



HAL
open science

Comportement dynamique d'un dirigeable en écoulement non homogène

Giovanni, Francesco, Davide Carbone

► **To cite this version:**

Giovanni, Francesco, Davide Carbone. Comportement dynamique d'un dirigeable en écoulement non homogène. Mécanique [physics.med-ph]. Ecole nationale supérieure Mines-Télécom Lille Douai, 2020. Français. NNT : 2020MTLD0009 . tel-03148581

HAL Id: tel-03148581

<https://theses.hal.science/tel-03148581>

Submitted on 22 Feb 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

IMT LILLE DOUAI



IMT Lille Douai
École Mines-Télécom
IMT-Université de Lille

UNIVERSITÉ DE LILLE



Université
de Lille

FLYING
WHALES



THESE

présentée en vue
d'obtenir le grade de

DOCTEUR

en

Discipline : Mécanique, Génie Civil, Energétique, Matériaux

par

Giovanni Francesco Davide CARBONE

**DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LILLE
DÉLIVRÉ PAR IMT LILLE DOUAI**

Titre de la thèse :

Comportement dynamique d'un dirigeable en écoulement non homogène

Soutenue le 09/11/2020 devant le jury d'examen :

Président	Laurent KEIRSBULCK, Professeur Université Polytechnique Hauts-de-France - LAMIH
Rapporteur	Olivier DOARÉ, Professeur ENSTA ParisTech - IMSIA
Rapporteur	Yannick HOARAU, Professeur Université de Strasbourg - Laboratoire ICube
Membre	Sandrine AUBRUN, Professeure Centrale Nantes - LHEEA
Membre	Guillaume MARTINAT, Ingénieur de recherche FLYING WHALES Encadrant
Invité	Allan BONNET, Professeur ISAE-SUPAERO
Invité	Dominique FARCY, Ingénieur de recherche ONERA Encadrant
Directeur de Thèse	Jean-Luc HARION, Professeur IMT Lille Douai

Laboratoire d'accueil : ONERA Centre de Lille, Département d'Aérodynamique, d'Aéroélasticité et d'Acoustique (DAAA), Unité Expérimentations et Limite de Vol

Ecole Doctorale SPI 072 (Lille I, Lille III, Artois, ULCO, UVHC, Centrale Lille, IMT Lille Douai)

Remerciements

A l'issue de ces trois années de doctorat, je me dois de dédier quelques mots de remerciement à tous ceux qui ont contribué, directement ou indirectement, à la réalisation de cette thèse.

Tout d'abord, je tiens à remercier mon directeur de thèse Jean-Luc Harion, professeur à l'IMT Lille Douai. Un seul paragraphe ne suffira certainement pas pour énumérer et décrire toutes tes qualités professionnelles et humaines. Tes conseils, ta patience, ta persévérance m'ont permis de mener à bien ce travail, en m'accompagnant constamment dans ce long processus de développement dont la valeur est inestimable. C'est grâce à toi que j'ai pu effectuer la majorité de mes études, en me permettant d'accéder rapidement aux ressources de calcul de l'école. Je te remercie pour tout le temps que tu as consacré à la révision et à la correction de mes rapports, articles et innombrables présentations. J'ai toujours apprécié ton style et ta façon de faire, très sobre et élégante. Tu es et resteras un de mes modèles inspirants.

Je remercie également Guillaume Martinat, mon encadrant et responsable du département d'aérodynamique chez FLYING WHALES. Je me souviens encore du premier entretien que j'ai eu avec toi au cours duquel tu m'as parlé de ce beau projet, qui m'avait fait rêver, et de l'opportunité que j'aurais eue avec ce doctorat de pouvoir contribuer au développement du dirigeable LCA60T. Je te remercie pour toute la confiance que tu m'as accordée depuis le début jusqu'à aujourd'hui et que j'ai toujours essayé de te rendre de toutes les manières possibles. Beaucoup des meilleures idées de ce doctorat sont nées de conversations et de discussions avec toi. J'ai beaucoup apprécié les moments de convivialité passés ensemble lors des séminaires organisés par FLYING WHALES et lors de quelques sorties sporadiques après le travail, que je serais heureux de proposer à nouveau à l'avenir.

Je remercie Dominique Farcy, mon encadrant ONERA. Grâce à toi, j'ai pu découvrir de nombreux secrets des souffleries et des instrumentations expérimentales du centre de Lille. Tu as toujours été très professionnel, patient et calme, même dans les moments les plus difficiles de ce doctorat. Ton expérience et ton aide m'ont permis de développer les idées présentées dans cette thèse. Durant ces trois années, nous avons également passé de bons moments, notamment lors des pauses café où nous avons partagé nos passions et où j'ai découvert, avec grand plaisir, ta passion pour mon pays.

J'adresse mes remerciements aux rapporteurs, Olivier Doaré et Yannick Hoarau d'avoir accepté d'évaluer mon travail de thèse, au président et à l'ensemble des membres du jury : Laurent Keirsbulck, Sandrine Aubrun et Allan Bonnet. Je tiens à souligner la contribution apportée par Allan à travers diverses remarques faites notamment à la fin de la première année de mon doctorat et qui m'ont permis de mieux comprendre les problématiques abordées dans le cadre de mes études.

Je remercie la société FLYING WHALES d'avoir financé cette thèse. Bien que je n'aie pas passé beaucoup de temps dans ces bureaux, j'ai eu la chance de rencontrer des gens très agréables qui m'ont toujours fait sentir à l'aise. Je tiens à remercier tout particulièrement les membres du département d'aérodynamique : Alvaro, Pauline, Thibaud, Sébastien, Slim et Suhail. Quelques mots encore pour Pauline, que je remercie d'avoir relu et corrigé ce manuscrit, d'avoir participé à plusieurs journées où j'ai présenté mes études et partagé mes résultats avec le reste de l'entreprise. De même, je me souviens aussi des bons moments passés avec Alvaro entre Paris et Lille, où nous avons discuté de nos sujets de thèse entre une bière et une autre.

Je tiens à remercier l'ONERA et en particulier toutes les personnes que j'ai rencontrées dans le centre de Lille. Un chaleureux merci à Jean-François qui a participé à plusieurs de mes ennuyeuses réunions mensuelles où je présentais mes résultats et qui m'a toujours soutenu avec sa sympathie. Je remercie tout particulièrement les « non permanentes » avec lesquels j'ai passé la plupart de mes journées. Nicolas, Célestin, Pierre, Lauriane, Rolando, Hélène, Gwenaël, Thomas, Elvina, vous avez

été de fantastiques collègues de bureau et des amis. J'ai adoré discuter de vos sujets d'étude, il y avait toujours quelque chose de nouveau à apprendre. Les différentes pauses faites entre une simulation numérique et la rédaction de deux lignes du manuscrit me manqueront. Encore plus me manqueront les soirées passées dans les bistrot de Lille! Je souhaite à chacun de vous le meilleur pour votre avenir et, pour ceux qui sont encore en doctorat, j'espère pouvoir participer à vos soutenances!

Je voudrais remercier tous les amis historiques de Melfi qui ont toujours été à mon côté et m'ont soutenu. Je voudrais aussi remercier tous les gens que j'ai rencontrés à Lille et avec qui j'ai passé des moments de loisirs extraordinaires, notamment en voyageant à travers l'Europe.

Je remercie Chiara, ma copine, d'avoir toujours fait tout ce qui était possible et impossible pour être à mon côté, dans les bons comme dans les mauvais moments. Tu as toujours été fantastique, tu m'as donné mille sourires avec ta bonne humeur et ton caractère lumineux. Tu es la meilleure découverte que j'ai pu faire pendant mes recherches de doctorat... et heureusement, je t'ai trouvé très vite!

Enfin, je voudrais remercier ma famille qui m'a soutenu de toutes les manières possibles pendant ces années. Je voudrais vous dédier cette thèse, car vous avez cru en moi plus que je ne l'ai jamais fait.

Merci à vous tous.

Table des matières

Introduction	1
1 Étude bibliographique	5
1.1 Introduction à l'étude bibliographique	5
1.2 Ellipsoïde de révolution 6 :1	6
1.3 Modélisation des écoulements par CFD	7
1.4 Masses et Inerties Ajoutées	8
1.4.1 Forces et moments exercés sur un corps immergé dans un fluide potentiel au repos	10
1.4.2 Cas général d'un corps en mouvement relatif avec le fluide : effets relatifs comparés	12
1.4.3 Évaluation numérique des masses et inerties ajoutées en fluide potentiel	14
1.4.4 Effets des masses et inerties ajoutées en fluide visqueux	14
1.5 Impact de la couche limite atmosphérique sur le torseur aérodynamique du dirigeable	16
1.5.1 Aérodynamique d'un dirigeable traversant une perturbation de vent latéral	18
1.6 Dynamique et cinématique du dirigeable	19
1.7 Conclusions sur l'étude bibliographique	21
2 Aérodynamique de l'ellipsoïde de révolution en écoulement homogène	23
2.1 Paramétrisation et validation du code numérique	23
2.1.1 Paramètres de simulations	23
2.1.2 Résultats des simulations de l'ellipsoïde 6 :1	25
2.2 Étude aérodynamique de l'ellipsoïde 3.5 :1	28
2.3 Conclusions	39
3 Étude des effets de masses et inerties ajoutées	41
3.1 Estimation des masses et inerties ajoutées en fluide potentiel	42
3.1.1 Estimation de masses et inerties ajoutées avec OpenFOAM	71
3.2 Étude de masses et inerties ajoutées en fluide visqueux	72
3.3 Conclusions	79
4 Étude de l'impact de rafales de vent latéral sur l'aérodynamique du dirigeable	81
4.1 Perturbation de vent advectée vers le corps immobile	81
4.1.1 Configuration de calculs et maillage	81
4.1.2 Résultats des simulations numériques	83
4.2 Ellipsoïde en translation uniforme dans une région perturbée par un vent latéral	90
4.2.1 Configuration de calculs et maillage	90
4.2.2 Résultats numériques	92
4.3 Établissement d'un modèle d'estimation des efforts aérodynamiques lors de la traversée d'une rafale	94
4.4 Modèle d'estimation des efforts aérodynamiques de Thomasson	99
4.5 Conclusions	101
Conclusion générale et perspectives	103

A	Modèle de turbulence $k - \omega$ SST	107
A.1	Traitement automatique à la paroi du modèle $k - \omega$ SST	108
B	Modèle de turbulence Spalart-Allmaras	109
C	Résultats des simulations CFD sur l'ellipsoïde 6 :1	111
C.1	Ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ = 10$.	111
C.2	Ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 10^\circ$, modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ < 1$.	113
C.3	Ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 10^\circ$, modèle de turbulence Spalart-Allmaras, maillage à $y^+ < 1$	114
C.4	Ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ = 10$.	115
C.5	Ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 20^\circ$, modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ < 1$.	116
C.6	Ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 20^\circ$, modèle de turbulence Spalart-Allmaras, maillage à $y^+ < 1$	117
D	Coefficients de pression sur l'ellipsoïde 3.5 :1. Mesures expérimentales et résultats de simulations numériques	119
D.1	Ellipsoïde 3.5 :1 à $AoA = 9^\circ$	119
D.2	Ellipsoïde 3.5 :1 à $AoA = 15^\circ$	120
D.3	Ellipsoïde 3.5 :1 à $AoA = 19^\circ$	120
D.4	Ellipsoïde 3.5 :1 à $AoA = 25^\circ$	121
D.5	Ellipsoïde 3.5 :1 à $AoA = 29^\circ$	121
D.6	Ellipsoïde 3.5 :1 à $AoA = 35^\circ$	122
E	Simulation numérique de l'ellipsoïde 3.5 :1 à $AoA = 90^\circ$ en mouvement relatif accéléré en fluide visqueux	123
F	Résultats complémentaires de la « Méthode par Tranches »	125
F.1	Configuration de rafale « 1-cosinus » avec $L_g/L = 1/4$	125
F.2	Configuration de rafale « 1-cosinus » avec $L_g/L = 1/2$	128
F.3	Configuration de rafale « 1-cosinus » avec $L_g/L = 1$	130
F.4	Cas de la traversée du jet plan	132

Liste des figures

1.1	Photo historique du ZRS-4 USS Akron. Le rapport d'aspect de ce dirigeable est 5.2 :1.	6
1.2	Exemple d'un signal de vitesse du vent atmosphérique sur une période de 2 heures.	16
1.3	Spectre de vitesse horizontale du vent à environ 100 m de hauteur. Van Der Hoven (1957) [1].	16
1.4	Schéma d'une couche limite convective.	17
1.5	Schéma d'une couche limite convective.	17
1.6	Visualisation de la traversée du dirigeable Zhiyuan-1 dans un profil de perturbation, Kanoria (2015) [2].	18
1.7	Évolution instationnaire des coefficients de portance, de traînée et de moment de tangage, Kanoria (2015) [2].	19
1.8	Schéma de décomposition de la vitesse du fluide, Thomasson (2013) [3].	20
2.1	Schématisation du domaine de calcul.	24
2.2	Maillage du domaine fluide autour de l'ellipsoïde 6 :1. Coupe dans le plan Oxz .	24
2.3	Schéma représentant la position des trois sections circulaires analysées pour l'ellipsoïde 6 :1. $S1$ se trouve à $x/L = 0.6$, $S2$ à $x/L = 0.729$ et $S3$ à $x/L = 0.77$.	25
2.4	Définition de l'angle ϕ , valeur d'abscisse des graphiques de C_p et C_f . Vue arrière du corps.	25
2.5	Coefficients de pression et de frottement de l'ellipsoïde 6 :1 à 10° d'incidence.	26
2.6	Coefficients de pression et de frottement de l'ellipsoïde 6 :1 à 20° d'incidence.	27
2.7	Visualisation des structures tourbillonnaires par le critère Q. Configuration de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 20^\circ$ avec le modèle de turbulence $k - \omega$ SST.	27
2.8	Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5 :1, configuration à $AoA = 29^\circ$.	28
3.1	Module du champ de vitesse du fluide généré par le déplacement de l'ellipsoïde 3.5 :1 dans la direction x en condition de fluide parfait.	71
4.1	Schématisation du modèle « 1-cosinus » de la vitesse de perturbation.	82
4.2	Section du maillage utilisé pour simuler une rafale advectée par le vent moyen.	82
4.3	Convention de représentation des résultats pendant le déplacement d'une rafale.	83
4.4	Évolution temporelle du champ de vitesse v_z^* pendant le déplacement d'une rafale avec $v_{g0}/v_\infty = 0.0857$ et $L_g/L = 1/2$.	84
4.5	Profil de vitesse v_z^* le long du grand axe de l'ellipsoïde à l'instant $t^* = -0.5$.	85
4.6	Variation du coefficient C_{xb} lors du passage d'une rafale « 1-cosinus ».	85
4.7	Variation du coefficient C_{zb} lors du passage d'une rafale « 1-cosinus ».	86
4.8	Variation du coefficient C_{mb} lors du passage d'une rafale « 1-cosinus ».	86
4.9	Diagrammes représentatifs de la traversée de la rafale et des zones de surpression à la surface de l'ellipsoïde.	87
4.10	Évolution du coefficient de pression lors du passage de la rafale avec $v_{g0}/v_\infty = 0.0857$ et $L_g/L = 1/2$.	88
4.11	Coefficient ΔC_{xb} adimensionné par $(v_{g0}/v_\infty)^2$.	89
4.12	Coefficient ΔC_{zb} adimensionné par v_{g0}/v_∞ .	89
4.13	Coefficient ΔC_{mb} adimensionné par v_{g0}/v_∞ .	90

4.14	Schéma d'une section du domaine de calcul utilisé pour simuler l'entrée de l'ellipsoïde dans une perturbation de vent latéral.	91
4.15	Maillage utilisé avec la méthode AMI.	92
4.16	Déplacement de l'ellipsoïde et entrée dans la perturbation du jet plan.	92
4.17	Profil de vitesse v_z^* calculé le long de la direction passante par le grand axe de l'ellipsoïde pendant la phase initiale de déplacement du corps ($t^* = -2$).	93
4.18	Variation des coefficients aérodynamiques lors de la traversée d'un jet plan.	93
4.19	Répartition par tranches de la surface du corps et des efforts aérodynamiques lors du passage d'une rafale de vent latéral.	95
4.20	Notation adoptée par Bonnet [4] pour indiquer les demi-axes de l'ellipsoïde de révolution.	95
4.21	Distribution longitudinale du coefficient de force normale de l'ellipsoïde de révolution 3.5 :1 en fluide parfait.	96
4.22	Distribution longitudinale du coefficient de force normale de l'ellipsoïde de révolution 3.5 :1 en fluide visqueux, obtenue par simulations numériques CFD.	96
4.23	Distribution longitudinale du coefficient de force normale de l'ellipsoïde de révolution 3.5 :1 en fluide visqueux.	97
4.24	Coefficient de force normale évalué par simulation CFD complète, par « Méthode par Tranches » CFD (MpT CFD) et par la « Méthode par Tranches » potentielle (MpT potentielle).	97
4.25	Distribution longitudinale du coefficient de force longitudinale et du moment de tangage de l'ellipsoïde de révolution 3.5 :1 en fluide visqueux, obtenue par simulations CFD stationnaires.	98
4.26	Coefficients de force longitudinale et de moment de tangage évalués par simulation CFD complète et par la reconstruction par la « Méthode par Tranches » CFD.	98
4.27	Coefficient de force normale évalué par le modèle de Thomasson, par la « Méthode par Tranches » potentielle et par la « Méthode par Tranches » CFD.	100
4.28	Détail du coefficient de force normale évalué par le modèle de Thomasson et par la « Méthode par Tranches » potentielle.	100
4.29	Modèle de Thomasson modifié, sans la prise en compte du terme m_f dans l'équation de F_{zb}	101
C.1	Coefficient de pression de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ = 10$	111
C.2	Coefficient de frottement de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ = 10$	112
C.3	Coefficient de pression de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ < 1$	113
C.4	Coefficient de frottement de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ < 1$	113
C.5	Coefficient de pression de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence Spalart-Allmaras, maillage à $y^+ < 1$	114
C.6	Coefficient de frottement de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence Spalart-Allmaras, maillage à $y^+ < 1$	114
C.7	Coefficient de pression de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ = 10$	115
C.8	Coefficient de frottement de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ = 10$	115
C.9	Coefficient de pression de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ < 1$	116
C.10	Coefficient de frottement de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ < 1$	116
C.11	Coefficient de pression de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence Spalart-Allmaras, maillage à $y^+ < 1$	117

C.12	Coefficient de frottement de l'ellipsoïde 6 :1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence Spalart-Allmaras, maillage à $y^+ < 1$	117
D.1	Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5 :1, configuration à $AoA = 9^\circ$	119
D.2	Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5 :1, configuration à $AoA = 15^\circ$	120
D.3	Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5 :1, configuration à $AoA = 19^\circ$	120
D.4	Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5 :1, configuration à $AoA = 25^\circ$	121
D.5	Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5 :1, configuration à $AoA = 29^\circ$	121
D.6	Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5 :1, configuration à $AoA = 35^\circ$	122
E.1	Variation temporelle de la vitesse et de l'accélération amont du fluide.	123
E.2	Évolution temporelle du coefficient de force normale de l'ellipsoïde 3.5 :1 à $AoA = 90^\circ$ dans un fluide accéléré.	124
F.1	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/4$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.0857$	125
F.2	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/4$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.1714$	126
F.3	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/4$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.2857$	126
F.4	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/4$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.5714$	127
F.5	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/2$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.0857$	128
F.6	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/2$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.1714$	128
F.7	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/2$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.2857$	129
F.8	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/2$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.5714$	129
F.9	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.0857$	130
F.10	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.1714$	130
F.11	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.2857$	131
F.12	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.5714$	131
F.13	Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Cas de la traversée du jet plan.	132

Introduction

Le terme aérodynamique fait référence à la branche de la mécanique des fluides qui étudie le mouvement d'un gaz et les forces relatives échangées avec un corps solide en mouvement relatif par rapport à ce fluide. Cette science a trouvé ses principales applications dans le monde aéronautique, notamment pour ce qui concerne la conception et l'amélioration des performances des aéronefs « lourds » et de leurs surfaces portantes.

Les efforts de la communauté scientifique dans l'étude aérodynamique des aéronefs « plus légers que l'air » se sont poursuivis jusqu'à la première moitié du XX^e siècle, lorsque de grands dirigeables fendaient le ciel de la planète. La perte d'intérêt pour les aérostats a été causée par les accidents, parfois catastrophiques, qui se sont produits au fil des ans. Il convient de souligner que l'une des principales causes de ces accidents était liée à l'utilisation de l'hydrogène comme gaz porteur. En fait, bien que l'hydrogène soit très économique et facilement disponible, il a la particularité d'être hautement inflammable.

Aujourd'hui, le regain d'intérêt pour les dirigeables est soutenu par la nécessité de trouver une alternative écologique au transport aérien classique, en particulier pour les transferts point à point de grands volumes de matériaux ou de charges lourdes dont l'accès par voie terrestre est problématique. La longue autonomie en vol du dirigeable, pratiquement sans aucun coût de sustentation et avec une capacité de charge extrêmement élevée, en fait une solution innovante et rentable pour d'innombrables missions actuellement effectuées par avions, hélicoptères ou par voies terrestres.

Les problèmes liés à l'inflammabilité ont été facilement résolus grâce à l'utilisation de gaz inertes (tels que l'hélium), mais d'autres questions de nature purement technique, technologique et scientifique se posent lors de leur conception. D'un point de vue aérodynamique, des problématiques concernent notamment l'étude du comportement de ces aéronefs dans des conditions d'atmosphères perturbées et non homogènes. Ces problématiques sont à l'origine du projet développé dans le cadre de cette thèse.

Avant de se plonger dans l'analyse de ces conditions qui sont assez complexes, il serait opportun de se concentrer sur la description des phénomènes aérodynamiques du dirigeable dans des conditions d'écoulement homogène. La compréhension et la description de ces derniers représentent la base à partir de laquelle on pourra entreprendre une analyse ultérieure dans des conditions non-homogènes.

Afin de simplifier ultérieurement nos analyses et de fournir une description plus générale, la plupart des travaux de recherche ont été menés sur un ellipsoïde de révolution avec rapport d'axes de 3.5:1. Cette géométrie de faible allongement est représentative de la forme du fuselage d'un dirigeable moderne. Malgré sa simplicité géométrique, cette configuration est très sensible aux conditions externes d'écoulement (nombre de Reynolds, angle d'attaque) et peut généralement être classifiée comme un bluff body.

Antérieurement, d'autres géométries similaires ont été largement étudiées par la communauté scientifique, tant expérimentalement que numériquement. La configuration la plus connue est sans doute celle de l'ellipsoïde de révolution de rapport d'aspect 6:1.

Les principales contributions de nature expérimentale sont venues du Virginia Polytechnic Institute and State University. Chesnakas & Simpson [5] ont fourni une description détaillée de la topologie du fluide autour de l'ellipsoïde à des angles d'attaque de 10° et 20° , en considérant un nombre de Reynolds $Re_L = 4.2 \times 10^6$. Les mesures de pression à la paroi et de vitesse dans la couche limite (grâce à l'utilisation d'une LDV tridimensionnelle miniature) ont permis de caractériser les décollements, le frottement à la paroi, la déviation du flux ainsi que d'autres informations sur les niveaux de turbulence locale. D'autres études ont été menées par Wetzal et al. [6], complétant les analyses précédentes.

Il existe également de nombreuses contributions numériques réalisées sur l'ellipsoïde 6:1. Constantinescu et al. [7] ont étudié les mêmes configurations que Chesnakas & Simpson par des simulations RANS (Reynolds-average Navier-Stokes) et DES (detached-eddy simulation). Des simulations DNS ont été réalisées par El Khoury et al. [8, 9] sur l'ellipsoïde 6:1 à un angle d'attaque de 90° . Les simulations ont été effectuées à des nombres de Reynolds de 50 à 300 et une étude supplémentaire a été réalisée à $Re_L = 10000$. Les sillages observés présentent des caractéristiques typiques de sillages en aval de cylindres ou de sphères à hauts nombres de Reynolds.

Bien que ces analyses fournissent une description exhaustive et détaillée des caractéristiques des écoulements autour de l'ellipsoïde de rapport d'aspect 6:1, il est nécessaire de les approfondir et les compléter pour la configuration d'allongement plus faible égal à 3.5:1, cette dernière étant plus conforme à la géométrie d'un dirigeable moderne et ayant été très peu étudiée.

Après avoir défini la démarche d'investigation à suivre pour les études en conditions de fluide homogène, nous pourrions nous consacrer à l'analyse de conditions instationnaires ou en présence d'écoulements non-homogènes.

À cet égard, les phénomènes de masses et d'inerties ajoutées revêtent une importance particulière. Ceux-ci étaient déjà connus depuis la fin du *XIX^e* siècle, lorsqu'ils avaient été étudiés par Kirchhoff [10] et Lamb [11]. Les deux physiciens, analysant le cas d'un corps en mouvement dans un fluide parfait, ont fourni une formulation intégrale permettant de décrire la variation de l'énergie cinétique du fluide à la suite d'un déplacement accéléré du corps. Ils ont montré que les effets aérodynamiques engendrés par cette variation sont semblables à des effets d'augmentation de masse et d'inertie du corps. Ils ont défini une matrice des masses et inerties « ajoutées ». Lamb a spécifiquement calculé ces coefficients pour des sphères et des ellipsoïdes de révolution dans un domaine infini, pour lesquels la résolution analytique des équations est facilitée par les propriétés de symétries géométriques de ces corps.

Bien que ces phénomènes se manifestent sur tout corps immergé dans un fluide, ils sont négligés lorsque l'on considère l'aérodynamique externe des aéronefs « lourds », car les termes de masses et inerties ajoutées sont directement proportionnels à la valeur de la masse volumique du fluide. En revanche, ces effets deviennent importants lorsque l'on considère des objets légers tels que les dirigeables.

Les limites importantes de la formulation intégrale des masses et inerties ajoutées proviennent de l'impossibilité d'estimer analytiquement ces coefficients pour des configurations complexes (géométries particulières et/ou présence de parois externes proches) et de l'incertitude de la validité de ces résultats lorsque l'on considère un fluide visqueux.

En parallèle à ces problématiques, la présence dans l'écoulement de gradients de vitesse, caractéristiques de la couche limite atmosphérique notamment proche du sol, et de non-homogénéités, résultant de rafales de vent, représentent d'autres aspects de grand intérêt à approfondir, car ils peuvent avoir une incidence marquée sur le contrôle en vol de l'aéronef. Dans ce contexte, Kanoria [2] a réalisé une étude numérique dans laquelle il a simulé l'entrée du dirigeable Zhiyuan-1 dans une perturbation de vent latérale en calculant ses caractéristiques aérodynamiques en termes de forces et de moments appliqués sur le véhicule.

Pour résumer, la caractérisation aérodynamique d'un ellipsoïde de révolution et la définition des masses et inerties ajoutées en fluide potentiel constituent seulement un point de départ pour l'étude de la dynamique d'un dirigeable moderne. De plus, les études prenant en compte des perturbations locales de la vitesse du fluide mettent également en lumière leur impact sur le torseur aérodynamique. Cependant, les limites de ces études portent sur le manque de modèles analytiques complets, valides pour des configurations complexes soumises à des écoulements non-homogènes. Ces limites concernent également l'estimation des masses et inerties ajoutées, en présence d'interactions avec des obstacles externes (notamment le sol) et du manque d'études caractérisant et quantifiant les masses et inerties ajoutées en fluide visqueux à nombres de Reynolds élevés.

Ces différents éléments ont défini le cadre et le programme de nos études, qui ont comme objectif central la compréhension du comportement dynamique d'un dirigeable en écoulement non-homogène.

Ce mémoire décrit les principales contributions apportées à ce sujet au cours des trois années de recherche. Il débute par une étude bibliographique détaillée des différents aspects et enjeux esquissés

précédemment, qui sont nécessaires pour définir les différents thèmes dans le contexte actuel.

Après ce premier chapitre de synthèse bibliographique, le suivant est consacré à l'étude des caractéristiques aérodynamiques de l'ellipsoïde de révolution de rapport d'axes de 3.5:1. Les analyses sont effectuées de manière expérimentale, en soufflerie, et numérique par des simulations CFD. Une partie de ces études a été valorisée par la publication d'un article présenté lors du « AIAA Aviation Forum 2020 » [12]. Les phénomènes physiques observés pour cette configuration dépendent fortement de l'angle d'attaque considéré. Les décollements déterminent la naissance de structures tourbillonnaires cohérentes qui jouent un rôle majeur sur les caractéristiques aérodynamiques de l'ellipsoïde.

La phase suivante est consacrée à l'élaboration d'un code numérique pour l'estimation des masses et inerties ajoutées sur des corps de géométries génériques dans l'hypothèse de fluide parfait. Le code numérique développé a été ensuite adapté pour simuler aussi des conditions d'interactions entre les corps et des parois externes. La validation du logiciel a été réalisée par des calculs des masses et inerties ajoutées sur des sphères et ellipsoïdes, dont les résultats analytiques ont été fournis par Lamb [11]. Un article présentant ces analyses a été publié dans la revue « Aerospace Science and Technology » [13].

L'évaluation des masses ajoutées dans des conditions de fluide potentiel représente cependant une simplification du cas réel dans lequel les corps sont immergés en fluide visqueux. Cela nous a conduit à comparer et analyser les résultats obtenus dans le cas potentiel par rapport à ceux observables dans des conditions réelles de fluide visqueux. L'estimation des valeurs peut être obtenue par des simulations numériques CFD ou par des études en soufflerie. Compte tenu de la difficulté technique liée à la mise en place d'expérimentations, seules des simulations CFD ont été mises en œuvre. Les résultats ont été présentés lors de l'« Aerospace Europe Conference 2020 » [14].

Les dernières analyses ont porté sur l'étude des effets de perturbations locales de la vitesse du fluide sur le torseur aérodynamique de l'ellipsoïde 3.5:1. Plus précisément, des simulations CFD ont permis de calculer les forces et les moments appliqués sur l'ellipsoïde lors du passage dans une région perturbée par un vent latéral. Les effets aérodynamiques ainsi obtenus peuvent être estimés grâce à un modèle simplifié basé sur une « méthode par tranches ».

Tous ces résultats nous ont fourni les éléments et les outils nécessaires à la définition d'un modèle analytique complet valable dans des conditions de perturbations non-homogènes. Des simulations numériques ou tests expérimentaux complémentaires pourront être réalisés afin de valider ce modèle et éventuellement l'extrapoler à des configurations complexes de dirigeables.

Chapitre 1

Étude bibliographique

1.1 Introduction à l'étude bibliographique

L'étude de la dynamique d'un dirigeable en écoulement non homogène doit débiter par la compréhension des phénomènes aérodynamiques, des plus classiques aux moins connus, agissant sur cet aéronef.

En général, la surface d'un corps immergé dans un fluide est soumise à des forces de pression et de frottement appliquées par le fluide lui-même. On peut distinguer deux catégories de forces : les forces hydrostatiques (ou mieux aéro-statiques dans le cas spécifique d'un dirigeable) et les forces aérodynamiques.

Les forces hydrostatiques se produisent indépendamment de la présence d'un mouvement relatif entre le corps et le fluide. Comme on le sait, ces forces dépendent de trois paramètres : la masse volumique du fluide, le volume du corps et la valeur de l'accélération gravitationnelle à laquelle le fluide est soumis. Dans le cas des dirigeables, les forces hydrostatiques ne sont pas négligeables. Elles sont du même ordre de grandeur que la force de pesanteur car la densité du véhicule est très similaire à celle de l'air.

Les forces aérodynamiques sont observées lorsque le corps est en mouvement par rapport au fluide. À ce stade, il est utile d'établir une distinction supplémentaire sur le type de mouvement relatif. Si ce dernier n'est pas accéléré et dans un fluide homogène, nous aurions alors à traiter des phénomènes aérodynamiques classiques très largement étudiés et analysés dans la plupart des applications pratiques. Au contraire, si le mouvement relatif entre le corps et le fluide est accéléré, des efforts supplémentaires sont exercés sur le corps. Ces phénomènes sont décrits par la théorie des masses et inerties ajoutées. La raison pour laquelle ces phénomènes ne sont pas pris en compte dans la majorité des applications pratiques est liée au fait que les masses et inerties ajoutées, comme dans le cas des forces hydrostatiques, dépendent également de la densité du fluide. Elles ne peuvent pas être négligées dans l'étude des dirigeables.

Outre ces phénomènes, la présence de gradients de vitesse et de perturbations atmosphériques locales induisent des effets aérodynamiques plus complexes auxquels un corps aussi léger qu'un dirigeable est très sensible.

Dans la suite de ce chapitre, les phénomènes mentionnés ci-dessus sont analysés plus en détail à travers des études présentes en littérature. Tout d'abord, nous avons choisi de présenter des analyses effectuées sur un ellipsoïde de révolution avec rapport d'axes 6:1. Cette géométrie simple est représentative de la coque d'un dirigeable d'ancienne génération (figure 1.1). Les études montrent les principales caractéristiques des écoulements autour du corps à différents angles d'attaque. De plus, ces résultats ont fourni une base pour la calibration des outils de simulations numériques qui ont été utilisés tout au long de la thèse.

Ensuite, la théorie des masses et des inerties ajoutées en fluide potentiel est discutée. La formulation intégrale pour le calcul de ces coefficients est définie et quelques exemples sont présentés. Les détails théoriques pour leur estimation numérique par la méthode BEM (Boundary Element Method) sont également fournis. De plus, des études sur les masses et inerties ajoutées des sphères dans des flux visqueux à faibles nombres de Reynolds sont présentées.



Figure 1.1 – Photo historique du ZRS-4 USS Akron. Le rapport d'aspect de ce dirigeable est 5.2:1.

Par la suite, une partie du chapitre sera consacrée à une description des principales caractéristiques de la couche limite atmosphérique afin de comprendre les types de perturbations auxquelles le dirigeable peut être soumis. Une étude par simulations numériques dans laquelle un dirigeable traverse une perturbation de vent transversale montre l'impact de cette dernière sur les efforts aérodynamiques appliqués sur le corps.

Enfin, un modèle analytique simplifié pour l'estimation du torseur aérodynamique dans des conditions d'écoulement non-homogène est présenté. Plusieurs hypothèses sont prises en compte, comme la présence d'un fluide potentiel et de perturbations avec une longueur caractéristique bien supérieure à la taille du corps.

1.2 Ellipsoïde de révolution 6:1

L'ellipsoïde de révolution de rapport d'aspect 6:1 est l'une des principales configurations étudiées à la fois expérimentalement et numériquement. Parmi les premiers à avoir analysé cette géométrie, on trouve Chesnakas et al. [5]. Leurs recherches expérimentales se sont déroulées au Virginia Polytechnic Institute and State University. Plus précisément, ils ont analysé les écoulements autour de l'ellipsoïde à des angles d'attaque de 10° et 20° , à $Re_L = 4.2 * 10^6$ (le nombre de Reynolds est calculé ici en prenant comme longueur caractéristique la taille du grand axe du corps). Le but de ces analyses était d'identifier les zones de décollement et la naissance des structures tourbillonnaires qui leur sont associées. Les mesures de pression et de vitesse (LDV tridimensionnelle miniature) ont fourni des indications sur l'état de la couche limite et les niveaux de turbulence. Chesnakas et al. [5] ont mis en évidence la possibilité que les modèles de turbulence basé sur l'hypothèse de Boussinesq puissent avoir des difficultés à reproduire correctement les écoulements pour cette configuration, à cause de la faible corrélation entre le tenseur des taux de déformation et le tenseur des contraintes turbulentes.

Dans des études complémentaires, Wetzel, Simpson et Chesnakas [6] ont approfondi l'analyse précédente par des visualisations par film d'huile et des mesures du frottement pariétal par films chauds. Dans cette étude sont également indiquées les difficultés expérimentales rencontrées pour la quantification des caractéristiques des écoulements en fonction des différentes techniques de mesure utilisées.

En parallèle aux études expérimentales, on peut trouver aussi de nombreuses contributions numériques réalisées pour l'ellipsoïde 6:1. L'objectif principal de ces analyses était d'évaluer l'efficacité de différents codes de calcul et de différents modèles de turbulence pour prédire efficacement les caractéristiques aérodynamiques et les structures fluides autour du corps. Les simulations réalisées par Tsai et al. [15] ont été menées dans les mêmes conditions expérimentales que celles décrites ci-dessus. Il s'agit de simulations de type RANS (Reynolds-averaged Navier–Stokes equations) pour lesquelles un modèle de turbulence $k - \epsilon$ a été utilisé. Les calculs ont été comparés aux résultats de Chesnakas et al. [5] et Wetzel et al. [6]. Une bonne cohérence a été remarquée en analysant

les mesures de pression et de coefficient de frottement à la paroi. Les travaux de Constantinescu et al. [7] ont été effectués par des simulations de type RANS, avec différentes versions du modèle de turbulence Spalart-Allmaras, et des simulations DES (detached-eddy simulation) également basées sur le modèle Spalart-Allmaras. Les résultats numériques sont, encore une fois, en très bon accord avec les résultats expérimentaux. De plus, Constantinescu et al. [7] notent que les différences entre les simulations RANS et DES sont minimales. D'autres études, telles que celles de Xiao et al. [16] ou Scott et al. [17], ont également permis d'obtenir de bons résultats par simulations de cette géométrie en utilisant d'autres modèles de turbulence. Certes, la reproduction des écoulements n'est pas parfaite, comme l'a précédemment observé l'analyse de Chesnakas et al. [5], mais les résultats obtenus peuvent cependant être considérés comme tout à fait pertinents.

1.3 Modélisation des écoulements par CFD

Dans le cadre de cette thèse, nous avons également choisi d'effectuer des études par simulations CFD afin d'examiner plus en détail les caractéristiques aérodynamiques de l'ellipsoïde. Le code volumes finis OpenFOAM a été choisi pour la résolution numérique des équations de Navier-Stokes. Le choix d'utiliser ce logiciel est lié au fait qu'il est open source, compte un grand nombre d'utilisateurs dans les universités et les entreprises (comme FLYING WHALES), présente une riche documentation accessible en ligne, et évolue constamment grâce aux contributions apportées par ses utilisateurs.

Les simulations ont été réalisées à l'aide de modèles RANS incompressibles. Ces modèles sont construits en appliquant la décomposition de Reynolds aux équations de Navier-Stokes. Avec cette approche, les variables des équations sont décomposées en une partie moyenne et une partie fluctuante :

$$v_i = \langle v_i \rangle + v'_i \quad (1.1)$$

$$p = \langle p \rangle + p' \quad (1.2)$$

En manipulant l'équation de la quantité de mouvement, il est alors possible d'en obtenir une nouvelle équation moyennée :

$$\rho \frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial t} + \rho \langle v_j \rangle \frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_j} = - \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle v_j \rangle}{\partial x_i} \right) - \rho \langle v'_i v'_j \rangle \right] + \rho \langle f_i \rangle \quad (1.3)$$

Celle-ci est très similaire à l'originale, avec l'apparition d'un nouveau terme, le tenseur de Reynolds. Ce dernier introduit six nouvelles inconnues dans les équations, qui doivent être résolues au moyen d'autres équations de fermeture, les modèles de turbulence. La plupart de ces modèles sont basés sur l'hypothèse de Boussinesq qui relie le tenseur de Reynolds au tenseur des taux de déformation moyens par l'introduction d'une viscosité turbulente μ_t :

$$-\rho \langle v'_i v'_j \rangle = \mu_t \left(\frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle v_j \rangle}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (1.4)$$

où k correspond à l'énergie cinétique turbulente et δ_{ij} est l'opérateur de Kronecker. La nouvelle variable μ_t introduite précédemment est définie en fonction du modèle de turbulence choisi. Il existe des modèles à 0-équations, qui estiment la valeur de la viscosité turbulente par le biais d'une équation algébrique, des modèles à 1-équation, dans lesquels une nouvelle équation de transport est introduite et des modèles à 2-équations, dans lesquels les équations de transport sont au nombre de deux. Pour les configurations étudiées dans ce mémoire les modèles les plus utilisés et les plus efficaces sont les modèles à 1-équation, comme celui proposé par Spalart-Allmaras, et les modèles à 2-équations, comme $k - \epsilon$ ou $k - \omega$ (ϵ et ω sont respectivement le taux de dissipation et taux de dissipation spécifique de l'énergie cinétique turbulente).

Dans nos études, les modèles $k - \omega$ SST et Spalart-Allmaras ont été utilisés. Ils sont présentés plus en détail respectivement dans les annexes A et B.

1.4 Masses et Inerties Ajoutées

La dynamique d'un dirigeable est fortement influencée par sa faible masse en regard de son volume élevé. En plus des forces hydrostatiques, les effets de masses et inerties ajoutées ne sont pas négligeables. Un mouvement relatif accéléré du corps engendre une augmentation de l'énergie cinétique du fluide dans lequel il est immergé. L'effet aérodynamique correspondant se manifeste par une force (ou un moment) supplémentaire appliquée au corps. Ce phénomène peut également être observé sur des corps non-portants immergés dans un fluide parfait, pour lesquels le paradoxe de D'Alembert est toujours bien fondé. Dans ce cas, la seule force et le seul moment mesurables sont ceux dus aux masses et inerties ajoutées.

En pratique, en appliquant la même force (ou moment) propulsive au corps dans le vide, la même valeur de l'accélération pourra être obtenue seulement en considérant une masse (ou moment d'inertie) du corps plus élevée.

Les effets de masses et inerties ajoutées sont importants lorsque la densité du corps est comparable à celle du fluide. Comme nous le verrons plus loin, en fluide potentiel ces valeurs dépendent exclusivement de la densité du fluide, de la géométrie du corps, du point de rotation et de la présence de tous les obstacles externes (ce qui est particulièrement critique pour les très faibles altitudes du dirigeable).

Les premières références disponibles dans la littérature qui traitent de ce sujet sont celles de Kirchhoff [10] et Lamb [11]. Dans la suite de cette section, nous rappellerons les principaux éléments théoriques en suivant leur l'approche analytique, en se basant sur la notation proposée par Korotkin [18].

Considérons un corps non-portant indéformable de surface S qui se déplace dans un fluide parfait incompressible, irrotationnel et au repos. Deux repères peuvent être définis : un repère stationnaire (XYZ) , dans notre cas le repère terrestre, et un deuxième lié au corps en mouvement (xyz) . La condition d'irrotationalité permet de définir un potentiel de vitesse $\varphi(X, Y, Z, t)$ tel que :

$$v_X = \frac{\partial \varphi}{\partial X} \quad v_Y = \frac{\partial \varphi}{\partial Y} \quad v_Z = \frac{\partial \varphi}{\partial Z} \quad (1.5)$$

À partir de l'équation de continuité et en considérant un fluide incompressible, on retrouve l'équation de Laplace :

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial^2 X} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial^2 Y} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial^2 Z} = 0 \quad (1.6)$$

Les conditions aux limites de l'équation 1.6 sont :

— La condition d'imperméabilité, appliquée à la surface S du corps :

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_S = u_n \quad (1.7)$$

où u_n est la composante de vitesse d'un point quelconque du corps normale à sa surface S .

— L'état au repos à l'infini :

$$\lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial X} = \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial Y} = \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi}{\partial Z} = 0 \quad (1.8)$$

Où $d^2 = X^2 + Y^2 + Z^2$.

La vitesse d'un point générique du corps, exprimée dans un repère mobile lié au corps, peut être écrite comme :

$$\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r} \quad (1.9)$$

où \vec{u}_0 est la vitesse de déplacement du repère mobile, \vec{r} est le vecteur qui définit la position du point choisi par rapport à l'origine de ce repère et $\vec{\omega}$ correspond à la vitesse de rotation du repère. Les composants de l'équation 1.9 sont :

$$\begin{aligned} u_x &= u_{0x} + \omega_y z - \omega_z y \\ u_y &= u_{0y} + \omega_z x - \omega_x z \\ u_z &= u_{0z} + \omega_x y - \omega_y x \end{aligned} \quad (1.10)$$

La vitesse normale à la surface S est définie par :

$$u_n = \vec{u} \cdot \vec{n} = u_x \cos(\vec{n}, \vec{x}) + u_y \cos(\vec{n}, \vec{y}) + u_z \cos(\vec{n}, \vec{z}) \quad (1.11)$$

où $\cos(\vec{n}, \vec{x}_i)$ est le cosinus directeur mesuré entre la normale à un point de la surface et l'axe \vec{x}_i . Si on écrit $\alpha = \cos(\vec{n}, \vec{x})$, $\beta = \cos(\vec{n}, \vec{y})$, $\gamma = \cos(\vec{n}, \vec{z})$ et on remplace 1.10 dans 1.11, nous pouvons réécrire 1.7 comme suit :

$$\left. \frac{\partial \varphi}{\partial n} \right|_S = u_n = u_{0x}\alpha + u_{0y}\beta + u_{0z}\gamma + \omega_x(y\gamma - z\beta) + \omega_y(z\alpha - x\gamma) + \omega_z(x\beta - y\alpha) \quad (1.12)$$

Dans la relation 1.12, les variables α , β , γ , $y\gamma - z\beta$, $z\alpha - x\gamma$, $x\beta - y\alpha$ sont déterminées uniquement par la géométrie du corps et le repère choisi.

Grâce à la propriété de linéarité du potentiel, φ peut être réécrit comme une combinaison linéaire de six potentiels élémentaires génériques :

$$\varphi = u_{0x}\varphi_1 + u_{0y}\varphi_2 + u_{0z}\varphi_3 + \omega_x\varphi_4 + \omega_y\varphi_5 + \omega_z\varphi_6 \quad (1.13)$$

En appliquant l'opérateur gradient à l'équation de φ en 1.13 dans la direction de \vec{n} et en comparant ce résultat avec 1.12, nous retrouvons les conditions aux limites des équations de Laplace pour les potentiels élémentaires, $\Delta\varphi_i = 0$ ($i=1, 2, \dots, 6$) :

$$\left. \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} \right|_S = \begin{cases} \alpha & i = 1 \\ \beta & i = 2 \\ \gamma & i = 3 \\ y\gamma - z\beta & i = 4 \\ z\alpha - x\gamma & i = 5 \\ x\beta - y\alpha & i = 6 \end{cases} \quad \text{et} \quad \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi_i}{\partial X} = \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi_i}{\partial Y} = \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi_i}{\partial Z} = 0 \quad (1.14)$$

On peut noter que les fonctions φ_i ne dépendent ni de \vec{u}_0 , ni de $\vec{\omega}$. Ces fonctions sont déterminées uniquement par la forme de la surface S et par le choix du repère (xyz) lié au corps, par la présence des coordonnées x , y et z .

Considérons maintenant l'énergie cinétique du volume de fluide V inclus entre la surface S du corps et une surface extérieure Σ :

$$T = \frac{1}{2}\rho \iiint_V \vec{v} \cdot \vec{v} dV = \frac{1}{2}\rho \iiint_V \left[\left(\frac{\partial \varphi}{\partial X} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial Z} \right)^2 \right] dX dY dZ, \quad (1.15)$$

où ρ est la masse volumique du fluide. Grâce à la transformée de Green, nous pouvons réécrire 1.15 comme :

$$T = -\frac{1}{2}\rho \iint_S \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS - \frac{1}{2}\rho \iint_{\Sigma} \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS \quad (1.16)$$

Le deuxième terme de l'équation 1.16 tend vers zéro quand le rayon de la surface Σ tend vers l'infini, car le potentiel φ vu de l'infini est un doublet qui évolue en $1/r^2$. Finalement, nous obtenons la relation suivante de l'énergie cinétique du fluide :

$$T = -\frac{1}{2}\rho \iint_S \varphi \frac{\partial \varphi}{\partial n} dS \quad (1.17)$$

Si on remplace l'équation 1.13 du potentiel en 1.17 et on récrit,

$$u_{0x} = u_1, \quad u_{0y} = u_2, \quad u_{0z} = u_3, \quad \omega_x = u_4, \quad \omega_y = u_5, \quad \omega_z = u_6,$$

nous obtenons l'équation suivante de l'énergie cinétique

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^6 \lambda_{ik} u_i u_k \quad (1.18)$$

dont les valeurs

$$\lambda_{ik} = -\rho \iint_S \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} \varphi_k dS \quad (1.19)$$

correspondent aux masses et inerties ajoutées du corps.

Comme le montre la dernière équation, celles-ci ne dépendent pas de la cinématique du corps, mais de sa forme, du repère choisi et de la masse volumique du fluide. L'application de la formule de Green aux fonctions φ_i et φ_k permet aussi de montrer que :

$$\iint_S \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} \varphi_k dS = \iint_S \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} \varphi_i dS$$

et donc que $\lambda_{ik} = \lambda_{ki}$. Par conséquent, seulement 21 des 36 valeurs de λ_{ik} sont indépendantes.

1.4.1 Forces et moments exercés sur un corps immergé dans un fluide potentiel au repos

Considérons maintenant les forces et les moments appliqués sur le corps par le fluide. Ils peuvent être définis à partir des deux formulations suivantes [18] :

$$\vec{F} = -\frac{d\vec{P}}{dt} - \vec{\omega} \times \vec{P} \quad (1.20)$$

$$\vec{M} = -\frac{d\vec{L}}{dt} - \vec{\omega} \times \vec{L} - \vec{u}_0 \times \vec{P} \quad (1.21)$$

où \vec{P} est le vecteur quantité de mouvement de tout le fluide et \vec{L} son moment cinétique. Les signes négatifs dans les équations dérivent du fait que l'on s'intéresse à la réaction du corps aux forces et moments appliqués par le fluide. La projection des forces et des moments le long des trois axes du repère lié au corps, x , y et z , est donnée par :

$$\begin{aligned} F_x &= -\frac{dP_x}{dt} - \omega_y P_z + \omega_z P_y \\ F_y &= -\frac{dP_y}{dt} - \omega_z P_x + \omega_x P_z \\ F_z &= -\frac{dP_z}{dt} - \omega_x P_y + \omega_y P_x \\ M_x &= -\frac{dL_x}{dt} - \omega_y L_z + \omega_z L_y - u_{0y} P_z + u_{0z} P_y \\ M_y &= -\frac{dL_y}{dt} - \omega_z L_x + \omega_x L_z - u_{0z} P_x + u_{0x} P_z \\ M_z &= -\frac{dL_z}{dt} - \omega_x L_y + \omega_y L_x - u_{0x} P_y + u_{0y} P_x \end{aligned}$$

où les expressions de la quantité de mouvement et du moment cinétique sont obtenues à partir de l'énergie cinétique du fluide :

$$\begin{aligned} P_x &= \frac{\partial T}{\partial u_{0x}} = \frac{\partial T}{\partial u_1} & P_y &= \frac{\partial T}{\partial u_{0y}} = \frac{\partial T}{\partial u_2} & P_z &= \frac{\partial T}{\partial u_{0z}} = \frac{\partial T}{\partial u_3} \\ L_x &= \frac{\partial T}{\partial \omega_x} = \frac{\partial T}{\partial u_4} & L_y &= \frac{\partial T}{\partial \omega_y} = \frac{\partial T}{\partial u_5} & L_z &= \frac{\partial T}{\partial \omega_z} = \frac{\partial T}{\partial u_6} \end{aligned}$$

Grâce à la définition d'énergie cinétique T définie par la relation en 1.18, nous pouvons réécrire les équations des forces et des moments appliqués par le fluide en fonction des vitesses et accélération

du corps, et des coefficients de masses et inerties ajoutées :

$$\begin{aligned}
F_x = & - \left[\lambda_{11} \frac{du_1}{dt} + \lambda_{12} \frac{du_2}{dt} + \lambda_{13} \frac{du_3}{dt} + \lambda_{14} \frac{du_4}{dt} + \lambda_{15} \frac{du_5}{dt} + \lambda_{16} \frac{du_6}{dt} \right. \\
& + \lambda_{33} u_3 u_5 + \lambda_{13} u_1 u_5 + \lambda_{23} u_2 u_5 + \lambda_{34} u_4 u_5 + \lambda_{35} u_5^2 \\
& \left. + (\lambda_{36} - \lambda_{25}) u_5 u_6 - \lambda_{22} u_2 u_6 - \lambda_{12} u_1 u_6 - \lambda_{23} u_3 u_6 - \lambda_{24} u_4 u_6 - \lambda_{26} u_6^2 \right]
\end{aligned} \tag{1.22}$$

$$\begin{aligned}
F_y = & - \left[\lambda_{12} \frac{du_1}{dt} + \lambda_{22} \frac{du_2}{dt} + \lambda_{23} \frac{du_3}{dt} + \lambda_{24} \frac{du_4}{dt} + \lambda_{25} \frac{du_5}{dt} + \lambda_{26} \frac{du_6}{dt} \right. \\
& + \lambda_{11} u_1 u_6 + \lambda_{12} u_2 u_6 + \lambda_{13} u_3 u_6 + (\lambda_{14} - \lambda_{36}) u_4 u_6 + \lambda_{15} u_5 u_6 \\
& \left. + \lambda_{16} u_6^2 - \lambda_{33} u_3 u_4 - \lambda_{13} u_1 u_4 - \lambda_{23} u_2 u_4 - \lambda_{34} u_4^2 - \lambda_{35} u_4 u_5 \right]
\end{aligned} \tag{1.23}$$

$$\begin{aligned}
F_z = & - \left[\lambda_{13} \frac{du_1}{dt} + \lambda_{23} \frac{du_2}{dt} + \lambda_{33} \frac{du_3}{dt} + \lambda_{34} \frac{du_4}{dt} + \lambda_{35} \frac{du_5}{dt} + \lambda_{36} \frac{du_6}{dt} \right. \\
& + \lambda_{12} u_1 u_4 + \lambda_{22} u_2 u_4 + \lambda_{23} u_3 u_4 + \lambda_{24} u_4^2 + (\lambda_{25} - \lambda_{14}) u_4 u_5 \\
& \left. + \lambda_{26} u_4 u_6 - \lambda_{11} u_1 u_5 - \lambda_{12} u_2 u_5 - \lambda_{13} u_3 u_5 - \lambda_{15} u_5^2 - \lambda_{16} u_5 u_6 \right]
\end{aligned} \tag{1.24}$$

$$\begin{aligned}
M_x = & - \left[\lambda_{14} \frac{du_1}{dt} + \lambda_{24} \frac{du_2}{dt} + \lambda_{34} \frac{du_3}{dt} + \lambda_{44} \frac{du_4}{dt} + \lambda_{45} \frac{du_5}{dt} + \lambda_{46} \frac{du_6}{dt} \right. \\
& + (\lambda_{66} - \lambda_{55}) u_5 u_6 + \lambda_{16} u_1 u_5 + (\lambda_{26} + \lambda_{35}) u_2 u_5 \\
& + (\lambda_{36} - \lambda_{25}) u_3 u_5 + \lambda_{46} u_4 u_5 + \lambda_{56} u_5^2 - \lambda_{15} u_1 u_6 \\
& + (\lambda_{36} - \lambda_{25}) u_2 u_6 - (\lambda_{26} + \lambda_{35}) u_3 u_6 - \lambda_{45} u_4 u_6 - \lambda_{56} u_6^2 \\
& + (\lambda_{33} - \lambda_{22}) u_2 u_3 + \lambda_{13} u_1 u_2 + \lambda_{23} u_2^2 + \lambda_{34} u_2 u_4 \\
& \left. - \lambda_{12} u_1 u_3 - \lambda_{23} u_3^2 - \lambda_{24} u_3 u_4 \right]
\end{aligned} \tag{1.25}$$

$$\begin{aligned}
M_y = & - \left[\lambda_{15} \frac{du_1}{dt} + \lambda_{25} \frac{du_2}{dt} + \lambda_{35} \frac{du_3}{dt} + \lambda_{45} \frac{du_4}{dt} + \lambda_{55} \frac{du_5}{dt} + \lambda_{56} \frac{du_6}{dt} \right. \\
& + (\lambda_{44} - \lambda_{66}) u_4 u_6 + (\lambda_{14} - \lambda_{36}) u_1 u_6 + \lambda_{24} u_2 u_6 \\
& + (\lambda_{34} + \lambda_{16}) u_3 u_6 + \lambda_{45} u_5 u_6 + \lambda_{46} u_6^2 - (\lambda_{16} + \lambda_{34}) u_1 u_4 \\
& - \lambda_{26} u_2 u_4 + (\lambda_{14} - \lambda_{36}) u_3 u_4 - \lambda_{46} u_4^2 - \lambda_{56} u_4 u_5 \\
& + (\lambda_{11} - \lambda_{33}) u_1 u_3 + \lambda_{12} u_2 u_3 + \lambda_{13} u_3^2 + \lambda_{15} u_3 u_5 \\
& \left. - \lambda_{13} u_1^2 - \lambda_{23} u_1 u_2 - \lambda_{35} u_1 u_5 \right]
\end{aligned} \tag{1.26}$$

$$\begin{aligned}
M_z = & - \left[\lambda_{16} \frac{du_1}{dt} + \lambda_{26} \frac{du_2}{dt} + \lambda_{36} \frac{du_3}{dt} + \lambda_{46} \frac{du_4}{dt} + \lambda_{56} \frac{du_5}{dt} + \lambda_{66} \frac{du_6}{dt} \right. \\
& + (\lambda_{55} - \lambda_{44}) u_4 u_5 + (\lambda_{15} + \lambda_{24}) u_1 u_4 + (\lambda_{25} - \lambda_{14}) u_2 u_4 \\
& + \lambda_{35} u_3 u_4 + \lambda_{45} u_4^2 + \lambda_{56} u_4 u_6 - \lambda_{14} u_1 u_5 - (\lambda_{24} + \lambda_{15}) u_2 u_5 \\
& - \lambda_{34} u_3 u_5 - \lambda_{45} u_5^2 - \lambda_{46} u_5 u_6 + \lambda_{12} u_1^2 + (\lambda_{22} - \lambda_{11}) u_1 u_2 \\
& \left. + \lambda_{23} u_1 u_3 + \lambda_{25} u_1 u_5 + \lambda_{26} u_1 u_6 - \lambda_{12} u_2^2 - \lambda_{13} u_2 u_3 - \lambda_{16} u_2 u_6 \right]
\end{aligned} \tag{1.27}$$

Il est intéressant de noter que, même en fluide parfait, les efforts comprennent des termes incluant des vitesses stationnaires. On retrouve en particulier l'effet sur le moment de tangage, dit moment de Munk [19], égal à $(\lambda_{33} - \lambda_{11}) u_1 u_3$.

