



**HAL**  
open science

# Usinage à grande vitesse efficace basé sur l'identification opérationnelle du comportement dynamique et l'optimisation du support de pièce

van Dong Do

## ► To cite this version:

van Dong Do. Usinage à grande vitesse efficace basé sur l'identification opérationnelle du comportement dynamique et l'optimisation du support de pièce. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Clermont Auvergne [2017-2020], 2020. Français. NNT : 2020CLFAC036 . tel-03143064

**HAL Id: tel-03143064**

**<https://theses.hal.science/tel-03143064v1>**

Submitted on 16 Feb 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université Clermont Auvergne  
École Doctorale  
Sciences pour l'Ingénieur de Clermont-Ferrand

## **THÈSE**

présentée par

**Van Dong DO**

en vue d'obtenir le grade de

**Docteur d'Université**

(Spécialité : Génie Mécanique)

# **Usinage à grande vitesse efficace basé sur l'identification opérationnelle du comportement dynamique et l'optimisation du support de pièce**

(Soutenue publiquement le 16 septembre 2020 devant le jury)

|                              |   |                           |
|------------------------------|---|---------------------------|
| <b>M. Didier REMOND</b>      | Professeur des Universités, INSA Lyon                         | <b>Examineur</b>          |
| <b>M. Joseph LARDIES</b>     | Professeur des Universités, FEMTO-ST                          | <b>Rapporteur</b>         |
| <b>M. Laurent GUILLAUMAT</b> | Professeur des Universités, ENSAM Angers                      | <b>Rapporteur</b>         |
| <b>M. David CLAIR</b>        | Maître de conférences,<br>Université Clermont Auvergne        | <b>Examineur</b>          |
| <b>Mme. Karine CHARLET</b>   | Maître de conférences HDR, SIGMA Clermont                     | <b>Examinatrice</b>       |
| <b>M. Gilles DESSEIN</b>     | Professeur des Universités, ENIT Tarbes                       | <b>Invité</b>             |
| <b>M. Thien-Phu LE</b>       | Maître de conférences HDR,<br>Université d'Evry Val-d'Essonne | <b>Directeur de thèse</b> |
| <b>M. Alexis BEAKOU</b>      | Professeur des universités, SIGMA Clermont                    | <b>Directeur de thèse</b> |

Institut Pascal - Axe M3G  
UMR 6602 UCA/CNRS/SIGMA Clermont

# Remerciements

Je tiens tout d'abord à exprimer ma plus profonde gratitude à mes directeurs de thèse, Messieurs **Thien-Phu LE** et **Alexis BEAKOU** pour leur suivi scientifique, leurs disponibilités, leur soutien, leur encadrement régulier, leurs précieux conseils, leur patience ainsi que leur aide personnelle. Ils n'ont jamais hésité à prendre le temps de m'expliquer, de discuter et de partager leurs grandes connaissances de la recherche.

Je tiens aussi à présenter mes sincères remerciements aux membres du jury d'avoir accepté d'évaluer ce travail, Monsieur **Didier REMOND** et tout particulièrement Messieurs **Joseph LARDIES** et **Laurent GUILLAUMAT** d'avoir accepté de rapporter mon mémoire. Merci d'avoir pris de votre précieux temps pour lire, juger, et critiquer ce travail.

Plusieurs travaux de ma thèse ont été accomplis avec l'aide de chercheurs, d'enseignants et de techniciens de la plateforme de SIGMA Clermont. J'adresse donc mes grands remerciements à Madame **Karine CHARLET**, et Messieurs **David CLAIR**, **Nicolas BLANCHARD**, **Vincent GAGNOL**, **Alexis GRAVIER**, **Adrien CHEVALIER**, **Michel DREAN**.

J'adresse mes remerciements à Messieurs **Gilles DESSEIN** et **Vincent WAGNER** pour avoir accepté notre proposition de collaboration de recherche, pour leur accueil chaleureux et leur gentillesse.

J'adresse mes remerciements à Monsieur **Mohammed EL RHABI** pour son aide précieuse sur la séparation aveugle des sources.

J'adresse un grand merci spécial à tous mes amis "thésards" avec qui j'ai partagé des moments très agréables. Mes sincères remerciements vont à **Essia**, **Montassar**, **Jacques**, **Dana**, **Chahrazed**, **Rym**, **Zine**, **Mathieu**, **Nicolas**, **Thibaut**, **Rawan**, **Rohit**, **Kamal**, **Dany**, **Tony**, **Siddharth**, **Quentin**, **Corentin**, **Damien**, **Dimitri**, **Jean-Charles**, **Adrien**, **Irmella**, **Morteza**, **Aicha**, **Nesrine**, **Duy**, **Tùng**,...etc.

Un grand merci aux personnels administratifs toujours serviables, souriants et surtout professionnels pour leur rôle et leur implication dans la bonne gestion de ce travail. Je pense particulièrement à Mesdames **Jacqueline MADEBENE**, **Malika FETU**, **Christelle BRANCHE**, et Monsieur **Roumar ALLAMI**.

Les travaux de cette thèse s'inscrivent dans le cadre du défi MMaSyF financé par le CPER 2015-2020, appel d'offres "recherche" 2015 pour la conception et la réalisation d'une machine d'usinage à haute rigidité. Ces travaux sont cofinancés par l'Union Européenne. L'Europe s'engage en Auvergne-Rhône-Alpes avec le fonds Européen de Développement Régional (FEDER). Je remercie ces institutions pour leur soutien.



Enfin, je remercie toute personne ayant contribué de près ou de loin à la réalisation de ce travail.

*À ma famille, ma grand-mère, mes chers parents, mon frère et ma sœur*

*À ma fiancée, Laura*

*À la mémoire de mon oncle*

*À mon village natal, Thuy Phu!*

# Table des matières

|  |           |
|--|-----------|
| <b>Table des figures</b>   | <b>9</b>  |
| <b>Liste des tableaux</b>  | <b>14</b> |
| <b>Acronymes</b>   | <b>16</b> |
| <b>Introduction</b>  | <b>18</b> |
| <b>1 Synthèse bibliographique et verrous scientifiques</b>                             | <b>22</b> |
| 1.1 Introduction . . . . .   | 23        |
| 1.2 Analyse de vibrations en usinage . . . . .   | 23        |
| 1.2.1 Broutement en usinage . . . . .  | 24        |
| 1.2.2 Théorie des lobes de stabilité . . . . .   | 25        |
| 1.3 Classification des stratégies pour la maîtrise des vibrations en usinage . . . . . | 26        |
| 1.3.1 Optimisation des conditions de coupe . . . . .                                   | 26        |
| 1.3.1.1 Par identification à l'arrêt . . . . .   | 27        |
| 1.3.1.2 Par identification pendant l'usinage . . . . .                                 | 28        |
| 1.3.2 Optimisation du système d'usinage . . . . .                                      | 29        |
| 1.3.2.1 Méthodes passives . . . . .  | 29        |
| 1.3.2.2 Méthodes actives . . . . .   | 30        |
| 1.4 Identification du comportement dynamique du système mécanique . . . . .            | 30        |
| 1.4.1 Analyse modale expérimentale . . . . .   | 32        |
| 1.4.2 Analyse modale opérationnelle . . . . .  | 36        |
| 1.4.2.1 Méthodes d'identification modale opérationnelle . . . . .                      | 36        |
| 1.4.2.2 Identification modale opérationnelle en présence des harmoniques . . . . .     | 40        |
| 1.5 Optimisation du support de pièce d'une machine-outil . . . . .                     | 42        |
| 1.5.1 Généralités sur les composites . . . . .   | 42        |

|          |  |           |
|----------|--|-----------|
| 1.5.1.1  | Définition . . . . .   | 42        |
| 1.5.1.2  | Architecture des matériaux composites . . . . .  | 42        |
| 1.5.1.3  | Matériaux composites à fibres . . . . .  | 44        |
| 1.5.1.4  | Composites à renfort hybride . . . . .   | 50        |
| 1.5.1.5  | Homogénéisation du composite . . . . .   | 51        |
| 1.5.1.6  | Amortissement de la structure et du matériau composite . . . . .   | 53        |
| 1.5.2    | Application des matériaux composites dans les systèmes d'usinage . . . . .                                 | 55        |
| 1.5.3    | Support de pièce existant . . . . .  | 56        |
| 1.6      | Conclusions et objectifs de la thèse . . . . .   | 57        |
| <b>2</b> | <b>Identification modale opérationnelle basée sur les fonctions de transmissibilité</b>                    | <b>59</b> |
| 2.1      | Introduction . . . . .   | 60        |
| 2.2      | Bases théoriques des fonctions de transmissibilité . . . . .   | 60        |
| 2.3      | Méthode PSDTM-SVD . . . . .  | 62        |
| 2.4      | Applications . . . . .   | 63        |
| 2.4.1    | Exemple numérique . . . . .  | 63        |
| 2.4.1.1  | Cas de chargement 1 : Excitation de bruit blanc . . . . .  | 64        |
| 2.4.1.2  | Cas de chargement 2 : Excitation de bruit blanc en présence d'une excitation harmonique atténuée . . . . . | 66        |
| 2.4.1.3  | Cas de chargement 3 : Excitation de bruit blanc en présence d'une excitation harmonique pure . . . . .     | 67        |
| 2.4.2    | Test expérimental . . . . .  | 69        |
| 2.5      | Conclusions . . . . .  | 73        |
| <b>3</b> | <b>Distinction entre des modes structuraux et des composantes harmoniques</b>                              | <b>74</b> |
| 3.1      | Introduction . . . . .   | 75        |
| 3.2      | Histogrammes et valeurs de kurtosis . . . . .  | 75        |
| 3.2.1    | Bases théoriques . . . . .   | 75        |
| 3.2.2    | Procédure pratique . . . . .   | 77        |
| 3.2.3    | Applications . . . . .   | 77        |
| 3.3      | Fonctions d'autocorrélation . . . . .  | 80        |
| 3.3.1    | Bases théoriques . . . . .   | 80        |
| 3.3.2    | Procédure pratique . . . . .   | 83        |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| 3.3.3    | Applications . . . . .   | 85         |
| 3.4      | Conclusions . . . . .  | 87         |
| <b>4</b> | <b>Identification modale opérationnelle basée sur la séparation de sources en présence des harmoniques</b> | <b>88</b>  |
| 4.1      | Introduction . . . . .   | 89         |
| 4.2      | Séparation aveugle de sources . . . . .  | 89         |
| 4.2.1    | Modèle de mélange linéaire instantané . . . . .  | 90         |
| 4.2.2    | Modèle de mélange linéaire convolutif . . . . .  | 91         |
| 4.2.3    | Quelques techniques utilisées en BSS . . . . .   | 92         |
| 4.2.3.1  | Analyse en Composantes Indépendantes (ICA) . . . . .   | 92         |
| 4.2.3.2  | Statistiques d'ordre deux (SOBI) . . . . .   | 95         |
| 4.2.3.3  | Analyse en composantes parcimonieuses (SCA) . . . . .  | 96         |
| 4.3      | AMO basée sur la séparation aveugle de sources en mélange instantané . . .                                 | 96         |
| 4.4      | AMO basée sur l'analyse en composantes parcimonieuses en présence des harmoniques . . . . .                | 104        |
| 4.4.1    | Approche théorique . . . . .   | 104        |
| 4.4.2    | Applications . . . . .   | 107        |
| 4.4.2.1  | Exemples numériques . . . . .  | 107        |
| 4.4.2.2  | Test expérimental . . . . .  | 114        |
| 4.5      | Séparation de sources en mélange convolutif . . . . .  | 117        |
| 4.5.1    | Approche théorique . . . . .   | 117        |
| 4.5.2    | Exemple numérique . . . . .  | 118        |
| 4.5.3    | Test expérimental . . . . .  | 119        |
| 4.6      | Séparation informée de sources . . . . .   | 121        |
| 4.7      | Conclusions . . . . .  | 125        |
| <b>5</b> | <b>Conception du support de pièce en matériau composite</b>  | <b>126</b> |
| 5.1      | Introduction . . . . .   | 127        |
| 5.2      | Optimisation du support de pièce . . . . .   | 127        |
| 5.2.1    | Prédiction de la stabilité d'usinage avec intégration du système de support de pièce . . . . .             | 127        |
| 5.2.2    | Tracé des lobes de stabilité . . . . .   | 130        |
| 5.2.3    | Influence des paramètres dynamiques du support de pièce sur les lobes de stabilité . . . . .               | 132        |

---

|          |   |            |
|----------|---|------------|
| 5.3      | Matériaux et procédé de fabrication . . . . .   | 134        |
| 5.3.1    | Présentation des matériaux constitutants . . . . .  | 134        |
| 5.3.1.1  | Résine époxy . . . . .  | 134        |
| 5.3.1.2  | Renforts . . . . .  | 134        |
| 5.3.2    | Mise en œuvre des matériaux composites . . . . .  | 135        |
| 5.4      | Essais de caractérisation du comportement mécanique des matériaux composites élaborés . . . . . | 135        |
| 5.4.1    | Caractérisation élastique . . . . .   | 135        |
| 5.4.2    | Fluage en traction . . . . .  | 137        |
| 5.4.3    | Identification des propriétés viscoélastiques . . . . .   | 139        |
| 5.4.3.1  | Rappel de la méthode d'Inokuchi . . . . .   | 140        |
| 5.4.3.2  | Identification des paramètres de Prony . . . . .  | 141        |
| 5.4.3.3  | Calcul des facteurs d'amortissement . . . . .   | 142        |
| 5.4.3.4  | Résultats et discussions . . . . .  | 142        |
| 5.5      | Évaluation des amortissements modaux à partir des vibrations d'une poutre . . . . .             | 145        |
| 5.5.1    | Montage expérimental . . . . .  | 145        |
| 5.5.2    | Analyse des résultats expérimentaux . . . . .   | 145        |
| 5.6      | Conclusions . . . . .   | 148        |
| <b>6</b> | <b>Essais de validation</b> . . . . .   | <b>150</b> |
| 6.1      | Introduction . . . . .  | 151        |
| 6.2      | Montage expérimental . . . . .  | 151        |
| 6.3      | Identification modale expérimentale . . . . .   | 153        |
| 6.3.1    | AME de la machine-outil en bout de l'outil . . . . .  | 153        |
| 6.3.2    | AME du système de support de pièce . . . . .  | 155        |
| 6.3.3    | Prédiction de la stabilité d'usinage . . . . .  | 157        |
| 6.4      | Essais d'usinage . . . . .  | 157        |
| 6.5      | Validation par les résultats expérimentaux . . . . .  | 159        |
| 6.6      | Conclusions . . . . .   | 162        |
|          | <b>Conclusions &amp; Perspectives</b> . . . . .   | <b>164</b> |
|          | <b>Bibliographie</b> . . . . .  | <b>167</b> |

---

|  |            |
|--|------------|
| <b>Annexes</b>   | <b>178</b> |
| A.1 Étude d'estimation du paramètre $A$ de la loi de distribution harmonique . . . | 179        |
| A.2 Dimensions du système du support de pièce . . . . .                            | 181        |
| A.3 Estimation du module d'Young en flexion de stratifiés hybrides . . . . .       | 183        |

# Table des figures

|      |  |    |
|------|--|----|
| 1    | Effets de vibrations sur l'état de surface usinée (travaux réalisés à l'ENIT, Tarbes). . . . .   | 18 |
| 1.1  | Facteurs influents sur le broutement en usinage [1]. . . . .   | 24 |
| 1.2  | Phénomène de régénération de la surface [2]. . . . .   | 25 |
| 1.3  | Diagramme des lobes de stabilité [3]. . . . .  | 26 |
| 1.4  | Stratégies pour la maîtrise des vibrations en usinage. . . . .   | 27 |
| 1.5  | Test de marteau d'impact sur le robot d'usinage ABB 6660 [4]. . . . .  | 27 |
| 1.6  | Dispositif de mesure des signaux durant l'usinage [5]. . . . .   | 28 |
| 1.7  | Diagramme des lobes de stabilité en trois-dimensions durant l'usinage [6]. . .   | 28 |
| 1.8  | Absorbeurs passifs attachés : (a) sur l'outil, (b) sur la pièce [7] . . . . .  | 29 |
| 1.9  | Conception du porte-outil pour le tournage [8]. . . . .  | 29 |
| 1.10 | Conception de la broche active [9]. . . . .  | 30 |
| 1.11 | Interrelation des modèles dynamiques pour un système non amorti [10]. . . .  | 31 |
| 1.12 | Système linéaire avec bruit de mesure en entrée et en sortie. . . . .  | 33 |
| 1.13 | Classification des méthodes d'identification modale [10]. . . . .  | 34 |
| 1.14 | Présence d'harmonique dans la réponse mesurée. . . . .   | 41 |
| 1.15 | Matériau composite. . . . .  | 42 |
| 1.16 | Constitution d'un stratifié [11]. . . . .  | 43 |
| 1.17 | Trois configurations d'hybridation : (a) Hybrides inter-couches ; (b) Hybrides intra-couches ; (c) Hybrides intra-fils [12]. . . . .                         | 43 |
| 1.18 | Une structure en sandwich [13]. . . . .  | 44 |
| 1.19 | Fibres végétales : (a) Lin et fibres de lin, (b) Chanvre et fibres de chanvre. .   | 49 |
| 1.20 | Segment de bras robotique en composite stratifié hybride [14]. . . . .   | 51 |
| 1.21 | Théorie classique des stratifiés : (a) Efforts généralisés dans un stratifié et état de contrainte d'un élément ; (b) Géométrie et empilement des couches. . | 52 |
| 1.22 | Comportement d'un matériau viscoélastique [15]. . . . .  | 53 |
| 1.23 | Courbe caractéristique de : (a) fluage, (b) relaxation [16]. . . . .   | 54 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 1.24 | Configuration du porte-outil en composite fibre de carbone [17]. . . . .  | 55 |
| 1.25 | (a) Machine-outil fraiseuse à grande vitesse Daewoo F500; (b) X-glissière hybride [18]. . . . .   | 56 |
| 1.26 | Substitution de la structure conventionnelle par composite à fibres de carbone [PTW, Darmstadt, Germany [19]]. . . . .  | 56 |
| 1.27 | (a) Support de pièce conventionnel [20]; (b) Système similaire [21]. . . . .  | 57 |
| 1.28 | Positionnement des travaux de la thèse . . . . .  | 58 |
| 2.1  | Système à 2 DDL . . . . .   | 63 |
| 2.2  | [Système à 2DDL, chargement 1] réponses simulées . . . . .  | 64 |
| 2.3  | [Système à 2DDL, chargement 1] Méthode PSDTM-SVD. . . . .   | 65 |
| 2.4  | [Système à 2DDL, chargement 2] Méthode PSDTM-SVD. . . . .   | 65 |
| 2.5  | [Système à 2DDL, chargement 3] Méthode PSDTM-SVD. . . . .   | 67 |
| 2.6  | [Système à 2DDL, chargement 3 ( $SNR = 8$ )] Méthode FDD. . . . .   | 68 |
| 2.7  | [Test expérimental] Poutre instrumentée. . . . .  | 69 |
| 2.8  | [Test expérimental, cas 1] : réponses enregistrées. . . . .   | 70 |
| 2.9  | [Test expérimental] Méthode PSDTM-SVD : (a) Cas 1, (b) Cas 2. . . . .   | 71 |
| 2.10 | [Test expérimental] Méthode PSDTM-SVD : MAC entre les déformées modales identifiées. . . . .  | 72 |
| 2.11 | [Test expérimental] Méthode classique de transmissibilité avec l'ensemble de deux cas de chargement 1 et 2 . . . . .  | 73 |
| 3.1  | Fonction de distribution de probabilité d'une réponse gaussienne et d'une réponse sinusoïdale[22]. . . . .  | 76 |
| 3.2  | Procédure pratique de la distinction harmonique par les histogrammes et les valeurs de kurtosis. . . . .  | 78 |
| 3.3  | [2 DDL] Histogrammes de (a) pic 1; (b) pic 2; (c) pic 3 . . . . .   | 79 |
| 3.4  | [Test expérimental] Histogrammes de (a) pic 1; (b) pic 2; (c) pic 3 . . . . .   | 80 |
| 3.5  | [Système à 1 DDL] (a) Réponse impulsionnelle $h(t)$ ; (b) Autocorrélation de $h(t)$ ; (c) Division de l'autocorrélation en 2 blocs dans le domaine temporel et (d) dans le domaine fréquentiel. . . . .                           | 81 |
| 3.6  | (a) Réponse harmonique; (b) Fonction d'autocorrélation de la réponse harmonique; (c) Division de l'autocorrélation en 2 blocs dans le domaine temporel et (d) dans le domaine fréquentiel. . . . .                                | 82 |
| 3.7  | (a) Somme d'une réponse impulsionnelle unitaire et d'une réponse harmonique; (b) Sa fonction d'autocorrélation; (c) Division de l'autocorrélation en 2 blocs dans le domaine temporel et (d) dans le domaine fréquentiel. . . . . | 83 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 3.8  | Procédure pratique de la distinction harmonique par la fonction d'autocorrélation. . . . .   | 84  |
| 3.9  | [Système à 2 DDL] Autocorrélation du (a) Pic 1; (b) Pic 2; (c) Pic 3 . . . . .   | 85  |
| 3.10 | [Test expérimental] Autocorrélation du (a) Pic 1; (b) Pic 2; (c) Pic 3 . . . . .   | 86  |
| 4.1  | Principe de séparation de sources (composantes) pour l'identification modale opérationnelle. . . . .   | 89  |
| 4.2  | Séparation des sources musicales. . . . .  | 90  |
| 4.3  | Méthode d'ICA. . . . .   | 92  |
| 4.4  | Méthode de SOBI. . . . .   | 95  |
| 4.5  | Nuage de points de deux réponses mélanges $x_1$ et $x_2$ provenant de six sources de flûte : (a) dans le domaine temporel; (b) dans le domaine fréquentiel [23]. | 97  |
| 4.6  | [2 DDL] comparaison des réponses calculées par l'algorithme de Runge-Kutta et par le produit convolutif. . . . .   | 98  |
| 4.7  | [2 DDL] réponses aléatoires et harmoniques : (a) domaine temporel; (b) domaine fréquentiel. . . . .  | 99  |
| 4.8  | [2 DDL] (a) Réponses simulées;(b) réponses séparées par ICA ; (c) réponses séparées par SOBI. . . . .  | 101 |
| 4.9  | [2 DDL] (a) Réponses filtrées; (b) réponses séparées par ICA ; (c) réponses séparées par SOBI. . . . .   | 102 |
| 4.10 | [2 DDL] (a) Réponses aléatoires simulées; (b) réponses séparées par ICA ; (c) réponses séparées par SOBI. . . . .  | 103 |
| 4.11 | Nuage de points de 2 réponses mélangées provenant de 3 sources : (a) Domaine temporel; (b) Domaine temps-fréquentiel. . . . .                                    | 105 |
| 4.12 | Procédure pratique de la méthode proposée SCA-FDD . . . . .  | 106 |
| 4.13 | [2 DDL] réponses simulées dans le domaine temps-fréquence : (a) $X_1(t, f)$ et (b) $X_2(t, f)$ . . . . .   | 108 |
| 4.14 | [2 DDL, SCA] nuage de points des deux réponses simulées. . . . .   | 108 |
| 4.15 | [2 DDL, SCA] (a) mono-sources séparées $s_i$ ; (b) réponses simulées $\mathbf{x}$ ; (c) réponses aléatoires reconstruites $\mathbf{x}^a$ . . . . .               | 109 |
| 4.16 | [2 DDL, SCA-FDD] histogrammes et valeurs de Kurtosis . . . . .   | 110 |
| 4.17 | [2 DDL, SCA-FDD] valeurs singulières . . . . .   | 110 |
| 4.18 | Poutre simulée. . . . .  | 111 |
| 4.19 | [Poutre simulée, SCA-FDD] nuage de points dans le domaine temps-fréquence.   | 111 |
| 4.20 | [Poutre simulée, SCA-FDD] 4 mono-sources séparées. . . . .   | 112 |
| 4.21 | [Poutre simulée, SCA-FDD] (a) réponses simulées $\mathbf{x}$ ; (b) réponses aléatoires reconstruites $\mathbf{x}^a$ . . . . .                                    | 113 |

|  |     |
|--|-----|
| 4.22 [Poutre simulée, SCA-FDD] valeurs singulières. . . . .  | 113 |
| 4.23 [Poutre expérimentée, SCA-FDD] nuage de points dans le domaine temps-<br>fréquence : (a) cas 1 ; (b) cas 2. . . . .   | 114 |
| 4.24 [Poutre expérimentée, cas 2, SCA-FDD] nuage de points dans le domaine<br>temps-fréquence après l'utilisation de l'algorithme de regroupement. . . . .   | 115 |
| 4.25 [Poutre expérimentée, cas 2, SCA-FDD] 4 mono-sources séparées. . . . .  | 115 |
| 4.26 [Poutre expérimentée, cas 2, SCA-FDD] 3 réponses mesurées. . . . .  | 116 |
| 4.27 [2 DDL, ICA convolutif] (a) réponses simulées $\mathbf{x}$ ; (b) réponses séparées $\mathbf{y}$ . . . . .   | 118 |
| 4.28 [2 DDL, ICA convolutif] histogrammes et valeurs de Kurtosis . . . . .   | 118 |
| 4.29 [2 DDL, ICA convolutif, 2 harmoniques] (a) réponses simulées $\mathbf{x}$ ; (b) réponses<br>séparées $\mathbf{y}$ . . . . .   | 119 |
| 4.30 [Poutre expérimentale, ICA convolutif] (a) réponses mesurées $\mathbf{x}$ ; (b) réponses<br>séparées $\mathbf{y}$ . . . . .   | 120 |
| 4.31 [Cas 1] (a) sources $\mathbf{s}(t)$ ; (b) réponses mélangées $\mathbf{x}(t)$ ; (c) sources estimées $\mathbf{y}(t)$   | 123 |
| 4.32 [Cas 2] (a) sources $\mathbf{s}(t)$ ; (b) réponses mélangées $\mathbf{x}(t)$ ; (c) sources estimées $\mathbf{y}(t)$   | 124 |
| 4.33 [Cas 3] (a) sources $\mathbf{s}(t)$ ; (b) réponses mélangées $\mathbf{x}(t)$ ; (c) sources estimées $\mathbf{y}(t)$   | 124 |
|  |     |
| 5.1 Opération de fraisage en avalant avec le système du support de pièce. . . . .  | 128 |
| 5.2 Modèle des efforts de coupe avec vibrations régénératives. . . . .   | 128 |
| 5.3 (a) Maillage et conditions aux limites ; (b) Premier mode propre. . . . .  | 131 |
| 5.4 Calcul de la rigidité correspondant à un déplacement unitaire. . . . .   | 131 |
| 5.5 Lobes de stabilité avec le système du support de pièce à 1DDL. . . . .   | 132 |
| 5.6 Influence de différents paramètres du support de pièce sur la stabilité d'usi-<br>nage : (a) taux d'amortissement ; (b) raideur ; (c) fréquence propre ; (d) rai-<br>deur et fréquence propre. . . . . | 133 |
| 5.7 Renforts UD utilisés : (a) Carbone et (b) lin . . . . .  | 134 |
| 5.8 Courbe du comportement des fibres de carbone. . . . .  | 135 |
| 5.9 Séquences d'empilement du composite hybride . . . . .  | 136 |
| 5.10 Moulage par injection de résine . . . . .   | 136 |
| 5.11 Composites élaborés. . . . .  | 136 |
| 5.12 Géométrie des éprouvettes de traction de différentes orientations des fibres :<br>(a) $0^\circ$ ; (b) $45^\circ$ et $90^\circ$ (dimensions en mm). . . . .  | 138 |
| 5.13 Banc d'essais de la machine Zwick. . . . .  | 138 |
| 5.14 Module d'Young longitudinal $E_L$ et module d'Young en flexion $E_x$ des stra-<br>tifiés hybrides à partir d'essais de traction. . . . .  | 139 |
| 5.15 Banc d'essais de la machine VA2000 . . . . .  | 139 |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 5.16  | Fonction de fluage . . . . .   | 140 |
| 5.17  | Modèle de Kelvin-Voigt généralisé . . . . .  | 140 |
| 5.18  | Graphes de $\ln[Q(t)]$ en fonction de $t$ . . . . .  | 141 |
| 5.19  | Fluage en traction : (a) Éprouvette orientée à $0^\circ$ , (b) à $90^\circ$ . . . . .  | 143 |
| 5.20  | Facteur d'amortissement $\text{tg } \delta(\omega)$ des composites élaborés . . . . .  | 144 |
| 5.21  | [Poutre composite] : test de marteau d'impact (vue de dessus). . . . .   | 145 |
| 5.22  | [Poutre composite] (a) Fonctions de cohérence $\Gamma_{xf}$ ; (b) FRFs. . . . .  | 146 |
| 5.23  | [Poutre composite, $[C_{10}]$ ] diagramme de stabilisation (s - pôle stable, v - pôle stable en forme, o - pôle non stable) . . . . .                  | 146 |
| 5.24  | Module d'Young en flexion de stratifiés hybrides à partir du test de marteau d'impact. . . . .   | 147 |
| 6.1   | Plaques du support de pièce en composite et en Aluminium. . . . .  | 151 |
| 6.2   | (a) Centre d'usinage Huron KX10 à l'ENIT, Tarbes; (b) outil coupant de fraisage. . . . .   | 152 |
| 6.3   | AME de la machine-outil en bout de l'outil. . . . .  | 153 |
| 6.4   | AME de la machine-outil : (a) FRFs en bout de l'outil et (b) Fonctions de cohérence correspondantes. . . . .   | 154 |
| 6.5   | AME du système de support de pièce. . . . .  | 155 |
| 6.6   | [AME du système du support de pièce en Aluminium](a) FRFs mesurées; (b) Fonctions de cohérence correspondantes. . . . .                                | 156 |
| 6.7   | [AME du système du support de pièce en Aluminium] Diagramme de stabilisation (s - pôle stable, v - pôle stable en forme, o - pôle non stable). . . . . | 156 |
| 6.8   | Diagramme des lobes de stabilité des supports de pièce en aluminium et en composite hybride carbone-lin. . . . .                                       | 157 |
| 6.9   | AMO du système de support de pièce. . . . .  | 158 |
| 6.10  | [AMO du support en aluminium] : réponses enregistrées. . . . .   | 159 |
| 6.11  | [Support en aluminium] : (a) pièce usinée; (b) profil mesuré; (c) réponse temporelle. . . . .  | 160 |
| 6.12  | [AMO du support en aluminium] : réponse dans le domaine temps-fréquence pour l'usinage à $N = 4600$ tr/min. . . . .                                    | 160 |
| 6.13  | [Support en composite] : Pièces usinées. . . . .   | 161 |
| 6.14  | [Support en composite] : Profil mesuré du long de la pièce usinée. . . . .   | 161 |
| A.3.1 | Séquence d'empilement des couches avec $z_5 = 0$ . . . . .   | 184 |

# Liste des tableaux

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 1.1 | Différents types de FRF . . . . .   | 33  |
| 1.2 | Propriétés mécaniques de fibres de carbone en traction [24]. . . . .  | 45  |
| 1.3 | Propriétés mécaniques de fibres de verre en traction [25]. . . . .  | 46  |
| 1.4 | Propriétés mécaniques de composites à fibres synthétiques [24]. . . . .   | 47  |
| 1.5 | Principaux avantages et inconvénients des renforts végétales[26]. . . . .   | 48  |
| 1.6 | Propriétés mécaniques de certaines fibres végétales en traction [26, 27, 28, 29, 30, 14]. . . . .                           | 48  |
| 1.7 | Propriétés des composites unidirectionnels à fibres végétales [14]. . . . .   | 49  |
| 2.1 | [Système à 2DLL, chargement 1] paramètres identifiés et valeurs exactes . . .   | 64  |
| 2.2 | [Système à 2DLL, chargement 2] paramètres identifiés et valeurs exactes . . .   | 66  |
| 2.3 | [Système à 2DLL, chargement 3] paramètres identifiés et valeurs exactes . . .   | 68  |
| 2.4 | [Test expérimental] Paramètres identifiés. . . . .  | 72  |
| 3.1 | [2 DDL, chargement 3 (SNR = 0 dB)] Valeurs de kurtosis . . . . .  | 78  |
| 3.2 | [Test expérimental, chargement 2] Valeurs de kurtosis . . . . .   | 79  |
| 3.3 | [Système à 2 DDL, chargement 3 (SNR = 0 dB)] Comparaison de l'amplitude des pics dans la FFT de l'autocorrélation . . . . . | 86  |
| 3.4 | [Test expérimental, chargement 2] Comparaison de l'amplitude des pics dans la FFT de l'autocorrélation . . . . .            | 87  |
| 4.1 | [2 DDL, SCA-FDD ] paramètres identifiés . . . . .   | 110 |
| 4.2 | [Poutre simulée, SCA-FDD ] paramètres identifiés . . . . .  | 112 |
| 5.1 | Paramètres utilisés pour le tracé des lobes de stabilité sur la Figure 5.5. . . .   | 131 |
| 5.2 | Propriétés des composants du composite hybride considéré. . . . .   | 134 |
| 5.3 | Séquences d'empilement et principales caractéristiques . . . . .  | 137 |
| 5.4 | Constantes élastiques des différents matériaux élaborés . . . . .   | 138 |

---

|     |   |     |
|-----|---|-----|
| 5.5 | Équation différentielle du comportement des modèles généralisés de Kelvin-Voigt à une cellule et Maxwell à une branche. . . . . | 141 |
| 5.6 | Valeurs identifiées des paramètres du modèle de Kelvin-Voigt, de Maxwell et de Prony . . . . .                                  | 144 |
| 5.7 | Paramètres modaux identifiés des différents matériaux élaborés . . . . .  | 147 |
| 5.8 | Estimation de l'épaisseur du support de pièce en composite . . . . .  | 148 |
| 6.1 | Principales caractéristiques de la machine-outil [2] . . . . .  | 152 |
| 6.2 | [AME de la machine-outil] Paramètres identifiés. . . . .  | 155 |
| 6.3 | [AME du système de support de pièce] paramètres identifiés. . . . .   | 156 |
| 6.4 | Paramètres utilisés pour le tracé des lobes de stabilité sur la Figure 6.8. . . . .   | 157 |
| 6.5 | Conditions de coupe pour chaque type de support de pièce. . . . .   | 158 |
| 6.6 | Comparaison de la performance de différents types de support de pièce. . . . .  | 162 |

# Acronymes

---

|           |  |
|-----------|--|
| AME       | Analyse Modale Expérimentale   |
| AMO       | Analyse Modale Opérationnelle  |
| ADAs      | Absorbeurs Dynamiques Accordés   |
| AMD       | Analyse Mécanique Dynamique  |
| DDL       | Degré De Liberté   |
| MDDL      | Multiple Degrés De Liberté   |
| FRI       | Fonction de Réponse impulsionnelle   |
| FRF       | Fonction de Réponse en Fréquence   |
| SISO      | Single-Input-Single-Output   |
| MIMO      | Multi-Input-Multi-Output   |
| FDD       | Frequency Domain Decomposition   |
| MAC       | Modal Assurance Criterion  |
| LSCE      | Least Square Complex Exponential   |
| SSI       | Stochastic Subspace Identification   |
| ARMA      | Auto-Regressive Moving Average   |
| PolyMAX   | Poly-reference Least Squares Complex Frequency   |
| LSCE      | Least Square Complex Exponential   |
| ITD       | Ibrahim Time Domain  |
| NExT      | Natural Excitation Technique   |
| ARMA      | Auto-Regressive Moving Average   |
| DSP       | Densité Spectrale de Puissance   |
| SSI       | Sous-espace Stochastique   |
| FFT       | Transformation de Fourier Discrète   |
| IFFT      | Transformation de Fourier Discrète Inverse   |
| CWT       | Transformation des ondelettes  |
| STFT      | Transformation de Fourier à court terme  |
| SVD       | Décomposition en Valeurs Singulières   |
| PSDTM-SVD | Décomposition en valeurs singulières des matrices de transmissibilité de la densité spectrale de puissance |
| BSS       | Séparation Aveugle des Sources   |
| ICA       | Analyse en Composantes Indépendantes   |
| IM        | Information Mutuelle   |
| SCA       | Analyse en composantes parcimonieuses  |
| SSP       | Point mono-source  |
| SOBI      | Statistiques d'ordre deux  |
| VER       | Volume Élémentaire Représentatif   |

# Introduction

L'usinage à grande vitesse est aujourd'hui largement utilisé dans toute l'industrie mécanique, particulièrement dans les secteurs de l'automobile, l'aéronautique et la fabrication de moules pour la forge ou la fonderie. Le fait d'augmenter la vitesse de coupe permet de réduire considérablement le temps d'usinage, d'apporter des gains de productivité importants et également la possibilité d'usiner certains matériaux innovants non-conventionnels. Cependant, les problèmes vibratoires liés à l'usinage à grande vitesse peuvent conduire à l'instabilité dynamique qui peut être néfaste à la qualité des pièces usinées, à la productivité de l'usinage et à la durabilité des accessoires, etc. La maîtrise du comportement dynamique du système couplé (machine-outil/broche/porte-outil/outil/pièce /porte-pièce) est la clé primordiale pour la réussite de l'usinage à grande vitesse.

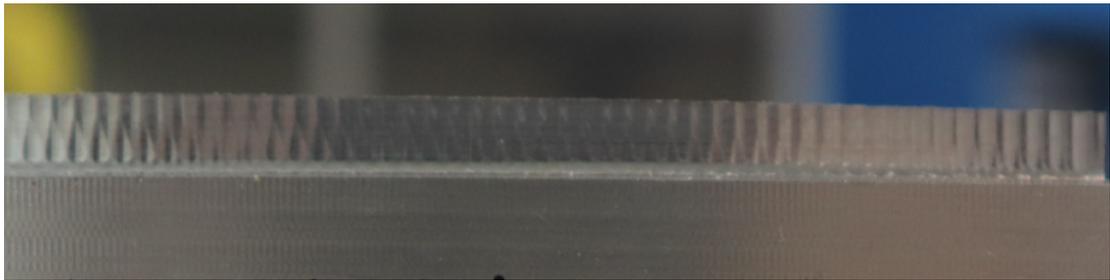


FIGURE 1. *Effets de vibrations sur l'état de surface usinée (travaux réalisés à l'ENIT, Tarbes).*

La thèse vise un double objectif. Le premier objectif est d'identifier le comportement dynamique réel du système couplé pendant l'usinage. Le deuxième objectif est de proposer une conception du support de pièce afin de rendre le comportement dynamique optimal vis-à-vis de la stabilité de coupe.

On envisage dans le premier volet de la thèse d'appliquer des techniques existantes d'identification modale opérationnelle et de proposer des nouvelles techniques d'identification mieux adaptées en tenant compte des spécificités de l'usinage à savoir : la présence des harmoniques très prépondérants, l'excitation aléatoire non contrôlée et non-mesurée, et les réponses seules enregistrées.

Le deuxième volet de la thèse consiste à reconcevoir le système de support de pièce avec utilisation de matériaux innovants. L'accent est mis sur le système de support de pièce parce que son accès est le plus facile. En général, le système d'usinage est fabriqué avec des matériaux métalliques comme l'acier ou l'aluminium. Ces métaux possèdent des rigidités et résistances élevées mais ils ont des masses volumiques importantes ainsi que des

capacités d'amortissement faibles. Pour améliorer les performances dynamiques du système d'usinage, les matériaux composites se présentent comme des solutions alternatives. Pour avoir une conception optimale du support de pièce, le nouveau matériau composite doit avoir une raideur au moins égale à celle du matériau existant tout en ayant une capacité d'amortissement plus élevée. Parmi les types de renforts, les fibres de carbone possèdent un module d'élasticité élevé permettant la conception de pièces de grande rigidité mais elles ont une faible capacité d'amortissement. Les fibres de lin, par contre, ont une faible densité, de bonnes propriétés spécifiques et des caractéristiques d'amortissement élevées. Afin d'exploiter le meilleur de chacune des deux types de fibre, un composite stratifié hybride à renfort carbone-lin est alors proposé pour la conception optimale du support de pièce.

Pour atteindre les objectifs, les travaux de la thèse sont divisés en 6 chapitres :

- Le chapitre 1 présente tout d'abord un état de l'art sur la problématique des vibrations en usinage. On montre ensuite les différentes stratégies pour maîtriser des vibrations en usinage. Cela permet de positionner les travaux de la thèse dans le contexte actuel de recherche. Deux approches sont étudiées dans la thèse : (i) optimisation des conditions de coupe via l'identification modale opérationnelle et (ii) optimisation du système d'usinage via la conception optimale du support de pièce. Enfin, on présente une synthèse bibliographique sur deux sujets concernant : (i) l'identification modale, plus particulièrement l'identification modale opérationnelle et (ii) les matériaux composites, leurs applications dans les systèmes d'usinage, ce qui permet de fournir des connaissances de base pour traiter les problèmes rencontrés au cours de la thèse.
- Le chapitre 2 est réservé à la nouvelle méthode d'identification modale opérationnelle basée sur les fonctions de transmissibilité en présence des harmoniques. Un exemple numérique d'un système à deux degrés de liberté et un test expérimental de poutre sont utilisés pour évaluer la performance de la technique d'identification modale basée sur les fonctions de transmissibilité. L'étude permet de déterminer la performance de la méthode proposée.
- Pour améliorer la méthode basée sur les fonctions de transmissibilité, le chapitre 3 se concentre sur la distinction entre modes structuraux et composantes harmoniques. Dans un premier temps, la technique existante basée sur les histogrammes et les valeurs de Kurtosis est combinée avec la méthode de transmissibilité pour identifier des paramètres modaux. Dans un deuxième temps, une nouvelle technique de distinction entre modes structuraux et composantes harmoniques est développée en utilisant la fonction d'auto-corrélation.
- Le chapitre 4 est consacré à la méthode d'identification modale opérationnelle basée sur la technique de séparation aveugle de sources. En utilisant la séparation de sources, les réponses aléatoires des modes peuvent être récupérées et utilisées ensuite par toutes les méthodes classiques d'identification modale. On présente brièvement les généralités sur

la séparation aveugle de sources. Ensuite, la performance de différentes techniques de séparation de sources est évaluée. Cela permet de développer une méthode d'identification modale opérationnelle basée sur une nouvelle approche de la séparation de sources.

- Le chapitre 5 porte sur la conception optimale du support de pièce en utilisant un nouveau composite hybride carbone-lin pour augmenter la stabilité d'usinage. Une étude sur la prédiction de la stabilité d'usinage avec intégration du support de pièce est effectuée. Cela permet d'évaluer l'influence des paramètres dynamiques du support de pièce sur la stabilité d'usinage. Les matériaux constitutifs (résine époxy, renfort unidirectionnel à fibres de lin et ceux à fibres de carbone) ainsi que la mise en œuvre des matériaux composites sont décrits. Des plaques en composites stratifiés hybrides carbone-lin avec différentes séquences d'empilement sont fabriquées puis découpées pour des essais de caractérisation. Des essais quasi-statistiques en traction, de fluage en traction, d'identification modale expérimentale sont mis en place afin d'identifier les propriétés statiques et dynamiques des composites étudiés. Les résultats obtenus permettent de déterminer la conception optimale du système de support de pièce vis-à-vis de la stabilité de l'usinage.
- Le chapitre 6 est dédié à des essais de validation. Les tests d'identification modale sont effectués sur une machine-outil, sur les systèmes de support de pièce en composite et en aluminium. La connaissance du comportement dynamique du système de support de pièce permet de prédire la stabilité d'usinage avec le diagramme des lobes de stabilité. Les résultats des essais de validation avec le support de pièce existant et celui en composite sont analysés et discutés.

Enfin, une conclusion générale récapitulant les contributions de ces travaux de recherche ainsi que les perspectives envisageables sont présentées.

### **Publications et communications sur le sujet de la thèse :**

Van-Dong Do, Thien-Phu Le, and Alexis Beakou, *Transmissibility based operational modal analysis in presence of harmonics*, in Proceedings of the 4th Congrès International de Géotechnique-Ouvrages-Structures (CIGOS), October 2017, HCM-city, Vietnam.

Van-Dong Do, Alexis Beakou, Thien-Phu Le, *Caractérisation du comportement viscoélastique du comportement viscoélastique d'un composite hybride carbone-lin*, 24ème Congrès Français de Mécanique (CFM), Aout 2019, Brest, France.

Van-Dong Do, Thien-Phu Le, and Alexis Beakou, *Blind source separation technique for operational modal analysis in presence of harmonic excitation*, Congrès International de Géotechnique Ouvrages-Structures (CIGOS), October 2019, Hanoi-city, Vietnam.

Van-Dong Do, Thien-Phu Le, and Alexis Beakou, *Operational Modal Analysis of Mechanical Systems Using Transmissibility Functions in the Presence of Harmonics*. Journal of Science and Technology in Civil Engineering (STCE) - NUCE, Vol. 13, no. 3, Aug. 2019, pp. 1-14.

**Article en préparation :**

Van-Dong Do, Thien-Phu Le, and Alexis Beakou, *A hybrid method for operational modal identification in the presence of harmonics*, Mechanics Research Communications.

Van-Dong Do, Thien-Phu Le, and Alexis Beakou, *Sparse component analysis for operational modal identification in presence of harmonic excitation*, Measurement.

Van-Dong Do, Alexis Beakou, Thien-Phu Le, Gilles Dessen and Vincent Wagner *Development of new carbon-flax hybrid composites for workpiece holder to improve chatter stability in milling process*, Journal of Materials Processing Technology.

# Chapitre 1

## Synthèse bibliographique et verrous scientifiques

### Sommaire

---

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>1.1</b> | <b>Introduction</b>   | <b>23</b> |
| <b>1.2</b> | <b>Analyse de vibrations en usinage</b>   | <b>23</b> |
| 1.2.1      | Broutement en usinage   | 24        |
| 1.2.2      | Théorie des lobes de stabilité  | 25        |
| <b>1.3</b> | <b>Classification des stratégies pour la maîtrise des vibrations en usinage</b> | <b>26</b> |
| 1.3.1      | Optimisation des conditions de coupe  | 26        |
| 1.3.2      | Optimisation du système d'usinage   | 29        |
| <b>1.4</b> | <b>Identification du comportement dynamique du système mécanique</b>            | <b>30</b> |
| 1.4.1      | Analyse modale expérimentale  | 32        |
| 1.4.2      | Analyse modale opérationnelle   | 36        |
| <b>1.5</b> | <b>Optimisation du support de pièce d'une machine-outil</b>                     | <b>42</b> |
| 1.5.1      | Généralités sur les composites  | 42        |
| 1.5.2      | Application des matériaux composites dans les systèmes d'usinage                | 55        |
| 1.5.3      | Support de pièce existant   | 56        |
| <b>1.6</b> | <b>Conclusions et objectifs de la thèse</b>                                     | <b>57</b> |

---

## 1.1 Introduction

L'usinage à grande vitesse joue un rôle important dans toute l'industrie mécanique. Cependant, les phénomènes de vibrations en usinage peuvent entraîner plusieurs conséquences négatives telles que : mauvaise qualité de surface usinée, usure accrue des outils, bruit excessif, etc. Ce premier chapitre aborde donc tout d'abord les différents types de vibrations existants dans l'usinage et les stratégies principales pour les maîtriser. Deux approches ont été étudiées dans la thèse : (i) optimisation des conditions de coupe via l'identification modale opérationnelle et (ii) optimisation du système d'usinage via la conception optimale du support de pièce. En ce qui concerne l'identification du comportement dynamique des systèmes mécaniques, ce chapitre présente une bibliographie sur les techniques d'identification modale avec les difficultés liées à l'usinage. Dans le but de proposer une conception optimale du support de pièce d'une machine-outil avec utilisation de composites stratifiés hybrides à renfort carbone-lin, un état de l'art sur les matériaux composites, leurs applications dans les systèmes d'usinage et un système du support conventionnel à reconcevoir sont présentés. Enfin, quelques conclusions et verrous scientifiques sont présentés.

## 1.2 Analyse de vibrations en usinage

De nombreuses opérations existantes en usinage sont toutes soumises aux problèmes des vibrations d'usinage, que ce soit le fraisage, le tournage, le perçage, etc. Les processus de coupe peuvent emmener trois types différents de vibrations mécaniques en raison de l'absence de rigidité dynamique ou d'amortissement d'un ou de plusieurs éléments du système composé de la machine-outil, du porte-outil, de l'outil et de la pièce. Ces trois types de vibrations sont recensés comme des vibrations libres, des vibrations forcées et des vibrations auto-entretenues.

Les vibrations libres caractérisent les vibrations d'un système en réponse à un choc ou un lâcher. Ce type de vibrations ne se présente généralement pas durant l'usinage. Mais elles sont utilisées afin de déterminer les caractéristiques dynamiques du système à l'arrêt sous un choc de marteau par exemple.

Les vibrations forcées apparaissent en raison de la variation cyclique des efforts de coupe. Elles peuvent être induites par un défaut d'excentricité de la chaîne cinématique (broche, porte-outil, outil), par une excentration d'une dent de l'outil, ou encore par une hétérogénéité de la matière usinée. La position relative de l'outil par rapport à la surface usinée est constante à chaque passage de dent dans la direction normal à l'avance. Les vibrations sont en phase avec la fréquence de passage des dents et l'influence de ces vibrations sur la qualité de l'état de surface final peut être négligeable [3].

Les vibrations auto-entretenues ou vibrations régénératives sont également connues sous le nom de « broutement » ou de « chatter » en anglais. Ces vibrations sont néfastes pour l'usinage, car elles conduisent le système d'usinage à l'instabilité. Dès 1907, le broutement a été signalé par Taylor [31] comme le problème le plus obscur et délicat auquel est confronté

l'usineur. Jusqu'à présent, il est toujours un sujet si intéressant pour la recherche académique et industrielle, car il est la plus indésirable et le moins contrôlable.

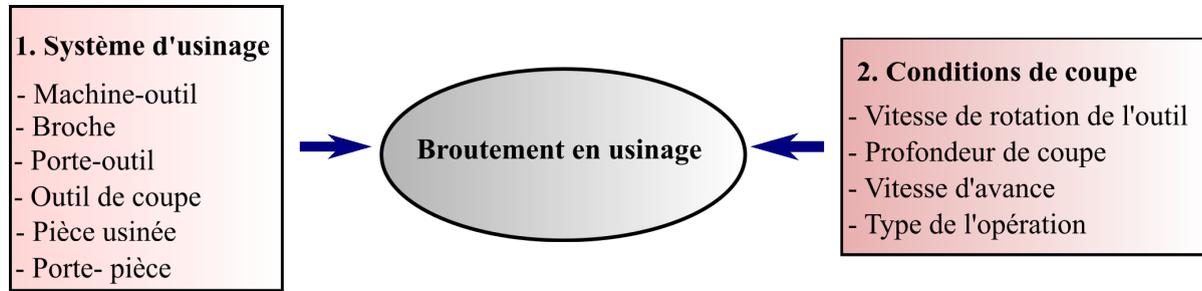


FIGURE 1.1. Facteurs influents sur le broutement en usinage [1].

### 1.2.1 Broutement en usinage

Le broutement est un phénomène extrêmement complexe qui dépend de la diversité des éléments du système dynamique et de son comportement : la machine-outil, la broche, le porte-outil, l'outil de coupe, la pièce à usiner et des conditions de coupe. La figure 1.1 montre les principaux éléments influents sur le phénomène de broutement. De plus, le broutement peut se produire dans différentes opérations d'usinage : fraisage [32], tournage [33], perçage [34, 35, 36], forage [37, 38], brochage [39], polissage [40, 41]. En outre, le broutement peut entraîner plusieurs conséquences négatives [1] :

- Mauvaise qualité de surface usinée.
- Précision inacceptable.
- Bruit excessif.
- Usure excessive des outils.
- Endommagement de la machine-outil.
- Baisse de la productivité.
- Augmentation des coûts.
- Gaspillage des matériaux.
- Gaspillage d'énergie.
- Impact environnemental en termes de matériaux et d'énergie.
- Coût de recyclage, de retraitement des pièces non validées.

Selon Faassen [42], le broutement est classé en deux catégories : primaire et secondaire. Le broutement primaire, dit "broutement non-régénératif" peut se produire par un frottement entre l'outil et la pièce [43], par des effets thermo-mécaniques ou par un couplage de mode [44, 45]. Le broutement secondaire, dit "broutement régénératif" peut être causé par la régénération de l'ondulation de la surface de la pièce usinée. Ce broutement régénératif a été clairement explicité par Tobias [46] et Merrit [47]. En réalité, les vibrations auto-entretenues sont majoritairement liées à la régénération de la surface. Dans ce travail, l'accent est donc mis sur ce type de broutement.

Les vibrations régénératives sont générées par la variation de l'épaisseur du copeau en deux passages des dents (Figure 1.2). En effet, le broutement régénératif est dû à une interaction entre la dynamique du processus de coupe et la dynamique vibratoire du système d'usinage [47]. Le mouvement vibratoire du système d'usinage, impliquant une première ondulation de la surface usinée. Quand la dent suivante repasse sur cette surface ondulée, l'épaisseur du copeau varie. L'outil est donc soumis à une variation d'efforts de coupe qui va de nouveau entraîner un mouvement vibratoire du système d'usinage, produisant une nouvelle surface ondulée. Ici, deux évolutions sont possibles pour l'amplitude des vibrations. Si le déphasage entre le mouvement vibratoire du système et l'ondulation de la surface précédente est suffisamment faible, la section du copeau varie peu. L'amplitude des vibrations diminue petit à petit et tend vers zéro puisque la variation d'efforts de coupe n'est donc pas suffisante afin d'entretenir les vibrations au regard de la raideur et de l'amortissement du système d'usinage. En revanche, si le déphasage est assez grand et si l'amortissement ou la rigidité du système sont insuffisants, la variation importante de l'épaisseur du copeau va entretenir et amplifier les vibrations jusqu'à ce que la coupe soit discontinue. En conséquence, la sortie de la matière implique généralement une forte dégradation de la qualité de la surface usinée et une usure anormale de l'outil.

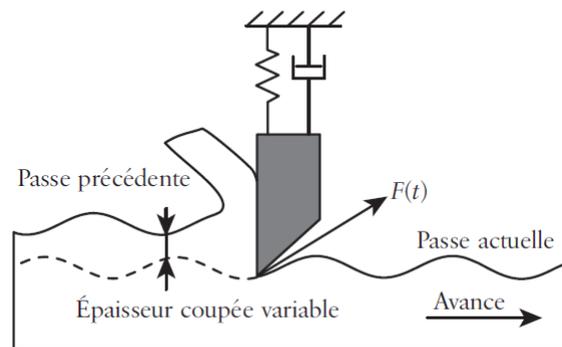


FIGURE 1.2. *Phénomène de régénération de la surface [2].*

### 1.2.2 Théorie des lobes de stabilité

La théorie des lobes de stabilité est basée sur un modèle d'efforts de coupe avec la modélisation des vibrations régénératives. Le diagramme des lobes de stabilité (Figure 1.3) vise à prédire dans quelles conditions de coupe (profondeur de coupe axiale  $A_p$  et vitesse de rotation broche  $N$ ) la coupe est instable (avec broutement) ou stable (sans broutement). Ce diagramme permet donc de trouver des conditions de coupe optimales pour avoir un taux maximum d'enlèvement de matière en assurant une stabilité d'usinage [46, 48].

Le calcul et le tracé du diagramme des lobes de stabilité nécessitent la détermination des paramètres dynamiques du système d'usinage (fréquences propres, taux d'amortissement, raideurs). Ces paramètres peuvent être déterminés expérimentalement par l'analyse modale et l'identification de la fonction de transfert ou modélisés numériquement par un modèle des éléments finis.

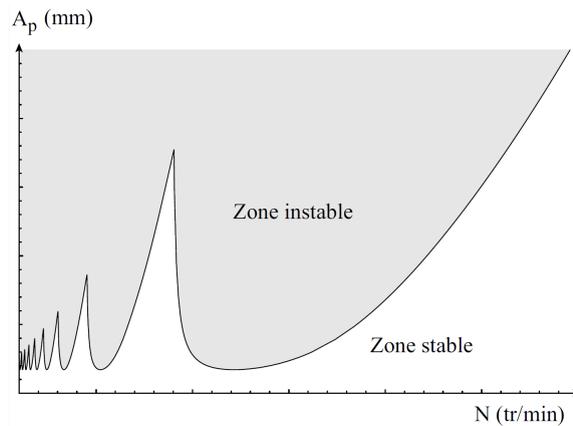


FIGURE 1.3. Diagramme des lobes de stabilité [3].

## 1.3 Classification des stratégies pour la maîtrise des vibrations en usinage

En considérant les facteurs qui influent sur le broutement en usinage (Figure 1.1), les stratégies existantes pour la maîtrise des vibrations en usinage peuvent être classées en deux groupes principaux : optimisation des conditions de coupe et optimisation du système d'usinage.

- **Optimisation des conditions de coupe** : Le premier groupe est composé de toutes les méthodes qui assurent une stabilité d'usinage avec un taux maximum d'enlèvement de matière en sélectionnant des paramètres de coupe optimaux avec l'utilisation du diagramme des lobes de stabilité. Dans le premier groupe, une autre division peut être effectuée selon le type d'identification du comportement dynamique du système d'usinage pour tracer le diagramme de lobes de stabilité. Les conditions de coupe peuvent être déterminées par identification à l'arrêt ou par identification opérationnelle.
- **Optimisation du système d'usinage** : Le deuxième groupe comprend les méthodes qui évitent le broutement en modifiant le comportement du système et en modifiant la frontière du diagramme des lobes de stabilité. Dans le deuxième groupe, il est possible de distinguer les méthodes passives des méthodes actives [1]. La figure 1.4 présente les principales stratégies pour la maîtrise des vibrations en usinage.

### 1.3.1 Optimisation des conditions de coupe

Ces axes de recherche visent à éviter les phénomènes de broutement sans modification des caractéristiques du système d'usinage. Le principe de ces méthodes est de sélectionner les paramètres de coupe optimaux dans les zones stables du diagramme des lobes de stabilité. Comme expliqué dans la section 1.2.2, afin de construire le diagramme des lobes de stabilité, le comportement dynamique du système d'usinage est notamment identifié par l'analyse modale.

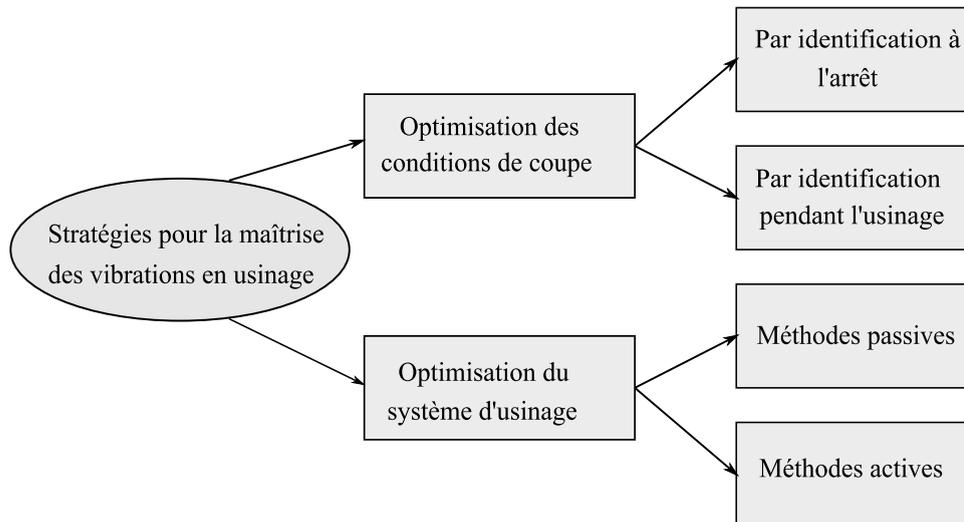


FIGURE 1.4. *Stratégies pour la maîtrise des vibrations en usinage.*

### 1.3.1.1 Par identification à l'arrêt

Nous considérons le cas de l'optimisation des conditions de coupe par l'identification à l'arrêt. La fonction de transfert d'un système à plusieurs degrés de liberté peut être identifiée par un test dynamique réalisé à l'arrêt, c'est-à-dire avant usinage. Ce cas correspond à l'analyse modale expérimentale (AME) par un test de marteau (Figure 1.5) ou un pot vibrant. Ce test expérimental va être décrit avec plus de détail dans la section 1.4.1.

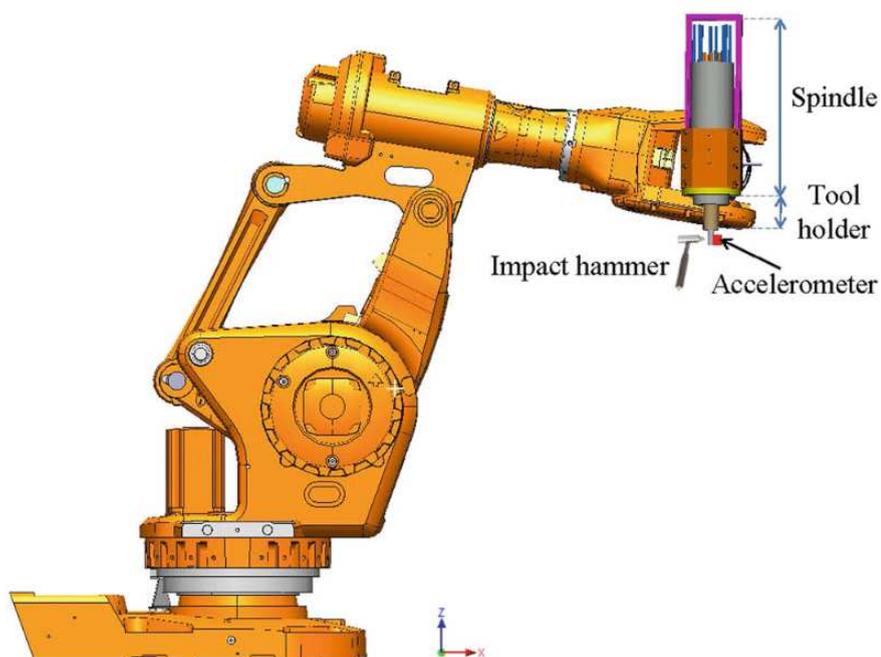


FIGURE 1.5. *Test de marteau d'impact sur le robot d'usinage ABB 6660 [4].*

### 1.3.1.2 Par identification pendant l'usinage

Durant l'usinage, le changement des conditions aux limites et des configurations de la machine-outil induit des variations du comportement dynamique du système d'usinage. En conséquence, le diagramme des lobes de stabilité change continuellement pendant l'usinage. Il est donc nécessaire d'identifier opérationnellement le comportement dynamique de la structure pour prédire plus précisément la stabilité du procédé d'usinage. Dans la littérature, Mejri *et al.* [5] ont amélioré la prédiction de stabilité d'usinage pour le robot d'usinage ABB IRB 6660 (Figure 1.6). En effet, les auteurs ont proposé une méthode efficace pour l'identification opérationnelle du comportement dynamique en bout de l'outil. Thevenot *et al.* [6] ont proposé le diagramme de lobes de stabilité tridimensionnels pour étudier la stabilité de coupe des pièces flexibles avec la prise en compte de l'influence du changement de la position de l'outil pendant l'usinage (Figure 1.7). La technique d'identification modale opérationnelle va être décrite plus en détail dans la section 1.4.2.

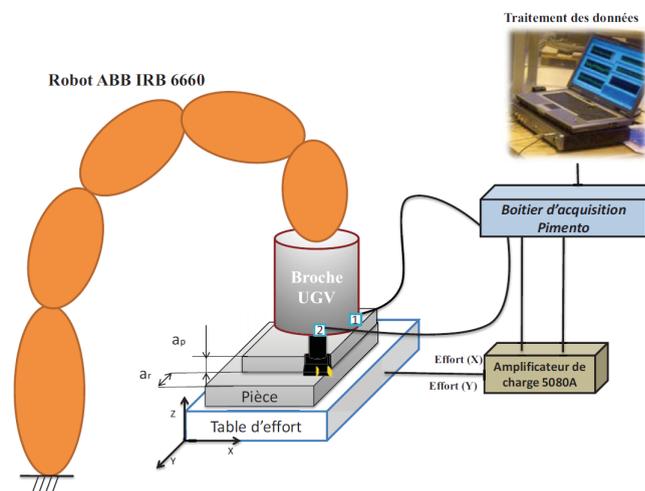


FIGURE 1.6. Dispositif de mesure des signaux durant l'usinage [5].

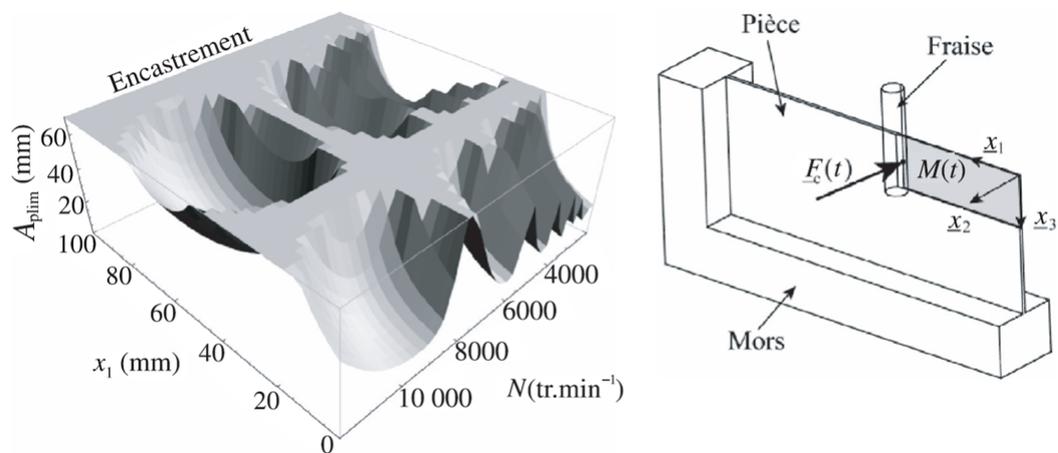


FIGURE 1.7. Diagramme des lobes de stabilité en trois-dimensions durant l'usinage [6].

### 1.3.2 Optimisation du système d'usinage

Contrairement aux stratégies précédentes, le but de l'optimisation du système d'usinage est d'élargir la zone stable du diagramme des lobes de stabilité en modifiant de manière passive ou active le comportement dynamique du système.

#### 1.3.2.1 Méthodes passives

Les méthodes passives incluent des stratégies basées sur la modification de certains éléments de la machine-outil afin de modifier de manière passive le comportement du système d'usinage (machine-outil, broche, porte-outil, outil de coupe, pièce usinée, porte-pièce). Elles consistent à adapter la structure en modifiant ses caractéristiques dynamiques (masse, raideur, amortissement) notamment durant la phase de conception.

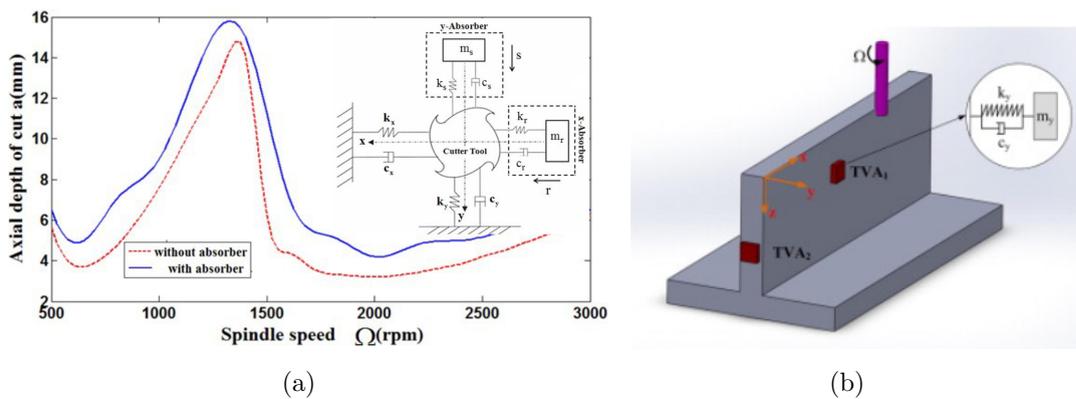


FIGURE 1.8. Absorbours passifs attachés : (a) sur l'outil, (b) sur la pièce [7]

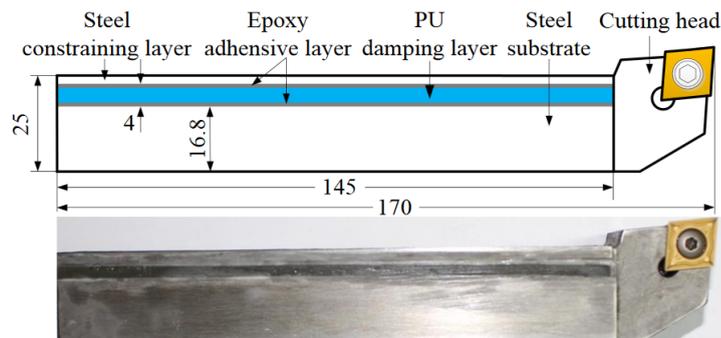


FIGURE 1.9. Conception du porte-outil pour le tournage [8].

Certains auteurs [49, 50, 51, 7] ont appliqué des absorbeurs dynamiques accordés (ADAs ou TMD en anglais) pour la réduction des vibrations en usinage. En effet, les ADAs sont des dispositifs type « masse-ressort-amortisseur » dont le but est de dissiper l'énergie associée à un mode de vibration. Ils sont accordés sur une fréquence de résonance spécifique. Les absorbeurs peuvent être collés sur l'outil de coupe (Figure 1.8.a) ou sur la pièce usinée (Figure 1.8.b). L'inconvénient principal de l'utilisation des absorbeurs passifs provient de la complexité de leur mise au point et de la grande variabilité des processus d'usinage.

Y. Liu *et al.* [52, 8] ont proposé d'utiliser un matériau viscoélastique, le PMMA (poly méthacrylate de méthyle acrylique), dans la conception du porte-outil afin d'améliorer la stabilité de coupe pour le fraisage [52] et le tournage [8]. Le porte-outil est reconçu de manière à former une couche d'amortissement contrainte (CLD- constrained layer damping en anglais). C'est-à-dire, le matériau amortisseur viscoélastique est pris en sandwich entre deux couches de matériaux élastiques rigides comme montré dans la figure 1.9.

### 1.3.2.2 Méthodes actives

Ces méthodes actives reposent sur certains éléments du système d'usinage qui ont la capacité de modifier de manière active les caractéristiques dynamiques (masse, raideur, amortissement) ainsi que la possibilité d'introduire des efforts dynamiques dans le système afin de supprimer ou d'atténuer le broutement. Dans ce cas, la machine-outil nécessite l'intégration d'un système mécatronique complexe composé de actionneurs, de capteurs et de contrôleurs. Par exemple, J. Monnin *et al.* [9] ont proposé la conception d'une broche active (Figure 1.10). Des actionneurs piézo-électriques ont utilisés pour agir directement sur le mouvement radial du palier.

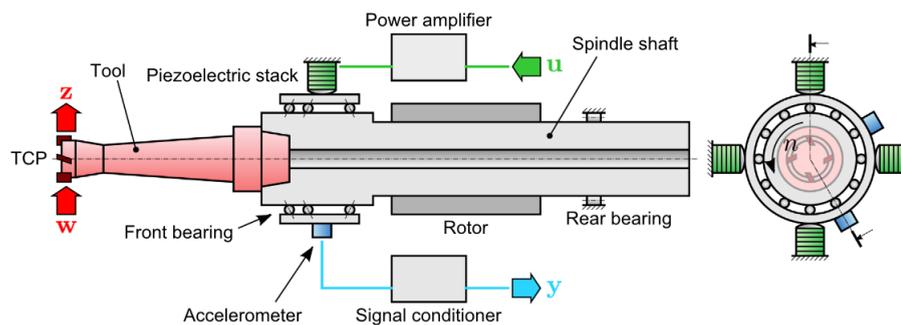


FIGURE 1.10. Conception de la broche active [9].

## 1.4 Identification du comportement dynamique du système mécanique

L'identification du comportement dynamique du système couplé est indispensable pour la réussite de l'usinage à grande vitesse. La maîtrise du comportement dynamique permet d'augmenter au maximum le taux d'enlèvement de matière tout en assurant la stabilité du procédé d'usinage.

Le comportement dynamique d'un système linéaire peut être modélisé par trois différents modèles : le modèle spatial, le modèle modal et le modèle de réponse [10]. Le modèle modal est un modèle intermédiaire entre le modèle spatial et le modèle de réponse, comme montré dans la Figure 1.11.

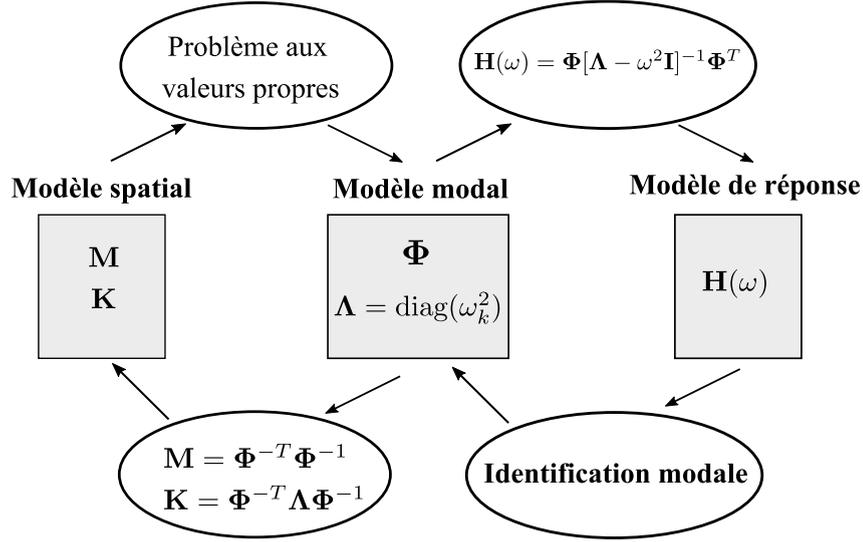


FIGURE 1.11. Interrelation des modèles dynamiques pour un système non amorti [10].

