HAL
open science

Analyse du comportement en fatigue d'assemblages boulonnés

Aliou Badara Camara

To cite this version:

Aliou Badara Camara. Analyse du comportement en fatigue d'assemblages boulonnés. Matériaux. Université Clermont Auvergne [2017-2020], 2019. Français. NNT : 2019CLFAC105 . tel-03156547

HAL Id: tel-03156547

https://theses.hal.science/tel-03156547

Submitted on 2 Mar 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE CLERMONT AUVERGNE

ECOLE DOCTORALE
SCIENCES POUR L'INGENIEUR DE CLERMONT-FERRAND

T h è s e

Présentée par

Aliou Badara CAMARA

pour obtenir le grade de

DOCTEUR D'UNIVERSITÉ

SPECIALITE : MATERIAUX - STRUCTURE - FIABILITE

Analyse du comportement en fatigue d'assemblages boulonnés

Soutenance le 25 septembre 2019

Devant le jury composé de :

M. BOUCARD Pierre-Alain	Professeur, ENS Paris-Saclay	Rapporteur
M. BOUCHAIR Abdelhamid	Professeur, Univ. Clermont Auvergne	Examinateur
M. DAIDIE Alain	Professeur, INSA Toulouse	Rapporteur
M. DURIF Sébastien	Maître de Conférences, Univ. Clermont Auvergne	Co-encadrant
M. LEPETIT Stéphane	Directeur d'Agence, CANCE Constructions métalliques	Examinateur
M. MAI Si Hai	Ingénieur, SNCF, Le Mans	Examinateur
Mme PENNEC Fabienne	Maître de Conférences, Univ. Clermont Auvergne	Co-encadrant
M. ROBERT Jean-Louis	Professeur, Univ. Clermont Auvergne	Directeur de thèse

Remerciements

Je tiens à remercier et à témoigner toute ma gratitude à mon Directeur de thèse, Monsieur Jean-Louis ROBERT, Professeur à l'IUT d'Allier pour d'une part avoir accepté de diriger ma thèse durant ces 3 années et d'autre part, pour sa gentillesse incommensurable et son ouverture d'esprit.
Mes remerciements vont également à Madame Fabienne PENNEC, Maître de Conférences à l'IUT d'Allier et à Monsieur Sébastien DURIF, Maître de Conférences à Polytech Clermont-Ferrand pour avoir accepté de co-encadrer cette thèse. Un grand merci à Monsieur Abdelhamid BOUCHAIR, Professeur à Polytech Clermont-Ferrand pour avoir initié ce travail de thèse qui s'inscrit dans le cadre d'une collaboration entre deux équipes, l'équipe "fatigue des matériaux et des structures" de l'IUT d'Allier et l'équipe "assemblages mécaniques" de Polytech Clermont-Ferrand.

Je remercie également Monsieur Alain DAIDIE, Professeur à l'INSA de Toulouse et Monsieur Pierre-Alain BOUCARD, Professeur à l'ENS Paris-Saclay, de m'avoir fait l'honneur d'accepter de rapporter cette thèse.
Je remercie particulièrement Monsieur Stéphane LEPETIT, gérant de l'entreprise CANCE, entreprise de Constructions Métalliques à Montluçon pour nous avoir fourni toute la matière première (poutrelles et boulons) nécessaire pour la campagne expérimentale et pour avoir accepté de participer au jury de ma thèse.

Je remercie Monsieur Si Hi MAI, Expert Synapse en Mécanique des Solides à la SNCF pour avoir accepté de participer à la soutenance de ma thèse.

Merci à vous, Monsieur Pascal VELLEAUD, Ingénieur d'études à l'IUT d'Allier, pour votre disponibilité, vos explications et vos conseils lors de la campagne expérimentale.
Je remercie Monsieur Gérard CANGI et Madame Myriam MOISSAING, techniciens sur le site de IUT d'Allier à Montluçon pour leur aide précieuse pour l'usinage des semelles du tronçon en té et pour l'instrumentation des boulons.

Mes remerciements vont également à l'endroit de tout le corps professoral du département Génie Mécanique et Productique (GMP) de l'IUT d'Allier qui m'a bien accueilli au niveau du département. J'y ai passé 3 années dans une ambiance de travail sérieuse et détendue.

Une grande pensée également à Isabelle LEGENDARME, secrétaire au département GMP de l'IUT d'Allier pour sa sympathie et à tout le personnel du département.

Je ne saurais terminer sans remercier mon Père Khassa CAMARA et ma défunte Mère Diayenaba KANOUTE pour leurs sacrifices et sans qui je ne serais pas arrivé là où je suis aujourd'hui.

A ma grande sœur Astou, à mes petites sœurs Awa et Niakhaling, à mes grands frères Seydou et Lamine, à Ousseynou et Aissatou Dite Mah je dis merci. Merci pour votre soutien moral, vos encouragements et vos conseils ô combien précieux à mes yeux.

Merci enfin à vous, mes neveux Souleymane, Mamadou, Abdoulaye et à mes nièces Habsatou et Zeynab pour la joie de vivre que vous m'apportez quotidiennement quand j'entends vos voix suaves.

Résumé

L'intégrité structurelle des composants mécaniques et de leurs assemblages est un objectif majeur de conception. Les applications peuvent concerner l'aéronautique, l'automobile, le ferroviaire ainsi que les ouvrages tels que les ponts ou encore des mâts soumis à des sollicitations cycliques ou à amplitude variable. Cela amène l'ingénieur de conception à prendre en compte différents phénomènes dont celui de la fatigue, facteur dominant pouvant conduire, sous sollicitation dynamique, à la défaillance des structures ou de certaines pièces les constituant. Un outil de post-traitement a, d'une part, été développé et implémenté sous Matlab pour évaluer le niveau d'endommagement à la limite d'endurance fixée du matériau (2.10^6 cycles) et, d'autre part, une démarche itérative a été proposée pour le calcul de durée de vie en fatigue. Les deux critères multiaxiaux de fatigue utilisés sont le critère de Dang Van (approche de type plan critique) et celui de Zenner (approche intégrale). L'outil de post-traitement est validé par des résultats d'essais de fatigue issus de la bibliographie. Ces essais de fatigue sont réalisés sur des boulons M10 de classe de qualité 8.8. Les résultats établis sont comparés avec ceux obtenus à partir des normes existantes (Eurocode 3 et VDI 2230 notamment). Les deux critères multiaxiaux de fatigue retenus dans le cadre de ce travail sont confrontés à la banque de données des essais multiaxiaux qu'on trouve dans la littérature.

Les assemblages, boulonnés ou soudés, constituent des zones singulières dans les structures. Dans le but de mieux comprendre le comportement en fatigue du boulon dans un assemblage, un tronçon en té boulonné dans lequel le boulon peut être précontraint par serrage est modélisé par éléments finis sous le logiciel Salomé-méca. La précharge est modélisée numériquement en imposant un déplacement axial relatif entre les nœuds de l'écrou et ceux de la tige de la vis. L'effort axial F_B et le moment fléchissant M_B obtenus dans la vis avec le modèle numérique du tronçon en té sont validés par des solutions analytiques et des analyses expérimentales (essais de traction statique sur tronçon en té).

Une étude paramétrique est menée pour analyser les influences en fatigue de la précharge dans le boulon, du diamètre de celui-ci, de son excentration par rapport à l'âme du tronçon en té et de l'épaisseur de la semelle. L'analyse s'est intéressée d'abord au niveau d'endommagement du boulon, puis à sa durée de vie en fatigue multiaxiale en utilisant l'outil de post-traitement construit dans le cadre du présent travail. Les simulations numériques de l'endommagement et de la durée de vie en fatigue montrent un comportement différent des deux approches utilisées de la fatigue multiaxiale pour la prise en compte de l'effet d'un pré-serrage important. Enfin, une campagne d'essais expérimentaux sur des tronçons en té a également été menée pour la validation du modèle numérique par rapport à l'effort axial F_B et au moment de flexion M_B dans le boulon.

Mots clés : Critères de fatigue multiaxiaux, Endommagement, Durée de vie en fatigue, Eléments Finis, Précharge, Tronçon en té, Etats de contraintes, Essais de traction, Eurocode 3, VDI 2230.

Abstract

The structural integrity of mechanical components and their assemblies is a major design purpose. The applications may concern the aeronautics, the automobile, the railway as well as structures such as bridges or masts subjected to cyclic loads or to variable amplitude stress states. This leads the design engineer to take into account various phenomena, including fatigue, a dominant factor that may lead, under dynamic stress, to the failure of structures or parts of them. The mechanical components are generally subjected in service to multiaxial stress states. Taking into account the triaxiality of stress states requires the use of multiaxial fatigue criteria. They are suitable tools for assessing the material fatigue resistance against periodical stress states, especially when they are multiaxial. A fatigue post-processing tool is developed and implemented under Matlab software to assess on the one hand, the damage level at the fixed endurance limit of the material (2.10^6 cycles) and, on the other hand, the fatigue life up to crack initiation from an iterative fatigue calculation process. The two multiaxial fatigue criteria used are Dang Van criterion (critical plane approach) and Zenner criterion (integral approach). Then, the fatigue post-processing tool is validated by fatigue test results from the bibliography. These fatigue tests are performed on M10 bolts of 8.8 quality class. The results are compared with those obtained from existing standards (Eurocode 3 and VDI 2230). The two multiaxial fatigue criteria used in this work are compared and validated from the database of multiaxial tests found in the literature. Bolted or welded assemblies are singular areas in the structures. In order to better understand the fatigue behavior of the bolt in an assembly, a tee-stub in which the bolt can be pre-stressed by clamping is modeled by finite elements under Salome-meca software. The preload is modeled numerically by imposing a relative axial displacement between the nodes of the nut and those of the rod of the screw. The F_B axial force and the M_B bending moment obtained in the screw with the numerical model of the tee-stub is validated by analytical solutions on the one hand and by experimental results (static tension tests on a tee-stub) on the other hand. A parametric study is conducted to analyze the fatigue influences of the bolt preload, its diameter, its location with respect to the tee-stub soul and the flange thickness. The analysis first focused on the bolt damage level, then on its fatigue life using the multiaxial fatigue post-processing tool built as part of this work. Numerical simulations of damage and fatigue life show a different behavior of the two multiaxial fatigue approaches to take into account the effect of a significant tightening. Experimental tests run on a tee-stub were also conducted to validate the numerical model with respect to the F_B axial force and the M_B bending moment.

Key words : Multiaxial fatigue criteria, Damage, Fatigue lifetime, Finite elements, Preload, Tee- stub, Stresses states, Tensile tests, Eurocode 3, VDI 2230.

Table des matières

Résumé 2
Abstract 3
Introduction générale 14
Chapitre 1 - Bibliographie sur les assemblages mécaniques et la fatigue des assemblages boulonnés 18
I.1. Introduction 18
I.2. Les assemblages mécaniques 18
I.2.1. Les assemblages non démontables 18
I.2.2. Les assemblages démontables 24
I.3. Fatigue des assemblages boulonnés 36
I.3.1. Introduction au phénomène de fatigue 38
I.3.2. Fatigue uniaxiale 39
I.3.3. Fatigue sous sollicitation multiaxiale 56
I.3.3.1. Critères de fatigue multiaxiaux 57
I.3.3.2. Confrontation des critères de Dang Van et de Zenner avec la banque de données des essais multiaxiaux de fatigue 63
I.4. Démarche de prévision de durée de vie en fatigue multiaxiale 67
I.5. Conclusions sur l'analyse bibliographique 69
Chapitre 2 - Modélisation et analyse par éléments finis du tronçon en té 71
II.1. Introduction 71
II.2. Caractérisation des assemblages poutre-poteau boulonnés par platine d'extrémité selon l'Eurocode 3 72
II.2.1. Méthode des composantes : présentation du tronçon en té 73
II.2.2. Modes de ruine et calcul de résistance de la semelle d'un tronçon en té 75
II.3. Modèles analytiques de calcul du tronçon en té en comportement purement élastique 78
II.4. Etat de l'art sur la modélisation par éléments finis du boulon et du tronçon en té 81
II.4.1. Etat de l'art sur la modélisation par éléments finis du boulon 81
II.4.2. Etat de l'art sur la modélisation par éléments finis du tronçon en té 83
II.5. Description du modèle éléments finis du tronçon en té 84
II.5.1. Géométrie du tronçon en té 84
II.5.2. Propriétés mécaniques des matériaux et maillage du tronçon en té 87
II.5.3. Application de la précontrainte dans le boulon 88
II.6. Validation du modèle tronçon en té 94
II.7. Etude paramétrique sur le tronçon en té 98

II.7.1. Etude de l'influence de l'excentration du boulon, de l'épaisseur de la semelle et du diamètre du boulon 98
II.7.2. Analyse de l'influence de la précontrainte sur le chargement perçu par le boulon 104
II.8. Description du modèle de la vis prenant en compte le congé de raccordement et le premier filet en prise avec l'écrou 111
II.8.1. Géométrie 111
II.8.2. Maillage du modèle de la vis 112
II.8.3. Validation du modèle de la vis seule et étude de l'influence du rayon de raccordement entre la tête et le fût de la vis 113
II.9. Conclusion 116
Chapitre 3 - Analyse du comportement en fatigue des boulons dans le tronçon en té 118
III.1. Introduction 118
III.2. Validation de la démarche itérative mise en œuvre pour le calcul de la durée de vie en fatigue 118
III.2.1. Résultats d'essais de fatigue sur des boulons M10 118
III.2.2. Simulation numérique de l'essai de fatigue 119
III.3. Influence de la précharge sur la tenue en fatigue des boulons dans le tronçon en té 124
III.3.1. Effet de la précharge sur la tenue en fatigue des boulons 124
III.3.2. Analyse du formalisme du critère de Dang Van vis-à-vis de la prise en compte de l'effet de la précharge 129
III.4. Influence de l'excentration m des boulons sur leur tenue en fatigue 134
III.5. Influence de l'épaisseur e_f de la semelle sur la tenue en fatigue des boulons 135
III.6. Conclusion 137
Chapitre 4 - Validation expérimentale du modèle numérique du tronçon en té 139
IV.1. Introduction 139
IV.2. Présentation du dispositif expérimental 139
IV.2.1. Poutrelles utilisées pour réaliser les semelles du tronçon en té 139
IV.2.2. Réalisation des semelles du tronçon en té 140
IV.2.3. Vis instrumentées par des jauges de déformation 142
IV.3. Confrontation des résultats analytiques, numériques et expérimentaux 146
IV.4. Validation expérimentale de l'influence bénéfique de la précharge sur le cycle de chargement que rencontre la vis dans l'assemblage 154
IV.6. Tronçon en té à 4 boulons 163
IV.7. Conclusion 164
Conclusions et perspectives 166
Références bibliographiques 169
Annexe A : Calage du critère de Dang Van 174

Annexe B : Calage du critère de Zenner 177
Annexe C : Récapitulatif de la banque de données des essais multiaxiaux 188
Annexe D : Fonctions de fatigue des critères pour chaque série d'essais de la banque de données 189
Annexe E : Dessins de définition des semelles du tronçon en té 193
Annexe F : Dessin de définition de la rondelle spéciale 199
Annexe G : Dessin de définition de la semelle du tronçon en té à 4 boulons 200
pour l'entraxe de 142 mm 200
Annexe H : Contraintes alternées maximales (en MPa) obtenues numériquement et expérimentalement pour les 9 configurations géométriques en fonction des valeurs de la précharge 201

Table des illustrations

Figure 1-1 : *Typologie des assemblages* 18
Figure 1-2 : *Principe du clinchage* 19
Figure 1-3 : *Classification des procédés de soudage selon la nature de l'énergie utilisée pour réaliser l'assemblage (d'après [5])* 21
Figure 1-4 : *Principe et étapes du rivetage (d'après [6])* 22
Figure 1-5 : *Résistance d'un assemblage collé en fonction de la sollicitation appliquée (d'après [9])* 23
Figure 1-6 : *Principe du frettage* 23
Figure 1-7 : *Détail d'un clavetage (cas d'une clavette parallèle) [11]* 24
Figure 1-8 : *Types de clavettes longitudinales* 25
Figure 1-9 : *Vis d'assemblage en inox de classe de résistance 8.8* 25
Figure 1-10 : *Vis de pression en inox de classe de résistance 8.8* 25
Figure 1-11 : *Goujon en inox de classe de résistance 8.8* 26
Figure 1-12 : *Constituants d'un boulon traditionnel [13]* 26
Figure 1-13 : *Détermination des caractéristiques mécaniques du boulon à partir de sa classe de qualité [15]* 27
Figure 1-14 : *Profil ISO- définition des caractéristiques géométriques et de la section résistante As d'un filetage* 28
Figure 1-15 : *Exemple de désignation de boulon [15]* 29
Figure 1-16 : *Boulons HR M12 de classe de qualité 10.9 avec leurs rondelles* 30
Figure 1-17 : *Rôle de la précontrainte dans un assemblage boulonné [20]* 31
Figure 1-18 : *Les causes de défaillances des assemblages vissés [15]* 32
Figure 1-19 : *Précharge et couple dans un assemblage boulonné [21]* 34
Figure 1-20 : *Etats de contraintes en un point A de la périphérie du noyau d'une vis soumise à un effort de traction FB et à un moment de torsion Mt ([17], [21])* 35
Figure 1-21 : *Répartition de la charge axiale entre les filets de la vis [16]* 36
Figure 1-22 : *Rupture par fatigue en fond du premier filet en prise dans l'écrou [18]* 37
Figure 1-23 : *Rupture par fatigue sous la tête d'une vis [18]* 37
Figure 1-24 : *Rupture par fatigue de l'assemblage vissé par arrachement du filet de l'écrou [18]* 37
Figure 1-25 : *Différents types de sollicitation de fatigue : a) uniaxiale, b) multiaxiale* 39
Figure 1-26 : *Courbe S-N d'après [23]* 40
Figure 1-27 : *Influence de la contrainte moyenne sur la courbe S-N* 42
Figure 1-28 : *Construction des diagrammes de Haigh 10^5 et 10^7 cycles (d'après [22]) à partir de courbes S-N* 43
Figure 1-29 : *Diagrammes de Haigh a) en traction, b) en torsion [28]* 44
Figure 1-30 : *Evolution des diagrammes de Haigh en fonction de la durée de vie N* 44
Figure 1-31 : *Modèles du diagramme de Haigh en traction* 45
Figure 1-32 : *Représentation pratique du diagramme de Haigh de la norme DIN [21], [25]* 46
Figure 1-33 : *Séquence de chargement en fatigue uniaxiale d'amplitude variable* 46
Figure 1-34 : *Correspondance cycle de contrainte temporel - boucle d'hystérésis dans le repère ($\sigma - \varepsilon$)* 47
Figure 1-35 : *Principe d'extraction d'un cycle selon la méthode Rainflow* 48
Figure 1-36 : *Résidu de la séquence de chargement* 48
Figure 1-37 : *Préparation du traitement du résidu* 49
Figure 1-38 : *Types de séquences rencontrées en fatigue uniaxiale a) Signal à amplitude constante, b) Signal à deux blocs de chargement, c) Signal à amplitude variable* 49

Figure 1-39 : *Représentation de l'évolution de l'endommagement par fatigue en fonction de la fraction de vie pour un chargement à amplitude constante* 50
Figure 1-40 : *Evolution de l'endommagement par fatigue sous un chargement à deux niveaux de contrainte (d'après [26] et [31])* 51
Figure 1-41 : *Courbe S-N préconisée par l'Eurocode 3, partie 1-9 [34]* 54
Figure 1-42 : *Courbes S-N des différentes catégories de détails selon l'Eurocode 3, partie 1-9* 55
Figure 1-43 : *Analogie de principe entre un critère de résistance et un critère multiaxial de fatigue* 57
Figure 1-44 : *Classification des critères multiaxiaux de fatigue* 59
Figure 1-45 : *Définition des différents termes relatifs à la contrainte tangentielle* $\tau_h(t)$ *sur le plan de normale h* 60
Figure 1-46 : *Concept mathématique de Simbürger pour explorer tous les plans matériels possibles* 62
Figure 1-47 : *Définition des différents termes liés à la contrainte normale* $\sigma_{hh}(t)$ 62
Figure 1-48 : *Résultats des écarts de validité obtenus avec les critères de Dang Van et de Zenner (232 essais sur 233 au total)* 64
Figure 1-49 : *Allures possibles des résultats de validation des critères (distributions des écarts de validité) et leur interprétation [35]* 65
Figure 1-50 : *Résultats obtenus avec les critères de Dang Van et de Zenner pour les 88 essais avec déphasage de la banque de données des essais multiaxiaux* 66
Figure 1-51 : *Domaine d'endurance limitée d'une courbe S-N classique* 67
Figure 1-52 : *Principe de la démarche itérative par dichotomie de prévision de durée de vie* 68
Figure 2-1 : *Assemblages boulonnés par platine d'extrémité dans une structure en acier* 72
Figure 2-2 : *Détail d'un assemblage poteau-poutre par platine d'about boulonnée* 72
Figure 2-3 : *Trois types d'assemblages poteau-poutre par platine d'extrémité boulonnée selon la hauteur de la platine [48]* 73
Figure 2-4 : *Définition du tronçon en té à partir de la méthode des composantes (d'après [49])* 73
Figure 2-5 : *Modèles du tronçon en té a) configuration réelle b) selon l'Eurocode 3 [48]* 74
Figure 2-6 : *Allure de la réponse moment-rotation d'un assemblage métallique* 74
Figure 2-7 : *Exemple de déformation du tronçon en té sous sollicitation extérieure due à "l'effet de levier"* 75
Figure 2-8 : *Modèle analytique du tronçon en té retenu pour la validation du modèle numérique* 78
Figure 2-9 : *Modèle analytique du tronçon en té avec la simplification proposée par Zoetemeijer* 78
Figure 2-10 : *Modèle analytique du tronçon en té prenant en compte la flexion du boulon [53]* 80
Figure 2-11 : *(a) Dessin d'ensemble de l'assemblage boulonné (b) Maillage de la portion étudiée (d'après [55])* 81
Figure 2-12 : *Géométrie du boulon testé par la méthode de dépôt électrolytique de cuivre [55]* 82
Figure 2-13 : *a) Modèle numérique du tronçon en té modélisé par Abidelah sous Castem [53] ; b) Zone modélisée en 3D sous Salome-Meca* 84
Figure 2-14 : *Définition des zones de contact unilatéral et des plans de symétrie du modèle du tronçon en té* 85
Figure 2-15 : *Paramètres géométriques du tronçon en té* 86
Figure 2-16 : *Modèle 3D du tronçon en té sur Salome-Meca* ($m = 40$ et $e_f = 15$) 87
Figure 2-17 : *Maillage du tronçon en té à l'aide d'éléments tétraédriques* ($m = 40$ et $e_f = 15$). 88
Figure 2-18 : *(a) Mécanisme de serrage du boulon ; (b) Illustration du déplacement relatif entre les nœuds de la surface intérieure de l'écrou par rapport à ceux de la surface extérieure de la vis* 89
Figure 2-19 : *Effet de l'application de la précontrainte par déplacement imposé entre la vis et l'écrou* 89
Figure 2-20 : *Modélisation d'un problème de contact unilatéral sans frottement [65]* 91
Figure 2-21 : *Choix des surfaces maitre et esclave suivant différentes situations* 93

Figure 2-22 : *Déformation du tronçon en té dans la configuration géométrique n°1 pour un chargement extérieur F de 10 kN et sans précharge du boulon* 95
Figure 2-23 : *Comparaison entre les solutions numériques et analytiques de la force F_B existant dans le boulon* 95
Figure 2-24 : *Comparaison entre les solutions numériques et analytiques du moment de flexion M_B dans le boulon* 96
Figure 2-25 : *Vérification (a) analytique et (b) numérique de l'effet de levier au niveau de l'effort axial dans le boulon* 97
Figure 2-26 : *Influence de l'excentration du boulon sur l'effort normal et le moment présents dans le boulon* 98
Figure 2-27 : *Variation de l'amplitude de contrainte dans le boulon en fonction de l'excentration* 99
Figure 2-28 : *Influence de l'épaisseur de la semelle sur l'effort axial F_B et le moment M_B dans le boulon* 100
Figure 2-29 : *Evolution de l'étendue de contrainte dans un boulon en fonction de l'épaisseur de la semelle* 101
Figure 2-30 : *Variation de la sollicitation dans le boulon pour les 4 configurations du tronçon en té dans le cas d'une précharge de 20 kN* 101
Figure 2-31 : *Influence du diamètre du boulon sur le moment et l'effort axial subis par le boulon dans le cas 4 et un pré-serrage de 20 kN* 102
Figure 2-32 : *Réduction relative du moment de flexion (en %) en passant du boulon M16 au boulon M14 et de M14 à M12 pour une précharge de 40 kN* 103
Figure 2-33 : *Influence du diamètre du boulon sur son moment et son effort axial dans le cas 4 pour une précharge de 40 kN* 103
Figure 2-34 : *Influence du diamètre du boulon sur la contrainte de flexion maximale pour une précharge* 104
Figure 2-35 : *Illustration de la flexion dans le boulon dans un tronçon en té (d'après [21])* 105
Figure 2-36 : *Déformation du tronçon en té pour F = 25 kN (avec m = 20 et ef = 15)* 105
Figure 2-37 : *Mise en évidence de la flexion dans le boulon pour le cycle de chargement appliqué au tronçon en té (a) sans précharge, (b) avec une précharge de 20 kN* 106
Figure 2-38 : *Etat de contraintes sur le diamètre AB de la vis non précontrainte dans le cas de semelle rigide (m = 20 et e_f = 15) à l'instant t_6 (F = 25 kN)* 107
Figure 2-39 : *Principe de superposition des contraintes* 107
Figure 2-40 : *Evolution de la contrainte dans le boulon en fonction de la précharge pour le cas 4 et pour une force extérieure de 25 kN* 108
Figure 2-41 : *Evolution de l'amplitude de contrainte et de la contrainte moyenne du cycle rencontré en fonction de la précharge pour un cycle de la force extérieure variant de 0 kN à 25 kN* 109
Figure 2-42 : *Influence de la précharge sur le cycle de contrainte rencontré par la vis* 110
Figure 2-43 : *Modèle numérique du boulon avec congé de raccordement et premier filet en prise avec l'écrou* 112
Figure 2-44 : *Modèle 3D de la vis seule prenant en compte le premier filet en prise avec l'écrou* 112
Figure 2-45 : *Déformation et cartographie du champ des contraintes σ_{zz} du modèle du tronçon en té* 113
Figure 2-46 : *Etat de contrainte à la jonction tête-fût dans le cas d'un raccordement à angle droit* .. 115
Figure 2-47 : *Etat de contrainte à la jonction tête-fût dans le cas d'un rayon de raccordement de 2 mm* 115
Figure 2-48 : *Evolution de l'état uniaxial de contrainte sur le diamètre AB du fût de la vis* 116
Figure 3-1 : *Résultats des essais de fatigue sur boulons M10 de classe 8.8 en 42CrMo4 standards (RT) et spéciaux (TR) pour une précharge égale à $\sigma_e/2$ (d'après [18])* 119

Figure 3-2 : *Elaboration du cycle de contrainte à partir de sa valeur moyenne σ_m et de son amplitude σ_a* 119
Figure 3-3 : *Synthèse des données pour la simulation numérique des essais de fatigue en traction ondulée* 120
Figure 3-4 : *Courbe S-N retenue pour l'acier 42CrMo4 en traction alternée symétrique (CES Edupack 2018)* 121
Figure 3-5 : *Comparaison entre les résultats d'essais et les prévisions du comportement en fatigue des boulons spéciaux M10 de classe 8.8 en 42CrMo4 (précontrainte égale à $0,5\sigma_e$ soit 320 MPa)* 122
Figure 3-6 : *Durées de vie en fatigue données par les normes et par les critères multiaxiaux de fatigue pour des boulons M10 de classe 8.8 "spéciaux" (TR) pour une précontrainte égale à $\sigma e/2$* 123
Figure 3-7 : *Courbe S-N en traction alternée symétrique utilisée pour le calcul en fatigue du boulon placé dans le tronçon en té (d'après CES Edupack 2018)* 124
Figure 3-8 : *Fonctions de fatigue des 2 critères de Dang Van et de Zenner à 2.10^6 cycles aux niveaux du premier filet de la vis en prise avec l'écrou et de la jonction tête-fût de la vis pour différentes précharges a) et b) avec une semelle flexible (cas 1), c) et d) avec une semelle rigide (cas 4)* 125
Figure 3-9 : *Evolution des fonctions de fatigue à 2.10^6 cycles des critères de Dang Van et de Zenner en fonction de la précharge imposée au boulon dans le cas a) d'une semelle flexible b) d'une semelle rigide* 126
Figure 3-10 : *Evolution de la durée de vie en fatigue au sens des critères de fatigue en fonction de la précharge dans le cas 1 (semelle flexible)* 127
Figure 3-11 : *Cartographie de la fonction de fatigue des critères de Zenner et de Dang Van à 2.10^6 cycles sur la zone du premier filet en prise avec l'écrou (cas de la semelle flexible)* 128
Figure 3-12 : *Cycles de contraintes au nœud critique de la vis pour les 3 valeurs de la précharge (a) 0 kN, (b) 20 kN, (c) 40 kN au cours du chargement extérieur de traction répétée appliqué au tronçon* 130
Figure 3-13 : *Décomposition du cycle des contraintes au nœud critique en contraintes moyennes et alternées* 131
Figure 3-14 : *Décomposition du cycle des contraintes au nœud critique en contraintes moyennes et alternées pour une précharge de 20 kN, au cours du cycle de traction répétée du chargement extérieur* 132
Figure 3-15 : *Décomposition du cycle des contraintes au nœud critique en contraintes moyennes et alternées pour une précharge de 40 kN, au cours du cycle de traction répétée du chargement extérieur* 132
Figure 3-16 : *Evolution de la fonction de fatigue (calculée à 2.10^6 cycles)* 134
Figure 3-17 : *Evolution de la durée de vie du boulon en fonction de son excentration m* 134
Figure 3-18 : *Influence de l'excentration du boulon sur l'effort axial et le moment de flexion dans le boulon (e_f = 15 mm, précharge de 20 kN, effort extérieur F égal à 10 kN pour le quart du tronçon en té)* 135
Figure 3-19 : *Influence de l'épaisseur de la semelle sur les efforts et le moment de flexion dans le boulon* 136
Figure 3-20 : *Evolution de la fonction de fatigue des critères en fonction de l'épaisseur de la semelle e_f* 136
Figure 3-21 : *Evolution de la durée de vie des boulons en fonction de l'épaisseur de la semelle e_f* .. 137
Figure 4-1 : *Poutrelles HEB 320 et IPE 400 utilisées pour la fabrication des semelles des tronçons en té* 139
Figure 4-2 : *Principales cotes de la section droite d'une poutrelle* 140
Figure 4-3 : *Paramètres géométriques de l'assemblage du tronçon en té* 140
Figure 4-4 : *Les différentes étapes de la réalisation des semelles du tronçon en té* 141
Figure 4-5 : *Semelles des tronçons en té préparées pour les essais* 142

Figure 4-6 : *Localisation des jauges de déformation sur les deux vis de l'assemblage du tronçon en té* 143
Figure 4-7 : *Disposition longitudinale des jauges de déformation sur une vis HR M12-10.9* 143
Figure 4-8 : *Pont d'extensométrie utilisé pour la mesure des (micro) déformations relatives* 144
Figure 4-9 : *Rondelle spéciale située sous la tête de vis* 144
Figure 4-10 : *Montage du tronçon en té provenant de la poutrelle HEB 320 sur la machine d'essai* 145
Figure 4-11 : *Montage du tronçon en té provenant de la poutrelle IPE 400 sur la machine d'essai* .. 145
Figure 4-12 : *Evolution de la force extérieure appliquée (2F) au tronçon en té* 146
Figure 4-13 : *Valeurs analytique, numérique et expérimentale de l'effort axial F_B dans le boulon non précontraint pour les cas de semelles rigides avec des entraxes a) de 142 mm, b) de 112 mm, c) de 84 mm* 147
Figure 4-14 : *Valeurs analytique, numérique et expérimentale de l'effort axial F_B dans le boulon non précontraint pour le cas de semelles flexibles avec des entraxes a) de 142 mm, b) de 112 mm, c) de 84 mm* 148
Figure 4-15 : *Valeurs analytique, numérique et expérimentale du moment de flexion M_B* 149
Figure 4-16 : *Valeurs analytique, numérique et expérimentale du moment de flexion M_B* 149
Figure 4-17 : *Ecart relatif a) des efforts axiaux b) des moments fléchissants des vis entre les valeurs numérique, analytique et expérimentale dans les 9 configurations du tronçon en té avec une force de traction (2F) appliquée au tronçon en té de 20 kN* 152
Figure 4-18 : *Lecture des microdéformations relatives longitudinales sur le cadran du pont d'extensométrie pour les 4 jauges de déformation de chaque boulon instrumenté* 155
Figure 4-19 : *Evolution de l'effort axial F_B dans le boulon non précontraint en fonction de la force extérieure (2F) appliquée au tronçon en té* 156
Figure 4-20 : *Evolution de l'effort axial F_B a) expérimental b) simulé numériquement dans le boulon préchargé à 10 kN en fonction de la force extérieure (2F) appliquée au tronçon en té* 156
Figure 4-21 : *Evolution de l'effort axial F_B a) expérimental b) simulé numériquement dans le boulon préchargé à 20 kN en fonction de la force extérieure (2F) appliquée au tronçon en té* 157
Figure 4-22 : *Cycle de chargement extérieur (2F) appliqué au tronçon en té* 157
Figure 4-23 : *Photos du montage des tronçons en té a) flexible (IPE 400) et b) rigide (HEB 320)* 158
Figure 4-24 : *Evolution des cycles de contrainte a) de traction b) de flexion c) globale* 160
Figure 4-25 : *Evolution des cycles de contrainte a) de traction b) de flexion c) globale en fonction de la précharge dans les boulons (configuration du cas 2)* 161
Figure 4-26 : *Evolution des cycles de contrainte a) de traction b) de flexion c) globale en fonction de la précharge dans les boulons (configuration du cas 5)* 162
Figure 4-27 : *Tronçon en té à 4 boulons dans la configuration flexible (cas 4) avec 2 des 4 boulons instrumentés* 163
Figure 4-28 : *Evolution des moments de flexion dans les boulons précontraints à 10 kN dans les cas de tronçons en té à 2 boulons et à 4 boulons au cours du cycle de chargement extérieur* 164

Nomenclature des notations utilisées

A_s	section résistante de la vis
A	section nominale de la vis
d_s	diamètre de la section résistante du boulon
d	diamètre nominal
d_0	diamètre du trou
D_2 ou d_2	diamètre sur flanc du boulon
p	pas du filetage
C_0	couple de serrage
k	rendement du système vis-écrou
σ_t	contrainte nominale de traction
$\sigma_{t\ max}$	contrainte maximale de traction
σ_{fl}	contrainte de flexion
τ	contrainte tangentielle
F_{ub}	résistance à la traction du boulon
F_{yb}, σ_e	limite élastique (en effort ou en contrainte) du boulon considéré
F	force extérieure appliquée au tronçon en té
F_0	force de précontrainte
F_{min}	force extérieure minimale appliquée au tronçon en té
F_{max}	force extérieure maximale appliquée au tronçon en té
F_B	effort axial de traction dans le boulon
$F_{B\ max}$	effort axial maximal de traction dans le boulon
$f_{y,\ bp}$	limite d'élasticité des contre-plaques
K_t	coefficient de concentration de contrainte
Q	force de levier

M_B	moment de flexion dans le boulon
M_t	moment de torsion dans le boulon
$M_{j, Ed}$	moment fléchissant agissant
$M_{j, Rd}$	moment résistant d'un assemblage (correspondant au moment agissant maximal sur la courbe moment-rotation)
$S_{j, ini}$	rigidité en rotation initiale d'un assemblage métallique
Φ_{cd}	capacité de rotation d'un assemblage (correspondant à la rotation maximale du comportement moment-rotation)
γ_{M0}	coefficient de sécurité
e_f	épaisseur de la semelle du tronçon en té
e_{bp}	épaisseur de la contre-plaque
e_w	épaisseur de la rondelle
e_h	épaisseur de la tête du boulon
e_n	épaisseur de l'écrou
r	rayon de raccordement
a	épaisseur de l'âme de la poutrelle
b	largeur de la poutrelle
h	hauteur totale de la poutrelle
h_i	hauteur entre les deux ailes de la poutrelle
e_1	pince minimale
I_f	moment d'inertie de la semelle
I_p	moment d'inertie de la platine
E	module de Young
[E]	matrice de rigidité
υ	coefficient de Poisson

Introduction générale

Un assemblage est une liaison mécanique qui évite le mouvement relatif entre plusieurs pièces d'une structure. La fonction principale d'un assemblage est de ce fait de transmettre correctement des efforts qui peuvent être très importants et qui sont soit statiques soit dynamiques. Il existe divers modes d'assemblage dont le boulonnage. Les assemblages boulonnés sont aujourd'hui un moyen d'assemblage mécanique complet, très utilisé dans de nombreuses industries lorsque les conditions d'étanchéité entre les éléments liés par l'assemblage ne sont pas incontournables ou peuvent être satisfaites par une technologie appropriée compatible avec ce type d'assemblage. Le caractère démontable rend cette technologie d'assemblage réversible et interchangeable, et l'inscrit dans le développement durable.

Cette technique d'assemblage est performante du point de vue de son dimensionnement en statique. Cependant dans le cas de chargement à amplitude variable, la tenue en fatigue est plus complexe à valider en raison de problèmes couplés qui peuvent survenir : endommagement progressif des différents éléments de l'assemblage, desserrage progressif des boulons, concentrations de contraintes notamment au niveau du fond de filet de la vis. De nos jours où l'allègement des structures métalliques devient un enjeu économique, la réduction de la quantité de matière première utilisée rend nécessaire la prise en compte du phénomène de fatigue dès la phase de conception afin d'optimiser la répartition de cette matière première tout en garantissant la fiabilité et la sécurité des assemblages boulonnés. La question scientifique concernant le mode d'obtention des propriétés de fatigue et le dimensionnement en fatigue des composants de l'assemblage est importante à plus d'un titre. Du point de vue académique, elle présente des verrous scientifiques difficiles aussi bien sur les plans de l'identification expérimentale que de la modélisation théorique. Du point de vue industriel, c'est une question transversale qui concerne l'ensemble des secteurs d'activité (naval, offshore, automobile, énergies, santé, ferroviaire, génie civil…), et qui ouvre un champ d'optimisation indispensable des produits. Le travail envisagé dans le cadre de la thèse vise ainsi :

- Tout d'abord à mettre en place un outil de post-traitement en fatigue multiaxiale en se basant sur le critère d'approche plan critique de Dang Van qui est très utilisé en France du fait de la simplicité de sa formulation et des résultats acceptables qu'il fournit et sur celui de Zenner, critère d'approche intégrale, plus utilisé en Allemagne. Les critères de fatigue multiaxiaux ont été conçus à l'origine pour vérifier si le cycle multiaxial de contraintes rencontré et analysé dépassait ou restait en deçà de la limite de fatigue du matériau. Mais, de nos jours, nous n'avons pas seulement besoin de savoir si une avarie de fatigue surviendra un jour ou ne se produira jamais, nous avons surtout besoin de déterminer quand elle apparaîtra. De ce fait, on ne se contente plus de vérifier si une structure ou un composant mécanique est endommagé ou non au seuil de son endurance illimitée. On établit sa durée de vie, c'est-à-dire le nombre N de cycles qui peuvent être appliqués au matériau, à l'amorçage d'une fissure (ou à la rupture du composant). Cela permet de programmer à l'avance la maintenance des composants mécaniques afin d'éviter les accidents dus à leur défaillance par fatigue. C'est pour répondre à cette demande qu'une démarche itérative de calcul de durée de vie en fatigue multiaxiale, basée sur la méthode de dichotomie, est proposée et implémentée sur le logiciel Matlab. L'outil de post-traitement développé est validé par des résultats d'essais de fatigue issus de la bibliographie. Ces essais de fatigue sont réalisés sur des boulons M10 de classe de qualité 8.8. Les résultats obtenus sont comparés avec ceux établis à partir des normes

existantes (Eurocode 3 et VDI 2230 notamment). L'outil de post-traitement peut être utilisé pour estimer raisonnablement la durée de vie en fatigue (durée de vie à l'amorçage d'une fissure) des pièces mécaniques à condition toutefois d'avoir une bonne estimation des états de contrainte dans la pièce et des propriétés en fatigue réelles du matériau constituant la pièce.

- Ensuite, à modéliser numériquement un type d'assemblage boulonné rencontré généralement dans une liaison poteau-poutre en construction métallique. Il s'agit du tronçon en té à deux boulons. L'Eurocode 3 (EN-1993-1-8) analyse le comportement de cet assemblage sous sollicitation statique. Cependant, ni l'Eurocode, ni les études (analytique et numérique) menées sur cet assemblage et qu'on a pu trouver dans la bibliographie ne prennent en compte la précharge (serrage) dans le boulon. Nous avons donc tenté, dans la modélisation numérique du tronçon en té, de prendre en compte cette précharge dans les boulons. Le modèle numérique du tronçon en té ainsi réalisé est validé par des solutions analytiques (effort axial et moment de flexion dans la vis). Ce modèle numérique de l'assemblage est par la suite paramétré pour tester différentes configurations géométriques du tronçon en té. Un modèle numérique du boulon seul prenant en compte le premier filet en prise avec l'écrou et le congé de raccordement entre la tête et le fût de la vis est réalisé et maillé finement. En effet, la prise en compte des zones de concentration de contrainte de la vis dans le modèle global nous semblait un peu fastidieuse. C'est la raison pour laquelle nous avons jugé nécessaire de réaliser un modèle du boulon maillé finement, avec des éléments de longueur voisinant les 60 µm en fond du premier filet en prise avec l'écrou afin de nous rapprocher des concentrations de contrainte rencontrées généralement dans cette zone du boulon (le coefficient de concentration de contrainte K_t est de l'ordre de 5 en fond du premier filet en prise avec l'écrou d'après la bibliographie). L'effort axial F_B et le moment de flexion M_B calculés avec le modèle global du tronçon en té sont ensuite appliqués au modèle du boulon en vue de réaliser son analyse en fatigue avec l'outil de post-traitement mis en œuvre au préalable dans le cadre de cette thèse.

- Enfin, une campagne expérimentale est menée pour la validation des solutions du modèle numérique du tronçon en té (en termes d'effort axial, de moment de flexion et d'effet bénéfique de la précontrainte). En effet, pour s'assurer du fait que le modèle numérique donne les sollicitations réelles dans la vis (avec ou sans précontrainte), une campagne d'essais de traction monotone sur tronçon en té est menée. Les semelles du tronçon en té réalisées en vue de ces essais sont tirées de poutrelles HEB320 et IPE400. Le boulon M12 utilisé pour ces essais est un boulon HR de classe de qualité 10.9. Les vis des deux boulons de l'assemblage sont instrumentées de quatre jauges de déformation placées longitudinalement sur la partie lisse des vis, loin du congé de raccordement avec la tête de vis pour éviter les zones à concentration de contrainte. Les jauges de déformation sont disposées sur 4 génératrices longitudinales du fût lisse des vis, à 90° l'une de sa suivante. Les jauges sont reliées à un pont d'extensométrie permettant la lecture des déformations longitudinales lors de l'essai de traction sur le tronçon en té. De ces mesures des déformations relatives sont déduits l'effort axial F_B et le moment de flexion M_B. Cette campagne d'essais permet également de valider la constatation faite numériquement quant à l'effet bénéfique de la précharge sur le cycle de chargement rencontré par les vis.

Le manuscrit est organisé de la manière suivante :

Le chapitre 1 est consacré à la revue bibliographique des assemblages mécaniques et au dimensionnement en fatigue des assemblages boulonnés. Les assemblages mécaniques sont regroupés dans ce chapitre en deux catégories : les assemblages non démontables et les assemblages démontables. Le boulonnage sur lequel notre étude est orientée fait partie de la deuxième catégorie des assemblages. Les caractéristiques géométriques et mécaniques des boulons ordinaires et des boulons Haute Résistance (HR) sont présentées ainsi que différentes techniques de serrage (précontrainte) des boulons Haute Résistance. Un rappel du dimensionnement des vis sous sollicitation statique est également abordé dans ce chapitre. Il s'agit du dimensionnement de la vis soumis à une sollicitation simple de traction axiale, d'une sollicitation de traction-torsion combinées et d'une sollicitation de traction, torsion et flexion combinées avec la prise en compte des concentrations de contrainte.

La deuxième partie de ce chapitre traite du dimensionnement en fatigue d'assemblages boulonnés. La méthodologie de dimensionnement en fatigue uniaxiale selon la démarche classique est d'abord présentée. La technique de comptage des cycles contenus dans une séquence de chargement selon la méthode Rainflow est abordée ainsi que le principe du cumul de dommage. Les méthodes de dimensionnement en fatigue uniaxiale préconisées par l'Eurocode 3 et la recommandation VDI2230 sont alors présentées dans cette partie.
Ensuite, le dimensionnement à la fatigue sous sollicitation multiaxiale est décrit par le biais de deux critères multiaxiaux de fatigue : le critère de Dang Van (qui relève de l'approche plan critique) et le critère de Zenner (basé sur l'approche intégrale). Une confrontation de ces deux critères multiaxiaux de fatigue est faite vis-à-vis de leurs fonctions de fatigue évaluées pour l'ensemble des essais multiaxiaux de la banque de données bibliographique.
Enfin, nous avons développé sous Matlab, un outil de post-traitement permettant de calculer la durée de vie en fatigue selon les deux critères multiaxiaux de fatigue cités plus haut. L'outil de post-traitement permet à la fois d'estimer la fonction de fatigue au seuil de l'endurance illimitée et d'évaluer la durée de vie à travers une démarche itérative.

Nous abordons dans le chapitre 2 la modélisation et l'analyse par éléments finis du tronçon en té. Après une brève présentation de ce type de tronçon et de certains modèles analytiques en élasticité, un état de l'art est mené sur la modélisation par Eléments Finis du boulon et du tronçon en té. La réalisation du modèle numérique du tronçon en té est décrite dans le détail ainsi que la technique utilisée pour appliquer la précharge via les boulons. La gestion des contacts entre pièces est également abordée. Le modèle numérique du tronçon en té est validé par rapport à l'effort axial F_B et au moment de flexion M_B dans la vis par des solutions analytiques ne prenant pas en compte la précharge. Une étude paramétrique est menée dans la foulée sur le modèle numérique du tronçon en té pour analyser les influences respectives de l'épaisseur des semelles du tronçon en té, de l'excentration du boulon, de son diamètre, et de la précharge sur la sollicitation que rencontre le boulon dans l'assemblage.
L'étude du modèle numérique de la vis seule prenant en compte à la fois le premier filet en prise avec l'écrou et le congé de raccordement entre le fût et la tête de la vis, sa validation et l'analyse de l'influence du rayon de raccordement sur les états de contrainte dans le boulon concluent ce chapitre 2.

Nous analysons le comportement en fatigue de la vis dans le chapitre 3. L'outil de post-traitement développé en fatigue multiaxiale est d'abord validé avec les résultats des essais de fatigue que nous avons trouvés dans la littérature. Ensuite les prévisions de durée de vie obtenues pour ces essais avec l'outil de post-traitement sont comparées avec celles que préconisent les normes Eurocode 3 et VDI2230. Enfin, une étude paramétrique des vis placées

dans le tronçon en té est menée tout d'abord par rapport à son état d'endommagement (fonction de fatigue) puis par rapport à sa durée de vie.

Enfin, le chapitre 4 du manuscrit est consacré à la confrontation des résultats des sollicitations entre les solutions numériques et expérimentales du tronçon en té (effort axial F_B et moment de flexion M_B dans le boulon). A cet effet des essais de traction monotone sur tronçon en té ont été réalisés et l'effet bénéfique de la précharge sur le cycle de chargement que rencontre la vis a été mis en évidence numériquement puis expérimentalement.

Chapitre 1 - Bibliographie sur les assemblages mécaniques et la fatigue des assemblages boulonnés

I.1. Introduction

Un assemblage est une liaison mécanique qui évite le déplacement relatif entre plusieurs pièces d'une structure (à l'échelle macroscopique). La fonction principale d'un assemblage est donc de transmettre correctement des efforts qui peuvent être très importants et qui sont soit statiques ou quasi-statiques (actions gravitaires, actions climatiques, charges d'utilisation à variations lentes) soit dynamiques c'est-à-dire variables dans le temps (effets de chocs ou de séismes, vibrations, déplacement de charges sur la structure, etc.). L'élaboration d'un assemblage doit pouvoir assurer l'esthétique de l'ouvrage ou la fonctionnalité du sous-ensemble. De nombreuses classifications des technologies d'assemblage existent dans la littérature. Celle qui distingue les assemblages non démontables des assemblages démontables est présentée à la figure 1-1.

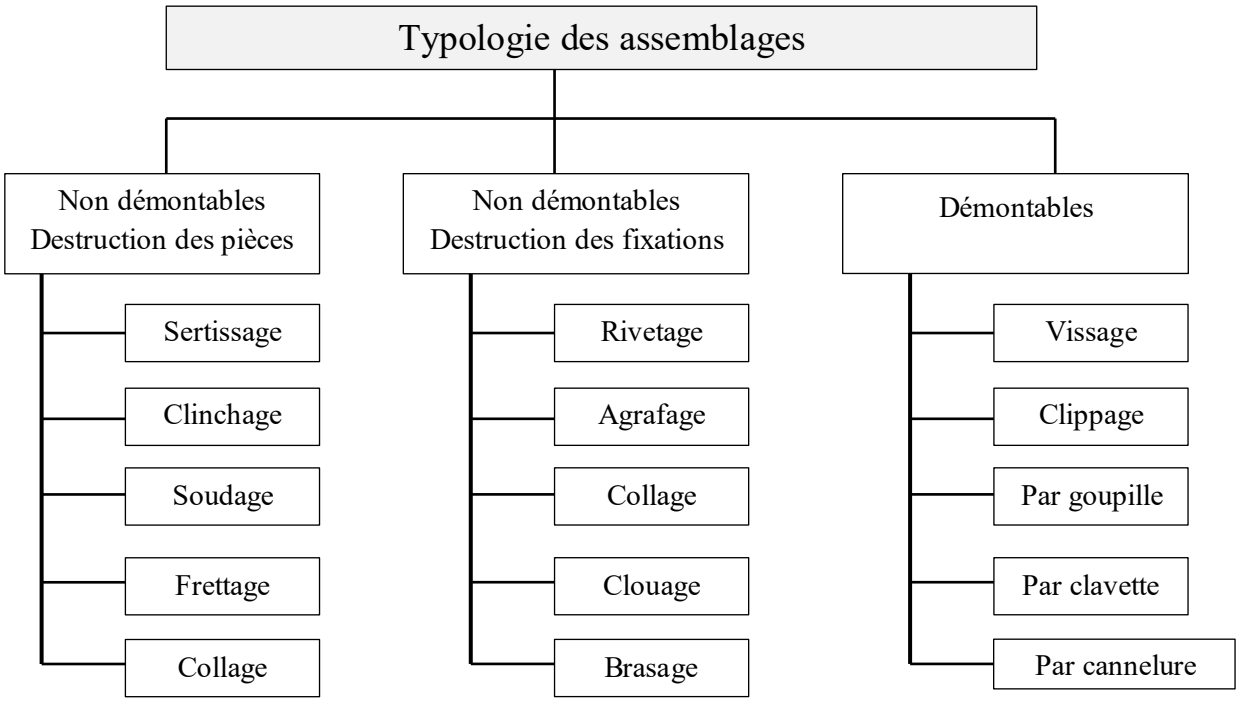


Figure 1-1 : *Typologie des assemblages*

Cette classification ne couvre pas les solutions hybrides qui pourraient être mises en œuvre en combinant plusieurs technologies d'assemblage.

I.2. Les assemblages mécaniques

I.2.1. Les assemblages non démontables

Les assemblages non démontables ou permanents sont des assemblages conçus de sorte que leur démontage entraine très souvent la déformation permanente voire la détérioration d'au

moins une des pièces assemblées. Le rivetage, le clinchage, le sertissage, la soudure, le collage et le frettage (figure 1-1) sont des exemples typiques de cette catégorie d'assemblage.

I.2.1.1. Le sertissage

Le sertissage est un mode d'assemblage mécanique simple de deux pièces par déformation plastique dans lequel un des membres au moins est déformé localement de manière permanente. Il est utilisé dans des domaines très variés comme en mécanique, en microtechnique et en connectique, en joaillerie, en emballage [1] et en plomberie. Il permet un assemblage inhabituel de matériaux fort divers : matière plastique, cuir, acier-verre, bois, alliage de cuivre, alliage d'aluminium [2]. L'avantage de ce procédé réside dans l'existence d'une jonction continue entre les pièces, apportant une bonne qualité d'aspect des pièces finales assemblées. Il n'existe pas de discontinuité visible comme pour les cordons de soudure ou les points de soudure ce qui évite d'avoir une Zone Affectée Thermiquement (ZAT). Il est utilisé plutôt pour l'assemblage de pièces intérieures, non directement visibles dans l'état assemblé sur le véhicule. Cependant un joint par sertissage est moins résistant qu'un joint soudé, mais il est possible de déposer au préalable un adhésif sur les tôles afin de renforcer l'ensemble final assemblé [3].

I.2.1.2. Le clinchage

La méthode consiste à assembler deux tôles métalliques (3) et (4) (ou plus) par emboutissage (figure 1-2) entre un poinçon (1) et une matrice (5). La connexion des tôles est assurée par une presse (2).

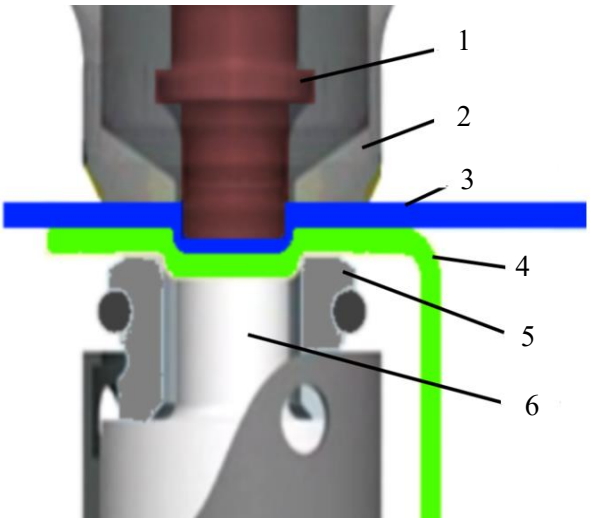


Figure 1-2 : *Principe du clinchage*

Par cette action réalisée à froid, les pièces sont déformées localement et offrent un point de connexion. Cette technique d'assemblage présente l'avantage non seulement d'être réalisée sans l'apport de matière supplémentaire (sans colle ni connecteur mécanique) mais elle permet aussi d'assembler des tôles de différentes épaisseurs. Les tôles à assembler peuvent être de natures différentes (acier et aluminium par exemple). Tout en permettant aux surfaces des pièces de rester intactes, le procédé de clinchage est à la fois fiable et répétable, ce qui en fait une solution économique et écologique, dont les applications se retrouvent dans plusieurs secteurs industriels comme l'automobile, la construction métallique, l'électroménager ou encore l'électronique.

I.2.1.3. La soudure

L'opération de soudage consiste à réunir deux pièces ou plusieurs parties constitutives d'un assemblage en perpétuant la continuité de la matière entre les parties à assembler par chauffage, par pression ou par combinaison des deux. Un produit d'apport dont le point de fusion est du même ordre de grandeur que celui du matériau de base peut être utilisé [4]. Le soudage est applicable aux métaux, aux matières plastiques, aux composites, aux céramiques, aux verres, etc. La multiplicité des procédés confère au soudage un domaine d'application quasi illimité, de la fabrication des microprocesseurs à celle des pétroliers géants.

L'essor industriel du soudage a été rendu possible grâce à la mise au point de puissantes sources d'énergie thermique : flamme oxyacétylénique, arc électrique, plasma, bombardement électrique, laser, etc. Le soudage simplifie les assemblages et offre les meilleures garanties de résistance mécanique, d'étanchéité, de continuité thermique, électrique et magnétique. Dans le cas des matériaux métalliques, le soudage se présente sous deux aspects : le soudage autogène et le soudage hétérogène (brasage ou soudobrasage). En soudage autogène, les pièces à assembler participent à la constitution du joint. On cherche à assurer la continuité de la matière avec un métal d'apport de nature la plus proche possible de celle des pièces à assembler. Il convient ainsi de définir les termes les plus usuels du vocabulaire des soudeurs [5].

- **Soudage** : opération consistant à réunir deux ou plusieurs parties constitutives d'un assemblage, de manière à assurer la continuité entre les parties à assembler soit par chauffage, soit par l'intervention de pression.
- **Soudure** : c'est le résultat de l'opération de soudage.
- **Brasage** : opération consistant à assembler des surfaces métalliques à l'aide d'un métal ou alliage d'apport à l'état liquide, ayant une température de fusion inférieure à celles des pièces à réunir, et mouillant les surfaces qui ne participent pas par leur fusion à la constitution du joint brasé.
- **Joint brasé** : c'est le résultat de l'opération de brasage.

Il existe plusieurs procédés de soudage et leur classification (figure 1-3) est basée sur de nombreux critères : la nature de l'énergie utilisée, le type de protection du bain métallique, l'origine de la formation de la continuité métallique (phase liquide ou phase solide), etc.

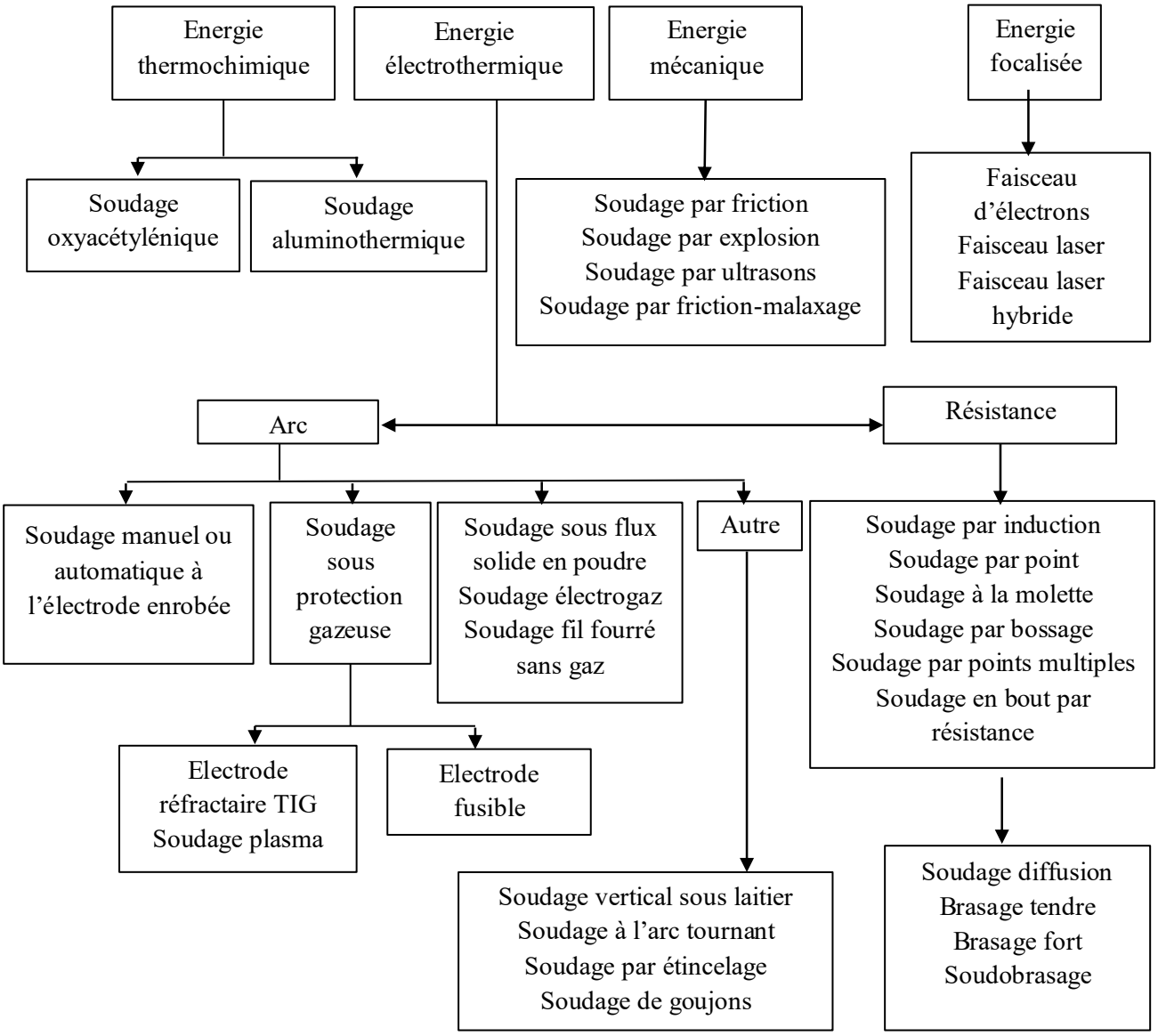


Figure 1-3 : *Classification des procédés de soudage selon la nature de l'énergie utilisée pour réaliser l'assemblage (d'après [5])*

I.2.1.4. Le rivetage

Le rivetage est un mode d'assemblage mécanique apparenté au sertissage (puisqu'il y a déformation permanente) mais dans lequel un élément intermédiaire écrasé convenablement par matage, le rivet, maintient les pièces à assembler de façon permanente [2]. Il est de ce fait une liaison indémontable par encastrement d'un ensemble de pièces par refoulement ou par expansion de matière d'un élément malléable. Il est de moins en moins utilisé en structure métalliques mais reste d'une bonne fiabilité lorsque les règles de conception sont bien appliquées [6]. Un rivet est composé d'une tige cylindrique munie d'une tête appelée tête d'origine. Après introduction dans le trou des pièces, la partie émergente est refoulée, ce qui provoque le gonflement de la tige qui vient combler le jeu initial existant et la formation d'une tête de fermeture ou rivure qui assure généralement un serrage axial (figure 1-4).

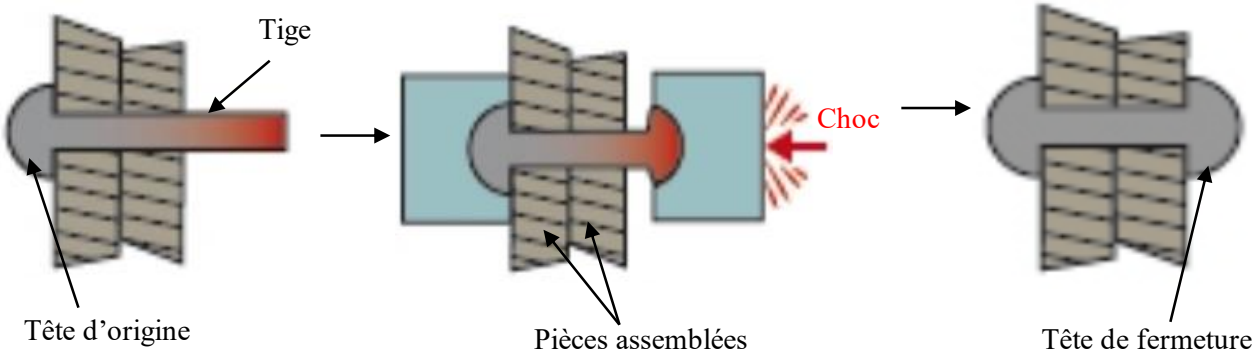


Figure 1-4 : *Principe et étapes du rivetage (d'après [6])*

Dans la pratique, on utilise de préférence des rivets du même alliage que le métal de base. En effet, pour les alliages d'aluminium par exemple, les caractéristiques mécaniques peuvent varier beaucoup d'un alliage à l'autre, et pourraient entrainer des déformations des tôles si le rivet était plus résistant que les tôles et inversement l'assemblage perdrait de sa résistance si le rivet était moins résistant. Pour assurer une meilleure résistance de l'assemblage, il est conseillé d'utiliser plusieurs rivets de petit diamètre plutôt que quelques rivets de gros diamètre. En règle générale, on ne doit pas considérer que le rivet travaille en traction, mais plutôt au cisaillement. Chalier [2] donne certains outils pour la vérification de la résistance d'un rivet. Les rivets représentent par ailleurs le plus ancien moyen d'assemblage utilisé en construction métallique. Actuellement, leur emploi est limité et on leur préfère dans la plupart des pays industrialisés les boulons et la soudure.

I.2.1.5. Le collage

L'usage des colles et des adhésifs pour l'assemblage s'étend à de nombreux matériaux et intéresse par conséquent presque tous les secteurs industriels, de l'automobile à l' électronique en passant par le bâtiment, entrant ainsi en concurrence avec les autres techniques d'assemblage [7]. Son utilisation a commencé en 1940 dans l'aéronautique [8]. La colle est déposée sur des surfaces préalablement décapées. Elle se solidifie à la température ambiante (éventuellement à des températures supérieures obtenues au four). Les adhésifs sont des produits organiques. Ils ont souvent des caractéristiques mécaniques plus variables que les métaux. Cela nous amène naturellement à nous demander pourquoi un assemblage collé peut être, dans certains cas, plus résistant qu'un assemblage riveté par exemple [9]. Ceci tient au fait que lorsqu'on colle deux matériaux, on les assemble sur toute leur surface de contact. Chaque portion de la surface collée est certes moins résistante qu'une vis, mais la multiplication des surfaces et donc la multiplication des points de liaison peut entrainer un assemblage plus résistant. La colle doit être répartie de manière uniforme sur la plus grande surface possible en évitant toute concentration des efforts qui risque de fragiliser l'assemblage. Les pièces collées doivent travailler essentiellement au cisaillement pour espérer atteindre la résistance optimale (figure 1-5).

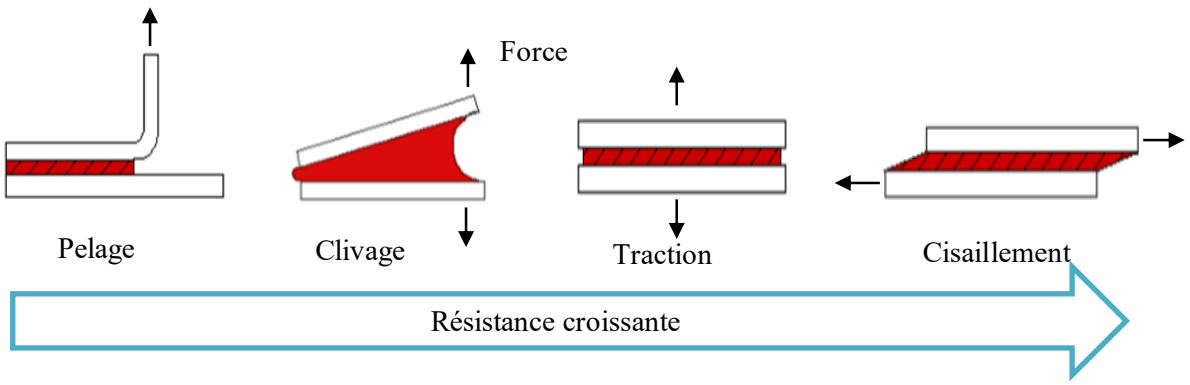


Figure 1-5 : *Résistance d'un assemblage collé en fonction de la sollicitation appliquée (d'après [9])*

Il faut impérativement éviter les phénomènes de pelage et de clivage qui entraînent l'apparition d'efforts localisés lorsque l'assemblage est soumis à une sollicitation extérieure. Ces efforts localisés peuvent conduire à une réduction considérable de la résistance de l'assemblage collé.

I.2.1.6. Le frettage

L'assemblage par frettage consiste à rendre solidaires une bague et un axe. Le terme bague est utilisé ici pour désigner aussi bien une bague au sens propre qu'une roue, un moyeu, un pignon ou tout autre alésage ou pièce de révolution contenante. Le diamètre intérieur de la bague (moyeu) est légèrement plus petit que le diamètre extérieur de l'axe ou arbre (figure 1-6). La transmission d'un effort axial ou d'un couple de torsion est obtenue par la conjonction des effets dus au coefficient de frottement et au serrage dans la zone de contact. Actuellement, ce mode d'assemblage est très répandu et il a pratiquement supplanté celui qui consistait, par exemple, à rendre des pièces solidaires en utilisant une clavette dans une rainure.

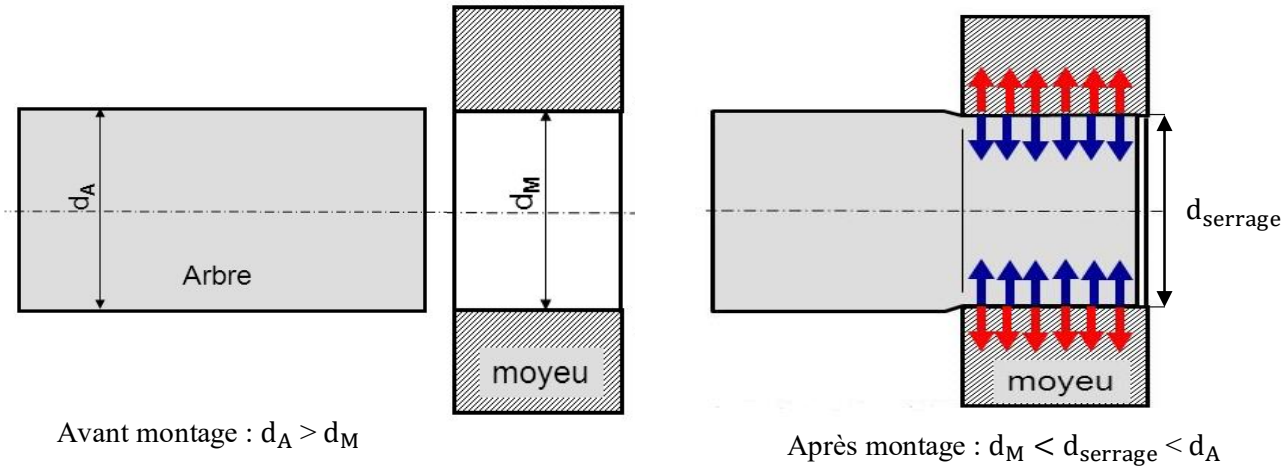


Figure 1-6 : *Principe du frettage*

Pour des impératifs de vitesse et d'allégement notamment, on essaie de faire travailler les matériaux aussi près que possible de leurs limites, et cela a conduit à développer l'étude de ce moyen d'assemblage aussi bien par des études analytiques théoriques, que par des calculs simulés numériquement ou par des essais de fatigue [10].

Pour assembler deux pièces, trois techniques peuvent être employées séparément ou conjointement :

- rentrer en force l'axe dans la bague au moyen d'une presse,
- dilater la bague par chauffage au four ou dans un bain d'huile chaude,
- rétracter l'axe par refroidissement à l'air liquide ou à l'azote liquide.

A côté des assemblages dits non démontables, Il existe une deuxième catégorie d'assemblages dits démontables qui utilisent des assembleurs constitués de pièces métalliques cylindriques disposées dans des trous pratiqués dans les pièces à assembler. Ces assembleurs assurent la transmission des efforts :

- soit par butée,
- soit par mobilisation de l'adhérence entre les pièces assemblées (cas de précontrainte),
- soit par la mise en traction des assembleurs,
- soit par combinaison de ces sollicitations.

I.2.2. Les assemblages démontables

Les assemblages temporaires ou démontables sont des assemblages conçus de manière à pouvoir être démontés sans détérioration importante des pièces utilisées. Ces dernières sont le plus souvent réutilisables pour recréer un autre assemblage. Le clavetage, le clippage, le goupillage, le vissage font partie de ce type d'assemblage.

I.2.2.1. Le clavetage

Une clavette est une pièce prismatique implantée conjointement à mi-hauteur environ dans un arbre et dans un moyeu. Elle est destinée à les rendre solidaires en rotation et quelquefois en translation [11]. Le montage d'une roue dentée sur un arbre est un exemple fréquent de clavetage (figure 1-7).

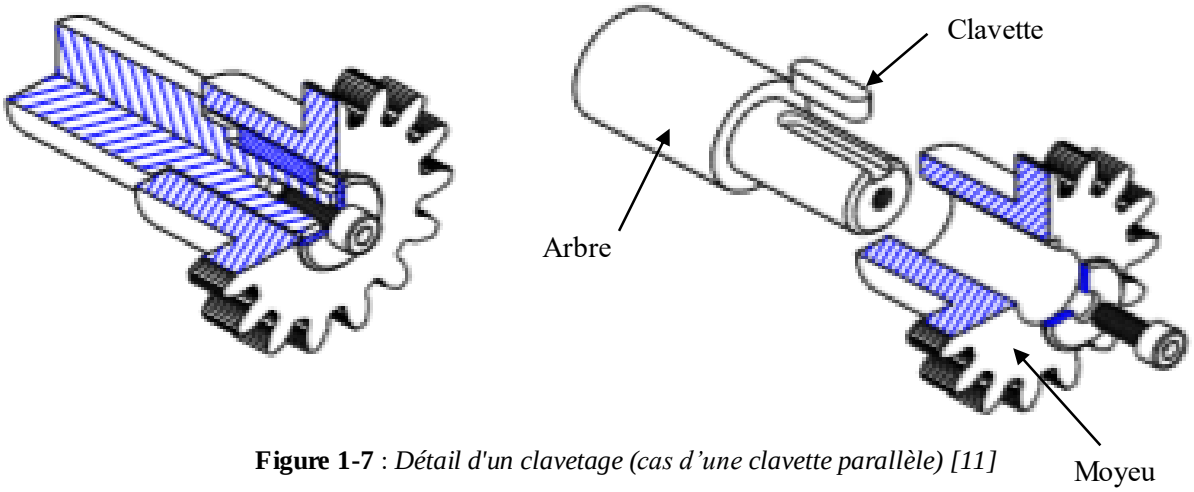


Figure 1-7 : *Détail d'un clavetage (cas d'une clavette parallèle) [11]*

On distingue les clavetages longitudinaux où les clavettes sont parallèles à l'axe des pièces à immobiliser et les clavetages transversaux où une clavette transversale immobilise en rotation et en translation deux pièces généralement coaxiales. Les clavetages longitudinaux (figure 1-8) sont les plus utilisés dans la pratique pour réaliser ce type d'assemblage et sont classés en trois

catégories (clavette de type A, de type B et de type C) suivant la forme des extrémités de la clavette.

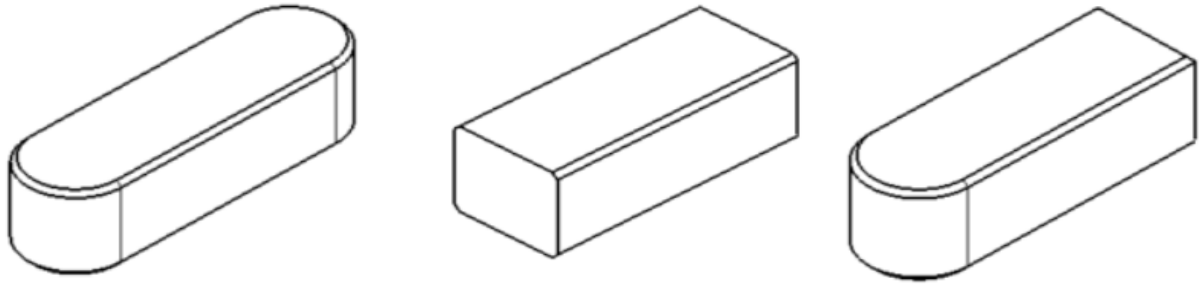


Figure 1-8 : *Types de clavettes longitudinales*

I.2.2.2. Le vissage

Dans le domaine de la construction mécanique, les assemblages de pièces par vis ou par boulons restent les plus utilisés, notamment lorsque les efforts à transmettre sont importants et les charges variables avec le temps [12]. Un assemblage boulonné est constitué essentiellement d'un boulon et des pièces à assembler. Les éléments filetés utilisés pour assurer la liaison entre les pièces sont : la vis de pression, la vis d'assemblage, le goujon et le boulon.

- La vis d'assemblage est une pièce constituée d'une tige filetée sur tout ou partie de sa longueur, avec ou sans tête, mais comportant un dispositif d'immobilisation ou d'entrainement (figure 1-9).

Figure 1-9 : *Vis d'assemblage en inox de classe de résistance 8.8*

- La vis de pression exerce par son extrémité une pression sur la pièce à assembler (figure 1-10).

Figure 1-10 : *Vis de pression en inox de classe de résistance 8.8*

- Le goujon est une tige comportant un filetage à ses deux extrémités, et destiné à assurer le serrage d'une pièce située entre la face de la pièce dans laquelle l'une des extrémités du goujon vient s'implanter par vissage et la face d'appui d'un écrou vissé sur l'autre extrémité du goujon (figure 1-11).

Figure 1-11 : *Goujon en inox de classe de résistance 8.8*

Le boulon traditionnel est un ensemble constitué d'une vis, d'un écrou et, le cas échéant, d'une ou deux rondelles (figure 1-12). En construction métallique, les têtes de vis les plus courantes sont de forme hexagonale, mais il existe également des vis à tête circulaire fraisée [13].

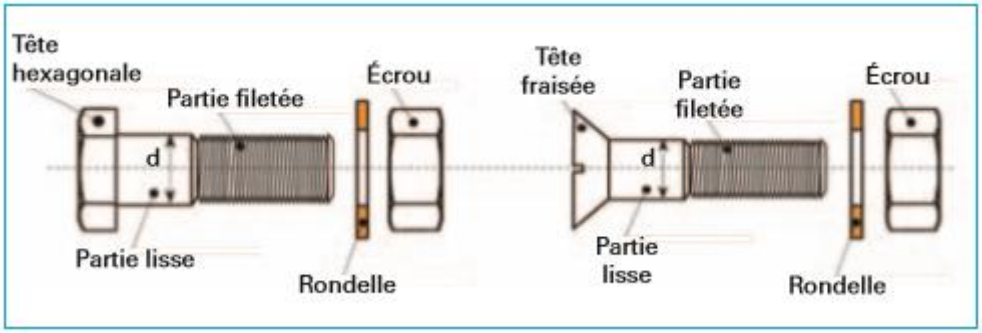


Figure 1-12 : *Constituants d'un boulon traditionnel [13]*

Le boulon, du fait de sa simplicité de pose et des possibilités de réglage qu'il autorise est un moyen d'assemblage très utilisé. Les boulons traditionnels peuvent être classés selon leur mode de mise en œuvre qui conditionne également le mode de transmission des efforts [13]. On distingue deux types de boulons :

- Les boulons non précontraints dits normaux ou ordinaires, mis en place par serrage sans spécification particulière,
- Les boulons à haute résistance (boulons HR) qui sont aptes à être précontraints lors de leur mise en œuvre (par un serrage nécessairement contrôlé).

Ces deux types de boulons se différencient par leur nuance d'acier. Les caractéristiques mécaniques à retenir en fonction de la classe de qualité des boulons sont données dans le tableau 1-1 issu de la partie 1-8 de l'Eurocode 3 [14]. Il faut savoir que la classe de qualité d'un boulon (figure 1-13) permet d'en déterminer ses caractéristiques mécaniques selon les règles suivantes :

- Le premier chiffre ou nombre de la classe de qualité représente le centième de la résistance à la traction f_{ub} de l'acier du boulon, exprimée en MPa, (pour une classe de qualité 10.9 par exemple, f_{ub} = 10 x 100 = 1000 MPa).
- Le produit des deux chiffres ou nombres de la classe de qualité représente le dixième de la limite d'élasticité f_{yb} du boulon (pour une classe de qualité 10.9 par exemple, f_{yb} = 10 x 10 x 9 = 900 MPa.

Figure 1-13 : *Détermination des caractéristiques mécaniques du boulon à partir de sa classe de qualité [15]*

Tableau 1-1 : *Valeurs nominales de la limite d'élasticité (f_{yb}) et de la résistance ultime à la traction (f_{ub}) pour les boulons [13]*

Classes de boulon	4.6	4.8	5.6	5.8	6.8	8.8	10.9
f_{yb} (en MPa)	240	320	300	400	480	640	900
f_{ub} (en MPa)	400	400	500	500	600	800	1000

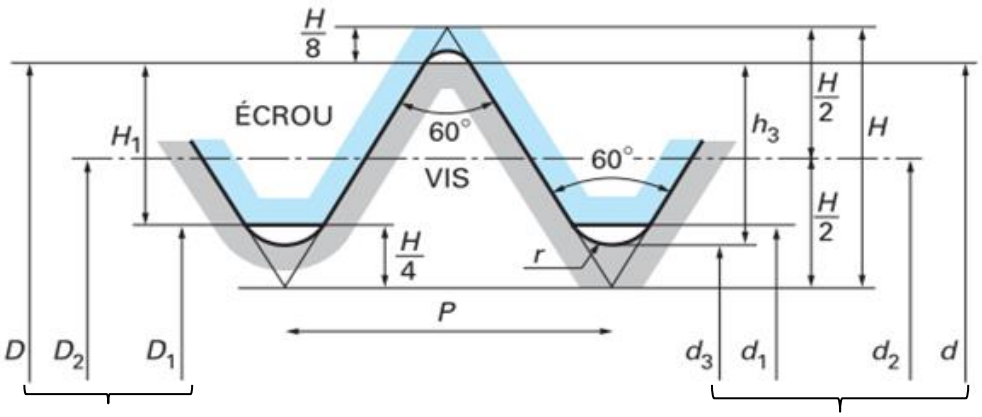
Ces caractéristiques mécaniques sont définies dans les normes EN ISO 898-1 pour la vis et EN ISO 898-2 pour l'écrou. Les classes 6.8, 8.8 et 10.9 sont les plus courantes, notamment parce qu'elles conduisent à un nombre réduit de boulons dans la liaison [13].

L'écrou du boulon est aussi affecté d'une classe de qualité qui est symbolisée par une valeur représentant sensiblement le centième de la contrainte minimale exprimée en MPa sur la vis lors de l'essai de traction sur écrou. Par exemple, un écrou de classe 8 doit pouvoir résister à une force correspondant à une contrainte de 800 MPa dans la section résistante de la vis sans qu'il y ait une déformation permanente de l'écrou. De façon pratique, et à classe de qualité égale, l'écrou sera toujours bien plus résistant que la vis, c'est donc la vis qui va dans tous les cas déterminer la résistance statique du boulon [16] et [17]. Ainsi notre travail vise à analyser le comportement de la vis dans un assemblage boulonné, celui-ci étant soumis à une sollicitation statique ou dynamique (sollicitation de fatigue).

a) Profil d'un filetage ISO

La normalisation des dimensions des éléments filetés apparaît en 1946 lorsque l'International Standardization Organization (ISO) a défini le système du pas métrique (figure 1-14), adopté maintenant dans la quasi-totalité des pays. Par la suite, l'AFNOR a établi plusieurs normes qui définissent les dimensions, les sections résistantes, les conditions d'essai statique et en fatigue

ainsi que les classes de qualité afin de préciser les performances mécaniques des éléments filetés ; ce sont entre autres les normes NFE 20-898-2, NF E 27-005[N1], E27-009, E27-701[N3] et E27-702 [18].



Diamètres de l'écrou

Diamètres de la vis

$$A_s = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d_2+d_3}{2}\right)^2$$

P = pas

d = diamètre nominal

$$D_1 = d_1 = d - 1{,}0825P$$

$$D_2 = d_2 = d - 0{,}6495P$$

$$d_3 = d - 1{,}2268P$$

Figure 1-14 : *Profil ISO- définition des caractéristiques géométriques et de la section résistante A_s d'un filetage*

Le profil métrique ISO est utilisé pour la majorité des pièces filetées. Il existe d'autres types de profils dits spéciaux qu'on peut consulter par exemple dans le "Guide du Dessinateur Industriel " d'André Chevalier [19]. Leur emploi est peu fréquent ; ils ne doivent être utilisés qu'en cas de besoin réellement justifié. De plus, leurs prix de revient sont toujours plus élevés que celui du profil ISO [19]. Il s'agit des profils trapézoïdal, rond (matériels ferroviaires), dissymétrique et enfin gaz (cylindrique ou conique). Les boulons peuvent être classés selon deux catégories, les boulons ordinaires et les boulons à haute résistance.

b) Boulons ordinaires

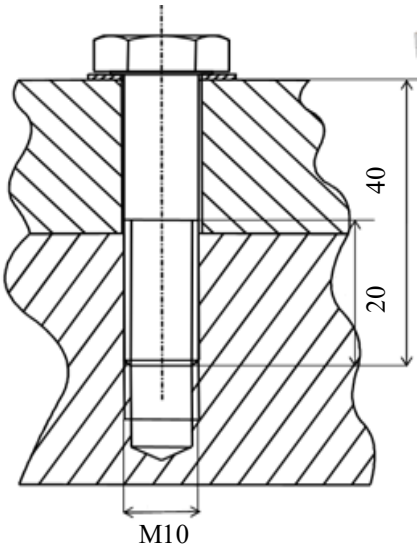
Il s'agit de boulons impropres au serrage contrôlé, donc non utilisables en précontrainte. Ces boulons sont exclusivement utilisés dans le cas d'efforts de cisaillement, de traction ou d'une combinaison de ces deux sollicitations. Ils s'emploient couramment pour réaliser les assemblages faiblement sollicités des halles et des bâtiments. Les boulons ordinaires sont généralement de classes de qualité 4.6, 4.8, 5.6, 5.8, 6.6, 6.8, 8.8 et 10.9. Les trois dernières classes sont les plus couramment utilisées. Leurs caractéristiques dimensionnelles principales sont données dans le tableau 1-2.

Tableau 1-2 : *Caractéristiques dimensionnelles des boulons ordinaires*

Caractéristiques dimensionnelles des boulons ordinaires											
Diamètre nominal d (mm)	12	14	16	18	20	22	24	27	30	33	36
Diamètre du trou d_0 (mm)	13	15	18	20	22	24	26	30	33	36	39
Diamètre de rondelle (mm)	24	28	30	34	37	40	44	50	56	60	66
Epaisseur de rondelle (mm)	3	3	3	4	4	4	4	5	5	5	6
Hauteur d'écrou (mm)	10,8	12,8	14,8	15,8	18	19,4	21,5	23,8	25,6	28,7	31
Hauteur de tête (mm)	7,5	8,8	10	11,5	12,5	14	15	17,5	19	21	23
Section nominale A (mm^2)	113	154	201	254	314	380	452	573	707	855	1018
Section résistante A_s (mm^2)	84,3	115	157	192	245	303	353	459	561	694	817

Selon la norme NF EN 15048-1, la désignation d'un boulon ordinaire comprend celle de ses trois composantes : la vis, l'écrou et la rondelle. Chacune d'entre elles doit indiquer :

- la norme de référence suivie de la lettre M (pour pas métrique),
- la valeur du diamètre nominal d (en mm),
- la longueur initiale (en mm) pour la vis uniquement,
- la classe de qualité,
- éventuellement, le symbole "tZn" pour les éléments galvanisés.



Exemple de désignation de boulon selon la norme ISO 4014 (figure 1-15) :

Vis à tête hexagonale M10x40 - (20) - 8.8

Figure 1-15 : *Exemple de désignation de boulon [15]*

c) Boulons à haute résistance

Les boulons à haute résistance (ou boulons HR) sont des boulons aptes à être précontraints lors de leur mise en œuvre. Les boulons à haute résistance sont obtenus avec des aciers dont la résistance à la traction varie de 800 à 1000 MPa. Ils correspondent respectivement aux boulons de classes de qualité 8.8 et 10.9 (HR 8.8 et HR 10.9). Il existe des classes de qualité supérieure à la classe de qualité 10.9 mais, dans la pratique, il est conseillé de ne pas dépasser cette classe de qualité à cause de la perte de résilience. La résilience traduit la sensibilité à la rupture sous l'effet d'un choc (énergie par unité de surface exprimée en J/cm^2, obtenue par l'essai Charpy

de rupture par flexion au choc). La résistance et la résilience sont souvent peu compatibles. Plus la limite de résistance est élevée, plus la résilience (rupture sous impact) diminue. Les boulons HR sont encore appelés boulons à "serrage contrôlé". Ils doivent comporter un marquage "HR" spécifique sur chaque élément du boulon (vis, écrou et rondelle) ce qui n'est pas le cas des boulons ordinaires de classe de qualité identique. Les boulons à haute résistance sont en général utilisés pour les assemblages de ponts, ainsi que pour les assemblages fortement sollicités ou soumis à des sollicitations dynamiques. Notons que les vis M12, M14 et M16, de classe de qualité 8.8 (HR 8.8), sont utilisées dans ce travail de thèse (pour le volet numérique) et que les vis M12 de classe de qualité 10.9 sont employées pour la confrontation entre les solutions numériques et expérimentales). Les caractéristiques dimensionnelles des boulons HR sont rappelées dans le tableau 1-3 [13].