Les équations précédentes peuvent se simplifier dans le cas où le corps considéré présente des symétries par rapport aux plans xy , yz ou xz . Par exemple, dans le cas d'une sphère, seules les valeurs de masses ajoutées λ_{ii} avec $i = 1, 2, 3$ sont non nulles et, grâce aux symétries, nous obtenons

$\lambda_{11} = \lambda_{22} = \lambda_{33} = \lambda_s$. Donc les équations précédentes se simplifient en :

$$\begin{aligned} F_x &= - \left[\lambda_s \frac{du_{0x}}{dt} + \lambda_s u_{0z} \omega_y - \lambda_s u_{0y} \omega_z \right] \\ F_y &= - \left[\lambda_s \frac{du_{0y}}{dt} + \lambda_s u_{0x} \omega_z - \lambda_s u_{0z} \omega_x \right] \\ F_z &= - \left[\lambda_s \frac{du_{0z}}{dt} + \lambda_s u_{0y} \omega_x - \lambda_s u_{0x} \omega_y \right] \\ M_x &= 0 \\ M_y &= 0 \\ M_z &= 0 \end{aligned}$$

1.4.2 Cas général d'un corps en mouvement relatif avec le fluide : effets relatifs comparés

Dans cette section, nous traiterons d'un cas plus général, dans lequel le mouvement accéléré relatif peut aussi dépendre d'un état accéléré du fluide. A cet égard, nous devons définir l'équation de la quantité de mouvement qui, si intégrée dans l'hypothèse de fluide parfait, nous permet d'obtenir la formulation de Bernoulli :

$$\frac{p}{\rho} = - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\vec{\nabla} \Phi \cdot \vec{\nabla} \Phi}{2} + F(t) \quad (1.28)$$

Cette équation est valable en repère fixe. Le passage d'un repère fixe à un repère mobile fait apparaître de nouveaux termes qui interviennent dans la dérivée temporelle du potentiel de vitesse :

$$\left(\frac{\partial \bullet}{\partial t} \right)_{(XYZ)} = \left(\frac{\partial \bullet}{\partial t} \right)_{(xyz)} - \vec{v}_e \cdot \vec{\nabla} \bullet \quad (1.29)$$

Le vecteur \vec{v}_e correspond à la vitesse d'entraînement, qui dans le cas considéré est équivalente à la valeur de \vec{u} donnée par la relation 1.9. Dans la suite, la dérivée temporelle en repère mobile sera réécrite comme $\left(\frac{\partial \bullet}{\partial t} \right)_{(xyz)} = \frac{\delta \bullet}{\delta t}$ en suivant la notation de Bonnet [20].

Le nouveau système d'équations à résoudre est le suivant :

$$\begin{aligned} \Delta \Phi &= 0 \\ \frac{\partial \Phi}{\partial n} \Big|_S &= \vec{u} \cdot \vec{n} \\ \lim_{d \rightarrow \infty} \vec{\nabla} \Phi &= \vec{v}_\infty(t) \\ \frac{p}{\rho} &= - \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \frac{\vec{\nabla} \Phi \cdot \vec{\nabla} \Phi}{2} + F(t) \end{aligned} \quad (1.30)$$

On constate que dans ce cas, la vitesse du fluide à l'infini n'est plus égale à zéro, mais à une quantité définie par \vec{v}_∞ qui peut dépendre du temps.

Dans le cas où l'écoulement à l'infini est uniforme, le potentiel Φ peut être réécrit comme $\Phi = \vec{v}_\infty(t) \cdot \vec{d} + \varphi$, en séparant la contribution de l'écoulement uniforme de celle créée par l'objet.

Le problème précédent se reformule en fonction du potentiel φ comme :

$$\begin{aligned}
\Delta\varphi &= 0 \\
\left. \frac{\partial\varphi}{\partial n} \right|_S &= (\vec{u} - \vec{v}_\infty) \cdot \vec{n} \\
\lim_{d \rightarrow \infty} \vec{\nabla}\varphi &= 0 \\
\frac{p}{\rho} &= -\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{\partial(\vec{v}_\infty \cdot \vec{d})}{\partial t} - \frac{\vec{v}_\infty \cdot \vec{v}_\infty + \vec{\nabla}\varphi \cdot \vec{\nabla}\varphi + 2\vec{v}_\infty \cdot \vec{\nabla}\varphi}{2} + F(t)
\end{aligned} \tag{1.31}$$

Compte tenu du fait que $\frac{\partial\vec{d}}{\partial t} = 0$ (car \vec{d} représente la position d'un point fixe dans l'espace par rapport au repère fixe), l'équation de Bernoulli peut être réécrite comme :

$$\begin{aligned}
\frac{p}{\rho} &= -\frac{\partial\vec{v}_\infty}{\partial t} \cdot \vec{d} - \frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{\vec{v}_\infty \cdot \vec{v}_\infty + \vec{\nabla}\varphi \cdot \vec{\nabla}\varphi + 2\vec{v}_\infty \cdot \vec{\nabla}\varphi}{2} + F(t) \\
&= -\frac{\partial\vec{v}_\infty}{\partial t} \cdot \vec{d} - \frac{\delta\varphi}{\delta t} + (\vec{u} - \vec{v}_\infty) \cdot \vec{\nabla}\varphi - \frac{\vec{v}_\infty \cdot \vec{v}_\infty + \vec{\nabla}\varphi \cdot \vec{\nabla}\varphi}{2} + F(t)
\end{aligned} \tag{1.32}$$

où on voit apparaître la vitesse aérodynamique relative $(\vec{u} - \vec{v}_\infty)$ qui correspond à la nouvelle vitesse d'entraînement.

Finalement, en définissant $F(t) = \frac{p_\infty}{\rho} + \frac{\vec{v}_\infty \cdot \vec{v}_\infty}{2}$, on obtient l'équation :

$$\frac{p - p_\infty}{\rho} = \underbrace{-\frac{\partial\vec{v}_\infty}{\partial t} \cdot \vec{d} - \frac{\delta\varphi}{\delta t}}_{(1)} + \underbrace{(\vec{u} - \vec{v}_\infty) \cdot \vec{\nabla}\varphi - \frac{\vec{\nabla}\varphi \cdot \vec{\nabla}\varphi}{2}}_{(2)} \tag{1.33}$$

En intégrant les efforts donnés par (1) et (2) à la surface du corps on obtient les forces et moments aérodynamiques. La contribution fournie par (2) est équivalente aux efforts décrits dans la section 1.4.1, en considérant

$$(u_{0x} - v_{\infty x}) = u_1, \quad (u_{0y} - v_{\infty y}) = u_2, \quad (u_{0z} - v_{\infty z}) = u_3, \quad \omega_x = u_4, \quad \omega_y = u_5, \quad \omega_z = u_6,$$

avec les composantes de \vec{v}_∞ exprimées dans le repère relatif mobile et les dérivées temporelles calculées également dans ce repère.

La contribution de (1) est égale à :

$$\vec{F}_{(1)} = -\rho \iint_S \left(\frac{\partial\vec{v}_\infty}{\partial t} \cdot \vec{d} \right) \vec{n} dS = \rho V_{ol} \left[\frac{d(\vec{v}_\infty(t))}{dt} \right]_{(XYZ)} \tag{1.34}$$

$$\vec{M}_{(1)} = -\rho \iint_S \vec{r}_P \times \left[\left(\frac{\partial\vec{v}_\infty}{\partial t} \cdot \vec{d} \right) \vec{n} \right] dS = \rho V_{ol} (\vec{r}_{cv} - \vec{r}_P) \times \frac{\partial\vec{v}_\infty}{\partial t} \tag{1.35}$$

où on voit apparaître un terme de force homologue à une force hydrostatique, mais pour lequel on considère l'accélération de l'écoulement calculée dans le repère fixe (des moments aérodynamiques peuvent également être observés si le centre de volume et le point P par rapport auquel nous calculons les moments ne coïncident pas).

Ce résultat est de grand intérêt pour nos études, car il nous montre que dans le cas où la vitesse du fluide dépend du temps, par exemple en présence de rafales de vent, alors les forces aérodynamiques exercées sur le corps seront plus élevées que dans la condition où la même accélération relative est due uniquement au mouvement du corps.

1.4.3 Évaluation numérique des masses et inerties ajoutées en fluide potentiel

Dans cette section seront détaillées les formulations mathématiques de la « Boundary Element Method » [21, 22]. Celle-ci est une méthode numérique applicable à la résolution de l'équation de Laplace, pour le calcul du potentiel de vitesse, afin d'évaluer les masses et inerties ajoutées [23, 24].

La BEM est basée sur la théorie de Green, qui permet d'exprimer le potentiel en chaque point du champ de vitesse comme une équation intégrale, correspondant à une répartition de sources et dipôles.

Par conséquent, le potentiel φ d'un point P à la surface du corps peut s'écrire sous la forme :

$$2\pi\varphi(P) = \iint_S \varphi(Q) \frac{\partial G}{\partial n} dS - \iint_S \frac{\partial \varphi(Q)}{\partial n} G dS, \quad (1.36)$$

où G est la fonction de Green. Celle-ci peut être exprimée sous la forme $G = 1/r$ en configuration tridimensionnelle, r étant la distance entre le deux points P et Q à la surface S .

La discrétisation de l'équation 1.36 conduit à un système linéaire d'équations algébriques de l'inconnue φ :

$$2\pi\varphi_i = \sum_{j=1}^{N_b} \varphi_j C_{ij} - \sum_{j=1}^{N_b} \frac{\partial \varphi_j}{\partial n} B_{ij}, \quad (1.37)$$

où

$$C_{ij} = \frac{\partial}{\partial n_j} \left(\frac{1}{r_{ij}} \right) \delta S_j = - \frac{\vec{r}_{ij} \cdot \vec{n}_j}{\|\vec{r}_{ij}\|^3} \delta S_j, \quad (1.38)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{\|\vec{r}_{ij}\|} \delta S_j \quad (1.39)$$

et N_b est le nombre d'éléments de discrétisation de la surface.

L'évaluation des potentiels élémentaires définis en 1.13 peut se faire à partir de l'équation 1.37, qui s'écrit sous forme matricielle comme :

$$[2\pi\mathbb{I} - C]^{N_b \times N_b} \{\varphi_k\}^{N_b \times 1} = -[B]^{N_b \times N_b} \left\{ \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} \right\}^{N_b \times 1} \quad (1.40)$$

où les indices k , compris entre 1 et 6, indiquent l'un des potentiels élémentaires φ_k que l'on veut calculer et sa condition aux limites $\left. \frac{\partial \varphi_k}{\partial n} \right|_S$ définie en 1.14. \mathbb{I} est la matrice identité de taille $N_b \times N_b$.

La discrétisation de l'équation 1.19 et les valeurs des potentiels obtenues par l'équation 1.40 permettent de calculer numériquement la matrice complète des masses et inerties ajoutées :

$$\mathbb{M}_a = -\rho \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N_b} (\varphi_1)_i \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \right)_i dS_i & \dots & \sum_{i=1}^{N_b} (\varphi_1)_i \left(\frac{\partial \varphi_6}{\partial n} \right)_i dS_i \\ \dots & \ddots & \dots \\ \sum_{i=1}^{N_b} (\varphi_6)_i \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \right)_i dS_i & \dots & \sum_{i=1}^{N_b} (\varphi_6)_i \left(\frac{\partial \varphi_6}{\partial n} \right)_i dS_i \end{bmatrix} \quad (1.41)$$

1.4.4 Effets des masses et inerties ajoutées en fluide visqueux

Les effets de masses et inerties ajoutées dans un fluide potentiel ne sont qu'une base pour la compréhension de phénomènes plus complexes qui se produisent dans les conditions réelles d'un fluide visqueux. Le cas où les effets de la viscosité et d'instantanéités sont combinés a été abordé pour la première fois par Basset [25], Boussinesq [26] et Oseen [27]. Leurs études ont conduit à la célèbre équation de Basset-Boussinesq-Oseen (BBO) qui décrit le mouvement instationnaire de particules rigides en fluide au repos, à des nombres de Reynolds très bas. Tchen [28] a ensuite étendu l'application de cette équation au cas où le fluide est également en mouvement. Les travaux de Tchen ont été le point de départ d'un effort continu pour obtenir une équation dynamique générale décrivant le mouvement de particules dans des écoulements complexes. Les hypothèses communes présentes dans ces études étaient de considérer des particules rigides (dans la plupart des cas de

forme sphérique) en mouvement libre (donc sans interaction avec des corps externes) et dans des écoulements à nombre de Reynolds très bas ($Re < 300$). Un bilan détaillé de l'état de l'art sur ces études a été réalisé par Magnaudet [29]. Nous ne détaillons ci-dessous que les principaux points qui intéresseront nos études.

Tout d'abord, la dynamique des corps analysés peut être synthétisée par la définition de l'équation suivante :

$$m \frac{d\vec{u}}{dt} = m\vec{g} + \rho V_{ol} \left(\frac{D\vec{v}}{Dt} - \vec{g} \right) + \vec{F}_p \quad (1.42)$$

La masse du corps est définie par m , \vec{u} est sa vitesse, \vec{g} l'accélération de gravité, ρV_{ol} est la masse de fluide contenue dans le volume du corps et \vec{v} est la vitesse du fluide. L'accélération de ce dernier est obtenue par la dérivée totale $\frac{D\bullet}{Dt} = \frac{\partial\bullet}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla\bullet$, évaluée au centre du volume du corps. Toutes les forces aérodynamiques résultantes de la présence du corps dans l'écoulement sont regroupées sous le terme \vec{F}_p , lui-même égal à la somme de quatre contributions :

$$\vec{F}_p = \vec{F}_{qs} + \vec{F}_h + \vec{F}_{ma} + \vec{F}_l \quad (1.43)$$

La force \vec{F}_{qs} désigne une contribution quasi-stationnaire, \vec{F}_h une force prenant en compte l'« histoire » de l'écoulement, \vec{F}_{ma} la force due aux masses et inerties ajoutées et \vec{F}_l une force due aux gradients de vitesse présents dans l'écoulement non perturbé par le corps.

La première contribution \vec{F}_{qs} est équivalente à la force aérodynamique appliquée au corps dans des conditions d'écoulement homogène, en prenant en compte la vitesse relative à l'instant analysé. Ce terme peut être obtenu sur des géométries simples, comme des sphères, en écoulements à faible nombre de Reynolds grâce aux formulations analytiques disponibles dans la littérature [29].

La force \vec{F}_h , souvent appelée terme de Basset, trouve son origine du fait que la vorticité nécessite un temps fini pour diffuser depuis les parois solides. Ainsi, lorsque la vitesse relative entre le corps et le fluide varie, la vorticité change et l'écoulement environnant a besoin d'un temps fini pour se réadapter aux nouvelles conditions. La nature de la contribution quasi-stationnaire et celle de F_h sont fondamentalement similaires puisque les deux sont intrinsèquement liées à la viscosité. Ainsi, leur séparation en deux termes distincts peut sembler un peu arbitraire et, dans la plupart des conditions, pas simple à définir.

Le terme de force due aux effets de masses et inerties ajoutées a toujours suscité de nombreuses discussions. Les études disponibles dans la littérature présentent des résultats contradictoires, tant sur la définition de ces coefficients que sur la formulation analytique des forces. Dans les études expérimentales d'Odar et al. [30], la force appliquée à une sphère, en mouvement oscillatoire, présente un terme de masse ajoutée non plus constant, mais dépendant du nombre de Reynolds et de l'accélération relative. De récentes simulations numériques, réalisées sur des sphères à faible nombre de Reynolds, ont démontré que ce terme de masse ajoutée est constant, avec une valeur correspondante à celle fournie par la théorie potentielle [31–34]. La contribution à la force aérodynamique due à ce terme a été correctement identifiée par Taylor [35]. Elle est égale à :

$$\vec{F}_{ma} = \lambda_s \left(\frac{D\vec{v}}{Dt} - \frac{d\vec{u}}{dt} \right) \quad (1.44)$$

où $\lambda_s = \frac{1}{2}\rho V_{ol}$ est la masse ajoutée d'une sphère. Cette formulation a été aussi validée par Magnaudet et al. [36] et Legendre [37] grâce à des simulations numériques sur des sphères à $0.1 \leq Re \leq 300$.

Finalement, on trouve le dernier terme F_l qui dépend des non-homog  nit  s de l'écoulement et qui est le plus difficile à identifier. Dans la littérature, il existe différentes formulations empiriques pour l'estimation de cette contribution dans le cas de sphères en écoulements non-homogènes. Ceux-ci dépendent du nombre de Reynolds et de l'importance des gradients de vitesse dans l'écoulement non perturbé.

1.5 Impact de la couche limite atmosphérique sur le torseur aérodynamique du dirigeable

Les non-homogénéités de l'écoulement auxquelles un dirigeable est soumis proviennent de la nature turbulente et instable de l'atmosphère terrestre. En observant les mesures prises par un capteur de vitesse sur une période de temps assez longue, on peut noter plusieurs fluctuations sur le signal, typiques d'un écoulement très turbulent (figure 1.2).

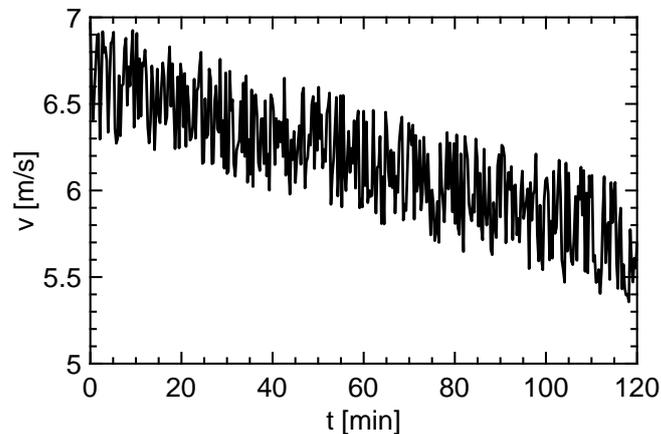


Figure 1.2 – Exemple d'un signal de vitesse du vent atmosphérique sur une période de 2 heures.

En analysant le spectre de ce type de mesures, on obtient des informations sur les fréquences caractéristiques de la turbulence atmosphérique et sur les structures les plus énergétiques.

Dans le graphique de la figure 1.3, obtenu à partir des mesures de Van Der Hoven [1], on observe trois pics principaux qui contiennent la majeure partie de l'énergie du spectre du signal de vitesse. Les deux premiers, centrés sur des périodes de 4 jours et 12 heures, montrent des perturbations à l'échelle synoptique. Ces perturbations à très basse fréquence ont une incidence mineure sur la dynamique d'un dirigeable. Au contraire, le troisième pic, qui se développe sur des périodes inférieures à 10 minutes, contient le spectre d'énergie de la turbulence atmosphérique qui a l'impact plus important sur le torseur aérodynamique de l'aéronef.

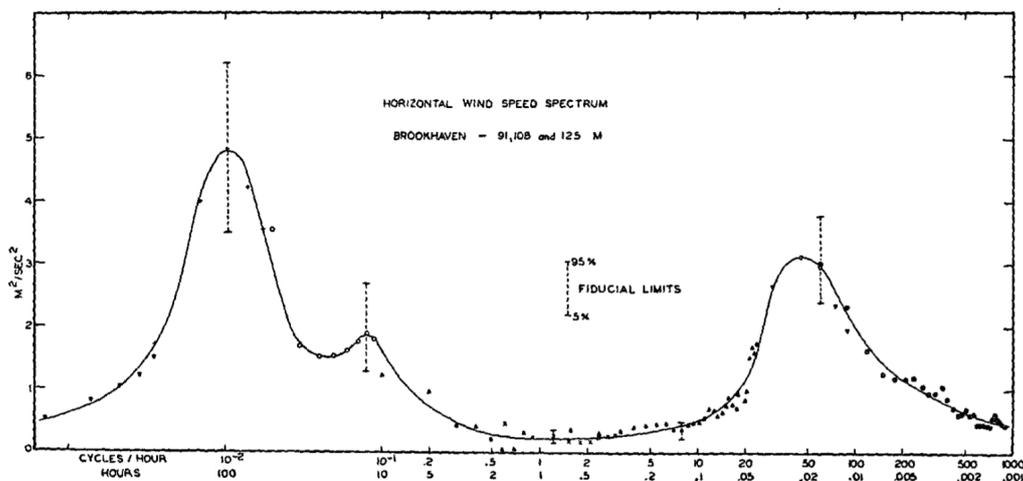


Figure 1.3 – Spectre de vitesse horizontale du vent à environ 100 m de hauteur. Van Der Hoven (1957) [1].

Les sources qui alimentent ce niveau de turbulence dans l'atmosphère sont de deux types et de natures différentes. D'une part, une source d'origine mécanique, générée par le frottement de l'air

avec le sol ou tout autre obstacle. L'autre source de perturbation est de type thermique. L'échange de chaleur entre l'atmosphère et le sol génère des mouvements d'air ascendants ou descendants qui génèrent et alimentent la turbulence.

La prédominance de l'une de ces sources sur l'autre détermine les caractéristiques globales de la couche limite atmosphérique et, en général, on peut en distinguer trois types différents :

- Couche neutre ;
- Couche de mélange ou convective ;
- Couche stable.

Dans une couche neutre, comme on peut le déduire du nom, les deux effets sont équilibrés et s'annulent mutuellement ou sont simultanément absents. Ce modèle d'atmosphère ne correspond pas à une situation pleinement réaliste, car l'un des deux phénomènes de création de turbulence prédomine toujours sur l'autre.

Dans la couche convective, les effets thermiques, dans lesquels le sol échange de la chaleur avec l'air, sont très accentués. Ce type d'atmosphère est typique des journées ensoleillées où de grandes structures convectives déplacent l'air verticalement. La couche limite qui en résulte est très épaisse, et sa taille caractéristique peut atteindre quelques kilomètres en hauteur, comme schématisé sur la figure 1.4.

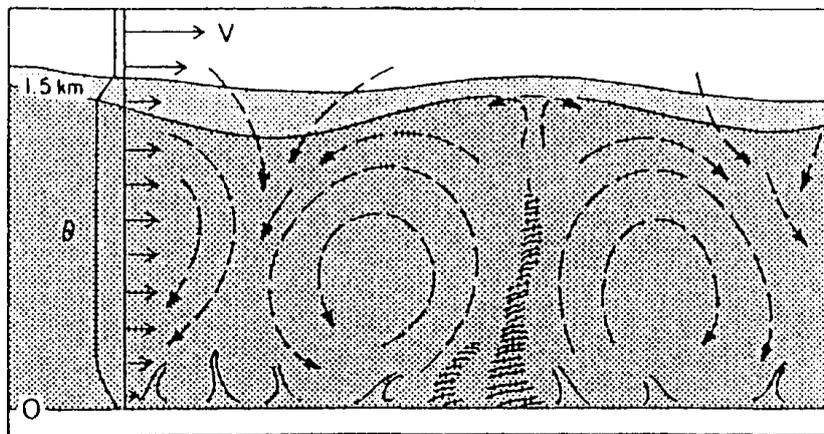


Figure 1.4 – Schéma d'une couche limite convective, Wyngaard (1992) [38].

Une couche limite stable, au contraire, est caractérisée par des vents horizontaux forts, qui peuvent être observés surtout pendant la nuit. Dans ce cas, la hauteur de la couche limite atmosphérique est très faible, ne dépassant pas quelques centaines de mètres, comme le montre la figure 1.5.

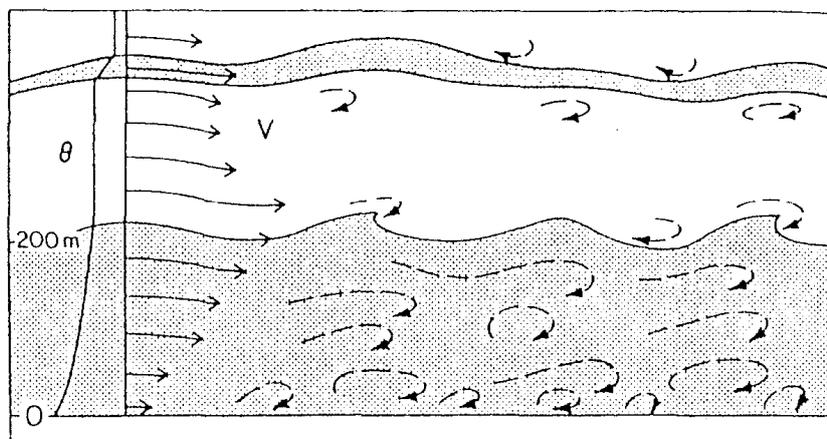


Figure 1.5 – Schéma d'une couche limite stable, Wyngaard (1992) [38].

La description de ces types d'atmosphères a été réalisée grâce à une théorie de similitude proposée par Monin et Obukhov [39]. Les auteurs ont défini une longueur adimensionnelle $\zeta = z/L$

obtenue à partir du rapport entre la hauteur de la couche limite z et une longueur caractéristique L proportionnelle au rapport entre le cube de la vitesse de frottement au sol et la chaleur échangée entre le sol et l'air. Le paramètre ζ permet de caractériser l'état de la couche limite atmosphérique simplement :

- $\zeta = 0$ - Couche neutre ;
- $\zeta > 0$ - Couche stable ;
- $\zeta < 0$ - Couche instable.

La longueur de Monin-Obukhov est utile sur le plan théorique, mais moins d'un point de vue expérimental à cause de l'incertitude d'estimation des différents paramètres.

Il est important de comprendre la structure de la couche limite atmosphérique afin de pouvoir estimer les types de non-homogénéité présents dans l'atmosphère. Des modèles simplifiés d'atmosphère perturbée seront pris en compte pour l'analyse aérodynamique du dirigeable. À cet égard, dans le paragraphe suivant, une étude qui a inspiré les recherches réalisées dans le cadre de cette thèse sera présentée.

1.5.1 Aérodynamique d'un dirigeable traversant une perturbation de vent latéral

Un modèle extrêmement simple d'atmosphère perturbée a été proposé dans les simulations CFD, de type URANS, de Kanoria et al. [2]. Dans cette étude, le domaine fluide est constitué de deux régions. Dans la région principale, l'air est au repos. Un courant latéral, dont la vitesse est différente de zéro, traverse une portion de la région au repos. La simulation prévoit que le dirigeable Zhiyuan-1 avance à une vitesse constante dans le domaine décrit ci-dessus, comme montré par la figure 1.6, en appliquant une technique de superposition de maillages (overset grid approach). Les caractéristiques aérodynamiques du dirigeable subissent des variations lors de la traversée dans la région perturbée. Lorsque le dirigeable est complètement immergé dans la rafale, il présente un angle d'attaque effectif d'environ 10° .

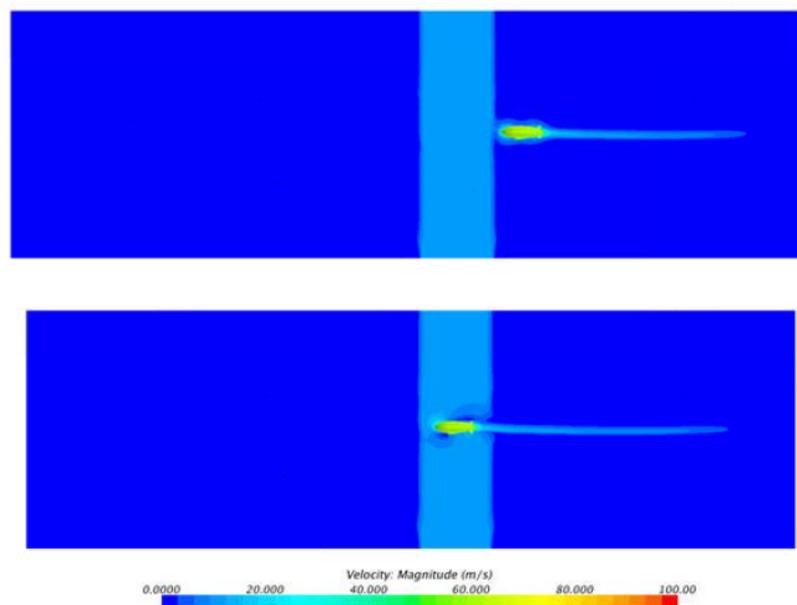


Figure 1.6 – Visualisation de la traversée du dirigeable Zhiyuan-1 dans un profil de perturbation, Kanoria (2015) [2].

Pendant l'entrée progressive, on observe une évolution des coefficients aérodynamiques, illustrés en figure 1.7. Tout d'abord on constate une augmentation du coefficient de portance et du moment tangage (calculé par rapport au centre de gravité du corps), et une réduction du coefficient de traînée. Le maximum des deux premiers coefficients est atteint lorsque le dirigeable est complètement immergé dans la perturbation. Les valeurs respectives sont équivalentes aux valeurs observables dans des conditions d'écoulement homogènes avec un angle d'attaque de 10° . Le coefficient de traînée

commence à augmenter et atteint son maximum pendant la phase de sortie du dirigeable de la zone perturbée.

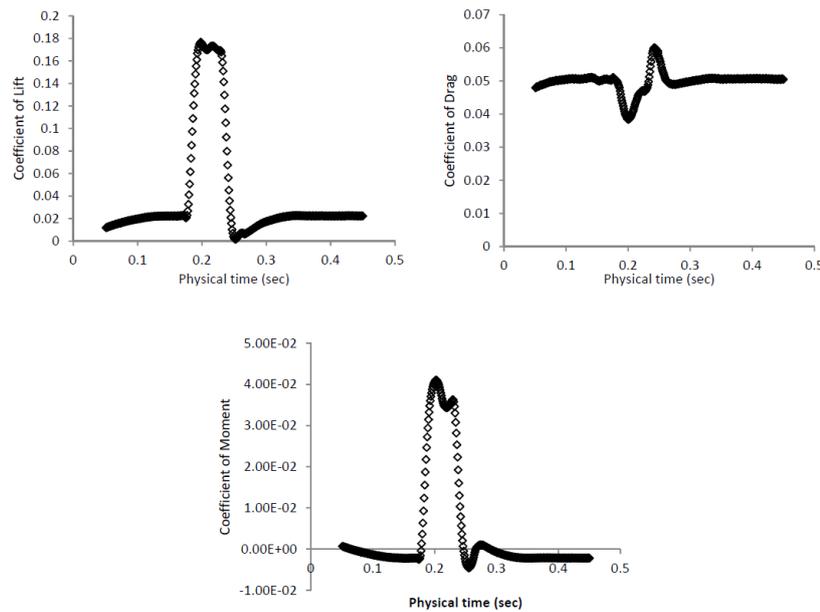


Figure 1.7 – Évolution instationnaire des coefficients de portance, de traînée et de moment de tangage, Kanoria (2015) [2].

Une fois que le corps est sorti complètement, les coefficients aérodynamiques retrouvent leur état initial, avec des valeurs correspondant à un angle d'attaque de 0° .

L'étude proposée par Kanoria sera reprise au cours de nos recherches. L'intérêt majeur de cette approche est de pouvoir paramétrer pleinement la perturbation latérale, en intensité, en étendue spatiale par rapport à l'aéronef et en gradients d'entrée et sortie.

Un modèle de perturbation similaire à celui qui vient d'être décrit sera appliqué lors de nos simulations numériques. Plus de détails sur les efforts aérodynamiques et sur la manière d'estimer les coefficients aérodynamiques à partir des caractéristiques locales de l'écoulement seront notamment fournis.

1.6 Dynamique et cinématique du dirigeable

L'objectif principal de nos études est de formaliser la description de la dynamique d'un dirigeable à travers un modèle qui inclut l'instationnarité et la non-homogénéité de l'écoulement.

Une formulation présentant ce type de caractéristiques a été présentée par Thomasson et Woolsey. [3]. Ci-dessous, nous détaillerons les principales hypothèses et examinerons les points forts, et également les limites, de ce modèle.

Considérons un système constitué d'un fluide potentiel en mouvement relatif avec un corps solide. La vitesse du fluide peut être décomposée en une partie uniforme dépendant du temps, et une partie stationnaire non-uniforme (schéma en figure 1.8). Donc, par rapport à un repère fixe, la vitesse globale du fluide sera définie comme :

$$\vec{v}(\vec{X}, t) = \vec{v}_u(t) + \vec{v}_s(\vec{X}). \quad (1.45)$$

Les composantes de ce vecteur, exprimées dans un repère mobile lié au corps avec l'origine centrée sur son centre de volume, sont :

$$\vec{v}_{rm}(\mathbb{R}, \vec{X}, t) = \mathbb{R}^T \vec{v}(\vec{X}, t) = \mathbb{R}^T \vec{v}_u(t) + \mathbb{R}^T \vec{v}_s(\vec{X}) = \vec{v}_{u\,rm}(\mathbb{R}, t) + \vec{v}_{s\,rm}(\mathbb{R}, \vec{X}), \quad (1.46)$$

où \mathbb{R} est la matrice de passage du repère mobile au repère fixe.

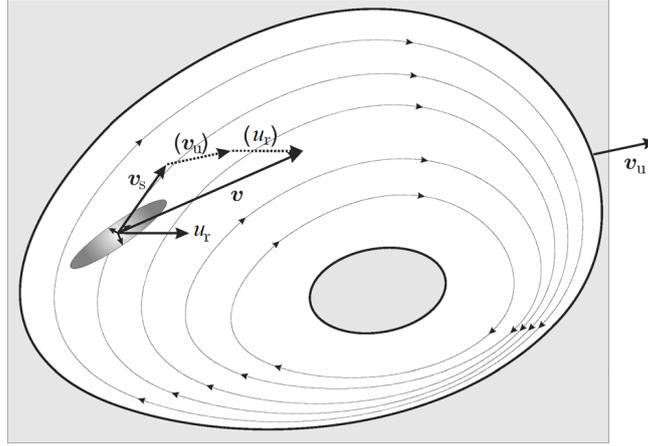


Figure 1.8 – Schéma de décomposition de la vitesse du fluide, Thomasson (2013) [3].

Définissons maintenant les vecteurs des vitesses généralisés du corps et du fluide, de taille 6×1 , comme :

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} \vec{u} \\ \vec{\omega} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_u = \begin{pmatrix} \vec{v}_{u\,rrm} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{v}_s = \begin{pmatrix} \vec{v}_{s\,rrm} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (1.47)$$

où \vec{u} est la vitesse du corps. La vitesse relative du corps par rapport au fluide est égale à :

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{u} - \mathbf{v}_u - \mathbf{v}_s = \begin{pmatrix} \vec{u}_r \\ \vec{\omega} \end{pmatrix} \quad (1.48)$$

La matrice généralisée de masse du corps est définie par :

$$\mathbb{M} = \begin{pmatrix} m\mathbb{I} & -m\hat{r}_{cm} \\ m\hat{r}_{cm} & \mathbf{I}_{rb} \end{pmatrix} \quad (1.49)$$

où \hat{r}_{cm} ¹ est la matrice antisymétrique obtenue du vecteur position du centre de gravité du corps par rapport au repère mobile.

Nous définissons \mathbb{M}_a la matrice 6×6 des masses et inerties ajoutées vue dans la section 1.4.

La matrice de masse de volume fluide remplacée par le corps solide est définie par :

$$\bar{\mathbb{M}} = \begin{pmatrix} m_f\mathbb{I} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.50)$$

où $m_f = \rho V_{ol}$.

Suite à la définition de ces éléments, Thomasson et Woolsey [3] expriment l'énergie cinétique totale du système fluide corps par :

$$T = \underbrace{K + \frac{1}{2} M \mathbf{v}_u^T \mathbf{v}_u}_{\text{Energie cinétique du fluide en l'absence du corps}} + \underbrace{\frac{1}{2} \mathbf{u}_r^T (\mathbb{M}_a + \bar{\mathbb{M}}) \mathbf{u}_r}_{\text{Energie cinétique d'un volume fluide avec la même forme que celle du corps solide}} + \underbrace{\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbb{M} \mathbf{u}}_{\text{Energie du corps}} - \underbrace{\frac{1}{2} \mathbf{u}^T \bar{\mathbb{M}} \mathbf{u}}_{\text{Energie du fluide absent à cause de la présence du corps}} \quad (1.51)$$

1. Avec la notation de l'accent circonflexe on indique la matrice antisymétrique d'un vecteur. Elle est définie comme :

$$\hat{\mathbf{u}} \cdot \vec{v} = \begin{bmatrix} 0 & -u_z & u_y \\ u_z & 0 & -u_x \\ -u_y & u_x & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x \\ u_y \\ u_z \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} = \vec{u} \times \vec{v}$$

Le terme K représente l'énergie cinétique du fluide fournie par la composante de vitesse non-uniforme. M est la masse de tout le volume fluide.

Les forces et les moments externes agissant sur le corps (\mathbf{Q}) sont obtenus par le lagrangien d'énergie cinétique totale du système :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{q}}} - \frac{\partial T}{\partial \mathbf{q}} = \mathbf{Q} \quad (1.52)$$

Le développement complet de cette équation, réalisé par Thomasson, fournit la formulation finale :

$$\begin{aligned} (\mathbb{M}_a + \mathbb{M})\dot{\mathbf{u}} = & - \begin{pmatrix} \hat{\omega} + \Phi & 0 \\ \hat{u} - \hat{v}_{urm} - \hat{v}_{srm} & \hat{\omega} \end{pmatrix} (\mathbb{M}_a + \bar{\mathbb{M}})(\mathbf{u} - \mathbf{v}_u - \mathbf{v}_s) \\ & + (\mathbb{M}_a + \bar{\mathbb{M}}) \begin{pmatrix} (\vec{v}_{urm} + \vec{v}_{srm}) \times \vec{\omega} + \frac{\partial}{\partial t} \vec{v}_{urm} + \Phi^T \vec{u} \\ 0 \end{pmatrix} \\ & - \begin{pmatrix} \hat{\omega} & 0 \\ \hat{u} & \hat{\omega} \end{pmatrix} (\mathbb{M} - \bar{\mathbb{M}})\mathbf{u} + \begin{pmatrix} \vec{\mathbf{f}}_{\text{ext}} \\ \vec{\mathbf{m}}_{\text{ext}} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.53)$$

Dans cette dernière relation, $\vec{\mathbf{f}}_{\text{ext}}$ et $\vec{\mathbf{m}}_{\text{ext}}$ sont les forces et moments externes agissants sur le corps. Le terme Φ représente la matrice jacobienne (par rapport au repère fixe) du vecteur $\vec{v}_s(\vec{\mathbf{X}})$:

$$\Phi^T = \left(\frac{\partial \vec{v}_{srm}}{\partial \vec{\mathbf{X}}} \right) \mathbb{R} = \mathbb{R}^T \left(\frac{\partial \vec{v}_s}{\partial \vec{\mathbf{X}}} \right) \mathbb{R} \quad (1.54)$$

Une des hypothèses introduite par Thomasson pour définir la formulation 1.53 est que la dimension caractéristique des gradients de vitesse de l'écoulement (comme l'extension d'une rafale) doit être beaucoup plus grande que celle du corps, afin que la matrice jacobienne Φ puisse être considérée constante sur toute la longueur de l'objet. Cette hypothèse représente une restriction à notre étude sachant que nous nous intéresserons à la dynamique du dirigeable pendant toute la phase de traversée d'une rafale, donc à une situation réelle, potentiellement plus générale que celle prévue par ce modèle.

De plus, la décomposition initiale de la vitesse du fluide et la définition de l'énergie cinétique laissent quelques doutes. La condition pour laquelle la vitesse du fluide est constituée de deux composantes linéairement indépendantes qui sont fonction de l'espace et du temps est une condition très particulière de la situation réelle pour laquelle une telle linéarisation n'est pas applicable.

La définition 1.51 de l'énergie cinétique du fluide n'a pas été trouvée dans d'autres textes de la littérature. À travers quelques passages mathématiques, on peut démontrer qu'elle ne peut être considérée comme valable que pour des géométries simples, pour lesquelles la matrice des masses ajoutées ne se compose que de ses termes diagonaux.

Pour ces raisons, cette formulation devra être analysée et testée sur des cas réels afin de pouvoir la valider pleinement.

1.7 Conclusions sur l'étude bibliographique

Les notions abordées dans ce premier chapitre sont les bases fondamentales pour le développement d'une étude sur la dynamique d'un dirigeable en écoulement non-homogène.

Les résultats des recherches menées sur l'ellipsoïde de révolution 6:1 seront repris dans le deuxième chapitre de cette thèse. Ils serviront tout d'abord à valider et à vérifier les simulations numériques effectuées sur cette géométrie avec le code de calcul OpenFOAM. Nous nous concentrerons en particulier sur la définition des paramètres de maillage et des modèles de turbulence. Ce travail préliminaire permettra de définir le cadre d'étude de l'ellipsoïde de révolution avec rapport d'axes 3.5:1.

Le problème des masses et inerties ajoutées sera abordé dans un deuxième temps. Les études menées dans l'hypothèse d'un écoulement potentiel se concentreront sur le développement d'un code de calcul capable de déterminer numériquement la matrice des masses et inerties ajoutées pour des

configurations génériques, même en présence de parois solides externes, avec des temps de calcul très réduits. Les avantages de l'utilisation de ce logiciel sont considérables, permettant d'obtenir en temps réel les valeurs des masses et inerties ajoutées pendant chaque phase de vol. Par la suite, nous examinerons également en détail les effets des masses et inerties ajoutées en fluide visqueux. En particulier, ces phénomènes seront étudiés sur l'ellipsoïde 3.5:1 dans des écoulements à des nombres de Reynolds significativement plus élevés que ce que l'on trouve dans la littérature.

Les dernières parties de ce mémoire porteront sur l'étude de l'influence des perturbations de vent latéral sur le torseur aérodynamique de l'ellipsoïde. Les analyses seront réalisées par des simulations CFD qui permettent de définir facilement les caractéristiques du vent et des perturbations latérales. Les efforts aérodynamiques calculés numériquement seront comparés aux résultats des modèles trouvés en littérature. D'autres développements à ces modèles seront proposés.

Chapitre 2

Aérodynamique de l'ellipsoïde de révolution en écoulement homogène

L'étude de l'aérodynamique du dirigeable dans des conditions d'écoulement homogène est la première étape d'une plus vaste et complexe analyse dans des conditions d'écoulement non-homogènes. Ce chapitre du mémoire est consacré à l'étude de l'aérodynamique d'une géométrie simple représentative de la forme d'un dirigeable de nouvelle génération, l'ellipsoïde de révolution avec un rapport d'axes de 3.5:1.

Des analyses expérimentales ont eu lieu à l'ONERA de Lille, par le biais de mesures en soufflerie des coefficients de forces et moments, ainsi que de la répartition de pression à la paroi du corps.

D'autres études ont été réalisées par simulations numériques, afin d'obtenir plus d'informations sur les caractéristiques aérodynamiques de l'ellipsoïde qui seront indispensables tout au long de nos recherches.

La calibration des paramètres de simulation a été obtenue par une étude réalisée sur l'ellipsoïde 6:1, en comparant les résultats numériques à ceux obtenus expérimentalement par Chesnakas et al. [5] et Wetzel et al. [6]. Les éléments de cette étude sont présentés dans les paragraphes suivants.

Les travaux réalisés sur l'ellipsoïde 3.5:1, présentés lors du « AIAA Aviation Forum 2020 », ont été inclus à la fin du chapitre.

2.1 Paramétrisation et validation du code numérique

La première phase de l'étude a consisté à définir et tester les paramètres de simulation : maillages, schémas numériques, modèles de turbulence et conditions aux limites. Les simulations ont été réalisées avec OpenFOAM pour l'ellipsoïde 6:1, aux angles d'incidence de $\alpha = 10^\circ$ et $\alpha = 20^\circ$. L'écoulement est analysé à $Re_L = 4.2 * 10^6$, calculé en considérant la longueur du grand axe du corps, comme dans les conditions des essais expérimentaux de Chesnakas et al. [5] et Wetzel et al. [6].

Les simulations sont de type RANS et les modèles de turbulence choisis sont $k - \omega$ SST et Spalart-Allmaras.

2.1.1 Paramètres de simulations

Une schématisation du domaine de calcul utilisé pour ces simulations est présentée sur la Figure 2.1. L'ellipsoïde est placé au centre d'un volume sphérique dont la surface a été divisée en deux sections qui constituent les conditions d'*inlet* et d'*outlet*.

Deux typologies de maillages ont été utilisées. Celles-ci ne diffèrent que par la taille des éléments en contact avec la surface du corps, adaptée aux caractéristiques spécifiques de chaque modèle de turbulence.

Pour le modèle Spalart-Allmaras (S-A dans la suite), qui ne prévoit pas l'utilisation de lois de parois, le maillage est constitué d'éléments intégrant la condition $y^+ < 1$ pour la première maille à la paroi.

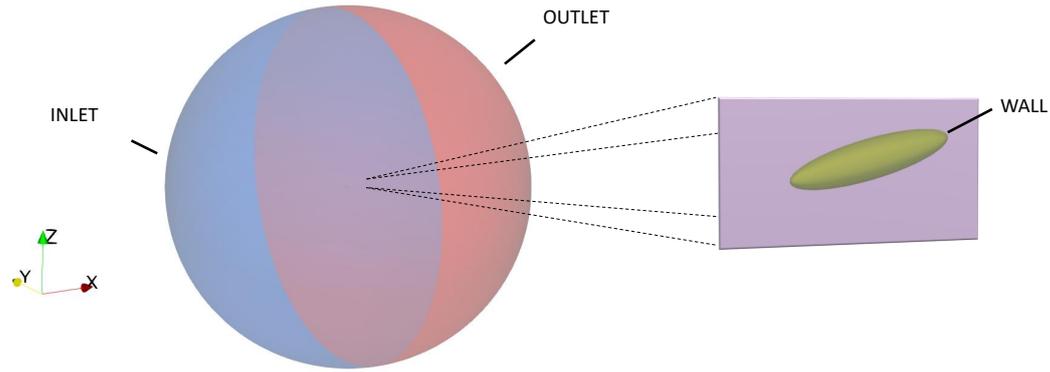


Figure 2.1 – Schématisation du domaine de calcul.

En revanche, le modèle $k - \omega$ SST implémenté dans OpenFOAM est optimisé avec des maillages pour lesquels l'épaisseur de première maille peut être définie par $10 < y^+ < 30$. Les lois de parois sont définies par les commandes *omegaWallFunction*, dans le fichier dédié aux conditions aux limites de ω , et *nutUBlendedWallFunction*, pour le calcul de la vitesse de frottement $u_\tau|_w$. Pour l'énergie cinétique turbulente, la condition zéro-flux est obtenue par la fonction *kqRWallFunction*.

Tous les maillages utilisés pour l'étude sont structurés et composés d'environ $6 * 10^6$ éléments hexaédriques. Une visualisation de la section transversale d'une de ces configurations est illustrée sur la Figure 2.2(a). Une vue plus détaillée des éléments en proximité de la surface du corps est montrée par la Figure 2.2(b).

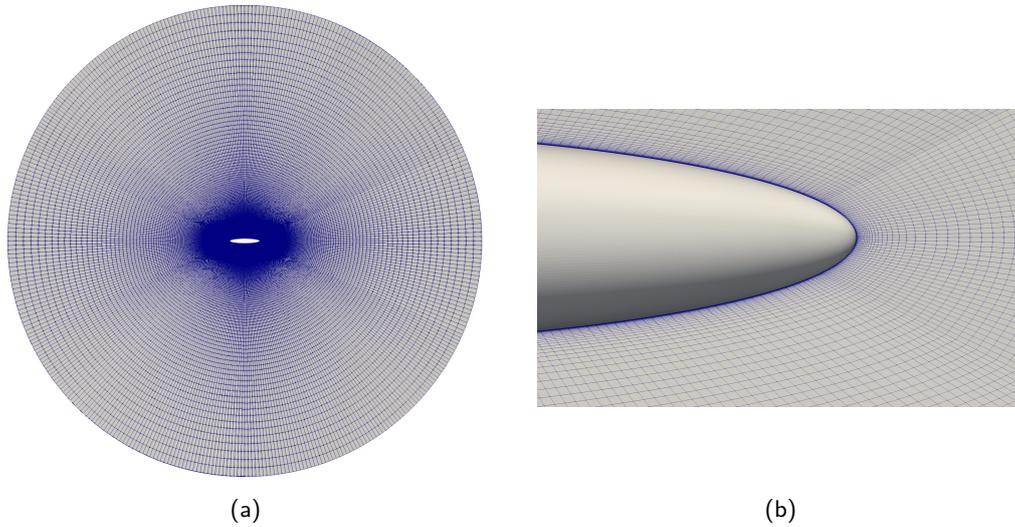


Figure 2.2 – Maillage du domaine fluide autour de l'ellipsoïde 6:1. Coupe dans le plan Oxz .

Pour la définition des conditions aux limites de k et ω , pour le modèle SST, et de $\tilde{\nu}$ pour S-A, nous nous sommes référés aux valeurs proposées par Spalart [40]. Celles-ci sont calculés par :

$$k = v_\infty^2 * 10^{-6} \quad \text{et} \quad \omega = \frac{5 v_\infty}{L}$$

où L est la longueur du grand axe de l'ellipsoïde et v_∞ la vitesse amont, qui donnent une valeur de viscosité turbulente :

$$\frac{\nu_t}{\nu} = (2 * 10^{-7}) Re_L = 2 * 10^{-7} \frac{L v_\infty}{\nu}$$

Pour le modèle S-A, des valeurs de $3 < \frac{\tilde{\nu}}{\nu} < 5$ sont bien adaptées à un comportement totalement turbulent.

Afin d'éviter de dissiper les valeurs de turbulence dans l'écoulement libre (effet naturel pour le modèle $k - \omega$ SST), Spalart [40] suggère de fixer les valeurs d'entrée comme valeurs minimales dans le fluide. Cette option est disponible dans OpenFOAM en activant un *flag* dans le fichier qui gère les propriétés de la turbulence.

Les équations RANS sont résolues par l'algorithme SIMPLE et les schémas numériques spatiaux sont au deuxième ordre.

2.1.2 Résultats des simulations de l'ellipsoïde 6:1

La validation des résultats des simulations a été obtenue grâce aux données expérimentales de Chesnakas et al. [5] et Wetzel et al. [6]. Nous avons comparé les valeurs du coefficient de pression et du coefficient de frottement (ce dernier a été évalué par Chesnakas [5] à partir de mesures LDV du champ de vitesse dans la zone proche paroi, et mesuré par Wetzel [6] avec des capteurs à film chaud) sur trois sections circulaires, orthogonales au grand axe de l'ellipsoïde, qui sont illustrées en Figure 2.3. La section $S1$ se trouve à une distance de $x/L = 0.6$, la section $S2$ à $x/L = 0.729$ et $S3$ à $x/L = 0.77$ (la position $x/L = 0$ correspond au nez du corps).

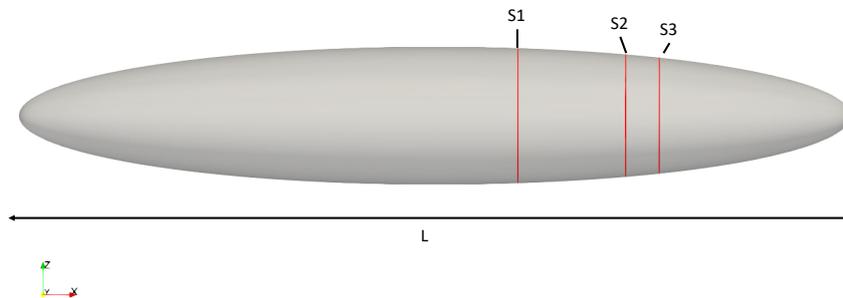


Figure 2.3 – Schéma représentant la position des trois sections circulaires analysées pour l'ellipsoïde 6:1. $S1$ se trouve à $x/L = 0.6$, $S2$ à $x/L = 0.729$ et $S3$ à $x/L = 0.77$.

Les graphiques des résultats (Figure 2.5 et Figure 2.6) ont été représentés en considérant en abscisse l'angle ϕ , mesuré entre un point générique sur la section circulaire et le point à z minimum (Figure 2.4), et en ordonnée les valeurs de C_p et C_f .

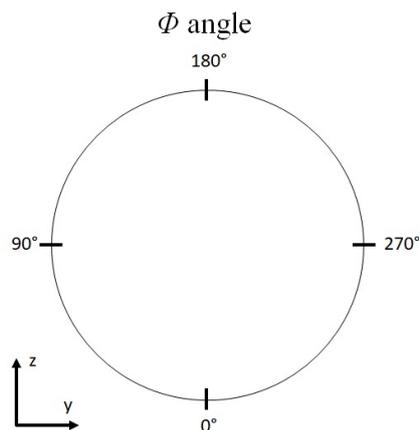


Figure 2.4 – Définition de l'angle ϕ , valeur d'abscisse des graphiques de C_p et C_f . Vue arrière du corps.

Les cas analysés sont à $AoA^1 = 10^\circ$ et $AoA = 20^\circ$. Trois types de simulations ont été réalisés pour chacune des deux configurations : deux en utilisant un maillage avec $y^+ < 1$, avec les modèles de turbulence SST et S-A, et une avec un maillage de $y^+ = 10$, avec le modèle SST.

Les résultats de la configuration à $AoA = 10^\circ$ sont illustrés dans les graphiques sur la Figure 2.5.

1. AoA = Angle d'attaque.

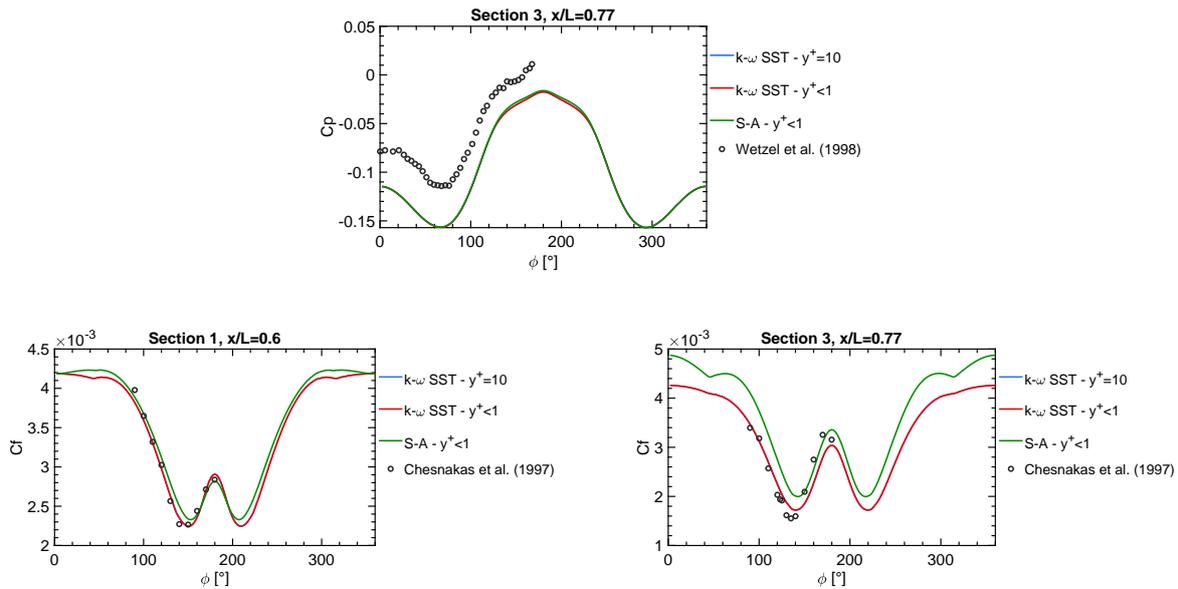


Figure 2.5 – Coefficients de pression et de frottement de l'ellipsoïde 6:1 à 10° d'incidence.

Les valeurs obtenues lors des deux simulations effectuées avec le modèle SST ne montrent aucune différence. Les courbes C_p et C_f sont parfaitement superposées. Aux faibles angles d'incidence, la définition du maillage ne semble pas affecter la qualité des résultats du modèle SST.

Par contre, de petites différences sont évidentes entre les courbes des modèles SST et S-A. Ce phénomène ne nous surprend pas, car les définitions mathématiques et physiques des deux modèles sont très différentes et, par conséquent, la résolution des équations RANS ne pourra pas donner les mêmes résultats.

En regardant les valeurs du coefficient de pression C_p mesurées sur la section S_3 , on note une sous-estimation des résultats numériques par rapport aux mesures expérimentales. Il faut souligner que ces données expérimentales n'ont jamais été prises en compte dans d'autres analyses trouvées dans la littérature, de plus, aucune information quant aux incertitudes de mesure est fournie. Il est donc difficile d'analyser précisément ces différences.

Au contraire, les coefficients de frottement expérimentaux et numériques semblent en parfait accord.

Les graphiques de la Figure 2.6 présentent les résultats de la configuration à $AoA = 20^\circ$.

Pour cet angle, les courbes des trois simulations numériques peuvent être clairement distinguées. Ce résultat nous montre comment, aux angles d'incidence plus élevés, les différentes définitions des maillages peuvent induire des variations dans la résolution des champs de vitesse et de pression de l'écoulement. Dans tous les cas, l'allure des trois courbes numériques suit la même évolution, ce qui indique une bonne cohérence entre les deux modèles pour simuler les structures fluides présentes dans l'écoulement. Les écarts sont principalement dus aux différences de positionnement des points de décollement à la surface du corps, qui sont directement liés à la résolution numérique de la zone pariétale.

En comparant les valeurs expérimentales du coefficient de pression, on constate une bonne cohérence avec les valeurs numériques. Un pic plus marqué est présent autour de la zone $\phi = 160^\circ$ tant pour la pression que pour le frottement.

Ce dernier est dû à la présence de deux grandes structures tourbillonnaires qui se détachent de la zone sous le vent de l'ellipsoïde (Figure 2.7). La distance de ces structures à la surface du corps et leur vorticité affecte significativement les valeurs de pression et de frottement à la paroi. La nature des structures tourbillonnaires est directement liée aux décollements et, là encore, le modèle de turbulence ou le maillage peuvent fortement influencer la résolution globale des écoulements.