- **Modèle spatial** : Considérons un système mécanique linéaire discret à Multiple Degrés De Liberté (MDDL), la réponse vibratoire du système est gouvernée par l'équation de mouvement :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (1.1)$$

où des vecteurs  $\mathbf{x}(t)$  et  $\mathbf{f}(t)$  sont la réponse temporelle du déplacement et la force extérieure. Les matrices structurelles  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  et  $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  sont respectivement la matrice de la masse, la matrice d'amortissement et la matrice de rigidité. Ces matrices représentent la distribution spatiale des propriétés mécaniques du système et forment ce qu'on appelle, le modèle spatial. Cette approche de modélisation contient la plupart des informations intéressantes sur le système. Toutefois, les propriétés dynamiques (i.e., les matrices structurelles) sont incorporées au sein des structures complexes et peuvent rapidement être occultées pour les grands systèmes à MDDL. Pour la pratique d'ingénierie, ces propriétés sont donc extraites par le modèle modal [53].

- **Modèle modal** : Le modèle modal est un modèle synthétisé qui résume les informations dynamiques en quelques paramètres, appelés paramètres modaux. Les paramètres modaux incluent les fréquences propres  $\mathbf{f} = [f_1, \dots, f_k, \dots, f_N]^T$ , les taux d'amortissement  $\boldsymbol{\xi} = [\xi_1, \dots, \xi_k, \dots, \xi_N]^T$  et les déformées modales  $\Phi = [\phi_1, \dots, \phi_k, \dots, \phi_N]$ . Les trois paramètres modaux évalués à partir de différentes sources (expérimentalement ou théoriquement), peuvent être facilement comparés. Le modèle modal est donc vraiment efficace pour l'analyse dynamique des structures. Pour un système non amorti, l'équation (1.1) devient

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{x}(t) = \mathbf{f}(t). \quad (1.2)$$

Les paramètres modaux peuvent être calculés à partir des matrices structurelles en résolvant le problème aux valeurs propres :  $(\mathbf{K} - \omega_k^2 \mathbf{M})\phi_k = 0$ . La récupération du modèle spatial à partir des paramètres modaux est également possible grâce aux propriétés orthogonales de la matrice modale  $\Phi$ , la relation entre les matrices structurelles et les paramètres modaux est donnée par

$$\mathbf{M} = \mathbf{\Phi}^{-T} \mathbf{\Phi}^{-1} \quad \text{et} \quad \mathbf{K} = \mathbf{\Phi}^{-T} \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Phi}^{-1} \quad (1.3)$$

où  $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}([\dots \omega_k^2 \dots])$  est la matrice diagonale qui contient les pulsations propres. Ce processus devient compliqué pour un système amorti lorsque la matrice  $\mathbf{C}$  est considérée. On accepte souvent l'hypothèse d'amortissement proportionnel où la matrice  $\mathbf{C}$  est une combinaison linéaire de la matrice de masse  $\mathbf{M}$  et de la matrice de rigidité  $\mathbf{K}$ .

- **Modèle de réponse :** La réponse vibratoire dépend principalement de deux facteurs : les caractéristiques dynamiques du système et l'excitation imposée. Par conséquent, le système peut être complètement caractérisé en calculant sa réponse à une impulsion unité, appelé aussi impulsion de Dirac. Il s'agit de la Fonction de Réponse Impulsionnelle (FRI), notée  $\mathbf{h}(t)$ , qui joue un rôle très important en dynamique des structures. Une charge impulsionnelle est une force extérieure très intense de courte durée. La réponse temporelle d'un système linéaire à un chargement arbitraire  $\mathbf{f}(t)$  peut être calculée par le produit de convolution :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{h}(t) * \mathbf{f}(t) \quad (1.4)$$

Dans le domaine fréquentiel, cela conduit au concept de Fonction de Réponse en Fréquence (FRF), noté  $\mathbf{H}(\omega)$ . La FRF est la fonction de transfert du système en fréquence. Par la transformation de Fourier, le produit de convolution (l'équation (1.4)) devient le produit ordinaire :

$$\mathbf{X}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \times \mathbf{F}(\omega) \quad (1.5)$$

Le modèle de réponse peut être obtenu à partir des paramètres modaux en introduisant une force sinusoïdale de la forme  $\mathbf{f}(t) = \mathbf{F}e^{i\omega t}$  dans l'équation de mouvement (1.4). Pour un système non amorti, la FRF est liée aux paramètres modaux par la formule suivante :

$$\mathbf{H}(\omega) = \mathbf{\Phi}[\mathbf{\Lambda} - \omega^2 \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{\Phi}^T = \sum_{k=1}^N \frac{\phi_k \phi_k^T}{\omega_k^2 - \omega^2} \quad (1.6)$$

Le modèle modal peut être déduit à partir du modèle de réponse en utilisant des techniques d'identification modale. Grâce à ces techniques, les paramètres modaux sont généralement extraits à partir des données expérimentales (les réponses vibratoires seules ou avec les excitations mesurées). Les techniques d'identification modale peuvent être donc divisées en deux principales catégories : analyse modale expérimentale (AME) et analyse modale opérationnelle (AMO).

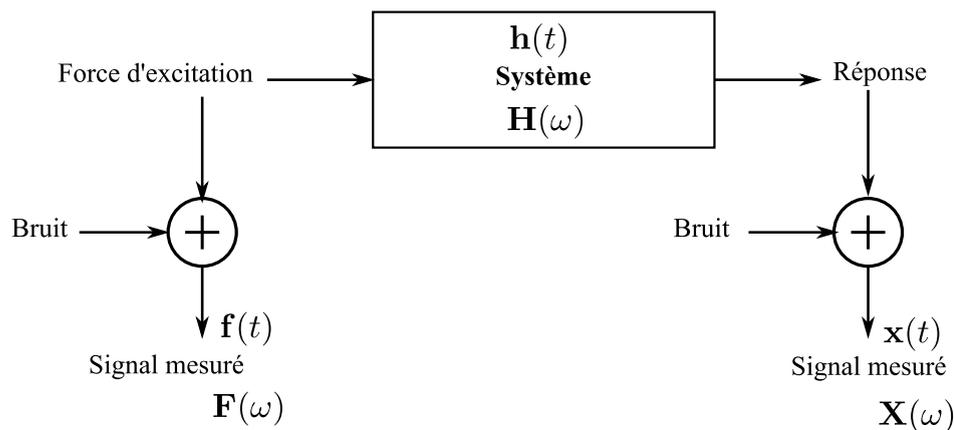
### 1.4.1 Analyse modale expérimentale

Classiquement, les paramètres modaux sont extraits par une analyse modale expérimentale lorsque la force d'excitation ainsi que sa réponse vibratoire sont mesurées. Ces tests d'identification modale sont généralement effectués dans les conditions de laboratoire. La

force d'excitation artificielle peut être générée par un choc de marteau ou par un pot vibrant. L'estimation des paramètres modaux se base sur le traitement des fonctions de réponses en fréquence (FRFs) en différents points de mesure. Une FRF est définie dans le domaine fréquentiel comme le rapport de la réponse vibratoire divisée par la force d'excitation et peut être représentée sous trois différents types en termes de déplacement, de vitesse ou d'accélération comme indiqué dans le Tableau 1.1.

TABLEAU 1.1. *Différents types de FRF*

| Définition | Réponse                              | Variables          |
|------------|--------------------------------------|--------------------|
| Réceptance | $\frac{X(\omega)}{F(\omega)}$        | Déplacement/Force  |
| Mobilité   | $\frac{\dot{X}(\omega)}{F(\omega)}$  | Vitesse/Force      |
| Inertance  | $\frac{\ddot{X}(\omega)}{F(\omega)}$ | Accélération/Force |

FIGURE 1.12. *Système linéaire avec bruit de mesure en entrée et en sortie.*

Lors d'une analyse modale expérimentale, le bruit peut être mélangé à la force d'excitation et/ou à la réponse mesurée. Donc, la FRF ne peut pas être calculée directement par la formule indiquée dans le Tableau 1.1. Il est nécessaire d'utiliser les densités spectrales et inter-spectrales de puissance (DSP) en entrée et en sortie. L'estimation de la FRF peut être effectuée par des estimateurs  $H^1(\omega)$  et  $H^2(\omega)$  :

$$H^1(\omega) = \frac{S_{fx}(\omega)}{S_{ff}(\omega)} \quad (1.7)$$

$$H^2(\omega) = \frac{S_{xx}(\omega)}{S_{xf}(\omega)} \quad (1.8)$$

Avec :

- $S_{xf}$  : La fonction de DSP entre la réponse  $x(t)$  et la force d'excitation  $f(t)$  mesurées.
- $S_{xx}$  : La fonction de DSP de la réponse mesurée  $x(t)$ .
- $S_{ff}$  : La fonction de DSP de la force d'excitation mesurée  $f(t)$ .

Les deux estimateurs  $H^1(\omega)$  et  $H^2(\omega)$  devraient donner le même résultat. Un indicateur de la qualité de la FRF est donc proposé comme le rapport de ces deux estimateurs :

$$\Gamma_{xf}(\omega) = \frac{H^1(\omega)}{H^2(\omega)} = \frac{S_{fx}(\omega)S_{xf}(\omega)}{S_{ff}(\omega)S_{xx}(\omega)} \quad (1.9)$$

où  $\Gamma_{xf}(\omega)$  est la fonction de cohérence qui détermine le degré de linéarité en fréquence entre le signal de sortie  $x(t)$  et le signal d'entrée  $f(t)$ .

- si  $\Gamma_{xf}(\omega) \cong 1$  : La réponse vibratoire mesurée est due seulement à la force d'excitation appliquée.
- si  $\Gamma_{xf}(\omega) \ll 1$  : Des bruits sont présents dans les signaux mesurés et/ou la réponse de sortie peut être causée par une autre force externe en plus ou le système n'est pas vraiment linéaire.

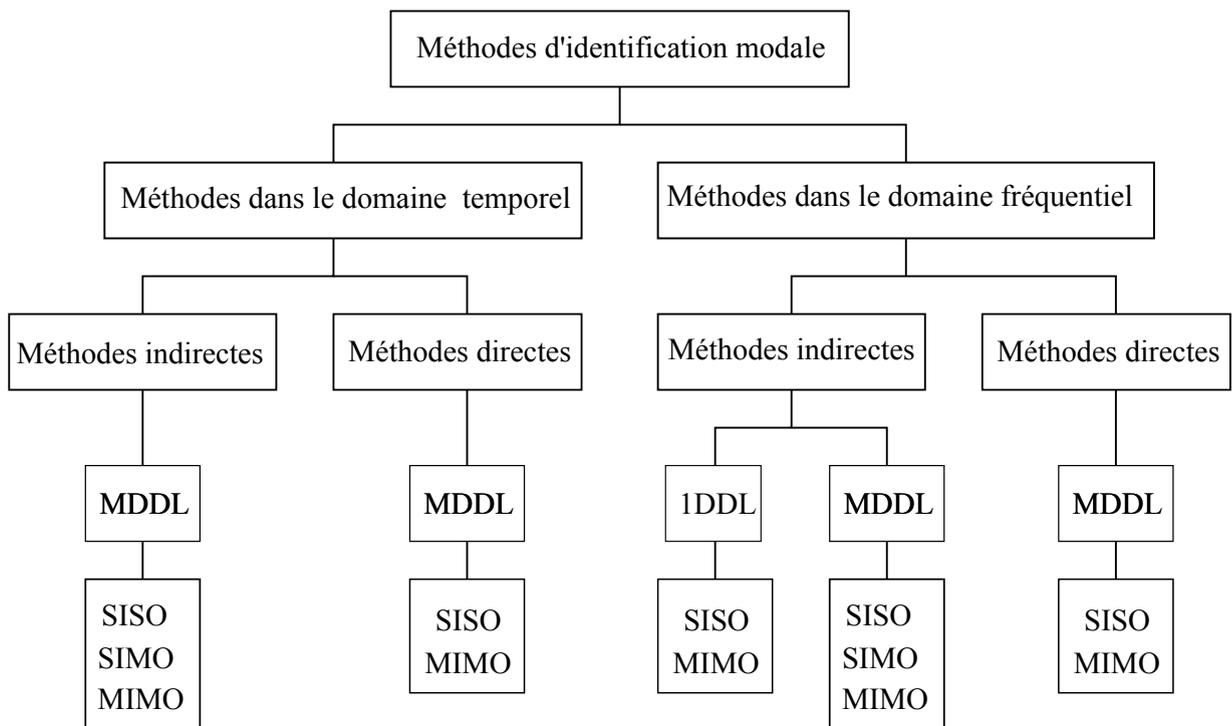


FIGURE 1.13. Classification des méthodes d'identification modale [10].

Une fois que les FRFs fiables sont estimées avec la valeur de la fonction de cohérence est presque égale à 1 sur la bande fréquence choisie, les paramètres modaux du système mécanique sont extraits en utilisant une des méthodes d'identification modale. Pour l'analyse modale expérimentale, les méthodes d'identification modale peuvent être classées suivant le domaine où les données sont traitées pour obtenir les paramètres modaux. Il s'agit des méthodes dans le domaine temporel ou fréquentiel [10] :

- **Domaine temporel.** La FRI de la structure est souvent obtenue à partir de la FRF mesurée par la transformation de Fourier discrète inverse (IFFT) afin d'identifier les paramètres modaux. Mais cela pose le problème de fuite sur les signaux de longueur finie. Pour éviter ce problème, certaines méthodes utilisent directement les données brutes de la force et la réponse temporelles. En général, les méthodes dans le domaine temporel ont tendance à donner les meilleurs résultats lorsqu'une large bande de fréquence ou plusieurs modes existent dans les données. Pourtant, ces méthodes ont un inconvénient majeur, ils ne peuvent estimer que les modes dans la gamme de fréquence d'analyse et ne prennent pas en compte les effets résiduels des modes.
- **Domaine fréquentiel.** Les méthodes en fréquence sont basées sur le traitement de la FRF expérimentale -  $\mathbf{H}(\omega)$ . Contraire aux méthodes en temps, ces méthodes permettent de se concentrer sur une plage de fréquence importante avec une limite de nombre de modes. La précision du résultat peut être améliorée en tenant compte des effets résiduels.

Les méthodes en temps et en fréquence peuvent encore être classées en méthodes indirectes et en méthodes directes :

- **Méthodes indirectes.** Le terme «indirect» signifie que l'identification est basée sur le modèle modal, i.e., sur les paramètres modaux.
- **Méthodes directes.** Le mot direct indique que la procédure d'identification est directement basée sur le modèle spatial, i.e., sur l'équation matricielle d'équilibre.

Une distinction supplémentaire peut être faite selon le nombre de modes à analyser au même instant :

- **1DDL.** Dans l'analyse à un Degré de Liberté (1DDL), chaque mode est analysé séparément. L'analyse à 1DDL est uniquement utilisée pour les méthodes indirectes dans le domaine fréquentiel.
- **MDDL.** Pour l'analyse à Multiples Degrés De Libertés (MDDL), plusieurs modes sont extraits simultanément.

Lors d'un test modal expérimental, la structure est souvent excitée à chaque point sélectionné et ses réponses sont enregistrées à plusieurs endroits le long de la structure, à partir desquels, l'ensemble des FRFs sont déduites. Une autre division peut être effectuée selon le nombre des FRFs utilisées pour l'analyse modale :

- **SISO.** Quelques techniques d'analyse modale qui s'appliquent à une seule FRF à la fois, sont appelées méthodes à une FRF ou à une-entrée-une-sortie (SISO : single-input-single-output en anglais)
- **SIMO.** Les méthodes appelées globales ou une-entrée-multiple-sortie (SIMO : single-input-multi-output) permettent d'analyser simultanément quelques FRFs avec des réponses mesurées à plusieurs points de la structure, mais l'utilisation d'un seul point d'excitation.

- **MIMO.** Finalement, les méthodes plus complexes ont été mises en oeuvre afin de traiter simultanément toutes les FRFs disponibles qui sont obtenues à partir de différents points d'excitations et de réponses. Elles sont appelées polyréférence ou multiple-entrée-multiple-sorties (MIMO :multi-input-multi-output).

Parmi les méthodes d'identification modale de type 1DDL, la méthode de demi-puissance, appelée aussi la méthode -3 dB (domaine fréquentiel) et la méthode de décrétement logarithmique (domaine temporel) sont encore couramment pratiquées car simples et rapides. Elles donnent des résultats assez précis dans le cas où l'amortissement est faible et les modes ont une séparation suffisante entre eux. Parmi les méthodes d'identification à MDDL, la méthode PolyMAX dans le domaine fréquentiel et la méthode LSCE dans le domaine temporel sont fortement répandues dans le secteur industriel. Elles ont été implémentées dans le logiciel commercial LMS Test.Lab. En comparant les résultats de ces deux méthodes, la méthode PolyMAX donne de meilleurs résultats avec une visualisation claire des pôles dans le diagramme de stabilisation, permettant d'identifier les modes proches et les taux d'amortissement élevés dans un environnement bruyant [54, 55]. La méthode PolyMAX est décrite dans la section suivante.

## 1.4.2 Analyse modale opérationnelle

Contrairement à l'analyse modale expérimentale où l'excitation et sa réponse de la structure sont nécessaires, l'analyse modale opérationnelle est plus efficace pour l'identification d'une structure réelle en raison de la simplicité des équipements, du faible coût, de la condition réelle, de l'identification de la structure en service. En effet, sous l'hypothèse d'excitation de type bruit blanc, la technique d'identification modale opérationnelle est basée uniquement sur la mesure des réponses de la structure. C'est pourquoi elle est extrêmement utile pour les grandes structures en génie civil ou en génie mécanique, par exemple, la machine-outil en cours d'usinage où l'excitation est difficile, voir impossible à mesurer.

### 1.4.2.1 Méthodes d'identification modale opérationnelle

Les méthodes d'analyse modale opérationnelle peuvent être classifiées en domaine temporel, fréquentiel ou temps-fréquence.

Concernant les méthodes d'analyse modale opérationnelle dans le domaine temporel, nous pouvons citer quelques méthodes classiques comme la méthode de décrétement aléatoire (RD)[56, 57], la méthode d'Ibrahim Time Domain (ITD)[58], la méthode de Natural Excitation Technique (NExT)[59], la méthode d'Auto-Regressive Moving Average (ARMA)[60, 61], la méthode de Least Square Complex Exponential (LSCE)[62] et la méthode d'identification dans le sous-espace stochastique (SSI)[63, 64, 65].

Des méthodes d'identification modale opérationnelle dans le domaine temps-fréquence ont été proposées à partir des années 90 telles que la méthode de transformation de la classe de Cohen [66] et la méthode de transformation des ondelettes (CWT)[67, 68, 69].

Les méthodes bien connues dans le domaine fréquentiel comprennent la méthode de demi-puissance, la méthode de décomposition dans le domaine fréquentiel (FDD)[70], la méthode de Poly-reference Least Squares Complex Frequency (PolyMAX)[71], etc. Pour la suite, quelques méthodes les plus populaires sont décrites avec un peu plus de détails : la méthode SSI en temps et les méthodes PolyMAX , FDD en fréquence.

• **Méthode SSI.** L'identification des paramètres modaux est réalisée avec la méthode SSI dans le domaine temporel. Il s'agit du modèle espace d'état. En effet, l'équation différentielle de second ordre précédente (1.1) peut être transformée en une équation de premier ordre dans l'espace d'état :

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{z}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{f}(t) \\ \mathbf{x}(t) = \mathbf{D} \mathbf{z}(t) \end{cases} \quad (1.10)$$

où la première équation du système (1.10) est appelée équation d'état qui caractérise le comportement dynamique du système et la deuxième équation est appelée équation d'observation. La définition des matrices  $\mathbf{A}_c, \mathbf{B}_c, \mathbf{D}$  et du vecteur d'état  $\mathbf{z}(t)$  est donnée par :

$$\begin{cases} \mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & \mathbb{I} \\ -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{K} & -\mathbf{M}^{-1}\mathbf{C} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbb{I} & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{z}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \dot{\mathbf{x}}(t) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (1.11)$$

Les paramètres modaux peuvent être extraits à partir de la matrice d'état  $\mathbf{A}_c$  en utilisant la décomposition en valeurs propres (EVD) par la formule suivante :

$$\mathbf{A}_c = \mathbf{\Psi}_c \mathbf{\Lambda}_c \mathbf{\Psi}_c^{-1} \quad (1.12)$$

$\mathbf{\Psi}_c$  et  $\mathbf{\Lambda}_c \in \mathbb{C}^{2N \times 2N}$  sont respectivement les matrices des vecteurs propres complexes et des valeurs propres complexes de la matrice  $\mathbf{A}_c$  avec :

$$\begin{aligned} \mathbf{\Lambda}_c &= \begin{bmatrix} \mathbf{\Lambda} & 0 \\ 0 & \overline{\mathbf{\Lambda}} \end{bmatrix}, & \mathbf{\Psi}_c &= \begin{bmatrix} \mathbf{\Phi} & \overline{\mathbf{\Phi}} \\ \mathbf{\Phi}\mathbf{\Lambda} & \overline{\mathbf{\Phi}}\overline{\mathbf{\Lambda}} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{\Lambda} &= \text{diag}([\dots \lambda_k \dots]), & \mathbf{\Phi} &= [\dots \phi_k \dots], & k &= 1, \dots, N \end{aligned} \quad (1.13)$$

où  $\overline{(\cdot)}$  représente le conjugué complexe de l'entité  $(\cdot)$ . Dans l'équation (1.13), seules les quantités  $\mathbf{\Lambda}$  et  $\mathbf{\Phi}$  sont utiles pour caractériser les paramètres modaux, c'est-à-dire, le comportement modal de la structure. La déformée modale d'un mode  $k$  est représentée par  $\phi_k$ . La relation entre la pulsation propre  $\omega_k$ , le taux d'amortissement  $\xi_k$  et la valeur propre  $\lambda_k$  est donnée par l'expression :

$$\lambda_k = -\xi_k \omega_k + i \omega_k \sqrt{1 - \xi_k^2} \quad \text{avec} \quad i = \sqrt{-1}. \quad (1.14)$$

Dans le contexte de l'analyse modale opérationnelle, l'excitation et le bruit environnemental sont inconnus. Par conséquent, ils peuvent être représentés par des composants

stochastiques. Le système des équations (1.10) est converti en temps discret pour ajuster les données mesurées :

$$\begin{cases} z_{n+1} = \mathbf{A}_d z_n + w_n \\ x_n = \mathbf{D} z_n + v_n \end{cases} \quad (1.15)$$

où  $x_n = x(n\Delta t)$  est le vecteur de sortie échantillonné;  $z_n = z(n\Delta t)$  est le vecteur d'état échantillonné;  $n$  est un entier et  $\Delta t$  est le temps d'échantillonnage;  $w_n$  et  $v_n$  sont respectivement les bruits dus à l'excitation inconnue de la structure et le bruit mesuré. Ils sont tous supposés être de moyenne nulle, blanc, Gaussien;  $\mathbf{A}_d = e^{\mathbf{A}_c \Delta t}$  est la matrice d'état en temps discret. Les vecteurs propres de la matrice  $\mathbf{A}_d$  coïncident avec ceux de la matrice  $\mathbf{A}_c$  en temps continu. Les valeurs propres en temps continu  $\lambda_k$  sont trouvées à partir des valeurs propres en temps discret  $\lambda_d$  par :

$$\lambda_k = \frac{\ln(\lambda_d)}{\Delta t} \quad (1.16)$$

La matrice  $\mathbf{A}_d$  peut être calculée à partir des réponses mesurées dans le temps discret en utilisant les algorithmes d'identification de sous-espace [63, 72]. Une fois que  $\mathbf{A}_d$  est estimée, les paramètres modaux sont calculés à partir de l'équation (1.13), (1.14), et (1.16). Les fréquences propres  $f_k$  et les taux d'amortissement  $\xi_k$  sont identifiés comme suit :

$$f_k = \frac{\omega_k}{2\pi} = \frac{|\lambda_k|}{2\pi} \quad \text{et} \quad \xi_k = -\frac{\Re(\lambda_k)}{|\lambda_k|} \quad (1.17)$$

• **Méthode PolyMAX.** Cette méthode est aussi appelée p-LSCF (Polyreference Least Squares Complex Frequency domain), mais connue souvent sous le nom commercial PolyMAX et implémentée dans le logiciel commercial **LMS Test.Lab**. Elle est basée sur un modèle paramétrique dans le domaine fréquentiel. Elle a d'abord été développée pour l'analyse modale expérimentale en utilisant les FRFs mesurées en tant que données primaires [73, 54, 74]. Sous l'hypothèse de l'excitation de bruit blanc, PolyMAX est ensuite appliquée à l'analyse modale opérationnelle la première fois par Peeters *et al.* [71]. Lors d'une AMO, les fonctions de densité spectrale de puissance (DSP) de réponses sont utilisées en tant que données primaires au lieu des FRFs mesurées. Elle se base sur le modèle fractionnel de la matrice droite :

$$\mathbf{S}_{xx}(\omega) = \mathbf{B}(\omega) \mathbf{A}^{-1}(\omega) = \left[ \sum_{r=0}^p z_r(\omega) \beta_r \right] \left[ \sum_{r=0}^p z_r(\omega) \alpha_r \right]^{-1} \quad (1.18)$$

où

- $\mathbf{S}_{xx} \in \mathbb{C}^{N \times N}$  est la matrice DSP avec les réponses de  $N$  capteurs.
- $\mathbf{A}(\omega) \in \mathbb{C}^{N \times N}$  est la matrice du dénominateur polynomial.
- $\mathbf{B}(\omega) \in \mathbb{C}^{N \times N}$  est la matrice du numérateur polynomial.
- $\alpha_r$  et  $\beta_r \in \mathbb{R}^{N \times N}$  sont respectivement des matrices de coefficients du dénominateur et numérateur. Ils sont des paramètres du modèle à déterminer.

- $p$  est l'ordre du modèle qui doit être supérieur au nombre de modes prévus dans la bande de fréquence étudiée.
- $z_r(\omega) = e^{-i\omega\Delta tr}$  est une fonction polynomiale de base formulée dans le domaine  $Z$ , c'est-à-dire, une fonction du domaine fréquentiel issue d'une fonction du domaine temporel discret avec le temps d'échantillonnage  $\Delta t$ .

Les paramètres du modèle  $\alpha_r$  et  $\beta_r$  peuvent être estimés en minimisant la différence entre la matrice DSP calculée à partir des réponses mesurées  $\mathbf{S}_{xx}^M(\omega)$  et la matrice du modèle de fraction de la matrice droite  $\mathbf{S}_{xx}(\omega)$  :

$$\mathbf{E}(\omega) = \left[ \sum_{r=0}^p e^{-i\omega\Delta tr} \beta_r \right] \left[ \sum_{r=0}^p e^{-i\omega\Delta tr} \alpha_r \right]^{-1} - \mathbf{S}_{xx}^M(\omega) \quad (1.19)$$

où  $\mathbf{E}(\omega)$  est la matrice d'erreur à minimiser. Cependant, l'équation (1.19) conduit à un problème de moindres carrés non linéaires. Afin de linéariser le problème, une nouvelle matrice d'erreur  $\mathbf{E}^L(\omega)$  est introduite en multipliant à droite l'équation précédente par matrice  $\mathbf{A}(\omega)$  :

$$\mathbf{E}^L(\omega) = \left[ \sum_{r=0}^p e^{-i\omega\Delta tr} \beta_r \right] - \mathbf{S}_{xx}^M(\omega) \left[ \sum_{r=0}^p e^{-i\omega\Delta tr} \alpha_r \right] \quad (1.20)$$

Les coefficients polynomiaux du dénominateur  $\alpha_r$  et du numérateur  $\beta_r$  sont ainsi les solutions aux moindres carrés de l'équation (1.20). Les pôles du modèle sont ensuite calculés à partir de  $\alpha_r$ , en tant que valeurs propres de la matrice compagnon du dénominateur :

$$A_{\text{com}} = \begin{bmatrix} -\alpha_p^{-1}\alpha_{p-1} & \cdots & -\alpha_p^{-1}\alpha_1 & -\alpha_p^{-1}\alpha_0 \\ \mathbb{I}_N & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & \cdots & \mathbb{I}_N & 0 \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

Étant donné que les pôles s'écrivent de la forme suivante  $p_k = e^{-\lambda_k\Delta t}$ , les valeurs propres en temps continu  $\lambda_k$  sont déduites par  $\lambda_k = \frac{\ln(p_k)}{\Delta t}$ . Les fréquences propres  $f_k$  et les taux d'amortissement  $\xi_k$  sont calculés par l'équation (1.17).

• **Méthode FDD.** La méthode FDD est une méthode non paramétrique qui a été initialement introduite par Brincker *et al.* [70, 75, 76]. Cette méthode est basée sur la décomposition en valeurs singulières (SVD) de la matrice de densité spectrale de puissance. Elle est capable d'identifier des modes proches avec une bonne précision. La procédure pratique de la méthode FDD est composée des 4 étapes suivantes :

1. La première étape est de calculer la matrice DSP à partir des réponses mesurées  $\mathbf{x}(t)$  à  $N$  capteurs,  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N]^T$  avec l'aide de la transformée de Fourier :

$$\mathbf{S}_{xx}(\omega) = \mathbf{X}(\omega)\mathbf{X}^H(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{S}_{ff}(\omega)\mathbf{H}^H(\omega) \quad (1.22)$$

où  $(.)^H$  représente le transposé du conjugué complexe de l'entité  $(.)$ ;  $\mathbf{S}_{ff}$  est la matrice DSP du signal d'entrée et  $\mathbf{S}_{xx}$  est la matrice DSP du signal de sortie;

2. La deuxième étape consiste à calculer la SVD de la matrice  $\mathbf{S}_{xx}(\omega)$  par l'algorithme suivant :

$$\mathbf{S}_{xx}(\omega) = \mathbf{U}(\omega)\mathbf{S}(\omega)\mathbf{V}^H(\omega) \quad (1.23)$$

où  $\mathbf{U}(\omega)$  contient  $N$  vecteurs singuliers  $\mathbf{u}_i$  :  $\mathbf{U}(\omega) = [\mathbf{u}_1(\omega), \mathbf{u}_2(\omega), \dots, \mathbf{u}_N(\omega)]^T$  et la matrice diagonale  $\mathbf{S}(\omega)$  contient  $N$  valeurs singulières  $\sigma_1(\omega) \geq \sigma_2(\omega) \dots \geq \sigma_N(\omega) \geq 0$ . La courbe  $\sigma_1(\omega)$  présente les pics correspondant aux fréquences propres. À une fréquence propre  $f_k$ , le premier vecteur singulier est utilisé pour estimer la déformée modale correspondante :

$$\boldsymbol{\phi}_k = \mathbf{u}_1(\omega_k) \quad (1.24)$$

3. La troisième étape est de filtrer le mode  $k$  sur la courbe  $\sigma_1(\omega)$  en sélectionnant un intervalle autour du pic  $f_k$  avec l'utilisation du critère MAC (Modal Assurance Criterion en anglais). Cette portion filtrée du mode  $k$  est ensuite transformée dans le domaine temporel en utilisant la transformée de Fourier inverse. Ce résultat donne la pseudo-autocorrélation proportionnelle à la réponse impulsionnelle du mode  $k$ . Le critère MAC mesure la corrélation entre deux déformées modales  $\boldsymbol{\phi}_k$  et  $\boldsymbol{\phi}_l$  par l'expression :

$$MAC_{k,l} = \frac{|\boldsymbol{\phi}_k^H \boldsymbol{\phi}_l|^2}{(\boldsymbol{\phi}_k^H \boldsymbol{\phi}_k)(\boldsymbol{\phi}_l^H \boldsymbol{\phi}_l)} \quad (1.25)$$

La valeur de  $MAC_{k,l}$  varie de 0 à 1;  $MAC_{k,l} = 0$  indique que les deux modes sont orthogonaux et  $MAC_{k,l} = 1$  indique qu'il y a une corrélation parfaite entre les deux modes.

4. La quatrième étape est d'estimer la fréquence propre  $f_k$  et le taux d'amortissement  $\xi_k$ . Ils sont identifiés par régression linéaire du nombre de passages à zéro de la fonction pseudo-autocorrélation précédente et de son décrétement logarithmique :

$$\xi_k = \frac{\delta_k}{\sqrt{\delta_k^2 + 4\pi^2}} \quad (1.26)$$

où  $\delta_k$  est le décrétement logarithmique

$$f_k = \frac{f_d}{\sqrt{1 - \xi_k^2}} \quad (1.27)$$

où  $f_d$  est la fréquence propre amortie.

#### 1.4.2.2 Identification modale opérationnelle en présence des harmoniques

L'analyse modale opérationnelle (AMO) possède beaucoup d'avantages, car elle nécessite seulement des réponses enregistrées. Cependant, l'excitation opérationnelle peut contenir

le vent, le bruit et le chargement d'exploitation qui ne sont pas contrôlés et mesurés en AMO. Dans la plupart des méthodes d'AMO, l'excitation est toujours supposée comme l'excitation de type de bruit blanc [77]. En présence des harmoniques dans l'excitation, par exemple dans les structures ayant des composants tournantes telles que des bâtiments avec ventilateurs/climatiseurs, des barrages hydroélectriques comprenant des turbines ou bien des machines d'usinage à grande vitesse avec rotation de la broche, l'hypothèse d'excitation de type bruit blanc n'est plus valable. En conséquence, les composantes harmoniques cohabitent avec les modes structuraux (Figure 1.14), la procédure d'identification modale devient donc plus difficile, conduisant parfois à une estimation erronée des paramètres modaux. Un résumé des effets négatifs provenant de la présence des harmoniques sur les techniques classiques d'AMO peut être trouvé dans la référence [78].

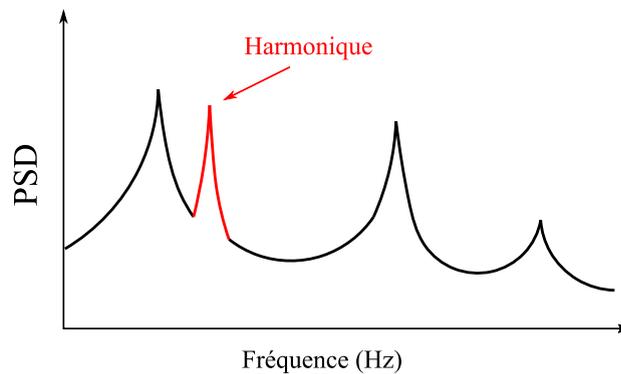


FIGURE 1.14. Présence d'harmonique dans la réponse mesurée.

Afin de distinguer les fréquences harmoniques des modes structuraux, plusieurs indicateurs ont été proposés avec utilisation du taux d'amortissement, du critère MAC, des valeurs de kurtosis et des histogrammes [76, 78, 22]. Agneni *et al.* [79] ont utilisé un paramètre statistique appelé "entropie" pour trouver la présence possible des harmoniques mélangés à des réponses mesurées. Modak *et al.* [80] ont proposé une distinction basée sur la fonction de décroissement aléatoire.

En usinage, la présence des harmoniques est très prépondérante. Araùjo *et al.* [81] montrent que les techniques de transmissibilité sont capables d'identifier des paramètres modaux en présence du bruit coloré. Donc, cela mérite d'investiguer plus en usinage et de déterminer les limites et si possible, proposer des améliorations. Cette méthode sera étudiée dans le deuxième et troisième chapitres de la thèse.

Les excitations en usinage peuvent être considérées comme un bruit blanc mélangé avec des harmoniques très prépondérants. Comme ils sont d'origines différentes, ils sont considérés comme indépendants. Si nous arrivons à séparer les réponses provenant de deux sources, nous pouvons appliquer toutes les méthodes d'AMO sur les réponses dues au bruit blanc. Les réponses provenant de deux sources peuvent être séparées en utilisant les techniques de séparation aveugle des sources [82]. Cette direction de recherche sera investiguée dans le quatrième chapitre de la thèse.

## 1.5 Optimisation du support de pièce d'une machine-outil

### 1.5.1 Généralités sur les composites

#### 1.5.1.1 Définition

Un matériau composite ou *composite* est un assemblage d'au moins deux matériaux non miscibles. Un matériau composite se constitue dans le cas général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue, appelée *matrice*. La phase discontinue est appelée le *renfort* ou matériau renforçant (Figure 1.15). Dans le cas plusieurs renforts de natures différentes, le composite est dit *hybride* [11]. Le renfort, qui constitue l'ossature du matériau, apporte au matériau composite la tenue mécanique, tandis que la matrice de faible résistance mécanique, assure à la fois la protection, le maintien de la disposition géométrique du renfort et le transfert des sollicitations mécaniques extérieures.

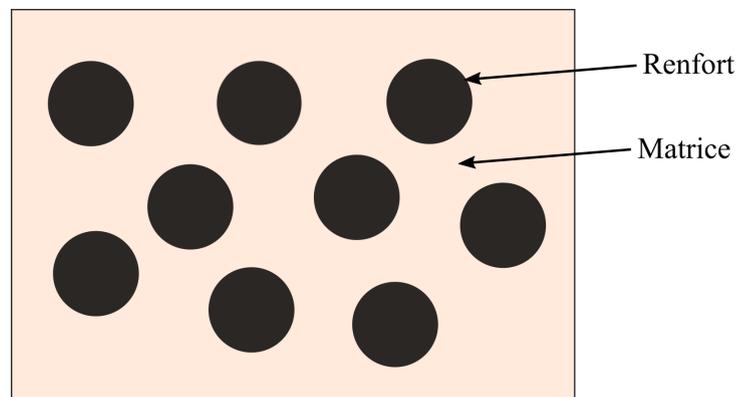


FIGURE 1.15. *Matériau composite.*

Les matériaux composites peuvent être classés suivant la nature des matrices ou suivant la forme des renforts utilisés. Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés suivant des composites à matrice organique, à matrice métallique ou à matrice minérale. En fonction de la forme des renforts, les composites sont classées en deux grandes classes : composites à particules et composites à fibres. Dans le cadre de cette thèse, on se limite au cas du composite à fibres avec sa matrice organique qui est une résine.

#### 1.5.1.2 Architecture des matériaux composites

Les composites sont essentiellement employés sous forme de corps bidimensionnels, plaques ou coques, constituées de plusieurs couches différentes, qui sont de deux groupes principaux : stratifiés et composites sandwiches.

- **Stratifiés.** Les composites stratifiés sont obtenus par empilement de couches successives (appelées aussi plis) de renforts (fils, stratifils, mats, tissus, etc.) imprégnés de résine. Les plis

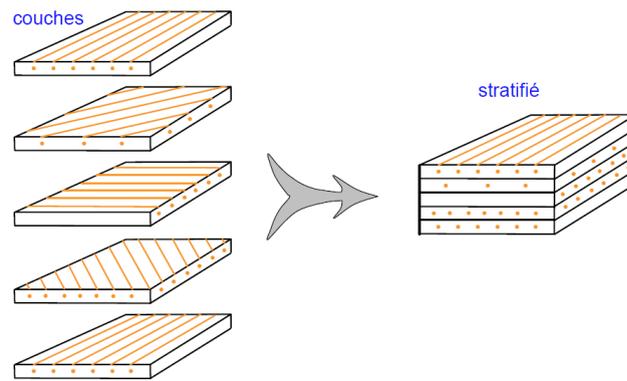


FIGURE 1.16. Constitution d'un stratifié [11].

peuvent être de même renfort et orientés de façon différente, ou de renforts différents dans le cas d'un stratifié hybride. L'architecture des stratifiés en termes de disposition des plis est très variée (orientation des renforts, empilement symétrique ou antisymétrique, répétition de séquence, stratifiés hybrides). Le choix du type de renfort et d'architecture des stratifiés dépend donc de l'utilisation du matériau composite en l'adaptant au mieux au champ des contraintes imposés [11] :

- Les couches unidirectionnelles ont de bonnes performances mécaniques dans la direction des fibres.
- Les mats sont peu résistants en traction et devront être réservés aux zones de compression.
- La stratification croisée est sensible au délaminage interlaminaire.
- La stratification avec au moins trois directions de fibres est nécessaire pour avoir une pseudo-isotropie dans le plan du stratifié.
- La stratification symétrique garantit généralement une bonne planéité du stratifié après démoulage.

Les stratifiés hybrides permettent d'être plus performants en profitant au mieux des propriétés des diverses fibres disponibles. Il existe différents types d'hybridation (Figure 1.17) :

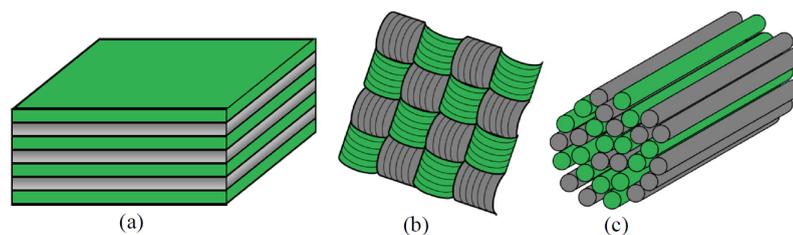


FIGURE 1.17. Trois configurations d'hybridation : (a) Hybrides inter-couches ; (b) Hybrides intra-couches ; (c) Hybrides intra-fils [12].

- Hybrides inter-couches : Chaque couche est constituée d'un seul type de renfort. Il suffit d'alterner les couches des deux différents types de renfort.
- Hybrides intra-couches : Toutes les couches sont identiques, chaque couche étant

constituée de renforts différents. Les différentes fibres sont alternées lors du tissage (tissu hybride).

- Hybrides intra-fils : Les deux types de fibres sont mélangés au niveau de la mèche.

• **Composites sandwichs.** Les composites sandwichs sont des composites particuliers, généralement formés d'une âme souple et épaisse (constituée d'un matériau ou d'une structure légère possédant de bonnes propriétés en compression), enveloppée par deux peaux beaucoup plus minces et rigides (possédant de bonnes caractéristiques en traction). Cette configuration confère à la structure résultante à la fois une extrême légèreté et une bonne rigidité. L'adhésion entre l'âme et les peaux doit être la plus parfaite possible et se fait, le plus souvent, par collage à l'aide de résines compatibles avec les matériaux en présence (Figure 1.18).



FIGURE 1.18. Une structure en sandwich [13].

Généralement, le choix des matériaux est fait avec pour objectif initial d'avoir une masse minimale en tenant compte ensuite des conditions d'utilisation (conditions thermiques ou phoniques, corrosion, prix, etc.).

Il existe une large sélection de matériaux et des architectures diverses destinées à constituer l'âme d'un sandwich. Les types d'âmes sont : âme pleines (le balsa ou bois cellulaire, diverses mousses cellulaires, mousses syntactiques, etc.), âmes creuses (essentiellement nid d'abeilles et profilés des alliages métalliques légers, du papier kraft, du papier polyamide, etc.), âmes mixtes. Les peaux sont le plus souvent des stratifiés (verre, carbone, Kevlar) ou des feuilles d'alliages légers [11].

Les structures sandwichs sont de plus en plus employées dans des secteurs industriels de pointe tels que le domaine des transports où l'allègement des structures constitue un enjeu majeur. Cependant, ces matériaux sont sensibles aux chargements de compression prédominante, du fait la présence d'éléments minces (les peaux), au point que le flambement par instabilité géométrique, conduisant dans la plupart des cas à la ruine, s'avère être leur principale faiblesse [83, 84].

### 1.5.1.3 Matériaux composites à fibres

Un matériau composite à fibres possède un renfort sous forme de fibres. Les fibres utilisées peuvent être soit des fibres synthétiques ou soit des fibres naturelles.

• **Fibres synthétiques.** Il existe plusieurs types de fibres synthétiques telles que fibres de verre, fibres de carbone, fibres de bore, fibres d'aramide, fibres de céramique, etc... Parmi elles, les fibres de carbone et les fibres de verre sont les plus répandues. Nous présentons ci-après les caractéristiques générales de quelques fibres synthétiques qui sont étudiées dans cette thèse.

◦ *Fibres de Carbone* : L'utilisation des fibres de carbone s'est développée dans les composites utilisés comme matériaux à hautes performances. Les fibres de carbone sont généralement classées selon leurs propriétés mécaniques, les plus importantes étant les propriétés en traction. En fonction du module d'élasticité (ou d'Young, E) en traction, la classification des fibres de carbone se fait en cinq catégories suivantes [24] :

- UG : Usage général ou pour applications thermiques,  $E < 200$  GPa.
- HR : Haute résistance,  $200 \text{ GPa} < E < 250$  GPa.
- IM : Module intermédiaire,  $250 \text{ GPa} < E < 350$  GPa.
- HM : Haut module,  $350 \text{ GPa} < E < 500$  GPa.
- THM : Très haut module,  $E > 550$  GPa.

TABLEAU 1.2. *Propriétés mécaniques de fibres de carbone en traction [24].*

| Fabricant             | Nom commercial  | Classe | Module d'Young (GPa) | Résistance à la rupture (MPa) | Allongement à la rupture(%) |
|-----------------------|-----------------|--------|----------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| Kure Chemical         | Kureca T-101    | UG     | 33                   | 800                           | 2.4                         |
| Hexcel                | Magnamite AS-4  | HR     | 228                  | 4278                          | 1.8                         |
|                       | Magnamite IM-6  | IM     | 280                  | 5590                          | 2.0                         |
| Toray, Soficar et CFA | T 300           | HR     | 230                  | 3530                          | 1.5                         |
|                       | T 800 H         | IM     | 294                  | 5490                          | 1.9                         |
|                       | M 60 J          | HM     | 588                  | 3920                          | 0.7                         |
| Cyttec                | Thornel P-55 S  | HM     | 380                  | 1900                          | 0.5                         |
|                       | Thornel P-120 S | THM    | 825                  | 2410                          | 0.3                         |

Les fibres de carbone possèdent non seulement une forte résistance mécanique, un module d'élasticité élevé, une bonne résistance chimique, une excellente tenue à la température, une bonne conduction électrique mais aussi une faible densité ( $1.43 - 2 \text{ g/cm}^3$ ). Leurs résistances spécifiques et modules spécifiques sont beaucoup plus grands que ceux des métaux [85, 86, 14]. Le Tableau 1.2 présente des propriétés mécaniques de certaines fibres de carbone.

◦ *Fibres de Verre* : Les fibres de verre sont largement utilisées pour le renforcement du composite grâce à leurs propriétés spécifiques : très bonne résistance mécanique, forte résistivité électrique, inertie thermique et chimique. Le classement des différents types de fibres de verre se fait à l'aide d'une initiale E, D, A... se référant à la propriété majeure apportée par la fibre [25] :

- E : Usage général ou pour applications électroniques.
- E-CR : Usage en milieu acide.
- D : Propriétés diélectriques améliorées.
- A : Forte teneur en alcalins.
- C : Bonne résistance en milieu acide.
- R, S et S<sub>2</sub> et H, HiPer-tex, HS : Haute résistance mécanique.
- AR : Bonne résistance en milieu acide et basiques.

TABLEAU 1.3. *Propriétés mécaniques de fibres de verre en traction [25].*

| Fibres | Densité<br>(g/cm <sup>3</sup> ) | Module d'Young<br>(GPa) | Résistance à la<br>rupture (MPa) | Allongement à<br>la rupture(%) |
|--------|---------------------------------|-------------------------|----------------------------------|--------------------------------|
| E      | 2.54 - 2.61                     | 72 - 73                 | 3200 - 3400                      | 4.6 - 4.8                      |
| D      | 2.14                            | 55                      | 2500                             | 4.5                            |
| A      | 2.45                            | 71                      | 3100                             | 4.4                            |
| C      | 2.49                            | 70.3                    | 3300                             | 4.8                            |
| R      | 2.55                            | 86                      | 4400                             | 5.2                            |
| S      | 2.49                            | 87                      | 4600                             | 5.4                            |
| AR     | 2.68                            | 76                      | 3700                             | 4.9                            |
| E-CR   | 2.70 - 2.72                     | 72 - 73                 | 3200 - 3400                      | 4.6 - 4.8                      |

Les propriétés mécaniques de certaines fibres de verre sont présentées dans le Tableau 1.3. Il est à noter que l'élongation maximum des fibres de verre à la rupture varie de 4.4 % à 5.2 %. Les fibres de verre présentent un ratio élevé résistance/poids, donc elles sont intéressantes pour les applications où une résistance importante et un poids minimum sont nécessaires. Elles sont utilisées dans les domaines aéronautiques (renfort des pales d'hélicoptères, etc.), dans l'éolien (allongement des pales d'éoliennes pour champs éoliens, etc.) mais aussi dans l'industrie chimique (séparateur de batterie, etc.)[25].

En résumé, les fibres synthétiques présentent de bonnes propriétés mécaniques, chimiques et thermiques. En particulier, les fibres de carbone possèdent une large gamme de module de Young avec des valeurs très élevées. Cependant, elles ont une faible capacité d'amortissement.

• **Composite à fibres synthétiques.** Le Tableau 1.4 présente les propriétés mécaniques des composites unidirectionnels (éprouvettes à 0°) à base de résines époxydes renforcées par différentes fibres de carbone et de verre avec le taux de fibres  $V_f = 60\%$ . Nous pouvons remarquer que les composites de fibres synthétiques de carbone et verre possèdent en général de bonnes propriétés mécaniques : des modules d'élasticité élevés, des résistances importantes et des densités faibles. Les composites à fibres de carbone ont un niveau très élevé des résistances et des modules en traction comparés aux composites à fibres de verre.

TABLEAU 1.4. *Propriétés mécaniques de composites à fibres synthétiques [24].*

| Fibres         | Densité<br>(g/cm <sup>3</sup> ) | Traction 0°             |                     | Compression 0°<br>Résistance<br>(MPa) | Résistance au<br>cisaillement<br>interlaminaire(MPa) |
|----------------|---------------------------------|-------------------------|---------------------|---------------------------------------|--|
|                |                                 | Module d'Young<br>(GPa) | Résistance<br>(MPa) |                                       |  |
| <b>Carbone</b> |                                 |                         |                     |                                       |  |
| T 300          | 1.53                            | 125                     | 1760                | 1370                                  | 100  |
| T 800 H        | 1.56                            | 150                     | 2840                | 1570                                  | 100  |
| M 60 J         | 1.64                            | 340                     | 1860                | 780                                   | 70   |
| <b>Verre</b>   |                                 |                         |                     |                                       |  |
| E              | 2.04                            | 46                      | 1400                | 910                                   | 70   |
| R              | 2.01                            | 52                      | 1900                | 970                                   | 70   |

• **Fibres naturelles.** À côté des fibres synthétiques, les fibres naturelles, en particulier les fibres végétales sont de plus en plus étudiées pour les éco-matériaux composites afin de remplacer partiellement ou totalement les composites à fibres synthétiques qui sont souvent non biodégradables et leur recyclage reste encore délicat.

Les fibres naturelles peuvent provenir de plusieurs origines (végétale, animale, minérale) et sont présentes dans la nature sous différentes formes. Dans le cadre de ce travail, nous allons nous limiter au cas des fibres végétales. Les fibres végétales sont extraites de 5 grandes origines [29] :

- Graines : Coton, kapok
- Tiges : Lin, chanvre, jute, ramie, kénaf, bambou
- Feuilles : Sisal, abaca
- Fruit : Noix de coco.
- Racine : Rhextophyllum camerounaise.

Le Tableau 1.5 présente les avantages et les inconvénients des fibres végétales. Elles possèdent un certain nombre de points faibles tels que l'absorption d'eau, la faible résistance à haute température, la variation de qualité en fonction des conditions climatiques, du lieu de croissance, des propriétés du sol, de la luminosité, la précipitation, etc. Pourtant, les fibres végétales ont des propriétés spécifiques importantes. Elles possèdent des bonnes propriétés mécaniques (Tableau 1.6), des grandes capacités d'amortissement des vibrations, un bon bilan écologique ainsi que de faibles densités. Leurs densités sont plus faibles que celles des fibres de verre et des fibres de carbone.

En comparaison d'autres fibres végétales, les fibres de lin et de chanvre (Figure 1.19) possèdent plusieurs propriétés intéressantes. Leur rapport résistance/poids est très proche de celui des fibres de verre et de l'acier. En outre, ces deux fibres sont les plus cultivées en France et en Europe, ce qui limite notamment les impacts économiques et environnementaux du transport dans le cas d'une production du composite en France [87]. La France, grâce à la structure de ses filières lin et chanvre, occupe une place prépondérante en Europe produisant 80 % du volume total des fibres végétales (2001- 2008) [88]. Selon la Confédération

TABLEAU 1.5. Principaux avantages et inconvénients des renforts végétales[26].

| Avantages  | Inconvénients   |
|--|---|
| - Faible coût  | - Absorption d'eau  |
| - Biodégradabilité   | - Biodégradabilité  |
| - Propriétés mécaniques spécifiques importantes (résistance et rigidité) | - Tenue thermique limitée (200 à 230°C maximum)                       |
| - Non-abrasif pour les outillages  | - Fibres anisotropes  |
| - Neutre pour l'émission de CO2  | - Renfort discontinu  |
| - Demande peu d'énergie pour production                                  | - Variation de qualité en fonction du lieu de croissance, de la météo |
| - Pas d'irritation cutanée lors de la manipulation des fibres            | - Culture annuelle, demande la gestion d'un stock                     |
| - Pas de résidus après incinération                                      |   |
| - Ressource renouvelable   |   |

TABLEAU 1.6. Propriétés mécaniques de certaines fibres végétales en traction [26, 27, 28, 29, 30, 14].

| Fibres       | Densité (g/cm <sup>3</sup> ) | Module d'Young (GPa) | Résistance à la rupture (MPa) | Allongement à la rupture(%) |
|--------------|------------------------------|----------------------|-------------------------------|-----------------------------|
| Lin          | 1.4-1.5                      | 12 - 85              | 600 - 2000                    | 1 - 4                       |
| Chanvre      | 1.07                         | 35                   | 389                           | 1.6                         |
| Ramie        | 1.56                         | 61.4 - 128           | 400 - 938                     | 1.2 - 3.8                   |
| Jute         | 1.44                         | 26.5                 | 393 - 773                     | 1.5 - 1.8                   |
| Sisal        | 1.45                         | 9 - 21               | 350 - 700                     | 3 - 7                       |
| Noix de coco | 1.15                         | 4 - 6                | 131 - 175                     | 15 - 40                     |
| Coton        | 1.5 - 1.6                    | 5.5 - 12.6           | 287 - 597                     | 7 - 8                       |
| Bambou       | 0.6 - 1.1                    | 11 - 17              | 140 - 230                     | -                           |
| Kénafe       | 1.4                          | 53                   | 930                           | 1.6                         |
| Rhizophyllum | 0.947                        | 5.8                  | 557                           | 27.5                        |

Européenne du Lin et du Chanvre (CELC), 80 % de la production mondiale actuelle de fibre de lin teillé est d'origine européenne et la France en est le leader mondial (75%).

• **Composites à fibres naturelles.** Plusieurs types de composites à fibres végétales ont fait l'objet de nombreux travaux de recherche [89, 90, 91, 92]. Le Tableau 1.7 présente les propriétés de quelques composites unidirectionnels à fibres végétales en traction. Les composites à fibres végétales possèdent des densités faibles, de bonnes résistances et des modules



FIGURE 1.19. *Fibres végétales : (a) Lin et fibres de lin, (b) Chanvre et fibres de chanvre.*

d'élasticité modérés en comparaison avec les métaux ou les composites à fibres synthétiques. En outre, comme le comportement des fibres végétales, le phénomène d'augmentation des modules et des résistances sous les sollicitations de fatigue existe aussi dans les composites à fibres végétales [93], ce qui entraîne donc une stabilité de la rigidité sous les chargements de fatigue des structures en composites à fibres végétales. Malgré certains avantages, les composites à fibres végétales possèdent des inconvénients tels que la faible stabilité thermique, la faible résistance à l'humidité et la mauvaise compatibilité entre les fibres et les matrices polymères. L'absorption d'humidité élevée de fibres végétales peut conduire à un gonflement et la présence de vides à l'interface entre la fibre et la matrice, ce qui conduit à la dégradation des propriétés mécaniques des matériaux composites. En général, la résistance et la rigidité des composites à matrice polymère sont diminuées à des températures élevées [94].

TABLEAU 1.7. *Propriétés des composites unidirectionnels à fibres végétales [14].*

| Matériau                       | Densité<br>(g/cm <sup>3</sup> ) | Module en<br>traction (GPa) | Résistance à la<br>rupture (MPa) | Référence |
|--------------------------------|---------------------------------|-----------------------------|----------------------------------|-----------|
| Lin/époxy ( $V_f=50\%$ )       | 1.35                            | 24                          | 325                              | [89]      |
| Chanvre/époxy ( $V_f=32\%$ )   | -                               | 12.7                        | 106                              | [92]      |
| Bamboo/époxy ( $V_f=65\%$ )    | 1.16-1.25                       | 3 - 15                      | 87-165                           | [90]      |
| Kénaf/époxy ( $V_f=40\%$ )     | 1.12                            | 18.2                        | 164                              | [95]      |
| Jute/vinylester ( $V_f=25\%$ ) | -                               | 14.6                        | 113                              | [91]      |
| Sisal/polyester ( $V_f=50\%$ ) | 0.99                            | 1.2                         | 30                               | [96]      |

De nos jours, les composites à fibres végétales ont fait l'objet de nombreux travaux de recherche non seulement pour des raisons écologiques, mais aussi pour améliorer certaines

propriétés du composite comme l'amortissement. Grâce à leur capacité à amortir les vibrations, les composites à fibres végétales sont de sérieux candidats dans différents secteurs tels que : l'automobile, l'aéronautique et le sport [97].

#### 1.5.1.4 Composites à renfort hybride

L'objectif de l'hybridation des fibres végétales et synthétiques dans un composite est d'exploiter le meilleur de chacune des deux types de fibres ainsi que de compléter ce qui manque à l'autre. En général, les fibres synthétiques ont des modules d'élasticité élevés, mais d'une faible capacité d'amortissement tandis que les fibres végétales possèdent une faible densité, de bonnes propriétés spécifiques et des caractéristiques d'amortissement élevées avec les avantages environnementaux. Dans cette optique, plusieurs chercheurs se sont intéressés à l'hybridation des fibres végétales avec des fibres synthétiques notamment des fibres de verre ou des fibres de carbone : verre-kénafe [98, 30], verre-sisal [99], verre-jute [100], verre-chanvre [101], verre-lin [102, 103, 104], carbone-jute [105], carbone-lin [106, 107].

Davoodi *et al.* [98] ont proposé d'utiliser un nouveau composite hybride kénafe/verre pour application dans les pare-chocs de voiture. Le but est de trouver une solution alternative à un matériau traditionnel (composite renforcé par des mats de verre) en tenant compte des nouvelles réglementations de l'Union Européenne sur les véhicules en fin de vie (ELV) qui obligent les constructeurs automobiles à considérer l'impact environnemental dans leur production. Leurs résultats ont montré que certaines propriétés mécaniques telles que la résistance à la traction, les modules en traction et en flexion, les résistances à la rupture en traction et en flexion sont clairement supérieures à celles du matériau traditionnel. Cependant, la propriété d'impact est encore inférieure au niveau souhaité.

Fiore *et al.* [106] ont étudié l'influence d'une couche de carbone unidirectionnel sur les performances mécaniques d'un composite stratifié hybride à renfort carbone-lin. Les auteurs ont montré que la présence d'une seule couche externe de carbone dans le composite hybride entraîne une augmentation remarquable de leurs propriétés mécaniques. Dhakal *et al.* [107] ont montré aussi que l'hybridation des fibres de carbone avec des fibres végétales comme le lin permet d'améliorer de manière significative le comportement d'absorption d'eau ainsi que des performances environnementales, thermiques, et mécaniques des composites.

Les propriétés dynamiques des composites hybrides à renfort carbone-lin ont été étudiées par quelques travaux de recherche [108, 109]. Les résultats obtenus ont indiqué que la capacité d'amortissement du matériau augmente avec l'augmentation du pourcentage de fibre de lin. L'effet de la séquence d'empilement sur les propriétés d'amortissement de composites hybrides à renfort lin-carbone a été analysé par Assarar *et al.* [108]. L'étude a montré que les propriétés dynamiques et mécaniques des composites hybrides dépendent de la séquence d'empilement des couches de lin et de carbone. En effet, l'ajout de couches de lin à l'extérieur améliore considérablement son amortissement, mais diminue en même temps sa rigidité de flexion.

Nguyen *et al.* [14] ont proposé une nouvelle conception pour les segments des bras du robot 3CRS en utilisant le composite stratifié hybride carbone-lin (Figure 1.20). En compa-

raison avec le robot initial en aluminium, l'utilisation du composite hybride permet d'améliorer légèrement la rigidité, les fréquences modales du robot et d'augmenter fortement sa capacité d'amortissement.



FIGURE 1.20. Segment de bras robotique en composite stratifié hybride [14].

Dans un autre travail, Strohrmann *et al.* [110] ont étudié la capacité d'absorption d'énergie d'une structure tubulaire en composite hybride carbone-lin en utilisant d'abord un test quasi-statique (vitesse = 5 mm/s) et puis un test dynamique rapide (8 m/s). Le tube hybride a montré un bon potentiel en termes d'allègement et d'absorption d'énergie spécifique. En effet, le tube en composite hybride carbone-lin (24 % de fraction de masse pour les fibres de lin) offre une capacité d'absorption d'énergie de 53 J/g soit seulement 15 % de moins que le tube en composite à fibres de carbone. De plus, le tube hybride a montré un comportement d'écrasement moins sensible à la vitesse d'impact par rapport à celui du tube en composite à fibres de carbone, ce qui pourrait être bénéfique pour une large gamme d'applications de résistance aux chocs.

#### 1.5.1.5 Homogénéisation du composite

Afin d'estimer des propriétés du matériau composite, des méthodes numériques et analytiques sont généralement utilisées. La méthode numérique la plus utilisée est basée sur un modèle des éléments finis dans lequel la structure du composite est modélisée et les propriétés des constituants sont insérées. Un modèle des éléments finis plus proche de la structure du composite réel permet d'évaluer plus précisément les propriétés du composite, mais le modèle sera plus compliqué et le coût de calcul sera élevé. La méthode simplifiée consiste à modéliser un volume élémentaire représentatif (VER) au lieu d'une structure complète, cette méthode présente évidemment un coût de calcul plus faible [14].

La démarche des méthodes analytiques d'homogénéisation d'un matériau composite comporte généralement deux échelles : microscopique et macroscopique.

- **Homogénéisation à l'échelle microscopique.** Ce niveau consiste à homogénéiser chacun des plis séparément. Les sous-structures sont considérées comme des plis de composites unidirectionnels. Le but de l'homogénéisation à ce niveau est de prédire la matrice de rigidité des sous-structures (plis) dans le système de coordonnées local  $(1\ 2\ 3)$  avec l'utilisation des micro-modèles tels que : la loi de mélanges [11], le modèle de Halpin-Tsai [111], le modèle de Chamis [112], le modèle de Christensen [113], etc. Ces modèles utilisent une formule similaire à la loi des mélanges pour la détermination du module d'Young longitudinal  $E_L$  :

$$E_L = E_{11} = V_f E_f + (1 - V_f) E_m \quad (1.28)$$

où  $E_f$  et  $E_m$  sont respectivement le module d'Young des fibres et de la matrice, et  $V_f$  est le taux de fibres.

• **"Homogénéisation" à l'échelle macroscopique.** Le composite est composé de sous-structures homogènes différentes. Tout d'abord, les matrices de transformation sont utilisées pour calculer la matrice de rigidité dans le système de coordonnées globale ( X Y Z). Ensuite, une des méthodes de "macro-homogénéisation" (basée sur la théorie classique des stratifiés, l'hypothèse d'iso-déformation, l'hypothèse d'iso-contrainte, etc.) est utilisée pour assembler différentes sous-structures afin de trouver la matrice de rigidité globale [114].

La théorie classique des stratifiés [11] est généralement appliquée pour des composites stratifiés sous la forme de plaques ou de coques minces dont l'épaisseur est petite en comparaison des deux autres dimensions. La Figure 1.21 présente le schéma de calcul dans le cas de la théorie classique des stratifiés.

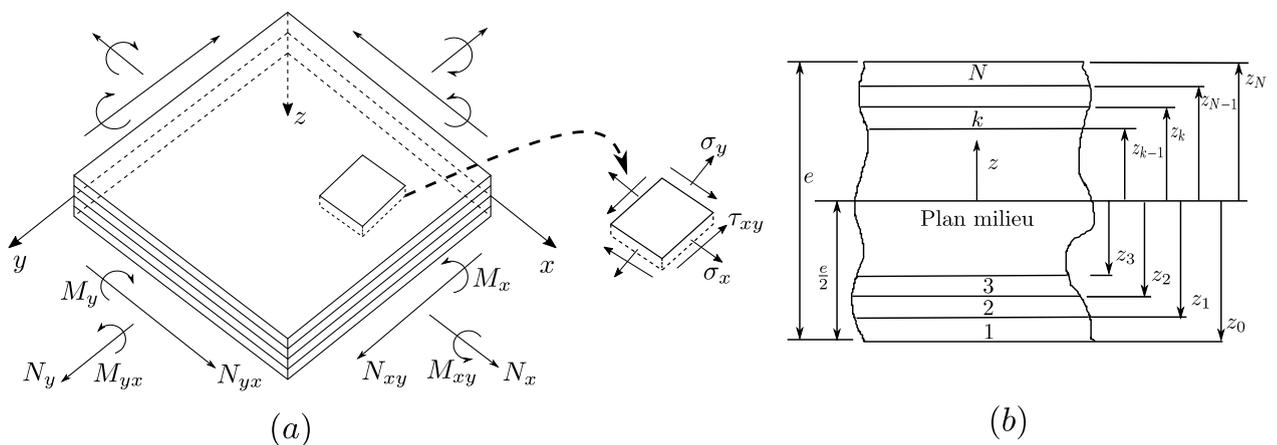


FIGURE 1.21. Théorie classique des stratifiés : (a) Efforts généralisés dans un stratifié et état de contrainte d'un élément ; (b) Géométrie et empilement des couches.

La théorie des stratifiés utilise les mêmes hypothèses que la théorie générale des plaques. La théorie élémentaire des plaques fait l'hypothèse que les contraintes normales  $\sigma_z$  sont négligeables dans le volume de la plaque, par rapport aux autres composantes  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  (Figure 1.21.a). Cette hypothèse est étendue à la théorie des stratifiés, soit  $\sigma_z = 0$ . La théorie classique des stratifiés utilise un schéma de déformation du premier degré. Elle fait ensuite une hypothèse supplémentaire qui consiste à négliger le cisaillement transverse. Dans ce schéma, les déformations en cisaillement transverse sont donc nulles, soit  $\gamma_{xz} = 0$  et  $\gamma_{yz} = 0$ . En outre, les déformations dans le plan dans l'épaisseur du stratifié sont supposées varier linéairement en fonction de la distance  $z$  par rapport au plan milieu du stratifié (Figure 1.21.b). La relation entre les contraintes et les déformations dans chaque pli est supposée obéir à la loi de Hooke. L'équation du comportement mécanique d'un stratifié est de la forme :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{N} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}^0 \\ \boldsymbol{\chi} \end{bmatrix} \quad (1.29)$$

où  $\mathbf{N}$  et  $\mathbf{M}$  sont les efforts et les moments généralisés,  $\boldsymbol{\varepsilon}^0$  et  $\boldsymbol{\chi}$  sont les déformations de membrane et les courbures. Les matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{D}$  sont déterminés à partir des matrices de rigidité et la position des interfaces des plis du stratifié.

### 1.5.1.6 Amortissement de la structure et du matériau composite

L'utilisation de matériaux viscoélastiques dans un système mécanique permet d'améliorer la capacité d'amortissement de la structure. Les composites possèdent de bonnes propriétés d'amortissement qui proviennent du comportement viscoélastique de la matrice et/ou du renfort, de l'amortissement thermoélastique du flux de chaleur circulant de la région en contrainte de compression vers la région en contrainte de traction, du frottement de glissement aux interfaces fibre/matrice pas bien adhérees, la dissipation survenant sur les sites de fissures ou de délaminage [115]. Les propriétés d'amortissement des matériaux viscoélastiques sont définies de plusieurs façons :

La première est basée sur l'approche énergétique introduite par Ungar *et al.* [116] depuis 1962. Le facteur d'amortissement  $\eta$  du composite est défini comme le rapport entre l'énergie dissipée par cycle  $\Delta U$  divisée par l'énergie élastique stockée  $U$  dans le matériau. Il peut être aussi exprimé en fonction des éléments constitutifs de la structure du composite :

$$\eta = \frac{\Delta U}{2\pi U} = \frac{\sum_{i=1}^N \eta_i U_i}{2\pi \sum_{i=1}^N U_i} \quad (1.30)$$

où  $\eta_i$  est le facteur d'amortissement de l'élément  $i$  et  $U_i$  l'énergie stockée dans l'élément  $i$ . L'application de cette relation à un composite de fibres permet d'exprimer l'amortissement du composite en fonction de l'amortissement des fibres et de l'amortissement de la matrice [117]. L'équation (1.30) est aussi appliquée dans l'analyse numérique en combinaison avec la méthode des éléments finis pour déterminer le coefficient d'amortissement et/ou optimiser la structure du composite [118, 119, 120, 14].

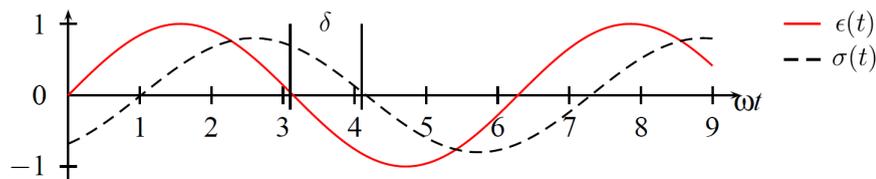


FIGURE 1.22. Comportement d'un matériau viscoélastique [15].

La deuxième façon de définir l'amortissement est basée sur la tangente de l'angle de déphasage entre la sollicitation et la réponse. En effet, lorsqu'un matériau viscoélastique est soumis à une déformation sinusoidale  $\epsilon(t) = \epsilon_0 \sin(\omega t)$  et en régime stationnaire, la contrainte résultante est également sinusoidale, de même fréquence mais en déphasage d'un angle  $\delta$ ,  $\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta)$  (Figure 1.22). Le facteur d'amortissement peut être écrit par :

$$\eta(\omega) = \operatorname{tg} \delta(\omega) \quad (1.31)$$

En introduisant le module complexe du matériau composite  $E^* = E'(\omega) + iE''(\omega)$ , le facteur d'amortissement de la structure est donc calculé comme le rapport entre la partie imaginaire  $E''(\omega)$  et la partie réelle  $E'(\omega)$  par :

$$\eta(\omega) = \frac{E''(\omega)}{E'(\omega)} = \operatorname{tg} \delta(\omega) \quad (1.32)$$

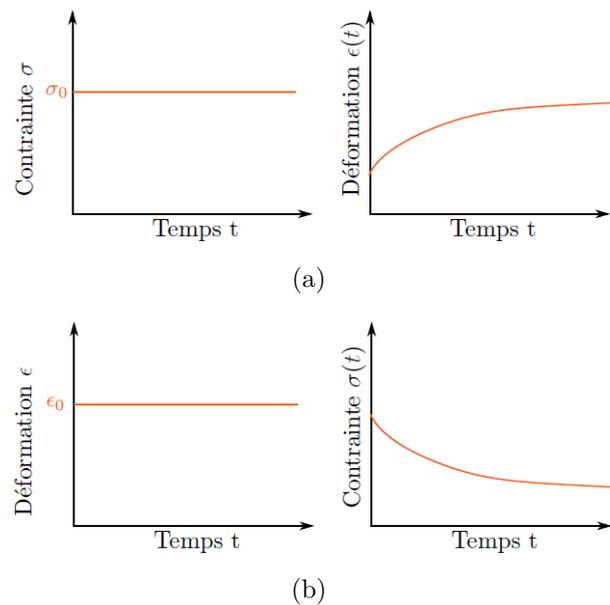


FIGURE 1.23. Courbe caractéristique de : (a) fluage, (b) relaxation [16].

Afin de déterminer expérimentalement les propriétés d'amortissement du matériau composite, plusieurs méthodes peuvent être utilisées. Nous pouvons d'abord citer les méthodes d'identification par des essais quasi-statiques : le fluage et la relaxation de contrainte. Un essai de fluage consiste à imposer une contrainte uniaxiale maintenue constante à l'éprouvette de composite initialement non chargée et à mesurer la déformation résultante en fonction de temps (Figure 1.23.a). Inversement, pour un essai de relaxation, une sollicitation uniaxiale en déformation constante est imposée à l'éprouvette et la relaxation de la contrainte résultante est mesurée en fonction de temps (Figure 1.23.b). En combinant avec des modèles rhéologiques tels que le modèle Kelvin-Voigt, le modèle Kelvin-Voigt généralisé, le modèle de Maxwell, le modèle de Maxwell généralisé, Modèle de Zener, etc... les propriétés d'amortissement du composite viscoélastique peuvent être déduites.

Nous pouvons citer quelques exemples de méthodes d'analyse dynamique expérimentale permettant d'évaluer les propriétés d'amortissement du composite : l'analyse mécanique dynamique (AMD), l'analyse ultrasonore ou l'analyse modale expérimentale (Section 1.4.1).

## 1.5.2 Application des matériaux composites dans les systèmes d'usinage

Une grande variété de matériaux peut être trouvée dans les systèmes d'usinage, allant de matériaux métalliques aux composites à fibres [19]. Les systèmes d'usinage sont généralement fabriqués avec des matériaux métalliques qui possèdent des rigidités élevées, mais leurs inconvénients tels que la densité importante et la faible capacité d'amortissement des vibrations limitent la performance des machines-outils et robots d'usinage. Grâce aux nombreux avantages tels que la densité faible, les résistances et rigidités élevées, la grande capacité d'amortissement, etc., les composites ont tendance à être appliqués dans les systèmes d'usinage. Nous pouvons mentionner ici quelques exemples.

En 1985, Lee *et al.* [121] ont introduit une broche en composite à renfort de graphite avec une matrice d'époxy pour une machine-outil dans le but d'augmenter la stabilité dynamique dans le tournage. D'après les résultats obtenus, la stabilité du procédé de coupe a été considérablement améliorée par rapport à la broche initiale en acier avec une augmentation de 23 % pour la profondeur de coupe axiale. En 2003, Lee *et al.* [17] ont utilisé des composites à fibres de carbone pour reconcevoir le porte-outil pour le forage. Avec le porte-outil reconçu en composite, la fréquence propre fondamentale, le taux d'amortissement, la rigidité et la stabilité de coupe, ont été augmentés respectivement de 72 %, 168 %, 28 % et 33 % en comparaison avec les valeurs du porte-outil conventionnel en tungstène.