Tableau 1-3 : *Caractéristiques dimensionnelles des boulons HR*

Caractéristiques dimensionnelles des boulons HR											
Diamètre nominal : d	(mm)	12	14[(b)]	16	18[(b)]	20	22	24	27	30	36
Diamètre du trou : d_0	(mm)	13	15	18	20	22	24	26	30	33	39
Diamètre de rondelle	(mm)	24	28	30	34	37	40	44	50	56	66
Epaisseur de rondelle	(mm)	3	3	3	4	4	4	4	5	5	6
Hauteur d'écrou	(mm)	10,8	12,8	14,8	15,8	18	19,4	21,5	23,8	25,6	31
Hauteur de tête	(mm)	7,5	8,8	10	11,5	12,5	14	15	17	18,7	22,5
Dimension des clés	(mm)	22	24	27	30	32	36	41	46	50	60
Longueur de filetage[(a)]	(mm)	30	34	38	42	46	50	54	60	66	78
Section nominale : A	(mm^2)	113	154	201	254	314	380	452	573	707	1018
Section résistante : A_s	(mm^2)	84,3	115	157	192	245	303	353	459	561	817
(a) 2d + 6 pour des longueurs de vis < 125 mm, 2d + 12 pour des longueurs de 125 mm à 200 mm et 2d + 25 au-delà. (b) les diamètres 14 mm et 18 mm sont qualifiés de "non préférentiels" par la norme.											

Un exemple de boulon HR est donné à la figure 1-16. Une des rondelles livrées avec le boulon doit obligatoirement être disposée sous l'élément mis en rotation lors du serrage (l'écrou en général). L'utilisation de la seconde rondelle est facultative mais elle facilite la répartition uniforme de la pression sur la pièce assemblée.

Figure 1-16 : *Boulons HR M12 de classe de qualité 10.9 avec leurs rondelles*

La désignation des boulons HR est plus simple puisqu'elle concerne le lot unique vis + écrou + rondelles. Elle comprend :

- la référence de la norme (ici EN 14399-3),
- la lettre M (pour pas métrique), suivie de la valeur du diamètre nominal d et de sa longueur initiale (en mm).

La mention HR indique qu'il s'agit d'un boulon à haute résistance. Le symbole final "tZn" éventuel indique que ce boulon est galvanisé à chaud.

Exemple : un boulon HR à serrage contrôlé de diamètre nominal 24 mm, de longueur initiale 80 mm et de qualité 10.9 galvanisé à chaud est désigné par :

Boulon EN 14399 -3 - M24x80 - 10.9/10 - HR - tZn

Trois types de boulons aptes à la précontrainte coexistent actuellement en Europe :

- le système HR,
- le système HV,
- le système HRC.

Leurs caractéristiques communes sont décrites dans les normes NF EN 14399-1 et NF EN 14399-2. Les boulons HR sont les plus utilisés en France [13].

d) Serrage des boulons HR (précontrainte)

L'effort de serrage qui donne lieu à une précontrainte (figure 1-17) est destiné principalement, selon les applications, à :

- assurer la rigidité du montage et lui permettre de supporter les sollicitations extérieures de traction, compression, flexion et cisaillement,
- garantir et maintenir une étanchéité,
- éviter le travail au cisaillement des boulons,
- résister aux effets de desserrage spontané,
- réduire l'influence des sollicitations dynamiques externes sur la fatigue de la boulonnerie.

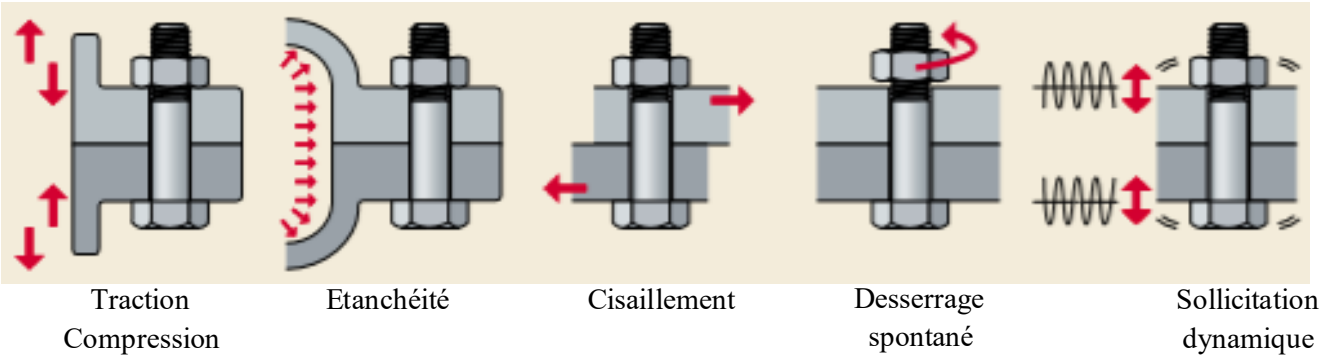


Figure 1-17 : *Rôle de la précontrainte dans un assemblage boulonné [20]*

La précontrainte à installer, qui permet de tenir les éléments assemblés en contact, dépend de la qualité et de la fiabilité de la mise en œuvre. Ainsi la qualité d'un assemblage boulonné dépend en grande partie de la qualité du montage car les défaillances des assemblages vissés sont dues pour 45 % à un défaut de montage comme le rappelle la figure 1-18.

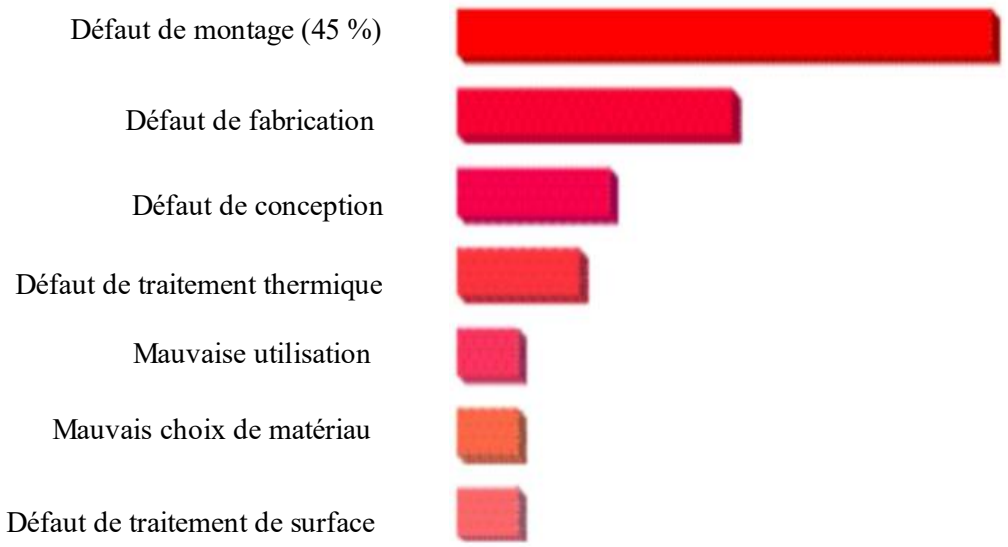


Figure 1-18 : *Les causes de défaillances des assemblages vissés [15]*

Il est donc très important de maîtriser la force de précontrainte lorsque l'assemblage doit être étanche. Dans l'industrie nucléaire par exemple :

- lorsque la force de précontrainte est trop faible, le système risque de présenter des fuites ou de se desserrer,
- lorsqu'elle est trop importante, on risque de détériorer les pièces (écrasement du joint ou déformation plastique de la vis).

Le serrage est optimum quand le boulon n'est ni trop ni trop peu serré. En effet, une défaillance du boulon peut se produire aussi bien et même plus souvent quand celui-ci n'est pas assez serré que lorsqu'il est trop serré. On s'assure lors du serrage que le boulon et les pièces assemblées travaillent en deçà de leur limite élastique. Le serrage du boulon peut être obtenu de différentes manières : serrage au couple, serrage à l'angle, le serrage par la méthode dite du "tour d'écrou" ou mixte, serrage par traction directe et serrage par allongement thermique.

➢ *Serrage au couple*

C'est incontestablement la méthode de serrage la plus répandue quand le diamètre des boulons est inférieur à 30 mm. Il existe une relation mathématique entre le couple de serrage et la force de précontrainte. Il s'agit de la formule simplifiée de Kellerman et Klein :

$C_0 = k.\ F_0\ .d$

Où : C_0 est le couple de serrage appliqué,

d est le diamètre du boulon

k est le rendement vis-écrou,

F_0 est la précontrainte désirée.

Le couple est contrôlé à l'aide d'une clé dynamométrique manuelle ou d'une clé à chocs. Le coefficient k dépend du lubrifiant utilisé et est fourni par le fabricant. Ses valeurs sont généralement comprises entre 0,10 et 0,15. Si cette méthode de serrage est simple à mettre en œuvre, on constate dans la pratique une grande dispersion dans la prétension réellement appliquée. Cette grande dispersion est due à la combinaison de 4 phénomènes :

- l'imprécision sur le couple de serrage appliqué qui peut varier de ± 5% à ± 50% selon l'outil utilisé (clé dynamométrique, clé à main etc),
- les défauts géométriques et les défauts de surface des pièces assemblées et de la boulonnerie,
- la lubrification des surfaces en contact,
- l'introduction de contraintes parasites de torsion qui viennent accentuer la contrainte dans le boulon.

La méthode de pré-dimensionnement selon la norme NF E25 030 permet également de fournir une évaluation rapide de la précharge F_0 nécessaire ainsi que le couple de serrage C_0 à appliquer, sous forme d'un tableau synthétique [15]. Lorsqu'on désire maîtriser de manière plus précise la précharge (comme dans l'industrie nucléaire par exemple), on peut utiliser les techniques de serrage dites par allongement.

- *Serrage par allongement thermique*

Ce serrage est réalisé en chauffant la vis pour créer sa dilatation, ensuite l'écrou est vissé pour venir au contact, puis on laisse la vis refroidir et reprendre ses dimensions.

- *Serrage par allongement hydraulique (traction directe)*

Cette méthode est réservée aux boulons à gros diamètre. Elle consiste à appliquer un effort de traction dans la vis à l'aide d'un vérin et à bloquer l'écrou avant de relâcher l'effort [20]. Le serrage par allongement présente l'avantage d'être indépendant des conditions de frottement entre les pièces assemblées. Nous avons absence, pour ce type de serrage, de contrainte de torsion. C'est une technique de serrage développant des efforts de tension très importants.

e) Dimensionnement des vis en statique

La conception et le dimensionnement corrects d'un assemblage boulonné sont d'une importance capitale car un assemblage mal conçu ou mal dimensionné (en statique comme en dynamique) voire mal réalisé peut conduire à la défaillance de la structure. Le dimensionnement de la vis tout comme le dimensionnement de toute pièce mécanique dépend de la nature de la sollicitation qui lui est appliquée. Cette sollicitation peut être simple ou composée. En réalité, un assemblage boulonné est rarement soumis, en service, à une sollicitation simple à cause du serrage du boulon d'une part qui introduit de la torsion et de l'excentration du boulon par rapport à l'axe d'application de la force d'autre part qui introduit de la flexion dans le boulon.

- **Vis soumise à une sollicitation simple de traction axiale**

Dans le cas simple d'une traction axiale, le dimensionnement de la vis se réduit à vérifier :

$$\sigma_t = \frac{F_{B\,max}}{A_s} \leq \frac{\sigma_e}{\alpha_1} \qquad (1\text{-}1)$$

Avec σ_t : contrainte nominale de traction,

$F_{B\,max}$: effort maximal de traction (N),

A_s : section résistante (mm^2) ; $A_s = \frac{\pi d_s^2}{4}$,

d_s : diamètre de la section résistante du boulon (mm),

α_1 : coefficient de sécurité,

σ_e ou f_{yb} : limite élastique de la classe de qualité considérée du boulon (MPa)

En prenant en compte la concentration de contrainte induite par le filetage de la vis, la contrainte maximale de traction est obtenue en multipliant la contrainte nominale trouvée plus haut par le coefficient de concentration de contrainte en traction K_{t1}. Vérifier la résistance de la vis revient donc à vérifier le respect de la condition donnée par la relation (1-2) :

$$\sigma_{t\,max} = K_{t1}\frac{F_{B\,max}}{A_s} \leq \frac{\sigma_e}{\alpha_1} \qquad (1\text{-}2)$$

- **Vis soumise à une sollicitation de traction-torsion combinée**

La traction-torsion combinée est le type de sollicitation auquel est soumise la vis lorsque la mise sous tension (mise en place de la précontrainte) est réalisée à l'aide d'une clé de serrage (figure 1-19). La contrainte maximale est alors établie par la contrainte équivalente de Von Mises en considérant que la tige cylindrique de la vis de section résistante A_s est soumise à une force de traction F_B et à un moment de torsion M_t. La contrainte normale σ_t et la contrainte tangentielle τ sont calculées comme suit (modèle poutre) :

$$\sigma_t = \frac{4F_B}{\pi d_s^2} \quad \text{et} \quad \tau = \frac{16M_t}{\pi d_s^3}$$

$F_B = F_0 + \lambda F_{ext}$,

λ est un facteur de charge qui dépend des rigidités des pièces assemblées

$(0 < \lambda < 1)$,

F_0 : force de serrage des pièces (force de précontrainte) déduite du couple de serrage C_0 selon la formule de Kellerman et Klein :

$C_0 = F_0.(0{,}16.p + 0{,}583.f_1.d_2)$.

Avec :

p : pas du filetage,

d_2 : diamètre sur flanc du boulon,

f_1 : coefficient de frottement vis-écrou

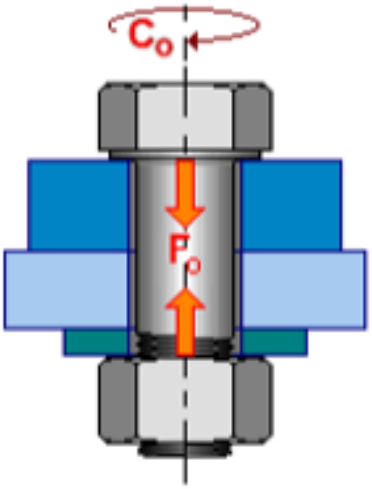


Figure 1-19 : *Précharge et couple dans un assemblage boulonné [21]*

On déduit ainsi la contrainte équivalente de Von Mises σ_{eq} :

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(K_{t1}.\sigma_t)^2 + 3(K_{t2}.\tau)^2} \leq \frac{\sigma_e}{\alpha_1} \qquad (1\text{-}3)$$

où K_{t2} est le coefficient de concentration de contrainte en torsion.

Pour ce cas de sollicitation combinée (figure 1-20), il faut vérifier, de manière analogue au cas de traction pure, que la contrainte équivalente maximale soit inférieure ou égale à $\frac{\sigma_e}{\alpha_1}$ pour que le boulon ne se déforme globalement pas de façon permanente [17].

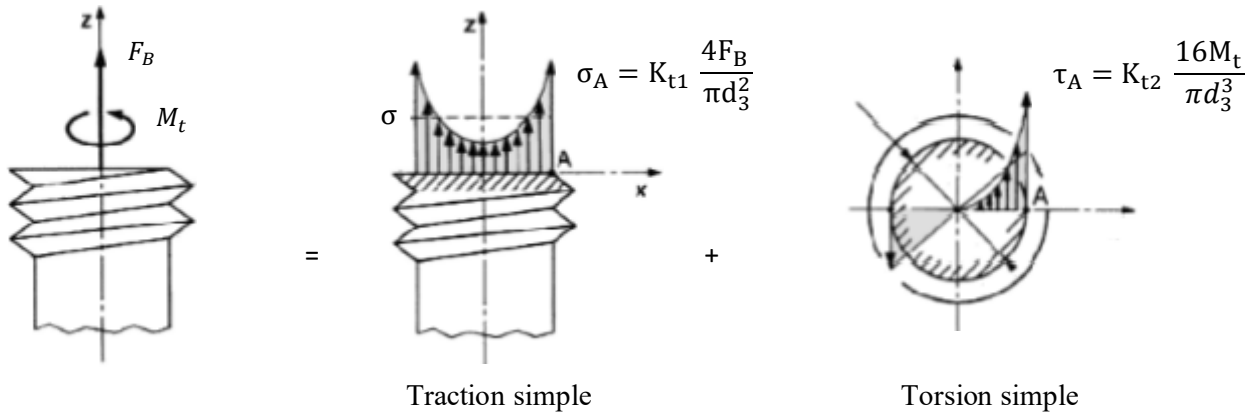


Figure 1-20 : *Etats de contraintes en un point A de la périphérie du noyau d'une vis soumise à un effort de traction F_B et à un moment de torsion M_t ([17], [21])*

- **Vis soumise à une sollicitation de traction, torsion et flexion combinées**

Lorsque, comme c'est souvent le cas, les efforts appliqués sur les pièces assemblées sont excentrés par rapport à l'axe du boulon et induisent de ce fait une flexion supplémentaire dans la vis, la contrainte de flexion correspondante dans le noyau de la vis σ_{fl} est à superposer à la contrainte de traction, au coefficient de concentration de contrainte K_{tfl} près [21].

$$\sigma_{eq} = \sqrt{(K_{t1}.\sigma_t + K_{tfl}.\sigma_{fl})^2 + 3(K_{t2}.\tau)^2} \qquad (1\text{-}4)$$

Ce calcul, bien que parfaitement correct pour la partie filetée située loin des zones d'application des charges, ne permet pas d'avoir une idée exacte de la résistance de la vis car l'influence des concentrations de contraintes et celle de la répartition de la charge entre l'écrou et la vis vont entrer en ligne de compte.

- tout d'abord, les coefficients K_t ne peuvent être estimés qu'avec une précision médiocre. Ensuite, en statique, pour des pièces fortement entaillées comme les pièces filetées, écrire qu'on ne dépasse pas la limite élastique en fond d'entaille est une condition bien trop restrictive. En fait, les déformations plastiques locales, mêmes importantes, ne compromettent pas la tenue globale de la pièce. Des essais statiques réalisés sur éprouvettes fortement entaillées montrent qu'il y a une augmentation importante de la

résistance à la rupture par rapport à celle déterminée sur éprouvette lisse et à section de rupture identique (c'est le phénomène d'adaptation).

- ensuite, la rupture d'une vis au serrage ou en service se produit pratiquement toujours au niveau du premier filet en prise avec l'écrou. Les autres cas de rupture qui peuvent être constatés sont toujours dus à des anomalies de forme ou de type métallurgique qui auraient normalement dû entraîner l'élimination par rebut de l'élément fileté lors du contrôle de fabrication. C'est la conséquence de la répartition non uniforme de la charge entre les filets de l'écrou et de la vis. Dans le cas d'un écrou normal, le premier filet supporte environ 34% de la charge totale (figure 1-21). Il est donc soumis à un état complexe de contraintes qui dépend de nombreux paramètres [16].

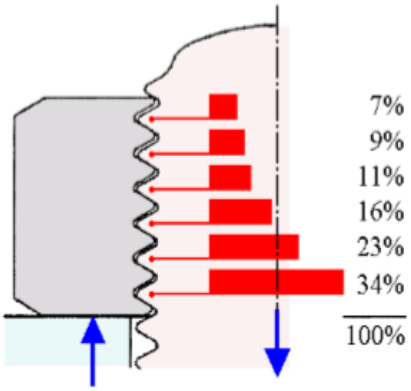


Figure 1-21 : *Répartition de la charge axiale entre les filets de la vis [16]*

Les contraintes élevées présentes sous la tête de la vis ou sous l'écrou peuvent entrainer, au serrage ou en service, une déformation plastique de la zone de contact (matage) entrainant une perte de serrage de l'assemblage. Ce problème est souvent négligé ; pourtant il est la cause de nombreux desserrages avec souvent comme conséquence, une rupture en fatigue de la vis lorsque l'assemblage boulonné est soumis à une sollicitation dynamique. Dans de nombreux domaines comme celui du transport (ferroviaire, automobile, aéronautique), ou celui de la production énergétique (éolien) pour ne citer que ceux-là, le boulon est soumis à une sollicitation dynamique qui peut conduire à sa rupture même avec des sollicitations jugées modestes. Dans ces domaines, au-delà de la vérification de la tenue statique du boulon, il faut s'assurer que ce dernier résiste également en fatigue.

Plusieurs démarches de calcul de la tenue en fatigue existe selon l'état de contrainte, uniaxial ou multiaxial, rencontré dans la pièce à dimensionner ou à vérifier. Ces différentes démarches de vérification et de dimensionnement en fatigue (fatigue uniaxiale et fatigue multiaxiale) sont présentées dans les paragraphes suivants de ce chapitre.

I.3. Fatigue des assemblages boulonnés

Dans certains domaines comme celui du génie civil et celui du transport (ferroviaire par exemple), les assemblages boulonnés sont soumis à des sollicitations dynamiques en plus des charges statiques. Ces sollicitations dynamiques, même faibles, peuvent entrainer la rupture par fatigue de l'assemblage lorsqu'elles sont appliquées un nombre suffisant de fois. Il est donc impératif dans le cas où l'assemblage devrait supporter un chargement variable de le

dimensionner afin qu'il puisse résister à ce chargement variable en plus du chargement statique. Il est donc important de bien concevoir les structures soumises à des chargements dynamiques, en particulier les assemblages boulonnés afin d'éviter les ruptures par fatigue. Ces ruptures sont souvent plus dangereuses que les autres types de défaillance parce que, très souvent, elles se produisent brusquement, sans déformations importantes. Des essais de fatigue sur des boulons ont permis d'observer quatre zones de rupture [18]. La première zone de rupture se situe dans le fond du premier filet en prise avec l'écrou (figure 1-22). Ce site correspond à la zone où le coefficient de concentration de contrainte est le plus important combiné à la répartition de la transmission de l'effort entre la vis et l'écrou. Ce type de rupture représente environ 85% des ruptures observées en service.

Figure 1-22 : *Rupture par fatigue en fond du premier filet en prise dans l'écrou [18]*

La seconde zone de rupture se situe sous la tête de la vis (figure 1-23). Ce type de rupture représente environ 10% des cas de rupture.

Figure 1-23 : *Rupture par fatigue sous la tête d'une vis [18]*

La troisième zone de rupture correspond à la section de raccordement du filet avec la tige de la vis. Ce cas de rupture est déjà plus rare. La quatrième zone de rupture correspond à l'arrachement des filets de l'écrou par cisaillement et ne se produit qu'exceptionnellement, quand la vis et l'écrou sont du même type de matériau et de même classe (figure 1-24).

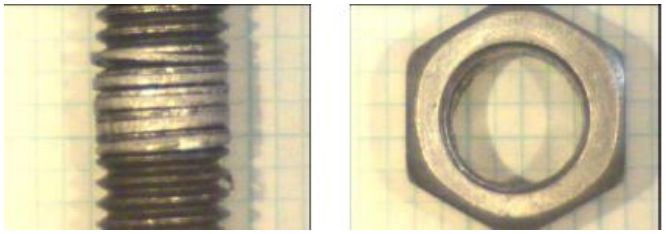
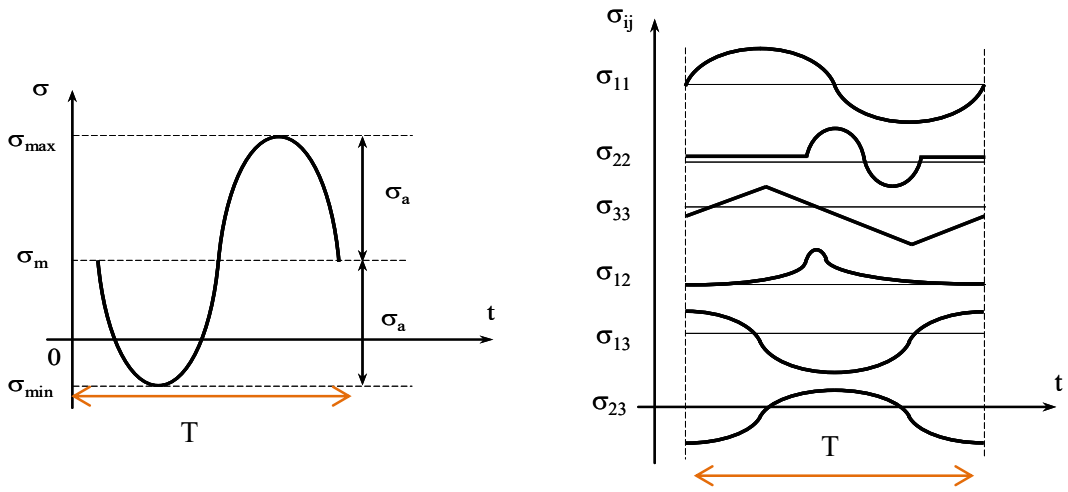


Figure 1-24 : *Rupture par fatigue de l'assemblage vissé par arrachement du filet de l'écrou [18]*

I.3.1. Introduction au phénomène de fatigue

Toute pièce mécanique en fonctionnement normal est potentiellement soumise à un certain nombre de sollicitations d'origines diverses qui se traduisent souvent par des variations cycliques ou à amplitude variable des contraintes induites. Les pièces mécaniques sont, depuis longtemps, construites sur la base de critères de résistance (Tresca, Von Mises, etc.). Depuis le début du XIXe siècle et à la suite de l'accident du train Paris-Versailles de mai 1842, on constate la ruine parfois catastrophique d'un certain nombre de structures ou de composants mécaniques alors que ceux-ci sont soumis à des sollicitations dynamiques jugées modestes par rapport aux capacités statiques des matériaux définies communément par la résistance élastique. Le responsable de ces défaillances est très souvent l'endommagement par fatigue. Ainsi, l'intégrité structurelle des composants mécaniques, des aéronefs, des centrales nucléaires, des fusées spatiales, des navires, des automobiles, des dispositifs biomédicaux et de nombreuses autres applications devient un objectif majeur de conception prenant en compte différents phénomènes dont celui de fatigue est le facteur dominant quant à la tenue dynamique des structures ou des pièces en question.

La fatigue est un processus lent en général qui, sous l'action de contraintes ou de déformations cycliques, répétées, alternées ou simplement à amplitude constante, modifie les propriétés locales d'un matériau et peut entraîner la formation de fissures et éventuellement la rupture de la structure après leur propagation. Cette dégradation progressive est appelée endommagement par fatigue du matériau sollicité. Ce qui rend difficile la prise en compte de la fatigue en conception, c'est que ce n'est pas une science "traditionnelle", mais plutôt un domaine vaste et complexe relevant de plusieurs disciplines scientifiques (science des matériaux, mécanique des solides, physique, chimie...) et des domaines de l'ingénierie (conception, simulation numérique, etc.). Pour situer son importance, il faut noter que 50% à 90% des ruptures en service (observations faites lors des maintenances) enregistrées aujourd'hui, sont attribuables au phénomène de fatigue [22]. La ruine par fatigue peut se présenter lors de l'application de différents types de chargement dont la sollicitation extérieure alternée est la plus simple. Cette dernière est simplement superposée aux contraintes résiduelles (dues à une précharge par exemple) et/ou à des sollicitations statiques lorsqu'elles sont présentes dans le matériau. D'autres sollicitations peuvent également exister dans le matériau, de façon concomitante avec celles déjà citées (comme un chargement engendré par une variation de température). Selon la géométrie de la structure ou du composant mécanique, les états de contraintes sont soit uniaxiaux, on parle alors de fatigue uniaxiale, soit multiaxiaux, et dans ce cas il est question de fatigue multiaxiale (figure 1-25).



(a) (b)

σ_a : amplitude du cycle

σ_m : valeur moyenne du cycle

T : période

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2}$$

Figure 1-25 : *Différents types de sollicitation de fatigue : a) uniaxiale, b) multiaxiale*

En service, un assemblage boulonné est presque toujours soumis à un état multiaxial de contrainte lié à la présence d'entailles géométriques (dans la zone de jonction tête-fût du boulon et au niveau du fond des filets). Cet état de contrainte multiaxial est d'une manière générale plus sévère pour la tenue en fatigue que l'état de contrainte uniaxial qu'on rencontre sur la partie non filetée du fût de la vis en dehors de la jonction tête-fût. Dans le cas d'un état multiaxial de contrainte, toutes les composantes du tenseur des contraintes sont susceptibles de contribuer à l'endommagement. Outre la fatigue sous sollicitation extérieure variable, on peut également citer le cas de la fatigue de contact ou "fretting fatigue" qui n'entre pas dans le cadre de nos travaux présentés dans ce manuscrit.

I.3.2. Fatigue uniaxiale

L'incident le plus fréquent et le plus grave susceptible de survenir à une structure mécanique est sa rupture par fatigue. Cette dernière correspond à une succession, apparemment continue, de phénomènes complexes comme l'écrouissage ou la détérioration locale du matériau, et entraine l'apparition des premières microfissures (phase d'amorçage). Puis, la propagation lente ou rapide de ces microfissures conduit à leur coalescence et aboutit à la rupture finale de la structure (phase de propagation brutale) [22]. Pour les matériaux métalliques, la phase d'amorçage d'une fissure représente le plus souvent entre 50% et 90% de la durée de vie de la pièce pour la fatigue à grand nombre de cycles et en l'absence de défauts.

Il existe un certain nombre de représentations possibles des résultats obtenus au cours d'essais de fatigue, suivant l'arrangement que l'on adopte pour les paramètres intervenant dans la mesure, et qui sont :

- le temps, sous la forme du nombre de cycles N ;
- les contraintes statiques (figure 1-26) : σ_e, R_m, σ_m, σ_D ;
- les contraintes dynamiques σ_{max}, σ_{min}, σ_a.

Ces représentations sont faites sous la forme de courbes S-N, de courbes d'équiprobabilité de rupture et de diagrammes d'endurance ou courbes d'iso-durée de vie. Afin d'étudier le phénomène de fatigue sous chargement d'amplitude constante ou variable, il est nécessaire de rappeler certaines notions liées à la fatigue.

I.3. 2.1. Courbe S-N

Le comportement en fatigue d'un matériau peut être quantifié par une courbe donnant la durée de vie exprimée en nombre de cycles en fonction de l'amplitude de contrainte σ_a du cycle (figure 1-26). Sur cette courbe, on distingue trois domaines, le premier est celui de la fatigue oligocyclique, où la rupture intervient aux alentours de 10^2-10^4 cycles et où les pièces sont soumises à des contraintes dépassant généralement localement la limite d'élasticité à chaque cycle. Le second domaine est celui de la fatigue dite à endurance limitée ou à grand nombre de cycles, la rupture se produisant entre 10^5et 10^7cycles, la structure est alors soumise à des contraintes ne dépassant pas la limite d'élasticité [23], [24]. Toutefois, il peut y avoir, selon les cas, une étape d'évolution du domaine initial d'élasticité, on parle alors de phénomènes d'accommodation et d'adaptation. On remarque aussi que, pour les aciers, il apparait un troisième domaine, appelé domaine de l'endurance illimitée, tel que si la contrainte ne dépasse pas la limite de fatigue σ_D alors théoriquement, la pièce peut tenir une infinité de cycles. Cela est représenté sur la courbe S-N par une asymptote horizontale (d'équation $\sigma = \sigma_D$) et implique que les pièces sollicitées en dessous de cette limite ne seront pas rompues pour un nombre de cycles N supérieur au seuil d'endurance illimitée N_D (de l'ordre de 10^7cycles pour les métaux) [25]. Il faut bien reconnaitre que le domaine des très grandes durées de vie n'est que rarement exploré au niveau expérimental ou, s'il peut l'être moyennant une très grande fréquence de sollicitation, on n'est pas certain que le comportement à très haute fréquence soit représentatif de celui qu'aurait le matériau pour le même chargement mais à une fréquence plus faible (20 à 30 Hz en règle générale).

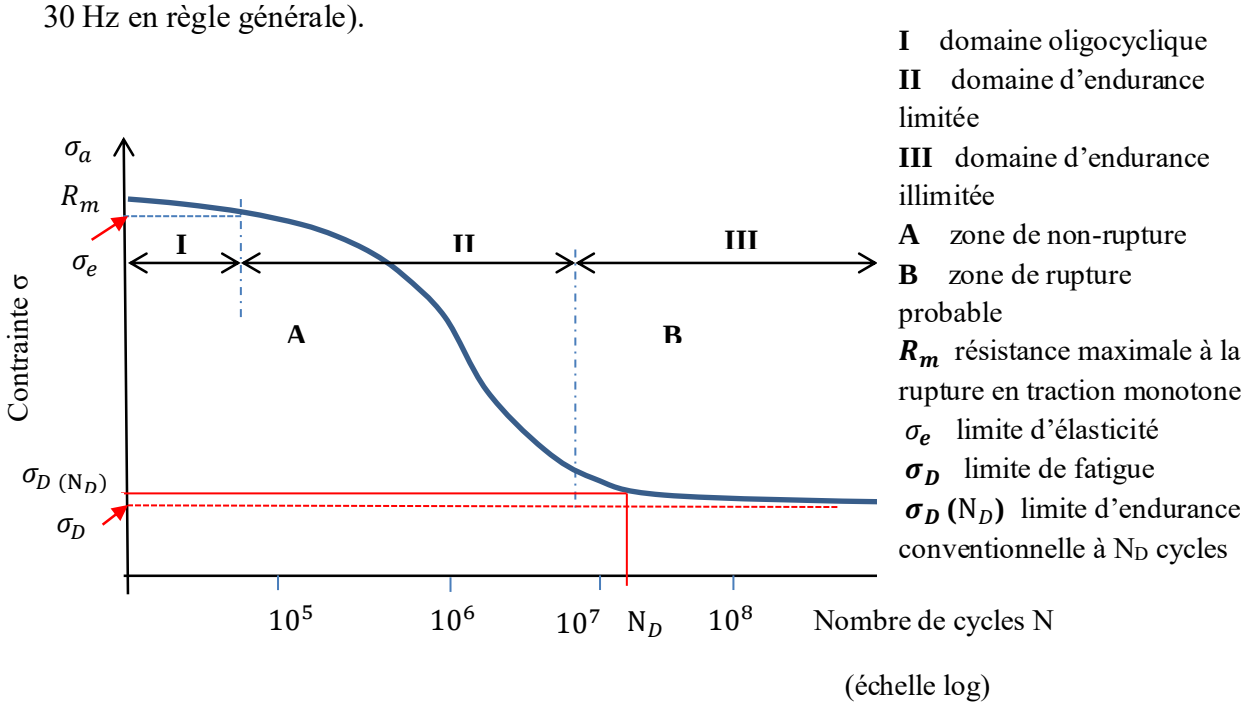


Figure 1-26 : *Courbe S-N d'après [23]*

Pour faciliter l'utilisation pratique de la courbe S-N, la notion de limite de fatigue conventionnelle ou limite d'endurance à N cycles $\sigma_D(N)$ a été introduite [26]. Il s'agit de la plus grande amplitude de la contrainte σ pour laquelle on constate 50% de rupture après un nombre N de cycles. Plusieurs expressions analytiques de la courbe S-N ont été proposées par différents auteurs. Elles sont rassemblées dans le tableau 1-4.

Tableau 1-4 : *Récapitulatif des expressions analytiques de la courbe S-N [24], [26]*

Modèle	Année	Expression analytique
Wöhler	1870	$\log(N) = a - b\,\sigma_a$
Basquin	1910	$\log(N) = a - b\log(\sigma_a)$
Stromeyer	1914	$\log(N) = a - \log(\sigma_a - \sigma_D)$
Palmgren	1924	$\sigma_a = \sigma_D + (\frac{C}{A+N})^{\frac{1}{b}}$
Weibull	1949	$\frac{\sigma_a - \sigma_D}{\sigma_u - \sigma_D} = (\frac{C}{A+N})^{\frac{1}{b}}$
Corson	-	$(\sigma_a - \sigma_D).\,A^{\sigma_a - \sigma_D} = \frac{C}{N}$
Bastenaire	1971	$N = \frac{A}{\sigma_a - \sigma_D} e^{[-(\frac{\sigma_a - \sigma_D)}{B})^c]}$
Kohout & Vêchet	-	$\sigma_{max} = \sigma_D.\,[\frac{N+B}{N+C}]^{\beta}$

Avec :

σ_a : amplitude de la contrainte appliquée,

σ_{max} : contrainte maximale appliquée,

σ_D : limite d'endurance (illimitée),

N : nombre de cycles,

A, B, C, a, b, c, β : constantes du matériau.

I.3.2.2. Représentation de l'influence de la contrainte moyenne par le diagramme de Haigh

L'influence de la contrainte normale moyenne en fatigue est apparue rapidement lors des premières modélisations du comportement en fatigue des matériaux.

Des études ont montré que la durée de vie en fatigue diminue, à amplitude σ_a identique, lorsque la contrainte moyenne σ_m est positive (domaine de traction) et qu'en revanche, la durée de vie augmente lorsque cette contrainte moyenne est négative (domaine de compression) tant que l'on ne génère pas de plasticité en compression (figure 1-27).

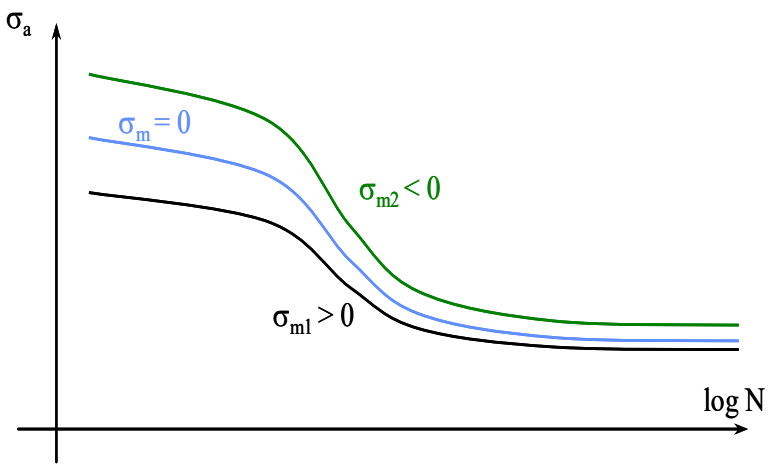


Figure 1-27 : *Influence de la contrainte moyenne sur la courbe S-N*

Il en résulte qu'une contrainte normale moyenne de traction est néfaste à la tenue en fatigue alors qu'au contraire une contrainte normale moyenne de compression est bénéfique à la tenue en fatigue, tout au moins tant que cette contrainte moyenne n'est pas trop importante en valeur absolue. Pour représenter l'influence de la contrainte moyenne en fatigue, on utilise généralement une représentation appelée diagramme de Haigh. Le diagramme de Haigh traduit la variation de l'amplitude de la contrainte σ_a en fonction de la contrainte moyenne σ_m pour une durée de vie donnée de N cycles ; on parle alors de diagramme de Haigh à N cycles. Il a l'avantage de montrer que la sollicitation résulte de la superposition d'une contrainte moyenne ou statique et d'une contrainte purement alternée ou dynamique. On l'obtient à partir d'un certain nombre de courbes S-N établies pour des contraintes moyennes σ_m différentes [22], [27]. Le passage des courbes S-N au diagramme de Haigh à l'endurance est illustré à la figure 1-28. Les points particuliers A et B correspondent respectivement à la limite d'endurance sous sollicitation de traction-compression purement alternée σ_D ($\sigma_m = 0$, donc sur l'axe des ordonnées) et à la résistance maximale à la traction monotone R_m ($\sigma_a = 0$, donc sur l'axe des abscisses). La construction du diagramme de Haigh est largement décrite dans [22] et [24].

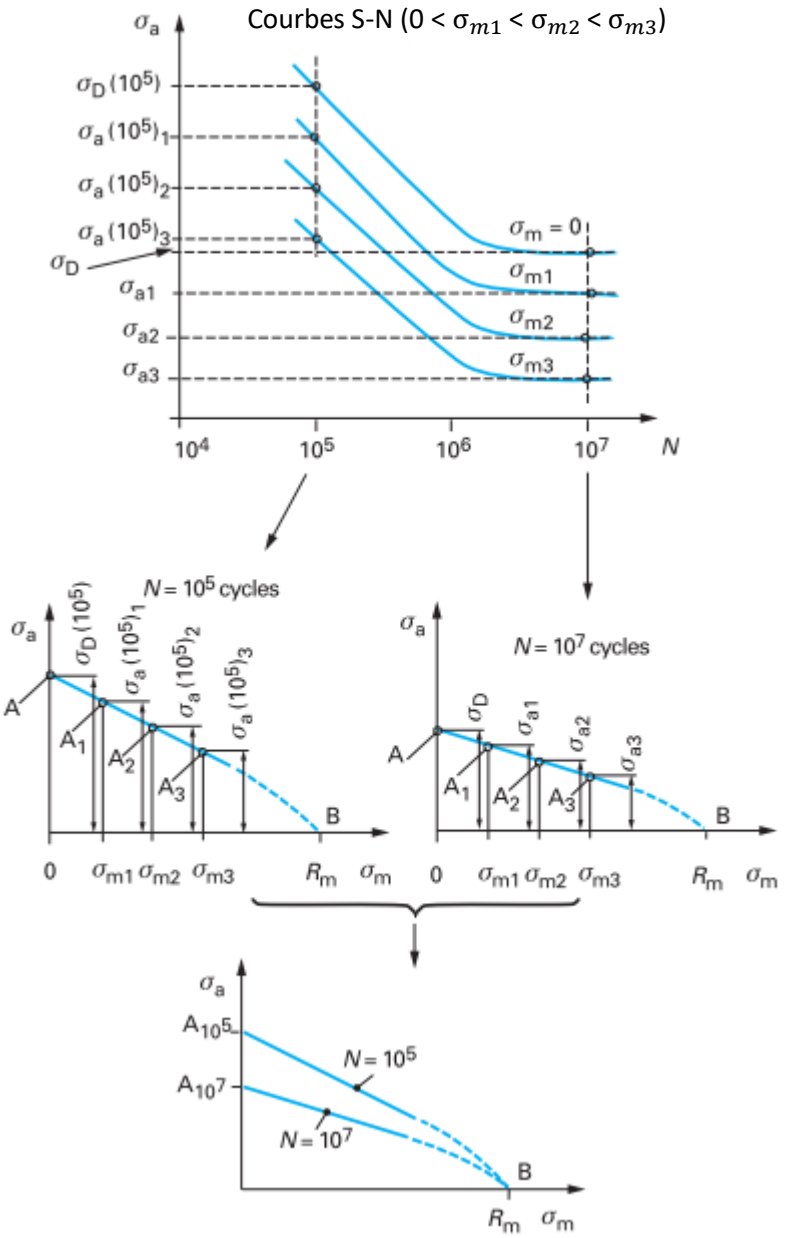


Figure 1-28 : *Construction des diagrammes de Haigh 10^5et 10^7cycles (d'après [22]) à partir de courbes S-N*

Le diagramme de Haigh à N cycles donne ainsi l'ensemble des cycles de contrainte uniaxiaux (σ_m, σ_a) pour lesquels la durée de vie du matériau est égale à N cycles. Il s'agit donc de cycles équivalents du point de vue de la durée de vie en fatigue. On parle parfois de courbe d'iso-durée de vie (constant life diagram) car le matériau présente la même durée de vie pour tous les cycles représentés par un point de la courbe. L'allure générale de ces diagrammes, en traction et en torsion respectivement, est donnée à la figure 1-29.

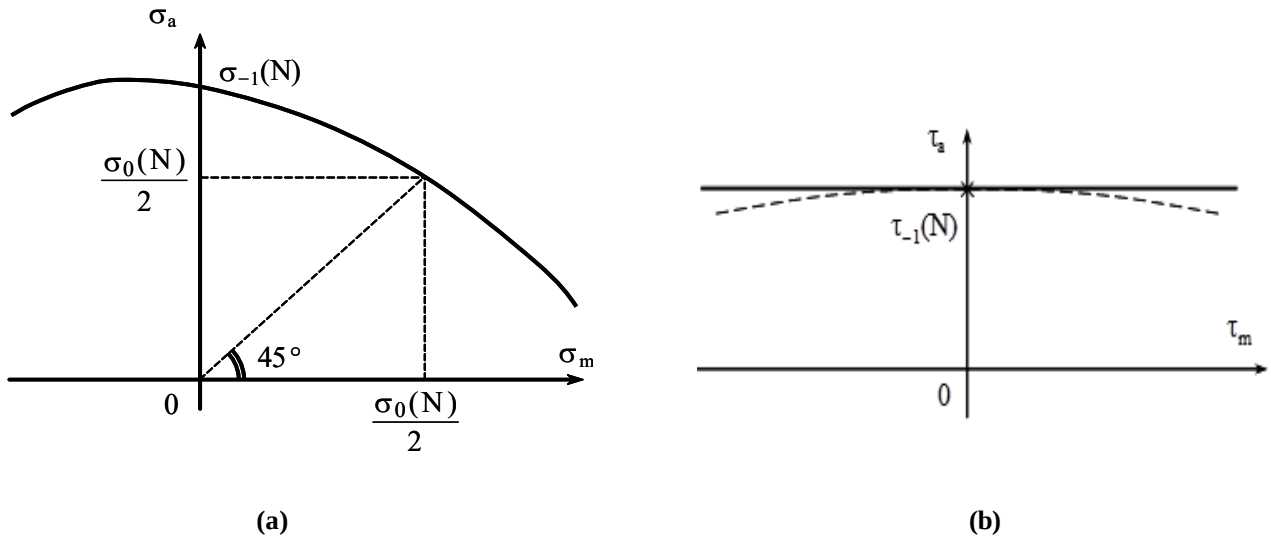


Figure 1-29 : *Diagrammes de Haigh a) en traction, b) en torsion [28]*

$\sigma_0(N)$: limite de fatigue à N cycles en traction répétée (R = 0),
$\sigma_{-1}(N)$: limite de fatigue à N cycles en traction-compression alternée symétrique (R = –1),
$\tau_{-1}(N)$: limite de fatigue à N cycles en torsion alternée symétrique (R = –1).

Le diagramme de Haigh en torsion est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées. Il n'y a donc pas d'influence du signe donc du sens de la contrainte tangentielle moyenne τ_m. De plus, le fait que le diagramme de Haigh en torsion soit presque une droite horizontale témoigne du peu d'influence de la contrainte tangentielle moyenne τ_m en fatigue. Lorsque la durée de vie (c'est-à-dire le nombre de cycles) change, les diagrammes de Haigh évoluent. Plus le nombre de cycles est important, plus les diagrammes de Haigh évoluent vers l'origine du repère (figure 1-30).

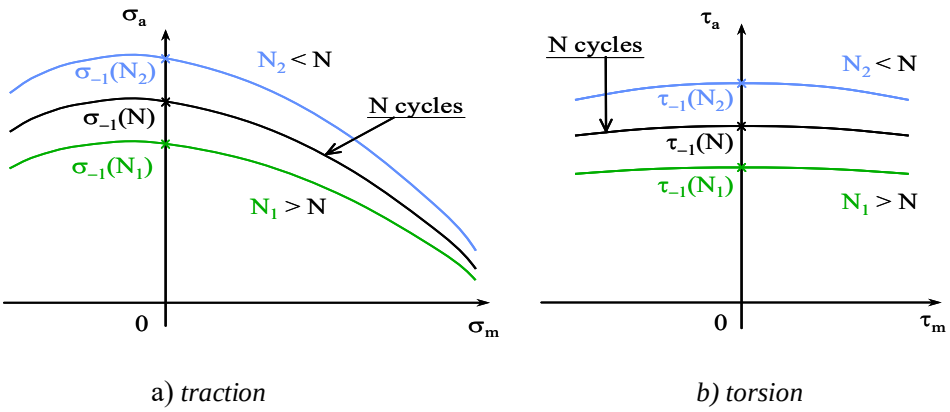


Figure 1-30 : *Evolution des diagrammes de Haigh en fonction de la durée de vie N*

Des chercheurs ont proposé des modèles mathématiques du diagramme de Haigh en traction (tableau 1-5 et figure 1-31). On trouve dans la littérature le modèle de Söderberg, le modèle de Goodman, le modèle de Gerber, le modèle de Morrow, le modèle DIN, etc.

Tableau 1-5 : *Quelques modèles mathématiques du diagramme de Haigh en traction*

Modèles	Expressions
Söderberg	$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}(N)} + \frac{\sigma_m}{R_e} = 1$
Goodman	$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}(N)} + \frac{\sigma_m}{R_m} = 1$
Morrow	$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}(N)} + \frac{\sigma_m}{\sigma_D} = 1$
Gerber	$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}(N)} + \left(\frac{\sigma_m}{R_m}\right)^2 = 1$

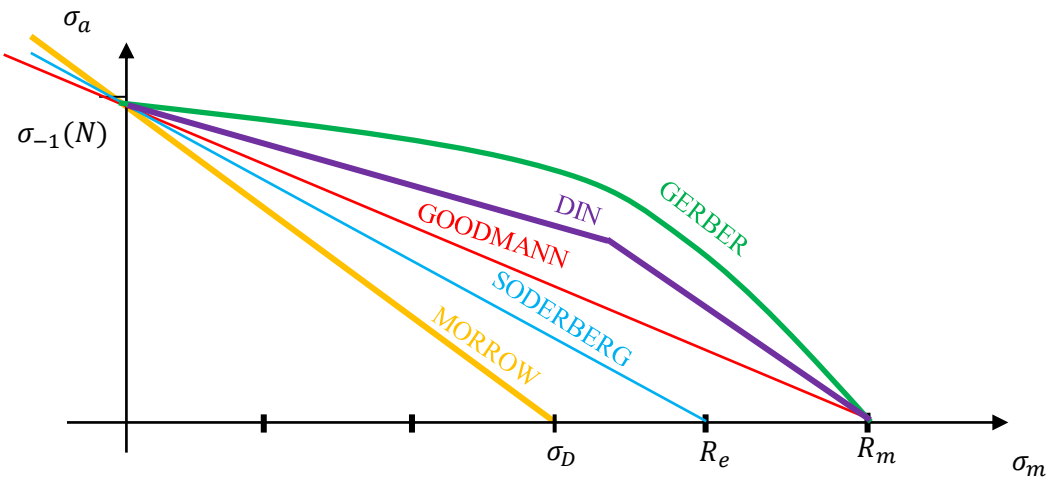


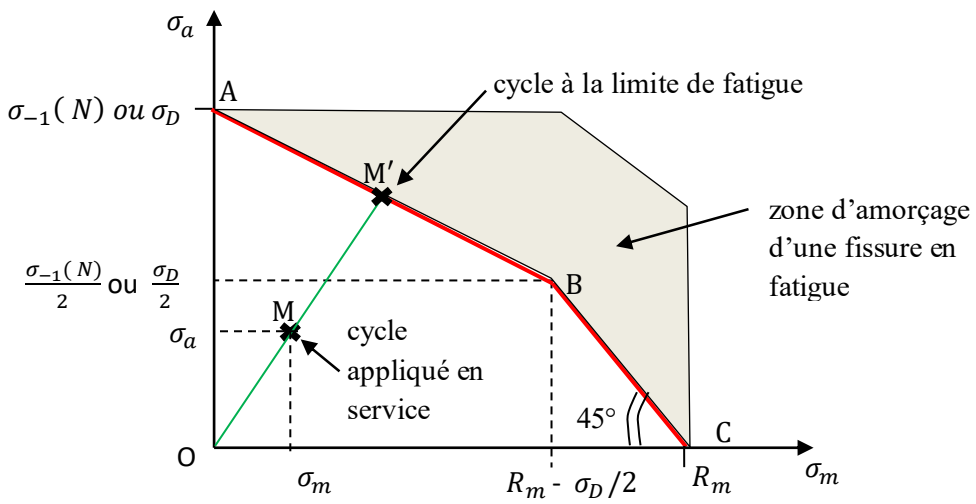
Figure 1-31 : *Modèles du diagramme de Haigh en traction*

L'expérience ([22], [27]) montre que :

- la droite de Söderberg et, dans une moindre mesure, celle de Goodman sont en général conservatives pour une contrainte normale moyenne de traction ($\sigma_m > 0$) et optimistes pour une contrainte normale moyenne de compression ($\sigma_m < 0$).
- la parabole de Gerber est assez juste pour $\sigma_m > 0$ mais elle est pénalisante lorsque $\sigma_m < 0$ puisqu'elle ne rend pas compte du caractère bénéfique à la tenue en fatigue d'une contrainte moyenne de compression.

Ces diagrammes permettent aussi de calculer un coefficient de sécurité ou une probabilité de rupture si on n'est pas en contrainte purement alternée symétrique [21], [25] comme l'indique la figure 1-32. Tout point M de coordonnées (σ_a,σ_m) situé à l'intérieur du domaine correspond à un état de contrainte cyclique inférieur à la limite de fatigue. Pour un cycle de contrainte défini par (σ_a, σ_m), il est possible de calculer le coefficient de sécurité en fatigue α_F qui correspond au rapport des distances $\frac{\mathrm{OM'}}{\mathrm{OM}}$ (figure 1-32).

Sur le diagramme, on distingue deux lieux possibles pour M′, le segment AB et le segment BC, on obtient donc deux formulations possibles pour le coefficient de sécurité en fatigue α_F.



)

Figure 1-32 : *Représentation pratique du diagramme de Haigh de la norme DIN [21], [25]*

Le coefficient de sécurité en fatigue α_F est donné par la relation (1-5) si M′est situé sur le segment [AB].

$$\alpha_{FAB} = \frac{1}{\frac{\sigma_a}{\sigma_D} + \frac{\sigma_m}{2R_m - \sigma_D}} \qquad (1\text{-}5)$$

Il est donné par la relation (1-6) si M′est situé sur le segment [BC].

$$\alpha_{FBC} = \frac{R_m}{\sigma_a + \sigma_m} \qquad (1\text{-}6)$$

Dans le cas d'une sollicitation uniaxiale sous chargement d'amplitude constante ou variable, le calcul de durée de vie en fatigue selon la démarche classique passe par le comptage des cycles puis par l'évaluation de l'endommagement et le cumul de dommage du matériau, l'objectif de l'analyse en fatigue étant d'établir la durée de vie en fatigue de la pièce sollicitée.

I.3.2.3. Démarche classique de dimensionnement en fatigue uniaxiale

On définit une séquence (figure 1-33) de chargement représentative du chargement réel du composant (exemple : 40 000 km pour l'automobile avec les séquences CARLOS : CAR Loading Standard).

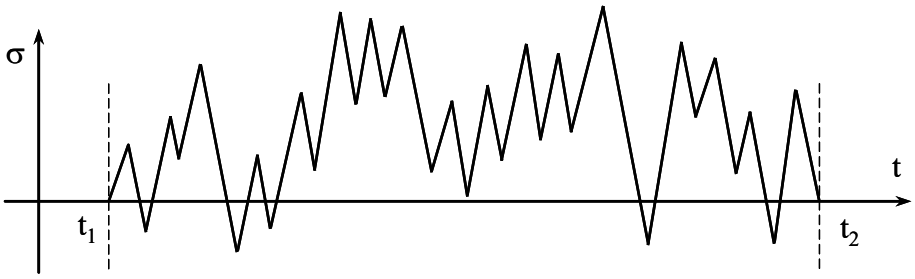


Figure 1-33 : *Séquence de chargement en fatigue uniaxiale d'amplitude variable*

Les problèmes du dimensionnement en fatigue concernent l'identification des cycles (uniaxiaux) au sein de la séquence puis l'évaluation du dommage du matériau qu'ils génèrent pour l'estimation de la durée de vie locale, là où la séquence en contrainte est établie. La durée

de vie à l'amorçage d'une fissure est généralement exprimée en termes du nombre de répétitions de la séquence correspondant à l'intervalle $[t_1, t_2]$. La démarche du dimensionnement en fatigue se déroule selon les étapes suivantes :

- décomposition de la séquence en cycles de contrainte en utilisant une méthode de comptage des cycles. Il existe plusieurs méthodes de comptage d'étendues de contrainte parmi lesquelles on peut citer la méthode dite de la "goutte d'eau" ou méthode Rainflow et la méthode du réservoir [29],
- calcul de la durée de vie du matériau pour chaque cycle extrait (utilisation du modèle du diagramme de Haigh et de la courbe S-N du matériau),
- calcul et cumul du dommage du matériau lié aux cycles extraits, par l'utilisation d'une loi d'endommagement et d'une loi de cumul du dommage.

I.3.2.3.1. La méthode de comptage Rainflow

Les sollicitations appliquées à une structure sont généralement complexes. Que celles-ci soient d'amplitude variable ou décrites par des processus gaussiens, le comptage des cycles d'une sollicitation est une étape cruciale qui doit permettre de filtrer les informations essentielles pour le calcul du dommage total en fatigue. Il est reconnu que seuls les maxima et minima de chaque cycle de la sollicitation ont une influence significative sur la durée de vie en fatigue uniaxiale. Nous avons une multitude de méthodes de comptage des cycles dans la littérature. Elles sont toutes définies à partir d'une définition des cycles qui leur est propre. Chaque modèle possède sa définition de la notion de cycle, ce qui sous-tend son évaluation du nombre de cycles. Lalanne est l'un des nombreux auteurs qui a fait l'étude bibliographique des méthodes de comptage des cycles. Parmi les méthodes existantes, la méthode Rainflow est la plus utilisée dans le domaine de la fatigue uniaxiale. La méthode a été définie à la base par Endo [30] et présentée en 1968 lors de la rencontre de la Société Japonaise des Ingénieurs en Mécanique. Le comptage Rainflow est considéré comme la méthode menant à des prévisions de durée de vie les plus proches de la réalité [25]. Un cycle de contrainte se traduit par une boucle d'hystérésis (fermée ou assimilée comme telle) dans le repère contraintes - déformations (σ-ε) (figure 1-34). Le comptage Rainflow permet de détecter la présence d'un cycle de la façon suivante : un cycle apparaît quand l'étendue de la transition intermédiaire est inférieure ou égale aux étendues des deux transitions qui l'encadrent. D'après ce principe, on n'utilise donc que les pics et vallées successifs de la séquence car eux seuls sont nécessaires au calcul des étendues des transitions.

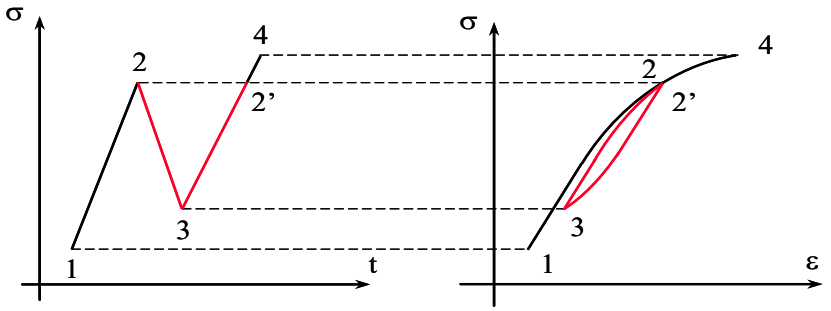
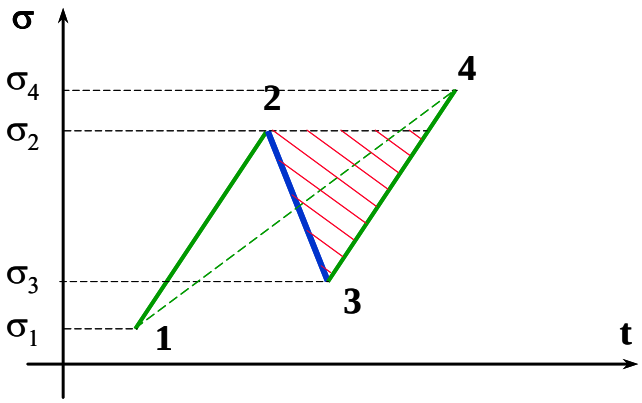


Figure 1-34 : *Correspondance cycle de contrainte temporel - boucle d'hystérésis dans le repère (σ– ε)*

Algorithme de la procédure Rainflow

- on considère 4 pics et vallées consécutifs notés 1, 2, 3 et 4 (figure 1-35).

- on calcule les étendues des trois transitions successives correspondantes :



$$\Delta\sigma_{12} = |\sigma_1 - \sigma_2|$$

$$\Delta\sigma_{23} = |\sigma_2 - \sigma_3|$$

$$\Delta\sigma_{34} = |\sigma_3 - \sigma_4|$$

Figure 1-35 : *Principe d'extraction d'un cycle selon la méthode Rainflow*

- si $\Delta\sigma_{23} \leq \Delta\sigma_{12}$ et $\Delta\sigma_{23} \leq \Delta\sigma_{34}$, alors on extrait le cycle dont les valeurs extrêmes sont les points 2 et 3. On stocke le cycle (σ_2, σ_3) et on élimine les points 2 et 3 du signal (ce qui fait apparaître en pratique une nouvelle transition 1- 4).
  On reprend le test en utilisant 4 pics et vallées successifs, en démarrant si cela est possible 2 pics et vallées avant le point 1.
- si $\Delta\sigma_{23} \geq \Delta\sigma_{12}$ ou si $\Delta\sigma_{23} \geq \Delta\sigma_{34}$, alors la condition d'extraction d'un cycle n'est pas vérifiée. On décale d'un point vers la droite les 4 pics et vallées étudiés (on considère donc désormais les 4 pics et vallées 2, 3, 4 et 5) et on reprend le test avec ces 4 pics et vallées.
- on aboutit ainsi à un résidu (figure 1-36), composé de transitions d'étendues strictement croissantes, suivies de transitions d'étendues strictement décroissantes. Notons qu'il est possible que la transition d'étendue la plus grande soit suivie d'une transition opposée, d'étendue identique.

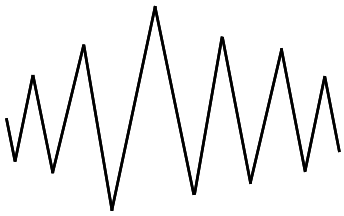


Figure 1-36 : *Résidu de la séquence de chargement*

Traitement du résidu

- on réalise une copie du résidu qu'on raccorde à lui-même moyennant certaines précautions au niveau du raccordement (figure 1-37) pour ne conserver que des pics et vallées (élimination parfois du dernier point du premier résidu et/ou du premier point du second résidu).

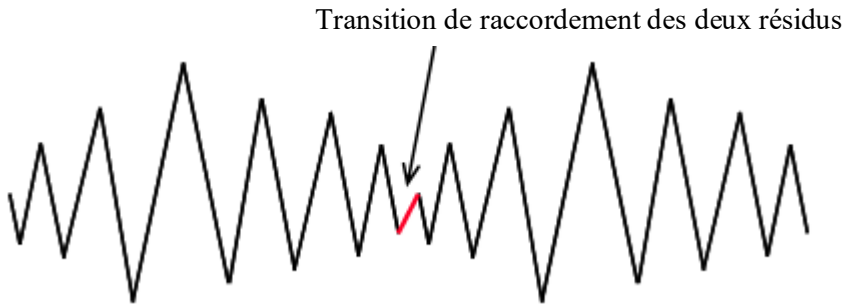


Figure 1-37 : *Préparation du traitement du résidu*

- on applique la procédure Rainflow au nouveau signal constitué des deux résidus raccordés. On obtient ainsi la décomposition totale de la séquence aléatoire en cycles, grâce aux deux étapes successives du comptage :

$$\text{séquence initiale} \xrightarrow{\text{Rainflow}} \{Cycles\}_1 + \text{résidu}$$

$$\text{résidu} + \text{résidu} \xrightarrow{\text{Rainflow}} \{Cycles\}_2 + \text{résidu}$$

L'ensemble S des cycles contenus dans la séquence initiale est la réunion des deux ensembles :

$$S = \{Cycles\}_1 \cup \{Cycles\}_2$$

I.3.2.3.2. Cumul du dommage

En service un composant mécanique peut être soumis à différents régimes de fonctionnement donc à plusieurs séquences de chargement (figure 1-38) :

- chargement périodique d'amplitude constante (figure 1-38a),
- chargement par bloc ; le signal est constitué de plusieurs blocs d'amplitude constante (figure 1-38b),
- chargement dit aléatoire ou à amplitude variable qui se rapproche le plus du signal rencontré par les pièces en service (figure 1-38c).

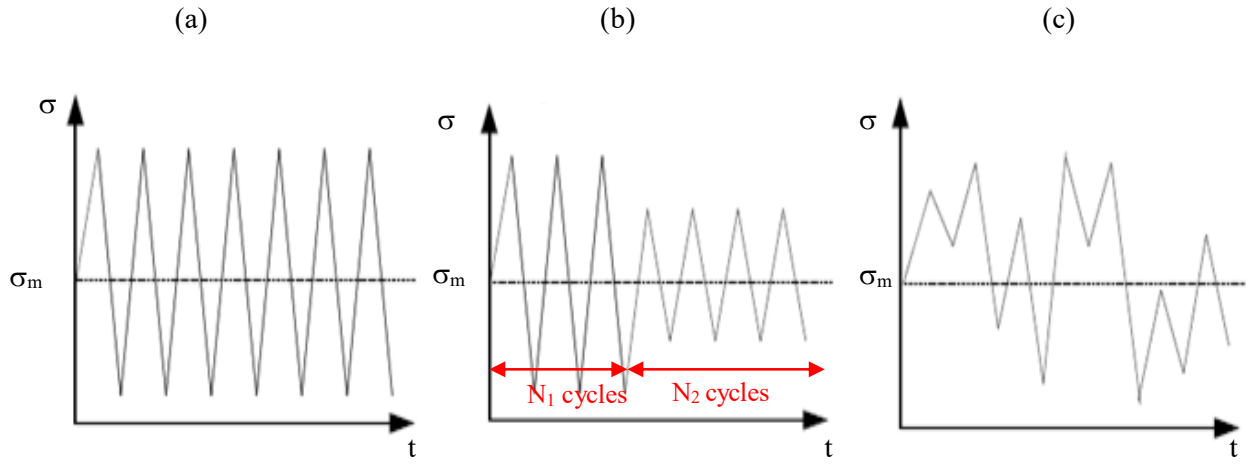


Figure 1-38 : *Types de séquences rencontrées en fatigue uniaxiale a) Signal à amplitude constante, b) Signal à deux blocs de chargement, c) Signal à amplitude variable*

Ces chargements engendrent un endommagement par fatigue de la structure ou de la pièce sollicitée. Une loi de cumul du dommage est un modèle permettant d'estimer la durée de vie par le niveau d'endommagement en fatigue atteint après application du chargement. Lorsque la séquence de chargement se compose de cycles d'amplitudes et de valeurs moyennes différentes, il est nécessaire de quantifier le dommage total du matériau produit par ces différents cycles de chargement. Pour cela, une fonction de dommage D, définie par une loi de cumul de dommage, est utilisée.

Le dommage varie en fonction du nombre de cycles du chargement rencontré. La figure 1-39 illustre cette évolution de l'endommagement en fonction de la fraction de durée de vie en fatigue. On remarque trois processus possibles :

- le processus A où l'évolution du dommage augmente de façon proportionnelle au nombre de cycles de chargement appliqués ou à la fraction de vie,
- les processus B ou C, où l'évolution du dommage augmente de façon non linéaire.

En fatigue polycyclique (ou fatigue à grand nombre de cycles), le cumul de dommage opère suivant le processus B pour la plupart des matériaux métalliques. Dans le cas de la fatigue oligocyclique (faible nombre de cycles), le dommage suit plutôt le processus C.

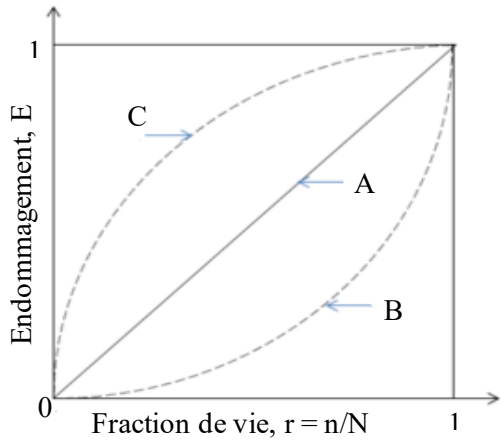


Figure 1-39 : *Représentation de l'évolution de l'endommagement par fatigue en fonction de la fraction de vie pour un chargement à amplitude constante*

Le cumul de dommage est plus complexe pour un chargement à amplitude variable [26]. La figure 1-40 présente le chargement le plus simple qui comporte deux niveaux de contrainte σ_H et σ_B (contraintes de niveau Haut et Bas respectivement), telle que $\sigma_H > \sigma_B$. Cette figure montre que :

- si on applique une contrainte de bas niveau σ_B suivie d'une autre de haut niveau σ_H, la fraction de vie totale, $\mathbf{\Sigma}r = r_{AC} + r_{BD}$, sera supérieure à l'unité,
- si on applique une contrainte de haut niveau suivi d'une autre de bas niveau, la fraction de vie totale, $\mathbf{\Sigma}r = r_{AB} + r_{CD}$, sera inférieure à l'unité.

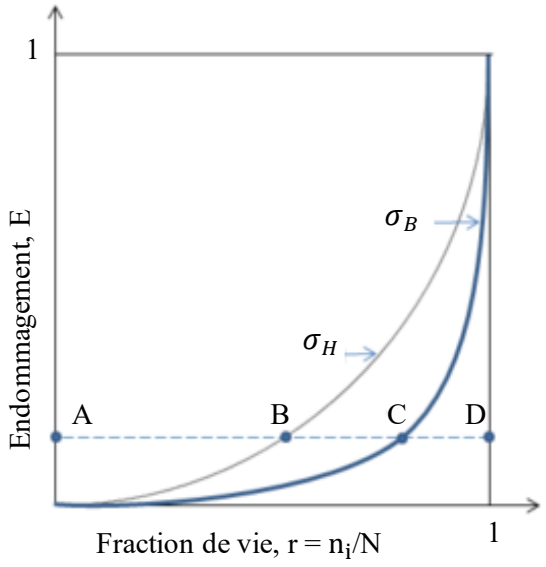


Figure 1-40 : *Evolution de l'endommagement par fatigue sous un chargement à deux niveaux de contrainte (d'après [26] et [31])*

Cet effet est souvent nommé effet de séquence de chargement.

De nombreuses lois de cumul du dommage existent dans la littérature. Certaines de ces lois sont linéaires, c'est le cas de la loi de Miner, d'autres, comme celle proposée conjointement par Lemaitre et Chaboche dans la référence [32], sont non linéaires. La majorité des lois de cumul du dommage ont été présentées par Fatemi et al. [31] puis par Shen [26]. Ces lois de cumul du dommage dont certaines sont listées dans le tableau 1-5 ont été développées après la proposition de la règle du cumul linéaire faite par Palmgren en 1924.

Tableau 1-5 : *Lois de cumul du dommage*

Loi de cumul du dommage	Année	Type
Miner	1945	linéaire
Marco-Starkey	1954	
Henry	1955	
Corten-Dolan	1956	
Gatts	1961	
Marin	1962	
Bui-Quoc	1971	
Subramanyan	1976	
Hashin-Rotem	1978	
Manson-Halford	1981	
Hwang-Han	1986	
Shanley	1952	non-linéaire
Grover	1960	
Manson	1965	
Miller-Zachariah	1977	
Chaboche	1974	
Lemaitre-Plumtree	1979	
Golos-Ellyin	1987	
Shang	1999, 2006	

Aucune de ces lois de cumul du dommage n'est universelle c'est-à-dire ne permet de traduire correctement tous les cas qui peuvent être à analyser en fatigue. Néanmoins la loi basée sur le cumul linéaire de Palmgren proposée par Miner en 1945 pour calculer la durée de vie des pièces d'avion en aluminium soumises à la fatigue polycyclique [26] est la plus répandue au vu de sa simplicité d'utilisation et de la validité des résultats qu'elle fournit. Cette loi de cumul linéaire du dommage se présente comme suit : pour un cycle quelconque, de valeur moyenne σ_{mi} et d'amplitude σ_{ai}, une modélisation du diagramme de Haigh et de la courbe S-N permet d'obtenir la durée de vie N_i du matériau pour ce cycle. La loi de Miner attribue le dommage $d_i = \frac{1}{N_i}$ au matériau soumis au cycle dont la durée de vie du matériau est de N_i cycles. Si on considère n_i cycles identiques appliqués au matériau, le dommage correspondant selon la loi de Miner est : $D = \frac{n_i}{N_i}$. Le dommage D est un paramètre adimensionnel, de valeur comprise entre 0 et 1 [29], défini et utilisé pour rendre compte de l'état d'avancement de l'endommagement conduisant à l'apparition d'une fissure au sein du matériau :

- D = 0 lorsque le matériau est vierge de tout endommagement,
- D = 1 lorsqu'il y a amorçage d'une fissure.

Pour une séquence d'amplitude variable, le dommage total du matériau correspondant à l'ensemble de la séquence est : $d_{seq} = \sum_i d_i = \sum_i \frac{n_i}{N_i}$. La durée de vie du matériau s'exprime alors en nombre de séquences par la relation : $N = \frac{1}{d_{seq}}$.

Cette méthodologie classique de calcul de durée de vie en fatigue uniaxiale pourrait être utilisée pour le dimensionnement d'un boulon d'assemblage. Il existe cependant des normes ou recommandations qui proposent des méthodologies relativement simples pour réaliser le calcul de durée de vie en fatigue uniaxiale. Deux de ces méthodes sont particulièrement utilisées pour la vérification de la tenue en fatigue des boulons. Il s'agit de la méthode proposée par la recommandation VDI 2230 (en Mécanique) et celle de l'Eurocode 3 (en Génie Civil).

I.3.2.4. Dimensionnement (en fatigue uniaxiale) selon la recommandation VDI 2230

La recommandation allemande VDI a été mise en place spécialement pour le calcul des assemblages boulonnés utilisés dans le domaine du génie mécanique [33]. La recommandation préconise de calculer la contrainte axiale alternée dans le boulon et de la comparer à une valeur de référence pour un rapport $\frac{\sigma_m}{R_{p0,2}}$ compris entre 0,3 et 1, où σ_m est la contrainte moyenne et $R_{p0,2}$ la limite conventionnelle d'élasticité à 0,2 % de déformation plastique.

Pour les vis "standards" ou vis à filets roulés avant traitement thermique (vis RT), la contrainte admissible $\sigma_{a\,(RT)}$ est donnée par l'équation 1-7 à 2.10^6 cycles.

$$\sigma_{a\,(RT)} = 0{,}85.\left(\frac{150}{d} + 45\right) \qquad (1\text{-}7)$$

où d est le diamètre nominal, exprimé en mm, de la tige du boulon.

- lorsque le nombre N de cycles est supérieur à 2.10^6 cycles, la durée de vie est considérée comme infinie,
- lorsque le nombre de cycles est inférieur à 2.10^6 cycles, et supérieur à 10^4 cycles, on peut, par approximation de la courbe S-N, obtenir la contrainte admissible à N cycles suivant la relation 1-8 :

$$\sigma_{aN(RT)}\,(N) = \sigma_{a\,(RT)} \cdot \left(\frac{N_D}{N}\right)^{\frac{1}{3}} \qquad (1\text{-}8)$$

où N_D est le nombre de cycles pour lequel la courbe S-N atteint son minimum (limite d'endurance).

Cette dernière expression doit être utilisée avec prudence car le résultat qui en découle est tributaire du choix de la valeur de N_D. Au demeurant, on choisit souvent N_D égal à 2.10^6 cycles.

Pour les vis spéciales où le filet est roulé après traitement thermique (vis TR), on obtient une résistance à la fatigue plus élevée du fait des contraintes résiduelles de compression en surface du fond de filet de la vis. La résistance à la fatigue à 2.10^6 cycles est en ce cas donnée par l'équation 1-9.

$$\sigma_{a(TR)} = \left(2 - \frac{\sigma_m}{R_{p0.2}}\right) . \sigma_{a(RT)} \qquad (1\text{-}9)$$

Lorsque 10^4 cycles $\leq$ N $\leq$ 2.10^6 cycles, la contrainte alternée admissible $\sigma_{aN}(N)$ est définie par :

$$\sigma_{aN(TR)}(N) = \sigma_{a(TR)} . \left(\frac{N_D}{N}\right)^{\frac{1}{6}} \qquad (1\text{-}10)$$

Les équations établies dans ce paragraphe sont applicables pour les boulons de classes de qualité 8.8, 10.9 et 12.9 tout simplement parce que ce sont les seuls à être autorisés pour les assemblages par boulons précontraints. En pratique, pour ces classes de boulons roulés à froid et traités thermiquement, une amplitude de contrainte dynamique de 50 MPa est considérée en première approximation, comme valeur à ne pas dépasser.

I.3.2.5. Dimensionnement (en fatigue uniaxiale) selon l'Eurocode 3

Dans le domaine du Génie Civil, la partie 1-9 de l'Eurocode 3 traite du dimensionnement en fatigue des structures en acier. Les principes de vérification à la fatigue sont basés sur l'emploi combiné de 4 notions [29] :

- les étendues de contrainte des cycles,
- les courbes de résistance à la fatigue (courbes S-N),
- la classification des assemblages,
- le cumul d'endommagement par fatigue.

La clause 3 de la norme NF EN 1993-1-9 donne les principes de vérification à la fatigue. Elle propose deux méthodes pour faire cette vérification, en fonction de la faisabilité (des points de vue technique et économique) des inspections de fatigue. Il s'agit de la méthode de prévision de durée de vie sûre et de la méthode de tolérance aux dommages. En France, c'est la méthode de prévision de durée de vie sûre qui est privilégiée, voire obligatoire, notamment pour les ponts, les pylônes et les mâts [29]. La résistance à la fatigue pour une contrainte normale est donnée à l'aide de plusieurs courbes S-N linéaires par morceaux, constituées d'une multitude de couples $(\Delta\sigma_R, N_R)$ où :

- $\Delta\sigma_R$ est la résistance à la fatigue ,
- N_R est l'endurance correspondante (exprimée en nombre de cycles).

Certains essais mettent en évidence l'existence d'une limite de fatigue sous amplitude constante à 5 millions de cycles, désignée $\Delta\sigma_D$. Il faut noter que cette limite n'existe plus avec des amplitudes variables dès lors que certains cycles se situent au-dessus de cette valeur.

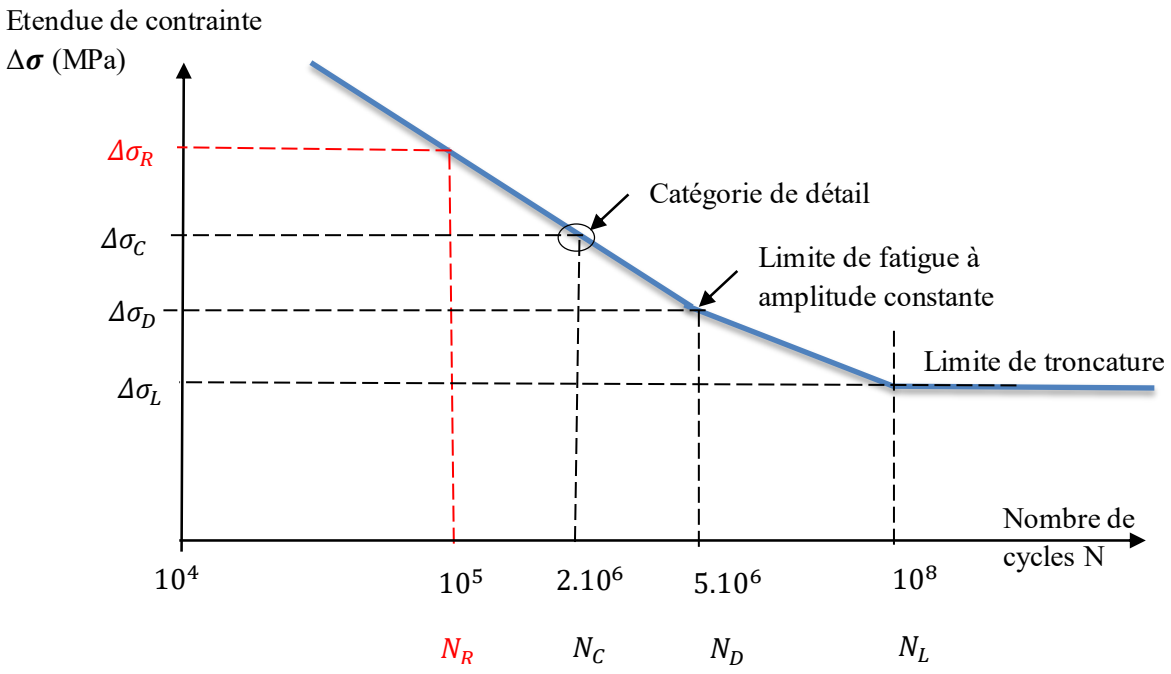


Figure 1-41 : *Courbe S-N préconisée par l'Eurocode 3, partie 1-9 [34]*

L'interprétation des essais permet de définir un seuil d'endurance de 100 millions de cycles (figure 1-41). Pour des étendues de contrainte inférieures à la valeur de la résistance correspondante $\Delta\sigma_L$, la courbe est tronquée car le dommage créé est estimé comme étant non perceptible. L'Eurocode définit une série de courbes S-N (figure 1-42). Chaque courbe du faisceau correspond à une catégorie de détails constructifs typiques $\Delta\sigma_C$ (en MPa). $\Delta\sigma_C$ est la résistance à la fatigue à 2 millions de cycles, durée de vie conventionnellement choisie. Cette résistance est le point de référence qui caractérise la courbe. Elle varie de 36 à 160 MPa pour le faisceau de courbes S-N proposées (figure 1-42).

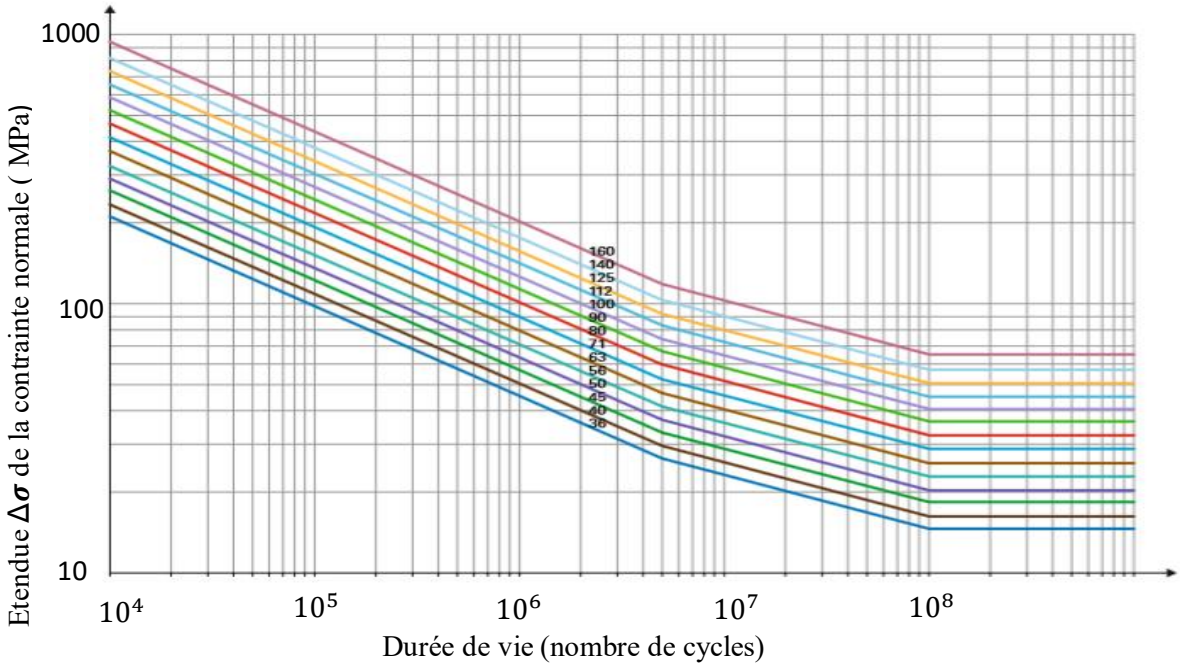


Figure 1-42 : *Courbes S-N des différentes catégories de détails selon l'Eurocode 3, partie 1-9*

Pour ce qui nous concerne, c'est la catégorie de détail 50 (tableau 1-7), correspondant aux éléments filetés soumis à une force de traction qui est utilisée pour l'analyse en fatigue selon l'Eurocode. Les expressions analytiques de ces courbes S-N sont données dans le tableau 1-6.

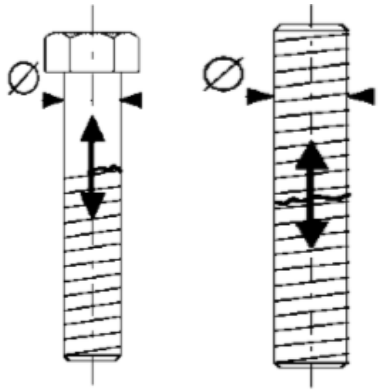
Tableau 1-6 : *Expressions analytiques de la résistance à la fatigue des courbes S-N d'après l'Eurocode 3*

Relations $\Delta\sigma_R = f(N_R)$	Limite de fatigue, $\Delta\sigma_D$	Limite de troncature, $\Delta\sigma_L$
$\Delta\sigma_R{}^3 N_R = \Delta\sigma_c{}^3 2.10^6$ pour $N \leq 5.10^6$ $\Delta\sigma_R{}^5 N_R = \Delta\sigma_c{}^5 5.10^6$ pour $5.10^6 \leq N \leq 10^8$ $\Delta\sigma_R = \Delta\sigma_L$ pour $N \geq 10^8$	$0{,}740\ \Delta\sigma_C$	$0{,}405\ \Delta\sigma_C$

Pour les contraintes de cisaillement, la courbe S-N est caractérisée par deux éléments, définis comme pour les contraintes normales ([29], [34]) par sa catégorie de détail $\Delta\tau_C$ et sa limite de troncature $\Delta\tau_L$.

Selon la partie 1-9 de l'Eurocode 3, le nombre de catégories de détail pour les contraintes de cisaillement n'est que de deux (80 MPa et 100 MPa).

Tableau 1-7 : *Description de la catégorie de détail 50 et indications pour le calcul de la durée de vie en fatigue uniaxiale [34]*

Catégorie de détail	Détail constructif	Description	Exigences
50		Boulon et tige en traction avec filets roulés ou usinés. Pour des diamètres importants (tige d'ancrage), l'effet de dimension doit être pris en compte avec k_s	$\Delta\sigma$ est à calculer par rapport à la section de la partie non filetée du boulon. La flexion et la traction provenant de l'effet de levier et les contraintes de flexion provenant d'autres effets doivent être prises en compte. Pour les boulons précontraints, la réduction de l'étendue de contrainte peut être prise en compte.

L'influence de la contrainte moyenne sur la résistance à la fatigue n'est pas considérée par l'Eurocode 3, et cette norme prévoit de prendre en compte l'influence du diamètre du boulon uniquement lorsque celui-ci est supérieur à 30 mm (d > 30 mm). Dans ces conditions, le facteur de réduction de la résistance à la fatigue k_s est calculé suivant:

$$k_s = \left(\frac{30}{d}\right)^{0,25} \qquad (1\text{-}11)$$

La résistance à la fatigue devient alors, à 2.10^6 cycles :

$$\Delta\sigma_{C,red} = k_s \Delta\sigma_C \qquad (1\text{-}12)$$

où $\Delta\sigma_{C,red}$ est la valeur de référence réduite de la résistance à la fatigue

En réalité, les états de contraintes dans les pièces, en particulier dans le boulon, sont loin d'être uniaxiaux. En effet, dans les zones de concentration de contrainte (jonction tête-fût et premier filet en prise avec l'écrou), nous sommes en présence d'états de contraintes multiaxiaux. Un dimensionnement ou une vérification réaliste des pièces soumises à des états de contraintes multiaxiaux devrait tenir compte du caractère multiaxial des états de contrainte dans la pièce. Pour cela, les critères de fatigue multiaxiaux sont les outils habituels pour analyser le comportement en fatigue pour n'importe quel état de contrainte périodique à condition toutefois de disposer d'une bonne estimation des états de contrainte rencontrés et des courbes S-N réelles du matériau. En fatigue multiaxiale, le dimensionnement est plus complexe qu'en fatigue uniaxiale car on doit prendre en compte toutes les composantes de la matrice des contraintes.

I.3.3. Fatigue sous sollicitation multiaxiale

Etablir le comportement en fatigue sous sollicitation multiaxiale d'une pièce ou d'une partie de cette pièce consiste à réaliser son analyse en fatigue, c'est à dire à déterminer l'endommagement et la durée de vie du matériau en tout point de la structure soumis à un cycle multiaxial de contrainte. Pour ce faire les critères de fatigue multiaxiaux sont utilisés pour prendre en compte

cette triaxialité des états de contrainte. En effet, les critères de fatigue sont des outils adaptés pour l'évaluation de la résistance en fatigue du matériau soumis à un état de contrainte périodique. Le paragraphe suivant tente de décrire ce qu'est un critère de fatigue.

I.3.3.1. Critères de fatigue multiaxiaux

Un critère de fatigue met en relation des grandeurs issues du cycle multiaxial de contrainte $[\sigma_{ij}(t)]_T$ définies sur la période T et des limites d'endurance suivant plusieurs modes de sollicitations simples (traction alternée symétrique σ_{-1}, traction répétée σ_0, torsion alternée symétrique τ_{-1},….). Un critère de fatigue peut ainsi être représenté à l'aide d'une fonction de fatigue dans laquelle interviennent le cycle multiaxial de contraintes et plusieurs limites d'endurance ou limites de fatigue du matériau. Cette fonction de fatigue est conçue pour être égale à l'unité lorsque la limite d'endurance ou la limite de fatigue du matériau est atteinte.

$$E\left([\sigma_{ij}(t)], \sigma_{-1}, f_{-1}, \sigma_0, f_0, \tau_{-1}\ldots\right) = 1 \qquad (1\text{-}13)$$

Il est possible d'établir une analogie de principe entre le rôle d'un critère de résistance (tel que celui de Von Mises par exemple) et celui d'un critère de fatigue. Un critère de résistance permet de situer un état de contrainte multiaxial par rapport à la limite d'élasticité du matériau, un critère de fatigue permet quant à lui de situer un cycle multiaxial de contraintes par rapport à la limite de fatigue à N cycles du matériau (figure 1-43).

