \frac{1}{2k+1} \tag{D.43b}$$

Nous obtenons au final :

$$\left\langle \left| \frac{\partial^3 B_r}{\partial t^3} \right|^2 \right\rangle = \frac{1}{\Delta t} \sum_{k=1}^{n} \frac{(k+1)^2}{2k+1} \cdot \left(\frac{a}{r_C} \right)^{2k+4} \sum_{m=0}^{k} \int_{t_1}^{t_{N_t}} \left[\left| \frac{\mathrm{d}^3 g_k^m}{\mathrm{d}t^3} \right|^2 + \left| \frac{\mathrm{d}^3 h_k^m}{\mathrm{d}t^3} \right|^2 \right] \mathrm{d}t \tag{D.44}$$

L'estimation de l'intégrale temporelle s'estime numériquement à partir de la décomposition sur la base des fonctions splines. On introduit pour cela un vecteur de temps couvrant uniformément le support temporel de l'inversion et avec une séparation de $\delta t =$ 1 jour : $(\tau_1, \ldots, \tau_p)$ qui nous permet de définir la matrice T_3 dont le terme (i, j) contient la dérivée troisième de la spline de rang j estimée au temps τ_i :

$$T_3 = \begin{pmatrix} \frac{\mathrm{d}^3 B_{1,k}}{\mathrm{d}t^3}(\tau_1) & \ldots & \frac{\mathrm{d}^3 B_{L,k}}{\mathrm{d}t^3}(\tau_1) \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\mathrm{d}^3 B_{1,k}}{\mathrm{d}t^3}(\tau_p) & \ldots & \frac{\mathrm{d}^3 B_{L,k}}{\mathrm{d}t^3}(\tau_p) \end{pmatrix} \tag{D.45}$$

Nous pouvons alors montrer que les dérivées temporelles apparaissant dans l'équation D.44 s'approximent par la méthode des rectangles pour le coefficient de degré i et d'ordre

j en faisant intervenir le vecteur paramètre réduit $\mathbf{m_{ij}} = (\alpha_{ij,l})_{1 \leq l \leq L}$:

$$\left| \frac{\mathrm{d}^3 g_i^j}{\mathrm{d}t^3} \right|^2 \approx \delta t \cdot \mathbf{m_{ij}^t} T_3^t T_3 \mathbf{m_{ij}} \tag{D.46}$$

En notant Λ_3^0 la matrice carrée de dimension $L \times L$ définie pour le degré k par :

$$\Lambda_3^0(k) = \frac{\delta t}{\Delta t} \cdot \frac{(k+1)^2}{2k+1} \cdot \left(\frac{a}{r_C} \right)^{2k+4} T_3^t T_3 \tag{D.47}$$

On peut montrer que la matrice de régularisation finale se met sous la forme d'une matrice carrée de $(n_{\mathrm{vs}} \cdot (n_{\mathrm{vs}} + 2))$ blocs Λ_3^0 :

$$\Lambda_3 = \begin{pmatrix} \boxed{\Lambda_3^0(1)} & & 0 \\ & \ddots & \\ & & \boxed{\Lambda_3^0(n_{\mathrm{vs}})} \\ 0 & & 0 \end{pmatrix} \tag{D.48}$$

Nous cherchons désormais à minimiser la quantité :

$$S(\mathbf{m}) = (\mathbf{d}_{\mathrm{obs}} - \mathbf{d})^t C_D^{-1} (\mathbf{d}_{\mathrm{obs}} - \mathbf{d}) + \lambda_3 \mathbf{m}^t \Lambda_3 \mathbf{m} \tag{D.49}$$

Le paramètre λ_3 est choisi arbitrairement et traduit l'amplitude de la pénalité donnée aux modèles présentant une valeur de $< |\partial^3 B_r / \partial t|^2 >$ élevée.

D.6.2 Régularisation de la dérivée seconde

La régularisation précedente seule, ne permet pas de limiter les oscillations des coefficients (voir [Olsen et al., 2014]). Nous introduisons parallèlement une régularisation sur la dérivée seconde de la composante B_r estimée au niveau de la surface du noyau aux deux bornes temporelles du support de l'inversion. Nous cherchons donc à minimiser les deux quantités S_{2a} et S_{2b} définies par :

$$S_{2a} = \int_{\Omega_C} \left| \frac{\partial^2 B_r}{\partial t^2} \right|_{t=t_1}^2 \mathrm{d}\Omega \tag{D.50a}$$

$$S_{2b} = \int_{\Omega_C} \left| \frac{\partial^2 B_r}{\partial t^2} \right|_{t=t_{N_t}}^2 \mathrm{d}\Omega \tag{D.50b}$$

Il est important de remarquer ici que seules les B-splines 1, 2 et 3 d'une part et $L-2$, $L-1$ et L d'autre part possèdent des dérivées secondes non nulles en t_1 (respectivement en t_{N_t}). Seuls six coefficients seront donc impactés par la régularisation.

Comme précédemment, nous introduisons la matrice T_2 :

$$T_2 = \begin{pmatrix} \frac{\mathrm{d}^2 B_{1,k}}{\mathrm{d}t^2}(t_1) & \dots & \frac{\mathrm{d}^2 B_{L,k}}{\mathrm{d}t^2}(t_1) \\ \frac{\mathrm{d}^2 B_{1,k}}{\mathrm{d}t^2}(t_{N_t}) & \dots & \frac{\mathrm{d}^2 B_{L,k}}{\mathrm{d}t^2}(t_{N_t}) \end{pmatrix} \tag{D.51}$$

On montre de la même façon que précédemment que les quantités S_{2a} et S_{2b} s'écrivent pour le degré i et l'ordre j en faisant intervenir le vecteur réduit $\mathbf{m_{ij}} = (\alpha_{ij,l})_{1\leq l\leq L}$:

$$S_{2a} + S_{2b} = \frac{(i+1)^2}{2i+1} \cdot \left(\frac{a}{r_C}\right)^{2i+4} \mathbf{m_{ij}^t} T_2^t T_2 \mathbf{m_{ij}} \tag{D.52}$$

On introduit alors la matrice Λ_2^0 définie pour le degré k par :

$$\Lambda_2^0(k) = \frac{(k+1)^2}{2k+1} \cdot \left(\frac{a}{r_C}\right)^{2k+4} T_2^t T_2 \tag{D.53}$$

En construisant par bloc la matrice Λ_2 de la même façon que pour Λ_3, on peut finalement écrire la nouvelle quantité à minimiser :

$$S(\mathbf{m}) = (\mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{d})^t C_D^{-1} (\mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{d}) + \lambda_2 \mathbf{m}^t \Lambda_2 \mathbf{m} \tag{D.54}$$

λ_2 est ici le paramètre de *damping* traduisant l'amplitude de la pénalité accordée aux modèles présentant une forte dérivée seconde aux bornes du support temporel.

D.6.3 Régularisation sur les deux conditions

Si nous combinons les deux régularisations, la quantité à minimiser s'écrit finalement :

$$S(\mathbf{m}) = (\mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{d})^t C_D^{-1} (\mathbf{d}_{\text{obs}} - \mathbf{d}) + \lambda_2 \mathbf{m}^t \Lambda_2 \mathbf{m} + \lambda_3 \mathbf{m}^t \Lambda_3 \mathbf{m} \tag{D.55}$$

L'équation D.30 permettant d'obtenir le modèle $\mathbf{m}_{n+1}$ à partir du modèle $\mathbf{m}_n$ se réécrit au final :

$$\mathbf{m}_{n+1} = \mathbf{m}_n + (G^t C_D^{-1} G + \lambda_2 \Lambda_2 + \lambda_3 \Lambda_3)^{-1} \left(G^t C_D^{-1} (\mathbf{d}_n - \mathbf{d}_{\text{obs}}) - \lambda_2 \Lambda_2 \mathbf{m}_n - \lambda_3 \Lambda_3 \mathbf{m}_n \right) \tag{D.56}$$

L'impact de cette régularisation est donnée figure D.7 : deux modèles identiques différant seulement par l'introduction d'une régularisation, sont comparés au modèle CHAOS-6 (voir [Finlay et al., 2016]). On remarque que l'ajout d'une régularisation supprime complétement les oscillations non contrôlées des coefficients de Gauss.

D.7 Quelques considérations sur la pondération

Jusqu'à présent, toutes nos données ont exactement le même poids. Or l'inclinaison de l'orbite introduit une accumulation de points aux hautes latitudes ainsi que l'illustrent les figures D.8a et D.8b. Afin d'atténuer cette différence, on introduit une pondération ω_{geo} liée à la colatitude θ :

$$\omega_{\text{geo}} = \sin\theta \tag{D.57}$$

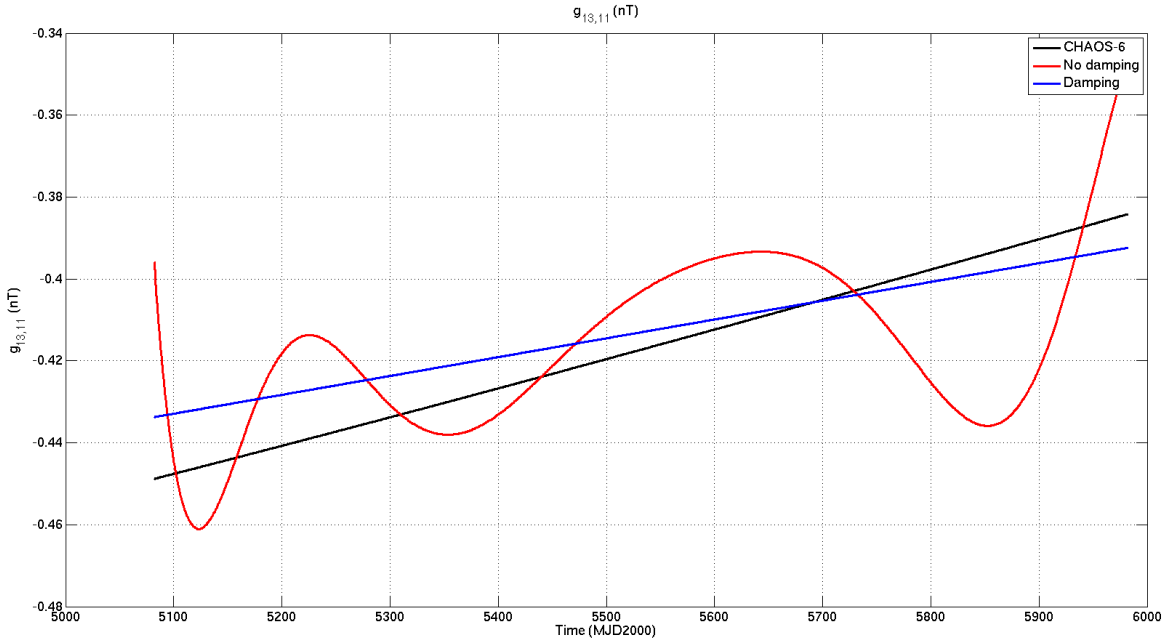


FIGURE D.7 – Impact de la régularisation. Sans régularisation, les coefficients présentent des oscillations temporelles non pertinentes (en haut, en rouge pour le coefficient $g_{13,11}$). L'ajout de notre régularisation en prenant $\lambda_2 = 10\,(\mathrm{nT\ yr}^{-2})^{-2}$ et $\lambda_3 = 0.33\,(\mathrm{nT\ yr}^{-3})^{-2}$ permet de fortement diminuer l'amplitude de ces artefacts (en haut, en bleu). Pour référence, la variation du même coefficient est donnée dans le cas du modèle CHAOS-6.

Cette pondération intervient dans la matrice inverse de covariance des données qui s'écrit désormais :

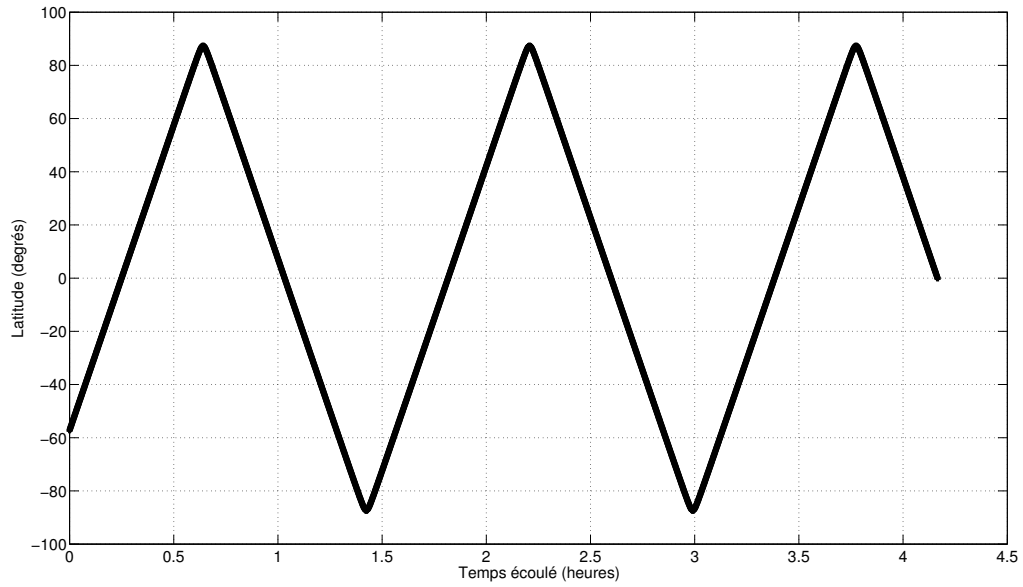
$$C_D^{-1} \rightarrow \omega_{\mathrm{geo}} C_D^{-1} \tag{D.58}$$

Par ailleurs, nous avons jusqu'à présent fait l'hypothèse que le *bruit* de nos données magnétiques suivait une distribution gaussienne centrée. En pratique, la présence d'*outliers* peut perturber la qualité de l'inversion ainsi que l'illustrent les figures D.9a et D.9b ci-dessous. Dans cet exemple simplifié, nous cherchons une régression linéaire en minimisant le résidu au sens des moindres carrés. Dans le premier cas, le bruit des données est gaussien et on observe que les paramètres optimaux sont très proches des vrais paramètres. Dans le second cas, on observe qu'un *outlier* dans les données éloigne sensiblement les paramètres optimaux des vrais paramètres.

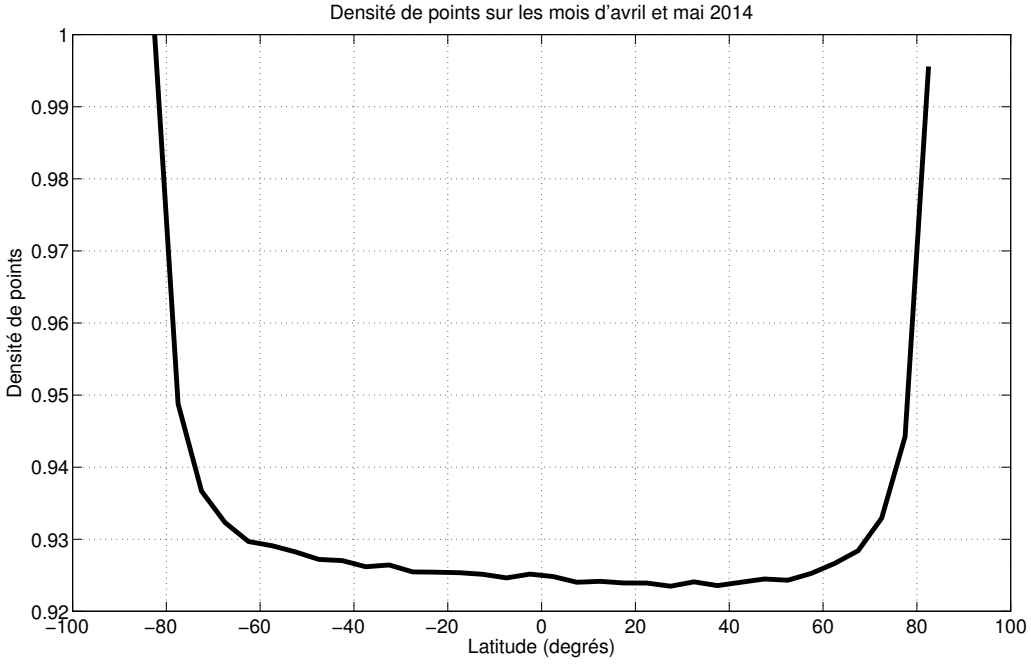
Dans le cadre d'une recherche itérative de la solution optimale, on peut atténuer fortement l'impact de ces *outliers* en introduisant, à chaque itération, une pondération dynamique qui soit inversement proportionnelle à l'amplitude du résidu calculé sur cette itération. A ce niveau, le choix de la pondération est assez arbitraire. Nous utilisons dans notre inversion la pondération de Huber (voir [Constable, 1988]). A chaque itération, la matrice inverse de covariance est recalculée en faisant intervenir la pondération ω_{hw} :

$$C_D^{-1} \rightarrow \omega_{\mathrm{hw}} C_D^{-1} \tag{D.59}$$

Ce coefficient de pondération est calculé en fonction du résidu ΔB obtenu lors de l'itération précédente et qui est comparé au σ attendu des données. Si ce résidu est *normal* (i.e. inférieur à un certain seuil empirique) le coefficient est de 1 ; dans le cas contraire il

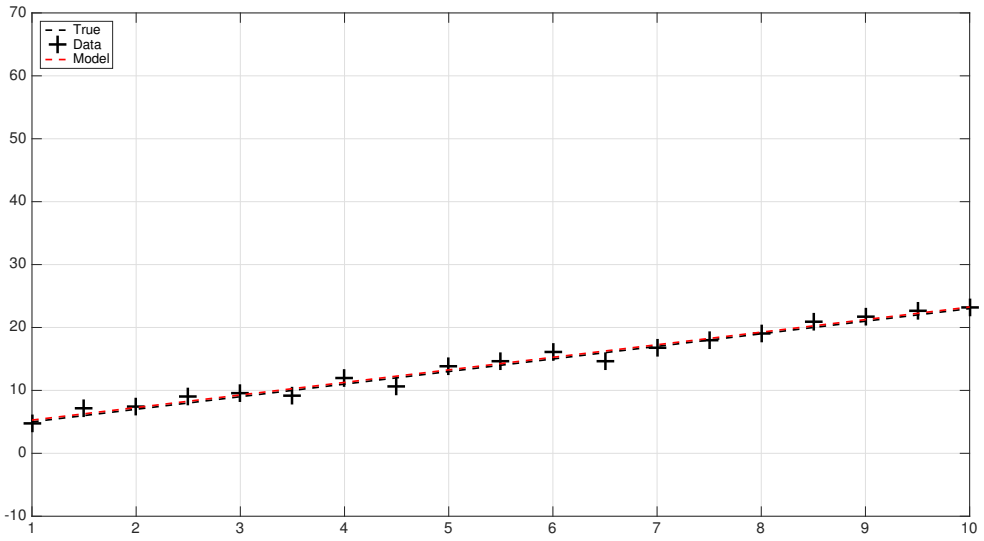


(a) Evolution de la latitude du satellite sur quelques heures consécutives

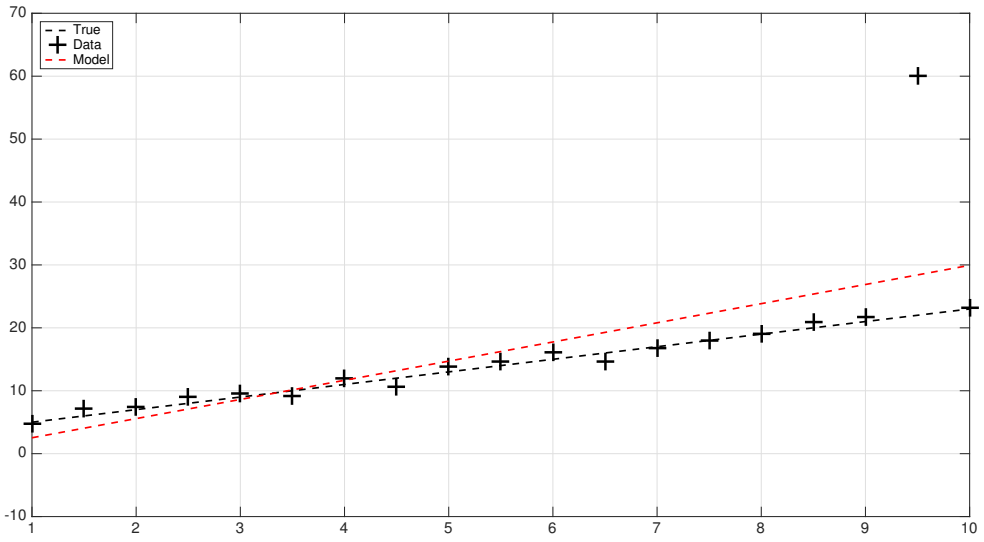


(b) Densité de points sur deux mois de données pour un satellite

FIGURE D.8 – Impact de l'inclinaison de l'orbite sur la répartition géographique des données



(a) Régréssion linéaire avec un bruit gaussien



(b) Régréssion linéaire avec un bruit gaussien et un outlier

FIGURE D.9 – Impact des outliers sur la qualité de l'inversion

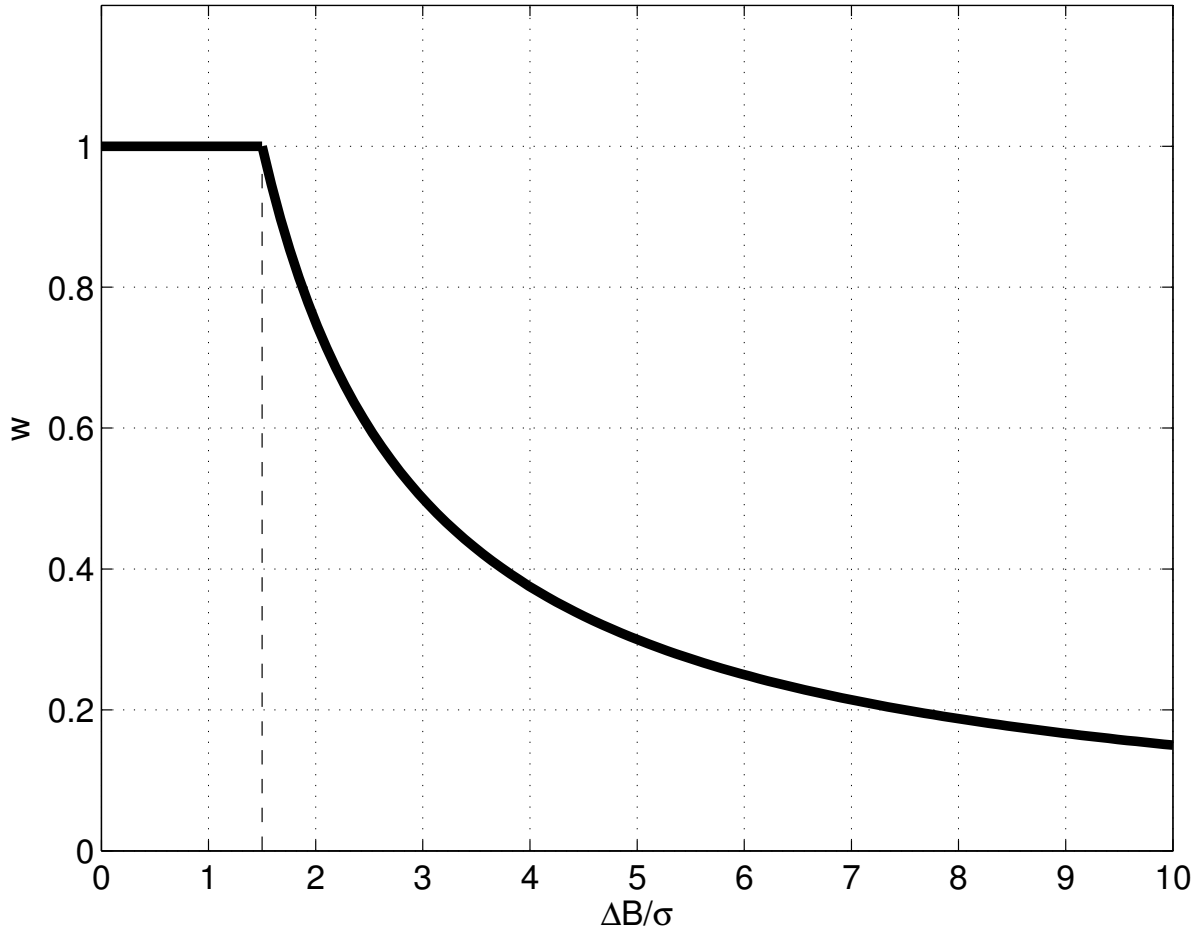


FIGURE D.10 – Allure de la pondération de Huber

décroît progressivement vers 0 lorsque ΔB augmente. Nous avons en pratique :

$$\omega_{\text{hw}}(\Delta B) = \begin{cases} 1 & \text{si } |1.5\sigma/\Delta B| \leq 1 \\ |1.5\sigma/\Delta B| & \text{sinon} \end{cases} \tag{D.60}$$

L'allure de cette pondération est tracée en fonction du rapport $\Delta B/\sigma$ figure D.10. Lorsque le résidu est trop élevé d'une itération à l'autre, le coefficient tend vers 0 : la donnée considérée interviendra de moins en moins dans le calcul itératif.

Annexe E

Courbes B-Splines

Notre code d'inversion, on l'a vu à l'annexe D, utilise les courbes B-Splines pour décrire l'évolution temporelle des coefficients de Gauss. Dans cette annexe, nous présentons la formulation mathématique de ces fonctions. Nous commencerons par rappeler les bases de l'interpolation polynômiale et nous montrerons les limitations qui ont conduit à l'élaboration des splines. Nous donnerons ensuite les formules explicites permettant de construire les fonctions B-splines qui interviennent dans la modélisation des coefficients de Gauss dynamiques.

L'essentiel des résultats présentés ici provient de [De Boor, 1978] et nous invitons le lecteur à s'y référer pour une présentation plus approfondie.

E.1 Polynôme interpolateur

Soient $(a, b) \in \mathbb{R}^2$ deux réels avec $a < b$ et f une fonction de $[a, b] \to \mathbb{R}$. Nous souhaitons trouver une manière simple d'approximer la fonction f.

La méthode la plus directe est d'utiliser une interpolation polynômiale. En introduisant une suite de N points d'interpolation $a \leq x_1 < x_2 < \cdots < x_N \leq b$, nous pouvons construire un polynôme de degré au plus $N-1$ (c'est-à-dire un polynôme d'ordre N) qui passe exactement par les N points de coordonnées $(x_k, f(x_k))$. Ce polynôme est appelé *polynôme interpolateur de Lagrange* de la courbe f aux sites (x_k).

En introduisant les polynômes $l_i(x)$ définis par :

$$l_i(x) = \prod_{j=1, j\neq i}^{N} \frac{x - x_j}{x_i - x_j} \tag{E.1}$$

nous pouvons exprimer ce polynôme interpolateur par :

$$P(x) = \sum_{i=1}^{N} f(x_i) l_i(x) \tag{E.2}$$

Les fonctions $l_i(x)$ sont appelés les *i-ème* polynômes de Lagrange sur les sites (x_k). $l_i(x)$ est un polynôme d'ordre N qui s'annule sur chaque site x_k excepté en x_i où il vaut 1. Ceci peut s'écrire à l'aide du symbole de Kronecker par $l_i(x_j) = \delta_{ij}$.

L'allure de l_3 est donnée figure E.1 avec $(x_k) = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$.

Un exemple d'interpolation lagrangienne pour une courbe arbitraire définie sur le segment réel $[0, 1]$ est donné figure E.2a. Nous y superposons les polynômes interpolateurs

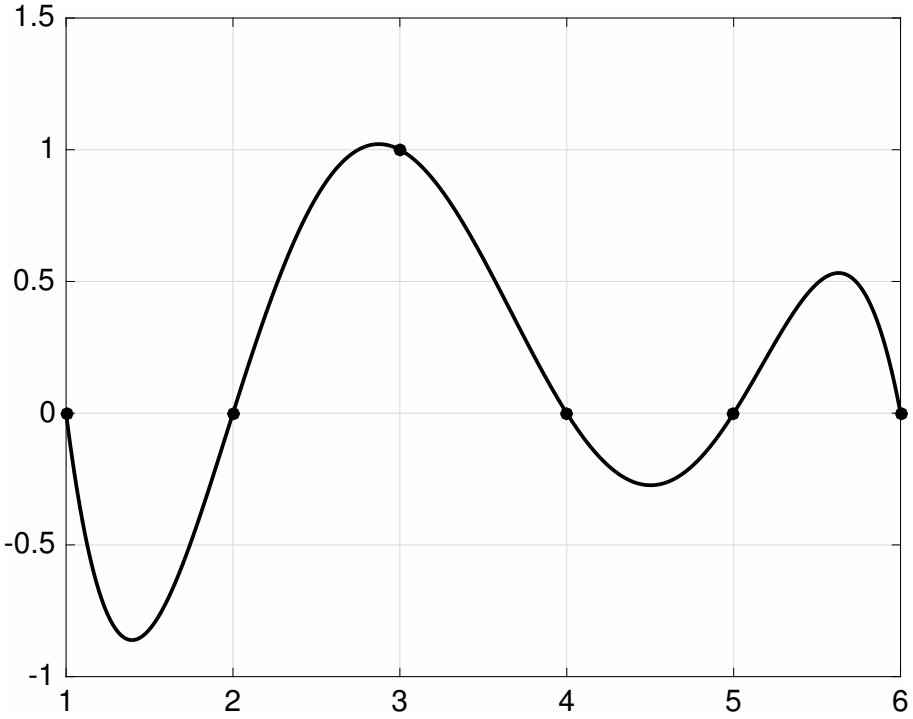


FIGURE E.1 – 3e polynôme de Lagrange sur la séquence $(x_k) = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$

d'ordre 2 à 7 définis sur des sites uniformément répartis sur le support de la courbe. Nous observons ici que plus on augmente l'ordre du polynôme, plus l'interpolation semble épouser la courbe à représenter.

Néanmoins, il existe des cas pathologiques où augmenter l'ordre augmente le désaccord entre les deux courbes. C'est par exemple le cas de la courbe $f : x \to 1/25x^2$ définie sur le segment $[0, 1]$ et dont un exemple est donné figure E.2b. Ce phénomène est appelé *phénomène de Runge*.

Pour résoudre ce problème, on peut remplacer la séquence uniforme des sites (x_k) par des sites convenablement choisis. Cet aspect n'intervenant pas dans le cadre de cette thèse nous ne le détaillons pas plus avant et nous nous permettons de renvoyer le lecteur curieux au chapitre II de [De Boor, 1978] pour de plus amples informations à ce sujet.

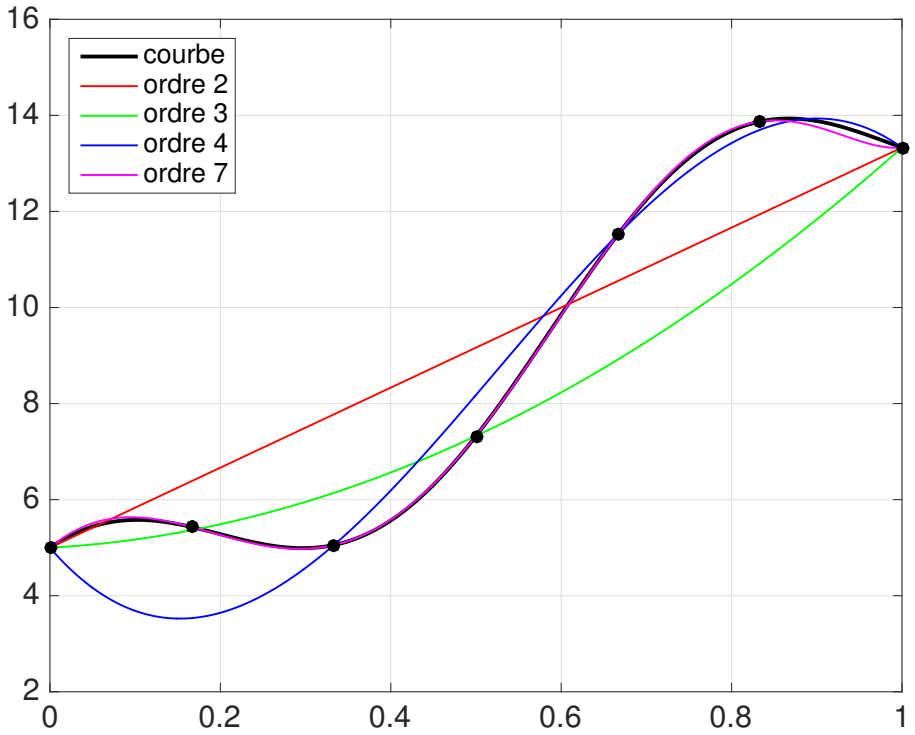
Néanmoins une façon élégante de résoudre ce problème est d'utiliser la classe des fonctions polynômiales par morceaux que nous allons étudier dans la prochaine section.