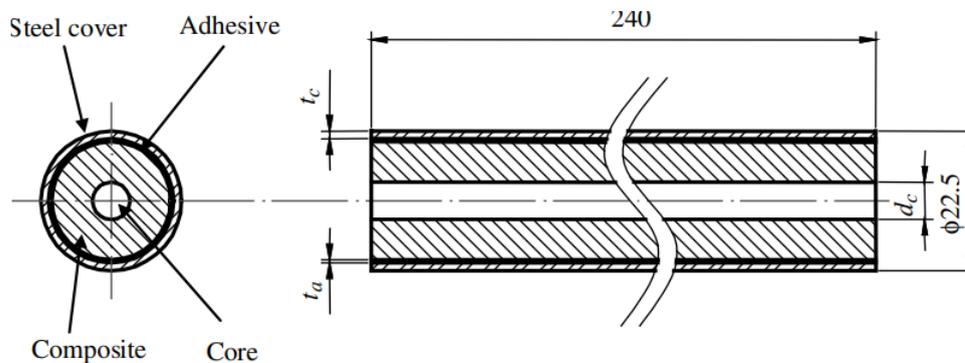


FIGURE 1.24. Configuration du porte-outil en composite fibre de carbone [17].

Dans l'étude de Lee *et al.* [18], les glissières verticales (X-glissière) et horizontales (Y-glissière) d'une machine-outil fraiseuse à grande vitesse ont été reconçues avec un matériau de structure sandwich hybride (Figure 1.25). Des plaques composites et des poutres sandwiches ont été liées à des structures soudées en acier à l'aide d'adhésifs et de boulons. Des fibres de carbone unidirectionnels à haut module et des tissus de verre ont été utilisés pour les peaux des sandwichs et les plaques composites tandis que des fibres d'aramide en forme de nid d'abeille ont été utilisées pour l'âme des sandwichs. Les rigidités des structures hybrides ont été calculées égales à celles des structures conventionnelles en acier. Les résultats de l'étude montrent que les poids de la X-glissière hybride et de l'Y-glissière hybride ont été réduits respectivement de 34% et 26%, et les taux d'amortissement ont été augmentés de 1,5 à 5,7 fois par rapport à ceux des structures conventionnelles.

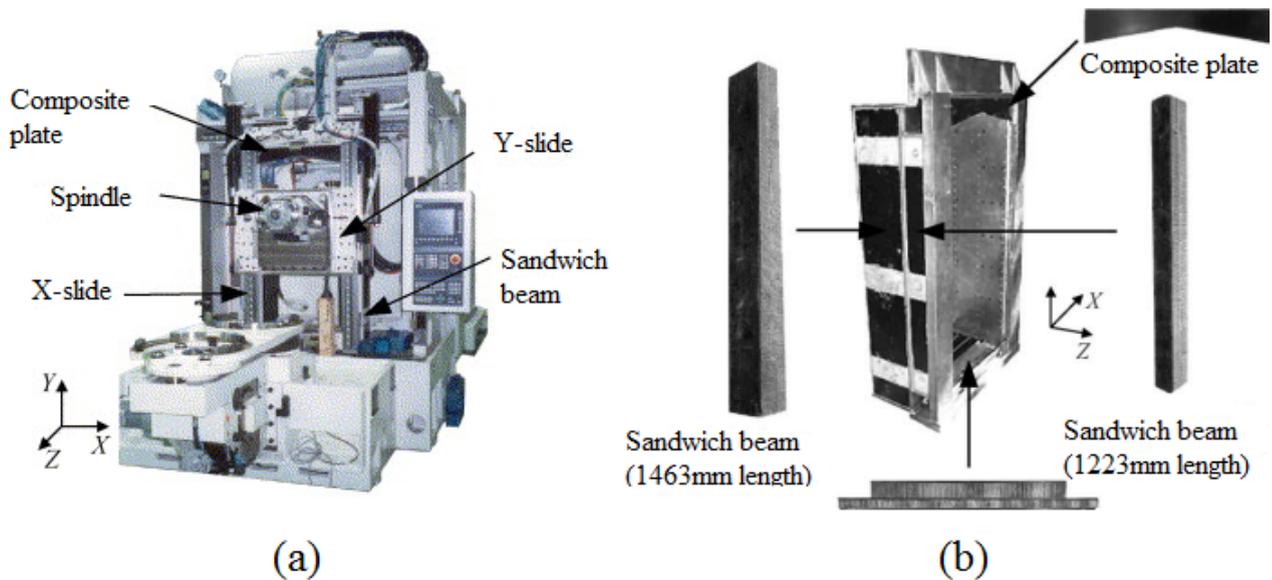


FIGURE 1.25. (a) Machine-outil fraiseuse à grande vitesse Daewoo F500; (b) X-glissière hybride [18].

Dans un autre travail, E.Abele [19] a aussi proposé une nouvelle conception de l'axe X-glissière en utilisant des composites à fibres de carbone (Figure 1.26). Les résultats montrent une réduction de 60 % pour la masse et une économie de 70% pour la consommation d'énergie par rapport à la conception conventionnelle.

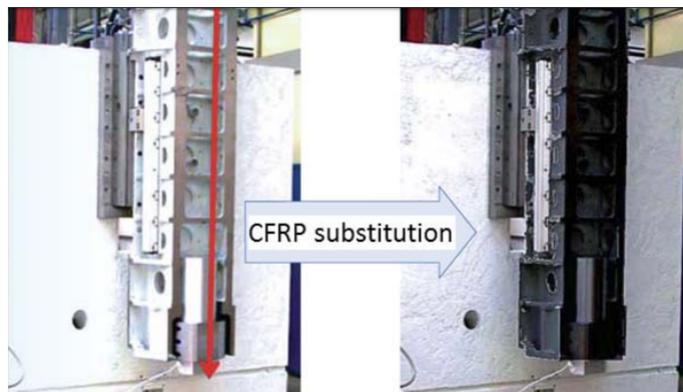


FIGURE 1.26. Substitution de la structure conventionnelle par composite à fibres de carbone [PTW, Darmstadt, Germany [19]].

### 1.5.3 Support de pièce existant

Dans la deuxième partie de la thèse, nous proposons une conception optimale du support de pièce afin d'augmenter la stabilité dynamique durant l'usinage. Le support de pièce va être reconçu de façon optimale avec utilisation de matériaux composites stratifiés hybrides à renfort carbone-lin. Le système du support de pièce en aluminium qui a été fait l'objet de recherche dans le travail de L.Arnaud et G.Dessein [20], est choisi en raison de sa simplicité

pour le calcul du diagramme des lobes de stabilité et pour la fabrication. En effet, avec utilisation de la configuration de deux parois fines parallèles surmontées d'un bloc d'aluminium, nous pouvons limiter les mouvements de la pièce à un seul degré de liberté (Figure 1.27.a). Un système du support de pièce similaire (Figure 1.27.b) peut être trouvé dans le travail de Huang *et al.* [21]. L'étude a été faite pour étudier l'influence de conditions de coupe dans le fraisage en utilisant ce système du support de pièce à 1 DDL. Pour ce travail de thèse, les deux parois fines parallèles dans la Figure 1.27.a vont être fabriquées en composite hybride carbone-lin, et l'impact de cette nouvelle conception sur la stabilité d'usinage sera analysé.

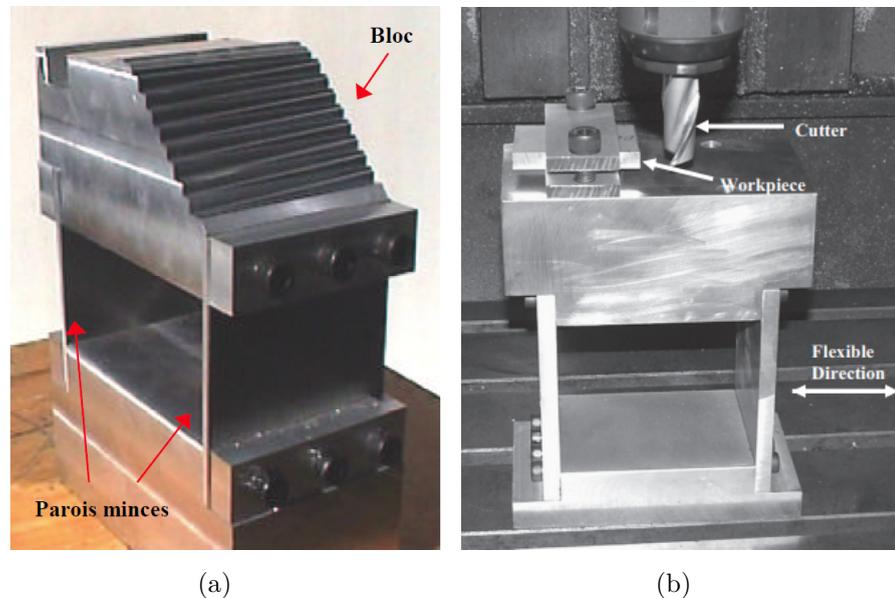


FIGURE 1.27. (a) Support de pièce conventionnel [20]; (b) Système similaire [21].

## 1.6 Conclusions et objectifs de la thèse

Ce premier chapitre a présenté tout d'abord les différents types de vibrations dans l'usinage. Parmi ceux-ci, le broutement est une vibration auto-entretenue qui conduit le système d'usinage à l'instabilité et il peut entraîner plusieurs conséquences négatives. Le diagramme des lobes de stabilité est un outil efficace pour prédire et contrôler le phénomène du broutement. Pour le calcul des lobes de stabilité, l'identification du comportement dynamique du système d'usinage est indispensable.

Un aperçu des stratégies pour la maîtrise des vibrations en usinage a été présenté. En ce qui concerne les méthodes basées sur l'optimisation des conditions de coupe, l'identification du comportement dynamique réel pendant l'usinage permet d'améliorer la prédiction de la stabilité d'usinage. C'est la raison pour laquelle, le premier objectif de la thèse est consacré à développer les techniques d'identification modale opérationnelle en tenant compte des difficultés liées à l'usinage.

Ainsi, ce chapitre s'est concentré ensuite sur les méthodes d'identification par analyse modale et plus particulièrement l'analyse modale opérationnelle (AMO). Un état de l'art

des méthodes d'AMO a été présenté. En introduisant la contrainte comme la présence des harmoniques associées à l'usinage, les techniques d'identification modale basées sur les fonctions de transmissibilité et la séparation de sources, sont prometteuses mais méritent d'être approfondies.

Afin d'augmenter la stabilité d'usinage en agrandissant la zone stable dans le diagramme des lobes de stabilité, nous souhaitons ici utiliser un matériau composite pour reconcevoir le système du support de pièce d'une machine-outil, ce qui constitue le deuxième objectif de la thèse. La Figure 1.28 présente le lien entre les objectifs de la thèse avec les stratégies pour la maîtrise des vibrations en usinage.

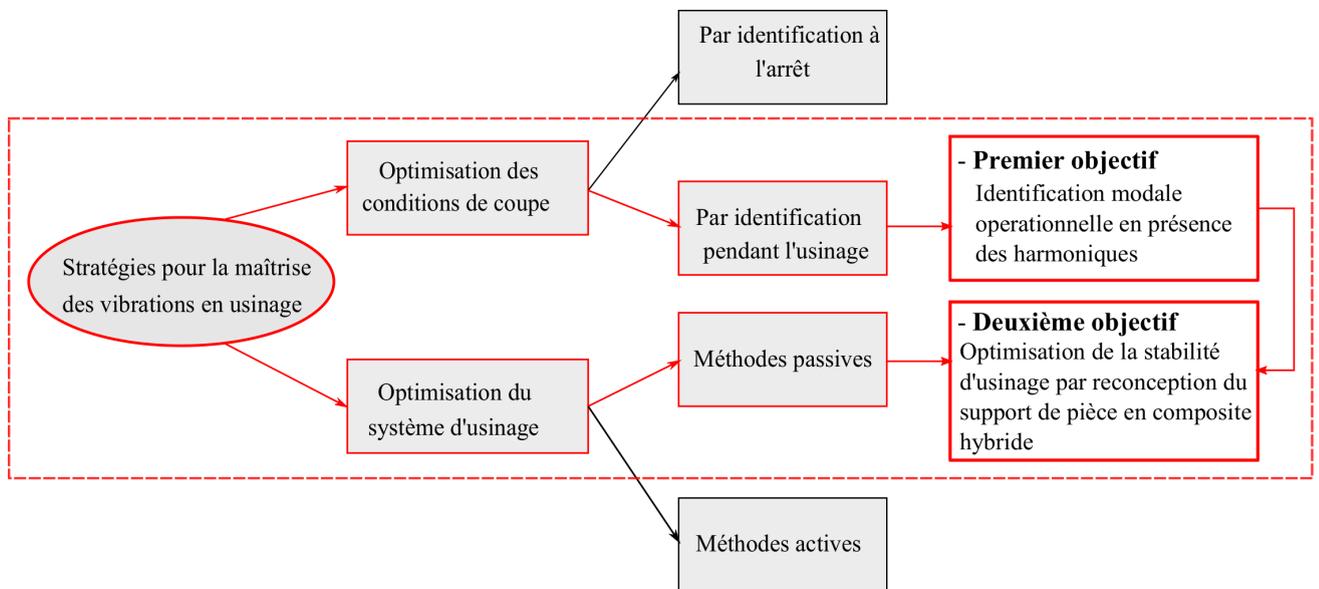


FIGURE 1.28. Positionnement des travaux de la thèse .

Les matériaux composites ont été déjà appliqués dans les systèmes d'usinage, mais ce sont surtout des composites à fibres synthétiques, en particulier, les fibres de carbone en raison de leur module de Young et leur résistance élevée. Mais les composites à fibres synthétiques ont un mauvais impact pour l'environnement, ils sont souvent non biodégradables et leur recyclage est encore délicat. Par ailleurs, les composites à fibres végétales possèdent de faibles densités, de grandes capacités d'amortissement et des avantages environnementaux. Cependant, les modules d'Young des composites à fibres végétales ne sont pas suffisamment élevés par rapport aux besoins dans les systèmes d'usinage. Un composite hybride à fibres synthétiques et végétales peut allier les avantages des deux types de fibres. Donc, le système du support de pièce d'une machine outil sera reconçu en utilisant un composite hybride carbone-lin pour avoir une meilleure performance d'usinage, ce qui, à notre connaissance, n'a fait l'objet, pour l'instant, d'aucune étude dans la littérature.

# Chapitre 2

## Identification modale opérationnelle basée sur les fonctions de transmissibilité

### Sommaire

---

|            |   |           |
|------------|---|-----------|
| <b>2.1</b> | <b>Introduction</b>                                       | <b>60</b> |
| <b>2.2</b> | <b>Bases théoriques des fonctions de transmissibilité</b> | <b>60</b> |
| <b>2.3</b> | <b>Méthode PSDTM-SVD</b>                                  | <b>62</b> |
| <b>2.4</b> | <b>Applications</b>                                       | <b>63</b> |
| 2.4.1      | Exemple numérique   | 63        |
| 2.4.2      | Test expérimental   | 69        |
| <b>2.5</b> | <b>Conclusions</b>  | <b>73</b> |

---

## 2.1 Introduction

Ce chapitre porte sur l'identification modale basée sur les fonctions de transmissibilité. L'hypothèse de bruit blanc Gaussien est commune pour toutes les techniques de l'AMO. Or, cette hypothèse n'est pas souvent vérifiée, en particulier en usinage à grande vitesse avec la présence des harmoniques prépondérants. Dans le but d'éviter cette hypothèse, Devriendt et Guillaume [122, 123] ont proposé d'utiliser les fonctions de transmissibilité. Ils montrent que cette technique est indépendante de la nature de l'excitation aux pôles du système [123] et peut identifier les fréquences propres en présence des harmoniques en considérant plusieurs cas de chargement [124].

Yan and Ren [125] ont proposé la méthode de transmissibilité de la densité spectrale de puissance pour l'identification modale en utilisant un seul cas de chargement. Cependant, les auteurs ont seulement utilisé l'excitation de bruit blanc pour la validation. Récemment, Araujo et Laier [81] ont proposé d'utiliser la décomposition en valeurs singulières des matrices de transmissibilité de la densité spectrale de puissance (PSDTM-SVD) avec un seul cas de chargement pour l'identification des paramètres modaux. Ils ont obtenu un bon résultat lors de l'excitation du type de bruit coloré. Le but de ce chapitre est donc de vérifier la performance de la technique d'identification modale basée sur les fonctions de transmissibilité en présence d'harmonique, via la méthode PSDTM-SVD.

Par souci d'exhaustivité et de clarté, la première partie de ce chapitre présente brièvement des définitions et des propriétés les plus pertinentes des fonctions/matrices de transmissibilité. La procédure d'identification modale par la méthode classique de transmissibilité est expliquée. La deuxième partie est consacrée à la présentation de la méthode alternative PSDTM-SVD. Les étapes pour obtenir des paramètres modaux à partir des valeurs singulières sont aussi montrées. La troisième partie est réservée aux applications avec des exemples numériques d'un système à 2 DDL et un test expérimental d'une poutre en console. Enfin, la performance des méthodes basées sur les fonctions de transmissibilité est commentée dans la dernière partie dans ce chapitre.

## 2.2 Bases théoriques des fonctions de transmissibilité

La réponse vibratoire d'une structure linéaire de  $N$  degrés de liberté est notée par le vecteur  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$  dans le domaine temporel et par le vecteur  $\mathbf{X}(\omega) = [X_1(\omega), X_2(\omega), \dots, X_N(\omega)]^T$  dans le domaine fréquentiel. Une fonction de transmissibilité  $T_{ij}(\omega)$  est définie dans le domaine fréquentiel comme suivante [123] :

$$T_{ij}(\omega) = \frac{X_i(\omega)}{X_j(\omega)} \quad (2.1)$$

où  $X_i(\omega)$  et  $X_j(\omega)$  sont respectivement les réponses vibratoires aux DDL  $i$  et  $j$ . En général, la fonction de transmissibilité dépend de l'excitation (localisation, direction et amplitude) et il n'est donc pas possible de l'utiliser directement pour identifier des paramètres modaux. Cependant, Devriendt et Guillaume [123] notent qu'aux pôles du système, les fonctions

de transmissibilité sont indépendantes de l'excitation et convergent vers le rapport de la déformée modale correspondante :

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_m} T_{ij}(\omega) = \frac{\phi_{im}}{\phi_{jm}} \quad (2.2)$$

où  $\omega_m$  est la pulsation propre du  $m^{\text{ème}}$  mode,  $\phi_{im}$  et  $\phi_{jm}$  sont les composantes de la déformée modale de ce mode correspondant aux DDL  $i$  et  $j$ . En considérant les deux différents cas de chargement  $k$  et  $l$ , une nouvelle fonction  $\Delta T_{ij}^{kl}(\omega)$  est proposée :

$$\Delta T_{ij}^{kl}(\omega) = T_{ij}^k(\omega) - T_{ij}^l(\omega) \quad (2.3)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_m} \Delta T_{ij}^{kl}(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \omega_m} (T_{ij}^k(\omega) - T_{ij}^l(\omega)) = \frac{\phi_{im}}{\phi_{jm}} - \frac{\phi_{im}}{\phi_{jm}} = 0 \quad (2.4)$$

où les fonctions de transmissibilité  $T_{ij}^k(\omega)$  et  $T_{ij}^l(\omega)$  correspondent respectivement aux cas de chargement  $k$  et  $l$ . L'équation (2.4) montre que les pôles du système sont des zéros de la fonction rationnelle  $\Delta T_{ij}^{kl}(\omega)$ . Par conséquent, les pôles du système sont les pôles de la fonction  $\Delta^{-1}T_{ij}^{kl}(\omega)$  définie par :

$$\Delta^{-1}T_{ij}^{kl}(\omega) = \frac{1}{\Delta T_{ij}^{kl}(\omega)}. \quad (2.5)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_m} \Delta^{-1}T_{ij}^{kl}(\omega) = \infty. \quad (2.6)$$

En utilisant  $\Delta^{-1}T_{ij}^{kl}(\omega)$  comme les données primaires, il est possible d'appliquer les méthodes classiques d'identification modale telles que la méthode LSCF ou la méthode PolyMAX [54] afin d'extraire des paramètres modaux. Puisque la fonction  $\Delta^{-1}T_{ij}^{kl}(\omega)$  peut contenir plus de pôles que le système, le choix des pôles physiques est donc effectué par le rang d'une matrice des fonctions de transmissibilité composée à partir de trois cas de chargement :

$$\mathbf{T}_r(\omega) = \begin{bmatrix} T_{1r}^1(\omega) & T_{1r}^2(\omega) & T_{1r}^3(\omega) \\ T_{2r}^1(\omega) & T_{2r}^2(\omega) & T_{2r}^3(\omega) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

Les vecteurs singuliers dans les colonnes de la matrice  $\mathbf{U}_r(\omega)$  et les valeurs singulières dans la diagonale de la matrice  $\mathbf{S}_r(\omega)$  sont déduites par l'algorithme de décomposition en valeurs singulières :

$$\mathbf{T}_r(\omega) = \mathbf{U}_r(\omega)\mathbf{S}_r(\omega)\mathbf{V}_r^H(\omega) \quad (2.8)$$

Les trois valeurs singulières sont organisées par ordre décroissant  $\sigma_1(\omega) \geq \sigma_2(\omega) \geq \sigma_3(\omega) \geq 0$ . Aux pôles du système, la matrice  $\mathbf{T}_r(\omega)$  est de rang 1, donc la deuxième valeur

singulière  $\sigma_2(\omega)$  converge vers zéro. La courbe  $\frac{1}{\sigma_2(\omega)}$  présente donc les pics aux fréquences propres du système mécanique.

## 2.3 Méthode PSDTM-SVD

La technique initiale précédente a besoin de trois cas différents de chargement. En pratique, elle n'est pas simple à mettre en œuvre même si chaque cas de chargement peut être différent par la localisation, la direction ou l'amplitude. Araùjo et Laier [81] ont proposé une méthode alternative en utilisant les réponses d'un seul cas de chargement.

La méthode est notée par PSDTM-SVD, basée sur la décomposition en valeurs singulières des matrices de transmissibilité de la densité spectrale de puissance avec les différentes références. À partir des réponses opérationnelles, une fonction de transmissibilité entre deux réponses  $x_i(t)$  et  $x_j(t)$  avec la référence à la réponse  $x_r(t)$  est définie par

$$T_{ij}^{(r)}(\omega) = \frac{S_{x_i x_r}(\omega)}{S_{x_j x_r}(\omega)} \quad (2.9)$$

où  $S_{x_i x_r}(\omega)$  est la fonction de densité spectrale de puissance croisée de  $x_i(t)$  et  $x_r(t)$ . Il est possible de prouver qu'aux pôles du système, la fonction de transmissibilité de la densité spectrale de puissance  $T_{ij}^{(r)}(\omega)$  converge aussi vers le même rapport de la déformée modale pour les différentes références  $x_r(t)$  et  $x_q(t)$ , soumis à un seul cas de chargement

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_m} T_{ij}^{(r)}(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \omega_m} \frac{S_{x_i x_r}(\omega)}{S_{x_j x_r}(\omega)} = \frac{\phi_{im}}{\phi_{jm}} \quad (2.10)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_m} T_{ij}^{(q)}(\omega) = \lim_{\omega \rightarrow \omega_m} \frac{S_{x_i x_q}(\omega)}{S_{x_j x_q}(\omega)} = \frac{\phi_{im}}{\phi_{jm}} \quad (2.11)$$

En supposant que les réponses sont mesurées aux  $L$  capteurs, il est donc possible d'établir  $L$  matrices  $\mathbf{T}^j(\omega)$ ,  $j = 1 \dots L$ , par

$$\mathbf{T}^j(\omega) = \begin{bmatrix} T_{1j}^1(\omega) & T_{1j}^2(\omega) & \cdots & T_{1j}^L(\omega) \\ T_{2j}^1(\omega) & T_{2j}^2(\omega) & \cdots & T_{2j}^L(\omega) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ T_{Lj}^1(\omega) & T_{Lj}^2(\omega) & \cdots & T_{Lj}^L(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Araùjo et Laier [81] ont montré que les colonnes de  $\mathbf{T}^j(\omega)$  sont linéairement dépendantes aux fréquences propres  $\omega_m$ . Cela signifie que le rang de la matrice est égale à 1. En utilisant la décomposition en valeurs singulières de la matrice  $\mathbf{T}^j(\omega)$ ,  $\mathbf{T}^j(\omega) = \mathbf{U}^j(\omega) \mathbf{S}^j(\omega) (\mathbf{V}^j(\omega))^H$ , les valeurs singulières à partir de la deuxième à la  $L^{\text{ème}}$  convergent vers zéros. L'inverse de ces valeurs singulières peut être utilisé pour évaluer les fréquences propres du système. Puisqu'il y a  $L$  matrices  $\mathbf{T}^j(\omega)$ , les auteurs ont donc proposé deux étapes pour identifier les fréquences propres :

1. La première étape est de calculer la moyenne des valeurs singulières à partir de la deuxième à la  $L^{\text{ème}}$ ,  $\sigma_k^{(j)}$ , ( $k = 2 \dots L$ ) obtenues avec  $L$  matrices  $\mathbf{T}^j(\omega)$

$$\frac{1}{\hat{\sigma}_k(\omega)} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \frac{1}{\sigma_k^{(j)}(\omega)}, \text{ avec } k = 2 \dots L \quad (2.13)$$

où  $\sigma_k^{(j)}(\omega)$  est la  $k^{\text{ième}}$  valeur singulière de  $\mathbf{T}^j(\omega)$ .

2. Dans la deuxième étape, la courbe  $\pi(\omega)$  est obtenue par le produit des valeurs singulières moyennées

$$\pi(\omega) = \prod_{k=2}^L \frac{1}{\hat{\sigma}_k(\omega)} \quad (2.14)$$

Les fréquences propres sont indiquées par les pics dans la courbe  $\pi(\omega)$ .

À une pulsation propre estimée  $\omega_m$ , la déformée modale correspondante  $\phi_m$  peut être extraite en utilisant le premier vecteur singulier  $\mathbf{u}_1^j(\omega_m)$  dans la première colonne de la matrice  $\mathbf{U}^j(\omega)$

$$\phi_m = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^L \mathbf{u}_1^j(\omega_m) \quad (2.15)$$

## 2.4 Applications

### 2.4.1 Exemple numérique

Un système à 2 DDL est utilisé pour la validation numérique. Il est illustré dans la Figure 2.1 avec ses propriétés mécaniques. La méthode PSDTM-SVD est appliquée pour identifier des paramètres modaux du système. Les fonctions de la densité spectrale de puissance sont estimées avec le fenêtrage de 2048 points et 75% chevauchement.

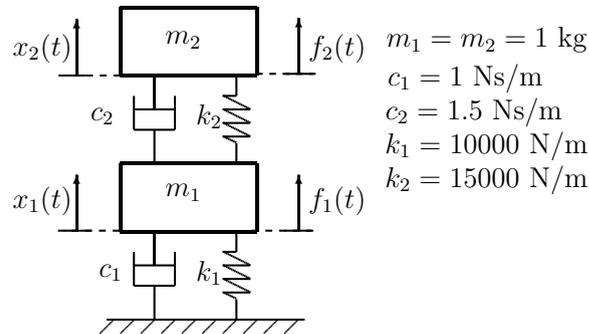


FIGURE 2.1. *Système à 2 DDL*

Afin d'évaluer la performance de la méthode PSDTM-SVD, trois cas de chargement sont considérés. Le cas de chargement 1 est l'excitation avec un bruit blanc gaussien pur. Le cas de chargement 2 correspond à l'excitation du bruit blanc gaussien mélangée à une

excitation harmonique amortie. Le cas de chargement 3 indique l'excitation du bruit blanc gaussien ajoutée par une excitation harmonique pure. Les trois cas de chargement sont analysés séparément. Dans les trois cas, la force d'excitation est située au deuxième DDL, soit  $f_1(t) = 0$ ,  $f_2(t) \neq 0$ . Le logiciel *Matlab* [126] est utilisé pour résoudre les réponses vibratoires du système. Les réponses en déplacement sont obtenues par l'algorithme de Runge-Kutta, avec 50000 points et le pas de temps  $\Delta t = 0.002$  s.

#### 2.4.1.1 Cas de chargement 1 : Excitation de bruit blanc

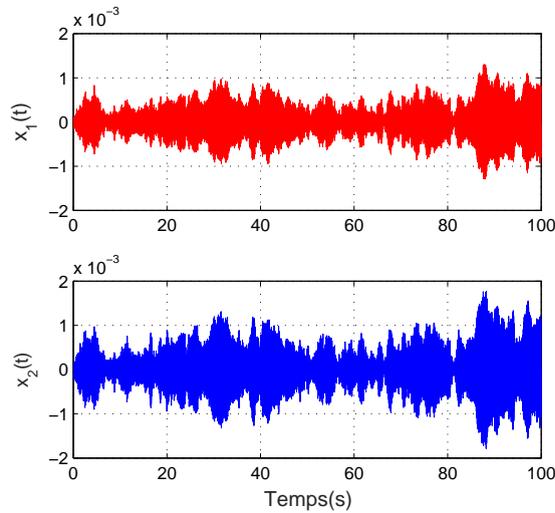


FIGURE 2.2. [Système à 2DLL, chargement 1] réponses simulées

TABLEAU 2.1. [Système à 2DLL, chargement 1] paramètres identifiés et valeurs exactes

| Paramètres modaux | Valeurs exactes | PSDTM-SVD |
|-------------------|-----------------|-----------|
| $f_1(Hz)$         | 10.30           | 10.25     |
| $f_2(Hz)$         | 30.12           | 30.03     |
| Mode 1            | 1.00            | 1.00      |
|                   | 1.39            | 1.39      |
| Mode 2            | 1.00            | 1.00      |
|                   | -0.72           | -0.71     |

Dans le premier cas de chargement, l'excitation de bruit blanc Gaussien a une moyenne nulle et un écart-type  $\delta = 1$ . La Figure 2.2 présente les réponses en déplacement correspondant au cas de chargement 1. En utilisant les réponses, les deux modes du système sont facilement identifiés par la méthode PSDTM-SVD. Dans la Figure 2.3, les deux pics de ces modes sont clairement montrés sur la courbe  $\pi(\omega)$ . Les valeurs identifiées des fréquences propres et des déformées modales pour le cas de chargement 1 sont donnés dans le Tableau

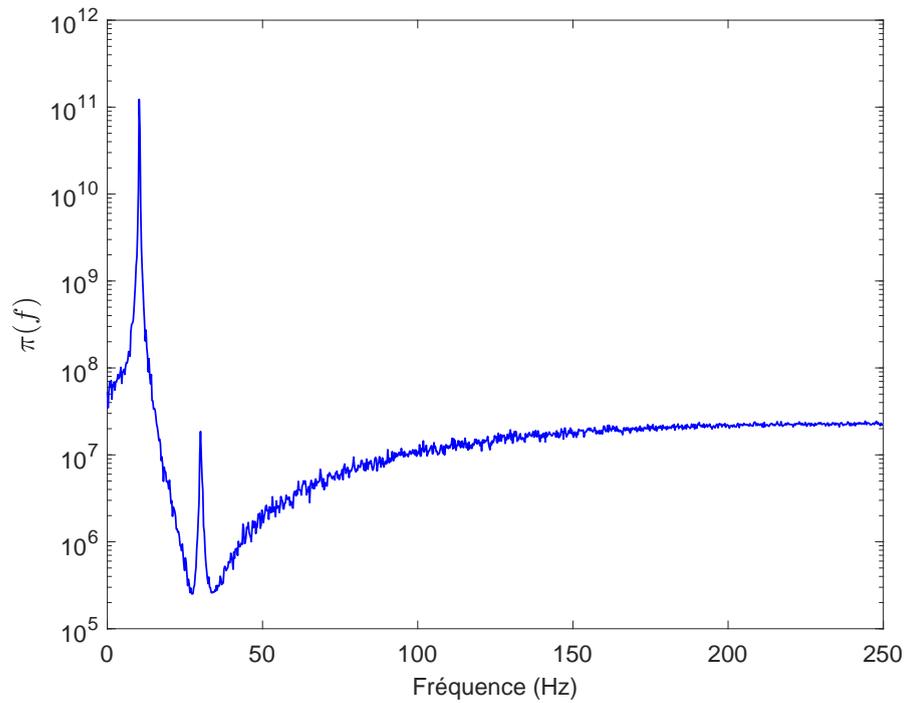


FIGURE 2.3. [Système à 2DLL, chargement 1] Méthode PSDTM-SVD.

2.1. Elles sont cohérentes avec les valeurs exactes.

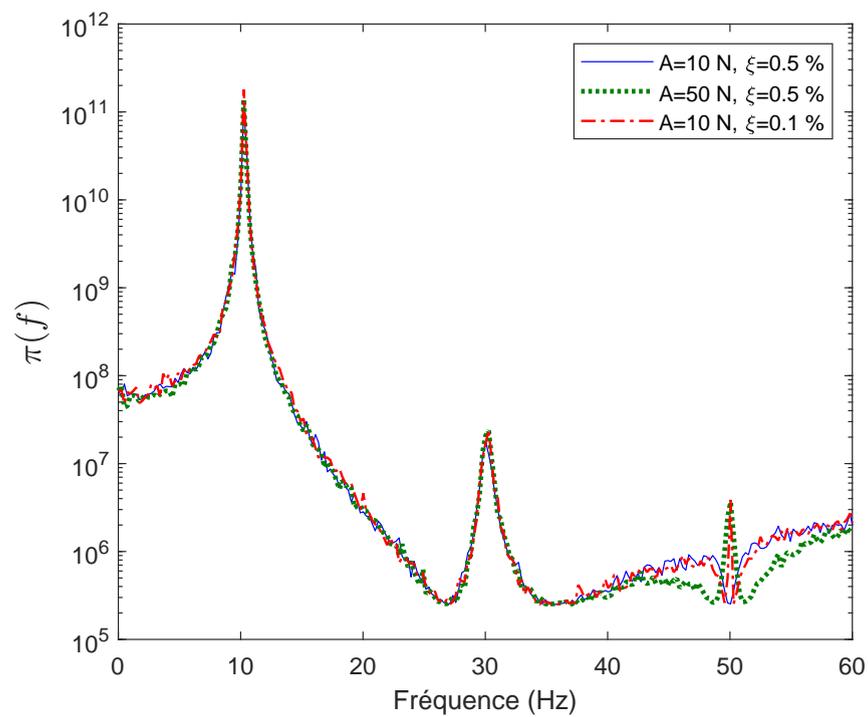


FIGURE 2.4. [Système à 2DLL, chargement 2] Méthode PSDTM-SVD.

TABLEAU 2.2. [Système à 2DLL, chargement 2] paramètres identifiés et valeurs exactes

| Paramètres<br>modaux | Valeurs exactes | PSDTM-SVD             | PSDTM-SVD             | PSDTM-SVD             |
|----------------------|-----------------|-----------------------|-----------------------|-----------------------|
|                      |                 | $A = 10, \xi = 0.5\%$ | $A = 50, \xi = 0.5\%$ | $A = 10, \xi = 0.1\%$ |
| $f_1(Hz)$            | 10.30           | 10.25                 | 10.25                 | 10.25                 |
| $f_2(Hz)$            | 30.12           | 30.03                 | 30.03                 | 30.03                 |
| $f_3(Hz)$            | 50.00           | –                     | 50.04                 | 50.04                 |
| Mode 1               | 1.00            | 1.00                  | 1.00                  | 1.00                  |
|                      | 1.39            | 1.39                  | 1.39                  | 1.39                  |
| Mode 2               | 1.00            | 1.00                  | 1.00                  | 1.00                  |
|                      | -0.72           | -0.71                 | -0.70                 | -0.70                 |
| Mode 3               | –               | –                     | 1.00                  | 1.00                  |
|                      | –               | –                     | -4.96                 | -4.70                 |

#### 2.4.1.2 Cas de chargement 2 : Excitation de bruit blanc en présence d'une excitation harmonique atténuée

Pour le deuxième cas de chargement, la même excitation de bruit blanc dans le premier cas est utilisée, i.e., la moyenne nulle et l'écart-type  $\delta = 1$ . Cependant, l'excitation harmonique amortie de la forme  $Ae^{-\xi 2\pi f_0 t} \sin(2\pi f_0 t)$  est ajoutée à l'excitation de bruit blanc. Ce cas est similaire au travail de Araújo et Laier [81] qui ont traité l'excitation de bruit coloré. Dans ce cas-là, la fréquence de l'excitation harmonique amortie est de 50 Hz. Les différentes valeurs sont prises en compte pour l'amplitude  $A$  et pour le coefficient d'amortissement  $\xi$ . La courbe  $\pi(\cdot)$  obtenue par la méthode PSDTM-SVD, est présentée dans la Figure 2.4. Il est à noter que quand  $A = 10$  N et  $\xi = 0.5\%$ , les deux modes propres sont facilement identifiés à partir de la courbe  $\pi(\cdot)$  et le pic de 50 Hz (composante harmonique) est éliminé. Mais quand l'amplitude  $A$  est augmentée à 50 N et le coefficient d'amortissement est resté à 0.5%, le pic de 50 Hz est visible sur la courbe  $\pi(\cdot)$ . Ce pic est aussi visible quand l'amplitude  $A$  est de 10 N et le coefficient d'amortissement  $\xi$  est diminué à 0.1%. En effet, l'augmentation de  $A$  ou la diminution de  $\xi$  fait augmenter le poids (rapport d'énergie relatif) de l'excitation harmonique dans le chargement. Quand l'excitation harmonique est importante, le processus d'identification devient plus difficile. Le Tableau 2.2 présente les valeurs identifiées pour le cas de chargement 2. En dehors de la composante harmonique qui peut être prise pour un mode structurel, les paramètres modaux identifiés sont très proches de leurs valeurs exactes.

### 2.4.1.3 Cas de chargement 3 : Excitation de bruit blanc en présence d'une excitation harmonique pure

Dans le troisième cas de chargement, l'excitation de bruit blanc Gaussien a une moyenne nulle et un écart-type modifiable  $\delta_w$  tandis que l'excitation harmonique a la forme de  $A\sin(2\pi f_0 t)$ . Le poids relatif entre l'excitation harmonique et l'excitation de bruit blanc est mesuré par le rapport signal sur bruit (SNR - Signal to Noise Ratio en anglais) en dB, défini par

$$\text{SNR} = 20 \log_{10} \left( \frac{\delta_w}{\delta_h} \right) \quad (2.16)$$

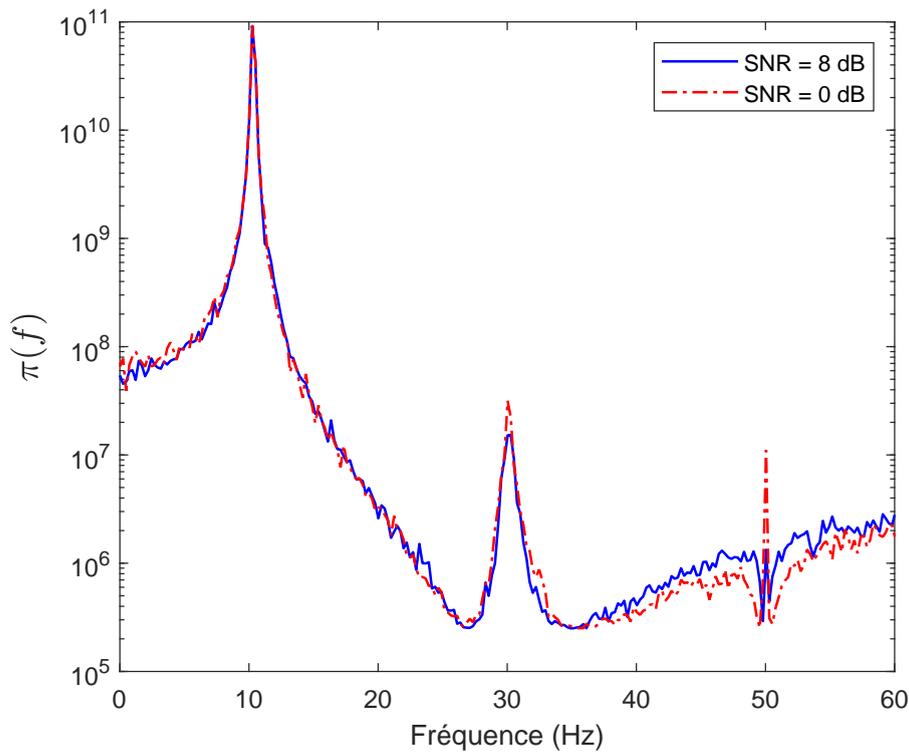


FIGURE 2.5. [Système à 2DLL, chargement 3] Méthode PSDTM-SVD.

où  $\delta_h = \frac{A}{\sqrt{2}}$  est l'écart-type de l'excitation harmonique. Dans cet exemple, la composante harmonique est restée constante avec  $A = 10$  et  $f_0 = 50$  Hz alors que l'excitation de bruit blanc est prise en compte avec différentes valeurs de  $\delta_w$  afin de simuler les différents niveaux de SNR. L'équation (2.16) montre que plus la valeur de SNR est élevée, moindre est le poids de l'excitation harmonique présente dans le chargement. La performance de la méthode PSDTM-SVD est vérifiée avec les différentes valeurs de SNR. Les courbes  $\pi(\cdot)$  sont tracées dans la Figure 2.5.

Quand  $\text{SNR} \geq 8$  dB, les deux modes du système sont facilement identifiés parce que la courbe  $\pi(\cdot)$  en ligne bleu continue dans la Figure 2.5, présente deux pics et la composante

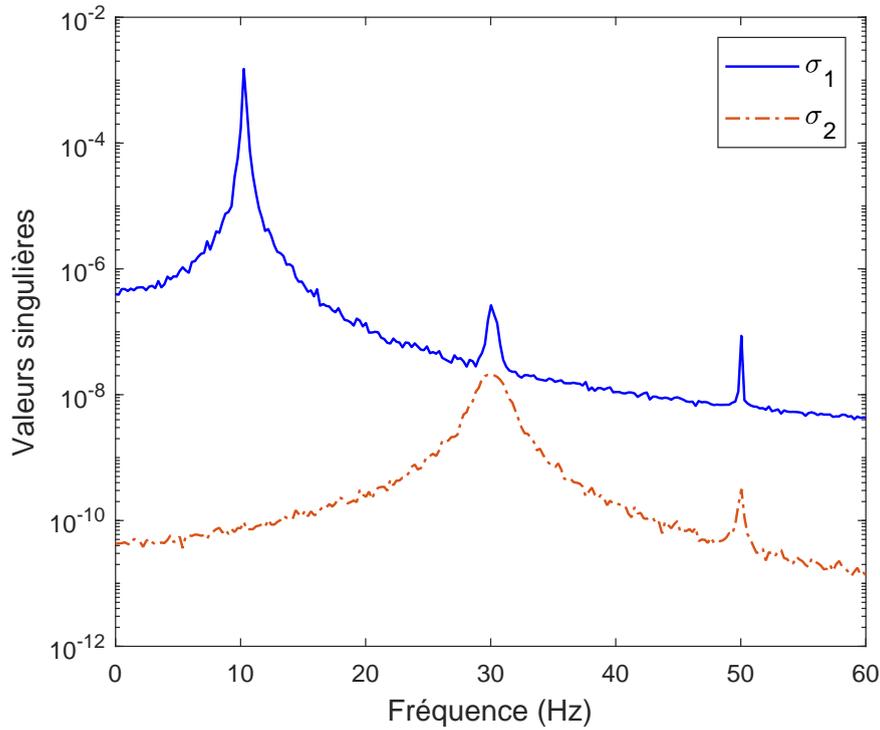


FIGURE 2.6. [Système à 2DLL, chargement 3 ( $SNR = 8$ )] Méthode FDD.

TABLEAU 2.3. [Système à 2DLL, chargement 3] paramètres identifiés et valeurs exactes

| Paramètres<br>modaux | Valeurs exactes | PSDTM-SVD | PSDTM-SVD | FDD      |
|----------------------|-----------------|-----------|-----------|----------|
|                      |                 | SNR=8 dB  | SNR=0 dB  | SNR=8 dB |
| $f_1(Hz)$            | 10.30           | 10.25     | 10.25     | 10.25    |
| $f_2(Hz)$            | 30.12           | 30.03     | 30.03     | 30.03    |
| $f_3(Hz)$            | 50.00           | —         | 50.04     | 50.04    |
| Mode 1               | 1.00            | 1.00      | 1.00      | 1.00     |
|                      | 1.39            | 1.39      | 1.39      | 1.39     |
| Mode 2               | 1.00            | 1.00      | 1.00      | 1.00     |
|                      | -0.72           | -0.72     | -0.72     | -0.70    |
| Mode 3               | —               | —         | 1.00      | 1.00     |
|                      | —               | —         | -4.85     | -5.52    |

harmonique de 50 Hz est réduite. Pour la comparaison, la méthode FDD [76, 78] est également appliquée aux réponses vibratoires et le résultat correspondant est présenté dans la Figure 2.6. Il est à constater que le pic de 50 Hz correspondant à la fréquence harmonique est encore bien visible dans la méthode FDD, tandis que ce pic est presque éliminé dans la méthode PSDTM-SVD.

Quand le poids de l'excitation harmonique devient plus important dans le chargement, i.e., la valeur de SNR diminue, le pic de 50 Hz devient bien visible dans la courbe  $\pi(\cdot)$  et cela rend le processus d'identification plus compliqué. La ligne rouge pointillée dans la Figure 2.5 présente la courbe  $\pi(\cdot)$  lorsque l'excitation harmonique et le bruit blanc sont du même ordre (e.g. SNR = 0 dB). Malheureusement, la méthode PSDTM-SVD peut identifier le pic harmonique de 50 Hz comme un mode structural. Le Tableau 2.3 montre les valeurs identifiées des paramètres modaux pour le cas de chargement 3 et elles sont bien cohérentes avec leurs valeurs exactes sauf la présence de la composante harmonique.

## 2.4.2 Test expérimental

Afin d'évaluer l'efficacité de l'approche basée sur les fonctions de transmissibilité, un test expérimental est réalisé avec une poutre de matériau Dural. La Figure 2.7 montre une illustration du test. La poutre a une longueur de 850 mm et une section rectangulaire de 40 mm x 4.5 mm. Le matériau Dural a un module d'Young de 74 GPa et une densité de 2790 kg/m<sup>3</sup>. La poutre est encastrée sur son côté gauche. À 700 mm, elle est connectée à un pot-vibrant LDS 201 qui est suspendu par des câbles en acier avec un support. Dans cette configuration, il ne s'agit pas d'une poutre encastrée-libre mais plutôt d'une poutre encastrée avec un appui élastique où le pot-vibrant peut transmettre l'excitation aléatoire. Les réponses temporelles sont enregistrées par trois accéléromètres situés à 150 mm, 500 mm et 830 mm du côté encastré de la poutre. Deux cas de chargement sont considérés :

- Cas de chargement 1 : Il y a seulement une excitation de bruit blanc générée par le pot-vibrant.
- Cas de chargement 2 : L'excitation harmonique est ajoutée à l'excitation de bruit blanc par la rotation d'une masse d'un moteur situé à 315 mm du côté gauche. La masse en rotation est de 0.0162 kg avec une excentricité de 10 mm.

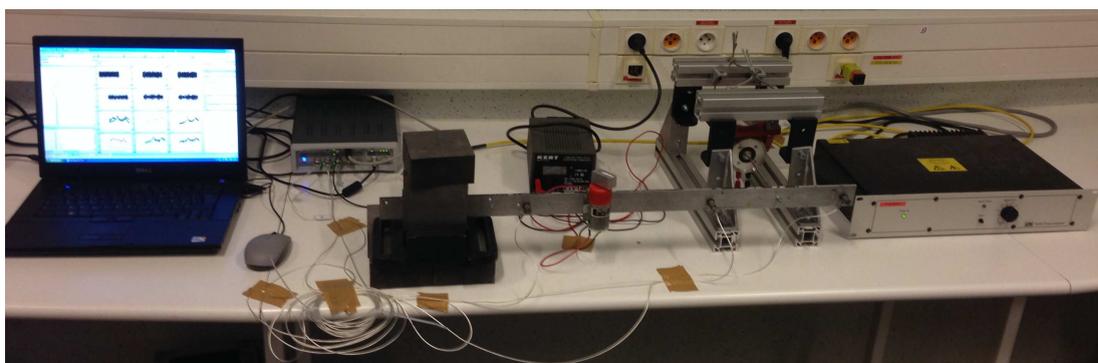


FIGURE 2.7. [Test expérimental] Poutre instrumentée.

Pour le cas de chargement 1, les réponses sous l'excitation de bruit blanc sont présentées dans la Figure 2.8. Les réponses temporelles de 192 000 points sont échantillonnées avec une période de 0.00125 s. Afin de calculer la densité spectrale de puissance, les signaux sont divisés en des segments de 2048 points avec 75 % de chevauchement. Les trois premiers modes de la poutre sont facilement identifiés par la méthode PSDTM-SVD dans ce cas. La

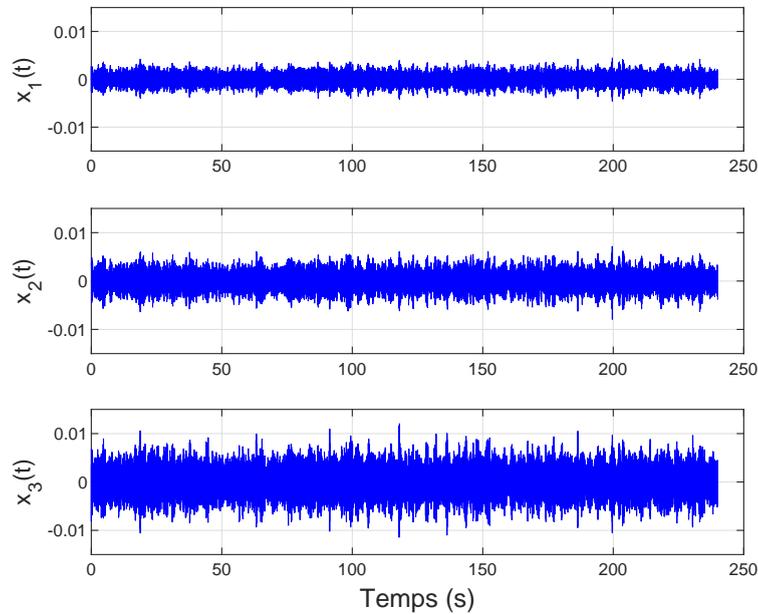
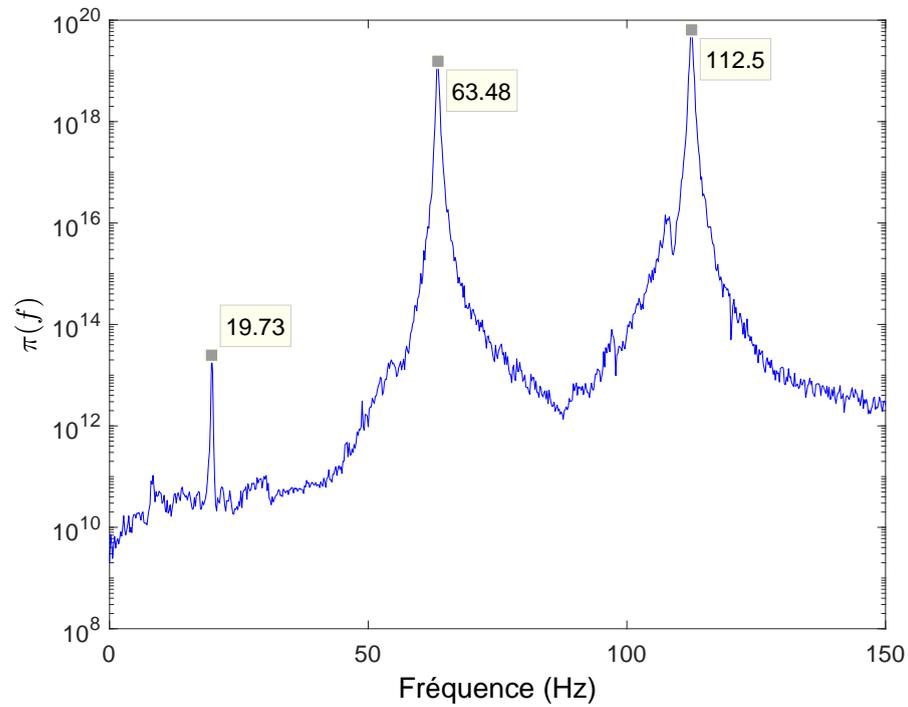


FIGURE 2.8. [Test expérimental, cas 1] : réponses enregistrées.

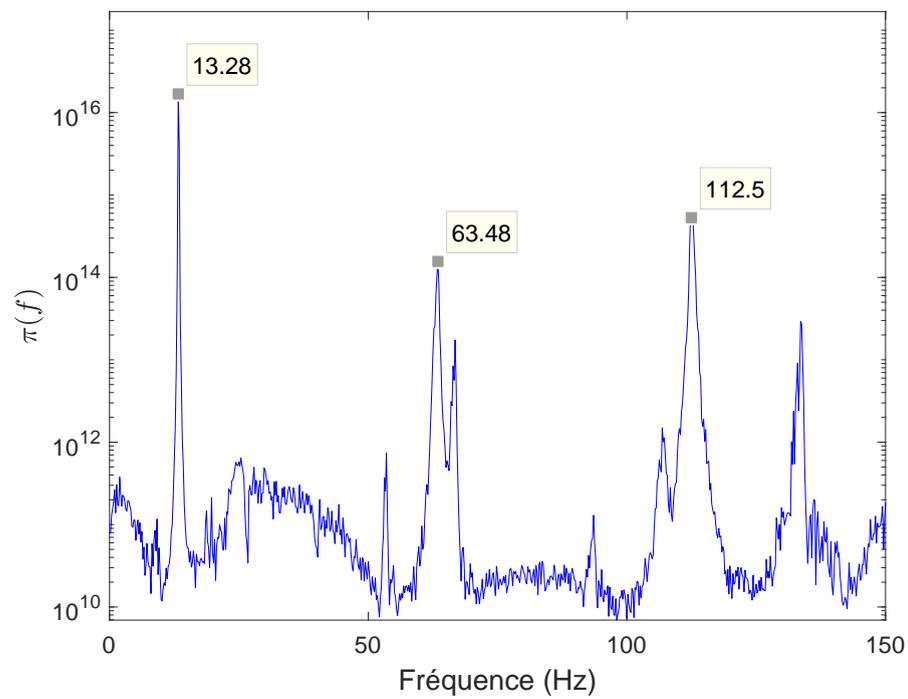
Figure 2.9.a montre clairement trois pics de ces modes sur la courbe  $\pi(\cdot)$ .

Pour le cas de chargement 2, il y a des pics supplémentaires dans la courbe  $\pi(\cdot)$  de la méthode PSDTM-SVD dans la Figure 2.9.b. Particulièrement, la prédominance du premier pic à 13.28 Hz qui vient de la rotation de 800 rpm de la masse excentrique du moteur. Le premier mode de la poutre de 19.73 Hz est donc complètement caché par ce pic d'harmonique. Les valeurs des fréquences et des déformées modales qui sont identifiées à partir des trois pics dominants dans la courbe  $\pi(\cdot)$  pour le cas de chargement 1 et 2, sont données dans le Tableau 2.4. Il est à noter que les valeurs sont presque identiques entre la méthode PSDTM-SVD et la méthode FDD pour le cas de chargement 1. En présence de l'excitation harmonique dans le deuxième cas de chargement, la première fréquence identifiée par la méthode PSDTM-SVD correspond probablement à la composante harmonique et ne correspond pas au premier mode propre de la structure. La Figure 2.10 montre la corrélation entre les déformées modales identifiées par la méthode PSDTM-SVD, des cas de chargement 1 et 2 via la matrice de critères d'assurance modale (MAC). Les valeurs élevées des termes non-diagonaux dans la matrice MAC, soulignent la possibilité d'un mode non-structurel associé au premier pic du cas de charge 2.

Afin de réduire l'influence de la composante harmonique, les deux cas de chargement sont utilisés ensemble pour la méthode classique de transmissibilité dans la section 2.2. La matrice  $\mathbf{T}_r(\omega)$  dans l'équation (2.17) est établie avec deux cas de chargement au lieu de trois dans l'équation (2.7). L'inverse de sa deuxième valeur singulière est présenté dans la Figure 2.11. Le pic correspondant à la fréquence harmonique est beaucoup réduit. Cependant, le premier mode structural est encore difficile à identifier.



(a)



(b)

FIGURE 2.9. [Test expérimental] Méthode PSDTM-SVD : (a) Cas 1, (b) Cas 2.

$$\mathbf{T}_r(\omega) = \begin{bmatrix} T_{12}^1(\omega) & T_{12}^2(\omega) \\ T_{32}^1(\omega) & T_{32}^2(\omega) \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

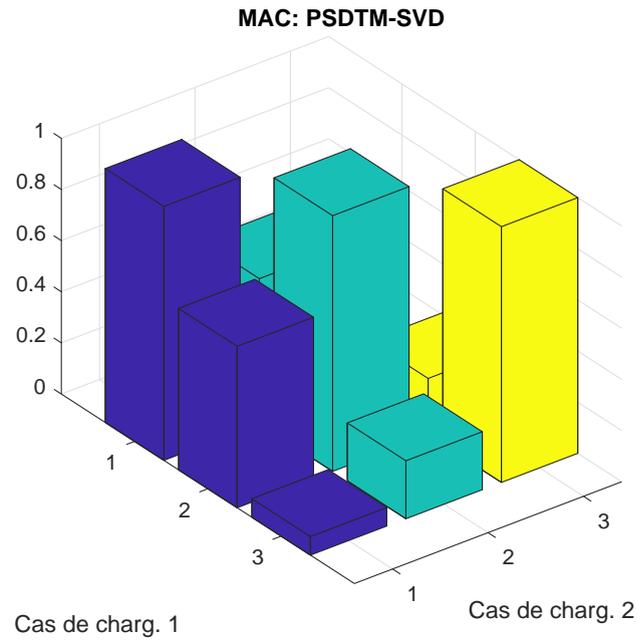


FIGURE 2.10. [Test expérimental] Méthode PSDTM-SVD : MAC entre les déformées modales identifiées.

TABLEAU 2.4. [Test expérimental] Paramètres identifiés.

| Paramètres | FDD    | PSDTM-SVD |        |
|------------|--------|-----------|--------|
|            |        | Cas 1     | Cas 2  |
| modaux     | Cas 1  | Cas 1     | Cas 2  |
| $f_1(Hz)$  | 19.73  | 19.73     | 13.28  |
| $f_2(Hz)$  | 63.48  | 63.48     | 63.48  |
| $f_3(Hz)$  | 112.50 | 112.50    | 112.50 |
| Mode 1     | 1.00   | 1.00      | 1.00   |
|            | 2.00   | 1.96      | 2.14   |
|            | -2.04  | -1.96     | -1.79  |
| Mode 2     | 1.00   | 1.00      | 1.00   |
|            | -2.22  | -2.22     | -2.26  |
|            | 6.07   | 6.08      | 5.99   |
| Mode 3     | 1.00   | 1.00      | 1.00   |
|            | -1.54  | -1.54     | -1.55  |
|            | -2.22  | -2.21     | -2.21  |

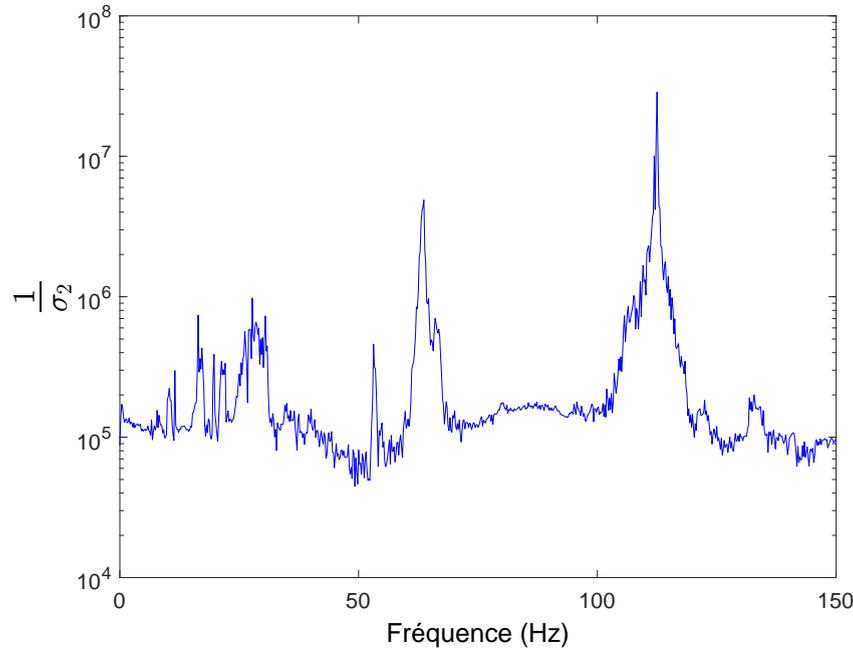


FIGURE 2.11. [Test expérimental] Méthode classique de transmissibilité avec l'ensemble de deux cas de chargement 1 et 2

## 2.5 Conclusions

La performance de la technique d'identification basée sur les fonctions de transmissibilité via la méthode PSDTM-SVD est étudiée dans ce chapitre lorsque l'excitation harmonique et l'excitation du bruit blanc existent ensemble. La méthode alternative PSDTM-SVD est choisie car elle exige un seul cas de chargement. Un exemple numérique du système à 2 DDL et un test expérimental de la poutre sont utilisés pour tester son efficacité.

Les résultats de l'exemple numérique montrent que la méthode PSDTM-SVD est performante, i.e., les fréquences structurales sont bien identifiées lorsque l'excitation du bruit blanc est plus dominante que l'excitation harmonique (e.g.  $\text{SNR} \geq 8$  dB). Les pics structuraux sont clairement visibles sur la courbe  $\pi(\cdot)$  tandis que les pics harmoniques sont très réduits. À noter que si l'on utilise la méthode FDD, dans la même situation, le pic harmonique est toujours présent dans la méthode FDD basée sur la densité spectrale de puissance des réponses. Quand le poids de l'excitation harmonique devient important (e.g.  $\text{SNR} = 0$  dB), le pic de l'excitation harmonique cohabite avec les modes structuraux. Le processus d'identification modale devient alors difficile.

Pour le test expérimental, la méthode PSDTM-SVD donne de bons résultats s'il n'y a que l'excitation de bruit blanc dans le chargement. Lorsque l'excitation harmonique est ajoutée à l'excitation de bruit blanc, la prédominance de la composante harmonique parmi les pics complique la distinction entre les pics structuraux et harmoniques. La prédominance est réduite lorsque les deux cas de chargement disponibles sont utilisés ensemble pour la méthode classique de transmissibilité. Cependant, le premier mode structural qui est proche de la composante harmonique est encore difficile à identifier.

# Chapitre 3

## Distinction entre des modes structuraux et des composantes harmoniques

### Sommaire

---

|            |  |           |
|------------|--|-----------|
| <b>3.1</b> | <b>Introduction</b>                        | <b>75</b> |
| <b>3.2</b> | <b>Histogrammes et valeurs de kurtosis</b> | <b>75</b> |
| 3.2.1      | Bases théoriques                           | 75        |
| 3.2.2      | Procédure pratique                         | 77        |
| 3.2.3      | Applications                               | 77        |
| <b>3.3</b> | <b>Fonctions d'autocorrélation</b>         | <b>80</b> |
| 3.3.1      | Bases théoriques                           | 80        |
| 3.3.2      | Procédure pratique                         | 83        |
| 3.3.3      | Applications                               | 85        |
| <b>3.4</b> | <b>Conclusions</b>                         | <b>87</b> |

---

## 3.1 Introduction

Les limites de la méthode de transmissibilité PSDTM-SVD ont été montrées dans le chapitre précédent. Lorsque le poids de l'excitation harmonique devient importante, les composantes harmoniques cohabitent avec les modes structuraux. Il est donc nécessaire de séparer les fréquences harmoniques. Dans un premier temps, la technique existante basée sur les histogrammes et les valeurs kurtosis [22, 76, 78, 127, 128] est proposée comme une étape de post-traitement de la méthode PSDTM-SVD. Dans un deuxième temps, dans ce chapitre, une nouvelle technique de distinction entre modes structuraux et composantes harmoniques est proposée en utilisant la fonction d'autocorrélation. La méthode est basée sur le travail de Modak et al [129, 80]. Les bases théoriques ainsi que les procédures pratiques de ces deux techniques sont expliquées. Le même exemple numérique du système à 2 DDL et le même test expérimental sont réutilisés pour vérifier l'efficacité des méthodes proposées.

## 3.2 Histogrammes et valeurs de kurtosis

### 3.2.1 Bases théoriques

La mise en évidence d'une composante harmonique peut être réalisée à l'aide de différents indicateurs. Le et Argoul [22] ont proposé d'utiliser les histogrammes et les valeurs de kurtosis pour distinguer les fréquences harmoniques. La distinction est basée sur les différentes propriétés statistiques d'un mode structural et d'une composante harmonique.

En effet, la réponse d'un système linéaire à une excitation aléatoire stationnaire gaussienne est également gaussienne [130] et sera prédominante aux fréquences propres correspondantes aux modes structuraux. La réponse due à l'excitation harmonique est aussi harmonique et sera prédominante aux fréquences des harmoniques.

D'un côté, une réponse aléatoire gaussienne a la fonction de densité de probabilité (PDF) caractérisée par

$$p_X(x; \mu, \delta) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x - \mu)^2}{2\delta^2}\right] \quad (3.1)$$

où  $\mu$  et  $\delta$  sont respectivement la moyenne et l'écart type. Quand la réponse possède une moyenne nulle, la PDF devient

$$p_X(x; \delta) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{x^2}{2\delta^2}\right] \quad (3.2)$$

La ligne bleue continue dans la Figure 3.1 illustre la forme de sa PDF avec  $\mu = 0$  et  $\delta = 1$ . Il est à constater que la distribution possède une forme de "cloche". De plus, la valeur de kurtosis  $\gamma$  d'une réponse aléatoire gaussienne avec la moyenne nulle est de 3.

D'un autre côté, une composante harmonique lie à une réponse aléatoire sinusoïdale qui peut être modélisée sous la forme de  $X = A \sin(\varphi)$  où  $A$  est son amplitude constante et  $\varphi$

est sa phase. Elle est uniformément distribuée dans l'intervalle  $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ . La fonction de densité de probabilité de la réponse aléatoire sinusoïdale possède la forme suivante :

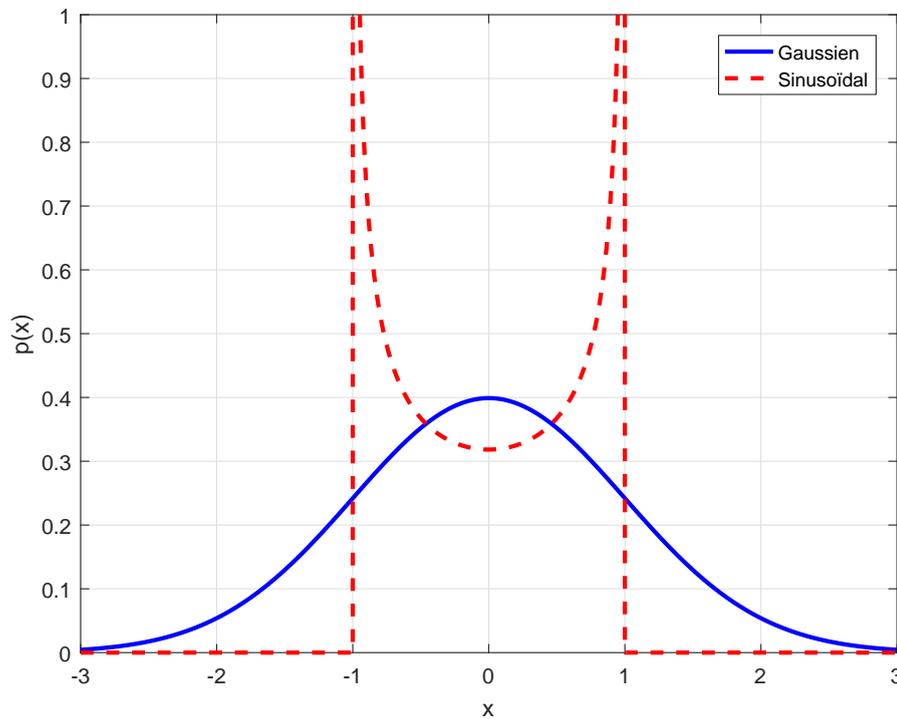


FIGURE 3.1. *Fonction de distribution de probabilité d'une réponse gaussienne et d'une réponse sinusoïdale*[22].

$$p_X(x; A) = \begin{cases} 0 & \text{si } |x| > A \\ \frac{1}{\pi A \cos\left(\arcsin\left(\frac{x}{A}\right)\right)} = \frac{1}{\pi A \sqrt{1 - \left(\frac{x}{A}\right)^2}} & \text{si } |x| \leq A \end{cases} \quad (3.3)$$

La ligne rouge pointillée dans la Figure 3.1 montre la forme de la PDF correspondant à une réponse aléatoire sinusoïdale avec  $A = 1$ . Sa distribution possède deux pics aux extrémités et sa valeur de kurtosis est de  $\gamma = 1.5$ .

Puisque l'histogramme montre la différence entre les deux distributions gaussienne et harmonique des réponses, les modes structuraux et les composantes harmoniques peut être donc séparés grâce à la différence de leurs histogrammes. De plus, la valeur de kurtosis d'une réponse aléatoire structurelle est égale à 3 tandis que cette valeur est de 1.5 pour une réponse sinusoïdale. Dans ce travail, les valeurs de kurtosis et les histogrammes sont donc utilisées avec la méthode PSDTM-SVD pour la distinction entre des modes structuraux et des composantes harmoniques.

### 3.2.2 Procédure pratique

À partir de la courbe  $\pi(\cdot)$  de la méthode PSDTM-SVD dans le domaine fréquentiel, il est possible d'identifier les pics visibles qui peuvent être des modes structuraux ou des composantes harmoniques. La distinction entre un mode structural et une composante harmonique peut être réalisée en utilisant les histogrammes et valeurs kurtosis, et par les étapes suivantes :

- Étape 1 : Estimer des réponses filtrées  $x_i^k(t)$  autour d'un pic  $f_k$  à partir des réponses mesurées  $x_i(t)$ ,  $i = 1 \dots L$ . Dans cette étude, une fonction rectangulaire simple a été choisie pour un filtre passe-bande autour de  $f_k$ .
- Étape 2 : Normaliser  $x_i^k(t)$  pour obtenir  $\tilde{x}_i^k(t)$  ayant une moyenne nulle et ayant un écart type unitaire :

$$\tilde{x}_i^k(t) = \frac{x_i^k(t) - E(x_i^k(t))}{\text{std}(x_i^k(t))} \quad (3.4)$$

- Étape 3 : Tracer les histogrammes des réponses  $\tilde{x}_i^k(t)$  et calculer leurs valeurs de Kurtosis :

$$\gamma_i^k = \frac{E[(\tilde{x}_i^k(t) - \mu)^4]}{\delta^4} = E(\tilde{x}_i^k(t)^4). \quad (3.5)$$

Si la valeur de kurtosis est proche de 3 et l'histogramme ressemble à une forme de cloche, le pic  $f_k$  correspond à un mode structural. Cependant, si la valeur de kurtosis est proche de 1.5 et l'histogramme présente deux pics symétriques aux extrémités, le pic  $f_k$  est d'une composante harmonique. La procédure pratique de la distinction est illustrée dans la Figure 3.2.

### 3.2.3 Applications

Dans le chapitre précédent, le pic harmonique est visible sur la courbe  $\pi(\cdot)$  de la méthode PSDTM-SVD pour le système à 2 ddl quand SNR = 0 dB. Une étape supplémentaire de post-traitement est nécessaire pour distinguer la composante harmonique et les modes structuraux. Les valeurs de kurtosis et les histogrammes sont donc utilisées avec la méthode PSDTM-SVD.

Tous les trois pics sur la courbe  $\pi(\cdot)$  de la méthode PSDTM-SVD sont filtrés avec 10% autour du pic et puis les valeurs de kurtosis sont calculées et reportées dans le Tableau 3.1 avec les valeurs exactes entre parenthèses. La Figure 3.3 illustre les histogrammes correspondants à ces trois pics. Les histogrammes du premier et du deuxième pic ont la forme d'une cloche et l'histogramme du troisième pic possède deux pics. En plus, les valeurs de kurtosis sont respectivement de 3.21-3.21 ; 3.07-3.05 et 1.61-1.61 pour le premier, le deuxième et le troisième pic. Ces résultats confirment que les deux premiers pics sont les modes structuraux et le dernier pic correspond à une composante harmonique.