L'ensemble des résultats C_p et C_f obtenus à partir des simulations CFD sur l'ensemble des

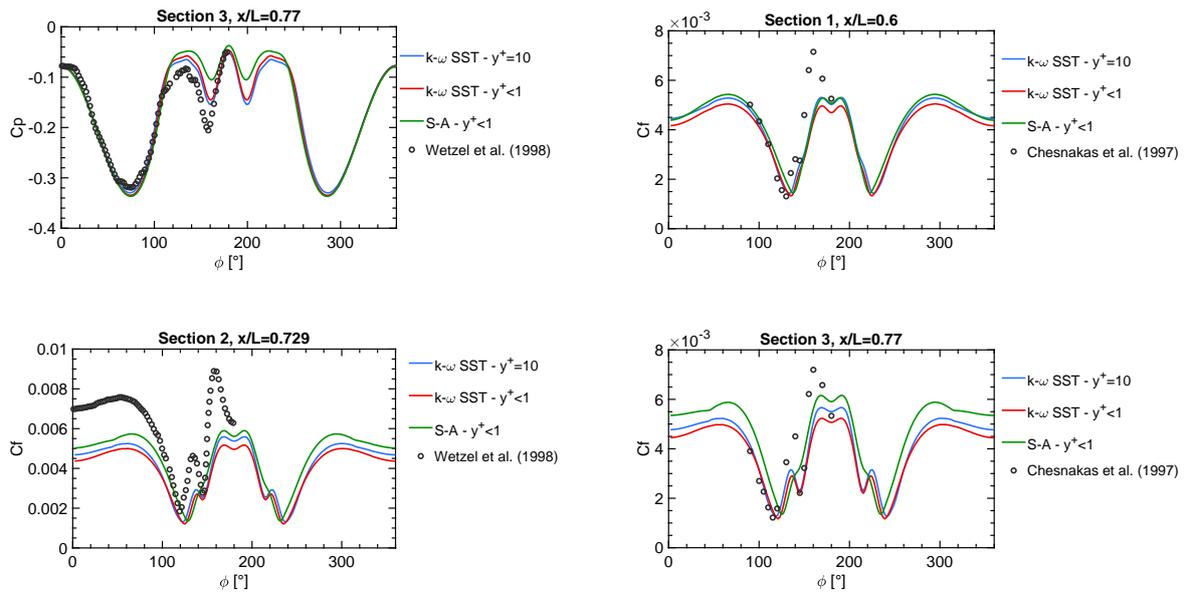


Figure 2.6 – Coefficients de pression et de frottement de l'ellipsoïde 6:1 à 20° d'incidence.

configurations étudiées sont disponibles en Annexe C.

Les paramétrages du logiciel de simulation, des maillages et des modèles de turbulence mis en œuvre pour ces simulations semblent donner des résultats assez satisfaisants. D'un point de vue aérodynamique, l'ellipsoïde de révolution est une configuration relativement complexe, car de nombreux détachements et recollements fluides sont présents, avec des couches limites fortement tridimensionnelles et une topologie d'écoulement très complexe. Le choix d'un modèle de turbulence calibré spécifiquement pour cette configuration pourrait donner de meilleurs résultats, mais les modélisations obtenues par les modèles $k - \omega$ SST et Spalart-Allmaras se sont révélées être assez robustes, réussissant à capturer des structures tourbillonnaires locales et moins intenses et permettant d'obtenir des résultats suffisamment précis par rapport aux objectifs visés.

Dans la suite de ce chapitre des analyses similaires seront présentées sur la configuration de l'ellipsoïde de révolution 3.5 :1.

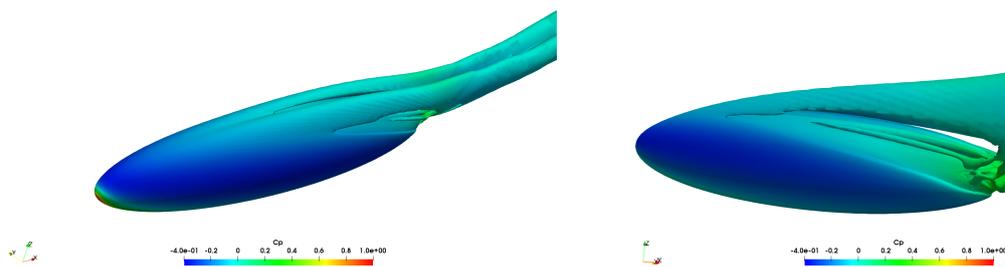


Figure 2.7 – Visualisation des structures tourbillonnaires par le critère Q. Configuration de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 20^\circ$ avec le modèle de turbulence $k - \omega$ SST.

2.2 Étude aérodynamique de l'ellipsoïde 3.5:1

Les analyses menées jusqu'à présent nous ont fourni la base validée pour aborder l'investigation de l'aérodynamique de l'ellipsoïde 3.5:1.

La finalisation de l'étude a été réalisée par des études expérimentales, effectuées au sein de l'ONERA de Lille à la soufflerie SV4, et des simulations CFD.

Les conditions d'essais sont caractérisées par $Re_L = 2.57 * 10^6$ et des valeurs d'angle d'attaque comprises entre 0° et 90° .

En ce qui concerne les simulations numériques RANS, les angles d'attaque analysés vont de 0° à 40° pour le modèle de turbulence $k - \omega$ SST et de 0° à 35° pour le modèle S-A. Aux angles d'attaque plus élevés, on constate des difficultés de convergence des calculs. Cela est principalement dû à l'apparition d'instabilités dans le sillage du corps, qui ne peuvent être résolues que par des modèles incluant des variations temporelles. C'est pour cette raison que des simulations instationnaires de type URANS ont été réalisées sur des configurations complexes comme celle à $AoA = 90^\circ$.

La comparaison des coefficients aérodynamiques de force et de moment, et les mesures de pression expérimentales et numériques ont montré une très bonne cohérence surtout aux angles d'incidence inférieurs à 20° . Aux incidences plus élevées, les correspondances sont moins nettes, mais les résultats sont encore très satisfaisants, comme le montre la Figure 2.8 qui illustre l'évolution du coefficient de pression à la surface du corps à $AoA = 29^\circ$.

Une description plus détaillée de ces recherches a été présentée dans une communication et une présentation à la conférence « AIAA Aviation Forum 2020 ».

Les principaux résultats sont présentés dans la communication reprise ci-dessous. L'ensemble des résultats complémentaires sont présentés en Annexe D.

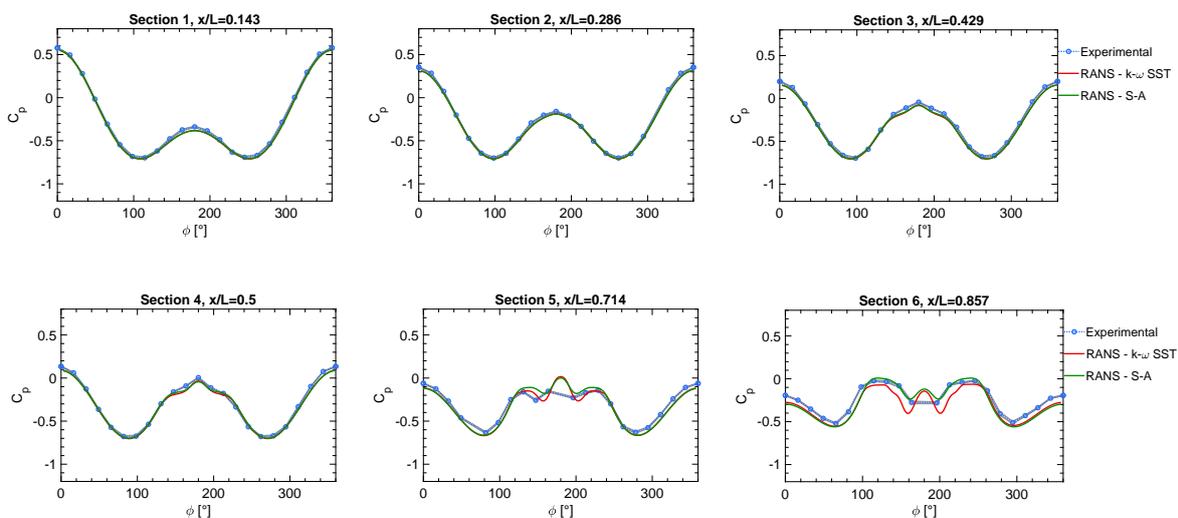


Figure 2.8 – Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5:1, configuration à $AoA = 29^\circ$

Aerodynamic investigation of a 3.5:1 prolate spheroid

G. Carbone*, G. Martinat

FLYING-WHALES, 13 Rue Pages, 92150, Suresnes, France

D. Farcy

Univ. Lille, CNRS, ONERA, Arts et Metiers ParisTech, Centrale Lille, FRE 2017 - LMFL - Laboratoire de Mécanique des fluides de Lille - Kampé de Fériet, F-59000 Lille, France

J.L. Harion

IMT Lille Douai, 764 boulevard Lahure, 59500, Douai

Experimental measurements, steady (RANS) and unsteady (URANS) numerical simulations are performed on a 3.5:1 prolate spheroid at angles of attack from 0° to 90° . The Reynolds number considered is $Re_L = 2.57 * 10^6$, corresponding to the wind tunnel conditions. CFD simulations are performed with OpenFOAM, using the $k - \omega$ SST and the Spalart-Allmaras turbulence models. Analyses of aerodynamic coefficients and surface pressure show a good agreement between CFD simulations and experimental results. The turbulent structures in the wake of the spheroid have a complex topology, strongly dependent on the angle of attack considered. Results of URANS simulations allow to identify turbulent structures that are steady and asymmetric at low angles of attack, symmetric and unsteady at higher values. The configuration at $AoA = 90^\circ$ is the most complex with the presence of disorganized and unstable structures.

Nomenclature

AoA	=	Angle of attack
V_∞	=	Freestream velocity
L	=	Length of the spheroid major axis
V_{ol}	=	Volume of the body
L^*	=	Reference length for the calculation of the aerodynamic coefficients ($L^* = V_{ol}^{1/3}$)
S	=	Reference area for the calculation of the aerodynamic coefficients ($S = V_{ol}^{2/3}$)
ρ	=	Density of the fluid
Re_L	=	Reynolds number based on the length of the spheroid main axis L
Re_{L^*}	=	Reynolds number based on L^*
C_{xb}, C_{yb}, C_{zb}	=	Aerodynamic coefficients of longitudinal, lateral and normal forces expressed in a body-fixed reference frame
C_{lb}, C_{mb}, C_{nb}	=	Aerodynamic coefficients of roll, pitch and yaw moments expressed in a body-fixed reference frame
C_p	=	Pressure coefficient
ϕ	=	Azimuth angle measured on circular sections
f	=	Frequency of an oscillating vortical structure
St	=	Strouhal number

I. Introduction

FLIGHT conditions characterized by high values of angles of attack or sideslip are typical for airships exposed to a crosswind. The stationary flight is a natural example. The flow structures that appear behind the vehicle present turbulent wakes entrained by three-dimensional separations. The topology of these fluid structures is peculiar to bluff bodies. It is strongly influenced by the Reynolds number and by the orientation of the body with respect to the flow direction.

*PhD Student, giovanni.carbone@flying-whales.com.

Previous studies on prolate spheroids, simplified shape of airship and submarines, allowed to obtain a better understanding of the phenomena of three-dimensional separations. In contrast to two-dimensional cases, separations of three-dimensional flows are not closely related to flow reversal and the vanishing of the wall shear stress. For this reason, the prediction of separate three-dimensional flows is very challenging.

Experimental studies on a prolate spheroid (6:1 axis ratio) at a Reynolds number of $4.2 * 10^6$ and angles of attack of 10° and 20° , were conducted at the Virginia Polytechnic Institute by Chesnakas and Simpson [1]. Flow separations were observed with a miniature, three-dimensional, fiber-optic LDV and through surface pressure measurements.

The same studies were conducted by Constantinescu et al. [2], through RANS and DES simulations. The mean quantities predicted by the two numerical models showed a good agreement with the experimental results obtained by Chesnakas [1] and Wetzel [3].

Direct numerical simulations were performed by El Khoury et al. [4, 5] on a 6:1 prolate spheroid at an angle of attack of 90° with respect to the flow direction. The simulations were carried out at Reynolds numbers from 50 to 300 and a further study was carried out at $Re_L = 10000$. Different wake flow phenomena have been observed, some of which are present in the wake behind a cylinder or a sphere.

A numerical study carried out on the 6:1 prolate spheroid by Jiang et al. [6] at $Re_L = 3000$ with an angle of attack of 45° showed the presence of a non-axisymmetric wake and a helical vortex as main coherent flow structure.

The flow topology observed in these studies is very different. The existence of coherent wakes, periodic instabilities and asymmetric vortical structures strongly depend on the geometry considered, and also on the Reynolds number and the angle of attack.

The aim of the present study is to describe the aerodynamics of a 3.5:1 prolate spheroid. This less elongated configuration is more representative of the hull of a modern airship and, from a geometric point of view, is in the middle between the 6:1 prolate spheroid and a sphere. The analyses are carried out at $Re_L = 2.57 * 10^6$ (corresponding to $Re_{L^*} = 8.97 * 10^5$ according to the dimensionless notation used for airships) at angles of attack from 0° to 90° . Aerodynamic forces, moments and surface pressure are evaluated both from experiments and CFD calculations. The numerical investigation is conducted by solving the three-dimensional incompressible Reynolds-averaged Navier–Stokes (RANS) equations with the Menter’s $k - \omega$ SST [7] and the Spalart-Allmaras [8] turbulence models.

In the following sections we will present the experimental facilities and the numerical setup used for the CFD simulations. Results show a good consistency between steady-state simulations and experimental measurements. Unsteady phenomena, that occur at very high angles of attack, are studied through unsteady simulations, presented in the final section of the paper.

II. Experimental setups

The experimental measurements realized for these studies are carried out in the SV4 wind tunnel at ONERA Lille. The ONERA-SV4 wind tunnel is a low speed, Eiffel type, vertical wind tunnel with a 4m diameter open section. The model is mounted on a rear sting (Figure1) which allows tests in a wide domain of angles of attack or sideslip.

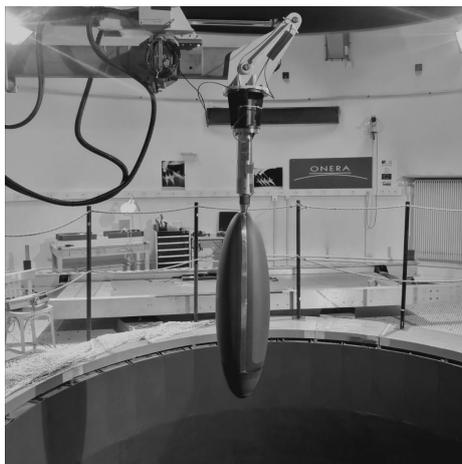


Fig. 1 Spheroid model in the ONERA-SV4 wind tunnel.

The model is a 3.5:1 prolate spheroid. The length of the main semi-axis is $\frac{L}{2} = 0.55m$. The surface area and the reference length considered for the calculation of the aerodynamic coefficients are obtained from the spheroid volume ($V_{ol} = 0.057m^3$). The respective values are $S = V_{ol}^{\frac{2}{3}} = 0.148m^2$ and $L^* = V_{ol}^{\frac{1}{3}} = 0.385m$.

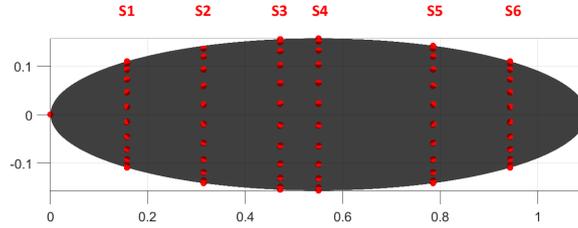


Fig. 2 Distribution of the pressure taps points on the surface of the spheroid.

The evaluation of aerodynamic characteristics is obtained through a six-component dynamometer (interface between sting and model), for measuring forces and moments and 132 pressure taps connected to five 32-channel differential pressure transducers located inside the model.

The pressure taps are distributed over 6 circular sections (Figure2) positioned at :

- S1 to $x/L = 0.143$
- S2 to $x/L = 0.286$
- S3 to $x/L = 0.429$
- S4 to $x/L = 0.50$
- S5 to $x/L = 0.714$
- S6 to $x/L = 0.857$

Where $x/L = 0$ corresponds to the nose of the spheroid. The angular distribution on each section is uniform, with 22 pressure taps spaced by $\Delta\phi = 16.36^\circ$.

III. Numerical setups

Numerical simulations are parameterized to reproduce the wind tunnel conditions, at $Re_L = 2.57 * 10^6$. The open source CFD software OpenFOAM is employed to solve the incompressible Navier-Stokes equations. The turbulence is solved whether by the $k - \omega$ SST model [7] or by the Spalart-Allmaras [8] model.

The simulation domain consists of a sphere, whose diameter is 50 times the length of the main axis of the spheroid (Figure3) on whose upstream section a Dirichlet condition is imposed on the velocity and a Neumann condition on the pressure. On the outlet patch a Dirichlet condition is imposed on the pressure and a Neumann condition on the velocity. On the wall of the spheroid a non-slip condition is applied.

Different mesh sensitivity tests have been carried out. For the simulations realized with the $k - \omega$ SST model the max size of the first cells near the spheroid wall is about $y^+ = 30$ and the mean value is about $y^+ = 20$. Wall functions

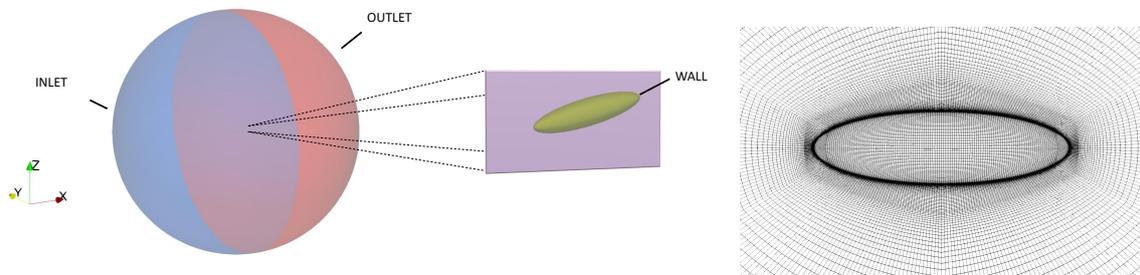


Fig. 3 Simulation domain outline and visualization of a mesh slice.

are used to model the near wall region [9]. In the case of the simulations carried out with the Spalart-Allmaras model no wall function has been used and the maximum size of the first cell is equal or less than $y^+ = 1$. Both meshes are composed of $5.5 * 10^6$ hexahedral elements. Steady RANS equations are solved by the SIMPLE algorithm with a second order upwind scheme applied to the convection terms. Unsteady simulations are solved with the PIMPLE algorithm and the time derivative is calculated through a second order backward scheme.

IV. Results and discussion

A. Steady simulations and numerical results

The studies carried out on the 3.5:1 prolate spheroid show that the topology of the flow around the body is strongly dependent on the angle of attack. At low incidences, the three-dimensional boundary layer is largely attached to the geometry and detachments are visible only on the rear zone of the spheroid. As the angle of attack increases, the adverse pressure gradient induces the detachment of the boundary layer in the leeward region with the emergence of two primary longitudinal vortices. The progressive increase of the angle of attack leads to the displacement of the boundary layer detachment towards the nose of the spheroid. As the primary vortices move away from the surface of the body, further secondary vortex structures appear in the rear area of the spheroid that join the primary structures and generate a large, coherent wake.

The phenomena just described show an extremely complex and variable fluid topology which has direct repercussions on the surface pressure distribution and on the wall shear stresses.

The comparison of experimental measurements and numerical evaluations of aerodynamic forces and moments provides a global indication of the CFD capabilities to reconstruct the fluid flows efficiently. Figure 4 represent the graphs of both experimental (the blue line and the gray zone correspond respectively to the mean value and the standard deviation obtained from experimental measurements) and numerical force and moment coefficients, represented with respect to a body-fixed reference frame.

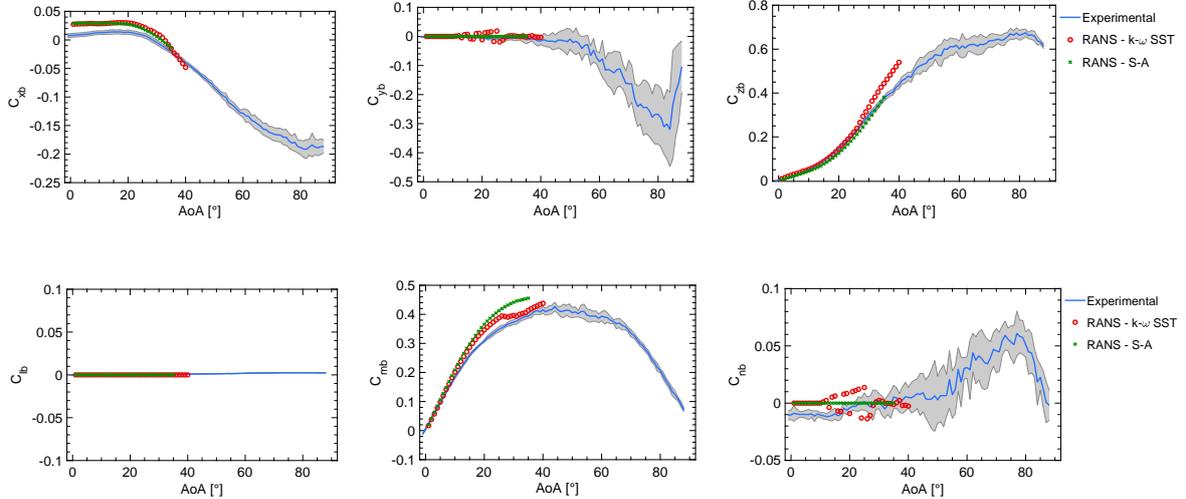


Fig. 4 Experimental and numerical aerodynamic coefficients of a 3.5:1 prolate spheroid at $Re_L = 2.57 * 10^6$.

Dimensionless values are obtained through the following relations:

$$C_{ib} = \frac{F_{ib}}{\frac{1}{2}\rho V_{\infty}^2 S} \quad (1)$$

$$C_{jb} = \frac{M_{jb}}{\frac{1}{2}\rho V_{\infty}^2 SL^*} \quad (2)$$

The steady simulations realized with the $k - \omega$ SST turbulence model are carried out at angles of attack between 0° to 40° , every degree. The simulations with the Spalart-Allmaras model, at angles of attack between 0° to 35° , every degree.

Results obtained through the two turbulence models show a similar trend when $AoA \leq 20^\circ$. In this domain we can notice that the numerical simulations overestimate the longitudinal force coefficient, if compared to the experimental values. The normal force (z direction) calculated by the $k - \omega$ SST simulations follows the experimental values perfectly, but it is slightly underestimated by the Spalart-Allmaras model. The pitch moment obtained through the CFD simulations is consistent with the experimental values only at incidences below 10° , while it tends to be overestimated as the incidence increases.

These discrepancies between the numerical and the experimental results can be due to multiple factors. First, from a geometric point of view, the experimental model has a support positioned in the rear region of the spheroid. This has an influence on fluid detachments and the emergence of vortical structures, with a consequent repercussion on the values of forces and moments. Small imperfections on the surface of the experimental model can induce separations in regions that differ from those calculated by the numerical simulations. In parallel, it is well known that the closure models of RANS equations have difficulties in reproducing configurations with large separations and recirculating zones.

It should also be noted that the results calculated by the two turbulence model differ among them, showing a different topology of flows. At angles of attack between 10° and 28° , the results of the $k - \omega$ SST model reveal asymmetrical secondary vortex structures generated in the rear section of the body. The wake resulting from the fusion of these structures with the primary ones presents stable asymmetric vortices that are randomly positioned either to the left or to the right side of the spheroid, as illustrated in Figure 5(a). Results of simulations obtained through the Spalart-Allmaras turbulence model, on the other hand, present perfectly symmetrical vortical structures (Figure 5(b)), for all angles of attack analyzed. The asymmetry previously described can also be observed from the graphs of the lateral force and yaw moment (C_{yb} and C_{nb} of Figure 4).

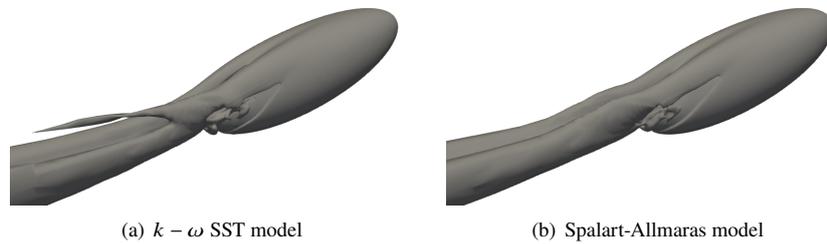


Fig. 5 Visualizations of the vortical structures in the wake of the prolate spheroid at $AoA = 20^\circ$. The structures are shown by iso-surfaces of Q-criterion.

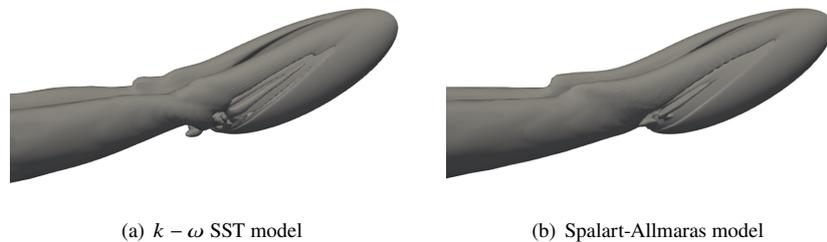


Fig. 6 Visualizations of the vortical structures in the wake of the prolate spheroid at $AoA = 35^\circ$.

At angles of attack between 29° to 40° a symmetrical wake is calculated by both turbulence models (Figure 6).

The experimental values show that when $AoA \geq 40^\circ$, the lateral force and the yaw moment are amplified. This suggests the re-establishment of a flow asymmetry and the presence of fluid unsteadiness detectable by the amplification of the standard deviation, with respect to the mean value of the coefficients.

By analyzing the local distribution of the pressure on the surface of the body, more detailed information about the topology of the flow is deduced, identifying traces of the large primary vortices and of the secondary vortex structures.

Figure 7 shows the circumferential pressure distribution over six sections of the spheroid (Figure 2) at $AoA = 35^\circ$. The value at $\phi = 0^\circ$ corresponds to the windward point on the longitudinal symmetry plane of the body. Moving counterclockwise we find the point at $\phi = 180^\circ$ on the same symmetry plane but in the leeward region.

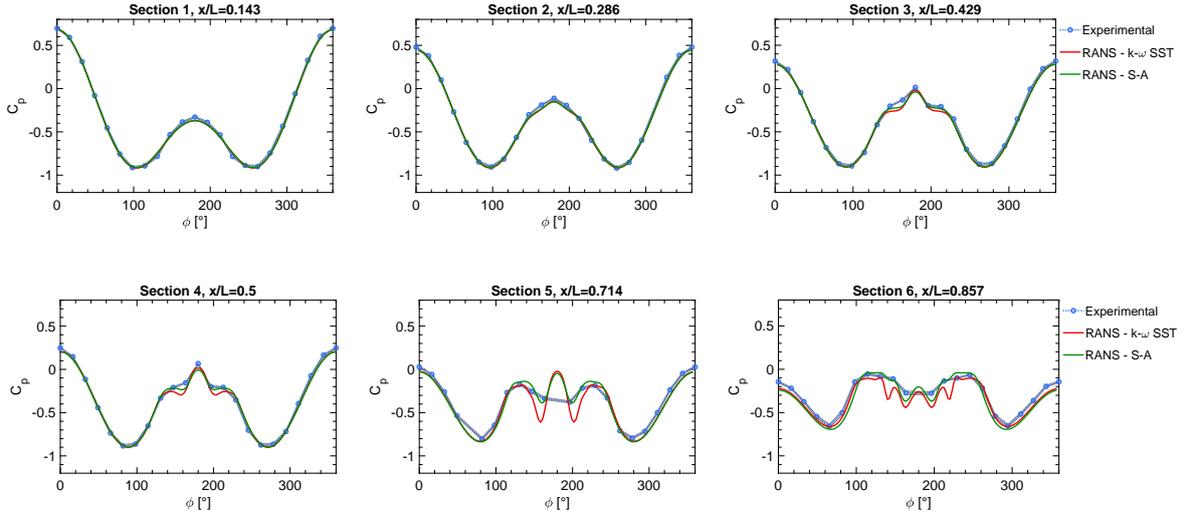


Fig. 7 Experimental and numerical pressure coefficients at $AoA = 35^\circ$, $Re_L = 2.57 * 10^6$.

The graphs show a good consistency of the numerical profiles with the experimental ones. In the first two sections the flow is attached to the surface of the body. The numerical and experimental pressure profiles follow the same trend. Moving away from these sections, toward the tail of the spheroid, where the detachment of the flow appears, we notice some differences between the solutions obtained by the two turbulence models. The depression peaks around $\phi = 160^\circ$ and $\phi = 200^\circ$ (therefore in leeward area of the spheroid) calculated by the $k - \omega$ SST model are much more pronounced than those of the Spalart-Allmaras model. These differences are explained by the different near wall resolution of the boundary layer obtained with the two meshes and the two turbulence models, that induces a detachment of the flow on different positions of the body, affecting the development of the vortex structures.

Nevertheless, it is evident that RANS simulations with both turbulence models provide a very satisfactory result for the challenging configuration of the prolate spheroid.

B. Unsteady simulations

This section is dedicated to the analysis of the results of unsteady simulations, carried out with the $k - \omega$ SST turbulence model on 15° , 35° and 90° angles of attack configurations. The objective of these studies is to identify the nature of unsteady phenomena or fluid-dynamic instabilities typical of bluff body wakes.

Firstly, the unsteady results of the $AoA = 15^\circ$ simulation are presented. Steady-state results suggested the presence of an asymmetric wake for the configurations at $10^\circ \leq AoA \leq 28^\circ$. In the graphs of Figure 8 are illustrated the values of the force coefficients as a function of time (t^* is a dimensionless time calculated as tV_∞/L). The force coefficients initially exhibit an unsteady behavior, which stabilizes and becomes constant for $t^* > 45$. It is interesting to note that the values of $C_{y,b}$ are different from 0, indicating a flow asymmetry. The same value, but of opposite sign, was obtained from the steady simulation. These results prove that the vortex asymmetry is bi-stable, reaching an equilibrium position on the left or right side of the body randomly.

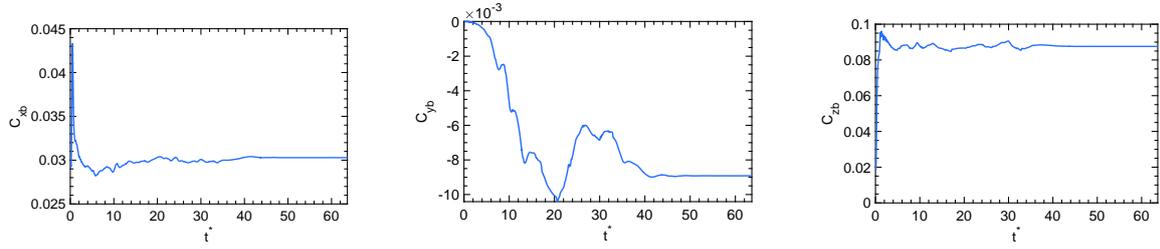


Fig. 8 Force coefficients of the unsteady simulations at $AoA = 15^\circ$, $Re_L = 2.57 * 10^6$.

The second unsteady simulation is performed on the $AoA = 35^\circ$ configuration. The results of the force coefficients are shown in Figure 9. Unlike the previous case, after a brief transient phase, the coefficients C_{xb} and C_{zb} show a periodic and oscillatory behavior. The lateral force coefficient, on the other hand, is stable and centered on 0. From this preliminary analysis it can be deduced that, in this case, the wake of the body is symmetrical (as already shown by the steady simulation, Figure 6(a)) and subject to fluctuations in the longitudinal and normal direction to the body.

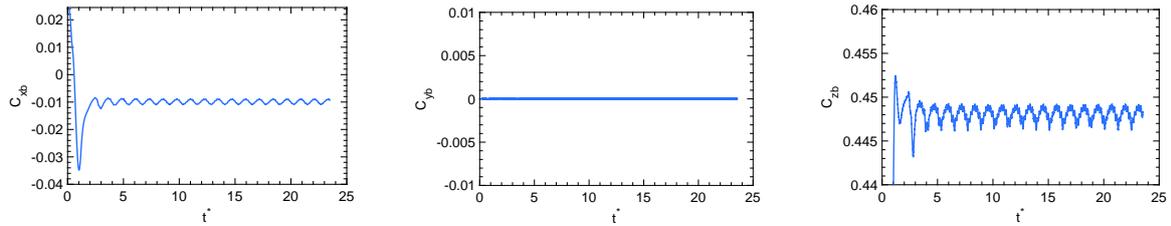


Fig. 9 Force coefficients of the unsteady simulations at $AoA = 35^\circ$, $Re_L = 2.57 * 10^6$.

Carrying out a frequency analysis of the signals shown in Figure 9 and defining the Strouhal number as:

$$St = \frac{fD}{V_\infty} \quad (3)$$

in which the characteristic length D corresponds to the maximum diameter of the medial section of the spheroid ($D = \frac{L}{3.5}$), two frequencies are measured at $St = 0.233$ and at $St = 0.466$. The second value, corresponding to a higher frequency, is associated with the emission of vortical hairpin structures from the rear region of the body (Figure 10). The first value, corresponding to a lower frequency, is due to the instability of the two large primary vortex, which are perturbed by the fusion with the hairpin vortices. The intensity of the latest instability has a greater impact on aerodynamic forces.



Fig. 10 Detail of the vortical structures in the wake of the prolate spheroid for the unsteady simulation at $AoA = 35^\circ$.

The increase of the incidence is associated with the progressive detachment of the boundary layer from the entire leeward region of the body. The vortical structures are amplified as well as their instability. The limit case corresponding to the $AoA = 90^\circ$ configuration is described in the last part of this section. As for the two previous cases, in Figure 11 are presented the graphs of the aerodynamic coefficients as a function of time, from which a strongly unsteady and oscillatory nature of the flow is deduced. Figure 13 illustrates two snapshots of the vortical structures generated in the wake of the body. The flow appears like a Von Kármán vortex street, with a disordered and complex topology. Moreover, an asymmetry of the flow detachments between the nose and the tail of the spheroid is noticed. The asymmetry is confirmed by the C_{xb} graph, where the values of the coefficient oscillate around $C_{xb} = -0.25$ and never invert their sign.

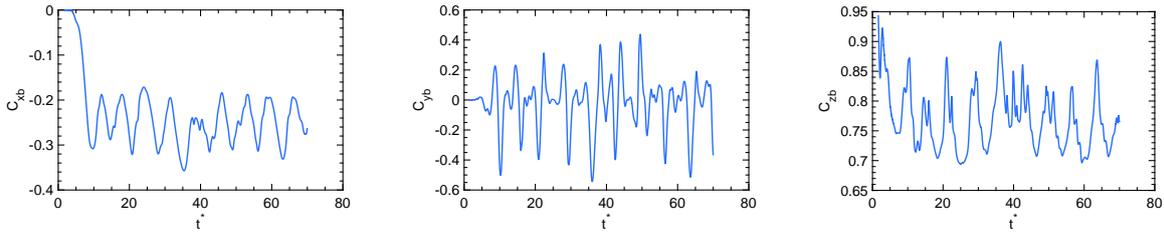


Fig. 11 Force coefficients of the unsteady simulations at $AoA = 90^\circ$, $Re_L = 2.57 * 10^6$.

The frequency analysis is shown in Figure 12. From the graphs of C_{xb} and C_{zb} a predominant characteristic frequency corresponding to $St = 0.044$ is observed. More characteristic frequencies can be distinguished from the graph of the lateral force coefficient in the range between $0.044 \leq St \leq 0.105$.

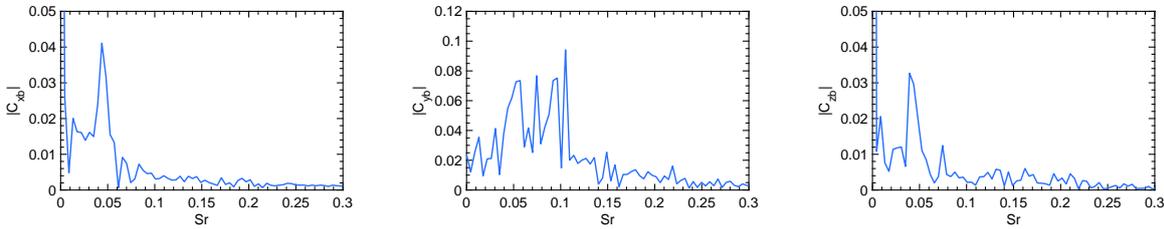


Fig. 12 Frequency analysis of the force coefficients of the unsteady simulations at $AoA = 90^\circ$, $Re_L = 2.57 * 10^6$.

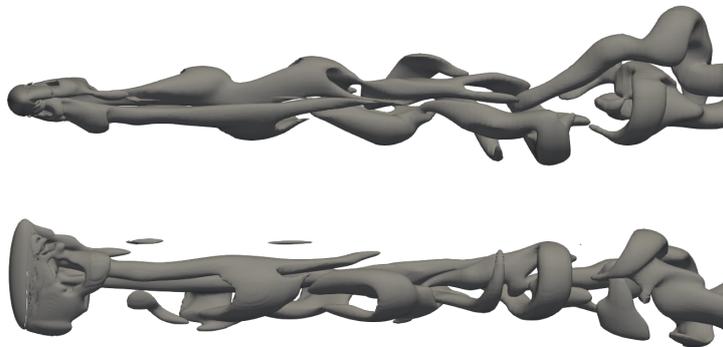


Fig. 13 Snapshots of the vortex shedding in the wake of the spheroid at $AoA = 90^\circ$.

Figure 14 shows the flow structures obtained from the time-averaged results of the unsteady simulation. We can clearly distinguish two large vortical structures detaching from one extremity of the body. The rest of the spheroid is enclosed by a large recirculation zone that develops in the direction of the freestream velocity. The flow topology does not differ from that of the configurations at lower angles of attack, but recalls the same characteristics, accentuated by the stronger detachment of the boundary layer.

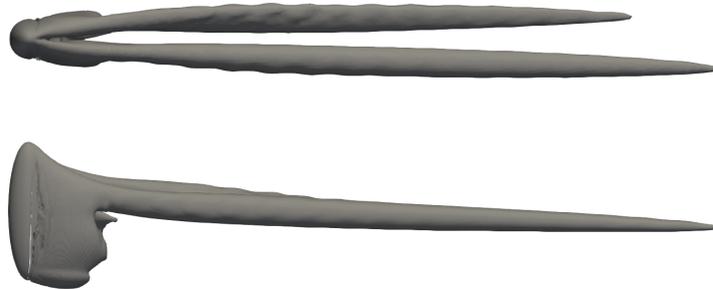


Fig. 14 Visualizations of the time averaged flow in the wake of the spheroid at $AoA = 90^\circ$.

V. Conclusions

The aerodynamic description of a 3.5:1 prolate spheroid at high Reynolds number has been realized by means of wind tunnel measurements and CFD simulations. The validation of the numerical results has been achieved by comparing the force and moment coefficients, and the pressure measured experimentally and numerically. CFD simulations permitted qualitative analysis of the flow topology, visualizing vortical structures generated by the detachment and rollup of the boundary layer. The aerodynamic characteristics are strongly influenced by the angle of attack. The choice of the turbulence model, in addition to the mesh definition in the near wall region, has a significant impact on the resolution of the flows. In general, it is possible to distinguish two principal vortical structures that are generated by the nose of the body, on its leeward area. Secondary structures, of minor intensity, but unstable, are generated by further detachments of the flow from the tail of the spheroid. The wake of the body, created by the union of the primary and secondary structures, is symmetrical or asymmetrical, stable or unstable depending on the angle of attack considered. The instabilities appear and increase as the angle of attack increases, until reaching the limit condition at $AoA = 90^\circ$. At this point the wake is strongly three-dimensional and the vortical structures detach periodically, as in the case of the wake behind cylinders or spheres.

References

- [1] Chesnakas, C. J., Taylor, D., and Simpson, R. L., "Detailed investigation of the three-dimensional separation about a 6: 1 prolate spheroid," *AIAA journal*, Vol. 35, No. 6, 1997, pp. 990–999.
- [2] Constantinescu, G., Pasinato, H., Wang, Y.-Q., and Squires, K., "Numerical investigation of flow past a prolate spheroid," *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting & Exhibit*, 2002, p. 588.
- [3] Wetzel, T. G., Simpson, R. L., and Chesnakas, C. J., "Measurement of three-dimensional crossflow separation," *AIAA journal*, Vol. 36, No. 4, 1998, pp. 557–564.
- [4] El Khoury, G. K., Andersson, H. I., and Pettersen, B., "Crossflow past a prolate spheroid at Reynolds number of 10000," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 659, 2010, pp. 365–374.
- [5] El Khoury, G. K., Andersson, H. I., and Pettersen, B., "Wakes behind a prolate spheroid in crossflow," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 701, 2012, pp. 98–136.
- [6] Jiang, F., Andersson, H. I., Gallardo, J. P., and Okulov, V. L., "On the peculiar structure of a helical wake vortex behind an inclined prolate spheroid," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 801, 2016, pp. 1–12.
- [7] Menter, F. R., Kuntz, M., and Langtry, R., "Ten years of industrial experience with the SST turbulence model," *Turbulence, heat and mass transfer*, Vol. 4, No. 1, 2003, pp. 625–632.

- [8] Spalart, and Allmaras, "A one-equation turbulence model for aerodynamic flows," *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1992. doi:10.2514/6.1992-439.
- [9] Menter, F., and Esch, T., "Elements of industrial heat transfer predictions," *16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM)*, Vol. 109, sn, 2001, pp. 117–127.

2.3 Conclusions

Les deux principaux objectifs atteints grâce aux études présentées dans ce chapitre ont été la validation des outils de simulations numériques et la caractérisation aérodynamique de l'ellipsoïde de révolution 3.5:1. La concrétisation de ces objectifs est d'une importance vitale pour la poursuite des études dans des conditions non homogènes.

Tout d'abord, il a été validé qu'OpenFOAM est un logiciel de simulations numériques extrêmement puissant et polyvalent, qui nous permettra d'étudier des conditions aérodynamiques difficiles à reproduire en soufflerie. Il est certain que pour ces analyses, il ne sera pas possible d'avoir une validation expérimentale directe, mais la qualité de l'outil numériques mis en œuvre assure des résultats aussi représentatifs que possible de la réalité.

De plus, la caractérisation détaillée de l'aérodynamique de l'ellipsoïde 3.5:1 dans des conditions d'écoulement homogène est le premier jalon en vue de la définition d'un modèle aérodynamique complet dans des conditions plus complexes. En se référant à la section 1.4.4 et en supposant un modèle aérodynamique très similaire à celui décrit par l'équation 1.42, à ce stade nous avons déterminé la contribution de force quasi-stationnaire \vec{F}_{qs} (et \vec{M}_{qs} pour les moments) grâce aux coefficients aérodynamiques définis et présentés dans la figure 4 de la publication précédente.

Nous disposons, suite à l'étude stationnaire menée, d'une vaste base de données relative à la répartition de la pression et du coefficient de frottement à la surface du corps sur un vaste intervalle d'angles d'attaque. Ces valeurs seront reprises ultérieurement lors de l'analyse de la traversée de l'ellipsoïde dans un écoulement perturbé par un vent latéral.

Avant d'étudier cette situation, il est nécessaire de s'intéresser à la définition des phénomènes de masses et d'inerties ajoutées. Ces problèmes seront présentés de façon exhaustive dans le prochain chapitre.

Chapitre 3

Étude des effets de masses et inerties ajoutées

Après avoir défini les caractéristiques aérodynamiques de l'ellipsoïde en écoulement homogène stationnaire, une nouvelle étape à franchir pour aborder l'analyse en écoulement non homogène et instationnaire consiste à étudier les effets de masses et inerties ajoutées.

La théorie décrivant ces phénomènes est bien définie quand on suppose un fluide parfait (voir section 1.4). Dans ce cas, la formulation

$$\lambda_{ik} = -\rho \iint_S \frac{\partial \varphi_i}{\partial n} \varphi_k dS$$

et les conditions aux limites des potentiels φ_i nous permettent de déterminer chacun des 21 coefficients indépendants λ_{ik} présents dans la matrice 6×6 de masses et inerties ajoutées.

Une solution analytique de l'équation des λ_{ik} ne peut être obtenue que pour des corps de géométrie simple, tels que des sphères ou des ellipsoïdes de révolution. Pour des géométries plus avancées, ou des configurations incluant la présence de parois externes, la situation est bien plus complexe et l'estimation des λ_{ik} peut être obtenue uniquement par des simulations numériques.

Ainsi, nous avons réalisé une étude visant à élaborer un code de calcul pour l'estimation des masses et inerties ajoutées de configurations génériques. L'intérêt majeur des développements réalisés est de pouvoir simuler et définir les masses et inerties ajoutées pour une géométrie quelconque d'aéronef, y compris en tenant compte d'une proximité de paroi externe, cette dernière pouvant également être de géométrie quelconque. Il est de plus important de noter que les temps de calcul sont courts, permettant d'envisager une prise en compte directe en contrôle-commande de l'aéronef. L'article dans lequel ces analyses sont détaillées a été publié dans la revue « Aerospace Science and Technology » et il est repris dans la section suivante.

Dans la deuxième partie du chapitre, nous montrons également des résultats complémentaires obtenus par des simulations numériques réalisées avec OpenFOAM en écoulements potentiels.

Plus complexe est la situation dans laquelle on considère un fluide visqueux. Compte tenu des résultats détaillés dans la section 1.4.4, les effets de masses et inerties ajoutées en fluide visqueux devraient être équivalents à ceux prévus par la théorie potentielle. Il convient de noter que ces conclusions ont été déterminées à partir d'études sur des corps sphériques dans des écoulements à très faible nombre de Reynolds ($Re < 300$).

Ces conditions sont loin de celles d'un dirigeable. Pour cette raison, nous avons entrepris des études CFD sur l'ellipsoïde 3.5:1 dans des écoulements à $Re = 2.57 * 10^6$, la même condition analysée dans le chapitre précédent en écoulement homogène. Les résultats de cette étude ont été présentés lors de la conférence internationale « Aerospace Europe Conference 2020 ».

3.1 Estimation des masses et inerties ajoutées en fluide potentiel

La « Boundary Element Method » (BEM) est une méthode numérique largement utilisée pour la résolution des équations différentielles aux dérivées partielles formulées sous forme intégrale. La description mathématique de la méthode est détaillée au paragraphe 1.4.3. Historiquement, cette technique a été largement utilisée en aérodynamique pour la résolution de l'équation de Laplace afin d'obtenir les valeurs du potentiel de vitesse à la surface du corps.

Un code de calcul basé sur la BEM nécessite un maillage de surface, contrairement à un code aux volumes finis (tel qu'OpenFOAM) qui nécessite une discrétisation volumique du fluide dans lequel le corps est immergé. En général, cela se traduit par un effort de calcul moins important, tant dans le processus de génération du maillage que dans la résolution du potentiel de vitesse. Pour ces raisons, nous avons considéré que cette méthode était la plus efficace pour la résolution numérique de la matrice des masses et inerties ajoutées.

Le code que nous avons développé a été ultérieurement affiné en incluant des sous-éléments de maillage qui permettent de réduire la taille du maillage, et le coût de calcul qui en résulte, tout en maintenant une haute qualité de résultats.

Dans l'article présenté ci-dessous sont illustrés les résultats de calculs effectués sur des configurations simples, des sphères et des ellipsoïdes de révolution, dont les coefficients de masses et inerties ajoutées sont bien connus.

Des analyses ultérieures ont été effectuées sur une sphère proche d'une paroi plane. Dans ce cas, les valeurs de masses et d'inerties ajoutées augmentent avec la réduction de la distance entre le corps et la paroi. Les valeurs obtenues ont été vérifiées et validées à partir d'études antérieures trouvées dans la littérature. Sachant que la qualité des résultats est strictement liée au niveau de définition du maillage, les erreurs relatives maximales calculées sur des maillages très grossiers restent inférieures à 2% par rapport aux valeurs théoriques, ce qui démontre l'excellent potentiel du code numérique.

Finalement, une étude paramétrique a été réalisée sur différentes configurations d'ellipsoïdes près d'une paroi plane et le cas plus pratique d'un dirigeable, à la fois en fluide infini et près d'une surface montagneuse, a été analysé.

Ces développements ont fait l'objet d'une publication dans la revue « Aerospace Science and Technology » [13], DOI:10.1016/j.ast.2019.04.035. Le texte de cette publication est repris intégralement dans sa version preprint dans les pages suivantes.

Added Masses of generic shape bodies interacting with external walls

Giovanni Carbone^{a,b,c,*}, Guillaume Martinat^a, Dominique Farcy^b, Jean-Luc Harion^c

^a*FLYING WHALES, 13-17, rue Pages, 92150 Suresnes, France*

^b*ONERA The French Aerospace Lab, 5 rue des Fortifications, 59045 Lille, France*

^c*IMT Lille Douai, 764, Boulevard Lahure, 59508 Douai, France*

Abstract

The aim of this paper is to propose an efficient method to evaluate the Added Masses of generic shape bodies in infinite fluid or in the proximity of external walls. The Added Masses (AM) are the result of the inertial reaction of the fluid in response to an accelerated movement of a body immersed in it. The AM effects are more evident when the body density is similar to that of the surrounding fluid, as in the case of airships. In the take-off or landing phases, the proximity to the ground causes an increase in the Added Masses that must be correctly estimated to properly size the airship controls. In our method, the calculation of the Added Masses matrix is carried out by the Boundary Element Method (BEM). To verify the accuracy of the results, the study cases are based on simple shapes, whose Added Masses are well known. The analyses in infinite fluid and in the presence of a flat wall are carried out. Numerical results are compared to the theoretical values found in literature. The calculated Added Masses are intrinsically dependent on the mesh definition and the relative error, referred to the theoretical values, depends on the surface and volume discretization. In the case of interaction between geometries with complex shapes, the influence on the Added Masses is very difficult to predict without a numerical approach. The method proposed gives a good compromise in terms of quality of results and computational cost.

Keywords: Added Masses, Boundary Element Method, External Wall Interaction, Airships

1. Introduction

Airships represent the frontier of the future regarding the air transport sector. These vehicles, widely used in the past, are finding more interest in our

*Corresponding author

Email address: giovanni.carbone@flying-whales.com (Giovanni Carbone)

5 days thanks to their potential in many applications, such as the transport of heavy materials in landlocked areas, which distinguish them as unique in their kind.

The airships dynamics is very different from that of the most common aircraft because of the impact of the Added Masses (AM) effects. The concept of AM was introduced for the first time by Pierre Louis George, comte du Buat [1].
10 The accelerated motion of a body immersed in a fluid induces a variation on the kinetic energy of the latest. The additional work done by the body to balance this effect, in the vacuum would be equivalent to the work needed to accelerate an additional inertia.

AM are directly proportional to the fluid density, so their effects are not negligible when the density of the body is comparable to that of the surrounding fluid. Their estimation is fundamental during the design phase of an airship, to evaluate the aerodynamic loads and to dimension the structure, the propulsion and control systems. Analytical expressions of AM evaluated on a sphere and on ellipsoidal shapes placed in infinite fluid, were obtained by Lamb [2].
15 Studies on the interaction of a sphere with a flat wall were realized by Hicks [3], who obtained an analytical formulation of the AM variations when the body is moving in the orthogonal direction to the wall, with the development of the Image Method. A solution for the case of motion in the parallel direction to the wall was proposed by Davis [4]. Kharlamov [5] solved the two problems by a successive-image method. More realistic shapes of airships were studied by Azouz [6], that presented an analytical method for the calculation of the AM, based on the integration of elliptic sections. The Boundary Element Method (BEM), described in [7, 8], was applied by Ceruti [9], Tuveri [10] and Ghassemi [11] to solve the Laplace equation and to evaluate the Added Masses on
25 bodies with complex geometries immersed in infinite fluid. In [12] is proposed a method to optimize the external shape of a hybrid airship by a direct evaluation of the Added Masses. The take-off case is analyzed, but no corrections on the Added Masses values as a function of the distance from the ground are considered.

35 All the flight phases in the proximity of the ground are the most delicate and critical for an airship. For this reason, the purpose of this study is to have a better understanding of the AM variations in the presence of nearby walls. The BEM is developed to analyze the Added Masses in more realistic environments, studying the interaction of a body with generic external walls.

40 This paper is organized as follows: in Section 2, a summary of the Added Masses theory and of the numerical method adopted for our calculations is provided. In Section 3 are presented the results obtained on the analysis of a sphere, of ellipsoids and of an airship shape.

2. Methodology

45 2.1. Added Masses Theory

For a non-deformable body immersed in a stationary inviscid fluid, the terms of the 6-by-6 Added Masses matrix, indexed by i and j , are defined as:

$$\lambda_{ij} = -\rho \iint_S \frac{\partial \varphi_i}{\partial \vec{n}} \varphi_j dS \quad (1)$$

S and \vec{n} respectively indicate the body surface and the normal vector to the surface, ρ is the density of the fluid and φ_i represents an elementary velocity potential. With a linear combination of φ_i , the velocity potential of the fluid can be written as:

$$\varphi = u_x \varphi_1 + u_y \varphi_2 + u_z \varphi_3 + \omega_x \varphi_4 + \omega_y \varphi_5 + \omega_z \varphi_6 \quad (2)$$

where u_j and ω_j (with $j = x, y, z$) represent the body linear and angular velocities projected along three orthogonal directions of a reference frame placed on the body center of volume.

On the body surface, the velocity of the fluid is equal to:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \varphi}{\partial \vec{n}} \right|_S &= u_n = u_x \alpha + u_y \beta + u_z \gamma \\ &= u_{0x} \alpha + u_{0y} \beta + u_{0z} \gamma + \omega_x (d_y \gamma - d_z \beta) + \omega_y (d_z \alpha - d_x \gamma) + \omega_z (d_x \beta - d_y \alpha) \end{aligned} \quad (3)$$

50 where α , β and γ are the direction cosines measured between the normal vectors and the axes of the reference frame, equal to $\cos(\vec{n}, \vec{x})$, $\cos(\vec{n}, \vec{y})$ and $\cos(\vec{n}, \vec{z})$. The coordinates of a point on the surface S , referred to the origin of the body-fixed reference frame, are indicated by d_x , d_y and d_z .

Knowing that each elementary potential φ_i is a solution of the Laplace problem,

$$\Delta \varphi_i = 0 \quad (4)$$

it is possible to deduce the boundary conditions of this equation from Eq. 2 and Eq. 3, and from the stationarity condition at infinity:

$$\left. \frac{\partial \varphi_i}{\partial \vec{n}} \right|_S = \begin{cases} \alpha & i = 1 \\ \beta & i = 2 \\ \gamma & i = 3 \\ d_y \gamma - d_z \beta & i = 4 \\ d_z \alpha - d_x \gamma & i = 5 \\ d_x \beta - d_y \alpha & i = 6 \end{cases} \quad \text{and} \quad \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi_i}{\partial x} = \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi_i}{\partial y} = \lim_{d \rightarrow \infty} \frac{\partial \varphi_i}{\partial z} = 0 \quad (5)$$

According to Eq. 1, it is possible to evaluate the Added Masses matrix of a 55 generic body by solving the six Laplace equations and finding φ_i on each point of the body surface S .

2.2. Numerical Method

In order to solve Eq. 4 numerically, the Boundary Element Method is adopted. The velocity potential of each point of the field can be expressed as an integral equation, corresponding to a distribution of sources and dipoles. Therefore, a generic velocity potential ϕ , evaluated on a point P of the body surface, can be defined as:

$$\phi(P) = \iint_S \frac{\phi(Q)}{2\pi} \frac{\partial G}{\partial \vec{n}} dS - \iint_S \frac{\partial \phi(Q)}{\partial \vec{n}} \frac{G}{2\pi} dS \quad (6)$$

where G is the Green function. In a three-dimensional case G can be expressed with $G = \frac{1}{\|\vec{r}\|}$, where \vec{r} is the distance between the point P and another generic point Q , associated to the surface element dS . Discretizing Eq. 6, a linear system of algebraic equations of the unknown ϕ is obtained (the indices i and j refer to different surface points):

$$\phi_i = \sum_{j=1}^{N_b} \phi_j \frac{C_{ij}}{2\pi} - \sum_{j=1}^{N_b} \frac{\partial \phi_j}{\partial \vec{n}} \frac{B_{ij}}{2\pi} \quad (7)$$

in which

$$C_{ij} = \frac{\partial}{\partial \vec{n}_j} \left(\frac{1}{\|\vec{r}_{ij}\|} \right) \delta S_j \quad (8)$$

$$B_{ij} = \frac{1}{\|\vec{r}_{ij}\|} \delta S_j \quad (9)$$

and N_b is the number of discretization elements of the surface. Eq. 7 can be rewritten in matrix form:

$$[2\pi\mathbb{I} - C]_{N_b \times N_b} \{\phi\}_{N_b \times 1} = -[B]_{N_b \times N_b} \left\{ \frac{\partial \phi}{\partial \vec{n}} \Big|_S \right\}_{N_b \times 1} \quad (10)$$

with \mathbb{I} the N_b -by- N_b identity matrix. Replacing in Eq. 10 one of the six φ_i and the corresponding boundary conditions $\frac{\partial \varphi_i}{\partial \vec{n}} \Big|_S$ described in Eq. 5, it is possible to evaluate the elementary potentials on each point of the surface. The computation of the Added Masses matrix is obtained with a discretization of Eq. 1:

$$\mathbb{M}_a = -\rho \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{N_b} (\varphi_1)_i \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial \vec{n}} \Big|_S \right)_i dS_i & \dots & \sum_{i=1}^{N_b} (\varphi_1)_i \left(\frac{\partial \varphi_6}{\partial \vec{n}} \Big|_S \right)_i dS_i \\ \dots & \ddots & \dots \\ \sum_{i=1}^{N_b} (\varphi_6)_i \left(\frac{\partial \varphi_1}{\partial \vec{n}} \Big|_S \right)_i dS_i & \dots & \sum_{i=1}^{N_b} (\varphi_6)_i \left(\frac{\partial \varphi_6}{\partial \vec{n}} \Big|_S \right)_i dS_i \end{bmatrix} \quad (11)$$

2.3. Singular points

In the numerical method presented in the previous section, the presence of singular points is observed in Eq. 8 and Eq. 9 when $i = j$, because of $\|\vec{r}_{ij}\| = 0$.

The strategy adopted to solve this numerical problem consists in a further discretization of each element of the mesh, divided into k sub-elements, as shown

in Figure 2 and considering the distance between the centroid of the i element and the centroid of all relative k sub-elements. The distance $\|\vec{r}_{iik}\|$, that is always greater than zero, because the centroid of each k sub-elements cannot coincide with the centroid of the i element, is employed to evaluate the k contribution to C_{ii} and B_{ii} , in Eq. 8 and Eq. 9, by the following equations:

$$C_{iik} = -\frac{\vec{r}_{iik} \cdot \vec{n}_i}{\|\vec{r}_{iik}\|^3} \delta S_{ik} = 0 \quad (12)$$

$$B_{iik} = \frac{1}{\|\vec{r}_{iik}\|} \delta S_{ik} \quad (13)$$

The final value of C_{ii} and B_{ii} is calculated by the sum of the k contributions C_{iik} and B_{iik} .