E.2 Espace des fonctions polynômiales par morceaux

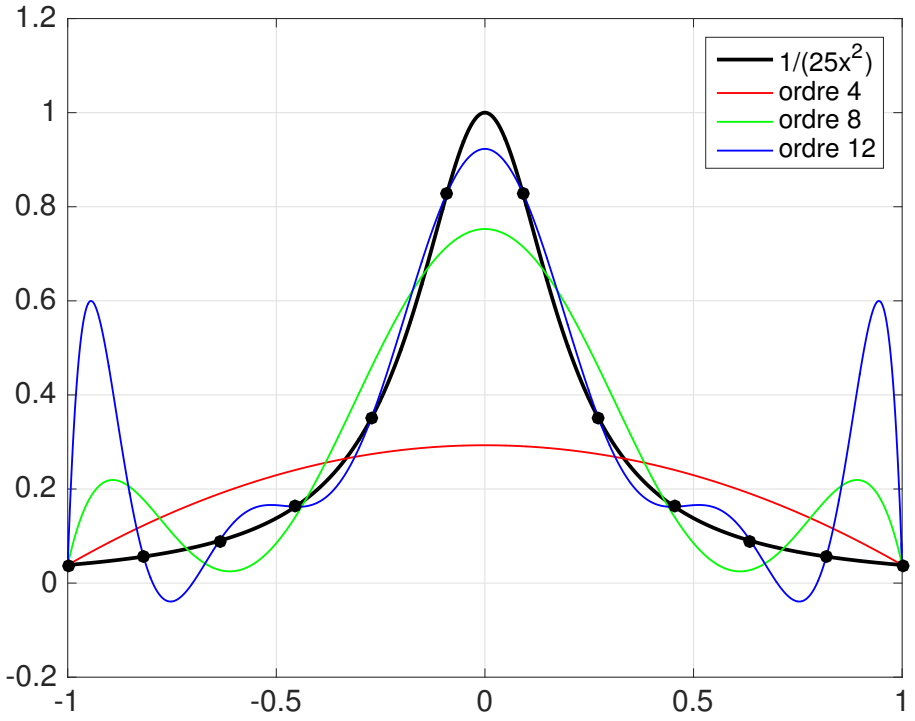
Soit $\xi = (\xi)_1^{l+1}$ une séquence strictement croissante de $(l+1)$ réels et k un entier positif. Si $P_1, \ldots, P_l$ sont une suite de l polynômes d'ordre k (c'est-à-dire de degré strictement inférieur à k) alors nous définissons la fonction polynômiale par morceaux associée à cette suite de polynômes par la relation :

$$f(x) = P_i(x) \quad \text{si } \xi_i \leq x < \xi_{i+1} \tag{E.3}$$

Un exemple d'une telle fonction d'ordre 4 est donnée figure E.3a. Remarquons que nous n'imposons *a priori* aucune condition de régularité aux noeuds ξ_i. Un autre exemple est donné figure E.3b pour une fonction d'ordre 2 dans le cas particulier où la fonction est continue en chaque noeud.

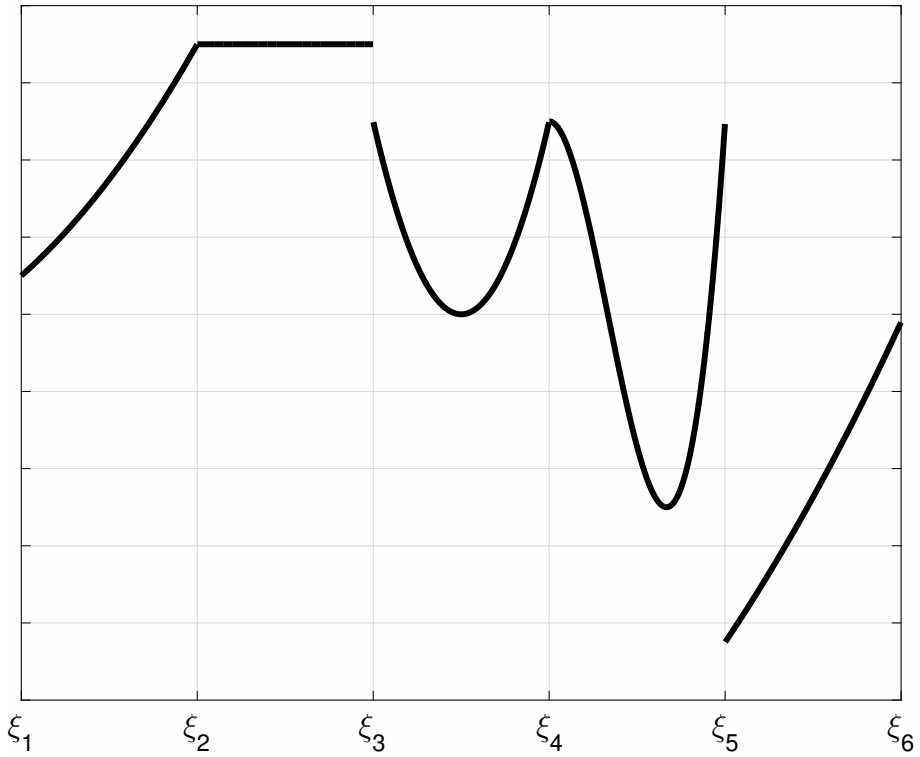


(a) Interpolation lagrangienne sur une fonction arbitraire

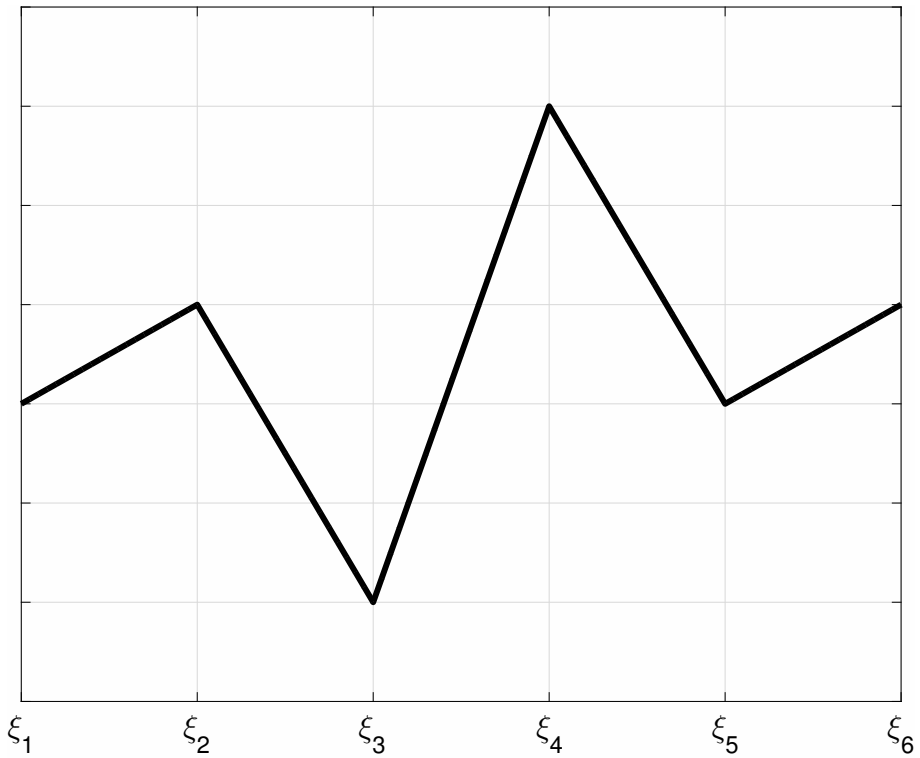


(b) Interpolation lagrangienne sur une fonction pathologique

FIGURE E.2 – Deux exemples d'interpolation lagrangienne



(a) Fonction polynômiale par morceaux d'ordre 4



(b) Fonction polynômiale par morceaux d'ordre 2

FIGURE E.3 – Deux exemples de fonction polynômiale par morceaux

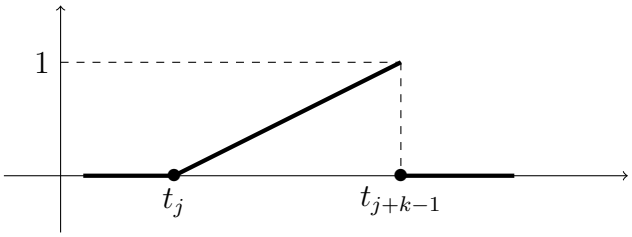


FIGURE E.4 – Fonction $\omega_{jk}(x)$

Nous notons l'ensemble des fonctions polynômiales par morceaux d'ordre k sur la séquence ξ par $\prod_{<k,\xi}$. Les éléments de cet ensemble sont parfois appelés *fonctions pp*[1].

E.3 Espace des splines

Les courbes B-Splines sont des fonctions polynômiales par morceaux qui vérifient un certain nombre de conditions de continuité.

Soit (t_j) une séquence monotone croissante de réels avec $0 \leq j \leq n$. Nous définissons par récurrence la j-ème B-spline d'ordre k, $B_{j,k}(x)$ par :

$$B_{j,1}(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } t_j \leq x < t_{j+1} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{E.4a}$$

$$B_{j,k} = \omega_{jk} B_{j,k-1} + (1 - \omega_{j+1,k}) B_{j+1,k-1} \tag{E.4b}$$

avec :

$$\omega_{jk}(x) = \begin{cases} \frac{x - t_j}{t_{j+k-1} - t_j} & \text{si } t_{j+k-1} \neq t_j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \tag{E.5}$$

La figure E.4 représente l'allure générale de la fonction ω_{jk}. Le choix de la séquence (t_j) va déterminer la morphologie générale des B-splines. Avec la séquence $(t_j) = [1, 2, 3, 4, 5, 6]$, les premières B-splines d'ordre 3 sont données figure E.5a. Si les noeuds sont désormais de la forme $(t_k) = [1, 1, 1, 1, 2, 2, 2, 2]$, alors les premières B-splines d'ordre 3 (dites de Bernstein) sont représentées figure E.5b.

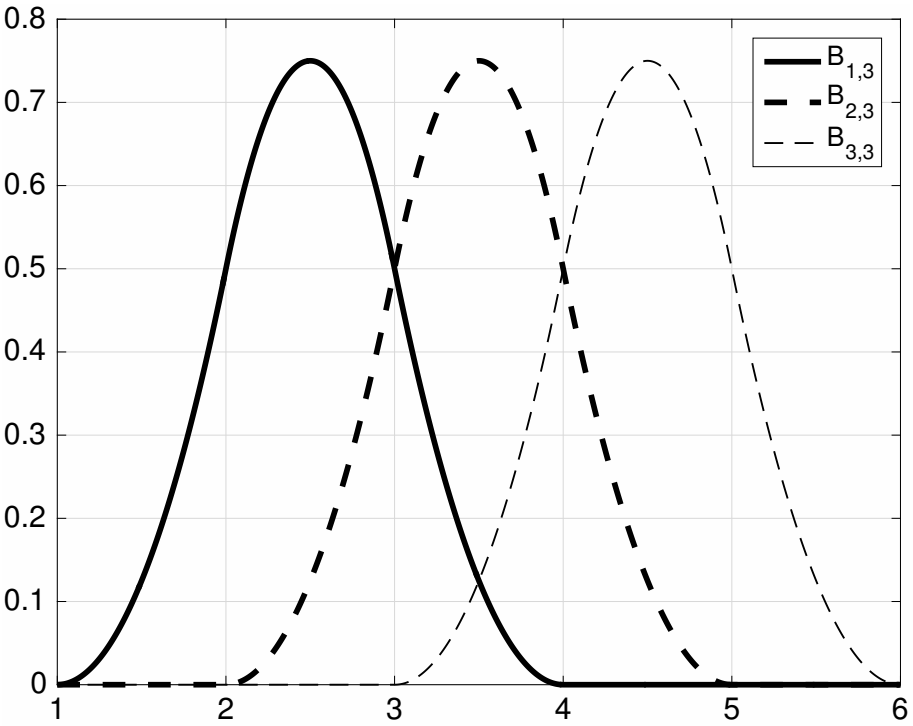
La figure E.6 représente l'impact de l'ordre k sur l'allure des B-splines uniformes. Il est intéressant de remarquer que le support de la B-spline évolue avec k ainsi que les conditions de continuité.

Propriété 1 (Support et positivité des B-splines)**.** *Le support de la B-spline $B_{j,k}$ définie sur la séquence (t_j) est $[t_j, t_{j+k}]$. Sur cet intervalle, la B-spline est toujours positive.*

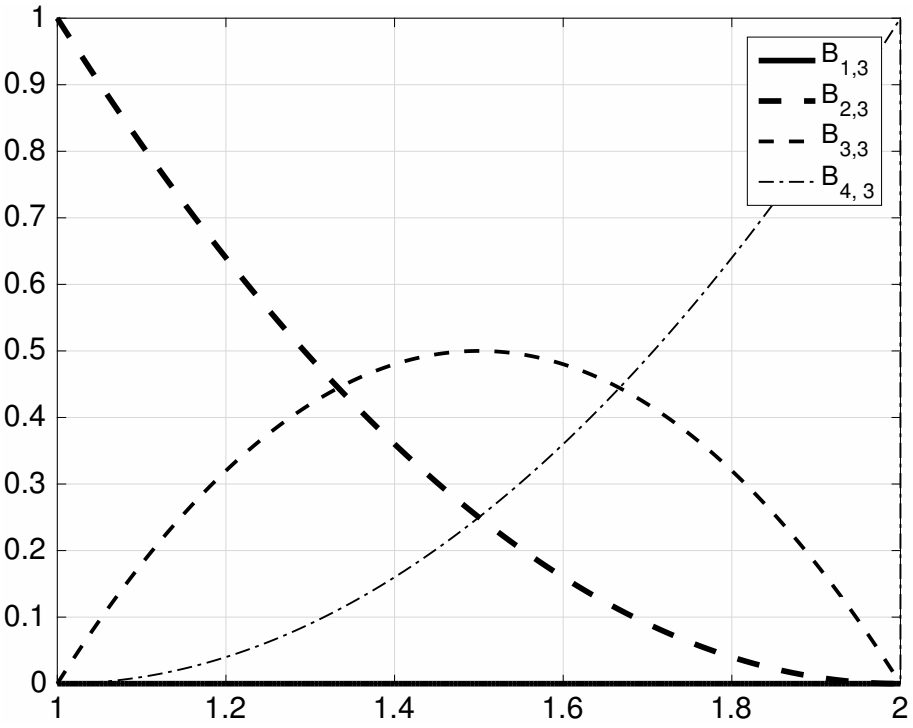
Une fonction spline d'ordre k sur la séquence des noeuds $\mathbf{t}$ est une combinaison linéaire de fonctions B-splines d'ordre k sur cette même séquence de noeuds $\mathbf{t}$. Nous notons $\mathbb{S}_{k,t}$ l'ensemble de ces fonctions.

$$\mathbb{S}_{k,t} = \left\{ \sum_i \alpha_i B_{i,k,\mathbf{t}}\,, \quad \alpha_i \in \mathbb{R} \right\} \tag{E.6}$$

1. pp étant l'acronyme anglais de *piecewise polynomial function*



(a) B-splines uniformes d'ordre 3



(b) B-splines de Bernstein d'ordre 3

FIGURE E.5 – Influence du choix des nœuds

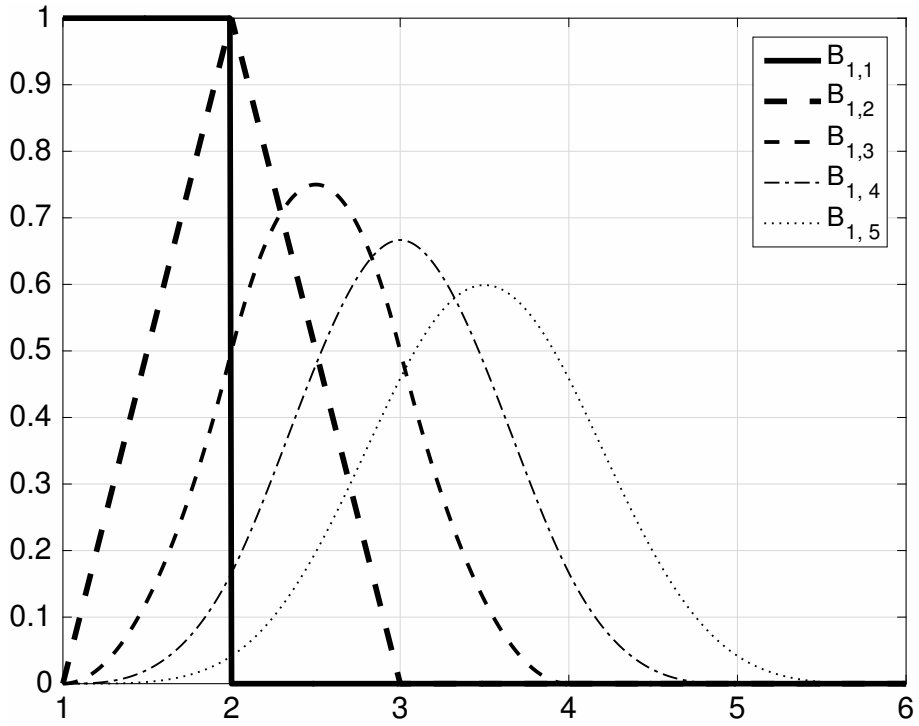


FIGURE E.6 – Impact de l'ordre k sur la forme de la B-spline uniforme

L'identité de Marsden ci-dessous permet d'exprimer n'importe quel monôme de la forme $(x-\tau)^n$ comme somme explicite de fonctions B-splines. De fait, nous pouvons en déduire que *n'importe quel polynôme d'ordre k* peut s'écrire comme somme de fonctions B-splines.

Propriété 2 (Identité de Marsden)**.** *Pour tout $\tau \in \mathbb{R}$, nous avons :*

$$(x-\tau)^{k-1} = \sum_j \psi_{jk}(\tau) B_{jk}(x) \tag{E.7}$$

avec

$$\psi_{jk}(\tau) = (t_{j+1}-\tau)\dots(t_{j+k-1}-\tau) \tag{E.8}$$

Le théorème de *Curry-Schoenberg* permet de construire explicitement une séquence de noeuds $\mathbf{t}$ lorsqu'on souhaite obtenir une base de fonctions B-splines qui présentent certaines conditions de continuité aux *breaks* (ξ_i). Ce théorème permet la construction d'une base de fonctions B-splines pour n'importe quel espace vectoriel de fonctions polynômiales par morceaux présentant certaines régularités aux noeuds en proposant une *méthode* pour construire le vecteur des noeuds. La multiplicité de chaque noeud t_i est ainsi directement liée à la régularité souhaitée en ce noeud.

Propriété 3. *En chaque noeud, nous avons : k = nombre de conditions de continuité en ξ + nombre de noeuds en ξ*

Afin d'obtenir la courbe la plus régulière possible, des nœuds simples sont ainsi généralement utilisés au milieu du support temporel. Si nous n'utilisions que des nœuds simples, alors toutes les fonctions splines s'annuleraient aux deux extrémités du support temporel (rappelons-nous la figure E.5a) ce qui n'est en général pas souhaitable. Il est alors d'usage d'introduire des nœuds de multiplicité maximale k à chaque extrémité du support temporel.

Modèle	Séparation des nœuds	Ordre des splines	Référence
GRIMM-1	400 jours	5	[Lesur et al., 2008]
GRIMM-2	1 an	6	[Lesur et al., 2010]
CHAOS-1	1 an	4	[Olsen et al., 2006]
CHAOS-2	6 mois	5	[Olsen et al., 2009]
CHAOS-3	6 mois	6	[Olsen et al., 2010b]
CHAOS-4	6 mois	6	[Olsen et al., 2014]
CHAOS-5	6 mois	6	[Finlay et al., 2015]
CHAOS-6	6 mois	6	[Finlay et al., 2016]
CM4	2.5 an	4	[Sabaka et al., 2004]
CM5	6 mois	4	[Sabaka et al., 2015]

TABLE E.1 – Séparation des nœuds et ordre des splines de quelques modèles de champ géomagnétique

E.4 Application au calcul des coefficients de Gauss

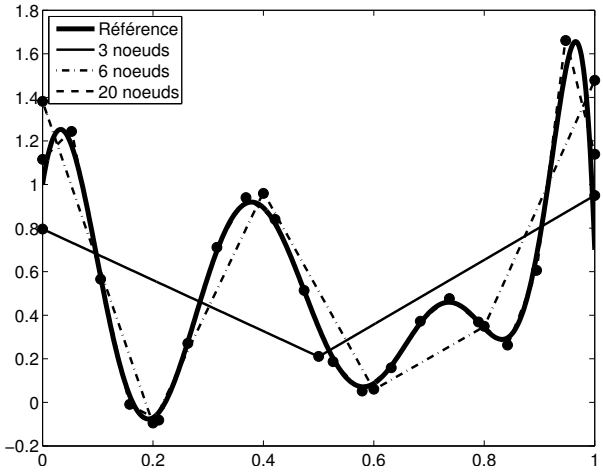
A notre connaissance les premières utilisations des courbes B-splines dans le cadre de la modélisation de la dynamique du champ géomagnétique remontent au début des années 1990 (voir par exemple [Constable and Parker, 1988] ou [Bloxham and Jackson, 1992]). La méthode permettant d'obtenir les coefficients de Gauss à partir des fonctions B-splines a déjà été décrite en annexe D.2, nous ne la décrirons donc pas de nouveau.

En revanche, nous pouvons nous interroger sur le choix des paramètres dimensionnants des courbes B-splines. En effet, nous avons vu jusqu'à présent que nous pouvions jouer sur deux paramètres indépendants pour construite nos courbes B-Splines, à savoir :

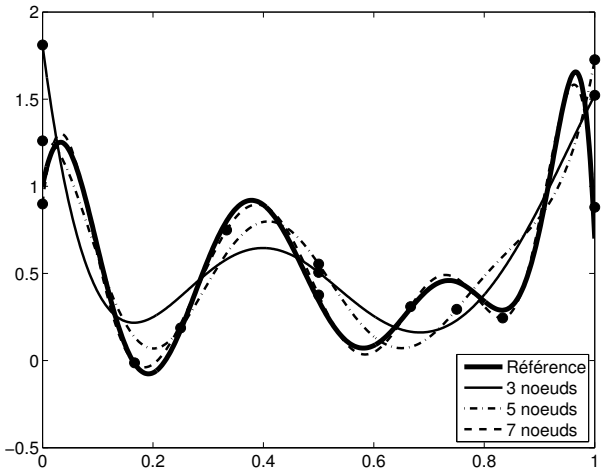
1. l'espace séparant les nœuds,
2. l'ordre des splines.

La figure E.7 illustre l'impact de ces deux paramètres sur la capacité de la courbe B-spline à décrire une courbe de référence donnée. La figure E.7a représente l'influence de l'espacement des nœuds dans le cas de courbes splines de degré 2 (des segments de droite). La courbe de référence est tracée en noir épais et les nœuds sont représentés par des points. On remarque que plus les nœuds sont nombreux et rapprochés, meilleure est l'approximation. La courbe E.7b représente exactement la même chose mais en utilisant des splines de degré 5. On remarque que la convergence vers la courbe de référence est plus rapide. Enfin, la courbe E.7c représente la convergence, à nœuds fixés, avec le degré des splines. Les nœuds sont représentés ici par des traits horizontaux pointillés.

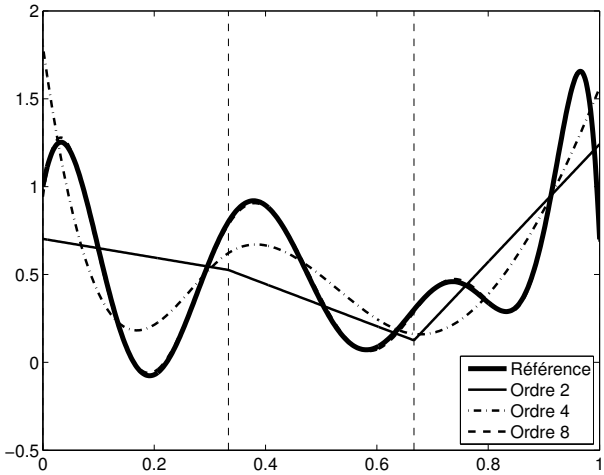
Dans le cas de la modélisation du champ géomagnétique, vaut-il mieux avoir des courbes splines de bas degré mais des nœuds très rapprochés ou bien plutôt des courbes de degré élevé mais avec des nœuds relativement espacés ? La tableau E.1 représente les choix qui ont été retenus pour plusieurs modèles publiés. Il est nécessaire de manipuler des splines d'ordre suffisamment élevé (au moins 5) et des nœuds espacés d'au moins 6 mois afin de pouvoir capturer les dynamiques rapides du champ géomagnétique (voir [Olsen et al., 2009]). Par ailleurs, certaines conditions de régularisation peuvent également nécessiter un ordre minimal.



(a) Variation avec le nombre de nœuds (splines de degré 2)



(b) Variation avec le nombre de nœuds (splines de degré 5)



(c) Variation avec le degré (B-splines construites sur 4 nœuds)

FIGURE E.7 – Impact de l'espacement des nœuds et du degré sur la qualité de l'approximation B-splines

Annexe F

Papiers publiés

F.1 Modèle IGRF 2015

Vigneron et al. Earth, Planets and Space (2015) 67:95
DOI 10.1186/s40623-015-0265-4

Earth, Planets and Space
a SpringerOpen Journal

FULL PAPER Open Access

A 2015 International Geomagnetic Reference Field (IGRF) candidate model based on *Swarm*'s experimental absolute magnetometer vector mode data

Pierre Vigneron[1], Gauthier Hulot[1*], Nils Olsen[2], Jean-Michel Léger[3], Thomas Jager[3], Laura Brocco[1], Olivier Sirol[1], Pierdavide Coïsson[1], Xavier Lalanne[1], Arnaud Chulliat[4], François Bertrand[3], Axel Boness[3] and Isabelle Fratter[5]

Abstract

Each of the three satellites of the European Space Agency *Swarm* mission carries an absolute scalar magnetometer (ASM) that provides the nominal 1-Hz scalar data of the mission for both science and calibration purposes. These ASM instruments, however, also deliver autonomous 1-Hz experimental vector data. Here, we report on how ASM-only scalar and vector data from the Alpha and Bravo satellites between November 29, 2013 (a week after launch) and September 25, 2014 (for on-time delivery of the model on October 1, 2014) could be used to build a very valuable candidate model for the 2015.0 International Geomagnetic Reference Field (IGRF). A parent model was first computed, describing the geomagnetic field of internal origin up to degree and order 40 in a spherical harmonic representation and including a constant secular variation up to degree and order 8. This model was next simply forwarded to epoch 2015.0 and truncated at degree and order 13. The resulting ASM-only 2015.0 IGRF candidate model is compared to analogous models derived from the mission's nominal data and to the now-published final 2015.0 IGRF model. Differences among models mainly highlight uncertainties enhanced by the limited geographical distribution of the selected data set (essentially due to a lack of availability of data at high northern latitude satisfying nighttime conditions at the end of the time period considered). These appear to be comparable to differences classically observed among IGRF candidate models. These positive results led the ASM-only 2015.0 IGRF candidate model to contribute to the construction of the final 2015.0 IGRF model.

Keywords: Swarm; IGRF; Absolute vector magnetometer

Background

Every 5 years, the International Association of Geomagnetism and Aeronomy (IAGA) releases a new update of what is known as the International Geomagnetic Reference Field (IGRF) model. This model is in fact a series of models providing snapshots of the past main geomagnetic field every 5 years since 1900. A secular variation model is also provided, describing the constant trend predicted for the evolution of the field over the 5 years following the update (see, e.g., Macmillan and Finlay (2011), for a general introduction to IGRF models, and Hulot et al. (2015a), for more background on geomagnetic field modeling). Every time a new release is due, a dedicated task force is set up by IAGA and an open call issued, inviting the scientific community to produce and propose so-called candidate models. The latest call, issued in May 2014, requested candidate models for the 2015.0 IGRF model and for the 2015.0–2020.0 predictive IGRF secular variation model. As is standard practice, it also called for candidate models for the *a posteriori* 2010.0 Definitive Geomagnetic Reference Field (DGRF) model, meant to replace the 2010.0 IGRF model provided with the previous 2010 IGRF release (Finlay et al. 2010). All candidate models were requested by the deadline of October 1, 2014. The present paper reports on the production of a 2015.0 IGRF candidate model in response to this call. This model was built

* Correspondence: gh@ipgp.fr
[1]Institut de Physique du Globe de Paris, Sorbonne Paris Cité, Université Paris Diderot, CNRS, F-75005 Paris, France
Full list of author information is available at the end of the article

Springer

© 2015 Vigneron et al. This is an Open Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (http://creativecommons.org/licenses/by/4.0), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly credited.

from a unique set of data acquired by absolute scalar magnetometers (ASM) running an experimental vector mode on board the satellites of the European Space Agency (ESA) Swarm mission. For reasons later explained, no candidate predictive IGRF secular variation model for the interval 2015.0–2020.0 was proposed, but only a test model. As the Swarm mission was only launched on November 22, 2013, no DGRF 2010.0 candidate model was proposed, either.

The Swarm mission is the fifth Earth Explorer Mission in the Living Planet Programme of ESA (see Friis-Christensen et al. (2006), for general background information). It consists of a constellation of three nominally identical satellites. Two (Alpha and Charlie) fly almost side by side on low-altitude polar orbits (inclination of 87.4°, longitude separation of 1.4°, altitude of slightly more than 470 km above a mean radius of a = 6371.2 km in September 2014). The third satellite (Bravo) is on a slightly different orbit since April 2014 (88° inclination and slightly more than 520 km altitude in September 2014) to allow for a progressive local time separation with respect to Alpha and Charlie. The magnetometer payload consists of three instruments, located on a boom to minimize mutual interferences and perturbations caused by the satellite itself (see Fig. 1). Two are mounted on a common rigid optical bench: a vector fluxgate magnetometer (VFM), which measures the direction and relative strength of the magnetic field, and a three-head star tracker (STR), which provides the attitude information needed to transform the vector readings to a known terrestrial coordinate frame. The third instrument is the ASM. It is located at the tip of the satellite's boom, 2 m further away, and its nominal role is to provide absolute measurements of the magnetic field intensity, for both science and VFM calibration purposes. But it can also deliver experimental vector mode data, which are the data used here (see Léger et al. (2015), for more information on the ASM experimental vector mode). The payload also includes a dual frequency GPS receiver and instruments to measure plasma and electric field parameters as well as gravitational acceleration (see Floberghagen et al. (The Swarm mission – an overview one year after launch. Earth, Planets and Space, in preparation) for more details).

The production of our candidate 2015.0 provisional IGRF model involved several steps, all of which are detailed below ("Methods" section). We first produced adequate experimental ASM vector data from the so-called Level 0 files containing the basic vector mode output of the ASM instruments (in engineering units). These files were provided to us, following an agreement between ESA and the French space agency Centre National d'Etudes Spatiales (CNES), who funded and provided the ASMs as customer-furnished instruments. We next assembled a data set well suited to the purpose of building an IGRF candidate model. This involved using appropriate selection criteria. A very useful selection criterion we included was the requirement that whenever an ASM vector datum had been selected on a satellite, a synchronous nominal L1b datum (produced by ESA, based on the calibrated vector fluxgate magnetometer (VFM) instruments) also had to be available on the same satellite. As we shall later see, this (mild) criterion ensured the availability of synchronized ASM and L1b data sets for comparison purposes. The third step involved the production of a so-called parent model, best describing the magnetic field of internal origin over the 10-month time period covered by the selected data. This model consists of both a static field (described in terms of a spherical harmonic (SH) representation up to degree and order 40) and a constant secular variation (SV, described up to degree and order 8). It was produced in a very similar way as a more advanced model (static field up to degree and order 45, SV up to degree and order

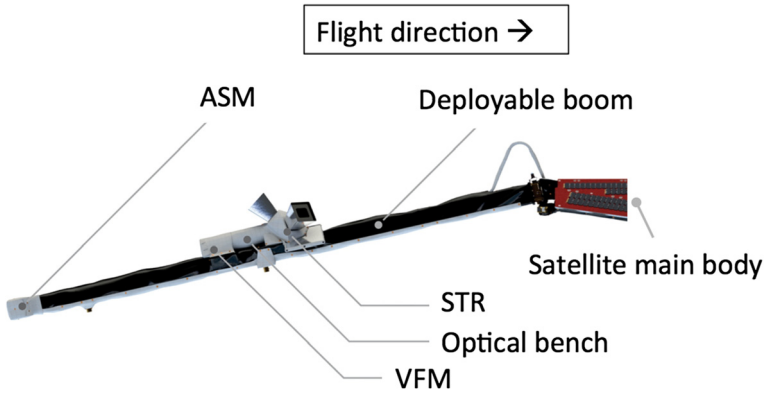


Fig. 1 Magnetometer payload setup. All instruments of the magnetometer payload are mounted on a deployable boom, with the vector field magnetometer (VFM) and the star tracker (STR) assembly sharing a common rigid optical bench and the absolute scalar magnetometer (ASM) mounted 2 m away, at the tip of the boom. The main body of the satellite (not shown) is on the right (towards the direction of flight, as indicated by the *arrow*)

13) just published by Hulot et al. (2015b), also based on ASM vector data, but which could take advantage of more data (almost a year, not being limited by the October 1, 2014, delivery deadline which applied to IGRF candidate models). The final step simply consisted in extrapolating the parent model to epoch 2015.0, using the model's own SV and truncating it at degree and order 13 to produce our candidate 2015.0 provisional IGRF model.