Les valeurs de kurtosis et les histogrammes sont aussi appliqués avec la méthode PSDTM-SVD pour le test expérimental de la poutre dans le cas de chargement 2, quand la composante harmonique cohabite avec les modes structuraux. Les trois pics dominants sont filtrés avec

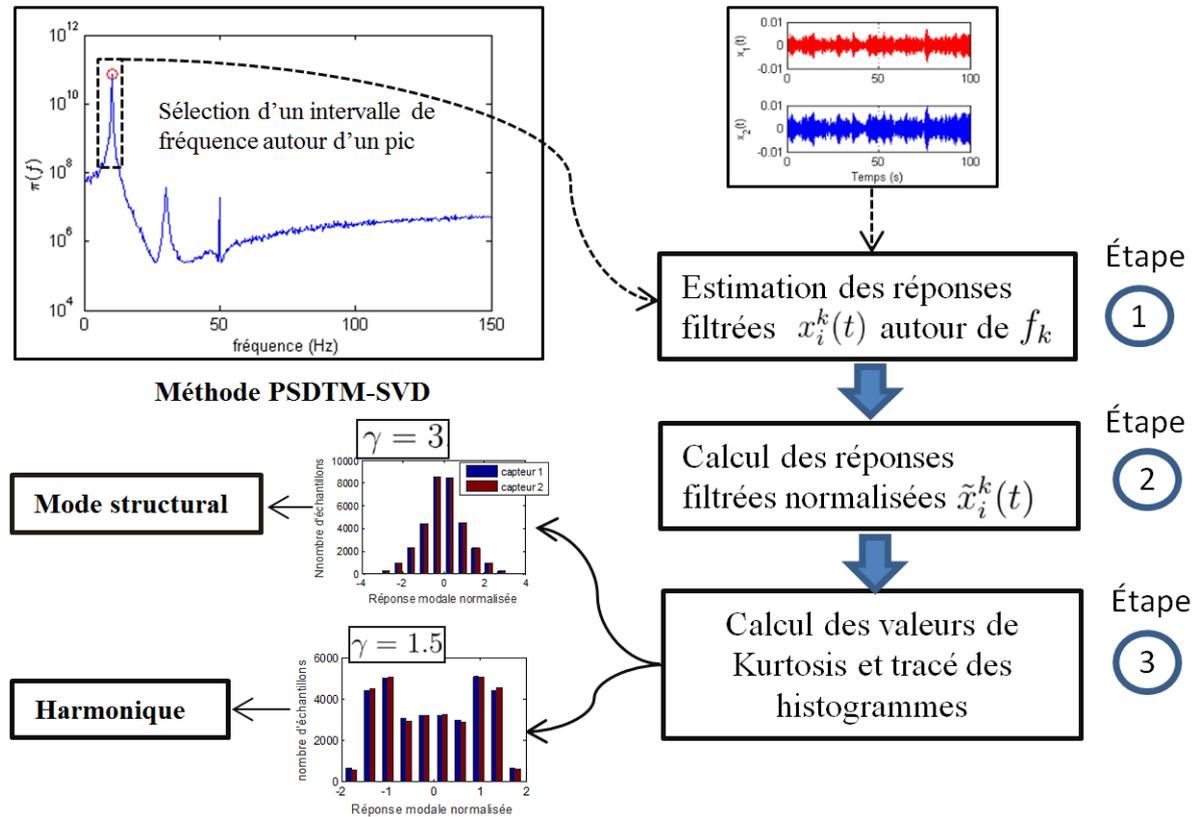


FIGURE 3.2. Procédure pratique de la distinction harmonique par les histogrammes et les valeurs de kurtosis.

TABLEAU 3.1. [2 DDL, chargement 3 (SNR = 0 dB)] Valeurs de kurtosis

| Caractéristiques modales | Pic 1       | Pic 2       | Pic 3       |
|--------------------------|-------------|-------------|-------------|
| Fréquence (Hz)           | 10.25       | 30.03       | 50.04       |
| Valeurs de Kurtosis      | 3.21 (3.00) | 3.07 (3.00) | 1.61 (1.50) |
|                          | 3.21 (3.00) | 3.05 (3.00) | 1.61 (1.50) |
| Conclusion               | Structural  | Structural  | Harmonique  |

10% autour de pic sur la courbe  $\pi(\cdot)$ . Les valeurs de kurtosis sont données dans le Tableau 3.2 et les histogrammes sont montrés dans la Figure 3.4. L'histogramme du premier mode a deux pics et ses valeurs de kurtosis sont proches de 1.5. Il est à conclure que le premier mode est une composante harmonique. Les histogrammes du deuxième et du troisième mode présentent clairement la forme de cloche, et leurs valeurs de kurtosis sont très proches de 3. Le deuxième et troisième mode sont donc les modes structuraux.

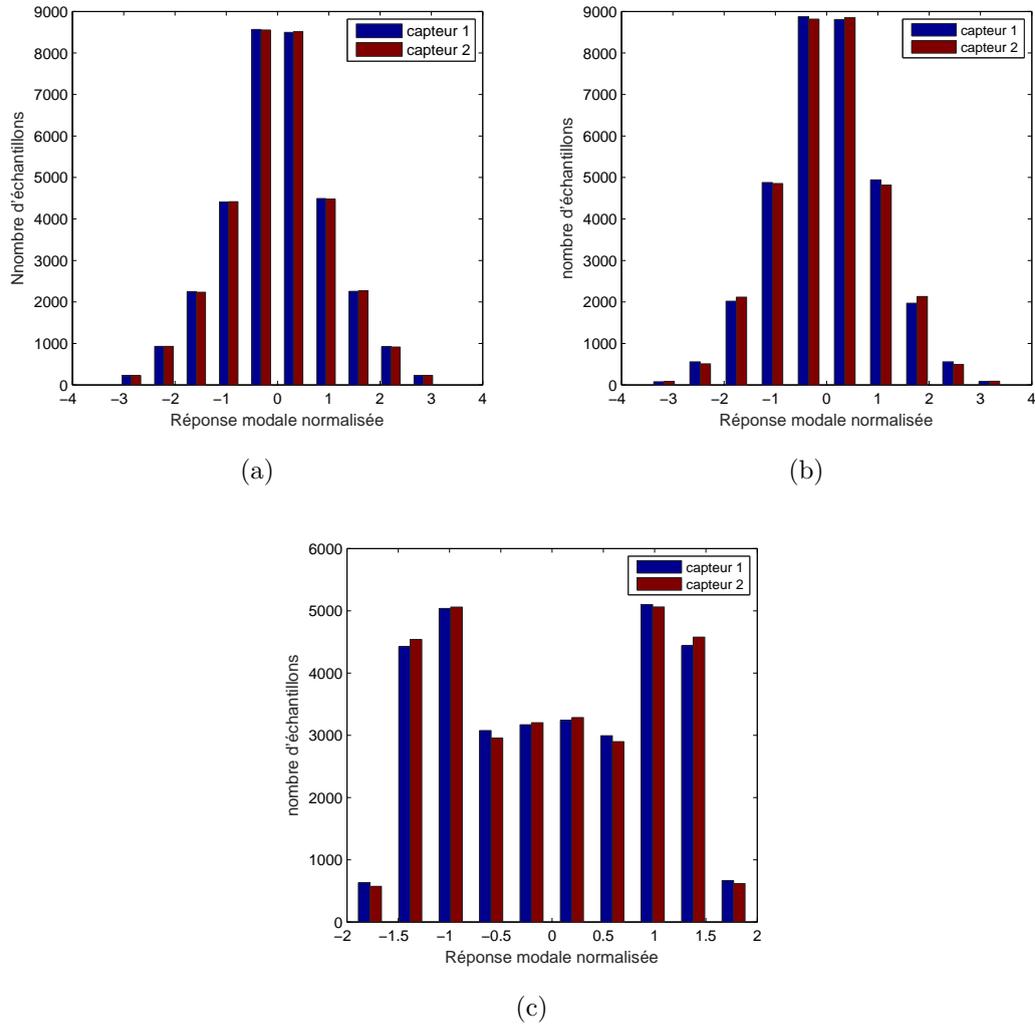


FIGURE 3.3. [2 DDL] Histogrammes de (a) pic 1; (b) pic 2; (c) pic 3

TABLEAU 3.2. [Test expérimental, chargement 2] Valeurs de kurtosis

| Caractéristiques modales | Pic 1      | Pic 2      | Pic 3      |
|--------------------------|------------|------------|------------|
| Fréquence (Hz)           | 13.28      | 63.48      | 112.50     |
| valeurs de kurtosis      | 1.56       | 2.94       | 2.92       |
|                          | 1.55       | 3.03       | 2.91       |
|                          | 1.52       | 2.97       | 2.95       |
| Conclusion               | Harmonique | Structural | Structural |

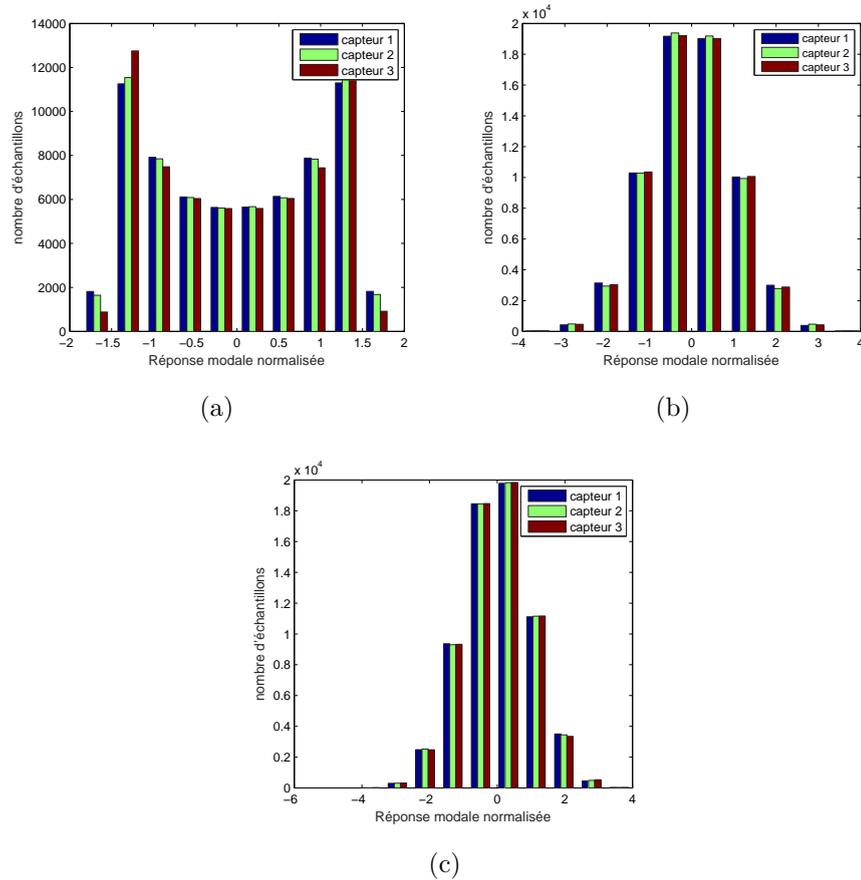


FIGURE 3.4. [Test expérimental] Histogrammes de (a) pic 1; (b) pic 2; (c) pic 3

## 3.3 Fonctions d'autocorrélation

### 3.3.1 Bases théoriques

Dans cette partie, une nouvelle méthode pour la séparation des modes structuraux et des composantes harmoniques est développée. La nouvelle technique est basée sur l'idée de Modak *et al.* [80]. Les auteurs dans cette référence ont utilisé la fonction de décroissement aléatoire pour la distinction entre les fréquences harmoniques et les fréquences propres de la structure. La signature de décroissement aléatoire (Randomdec en anglais) dans le domaine temporel est calculée et puis divisée en deux blocs. Ensuite, ces deux blocs sont transformés dans le domaine fréquentiel par FFT. L'amplitude du pic correspondant à une composante harmonique, reste constant pour les deux blocs de Randomdec tandis que celle d'un mode structural diminue illustrant ainsi le principe de séparation. En fait, la base de la technique de décroissement aléatoire consiste à sélectionner un grand nombre de segments temporels de la réponse avec la même condition initiale et à les calculer en moyenne. Contrairement à la fonction de décroissement aléatoire, la fonction d'autocorrélation ne prend pas en compte la condition initiale, elle est donc plus simple en calcul dans ce contexte. Par la suite, la fonction d'autocorrélation sera utilisée au lieu de la fonction de décroissement aléatoire pour la nouvelle technique de séparation.

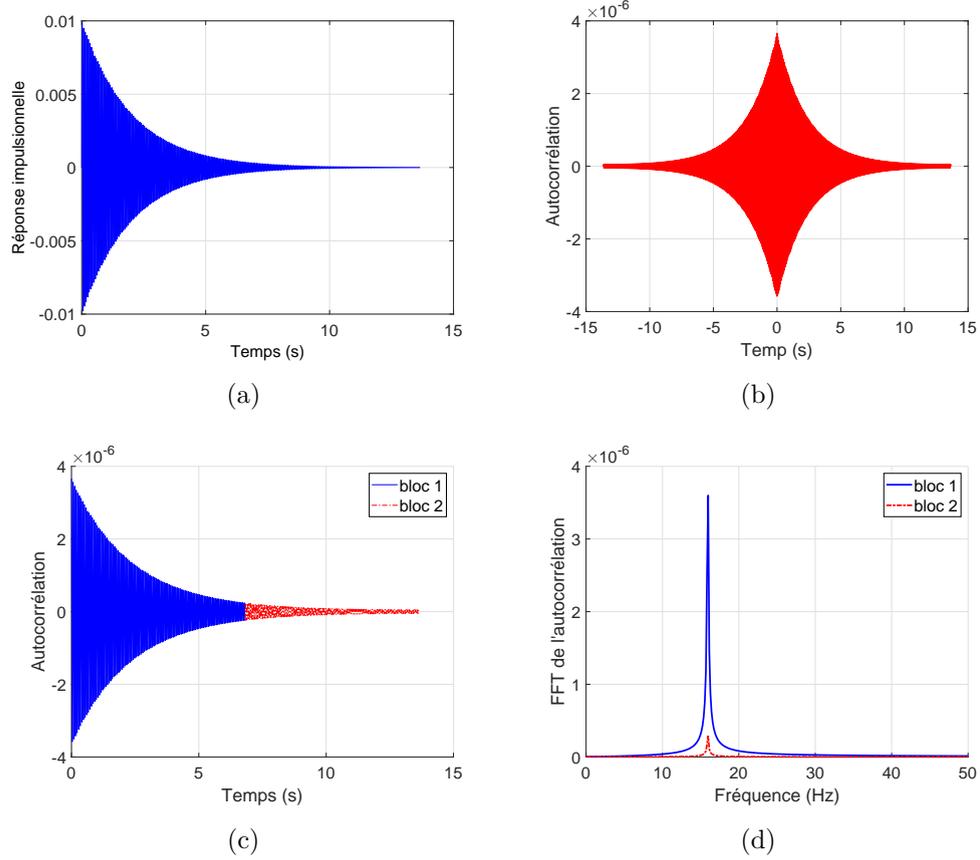


FIGURE 3.5. [Système à 1 DDL] (a) Réponse impulsionnelle  $h(t)$ ; (b) Autocorrélation de  $h(t)$ ; (c) Division de l'autocorrélation en 2 blocs dans le domaine temporel et (d) dans le domaine fréquentiel.

La fonction d'autocorrélation  $\mathbf{R}_{xx}(\tau)$  de la réponse  $\mathbf{x}(t)$  est définie par :

$$\mathbf{R}_{xx}(\tau) = E[\mathbf{x}(t + \tau)\mathbf{x}^T(t)] \quad (3.6)$$

où  $E[\cdot]$  et  $\tau$  sont respectivement l'espérance mathématique et le décalage temporel. En effet, chaque mode de la structure peut être considéré comme un système à 1 DDL. Considérons un système à 1 DDL ayant une masse  $m$ , un coefficient d'amortissement  $c$  et une raideur  $k$ , la fonction de réponse impulsionnelle est exprimée par :

$$h(t) = \frac{1}{m\tilde{\omega}} e^{-\omega_0 \xi t} \sin(\tilde{\omega} t) \quad (3.7)$$

où  $\omega_0$ ,  $\tilde{\omega}$  et  $\xi$  are respectivement la pulsation propre, la pulsation propre amortie et le coefficient d'amortissement. Sous l'excitation de bruit blanc, l'autocorrélation de la réponse du système à 1 DDL peut être donnée par l'expression analytique suivante [131] :

$$\mathbf{R}_{xx}(\tau) = \frac{\pi\omega S_0}{2k^2\xi} e^{-\omega_0\xi(|\tau|)} \left( \cos \tilde{\omega}(|\tau|) + \frac{\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \sin \tilde{\omega} |\tau| \right) \text{ avec } -\infty < \tau < \infty \quad (3.8)$$

où  $S_0$  est l'intensité constante de la DSP du bruit blanc. Il est à noter que la valeur d'autocorrélation  $\mathbf{R}_{xx}(\tau)$  dans l'équation (3.8) s'amortit avec le temps en raison du taux d'amortissement  $\xi$  dans la terme  $e^{-\omega_0\xi(|\tau|)}$  quand  $|\tau| > 0$ .

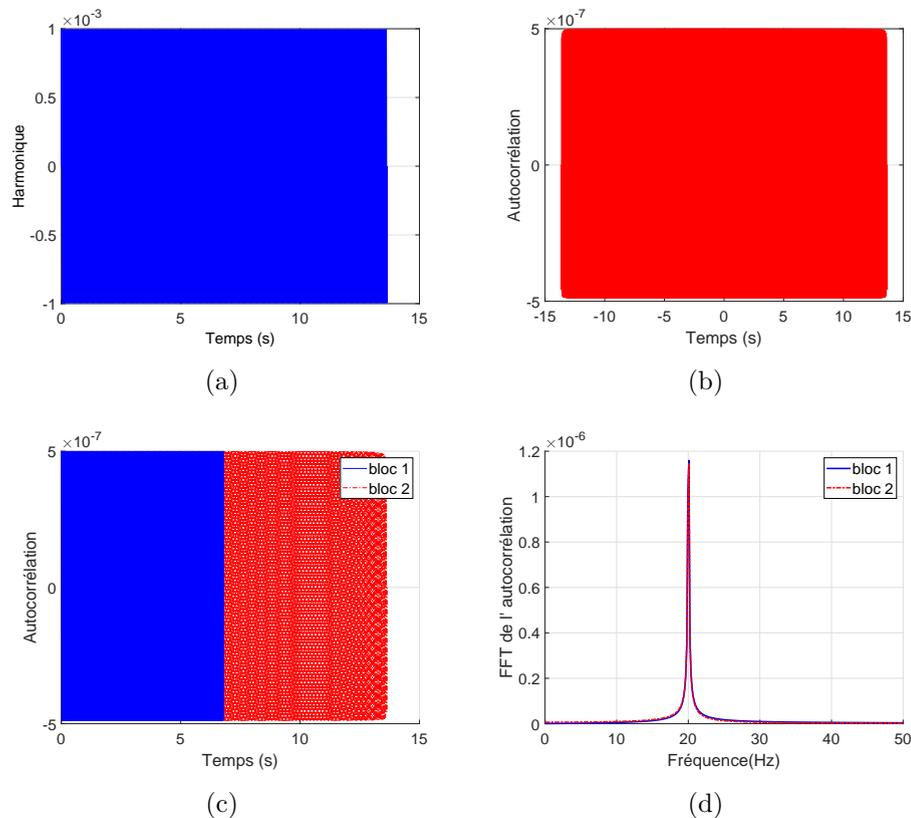


FIGURE 3.6. (a) Réponse harmonique ; (b) Fonction d'autocorrélation de la réponse harmonique ; (c) Division de l'autocorrélation en 2 blocs dans le domaine temporel et (d) dans le domaine fréquentiel.

Considérons un système à 1 DDL avec les détails suivants :  $m = 1$  kg ;  $k = 10000$  N/m ;  $c = 1$  Ns/m, la réponse impulsionnelle et sa fonction d'autocorrélation sont respectivement illustrées dans les Figures 3.5.a et 3.5.b. Les valeurs de la fonction d'autocorrélation sont calculées numériquement par la fonction `xcorr` avec l'option `unbiased` dans `Matlab`. Il est à constater que l'autocorrélation de la réponse impulsionnelle diminue vers zéro pour  $\tau > 0$ . Puisque la fonction d'autocorrélation est symétrique, les valeurs du décalage temporel négatif qui ne sont pas utiles et elles sont enlevées. L'autocorrélation du décalage temporel positif est divisée en deux blocs comme présentée dans la Figure 3.5.c. La FFT de ces deux blocs est présentée dans la Figure 3.5.d. On peut remarquer que l'amplitude du pic correspondant à la fréquence propre diminue clairement entre les deux blocs dans le domaine fréquentiel.

Une réponse harmonique de la forme de  $A \sin(2\pi f_0 t)$  est maintenant considérée. Dans cet exemple, les composantes harmoniques sont prises avec  $A = 0.002$  et  $f_0 = 20$  Hz. De la même façon, les résultats obtenus pour le cas d'une réponse harmonique sont illustrés dans la Figure 3.6. Il est à constater que l'autocorrélation d'une réponse sinusoïdale est aussi sinusoïdale d'amplitude constante quelque soit le temps  $\tau$ . L'amplitude du pic correspondant à la fréquence harmonique est donc constante entre deux blocs.

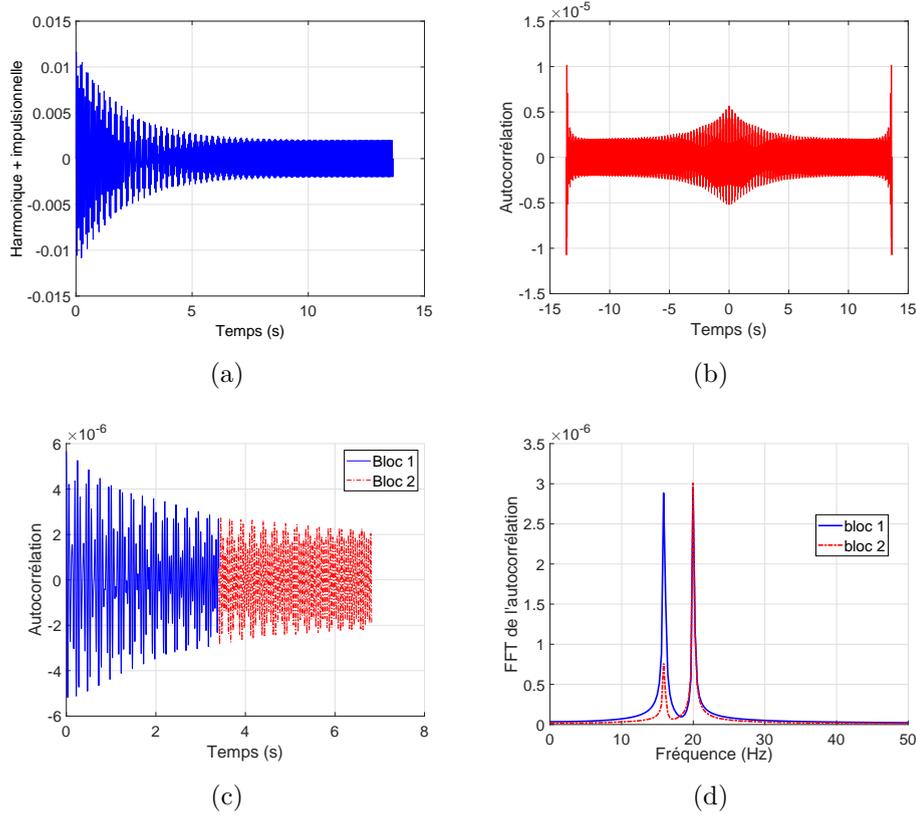


FIGURE 3.7. (a) Somme d'une réponse impulsionnelle unitaire et d'une réponse harmonique; (b) Sa fonction d'autocorrélation; (c) Division de l'autocorrélation en 2 blocs dans le domaine temporel et (d) dans le domaine fréquentiel.

La somme de la réponse impulsionnelle unitaire et de la réponse harmonique est présentée dans la Figure 3.7.a. Il est à constater qu'il y a des perturbations aux deux bords de la fonction d'autocorrélation dans la Figure 3.7.b. Cet effet de bord est enlevé et l'autocorrélation divisé en 2 blocs dans la Figure 3.7.c. L'amplitude du pic correspond à la composante harmonique de 20 Hz reste constante alors que l'amplitude du pic correspondant à la fréquence propre diminue dans la Figure 3.7.d.

Sur la base des observations ci-dessus, la nouvelle technique pour la séparation des modes structuraux et des composants harmoniques est développée. La fréquence dont l'amplitude du pic reste constante en deux blocs du FFT de l'autocorrélation, correspond à une composante harmonique tandis que celle dont l'amplitude décroît, est associé à un mode structural.

### 3.3.2 Procédure pratique

À partir de la courbe  $\pi(\cdot)$  de la méthode PSDTM-SVD dans le domaine fréquentiel, la distinction des modes structuraux et des composants harmoniques basée sur la fonction de l'autocorrélation peut être réalisée par les 4 étapes suivantes :

- Étape 1 : Estimer des réponses filtrées  $x_i^k(t)$  autour d'un pic  $f_k$  à partir des réponses mesurées  $x_i(t)$ ,  $i = 1 \dots L$ . La même fonction rectangulaire simple a été choisie pour

un filtre passe-bande autour de  $f_k$ .

- Étape 2 : Normaliser  $x_i^k(t)$  pour obtenir  $\tilde{x}_i^k(t)$  ayant une moyenne nulle et un écart type unitaire :

$$\tilde{x}_i^k(t) = \frac{x_i^k(t) - E(x_i^k(t))}{\text{std}(x_i^k(t))} \quad (3.9)$$

- Étape 3 : Calculer des fonctions de l'autocorrélation  $R_{\tilde{x}_i^k \tilde{x}_i^k}(\tau)$ , enlever l'effet de bord et puis les diviser en 2 blocs

$$R_{\tilde{x}_i^k \tilde{x}_i^k}(\tau) = E[\tilde{x}_i^k(t + \tau)\tilde{x}_i^k(t)]. \quad (3.10)$$

On note que la fonction d'autocorrélation est estimée par le fenêtrage.

- Étape 4 : Comparer l'amplitude du pic en calculant un rapport  $\alpha$  entre deux blocs dans le domaine fréquentiel.

Si la valeur du rapport  $\alpha = 1$ , i.e., l'amplitude du pic de la FFT de l'autocorrélation reste constante entre 2 blocs, ce pic correspond donc à une composante harmonique. Cependant, si l'amplitude du pic diminue ou le rapport  $\alpha < 1$ , ce pic est un mode structural. La procédure pratique pour la distinction harmonique par la fonction d'autocorrélation est illustrée dans la Figure 3.8.

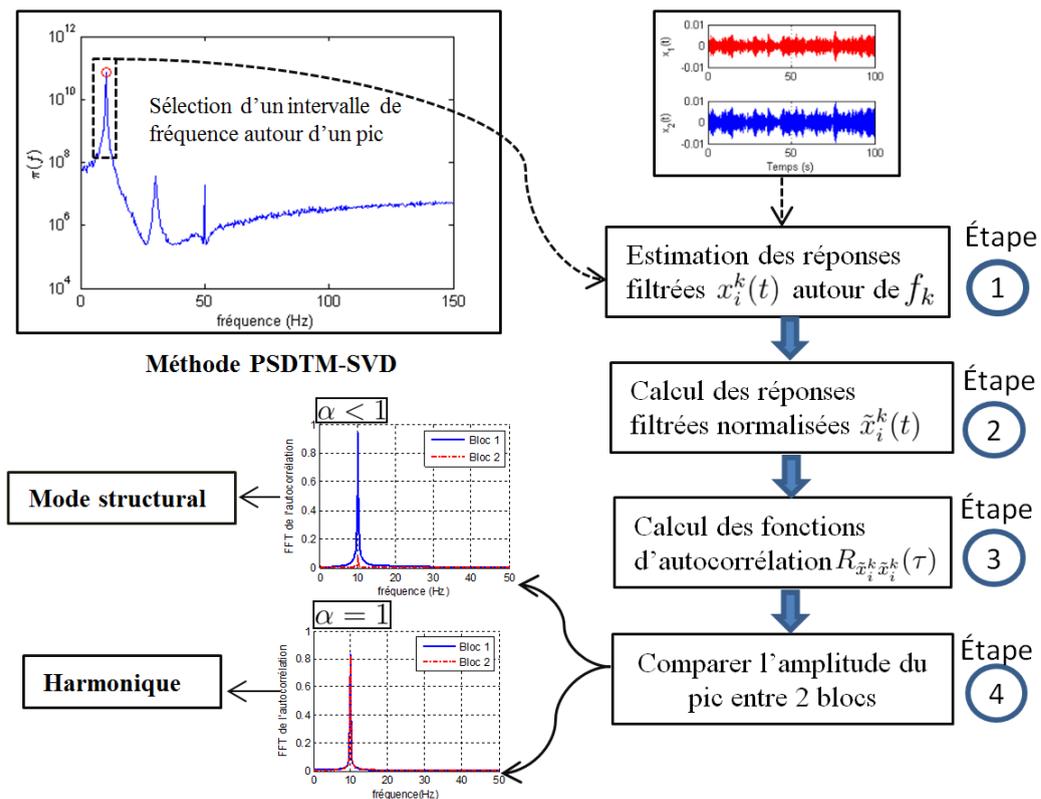


FIGURE 3.8. Procédure pratique de la distinction harmonique par la fonction d'autocorrélation.

### 3.3.3 Applications

La nouvelle technique proposée est appliquée avec la méthode PSDTM-SVD pour l'identification modale opérationnelle en présence des harmoniques. Pour le système à 2 DDL du cas de chargement 3,  $\text{SNR} = 0$  dB décrit à la section 2.4.1.3, les trois pics visibles sur la courbe  $\pi(\cdot)$  sont filtrés avec 10% autour du pic. Les fonctions d'autocorrélation sont estimées avec le fenêtrage de 4096 points et 75% de chevauchement. Les résultats des trois pics sont illustrés dans la Figure 3.9 et reportés dans le Tableau 3.3. Il est à constater que l'autocorrélation du premier et du deuxième pic tend vers zéro avec le temps tandis qu'elle reste presque constante pour le troisième pic. En plus, les rapports de l'amplitude dans la FFT de l'autocorrélation entre 2 blocs sont respectivement 0.71 0.71 ; 0.17 0.13 et 1.00 1.00 pour le premier, deuxième et troisième pic. Ces résultats confirment que les deux premiers pics correspondent aux modes structuraux et que le troisième pic correspond à une fréquence harmonique.

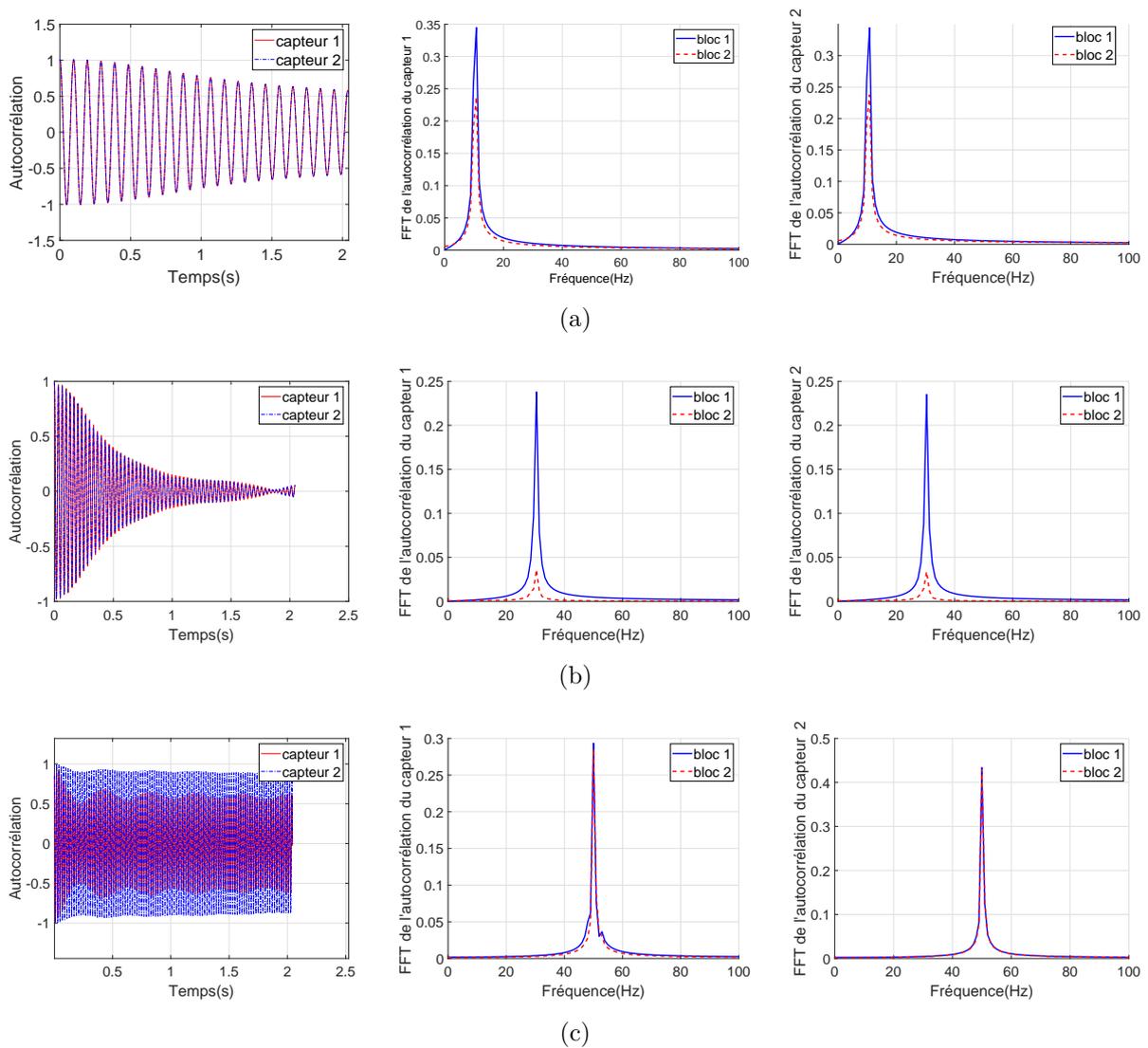


FIGURE 3.9. [Système à 2 DDL] Autocorrélation du (a) Pic 1 ; (b) Pic 2 ; (c) Pic 3

TABLEAU 3.3. [Système à 2 DDL, chargement 3 (SNR = 0 dB)] Comparaison de l'amplitude des pics dans la FFT de l'autocorrélation

| Caractéristiques modales                   | Pic 1      | Pic 2      | Pic 3      |
|--|------------|------------|------------|
| Fréquence (Hz)                             | 10.25      | 30.03      | 50.04      |
| Rapport $\alpha$ (bloc 2/1) : capteurs 1,2 | 0.71       | 0.17       | 1.00       |
|  | 0.71       | 0.13       | 1.00       |
| Conclusion                                 | Structural | Structural | Harmonique |

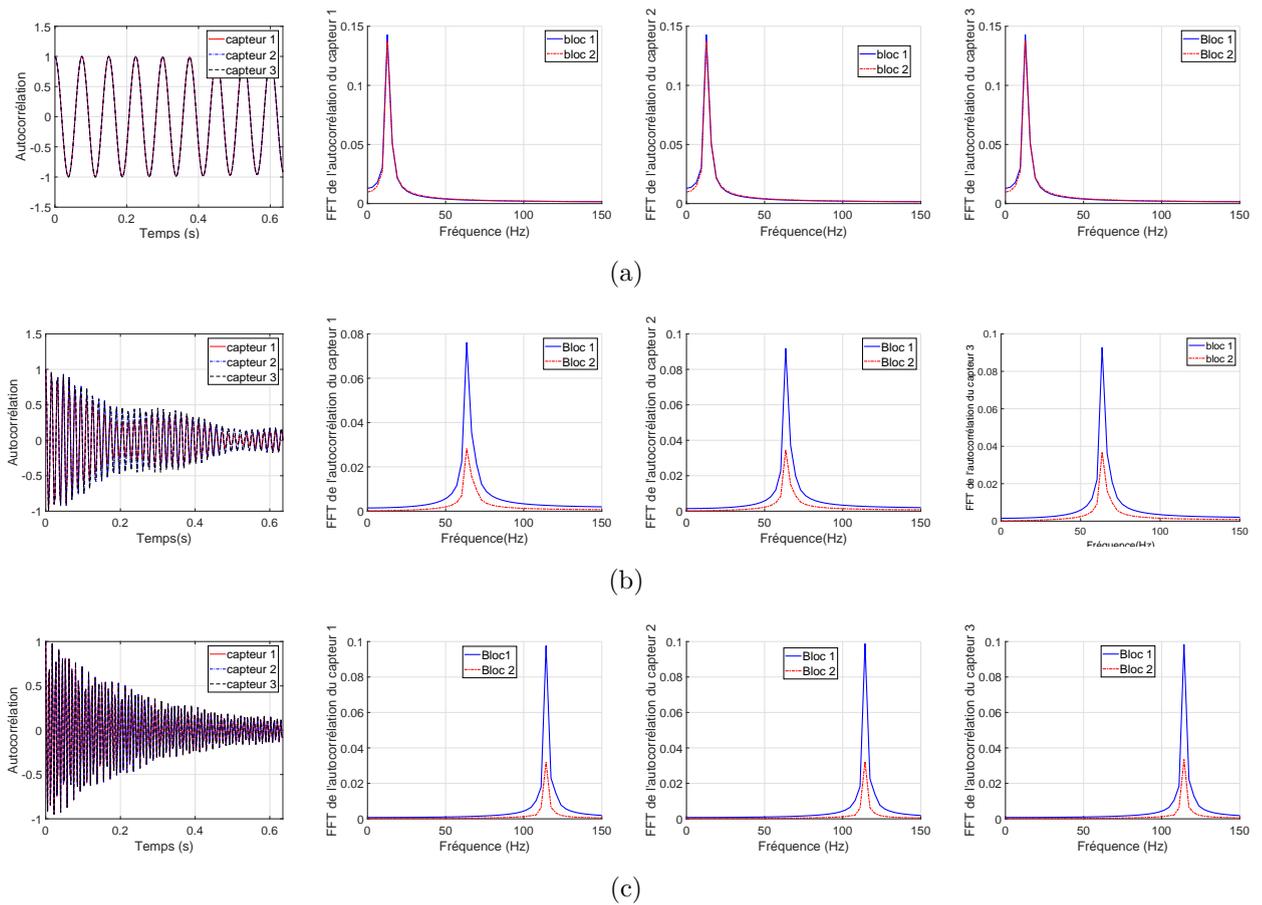


FIGURE 3.10. [Test expérimental] Autocorrélation du (a) Pic 1; (b) Pic 2; (c) Pic 3

De la même manière, la nouvelle technique de distinction basée sur la fonction d'autocorrélation est appliquée comme une étape de post-traitement de la méthode de transmissibilité PSDTM-SVD pour le test expérimental du cas de chargement 2 déjà présenté à la section 2.4.2. Les trois premiers pics sont filtrés avec 10% autour du pic. La fonction d'autocorrélation est estimée avec le fenêtrage de 1024 points et 75% de chevauchement. Les résultats obtenus pour les trois premiers pics sur la courbe  $\pi(\cdot)$  sont montrés dans le Tableau 3.4 et dans la Figure 3.10. L'autocorrélation du premier mode reste constante et les rapports entre deux blocs sont égaux à 1.00. Il est à noter que le premier mode correspond à une fréquence

harmonique. Cependant, l'autocorrélation du deuxième et troisième mode diminue clairement vers zéro, et leurs rapports sont largement inférieurs à 1.00. Les deux derniers pics sont donc les modes structuraux.

TABLEAU 3.4. *[Test expérimental, chargement 2] Comparaison de l'amplitude des pics dans la FFT de l'autocorrélation*

| Caractéristiques modales                     | Pic 1      | Pic 2      | Pic 3      |
|--|------------|------------|------------|
| Fréquence (Hz)                               | 13.28      | 63.48      | 112.50     |
|  | 1.00       | 0.36       | 0.30       |
| Rapport $\alpha$ (bloc 2/1) : capteurs 1,2,3 | 1.00       | 0.33       | 0.30       |
|  | 1.00       | 0.44       | 0.30       |
| Conclusion                                   | Harmonique | Structural | Structural |

### 3.4 Conclusions

Les techniques de distinction des modes structuraux et des composantes harmoniques sont étudiées dans ce chapitre lors de l'identification modale opérationnelle en présence des harmoniques. Les techniques de distinction sont utilisées comme une étape de post-traitement de la méthode PSDTM-SVD.

Dans un premier temps, la méthode existante basée sur les valeurs de kurtosis et histogrammes est appliquée avec succès pour le système à 2 DDL et le test expérimental de la poutre en présence des harmoniques prépondérants. La distinction permet de confirmer facilement le pic correspondant à un mode structural ou simplement une composante harmonique.

Dans un deuxième temps, la nouvelle technique de distinction basée sur la fonction d'auto-corrélation, est développée dans ce travail. Les résultats obtenus valident l'efficacité et la simplicité de la technique proposée.

# Chapitre 4

## Identification modale opérationnelle basée sur la séparation de sources en présence des harmoniques

### Sommaire

---

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>4.1</b> | <b>Introduction</b>  | <b>89</b>  |
| <b>4.2</b> | <b>Séparation aveugle de sources</b>   | <b>89</b>  |
| 4.2.1      | Modèle de mélange linéaire instantané  | 90         |
| 4.2.2      | Modèle de mélange linéaire convolutif  | 91         |
| 4.2.3      | Quelques techniques utilisées en BSS   | 92         |
| <b>4.3</b> | <b>AMO basée sur la séparation aveugle de sources en mélange instantané</b>              | <b>96</b>  |
| <b>4.4</b> | <b>AMO basée sur l'analyse en composantes parcimonieuses en présence des harmoniques</b> | <b>104</b> |
| 4.4.1      | Approche théorique   | 104        |
| 4.4.2      | Applications   | 107        |
| <b>4.5</b> | <b>Séparation de sources en mélange convolutif</b>                                       | <b>117</b> |
| 4.5.1      | Approche théorique   | 117        |
| 4.5.2      | Exemple numérique  | 118        |
| 4.5.3      | Test expérimental  | 119        |
| <b>4.6</b> | <b>Séparation informée de sources</b>  | <b>121</b> |
| <b>4.7</b> | <b>Conclusions</b>   | <b>125</b> |

---

## 4.1 Introduction

Les techniques existantes d'AMO en présence des harmoniques ont toujours des limites. Dans le chapitre 2, la méthode PSDTM-SVD n'a pas donné des bons résultats quand l'excitation harmonique est dominante. Dans le chapitre 3, les modes structuraux et les composantes harmoniques sont bien distingués par les valeurs de kurtosis, les histogrammes ou les fonctions d'autocorrélation. Cependant, le premier mode de la poutre expérimentée caché par la composante harmonique, n'est plus visible donc impossible de l'identifier. Pour améliorer les résultats, dans ce chapitre, nous proposons donc la méthode d'identification modale opérationnelle basée sur la séparation aveugle de sources comme illustrée dans la Figure 4.1.

Supposons que la structure mécanique est soumise à l'excitation de bruit blanc mélangé avec l'excitation harmonique. À partir des réponses mesurées, il est possible de séparer les réponses harmoniques dues à l'excitation harmonique des réponses aléatoires dues à l'excitation de bruit blanc, car ce sont des sources indépendantes d'origine différente. En utilisant la technique de séparation aveugle des sources (BSS), les réponses aléatoires sont extraites et utilisées par toute méthode d'AMO afin d'extraire des paramètres modaux.

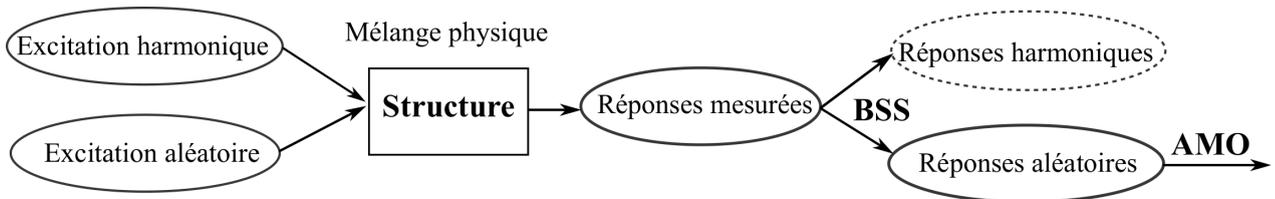


FIGURE 4.1. Principe de séparation de sources (composantes) pour l'identification modale opérationnelle.

Pour l'organisation de ce chapitre, la section 4.2 présente brièvement les généralités sur la séparation aveugle des sources : les modèles de mélange et quelques techniques utilisées en BSS. La section 4.3 est réservée aux techniques de BSS en mélange instantané (sur)-déterminé avec application au système à 2 DDL. Une méthode d'AMO basée sur une nouvelle approche de BSS en mélange instantané sous-déterminé est développée dans la section 4.4. Sa procédure pratique est détaillée pour obtenir des paramètres modaux. La performance de la méthode développée est testée avec les réponses du système à 2 DDL, d'une poutre simulée et d'une poutre expérimentée. La section 4.5 a pour but de tester la technique de BSS en mélange convolutif. La section 4.6 développe une nouvelle idée de séparation informée de sources. Enfin, quelques conclusions sur l'identification modale opérationnelle via la séparation de sources, sont tirées.

## 4.2 Séparation aveugle de sources

La technique de séparation aveugle des sources (BSS) est connue comme un outil statistique de traitement du signal qui a été largement utilisé pour extraire des sources originales à partir seulement de signaux mélangés sans exigences des informations explicites sur les

sources ou le processus de mélange. La BSS a été introduite et formulée par Héraut et Jutten, *et al.* [132, 133] au milieu des années 80 dans le cadre de la modélisation neurale. Depuis, ce thème est toujours si intéressant dans la recherche académique et industrielle pour plusieurs applications : des images médicales, des sons, des télécommunications et dernièrement des signaux vibratoires [82, 134, 135].

Les signaux observés (mesurés) sont des mélanges plus ou moins complexes de signaux sources. Pour séparer des sources à partir des signaux mesurés, le processus de mélange doit être modélisé par des modèles de mélange. Il existe plusieurs modèles de mélanges, mais dans le cadre de la thèse, nous nous intéressons aux modèles de mélange linéaire "instantané" et "convolutif".

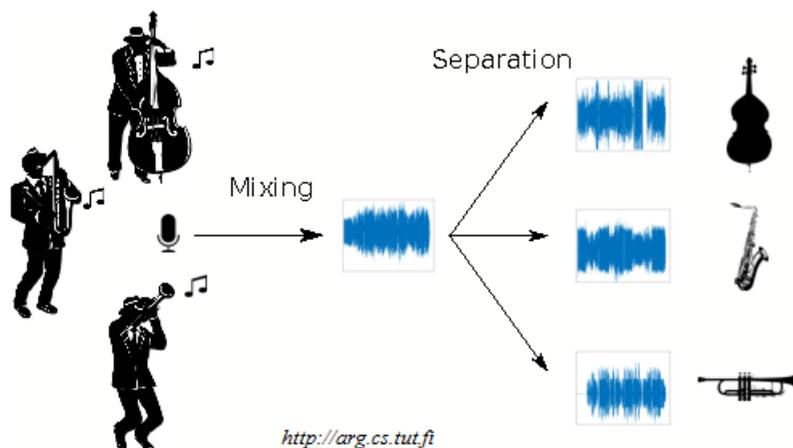


FIGURE 4.2. Séparation des sources musicales.

### 4.2.1 Modèle de mélange linéaire instantané

Le modèle de mélange linéaire instantané est le modèle le plus simple où les sources arrivent instantanément aux capteurs, mais avec différentes intensités, le processus de mélange entre les sources et les observations est modélisé par l'équation suivante :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) \quad (4.1)$$

où

- $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T$  est le vecteur des  $M$  sources à séparer ;
- $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$  est le vecteur des  $N$  signaux observés (mesurés ou simulés) ;
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N \times M}$  est la matrice de mélange inconnue composée de coefficients scalaires.

Le problème peut être divisé en trois cas selon le nombre de sources  $M$  et le nombre de capteurs  $N$  :

1. Surdéterminé si  $N > M$
2. Déterminé si  $N = M$

3. Sous-déterminé si  $N < M$ 

En cas de présence de bruit additif dans la mesure, le modèle de mélange instantané devient

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{b}(t) \quad (4.2)$$

$\mathbf{b}(t) = [b_1(t), \dots, b_N(t)]^T$  est le vecteur des bruits qui sont supposés être centrés et dont les composantes sont supposées mutuellement indépendantes et indépendantes des signaux sources.

### 4.2.2 Modèle de mélange linéaire convolutif

Le modèle de mélange linéaire convolutif en tenant compte des retards dans le mélange est présenté par :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(t) * \mathbf{s}(t) \quad (4.3)$$

où

- $*$  est l'opérateur de convolution.
- $\mathbf{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_M(t)]^T$  est le vecteur des sources ;
- $\mathbf{x}(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_N(t)]^T$  est le vecteur des signaux observés ;
- $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{N \times M}$  est la matrice de filtres de mélange qui regroupe les réponses impulsionnelles des filtres. L'équation 4.3 peut s'écrire alors sous la forme suivante :

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^M a_{ij}(t) * s_j(t) \quad (4.4)$$

où  $a_{ij}(t)$  est la réponse impulsionnelle du filtre caractérisant la propagation du signal de la source au point  $j$  jusqu'au capteur  $i$ , à l'instant  $t$ . La matrice  $\mathbf{A}$  peut être présentée sous la forme :

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} a_{11}(t) & a_{12}(t) & \cdots & a_{1M}(t) \\ a_{21}(t) & a_{22}(t) & \cdots & a_{2M}(t) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{N1}(t) & a_{N2}(t) & \cdots & a_{NM}(t) \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

En cas de présence de bruit additif dans l'environnement, le modèle de mélange convolutif devient

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(t) * \mathbf{s}(t) + \mathbf{b}(t) \quad (4.6)$$

$\mathbf{b}(t) = [b_1(t), \dots, b_N(t)]^T$  est le vecteur des bruits qui sont supposés être centrés et dont les composantes sont supposées mutuellement indépendantes et indépendantes des signaux sources.

### 4.2.3 Quelques techniques utilisées en BSS

#### 4.2.3.1 Analyse en Composantes Indépendantes (ICA)

L'Analyse en Composantes Indépendantes (ICA) est une des méthodes de BSS les plus populaires de la littérature. Elle a été introduite par Jutten et Héroult dans [136], et développée par Comon dans [137]. La méthode d'ICA utilise les hypothèses suivantes :

1. Les sources sont mutuellement indépendantes, c'est-à-dire, la densité de probabilité de la loi conjointe des sources peut se factoriser comme le produit de leurs densités marginales.
2. Au plus une des sources est gaussienne.
3. Le nombre des signaux observés est égal au nombre des signaux sources ( $N = M$ ), ainsi, dans le cas déterminé, la matrice  $A$  est carrée et inversible.

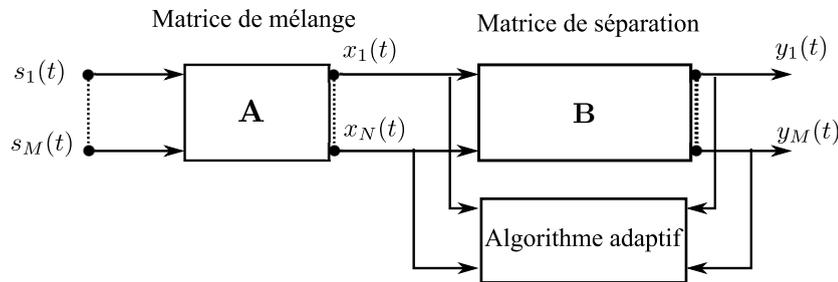


FIGURE 4.3. Méthode d'ICA.

Dans le cas du modèle de mélange linéaire, instantané, déterminé et dans le contexte non bruité  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t)$ , le principe de la méthode d'ICA consiste à transformer linéairement le vecteur des signaux observés  $\mathbf{x}(t)$  en un vecteur  $\mathbf{y}(t)$  dont les composantes sont statistiquement indépendantes :

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{B}\mathbf{x}(t) = \mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{s}(t) \approx \mathbf{s}(t) \quad (4.7)$$

Il suffit de déterminer la matrice de séparation  $\mathbf{B}$  telle que les composantes du vecteur  $\mathbf{y}(t)$  soient indépendantes pour obtenir  $\mathbf{s}(t)$ , à des indéterminations d'échelle et de permutation près [137], à partir des observations  $\mathbf{x}(t)$ . La mesure de l'indépendance du vecteur  $\mathbf{y}(t)$  peut être basée sur les critères d'indépendances comme : information mutuelle (IM) [137], entropie [138], non-gaussianité [139], etc.. Nous présentons ensuite une méthode d'ICA basée sur le gradient de l'information mutuelle pénalisée [140].

- **Information mutuelle.** L'IM a été introduite pour la première fois comme un critère de séparation de sources par Comon [137].

- *Définition.* Soit  $\mathbf{y}$  un vecteur aléatoire  $\mathbf{y} = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_N(t)]^T$ ,  $p_{\mathbf{Y}}$  la densité de probabilité de la loi conjointe de  $\mathbf{y}$  et  $p_{Y_i}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) les densités de probabilité des

lois marginales de chacune des composantes  $y_i$ . L'information mutuelle de  $\mathbf{y}$  est définie de la façon suivante :

$$I(\mathbf{y}) = \int_{\mathbb{R}^N} p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) \ln \frac{p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})}{\prod_{i=1}^N p_{Y_i}(y_i)} d\mathbf{y} \quad (4.8)$$

◦ *Propriété.*  $\forall \mathbf{y}$ ,  $I(\mathbf{y}) \geq 0$  et  $I(\mathbf{y}) = 0$  si et seulement si les composantes de  $\mathbf{y}$  sont indépendantes. En effet, suivant la première hypothèse d'ICA, si les composantes sont indépendantes, on a :

$$p_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) = \prod_{i=1}^N p_{Y_i}(y_i) \quad \Rightarrow \quad I(\mathbf{y}) = 0 \quad (4.9)$$

Il est à remarquer que si l'on veut rendre indépendantes les composantes, il suffit de chercher à minimiser  $I(\mathbf{y})$ , par exemple, en utilisant un algorithme de descente du gradient. L'information mutuelle  $I(\mathbf{y})$  peut être estimée par différentes méthodes : la méthode à noyau, la méthode polynomiale, etc [141].

• **Information mutuelle pénalisée.** Vu que la solution séparée est définie à un facteur d'échelle près, M. EL Rhabi [140] a proposé un critère dit de "pénalisation" qui permet d'éviter une solution qui explose en norme, ou bien tend vers 0, à chaque instant,  $E[y_i] = 0$  et la variance  $\delta_i^2 = E[y_i^2] = 1$ . On définit l'information mutuelle pénalisée, de paramètre de pénalisation  $\lambda$  par :

$$J(\mathbf{y}) = I(\mathbf{y}) + \lambda \sum_{i=1}^N (\delta_i^2 - 1)^2 \quad (4.10)$$

On cherche donc à minimiser  $J(\mathbf{y})$  qui est positive et s'annule si et seulement si les composantes de  $\mathbf{y}$  sont indépendantes et sous contraintes  $\delta_i^2 = 1$ .

• **Fonction score.** Pour calculer le gradient de l'information mutuelle pénalisée, Babaizadeh [142] a introduit les fonctions scores. La fonction score d'un vecteur aléatoire peut s'écrire :

$$\psi_Y(y) = -\frac{d}{dy} \ln(p_Y(y)) = -\frac{p'_Y(y)}{p_Y(y)} \quad (4.11)$$

La fonction score marginale d'un vecteur aléatoire (MSF) est le vecteur des fonctions score de chacune des composantes :

$$\psi_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) = (\psi_{Y_1}(y_1), \dots, \psi_{Y_N}(y_N)) \quad \text{avec} \quad \psi_{Y_i}(y_i) = -\frac{p'_{Y_i}(y_i)}{p_{Y_i}(y_i)}. \quad (4.12)$$

L'estimation numérique de fonction score  $\psi_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})$  proposée dans [142] utilise la méthode des moindres carrés et une modélisation de fonction score par des polynômes de degré 3 :

$$\psi_Y(y) = -\frac{p'_Y(y)}{p_Y(y)} = d_o + c_o \cdot y + b_o \cdot y^2 + a_o \cdot y^3 \quad (4.13)$$

• **Gradient de l'information mutuelle pénalisée.** Soit  $\mathbf{x}$  un vecteur des observés,  $\mathbf{B}$  la variable matricielle,  $\mathbf{y} = \mathbf{B}\mathbf{x}$  de composantes centrées et  $\mathbf{w}(\mathbf{y}) = [w_1(y_1), \dots, w_N(y_N)]^T$  avec  $w_i(y_i) = 4(E[\delta_i^2] - 1)y_i$ . Le gradient de l'information mutuelle pénalisée s'écrit alors [142] :

$$\frac{\partial J}{\partial \mathbf{B}} = E[\psi_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y})\mathbf{x}^T] - \mathbf{B}^{-T} + \lambda E[\mathbf{w}(\mathbf{y})\mathbf{x}^T] \quad (4.14)$$

La méthode de séparation de sources basée sur le gradient de l'information mutuelle pénalisée peut être résumée par l'algorithme récursif suivant :

- Centrage et normalisation de  $\mathbf{x}(t)$ , initialisation de  $\mathbf{B} = \mathbb{I}$ ,  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{B}\mathbf{x}(t)$ ,  $\lambda$  et du pas de descente du gradient  $\mu$

- Itérer

1. Calcul de

$$\mathbf{B} \leftarrow \mathbf{B} - \mu \frac{\partial J}{\partial \mathbf{B}} \quad (4.15)$$

2. Mise à jour  $\mathbf{y}(t) = \mathbf{B}\mathbf{x}(t)$

- Répéter

La méthode d'ICA basée sur le gradient de l'information mutuelle pénalisée est illustrée sur la Figure 4.3.

#### • Choix de paramètres.

Le pas de descente du gradient  $\mu$  est positif,  $\mu > 0$ . C'est un paramètre de problème d'optimisation. Plus la valeur de  $\mu$  est élevée, plus l'algorithme converge vite. Cependant, il ne faudrait pas prendre  $\mu$  trop grande non plus, il ne convergera pas si la fonction d'optimisation est complexe. Afin de trouver la valeur optimum de  $\mu$ , il est nécessaire de faire une étude paramétrique de  $\mu$  en fonction de  $J$ .

Le paramètre de pénalisation  $\lambda$  est aussi positif,  $\lambda > 0$ . C'est un hyper paramètre. Afin d'éviter le problème d'indétermination, les solutions étaient définies à un facteur d'échelle près. Au lieu de minimiser  $I$ , on cherche à minimiser  $J$  en ajoutant le terme de pénalisation  $\lambda \sum_{i=1}^N (\delta_i^2 - 1)^2$  avec le paramètre de pénalisation  $\lambda$  pour faire en sorte d'éviter une solution qui explose en norme ou bien tend vers 0. En effet, en ajoutant le terme  $\lambda \sum_{i=1}^N (\delta_i^2 - 1)^2$ , on cherche les solutions autour d'un cercle unitaire. En remplaçant l'équation (4.10) dans l'équation (4.15), on obtient :

$$\mathbf{B} \leftarrow \mathbf{B} - \mu \left[ \frac{\partial I}{\partial \mathbf{B}} + \lambda \frac{\partial \sum_{i=1}^N (\delta_i^2 - 1)^2}{\partial \mathbf{B}} \right]. \quad (4.16)$$

On peut remarquer que le paramètre  $\lambda$  joue un rôle important. Il est le poids entre le terme d'indépendance  $I$  et le terme de pénalisation  $\sum_{i=1}^N (\delta_i^2 - 1)^2$ . On peut prendre une valeur élevée de  $\lambda$ , par exemple,  $\lambda = 100$  mais dans ce cas, l'algorithme de descente du gradient focalisera sur le terme de pénalisation et pas sur le terme d'indépendance. L'information mutuelle va prendre beaucoup de temps pour s'annuler. On commence souvent avec la valeur  $\lambda=1$  et on regarde le terme d'indépendance  $I$ . Si  $I$  prend du temps pour s'annuler, on peut descendre la valeur de  $\lambda=0.1$ ,  $\lambda=0.01$ ,  $\lambda=0.001, \dots$  pour que l'optimisation concentre sur le terme d'indépendance.

Pour tester cet algorithme de séparation de sources, dans les applications qui seront décrites plus tard, le choix de paramètres  $\mu$ ,  $\lambda$  seront choisis suivant le temps de calcul, le modèle de mélange (instantané ou convolutif) et en se basant sur les références [134, 140].

## 4.2.3.2 Statistiques d'ordre deux (SOBI)

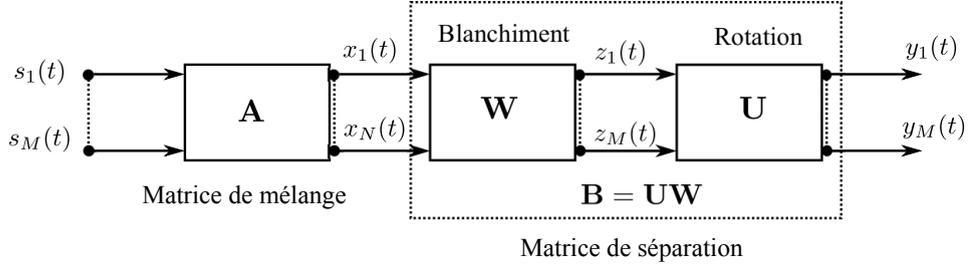


FIGURE 4.4. Méthode de SOBI.

La technique SOBI (Second-Order blind identification) est basée sur la diagonalisation des matrices de covariance. Elle repose donc sur des statistiques d'ordre deux. La technique SOBI est capable de traiter le cas (sur)-déterminé de BSS. Une description complète de la méthode SOBI proposée par Belouchrani *et al.* peut être trouvée dans la référence [143]. On rappelle le modèle de mélange en cas de présence de bruit additif :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{b}(t) \quad (4.17)$$

À noter que si les signaux d'entrée du système ont une valeur moyenne nulle, les signaux de sortie possèdent aussi une valeur moyenne nulle, il n'y aura pas de différence entre les fonctions de corrélation et les fonctions de covariance. La matrice de corrélation des réponses observées  $\mathbf{x}(t)$  s'écrit :

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}(0) = \mathbb{E} [\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}(0)\mathbf{A}^T + \delta^2\mathbb{I} \\ \mathbf{R}_{\mathbf{xx}}(\tau) = \mathbb{E} [\mathbf{x}(t+\tau)\mathbf{x}^T(t)] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}(\tau)\mathbf{A}^T \quad \tau \neq 0 \end{cases} \quad (4.18)$$

où  $\delta$  est l'écart-type du bruit additif qui est supposé être comme le bruit blanc avec une moyenne nulle et indépendant des sources. Si les sources sont stationnaires et décorréées, la matrice de corrélation des sources  $\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}(\tau)$  est diagonale. La séparation des sources par SOBI se compose de deux étapes :

1. **Blanchiment** : Le blanchiment du signal observé est la première étape de l'algorithme. On cherche une matrice de blanchiment  $\mathbf{W}$  pour que le signal blanchi  $\mathbf{z}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t)$  soit blanc. L'équation (4.18) devient :

$$\begin{cases} \mathbf{R}_{\mathbf{zz}}(0) = \mathbb{E} [\mathbf{z}(t)\mathbf{z}^T(t)] = \mathbf{W}\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}(0)\mathbf{W}^T = \mathbb{I} \\ \mathbf{R}_{\mathbf{zz}}(\tau) = \mathbb{E} [\mathbf{z}(t+\tau)\mathbf{z}^T(t)] = \mathbf{W}\mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}(\tau)\mathbf{A}^T\mathbf{W}^T = \mathbf{U}\mathbf{R}_{\mathbf{ss}}(\tau)\mathbf{U}^T \end{cases} \quad (4.19)$$

L'équation (4.19) montre qu'on peut trouver la matrice de blanchiment  $\mathbf{W}$  par la décomposition en valeurs singulières de  $\mathbf{R}_{\mathbf{xx}}(0) = \mathbf{V}\mathbf{S}\mathbf{V}^T$ . La matrice  $\mathbf{W}$  est donc calculée par  $\mathbf{W} = \mathbf{S}^{-1/2}\mathbf{V}^T$ .

2. **Rotation** : La deuxième étape consiste à trouver une matrice unitaire (de rotation)  $\mathbf{U} = \mathbf{W}\mathbf{A}$ . Cette matrice  $\mathbf{U}$  va diagonaliser la matrice  $\mathbf{R}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}(\tau)$  pour tout temps de retard  $\tau$ , ce qui permet de trouver les sources et aussi la matrice de mélange. L'estimation de la matrice unitaire  $\mathbf{U}$  est finalement obtenue par diagonalisation conjointe approchée (JAD) via une généralisation de la technique de Jacobi [143] et en minimisant les termes non-diagonaux (off) :

$$\min_{\mathbf{U}} \left[ \sum_{\tau=1}^p \text{off} \left( \mathbf{U}^T \mathbf{R}_{\mathbf{z}\mathbf{z}}(\tau) \mathbf{U} \right) \right] \quad (4.20)$$

Une fois que la matrice  $\mathbf{U}$  est calculée, la matrice de mélange et les sources estimées s'expriment alors par :  $\mathbf{A} = \mathbf{W}^+ \mathbf{U}$  et  $\mathbf{y}(t) \approx \mathbf{s}(t) = \mathbf{U} \mathbf{W} \mathbf{x}(t)$ , où  $\mathbf{W}^+$  signifie le pseudo-inverse de la matrice  $\mathbf{W}$ . La figure 4.4 illustre la méthode SOBI.

#### 4.2.3.3 Analyse en composantes parcimonieuses (SCA)

L'analyse en composantes parcimonieuses (SCA - Sparse Component Analysis) est une nouvelle approche qui traite le cas sous-déterminé ( $N < M$ ) de la séparation aveugle de sources. Contrairement aux méthodes d'ICA ou SOBI, la méthode de SCA n'exige aucune condition d'indépendance ou de décorrélation des sources, la représentation parcimonieuse des sources est la seule exigence [23, 144]. Les sources sont supposées parcimonieuses dans un domaine transformé, i.e., pour chaque point d'échantillonnage du signal, seule une source est significativement plus active que les autres. Dans le nuage de points des mélanges observées dans le domaine transformé, les points de la même source se forme en une ligne droite. Les sources peuvent être donc séparées en utilisant un algorithme de regroupement. La Figure 4.5 présente le nuage de points de deux mélanges provenant de six sources de flûte. Les sources ne sont pas parcimonieuses dans le domaine original (temporel) mais dans un domaine transformé (fréquentiel). Chaque ligne droite dans la Figure 4.5.b représente une source. La méthode de SCA va être décrite avec plus de détail dans la section 4.4.

## 4.3 AMO basée sur la séparation aveugle de sources en mélange instantané

Lorsque la structure est soumise à une combinaison d'excitation harmonique et d'excitation aléatoire, les réponses structurelles peuvent être calculées par la somme (instantanée) des réponses dues à l'excitation harmonique et des réponses dues à l'excitation aléatoire. Dans cette section, les algorithmes de séparation aveugle des sources en mélange instantané sont donc proposés pour l'AMO en présence des harmoniques.

Pour le développement, le même système à 2 DDL étudié dans les chapitres 2 et 3 est utilisé. L'excitation aléatoire d'un bruit blanc gaussien ayant une moyenne nulle et un écart-type  $\delta = 1$  est située au premier DDL. L'excitation harmonique de 20 Hz applique au

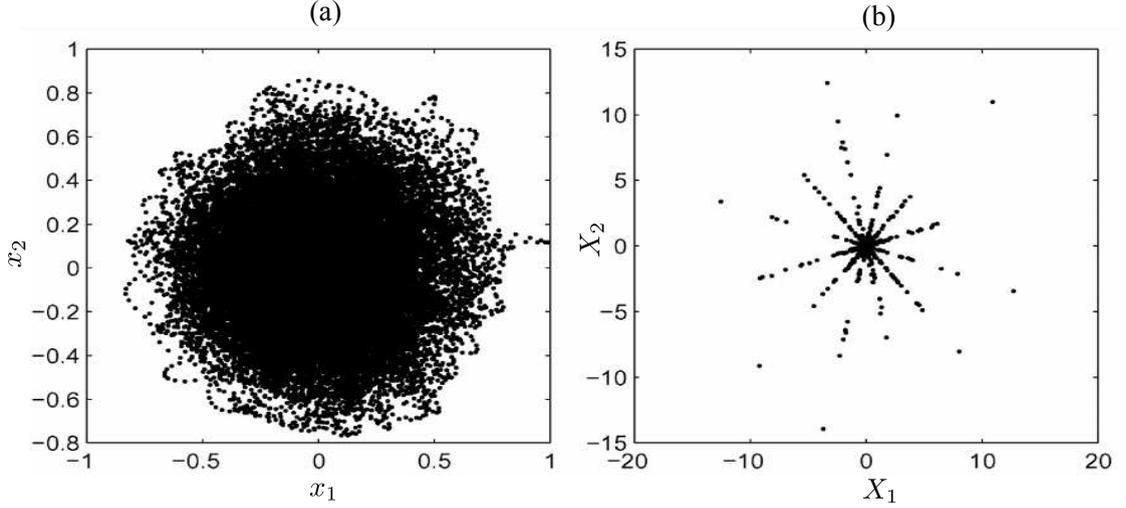


FIGURE 4.5. Nuage de points de deux réponses mélanges  $x_1$  et  $x_2$  provenant de six sources de flûte : (a) dans le domaine temporel ; (b) dans le domaine fréquentiel [23].

deuxième DDL. L'excitation harmonique est beaucoup plus dominante que l'excitation de bruit blanc avec une valeur SNR de -11. Le chargement est comme suit :

$$\begin{aligned} f_1(t) &= \text{randn}(N_p, 1) \\ f_2(t) &= 5 \sin(2\pi 20t) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Les réponses en déplacement sont calculées de manière analytique par la formule suivante :

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^2 h_{ij}(t) * f_j(t) \quad (4.22)$$

où la fonction de réponse impulsionnelle  $h_{ij}(t)$  est de la forme :

$$h_{ij}(t) = \sum_{m=1}^2 \frac{\phi_{im}\phi_{jm}}{\tilde{\omega}_m} e^{-\xi_m \omega_m t} \sin(\tilde{\omega}_m t) \quad (4.23)$$

avec  $\tilde{\omega}_m = \omega_m \sqrt{1 - \xi_m^2}$  est la pseudo-pulsation du  $m^{\text{ème}}$  mode propre. Le vecteur propre  $\phi_m$  est normalisé par rapport à la matrice de masse  $\mathbf{M}$  :

$$\phi_m = \frac{\phi_m}{\sqrt{\phi_m^T \mathbf{M} \phi_m}} \quad ; \quad \Phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} \\ \phi_{21} & \phi_{22} \end{bmatrix} \quad (4.24)$$

Les réponses totales sont la somme des réponses aléatoires et des réponses harmoniques :

$$\begin{aligned} x_1(t) &= \underbrace{h_{11}(t) * f_1(t)}_{x_1^a(t)} + \underbrace{h_{12}(t) * f_2(t)}_{x_1^h(t)} \\ x_2(t) &= \underbrace{h_{21}(t) * f_1(t)}_{x_2^a(t)} + \underbrace{h_{22}(t) * f_2(t)}_{x_2^h(t)} \end{aligned} \quad (4.25)$$

où  $x_1^a(t)$  et  $x_2^a(t)$  sont respectivement les réponses aléatoires au premier DDL et au deuxième DDL :

$$\begin{aligned} x_1^a(t) &= \left[ \frac{\phi_{11}\phi_{11}}{\tilde{\omega}_1} e^{-\xi_1\omega_1 t} \sin(\tilde{\omega}_1 t) + \frac{\phi_{12}\phi_{12}}{\tilde{\omega}_2} e^{-\xi_2\omega_2 t} \sin(\tilde{\omega}_2 t) \right] * f_1(t) \\ x_2^a(t) &= \left[ \frac{\phi_{21}\phi_{11}}{\tilde{\omega}_1} e^{-\xi_1\omega_1 t} \sin(\tilde{\omega}_1 t) + \frac{\phi_{22}\phi_{12}}{\tilde{\omega}_2} e^{-\xi_2\omega_2 t} \sin(\tilde{\omega}_2 t) \right] * f_1(t) \end{aligned} \quad (4.26)$$

$x_1^h(t)$  et  $x_2^h(t)$  les réponses harmoniques au premier DDL et deuxième DDL :

$$\begin{aligned} x_1^h(t) &= \left[ \frac{\phi_{11}\phi_{21}}{\tilde{\omega}_1} e^{-\xi_1\omega_1 t} \sin(\tilde{\omega}_1 t) + \frac{\phi_{12}\phi_{22}}{\tilde{\omega}_2} e^{-\xi_2\omega_2 t} \sin(\tilde{\omega}_2 t) \right] * f_2(t) \\ x_2^h(t) &= \left[ \frac{\phi_{21}\phi_{21}}{\tilde{\omega}_1} e^{-\xi_1\omega_1 t} \sin(\tilde{\omega}_1 t) + \frac{\phi_{22}\phi_{22}}{\tilde{\omega}_2} e^{-\xi_2\omega_2 t} \sin(\tilde{\omega}_2 t) \right] * f_2(t) \end{aligned} \quad (4.27)$$

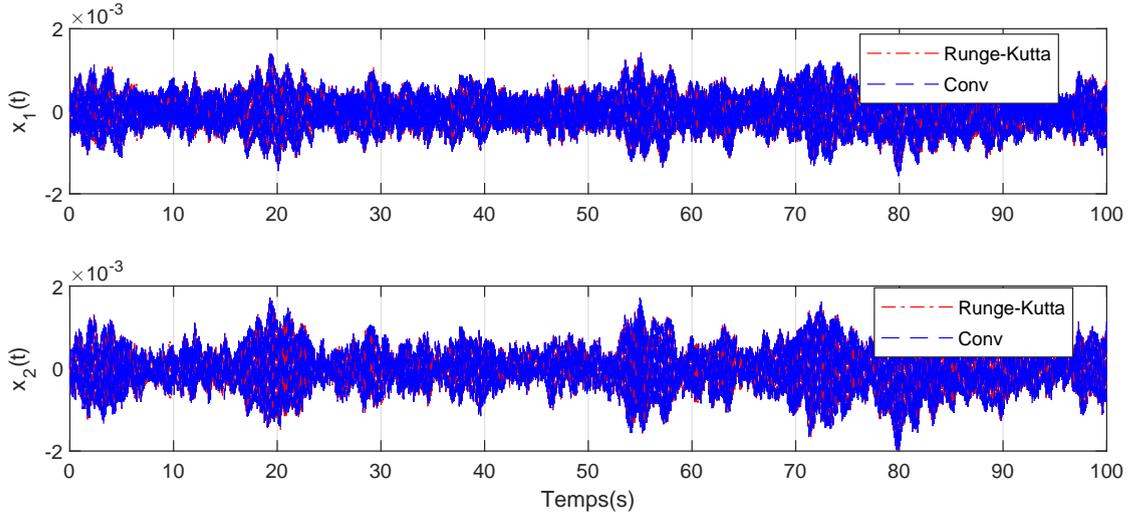


FIGURE 4.6. [2 DDL] comparaison des réponses calculées par l'algorithme de Runge-Kutta et par le produit convolutif.

