



HAL
open science

Stabilité des écoulements et interaction fluide structure dans les joints labyrinthe

Alexa Dairien

► **To cite this version:**

Alexa Dairien. Stabilité des écoulements et interaction fluide structure dans les joints labyrinthe. Autre. Université de Lyon, 2019. Français. NNT : 2019LYSEC038 . tel-03158489

HAL Id: tel-03158489

<https://theses.hal.science/tel-03158489>

Submitted on 3 Mar 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

MÉMOIRE DE THÈSE
présenté pour obtenir le titre de
DOCTEUR
DE
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

SPÉCIALITÉ MÉCANIQUE

ÉCOLE DOCTORALE MEGA
MÉCANIQUE - ÉNERGÉTIQUE - GÉNIE CIVIL - ACOUSTIQUE

par

Alexa DAIRIEN

**STABILITÉ DES ÉCOULEMENTS ET INTERACTION FLUIDE-STRUCTURE
DANS LES JOINTS LABYRINTHES**

Soutenue publiquement le 29 novembre 2019 devant le jury d'examen :

Marie-Annick GALLAND	Professeur, École Centrale de Lyon	Présidente
Emmanuel FOLTETE	Professeur, Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et des Microtechniques	Rapporteur
Jean-Luc DION	Professeur SUPMECA	Rapporteur
Anaïs BRANDELY	Docteur, Méthodes d'Interaction Fluide-Structure en Turbomachines, ARIANE-GROUP	Examineur
Sébastien LE MARTELOT	Docteur, Spécialiste turbomachines, CNES	Examineur
Fabrice THOUVEREZ	Professeur, École Centrale de Lyon	Directeur de thèse
Laurent BLANC	Maître de conférence, École Centrale de Lyon	Co-encadrant

Table des matières

Remerciements	6
Abstract	7
Résumé	8
1 Introduction	9
1.1 Contexte industriel	10
1.1.1 Généralités	10
1.1.2 Les joints labyrinthes	10
1.1.3 Enjeux industriels	11
1.1.4 Phénoménologie aéroélastique	12
1.2 État de l'art sur la stabilité des joints labyrinthes	13
1.2.1 Historique des approches analytiques nourries de constats expérimentaux	13
1.2.2 Synthèse sur les paramètres d'influence	16
1.2.3 Limites des modèles classiques : discordance Abbott-Alford	18
1.2.4 Apports et limites de la CFD	19
1.3 Organisation du mémoire	21
2 Conception et réalisation d'un banc d'essais	23
2.1 Description du banc	25
2.1.1 Cahier des charges fonctionnel	25
2.1.2 Solutions techniques retenues	25
2.1.3 Les configurations	27
2.2 Conception et dimensionnement	28
2.2.1 Dimensionnement mécanique du module d'essai	28
2.2.2 Ajout d'une composante circonférentielle...	30
2.2.3 Le circuit pneumatique	31
2.2.4 Choix du débitmètre et de la vanne de régulation	32
2.3 Instrumentation du banc d'essai	34
2.3.1 Structure	34
2.3.2 Air	36

2.4	Commissionnement	37
2.4.1	Illustrations des pièces réceptionnées	37
2.4.2	Analyse modale expérimentale	39
2.4.3	Maîtrise du centrage du jeu radial	41
2.4.4	Test d'étanchéité	43
2.4.5	Pilotage de l'arrivée d'air comprimé	43
3	Analyse des campagnes d'essais	46
3.1	Matrice d'essais	47
3.2	Protocole expérimental	48
3.3	Analyse temporelle et fréquentielle	51
3.3.1	Démarche	51
3.3.2	Traitement des déformées radiales	51
3.3.2.1	Reconstitution par interpolation de la déformée opérationnelle	51
3.3.2.2	Identification des diamètres nodaux des modes dominants dans le spectre	53
3.3.3	Influence du débit sur le comportement vibratoire du banc	54
3.3.3.1	Analyse des déplacements et des transformées de Fourier temporelles associées	54
3.3.3.2	Analyse de l'influence du débit sur les déformées opérationnelles	59
3.3.3.3	Liens avec les critères d'Alford et d'Abbott	60
3.3.3.4	Analyse des pressions stationnaires et instationnaires	61
3.3.4	Influence du preswirl	63
3.4	Conclusions	65
4	Modélisation d'un joint annulaire de cinématique de paroi purement radiale	66
4.1	Motivation et stratégie	68
4.2	Modélisation de l'écoulement	70
4.2.1	Propriétés de l'écoulement	70
4.2.1.1	Description eulérienne	70
4.2.1.2	Écoulement turbulent	71
4.2.2	Dynamique du fluide compressible : lois de conservation	71
4.2.2.1	Équation de continuité	72
4.2.2.2	Conservation de la « qdm » dans la direction orthoradiale	73
4.2.2.3	Équation de fuite	74
4.2.3	Conditions aux limites de l'écoulement	75
4.2.3.1	Modélisation de l'écoulement à la paroi	75
4.2.3.2	Limitation du débit par le blocage sonique	77
4.2.4	Linéarisation des équations	78
4.2.4.1	Méthode de perturbation	78
4.2.4.2	Écriture des équations stationnaires : ordre 0	79
4.2.4.3	Équations à l'ordre des perturbations : ordre 1	81

4.2.5	Résultats issus du modèle numérique à l'ordre 0	82
4.2.5.1	Validation par rapport aux résultats issus de la littérature	82
4.2.5.2	Exploitation des résultats	83
4.2.6	Confrontations essais/calculs des pressions stationnaires	84
4.2.7	Simplification du modèle fluide en vue de son couplage	85
4.2.7.1	Description du modèle à une cavité	85
4.2.7.2	Méthode de Galerkin	86
4.2.7.3	Modes d'écoulement de vitesse uniforme	87
4.3	Équation de la dynamique de paroi flexible	90
4.3.1	Vibrations de flexion d'un anneau circulaire	90
4.3.1.1	Énergie potentielle de flexion de l'anneau	91
4.3.1.2	Énergie cinétique	91
4.3.1.3	Travail des forces extérieures	92
4.3.1.4	Équations du mouvement du système autonome	92
4.3.2	Dissipation de Rayleigh	93
4.3.3	Affinement expérimental des paramètres modaux	93
4.3.3.1	Validation des fréquences propres du modèle numérique	93
4.3.3.2	Identification des coefficients d'amortissement	95
4.4	Couplage fluide-structure	96
4.4.1	Résolution monolithique	96
4.5	Analyse de stabilité	97
4.5.1	Indications sur la présentation générale des résultats	97
4.5.2	Tendances générales	99
4.5.3	Influence de paramètres géométriques	100
4.5.4	Influence de paramètres de sollicitation	103
4.5.5	Influence de paramètre de la loi pariétales	105
4.6	Confrontations calculs / essais : analyse de stabilité	107
4.7	Conclusion	110
5	Enrichissement du modèle de joint	111
5.1	Motivations et stratégies	112
5.2	Prise en compte des conditions aux limites...	113
5.2.1	Équations dynamiques	113
5.2.1.1	Énergie élastique de déformation	114
5.2.1.2	Énergie cinétique	116
5.2.1.3	Détermination du travail des efforts extérieurs	117
5.2.2	Analyses de stabilité relatives aux évolutions de la nouvelle cinématique pour une cavité	118
5.2.2.1	Comparaison avec le modèle d'anneau	118
5.2.2.2	Influence au paramètre du jeu radial	119

5.3	Prise en compte du couplage des n cavités	122
5.3.1	Mise en équations	122
5.3.2	Influence du nombre de dents sur la stabilité	123
5.4	Analyses de stabilité d'un modèle à trois cavités	124
5.4.1	Influence des paramètres géométriques : position des dents par rapport à l'encastrement	124
5.4.2	Influence des paramètres de modélisation : position amont/aval du support	126
5.4.3	Influence des paramètres de sollicitation	130
5.4.3.1	Variation du nombre de diamètres nodaux	130
5.4.3.2	Prise en compte d'une vitesse de rotation d'arbre	131
5.5	Conclusions	134
6	Conclusions générales et perspectives	135
	Appendices	138
A	Analyse modale EF de la casquette libre-libre	140
B	Analyse modale EF de la casquette encastree-libre	143
C	Équation de continuité	147
D	Quantité de mouvement orhoradiale	149
E	Équations de Childs à l'ordre 1	152
F	Démarche de vérification de l'hypothèse de fluide sonique	158
G	Variation de courbure dans le cas d'une poutre à faible courbure	159
H	Description de l'hypothèse de fluide bloqué	161
I	Caractéristiques des capteurs Kaman	163
	Index	171

Remerciements

J'adresse mes premiers remerciements au professeur Fabrice Thouverez pour m'avoir accordé sa confiance concernant ce passionnant sujet de recherche, pour la qualité de ses conseils et pour avoir su m'orienter vers des axes de travail pertinents. Ce travail fût, pour moi, une expérience unique très enrichissante tant sur les plans scientifiques qu'humains.

Je remercie Laurent Blanc pour la qualité de son encadrement, sa forte implication et sa disponibilité. Je le remercie d'avoir été à mes côtés pendant toute la durée de mes travaux de thèse et pour sa patience face à mes questions parfois alambiquées. Enfin, je le remercie particulièrement pour son soutien sur les derniers mois qui ont précédé la soutenance.

Ensuite, je remercie l'ensemble des membres de mon équipe pour m'avoir accueilli et soutenu durant toutes ces années. J'adresse également de profonds remerciements à : — Bruno Moreira, en charge de la conception et du dimensionnement du banc d'essai. Je le remercie pour son travail et sa collaboration sur ce sujet, mais surtout, pour sa positivité, la qualité de son français (meilleur que le mien) et pour avoir travaillé à mes côtés dans la joie et la bonne humeur tout simplement — Stéphane Lemahieu pour son regard d'expert face à certaines de mes interrogations et pour son pragmatisme. Je le remercie chaleureusement pour son implication, son écoute, son soutien et son amitié — Bernard Jeanpierre pour son aide très précieuse au démarrage de mes travaux expérimentaux — Isabelle Tixier pour son aide généreuse sur des sujets qui me paraissaient parfois plus compliqués que mes équations. Je parle bien sûr de tout l'aspect administratif des thèses parfois complexe et biscornu.

Je remercie tous les thésards de ma génération avec une pensée particulière pour Colas, Pierre, Jean-Loup, Mathieu et Cécile. Je n'oublie pas mon camarade ami et confident Christophe Droz qui m'a toujours prêté une oreille attentive et pour toute l'empathie dont il a fait preuve à mon égard (#zona).

Impossible d'aller plus loin dans ces remerciements sans y ajouter ceux que je tiens à adresser au docteur Kevin Soobbarayen. Son soutien fût inconditionnel et mis à rude épreuve. Je le remercie d'avoir mis des paillettes dans ma vie. C'est pour cette raison que je lui dédie en partie ces travaux.

Je remercie ma famille pour leur amour, leur soutien et pour m'avoir toujours suivie et accompagnée dans mon parcours scolaire un tantinet atypique.

Je remercie profondément Gérald qui, la thèse enfin achevée, continue d'être à mes côtés et partage mon quotidien. Sa présence est, sans aucun doute, une véritable preuve d'amour. Je le remercie d'avoir été un pilier pour moi dans les moments où je me mettais à douter (et ils furent nombreux !).

Je clôture ces remerciements en remerciant mon petit bébé Titouan, qui était dans mon ventre le jour de la soutenance. Titouan m'a, sans l'ombre d'un doute, donné la force d'aller au bout et d'affronter mes peurs.

Abstract

Aerospace turbopumps usually use labyrinth gas seals to prevent the gas driving the turbine to leak in the gap between the rotor and the stator parts. Current trends in turbopumps design focus on the minimization of the clearance, so as to optimise the efficiency, and on the reduction of the stator weight. However, these trends may lead to aeroelastic stability issues which can damage the structure, mainly static parts according to post-mortem observations.

To tackle these new challenges, more predictive models must be devised in order to take the stator flexibility and the leakages into account. The purpose of this work is to carry out a numerical investigation on an advanced labyrinth gas seal model comprising a non-deformable rotor, and a flexible stator. The flexibility of the static part induces pressure and velocity fluctuations within the leakage flow. The model retains several cavities formed by the teeth located on the shaft. Eventually, a strong coupling between the fluid and the structure is assumed.

The model governing the behaviour of the flow in a cavity is inspired by Childs analytical model and Navier-Stokes equations. The model of the flow is then coupled to a mechanical model corresponding to the stator. The structure can be supported on the low pressure side as well as on the high pressure side. Taking into account those boundary conditions allows a direct comparison with results given by Abbott.

The coupled system obtained includes non linear differential equations. To overcome these nonlinearities a perturbation method is used, as proposed by Childs. To solve this two-dimensional problem a Galerkin approach with a Fourier transform with respect to the space variables is used.

This investigation takes into account a full coupling between the dynamics of the stator, including diameter modes, and the behavior of the labyrinth seal, providing new interesting insights on the dynamic of such system, especially in terms on aeroelastic stability.

Keywords : turbomachinery, fluid-structure coupling, labyrinth gas seal, nonlinear system.

Résumé

Des joints labyrinthes sont utilisés dans les turbopompes spatiales pour limiter les fuites du gaz qui entraîne la turbine dans l'interstice séparant le rotor du stator. Les tendances actuelles sont à la minimisation des jeux (pour optimiser le rendement) et à l'allègement du stator. Ces contraintes conduisent à l'apparition d'instabilités qualifiées d'aéroélastique qui peuvent mener à l'endommagement des structures internes de la turbine, notamment au niveau des parties statoriques selon des analyses post-mortem. Ces évolutions rendent nécessaires l'élaboration de modèles plus prédictifs au niveau de la prise en compte des fuites et de la souplesse du stator.

L'objet de ce travail est de développer un modèle numérique avancé de joint labyrinthe prenant en compte un rotor non déformable et un stator flexible. La souplesse de la partie statorique induit des variations de pression et de vitesse au sein de l'écoulement. Le modèle peut comporter plusieurs cavités, le rotor peut être mis en rotation et les dents sont positionnées sur l'arbre.

Le modèle d'écoulement développé est inspiré des travaux de Childs et utilise les équations simplifiées de Navier-Stokes. Le modèle de fluide est couplé à un modèle de dynamique des structures correspondant au stator (anneau ou cylindre). La structure peut être encastrée du côté des hautes pressions ou des basses pressions. La prise en considération de cette condition aux limites permet une confrontation précise des résultats avec les travaux d'Abbott. Le système fluide-structure obtenu comprend des équations non-linéaires aux dérivées partielles. Pour s'affranchir de ces non linéarités, une méthode de perturbation est utilisée. Pour résoudre ce problème à deux dimensions (en temps et en espace), une approche de Galerkin est utilisée.

Ces développements prennent alors en considération un couplage fort entre le fluide et la structure, incluant les modes à diamètres et le comportement du joint labyrinthe. Les résultats obtenus apportent de nouvelles perspectives sur l'approche actuelle des instabilités aéroélastiques.

Keywords : turbomachine, couplage fluide-structure, joint labyrinthe, non linéarités.

Chapitre 1

Introduction

Les travaux de cette thèse, réalisés au sein de l'École Centrale de Lyon, s'inscrivent dans le cadre d'un partenariat entre l'équipe DySCO (Dynamique des Systèmes COMplexes) rattaché au Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes (LTDS), l'entreprise Airbus Safran Launchers (ASL) et le Centre National d'Étude Spatiale (CNES). Les travaux de cette thèse sont co-financés par ces deux derniers. Ce chapitre introduit le contexte scientifique de l'étude et présente une revue bibliographique de l'existant sur le sujet. Une première partie donne quelques généralités sur les joints labyrinthes ainsi que leur principe de fonctionnement. Ensuite, les problématiques liées aux interactions entre le fluide et les structures environnantes sont détaillées. Ces interactions peuvent conduire à l'endommagement des composants dans les cas les plus sévères. De nombreux travaux traitant de ces interactions et des critères de stabilité du joint labyrinthe ont été développés. Les contraintes industrielles actuelles qui motivent la réalisation de ces travaux de thèse font l'objet d'une troisième et dernière partie de ce chapitre.

Sommaire du chapitre

1.1	Contexte industriel	10
1.1.1	Généralités	10
1.1.2	Les joints labyrinthes	10
1.1.3	Enjeux industriels	11
1.1.4	Phénoménologie aéroélastique	12
1.2	État de l'art sur la stabilité des joints labyrinthes	13
1.2.1	Historique des approches analytiques nourries de constats expérimentaux	13
1.2.2	Synthèse sur les paramètres d'influence	16
1.2.3	Limites des modèles classiques : discordance Abbott-Alford 18	
1.2.4	Apports et limites de la CFD	19
1.3	Organisation du mémoire	21

1.1 Contexte industriel

1.1.1 Généralités

Les moteurs-fusées sont des produits complexes et fortement contraints. Leur fonction principale est de fournir la poussée nécessaire pour propulser le véhicule qu'ils équipent. Mais ces systèmes propulsifs doivent résister à des sollicitations extrêmes imposées par l'environnement et par leur propre fonctionnement. Leur conception, fabrication et utilisation intègrent aussi le respect des réglementations relatives aux activités spatiales et environnementales en vigueur. Elles doivent aussi garantir un coût de mise en œuvre et d'exploitation qui soit concurrentiel.

La poussée générée au décollage obéit au principe d'action-réaction de Newton. Celle-ci est rendue possible en partie grâce à la conception de moteurs à réaction. L'efficacité de ces moteurs repose essentiellement sur la maximisation de la pression des ergols : c'est précisément le rôle d'une turbopompe (Cf. figure 1.1). Ces systèmes complexes sont des turbomachines qui produisent des ergols à haute pression afin d'alimenter une chambre de combustion. Elles sont constituées d'une succession de roues fixes et mobiles qui forment des étages de la turbine et de la pompe qui produisent des ergols à hautes pressions afin d'alimenter la chambre de combustion.