The assessment of this model is discussed in the "Results and discussion" section below, relying on comparisons with some auxiliary models, which we built in exactly the same way but using our alternative L1b data set. We also discuss comparisons of our candidate model with the final IGRF model (Thébault et al. 2015a). Finally, we conclude this paper on the lessons learnt from building such an ASM-only IGRF candidate model ("Conclusions" section).

Methods

Experimental ASM-V data

The data that we used have been acquired using the ASM instruments on board the satellites of the Swarm mission. These instruments are absolute scalar magnetometers with a high-sampling rate (1-kHz internal sampling rate) equipped with three orthogonal sets of coils, each producing magnetic modulations with well-controlled amplitudes (50 nT) and frequencies (adequately chosen within the 1- to 100-Hz bandwidth) that add up to the natural field $\vec{B_0}\,(t)$. Analyzing the resulting scalar field $\left|\vec{B_0}\,(t) + \sum_{i=1}^{3} \vec{b_i}\, cos(\omega_i t)\right|$ using real-time de-convolution is then what makes it possible for the instruments to deliver synchronized co-located, but independent, 1-Hz vector and scalar readings (see Gravrand et al. (2001), Léger et al. (2009)). The key fact that vector and scalar readings are independent from each other is what allows the vector components to be calibrated for scaling factors, non-orthogonality, and possibly other parameters. The detailed procedure applied to calibrate the vector data used here, to which we will refer as the experimental ASM-V data, can be found in Léger et al. (2015).

In practice, the ASM-V data were derived on a daily basis from L0 files containing the necessary input for producing both the three ASM vector components (in the ASM frame of reference) and the independent ASM scalar data (the only ASM data otherwise used by ESA in the nominal processing of the L1b data). The processing starts with a self-calibration procedure, during which all calibration parameters are recovered by minimizing the residuals between the modulus of the reconstructed vector field and the independently measured ASM scalar value (see Gravrand et al. (2001), Léger et al. (2015)). The resulting calibration parameters are stored in a so-called characterization and calibration data base (CCDB) file. For the purpose of the present study, calibration was done on a daily basis, and the CCDB updated accordingly, using a 3-day sliding window scheme (parameters for the CCDB of a given day being optimized by minimizing residuals over the day of interest, the previous day, and the day after; see Léger et al. (2015)). This led to residuals with no bias (since the same sensor is used to infer both the scalar and vector components) and a noise level of σ = 2.3, 2.4, and 4.5 nT for, respectively, Alpha, Bravo, and Charlie (one standard deviation, before any outlier rejection or data selection; see Léger et al. (2015)). Using these pseudo-daily CCDBs, calibrated vector data could thus be produced every second at t_{ASM} instrument's time stamps. However, these data (and the ASM scalar data) still had to be corrected for satellite stray fields. They also had to be synchronized to the t_{UTC} times used in all nominal L1b files (using a cubic B-spline interpolation method). The information needed for this was taken from nominal L1b files provided by ESA. Applying these corrections and synchronization then led to 1-Hz calibrated and corrected ASM vector data in the ASM frame, together with ASM scalar data, fully synchronized with all official L1b data. These ASM-V vector data, provided in the ASM instrument frame, are formally analogous to the official L1b calibrated VFM data provided in the VFM instrument frame. They can be used in exactly the same formal way for modeling purposes. The ASM scalar data produced in the process can also be compared to the ASM scalar data stored in official L1b data files. Differences are very small (root mean square (rms) of 30 pT) and simply testify for the slightly different way stray-field corrections and synchronizations are implemented in the two (ours and ESA's) processing chains.

Data selection

Only data from the two Alpha and Bravo satellites were considered, the ASM-V data produced on Charlie being significantly noisier (recall above). This did not turn out to be a major limitation for the purpose of the present study, since Charlie is anyway orbiting very close to Alpha compared to the length scales of the main field to be modeled (note that having Charlie close to Alpha can nevertheless be taken advantage of for modeling the high-degree field, using the scalar ASM and nominal L1b vector data on Charlie, as illustrated in, e.g., Olsen et al. (2015)). The data selected extended from November 29, 2013 (1 week after launch) to September 25, 2014 (1 week before the deadline for the delivery of the IGRF candidate models). Some data were manually removed in an *ad hoc* manner, based on early inspection of the

ASM-V data (early in the mission, to avoid using data at times of known or suspected issues either obviously or potentially affecting these data, such as satellite manoeuvres): between 27/01/2014 and 06/02/2014 (inclusive) for Alpha, and on 05/12/13 between 09:36 and 12:00, plus between 08/12/2013 and 17/12/2013 (inclusive) for Bravo. Only data from dark regions (sun at least 10° below the horizon) were used since our modeling procedure did not involve modeling the magnetic fields produced by ionospheric currents (see below). The strength of the magnetospheric ring current, estimated using the ring current (RC) index (Olsen et al. 2014), was required to change by at most 2 nT/h. Geomagnetic activity was required to be low, such that Kp < 2+. Merging electric field at the magnetopause was required not to be too large (details of how this criteria is defined are to be found in Olsen et al. (2014), section 2.1; suffice to say here that we used a more relaxed constraint than in CHAOS-4, based on averages over the past twelve 5-min values: $E_{m,12}$ < 3,3 mV/m). Finally, selection of scalar versus vector data was decided in the following way: for high quasi-dipole (QD) latitudes (higher than 55° in each hemisphere), select only scalar ASM data to avoid signals from field-aligned currents (definition of QD latitudes are to be found in Richmond (1995)); for other latitudes, if the scalar residual (difference between the modulus of the ASM-V vector and the ASM scalar data) is less than 0.3 nT and the ASM piezoelectric motor has not been activated within the previous 3 s (using ASM housekeeping information, also available), keep the ASM-V data, else dismiss and use the ASM scalar data. The latter selection criterion is important, since piezoelectric motor activation is a cause of significant perturbation of the vector mode data. Implementing this criterion substantially reduces the noise level in the ASM-V data (by up to 30 %; see Léger et al. (2015)). Once collected, selected scalar and vector data were decimated by a factor of 60 and 8 to ensure that a similar weight is given to both data sets while keeping an adequate geographical sampling for the present purpose.

As mentioned in the "Background" section, to also be able to compute models based on L1b VFM data in *exactly* the same way as our candidate model based on ASM-V data (for comparison purposes), an additional mild selection criterion was added to all the above criteria: that for each ASM-V datum selected, a meaningful (i.e., not obviously inconsistent) official L1b datum was also available at exactly the same time on the same satellite, with vector field components within 500 nT (and scalar field within 100 nT) of predictions from the CHAOS-4 model of Olsen et al. (2014), up to degree and order 20, linearly forwarded to the appropriate epoch (starting from epoch 2013.5 and using the model's SV computed at epoch 2013.5). Since this was implemented, two additional data sets could also be assembled. One, which simply used nominal L1b VFM vector data in the VFM instrument frame (release 0302 when available, otherwise release 0301) in place of the ASM-V data; the other, built in the same way, except that each L1b VFM vector datum (still in the VFM instrument frame) was systematically normalized by the synchronous ASM scalar datum to ensure an exact match of its norm with this scalar datum. Both these data sets, to which we will refer as the VFM and normalized-VFM data sets, respectively, were thus constructed to include the same amount of data and be completely synchronous with our experimental ASM-V data set.

Figure 2 provides the altitude of the Alpha and Bravo satellites during the period modeled and the coverage of the selected data as a function of latitude and time. Note how critical the latest data were to avoid a dangerously short temporal coverage of the Northern latitudes (an issue entirely related to the dark region selection criteria and not to the ASM instrument itself). In all, we used 3 × 65,169 vector and 66,454 scalar data from the Alpha satellite and 3 × 74,123 vector and 67,095 scalar data from the Bravo satellite. This made a total of 551,425 data. This, we note, is about a factor 2 less than the nearly 10^6 data used in the more advanced model recently produced by Hulot et al. (2015b), who could use data extending up to November 6, 2014, and selected in a slightly different way (taking advantage of the lessons learnt from constructing the models presented here).

Parent model parameterization, estimation, and regularization

The modeling procedure used to produce our parent model is similar to the one used by Hulot et al. (2015b) and Olsen et al. (2014), and we refer the reader to these publications for detailed equations and explanations. Here, we only provide a summary description of the method used and parameters inverted for.

The field was assumed to be potential, with both internal and external sources. Internal sources, which account for both the core and the lithospheric fields were represented by a spherical harmonic expansion up to degree and order 40 (at reference radius a = 6371.2 km). A constant secular variation up to degree and order 8 was also used to model the core field evolution over the 25/11/2013 to 25/11/2014 modeled time interval. Parameters describing the internal part of the field thus consisted of 40 × 42 = 1680 static Gauss coefficients and 8 × 10 = 80 secular variation Gauss coefficients.

Signals from external sources were described as explained in Olsen et al. (2014) equations (4–5) and involved two different contributions. One described the signal from remote magnetospheric sources, modeled as a zonal external field of degree 2 in geocentric solar

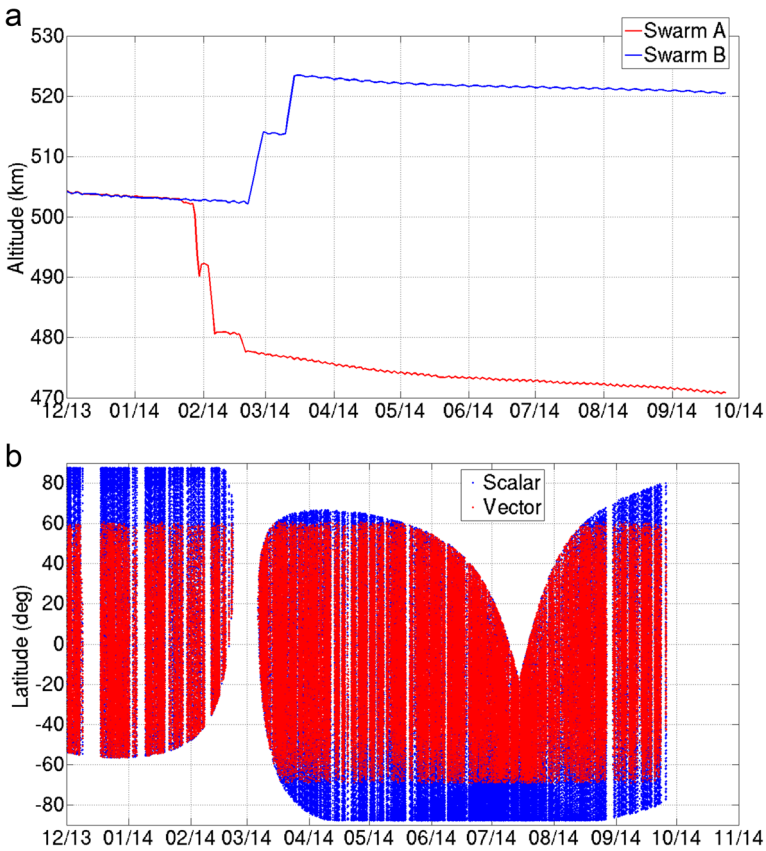


Fig. 2 Data geographical coverage. **a** Daily mean altitude of the Alpha (*red*) and Bravo satellites (*blue*); **b** geographic latitude coverage versus time for the vector (*red*) and scalar (*blue*) data satisfying the selection criteria and used in the models

magnetospheric (GSM) coordinates (for a definition of such coordinates, see, e.g., Hulot et al. (2015a)). The other described signals from the near-magnetospheric ring current in solar magnetic (SM) coordinates (see again Hulot et al. (2015a)). It assumed a static contribution, modeled up to degree and order 2, but also relied on the so-called RC index (Olsen et al. 2014, computed independently from observatory data, prior to the model computation), three static regression factors, and a number of "RC baseline corrections" to also account for undetermined (by ground magnetic observations) absolute baseline of the RC signal. Referring to the notations of Olsen et al. (2014), equations (4–5), the parameters we used for the external field, thus were (13 in total) as follows: $q_1^{0,\ \mathrm{GSM}}$, $q_2^{0,\ \mathrm{GSM}}$ for the remote magnetospheric sources (two coefficients); $q_2^m,\ s_2^m$ for the static degree 2 component of the ring current (five coefficients); $\hat{q}_1^0, \hat{q}_1^1, \hat{s}_1^1$ for the regression factors (three coefficients); $\Delta q_1^0, \Delta q_1^1, \Delta s_1^1$ for the baseline corrections (three coefficients; note that contrary to what was done in Olsen et al. (2014) and Hulot et al. (2015b), only *static* baseline corrections were used here).

Euler angles describing the rotation between the ASM-V frame and the STR frame were also solved for by bins of 10 days (introducing an additional 3 × 30 parameters per satellite, hence 180 in total). The total number of parameters to be estimated thus amounted to 1680 (static Gauss coefficients) + 80 (secular variation Gauss coefficients) + 13 (external field coefficients) + 180 (Euler angles) = 1953 parameters.

These 1953 model parameters were estimated from the 551,425 data, using an *iteratively reweighted least-squares* algorithm with Huber weights. The cost function to minimize was $e^T C^{-1} e$, where $e = d_{\mathrm{obs}} - d_{\mathrm{mod}}$ is the difference between the vector of observations d_{obs} and the vector of model predictions d_{mod}, and C is the data covariance matrix. Note, in particular, that no regularization was applied. A $\sin(\theta)$ weight was introduced (where θ is the geographic co-latitude), to balance the geographical sampling of data. In all computations, *a priori* data error variances were otherwise set to 2.5 nT for both scalar and vector data, also assuming an isotropic attitude error of 10 arcsecs (using the formalism of Holme and Bloxham (1996)). Due to both scalar data and Huber weights being involved, the cost function depends nonlinearly on the model parameters, and the solution was obtained iteratively, using a Newton-type

algorithm. The (static) starting model was CHAOS-4 (with no Swarm data) up to degree and order 13, linearly forwarded to epoch December 1, 2013 (starting from epoch 2013.5 and using the model's SV computed at epoch 2013.5). The final model was obtained after ten iterations to check convergence (misfits did not change by more than 0.01 nT between the two last iterations). The sensitivity to the starting model was also checked, and the final model had converged to virtually the same Gauss coefficients (well within the estimated errors we later provide). Since this final model was computed without involving any regularization, it formally represents the best linear evolution of the field of internal origin (static for degrees larger than 8) over the 25/11/2013 to 25/11/2014 time interval, given the constraints provided by the data available between 29/11/2013 and 25/09/14. It is not formally anchored to any particular epoch but may be viewed as best representing the field at the central epoch of the data coverage (end of May 2014).

Derivation of the ASM-V 2015.0 IGRF candidate model and of auxiliary models

Applying the methodology described above to the selected ASM-V data led to the production of an ASM-V parent model. This parent model was next forwarded to epoch 2015.0, using its own secular variation (up to degree and order 8) and truncated at degree and order 13. This led to the ASM-V 2015.0 IGRF candidate model, which we delivered on October 1, 2014, as requested by the call.

Useful auxiliary information was also provided to the task force in the form of additional files. This extra information included the Gauss coefficients of the SV model associated with the ASM-V parent model, which could have been proposed as a candidate IGRF SV model for the interval 2015.0–2020.0 but was eventually provided as an ASM-V 2015–2020 SV test model. Indeed, rules of the call for candidate models requested leading institutions to propose no more than one candidate for the same IGRF type of model, and it turned out that IPGP was also leader in the production of another predictive IGRF secular variation candidate model (using a data assimilation type of strategy, Fournier et al. (2015); see also Fournier et al. (2010)).

For both the ASM-V 2015.0 IGRF candidate and ASM-V 2015–2020 SV test models, simple uncertainty estimates were also provided. These were computed by just splitting the original data set into two sub-data sets. Numbering days from first to last day of available data, all odd number days were put in one sub-data set, all even days in the second one. We checked that this indeed leads to very similar data distributions in both sub-data sets. These sub-data sets were then used to compute two sub-models using exactly the same procedure and parameters as when using the full data set. These two sub-models (indexes 1 and 2, using index 0 to refer to the original model) were then used to infer a rough σ estimate for each Gauss coefficient in the following way:

$$\sigma\left(g_n^m\right) = \sqrt{1/2\left(\left(g_{n,1}^m - g_{n,0}^m\right)^2 + \left(g_{n,2}^m - g_{n,0}^m\right)^2\right)} \qquad (1)$$

and likewise for the h_n^m coefficients and SV Gauss coefficients.

A number of useful auxiliary models were also built and provided. For this, we used the L1b VFM and normalized-VFM data sets in place of the ASM-V data set but otherwise relied on the same modeling procedure (using exactly the same choice of parameters). Models built in this way from the VFM data set are later referred to as the VFM parent, VFM 2015.0, and VFM 2015–2020 SV auxiliary models (analogous to the ASM-V parent, ASM-V 2015.0 IGRF candidate, and ASM-V 2015–2020 SV test models, respectively), while those built from the normalized-VFM data set are later referred to as the N-VFM parent, N-VFM 2015.0, and N-VFM 2015–2020 SV auxiliary models.

Results and discussion

Misfit statistics and error estimates

Residual statistics of the ASM-V parent model are provided in Table 1. As can be seen, scalar residuals are larger at high latitudes (4.81 nT) than at low latitudes (2.30 nT). Similar effects have been observed in pre-Swarm era models, such as CHAOS-4 (Olsen et al. 2014), reflecting the larger contribution of un-modeled sources at high latitudes. Considering the rather simplified modeling procedure used here (recall we only solve for 1953 parameters), these misfits are of reasonable magnitudes. Also worth noting is the fact that the scalar misfits for the ASM-V parent model are nearly identical to those obtained for the VFM and N-VFM parent models (also provided in Table 1). At high latitudes, this reflects the fact that all three models rely on the same ASM scalar data. At lower latitudes, however, this result is less obvious, since the models are also constrained by their respective ASM-V or VFM vector data.

The impact of using ASM-V vector data (rather than VFM vector data) at low latitudes is more clearly found in the geocentric components B_r, B_θ, and B_ϕ. Indeed, the residuals of the ASM-V parent model with respect to these components are systematically larger than those of the VFM and N-VFM parent model. The increase, however, is quite small (by 12 to 34 % depending on the misfit, the largest increase being observed on B_r),

Table 1 Number *N* of data points and Huber-weighted mean and rms misfits (in nT) for the ASM-V, VFM, and N-VFM parent models

Residual statistics of parent models								
		N	ASM-V		VFM		N-VFM	
			mean	rms	mean	rms	mean	rms
Alpha + Bravo	F_P	49,214	−0.27	4.81	+0.00	4.80	−0.01	4.80
	$F_{NP} + B_B$	223,627	+0.04	2.30	+0.02	2.27	+0.01	2.27
	B_r	139,292	−0.02	2.45	−0.06	1.76	−0.02	1.83
	B_θ	139,292	−0.03	3.56	+0.06	3.18	+0.06	3.17
	B_φ	139,292	−0.16	2.96	−0.13	2.61	−0.15	2.60
Alpha	F_P	24,294	−0.31	4.94	−0.05	4.93	−0.06	4.93
	$F_{NP} + B_B$	107,329	+0.08	2.32	−0.03	2.29	+0.06	2.29
	B_r	65,169	+0.00	2.47	−0.05	1.77	+0.01	1.83
	B_θ	65,169	−0.13	3.61	+0.14	3.19	+0.04	3.19
	B_φ	65,169	−0.19	3.02	−0.15	2.62	−0.17	2.61
Bravo	F_P	24,920	−0.23	4.68	+0.05	4.67	+0.04	4.67
	$F_{NP} + B_B$	116,298	−0.01	2.28	+0.06	2.26	−0.03	2.25
	B_r	74,123	−0.04	2.44	−0.07	1.74	−0.05	1.83
	B_θ	74,123	+0.06	3.51	−0.01	3.18	+0.08	3.16
	B_φ	74,123	−0.14	2.91	−0.12	2.60	−0.14	2.60

F_P refers to scalar data with (absolute) quasi-dipole latitude larger than 55° (recall that no vector data are selected at such latitudes); F_{NP} refers to scalar data at other latitudes (selected whenever vector data are not selected); B_B refers to the vector component along the main field direction; B_r, B_θ, and B_φ refer to the geocentric components

considering that the noise of the 1-Hz ASM-V vector components is less than 2 nT rms (see Léger et al. (2015)) and that the ASM is sitting on a boom much further away from the STR than the VFM, in less stable mechanical conditions (recall Fig. 1 and see Fratter et al. (Swarm absolute scalar magnetometers first in – orbit results. Astronautica, Acta, in review)). Given the "scalar residual" issue known to have affected the VFM L1b data available at the time of this study (testifying for perturbations affecting these data at the level of possibly 2 nT or even slightly more, see Floberghagen et al. (The Swarm mission – an overview one year after launch. Earth, Planets and Space, in preparation)), this was an encouraging sign that the ASM-V 2015.0 IGRF candidate could indeed be proposed as a useful independent candidate model for IGRF-2015.

To assess how much uncertainty affects our ASM-V 2015.0 IGRF candidate model, one can first refer to the uncertainties $\sigma(g_n^m)$ and $\sigma(h_n^m)$ computed from Eq. 1 (and provided with the model). To get a better grasp of the geographical distribution of the errors, however, one can also plot a rough estimate of the error affecting the radial component $B_r(\theta, \phi)$ predicted by the model at the Earth's surface, computed in the following way:

$$\sigma(B_r(\theta,\varphi)) = \sqrt{1/2\left(\left(B_{r,1}(\theta,\varphi)-B_{r,0}(\theta,\varphi)\right)^2 + \left(B_{r,2}(\theta,\varphi)-B_{r,0}(\theta,\varphi)\right)^2\right)} \quad (2)$$

where, as in Eq. 1, indexes 1 and 2 refer to the two sub-models computed from the two ASM-V sub-data sets, and index 0 refers to the original ASM-V candidate model.

Figure 3 shows a map of this quantity. It highlights two important facts: first, that regions where the model suffers the largest errors are located at high northern (roughly centered on the north geomagnetic pole over Greenland, between 4 and 12 nT) and southern latitudes (up to 4 nT), and second, that errors elsewhere are limited to much lesser values (typically 1 to 2 nT). The large Greenland "error spot" simply reflects the fact that high northern latitudes suffered from nighttime Swarm data being available only early in the mission (until February 2014, the most recent data failing to again reach northern latitudes above 80°, recall Fig. 2b). This led the associated ASM-V 2015–2020 SV test model to be less constrained at these latitudes (as could indeed be checked by plotting a figure analogous to Fig. 3, not shown). This, combined with the fact that, as a general rule, ionospheric signals not accounted for by our models are strongest at high-magnetic latitudes, resulted in larger errors being propagated to epoch 2015.0 in this high-magnetic latitude region when building the ASM-V 2015.0 IGRF candidate. High southern latitudes suffered from the opposite issue of not having been sampled early in the mission (not until April 2014, see again Fig. 2b). But the later data coverage (until the beginning of September 2014) turned out to both be long enough and close enough to epoch 2015.0 to not lead to as big an issue. Finally, it should be noted that a very similar geographical distribution of errors has been found to also affect both the VFM and N-VFM 2015.0 auxiliary models, confirming that the issue is mainly related to the spatio-temporal distribution of the data. This first assessment thus points at the key limitation of our ASM-V IGRF 2015.0 candidate model (and of the ASM-V 2015–2020 SV test model) being related to the unfortunate circumstances that IGRF candidate models had to be released for October 1, 2014, just 1 month short of Swarm being able to again acquire high northern nighttime data.

Comparing the ASM-V candidate model with auxiliary and IGRF official models

Important additional insight can be gained from inter-comparisons of the ASM-V 2015.0 IGRF candidate

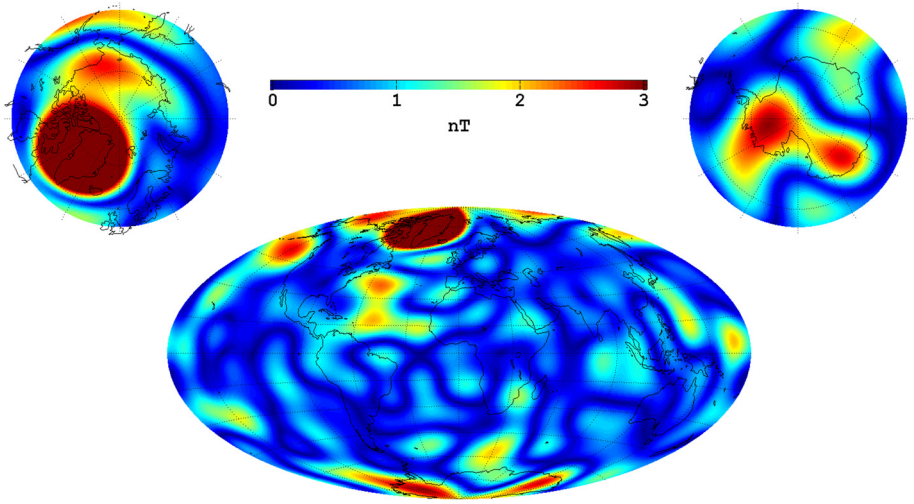


Fig. 3 Error estimates on the field predicted by the ASM-V IGRF 2015.0 candidate model. Plotted is a map of the estimated local error on the B_r component predicted by the ASM-V IGRF 2015.0 candidate model at the Earth's surface (i.e., at reference radius a = 6371.2 km), as estimated from $\sigma(B_r(\theta, \varphi))$ (Eq. 2). Note that the scale is deliberately limited to 3 nT (maximum values are reached over Greenland, the absolute value being 12 nT)

model, the two VFM and N-VFM 2015.0 auxiliary models, and the official 2015.0 IGRF model (now published, see Thébault et al. (2015a)). Figure 4 shows relevant Lowes-Mauersberger spectra (Mauersberger 1956, Lowes 1966). As can be seen, the two VFM and N-VFM 2015.0 auxiliary models appear to be in extremely good agreement, differences being well below the 10^{-1} nT^2 level in spectral terms. This amounts to a rms difference at the 0.4-nT level at the Earth's surface (cumulated up to degree 13). Clearly, the impact of renormalizing VFM vector data using ASM scalar data is very small. This contrasts with the impact of using the directional information from the ASM-V data rather than that from the VFM data. Indeed, Fig. 4 shows that the agreement between the ASM-V 2015.0 IGRF candidate model and the VFM 2015.0 auxiliary model is now more in the 1-nT^2 range, translating into a rms difference of 3.6 nT. Encouragingly, however, these spectral differences remain comparable to the spectral differences *a posteriori* observed between either of these models and the official 2015.0 IGRF model (also shown in Fig. 4).

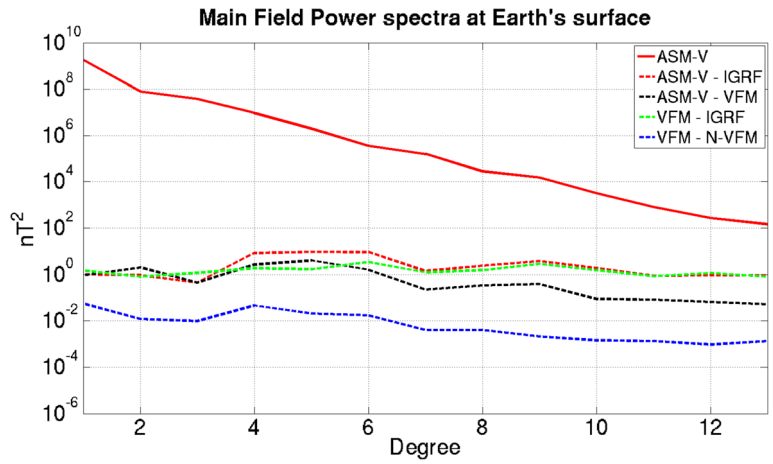


Fig. 4 Spectral comparison of the ASM-V 2015.0 IGRF candidate model with other models. Lowes-Mauersberger spectra of the ASM-V 2015.0 IGRF candidate model (*solid red*), as well as of the differences between this model and, respectively, the official 2015.0 IGRF model (*dashed red*) and VFM 2015.0 auxiliary model (*dashed black*). Also shown, the spectra of the differences between the VFM 2015.0 auxiliary model and, respectively, the official 2015.0 IGRF model (*dashed green*) and N-VFM 2015.0 auxiliary model (*dashed blue*); all at Earth's surface (i.e., at reference radius a = 6371.2 km)

Plotting the difference in the B_r component predicted by the ASM-V 2015.0 IGRF candidate and VFM 2015.0 auxiliary models at the Earth's surface brings useful additional insight (Fig. 5a). It reveals that the highest discrepancies between the two models are to be found at high northern latitudes (up to nearly 20 nT), the agreement being much better elsewhere (within the 3-nT range, with another weak maximum at high southern latitude). This is very similar to what had been observed in the plot of error estimates shown in Fig. 3 and again suggests that the main cause of the enhanced high northern latitude differences is the lack of high northern latitude being available towards the end of September. Note, however, that the impact is now more significant and affecting a wider region centered on the north geographic pole rather than on the north geomagnetic pole. This reflects differences in the error revealed when relying on different, but synchronous, vector data sets (ASM-V versus VFM) rather than on a homogeneous data set split into two non-synchronous sub-data sets. While the former case mainly reflects the impact of differences in the readings of the ASM and VFM instruments for exactly the same spatiotemporal distribution of data, the latter mainly reflects differences due to high-magnetic latitude non-modeled ionospheric signals when relying on non-synchronous sub-data sets. Interestingly, plotting the analogous difference in the B_r component predicted by the VFM 2015.0 and N-VFM 2015.0 auxiliary model reveals a much weaker effect (Fig. 5b), showing that it is again the mismatch in the directional information provided by ASM-V and VFM data sets that is mainly responsible for the enhancement of this high-latitude effect.

As a matter of fact, Figs. 3 and 5a, b nicely summarize the uncertainties likely affecting our ASM-V IGRF 2015.0 candidate model. In general (i.e., except at high latitudes), the noise level in the ASM-V data is responsible for uncertainties within the range of 2 nT (Fig. 3); disagreements between the modulus of the VFM data and the ASM scalar data (the so-called "scalar anomaly", see Floberghagen et al. (The Swarm mission – an overview one year after launch. Earth, Planets and Space, in preparation)) are responsible for uncertainties within the range of 1 nT (Fig. 5b); while, in contrast, disagreements between the directions of the VFM and ASM-V data are responsible for the largest uncertainties, within the range of 3 nT (Fig. 5a). Interestingly, this is exactly the magnitude of the "vector anomaly" one can find when comparing the ASM-V and Level 1b VFM data at satellite level (not shown). This "vector anomaly" has a significant

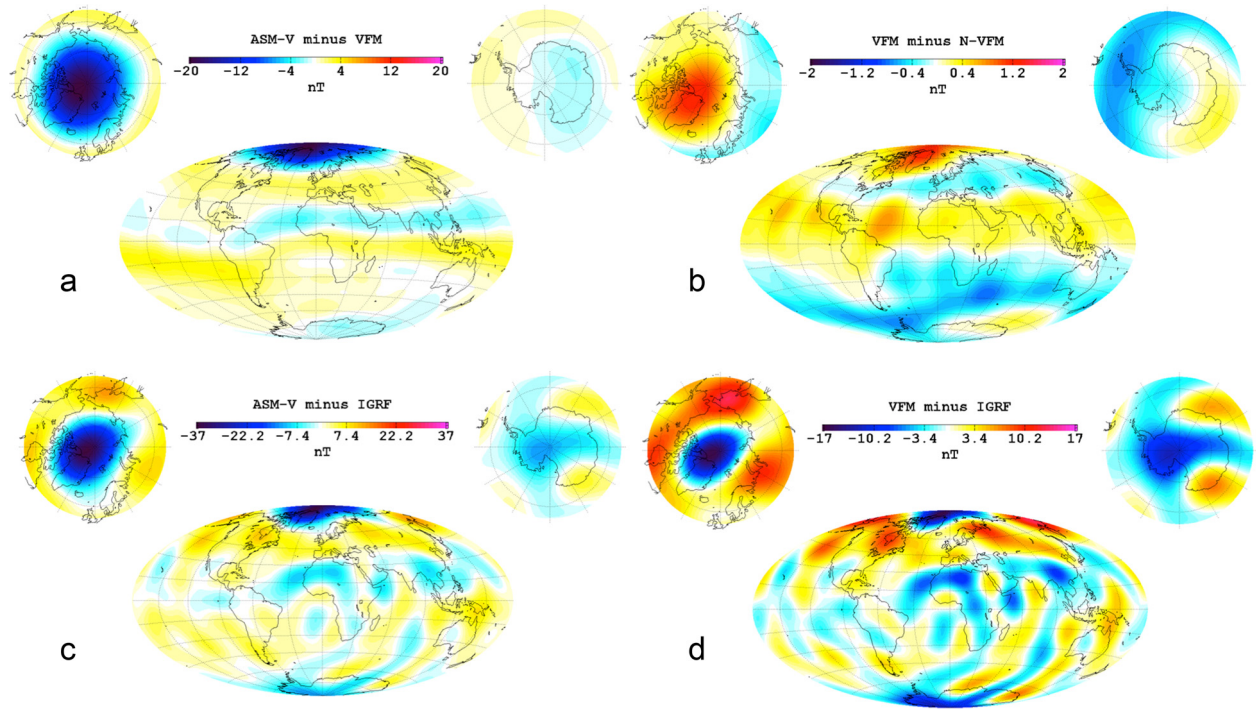


Fig. 5 Geographical differences between 2015.0 epoch models. Differences in the B_r components, when comparing the following: **a** the ASM-V 2015.0 IGRF candidate and VFM 2015.0 auxiliary models, **b** the VFM 2015.0 and N-VFM 2015.0 auxiliary models, **c** the ASM-V 2015.0 IGRF candidate and official 2015.0 IGRF models, and **d** the VFM 2015.0 auxiliary and official 2015.0 IGRF models; all at Earth's surface (i.e., at reference radius a = 6371.2 km)

orbital component, including on the night side, and can be interpreted in terms of likely boom oscillations (though we note that this anomaly will inevitably also partly reflect the vector signature of what causes the previously mentioned scalar anomaly and may also have other, yet unidentified, causes). In any case, it is quite clear that the zonal pattern following the magnetic equator to be seen in Fig. 5a directly testifies for the way these anomalies mapped into the models. These various uncertainties, unfortunately, are amplified at the high northern latitudes, all in the same way, for the reasons already outlined.