In order to increase the quality of the results, the method is not only applied to the $i = j$ case, but also to the rest of the domain. So Eq. 7, Eq. 8 and Eq. 9 are rewritten as:

$$\phi_i = \sum_{j=1}^{N_b} \phi_j \sum_{k=1}^{N_{sub}} \frac{C_{ijk}}{2\pi} - \sum_{j=1}^{N_b} \frac{\partial \phi_j}{\partial \vec{n}} \sum_{k=1}^{N_{sub}} \frac{B_{ijk}}{2\pi} \quad (14)$$

$$C_{ijk} = -\frac{\vec{r}_{ijk} \cdot \vec{n}_j}{\|\vec{r}_{ijk}\|^3} \delta S_{jk} \quad (15)$$

$$B_{ijk} = \frac{1}{\|\vec{r}_{ijk}\|} \delta S_{jk} \quad (16)$$

where \vec{r}_{ijk} is the distance from the center of the i element and the center of the k sub-element of the j element, δS_{jk} is the surface of the k sub-element and N_{sub} is the number of internal subdivisions of each mesh element. The matrix formulation of Eq. 10 doesn't change with the implementation of our method, maintaining constant the size of the original linear system. In this way, the computational cost and the size of computer memory that is needed for running these calculations is unchanged. The only impact, in terms of CPU operations, concerns the generation of C and B matrices, that will depend on N_{sub} .

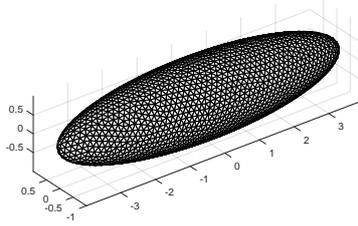


Figure 1: Triangular mesh of an ellipsoid

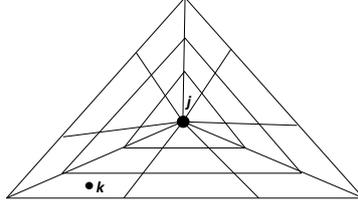


Figure 2: Subdivision of the j element into k sub-elements

2.4. Multiple Bodies

75 The additional novelty proposed in this paper concerns the possibility to implement the method described in the previous sections to study the Added Masses of generic bodies in the presence of external objects or surfaces.

The case of a body-wall interaction is presented below. The effects of the flat wall can be computed by a discretization of its surface, or modeling it with the Image Method. In the first case, Eq. 10 is rewritten as:

$$[2\pi\mathbb{I}-C]_{(N_b+N_w)\times(N_b+N_w)}\{\varphi_i\}_{(N_b+N_w)\times 1} = -[B]_{(N_b+N_w)\times(N_b+N_w)}\left\{\frac{\partial\varphi_i}{\partial\vec{n}}\Big|_{S_b+S_w}\right\}_{(N_b+N_w)\times 1} \quad (17)$$

where N_w represents the number of discretization elements of the wall. The fundamental step to solve the problem is the correct definition of the boundary conditions $\frac{\partial\varphi_i}{\partial\vec{n}}\Big|_{S_b+S_w}$, which are imposed by the motions of the body and the wall. In the case of a fixed wall, therefore with a surface that has no velocities and no rotations, the six boundary conditions of each discretization point of the wall are equal to zero. So, for each elementary potential, the boundary conditions are:

$$\left\{\frac{\partial\varphi_i}{\partial\vec{n}}\Big|_{S_b+S_w}\right\}_{(N_b+N_w)\times 1} = \begin{bmatrix} \left\{\frac{\partial\varphi_i}{\partial\vec{n}}\Big|_{S_b}\right\}_{N_b\times 1} \\ \{0\}_{N_w\times 1} \end{bmatrix} \quad (18)$$

80 The evaluation of the Added Masses matrix is obtained from Eq. 11, with no modifications. It is important to underline that the local reference frame is unique and linked to the body center of volume.

The study of the wall presence by the Image Method is obtained by different modifications on the boundary conditions. In this case, Eq. 10 can be rewritten as:

$$[2\pi\mathbb{I}-C]_{(N_b+N_{im})\times(N_b+N_{im})}\{\varphi_k\}_{(N_b+N_{im})\times 1} = -[B]_{(N_b+N_{im})\times(N_b+N_{im})}\left\{\frac{\partial\varphi_k}{\partial\vec{n}}\Big|_{S_b+S_{im}}\right\}_{(N_b+N_{im})\times 1} \quad (19)$$

where N_{im} is the number of elements of the image body. The boundary condi-

tions depend on the reflected movement of the image body, so:

$$\left\{ \frac{\partial \varphi_k}{\partial \vec{n}} \Big|_{S_b + S_{im}} \right\}_{(N_b + N_{im}) \times 1} = \left[\begin{array}{c} \left\{ \frac{\partial \varphi_k}{\partial \vec{n}} \Big|_{S_b} \right\}_{N_b \times 1} \\ \left\{ \frac{\partial \varphi_k}{\partial \vec{n}} \Big|_{S_{im}} \right\}_{N_{im} \times 1} \end{array} \right] \quad (20)$$

and, for example, when the wall is positioned orthogonally to the z axis of the first body, the boundary conditions of the image body are:

$$\frac{\partial \varphi_k}{\partial \vec{n}} \Big|_{S_{im}} = \begin{cases} \alpha & k = 1 \\ \beta & k = 2 \\ -\gamma & k = 3 \\ -(d_y \gamma - d_z \beta) & k = 4 \\ -(d_z \alpha - d_x \gamma) & k = 5 \\ d_x \beta - d_y \alpha & k = 6 \end{cases} \quad (21)$$

The negative signs depend on the fact that when the body moves in the positive direction of z axis, its image moves in the opposite direction, and when it rotates in the positive sense of the x and y axes, the rotation of the image along the same axes is negative.

85 3. Results

3.1. Validation of the method and mesh-sensitivity study

In this section the validity of the method is studied by applying it to simple cases whose results are known.

Firstly, the analysis on a sphere, placed in infinite fluid, is presented. In this case the AM matrix is composed of three terms: λ_{11} , λ_{22} , λ_{33} . The theoretical values are:

$$\lambda_s = \lambda_{11} = \lambda_{22} = \lambda_{33} = \frac{2}{3} \rho \pi R^3 \quad (22)$$

where R is the radius of the sphere. In this paper, the results are presented by the adimensional values λ' , obtained by dividing the Added Mass by the total mass of the fluid displaced by the sphere, M_f , that is the mass of fluid that would fill in the volume of the body. For a sphere this value is:

$$\lambda'_s = \frac{\lambda_s}{M_f} = \frac{\frac{2}{3} \rho \pi R^3}{\frac{4}{3} \rho \pi R^3} = \frac{1}{2} \quad (23)$$

90 Numerical results depend on the level of discretization of the body surface mesh and on the number of internal subdivision of its elements. Figure 3 shows an example of a mesh element with 27 internal subdivisions. Each edge of the triangle is split into N_θ divisions. Radially, from the centroid of the element, there are N_r divisions.

95 To understand the dependence of the mesh on the results, a parametric study on N_θ , N_r and N_b is realized. Figure 4 shows the variation of the sphere AM

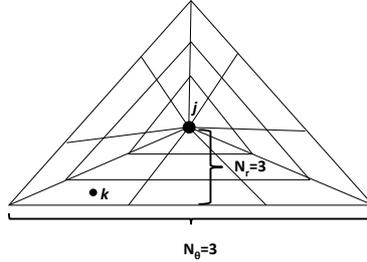


Figure 3: Subdivision of the element into 27 sub-elements, with $N_\theta = 3$ and $N_r = 3$

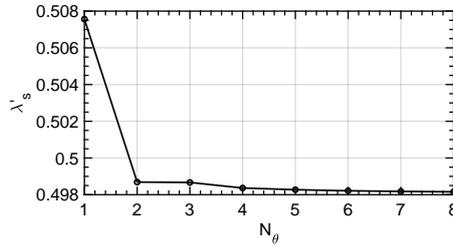


Figure 4: Added mass of the sphere as a function of N_θ .

(equal results are obtained on λ'_{11} , λ'_{22} and λ'_{33} through an uniform triangular surface mesh) as a function of N_θ , discretized by $N_b = 2624$ elements and $N_r = 10$ radial subdivisions.

When $N_\theta = 1$ there is an overestimation of the AM value (in the theoretical case $\lambda'_s = 0.5$) and with $N_\theta \geq 2$ a smooth and stable evolution is found. From the last result, the parameter $N_\theta = 2$ is chosen for the rest of our analysis.

Figure 5 shows the influence of N_r on a configuration when $N_\theta = 2$ and $N_b = 2624$.

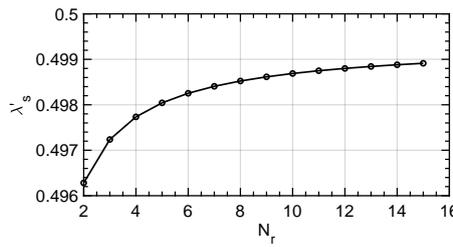


Figure 5: Added mass of the sphere as a function of N_r .

As might be expected, a greater discretization along the radial direction of the element ensures a better quality of the results. For the next analysis the value N_r is fixed to 10, to guarantee a compromise in terms of quality of results and computational cost.

Finally, in Figure 6(a) it is shown the variation of the AM as a function of the number of elements of the sphere mesh, N_b . A better discretization of the surface of the body determines a better estimate of the Added Masses. The relative error, calculated with respect to the theoretical value $\lambda'_s = 0.5$, shown in the graph of Figure 6(b), is very low, less than 0.5% for values of $N_b > 1400$.

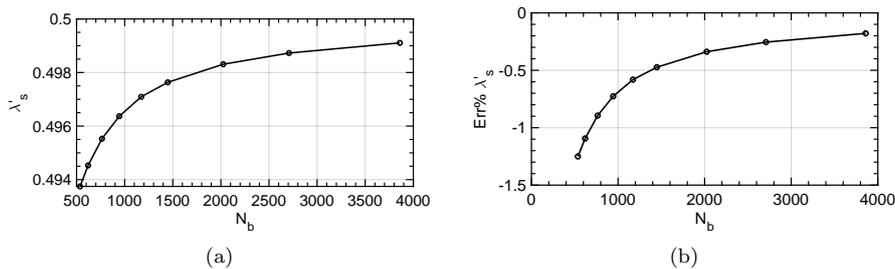


Figure 6: Added mass and relative error of the sphere as a function of N_b .

Figure 7 shows the comparison between the error committed on the calculation of the AM and the error due to the discretization of the sphere surface with respect to its theoretical value, $S = 4\pi R^2$. The two curves show the same trend and the respective values are very similar. This highlights the direct dependence of the level of the mesh discretization and the quality of the numerical results.

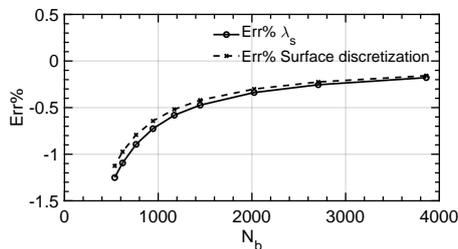


Figure 7: Comparison of the relative error in the calculation of the AM with the level of discretization of the sphere surface.

The second case analyzed concerns an ellipsoid of revolution whose axes ratio is $a/b = 3$ and $c/b = 1$, according to the scheme in Figure 8.

In this case, the theoretical AM can be evaluated by the following equations [2]:

$$\lambda_{11} = \frac{4}{3}\pi\rho abc \frac{A_0}{2 - A_0} \quad (24)$$

$$\lambda_{22} = \lambda_{33} = \frac{4}{3}\pi\rho abc \frac{B_0}{2 - B_0} \quad (25)$$

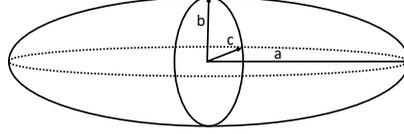


Figure 8: Scheme of an ellipsoid.

$$\lambda_{44} = 0 \quad (26)$$

$$\lambda_{55} = \lambda_{66} = \frac{4}{15} \pi \rho abc \frac{(a^2 - b^2)^2 (A_0 - B_0)}{2(b^2 - a^2) + (B_0 - A_0)(b^2 + a^2)} \quad (27)$$

with:

$$A_0 = \frac{2(1 - e^2)}{e^3} \left[\frac{1}{2} \ln \frac{1 + e}{1 - e} - e \right] \quad (28)$$

$$B_0 = C_0 = \frac{1}{e^2} - \frac{1 - e^2}{2e^3} \ln \frac{1 + e}{1 - e} \quad (29)$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} \quad (30)$$

Dimensionless mass terms of the AM matrix are obtained dividing λ_{ii} ($i = 1, 2, 3$) by:

$$M_f = \frac{4}{3} \pi \rho abc \quad (31)$$

and the inertia terms (λ_{ii} with $i = 4, 5, 6$) by the body moments of inertia, respectively:

$$J_{xx} = \frac{4}{15} \pi \rho abc (b^2 + c^2) \quad (32)$$

$$J_{yy} = \frac{4}{15} \pi \rho abc (a^2 + c^2) \quad (33)$$

$$J_{zz} = \frac{4}{15} \pi \rho abc (a^2 + b^2) \quad (34)$$

The same analyses, carried out in the sphere case, are reposed. The graphics in Figure 9 show the dependence of AM to N_θ . For this analysis the parameters $N_r = 10$ and $N_b = 2428$ are adopted. As previously, the $N_\theta = 1$ case must be avoided, while $N_\theta \geq 2$ provides much more consistent results. The parameter $N_\theta = 2$ is chosen for the next investigation.

Figure 10 shows the variation of AM as a function of N_r . The quality of results improves by increasing the number of N_r divisions. As before, an excellent compromise, in terms of quality of results and computational cost, is obtained by $N_r = 10$.

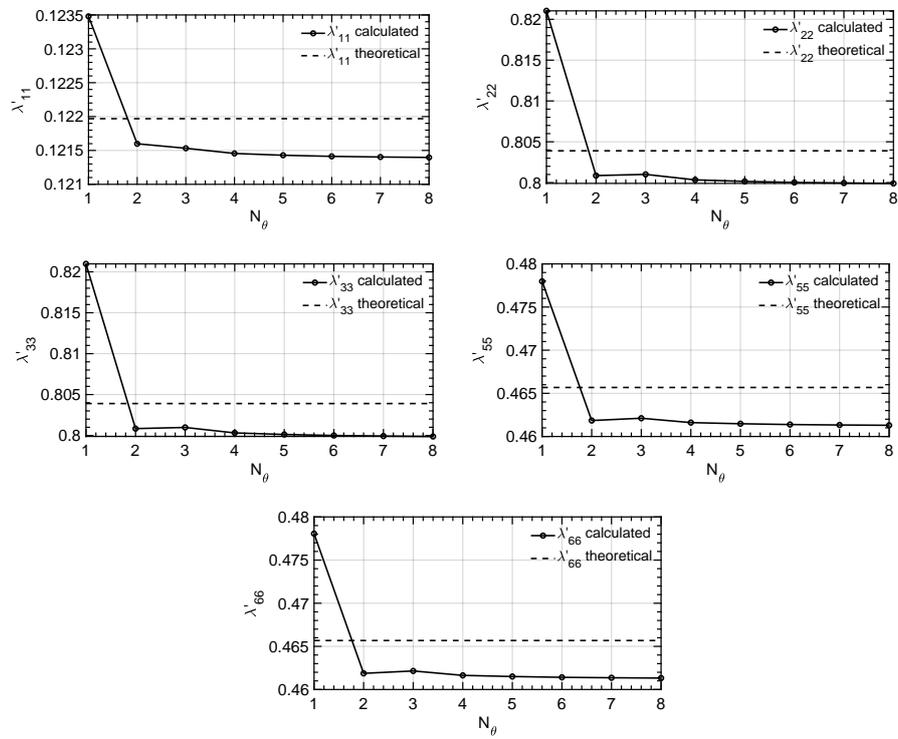


Figure 9: Added masses of the ellipsoid as a function of N_θ .

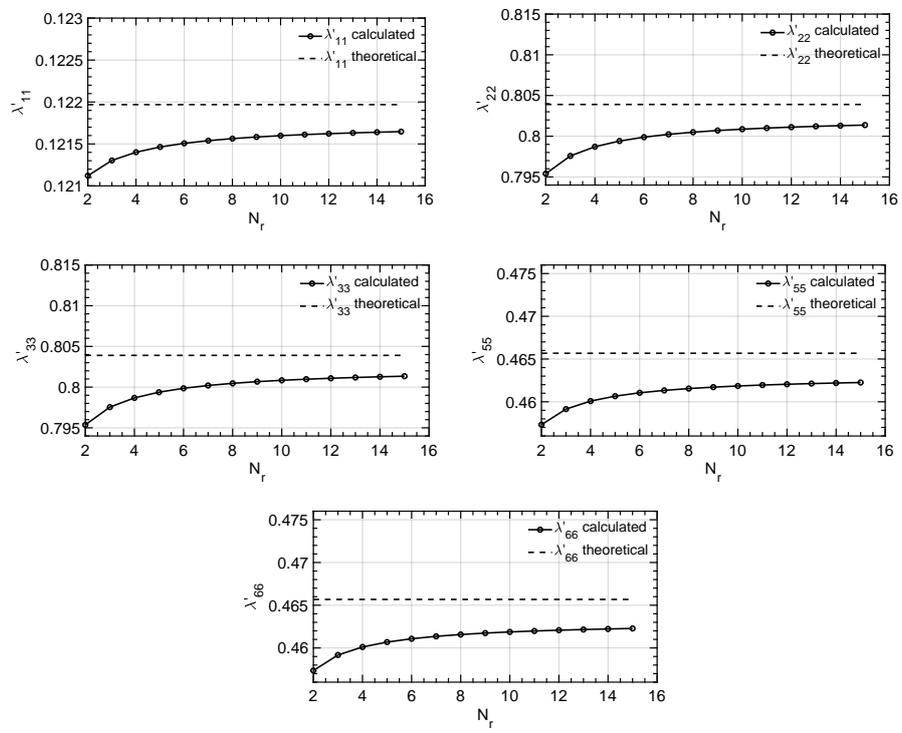


Figure 10: Added masses of the ellipsoid as a function of N_r .

In Figure 11 the variation of AM as a function of N_b is presented.

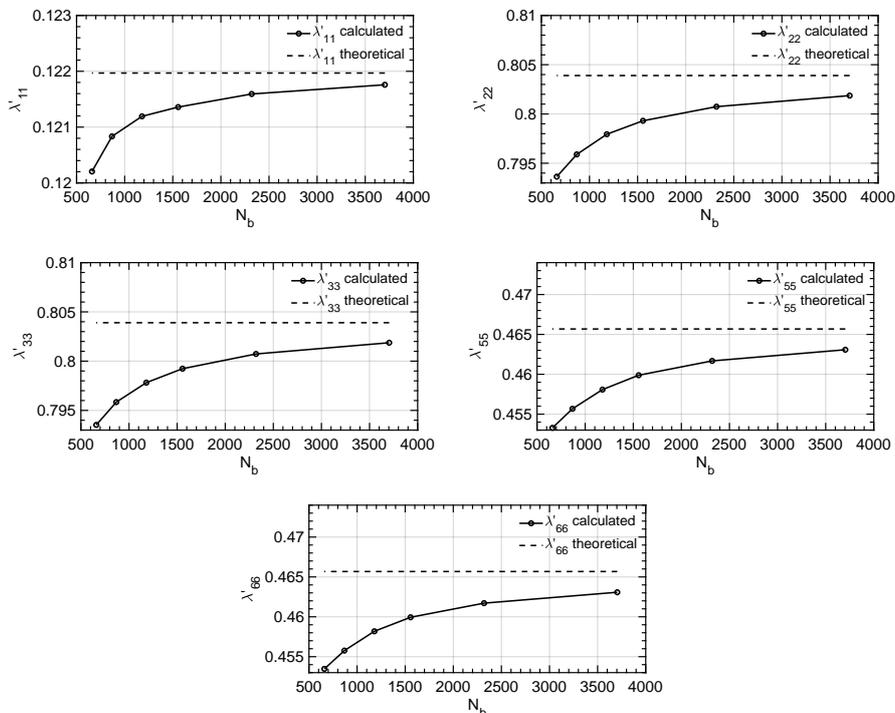


Figure 11: Added masses of the ellipsoid as a function of N_b .

Graphs in Figure 12 show that the relative error committed on the calculation of λ'_{ii} , with $i = 1, 2, 3$, is very low and it is similar to the error committed on the surface discretization. The absolute value of the relative error for λ'_{ii} , with $i = 4, 5$, shows the same sensitivity of inertia terms to the volume discretization.

In the analyzed case, the error calculated on all AM values, with $N_\theta = 2$, $N_r = 10$ and $N_b \geq 2000$, is less than -1% and it depends only on the error committed on the surface and volume discretizations compared to the respective theoretical values.

To complete these analyses, in Figure 13 are shown the graphics representing the computational time required for a simulation as a function of N_θ , N_r and N_b . Numerical simulations are carried out on a laptop computer with an Intel Core i7-8550U and 16GB of RAM memory.

The first two graphics show that the simulation time is a linear function of N_θ and N_r , because of the "for-loop" used for the generation of C and B matrices. In the last graphic, time is a function of N_b^2 , because of the matrix inversion required to solve the linear system of equation 10.

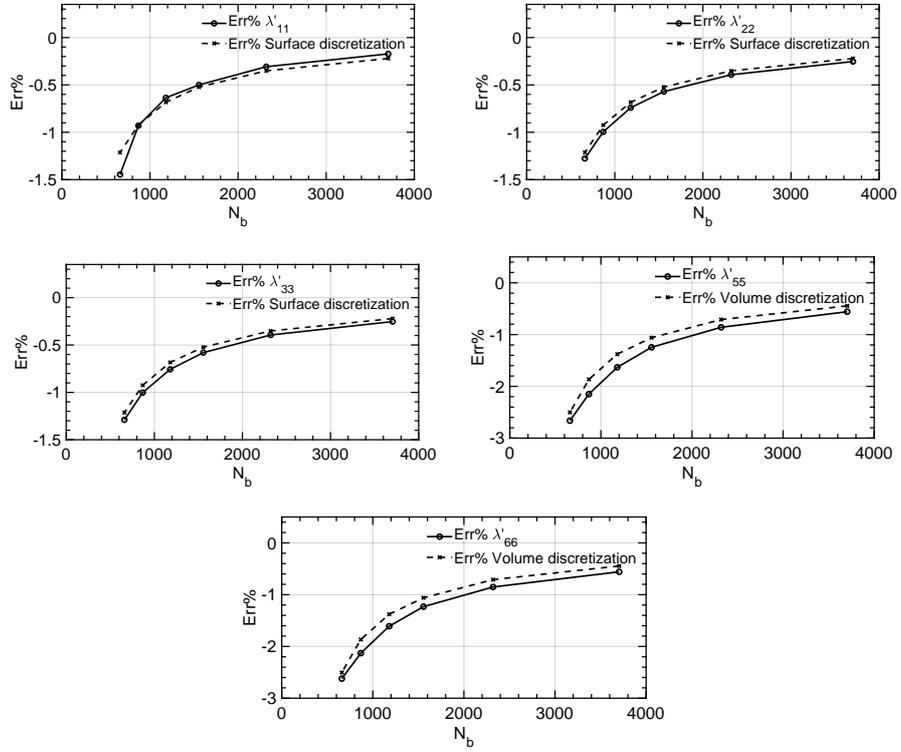


Figure 12: Relative error of ellipsoid AM as a function of N_b .

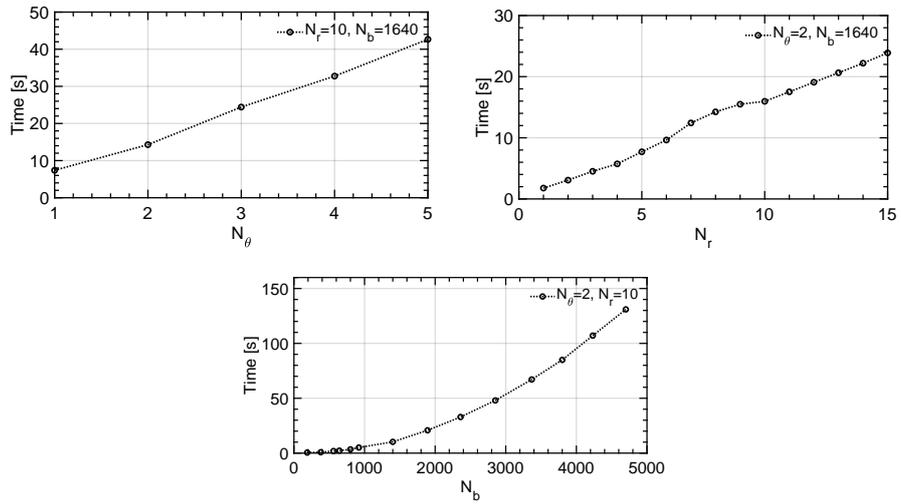


Figure 13: Simulation time as a function of N_θ , N_r and N_b .

3.2. Sphere near a Flat Wall

Here, the Added Masses matrix of a sphere, in the presence of a flat wall, is evaluated. The distance h , measured between the sphere center of volume and the wall is varied from $h = R$ to $h = 8R$. The comparison of two different simulation methods of the wall vicinity influence are analyzed. Firstly, a simulation is realized by direct discretization of the wall, as showed in Figure 14, with a circular surface of extension $S_w = \pi(20R)^2$. Secondly, by the Image Method, as it is shown in the scheme of Figure 15. To have a better representation of the relative variation of the AM, results are presented normalized by their simulated infinite-values.

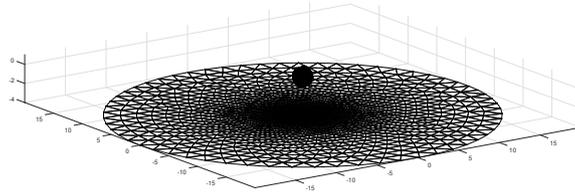


Figure 14: Discretization of a Flat Wall for the calculation of Added Masses.

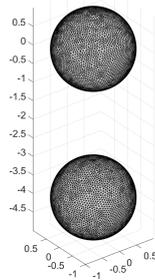


Figure 15: Modeling of a Flat Wall by the Image Method.

The number of elements chosen for the discretization of the sphere is $N_b = 2624$. The wall is discretized with 2876 elements. For the latter, the size of the mesh elements is variable, going from the size of a sphere element in the closest region to the body, to a larger size as one moves away from this point.

The parameters chosen for the internal subdivisions of each element are $N_\theta = 2$ and $N_r = 10$. Simulation results, performed in the two cases, are presented in

Figure 16. These are compared to the results obtained by Kharlamov [5] and
 165 Korotkin [13].

Added Masses variations are equivalent in the two parallel directions to
 the wall (λ'_{11} and λ'_{22}). The variation of λ'_{33} (orthogonal direction) is more
 important when the sphere approaches the wall. The influence of the latter
 becomes negligible from six *radii*, where the Added Masses variation is less
 170 than 0.2% if compared to the infinite-value. From the last analysis it is possible
 to assume that the edge effects of the wall are limited to the range of influence
 of the wall on the body. So, in this case, a wall extension of $S_w = \pi(6R)^2$,
 considering $6R$ as the distance of the wall influence, is sufficient to achieve a
 good accuracy for our calculations.

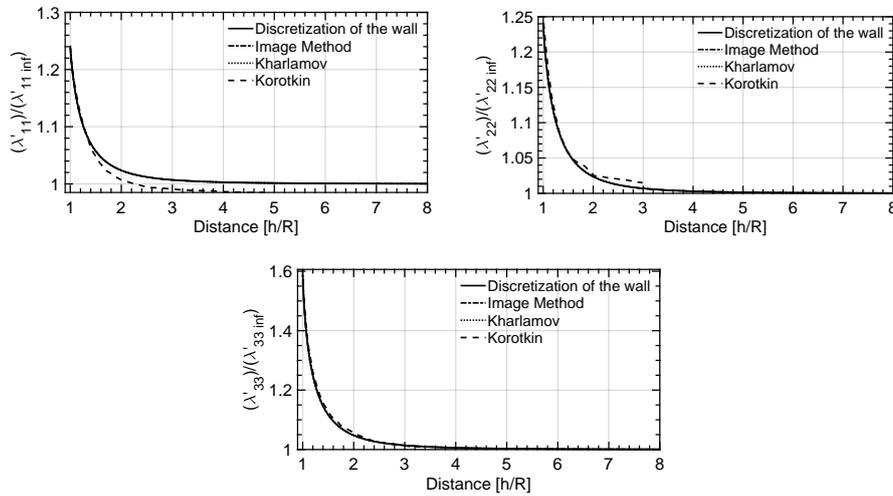


Figure 16: Sphere Added Masses variation as a function of the distance with the Wall.

175 There are not evident differences between the curves of our simulations and
 Kharlamov's results, for each $\lambda'_{ii}/\lambda'_{ii\ inf}$ considered. Korotkin's values seem to
 deviate slightly from ours and Kharlamov's ones, so they will not be further
 considered for the next analyzes. In the area $h/R < 1.5$, represented in Fig-
 ure 17, some minimal discrepancies are evident between the results obtained
 180 by the discretization of the wall and by the Image Method. In particular, for
 $\lambda'_{33}/\lambda'_{33\ inf}$, a little deviation of the curve is observable when $h/R = 1$.

To quantify the accuracy of our methods, the root mean square of the error
 is evaluated in the considered domain ($1 \leq h/R \leq 8$), comparing our and
 Kharlamov's results. These values are presented in Table 1.

185 A further analysis consists in comparing the simulated AM to the existent
 theoretical values, when the sphere and the wall are in contact ($h/R = 1$). The
 solutions found by Davis [4] ($\lambda'_{11} = \lambda'_{22} = 0.621$) and Hicks [3] ($\lambda'_{33} = 0.803085$)
 are the references. Results are presented in Table 2.

Multiplying by the theoretical infinite-value $\lambda'_{ii\ inf} = 0.5$, the relative error

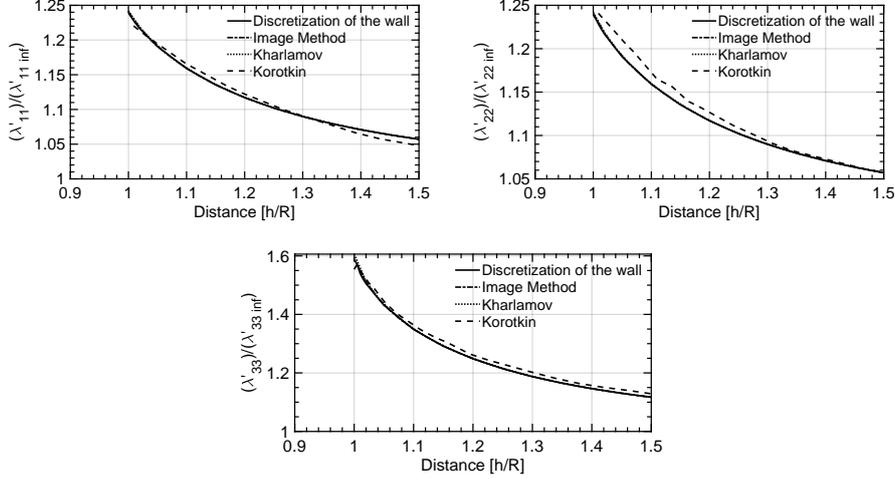


Figure 17: Added Masses variation in the near-wall area.

RMS error	$\frac{\lambda'_{11}}{\lambda'_{11 inf}}$	$\frac{\lambda'_{22}}{\lambda'_{22 inf}}$	$\frac{\lambda'_{33}}{\lambda'_{33 inf}}$
Wall discretization - Kharlamov	7.8895e-04	7.0915e-04	7.3847e-03
Image Method - Kharlamov	2.9811e-04	2.9811e-04	2.1911e-03

Table 1: Root Mean Square of the error for the three relative values of AM.

190 with respect to the Davis and Hicks' values is obtained, as presented in Table 3.

As already noted above, the larger error is committed on λ'_{33} through the discretization of the wall. However, it is clear from the graphs in Figure 17 that only the contact point seems to be ambiguous. The problem can be due to the discretization of the sphere mesh, since some points of the latter could penetrate
 195 the wall, generating numerical aberrations.

With the considered sphere and wall meshes, the method give very satisfying results. Avoiding the contact point between the body and the wall, the error between our simulations and the theoretical references is very low, less than 1%.

In addition, a study on the mesh sensitivity is carried out. Figure 18 shows
 200 the relative error of four simulations, realized using the Image Method on a sphere with an increasing number of discretization elements N_b . The results are compared to those of Kharlamov. The equation for the calculation of the error is:

$$Err\% \frac{\lambda'_{ii}}{\lambda'_{ii inf}} = 100 * \left(\frac{\frac{\lambda'_{ii}}{\lambda'_{ii inf}}}{\frac{\lambda'_{ii Kharlamov}}{\lambda'_{ii inf th}}} - 1 \right) \quad (35)$$

The graphs show that the absolute value of the error increases by reducing
 205 the number of mesh elements. The maximum difference between the theoretical

$\frac{\lambda'_{ii}}{\lambda'_{ii \text{ inf}}} \left(\frac{h}{R} = 1 \right)$	$\frac{\lambda'_{11}}{\lambda'_{11 \text{ inf}}}$	$\frac{\lambda'_{22}}{\lambda'_{22 \text{ inf}}}$	$\frac{\lambda'_{33}}{\lambda'_{33 \text{ inf}}}$
Wall discretization	1.2389	1.2391	1.5540
Image Method	1.2406	1.2406	1.5900

Table 2: Relative AM variation in the contact condition.

Err% $\left(\frac{h}{R} = 1 \right)$	λ'_{11}	λ'_{22}	λ'_{33}
Wall discretization	-0.2463	-0.2359	-3.2469
Image Method	-0.1105	-0.1096	-1.0097

Table 3: AM error in the contact condition.

values and those of the simulations is observed when $h/R = 1$. At this position, the error committed on $\lambda'_{33}/\lambda'_{33 \text{ inf}}$ is -1.9% with a mesh of 764 elements. However, with the same mesh, the error is reduced to -0.55% when $h/R = 1.05$. Therefore avoiding only the point of contact between wall and sphere, the maximum error committed by our simulations is very low even with a very coarse surface discretization.

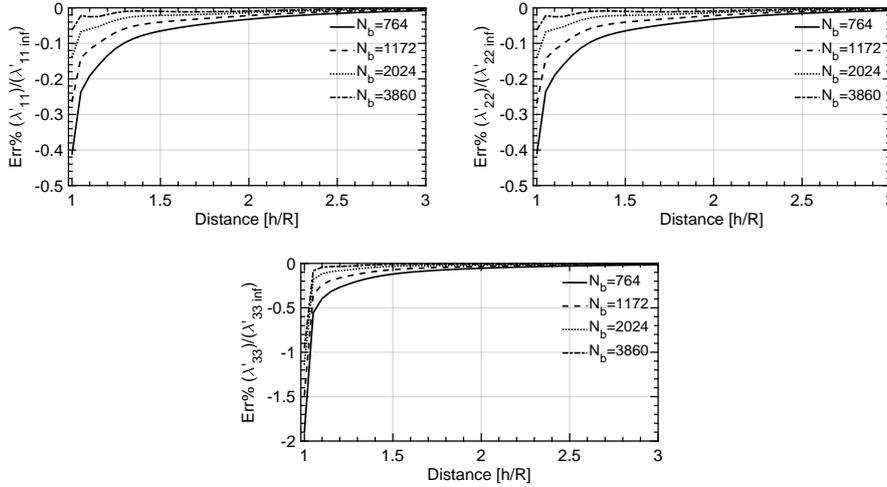


Figure 18: Mesh sensitivity on the Added Masses variations by the Image Method. Relative error evaluated from the Kharlamov's results.

The same mesh-sensitivity analysis is carried out on the results obtained through the wall discretization method. In this case, the sphere and wall meshes change at the same time. The same elements size for the two meshes is imposed (concerning the wall, we refer to the closest wall region to the sphere). The error, calculated as before, is represented in Figure 19. The number of elements N_b on the graphs is referred to the sphere mesh. The values corresponding to the contact point have not been considered, because the error evaluated in the

simulations with the coarsest mesh is quite high. On the other hand, the error evaluated on the rest of the domain is limited to -1% .

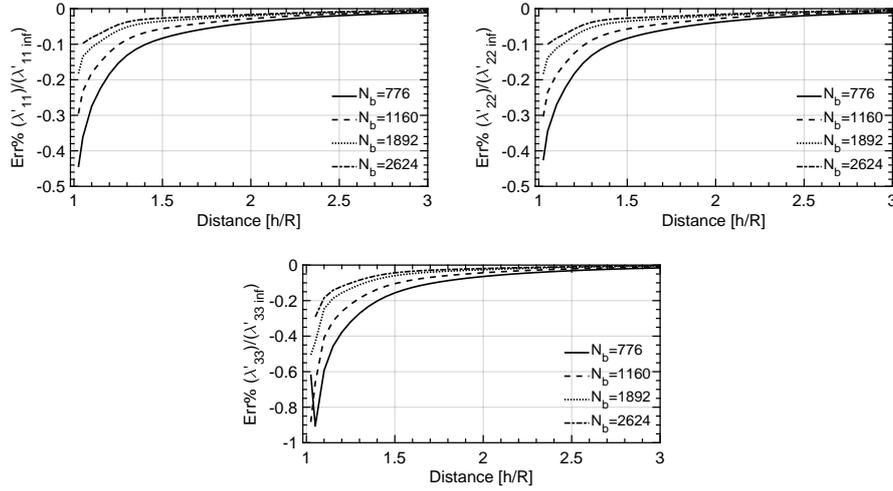


Figure 19: Mesh sensitivity on the Added Masses variations by the discretization of the wall. Relative error evaluated from the Kharlamov's results.

Finally, we can state that it is possible to estimate with good accuracy the relative variation of the AM with respect to the infinite value, even with a coarse mesh. Consequently, knowing the analytical infinite value, or calculating it with high precision, the associated absolute values is obtained with an error from the theoretical value lower than 1% .

3.3. Ellipsoids near a Flat Wall

In the following section, results of the numerical simulations, realized on ellipsoidal shapes with different combinations of the axes ratios a/b and c/b (referring to the ellipsoid in Figure 8), are presented. In this case, only the Image Method is adopted. The wall is parallel to the longitudinal axis of the ellipsoid. The reference frame is fixed on the body center of volume, with the z -axis directed towards the wall.

The graphs of Figure 20 show the Added Masses variations of ellipsoids with axes ratio $c/b = 1$. In the last graph it is shown the AM value λ'_{15} . This adimensional value is obtained by:

$$\lambda'_{15} = \frac{\lambda_{15}}{\frac{4}{3}\pi ab^2c} = \frac{\lambda_{15}}{M_f b} \quad (36)$$

This term of the AM matrix is not present when the ellipsoids are immersed in infinite fluid.

The last results suggest that the presence of the wall induces both an increase of all Added Mass values, and the emergence of new off-diagonal terms.

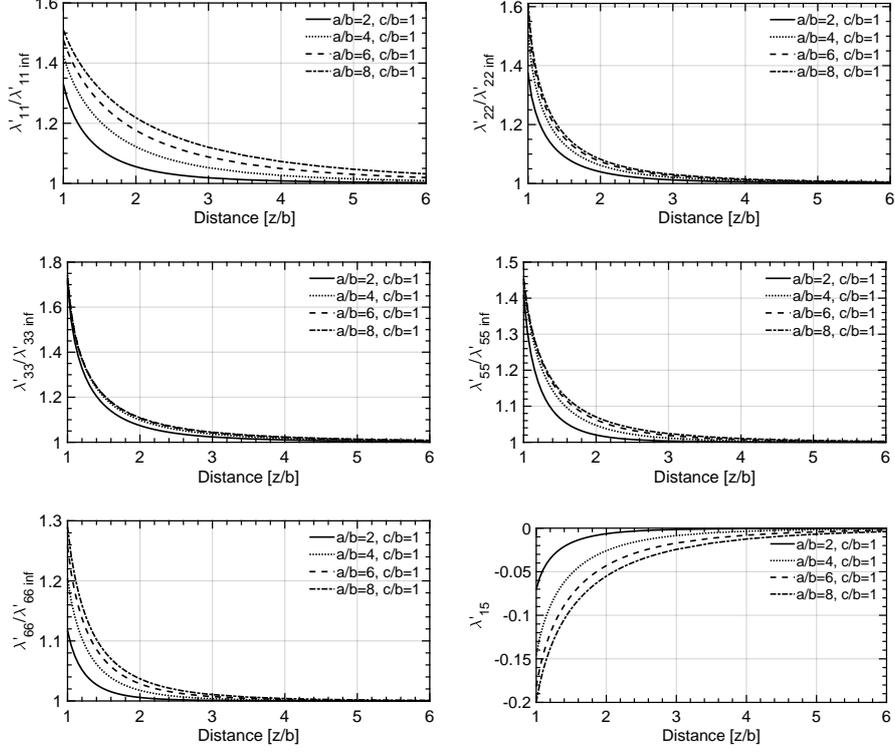


Figure 20: Variation of the AM on ellipsoids with axes ratios $c/b = 1$ as a function of the distance with a flat wall.

In Figure 21 and Figure 22 are shown the results obtained on ellipsoids with axes ratios $c/b = 2$ and $c/b = 3$. The increase in the axes ratios determines a larger variation on the AM, especially in the near wall area. In addition to λ'_{15} , the λ'_{24} term appears when a scalene ellipsoids ($a \neq b \neq c$) is in the vicinity of the wall. The dimensionless value is obtained from the equation:

$$\lambda'_{24} = \frac{\lambda_{24}}{\frac{4}{3}\pi ab^2c} = \frac{\lambda_{24}}{M_f b} \quad (37)$$

The last analysis helps better the understanding on how the presence of external walls has an impact on the Added Masses matrix. The take-off and landing are the most sensitive flight phases to these AM variations. Consequently, these results can not be neglected in the implementation of an aerodynamic model.

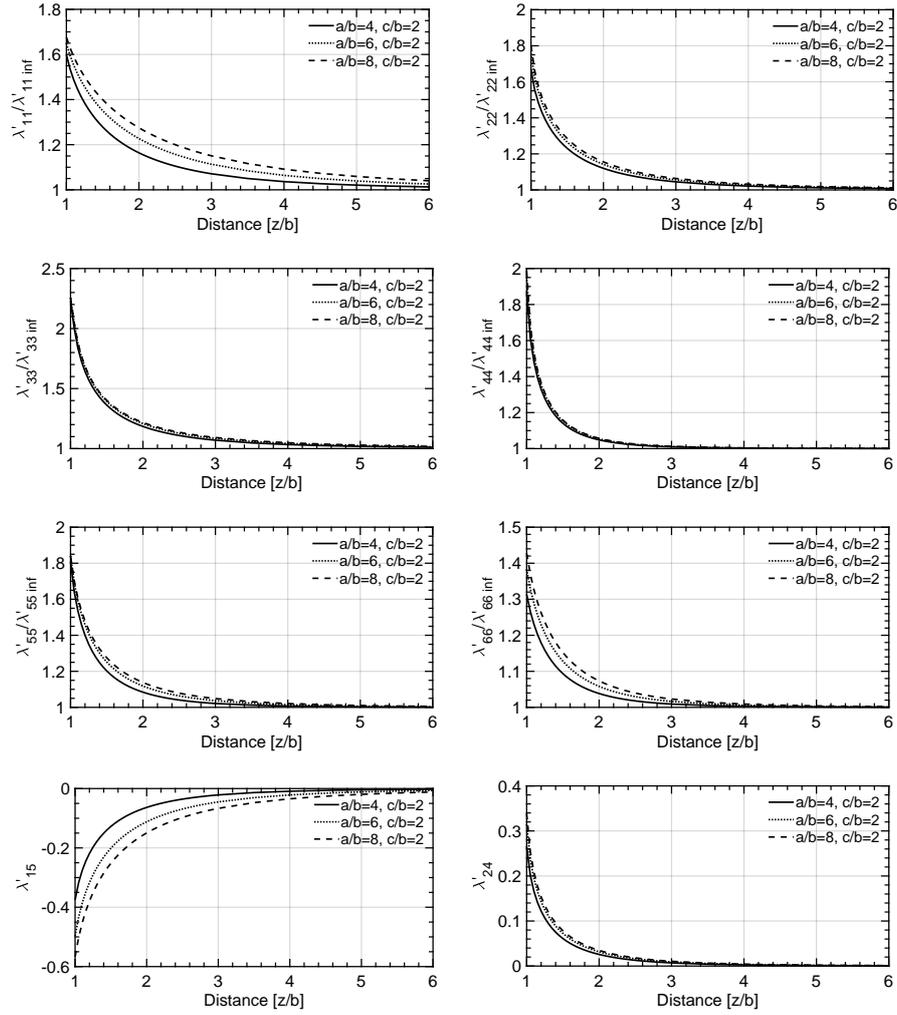


Figure 21: Variation of the AM on ellipsoids with axes ratios $c/b = 2$ as a function of the distance with a flat wall.

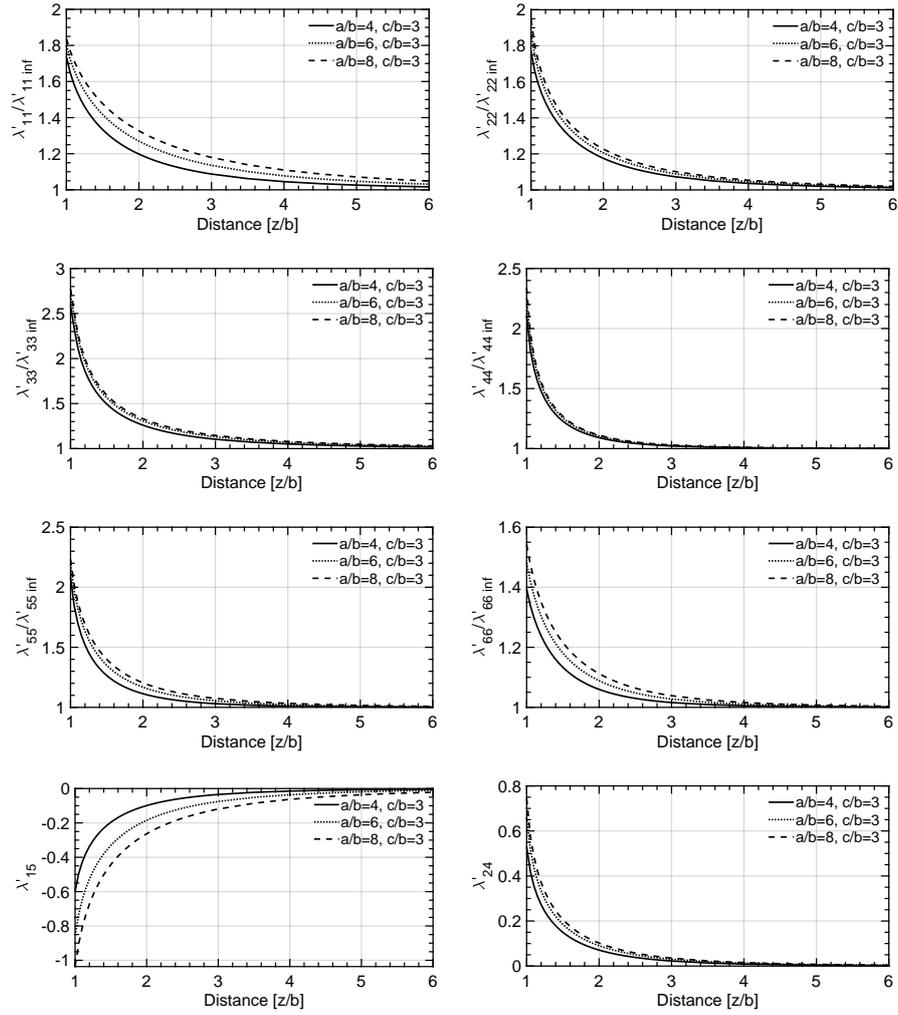


Figure 22: Variation of the AM on ellipsoids with axes ratios $c/b = 3$ as a function of the distance with a flat wall.

As in the sphere case, a study on the influence of the mesh on results is carried out. Simulations on an ellipsoid of revolution with axes ratios $a/b = 3$ and $c/b = 1$, are realized through the Image Method. Results of a configuration with $N_b = 2916$ are compared to Korotkin's [13] results, as shown in Figure 23.

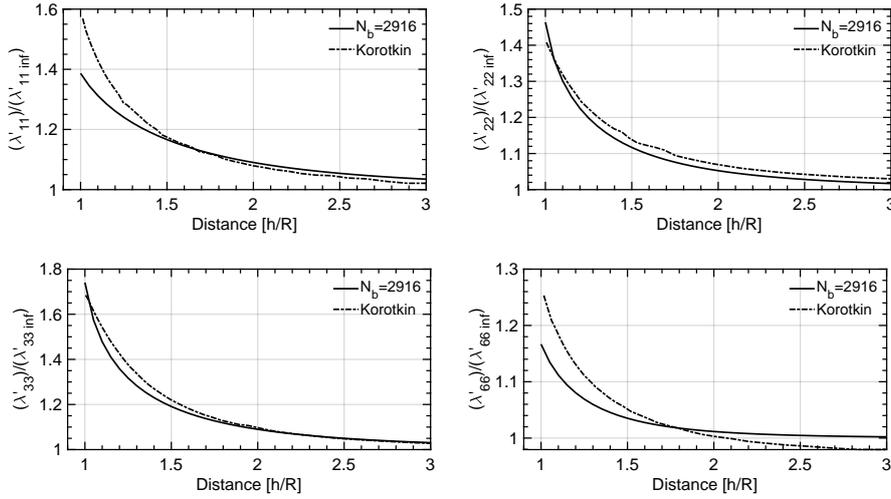


Figure 23: Ellipsoid Added Masses variation as a function of the distance with the Wall.

From the graphs it is possible to see marked differences in all AM curves. Furthermore, Korotkin's results seem incomplete, since there is no reference to λ'_{55} and λ'_{15} terms. For these reasons and for the doubts already arisen in the sphere case, the results of Korotkin will not be further considered for the analysis of the error.

In Figure 24, the influence of the mesh has been studied comparing the ellipsoid discretized with a number of elements $N_b = 2916$ to coarser meshes. The relative error is calculated according to the following equation:

$$Err\% \frac{\lambda'_{ii}}{\lambda'_{ii inf}} = 100 * \left(\frac{\frac{\lambda'_{ii}}{\lambda'_{ii inf}}}{\frac{\lambda'_{ii N_b=2916}}{\lambda'_{ii inf N_b=2916}}} - 1 \right) \quad (38)$$

Also in this case, with less detailed meshes there is an underestimation of the AM variations.

The maximum relative error is obtained when the body and the wall are in contact. For $\frac{\lambda'_{33}}{\lambda'_{33 inf}}$, the error in this position is about -1.2% with a mesh that has a number of elements five times smaller than the reference.

The mesh-sensitivity studies conducted on the sphere and on the ellipsoid give the same tendencies. To ensure a very good quality of the results, so with

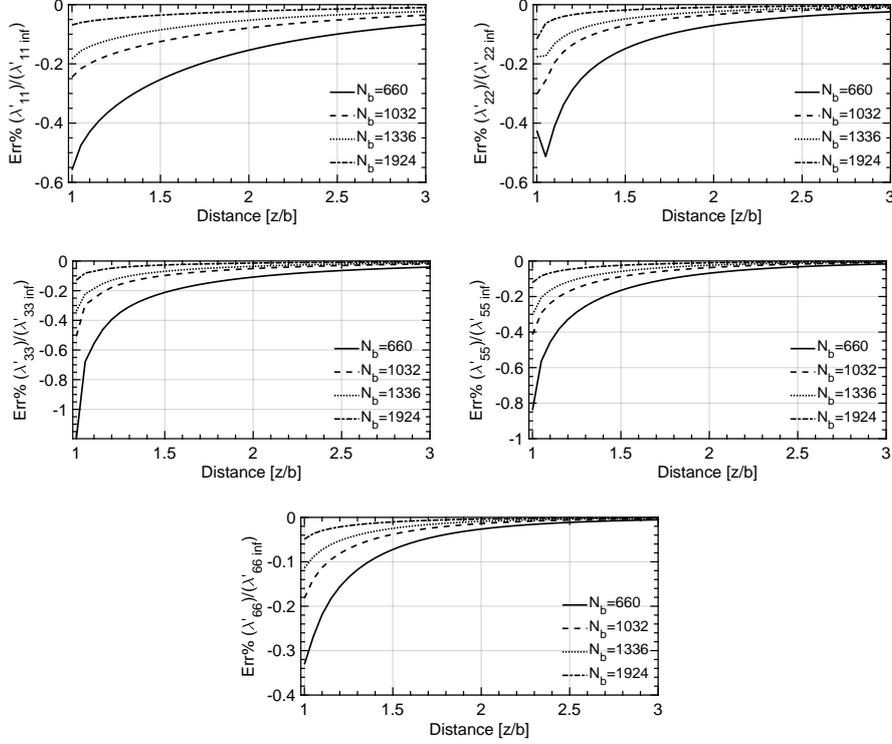


Figure 24: Mesh sensitivity on the Added Masses variations of an ellipsoid.

260 $-0.2\% < Err\% < 0\%$, it's suggested to use a mesh with $N_b > 2000$. To obtain results with an error $-1\% < Err\% < -0.2\%$, but with an inferior computational cost, it's recommended to use $700 < N_b < 2000$.

3.4. Airship near a generic-shape wall

265 The potentiality of our method concerns the possibility to calculate the AM on bodies in the vicinity of walls with generic shapes. Below, results of simulations carried out on an airship, discretized with a mesh of 5732 elements, in the presence of a possible mountain ground are presented. A representation of the configuration is shown in Figure 25. A better representation of the airship is shown in Figure 26. The dimensions of the airship are $3b$ for the longitudinal half-length, $2.2b$ for the lateral half-length and b for the half height. The two mountains are modeled by a Gaussian distribution. The distance of their mean
270 from the airship is $20b$.

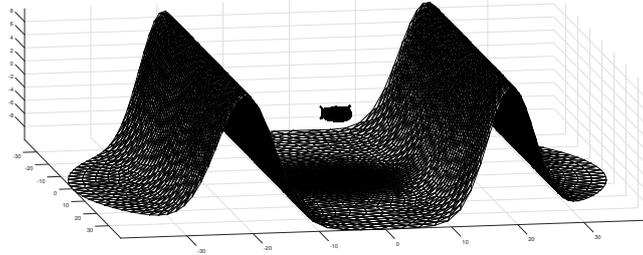


Figure 25: Discretization of the airship and of a mountain ground.

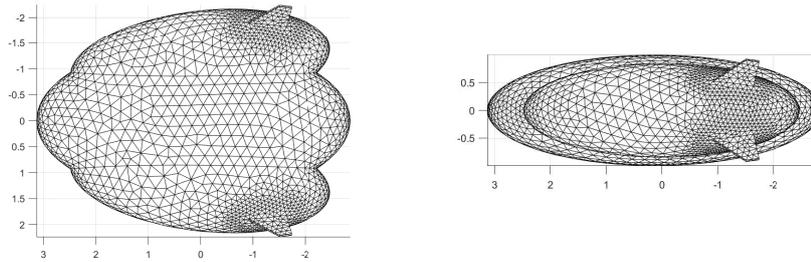
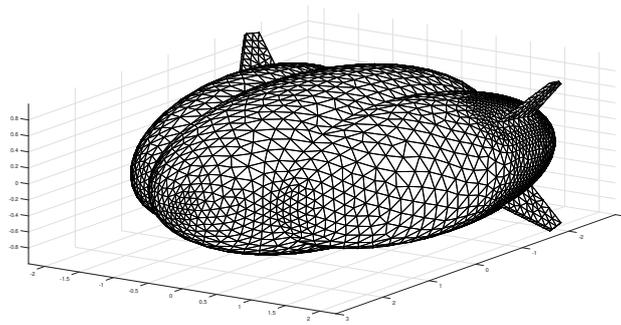


Figure 26: Discretization of the airship.

The simulated AM values of the airship in infinite fluid are :

$$M'_a = \begin{bmatrix} 0.2034 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.3513 & 0 & 0 & 0 & -0.0141 \\ 0 & 0 & 1.4829 & 0 & 0.0479 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5926 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0479 & 0 & 0.7954 & 0 \\ 0 & -0.0141 & 0 & 0 & 0 & 0.0762 \end{bmatrix} \quad (39)$$

where λ_{ii} with $i = 1, 2, 3$ are normalized by the mass of the airship, λ_{ii} with $i = 4, 5, 6$ are normalized by the respective moments of inertia, λ_{26} and λ_{35} are normalized by the mass of the airship multiplied by the cubic root of its volume. The graphs of Figure 27 show the relative variation of the added masses of the airship in the presence of the ground when the aircraft change its position in the vertical direction. For simplicity of representation, only the diagonal terms of the Added Masses matrix are presented.

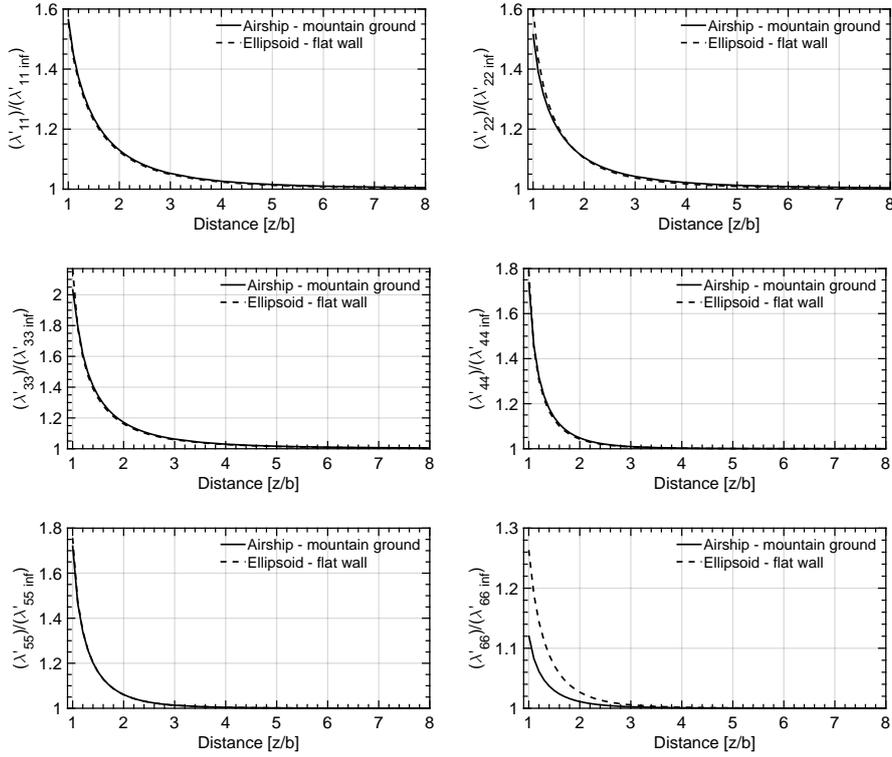


Figure 27: AM variations on an airship in the presence of a mountain ground and on an ellipsoid with axes ratios $a/b = 3$ and $c/b = 2$ in the presence of a flat wall.