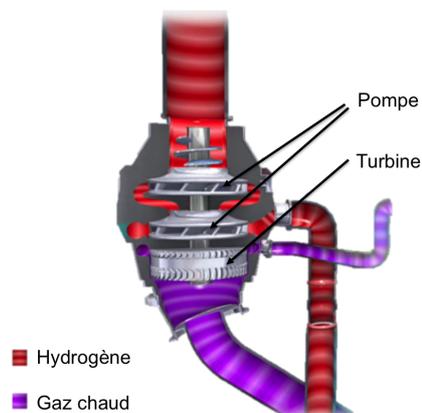


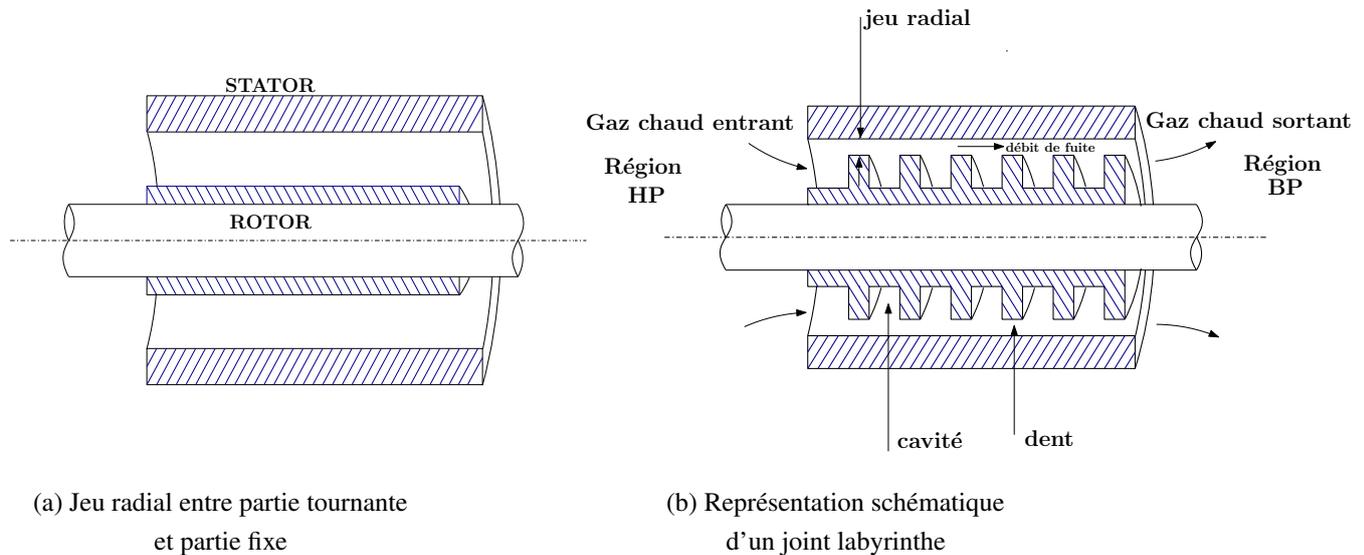
FIGURE 1.1 – Illustration d'une turbopompe

Les turbopompes sont, par nature, des systèmes dynamiques sujets à des sollicitations thermodynamiques extrêmes : les gaz chauds qui circulent à l'intérieur subissent des changements de température, de pression ; ils sont comprimés, redirigés et détendus par l'action des parties fixes et tournantes de la turbine. Des sollicitations dynamiques des structures environnantes sont générées par l'action de ces écoulements de fluide. Le couplage qui s'opère entre le fluide et les structures environnantes entretient les vibrations qui peuvent s'amplifier et nuire à la stabilité du système. Ces phénomènes d'instabilité peuvent générer des chargements cycliques susceptibles d'engendrer la ruine de certains éléments de la structure.

1.1.2 Les joints labyrinthes

Le rendement d'une turbopompe est particulièrement lié au jeu radial existant entre la partie fixe et la partie tournante de la turbine qui entraîne la pompe (Cf. figure 1.2a). En effet, les gaz sous hautes pressions peuvent fuir vers les régions basses pressions à travers ces espaces. Afin d'augmenter leur performance, il est nécessaire de minimiser ce jeu. Il existe différents types d'étanchéité avec contact dans le milieu industriel comme les joints nommés brush seals [83], les honeycomb seals, et les joints abrasables, etc. Il existe aussi une solution technologique sans contact qui repose sur le principe d'une étanchéité par perte de charge : une succession de cavités annulaires, séparées par

des léschettes (ou dents), est aménagée entre le rotor et le stator. (Cf. figure 1.2b).



(a) Jeu radial entre partie tournante et partie fixe

(b) Représentation schématique d'un joint labyrinthe

FIGURE 1.2 – Minimisation du jeu radial

L'étanchéité n'est donc pas totale puisqu'elle autorise un certain débit de fuite appelé débit secondaire (cf. Figure 1.2b). En revanche, c'est une solution viable et relativement simple à mettre en œuvre dans des conditions d'utilisation extrêmes. Il existe plusieurs types de joints labyrinthes (cf. figure 1.3) :

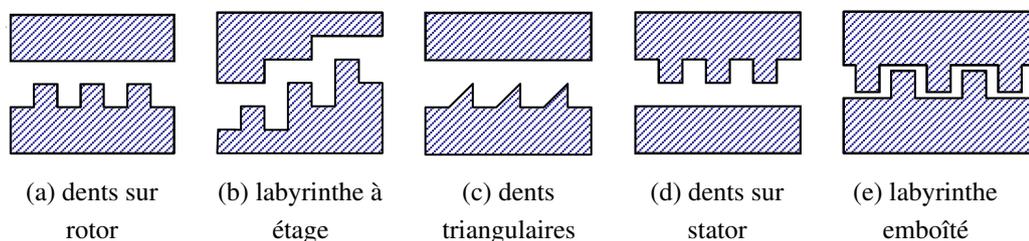


FIGURE 1.3 – Quelques exemples de géométries de joint labyrinthe [76]

Il y a trois manières d'améliorer l'étanchéité d'un tel joint [74].

- Réduire le jeu radial tout en évitant les frottements.
- Améliorer la qualité des matériaux abrasables déposés sur les parties fixes /ou tournantes pour éviter l'endommagement lors de prises de contact accidentelles.
- Augmenter les pertes de charge en complexifiant la géométrie du joint labyrinthe.

1.1.3 Enjeux industriels

Dans ce souci d'optimisation du rendement de la turbine, deux phénomènes doivent être pris en compte :

- la minimisation du jeu radial, devant améliorer l'étanchéité entre les régions hautes pressions (HP) et basses pressions (BP), entraîne des variations de pression et de vitesse beaucoup plus grande dans la cavité. Outre l'influence des conditions aux limites ou de la géométrie du système, nous verrons qu'il est important de porter une attention particulière à la modélisation

des efforts d'interaction fluide-paroi liés aux propriétés intrinsèques de la structure (matériau, rugosité, etc.) et de l'écoulement (nombre de Reynolds, viscosité, etc.) ;

- en parallèle, l'allègement des structures conduit à rendre plus souples les parties statoriques, mettant ainsi en défaut l'hypothèse de stator rigide de Childs [38]. Cela conduit à reconsidérer les hypothèses avancées dans la littérature en considérant cette fois que les variations du débit axial et de la pression interne du joint, par couplage, dépendent aussi de la déformabilité du stator.

C'est l'association de ces deux phénomènes qui mène à l'apparition d'une instabilité aéroélastique : la structure se déforme sous l'effet d'un écoulement. Aujourd'hui, et dans le cadre de ces travaux de recherche, ces deux phénomènes sont à prendre en considération.

En effet, les joints labyrinthes peuvent être responsables eux aussi d'instabilités et le siège de phénomènes de fatigue. Des tests ont démontré que le joint labyrinthe et les éléments structuraux environnants ont été le siège de ruptures par fatigue à hautes puissances et hautes vitesses angulaires du rotor. Aussi, des essais sur moteur de type Vulcain 2, menés par le groupe ASL [64], ont montré l'apparition de fortes vibrations en tout début d'essai engendrant une détérioration précoce d'une partie statorique de turbine (fissures sur l'ensemble des aubes du stator au niveau de la zone de fixation du stator). L'un des phénomènes physiques privilégiés pour expliquer le problème rencontré est celui du couplage entre la vibration du stator, l'acoustique interne dans le volume annulaire du joint et l'écoulement instationnaire circulant à travers le joint.

1.1.4 Phénoménologie aéroélastique

Le diagramme de Hodson (cf. figure 1.6) présenté dans les travaux de thèse de Callot [29] permet de situer le cadre de ces travaux de thèse parmi les diverses origines des phénomènes vibratoires présentes dans les écoulements de turbomachines tels que la résonance ou à la réponse forcée du système. Le flottement est lié à un phénomène instationnaire, périodique et décorrélé de la vitesse de rotation de l'arbre.

Les autres causes de vibrations peuvent être purement mécanique, lorsque la partie fixe (ou la partie tournante) du joint est excitée par des efforts externes entraînant une réponse de résonance, par exemple, lorsque la fréquence de rotation du joint tournant est égale à la fréquence à laquelle vibre le stator. Par exemple, on retrouve ce type de défaillance dans la publication d'Alford [3] où des fissures se sont propagées le long d'une soudure entre le cône d'attache et le stator.

Des efforts acoustiques peuvent aussi apparaître en tant qu'ondes stationnaires, ondes tournantes ou résonances de cavités qui peuvent coïncider avec une résonance mécanique en fréquence ou en vitesse de propagation de modes propres à diamètres associés.

Au niveau de la turbine basse pression (BP) en particulier, les vitesses d'écoulement sont plus faibles et les géométries élancées des parties fixes conduisent à des fréquences propres basses. Les fréquences réduites [31] dans les turbines BP sont proches de 1 ce qui entraîne un niveau de couplage fort entre le fluide et la structure favorisant l'apparition d'une instabilité aéroélastique, appelée flottement. Au dessus d'une vitesse critique de l'écoulement, il peut arriver que les propriétés aérodynamiques de la structure soient telles que l'énergie de ces oscillations soit captée par la structure qui n'arrive plus à dissiper. L'amplitude vibratoire augmente alors progressivement dans le temps sous l'effet de l'écoulement instationnaire.

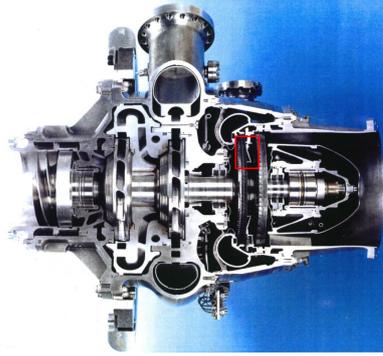


FIGURE 1.4 – Vue en coupe de la turbopompe à hydrogène du moteur Vulcain - cadre rouge : position du joint labyrinthe



FIGURE 1.5 – Zoom sur joint labyrinthe

Le processus d'apparition de ce type de flottement dans notre cas d'étude est le suivant : les efforts engendrés par l'écoulement dans le joint déforment la structure, cette déformation modifie l'écoulement de l'air à travers le joint qui modifie à son tour la déformation, etc. On parle alors de vibrations auto-entretenues du joint, qui sont d'autant plus destructrices lorsque le système est très peu amorti.

1.2 État de l'art sur la stabilité des joints labyrinthes

Afin de cadrer les objectifs de la thèse, l'état de l'art présenté ici va permettre d'isoler les caractéristiques du couplage aéro-élastique et les paramètres d'influence à l'intérieur du joint.

1.2.1 Historique des approches analytiques nourries de constats expérimentaux

De nombreux cas de défaillances au niveau des joints labyrinthes sont rapportés dans les publications et sont attribués à l'apparition d'instabilités. Les premières publications concernant les effets des joints labyrinthes sur la dynamique du rotor datent des années 1960 et sont proposées par Alford ([3], [4]) et Ehrich [44] qui introduit une première approche avec fluide bloqué, c'est-à-dire basée sur l'hypothèse de limitation du débit du fluide par une onde de choc sonique au niveau de la dernière léchette du joint ([40]). Ehrich est aussi le premier à montrer que le jeu radial, mesuré entre le sommet des dents et la surface en regard, a une influence sur la stabilité du joint. Alford [3] établit qu'une instabilité aéroélastique est susceptible de se produire lorsque la déflexion radiale atteint une valeur déterminée de manière empirique. Cependant, ce critère n'est en réalité pas un critère d'instabilité. Il mesure en effet la déformation induite par une onde de pression dont l'amplitude est égale à la moitié de la différence de pression aux bornes du joint. Aussi, l'auteur se place dans

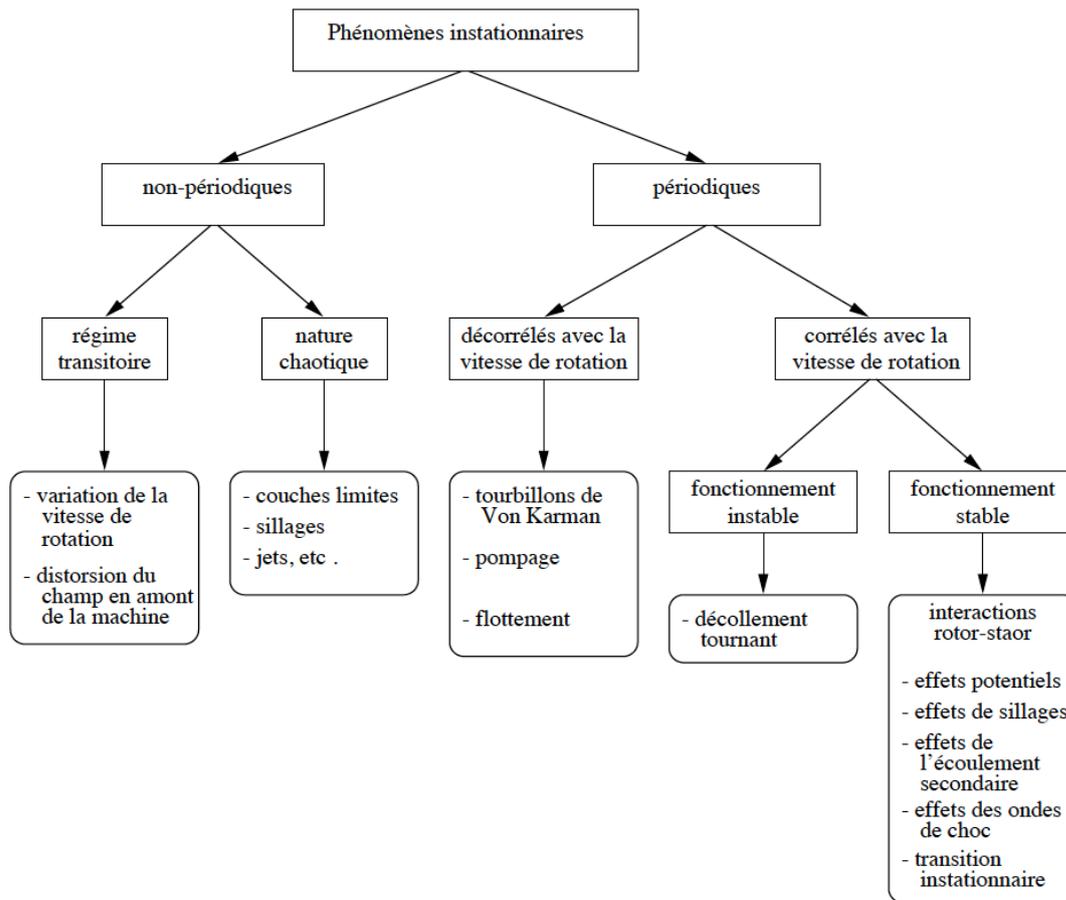
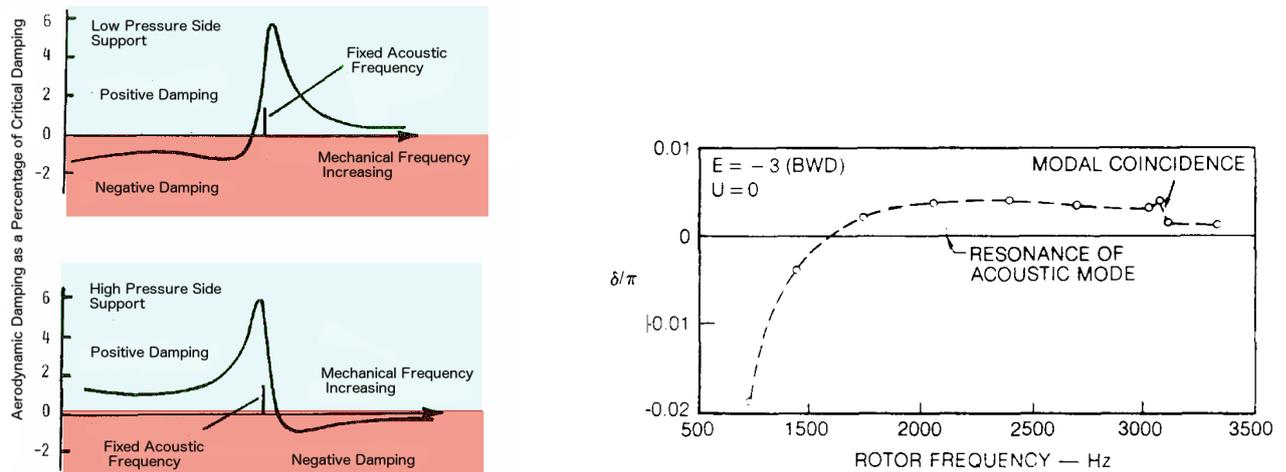


FIGURE 1.6 – Origines des principaux phénomènes instationnaires présents dans les écoulements de turbomachines [29]

des conditions où la vitesse circonférentielle du fluide ainsi que sa viscosité sont négligées et où seul l'effet de compressibilité du gaz est considéré.

Bien que le critère ne soit qu'indirectement lié à l'instabilité, ses fondements expérimentaux méritent d'être approfondis.

Lewis et al. [71] puis Abbott [2] ont enrichi le modèle d'Alford en introduisant la vitesse de l'écoulement circonférentiel. Ce modèle analytique de joint stationnaire (sans rotation de l'arbre) couple des oscillations de structure essentiellement radiales à un modèle d'écoulement instationnaire d'air circulant dans les cavités. Ce système admet une unique cavité, deux lécettes, un stator rigide et la variation de pression respecte un processus isentropique. Abbott observe alors que la stabilité aéroélastique du joint dépend aussi du ratio entre la fréquence naturelle du joint et la fréquence acoustique de la cavité (Cf. figure 1.7a) : dans le cas où le joint est supporté du côté des hautes pressions, le système est stable tant que la fréquence structurale est inférieure à la fréquence de résonance acoustique. Les efforts aéroélastiques atteignent un maximum lorsque ces deux fréquences coïncident. Passé ce seuil, lorsque la fréquence mécanique devient plus grande que la fréquence acoustique, le système devient instable. Cette tendance s'inverse lorsque, le joint est supporté du côté des basses pressions. Bien que l'article proposé par Abbott ne donne que très peu de détails sur la géométrie du joint et sur la paramétrisation du modèle, le critère de stabilité aéroélastique issu de ses travaux est aujourd'hui largement utilisé. D'autre part, les recherches de



(a) Stabilité du joint labyrinthe supporté côté basse pression (image du dessus) et côté basse pression (image du dessous) (Abbott[2])

(b) Influence de la rigidité du rotor sur la stabilité du joint (Srinivasan [103])

FIGURE 1.7 – Influence du support du joint labyrinthe

Srinivasan et al. [103] montrent des courbes de stabilité qui sont comparables à celles fournies par Abbott. Cependant, une absence de « pic » d'amplitude au niveau de la coïncidence entre la fréquence mécanique et acoustique est à noter dans les travaux de Srinivasan (Cf. figure 1.7b). Aussi, le modèle analytique va plus loin que celui d'Abbott en incluant, en plus de l'écoulement circumférentiel, la flexibilité à la fois de la partie fixe et de la partie tournante suivant des modes à diamètres. Ses résultats montrent que l'interaction entre le fluide, le mode du rotor et le mode du stator peut engendrer un mécanisme susceptible de rendre le système instable. Aussi, selon ses travaux (figure 1.7b), une chute de l'amortissement aérodynamique se produit lors de la coïncidence entre les deux modes de structure : c'est une façon de détecter l'instabilité.