Bearing all the above results in mind, we now turn to geographical comparisons of our ASM-V 2015.0 IGRF candidate model with the official 2015.0 IGRF model. We again plot the difference in the B_r component predicted by these two models (Fig. 5c). For useful comparison purposes, we also plot the difference in the B_r component predicted by our VFM 2015.0 auxiliary model and the official 2015.0 IGRF model (Fig. 5d). Consistent with the analysis carried out so far, the strongest disagreements between the candidate and official 2015.0 IGRF models occur at high northern latitudes with a maximum reaching 37 nT. This is almost the double of the analogous disagreement found in comparing the ASM-V 2015.0 IGRF candidate and VFM 2015.0 auxiliary models (Fig. 5a) and reflects the fact that the VFM 2015.0 auxiliary model itself also displays significant high northern latitude disagreements with the official 2015.0 IGRF model (Fig. 5d). Note, indeed, that by construction, differences plotted in Fig. 5a, d add up to make the difference plotted in Fig. 5c. At other latitudes, however, differences between the candidate and official 2015.0 IGRF models are much weaker, peaking at 12 nT, and are very similar to the differences found between the VFM 2015.0 auxiliary model and the official 2015.0 IGRF model (peaking at 10 nT). This is very encouraging as it shows that the only significant impact of our decision to rely on ASM-V data rather than nominal L1b VFM data to produce our candidate model is in the form of disagreements limited to high northern latitudes, these disagreements being related to our modeling choice of only relying on Swarm data with an intrinsically limited spatiotemporal coverage.

We now turn to similar inter-comparisons of the ASM-V 2015–2020 SV test model, the two VFM and N-VFM 2015–2020 SV auxiliary models, and the official 2015–2020 SV IGRF models. Figure 6, analogous to Fig. 4, shows that the two VFM and N-VFM SV auxiliary models are in extremely good agreement, well below the 10^{-1} $(\mathrm{nT/yr})^2$ level in spectral terms. This amounts to rms differences at the 0.5-nT/yr level at the Earth's surface (cumulated up to degree 8). It shows again that the impact of re-normalizing VFM vector data using ASM scalar data is very small. As one could have expected, the agreement between the ASM-V 2015–2020 SV test model and VFM 2015–2020 SV auxiliary model is not as good, though mostly below the 3 $(\mathrm{nT/yr})^2$ level in spectral terms, translating into rms differences at the 3-nT/yr level. Encouragingly, however, these spectral differences again remain smaller than the differences *a posteriori* observed between either of these models and the official 2015–2020 SV IGRF model (also shown in Fig. 6).

Finally, Fig. 7 confirms that most of the disagreements found between our ASM-V 2015.0 IGRF candidate model and all other 2015.0 models discussed here, including the official 2015.0 IGRF model, originate from disagreements between the 2015–2020 SV models used to reach epoch 2015. Note, indeed, the remarkable similarity between Figs. 5 and 7 (bearing in mind that all SV models are of maximum degree and order 8). This similarity validates our interpretation of the largest disagreements at the high northern latitudes being caused by similar differences being produced in the SV models as a result of the limited spatiotemporal distribution of the data set used. This limited distribution, combined with the fact that the SV models only extend to degree and order 8, turns out to be responsible for the propagation at high latitudes of the disagreements between the ASM-V and VFM data used at mid-latitudes, despite the fact that the ASM-V, VFM, and N-VFM models otherwise rely on the same high-latitude scalar data. Finally, Fig. 7a also brings an interesting piece of information. Comparing it with Fig. 5a reveals that it displays far less of the distinct zonal pattern found along the magnetic equator in the difference between the ASM-V and VFM 2015.0 models, which we previously noted could be attributed to systematic "vector anomalies" between the ASM and VFM instruments. This is a clear indication that this vector anomaly indeed has a strong systematic pattern at all times.

Conclusions

Using ASM-V experimental vector data acquired on board the Swarm satellites, a very valuable 2015.0 IGRF candidate model, and an equally valuable 2015–2020 SV test model, could be derived. Analyzing errors possibly affecting these models nevertheless revealed some limitations. These limitations were shown to mainly be due to the restricted spatiotemporal distribution of the Swarm data available to produce the models on time for delivery to the task force. As a matter of fact, further evidence that time restriction was indeed the main issue can also be found in the fact that the higher resolution (up to degree and order 45, with a SV up to degree and order 13) model derived from the same ASM-V data in a very similar way by Hulot et al. (2015b), but with just a

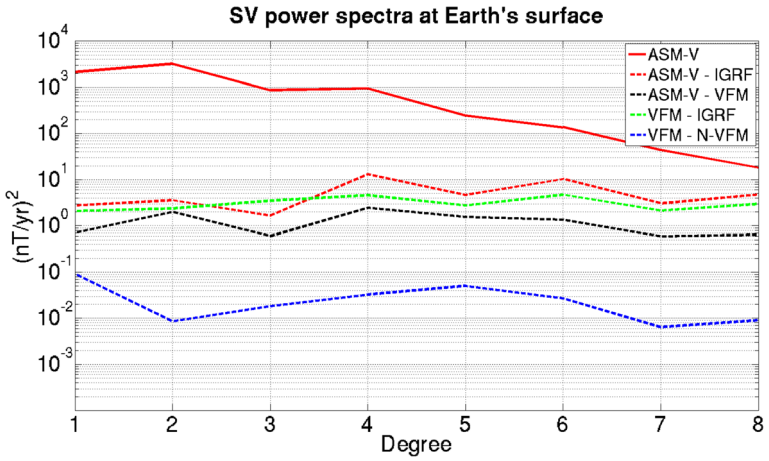


Fig. 6 Spectral comparison of the ASM-V 2015–2020 SV test model with other SV models. Lowes-Mauersberger spectra of the ASM-V 2015–2020 SV test model (*solid red*), as well as of the differences between this model and, respectively, the official 2015–2020 SV IGRF model (*dashed red*) and VFM 2015–2020 SV auxiliary model (*dashed black*). Also shown, the spectra of the differences between the VFM 2015–2020 SV auxiliary model and, respectively, the official 2015–2020 SV IGRF model (*dashed green*) and N-VFM 2015–2020 SV auxiliary model (*dashed blue*); all at Earth's surface (i.e., at reference radius a = 6371.2 km)

month and a half more ASM-V data, no longer is plagued by as strong limitations.

Comparing our candidate 2015.0 and 2015–2020 SV test models with analogous models based on the mission's nominal L1b VFM data showed that the greatest discrepancies were to be found at high northern latitudes. Not surprisingly, these are also the latitudes were our models displayed the greatest disagreement with the final official 2015.0 and 2015–2020 SV IGRF models. At other latitudes, however, the agreement was much better,

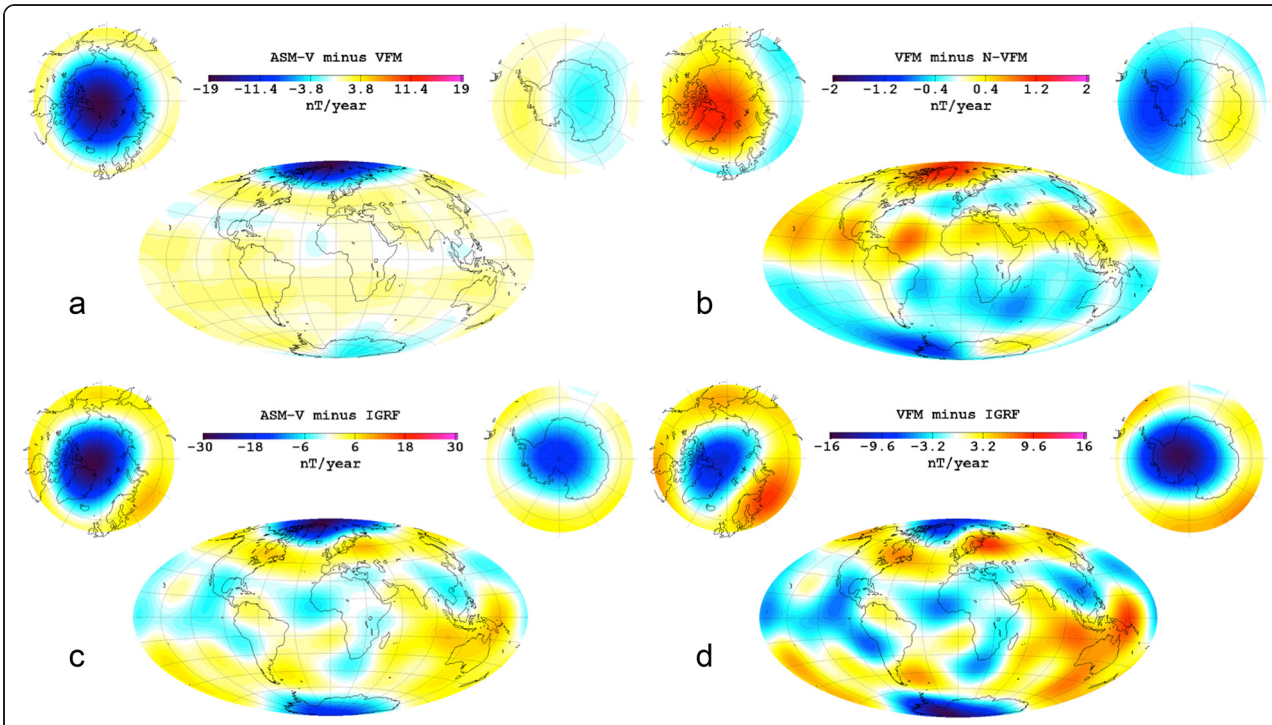


Fig. 7 Geographical differences between SV models. Differences in the B_r components, when comparing the following: **a** the ASM-V 2015–2020 SV test and VFM 2015–2020 SV auxiliary models, **b** the VFM 2015–2020 SV and N-VFM 2015–2020 SV auxiliary models, **c** the ASM-V 2015–2020 SV test and official 2015–2020 SV IGRF models, and **d** the VFM 2015–2020 SV auxiliary and official 2015–2020 SV IGRF model; all at Earth's surface (i.e., at reference radius a = 6371.2 km)

in fact very comparable to the type of disagreements found in most of the IGRF candidate models (see Thébault et al. (2015b)). This is quite remarkable, given that all other IGRF candidates heavily relied on the nominal L1b data of the Swarm mission or on ground data and that our model was the only one entirely and only relying on ASM-V data. These very nice performances led our ASM-V 2015.0 IGRF candidate model to contribute as one of the models finally used to build the official 2015.0 IGRF model, its contribution at high northern latitudes having been down-weighted by the weighing scheme decided by the task force (see Thébault et al. (2015b)).

This study thus showed that despite the ASM instruments being in a not-so-favorable mechanical position for vector field attitude restitution at the tip of the satellite's boom (2 m away from the optical bench common to the STR and VFM), its experimental vector mode could nicely be taken advantage of to build a very valuable 2015.0 IGRF field candidate. This was the first science achievement of these instruments, the first absolute scalar magnetometer capable of using the same sensor to also deliver absolute vector measurements on board satellites.

Competing interests
The authors declare that they have no competing interests.

Authors' contributions
PV carried out the model computations and participated in all steps of the study; GH, PI of the ASM instruments, designed the study, wrote the manuscript, and participated in all steps of the study; NO provided the CHAOS-4 sources of the inverse modeling software and participated in the model computation and interpretation; JML led the design of the ASM instruments and its processing chain at instrument level together with TJ and FB; LB contributed to the processing chain and together with PC, XL, and AC contributed to the quality analysis of the ASM vector mode data; OS and AB contributed to the management and production of the data; IF, Swarm project manager for CNES, followed the entire study and contributed to the analysis of the vector mode data. All authors read and approved the final manuscript.

Acknowledgements
The authors thank Chris Finlay for kindly providing the RC index needed for this study and two anonymous reviewers for constructive comments. They also thank the ESA Swarm project team for their collaboration in making ASM-V experimental data acquisition possible. They finally gratefully acknowledge support from the Centre National d'Etudes Spatiales (CNES) within the context of the "Travaux préparatoires et exploitation de la mission SWARM" project and from the European Space Agency (ESA) through ESTEC contract number 4000109587/13/I-NB "SWARM ESL". All Swarm L1b data are freely available from ESA at http://earth.esa.int/swarm. Experimental ASM-V data used for the present study are available from the corresponding author, subject to approval by CNES and CEA-Léti. All model coefficients can be downloaded from http://geomag.ipgp.fr/download/IPGP_IGRF_ASMV.tar.gz. This is IPGP contribution n° 3641.

Author details
[1]Institut de Physique du Globe de Paris, Sorbonne Paris Cité, Université Paris Diderot, CNRS, F-75005 Paris, France. [2]DTU Space, National Space Institute, Technical University of Denmark, Kongens Lyngby, Denmark. [3]CEA, LETI, MINATEC Campus, F-38054 Grenoble, France. [4]Cooperative Institute for Research in Environmental Sciences, University of Colorado and National Geophysical Data Center, Boulder, CO, USA. [5]Centre National d'Etudes Spatiales, Toulouse, France.

Received: 19 February 2015 Accepted: 5 June 2015
Published online: 20 June 2015

References
Finlay CC, Maus S, Beggan CD, Bondar TN, Chambodut A, Chernova TA, Chulliat A, Golovkov VP, Hamilton B, Hamoudi M, Holme R, Hulot G, Kuang W, Langlais B, Lesur V, Lowes FJ, Lühr H, Macmillan S, Mandea M, McLean S, Manoj C, Menvielle M, Michaelis I, Olsen N, Rauberg J, Rother M, Sabaka TJ, Tangborn A, Tøffner-Clausen L, Thébault E et al (2010) International geomagnetic reference field: the eleventh generation. Geophys J Int 183(3):1216–1230. doi: 10.1111/j.1365-246X.2010.04804.x.

Fournier A, Hulot G, Jault D, Kuang W, Tangborn A, Gillet N, Canet E, Aubert J, Lhuillier F (2010) An introduction to data assimilation and predictability in geomagnetism. Space Sci Rev 155:247-291. doi: 10.1007/s11214-010-9669-4.

Fournier A, Aubert J, Thébault E (2015) A candidate secular variation model for IGRF-12 based on Swarm data and inverse geodynamo modelling. Earth Planets Space 67:81 doi: 10.1186/s40623-015-0245-8.

Friis-Christensen E, Lühr H, Hulot G (2006) Swarm: a constellation to study the Earth's magnetic field. Earth Planets Space 58:351-358. doi: 10.1186/BF03351933.

Gravrand O, Khokhlov A, Le Mouël JL, Léger JM (2001) On the calibration of a vectorial 4He pumped magnetometer. Earth Planets Space 53:949-958. doi: 10.1186/BF03351692.

Holme R, Bloxham J (1996) The treatment of attitude errors in satellite geomagnetic data. Phys Earth Planet Int 98:221-233. doi: 10.1016/S0031-9201(96)03189-5.

Hulot G, Sabaka TJ, Olsen N, Fournier A (2015a) The present and future geomagnetic field. In: Kono M (ed), Geomagnetism. Treatise on Geophysics, vol 5, 2nd edn. Elsevier, Amsterdam. doi: 10.1016/B978-0-444-53802-4.00096-8.

Hulot G, Vigneron P, Léger J-M, Fratter I, Olsen N, Jager T, Bertrand F, Brocco L, Sirol O, Lalanne X, Boness A, Cattin V (2015b) Swarm's absolute magnetometer experimental vector mode, an innovative capability for space magnetometry. Geophys Res Lett 42:1352-1359. doi: 10.1002/2014GL062700.

Léger JM, Bertrand F, Jager T, Prado ML, Fratter I, Lalaurie JC (2009) Swarm absolute scalar and vector magnetometer based on helium 4 optical pumping. Procedia Chemistry 1:634–637. doi: 10.1016/j.proche.2009.07.158.

Léger JM, Jager T, Bertrand F, Hulot G, Brocco L, Vigneron P, Lalanne X, Chulliat A, Fratter I (2015) In-flight performances of the absolute scalar magnetometer vector mode on board the Swarm satellites. Earth Planets Space 67:57. doi: 10.1186/s40623-015-0231-1.

Lowes FJ (1966) Mean-square values on sphere of spherical harmonic vector fields. J Geophys Res 71:2179

Macmillan S, Finlay C (2011) The international geomagnetic reference field. In: Mandea M, Korte M (eds) Geomagnetic observations and models, vol 5, IAGA Special Sopron Book Series. Springer, Heidelberg, pp 265–76

Mauersberger P (1956) Das Mittel der Energiedichte des geomagnetischen Hauptfeldes an der Erdoberfläche und seine säkulare Änderung. Gerl Beitr Geophys 65:207–15

Olsen N, Lühr H, Finlay CC, Sabaka TJ, Michaelis I, Rauberg J, Tøffner-Clausen L (2014) The CHAOS-4 geomagnetic field model. Geophys J Int 197:815–27

Olsen N, Hulot G, Lesur V, Finlay CC, Beggan C, Chulliat A, Sabaka TJ, Floberghagen R, Friis-Christensen E, Haagmans R, Kotsiaros S, Lühr H, Tøffner-Clausen L, Vigneron P (2015) The Swarm initial field model for the 2014 geomagnetic field. Geophys Res Lett 42:1092-1098. doi:10.1002/8512014GL062659.

Richmond AD (1995) Ionospheric electrodynamics using magnetic Apex coordinates. J Geomagn Geoelectr 47:191–212

Thébault E, Finlay CC, Beggan C, Alken P, Aubert J, Barrois O, Bertrand F, Bondar T, Boness A, Brocco L, Canet E, Chambodut A, Chulliat A, Coïsson P, Civet F, Du A, Fournier A, Fratter I, Gillet N, Hamilton B, Hamoudi M, Hulot G, Jager T, Korte M, Kuang W, Lalanne X, Langlais B, Léger J-M, Lesur V, Lowes FJ, Macmillan S, Mandea M, Manoj C, Maus S, Olsen N, Petrov V, Rother M, Sabaka TJ, Saturnino D, Schachtschneider R, Sirol O, Tangborn A, Taylor V, Thomson A, Tøffner-Clausen L, Vigneron P, Wardinski I, Zvereva T (2015a) International Geomagnetic Reference Field: the twelfth generation. Earth Planets Space 67:79. doi: 10.1186/s40623-015-0228-9.

Thébault E., Finlay CC, Alken P, Beggan C, Canet E, Chulliat A, Manoj C, Langlais B, Lesur V, Lowes FJ, Petrov M, Rother M, Schachtschneider R (2015b) Evaluation of candidate geomagnetic field models for IGRF-12. Earth Planets Space, in press

F.2 Modèle GRL 2015

AGU PUBLICATIONS

Geophysical Research Letters

RESEARCH LETTER
10.1002/2014GL062700

Special Section:
ESA's Swarm Mission, One Year in Space

Swarm's absolute magnetometer experimental vector mode, an innovative capability for space magnetometry

Gauthier Hulot[1], Pierre Vigneron[1], Jean-Michel Léger[2], Isabelle Fratter[3], Nils Olsen[4], Thomas Jager[2], François Bertrand[2], Laura Brocco[1], Olivier Sirol[1], Xavier Lalanne[1], Axel Boness[2], and Viviane Cattin[2]

[1]Equipe de Géomagnétisme, Institut de Physique du Globe de Paris, Sorbonne Paris Cité, Université Paris Diderot, UMR 7154 CNRS/INSU, Paris, France, [2]CEA, Léti, Grenoble, France, [3]Centre National d'Etudes Spatiales, Toulouse, France, [4]DTU Space, National Space Institute, Technical University of Denmark, Kongens Lyngby, Denmark

Key Points:
- First geomagnetic field model derived from absolute vector data
- Monitoring the magnetic field from space with a simplified payload is possible

Correspondence to:
G. Hulot,
gh@ipgp.fr

Citation:
Hulot, G., et al. (2015), *Swarm*'s absolute magnetometer experimental vector mode, an innovative capability for space magnetometry, *Geophys. Res. Lett.*, *42*, doi:10.1002/2014GL062700.

Received 6 DEC 2014
Accepted 29 JAN 2015
Accepted article online 2 FEB 2015

Abstract European Space Agency's *Swarm* satellites carry a new generation of ^{4}He absolute magnetometers (ASM), designed by CEA-Léti and developed in partnership with Centre National d'Études Spatiales. These instruments are the first ever spaceborne magnetometers to use a common sensor to simultaneously deliver 1 Hz independent absolute scalar and vector readings of the magnetic field. Since launch, these ASMs provided very high-accuracy scalar field data, as nominally required for the mission, together with experimental vector field data. Here we compare geomagnetic field models built from such ASM-only data with models built from the mission's nominal 1 Hz data, combining ASM scalar data with independent fluxgate magnetometer vector data. The high level of agreement between these models demonstrates the potential of the ASM's vector mode for data quality control and as a stand-alone magnetometer and illustrates the way the evolution of key field features can easily be monitored from space with such absolute vector magnetometers.

1. Introduction

Swarm, the fifth Earth Explorer Mission in the Living Planet Programme of the European Space Agency (ESA) was launched on 22 November 2013. It consists of a constellation of three identical satellites and aims at studying all aspects of the Earth's magnetic field [*Friis-Christensen et al.*, 2006]. Two satellites (Alpha and Charlie) fly almost side by side on low-altitude polar orbits (inclination of 87.4°, with longitude separation of 1.4°, altitude of about 470 km above a mean radius of $a = 6371.2$ km in November 2014). The third satellite (Bravo) is on a similar, but slightly more polar and higher orbit since April 2014 (88° inclination and 520 km altitude in November 2014) to allow for a progressive local time separation with respect to Alpha and Charlie (about an hour in November 2014). Each satellite carries a magnetometer payload consisting of three instruments, all mounted on a boom to minimize mutual interferences and perturbations caused by the satellite itself. Two are mounted close to each other on a common rigid optical bench: the Vector Fluxgate Magnetometer (VFM), which measures the direction and strength of the magnetic field, and the three-head Star TRacker (STR), which provides the attitude information needed to transform the vector readings to a known terrestrial coordinate frame. The third instrument, the Absolute Scalar Magnetometer (ASM), is located 2 m farther down the satellite's boom and provides absolute measurements of the magnetic field intensity. The payload also includes a GPS and instruments to measure plasma and electric field parameters as well as gravitational acceleration. More information about the mission can be found in (R. Floberghagen et al., The *Swarm* mission—An overview one year after launch, *Earth Planets and Space*, in review, 2015).

The nominal role of the ASMs is to provide very accurate 1 Hz absolute scalar readings of the magnetic field for both science and VFM in-flight calibration purposes. In addition, and thanks to an innovative design, these instruments can also use the same sensor to deliver 1 Hz independent vector readings of the magnetic field [*Gravrand et al.*, 2001; *Léger et al.*, 2009]. Following an agreement between ESA and Centre National d'Études Spatiales, who funded the development of the ASM instruments and provided them as customer furnished instruments, this possibility has been used on an experimental basis since the beginning of the mission. Analysis of the corresponding experimental vector data (hereafter referred to as 1 Hz ASM_V data) during the calibration and validation activities have led to very encouraging results (I. Fratter et al., Swarm absolute scalar magnetometers first in-orbit results, *Acta Astronautica*, in review, 2015), leading to the

©2015. American Geophysical Union. All Rights Reserved.

possibility of building geomagnetic field models entirely based on these experimental ASM_V data, as if no VFM data were available. The present letter reports on such a model, which we compare to analogous models built in exactly the same way and using the same data distribution but relying on nominal Level 1b data (hence VFM, rather than ASM_V data). This comparison not only reveals the capability of the ASM instruments to provide science class data as a stand alone absolute vector magnetometer but also highlights the value of having such an ASM vector mode available on board the *Swarm* mission for data quality control and possible improvement.

2. ASM Principle and Vector Mode

The ASM instrument is first and foremost an absolute scalar magnetometer, which measures the field strength by detecting and quantifying the Zeeman splitting between the three sublevels of the 2^3S_1 metastable state of ^{4}He. The energy separation between these sublevels is directly proportional to the field strength and is measured by magnetic resonance using a radio frequency signal. The frequency f of this signal is such that $B_0 = f/\gamma$ when resonance occurs, where γ is the known and constant ^{4}He gyromagnetic ratio for the 2^3S_1 state, and B_0 the field intensity to be measured. Using a laser selective pumping process allows the resonance signal to be enhanced, increasing the sensitivity of the instrument by several orders of magnitude [*Guttin et al.*, 1994]. Specific polarization conditions with respect to the direction of the ambient field must, however, be maintained. This is achieved by using a piezoelectric motor to rotate parts of the instrument. A key advantage of this instrument is that its intrinsic bandwidth allows scalar data to be acquired at 250 Hz, corresponding to 100 Hz bandwidth measurements. This possibility can be taken advantage of in two ways. First, to assess the noise level of the instrument, and second, to use three orthogonal sets of coils fitted on the instrument, each producing magnetic modulations with well-controlled amplitudes (50 nT) and frequencies (adequately chosen within the 1–100 Hz frequency range) that add up to the natural field $\mathbf{B_0}(t)$, to also infer the components of this field along the three (perpendicular) coil axis, using real-time deconvolution of the resulting scalar field $|\mathbf{B_0}(t) + \sum_{i=1}^{3} \mathbf{b_i}\cos(\omega_i t)|$ [*Gravrand et al.*, 2001; *Léger et al.*, 2009].

Contrary to the scalar field measurement $B_0(t)$ of $|\mathbf{B_0}(t)|$, the 1 Hz field components recovered in this way are not absolute and need to be calibrated. This calibration process is analogous to the one used for fluxgate magnetometers [*Merayo et al.*, 2000]. It allows for slight nonorthogonality and possible thermal expansion of the coils, the corresponding calibration parameters being recovered by requesting the reconstructed field modulus to match the scalar estimate $B_0(t)$, using a large enough set of data as input [see *Gravrand et al.*, 2001]. The instrument's setup, however, has several key advantages. Because the same sensor is being used to simultaneously recover scalar and vector field estimates, filtering and synchronization errors are suppressed. Likewise, possible external perturbations will have no influence on the calibration process, and biases between vector and scalar readings can be ignored altogether. These advantages come at a cost, though: by design, the resolution in the vector components will be degraded by a factor $\sim 10^3$ (at $B_0 = 25\mu$T) compared to the scalar measurements. But the resolution and accuracy of the scalar measurements are extremely good (1.0–1.4 pT/$\sqrt{\text{Hz}}$ depending on the instruments and 65 pT at most, respectively, over [DC-100 Hz] as inferred from the analysis of 250 Hz data). Monitoring of the scalar residuals (difference between the scalar estimate and the modulus of the vector estimate) after calibration (done on a daily basis, using data over the day of interest, the previous day, and the day after) revealed a raw noise level on the order of $\sigma = 2.7$ nT (root-mean-square (RMS) value of the scalar residual, with no bias) for the 1 Hz ASM_V data on the Alpha and Bravo satellites, that could be reduced to $\sigma \leq 2$ nT by avoiding data close to piezoelectric motor activations. A somewhat higher noise was found in the ASM_V vector data of the third, Charlie, satellite (for more details, see I. Fratter et al., in review, 2015).

3. Data Selection

Only the better Alpha and Bravo 1 Hz ASM_V data were considered, between 29 November 2013 and 6 November 2014. This was not a critical limitation since Charlie and Alpha were orbiting very close to each other, compared to the length scales of the models to be built, and no use was made of gradient data (for a demonstration of the usefulness of gradient data using Charlie, see *Olsen et al.* [2015] this was not a critical limitation. Some data were removed manually, based on early inspection of the ASM_V data: 27 January to 6 February 2014 for Alpha, and on 5 December 2013 between 09:36 and 12:00, and

©2015. American Geophysical Union. All Rights Reserved.

between 8 and 17 December 2013 for Bravo. Only data from dark regions were used (Sun at least 10° below the horizon), to minimize unmodeled ionospheric signals. The strength of the magnetospheric ring current, estimated using the ring current (RC) index (see *Olsen et al.* [2014] and section 4), was required to change by at most 2 nT/h, while geomagnetic activity was required to be such that the geomagnetic index $Kp \leq 2+$.

At quasi-dipole (QD) latitudes [e.g., *Richmond*, 1995] poleward of ±55°, only scalar ASM data were considered (to avoid unmodeled field-aligned current signals) and it was additionally required that the weighted average over the preceding hour of the merging electric field at the magnetopause [e.g., *Kan and Lee*, 1979] was not too large ($E_m < 0.8$ mV/m, as defined in *Olsen et al.* [2014]). For other latitudes, only ASM_V vector data were used, with the extra requirement that the scalar residual was less than 0.3 nT and the ASM piezoelectric motor had not been activated within the previous 3 s. In both cases, the resulting data sets were decimated (by a factor of 4 for vector data and 34 for scalar data, amounting to an average time separation between successive data of roughly 21 and 33 s, for vector and scalar data, respectively) to avoid oversampling along satellite tracks, while still providing a large enough data set for the present purpose.

Finally, additional mild selection criteria were added to ensure the availability, for each selected ASM_V datum, of a meaningful equivalent official L1b vector datum at exactly the same time on the same satellite, with vector field components within 500 nT (and scalar field within 100 nT) of predictions from the CHAOS-4 model of *Olsen et al.* [2014] (up to degree and order 20). This made it possible to match the resulting ASM-only data set by two additional data sets, with exactly the same amount of data at exactly the same times and locations, which we used for model comparison purposes: a L1b data set, which used an official L1b VFM vector datum in the VFM instrument frame (release 0302 when available, otherwise release 0301) in place of each ASM_V vector datum; and a normalized L1b data set, identical to the L1b data set, except for the fact that each vector datum was further normalized to have a modulus equal to the synchronous ASM scalar datum. Note that for all three data sets, vector components were provided in the corresponding instrument's frame (ASM_V frame for the ASM-only data set, VFM frame for the L1b and normalized L1b data sets). Each data set amounted to $3 \times 145,487 = 436,461$ vector and 31,515 scalar data from the Alpha satellite, and $3 \times 162,491 = 487,473$ vector and 33,338 scalar data from the Bravo satellite, amounting to a total of 988,787 data.

4. Model Parameterization and Estimation

Model parameterization was similar to that used for CHAOS-4 in *Olsen et al.* [2014], though simplified, and we refer the reader to this publication for detailed formulas and explanations. The field was assumed to be potential and harmonic with both internal and external sources.

Internal sources, which account for both the core and the lithospheric fields, were represented by a spherical harmonic expansion up to degree and order 45 (at reference radius $a = 6371.2$ km). Time changes through the period considered were taken into account via a constant secular variation up to degree and order 13. The parameters describing the internal part of the field thus consisted of $45 \times 47 = 2115$ static Gauss coefficients, and $13 \times 15 = 195$ secular variation Gauss coefficients.

External sources were described in a somewhat more sophisticated way but exactly following *Olsen et al.* [2014, equations (4) and (5)]. Two contributions were modeled. One corresponds to remote magnetospheric sources and is best described as a zonal external field of degree 2 in *geocentric solar magnetospheric* (GSM) coordinates, involving only two Gauss coefficients. The other corresponds to the near magnetospheric ring current and is best described in *solar magnetic* coordinates, up to degree and order 2. But this contribution is time varying and further induces an internal field. Its fast-varying part is described by a so-called ring current (RC) index, which is computed independently from observatory data, prior to the model computation (in the way described in *Olsen et al.* [2014]). This RC index is not enough, however, to properly model the ring current at satellite altitude, and three static regression factors plus a number of RC baseline corrections were coestimated during the model calculation. Referring to the notations of *Olsen et al.* [2014, equations (4) and (5)], the parameters we used for the external field thus were (101 in total) as follows: $q_1^{0,\mathrm{GSM}}$, $q_2^{0,\mathrm{GSM}}$ for the remote magnetospheric sources (two coefficients); q_2^m, s_2^m for the static degree 2 component of the ring current (five coefficients); $\hat{q}_1^0$, $\hat{q}_1^1$, $\hat{s}_1^1$ for the regression factors (three coefficients); Δq_1^0 solved in bins of 5 days, and Δq_1^1, Δs_1^1 in bins of 30 days, for the baseline corrections (91 coefficients).