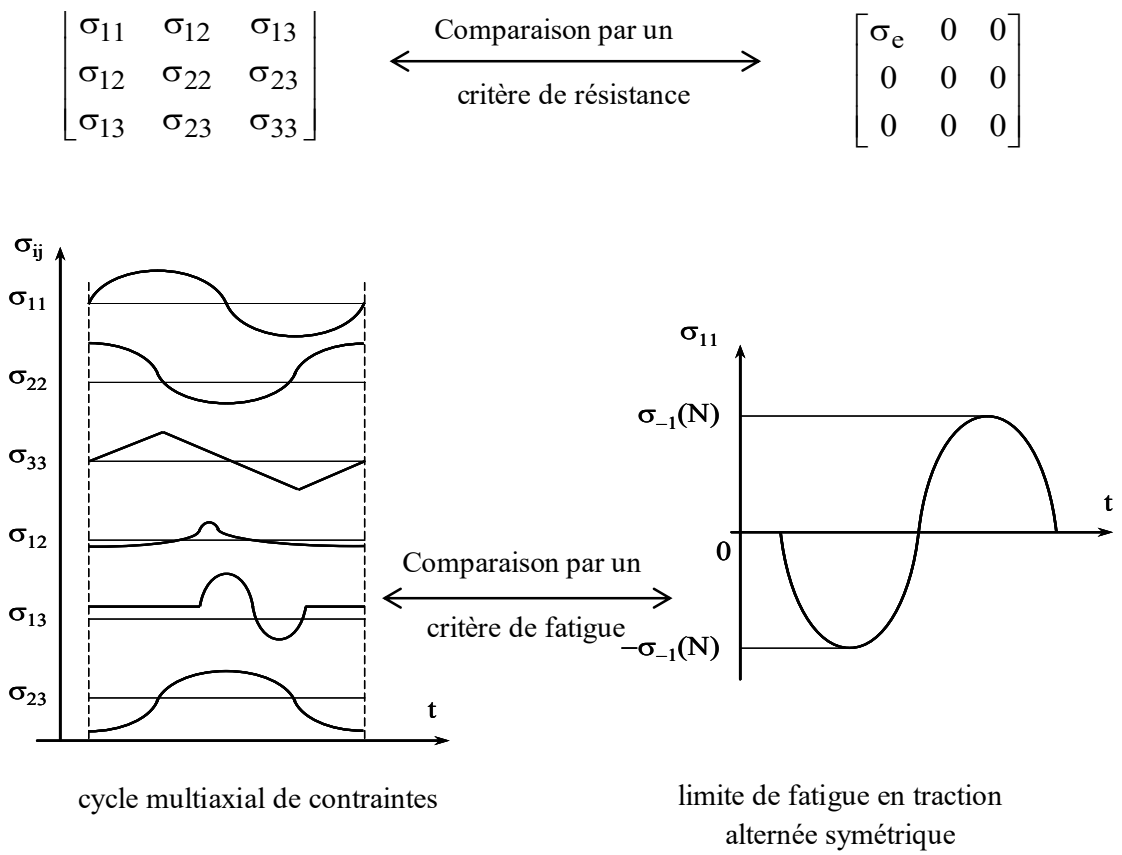


Figure 1-43 : *Analogie de principe entre un critère de résistance et un critère multiaxial de fatigue*

Un critère de fatigue permet de situer tout cycle de contraintes par rapport à la limite d'endurance du matériau (ou par rapport à sa limite de fatigue à N cycles). Il détermine un cycle uniaxial équivalent à un cycle multiaxial en termes de durée de vie. La plupart des critères de fatigue utilisent des grandeurs relatives à un plan matériel telles que les contraintes normale et tangentielle ou encore des invariants du tenseur des contraintes ou du tenseur déviateur des contraintes. Un critère de fatigue traduit par la valeur de sa fonction de fatigue E, le caractère plus ou moins endommageant du cycle de contraintes appliqué. Pour un cycle multiaxial donné, si la fonction de fatigue est inférieure à l'unité ($E < 1$), le critère prévoit l'amorçage d'une fissure au-delà du nombre N de cycles définissant l'endurance ou la limite de fatigue du matériau. Si la fonction de fatigue est supérieure à l'unité ($E > 1$), le critère prévoit au contraire l'apparition d'une fissure avant l'application des N cycles correspondant au seuil d'endurance ou à la limite de fatigue. Enfin, et par définition, lorsque la fonction de fatigue est égale à l'unité, la durée de vie du matériau soumis au cycle multiaxial considéré coïncide avec la durée de vie du matériau correspondant aux limites d'endurance ou aux limites de fatigue utilisées pour le calcul de E.

I.3.3.2. Types de critères de fatigue multiaxiaux

Dans la littérature, de nombreux critères de fatigue multiaxiaux ont été proposés et présentés. En fonction des hypothèses et des méthodes utilisées, nous pouvons distinguer trois familles de critères [35].

La première famille, dite empirique, regroupe les critères dont le formalisme est issu de résultats expérimentaux obtenus pour un type de sollicitations multiaxiales et un matériau donnés.

La deuxième famille porte le nom d'approche globale. Elle réunit entre autres les critères où interviennent des invariants du tenseur des contraintes ou de son déviateur. Ces quantités représentant l'ensemble des contraintes sous un scalaire confèrent aux critères qui les mettent en œuvre un caractère global. Certains critères définissent des grandeurs liées à l'ensemble des plans physiques possibles passant par le point où l'étude en fatigue est conduite pour ensuite en faire une moyenne, quadratique en général. Cette dernière assure ainsi aux critères basés sur ce principe un aspect global. Une dernière sous-catégorie peut être citée. Il s'agit des formalismes basés sur des énergies.

La troisième famille relève de l'approche dite plan critique. Elle rassemble les critères dont le formalisme est basé sur la recherche d'un plan physique critique. L'endommagement du matériau en fatigue, au point où sont connues les contraintes, est lié à leur action sur le plan en question. Ces critères utilisent souvent une combinaison des contraintes normales et de cisaillement sur le plan considéré.

Parmi ces trois familles de critères, des sous-groupes différencient les formalismes des critères. On distingue les critères macroscopiques faisant intervenir des contraintes évaluées à l'échelle macroscopique. Le choix des termes de contraintes intervenant dans la définition de tel ou tel critère est justifié par leur auteur. D'autres critères sont basés sur le comportement de la matière à l'échelle microscopique. Ils sont dits microscopiques bien que leur formalisme final utilise des grandeurs macroscopiques. D'autres classifications des critères de fatigue existent dans la

littérature [36], [37], [38]. Papadopoulos par exemple a, comme Weber, distingué trois catégories de critère :

- les critères de type plan critique,
- les critères basés sur les invariants du tenseur des contraintes : les ingrédients de ces critères sont la contrainte ou pression hydrostatique et le second invariant du tenseur des contraintes.
- les critères de type intégral : ces critères sont basés sur les moyennes des contraintes (normales et/ou tangentielles) sur l'ensemble des plans matériels possibles. Ces quantités moyennes sont décrites à travers une double intégration s'étendant sur les deux angles ɣ et φ définissant le vecteur unitaire h normal à un plan (figure 1-46).

La figure 1-44 récapitule l'ensemble des types de critères multiaxiaux de fatigue répertoriés dans la littérature selon Papadopoulos [38] avec des exemples de critère pour chaque approche.

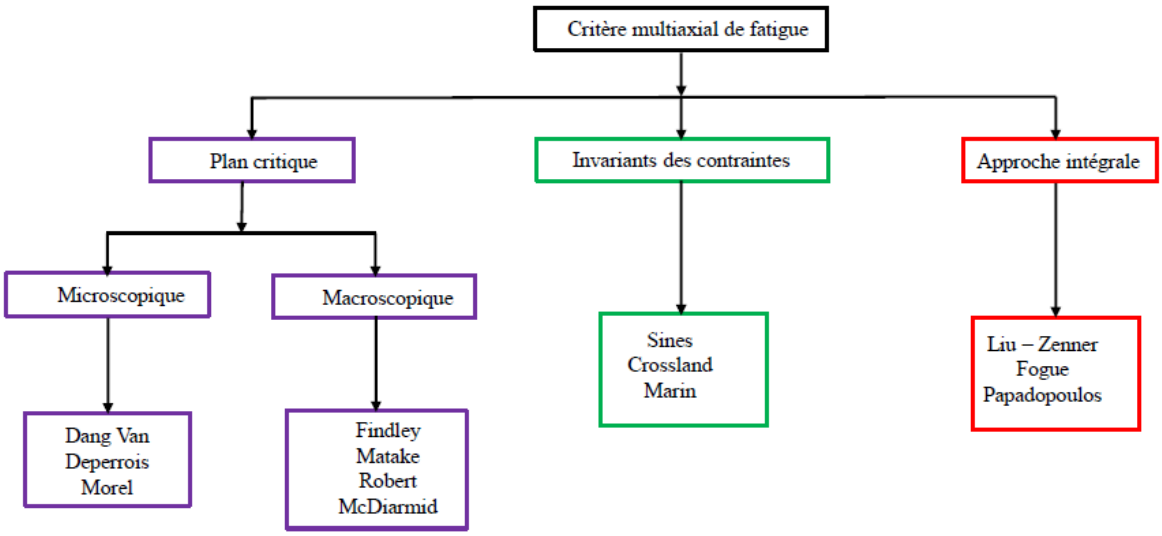


Figure 1-44 : *Classification des critères multiaxiaux de fatigue*

De tous ces critères de fatigue, celui de Dang Van est un critère d'approche plan critique très utilisé en France et celui d'approche intégrale de Zenner est très utilisé en Allemagne. Ils sont retenus dans le cadre de cette étude sur la base des travaux de Weber [35] et de Ngarmaïm [39]. Le formalisme de ces deux critères est détaillé ci-dessous ainsi que leur confrontation sur la base de la banque de données des essais multiaxiaux.

I.3.3.3. Formalisme du critère d'approche plan critique de Dang Van

Les critères basés sur l'approche plan critique posent le principe de l'existence d'un plan physique où le dommage par fatigue est maximum et supérieur ou égal à celui de tout autre plan matériel ; ils considèrent que ce seul plan critique gouverne le comportement en fatigue du matériau. Le critère permet donc en pratique de rechercher ce plan et de déterminer son endommagement propre. Le critère de Dang Van, dans sa version de 1973, est le premier critère de fatigue à avoir été introduit dans l'industrie française, chez PSA. Justifié à l'origine par des

considérations établies à l'échelle microscopique, le critère utilise des grandeurs macroscopiques des contraintes qui sont la partie alternée du cisaillement τ_{ha} et la pression hydrostatique p [40], [41], [42]. La fonction de fatigue est une maximisation d'un indicateur d'endommagement par plan E_h défini par :

$$E_h = \underset{t}{Max}\left\{\frac{\tau_{ha}(t) + \alpha.p(t)}{\theta}\right\} \qquad (1\text{-}14)$$

Avec $$p(t) = \frac{I_1(t)}{3} = \frac{\sigma_{11}(t) + \sigma_{22}(t) + \sigma_{33}(t)}{3}$$

$\tau_{ha}(t)$ est la contrainte tangentielle alternée qui agit sur le plan de normale h à l'instant t et est déterminée à l'aide du plus petit cercle circonscrit au trajet de chargement (figure 1-45) [43].

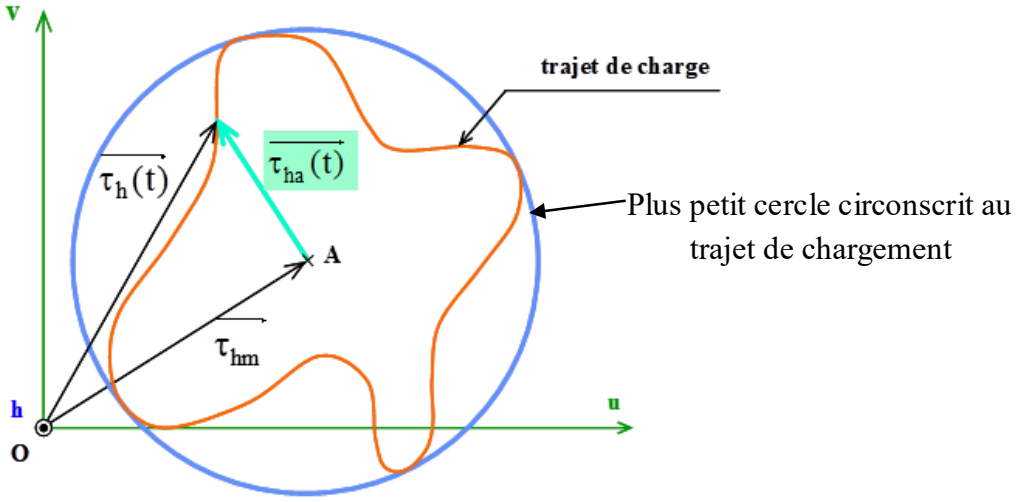


Figure 1-45 : *Définition des différents termes relatifs à la contrainte tangentielle $\tau_h(t)$ sur le plan de normale h*

Le plan où E_h est maximal est appelé plan critique. C'est ce plan qui permet au critère de traduire la sévérité du chargement multiaxial rencontré. Ainsi, la fonction de fatigue du critère s'écrit :

$$E_{DV} = \underset{h}{Max}(E_h) \qquad (1\text{-}15)$$

Par définition, la fonction de fatigue du critère est égale à l'unité lorsque la limite de fatigue du matériau est atteinte, en particulier pour les cycles correspondant aux limites de fatigue en traction alternée symétrique σ_{-1} et en torsion alternée symétrique τ_{-1}. Ces limites de fatigue servent au calage du critère (voir Annexe A), c'est-à-dire à la détermination des paramètres α et θ exprimés par:

$$\begin{cases} \alpha = 3\left(\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \frac{1}{2}\right) \\ \theta = \tau_{-1} \end{cases}$$

La condition de validité du critère de Dang Van s'écrit $\alpha > 0$, soit $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} > \frac{1}{2}$.

La démarche du plan critique apparait logique quand l'hypothèse de départ qui admet l'unicité du plan d'amorçage est vérifiée [44]. Cependant, dans le cas de contraintes non proportionnelles

(par exemple avec un déphasage entre les composantes alternées des contraintes), les sollicitations appliquées à la pièce ou à la structure font qu'il existe parfois plusieurs plans également critiques au sens du critère. Ceci montre que les critères de type plan critique ne sont pas toujours adaptés aux cycles de contraintes dont les directions principales varient dans le temps [45]. Il faudra alors avoir recours à une approche plus générale, prenant mieux en compte l'effet de la non proportionnalité des états de contraintes.

I.3.3.4. Formalisme du critère d'approche globale de Zenner

Les critères basés sur l'approche globale font intervenir des grandeurs telles que les invariants du tenseur de contraintes ou de son déviateur, ou réalisent une moyenne intégrale de quantités sur l'ensemble des plans matériels possibles passant par le point où est menée l'investigation en fatigue. Les quantités basées sur les invariants représentent les contraintes par un scalaire. Le premier invariant représente, à un facteur près, la moyenne de la contrainte normale sur tous les plans possibles et le deuxième invariant du tenseur déviateur est proportionnel à la moyenne quadratique des contraintes de cisaillement qui agissent sur tous les plans. Ces grandeurs relèvent ainsi d'une contribution de tous les plans matériels au dommage et confèrent aux critères qu'ils mettent en œuvre un caractère global. Le critère de Zenner définit un indicateur d'endommagement par plan E_h, homogène à un carré des contraintes. Il en fait ensuite une moyenne sur tous les plans matériels possibles ; la racine carrée de cette moyenne est la fonction de fatigue du critère [45], [46] ; elle est homogène à une contrainte.

$$E_h = a_{zn}\tau_{ha}^2\left(1 + m_{zn}\tau_{hm}^2\right) + b_{zn}\sigma_{hha}^2\left(1 + n_{zn}\sigma_{hhm}\right) \qquad (1\text{-}16)$$

La fonction de fatigue du critère est établie suivant :

$$E_{ZN} = \frac{1}{\sigma_{-1}}\sqrt{\frac{15}{2S}\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} E_h dS} \qquad (1\text{-}17)$$

Avec $S = 2\pi$ (surface d'une demi-sphère de rayon unité) et $dS = \sin\gamma\, d\gamma d\varphi$

Les coordonnées des vecteurs u, v et h (figure 1-46) s'expriment en fonction de φ et γ dans le repère global (1,2,3). Elles sont données dans l'annexe B, consacrée au calage du critère de Zenner. 4 constantes, notées ici a_{zn}, b_{zn}, m_{zn} et n_{zn}, sont établies à partir de 4 limites de fatigue en traction alternée symétrique σ_{-1}, en torsion alternée symétrique τ_{-1}, en traction répétée σ_0 et en torsion répétée τ_0. L'une d'entre elles (la torsion répétée τ_0) peut être estimée à partir des 3 autres limites de fatigue, à l'aide de la relation empirique proposée par Zenner et al. [46] :

$$\tau_0 = \frac{4\tau_{-1}}{\frac{2\sigma_{-1}}{\sigma_0} + 1} \qquad (1\text{-}18)$$

Le critère fait intervenir deux termes (τ_{ha} et τ_{hm}) relatifs aux contraintes tangentielles (figure 1-45) et deux autres relatifs aux contraintes normales (σ_{hha} et σ_{hhm}) agissant sur le plan de normale unitaire h [43] :

- τ_{ha} *et* τ_{hm} sont l'amplitude et la valeur moyenne de la contrainte tangentielle sur le plan de normale h et elles sont déterminées à l'aide du plus petit cercle circonscrit au trajet de chargement (figure 1-45),

- σ_{hha} et σ_{hhm} sont l'amplitude et la valeur moyenne de la contrainte normale agissant sur le plan de normale h (figure 1-47).

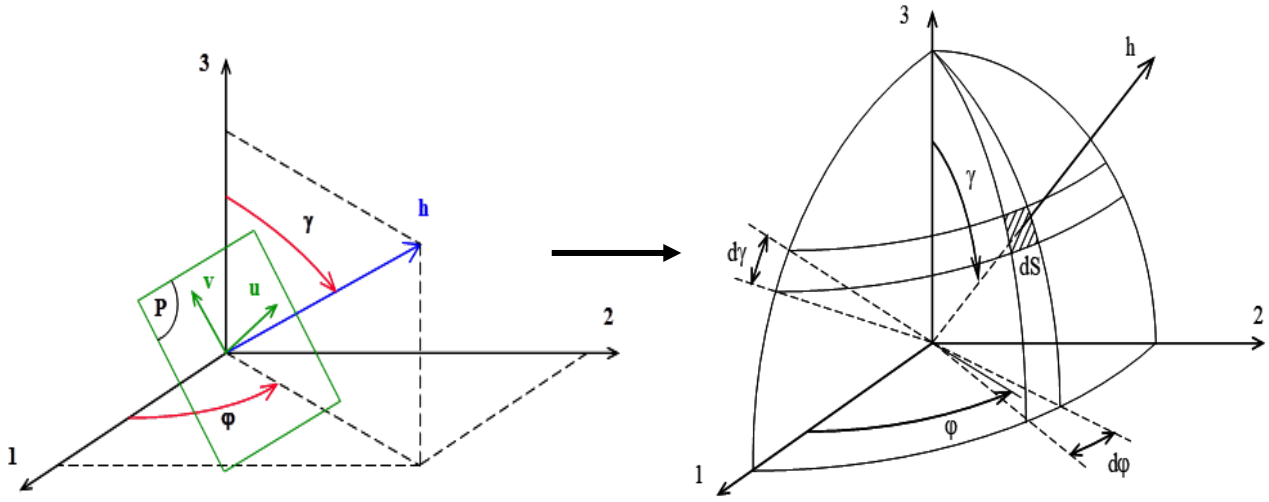


Figure 1-46 : *Concept mathématique de Simbürger pour explorer tous les plans matériels possibles*

Deux quantités issues de l'évolution de la contrainte normale $\sigma_{hh}(t)$ agissant sur le plan physique au cours du cycle peuvent être utilisées pour évaluer σ_{hha} et σ_{hhm} : la contrainte normale minimale σ_{hhmin} et la contrainte normale maximale σ_{hhmax} :

$$\sigma_{hha} = \frac{\sigma_{hhmax} - \sigma_{hhmin}}{2}$$

$$\sigma_{hhm} = \frac{\sigma_{hhmax} + \sigma_{hhmin}}{2}$$

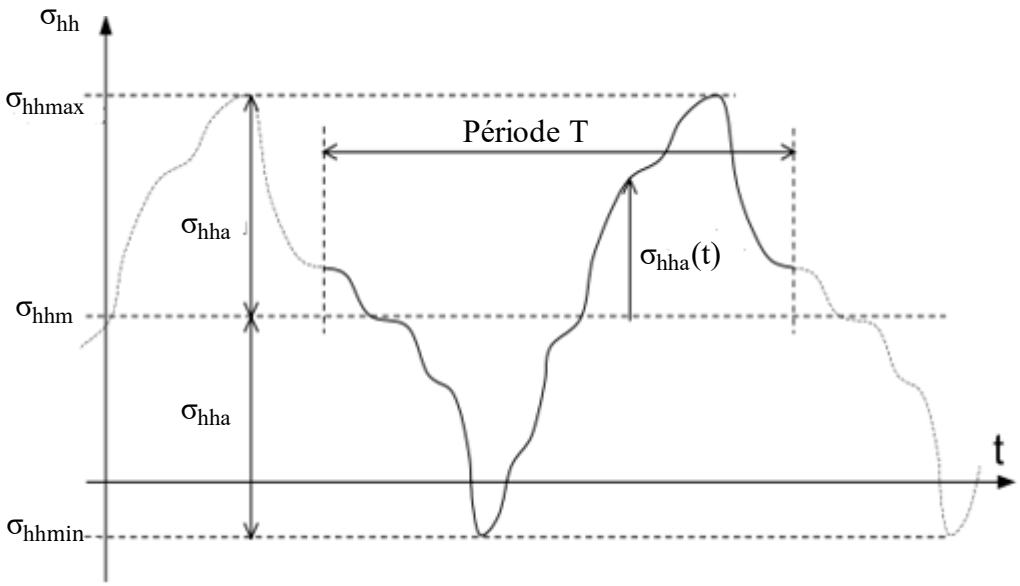


Figure 1-47 : *Définition des différents termes liés à la contrainte normale $\sigma_{hh}(t)$*

Les expressions des constantes obtenues par le calage du critère de Zenner sur les 4 limites de fatigue sont les suivantes :

$$\begin{cases} a_{zn} = \frac{1}{5}[3\left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 - 4] \\ b_{zn} = \frac{1}{5}[6 - 2\left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2] \\ a_{zn}*m_{zn} = \dfrac{(\sigma_{-1})^2 - \left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 * \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2}{\frac{12}{7}\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4} \\ b_{zn}*n_{zn} = \dfrac{(\sigma_{-1})^2 - \left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 - \frac{4}{21}a_{zn}*m_{zn}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4}{\frac{15}{14}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^3} \end{cases} \quad (1\text{-}19)$$

De l'analyse du formalisme des critères d'approches plan critique et intégrale une interrogation s'impose naturellement : existe-t-il des critères prenant en compte correctement tous les cas possibles de chargement ? Autrement dit, existe-t-il des critères donnant des estimations justes en termes de fonction de fatigue E dans toutes les configurations de chargement rencontrées par une structure en service ?

Pour essayer d'élucider cette question, nous allons, en nous inspirant des travaux de Weber [35], confronter les fonctions de fatigue des critères de Dang Van (approche plan critique) et de Zenner (approche intégrale) à la banque de données des essais de fatigue multiaxiaux.

I.3.3.2. Confrontation des critères de Dang Van et de Zenner avec la banque de données des essais multiaxiaux de fatigue

I.3.3.5.1. Présentation de la banque de données des essais multiaxiaux

La banque de données des essais multiaxiaux regroupe un grand nombre d'essais de fatigue multiaxiaux (233 essais au total) menés généralement à une durée de vie qui s'apparente au seuil de l'endurance illimitée. Les essais sont tirés de la littérature, les plus anciens datent de 1945 et les plus récents de 1992. Ils mettent en évidence les influences des déphasages, des contraintes moyennes, de la biaxialité ou de la triaxialité des états de contraintes. Ces essais ont été regroupés par séries et, pour chaque série, sont indiqués le nombre des essais, le(s) auteur(s), l'année de publication des résultats d'essais, le type de sollicitation et le matériau testé. Le tableau de l'annexe C récapitule les 17 séries d'essais constituant la banque de données. La description des cycles multiaxiaux, qui correspondent presque tous à des états de contraintes biaxiaux, est donnée par des fonctions sinusoïdales permettant d'introduire le déphasage le cas échéant. Chaque composante s'exprime par :

$$\sigma_{ij}(t) = \sigma_{ijm} + \sigma_{ija}\sin(\omega t - \phi_{ij}) \quad (1\text{-}20)$$

Où σ_{ijm} représente la valeur moyenne de la composante, σ_{ija} son amplitude, ϕ_{ij} son déphasage relatif (phase à l'instant initial t = 0) et ω sa pulsation. La description des cycles est réalisée

avec 72 points ou évènements successifs, correspondant donc à un pas incrémental de cinq degrés de l'argument de la fonction sinusoïdale.

I.3.3.5.2. Confrontation des critères de Dang Van et de Zenner

Les fonctions de fatigue obtenues pour l'ensemble des essais sont données dans l'annexe D ; elles permettent de juger de la pertinence de chaque critère. La précision ou justesse d'un critère se mesure à la différence entre la valeur de sa fonction de fatigue E et sa valeur théorique, l'unité (c'est la valeur de E pour un critère parfait, qui perçoit que la limite de fatigue est atteinte). Cette différence, appelée écart de validité, est notée ΔI :

$$\Delta I : E - 1$$

Plus ΔI est proche de zéro, plus le critère est précis. Lorsque ΔI est positif, le critère est considéré conservatif ; le critère est considéré non conservatif dans le cas contraire. La représentation graphique permet de juger de la validité des critères et de les comparer entre eux (figure 1-48). Elle donne le nombre d'essais en ordonnée en fonction de la classe d'appartenance de ΔI en abscisse. Les classes d'appartenance sont déterminées par un intervalle correspondant à l'écart ΔI en pourcentage (de –40 % à + 40 % par pas de 5 % avec une classe centrale de ± 2 %). Les résultats d'écart de validité sont donnés pour 232 essais (sur 233) de la banque de données des essais multiaxiaux. Un des essais conduit à un écart de validité hors de l'intervalle [–40% ; +40%], ceci pour les 2 critères de fatigue étudiés, il est écarté de l'étude.

La classe centrale de l'écart de validité [–2% ; +2%] contient le plus grand nombre d'essais, 45 pour le critère de Dang Van, 60 pour le critère de Zenner. La répartition des écarts selon le critère de Dang Van est plus étalée (plus dispersée) que celle obtenue avec le critère de Zenner, ce qui signifie une plus grande justesse du critère d'approche intégrale.

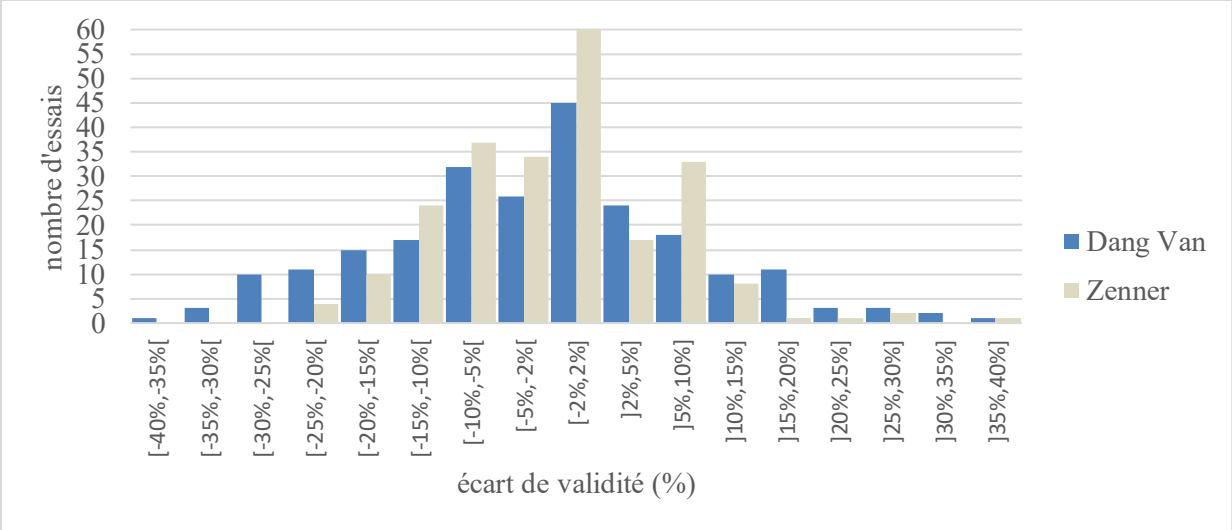


Figure 1-48 : *Résultats des écarts de validité obtenus avec les critères de Dang Van et de Zenner (232 essais sur 233 au total)*

La figure 1-49 traduit les tendances possibles observables de la répartition de l'écart de validité pour des critères de fatigue multiaxiaux pouvant être qualifiés de prévision fiable, ou incertaine ou non conservative (d'après [35]).

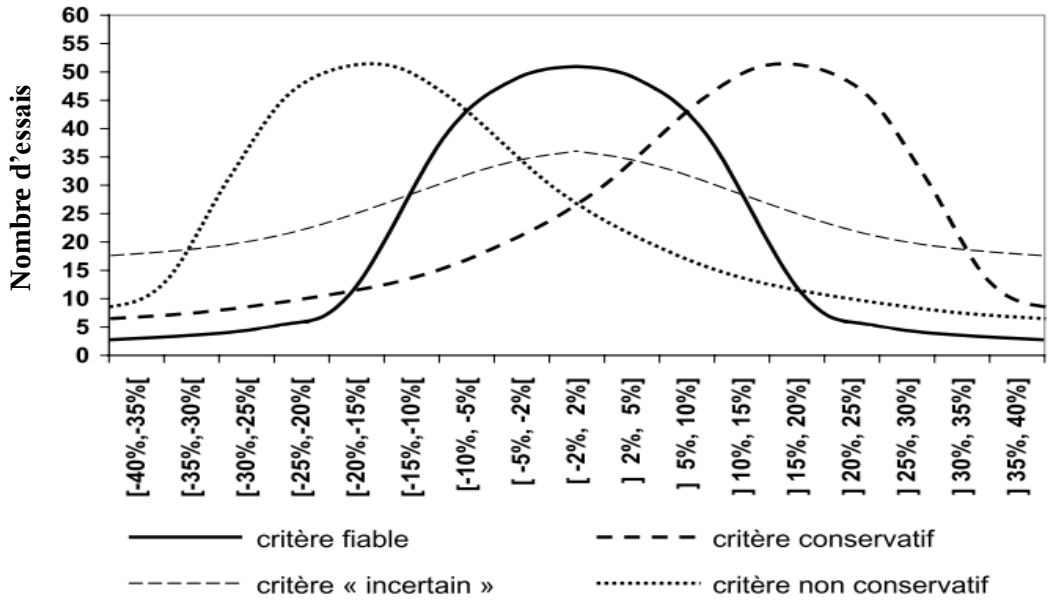


Figure 1-49 : *Allures possibles des résultats de validation des critères (distributions des écarts de validité) et leur interprétation [35]*

Les résultats obtenus montrent que la fonction de fatigue E obtenue avec le critère de Zenner peut être considérée comme juste pour près de 26 % des essais de la banque de données (tableau 1-8) alors qu'elle l'est pour 19,3% dans le cas du critère de Dang Van. De plus le critère de Dang Van est souvent plus conservatif que celui de Zenner.

Tableau 1-8 : *Récapitulatif des résultats obtenus sur la banque de données des essais multiaxiaux*

Critère	Nombre d'essais valides	Nombre d'essais dans l'intervalle [-40%,40%]	Nombre d'essais dans l'intervalle [-2%,2%] (justesse)	Nombre d'essais dans l'intervalle [-40%,-2%] (non conservatif)	Nombre d'essais dans l'intervalle [2%,40%] (conservatif)
Dang Van	233	232 (99,6 %)	45 (19,3 %)	115 (49,4 %)	72 (30,9 %)
Zenner	233	232 (99,6 %)	60 (25,8 %)	109 (46,8 %)	63 (27 %)

Les résultats sont plus dispersés avec le critère de Dang Van comparé à celui de Zenner comme en témoignent les écarts-types calculés (voir tableau 1-9). La valeur moyenne de la fonction de fatigue (endommagement) des 232 essais pour le critère de Zenner (0,9838) est plus proche de l'unité (valeur que donnerait un critère parfait) que celle de Dang Van (0,9708).

Tableau 1-9 : *Fonction de fatigue moyenne (endommagement)et écart-type calculés pour tous les essais puis seulement avec les essais avec déphasage de la banque de données des essais multiaxiaux*

	Essais globaux		Essais avec déphasage	
	DV	ZN	DV	ZN
E_{moyen}	0,9708	0,9838	0,9069	0,9659
Ecart-type	0,129	0,086	0,133	0,079

Dans le cas de chargements non proportionnels (déphasage des composantes du tenseur des contraintes), le critère de Dang Van (approche plan critique) ne conduit pas toujours à une estimation réaliste de la fonction de fatigue. Nous avons isolé les 88 essais de la banque de données des essais multiaxiaux avec déphasage afin de tracer les écarts de validité pour les deux critères (figure 1-50). Cette représentation permet de voir clairement l'influence du déphasage sur la justesse des critères notamment pour le critère de Dang Van. La classe [-2%, +2%] définie comme classe de validité dans l'étude globale des essais de la banque de données, regroupe toujours le plus grand nombre d'essais (avec déphasage) avec le critère de Zenner alors que tel n'est plus le cas pour le critère de Dang Van qui devient ainsi non conservatif. En effet seul 10,2% des 88 essais des résultats obtenus pour les essais avec déphasage sont considérés comme justes (tableau 1-10) selon le formalisme du critère de Dang Van contre 22,7% pour le critère de Zenner.

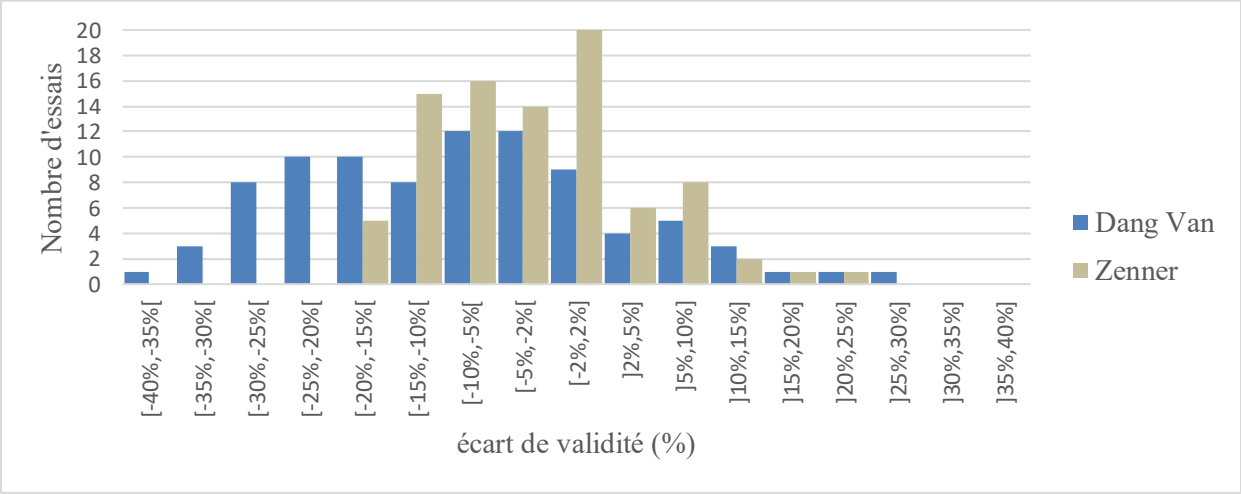


Figure 1-50 : *Résultats obtenus avec les critères de Dang Van et de Zenner pour les 88 essais avec déphasage de la banque de données des essais multiaxiaux*

Tableau 1-10 : *Récapitulatif des résultats obtenus pour les 88 essais avec déphasage*

Critère	Nombre d'essais valides avec déphasage	Nombre d'essais dans l'intervalle [-40%,40%]	Nombre d'essais dans l'intervalle [-2%,2%] (justesse)	Nombre d'essais dans l'intervalle [-40%,-2%] (non conservatif)	Nombre d'essais dans l'intervalle [2%,40%] (conservatif)
Dang Van	88	88 (100%)	9 (10,2 %)	64 (72,7 %)	15 (17 %)
Zenner	88	88 (100 %)	20 (22,7%)	50 (56,8%)	18 (20,5 %)

La valeur moyenne de la fonction de fatigue (endommagement) obtenue pour les 88 essais avec déphasage (tableau 1-10) est plus éloignée de l'unité pour le critère de Dang Van (0,9069) et son écart-type augmente (passant de 0,129 à 0,133) que pour le critère de Zenner où l'écart type diminue (passant de 0,086 à 0,079). L'analyse de tous les résultats établis grâce aux essais de la banque de données vient confirmer le fait que le critère de Zenner donne généralement une meilleure estimation de l'endommagement que celui de Dang Van surtout dans le cas de chargements non proportionnels.

Ainsi, les résultats obtenus avec la banque de données des essais multiaxiaux nous permettent d'avancer que les critères de Dang Van et de Zenner peuvent être considérés comme des critères satisfaisants sur la globalité des essais mais, en chargement non proportionnel, le critère de Dang Van ne peut pas être considéré comme le critère le plus performant. Le critère de Dang Van, de par sa simplicité et l'estimation acceptable de sa fonction de fatigue en chargement proportionnel, est très utilisé dans l'industrie surtout en France. A la lumière de cette analyse, la réponse aux interrogations faites à la fin du paragraphe I.3.3.4 est négative, il n'existe pas de critère parfait. Par contre, des deux critères étudiés, celui d'approche intégrale de Zenner semble donner de meilleurs résultats en règle générale que celui de Dang Van relevant de l'approche plan critique. De l'évaluation de la fonction de fatigue des critères, nous avons mis sur pied une démarche itérative permettant d'évaluer la durée de vie en fatigue (c'est-à-dire le nombre de cycles à l'apparition d'une fissure) au point analysé de la pièce mécanique.

I.4. Démarche de prévision de durée de vie en fatigue multiaxiale

Le cahier des charges qui concerne le dimensionnement en fatigue des structures peut se résumer de la façon suivante : il n'est pas seulement nécessaire de savoir aujourd'hui si une avarie de fatigue surviendra un jour ou ne se produira jamais, mais de déterminer quand elle apparaitra. De ce fait, on ne se contente plus de vérifier si une structure ou un composant mécanique travaille ou non au seuil de son endurance illimitée (E = 1). On calcule sa durée de vie, c'est-à-dire le nombre N de cycles qui peuvent être appliqués à l'amorçage d'une fissure. Ce calcul de durée de vie en fatigue est mené en utilisant une démarche itérative basée sur une extension de l'usage des critères de fatigue multiaxiaux au domaine de l'endurance limitée [35].

La durée de vie est recherchée dans le domaine de l'endurance limitée, lequel est défini généralement en termes de durée de vie par l'intervalle [N_0, N_D] allant du seuil supérieur du domaine de la fatigue oligocyclique N_0 au seuil de l'endurance illimitée N_D (figure 1-51).

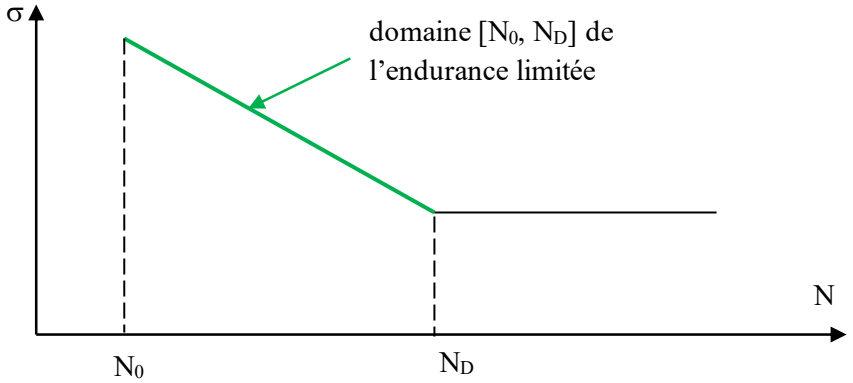


Figure 1-51 : *Domaine d'endurance limitée d'une courbe S-N classique*

La fonction de fatigue du critère utilisé est calculée tout d'abord au seuil de l'endurance illimitée (c'est-à-dire pour N= N_D). Elle est notée E_2. Si $E_2 < 1$, cela signifie que le cycle de contrainte analysé se situe en deçà de la limite d'endurance du matériau. Pratiquement, cela signifie que la durée de vie du matériau est considérée pour ce cycle comme supérieure. Dans le cas contraire ($E_2 > 1$), on note N_2 la valeur N_D et on effectue le calcul de la fonction de fatigue, notée E_1, pour

$N_1 = N_0$, c'est-à-dire pour la borne inférieure du domaine d'endurance limitée. Si $E_1 > 1$, le cycle rencontré relève du domaine oligocyclique du matériau. La durée de vie du matériau est en ce cas inférieure à N_0. Dans le cas le plus général, celui de l'endurance limitée, on a $E_1 < 1$ et $E_2 > 1$, la recherche de la durée de vie dans l'intervalle $[N_0, N_D]$, noté désormais $[N_1, N_2]$ procède par l'utilisation d'une méthode de dichotomie. Le calcul de la fonction de fatigue du critère est renouvelé pour la valeur N estimée par une approximation linéaire telle que E(N) = 1 (figure 1-52).

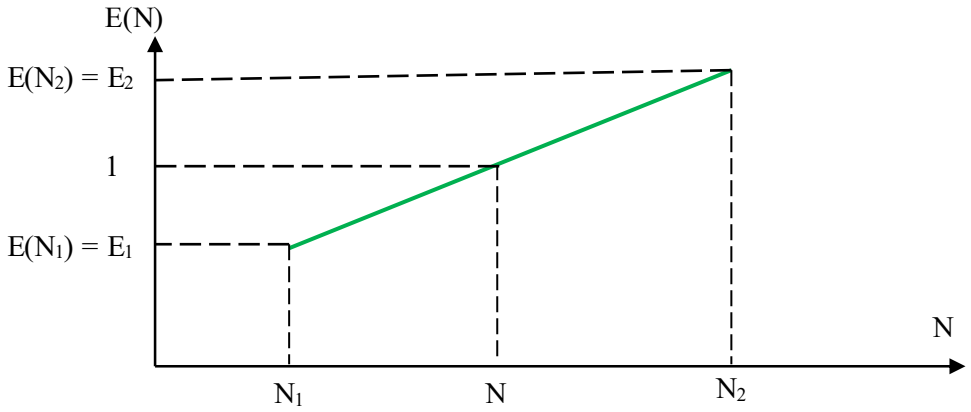


Figure 1-52 : *Principe de la démarche itérative par dichotomie de prévision de durée de vie*

La convergence de la démarche est progressive et procède par une réduction à chaque itération du domaine $[N_1, N_2]$ de la solution recherchée :

- Si E(N) > 1, N_2 prend la valeur de N, E_2 celle de E(N), N_1 est inchangée.
- Si E(N) < 1, N_1 prend la valeur de N, E_1 celle de E(N), N_2 est inchangée.

La valeur de N qui correspond à E(N) = 1 par interpolation linéaire des 2 points (N_1, E_1) et (N_2, E_2) est donnée par :

$$N = N_1 + \frac{(N_2 - N_1)(1 - E_1)}{E_2 - E_1} \qquad (1\text{-}21)$$

La démarche est stoppée lorsque l'écart, en valeur absolue, entre E(N) et la valeur unité est jugé suffisamment faible (10^{-4} par exemple). La convergence est très rapide puisque seul les "constantes" de calage du critère sont modifiés d'une itération à l'autre, toutes les composantes des contraintes du cycle analysé restant identiques. Etendus ainsi au domaine de l'endurance limitée, les critères de fatigue multiaxiaux sont transformés en outils de détermination de la durée de vie en fatigue multiaxiale. L'ensemble des programmes permettant de calculer les fonctions de fatigue des critères et la durée de vie en fatigue ont été implémentés sous le logiciel Matlab. Cette démarche itérative sera utilisée au chapitre 4 pour des résultats d'essais de fatigue relevés dans la littérature et pour d'autres résultats obtenus lors d'essais réalisés sur des boulons M10.

I.5. Conclusions sur l'analyse bibliographique

En milieu industriel, on distingue aujourd'hui 2 impératifs de conception des structures qui peuvent apparaitre comme antagonistes au premier abord :

- la sureté des structures ou des installations, élément primordial dans des domaines comme, entre autres, l'automobile, le nucléaire, l'aéronautique,

- la diminution, autant que faire se peut, de la quantité de matière première utilisée (pour les coûts économique et environnemental que ces structures représentent lors de leur réalisation et à l'usage, notamment dès lors qu'elles sont mobiles comme pour le transport).

Or quand la quantité de matière première utilisée diminue, pour un cahier des charges donné, les contraintes rencontrées en service sont plus élevées et donc à amplitude augmentée. Le dimensionnement des structures sous sollicitation dynamique doit de ce fait, assurer à la fois la tenue en statique avec la prise en compte des concentrations de contraintes (exemple au niveau du filetage de la vis) mais aussi la tenue en fatigue. L'amplitude des cycles de contrainte croissant, l'apparition du phénomène de fatigue s'accélère. La réduction du poids d'une structure se fait donc en général au détriment de sa tenue en fatigue en termes de durée de vie, sauf à mieux répartir la matière utilisée ou à employer un matériau aux propriétés mécaniques supérieures.

En conséquence le Bureau d'Etudes a de plus en plus besoin aujourd'hui de méthodes précises de calcul en fatigue pour s'assurer de la tenue en service de ces structures. Les méthodes de calcul de durée de vie en fatigue sont nombreuses. Certaines sont normalisées (Eurocode, recommandation VDI 2230) et font l'objet, parfois, de simplification. D'autres par contre essaient de se rapprocher d'une évaluation locale réaliste de la durée de vie surtout quand les états de contraintes sont multiaxiaux (critères de fatigue multiaxiaux). Elles nécessitent une bonne connaissance du comportement en fatigue du matériau (sous la forme de courbes S-N) et des états de contraintes en tout point de la pièce analysée en vue d'obtenir la cartographie de son endommagement et de sa durée de vie.

La confrontation entre les deux approches les plus performantes et les plus utilisées avec un représentant de chacun des deux types de critères, celui de Dang Van pour l'approche plan critique, et celui de Zenner pour l'approche intégrale, est réalisée sur la base de la banque de données des essais de fatigue multiaxiaux ; elle montre que :

- le critère de Zenner conduit à des prévisions plus justes que celui de Dang Van (25,8% contre 19,3%),
- le critère de Dang Van est plus conservatif que celui de Zenner,
- le critère de Dang Van ne permet pas toujours une estimation réaliste de l'endommagement (fonction de fatigue) lorsque le chargement est non-proportionnel, plus précisément quand le déphasage des composantes du tenseur des contraintes conduit à une rotation des directions principales des contraintes au cours du cycle.

Il faut noter que le formalisme du critère de Zenner est plus complexe que celui de Dang Van car il réclame de déterminer quatre constantes lors du calage du critère. Son utilisation nécessite donc la connaissance d'au moins quatre limites de fatigue (ou courbes S-N si on a besoin de prévision de durée de vie en fatigue). Certaines courbes S-N peuvent être estimées à partir de celle obtenue expérimentalement en traction-compression alternée symétrique (R = -1) par le biais d'hypothèses sur les rapports entre les limites de fatigue pour des sollicitations simples de natures différentes.

L'utilisation de l'outil de post-traitement de calcul de durée de vie en fatigue multiaxiale que nous avons implémenté sous Matlab nécessite une bonne connaissance des propriétés en fatigue du matériau mais aussi bien entendu des états de contraintes réels dans la pièce à analyser pour conduire à une prévision réaliste de la durée de vie en fatigue. L'outil de post-traitement peut être utilisé pour tout type de chargement rencontré. Dans le but d'étudier le comportement en fatigue d'un boulon en service, nous avons modélisé un exemple d'assemblage boulonné (il s'agit d'un tronçon en té rencontré en construction métallique) sous le logiciel de calcul par Eléments Finis Salome-Meca.

Ce travail constitue la première étape de l'analyse en fatigue des assemblages boulonnés ; elle fait l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 2 - Modélisation et analyse par éléments finis du tronçon en té

II.1. Introduction

En construction métallique, une structure est composée d'un ensemble d'éléments (poteaux, poutres, plaques) assemblés les uns aux autres. Pour assurer la transmission correcte des efforts (qui peuvent être très importants et statiques ou dynamiques) entre ces éléments, des liaisons sont réalisées entre les différents composants suivant plusieurs méthodes distinctes dont le boulonnage. Les liaisons entre ces éléments représentent ce qu'on appelle les assemblages. Ces derniers comportent des composants spécifiques à la construction métallique et jouent un rôle très important dans la structure. La conception correcte et le bon dimensionnement d'un assemblage boulonné est d'une importance capitale car un assemblage mal conçu ou mal dimensionné (en statique comme en dynamique) voire mal réalisé peut conduire à l'effondrement de la structure. Dans le premier chapitre, nous avons présenté différentes méthodes établies de dimensionnement en fatigue (Eurocode 3, recommandation VDI et critères de fatigue multiaxiaux). Sachant que la géométrie du boulon conduit souvent à un état de contrainte multiaxial dans les zones de concentration de contrainte, nous avons donc mis en place un outil de post-traitement permettant de calculer l'endommagement au seuil de l'endurance illimitée puis d'estimer la durée de vie en fatigue à l'aide d'une démarche itérative. L'outil de post-traitement est implémenté sur le logiciel Matlab en utilisant deux critères de fatigue multiaxiaux (Dang Van et Zenner). Il permet de faire l'analyse en fatigue de tout composant mécanique, comme par exemple la vis d'un boulon. L'utilisation de l'outil de post-traitement nécessite la connaissance la plus précise possible des états des contraintes dans les zones critiques du boulon (jonction tête-fût et filetage). Nous avons utilisé la méthode des éléments finis pour modéliser l'assemblage boulonné afin d'estimer les états des contraintes en tout point de l'assemblage et du boulon en particulier. Le modèle du tronçon en té (assemblage par platine d'extrémité), défini dans la partie 1-8 de l'Eurocode 3, est retenu dans le cadre de ces travaux pour analyser le comportement en fatigue du boulon dans un assemblage.

Dans ce chapitre nous allons présenter les modèles du tronçon en té et du boulon que nous avons élaborés et qui ont servi à l'analyse en fatigue.

Dans un premier temps, nous allons présenter les assemblages poteau-poutre par platine d'about boulonnée. Une deuxième partie est consacrée à l'état de l'art sur la modélisation des boulons, pour la partie en traction de ces assemblages, au travers des études menées sur des tronçons en té. Ensuite nous décrivons le modèle du tronçon en té, celui du boulon prenant en compte le congé de raccordement entre la tête et le fût de la vis ainsi que le premier filet en prise avec l'écrou puis nous allons vérifier que le modèle du boulon traduit bien son comportement réel dans un tronçon en té.

Enfin, nous allons d'une part valider le modèle numérique du tronçon en té (effort axial et moment de flexion dans le boulon) avec les résultats analytiques et expérimentaux, et d'autre part mener une étude paramétrique pour analyser l'influence de certains paramètres géométriques (excentration du boulon, épaisseur de la semelle, diamètre de la vis, congé de raccordement) et de chargement (précontrainte appelée aussi précharge) sur le comportement du boulon dans l'assemblage. Dans ce document les termes précontrainte, précharge et pré-

serrage signifient la même chose, à savoir un serrage du (ou des) boulon (s), préalablement à la mise en traction du tronçon en té.

II.2. Caractérisation des assemblages poutre-poteau boulonnés par platine d'extrémité selon l'Eurocode 3

Les assemblages boulonnés par platine d'extrémité constituent les zones d'intérêt importantes dans les structures en acier (figure 2-1). Il s'agit essentiellement des assemblages de pied de poteau, des assemblages poutre-poutre (appelés raboutages) et des assemblages poutre-poteau. Ces derniers (dits assemblages poutre-poteau par platine d'about boulonnée) sont courants en construction métallique (figure 2-2).

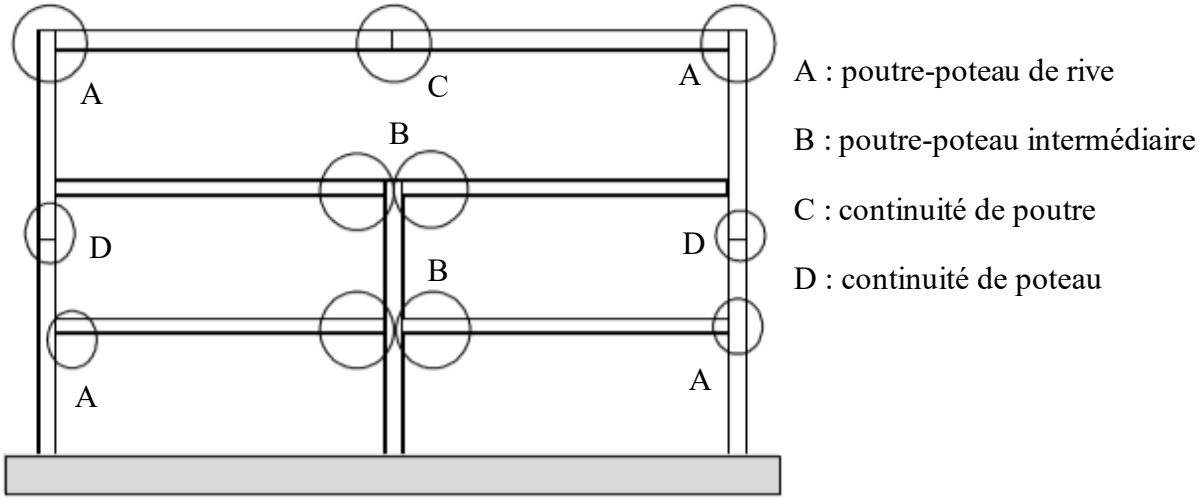


Figure 2-1 : *Assemblages boulonnés par platine d'extrémité dans une structure en acier*

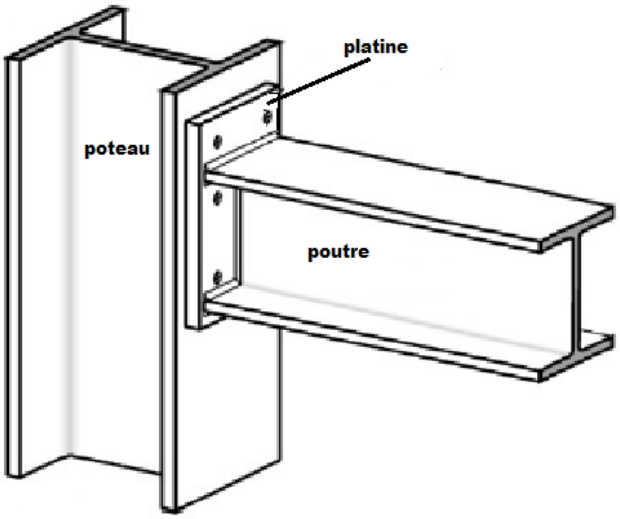


Figure 2-2 : *Détail d'un assemblage poteau-poutre par platine d'about boulonnée*

Pour modéliser le comportement des assemblages fléchis, la partie 1-8 de l'Eurocode 3 (EN 1993-1-8) s'appuie sur un nouveau concept : la méthode des composantes [47].

II.2.1. Méthode des composantes : présentation du tronçon en té

Les assemblages boulonnés par platine d'extrémité peuvent être réalisés par une platine courte, non débordante ou débordante, et soudée à la poutre [48]. La platine courte est boulonnée sur une aile du poteau (figure 2-3a) ; sa dimension est inférieure à la hauteur de la poutre ; la platine non débordante borde la poutre sur toute sa hauteur (figure 2-3b). Enfin, la platine débordante dépasse largement la hauteur de la poutre (figure 2-3c). Ces assemblages sont très souvent soumis à un moment de flexion M.

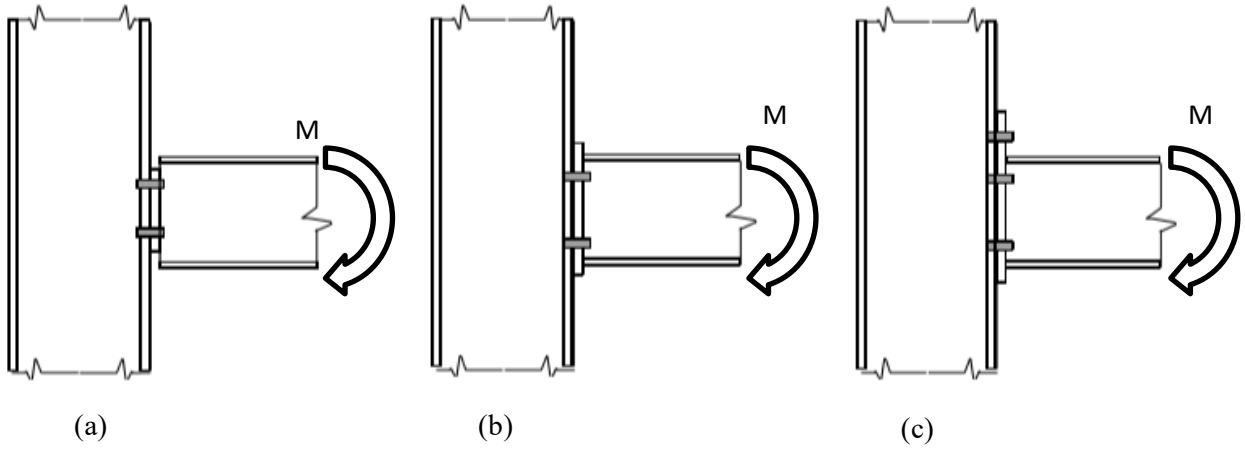


Figure 2-3 : *Trois types d'assemblages poteau-poutre par platine d'extrémité boulonnée selon la hauteur de la platine [48]*

Les efforts générés par le moment de flexion se traduisent par des efforts de traction et de compression. Compte tenu du sens du moment appliqué, l'effort de traction se développe dans la semelle supérieure de la poutre assemblée tandis que l'effort de compression agit au niveau de la semelle inférieure (figure 2-4). Ainsi les boulons supérieurs de la zone d'assemblage sont soumis à une sollicitation de traction. La méthode des composantes [14] consiste à décomposer l'assemblage en ses composants élémentaires parmi lesquels le tronçon en té équivalent dans la zone tendue est le plus important.

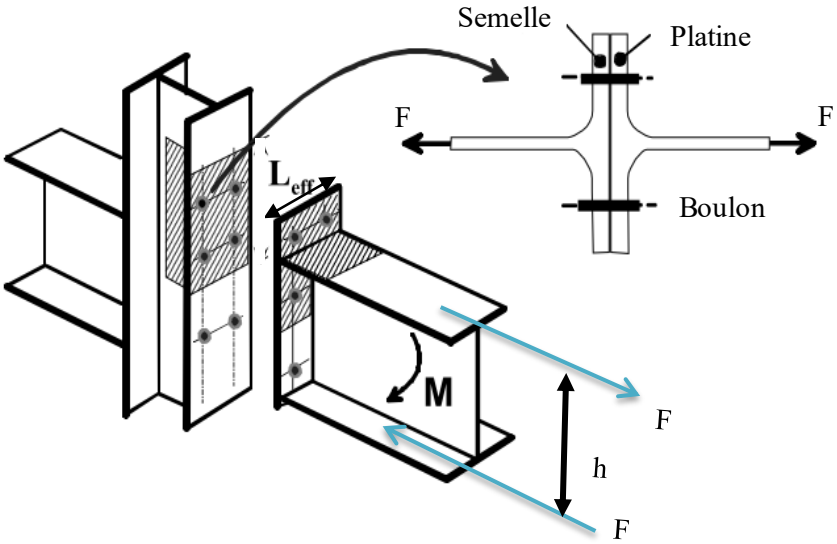


Figure 2-4 : *Définition du tronçon en té à partir de la méthode des composantes (d'après [49])*

La norme européenne de dimensionnement NF-EN 1993-1-8 (notée par la suite EC3 [14]) traite des assemblages de construction métallique sous sollicitations statiques. La modélisation du tronçon en té selon l'Eurocode 3 diffère légèrement de sa configuration réelle comme on peut le voir sur la figure 2-5.

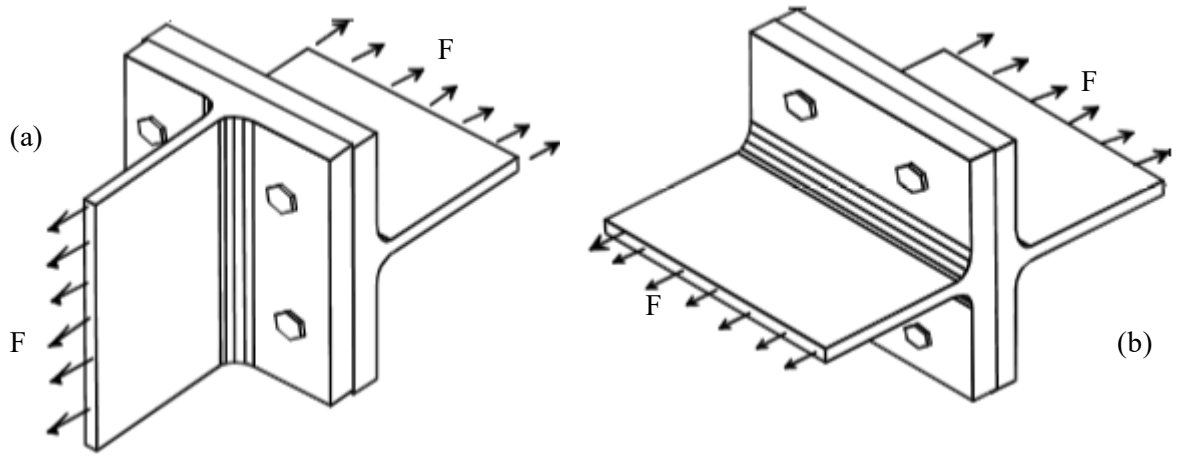


Figure 2-5 : *Modèles du tronçon en té a) configuration réelle b) selon l'Eurocode 3 [48]*

Le tronçon en té est utilisé dans le domaine élastique pour le calcul de la rigidité ([14],[48]) et dans la zone plastique pour le calcul de la résistance flexionnelle. Le comportement mécanique d'un assemblage boulonné, représenté par une loi moment-rotation, est non-linéaire ([14], [47], [48], figure 2-6). Il peut être décrit par les trois paramètres principaux que sont la rigidité de rotation initiale, la capacité de résistance flexionnelle et la capacité de rotation. L'Eurocode 3 propose une classification des assemblages sur la base de ces caractéristiques [14]. La non-linéarité du comportement est généralement due à l'évolution des zones de contact, à la plasticité des matériaux et à l'apparition de grands déplacements.

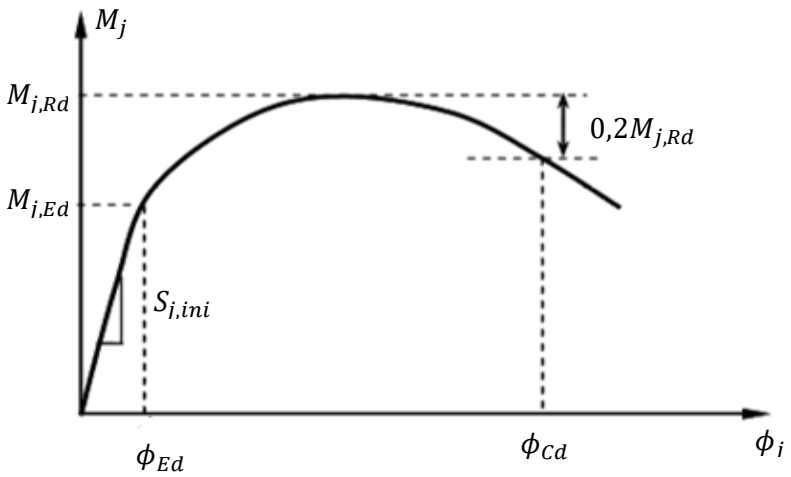


Figure 2-6 : *Allure de la réponse moment-rotation d'un assemblage métallique*

Où : $M_{j,Ed}$ est le moment fléchissant agissant,

$M_{j,Rd}$ est le moment résistant pour le calcul de l'assemblage (correspondant au moment agissant maximal de la réponse moment-rotation),

$S_{j,ini}$ est la rigidité en rotation initiale d'un assemblage,

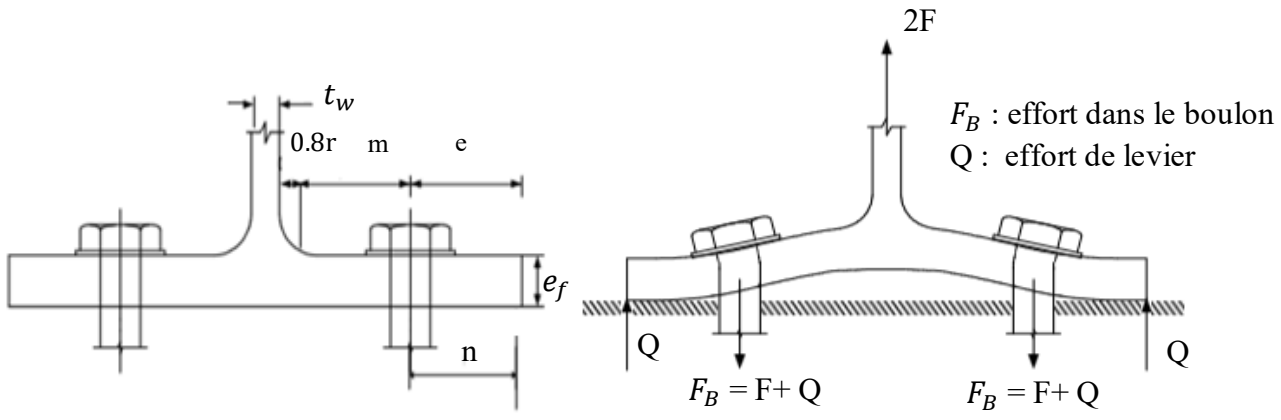
ϕ_{Cd} est la capacité de rotation pour le calcul de l'assemblage (correspondant à la rotation maximale de la réponse moment-rotation).

II.2.2. Modes de ruine et calcul de résistance de la semelle d'un tronçon en té

Si le tronçon en té venait à être sollicité jusqu'à sa plasticité, sa ruine peut se produire suivant 3 modes distincts. Ces modes de ruine sont conditionnés par la résistance de la semelle du tronçon en flexion et des boulons en traction. Les trois modes de ruine sont :

- le mode 1 (ruine plastique de la platine) : il correspond à la ruine du tronçon en té par formation d'un mécanisme plastique avant que la ruine des boulons ne soit atteinte. Ce mode de ruine s'accompagne d'une déformation plastique importante de la semelle.
- le mode 2 : il correspond à un mode de ruine mixte de la platine et des boulons. C'est un mode de ruine intermédiaire.
- le mode 3 : il correspond à la ruine des boulons. La rigidité importante des semelles du tronçon en té conduit à la séparation des plats assemblés sans apparition d'effort de levier. Ce mode de ruine se caractérise par une rupture brutale des boulons.

Dans les modes de ruine 1 et 2, la flexibilité de la semelle peut conduire à la génération d'un effort supplémentaire dans le boulon, noté Q, comme illustré sur la figure 2-7 : c'est la force due à "l'effet de levier".



(a) Tronçon en té non chargé (b) Tronçon en té sous sollicitation extérieure

Figure 2-7 : *Exemple de déformation du tronçon en té sous sollicitation extérieure due à "l'effet de levier"*

Le tableau 2-1 donne les expressions de calcul de la résistance du tronçon en té pour chaque mode de ruine. La résistance d'un tronçon en té peut être évaluée en considérant directement

l'existence de l'effet de levier. La résistance d'un tronçon en té est obtenue en considérant la résistance minimale des modes de ruine 1, 2 et 3 indiqués dans le tableau 2-1 ([14], [50]).

La méthodologie de calcul de la résistance en plasticité est donnée ici à titre d'information. Elle ne sera pas utilisée dans la suite pour nos travaux. La norme de dimensionnement européenne NF-EN 1993-1-8 traite des assemblages de construction métallique [14]. Cette dernière offre un bon compromis entre la simplicité d'utilisation, la précision et le caractère général de la méthode ([49], [51]). Cette démarche permet de déterminer la résistance sous sollicitations statiques dominantes. Plusieurs approches permettent de définir le comportement mécanique d'un assemblage, sur la base d'essais, de calculs analytiques (effort axial dans le boulon F_B et force de levier Q) ou de simulations numériques.

La simulation numérique du tronçon en té, validée par les calculs analytiques, permet dans un premier temps d'analyser l'influence de plusieurs paramètres (excentration du boulon, épaisseur de la semelle, précharge) sur l'effort axial F_B et le moment de flexion M_B dans les boulons, grandeurs qui déterminent par la suite le comportement à la fatigue des boulons. La conception d'un assemblage en construction métallique peut tirer profit de cette analyse pour le dimensionnement des éléments de l'assemblage.

Tableau 2-1 : *Calcul de la résistance d'une semelle de tronçon en té (d'après [14])*

Modes de ruine	Avec effet de levier, c'est-à-dire pour $L_b \leq L_b^*$	Sans effet de levier
Mode 1	$F_{T,1,Rd} = \frac{4M_{pl,1,Rd} + 2M_{bp,Rd}}{m}$ Formule alternative : $F_{T,1,Rd} = \frac{(32n - 2d_w)M_{pl,1,Rd} + 16.n.M_{bp,Rd}}{8mn - d_w(m+n)}$	$F_{T,1,Rd} = \frac{2M_{pl,1,Rd}}{m}$
Mode 2	$F_{T,2,Rd} = \frac{2M_{pl,2,Rd} + n\sum f_{ub}}{m+n}$	
Mode 3	$F_{T,3,Rd} = \sum f_{ub}$	

Mode 1 : Plastification totale de la semelle
Mode 2 : Ruine de boulons avec plastification de la semelle,
Mode 3 : Ruine de boulons,

L_b : longueur du boulon soumise à allongement, prise égale à la longueur de serrage (épaisseur totale des semelles et des rondelles plus la moitié de la somme de la hauteur de la tête et de la hauteur d'écrou) ou

longueur du boulon d'ancrage soumise à allongement, prise égale à la somme de 8 fois le diamètre nominal du boulon, de la couche de scellement, de l'épaisseur de la plaque, de la rondelle et de la moitié de la hauteur de l'écrou.

$$L_b^* = \frac{8{,}8m^3 A_s}{\sum l_{eff,1}\ e_f^3}$$

$F_{T,i,Rd}$ (i = 1,2,3) résistance à la traction d'une semelle de tronçon en té
Q force due à l'effet de levier
M_{pl} et M_{bp} moments plastiques de la semelle et de la contre-plaque respectivement
$M_{pl,1,Rd} = 0{,}25\sum l_{eff,1}\ e_f^2 f_y/\gamma_{M0}$
$M_{pl,2,Rd} = 0{,}25\sum l_{eff,2}\ e_f^2 f_y/\gamma_{M0}$
$M_{bp,Rd} = 0{,}25\sum l_{eff,1}\ e_{bp}^2 f_{y,bp}/\gamma_{M0}$
$n = e_{min}$ mais $n \leq 1{,}25\ m$

γ_{M0} coefficient de sécurité,
f_{ub} résistance à la traction d'un boulon,
$\sum f_{ub}$ valeur totale de $F_{t,Rd}$ pour tous les boulons dans le tronçon en té,
$\sum l_{eff,1}$ valeur de $\sum l_{eff}$ pour le mode 1,
$\sum l_{eff,2}$ valeur de $\sum l_{eff}$ pour le mode 2.

f_y limite d'élasticité de la semelle,
e_f épaisseur de la semelle,

$f_{y,bp}$ limite d'élasticité des contre-plaques,
e_{bp} épaisseur des contre-plaques

d_w diamètre de la rondelle, de la tête de boulon ou de l'écrou, selon le cas

II.3. Modèles analytiques de calcul du tronçon en té en comportement purement élastique

Deux approches sont utilisées dans la littérature pour modéliser de façon analytique le comportement mécanique du tronçon en té dans le but d'en déterminer la rigidité initiale. La première approche considère le tronçon comme une poutre sur quatre appuis soumis à des efforts concentrés. L'effet de levier est représenté par deux appuis simples (figure 2-8) et les boulons sont représentés par deux appuis élastiques (ressorts). Dans la deuxième approche, une simplification a été proposée par Zoetemeijer [52] : il a considéré que la zone tendue était constituée de deux composantes indépendantes (figure 2-9). Ainsi la semelle du poteau et la platine d'extrémité sont représentées chacune par une poutre sur quatre appuis simples soumis à un effort concentré en milieu de travée.

Pour une force extérieure 2F appliquée au tronçon en té, chaque boulon reprend la moitié du chargement extérieur appliqué lorsque la semelle est assez rigide. En pratique l'application de la force extérieure fait fléchir le tronçon en té (semelle supérieure et semelle inférieure ou platine) créant ainsi une zone de contact à leurs extrémités. Cette force, issue de la pression locale semelle supérieure / semelle inférieure ou semelle / platine correspond à la force Q dite "de levier". Les boulons vont donc non seulement encaisser la force extérieure appliquée mais supporter aussi la force de levier due à la flexion de la semelle (d'où F_B = F + Q) [52].

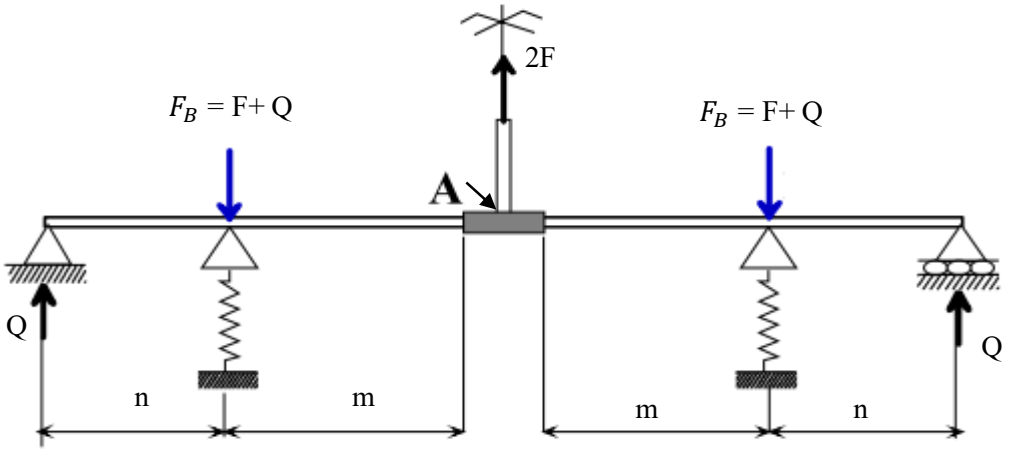


Figure 2-8 : *Modèle analytique du tronçon en té retenu pour la validation du modèle numérique*

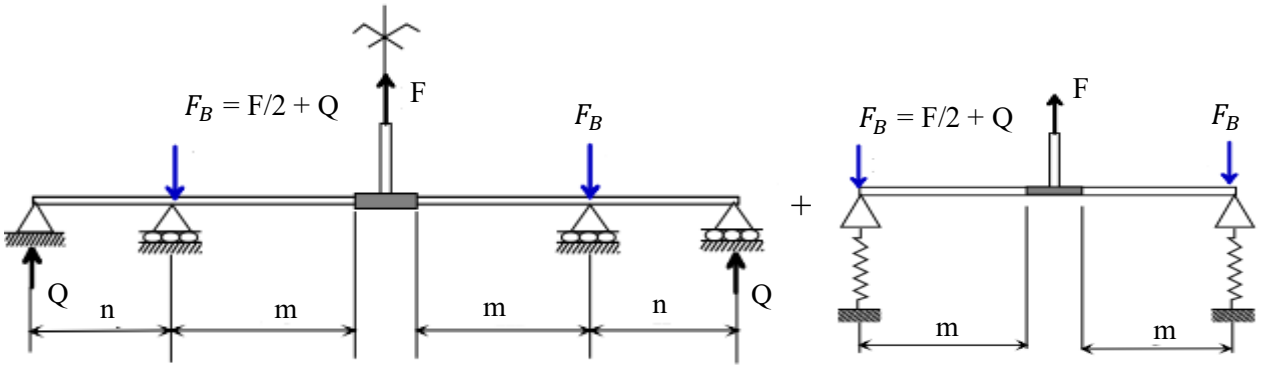


Figure 2-9 : *Modèle analytique du tronçon en té avec la simplification proposée par Zoetemeijer*

La limite de fonctionnement élastique est fixée par la formation d'une première rotule plastique à la naissance du congé de raccordement entre l'âme et la semelle du tronçon (point A de la figure 2-8).

- en se basant sur le modèle de la poutre continue sur quatre appuis (figure 2-8) et en utilisant une approche énergétique négligeant la contribution de l'effort tranchant, Al Khatab [49] a établi les expressions analytiques de l'effort axial dans le boulon et la force de levier dans le domaine élastique. Pour une force extérieure 2F appliquée au tronçon en té, ces expressions de l'effort axial F_B dans le boulon et de la force de levier Q sont données par les relations 2-1 et 2-2 respectivement :

$$\mathbf{F_B} = \mathbf{F}\,\frac{\left[\frac{n^2}{3}(n+3m)+\frac{n.m^2}{2}\right]}{\left[\frac{n^2}{3}(n+3m)+\frac{L_B}{A}\left(\frac{I_f.I_p}{I_f+I_p}\right)\right]} \qquad (2\text{-}1)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{F}\,\frac{\left[\frac{n.m^2}{2}-\frac{L_B}{A}\left(\frac{I_f.I_p}{I_f+I_p}\right)\right]}{\left[\frac{n^2}{3}(n+3m)+\frac{L_B}{A}\left(\frac{I_f.I_p}{I_f+I_p}\right)\right]} \qquad (2\text{-}2)$$

où A est l'aire la section droite de la tige du boulon,

L_B est la longueur utile du boulon, définie dans l'Eurocode 3 par la relation 2-3 :

$$\mathbf{L_B} = \sum e + \mathbf{2e_r} + \frac{1}{2}(\mathbf{e_h} + \mathbf{e_n}) \qquad (2\text{-}3)$$

$\sum e$ est la somme des épaisseurs des pièces assemblées,

e_r, e_h et e_n sont respectivement les épaisseurs de la rondelle, de la tête du boulon et de l'écrou,

I_f et I_p sont les moments d'inertie de la semelle supérieure et de la platine (ou semelle inférieure) respectivement : $I = L_{eff}\, e^3/12$.

L_{eff} correspond à la longueur efficace de la semelle (figure 2-4) [14].

- en 2014, Abidelah et al. [53] ont proposé, en élasticité, de nouvelles expressions permettant de calculer non seulement l'effort axial F_B dans le boulon et la force de levier Q mais aussi le moment de flexion M_B auquel les boulons sont soumis. Ils se sont inspirés du modèle analytique classique de la figure 2-8 en ajoutant aux boulons des ressorts de rotation représentant la flexion de ces derniers (figure 2-10).

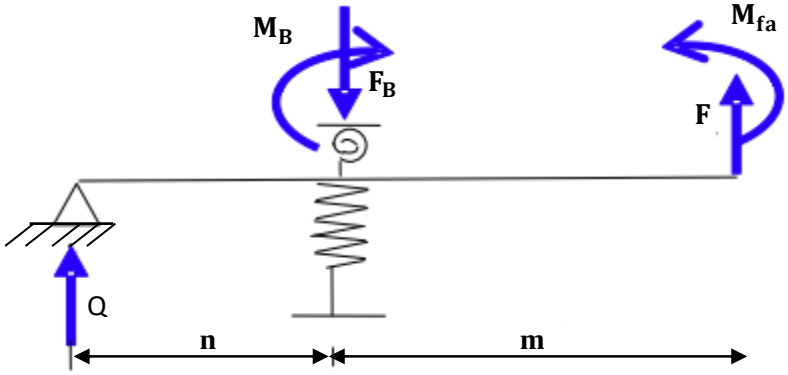


Figure 2-10 : *Modèle analytique du tronçon en té prenant en compte la flexion du boulon [53]*

La méthode énergétique a ensuite été utilisée pour établir d'une part les expressions de l'effort axial F_B et du moment de flexion M_B dans les boulons, et d'autre part la force de levier Q.

$$\mathbf{F_B} = \mathbf{F}\,\frac{\left[\frac{m^2.n}{2} + n^2.m + \frac{n^3}{3} + \frac{n^3.m}{3a}\right]}{\left[\frac{n^3 m}{3a} + n^2.m + \frac{n^3}{3} + m\frac{b}{a} + b\right]} \qquad (2\text{-}4)$$

$$\mathbf{Q} = \mathbf{F}\left[\frac{\left[\frac{m^2.n}{2} + n^2.m + \frac{n^3}{3} + \frac{n^3.m}{3a}\right]}{\left[\frac{n^3 m}{3a} + n^2.m + \frac{n^3}{3} + m\frac{b}{a} + b\right]} - 1\right] \qquad (2\text{-}5)$$

$$\mathbf{M_B} = -\mathbf{F_B n} + \mathbf{F(m+n)} - \mathbf{M_{fa}} \qquad (2\text{-}6)$$

Où : $M_{fa} = -F\left[\frac{\left[\frac{m^2.n}{2} + n^2.m + \frac{n^3}{3} + \frac{n^3.m}{3a}\right]}{\left[\frac{n^3 m}{3a} + n^2.m + \frac{n^3}{3} + m\frac{b}{a} + b\right]}\right]\left[\frac{n^2}{3a} + n + \frac{b}{an}\right] + \frac{Fn^2}{3a} + F(m+n),$

$a = \frac{I_f.L_B}{I_B}$,

$b = \frac{I_f.L_B}{A}$,

$L_B = e_f + \frac{1}{4}(e_h + e_n) + e_r$.

- par la suite, Huang et al [54] ont proposé une méthode simplifiée pour une évaluation rapide de la force de levier Q. Ils se sont inspirés du code chinois DL/T 5414-2002 pour établir l'expression de la force de levier. L'expression de Q proposée est donnée par la relation (2-7) et la force F_B est déduite de l'expression de Q en posant la condition d'équilibre du tronçon en té ($F_B = Q + F$).

$$Q = \frac{1}{2}\,\frac{1}{0{,}6\frac{n}{m}}\,F \qquad (2\text{-}7)$$

$$\mathbf{F_B} = = \left(1 + \frac{1}{2}\,\frac{1}{0{,}6\frac{n}{m}}\right) F \qquad (2\text{-}8)$$

L'expression (2-7) leur a permis non seulement d'évaluer la force de levier Q mais aussi d'analyser l'influence de l'épaisseur de la semelle sur cette dernière. Ainsi, à la lumière de leur analyse, la force de levier pourrait être négligée lorsque l'épaisseur de la semelle est supérieure à une certaine valeur [54].

Les expressions proposées en 2003 par Al khatab et celles proposées en 2014 par Abidelah et al. sont plus générales car elles sont des fonctions du chargement extérieur F, des paramètres du tronçon en té (m, n, I_f, I_p) et du boulon (A et L_B) contrairement à celles proposées par Huang et al en 2017. Par conséquent les expressions 2-1 à 2-6 serviront dans ce chapitre et dans le chapitre suivant à valider le modèle numérique du tronçon en té que nous avons réalisé sur le logiciel Salome-Meca. Dans le chapitre 4, les résultats de la simulation numérique sont comparés à ceux issus des modèles analytiques et de la campagne expérimentale. Les calculs utilisent des tronçons en té tirés de poutrelles IPE400 et HEB 320 pour traduire les conditions expérimentales rencontrées lors des essais et permettre ainsi leur comparaison. Des boulons M12 de classe de qualité 10.9 sont utilisés.

II.4. Etat de l'art sur la modélisation par éléments finis du boulon et du tronçon en té

II.4.1. Etat de l'art sur la modélisation par éléments finis du boulon

En 1974, Maruyama [55] a proposé le modèle éléments finis d'un boulon décrit par la figure 2-11. Ce modèle axisymétrique du boulon, prenant en compte le contact entre la vis et l'écrou, visait à analyser la répartition des efforts le long des filets en prise avec l'écrou.

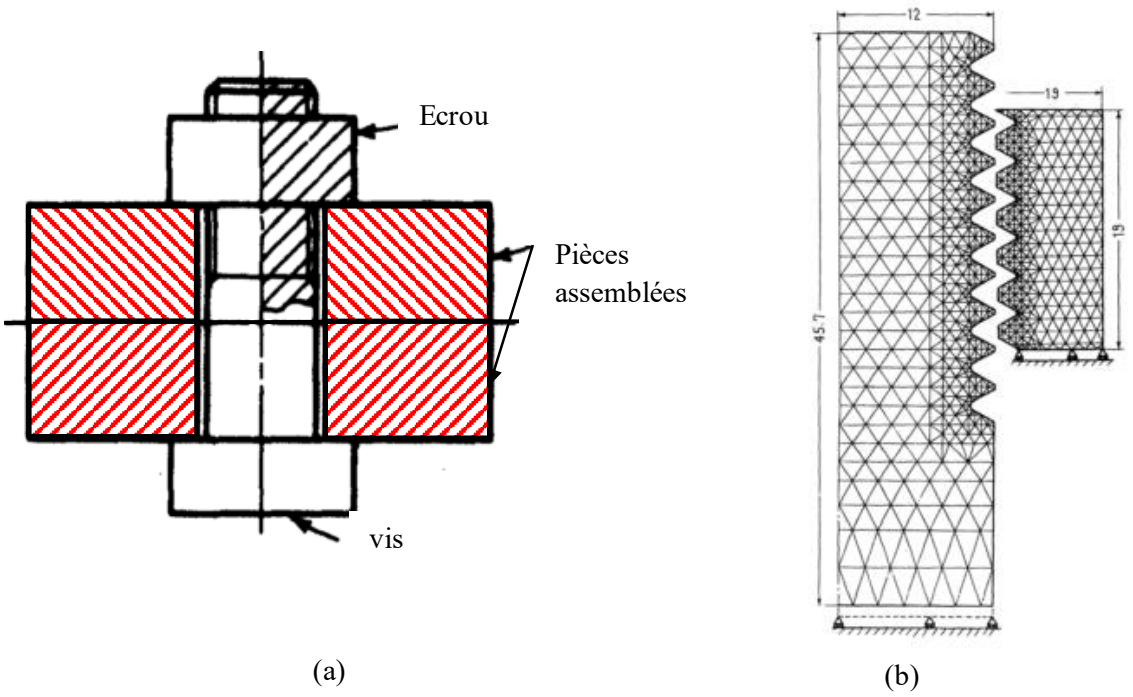


Figure 2-11 : *(a) Dessin d'ensemble de l'assemblage boulonné (b) Maillage de la portion étudiée (d'après [55])*

Dans le but de simplifier son analyse, Maruyama a bloqué le déplacement axial de la surface d'appui de l'écrou en plus de la section inférieure de la vis (figure 2-11b). Le boulon utilisé

dans l'expérimentation comprend une partie lisse conique, une partie filetée et un écrou comme indiqué à la figure 2-12.

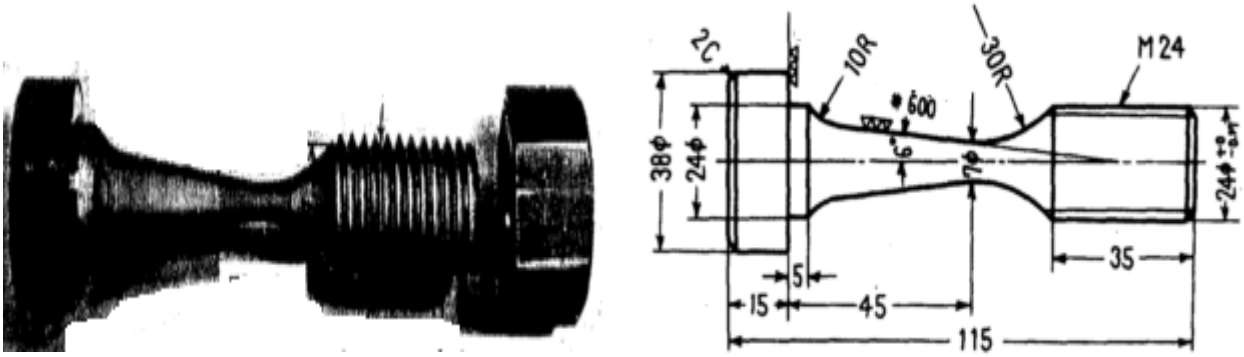


Figure 2-12 : *Géométrie du boulon testé par la méthode de dépôt électrolytique de cuivre [55]*

Les résultats numériques obtenus, notamment pour la concentration de contrainte, semblaient alors satisfaisants vis à vis de la méthode expérimentale de dépôt électrolytique de cuivre.