Le rapport de synthèse du projet européen ROSTADYN [98] concernant des travaux numériques sur la stabilité aéroélastique des joints labyrinthes - et qui réunissait entre autres Turbomeca, VAC, Rolls Royce,1 - sont en accord avec les conclusions d'Abbott [2].

Schuck et Nordmann ([54] [55]) de l'université de Darmstadt ont mené des essais d'aéroélasticité sur des joints labyrinthes. L'originalité des résultats vient des valeurs élevées de fluctuations de pression dans les cavités autour du joint qui semblent en partie provenir de la configuration particulière comprenant une cavité très longue.

En 1986, Childs et Scharrer [33] s'appuient sur les travaux de Kostuyk [65], Iwatsubo [61] et Kuroachi [66] et proposent un modèle de dynamique du rotor d'un joint annulaire avec écoulement d'air à multiples cavités. L'hypothèse avancée est que l'arbre de la turbomachine se désaxe et provoque dans sa rotation un mouvement elliptique du centre du rotor autour de sa position au repos. L'excentricité engendrée entraîne des fluctuations de pression et de vitesse dans les cavités du joint qui vont à leur tour pouvoir amplifier le mouvement de décentrement de l'arbre, entraînant in fine l'apparition d'instabilités aéroélastiques. Le modèle intègre, en particulier, la variation du jeu radial ainsi que la prise en compte d'une vitesse circumférentielle d'entrée pour décrire le champ d'écoulement. Les résultats analytiques sont en assez bonne corrélation avec les travaux expérimentaux de Wachter et Benckert ([62], [19]).

1.2.2 Synthèse sur les paramètres d'influence

Influence du jeu radial

Au-delà des paramètres précédemment utilisés dans l'énoncé de critères, on retrouve d'autres cas de défaillances dues à l'apparition d'une instabilité aéroélastique comme l'étude du joint labyrinthe de F100 de Pratt & Whitney menée par Lewis [71] où l'influence du jeu radial, comme dans Erich [44], est de nouveau soulignée.

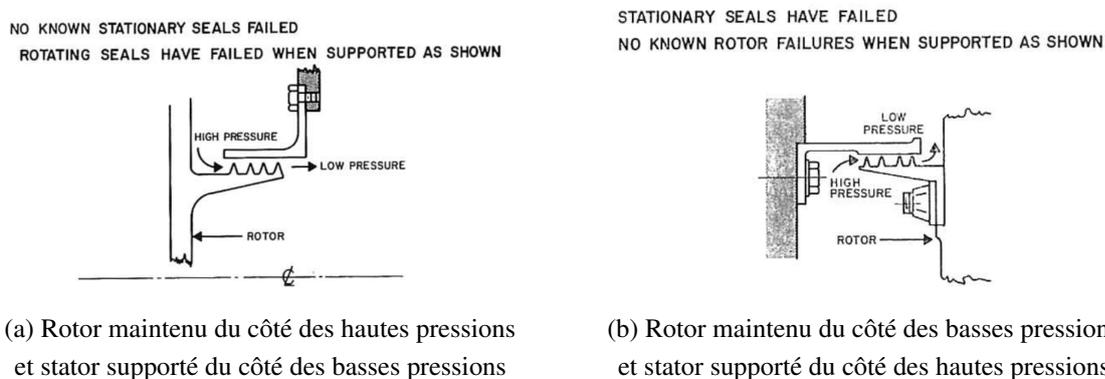
L'abrasion de la partie fixe entraîne un agrandissement du jeu radial d'entrée rendant le système stable. En 1979, Lewis présente une étude expérimentale exhaustive portant sur le véritable joint labyrinthe du turboréacteur F100 qui met notamment en avant l'importance du jeu radial situé au niveau de la première dent et déclare que le flottement du joint peut être évité en maîtrisant la taille de ces jeux.

L'ouverture du jeu au niveau de la première dent entraîne une augmentation du débit de fuite qui peut être compensée en réduisant le jeu au niveau de la quatrième dent de 0.0015 in.

D'autre part, Lewis et al. [71] confirment les avancées d'Ehrich [44] en révélant, par une étude expérimentale et analytique d'un joint labyrinthe de turbofan, l'importance du jeu radial situé au niveau de la première dent sur la stabilité aéroélastique globale du joint labyrinthe tournant.

Influence des conditions d'encastrement de la partie fixe du joint

Une partie des travaux d'Alford montre, par l'expérience, que la stabilité aéroélastique du joint dépend de la position d'encastrement de la partie statorique du côté des hautes / basses pressions (cf. figure 1.8). En effet, ses travaux indiquent que des joints fixes (partie fixe du joint) supportés du côté des hautes pressions ont tous soufferts de rupture par HCF (High Cycle Fatigue) (cf. figure 1.8b). La même règle s'applique pour la partie tournante (cf. figure 1.8a).



(a) Rotor maintenu du côté des hautes pressions et stator supporté du côté des basses pressions

(b) Rotor maintenu du côté des basses pressions et stator supporté du côté des hautes pressions

FIGURE 1.8 – Configurations de joint labyrinthe [3]

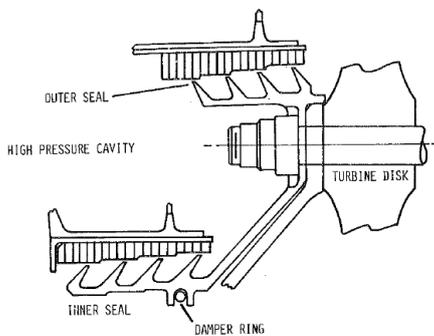
Influence de la géométrie du joint

Ehrich souligne que les paramètres géométriques influencent la stabilité du joint, comme le montre l'étude de cas présentée dans ses travaux [44], où une légère augmentation du diamètre d'un joint engendrait la défaillance des éléments du rotor d'une turbine de propulsion à gaz. Des études conduites sur deux géométries (l'originale et celle avec le diamètre agrandi) ont recensé un cas d'instabilité sur le plus grand diamètre où le mode tournant à deux diamètres nodaux ressortait des mesures de vibration. Or, comme le mentionne Qingyuan dans son travail de thèse [93] une hypothèse doit cependant être faite : il n'est pas mentionné dans les travaux d'Ehrich de quel côté est supportée la partie tournante du joint mais il est plausible que ce dernier soit supporté du côté des basses pressions. Alors, l'élargissement du diamètre du joint aurait placé la fréquence méca-

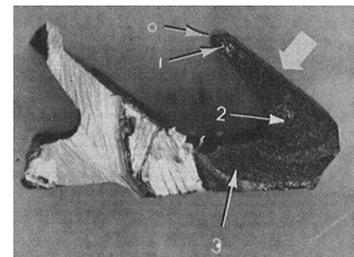
nique du premier mode à diamètre bien en dessous de la fréquence acoustique à même nombre de diamètres nodaux. Selon le critère d'Abbott [2], le système est bien instable dans cette configuration.

Paramètres mis en évidence par les solutions contre le flottement issues de la littérature

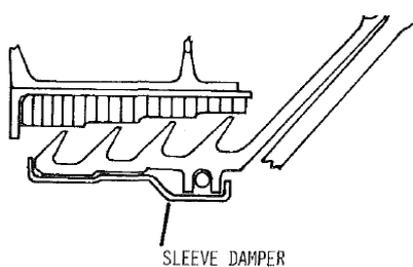
Plusieurs solutions pour pallier aux instabilités de flottement ont été développées. L'une d'entre elles consiste à augmenter l'amortissement mécanique de la structure. Abbott [2], rapporte dans ses travaux que des zones de fissuration dues à ces instabilités ont été observées sur les joints intérieurs (« inner seal ») de certains design. Une étude expérimentale a été menée sur un joint labyrinthe intérieur et extérieur (cf. figure 1.9a) dans les conditions de pression et de débit réelles d'un moteur. Le mode à trois diamètres nodaux est identifié par les capteurs de déplacements et des oscillations de pression sont mesurées en phase avec les déplacements, ce qui est un cas typique d'instabilité aéroélastique. En plus du critère que propose Abbott dans ses travaux, une solution est apportée aux problèmes de fissuration des joints internes. Cette solution s'appuie sur une reconception de l'anneau-amortisseur représenté en figure (cf figure 1.9a). Le design de l'amortisseur a été repensé et est représenté (cf figure 1.9c).



(a) Représentation d'un joint interne et externe



(b) Rupture par fatigue d'un joint interne - la numérotation indique la direction de propagation de la fissure



(c) « Sleeve damper »

FIGURE 1.9 – Travaux d'Abbott [2]

Des brevets ont aussi été déposés comme celui de El-Aini [47] en 2010 qui propose un dispositif d'amortissement à lamelles ressort et/ou à billes pour la partie du joint qui est fixe. Ces dispositifs se sont montrés efficaces pour amortir des vibrations d'amplitudes comprises entre 20 à 200g, à des fréquences allant jusqu'à 12 kHz. Pour les parties tournantes, un dispositif à jonc amortisseur est décrit par Coghlan et al [35] de Rolls Royce. Alford privilégie ces dispositifs amortissants du fait de leur efficacité vis-à-vis de différentes origines vibratoires (i.e vibrations du moteur, action du

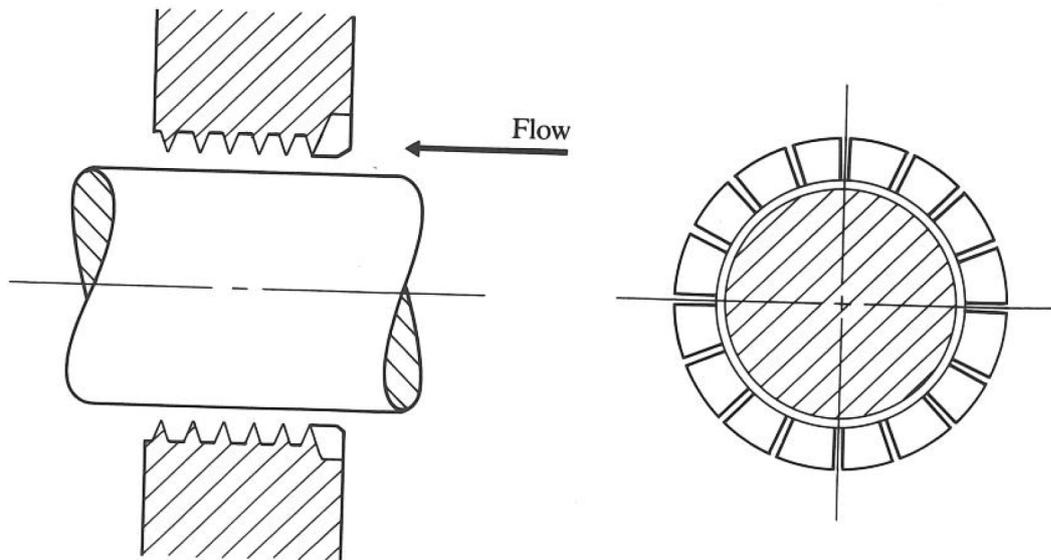


FIGURE 1.10 – Briseur de preswirl en entrée du labyrinthe

fluide sur les structures environnantes, etc.). À terme, les travaux présentés ici pourront servir à prédire l'efficacité de tels dispositifs.

D'autres dispositifs anti-flottement ont montré l'importance de la trajectoire du fluide spirant à l'intérieur du joint (preswirl) sur les conditions de stabilité. En effet, la rotation du fluide engendre des effets de raideurs croisées déstabilisants. Des dispositifs pour briser ces écoulements ont été développés comme ceux équipant la turbopompe oxygène à hautes pressions (HTOTP) du moteur principal de la navette spatiale (SSME) [22]

1.2.3 Limites des modèles classiques : discordance Abbott-Alford

Les graphes présentés en figure 1.11 et 1.12 donnent un exemple des critères de stabilité d'Abbott et d'Alford pour une structure cylindrique en aluminium de rayon 80 mm, d'une longueur de 50 mm, d'épaisseur 4.5 mm et un différentiel de pression de 1.5 bar entre l'entrée et la sortie du joint. Sur le graphe 1.11, la fréquence de structure théorique de la structure est tracée en noir et en gris la fréquence acoustique théorique calculée à partir de la formule d'acoustique classique $f_{ac} = \frac{nc}{2\pi R}$, où n est le nombre de diamètres nodaux du mode (figure 4.14), c la célérité du son dans l'air et R le rayon du cylindre. Lorsque l'on dépasse le quatrième mode à diamètre, la fréquence de la structure passe au dessus de la fréquence acoustique. Si le joint est supporté du côté des hautes pressions on passe d'un système stable à un système instable et inversement lorsque le joint est supporté du côté des basses pressions (cf. Figure 1.7a). En revanche, pour Alford, quel que soit le point d'attache du joint, lorsque la deflexion normalisée atteint une valeur limite, déterminée de manière empirique, alors le système est instable. Sur le graphe 1.12, le système est instable pour le mode à deux et à trois diamètres nodaux (la forme des modes à diamètres est donnée sur la figure 4.14). Dans le cas où le joint est supporté du côté des hautes pressions le critère d'Alford n'est donc pas en accord avec le critère d'Abbott. À ce jour, il n'existe pas de travaux dans la littérature offrant une véritable prise de position entre les conclusions d'Alford et d'Abbott. L'un des principaux objectifs de ces travaux de thèse concerne le développement d'un banc d'essai qui a pour vocation d'éclaircir cette discordance. Dans le cadre de cette étude, une campagne expérimentale sera conduite et les résultats expérimentaux seront comparés aux résultats issus de la littérature ainsi qu'aux résultats numériques issus du modèle qui sera développé.

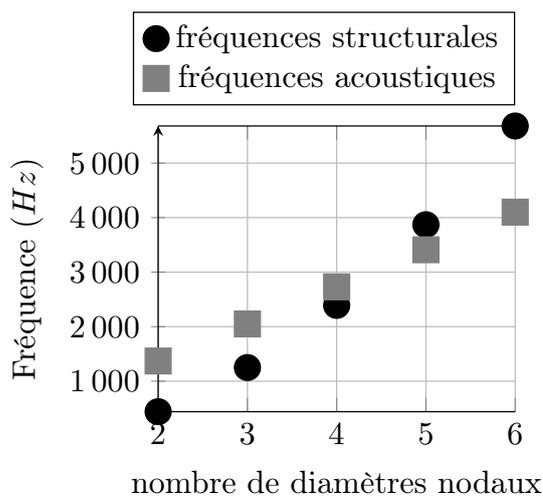


FIGURE 1.11 – Critère d'Abbott

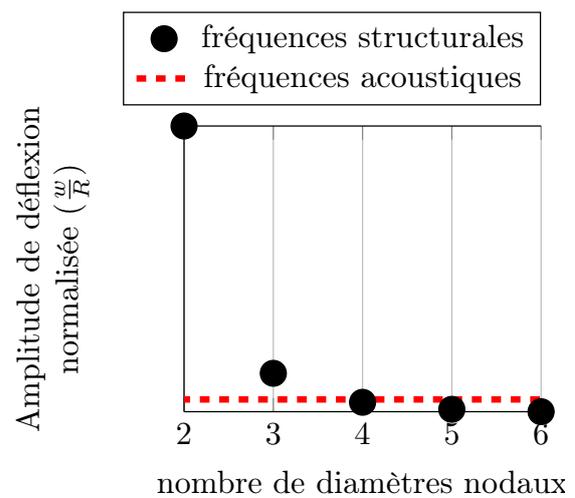


FIGURE 1.12 – Critère d'Alford

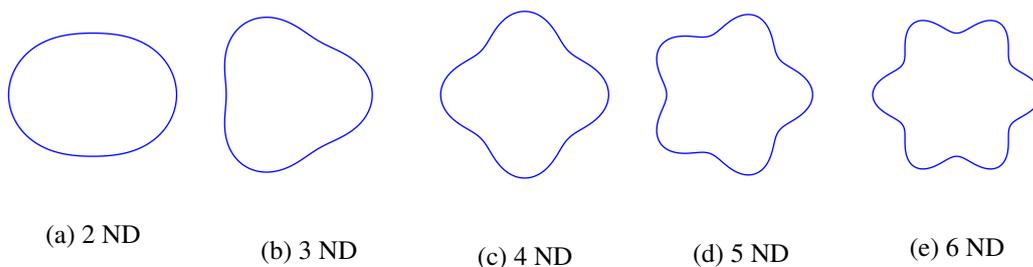


FIGURE 1.13 – Forme des modes à diamètres

Rappelons ici que les simulations CFD issus des travaux de Phibel [92] sont en adéquation avec les conclusions d'Abbott ou du moins en ce qui concerne la configuration d'encastrement basse pression (cf. 1.2). Les travaux issus du projet ROSTADYN [57] sont aussi en accord avec les travaux d'Abbott en ajoutant que la stabilité ne dépend pas seulement des paramètres géométriques mais aussi des conditions d'écoulement.

1.2.4 Apports et limites de la CFD

Les écoulements turbulents stationnaires ont été largement étudiés par les méthodes statistiques qui constituent une alternative très largement répandue aux simulations directes et aux grandes échelles. D'une manière générale, elles consistent à considérer une moyenne d'ensemble conduisant aux équations de NS à Reynolds moyenné ou encore appelé RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes). Les variables considérées sont alors déterministes et non plus stochastiques comme dans le cas de la DNS ou de la LES ce qui simplifie l'exploitation des résultats de simulation.