Le produit convolutif (\*) peut être réalisé par la fonction **conv** ou **filter** dans le logiciel **Matlab**. Les réponses calculées par l'équation (4.25) sont vérifiées avec les réponses calculées par l'algorithme de Runge-Kutta. Elles sont bien superposées comme le montre la Figure 4.6. Les composantes aléatoires (4.26) et harmoniques (4.27) sont présentées sur la Figure 4.7. En observant la Figure 4.7.a, on peut constater qu'il y a une partie transitoire au début du signal d'environ 15 secondes. Pour la suite, cette partie du signal est enlevée. La Figure 4.7.b présente les réponses harmoniques et aléatoires dans le domaine fréquentiel. Les réponses aléatoires présentent 2 modes propres du système et les réponses harmoniques présentent la composante harmonique de 20 Hz. La Figure 4.8.a montre les réponses observées (totales) du système à 2 DDL. La composante harmonique est bien mélangée dans les réponses.

Le but du travail est d'obtenir séparément les réponses aléatoires et les réponses harmoniques à partir des réponses simulées  $x_1(t)$  et  $x_2(t)$  en utilisant les algorithmes de séparation des sources. Dans cette section, les algorithmes de séparation aveugle de sources de type instantané et (sur)-déterminé sont utilisés. Il s'agit des méthodes d'ICA et de SOBI. Pour la méthode d'ICA, les paramètres utilisés dans l'algorithme sont :  $\mu = 0.01$ ,  $\lambda = 1$  et le nombre

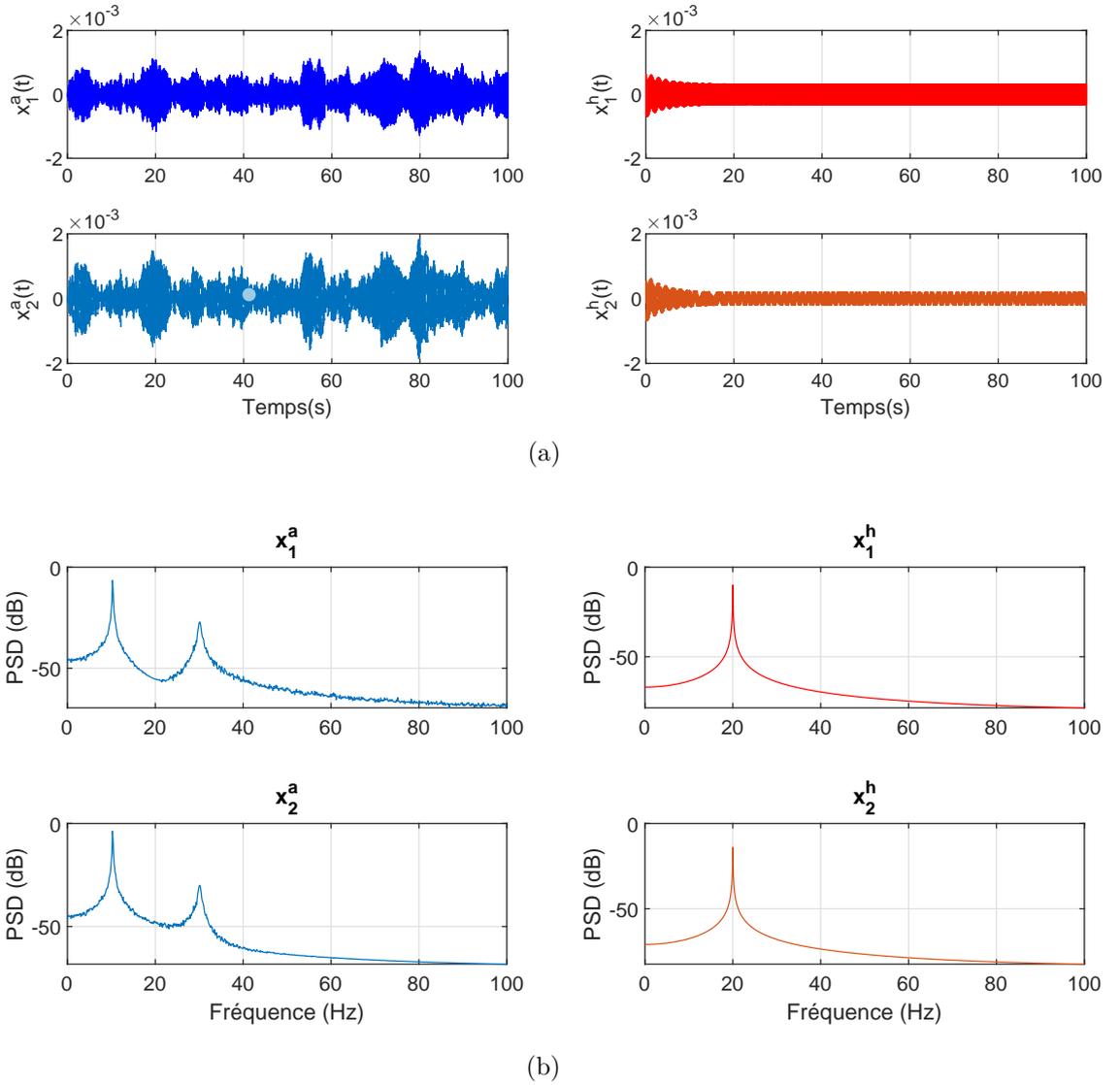


FIGURE 4.7. [2 DDL] réponses aléatoires et harmoniques : (a) domaine temporel; (b) domaine fréquentiel.

d'itération  $Iter = 10000$ . Pour la méthode de SOBI, le nombre de matrices de corrélation à diagonaliser est de  $p = 15000$ . Les résultats obtenus des deux méthodes sont respectivement présentés dans la Figure 4.8.b et 4.8.c. Il est à remarquer que les composantes harmoniques et aléatoires ne sont pas séparées. Pour la méthode d'ICA, sur la Figure 4.8.b, la composante harmonique de 20 Hz est éliminée dans la réponse  $y_2$ , mais les modes propres et la composante harmonique restent encore ensemble dans la réponse  $y_1$ . Pour la méthode de SOBI, sur la Figure 4.8.c, le pic harmonique est presque éliminé dans la réponse  $y_1$  mais les deux modes propres cohabitent avec la composante harmonique dans la réponse  $y_2$ .

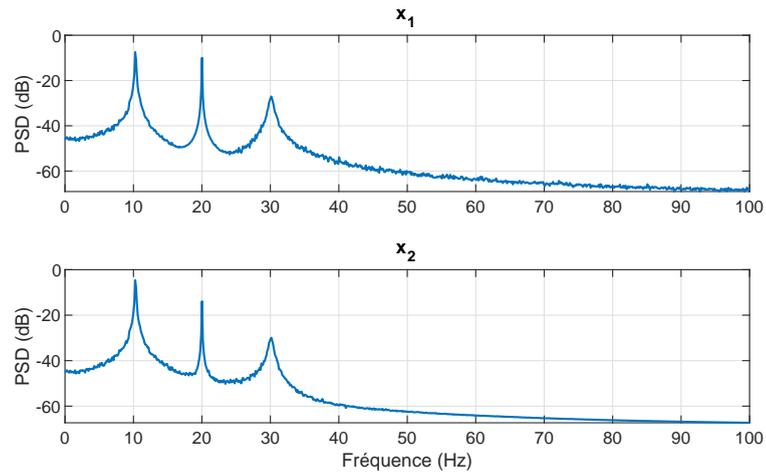
On considère le cas où les réponses simulées  $\mathbf{x}(t)$  sont filtrées par une fonction rectangulaire simple dans la bande de fréquence [0 23] Hz (Figure 4.9.a). Les réponses filtrées  $\mathbf{x}^f(t)$  se composent du premier mode propre et de la composante harmonique. Les méthodes d'ICA et de SOBI ont réussi à séparer les réponses filtrées en une réponse harmonique et une réponse aléatoire (Figure 4.9.b et Figure 4.9.c). On obtient les résultats similaires quand

les réponses simulées  $\mathbf{x}(t)$  sont filtrées dans la bande de [23 100] Hz, i.e, les réponses filtrées incluant le deuxième mode et la composante harmonique.

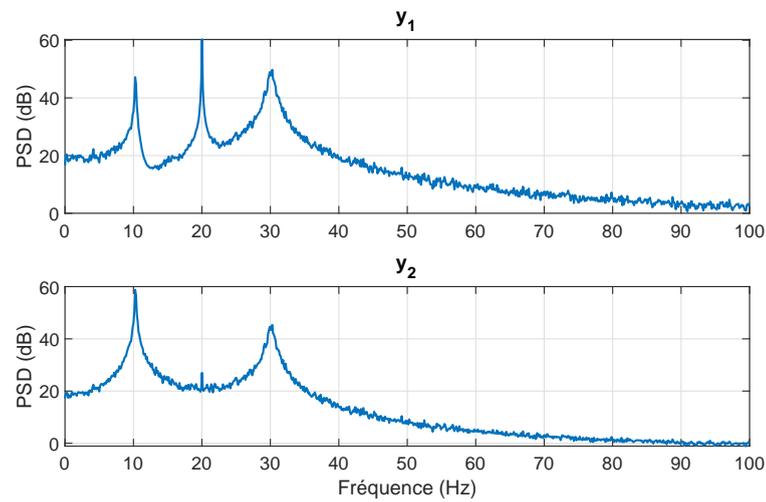
Les méthodes d'ICA et de SOBI sont également appliquées aux réponses aléatoires simulées  $\mathbf{x}^a(t)$ . Malgré la deuxième hypothèse d'ICA selon laquelle "au plus une des sources est gaussienne", les deux modes propres qui sont deux composantes gaussiennes, sont séparés par la méthode d'ICA (Figure 4.10.b). Il est à noter aussi que les réponses modales sont facilement séparées par la méthode de SOBI (Figure 4.10.c).

### Remarques

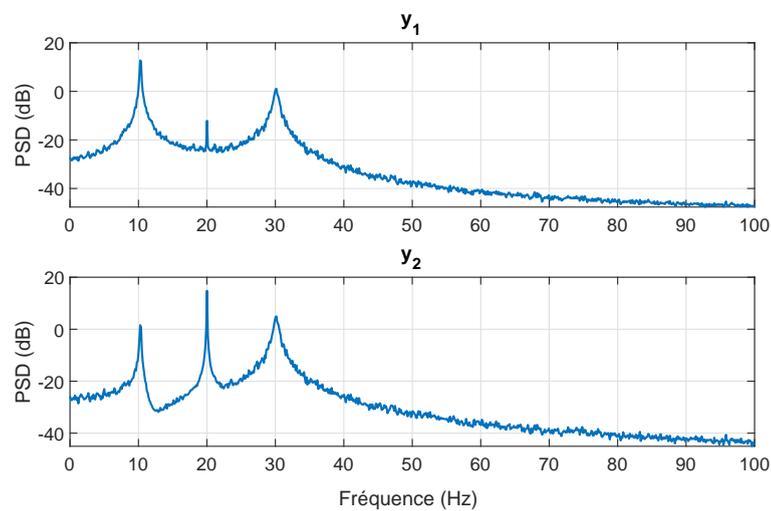
En comparant avec le mélange instantané, par le produit convolutif dans l'équation (4.26), les réponses aléatoires se présentent comme la somme de deux sources provenant de deux réponses modales et la réponse harmonique (4.27) considérée comme une source. Donc, les deux réponses simulées  $\mathbf{x}(t)$  contiennent au total trois sources : deux réponses modales et une harmonique. C'est le cas sous-déterminé, le nombre de sources  $M = 3$  est supérieur au nombre de capteurs  $N = 2$ . C'est pourquoi, les méthodes d'ICA et de SOBI qui peuvent traiter seulement le cas (sur)-déterminé, n'ont pas réussi à séparer des sources. Dans le cas des réponses filtrées ou des réponses aléatoires, il y a seulement deux sources dans les signaux : une harmonique et une réponse modale ou deux réponses modales. Cela devient un cas déterminé ( $M=N=2$ ), les sources sont facilement séparées par les méthodes d'ICA et de SOBI. À partir des résultats obtenus ci-dessus, dans la section suivante, nous proposons une nouvelle méthode d'OMA basée sur l'algorithme de BSS sous-déterminé (SCA) en présence des harmoniques.



(a)

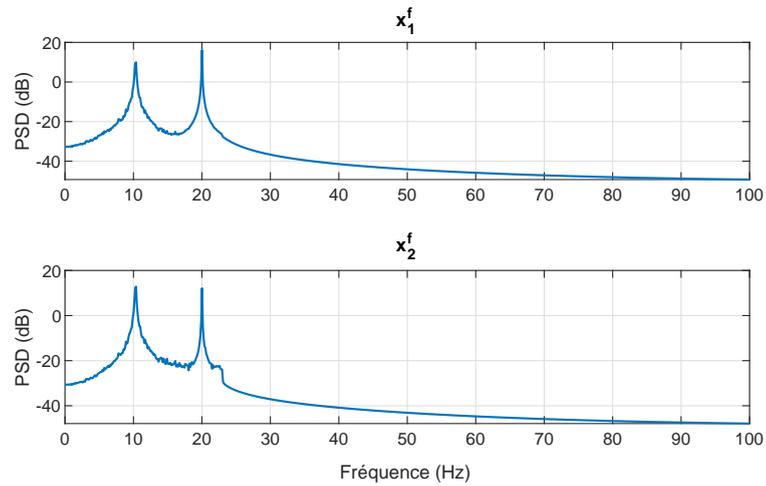


(b)

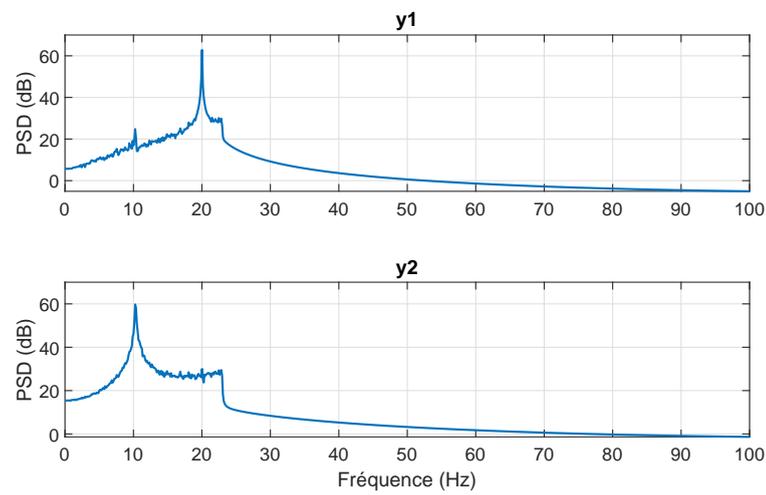


(c)

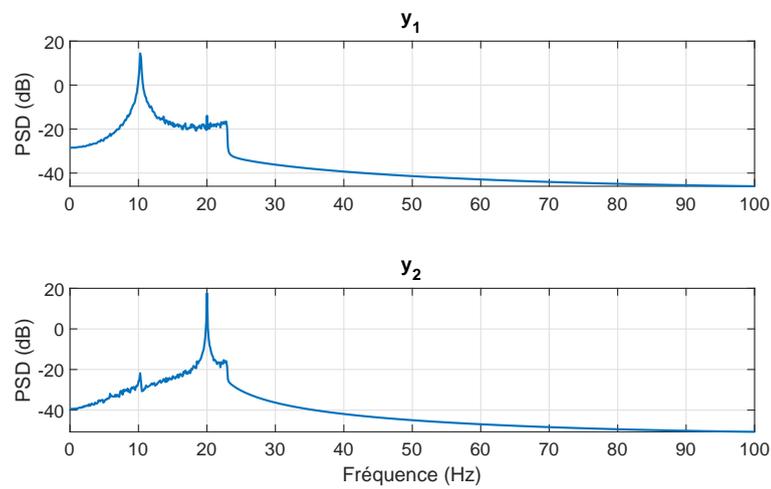
FIGURE 4.8. [2 DDL] (a) Réponses simulées; (b) réponses séparées par ICA; (c) réponses séparées par SOBI.



(a)

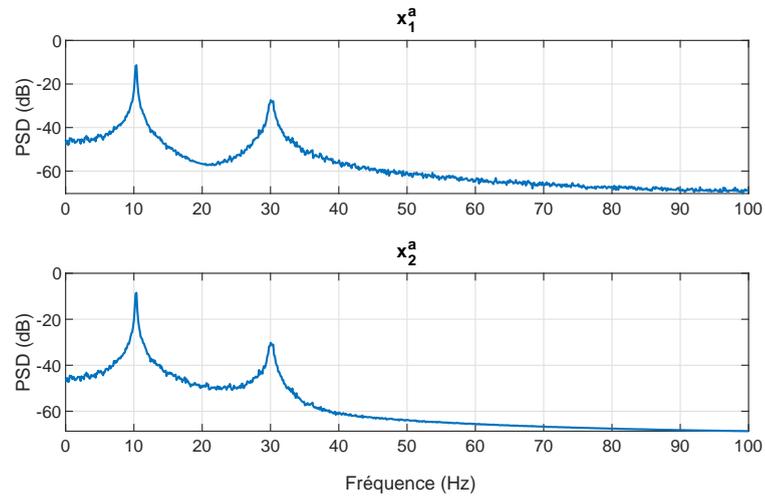


(b)

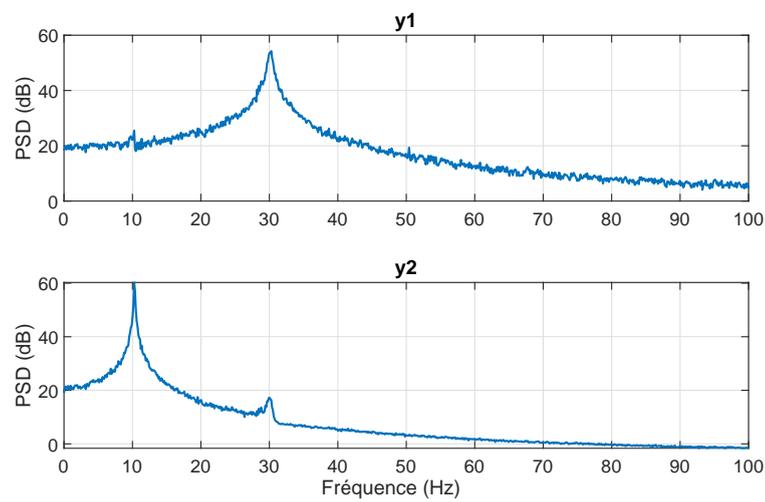


(c)

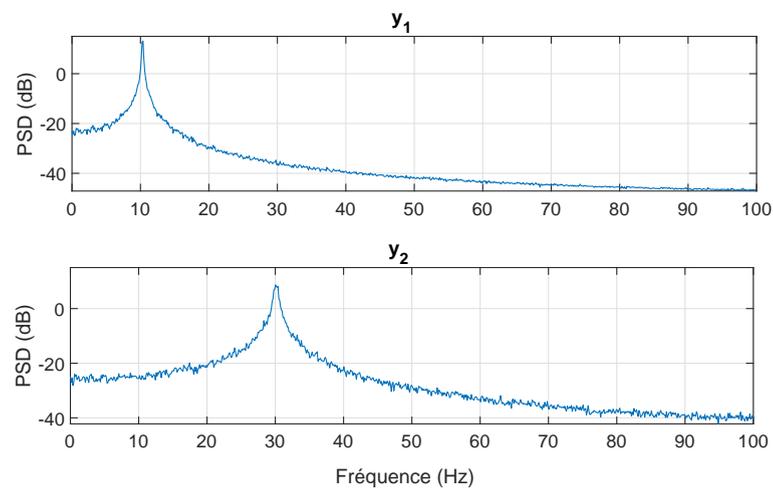
FIGURE 4.9. [2 DDL] (a) Réponses filtrées ; (b) réponses séparées par ICA ; (c) réponses séparées par SOBI.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 4.10. [2 DDL] (a) Réponses aléatoires simulées; (b) réponses séparées par ICA; (c) réponses séparées par SOBI.

## 4.4 AMO basée sur l'analyse en composantes parcimonieuses en présence des harmoniques

### 4.4.1 Approche théorique

La réponse structurale du système à  $N$  DDL (équation (1.1)) peut être exprimée par superposition modale :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}\mathbf{q}(t) = \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\phi}_i q_i(t) \quad (4.28)$$

où  $\mathbf{\Phi} \in \mathbb{R}^{N \times N}$  est la matrice des modes propres, chaque colonne  $\boldsymbol{\phi}_i$  représente une déformée modale;  $\mathbf{q}(t) \in \mathbb{R}^N$  est le vecteur des réponses modales  $q_i(t)$ . Il est à noter qu'il y a une similitude entre le modèle instantané de BSS donné dans l'équation (4.1) et la superposition modale dans l'équation (4.28). La matrice  $\mathbf{\Phi}$  peut être considérée comme la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  et  $\mathbf{q}(t)$  considérée comme les sources  $\mathbf{s}(t)$ . En conséquence,  $\mathbf{\Phi}$  et  $\mathbf{q}(t)$  peuvent être récupérées à partir des réponses mesurées  $\mathbf{x}(t)$  en utilisant la technique BSS pour identifier les paramètres modaux.

En présence des harmoniques dans l'excitation, il y a des composantes ajoutées dans les réponses mesurées  $\mathbf{x}(t)$ . Ces composantes supplémentaires peuvent être considérées comme les modes virtuels non amortis du système [145]. L'équation (4.28) devient :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}\mathbf{q}(t) = \sum_{i=1}^N \boldsymbol{\phi}_i q_i(t) + \sum_{v=1}^H \boldsymbol{\phi}_v q_v(t) \quad (4.29)$$

où  $\boldsymbol{\phi}_v$  et  $q_v(t)$ , ( $v = 1, 2, \dots, H$ ), sont des composantes harmoniques. L'équation (4.29) doit être résolue par l'algorithme de BSS sous-déterminé puisque le nombre de sources  $M$  ( $M = N + H$ ) est supérieur au nombre de capteurs  $N$ . La méthode de SCA applicable aux problèmes sous-déterminés, est choisie dans ce travail. Elle se compose de deux étapes principales : (1) l'estimation de la matrice de mélange et (2) l'estimation des sources.

#### • Estimation de la matrice de mélange

Afin d'obtenir les signaux mesurés dans le domaine transformé (fréquentiel ou temps-fréquentiel), la transformation de Fourier (FFT), de Fourier à court terme (STFT), des ondes (CWT) ou de cosinus sont utilisées. En appliquant la transformation de STFT à l'équation (4.1) ou (4.29), on obtient les signaux dans le domaine temps-fréquence :

$$\mathbf{X}(t, f) = \mathbf{A}\mathbf{S}(t, f) \quad (4.30)$$

La Figure 4.11 montre le nuage de points de 2 réponses mesurées provenant de 3 sources latentes. Les sources temporelles ne sont pas satisfaisantes à l'hypothèse de parcimonie dans le domaine temporel (Figure 4.11.a) mais elles ont une représentation parcimonieuse dans le domaine temps-fréquence (Figure 4.11.b). L'équation (4.30) peut s'écrire :

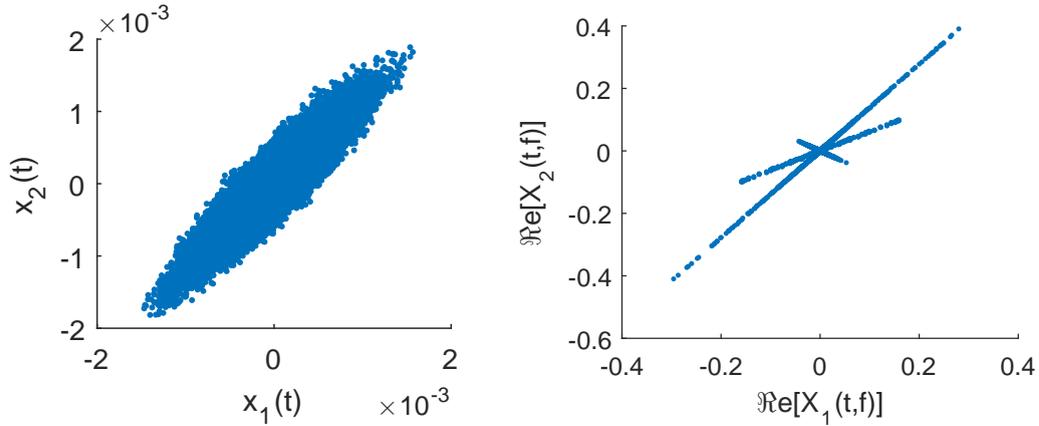


FIGURE 4.11. Nuage de points de 2 réponses mélangées provenant de 3 sources : (a) Domaine temporel; (b) Domaine temps-fréquentiel.

$$\begin{bmatrix} X_1(t, f) \\ X_2(t, f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1(t, f) \\ S_2(t, f) \\ S_3(t, f) \end{bmatrix} \quad (4.31)$$

Suivant l'hypothèse de parcimonie, chaque ligne droite représente une source latente et il y a toujours une seule source qui est active. Par exemple, sur la ligne droite liée à la source  $S_1$ , seulement la source  $S_1$  est active, l'équation (4.31) devient :

$$\begin{bmatrix} X_1(t_1, f_1) \\ X_2(t_1, f_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} \\ a_{21} \end{bmatrix} S_1(t_1, f_1) \quad (4.32)$$

L'équation (4.32) montre que la direction de la ligne droite de la source  $S_1$  prend la même direction du premier vecteur colonne de la matrice  $\mathbf{A}$ . De la même façon, les directions des lignes droites de la deuxième et de la troisième source correspondent respectivement au deuxième et troisième vecteur de la matrice de mélange. Par conséquent, la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  peut être estimée par un algorithme de regroupement à partir du nuage de points de  $\mathbf{X}(t, f)$ .

En réalité, les signaux sources peuvent ne pas être complètement disjoints dans le domaine transformé. L'algorithme de détection des points mono-sources (SSPs) [146] peut être utilisé comme une étape de pré-traitement pour supprimer les points aberrants. Un point quelconque dans le domaine temps-fréquence est un point mono-source si la différence entre la direction absolue de la partie réelle  $\Re[\mathbf{X}(t, f)]$  et de la partie imaginaire  $\Im[\mathbf{X}(t, f)]$  ne dépasse pas un angle de seuil donné  $\Delta\theta$ . Mathématiquement, le point mono-source satisfait à la condition suivante [146] :

$$\left| \frac{\Re[\mathbf{X}(t, f)]^T \Re[\mathbf{X}(t, f)]}{\sqrt{\Re[\mathbf{X}(t, f)]^T \Re[\mathbf{X}(t, f)]} \sqrt{\Im[\mathbf{X}(t, f)]^T \Im[\mathbf{X}(t, f)]}} \right| > \cos(\Delta\theta) \quad (4.33)$$

Une fois que les points mono-sources dans le domaine temps-fréquence sont soigneusement sélectionnés, un des algorithmes de regroupement (e.g., hiérarchique, K-moyenne,

C-moyenne floue, etc.) est maintenant utilisé pour extraire la matrice de mélange  $\mathbf{A}$ . Dans notre travail, l'algorithme standard de regroupement K-moyenne (fonction **Kmeans** du logiciel Matlab) est utilisé.

#### • Estimation des sources

Une fois la matrice de mélange  $\mathbf{A}$  estimée, les sources peuvent être calculées par un algorithme d'optimisation de  $l_1$ -minimisation [147] dans le domaine temps-fréquentiel comme suit :

$$\min \|\mathbf{S}(t, f)\|_{l_1} \quad \text{soumis à} \quad \mathbf{AS}(t, f) = \mathbf{X}(t, f) \quad (4.34)$$

Les sources estimées  $\mathbf{s}(t)$  dans le domaine temporel peuvent être obtenues à partir de  $\mathbf{S}(t, f)$  en utilisant un algorithme inverse de STFT.

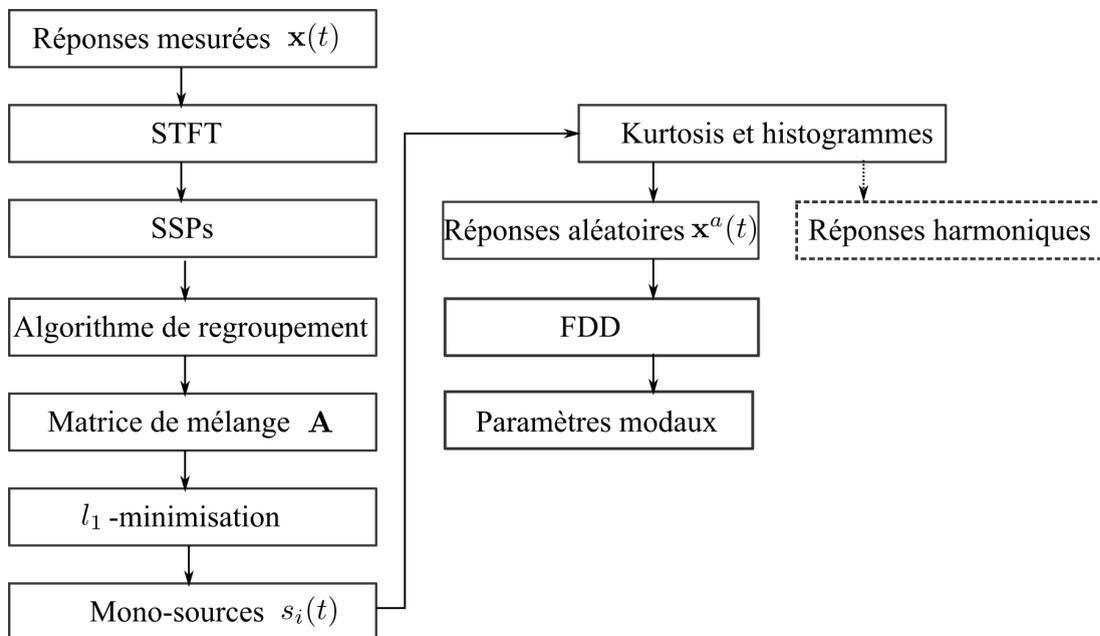


FIGURE 4.12. Procédure pratique de la méthode proposée SCA-FDD

#### • Distinction entre composantes harmoniques et structurales

La mono-source  $s_i(t)$  peut être une composante harmonique  $q_v(t)$  ou une réponse modale  $q_i(t)$ . Les deux méthodes de distinction entre composantes harmoniques et structurales (valeurs de kurtosis, histogrammes et fonctions de corrélation) dans le chapitre 3 peuvent être utilisées pour distinguer et enlever les composantes harmoniques.

#### • Reconstruction des réponses aléatoires $\mathbf{x}^a(t)$

Les réponses aléatoires peuvent être reconstruites comme suit :

- Enlever la  $i^{\text{ème}}$  colonne  $a_i$  et la source  $S_i(t, f)$  liées à la composante harmonique pour obtenir  $\mathbf{X}^a(t, f)$ . À titre d'exemple, si la deuxième source est harmonique, on a :

$$\begin{bmatrix} X_1(t, f) \\ X_2(t, f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1(t, f) \\ S_2(t, f) \\ S_3(t, f) \end{bmatrix} \quad (4.35)$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} X_1^a(t, f) \\ X_2^a(t, f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{13} \\ a_{21} & a_{23} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1(t, f) \\ S_3(t, f) \end{bmatrix} \quad (4.36)$$

- Transformer  $\mathbf{X}^a(t, f)$  dans le domaine temporel pour obtenir  $\mathbf{x}^a(t, f)$ .

### • Combinaison avec la méthode FDD

Après avoir reconstruit les réponses aléatoires, il est possible d'utiliser une technique classique d'AMO comme FDD [76, 78] pour identifier des paramètres modaux. Le nom **SCA-FDD** est donc choisi pour la méthode proposée. La procédure pratique de la méthode est illustrée dans la Figure 4.12.

## 4.4.2 Applications

### 4.4.2.1 Exemples numériques

#### • Système à 2 DDL

Le même exemple du système à 2 DDL de la section 4.3 est utilisé pour vérifier la performance de la méthode proposée. Les réponses en déplacement sont simulées avec 50000 points et le pas de temps  $\Delta t = 0.004$  s. Les réponses temporelles sont transformées en temps-fréquence par STFT avec le fenêtrage de 2048 points et 75 % de chevauchement. L'algorithme de détection des points de mono-source (SSPs) est utilisé avec un seuil  $\Delta\theta = 10^\circ$ .

Les réponses simulées dans le domaine temps-fréquence sont présentées sur la Figure 4.13. Le nuage de points des deux réponses est tracé sur la Figure 4.14. Il montre clairement trois lignes droites qui se composent de 3 sources (2 modes structuraux et une composante harmonique). Les trois mono-sources séparées sont présentées dans la Figure 4.15.b. Les valeurs de kurtosis et les histogrammes (Figure 4.16) montrent que la deuxième mono-source est un harmonique. Après avoir enlevé cette composante harmonique, les réponses aléatoires reconstruites sont présentées dans la Figure 4.15.c. On peut constater que la composante harmonique de 20 Hz est quasi éliminée en comparaison des réponses simulées (Figure 4.15.a). Les valeurs singulières calculées sont présentées dans la Figure 4.17. Les paramètres modaux identifiés par la méthode SCA-FDD sont récapitulés dans le Tableau 4.1. Il est à noter que les valeurs identifiées de la fréquence propre, de l'amortissement et de la déformée modale sont très proches des valeurs exactes.

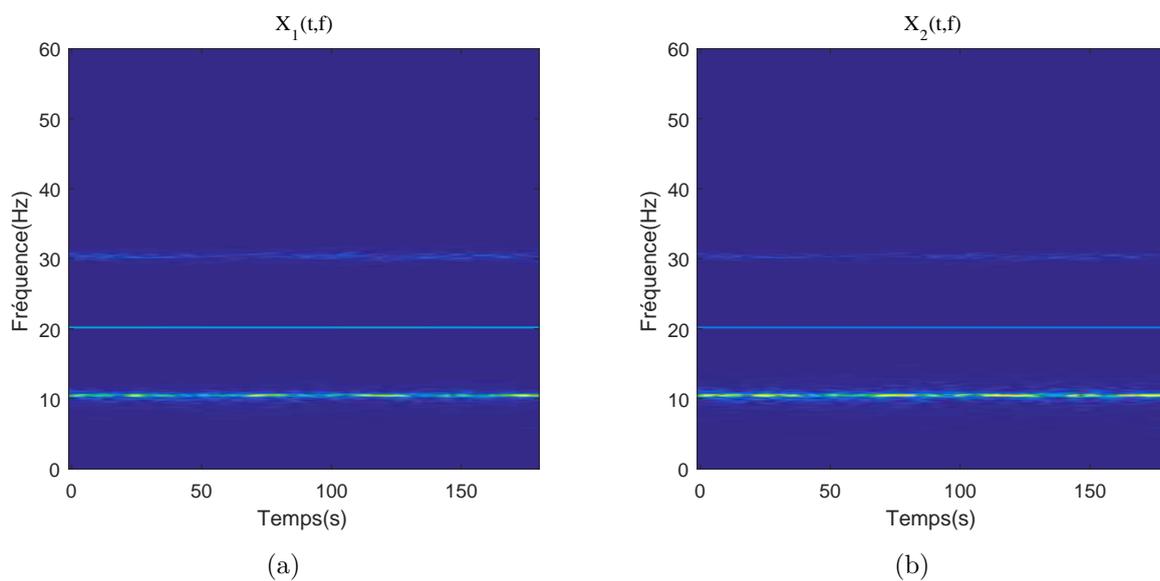


FIGURE 4.13. [2 DDL] réponses simulées dans le domaine temps-fréquence : (a)  $X_1(t, f)$  et (b)  $X_2(t, f)$ .

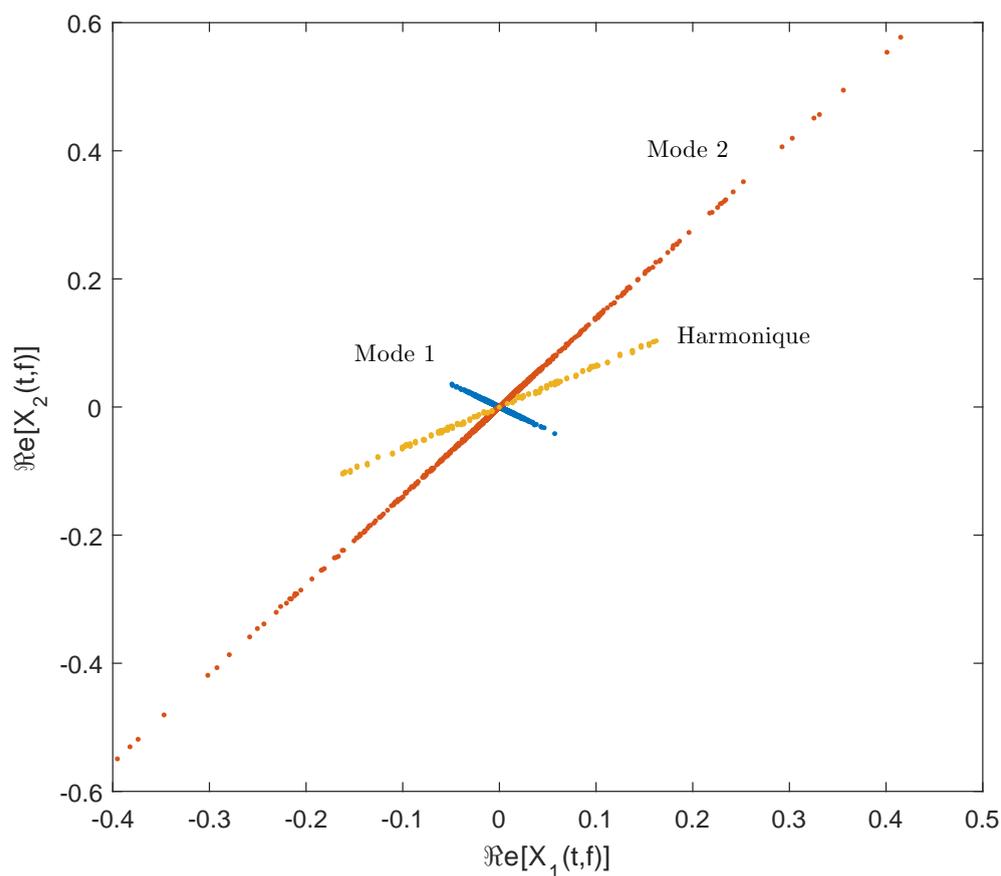


FIGURE 4.14. [2 DDL, SCA] nuage de points des deux réponses simulées.

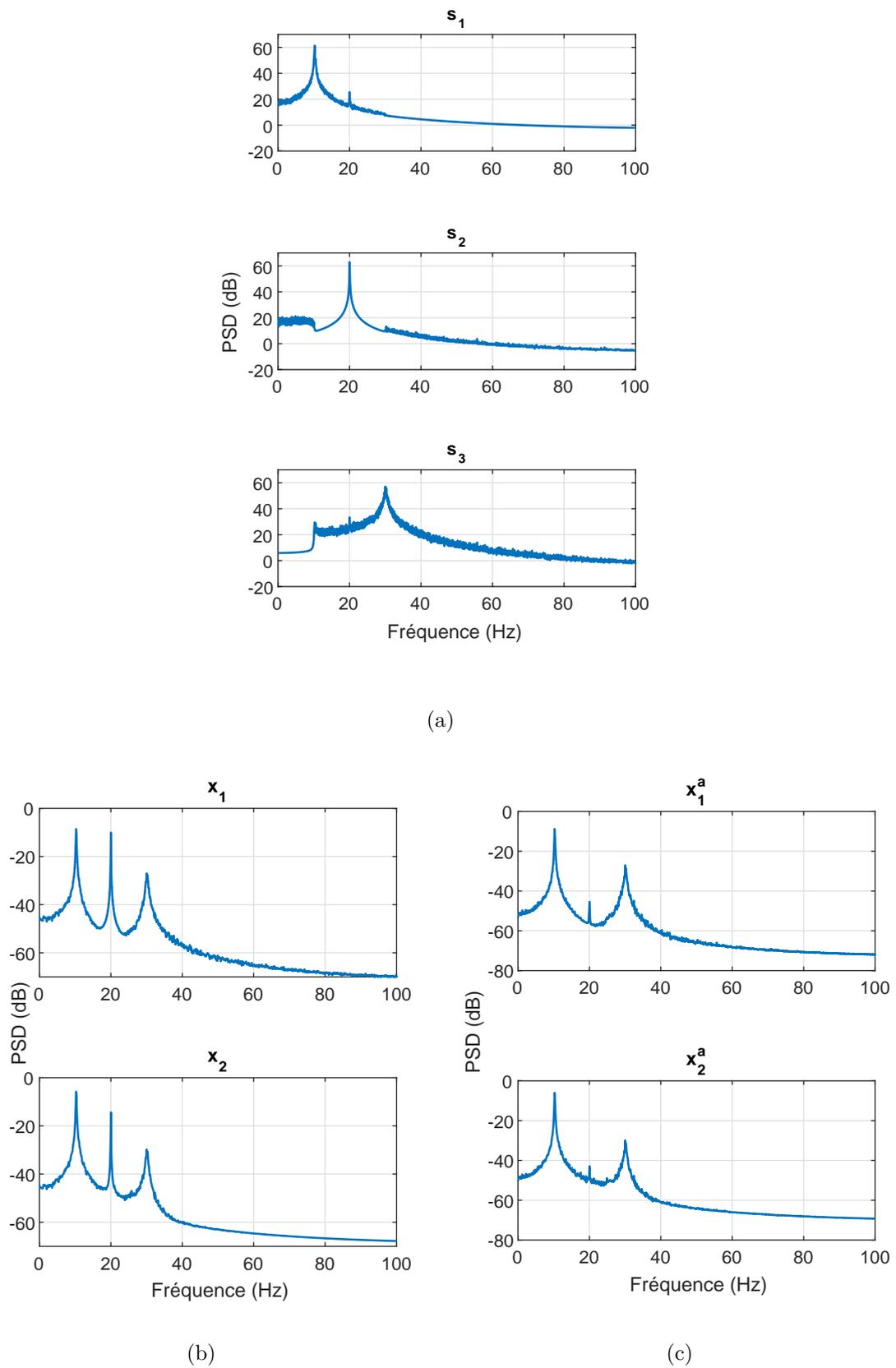


FIGURE 4.15. [2 DDL, SCA] (a) mono-sources séparées  $s_i$ ; (b) réponses simulées  $\mathbf{x}$ ; (c) réponses aléatoires reconstruites  $\mathbf{x}^a$ .

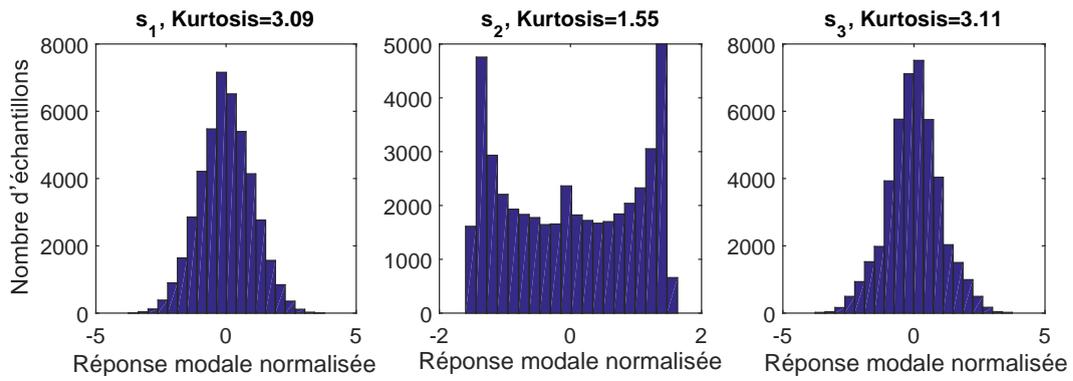


FIGURE 4.16. [2 DDL, SCA-FDD] histogrammes et valeurs de Kurtosis

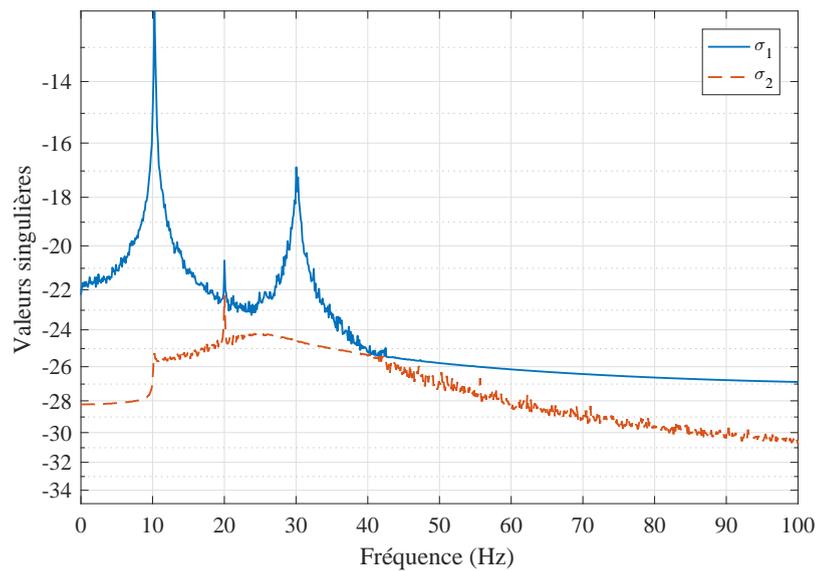


FIGURE 4.17. [2 DDL, SCA-FDD] valeurs singulières

TABLEAU 4.1. [2 DDL, SCA-FDD] paramètres identifiés

| Mode | Fréquence (Hz) | Taux d'amortissement $\xi$ (%) | Déformée modale              | Kurtosis    | Conclusion |
|------|----------------|--------------------------------|------------------------------|-------------|------------|
| 1    | 10.25 (10.30)  | 0.32 (0.32)                    | 1.00 (1.00)<br>1.38 (1.39)   | 3.09 (3.00) | Structural |
| 2    | 20.01 (20.00)  | -                              | -                            | 1.55 (1.50) | Harmonique |
| 3    | 30.11 (30.12)  | 0.95 (0.95)                    | 1.00 (1.00)<br>-0.72 (-0.72) | 3.11 (3.00) | Structural |

### • Poutre simulée

La performance de la méthode SCA-FDD est également vérifiée par un deuxième exemple numérique. Une poutre en console est simulée avec une excitation harmonique de 7 Hz située à 0.385 m et une excitation de bruit blanc gaussien appliquée à 0.7 m du côté encastré de la poutre. Les réponses en déplacements sont générées à trois positions avec une période d'échantillonnage  $\Delta t = 0.002$  s pour une durée de 120 s. Une description de la poutre simulée est présentée sur la Figure 4.18.

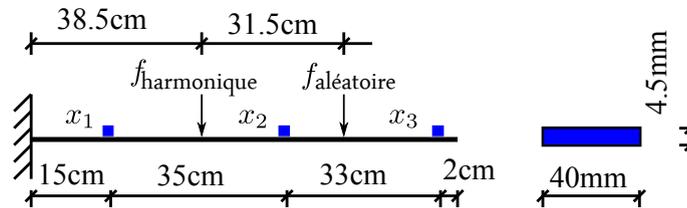


FIGURE 4.18. *Poutre simulée.*

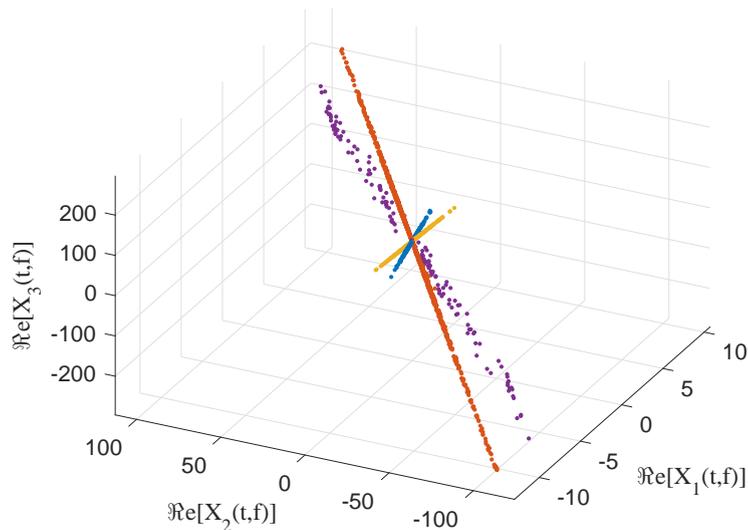


FIGURE 4.19. [*Poutre simulée, SCA-FDD*] nuage de points dans le domaine temps-fréquence.

La procédure de la méthode SCA-FDD est appliquée aux réponses simulées. Pour obtenir les réponses en temps-fréquence, les signaux temporels sont divisés en des segments de 2048 points avec 75 % de chevauchement. La détection des points de mono-source est réalisée avec un seuil  $\Delta\theta = 10^\circ$ . Le nuage de points de trois réponses dans le domaine temps-fréquence est montré sur la Figure 4.19. On peut trouver clairement quatre lignes droites représentant quatre mono-sources. Après la séparation, les quatre mono-sources sont récupérées et montrées dans la Figure 4.20. Les résultats obtenus des valeurs de kurtosis et des histogrammes indiquent que la première, troisième et quatrième mono-source sont liées aux modes structuraux et la deuxième mono-source est une composante harmonique. Après avoir enlevé la

composante harmonique, les réponses aléatoires reconstruites sont présentées dans la Figure 4.21.b. Il est à noter que la composante harmonique de 7 Hz est éliminée par rapport à l'original des réponses simulées (Figure 4.21.a). Les valeurs singulières de la méthode SCA-FDD sont présentées dans la Figure 4.22. Les paramètres modaux sont bien identifiés par la méthode proposée même si la fréquence harmonique est proche de la première fréquence propre. Le Tableau 4.2 résume les paramètres identifiés de la poutre simulée.

TABLEAU 4.2. [Poutre simulée, SCA-FDD] paramètres identifiés

| Mode | Fréquence (Hz) | Taux d'amortissement $\xi$ (%) | Déformée modale                             | Kurtosis    | Conclusion |
|------|----------------|--------------------------------|---|-------------|------------|
| 1    | 5.09 (5.15)    | 1.51 (1.50)                    | 1.00 (1.00)<br>8.87 (8.87)<br>19.23 (19.23) | 3.09 (3.00) | Structural |
| 2    | 7.08 (7.00)    | -                              | -   | 1.61 (1.50) | Harmonique |
| 3    | 32.25 (32.28)  | 0.99 (1.00)                    | 1.00 (1.00)<br>2.50 (2.48)<br>-3.54 (-3.59) | 3.21 (3.00) | Structural |
| 4    | 91.04 (90.60)  | 0.48 (0.50)                    | 1.00 (1.00)<br>-0.80 (-0.81)<br>1.56 (1.55) | 3.29 (3.00) | Structural |

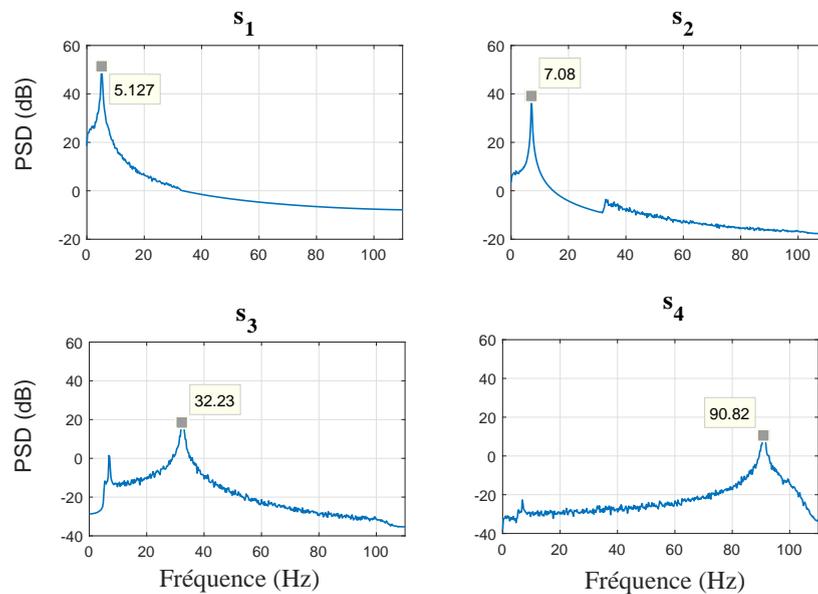


FIGURE 4.20. [Poutre simulée, SCA-FDD] 4 mono-sources séparées.

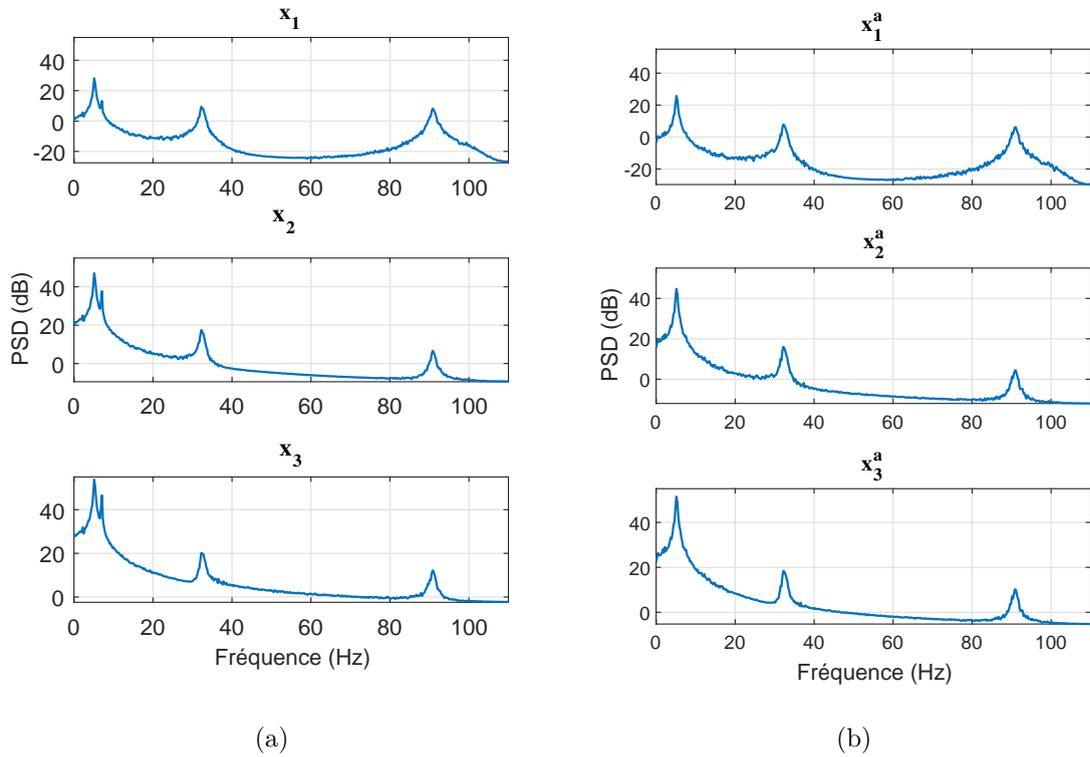


FIGURE 4.21. [Poutre simulée, SCA-FDD] (a) réponses simulées  $\mathbf{x}$ ; (b) réponses aléatoires reconstruites  $\mathbf{x}^a$ .

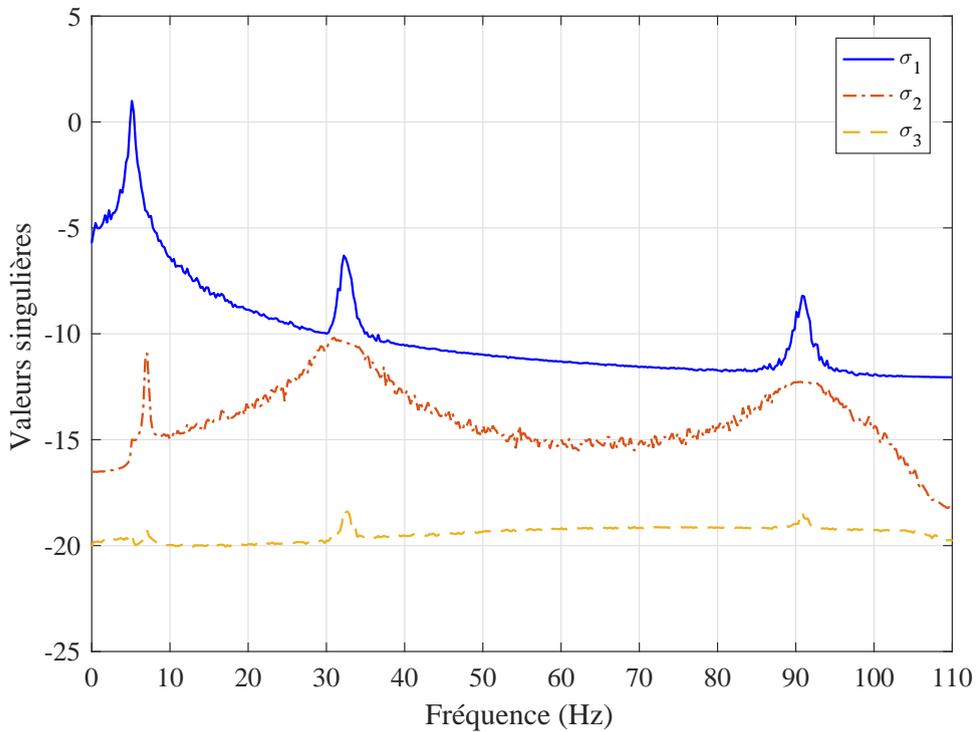


FIGURE 4.22. [Poutre simulée, SCA-FDD] valeurs singulières.

#### 4.4.2.2 Test expérimental

De la même façon, la méthode SCA-FDD est appliquée aux réponses de la poutre expérimentale dans le chapitre précédent 2.4.2. La Figure 4.23 présente le nuage de points des réponses mesurées dans le domaine transformé pour les cas de chargement 1 et 2. Pour le cas de chargement 1 (seule excitation de bruit blanc), le nuage de points se forme clairement en trois lignes droites qui sont les trois premiers modes propres de la poutre (Figure 4.23.a et 2.9.a).

Pour le cas de chargement 2, les trois réponses mesurées sont présentées dans la Figure 4.26. En présence de l'excitation harmonique très prépondérante, le nuage de points n'est pas assez clair, car il y a beaucoup de points aberrants, ce qui rend difficile la procédure d'identification modale par la méthode SCA-FDD. Après la détection des points de mono-source SSPs, l'algorithme de regroupement K-moyenne a pu regrouper le nuage en seulement quatre groupes de points (Figure 4.24). Les quatre mono-sources correspondantes sont extraites et montrées dans la Figure 4.25. Les valeurs de kurtosis des mono-sources séparées  $s_1, s_2, s_3, s_4$  sont respectivement 2.3, 3.07, 2.95, 2.95. Sur la Figure 4.25, on peut constater que la mono-source  $s_1$  contient la composante harmonique (13.28 Hz) ainsi que le premier mode propre (19.53 Hz). Le premier mode est beaucoup plus faible que la composante harmonique (13.28 Hz) en terme d'amplitude du pic. En plus, ils sont très proches l'un de l'autre. Pour obtenir les meilleurs résultats, la méthode SCA-FDD nécessite d'être améliorée en utilisant les algorithmes de regroupement plus avancés de SCA [148].

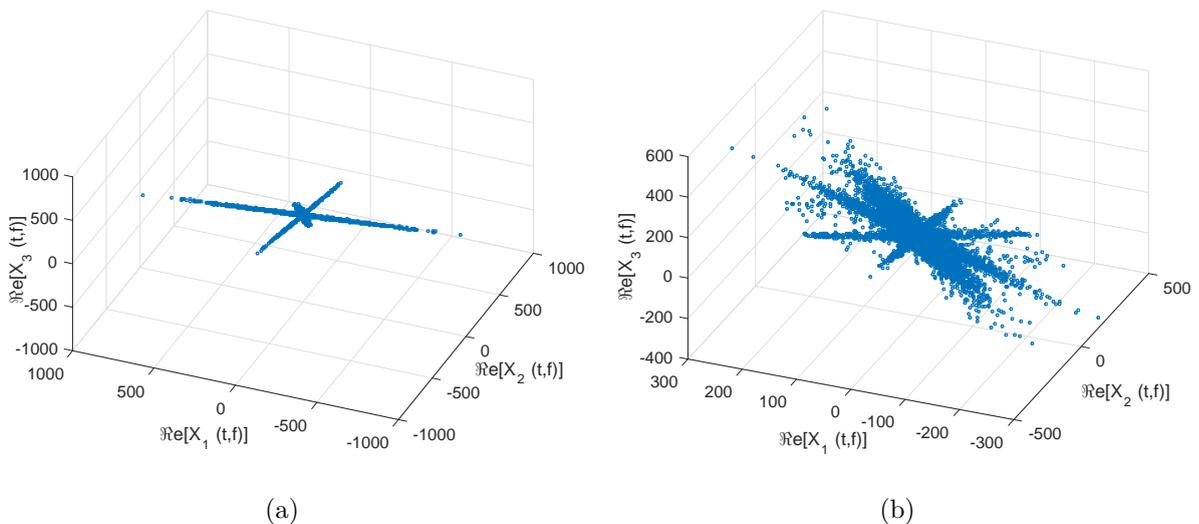


FIGURE 4.23. [Poutre expérimentée, SCA-FDD] nuage de points dans le domaine temps-fréquence : (a) cas 1 ; (b) cas 2.

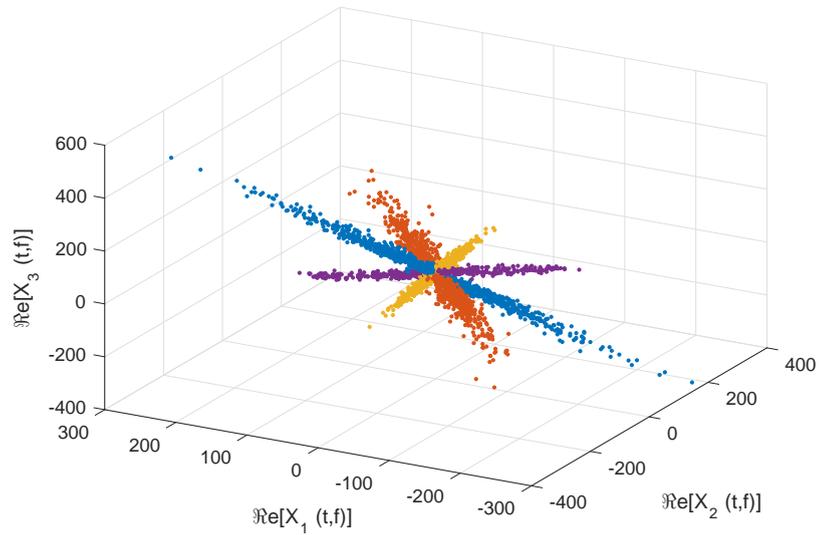


FIGURE 4.24. [Poutre expérimentée, cas 2, SCA-FDD] nuage de points dans le domaine temps-fréquence après l'utilisation de l'algorithme de regroupement.

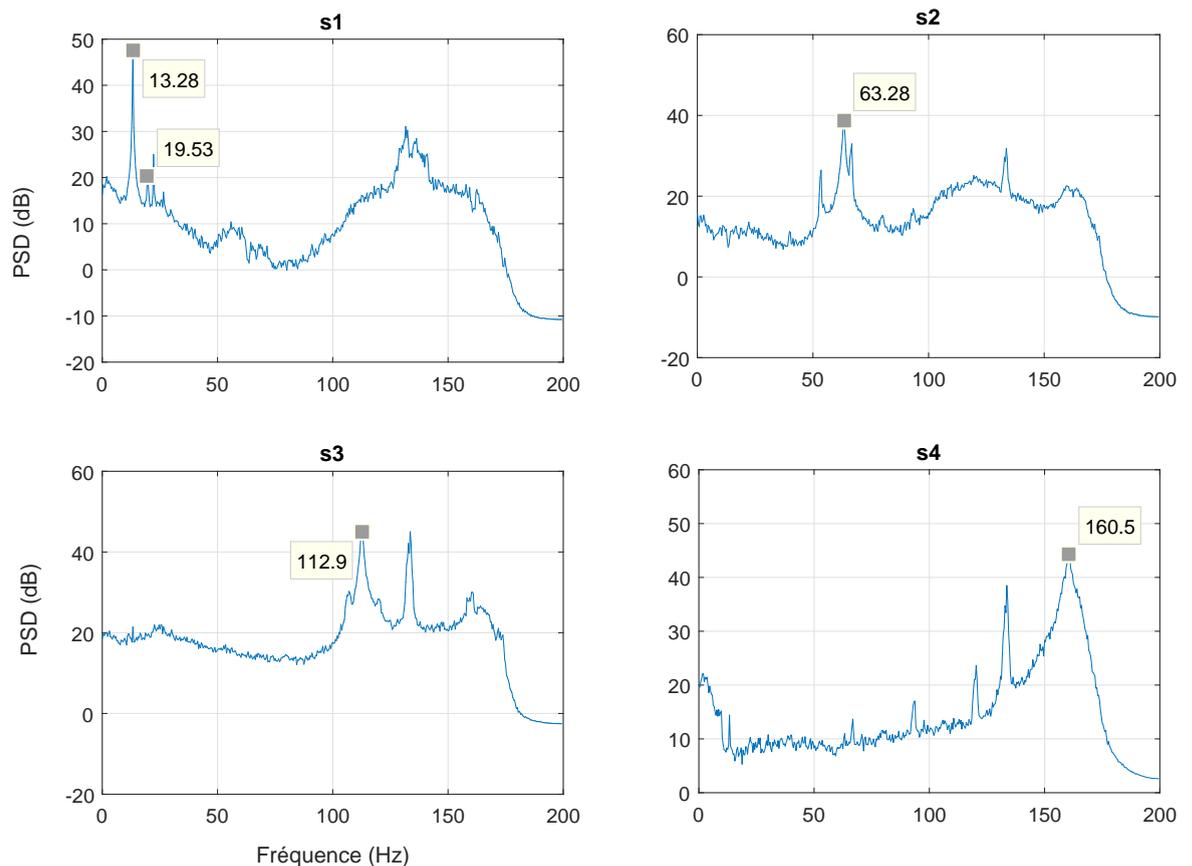


FIGURE 4.25. [Poutre expérimentée, cas 2, SCA-FDD] 4 mono-sources séparées.

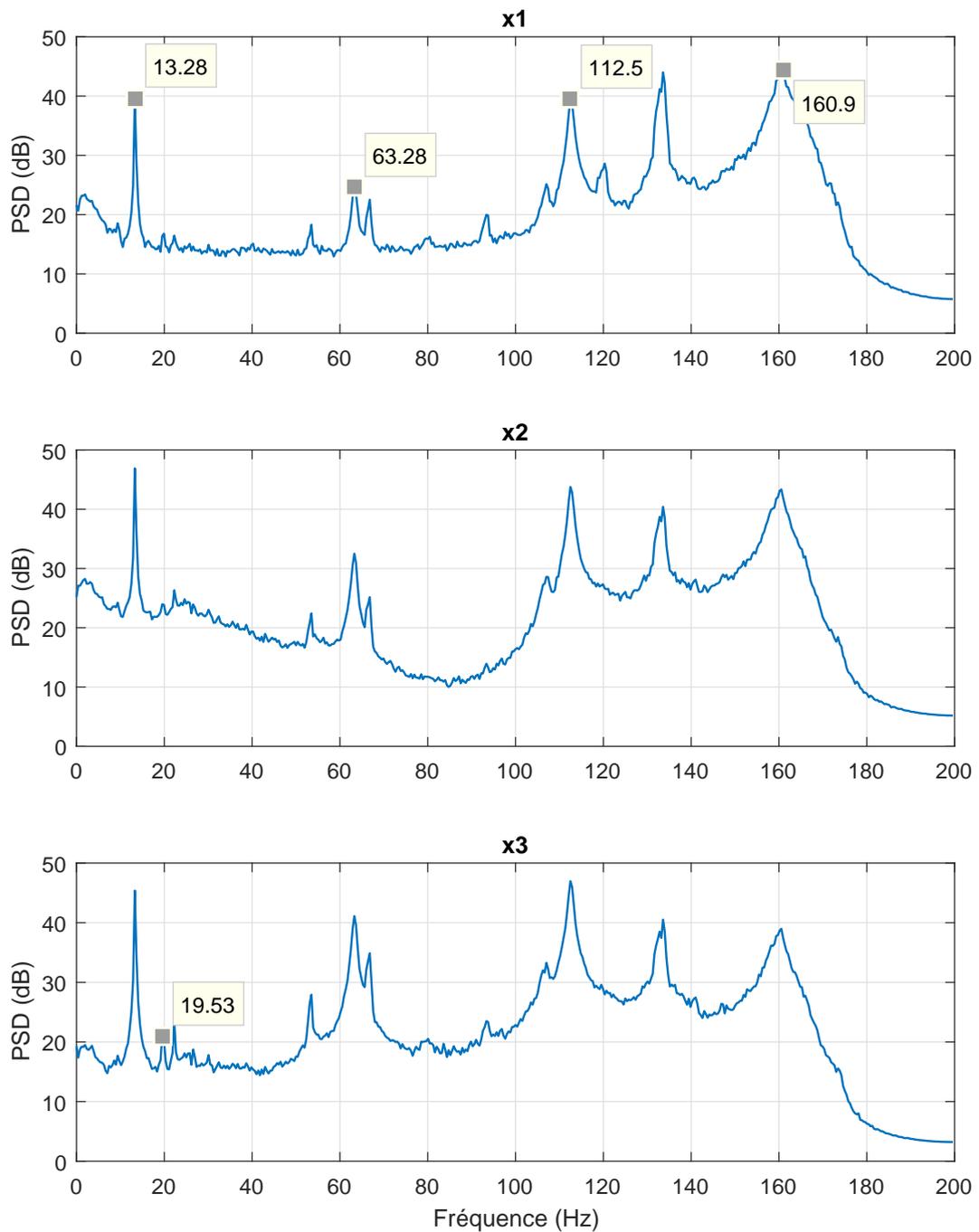


FIGURE 4.26. [Poutre expérimentée, cas 2, SCA-FDD] 3 réponses mesurées.

## 4.5 Séparation de sources en mélange convolutif

### 4.5.1 Approche théorique

Dans cette section, l'algorithme de séparation aveugle de sources en mélange convolutif est appliqué aux réponses vibratoires. D'un côté, on rappelle le modèle de mélange convolutif dans le contexte non bruité, l'équation (4.3) :

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}(t) * \mathbf{s}(t)$$

D'un autre côté, les réponses temporelles d'un système linéaire peuvent être calculées comme l'équation (1.4)

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{H}(t) * \mathbf{f}(t)$$

Dans ce cas de mélange convolutif, la matrice des fonctions de réponse impulsionnelle  $\mathbf{H}(t)$  peut être considérée comme la matrice de mélange  $\mathbf{A}(t)$  et le vecteur de la force d'excitation  $\mathbf{f}(t)$  peut être considéré comme le vecteur des sources  $\mathbf{s}(t)$ . Théoriquement, les forces d'excitation  $\mathbf{f}(t)$  et les fonctions de réponse impulsionnelle  $\mathbf{H}(t)$  peuvent être extraites en utilisant un algorithme de séparation aveugle de sources de type convolutif.

En utilisant la transformée en domaine  $Z$ , l'équation (4.4) devient :

$$x_i(z) = \sum_{j=1}^M a_{ij}(z) s_j(z) \quad (4.37)$$

L'équation (4.3) peut être écrite sous la forme discrète :

$$\mathbf{x}(n) = \mathbf{A}(z)\mathbf{s}(n) \quad (4.38)$$

où  $z^{-k}\mathbf{s}(n) = \mathbf{s}(n-k)$ ,  $\mathbf{A} = a_{ij}(z) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_{ij}(k)z^{-k}$ , est l'opérateur de retard dans domaine  $Z$ . Dans la plupart des travaux publiés, le modèle de mélange linéaire convolutif utilise souvent des filtres causaux à réponse impulsionnelle finie (FIR), soit  $a_{ij}(z) = \sum_{k=0}^K a_{ij}(k)z^{-k}$ ,  $K$  est la longueur de filtres. Ainsi, la matrice de filtres  $\mathbf{A}(z)$  peut s'écrire :

$$\mathbf{A}(z) = \begin{bmatrix} \sum_{k=0}^K a_{11}(k)z^{-k} & \sum_{k=0}^K a_{12}(k)z^{-k} & \cdots & \sum_{k=0}^K a_{1M}(k)z^{-k} \\ \sum_{k=0}^K a_{21}(k)z^{-k} & \sum_{k=0}^K a_{22}(k)z^{-k} & \cdots & \sum_{k=0}^K a_{2M}(k)z^{-k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{k=0}^K a_{N1}(k)z^{-k} & \sum_{k=0}^K a_{N2}(k)z^{-k} & \cdots & \sum_{k=0}^K a_{NM}(k)z^{-k} \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

Si  $\mathbf{A}(z)$  est une matrice inversible à gauche et les sources statiquement indépendantes, la solution du problème consiste à trouver la matrice de séparation  $\mathbf{B}(z)$  et l'estimateur des sources  $\mathbf{y}(n)$  à partir de  $\mathbf{x}(n)$  :

$$\mathbf{y}(n) = \mathbf{B}(z)\mathbf{x}(n) = \mathbf{B}(z)\mathbf{A}(z)\mathbf{s}(n) \quad (4.40)$$

où la matrice des filtres  $\mathbf{B}(z)$  vérifie  $\mathbf{B}(z)\mathbf{A}(z) = \mathbf{P}\mathbf{H}(z)$ , avec  $\mathbf{P}$  une permutation et  $\mathbf{H}$  un opérateur de filtrage. L'estimation de la matrice  $\mathbf{B}(z)$  est basée sur le gradient de l'information mutuelle pénalisée. Une description complète de l'algorithme de BSS convolutif peut être trouvée dans les références [140, 141].