A simulation of an ellipsoid with axes ratios $a/b = 3$ and $c/b = 2$ in the proximity of a flat wall is proposed to compare the results obtained on the airship.

In the closest area to the wall, $1 < z/b < 2$, the AM variations on the ellipsoid are greater than those observed on the airship. This is particularly evident in the graph of $\frac{\lambda'_{66}}{\lambda_{66 inf}}$. The last analysis highlights that the simulations realized on simplified shapes can lead to erroneous results in the near wall region with an overestimation of the AM. Calculations realized on the real shape are recommended to obtain more truthful results.

4. Conclusions

290 In this study the Boundary Element Method was adopted to determine the
Added Masses of generic shape bodies interacting with external walls. Results of
these analyses are fundamental for the airship dynamics, in particular to ensure
the correct maneuverability and stability of the aircraft during operations in
the proximity of the ground. The simulations carried out demonstrated that
295 the quality of the numerical results depend on the mesh discretization level,
as a function of the number of mesh elements and sub-elements. The cases of
a sphere and of ellipsoids interacting with a flat wall are studied through the
discretization of the wall surface and via the Image Method. In both cases, the
results obtained are very satisfactory and in good agreement with the theoretical
300 references. A mesh-sensibility study demonstrate that a number of elements
 $N_b = 1500$, with internal subdivisions of $N_\theta = 2$ and $N_r = 10$, can lead to
the best compromise in terms of results quality and computational cost for
ellipsoidal shapes. Finally, the study on an airship shows that the approximation
of the body by the relative ellipsoidal shape lead to insufficient accurate results
305 in the near-wall area, with the tendency to overestimate the AM variations.

References

References

- [1] P. L. G. Du Buat, Principes d'hydraulique et de pyrodynamique, vérifiés
par un grand nombre d'expériences faites par ordre du gouvernement,
310 Vol. 1, 1816.
- [2] H. Lamb, Hydrodynamics, Cambridge university press, 1932.
- [3] W. M. Hicks, Xiii. on the motion of two spheres in a fluid, Philosophical
Transactions of the Royal Society of London (171) (1880) 455–492.
- [4] A. Davis, High frequency limiting virtual-mass coefficients of heaving half-
315 immersed spheres, Journal of Fluid Mechanics 80 (2) (1977) 305–319. doi:
10.1017/s0022112077001694.
- [5] A. A. Kharlamov, Z. Chára, P. Vlasák, Hydraulic formulae for the
added masses of an impermeable sphere moving near a plane wall,
320 Journal of Engineering Mathematics 62 (2) (2008) 161. doi:10.1007/
s10665-007-9186-y.
- [6] N. Azouz, S. Chaabani, J. Lerbet, A. Abichou, Computation of the Added
Masses of an Unconventional Airship (2012). doi:10.1155/2012/714627.
- [7] J. L. Hess, A. M. O. Smith, Calculation of potential flow about ar-
325 bitrary bodies, Progress in Aerospace Sciences 8 (1967) 1–138. doi:
10.1016/0376-0421(67)90003-6.

- [8] L. Morino, C.-C. Kuot, Subsonic potential aerodynamics for complex configurations: a general theory, *AIAA journal* 12 (2) (1974) 191–197. doi:<https://arc.aiaa.org/doi/abs/10.2514/3.49191>.
- 330 [9] A. Ceruti, T. Bombardi, P. Marzocca, A CAD environment for the fast computation of Added Masses, *Ocean Engineering* 142 (2017) 329–337. doi:[10.1016/j.oceaneng.2017.07.026](https://doi.org/10.1016/j.oceaneng.2017.07.026).
- 335 [10] M. Tuveri, A. Ceruti, P. Marzocca, Added masses computation for unconventional airships and aerostats through geometric shape evaluation and meshing, *International Journal of Aeronautical and Space Sciences* 15 (3) (2014) 241–257. doi:[10.5139/ijass.2014.15.3.241](https://doi.org/10.5139/ijass.2014.15.3.241).
- [11] H. Ghassemi, E. Yari, The added mass coefficient computation of sphere, ellipsoid and marine propellers using boundary element method, *Polish Maritime Research* 18 (1) (2011) 17–26. doi:[10.2478/v10012-011-0003-1](https://doi.org/10.2478/v10012-011-0003-1).
- 340 [12] A. Ceruti, D. Gambacorta, P. Marzocca, Unconventional hybrid airships design optimization accounting for added masses, *Aerospace Science and Technology* 72 (2018) 164–173. doi:[10.1016/j.ast.2017.10.042](https://doi.org/10.1016/j.ast.2017.10.042).
- [13] A. I. Korotkin, *Added Masses of Ship Structures*, Springer Netherlands, 2009. doi:[10.1007/978-1-4020-9432-3](https://doi.org/10.1007/978-1-4020-9432-3).

3.1.1 Estimation de masses et inerties ajoutées avec OpenFOAM

Le calcul de masses et inerties ajoutées peut également être obtenu par des simulations numériques CFD dans des conditions de fluide parfait. En reprenant l'équation 1.18 définie au paragraphe 1.4,

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^6 \sum_{k=1}^6 \lambda_{ik} u_i u_k$$

nous savons que quand un corps se déplace dans un fluide au repos, l'énergie totale du fluide sera égale à la combinaison linéaire du produit des termes de masses et inerties ajoutées et des valeurs de vitesse (linéaire ou angulaire) du corps.

À ce stade, si on souhaite déterminer une valeur particulière de λ_{ij} , il suffit de calculer la valeur de l'énergie cinétique du fluide par la formulation intégrale

$$T = \frac{1}{2} \iiint_V \rho(\vec{v} \cdot \vec{v}) dV \quad (3.1)$$

où V est le volume du domaine fluide et \vec{v} est la vitesse du fluide en chaque point du domaine, et la diviser par le double produit des vitesses du corps. Les valeurs de vitesse du corps sont connues et définies comme conditions aux limites du code de calcul CFD.

Prenons le cas particulier où on souhaite calculer le terme λ_{11} de l'ellipsoïde 3.5:1. Ceci est obtenu à partir de l'équation suivante :

$$\lambda_{11} = \frac{2T}{u_x u_x} \quad (3.2)$$

La simulation numérique à réaliser sera celle dans laquelle le corps se déplace à une vitesse uniforme u_x (donc dans la direction de son grand axe) dans un fluide au repos. Le résultat du calcul numérique obtenu avec OpenFOAM, en utilisant le maillage utilisée pour les études en écoulement homogène avec le modèle de turbulence $k - \omega$ SST, est illustré en figure 3.1.

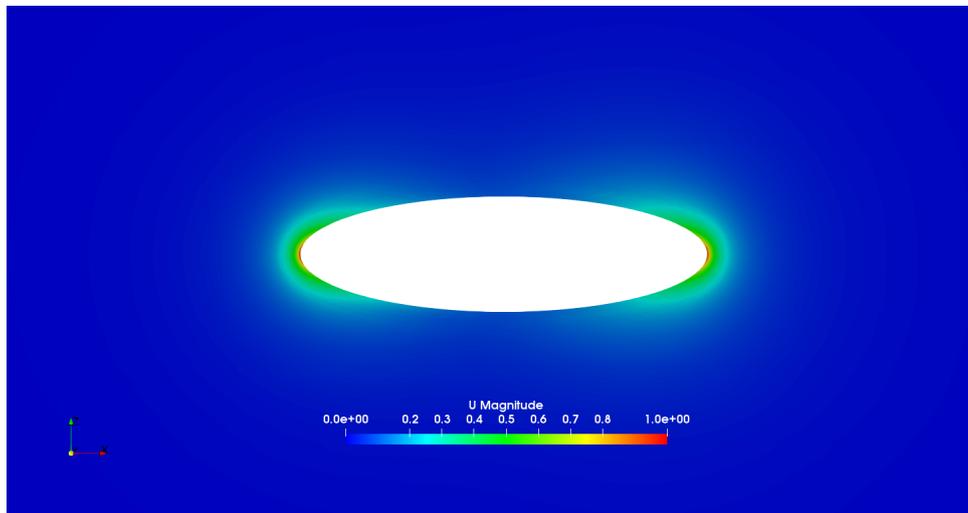


Figure 3.1 – Module du champ de vitesse du fluide généré par le déplacement de l'ellipsoïde 3.5:1 dans la direction x en condition de fluide parfait.

La valeur adimensionnelle de masse ajoutée calculée par le résultat de la simulation et les équations 3.1 et 3.2 est $\lambda'_{11} = 0.1039$. Sa valeur théorique est de $\lambda'_{11th} = 0.0985$. Le résultat numérique surestime la valeur théorique de 5.54%, une erreur considérablement plus élevée que celle trouvée par le modèle BEM dans le paragraphe précédent.

Deux autres simulations ont été réalisées afin d'obtenir λ'_{22} et λ'_{33} . Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

Masse ajoutée	λ'_{11}	λ'_{22}	λ'_{33}
Théorie	0.0985	0.8354	0.8354
CFD	0.1039	0.8367	0.8367
Erreur relative	5.54%	0.15%	0.15%

Tableau 3.1 – Masses ajoutées de l'ellipsoïde 3.5:1 dans un domaine infini évaluées par CFD en condition de fluide parfait.

L'erreur numérique pour le calcul de λ'_{22} et λ'_{33} est sensiblement inférieure à celle constatée pour λ'_{11} .

Les résultats obtenus montrent que même par des simulations CFD, il est possible d'obtenir des valeurs de masse ajoutée tout à fait correctes. L'un des principaux inconvénients de cette méthode est que chaque terme de la matrice de masses et inerties ajoutées doit être calculé par une simulation numérique différente présentant des conditions limites spécifiques. Par conséquent, pour obtenir la matrice complète, il sera nécessaire d'effectuer 21 simulations, parfois assez complexes à réaliser, comme dans le cas où des rotations du corps doivent être prises en compte. Pour ces raisons, le calcul basé sur la méthode BEM reste très largement préférable.

3.2 Étude de masses et inerties ajoutées en fluide visqueux

Comme nous l'avons vu jusqu'à présent, les phénomènes aérodynamiques liés aux masses et inerties ajoutées ont été bien définis d'un point de vue théorique lorsqu'un corps est immergé dans un fluide parfait. Cependant, il reste des problèmes non résolus lorsque ces phénomènes sont analysés dans un fluide visqueux.

Dans la section 1.4.4, nous avons résumé certaines études trouvées dans la littérature sur le mouvement relatif accéléré de corps sphériques dans des fluides visqueux à des nombres de Reynolds très faibles. Dans ces conditions, les effets des masses ajoutées sont de la même ampleur que ceux prévus par la théorie potentielle. Il convient de noter que dans ces conditions, le fluide exerce des efforts supplémentaires sur le corps en raison de sa nature visqueuse. De plus, des écarts importants peuvent apparaître du fait de décollements de couches limites dans certaines configurations.

Afin d'étendre ces études sur des configurations plus proches de celles qui nous intéressent, nous avons effectué des simulations numériques CFD sur l'ellipsoïde 3.5:1 en conditions de mouvement relatif accéléré, pour un nombre de Reynolds nominal de $2.57 * 10^6$.

Cette configuration a déjà été décrite en détail dans le chapitre 2, dans des conditions d'écoulement homogène. Plus précisément, trois cas ont été analysés.

Dans le premier cas, le corps est immobile et l'écoulement, initialement à vitesse amont uniforme, est accéléré, puis décéléré de façon à rétablir l'état initial.

Dans le second cas, le fluide maintient une vitesse amont constante et le corps est accéléré par un mouvement oscillatoire.

Enfin, dans le troisième cas, le corps est placé au centre d'un convergent où la vitesse du fluide est accélérée en raison de la restriction de la section du conduit.

De façon synthétique, pour toutes les expériences analysées, il est ressorti que la valeur de la masse ajoutée calculée était la même que celle prévue par la théorie potentielle.

Plus de détails sur ces études sont fournis dans l'article présenté lors de la conférence internationale « Aerospace Europe Conference 2020 » [14]. Un dernier exemple où le corps se trouve à un angle d'attaque de 90° est analysé dans l'annexe E.

FORCES ON A 3.5:1 PROLATE SPHEROID IN ACCELERATED RELATIVE MOTION WITH A VISCOUS FLUID

G. Carbone^(1,2,3), G. Martinat⁽¹⁾, D. Farcy⁽²⁾, J.L. Harion⁽³⁾

⁽¹⁾ FLYING WHALES, 13 rue Pages, 92150 Suresnes, France

⁽²⁾ Univ. Lille, CNRS, ONERA, Arts et Metiers ParisTech, Centrale Lille, FRE 2017 - LMFL - Laboratoire de Mécanique des fluides de Lille - Kampé de Fériet, F-59000 Lille, France

⁽³⁾ IMT Lille Douai, 764 boulevard Lahure, 59500 Douai, France

KEYWORDS: Airships, Aerodynamics, CFD, Added Masses

ABSTRACT:

Aerodynamic forces on a prolate spheroid with axis ratio of 3.5:1 in accelerated relative motion are studied through CFD simulations. All tests are performed considering an initial condition at the Reynolds number, based on the model length and the freestream velocity, of $2.57 \cdot 10^6$. Accelerations are imposed either to the fluid or to the body. The resulted forces can be expressed as a superposition of a quasi-steady term, pressure-gradient, added mass and fluid history contributions. The influence of the last three terms becomes significant on bodies with a density similar to that of the fluid, as in the case of airships, especially in strongly non-homogeneous conditions.

1. INTRODUCTION

With an affordable access to remote sites and a reduced environmental footprint, in the next future, airships will represent a viable solution for the last-mile transportation of oversized and heavy freight. These aircraft, almost definitively abandoned since 1940 because of the numerous accidents due mainly to their flammability, are reappearing thanks to technological improvements and studies carried out in recent years. Unlike conventional aircraft, whose vertical force is achieved by means of lifting surfaces, airships float naturally in the atmosphere thanks to the light gas contained inside the hull. Their in-flight dynamics is more sensitive to the atmospheric conditions and characterized by a difficult manoeuvrability, especially near the ground. Added mass (AM) effects are primarily responsible for these issues. AM correspond to a fictive augmentation of the body mass, due to the inertial reaction of the fluid in response to a relative acceleration of the body. These effects are significant when the body and fluid densities are of the same magnitude.

In potential fluid, the 6-by-6 AM matrix can be calculated by solving an integral formulation that depends only on the geometry of the body and the density of the fluid. For bodies with simple geometries, such as spheres or ellipsoids, the AM matrix is obtained analytically [1,2]. The estimation

of the added masses on bodies with complex geometries, or in conditions of interaction with external walls, can only be calculated by means of numerical simulations [3-6].

The phenomena described by the potential theory have also been analyzed in viscous fluid, mainly on spheres at low Reynolds numbers. The first studies carried out by Basset [7], Boussinesq [8] and Oseen [9] showed that the forces applied to the body could be decomposed as the sum of a quasi-steady term (depending on the Reynolds number), an inertial (pressure-gradient and added mass) term (that is constant) and a term representing the entire history of the flow. In the experimental studies of Odar et al. [10] the formulation of the force applied to the sphere, in oscillatory motion, presented an added mass term no longer constant, but dependent on the Reynolds number and the relative acceleration.

Numerous numerical simulations carried out on spheres at low Reynolds numbers considering different relative accelerations have shown that the added mass term is constant, with the corresponding value obtained by the potential theory [11-14].

In this article, studies under conditions of relative accelerated motion and non-homogeneous flow are performed through CFD simulations on a prolate spheroid with axis ratio of 3.5:1 (simplified geometry of a modern airship) at a nominal Reynolds number (based on the model length) of $2.57 \cdot 10^6$. The first analyses are performed by imposing a constant acceleration to the fluid and keeping the body immobile. Subsequently, an oscillatory movement is imposed to the body keeping the upstream velocity of the fluid constant. In the last case, the body is placed in a converging duct, in which the velocity of the fluid is subject to a spatial acceleration. The added mass term calculated from these analyses presents a constant value, in good accordance with that obtainable from the potential theory. The history

term has a different influence in each analyzed configuration. A force model in which the history term is neglected, and the potential value of the added mass term is considered, presents a reduced error that can drastically increase in situations in which the wake of the body is strongly unsteady and in interaction with the body.

2. NUMERICAL METHOD

For the next analyses the numerical simulations are performed with the finite volume code OpenFOAM. Spatial and temporal derivative are discretized with second order schemes. The turbulence model used is the $k-\omega$ SST [15]. The initial state of each configuration is stationary, with a flow at $Re = 2.57 \cdot 10^6$, and angle of incidence between the flow and the spheroid of 0° . In the first two analysed cases, the upstream flow is accelerated for a short period and then decelerated back to the initial state. In the third case, the upstream velocity is kept constant, imposing an oscillatory movement to the body in the parallel direction to the fluid velocity. In the last case, the body is placed in a converging duct in which the velocity of the fluid is accelerated along the longitudinal direction of the spheroid. The fluid domain used for the different simulations and the results obtained for each configuration will be presented in the following paragraphs.

3. ACCELERATED FLOW

In this section the inertial forces due to constant accelerations of the upstream flow are calculated by U-RANS simulations. A slice of the mesh used for these simulations is shown in Fig. 1. The three-dimensional mesh is structured and includes $2.57 \cdot 10^6$ cells. The first cell has a normal dimension $y^+ = 13.5$ (mean value over the spheroid wall). The mesh has been defined after a sensitivity study.

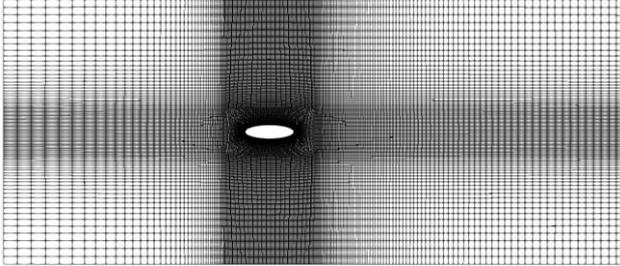


Figure 1. Simulation domain.

The temporal variations of the fluid velocity and acceleration imposed at the Inlet of the domain for the two cases are shown in Fig. 2 and Fig. 3.

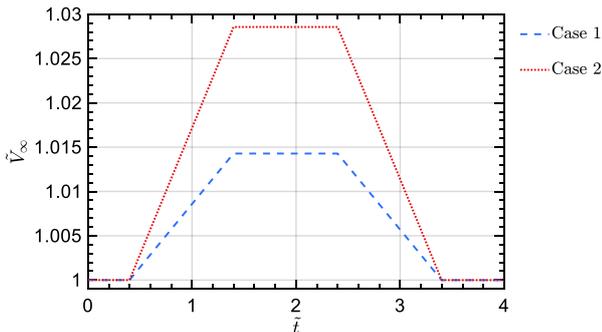


Figure 2. Temporal variation of the velocity.

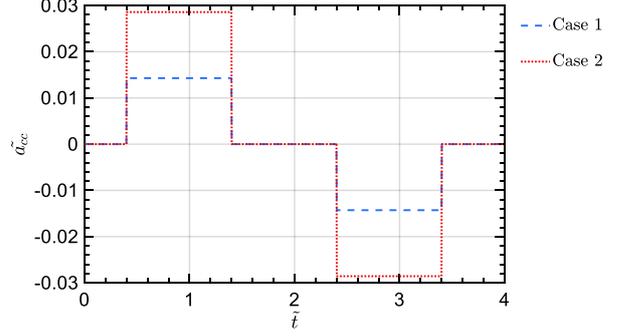


Figure 3. Temporal variation of the acceleration.

Dimensionless velocity, time and acceleration are defined as:

$$\tilde{V}_\infty = \frac{V_\infty}{V_0} \quad (1)$$

$$\tilde{t} = \frac{t}{\Delta t} \quad (2)$$

$$\tilde{a}_{cc} = \frac{a_{cc}}{V_0/\Delta t} = \frac{\partial V_\infty/\partial t}{V_0/\Delta t} = \frac{\partial \tilde{V}_\infty}{\partial \tilde{t}} \quad (3)$$

where V_0 is the value of the initial velocity and Δt is the duration of the acceleration phase.

The dimensionless longitudinal force exerted by the fluid on the spheroid is shown in Fig. 4.

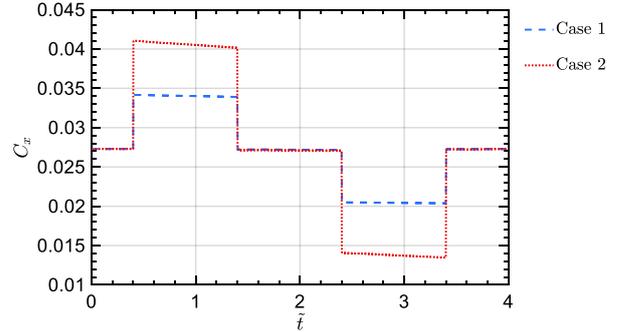


Figure 4. Longitudinal force coefficient of the prolate spheroid in the presence of an accelerated flow.

The coefficient C_x is defined as:

$$C_x = \frac{F_x}{\frac{1}{2}\rho S \tilde{V}_\infty^2 V_0^2} \quad (4)$$

in which ρ is the density of the fluid and S is a reference surface defined as the square of the cubic root of the spheroid volume.

The instants when the body is subject to an accelerated flow can be clearly distinguished in the graph of Fig. 4. These are characterized by a sharp rise/drop of the coefficient of force followed by a more gradual variation depending on the variation of the velocity of the flow.

Referring to the potential fluid model of Auton et al. [16], those of Basset-Boussinesq-Oseen [7-9] in the limit of Stokes flow and the results of Magnaudet & Eames [17], it is possible to describe the force applied to the spheroid as the sum of a quasi-steady

term, an inertial term and a term dependent on the history of the flow:

$$F_i = F_{i\,qs} + m_f \left[\frac{DV_{i\infty}}{Dt} + \lambda_{ii} \left(\frac{DV_{i\infty}}{Dt} - \frac{dU_i}{dt} \right) \right] + F_{i\,h} \quad (5)$$

In Eq. 5, m_f indicates the mass of fluid contained within the volume of the body, λ_{ii} is an added mass coefficient of the body, U the velocity of the body and $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + V_\infty \cdot \nabla$ is the total derivative of the local fluid element.

The identification of the terms in Eq. 5 can be achieved from the results illustrated in Fig. 4 and considering the quasi-steady values of $C_{x\,qs} = \frac{F_{x\,qs}}{1/2\rho S\bar{V}_\infty^2 V_0^2}$, obtained from steady simulations (RANS) in the entire velocity domain (Fig. 2).

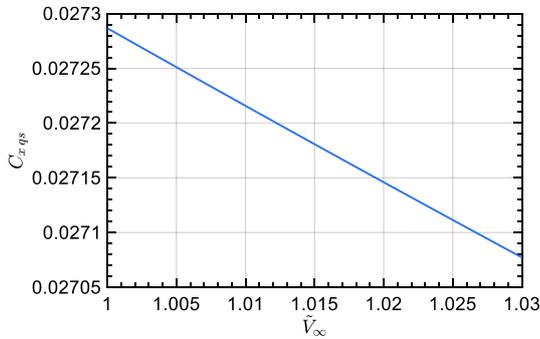


Figure 5. Force coefficient evaluated in steady conditions. The Reynolds number of $2.57 \cdot 10^6$ is attained when $\bar{V}_\infty = 1$.

The dimensionless form of Eq. 5, adapted to the actual configuration and considering only the non-zero terms, is:

$$C_x - C_{x\,qs} = \frac{m_f(1+\lambda_{11})}{1/2\rho S\bar{V}_\infty^2 V_0} \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \bar{V}_\infty}{\partial \bar{t}} + \frac{F_h}{1/2\rho S\bar{V}_\infty^2 V_0^2} \quad (6)$$

The corresponding result is illustrated in Fig. 6.

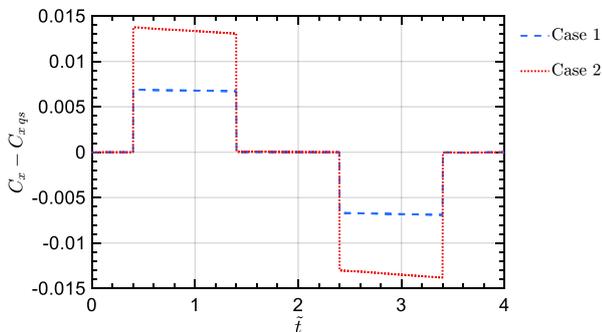


Figure 6. Dimensionless inertial and history forces contributions.

The identification of the inertial terms and F_h is obtained dividing the values of $(C_x - C_{x\,qs})$ by the acceleration of the flow and m_f . This result is shown in Fig. 7.

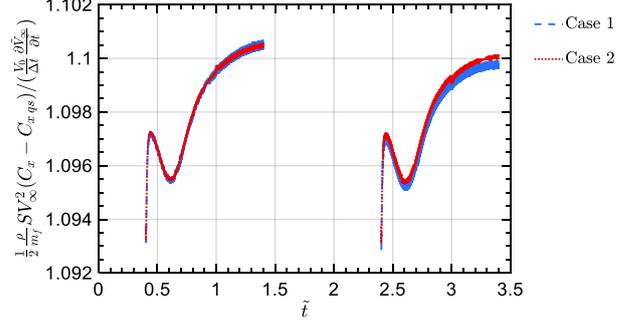


Figure 7. Inertial term and fluctuation due to the history term.

An estimation of the added mass coefficient λ_{11} can be achieved from the potential theory. In the case of the 3.5:1 prolate spheroid, its theoretical value is $\lambda_{11} = 0.0985$. By comparing this result with that of Fig. 7 (corresponding to $1 + \lambda_{11}$), a maximum deviation of 5% on the added mass term is observable in the viscous case compared to the potential result. This fluctuation is due to the history term F_h .

Isolating such term from Eq. 6 and considering the result of λ_{11} obtained from the potential theory, the maximum value of F_h calculated from the CFD simulations corresponds to 0.15% of the quasi-steady contribution.

A simplified model of Eq. 6, in which the history term F_h is neglected, is present in Eq. 7:

$$C_x = C_{x\,qs} + \frac{m_f(1+\lambda_{11})}{1/2\rho S\bar{V}_\infty^2 V_0} \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial \bar{V}_\infty}{\partial \bar{t}} \quad (7)$$

The result of this modelling is illustrated in the graph of Fig. 8.

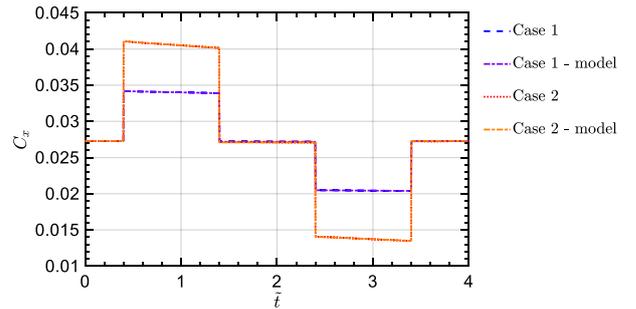


Figure 8. Comparison of the simplified force model and CFD results

From the last result it is straightforward that the forces calculated by the unsteady simulations and those obtained from the simplified model are perfectly comparable.

The value of λ_{11} does not differ between Case 1 and Case 2, demonstrating the independence of this coefficient from the value of the relative acceleration and the Reynolds number considered.

In the analysed tests, the influence of the history term does not have a major impact on the aerodynamic forces. This result will be analysed in

more detail in the subsequent analysis in which the body will be subjected to an oscillatory movement in the longitudinal direction to its main axis.

4. ACCELERATED BODY

The analysis carried out in this paragraph aim at verifying whether the formulation given in Eq. 5, including the potential result for the added mass term and neglecting the history term, may still be valid if only the body is accelerated.

An unsteady simulation was performed on the same fluid domain employed in the previous simulations, illustrated in Fig. 1.

The sinusoidal movement imposed on the spheroid is shown in Fig. 9, Fig. 10, Fig. 11 and described by the equations:

$$\tilde{x} = \frac{A}{L} \sin(2\pi\tilde{t}) \quad (8)$$

$$\tilde{U} = \frac{U}{V_0} = \frac{2\pi A}{T V_0} \cos(2\pi\tilde{t}) \quad (9)$$

$$\tilde{a}_{cc} = \frac{dU/dt}{V_0/T} = -\frac{4\pi^2 A}{T V_0} \sin(2\pi\tilde{t}) \quad (9)$$

in which \tilde{x} is the dimensionless displacement, A the amplitude of the oscillation, L the longitudinal length of the spheroid. T represent the period of the sinusoidal oscillation, the dimensionless time is defined as $\tilde{t} = t/T$ and V_0 is the constant velocity of the fluid.

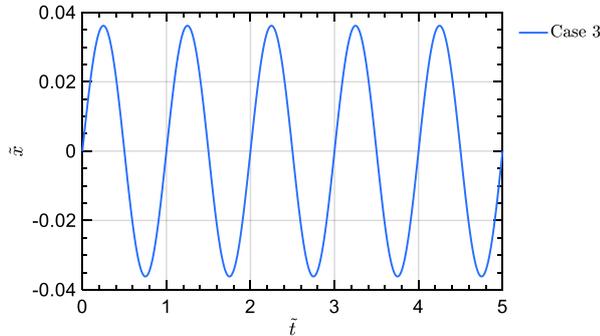


Figure 9. Dimensionless displacement of the spheroid.

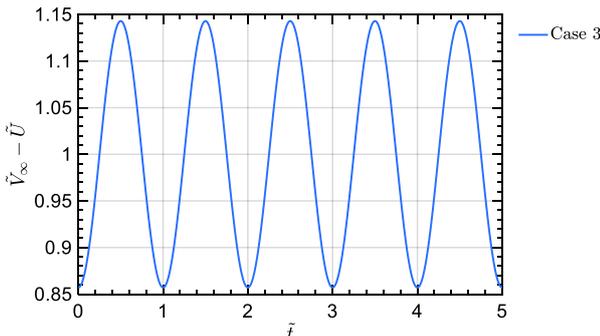


Figure 10. Relative dimensionless velocity.

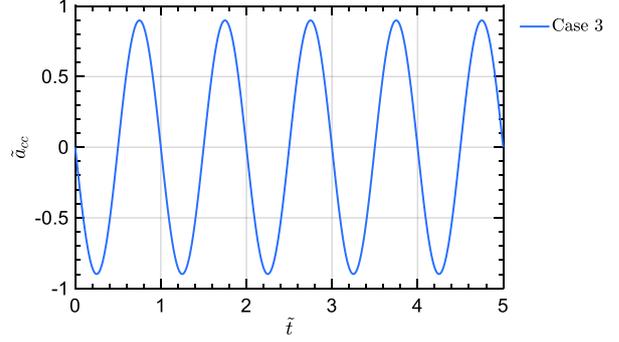


Figure 11. Dimensionless acceleration.

The dimensionless longitudinal force on the spheroid, calculated by the simulation, is illustrated in Fig. 12.

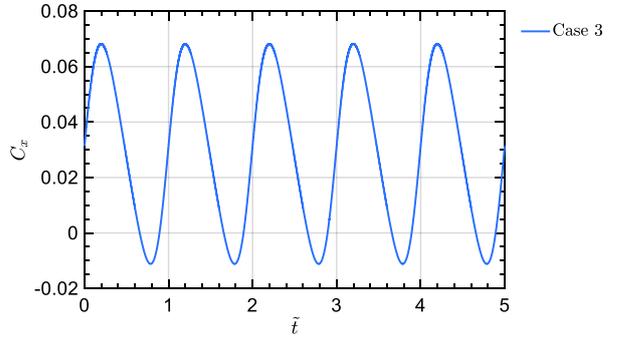


Figure 12. Numerical result of the dimensionless longitudinal force applied on the spheroid.

As it can be seen from the last result, the acceleration imposed to the body has a direct effect on the aerodynamic force exerted by the fluid on the spheroid, having an influence on the amplitude and the phase of the resulting force.

For this analysis the force model provided by Eq. 5 is also considered. Its dimensionless form adapted to the present case is:

$$C_x = C_{x\ qs} - \frac{m_f \lambda_{11}}{1/2\rho S(\tilde{V}_\infty - \tilde{U})^2 V_0} \frac{1}{T} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \tilde{t}} + \frac{F_h}{1/2\rho S(\tilde{V}_\infty - \tilde{U})^2 V_0^2} \quad (10)$$

The simplified version of Eq. 10 in which the history term has been neglected and the potential added mass term has been considered is represented in Fig 13.

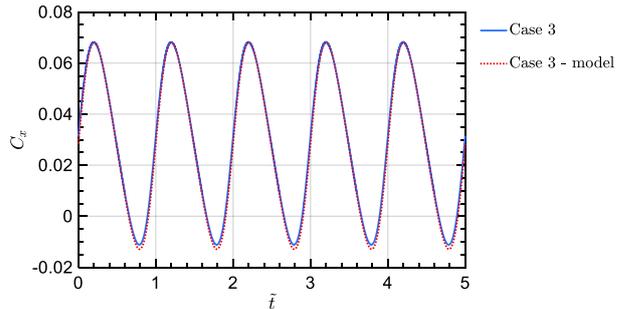


Figure 13. Comparison of the numerical result and the simplified force model.

The simplified model of Eq. 10 provides a very

accurate description of the aerodynamic force under conditions of accelerated motion of the body. The F_h term can be isolated from the results of Fig. 13.

$$F_h = \frac{1}{2} \rho S (\tilde{V}_\infty - \bar{U})^2 V_0^2 (C_{xCFD} - C_{xqs}) - m_f \lambda_{11} \frac{V_0}{T} \frac{\partial \bar{U}}{\partial \tilde{t}} \quad (11)$$

Its magnitude, with respect to the quasi-steady term, is shown in Fig. 14.

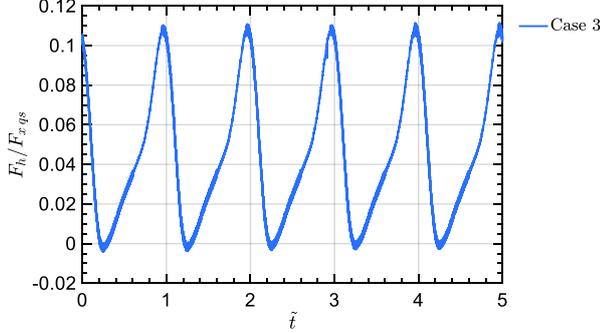


Figure 14. Temporal evolution of F_h in sinusoidal motion.

In the analysed case, the maximum relative value of F_h compared to F_{hqs} is 11%. The temporal evolution is constant, with a minimum at the point of maximum negative acceleration and zero velocity of the body and a maximum at zero acceleration and minimum relative velocity.

In this simulation the greater influence of F_h compared to the first two cases can be related to the rate of the maximum relative acceleration. This dependence of the history term was already observed by Magnaudet & Eames [17] in flows at low Reynolds number.

Further configurations with different levels of relative acceleration should be analysed to obtain a better description of the F_h term. At the moment, only the quasi-steady and the inertial terms can be predicted by steady calculations and potential flow simulations.

5. ADVECTIVE ACCELERATION

In the last analysis, the spheroid is positioned at the centre of a converging duct.

A representation of the mesh used for this simulation is shown in Fig. 15. In this case the domain is composed of $7.5 \cdot 10^6$ cells.

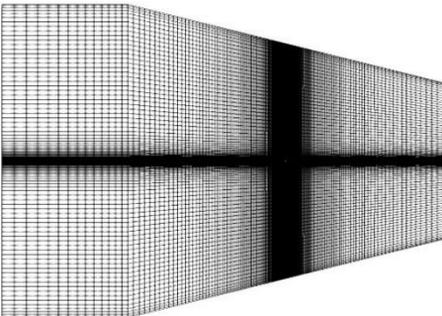


Figure 15. Simulation domain of the converging duct. The position at $x = 0$ coincides with the centre of volume of the spheroid.

The longitudinal velocity of the flow at each point of the domain depends on the local cross-section of the duct in order to satisfy the continuity equation. The variation of the fluid velocity as a function of the longitudinal position at the centre of the duct (without the presence of the spheroid) is shown in Fig. 16.

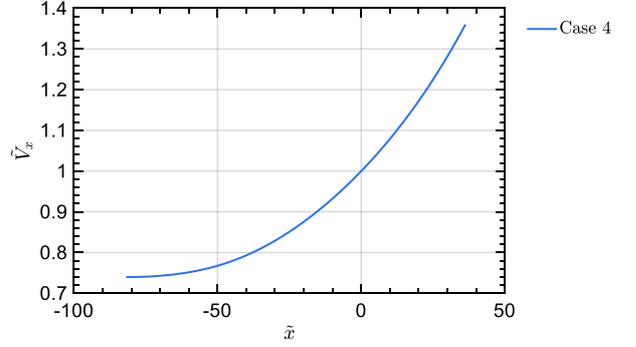


Figure 16. Fluid velocity at the centre of the duct. The position $\tilde{x} = 0$ corresponds to the body centre of volume.

Dimensionless velocity and position are defined as:

$$\tilde{V}_x = \frac{V_x}{V_{cv}} \quad (12)$$

$$\tilde{x} = \frac{x}{L} \quad (13)$$

in which V_{cv} is the velocity at the centre of volume of the spheroid and L is the longitudinal length of the spheroid. In this simulation the temporal variation of the velocity is zero. The advective term contribute to the acceleration as:

$$\tilde{a}_{cc} = \frac{L}{V_{cv}^2} V_x \frac{\partial V_x}{\partial x} \quad (14)$$

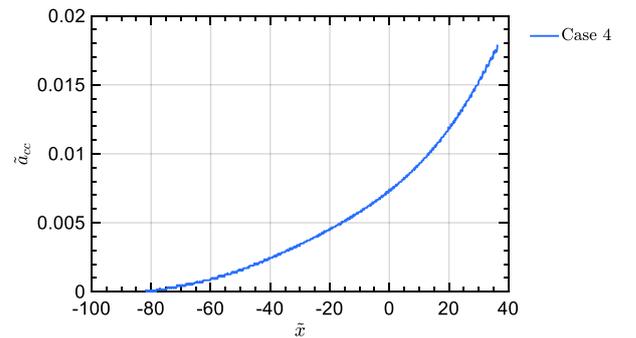


Figure 17. Dimensionless convective acceleration at the centre of the duct.

As shown in Fig. 17, the value of the acceleration at the centre of volume of the spheroid is $\tilde{a}_{cc} = 7.6 \cdot 10^{-3}$.

Rearranging Eq. 5 and considering that in the analysed case F_h is intrinsically null (because of the stationary condition), it gives:

$$m_f (1 + \lambda_{11}) = \frac{F_x - F_{xqs}}{V_x \frac{\partial V_x}{\partial x}} \quad (15)$$

The added mass value λ_{11} calculated from Eq. 15, based on the value of F_x in the converging duct and on $F_{x_{qs}}$ of a simulation with no acceleration and with the same V_∞ evaluated at the spheroid centre of volume, is $\lambda_{11} = 0.0915$. The relative error of this value compared to the result arising from the potential theory is 7.1%.

However, the relative error on the calculation of F_x considering Eq. 15 and the theoretical value of λ_{11} , is only 0.11%.

The model provided by Eq. 5 showed to be robust in all analysed cases providing a good description of the aerodynamic force applied by the fluid under unsteady and non-homogeneous flow conditions.

6. CONCLUSIONS

The study of aerodynamic effects acting under conditions of relative accelerated motion and non-homogeneous flow is of considerable importance for lightweight bodies, such as airships, which are more sensitive to these phenomena.

Generally, the forces acting on the body can be decomposed into a quasi-steady term, an inertial term and a term dependent on the history of flow.

The literature contains studies on spherical configurations at relatively low Reynolds numbers. The results are very different, sometimes contradictory, especially with regard to the independence of the added mass term to the relative acceleration and the Reynolds number.

In this paper, high Reynolds number CFD simulations have been performed on a prolate spheroid with an axis ratio of 3.5:1.

Different types of body motion and flow conditions were analysed. The results obtained showed that even in these conditions the force applied on the body can be modelled through the sum of the three terms described above. A constant value of the longitudinal added mass term was found in all configurations. This value is the same obtainable from the potential theory. The importance of the flow history term with respect to the quasi-steady term is closely related to the configuration analysed, depending on the relative acceleration.

To complete the analysis, further studies should be conducted in configurations with other values of the relative acceleration and under more unsteady flow conditions to determine more accurately the importance of the history term.

7. REFERENCES

1. Lamb, H. (1993). *Hydrodynamics*. Cambridge university press.
2. Korotkin, A. I. (2008). Added masses of ship structures (Vol. 88). *Springer Science & Business Media*.
3. Azouz, N., Chaabani, S., Lerbet, J., & Abichou, A. (2012). Computation of the added masses of an unconventional airship. *Journal of Applied Mathematics*.

4. Ghassemi, H., & Yari, E. (2011). The Added Mass Coefficient computation of sphere, ellipsoid and marine propellers using Boundary Element Method. *Polish Maritime Research*, 18(1), 17-26.
5. Tuveri, M., Ceruti, A., & Marzocca, P. (2014). Added masses computation for unconventional airships and aerostats through geometric shape evaluation and meshing. *Int. J. Aeronaut. Space Sci*, 15(3), 241-257.
6. Carbone, G., Martinat, G., Farcy, D., & Harion, J. L. (2019). Added Masses of generic shape bodies interacting with external walls. *Aerospace Science and Technology*, 90, 70-84.
7. Basset, A. B. (1888). *A treatise on hydrodynamics: with numerous examples* (Vol. 2). Deighton, Bell and Company.
8. Boussinesq, J. V. (1885). Sur la resistance d'une sphere solide. *CR Hebd. Seanc. Acad. Sci. Paris*, 100, 935.
9. Oseen, C. W. (1927). *Hydrodynamik* (Vol. 1). Akad. Verl.-Ges..
10. Odar, F., & Hamilton, W. S. (1964). Forces on a sphere accelerating in a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 18(2), 302-314.
11. Rivero, M., Magnaudet, J., & Fabre, J. (1991). Quelques résultats nouveaux concernant les forces exercées sur une inclusion sphérique par un écoulement accéléré. *CR Acad. Sci., Ser. II: Mec., Phys., Chim., Sci. Terre Univers*, 312(13), 1499-1506.
12. Chang, E. J., & Maxey, M. R. (1995). Unsteady flow about a sphere at low to moderate Reynolds number. Part 2. Accelerated motion. *Journal of Fluid Mechanics*, 303, 133-153.
13. Mougin, G., & Magnaudet, J. (2002). The generalized Kirchhoff equations and their application to the interaction between a rigid body and an arbitrary time-dependent viscous flow. *International journal of multiphase flow*, 28(11), 1837-1851.
14. Wakaba, L., & Balachandar, S. (2007). On the added mass force at finite Reynolds and acceleration numbers. *Theoretical and Computational fluid dynamics*, 21(2), 147-153.
15. Menter, F. R., Kuntz, M., & Langtry, R. (2003). Ten years of industrial experience with the SST turbulence model. *Turbulence, heat and mass transfer*, 4(1), 625-632.
16. Auton, T. R., Hunt, J. C. R., & Prud'Homme, M. (1988). The force exerted on a body in inviscid unsteady non-uniform rotational flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 197, 241-257.
17. Magnaudet, J., & Eames, I. (2000). The motion of high-Reynolds-number bubbles in inhomogeneous flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 32(1), 659-708.

3.3 Conclusions

Les phénomènes aérodynamiques dus aux masses et inerties ajoutées revêtent une grande importance pour les corps légers tels que les dirigeables. Dans ce chapitre, nous nous sommes focalisés sur le calcul numérique de ces termes. Dans un premier temps, un code numérique valable dans des conditions d'écoulement potentiel a été élaboré. Des études de validation ont été menées sur des configurations simples dont les résultats sont connus. En outre, le logiciel a été adapté à l'étude de configurations complexes, telles que celle d'un corps en interaction avec des parois externes.

Des études similaires ont également été réalisées par des simulations CFD dans des conditions de fluide parfait. Cependant, ces dernières requièrent un coût et des temps de calcul plus importants, parfois avec une moindre qualité de résultats, que ceux requis par le code que nous avons créé. C'est pourquoi il est opportun de continuer à utiliser la première méthode pour l'estimation des masses et inerties ajoutées de configurations complexes qui pourront être analysées par la suite.

En complément des études en fluide parfait, des analyses en fluide visqueux ont été réalisées. En particulier, l'aérodynamique de l'ellipsoïde 3.5:1 dans des conditions de mouvement relatif accéléré avec le fluide a été étudiée. Dans ce cas, les recherches ont été menées uniquement par le biais de simulations CFD.

Les résultats semblent confirmer que les valeurs des masses ajoutées calculées dans des conditions réelles sont les mêmes que celles obtenues par la théorie potentielle.

La viscosité du fluide induit des efforts de frottement à la surface du corps et une redistribution différente du champ de pression par rapport au cas potentiel. Cela se traduit par l'apparition de forces et moments aérodynamiques qui dépendent de l'état présent (contribution quasi-stationnaire) et passé (contribution dite d'« histoire ») du mouvement relatif entre le corps et le fluide. Malheureusement, il n'est pas facile de distinguer précisément les deux contributions visqueuses. Pour l'instant, celle dite d'« histoire » sera négligée, étant son importance au moins d'un ordre de grandeur inférieur aux efforts quasi-stationnaires et de masse et d'inertie ajoutées.

Chapitre 4

Étude de l'impact de rafales de vent latéral sur l'aérodynamique du dirigeable

Dans ce chapitre, nous illustrerons des analyses complémentaires concernant la non-homogénéité du fluide et son influence sur l'aérodynamique du dirigeable. En particulier, nous analyserons comment une perturbation locale de vent latéral peut influencer la dynamique de l'ellipsoïde de révolution 3.5:1.

La configuration étudiée par Kanoria et al. [2], présentée dans la section 1.5.1, a été reprise et reproduite au moyen de simulations numériques CFD.

Les analyses ont été menées selon deux approches différentes. Dans le premier cas, nous avons simulé la situation dans laquelle l'ellipsoïde immobile est impacté par une perturbation latérale qui est advectée dans la direction longitudinale au corps. Le second cas est similaire à celui simulé par Kanoria, dans lequel le corps se déplace et traverse la perturbation latérale, dont la position spatiale est fixe.

Dans les paragraphes suivants, nous donnerons plus de détails sur les deux approches numériques utilisées pour la résolution des deux cas.

Les résultats obtenus montrent que l'évolution temporelle des coefficients aérodynamiques est très similaire à celle observée par Kanoria et illustrée dans la Figure 1.7.

Un modèle simplifié de prévision des efforts aérodynamiques dus au passage de la rafale sera proposé à la fin du chapitre. L'évolution du torseur aérodynamique dépendra des caractéristiques de la perturbation (longueur d'onde, amplitude et vitesse d'avancement) et des caractéristiques aérodynamiques du corps en fluide homogène.

Enfin, la comparaison de ce modèle avec celui établi par Thomasson et al. [3] sera examinée à travers l'analyse d'une situation adaptée aux hypothèses du modèle lui-même.

4.1 Perturbation de vent advectée vers le corps immobile

4.1.1 Configuration de calculs et maillage

Le premier cas considéré est celui où l'ellipsoïde 3.5:1, immobile dans l'espace (par rapport à un repère inertiel), est traversé par une perturbation de vent latéral transportée par le vent moyen. Le modèle de rafale utilisé est le « 1-cosinus » qui idéalise une perturbation turbulente de l'atmosphère sous forme d'une « rafale discrète » [41] :

$$v_g = \frac{v_{g0}}{2} \left\{ 1 - \cos \left[\frac{\pi}{L_g} (x - v_{\infty} t) \right] \right\} \quad (4.1)$$

La rafale est dans ce cas définie uniquement par sa demi-longueur d'onde L_g et son amplitude maximale v_{g0} . Ce modèle simplifié est largement utilisé en aéronautique pour le calcul des charges

exercées sur les avions en raison des turbulences atmosphériques. Selon cette formulation, la perturbation est bidimensionnelle, semblable à une vague à la surface de la mer se propageant dans l'espace et le temps.

Dans nos simulations, la vitesse du vent a été définie par une composante constante, qui se propage dans la direction longitudinale au grand axe de l'ellipsoïde, et une composante dans la direction orthogonale au corps décrite par l'équation 4.1.

La Figure 4.1 montre une schématisation du domaine fluide et du champ de vitesse correspondant à la configuration de calcul.

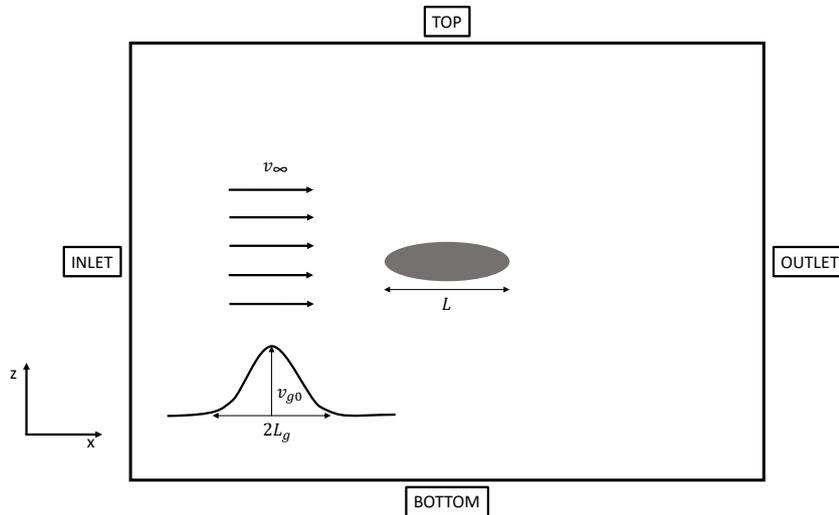


Figure 4.1 – Schématisation du modèle « 1-cosinus » de la vitesse de perturbation.

Dans OpenFOAM, cette configuration peut être obtenue en imposant des conditions aux limites non-homogènes, à travers la commande `codedFixedValue`. Cette fonction est appliquée à la condition aux limites de vitesse de l'*INLET*. Une condition limite de type *noSlip* est appliquée à l'ellipsoïde. Sur le reste des surfaces, une condition *zeroGradient* est appliquée, ce qui permet à la perturbation d'être transportée le long de tout le domaine sans produire d'erreurs numériques.

La pression de référence a été fixée à zéro à l'*OUTLET*, tandis que la condition *zeroGradient* est appliquée au reste des surfaces.

Bien entendu, pour simuler correctement le passage de la perturbation, il est nécessaire que les simulations numériques soient de type instationnaire. Dans notre cas, nous avons adopté un modèle URANS, en appliquant le modèle de turbulence $k - \omega$ SST.

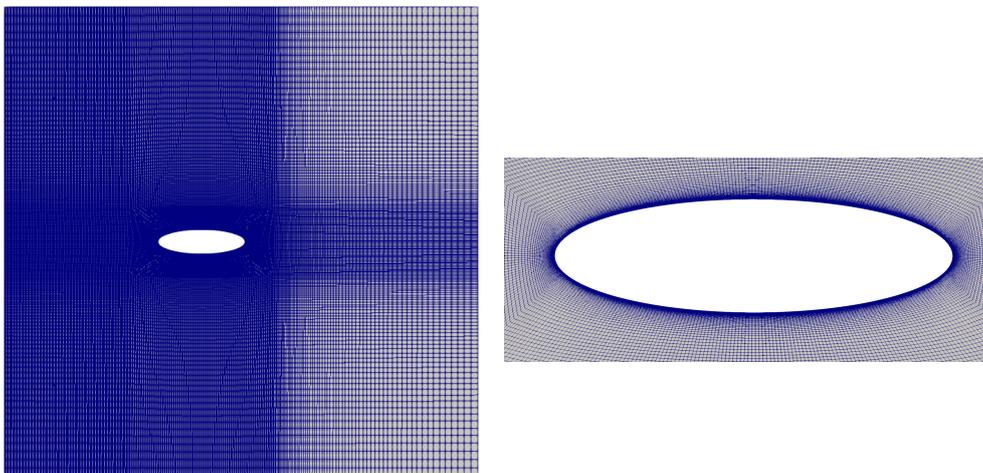


Figure 4.2 – Section du maillage utilisé pour simuler une rafale advectée par le vent moyen.

La Figure 4.2 montre une section du maillage 3D utilisé pour ces simulations. On voit que la région à gauche de l'ellipsoïde est plus définie et que la densité d'éléments est supérieure à la moitié de droite. La raison de ce choix provient de la nécessité de limiter la diffusion numérique due au maillage lors du déplacement de la perturbation. Des tests numériques effectués sur des maillages plus grossiers ont montré que l'amplitude et la longueur d'onde de la perturbation se dégradaient au fur et à mesure qu'elle s'éloignait de l'*INLET*.

La taille des mailles dans la zone en proximité de l'*OUTLET* a été réduite, car les erreurs de diffusion numérique ont une incidence moindre sur l'aérodynamique de l'ellipsoïde une fois que la perturbation a complètement traversé le corps.

La taille du domaine de calcul a également été réduite afin de limiter d'autres effets de diffusion numérique. La distance entre l'*INLET* et le nez de l'ellipsoïde est égale à $1.8L$, où L est la longueur du grand axe du corps.

Les simulations ont été initialisées en considérant une vitesse amont homogène, afin d'obtenir un écoulement bien établi autour du corps. Le cas de référence non perturbée présente un angle d'attaque de 0° et un nombre de Reynolds (Re_L) de $2.57 * 10^6$.

Une étude paramétrique a été réalisée avec de multiples configurations de rafales. Différentes longueurs d'onde et amplitudes de la perturbation latérale ont été simulées afin d'analyser leur effet sur la variation des caractéristiques aérodynamiques de l'ellipsoïde. Les résultats sont présentés dans la section suivante.

4.1.2 Résultats des simulations numériques

Les simulations réalisées pendant cette première phase comprennent douze configurations différentes, obtenues en combinant trois longueurs d'onde L_g et quatre amplitudes de la vitesse de perturbation v_{g0} . Les valeurs considérées sont :

$$\frac{v_{g0}}{v_\infty} = \begin{cases} 0.0857 \\ 0.1714 \\ 0.2857 \\ 0.5714 \end{cases} \quad \text{et} \quad \frac{L_g}{L} = \begin{cases} 1/4 \\ 1/2 \\ 1 \end{cases}$$

Les valeurs de v_{g0}/v_∞ ont été choisies de manière à obtenir des angles d'attaque induits compris entre 5° et 30° , afin d'examiner différents régimes d'écoulement sur le corps (depuis l'écoulement attaché aux faibles incidences, jusqu'au cas d'écoulement qui présentent décollements importants et structures tourbillonnaires). Cela, en combinaison avec les trois différentes valeurs de longueur d'onde, nous permettront d'observer la réponse aérodynamique de l'ellipsoïde dans des conditions de rafales très variées.

A ce stade, il est utile de définir les conventions utilisées dans la suite du chapitre pour la présentation des résultats. Les valeurs adimensionnelles de vitesse, longueur et temps seront indiquées avec un astérisque. Les vitesses sont adimensionnées par la vitesse amont non perturbée v_∞ , les longueurs par la valeur L et le temps par L/v_∞ .

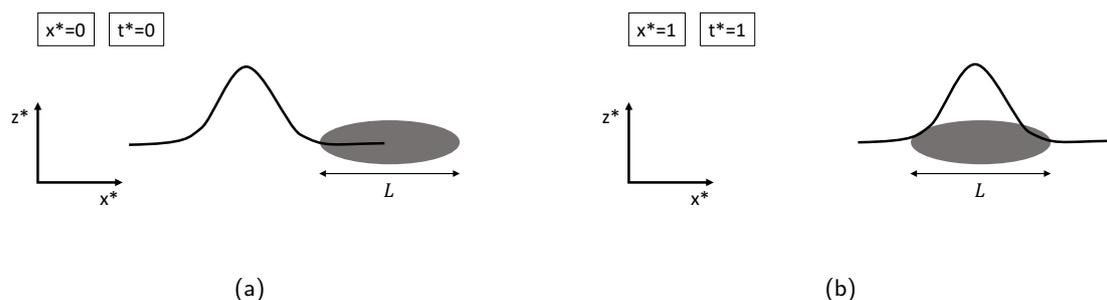


Figure 4.3 – Convention de représentation des résultats pendant le déplacement d'une rafale.

La condition où $x^* = 0$ et $t^* = 0$ correspond à la situation représentée en 4.3(a) où l'avant de la perturbation touche le nez de l'ellipsoïde. La condition à $x^* = 1$ et $t^* = 1$ est représentée en 4.3(b). Dans ce cas, l'avant de la perturbation touche la queue du corps.

La Figure 4.4 présente les résultats pour la configuration $v_{g0}/v_\infty = 0.0857$ et $L_g/L = 1/2$.