©2015. American Geophysical Union. All Rights Reserved.

Table 1. Number N of Data Points, Mean, and RMS Misfit (in nT, Computed Using the Final Huber Weights) of Scalar at Polar (Poleward of ±55°) QD Latitudes (F_{polar}), and of Field Aligned ($F_{non\text{-}polar}$) and $B_r, B_\theta, B\phi$ Vector Components at Nonpolar (Equatorward of ±55°) QD Latitudes for Each of the ASM_V, VFM, and VFM_N Models

			ASM_V		VFM		VFM_N	
		N	Mean	RMS	Mean	RMS	Mean	RMS
Alpha	F_{polar}	31,515	−0.25	3.71	−0.11	3.70	−0.10	3.69
	$F_{nonpolar}$	145,487	0.10	2.53	−0.06	2.49	0.08	2.49
	B_r	145,487	0.00	2.46	0.01	1.81	0.02	1.85
	B_θ	145,487	−0.06	3.58	0.12	3.18	0.04	3.19
	B_ϕ	145,487	−0.11	2.92	−0.08	2.55	−0.09	2.54
Bravo	F_{polar}	33,338	−0.04	3.67	0.12	3.67	0.13	3.66
	$F_{nonpolar}$	162,491	0.03	2.38	0.15	2.33	0.01	2.34
	B_r	162,491	0.04	2.39	0.04	1.71	0.04	1.78
	B_θ	162,491	0.03	3.43	−0.04	3.08	0.06	3.08
	B_ϕ	162,491	−0.11	2.82	−0.10	2.50	−0.10	2.49

Finally, we also solved for the Euler angles describing the rotation between the magnetometer (ASM or VFM) and STR frames. This was done by bins of 10 days, which implied solving for an additional 3×34 parameters per satellite, hence, 204 in total.

The total number of parameters to be estimated thus amounted to 2115 (static Gauss coefficients) + 195 (secular variation Gauss coefficients) + 101 (external field coefficients) + 204 (Euler angles) = 2615 parameters for each model. These model parameters were estimated from the 988,787 data, using an Iteratively Reweighted Least Squares algorithm with Huber weights. No regularization was applied and the cost function to minimize was simply $\mathbf{e}^T C^{-1} \mathbf{e}$, where $\mathbf{e} = \mathbf{d}_{obs} - \mathbf{d}_{mod}$ is the difference between the vector of observations $\mathbf{d}_{obs}$ and the vector of model predictions $\mathbf{d}_{mod}$, and $\mathbf{C}$ is the data covariance matrix. A geographical weight was introduced, proportional to $\sin(\theta)$ (where θ is the geographic colatitude), to balance the geographical sampling of data. In all computations, anisotropic magnetic errors due to attitude uncertainty were taken into account assuming an isotropic attitude error of 10 arcsecs (recall, indeed, that even isotropic attitude error produces anisotropic magnetic errors, see *Holme and Bloxham* [1996], the formalism of which we rely on). A priori data error variances were otherwise set to 2.2 nT for both scalar and vector data. These numbers were chosen based on the expected combined effect of instrument noise and contributions from nonmodeled sources and are indeed reasonably consistent with the a posteriori data misfits (see Table 1). The (static) starting model did not influence the final model, and convergence was such that changes in the final misfits did not exceed 0.01 nT between the two last iterations.

5. ASM_V Versus L1b Model Comparisons

Three models were computed. An ASM_V model using the ASM_V data set (and thus entirely based on ASM data), a VFM model, using the nominal L1b data set, and a VFM_N model, using the normalized L1b data set. Note that whereas the ASM_V model truly ignores all VFM data, both the VFM and VFM_N models still rely on the ASM scalar data as provided in the L1b data. Table 1 shows the residual statistics for these three models, and Figure 1 shows the Lowes-Mauersberger spectra [*Mauersberger*, 1956; *Lowes*, 1966] of the field (at central epoch 22/4/2014, Figure 1a) and of the secular variation (Figure 1b) predicted by each model, together with all spectra of the two by two differences among models.

Comparing models ASM_V and VFM is what we are ultimately interested in, as it will reveal the impact of using the ASM_V data in place of the nominal VFM L1b data, i.e., the impact of the disagreement between the vector field information provided by the ASM and VFM instruments. But the impact of the disagreement between the instruments can also be investigated separately for the directional and norm disagreement by comparing models ASM_V and VFM_N, on the one hand, and models VFM and VFM_N, on the other hand. Recall, indeed, that models ASM_V and VFM_N use data sets that differ almost only because of directional disagreement (norms of the ASM_V vector data match the ASM scalar data to within 0.3 nT by selection and the VFM_N vector data are normalized to the ASM scalar data by construction, section 3) while models VFM and VFM_N use data sets that only differ because of norm disagreement.

©2015. American Geophysical Union. All Rights Reserved.

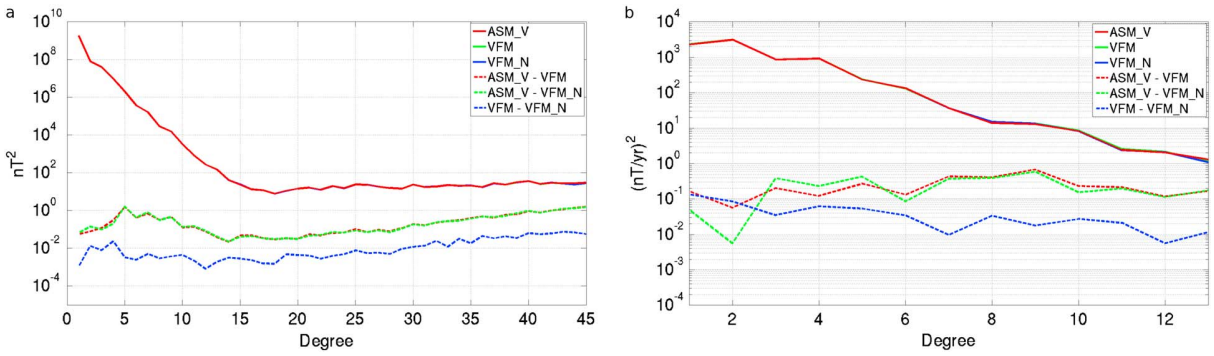


Figure 1. (a) Lowes-Mauersberger spectra of the ASM_V (solid red), VFM (solid green), and VFM_N (solid blue) models for the field of internal origin at the central epoch (22/4/2014), together with the spectra of differences among these models (ASM_V - VFM, dashed red; ASM_V - VFM_N, dashed green; VFM - VFM_N, dashed blue), all at ground surface; (b) Same but for the secular variation spectra.

Comparing the spectra of the ASM_V versus VFM (Figure 1, red dashed), ASM_V versus VFM_N (green dashed), and VFM versus VFM_N (blue dashed) differences reveals that directional disagreement has the greatest impact. Indeed, norm disagreement has an impact more than 1 order of magnitude smaller in spectral terms than the overall disagreement between the ASM_V and VFM vector data (except for the first two degrees of the secular variation, which happen to be more sensitive to errors in norm disagreements). This is further confirmed by looking at the residual statistics, which are much more similar for the VFM and VFM_N models than for the ASM_V and VFM (or VFM_N) models (Table 1).

In fact, Table 1 shows that the ASM_V model residual misfits differ significantly from those of the VFM and VFM_N models only when considering the vector components B_r, B_θ, and B_ϕ. But even these differences are relatively modest. Roughly assuming the corresponding RMS misfit increases to be due to some independent source of vector field noise, this additional noise level would be on the order of 1.5 nT RMS. It would reflect the combined impact of the larger noise level of the ASM_V vector data compared to the VFM vector data and of unavoidable boom distortions between the ASM and the optical bench on which the VFM and the STR are mounted. Indeed, these 1.5 nT RMS are compatible with the total noise level in the ASM_V data (on the order of 2 nT RMS or less for the data selected, recall section 2). Even more importantly, they also are fully consistent with the order of magnitude of the boom deformation (with an average on the order of 10 arcsec, leading to a typical error of up to 2 nT in a 40.000 nT field) which we could indirectly infer between the ASM_V and the VFM instruments using the observed changes in the Euler angles (coestimated every 10 days with the models, recall section 4). It thus is the limit of this mechanical link, probably more than the intrinsic noise level of the ASM_V data, that limits the overall quality of the ASM_V model.

Figure 2 shows maps of the lithospheric and core fields as predicted by the ASM_V model (Figures 2a and 2e), maps of the way these differ from those predicted by the VFM and VFM_N models (Figures 2b, 2f, 2c, and 2g), as well as maps of the way these two VFM and VFM_N models differ (Figures 2d and 2h). Differences in the lithospheric parts of the ASM_V and VFM (or VFM_N) models (Figures 2b and 2c) are dominated by the smallest scales. They do not reveal any trivial pattern, except for a clear enhancement of errors close to the ±55° QD latitudes, which the comparison of the VFM and VFM_N models (Figure 2d) reveals even better. This pattern is a consequence of the modeling choice of only selecting ASM scalar data poleward of ±55° QD latitudes, thus producing an edge effect, enhanced when considering models with norm disagreement (i.e., when comparing the ASM_V or VFM_N models to the VFM model). Differences found in the ASM_V and VFM (or VFM_N) core fields are of a different nature. They tend to concentrate in zonal terms, and their pattern at satellite altitude (Figures 2f and 2g) clearly points at the cause of these differences being in orbital systematic ASM_V/VFM vector data disagreements on the order of a few nT. Systematic disagreements with similar order of magnitude have been identified between the norm of the L1b VFM vector data and the ASM scalar data, testifying for the occurrence of a "VFM-ASM disturbance field" presently under investigation (cf. R. Floberghagen et al., in review, 2015). We note, however, that the impact of this disturbance field would be less related to the error it introduces in the norm of the L1b VFM vector data (as testified by the little difference found between the VFM and VFM_N models, Figure 2h) than to the directional error it also potentially introduces. It thus is the combined effect of this disturbance field

©2015. American Geophysical Union. All Rights Reserved.

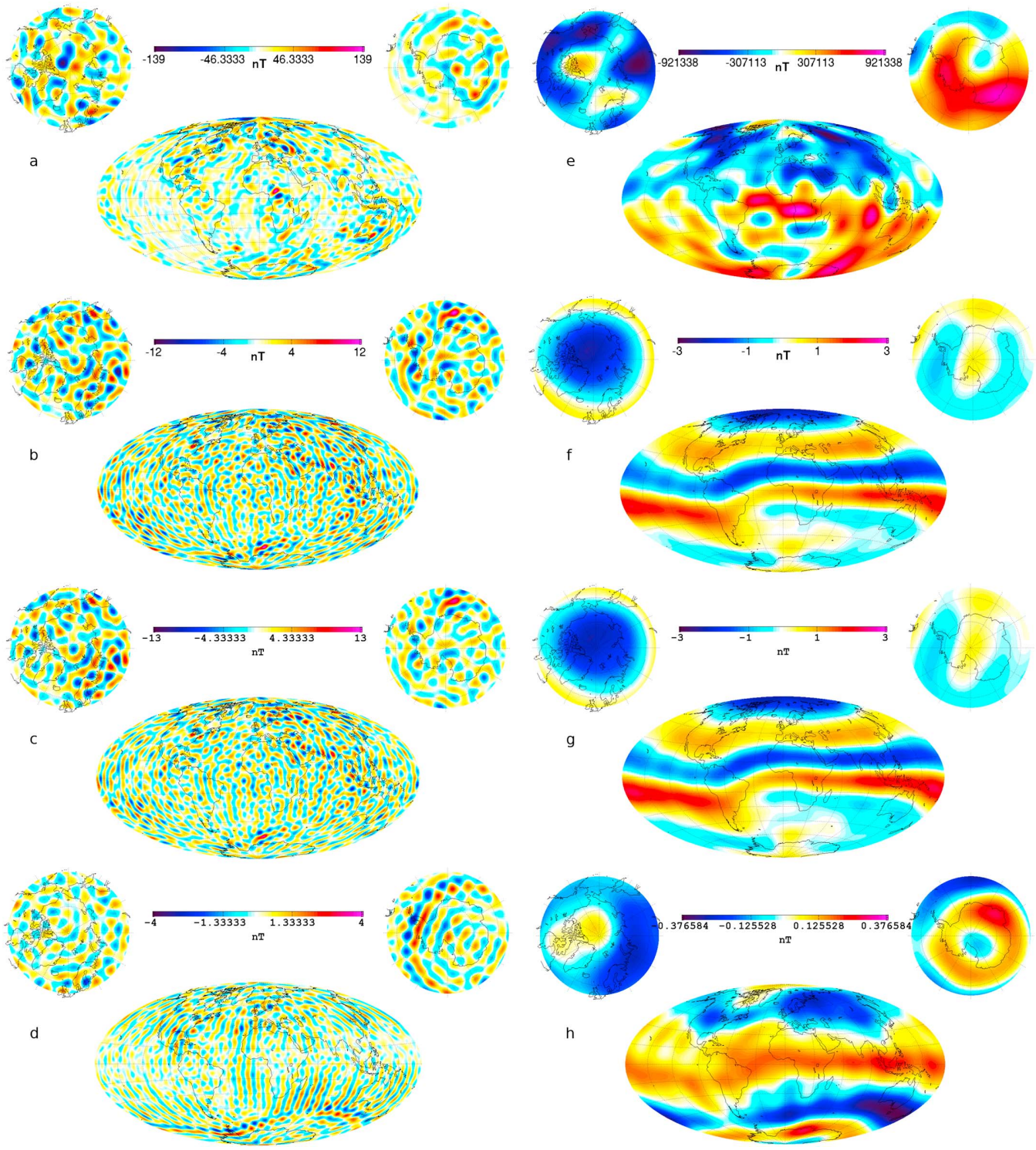


Figure 2. (left) Lithospheric and (right) core field model comparisons: B_r for n = 15–45 at ground surface from (a) model ASM_V and from (b) ASM_V minus VFM, (c) ASM_V minus VFM_N, and (d) VFM minus VFM_N model differences; B_r for n = 1–13, central epoch 22/4/2014 from (e) model ASM_V at the core surface and from (f) ASM_V minus VFM, (g) ASM_V minus VFM_N, and (h) VFM minus VFM_N model differences at satellite altitude.

©2015. American Geophysical Union. All Rights Reserved.

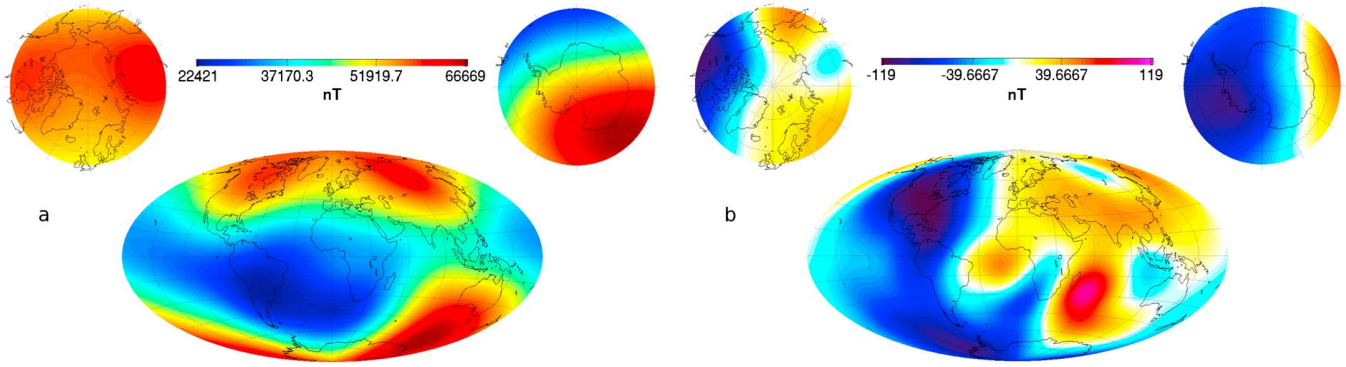


Figure 3. (a) Total field intensity at the Earth's surface, as described by the ASM_V model for central epoch (22/4/2014); (b) Total field intensity change at the Earth's surface between 29 November 2013 (first data used) and 6 November 2014 (last data used), as described by the ASM_V model.

and of likely slight systematic deformations of the boom along the orbit, more than the ASM_V and VFM instruments noise and VFM biases, that likely causes the systematic disagreements seen in Figures 2f and 2g between the ASM_V and VFM or VFM_N models.

6. Future Prospects

As is clear from the above, using absolute vector measurements provided by the ASM instrument can bring extremely useful information. The overall quality of the vector mode data has been shown to be very close to what could be expected (I. Fratter et al., in review, 2015). In addition, and thanks to the stability of the satellites' booms, a geomagnetic field model could be derived, entirely based on ASM (vector and scalar) data. This ASM_V model was validated using comparisons with analogous models derived from nominal L1b data. Of course, this ASM_V model cannot claim to compete against such analogous models, as these take advantage of a more stable mechanical link between the VFM and STR instruments (which sit on the same very stable optical bench). On another hand, the intrinsic capability of the ASM vector mode to deliver consistent data (both scalar and vector, with no biases) provides a unique means of controlling the quality of these nominal L1b data. Indeed, direct comparisons of ASM_V data with synchronous nominal L1b vector data (ongoing work, beyond the scope of the present letter) have already provided very useful guidance for identifying means of correcting for this disturbance.

More generally, the overall very good agreement of the ASM_V model with the VFM and VFM_N models is extremely encouraging (Figure 1). It shows that a mission only relying on the ASM vector mode for magnetic field data acquisition could be used to monitor the field of internal origin of the Earth or possibly the field of another planet. Figure 3a, for instance, shows the map of the total field intensity at the Earth's surface (at central epoch 22/4/2014) as modeled by the ASM_V model. This map displays the well-known low-intensity region known as the South Atlantic Anomaly (SAA), mainly due to the occurrence of the reversed field patch to be seen below the same region at the core surface (Figure 2a). This SAA, which may have started growing as early as in 1500 A.D. [e.g., *Licht et al.*, 2013], has been expanding, and its minimum intensity steadily decreasing over the past decades [*Finlay et al.*, 2010]. This is a concern for modern technology, in particular, for satellites cruising in Low Earth Orbits and crossing this region [*Heirtzler et al.*, 2002]. Figure 2b shows the change in the field intensity at the Earth's surface as witnessed by the *Swarm* over the 29 November 2013 to 6 November 2014 time period (and modeled by the ASM_V model). It shows that the SAA goes on deepening but is also moving westward and changing shape. Understanding how this SAA will evolve in the future is an important challenge, which could be addressed with the help of geomagnetic data assimilation [*Fournier et al.*, 2010] but will definitely require further global field monitoring, one of the main tasks of the *Swarm* mission.

Acknowledgments

The authors thank Chris Finlay for kindly providing the RC index needed for this study and two anonymous reviewers for their help in improving the manuscript. They also thank the ESA *Swarm* project team for their collaboration in making ASM_V experimental data acquisition possible. They finally gratefully acknowledge support from the Centre National d'Études Spatiales (CNES) within the context of the "Travaux préparatoires et exploitation de la mission SWARM" project and from the European Space Agency (ESA) through ESTEC contract 4000109587/13/I-NB "SWARM ESL." All *Swarm* L1b data are freely available from ESA at http://earth.esa.int/swarm. Experimental ASM_V data used for the present study are available from the corresponding author, subject to approval by CNES and CEA-Léti. ASM_V model coefficients can be downloaded from http://geomag.ipgp.fr/download/IPGP_GRL_ASMV.tar.gz. This is IPGP contribution 3614.

The Editor thanks two anonymous reviewers for their assistance in evaluating this paper.

References

Finlay, C. C., et al. (2010), International geomagnetic reference field: The eleventh generation, *Geophys. J. Int.*, *183*, 1216–1230, doi:10.1111/j.1365-246X.2010.04804.x.

Fournier, A., G. Hulot, D. Jault, W. Kuang, A. Tangborn, N. Gillet, E. Canet, J. Aubert, and F. Lhuillier (2010), An introduction to data assimilation and predictability in geomagnetism, *Space Sci. Rev.*, *155*, 247–291, doi:10.1007/s11214-010-9669-4.

©2015. American Geophysical Union. All Rights Reserved.

Friis-Christensen, E., H. Lühr, and G. Hulot (2006), Swarm: A constellation to study the Earth's magnetic field, *Earth Planets Space*, *58*, 351–358.
Gravrand, O., A. Khokhlov, J. L. Le Mouël, and J. M. Léger (2001), On the calibration of a vectorial ^{4}He pumped magnetometer, *Earth Planets Space*, *53*, 949–958.
Guttin, C., J. M. Léger, and F. Stoeckel (1994), Realization of an isotropic scalar magnetometer using optically pumped helium 4, *J. Phys. IV*, *4*, 655–659.
Heirtzler, J., H. Allen, and D. Wilkinson (2002), Ever-present South Atlantic Anomaly damages spacecraft, *Eos Trans. AGU*, *83*(15), 165–172.
Holme, R., and J. Bloxham (1996), The treatment of attitude errors in satellite geomagnetic data, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *98*, 221–233.
Kan, J. R., and L. C. Lee (1979), Energy coupling function and solar wind-magnetosphere dynamo, *Geophys. Res. Lett.*, *6*, 577–580.
Léger, J. M., F. Bertrand, T. Jager, M. L. Prado, I. Fratter, and J. C. Lalaurie (2009), Swarm absolute scalar and vector magnetometer based on helium 4 optical pumping, *Procedia Chem.*, *1*, 634–637.
Licht, A., G. Hulot, Y. Gallet, and E. Thébault (2013), Ensembles of low degree archeomagnetic field models for the past three millennia, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *224*, 38–67, doi:10.1016/j.pepi.2013.08.007.
Lowes, F. J. (1966), Mean-square values on sphere of spherical harmonic vector fields, *J. Geophys. Res.*, *71*, 2179.
Mauersberger, P. (1956), Das Mittel der Energiedichte des geomagnetischen Hauptfeldes an der Erdoberfläche und seine säkulare Änderung, *Gerl. Beitr. Geophys.*, *65*, 207–215.
Merayo, J., P. Brauer, F. Primdahl, J. R. Petersen, and O. V. Nielsen (2000), Scalar calibration of vector magnetometers, *Meas. Sci. Technol.*, *11*, 120–132.
Olsen, N., H. Lühr, C. C. Finlay, T. J. Sabaka, I. Michaelis, J. Rauberg, and L. Tøffner-Clausen (2014), The CHAOS-4 geomagnetic field model, *Geophys. J. Int.*, *197*, 815–827.
Olsen, N., et al. (2015), The Swarm Initial Field Model for the 2014 geomagnetic field, *Geophys. Res. Lett.*, doi: 10.1002/2014GL062659.
Richmond, A. D. (1995), Ionospheric electrodynamics using magnetic Apex coordinates, *J. Geomagn. Geoelec.*, *47*, 191–212.

©2015. American Geophysical Union. All Rights Reserved.

Annexe G

Notice DGRF-13

IPGP/CEA-LETI DGRF 2015 candidate model for IGRF-13

This note is to provide the information requested to accompany the DGRF 2015 candidate model that our IPGP-led team wishes to submit for consideration for IGRF-13.

1) Team

Lead Institution: Institut de Physique du Globe de Paris/Université de Paris (IPGP)
Participating Institution: CEA-LETI, Grenoble, France
Co-Team leaders: P. Vigneron (IPGP), G. Hulot (IPGP)
Team members: Jean-Michel Léger (CEA-LETI), Thomas Jager (CEA-LETI)

2) Data used

Data type and version: Only data collected by the Alpha and Bravo from the ESA Swarm mission have been used. The magnetic data are the ASM-V data produced by the ASM instruments running in vector mode (see Léger et al., 2015), processed within IPGP using L0 data version 0201, v7 version software (developed by CEA-LETI) to produce L1a data, XPa1B software to produce L1b data with UTC time stamps, using stray field corrections from 0506/0506 nominal ASMxAUX, and updated CCDB with optimized gains (1.22 for Alpha, 1.27 for Bravo, as provided by CEA-LETI on 23/04/18). These data are therefore calibrated in a slightly different way than those used in previous publications using ASM-V data (Vigneron et al., 2015; Hulot et al., 2015) to correct for artefacts that have since been identified. All the ASM-V data used are expressed in the reference frame of the ASM instruments. Attitude information is recovered using the q_NEC_CFR quaternion information from 0506/0506 MAGxLR files, also used to recover satellite positions (radius/lat/long). Note that Euler angles defining the rotation between the ASM and STR CRF reference frames are therefore jointly computed with the models (see below).

Data temporal distribution: First data used is from 30/11/2013, last data used is from 03/05/2019 (65 months). Note that we did not use more recent data, as this was not deemed necessary to derive a model for epoch 01/01/2015.

Data selection: Data selection criteria are identical (except for possible thresholds when using indices, see below) to those previously used in Hulot et al. (2015), where details can be found. These can be summarized in the following way:

- Only night-side data are used
- Magnetically quiet conditions (based on RC<2nT/h and Kp<2+) are required
- For all (absolute) QD latitudes above 55°, only scalar data have been used, also requesting that $E_{m,12}$< 0.8 mV/m
- For all other QD latitudes, only vector data have been used, unless the scalar residual (difference between scalar and modulus of vector) is larger than 0.3 nT, or the piezoelectric motor has been activated within 3s of the data measurement (since this may produce artefacts, see Léger et al., EPS, 2015), in which case only the scalar data is considered.
- A final decimation is being used to avoid over-representation along tracks (amounting to separate data by about 30s)

Again as in Hulot et al. (2015), a mild additional selection criteria was finally introduced to ensure that a meaningful (non-spurious) L1b nominal data version 0505/0506 (from the VFM instruments) was available for each ASM-V data selected, to build a mirror L1b data set for comparison purposes, which we used for assessing model uncertainties (see section 6 below).
This resulted in the selection of **313 601 scalar data** and **1 340 172 x 3 vector data**, distributed in time and latitude as illustrated in Figure 1.

3) Parent model parameterization:

The model parameterization used is an evolution of the one used in Hulot et al. (2015), using an approach similar to that used for the CHAOS-4 model (Olsen et al., 2014) to better account for temporal evolution over more than 5 years. It involves a grand total of **6755** coefficients corresponding to:

- Time-varying internal field up to degree and order 13 (included), using order-6 B-splines with a 6 months knots separation. This led to 16 splines and 16x13x(13+2) = **3120** coefficients

- Static internal field between degree and order 14 (included) and degree and order 45 (included). This led to and additional 45(45+2) – 13(13+2) = **1920** coefficients
- External field modelled as in Hulot et al. (2015, where details can be found):
    - Remote magnetospheric sources : $q_n^{0,GSM}$ in GSM frame, with n=1,2 -> 2 coefficients
    - Near magnetospheric ring current :
      up to degree and order 2 in SM frame -> 8 coefficients
      Δq estimated every 5 days for q10 (395 time segments, -> 395 coefficients)
      Δq estimated every 30 days for qs11 (67 time segments, -> 2x67 = 134 coefficients)

  Leading to a total of 2+8+395+134 = **539** coefficients
- Euler angles (rotation between ASM and STR reference frames) estimated every 10 days for both satellites : 197/195 time segments for Alpha and Bravo, -> 3x(197+195) = **1176** coefficients

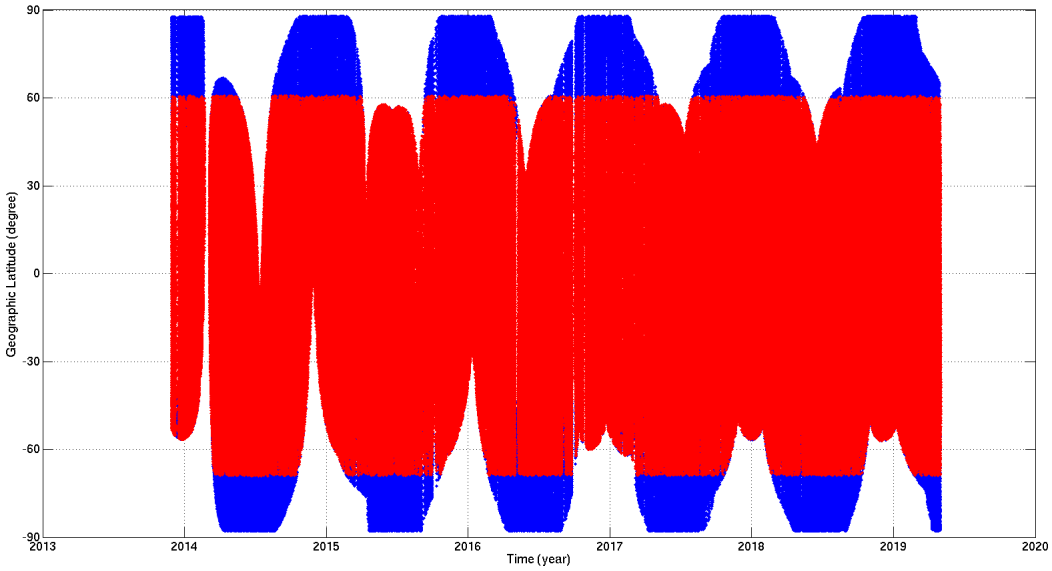


Figure 1*: Data distribution as a function of time and latitude (blue: scalar data; red: vector data)*

4) Parent model optimization:

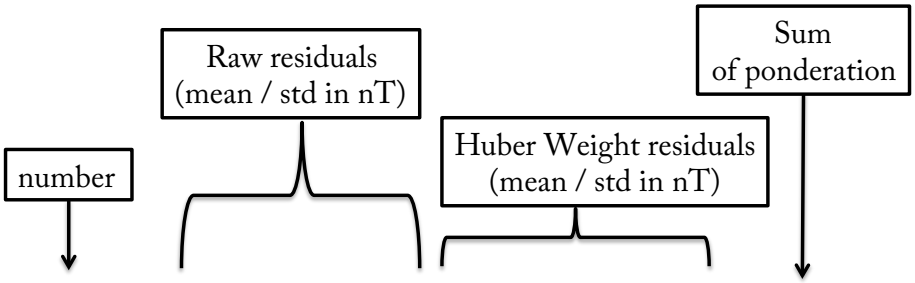
The model was computed by minimizing the mismatch between data and model prediction, using iteratively reweighted least-squares with Huber weights and temporal damping as in Olsen et al. (2014), but only using two damping parameters λ2 and λ3:

- λ2 : $|d^2B_r/dt^2|$ constrained at beginning and end of dataset (namely Nov-2013 and May-2019) with the same damping value as for CHAOS-4 (λ2 = 10)
- λ3 : $|d^3B_r/dt^3|$ integrated at the core surface and over the time coverage constrained with the same damping value as CHAOS-4 (λ3 = 0.33 for all Gauss coefficients except for g_{10} where λ3=10)

As in Hulot et al. (2015), a geographical weight was introduced, proportional to sin(θ) (where θ is the geographic colatitude), to balance the geographical sampling of data. Anisotropic magnetic errors due to attitude uncertainty were taken into account assuming an isotropic attitude error of 10 arcsecs (recall, indeed, that even isotropic attitude error produces anisotropic magnetic errors, see Holme and Bloxham (1996), the formalism of which we rely on). A priori data error variances were otherwise set to 2.2 nT for both scalar and vector data. The starting model used is a static model (CHAOS-4 up to degree and order 13 only for epoch 30/11/13), but this choice was found to not have any influence on the final model.

A total of eight iterations were used, which was found to ensure convergence to within the accuracy required.

Resulting residual statistics are shown in Tables 1 and 2. Tables 3 and 4 provide the same statistics for the twin model produced using the Swarm L1b nominal data version 0505/0506.