## 4.5.2 Exemple numérique

L'algorithme de séparation des sources en mélange convolutif basée sur l'information mutuelle pénalisée [140] est appliquée aux réponses temporelles du système à 2 DDL dans la section précédente 4.3. Pour séparer des signaux en mélange convolutif, un filtre FIR de longueur de  $K = 20$  est utilisé, les autres paramètres sont :  $Iter = 10000$ ,  $\mu = 0.03$ ,  $\lambda = 1$ . La Figure 4.27.a et la Figure 4.27.b présentent respectivement les réponses simulées et les réponses séparées par l'algorithme de BSS convolutif. Il est à noter que la première réponse séparée  $y_1$  présente un seul pic de 20 Hz lié à la composante harmonique et la deuxième réponse séparée  $y_2$  présente seulement deux modes structuraux. Les valeurs de kurtosis de  $y_1$  et  $y_2$  sont respectivement de 1.55 et 3.03. Les histogrammes de deux réponses séparées sont tracés sur la Figure 4.28. Les résultats obtenus confirme que les réponses simulées sont bien séparées en une composante aléatoire et une composante harmonique.

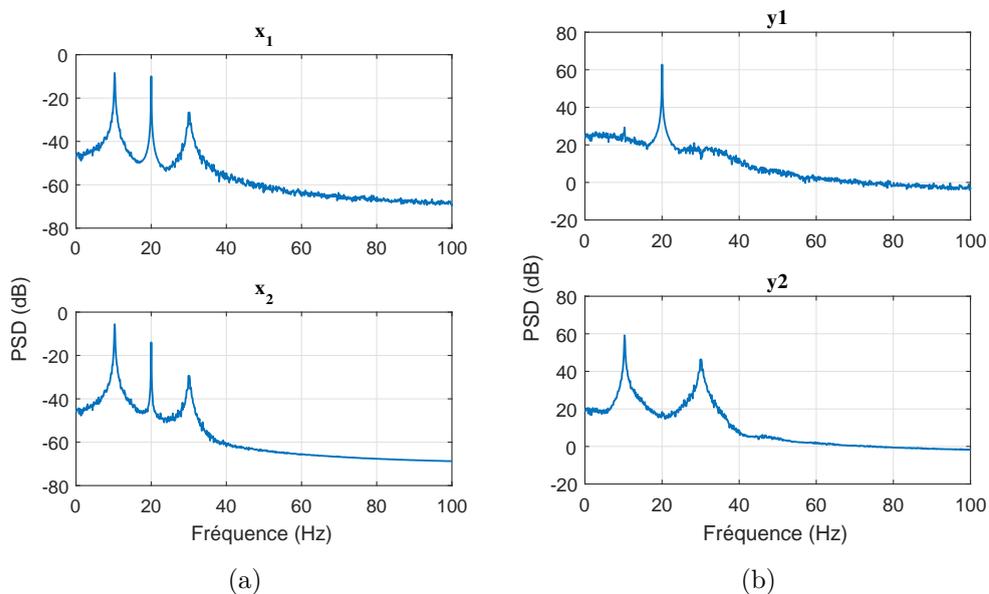


FIGURE 4.27. [2 DDL, ICA convolutif] (a) réponses simulées  $\mathbf{x}$  ; (b) réponses séparées  $\mathbf{y}$ .

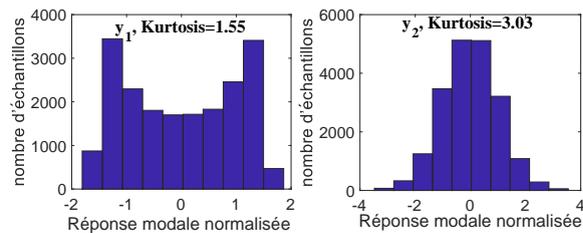


FIGURE 4.28. [2 DDL, ICA convolutif] histogrammes et valeurs de Kurtosis

Même si une autre composante harmonique de 40 Hz est ajoutée à l'excitation, les composantes aléatoire et harmonique sont parfaitement séparées par l'algorithme d'ICA convolutif. Nous pouvons trouver que  $y_1$  présente deux composantes harmoniques de 20 Hz et de 40 Hz et  $y_2$  présente deux modes structuraux comme indiqué sur la Figure 4.29.

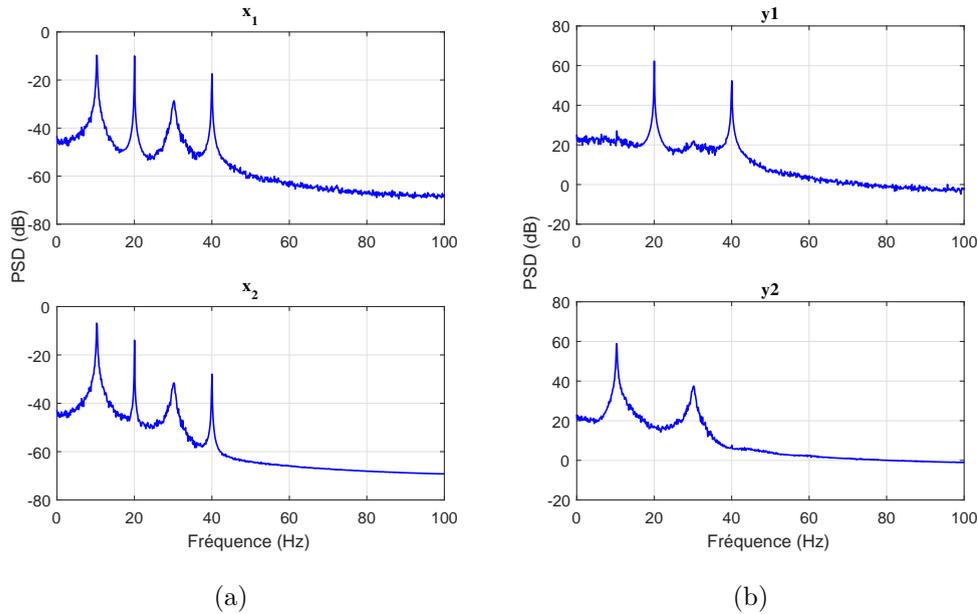


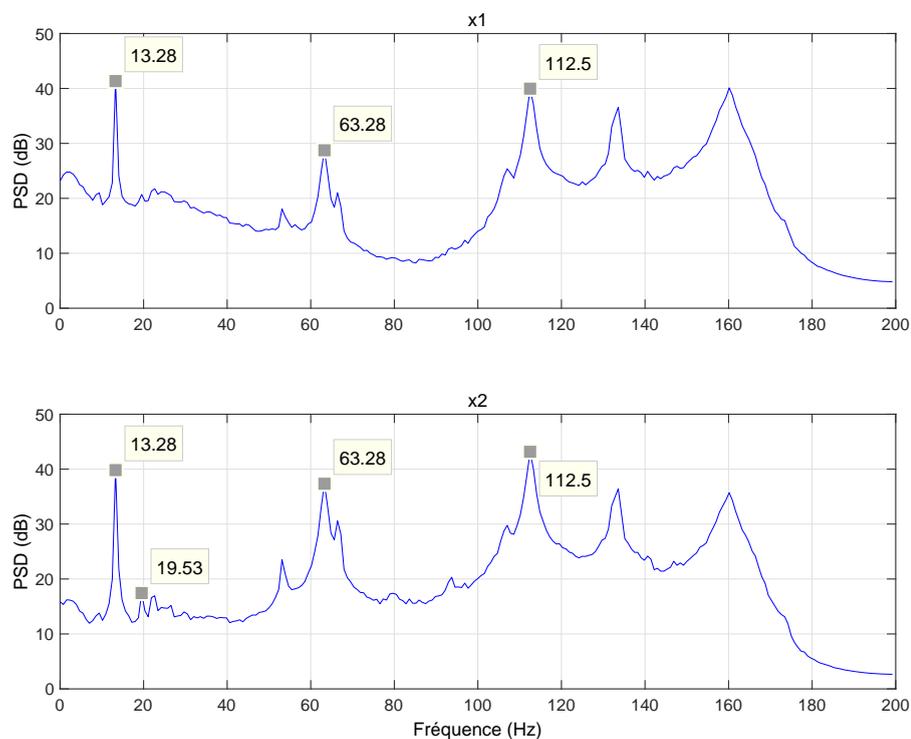
FIGURE 4.29. [2 DDL, ICA convolutif, 2 harmoniques] (a) réponses simulées  $\mathbf{x}$ ; (b) réponses séparées  $\mathbf{y}$ .

### 4.5.3 Test expérimental

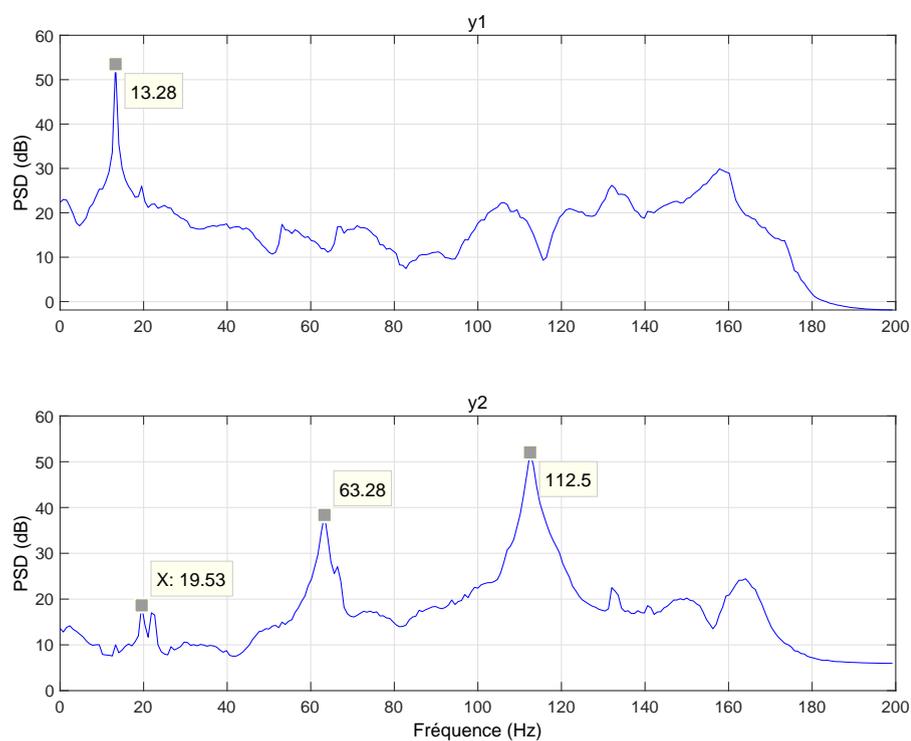
Le test expérimental de la poutre du cas de chargement 2 dans le chapitre précédent est aussi utilisé. Pour séparer les signaux de la poutre, nous avons utilisé un filtre FIR de longueur  $K = 35$ ,  $Iter = 60000$ ,  $\mu = 0.1$  et  $.0001$ . Les réponses temporelles enregistrées au deuxième et troisième accéléromètres sont utilisées pour la séparation des sources en mélange convolutif. La Figure 4.30.a et la Figure 4.30.b présentent respectivement les réponses mesurées et les réponses séparées. Nous pouvons trouver que la réponse séparée  $y_1$  montre la composante harmonique de 13.28 Hz et la réponse séparée  $y_2$  présente les pics correspondants aux modes structuraux. De plus, nous avons retrouvé le pic de 19.53 Hz lié au premier mode de la poutre dans la réponse séparée  $y_2$ . Ce mode propre n'a pas été identifié par les méthodes d'identification modale précédentes.

#### Remarques

Théoriquement, en utilisant l'algorithme de BSS convolutif, nous retrouvons les sources  $\mathbf{s}(t)$  qui sont les forces d'excitation  $\mathbf{f}(t)$  dans les réponses estimées  $\mathbf{y}(t)$ . Par exemple, pour le système à 2 DDL, la réponse estimée  $y_1$  correspondant à l'excitation harmonique présente le pic harmonique et la réponse estimée  $y_2$  liée à l'excitation aléatoire présente normalement un spectre plat dans le domaine fréquentiel. Cependant, avec l'utilisation d'un filtre de longueur finie  $K$ , l'algorithme de BSS convolutif permet de séparer les réponses en des composantes harmoniques et des modes structuraux. Il serait possible de récupérer même les forces d'excitation en augmentant la longueur du filtre  $K$ , mais le coût de calcul sera très cher.



(a)



(b)

FIGURE 4.30. [Poutre expérimentale, ICA convolutif] (a) réponses mesurées  $\mathbf{x}$ ; (b) réponses séparées  $\mathbf{y}$ .

## 4.6 Séparation informée de sources

La séparation *informée* de sources (ISS) a été abordée récemment par Parvaix et Liutkus [149, 150, 151] dans le but d'améliorer les résultats de séparation des sons. La séparation informée de sources prend en compte toute *information à priori* disponible sur les sources pour faciliter la séparation. Dans ce cas, la séparation n'est plus *aveugle*, elle devient *informée*. En effet, dans le calcul précédant de la méthode BSS d'ICA, la fonction score  $\psi_Y(y)$  liée à la fonction de densité de probabilité, a été modélisée par des polynômes de degré 3 (équation (4.13)). Cependant, dans notre but de séparer les composantes harmoniques et composants aléatoires, nous connaissons les formules analytiques des fonctions de densité de probabilité d'une réponse harmonique et d'une réponse aléatoire. Dans cette section, nous allons prendre en compte cette *information à priori* dans la méthode ICA pour renforcer la séparation de sources.

La fonction de densité de probabilité d'une réponse aléatoire gaussienne avec la moyenne  $\mu$  et l'écart-type  $\delta$  est exprimée par l'équation (3.1) :

$$p_Y(y; \delta, \mu) = \frac{1}{\delta\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(y - \mu)^2}{2\delta^2}\right]$$

La fonction de score d'une réponse aléatoire peut s'écrire alors :

$$\psi_Y(y) = -\frac{p'_Y(y)}{p_Y(y)} = \frac{y - \mu}{\delta^2} \quad (4.41)$$

Il est à noter que la fonction de score d'une réponse aléatoire est une fonction affine (de degré 1). À partir des observations  $y(t)$ , les paramètres  $\mu$  et  $\delta$  peuvent être estimés par :  $\mu = \text{mean}(y)$ ,  $\delta = \text{std}(y)$ .

La fonction de densité de probabilité d'une réponse aléatoire harmonique d'amplitude  $A$  a été exprimée par l'équation (3.3) :

$$p_Y(y; A) = \begin{cases} 0 & \text{si } |y| > A \\ \frac{1}{\pi A \sqrt{1 - (y/A)^2}} & \text{si } |y| \leq A \end{cases}$$

La fonction de score de la composante harmonique peut s'écrire alors :

$$\psi_Y(y) = -\frac{p'_Y(y)}{p_Y(y)} = \begin{cases} 0 & \text{si } |y| > A \\ -\frac{y}{A^2(1 - (y/A)^2)} & \text{si } |y| \leq A \end{cases} \quad (4.42)$$

À partir des observations  $y(t)$ , le paramètre  $A$  peut être estimé par maximisation de vraisemblance :  $A = \text{mle}(y) = \max |y|$ . Le détail du calcul est montré dans l'annexe A.1.

Les paramètres  $a_o, b_o, c_o, d_o$  des polynômes de degré 3 de la fonction score  $\psi_Y(y)$  proposée dans [142], ont été estimés par la méthode des moindres carrés. Par le calcul de l'intégrale, la fonction de densité de probabilité est d'un polynôme de degré 4 :

$$\begin{aligned}
\psi_Y(y) &= -\frac{p'_Y(y)}{p_Y(y)} = d_o + c_o \cdot y + b_o \cdot y^2 + a_o \cdot y^3 \\
\Rightarrow \ln(p_Y(y)) &= -\int (d_o + c_o \cdot y + b_o \cdot y^2 + a_o \cdot y^3) dy \\
\Rightarrow p_Y(y; a_o, b_o, c_o, d_o, g_o) &= \exp \left[ -(g_o + d_o \cdot y + \frac{c_o}{2} \cdot y^2 + \frac{b_o}{3} \cdot y^3 + \frac{a_o}{4} \cdot y^4) \right]
\end{aligned} \tag{4.43}$$

Considérons maintenant deux sources qui se composent d'une réponse aléatoire gaussienne et d'une réponse aléatoire sinusoïdale :

$$\begin{aligned}
s_1 &= \text{randn}(N_p, 1) \\
s_2 &= 5 \sin[2\pi 20t * \text{randn}(N_p, 1)]
\end{aligned} \tag{4.44}$$

Les signaux temporels sont générés avec le nombre de points d'échantillonnage  $N_p = 10000$  et le pas de temps  $\Delta t = 0.004$  s. Les réponses observées  $\mathbf{x}(t)$  sont obtenues par un mélange linéaire instantané :

$$\begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \begin{bmatrix} s_1(t) \\ s_2(t) \end{bmatrix} \tag{4.45}$$

La méthode d'ICA basée sur le gradient de l'information mutuelle pénalisée (section 4.2.3.1) est utilisée pour trouver les sources estimées  $\mathbf{y}(t)$  à partir des réponses  $\mathbf{x}(t)$ . Les paramètres utilisés pour l'algorithme de séparation sont :  $Iter = 5000$ ,  $\mu = 0.01$ ,  $\lambda = 1$ . Trois cas de fonction score sont considérés :

- Cas 1 : Deux fonctions de score  $p_{Y_1}(y_1)$  et  $p_{Y_2}(y_2)$  sont modélisées par les polynômes de degré 3, c'est le cas de la séparation *aveugle* de sources.
- Cas 2 :  $p_{Y_1}(y_1)$  est la fonction score d'une réponse aléatoire gaussienne (4.41) et  $p_{Y_2}(y_2)$  est modélisée par le polynôme de degré 3, c'est le cas de la séparation *semi-informée* de sources.
- Cas 3 :  $p_{Y_1}(y_1)$  est la fonction score d'une réponse aléatoire gaussienne (4.42) et  $p_{Y_2}(y_2)$  est la fonction de score d'une réponse aléatoire harmonique, c'est le cas de la séparation *informée* de sources.

Pour le cas 1, les résultats de la séparation sont présentés dans la Figure 4.31. On trouve que les sources sont bien séparées dans ce cas. Les valeurs de kurtosis et les histogrammes sont également utilisés pour montrer les propriétés statistiques des signaux sources  $\mathbf{s}(t)$ , des signaux mélangés  $\mathbf{x}(t)$  et des signaux estimés  $\mathbf{y}(t)$ . La figure montre aussi les fonctions scores  $\psi(\cdot)$  des polynômes de degré 3 estimées à partir de signaux sources, des signaux mélangés et des signaux estimés. La fonction de score  $\psi_1(\cdot)$  (ligne bleue) liée à la source aléatoire gaussienne, se forme clairement en une ligne droite. Il est possible de tracer les fonctions de densité de probabilité des signaux estimés par l'équation (4.43). Ici, on souhaite observer la forme de la fonction de densité de probabilité. Car le paramètre  $g_o$  n'influence pas la forme de la fonction de densité de probabilité, donc il est supposé être nul. Il est à remarquer que

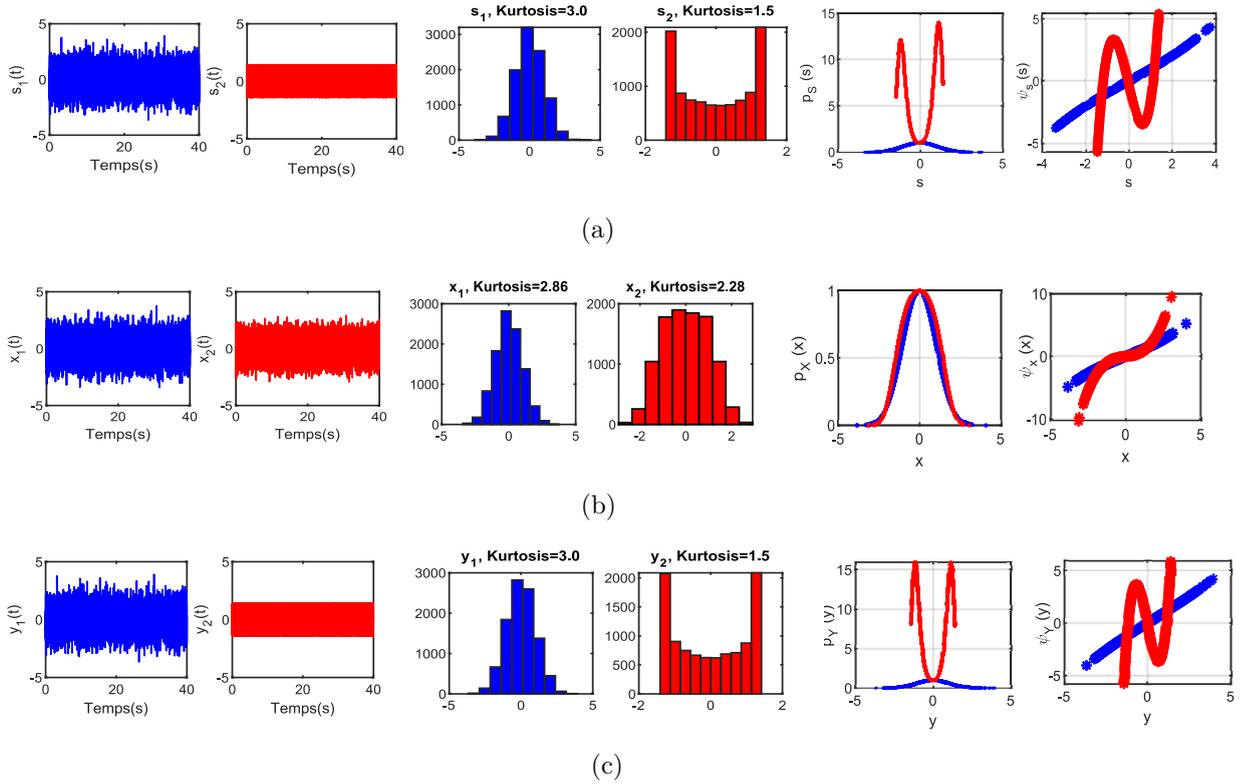


FIGURE 4.31. [Cas 1] (a) sources  $\mathbf{s}(t)$ ; (b) réponses mélangées  $\mathbf{x}(t)$ ; (c) sources estimées  $\mathbf{y}(t)$

la fonction de densité de probabilité relative à la source aléatoire gaussienne (ligne bleue) possède la forme d'une cloche et celle liée à la source aléatoire harmonique (ligne rouge) possède deux pics à ses côtés. À partir de la matrice de séparation estimée  $\mathbf{B}$ , la matrice de mélange estimée est calculée par  $\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{B}^{-1}$ . Dans ce cas, on retrouve la même matrice de mélange  $\mathbf{A}$

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0.6 & 0.4 \\ 0.4 & 0.6 \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Pour le cas 2, les résultats de la séparation sont montrés dans la Figure 4.32. Les sources sont bien séparées dans ce cas. On obtient les mêmes résultats du premier cas. La matrice de mélange estimée  $\tilde{\mathbf{A}}$  est identique à celle initiale  $\mathbf{A}$ .

Pour le cas 3, les résultats de la séparation sont présentés dans la Figure 4.33. On trouve que les sources ne sont pas séparées. Le problème provient de la limite infinie de la fonction de score d'une réponse harmonique. Quand on se rapproche du point  $\pm A$ , la valeur  $\psi_Y(y)$  devient de plus en plus proche de l'infinie  $\infty$ , ce qui conduit à la divergence de l'algorithme de séparation de sources. Évidemment, on ne trouve pas la même matrice de mélange.

$$\lim_{y \rightarrow \pm A} \psi_Y(y) = \lim_{y \rightarrow \pm A} -\frac{y}{A^2(1 - (y/A)^2)} = \infty \quad (4.47)$$

$$\tilde{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} 0.6 & 3.9 \\ -1.2 & 3.8 \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

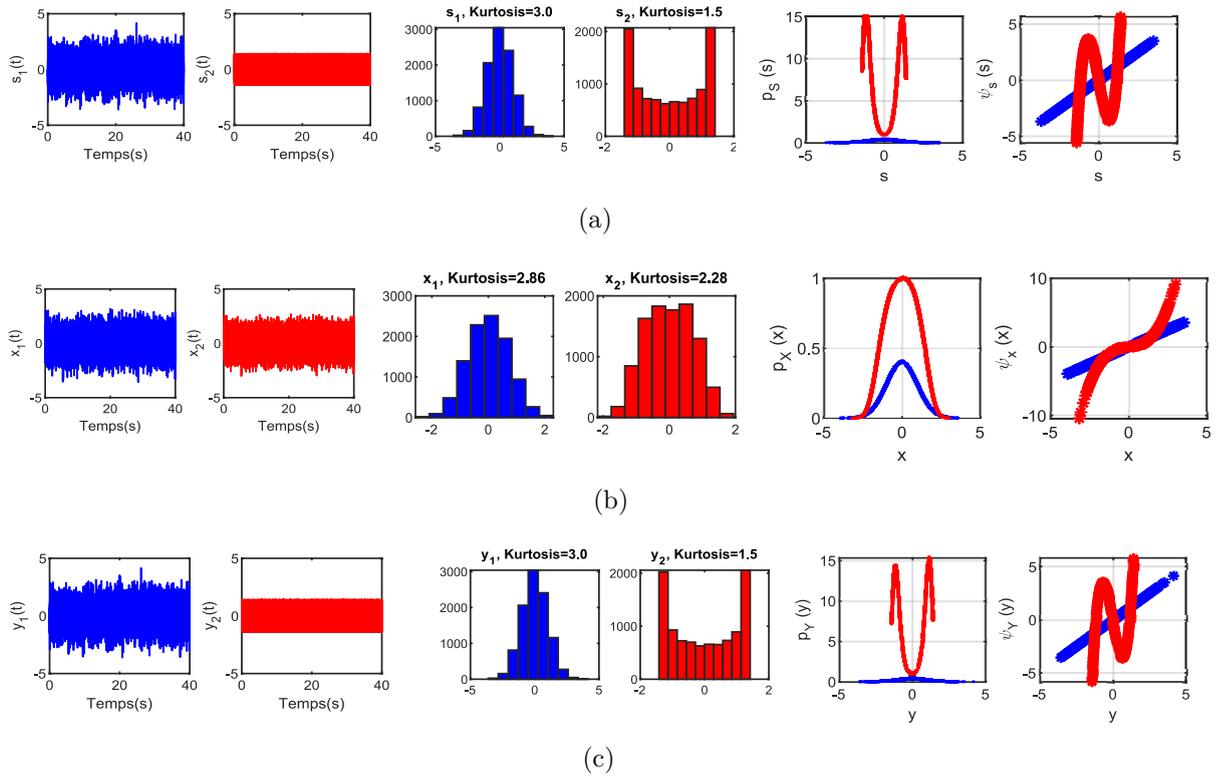


FIGURE 4.32. [Cas 2] (a) sources  $\mathbf{s}(t)$ ; (b) réponses mélangées  $\mathbf{x}(t)$ ; (c) sources estimées  $\mathbf{y}(t)$

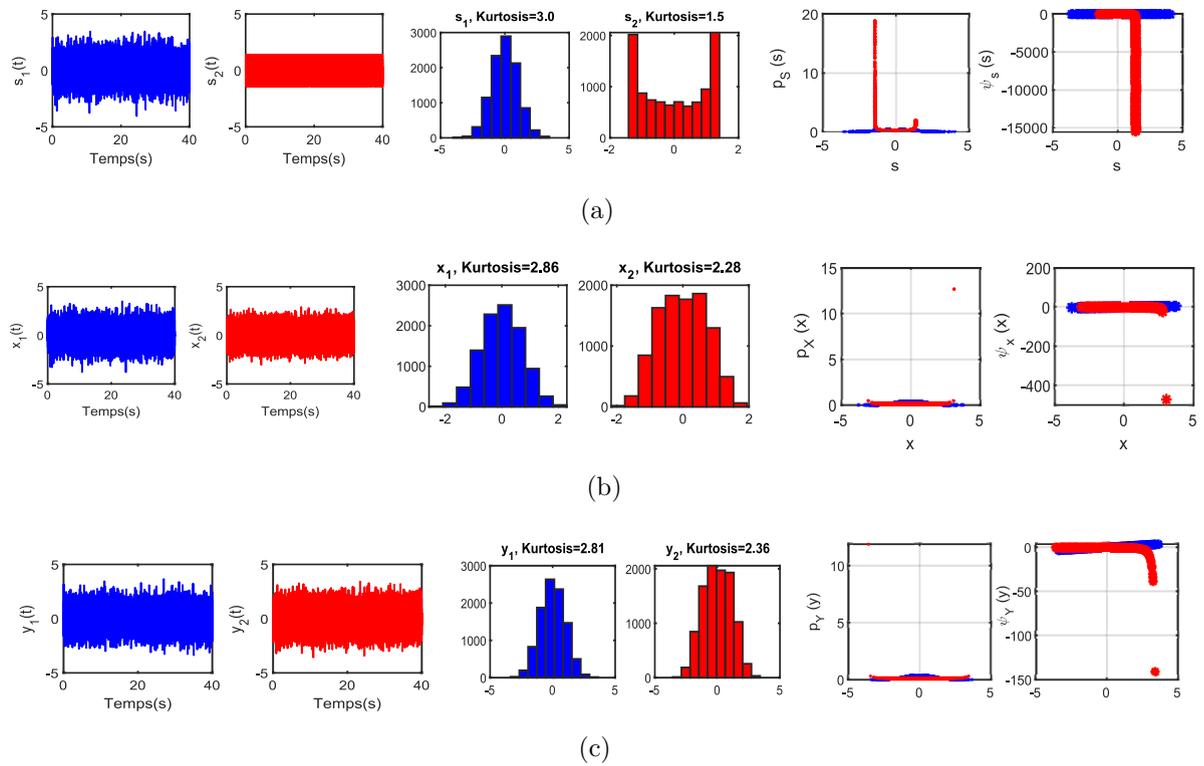


FIGURE 4.33. [Cas 3] (a) sources  $\mathbf{s}(t)$ ; (b) réponses mélangées  $\mathbf{x}(t)$ ; (c) sources estimées  $\mathbf{y}(t)$

## 4.7 Conclusions

Les techniques de séparation de sources pour l'identification modale opérationnelle en présence des harmoniques sont étudiées dans ce chapitre.

En application du modèle de mélange instantané, un exemple numérique du système à 2 DDL est utilisé pour tester les techniques de séparation aveugle de sources en mélange instantané. Les résultats obtenus montrent que les techniques d'ICA et de SOBI qui traitent le cas (sur)-déterminé, ne peuvent pas séparer des réponses simulées. La raison est que chaque réponse modale se présente comme une source avec la source harmonique ajoutée. Le problème devient donc sous-déterminé. Ainsi, une nouvelle approche de BSS sous-déterminé basée sur l'analyse en composantes parcimonieuses (SCA) est choisie pour l'identification modale opérationnelle en présence des harmoniques. Après la séparation, la méthode FDD est appliquée aux réponses aléatoires reconstruites pour identifier des paramètres modaux. La nouvelle méthode proposée est nommée SCA-FDD. Son efficacité est testée avec deux exemples numériques d'un système à 2 DDL, d'une poutre simulée ainsi qu'avec la poutre expérimentale. Pour les exemples numériques, la méthode SCA-FDD donne de bons résultats. Les paramètres identifiés de la fréquence propre, de l'amortissement et de la déformée modale sont très proches des valeurs exactes. Pour le test expérimental, l'excitation harmonique est très prépondérante et proche du premier mode complique la procédure d'identification modale par la méthode SCA-FDD. Dans ce cas, la méthode SCA-FDD nécessite d'être améliorée en utilisant les algorithmes de regroupement plus avancés de SCA.

L'algorithme de séparation aveugle de sources de type convolutif est également testé dans ce chapitre. En utilisant un filtre de longueur finie  $K$ , l'algorithme de BSS convolutif peut séparer les réponses en des composantes harmoniques et des modes structuraux. Pour les exemples du système à 2 DDL, les modes structuraux et les composantes harmoniques sont parfaitement séparées par la méthode d'ICA convolutif. On obtient aussi de bons résultats dans le cas de la poutre expérimentale. La séparation permet de retrouver le premier mode propre qui n'a pas été identifié par les méthodes d'identification modale précédentes. Théoriquement, il est peut-être possible de récupérer même les forces d'excitation en augmentant la longueur du filtre  $K$ , mais le coût de calcul sera très cher.

La séparation informée de sources est aussi abordée dans ce chapitre dans l'objectif d'améliorer les résultats. Les informations à priori sur les fonctions de densité de probabilité d'une gaussienne et d'une harmonique sont prises en compte dans l'algorithme de la séparation de sources. Les premiers résultats de cette étude montrent que l'utilisation de la fonction de densité de probabilité d'une gaussienne donne des bons résultats. Cependant, la limite infinie de la fonction de densité de probabilité d'une harmonique conduit à la divergence de l'algorithme de séparation de sources. Ce problème nécessite une étude plus approfondie.

# Chapitre 5

## Conception du support de pièce en matériau composite

### Sommaire

---

|            |  |            |
|------------|--|------------|
| <b>5.1</b> | <b>Introduction</b>  | <b>127</b> |
| <b>5.2</b> | <b>Optimisation du support de pièce</b>  | <b>127</b> |
| 5.2.1      | Prédiction de la stabilité d'usinage avec intégration du système de support de pièce         | 127        |
| 5.2.2      | Tracé des lobes de stabilité   | 130        |
| 5.2.3      | Influence des paramètres dynamiques du support de pièce sur les lobes de stabilité           | 132        |
| <b>5.3</b> | <b>Matériaux et procédé de fabrication</b>   | <b>134</b> |
| 5.3.1      | Présentation des matériaux constituants  | 134        |
| 5.3.2      | Mise en œuvre des matériaux composites   | 135        |
| <b>5.4</b> | <b>Essais de caractérisation du comportement mécanique des matériaux composites élaborés</b> | <b>135</b> |
| 5.4.1      | Caractérisation élastique  | 135        |
| 5.4.2      | Fluage en traction   | 137        |
| 5.4.3      | Identification des propriétés viscoélastiques  | 139        |
| <b>5.5</b> | <b>Évaluation des amortissements modaux à partir des vibrations d'une poutre</b>             | <b>145</b> |
| 5.5.1      | Montage expérimental   | 145        |
| 5.5.2      | Analyse des résultats expérimentaux  | 145        |
| <b>5.6</b> | <b>Conclusions</b>   | <b>148</b> |

---

## 5.1 Introduction

Ce chapitre porte sur le deuxième objectif de la thèse, c'est-à-dire la conception optimale d'un support de pièce en utilisant un nouveau composite hybride carbone-lin pour augmenter la stabilité d'usinage. Dans la section 5.2, on effectue tout d'abord une étude sur la prédiction de la stabilité d'usinage avec intégration du support de pièce. Le calcul des lobes de stabilité à partir du modèle des efforts de coupe est expliqué. L'influence des paramètres dynamiques du support de pièce sur le diagramme des lobes de stabilité est également étudiée. La section 5.3 montre ensuite les matériaux constituants et le procédé de fabrication des composites stratifiés. Après la fabrication, les plaques composites sont découpées pour des essais de caractérisation. Afin de caractériser le comportement viscoélastique des composites, un essai de fluage est mis en place dans la section 5.4. La méthode d'Inokuchi [152] est adoptée pour l'identification des propriétés viscoélastiques du nouveau composite stratifié hybride carbone-lin. Pour faciliter l'implémentation des propriétés mesurées dans le code de calcul ANSYS [153], les paramètres de séries de Prony sont calculés par identification des constantes des équations différentielles de comportement des modèles de Maxwell et Kelvin-Voigt généralisés. Puis, une évaluation des amortissements modaux des poutres composites est effectuée par des tests d'identification modale expérimentale dans la section 5.5. Enfin, une discussion sur les résultats obtenus dans ce chapitre est présentée dans la section 5.6.

## 5.2 Optimisation du support de pièce

### 5.2.1 Prédiction de la stabilité d'usinage avec intégration du système de support de pièce

L'objectif d'optimisation du support de pièce est de maximiser la profondeur de passe axiale  $A_p$  en assurant une stabilité d'usinage pour une vitesse donnée. Afin de reconcevoir le support de pièce en matériaux composites, nous calculons l'expression des lobes de stabilité avec l'intégration du modèle dynamique du support (Figure 5.1). Cette section présente rapidement la démarche et les équations permettent de tracer les lobes de stabilité. La théorie des lobes de stabilité utilisée ici est basée essentiellement sur les travaux de Budak *et al.* [154, 155, 156, 157]. Le modèle des efforts de coupe dans notre étude prend en compte des hypothèses suivantes :

- Seul le support de pièce est considéré flexible par rapport à l'outil, la pièce usinée et la machine-outil, qui sont beaucoup plus rigides.
- La pièce est assimilée à un corps rigide de masse  $m$ .
- Le système du support de pièce/pièce usinée est modélisé par un système à 1 DDL (masse  $m$ , ressort  $k$ , amortissement  $\xi$ ) qui vibre suivant la direction  $x$  (Figure 5.1).
- La loi de coupe est linéaire.

La figure (5.2) présente l'interaction entre un outil à 3 dents et une pièce à usiner dans le cas du fraisage en avalant. L'entrée dans la matière de l'outil entraîne des vibrations du système de support de pièce, qui provoquent une surface ondulée sur la pièce par la

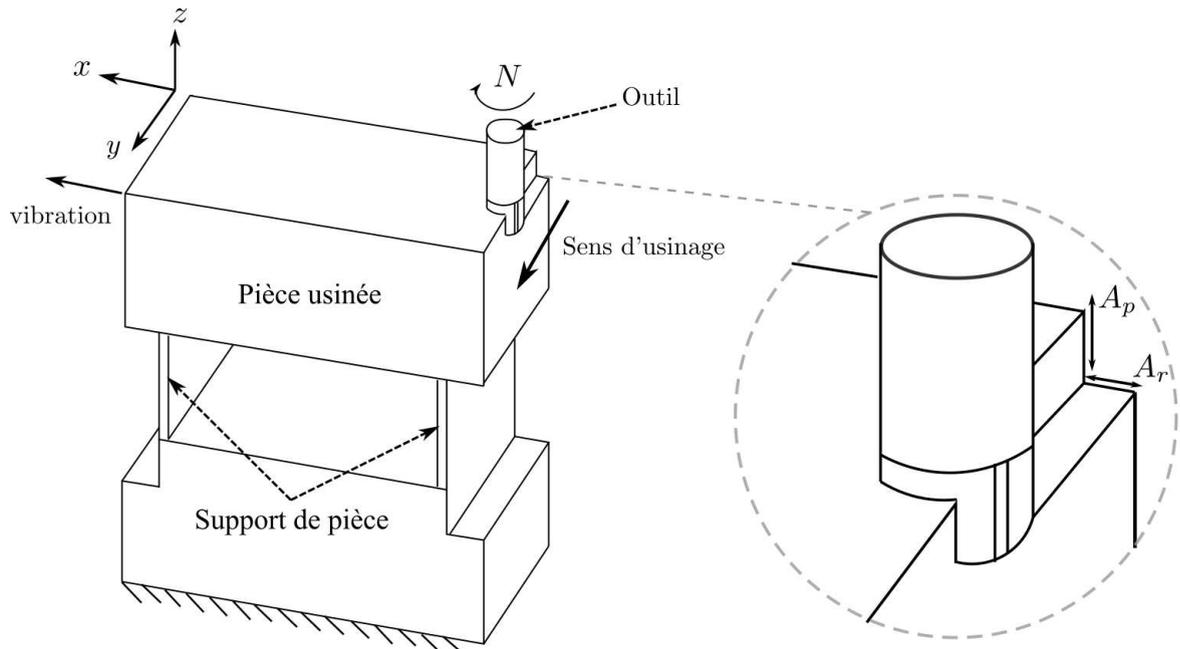


FIGURE 5.1. Opération de fraisage en avalant avec le système du support de pièce.

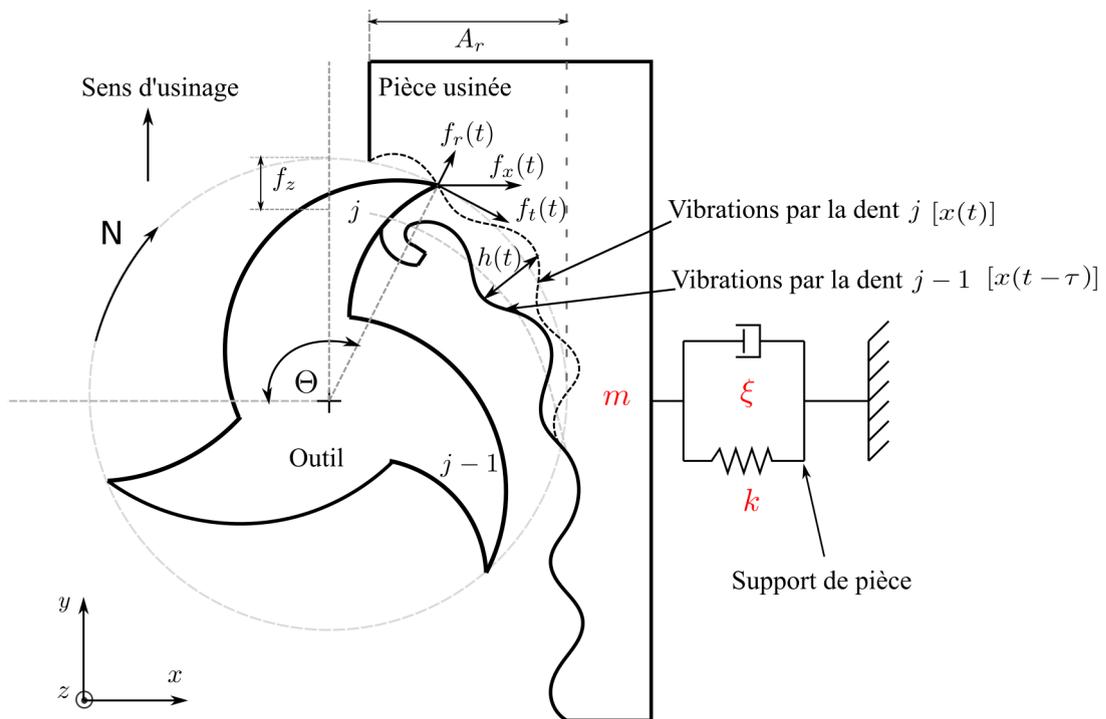


FIGURE 5.2. Modèle des efforts de coupe avec vibrations régénératives.

dent  $j - 1$ . La dent suivante  $j$  repasse sur cette surface ondulée et conduit à une variation de l'épaisseur du copeau  $h(t)$ . Le copeau se décompose en une composante statique liée à l'avance par dent  $f_z$ , et une composante dynamique associée à des vibrations marquées entre deux passages des dents  $x(t)$  et  $x(t - \tau)$ . Ici,  $\tau$  est la période de passage de dent.

Les efforts de coupe dynamiques incluant des efforts radiaux  $f_r(t)$  et tangentiels  $f_t(t)$  sont calculés en fonction de la section du copeau dynamique. L'utilisation d'une loi de coupe

linéaire permet alors d'exprimer les efforts de coupe dynamiques dans la direction  $x$  sous la forme suivante :

$$f_x(t) = \frac{1}{2} A_p K_t A_{xx}(t) [x(t) - x(t - \tau)] \quad (5.1)$$

où  $A_p$  est la profondeur de passe axiale.  $K_t$  est le coefficient spécifique de coupe tangentiel.  $A_{xx}(t)$  est le coefficient dynamique d'efforts de fraisage. Il est représentatif de l'orientation angulaire des efforts de coupe sur chaque dent. Ce coefficient est donc périodique de période  $\tau$  et développé en série de Fourier. Afin de simplifier les calculs, seul l'ordre zéro, la valeur moyenne, de la décomposition en série de Fourier de  $A_{xx}(t)$  est pris en compte,  $A_{xx}^0$  :

$$\begin{cases} A_{xx}^0 &= \frac{Z}{2\pi} \alpha_{xx} \\ \alpha_{xx} &= \frac{1}{2} [-\cos(2\Theta) - 2k_r \Theta - 2k_r \sin(2\Theta)]_{\Theta_{st}}^{\Theta_{ex}} \end{cases} \quad (5.2)$$

où  $Z$  le nombre de dent de l'outil,  $k_r$  le coefficient spécifique de coupe radial réduit,  $\Theta$  l'angle d'engagement radial de l'outil.  $\Theta_{st}$  et  $\Theta_{ex}$  sont respectivement l'angle d'entrée et l'angle de sortie dans la matière. Dans le cas du fraisage en avalant, ils sont calculés par :

$$\Theta_{st} = \arccos\left(\frac{A_r}{R} - 1\right); \quad \Theta_{ex} = \pi \quad (5.3)$$

avec  $A_r$  la profondeur de passe radiale et  $R$  le rayon de l'outil.

En remplaçant  $A_{xx}(t)$  par  $\frac{Z}{2\pi} \alpha_{xx}$  dans l'équation (5.1) et en transformant cette équation dans le domaine fréquentiel, on obtient :

$$F_x(\omega_c) = \frac{Z}{4\pi} A_p K_t \alpha_{xx} [(1 - e^{i\omega_c \tau}) X(\omega_c)] \quad (5.4)$$

où  $X(\omega_c)$  est la réponse du système à 1 DDL du support de pièce à une fréquence de brottement  $\omega_c$  :

$$X(\omega_c) = H_x(\omega_c) F_x(\omega_c) \quad (5.5)$$

où  $H_x(\omega_c)$  est la FRF du système du support de pièce, sous la forme :

$$H_x(\omega_c) = \frac{\omega_0^2}{k(\omega_0^2 - \omega_c^2 + i2\xi\omega_0\omega_c)} \quad (5.6)$$

où  $k$ ,  $\xi$  et  $\omega_0$  sont respectivement la raideur, le taux d'amortissement et la pulsation propre du système de support de pièce dans la direction  $x$ .

En remplaçant l'équation (5.5) dans l'équation (5.4), on peut déduire que la profondeur de passe limite avant l'apparition du brottement s'exprime par :

$$A_{\text{plim}} = -\frac{1}{\frac{Z}{4\pi} A_p K_t \alpha_{xx} (1 - e^{i\omega_c \tau}) H_x(\omega_c)} \quad (5.7)$$

Comme  $A_{\text{plim}}$  est un nombre réel, la partie imaginaire du terme complexe  $(1 - e^{i\omega_c \tau}) H_x(\omega_c)$  doit disparaître. Ceci est possible lorsque les parties réelles de  $H_x(\omega_c)$  et  $e^{i\omega_c \tau} H_x(\omega_c)$  ont de signes opposés [155]. Il en résulte que :

$$(1 - e^{i\omega_c\tau})H_x(\omega_c) = 2\Re[H_x(\omega_c)] \quad (5.8)$$

où  $\Re[H_x(\omega_c)]$  la partie réelle de  $H_x(\omega_c)$  s'exprime alors par :

$$\Re[H_x(\omega_c)] = \frac{1 - d^2}{k[(1 - d^2)^2 + 4\xi^2 d^2]} \quad \text{avec} \quad d = \frac{\omega_c}{\omega_0} \quad (5.9)$$

Enfin, la stabilité de l'usinage est caractérisée par la profondeur de coupe axiale limite  $A_{\text{plim}}$  définie par la formule suivante :

$$A_{\text{plim}} = -\frac{1}{\frac{Z}{2\pi}\alpha_{xx}K_t\Re[H_x(\omega_c)]} \quad (5.10)$$

Le lien entre la fréquence du broutement  $\omega_c$  et la vitesse de rotation de la broche  $N$  (tr/min) est obtenu en fonction du nombre de longueurs d'ondes entières  $n$  ( $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) entre deux passages de dent, soit :

$$N = \frac{60\omega_c}{Z \left[ 2n\pi + 2\pi - 2 \arctan \left[ \frac{d^2 - 1}{2\xi d} \right] \right]} \quad (5.11)$$

À partir des équations (5.10) et (5.11), les lobes de stabilité sont tracés de manière paramétrique  $[A_{\text{plim}}(\omega_c); N(\omega_c)]_n$ .

### 5.2.2 Tracé des lobes de stabilité

Afin de tracer les lobes de stabilité, il est nécessaire de déterminer des paramètres dynamiques du modèle ( $f_0$ ,  $k$ ,  $\xi$ ). Avant de réaliser des essais expérimentaux, un modèle d'éléments finis 3D simplifié du système de support de pièce en aluminium a été modélisé dans l'environnement du logiciel ANSYS Mechanical APDL (Figure 5.3.a). Le but est de tracer rapidement les lobes de stabilité pour voir l'influence des paramètres dynamiques du support de pièce sur la profondeur de passe limite  $A_{\text{plim}}$ . Les dimensions du système de support de pièce en aluminium peuvent être trouvées dans l'Annexe A.2. Pour la modélisation, l'élément fini solide 3D ayant 8 nœuds avec 3 DDL par nœud de type SOLID185 a été utilisé. Avec un maillage de 32000 éléments, la première fréquence propre est de 187 Hz. La déformée modale de ce mode est présentée dans la Figure 5.3.b. Il s'agit bien d'un mode flexion suivant la direction  $x$ . La raideur du système peut être déterminée rapidement à partir de la fréquence propre et de la masse modale effective du mode 1 dans la direction  $x$  par :

$$k = (2\pi f_0)^2 m \quad (5.12)$$

Les valeurs du calcul d'éléments finis de la raideur et de la fréquence propre sont vérifiées par le calcul analytique en supposant que le support se compose de poutres bi-encastées soumises à un déplacement unitaire comme montré dans la Figure 5.4. La raideur du support de pièce est de la forme [158] :

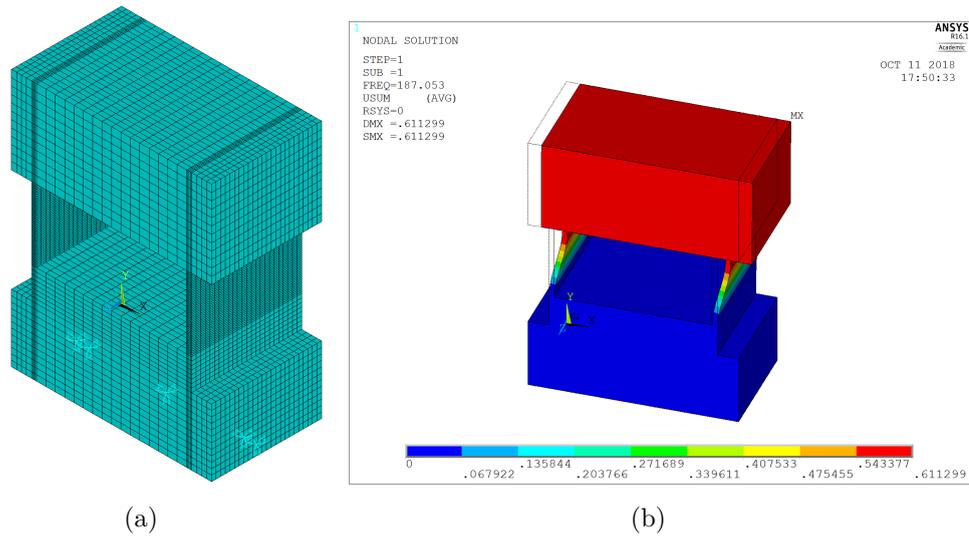


FIGURE 5.3. (a) Maillage et conditions aux limites ; (b) Premier mode propre.

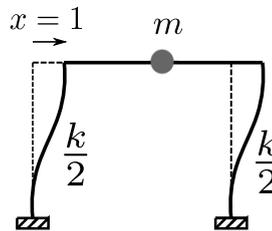


FIGURE 5.4. Calcul de la rigidité correspondant à un déplacement unitaire.

$$k = 2 \left( \frac{12EI}{L^3} \right) \quad (5.13)$$

où  $E$ ,  $I$ ,  $L$  sont respectivement le module d'Young, le moment d'inertie et la longueur de la poutre. La différence entre le calcul analytique et le calcul d'élément finis est de 7.2 % pour la raideur et de 2.7 % pour la fréquence propre.

TABLEAU 5.1. Paramètres utilisés pour le tracé des lobes de stabilité sur la Figure 5.5.

| Paramètres du système à 1DDL | Valeurs   | Autres paramètres | Valeurs               |
|------------------------------|-----------|-------------------|-----------------------|
| $k$                          | 3792 N/mm | $K_t$             | 410 N/mm <sup>2</sup> |
| $\xi$                        | 0.5 %     | $k_r$             | 0.1                   |
| $f_0$                        | 187 Hz    | $R$               | 40 mm                 |
| $m$                          | 2.747 kg  | $Z$               | 3 dents               |
| -                            | -         | $A_r$             | 1.2 mm                |

En effet, la raideur et la fréquence propre peuvent être déterminées par le calcul d'éléments finis ou le calcul analytique. Par contre, le taux d'amortissement doit être déterminé

seulement par la mesure. Des essais d'identification modale expérimentale, présentés plus tard dans le chapitre 6, seront réalisés pour déterminer le taux d'amortissement ainsi que la fréquence propre, la déformée modale afin d'ajuster le modèle d'éléments finis si nécessaire. À ce stade, le taux d'amortissement et les autres paramètres utilisés pour le tracé des lobes de stabilité sur la Figure 5.5, sont donnés dans le Tableau 5.1.

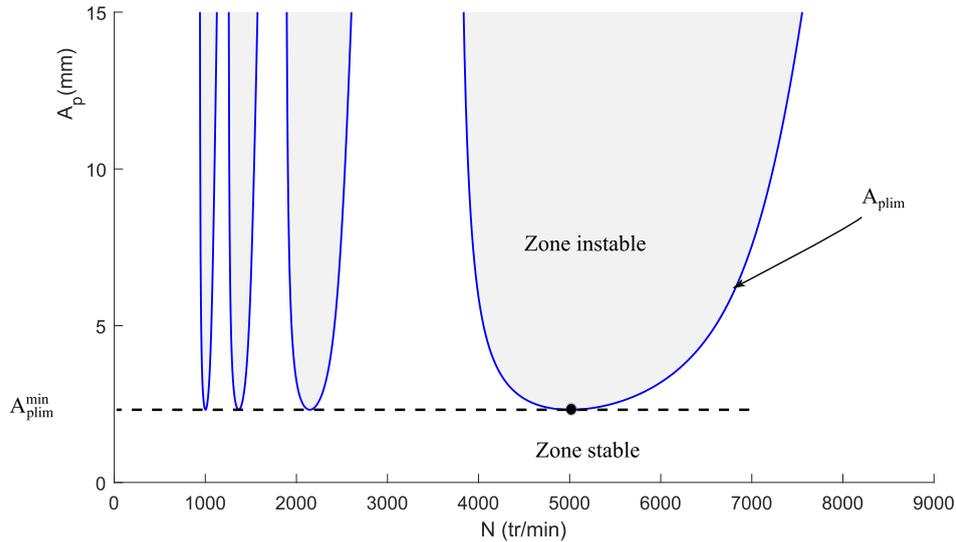


FIGURE 5.5. Lobes de stabilité avec le système du support de pièce à 1DDL.

### 5.2.3 Influence des paramètres dynamiques du support de pièce sur les lobes de stabilité

Afin d'étudier l'influence des paramètres du support de pièce sur les lobes de stabilité, une étude paramétrique a été menée et les résultats obtenus sont présentés sur la Figure 5.6. On peut constater que la profondeur de passe limite  $A_{plim}$  augmente linéairement avec l'augmentation du taux d'amortissement et de la raideur (Figure 5.6.a et b). Les lobes de stabilité se déplacent vers le haut, donc la zone de stabilité augmente. Il est également à noter que l'augmentation de la fréquence propre ne permet pas d'augmenter la profondeur de passe limite, mais elle permet d'augmenter les gammes de vitesse de la broche dans la zone de stabilité (Figure 5.6.c). Les lobes de stabilité se déplacent vers la droite. En réalité, quand la raideur  $k$  varie de  $n$  fois, la fréquence propre  $f_0$  varie de  $\sqrt{n}$  fois, car  $f_0 = 1/(2\pi)\sqrt{k/m}$ . La Figure 5.6.d montre l'influence de la raideur et de la fréquence propre sur les lobes de stabilité. Les lobes de stabilité se déplacent vers le haut et la droite en même temps.

À partir des équations (5.10) et (5.9), le calcul de la première dérivée de  $A_{plim}(\omega_c)$  par rapport à  $\omega_c$  permet de trouver analytiquement la valeur minimale de la profondeur de passe limite,  $A_{plim}^{\min}$  :

$$A_{plim}^{\min} = \frac{-8\pi k(\xi + \xi^2)}{Z\alpha_{xx}K_t} \quad \text{à} \quad \omega_c = \omega_0\sqrt{1 + 2\xi} \quad (5.14)$$

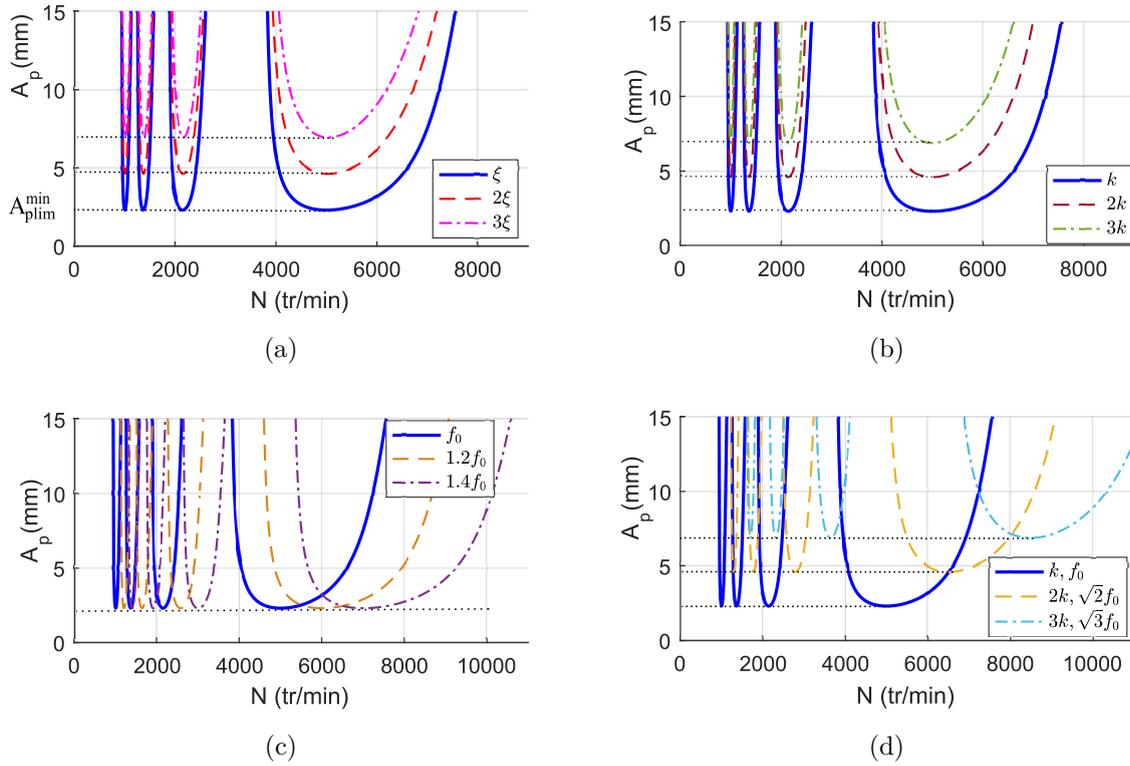


FIGURE 5.6. Influence de différents paramètres du support de pièce sur la stabilité d'usage : (a) taux d'amortissement ; (b) raideur ; (c) fréquence propre ; (d) raideur et fréquence propre.

On constate que la valeur  $A_{plim}^{min}$  dépend linéairement de la raideur  $k$  et du taux d'amortissement  $\xi$ . Car  $\xi \ll 1$ , le terme  $\xi^2$  est négligeable par rapport à  $\xi$  dans l'équation (5.14). Cette valeur  $A_{plim}^{min}$  ne dépend pas de la fréquence propre. Il est en accord avec les lobes de stabilité tracés dans la Figure 5.6. Pour l'optimisation du support de pièce,  $A_{plim}^{min}$  peut être considérée comme la fonction objectif à maximiser tandis que la raideur et le taux d'amortissement considérés comme les paramètres d'optimisation. Pour une conception optimale du support de pièce, on souhaite concevoir un nouveau support en matériau composite avec une raideur au moins égale à celle du support existant tout en ayant un taux d'amortissement plus élevé :

$$\begin{aligned} k_{(comp)} &\geq k_{(alum)} \\ \xi_{(comp)} &> \xi_{(alum)} \end{aligned} \quad (5.15)$$

## 5.3 Matériaux et procédé de fabrication

### 5.3.1 Présentation des matériaux constituants

#### 5.3.1.1 Résine époxy

La résine époxy 1050 associée au durcisseur 1055S de proportion en masse de 100/35 a été utilisée dans notre travail. Ces deux éléments sont commercialisés par le fournisseur RESOLTECH (France). Le système 1050/1055S est fluide et démoulable sans post cuisson, permettant de réaliser aussi bien des petites pièces que de grandes structures composites avec tous les renforts existants. Selon le fournisseur, il est nécessaire de respecter le cycle préconisé pour obtenir un matériau au maximum de ses propriétés thermo-mécaniques. Sa réticulation se fait après 14 jours à température ambiante de 23°C. Le Tableau 5.2 récapitule certaines propriétés de cette résine.

TABLEAU 5.2. *Propriétés des composants du composite hybride considéré.*

| Composants        | Densité (g/cm <sup>3</sup> ) | Coefficient de Poisson | Module d'Young (GPa) | Source       |
|-------------------|------------------------------|------------------------|----------------------|--------------|
| Résine époxy      | 1.10                         | 0.25                   | 3.21                 | Fournisseur  |
| Fibres de carbone | 1.80                         | 0.4                    | 170 ± 25             | Essais en TP |
| Fibres de lin     | 1.47                         | 0.4                    | 55                   | Fournisseur  |

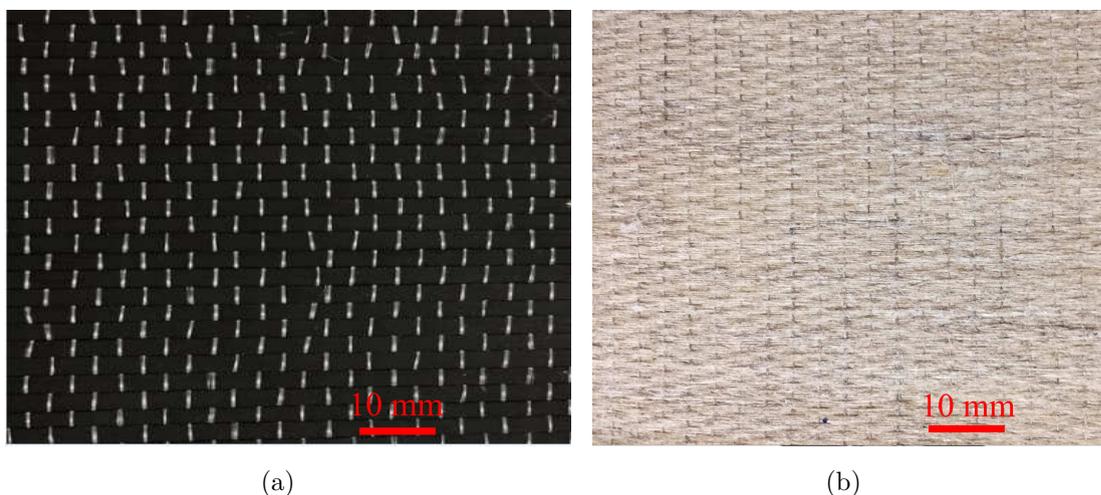


FIGURE 5.7. *Renforts UD utilisés : (a) Carbone et (b) lin*

#### 5.3.1.2 Renforts

Les fibres de carbone sont du type 12K300g/m<sup>2</sup> Ta UD achetées chez COMPOSITES DISTRIBUTION (France). Les fibres de lin sont du type FlaxPly UD 180 commercialisées par la société LINEO (Belgique). Toutes les fibres sont livrées sous forme de rouleaux de tissus secs. Les fibres utilisées sont des tissus quasi-unidirectionnels. Les mèches de faisceaux

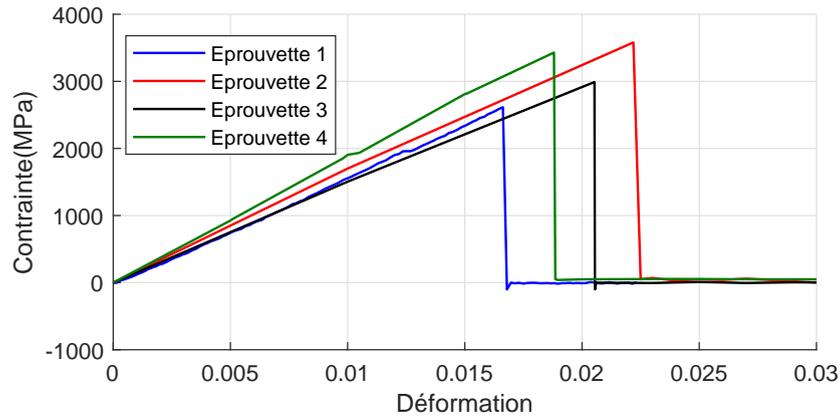


FIGURE 5.8. Courbe du comportement des fibres de carbone.

de fibres longues sont disposées parallèlement et maintenues entre elles par des trames de fibres de verre pour le tissu de carbone (Figure 5.7.a) et par des trames de fibres de lin pour le tissu de lin (Figure 5.7.b). Le module d'Young des fibres de carbone a été déterminé par les élèves-ingénieurs de **SIGMA** dans le cadre de TP MULT. La Figure 5.8 présente la courbe du comportement des fibres de carbone. Les propriétés des fibres utilisées sont citées dans le Tableau 5.2.

### 5.3.2 Mise en œuvre des matériaux composites

Des plaques de dimension de  $200 \times 100 \times 4$  mm en composite stratifié hybride carbone-lin avec sept différentes séquences d'empilement (Figure 5.9) ont été fabriquées par moulage par injection de résine époxy sous vide de 1 bar dans des préformes de tissus quasi-unidirectionnels secs de carbone et de lin (Figure 5.10). Pour la réticulation, les plaques ont été laissées dans le centre de transfert de technologies (CTT) à **SIGMA Clermont** pendant 14 jours à la température ambiante moyenne de  $25^{\circ}\text{C}$  sans post cuisson. Après réticulation, les plaques de composites sont coupées en plusieurs éprouvettes rectangulaires en utilisant une tronçonneuse à disque diamanté. En observant visuellement, il n'y a presque pas de bulles d'air dans les composites élaborés (Figure 5.11). Ainsi, on suppose la porosité négligeable. Le Tableau 5.3 récapitule les principales caractéristiques des sept matériaux composites fabriqués.

## 5.4 Essais de caractérisation du comportement mécanique des matériaux composites élaborés

### 5.4.1 Caractérisation élastique

Pour la caractérisation élastique, des éprouvettes rectangulaires de différentes longueurs et d'orientations ( $0^{\circ}$ ,  $45^{\circ}$ ,  $90^{\circ}$ ) ont été utilisées. Les talons des éprouvettes ont été fabriqués

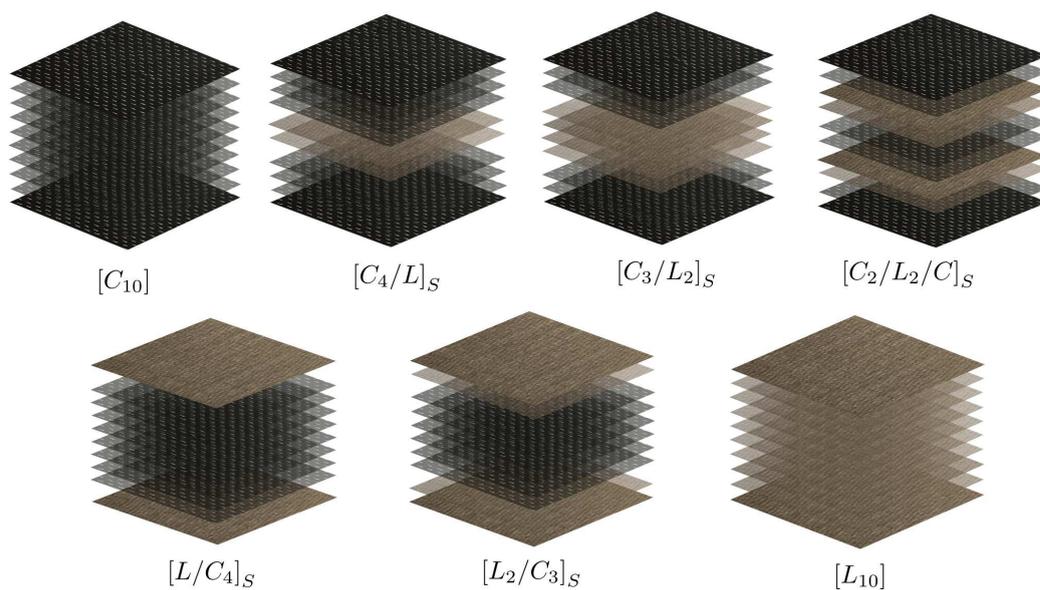


FIGURE 5.9. Séquences d'empilement du composite hybride

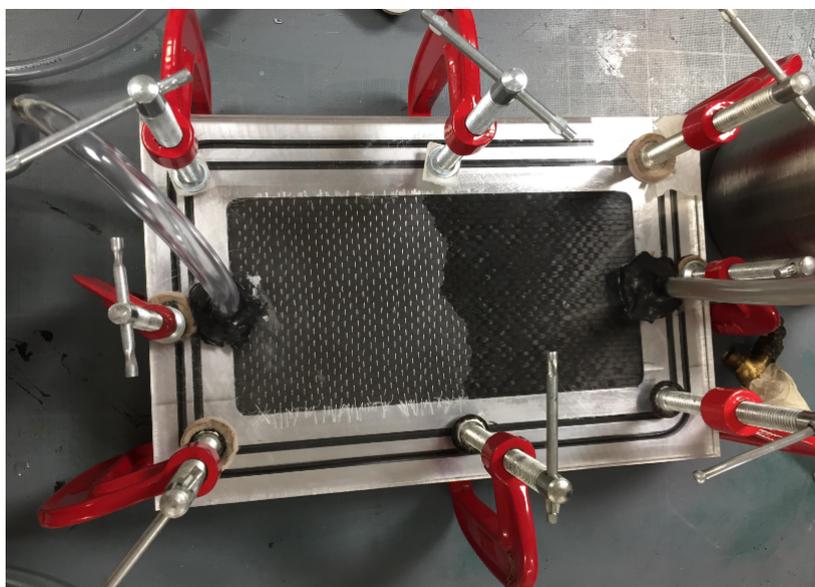


FIGURE 5.10. Moulage par injection de résine



FIGURE 5.11. Composites élaborés.

TABLEAU 5.3. Séquences d'empilement et principales caractéristiques

| Stratifié  | Nombre de plis | Séquences d'empilement<br>C :carbone ; L :lin | Taux de fibres | Densité<br>(g/cm <sup>3</sup> ) |
|--|----------------|---|----------------|---------------------------------|
|  | C/L            |   | C/L (%)        |                                 |
| [C <sub>10</sub> ]                               | 10/0           | CCCCCCCCCC                                    | 48.4/0         | 1.41                            |
| [C <sub>4</sub> /L] <sub>S</sub>                 | 8/2            | CCCCLLCCCC                                    | 38.7/7.4       | 1.39                            |
| [C <sub>3</sub> /L <sub>2</sub> ] <sub>S</sub>   | 6/4            | CCLLLLLCCC                                    | 29.0/14.8      | 1.36                            |
| [C <sub>2</sub> /L <sub>2</sub> /C] <sub>S</sub> | 6/4            | CLLCCLLCC                                     | 29.0/14.8      | 1.36                            |
| [L/C <sub>4</sub> ] <sub>S</sub>                 | 8/2            | LCCCCCCCCL                                    | 38.7/7.4       | 1.39                            |
| [L <sub>2</sub> /C <sub>3</sub> ] <sub>S</sub>   | 6/4            | LLCCCCCCLL                                    | 29.0/14.8      | 1.36                            |
| [L <sub>10</sub> ]                               | 0/10           | LLLLLLLLLLLL                                  | 0/37.2         | 1.28                            |

à partir de composite à fibres de verre/époxy à +/- 45°. En effet, les éprouvettes ont été élaborées de façon plus proche de la norme ASTM D 3039. La géométrie des éprouvettes est montrée sur la Figure 5.12. L'évaluation des modules élastiques a été réalisée à l'aide d'une machine de traction de type Zwick UTS20K équipée d'une cellule de charge de 20 kN et pilotée par un ordinateur sur lequel est installé le logiciel de pilotage TextXpert II. Les essais ont été réalisés avec une vitesse de déplacement de 1 mm/min. La déformation a été mesurée grâce à un extensomètre, d'une base de 50 mm. Trois essais de traction dans le domaine élastique ont été effectués sur chaque type d'éprouvette. Le dispositif expérimental utilisé pour l'essai de traction est illustré sur la Figure 5.13. Les valeurs des constantes élastiques sont présentées dans le tableau A.3. Les valeurs du module d'Young longitudinal  $E_L$  sont vérifiées et validées par la loi des mélanges en équation (1.28).

Puisque notre système du support de pièce travaille en flexion, on souhaite donc estimer le module d'Young en flexion  $E_x$  des composites stratifiés hybrides à partir d'essais de traction. Le calcul basé sur la théorie classique des stratifiés est détaillé dans l'Annexe A.3. Les valeurs calculées du module d'Young en flexion de différents composites élaborés sont présentées sur la Figure 5.14. Il est à constater que le module  $E_x$  dépend de la séquence d'empilement des couches de lin et de carbone. Les couches de carbone à l'extérieur (empilements [C<sub>4</sub>/L]<sub>S</sub>, [C<sub>4</sub>/L]<sub>S</sub>, [C<sub>2</sub>/L<sub>2</sub>/C]<sub>S</sub>) contribuent considérablement au module d'Young en flexion et la présence des couches de lin à l'extérieur (empilements [L/C<sub>4</sub>]<sub>S</sub>, [L<sub>2</sub>/C<sub>3</sub>]<sub>S</sub>) entraîne une chute remarquable de  $E_x$  en comparaison du module d'Young longitudinal  $E_L$ .