Un modèle de CFD (Computational Fluid Dynamics) est développé pour la première fois par Phibel et al. [92], de l'Imperial College et de Rolls Royce, pour étudier le flottement d'un joint labyrinthe (contrairement aux travaux précédents comme ceux de Sayma et al. [100] qui privilégiait l'hypothèse d'un mouvement rigide du joint). Le modèle d'interaction fluide-structure est basé sur les équations non linéaires de Navier-Stokes (NS) à Reynolds moyenné, en régime instationnaire et transitoire. La structure est modélisée avec un maillage éléments finis (EF) et un amortissement modal est utilisé. La géométrie du joint comporte trois cavités ce qui permet d'avoir des variations

de phase dans la distribution des pressions instationnaires entre cavités. En appliquant cette méthode de CFD pour le flottement des joints labyrinthe, l'auteur trouve des résultats en adéquation avec ceux obtenus précédemment par Abbott [2] mais ne se place pas dans toutes les configurations possibles (cf. figure 1.14) En effet, seule l'étude de la stabilité du joint supporté du côté basse pression est présentée. Les résultats montrent ensuite qu'à une fréquence mécanique inférieure à la fréquence acoustique, la stabilité du joint s'améliore en basculant le point d'attache du joint du côté des hautes pressions. La première moitié des graphes d'Abbott (partie gauche avant le pic, cf. figure 1.7a) est alors vérifiée. Il resterait à examiner que la stabilité du joint s'inverse bien lorsque l'on se place dans le cas où le rapport entre la fréquence mécanique et la fréquence acoustique est supérieure à 1.

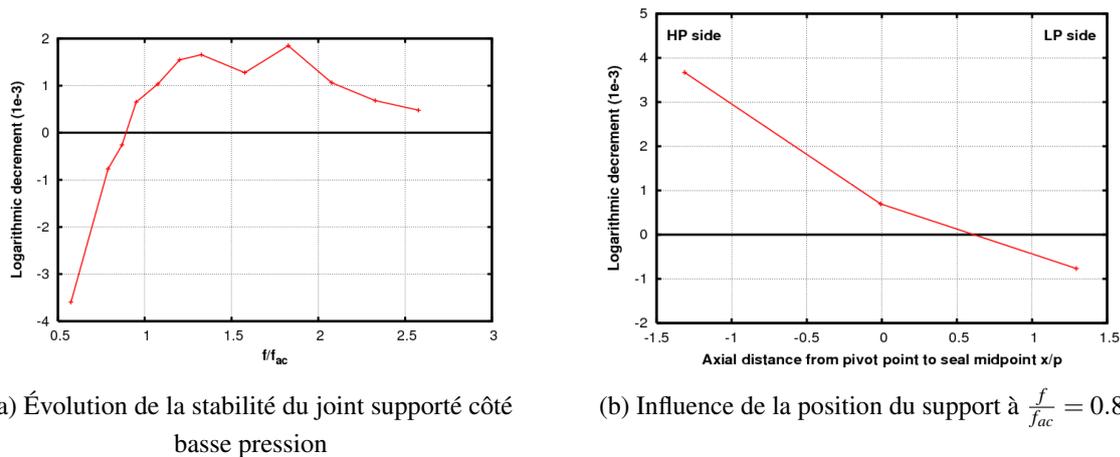


FIGURE 1.14 – Présentation d'une partie des travaux de Phibel [92]

Une étude paramétrique sur la stabilité aéroélastique des joints labyrinthes de rotor et se basant sur une méthode de CFD a fait l'objet d'un master en 2012 [93]. La sensibilité de plusieurs paramètres tels que la position du support du labyrinthe, le ratio des pressions ou encore la fréquence mécanique structurale ont été testés et sont en adéquation avec les résultats fournis dans la littérature. Une extension du critère d'Abbott est aussi exposée. En effet, l'auteur annonce que le critère d'Abbott peut s'appliquer individuellement à chaque cavité plutôt qu'à l'ensemble du joint : ainsi, pour vérifier la stabilité du joint, il est recommandé d'étudier la contribution des travaux de chaque cavité prise séparément, particulièrement pour les joints qui ont un point d'attache mixte.

D'autres méthodes sont développées pour prendre en compte l'écoulement instationnaire puisqu'on ne peut plus le considérer comme statistiquement stationnaire (méthodes URANS). Ces méthodes de CFD sont coûteuses en temps de calculs bien qu'elles apportent une bonne précision. Aujourd'hui, l'étude des écoulements stationnaires dans les turbomachines a beaucoup progressé. Le calcul de l'écoulement tridimensionnel turbulent stationnaire est de nos jours maîtrisé (référence : Georges MEAUZE, technique de l'ingénieur, méthodes CFD de RANS). La conception des machines a pu intégrer cette connaissance conduisant à des machines plus chargées, plus compactes et plus légères, irréalisables auparavant. Par exemple, cette maîtrise vient en grande partie de l'utilisation des outils de calcul de dynamique des fluides (CFD, méthode de RANS).

Cependant, ces études récemment réalisées s'éloignent de notre cadre d'étude : ces travaux de thèse s'appuieront sur une approche semi-analytique. En effet, l'outil développé doit servir à optimiser les paramètres du joint en phase de pré-dimensionnement de manière à empêcher l'apparition d'une

instabilité aéroélastique. Un modèle CFD complet serait trop coûteux en temps de calcul. Seules les configurations retenues feront l'objet d'une modélisation plus détaillée ultérieurement.

Bilan et enjeux

L'état de l'art des méthodes de dimensionnement des joints labyrinthes regroupe :

- des modèles de dimensionnement très qualitatifs dont l'avantage est de proposer des paramètres d'influence bien identifiés (différentiel de pression entre l'entrée et la sortie du labyrinthe, jeu radial, fréquences structurales et acoustiques). Cependant les hypothèses ne sont pas représentatives de la réalité,
- des modèles CFD lourds, qui prennent en compte des configurations plus réalistes mais dont l'inconvénient est qu'ils se prêtent mal à l'optimisation. Par ailleurs, peu d'information sont disponibles sur les écoulements supersoniques ou avec des dispositifs amortisseurs (joncs, frotteurs).

L'enjeu actuel est donc de développer des modèles qui soient suffisamment réalistes, mais en même temps assez simples pour être utilisés dans un ou plusieurs critères de conception optimisés.

Afin de reproduire le comportement dynamique d'un joint sujet à une instabilité aéroélastique, le banc d'essai MINOTAUR a été mis au point. Ces approches sont phénoménologiques et n'ont pas pour vocation de reproduire fidèlement les conditions réelles de fonctionnement d'une turbomachine. En effet, l'objectif ici est de construire un modèle et un banc d'essais juste suffisant permettant de reproduire la physique des instabilités aéroélastiques. De manière générale, ces travaux de thèse sont fortement motivés par les travaux des auteurs Abbott [2] et Alford [3]. En effet, le critère d'Abbott est aujourd'hui couramment utilisé dans l'industrie et les travaux expérimentaux d'Alford apportent des recommandations sur les niveaux de sollicitations dans l'application des joints labyrinthes.

1.3 Organisation du mémoire

Pour répondre aux problématiques introduites dans ce chapitre 1, le mémoire se décompose en trois autres chapitres.

Le chapitre 2 présente le travail réalisé sur le dimensionnement, la conception et la mise en place du banc d'essai MINOTAUR. Après avoir rappelé les motivations d'une telle étude expérimentale et le cahier des charges, une partie sera consacrée à la présentation du dimensionnement du banc, à son instrumentation et aux différentes analyses modales réalisées dans le but de caractériser le banc d'essai, ou du moins les parties maîtresses telle que la partie statorique du banc. La particularité de ce banc est que les géométries des pièces permettent d'être bien représentées par des modèles analytiques simples afin de s'affranchir de la complexité des structures réelles. De plus, la forme des dents provient d'une structure réelle qui a été adaptée pour l'étude de ce cas académique (deux dents uniquement). Le banc offre également une large gamme de configurations d'essais possibles grâce aux nombreux paramètres ajustables (point d'attache du joint, pression d'entrée, débit, etc.). Le dimensionnement et la conception du banc et de l'arrivée en air comprimé ont été réalisées dans l'objectif de déclencher une instabilité aéroélastique.

Le chapitre 3 se concentre sur les résultats issus des campagnes d'essais réalisées sur le banc MINOTAUR. L'étude expérimentale de ce type d'écoulement permet l'étude directe de l'apparition d'une instabilité aéroélastique et l'identification des diverses raisons de son apparition (acoustique, couplage fluide-structure, etc.).

Le chapitre **4** est consacré à l'élaboration d'un modèle numérique évolutif et prédictif de joint annulaire infini qui s'appuie sur l'hypothèse de déformabilité du stator. Sa principale mission est de fournir les conditions de pression, vitesse circumférentielle, débit axial etc. qui sont nécessaires au déclenchement d'une instabilité aéroélastique. L'originalité de ce modèle est l'introduction d'un couplage fort entre le fluide et la structure (anneau élastique) et se base sur une approche analytique afin de fournir un apport de compréhension sur la phénoménologie des instabilités aéroélastiques des joints labyrinthes.

Dans le souci de se positionner par rapport aux travaux issus de la littérature, mais aussi pour se rapprocher de la physique du banc d'essai associée à ces travaux de thèse, le chapitre **5** met en avant l'amélioration du modèle numérique par le choix d'une structure de type cylindrique admettant donc des bords finis et l'extension du modèle à n-cavités. L'intégration de conditions aux limites permet de choisir la position d'encastrement du cylindre (côté HP ou BP).

Chapitre 2

Conception et réalisation d'un banc d'essais

Ce chapitre aborde les aspects de dimensionnement, de conception, de mise en place et de déverminage du banc d'essais « MINOTAUR »¹ (experiMental INvestigatiOn of labyrinTh gas seAls Under aeRoelastic instabilities). Ce banc d'essai se trouve au LTDS de l'École Centrale de Lyon. Il est destiné à fournir des données expérimentales sur le comportement dynamique du joint labyrinthe soumis à un écoulement d'air, contrôlé par une vanne de régulation en débit situé en amont du banc. Le principe est de piloter le débit axial entrant dans le banc pour exciter la partie statorique souple suivant des diamètres nodaux. La finalité est de déclencher volontairement une instabilité aéroélastique afin d'identifier les domaines de stabilité et d'instabilité du joint. La variation libre de la pression et du débit d'entrée permet d'obtenir un jeu de paramètres possibles permettant de faire le lien entre ces paramètres physiques et l'apparition d'une instabilité.

Sommaire du chapitre

2.1	Description du banc	25
2.1.1	Cahier des charges fonctionnel	25
2.1.2	Solutions techniques retenues	25
2.1.3	Les configurations	27
2.2	Conception et dimensionnement	28
2.2.1	Dimensionnement mécanique du module d'essai	28
2.2.2	Ajout d'une composante circonférentielle...	30
2.2.3	Le circuit pneumatique	31
2.2.4	Choix du débitmètre et de la vanne de régulation	32
2.3	Instrumentation du banc d'essai	34
2.3.1	Structure	34
2.3.2	Air	36
2.4	Commissionnement	37
2.4.1	Illustrations des pièces réceptionnées	37
2.4.2	Analyse modale expérimentale	39

1. Ce nom fait allusion au labyrinthe du Minotaure dans lequel Thésée retrouva son chemin grâce au fil d'Ariane.

2.4.3	Maîtrise du centrage du jeu radial	41
2.4.4	Test d'étanchéité	43
2.4.5	Pilotage de l'arrivée d'air comprimé	43

2.1 Description du banc

2.1.1 Cahier des charges fonctionnel

En réponse au cahier des charges fourni par ASL, le tableau 2.1 recense les fonctions que doit remplir le module. Ses deux fonctions principales visent à déclencher les phénomènes d'intérêt et à permettre leur observation. Des fonctions complémentaires précisent les fonctions principales. Un critère d'appréciation est associé à chaque fonction pour permettre une estimation chiffrée des niveaux de performance attendus et statuer sur sa validation. Cette analyse sert à structurer les sections suivantes qui présentent les choix de conception et les études qui les justifient : on distinguera ainsi le boîtier d'essais proprement dit de la partie instrumentation qui l'accompagne.

Réf	Fonction	Critère d'appréciation
FP1	Déclencher des instabilités aéroélastiques dans les joints labyrinthes	Critères d'Alford, d'Abbott
FC1.1	Permettre d'isoler quelques paramètres d'influence	Nombre de paramètres
FC1.2	Permettre l'observation de la transition stable / instable	Marges
FC1.3	Accueillir différentes configurations de géométrie de joint	Nombre de configurations
FC1.4	Fournir un flux d'air comprimé maîtrisé provoquant l'auto-excitation	Débit, pression, température
FC1.5	S'adapter à l'environnement matériel	Vibratoire, électrique, pneumatique
FC1.6	Faciliter la maintenance et les opérations de montage / démontage	Temps de démontage / remontage
FP2	Monitorer les paramètres de fonctionnement révélateurs d'instabilité	Nombre de voies d'acquisition, durée de la mesure
FC2.1	Mesurer les caractéristiques du fluide dans le joint labyrinthe	Q, P, T : nombre de points axiaux et azimutaux
FC2.2	Mesurer le mouvement de la partie extérieure du joint	Déplacement radiaux maximaux
FC2.3	Accueillir différentes configurations d'instrumentation	Nombre de configuration

TABLE 2.1 – Analyse fonctionnelle du module d'essais [79]

Rappel : Dans le cadre de cette thèse, il est rappelé que seul le couplage de modes à diamètre de la paroi opposée aux dents du labyrinthe avec des ondes acoustiques se propageant dans la direction circonférentielle (flottement) est étudié .

2.1.2 Solutions techniques retenues

Le banc d'essai a été conçu au sein du LTDS dans l'équipe DysCO. Les études préliminaires de dimensionnement et de conception sur ordinateur ont été menées en partie par Bruno Moreira [79]. Les choix de design et de dimensionnement du banc ont été effectués en prenant en compte des conditions de fonctionnement du joint assez éloignées de celles d'un joint labyrinthe au niveau

d'une turbine de turbopompe où les amplitudes de pression, de débit et de vitesse sont grandes et difficilement reproductibles en laboratoire. Pour autant, l'objectif n'est pas de reproduire les conditions réelles de fonctionnement du joint mais bien d'observer et de caractériser le comportement du joint dans une situation de flottement.

Le principe est de piloter le débit axial entrant dans le joint labyrinthe pour exciter la partie statorique souple suivant des diamètres nodaux afin d'étudier et d'identifier les domaines de stabilité et d'instabilité du joint et de caractériser les causes d'apparition d'une instabilité aéroélastique (origine acoustique, couplage fluide-structure, etc.).

La variation du débit d'entrée permet d'obtenir une palette de combinaisons possibles permettant de faire le lien entre ces paramètres physiques et l'occurrence d'une instabilité.

Le fluide sortant de la cuve à air comprimé va alors suivre le chemin suivant : l'air arrive axialement par le cône d'admission (1) pour passer à travers une pièce intermédiaire (le diffuseur (2)). Cette pièce possède trois trous oblongs à travers lesquels le fluide s'écoule pour être dirigé à l'entrée du labyrinthe. Afin d'apporter une composante de vitesse circumférentielle au fluide, cette pièce pourra servir de support à un injecteur qui se présente sous la forme d'ailettes orientant le flux dans la direction orthoradiale (cf. figure 2.4). Le dimensionnement et la conception de ce dispositif a fait l'objet d'un stage à l'École Centrale de Lyon [89].

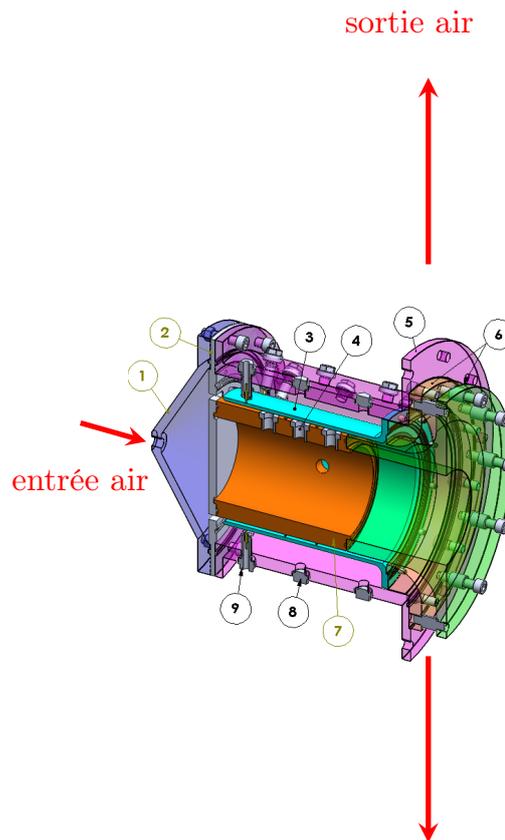


FIGURE 2.1 – Représentation CAO du banc MINOTAUR

L'air s'achemine ensuite naturellement entre le joint fixe (3), que l'on appelle « casquette » - à cause de sa forme géométrique - et la pièce supportant le joint (7). Le diffuseur d'entrée permettra de générer une composante circumférentielle d'entrée au fluide. Aucune pièce ne tourne sur le banc. Il est donc impossible de tester la combinaison d'une vitesse de rotation d'arbre et d'un fluide

N°	Description	Matériau
1	Cône d'admission	Acier
2	Diffuseur	Acier
3	Casquette	Aluminium
4	Support capteur de pression instationnaire	Bronze
5	Boitier	Acier
6	Sous assemblage « sortie-air »	Acier
7	Pièce « support dents »	Acier
8	Bouchons boitier	Bronze
9	Support des capteurs de déplacement	Bronze

TABLE 2.2 – Nomenclature

admettant en entrée une pré-rotation. Les effets de balourd dûs à l'asymétrie de l'arbre pouvant présumer de l'apparition d'instabilité aéroélastique (variation de pressions et vitesses dans les cavités) sont ici écartés.

Le banc est monté avec deux dents et la casquette peut être encastrée soit du côté des hautes pressions (encastrement sur le diffuseur (2) comme présenté sur la figure 2.3) soit du côté des basses pressions (encastrement sur le sous assemblage (6) comme le montre la figure 2.1 et 2.2). Le fluide passe à travers le jeu radial entre la pièce qui supporte les dents (7) et la casquette (3) pour ressortir radialement, à pression atmosphérique, au niveau du sous assemblage (6) (cf. figure 2.1). Le joint labyrinthe ne possède que deux dents. Le nombre de dent est un facteur important à prendre en compte pour cette étude : en effet, moins il y a de dents plus les écarts entre les paliers de pression sont grands et peuvent potentiellement agir sur la stabilité du système. Dans ces travaux, nous n'étudierons pas l'impact du nombre de dents sur la stabilité du joint. Cependant, la modularité du banc a été conçu de sorte qu'il puisse intégrer ce type d'évolution.