Number F at polar latitudes: =		313601					
F (polar)	[nT]:	313601	0.67	7.42	-0.07	3.87	0.84
F+B_B	[nT]:	1653773	0.15	3.95	0.03	2.55	0.94
F+B_B low lat :		1340172	0.03	2.53	0.05	2.19	0.96
B_B	[nT]:	1340172	0.03	2.53	0.05	2.19	0.96
B_r	[nT]:	1340172	-0.01	2.43	-0.01	2.16	0.89
B_theta	[nT]:	1340172	0.04	4.12	0.06	3.31	0.90
B_phi	[nT]:	1340172	-0.02	3.53	-0.01	2.86	0.90

Table 1*: Residual statistics for all data used to produce the parent model (using the same convention as in Hulot et al., 2015). B_B refers to vector residuals projected along the field direction; "Low lat" refers to data within (absolute) QD latitude 55°; F (polar) refers to scalar data above (absolute) QD latitude 55°.*

Data set 1 (SAT-A)							
Number F at polar latitudes: =		157073					
F (polar)	[nT]:	157073	0.53	7.68	-0.17	3.98	0.83
F+B_B	[nT]:	823580	0.11	4.07	0.01	2.60	0.93
F+B_B low lat :		666507	0.02	2.57	0.05	2.21	0.77
B_B	[nT]:	666507	0.02	2.57	0.05	2.21	0.96
B_r	[nT]:	666507	0.01	2.51	0.01	2.23	0.88
B_theta	[nT]:	666507	0.02	4.14	0.03	3.34	0.90
B_phi	[nT]:	666507	-0.01	3.54	-0.01	2.88	0.89
Data set 2 (SAT-B)							
Number F at polar latitudes: =		156528					
F (polar)	[nT]:	156528	0.82	7.15	0.03	3.75	0.84
F+B_B	[nT]:	830193	0.18	3.83	0.05	2.51	0.94
F+B_B low lat :		673665	0.03	2.49	0.06	2.17	0.78
B_B	[nT]:	673665	0.03	2.49	0.06	2.17	0.96
B_r	[nT]:	673665	-0.04	2.34	-0.04	2.08	0.89
B_theta	[nT]:	673665	0.06	4.11	0.09	3.29	0.90
B_phi	[nT]:	673665	-0.04	3.52	-0.01	2.84	0.90

Table 2*: Separate Residual statistics for all Swarm Alpha (SAT-A, top Table) and Swarm Beta (SAT-B, bottom Table) data used to produce the parent model.*

Number F at polar latitudes: =		313601					
F (polar)	[nT]:	313601	0.67	7.43	-0.07	3.87	0.83
F+B_B	[nT]:	1653773	0.13	3.94	0.01	2.53	0.94
F+B_B low lat :		1340172	0.00	2.49	0.03	2.16	0.96
B_B	[nT]:	1340172	0.00	2.49	0.03	2.16	0.96
B_r	[nT]:	1340172	-0.02	1.74	-0.01	1.55	0.93
B_theta	[nT]:	1340172	-0.01	3.61	0.02	2.92	0.93
B_phi	[nT]:	1340172	-0.02	3.07	0.01	2.48	0.92

Table 3*: same as Table 1, but for the twin model produced using the Swarm L1b nominal data version 0505/0506.*

```
Data set  1 (SAT-A)
Number F at polar latitudes: = 157073
F (polar) [nT]:     157073      0.50      7.70    -0.18      4.00      0.82
F+B_B     [nT]:     823580      0.10      4.06    -0.01      2.59      0.93
F+B_B low lat :     666507      0.00      2.54     0.03      2.19      0.78
B_B       [nT]:     666507      0.00      2.54     0.03      2.19      0.96
B_r       [nT]:     666507      0.01      1.77     0.01      1.58      0.93
B_theta   [nT]:     666507      0.00      3.61     0.03      2.93      0.93
B_phi     [nT]:     666507     -0.04      3.07    -0.00      2.48      0.92

Data set  2 (SAT-B)
Number F at polar latitudes: = 156528
F (polar) [nT]:     156528      0.83      7.16     0.04      3.75      0.84
F+B_B     [nT]:     830193      0.16      3.81     0.03      2.48      0.94
F+B_B low lat :     673665      0.00      2.45     0.03      2.13      0.78
B_B       [nT]:     673665      0.00      2.45     0.03      2.13      0.96
B_r       [nT]:     673665     -0.05      1.72    -0.04      1.51      0.92
B_theta   [nT]:     673665     -0.03      3.61     0.01      2.91      0.93
B_phi     [nT]:     673665     -0.01      3.07     0.02      2.49      0.93
```

Table 4: *same as Table 2, but for the twin model produced using the Swarm L1b nominal data version 0505/0506.*

5) DGRF 2015 candidate model generation

The DGRF 2015 candidate model is just the parent model computed for epoch 2015.0 and truncated at degree 13.

6) Computation of realistic uncertainties on each Gauss coefficient

To assess "realistic" uncertainties on each Gauss coefficients, we decided to only assess uncertainties produced by the quality of the data (i.e., we did not assess the uncertainties due to the choice of the modelling strategy, choice of data selection criteria and choice of parameters for the inversion, such as damping parameters, etc…). These uncertainties should thus be viewed as a lower bound indication of the "real" uncertainties.

The following strategy was used. We first split the ASM-V data set in two: ordering and numbering data as a function of time, every even number data is put in sub-dataset ASMV-1, every odd data is put in sub-dataset ASMV-2. Likewise, the twin VFM data set (Swarm L1b nominal data, version 0505/0506) is split in two VFM-1 and VFM-2 datasets (the time distribution of VFM-1/2 data matching that of ASMV-1/2). A model is next computed from each sub-dataset, using the same parameters as the parent (and twin) model, leading to four models: ASMV-1 and VFM-1 (sharing the same even number data distribution) and ASMV_2 and VFM_2 (sharing the same odd number data distribution). For each Gauss coefficients, the values A1 (from ASMV_1), A2 (from ASMV-2), V1 (from VFM1) and V2 (from VFM2) are next used to compute the quantity E = sqrt [1/2 x {(A1-V2)x(A1-V2) + (A2-V1)x(A2-V1)}], which we assign as one sigma type of error on the corresponding Gauss coefficient. These values are provided as s_g (for the g coefficient) and s_h (for the h coefficient) with 3 significant digits.

Note that this technique only provides estimate of variances and ignores possible cross-correlations in errors between Gauss coefficients. But it can also be used to compute the geographical distribution of the errors (one sigma type) predicted for local quantities, such as Br values (now using local values of the predicted Br by the same four models, using the same formula E = sqrt [1/2 x {(A1-V2)x(A1-V2) + (A2-V1)x(A2-V1)}]. Figure 2 provides a map of this predicted error.

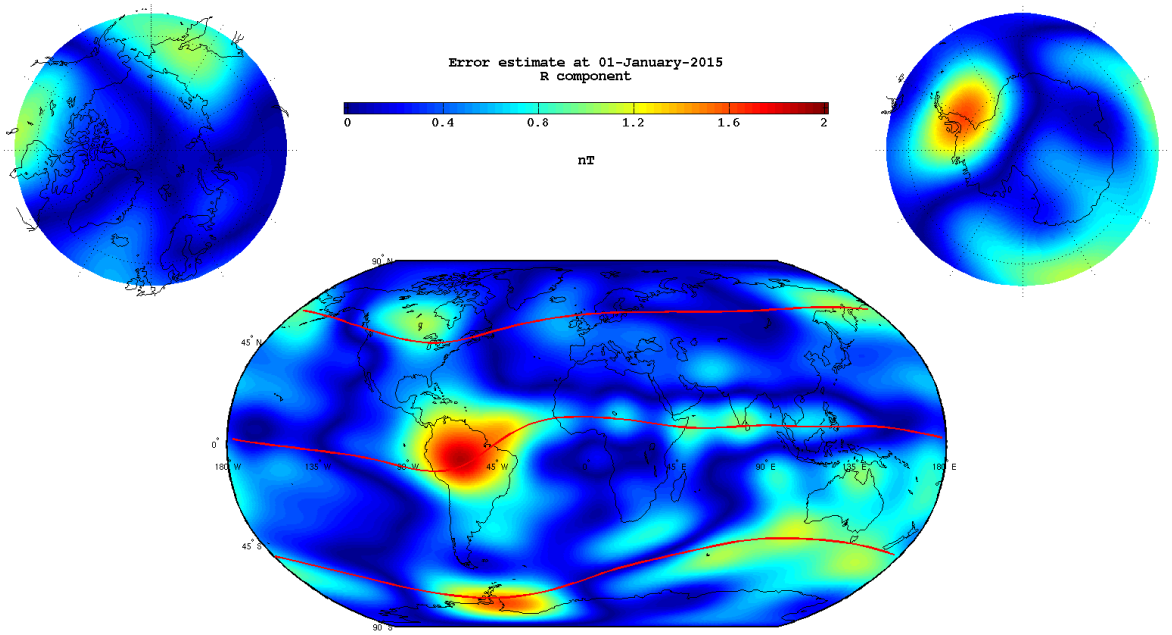


Figure 2: Local errors (one sigma type) computed using the technique described in the text for the Br (radial component) at Earth's surface.

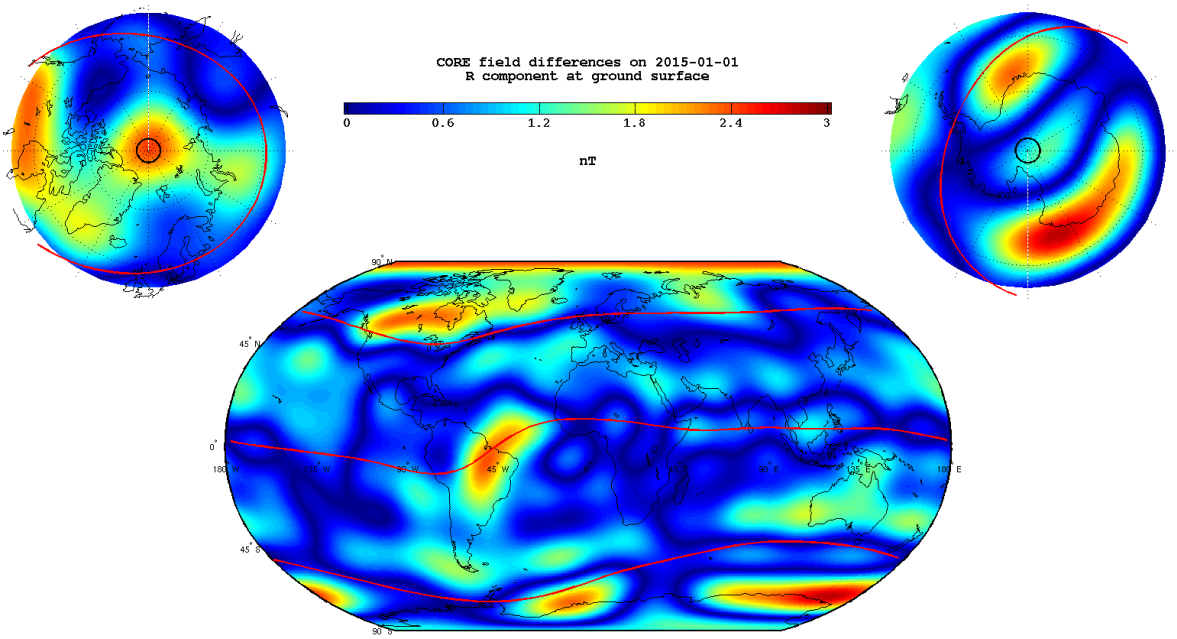


Figure 3: Absolute value of the difference in the Br values predicted by our DGRF 2015 candidate model and CHAOS6-x9 at Earth's surface.

7) Initial Validation

To provide an initial assessment of the quality of the DGRF 2015 candidate model we produced, we simply compared this model to the CHAOS6-x9 model for epoch 2015.0. This CHAOS6-x9 model was computed by DTU only using L1b Swarm data (plus data from earlier missions as well as data from ground observatories). The modelling is similar in spirit (also using splines, etc…), but differs in many details (choice of parameters, etc…), and also involves the use of gradient data (see Finlay et al., 2016). Figure 3 illustrates the geographical distribution of the absolute value of the difference in the Br values predicted by our DGRF 2015 candidate model and CHAOS6-x9. It is interesting to see that these differences have many similarities with the errors predicted by the technique described in section 6 (and shown in Figure

2) and are very comparable in magnitude, lending some credit to the estimate of uncertainties we provide for each Gauss coefficient.

We also computed the Lowes-Mauersberger spectra of the differences between our DGRF 2015 candidate model and the "twin" model computed using the VFM data (Swarm L1b nominal data version 0505/0506), as well as those of the differences of these models and previous models computed from earlier ASM-V data (the IGRF 2015 candidate model of Vigneron et al., 2015, and the more advanced model of Hulot et al., 2015) with respect to the CHAOS6-x9 model for the same epoch. These spectra are shown in Figure 4.

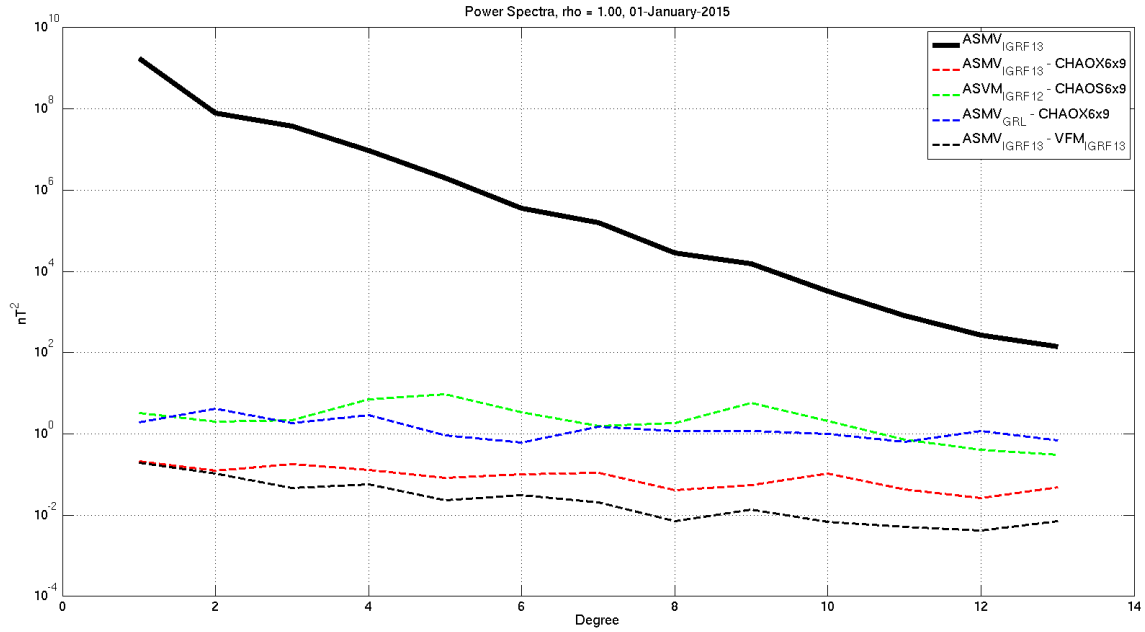


***Figure 4**: Spectra of our DGRF 2015 candidate model (black solid line, referred to as $ASMV_{IGRF\ 13}$), of the difference between our DGRF 2015 candidate model and the "twin" model computed from VFM Swarm L1b nominal data version 0505/0506 data (black dashed line, referred to as $ASMV_{IGRF\ 13}$ - $VFM_{IGRF\ 13}$), of the difference between our DGRF 2015 candidate model and CHAOS6-x9 (red dashed line, referred to as $ASMV_{IGRF\ 13}$ - CHAOS6x9), of the difference between the ASMV model published in Hulot et al. (2015) and CHAOS6-x9 (blue dashed line, referred to as $ASMV_{GRL}$ - CHAOS6x9), of the difference between the ASMV IGRF 2015 candidate model published in Vigneron et al. (2015) and CHAOS6-x9 (green dashed line, referred to as $ASMV_{IGRF\ 12}$ - CHAOS6x9), all at Earth's surface.*

Figure 4 illustrates a number of important points. One is the progressive improvement when considering the ASMV IGRF 2015 candidate model of Vigneron et al (2015), which relied on Swarm Alpha and Bravo ASM-V data before recalibration only covering the November 29, 2013 to September 25, 2014 time period using a linear SV extrapolation to 2015.0), the improved ASMV model of Hulot et al. (2015, which involved a more advanced modelling and relied on Swarm Alpha and Bravo ASM-V data before recalibration covering the November 29, 2013 to November 6, 2014 time period using a much sorter a linear SV extrapolation to 2015.0), and our DGRF 2015 candidate model, which is the closest to CHAOS6-x9, with a typical spectral disagreement of $10^{-1}nT^2$ at all degrees, consistent with the disagreement illustrated in Figure 3 (with a maximum below 3 nT). Another encouraging point worth stressing is that the disagreement between our DGRF 2015 candidate model and its "twin" model (computed from VFM Swarm L1b nominal data version 0505/0506 data) is even better, showing that the disagreement between our DGRF 2015 candidate model and CHAOS6-x9 is more due to the difference in the modelling strategy, than to differences in the ASM-V and VFM data sets. Finally, we note that the difference between our DGRF 2015 candidate model and CHAOS6-x9 is well on the very low side of the typical differences that were observed between the various DGRF 2010 candidate models and the finally adopted DRGF 2010 model, as illustrated in Figure 1 of Thébault et al. (2015).

8) Conclusion

We therefore conclude that our DGRF 2015 candidate model entirely based on ASM-V experimental vector mode data is a particularly valuable candidate for contribution to the final DGRF 2015 model.

9) References:

Finlay, C.C., Olsen, N., Kotsiaros, S., Gillet, N., Tøffner-Clausen, L., Recent geomagnetic secular variation from *Swarm* and ground observatories as estimated in the CHAOS-6 geomagnetic field model, *Earth Planets Space,* 68 : 112, https://doi.org/10.1186/s40623-016-0486-1, 2016. For the CHAOS-6-x9 version of this model, see http://www.spacecenter.dk/files/magnetic-models/CHAOS-6/.

Holme, R., and J. Bloxham, The treatment of attitude errors in satellite geomagnetic data, *Phys. Earth Planet. Inter.*, *98*, 221–233, 1996.

Hulot, G., Vigneron, P., Léger, J.-M., Fratter, I., Olsen, N., Jager, T., Bertrand, F., Brocco, L., Sirol, O., Lalanne, X., Boness, A., Cattin, V., Swarm's absolute magnetometer experimental vector mode, an innovative capability for space magnetometry, *Geophys. Res. Lett.*, 42, https://doi.org/10.1002/2014GL062700, 2015.

Léger, J.M., Jager, T., Bertrand, F., Hulot G., Brocco, L., Vigneron, P., Lalanne, X., Chulliat, A., Fratter, I., In-flight performance of the Absolute Scalar Magnetometer vector mode on board the Swarm satellites, *Earth Planets Space,* 67 : 57, https://doi.org/10.1186/s40623-015-0231-1, 2015.

Olsen, N., H. Lühr, C. C. Finlay, T. J. Sabaka, I. Michaelis, J. Rauberg, and L. Tøffner-Clausen, The CHAOS-4 geomagnetic field model, *Geophys. J. Int.*, *197*, 815–827, 2014.

Thébault E., Finlay C.C., Alken P., Beggan C.D., Canet E., Chulliat A., Langlais B., Lesur V., Lowes F.J., Manoj C., Rother M., Schachtschneider R., Evaluation of candidate geomagnetic field models for IGRF-12. Earth Planets Space, 67 : 112, https://doi.org/10.1186/s40623-015-0273-4, 2015.

Vigneron, P., Hulot, G., Olsen, N., Léger, J.M., Jager, T., Brocco, L., Sirol, O., Coïsson, P., Lalanne, X., Chulliat, A., Bertrand, F., Boness, A., Fratter, I., A 2015 International Geomagnetic Reference Field (IGRF) Candidate Model Based on *Swarm*'s Experimental Absolute Magnetometer Vector Mode Data, *Earth Planets Space,* 67 : 95, https://doi.org/10.1186/s40623-015-0265-4, 2015.

Annexe H

Rapport communiqué au CNES sur les besoins de stabilisation d'un nanosatellite pour la mesure magnétique

NOTE SUR L'IMPACT DE LA TRANSLATION ET DE LA ROTATION D'UN SATELLITE SUR ORBITE INCLINÉE À 60° SUR LA MESURE DU CHAMP MAGNÉTIQUE A 1Hz

P. VIGNERON et G. HULOT
IPGP, 15/01/16

HYPOTHÈSES

On considère un satellite sur une orbite inclinée à 60° comme envisagée pour la mission NanoMagSat (Figure 1, par simplification on supposera ici la Terre sphérique, l'orbite circulaire à 500 km d'altitude et on ignorera la rotation de la Terre sur elle-même). On suppose que ce satellite prend des mesures de champ magnétique à 1Hz, scalaires et vectorielles et que chaque mesure, délivrée chaque seconde t_0, est en réalité la valeur moyenne (sur une durée de Δt=1s centrée sur l'instant t_0) du champ vu par le satellite pendant la seconde en question. À chaque seconde t_0, la mesure fournie est donc le résultat d'une moyenne du champ vu dans le référentiel du satellite en translation (sur son orbite) et rotation sur lui-même (par rapport au référentiel local NEC, North East Center). Ce champ, même après une restitution d'attitude parfaite du satellite (ce que nous supposons ici) permettant de ramener la mesure faite dans le référentiel du satellite au référentiel local NEC à l'instant t_0, n'est pas exactement égal au champ $\overrightarrow{B(t_0)}$, le champ réel se trouvant à l'endroit du satellite à cet instant. C'est l'écart à ce champ que nous souhaitons quantifier.

Nous supposons le champ statique dans le référentiel terrestre (champ principal, qui domine le signal, et sur lequel nous souhaitons mesurer l'impact de l'erreur produite). Le modèle utilisé est le modèle candidat IGRF ASMV de Vigneron et al., EPS, 2015, dont les composantes B_X (Nord), B_Y (Est), B_Z (vers le Centre de la Terre) sont représentées sur la Figure 2.

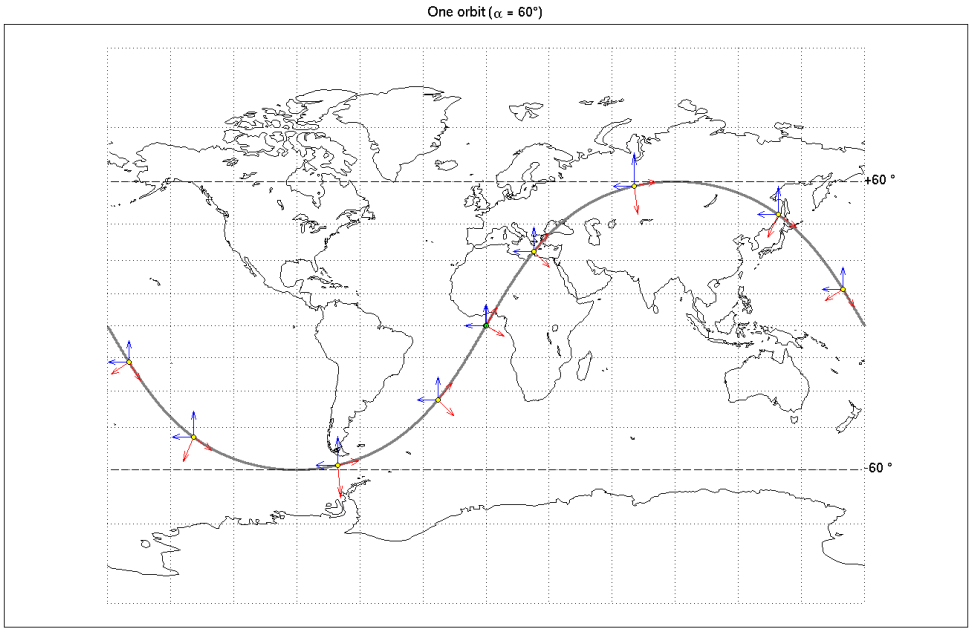


Figure 1 : Orbite considérée (on ignore l'effet de l'aplatissement de la Terre).
En rouge, repère figurant le référentiel du satellite si ce dernier est supposé stabilisé. En bleu, les composantes Nord et Ouest dans le repère NEC. On remarquera que le satellite tourne donc par rapport au référentiel NEC même en attitude stabilisée (toujours la même face vers l'avant) sur son orbite.

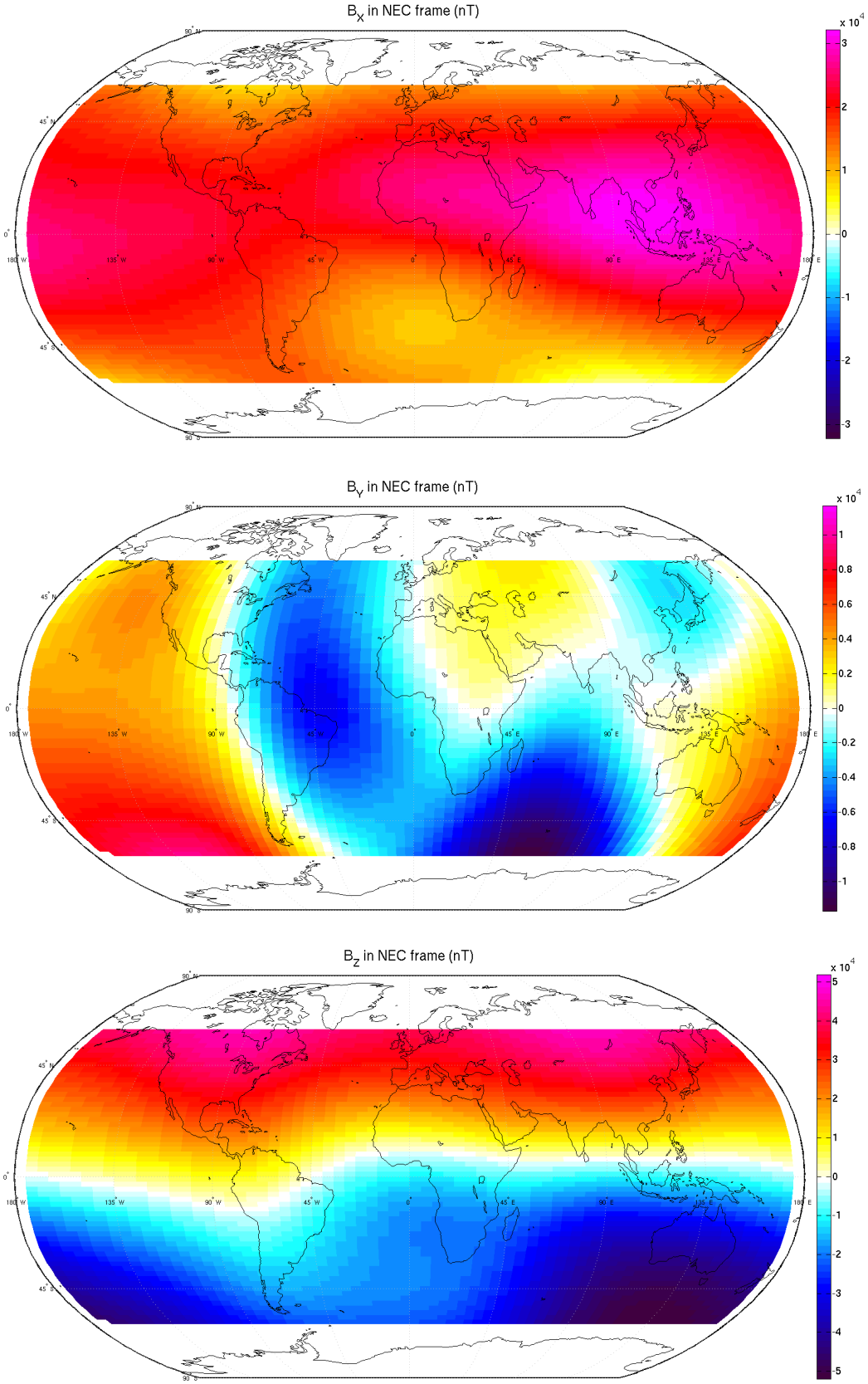


Figure 2 : Composante NEC B_X (Nord), B_Y (Est), B_Z (vers le Centre de la Terre) du champ magnétique principal considéré à l'altitude (500km) du satellite.

PRINCIPE DU CALCUL

Mesure scalaire :

Pour ce qui concerne l'effet sur la mesure scalaire $F(t_0)$, il est clair que la rotation du satellite sur lui-même est sans impact, et que seul l'effet dû à la translation du satellite sur son orbite interviendra. Le calcul consiste donc à déterminer :

$$\Delta F(t_0) = F(t_0) - \frac{1}{\Delta t}\int_{t_0-\frac{\Delta t}{2}}^{t_0+\frac{\Delta t}{2}} F(t)\,dt \qquad (1)$$

où $F(t_0)$ est la valeur réelle du champ là où se trouve le satellite à l'instant t_0, et Δt est l'intervalle de temps de la mesure (supposé de 1s pour un échantillonnage à 1Hz). La quantité F(t) dans l'intégrale varie parce que le satellite se déplace dans le gradient spatial du champ le long de l'orbite.

Mesure vectorielle :

L'effet de la translation le long de l'orbite est toujours présent, mais il faut maintenant tenir compte de la rotation du référentiel du satellite par rapport au référentiel NEC. Le principe du calcul consiste à faire la moyenne du champ mesuré dans le référentiel du satellite en utilisant le repère qui sera aligné avec le repère NEC à l'instant t_0, repère qui est donc exactement celui du NEC à l'instant t_0, mais en rotation (donc légèrement désaligné avant et après). Pour chacune des composantes i du champ dans le repère commun à l'instant t_0 , on a donc :

$$\Delta B_i(t_0) = B_i(t_0) - \frac{1}{\Delta t}\int_{t_0-\frac{\Delta t}{2}}^{t_0+\frac{\Delta t}{2}} \vec{B}(t).\vec{e}_i(t)\,dt \qquad (2)$$

où $B_i(t_0)$ est la valeur réelle de la composante i du champ (dans le repère NEC) là où se trouve le satellite à l'instant t_0, et le produit scalaire $\vec{B}(t).\vec{e}_i(t)$ est calculé en pratique dans le référentiel local NEC à chaque instant, de sorte que $\vec{B}(t)$ ne varie que du fait de la translation du satellite sur son orbite et $\vec{e}_i(t)$ varie du fait de la rotation du satellite sur lui-même (par rapport au référentiel local NEC).

Soulignons que même si l'attitude du satellite est stabilisée sur son orbite (face avant fixe, etc…), le satellite possède déjà une légère rotation sur lui-même par rapport au référentiel local NEC (comme on peut le constater sur la figure 1).

ROTATIONS CONSIDÉRÉES

En plus de la rotation intrinsèque du satellite sur son orbite (s'il est supposé être en attitude stabilisée), nous considérons aussi des rotations du satellite autour de trois axes perpendiculaires (toute autre rotation pouvant être décrite comme une combinaison de ces rotations). Dans l'hypothèse d'un satellite avec un bras stabilisé gravitationnellement comme Oersted, il est naturel de définir ces axes comme étant l'axe $\vec{\omega}_1(t)$ le long de la vitesse de déplacement (vers l'avant), l'axe $\vec{\omega}_Z(t)$ le long du bras (ici

supposé confondu avec l'axe z du référentiel NEC), et l'axe transverse $\vec{\omega}_2(t)$ qui complète le trièdre (Figure 3).

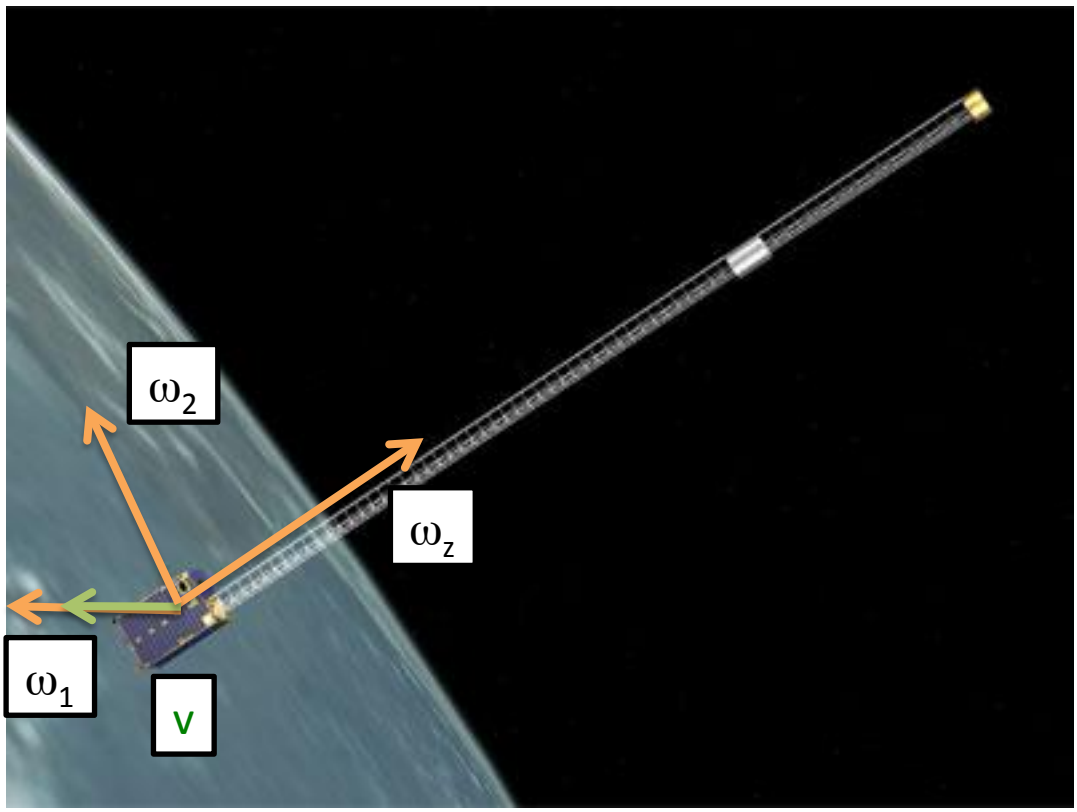


Figure 3 : Axes définissant les rotations considérées. En vert, la vitesse de déplacement du satellite.