#### 5.4.2 Fluage en traction

Les essais de fluage en traction ont été réalisés par un viscoanalyseur de type VA2000 Metravib équipé d'un excitateur électrodynamique de 150 N, de capteurs de force, de déplacement et d'accélération, d'une enceinte thermique (-150°C à 450°C). Pour ces essais de fluage, les éprouvettes orientées à 0° et 90° sont de dimensions 45 × 6 × 4 mm<sup>3</sup>, et soumises à

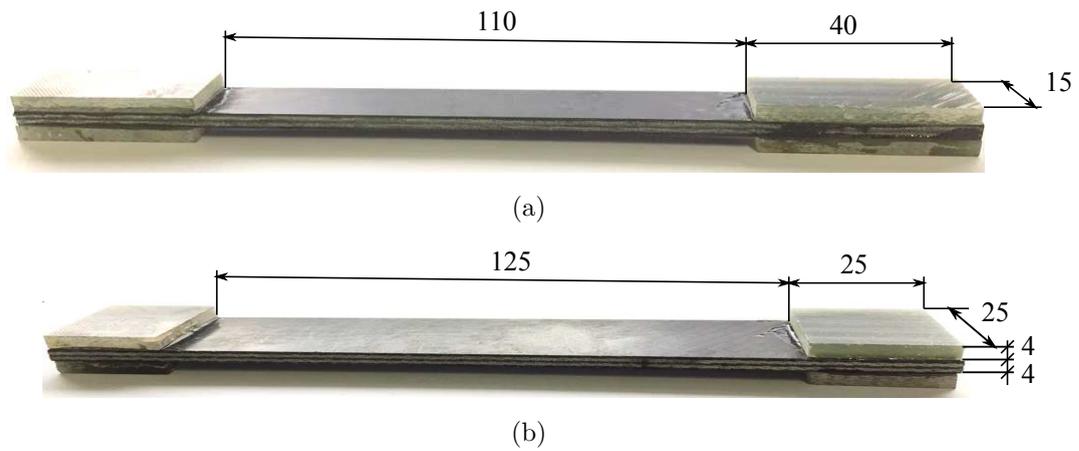


FIGURE 5.12. Géométrie des éprouvettes de traction de différentes orientations des fibres : (a)  $0^\circ$  ; (b)  $45^\circ$  et  $90^\circ$  (dimensions en mm).

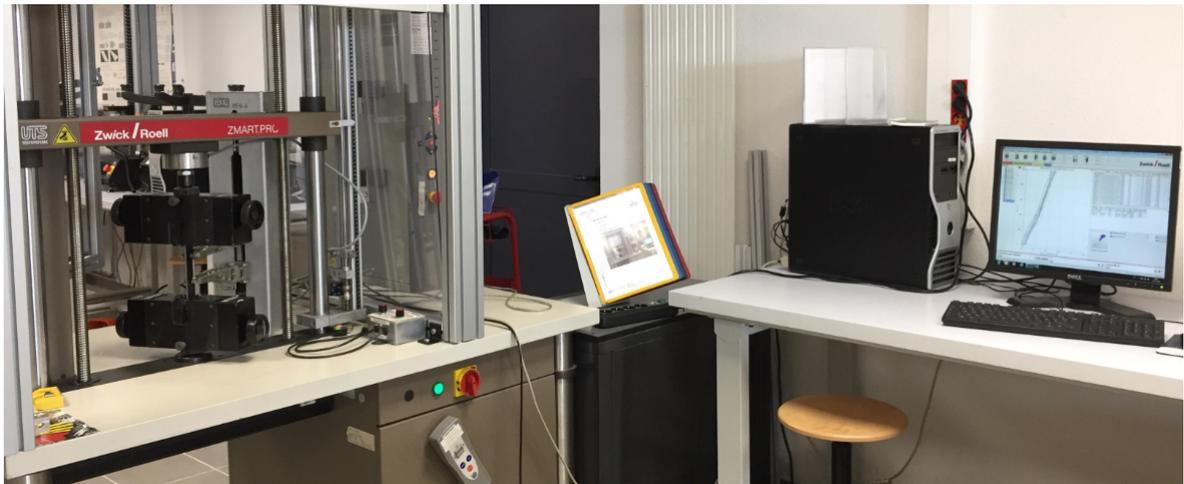


FIGURE 5.13. Banc d'essais de la machine Zwick.

TABLEAU 5.4. Constantes élastiques des différents matériaux élaborés

| Stratifié       | $E_L$ (MPa) | $E_T$ (MPa) | $E_{45}$ (MPa) |
|-----------------|-------------|-------------|----------------|
| $[C_{10}]$      | 85200       | 6300        | 10000          |
| $[C_4/L]_S$     | 79700       | 6210        | 8494           |
| $[C_3/L_2]_S$   | 69600       | 5879        | 7398           |
| $[C_2/L_2/C]_S$ | 68000       | 5303        | 7834           |
| $[L/C_4]_S$     | 77500       | 4721        | 7971           |
| $[L_2/C_3]_S$   | 60000       | 5276        | 7672           |
| $[L_{10}]$      | 18100       | 4406        | 5335           |

une force constante de 20 N durant  $t = 3600$  secondes à une température de  $30^\circ\text{C}$ . Le temps de mise en charge est de 0.3 s. La figure 5.15 présente le banc d'essais de fluage en traction.

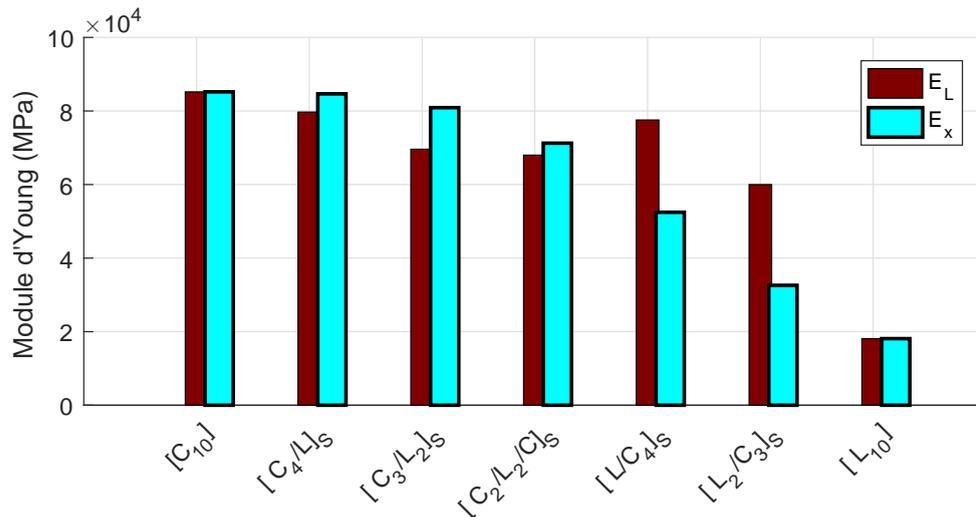


FIGURE 5.14. Module d'Young longitudinal  $E_L$  et module d'Young en flexion  $E_x$  des stratifiés hybrides à partir d'essais de traction.



FIGURE 5.15. Banc d'essais de la machine VA2000

### 5.4.3 Identification des propriétés viscoélastiques

L'objectif de l'identification des propriétés viscoélastiques est double :

1. Calculer les valeurs des paramètres du modèle de Prony servant de données d'entrée pour des simulations numériques sur ANSYS.
2. Comparer le facteur d'amortissement  $\text{tg } \delta(\omega)$  des composites étudiés.

Pour atteindre cet objectif, la méthode d'Inokuchi sera utilisée dans un premier temps pour traiter les résultats d'essais de fluage effectués sur les éprouvettes. Puis dans un deuxième temps, l'équivalence entre les modèles de Kelvin-Voigt et Maxwell généralisés sera avantageusement exploitée pour identifier les paramètres viscoélastiques du modèle de Prony. Enfin, les facteurs d'amortissement des sept composites étudiés seront calculés et comparés.

### 5.4.3.1 Rappel de la méthode d'Inokuchi

Nous supposons que la réponse de la déformation  $\epsilon(t)$  à une sollicitation de fluage  $\sigma_0$  constante est connue pour chaque matériau étudié. La fonction de fluage  $J(t) = \frac{\epsilon(t)}{\sigma_0}$  peut alors être tracée (Figure 5.16).

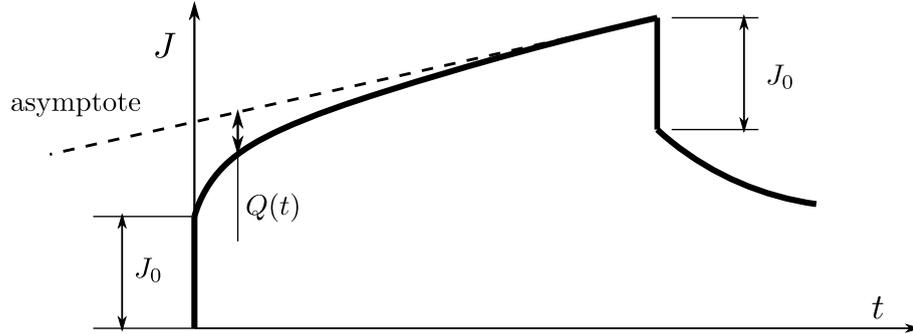


FIGURE 5.16. Fonction de fluage

L'analyse d'Inokuchi [152] utilise un modèle de Kelvin-Voigt généralisé (Figure 5.17).

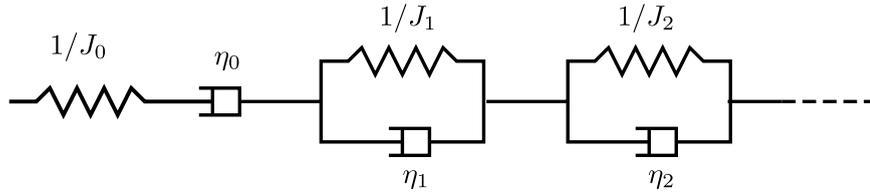


FIGURE 5.17. Modèle de Kelvin-Voigt généralisé

Dans le cas général, on a :  $J(t) = J_0 + \frac{t}{\eta_0} + \sum_{k=1}^n J_k (1 - e^{-\frac{t}{J_k \eta_k}})$ . Ici, le comportement viscoélastique est de type solide, donc l'amortisseur de viscosité dynamique  $\eta_0$  est supprimé.

On suppose que les temps de retard  $\theta_k = J_k \eta_k$  sont nettement différenciés et rangés tels que  $\theta_1 > \theta_2 > \dots > \theta_n$ .

- À  $t = 0$ , l'ordonnée à l'origine de la courbe expérimentale correspond à  $J_0$ . On retrouve également sur la courbe expérimentale, un saut de valeur  $J_0$  à l'instant où la sollicitation  $\sigma_0$  est supprimée.
- À  $t \rightarrow \infty$  l'asymptote horizontale à la courbe (car comportement viscoélastique solide) correspond à  $\sum_{k=0}^n J_k$ .

Soit  $Q(t)$  la valeur absolue de la différence entre la courbe expérimentale et son asymptote :

$$Q(t) = \sum_{k=0}^n J_k - J(t) = \sum_{k=1}^n J_k e^{-\frac{t}{\theta_k}} \approx J_1 e^{-\frac{t}{\theta_1}} \quad (5.16)$$

Pour  $t$  suffisamment grand et en utilisant l'hypothèse sur les temps de retard, :

$$\ln[Q(t)] \approx \ln(J_1) - \frac{t}{\theta_1} \quad (5.17)$$

En traçant  $\ln[Q(t)]$  en fonction de  $t$  (Figure 5.18), l'ordonnée à l'origine et la pente de l'asymptote à la courbe nous permettent de déterminer  $J_1$  et  $\eta_1$ .

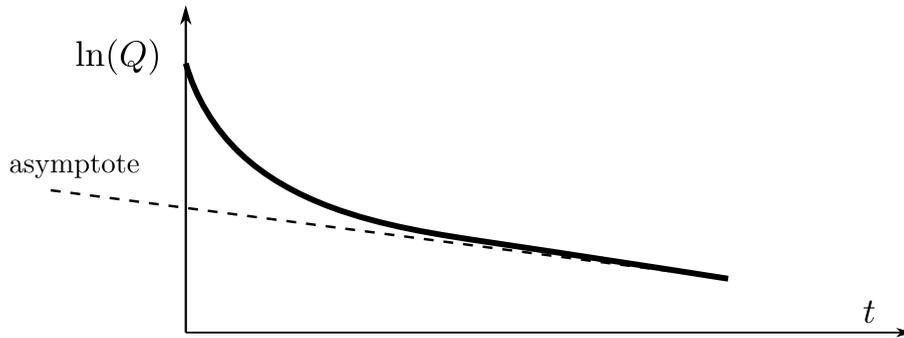


FIGURE 5.18. Graphe de  $\ln[Q(t)]$  en fonction de  $t$

Si  $\ln[Q(t)]$  est une droite (cas dans notre étude), l'identification est terminée. Sinon il faut réitérer le processus et former

$$P(t) = Q(t) - J_1 e^{-\frac{t}{\theta_1}} \approx J_2 e^{-\frac{t}{\theta_2}} \quad (5.18)$$

et poursuivre le processus d'identification.

Dans la pratique, l'analyse d'Inokuchi convient pour des modèles généralisés à faible nombre de branches et dont les temps de retard sont nettement différenciés. Elle exige également des essais de longues durées.

### 5.4.3.2 Identification des paramètres de Prony

TABLEAU 5.5. Équation différentielle du comportement des modèles généralisés de Kelvin-Voigt à une cellule et Maxwell à une branche.

| Modèle | Équation différentielle du comportement   |
|--------|---|
|        | $\sigma + \frac{\eta_1}{E_0 + E_1} \frac{d\sigma}{dt} = \frac{E_0 E_1}{E_0 + E_1} \left( \epsilon + \frac{\eta_1}{E_1} \frac{d\epsilon}{dt} \right)$                |
|        | $\sigma + \frac{\eta_2}{E_2} \frac{d\sigma}{dt} = E_\infty \left[ \epsilon + \eta_2 \left( \frac{1}{E_\infty} + \frac{1}{E_2} \right) \frac{d\epsilon}{dt} \right]$ |

L'identification des paramètres de Prony est basée sur l'équivalence entre les modèles de Kelvin-Voigt et Maxwell généralisés. En identifiant les coefficients des deux équations différentielles (Tableau 5.5), on obtient :

$$E_{\infty} = \frac{E_0 E_1}{E_0 + E_1}; \quad E_2 = \frac{E_0^2}{E_0 + E_1}; \quad \eta_2 = \eta_1 \left( \frac{E_0}{E_0 + E_1} \right)^2 \quad (5.19)$$

La fonction de relaxation du matériau s'écrit alors :

$$\begin{aligned} R(t) &= E_{\infty} + E_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} \\ &= (E_{\infty} + E_2) \left( \frac{E_{\infty}}{E_{\infty} + E_2} + \frac{E_2}{E_{\infty} + E_2} e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right) \\ &= R_0 (\alpha_{\infty} + \alpha_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}}) \end{aligned} \quad (5.20)$$

avec  $R_0$  est le module de relaxation à  $t = 0$ ;  $\alpha_{\infty}$  et  $\alpha_2$  sont les modules relatifs de Prony et  $\tau_2 = \frac{\eta_2}{E_2}$  est le temps de relaxation.

### 5.4.3.3 Calcul des facteurs d'amortissement

En calculant la transformée de Laplace Carson de  $R(t)$  et en posant  $p = i\omega$ , on exprime les modules réel et imaginaire du matériau. On en déduit alors :

$$\operatorname{tg} \delta(\omega) = \frac{E_2 \tau_2 \omega}{E_{\infty} + \tau_2^2 \omega^2 (E_{\infty} + E_2)}. \quad (5.21)$$

### 5.4.3.4 Résultats et discussions

Les données expérimentales des essais de fluage en traction ont été utilisées pour l'identification des propriétés viscoélastiques. La Figure 5.19 présente la courbe expérimentale de fluage et celle identifiée par la méthode d'Inokuchi de quelques séquences d'empilements. Les valeurs calculées du coefficient de détermination  $R^2$  sont au moins égales à 0.95 montrant bien une bonne qualité de l'identification. Pour tous les composites élaborés, leurs valeurs des paramètres du modèle de Kelvin-Voigt, de Maxwell équivalent et de Prony sont récapitulées dans le Tableau 5.6. On peut également observer qu'il y a une différence entre le module d'Young instantané  $E_0$  obtenu par le test de fluage (Tableau 5.6) et celui obtenu par le test de traction (Tableau A.3). Le résultat obtenu par les essais de traction est plus fiable, car la mesure de déformation a été effectuée par un extensomètre placé directement sur l'éprouvette. En revanche, pour le test de fluage, la déformation est mesurée par un capteur de déplacement qui peut prendre en compte aussi des glissements et des déformations des mors ou de la machine. De plus, le module d'Young instantané  $E_0$  dépend du temps de mise en charge de l'éprouvette par la machine.

Les facteurs d'amortissement  $\operatorname{tg} \delta(\omega)$  des composites étudiés ont été calculés et comparés. Le composite  $[C_{10}]$  avec toutes les couches en fibres de carbone est le moins amortissant. Plus on augmente le nombre de couches de lin, plus le composite devient amortissant. La Figure 5.20 montre les facteurs d'amortissement de certaines séquences d'empilements. On peut aussi remarquer que le composite est plus amortissant dans la direction de fibres que dans la direction transversale.

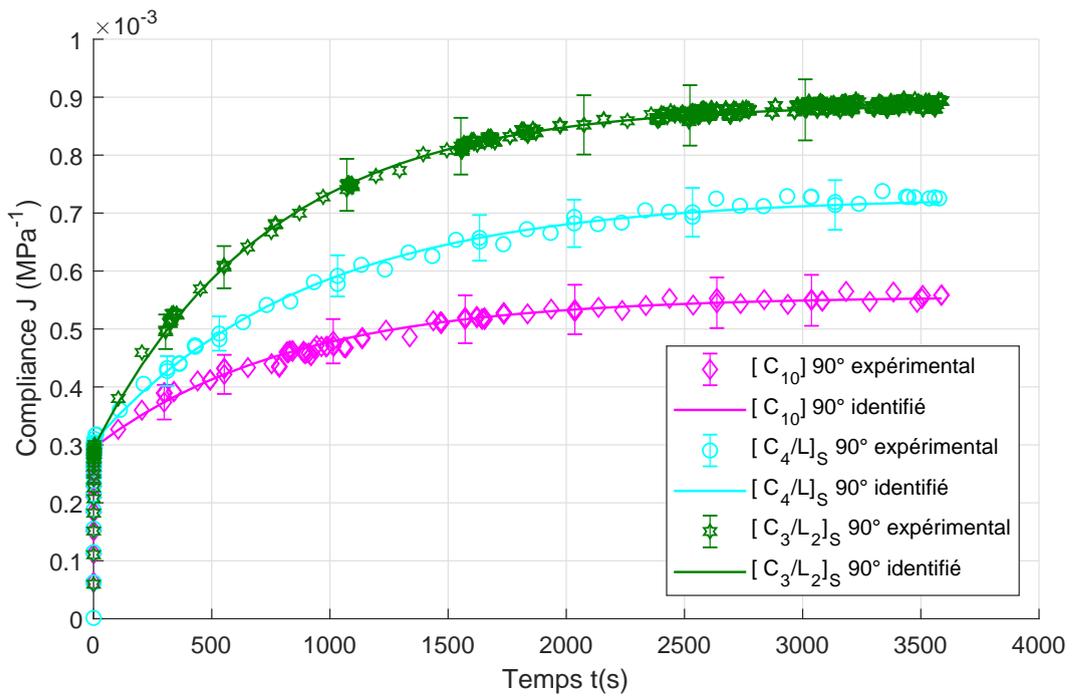
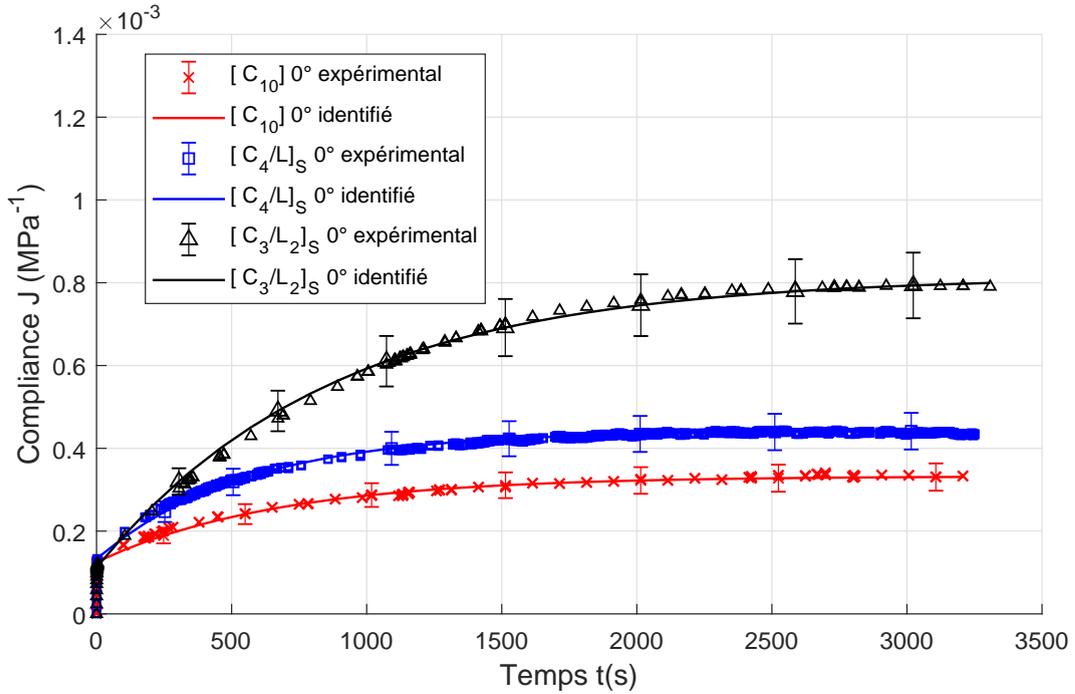


FIGURE 5.19. Fluage en traction : (a) Éprouvette orientée à  $0^\circ$ , (b) à  $90^\circ$

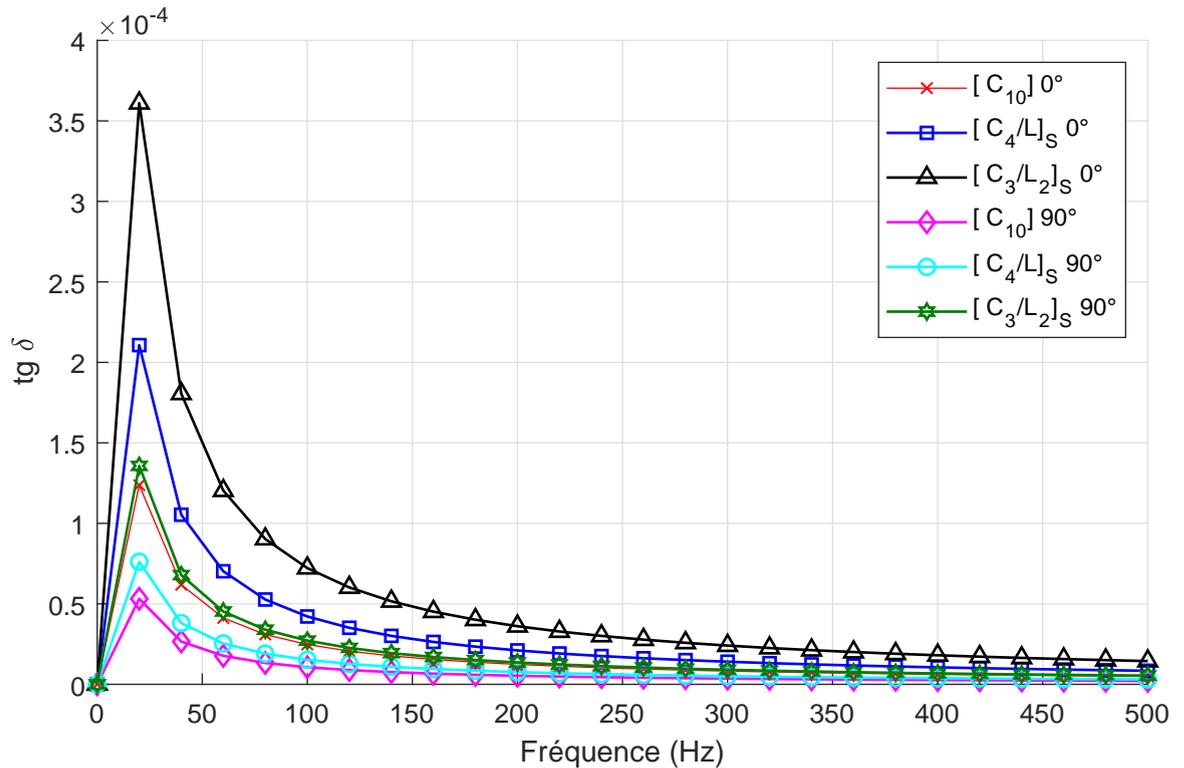

 FIGURE 5.20. Facteur d'amortissement  $tg \delta(\omega)$  des composites élaborés

TABLEAU 5.6. Valeurs identifiées des paramètres du modèle de Kelvin-Voigt, de Maxwell et de Prony

| Stratifié                | Kelvin-Voigt |              |                   | Maxwell           |              |                   | Prony        |                      |                 |               |
|--------------------------|--------------|--------------|-------------------|-------------------|--------------|-------------------|--------------|----------------------|-----------------|---------------|
|                          | $E_o$<br>MPa | $E_1$<br>MPa | $\eta_1$<br>MPa.s | $E_\infty$<br>MPa | $E_2$<br>MPa | $\eta_2$<br>MPa.s | $R_o$<br>MPa | $\alpha_\infty$<br>— | $\alpha_2$<br>— | $\tau_2$<br>s |
| $[C_{10}] 0^\circ$       | 8000         | 4847         | 3211633           | 3007              | 4993         | 1251130           | 8000         | 0.38                 | 0.62            | 250           |
| $[C_4/L]_S 0^\circ$      | 7519         | 3229         | 1794018           | 2259              | 5259         | 877942            | 7518         | 0.30                 | 0.70            | 166           |
| $[C_3/L_2]_S 0^\circ$    | 8930         | 1422         | 1236744           | 1226              | 7701         | 920224            | 8930         | 0.14                 | 0.86            | 119           |
| $[C_2/L_2/C]_S 0^\circ$  | 7539         | 1556         | 1111568           | 1289              | 6249         | 763733            | 7539         | 0.17                 | 0.83            | 122           |
| $[L/C_4]_S 0^\circ$      | 6709         | 2835         | 1772234           | 1993              | 4716         | 875668            | 6709         | 0.30                 | 0.70            | 185           |
| $[L_2/C_3]_S 0^\circ$    | 7045         | 1408         | 1005789           | 1173              | 5871         | 698615            | 7045         | 0.17                 | 0.83            | 118           |
| $[L_{10}] 0^\circ$       | 6666         | 1033         | 712255            | 894               | 5772         | 533992            | 6666         | 0.13                 | 0.87            | 92            |
| $[C_{10}] 90^\circ$      | 3390         | 3827         | 3189688           | 1798              | 1592         | 703616            | 3390         | 0.53                 | 0.47            | 442           |
| $[C_4/L]_S 90^\circ$     | 3278         | 2368         | 2153155           | 1375              | 1903         | 725797            | 3278         | 0.42                 | 0.58            | 381           |
| $[C_3/L_2]_S 90^\circ$   | 3389         | 1685         | 1248746           | 1225              | 2263         | 556991            | 3389         | 0.33                 | 0.67            | 246           |
| $[C_2/L_2/C]_S 90^\circ$ | 2832         | 1808         | 1205361           | 1103              | 1728         | 449070            | 2832         | 0.39                 | 0.61            | 260           |
| $[L/C_4]_S 90^\circ$     | 3225         | 2921         | 2434942           | 1533              | 1692         | 670401            | 3225         | 0.48                 | 0.52            | 396           |
| $[L_2/C_3]_S 90^\circ$   | 2894         | 1339         | 1030331           | 915               | 1979         | 481595            | 2894         | 0.32                 | 0.68            | 243           |
| $[L_{10}] 90^\circ$      | 2942         | 1211         | 818896            | 858               | 2084         | 410834            | 2942         | 0.29                 | 0.71            | 197           |

## 5.5 Évaluation des amortissements modaux à partir des vibrations d'une poutre

### 5.5.1 Montage expérimental

Dans cette section, les propriétés dynamiques des composites étudiées sont déterminées à partir des essais d'identification modale expérimentale. Les poutres composites à  $0^\circ$  ont une longueur de 125 mm, une largeur de 35 mm et une épaisseur de 4 mm. Elles sont en configuration encastree-libre. La figure 5.21 montre une image vue de dessus du test marteau d'impact. L'excitation artificielle est générée par le marteau d'impact équipé d'un capteur de force du modèle PCB 086D05. La réponse temporelle est enregistrée par un accéléromètre collé à 115 mm du côté encastree de la poutre. Les paramètres modaux des poutres composites sont extraits à partir des FRFs mesurées et par la méthode d'identification PolyMAX intégrée dans le logiciel LMS Test.lab.

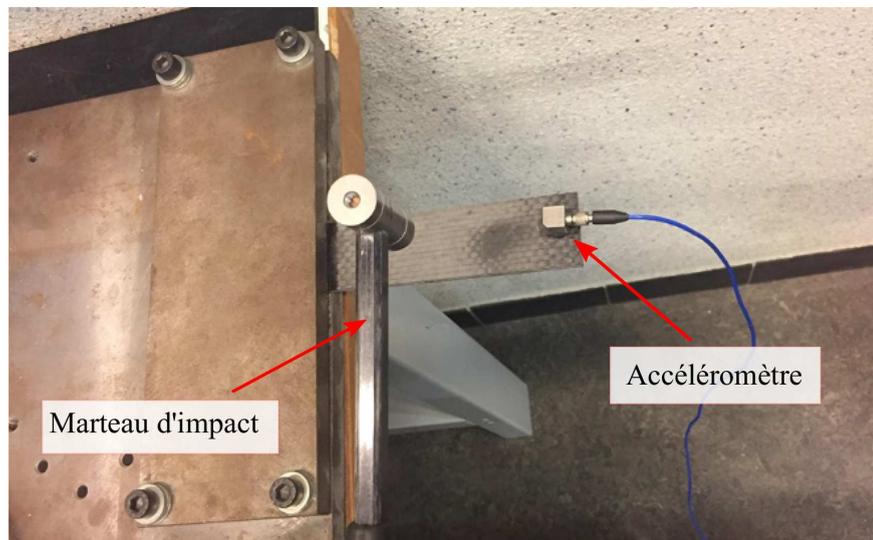


FIGURE 5.21. [Poutre composite] : test de marteau d'impact (vue de dessus).

### 5.5.2 Analyse des résultats expérimentaux

Pour la conception du support de pièce, on s'intéresse à la détermination des paramètres modaux du premier mode propre de flexion de la poutre composite. Les fonctions de cohérence définies en équation (1.9) évaluées lors de l'essai sont illustrées sur la Figure 5.22.a et les FRFs de certaines séquences d'empilements de composite sont présentées sur la Figure 5.22.b. On constate que les fonctions de cohérence, montrent donc une bonne linéarité entre l'excitation et la réponse vibratoire sur la bande de fréquence étudiée  $\Gamma_{xf} \cong 1$ . Le diagramme de stabilisation de la méthode PolyMAX est présenté sur la Figure 5.23 dans le cas du composite  $[C_{10}]$ . Les paramètres modaux des poutres composites sont regroupés dans le Tableau 5.7. Il est à noter que le taux d'amortissement dépend du pourcentage des fibres de lin dans le composite. L'amortissement augmente avec l'augmentation des couches

de lin. Les résultats obtenus montrent également que la capacité d'amortissement dépend de la séquence d'empilement du composite. Les composites avec les couches de lin à l'extérieur (empilements  $[L/C_4]_S$ ,  $[L_2/C_3]_S$ ) sont plus amortissants que les composites avec les couches de lin à l'intérieur (empilements  $[C_4/L]_S$ ,  $[C_3/L_2]_S$ ).

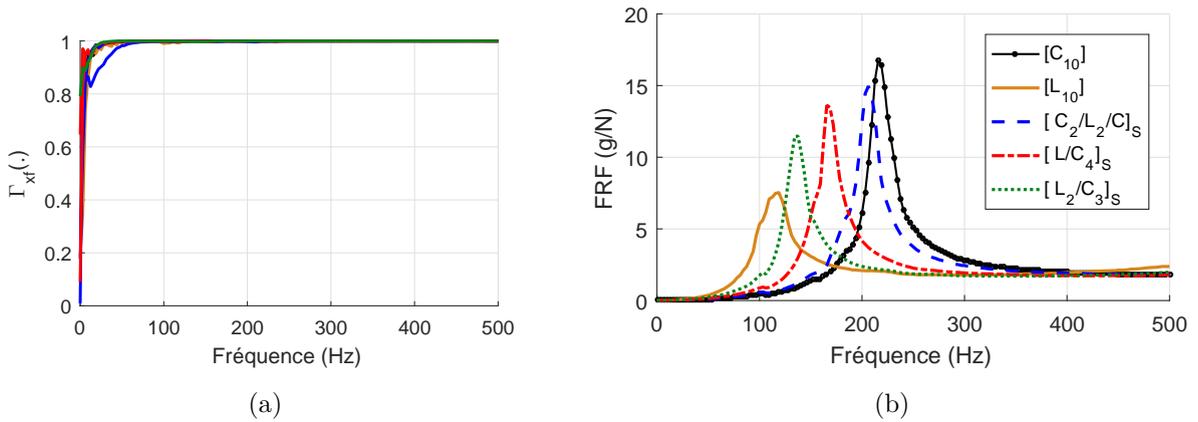


FIGURE 5.22. [Poutre composite] (a) Fonctions de cohérence  $\Gamma_{xf}$  ; (b) FRFs.

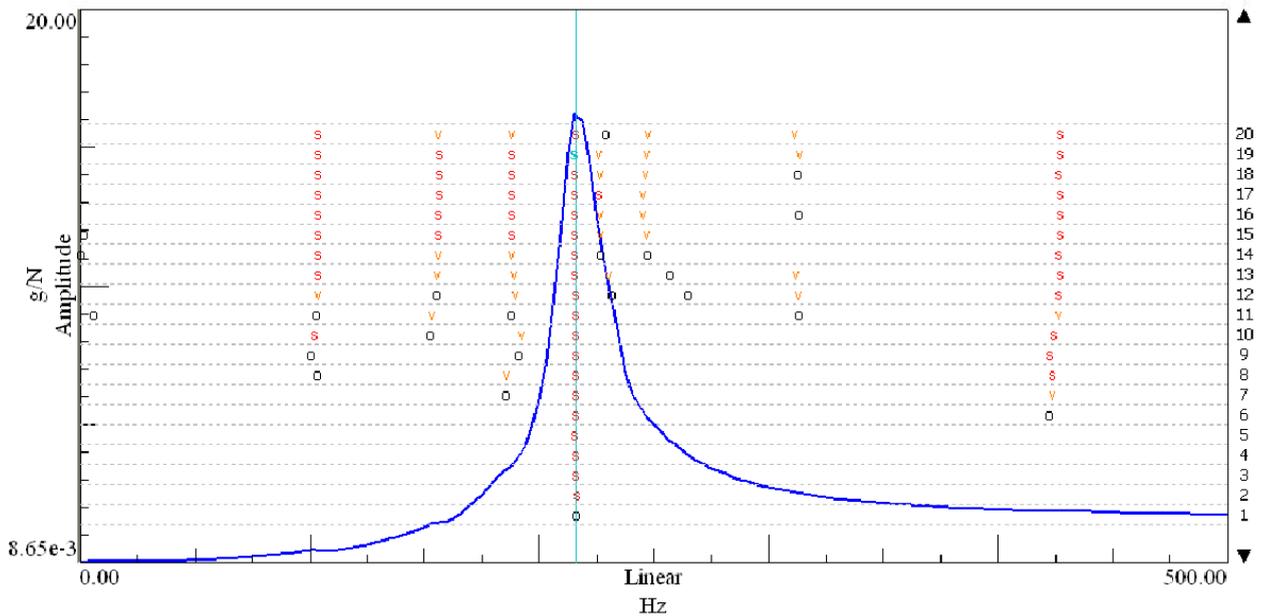


FIGURE 5.23. [Poutre composite,  $[C_{10}]$ ] diagramme de stabilisation (s - pôle stable, v - pôle stable en forme, o - pôle non stable)

Dans le cas d'une poutre de type encastree-libre, soumise à une charge transverse, la première fréquence propre de la poutre est exprimée analytiquement par [11] :

$$f_1 = \frac{3.516}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{E_x h^2}{12\rho}} \quad (5.22)$$

où  $E_x$  est le module d'Young en flexion d'axe longitudinal de la poutre ;  $L$  est la longueur ;  $h$  est l'épaisseur et  $\rho$  est la masse volumique. La relation en équation (5.22) montre qu'il

TABLEAU 5.7. Paramètres modaux identifiés des différents matériaux élaborés

| Stratifié       | Premier fréquence $f_1$ (Hz) | Taux d'amortissement $\xi_1$ (%) |
|-----------------|------------------------------|----------------------------------|
| $[C_{10}]$      | 215.47                       | 3.47                             |
| $[C_4/L]_S$     | 210.99                       | 3.52                             |
| $[C_3/L_2]_S$   | 208.83                       | 3.63                             |
| $[C_2/L_2/C]_S$ | 205.44                       | 3.77                             |
| $[L/C_4]_S$     | 166.83                       | 4.38                             |
| $[L_2/C_3]_S$   | 134.79                       | 5.61                             |
| $[L_{10}]$      | 113.21                       | 8.37                             |

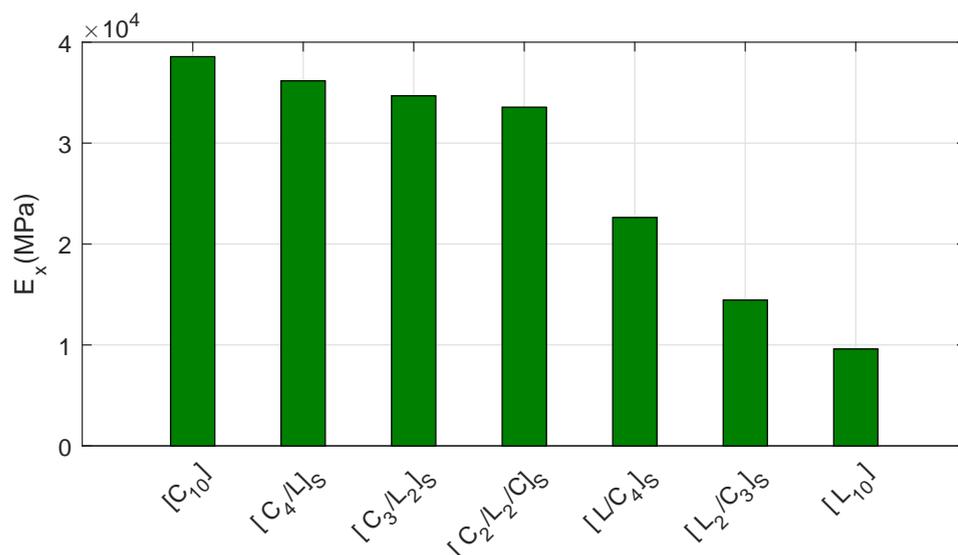


FIGURE 5.24. Module d'Young en flexion de stratifiés hybrides à partir du test de marteau d'impact.

est possible de déterminer le module d'Young en flexion des poutres composites étudiées par identification inverse à partir de la première fréquence propre de flexion. La Figure 5.24 présente les valeurs du module d'Young en flexion  $E_x$  des poutres composites. On peut remarquer qu'elles sont plus faibles que les valeurs calculées à partir d'essais de traction (Figure 5.14). Cependant, elles sont de même tendance. La présence de couches de lin à l'extérieur entraîne une diminution importante du module d'Young en flexion. La différence entre les deux résultats provient probablement en partie de la condition limite "encastrée" des poutres composites dans les essais de marteau. À cause du serrage des boulons, les poutres composites ne sont pas parfaitement encastées. Car notre support de pièce est dans la même condition encastée par des boulons et vu que le module d'Young en flexion du matériau aluminium est plus grand ( $E_{(alum)} = 70000$  MPa), il est nécessaire d'augmenter l'épaisseur des deux plaques du support de pièce. À partir de la formule analytique de la raideur du support de pièce (5.13) et les critères de conception (5.15), on peut estimer l'épaisseur des plaques composites du support de pièce :

$$h_{(comp)} \geq h_{(alum)} \sqrt[3]{\frac{E_{(alum)}}{E_{x(comp)}}} \quad (5.23)$$

où  $h_{(alum)} = 4$  mm est l'épaisseur du support existant en aluminium ;  $E_{x(comp)}$  est le module d'Young en flexion des poutres composites comme le montre la figure 5.24. Les résultats obtenus sont reportés dans le tableau ci-dessous.

TABLEAU 5.8. *Estimation de l'épaisseur du support de pièce en composite*

| Stratifié       | Épaisseur $h_{(comp)}$ (mm) |
|-----------------|-----------------------------|
| $[C_{10}]$      | $\geq 4.5$                  |
| $[C_4/L]_S$     | $\geq 4.9$                  |
| $[C_3/L_2]_S$   | $\geq 5.0$                  |
| $[C_2/L_2/C]_S$ | $\geq 5.1$                  |
| $[L/C_4]_S$     | $\geq 5.9$                  |
| $[L_2/C_3]_S$   | $\geq 6.7$                  |
| $[L_{10}]$      | $\geq 7.8$                  |

On propose donc de concevoir le support de pièce avec les plaques composites d'épaisseur  $h = 8$  mm pour s'assurer que le nouveau support en matériau composite possède une rigidité au moins égale à celle du support existant.

## 5.6 Conclusions

Dans ce chapitre, la maîtrise des vibrations en usinage via la conception optimale d'un support pièce en matériau composite a été étudiée. Des analyses de stabilité d'usinage avec intégration du système de support de pièce ont été effectuées. Un modèle des efforts de coupe à 1 DDL a été utilisé pour prédire la stabilité d'usinage en traçant les lobes de stabilité. Une étude de l'influence des paramètres dynamiques du support de pièce sur les lobes de stabilité a été réalisée. Les résultats obtenus montrent que la profondeur de passe limite des lobes de stabilité dépend linéairement de la raideur et du taux d'amortissement du support de pièce. Pour augmenter les performances d'usinage, on souhaite donc concevoir un nouveau support en matériau composite qui a une raideur au moins égale à celle du support existant tout en ayant un taux d'amortissement plus élevé.

Des plaques en composite stratifié hybride carbone-lin avec sept différentes séquences d'empilement ont été fabriquées par moulage par injection de résine époxy sous vide dans des préformes de tissus unidirectionnels secs de carbone et de lin. Après démoulage, les plaques sont découpées pour les essais de caractérisation. Des essais de traction ont été effectués dans un premier temps pour déterminer les valeurs de module d'élasticité. Les résultats obtenus ont été utilisés pour estimer le module d'Young en flexion des composites hybrides en se

basant sur la théorie classique des stratifiés. Les résultats obtenus montrent que le module d'Young en flexion dépend fortement de la séquence d'empilement des couches de lin et de carbone. Les couches de carbone à l'extérieur permettent d'avoir un module d'Young en flexion élevé. La présence des couches de lin à l'extérieur entraîne une chute remarquable du module d'Young en flexion en comparaison du module d'Young longitudinal.

Le comportement viscoélastique du nouveau composite stratifié hybride carbone-lin a été identifié par la méthode d'Inokuchi à partir d'essais de fluage en traction. L'efficacité de la méthode est vérifiée avec succès en évaluant l'écart entre la courbe expérimentale de fluage et celle issue de l'identification. Les paramètres viscoélastiques de séries de Prony ont été calculés par identification des constantes des équations différentielles de comportement des modèles de Maxwell et Kelvin-Voigt généralisés. Les facteurs d'amortissement des sept composites étudiés ont été calculés puis comparés. L'étude montre que la capacité d'amortissement du composite augmente avec l'augmentation des couches de lin. En outre, le composite est plus amortissant dans la direction de fibres que dans la direction transversale.

Les propriétés dynamiques des composites hybrides étudiés ont été également évaluées par des essais d'identification modale expérimentale. Les résultats obtenus montrent que l'amortissement dépend du pourcentage des couches de lin dans le composite hybride ainsi que de la séquence d'empilement. L'ajout de couches de lin à l'extérieur permet d'améliorer l'amortissement, mais cela entraîne une diminution importante du module d'Young en flexion. Le module d'Young en flexion des poutres composites a été évalué par identification inverse à partir de la première fréquence propre de flexion. Les résultats obtenus montrent qu'il est nécessaire d'augmenter l'épaisseur des deux plaques du support de pièce. Nous proposons donc de doubler l'épaisseur du support de pièce pour s'assurer que le nouveau support en matériau composite possède une rigidité au moins égale à celle du support existant.

# Chapitre 6

## Essais de validation

### Sommaire

---

|            |   |            |
|------------|---|------------|
| <b>6.1</b> | <b>Introduction</b>                               | <b>151</b> |
| <b>6.2</b> | <b>Montage expérimental</b>                       | <b>151</b> |
| <b>6.3</b> | <b>Identification modale expérimentale</b>        | <b>153</b> |
| 6.3.1      | AME de la machine-outil en bout de l'outil        | 153        |
| 6.3.2      | AME du système de support de pièce                | 155        |
| 6.3.3      | Prédiction de la stabilité d'usinage              | 157        |
| <b>6.4</b> | <b>Essais d'usinage</b>                           | <b>157</b> |
| <b>6.5</b> | <b>Validation par les résultats expérimentaux</b> | <b>159</b> |
| <b>6.6</b> | <b>Conclusions</b>                                | <b>162</b> |

---

## 6.1 Introduction

Des plaques composites d'épaisseur 8 mm avec différentes séquences d'empilement ont été fabriquées par moulage par injection de résine époxy sous vide. Après la mise en œuvre des composites, elles ont été mises en dimension en utilisant une scie en diamant et un outil spécifique de perçage. Les nouveaux supports de pièce en composite carbone-lin sont présentés sur la Figure 6.1.

Ce chapitre porte sur les essais de validation avec les supports de pièce en composites hybrides. On présente tout d'abord une analyse modale expérimentale de la machine-outil et du système de support de pièce en composite et en aluminium. Les résultats obtenus permettent de prédire la stabilité d'usinage par le tracé du diagramme des lobes de stabilité. Ensuite, les essais de validation sont effectués afin de déterminer la profondeur de passe limite pour chaque type de support de pièce. Enfin, la performance des supports de pièces en composite et en aluminium est évaluée.

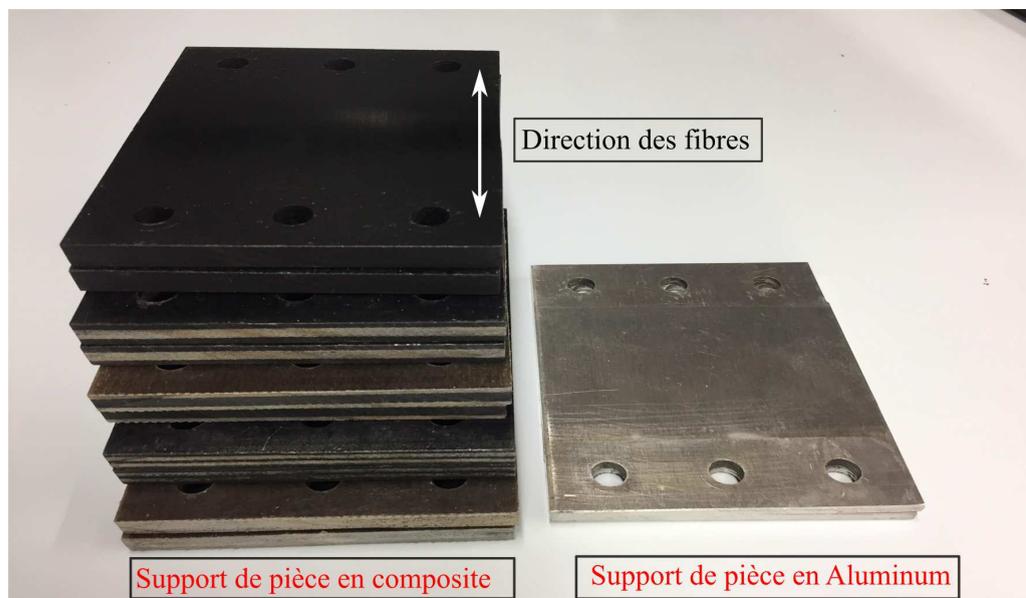


FIGURE 6.1. *Plaques du support de pièce en composite et en Aluminium.*

## 6.2 Montage expérimental

Les essais d'usinage sont réalisés sur un centre d'usinage Huron de KX10 à l'ENIT, Tarbes. C'est une machine d'usinage à grande vitesse, trois axes, à portique et table mobile (Figure 6.2.a). Elle est équipée d'une électro-broche avec une gamme de vitesse de rotation de 100-24000 tr/min. Les principales caractéristiques du centre d'usinage sont récapitulées dans le Tableau 6.1. L'outil coupant est une fraise à plaquettes à 3 dents, de 40 mm de diamètre, sans angle d'hélice (Figure 6.2.b).



(a)



(b)

FIGURE 6.2. (a) Centre d'usinage Huron KX10 à l'ENIT, Tarbes; (b) outil coupant de fraisage.

TABLEAU 6.1. Principales caractéristiques de la machine-outil [2]

| Principales caractéristiques             | Valeurs            |
|--|--------------------|
| Course de l'axe Y (chariot sur portique) | 1000 mm            |
| Course de l'axe X (table mobile)         | 700 mm             |
| Course de l'axe Z (poupée porte-broche)  | 550 mm             |
| Avance rapide X Y                        | 30 000 mm/min      |
| Avance rapide Z                          | 18 000 mm/min      |
| Avance travail                           | 1 à 10 000 mm/min  |
| Accélération maximale                    | 5 m/s <sup>2</sup> |

## 6.3 Identification modale expérimentale

Dans la section 5.2.1, l'outil et la machine-outil sont supposés être beaucoup plus rigides par rapport au support de pièce. Pour valider ces hypothèses, dans un premier temps, l'analyse modale expérimentale (AME) est réalisée sur la machine-outil à l'arrêt. Dans un deuxième temps, les paramètres modaux du système de support de pièce en composite et en aluminium sont identifiées lors des essais d'AME pour tracer le diagramme des lobes de stabilité.

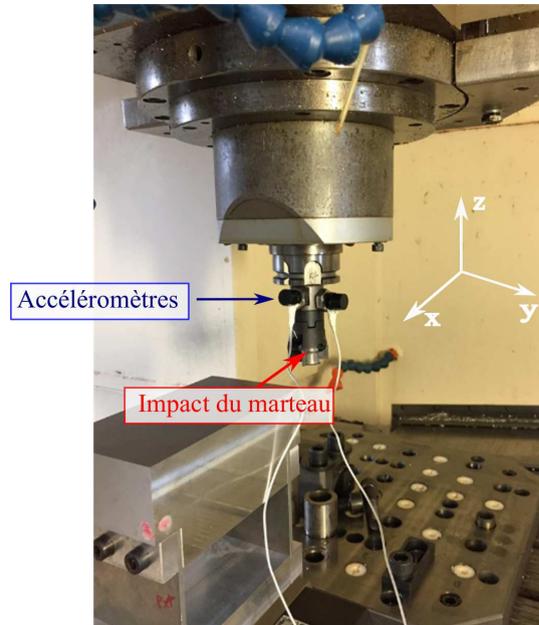


FIGURE 6.3. AME de la machine-outil en bout de l'outil.

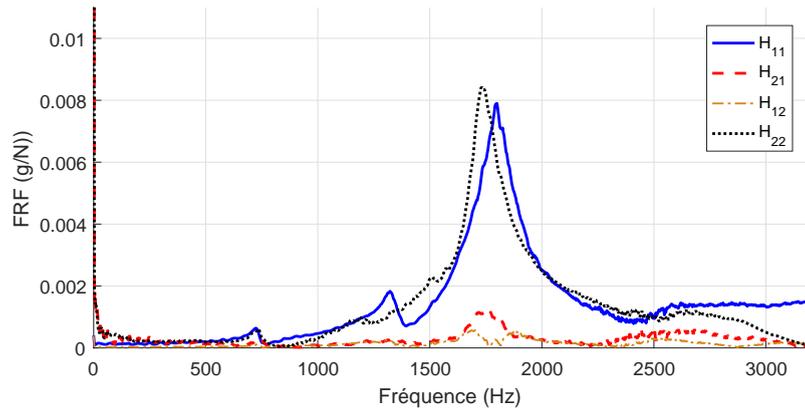
### 6.3.1 AME de la machine-outil en bout de l'outil

La Figure 6.3 présente le protocole expérimental de l'AME de la machine-outil. La structure est soumise aux chocs de marteau (modèle 086D05 équipé d'un capteur de force) suivant les deux directions radiales  $X$  et  $Y$ . Les réponses vibratoires sont mesurées en bout de l'outil par deux accéléromètres de type PCB Piézoélectrique (Modèle 333C68). Les deux accéléromètres ont une embase magnétique permettant une installation simple sur l'outil suivant les directions  $X$  et  $Y$ . L'AME repose sur l'identification expérimentale des fonctions de réponse en fréquence (FRFs). Les quatre FRFs mesurées et les fonctions de cohérence correspondantes sont tracées dans la Figure 6.4.

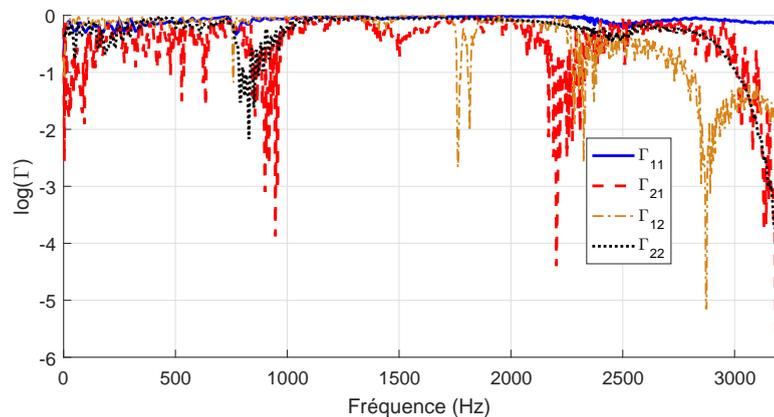
Ici :

- $H_{11}$  est la FRF calculée à partir de la réponse mesurée suivant la direction  $X$  et l'excitation appliquée suivant la direction  $X$  ;
- $H_{21}$  est la FRF calculée à partir de la réponse mesurée suivant la direction  $Y$  et l'excitation appliquée suivant la direction  $X$  ;

- $H_{12}$  est la FRF calculée à partir de la réponse mesurée suivant la direction  $X$  et l'excitation appliquée suivant la direction  $Y$  ;
- $H_{22}$  est la FRF calculée à partir de la réponse mesurée suivant la direction  $Y$  et l'excitation appliquée suivant la direction  $Y$ .



(a)



(b)

FIGURE 6.4. AME de la machine-outil : (a) FRFs en bout de l'outil et (b) Fonctions de cohérence correspondantes.

On peut remarquer que les FRFs  $H_{11}$  et  $H_{22}$  sont dominantes en terme d'amplitude par rapport aux autres FRFs. De plus, leurs fonctions de cohérence admettent une valeur  $\cong 1$  sur la bande de fréquence  $[0 \ 3000]$ . En conséquence, les deux fonctions  $H_{11}$  et  $H_{22}$  seront utilisées pour identifier le comportement dynamique de la machine-outil. Les paramètres modaux sont extraits par la méthode PolyMAX et regroupés dans le Tableau 6.2.

On peut constater que la machine-outil et l'outil sont rigides par rapport à notre système de support de pièce. Dans la direction de vibration ( $X$ ) du système de support de pièce, la première fréquence propre de la machine-outil est de 730 Hz qui est beaucoup plus grande que la fréquence propre du support de pièce (de l'ordre de 200 Hz). Donc les modes de la machine-outil n'influencent pas sur le calcul des lobes de stabilité. Dans notre étude, la prédiction de stabilité d'usinage peut prendre en compte seulement le comportement dynamique du côté de support de pièce.

TABLEAU 6.2. [AME de la machine-outil] Paramètres identifiés.

| Paramètres modaux | $H_{11}$ | $H_{22}$ |
|-------------------|----------|----------|
| $f_1(Hz)$         | 730.29   | 738.59   |
| $f_2(Hz)$         | 1335.19  | –        |
| $f_3(Hz)$         | 1784.80  | 1748.19  |
| $\xi_1(\%)$       | 1.28     | 2.64     |
| $\xi_2(\%)$       | 2.69     | –        |
| $\xi_3(\%)$       | 3.18     | 3.81     |

### 6.3.2 AME du système de support de pièce

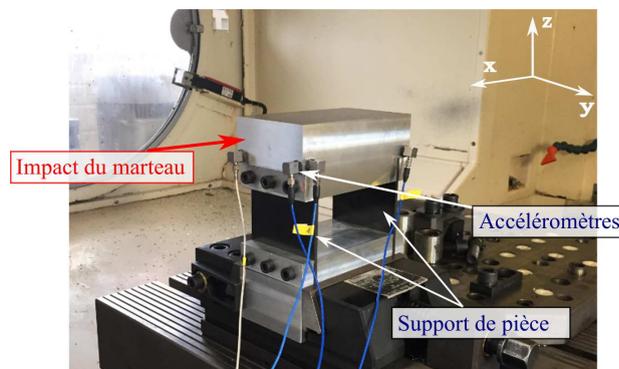


FIGURE 6.5. AME du système de support de pièce.

Les supports de pièce en aluminium et en composite ont été montés en bloc 1DDL avec 12 boulons. Le protocole expérimental de l'AME du système du support de pièce est illustré sur la Figure 6.5. Le système du support de pièce est soumis aux chocs de marteau suivant la direction  $X$ . Les réponses vibratoires sont mesurées par deux accéléromètres suivant la direction  $X$  et deux accéléromètres suivant la direction  $Y$ . L'AME repose sur l'identification expérimentale des fonctions de réponse en fréquence (FRFs). Les quatre FRFs mesurées et les fonctions de cohérence correspondantes sont tracées dans la Figure 6.4. Les paramètres modaux des différents types de support de pièce extraits par la méthode PolyMAX sont regroupés dans le Tableau 6.3. La Figure 6.7 présente le diagramme de stabilisation de la méthode PolyMAX dans le cas du support en aluminium. On peut remarquer que la première fréquence propre du support de pièce en aluminium est de 171.37 Hz. Elle est légèrement plus faible que les valeurs calculées par éléments finis et par le calcul analytique développé dans le chapitre précédent en section 5.2.2. En vérifiant la déformée modale, on confirme que le mode 1 du support de pièce est un mode de flexion suivant la direction  $X$ . Les valeurs de la raideur du support de pièce sont calculées et montrées dans le Tableau 6.3. On peut également trouver que la raideur et le taux d'amortissement du support de pièce en composite sont supérieurs à ceux du support de pièce en aluminium.

TABLEAU 6.3. [AME du système de support de pièce] paramètres identifiés.

| Support           | $f_0$ (Hz) | Taux d'amortissement $\xi$ (%) | Raideur $k$ (N/mm) |
|-------------------|------------|--------------------------------|--------------------|
| Aluminium         | 171.37     | 0.79                           | 3180               |
| $[C_{20}]$        | 281.05     | 1.10                           | 8566               |
| $[C_6/L_4]_S$     | 266.87     | 1.13                           | 7726               |
| $[C_4/L_4/C_2]_S$ | 265.71     | 1.22                           | 7656               |
| $[L_4/C_6]_S$     | 222.43     | 1.12                           | 5365               |
| $[L_{20}]$        | 192.68     | 1.27                           | 4026               |

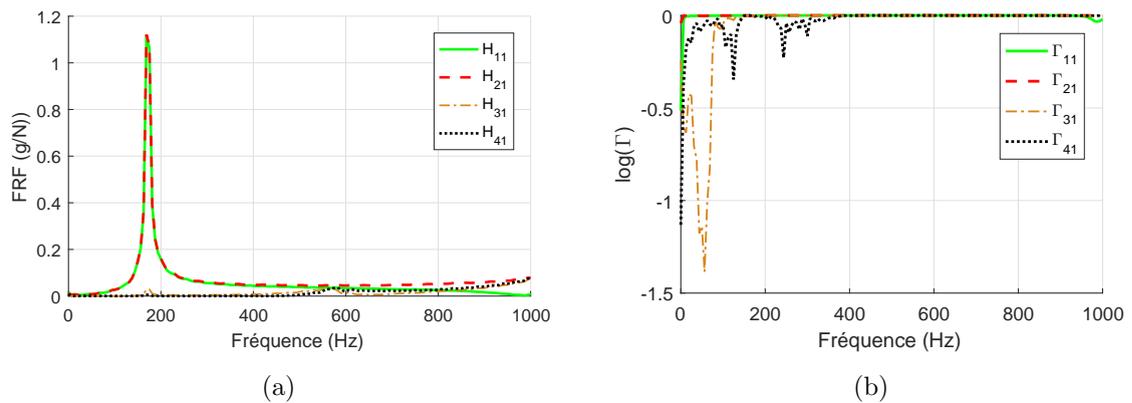


FIGURE 6.6. [AME du système du support de pièce en Aluminium] (a) FRFs mesurées ; (b) Fonctions de cohérence correspondantes.

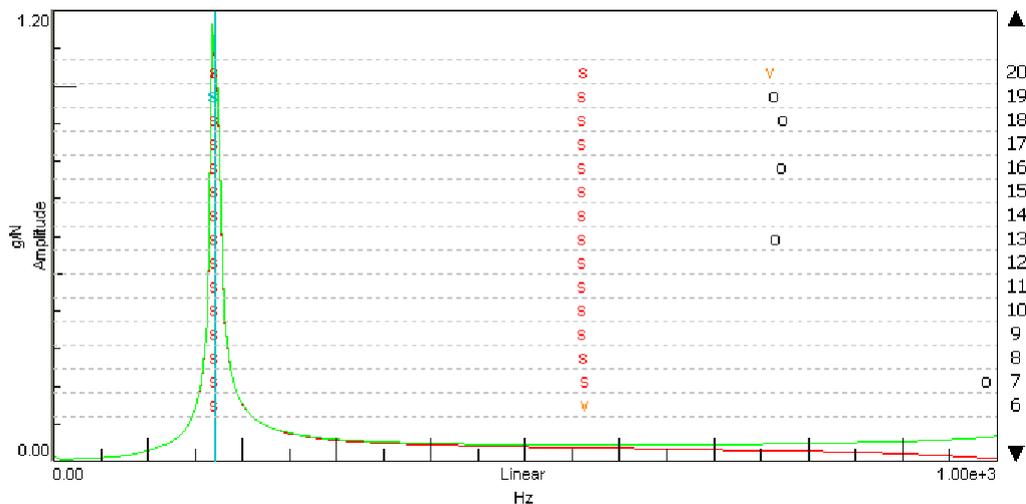


FIGURE 6.7. [AME du système du support de pièce en Aluminium] Diagramme de stabilisation (s - pôle stable, v - pôle stable en forme, o - pôle non stable).

### 6.3.3 Prédiction de la stabilité d'usinage

À partir des paramètres modaux identifiés par l'AME, le diagramme des lobes de stabilité est calculé par les équations (5.10) et (5.11) afin de prédire la stabilité d'usinage. La Figure 6.8 présente le diagramme des lobes de stabilité avec les supports de pièce en aluminium et composite. Les autres paramètres utilisés pour le tracé des lobes de stabilité sont donnés dans le Tableau 6.4.

TABLEAU 6.4. Paramètres utilisés pour le tracé des lobes de stabilité sur la Figure 6.8.

| Paramètres | Valeurs  | Paramètres | Valeurs               |
|------------|----------|------------|-----------------------|
| $m$        | 2.747 kg | $K_t$      | 410 N/mm <sup>2</sup> |
| $Z$        | 3 dents  | $k_r$      | 0.1                   |
| $A_r$      | 1.2 mm   | $R$        | 40 mm                 |

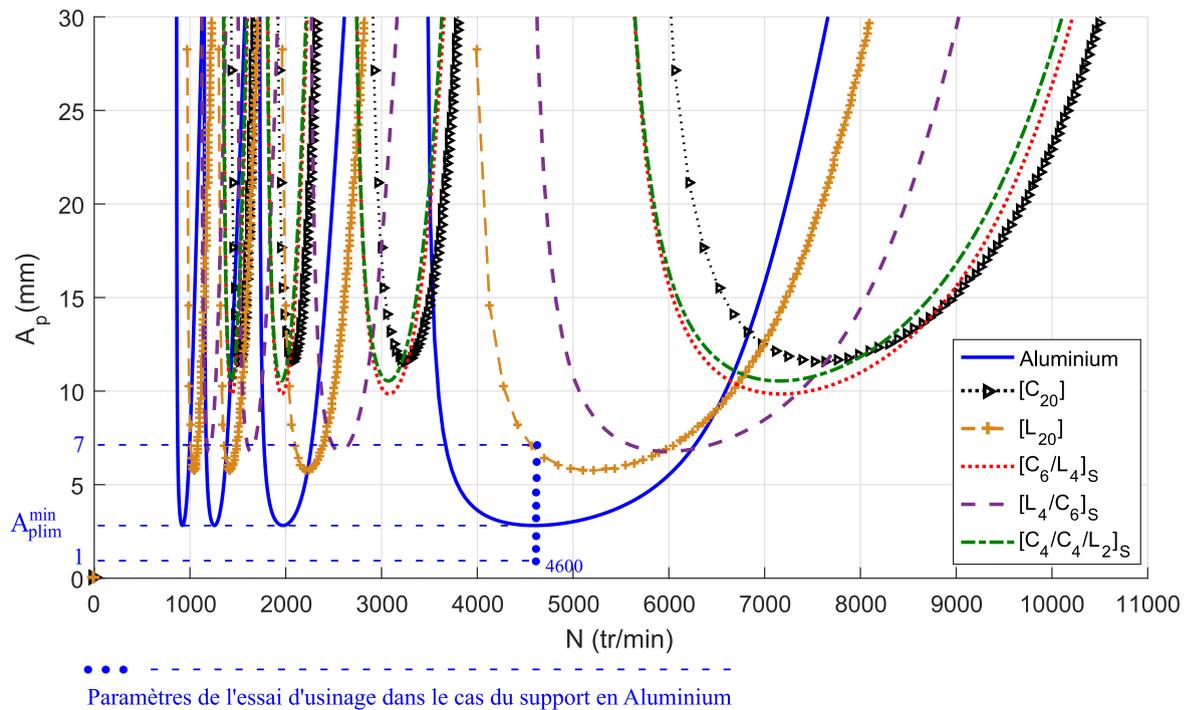


FIGURE 6.8. Diagramme des lobes de stabilité des supports de pièce en aluminium et en composite hybride carbone-lin.

## 6.4 Essais d'usinage

Des essais du fraisage en avalant (Figure 6.9) sont effectués avec une avance par dent  $f_z$  de 0.1 mm et un engagement radial  $A_r$  de 1.2 mm. L'usinage en rampe permet de faire varier

la profondeur de passe axiale  $A_p$  et d'identifier la transition stabilité/instabilité ( $A_{p\text{lim}}$ ). Dans notre étude, pour chaque type de support de pièce (aluminium ou composite), on cherche la valeur minimale de la profondeur de passe limite  $A_{p\text{lim}}^{\text{min}}$  (équation (5.14)). À partir du diagramme des lobes de stabilité sur la Figure 6.8, les valeurs des conditions de coupe  $A_p$  et  $N$  sont choisies comme montrées dans le Tableau 6.5.

TABLEAU 6.5. Conditions de coupe pour chaque type de support de pièce.

| Support           | Rampe $A_p$ (mm) | Vitesse de rotation $N$ (tr/min) |
|-------------------|------------------|----------------------------------|
| Aluminium         | 1 → 7            | 4600                             |
| $[C_{20}]$        | 3 → 13           | 7700                             |
| $[C_6/L_4]_S$     | 4 → 11           | 7200                             |
| $[C_4/L_4/C_2]_S$ | 4 → 11           | 7200                             |
| $[L_4/C_6]_S$     | 3 → 9            | 5900                             |
| $[L_{20}]$        | 2 → 8            | 5100                             |

Dans le cadre de l'analyse modale opérationnelle du support de pièce en service, seules les réponses vibratoires sont mesurées par deux accéléromètres magnétiques de modèle 333C68. La capacité magnétique de deux accéléromètres leur permet d'être attachés solidement au système de support de pièce durant l'usinage. Les deux accéléromètres sont positionnés suivant la direction  $X$  sur la surface magnétique (deux boulons en haut) comme montrés dans la Figure 6.9. L'acquisition des signaux mesurés est réalisée par le logiciel LMS Test.lab. La durée d'acquisition est égale à 25 s, 102400 points pour un pas de temps  $\Delta t = 2.44 \times 10^{-4}$  s. La Figure 6.10 présente les réponses temporelles enregistrées lors de l'essai d'usinage avec le support en aluminium.

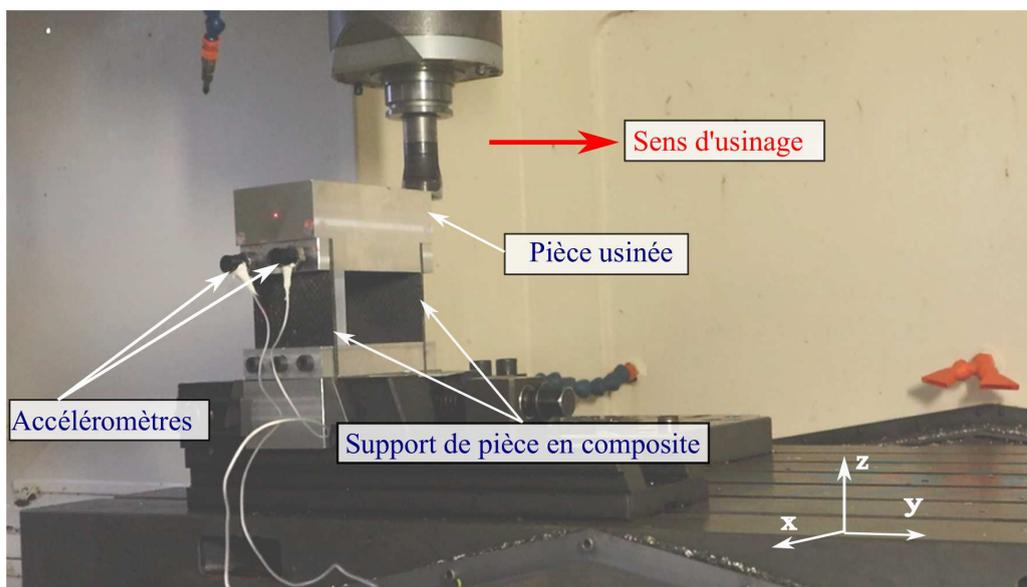


FIGURE 6.9. AMO du système de support de pièce.

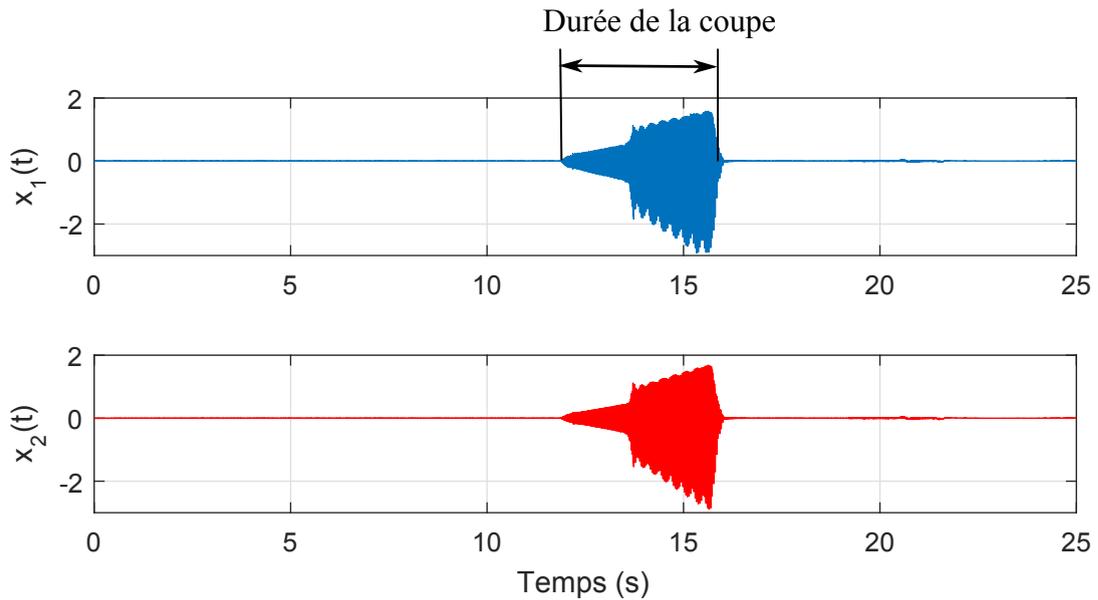


FIGURE 6.10. [AMO du support en aluminium] : réponses enregistrées.

## 6.5 Validation par les résultats expérimentaux

L'instabilité de broutement peut être détectée de plusieurs façons : analyse de l'état de surface de la pièce usinée, analyse des réponses vibratoires enregistrées durant l'usinage dans le domaine temporel ou temps-fréquentiel. Dans notre travail, l'état de surface de pièce usinée a été mesuré par le rugosimètre Mitutoyo. Les Figures 6.11 et 6.12 présentent les résultats synthétiques dans le cas du support de pièce en aluminium. On peut remarquer un saut visible sur le profil usiné lors de l'apparition de broutement (Figure 6.11.a). Dans la zone instable, la dégradation de la surface est importante (Figure 6.11.b). Il est possible de faire le lien entre l'amplitude des vibrations et le broutement. Quand le broutement apparaît, l'amplitude des vibrations de la pièce augmente très fortement et ensuite se stabilise à un niveau beaucoup plus élevé. La zone de transition est le témoin de l'apparition du broutement (Figure 6.11.c). La Figure 6.12 présente la réponse en temps-fréquentiel de la pièce usinée. Dans la zone stable de 12 s à 13.5 s, les composantes harmoniques dues à la rotation de la broche sont présentes à des intervalles de fréquence de 76.67 Hz ( $=4600/60$ ). Dans la zone instable, on remarque la présence des fréquences de broutement. Les pièces usinées avec les supports de pièce en composite et leurs profils mesurés sont présentés respectivement sur la Figure 6.13 et la Figure 6.14.