2.1.3 Les configurations

Afin de tester la sensibilité du joint labyrinthe en situation de flottement à certains paramètres géométriques et fluide, plusieurs configurations sont envisagées.

- Comme nous l'avons vu, le jeu radial (notamment celui de la première dent) joue un rôle important dans le déclenchement soudain d'instabilités aéroélastiques. Pour cela, deux jeux radiaux sont choisis : 150 et 430 microns avec un intervalle de tolérance centré de 10%. Ces jeux radiaux ont été choisis afin de se rapprocher ici des conditions de jeux radiaux réels que l'on pourrait trouver sur une turbopompe. De même, la géométrie des dents est définie par une géométrie existante.
- La taille du jeu radial et la condition d'encastrement de la casquette sont deux paramètres qui influencent significativement le comportement du joint. Le changement de position de l'encastrement de la partie statorique flexible à l'entrée du banc (côté HP) ou à la sortie (côté BP) permettra de statuer sur les conclusions d'Abbott concernant l'influence de la position du support sur la stabilité du joint [2].
- L'épaisseur et le rayon du stator flexible ont été dimensionnés afin de valider la présence d'une intersection entre les fréquences structurales et les fréquences acoustiques à même nombre de diamètres nodaux et d'être certain de pouvoir se positionner dans le cas d'une structure plus rigide que le fluide et vice versa [2].

- L'ajout d'ailettes sur le diffuseur offrira la possibilité de créer du preswirl dans l'écoulement. Enfin, le pilotage du débit et de la pression d'entrée combinés aux paramètres variables offre une multitude de combinaisons d'essais possibles. La vitesse circonférentielle d'entrée est le paramètre de contrôle dans les modèles semi-analytiques présentés aux chapitres précédents. L'apparition d'une instabilité dépend de ce paramètre. Un déflecteur est ajouté au banc afin d'activer le preswirl. Les ailettes du déflecteur sont orientées à 45 degrés (cf. figure 2.7).

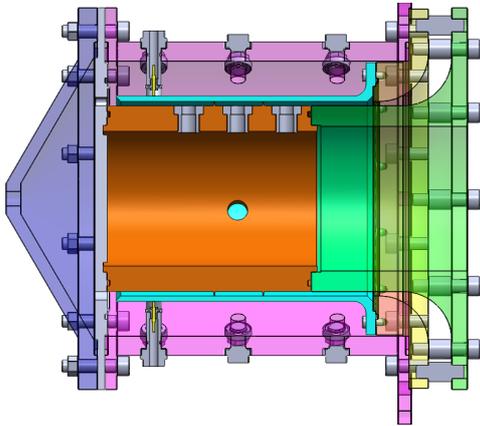


FIGURE 2.2 – Support BP

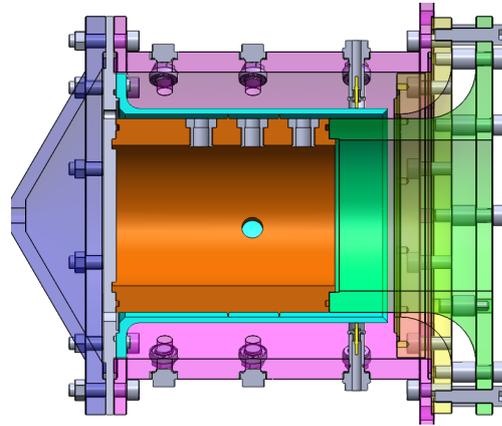


FIGURE 2.3 – Support HP

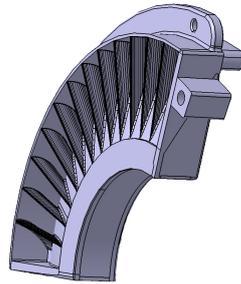


FIGURE 2.4 – Design des injecteurs de flux hélicoïdaux

2.2 Conception et dimensionnement

2.2.1 Dimensionnement mécanique du module d'essai

L'étude bibliographique qui a été menée pour identifier les paramètres d'influence sur l'instabilité des joints labyrinthes a permis d'identifier deux critères qui, bien que très simplificateurs de la réalité, donnent des indications exploitables en pré-conception. Il s'agit du critère d'Abbott [2] et de la relation de pression-déflexion d'Alford [3].

Les paramètres suivants ont été identifiés dans la littérature :

- Paramètres géométriques : la distance entre les dents, le jeu radial, le rayon du joint et l'inertie de flexion sur laquelle joue l'épaisseur.
- Paramètres des matériaux : la masse volumique et le module d'Young.
- La position de l'encastrement de la casquette : soit côté basse pression, soit côté haute pression.

Une analyse de la sensibilité au débit massique des paramètres de jeu, de rayon du joint et

de largeur d'une cavité a été réalisée. Cette étude a été conduite en développant un modèle analytique permettant d'estimer les valeurs de débit et de pression moyennes dans un joint labyrinthe comportant une unique cavité (cf. Annexe F). Ce modèle s'appuie sur les travaux de D. Childs [33] qui fournit les relations analytiques reliant le débit à la pression en fonction des paramètres géométriques et matériaux précédemment introduits.

Comme le montre le graphe 2.5, la valeur du débit est fortement impactée par la taille du jeu radial entre le sommet des dents du labyrinthe. La taille de la cavité et le rayon du support des dents sont deux paramètres auxquels le débit est beaucoup moins sensible.

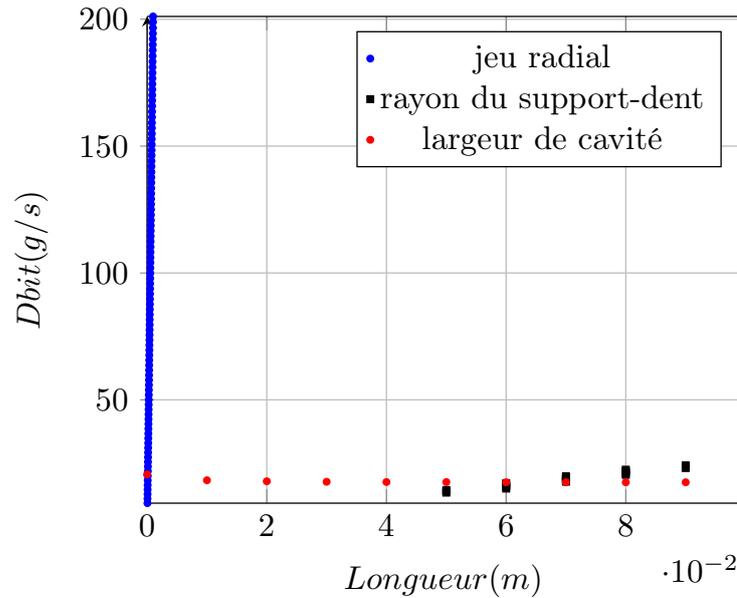


FIGURE 2.5 – Sensibilité du débit

Le rayon interne et l'épaisseur de la casquette ont été dimensionnés de sorte qu'une partie des 6 premiers modes à diamètres soient en dessous de la fréquence acoustique pour un même nombre n de diamètres nodaux. Afin de se retrouver dans la configuration présentée figure 1.11, les dimensions retenues sont donc une épaisseur de 4.5 mm et un rayon interne de 80.13 mm.

La note de calculs rédigée par B. Moreira [80] regroupe l'ensemble des calculs liés au dimensionnement de la casquette, des bouchons de boîtiers et des autres éléments qui constituent le banc d'essais.

Le besoin en air comprimé a été estimé par des calculs réalisés avec le modèle numérique de dynamique du rotor avec écoulement d'air dans le joint annulaire présenté dans la partie 4.2.5. Le labyrinthe comporte deux dents d'une hauteur de 3.5 mm et séparées de 50 mm. La température prise pour le calcul est de 20 degrés Celsius. La pression de sortie est égale à la pression atmosphérique. Le rayon intérieur de la casquette en regard des dents est de 80.13 mm avec un intervalle de tolérance centré de 35 microns. La pression d'entrée maximale que l'on souhaite atteindre est de 7 bars. Les valeurs dimensionnantes pour l'installation du banc sont données dans le tableau suivant :

Jeu ($\mu\text{ m}$)	150	150	430	430
$P_{\text{entrée}}$ (bar)	3	7	3	7
Débit massique ($\text{g}\cdot\text{s}^{-1}$)	30.7	72	91.2	213

TABLE 2.3 – Dimensionnement du banc d'essais

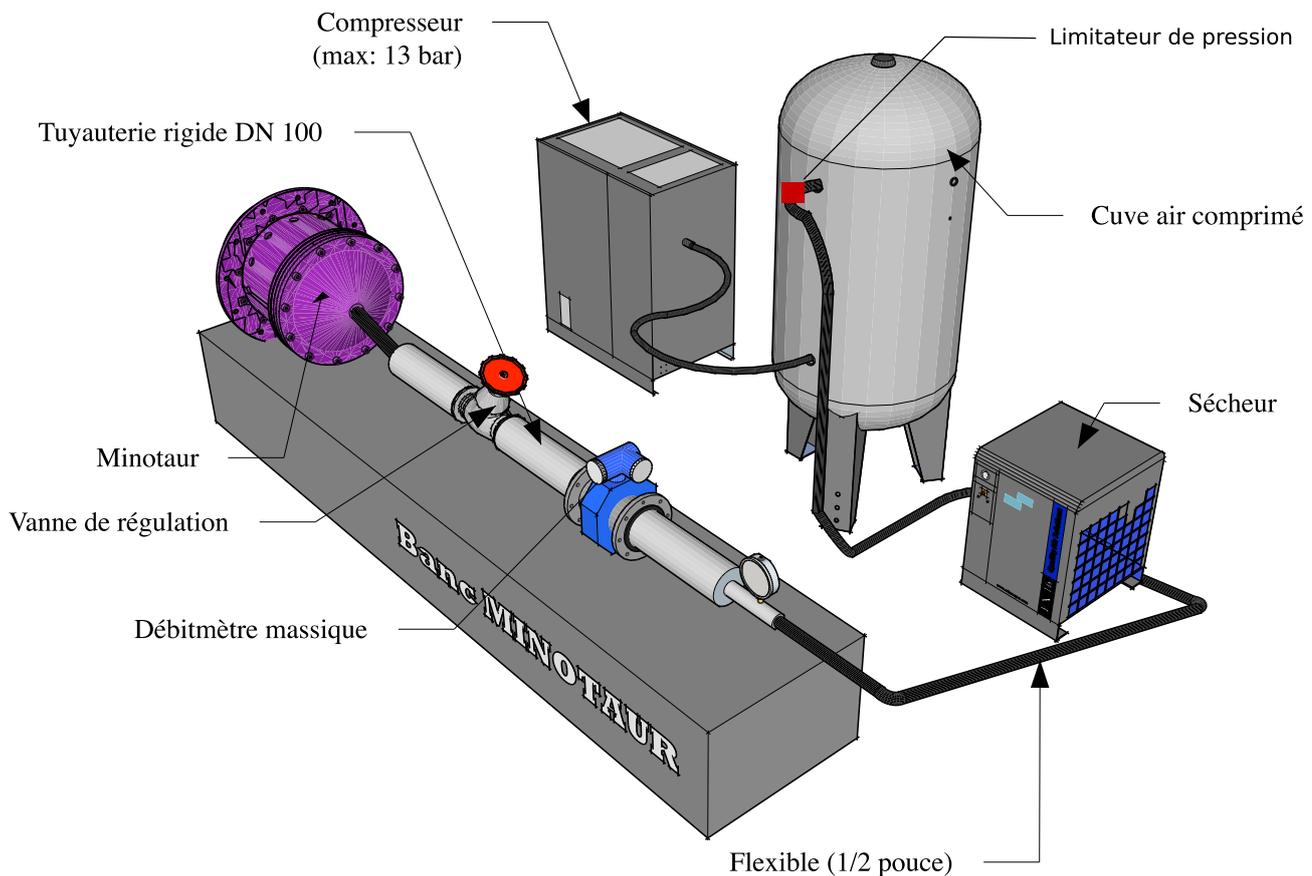


FIGURE 2.6 – Visualisation 3D simplifiée du banc d'essais MINOTAUR

2.2.2 Ajout d'une composante circumférentielle à la vitesse du fluide

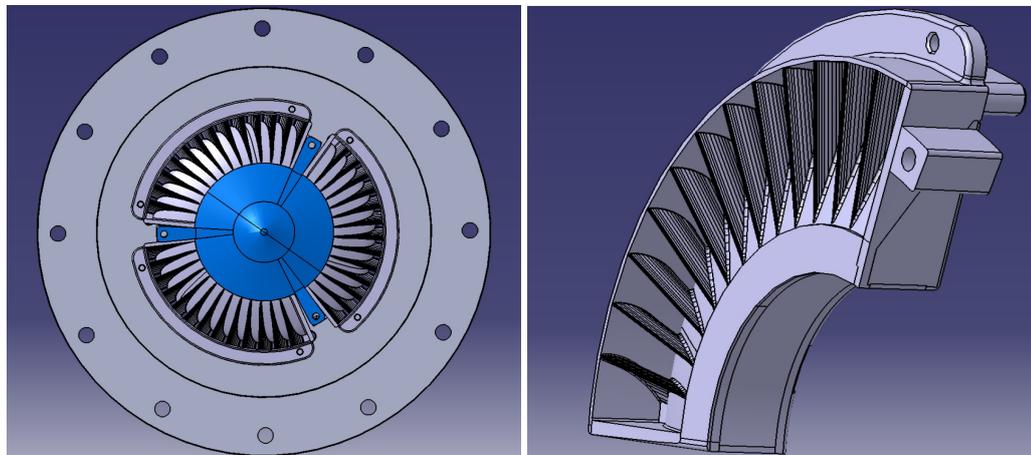
Le banc est équipé d'un diffuseur qui permet l'écoulement axial de l'air sous hautes pressions. En conditions réelles dans une turbopompe, le flux arrive à l'entrée du joint avec une composante circumférentielle qu'on appelle le preswirl. Afin de se rapprocher des conditions réelles d'écoulement dans une turbopompe, un dispositif de réorientation du flux en entrée du joint est conçu puis réalisé par fabrication additive (impression 3D). Le dispositif est représenté sur la figure 2.7a. Le distributeur est composé de deux sortes de pièces : trois supports d'ailettes représentés sur la figure 2.7 et une pièce permettant d'assembler les trois supports sur le diffuseur (cf. figure 2.7a). Sa fonction est donc de dévier le flux d'un angle de 90° à un angle de 45° .

Pour concevoir et dimensionner le distributeur, on considère que :

- le flux est axisymétrique,
- la viscosité de l'air est prise en compte (effet de confinement),
- l'écoulement est stationnaire,

- la masse est conservée,
- le système est isotherme,

Le dimensionnement du distributeur est détaillé dans les travaux de V. Pavelev [89].



(a) Vue d'ensemble du système pour la pré-rotation du fluide

(b) Zoom sur un rail de pales

FIGURE 2.7 – Représentation CAO du système de pré-rotation du fluide

2.2.3 Le circuit pneumatique

Le circuit d'alimentation en air comprimé du boîtier d'essais MINOTAUR est représenté par une vue 3D sur la figure 2.6 et en vue schématique sur la figure 2.8. Le compresseur¹ à vis de 5.5 kW délivre 13 bars à un débit réel de $0.64 \text{ m}^3/\text{min}$ et fonctionne avec une cuve de 500L ainsi qu'un sécheur d'air comprimé par réfrigération², branché en aval de la cuve. En utilisant la formule issu du manuel Faisandier [52], la combinaison du compresseur avec la cuve mise en pression à 13 bars et d'un limiteur de pression en sortie de cuve réglé à 10 bars permet de réaliser des essais d'environ une minute avec un débit de 30 L.s^{-1}

$$\frac{(q - q_c)\Delta t}{V_r} = -\frac{\Delta p}{p_0} \quad (2.1)$$

où :

q_c est le débit volumique du compresseur (en air détendu)

q est le débit de pointe à assurer pendant Δt

Δt est le temps pendant lequel le débit est égal à q

V_r est le volume du réservoir du compresseur

p_0 est la pression atmosphérique,

Δp est la chute de pression admissible dans le réseau d'air comprimé.

L'installation comporte également un pré-filtre³ et un micro-filtre⁴. Une partie de la tuyauterie est rigide au niveau du débitmètre et de la vanne de régulation (cf. 2.6 et traits bleus sur la figure 2.8).

1. Compresseur à vis Boge C7 refroidi par air
2. Marque Boge DS9
3. Boge F9P
4. Boge F9M

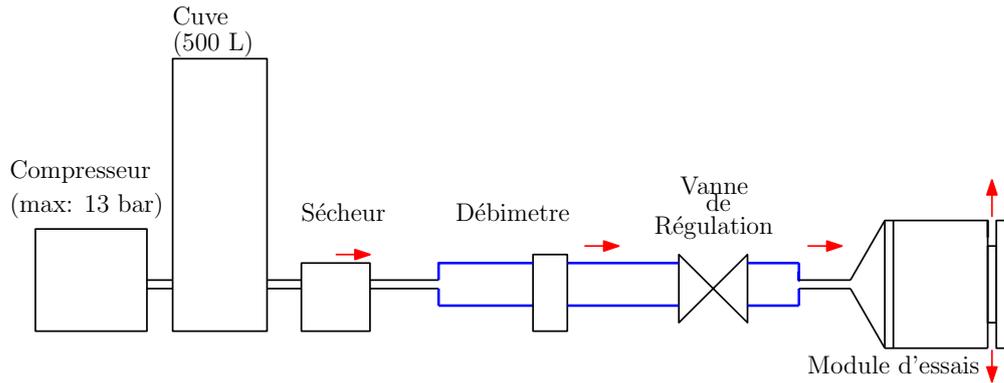


FIGURE 2.8 – Schéma de principe (→ sens d'écoulement de l'air, — tuyauterie rigide)

Tous les autres sont des flexibles de 1/2 pouces capables de résister à de très hautes pressions.

2.2.4 Choix du débitmètre et de la vanne de régulation

Plusieurs technologies de débitmètre ont été considérées (volumétrique, massique thermique, à effet de Coriolis). Pour une mesure de débit massique d'un gaz, les débitmètres thermiques massiques sont les plus adaptés [101].

Parmi eux, deux familles sont envisageables : anémométrique et à capillaire. Compte tenu de la plus grande sensibilité du capillaire à l'humidité ou à d'éventuelles impuretés, un modèle anémométrique a été retenu (mesure par fil chaud). Compte tenu de la large gamme de pressions et de débits à couvrir, un modèle 0 - 10 bar relatifs allant de $0.6 \dots 30 \text{ L}\cdot\text{s}^{-1}$ (ce qui représente $400 \text{ g}\cdot\text{s}^{-1}$ en terme de débit massique), a été sélectionné (Bronkhorst¹, type In-Flow).