Les vitesses que nous considérons sont de 0 (pas de rotation additionnelle), 10, 50 et 100 °/minutes, successivement selon chacun des trois axes.

UN THEORÈME UTILE

Il est utile de signaler que dans l'hypothèse où l'on ignore l'effet de la translation du satellite (donc la variation de $\vec{B}(t)$ due à la translation du satellite dans le gradient naturel du champ dans l'équation (1)), on peut dériver le théorème suivant, à la seule condition que la rotation soit très petite pendant la mesure (c'est à dire sur une seconde, ce qui est évidemment vrai dans tous les cas considérés ici).

Pour énoncer ce théorème, il nous suffit de décomposer le champ $\vec{B}(t_0)$ que l'on est censé mesurer à l'instant t_0, en une composante $\vec{B}_{\parallel}(t_0)$ parallèle à la direction de l'axe de la rotation considérée à cet instant (axe autour duquel tourne le satellite par rapport au référentiel NEC), et une composante $\vec{B}_{\perp}(t_0)$ perpendiculaire à cet axe, de sorte que $\vec{B}(t_0) = \vec{B}_{\parallel}(t_0) + \vec{B}_{\perp}(t_0)$. Alors, si la rotation angulaire le temps de la mesure est de α, l'erreur de mesure produite par l'instrument en rotation (telle que définie par l'équation (2) ci-dessus) est de :

$$\Delta\vec{B}_{\perp}(t_0) = \frac{\alpha^2}{24}\vec{B}_{\perp}(t_0) \quad \text{et} \quad \Delta\vec{B}_{\parallel}(t_0) = \vec{0} \qquad (3)$$

Le résultat concernant $\Delta\vec{B}_{\parallel}$ est trivial (cette composante n'est pas affectée par la rotation), celui concernant $\Delta\vec{B}_{\perp}(t_0)$ l'est moins. Mais il donne une information très utile pour définir la rotation maximum tolérable en terme d'amplitude maximum pour $\left\|\Delta\vec{B}(t_0)\right\|$. On notera aussi (et c'est assez intuitif) que la rotation a systématiquement pour effet de réduire la composante $\vec{B}_{\perp}(t_0)$. On notera enfin, et c'est un résultat important, que la vitesse de rotation intervient quadratiquement.

RÉSULTATS DE SIMULATIONS

Satellite en attitude stabilisée

La Figure 4 montre le résultat du calcul donné par l'équation (1) pour $\Delta F(t_0)$, erreur sur l'intensité liée au déplacement du satellite sur son orbite. Cette figure est calculée en considérant qu'en chaque point, le satellite est en train de se déplacer selon l'orbite ascendante passant par ce point (donc la portion allant du Sud-Ouest au Nord-Est de l'orbite, comme indiquée sur la Figure 1). Une carte semblable (mais différente, car le gradient est alors pris dans une autre direction), avec une amplitude comparable est obtenue si on considère l'orbite descendante. Le résultat important à retenir de cette figure est que l'erreur maximum ainsi produite pour un échantillonnage à 1Hz est de l'ordre de 5 pT, donc tout à fait négligeable.

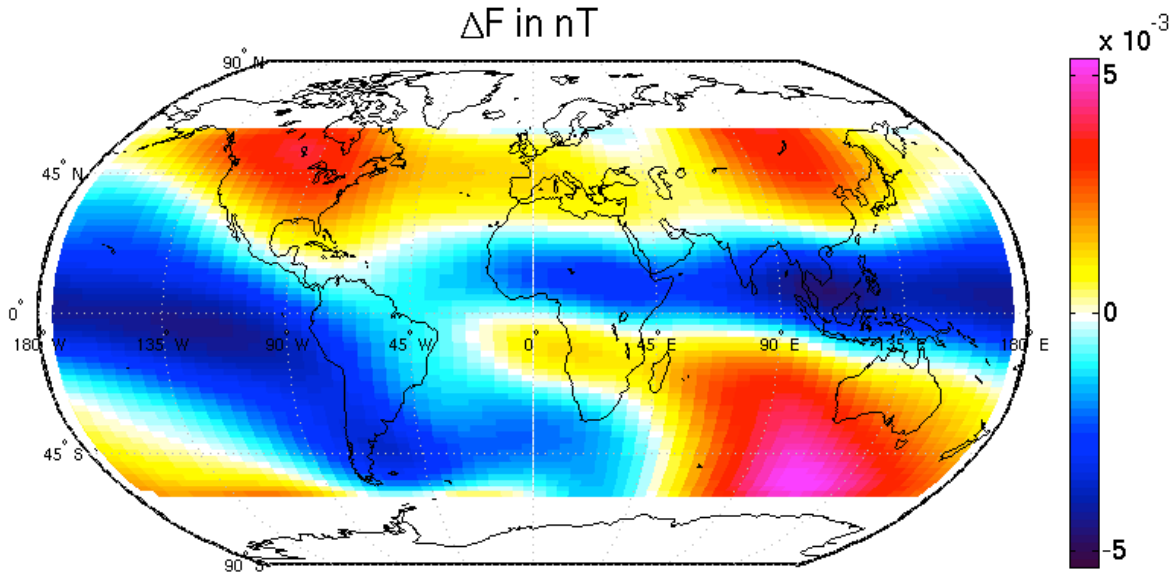


Figure 4 : Carte de l'erreur ΔF commise sur l'estimation de l'intensité du champ du fait du déplacement du satellite sur son orbite (lors de la phase ascendante), calculée à partir de l'équation (1), en supposant un échantillonnage à 1 Hz et un temps de mesure Δt de 1s.

Les cartes de la Figure 5 montrent le résultat du calcul donné par l'équation (2) pour $\Delta\vec{B}(t_0)$, erreur sur le champ vectoriel liée à la fois au déplacement du satellite sur son orbite et à la rotation lente du satellite sur lui-même (autour de l'axe z) pour maintenir l'attitude stabilisée. Une première carte donne le module de cette erreur, les autres donnent les trois autres composantes dans le référentiel NEC. Ces cartes sont de nouveau calculées en considérant qu'en chaque point, le satellite est en train de se déplacer selon l'orbite ascendante passant par ce point. Des cartes semblables (mais

différentes, car le gradient est alors pris dans une autre direction), avec des amplitudes comparables sont obtenues si on considère l'orbite descendante. Le résultat important à retenir de cette figure est que l'erreur maximum ainsi produite pour un échantillonnage à 1Hz est de l'ordre de 7 pT, donc de nouveau tout à fait négligeable. Notons que cet ordre de grandeur est comparable à celui de ΔF dans la Figure 4, ce qui montre que l'effet dû à la rotation lente (variable, mais ne dépassant pas 200 arcsecondes par seconde) est au plus comparable à celui produit par le déplacement dans le gradient du champ.

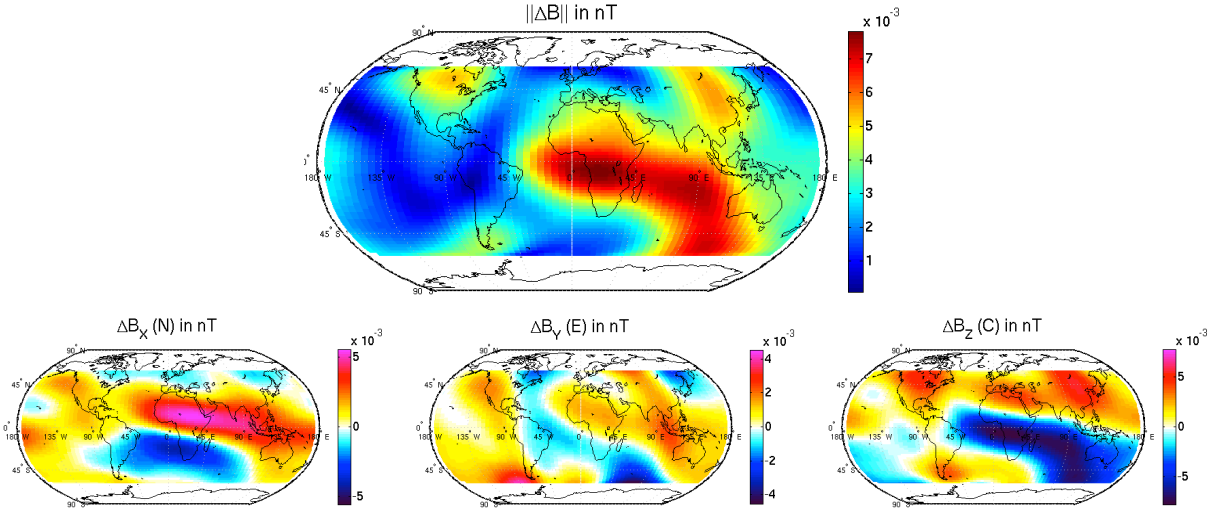


Figure 5 : Cartes de l'erreur $\Delta\vec{B}$ commise sur l'estimation du vecteur champ du fait du déplacement du satellite sur son orbite (lors de la phase ascendante) et de sa rotation sur lui-même, calculée à partir de l'équation (2), en supposant l'attitude du satellite stabilisée sur son orbite, un échantillonnage à 1 Hz et un temps de mesure Δt de 1s. La carte du haut donne le module de $\Delta\vec{B}$, les cartes du bas donnent les composantes ΔB_X (Nord, à gauche), ΔB_Y (Est, au centre) et ΔB_Z (vers le centre de la Terre, à droite) de cette erreur.

Satellite en rotation autour de l'axe vertical (passant par le centre de la Terre)

On suppose maintenant que le satellite a en outre une rotation autour de l'axe $\vec{\omega}_Z(t)$ (axe vertical passant par le centre de la Terre, cf. Figure 3). Cette configuration est celle dans laquelle se trouverait un satellite stabilisé gravitationnellement mais laissé libre de tourner autour de son bras. On considère successivement des vitesses de plus en plus rapides. Les Figures 6 à 8, analogues à la Figure 5, montrent l'impact de ces rotations supplémentaires. Comme le satellite est supposé tourner autour de l'axe vertical, en vertu du théorème énoncé ci-dessus, cette rotation n'a aucun effet sur la composante verticale ΔB_Z, comme on peut effectivement le constater (ΔB_Z ne dépend pas de la rotation ajoutée). En outre, l'effet de la rotation supplémentaire finit par rapidement dominer et, comme prévu par la formule donnée en (3), la perturbation finit par croître de manière quadratique avec la vitesse de rotation, les composantes horizontales (donc perpendiculaires à l'axe de rotation) ΔB_X et ΔB_Y devenant proportionnelles aux composantes correspondantes du champ à mesurer (données en Figure 2). L'amplitude maximum atteinte pour le module $\left\|\Delta\vec{B}(t_0)\right\|$ de l'erreur est de l'ordre de 0.02nT, 0.33nT et 1.3 nT pour des rotations de 10°, 50°, et 100° par minute.

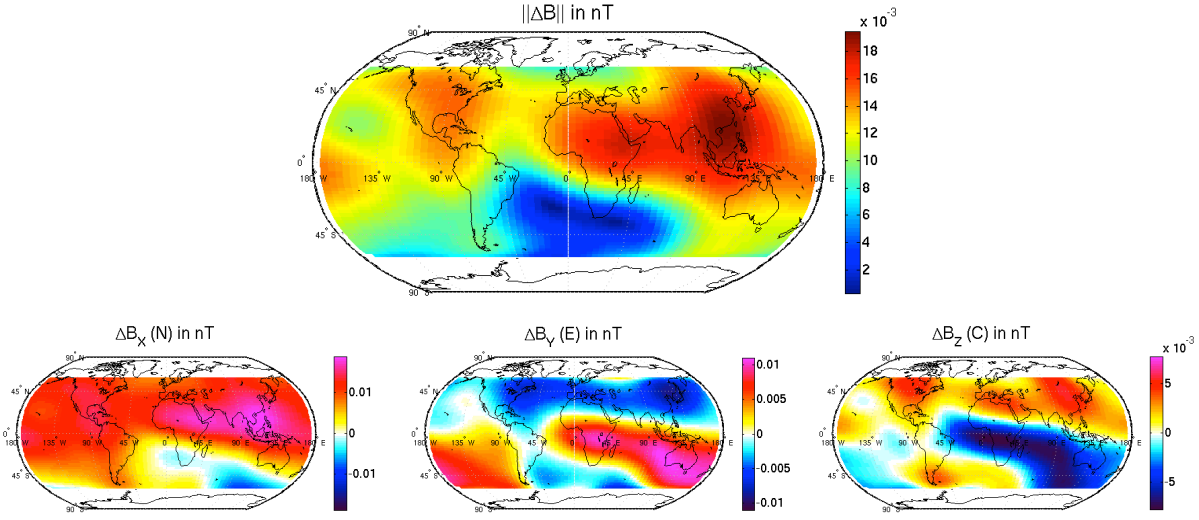


Figure 6 : Semblable à la Figure 5 mais pour le cas où l'on ajoute une rotation de 10°/minute (600 arcsec/s) autour de l'axe vertical $(\vec{\omega}_Z(t)$, cf. Figure 3).

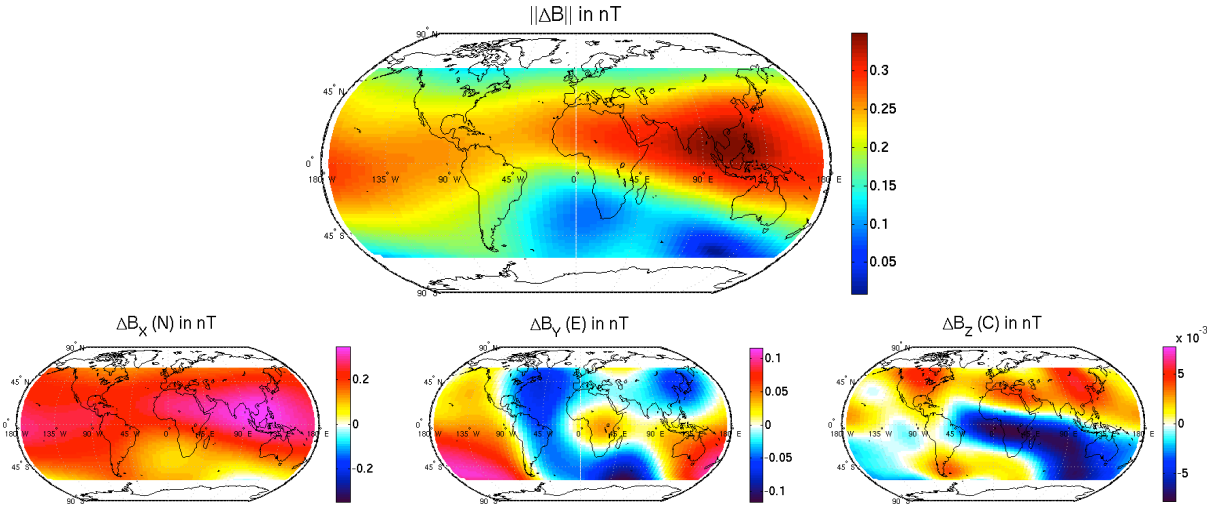


Figure 7 : Semblable à la Figure 5 mais pour le cas où l'on ajoute une rotation de 50°/minute (3000 arcsec/s) autour de l'axe vertical $(\vec{\omega}_Z(t)$, cf. Figure 3).

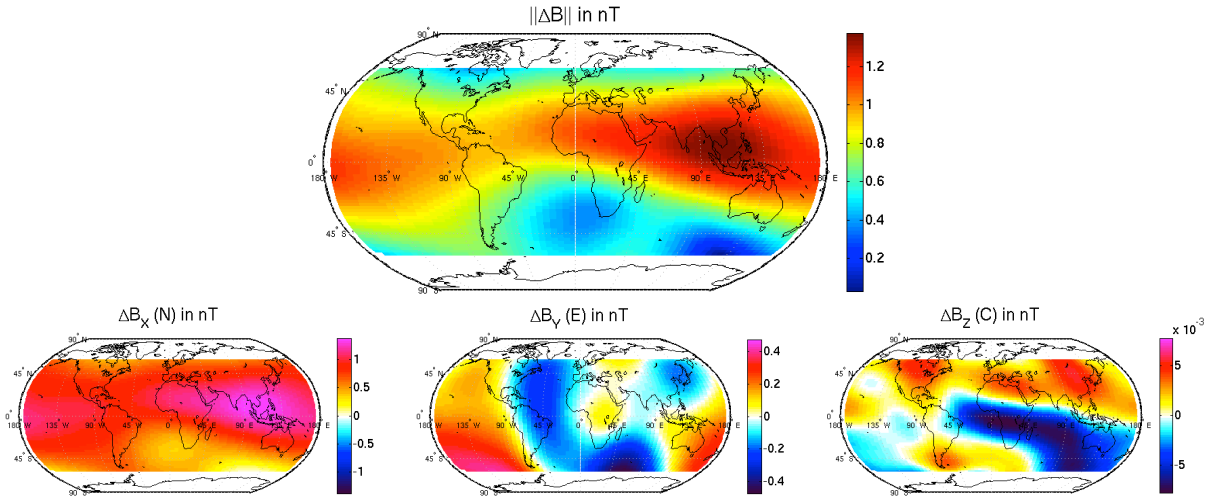


Figure 8 : Semblable à la Figure 5 mais pour le cas où l'on ajoute une rotation de 100°/minute (6000 arcsec/s) autour de l'axe vertical $(\vec{\omega}_Z(t)$, cf. Figure 3).

Satellite en rotation autour de l'axe perpendiculaire au plan orbital

On suppose maintenant que la rotation supplémentaire du satellite n'est plus autour de l'axe $\vec{\omega}_Z(t)$ (axe vertical passant par le centre de la Terre) mais autour de l'axe $\vec{\omega}_2(t)$ (perpendiculaire au plan orbital , cf. Figure 3). Cette configuration est représentative de celle dans laquelle se trouverait un satellite stabilisé gravitationnellement mais susceptible de se balancer dans le plan orbital à la vitesse instantanée correspondant à la vitesse choisie pour chaque simulation considérée. En effet, seule la rotation instantanée (et non l'attitude du satellite) définit l'erreur commise (comme l'illustre notre théorème).

On considère de nouveau des vitesses de plus en plus rapides. Les Figures 9 à 11, analogues aux Figures 6 à 8, montrent l'impact de ces rotations. Comme prévu par la formule donnée en (3), la composante verticale (donc perpendiculaire à l'axe de rotation) ΔB_Z devient proportionnelle à la composante B_Z du champ à mesurer (cf. Figure 2) et finit par croître de manière quadratique avec la vitesse de rotation. Notons que, par contre, l'effet sur les composantes horizontales ne peut pas être trivialement relié aux composantes horizontales du champ du fait de l'orbite inclinée et de la rotation lente de la direction de vol du satellite par rapport au référentiel NEC (cf. Figure 1). Pour une rotation de 10° par minute, l'effet est particulièrement compliqué, car cette rotation (selon un axe horizontal) est comparable en amplitude mais n'est pas selon le même axe que la rotation (selon l'axe vertical) liée au déplacement du satellite le long de l'orbite. Pour les rotations plus rapides, si les cartes restent difficiles à anticiper (de fait, des figures différentes, mais semblables en amplitude, sont obtenues si on considère des orbites descendantes, et non plus ascendantes, pour faire le calcul), ces cartes finissent pas devenir stables, et leur amplitude augmente quadratiquement avec la vitesse de rotation imposée. L'amplitude maximum atteinte pour le module $\left\|\Delta\vec{B}(t_0)\right\|$ de l'erreur est de l'ordre de 0.03nT, 0.5nT et 2nT pour des rotations de 10°, 50°, et 100° par minute.

Satellite en rotation autour de l'axe parallèle au déplacement du satellite

On considère enfin le cas où la rotation supplémentaire du satellite est autour de l'axe $\vec{\omega}_1(t)$ (parallèle au déplacement du satellite, cf. Figure 3). Cette configuration est maintenant représentative de celle dans laquelle se trouverait un satellite stabilisé gravitationnellement mais susceptible de se balancer perpendiculairement au plan orbital, à la vitesse instantanée correspondant à la vitesse choisie pour chaque simulation considérée.

On considère toujours les mêmes vitesses de plus en plus rapides. Les Figures 12 à 14, analogues aux Figures 6 à 8, et 9 à 11, montrent l'impact de ces rotations. Une fois encore, et comme prévu par la formule donnée en (3), la composante verticale (de nouveau perpendiculaire à l'axe de rotation dans ce cas aussi) ΔB_Z devient proportionnelle à la composante B_Z du champ à mesurer (cf. Figure 2). De nouveau, l'effet sur les composantes horizontales ne peut pas être trivialement relié aux composantes horizontales du champ (et des figures différentes, mais semblables en amplitude, sont obtenues si on considère des orbites descendantes, et non plus ascendantes pour faire le calcul). Mais l'erreur finit de nouveau par croître de manière quadratique avec la vitesse de rotation. L'amplitude maximum atteinte pour le module $\left\|\Delta\vec{B}(t_0)\right\|$ de l'erreur reste comparable à ce que nous avions trouvé pour le cas précédent, de l'ordre de 0.035nT, 0.5nT et 2nT pour des rotations de 10°, 50°, et 100° par minute.

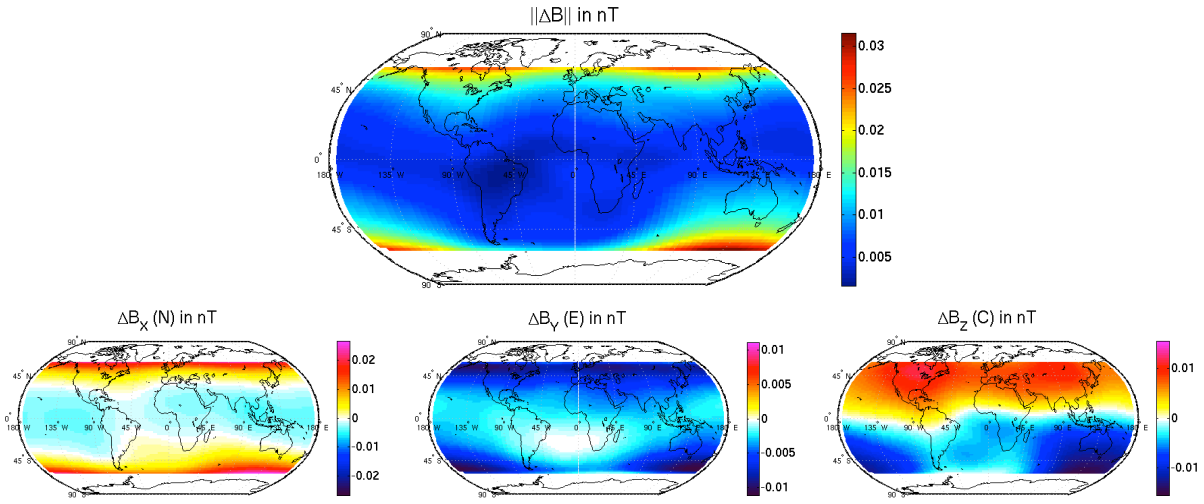


Figure 9 : Semblable à la Figure 5 mais pour le cas où l'on ajoute une rotation de 10°/minute (600 arcsec/s) autour de l'axe perpendiculaire au plan orbital $(\vec{\omega}_2(t)$, cf. Figure 3).

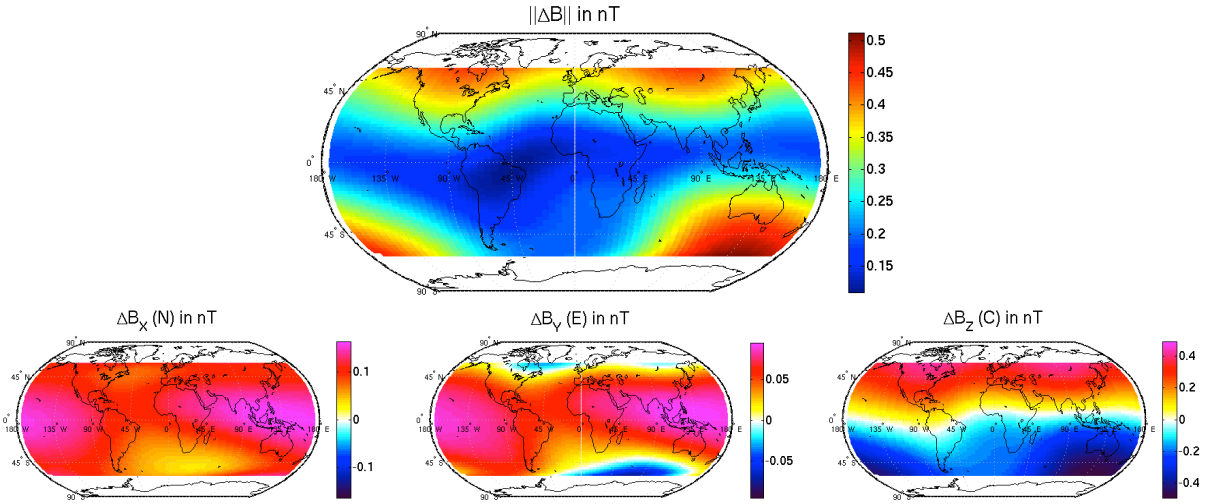


Figure 10 : Semblable à la Figure 5 mais pour le cas où l'on ajoute une rotation de 50°/minute (3000 arcsec/s) autour de l'axe perpendiculaire au plan orbital $(\vec{\omega}_2(t)$, cf. Figure 3).

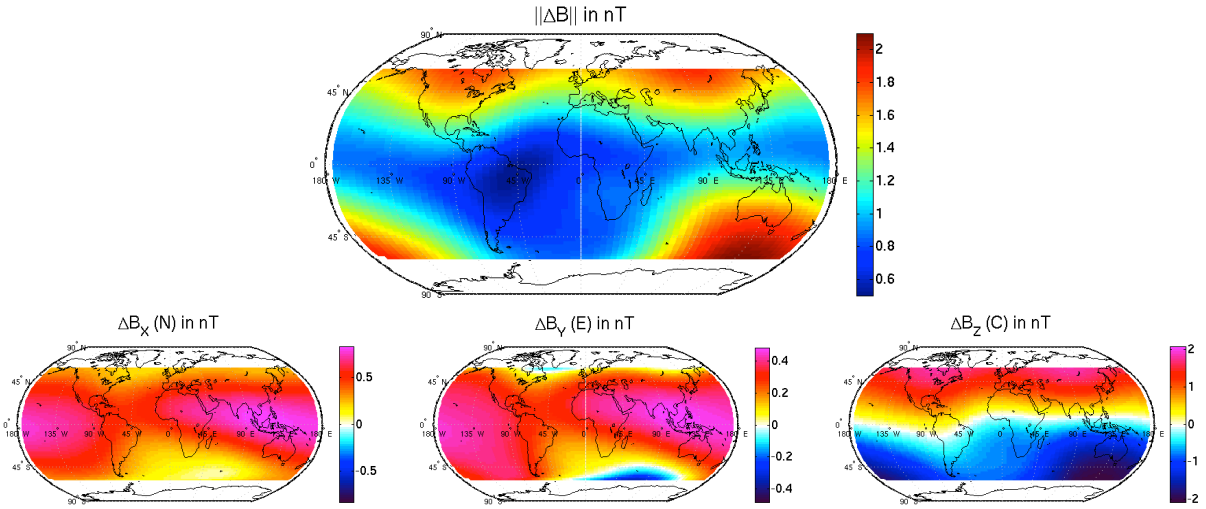


Figure 11 : Semblable à la Figure 5 mais pour le cas où l'on ajoute une rotation de 100°/minute (6000 arcsec/s) autour de l'axe perpendiculaire au plan orbital $(\vec{\omega}_2(t)$, cf. Figure 3).

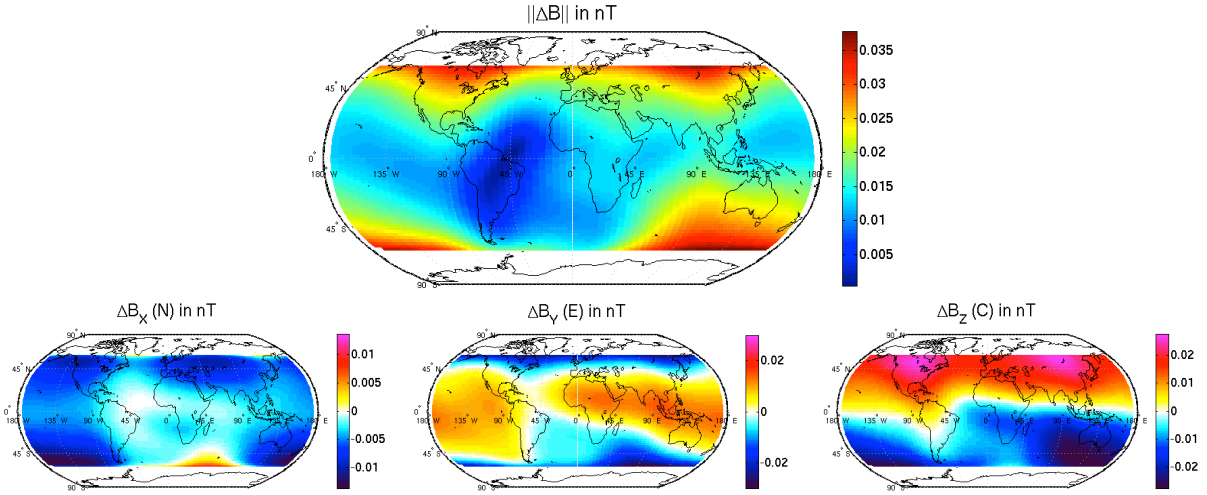


Figure 12 : Semblable à la Figure 5 mais pour le cas où l'on ajoute une rotation de 10°/minute (600 arcsec/s) autour de l'axe parallèle au déplacement du satellite ($\vec{\omega}_1(t)$, cf. Figure 3).

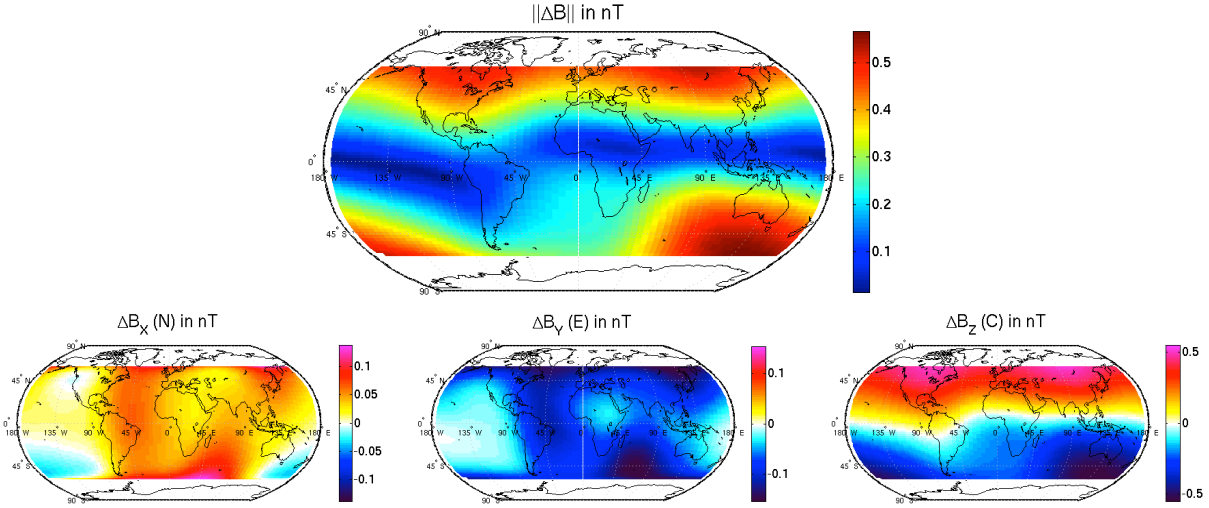


Figure 13 : Semblable à la Figure 5 mais pour le cas où l'on ajoute une rotation de 50°/minute (3000 arcsec/s) autour de l'axe parallèle au déplacement du satellite ($\vec{\omega}_1(t)$, cf. Figure 3).