À partir de la détection du broutement, les valeurs minimales de la profondeur de passe limite  $A_{\text{plim}}^{\text{min}}$  sont déterminées et regroupées dans le Tableau 6.6. On peut constater que la prédiction de la stabilité d'usinage par l'AME est assez précise dans le cas du support en aluminium, en composite de  $[C_{20}]$ ,  $[C_6/L_4]_S$  et  $[L_{20}]$ . La différence entre la prédiction et l'expérimental est respectivement de 8.4, 6.8, 11.2 et 12.82 %. Cependant, pour les composites  $[C_4/L_4/C_2]_S$  et  $[L_4/C_6]_S$ , la différence atteint jusqu'à 25.8 et 35.9 %.

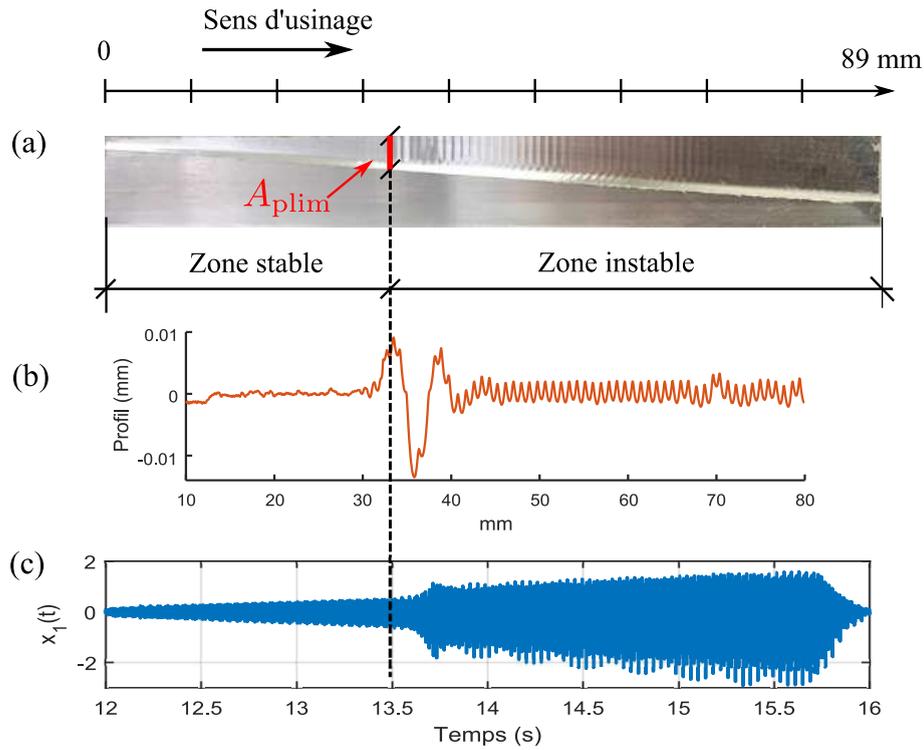


FIGURE 6.11. [Support en aluminium] : (a) pièce usinée; (b) profil mesuré; (c) réponse temporelle.

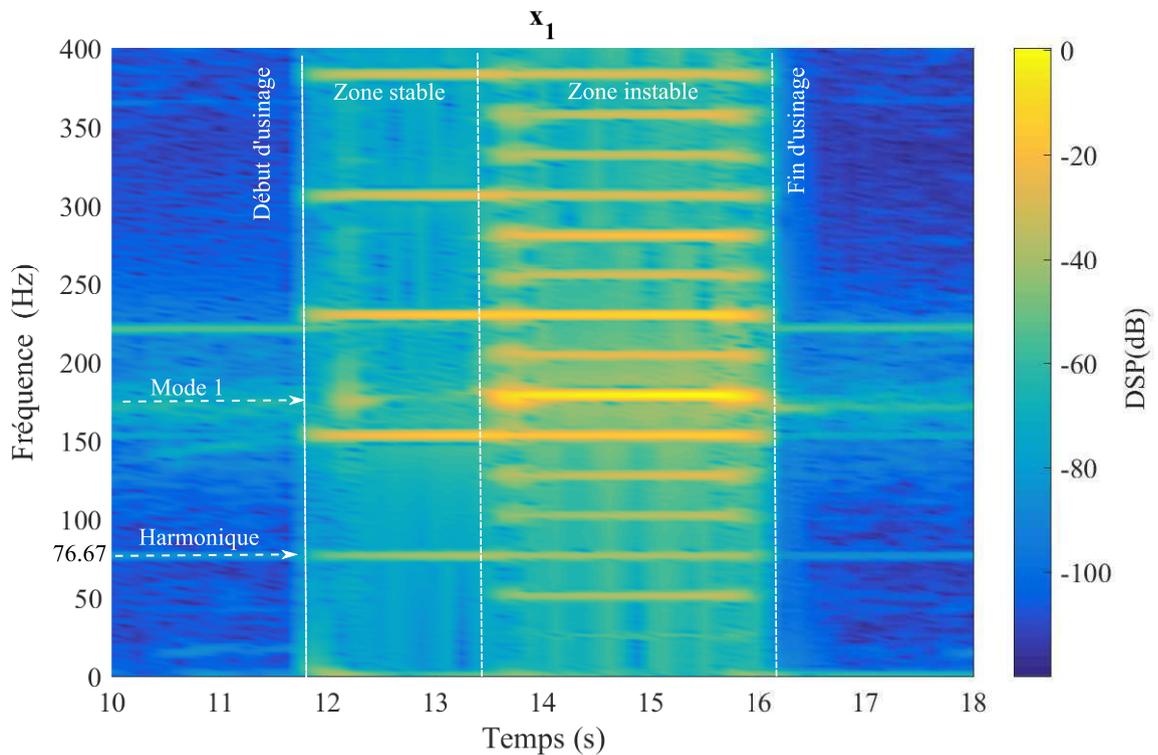
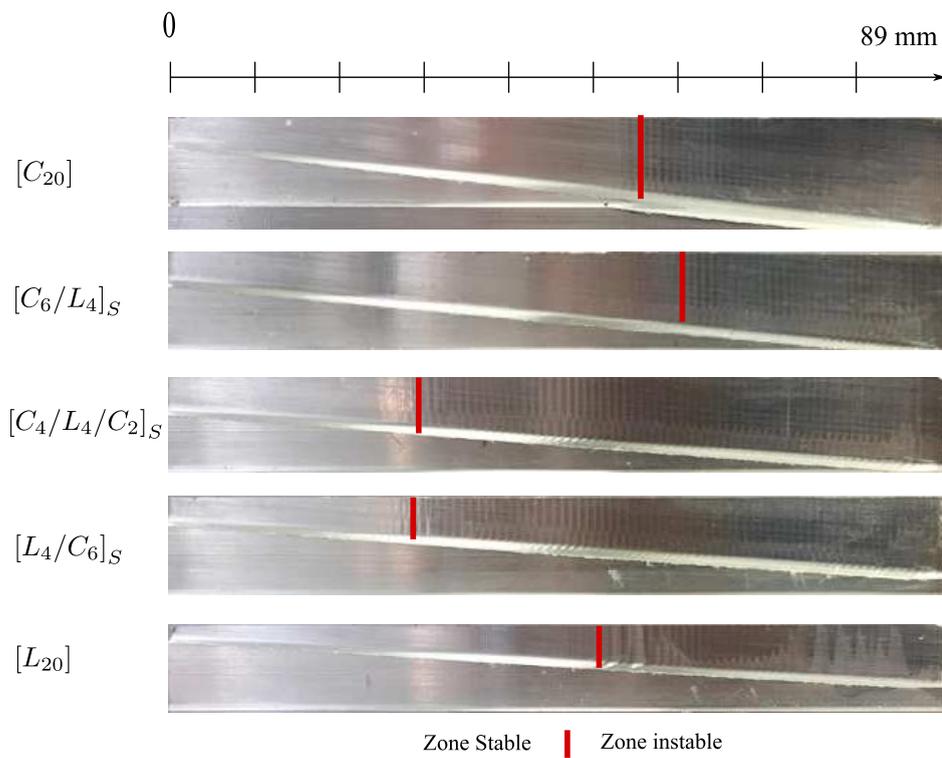
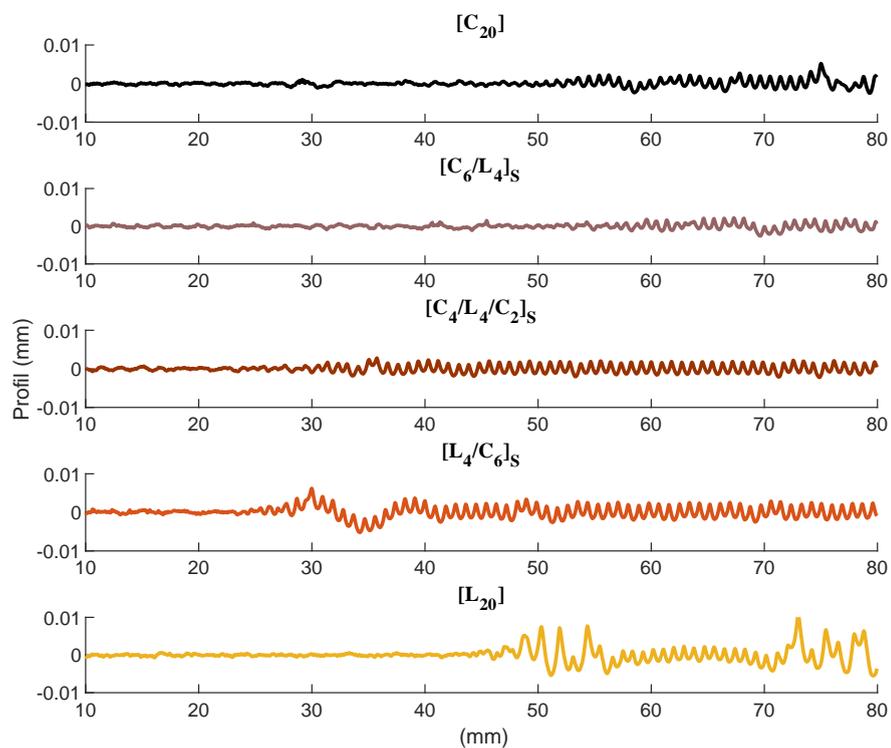


FIGURE 6.12. [AMO du support en aluminium] : réponse dans le domaine temps-fréquence pour l'usinage à  $N = 4600$  tr/min.

FIGURE 6.13. *[Support en composite] : Pièces usinées.*FIGURE 6.14. *[Support en composite] : Profil mesuré du long de la pièce usinée.*

Avec les nouveaux supports de pièce en composite, la stabilité d'usinage est fortement améliorée par rapport au support existant en aluminium. On remarque une augmentation de la profondeur de passe  $A_{\text{plim}}^{\text{min}}$  de 350, 283, 219, 162 et 163 % pour les supports de pièces en composite de  $[C_{20}]$ ,  $[C_6/L_4]_S$ ,  $[C_4/L_4/C_2]_S$ ,  $[L_4/C_6]_S$  et  $[L_{20}]$ , respectivement. Concernant la masse des deux plaques du support de pièce  $m_s$ , tous les supports de pièce en composite ont une masse plus petite que celui en aluminium (Tableau 6.6). À partir des résultats ci-dessus, le support de pièce en composite hybride carbone-lin  $[C_6/L_4]_S$  peut être considéré comme la solution la plus pertinente en termes de performance d'usinage et d'impact environnemental. En comparaison au support existant en aluminium, cette solution permet d'augmenter une stabilité d'usinage de 283 % avec un taux de fibres végétales de 14%. En outre, cette séquence d'empilement du composite hybride apporte une performance d'usinage qui est proche de celle du composite à fibres synthétiques  $[C_{20}]$  (350%).

TABLEAU 6.6. *Comparaison de la performance de différents types de support de pièce.*

| Support<br>de pièce | $A_{\text{plim}}^{\text{min}}$ (mm) |              |                | Performance<br>(%) | Masse $m_s$<br>(kg) |
|---------------------|-------------------------------------|--------------|----------------|--------------------|---------------------|
|                     | Prédiction                          | Expérimental | Différence (%) |                    |                     |
| Aluminium           | 2.82                                | 3.08         | 8.4            | -                  | 0.208               |
| $[C_{20}]$          | 11.59                               | 10.8         | 6.8            | + 350              | 0.201               |
| $[C_6/L_4]_S$       | 9.83                                | 8.72         | 11.2           | + 283              | 0.197               |
| $[C_4/L_4/C_2]_S$   | 10.53                               | 6.75         | 35.9           | + 219              | 0.197               |
| $[L_4/C_6]_S$       | 6.77                                | 5.02         | 25.8           | + 162              | 0.197               |
| $[L_{20}]$          | 5.77                                | 5.03         | 12.82          | + 163              | 0.184               |

## 6.6 Conclusions

Les essais de validation avec les supports de pièce en composites hybrides carbone-lin et en aluminium ont été effectués dans ce chapitre. Une analyse modale expérimentale a été réalisée sur la machine-outil Huron K10. La première fréquence propre de la machine-outil est beaucoup plus grande que la fréquence propre du support de pièce flexible. L'étude permet de confirmer l'hypothèse selon laquelle la machine-outil et l'outil sont beaucoup plus rigides que le support de pièce. En conséquence, seul le comportement dynamique du support de pièce est requis pour prédire la stabilité d'usinage.

Afin de calculer le diagramme des lobes de stabilité, le comportement dynamique des supports de pièce en composite et en aluminium a été identifié. Les résultats obtenus montrent que le taux d'amortissement et la raideur du support de pièce en composite ont été considérablement améliorés par rapport à ceux de l'aluminium. À partir du diagramme des lobes de stabilité, les conditions de coupe pour les essais de validation ont été choisies. Cela permet de déterminer la valeur minimale de profondeur de passe limite pour chaque type de

support de pièce. L'apparition du broutement a été détectée par analyse de la surface usinée et des réponses enregistrées en usinage. Les résultats obtenus montrent que la prédiction de la stabilité d'usinage via l'identification modale expérimentale est précise.

Dans le cas d'usinage avec les supports de pièce en composite, la stabilité d'usinage est fortement augmentée par rapport au support initial en aluminium. L'utilisation des supports en composite permet d'augmenter la profondeur de passe  $A_{\text{plim}}^{\text{min}}$  de 162 jusqu'à 350 %. Parmi les différentes séquences d'empilement, le support de pièce en composite hybride carbone-lin  $[C_6/L_4]_S$  apparaît comme la solution la plus pertinente en terme de performance d'usinage et d'impact environnemental. Cette solution permet d'augmenter la stabilité d'usinage de 283 % avec un taux de fibres végétales de 14%.

# Conclusions & Perspectives

## Conclusions

Les travaux menés dans le cadre de cette thèse s'inscrivent dans le contexte des vibrations d'usinage. Deux stratégies de la maîtrise des vibrations ont été étudiées. La première concerne le développement de nouvelles méthodes d'identification modale opérationnelle en tenant compte des difficultés liées à l'usinage : l'excitation harmonique très prépondérante et l'excitation aléatoire non contrôlées, non mesurées, et seules les réponses enregistrées. La deuxième stratégie porte sur la conception optimale du système de support de pièce en utilisant un matériau innovant, le composite hybride carbone-lin.

La première méthode d'identification modale opérationnelle proposée est basée sur les fonctions de transmissibilité. Parmi les techniques disponibles, la méthode PSDTM-SVD a été choisie, car elle exige un seul cas de chargement. La performance de la méthode PSDTM-SVD est étudiée lorsque l'excitation harmonique et l'excitation du bruit blanc existent ensemble. L'étude a montré les limites de la méthode PSDTM-SVD en cas d'harmoniques d'amplitude importante.

Les limites de la méthode PSDTM-SVD nous conduisent à proposer des améliorations en ajoutant une étape de post-traitement avec utilisation des techniques de distinction des modes structuraux et des composantes harmoniques. Premièrement, la technique existante basée sur les valeurs de kurtosis et les histogrammes a été appliquée avec succès pour un système à 2 DDL et le test expérimental de la poutre. Deuxièmement, une nouvelle technique de distinction basée sur les blocs de la fonction d'autocorrélation a été développée. Les résultats obtenus ont montré l'efficacité et la simplicité de la nouvelle technique proposée.

La deuxième méthode d'identification modale opérationnelle proposée est basée sur la séparation des sources. La séparation de sources est utilisée comme une étape de pré-traitement des signaux pour récupérer les réponses aléatoires sur lesquelles une des méthodes classiques d'OMA peut être appliquée. Plusieurs techniques et modèles de séparation de sources ont été examinés : la séparation aveugle de sources (BSS), la séparation informée des sources (ISS), le modèle de mélange instantané, le modèle de mélange convolutif, le cas (sur)-déterminé, le cas sous-déterminé, les algorithmes ICA, SOBI et SCA.

Dans un premier temps, le modèle de mélange instantané a été considéré. Deux techniques de BSS, en mélange instantané, applicables aux signaux sur-déterminés, ICA et SOBI ne peuvent pas séparer des réponses numériques du système à 2 DDL. Car chaque réponse

modale se présente comme une source avec la source harmonique ajoutée, le problème devient sous-déterminé. Ainsi, une nouvelle méthode d'identification modale SCA-FDD basée sur l'approche de BSS sous-déterminé est proposée. Pour les exemples numériques, la méthode SCA-FDD donne de bons résultats. Les paramètres identifiés sont très proches des valeurs exactes. Pour le test expérimental, la méthode SCA-FDD nécessite d'être améliorée en utilisant les algorithmes de regroupement plus avancés de SCA. Dans un deuxième temps, une exploration sur le mélange convolutif et ISS donne des pistes prometteuses sur des réponses numériques, mais faute de temps, nous n'avons pu l'approfondir.

La maîtrise des vibrations en usinage via la conception optimale d'un support de pièce en matériau composite a été étudiée. Une étude de l'influence des paramètres dynamiques du support de pièce sur la stabilité d'usinage montre que la profondeur de passe limite des lobes de stabilité dépend linéairement de la raideur et du taux d'amortissement du support de pièce. Pour augmenter les performances d'usinage, on souhaite donc concevoir un nouveau support en matériau composite qui a une raideur au moins égale à celle du support existant tout en ayant un taux d'amortissement plus élevé.

Des plaques en composite stratifié hybride carbone-lin avec sept différentes séquences d'empilement ont été fabriquées et découpées pour des essais de caractérisation. Des essais de traction ont été effectués dans un premier temps pour déterminer les valeurs de module d'élasticité. Les résultats obtenus ont été utilisés pour estimer le module d'Young en flexion des composites hybrides en se basant sur la théorie classique des stratifiés. Le module d'Young en flexion dépend fortement de la séquence d'empilement des couches de lin et de carbone. Des couches de carbone à l'extérieur permettent d'avoir un module d'Young en flexion élevé. La présence de couches de lin à l'extérieur entraîne une chute remarquable du module d'Young en flexion en comparaison du module d'Young longitudinal.

Le comportement viscoélastique du nouveau composite stratifié hybride carbone-lin a été identifié par la méthode d'Inokuchi à partir d'essais de fluage en traction. L'efficacité de la méthode est vérifiée avec succès en évaluant l'écart entre la courbe expérimentale de fluage et celle issue de l'identification. Les paramètres viscoélastiques de séries de Prony ont été calculés par identification des constantes des équations différentielles de comportement des modèles de Maxwell et Kelvin-Voigt généralisés. Les facteurs d'amortissement des sept composites étudiés ont été calculés et comparés. La capacité d'amortissement du composite augmente avec l'augmentation du nombre de couches de lin. En outre, le composite est plus amortissant dans la direction de fibres que dans la direction transversale.

Les propriétés dynamiques des composites hybrides étudiés ont été également évaluées par des essais d'identification modale expérimentale. L'amortissement dépend du pourcentage des couches de lin dans le composite hybride ainsi que de la séquence d'empilement. L'ajout de couches de lin à l'extérieur permet d'augmenter l'amortissement, mais entraîne une diminution importante du module d'Young en flexion. Les résultats obtenus montrent qu'il est nécessaire d'augmenter l'épaisseur des deux plaques du support de pièce pour s'assurer que le nouveau support en matériau composite possède une rigidité au moins égale à celle du support existant.

Les essais de validation avec les supports de pièce en composites hybrides carbone-lin et en aluminium ont été effectués. Une analyse modale expérimentale a été réalisée sur la machine-outil Huron K10. L'étude permet de confirmer l'hypothèse selon laquelle la machine-outil et l'outil sont beaucoup plus rigides que le support de pièce. En conséquence, seul le comportement dynamique du côté de support de pièce est requis pour prédire la stabilité d'usinage. Afin de calculer le diagramme des lobes de stabilité, le comportement dynamique des supports de pièce en composite et en aluminium a été identifié. Le taux d'amortissement et la raideur du support de pièce en composite ont été considérablement améliorés par rapport à ceux de l'aluminium. L'apparition du broutement a été détectée par analyse de la surface usinée et des réponses enregistrées en usinage. La prédiction de stabilité d'usinage via l'identification modale expérimentale est précise.

Dans le cas d'usinage avec les supports de pièce en composite, la stabilité d'usinage est fortement augmentée par rapport au support initial en aluminium. L'utilisation des supports en composite est optimale du point de vue de la stabilité d'usinage avec une augmentation de la profondeur de passe  $A_{\text{plim}}^{\text{min}}$  de 162 jusqu'à 350 %. Parmi les différentes séquences d'empilement, le support de pièce en composite hybride carbone-lin  $[C_6/L_4]_S$  est la solution la plus pertinente en termes de performance d'usinage et d'impact environnemental. Cette solution permet d'augmenter la stabilité d'usinage de 283 % avec un taux de fibres végétales de 14%.

## Perspectives

Suite à ces travaux de thèse, plusieurs perspectives de recherche sont envisagées :

- L'amélioration de la méthode SCA-FDD avec les algorithmes de regroupement les plus avancés.
- L'étude approfondie de la méthode basée sur la séparation informée de sources.
- Le traitement des signaux d'identification modale opérationnelle des supports de pièce en composite pour améliorer la prédiction de la stabilité d'usinage.
- L'application du composite hybride carbone-lin à d'autres systèmes mécaniques, si possible, avec l'optimisation topologique.

# Bibliographie

- [1] Guillem Quintana and Joaquim Ciurana. Chatter in machining processes : A review. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 51(5) :363 – 376, 2011.
- [2] Sébastien Seguy. *De l'adaptation à la variation continue de la vitesse de broche afin de contrôler le broutement en fraisage de parois minces : modélisations et études expérimentales*. PhD thesis, 2008.
- [3] Vincent Thévenot. *Contribution à la maîtrise des phénomènes vibratoires en usinage de parois minces : Application à l'usinage de pales aéronautiques*. PhD thesis, INP de Toulouse, 2005.
- [4] Seifeddine Mejri, Vincent Gagnol, Thien-Phu Le, Laurent Sabourin, Pascal Ray, and Patrick Paultre. Dynamic characterization of machining robot and stability analysis. 82 :351–359, 2015.
- [5] Seifeddine Mejri. *Identification et modélisation du comportement dynamique des robots d'usinage*. PhD thesis, Université Clermont Auvergne, 2016.
- [6] Vincent Thevenot, Lionel Arnaud, Gilles Dessenin, and Gilles Cazenave-Larroche. Integration of dynamic behaviour variations in the stability lobes method : 3d lobes construction and application to thin-walled structure milling. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 27(7) :638–644, Jan 2006.
- [7] Hamed Moradi, Gholamreza Vossoughi, Mehdi Behzad, and Mohammad R. Movahhedy. Vibration absorber design to suppress regenerative chatter in nonlinear milling process : Application for machining of cantilever plates. *Applied Mathematical Modelling*, 39(2) :600 – 620, 2015.
- [8] Yang Liu, Zhanqiang Liu, Qinghua Song, and Bing Wang. Analysis and implementation of chatter frequency dependent constrained layer damping tool holder for stability improvement in turning process. *Journal of Materials Processing Technology*, 266 :687 – 695, 2019.
- [9] Jérémie Monnin, Fredy Kuster, and Konrad Wegener. Optimal control for chatter mitigation in milling, part 1 : Modeling and control design. *Control Engineering Practice*, 24 :156 – 166, 2014.
- [10] M.M. Nuno Maia and J.M. Montalvao Silva. *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. 1997.
- [11] Jean-Marie Berthelot. *Mécanique des matériaux et structures composites*. 2010.

- [12] Yentl Swolfs, Larissa Gorbatikh, and Ignaas Verpoest. Fibre hybridisation in polymer composites : A review. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 67 :181 – 200, 2014.
- [13] Lionel GENDRE. Matériaux composites et structures composites. 2011.
- [14] Nguyen Anh-Vu. *Matériaux composites à renfort végétal pour l'amélioration des performances de systèmes robotiques*. PhD thesis, 2015.
- [15] Jean-Sébastien Dupuy. *Identification des propriétés mécaniques de matériaux composites par analyse vibratoire*. PhD thesis, 2008.
- [16] Lucie Rouleau. *Modélisation vibro-acoustique de structures sandwich munies de matériaux visco-élastiques*. PhD thesis, 2013.
- [17] Dai Gil Lee, Hui Yun Hwang, and Jin Kook Kim. Design and manufacture of a carbon fiber epoxy rotating boring bar. *Composite Structures*, 60(1) :115 – 124, 2003.
- [18] Dai Gil Lee, Jung Do Suh, Hak Sung Kim, and Jong Min Kim. Design and manufacture of composite high speed machine tool structures. *Composites Science and Technology*, 64(10) :1523 – 1530, 2004.
- [19] Hans-Christian Mohring, Christian Brecher, Eberhard Abele, Jurgen Fleischer, and Friedrich Bleicher. Materials in machine tool structures. *CIRP Annals*, 64(2) :725 – 748, 2015.
- [20] G.Dessein L.Arnaud. Application de la théorie des lobes de stabilité au fraisage de paroi minces. In *IDMME- 4th International Conference on Integrated Design and Manufacturing in Mechanical Engineering*, 2002.
- [21] C.Y. Huang and J.-J. Junz Wang. Effects of cutting conditions on dynamic cutting factor and process damping in milling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 51(4) :320 – 330, 2011.
- [22] Thien-Phu Le and Pierre Argoul. Distinction between harmonic and structural components in ambient excitation tests using the time-domain decomposition technique. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 52 :29 – 45, 2015.
- [23] Pau Bofill and Michael Zibulevsky. Underdetermined blind source separation using sparse representations. *Signal Processing*, 81(11) :2353 – 2362, 2001.
- [24] Guy DUPUPET. Fibres de carbone. 2008.
- [25] Anne Berthereau and Erice Dallies. Fibres de verre derenforcement. 2008.
- [26] Christophe BALEY. Fibres naturelles de renfort pour matériaux composites. *Techniques de l'ingénieur Matériaux composites : présentation et renforts*, 2013.
- [27] A. Beakou, R. Ntenga, J. Lepetit, J.A. Ateba, and L.O. Ayina. Physico-chemical and microstructural characterization of "rhectophyllum camerunense" plant fiber. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 39(1) :67 – 74, 2008.
- [28] Omar Faruk, Andrzej K. Bledzki, Hans-Peter Fink, and Mohini Sain. Biocomposites reinforced with natural fibers : 2000-2010. *Progress in Polymer Science*, 37(11) :1552 – 1596, 2012. Topical Issue on Polymeric Biomaterials.

- [29] Michel BOURGEOIS. Fibres agrosourcées. *Techniques de l'ingénieur Procédés textiles*, base documentaire : TIB572DUO.(ref. article : n2520), 2011. fre.
- [30] A. Atiqah, M.A. Maleque, M. Jawaid, and M. Iqbal. Development of kenaf-glass reinforced unsaturated polyester hybrid composite for structural applications. *Composites Part B : Engineering*, 56 :68 – 73, 2014.
- [31] Frederick Winslow Taylor. On the art of cutting metals. *American Society of mechanical engineers*, 1907.
- [32] Caixu YUE, Haining GAO, Xianli LIU, Steven Y. LIANG, and Lihui WANG. A review of chatter vibration research in milling. *Chinese Journal of Aeronautics*, 32(2) :215 – 242, 2019.
- [33] M. Siddhpura and R. Paurobally. A review of chatter vibration research in turning. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 61 :27 – 47, 2012.
- [34] Iman Maleki Mehrabadi, Mohammad Nouri, and Reza Madoliat. Investigating chatter vibration in deep drilling, including process damping and the gyroscopic effect. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 49(12) :939 – 946, 2009.
- [35] Jochem C. Roukema and Yusuf Altintas. Time domain simulation of torsional - axial vibrations in drilling. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 46(15) :2073 – 2085, 2006.
- [36] Jochem C. Roukema and Yusuf Altintas. Generalized modeling of drilling vibrations. part i : Time domain model of drilling kinematics, dynamics and hole formation. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 47(9) :1455 – 1473, 2007. Selected papers from the 2nd International Conference on High Performance Cutting.
- [37] M.H. Miguélez, L. Rubio, J.A. Loya, and J. Fernández-Sáez. Improvement of chatter stability in boring operations with passive vibration absorbers. *International Journal of Mechanical Sciences*, 52(10) :1376 – 1384, 2010.
- [38] Y. Alammari, M. Sanati, T. Freiheit, and S.S. Park. Investigation of boring bar dynamics for chatter suppression. *Procedia Manufacturing*, 1 :768 – 778, 2015. 43rd North American Manufacturing Research Conference, NAMRC 43, 8-12 June 2015, UNC Charlotte, North Carolina, United States.
- [39] D.A. Axinte. An experimental analysis of damped coupled vibrations in broaching. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 47(14) :2182 – 2188, 2007.
- [40] I. Inasaki, B. Karpuschewski, and H.-S. Lee. Grinding chatter - origin and suppression. *CIRP Annals*, 50(2) :515 – 534, 2001.
- [41] Janez Gradisek, Andreas Baus, Edvard Govekar, Fritz Klocke, and Igor Grabec. Automatic chatter detection in grinding. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43(14) :1397 – 1403, 2003.
- [42] Ronald Faassen. *Chatter Prediction and Control for High-Speed Milling : Modelling and Experiments*. PhD thesis.
- [43] Marian Wiercigroch and Anton M. Krivtsov. Frictional chatter in orthogonal metal cutting. 2001.

- [44] J. Tlustý and M. Poláček. The stability of machine tools against self excited vibrations in machining. 1963.
- [45] Marian Wiercigroch and Erhan Budak. Sources of nonlinearities, chatter generation and suppression in metal cutting. 2001.
- [46] S. A. Tobias and W. Fishwick. Theory of regenerative machine tool chatter. pages 199–203 238–239, 1958.
- [47] M.D. Merrit. Theory of self excited machine tool chatter contribution to machine tool chatter research 1. 87(4) :447–454, 1965.
- [48] Gilles Dessein Lionel Arnaud. Influence de la position de l'outil sur le comportement dynamique en fraisage de parois minces. *Mécanique & Industries*, 2005.
- [49] K.J. Liu and K.E. Rouch. Optimal passive vibration control of cutting process stability in milling. *Journal of Materials Processing Technology*, 28(1) :285 – 294, 1991.
- [50] Navid Asmari Saadabad, Hamed Moradi, and Gholamreza Vossoughi. Global optimization and design of dynamic absorbers for chatter suppression in milling process with tool wear and process damping. *Procedia CIRP*, 21 :360 – 366, 2014. 24th CIRP Design Conference.
- [51] Knut Sorby. Development and optimization of vibration damped tool holders for high length to diameter boring operations. 2 : 51-58, 2016.
- [52] Yang Liu, Zhanqiang Liu, Qinghua Song, and Bing Wang. Development of constrained layer damping toolholder to improve chatter stability in end milling. *International Journal of Mechanical Sciences*, 117 :299 – 308, 2016.
- [53] Fabien Poncelet. *Experimental modal analysis using blind source separation techniques*. PhD thesis, University of Liege, Belgium, 2010.
- [54] Bart Peeters, Herman Van der Auweraer, Patrick Guillaume, and Jan Leuridan. The PolyMAX frequency-domain method : A new standard for modal parameter estimation? *Shock and Vibration*, 11(3-4) :395–409, 2004.
- [55] J.-P. Claude and Y. Soucy. Modal testing of a space manipulator simulator. In *ICConference IMAC-XXV*, pages 1–10, 2007.
- [56] H. A. Cole. On-line failure detection and damping measurement of aerospace structures by random decrement signatures. 1973.
- [57] S.R. Ibrahim. Random decrement technique for modal identification of structures. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 14(11) :696–700, 1977.
- [58] S. R Ibrahim and E. C Mikulcik. A method for the direct identification of vibration parameters from the free response. 4 :183–198, 1977.
- [59] G.H. III James, T.G. Carne, and J.P. Lauffer. The natural excitation technique (next) for modal parameter extraction from operating wind turbines. 2 1993.
- [60] W. Gersch. Estimation of the autoregressive parameters of a mixed autoregressive moving-average time series. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 15(5) :583–588, October 1970.

- [61] Garibaldi L Piombo B, Giorcelli E and Fasana. Structures identification using armav models. In *IMAC 11*, 1993.
- [62] D. L. Brown, R. J. Allemang, Ray Zimmerman, and M. Mergeay. Parameter estimation techniques for modal analysis. In *SAE Technical Paper*. SAE International, 02 1979.
- [63] Peter Van Overschee and Bart De Moor. Subspace algorithms for the stochastic identification problem. *Automatica*, 29(3) :649 – 660, 1993.
- [64] Joseph Lardiès, Gilles Bourbon, Patrice Le Moal, Najib Kacem, Vincent Walter, and Thien-Phu Le. Modal parameter identification of a cmut membrane using response data only. 2017.
- [65] Joseph Lardiès. Modal parameter identification by an iterative approach and by the state space model. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 95 :239 – 251, 2017.
- [66] Paolo Bonato, Rosario Ceravolo, and Alessandro De Stefano. Time-frequency and ambiguity function approaches in structural identification. *Journal of Engineering Mechanics*, 123(12) :1260–1267, 1997.
- [67] M. Ruzzene, A. Fasana, L. Garibaldi, and B. Piombo. Natural frequencies and dampings identification using wavelet transform : Application to real data. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 11(2) :207 – 218, 1997.
- [68] S. Gouttebroze and J. Lardies. On using the wavelet transform in modal analysis. *Mechanics Research Communications*, 28(5) :561 – 569, 2001.
- [69] Thien-Phu Le and Patrick Paultre. Modal identification based on continuous wavelet transform and ambient excitation tests. *Journal of Sound and Vibration*, 331(9) :2023 – 2037, 2012.
- [70] R. Brincker, L. Zhang, and P. Andersen. *Modal Identification from Ambient Responses using Frequency Domain Decomposition*, 293, volume 4062 of *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, page 625. 2000.
- [71] B. Peeters and H. Van Der Auweraer. Polymax : a revolution in operational modal analysis. In *Proceedings of the IOMAC, International Operational Modal Analysis Conference, Copenhagen, Denmark*, 2005.
- [72] Peter Van Overschee and Bart De Moor. *Subspace identification for linear systems : Theory - Implementation - Applications*. Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [73] P. Guillaume, P. Verboven, S. Vanlanduit, H. Van der Auweraer, and B. Peeters. A poly-reference implementation of the least-squares complex frequency-domain estimator. In *Proceedings of the IMAC 21*, 2003.
- [74] Herman Van der Auweraer Bart Peeters, Geert Lowet and Jan Leuridan. A new procedure for modal parameter estimation. 2004.
- [75] Rune Brincker, C. E. Ventura, and P. Andersen. Damping estimation by frequency domain decomposition. In *Proceedings of IMAC 19*, pages 698–703, United States, 2001. Society for Experimental Mechanics.
- [76] R. Brincker, P. Andersen, and N. Moller. An indicator for separation of structural and harmonic modes in output-only modal testing. In *Proceedings of IMAC XVIII*, 2000.

- [77] T.-P. Le, P. Paultre, B. Weber, J. Proulx, and P. Argoul. Modal identification based on ambient excitation tests. In *Proceedings of IMAC XVIII*, 2006.
- [78] N.-J. Jacobsen. Separating structural modes and harmonic components in operational modal analysis. In *Proceedings of IMAC XXIV*, 2006.
- [79] Alessandro Agneni, Giuliano Coppotelli, and Chiara Grappasonni. A method for the harmonic removal in operational modal analysis of rotating blades. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 27(Supplement C) :604 – 618, 2012.
- [80] S.V. Modak. Separation of structural modes and harmonic frequencies in operational modal analysis using random decrement. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 41(1) :366 – 379, 2013.
- [81] Ivan Gomez Araujo and Jose Elias Laier. Operational modal analysis using svd of power spectral density transmissibility matrices. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 46(1) :129 – 145, 2014.
- [82] Jérôme Antoni. Blind separation of vibration components : Principles and demonstrations. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 19(6) :1166 – 1180, 2005. Special Issue : Blind Source Separation.
- [83] Kahina Sad Saoud. *Un modèle élément fini enrichi pour l'analyse du flambement global et local et du post-flambement de poutres sandwich élastoplastiques*. PhD thesis, 2015.
- [84] Van Dong Do and Philippe Le Grogneq. Buckling analysis of a reinforced sandwich column using the bloch wave theory. *Thin-Walled Structures*, 115 :323 – 335, 2017.
- [85] S. Petit Moussailly, V. Le Bacle, R. Vincent, M. Guimon, and F. Roos. Les fibres de carbone et de graphite. éléments pour une évaluation du risque. 2002.
- [86] Isabelle Giraud. *Élaboration d'ensimages thermoplastiques thermostables : influence sur le comportement mécanique des composites PEEK - fibres de carbone*. PhD thesis, 2011.
- [87] Clement Gourier. *Contribution à l'étude de matériaux biocomposites à matrice thermoplastique polyamide-11 et renforcés par des fibres de lin*. PhD thesis, 2016.
- [88] Bono, Pierre, Le Duc, Anne, Lozachmeur, Marie, and Day, Arnaud. Matériaux : les nouveaux champs de recherche et développement pour la valorisation des fibres végétales techniques (lin fibres et chanvre). *OCL*, 22(6) :D613, 2015.
- [89] R. Heijenrath and T. Peijs. Natural-fibre-mat-reinforced thermoplastic composites based on flax fibres and polypropylene. *Advanced Composites Letters*, 5(3) :096369359600500303, 1996.
- [90] H.P.S. Abdul Khalil, I.U.H. Bhat, M. Jawaid, A. Zaidon, D. Hermawan, and Y.S. Hadi. Bamboo fibre reinforced biocomposites : A review. *Materials & Design*, 42 :353 – 368, 2012.
- [91] Md. Rashnal Hossain, Md. Aminul Islam, Aart Van Vuurea, and Ignaas Verpoest. Tensile behavior of environment friendly jute epoxy laminated composite. *Procedia Engineering*, 56 :782 – 788, 2013. 5th BSME International Conference on Thermal Engineering.

- [92] Lotfi Toubal and Gilbert Lebrun. A novel method of manufacture of natural fibers composites : Contribution of a paper layer to minimize the disparity in mechanical properties. 2011.
- [93] S. Liang, P.B. Gning, and L. Guillaumat. A comparative study of fatigue behaviour of flax/epoxy and glass/epoxy composites. *Composites Science and Technology*, 72(5) :535 – 543, 2012.
- [94] David B. Dittenber and Hota V.S. GangaRao. Critical review of recent publications on use of natural composites in infrastructure. *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*, 43(8) :1419 – 1429, 2012.
- [95] Reza Mahjoub, Jamaludin Mohamad Yatim, Abdul Rahman Mohd Sam, and Mehdi Raftari. Characteristics of continuous unidirectional kenaf fiber reinforced epoxy composites. *Materials & Design*, 64 :640 – 649, 2014.
- [96] Yan Li, Yiu-Wing Mai, and Lin Ye. Sisal fibre and its composites : a review of recent developments. *Composites Science and Technology*, 60(11) :2037 – 2055, 2000.
- [97] J.-A. E. Manson F. Duc, P.-E. Bourban. Damping performance of flax fibre composites. In *ECCM 16- european conference on composite materials*, 2014.
- [98] M.M. Davoodi, S.M. Sapuan, D. Ahmad, Aidy Ali, A. Khalina, and Mehdi Jonoobi. Mechanical properties of hybrid kenaf/glass reinforced epoxy composite for passenger car bumper beam. *Materials & Design*, 31(10) :4927 – 4932, 2010.
- [99] S.C. Amico, C.C. Angrizani, and M.L. Drummond. Influence of the stacking sequence on the mechanical properties of glass/sisal hybrid composites. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 29(2) :179–189, 2010.
- [100] Igor M. De Rosa, Carlo Santulli, Fabrizio Sarasini, and Marco Valente. Post-impact damage characterization of hybrid configurations of jute/glass polyester laminates using acoustic emission and ir thermography. *Composites Science and Technology*, 69(7) :1142 – 1150, 2009.
- [101] G. Cicala, G. Cristaldi, G. Recca, G. Ziegmann, A. El-Sabbagh, and M. Dickert. Properties and performances of various hybrid glass/natural fibre composites for curved pipes. *Materials & Design*, 30(7) :2538 – 2542, 2009.
- [102] Yongli Zhang, Yan Li, Hao Ma, and Tao Yu. Tensile and interfacial properties of unidirectional flax/glass fiber reinforced hybrid composites. *Composites Science and Technology*, 88 :172 – 177, 2013.
- [103] M. Cihan, A.J. Sobey, and J.I.R. Blake. Mechanical and dynamic performance of woven flax/e-glass hybrid composites. *Composites Science and Technology*, 172 :36 – 42, 2019.
- [104] Khouloud CHEOUR. *Analyse du comportement en vibration des matériaux riaux composites à fibres végétales*. PhD thesis, 2017.
- [105] Sam Ashworth, Jem Rongong, Peter Wilson, and James Meredith. Mechanical and damping properties of resin transfer moulded jute-carbon hybrid composites. *Composites Part B : Engineering*, 105 :60 – 66, 2016.

- [106] V Fiore, A Valenza, and G Di Bella. Mechanical behavior of carbon/flax hybrid composites for structural applications. *Journal of Composite Materials*, 46(17) :2089–2096, 2012.
- [107] Hom Dhakal, Zhongyi Zhang, R. Guthrie, James MacMullen, and Nick Bennett. Development of flax/carbon fibre hybrid composites for enhanced properties. *Carbohydrate Polymers*, 96(1) :1–8, 7 2013.
- [108] Mustapha Assarar, Wajdi Zouari, Hamid Sabhi, Rezak Ayad, and Jean-Marie Berthelot. Evaluation of the damping of hybrid carbon-flax reinforced composites. *Composite Structures*, 132 :148 – 154, 2015.
- [109] Mariem Ben ameur, Abderrahim El MAhi, Jean-Luc Rebiere, Moez Beyaoui, Moez Abdennadher, and Mohamed Haddar. Effet de l’hybridation sur les propriétés mécaniques et vibration properties. In *Comptes Rendus des JNC 21*, 2019.
- [110] Katharina Henschel, Sebastian Schmeer, Gabriel Fortin, Hiroyuki Hamada, and Manfred Hajek. crashworthiness characteristics of carbon-flax composite tubes for aerospace applications. In *ECCM18 European Conference on Composite Materials*, 2018.
- [111] J. C. Halpin Affdl and J. L. Kardos. The halpin-tsai equations : A review. *Polymer Engineering & Science*, 16(5) :344–352, 1976.
- [112] C. Chamis. Mechanics of composite materials : Past, present, and future. 1989.
- [113] Richard M. Christensen. A critical evaluation for a class of micro-mechanics models. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 38(3) :379 – 404, 1990.
- [114] Ali Hallal, Rafic Younes, and Farouk Fardoun. Review and comparative study of analytical modeling for the elastic properties of textile composites. *Composites Part B : Engineering*, 50 :22 – 31, 2013.
- [115] Ronald F. Gibson. Damping characteristics of composite materials and structures. *Journal of Materials Engineering and Performance*, 1(1) :11–20, Feb 1992.
- [116] Eric E. Ungar and Edward M. Kerwin. Loss factors of viscoelastic systems in terms of energy concepts. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 34(5) :741–741, 1962.
- [117] Jean-Marie Berthelot, Mustapha Assarar, Youssef Sefrani, and Abderrahim El Mahi. Damping analysis of composite materials and structures. *Composite Structures*, 85(3) :189 – 204, 2008.
- [118] Shao Hui Zhang and Hua Ling Chen. A study on the damping characteristics of laminated composites with integral viscoelastic layers. *Composite Structures*, 74(1) :63 – 69, 2006.
- [119] N. Le Maoût, E. Verron, and J. Bégué. Simultaneous geometrical and material optimal design of hybrid elastomer/composite sandwich plates. *Composite Structures*, 93(3) :1153 – 1157, 2011.
- [120] M. Wesolowski and E. Barkanov. Improving material damping characterization of a laminated plate. *Journal of Sound and Vibration*, 462 :114928, 2019.
- [121] Dai Gil Lee, Hyo-Chol Sin, and Nam P. Suh. Manufacturing of a graphite epoxy composite spindle for a machine tool. *CIRP Annals*, 34(1) :365 – 369, 1985.

- [122] Christof Devriendt and Patrick Guillaume. The use of transmissibility measurements in output-only modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(7) :2689 – 2696, 2007.
- [123] Christof Devriendt and Patrick Guillaume. Identification of modal parameters from transmissibility measurements. *Journal of Sound and Vibration*, 314(1-2) :343 – 356, 2008.
- [124] Christof Devriendt, Gert De Sitter, Steve Vanlanduit, and Patrick Guillaume. Operational modal analysis in the presence of harmonic excitations by the use of transmissibility measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 23(3) :621 – 635, 2009.
- [125] Wei-Xin Ren Wang-JI Yan. Operational modal parameter identification from power spectrum density transmissibility. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, 27(3) :212–217, 2012.
- [126] MATLAB. *The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts*, 2009.
- [127] R. Brincker N.-J. Jacobsen, P. Andersen. Using enhanced frequency domain decomposition as robust technique to harmonic excitation in operational modal analysis. In *ISMA*, 2006.
- [128] Palle Andersen, Rune Brincker, Carlos Ventura, and Reto Cantieni. Estimating modal parameters of civil engineering structures subject to ambient and harmonic. In *EVACES*, 2007.
- [129] S.V. Modak, Chetan Rawal, and T.K. Kundra. Harmonics elimination algorithm for operational modal analysis using random decrement technique. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 24(4) :922 – 944, 2010.
- [130] A. Preumont. *Vibrations aléatoires et analyse spectrale*. PPUR presses polytechniques, 1990.
- [131] Clough and Penzien. *Dynamics of structures*. Computers & Structures, Inc., Berkeley, USA, 1995.
- [132] Jeanny Hérault and Bernard Ans. Réseau de neurones à synapses modifiables : décodage de messages sensoriels composites par apprentissage non supervisé et permanent. In *C.R. de l'academie des sciences*, 1984.
- [133] J. Hérault and C. Jutten. Space or time adaptive signal processing by neural network models. *AIP Conference Proceedings*, 151(1) :206–211, 1986.
- [134] Mohammed EL Rhabi, Hassan Fenniri, Guillaume Gelle, and Georges Delaunay. Blind separation of rotating machine signals using penalized mutual information criterion and minimal distortion principle. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 19(6) :1282 – 1292, 2005. Special Issue : Blind Source Separation.
- [135] A. Sadhu, S. Narasimhan, and J. Antoni. A review of output-only structural mode identification literature employing blind source separation methods. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 94(Supplement C) :415 – 431, 2017.
- [136] J. Hérault and C. Jutten. Independent component analysis versus pca. In *EUSIPCO*, Grenoble, France, pages 643–646, 1988.

- [137] Pierre Comon. Independent component analysis, a new concept? *Signal Processing*, 36(3) :287 – 314, 1994. Higher Order Statistics.
- [138] A. J. Bell and T. J. Sejnowski. An information maximization approach to blind separation and blind deconvolution. *Neural Computation*, 7 :1129–1159, 1995.
- [139] John Wiley and Son, editors. *A. Hyvarinen, J. Karhunen, and E. Oja*. Independent Component Analysis, 2001.
- [140] Mohammed El Rhabi, Guillaume Gelle, Hassan Fenniri, and Georges Delaunay. A penalized mutual information criterion for blind separation of convolutive mixtures. *Signal Processing*, 84(10) :1979 – 1984, 2004.
- [141] Mohamed Salem OULD MOHAMED. *Contribution à la séparation aveugle de source par utilisation des divergence entre densités de probabilité : application à l'analyse vibratoire*. PhD thesis, 2010.
- [142] Massoud Babaiezadeh Malmiri. *On blind source separation in convlutive and nonlinear mixtures*. PhD thesis, Institut national polytechnique de Grenoble, 2002.
- [143] A. Belouchrani, K. Abed-Meraim, J. . Cardoso, and E. Moulines. A blind source separation technique using second-order statistics. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 45(2) :434–444, Feb 1997.
- [144] P. Georgiev, F. Theis, and A. Cichocki. Sparse component analysis and blind source separation of underdetermined mixtures. *IEEE Transactions on Neural Networks*, 16(4) :992–996, July 2005.
- [145] P. Mohanty and D.J. Rixen. Operational modal analysis in the presence of harmonic excitation. *Journal of Sound and Vibration*, 270(1) :93 – 109, 2004.
- [146] V.G. Reju, Soo Ngee Koh, and Ing Yann Soon. An algorithm for mixing matrix estimation in instantaneous blind source separation. *Signal Processing*, 89(9) :1762 – 1773, 2009.
- [147] Emmanuel Candès. 11-magic : Recovery of sparse signals via convex programming. In *Computer Science*, 2005.
- [148] Jiedi Sun, Yuxia Li, Jiangtao Wen, and Shengnan Yan. Novel mixing matrix estimation approach in underdetermined blind source separation. *Neurocomputing*, 173 :623 – 632, 2016.
- [149] Mathieu Parvaix, Laurent Girin, and Jean-Marc Brossier. A Watermarking-Based Method for Informed Source Separation of Audio Signals with a Single Sensor. *IEEE Transactions on Audio, Speech and Language Processing*, 18(6) :1464–1475, August 2010.
- [150] Antoine Liutkus. *Processus gaussiens pour la séparationparation de sources et le codage informé*. Theses, Télécom ParisTech, November 2012.
- [151] A. Liutkus, J. Durrieu, L. Daudet, and G. Richard. An overview of informed audio source separation. In *2013 14th International Workshop on Image Analysis for Multimedia Interactive Services (WIAMIS)*, pages 1–4, 2013.

- [152] M. D. Alvarez, W. Canet, F. Cuesta, and M. Lamua. Viscoelastic characterization of solid foods from creep compliance data : application to potato tissues. *Zeitschrift für Lebensmitteluntersuchung und -Forschung A*, 207(5) :356–362, Nov 1998.
- [153] ANSYS. *Material Reference*, 4.7. *Viscoelasticity*.
- [154] E. Budak and Y. Altintas. Analytical Prediction of Chatter Stability in Milling-Part I : General Formulation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 120(1) :22–30, 03 1998.
- [155] E. Budak and Y. Altintas. Analytical Prediction of Chatter Stability in Milling-Part II : Application of the General Formulation to Common Milling Systems. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 120(1) :31–36, 03 1998.
- [156] V. Thevenot, L. Arnaud, G. Desein, and G. Cazenave Larroche. Influence of material removal on the dynamic behavior of thin-walled structures in peripheral milling. *Machining Science and Technology*, 10(3) :275–287, 2006.
- [157] M. Mousseigne, Y. Landon, S. Seguy, G. Desein, and J.M. Redonnet. Predicting the dynamic behaviour of torus milling tools when climb milling using the stability lobes theory. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 65 :47 – 57, 2013.
- [158] Patrick Paultre. *Dynamique des Structures*. 2005.
- [159] Y. Altintas and E. Budak. Analytical prediction of stability lobes in milling. *CIRP Annals*, 44(1) :357 – 362, 1995.
- [160] J.-L. Dion, I. Tawfiq, and G. Chevallier. Harmonic component detection : Optimized spectral kurtosis for operational modal analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 26(Supplement C) :24 – 33, 2012.
- [161] M. El Rhabi, H. Fenniri, A. Keziou, and E. Moreau. A robust algorithm for convolutive blind source separation in presence of noise. *Signal Processing*, 93(4) :818 – 827, 2013.
- [162] H.-C. Mohring. Composites in production machines. *Procedia CIRP*, 66 :2 – 9, 2017. 1st CIRP Conference on Composite Materials Parts Manufacturing (CIRP CCMPM 2017).
- [163] M. Mousseigne, Y. Landon, S. Seguy, G. Desein, and J.M. Redonnet. Predicting the dynamic behaviour of torus milling tools when climb milling using the stability lobes theory. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 65 :47 – 57, 2013.
- [164] F. Poncelet, G. Kerschen, J.-C. Golinval, and D. Verhelst. Output-only modal analysis using blind source separation techniques. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(6) :2335 – 2358, 2007.
- [165] Bartosz Powalka and Krzysztof Jemielniak. Stability analysis in milling of flexible parts based on operational modal analysis. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 9 :125 – 135, 2015.
- [166] James V. Stone. Blind source separation using temporal predictability. *Neural Computation*, 13(7) :1559–1574, 2001.

# Annexes

## A.1 Étude d'estimation du paramètre $A$ de la loi de distribution harmonique

• **Rappel.** Variable aléatoire moyenne nulle, amplitude  $A$

◦ Densité de probabilité :

$$p_X(x; A) = \begin{cases} 0 & \text{si } |x| > A \\ \frac{1}{\pi A \sqrt{1 - (x/A)^2}} & \text{si } |x| \leq A \end{cases}$$

◦ Probabilité cumulative :

$$p_X(x; A) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -A \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arcsin\left(\frac{x}{A}\right) & \text{si } -A \leq x \leq A \\ 1 & \text{si } x > A \end{cases} \quad (\text{A.1.1})$$

• **Problème.** On cherche à évaluer le paramètre  $A$  à partir des observation  $x_1, x_2, \dots, x_n$  de la variable aléatoire  $X$ .

◦ La fonction de vraisemblance :

$$L(x; A) = \prod_i^n I_{[-A, A]}(x_i) \cdot p_X(x_i, A) = \prod_i^n I_{[-A, A]}(x_i) \cdot \prod_i^n p_X(x_i, A) \quad (\text{A.1.2})$$

où la fonction indice  $I_\Omega(x) = 0$  si  $x \notin \Omega$ ;  $I_\Omega(x) = 1$  si  $x \in \Omega$ .

On a :

$$\prod_i^n I_{[-A, A]}(x_i) = I_{[\max |x_i|, +\infty]}(A)$$

car  $-A \leq x \leq A \Leftrightarrow |x| \leq A \Rightarrow A \in [\max |x_i|, +\infty]$

$$\Rightarrow L(x; A) = I_{[\max |x_i|, +\infty]}(A) \cdot \prod_i^n p_X(x_i, A) \quad (\text{A.1.3})$$

Cela signifie que  $L(x; A) = 0$  si  $A < \max |x_i|$  et  $L(x; A) = \prod_i^n p_X(x_i, A)$  si  $A \geq \max |x_i|$

Il faut donc chercher  $A$  dans l'intervalle  $[\max |x_i|, +\infty]$ .

$$L(x; A) = \prod_i^n p_X(x_i, A) = \prod_i^n \left( \frac{1}{\pi A} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - (x_i/A)^2}} \right) = \left( \frac{1}{\pi A} \right)^n \cdot \prod_i^n \left( \frac{1}{\sqrt{1 - (x_i/A)^2}} \right) \quad (\text{A.1.4})$$

◦ On prend la fonction logarithme :

$$l(x; A) = \ln [L(x; A)] = -n [\ln(\pi) + \ln(A)] - \frac{1}{2} \sum_i^n \ln \left( 1 - (x_i/A)^2 \right) \quad (\text{A.1.5})$$

○ On examine la première dérivée de  $l(x; A)$  :

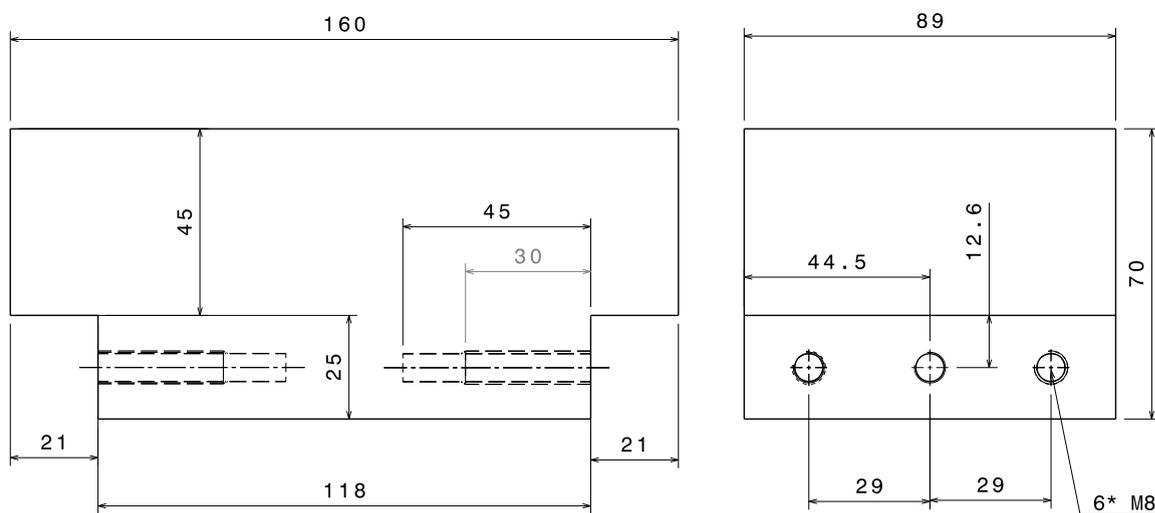
$$\frac{dl}{dA} = -\frac{1}{A} \cdot \left[ n + \sum_i^n \frac{(x_i/A)^2}{1 - (x_i/A)^2} \right] \quad (\text{A.1.6})$$

La dérivée  $\frac{dl}{dA} < 0 \forall A \geq \max |x_i| > 0$ , donc la fonction  $l(x; A)$  est décroissante  $\Rightarrow$  la fonction  $L(x; A)$  est aussi décroissante pour  $A \geq \max |x_i|$ . En conséquence, la fonction de vraisemblance est maximale pour  $A = \max |x_i|$ . Cela signifie que le paramètre  $A$  estimé à partir des observations est donc la valeur absolue maximale des observations.

## A.2 Dimensions du système du support de pièce

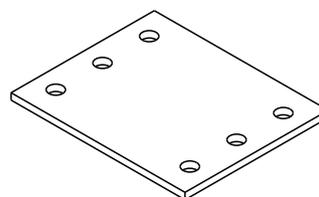
- Bloc en haut (mm)

IT 0.1  
08/03/2019  
Gilles

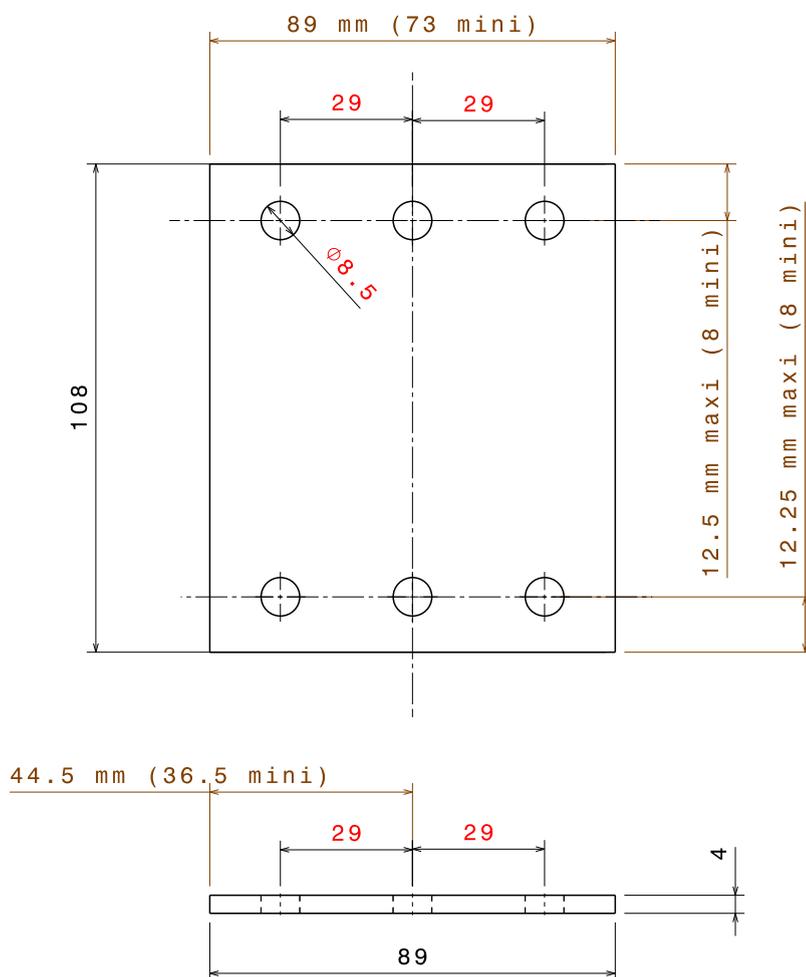


## • Plaque du support de pièce

Tout IT à 0.1 mm  
V1.0 du 21/01/2019  
Gilles



Vue isométrique  
Echelle : 1:2



### A.3 Estimation du module d'Young en flexion de stratifiés hybrides

On souhaite estimer le module d'Young en flexion à partir des constantes élastiques déterminées à partir d'essais de traction.

#### • Données d'entrée

- Données mesurées

$E_L$  : module d'Young longitudinal mesuré sur éprouvettes à 0 degré.

$E_T$  : module d'Young transversal mesuré sur éprouvettes à 90 degrés

$E_{45}$  : module d'Young mesuré sur éprouvettes à 45 degrés

$V_{fC} = 0,48$  : fraction volumique de fibres de carbone dans le composite [ $C_{10}$ ]

$V_{fL} = 0,37$  : fraction volumique de fibres de lin dans le composite [ $L_{10}$ ]

- Données extraites de la littérature

$\nu_{fC} = 0,25$  : coefficient de Poisson de la fibre de carbone

$\nu_{fL} = 0,40$  : coefficient de Poisson de la fibre de lin

$\nu_m = 0,40$  : coefficient de Poisson de la résine époxy

- Coefficient de Poisson longitudinal (loi des mélanges) :

$$\nu_{LT} = V_f \nu_f + (1 - V_f) \nu_m \quad (\text{A.3.1})$$

- Module de cisaillement longitudinal [11] :

$$G_{LT} = \left[ \frac{4}{E_{45}} - \frac{1}{E_L} - \frac{1}{E_T} + \frac{2\nu_{LT}}{E_L} \right]^{-1} \quad (\text{A.3.2})$$

- Matrice  $\mathbf{Q}$  des rigidités :

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{E_L}{1 - \nu_{LT}^2 \frac{E_T}{E_L}} & \frac{\nu_{LT} E_T}{1 - \nu_{LT}^2 \frac{E_T}{E_L}} & 0 \\ \frac{\nu_{LT} E_T}{1 - \nu_{LT}^2 \frac{E_T}{E_L}} & \frac{E_T}{1 - \nu_{LT}^2 \frac{E_T}{E_L}} & 0 \\ 0 & 0 & G_{LT} \end{bmatrix} \quad (\text{A.3.3})$$

- Applications numériques pour composites [ $C_{10}$ ] et [ $L_{10}$ ]

| Composants     | composites [ $C_{10}$ ] | composites [ $L_{10}$ ] |
|----------------|-------------------------|-------------------------|
| $V_f$          | 0,48                    | 0,37                    |
| $E_L$ (MPa)    | 85 200                  | 18 100                  |
| $E_T$ (MPa)    | 6 735                   | 4 406                   |
| $E_{45}$ (MPa) | 10 000                  | 5 335                   |
| $\nu_{LT}$     | 0,33                    | 0,40                    |
| $G_{LT}$ (MPa) | 4 040                   | 1 954                   |
| $Q_{11}$ (MPa) | 85 940                  | 18 834                  |
| $Q_{22}$ (MPa) | 6 793                   | 4 585                   |
| $Q_{12}$ (MPa) | 2 242                   | 1 834                   |
| $Q_{66}$ (MPa) | 4 040                   | 1 954                   |

### • Rappels de théorie des stratifiés

◦ Matrice  $\mathbf{D}$  des raideurs en flexion :

$$D_{ij} = \int_{-h/2}^{+h/2} Q_{ij}^k z^2 dz = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{10} (z_k^3 - z_{k-1}^3) Q_{ij}^k = \frac{2}{3} \sum_{k=6}^{10} (z_k^3 - z_{k-1}^3) Q_{ij}^k \quad (\text{A.3.4})$$

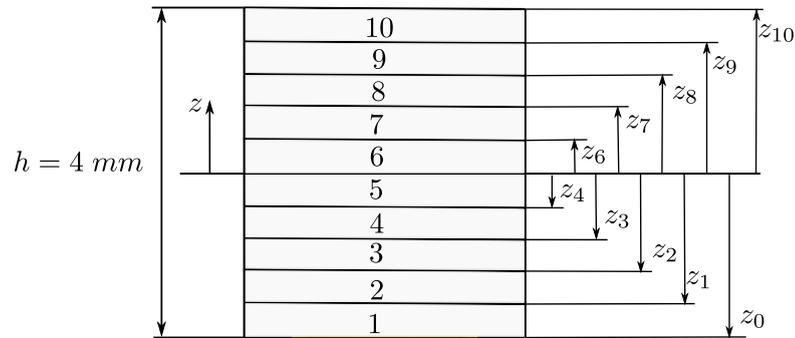


FIGURE A.3.1. Séquence d'empilement des couches avec  $z_5 = 0$ .

$$\begin{aligned}
 z_6^3 - z_5^3 &= (0, 4)^3 - (0)^3 = 0, 064 \\
 z_7^3 - z_6^3 &= (0, 8)^3 - (0, 4)^3 = 0, 448 \\
 z_8^3 - z_7^3 &= (1, 2)^3 - (0, 8)^3 = 1, 216 \\
 z_9^3 - z_8^3 &= (1, 6)^3 - (1, 2)^3 = 2, 368 \\
 z_{10}^3 - z_9^3 &= (2)^3 - (1, 6)^3 = 3, 904
 \end{aligned} \quad (\text{A.3.5})$$

◦ Expression du module d'Young équivalent en flexion

En flexion des plaques, la loi de comportement généralisée s'écrit :

$$\begin{pmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ \chi_{xy} \end{pmatrix} \quad (\text{A.3.6})$$

En assimilant la plaque à une poutre en flexion d'axe longitudinal  $x$ , on a :

$$M_{xx} \neq 0, M_{yy} = M_{xy} = 0 \implies M_{xx} = \left( D_{11} - \frac{D_{12}^2}{D_{22}} \right) \chi_{xx} = E_x I_s \chi_{xx} \quad (\text{A.3.7})$$

En prenant  $I_s = \frac{h^3}{12}$ , il vient :

$$E_x = \frac{12}{h^3} \left[ D_{11} - \frac{D_{12}^2}{D_{22}} \right]. \quad (\text{A.3.8})$$

où  $h = 4$  mm, l'épaisseur de la poutre.

### • Résultats numériques pour composites hybrides carbone-lin-epoxy

| Empilements     | $D_{ij}$   | $D_{11}$ | $D_{22}$ | $D_{12}$ | $D_{11} - \frac{D_{12}^2}{D_{22}}$ | $E_x$ |
|-----------------|--|----------|----------|----------|------------------------------------|-------|
| $[C_{10}]$      | $\frac{16}{3} Q_{ij}^C$  | 85200    | 36229    | 11957    | 454400                             | 85200 |
| $[C_4/L]_S$     | $\frac{2}{3} \left[ 7,936 * Q_{ij}^C + 0,064 * Q_{ij}^L \right]$ | 455483   | 36135    | 11940    | 4 51538                            | 84663 |
| $[C_3/L_2]_S$   | $\frac{2}{3} \left[ 7,488 * Q_{ij}^C + 0,512 * Q_{ij}^L \right]$ | 435441   | 35476    | 11818    | 431504                             | 80907 |
| $[C_2/L_2/C]_S$ | $\frac{2}{3} \left[ 6,336 * Q_{ij}^C + 1,664 * Q_{ij}^L \right]$ | 383904   | 33780    | 11505    | 379985                             | 71247 |
| $[L/C_4]_S$     | $\frac{2}{3} \left[ 4,096 * Q_{ij}^C + 3,904 * Q_{ij}^L \right]$ | 283692   | 30483    | 10895    | 279798                             | 52462 |
| $[L_2/C_3]_S$   | $\frac{2}{3} \left[ 1,728 * Q_{ij}^C + 6,272 * Q_{ij}^L \right]$ | 177754   | 26997    | 10251    | 173861                             | 32599 |
| $[L_{10}]$      | $\frac{16}{3} Q_{ij}^L$  | 100448   | 24453    | 9781     | 96535                              | 18100 |

Le module d'Young en flexion  $E_x$  peut être également calculé par identification inverse à partir de la première fréquence propre de vibration d'une poutre cantilever soumise au test du marteau d'impact. L'équation (5.22) devient :

$$E_x = \frac{48\pi^2 \rho f_1^2 L^4}{(3,516)^2 h^2} \quad (\text{A.3.9})$$





# Usinage à grande vitesse efficace basé sur l'identification opérationnelle du comportement dynamique et l'optimisation du support de pièce

## Résumé :

L'usinage à grande vitesse joue aujourd'hui un rôle très important dans l'industrie mécanique. Cependant, les phénomènes vibratoires en usinage peuvent être néfastes à la qualité des pièces usinées, à la productivité et à la durabilité des accessoires, etc. La maîtrise du comportement dynamique du système couplé (machine-outil/broche/outil/pièce/porte-pièce) est la clé primordiale pour la réussite de l'usinage à grande vitesse. Le premier objectif de la thèse a consisté à appliquer des techniques existantes d'identification modale opérationnelle et à proposer de nouvelles techniques d'identification mieux adaptées en tenant compte des spécificités de l'usinage à savoir : la présence des harmoniques très prépondérants, l'excitation aléatoire non contrôlée et non-mesurée, et les réponses seules enregistrées. Trois nouvelles procédures d'identification modale opérationnelle ont été proposées : la méthode de transmissibilité (PSDTM-SVD) (i) combinée avec les valeurs de kurtosis et les histogrammes, (ii) ou hybridée avec les fonctions d'autocorrélation, (iii) et la nouvelle méthode SCA-FDD basée sur la séparation aveugle de sources. L'efficacité des méthodes proposées a été validée par des exemples numériques et un test expérimental. Le deuxième objectif de la thèse a consisté à proposer une nouvelle conception du support de pièce en utilisant des matériaux innovants, afin de rendre le comportement dynamique optimal vis-à-vis de la stabilité d'usinage. Pour augmenter les performances d'usinage, le nouveau support en matériau composite doit posséder une raideur au moins égale à celle du support existant en aluminium tout en ayant un taux d'amortissement plus élevé. Un nouveau composite stratifié hybride renforcé par des fibres de carbone et des fibres de lin est alors proposé. Cette combinaison permet d'allier les avantages des deux types de fibres dans un même composite. Des supports de pièce en composite stratifié hybride carbone-lin avec différentes séquences d'empilement ont été fabriqués pour des essais de validation. Dans le cas d'usinage avec les supports de pièce en composite, la stabilité d'usinage est fortement augmentée par rapport au support initial en aluminium. Parmi les différentes séquences d'empilement, le support de pièce en composite hybride carbone-lin [C6/L8/C6] est la solution optimale en termes de performance d'usinage et d'impact environnemental. Cette solution permet d'augmenter la stabilité d'usinage de 283 % avec un taux de fibres végétales de 14 %.

Mots clés : Usinage à grande vitesse, Analyse modale opérationnelle, Fonction de transmissibilité, Séparation de sources, Optimisation, Composite hybride carbone-lin.

## Efficient high speed machining based on operational identification of dynamic behavior and optimization of workpiece holder

### Abstract :

High-speed machining plays a very important role in the engineering industry today. However, vibration phenomena during machining process can be detrimental to the quality of machined workpiece, the productivity and the durability of accessories, etc. Mastering the dynamic behavior of the coupled system (machine tool/spindle/tool/workpiece/workpiece holder) is the primordial key to successful high speed machining. The first objective of the thesis consisted in applying existing techniques of operational modal identification and proposing new identification techniques better adapted to take into account the specificities of machining : the presence of very predominant harmonics, the uncontrolled and unmeasured random excitation, and responses only recorded. Three new operational modal identification procedures have been proposed : the transmissibility method (PSDTM-SVD) (i) combined with kurtosis values and histograms, (ii) or hybridized with autocorrelation functions, (iii) and the new SCA-FDD method based on blind source separation. The effectiveness of the proposed methods has been validated by numerical examples and an experimental test. The second objective of the thesis was to propose a new design of the workpiece support using innovative materials, in order to make the dynamic behavior optimal with respect to machining stability. To increase the machining performance, the new composite workpiece holder must have a stiffness at least equal to that of the initial aluminum workpiece holder while having a higher damping ratio. A new hybrid composite laminate reinforced by carbon and flax fibers is then proposed. This combination enables to combine the advantages of two fiber types in a composite. Workpiece holders in carbon-flax hybrid composite laminates with different stacking sequences were fabricated for validation tests. In the case of machining with the composite workpiece holders, the machining stability is greatly increased compared to the initial aluminum workpiece holder. Among the different stacking sequences, the carbon-flax hybrid composite workpiece holder [C6/L8/C6] is the optimal solution in terms of machining performance and environmental impact. This solution increases machining stability by 283 % with a vegetable fiber volume ratio of 14 %.

**Keywords :** High Speed Machining, Operational Modal Analysis, Transmissibility Function, Source Separation, Optimization, Carbon-Flax Hybrid Composite.