La méthode de dépôt électrolytique de cuivre consiste à réaliser un essai de fatigue sur un boulon plaqué de cuivre et conçu à cet effet pour en déduire le facteur de concentration de contrainte en fond de filet. Ce dernier est défini par l'auteur comme le carré du rapport du diamètre de la partie conique où apparaissent les taches pour la première fois durant l'essai au plus petit diamètre du filetage de la vis [55]. La machine d'essai de fatigue en traction et en compression RTC-K10 est utilisée pour faire les essais. Sept ans plus tard, en 1981, Tanaka et Hongo [56] ont proposé un nouveau modèle éléments finis purement élastique de la liaison vis-écrou avec prise en compte des contacts entre les éléments (modèle 3D et modèle axisymétrique). Leur modèle vise non seulement à analyser la répartition des contraintes dans un assemblage boulonné mais également à simuler le desserrage du boulon dans l'assemblage. Hua Zhao [57] a émis des critiques sur les modèles antérieurs notamment celui de Maruyama. D'après lui, le modèle de Maruyama n'est pas utilisable lorsque les non-linéarités de type contact sont à prendre en compte et il n'est pas approprié pour les problèmes élasto-plastiques. Ce dernier a étudié un modèle 3D complet avec hélice [57] dans le but de prendre en compte son influence sur la répartition des contraintes dans la zone en prise avec l'écrou. La confrontation des résultats obtenus par son modèle avec ceux de modèles analytiques existants, celui de Sopwith [58] par exemple, a été concluante. Dans la littérature, d'autres chercheurs ont également travaillé au développement de modèles analytiques et axisymétriques permettant d'évaluer la distribution de la charge le long du filetage du boulon (Yamamoto, 1980 ; Grosse et Michell, 1990 ; Wileman et al., 1991 ; Chaaban et Jutras, 1992 ; Lehnhoff et Wistehuff, 1996). Au fil des années, la modélisation par éléments finis des filetages du boulon se développe avec des logiciels de calcul de plus en plus performants. On peut se permettre, de se rapprocher encore plus de la réalité (pour décrire le fonctionnement en service d'un assemblage boulonné) en prenant en compte notamment les effets de glissement dans les contacts, la forme hélicoïdale des filets, etc. Plusieurs chercheurs ont contribué à cette avancée. On peut citer à titre d'exemple

les travaux de Chen et Shih [59]. Constatant des défaillances sur des assemblages boulonnés utilisés pour des pompes de refroidissement de réacteur, ils ont jugé nécessaire d'explorer les différences, s'il y en a, entre les modèles théorique, axisymétrique et tridimensionnel du boulon. Leur modèle tridimensionnel du boulon, prenant en compte l'hélice et les contacts entre pièces, a été réalisé sur Abaqus. Il a été conclu d'une part que l'hélice n'avait aucune influence sur la distribution de la charge entre les différents filets en prise avec l'écrou et d'autre part que l'augmentation du coefficient de frottement entre les filets de la vis et de l'écrou n'avait qu'une légère influence sur la distribution des charges, le premier filet en prise étant identiquement chargé.

II.4.2. Etat de l'art sur la modélisation par éléments finis du tronçon en té

Depuis 1969 des chercheurs comme Struil et de Back ont étudié expérimentalement l'effet de la force de levier dans le cas de tronçon en té et d'assemblage poteau-poutre par platine d'about boulonnée. Par la suite Douty et Guire ont mené une analyse élasto-plastique sur le tronçon en té. Ils ont proposé une formule de calcul de la force de levier jugée relativement complexe. La force de levier trouvée à partir de leur formulation s'avère en fait très conservative. En 1988, Cameron Chasten [60] a étudié expérimentalement l'influence de la force de levier dans un assemblage poteau-poutre par platine d'about à huit boulons. Sur la base des résultats obtenus, une formulation empirique de calcul de la force de levier Q a été proposée.

La modélisation par éléments finis du boulon intégré dans un assemblage boulonné a aussi fait l'objet de recherches les dernières décennies. Ces nouveaux modèles prennent généralement en compte les trois types de non-linéarités, matérielle (comportement élasto-plastique), géométrique et de contact.

Dans le souci d'analyser le comportement en fatigue du boulon, Farés a étudié un assemblage boulonné de type bride symétrique à quatre boulons sous Abaqus [18]. Dans le domaine de la construction métallique, Al Khatab [49] puis Abidelah et al. [53] ont modélisé la partie tendue d'une liaison poteau-poutre (tronçon en té) sans précontrainte (précharge) dans le boulon afin de mieux comprendre le fonctionnement de ce dernier sous sollicitation statique. D'autres chercheurs comme Bezerra et al. [61], Bai et al. [62], Ahmed et al. [63] se sont également penchés sur l'étude numérique (par éléments finis) de l'influence de la force de levier dans un assemblage de type poteau-poutre.

Dans certaines situations (cas de structures offshore, éolienne, ferroviaire par exemple), les assemblages peuvent être soumis à des sollicitations dynamiques et cycliques, susceptibles d'introduire des problèmes de fatigue, ces sollicitations venant diminuer leurs durées de vie même si elles varient entre des niveaux faibles comparés à l'État Limite Ultime (ELU) [16], [18]. Pour une bonne compréhension du comportement réel en fatigue d'un assemblage boulonné, un tronçon en té boulonné est étudié dans lequel le boulon est précontraint.

Deux modèles éléments finis sont construits dans le but de réaliser cette analyse en fatigue. Le premier modèle du tronçon en té est suffisant pour réaliser le calcul de résistance à la fatigue selon les méthodes préconisées par l'Eurocode 3 et la recommandation VDI 2230. Un second modèle plus élaboré représentant le boulon avec ses détails géométriques (premier filet en prise

et congé de raccordement tête-fût de la vis) est nécessaire pour effectuer un calcul de dimensionnement à la fatigue via l'outil de post-traitement développé en intégrant les critères multiaxiaux de fatigue.

II.5. Description du modèle éléments finis du tronçon en té

Un modèle 3D du tronçon en té est établi sur le logiciel Salome-Meca en prenant en compte ses plans de symétrie (figures 2-13 et 2-14). Ce premier modèle permet d'évaluer l'effort normal F_B et le moment fléchissant M_B dans le boulon lors de l'application de l'effort maximal 2F. Ces derniers seront par la suite appliqués au modèle du boulon prenant en compte le congé de raccordement entre la tête et le fût du boulon d'une part et le premier filet en prise avec l'écrou d'autre part.

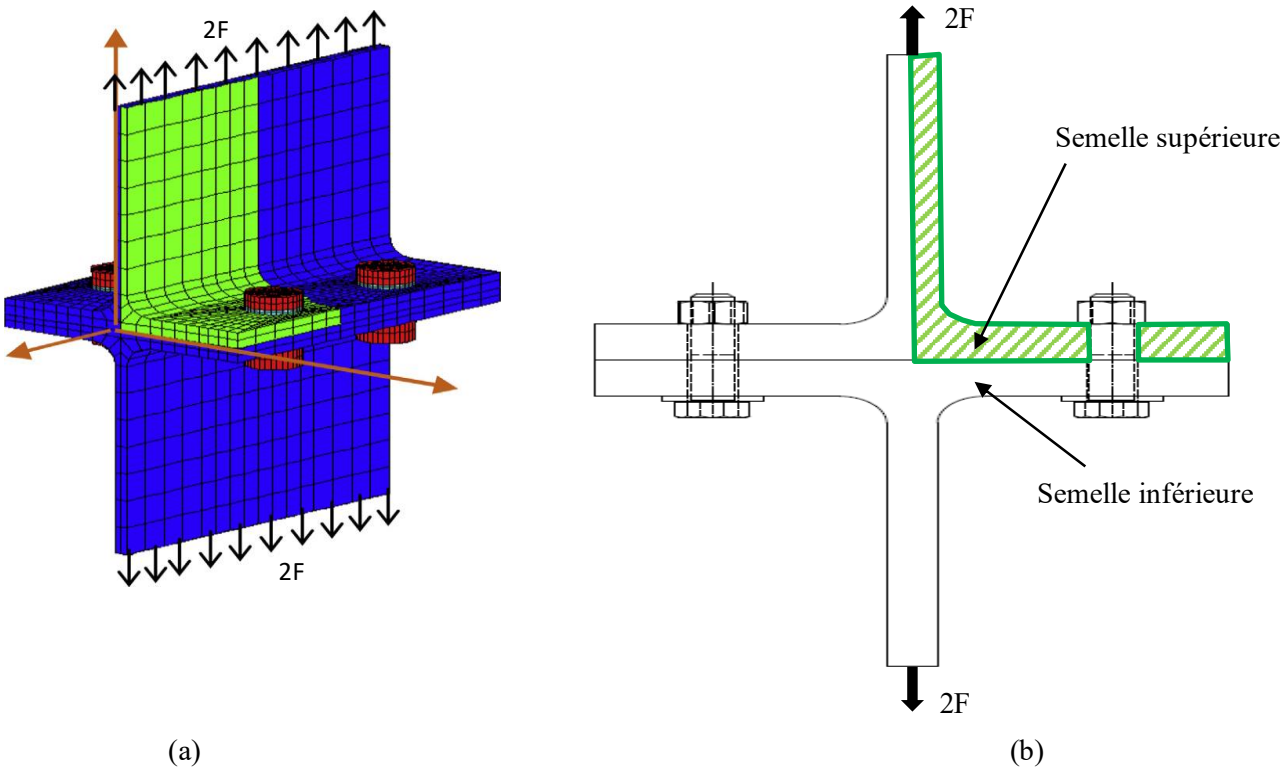


Figure 2-13 : *a) Modèle numérique du tronçon en té modélisé par Abidelah sous Castem [53] ; b) Zone modélisée en 3D sous Salome-Meca*

II.5.1. Géométrie du tronçon en té

Du fait des propriétés de symétrie citées plus haut, un quart du tronçon en té est modélisé en 3D. Au-delà des conditions de symétrie, le modèle prend également en compte les conditions de contact unilatéral sans frottement entre les surfaces en contact (figure 2-14). Cette condition de contact unilatéral est détaillée dans les paragraphes II.5.4 (conditions aux limites) et II.5.5 (résolution des problèmes de contact) de ce chapitre.

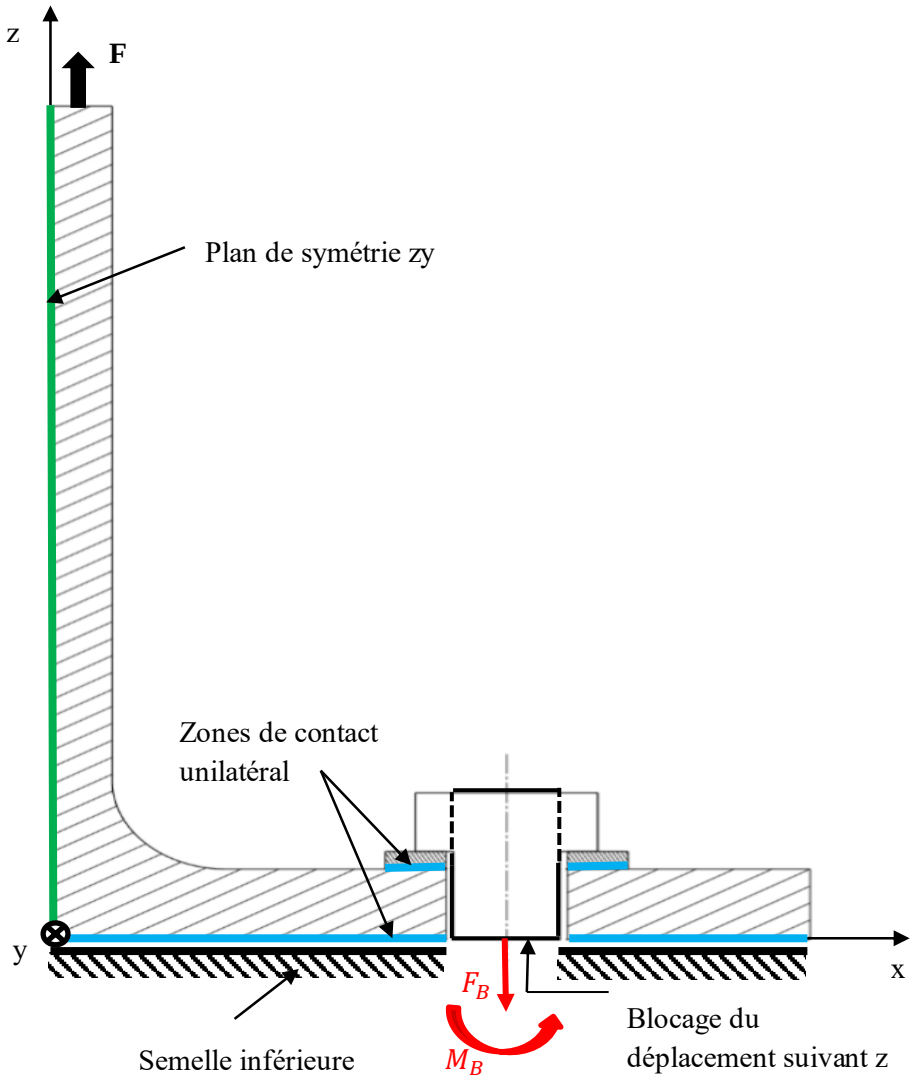


Figure 2-14 : *Définition des zones de contact unilatera1 et aes plans de symétrie du modèle du tronçon en té*

Le chargement de fatigue appliqué à l'assemblage boulonné en service s'obtient par une évolution cyclique de l'effort extérieur F s'exerçant sur l'âme du tronçon en té (figure 2-14).

Les figure 2-15 et 2-16 précisent les dimensions du tronçon en té modélisé ainsi que celles du boulon. L'excentration m du boulon et l'épaisseur e_f de la semelle sont les deux paramètres géométriques susceptibles de varier pour l'étude de leur influence respective.

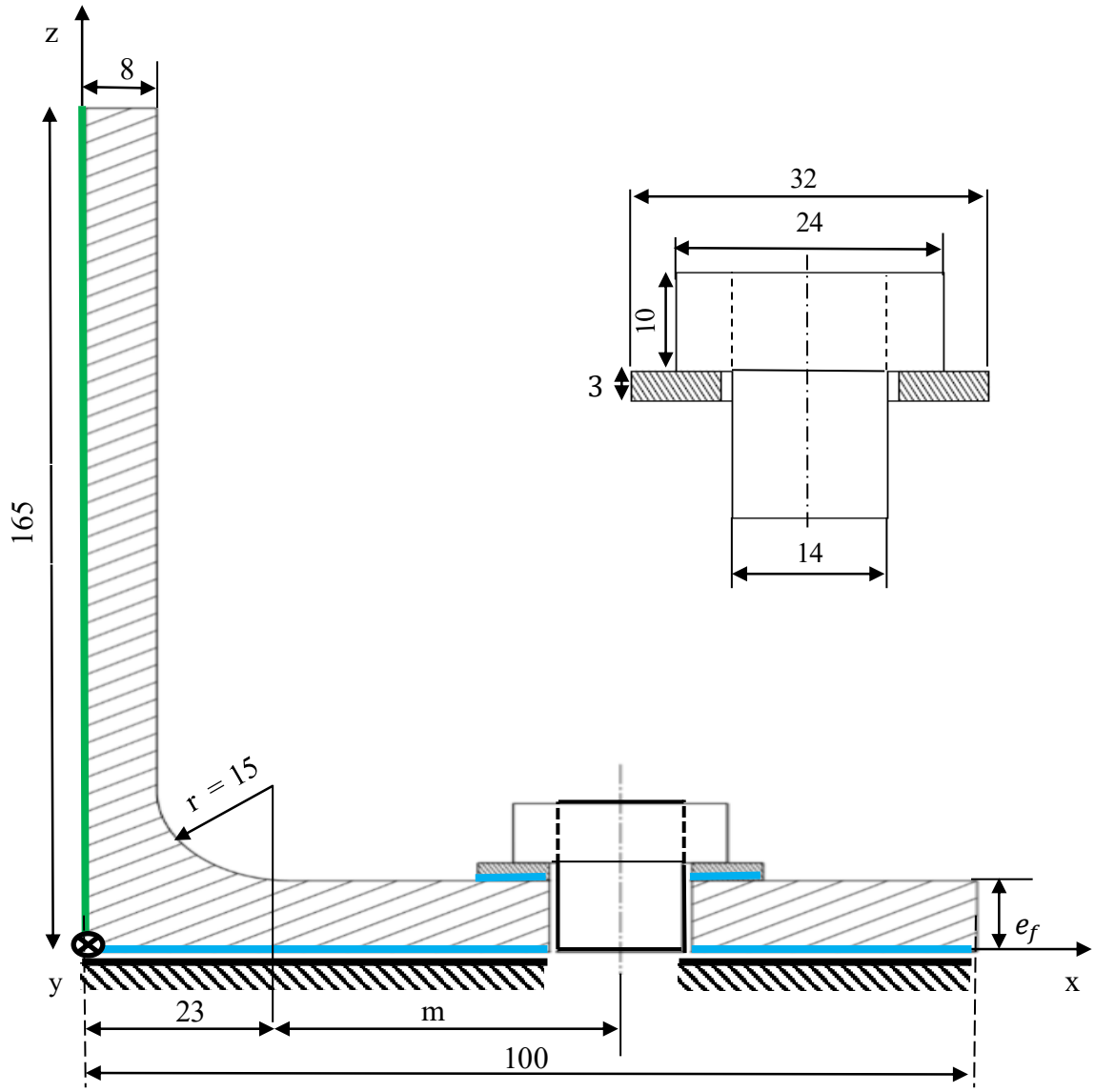


Figure 2-15 : *Paramètres géométriques du tronçon en té*

L'étude paramétrique porte également sur le boulon avec l'analyse de l'influence du congé de raccordement tête-fût de la vis ainsi que celle du filetage. Le modèle du boulon prenant en compte le congé de raccordement entre la tête et le fût et celui du premier filet en prise avec l'écrou seront présentés dans les paragraphes suivants.

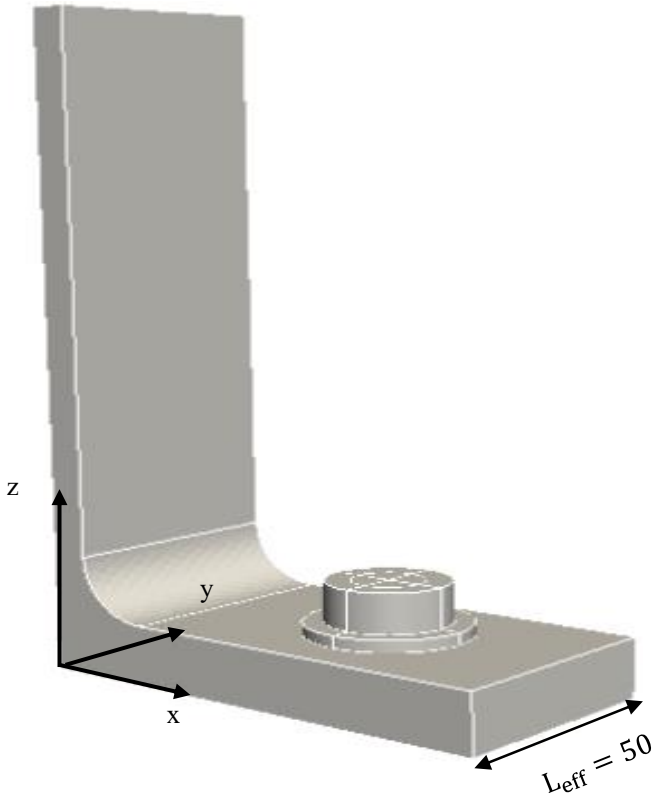


Figure 2-16 : *Modèle 3D du tronçon en té sur Salome-Meca (m = 40 et e_f = 15)*

La largeur L_{eff} a été fixée de sorte à éviter l'effet de bord en respectant la pince minimale e_1 préconisée en fatigue par l'Eurocode 3 ($e_1 \geq 1{,}5$ d, d étant le diamètre de la vis) [13], [34].

II.5.2. Propriétés mécaniques des matériaux et maillage du tronçon en té

Tous les matériaux constituant le modèle numérique du tronçon en té ont un comportement élasto-plastique. Le boulon utilisé pour cette modélisation est un boulon M14 de classe de qualité 8.8 (HR 8.8) apte à la précontrainte [13]. Les caractéristiques mécaniques élastiques de la vis et du tronçon en té sont données par le tableau 2-2.

Tableau 2-2 : *Propriétés mécaniques élastiques des matériaux*

	E (GPa)	υ	σ_e (MPa)
Vis	210	0,3	640
Tronçon en té			355

Des éléments solides tétraédriques sont utilisés pour le maillage de l'ensemble du modèle (figure 2-17). Le maillage du boulon est optimisé car l'analyse de son comportement dans le tronçon en té est l'objectif principal de ce travail. Il nécessite donc une connaissance très précise des états de contrainte rencontrés.

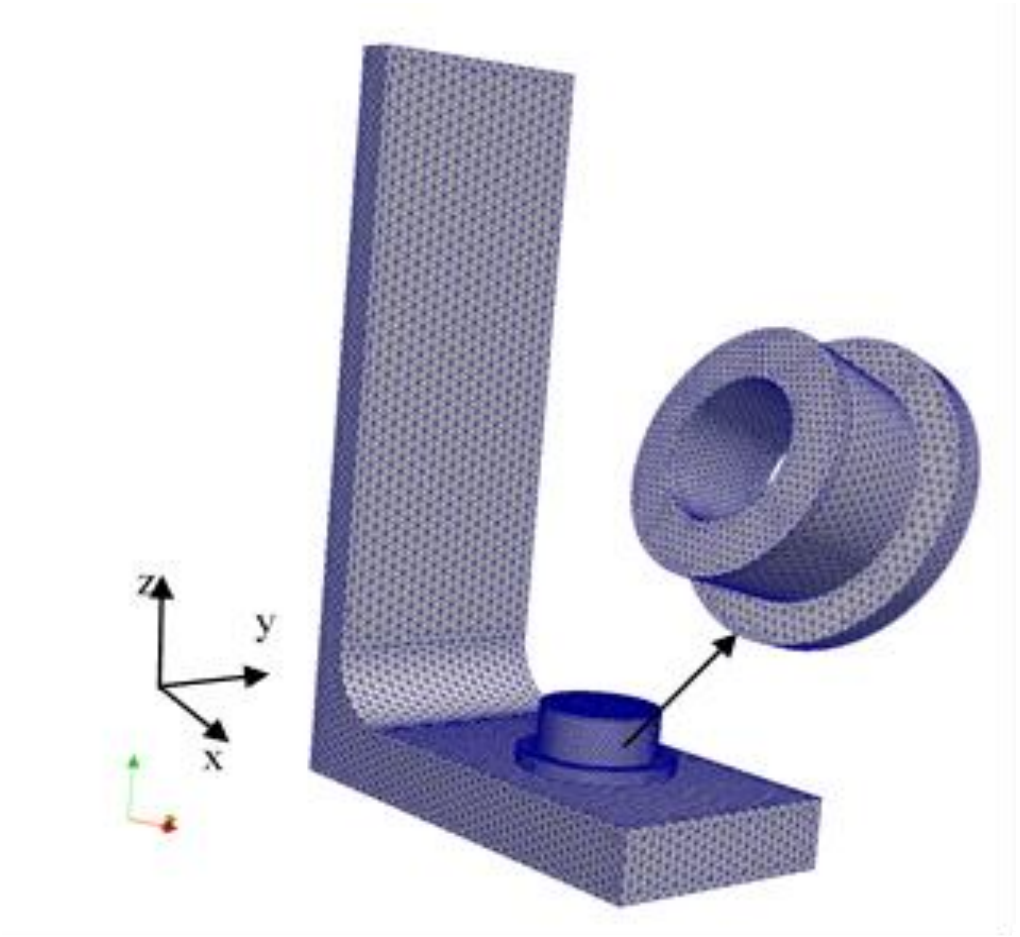


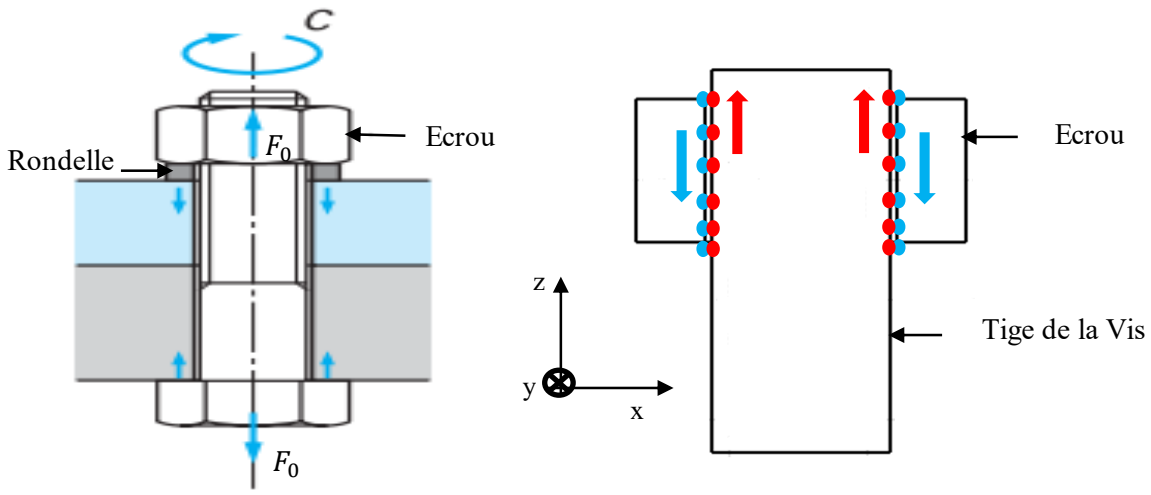
Figure 2-17 : *Maillage du tronçon en té à l'aide d'éléments tétraédriques (m = 40 et e_f = 15).*

II.5.3. Application de la précontrainte dans le boulon

Le serrage du boulon dans l'assemblage est simulé numériquement afin de créer la précontrainte (précharge) souhaitée dans la vis. Une première méthode consistant à générer la précontrainte par un calcul thermomécanique, sur Castem 2000, n'a pas été concluante car les résultats obtenus n'étaient pas en phase avec la réalité. Le problème venait du fait qu'en refroidissant le boulon (calcul thermomécanique) on ne maitrisait plus les déplacements transversaux. Autrement dit le boulon se rétrécissait par une homothétie analogue dans toutes les directions, ce qui ne correspondait pas au comportement réel du boulon lors de son serrage.

Nous avons par la suite réussi à créer la précontrainte dans le boulon sur le logiciel Salome-Meca en imposant un déplacement relatif entre les nœuds de la vis et ceux de l'écrou en contact. Cette démarche a conduit à des résultats en accord avec le principe de fonctionnement du boulon précontraint. Elle a donc été retenue pour la suite.

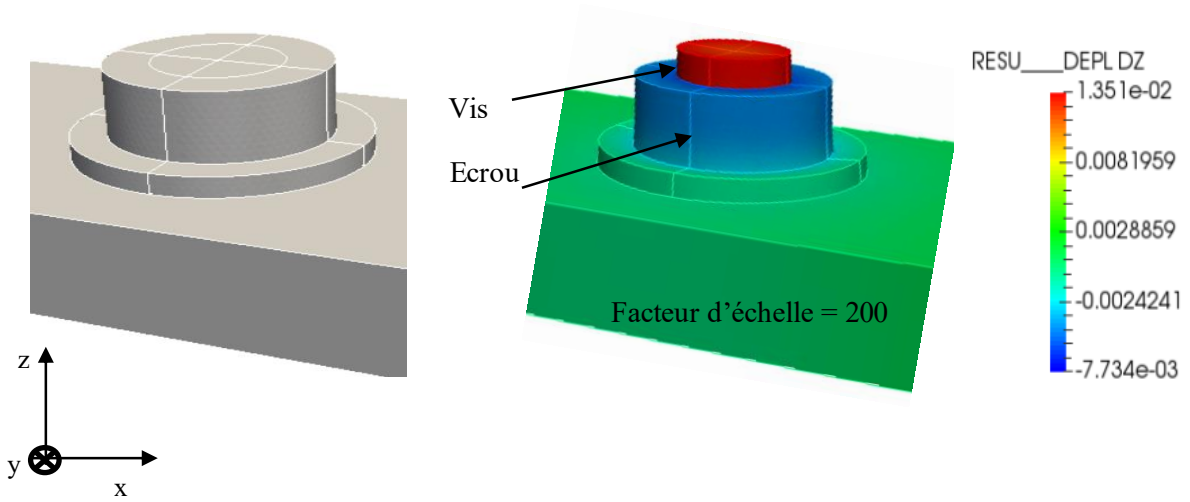
La précontrainte liée au serrage est donc modélisée en imposant un déplacement relatif entre les nœuds de la surface intérieure de l'écrou par rapport à ceux de la surface extérieure de la vis en contact avec l'écrou (figure 2-18b). De ce fait le boulon est mis en traction, cette traction correspondant à la force de précontrainte F_0 et ainsi, d'après le principe d'action et de réaction à l'équilibre statique, la semelle du tronçon en té est soumise à une sollicitation de compression sous la rondelle placée sous l'écrou, et sous la tête de la vis (figure 2-18a).



(a) [64] (b)

Figure 2-18 : *(a) Mécanisme de serrage du boulon ; (b) Illustration du déplacement relatif entre les nœuds de la surface intérieure de l'écrou par rapport à ceux de la surface extérieure de la vis*

La figure 2-19 montre la position de la vis par rapport à l'écrou avant et après l'application de la précontrainte (modélisant ainsi le serrage du boulon).



(a) Avant application de la précontrainte (b) Après application d'un effort de pré-serrage de 20 kN

Figure 2-19 : *Effet de l'application de la précontrainte par déplacement imposé entre la vis et l'écrou*

Pratiquement, l'extrémité de la vis qui affleurait la surface de l'écrou (figure 2-19a) est sortie de l'écrou d'une longueur correspondant à l'allongement du fût et des déformations de compression (raccourcissement axial) des semelles du tronçon en té (figure 2-19b). Pour les simulations effectuées, la précharge varie de 0 kN (absence de précharge) à 40 kN correspondant à 40 % de la limite élastique du boulon M14 de classe de qualité 8.8.

II.5.4. Conditions aux limites

Les conditions aux limites tiennent compte des plans de symétrie (figures 2-13 et 2-14) :

- plan de symétrie zy, $U_x = 0$ (le déplacement suivant la direction x est nul),
- plan de symétrie zx, $U_y = 0$ (le déplacement suivant la direction y est nul),
- symétrie du boulon, $U_z = 0$ (le blocage axial empêche tout déplacement suivant z),
- blocage d'un nœud du boulon pour éviter le déplacement de corps rigide.

De plus, la condition de contact unilatéral (absence d'interpénétration des nœuds des surfaces en contact) sans frottement est appliquée d'une part entre la surface inférieure de la rondelle et la surface supérieure de la semelle supérieure et d'autre part entre la surface inférieure de la semelle supérieure et la surface supérieure de la semelle inférieure (figure 2-14). Cette hypothèse est en conformité avec celle prise pour le calcul de raideur d'un assemblage boulonné suivant le modèle développé au Laboratoire de Génie Mécanique de Toulouse (LGMT) [12].

II.5.5. Résolution du problème de contact

La prise en compte du contact introduit une non-linéarité de plus dans la modélisation par éléments finis. Les non-linéarités de type contact sont parmi les plus difficiles à traiter [65] car elles mettent en jeu des changements brusques de comportement (au passage contact-décollement et au passage adhérence-glissement). Elles se séparent en deux catégories, les non-linéarités de contact unilatéral et celles de frottement. Nous nous intéressons ici aux non-linéarités de contact unilatéral car nous considérons qu'il n'y a pas de glissement au niveau des surfaces en contact (entre rondelle et té et entre té et semelle inférieure) à cause de la précontrainte appliquée au boulon [14]. Les lois de frottement ne peuvent intervenir que lorsqu'il n'y a pas de décollement au niveau de la zone de contact.

Le contact unilatéral est la relation qui existe, sur la zone de contact, entre les efforts normaux (pressions de contact) et le mouvement relatif des deux corps dans la direction normale (décollement). Dire que deux corps solides mis en contact ne s'interpénètrent pas, mais qu'au contraire un effort réciproque est exercé de l'un sur l'autre et que cet effort disparait lorsque les corps ne se touchent plus, relève du bon sens. C'est la définition la plus succincte que l'on puisse faire du problème de contact. Pourtant faire respecter ces conditions dans un code de calcul des structures comme le code Aster (Salome-Meca) demande beaucoup de précautions [66]. Il est indispensable d'avoir compris que le problème de contact est une non-linéarité à part entière au même titre que les non-linéarités des matériaux (loi de comportement non linéaire). Elle demande donc à la fois de connaitre les bases de la théorie du contact et de comprendre le traitement de celui-ci dans le code Aster afin de faire le bon choix de modélisation pour le maillage et la mise en données [66].

II.5.5.1. Méthodologie de résolution du problème de contact

Considérons deux solides Ω_1 et Ω_2 (figure 2-20). On note $\Omega = \Omega_1 \; U \; \Omega_2$ l'ensemble des deux corps. Ils sont soumis à des déplacements imposés $\vec{u}_d$ sur la zone $S_u = S_{u1} U \; S_{u2}$, à des efforts imposés $\vec{F}_d$ sur la zone $S_F = S_{F1} U \; S_{F2}$ et à des forces de volume $\vec{f}_d$ agissant dans les deux domaines.

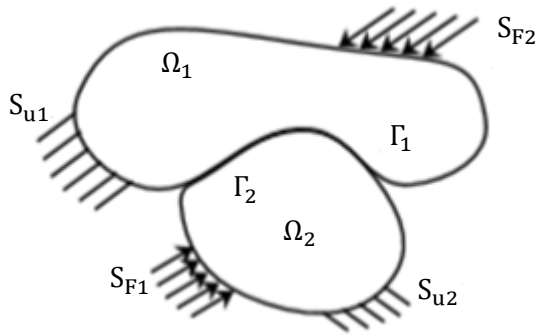


Figure 2-20 : *Modélisation d'un problème de contact unilatéral sans frottement [65]*

Plaçons-nous dans une base quelconque (1, 2, 3).

Désignons par $[\sigma] = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{bmatrix}$ le tenseur symétrique des contraintes agissant dans le milieu.

et par $[\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} & \varepsilon_{23} & \varepsilon_{33} \end{bmatrix}$ celui des déformations associées. Ces deux tenseurs sont liés par la loi de Hooke généralisée.

Les deux solides sont en contact sur la zone $\Gamma = \Gamma_1 = \Gamma_2$ supposée connue. Les équations classiques du problème posé d'élasticité sont les suivantes :

$$\begin{cases} \overrightarrow{div}\,[\sigma] + \vec{f}_d = \vec{0} & \text{dans } \Omega \\ \sigma\vec{n} = \vec{F}_d & \text{sur } S_F \\ \vec{u} = \vec{u}_d & \text{sur } S_u \\ \{\sigma\} = [E]\{\varepsilon\} & \text{dans } \Omega \end{cases} \qquad (2\text{-}9)$$

On pose : $\{\sigma\} = \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \end{Bmatrix}$ $\{\varepsilon\} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \end{Bmatrix}$,

et $[E] = \frac{E}{(1+\upsilon)(1-2\upsilon)} \begin{bmatrix} 1-\upsilon & \upsilon & \upsilon & \vdots & \vdots & \vdots \\ \upsilon & 1-\upsilon & \upsilon & \vdots & \vdots & \vdots \\ \upsilon & \upsilon & 1-\upsilon & (1-2\upsilon)/2 & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & (1-2\upsilon)/2 & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & (1-2\upsilon)/2 \end{bmatrix}$

où [E] est la matrice de rigidité et υ le coefficient de Poisson.

Le champ solution de déplacement $\vec{u}$ est partitionné en $\vec{u}_1$ dans Ω_1 et $\vec{u}_2$ dans Ω_2. Il en va de même pour le champ de contrainte $[\sigma]$ et le champ de déformation $[\varepsilon]$. On note $\vec{n}_1$ la normale sortante de Ω_1 et $\vec{n}_2$ celle de Ω_2. Quand les deux corps sont en contact, les deux normales

coïncident ($\vec{n}_1 = -\vec{n}_2$) aussi, en guise de simplification, on considère seulement la normale $\vec{n} = \vec{n}_1$.

Les contraintes normales associées au problème de contact unilatéral sont notées :

$$\sigma_{n1} = \vec{n}\,[\sigma]_1\vec{n}_1$$

$$\sigma_{n2} = \vec{n}\,[\sigma]_2\vec{n}_2$$

Et les contraintes tangentielles liées au problème de frottement sont obtenues par :

$$\vec{\tau}_{t1} = [\sigma]_1\vec{n}_1 - \sigma_{n1}\vec{n}$$

$$\vec{\tau}_{t2} = [\sigma]_2\vec{n}_2 - \sigma_{n2}\vec{n}$$

Les équations définissant l'interaction entre les deux corps sont appliquées sur la zone de contact Γ. Sur cette dernière, les conditions de contact unilatéral sans frottement sont traduites par :

- l'inéquation indiquant qu'il peut n'y avoir que du décollement et non pénétration :

$$(\vec{u}_2 - \vec{u}_1).\vec{n} \geq 0 \qquad (2\text{-}10)$$

- l'équation indiquant que les contraintes normales ne peuvent correspondre qu'à de la compression :

$$\sigma_n = \sigma_{n1} = -\sigma_{n2} \leq 0 \qquad (2\text{-}11)$$

- l'équation indiquant l'absence de contrainte tangentielle de frottement :

$$\vec{\tau}_t = \vec{\tau}_{t1} = -\vec{\tau}_{t2} = \vec{0} \qquad (2\text{-}12)$$

- et enfin, l'équation indiquant qu'en un point il y a soit contact, soit décollement. Cette condition est appelée condition de complémentarité.

$$\big((\vec{u}_2 - \vec{u}_1).\vec{n}\big)\mathrm{F}_n = 0 \qquad (2\text{-}13)$$

Résoudre le problème de contact revient finalement à imposer une condition aux limites sur certains degrés de liberté de déplacement et trouver une inconnue supplémentaire, l'effort réciproque s'exerçant entre les deux corps. Dans le code Aster, en présence de contact, l'utilisateur doit a minima identifier les surfaces potentielles de contact. La technique de résolution repose ensuite sur deux étapes fondamentales :

- la phase d'appariement permettant de traiter la non-linéarité géométrique comme une suite de problèmes de petits glissements,
- la phase de résolution permettant de résoudre le problème d'optimisation sous contraintes, lié à la non-linéarité de contact et éventuellement de frottement. Différents algorithmes d'optimisation sont disponibles [66].

II.5.5.2. Surfaces maître/esclave

Dans le code Aster, c'est toujours à l'utilisateur de définir les surfaces potentielles de contact car il n'existe pas pour le moment de mécanisme automatique de détection des interpénétrations possibles dans une structure. L'utilisateur fournit donc dans un fichier de commande une liste de couples de surfaces de contact. Chaque couple contient une surface dite "maître" et une surface dite "esclave". Les zones susceptibles d'entrer en contact doivent être séparées, c'est-à-dire que l'intersection de deux zones distinctes doit être vide. La condition de contact unilatéral consiste à empêcher les nœuds esclaves de pénétrer à l'intérieur des surfaces maîtres, en revanche l'inverse est possible (figure 2-21). Le besoin de différencier les deux surfaces provient de la technique adoptée dans la phase d'appariement.

Une surface est choisie comme surface "maître" lorsqu'une des conditions suivantes est réunie :

- une des surfaces est rigide (a) ;
- une des deux surfaces recouvre l'autre (b) ;
- une des deux surfaces a une grande rigidité apparente devant l'autre (c) ;
- une des deux surfaces est maillée beaucoup plus grossièrement que l'autre (d).

Une surface est choisie comme "esclave" lorsqu'une de ces conditions est réunie :

- une des deux surfaces est courbe (a),
- une des deux surfaces est plus petite que l'autre (b),
- une des deux surfaces a une rigidité apparente petite devant celle de l'autre (c),
- une des deux surfaces est maillée beaucoup plus finement que l'autre (d).

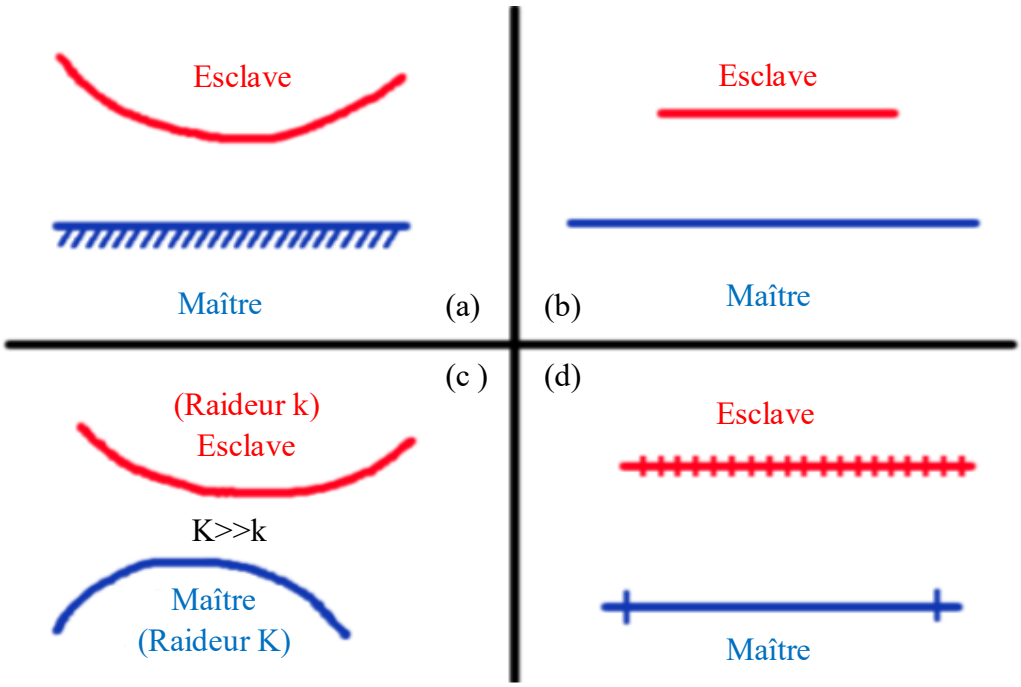


Figure 2-21 : *Choix des surfaces maitre et esclave suivant différentes situations*

II. 5.5.3. Résolution du contact

On appelle "résolution du contact" l'opération consistant à résoudre le système formé par la juxtaposition des équations classiques de la mécanique et des équations de contact-frottement. Deux formulations existent dans le code Aster pour la résolution du même problème physique, la formulation discrète et la formulation continue. Les deux formulations sont expliquées en détail dans [66].

- pour la formulation discrète, les conditions de contact sont appliquées sur le système discrétisé par la méthode des éléments finis. On ne modifie donc que la résolution du système linéaire $Ku = f$: on obtient alors un système sous contraintes (ces contraintes sont des inégalités linéaires),
- pour la formulation dite continue, on écrit une formulation variationnelle des équations de contact, elles sont donc discrétisées comme pour le principe des travaux virtuels. La démarche adoptée pour résoudre le système non-linéaire obtenu est un découplage des non-linéarités ou une linéarisation de Newton associée à un lagrangien augmenté.

Nous avons retenu la dernière formulation (continue) pour traiter les contacts dans le tronçon en té modélisé en utilisant l'algorithme de Newton.

II.6. Validation du modèle tronçon en té

Dans le but de valider le modèle EF du tronçon en té que nous avons réalisé sous Salome-Meca, nous avons comparé l'effort axial F_B et le moment de flexion M_B obtenus dans le boulon par cette simulation numérique avec les solutions analytiques. La précontrainte n'est pas prise en compte dans cette confrontation car les solutions analytiques trouvées dans la littérature ne la prennent pas en compte. L'effort extérieur 2F appliqué au tronçon en té vaut 20 kN. Quatre configurations géométriques du tronçon en té sont étudiées pour la validation de son modèle numérique (elles sont décrites dans le tableau 2-3 et la figure 2-15).

Tableau 2-3 : *Configurations géométriques étudiées pour la validation du modèle EF du tronçon en té*

Cas	e_f (mm)	m (mm)
1	10	40
2	10	20
3	15	40
4	15	20

La confrontation des solutions numériques et analytiques de l'effort axial F_B et du moment de flexion M_B dans le boulon (figure 2-22) pour les quatre configurations du tronçon en té variant d'un tronçon flexible (cas 1) à un tronçon rigide (cas 4) montre une assez bonne cohérence comme l'indiquent les figures 2-23 et 2-24. L'effort axial dans le boulon obtenu par simulation numérique est comparable à celui qu'on trouve analytiquement pour les quatre configurations du tronçon en té, avec un écart maximal de l'ordre de 4 % pour le cas 3. L'effort axial dans le boulon décroît au fur et à mesure qu'augmente l'épaisseur de la semelle (ou en diminuant l'excentration du boulon). En effet, augmenter l'épaisseur de la semelle revient à augmenter sa raideur flexionnelle, ce qui diminue de fait l'effet de levier.

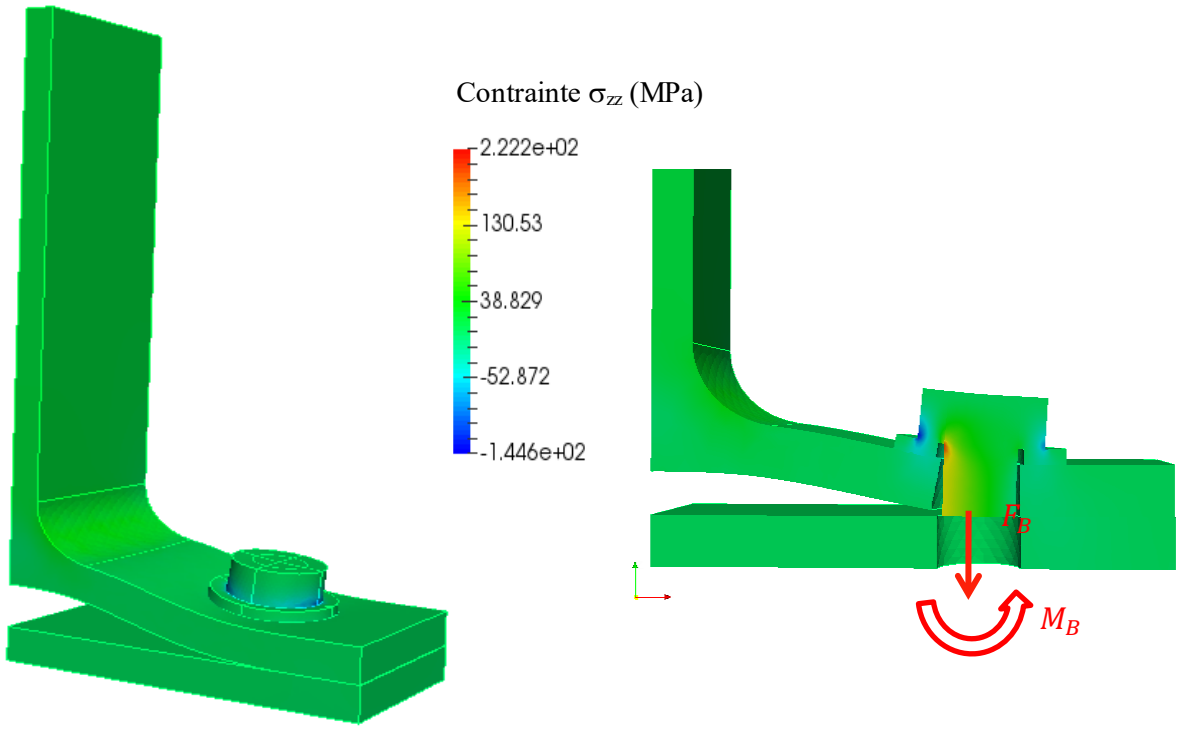


Figure 2-22 : *Déformation du tronçon en té dans la configuration géométrique n°1 pour un chargement extérieur F de 10 kN et sans précharge du boulon*

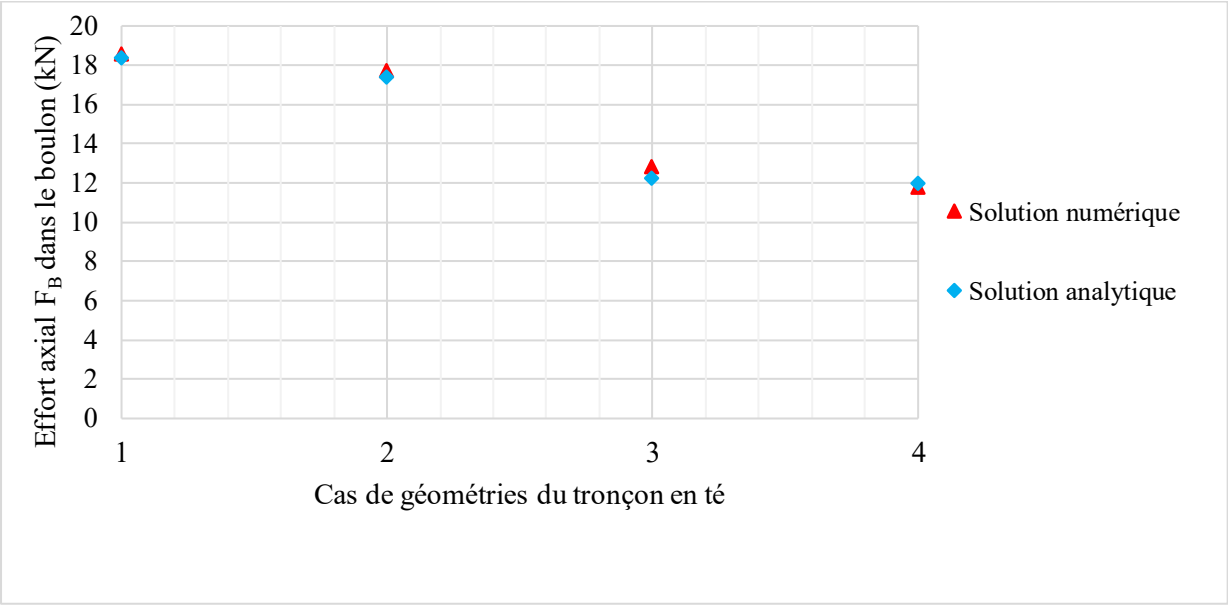


Figure 2-23 : *Comparaison entre les solutions numériques et analytiques de la force F_B existant dans le boulon*

L'écart maximal entre les solutions analytiques et numériques en termes de moment de flexion dans le boulon est de l'ordre de 29 %. Cet écart maximal est obtenu pour la troisième configuration géométrique du tronçon en té.

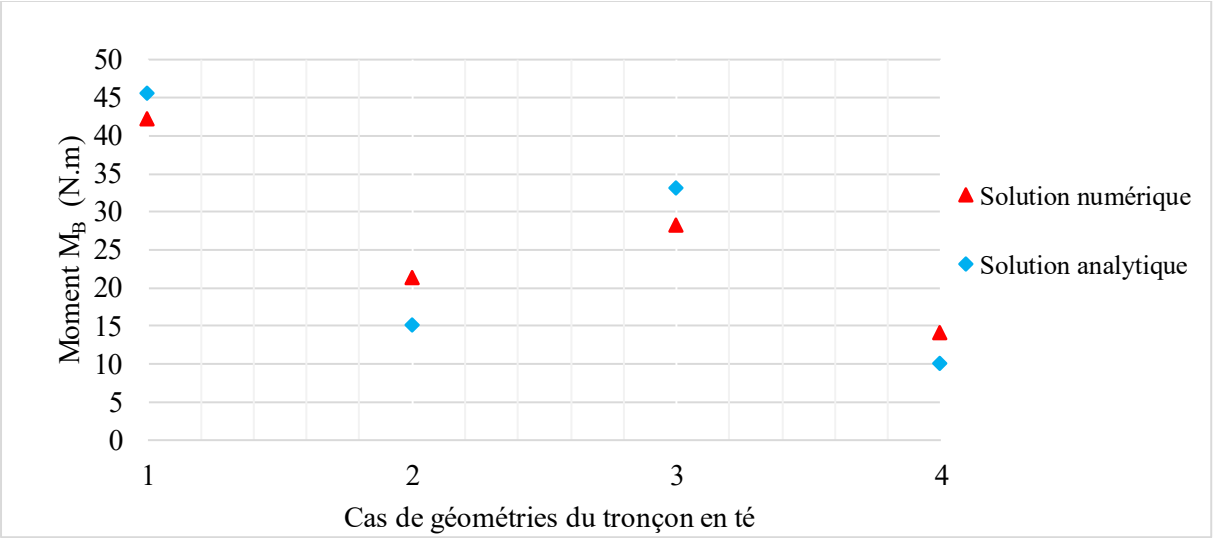
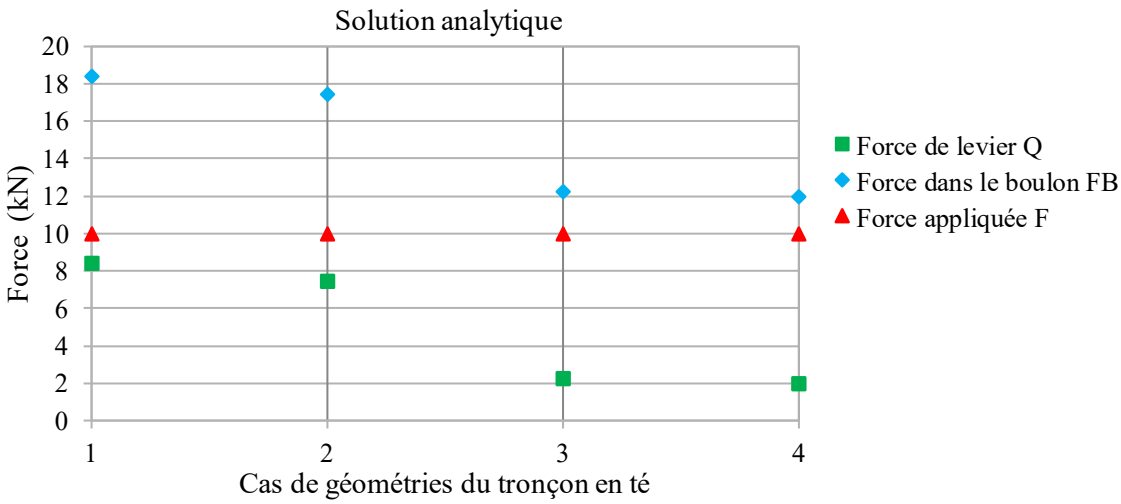


Figure 2-24 : *Comparaison entre les solutions numériques et analytiques du moment de flexion M_B dans le boulon*

Par ailleurs, nous avons vérifié que l'effort axial F_B dans le boulon correspondait bien à la somme de l'effort extérieur appliqué F et de la force de levier Q (tableau 2-4).

La figure 2-25 permet de comparer, pour chaque configuration et pour un effort appliqué F donné, les valeurs de l'effort dans le boulon F_B et celui dû à l'effet de levier Q. Nous pouvons ainsi vérifier que l'effort dans le boulon correspond bien à la somme de l'effort appliqué et de celui dû à l'effet de levier.

(a)



(b)

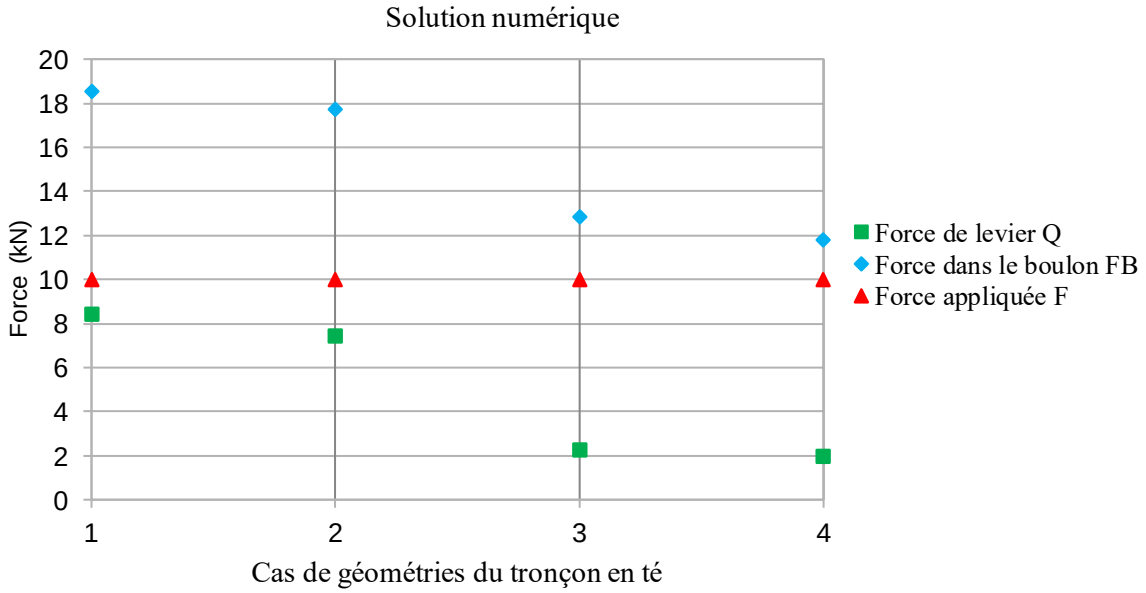


Figure 2-25 : *Vérification (a) analytique et (b) numérique de l'effet de levier au niveau de l'effort axial dans le boulon*

Pour chaque configuration du tronçon en té, en additionnant la force extérieure F et la force due à l'effet de levier Q nous obtenons l'effort axial F_B dans le boulon aussi bien pour la méthode analytique que pour la simulation numérique. La relation reste bien entendu toujours vérifiée lorsqu'on prend en compte la précharge dans les boulons avec la simulation numérique, l'effort extérieur 2F appliqué au tronçon en té étant toujours égal à 20 kN. Les relations analytiques existantes dans la littérature pour évaluer Q et F_B ne prenant pas en compte la précharge, la vérification de cet équilibre n'est faite que pour les solutions numériques. Le tableau 2.4 présente tous les résultats obtenus avec précharge.

Tableau 2-4 : *Vérification de l'effet de levier avec la prise en compte de la précharge pour le modèle numérique du tronçon en té*

	F = 10 kN			
	20 kN de précharge		40 kN de précharge	
Cas	Q (kN)	F_B (kN)	Q (kN)	F_B (kN)
1	17,62	27,62	32,83	42,83
2	13,34	23,34	30,85	40,85
3	14,11	24,11	31,04	41,04
4	11,68	21,68	30,34	40,34

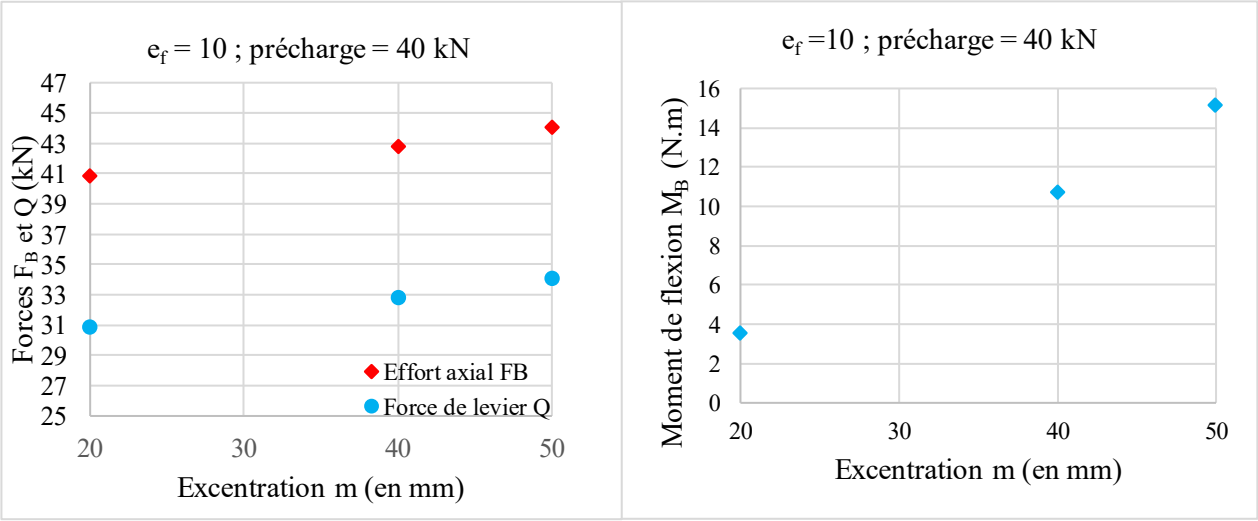
De ces résultats de comparaison entre la solution analytique et la solution numérique, nous pouvons conclure que le modèle numérique du tronçon en té permet de déterminer plutôt correctement les sollicitations dans le boulon. Aussi le modèle peut être utilisé pour analyser l'influence de certains paramètres du tronçon en té sur les sollicitations qui apparaissent au niveau du boulon.

II.7. Etude paramétrique sur le tronçon en té

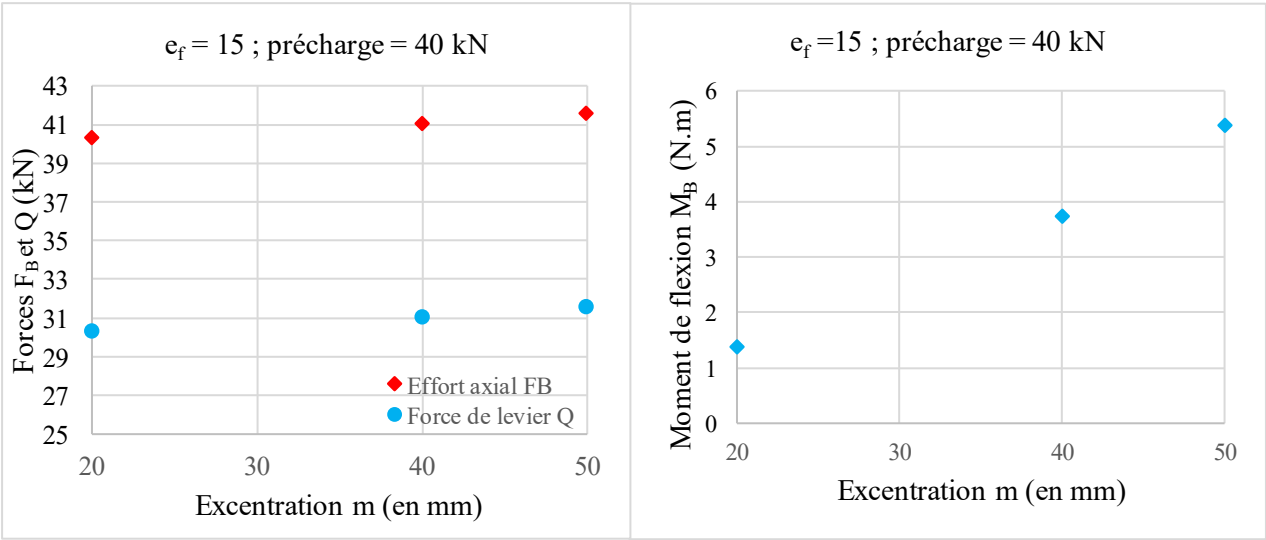
II.7.1. Etude de l'influence de l'excentration du boulon, de l'épaisseur de la semelle et du diamètre du boulon

II.7.1.1. Influence de l'excentration m du boulon

L'excentration m du boulon est la distance séparant l'extrémité du rayon de raccordement du tronçon en té et la position du boulon (figure 2-15). La variation de cette excentration entraine une augmentation de la sollicitation dans le boulon. En effet, l'augmentation de l'excentration du boulon accroit la force de levier Q donc l'effort axial F_B et le moment M_B rencontrés dans le boulon (figure 2-26).



a)



b)

Figure 2-26 : *Influence de l'excentration du boulon sur l'effort normal et le moment présents dans le boulon*

La force de précontrainte réduit considérablement l'effet de l'excentration du boulon sur l'effort axial F_B et le moment de flexion M_B que supporte le boulon (tableau 2-5).

Tableau 2-5 : *Influence de l'excentration m sur les sollicitations dans le boulon*

Précharge (kN)		0		40	
e_f	m	F_B (kN)	M_B(N.m)	F_B (kN)	M_B(N.m)
10	20	13,86	27,75	40,85	3,56
	40	18,57	41,61	42,83	10,69
15	20	10,29	3,25	40,34	1,39
	40	11,77	6,24	41,04	3,74

L'excentration du boulon induit une force supplémentaire Q due à l'effet de levier qui accentue la contrainte dans le boulon. Cette dernière est plus importante dans les cas de semelles flexibles (e_f = 10) à cause de la forte déformation de la semelle (figure 2-27). En effet, pour une précontrainte de 40 kN dans le boulon, nous avons appliqué un chargement cyclique sur le tronçon en té. Le chargement extérieur F varie d'une valeur minimale F_{min} nulle à une valeur maximale F_{max} de 10 kN. La contrainte axiale σ_{zz} au point A de la vis (figure 2-36) est relevée pour les deux chargements (F_{min} et F_{max}) afin de calculer l'étendue de contrainte du cycle. Celle-ci est la différence entre la contrainte axiale σ_{zz} (au point A) pour le chargement maximal F_{max} et la contrainte axiale au même point pour le chargement minimal F_{min}.

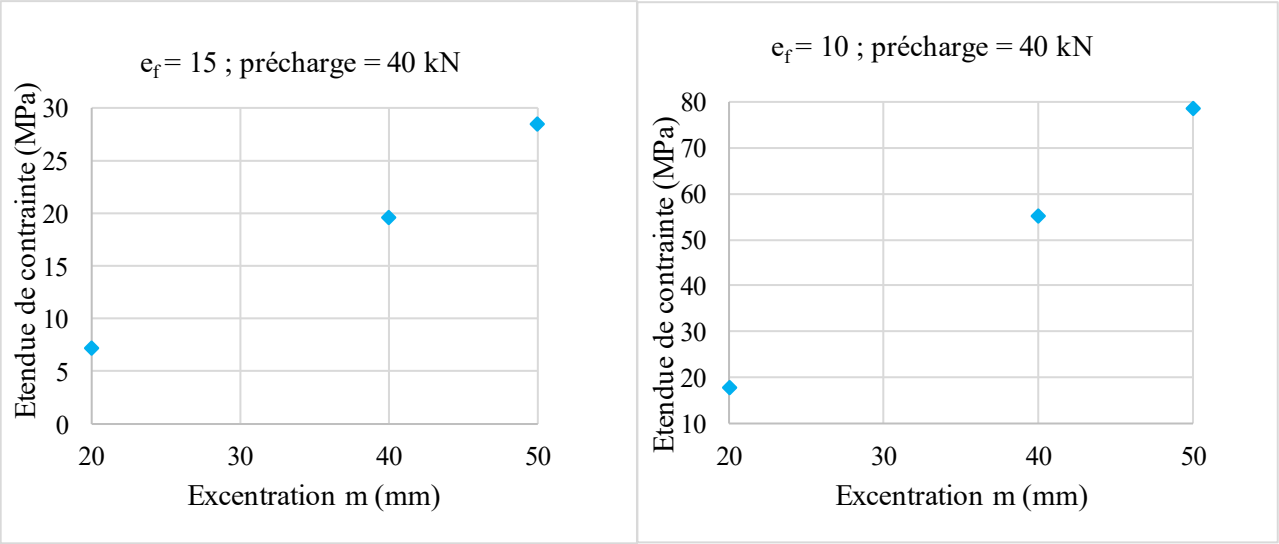


Figure 2-27 : *Variation de l'amplitude de contrainte dans le boulon en fonction de l'excentration*

L'augmentation de l'excentration m du boulon est donc très néfaste à la tenue en statique et en fatigue du boulon dans la mesure où elle accroît fortement les sollicitations et leur amplitude dans le boulon.

II.7.1.2. Influence de l'épaisseur de la semelle

L'augmentation de l'épaisseur de la semelle engendre une diminution des sollicitations dans le boulon comme on peut le constater sur la figure 2-28.

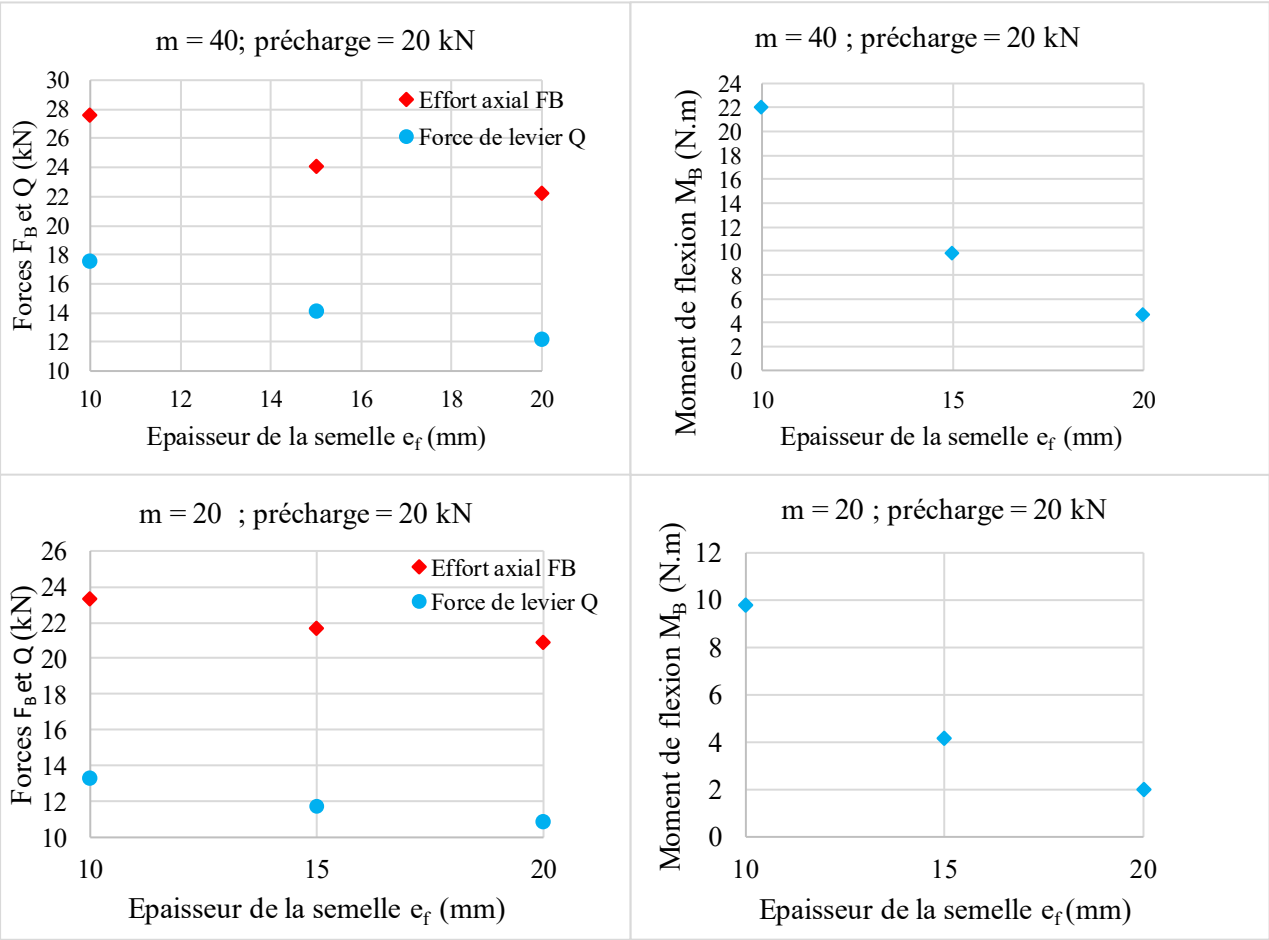


Figure 2-28 : *Influence de l'épaisseur de la semelle sur l'effort axial F_B et le moment M_B dans le boulon*

L'augmentation de l'épaisseur de la semelle se traduit par une augmentation de la rigidité du tronçon en té, laquelle est bénéfique pour le boulon car elle entraîne une diminution conséquente du moment de flexion M_B dans le boulon mais aussi une réduction non négligeable de l'effort axial F_B du fait de la réduction de l'effort de levier (tableau 2-6).

Tableau 2-6 : *Influence de l'épaisseur de la semelle sur les sollicitations dans le boulon*

Précharge (kN)		20		40	
m	e_f	F_B (kN)	M_B(N.m)	F_B (kN)	M_B(N.m)
20	10	23,34	9,76	40,85	3,56
	15	21,68	4,15	40,34	1,39
	20	20,91	2,01	40,12	0,76
40	10	27,62	22	42,83	10,69
	15	24,11	9,71	41,04	3,74
	20	22,25	4,61	40,36	1,68

L'étendue de la contrainte est également réduite avec l'augmentation de l'épaisseur de la semelle du tronçon en té en présence d'un pré-serrage du boulon (figure 2-29). La contrainte alternée σ_a (moitié de l'étendue de la contrainte) étant le paramètre du premier ordre à l'origine de l'endommagement par fatigue des boulons dans un assemblage sollicité en fatigue, sa réduction permet de garantir une meilleure tenue des boulons lorsque l'assemblage est soumis à une sollicitation dynamique.

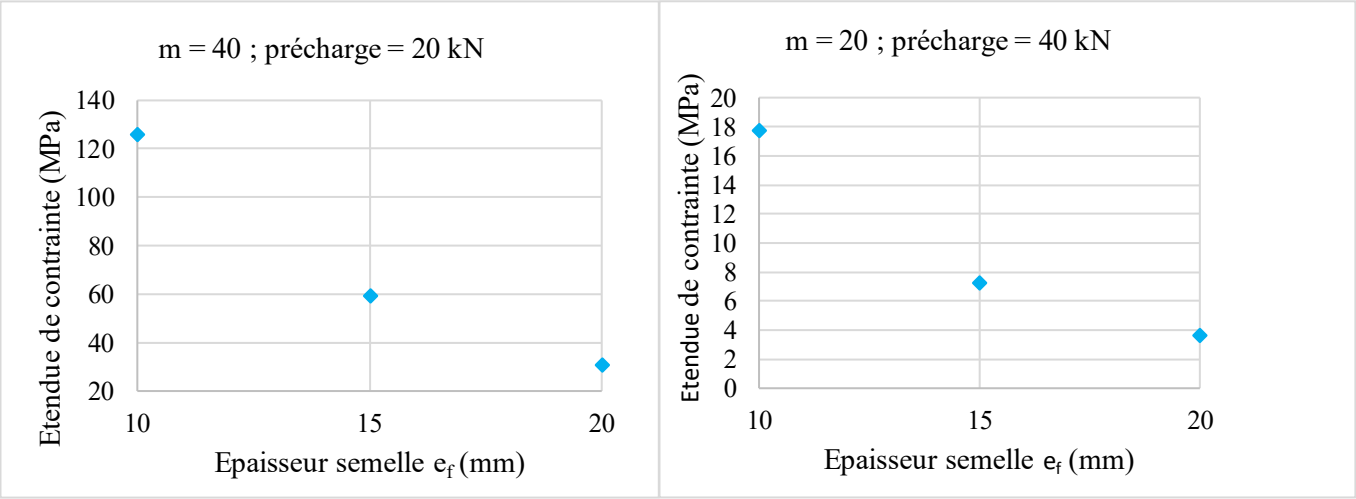


Figure 2-29 : *Evolution de l'étendue de contrainte dans un boulon en fonction de l'épaisseur de la semelle*

Il s'ensuit alors que l'augmentation de l'épaisseur de la semelle, toutes choses égales par ailleurs, est un moyen important pour permettre d'améliorer la tenue en fatigue des boulons réalisant l'assemblage.

II.7.1.3. Influence du diamètre du boulon

L'étude de l'influence du diamètre du boulon est illustrée ici par le cas 4 correspondant au cas le plus rigide des 4 cas étudiés (figure 2-30) mais la même tendance est vérifiée pour les 4 cas. En effet, nous avons une évolution rapide du moment de flexion dans le boulon au fur et à mesure que l'effort extérieur augmente. Dans les 4 configurations étudiées du tronçon en té et pour une précharge de 20 kN, le moment de flexion est multiplié par 5 voire par 6 en doublant l'effort extérieur appliqué (figure 2-30). L'effort axial dans le boulon n'augmente pas dans les mêmes proportions que le moment de flexion.

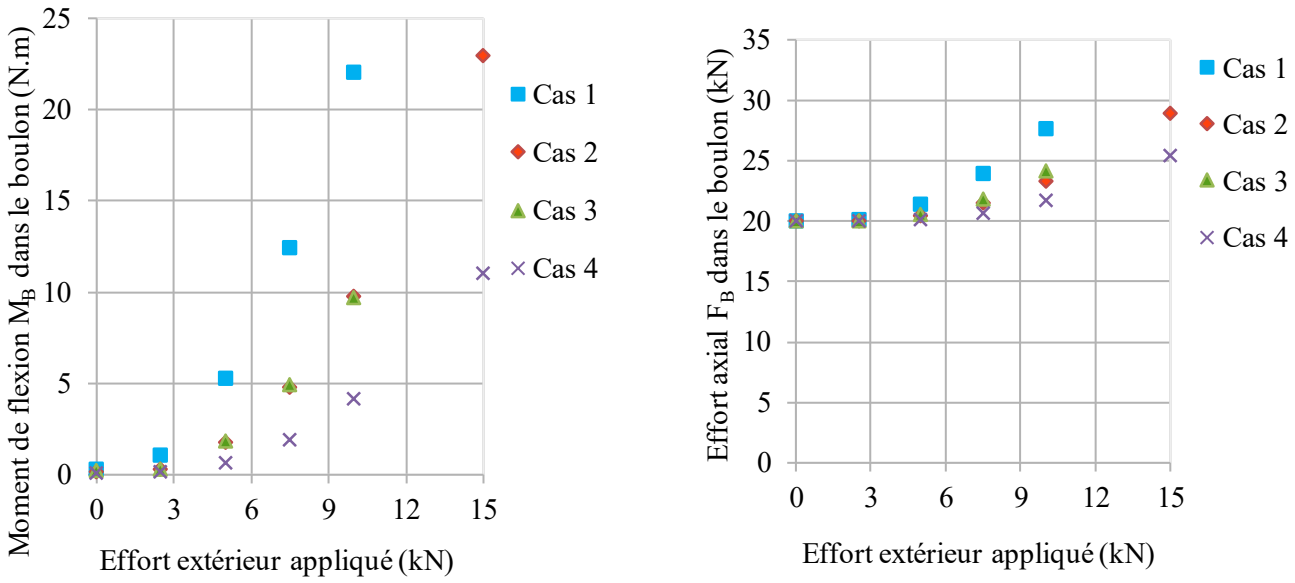
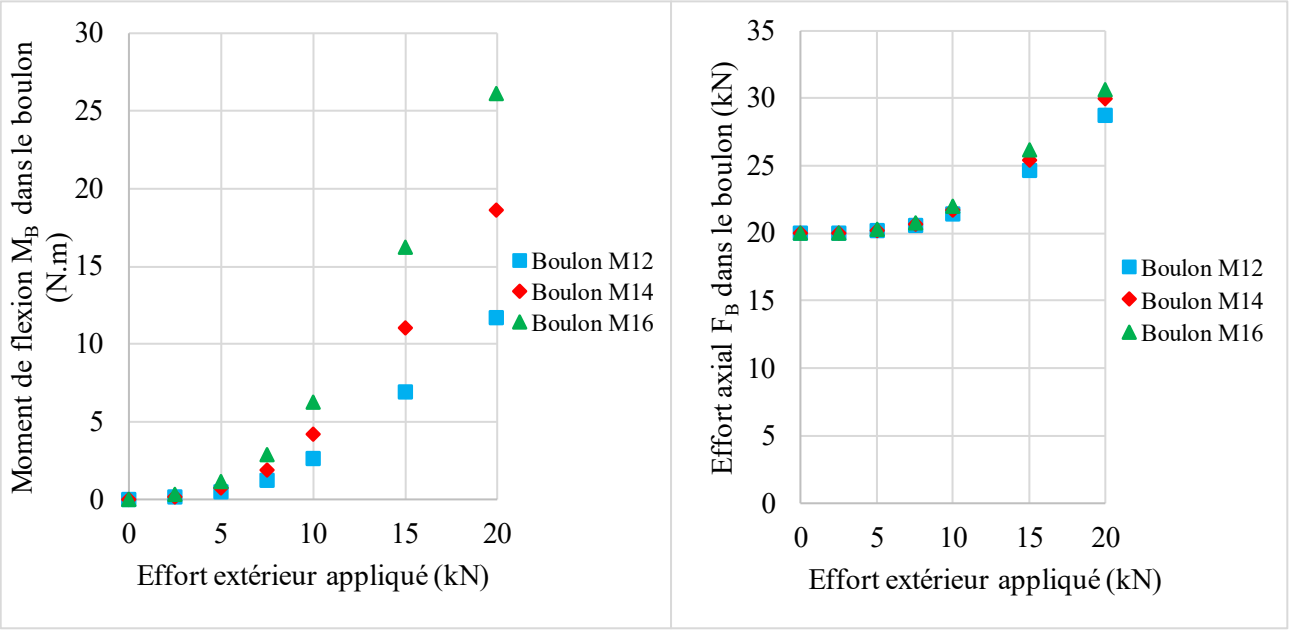


Figure 2-30 : *Variation de la sollicitation dans le boulon pour les 4 configurations du tronçon en té dans le cas d'une précharge de 20 kN*

Trois diamètres de boulon sont étudiés pour analyser leur influence, s'ils en ont, quant à la sollicitation appliquée au boulon. Les boulons M12, M14 et M16 de classe de qualité 8.8 sont utilisés à cet effet. Les résultats découlant de la simulation numérique stipulent que le diamètre du boulon influence effectivement la sollicitation dans ce dernier, donc sa tenue en fatigue. Pour une géométrie donnée du tronçon en té (cas 4) et pour une précontrainte donnée (20 kN), plus le diamètre du boulon est grand, plus il est soumis à un moment de flexion important (figure 2-31a). Inversement plus le diamètre est faible plus le moment de flexion MB l'est également. L'écart s'amplifie au fur et à mesure que l'effort extérieur appliqué au tronçon en té augmente. La même constatation est valable pour l'effort axial FB dans le boulon (figure 2-31b).



(a) (b)

Figure 2-31 : *Influence du diamètre du boulon sur le moment et l'effort axial subis par le boulon dans le cas 4 et un pré-serrage de 20 kN*

Cette constatation, d'abord faite pour une précharge de 20 kN, est ensuite validée pour une précharge de 40 kN (figure 2-33). En passant d'un boulon M16 à un boulon M14, le moment de flexion se trouve réduit de 30 à 50 % aussi bien pour une précharge de 20 kN que pour une précharge de 40 kN. La réduction est du même ordre de grandeur en passant du boulon M14 au boulon M12 (figure 2-32).

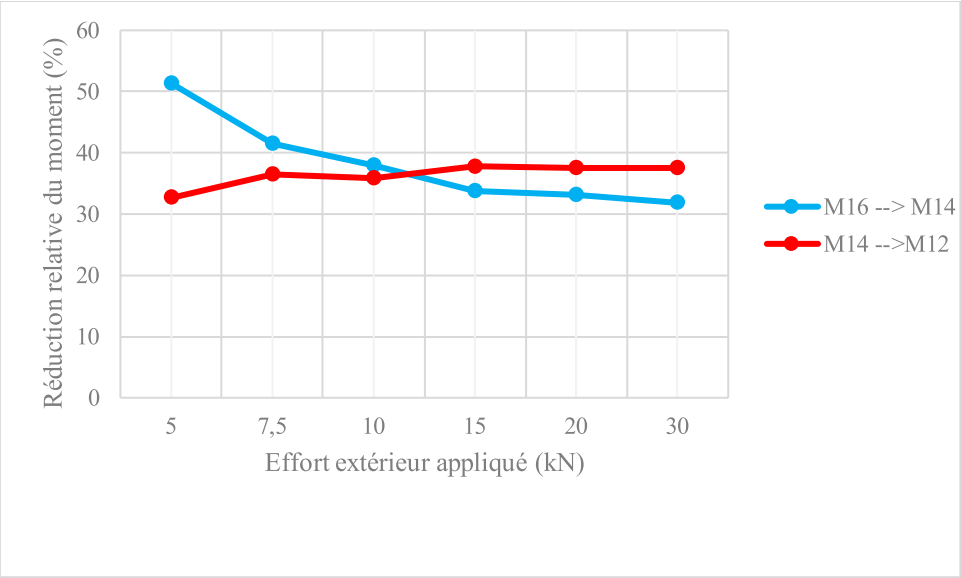


Figure 2-32 : *Réduction relative du moment de flexion (en %) en passant du boulon M16 au boulon M14 et de M14 à M12 pour une précharge de 40 kN*

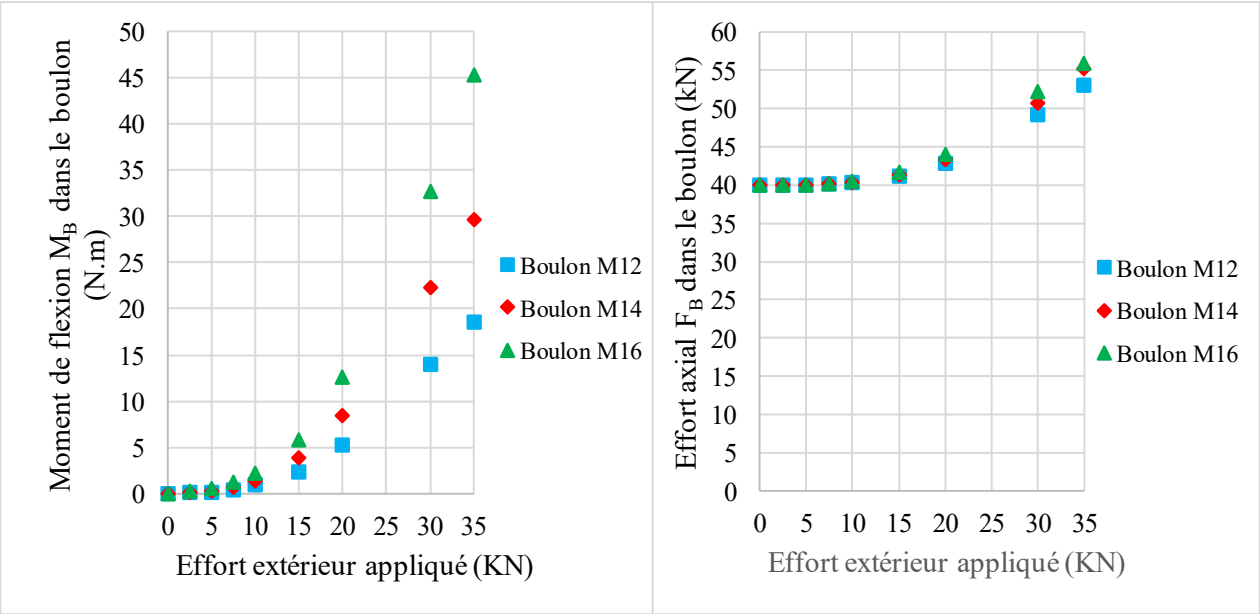


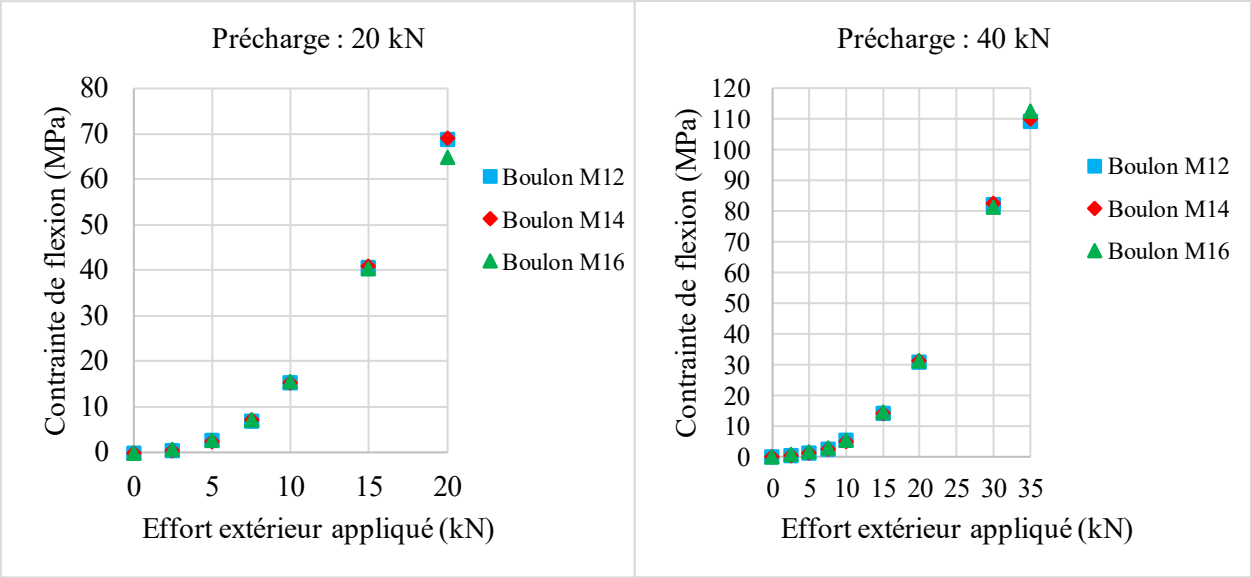
Figure 2-33 : *Influence du diamètre du boulon sur son moment et son effort axial dans le cas 4 pour une précharge de 40 kN*

Le moment de flexion pouvant être un facteur très endommageant pour le boulon sous sollicitation dynamique, il est très important, dès la phase de conception, d'être vigilant sur ce facteur en essayant de le réduire au mieux lorsque le boulon est destiné à supporter des chargements dynamiques (fatigue). Cet écart que nous constatons pour les moments de flexion dans le boulon est en revanche quasi-nul en matière de contrainte de flexion maximale associée (figure 2-34). La contrainte de flexion maximale σ_{fB} dans le boulon est calculée selon la relation (2-14).

$$\sigma_{fB} = \frac{32M_B}{\pi d^3} \qquad (2\text{-}14)$$

Où : d est le diamètre nominal de la tige de la vis,

M_B est le moment de flexion dans le boulon.