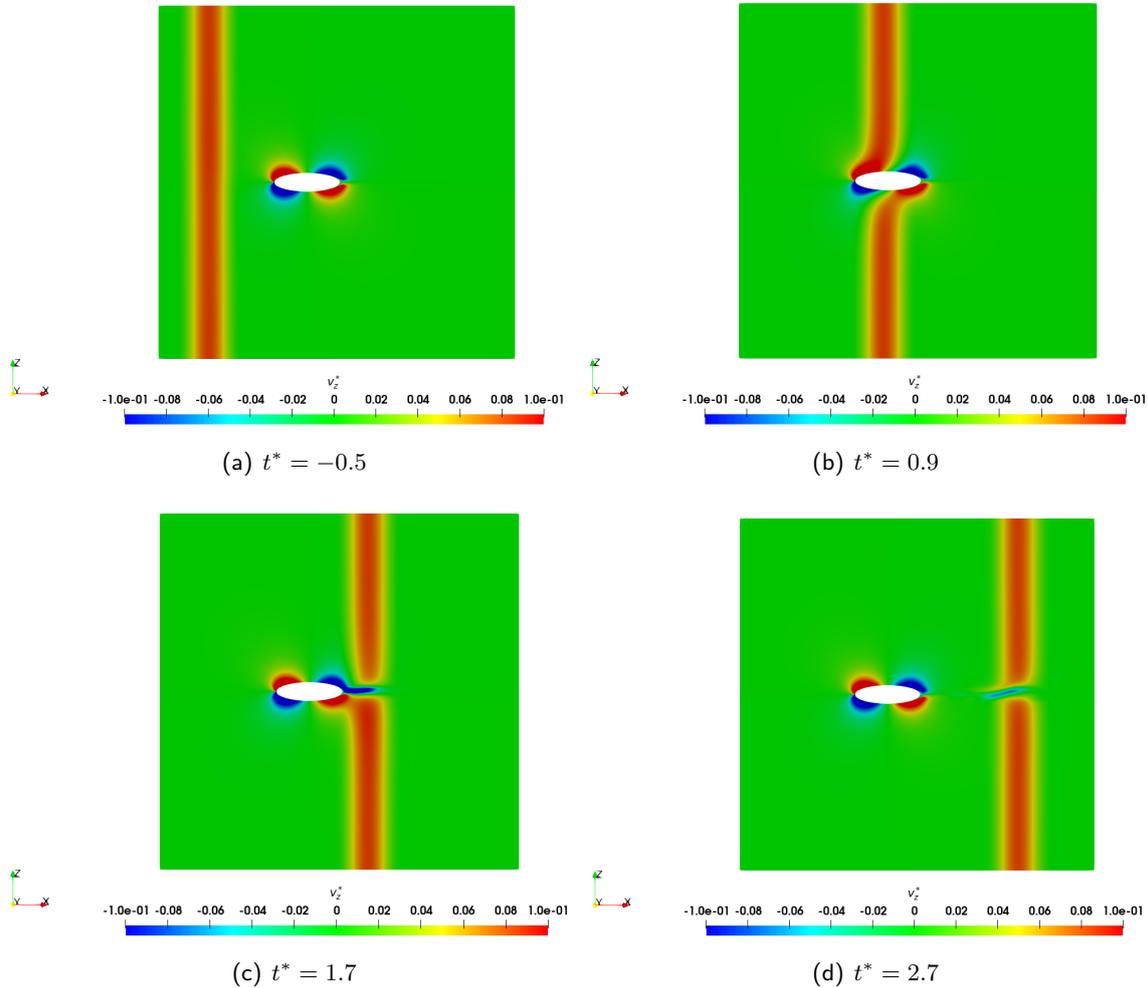


Figure 4.4 – Évolution temporelle du champ de vitesse v_z^* pendant le déplacement d'une rafale avec $v_{g0}/v_\infty = 0.0857$ et $L_g/L = 1/2$.

Elle montre le champ de vitesse v_z^* obtenu à quatre instants de la simulation. L'échelle de représentation des données a été adaptée afin de mettre en évidence la perturbation de vitesse, qui peut être identifiée par la bande rouge qui se déplace de gauche à droite. On peut également voir que la perturbation et le champ de vitesse autour du corps s'influencent mutuellement. Cela justifie la variation locale des caractéristiques aérodynamiques de l'ellipsoïde.

L'évolution de la composante de vitesse v_z^* , à l'instant $t^* = -0.5$, le long de la direction du grand axe de l'ellipsoïde est représentée sur la Figure 4.5. La perturbation correspond exactement au profil « 1-cosinus » souhaité, avec des erreurs de diffusion numériques très limitées. Nous voulons préciser que le trait discontinu présent entre $x^* = 0$ et $x^* = 1$ est dû à la présence du corps, donc il se réfère à une région de l'espace qui ne fait pas partie du domaine fluide.

À ce stade, nous pouvons analyser quantitativement les effets aérodynamiques dus au passage de la perturbation, qui se manifestent sur le corps sous forme de forces et moments. Nous allons représenter la variation des coefficients aérodynamiques par rapport à l'état non perturbé.

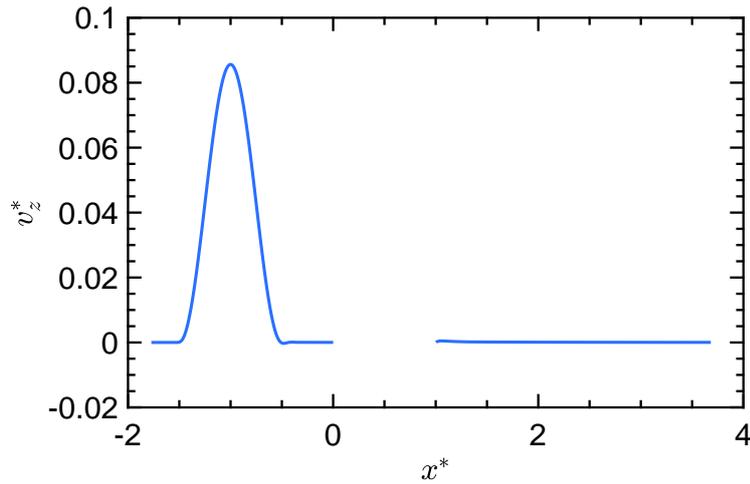


Figure 4.5 – Profil de vitesse v_z^* le long du grand axe de l'ellipsoïde à l'instant $t^* = -0.5$.

La définition des coefficients aérodynamiques dans le repère corps est donnée par les équations :

$$\Delta C_{ib} = \frac{F_{ib}(t) - F_{ib0}}{\frac{1}{2}\rho v_\infty^2 S} \quad \text{et} \quad \Delta C_{jb} = \frac{M_{jb}(t) - M_{jb0}}{\frac{1}{2}\rho v_\infty^2 S L^*} \quad (4.2)$$

où l'indice 0 se réfère à la condition non perturbée.

Les résultats sont représentés dans les graphiques des figures 4.6, 4.7 et 4.8 où nous pouvons voir les variations des coefficients de force C_{xb} et C_{zb} , et du moment de tangage C_{mb} (calculé au centre de volume du corps) lors du passage des douze configurations de rafale.

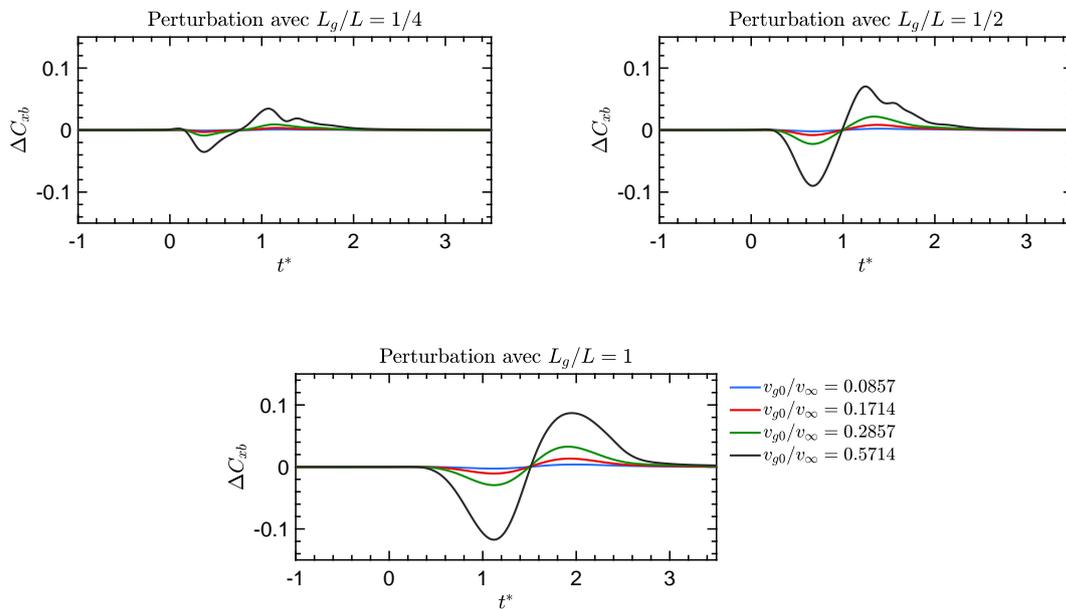


Figure 4.6 – Variation du coefficient C_{xb} lors du passage d'une rafale « 1-cosinus ».

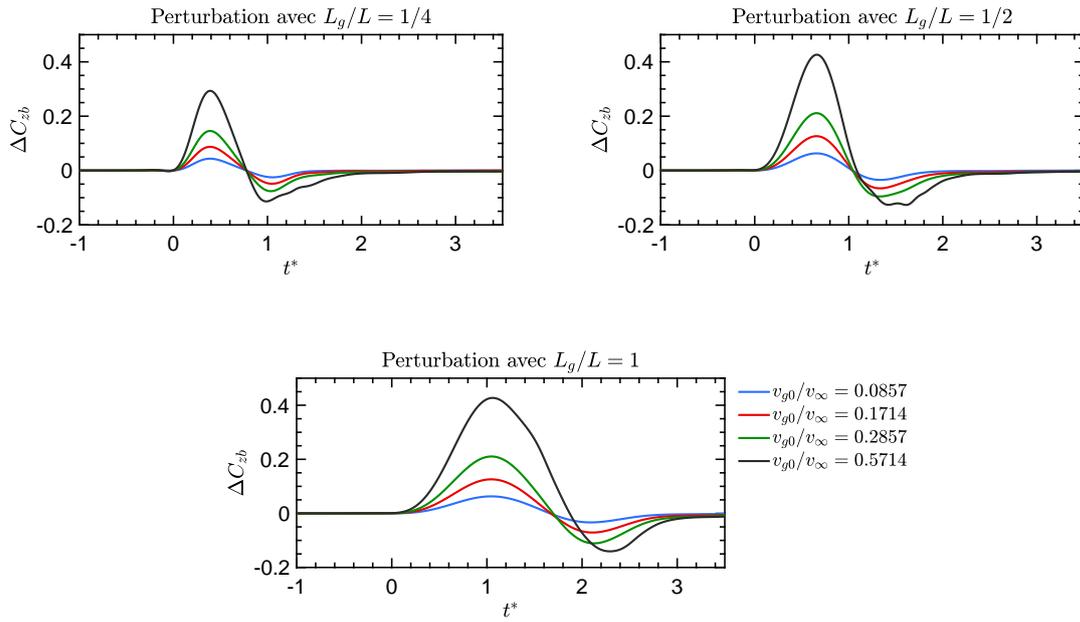


Figure 4.7 – Variation du coefficient C_{zb} lors du passage d'une rafale « 1-cosinus ».

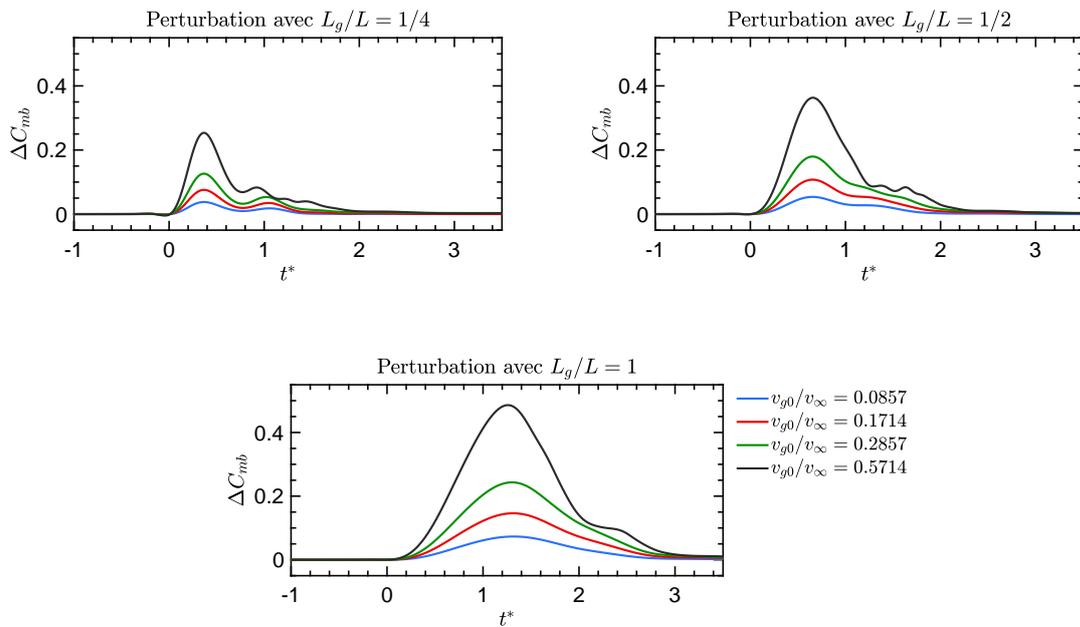


Figure 4.8 – Variation du coefficient C_{mb} lors du passage d'une rafale « 1-cosinus ».

La première information qui saute aux yeux quand on examine ces courbes est que les deux paramètres v_{g0}/v_∞ et L_g ont une incidence significative sur les efforts et moments appliqués à l'ellipsoïde.

En comparant ces résultats à ceux obtenus par Kanoria [2], représentés dans la Figure 1.7, on peut noter de nombreuses similitudes, bien que les corps analysés, le type de rafale et les méthodes numériques utilisées soient notablement différents.

Nous allons maintenant analyser plus en détail l'évolution des courbes qui, à première vue, semblent ne pas donner de résultats très intuitifs. La Figure 4.9 illustre des schémas représentatifs de la physique de l'écoulement autour du corps pendant les différentes phases de traversée de la rafale.

Nous avons indiqué avec un cercle rouge les zones de surpression (c'est-à-dire les zones où les niveaux du coefficient de pression sont les plus élevés) à la surface du corps.

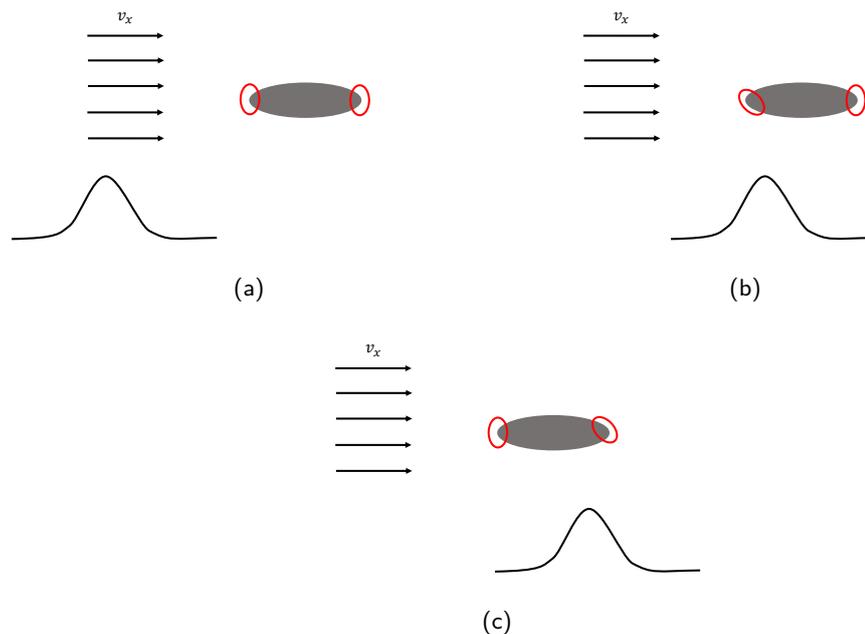


Figure 4.9 – Diagrammes représentatifs de la traversée de la rafale et des zones de surpression à la surface de l'ellipsoïde.

Dans la Figure 4.9(a), la répartition de la pression autour du corps correspond à celle pour un angle d'incidence nul. Les surpressions sont positionnées symétriquement en amont et en aval de l'ellipsoïde. Les décollements qui se produisent sur l'arrière du corps induisent des niveaux de surpression plus faibles que ceux présents sur le nez. Cela se traduit par l'existence d'une traînée aérodynamique (sans considérer les effets dus au frottement).

Lorsque la perturbation latérale touche le corps, elle induit une redistribution des efforts aérodynamiques sur ce dernier. En observant le schéma de la Figure 4.9(b), on peut remarquer comment la surpression du nez se déplace vers la région du corps la plus exposée à la rafale. À ce stade, il est facile de déduire comment les forces et les moments varieront par rapport à l'état initial. Par exemple, dans ce cas, on peut prévoir une augmentation de la portance et du moment de tangage (en raison de la dissymétrie des forces de pression sur la partie inférieure du corps) et une réduction de la traînée due à la diminution de la pression du nez.

La situation présentée dans la Figure 4.9(c) est un peu plus complexe par rapport à la précédente. Intuitivement, on pourrait s'attendre à avoir un état similaire à celui de la Figure 4.9(b) dans lequel la perturbation venant du bas induirait une surpression sur la partie inférieure du corps. Ce raisonnement serait correct si la composante de vent v_x n'était pas présente. Dans ce cas, il n'y aurait pas de différence entre le cas 4.9(b) et le cas 4.9(c). Afin de comprendre exactement ce qui se passe dans le cas illustré en 4.9(c), on peut se référer à une configuration dans laquelle le corps entier est

immergé dans un écoulement à $AoA \neq 0^\circ$. Le sillage du corps est aligné avec la direction du vent et les détachements en aval sont déviés par rapport au cas à $AoA = 0^\circ$. Pendant le passage de la perturbation latérale, la condition à $AoA \neq 0^\circ$ se produit localement et, sur les sections affectées, la distribution du champ de pression est similaire à celle présente quand le corps entier est en incidence.

Dans ce cas, on peut donc prévoir que le corps sera soumis à une réduction de la portance et à une augmentation de la trainée et du moment de tangage.

Les résultats des coefficients aérodynamiques présentés dans les graphiques des figures 4.6, 4.7 et 4.8 sont conformes à cette description phénoménologique. Ils sont également confirmés par les visualisations du coefficient de pression pariétale, présentées dans l'exemple de Figure 4.10.

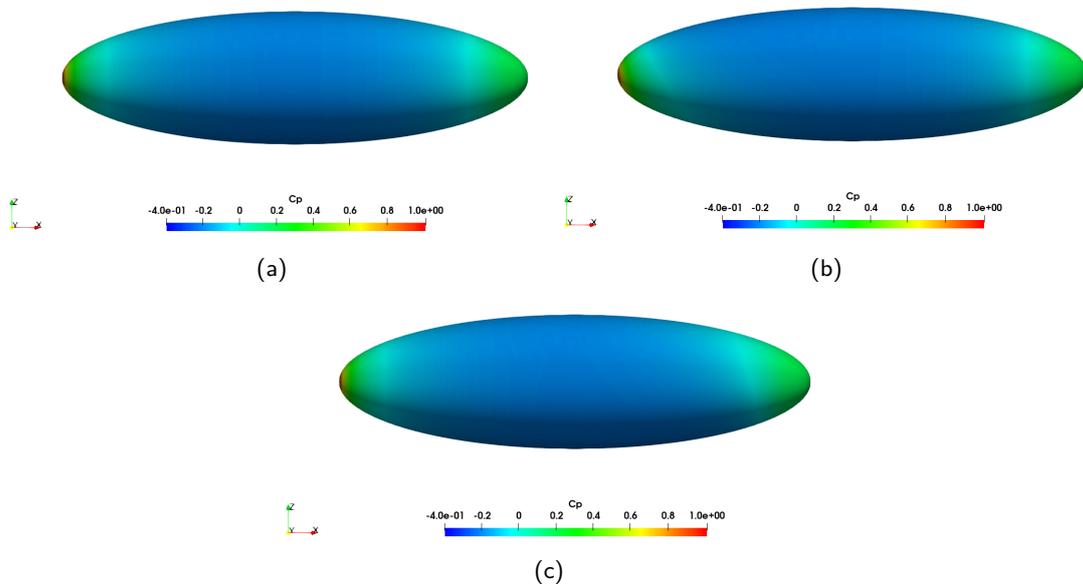


Figure 4.10 – Évolution du coefficient de pression lors du passage de la rafale avec $v_{g0}/v_\infty = 0.0857$ et $L_g/L = 1/2$.

Comme mentionné précédemment, la variation des coefficients aérodynamiques est directement liée à l'intensité de la perturbation. Dans les équations suivantes, d'autres adimensionnements sont proposés afin d'éliminer la dépendance des coefficients à l'amplitude de la rafale v_{g0}/v_∞ :

$$\frac{\Delta C_{xb}}{(v_{g0}/v_\infty)^2} = \frac{F_{xb}(t) - F_{xb0}}{\frac{1}{2}\rho v_\infty^2 S} \left(\frac{v_\infty}{v_{g0}} \right)^2 = \frac{F_{xb}(t) - F_{xb0}}{\frac{1}{2}\rho v_{g0}^2 S} \quad (4.3)$$

$$\frac{\Delta C_{zb}}{v_{g0}/v_\infty} = \frac{F_{zb}(t) - F_{zb0}}{\frac{1}{2}\rho v_\infty^2 S} \frac{v_\infty}{v_{g0}} = \frac{F_{zb}(t) - F_{zb0}}{\frac{1}{2}\rho v_\infty v_{g0} S} \quad (4.4)$$

$$\frac{\Delta C_{mb}}{v_{g0}/v_\infty} = \frac{M_{yb}(t) - M_{yb0}}{\frac{1}{2}\rho v_\infty^2 S L^*} \frac{v_\infty}{v_{g0}} = \frac{M_{yb}(t) - M_{yb0}}{\frac{1}{2}\rho v_\infty v_{g0} S L^*} \quad (4.5)$$

Les résultats relatifs à ces formulations sont présentés dans les figures 4.11, 4.12 et 4.13.

Ils montrent que lorsque la perturbation traverse la région amont de l'ellipsoïde, les résultats décrits par ces coefficients adimensionnés sont parfaitement superposés, en mettant ainsi en lumière leur indépendance par rapport à l'amplitude de la perturbation v_{g0}/v_∞ . En traversant la région aval du corps, cette indépendance est perdue et la variation des nouveaux coefficients aérodynamiques devient moins marquée lorsque le rapport v_{g0}/v_∞ augmente. La dissymétrie des effets entre les zones amont e aval du corps peut être reliée à l'interaction de la perturbation avec les décollements et les structures tourbillonnaires présents en aval du corps. Les effets qui en résultent sont non-linéaires et très difficiles à intégrer dans une corrélation simple.

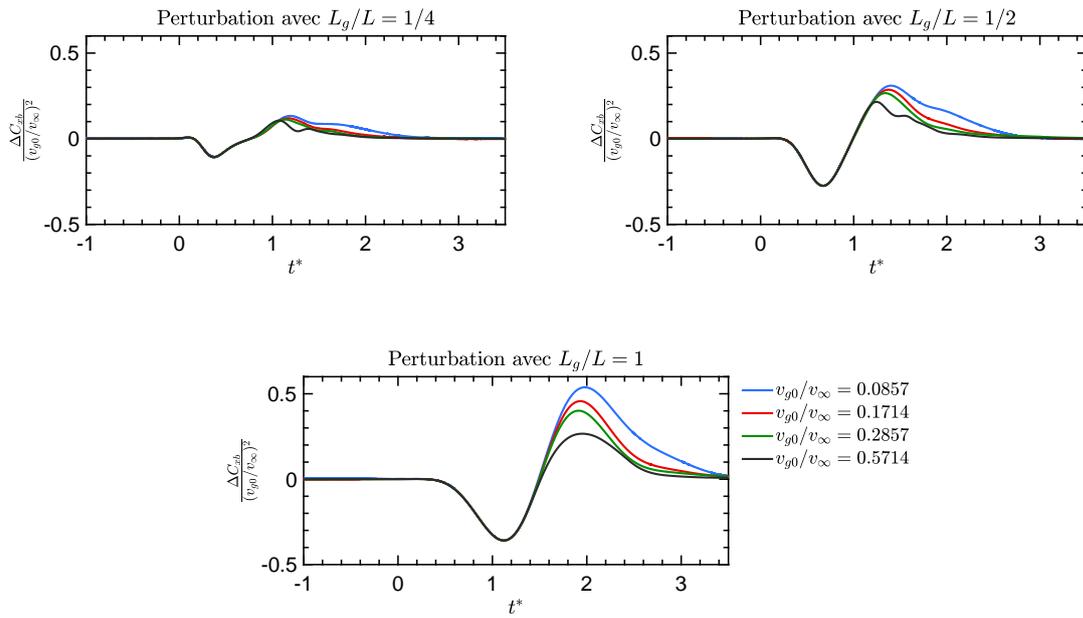


Figure 4.11 – Coefficient ΔC_{xb} adimensionné par $(v_{g0}/v_{\infty})^2$.

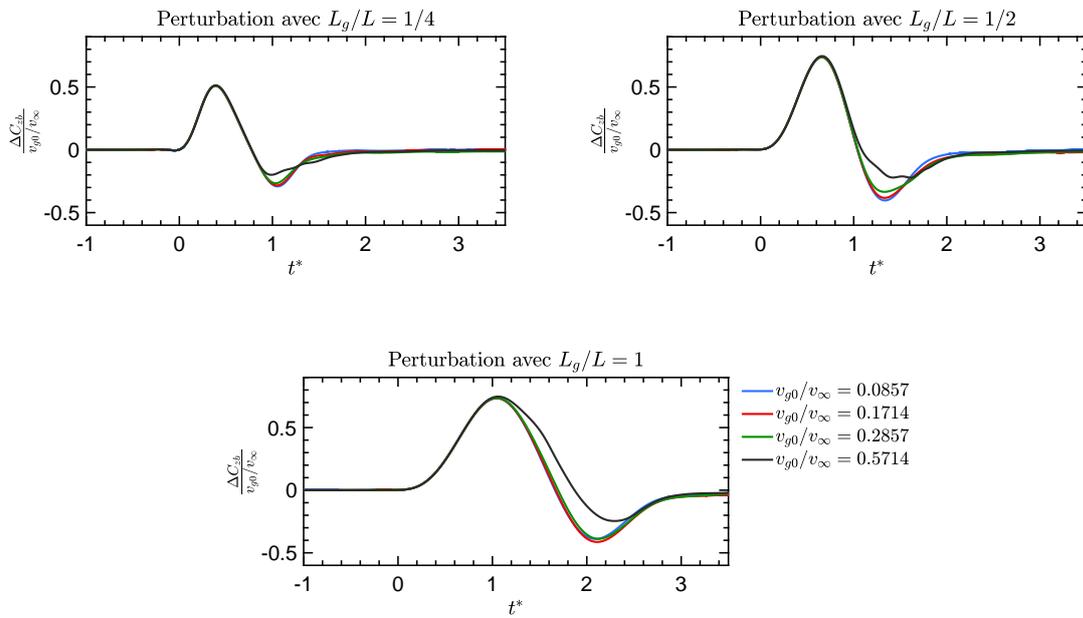


Figure 4.12 – Coefficient ΔC_{zb} adimensionné par v_{g0}/v_{∞} .

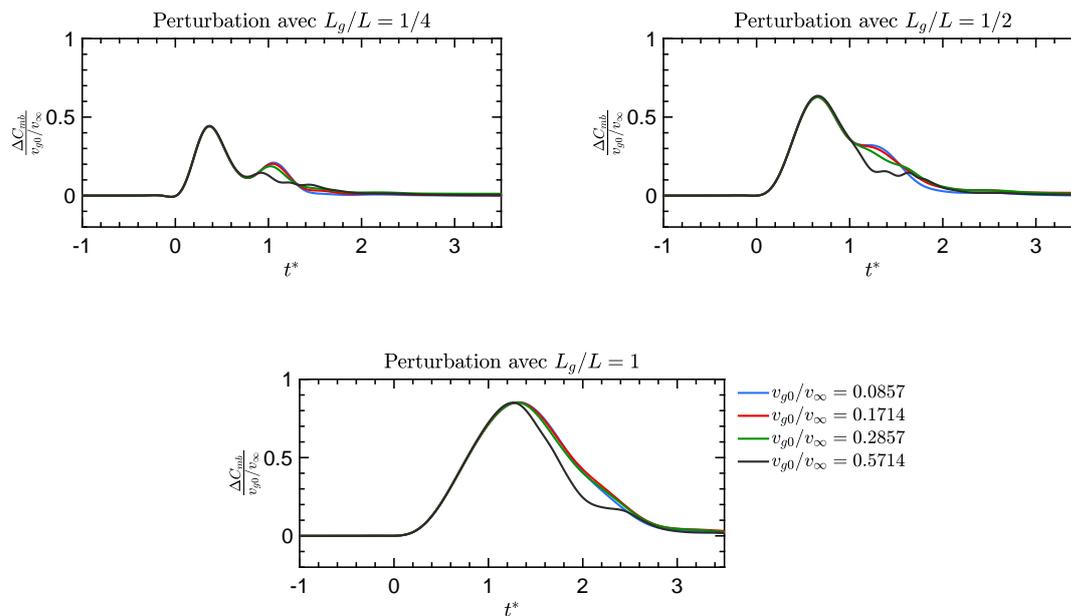


Figure 4.13 – Coefficient ΔC_{mb} adimensionné par v_{g0}/v_{∞} .

La corrélation entre la variation des coefficients aérodynamiques et la longueur d'onde de la perturbation est également non-linéaire, il n'est alors pas aisé de trouver un adimensionnement simple pertinent.

Une méthode intégrale sera introduite à la fin du chapitre afin de prédire ces phénomènes lors du passage de n'importe quelle configuration de perturbation latérale.

Avant de détailler cette contribution, une autre configuration de simulations numériques est proposée dans le paragraphe suivant. Dans ce cas, le corps en déplacement à une vitesse constante traverse une perturbation latérale fixe dans l'espace. Cette simulation reprend l'expérience proposée par Kanoria, même si, encore une fois, les techniques de simulations numériques restent très différentes.

4.2 Ellipsoïde en translation uniforme dans une région perturbée par un vent latéral

4.2.1 Configuration de calculs et maillage

Les simulations réalisées jusqu'à présent ont fourni une quantité importante d'informations sur le comportement aérodynamique de l'ellipsoïde lors du passage d'une perturbation de vent latéral. Cette configuration étant très difficile à reproduire expérimentalement, il est apparu opportun de développer des simulations numériques complémentaires afin de pouvoir en valider les résultats. C'est pourquoi il a été décidé de réaliser des simulations alternatives, avec lesquelles il était possible de représenter les mêmes phénomènes, mais en utilisant une configuration différente de la précédente.

Les études ont été menées dans une situation similaire à celle analysée par Kanoria, dans laquelle le corps en mouvement traverse une région de l'espace perturbée par un vent latéral. La résolution numérique de cette configuration n'est pas simple à réaliser, même si différentes techniques sont disponibles pour la reproduire.

Dans son étude, Kanoria a utilisé la technique de l'*overset*. Cela consiste à superposer plusieurs maillages (qui peuvent se déplacer indépendamment dans l'espace) et à interpoler les informations entre un maillage et l'autre à chaque pas de temps. Bien que cette technique semble particulièrement adaptée à représenter notre cas, après plusieurs tests, nous avons réalisé que les modèles présents dans la version d'OpenFOAM en cours sont très instables et ne fournissent pas de résultats très

précis. Ceci est connu dans la communauté de développeurs et utilisateurs du logiciel. En effet, cette fonctionnalité de code est encore en cours de développement et de petites améliorations sont mises en œuvre périodiquement dans ses nouvelles distributions.

Une autre stratégie possible serait d'utiliser un maillage dynamique où, à chaque pas de temps, les points du maillage autour du corps sont recalculés pour simuler son avancement. Cette technique annule toute erreur due à l'interpolation des données (un seul maillage étant présent), mais introduit d'autres inconvénients. Si le déplacement du corps est suffisamment important, on risque de déformer considérablement les éléments du maillage et d'affecter la qualité des résultats. Compte tenu du fait que pour cette simulation nous avons décidé que le corps devra se déplacer sur une distance équivalente à au moins cinq fois la longueur de son grand axe (pour permettre au sillage derrière le corps de se développer correctement), pour le moment cette méthode a été abandonnée.

Sur la base de ces éléments, nous avons choisi d'utiliser une technique qui permet au maillage de se déplacer, sans déformer ses éléments, et d'être en communication avec un deuxième maillage statique uniquement par une surface de contact, en interpolant leurs informations. Cela peut être réalisé au moyen de l'AMI (Arbitrary Mesh Interface) dans OpenFOAM.

La Figure 4.14 montre le schéma d'une section du domaine de calcul utilisé pour réaliser cette simulation.

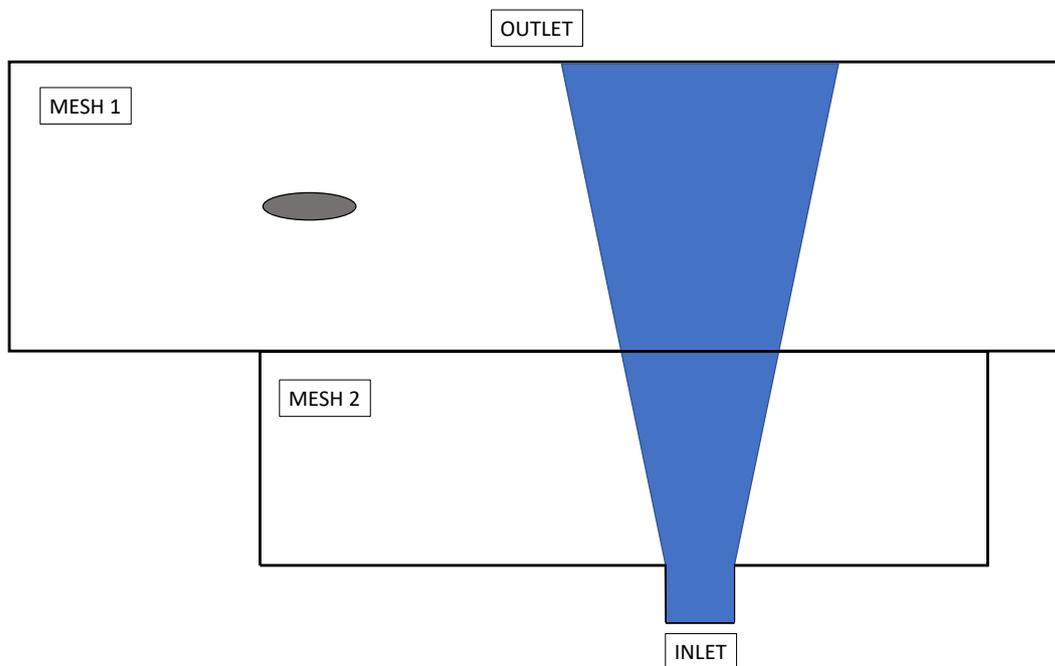


Figure 4.14 – Schéma d'une section du domaine de calcul utilisé pour simuler l'entrée de l'ellipsoïde dans une perturbation de vent latéral.

Notre cas d'étude est constitué d'un domaine *Mesh 1* lié au corps, mise en mouvement rectiligne uniforme dans la direction longitudinale au corps. Le domaine *Mesh 2* est statique. Il communique avec *Mesh 1* par les deux surfaces qui sont en contact. De plus, dans ce maillage est présent un *INLET* de vitesse à partir duquel se développe un jet plan, qui constituera notre perturbation latérale.

Contrairement à l'*overset*, pour lequel l'interpolation des données a lieu entre les éléments volumiques des différents maillages superposés, avec les interfaces, l'interpolation des informations entre un maillage et un autre ne se fait qu'à travers les surfaces qui sont en communication. Les erreurs numériques commises sont principalement liées à la définition surfacique des éléments en contact. En gardant une taille uniforme entre ces éléments, il est possible d'obtenir des résultats de bien meilleure qualité que ceux obtenus avec l'*overset*.

Nous avons décidé d'initialiser la simulation par un calcul instationnaire dans lequel le corps est maintenu immobile et le jet est laissé libre d'atteindre un état stable. Une fois que cette condition est

satisfaite, le domaine *Mesh 1* est mis en mouvement afin que le corps puisse traverser la perturbation. La dimension longitudinale de l'*INLET* a été fixée à $L/2$. La condition de vitesse sur cette surface est définie comme étant égale à $v_{g0}/u_x = 0.3$, où u_x est la vitesse d'avancement de l'ellipsoïde.

Pour cette simulation, il n'est pas possible de définir précisément et a priori la taille de la perturbation et son intensité au niveau du point de rencontre avec le corps, à cause de la diffusion du jet en s'éloignant de l'*INLET*. Le profil de vitesse de la perturbation qui impactera le corps ne sera examiné que lorsque ce dernier sera mis en mouvement.

Le corps se déplacera dans l'air à un nombre de Reynolds égal à $Re = \frac{u_x L}{\nu} = 5.56 * 10^5$.

Dans la Figure 4.15, nous pouvons voir une section du maillage. Il est composé de $3.5 * 10^6$ éléments hexaédriques. La distance entre le nez du corps et la surface gauche du conduit de l'*INLET* est équivalente à $2.25L$.

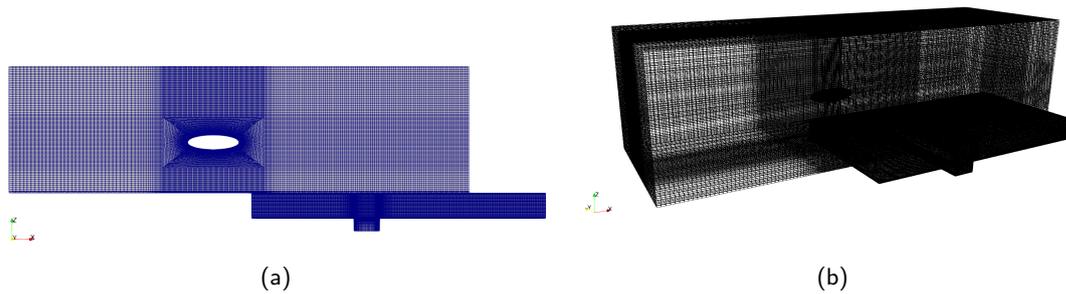


Figure 4.15 – Maillage utilisé avec la méthode AMI.

4.2.2 Résultats numériques

La Figure 4.16 montre les résultats de trois instants de la simulation numérique où il est possible d'observer l'avancement du corps depuis une région en air calme jusqu'à la zone influencée par le jet plan. Le champ de vitesse de la perturbation induit des variations sur les caractéristiques aérodynamiques de l'ellipsoïde, qui à leur tour modifie la structure du jet lors de son passage.

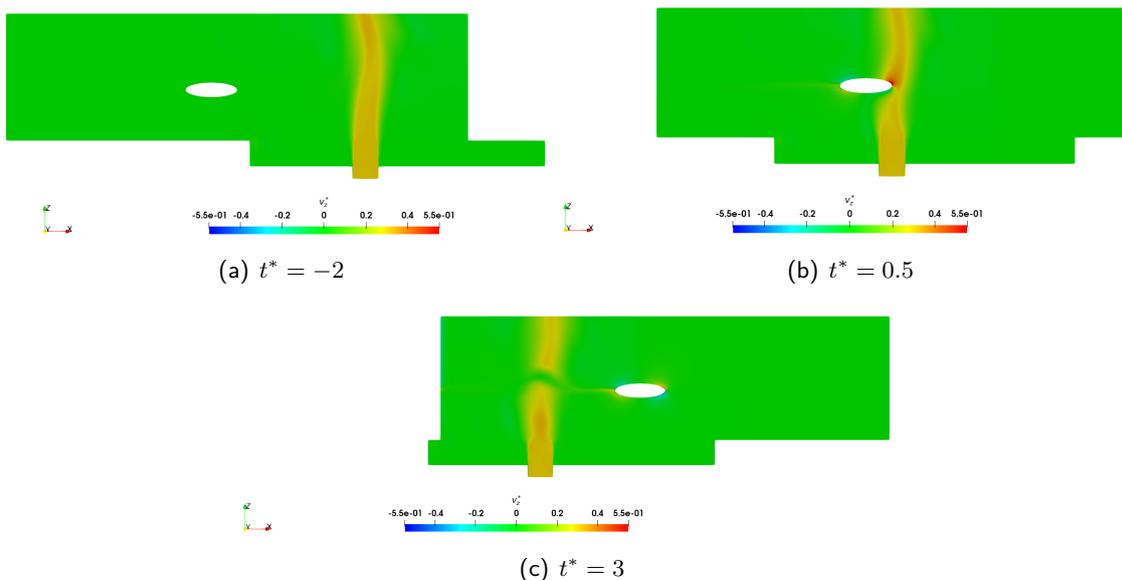


Figure 4.16 – Déplacement de l'ellipsoïde et entrée dans la perturbation du jet plan.

La Figure 4.17 montre le profil de vitesse v_z^* du fluide calculé le long du grand axe du corps au

moment initial du déplacement ($t^* = -2$).

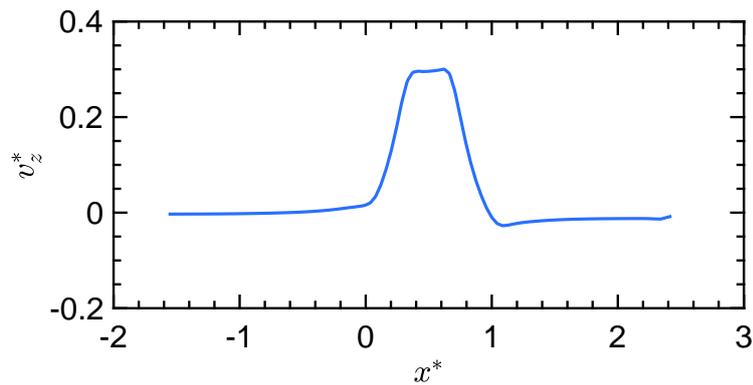


Figure 4.17 – Profil de vitesse v_z^* calculé le long de la direction passant par le grand axe de l'ellipsoïde pendant la phase initiale de déplacement du corps ($t^* = -2$).

Sur ce graphique, nous pouvons voir que l'extension de la perturbation, à la hauteur de l'axe du corps, est égale à environ $Lg = \frac{1}{2}L$ (en se référant toujours à la notation définie au paragraphe 4.1) avec une pic de vitesse égal à $v_z^* = 0.296$. Le profil de vitesse suit une tendance très similaire à celle des simulations réalisées avec la perturbation « 1-cosinus », mais cette fois-ci elle reproduit une condition plus réaliste donnée par le développement spatial du jet plan.

L'évolution temporelle des coefficients aérodynamiques pendant le déplacement de l'ellipsoïde est illustrée dans la Figure 4.18.

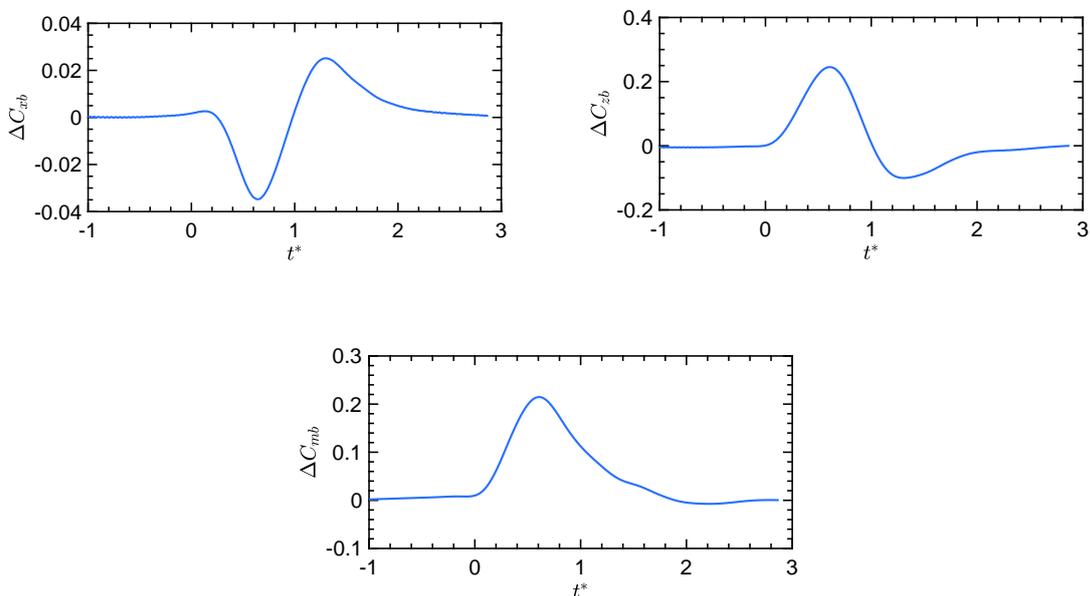


Figure 4.18 – Variation des coefficients aérodynamiques lors de la traversée d'un jet plan.

Ces courbes montrent un comportement très similaire à celui observé avec les simulations numériques réalisées lors du passage de la perturbation « 1-cosinus ». Les valeurs des coefficients aérodynamiques sont également cohérentes avec celles calculées et présentées dans le paragraphe précédemment (configuration avec $L_g/L = 1/2$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.2857$).

Les résultats obtenus avec les deux méthodes numériques différentes semblent fournir la même représentation des phénomènes aérodynamiques lors du passage d'une perturbation de vent latéral.

Cela confirme la validité des différentes simulations numériques. Il est alors théoriquement possible à ce stade d'envisager d'étudier toutes configurations de corps et de perturbations.

4.3 Établissement d'un modèle d'estimation des efforts aérodynamiques lors de la traversée d'une rafale

Les simulations numériques décrites ci-dessus ont montré que lors du passage de l'ellipsoïde dans une perturbation de vent latéral, les coefficients aérodynamiques du corps subissent une variation qui est directement liée aux caractéristiques du profil de vitesse de la perturbation.

Dans ce paragraphe, nous proposerons une méthode analytique de prédiction des efforts aérodynamiques valable dans des conditions de perturbation similaires à celles considérées précédemment.

Nous avons constaté que la répartition de la pression pariétale autour du corps dépendait de l'angle d'attaque local induit par la perturbation. Dans le présent modèle, on supposera que chaque point à la surface du corps se trouve à un angle d'attaque local (dépendant de la vitesse relative du corps et de la perturbation) et que la distribution locale des efforts de pression et de frottement est exactement la même que celle observée dans des conditions d'écoulement homogène en considérant l'angle d'attaque local. Les éléments considérés sont des sections verticales, orthogonales à l'axe principal du corps, pour chacune desquelles l'angle d'attaque local est constant.

Analysons le cas présenté dans la Figure 4.19. Le corps immobile est impacté par une perturbation latérale de type « 1-cosinus ». La surface du corps a été subdivisée en sections, chacune se trouvant à un angle d'attaque défini par la position relative du corps et de la perturbation. Dans l'exemple, la section de couleur bleue se trouve à un angle d'attaque moyen approximativement égal à $\arctan(v_{g0}/v_x)$. Au contraire, la section colorée en rouge est à $AoA = 0^\circ$. Selon nos hypothèses, la répartition des efforts de pression et de frottement sur chacune de ces sections sera égale à celle de la section équivalente dans le cas où le corps entier est immergé dans un écoulement homogène incliné de l'angle d'attaque local de la section.

En intégrant les efforts à la surface de toutes les section et en additionnant les résultats obtenus, il est possible de reconstruire les forces et les moments aérodynamiques de l'ellipsoïde soumis à la rafale.

Les équations pour le calcul des forces et moments aérodynamiques peuvent alors être définies comme :

$$\vec{F}_b = \sum_{i=1}^N \iint_{\Delta S_i} (p_i \vec{n}_i + \vec{\tau}_{wi}) dS \quad (4.6)$$

$$\vec{M}_b = \sum_{i=1}^N \iint_{\Delta S_i} \vec{d}_i \times (p_i \vec{n}_i + \vec{\tau}_{wi}) dS \quad (4.7)$$

où N est le nombre total de sections, p_i et $\vec{\tau}_{wi}$ sont la pression et le frottement à la paroi du corps et ΔS_i est la surface d'une section.

Si l'on considère un nombre extrêmement élevé de sections, les équations 4.6 et 4.7 peuvent être réécrites sous forme intégrale :

$$\vec{F}_b = \int \left[\iint_{dS_i} (p_i \vec{n}_i + \vec{\tau}_{wi}) dS \right] dx = \int \frac{d\vec{F}_b}{dx} dx \quad (4.8)$$

$$\vec{M}_b = \int \left[\iint_{dS_i} \vec{d}_i \times (p_i \vec{n}_i + \vec{\tau}_{wi}) dS \right] dx = \int \frac{d\vec{M}_b}{dx} dx \quad (4.9)$$

à partir desquelles, par identification, nous pouvons définir :

$$\frac{d\vec{F}_b}{dx}(x, AoA) = \iint_{dS_i} (p_i \vec{n}_i + \vec{\tau}_{wi}) dS \quad (4.10)$$

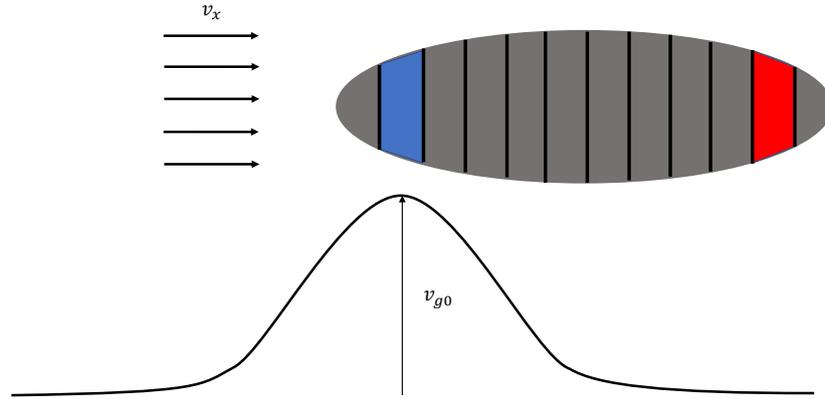


Figure 4.19 – Répartition par tranches de la surface du corps et des efforts aérodynamiques lors du passage d'une rafale de vent latéral.

$$\frac{d\vec{M}_b}{dx}(x, AoA) = \iint_{dS_i} \vec{d}_i \times (p_i \vec{n}_i + \vec{\tau}_{wi}) dS \quad (4.11)$$

qui correspondent aux distributions de forces et moments longitudinaux du corps, calculées en intégrant les efforts de pression et de frottement à la surface dS_i d'une section de longueur dx_i . Ces fonctions dépendent de la position x et de l'angle d'attaque local de la section.

Les termes définis en 4.10 et 4.11 peuvent être obtenus analytiquement lorsque l'ellipsoïde de révolution est immergé dans un fluide parfait, tandis que dans des conditions de fluide visqueux, ils peuvent être calculés par des simulations CFD.

La formulation de dF_{zb}/dx pour un ellipsoïde de révolution en fluide potentiel, proposée par Bonnet [4], est égale à :

$$\frac{dF_{zb}}{dx} = -\frac{1}{2} \rho v_\infty^2 \sin(2\alpha) \frac{dS_i}{dx} \left[\frac{(1 + \lambda'_{11})(1 + \lambda'_{33})}{2} \right] \frac{a^2 \sin^2(\phi)}{a^2 \sin^2(\phi) + b^2 \cos^2(\phi)} \quad (4.12)$$

où l'on trouve les coefficients adimensionnels de masse ajoutée λ'_{11} et λ'_{33} , l'angle d'attaque (indiqué avec α) et les termes $\frac{dS_i}{dx}$ et $\phi = \arccos(x/a)$ qui dépendent de la position x . Les demi-axes de l'ellipsoïde sont indiqués par a et b , comme dans le schéma de Figure 4.20.

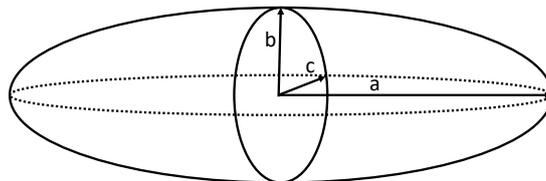


Figure 4.20 – Notation adoptée par Bonnet [4] pour indiquer les demi-axes de l'ellipsoïde de révolution.

La distribution du coefficient de force normale le long de l'ellipsoïde 3.5:1, obtenue à partir de l'équation 4.12, est représentée sur la Figure 4.21.

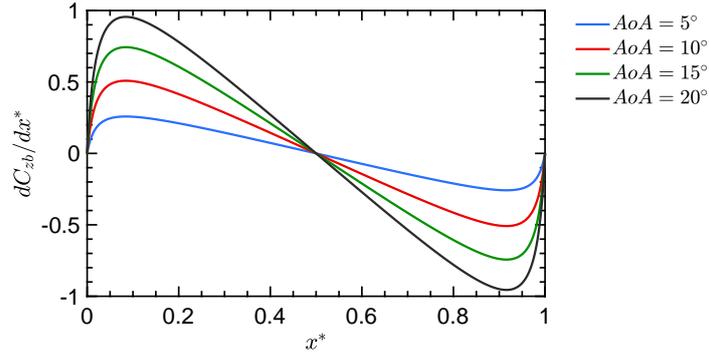


Figure 4.21 – Distribution longitudinale du coefficient de force normale de l'ellipsoïde de révolution 3.5:1 en fluide parfait.

À partir de l'équation 4.12, on peut observer que la distribution de la force normale est directement proportionnelle au produit de $v_\infty^2 \sin(2\alpha)$. Ce terme peut être réécrit comme :

$$v_\infty^2 \sin(2\alpha) = v_\infty^2 [2 \sin(\alpha) \cos(\alpha)] = 2v_{x\infty}v_{z\infty} \quad (4.13)$$

où on fait apparaître les composantes en x et z de la vitesse amont du fluide.

Donc, une forme adimensionnelle de l'équation 4.12, indépendante de l'angle d'incidence α , sera donnée par la formulation suivante :

$$\frac{dC_{zb}^*}{dx} = \frac{dF_{zb}}{dx} \frac{1}{\frac{1}{2}\rho v_{x\infty}v_{z\infty}S} = -\frac{2}{S} \frac{dS_i}{dx} \left[\frac{(1 + \lambda'_{11})(1 + \lambda'_{33})}{2} \right] \frac{a^2 \sin^2(\phi)}{a^2 \sin^2(\phi) + b^2 \cos^2(\phi)} \quad (4.14)$$

L'adimensionnement proposé ci-dessus est équivalent à celui utilisé dans l'équation 4.4, qui avait permis de trouver une indépendance de la variation du coefficient de force transversale par rapport à l'amplitude de la rafale incidente et donc à l'angle d'attaque local induit pendant son passage. De cette observation, on peut déjà comprendre que l'impact de la rafale sur les caractéristiques aérodynamiques du corps dépendra uniquement de la géométrie du corps, de l'extension de la rafale et de sa position relative.

En fluide visqueux, la distribution du coefficient de force normale peut être obtenue par simulations numériques en fluide homogène. La Figure 4.22 montre, à titre d'exemple, les résultats de 4 configurations calculées par les simulations présentées au chapitre 2.

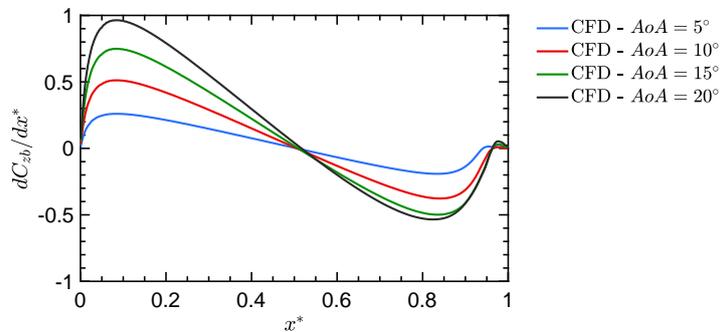


Figure 4.22 – Distribution longitudinale du coefficient de force normale de l'ellipsoïde de révolution 3.5:1 en fluide visqueux, obtenue par simulations numériques CFD.

En observant les graphiques de dC_{zb}/dx^* en fluide parfait et en fluide visqueux, nous pouvons voir que les courbes sont très similaires pour $x^* < 0.5$. En écoulement visqueux, en raison des

décollements présents à l'aval du corps, les valeurs du coefficient de force normale sont plus élevées par rapport à celles obtenues en fluide parfait.

Cela est particulièrement évident dans le graphique de dC_{zb}^*/dx^* , en Figure 4.23, qui montre que la distribution du coefficient de force normale dans la zone antérieure du corps est exactement la même en fluide parfait et visqueux.

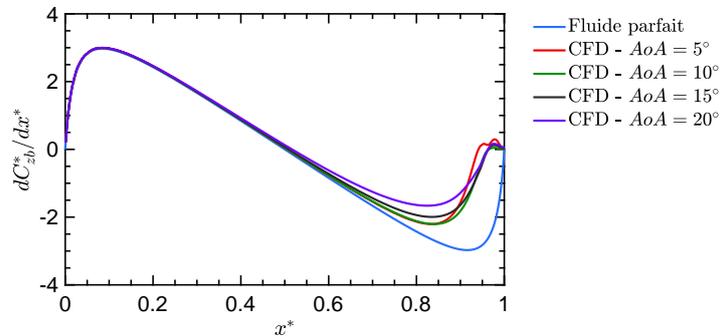


Figure 4.23 – Distribution longitudinale du coefficient de force normale de l'ellipsoïde de révolution 3.5:1 en fluide visqueux.

En synthèse les résultats montrent qu'il est possible de supposer que l'évolution des coefficients aérodynamiques lors du passage de la rafale dans la zone frontale du corps sera la même dans des conditions d'écoulements potentiel et réel.

Afin de vérifier ces hypothèses, nous allons maintenant simuler le passage d'une perturbation de type « 1-cosinus » et calculer le coefficient de force normale par

$$C_{zb}(t) = \int \left(\frac{v_{\infty}^2 + v_g^2(x)}{v_{\infty}^2} \right) \frac{dC_{zb}}{dx}(x, AoA(x, t)) dx \quad (4.15)$$

pendant le déplacement de la rafale vers le corps et comparer à chaque pas de temps les résultats issus de la reconstruction par sections à ceux issus directement de la CFD. Le cas analysé est celui avec $L_g/L = 1$ et $v_{g0}/v_{\infty} = 0.0857$.

La Figure 4.24 montre la comparaison des résultats de la simulation CFD (décrite dans le paragraphe 4.1.2) et les deux courbes obtenues par la « Méthode par Tranches », calculées via dC_{zb}/dx en fluide visqueux (calculs CFD stationnaires en écoulement homogène) et en fluide parfait.