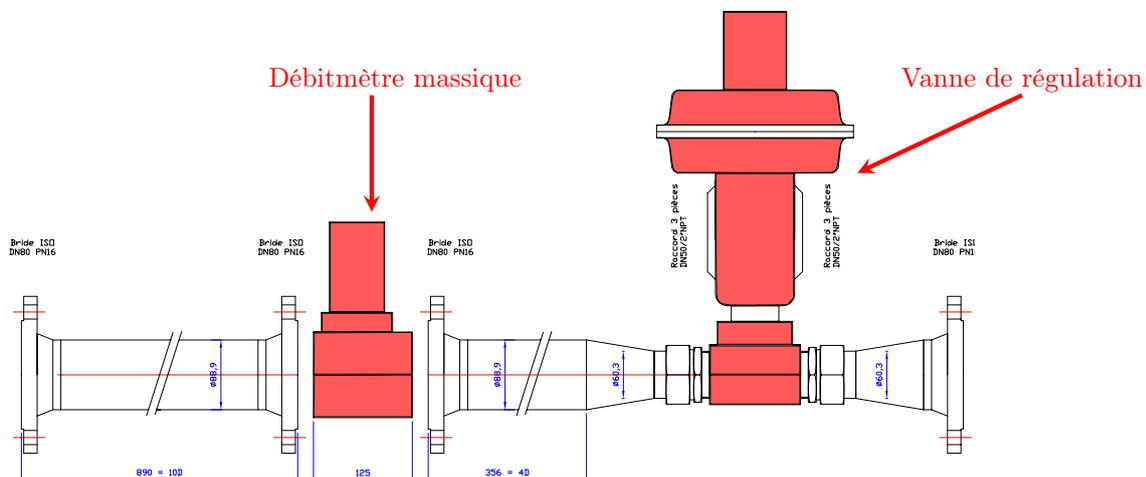


FIGURE 2.9 – Schéma de montage du débitmètre massique et vanne de régulation

Une vanne de régulation² est utilisée en aval du débitmètre pour contrôler le débit massique entrant dans le module d'essai (cf. figure 2.9). La vanne de régulation est le modèle présenté en figure 2.11d. Le principe fondamental de fonctionnement d'un régulateur pneumatique est fondé sur l'équilibre d'une force mécanique donnée par un ressort et une force liée à la pression aval régulée s'exerçant sur la surface d'une membrane. Le système de pilotage comprime plus ou moins un ressort qui par l'intermédiaire d'une membrane liée à un clapet fait varier la section de passage de l'air, on établit ainsi une pression de sortie. Lorsque la pression de sortie augmente, l'équilibre

entre la force liée au déplacement du ressort et la force d'origine pneumatique est rompu et l'action qui s'exerce tend alors à fermer le clapet, la section passante est réduite ; un nouvel équilibre entre ressort et membrane s'établit. Si la pression de sortie diminue, un effet inverse augmente la section de passage rétablissant un nouvel équilibre. Si une surpression aval survient, la force pneumatique générée par la membrane augmente et comprime le ressort. Le clapet d'alimentation se ferme, et l'équipage mobile découvre un orifice qui met à l'atmosphère la chambre aval, la valeur de pression p_2 est rétablie, ainsi que la position d'équilibre entre ressort et membrane. Un manomètre, monté sur le régulateur visualise la grandeur de pression régulée. [60]

Nous sommes ici en présence d'une régulation d'un débit relativement fort. Il en résulte la nécessité d'utiliser un appareil amplificateur de type « à action indirecte ». La membrane du régulateur principal (Orion 900 aussi appelé booster) est soumise à l'action de la pression fournie par un régulateur pilote cf. 2.10 et [52]. Ce régulateur pilote converti un signal électrique en signal pneumatique. Son temps de réponse est rapide et sa stabilité excellente. Par contre, il requiert une source d'alimentation en air comprimé supplémentaire pour fonctionner [1].

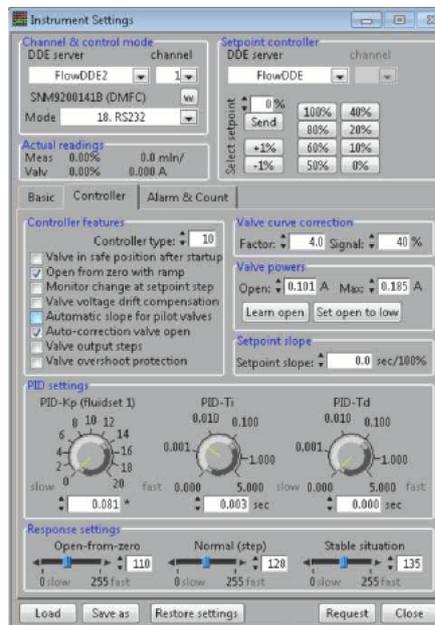


FIGURE 2.10 – Schéma de principe du régulateur pilote

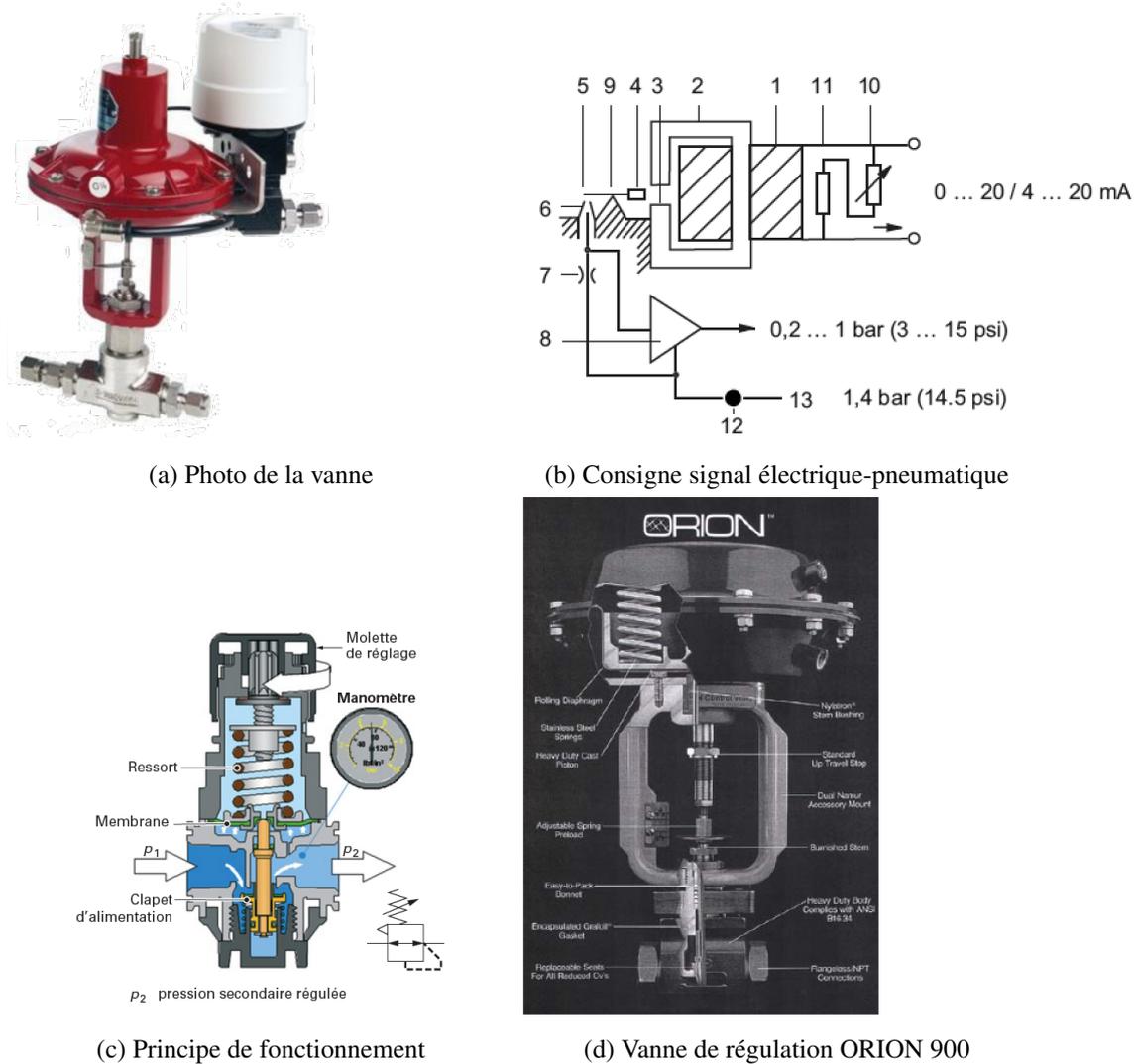


FIGURE 2.11 – Vanne de régulation

Le logiciel fourni par le prestataire donne la possibilité de créer des rampes ou des impulsions de débit. La commande d'ouverture / fermeture de la vanne est pneumatique. Le débitmètre et la vanne sont intégrés au banc à l'aide d'une tuyauterie en inox. Les diamètres et longueurs des tuyaux ont été dimensionnés, suivant les préconisations du prestataire, pour obtenir un écoulement laminaire à l'entrée du débitmètre et permettre une mesure correcte du débit.

2.3 Instrumentation du banc d'essai

2.3.1 Structure

Dans cette étude expérimentale, la casquette est la paroi fixe de faible épaisseur susceptible de se déformer à de faibles amplitudes (de l'ordre de la dizaine de microns) suivant des diamètres nodaux. Pour avoir des éléments de comparaison avec la relation de pression-déflexion d'Alford, il importe de mesurer ces amplitudes de déformation. Le cahier des charges associé aux choix de capteurs

1. Modèle F-106DI-AGD-02-V
2. Modèle : Badger control valve type OR900

adaptés, est établi de la façon suivante :

- mesurer les amplitudes de vibration associées aux modes d'intérêt ;
- permettre un conditionnement aisé ;
- être adaptés aux caractéristiques des signaux à mesurer (fréquence, amplitude) ;
- être adaptés à l'espace disponible en minimisant leur intrusivité ;
- être adaptés à l'environnement (électrique, thermique...).

Plusieurs techniques de mesure ont été envisagées. Les mesures d'accélération à l'aide d'accéléromètres risquent de provoquer un désaccordage de la casquette du fait de leur masse ajoutée (pour la même raison l'utilisation de jauges d'extensométrie a été écartée). Les mesures par vibrométrie laser ne sont pas intrusives mais limitent le nombre de points de mesure au nombre de vibromètres disponibles. Le balayage laser ne permettant pas la réalisation de mesure synchrone cette option ne sera pas retenue.

Pour mesurer les déplacements de la casquette on instrumente finalement le banc de capteurs de déplacement à courant de Foucault Kaman® 8206-0.5U1 placés sur la circonférence du boîtier (cf. figure 2.12). Un ordre de grandeur des déplacements attendus est donné par le critère d'Alford, qui prévoit une limite de déplacement de 30 microns environ pour la géométrie de casquette en aluminium. Ces capteurs sans contact sont les plus petits de la gamme Kaman et ont une sensibilité suffisante à la détection de mouvement de très faibles amplitudes (range de 0.5 mm, résolution de 0.1 micron, bande passante 0 – 50 kHz). Les capteurs doivent être placés au plus près de la cible de sorte à capter ces faibles amplitudes. Pour pouvoir caractériser convenablement les modes jusqu'à six diamètres nodaux, douze capteurs Kaman sont distribués circonférentiellement (cf. figure 2.12).

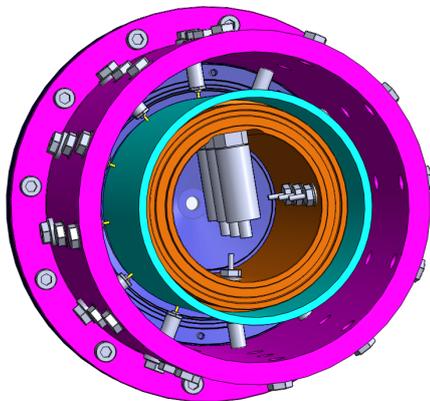


FIGURE 2.12 – Visualisation des capteurs -
vue de derrière

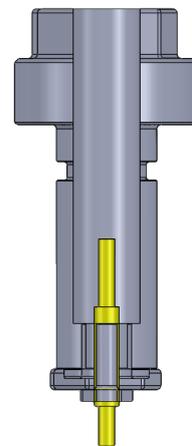


FIGURE 2.13 – Support des capteurs de
déplacements (gris), capteur Kaman (jaune)

Les capteurs Kaman peuvent être placés en trois positions suivant l'axe du banc : une position proche du cône d'admission, une proche du sous assemblage « sortie-air » et une intermédiaire située entre les deux précédentes (cf. figure 2.2 et 2.3). Cela permet deux choses :

- d'une part, lorsque la casquette est encastrée au niveau de l'admission d'air, la position proche du cône d'admission d'air permet de positionner le capteur de déplacement en bout de casquette. Lorsque la casquette est encastrée au niveau de la sortie d'air, la position proche du sous assemblage permet aussi de positionner les capteurs de déplacement en bout de casquette,

- d'autre part, la position intermédiaire permet, pour les deux configurations d'encastrement de la casquette, de rapprocher les capteurs près de l'encastrement dans le cas où les déplacements seraient trop élevés en bout de casquette.

L'accès à ces capteurs se fait à travers les ouvertures radiales que l'on peut observer sur le boîtier. Ces ouvertures sont obturées par des bouchons lorsqu'il n'y a pas de capteur à ces emplacements.

2.3.2 Air

Les conditions moyennes d'écoulement dans les trois zones d'intérêt du labyrinthe (amont de la cavité, dans la cavité et en aval de la cavité) sont mesurées par des capteurs de pression relative à jauges piezorésistives (de type MEMS) compensés en température (PM Instrumentation – type AST20PT). Leur plage de fonctionnement se situe entre 0 et 10 bar. La compensation est effective dans la gamme 0 – 70 degrés Celsius. Trois de ces capteurs sont disposés axialement dans le support des dents du labyrinthe : un en amont de la dent d'attaque, un dans la cavité et un en aval de la cavité. Un capteur de pression stationnaire et température peut potentiellement être monté sur le boîtier afin de mesurer, au besoin, la pression dans le boîtier (espace entre le boîtier et la casquette). La partie sensible des capteurs sera affleurante à la veine fluide. Ces capteurs sont suffisamment compacts et assez peu intrusifs pour cette application. Aucun conditionneur aval n'est nécessaire. Les sorties en pression et en température sont disponibles simultanément. L'accès radial et axial aux « chambres » du labyrinthe (amont, entre les dents ou aval), pour placer les sondes de pression et de température, se fera par le support-dents qui est creux et dont le dégagement radial est suffisant pour faciliter le montage, la connexion électrique et le cheminement des câbles des capteurs.

Enfin, le développement d'ondes acoustiques dans les chambres du labyrinthe doit être mesuré afin de pouvoir discuter du critère d'Abbott. Pour le choix des capteurs de pressions instationnaires, le cahier des charges stipule que les capteurs puissent :

- 1. mesurer les fluctuations de pression associées aux ondes acoustiques ;
- 2. résister à la pression moyenne ;
- 3. permettre un conditionnement facile ;
- 4. être adaptés aux caractéristiques des signaux à mesurer (fréquence, amplitude) ;
- 5. être adaptés à l'espace disponible en minimisant l'intrusivité ;
- 6. être adaptés à l'environnement (électrique, thermique...).

De manière idéale, il faudrait avoir, comme pour les capteurs de déplacement, un nombre de capteur qui équivaut au double du nombre maximal de diamètres nodaux que l'on souhaite observer. L'utilisation de sondes de Pitot n'a pas été retenue car les équipements disponibles sur le marché sont destinés à des souffleries de taille relativement grande et ont des dimensions incompatibles avec une installation dans la veine de notre joint labyrinthe. De même, les « scanners » (de type Scanivalve® ou Netscanner®) permettent l'accès à un nombre important de points de mesure connectés à tour de rôle à un même capteur. Mais leur principe de fonctionnement limite la fréquence maximale d'utilisation effective et ne fournit pas de mesures synchrones. De plus, les tubes de connexion dans lesquels une partie du gaz qui passe par le labyrinthe peuvent provoquer une perturbation difficile à quantifier des ondes acoustiques d'intérêt. L'utilisation de capteurs piézoélectriques miniaturisés de type Kulite® (LQ-47 par exemple) bien qu'ils puissent mesurer des fluctuations de pression importantes (jusqu'à 35 bars) à des fréquences élevées (plusieurs centaines de kHz), est impossible car le câblage et l'électronique associés sont particuliers, ce qui

rend plus difficile leur mise en oeuvre et ne satisfait pas au besoin 3. La contrainte numéro 2 rend problématique l'utilisation de capteur à membranes classiques, le choix s'oriente alors sur des capteurs de type piézoélectriques de pression acoustique à forte sensibilité du type PCB 106B avec une électronique de type ICP. Dédiés aux mesures d'explosion, ces capteurs sont sensibles à des variations de pression inférieures à 1 Pa sous forte charge statique (> 100 bars). Cette sensibilité paraît convenable compte tenu d'une estimation des fluctuations de pression attendues au voisinage du labyrinthe fournie par le CNES : « des fluctuations de l'ordre de 100 mbar ont été mesurées dans certaines cavités turbine avec une valeur maximale mesurée proche de 500 mbars » (le CNES précise qu'il n'a « pas instrumenté de turbines au niveau des joints labyrinthes »). Chacune des trois chambres du labyrinthe est équipée d'un de ces capteurs de pression instationnaire pour pouvoir accéder à un ordre de grandeur des fluctuations de pression et à la fréquence de l'onde acoustique. Un autre capteur est placé azimuthalement dans la cavité à 100 degrés du premier.

Afin de faciliter l'inversion de la position du support de la casquette, la caquette peut être démontée et remontée sans toucher à l'instrumentation.

2.4 Commissionnement

2.4.1 Illustrations des pièces réceptionnées

Les figures 2.14, 2.15, 2.16, 2.17 et 2.18 proposent des illustrations des pièces finales retenues et fabriquées. Ces photos permettent de visualiser le résultat du processus de conception et de voir les différents éléments tels que le cône d'admission, le boîtier, la casquette et son support ainsi que le joint labyrinthe.