(a) (b)

Figure 2-34 : *Influence du diamètre du boulon sur la contrainte de flexion maximale pour une précharge (a) de 20 kN et (b) de 40 kN*

En résumé, nous remarquons que la géométrie du tronçon en té a une grande influence sur la résistance en service du boulon. L'augmentation de l'excentration m du boulon est néfaste à la tenue de ce dernier aussi bien en statique qu'en dynamique alors que l'augmentation de l'épaisseur de la semelle est en revanche bénéfique. L'augmentation de l'épaisseur de la semelle rigidifie l'assemblage et conduit ainsi à une réduction non négligeable de la sollicitation dans le boulon (force et contrainte axiales). Ces résultats viennent confirmer les conclusions de Haung et al [54], qui ont également analysé l'influence de la précontrainte sur la tenue du boulon.

Une autre conclusion importante qui découle de l'étude menée est la réduction du moment de flexion engendrée par la diminution du diamètre du boulon, réduction cependant négligeable en termes de contrainte maximale de flexion dans le boulon. La contrainte globale (contrainte de traction + contrainte de flexion) est légèrement augmentée avec la diminution du diamètre du boulon car la contrainte de traction augmente légèrement.

II.7.2. Analyse de l'influence de la précontrainte sur le chargement perçu par le boulon

Dans le tronçon en té, le boulon est soumis à une sollicitation composée de traction et de flexion du fait de son excentration par rapport à la zone d'application de la force F au tronçon en té (figure 2-35).

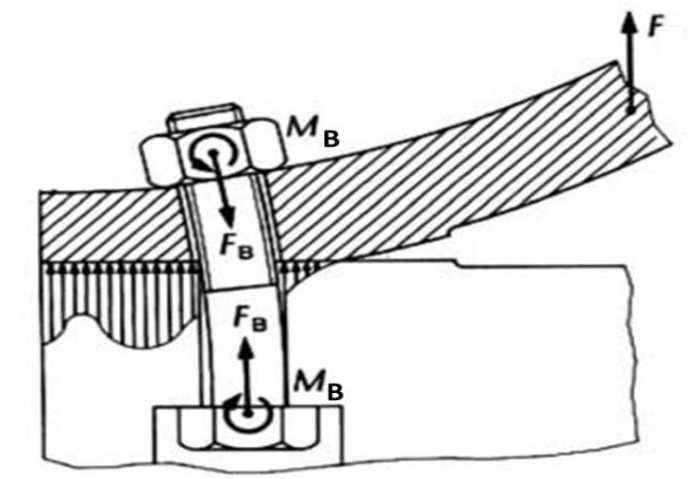


Figure 2-35 : *Illustration de la flexion dans le boulon dans un tronçon en té (d'après [21])*

Pour mettre en évidence la flexion dans le boulon, nous avons appliqué un cycle de chargement sur le tronçon en té. L'effort extérieur appliqué sur le tronçon en té, dans sa configuration la plus rigide, varie de 0 kN à 100 kN (soit 25 kN pour le quart du tronçon modélisé). Les évolutions des contraintes axiales σ_{zz} aux points A, B et I, respectivement extrémités et milieu du diamètre du fût de la vis dans le plan (x, z) sont tracées au cours du cycle de chargement (voir figure 2-36).

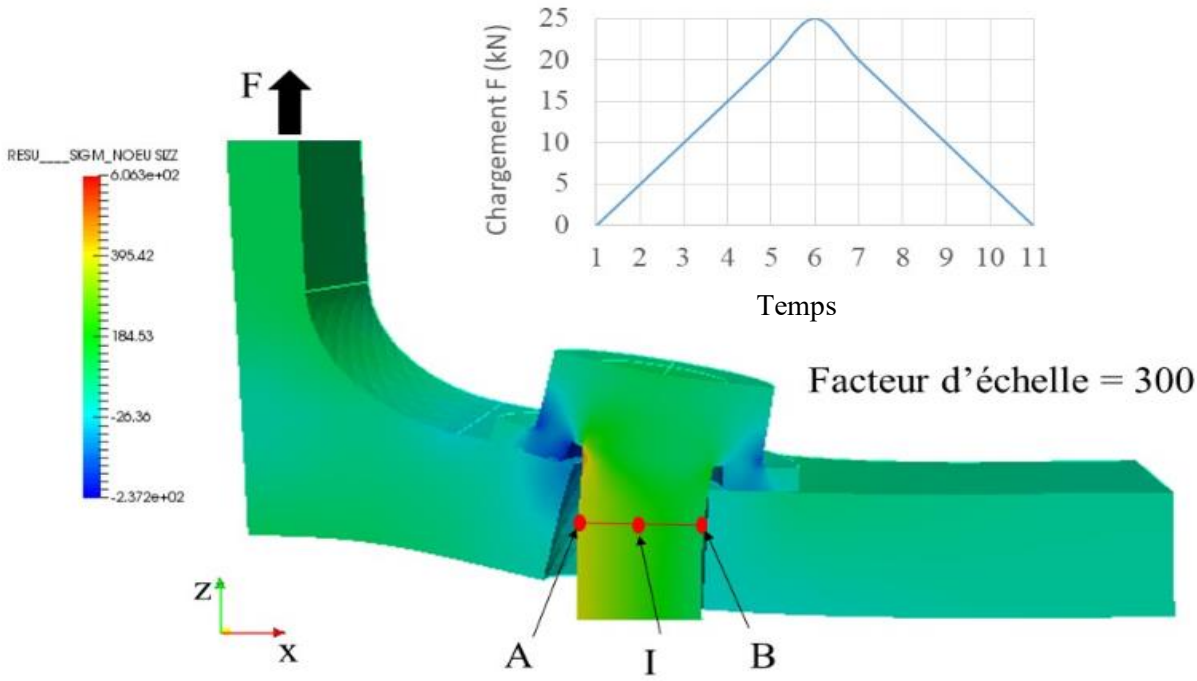


Figure 2-36 : *Déformation du tronçon en té pour F = 25 kN (avec m = 20 et ef = 15)*

L'allure des contraintes axiales aux points A, B et I permet de mettre en évidence que le boulon est bel et bien soumis à un moment fléchissant M_B au cours du cycle de chargement. Le point

A se situe du côté le plus sollicité du fût de la vis (là où les contraintes de flexion sont de même signe et s'ajoutent à celles dues à l'effort normal F_B) et B du côté le moins sollicité. Les contraintes sont donc plus importantes en A qu'en B comme illustré à la figure 2-37.

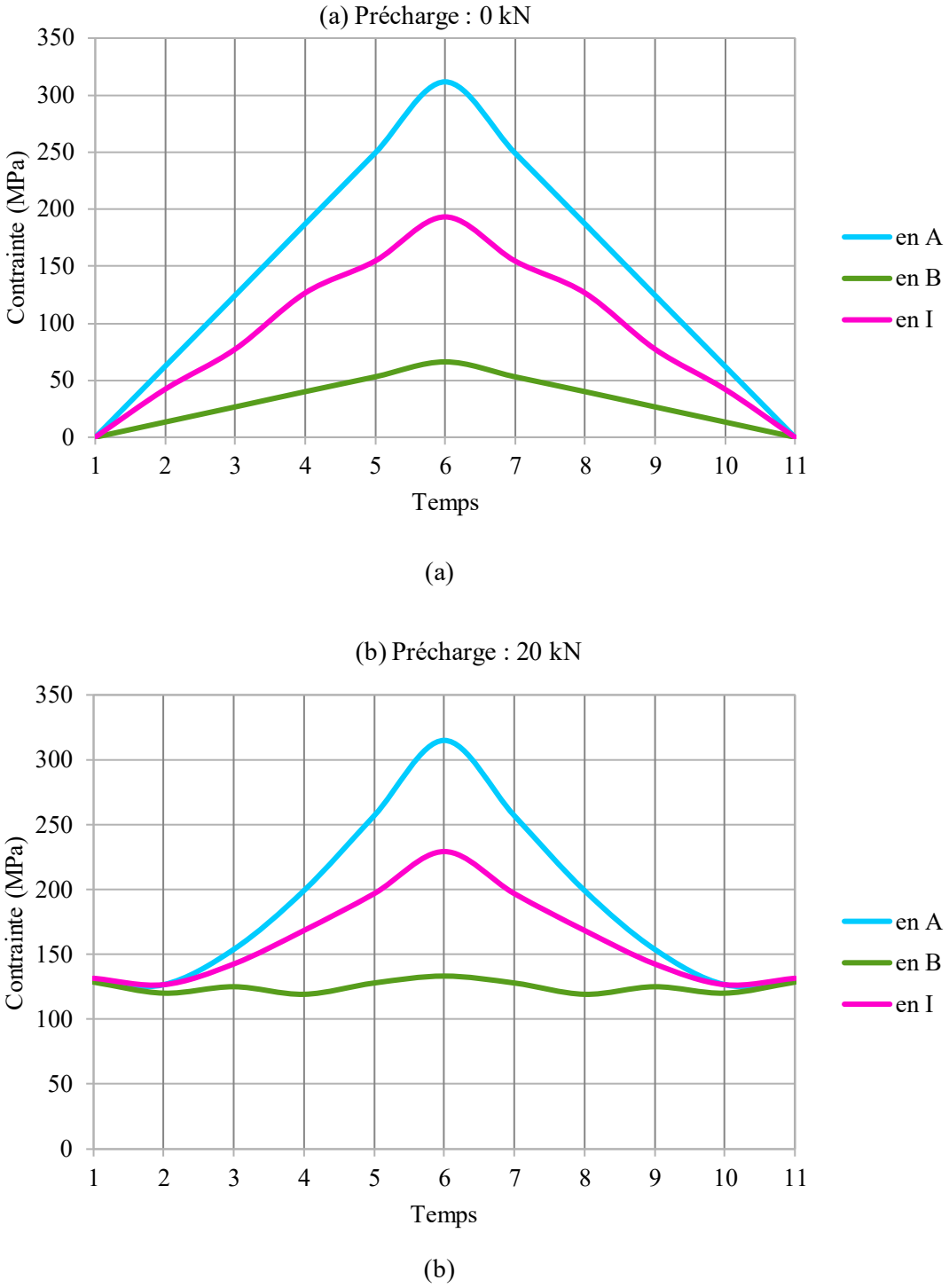


Figure 2-37 : *Mise en évidence de la flexion dans le boulon pour le cycle de chargement appliqué au tronçon en té (a) sans précharge, (b) avec une précharge de 20 kN*

Pour la force extérieure de 100 kN pour le tronçon en té (25 kN sur le quart du tronçon modélisé), nous avons séparé au sein de la contrainte axiale la contrainte due à la traction

($\sigma_{traction}$) de celle due à la flexion ($\sigma_{flexion}$). Cette décomposition de la contrainte axiale (figure 2-38) est faite en utilisant le principe de superposition des contraintes (figure 2-39).

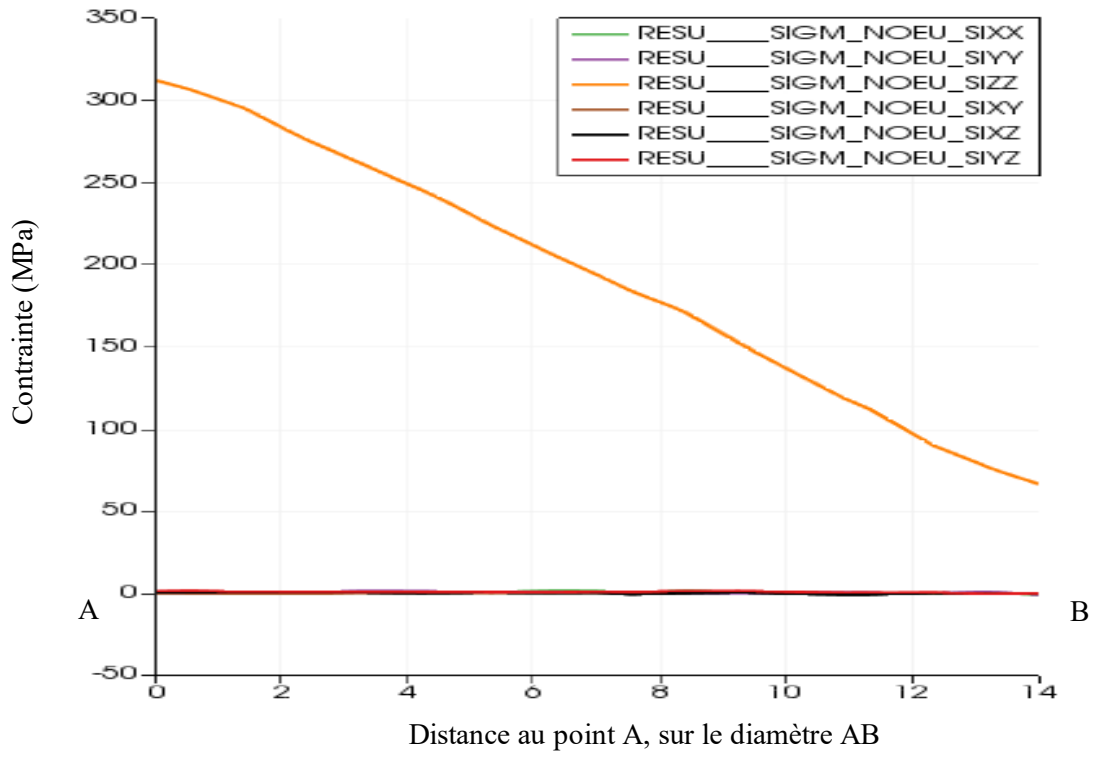


Figure 2-38 : *Etat de contraintes sur le diamètre AB de la vis non précontrainte dans le cas de semelle rigide (m = 20 et e_f = 15) à l'instant t_6 (F = 25 kN)*

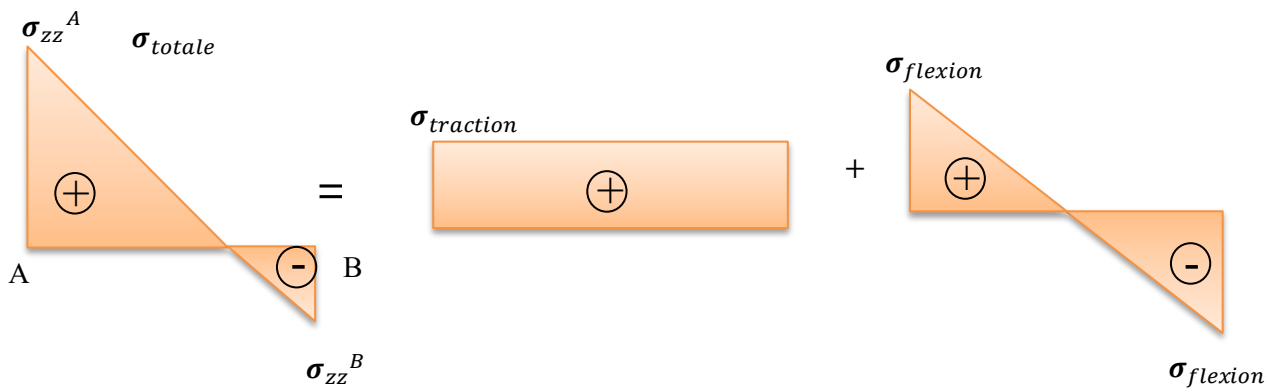


Figure 2-39 : *Principe de superposition des contraintes*

La superposition des contraintes conduit à un système d'équations à deux inconnues.

$$\begin{cases} \sigma_{zz}^{A} = \sigma_{traction} + \sigma_{flexion} \\ \sigma_{zz}^{B} = \sigma_{traction} - \sigma_{flexion} \end{cases}$$

La résolution de ce système d'équations permet d'avoir la contrainte due à la traction $\sigma_{traction}$, uniforme sur tout le diamètre AB, et celle due à la flexion $\sigma_{flexion}$ (tableau 2-7).

$$\sigma_{traction} = \frac{\sigma_{zz}^{A} + \sigma_{zz}^{B}}{2}$$

$$\sigma_{flexion} = \frac{\sigma_{zz}^{A} - \sigma_{zz}^{B}}{2}$$

Tableau 2-7 : *Effet de la précharge sur les contraintes perçues par le boulon en A (cas 4 : m = 20 et ef = 15)*

F	25 kN	
Précharge (kN)	$\sigma_{traction}$ (MPa)	$\sigma_{flexion}$ (MPa)
0	188,87	122,77
20	224,15	90,81
40	300,47	51,58

Les 3 valeurs étudiées de la précharge sont 0 kN (pas de précontrainte), 20 kN et 40 kN. L'analyse des trois valeurs de la précharge montre leur influence sur les contraintes dans le boulon au point A (tableau 2-7 et figure 2-40).

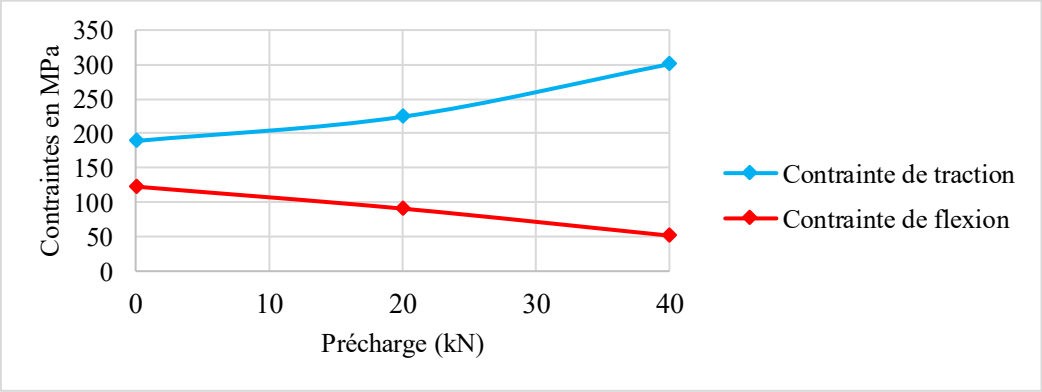


Figure 2-40 : *Evolution de la contrainte dans le boulon en fonction de la précharge pour le cas 4 et pour une force extérieure de 25 kN*

L'augmentation de la précharge dans le boulon accroît la contrainte due à la traction et entraine une diminution de la contrainte de flexion (figure 2-40). Le boulon résistant mal à la flexion, une diminution de la contrainte de flexion sous l'action de la précharge est donc très bénéfique pour le boulon surtout quand ce dernier est soumis, en service, à un chargement dynamique.

Par ailleurs, pour le cycle de chargement appliqué au tronçon en té, plus on augmente la valeur de la précharge, plus on réduit l'amplitude de la contrainte alternée σ_a dans la vis. A l'inverse l'augmentation de la précharge fait croître la valeur moyenne σ_m de la contrainte dans la vis (figures 2-41 et 2-42). Or l'amplitude de la contrainte constitue le principal facteur de l'endommagement en fatigue des structures en service. Une diminution de cette amplitude permet donc une amélioration de la tenue en fatigue du boulon et donc de l'assemblage boulonné.

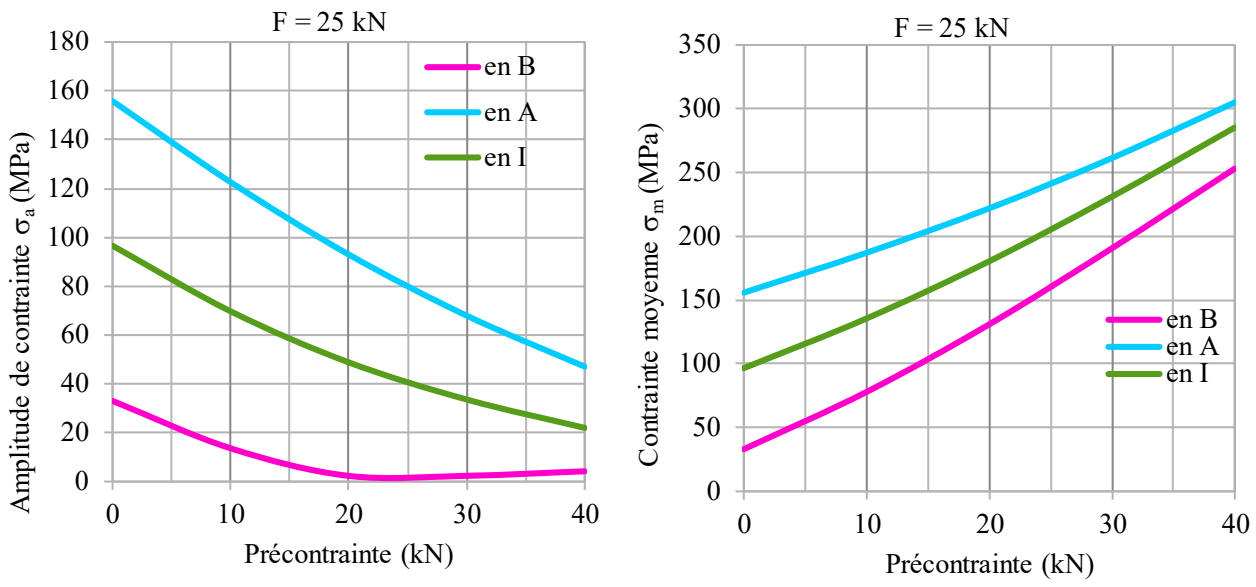


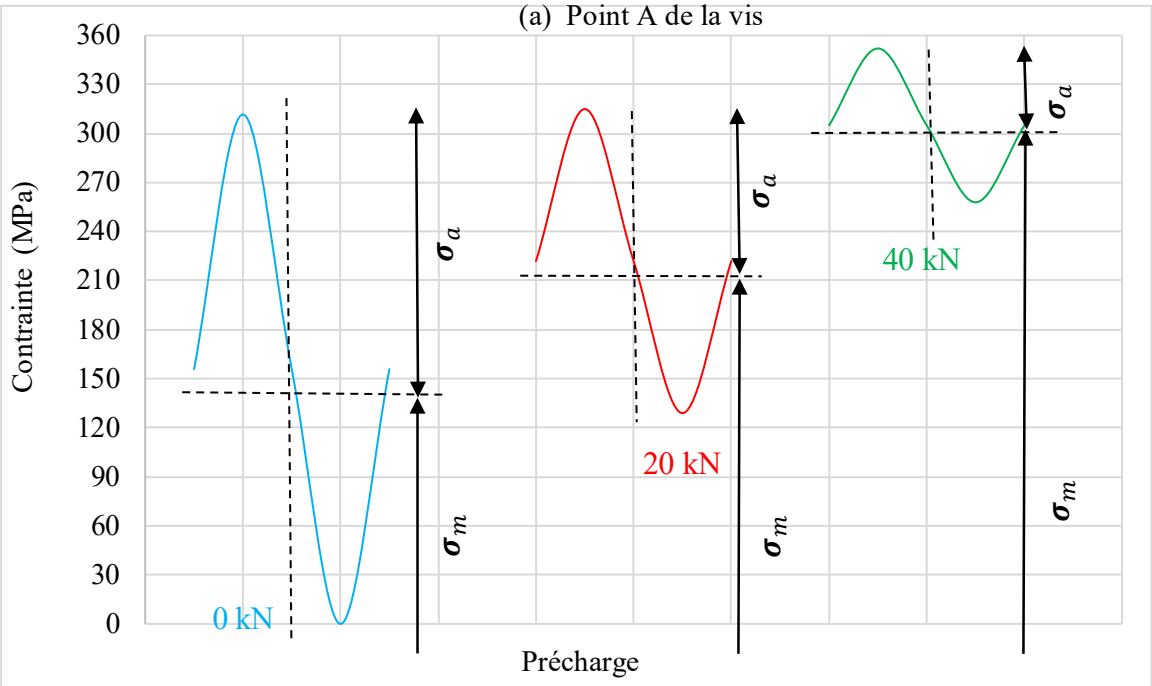
Figure 2-41 : *Evolution de l'amplitude de contrainte et de la contrainte moyenne du cycle rencontré en fonction de la précharge pour un cycle de la force extérieure variant de 0 kN à 25 kN*

La figure 2-42 résume l'effet de la précharge sur le cycle de contrainte que rencontre le point A (figure 2-42a), point situé du côté le plus sollicité de la vis du tronçon en té (figure 2-36) et sur celui du point B (figure 2-42b), situé du côté le moins sollicité de la vis. Nous avons, pour un cycle identique de chargement extérieur, sur le tronçon en té, une forte diminution de l'amplitude σ_a dans la vis au fur et à mesure que la force de précharge augmente, tandis que la contrainte moyenne augmente.

La réduction de l'amplitude du cycle de contrainte améliore la tenue en service du boulon et donc de l'assemblage. Ainsi, à travers cette étude préliminaire de la réduction de l'amplitude de la contrainte existant au sein de la vis en fonction de l'augmentation de la précharge, on montre l'influence bénéfique de celle-ci sur la tenue en service des assemblages boulonnés.

L'influence bénéfique de l'augmentation de l'épaisseur de la semelle et de la précontrainte ainsi que l'influence néfaste de l'augmentation de l'excentration du boulon sur les sollicitations dans ce dernier étant mises en évidence, qu'en est-t-il de l'endommagement et de la durée de vie en fatigue ?

Le chapitre suivant apporte des éléments de réponse à cette question pour les cas de semelles flexible ou rigide en utilisant d'une part la démarche de l'Eurocode 3 (Partie 1-9) et celle de la recommandation VDI 2230 avec le modèle du tronçon en té, et d'autre part l'outil de post-traitement que nous avons développé et implémenté sur Matlab et présenté dans le chapitre 1 de ce mémoire. Les états de contraintes dans le boulon doivent pour cela être connus de manière précise surtout dans les zones de concentration de contrainte. C'est ainsi que nous avons réalisé un modèle de la vis pour lequel le maillage a été suffisamment raffiné.



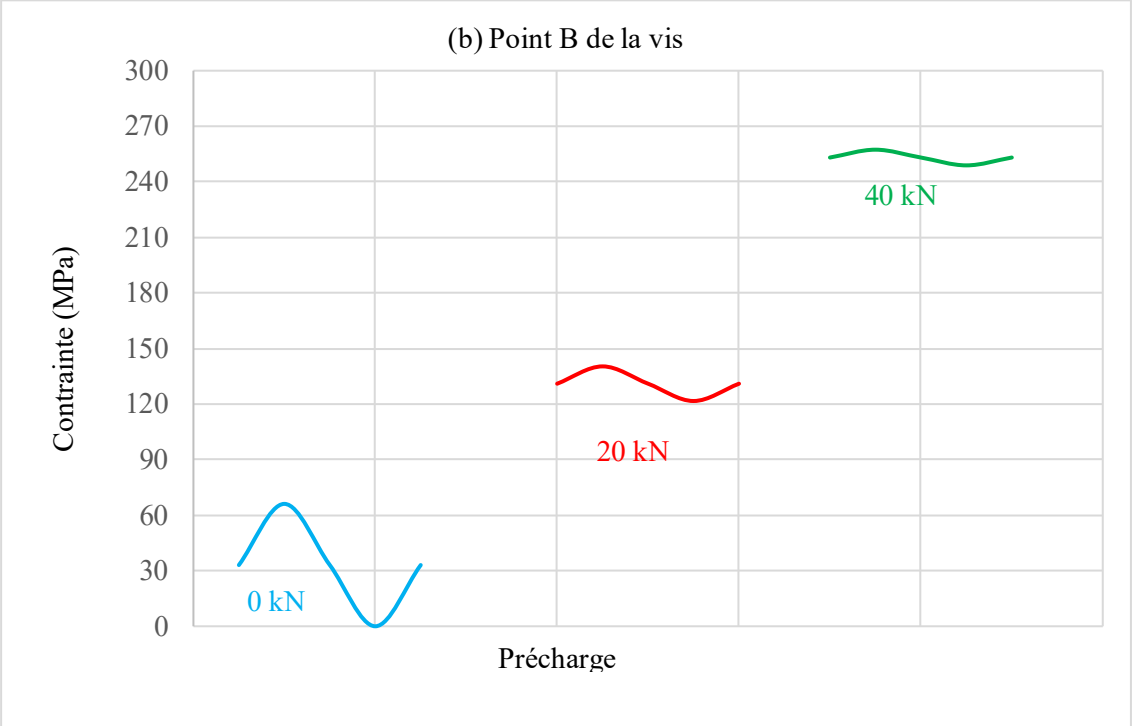


Figure 2-42 : *Influence de la précharge sur le cycle de contrainte rencontré par la vis*

a) au point A ; b) au point B

II.8. Description du modèle de la vis prenant en compte le congé de raccordement et le premier filet en prise avec l'écrou

II.8.1. Géométrie

La vis seule à laquelle on applique l'effort normal F_B et le moment fléchissant M_B obtenus avec le calcul de structure du tronçon en té est modélisée. Deux modèles géométriques 3D représentant la moitié de la vis sont réalisés. L'un prend en compte le congé de raccordement entre la tête et le fût du boulon, l'autre prend en compte le premier filet en prise avec l'écrou (figure 2-43). Pour appliquer le chargement (F_B et M_B), nous avons créé un nœud discret au centre de la face supérieure de la vis pour le modèle prenant en compte le congé de raccordement (et au centre de la face inférieure de la vis pour le modèle prenant en compte le premier filet en prise avec l'écrou). Ce nœud discret est lié à la section droite de la vis. Le moment fléchissant M_B et l'effort axial F_B calculés avec le modèle du tronçon en té sont ensuite appliqués sur ce nœud discret (figure 2-43).

Les conclusions des travaux de Chen et Shih [59] indiquaient que l'hélice du filetage du boulon n'avait aucune influence sur la distribution de la charge entre les différents filets en prise avec l'écrou. De plus les travaux de Tanaka et Hongo [56] ont montré que le premier filet en prise avec l'écrou supporte la plus forte concentration de contrainte. De ce fait il reprend le tiers du chargement appliqué au boulon (34%) [16] [17] comme illustré à la figure 1-21 du chapitre 1.

De ces résultats, une simplification a été adoptée de notre part, pour modéliser le premier filet du filetage en prise avec l'écrou : celui-ci a été remplacé par une gorge circulaire dont le profil est celui du filetage de profil métrique correspondant au diamètre minimal de la vis. En même temps, le maillage du modèle a été raffiné dans cette zone ainsi qu'à la jonction tête-fût (congé de raccordement) de la vis qui sont les parties de la vis où apparaissent très souvent les fissures liées au phénomène de fatigue.

Les dimensions et formes de la vis, de l'écrou et du premier filet en prise avec l'écrou (figure 2-43) sont celles de la norme NF ISO 68 des éléments filetés pour un boulon M14 [64]. Les propriétés matériaux sont identiques à celles de la vis dans le modèle du tronçon en té (tableau 2-2). En raison de l'hypothèse de symétrie du boulon, le déplacement vertical de la section coupée (blocage axial) est nul ($U_z = 0$). Les déplacements suivant x et y d'un nœud situé sur la section coupée sont également nuls ($U_x = 0$ et $U_y = 0$) pour éviter tout mouvement de corps rigide.

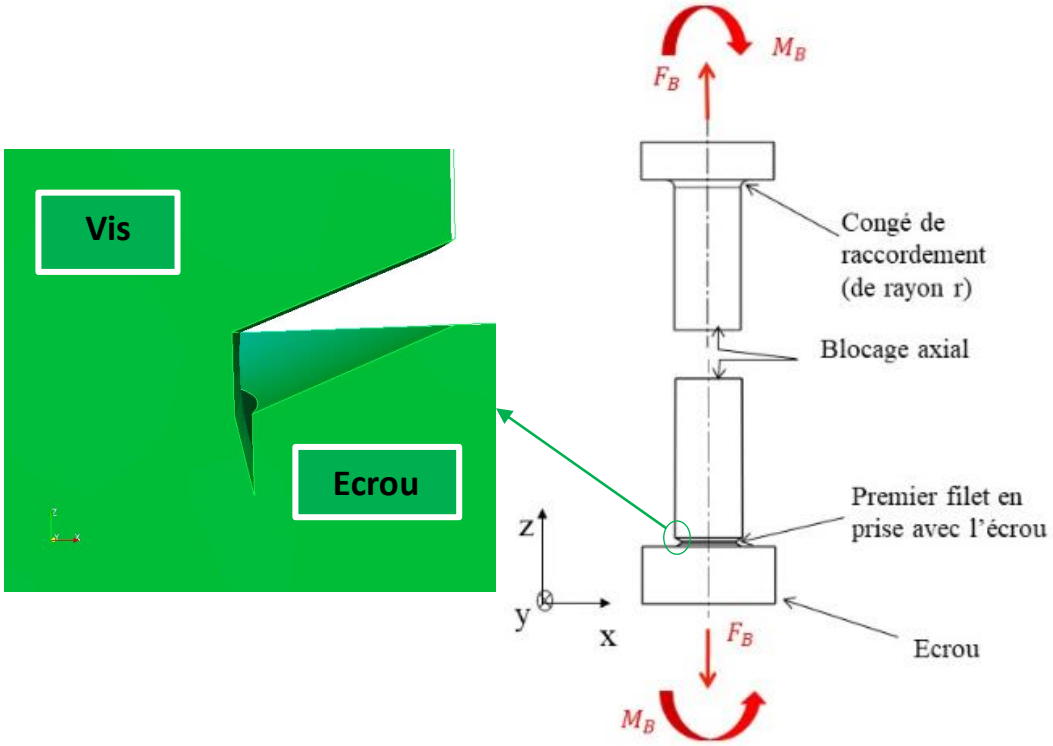


Figure 2-43 : *Modèle numérique du boulon avec congé de raccordement et premier filet en prise avec l'écrou*

II.8.2. Maillage du modèle de la vis

Ce modèle de la vis seule prend en compte le congé de raccordement entre la tête et le fût de la vis mais aussi le premier filet en prise avec l'écrou (figure 2-44). Ces deux zones du boulon sont en effet des lieux de fortes concentrations de contraintes. Il est alors primordial de raffiner le maillage en ces endroits afin de se rapprocher au mieux des états de contraintes réels dans le boulon placé dans un assemblage. Le modèle de la vis seule est maillé finement avec des éléments tétraédriques de taille 60 µm dans les zones de concentration de contrainte (premier filet en prise avec l'écrou).

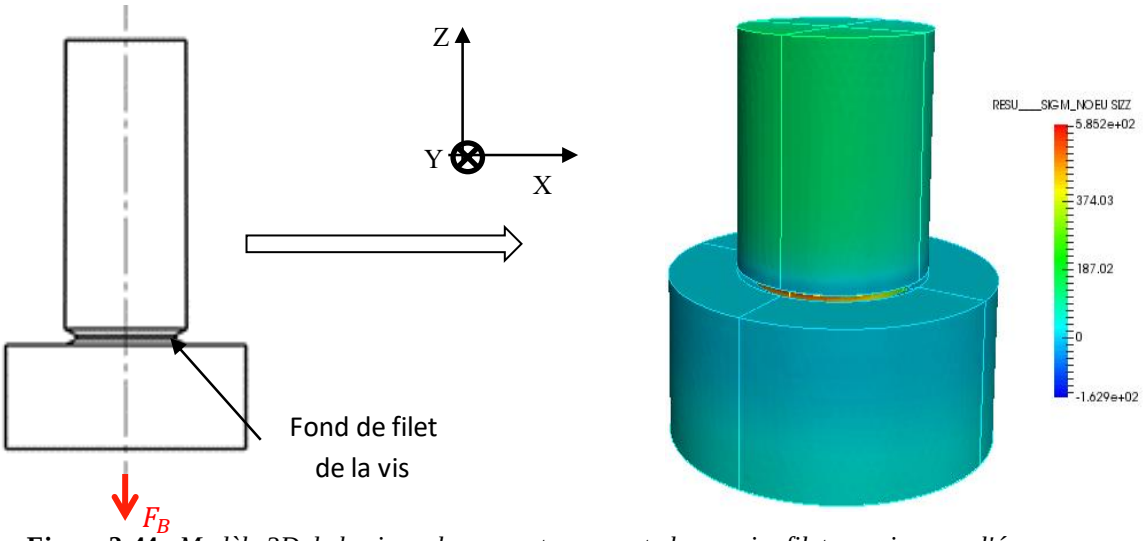


Figure 2-44 : *Modèle 3D de la vis seule prenant en compte le premier filet en prise avec l'écrou*

Le calcul de la concentration de contrainte K_t en fond de filet de la vis sollicitée en traction simple (figure 2-44) conduit à une valeur égale à 4,92. Ce résultat est conforme à la concentration de contrainte qu'on relève dans la bibliographie au niveau du premier filet en

prise avec l'écrou ($K_t \approx 5$). A ce titre, Fares avait obtenu un coefficient de concentration de contrainte égal à 4,93 en fond de filet de la vis avec un modèle 2D axisymétrique du boulon réalisé sous Abaqus [18].

II.8.3. Validation du modèle de la vis seule et étude de l'influence du rayon de raccordement entre la tête et le fût de la vis

II.8.3.1. Validation du modèle de la vis

Pour nous assurer que le modèle de la vis traduit bien le comportement de cette dernière dans le tronçon en té, nous avons, pour un effort extérieur F de 25 kN appliqué au quart du tronçon en té, calculé le moment fléchissant M_B et l'effort normal F_B auxquels la vis était soumise ainsi que la contrainte axiale σ_{zz} en A et en B, extrémités du diamètre parallèle à x du fût de la vis (figure 2-45).

L'effort normal et le moment fléchissant ainsi trouvés dans la vis avec le modèle du tronçon en té sont appliqués au modèle de la vis seule. Ensuite les contraintes axiales σ_{zz} aux points A et B sont relevées dans le modèle de la vis après simulation (tableau 2-8) dans le but de comparer ces valeurs avec celles obtenues avec le modèle du tronçon en té. Dans le cas où aucune précontrainte n'est appliquée au boulon, l'évaluation de la contrainte au point A situé du côté le plus sollicité du boulon donne 311,64 MPa avec le modèle du tronçon en té et 313,96 MPa avec le modèle de la vis seule soit un écart de l'ordre de 0,74 % (la contrainte obtenue avec le modèle du tronçon en té étant considérée comme valeur de référence).

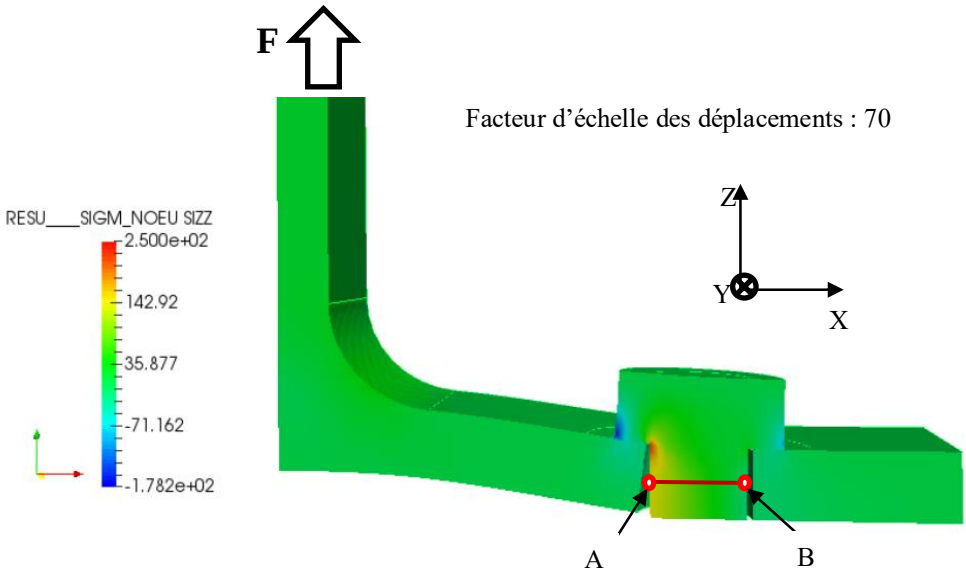


Figure 2-45 : *Déformation et cartographie du champ des contraintes σ_{zz} du modèle du tronçon en té (pour le cas correspondant à m=40 et e_f = 10)*

Avec une précharge de 20 kN (qui représente 20% de la résistance élastique de la vis au niveau de sa section nette), l'écart de la contrainte au point A suivant les deux modèles est réduit à 0,39 %. Au point B situé à l'autre extrémité du diamètre, du côté le moins sollicité du boulon, l'écart entre les contraintes trouvées par le modèle du tronçon en té et celui de la vis seule est un peu

plus important qu'au point A ; 3% dans le cas où aucune précharge n'est appliquée au boulon et 2% dans le cas où une précharge de 20 kN est appliquée au boulon. Les contraintes obtenues pour les deux modèles sont récapitulées dans le tableau 2-8. Elles permettent d'avancer que la modélisation faite de la vis seule traduit assez bien son comportement dans le tronçon en té.

Tableau 2-8 : *Contraintes axiales dans la vis pour les deux modèles pour un chargement extérieur de 25 kN appliqué au quart du tronçon en té (m = 20 et e_f = 15)*

	F = 25 kN			
Modèle	Boulon avec rayon de raccordement nul dans le modèle du tronçon en té		Boulon seul avec un rayon de raccordement nul	
Précharge appliquée (kN)	0	20	0	20
σ_{zzA} (MPa)	311,64	314,96	313,96	316,19
σ_{zzB} (MPa)	64,1	133,34	62,12	129,54
F_B (N)	29472,1	34915,7	29472,1	34915,7
M_B (N.mm)	35448,7	26273,4	35448,7	26273,4

Au vu des résultats obtenus, il est légitime d'affirmer d'une part que le modèle de la vis seule traduit assez bien le comportement du boulon dans le tronçon en té et d'autre part que la concentration de contrainte obtenue en fond de filet avec le modèle de la vis seule corrobore les résultats de la bibliographie. Ce modèle de la vis seule est donc retenu pour évaluer les états de contraintes dans le boulon en vue de l'analyse de son comportement en fatigue multiaxiale.

II.8.3.2. Etude de l'influence du rayon de raccordement entre la tête et le fût de la vis sur les états de contrainte rencontrés

La jonction de la tête avec le fût de la vis est une zone de concentration de contrainte importante au même titre que le premier filet de la vis en prise avec l'écrou, qui constitue la zone où on obtient les plus grandes valeurs des concentrations de contrainte dans la vis. L'augmentation du rayon de raccordement permet de réduire considérablement les contraintes à la jonction tête-fût de la vis comme en attestent les figures 2-46 et 2-47 où les calculs ont été menés pour des rayons de raccordement égaux respectivement à 0 mm (angle droit) et à 2 mm. Le coefficient de concentration de contrainte passe en effet de la valeur 3,3 à 1,78 pour une jonction à angle droit puis une jonction avec un rayon de raccordement égal à 2 mm.

Les contraintes ont été relevées sur une longueur de 14 mm, diamètre nominal du fût lisse de la vis, projection de AB sur le plan de contact tête de vis-rondelle. L'absence de symétrie des contraintes par rapport au milieu du diamètre est liée au moment M_B présent. Toutes les composantes du tenseur des contraintes sont réduites avec l'augmentation du rayon de raccordement. En cas de chargement à amplitude constante ou variable du tronçon en té, cela entraine une amélioration de la tenue en fatigue de la vis, l'endommagement par fatigue étant directement lié à l'état de contrainte existant au point analysé et à ses variations.

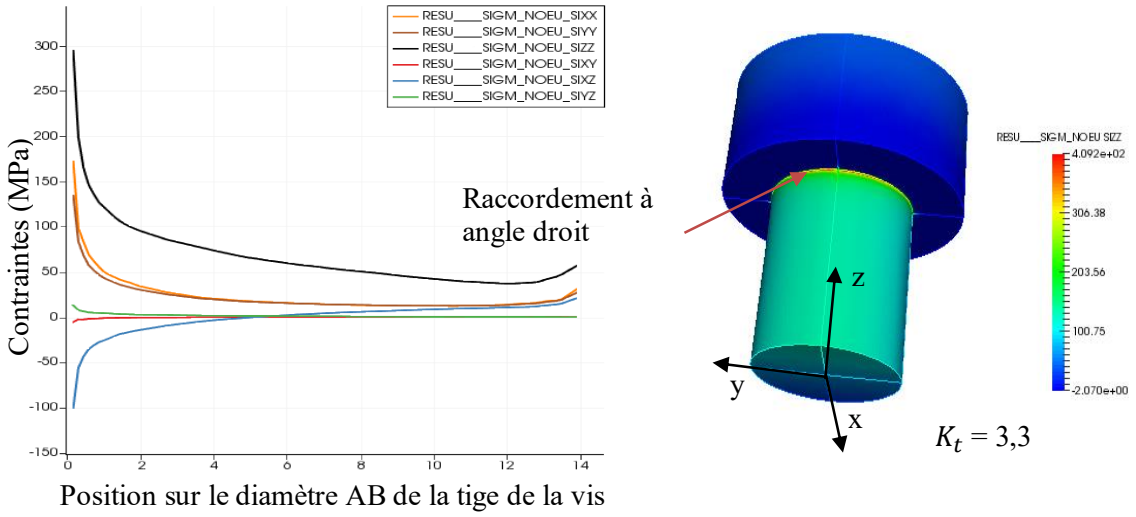


Figure 2-46 : *Etat de contrainte à la jonction tête-fût dans le cas d'un raccordement à angle droit*

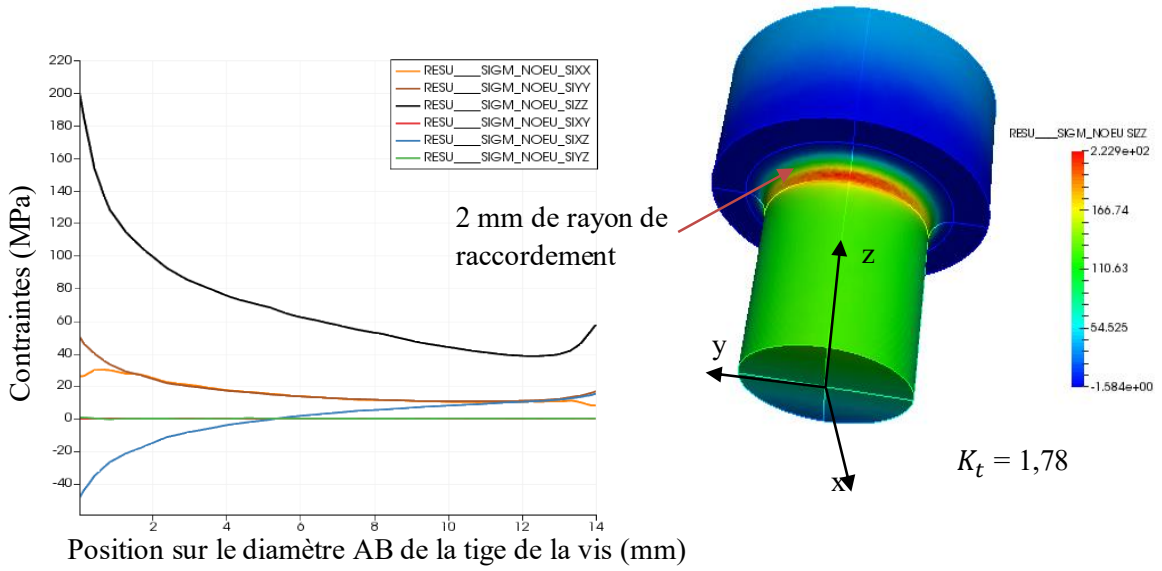


Figure 2-47 : *Etat de contrainte à la jonction tête-fût dans le cas d'un rayon de raccordement de 2 mm*

Au niveau du fût de la vis par contre, les états de contraintes sont uniaxiaux comme en témoigne la figure 2-48.

Toutes les composantes du tenseur des contraintes sont nulles sauf la contrainte dominante σ_{zz}. L'allure de cette dernière de A à B signe la présence du moment de flexion dans la vis.

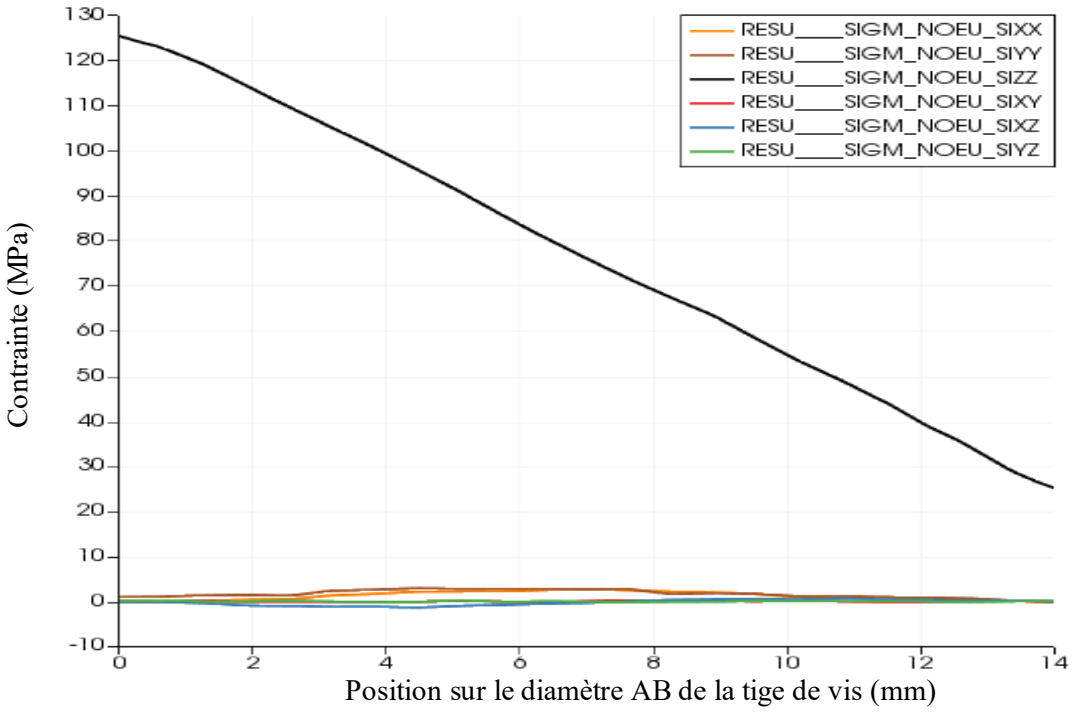


Figure 2-48 : *Evolution de l'état uniaxial de contrainte sur le diamètre AB du fût de la vis*

II.9. Conclusion

A travers cette étude, nous avons modélisé un type d'assemblage boulonné (tronçon en té) essentiellement soumis à une sollicitation statique. Grâce à ce modèle numérique du tronçon en té, nous avons pu analyser l'influence de plusieurs de ses paramètres géométriques sur les états de contraintes dans la vis. Ces paramètres géométriques sont l'excentration m du boulon, l'épaisseur e_f de la semelle du té et le diamètre d du boulon. Le serrage (ou précharge) du boulon a également été simulé numériquement en imposant un déplacement relatif axial entre les nœuds de l'écrou et ceux de la vis en contact avec l'écrou. Ensuite l'effet bénéfique de cette précharge sur l'amplitude σ_a (principal facteur de l'endommagement par fatigue) dans le boulon a été mis en lumière. De l'étude de ces paramètres on retient que :

- L'augmentation de l'excentration m du boulon est néfaste pour la tenue de ce dernier car elle accroît de façon significative le moment de flexion appliqué à la vis,
- L'augmentation de l'épaisseur e_f de la semelle est bénéfique à la tenue du boulon en statique comme en fatigue, en ce sens qu'elle augmente la rigidité de la semelle et ainsi réduit les sollicitations que supporte le boulon,
- Pour une géométrie identique du tronçon en té sollicité en traction, plus le diamètre du boulon est grand, plus le moment de flexion dans ce dernier est important, sans pour autant générer de contrainte de flexion supplémentaire dans la vis. L'explication est qu'un cylindre de diamètre plus important peut supporter un moment lui-même plus grand à contrainte maximale identique,
- La précharge ou précontrainte a un effet bénéfique sur le boulon car elle réduit l'amplitude de contrainte σ_a dans la vis même si la valeur moyenne σ_m de celle-ci

augmente. L'amplitude de la contrainte σ_a étant le principal facteur d'endommagement par fatigue, sa réduction se traduit par une diminution de l'endommagement (mesuré par la fonction de fatigue des critères multiaxiaux), ce qui entraine naturellement une augmentation de la durée de vie en fatigue.

Dans le but d'analyser la tenue en fatigue du boulon au moyen des critères multiaxiaux de fatigue (ceux de Dang Van et de Zenner), un modèle du boulon seul prenant en compte le congé de raccordement entre la tête et le fût de la vis ainsi que le premier filet en prise avec l'écrou a été réalisé. La comparaison des contraintes obtenues dans la vis avec chacun des deux modèles a permis de valider le modèle de la vis seule. Ce dernier traduit assez bien le comportement du boulon dans un tronçon en té et a été maillé finement afin de s'approcher au mieux des états de contraintes réels dans la vis. Avec ce modèle, la plus grande concentration de contrainte se situe en fond du premier filet en prise avec l'écrou (K_t = 4,92). Ce résultat corrobore ceux qu'on trouve dans la littérature. Enfin nous avons montré, à partir de ce modèle de la vis seule, l'importance de prendre en compte le congé de raccordement entre la tête et le fût de la vis car ce dernier réduit considérablement les états de contraintes dans cette zone et donc améliore localement la tenue du boulon en statique et en fatigue.

Ce modèle de la vis "seule" est retenu afin d'analyser son comportement en fatigue dans le chapitre suivant, avec l'outil de post-traitement en fatigue multiaxiale implémenté sous Matlab. Deux critères multiaxiaux de fatigue sont retenus dans le cadre de cette thèse, les critères de Dang Van et de Zenner car ce sont généralement les modèles les plus utilisés en Bureau d'Etudes. Les résultats obtenus ainsi, en termes de durée de vie en fatigue, seront comparés avec ceux fournis par l'Eurocode 3 et la recommandation VDI 2230.

Chapitre 3 - Analyse du comportement en fatigue des boulons dans le tronçon en té

III.1. Introduction

L'analyse du comportement en fatigue des boulons consiste à étudier leurs réponses dans un assemblage boulonné soumis à une sollicitation de fatigue. Les états de contraintes sont particuliers dans la vis :

- états de contrainte uniaxiaux au sein de la tige de la vis loin des zones de concentration de contrainte,
- états de contrainte multiaxiaux dans les zones de concentration de contrainte.

Dans un tronçon en té, qui constitue le composant de base de la zone tendue d'un assemblage boulonné selon l'EN1993-1-8 [14], la cohérence des sollicitations obtenues numériquement (effort axial F_B et moment de flexion M_B dans le boulon) a été vérifiée par les modèles analytiques pour différentes géométries de tronçon en té. Elles seront confrontées à leurs valeurs expérimentales dans le chapitre suivant, avec des tés tirés de profilés IPE 400 et HEB 320 dans les cas de boulons précontraints et non précontraints. L'outil de post-traitement en fatigue multiaxiale que nous avons implémenté sur Matlab, présenté au premier chapitre, va être utilisé pour l'analyse du comportement en fatigue du boulon dans le tronçon en té. L'outil est tout d'abord validé avec des résultats d'essais de fatigue tirés de la littérature. Les résultats obtenus avec l'outil de post-traitement sont ensuite comparés à ceux donnés par les normes existantes Eurocode 3 et la recommandation VDI 2230. Enfin, l'influence des paramètres géométriques (épaisseur de la semelle du tronçon en té et excentration du boulon) et celle de la précharge sur la tenue en fatigue des vis sont étudiées.

III.2. Validation de la démarche itérative mise en œuvre pour le calcul de la durée de vie en fatigue

III.2.1. Résultats d'essais de fatigue sur des boulons M10

La validation de la démarche itérative de calcul de durée de vie en fatigue multiaxiale mise en place et implémentée sous le logiciel Matlab, est faite avec un boulon M10 de classe 8.8 en acier 42CrMo4. En effet des résultats d'essais de fatigue pour ce boulon existent dans la littérature [64]. Il s'agit d'essais de traction ondulée réalisés sur des vis standards (RT) et spéciales (TR). La différence entre ces deux types de vis réside dans le processus de fabrication. Une vis standard est traitée thermiquement après roulage (RT) alors qu'une vis spéciale a quant à elle son filet roulé après traitement thermique (TR). Le processus de fabrication de la vis spéciale lui confère une résistance en fatigue plus élevée que celle de la vis standard comme on peut le constater sur la figure 3-1 qui rapporte les résultats des essais de fatigue analogues pratiqués sur ces deux séries de vis pour des durées de vie situées dans l'intervalle [5.10^4 cycles ; 10^7 cycles]. L'amélioration de la tenue en fatigue de la vis spéciale est essentiellement due aux contraintes résiduelles de compression en surface de la vis générées par le roulage.

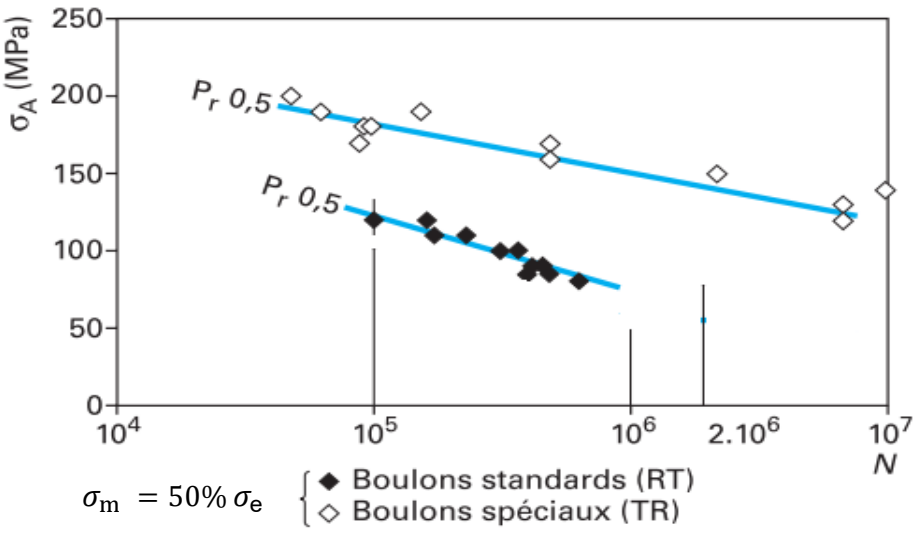


Figure 3-1 : *Résultats des essais de fatigue sur boulons M10 de classe 8.8 en 42CrMo4 standards (RT) et spéciaux (TR) pour une précharge égale à $\sigma_e/2$ (d'après [18])*

Les essais sont réalisés avec une contrainte moyenne σ_m constante de 320 MPa correspondant à 50 % de la limite élastique du boulon ($\sigma_m = 0{,}5\ \sigma_e$).

III.2.2. Simulation numérique de l'essai de fatigue

Dans le but d'établir des prévisions de durée de vie à l'aide de la démarche itérative de calcul de durée de vie mise sur pied dans le cadre de la thèse, l'essai de fatigue est simulé numériquement du point de vue de la vis pour les amplitudes de contraintes σ_a suivantes : 130 MPa, 140 MPa, 150 MPa et 170 MPa. Ainsi, chaque cycle (σ_m, σ_a) avec σ_m = 320 MPa est associé à une durée de vie qui sera comparée au point expérimental correspondant de la figure 3.1. La rupture en fatigue des boulons se produisant très souvent à partir du fond du premier filet en prise avec l'écrou, la simulation est donc menée sur le modèle de la vis prenant en compte ce premier filet. La section résistante A_s du boulon M10 est de 58 mm². Les contraintes maximale σ_{max} et minimale σ_{min} dans la vis sont calculées à partir de l'amplitude σ_a et de la valeur moyenne de la contrainte σ_m (figure 3-2). Ce cycle de contrainte, exprimé en contrainte nominale sur la section résistante, est ensuite traduit en cycle d'effort appliqué à la vis (figure 3-3).

$$\begin{cases} \boldsymbol{\sigma}_{max} = \boldsymbol{\sigma}_m + \boldsymbol{\sigma}_a \\ \boldsymbol{\sigma}_{min} = \boldsymbol{\sigma}_m - \boldsymbol{\sigma}_a \end{cases}$$

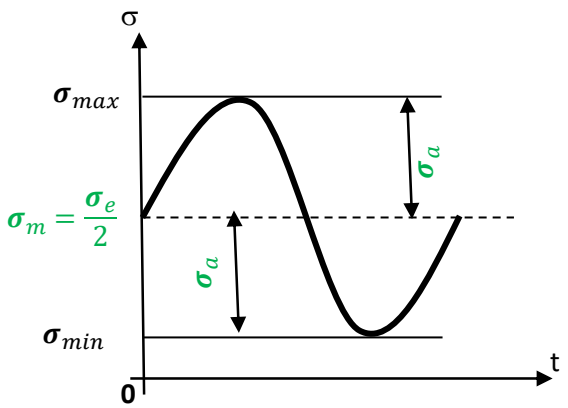


Figure 3-2 : *Elaboration du cycle de contrainte à partir de sa valeur moyenne σ_m et de son amplitude σ_a*

Les forces maximale et minimale à appliquer à la vis pour la simulation de l'essai de fatigue sont déduites des contraintes maximale et minimale en utilisant la section résistante de la vis A_s (relation 3.1).

$$\begin{cases} F_{Bmax} = A_s . \sigma_{max} \\ F_{Bmin} = A_s . \sigma_{min} \end{cases} \qquad (3\text{-}1)$$

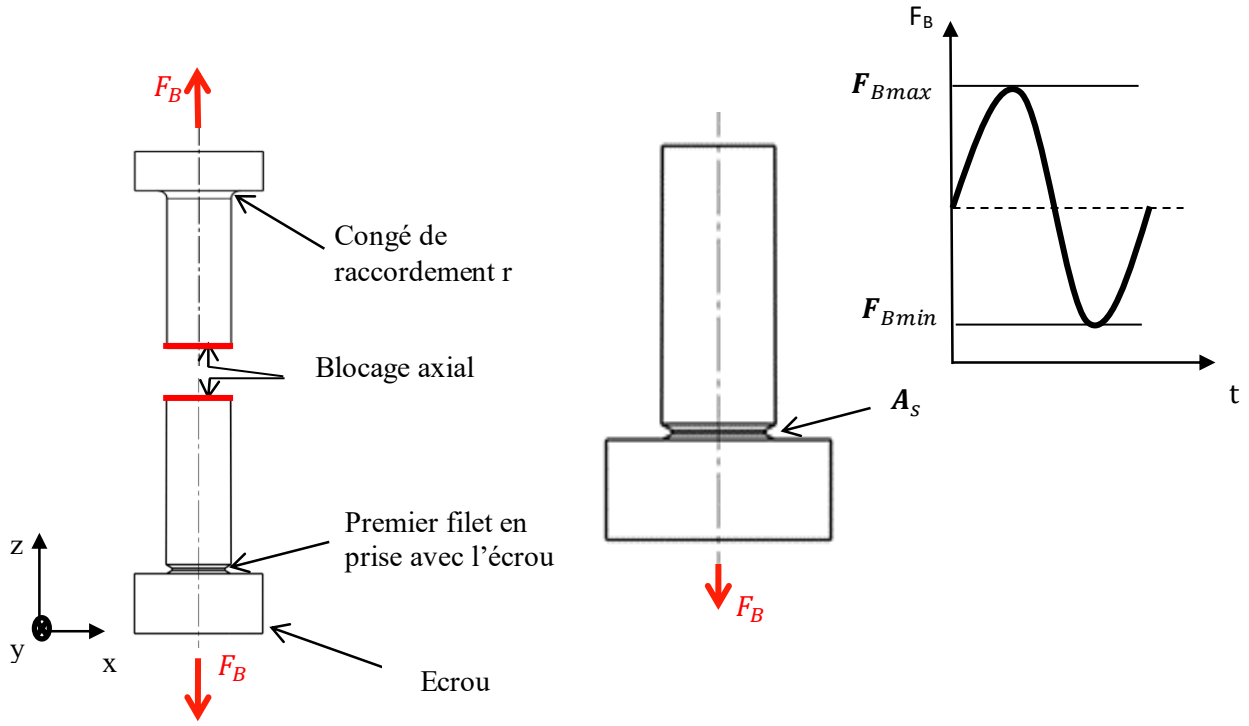


Figure 3-3 : *Synthèse des données pour la simulation numérique des essais de fatigue en traction ondulée sur les boulons de la référence [18]*

Les états de contrainte dans la vis sont calculés pour chacun des 11 pas de chargement définissant le cycle à partir de la simulation numérique par Eléments Finis sous Salome-Meca. Il reste à présent à définir les courbes S-N des boulons pour pouvoir réaliser le post-traitement conduisant à la durée de vie en fatigue. Nous avons trouvé dans le logiciel CES Edupack 2018 (base de données sur les matériaux et les procédés) la courbe S-N en traction alternée symétrique (R = -1) pour un acier traité thermiquement à la température de 540°C et utilisé pour des boulons haute résistance (HR), et avec des propriétés mécaniques élastiques comme le module de Young et la limite élastique similaires aux boulons spéciaux (TR) étudiés dans la campagne expérimentale de la référence [64]. Nous avons retenu cette courbe S-N (figure 3-4) pour l'évaluation de la durée de vie en fatigue des boulons.

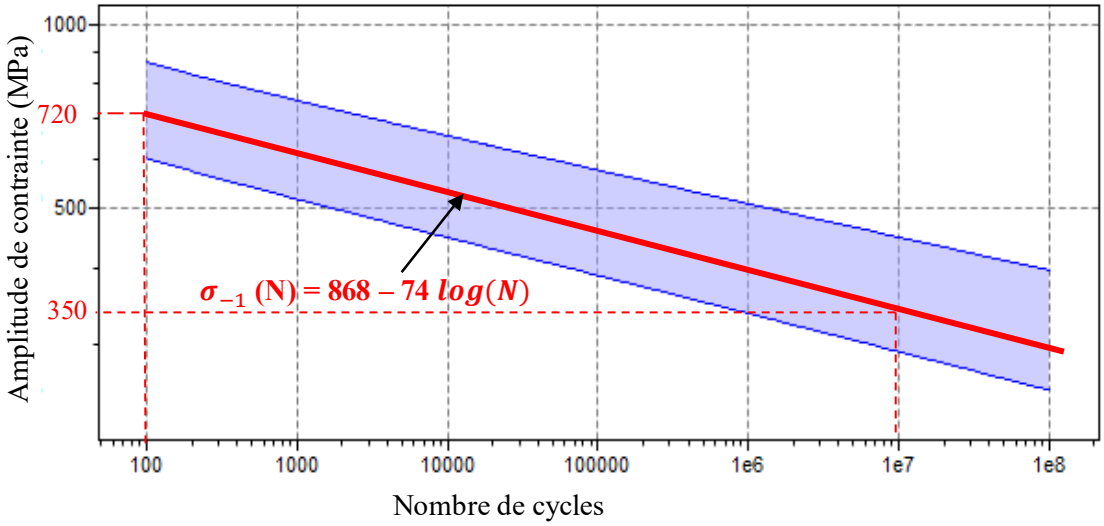


Figure 3-4 : *Courbe S-N retenue pour l'acier 42CrMo4 en traction alternée symétrique (CES Edupack 2018)*

Les autres courbes S-N nécessaires au calage des critères (en torsion alternée symétrique, en traction et en torsion répétées), sont déduites de cette courbe S-N suivant les hypothèses suivantes :

- La courbe S-N en torsion alternée symétrique τ_{-1} (N) est déduite de σ_{-1}(N) en utilisant le rapport de $\sqrt{3}$ entre les limites de fatigue σ_{-1}(N) et τ_{-1} (N) ($\frac{\sigma_{-1}(N)}{\tau_{-1}(N)} = \frac{\sigma_e}{\tau_e} = \sqrt{3}$). D'après Zenner et Simbürger [45], le ratio $\frac{\sigma_{-1}(N)}{\tau_{-1}(N)}$ peut varier entre 1,25 et 2 pour les matériaux ductiles.
- Ce même coefficient est utilisé pour déduire la courbe S-N en traction répétée σ_0 (N) de celle de σ_{-1}(N) : ($\frac{\sigma_0(N)}{\sigma_{-1}(N)} = \sqrt{3}$).
- La courbe S-N en torsion répétée τ_0 (N) est calculée à partir des trois courbes S-N précédentes selon la relation suivante proposée par Zenner et al. ([45] et [46]) :

$$\tau_0(N) = \frac{4\tau_{-1}(N)}{\frac{2\sigma_{-1}(N)}{\sigma_0(N)} + 1} = (8 - 4\sqrt{3})\ \sigma_{-1}(N)$$

Ces hypothèses consistant à déduire les courbes S-N en torsion alternée symétrique, en traction et en torsion répétées à partir de celle en traction alternée symétrique sont utilisées dans le but de vérifier la procédure implémentée sous Matlab pour le calcul de la fonction de fatigue et de la durée de vie. En pratique, il faut faire des essais de fatigue pour avoir ces courbes S-N en vue d'utiliser l'outil de post-traitement pour des applications réelles.

III.2.3. Confrontation des résultats d'essai à la simulation numérique

Connaissant les états de contrainte et disposant d'une estimation des propriétés en fatigue du matériau, nous avons estimé les durées de vie en fatigue avec les critères de Dang Van et de Zenner pour différentes valeurs d'amplitude de contrainte. Rappelons que les durées de vie calculées avec les critères de fatigue multiaxiaux sont des durées de vie à l'amorçage de fissure et ne tiennent pas compte de la fraction de vie liée à la propagation des fissures. Nous avons

tracé sur un même graphe les durées de vie obtenues numériquement et celles issues des essais mécaniques [64] pour faciliter la comparaison des prévisions avec les durées de vie effectives (figure 3.5)

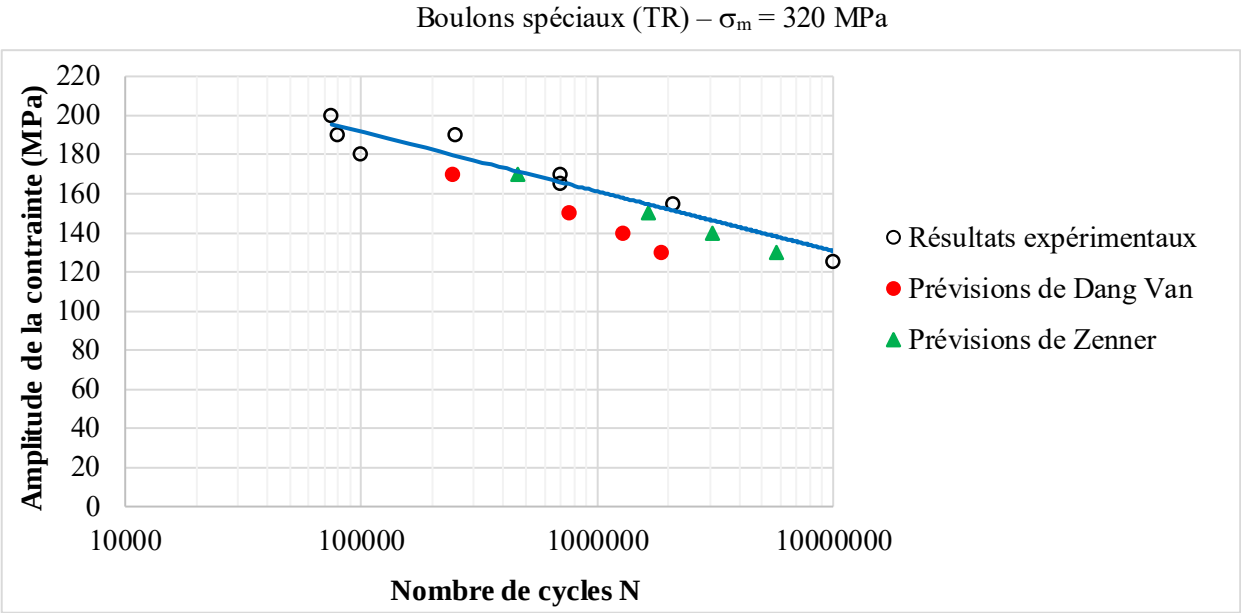


Figure 3-5 : *Comparaison entre les résultats d'essais et les prévisions du comportement en fatigue des boulons spéciaux M10 de classe 8.8 en 42CrMo4 (précontrainte égale à 0,5σ_e soit 320 MPa)*

Toutes les durées de vie en fatigue calculées par la démarche proposée sont inférieures aux durées de vie expérimentales du boulon spécial, même si les résultats de la simulation sont proches des résultats d'essais de fatigue. Les prévisions faites avec l'approche intégrale de Zenner sont plus proches des résultats expérimentaux que celles faites avec l'approche plan critique de Dang Van. Les durées de vie obtenues avec le critère de Zenner étant supérieures à celles obtenues avec le critère de Dang Van, cela signifie que le critère de Dang Van est plus conservatif que celui de Zenner pour les états de contraintes rencontrés ici.
De cette comparaison des durées de vie expérimentales et numériques, nous pouvons dire que la démarche itérative de calcul de durée de vie en fatigue multiaxiale permet une assez bonne prévision de la durée de vie en fatigue lorsque les états de contraintes et les propriétés de fatigue du matériau sont bien identifiés. La comparaison avec les méthodes simplifiées de calcul de durée de vie proposées par les normes est maintenant élaborée. Le caractère "simplifié" provient du fait que la triaxialité des états de contrainte n'est pas vraiment prise en compte dans la procédure recommandée par ces normes. Or des états de contrainte multiaxiaux sont très souvent rencontrés pour les structures en service dans le domaine du transport (ferroviaire, aéronautique, automobile, ouvrages du génie civil).

Les normes utilisent des coefficients de sécurité importants qui conduisent à une évaluation conservative de la durée de vie en fatigue. Cela peut tendre à surdimensionner la structure ou la partie analysée de la structure. Dans le cas présent, la figure 3-6 permet de situer les durées de vie obtenues en s'appuyant sur les recommandations des normes Eurocode 3 et VDI 2230 par rapport aux prévisions faites avec les critères de fatigue multiaxiaux d'une part et aux résultats d'essais expérimentaux d'autre part. Les durées de vie obtenues avec la démarche de l'Eurocode 3 sont très éloignées des résultats des essais. La recommandation VDI donne des durées de vie en fatigue plus acceptables que celles de l'Eurocode mais reste toujours conservative par rapport aux résultats des essais. L'écart important entre les durées de vie

calculées selon les règles des normes et les durées de vie expérimentales vient probablement de la non prise en compte de la triaxialité des états de contrainte, "couverte" par des coefficients de sécurité.

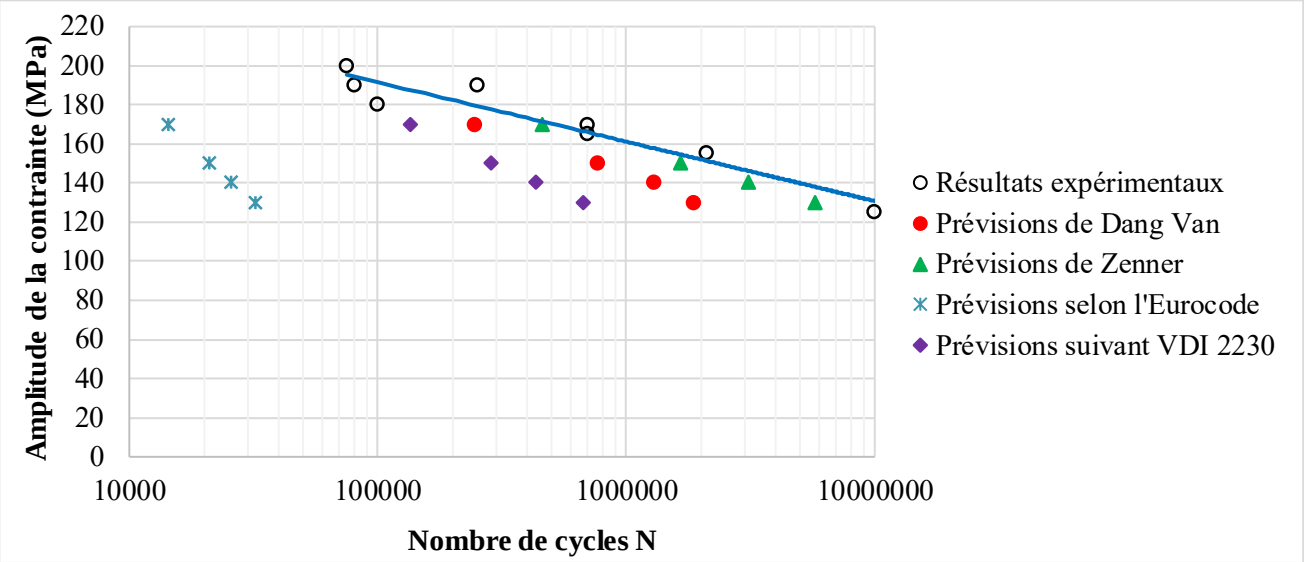


Figure 3-6 : *Durées de vie en fatigue données par les normes et par les critères multiaxiaux de fatigue pour des boulons M10 de classe 8.8 "spéciaux" (TR) pour une précontrainte égale à* $\sigma_e/2$

On retient que les méthodes de calcul de durée de vie en fatigue proposées par les normes, en particulier l'Eurocode, ne sont pas spécialement adaptées à la fatigue multiaxiale. Par conséquent l'emploi des critères de fatigue demeure à ce jour la démarche conduisant à des durées de vie en fatigue plus proches de la réalité aussi bien en fatigue uniaxiale qu'en fatigue multiaxiale, lorsque les états de contraintes rencontrés par le matériau et les caractéristiques en fatigue du matériau sont bien identifiés.

Par la suite nous utilisons l'outil de post-traitement développé pour analyser l'influence des paramètres géométriques et du chargement sur la tenue en fatigue du boulon dans le tronçon en té. L'étude paramétrique en fatigue est menée avec un cycle de chargement extérieur appliqué au quart du tronçon en té modélisé. L'effort extérieur F varie ici de 0 kN à 10 kN compte tenu des symétries du modèle (40 kN sur la totalité du tronçon en té). Il s'agit donc d'une sollicitation de traction répétée (R = 0). La courbe S-N réelle du boulon n'est pas connue pour ce type de rapport de charge. Pour les besoins du calcul, nous avons utilisé la courbe S-N en traction alternée symétrique donnée sur la figure 3-7. Cette courbe S-N est issue de la base de données du logiciel CES Edupack 2018. Elle a été choisie en fonction de la limite élastique de la vis M14 de classe de qualité 8.8. Les autres courbes S-N nécessaires pour le calcul en fatigue multiaxiale sont déduites de celle-ci à partir des relations établies au paragraphe III.2.2 de ce chapitre.

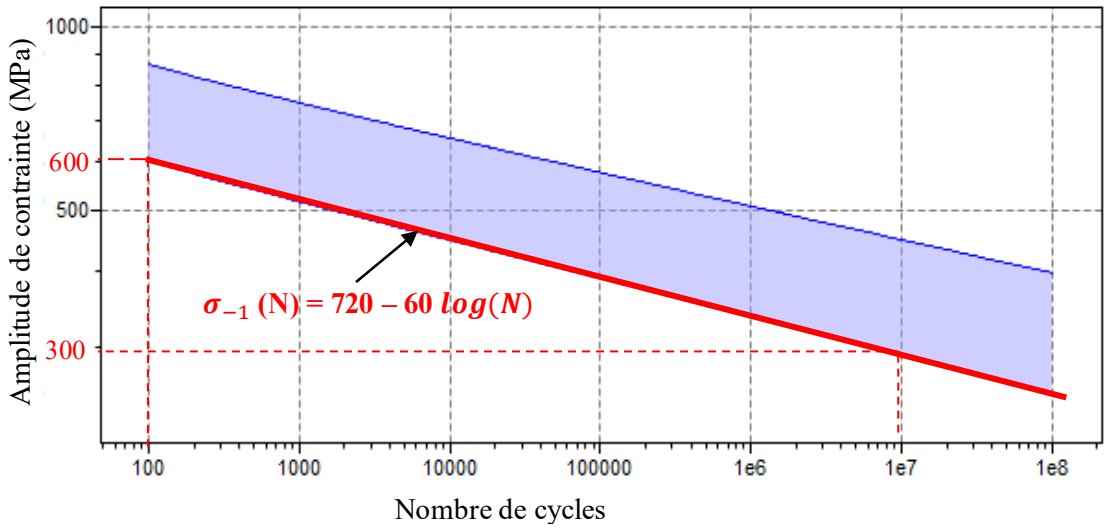


Figure 3-7 : *Courbe S-N en traction alternée symétrique utilisée pour le calcul en fatigue du boulon placé dans le tronçon en té (d'après CES Edupack 2018)*

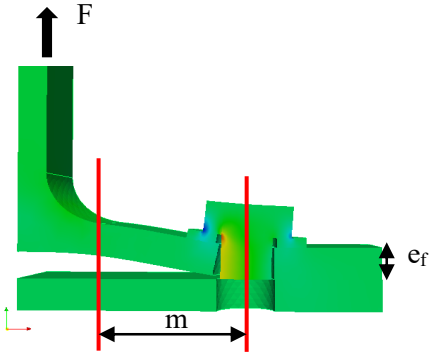
III.3. Influence de la précharge sur la tenue en fatigue des boulons dans le tronçon en té

III.3.1. Effet de la précharge sur la tenue en fatigue des boulons

Les modèles éléments finis de la vis prenant en compte le premier filet en prise avec l'écrou et l'arrondi de raccordement entre la tête et la tige de la vis sont finement maillés au niveau des zones de concentration de contraintes avec des éléments de taille allant jusqu'à 60 µm. L'analyse en fatigue est menée sur la vis dans les configurations de semelles flexible et rigide, données respectivement par les cas 1 et 4 présentés au chapitre 2 et rappelées ici par le tableau 3-1.

Tableau 3-1 : *Epaisseur de la semelle et excentration du boulon dans les configurations de semelle flexible (cas 1) et rigide (cas 4)*

Cas	e_f (mm)	m (mm)
1	10	40
4	15	20



Les fonctions de fatigue des critères, qui décrivent d'une certaine façon le niveau d'endommagement du matériau, sont calculées à l'endurance, pour une durée de vie égale à 2.10^6 cycles avec les critères de Zenner et de Dang Van. Elles sont toujours plus importantes dans le cas de la semelle flexible que dans le cas de la semelle rigide (figure 3-8). En effet comme cela a été vu au chapitre précédent, la flexibilité de la semelle dans le cas 1 engendre une plus grande sollicitation dans la vis que dans le cas 4, ce qui est dû principalement à l'effet de levier. La fonction de fatigue des critères est proportionnelle au niveau des états de

contraintes dans la vis, il est donc logique que plus les contraintes sont importantes et plus la fonction de fatigue l'est également. Trois valeurs de précharge sont étudiées, 0 kN, 20 kN et 40 kN, ce qui correspond pour les deux derniers cas à environ 20 % et 40 % de la limite élastique du boulon M14 de classe de résistance 8.8. La figure 3.8 présente les résultats obtenus pour les 2 critères de fatigue multiaxiaux dans les différents cas de surcharge étudiés, les 2 zones à concentration de contrainte de la vis et les 2 configurations de semelles (cas 1 et 4).

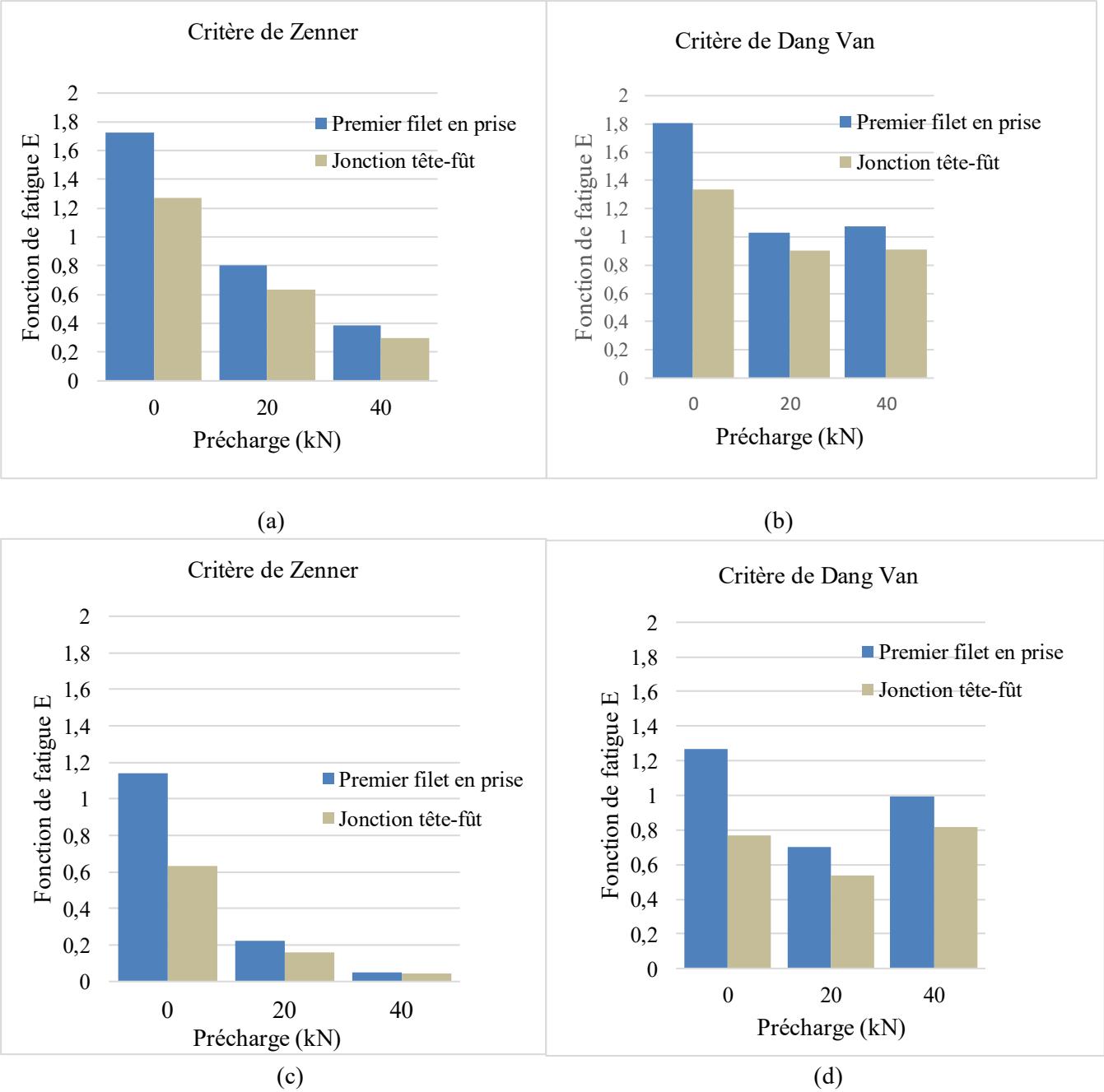
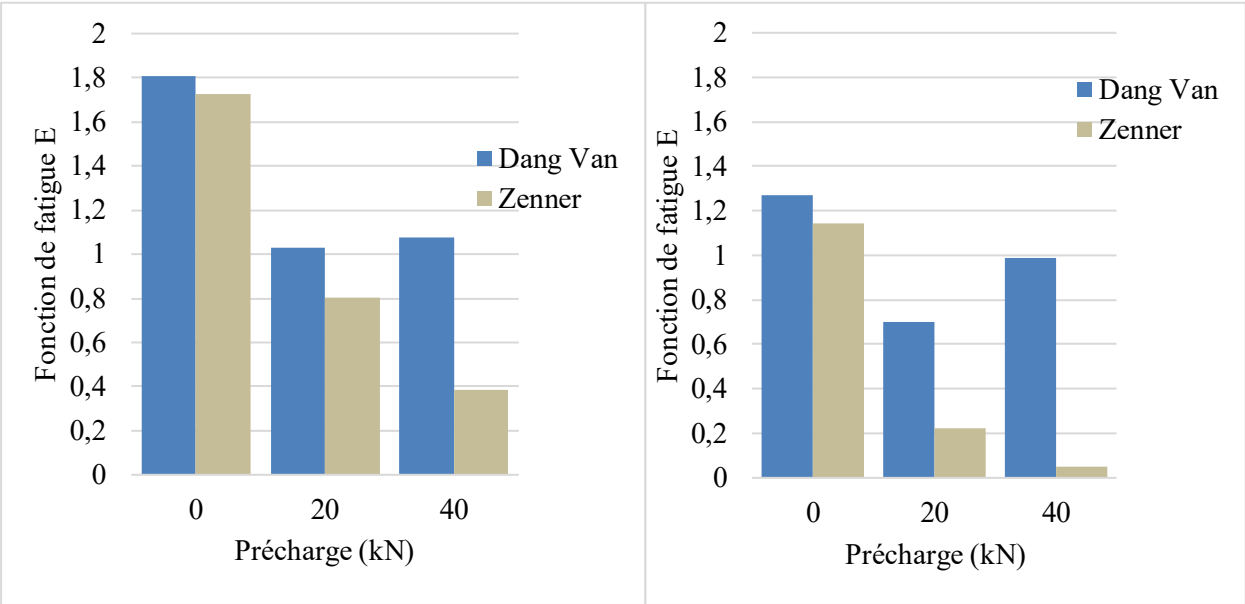


Figure 3-8 : *Fonctions de fatigue des 2 critères de Dang Van et de Zenner à 2.10^6 cycles aux niveaux du premier filet de la vis en prise avec l'écrou et de la jonction tête-fût de la vis pour différentes précharges a) et b) avec une semelle flexible (cas 1), c) et d) avec une semelle rigide (cas 4)*

La valeur maximale de la fonction de fatigue des critères est systématiquement obtenue au niveau du premier filet en prise avec l'écrou dans toutes les configurations. C'est en effet dans cette zone que se situe la plus grande concentration de contraintes (K_t = 4,92). Ainsi le premier filet en prise avec l'écrou pilote généralement la tenue en fatigue de la vis. Autrement dit, les

premières fissures de fatigue devraient apparaitre dans cette zone qui constitue de façon générale la zone critique du boulon et donc de l'assemblage boulonné.