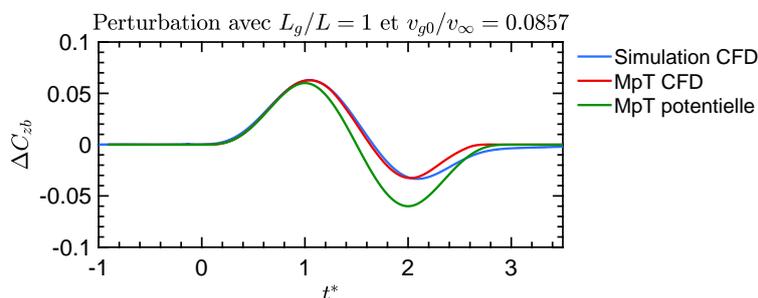


Figure 4.24 – Coefficient de force normale évalué par simulation CFD complète, par « Méthode par Tranches » CFD (MpT CFD) et par la « Méthode par Tranches » potentielle (MpT potentielle).

Comme prévu par les résultats précédents, les deux « Méthodes par Tranches » décrivent très bien le comportement aérodynamique de l'ellipsoïde lorsque la perturbation touche la zone antérieure du corps. La description obtenue par le modèle dérivé des simulations CFD en fluide homogène est presque parfaite. Des écarts peuvent être observés pour $t^* > 2$, c'est-à-dire lorsque le pic de perturbation touche la queue du corps et s'en éloigne. Une explication possible de ce phénomène

est que, dans notre modèle, le profil de vitesse de la perturbation reste inchangé dans le temps. En réalité, l'interaction réciproque de la perturbation et du corps induit des changements dans le profil de vitesse de la rafale, mais ceux-ci ne peuvent être connus à l'avance et seule une simulation CFD complète instationnaire peut permettre de prévoir ce type d'évolution. Cependant, la prédiction du coefficient de force normale garde une bonne précision pour cette configuration.

Le calcul des coefficients de force longitudinale et du moment de tangage sera effectué en intégrant respectivement les distributions dC_{xb}/dx et dC_{mb}/dx , obtenues par les simulations CFD (Figure 4.25).

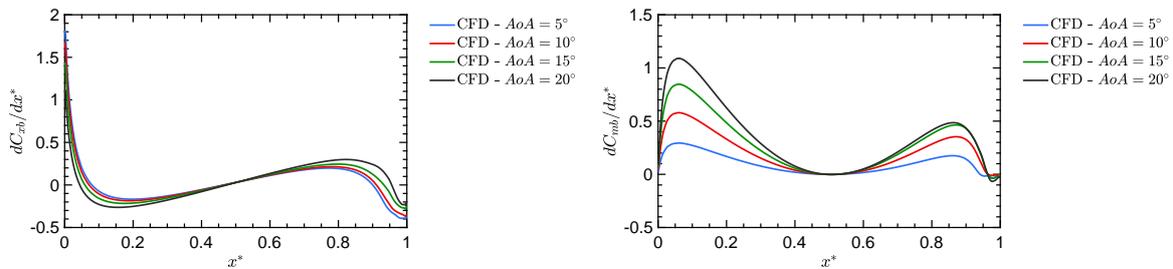


Figure 4.25 – Distribution longitudinale du coefficient de force longitudinale et du moment de tangage de l'ellipsoïde de révolution 3.5:1 en fluide visqueux, obtenue par simulations CFD stationnaires.

Le résultat obtenu par la « Méthode par Tranches » est illustré dans les graphiques de la Figure 4.26. La variation du coefficient de moment de tangage ΔC_{mb} est en parfait accord avec la simulation CFD et de petites différences sont présentes pour $t^* > 2$, comme dans le cas du ΔC_{zb} analysé ci-dessus. On note par contre quelques écarts entre la prévision par CFD et le modèle par tranche du coefficient ΔC_{xb} : avance de réponse et amplitude supérieure calculées par le modèle par tranche. Les écarts restent cependant modérés.

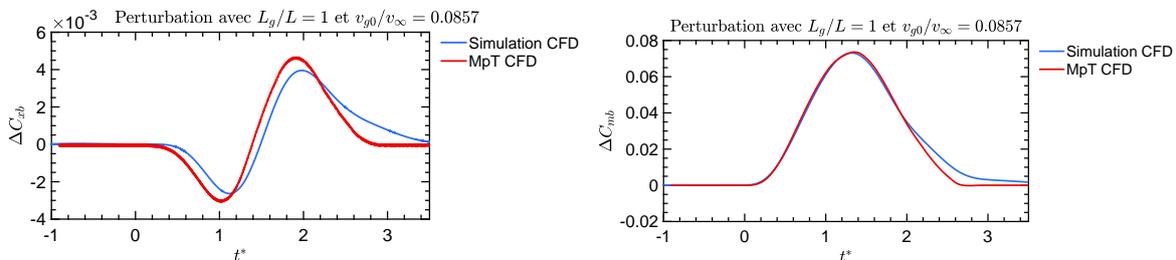


Figure 4.26 – Coefficients de force longitudinale et de moment de tangage évalués par simulation CFD complète et par la reconstruction par la « Méthode par Tranches » CFD.

Ces analyses ont également été effectuées pour les autres configurations étudiées et les résultats sont illustrés dans l'annexe F.

Nous avons observé que les écarts relatifs les plus importantes sont obtenus sur la prévision du coefficient de force longitudinal ΔC_{xb} . En général la qualité des résultats s'améliore lorsque la longueur d'onde de la perturbation augmente et le rapports v_{g0}/v_{∞} se réduit (donc quand les valeurs de l'angle d'attaque induit sont faibles).

En raison de la simplicité du modèle, il est normal de s'attendre à des écarts dans l'estimation des caractéristiques aérodynamiques du corps. Des hypothèses supplémentaires ou des corrections empiriques pourraient certainement conduire à de meilleurs résultats. De plus, comme déjà mentionné ci-dessus, il est impossible de connaître a priori l'évolution exacte du champ de vitesse de la perturbation lors du passage du corps, et encore moins les écoulements autour du corps, les décollements et la répartition des efforts de pression et de frottement, ce qui peut constituer une limite

« structurelle » à une méthode de reconstruction basée sur des configurations de calculs purement stationnaires.

Afin d'obtenir une prévision plus précise, il est possible d'effectuer des simulations CFD instationnaires du type présenté dans les paragraphes précédents, qui sont cependant extrêmement plus coûteuses en termes de calcul.

4.4 Modèle d'estimation des efforts aérodynamiques de Thomasson

Au paragraphe 1.6 du chapitre consacré à l'étude bibliographique (page 19), un modèle de prédiction des efforts aérodynamiques dans des conditions d'écoulement non homogènes proposé par Thomasson et al. [3] a été examiné. Dans cette section, nous allons évaluer la validité de ce modèle en nous référant aux résultats obtenus précédemment avec la « Méthode par Tranches ».

La méthode de Thomasson est applicable en supposant que le fluide soit parfait et que la longueur caractéristique de la perturbation soit bien plus grande que celle du corps.

Considérons le cas où le corps se déplace vers une perturbation fixe dans l'espace de type « 1-cosinus » et supposons que la demi-longueur d'onde soit égale à $100L$. La vitesse du fluide est alors définie par l'équation :

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{v_{g0}}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{L_g}x\right) \right] \end{pmatrix} \quad \text{pour } 0 \leq x \leq 2L_g \quad (4.16)$$

La matrice jacobienne, définie dans l'équation 1.54, calculée à partir de l'équation de \vec{v} , est égale à :

$$\Phi^T = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{v_{g0}}{2} \frac{\pi}{L_g} \sin\left(\frac{\pi}{L_g}x\right) & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.17)$$

La vitesse du corps est définie par :

$$\vec{u} = \begin{pmatrix} u_x \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.18)$$

Grâce à l'équation 1.53 proposée par Thomasson et aux équations définies ci-dessus, nous sommes en mesure d'obtenir une formulation analytique de l'évolution des efforts aérodynamiques de la traversée de la perturbation par l'ellipsoïde.

Examinons les forces appliquées sur le corps. Elles seront égales à :

$$\begin{pmatrix} F_{xb} \\ F_{yb} \\ F_{zb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{v_{g0}}{2} \frac{\pi}{L_g} \sin\left(\frac{\pi}{L_g}x\right) (\lambda_{33} + m_f) \frac{v_{g0}}{2} \left[1 - \cos\left(\frac{\pi}{L_g}x\right) \right] \\ 0 \\ (\lambda_{33} + m_f) u_x \frac{v_{g0}}{2} \frac{\pi}{L_g} \sin\left(\frac{\pi}{L_g}x\right) \end{pmatrix} \quad (4.19)$$

L'équation 4.19 nous montre une caractéristique sur les forces qui avait été déjà observé précédemment. En fait, la force F_{xb} est proportionnelle au carré de v_{g0} tandis que la force F_z est proportionnelle au produit de u_x et v_{g0} . En outre, on observe la présence des termes de masse ajoutée et de masse de fluide déplacée, qui ne dépendent que de la géométrie du corps et l'influence de la longueur d'onde L_g .

À ce stade, nous pouvons calculer le coefficient de force normale C_{zb} en utilisant le modèle de Thomasson, la « Méthode par Tranches » potentielle et la « Méthode par Tranches » CFD.

Le résultat, présenté en Figure 4.27, est assez surprenant car les trois courbes donnent des résultats très différents.

La différence entre la MpT CFD et la MpT potentielle est significative, mais facile à expliquer. Lorsque le corps est complètement immergé dans la perturbation, il est possible de supposer que

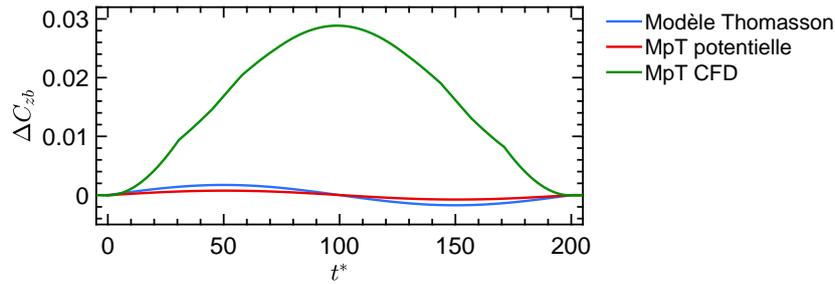


Figure 4.27 – Coefficient de force normale évalué par le modèle de Thomasson, par la « Méthode par Tranches » potentielle et par la « Méthode par Tranches » CFD.

l'angle d'attaque local est le même sur toute la surface du corps (en ayant examiné une perturbation dont la longueur caractéristique est beaucoup plus grande que la longueur du corps). Par conséquent, en fluide visqueux, la composante de force normale due à l'angle d'attaque moyen est non nulle. Par exemple, à $t^* = 100$, le corps se trouve exactement au centre de la perturbation et l'angle d'attaque induit est égal à environ 5° . La valeur de C_{zb} en écoulement homogène pour $AoA = 5^\circ$ est de 0.029, donc en parfait accord avec le résultat obtenu avec la MpT CFD. Au contraire, en fluide parfait, la force normale est nulle (selon le paradoxe de D'Alembert pour les corps non portants) et le seul effet présent est dû à la présence du gradient de vitesse de la perturbation.

Pour des raisons de cohérence, les analyses concernant le modèle de Thomasson, également basé sur des hypothèses de fluide parfait, ne seront effectuées qu'entre celui-ci et la MpT potentielle. Un détail du résultat obtenu avec les deux méthodes est présenté dans la Figure 4.28.

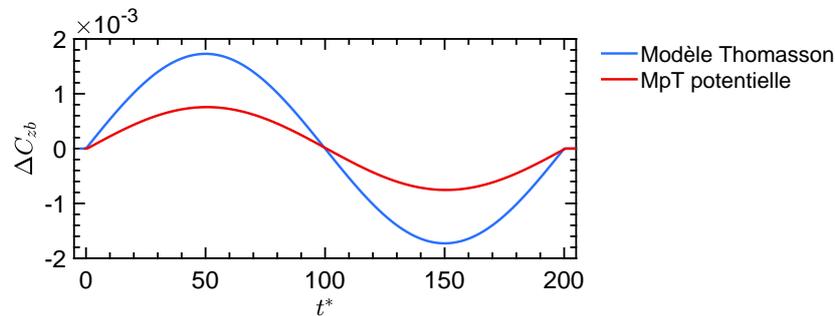


Figure 4.28 – Détail du coefficient de force normale évalué par le modèle de Thomasson et par la « Méthode par Tranches » potentielle.

On peut constater que la méthode de Thomasson surestime (en valeur absolue) la valeur du coefficient de force normale. Différentes analyses ont permis de mettre en lumière qu'une part des différences est due à la présence du terme m_f dans l'équation 4.19.

En réécrivant l'équation de F_{zb} en supprimant ce terme,

$$F_{zb} = \lambda_{33} u_x \frac{v_{g0}}{2} \frac{\pi}{L_g} \sin\left(\frac{\pi}{L_g} x\right) \quad (4.20)$$

et en analysant le résultat obtenu sur cette nouvelle base, la Figure 4.29 montre que cette fois-ci les deux courbes sont pratiquement identiques.

La justification précise de ce résultat n'est pas aisée. D'un point de vue physique, le terme m_f doit apparaître lorsque la dérivée totale de la vitesse du fluide est différente de zéro. Dans le cas de la perturbation « 1-cosinus », la dérivée totale de la vitesse du fluide est nulle, et donc aucune contribution due à la masse de fluide déplacée ne devrait apparaître dans les équations des efforts aérodynamiques (ce qui confirme la correction que nous avons apporté dans l'équation 4.20).

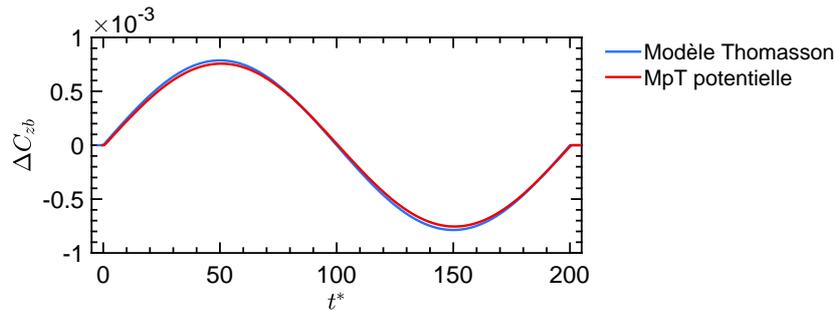


Figure 4.29 – Modèle de Thomasson modifié, sans la prise en compte du terme m_f dans l'équation de F_{zb} .

L'équation 1.53 de Thomasson a été dérivée d'hypothèses que l'auteur ne détaille pas précisément. De plus, en observant les résultats qui viennent d'être présentés, et en supposant que la « Méthode par Tranches » donne des résultats suffisamment précis, la formulation de Thomasson n'est que partiellement exacte et n'est de ce fait pleinement applicable que pour certains cas particuliers, sans pouvoir être généralisée en l'état.

Ainsi, une perspective intéressante serait d'examiner plus en détail le modèle de Thomasson et de proposer des ajustements permettant de le rendre plus générique.

Cependant, à l'aune de l'objectif global de cette thèse, la « Méthode par Tranches » mise en œuvre et basée sur des simulations numériques stationnaires en fluide visqueux, apporte des résultats précis, pour des coûts de calculs raisonnables et surtout transposable à tout type de configuration d'aéronef.

4.5 Conclusions

Le passage d'un corps à travers une perturbation de vent latéral induit des variations de ses caractéristiques aérodynamiques. Celles-ci dépendent des propriétés de la perturbation (longueur d'onde et angle d'incidence induit), de la géométrie du corps et de leurs positions relatives.

Des simulations numériques CFD de ce phénomène ont été réalisées à l'aide de deux techniques différentes, les résultats obtenus par ces deux méthodes sont très proches, leur validité a ainsi été confortée.

Dans un deuxième temps, les efforts ont porté sur le développement d'une méthode simplifiée de prédiction des efforts aérodynamiques.

Plus précisément, une « Méthode par Tranches » a été développée. Elle exploite les résultats obtenus en fluide homogène stationnaire et les utilise dans une formulation intégrale capable d'émuler une condition instationnaire dans laquelle le champ de vitesse du fluide est non homogène.

Les résultats obtenus par cette méthode sont cohérents avec ceux obtenus par les simulations numériques CFD complètes instationnaires sur de multiples configurations de rafales. Les résultats sont particulièrement satisfaisants pour le calcul des coefficients de force normale et du moment de tangage.

L'avantage majeur de cette méthode est lié au fait qu'elle permet d'obtenir une prédiction très rapide des caractéristiques aérodynamiques de l'aéronef qui, par une méthode complète directe, devraient être calculées par des simulations CFD instationnaires longues et coûteuses. Les résultats de ces dernières seront assurément plus précis et plus fidèles à la réalité en calculant en détail les écoulements et interactions non linéaires présents lors du passage de la perturbation, qui ne sont pas pris en compte par le modèle simplifié, sans que cela n'altère cependant significativement les résultats globaux nécessaires au contrôle commande de l'aéronef.

Conclusion générale et perspectives

Dans cette thèse, nous avons étudié les effets aérodynamiques qui se produisent sur un dirigeable dans des conditions d'écoulement non-homogène et instationnaire.

Contrairement à un aéronef lourd, tel qu'un avion, un dirigeable est beaucoup plus sensible aux efforts aérodynamiques qui se produisent en cas de mouvement relatif accéléré (par rapport au fluide) ou en présence de perturbations du vent dans l'atmosphère. C'est pourquoi nous avons mené ces études pour analyser l'impact de plusieurs conditions atmosphériques sur les caractéristiques aérodynamiques du dirigeable et développé des outils capables d'en prédire les propriétés afin finalement d'être en mesure de fiabiliser au mieux le contrôle commande de l'appareil.

Les premières études ont permis de définir et de valider les outils de simulations numériques utilisés dans la plupart des analyses. Le code de calcul OpenFOAM a été adopté pour effectuer des simulations numériques CFD, en utilisant des modèles de turbulence stationnaires de type RANS et instationnaires de type URANS. L'étude de l'ellipsoïde de révolution de rapport d'aspect 6:1 nous a permis de définir les paramètres de simulations (maillages, schémas et méthodes numériques, modèles de turbulence et conditions aux limites) en comparant les résultats obtenus avec ceux disponibles dans la littérature.

Ce n'est que dans un second temps que nos analyses ont porté sur la configuration qui a ensuite été adoptée pour tout le reste des recherches, c'est-à-dire un ellipsoïde de révolution de rapport d'aspect 3.5:1. Le choix de cette géométrie est dû au fait qu'en première approximation, elle est proche de la forme de la coque d'un dirigeable moderne. La caractérisation aérodynamique de cette configuration a été réalisée numériquement et expérimentalement en soufflerie dans des conditions d'écoulement homogène et stationnaire. Une vaste base de données sur le torseur aérodynamique et sur la répartition des forces de pression et de frottement a ainsi été constituée. Cette base a été largement exploitée dans le cadre de cette thèse.

Ensuite, nous avons abordé l'étude des phénomènes instationnaires, principalement liés à la notion de masses et d'inerties ajoutées. En fait, lorsqu'un corps est dans un état de mouvement relatif accéléré dans un fluide, une partie des efforts aérodynamiques sont directement dues à l'instationnarité du mouvement lui-même et peuvent être décrits par le produit d'une masse ou inertie virtuelle (qui s'ajoute à la masse ou inertie du corps) par une accélération relative linéaire ou angulaire. Ces masses et inerties ajoutées dépendent exclusivement de la géométrie de la configuration¹, du repère choisi et de la masse volumique du fluide. Cette dernière caractéristique est la raison pour laquelle ces phénomènes sont particulièrement importants pour les dirigeables, qui ont une masse volumique proche de celle de l'air (de la même façon, ces phénomènes ne sont pas négligeables dans l'étude de sous-marins et de bateaux dans l'eau).

La théorie des masses et inerties ajoutées a été développée sous l'hypothèse de fluides parfaits et la définition de la matrice contenant les différents termes peut être obtenue par une formulation intégrale dans laquelle apparaissent les potentiels élémentaires de vitesse du fluide. Le calcul de ces termes peut être réalisé de manière analytique lorsque des géométries simples, telles que des sphères ou des ellipsoïdes, sont considérées. Pour des géométries plus complexes, ces valeurs ne peuvent être obtenues que numériquement. C'est pourquoi nous avons développé un code numérique capable de calculer très efficacement la matrice des masses et inerties ajoutées de configurations génériques, pouvant être utilisées dans des situations complexes, comme lors de la phase d'atterrissage où le corps se trouve à proximité d'obstacles.

1. De la géométrie du corps et des parois solides à proximité.

Ces travaux en fluide parfait ont été complétés par une analyse des phénomènes de masses et inerties ajoutées en fluide visqueux. Des simulations numériques CFD ont été réalisées pour l'ellipsoïde de révolution 3.5:1 dans des écoulements à grand nombre de Reynolds, en considérant divers types de mouvements relatifs accélérés entre le corps et le fluide. Les résultats obtenus ont montré que les valeurs de masse ajoutée correspondaient à celles décrites par la théorie potentielle. La présence de la viscosité provoque l'apparition de forces complémentaires, que la littérature définit comme terme d'« histoire », dont il a pu être montré que l'importance est mineure (l'entité de ce terme est négligeable par rapport aux autres forces aérodynamiques et donc elles ont été momentanément négligées).

Le dernier chapitre de la thèse a été consacré à l'étude des phénomènes aérodynamiques liés à l'influence de perturbations de vent sur l'ellipsoïde 3.5:1. Les études ont été menées par des simulations numériques CFD de type URANS, en utilisant deux techniques numériques différentes afin de vérifier et de valider les résultats obtenus. Dans toutes les configurations analysées, des phénomènes aérodynamiques similaires ont été mis en évidence, retrouvant les mêmes variations des valeurs des coefficients aérodynamiques de l'ellipsoïde lors du passage à travers la perturbation. Ces variations dépendent principalement des caractéristiques de la perturbation (longueur d'onde et amplitude) et de la géométrie du corps. Ces calculs restent cependant lourds. Afin d'avoir une exploitation possible en temps réel, un modèle simplifié de prédiction des efforts aérodynamiques basé sur une formulation intégrale par tranches a été développé. L'hypothèse principale du modèle consiste à subdiviser la surface du corps en sections pour lesquelles la répartition des efforts de pression et de frottement est équivalente à celle présente sur la même section dans des conditions de fluide homogène à l'angle d'incidence local. Les résultats calculés par cette méthode se sont avérés cohérents avec ceux obtenus par les simulations numériques CFD instationnaires, réussissant à reproduire très fidèlement l'évolution des coefficients de force normale et du moment de tangage pour toutes les configurations de perturbation analysées.

A ce stade, après avoir détaillé les phénomènes aérodynamiques qui se produisent dans des conditions d'écoulement non homogènes et instationnaires et avoir développé les outils capables de prédire leur impact sur la dynamique du dirigeable, il est nécessaire de regrouper tous ces résultats afin d'obtenir un modèle général valable dans des conditions d'écoulement quelconques.

À cet égard, nous nous référerons à l'équation 1.42, en l'élargissant et en l'adaptant à nos besoins. L'équation décrivant la dynamique du dirigeable, exprimée dans un repère lié à un point quelconque du corps, peut être définie comme suit :

$$\begin{aligned}
& \underbrace{\begin{pmatrix} m\mathbf{I} & -m\hat{r}_{cm} \\ m\hat{r}_{cm} & \mathbf{I}_{cr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{\vec{u}} \\ \dot{\vec{\omega}} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{\omega} & 0 \\ \hat{v} & \hat{\omega} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m\mathbf{I} & -m\hat{r}_{cm} \\ m\hat{r}_{cm} & \mathbf{I}_{cr} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \vec{u} \\ \vec{\omega} \end{pmatrix}}_{\text{Termes dus au mouvement instationnaire du corps}} = \\
& \underbrace{-\mathbb{M}_a \begin{pmatrix} \dot{\vec{u}} \\ \dot{\vec{\omega}} \end{pmatrix} - \left[(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}) \mathbb{M}_a \right] \begin{pmatrix} \vec{u} - \langle \vec{v} \rangle \\ \vec{\omega} \end{pmatrix}}_{\text{Terme quasi-stationnaire}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \vec{F}_{qsb} \\ \vec{M}_{qsb} \end{pmatrix}}_{\text{Terme quasi-stationnaire}} \\
& + \underbrace{\begin{pmatrix} \vec{F}_{hb} \\ \vec{M}_{hb} \end{pmatrix}}_{\text{Terme d'« histoire »}} + \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta \vec{F}_{MpT} \\ \Delta \vec{M}_{MpT} \end{pmatrix}}_{\text{Terme lié aux gradients de vitesse et calculé par la méthode par tranches}} \\
& + \underbrace{\left[\mathbb{M}_a + \rho V_{ol} \begin{pmatrix} \mathbb{I} & 0 \\ \hat{r}_{cv} & 0 \end{pmatrix} \right] \begin{pmatrix} \frac{d\langle \vec{v} \rangle}{dt} \\ 0 \end{pmatrix}}_{\text{Terme dû à l'instationnarité du vent moyen}} + \begin{pmatrix} (m - \rho V_{ol}) \mathbb{R} \vec{g} \\ (m\hat{r}_{cm} - \rho V_{ol} \hat{r}_{cv}) \mathbb{R} \vec{g} \end{pmatrix} \quad (4.21)
\end{aligned}$$

Les deux premiers termes de droite sont dus au mouvement instationnaire du corps et on trouve la matrice des masses et inerties ajoutées \mathbb{M}_a . En particulier, le second terme prend en compte les variations spatiales de \mathbb{M}_a (dus à la proximité du corps avec une paroi solide).

Contrairement à ce qui est décrit au paragraphe 1.4.1, les contributions aux forces et aux moments dépendant du produit des masses et inerties ajoutées par les vitesses linéaires ou angulaires du corps

n'ont pas été incluses dans cette équation. Cela est dû au fait qu'elles sont déjà calculées par les termes quasi-stationnaires \vec{F}_{qsb} et \vec{M}_{qsb} (en les incluant dans l'équation 4.21 ils seraient considérés deux fois). Par exemple, le moment de Munk [19], présent dans l'équation 1.26 et égal à $(\lambda_{33} - \lambda_{11})u_x u_z$, est déjà calculé par \vec{M}_{qsyb} (obtenu expérimentalement ou numériquement) qui inclut de plus les effets de la viscosité.

Il convient de noter que les termes \vec{F}_{qsb} et \vec{M}_{qsb} doivent être définis dans des conditions de mouvement incluant la rotation du corps. Ceux-ci dépendront finalement du nombre de Reynolds, de la géométrie du corps, de la vitesse relative ($\vec{u} - \langle \vec{v} \rangle$), des angles d'incidence (angle d'attaque et de dérapage), de la vitesse angulaire $\vec{\omega}$ (en considérant donc p , q et r) et éventuellement d'effets de proximité d'obstacles (effet de sol par exemple).

Nous avons ensuite considéré les effets d'« histoire », pour lesquels nous ne sommes pas en mesure, à ce stade, de fournir un modèle et qui devront donc être négligés (ces effets ont été évalués numériquement dans cette thèse pour quelques cas, il a été montré qu'ils sont négligeables devant les autres termes). À l'avenir, d'autres études pourront être menées pour analyser plus en détail ces phénomènes, afin de les intégrer correctement dans le modèle.

Les termes $\Delta \vec{F}_{MpT}$ et $\Delta \vec{M}_{MpT}$ font référence aux contributions dues aux perturbations de vent latéral et calculées par la méthode par tranches. Ceux-ci dépendent du nombre de Reynolds, de la vitesse relative ($\vec{u} - \langle \vec{v} \rangle$), de la géométrie du corps, des caractéristiques de la perturbation (amplitude maximale v_{g0} et longueur d'onde) et de sa position relative avec le corps. Nous tenons à souligner que, comme dans la théorie de la turbulence, les perturbations du vent que nous considérons représentent une fluctuation de vitesse transportée par le champ de vitesse moyen, dont la longueur caractéristique est comparable à celle du corps ou éventuellement supérieure. Par conséquent, la vitesse du fluide peut finalement être réécrite sous la forme $\vec{v} = \langle \vec{v} \rangle + \vec{v}_g + \vec{v}'$, où v' correspond aux fluctuations turbulentes à petite échelle², \vec{v}_g aux perturbations à plus grande échelle et $\langle \vec{v} \rangle$ est la vitesse moyenne de l'écoulement.

L'avant-dernier terme de l'équation 4.21 correspond à la contribution inertielle à la force aérodynamique due à l'accélération du fluide, tandis que le dernier est égal à la différence entre le poids et la force d'Archimède.

Cette thèse peut constituer un cadre de référence et un point de départ pour des études ultérieures à réaliser par des analyses expérimentales ou des simulations numériques de configurations complexes représentatives de conditions dans lesquelles le corps se déplace dans une région non homogène de l'atmosphère terrestre, soumise à des perturbations de vent plus conformes à la réalité.

Il faut garder à l'esprit que les résultats obtenus auraient pu être beaucoup plus significatifs, à la fois en utilisant au niveau expérimental des maquettes volantes de dirigeable à tester en soufflerie ou dans l'atmosphère et en adoptant en simulation numérique des méthodes de turbulence plus représentatives de la dynamique des fluides (telles que LES ou DES). Concrètement, l'adoption de modèles LES ou DES garantirait déjà des améliorations dans le calcul des coefficients aérodynamiques quasi stationnaires du dirigeable, et encore plus dans la simulation des turbulences atmosphériques et des perturbations qui y sont présentes.

Toutefois, les ressources disponibles lors de ces recherches n'ont pas permis d'utiliser les éléments mentionnés ci-dessus (ou en tout cas, elles ont été disponibles en quantité limitée ou trop tardivement pour être intégrées dans cette thèse).

Cette thèse n'est qu'un point de départ pour des études complémentaires qui, je l'espère, garantiront dans un avenir proche le succès du projet très ambitieux et fascinant proposé par FLYING WHALES, un projet auquel je crois fermement.

2. Petite échelle spatiale et/ou à fréquence élevée en regard des dimensions du dirigeable.

Annexe A

Modèle de turbulence $k - \omega$ SST

L'idée à la base du modèle SST proposé par Menter [42] a été de conserver la formulation robuste et précise du modèle $k - \omega$ de Wilcox [43] dans la région proche paroi, en bénéficiant de l'indépendance aux conditions limites du modèle $k - \epsilon$ dans la région extérieure à la couche limite. La deuxième idée a été de considérer l'effet important du transport de la contrainte de cisaillement turbulent pour l'évaluation de la viscosité turbulente.

La formulation complète du modèle SST est la suivante :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \langle v_i \rangle k)}{\partial x_i} = \tilde{P}_k - \beta^* \rho k \omega + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right] \quad (\text{A.1})$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \langle v_i \rangle \omega)}{\partial x_i} = \frac{\alpha \tilde{P}_k}{\nu_t} - \beta \rho k \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_i} \left[(\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \right] + 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \quad (\text{A.2})$$

où la fonction de raccordement F_1 est définie comme :

$$F_1 = \tanh \left\{ \left\{ \min \left[\max \left(\frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4 \rho \sigma_{\omega 2} k}{CD_{k\omega} y^2} \right] \right\}^4 \right\} \quad (\text{A.3})$$

avec $CD_{k\omega} = \max \left(2 \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right)$ et y la distance à la paroi la plus proche.

La viscosité turbulente est définie comme :

$$\nu_t = \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, SF_2)} \quad (\text{A.4})$$

où $S = \sqrt{2S_{ij}S_{ij}}$, avec $S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle v_j \rangle}{\partial x_i} \right)$, et F_2 est une deuxième fonction de raccordement, définie par :

$$F_2 = \tanh \left[\left[\max \left(\frac{2\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \frac{500 \nu}{y^2 \omega} \right) \right]^2 \right] \quad (\text{A.5})$$

Dans le modèle SST, un limiteur de production est utilisé pour empêcher l'augmentation de turbulence dans les régions de stagnation :

$$P_k = \mu_t \frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle v_j \rangle}{\partial x_i} \right) \quad (\text{A.6})$$

$$\tilde{P}_k = \min(P_k, 10\beta^* \rho k \omega) \quad (\text{A.7})$$

Toutes les constantes (σ_k, β, \dots) sont calculées à partir des constantes des modèles $k - \epsilon$ et $k - \omega$ via l'équation suivante :

$$\phi = F_1 \phi_1 + (1 - F_1) \phi_2 \quad (\text{A.8})$$

Les constantes des deux modèles sont : $\beta^* = 0.09$, $\alpha_1 = 5/9$, $\beta_1 = 3/40$, $\sigma_{k1} = 0.85$, $\sigma_{\omega 1} = 0.5$, $\alpha_2 = 0.44$, $\beta_2 = 0.0828$, $\sigma_{k2} = 1$, $\sigma_{\omega 2} = 0.856$.

A.1 Traitement automatique à la paroi du modèle $k - \omega$ SST

Dans des contextes industriels, l'exigence de respecter la condition $y^+ < 2$, nécessaire pour un modèle *low-Reynolds*, est extrêmement contraignante et ne peut pas être satisfaite pour toutes les géométries. D'autre part, l'introduction de lois de paroi peut limiter la précision du modèle de turbulence sur des maillages trop fins dans la zone proche paroi.

Le nouveau traitement automatiquement, proposé par Menter [44], est géré par des fonctions de paroi qui dépendent de la taille du premier élément de surface, évalué par y^+ .

Deux formulations sont utilisées pour calculer ω et la vitesse de frottement u_τ à la paroi :

$$\omega_{Vis} = \frac{6\nu}{0.075y^2}; \quad \omega_{log} = \frac{1}{0.3\kappa} \frac{u_\tau}{y}; \quad \omega(y^+) = \left(\omega_{Vis}^2(y^+) + \omega_{log}^2(y^+) \right)^{0.5} \quad (\text{A.9})$$

$$u_\tau^{Vis} = \frac{U}{y^+}; \quad u_\tau^{log} = \frac{U}{\frac{1}{\kappa} \ln(y^+) + C}; \quad u_\tau(y^+) = \left[(u_\tau^{Vis})^4 + (u_\tau^{log})^4 \right]^{0.25} \quad (\text{A.10})$$

Pour l'équation de l'énergie cinétique turbulente, la condition limite de zéro-flux est appliquée. Cette condition est exacte soit dans le cas où le premier élément du maillage se trouve dans la région linéaire de la couche limite, soit dans la région logarithmique.

Annexe B

Modèle de turbulence Spalart-Allmaras

Le modèle Spalart-Allmaras [45] est un modèle à une équation de transport d'une variable de travail $\tilde{\nu}$, similaire à une viscosité :

$$\frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial t} + \langle v_j \rangle \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} = c_{b1}(1-f_{t2})\tilde{S}\tilde{\nu} - \left(c_{w1}f_w - \frac{c_{b1}}{\kappa^2}f_{t2} \right) \left(\frac{\tilde{\nu}}{d} \right)^2 + \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\nu + \tilde{\nu}) \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_j} \right) + c_{b2} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \frac{\partial \tilde{\nu}}{\partial x_i} \right] \quad (\text{B.1})$$

La viscosité turbulente est évaluée par :

$$\mu_t = \rho \tilde{\nu} f_{v1} \quad (\text{B.2})$$

où $f_{v1} = \frac{\chi^3}{\chi^3 + c_{v1}^3}$ et $\chi = \frac{\tilde{\nu}}{\nu}$.

Des définitions supplémentaires sont données par les équations suivantes :

$$\tilde{S} = \Omega + \frac{\tilde{\nu}}{\kappa^2 d^2} f_{v2} \quad (\text{B.3})$$

$$f_{v2} = 1 - \frac{\chi}{1 + \chi f_{v1}} \quad (\text{B.4})$$

$$f_w = g \left(\frac{1 + c_{w3}^6}{g^6 + c_{w3}^6} \right)^{1/6} \quad (\text{B.5})$$

$$g = r + c_{w2}(r^6 - r) \quad (\text{B.6})$$

$$r = \min \left[\frac{\tilde{\nu}}{\tilde{S} \kappa^2 d^2}, 10 \right] \quad (\text{B.7})$$

$$f_{t2} = c_{t3} \exp(-c_{t4} \chi^2) \quad (\text{B.8})$$

où $\Omega = \sqrt{2W_{ij}W_{ij}}$, avec $W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle v_i \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle v_j \rangle}{\partial x_i} \right)$.

Les constants du modèle sont : $c_{b1} = 0.1355$, $c_{b2} = 0.622$, $\sigma = 2/3$, $\kappa = 0.41$, $c_{w1} = \frac{c_{b1}}{\kappa^2} + \frac{1+c_{b2}}{\sigma}$, $c_{w2} = 0.3$, $c_{w3} = 2$, $c_{v1} = 7.1$, $c_{t3} = 1.2$ et $c_{t4} = 0.5$.

Annexe C

Résultats des simulations CFD sur l'ellipsoïde 6:1

C.1 Ellipsoïde 6:1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ = 10$

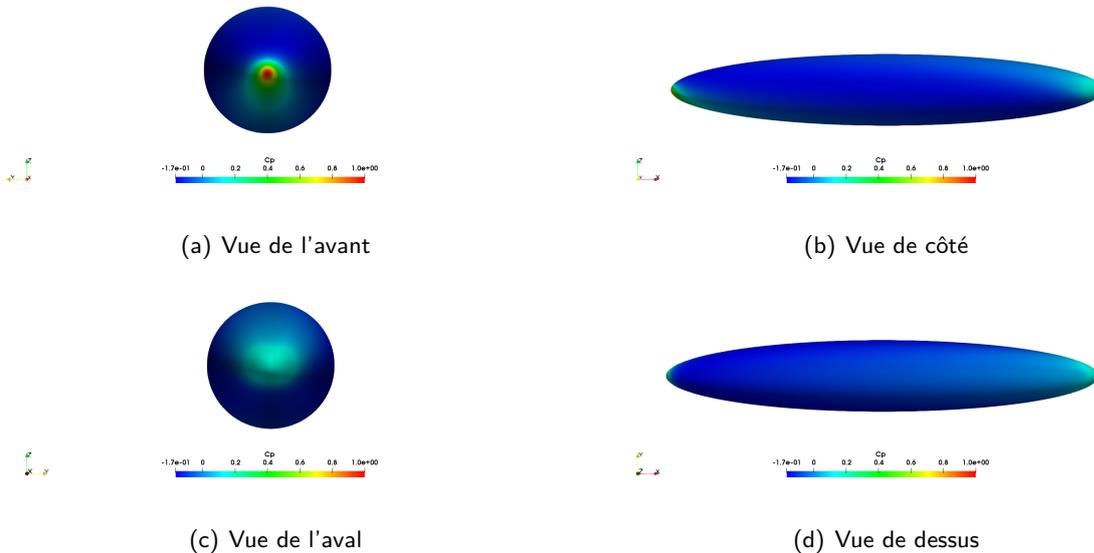


Figure C.1 – Coefficient de pression de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ = 10$.

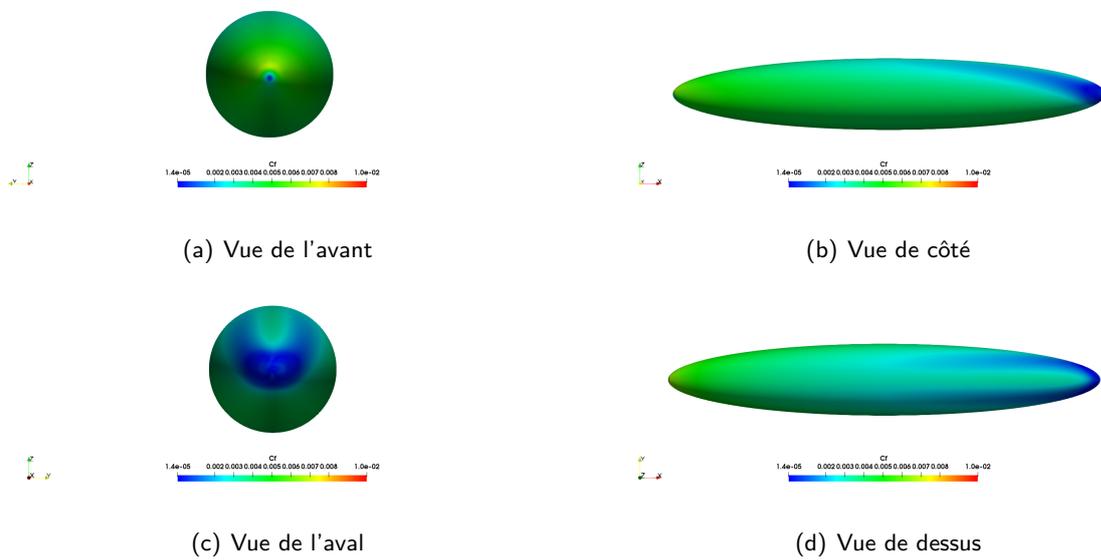


Figure C.2 – Coefficient de frottement de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ = 10$.

C.2 Ellipsoïde 6:1 à $AoA = 10^\circ$, modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ < 1$

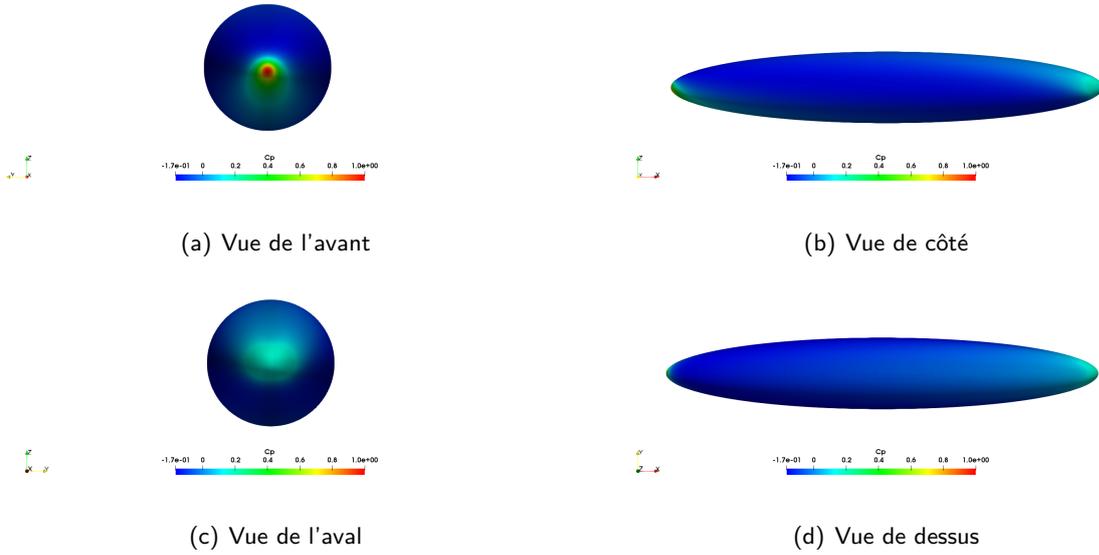


Figure C.3 – Coefficient de pression de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ < 1$.

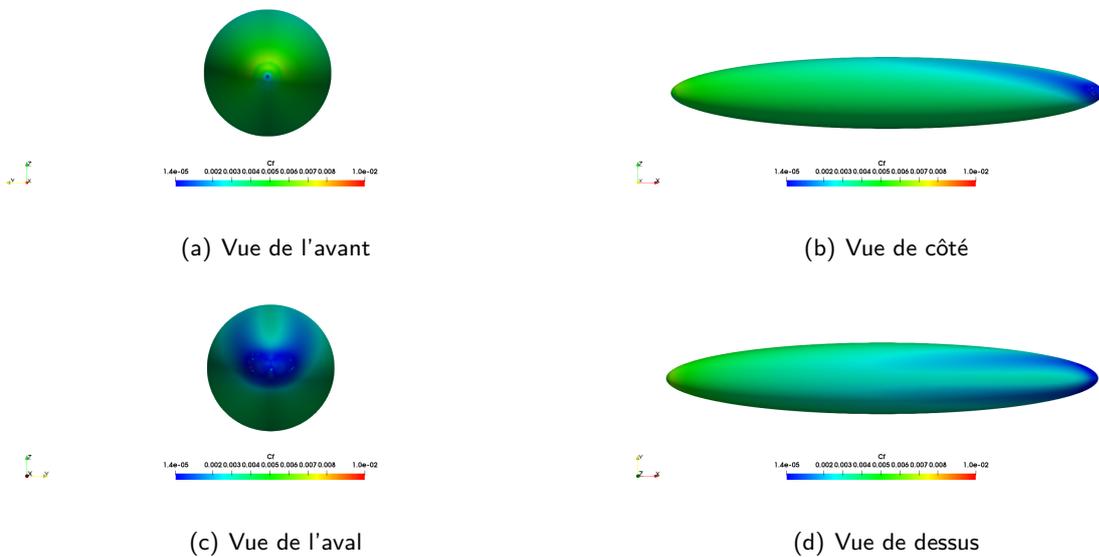


Figure C.4 – Coefficient de frottement de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ < 1$.

C.3 Ellipsoïde 6:1 à $AoA = 10^\circ$, modèle de turbulence Spalart-Allmaras, maillage à $y^+ < 1$

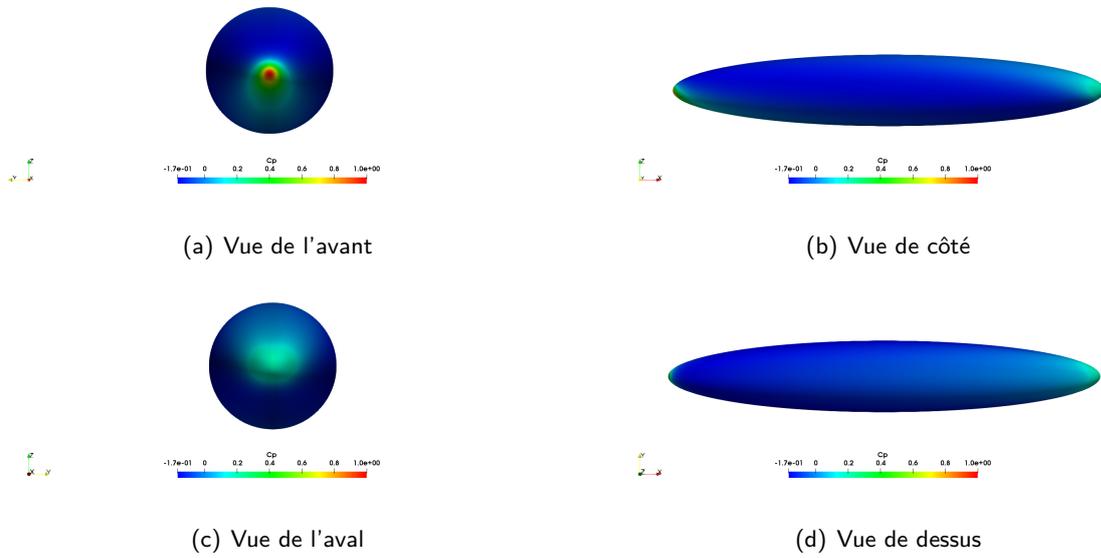


Figure C.5 – Coefficient de pression de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence Spalart-Allmaras, maillage à $y^+ < 1$.

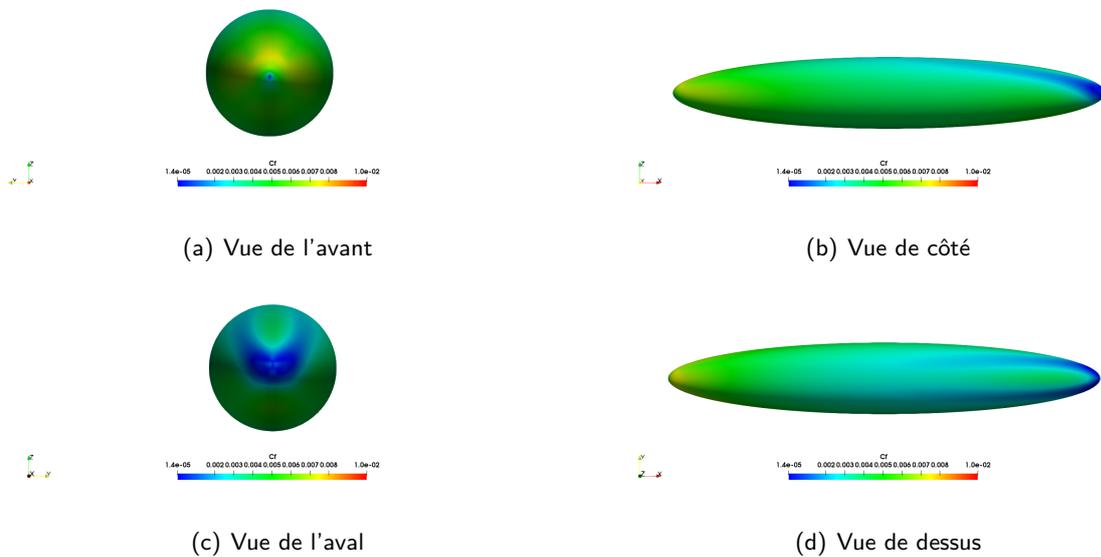


Figure C.6 – Coefficient de frottement de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 10^\circ$. Modèle de turbulence Spalart-Allmaras, maillage à $y^+ < 1$.

C.4 Ellipsoïde 6:1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ = 10$

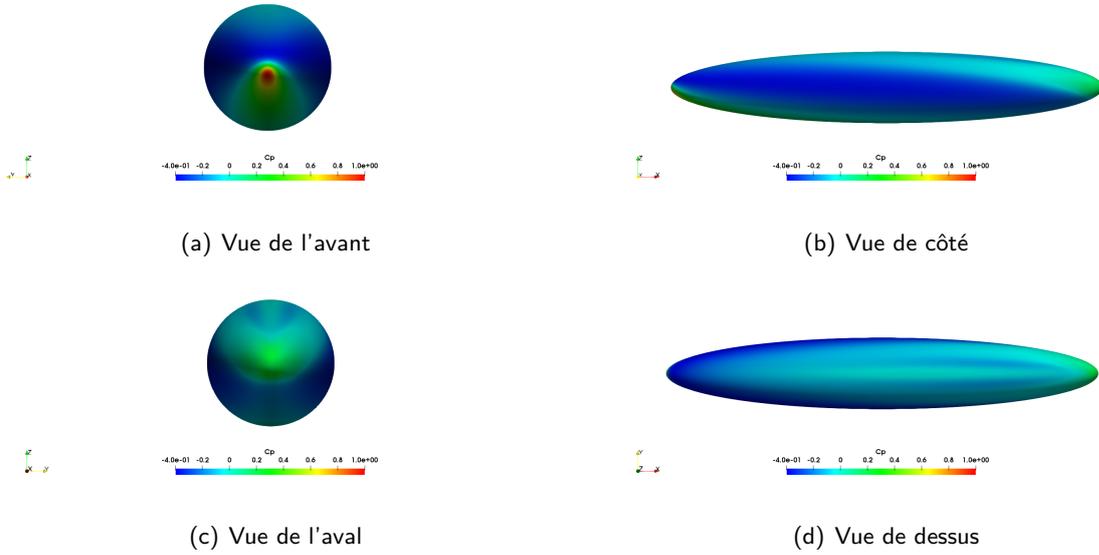


Figure C.7 – Coefficient de pression de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ = 10$.

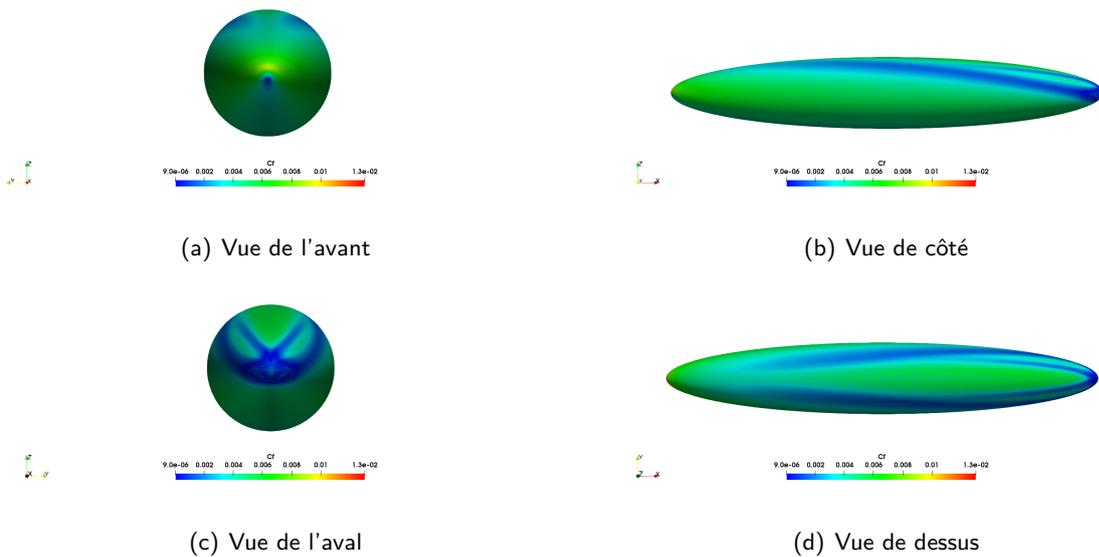


Figure C.8 – Coefficient de frottement de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ = 10$.

C.5 Ellipsoïde 6:1 à $AoA = 20^\circ$, modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ < 1$

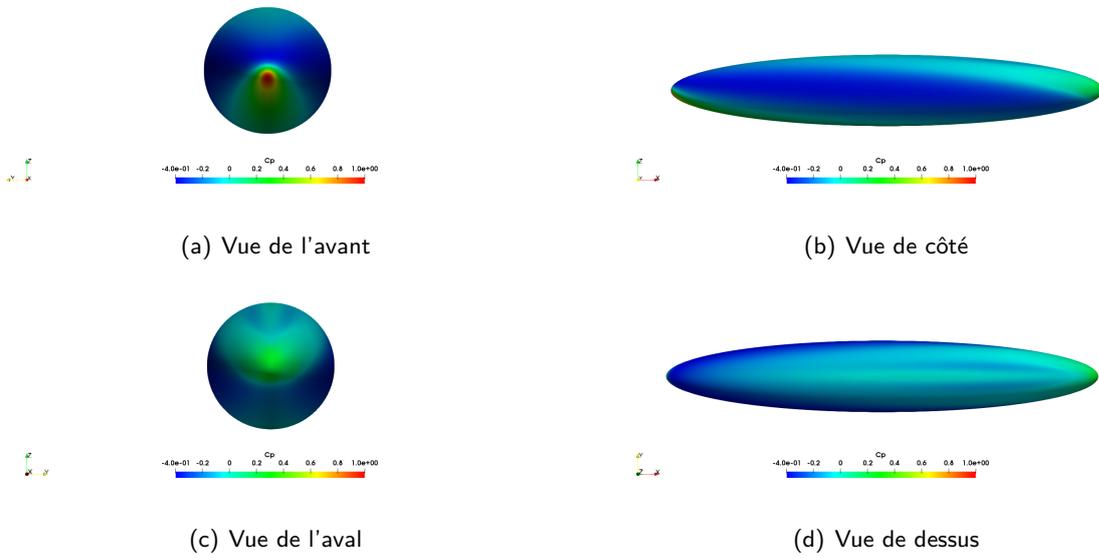


Figure C.9 – Coefficient de pression de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ < 1$.

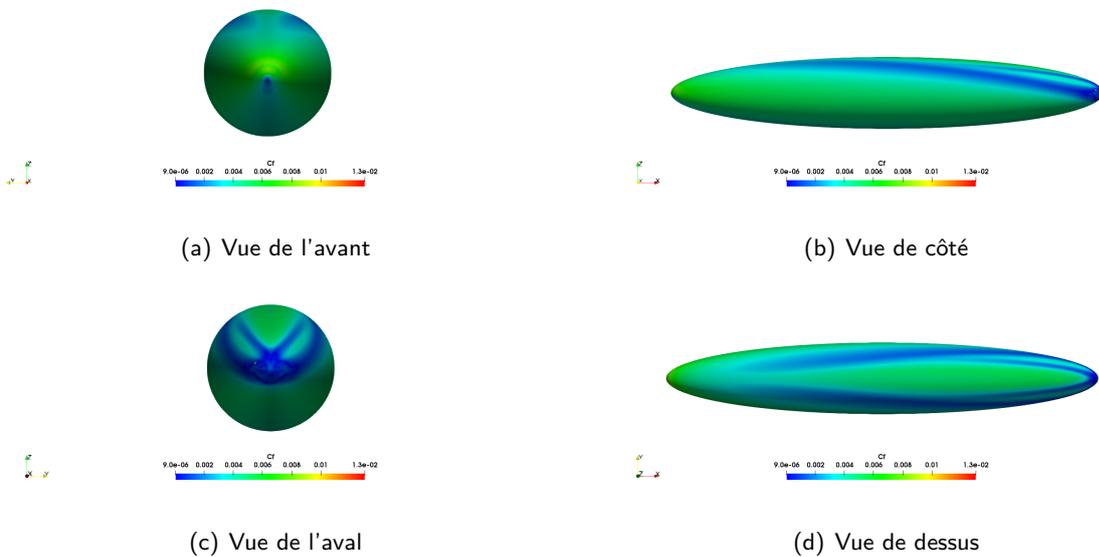


Figure C.10 – Coefficient de frottement de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence $k - \omega$ SST, maillage à $y^+ < 1$.