FIGURE 2.14 – cône d'admission



FIGURE 2.15 – boîtier



FIGURE 2.16 – casquette



FIGURE 2.17 – support casquette et joint



FIGURE 2.18 – labyrinthe

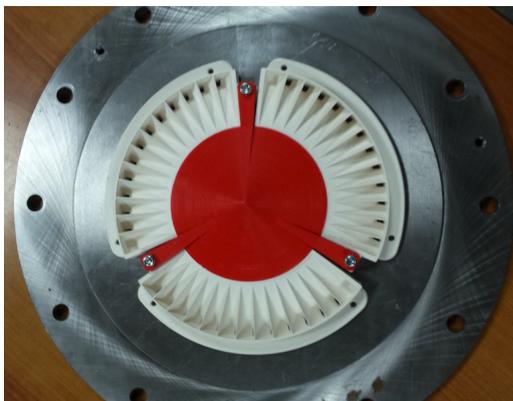


FIGURE 2.19 – diffuseur

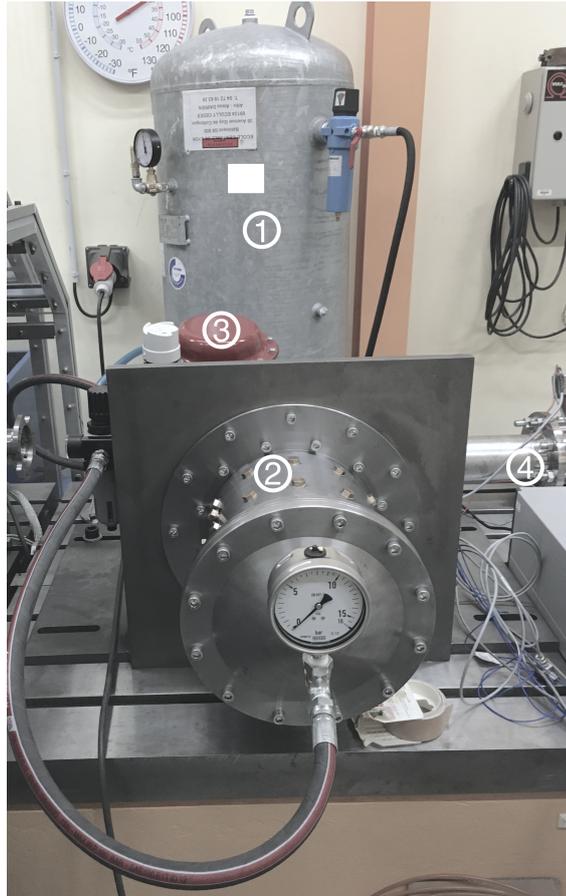


FIGURE 2.20 – Illustration d'une partie du montage

① : Cuve d'air comprimé - ② : Module d'essais MINOTAUR - ③ : vanne de régulation du débitmètre - ④ : débitmètre

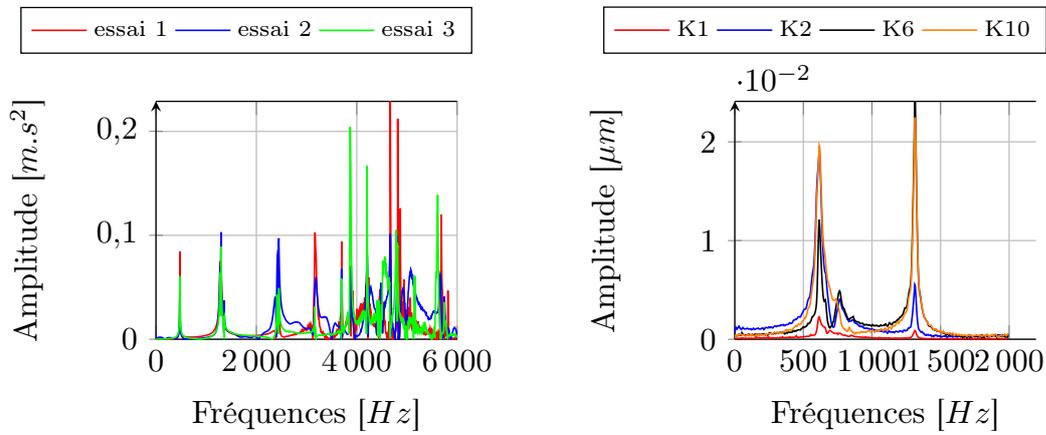
2.4.2 Analyse modale expérimentale

En amont des campagnes d'essais, la caractérisation de la casquette est réalisée afin de vérifier la conformité de la pièce sortie d'usine. Une première configuration en libre-libre est testée. Les tests sont réalisés à l'aide d'un marteau de choc et d'un accéléromètre. Trois essais sont réalisés afin de valider la répétabilité et la reproductibilité de nos mesures. Jusqu'à 4200 Hz, la répétabilité de la mesure est jugée acceptable puisque les écarts de fréquences qui ressortent entre ces différents essais sont inférieurs à 5% (cf. figure 2.21a). L'analyse modale en libre-libre permet d'obtenir un spectre étendu des modes de vibrations de la casquette. Les fréquences propres expérimentales sont comparées à une analyse modale numérique effectuée sur un modèle éléments finis de la casquette (cf tableau 2.4). Les résultats indiquent une bonne corrélation entre les essais et le calcul EF.

Une configuration en encastrée-libre est ensuite testée à l'aide d'un marteau de choc et de plusieurs capteurs de déplacement Kaman répartis sur la circonférence de la casquette. Un écart notable apparaît, pour le mode à deux diamètres, entre les essais et le calcul EF. Ce décalage est lié à la condition d'encastrement qui est appliquée au niveau du modèle EF qui vient rigidifier la structure. L'extraction des données que renvoient les capteurs de déplacement Kaman nous permet de tracer la déformée spatiale des deux modes propres à deux diamètres de la casquette visualisée sur le graphe 2.21b. Il s'avère que le premier mode correspond au mode à deux diamètres et le deuxième au

mode à trois diamètres (cf. 2.22).

Suite à cette série d'essais, nous pouvons conclure que la casquette est conforme au cahier des charges.



(a) Configuration : libre-libre, utilisation d'un accéléromètre et d'un marteau de choc

(b) Configuration : encastrée-libre, utilisation d'un marteau de choc et de capteurs de déplacement à courant de Foucault (Kaman)

FIGURE 2.21 – Résultats d'analyse modale

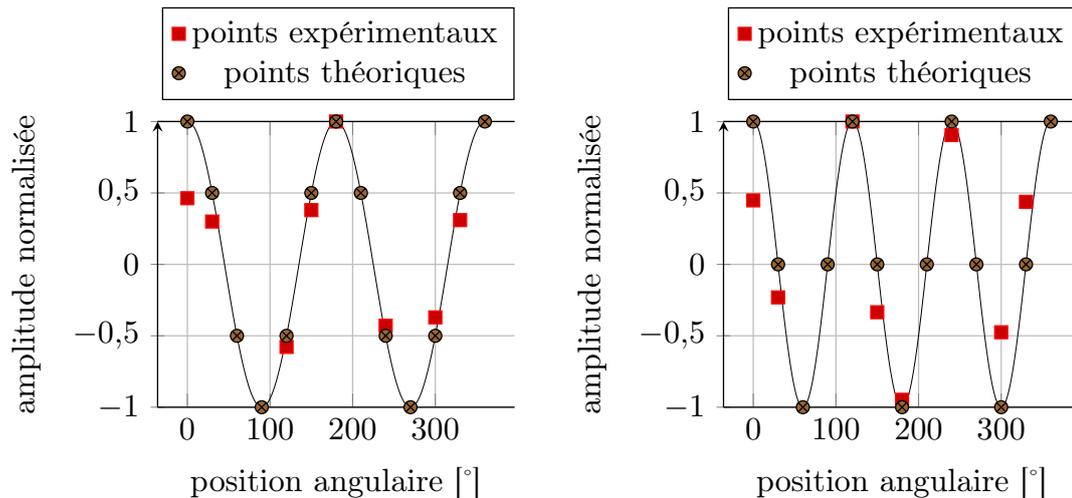
Diamètre	AM exp (Hz)	AM EF (Hz)	Écarts (%)
2	616	760.45	18
3	1316	1336.2	1.5

Encastrée-libre

Diamètre	AM exp (Hz)	AM EF (Hz)	Écarts (%)
2 ND 1F	476	474	-0.42
3ND 1F	1288	1282.9	-0.4
4ND 1F	2444	2422	-0.9
5ND 1F	3864	3877.3	0.3

Libre-libre

TABLE 2.4 – Valeurs des modes propres identifiés sur les images 2.21a et 2.21b - ND : diamètres nodaux, F : flexion



(a) Mode à 2 diamètres nodaux

(b) Mode à 3 diamètres nodaux

FIGURE 2.22 – Déformée spatiale expérimentale de la casquette en encastree-libre

2.4.3 Maîtrise du centrage du jeu radial

La casquette et la pièce « support-dents » du labyrinthe sont idéalement coaxiales. Pour éviter le cumul des défauts de concentricité lors de la fabrication, le nombre de pièces intermédiaires entre ces deux éléments est minimisé. Il existe deux possibilités de montage de la casquette : soit cette dernière est encastree sur le sous-assemblage « sortie-air » du côté des basses pressions, soit du côté des hautes pressions et dans ce cas la casquette est encastree sur le diffuseur. Pour ces deux configurations, le montage de l'ensemble { boîtier - casquette - support dents - sous assemblage « sortie-air »- diffuseur³ } est assemblé à la verticale pour faciliter le contrôle métrologique et pour rendre accessible l'installation des capteurs de pression. Une procédure de montage a été rédigée dans le cadre de ces travaux de thèse [81]

3. Seulement pour le montage de la casquette HP

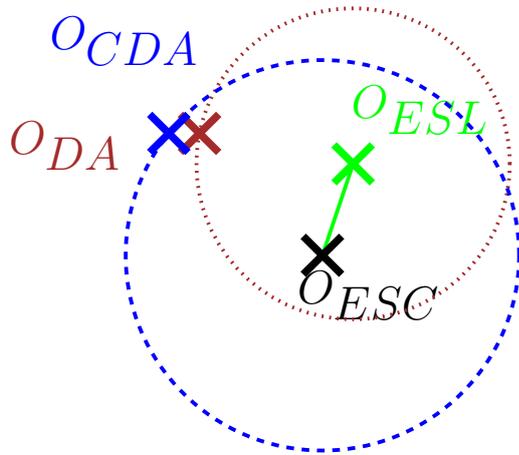


FIGURE 2.23 – Défaut de coaxialité retrouvé au niveau de la dent d'attaque

O_{CDA} : Centre de la Casquette mesuré au niveau de la Dent d'Attaque,

O_{DA} : Centre du support labyrinthe mesuré au niveau de la Dent d'Attaque,

O_{ESL} : Centre de l'Épaulement du Support Labyrinthe,

O_{ESC} : Centre de l'Épaulement du Support Casquette

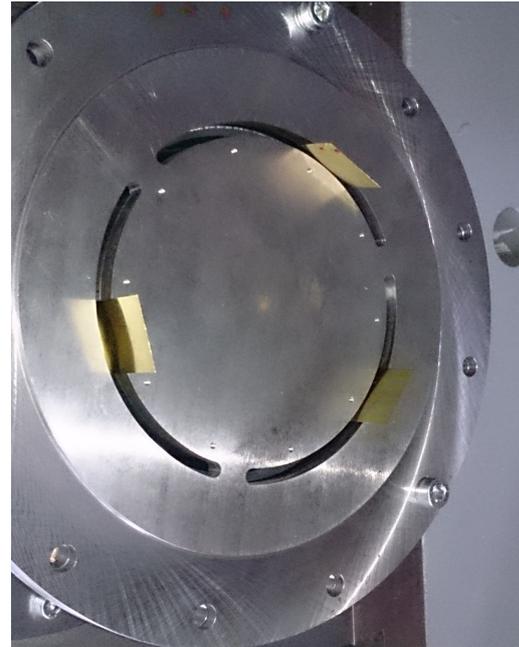


FIGURE 2.24 – Centrage du jeu

Pour le lancement des premières campagnes d'essais, la configuration avec la casquette montée du côté des basses pressions et avec un jeu radial de 150 microns est retenue. À l'aide d'une machine à mesurer tridimensionnelle, les épaulements de la casquette et du « support dents », situés sur le sous-ensemble « sortie-air », sont mesurés afin d'estimer leur défaut de coaxialité (cf. centre noir et vert de la figure 2.23). Le labyrinthe est ensuite monté sur son épaulement et une mesure pour trouver son centre est effectuée au niveau de la dent d'attaque et de la dent de sortie (cf. centre marron de la figure 2.23). Quelque soit la position angulaire du joint, il existera toujours un écart entre le centre des dents du joint et le centre de l'épaulement représenté par un cercle marron sur la figure 2.23. Les mêmes mesures sont réalisées sur la surface interne de la casquette positionnée sur son épaulement à la hauteur de la dent d'attaque et de sortie (le support-dents est retiré le temps de la mesure). Les résultats montrent un excentrement de 22 microns entre le centre de l'épaulement de la casquette et celui du joint. Cet excentrement ne peut pas être compensé puisque l'épaulement de la casquette et du joint sont situés sur la même pièce. Le montage du joint et de la casquette génère de nouveaux excentres par rapport à leur support. Les résultats obtenus à l'aide d'une MMT nous permettent d'identifier les positions angulaires optimales du joint et de la casquette qui minimisent le défaut de concentricité. Le décalage minimal obtenu à l'issue de cette procédure est de l'ordre d'une trentaine de microns. Pour vérifier que la surface intérieure de la casquette ne soit

jamais en contact avec une des deux dents du joint, trois cales souples en laiton de 130 microns chacune sont positionnées entre la casquette et le « support-dents » (cf. cales dorées sur la figure 2.24). Le diffuseur est ensuite monté sur son épaulement avec le « support-dents » en prenant soin de laisser dépasser les cales souples à travers les trous oblongs du diffuseur. Trois vis de serrage permettent d'assembler le diffuseur avec le boîtier et de jouer sur le centrage du « support-dents » qui est juste positionné sur l'épaulement du sous-ensemble « sortie-air » et celui du diffuseur (le joint n'est donc pas encastré). Le centrage du joint est jugé admissible lorsque les cales souples se retirent sans difficultés.

2.4.4 Test d'étanchéité

Le module d'essais doit être étanche. La seule fuite admissible est celle traversant les dents du joint labyrinthe. Étant donné le nombre de taraudages et de bouchons sur le boîtier, une pièce en aluminium a été usinée spécialement pour vérifier l'étanchéité du boîtier. Cette pièce représentée en bleu sur la figure 2.25 vient se fixer à la place de la casquette sur le sous-ensemble (jaune) comme présenté sur la figure. La conception du banc assure un niveau d'étanchéité acceptable pour les applications visées : en effet, la pression ne chute pas d'une quantité mesurable en l'espace d'une heure.

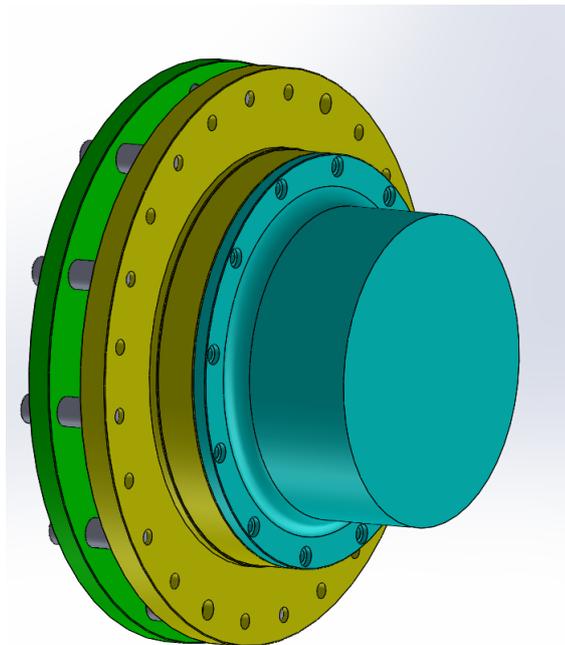


FIGURE 2.25 – Pièce pour l'obturation de la sortie

2.4.5 Pilotage de l'arrivée d'air comprimé

Sur le graphe 2.26 sont représentés les différents débits de fonctionnement possibles. La plage de débit testée se situe entre un débit minimal de 15 g.s^{-1} et un débit de pointe de 57 g.s^{-1} pour un jeu radial de 150 microns.

Le débit de pointe ne peut être maintenu dans le temps (cf. figure 2.26). Le débit maximal qu'il est possible de maintenir pendant une durée d'au moins 60 secondes est de 40 g.s^{-1} . Les essais sont volontairement arrêtés (d'où les chutes brutales de débit observée sur le graphique cf. figure 2.26). Le cahier des charges recommande un débit entrant dans le joint de 72 g.s^{-1} à une pression d'utilisation de 8 bars et pour un jeu radial de $150 \mu\text{m}$ (cf. tableau 2.3).

À ce jour, l'installation ne permet pas d'aller au-delà de 60 g.s^{-1} . En effet, il est fort probable que la tuyauterie, les nombreux raccords et coudes de l'installation créent des pertes de charges plus importantes que prévues et réduisent l'efficacité du compresseur. Un problème de pilotage de la vanne de régulation ou un défaut de centrage sont aussi envisageables.