Par la suite, on ne retient que les valeurs maximales de la fonction de fatigue au niveau du premier filet en prise avec l'écrou car c'est de cette zone, la plus sollicitée, dont va dépendre la tenue en fatigue de la vis.
L'augmentation de la précharge générée par le serrage des boulons permet de réduire l'amplitude de la contrainte σ_a (principal facteur à l'origine de l'amorçage d'une fissure par fatigue) même si la contrainte moyenne σ_m augmente. Cette diminution de l'amplitude conduit à la réduction de la fonction de fatigue E et par conséquent à une amélioration de la tenue en fatigue (augmentation de la durée de vie en fatigue). Le critère de Zenner traduit correctement cet effet bénéfique de la précharge quant à la tenue en fatigue du boulon, que ce soit avec une précharge de 20 kN ou plus encore de 40 kN. En effet la fonction de fatigue décroit avec l'augmentation de la précharge, dans le cas d'une semelle rigide comme d'une semelle flexible (figure 3.9).
Il n'en va pas de même pour le critère de Dang Van qui indique lui aussi une très nette diminution de la fonction de fatigue avec la précharge de 20 kN (de l'ordre de 45 % contre une diminution de 55% à 80 % pour le critère de Zenner dans les deux cas de semelle flexible et rigide respectivement), mais prévoit plus d'endommagement avec la précharge de 40 kN qu'avec celle de 20 kN (figure 3.9).



a) Cas avec semelle flexible b) Cas avec semelle rigide

Figure 3-9 : *Evolution des fonctions de fatigue à 2.10^6 cycles des critères de Dang Van et de Zenner en fonction de la précharge imposée au boulon dans le cas a) d'une semelle flexible b) d'une semelle rigide*

De la réduction importante de la fonction de fatigue quand la précharge de 20 kN est appliquée par rapport au cas sans précharge, il s'en suit une forte augmentation de la durée de vie en fatigue comme le montre la figure 3-10.

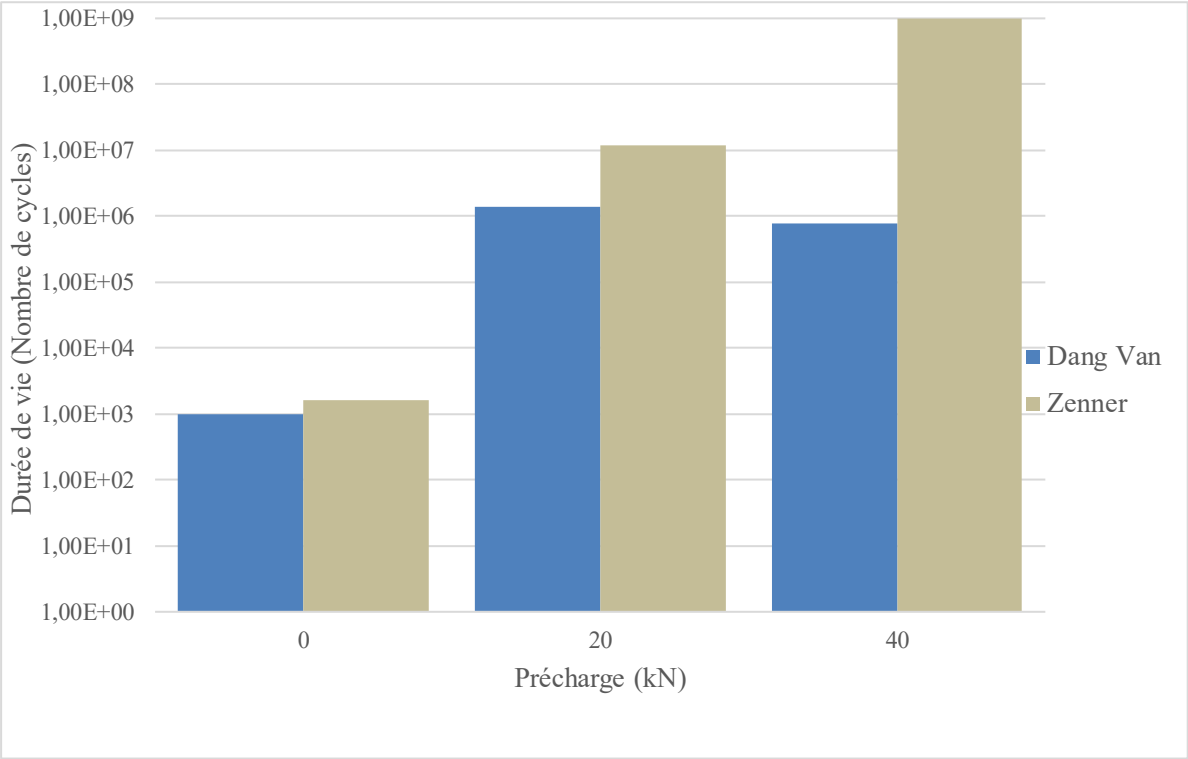
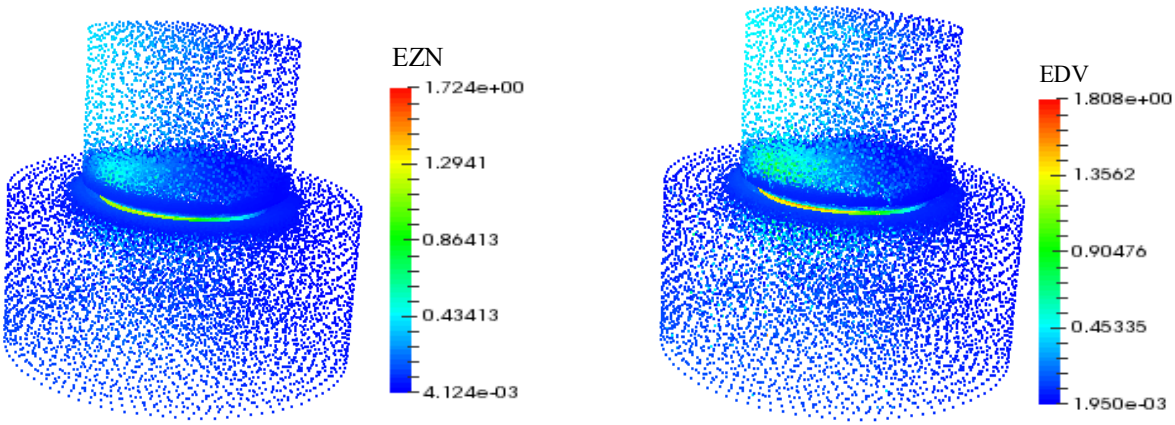


Figure 3-10 : *Evolution de la durée de vie en fatigue au sens des critères de fatigue en fonction de la précharge dans le cas 1 (semelle flexible)*

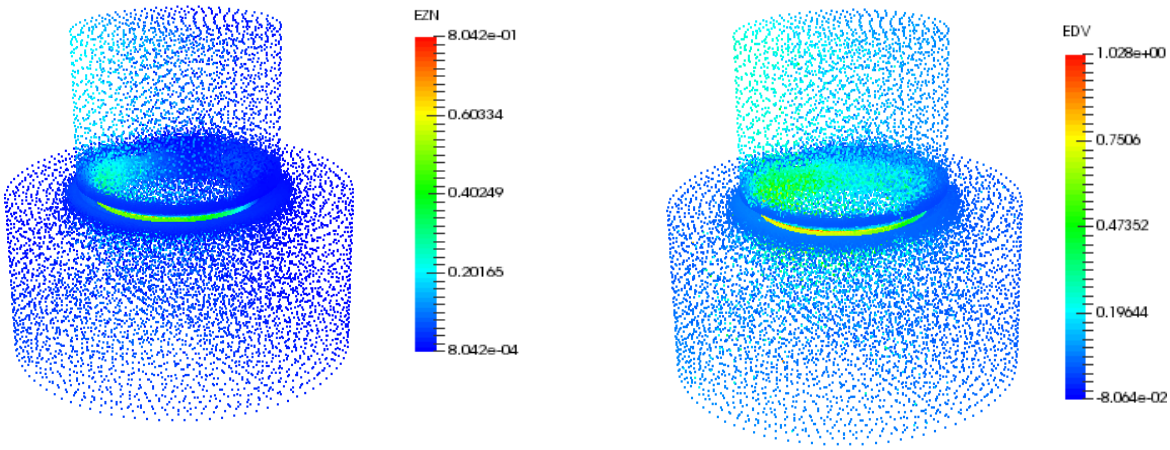
Logiquement plus la fonction de fatigue d'un critère multiaxial vis-à-vis d'un cycle de contraintes analysé est faible, plus la durée de vie du matériau à l'amorçage d'une fissure est importante. Selon le critère de Zenner, la durée de vie du boulon en termes du nombre de cycles imposés au tronçon en té (cycles de traction répétée de 0 kN à 40 kN, ou à10 kN pour le quart du tronçon, puis retour à 0 kN) va en croissant très fortement lorsque la précharge est appliquée au boulon. Selon le critère de Dang Van, la durée de vie augmente très fortement quand la précharge passe de 0 kN à 20 kN ; elle diminue ensuite lorsque la précharge continue d'augmenter jusqu'à 40 kN. "L'anomalie" qui apparait, pour la valeur de la fonction de fatigue calculée par calage sur les limites de fatigue à 2.10^6 cycles pour le critère de Dang Van, quand la précharge passe de 20 kN à 40 kN, se retrouve en sens inverse au niveau des durées de vie : la durée de vie diminue puisque la fonction de fatigue croit à nouveau.
La figure 3.11 présente l'évolution de la cartographie de la fonction de fatigue des 2 critères au voisinage du premier filet de prise de l'écrou sur la vis. Elle permet de visualiser le fait que la zone de ce premier filet est bien toujours la zone critique en fatigue de la vis, même si le serrage du boulon (qui conduit à la précharge de la vis) réduit sa criticité. Il faut remarquer au passage qu'une cartographie de la contrainte équivalente maximale rencontrée au cours du cycle appliqué au tronçon en té (selon le critère de Von Mises par exemple) donnerait une tendance opposée à celle de la fonction de fatigue avec le serrage. En effet les niveaux de contrainte augmentent au sein de la vis avec le serrage du boulon, pour autant la fonction de fatigue (donc le niveau d'endommagement par fatigue) diminue car l'amplitude des contraintes est réduite. Ce fait rappelle qu'un critère de résistance tel que celui de Von Mises ne saurait être un critère de fatigue pertinent dans le cas le plus général.

Critère de Zenner Critère de Dang Van

Sans précharge



Précharge de 20 kN



Précharge de 40 kN

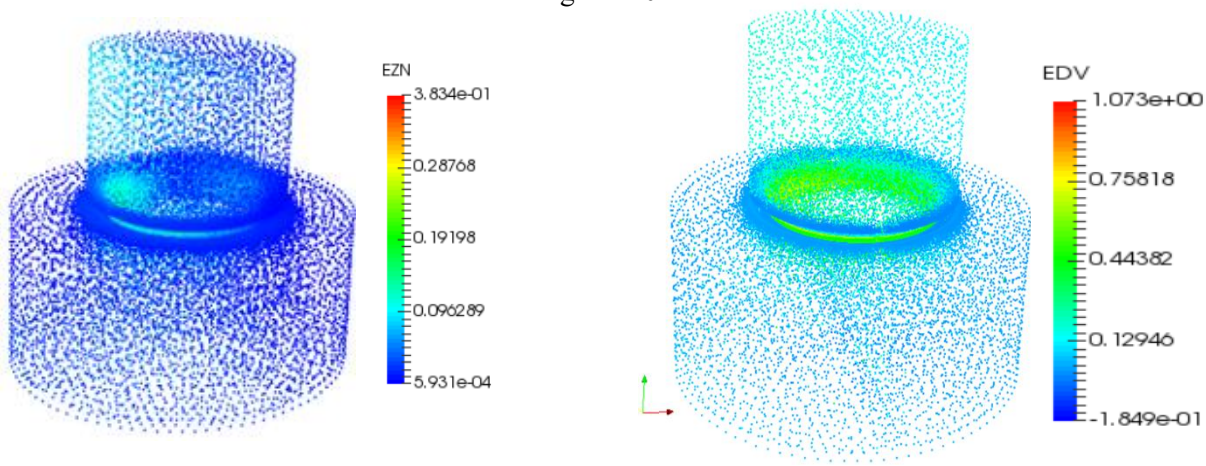
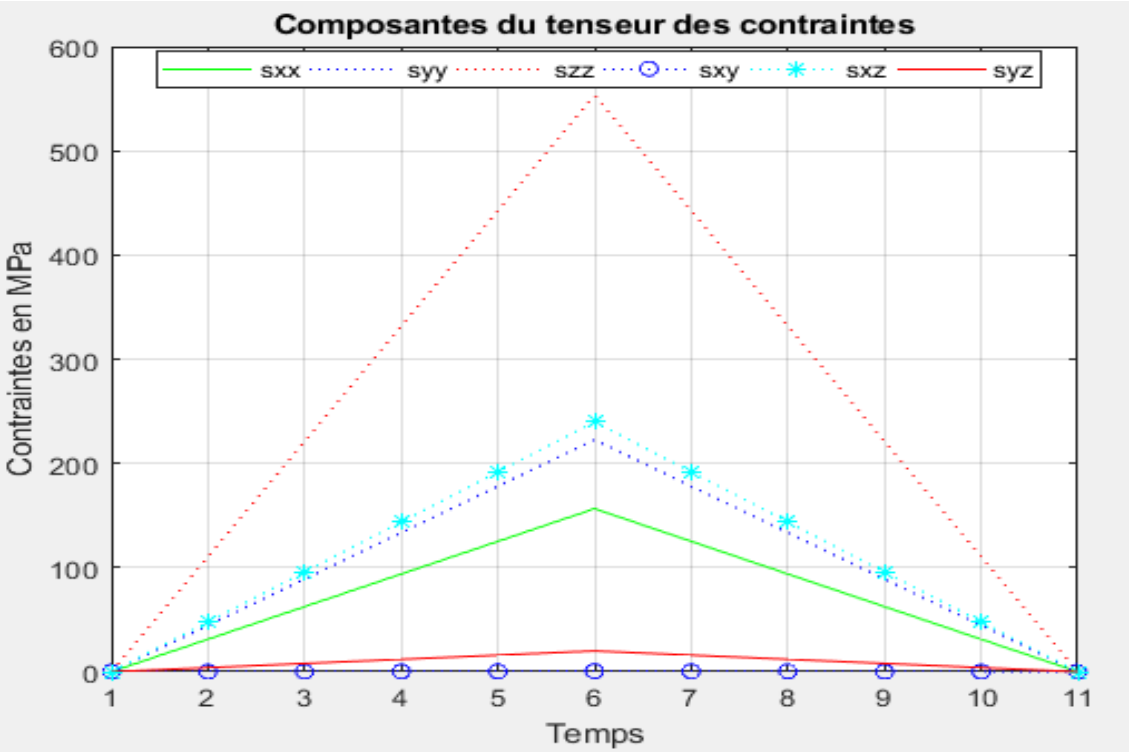


Figure 3-11 : *Cartographie de la fonction de fatigue des critères de Zenner et de Dang Van à 2.10^6 cycles sur la zone du premier filet en prise avec l'écrou (cas de la semelle flexible)*

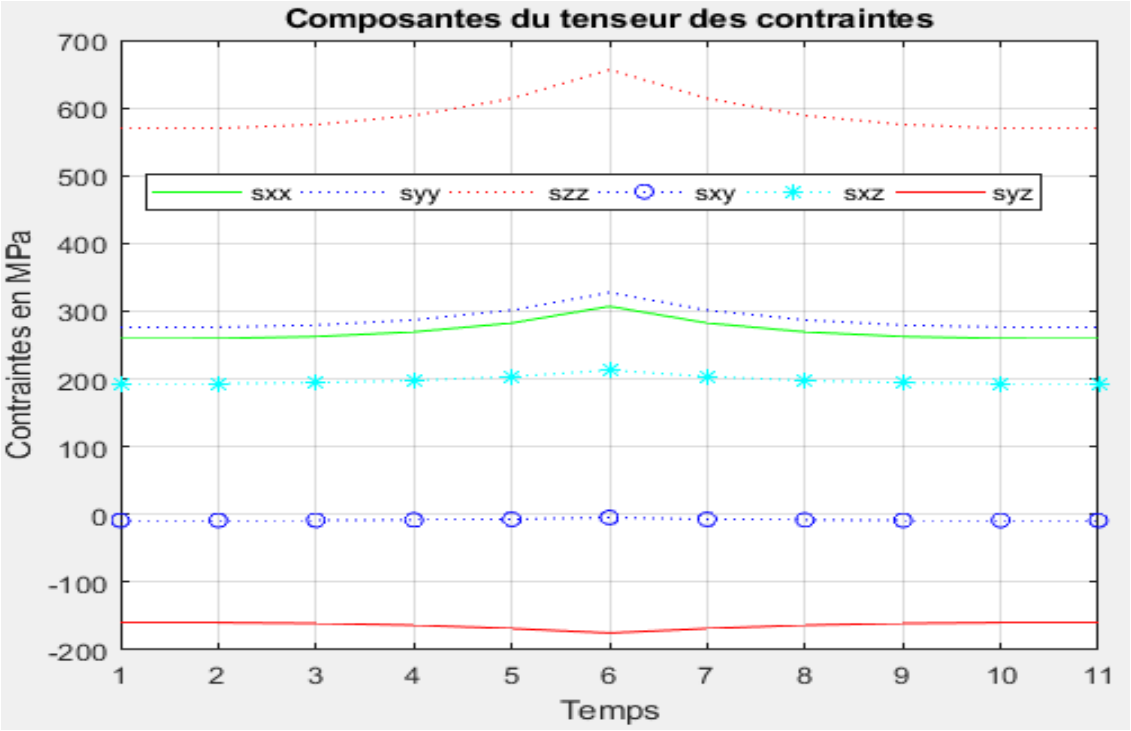
III.3.2. Analyse du formalisme du critère de Dang Van vis-à-vis de la prise en compte de l'effet de la précharge

Nous avons montré que l'augmentation de la précharge entrainait une réduction de l'amplitude des contraintes dans la vis. Les fonctions de fatigue des critères multiaxiaux sont proportionnelles aux états de contraintes cycliques présents au point d'analyse en fatigue. La contrainte alternée en particulier est le principal facteur d'endommagement en fatigue d'un matériau et donc des structures en service.

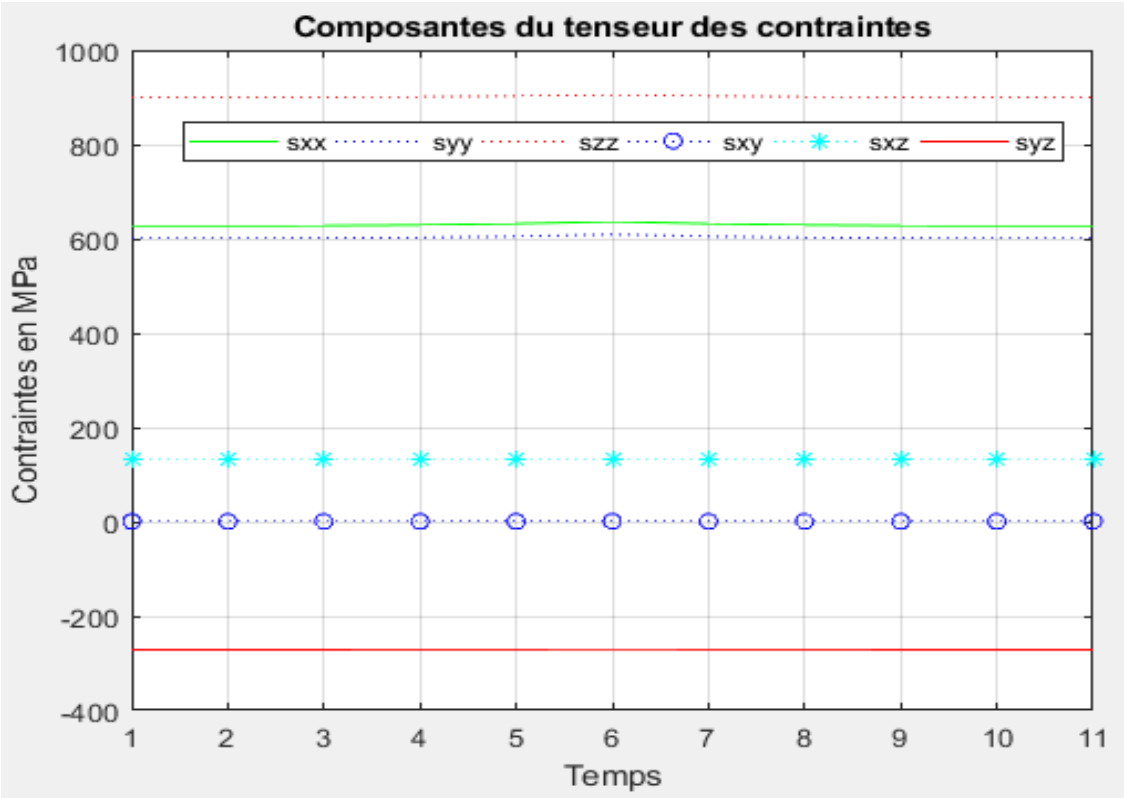
Contrairement au critère de Zenner qui montre une diminution de sa fonction de fatigue et par voie de conséquence une amélioration de la tenue en fatigue de la vis quand la précharge passe de 20 kN à 40 kN, le critère de Dang Van semble ne pas déceler cette amélioration aussi bien dans le cas de la semelle flexible que dans celui de la semelle rigide. Ce critère montre pourtant un effet bénéfique de la précharge en passant de 0 kN à 20 kN. Cette augmentation de la fonction de fatigue du critère de Dang Van en passant d'une précharge de 20 kN à 40 kN mérite d'être étudiée afin de mieux appréhender le formalisme et les limitations éventuelles du critère. Pour cela, nous avons analysé le cycle de chargement au nœud critique (c'est le nœud où la fonction de fatigue est maximale dans chaque cas de serrage du boulon), situé en fond du premier filet en prise avec l'écrou dans la configuration avec la semelle flexible (cas 1). La figure 3-12 présente les cycles de contraintes rencontrés au nœud critique pour chacun des 3 cas de précharge du boulon (0 kN, 20 kN et 40 kN), lors de la sollicitation extérieure du tronçon en té (traction répétée appliquée au quart du tronçon, de 0 kN à 10 kN puis retour à 0 kN).



a) Sans précharge (0 kN)



b) Précharge de 20 kN



c) Précharge de 40 kN

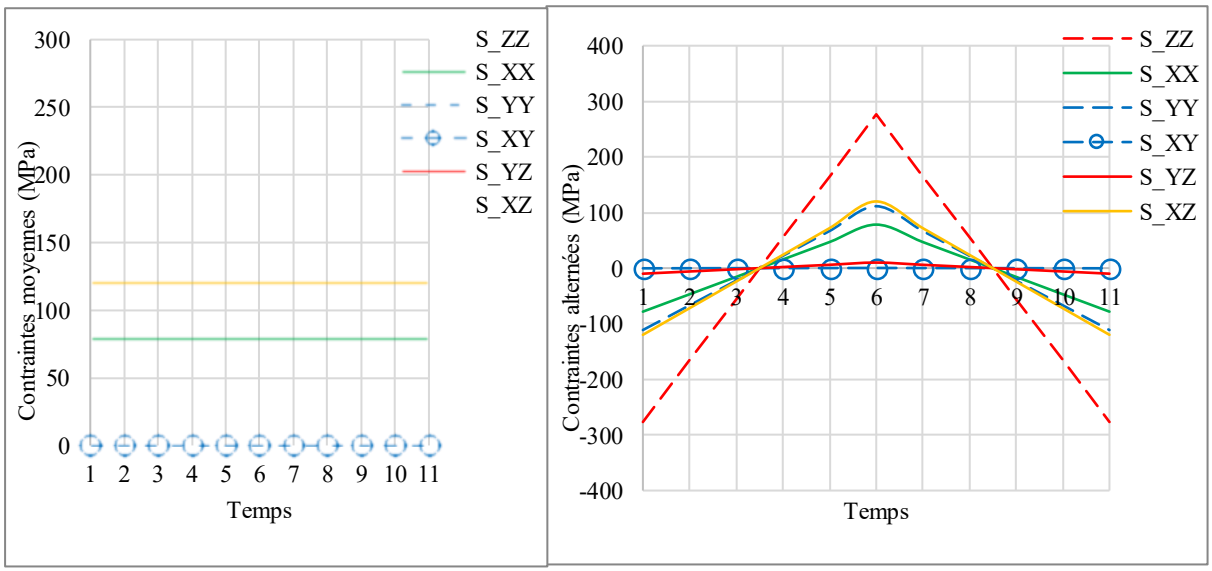
Figure 3-12 : *Cycles de contraintes au nœud critique de la vis pour les 3 valeurs de la précharge (a) 0 kN, (b) 20 kN, (c) 40 kN au cours du chargement extérieur de traction répétée appliqué au tronçon*

L'état de contrainte au nœud critique démarre pour F nulle avec toutes les composantes du tenseur des contraintes nulles pour des boulons sans précharge (figure 3-12a). Toutes les composantes de la matrice des contraintes augmentent proportionnellement, au fur et à mesure que l'effort extérieur F appliqué sur le tronçon en té croit, et atteignent simultanément leurs valeurs maximales, à l'instant t_6 correspondant à l'application de la charge extérieure maximale de 10 kN. Ces contraintes diminuent ensuite progressivement jusqu'à s'annuler quand le tronçon en té est complétement déchargé (F = 0 kN).
Dans les cas où une précharge de 20 kN (figure 3-12b) puis de 40 kN (figure 3-12c) est appliquée au boulon, les composantes de la matrice des contraintes ne sont pas nulles quand le tronçon en té est déchargé (F= 0 kN) car la vis est sous précontrainte. Elles atteignent cependant aussi leurs valeurs maximales à l'instant t_6 (tronçon en té chargé à 10 kN) et reviennent à leurs valeurs initiales une fois le tronçon complètement déchargé, à l'instant t_{11}.

Un cycle multiaxial de contraintes [σ(t)] peut-être considéré sous la forme d'une superposition d'une matrice de contraintes moyennes $[\sigma_m]$ constante au cours du cycle et d'une matrice des contraintes alternées $[\sigma_a(t)]$ fonction du temps :

$$[\sigma(t)] = [\sigma_m] + [\sigma_a(t)] \qquad (3\text{-}2)$$

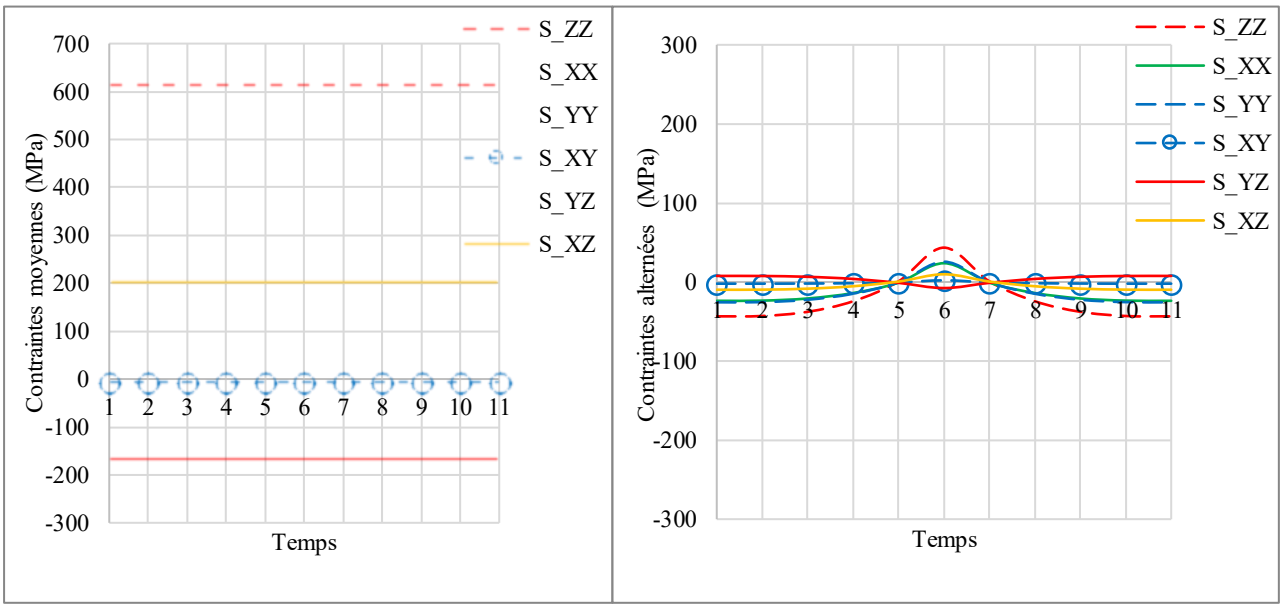
Les cycles de contraintes obtenus au nœud critique sont ainsi décomposés en séparant leurs parties moyennes de leurs parties alternées. Cette décomposition est donnée par la figure 3-13 dans le cas où aucune précharge n'est appliquée au boulon, par la figure 3-14 pour la précharge de 20 kN et par la figure 3-15 pour la précharge de 40 kN.



a) Contraintes moyennes

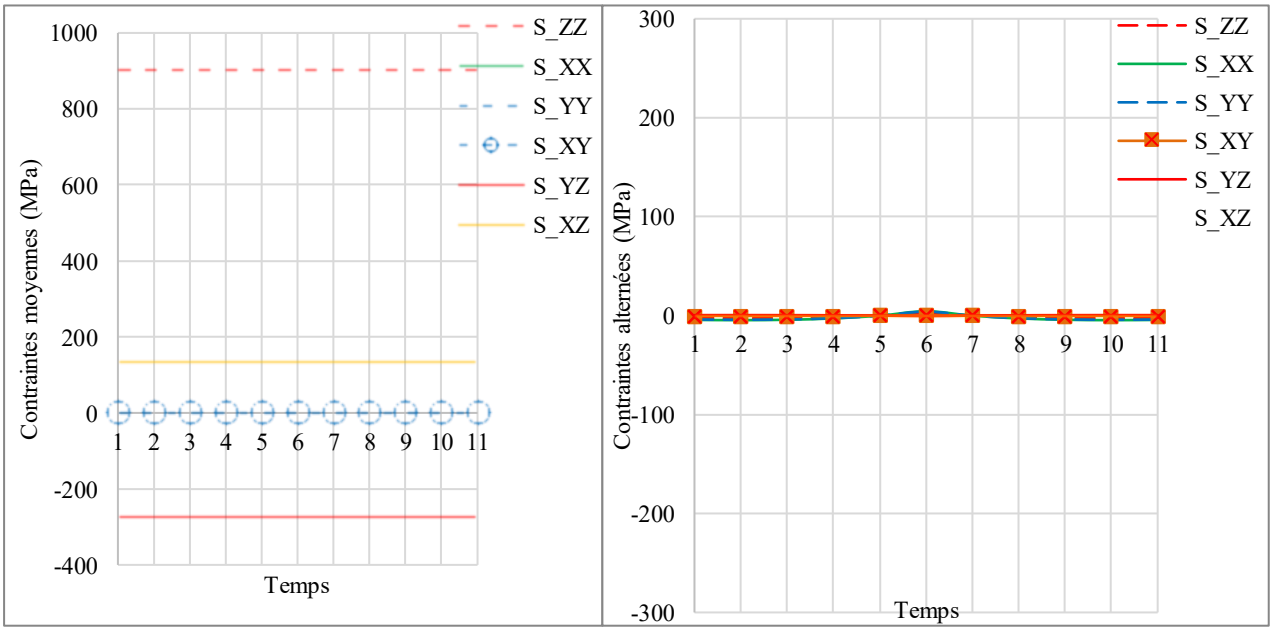
b) Contraintes alternées

Figure 3-13 : *Décomposition du cycle des contraintes au nœud critique en contraintes moyennes et alternées en l'absence de précharge lors du cycle de traction répétée du chargement extérieur*



a) Contraintes moyennes b) Contraintes alternées

Figure 3-14 : *Décomposition du cycle des contraintes au nœud critique en contraintes moyennes et alternées pour une précharge de 20 kN, au cours du cycle de traction répétée du chargement extérieur*



a) Contraintes moyennes b) Contraintes alternées

Figure 3-15 : *Décomposition du cycle des contraintes au nœud critique en contraintes moyennes et alternées pour une précharge de 40 kN, au cours du cycle de traction répétée du chargement extérieur*

Cette décomposition du cycle des contraintes en ses parties moyennes et alternées met en évidence très clairement la réduction des amplitudes de toutes les contraintes alternées qui frisent, pour une précharge de 40 kN, la valeur nulle. Dans cette configuration, la fonction de fatigue E devrait être très faible car le phénomène de fatigue est quasi inexistant dès lors qu'il

n'y a pas véritablement de variation des contraintes. Le critère de Zenner traduit assez bien ce principe, par contre, ce n'est pas le cas du critère de Dang Van comme en attestent les valeurs calculées de la fonction de fatigue au point critique et indiquées par les figures 3.8 et 3.9. Le formalisme intrinsèque du critère de Dang Van est probablement à l'origine de cela. Pour rappel, la fonction de fatigue du critère de Dang Van E_{DV} est une maximisation d'un indicateur de dommage par plan E_h défini par :

$$E_{DV} = \underset{h}{Max}\,(E_h) \qquad (3\text{-}3)$$

$$E_h = \underset{t}{Max}\left\{\frac{\tau_{ha}(t) + \alpha.p(t)}{\theta}\right\} \qquad (3\text{-}4)$$

Avec $$p(t) = \frac{I_1(t)}{3} = \frac{\sigma_{11}(t) + \sigma_{22}(t) + \sigma_{33}(t)}{3},$$

$\tau_{ha}(t)$ est la contrainte tangentielle alternée qui agit sur le plan de normale h à l'instant t ; elle est déterminée à l'aide du plus petit cercle circonscrit au trajet de chargement [43].

Les contraintes alternées étant quasi nulles pour une précharge de 40 kN (figure 3-15), la contrainte tangentielle alternée utilisée dans l'expression (3-4) l'est aussi car elle est directement établie à partir de ces contraintes alternées. Dans le même temps, la pression hydrostatique augmente considérablement ($p \approx 700$ MPa), dépassant en ce nœud critique la limite élastique du boulon (640 MPa, pour un boulon HR-8.8). La conclusion que l'on peut tirer de cette analyse est que la formulation du critère de Dang Van donne un poids beaucoup trop important aux contraintes moyennes ou statiques devant celui attribué à la contrainte tangentielle alternée $\tau_{ha}(t)$. Une pression hydrostatique importante, rencontrée notamment lors du serrage d'un boulon, met en défaut la prévision du critère. Toutefois, des essais de fatigue sur structure réelle sont nécessaires pour conforter cette conclusion élaborée à la suite de l'étude numérique du comportement en fatigue du boulon avec le critère de Dang Van. Pour l'instant on retient le fait que le critère de Dang Van ne permet pas une évaluation réaliste de l'endommagement par fatigue et donc de la durée de vie pour les cas suivants :

- lorsque la pression hydrostatique p(t) est très importante devant les contraintes alternées,
- en cas de chargement non-proportionnel (d'après l'analyse bibliographique).

Un autre facteur est susceptible sinon de justifier du moins d'expliquer en partie l'écart d'évaluation de l'influence en fatigue d'une contrainte moyenne pour le critère de Dang Van par rapport à une situation réelle où cette contrainte est très importante. Ce critère est le plus souvent calé (pour la détermination des deux paramètres α et θ de la formulation) sur les limites de fatigue σ_{-1} et τ_{-1} en traction et torsion alternées symétriques. Aucune de ces 2 limites de fatigue n'est représentative de l'influence en fatigue d'une contrainte normale moyenne car les états de contrainte qui leur correspondent n'en contiennent pas. Il n'est donc pas forcément étonnant d'observer un décalage entre les prévisions d'un critère dépourvu d'informations propres au matériau et relatives à l'influence en fatigue d'une contrainte normale moyenne, et le comportement réel de ce matériau en présence de fortes contraintes normales moyennes. Le serrage d'un boulon fournit typiquement un cas de cette nature.

III.4. Influence de l'excentration m des boulons sur leur tenue en fatigue

Les calculs sont menés ici pour une épaisseur e_f de la semelle égale à 15 mm, une précharge de 20 kN dans les boulons et un effort extérieur F de 10 kN sur le quart du tronçon en té modélisé (soit 40 kN sur la totalité du tronçon en té). La fonction de fatigue et la durée de vie dans la zone critique du boulon sont calculées d'abord pour une excentration m du boulon de 20 mm avec les deux critères multiaxiaux de fatigue. Ensuite, nous avons augmenté progressivement l'excentration du boulon par rapport à l'âme du tronçon en té, afin d'analyser l'influence de cette augmentation sur les deux paramètres en question.
Les figures 3-16 et 3-17 présentent les résultats obtenus en termes de fonction de fatigue et de durée de vie respectivement pour les 2 critères.

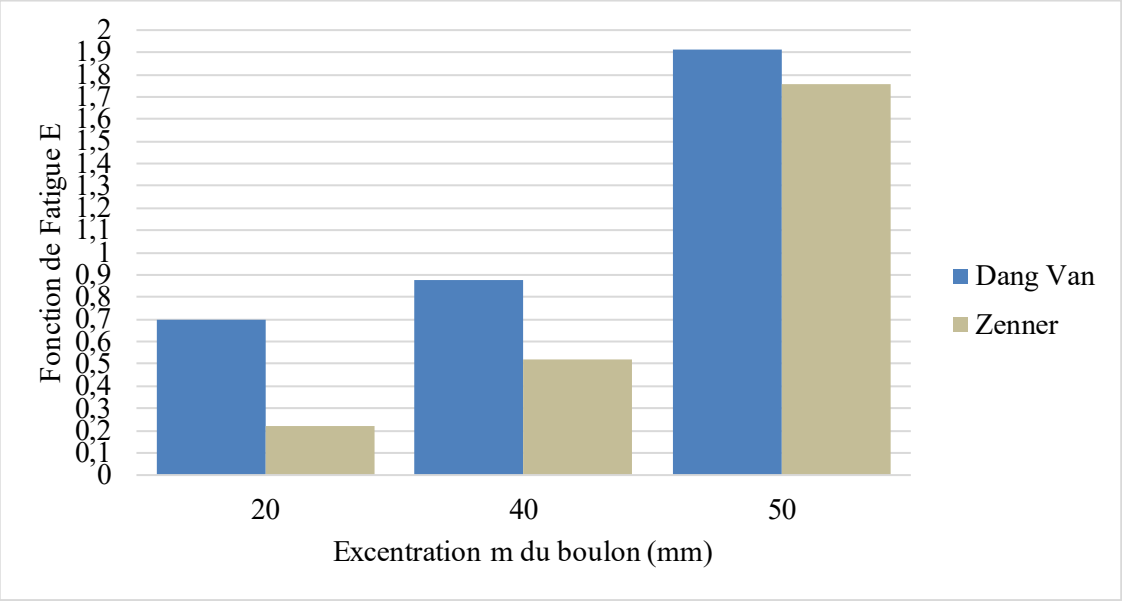


Figure 3-16 : *Evolution de la fonction de fatigue (calculée à 2.10^6 cycles)*

en fonction de l'excentration m du boulon

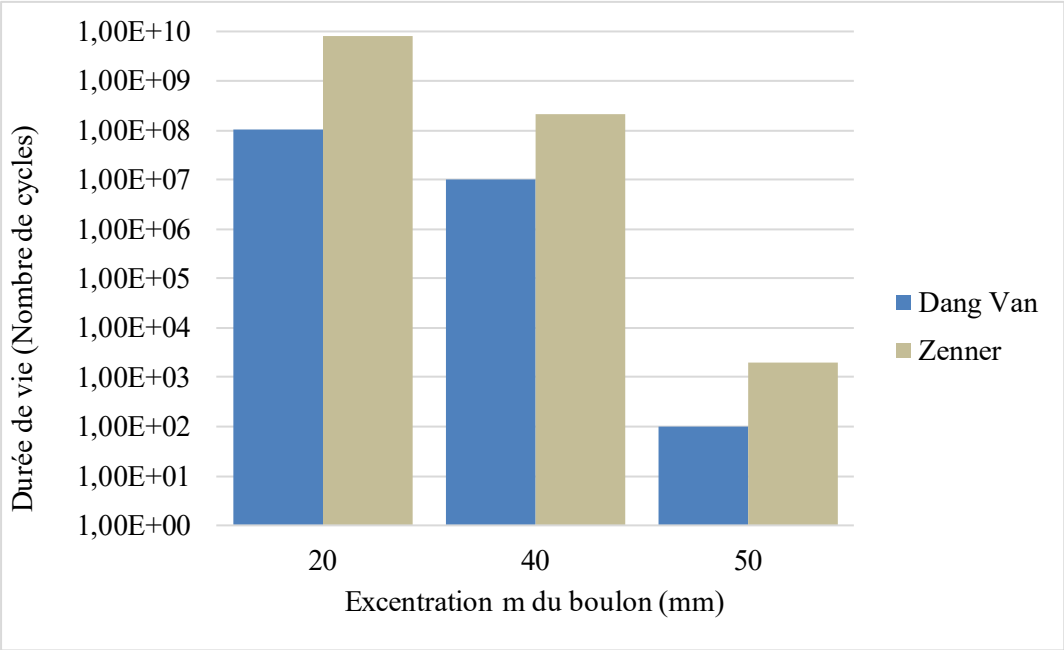


Figure 3-17 : *Evolution de la durée de vie du boulon en fonction de son excentration m*

L'augmentation de l'excentration des boulons est donc de toute évidence néfaste à leur tenue en fatigue car leur endommagement traduit par la fonction de fatigue des critères est en augmentation très marquée, et leur durée de vie par conséquent en forte baisse. Augmenter l'excentration fait croitre le moment de flexion M_B que transmet le té au boulon, la force de levier Q et donc l'effort F_B supporté par la vis. Ces tendances mises en évidence lors de la simulation numérique (analyse paramétrique) sont traduites par la figure 3-18, pour une épaisseur de semelle de 15 mm, une précharge de 20 kN par boulon et un effort extérieur de 10 kN appliqué au quart du tronçon en té.

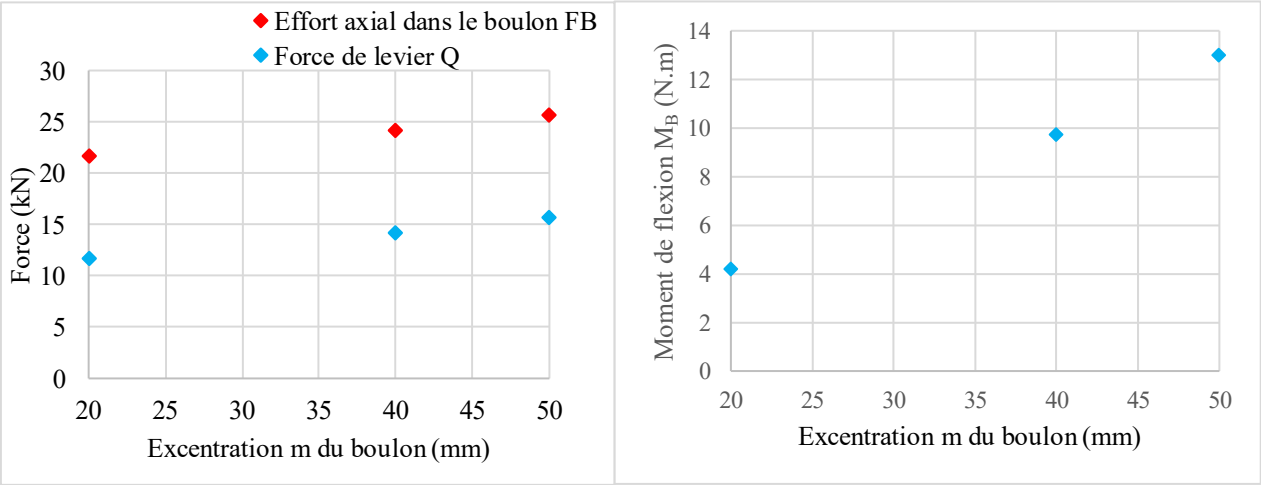


Figure 3-18 : *Influence de l'excentration du boulon sur l'effort axial et le moment de flexion dans le boulon (e_f = 15 mm, précharge de 20 kN, effort extérieur F égal à 10 kN pour le quart du tronçon en té)*

III.5. Influence de l'épaisseur e_f de la semelle sur la tenue en fatigue des boulons

L'étude est menée pour une excentration m du boulon égale à 40 mm, une précharge de 20 kN et trois épaisseurs différentes de la semelle du tronçon en té. L'effort extérieur F maximal est fixé à 10 kN sur le quart du tronçon en té modélisé (40 kN sur la totalité du tronçon en té).
Pour chaque configuration, la fonction de fatigue qui traduit l'endommagement perçu par les critères et la durée de vie sont calculées avec les critères de Dang Van et de Zenner. L'augmentation de l'épaisseur de la semelle apparait bénéfique à la tenue en fatigue des boulons car elle engendre une nette diminution de leurs sollicitations, que ce soit leur moment de flexion M_B ou leur effort de traction F_B, simplement par la réduction de la force de levier Q (figure 3.19). C'est la rigidité de flexion accrue des semelles du tronçon qui permet de réduire, pour la valeur maximale de l'effort F, la déformation du té donc l'effort Q dû à l'effet de levier et le moment M_B engendré par la rotation de la tête de vis du boulon.

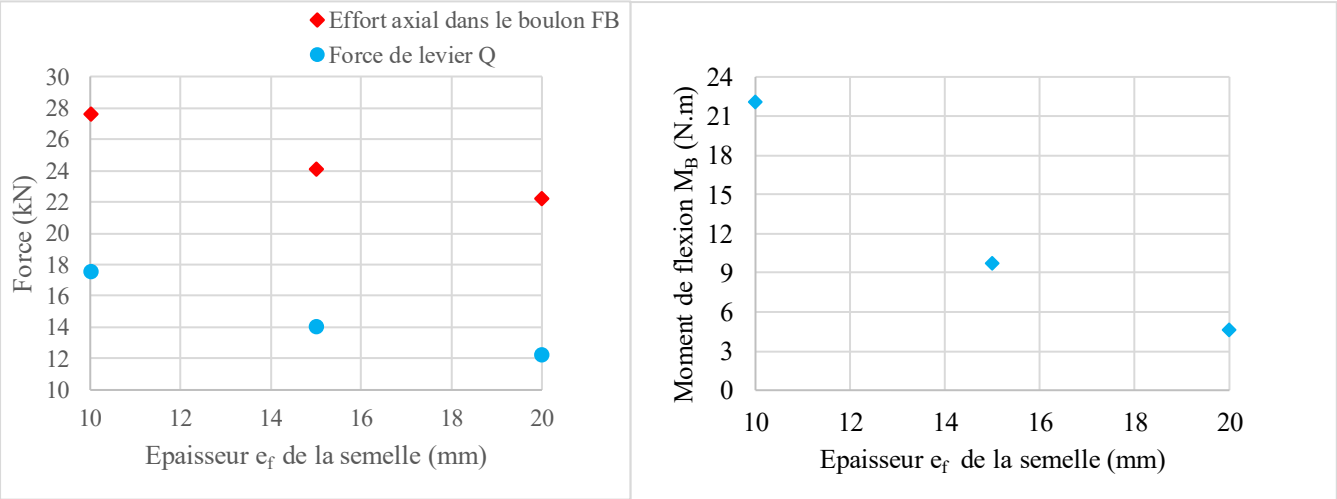


Figure 3-19 : *Influence de l'épaisseur de la semelle sur les efforts et le moment de flexion dans le boulon pour une excentration m de 40 mm, une précharge de 20 kN dans le boulon et un effort extérieur F de 10 kN sur un quart du tronçon en té modélisé*

La fonction de fatigue des deux critères est établie en tous les nœuds du boulon. Le point critique de la vis se situe systématiquement au niveau du premier filet du filetage en prise avec l'écrou. Les résultats obtenus sont présentés par la figure 3.20 pour la valeur de la fonction de fatigue des critères et par la figure 3.21 pour l'estimation de la durée de vie, toutes deux en fonction de l'épaisseur de la semelle.

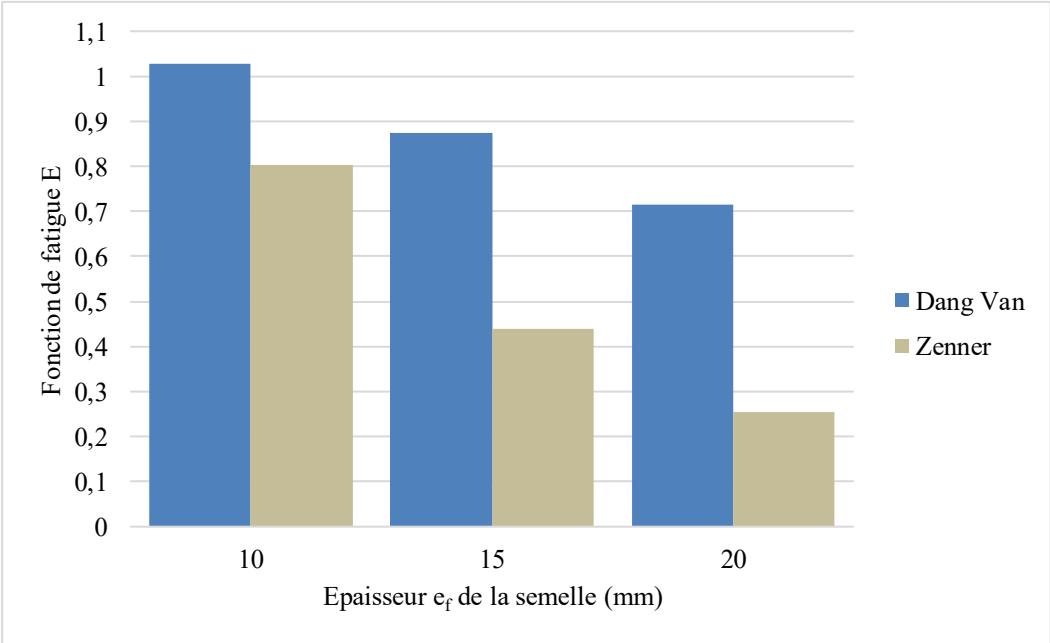


Figure 3-20 : *Evolution de la fonction de fatigue des critères en fonction de l'épaisseur de la semelle e_f (m =40 mm, précharge de 20 kN et F = 10 kN)*

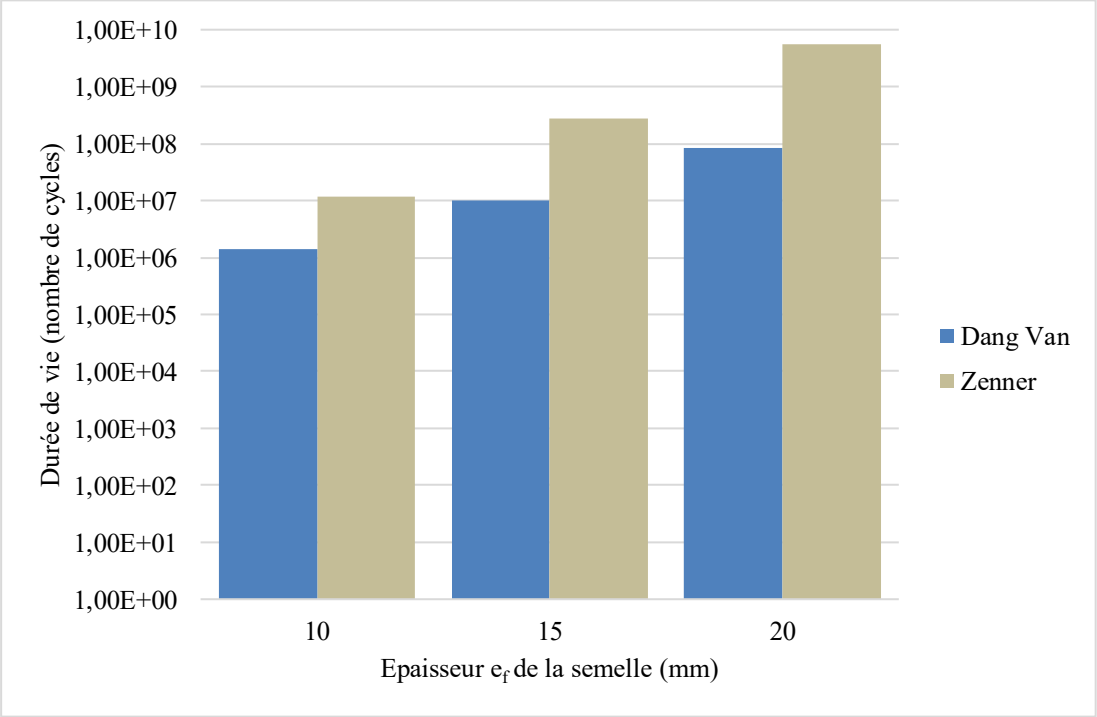


Figure 3-21 : *Evolution de la durée de vie des boulons en fonction de l'épaisseur de la semelle e_f*

(m =40 mm, précharge de 20 kN et F = 10 kN)

L'effet favorable, sur la tenue en fatigue des boulons, de l'accroissement de l'épaisseur de la semelle, prévisible du fait de la diminution des sollicitations de ces boulons, est parfaitement traduit par les deux critères. Pour le niveau de la précharge considérée ici (20 kN), le critère de Dang Van apparait déjà nettement plus conservatif que celui de Zenner

III.6. Conclusion

Une estimation très précise des états de contraintes dans les composants mécaniques, en particulier dans les zones de concentration de contrainte, et une connaissance approfondie des propriétés de fatigue du matériau (courbes S-N) sont nécessaires pour une bonne prévision de la durée de vie en fatigue. Alors que les prévisions des durées de vie en fatigue des vis selon les méthodes préconisées par les normes comme l'Eurocode 3 et la recommandation VDI 2230 semblent éloignées des durées de vie expérimentales, l'outil de post-traitement développé dans le cadre de ce travail permet une évaluation plus réaliste de la tenue en fatigue des boulons. Les normes ne prennent pas en compte la triaxialité des états de contraintes dans les zones de concentration de contraintes du boulon (jonction tête-tige de la vis et fonds de filet). La prévision de la durée de vie en fatigue est parfois très conservative pour l'Eurocode 3 en particulier en comparaison avec les prévisions faites en utilisant les critères de fatigue multiaxiaux.

L'analyse du comportement en fatigue du boulon intégré dans l'assemblage du tronçon en té montre que l'augmentation de l'épaisseur de la semelle améliore fortement la tenue en fatigue de la vis en réduisant la sollicitation dans cette dernière. Cette diminution de la sollicitation dans la vis conduit à une augmentation importante de sa durée de vie en fatigue.

L'augmentation de l'excentration du boulon par rapport à l'âme de la semelle du tronçon en té engendre au contraire une surcharge plus ou moins importante de la vis selon la flexibilité de la semelle du tronçon en té. Cela se traduit par une augmentation de l'effort axial F_B et du moment de flexion M_B dans la vis, consécutive à l'accroissement de l'effet de levier. Cette accentuation de la sollicitation de la vis se traduit en fatigue par une diminution de la tenue en fatigue du boulon (c'est-à-dire de sa durée de vie).

Il a été également montré que le serrage du boulon (précharge) conduit à une diminution de l'amplitude des contraintes alternées existant dans la vis quand l'effort de traction F appliqué à l'âme du tronçon en té évolue de façon cyclique. Cette amplitude étant le facteur prédominant de génération de l'endommagement par fatigue, le serrage du boulon améliore sa durée de vie, il apporte en quelque sorte une certaine protection à l'assemblage en diminuant sa vitesse d'endommagement par fatigue. Le formalisme du critère de Zenner permet de bien prendre en compte cet effet bénéfique en fatigue de la précharge. Par contre celui du critère de Dang Van ne permet pas de montrer l'effet bénéfique de la précharge lorsque le boulon est très serré, ce qui correspond à un cas où la pression hydrostatique est forte et essentiellement statique, et la contrainte tangentielle alternée faible. Nous retenons donc qu'en plus des cas de chargement non-proportionnels avec déphasage des sollicitations combinées, le critère de Dang Van ne permet pas une évaluation réaliste de l'endommagement du matériau par fatigue lorsque la pression hydrostatique p(t) est très importante devant la contrainte tangentielle alternée.

Chapitre 4 - Validation expérimentale du modèle numérique du tronçon en té

IV.1. Introduction

Une première validation analytique du modèle numérique du tronçon en té a été réalisée au chapitre 2 en ce qui concerne la force axiale F_B et le moment de flexion M_B dans le boulon et la force de levier Q. Dans ce chapitre, nous allons réaliser des essais mécaniques sur des tronçons en té afin de valider expérimentalement les résultats de la simulation numérique (effort axial F_B et moment de flexion M_B). Il s'agit de comparer les efforts axiaux et les moments fléchissants obtenus par la simulation numérique et la méthode analytique avec ceux obtenus lors d'essais expérimentaux. Les tronçons en té qui sont soumis à ces essais de traction monotone sont constitués de semelles supérieure et inférieure extraites de poutrelles HEB 320 et IPE 400 (voir figure 4-1). Elles sont assemblées au moyen de deux boulons instrumentés chacun de quatre jauges de déformation. Les jauges de déformation permettent de mesurer les déformations longitudinales de la vis du boulon loin des zones de concentration de contrainte. De ces déformations longitudinales sont déduites les contraintes dans la vis à l'aide des formules de Lamé. Les contraintes ainsi calculées sont par la suite utilisées pour évaluer l'effort axial et le moment de flexion existant dans les vis de l'assemblage. La mise en évidence de l'influence bénéfique de la précharge sur le cycle de chargement rencontré par la vis, comme cela a été montré par les solutions numériques du tronçon en té, est également un objectif fixé pour ce chapitre consacré aux essais expérimentaux de traction monotone sur tronçon en té.

IV.2. Présentation du dispositif expérimental

IV.2.1. Poutrelles utilisées pour réaliser les semelles du tronçon en té

Les tronçons en té à deux boulons que nous avons réalisés en vue de la validation expérimentale du modèle numérique sont composés d'une semelle supérieure et d'une semelle inférieure. Ces semelles sont issues d'une poutrelle IPE 400 et d'une poutrelle HEB 320 utilisées en construction métallique (figure 4-1).

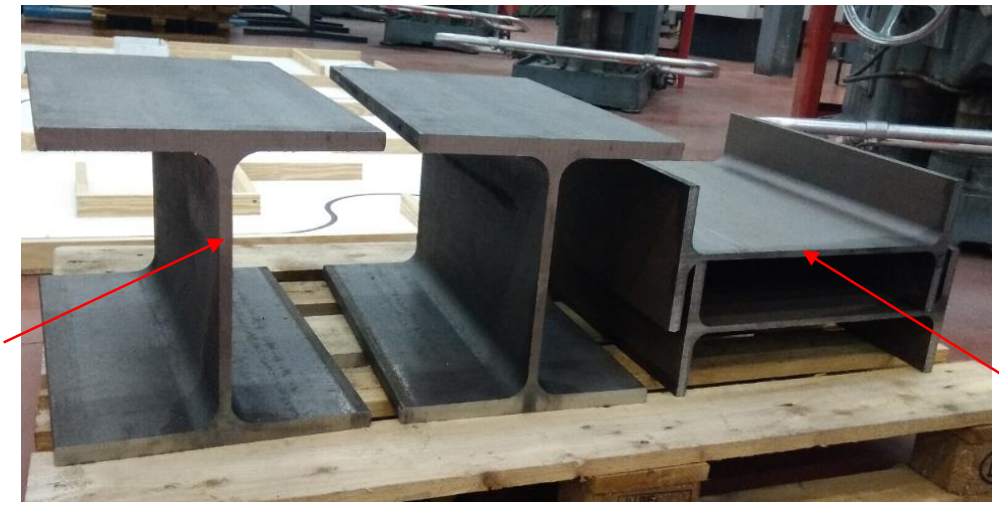


Figure 4-1 : *Poutrelles HEB 320 et IPE 400 utilisées pour la fabrication des semelles des tronçons en té*

Les dimensions de leurs sections transversales selon le fournisseur ArcelorMittal [67] sont données par le tableau 4-1 et la figure 4-2.

Tableau 4-1 : *Dimensions de la section droite des poutrelles IPE 400 et HEB 320 selon ArcelorMittal [67]*

Poutrelle	h (mm)	h_i (mm)	b (mm)	a (mm)	e_f (mm)	r (mm)
IPE 400	400	331	180	8,6	13,5	21
HEB 320	320	225	300	11 ,5	20,5	27

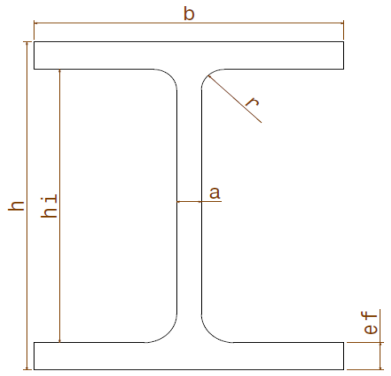


Figure 4-2 : *Principales cotes de la section droite d'une poutrelle*

IV.2.2. Réalisation des semelles du tronçon en té

Les semelles réalisées pour le tronçon en té ont une largueur L établie à 70 mm (figure 4-3). Cette valeur est fixée en respectant la condition de pince minimale imposée en fatigue par l'Eurocode 3 (e_1 > 1,5 d, avec d diamètre nominal du boulon utilisé).

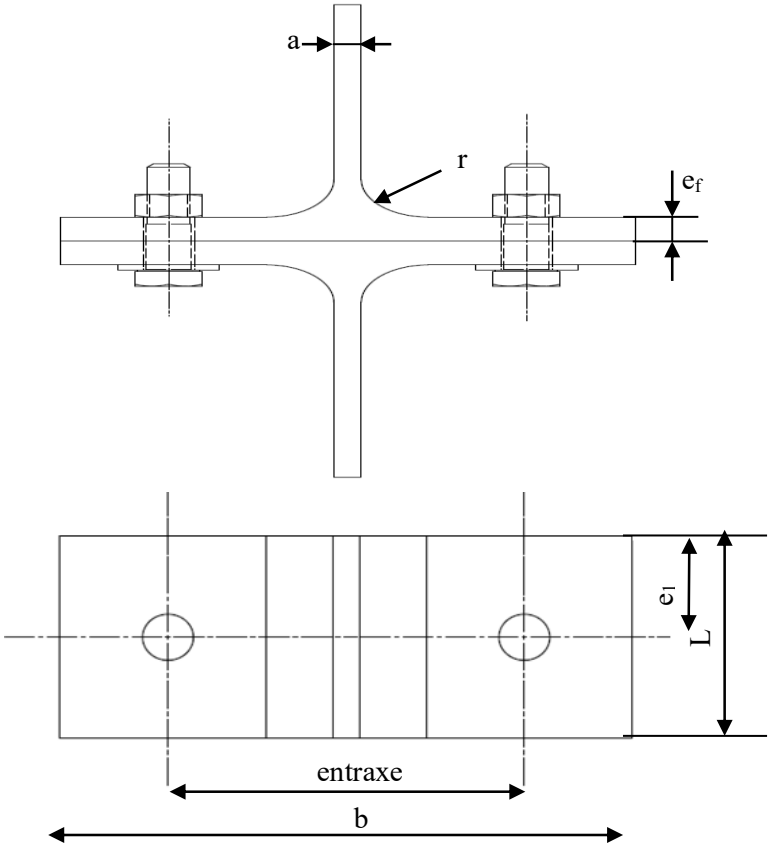


Figure 4-3 : *Paramètres géométriques de l'assemblage du tronçon en té*

Remarque : il faut observer du point de vue des dimensions que l'excentration notée m jusqu'à présent s'exprime à partir de l'entraxe par : m = (entraxe - 2r - a) / 2.

Une découpe au plasma est préalablement employée afin de couper les poutrelles initiales en deux parties, lesquelles sont ensuite découpées transversalement à la scie à ruban pour obtenir les semelles du tronçon en té de largeur 70 mm (figure 4-4).

1-Découpe au plasma des poutrelles | 2- Découpe à la scie à ruban | 3- Dressage des faces par fraisage | 4-Perçage des trous

Figure 4-4 : *Les différentes étapes de la réalisation des semelles du tronçon en té*

Un fraisage est réalisé sur les surfaces des semelles pour qu'elles soit parfaitement planes. Enfin les trous des semelles supérieures et inférieures des tronçons en té sont réalisés de sorte à pouvoir faire passer sans encombre les vis instrumentées de jauges de déformation. Pour cela le diamètre des trous percés est supérieur de 2 mm à celui du fût de la vis. Le boulon utilisé pour la campagne expérimentale est un boulon HR M12 de classe de qualité 10.9. Trois valeurs différentes d'entraxe sont étudiées dans le cadre de cette campagne expérimentale (figure 4-3) ; elles sont indiquées dans le tableau 4-2.

Tableau 4-2 : *Caractéristiques dimensionnelles des semelles et des boulons utilisés pour les essais*

Poutrelle	Boulon	L (mm)	e_1 (mm)	b (mm)	entraxe (mm)
IPE 400	M12-10.9	70	35	180	84 -112 -142
HEB 320				300	

Les plans de définition des semelles du tronçon en té pour les différents entraxes sont consultables dans l'annexe E. La figure 4-5 est une photo des semelles réalisées à partir des poutrelles HEB 320 et IPE 400 avec les trois valeurs d'entraxe.

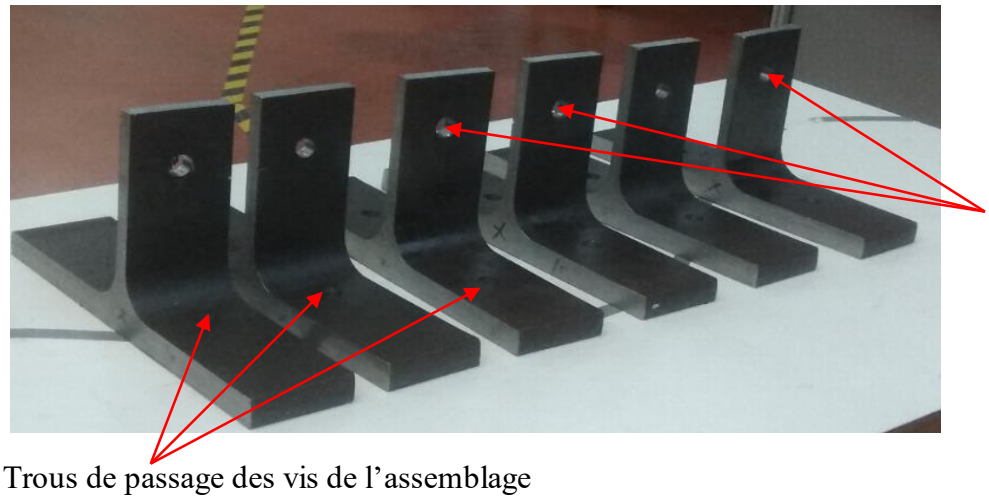
Un trou de diamètre 16 mm (voir annexe E) est percé dans l'âme des semelles. Ce trou sert au montage de l'assemblage (tronçon en té) sur la machine de traction par l'intermédiaire d'une goupille comme on peut le voir sur le montage de la figure 4.10.

Remarque : présence d'aléas géométriques

Les poutrelles de construction métallique prévues pour la campagne expérimentale présentent des défauts géométriques. En effet, la vérification des dimensions géométriques de la section transversale montre une différence entre les épaisseurs des ailes situées de part et d'autre de l'âme.

- pour la poutrelle IPE 400, cette différence d'épaisseur est de 7,4%,

- pour la poutrelle HEB 320, elle avoisine les 2,5 %.



a) Semelles tirées de la poutrelle HEB 320

b) Semelles tirées de l'IPE 400

Figure 4-5 : *Semelles des tronçons en té préparées pour les essais*

Par ailleurs, le boulon M12, supposé avoir un diamètre nominal de 12 mm a, en réalité, un diamètre de 11,5 mm soit une différence de 4 %. Par commodité, on conserve la notation M12 mais c'est le diamètre réel mesuré (égal à 11,5 mm) qui est utilisé dans la simulation numérique en vue de la validation des résultats d'essai.

IV.2.3. Vis instrumentées par des jauges de déformation

Les vis de l'assemblage sont équipées de jauges de déformations placées dans le sens longitudinal. Chaque vis est instrumentée de 4 jauges de déformations disposées sur 4 génératrices situées à 90° l'une de la suivante comme indiqué sur les figures 4-6 et 4-7. Les jauges de déformation notées J_{LE1} et J_{LI1} permettent de mesurer les déformations qui conduisent à calculer le moment de flexion dans la vis 1 par rapport à l'axe y. Les jauges de déformations J_{LE2} et J_{LI2} servent à calculer le moment de flexion par rapport à l'axe y dans la vis 2. Les moments de flexion par rapport à l'axe x sont calculés à partir des lectures faites sur les jauges de déformation J_{G1} et J_{D1}, J_{G2} et J_{D2} pour les vis 1 et 2 respectivement. L'effort axial dans le

boulon est évalué à partir de la déformation moyenne donnée par les 4 jauges de déformation de chaque vis (J_{LE1}, J_{LI1}, J_{G1} et J_{D1} pour la vis 1 ; J_{LE2}, J_{LI2}, J_{G2} et J_{D2} pour la vis 2).

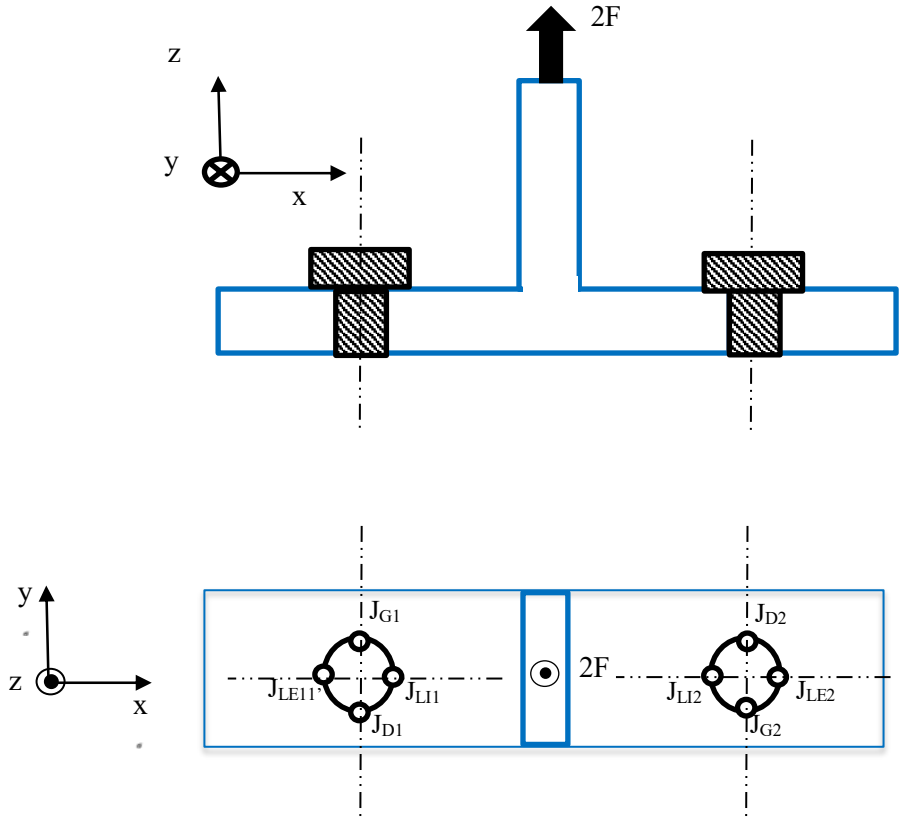


Figure 4-6 : *Localisation des jauges de déformation sur les deux vis de l'assemblage du tronçon en té*

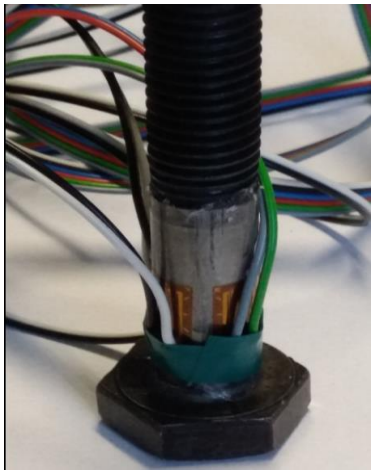


Figure 4-7 : *Disposition longitudinale des jauges de déformation sur une vis HR M12-10.9*

Les 2 vis instrumentées sont reliées à deux ponts d'extensométrie (un pont par vis). Chaque pont dispose de 4 voies de mesure, ce qui permet de mesurer séparément les déformations relatives des 4 jauges d'une vis. La figure 4-8 montre un de ces ponts d'extensométrie.

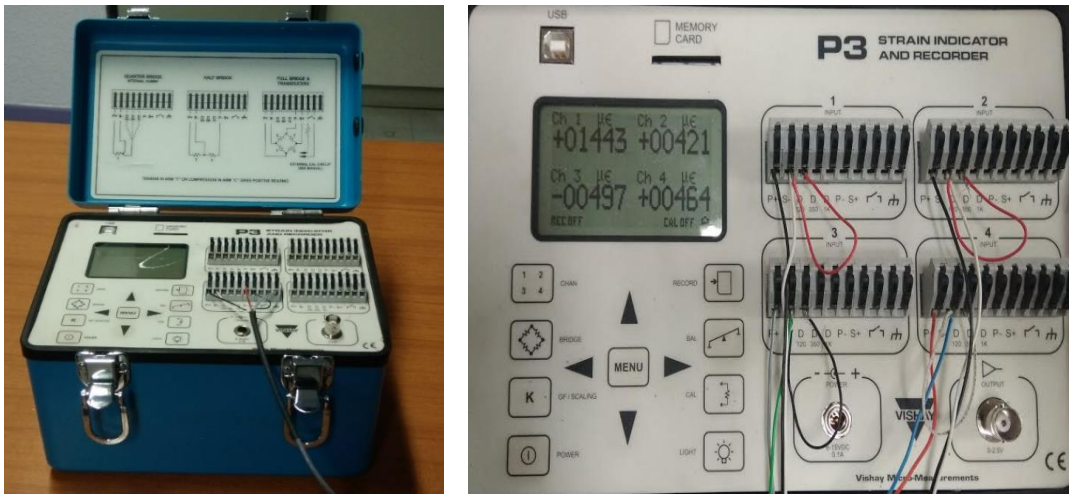


Figure 4-8 : *Pont d'extensométrie utilisé pour la mesure des (micro) déformations relatives*

L'instrumentation des vis étant effective, il a fallu trouver un moyen de faire passer les fils de connection des jauges à travers l'assemblage. La solution consistant à faire passer les fils dans l'espace (jeu fonctionnel) entre la vis et le trou de la semelle n'est pas envisageable pour la simple raison que le jeu au diamètre de 2 mm est insuffisant pour faire passer les 8 fils en tout des 4 jauges de la vis instrumentée. Ainsi nous avons imaginé et réalisé une rondelle dite "spéciale" de diamètre interne 15 mm et d'épaisseur 12 mm dans l'optique de faire passer les fils à travers cette dernière. Cette rondelle est rainurée sur une de ses faces suivant 2 diamètres à 90° l'un de l'autre comme indiqué sur la figure 4-9. Les fils de la vis passent donc à travers ces rainures réalisées sur la rondelle à raison de deux fils par rainure, chaque jauge de déformation étant reliée à deux fils (pour le montage en quart de pont sur le pont d'extensométrie). Le plan de définition de cette rondelle dite "spéciale" est donné dans l'annexe F.

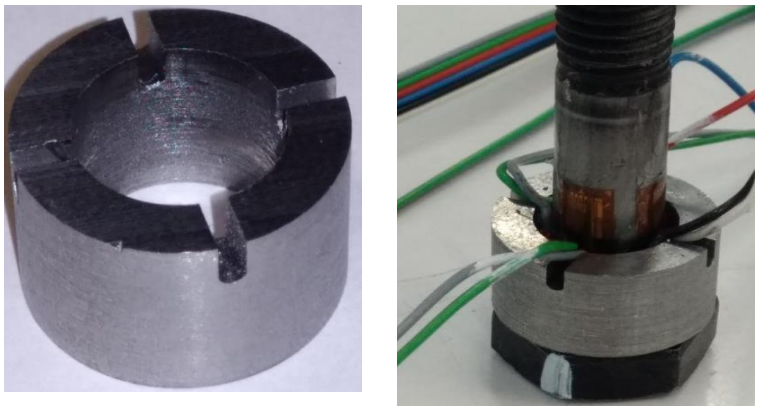


Figure 4-9 : *Rondelle spéciale située sous la tête de vis*

Deux exemples de montage de l'assemblage boulonné (tronçon en té) sur la machine de traction sont donnés par les figures 4-10 et 4-11. Le montage est composé d'une semelle inférieure et d'une semelle supérieure qui constituent le tronçon en té, de 2 boulons instrumentés de 4 jauges de déformation chacun, de 2 rondelles "spéciales", de deux manchons supérieurs et inférieurs et de deux goupilles servant à relier les semelles du tronçon en té aux manchons, lesquels sont liés à la machine de traction, l'un à la traverse supérieure, l'autre au nez du vérin. Deux ponts d'extensométrie sont placés à proximité pour mesurer les déformations des jauges.

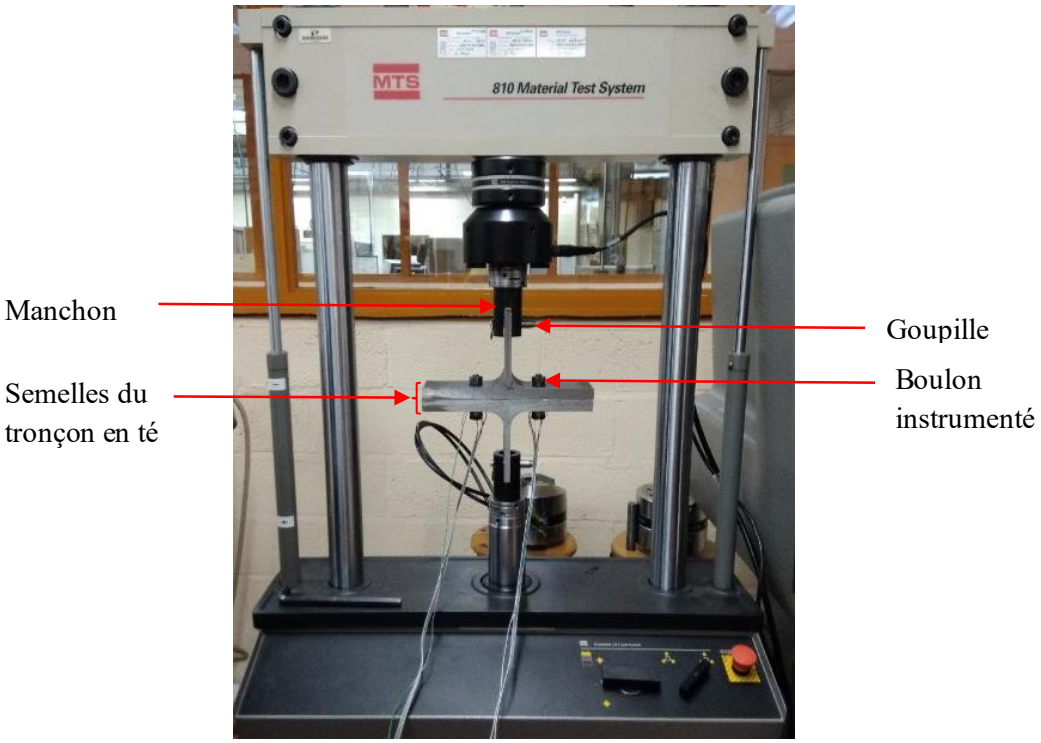


Figure 4-10 : *Montage du tronçon en té provenant de la poutrelle HEB 320 sur la machine d'essai*

La machine en question est une machine MTS 810 de capacité maximale ± 100 kN. Elle peut être utilisée pour des essais de fatigue mais également pour des essais de traction ou de compression monotone. Elle sert ici dans cette campagne d'essais pour appliquer l'effort de traction statique sur l'assemblage dans le but d'évaluer les sollicitations dans la vis et de mettre en évidence au passage l'effet bénéfique de la précharge (serrage des boulons) sur le cycle de chargement rencontré par chaque vis.

Figure 4-11 : *Montage du tronçon en té provenant de la poutrelle IPE 400 sur la machine d'essai*

et, au premier plan, les deux ponts d'extensométrie

IV.3. Confrontation des résultats analytiques, numériques et expérimentaux

Les essais de traction sont réalisés sur les 9 configurations géométriques du tronçon en té listées dans le tableau 4-3. Les trois premiers cas sont considérés comme étant des tronçons en té rigides car les semelles supérieure et inférieure sont épaisses, étant tirées de la poutrelle HEB 320, les trois cas suivants sont supposés correspondre à des tronçons flexibles puisque les semelles proviennent de la poutrelle IPE 400. Les cas 7, 8 et 9 sont les cas intermédiaires avec une semelle rigide et l'autre flexible.

Tableau 4-3 : *Géométries des assemblages testés de tronçons en té*

Cas	Semelle supérieure	Semelle inférieure	Entraxe (mm)
1	HEB 320	HEB 320	142
2	HEB 320	HEB 320	112
3	HEB 320	HEB 320	84
4	IPE 400	IPE 400	142
5	IPE 400	IPE 400	112
6	IPE 400	IPE 400	84
7	IPE 400	HEB 320	142
8	IPE 400	HEB 320	112
9	IPE 400	HEB 320	84

La force extérieure (2F) appliquée par la machine de traction sur l'assemblage évolue de 0 kN à 20 kN comme indiqué sur la figure 4-12, sans contrainte particulière de temps pour la réalisation de l'essai (un temps d'arrêt est marqué pour relever les 8 déformations relatives sur les 2 ponts d'extensométrie pour les différents niveaux de charge).

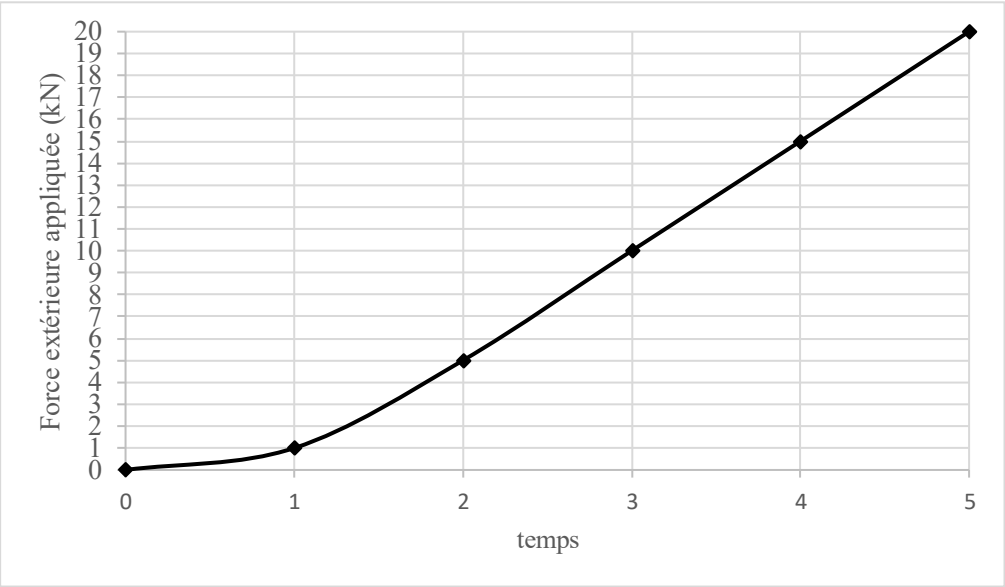


Figure 4-12 : *Evolution de la force extérieure appliquée (2F) au tronçon en té au cours de l'essai de traction monotone*

L'objectif de la campagne expérimentale étant de valider les résultats numériques obtenus avec le modèle Eléments Finis du tronçon en té que nous avons développé, il s'agissait, dans le cas où aucune précontrainte n'est appliquée au boulon (expérimentalement, elle se traduit par un serrage de l'écrou à la main), de confronter les solutions numériques, expérimentales et analytiques de la force axiale F_B et du moment de flexion M_B dans chaque vis. Les solutions analytiques de l'effort axial F_B et du moment de flexion M_B, proposées respectivement par Al Khatab [49] et Abidelah et al. [53] et présentées au chapitre 2, sont alors utilisées. Le moment de flexion expérimental réel M_B est défini comme la résultante du moment de flexion par rapport à l'axe y (M_y) et du moment de flexion par rapport à l'axe x (M_x).

$$M_B = \sqrt{{M_x}^2 + {M_y}^2} \qquad (4\text{-}1)$$

Les figures 4-13 et 4-14 permettent d'établir la comparaison entre les efforts axiaux présents dans les vis et mesurés expérimentalement au moyen des déformations longitudinales qu'ils génèrent au niveau des vis, avec les valeurs analytiques et numériques de ces efforts.

La figure 4-13 donne les résultats pour les semelles rigides, la figure 4-14 ceux pour les semelles flexibles. Les trois valeurs d'entraxe sont utilisées à chaque fois pour cette comparaison.