C.6 Ellipsoïde 6:1 à $AoA = 20^\circ$, modèle de turbulence Spalart-Allmaras, maillage à $y^+ < 1$

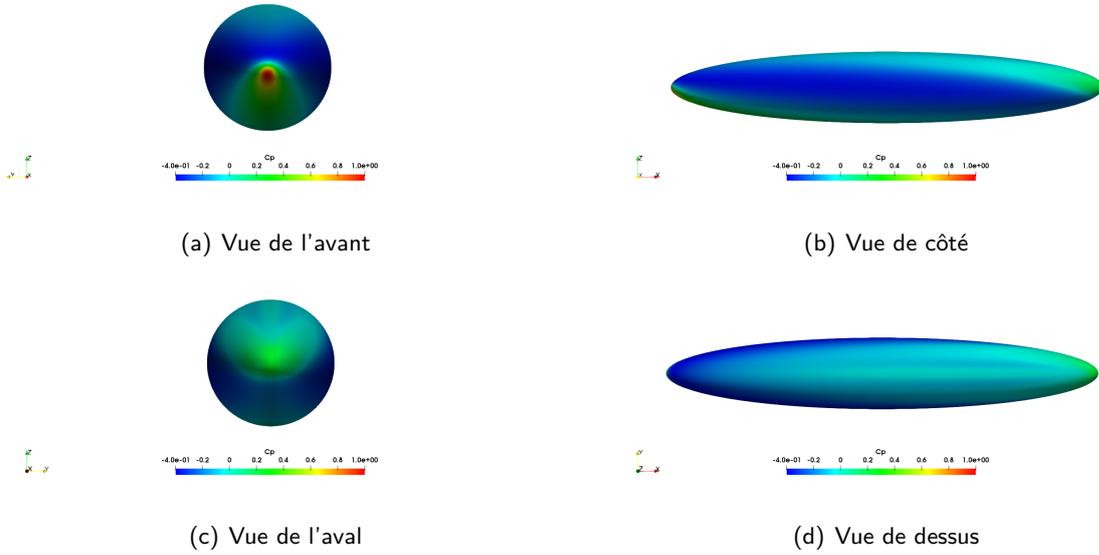


Figure C.11 – Coefficient de pression de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence Spalart-Allmaras, maillage à $y^+ < 1$.

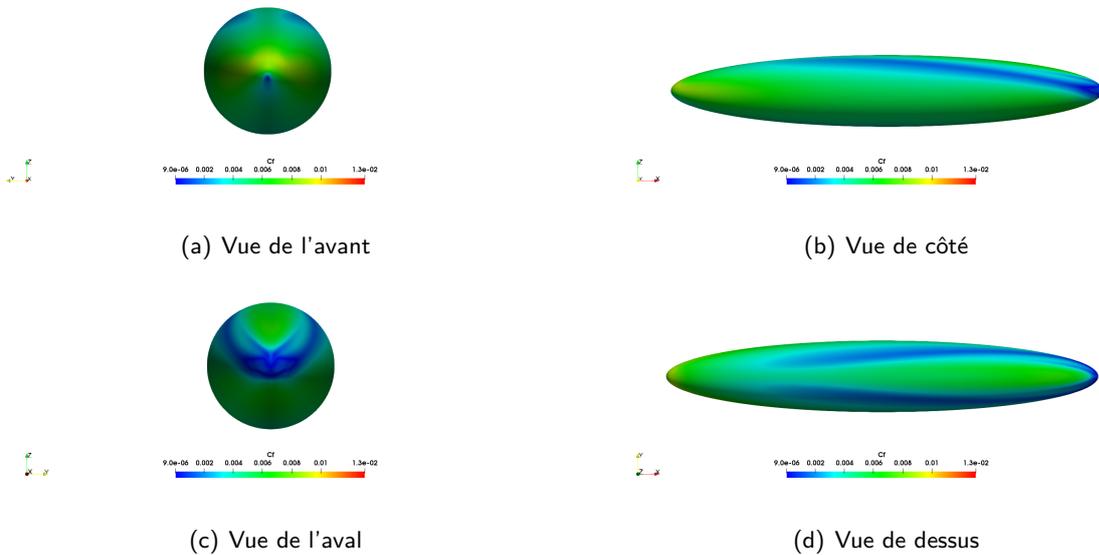


Figure C.12 – Coefficient de frottement de l'ellipsoïde 6:1 à $AoA = 20^\circ$. Modèle de turbulence Spalart-Allmaras, maillage à $y^+ < 1$.

Annexe D

Coefficients de pression sur l'ellipsoïde 3.5:1. Mesures expérimentales et résultats de simulations numériques

D.1 Ellipsoïde 3.5:1 à $AoA = 9^\circ$

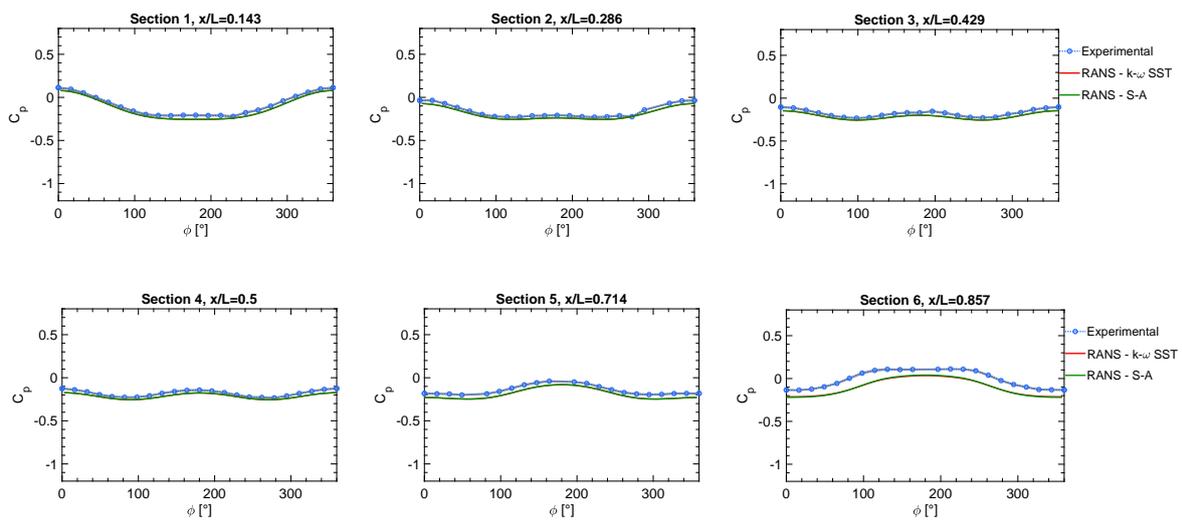


Figure D.1 – Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5:1, configuration à $AoA = 9^\circ$

D.2 Ellipsoïde 3.5:1 à $AoA = 15^\circ$

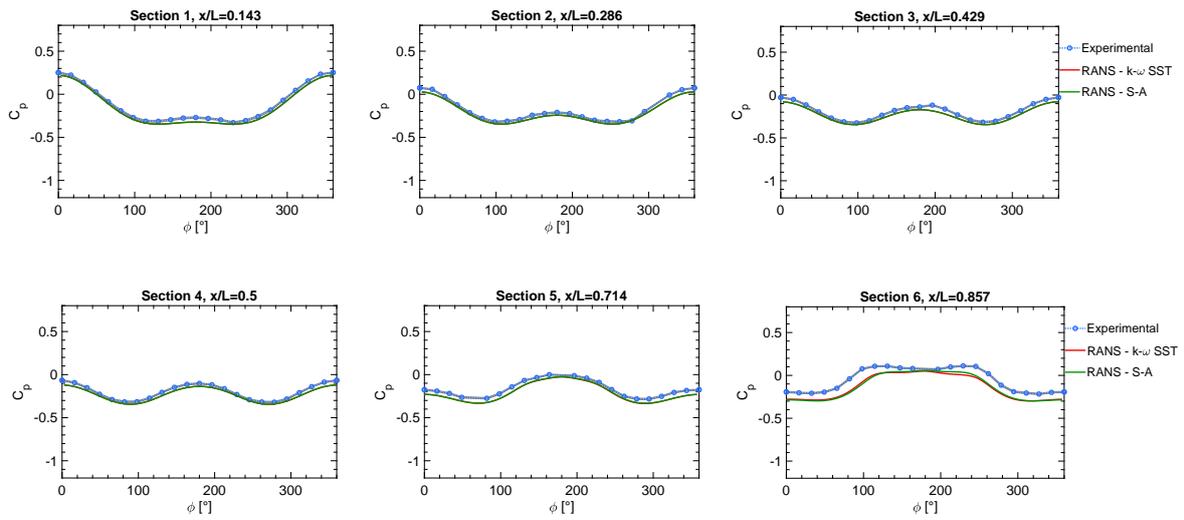


Figure D.2 – Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5:1, configuration à $AoA = 15^\circ$

D.3 Ellipsoïde 3.5:1 à $AoA = 19^\circ$

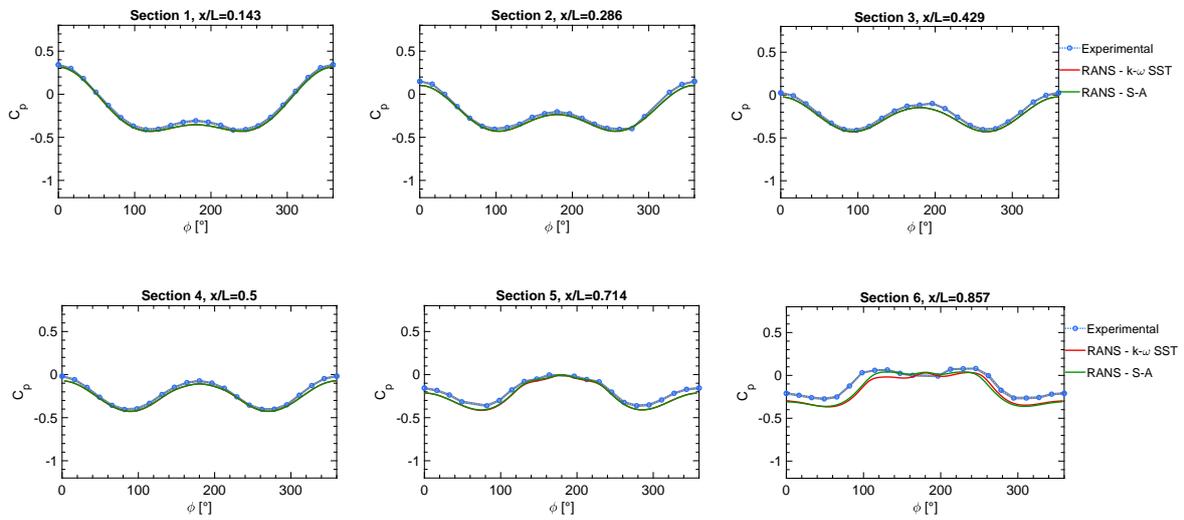


Figure D.3 – Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5:1, configuration à $AoA = 19^\circ$

D.4 Ellipsoïde 3.5:1 à $AoA = 25^\circ$

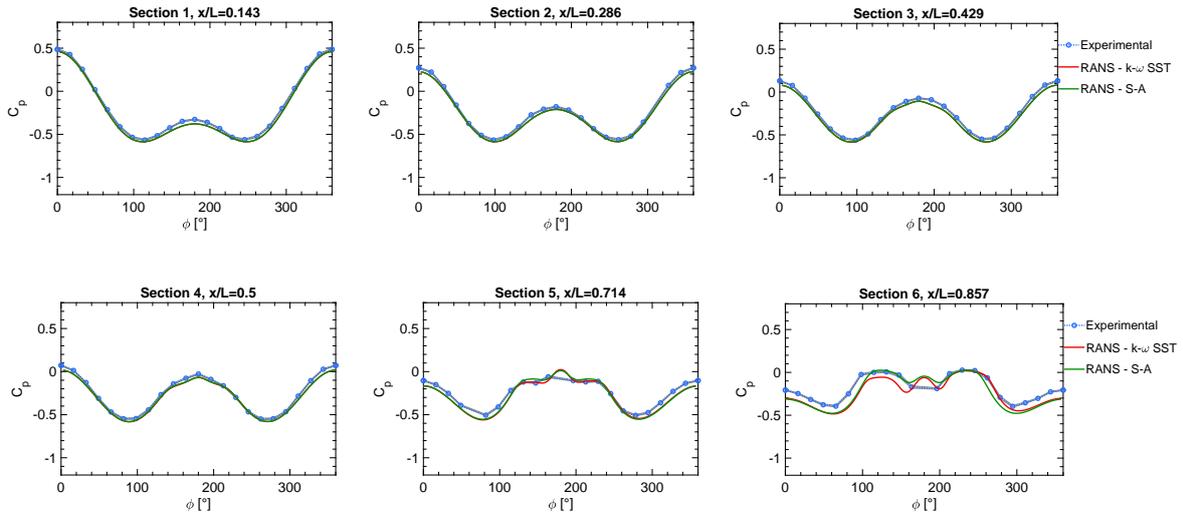


Figure D.4 – Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5:1, configuration à $AoA = 25^\circ$

D.5 Ellipsoïde 3.5:1 à $AoA = 29^\circ$

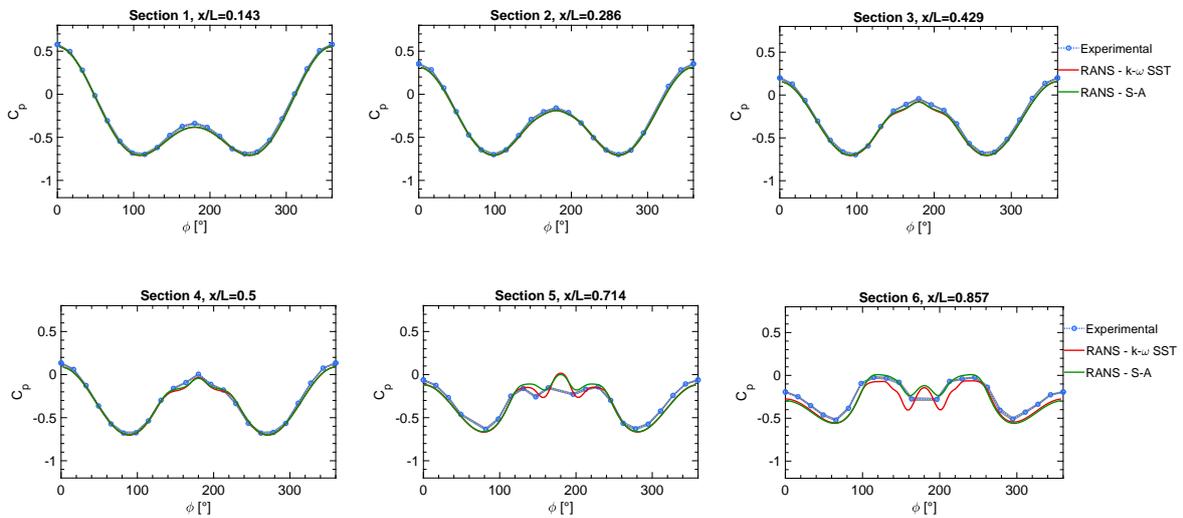


Figure D.5 – Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5:1, configuration à $AoA = 29^\circ$

D.6 Ellipsoïde 3.5:1 à $AoA = 35^\circ$

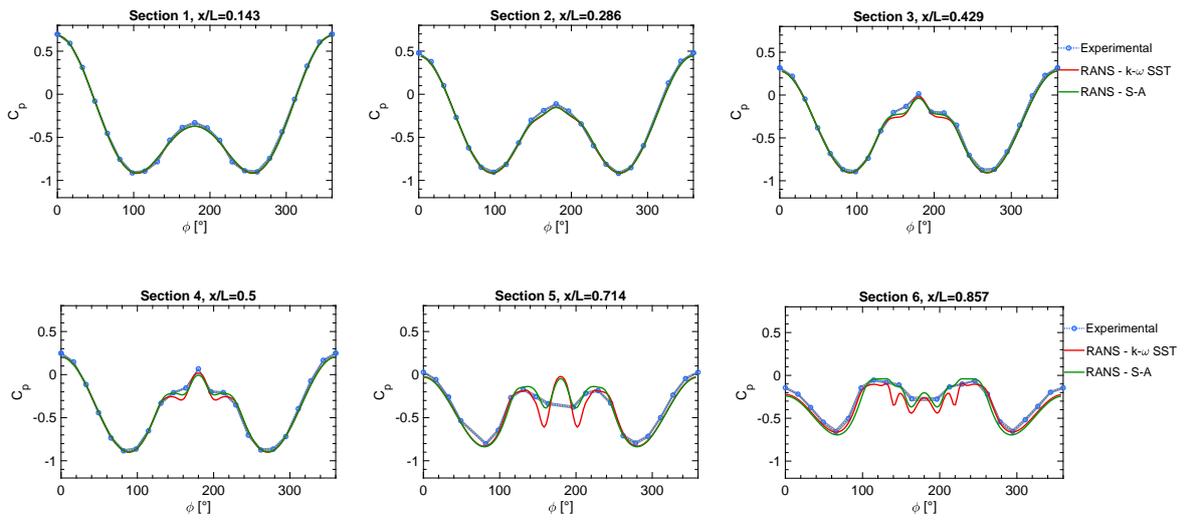


Figure D.6 – Coefficients de pression de l'ellipsoïde 3.5:1, configuration à $AoA = 35^\circ$

Annexe E

Simulation numérique de l'ellipsoïde 3.5:1 à $AoA = 90^\circ$ en mouvement relatif accéléré en fluide visqueux

La simulation réalisée est similaire à celle présentée dans l'article «Forces on a Prolate Spheroid in accelerated relative motion with a viscous fluid » à la section 3.

Un écoulement, initialement à vitesse uniforme et constante, est accéléré et décéléré selon les schémas présentés sur la figure E.1.

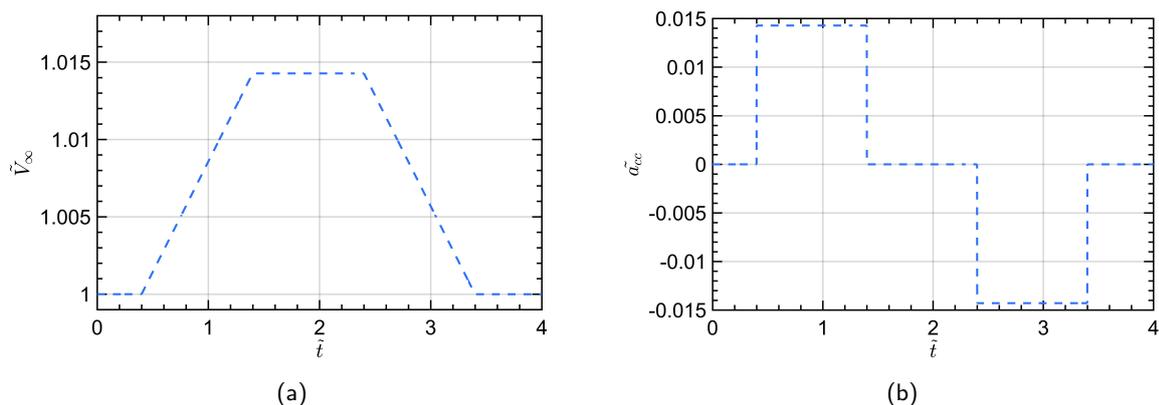


Figure E.1 – Variation temporelle de la vitesse et de l'accélération amont du fluide.

La vitesse et l'accélération ont été adimensionnées respectivement par V_0 (la vitesse du fluide à l'instant initial) et $V_0/\Delta t^1$ (Δt correspondant à la durée de la phase d'accélération).

Contrairement au cas présenté dans l'article, maintenant l'ellipsoïde est incliné de 90° par rapport à la direction de l'écoulement. Comme nous l'avons déjà vu au chapitre 2, pour cette configuration, le sillage du corps est fortement turbulent et chaotique, avec la présence d'une allée de tourbillons. Cela se reflète également sur les graphiques des coefficients de force, qui ont une évolution fluctuante. La nature des écoulements complique considérablement l'analyse des données, car il devient difficile de distinguer précisément les différentes contributions à la force normale appliquée au corps.

La figure E.2 montre l'évolution du coefficient de force normale appliqué au corps. Des discontinuités ont été indiquées en rouge sur le graphique. Celles-ci correspondent aux moments où l'accélération du fluide est appliquée ou arrêtée.

1. Le choix d'utiliser la valeur de V_0 plutôt qu'un ΔV pour l'adimensionnement du terme d'accélération a été pris pour faciliter l'expression des termes de force sous forme de coefficients aérodynamiques, pour lesquels l'adimensionnement est fait en considérant le carré de la vitesse non perturbée du fluide.

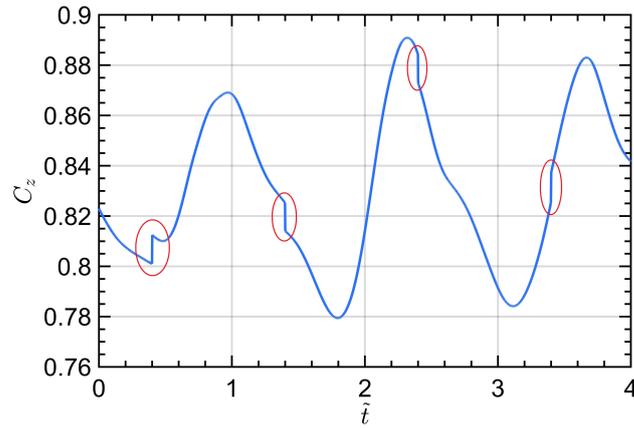


Figure E.2 – Évolution temporelle du coefficient de force normale de l'ellipsoïde 3.5:1 à $AoA = 90^\circ$ dans un fluide accéléré.

En supposant que, pour cette configuration, la formulation suivante est valide :

$$F_z = F_{zqs} + m_f \left(1 + \lambda'_{33}\right) \frac{\partial V_\infty}{\partial t} + F_{zh} \quad (\text{E.1})$$

où $m_f = \rho V_{ol}$ est la masse de fluide contenue dans le volume du corps et $\lambda'_{33} = \lambda_{33}/m_f$ est le coefficient adimensionnel de masse ajoutée, on peut en déduire que les discontinuités dans le graphique sont dues au deuxième terme à droite de l'équation. En divisant la valeur de la discontinuité par l'accélération du fluide, il est possible de vérifier si le coefficient de masse ajoutée correspond à celui prévu par la théorie potentielle.

Les résultats sont résumés dans le tableau suivant :

	Discontinuité 1	Discontinuité 2	Discontinuité 3	Discontinuité 4
λ'_{33} - CFD	0.8281	0.8632	0.916	0.9511
λ'_{33} - Théorique	0.8354	0.8354	0.8354	0.8354
Erreur relative	-0.88%	3.32%	9.64%	13.84%

Tableau E.1 – Valeurs des masses ajoutées calculés par CFD instationnaire comparées aux valeurs théoriques.

Contrairement aux résultats obtenus sur la configuration $AoA = 0^\circ$ présentés dans l'article, ici nous pouvons constater que à chaque discontinuité successive, l'erreur relative entre la valeur calculée par CFD et la valeur prévue par la théorie augmente progressivement. Il n'est pas facile de donner une explication exacte à ce phénomène. Le terme d'« histoire » pourrait probablement avoir un impact plus important sur cette configuration. En fait, les structures tourbillonnantes qui sont présentes dans le sillage du corps sont nées lorsque l'état du fluide était différent de celui des instants suivants. Leur influence sur les structures les plus proches du corps peut induire des phénomènes imprévisibles que l'on pourrait considérer comme faisant partie du terme de force F_h .

D'autres études doivent être menées pour clarifier davantage la question. Différents types et niveaux d'accélération doivent être appliqués au fluide ou au corps pour déterminer comment cela peut affecter la topologie des écoulements.

Annexe F

Résultats complémentaires de la « Méthode par Tranches »

F.1 Configuration de rafale « 1-cosinus » avec $L_g/L = 1/4$

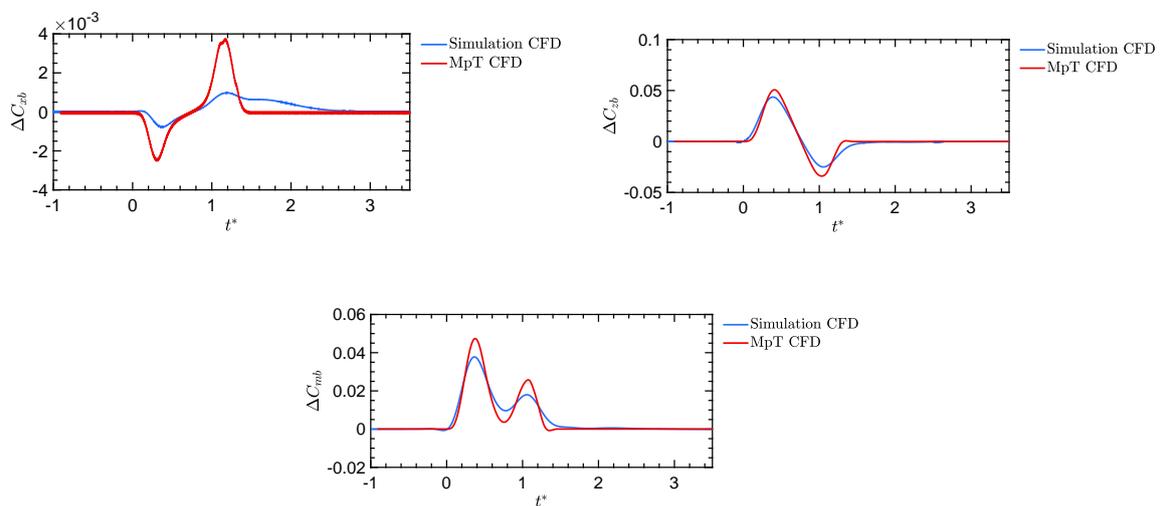


Figure F.1 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/4$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.0857$.

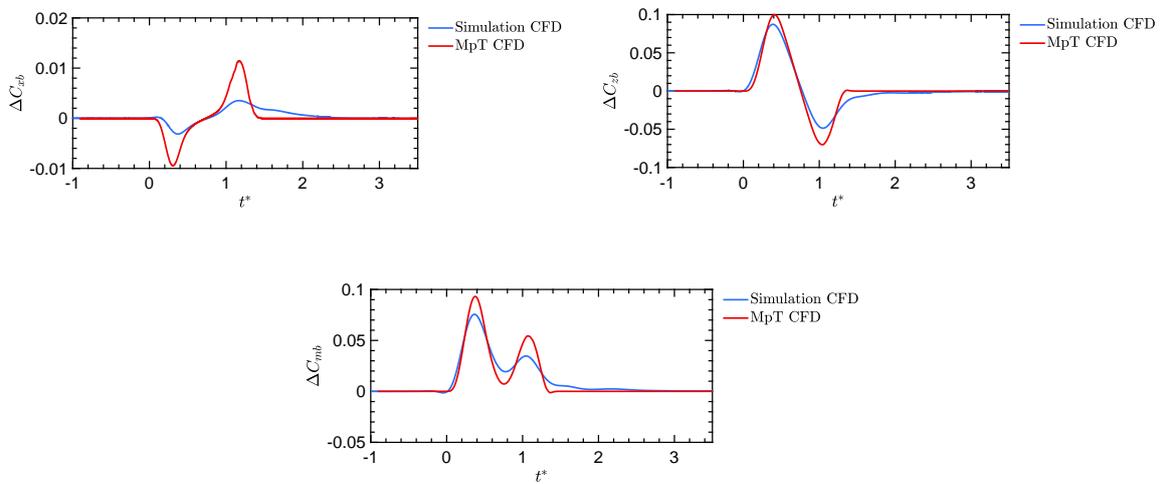


Figure F.2 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/4$ et $v_{g0}/v_{\infty} = 0.1714$.

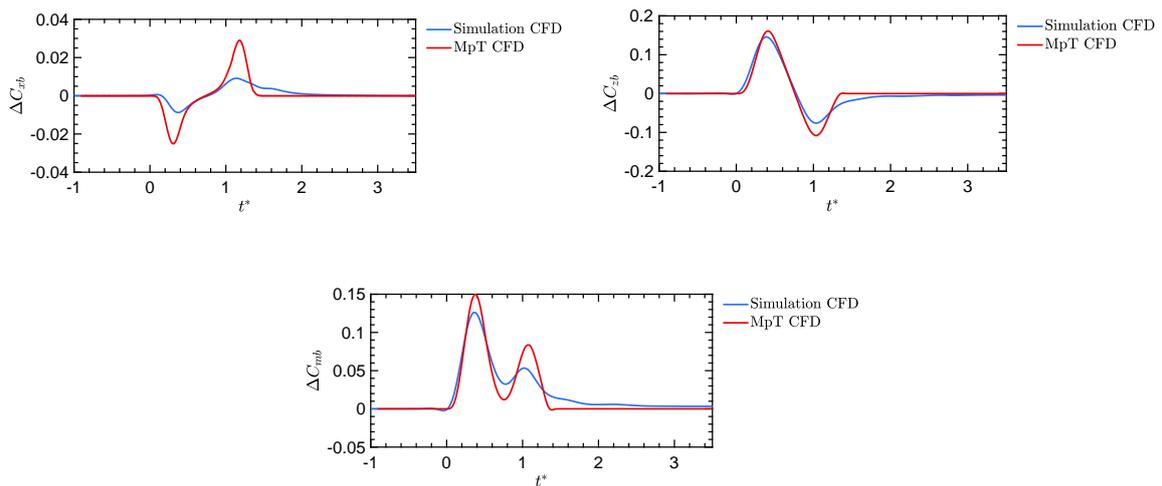


Figure F.3 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/4$ et $v_{g0}/v_{\infty} = 0.2857$.

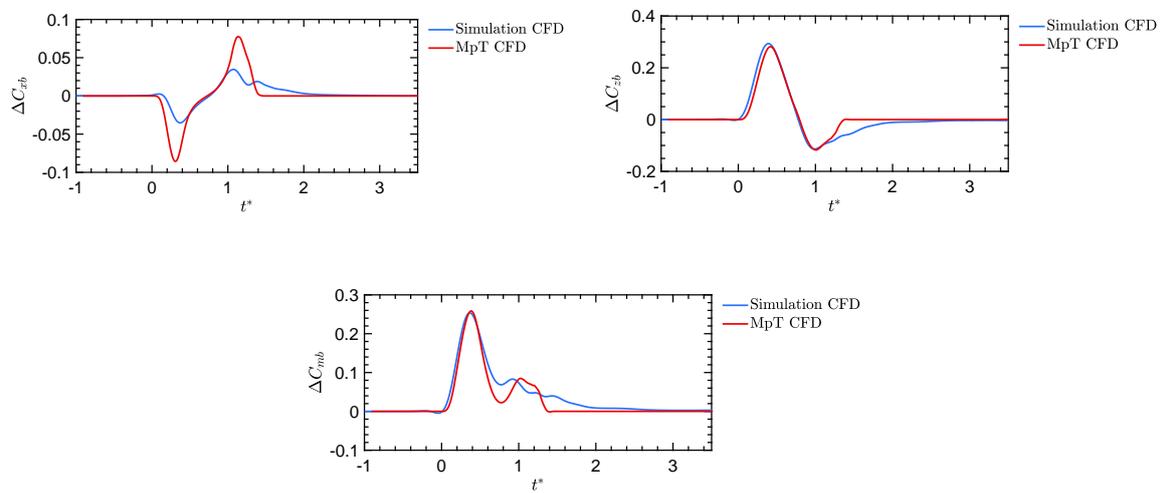


Figure F.4 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/4$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.5714$.

F.2 Configuration de rafale « 1-cosinus » avec $L_g/L = 1/2$

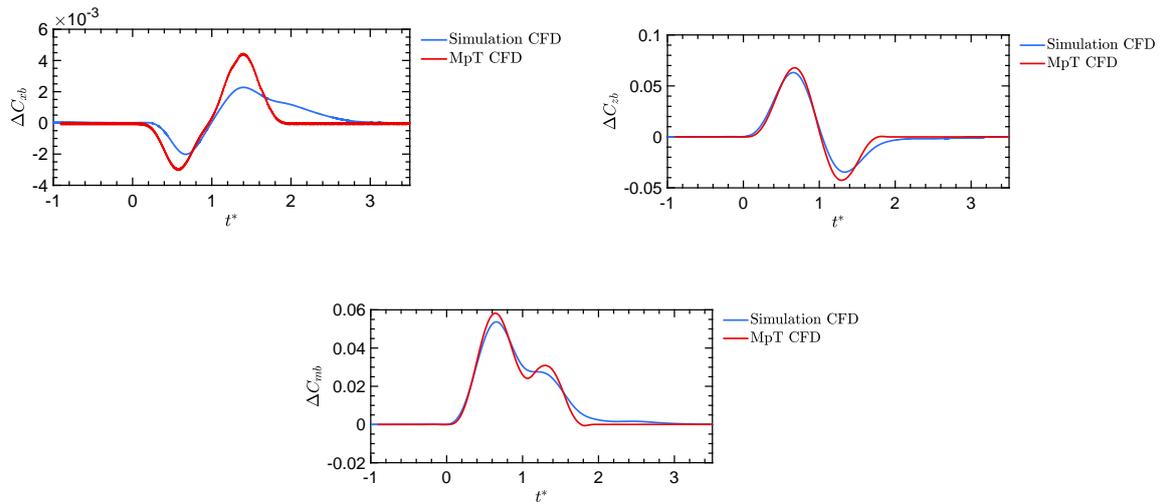


Figure F.5 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/2$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.0857$.

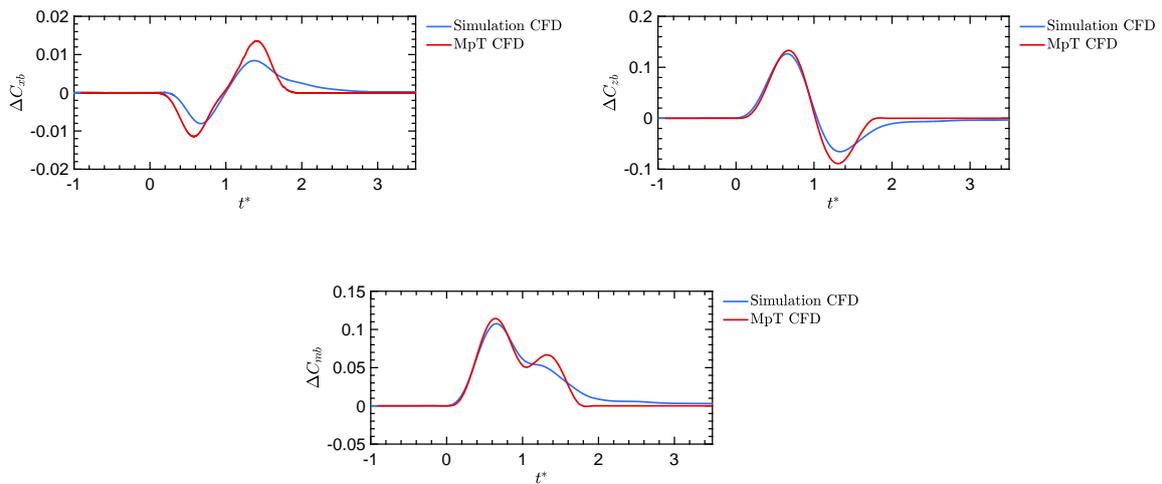


Figure F.6 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/2$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.1714$.

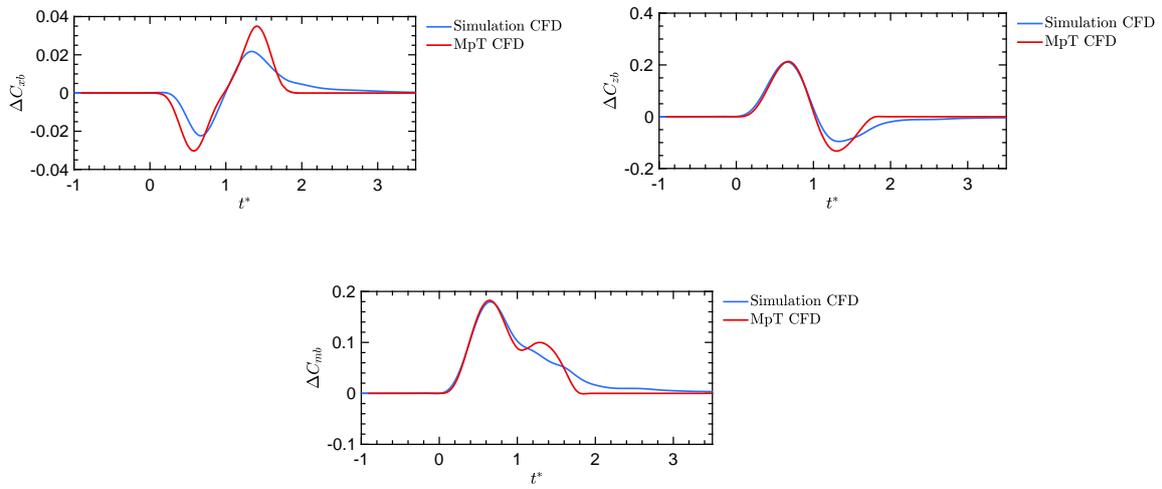


Figure F.7 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/2$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.2857$.

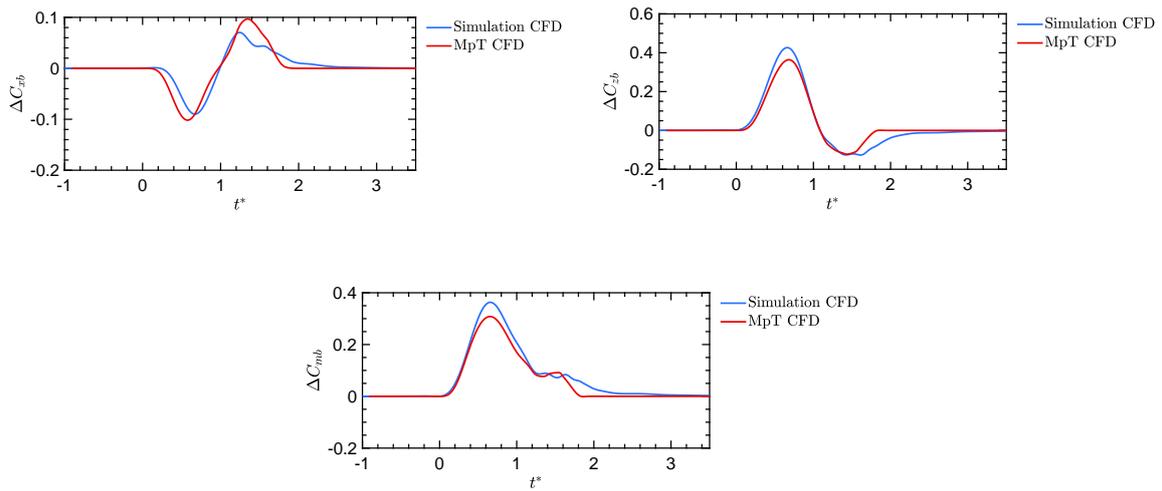


Figure F.8 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1/2$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.5714$.

F.3 Configuration de rafale « 1-cosinus » avec $L_g/L = 1$

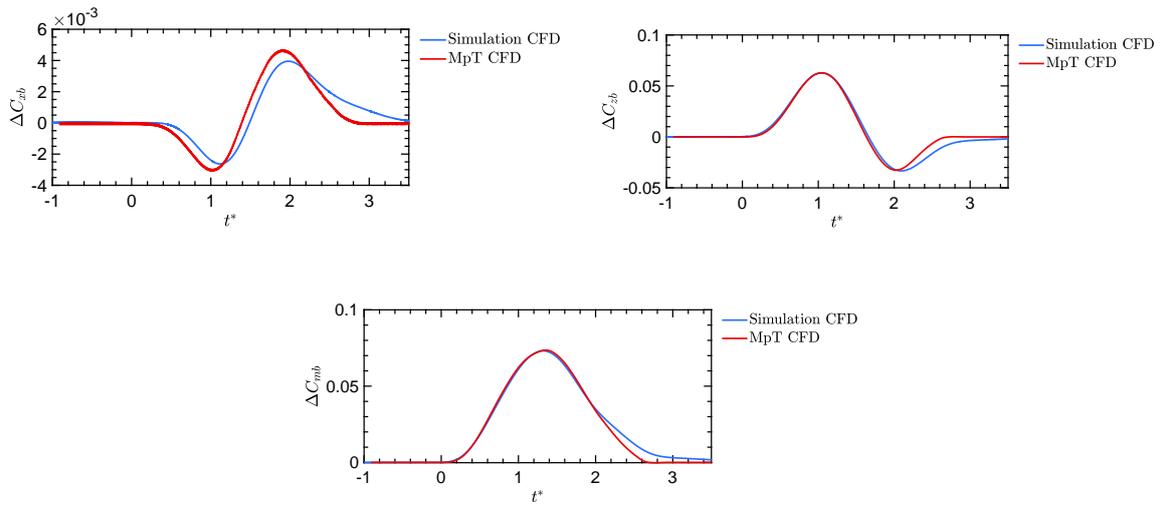


Figure F.9 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1$ et $v_{g0}/v_{\infty} = 0.0857$.

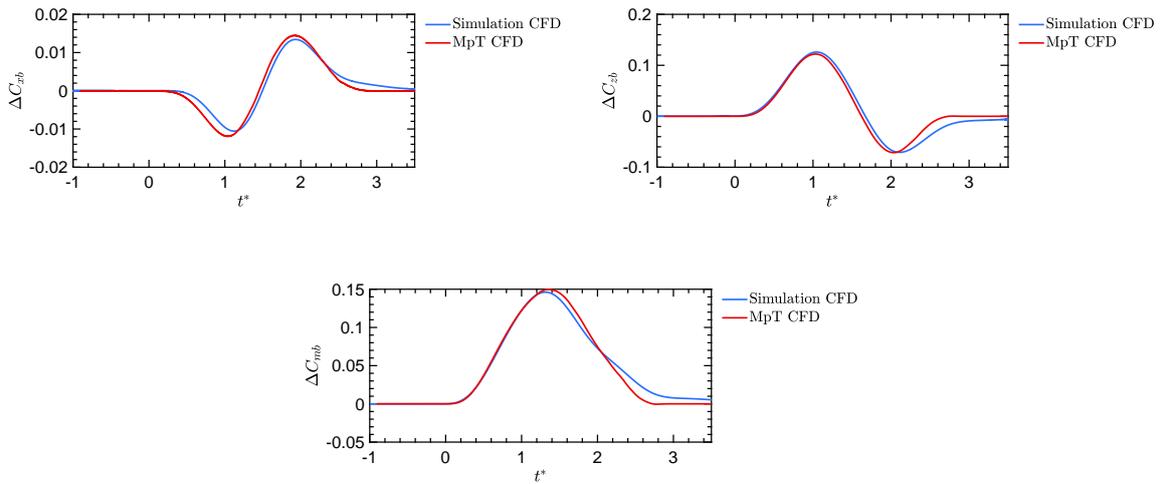


Figure F.10 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1$ et $v_{g0}/v_{\infty} = 0.1714$.

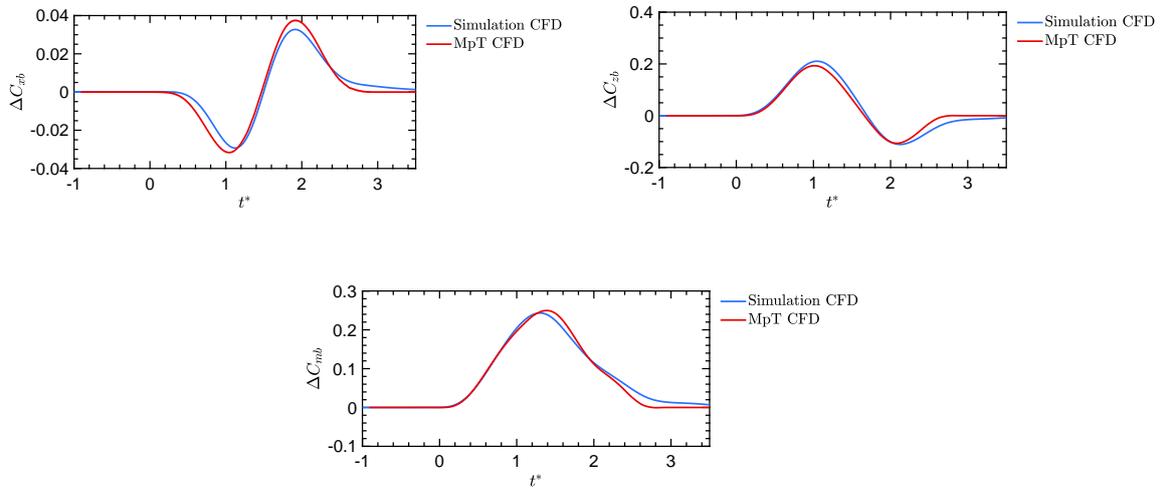


Figure F.11 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.2857$.

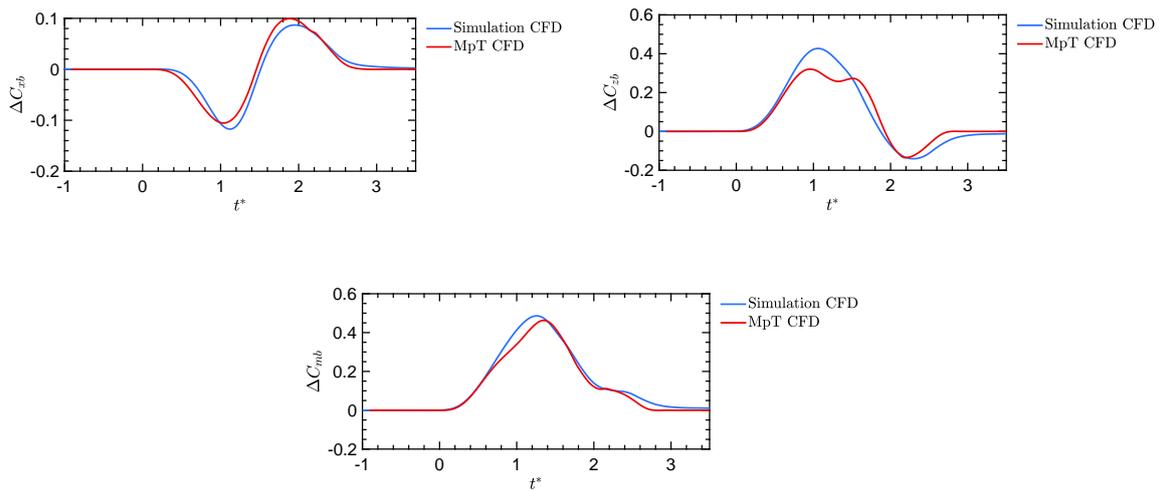


Figure F.12 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Configuration $L_g/L = 1$ et $v_{g0}/v_\infty = 0.5714$.

F.4 Cas de la traversée du jet plan

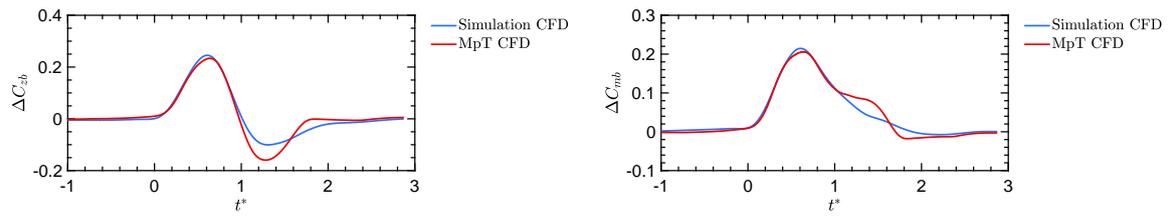


Figure F.13 – Coefficients aérodynamiques évalué par simulation CFD complète et par « Méthode par Tranches » CFD. Cas de la traversée du jet plan.

Bibliographie

- [1] Isaac Van der Hoven. Power spectrum of horizontal wind speed in the frequency range from 0.0007 to 900 cycles per hour. *Journal of meteorology*, 14(2) :160–164, 1957.
- [2] A. A. Kanoria, K. Panchal, R. Dongre, and M. Damodaran. Computational modelling of aerodynamic characteristics of airships in arbitrary motion. In *22nd AIAA Lighter-Than-Air Systems Technology Conference*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jun 2015.
- [3] Peter G Thomasson and Craig A Woolsey. Vehicle motion in currents. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 38(2) :226–242, 2013.
- [4] A. Bonnet. *Contribution à l'étude dynamique de l'aéronef allégé : effets de masse et d'inertie ajoutées*. PhD thesis, ECOLE NATIONALE SUPERIEURE DE L'AERONAUTIQUE ET DE L'ESPACE, 1977.
- [5] Christopher J Chesnakas and Roger L Simpson. Detailed investigation of the three-dimensional separation about a 6 :1 prolate spheroid. *AIAA journal*, 35(6) :990–999, 1997.
- [6] Todd G Wetzal, Roger L Simpson, and Christopher J Chesnakas. Measurement of three-dimensional crossflow separation. *AIAA journal*, 36(4) :557–564, 1998.
- [7] George S Constantinescu, Hugo Pasinato, You-Qin Wang, James R Forsythe, and Kyle D Squires. Numerical investigation of flow past a prolate spheroid. *J. Fluids Eng.*, 124(4) :904–910, 2002.
- [8] George K. El Khoury, Helge I. Andersson, and Bjørnar Pettersen. Wakes behind a prolate spheroid in crossflow. *Journal of Fluid Mechanics*, 701 :98–136, may 2012.
- [9] George K El Khoury, Helge I Andersson, and Bjørnar Pettersen. Crossflow past a prolate spheroid at reynolds number of 10000. *Journal of fluid mechanics*, 659 :365–374, 2010.
- [10] G. Kirchhoff. Ueber die bewegung eines rotationskörpers in einer flüssigkeit. *Journal für die reine und angewandte Mathematik (Crelles Journal)*, 1870(71) :237–262, jan 1870.
- [11] Horace Lamb. *Hydrodynamics*. Cambridge university press, 1932.
- [12] Giovanni Carbone, Guillaume Martinat, Dominique Farcy, and Jean-Luc Harion. Aerodynamic investigation of a 3.5 :1 prolate spheroid. In *AIAA AVIATION 2020 FORUM*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jun 2020.
- [13] Giovanni Carbone, Guillaume Martinat, Dominique Farcy, and Jean-Luc Harion. Added masses of generic shape bodies interacting with external walls. *Aerospace Science and Technology*, 90 :70–84, jul 2019.
- [14] Giovanni Carbone, Guillaume Martinat, Dominique Farcy, and Jean-Luc Harion. Forces on a 3.5 :1 prolate spheroid in accelerated relative motion with a viscous fluid. In *AEROSPACE EUROPE CONFERENCE – AEC2020*, feb 2020.
- [15] C.-Y. Tsai and A. Whitney. Numerical study of three-dimensional flow separation for a 6 :1 ellipsoid. In *37th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jan 1999.
- [16] Zhixiang Xiao, Yufei Zhang, Jingbo Huang, Haixin Chen, and Song Fu. Prediction of separation flows around a 6 :1 prolate spheroid using RANS/LES hybrid approaches. *Acta Mechanica Sinica*, 23(4) :369–382, jul 2007.
- [17] Nathan Scott and Earl Duque. Unsteady reynolds-averaged navier-stokes predictions of the flow around a prolate spheroid. In *42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jan 2004.

- [18] Alexandr I Korotkin. *Added masses of ship structures*, volume 88. Springer Science & Business Media, 2008.
- [19] Max M Munk. The aerodynamic forces on airship hulls. 1924.
- [20] A. Bonnet. *Aérodynamique Instationnaire*. Polycopié - ISAE-SUPAERO, 2006.
- [21] J. L. Hess and A. M. O. Smith. Calculation of potential flow about arbitrary bodies. *Progress in Aerospace Sciences*, 8 :1–138, January 1967.
- [22] Luigi Morino and Ching-Chiang Kuot. Subsonic potential aerodynamics for complex configurations : a general theory. *AIAA journal*, 12(2) :191–197, feb 1974.
- [23] Marco Tuveri, Alessandro Ceruti, and Pier Marzocca. Added masses computation for unconventional airships and aerostats through geometric shape evaluation and meshing. *International Journal of Aeronautical and Space Sciences*, 15(3) :241–257, 2014.
- [24] A. Ceruti, T. Bombardi, and P. Marzocca. A CAD environment for the fast computation of Added Masses. *Ocean Engineering*, 142 :329–337, September 2017.
- [25] Alfred Barnard Basset. *A treatise on hydrodynamics : with numerous examples*, volume 2. Deighton, Bell and Company, 1888.
- [26] JV Boussinesq. Sur la resistance d'une sphere solide. *CR Hebd. Seanc. Acad. Sci. Paris*, 100 :935, 1885.
- [27] Carl Wilhelm Oseen. *Hydrodynamik*, volume 1. Akad. Verl.-Ges., 1927.
- [28] Tchen Chan-Mou. *Mean Value and Correlation Problems connected with the Motion of Small Particles suspended in a turbulent fluid*. Springer Netherlands, 1947.
- [29] Jacques Magnaudet. The forces acting on bubbles and rigid particles. In *ASME Fluids Engineering Division Summer Meeting, FEDSM*, volume 97, pages 22–26, 1997.
- [30] Fuat Odar and Wallis S. Hamilton. Forces on a sphere accelerating in a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 18(02) :302, feb 1964.
- [31] Mayela Rivero, Jacques Magnaudet, and Jean Fabre. Quelques résultats nouveaux concernant les forces exercées sur une inclusion sphérique par un écoulement accéléré. *CR Acad. Sci. Paris*, 312 :1499–1506, 1991.
- [32] Eugene J. Chang and Martin R. Maxey. Unsteady flow about a sphere at low to moderate reynolds number. part 2. accelerated motion. *Journal of Fluid Mechanics*, 303 :133–153, nov 1995.
- [33] G Mougín and J Magnaudet. The generalized kirchhoff equations and their application to the interaction between a rigid body and an arbitrary time-dependent viscous flow. *International Journal of Multiphase Flow*, 28(11) :1837–1851, nov 2002.
- [34] L. Wakaba and S. Balachandar. On the added mass force at finite reynolds and acceleration numbers. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 21(2) :147–153, feb 2007.
- [35] Geoffrey Ingram Taylor. The forces on a body placed in a curved or converging stream of fluid. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A*, 120(785) :260–283, 1928.
- [36] Jacques Magnaudet, Mayela Rivero, and Jean Fabre. Accelerated flows past a rigid sphere or a spherical bubble. part 1. steady straining flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 284 :97–135, feb 1995.
- [37] Dominique Legendre. *Quelques aspects des forces hydrodynamiques et des transferts de chaleur sur une bulle sphérique*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Toulouse, 1996.
- [38] J C Wyngaard. Atmospheric turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 24(1) :205–234, jan 1992.
- [39] Andrej Sergeevich Monin and Aleksandr Mikhaïlovich Obukhov. Basic laws of turbulent mixing in the surface layer of the atmosphere. *Contrib. Geophys. Inst. Acad. Sci. USSR*, 151(163) :e187, 1954.

- [40] Philippe R Spalart and Christopher L Rumsey. Effective inflow conditions for turbulence models in aerodynamic calculations. *AIAA journal*, 45(10) :2544–2553, 2007.
- [41] Frederic M Hoblit. *Gust loads on aircraft : concepts and applications*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1988.
- [42] F. R. Menter, M. Kuntz, and R. Langtry. Ten years of industrial experience with the sst turbulence model. begell, 2003.
- [43] David C Wilcox. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models. *AIAA journal*, 26(11) :1299–1310, 1988.
- [44] Florian Menter and Thomas Esch. Elements of industrial heat transfer predictions. In *16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering (COBEM)*, volume 109, page 650. sn, 2001.
- [45] P. Spalart and S. Allmaras. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows. In *30th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit*. American Institute of Aeronautics and Astronautics, jan 1992.

Résumé

L'objectif de cette thèse est d'étudier l'aérodynamique d'un dirigeable dans des conditions d'écoulement instationnaires et non homogènes, en décrivant sa dynamique au moyen de modèles simples et d'outils de calcul rapides et efficaces.

En raison de leur « légèreté », les dirigeables sont plus sensibles aux perturbations de l'air. Cela a un impact important sur leur contrôlabilité et par conséquent sur le dimensionnement des gouvernes et du système propulsif.

Les phénomènes aérodynamiques liés à la notion de masses et inerties ajoutées, qui sont observés pendant les phases de mouvement relatif accéléré du dirigeable, sont un terme supplémentaire à prendre en compte pour l'évaluation des efforts aérodynamiques. Elles dépendent de la densité du fluide, de la géométrie du corps et du repère choisi. Ces contributions sont généralement négligées lors de l'étude de corps « lourds » tels que les avions, car leur densité est nettement supérieure à celle de l'air. Au contraire, pour les dirigeables, ces termes sont du même ordre de grandeur que leur masse et leur moment d'inertie et représentent donc un aspect fondamental à prendre en compte pour décrire correctement leur dynamique.

Nos études sur les masses et inerties ajoutées ont été réalisées par des simulations numériques en fluides parfait et visqueux. Un code numérique pour le calcul de ces termes a été développé afin d'obtenir en un temps réduit une estimation très précise sur des configurations complexes (géométries génériques en présence de parois externes).

La présence de perturbations et de gradients de vitesse dans l'atmosphère est à l'origine d'efforts aérodynamiques supplémentaires d'importance majeure pour les dirigeables. Ces phénomènes ont été analysés au moyen de simulations numériques CFD instationnaires. Un modèle simplifié de reconstruction des efforts aérodynamiques a été proposé, basé sur des résultats stationnaires, qui permet de prédire avec précision les caractéristiques aérodynamiques du corps.

Enfin, nous avons proposé un modèle complet de la dynamique des dirigeables qui, à l'avenir, pourra être analysé et validé par des tests expérimentaux ou numériques sur des configurations génériques de dirigeables dans des écoulements instationnaires et perturbés.

Abstract

The objective of this thesis is to study the aerodynamics of an airship in unsteady and non-homogeneous flow conditions, describing its dynamics through simplified models and fast and efficient computational tools.

Because of their "lightness", airships are more sensitive to air disturbances. This has a major impact on their controllability and consequently on the sizing of the control surfaces and the propulsion system.

Aerodynamic phenomena related to the notion of added masses, which are observed during the relative accelerated motion phases of the airship, are an additional term to be taken into account for the evaluation of the overall aerodynamic stresses. They depend on the density of the fluid, the geometry of the body and the reference frame. Generally, these contributions are neglected in the investigation of "heavy" bodies such as airplanes, since their density is considerably higher than that of air. On the contrary, for airships these terms are of the same order of magnitude of their mass and their moment of inertia and therefore represent a fundamental aspect to be taken into account to correctly describe their dynamics.

Our studies on added masses have been carried out through numerical simulations in potential and viscous flows. A numerical code for the calculation of these terms has been developed in order to obtain in a short time a very accurate estimate on complex configurations (generic body geometries even in the presence of external walls).

The presence of perturbations and velocity gradients in the atmosphere causes additional aerodynamic loads that are particularly relevant for airships. These phenomena have been analyzed through unsteady CFD simulations. Subsequently a simplified model, based on stationary results, has been proposed for the reconstruction of this loads, resulting accurate in predicting the aerodynamic characteristics of the body.

Finally, we have proposed a complete model of the airship dynamics that in the future can be analyzed and validated through experimental or numerical tests on generic airship configurations in unsteady and perturbed flows.