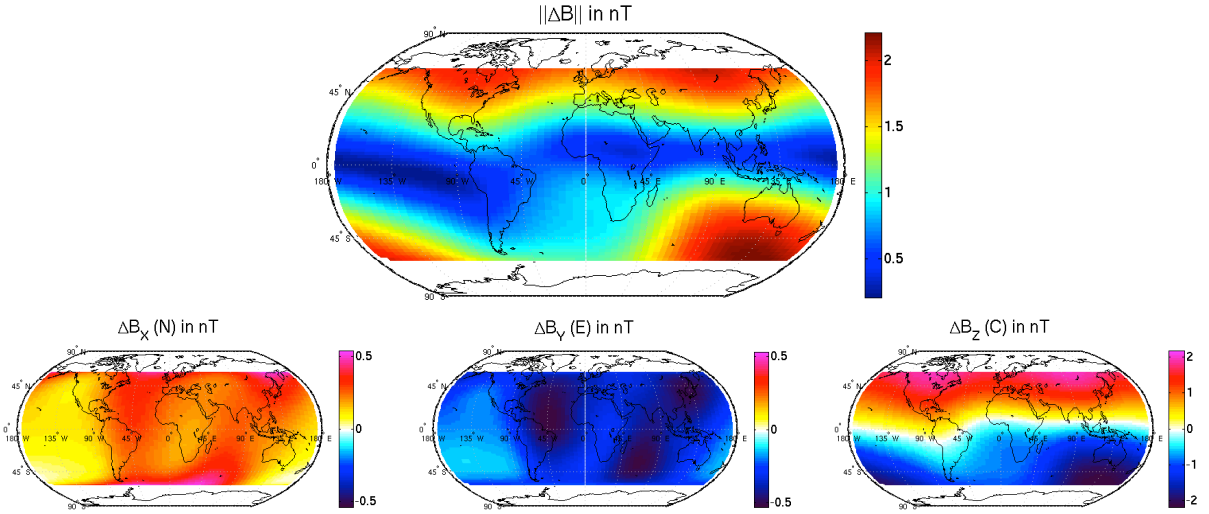


Figure 14 : Semblable à la Figure 5 mais pour le cas où l'on ajoute une rotation de 100°/minute (6000 arcsec/s) autour de l'axe parallèle au déplacement du satellite ($\vec{\omega}_1(t)$, cf. Figure 3).

DISCUSSION ET CONCLUSION

Nous pouvons constater que de manière générale, l'effet de la translation du satellite sur son orbite est tout à fait négligeable. Nous pouvons donc concentrer notre discussion sur l'effet de la rotation. L'effet de cette rotation dominant, nous avons pu voir que le théorème que nous avons énoncé et les formules (3) s'appliquent très bien. Ceci permet d'expliquer parfaitement les cartes d'erreurs produites sur les composantes du champ qui sont perpendiculaires à l'axe de la rotation considérée, ainsi que la dépendance quadratique de l'erreur en fonction de la vitesse de rotation. Pour les composantes qui ne sont ni exactement perpendiculaires, ni exactement parallèles à l'axe de rotation considéré (en particulier les composantes NEC B_X et B_Y lorsque l'on considère les mouvements de balancement du bras), la distribution géographique des erreurs produites ne peut être trivialement prédite, mais la dépendance quadratique demeure. Il est donc très facile de déterminer l'amplitude des erreurs introduites par la rotation du satellite autour de chacun des trois axes définis sur la figure 3, dès lors que la vitesse de rotation est connue.

D'après les résultats précédents (et donc lorsque la rotation est significativement supérieure à 200 arcsec/s), si l'on note ω la vitesse de rotation (exprimée en arcsec/s), alors l'erreur maximum $\left\|\Delta\vec{B}\right\|_{max}$ (en nT) produite par chacune des rotations prises individuellement, est donnée par :

- Rotation autour de l'axe vertical (bras) :
  $\left\|\Delta\vec{B}\right\|_{max} = 3.6\ 10^{-8}\omega^2$
- Rotation autour d'un axe horizontal (balancement du bras) :
  $\left\|\Delta\vec{B}\right\|_{max} = 5.6\ 10^{-8}\omega^2$

A contrario, si l'on se fixe $\left\|\Delta\vec{B}\right\|_{max}$, il est possible de conclure que la rotation maximum tolérée est donnée (en arcsec/s) par :

- Rotation autour de l'axe vertical (bras) :
  $\omega_{max} = 5260\sqrt{\left\|\Delta\vec{B}\right\|_{max}}$
- Rotation autour d'un axe horizontal (balancement du bras) :
  $\omega_{max} = 4240\sqrt{\left\|\Delta\vec{B}\right\|_{max}}$

Pour un mouvement plus complexe, combinant rotation autour du bras et balancement du bras (donc une rotation quelconque), un bon premier ordre de grandeur de la vitesse de rotation à ne pas dépasser est évidemment donné par la formule la plus contraignante. Signalons enfin que nous avons supposé que la mesure effectuée par l'instrument était une moyenne sur la seconde centrée à t_0, ce qui est une approximation. La bande passante de l'instrument est plutôt de 0.4 Hz, et la moyenne est donc faite sur une durée plus longue, mais avec plus de poids au centre de la fenêtre. Il est raisonnable de penser que les deux effets se compensent, et que les ordres de grandeurs dérivés ici restent donc pertinents.

En pratique, pour NanoMagSat, l'objectif étant de maintenir tout biais sur la mesure inférieur à 0.2 nT, nous en déduisons les contraintes suivantes :

- Rotation max. autour de l'axe vertical (bras) : 2350 arsec/s (~40°/minutes)
- Rotation max. autour d'un axe horizontal (balancement) : 1900 arsec/s (~30°/minutes)

Index

Ørsted, 42

American Geophysical Union (AGU), 178
ascension droite, 133
ASM, 47, 49
ASMV, 23, 51

BepiColombo, 42
bruit équatorial, 65, 70
BURST, 23, 49, 50

caméra stellaire, 47
CEA-LETI, 23
CHAMP, 42
champ du noyau, 24
champ induit, 24
champ ionosphérique, 24
champ lithosphérique, 24
champ magnétosphérique, 24
champ scalaire harmonique, 28
CHAOS, 42
CNES, 23
co-latitude dipolaire, 230
coefficients de Gauss, 28
commissioning, 57
Common Reference Frame (CRF), 133, 140, 232
coordonnées équatoriales, 133
Courants alignés, 24
courants alignés, 136
Cryosat, 44

déclinaison, 133
damping, 160
dBsun, 65, 76, 81, 187
distance angulaire, 58
Dst, indice, 230
DTU, 81

Earth Explorer, 23, 44
effet Backus, 42
effet Hall, 34
effet Josephson, 34
effet Seebeck, 81, 84
effet Zeeman, 39
Equation de Gauss, 26
Equation de Laplace, 28
Equation de Maxwell-Faraday, 26
Equations de Maxwell, 26
ESA, 23, 44
ESA Scout, 181

Fluxgates, 36, 47
fonctions associées de Legendre, 28
force de Laplace, 34

Gauss, Carl Friedrich, 40
Geocentric Solar Magnetospheric, référentiel (GSM), 227
GNSS, 181
GOCE, 44
GRIMM, 26, 42

harmonique sectorielle, 30
harmonique zonale, 30
harmoniques sphériques, 29
heure locale magnétique, 230
HFM, 181

IAGA, 131
IGRF, 131
ILGEW, 178
Intermagnet, 40
Ionospheric Bubble Index, 114
IPGP, 23

Jupiter, 42

Kp, 133

lacet, 57
latitude Quasi-Dipole, 136
loi de Fourier, 82
loi de Stefan-Boltzmann, 83

magnéto-coupleur, 192
MAGSAT, 42

MAM, 177
manteau terrestre, 24
Mariner 10, 42
Mariner 4, 42
Mars, 42
Mars Global Surveyor, 42
Mercure, 42
MLI, 81
modèle GRL, 58
moteur piezo-électrique, 50, 177

NanoMagSat, 23, 177
NASA, 42
NEC, 47, 133
normalisation de Ferrers, 28

Open Cosmos, 180

perméabilité du vide, 26
permittivité du vide, 26
phénomène de Runge, 244
phase 0, 178
phase E2, 57
Phobos, 42
Pioneer 10, 42
POGO, 42
point subsolaire, 227
point vernal, 135
pompage optique, 39, 50
pondération de Huber, 239
précession libre, 36
Problème inverse, 140
pseudo-NEC, 164

quasi-normalisation de Schmidt, 29

régularisation, 235
RC, 133
roulis, 57

SAC-C, 42
SMOS, 44
Solar Magnetic, référentiel (SM), 227
sonde de Langmuir, 181
spectre de Lowes-Mauersberger, 141
Sputnik, 42
SQUID, 34
SWARM, 44
synchronisation spatiale, 61

tangage, 57
TEC, 181

Université d'Oslo, 181

VFM, 47

whistler, 178

Bibliographie

[Backus et al., 1996] Backus, G., Parker, R. L., and Constable, C. (1996). *Foundations of geomagnetism*. Cambridge University Press.

[Backus, 1970] Backus, G. E. (1970). Non-uniqueness of the external geomagnetic field determined by surface intensity measurements. *Journal of Geophysical Research*, 75(31) :6339–6341.

[Balogh, 2010] Balogh, A. (2010). Planetary magnetic field measurements : Missions andáinstrumentation. *Space Science Reviews*, 152(1-4) :23–97.

[Bitterly and Lalanne, 2011] Bitterly, J. and Lalanne, F. (2011). Absolute measurements of the earth magnetic field.

[Bloxham and Jackson, 1992] Bloxham, J. and Jackson, A. (1992). Time-dependent mapping of the magnetic field at the core-mantle boundary. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 97(B13) :19537–19563.

[Bock, 2013] Bock, R. (2013). *Swarm Commissioning Phase Plan*. ESTEC. SW-PL-ESA-SY-0312, rev. 1.0.

[Brauer, 2017] Brauer, P. (2017). Disturbance model based on beta cloth / mli blanket. In *SWARM 7th Data Quality Workshop*.

[Brauer, 2019] Brauer, P. (2019). Modified thermoelectric model of the asm blanket with uncovered nadir rivet. In *SWARM 9th Data Quality Workshop*.

[CNES, 2011a] CNES (2011a). Techniques et technologies des véhicules spatiaux - volume 1.

[CNES, 2011b] CNES (2011b). Techniques et technologies des véhicules spatiaux - volume 2.

[CNES, 2011c] CNES (2011c). Techniques et technologies des véhicules spatiaux - volume 3.

[CNES, 2011d] CNES (2011d). Techniques et technologies des véhicules spatiaux - volume 4.

[CNES, 2011e] CNES (2011e). Techniques et technologies des véhicules spatiaux - volume 5.

[Cohen-Tannoudji, 1962] Cohen-Tannoudji, C. (1962). *Théorie quantique du cycle de pompage optique. Vérification expérimentale des nouveaux effets prévus*. PhD thesis, Université Paris.

[Cohen-Tannoudji et al., 1973a] Cohen-Tannoudji, C., Diu, B., and Laloë, F. (1973a). Mécanique quantique. tome i.

[Cohen-Tannoudji et al., 1973b] Cohen-Tannoudji, C., Diu, B., and Laloë, F. (1973b). Mécanique quantique. tome ii.

[Coïsson et al., 2018] Coïsson, P., Hulot, G., Deram, P., Vigneron, P., Léger, J.-M., Jager, T., and Beggan, C. (2018). First multipoint elf whistler detection by swarm satellites. In *EGU General Assembly Conference Abstracts*, volume 20, page 13979.

[Condette et al., 1991] Condette, C., Barrat, J., Chéron, B., and Hamel, J. (1991). Magnétomètre a hélium à fréquence asservie par ordinateur. *Journal de Physique III*, 1(6) :1189–1201.

[Constable, 1988] Constable, C. (1988). Parameter estimation in non-gaussian noise. *Geophysical Journal International*, 94(1) :131–142.

[Constable and Parker, 1988] Constable, C. and Parker, R. (1988). Smoothing, splines and smoothing splines ; their application in geomagnetism. *Journal of Computational Physics*, 78(2) :493–508.

[Cyrot et al., 2001a] Cyrot, M., Décorps, M., de Lacheisserie, É. D. T., and Néel, L. (2001a). *Magnétisme : Fondements. I.* EDP Sciences.

[Cyrot et al., 2001b] Cyrot, M., Décorps, M., de Lacheisserie, É. D. T., and Néel, L. (2001b). *Magnétisme : Matériaux et applications. II.* EDP Sciences.

[De Boor, 1978] De Boor, C. (1978). *A practical guide to splines*, volume 27. Springer-Verlag New York.

[Díaz-Michelena, 2009] Díaz-Michelena, M. (2009). Small magnetic sensors for space applications. *Sensors*, 9(4) :2271–2288.

[Diebel, 2006] Diebel, J. (2006). Representing attitude : Euler angles, unit quaternions, and rotation vectors. *Matrix*, 58(15-16) :1–35.

[Emmert et al., 2010] Emmert, J., Richmond, A., and Drob, D. (2010). A computationally compact representation of magnetic-apex and quasi-dipole coordinates with smooth base vectors. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 115(A8).

[Everett et al., 2003] Everett, M. E., Constable, S., and Constable, C. G. (2003). Effects of near-surface conductance on global satellite induction responses. *Geophysical Journal International*, 153(1) :277–286.

[Finlay et al., 2016] Finlay, C. C., Olsen, N., Kotsiaros, S., Gillet, N., and Tøffner-Clausen, L. (2016). Recent geomagnetic secular variation from swarm and ground observatories as estimated in the chaos-6 geomagnetic field model. *Earth, Planets and Space*, 68(1) :1–18.

[Finlay et al., 2015] Finlay, C. C., Olsen, N., and Tøffner-Clausen, L. (2015). Dtu candidate field models for igrf-12 and the chaos-5 geomagnetic field model. *Earth, Planets and Space*, 67(1) :114.

[Fratter et al., 2016] Fratter, I., Léger, J.-M., Bertrand, F., Jager, T., Hulot, G., Brocco, L., and Vigneron, P. (2016). Swarm absolute scalar magnetometers first in-orbit results. *Acta Astronautica*, 121 :76–87.

[Freeden et al., 2010] Freeden, W., Nashed, M. Z., and Sonar, T. (2010). *Handbook of geomathematics*. Springer Science & Business Media.

[Friis-Christensen et al., 2006] Friis-Christensen, E., Lühr, H., and Hulot, G. (2006). Swarm : A constellation to study the earth's magnetic field. *Earth, planets and space*, 58(4) :351–358.

[Gillet et al., 2010] Gillet, N., Lesur, V., and Olsen, N. (2010). Geomagnetic core field secular variation models. *Space science reviews*, 155(1) :129–145.

[Gravrand, 2000] Gravrand, O. (2000). *Conception et réalisation d'un magnétomètre vectoriel à pompage optique de l'hélium 4*. PhD thesis.

[Gravrand et al., 2001] Gravrand, O., Khokhlov, A., JL, L. M., and JM, L. (2001). On the calibration of a vectorial 4he pumped magnetometer. *Earth, planets and space*, 53(10) :949–958.

[Guttin et al., 1994] Guttin, C., Léger, J., and Stoeckel, F. (1994). An isotropic earth field scalar magnetometer using optically pumped helium 4. *Le Journal de Physique IV*, 4(C4) :C4–655.

[Holme and Bloxham, 1995] Holme, R. and Bloxham, J. (1995). Alleviation of the backus effect in geomagnetic field modelling. *Geophysical research letters*, 22(13) :1641–1644.

[Holme and Bloxham, 1996] Holme, R. and Bloxham, J. (1996). The treatment of attitude errors in satellite geomagnetic data. *Physics of the earth and planetary interiors*, 98(3-4) :221–233.

[Hulot, 2015] Hulot, G. (2015). Le champ magnétique terrestre vu de l'espace, de sputnik 3 à la mission swarm. Oral presentation in IPGP seminar session, Paris, France.

[Hulot et al., 2018] Hulot, G., Léger, J.-M., Vigneron, P., Jager, T., ois Bertrand, F., Coïsson, P., Deram, P., Boness, A., Tomasini, L., and Faure, B. (2018). Nanosatellite high-precision magnetic missions enabled by advances in a stand-alone scalar/vector absolute magnetometer. In *IGARSS 2018-2018 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium*, pages 6320–6323. IEEE.

[Hulot et al., 2015a] Hulot, G., Sabaka, T., Olsen, N., and Fournier, A. (2015a). The present and future geomagnetic field. *Geomagnetism. Treatise on Geophysics*, 5 :00096–8.

[Hulot and Vigneron, 2018] Hulot, G. and Vigneron, P. (2018). Even more (science) ambition for nanomagsat, lessons learnt from swarm. Oral presentation given during CNES/ESA meeting, Toulouse, France.

[Hulot et al., 2015b] Hulot, G., Vigneron, P., Léger, J.-M., Fratter, I., Olsen, N., Jager, T., Bertrand, F., Brocco, L., Sirol, O., Lalanne, X., et al. (2015b). Swarm's absolute magnetometer experimental vector mode, an innovative capability for space magnetometry. *Geophysical Research Letters*, 42(5) :1352–1359.

[Jager, 2012] Jager, T. (2012). *Optimisation du modèle de reconstruction du champ vectoriel de l'instrument SWARM*. CEA/LETI. SW-CEA-AUT-ALGO1B-003, rev. 1.0.

[Jager, 2013a] Jager, T. (2013a). *ASM Level 1B algorithms*. CEA/LETI. SW-CEA-AUT-ALGO1B-001, rev. 6.0.

[Jager, 2013b] Jager, T. (2013b). *ASM User Manual*. CEA/LETI. SW-CEA-MAG-PRO-509, rev. 1.7.

[Jankowski and Sucksdorff, 1996] Jankowski, J. and Sucksdorff, C. (1996). *Guide for magnetic measurements and observatory practice*. International Association of Geomagnetism and Aeronomy Boulder.

[Kan and Lee, 1979] Kan, J. and Lee, L. (1979). Energy coupling function and solar wind-magnetosphere dynamo. *Geophysical Research Letters*, 6(7) :577–580.

[Kan et al., 1980] Kan, J., Lee, L., and Akasofu, S. (1980). The energy coupling function and the power generated by the solar wind-magnetosphere dynamo. *Planetary and Space Science*, 28(8) :823–825.

[Kastler, 1950] Kastler, A. (1950). Quelques suggestions concernant la production optique et la détection optique d'une inégalité de population des niveaux de quantifigation spatiale des atomes. application à l'expérience de stern et gerlach et à la résonance magnétique. *J. phys. radium*, 11(6) :255–265.

[Khokhlov and Hulot, 2017] Khokhlov, A. and Hulot, G. (2017). On the cause of the non-gaussian distribution of residuals in geomagnetism. *Geophysical Journal International*, 209(2) :1036–1047.

[Khokhlov et al., 1997] Khokhlov, A., Hulot, G., and Mouel, J.-L. L. (1997). On the backus effect—i. *Geophysical Journal International*, 130(3) :701–703.

[Langel, 1987] Langel, R. A. (1987). The main field. *wGeomagnetism*, 1 :249–512.

[Langel and Estes, 1985] Langel, R. A. and Estes, R. (1985). The near-earth magnetic field at 1980 determined from magsat data. *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 90(B3) :2495–2509.

[Laundal and Richmond, 2017] Laundal, K. M. and Richmond, A. D. (2017). Magnetic coordinate systems. *Space Science Reviews*, 206(1-4) :27–59.

[Le et al., 2010] Le, G., Slavin, J., and Strangeway, R. (2010). Space technology 5 observations of the imbalance of regions 1 and 2 field-aligned currents and its implication to the cross-polar cap pedersen currents. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 115(A7).

[Leger et al., 2009] Leger, J.-M., Bertrand, F., Jager, T., Le Prado, M., Fratter, I., and Lalaurie, J.-C. (2009). Swarm absolute scalar and vector magnetometer based on helium 4 optical pumping. *Procedia Chemistry*, 1(1) :634–637.

[Léger et al., 2015] Léger, J.-M., Jager, T., Bertrand, F., Hulot, G., Brocco, L., Vigneron, P., Lalanne, X., Chulliat, A., and Fratter, I. (2015). In-flight performance of the absolute scalar magnetometer vector mode on board the swarm satellites. *Earth, Planets and Space*, 67(1) :57.

[Lesur et al., 2013] Lesur, V., Rother, M., Vervelidou, F., Hamoudi, M., and Thébault, E. (2013). Post-processing scheme for modelling the lithospheric magnetic field. *Solid Earth*, 4(1).

[Lesur et al., 2018] Lesur, V., Wardinski, I., Baerenzung, J., and Holschneider, M. (2018). On the frequency spectra of the core magnetic field gauss coefficients. *Physics of the Earth and Planetary Interiors*, 276 :145–158.

[Lesur et al., 2010] Lesur, V., Wardinski, I., Hamoudi, M., and Rother, M. (2010). The second generation of the gfz reference internal magnetic model : Grimm-2. *Earth, planets and space*, 62(10) :6.

[Lesur et al., 2008] Lesur, V., Wardinski, I., Rother, M., and Mandea, M. (2008). Grimm : the gfz reference internal magnetic model based on vector satellite and observatory data. *Geophysical Journal International*, 173(2) :382–394.

[Lesur et al., 2015] Lesur, V., Whaler, K., and Wardinski, I. (2015). Are geomagnetic data consistent with stably stratified flow at the core–mantle boundary ? *Geophysical Journal International*, 201(2) :929–946.

[Mandea and Korte, 2010] Mandea, M. and Korte, M. (2010). *Geomagnetic observations and models*, volume 5. Springer.

[Mandea et al., 2012] Mandea, M., Panet, I., Lesur, V., De Viron, O., Diament, M., and Le Mouël, J. (2012). The earth's fluid core : recent changes derived from space observations of geopotential fields. *PNAS. doi*, 10.

[Matzka et al., 2010] Matzka, J., Chulliat, A., Mandea, M., Finlay, C., and Qamili, E. (2010). Geomagnetic observations for main field studies : from ground to space. *Space science reviews*, 155(1-4) :29–64.

[Mau, 2008] Mau, K.-D. (2008). *SWARM Packet Utilization Standard (S-PUS)*. ASTRIUM. SW-IF-EAD-SY-0004, rev. 6.0.

[Maus and Lühr, 2005] Maus, S. and Lühr, H. (2005). Signature of the quiet-time magnetospheric magnetic field and its electromagnetic induction in the rotating earth. *Geophysical Journal International*, 162(3) :755–763.

[Maus et al., 2006] Maus, S., Rother, M., Stolle, C., Mai, W., Choi, S., Lühr, H., Cooke, D., and Roth, C. (2006). Third generation of the potsdam magnetic model of the earth (pomme). *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 7(7).

[Menke, 2012] Menke, W. (2012). *Geophysical data analysis : discrete inverse theory : MATLAB edition*, volume 45. Academic press.

[Ness et al., 1971] Ness, N. F., Behannon, K. W., Lepping, R. P., and Schatten, K. H. (1971). Use of two magnetometers for magnetic field measurements on a spacecraft. *Journal of Geophysical Research*, 76(16) :3564–3573.

[Newell et al., 2007] Newell, P., Sotirelis, T., Liou, K., Meng, C.-I., and Rich, F. (2007). A nearly universal solar wind-magnetosphere coupling function inferred from 10 magnetospheric state variables. *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 112(A1).

[Olsen et al., 2003] Olsen, N., Clausen, L. T., Sabaka, T. J., Brauer, P., Merayo, J. M., Jørgensen, J. L., Léger, J.-M., Nielsen, O. V., Primdahl, F., and Risbo, T. (2003). Calibration of the ørsted vector magnetometer. *Earth, planets and space*, 55(1) :11–18.

[Olsen et al., 2013] Olsen, N., Friis-Christensen, E., Floberghagen, R., Alken, P., Beggan, C. D., Chulliat, A., Doornbos, E., Da Encarnação, J. T., Hamilton, B., Hulot, G., et al. (2013). The swarm satellite constellation application and research facility (scarf) and swarm data products. *Earth, Planets and Space*, 65(11) :1.

[Olsen et al., 2000] Olsen, N., Holme, R., Hulot, G., Sabaka, T., Neubert, T., Tøffner-Clausen, L., Primdahl, F., Jørgensen, J., Léger, J.-M., Barraclough, D., et al. (2000). Ørsted initial field model. *Geophysical Research Letters*, 27(22) :3607–3610.

[Olsen et al., 2015] Olsen, N., Hulot, G., Lesur, V., Finlay, C. C., Beggan, C., Chulliat, A., Sabaka, T. J., Floberghagen, R., Friis-Christensen, E., Haagmans, R., et al. (2015). The swarm initial field model for the 2014 geomagnetic field. *Geophysical Research Letters*, 42(4) :1092–1098.

[Olsen et al., 2010a] Olsen, N., Hulot, G., and Sabaka, T. (2010a). Measuring the earth's magnetic field from space : concepts of past, present and future missions. *Space science reviews*, 155(1-4) :65–93.

[Olsen et al., 2014] Olsen, N., Lühr, H., Finlay, C. C., Sabaka, T. J., Michaelis, I., Rauberg, J., and Tøffner-Clausen, L. (2014). The chaos-4 geomagnetic field model. *Geophysical Journal International*, 197(2) :815–827.

[Olsen et al., 2006] Olsen, N., Lühr, H., Sabaka, T. J., Mandea, M., Rother, M., Tøffner-Clausen, L., and Choi, S. (2006). Chaos—a model of the earth's magnetic field derived from champ, ørsted, and sac-c magnetic satellite data. *Geophysical Journal International*, 166(1) :67–75.

[Olsen et al., 2009] Olsen, N., Mandea, M., Sabaka, T. J., and Tøffner-Clausen, L. (2009). Chaos-2—a geomagnetic field model derived from one decade of continuous satellite data. *Geophysical Journal International*, 179(3) :1477–1487.

[Olsen et al., 2010b] Olsen, N., Mandea, M., Sabaka, T. J., and Tøffner-Clausen, L. (2010b). The chaos-3 geomagnetic field model and candidates for the 11th generation igrf. *Earth, planets and space*, 62(10) :1.

[Olsen et al., 2005] Olsen, N., Sabaka, T. J., and Lowes, F. (2005). New parameterization of external and induced fields in geomagnetic field modeling, and a candidate model for igrf 2005. *Earth, planets and space*, 57(12) :1141–1149.

[Olsen and Stolle, 2017] Olsen, N. and Stolle, C. (2017). Magnetic signatures of ionospheric and magnetospheric current systems during geomagnetic quiet conditions—an overview. *Space Science Reviews*, 206(1-4) :5–25.

[Overhauser, 1953] Overhauser, A. W. (1953). Paramagnetic relaxation in metals. *Physical Review*, 89(4) :689.

[Park, 2017] Park, J. (2017). *Swarm L2 IBI Product Description*. GFZ. SW-TR-GFZ-GS-0006, rev. 2.0.

[Park et al., 2010] Park, J., Lühr, H., Stolle, C., Rother, M., Min, K., and Michaelis, I. (2010). Field-aligned current associated with low-latitude plasma blobs as observed by the champ satellite. In *Annales Geophysicae*, volume 28, pages 697–703. COPERNICUS GESELLSCHAFT MBH.

[Primdahl, 1979] Primdahl, F. (1979). The fluxgate magnetometer. *Journal of Physics E : Scientific Instruments*, 12(4) :241.

[Richmond, 1995] Richmond, A. D. (1995). Ionospheric electrodynamics using magnetic apex coordinates. *Journal of geomagnetism and geoelectricity*, 47(2) :191–212.

[Ritter et al., 2004] Ritter, P., Lühr, H., Maus, S., and Viljanen, A. (2004). High-latitude ionospheric currents during very quiet times : their characteristics and predictability. In *Annales Geophysicae*, volume 22, pages 2001–2014.

[Rutkowski et al., 2014] Rutkowski, J., Fourcault, W., Bertrand, F., Rossini, U., Gétin, S., Le Calvez, S., Jager, T., Herth, E., Gorecki, C., Le Prado, M., et al. (2014). Towards a miniature atomic scalar magnetometer using a liquid crystal polarization rotator. *Sensors and Actuators A : Physical*, 216 :386–393.

[Sabaka et al., 2004] Sabaka, T. J., Olsen, N., and Purucker, M. E. (2004). Extending comprehensive models of the earth's magnetic field with ørsted and champ data. *Geophysical Journal International*, 159(2) :521–547.

[Sabaka et al., 2015] Sabaka, T. J., Olsen, N., Tyler, R. H., and Kuvshinov, A. (2015). Cm5, a pre-swarm comprehensive geomagnetic field model derived from over 12 yr of champ, ørsted, sac-c and observatory data. *Geophysical Journal International*, 200(3) :1596–1626.

[Sabaka et al., 2013] Sabaka, T. J., Tøffner-Clausen, L., and Olsen, N. (2013). Use of the comprehensive inversion method for swarm satellite data analysis. *Earth, Planets and Space*, 65(11) :2.

[Sansonetti and Martin, 2005] Sansonetti, J. E. and Martin, W. C. (2005). Handbook of basic atomic spectroscopic data. *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, 34(4) :1559–2259.

[Scheuble, 2011] Scheuble, M. (2011). *Level 0 Data Products*. ASTRIUM. SW-IF-EAD-GS-00017, rev. 8.0.

[Sugiura, 1991] Sugiura, M. (1991). Equatorial d_< st> index 1957-1986. *IAGA bulletin*, 40 :17–38.

[Tarantola, 2005] Tarantola, A. (2005). *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*. SIAM.

[Team, 2010] Team, S. P. (2010). *Swarm L0 Product Format*. ESRIN. SWARM-GSEG-EOPG-05-001, rev. 1.7.

[Thébault et al., 2015] Thébault, E., Finlay, C. C., Beggan, C. D., Alken, P., Aubert, J., Barrois, O., Bertrand, F., Bondar, T., Boness, A., Brocco, L., et al. (2015). International geomagnetic reference field : the 12th generation. *Earth, Planets and Space*, 67(1) :79.

[Thébault et al., 2010] Thébault, E., Purucker, M., Whaler, K. A., Langlais, B., and Sabaka, T. J. (2010). The magnetic field of the earth's lithosphere. *Space Science Reviews*, 155(1-4) :95–127.

[Tøffner Clausen, 2017] Tøffner Clausen, L. (2017). *Swarm Level 1b Processor Algorithms*. DTU. SW-RS-DSC-SY-0002, rev. 6.10c.

[Tøffner-Clausen et al., 2016] Tøffner-Clausen, L., Lesur, V., Olsen, N., and Finlay, C. C. (2016). In-flight scalar calibration and characterisation of the swarm magnetometry package. *Earth, Planets and Space*, 68(1) :129.

[Utada et al., 2003] Utada, H., Koyama, T., Shimizu, H., and Chave, A. (2003). A semi-global reference model for electrical conductivity in the mid-mantle beneath the north pacific region. *Geophysical Research Letters*, 30(4).

[Velímskỳ et al., 2003] Velímskỳ, J., Everett, M. E., and Martinec, Z. (2003). The transient dst electromagnetic induction signal at satellite altitudes for a realistic 3-d electrical conductivity in the crust and mantle. *Geophysical research letters*, 30(7).

[Vigneron et al., 2014] Vigneron, P., Brocco, L., and Hulot, G. (2014). Swarm experimental asmv project, experimental l1b product definition for first release of data. SW-ASMV-DD-IPGP-0002, rev. 1.0.

[Vigneron et al., 2015a] Vigneron, P., Brocco, L., and Hulot, G. (2015a). Swarm experimental asmv project, experimental l1b product definition for second release of data. SW-ASMV-DD-IPGP-0003, rev. 1.0.

[Vigneron et al., 2016a] Vigneron, P., Brocco, L., and Hulot, G. (2016a). Swarm experimental asmv project, experimental l1b product definition for third release of data. SW-ASMV-DD-IPGP-0004, rev. 1.0.

[Vigneron et al., 2016b] Vigneron, P., Deram, P., and Hulot, G. (2016b). Swarm experimental asmv project, experimental l1b product definition for fourth release of data. SW-ASMV-DD-IPGP-0006, rev. 1.0.

[Vigneron and Hulot, 2016] Vigneron, P. and Hulot, G. (2016). Asm and vfm behavior during manoeuvers. Oral presentation given during ESA teleconf.

[Vigneron and Hulot, 2017] Vigneron, P. and Hulot, G. (2017). A comparison of three years of swarm experimental asm-v and nominal vfm data using a global geomagnetic field modeling approach. Poster presented in 4th Swarm Science Meeting and Geodetic Missions Workshop, Banff, Canada.

[Vigneron and Hulot, 2019] Vigneron, P. and Hulot, G. (2019). Towards correcting asm data for the sun-related thermoelectric effect. In *SWARM 9th Data Quality Workshop*.

[Vigneron et al., 2017] Vigneron, P., Hulot, G., Deram, P., Olsen, N., Leger, J.-M., and Jager, T. (2017). Global geomagnetic field modelling using three years of the experimental asm-v vector data on board the swarm satellites. Poster presented in IAGA Meeting, Cape Town, South Africa.

[Vigneron et al., 2015b] Vigneron, P., Hulot, G., Olsen, N., Léger, J.-M., Jager, T., Brocco, L., Sirol, O., Coïsson, P., Lalanne, X., Chulliat, A., et al. (2015b). A 2015 international geomagnetic reference field (igrf) candidate model based on swarm's experimental absolute magnetometer vector mode data. *Earth, Planets and Space*, 67(1) :95.

[Yokoyama and Stolle, 2017] Yokoyama, T. and Stolle, C. (2017). Low and midlatitude ionospheric plasma density irregularities and their effects on geomagnetic field. *Space Science Reviews*, 206(1-4) :495–519.