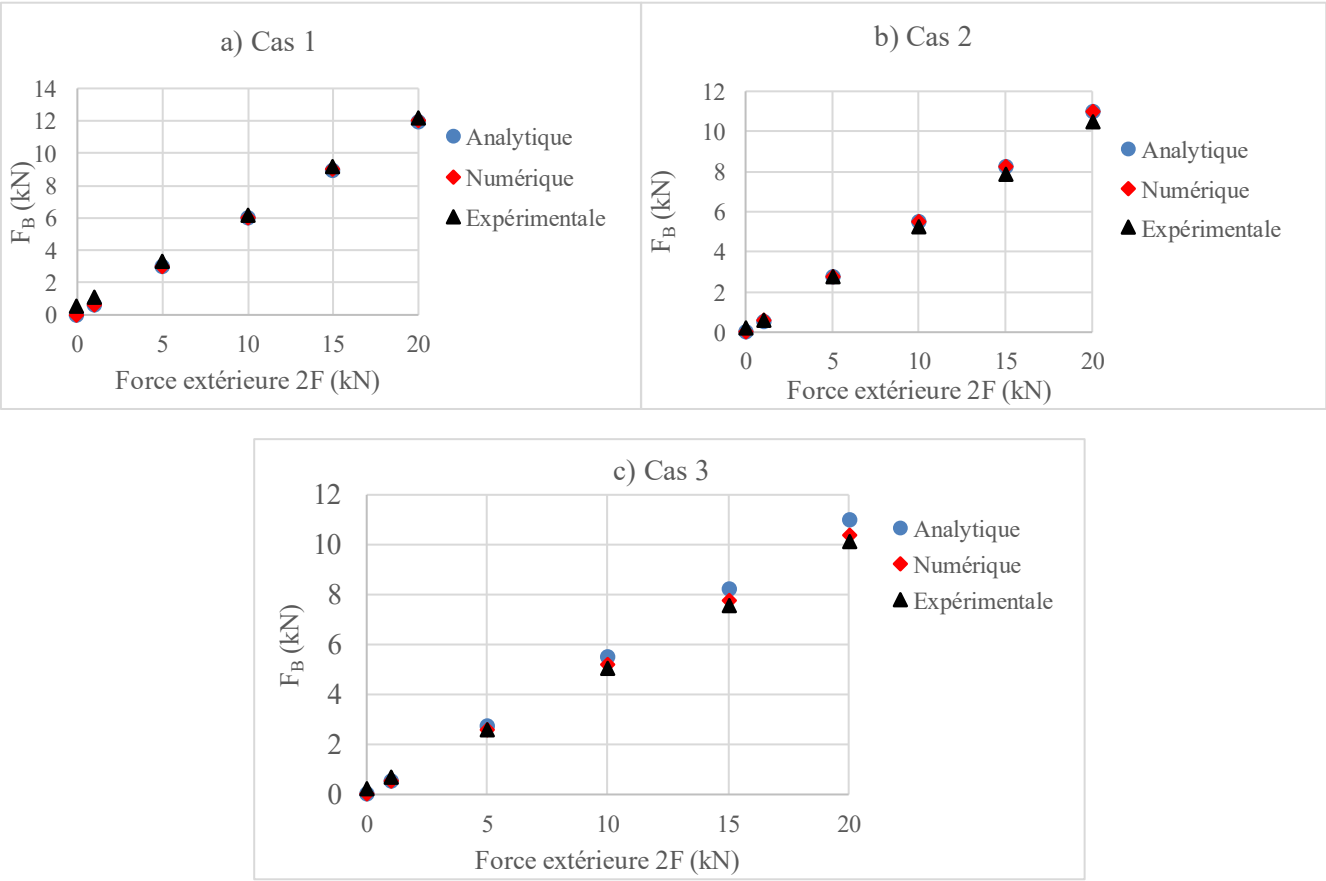


Figure 4-13 : *Valeurs analytique, numérique et expérimentale de l'effort axial F_B dans le boulon non précontraint pour les cas de semelles rigides avec des entraxes a) de 142 mm, b) de 112 mm, c) de 84 mm*

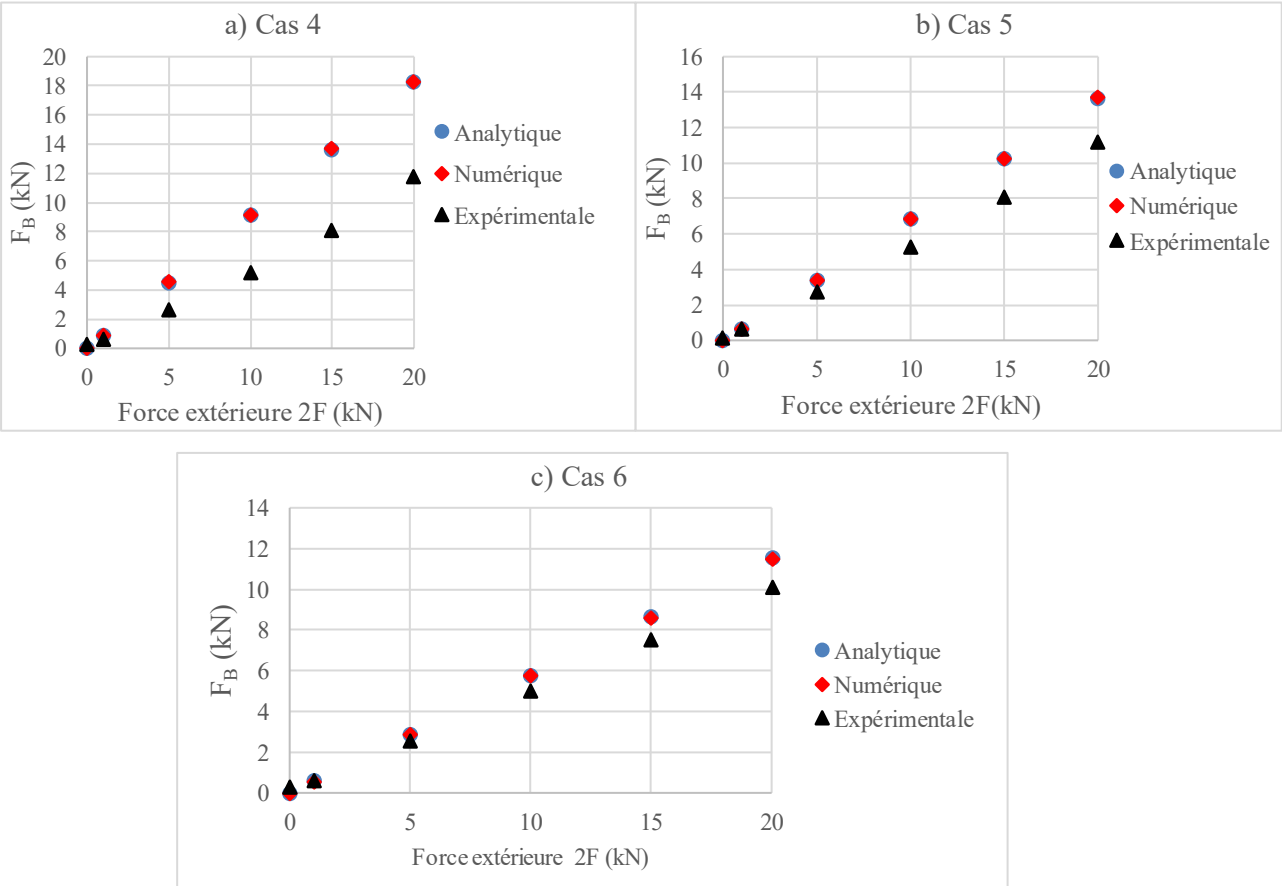


Figure 4-14 : *Valeurs analytique, numérique et expérimentale de l'effort axial F_B dans le boulon non précontraint pour le cas de semelles flexibles avec des entraxes a) de 142 mm, b) de 112 mm, c) de 84 mm*

Les valeurs analytiques, numériques et expérimentales de l'effort axial dans le boulon sont très proches dans les trois premiers cas correspondant à des tronçons en té à semelles rigides (figure 4-13). L'écart maximal entre l'effort axial obtenu expérimentalement et celui donné par la simulation numérique est de 2,5% et est obtenu dans le cas 3 (plus petit entraxe). Pour les tronçons en té à semelles flexibles, en l'occurrence les cas 4, 5 et 6, les écarts entre les valeurs expérimentales et les valeurs numériques de l'effort axial sont plus importants (figure 4-14). L'écart maximal est obtenu dans le cas 4 (plus grand entraxe) et atteint 33 %. Les valeurs numériques et analytiques sont très proches avec un écart maximal de l'ordre de 0,4%.

Les valeurs du moment de flexion M_B, obtenues par simulation numérique, sont relativement proches de celles que donne le modèle analytique. Néanmoins, l'écart maximal entre les deux solutions s'élève à 36 % pour les semelles dites flexibles (cas 4 à cas 6) et, pour les cas de semelles rigides (cas 1 à cas 3), nous obtenons un écart maximal de 15 % environ. Ces écarts sont beaucoup plus importants entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux du moment de flexion M_B. En effet, le moment de flexion expérimental est bien plus important que les valeurs obtenues des points de vue numérique et analytique comme en attestent les figures 4-15 et 4-16.

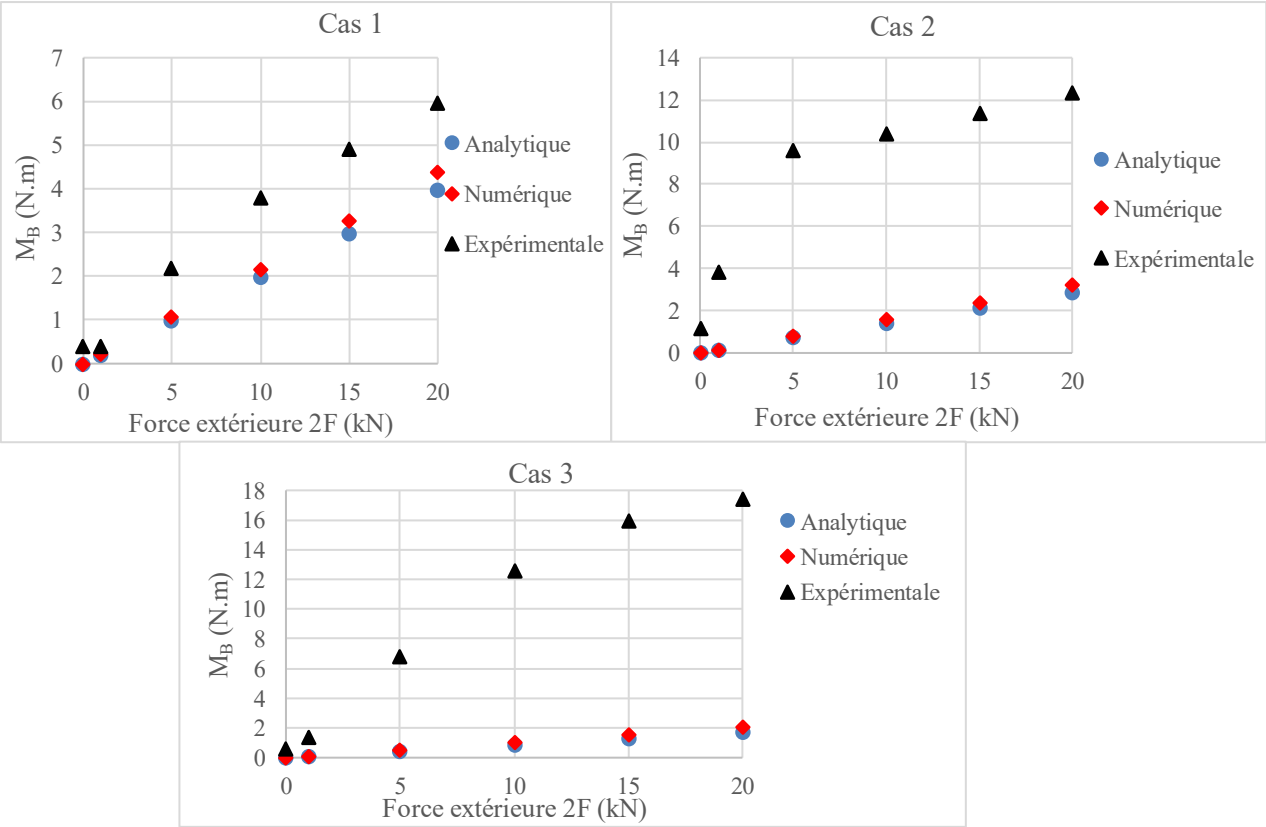


Figure 4-15 : *Valeurs analytique, numérique et expérimentale du moment de flexion M_B dans le boulon non précontraint pour les 3 cas de semelle rigide*

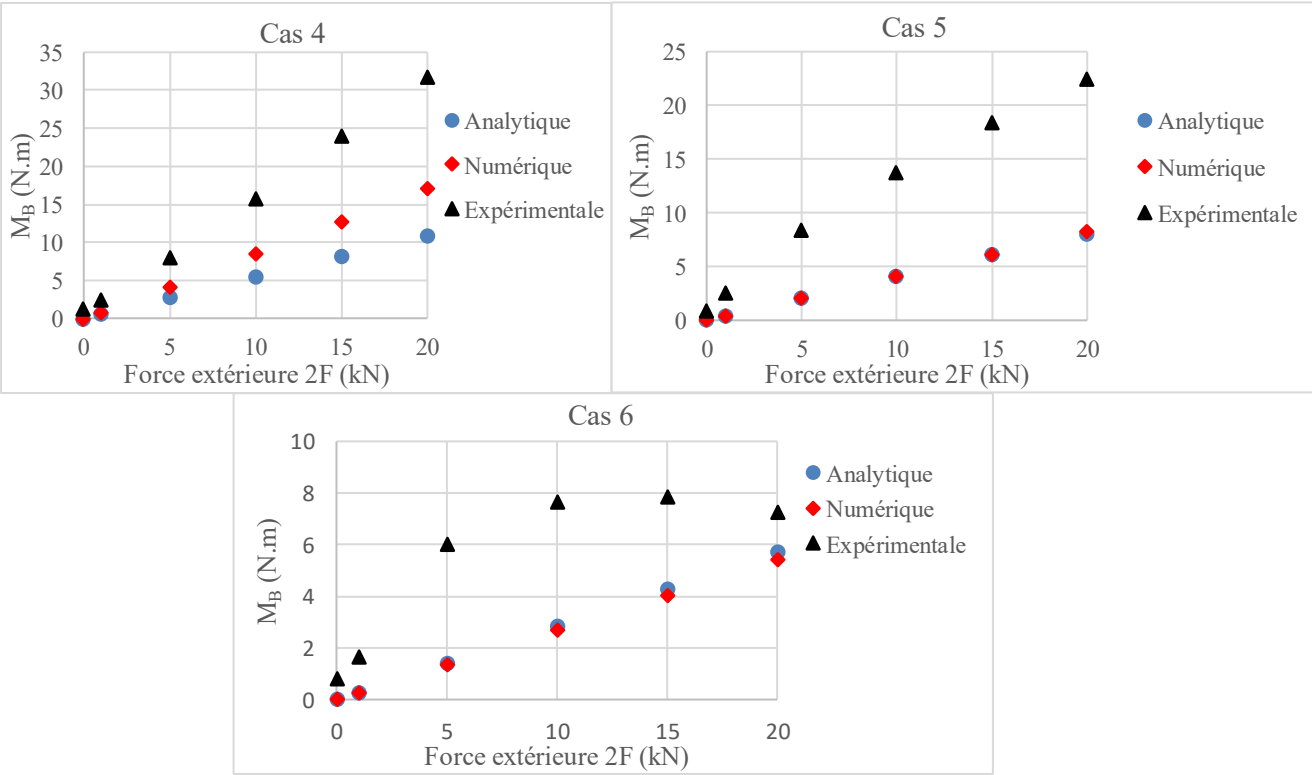


Figure 4-16 : *Valeurs analytique, numérique et expérimentale du moment de flexion M_B dans le boulon non précontraint pour les 3 cas de semelle flexible*

Dans les cas de semelles flexibles, l'écart maximal entre les valeurs numériques et les valeurs expérimentales dépasse les 200 %. Il est de l'ordre de 170 % dans les cas de semelles rigides. Cet écart important est lié à la présence de moments de flexion parasites rencontrés lors de la campagne expérimentale.

La combinaison de deux facteurs est susceptible d'expliquer la présence d'un moment de flexion parasite important dans la vis lors d'un essai de traction du tronçon en té avec ou sans précharge de boulons.

Le premier facteur est lié au serrage initial des boulons (dans le cas de précharge). Ce serrage a été réalisé par une clé dynamométrique manuelle. Même si cette méthode de serrage est simple à mettre en œuvre, on constate dans la pratique une grande dispersion dans la prétension réellement appliquée comme cela a été signalé dans la partie bibliographique. Cette grande dispersion est due au concours de plusieurs phénomènes :

- L'imprécision sur le couple de serrage appliqué qui peut varier de $\pm 5\%$ à $\pm 50\%$ selon l'outil utilisé,
- Les défauts géométriques et les défauts de surface des pièces assemblées et de la boulonnerie. Nous avons en effet observé des variations sensibles (appelées aléas) des dimensions de l'épaisseur des ailes des poutrelles et de leur longueur respective à partir de l'âme au point d'observer une dissymétrie du tronçon en té par retournement à 180° d'un des 2 tés par rapport à l'autre. Les intervalles de tolérance des cotes des poutrelles de grande dimension utilisées pour la fabrication de nos éprouvettes sont conséquents et créent au final un tronçon en té expérimental relativement différent des modèles géométriques "parfaits" numériques et analytiques.
- La lubrification des surfaces en contact,
- Nous pensons nous être affranchis des imprécisions sur le couple de serrage appliqué pour obtenir la précharge initiale des boulons, car le serrage a toujours été réalisé jusqu'à l'obtention de la prétension voulue, mesurée au moyen des 4 jauges longitudinales de déformation qui équipent chacune des 2 vis du tronçon en té.

  Les aléas géométriques cependant sont indéniables et très marqués. D'une part les indications des 4 jauges de déformation étaient très différentes, témoignant d'une forte flexion des vis avant l'essai de traction lui-même du tronçon en té. D'autre part, en serrant la deuxième vis du tronçon, on observe souvent une relaxation de la tension dans l'autre vis, préalablement serré. La raison en est la déformation du té lors de la précharge des vis, due au fait que les 2 surfaces d'appui (sous les semelles) des 2 tés l'un sur l'autre n'étaient pas planes. Au demeurant, le "baillement" des surfaces en contact était pratiquement visible à l'œil nu.

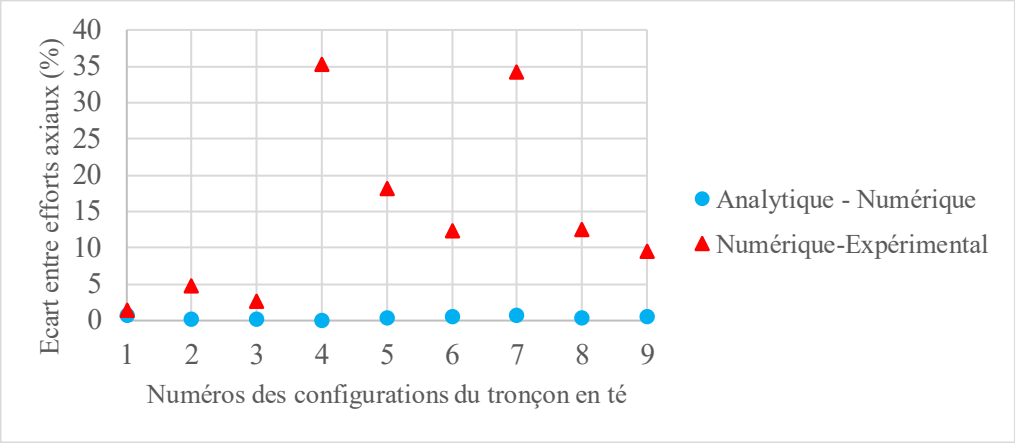
Le deuxième facteur pouvant expliquer la présence d'un moment de flexion expérimental beaucoup plus important que prévu est la distance entre l'axe de transmission de l'effort de traction et le plan contenant les axes des 2 vis. Cette distance axe de traction-plan des vis génère un moment de flexion parasite autour de l'axe x, alors que le moment de flexion parasite observé lors de la mise en précharge des boulons est autour de l'axe y.

Cette distance est liée à la fois à des défauts géométriques d'usinage mais aussi au jeu fonctionnel du positionnement des vis de l'assemblage dans les trous de passage percés dans les semelles (le jeu est de 2 mm au diamètre soit 1 mm au rayon) et il est très difficile de centrer les vis dans ces trous au montage et de les maintenir en position lors du serrage (lorsqu'il y a précharge des boulons).

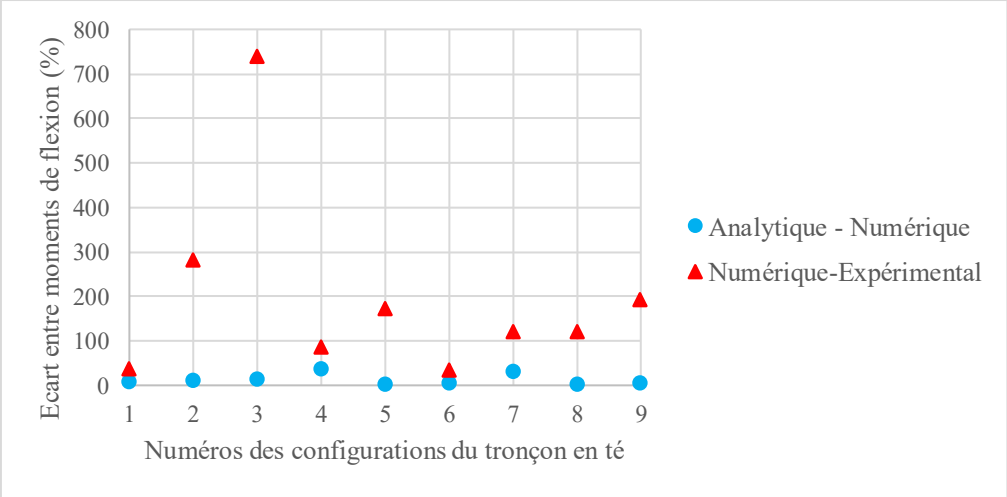
En résumé, les défauts géométriques des composants de l'assemblage sont susceptibles de générer des moments de flexion parasites lors de la précharge initiale et des défauts d'alignement de l'effort de traction appliqué au tronçon en té, liés entre autres aux jeux nécessaires à l'assemblage sont susceptibles de créer un moment de flexion parasite consécutif à la mise en traction du tronçon en té.

Pour prouver que l'accentuation du moment de flexion expérimental est en grande partie due au décalage entre le plan formé par les axes des deux boulons et l'axe d'application du chargement extérieur, nous avons réalisé un tronçon en té à 4 boulons (figure 4-27 et annexe G). Dans cette configuration, le moment de flexion M_x autour de l'axe x, très faible, ne devrait plus contribuer au moment de flexion M_B car il devient négligeable devant le moment de flexion M_y lié à la déformation des semelles du tronçon en té. Nous abordons plus en détail ce nouveau montage (tronçon en té à 4 boulons) dans la partie IV.6 de ce chapitre pour la configuration géométrique la plus flexible (cas 4).

Les résultats obtenus pour les 9 configurations géométriques sont résumés dans le tableau 4-4 (pour les efforts axiaux F_B) et dans le tableau 4-5 (pour les moments de flexion M_B). Les écarts constatés entre les valeurs analytique, numérique et expérimentale de l'effort axial et du moment de flexion dans le boulon sont plus importants dans le cas de semelles dites flexibles. Les défauts géométriques des poutrelles sont plus sensibles dans ce cas-là et se traduisent par un moment de flexion expérimental important comparé à ceux trouvés analytiquement et numériquement (tableau 4-5). Les écarts entre les solutions analytique et numérique sont calculés en termes d'effort axial et de moment fléchissant dans les 9 configurations étudiées ainsi que les écarts entre l'estimation numérique et la valeur expérimentale. La figure 4-17 donne une représentation de ces écarts relatifs. Les écarts entre les solutions numériques et expérimentales sont plus grands que les écarts entre les solutions analytiques et numériques.



a) Ecarts relatifs entre les efforts axiaux calculés et mesurés



b) Ecarts relatifs entre les moments de flexion calculés et mesurés

Figure 4-17 : *Ecart relatif a) des efforts axiaux b) des moments fléchissants des vis entre les valeurs numérique, analytique et expérimentale dans les 9 configurations du tronçon en té avec une force de traction (2F) appliquée au tronçon en té de 20 kN*

Tableau 4-4 : *Efforts axiaux F_B dans le boulon non précontraint dans les 9 configurations géométriques*

Cas	2xF (kN)	0	1	5	10	15	20	
		F_B (kN)						
1	Analytique	0	0,59	2,97	5,95	8,93	11,91	Cas rigides
	Numérique	0	0,6	3	6	9	12	
	Expérimentale	0,54	1,09	3,27	6,15	9,13	12,18	
2	Analytique	0	0,54	2,74	5,48	8,23	10,97	
	Numérique	0	0,55	2,75	5,49	8,24	10,99	
	Expérimentale	0,19	0,61	2,73	5,23	7,84	10,46	
3	Analytique	0	0,52	2,59	5,19	7,79	10,39	
	Numérique	0	0,52	2,59	5,18	7,76	10,36	
	Expérimentale	0,19	0,64	2,54	5,04	7,56	10,09	
4	Analytique	0	0,91	4,56	9,13	13,69	18,26	Cas flexibles
	Numérique	0	0,91	4,57	9,13	13,7	18,27	
	Expérimentale	0,29	0,62	2,66	5,26	8,13	11,82	
5	Analytique	0	0,68	3,42	6,84	10,26	13,68	
	Numérique	0	0,68	3,44	6,87	10,3	13,74	
	Expérimentale	0,16	0,64	2,75	5,29	8,09	11,23	
6	Analytique	0	0,578	2,89	5.78	8,67	11,56	
	Numérique	0	0,57	2,87	5,74	8,62	11,49	
	Expérimentale	0,26	0,59	2,53	4,98	7,5	10,07	
7	Analytique	0	0,91	4,56	9,13	13,69	18,26	Cas intermédiaires
	Numérique	0	0,91	4,53	9,06	13,59	18,13	
	Expérimentale	0,25	0,5	2,49	5,06	7,59	11,92	
8	Analytique	0	0,68	3,42	6,84	10,26	13,68	
	Numérique	0	0,69	3,43	6,87	10,3	13,74	
	Expérimentale	0,32	0,75	3,27	6,2	9,1	12,02	
9	Analytique	0	0,58	2,89	5,78	8,67	11,56	
	Numérique	0	0,57	2,87	5,74	8,62	11,49	
	Expérimentale	0,34	0,8	2,97	5,45	7,9	10,4	

Tableau 4-5 : *Moments de flexion M_B dans les boulons non précontraints dans les 9 configurations géométriques*

Cas	2xF (kN)	0	1	5	10	15	20	
		M_B (N.m)						
1	Analytique	0	0,2	0,995	1,99	2,99	3,98	Cas rigides
	Numérique	0	0,21	1,07	2,16	3,26	4,39	
	Expérimentale	0,4	0,41	2,19	3,78	4,9	5,95	
2	Analytique	0	0,14	0,72	1,44	2,16	2,89	
	Numérique	0	0,16	0,79	1,59	2,4	3,24	
	Expérimentale	1,19	3,84	9,59	10,38	11,36	12,35	
3	Analytique	0	0,09	0,44	0,87	1,33	1,77	
	Numérique	0	0,1	0,51	1,03	1,55	2,08	
	Expérimentale	0,63	1,39	6,79	12,57	15,97	17,47	
4	Analytique	0	0,54	2,7	5,41	8,12	10,82	Cas flexibles
	Numérique	0	0,83	4,18	8,43	12,75	17,16	
	Expérimentale	1,27	2,4	7,93	15,8	24,03	31,79	
5	Analytique	0	0,4	2,01	4,03	6,04	8,05	
	Numérique	0	0,4	2,02	4,06	6,14	8,26	
	Expérimentale	0,8	2,53	8,33	13,68	18,42	22,36	
6	Analytique	0	0,29	1,43	2,86	4,29	5,71	
	Numérique	0	0,26	1,33	2,68	4,05	5,43	
	Expérimentale	0,82	1,65	5,99	7,65	7,83	7,27	
7	Analytique	0	0,54	2,71	5,41	8,12	10,82	Cas intermédiaires
	Numérique	0	0,74	3,73	7,53	11,41	15,37	
	Expérimentale	1,65	2,98	13,45	22,61	28,77	33,95	
8	Analytique	0	0,4	2,01	4,03	6,04	8,05	
	Numérique	0	0,4	2,02	4,08	6,16	8,28	
	Expérimentale	0,56	1,65	7,2	12,87	15,87	18,3	
9	Analytique	0	0,29	1,43	2,86	4,28	5,71	
	Numérique	0	0,26	1,33	2,68	4,06	5,44	
	Expérimentale	1,76	3,95	10,74	13,99	15,04	15,92	

On constate que les solutions analytiques sont, dans les 9 configurations, très proches des solutions numériques aussi bien en termes d'effort axial (tableau 4-4 et figure 4-17a) que de moment de flexion (tableau 4-5 et figure 4-17b). En conséquence la différence observée entre les valeurs expérimentales d'une part, et les valeurs numériques et analytiques d'autre part est à mettre sur le compte d'aléas liés à la réalisation expérimentale des essais.

IV.4. Validation expérimentale de l'influence bénéfique de la précharge sur le cycle de chargement que rencontre la vis dans l'assemblage

La précharge dans le boulon est appliquée par serrage. La précontrainte souhaitée est traduite en termes de déformation longitudinale par le biais de la loi de Hooke. Ainsi, en pratique, les boulons instrumentés sont serrés (à l'aide d'une clé plate) jusqu'à atteindre cette valeur de déformation calculée sur le cadran du pont d'extensométrie (figure 4-18). La déformation moyenne lue doit correspondre à celle calculée analytiquement avec la loi de Hooke.

La figure 4-18 reproduit une partie de la figure 4-8 pour montrer le montage en quart de pont des 4 jauges de déformation de la vis et surtout les valeurs très disparates des déformations relatives, témoignant de la forte flexion de la vis.

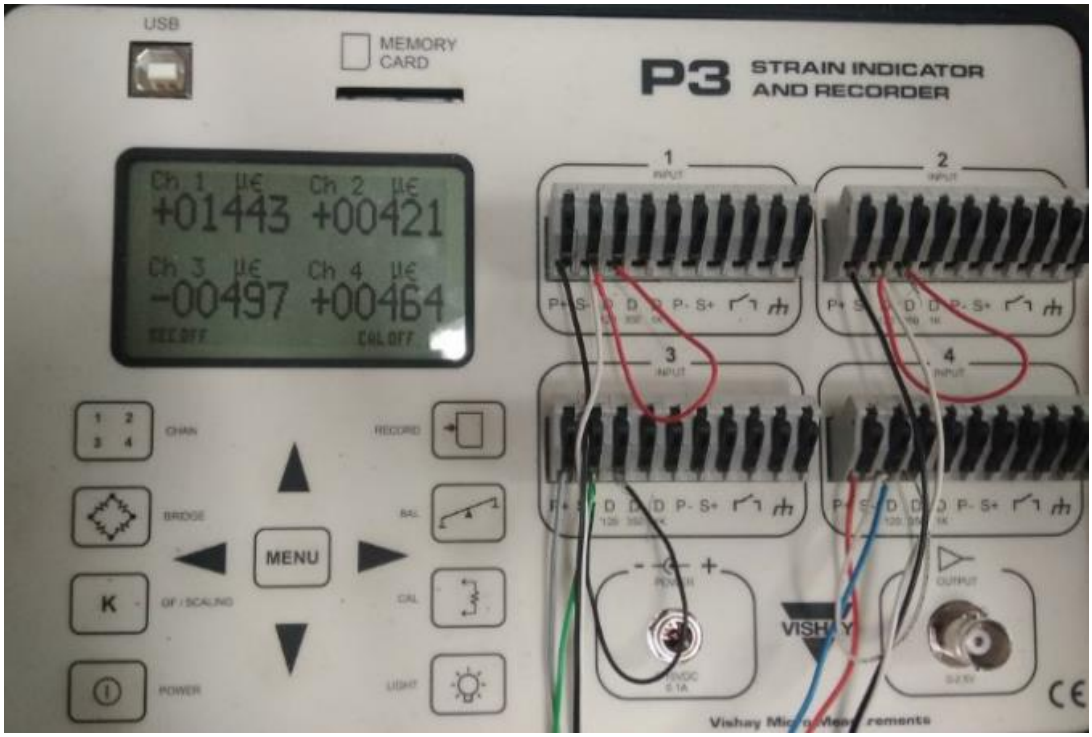
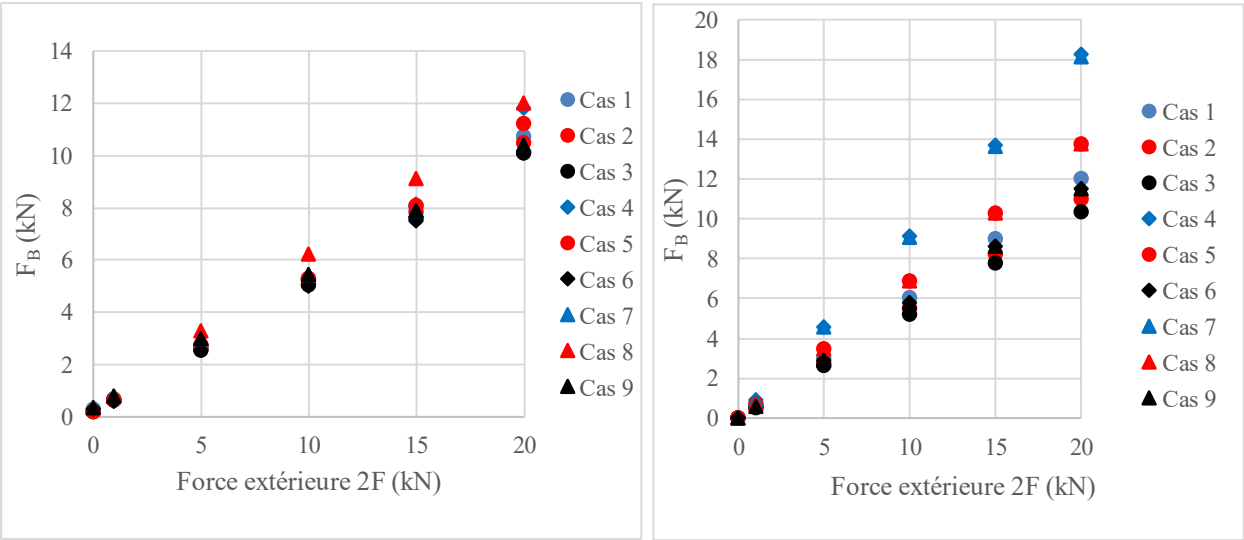


Figure 4-18 : *Lecture des microdéformations relatives longitudinales sur le cadran du pont d'extensométrie pour les 4 jauges de déformation de chaque boulon instrumenté*

Les efforts axiaux F_B dans le boulon sans précharge obtenus numériquement et analytiquement sont comparables à ceux obtenus expérimentalement dans les 9 configurations testées du tronçon en té comme en témoignent le tableau 4-4 et la figure 4-17a. En revanche, la flexion parasite liée à la configuration expérimentale a accentué le moment de flexion M_B dans le boulon (tableau 4-5 et figure 4-17b).

Dans chacune des 9 configurations géométriques décrites par le tableau 4-3, nous avons ensuite testé 3 valeurs distinctes de la précharge dans les boulons. La force de précharge par boulon varie donc de 0 kN, correspondant au cas où aucune précharge n'est appliquée (serrage à la main des écrous) à 40 kN (soit environ 40 % de la limite élastique du boulon M12 de classe de qualité 10.9).

Dans le cas où aucune précharge n'est appliquée au boulon, chaque vis reprend la moitié de la charge extérieure (2F) appliquée au tronçon en té en plus de l'effort de levier Q plus ou moins important suivant la flexibilité des semelles du tronçon en té. La figure 4-19 permet d'étayer cela pour les 9 configurations géométriques du tableau 4-3. L'effort axial F_B obtenu numériquement dans le boulon avec le modèle développé est plus important que celui obtenu expérimentalement dans les cas du tronçon en té le plus flexible (cas 4 et 7).

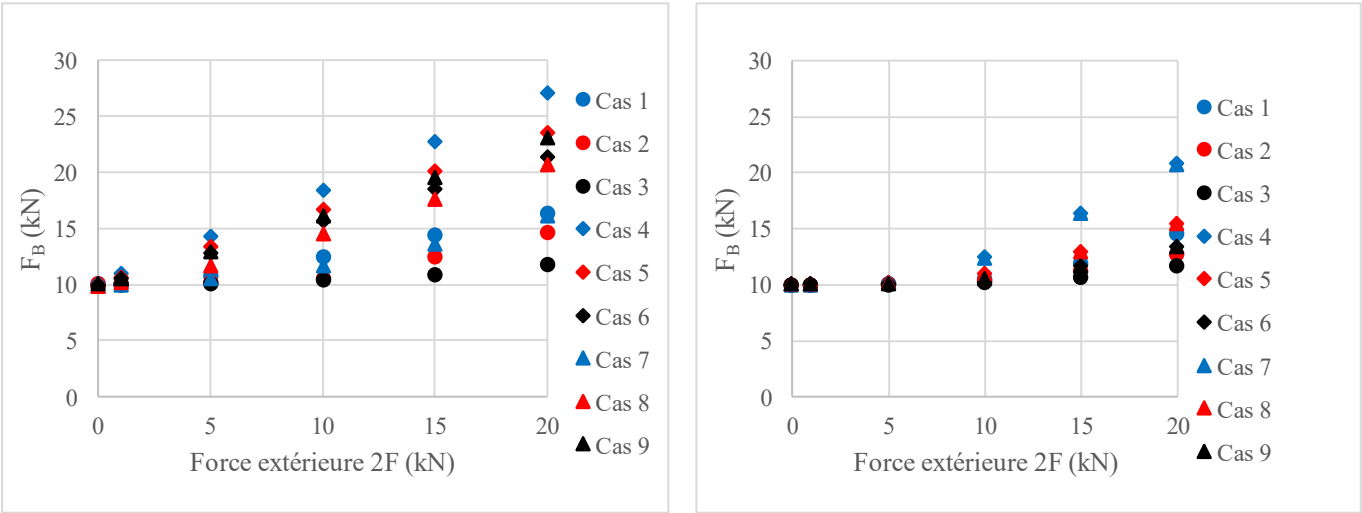


a) Résultats expérimentaux

b) Résultats numériques

Figure 4-19 : *Evolution de l'effort axial F_B dans le boulon non précontraint en fonction de la force extérieure (2F) appliquée au tronçon en té*

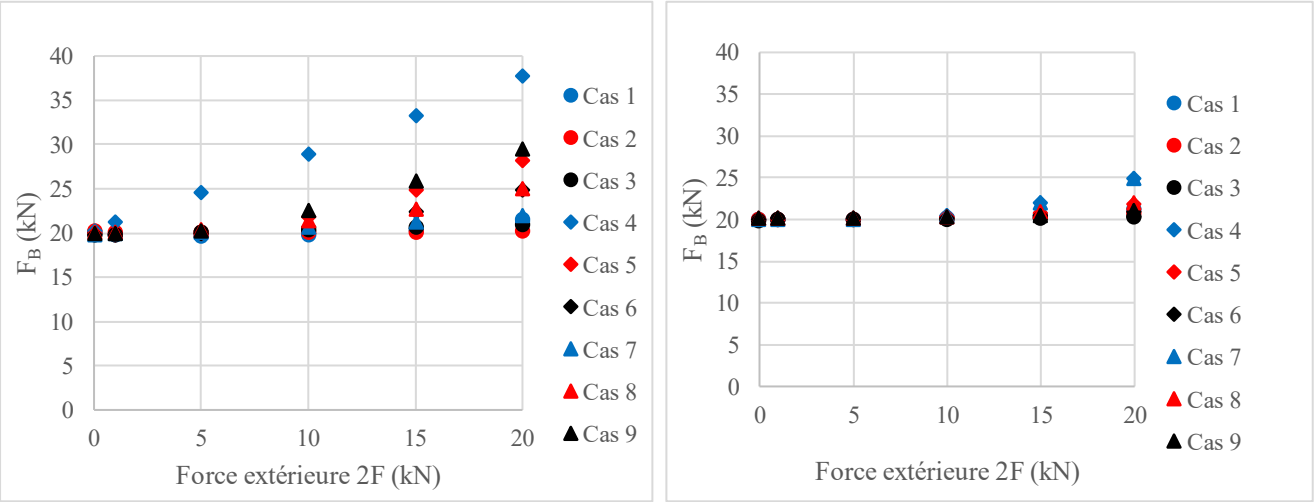
Par contre, dans les conditions où une précharge est appliquée, les boulons ne reprennent de manière grossière l'effort extérieur appliqué que lorsque ce dernier dépasse la valeur de la force générée par le contact entre les pièces assemblées. La précharge permet de générer un effort de contact entre les pièces assemblées, en l'occurrence au niveau des semelles du tronçon en té dans notre cas. Cet effort de contact diminue dans un premier temps des efforts extérieurs et l'effort axial des boulons n'est pas augmenté de l'effort extérieur appliqué au tronçon en té. Lorsque l'effort extérieur (2F) dépasse les efforts générés par la précharge entre les semelles assemblées, les boulons commencent à reprendre l'effort excédentaire. Les figures 4-20 et 4-21 montrent comment les résultats expérimentaux illustrent ce phénomène pour les 2 précharges de 10 kN et de 20 kN par boulon.



a) Résultats expérimentaux

b) Résultats numériques

Figure 4-20 : *Evolution de l'effort axial F_B a) expérimental b) simulé numériquement dans le boulon préchargé à 10 kN en fonction de la force extérieure (2F) appliquée au tronçon en té*



a) Résultats expérimentaux

b) Résultats numériques

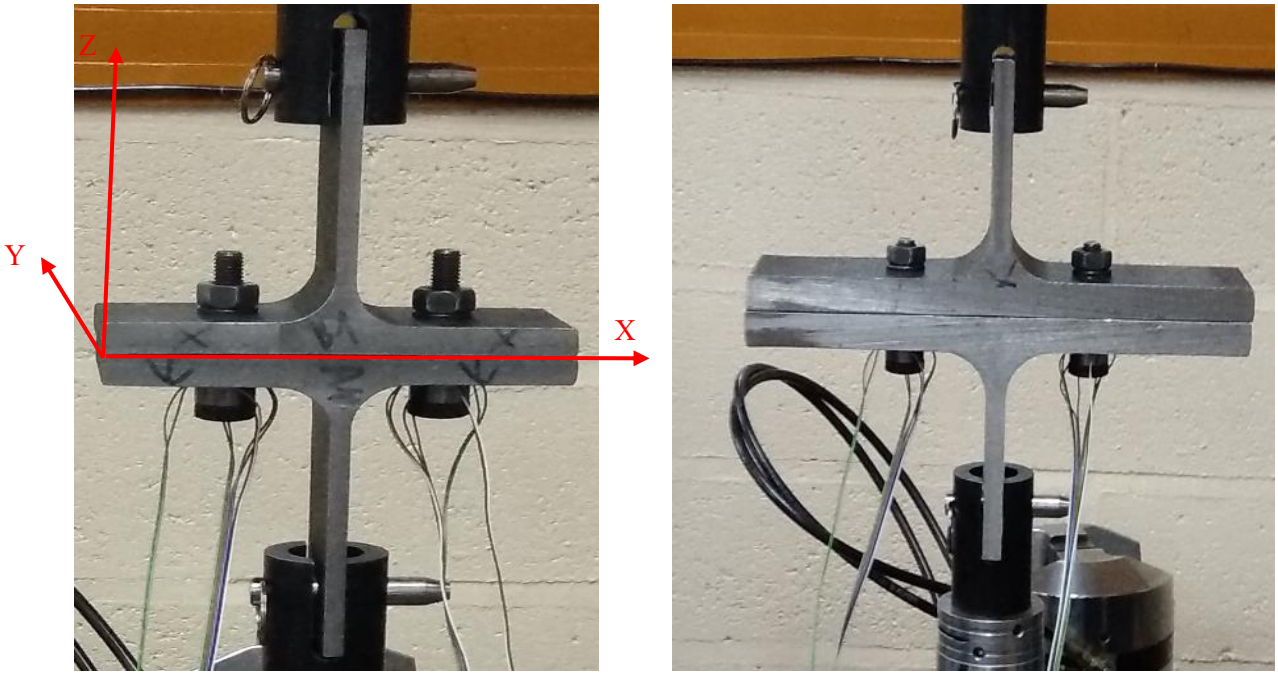
Figure 4-21 : *Evolution de l'effort axial F_B a) expérimental b) simulé numériquement dans le boulon préchargé à 20 kN en fonction de la force extérieure (2F) appliquée au tronçon en té*

L'analyse de l'influence de la précontrainte sur le cycle de chargement rencontré par le boulon est menée en appliquant un cycle de chargement extérieur (2F) variant de 0 kN à 20 kN puis revenant à 0 kN (figure 4-22). Les quatre valeurs de précharge étudiées par boulon, pour analyser leur influence sur le cycle de chargement rencontré par le boulon dans l'assemblage, sont 0 kN, 10 kN, 20 kN et 40 kN correspondant respectivement à 0 %, 10%, 20% et 40% de la limite élastique propre aux boulons utilisés pour ces essais (boulons M12 de classe de qualité 10.9).

Figure 4-22 : *Cycle de chargement extérieur (2F) appliqué au tronçon en té*

Nous avons suivi expérimentalement, puis numériquement l'évolution du cycle de contrainte que rencontre la vis en fonction du serrage initial du boulon (précharge). Les résultats numériques et expérimentaux montrent une diminution de l'amplitude du cycle de la contrainte globale (somme des contraintes de traction et de flexion) dans la vis au fur et à mesure que l'on augmente la précontrainte (précharge) dans le boulon (figures 4-24 à 4-26). Les niveaux de la

contrainte globale (figures 4-24c, 4-25c et 4-26c) obtenus expérimentalement sont plus importants que ceux obtenus numériquement dans les 9 configurations géométriques traitées dans la campagne d'essais, en particulier dans les cas 1, 2 et 5 dont les résultats sont donnés pour étayer les remarques faites. Nous rappelons que les cas 1 et 2 sont considérés comme des tronçons en té rigides, les semelles les constituant étant tirées d'une poutrelle HEB 320 alors que le cas 5 est considéré comme flexible car il a été réalisé à partir d'une poutrelle IPE 400. La figure 4-23 montre le montage des tronçons en té flexible (a) et rigide (b) sur la machine de traction pour un entraxe entre boulons de 84 mm.



a) Tronçon en té tiré d'une poutrelle IPE 400 b) Tronçon en té tiré d'une poutrelle HEB 320

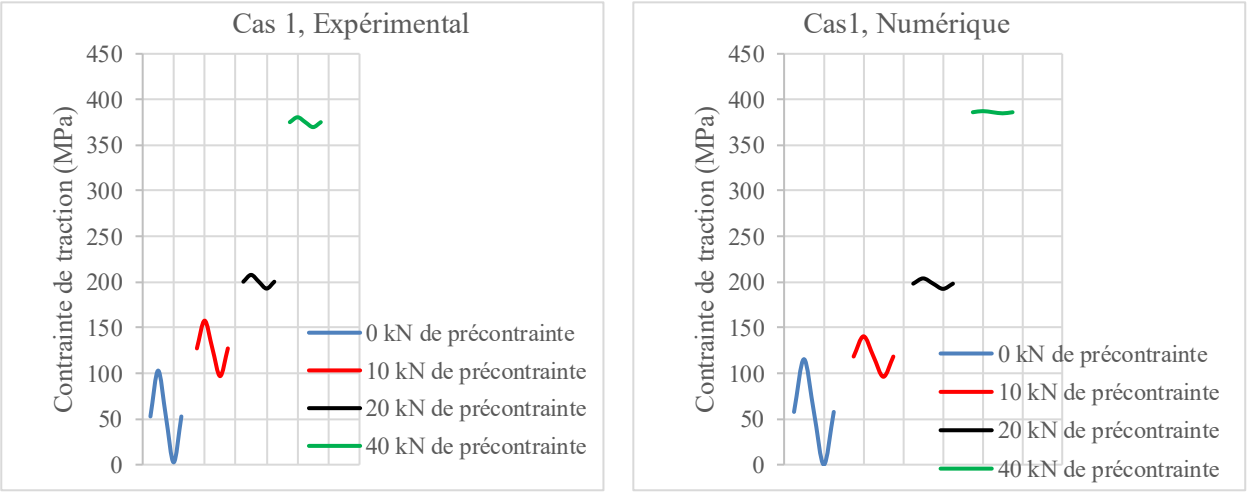
Figure 4-23 : *Photos du montage des tronçons en té a) flexible (IPE 400) et b) rigide (HEB 320)*

Les niveaux de contraintes de traction expérimentaux et leurs valeurs numériques, ainsi que leurs amplitudes, sont comparables (figures 4-24a à 4-26a). Par contre l'évolution de la contrainte de flexion expérimentale est différente de celle obtenue numériquement (figures 4-24b à 4-26b). La présence des contraintes de traction et de flexion a déjà été abordée dans le chapitre 3. Expérimentalement, nous constatons une augmentation de la contrainte moyenne de flexion dans la vis avec l'augmentation du serrage. Elle s'accompagne d'une réduction de l'amplitude de la contrainte de flexion. Numériquement, nous obtenons une réduction de la contrainte moyenne de flexion et de son amplitude dans la vis quand le serrage des boulons est de plus en plus important. Une réduction de la contrainte moyenne et de l'amplitude de la contrainte de flexion avec l'augmentation de la précontrainte est cohérente avec le serrage des boulons qui génère une pression de contact entre les pièces assemblées par boulonnage. Cette pression de contact maintient le boulon à un état de contrainte donné tant que la sollicitation extérieure ne la fait pas disparaitre. De ce fait, pour un chargement extérieur (2F) de 20 kN, les boulons sont moins sollicités en flexion quand le serrage augmente. Cela explique la diminution

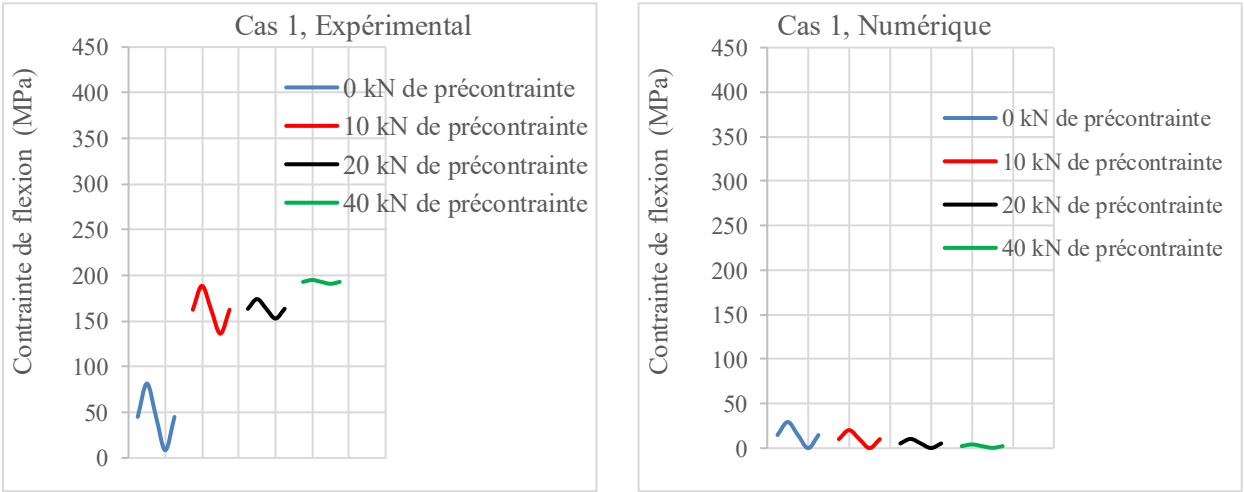
de la contrainte de flexion (en amplitude et en valeur moyenne) dans la vis. Les contraintes de flexion obtenues numériquement tendent vers la valeur zéro pour un serrage important du boulon (40 kN de précontrainte), traduisant l'absence de toute sollicitation de flexion dans la vis.

L'écart important que nous avons constaté entre les résultats expérimentaux et les simulations numériques (en termes de contraintes de flexion dans la vis) peut être attribué à la présence d'une flexion hors plan non négligeable lors des essais expérimentaux comme nous l'avons déjà expliqué dans ce chapitre. Ces écarts sont d'autant plus importants que la semelle est flexible. L'évolution de l'amplitude de la contrainte de traction, de celle de flexion et de la contrainte globale en fonction des valeurs de la précharge (0 kN, 10 kN, 20 kN et 40 kN) et pour les 9 configurations géométriques étudiées numériquement et expérimentalement, est résumée par le tableau de l'annexe H. Même si l'amplitude de la contrainte globale expérimentale dans la vis est supérieure à celle obtenue numériquement, sa diminution avec l'augmentation de la précontrainte est mise en évidence dans les deux cas (numérique et expérimental). Ainsi, l'influence bénéfique de la précharge sur l'amplitude du cycle de chargement que rencontre la vis dans l'assemblage est démontrée sur les plans numérique et expérimental. Cela confirme une des conclusions formulées dans le chapitre 2 quant à l'effet bénéfique de la précontrainte sur la tenue en fatigue des vis.

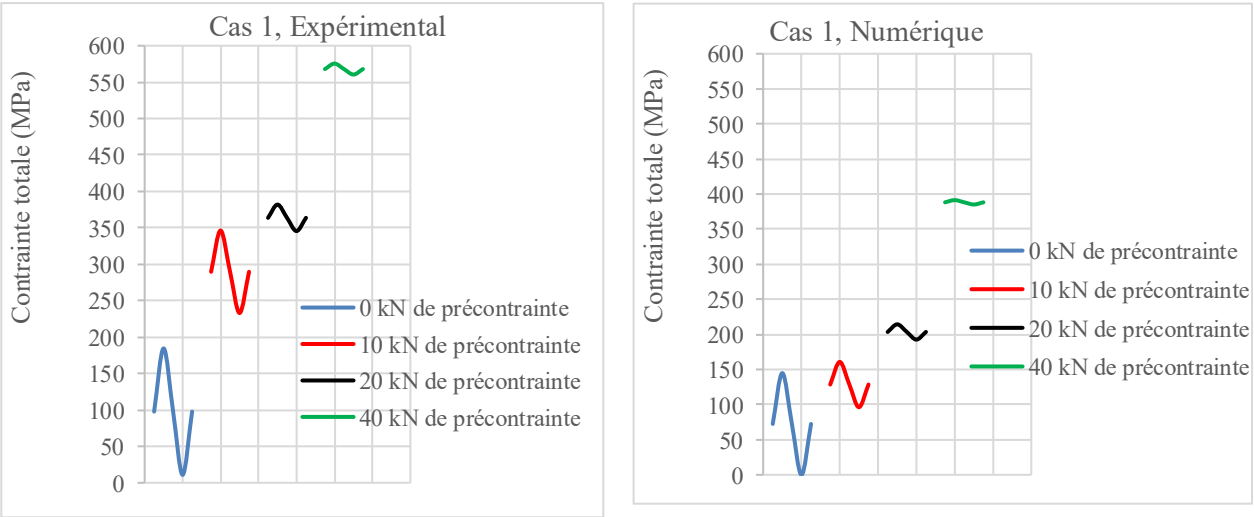
Pour démontrer que l'écart important constaté entre les valeurs des moments de flexion numériques et expérimentaux sont en grande partie liés au décalage du plan contenant les axes des vis avec l'axe d'application de la force extérieure, nous avons réalisé une nouvelle configuration de l'assemblage avec 4 boulons cette fois ci. Nous n'avons pas pu tester les 9 configurations géométriques du tronçon en té faute de temps et de matière première. Néanmoins nous avons porté notre choix sur la 4ème configuration géométrique correspondant au cas du tronçon le plus flexible. Ce nouveau montage est présenté dans le paragraphe suivant.



a) Cycle de contrainte de traction

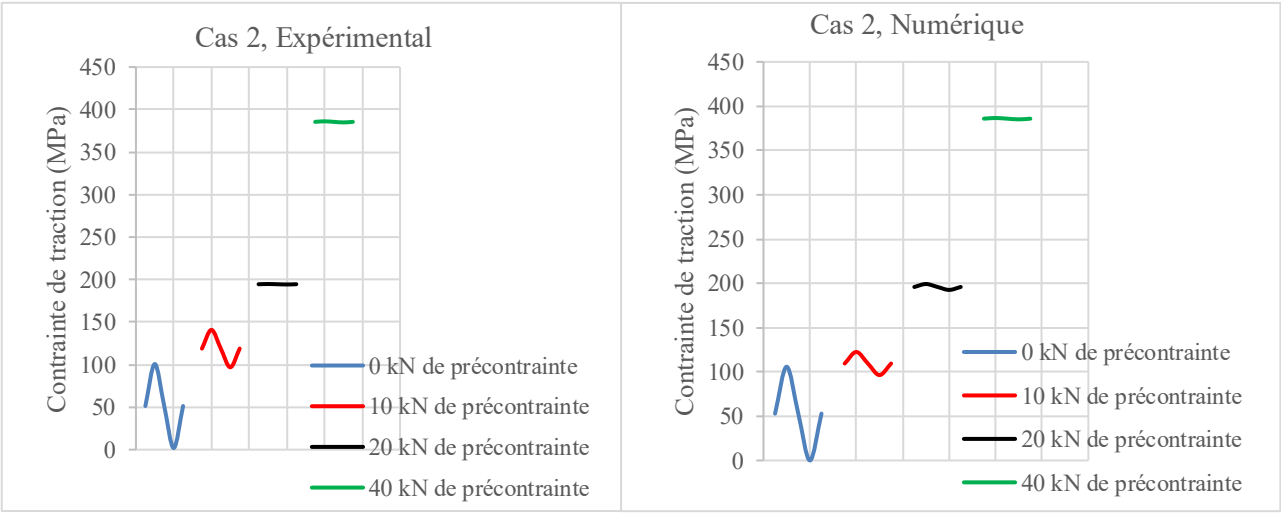


b) Cycle de contrainte de flexion

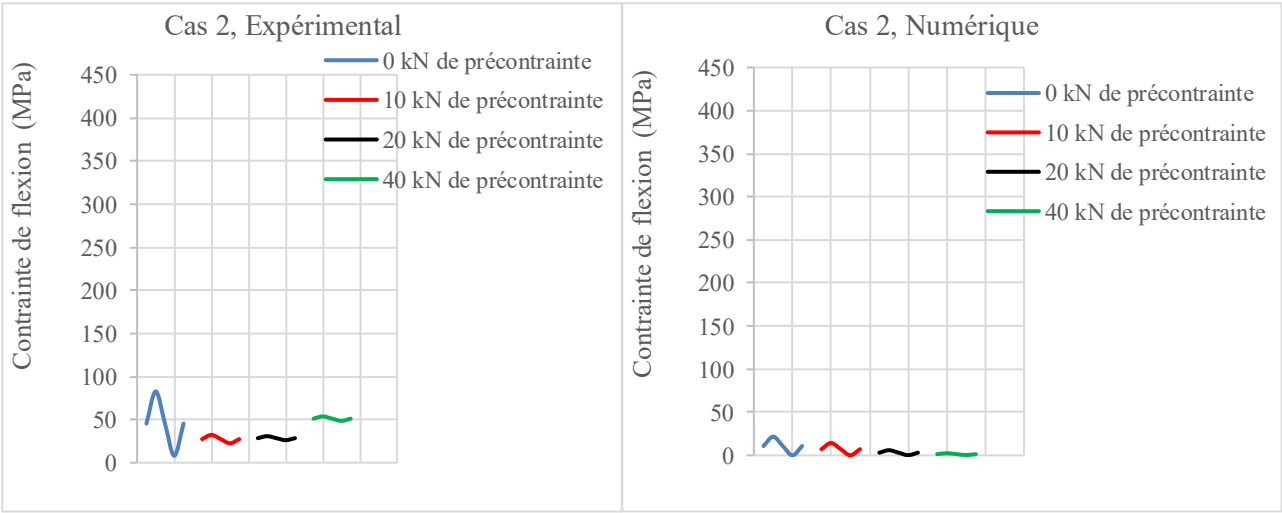


c) Cycle de contrainte globale

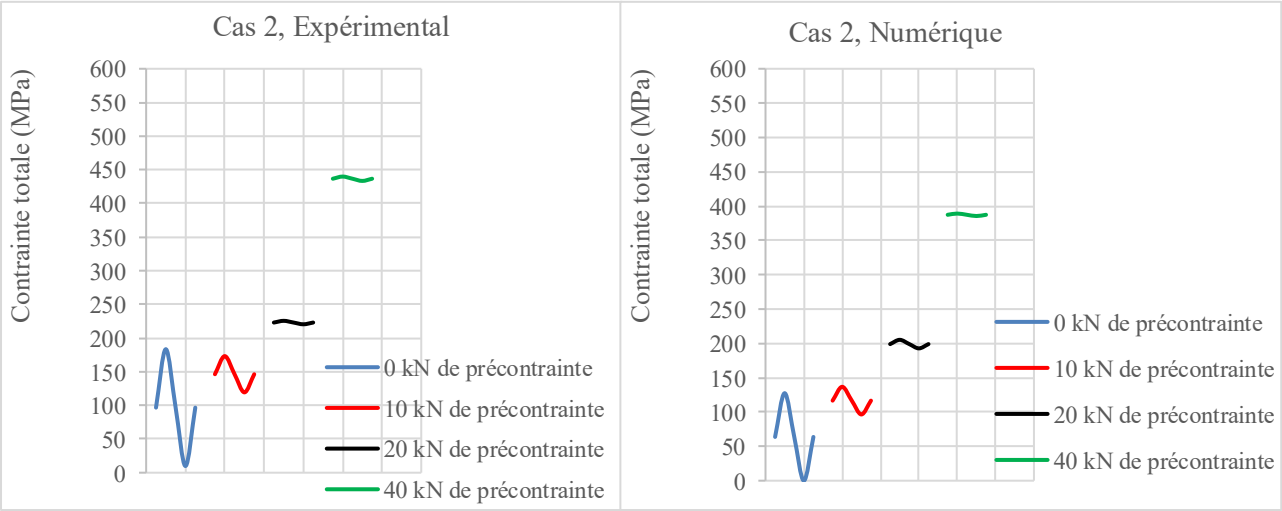
Figure 4-24 : *Evolution des cycles de contrainte a) de traction b) de flexion c) globale en fonction de la précharge dans les boulons (configuration du cas 1)*



a) Cycle de contrainte de traction

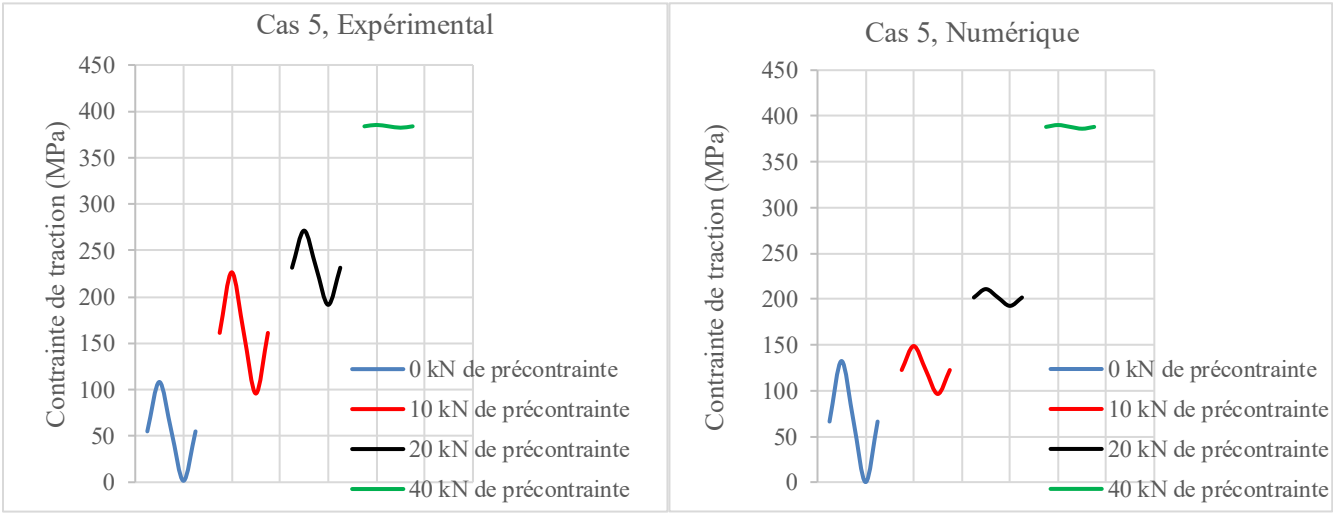


b) Cycle de contrainte de flexion

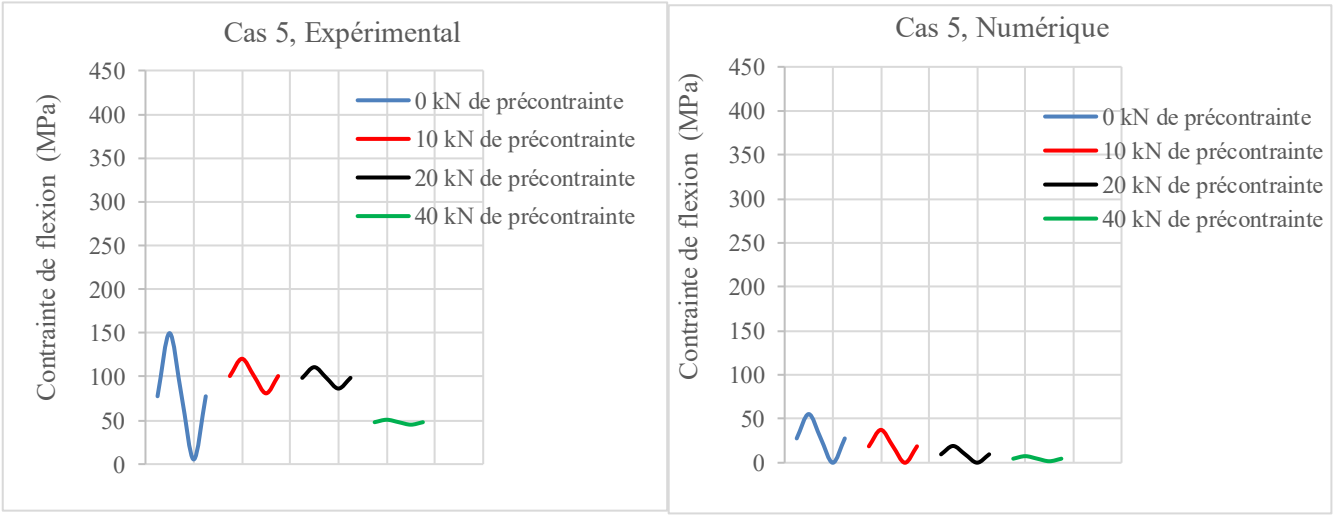


c) Cycle de contrainte globale

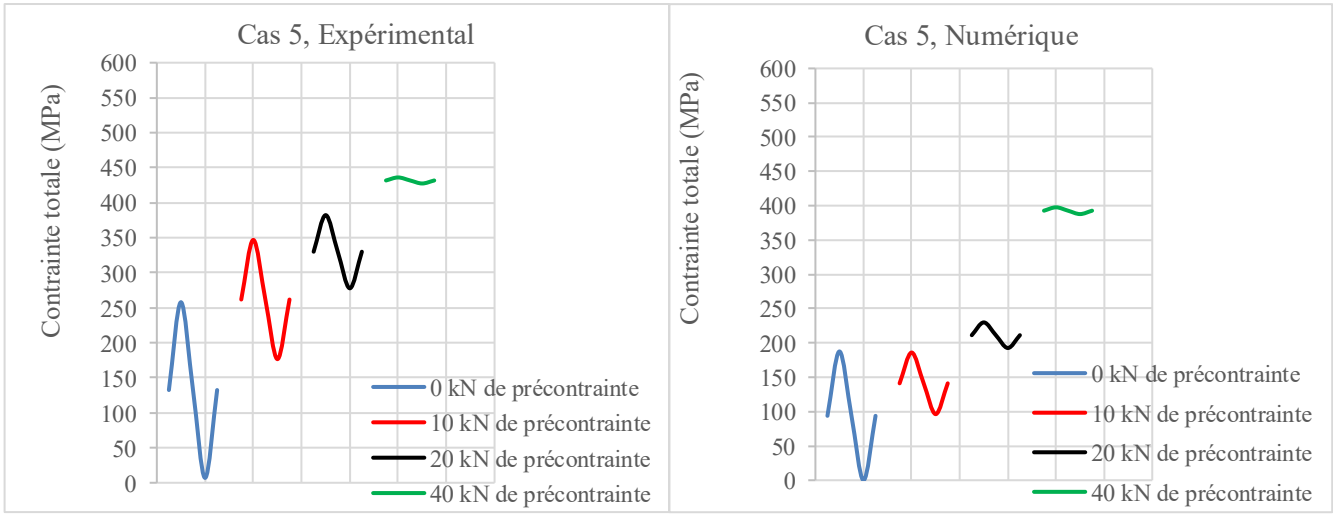
Figure 4-25 : *Evolution des cycles de contrainte a) de traction b) de flexion c) globale en fonction de la précharge dans les boulons (configuration du cas 2)*



a) Cycle de contrainte de traction



b) Cycle de contrainte de flexion



c) Cycle de contrainte globale

Figure 4-26 : *Evolution des cycles de contrainte a) de traction b) de flexion c) globale en fonction de la précharge dans les boulons (configuration du cas 5)*

IV.6. Tronçon en té à 4 boulons

Le tronçon en té à 4 boulons est réalisé dans la configuration géométrique la plus flexible des 9 configurations étudiées (cas 4). Le plan de définition des semelles du tronçon en té à 4 boulons est donné en annexe G. Le but final des essais avec ce montage est de confirmer autant que possible que l'écart important obtenu entre les moments de flexion M_B numérique ou analytique et celui déterminé expérimentalement, dans le cas de tronçons en té à 2 boulons est en grande partie lié au décalage du plan passant par les axes des 2 boulons avec l'axe d'application du chargement. Ce nouveau montage avec 4 boulons doit nous permettre de réduire considérablement la composante du moment M_B suivant l'axe x, composante notée M_x dans l'expression 4-1.

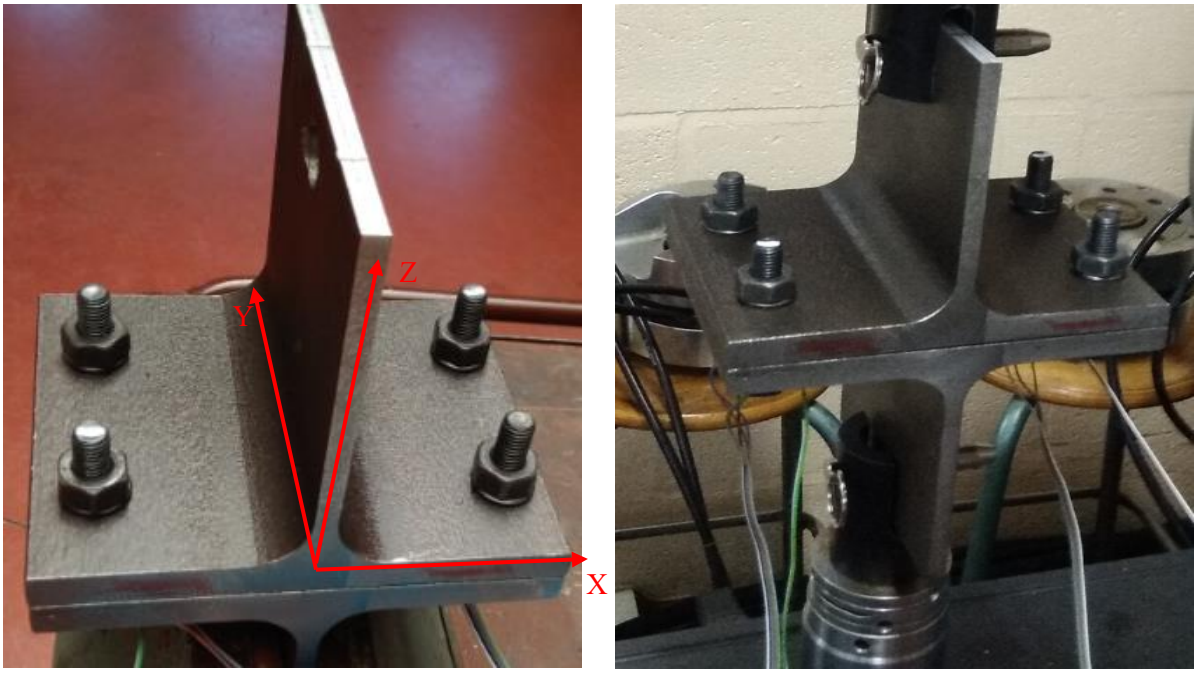
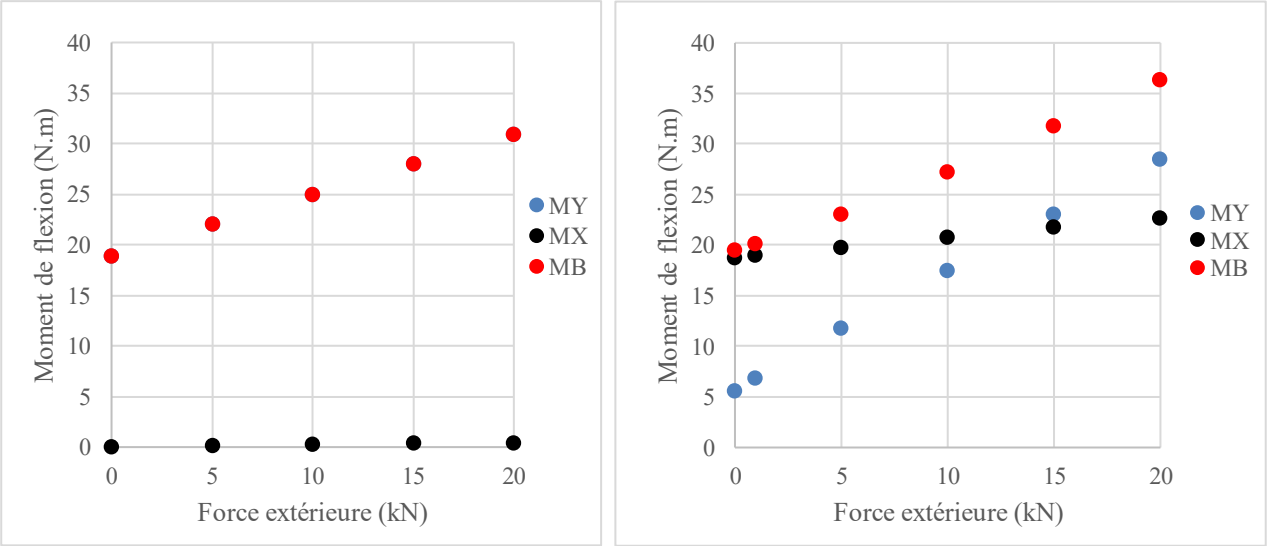


Figure 4-27 : *Tronçon en té à 4 boulons dans la configuration flexible (cas 4) avec 2 des 4 boulons instrumentés*

La figure 4-28 présente les résultats obtenus expérimentalement, en termes de composantes M_x et M_y et du moment global M_B, pour les boulons du tronçon en té à 2 boulons et à 4 boulons lors d'un cycle du chargement extérieur.

Les essais statiques réalisés sur le nouveau montage (tronçon en té à 4 boulons) montrent bien que la flexion importante de moment M_x, obtenue dans les tronçons à 2 boulons était liée au décalage de l'axe d'application de la force avec le plan des boulons. En effet, sur la figure 4-28a, correspondant aux essais sur le tronçon en té à 4 boulons, ce moment de flexion M_x autour de x est quasi inexistant. La totalité de la flexion dans le boulon (M_B) est créée par la déformation du tronçon en té dans le plan vertical (que génère le moment de flexion M_y). Dans le cas du tronçon en té à 2 boulons par contre, le moment de flexion suivant l'axe x est très important comme en témoigne la figure 4-28b. On retient en définitif que le moment de flexion parasite important que nous avons observé dans nos résultats d'essais sur tronçon en té à 2 boulons est consécutif à l'écart des tolérances et des jeux lors de l'usinage des semelles du tronçon en té, ce qui fait que l'axe d'application de la force de traction au tronçon en té et les

axes des boulons ne sont pas coplanaires. Un léger décalage de l'axe d'application de la force 2F par rapport au plan des trous des semelles pour le passage des boulons conduit à un moment de flexion parasite M_x important.



a) Tronçon en té à 4 boulons

b) Tronçon en té à 2 boulons

Figure 4-28 : *Evolution des moments de flexion dans les boulons précontraints à 10 kN dans les cas de tronçons en té à 2 boulons et à 4 boulons au cours du cycle de chargement extérieur*

IV.7. Conclusion

La campagne expérimentale réalisée sur le tronçon en té à deux boulons a permis de valider en partie les résultats de la simulation numérique. L'effort axial F_B dans le boulon est similaire dans les deux approches (numérique et expérimentale) pour les configurations géométriques testées. Nous avons plus d'écart entre les solutions numériques et expérimentales du moment de flexion M_B existant dans le boulon. Trois facteurs pourraient expliquer cette différence observée entre les moments de flexion simulés numériquement et ceux obtenus expérimentalement :

- Tout d'abord, les défauts géométriques constatés sur les poutrelles HEB 320, IPE 400 et les tolérances dimensionnelles sur les boulons M12 utilisés dans la campagne expérimentale alors que les dimensions sont déterministes et parfaites pour le modèle numérique du tronçon en té. La différence d'épaisseur entre les ailes situées de part et d'autre de l'âme de la poutrelle peut atteindre en effet 7,4% pour l'IPE 400 et 2,5 % pour la poutrelle HEB 320. De même, le diamètre réel de la vis M12 testée est de 11,5 mm au lieu de 12 mm (boulon M12) soit une différence de l'ordre de 4 % environ.

- Ensuite, le choix du tronçon en té à deux boulons est discutable (expérimentalement) en ce sens qu'un léger décalage de l'axe d'application de la force extérieure F par rapport au plan contenant les axes parallèles des 2 boulons produit des moments de flexion parasite conséquents. Ce dernier point a été démontré par la confrontation expérimentale

des sollicitations subies par les boulons entre un tronçon en té à deux boulons et un tronçon en té à 4 boulons.

Malgré une différence importante entre les moments de flexion obtenus numériquement et ceux mesurés expérimentalement, l'effet bénéfique de la précharge sur le cycle de chargement que rencontre le boulon dans le tronçon en té a été mis en évidence. En effet, l'amplitude de la contrainte décroit progressivement au fur et à mesure que la précharge augmente conduisant logiquement ainsi à une amélioration de la tenue en fatigue du boulon dans le tronçon en té et dans un assemblage boulonné de manière générale, quand bien même l'effort axial moyen présent dans le boulon croît avec cette précharge.

Conclusions et perspectives

Les moyens d'assemblage mécaniques sont nombreux et variés. Le boulonnage qui est étudié dans le cadre de cette thèse est un assemblage démontable. Les différentes propriétés de ce type de liaison (démontable, ajustable, très normalisé, reproductible, etc.) font qu'il est utilisé dans presque tous les secteurs industriels (automobile, ferroviaire, aéronautique, construction métallique, éolien, etc). Les boulons sont des éléments de structure au comportement complexe dû essentiellement à la répartition des charges au niveau du filetage d'une part et au phénomène de concentration de contrainte d'autre part. L'effet combiné de ces deux facteurs favorise, en service, la rupture prématurée du boulon lorsque ce dernier est soumis à une sollicitation de fatigue (sollicitation dynamique).

On a de plus en plus besoin aujourd'hui de méthodes précises de calcul en fatigue pour s'assurer de la tenue en service des structures. On parle de prévision du comportement en fatigue de ces structures, c'est-à-dire d'évaluation de leur durée de vie. Les méthodes de calcul de durée de vie en fatigue sont nombreuses. Certaines sont normalisées (Eurocode, recommandation VDI 2230) et font l'objet, parfois, de simplification. D'autres par contre essaient de se rapprocher d'une évaluation locale réaliste de la durée de vie surtout quand les états de contraintes sont multiaxiaux (critères de fatigue). Ainsi, une partie de ce travail de thèse a consisté à mettre en place un outil de post-traitement des calculs par éléments finis en fatigue multiaxiale. L'outil de post-traitement en question est implémenté sur le logiciel Matlab en se basant sur deux approches différentes en fatigue multiaxiale, les plus utilisées en Bureau d'Etudes : l'approche plan critique (critère de Dang Van) et l'approche intégrale ou globale (critère de Zenner). La fonction de fatigue du critère (qui traduit l'endommagement du matériau) est d'abord calculée à la limite d'endurance fixée du matériau. Ensuite nous utilisons une démarche itérative de calcul de la durée de vie en fatigue en termes du nombre de cycles à l'amorçage de fissure. Des résultats d'essais de fatigue sont utilisés pour la validation de l'outil de post-traitement. Il a été constaté que les durées de vie en fatigue selon les normes (Eurocode 3 et VDI 2230) sont nettement plus conservatives que les prévisions de durée de vie en fatigue obtenues avec l'outil de post-traitement implémenté.

Les paramètres d'entrée sont d'une part les propriétés en fatigue du matériau étudié (courbes SN) et les états de contraintes réels dans les pièces analysées. Ne disposant pas des courbes SN réelles du boulon en vue de son analyse en fatigue dans un assemblage boulonné de type tronçon en té, il a été décidé, dans le cadre de la thèse, de considérer des courbes SN tirées de la base de données CES Edupack 2018. L'analyse en fatigue du boulon nécessite de connaitre les états de contraintes cycliques en tout nœud de l'assemblage, et de la vis en particulier.

Un modèle numérique par Eléments Finis du tronçon en té a alors été réalisé sous le logiciel Salome-Meca. Le modèle a été par la suite paramétré pour pouvoir tester facilement différentes configurations géométriques. Le serrage du boulon (ou précharge) a été également simulé numériquement en imposant un déplacement axial relatif entre les nœuds de l'écrou et ceux de

la vis dans la zone de contact avec l'écrou. Les sollicitations (effort axial et moment de flexion) dans le boulon, obtenues avec le modèle numérique, ont été validées par des solutions analytiques et des mesures expérimentales.

Par la suite, l'analyse en fatigue du boulon dans le tronçon en té a été menée en utilisant le modèle numérique du tronçon en té (pour disposer des états de contrainte au cours du cycle de chargement) et l'outil de post-traitement mis sur pied en fatigue multiaxiale. L'analyse du comportement en fatigue du boulon intégré dans le tronçon en té montre que :

- L'augmentation de l'épaisseur e_f de la semelle améliore fortement la tenue en fatigue de la vis en réduisant la sollicitation dans cette dernière. Cette réduction de la sollicitation dans la vis conduit à une réduction de la fonction de fatigue et donc à une augmentation importante de sa durée de vie.

- L'augmentation de l'excentration m du boulon par rapport à l'âme de la semelle du tronçon en té engendre une surcharge plus ou moins importante sur la vis selon la flexibilité de la semelle du tronçon en té. Cela se traduit par une augmentation de l'effort axial F_B et du moment de flexion M_B dans la vis, consécutive à l'accroissement de l'effet de levier. Cette accentuation de la sollicitation se traduit en fatigue par un accroissement important de l'endommagement en fatigue de la vis entrainant ainsi la diminution de la tenue en fatigue du boulon (réduction de la durée de vie).

- Il a été également démontré que le serrage du boulon (précharge) conduit à la diminution de l'amplitude de contrainte σ_a qui est le principal facteur d'endommagement en fatigue des pièces mécaniques. La fonction de fatigue du critère diminue dans ce cas assurant ainsi l'augmentation de la durée de vie. Le formalisme du critère de Zenner permet de bien prendre en compte l'effet bénéfique de la précharge par contre celui du critère de Dang Van ne permet pas de montrer l'effet bénéfique de cette précharge lorsque le boulon est très serré. En plus des cas de chargements non-proportionnels avec rotation des directions principales, le critère de Dang Van ne permet donc pas toujours une évaluation réaliste de l'endommagement par fatigue du matériau lorsque la pression hydrostatique p(t) est très importante devant la contrainte tangentielle alternée. Le critère de Dang Van semble être plus conservatif que le critère de Zenner pour cette application des assemblages boulonnés.

Nous avons enfin montré expérimentalement l'effet bénéfique de la précharge sur le cycle de chargement que rencontre le boulon dans un assemblage. Les boulons sont instrumentés de jauges de déformation à raison de 4 jauges par boulon pour mesurer les déformations longitudinales et les contraintes sont déduites de ces déformations via les formules de Lamé pour le comportement élastique.

En somme,

- Nous avons mis en place un outil de post-traitement en fatigue multiaxiale capable de faire l'analyse en fatigue d'une structure ou d'un composant mécanique quel que soit le chargement rencontré à condition de bien définir les états de contraintes au cours du cycle de chargement et de connaitre les propriétés des matériaux en fatigue (courbes SN) qui sont les paramètres d'entrée de l'outil de post-traitement.

- Nous avons modélisé numériquement et paramétré un assemblage boulonné de type tronçon en té et simulé numériquement la précharge (serrage du boulon). Ce modèle paramétré du tronçon en té a servi à l'analyse de l'influence de certains paramètres de l'assemblage quant à la tenue en fatigue du boulon.
- Nous avons enfin réalisé et testé expérimentalement l'assemblage (tronçon en té) en traction monotone afin de valider le modèle numérique. Nous avons au passage pu percevoir l'importance des aléas dimensionnels et des jeux fonctionnels propres à l'assemblage boulonné sur la génération de sollicitations parasites.

Quelles suites pouvons-nous donner à ce travail de thèse ?

Les perspectives sont d'abord la réalisation d'essais de caractérisation en fatigue afin de disposer des courbes SN réelles des matériaux. En effet, ces courbes sont indispensables pour bien dimensionner les boulons et éventuellement apporter des règles de conception en fatigue des assemblages boulonnés.

Ensuite, un suivi expérimental sur des applications typiques (assemblage éclissé dans le ferroviaire par exemple) peut être envisagé pour la validation de l'outil de post-traitement sur des structures réelles en service.

Enfin, la prise en compte des gradients de contrainte dans les critères de fatigue multiaxiaux afin d'intégrer leur influence en fatigue pour la prévision de durée de vie est une autre perspective probable de ces travaux. Elle requiert aussi des essais de fatigue pour mesurer l'influence du gradient de contrainte en fatigue pour ces matériaux.

Références bibliographiques

[1] N. Lehebel, M. Beller, *Sertissage : outils et autocontroles pour la maitrise du risque microbiologique,* Technique de l'Ingénieur, Procédés chimie-bio-agro, Agroalimentaire, 2015.

[2] J. Chalier, *Agrafage, Sertissage, Rivetage,* Technique de l'Ingénieur, 1984.

[3] C. Lange, *Sertissage à plat pour la carrosserie automobile : procédé,* Technique de l'Ingénieur, 2007.

[4] *Le soudage des aciers de construction,* Technique de l'Ingénieur, Construction et travaux publics, Technique du bâtiment - l'enveloppe du bâtiment, 2008.

[5] P. Paillard, *Procédés de soudage-Introduction*, Technique de l'Ingénieur, Travail des matériaux-Assemblage, 2014.

[6] *Rivetage, boulonnage et collage des aciers de construction,* Technique de l'Ingénieur, 2007.

[7] P. Cognard, *Collage des matériaux : caractéristiques, mise en œuvre des colles,* Technique de l'Ingénieur, 2002.

[8] P. Cognard, *Collage des métaux – Applications,* Technique de l'Ingénieur, 2003.

[9] G Mandil, *Conception de liaisons complètes*, Cours, UE GMP231, Grenoble INP Viallet.

[10] A. Leluan, *Assemblages frettés,* Technique de l'Ingénieur, Fonctions et composants mécaniques, 1986.

[11] E. Béchet, *Assemblages arbre-moyeu*, Cours de conception mécanique, Université de Liège.

[12] J. Guillot, *Assemblages par éléments filetés. Modélisation et calcul*, Technique de l'Ingénieur, 1997.

[13] J.P Muzeau, Constructions Métalliques - Assemblages par Procédés Mécaniques, Technique de l'Ingénieur, 2012.

[14] Eurocode 3, *Partie 1-8 : calcul des assemblages,* 2005.

[15] Equipe GM-3-CDIM, *Dimensionnement des liaisons complètes par éléments filetés*, Cours, INSA de Lyon, Génie Mécanique.

[16] J. Massol, *Etude des assemblages boulonnés à chargement faiblement excentré soumis à des sollicitations de fatigue,* Thèse, INSA de Toulouse, 1994.

[17] J. Guillot, *Assemblages par éléments filetés. Calcul,* Technique de l'Ingénieur, 1989.

[18] Y. Fares, *Dimensionnement en fatigue des assemblages boulonnés à l'aide de critères de fatigue multiaxiale,*Thèse, INSA de Toulouse, 2006.

[19] A. Chevalier, *Guide du dessinateur industriel,* 335 pages, Hachette Technique, 2004.

[20] Groupe SKF, *Le guide technique du serrage,* 129 pages**,** Italie, 2009.

[21] M. Paredes and A. Daidié, *Modélisation des systèmes mécaniques*, Cours, INSA de Toulouse, 2010.

[22] J. Lu, *Fatigue des alliages ferreux-Définitions et diagrammes,* Technique de l'Ingénieur, 2002.

[23] E. Charkaluck, *Fatigue des matériaux métalliques : Quelques contributions à une approche dissipative,* Mémoire HDR, Université de Lille 1- Laboratoire de Mécanique, 2006.

[24] P. Rabbe, H. P. Lieurade, A. Galtier, *Essais de fatigue-Partie I*, Technique de l'Ingénieur, 2000.

[25] H. Rognon, *Comportement en fatigue sous environnement vibratoire : prise en compte de la plasticité au sein des méthodes spectrales,* Thèse, Centrale Paris, 196 pages, 2013.

[26] S. Chen, *Contribution à l'étude du cumul de dommage en fatigue multiaxiale,* Thèse, Université Lille1- Sciences et Technologies, 181 pages, 2012.

[27] A. Brand, *Fatigue des alliages ferreux Approche classique*, Technique de l'Ingénieur, 1984.

[28] J.L. Robert, *Dimensionnement en fatigue des pièces mécaniques - Première partie : Fatigue uniaxiale sous chargement d'amplitude constante ou variable,* Cours, Université Blaise Pascal, 2016.

[29] M. Luki, *Construction métallique-Vérification à la fatigue selon les Eurocodes,* Technique de l'Ingénieur, 2018.

[30] T. Endo, K. Mitsunaga, H. Nakagawa, *Fatigue of Metals Subjected to Varying Stress-Prediction of Fatigue Lives*, JSME meeting, 1967.

[31] A. Fatemi, L. Yang, *Cumulative fatigue damage and life prediction theories : a survey*

of the state of the art for homogeneous materials, International Journal fatigue, pp 9-34, Vol. 20, 1998.

[32] J.L. Chaboche, P.M. Lesne, *A non-linear continuous fatigue damage model*, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, pp 1-17, Vol.11, 1988.

[33] VDI 2230, *Systematic calculation of high duty bolted joints - Joints with one cylindrical bolt,* Verin Deutscher Ingenieure, 2003.

[34] Eurocode 3, *Partie 1-9 : Fatigue,* 2005.

[35] B. Weber, *Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque,* Thèse, INSA de Lyon, 243 pages,1999.

[36] C. Lu, J. Melendez, J.M. Martinez-Esnaola, *Multiaxial fatigue criterion considering the influence of out-of-phase failure and loading condition,* International Journal of Fatigue, pp 323-330, Vol.114, 2018.

[37] T. Osman, *Simulation de l'usure et d'avaries sur des structures d'engrenages cylindriques-Influence sur le comportement statique et dynamique de transmissions par engrenages*, Thèse, INSA de Lyon, 225 pages, 2012.

[38] I. V. Papadopoulos, P. Davoli, C. Goria, M. Fillippini, A. Bernasconi, *A comparative study of multiaxial high cycle fatigue criteria for metals,* Elsevier, pp 219-235, Vol.19, 1997.

[39] N. Nadjitonon, *Contribution à la modélisation de l'endommagement par fatigue,* Thèse, Université Blaise Pascal-Clermont II, 132 pages, 2010.

[40] K. Dang Van, A. Le Douaron, H. P Lieurade, *Multiaxial fatigue limit: a new approach,* pp 1879-1885, 1984.

[41] K. Dang Van, O. Griveau, B. Message, *On a New Multiaxial Fatigue Limit Criterion : Theory and Application*, Mechanical Engineering Publications, London, pp 479-496, 1989.

[42] T. V. Xuan, *Fascicule r7.04 : Evaluation du dommage - Critères multiaxiaux d'amorçage en fatigue,* Code-Aster, 2013.

[43] B. Weber, B. Kenmeugne, J.C. Clement, J.L. Robert, *Improvements of multiaxial fatigue criteria computation for a strong reduction of calculation duration,* Computational

Material Science, Elsevier, pp 381-399, Vol.15, 1999.

[44] Z. Guédé, *Approche probabiliste de la durée de vie des structures sollicitées en fatigue thermique,* Université Blaise Pascal- Clermont II - IFMA, Thèse, 161 pages, 2005.

[45] H. Zenner, A. Simbürger, J. Liu, *On the fatigue of ductile metals under complex multiaxial loading,* Elsevier, International Journal of Fatigue, pp 137-145, Vol.22, 2000.

[46] J. Liu, H. Zenner, *Berechnung der Dauerschwingfestigkeit bei mehrachsiger Beanspruchung-Teil1,* Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, pp 240-249, Vol.24, 1993.

[47] M. Couchaux, *Composants métalliques fléchis - Assemblages de poutres. Méthode des composants,* Technique de l'Ingénieur, 2015.

[48] A. Abidelah, *Calcul des assemblages en acier poutre-poteau boulonnés par platine d'extrémité "Application de l'approche de l'Eurocode 3"*, Cours, Université des Sciences et de la Technologie d'Oran Mohamed Boudiaf

[49] Z. Al Khatab, *Analyse de comportement des assemblages métalliques renforcés par contre-plaques - approche numérique et validation expérimentale,* Thèse, Université Blaise Pascal – Clermont II, 280 pages, 2003.

[50] M. Maitre and al., *Recommandations CNC2M pour le dimensionnement des assemblages selon la NF EN 1993-1-8,* Bureau de la Normalisation de la Construction Métallique (BNCM) par délégation d'AFNOR, 2015.

[51] O. S. Bursi and J.P. Jaspart, *Basic issues in the finite element simulation of extended end plate connections,* Computers & Structures, pp 361-382, Vol.69, 1998.

[52] P. Zoetemeijer, *A design method for the tension side of statically loaded, bolted beam-to-column connections,* Heron, Delf, The Netherlands, 59 pages, 1974.

[53] A. Abidelah, A. Bouchair and D. Kerdal, *Influence of the Flexural Rigidity of the Bolt on the Behavior of the T-Stub Steel Connection*, Engineering Structures, pp 181-194, Vol.81, 2014.

[54] F. Huang, D. Zhang, W. Hong and B. Li, *Mechanism and calculation theory of prying force for flexible flange connection,* Journal of Constructional Steel Research, pp 97-107, Vol. 132, 2017.

[55] K. Maruyama, *Stress analysis of a bolt-nut joint by the Finite Element Method and the Copper-Electroplating Method,* JSME, 9 pages, Vol. 1, 1974.

[56] M. Tanaka and K. Hongo, *Stress analysis of threaded connections by Finite Element Method,* JSME, 8 pages, Vol. 24, 1981.

[57] H. Zhao, *Analysis of the load distribution in a bolt-nut connector,* Computer and Structures, pp 1465-1472, Vol. 53, 1994.

[58] D.G Sopwith, *The Distribution of Load in Screw Threads,* pp 373-383, Vol. 159, 1948.

[59] J.J. Chen and Y.S. Shih, *Study of the helical effect on the thread connection by three dimensional finite element analysis,* Nuclear Engineering and Design, pp 109-116, Vol. 191, 1999.

[60] P.C. Cameron, *Theoretical modeling and testing of 8 - Bolt extended end-plate connections,* Thesis of the degree of Master of Science in Civil Engineering, Lehigh University, Pennsylvania, 63 pages, 1988.

[61] L. M. Bezerra, C. S. Freitas, W. T. Matias and J.E. Carmona, *Evaluación numérica del efecto del espesor de la Placa de contacto en la acción de palanca en conexión de acero tipo « T »*, Revista Internacional de Métodos Numéricos para Calculo y Diseno en Ingenieria, pp 11-19, Vol.30, 2012.

[62] B. Rui, S. Lai Chan and J. Ping Hao, *Improved design of extended end-plate connection allowing for prying effects,* Journal of Constructional Steel Research, pp 13-27, Vol.113, 2015.

[63] A. Ahmed, R. Hasan, *Effect and evaluation of prying action for top- and seat-angle connections,* International Journal of Advanced Structural Engineering, pp 159-169, Vol.7, 2015.

[64] L. Champaney, *Contact unilatéral entre solides élastiques,* Notes du cours "Eléments Finis" DESS Dynamique des structures modernes dans leur environnement, 19 pages, 2001.

[65] T. D Soza, *Notice d'utilisation du contact dans Code_Aster,* Fascicule u2.04, 2013.

[66] A. Alliche, *Cours de mécanique des solides élastiques,* Université Pierre & Marie Curie, 93 pages, Paris.

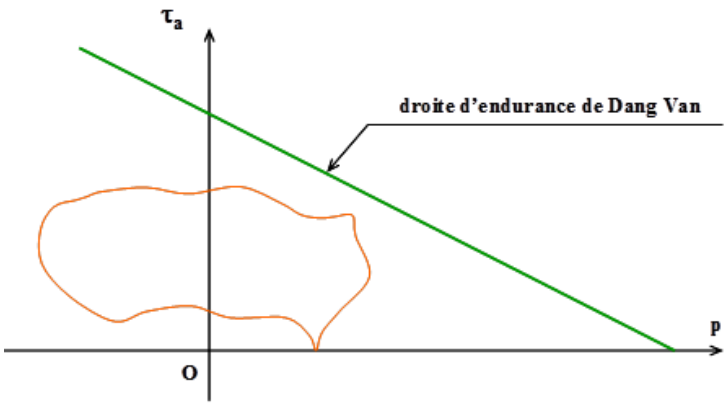
[67] ArcelorMittal, *Profilés et Aciers Marchands*, 238 pages, 2007.

Annexe A : Calage du critère de Dang Van

Deux limites de fatigue distinctes sous sollicitations simples sont nécessaires pour déterminer les deux constantes α et θ du critère de Dang Van.

Pour chaque type d'essai de fatigue donnant lieu à une limite de fatigue particulière (traction alternée symétrique, traction répétée, torsion alternée symétrique), on détermine, dans le repère pression hydrostatique – contrainte tangentielle alternée (p,τ_a), le point appartenant à la courbe fermée représentative de cet essai sur le plan critique et situé sur la droite d'endurance du critère. Les coordonnées de ce point vérifient donc la relation :

$$\underset{t}{\mathrm{Max}}\left[\tau_{ha}(t)+\alpha\, p(t)\right]=\theta \qquad (a.1)$$



Le plus souvent les deux limites de fatigue qui servent au calage du critère sont prises parmi :

- σ_{-1}, limite de fatigue en traction-compression alternée symétrique (R = –1),
- τ_{-1}, limite de fatigue en torsion alternée symétrique (R = –1),
- σ_0, limite de fatigue en traction répétée (R = 0),

R représente le rapport de charge de la sollicitation cyclique ($R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$)

Les deux premières limites de fatigue sont utilisées ici pour faire le calage.

1. Limite de fatigue en traction alternée symétrique σ_{-1}

Pour cette limite de fatigue, la sollicitation s'exprime par :

$$[\sigma(t)]=\begin{bmatrix}\sigma_{-1}\sin\omega t & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

Pour cette limite de fatigue, $\tau_{ha}(t)$ et p(t) sont maximales simultanément car elles ne dépendent que de la seule composante non nulle de [σ(t)], c'est-à-dire $\sigma_{11}(t) = \sigma_{-1}\sin\omega t$; leurs valeurs maximales sont obtenues pour sinωt = 1, c'est à dire pour :

$$[\sigma]_{max} = \begin{bmatrix} \sigma_{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad (a.2)$$

D'où : $\underset{t}{\text{Max}}\,[\tau_{ha}(t) + \alpha\, p(t)] = \underset{t}{\text{Max}}\,[\tau_{ha}(t)] + \alpha\, \underset{t}{\text{Max}}\,[p(t)]$

$$\underset{t}{\text{Max}}\; p(t) = \underset{t}{\text{Max}}\left(\frac{\sigma_{-1}\sin\omega t}{3}\right) = \frac{\sigma_{-1}}{3}$$

D'après le tricercle de Mohr (figure A1), le cisaillement maximal correspondant à l'état de contrainte alternée maximale est donné par:

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_{-1}}{2}$$

(Puisque les trois contraintes principales de $[\sigma]_{max}$ sont σ_{-1}, 0 et 0)

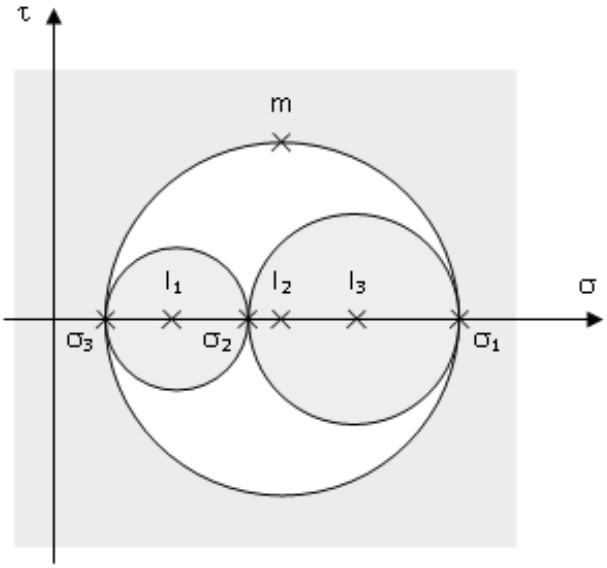


Figure A1 : *Tricercle de Mohr – Domaine des solutions (σ, τ)*

Ainsi : $(a.1) \;\Leftrightarrow\; \dfrac{\sigma_{-1}}{2} + \alpha\dfrac{\sigma_{-1}}{3} = \theta$ (a.3)

2. Limite de fatigue en torsion alternée symétrique τ_{-1}

Pour cette limite de fatigue, la sollicitation s'exprime par :

$$[\sigma(t)] = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{-1}\sin\omega t & 0 \\ \tau_{-1}\sin\omega t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

p(t) est identiquement nulle en torsion pure, d'où :

$$\underset{t}{\mathrm{Max}}\ p(t) = 0 \tag{a.4}$$

$\tau_{ha}(t)$ est maximal pour $\sin\omega t = 1$, c'est à dire pour :

$$[\sigma]_{max} = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{-1} & 0 \\ \tau_{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{a.5}$$

Les trois contraintes principales de cet état de contraintes sont τ_{-1}, 0 et $-\tau_{-1}$. D'après le tricercle de Mohr, le cisaillement maximal rencontré dans ce cas est donc :

$$\tau_{max} = \tau_{-1}$$

L'appartenance de la limite de fatigue en torsion alternée symétrique à la droite d'endurance du critère de fatigue donne la relation suivante :

$$(a.1) \Leftrightarrow \tau_{-1} = \theta \tag{a.6}$$

On obtient donc le système d'équations à deux inconnues suivant :

$$\begin{cases} (a.3) \Leftrightarrow \dfrac{\sigma_{-1}}{2} + \alpha\dfrac{\sigma_{-1}}{3} = \theta \\ (a.6) \Leftrightarrow \tau_{-1} = \theta \end{cases}$$

La résolution de ce système donne : $\begin{cases} \alpha = 3\left(\dfrac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} - \dfrac{1}{2}\right) \\ \theta = \tau_{-1} \end{cases}$

Annexe B : Calage du critère de Zenner

1. Formalisme du critère

Il s'agit d'un critère d'approche intégrale qui définit un indicateur d'endommagement par plan E_h, homogène au carré d'une contrainte, puis qui en fait une moyenne sur tous les plans matériels possibles ; la racine carrée de cette moyenne divisée par σ_{-1} est la fonction de fatigue du critère.

$$E_h = a\tau_{ha}^2\,(1 + m\tau_{hm}^2) + b\sigma_{hha}^2\,(1 + n\sigma_{hhm})$$

$$E_{ZN} = \frac{1}{\sigma_{-1}}\sqrt{\frac{1}{S}\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} E_h dS} \qquad (b.1)$$

Avec :

$S = 2\pi$ (surface d'une demi-sphère de rayon unité)

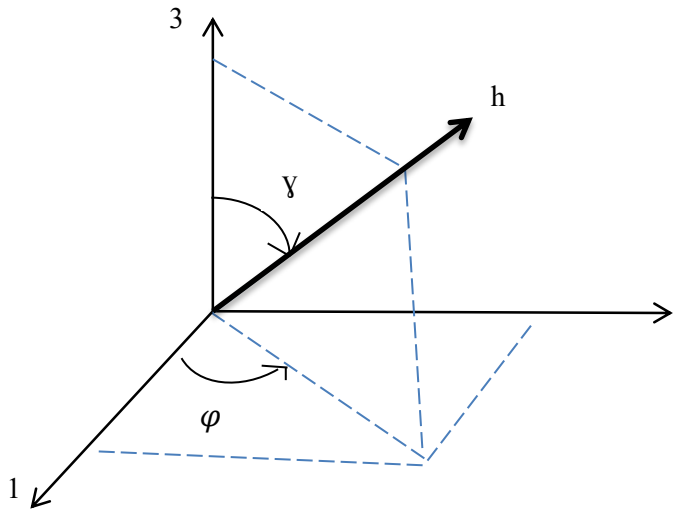
$dS = \sin\gamma\, d\gamma d\varphi$

Quatre constantes de calage sont à déterminer pour ce critère : a, b, m et n. Pour les obtenir, quatre limites de fatigue sont nécessaires :

- σ_{-1} : limite de fatigue en traction alternée symétrique,
- τ_{-1} : limite de fatigue en torsion alternée symétrique,
- σ_0 : limite de fatigue en traction répétée,
- τ_0 : limite de fatigue en torsion répétée.

2. Notations pour le calcul de la fonction de fatigue du critère

Un plan matériel est défini par sa normale unitaire h, elle-même définie par deux angles d'Euler φ et γ.



$$h = \begin{pmatrix} \sin\gamma\cos\varphi \\ \sin\gamma\sin\varphi \\ \cos\gamma \end{pmatrix}_{(1,2,3)}$$

Figure B2 : Dénifinition de la normale à un plan matériel

Le plan de normale unitaire h peut être muni d'un repère (u,v) tel que :

$$u = \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \\ 0 \end{pmatrix}_{(1,2,3)} \qquad v = \begin{pmatrix} -\cos\gamma\cos\varphi \\ -\cos\gamma\sin\varphi \\ \sin\gamma \end{pmatrix}_{(1,2,3)}$$

3. Calage du critère de Zenner

3.1. Sur l'essai correspondant à la limite de fatigue en traction alternée symétrique σ_{-1}

Pour cet essai sans contrainte moyenne, on a $\sigma_{hhm} = 0$ et $\tau_{hm} = 0$ quelle que soit la normale h.

$$E_h = a\tau_{ha}^2 + b\sigma_{hha}^2$$

$$[\sigma(t)] = \begin{bmatrix} \sigma_{-1}\sin\omega t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\phi_h(t)] = [\sigma(t)][h] = \begin{bmatrix} \sigma_{-1}\sin\gamma\cos\varphi\sin\omega t \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

a. Contrainte normale

$\sigma_{hh}(t) = \overrightarrow{\phi_h(t)}.\vec{h} = \sigma_{-1}\sin^2\gamma\cos^2\varphi\ \sin\omega t$

D'où : $\sigma_{hha} = \sigma_{-1}\sin^2\gamma\cos^2\varphi$ et $\sigma_{hha}{}^2 = \sigma_{-1}{}^2\sin^4\gamma\cos^4\varphi$

b. Contrainte tangentielle

$\tau_{uh}(t) = \overrightarrow{\phi_h(t)}.\vec{u} = -\sigma_{-1}\sin\gamma\cos\varphi\sin\varphi\sin\omega t$

$\tau_{vh}(t) = \overrightarrow{\phi_h(t)}.\vec{v} = -\sigma_{-1}\sin\gamma\cos\gamma\cos^2\varphi\sin\omega t$

D'où : $\overrightarrow{\tau_h(t)} = -\sigma_{-1}\sin\omega t \begin{bmatrix} \sin\gamma\cos\varphi\sin\varphi \\ \sin\gamma\cos\gamma\cos^2\varphi \\ 0 \end{bmatrix}_{u,v,h}$

$\overrightarrow{\tau_h(t)} = \overrightarrow{\tau_{ha}(t)}$ (contrainte moyenne nulle)

$\tau_{ha}{}^2 = \sigma_{-1}{}^2(\sin^2\gamma\cos^2\varphi\sin^2\varphi + \sin^2\gamma\cos^2\gamma\cos^4\varphi)$

c. Calage du critère

D'après (**b.1**), $\frac{1}{S}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi} E_h\, dS = \sigma_{-1}{}^2$ (**b.2**)

$E_h = a\tau_{ha}^2 + b\sigma_{hha}^2 = \sigma_{-1}{}^2\left[b\sin^4\gamma\cos^4\varphi + a(\sin^2\gamma\cos^2\varphi\sin^2\varphi + \sin^2\gamma\cos^2\gamma\cos^4\varphi)\right]$

En remplaçant E_h dans l'équation (**b.1**) on obtient :

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{\pi}\left[b\sin^4\gamma\cos^4\varphi + a(\sin^2\gamma\cos^2\varphi\sin^2\varphi + \sin^2\gamma\cos^2\gamma\cos^4\varphi)\right]\sin\gamma\, d\gamma d\varphi = 1$$

$$b\int_0^{\pi}\int_0^{\pi}\sin^5\gamma\cos^4\varphi d\gamma d\varphi + a\int_0^{\pi}\int_0^{\pi}(\sin^3\gamma\cos^2\varphi\sin^2\varphi + \sin^3\gamma\cos^2\gamma\cos^4\varphi)d\gamma d\varphi = 2\pi$$

$$b\int_0^{\pi}\sin^5\gamma\, d\gamma\int_0^{\pi}\cos^4\varphi\, d\varphi + a\left[\int_0^{\pi}\sin^3\gamma\, d\gamma\int_0^{\pi}\cos^2\varphi\sin^2\varphi d\varphi + \int_0^{\pi}\sin^3\gamma\cos^2\gamma d\gamma\int_0^{\pi}\cos^4\varphi d\varphi\right] = 2\pi$$

$$b\, I_1 I_2 + a\,[I_3 I_4 + I_5 I_2] = 2\pi$$

Où :

$$I_1 = \int_0^{\pi}\sin^5\gamma\, d\gamma = \frac{16}{15}$$

$$I_2 = \int_0^{\pi}\cos^4\varphi\, d\varphi = \frac{3\pi}{8}$$

$$I_3 = \int_0^{\pi}\sin^3\gamma\, d\gamma = \frac{4}{3}$$

$$I_4 = \int_0^{\pi}\cos^2\varphi\sin^2\varphi d\varphi = \frac{\pi}{8}$$

$$I_5 = \int_0^{\pi}\sin^3\gamma\cos^2\gamma d\gamma = \frac{4}{15}$$

L'équation de calage en traction alternée symétrique est donc donnée par :

$$a\left[\frac{4}{3}\,\frac{\pi}{8} + \frac{4}{15}\,\frac{3\pi}{8}\right] + b\,\frac{16}{15}\,\frac{3\pi}{8} = 2\pi$$

soit $\boxed{\frac{2}{15}a + \frac{1}{5}b = 1}$

3.2. Sur l'essai correspondant à la limite de fatigue en torsion alternée symétrique τ_{-1}

Pour cet essai sans contrainte moyenne également, on a $\sigma_{hhm} = 0$ et $\tau_{hm} = 0$ quelle que soit la normale h.

$$E_h = a\,\tau_{ha}^2 + b\,\sigma_{hha}^2$$

$$[\sigma(t)] = \begin{bmatrix} 0 & \tau_{-1}\sin\omega t & 0 \\ \tau_{-1}\sin\omega t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\phi_h(t)] = [\sigma(t)][h] = \begin{bmatrix} \tau_{-1}\sin\gamma\sin\varphi\sin\omega t \\ \tau_{-1}\sin\gamma\cos\varphi\sin\omega t \\ 0 \end{bmatrix}$$

a. Contrainte normale

$\sigma_{hh}(t) = \overrightarrow{\phi_h(t)}.\vec{h} = \tau_{-1}\left[\sin^2\gamma\sin\varphi\cos\varphi + \sin^2\gamma\sin\varphi\cos\varphi\right]\sin\omega t$

$= 2\tau_{-1}\left[\sin^2\gamma\sin\varphi\cos\varphi\right]\sin\omega t$

D'où : $\sigma_{hha} = 2\tau_{-1}\left[\sin^2\gamma\sin\varphi\cos\varphi\right]$ et $\sigma_{hha}{}^2 = 4\tau_{-1}{}^2\sin^4\gamma\sin^2\varphi\cos^2\varphi$

b. Contrainte tangentielle

$\tau_{uh}(t) = \overrightarrow{\phi_h(t)}.\vec{u} = \tau_{-1}\sin\gamma\,(\cos^2\varphi - \sin^2\varphi)\sin\omega t$

$= \tau_{-1}\sin\gamma\cos 2\varphi\sin\omega t$

$= -\tau_{-1}\cos\varphi\sin\gamma\sin\varphi\sin\omega t - \tau_{-1}\cos\gamma\cos\varphi\sin\gamma\sin\varphi\sin\omega t$

$= -2\tau_{-1}\cos\gamma\cos\varphi\sin\gamma\sin\varphi\sin\omega t$

$= -\tau_{-1}\sin\gamma\cos\gamma\sin 2\varphi\sin\omega t$

Ainsi $\overrightarrow{\tau_h(t)} = \overrightarrow{\tau_{ha}(t)} = \tau_{-1}\sin\omega t\begin{bmatrix} \sin\gamma\cos 2\varphi \\ -\sin\gamma\cos\gamma\sin 2\varphi \\ 0 \end{bmatrix}_{u,v,h}$

$\tau_{ha}{}^2 = \tau_{-1}{}^2(\sin^2\gamma\cos^2 2\varphi + \sin^2\gamma\cos^2\gamma\sin^2 2\varphi)$

c. Calage du critère

$E_h = a\tau_{ha}^2 + b\sigma_{hha}^2 = \tau_{-1}{}^2\left[a(\sin^2\gamma\cos^2 2\varphi + \sin^2\gamma\cos^2\gamma\sin^2 2\varphi) + 4b\sin^4\gamma\sin^2\varphi\cos^2\varphi\right]$

En remplaçant E_h dans l'équation (**b.1**) on obtient :

$\int_0^\pi\int_0^\pi[a\sin^3\gamma\,(\cos^2 2\varphi + \cos^2\gamma\sin^2 2\varphi) + 4b\sin^5\gamma\sin^2\varphi\cos^2\varphi]d\varphi d\gamma = 2\pi\frac{\sigma_{-1}{}^2}{\tau_{-1}{}^2}$

$a\left[\int_0^\pi \sin^3\gamma d\gamma\int_0^\pi \cos^2 2\varphi d\varphi + \int_0^\pi \sin^3\gamma\cos^2\gamma d\gamma\int_0^\pi \sin^2 2\varphi d\varphi\right] +$

$4b\int_0^\pi \sin^5\gamma d\gamma\int_0^\pi \sin^2\varphi\cos^2\varphi d\varphi = 2\pi\frac{\sigma_{-1}{}^2}{\tau_{-1}{}^2}$

$a[I_3I_6 + I_5I_7] + 4bI_1I_4 = 2\pi\frac{\sigma_{-1}{}^2}{\tau_{-1}{}^2}$

Où : $I_6 = \int_0^\pi \cos^2 2\varphi d\varphi = \frac{\pi}{2}$

$I_7 = \int_0^\pi \sin^2 2\varphi d\varphi = \frac{\pi}{2}$

L'équation de calage en torsion alternée symétrique s'écrit donc :

$$a\left[\frac{4}{3}\frac{\pi}{2}+\frac{4}{15}\frac{\pi}{2}\right]+4b\frac{16}{15}\frac{\pi}{8}=2\pi\frac{\sigma_{-1}{}^{2}}{\tau_{-1}{}^{2}}$$

soit $\boxed{\frac{2}{5}a+\frac{4}{15}b=\frac{\sigma_{-1}{}^{2}}{\tau_{-1}{}^{2}}}$

3.3. Sur l'essai correspondant à la limite de fatigue en traction répétée σ_0

$$[\sigma(t)]=\begin{bmatrix}\frac{\sigma_0}{2}+\frac{\sigma_0}{2}\sin\omega t & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix}$$

$$[\phi_h(t)]=[\sigma(t)][h]=\begin{bmatrix}(\frac{\sigma_0}{2}+\frac{\sigma_0}{2}\sin\omega t)\sin\gamma\cos\varphi\\ 0\\ 0\end{bmatrix}$$

a. Contrainte normale

$\sigma_{hh}(t)=\overrightarrow{\phi_h(t)}.\vec{h}=(\frac{\sigma_0}{2}+\frac{\sigma_0}{2}\sin\omega t)\sin^2\gamma\cos^2\varphi$

D'où : $\sigma_{hha}=\frac{\sigma_0}{2}\sin^2\gamma\cos^2\varphi$ et $\sigma_{hha}{}^2=\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2\sin^4\gamma\cos^4\varphi$

$$\sigma_{hhm}=\frac{\sigma_0}{2}\sin^2\gamma\cos^2\varphi$$

b. Contrainte tangentielle

$\tau_{uh}(t)=\overrightarrow{\phi_h(t)}.\vec{u}=-(\frac{\sigma_0}{2}+\frac{\sigma_0}{2}\sin\omega t)\sin\gamma\cos\varphi\sin\varphi$

$$=-(\frac{\sigma_0}{2}+\frac{\sigma_0}{2}\sin\omega t)\sin\gamma\cos\gamma\cos^2\varphi$$

D'où $\tau_{ha}=\sqrt{\frac{\sigma_0{}^2}{4}\sin^2\gamma\cos^2\varphi\sin^2\varphi+\frac{\sigma_0{}^2}{4}\sin^2\gamma\cos^2\gamma\cos^4\varphi}$

$$\tau_{ha}{}^2=\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2\sin^2\gamma\cos^2\varphi(\sin^2\varphi+\cos^2\gamma\cos^2\varphi)$$

$$\tau_{hm}{}^2=\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2\sin^2\gamma\cos^2\varphi(\sin^2\varphi+\cos^2\gamma\cos^2\varphi)$$

$E_h=a\tau_{ha}{}^2+a.m\tau_{ha}{}^2\tau_{hm}{}^2+b\sigma_{hha}{}^2+b.n\sigma_{hha}{}^2\sigma_{hhm}$

$$E_h = a\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 \sin^2\gamma\cos^2\varphi\left(\sin^2\varphi + \cos^2\gamma\cos^2\varphi\right)$$
$$+ a.m\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4 \sin^4\gamma\cos^4\varphi\left(\sin^2\varphi + \cos^2\gamma\cos^2\varphi\right)^2 + b\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 \sin^4\gamma\cos^4\varphi$$
$$+ b.n\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^3 \sin^6\gamma\cos^6\varphi$$

Posons :

$$A_1 = \left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 \sin^2\gamma\cos^2\varphi\left(\sin^2\varphi + \cos^2\gamma\cos^2\varphi\right)$$

$$B_1 = \left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4 \sin^4\gamma\cos^4\varphi\left(\sin^2\varphi + \cos^2\gamma\cos^2\varphi\right)^2$$

$$C_1 = \left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 \sin^4\gamma\cos^4\varphi$$

$$D_1 = \left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^3 \sin^6\gamma\cos^6\varphi$$

$$E_h = a.A_1 + a.m.B_1 + b.C_1 + b.n.D_1$$

L'équation (**b.1**) s'écrit :

$$\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} E_h dS = 2\pi\sigma_{-1}^2$$

$$\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} (a.A_1 + a.m.B_1 + b.C_1 + b.n.D_1)dS = 2\pi\sigma_{-1}^2$$

$$a\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} A_1\, dS + a.m\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} B_1 dS + \int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} (b.C_1 + b.n.D_1)dS = 2\pi\sigma_{-1}^2$$

$$a\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} A_1\, dS = a\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 \left[\int_0^{\pi}\sin^3\gamma d\gamma * \int_0^{\pi}\cos^2\varphi\sin^2\varphi\, d\varphi + \int_0^{\pi}\sin^3\gamma\cos^2\gamma\, d\gamma * \int_0^{\pi}\cos^4\varphi\, d\varphi\right]$$

$$a\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} A_1\, dS = a\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 [I_3 I_4 + I_5 I_2]$$

$$a\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} A_1\, dS = a\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 \left[\frac{4}{3}\frac{\pi}{8} + \frac{4}{15}\frac{3\pi}{8}\right] = a\frac{4\pi}{15}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2$$

$$\text{a.m}\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} B_1 \mathrm{dS} = \text{a.m}\int_{0}^{\pi}\int_{0}^{\pi} \left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4 \sin^4\gamma\cos^4\varphi\left(\sin^4\varphi + 2\sin^2\varphi\cos^2\varphi\cos^2\gamma + \cos^4\varphi\cos^4\gamma\right)\mathrm{dS}$$

$$\text{a.m}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4\left[\int_0^{\pi}\sin^5\gamma d\gamma \int_0^{\pi}\cos^4\varphi\sin^4\varphi\, d\varphi + 2\int_0^{\pi}\sin^5\gamma\cos^2\gamma\, d\gamma\int_0^{\pi}\cos^6\varphi\sin^2\varphi d\varphi + \int_0^{\pi}\sin^5\gamma\cos^4\gamma d\gamma\int_0^{\pi}\cos\right.$$

Remarque:

$$\int_0^{\pi}\cos^4\varphi\sin^4\varphi\, d\varphi = \int_0^{\pi}\left(\frac{1}{2}\sin 2\varphi\right)^4 d\varphi = \frac{I_{14}}{16} \qquad \text{avec } I_{14} = \int_0^{\pi}\sin^4 2\varphi d\varphi = \frac{3\pi}{8}$$

$$\text{a.m}\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} B_1 \mathrm{dS} = \text{a.m}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4\left[\mathrm{I}_1\frac{I_{14}}{16} + 2\mathrm{I}_9\mathrm{I}_{17} + \mathrm{I}_{13}\mathrm{I}_{18}\right]$$

$$\text{a.m}\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} B_1 \mathrm{dS} = \text{a.m}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4\left[\frac{16}{15}\frac{3\pi}{16*8} + 2\,\frac{16}{105}\,\frac{5\pi}{128} + \frac{16}{315}\,\frac{35\pi}{128}\right] = \text{a.m}\frac{16\pi}{315}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4$$

$$\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi}(\text{b}.C_1 + \text{b.n}.D_1)\mathrm{dS}$$

$$= \text{b}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2\int_0^{\pi}\sin^5\gamma d\gamma * \int_0^{\pi}\cos^4\varphi d\varphi + \text{b.n}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^3\int_0^{\pi}\sin^7\gamma d\gamma * \int_0^{\pi}\cos^6\varphi d\varphi$$

$$\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi}(\text{b}.C_1 + \text{b.n}.D_1)\mathrm{dS} = \text{b}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2\mathrm{I}_1\mathrm{I}_2 + \text{b.n}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^3\mathrm{I}_{11}\mathrm{I}_{10}$$

$$\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi}(\text{b}.C_1 + \text{b.n}.D_1)\mathrm{dS} = \text{b}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2\frac{16}{15}\frac{3\pi}{8} + \text{b.n}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^3\frac{32}{35}\frac{5\pi}{16}$$

$$\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi}(\text{b}.C_1 + \text{b.n}.D_1)\mathrm{dS} = \frac{2\pi}{5}\text{b}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 + \frac{2\pi}{7}\text{b.n}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^3$$

$$\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi}(\text{a}.A_1 + \text{a.m}.B_1 + \text{b}.C_1 + \text{b.n}.D_1)\mathrm{dS} = 2\pi\sigma_{-1}^2$$

$$\boxed{\frac{4\pi}{15}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 + \text{a.m}\frac{16\pi}{315}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4 + \frac{2\pi}{5}\text{b}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 + \frac{2\pi}{7}\text{b.n}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^3 = 2\pi\sigma_{-1}^2}$$

$$42\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2\text{a} + 8\text{a.m}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4 + 63\text{b}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 + 45\text{b.n}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^3 = 315\sigma_{-1}^2$$

3.4. Sur l'essai correspondant à la limite de fatigue en torsion répétée τ_0

$$[\sigma(t)] = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\tau_0}{2} + \frac{\tau_0}{2}\sin\omega t & 0 \\ \frac{\tau_0}{2} + \frac{\tau_0}{2}\sin\omega t & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$[\phi_h(t)] = [\sigma(t)][h] = \begin{bmatrix} (\frac{\tau_0}{2} + \frac{\tau_0}{2}\sin\omega t)\sin\gamma\sin\varphi \\ (\frac{\tau_0}{2} + \frac{\tau_0}{2}\sin\omega t)\sin\gamma\cos\varphi \\ 0 \end{bmatrix}$$

a. Contrainte normale

$$\sigma_{hh}(t) = \overrightarrow{\phi_h(t)}.\vec{h} = (\tfrac{\tau_0}{2} + \tfrac{\tau_0}{2}\sin\omega t)[\sin^2\gamma\sin\varphi\cos\varphi + \sin^2\gamma\sin\varphi\cos\varphi]$$

$$= 2(\tfrac{\tau_0}{2} + \tfrac{\tau_0}{2}\sin\omega t)\ \sin^2\gamma\sin\varphi\cos\varphi$$

$$= (\tfrac{\tau_0}{2} + \tfrac{\tau_0}{2}\sin\omega t)\ \sin^2\gamma\sin 2\varphi$$

D'où $\sigma_{hha}{}^2 = \left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 \sin^4\gamma\sin^2 2\varphi$ et $\sigma_{hhm} = \frac{\tau_0}{2}\sin^2\gamma\sin 2\varphi$

b. Contrainte tangentielle

$$\tau_{uh}(t) = \overrightarrow{\phi_h(t)}.\vec{u} = (\tfrac{\tau_0}{2} + \tfrac{\tau_0}{2}\sin\omega t)[-\sin^2\varphi\sin\gamma + \cos^2\varphi\sin\gamma]$$

$$\tau_{uh}(t) = \overrightarrow{\phi_h(t)}.\vec{u} = (\tfrac{\tau_0}{2} + \tfrac{\tau_0}{2}\sin\omega t)\sin\gamma\cos 2\varphi$$

$$\tau_{vh}(t) = \overrightarrow{\phi_h(t)}.\vec{v} = (\tfrac{\tau_0}{2} + \tfrac{\tau_0}{2}\sin\omega t)[-\sin\gamma\sin\varphi\cos\gamma\cos\varphi - \sin\gamma\sin\varphi\cos\gamma\cos\varphi]$$

$$\tau_{vh}(t) = \overrightarrow{\phi_h(t)}.\vec{v} = -(\tfrac{\tau_0}{2} + \tfrac{\tau_0}{2}\sin\omega t)\sin\gamma\cos\gamma\sin 2\varphi$$

$$\tau_{ha}{}^2 = \tau_{uha}{}^2 + \tau_{vha}{}^2$$

$$\tau_{ha}{}^2 = \left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 [\sin^2\gamma\cos^2 2\varphi + \sin^2\gamma\cos^2\gamma\sin^2 2\varphi]$$

$$\tau_{hm}{}^2 = \tau_{uhm}{}^2 + \tau_{vhm}{}^2$$

$$\tau_{hm}{}^2 = \left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 [\sin^2\gamma\cos^2 2\varphi + \sin^2\gamma\cos^2\gamma\sin^2 2\varphi]$$

$$E_h = a\tau_{ha}{}^2 + a.m\tau_{ha}{}^2\tau_{hm}{}^2 + b\sigma_{hha}{}^2 + b.n\sigma_{hha}{}^2\sigma_{hhm}$$

$$E_h = a\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 [\sin^2\gamma\cos^2 2\varphi + \sin^2\gamma\cos^2\gamma\sin^2 2\varphi]$$
$$+ a.m\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4 [\sin^4\gamma\cos^4 2\varphi + 2\sin^4\gamma\cos^2\gamma\cos^2 2\varphi\sin^2 2\varphi$$
$$+ \sin^4\gamma\cos^4\gamma\sin^4 2\varphi] + b\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 \sin^4\gamma\sin^2 2\varphi + b.n\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^3 \sin^6\gamma\sin^3 2\varphi$$

Posons:

$$A_2 = \left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 [\sin^2\gamma\cos^2 2\varphi + \sin^2\gamma\cos^2\gamma\sin^2 2\varphi]$$

$$B_2 = \left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4 [\sin^4\gamma\cos^4 2\varphi + 2\sin^4\gamma\cos^2\gamma\cos^2 2\varphi\sin^2 2\varphi + \sin^4\gamma\cos^4\gamma\sin^4 2\varphi]$$

$$C_2 = \left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 \sin^4\gamma\sin^2 2\varphi$$

$$D_2 = \left(\frac{\tau_0}{2}\right)^3 \sin^6\gamma\sin^3 2\varphi$$

Ainsi : $E_h = a.A_2 + a.m.B_2 + b.C_2 + b.n.D_2$

L'équation (**b.1**) devient :

$$\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} E_h dS = 2\pi\sigma_{-1}^2$$

$$\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} (a.A_2 + a.m.B_2 + b.C_2 + b.n.D_2) dS = 2\pi\sigma_{-1}^2$$

$$a\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} A_2\, dS + a.m\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} B_2\, dS + b\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} C_2\, dS + b.n\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} D_2\, dS = 2\pi\sigma_{-1}^2$$

$$a\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} A_2\, dS = a\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 \int_0^{\pi}\int_0^{\pi} [\sin^2\gamma\cos^2 2\varphi + \sin^2\gamma\cos^2\gamma\sin^2 2\varphi]\, dS$$

$$a\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} A_2\, dS = a\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 \int_0^{\pi}\sin^3\gamma d\gamma \int_0^{\pi}\cos^2 2\varphi d\varphi + \int_0^{\pi}\sin^3\gamma\cos^2\gamma d\gamma \int_0^{\pi}\sin^2 2\varphi d\varphi$$

soit : $a\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} A_2\, dS = a\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 [I_1 I_6 + I_5 I_7] = a\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 \left[\frac{4}{3}\frac{\pi}{2} + \frac{4}{15}\frac{\pi}{2}\right] = = a\frac{4\pi}{5}\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2$

$a.m\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} B_2\, dS = a.m\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4 \int_0^{\pi}\int_0^{\pi} [\sin^4\gamma\cos^4 2\varphi +$
$2\sin^4\gamma\cos^2\gamma\cos^2 2\varphi\sin^2 2\varphi + \sin^4\gamma\cos^4\gamma\sin^4 2\varphi]\, dS$

$$a.m\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} B_2\ dS = a.m\ \left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4\left[\int_0^{\pi}\sin^5\gamma d\gamma * \int_0^{\pi}\cos^4 2\varphi d\varphi + 2\int_0^{\pi}\sin^5\gamma\cos^2\gamma d\gamma \int_0^{\pi}\cos^2 2\varphi\sin^2 2\varphi d\varphi + \int_0^{\pi}\sin^5\gamma\cos^4\gamma d\gamma\int_0^{\pi}\sin^4\varphi d\varphi\right]$$

$$a.m\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} B_2\ dS = a.m\ \left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4[I_1I_{12} + 2I_9I_{19} + I_{13}I_{14}]$$

$$= a.m\ \left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4\left[\frac{16}{15}\frac{3\pi}{8} + 2\frac{16}{105}\frac{\pi}{8} + \frac{16}{315}\frac{3\pi}{8}\right] = a.m\ \frac{16\pi}{35}\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4$$

$$b\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} C_2\ dS + b.n\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} D_2\ dS = b\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi}\sin^4\gamma\sin^2 2\varphi\ dS + b.n\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^3\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi}\sin^6\gamma\sin^3 2\varphi\ dS$$

$$b\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} C_2\ dS + b.n\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} D_2\ dS = b\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2\int_0^{\pi}\sin^5\gamma d\gamma * \int_0^{\pi}\sin^2 2\varphi d\varphi + b.n\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^3\int_0^{\pi}\sin^7\gamma d\gamma * \int_0^{\pi}\sin^3 2\varphi d\varphi$$

$$b\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} C_2\ dS + b.n\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} D_2\ dS = b\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 I_1I_7 + b.n\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^3 I_{11}I_{16}$$

$$b\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} C_2\ dS + b.n\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} D_2\ dS = b\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2\frac{16}{15}\frac{\pi}{2} + b.n\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^3\frac{32}{35} * 0$$

$$b\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} C_2\ dS + b.n\int_{\gamma=0}^{\pi}\int_{\varphi=0}^{\pi} D_2\ dS = b\frac{8\pi}{15}\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2$$

On obtient finalement la relation suivante :

$$a\ \frac{4\pi}{5}\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 + a.m\ \frac{16\pi}{35}\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4 + b\frac{8\pi}{15}\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 = 2\pi\sigma_{-1}^2$$

$$\boxed{42\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 a + 24\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4 a.m + 28\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 b = 105\ \sigma_{-1}^2}$$

Les quatre relations obtenues avec les calages du critère en traction alternée symétrique, en torsion alternée symétrique, en traction répétée et en torsion répétée permettent d'écrire le système suivant d'équations à quatre inconnues :

$$\begin{cases} \frac{2}{15}a + \frac{1}{5}b = 1 & (1) \\ \frac{2}{5}a + \frac{4}{15}b = \frac{\sigma_{-1}{}^2}{\tau_{-1}{}^2} & (2) \\ 42\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 a + 8\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4 a.m + 63\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 b + 45\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^3 b.n = 315\,\sigma_{-1}^2 & (3) \\ 42\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 a + 24\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4 a.m + 28\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 b = 105\,\sigma_{-1}^2 & (4) \end{cases}$$

La résolution du système d'équations donne :

$$a = \frac{9}{2}\left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 - 6$$

$$b = 9 - 3\left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2$$

$$a.m = \frac{105\sigma_{-1}^2 - 42\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 a - 28\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 b}{24\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4}$$

$$b.n = \frac{315\sigma_{-1}^2 - 42\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 a - 8\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4 a.m - 63\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 b}{45\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^3}$$

En multipliant les expressions précédentes par le coefficient $\frac{2}{15}$ (voir le formalisme du critère de Zenner) on aboutit aux expressions suivantes qui ont été données par l'auteur ([45], [46]).

$$\begin{cases} a_{zn} = \frac{1}{5}[3\left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2 - 4] \\ b_{zn} = \frac{1}{5}[6 - 2\left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2] \\ a_{zn} * m_{zn} = \frac{(\sigma_{-1})^2 - \left(\frac{\tau_0}{2}\right)^2 * \left(\frac{\sigma_{-1}}{\tau_{-1}}\right)^2}{\frac{12}{7}\left(\frac{\tau_0}{2}\right)^4} \\ b_{zn} * n_{zn} = \frac{(\sigma_{-1})^2 - \left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^2 - \frac{4}{21} a_{zn} * m_{zn}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^4}{\frac{15}{14}\left(\frac{\sigma_0}{2}\right)^3} \end{cases}$$

Annexe C : Récapitulatif de la banque de données des essais multiaxiaux

N° Série	Nombre d'essais	Auteurs	Année	Type de sollicitation	Matériau
100	9	Simbürger	1975	flexion-torsion	XC48
200	19	Simbürger	1975	traction-pression intérieure torsion-pression intérieure	XC48
300	17	Mielke	1980	traction-pression intérieure traction-torsion	25CrMo 4
400	17	Heidenreich, Richter, Zenner	1984	traction-torsion	34Cr4
500	24	Froustey, Lasserre	1988	flexion-torsion	30NCD1 6
600	23	Dubar	1992	flexion-torsion	30NCD1 6
700	19	Issler	1973	traction-pression intérieure traction-torsion-pression intérieure	St35
800	26	Gough,Pollard, Clenshaw	1951	flexion - torsion	S.65A
900	15	Heidenreich	1983	traction biaxiale-torsion	34Cr4
1000	10	Lempp	1977	flexion - torsion	42CrMo 4
1100	8	El Magd, Mielke	1977	flexion biaxiale	St60
1200	18	Baier	1970	traction - torsion	34CrMo 4
1300	5	Heidenreich, Zenner	1979	flexion - torsion	34Cr4
1400	8	Nishihara, Kawamoto	1945	flexion - torsion	Acier doux
1500	10	Nishihara, Kawamoto	1945	flexion - torsion	Acier dur
1600	2	Nolte	1973	traction - torsion	C35N
1700	3	Paysan	1970	traction - torsion	C35N

Annexe D : Fonctions de fatigue des critères pour chaque série d'essais de la banque de données

Les valeurs des fonctions de fatigue E pour les critères de Dang Van (DV) et de Zenner (ZN) pour chaque série de la banque de données d'essais sont données dans les tableaux suivants.

Série 100	DV	ZN
0101	0,94909	1,02729
0102	1,13199	1,09346
0103	0,99827	0,9823
0104	0,84868	0,89995
0105	0,72328	0,91652
0106	1,03751	0,97358
0107	0,68157	0,80248
0108	0,9916	1,00964
0109	0,64738	0,84279

Série 300	DV	ZN
0301	0,90466	0,92839
0302	1,01731	1,01649
0303	0,74122	0,83476
0304	0,98268	0,96073
0305	1,17903	1,03405
0306	1,16793	1,13901
0307	1,14651	1,18648
0308	1,06397	1,07694
0309	1,15397	0,97384
0310	0,99305	0,95392
0311	0,83693	0,88872
0312	0,76731	0,92779
0313	0,99877	0,89644
0314	0,93975	0,93763
0315	1,05683	0,89933
0316	1,00403	0,91485
0317	1,27275	1,06249

Série 200	DV	ZN
0201	0,81183	0,84684
0202	1,02654	0,91415
0203	0,98536	1,06603
0204	0,79404	1,01111
0205	1,32344	1,13608
0206	1,25668	1,0078
0207	1,0543	1,14014
0208	1,30779	1,29925
0209	1,39533	1,28111
0210	1,24088	1,20283
0211	1,07135	1,01326
0212	0,74649	0,81429
0213	0,68085	0,87104
0214	0,82772	0,87503
0215	0,93154	0,93426
0216	0,71867	0,89854
0217	0,94562	0,96728
0218	1,07915	0,94899
0219	1,09905	0,92986

Série 400	DV	ZN
0401	1,01975	0,98114
0402	1,05795	1,00392
0403	1,04173	0,99849
0404	1,01887	1,00289
0405	0,89138	0,9469
0406	0,77073	0,93275
0407	0,89138	0,9469
0408	0,88382	0,97605
0409	0,92682	0,97515
0410	1,02624	1,08885
0411	0,88748	1,01553
0412	0,76829	0,97607
0413	1,04305	1,03788
0414	0,83067	1,00992
0415	0,94808	1,02098
0416	0,93949	1,02339
0417	1,00959	1,03492

Série 500	DV	ZN
0501	1,00595	0,97067
0502	0,97668	1,07032
0503	0,89668	1,01717
0504	0,87475	1,00402
0505	0,91020	1,07509
0506	0,70436	0,89288
0507	1,02201	1,01621
0508	1,03510	1,00512
0509	0,99916	1,03224
0510	1,06558	1,08298
0511	0,98939	1,05379
0512	0,91390	1,01580
0513	0,76436	1,00275
0514	1,00352	1,07225
0515	0,92818	1,01497
0516	0,84718	0,95938
0517	1,01453	1,11582
0518	0,75354	1,01940
0519	1,05712	1,06322
0520	0,96684	1,00319
0521	0,70004	0,92133
0522	0,98379	0,99110
0523	0,90857	0,95919
0524	0,71262	0,95152

Série 600	DV	ZN
0601	0,98135	1,01531
0602	0,97639	1,03067
0603	1,01005	1,09182
0604	1,00926	0,97372
0605	1,09687	1,05630
0606	1,03455	0,97926
0607	0,97757	0,93811
0608	0,99494	0,92554
0609	1,04649	1,01443
0610	1,00174	1,01464
0611	1,04553	1,02360
0612	1,01760	1,00708
0613	0,68700	0,86798
0614	0,94622	0,94959
0615	0,76519	0,95048
0616	0,84442	0,90065
0617	0,76019	0,93301
0618	0,78071	0,95643
0619	0,99600	1,02081
0620	0,75219	0,94283
0621	0,97300	0,98963
0622	0,89913	0,95493
0623	0,92426	0,95581

Série 900	DV	ZN
0901	0,86714	0,97717
0902	0,88113	0,99785
0903	0,84898	0,94808
0904	1,01501	1,11972
0905	0,96793	1,11141
0906	1,14688	1,08011
0907	0,81118	0,91550
0908	1,16040	1,13383
0909	1,14509	1,08332
0910	1,02539	1,01917
0911	0,90639	1,01251
0912	1,08672	1,09396
0913	0,93295	1,06186
0914	1,06199	1,07204
0915	0,85784	0,98035

Série 700	DV	ZN
0701	0,95378	0,89614
0702	0,81730	0,83482
0703	0,93018	0,83870
0704	1,04305	0,89346
0705	1,02600	1,01866
0706	0,93495	0,96566
0707	0,96329	0,90903
0708	1,00000	0,90132
0709	1,01426	0,90527
0710	0,96094	0,89811
0711	1,03314	1,09769
0712	0,97950	1,00243
0713	0,97013	0,90554
0714	0,98666	0,88036
0715	0,95412	0,89051
0716	0,91752	0,88457
0717	0,96515	0,85089
0718	0,86951	0,90311
0719	0,86869	0,81734

Série 800	DV	ZN
0801	1,04390	0,98624
0802	0,91374	0,92400
0803	0,92452	0,96633
0804	0,94178	0,94689
0805	0,92465	0,94503
0806	1,04904	0,99655
0807	1,04904	1,01175
0808	0,99742	0,88390
0809	1,00427	0,90374
0810	0,93795	0,85482
0811	0,95984	0,79853
0812	0,91639	0,84195
0813	0,95175	0,79825
0814	0,92987	0,88368
0815	0,98409	0,85813
0816	1,04812	1,02669
0817	1,01695	0,96685
0818	0,99217	0,94768
0819	1,04677	0,98103
0820	1,07260	0,97520
0821	1,04771	0,94240
0822	1,01454	0,91344
0823	1,01666	0,88745
0824	0,94043	0,79073
0825	1,10175	0,98278
0826	1,00026	0,96983

Série 1100	DV	ZN
1101	1,00858	1,00742
1102	1,15789	1,08652
1103	1,13819	1,05518
1104	1,18688	1,08775
1105	1,18079	1,05947
1106	1,15789	1,08930
1107	1,20622	1,08759
1108	1,23755	1,08969

Série 1000	DV	ZN
1001	1,06655	1,02166
1002	1,10840	1,04162
1003	0,71859	0,85094
1004	0,80146	0,90652
1005	1,07546	1,05302
1006	0,84065	0,97589
1007	0,86675	0,89616
1008	0,71105	0,87024
1009	1,08443	1,01783
1010	0,88461	1,01257

Série 1200	DV	ZN
1201	1,06498	1,00686
1202	1,16350	1,05460
1203	1,10115	0,81669
1204	1,0000	1,00880
1205	0,92408	0,95620
1206	0,92408	0,99490
1207	0,82198	0,93056
1208	0,76963	0,98399
1209	0,23036	0,32216
1210	1,09116	1,05873
1211	0,95563	0,98729
1212	0,89788	1,01593
1213	0,73712	1,11619
1214	0,84483	0,94662
1215	1,15516	1,07647
1216	1,14767	0,98572
1217	1,19775	0,95845
1218	1,14945	0,76421

Série 1300	DV	ZN
1301	0,89848	1,06368
1302	0,99292	1,03346
1303	0,95017	1,01361
1304	1,03925	1,02560
1305	1,25849	1,39729

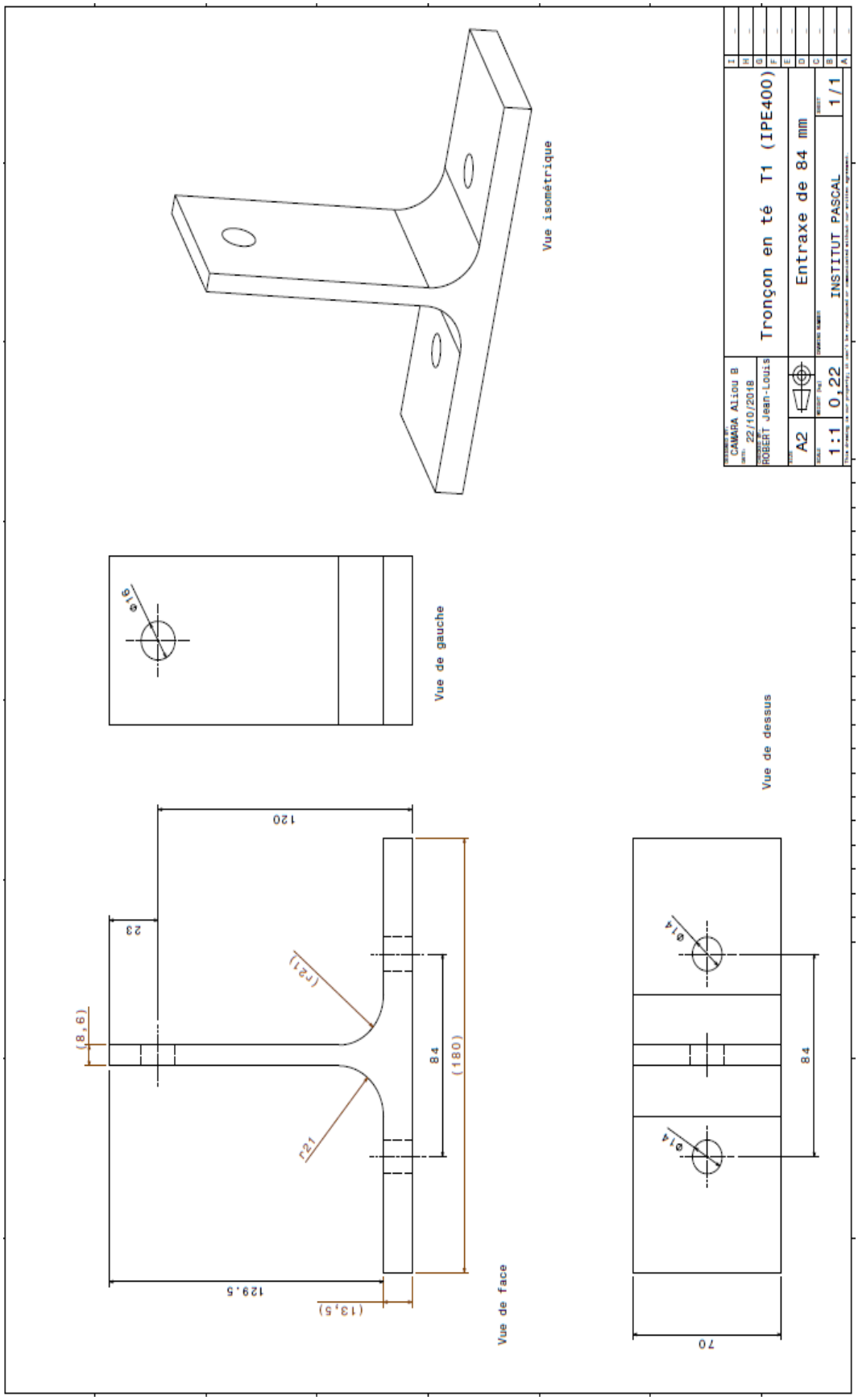
Série 1400	DV	ZN
1401	1,01618	0,98037
1402	1,03792	1,00908
1403	0,97282	0,96406
1404	0,97147	0,97703
1405	0,96621	1,01553
1406	0,95842	1,02097
1407	0,85531	1,05118
1408	0,97872	1,01643

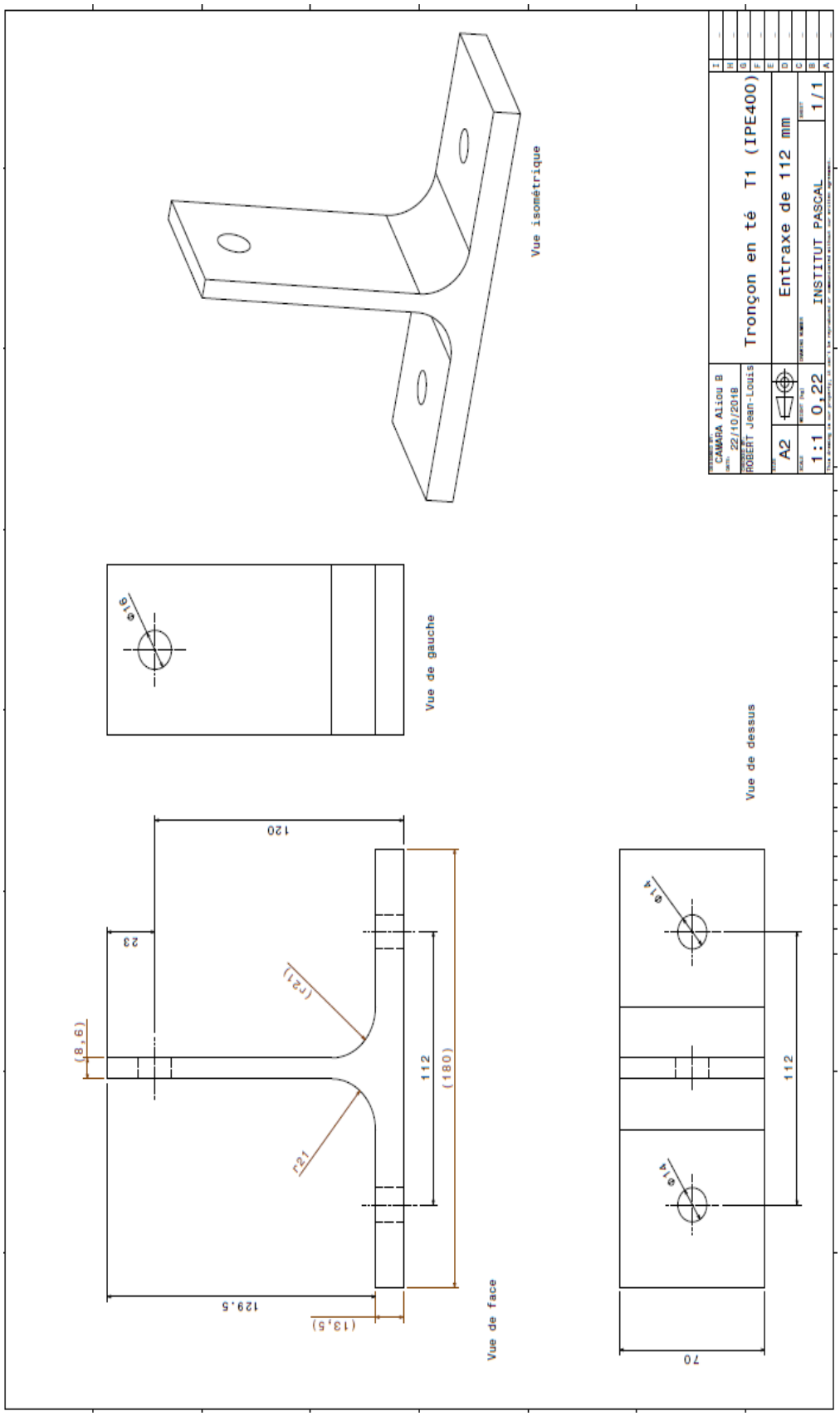
Série 1500	DV	ZN
1501	1,00932	0,95871
1502	1,04083	1,00130
1503	1,01709	1,00501
1504	1,00304	0,96550
1505	0,97551	0,97978
1506	0,93392	0,99955
1507	1,02411	1,00700
1508	0,93006	0,98805
1509	0,82165	0,99444
1510	0,97133	1,00684

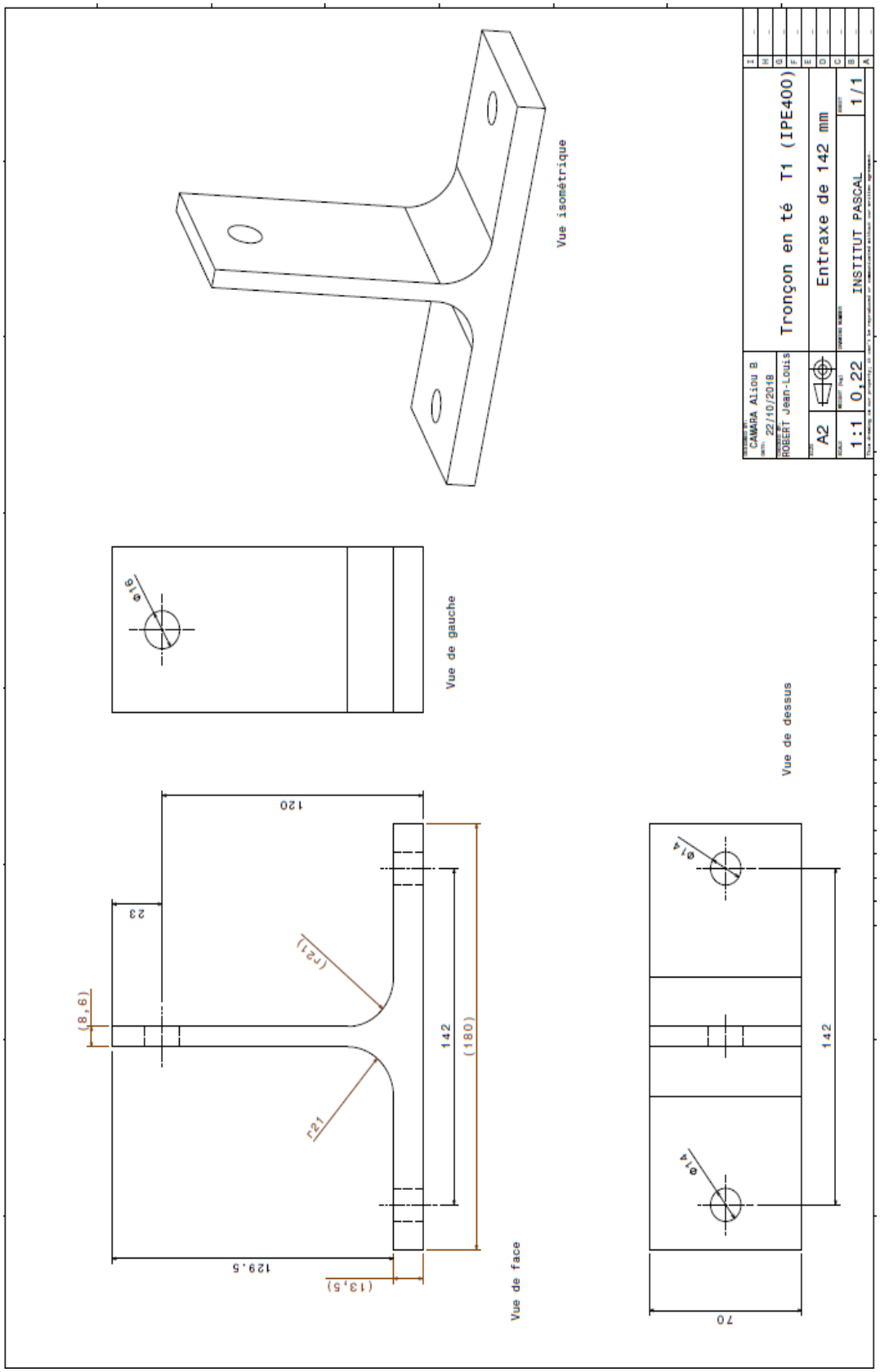
Série 1600	DV	ZN
1601	1,01463	1,02281
1602	1,01951	1,05155

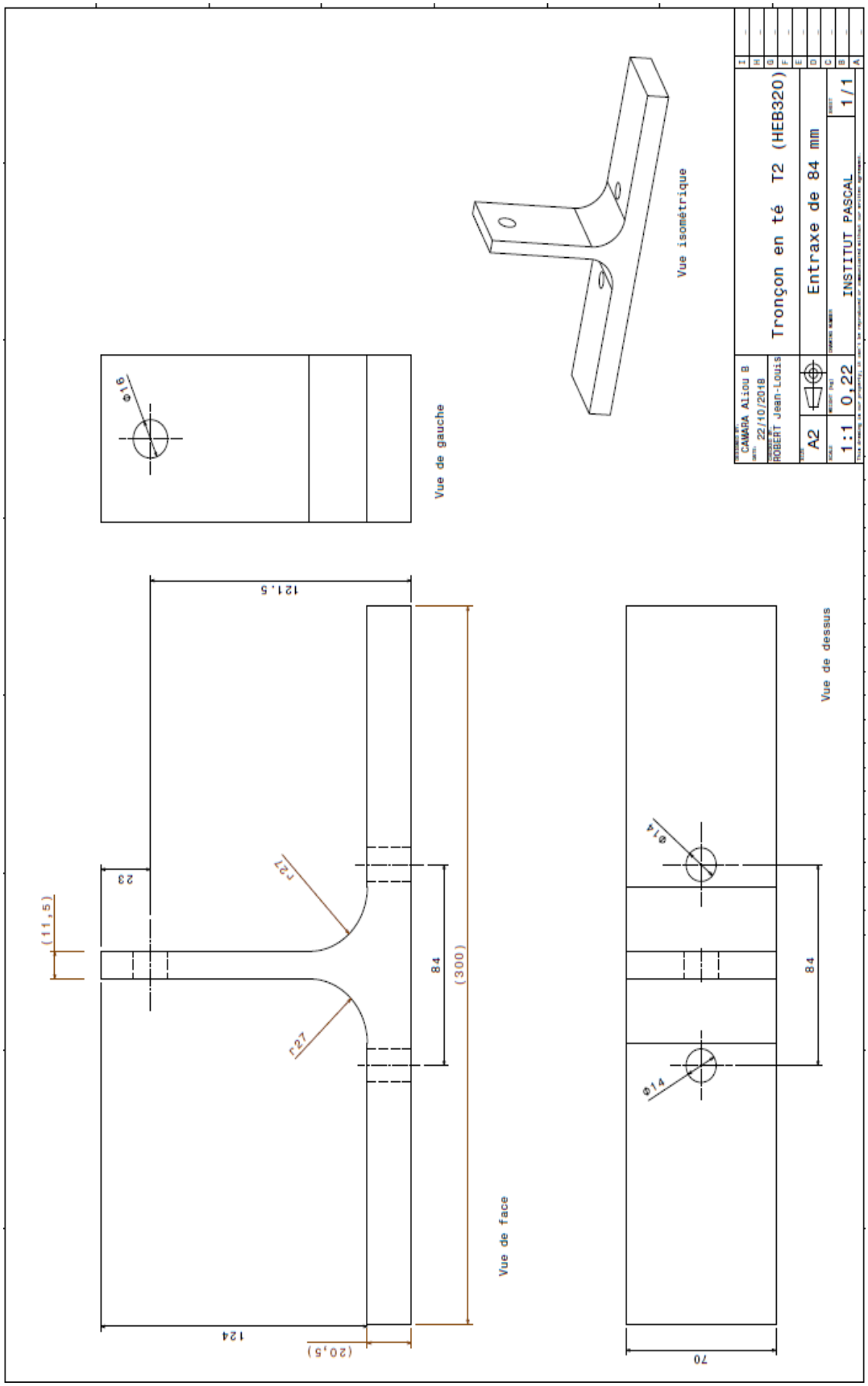
Série 1700	DV	ZN
1701	0,95238	0,95376
1702	0,93121	0,93661
1703	0,95238	0,96178

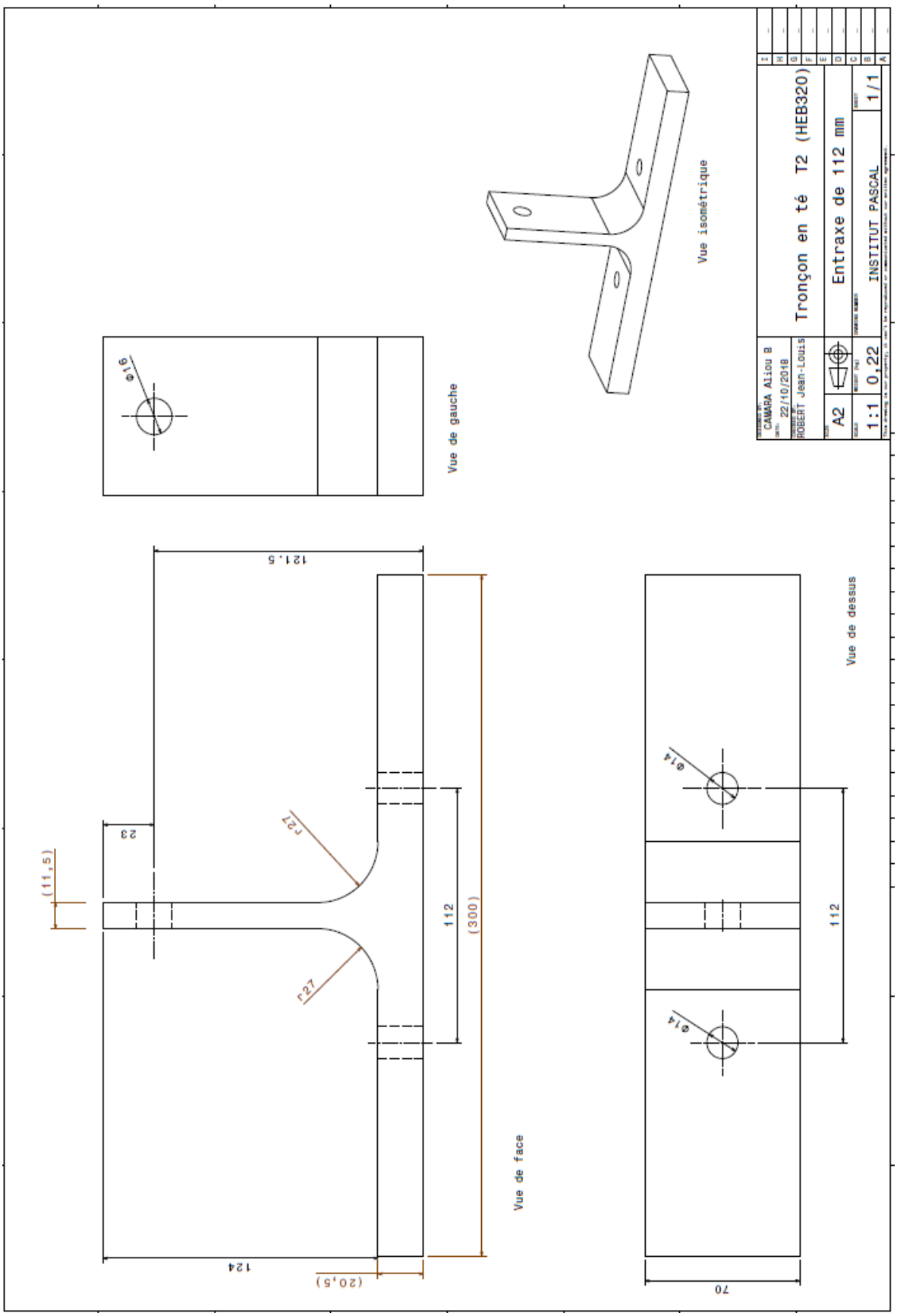
Annexe E : Dessins de définition des semelles du tronçon en té

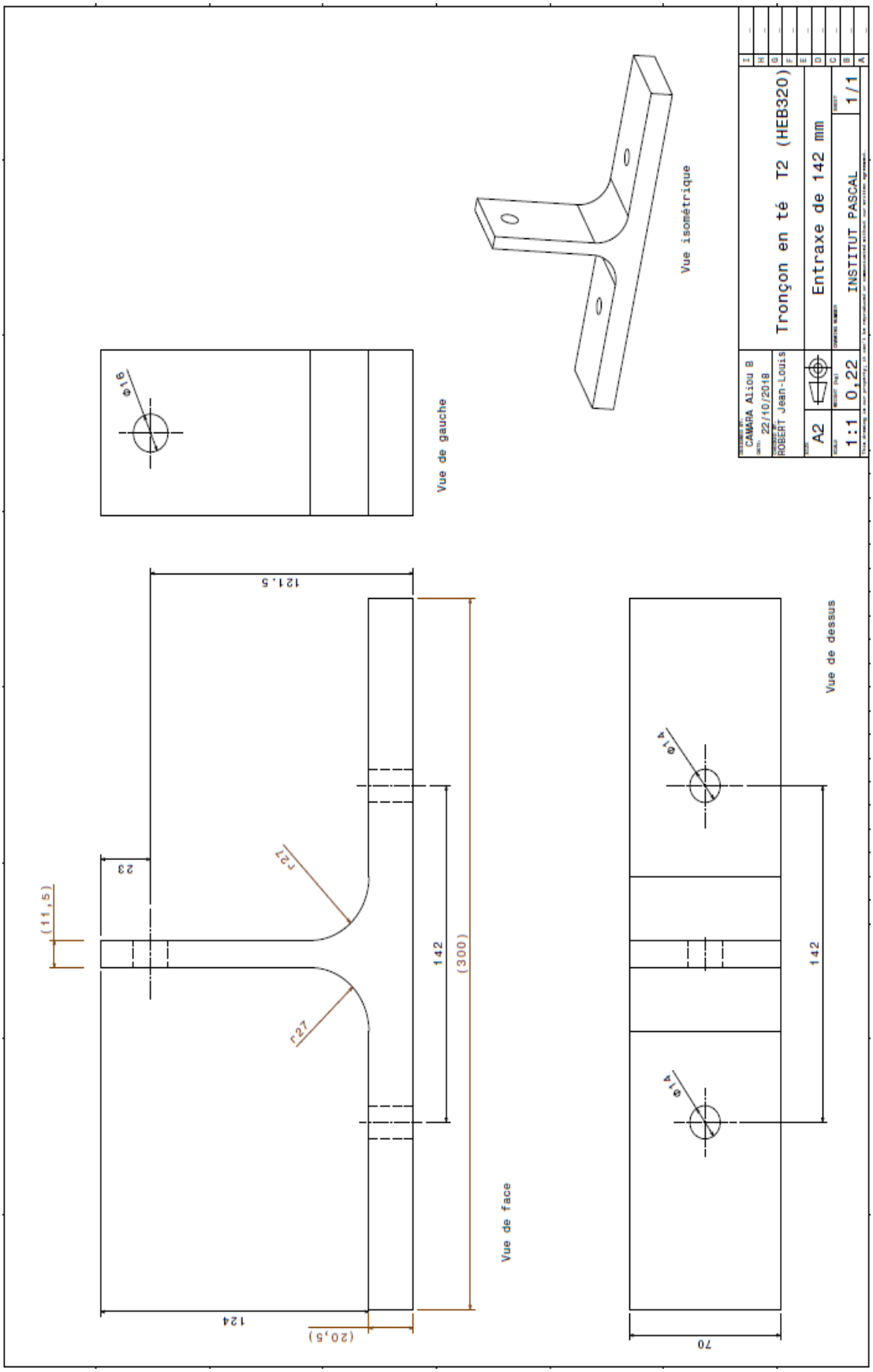



Vue isométrique
Vue de gauche
Vue de dessus
Vue de face
120
23
(8,6)
(r21)
r21
112
(180)
129,5
(13,5)
ø14
ø14
112
70
CAMARA Aliou B
22/10/2018
ROBERT Jean-Louis
Tronçon en té T1 (IPE400)
Entraxe de 112 mm
A2
1:1
0,22
INSTITUT PASCAL
1/1

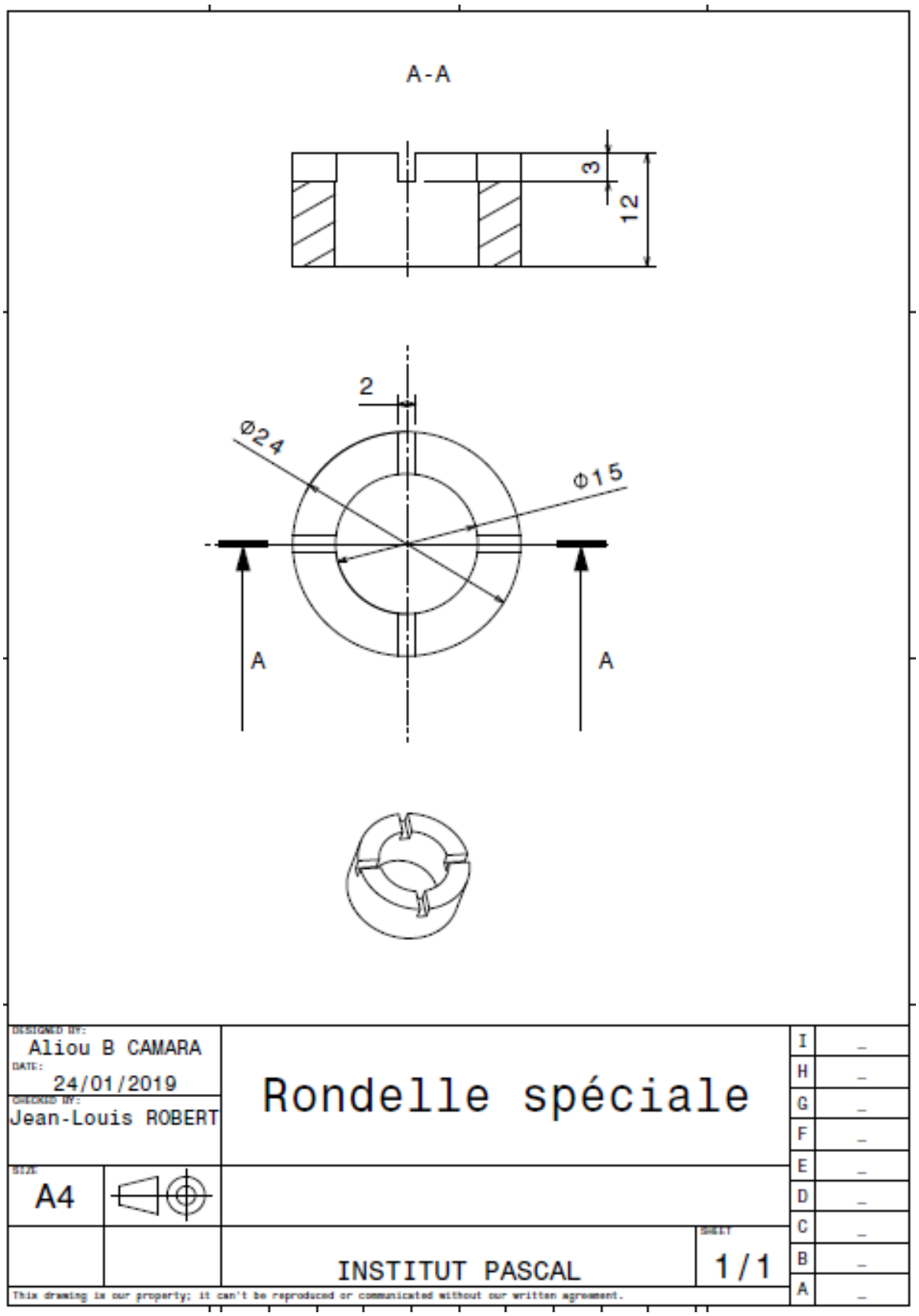

Vue isométrique
Vue de gauche
Vue de dessus
Vue de face
120
23
(8,6)
(r21)
r21
142
(180)
129.5
(13,5)
Ø16
Ø14
Ø14
142
70
CAMARA Aliou B
22/10/2018
ROBERT Jean-Louis
Tronçon en té T1 (IPE400)
Entraxe de 142 mm
A2
1:1
0,22
INSTITUT PASCAL
1/1


Vue isométrique
Vue de gauche
Vue de face
Vue de dessus
Tronçon en té T2 (HEB320)
Entraxe de 84 mm
INSTITUT PASCAL
CAMARA Aiou B
22/10/2018
ROBERT Jean-Louis
A2
1:1
0,22
1/1
121,5
23
(11,5)
r27
r27
84
(300)
124
(20,5)
Ø16
Ø14
Ø14
84
70

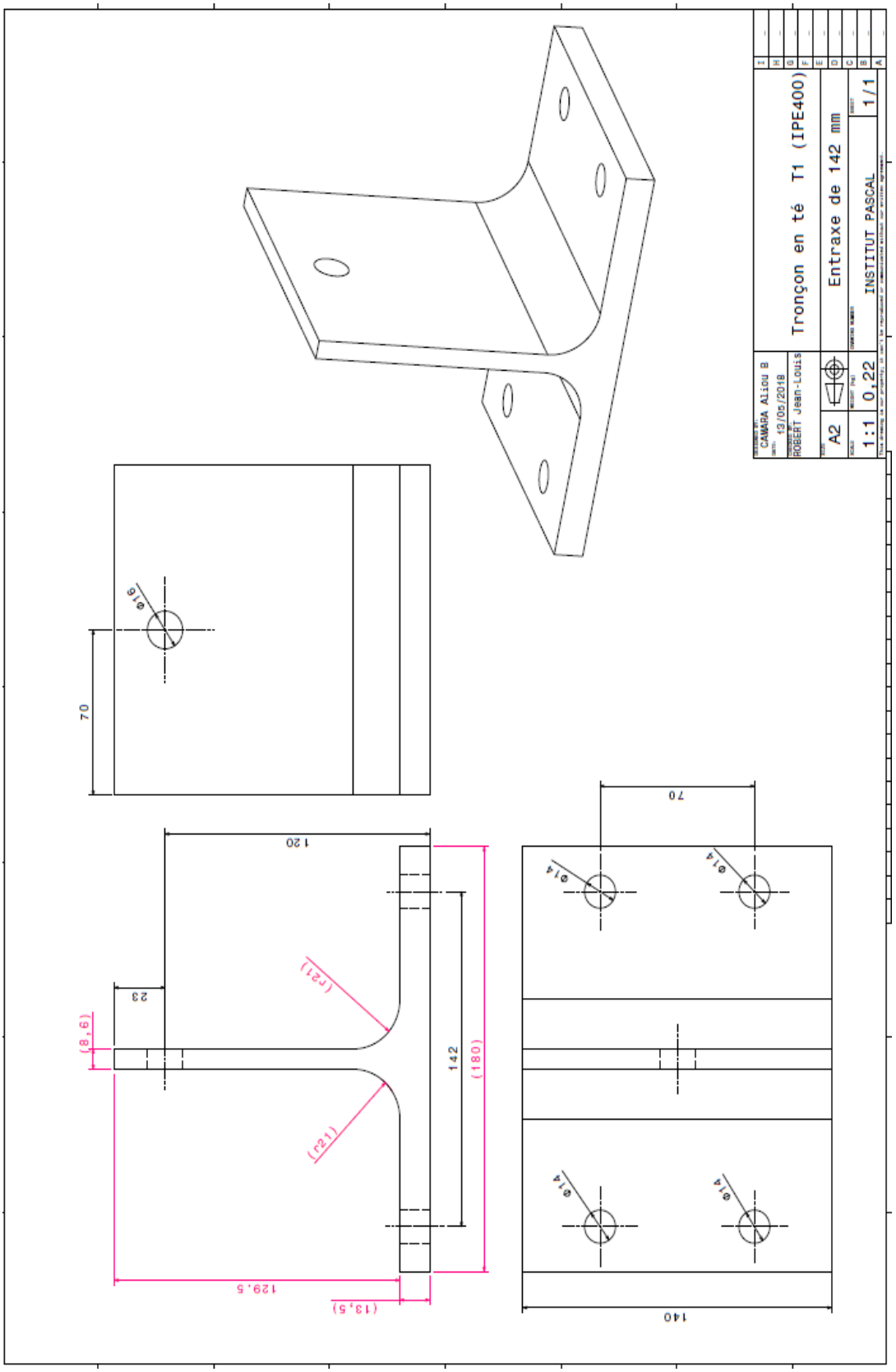

Tronçon en té T2 (HEB320)
Entraxe de 112 mm
INSTITUT PASCAL
1/1
CAMARA Aiou B
22/10/2018
ROBERT Jean-Louis
A2
1:1
0,22
Vue isométrique
Vue de gauche
Vue de face
Vue de dessus
121,5
23
(11,5)
r27
r27
112
(300)
124
(20,5)
Ø14
Ø14
112
70
Ø16


Tronçon en té T2 (HEB320)
Entraxe de 142 mm
INSTITUT PASCAL
1/1
A2
1:1
0,22
CAMARA Aiou B
22/10/2018
ROBERT Jean-Louis
Vue isométrique
Vue de gauche
Vue de face
Vue de dessus
121,5
23
(11,5)
r27
r27
142
(300)
124
(20,5)
ø16
ø14
ø14
142
70

Annexe F : Dessin de définition de la rondelle spéciale



Annexe G : Dessin de définition de la semelle du tronçon en té à 4 boulons pour l'entraxe de 142 mm



Annexe H : Contraintes alternées maximales (en MPa) obtenues numériquement et expérimentalement pour les 9 configurations géométriques en fonction des valeurs de la précharge

	0 kN						10 kN					
	Numérique			Expérimentale			Numérique			Expérimentale		
Cas	σ_a traction	σ_a flexion	σ_a totale	σ_a traction	σ_a flexion	σ_a totale	σ_a traction	σ_a flexion	σ_a totale	σ_a traction	σ_a flexion	σ_a totale
1	57,76	14,71	72,47	50,27	36,55	86,82	22,14	10,12	32,26	30,42	26,21	56,63
2	52,9	10,83	63,73	49,4	37,36	86,76	13,05	7,09	20,14	21,99	4,9	26,89
3	49,87	6,96	56,83	47,64	56,42	104,06	8,38	3,95	12 ,33	9,37	5,44	14,81
4	87,94	57,46	145,4	55,49	102,2	158,1	51,89	36,51	88,4	82,16	56,43	138,59
5	66,14	27,67	93,81	53,28	72,19	125,47	26,19	18,69	44,88	65,39	19,76	85,15
6	55,31	18,19	73,5	47,22	21,6	68.82	16,37	11,83	28,2	54,5	10,3	64,8
7	87,27	51,47	138,74	47,85	108,16	156,01	51,65	23,62	75,27	65,44	37,88	103,32
8	66,14	27,74	93,88	56,31	59,39	115,7	26,18	18,69	44,87	52,11	9,24	61,35
9	55,31	18,23	73,54	48,4	47,42	95,82	16,27	11,76	28,03	30,32	8,93	39,25

	20 kN						40 kN					
	Numérique			Expérimentale			Numérique			Expérimentale		
Cas	σ_a traction	σ_a flexion	σ_a totale	σ_a traction	σ_a flexion	σ_a totale	σ_a tractio n	σ_a flexion	σ_a totale	σ_a traction	σ_a flexion	σ_a totale
1	5,72	5,11	10,83	7,48	10,65	18,13	1,2	1,9	3,11	5,41	2,11	7,52
2	3,32	2,88	6,2	0,26	2,30	2,56	0,77	1,01	1,78	0,65	2,58	3,23
3	2,11	0,22	2,33	5,48	2,38	7,86	0,48	0,65	1,13	4,04	1,76	5,8
4	23,54	22	45,54	84,05	26,53	110,6	4,43	7,68	12,11	39,03	8,68	47,7
5	9,15	9,49	18,64	40	12,23	52,23	2,02	2,89	4,91	1,49	2,8	4,29
6	4,67	4,76	9,43	24,33	4,57	28,9	0,96	1,82	2,78	0,65	2,59	3,24
7	23,49	22,32	45,81	57,44	31,26	88,7	4,67	8,17	12,84	13,15	6,71	19,9
8	9	9,48	18,48	23,68	9,97	33,65	2,07	3,8	5,87	1,1	2,78	3,88
9	4,52	7,81	12,33	10,34	2,63	12,97				4,91	1,2	6,11