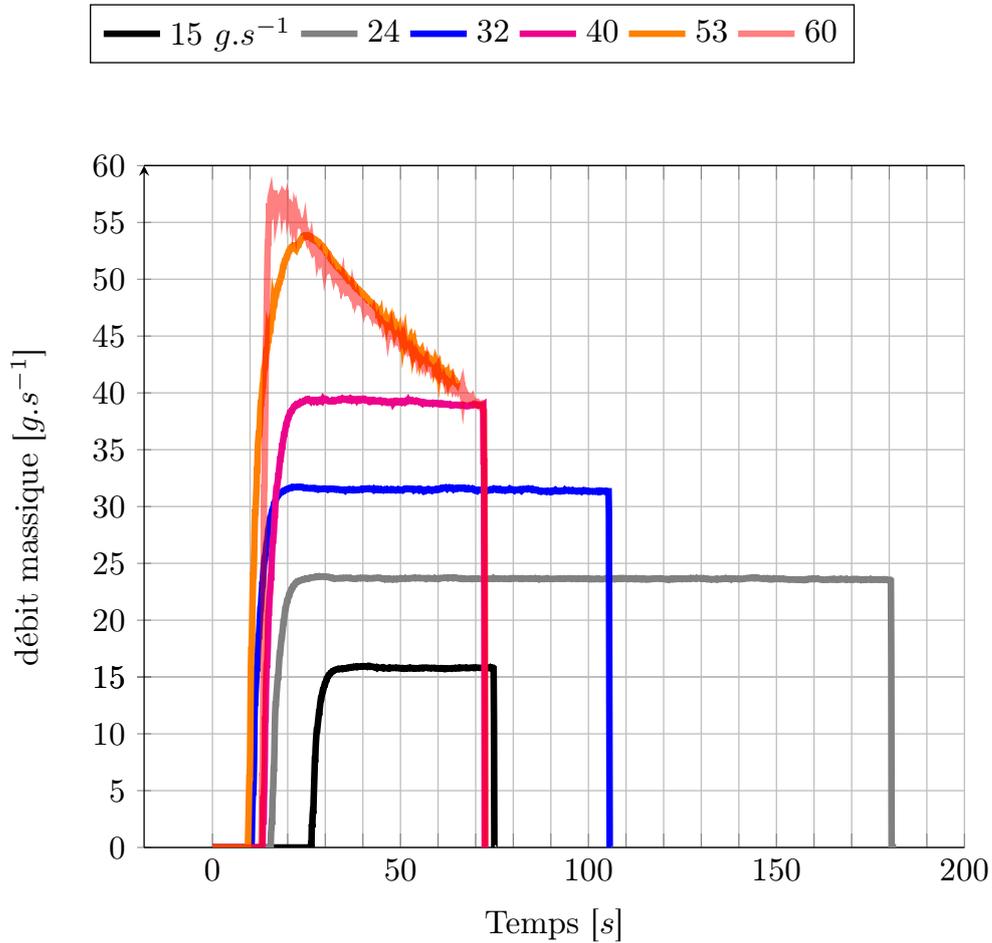


FIGURE 2.26 – Évolution du débit dans le temps (limiteur de pression à 8 bars en entrée du débitmètre) - chaque essai correspond à un pourcentage d'ouverture de vanne par rapport à son ouverture maximale

Conclusions

Ce chapitre se concentre sur le dimensionnement d'un banc d'essai complet dont l'objectif principal est l'étude des phénomènes d'instabilités aéroélastiques pouvant apparaître dans une machine tournante. Le dimensionnement proposé dans ce chapitre est conforme au cahier des charges donné par ASL. En effet, les choix de conception et de dimensionnement réalisés permettent d'assurer l'ensemble des fonctions principales et complémentaires imposées par ASL. Des essais d'analyses modales ont pu confirmer la conformité de certaines pièces comme la casquette.

D'autres part, un important travail a été réalisé sur le choix de l'instrumentation et les différents moyens de mesures choisis (capteurs de déplacement, de pression, de débit, etc.) se sont avérés pertinents. En effet, nous avons accès à la mesure :

- des déplacements de la casquette,
- des pressions stationnaires et instationnaires à l'entrée, à la sortie ainsi qu'à l'intérieur de la cavité,
- de débit massique,
- de température.

L'une des caractéristiques fondamentales de ce banc d'essais concerne sa modularité. Afin de pouvoir apporter des informations supplémentaires aux travaux d'Abbott et Alford, l'étude de plusieurs configurations est nécessaire. La conception du banc nous permet de combiner les configurations suivantes :

- la casquette est encastrée au niveau de l'admission d'air,
- la casquette est encastrée au niveau de la sortie d'air,
- le jeu radial est de $430 \mu\text{m}$,
- le jeu radial est de $150 \mu\text{m}$.

Aussi, le système d'admission de l'air comprimé permet de piloter les paramètres de pression et de débit à l'entrée du banc. Les données obtenues par l'instrumentation pour les différentes configurations mentionnées apporteront des éléments de comparaison avec les modèles numériques développés dans ces travaux de thèse.

Chapitre 3

Analyse des campagnes d'essais

Dans cette section sont présentés les résultats de la campagne d'essais réalisée au cours de cette thèse. La modularité du banc a été choisie de sorte à pouvoir établir des comparaisons avec les critères de stabilité existants. La diversité des capteurs mis en place sur le banc permet d'accéder à des informations de pression, de débit et de déplacement utiles à la compréhension des phénomènes vibratoires observés. Des conclusions sont rapportées en fin de chapitre suite à cette première campagne et des perspectives sont proposées pour les futures campagnes.

Sommaire du chapitre

3.1	Matrice d'essais	47
3.2	Protocole expérimental	48
3.3	Analyse temporelle et fréquentielle	51
3.3.1	Démarche	51
3.3.2	Traitement des déformées radiales	51
3.3.3	Influence du débit sur le comportement vibratoire du banc 54	
3.3.4	Influence du preswirl	63
3.4	Conclusions	65

3.1 Matrice d'essais

Pour cette première campagne d'essais, deux paramètres sont étudiés : la variation du débit massique et l'ajout de preswirl. Le jeu radial utilisé est de $150 \mu\text{m}$ et la pression est un paramètre ajustable. Toutefois, une analyse préliminaire a montré que lorsque la pression est inférieure à 7 bars à l'entrée du débitmètre, la gamme de débit est réduite (on ne dépasse pas les 25 g.s^{-1}). La réaction du joint est alors quasi-inexistante. Pour cette raison, l'analyse de l'influence de la pression sur la stabilité du joint ne peut être menée. Une pression de 8 bars est retenue. La casquette est encastrée du côté des basses pressions. La variation de ces deux paramètres donne accès à 14 configurations présentées dans le tableau ci-dessous (cf. 4.2). Les configurations de numéro 10 à 16 admettent une pré-rotation de l'air. Le nombre limité de voies d'acquisition nécessite de privilégier certains capteurs :

- 8 capteurs de déplacement qui permettent d'observer les modes d'intérêt,
- 3 capteurs de pression stationnaire sont disposés en amont, en aval et à l'intérieur de la cavité,
- 4 capteurs de pression instationnaire sont disposés en amont, en aval et à l'intérieur de la cavité (deux capteurs sont positionnés à l'intérieur de la cavité avec un décalage circonférentiel de 100 degrés)

La position angulaire de chaque capteur de déplacement (capteurs périphériques montés en extrémité des supports couleur bronze) est donnée sur la figure 3.1a. En bleu sont représentés les capteurs fonctionnels. Une illustration de l'instrumentation est proposée sur la figure 3.1b. Le positionnement des autres capteurs de pression stationnaire (gros capteurs en zone centrale) et instationnaire (petit capteur en zone centrale) est visible sur cette figure. Une étude préliminaire basée sur un modèle de poutre en flexion pour la casquette avec un amortissement issu de la littérature a montré que l'amplitude de deflection est suffisamment faible pour placer les capteurs de déplacement en bout de casquette (côté HP). Les essais durent 1 minute.

L'ouverture de la vanne est pilotée selon un critère de rapidité de manière à assurer un régime stationnaire le plus long possible. En effet, une ouverture lente de la vanne consommerait un volume d'air plus important limitant la durée du régime stationnaire. Cette hypothèse sur l'influence du transitoire devra être validée lors des essais.

Suite à l'étude des performances des débits atteignables 2.26, nous nous limiterons, dans la suite de ce chapitre, à l'étude des configurations 1, 3, 4 et 5

Débit massique (g.s^{-1})	16	23	32	39	(53)	(56)
Configuration	1	2	3	4	5	6
Preswirl	non	non	non	non	non	non
Ouverture vanne (%)	4	6	8	10	12	14
Configuration	10	11	12	13	14	15
Preswirl	oui	oui	oui	oui	oui	oui
Ouverture vanne (%)	4	6	8	10	12	14

TABLE 3.1 – Tableau des configurations pour une pression de 8 bars

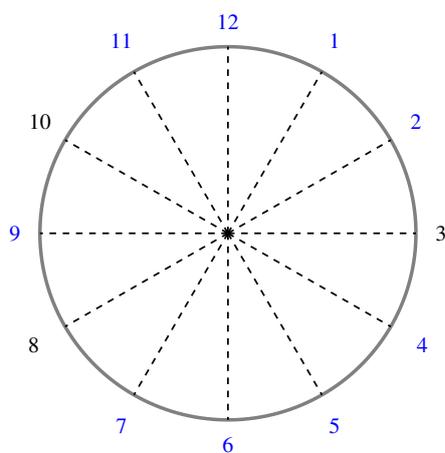
3.2 Protocole expérimental

Dans cette partie, le protocole expérimental est détaillé. Afin d'obtenir les mesures voulues (amplitudes vibratoires, pression et débit), les étapes suivantes doivent être réalisées.

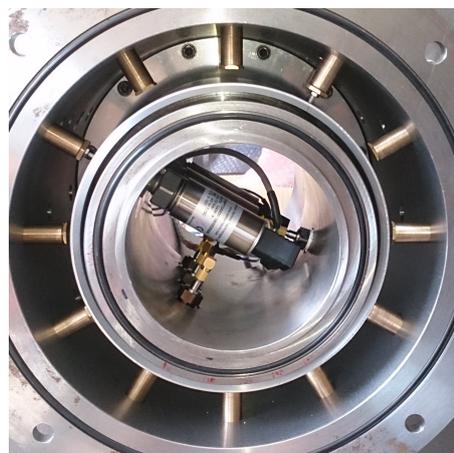
1. Application des paramètres d'entrée :
 - afin d'imposer une composante circonférentielle de vitesse à l'écoulement, le déflecteur peut être positionné ou non dans le module d'essai (cf. figure 2.7a②),
 - la pression maximale disponible est imposée dans la cuve ① à l'aide d'un compresseur. Il est important de noter que la pression dans la cuve est supérieure de la pression à l'entrée du module d'essai à cause des pertes de charge induites par la tuyauterie, la vanne de régulation et le joint. Le débit est piloté par l'intermédiaire de la vanne de régulation ③.
2. Démarrage de l'essai : ouverture de la vanne de régulation ③.
3. Acquisition :
 - la mesure du débit s'effectue à l'aide du logiciel fourni avec le débitmètre et permet de visualiser l'évolution du débit en temps réel,
 - les déplacements, pressions et températures sont mesurés à l'aide des capteurs précédemment définis et les signaux associés sont visualisés en temps réel.

Les résultats sont post-traités de la manière suivante :

- l'évolution du débit est tracée en fonction du temps et permet de vérifier la validité de la consigne imposée (cf. figure 3.3a),
- les signaux des capteurs de pression stationnaire permettent d'analyser l'évolution de la pression moyenne dans le joint,
- les signaux des capteurs de pression instationnaire donnent accès à l'évolution des fluctuations autour de la pression moyenne,
- les signaux des capteurs de déplacements permettent d'analyser l'évolution des amplitudes vibratoires de l'extrémité de la casquette (cf. figure 3.3b), le nombre de capteurs de déplacement étant limité, la connaissance des amplitudes vibratoires et des positions des capteurs permettent de reconstruire les déformées opérationnelles au cours du temps (cf. figure 3.3d),
- une analyse fréquentielle par transformée de Fourier est effectuée sur les signaux temporels



(a) Position angulaire des capteurs de déplacement (— capteur fonctionnels)



(b) Visualisation des capteurs de déplacement et de pression

FIGURE 3.1 – Capteurs de déplacement

de déplacements (cf. figure 3.3c). Cette dernière permet d'identifier les participations des différents modes. Les FFT des signaux temporels sont obtenues comme illustré sur le schéma 3.2. Le signal temporel enregistré par le capteur de déplacement est découpé en plusieurs blocs temporels de même taille. Une fenêtre de Hanning est appliquée sur ces blocs puisqu'elle offre un meilleur compromis entre fréquence et amplitude. Un moyennage fréquentiel est ensuite réalisé à l'aide des FFT appliquées sur chaque bloc. Les blocs étudiés sont choisis dans la partie stationnaire du signal.

Remarque

- aucun enregistrement n'est réalisé pour les mesures des capteurs de température en raison d'un nombre de voies d'acquisition limité,
- l'acquisition du signal associé au débitmètre est effectuée séparément des acquisitions des autres signaux (déplacements, pressions et températures). Par conséquent, dans la configuration actuelle utilisée, il est impossible de synchroniser lors des acquisitions le débitmètre avec les autres capteurs. Les évènements qui apparaissent sur le débitmètre ne peuvent être corrélés avec ceux apparaissant sur les autres signaux.

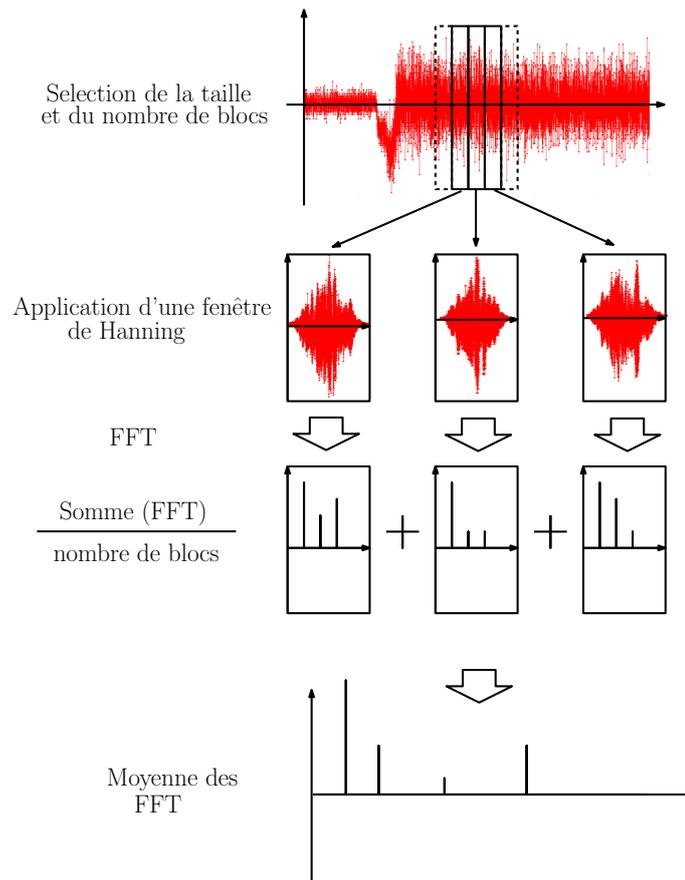


FIGURE 3.2 – Post-traitement des signaux temporels

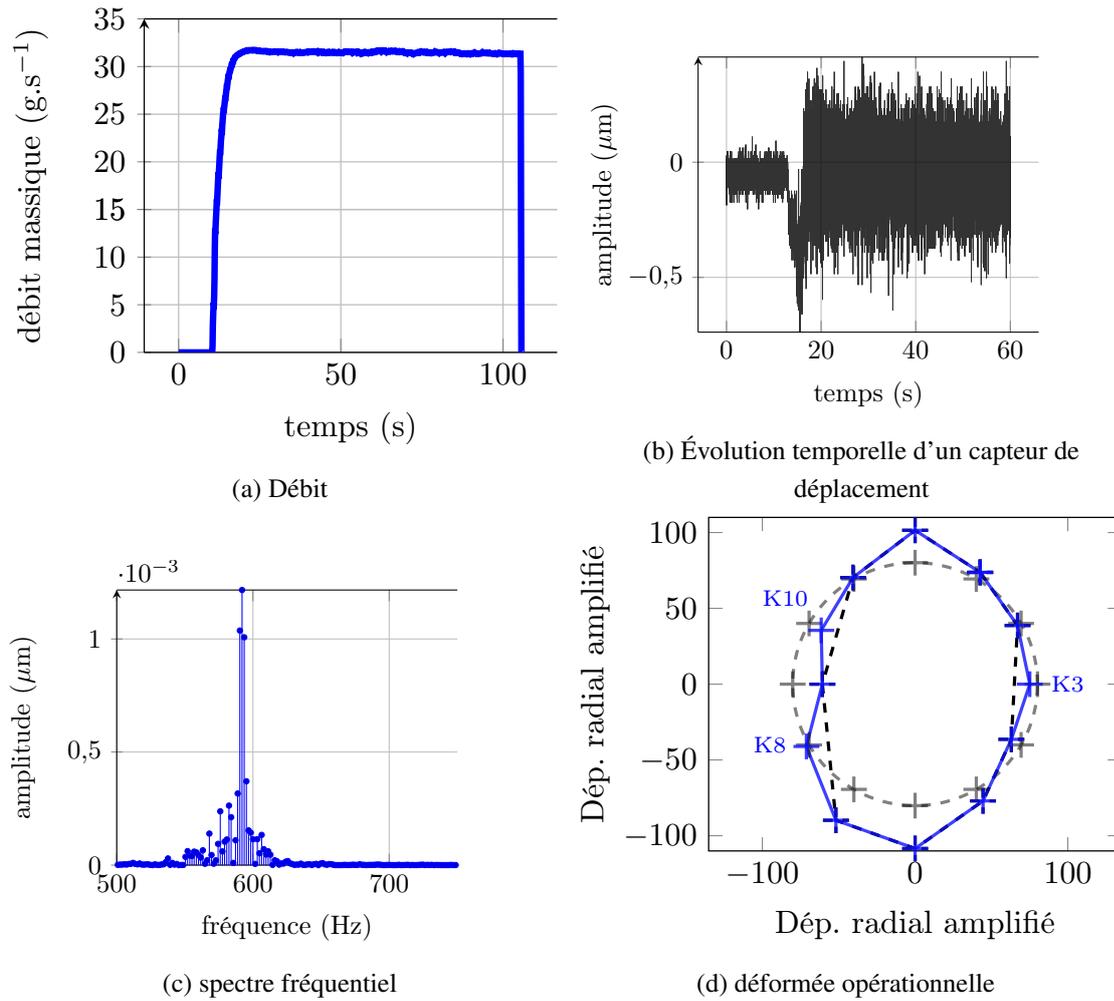


FIGURE 3.3 – Exemples de signaux mesurés et de post-traitement de résultats

3.3 Analyse temporelle et fréquentielle

3.3.1 Démarche

Cette section présente les résultats des signaux temporels et fréquentiels des capteurs de déplacement ainsi que les signaux temporels des capteurs de pression stationnaire et instationnaire. Dans un souci de synthèse, seuls les résultats de trois capteurs de déplacement sont présentés (K6, K9 et K12).

L'enregistrement des signaux démarre avant l'ouverture de la vanne ce qui explique une première phase d'amplitude quasi nulle jusqu'à 15 secondes comme le montrent les signaux temporels de la figure 3.9. Quelque soit le débit d'entrée appliqué, deux régimes se différencient sur les signaux temporels :

- un régime transitoire apparaît lors de la mise en pression du banc. Il est caractérisé par un important pic d'amplitude enregistré par les différents capteurs (cf. figures 3.9, 3.10 et 3.11) autour de 15 secondes. En effet, lors de la mise en pression du banc, le flux d'air perturbe le système initialement au repos en générant des efforts de pression sur les parois du joint.
- un régime stationnaire s'établit après 20 secondes.

Le régime transitoire n'est pas exploitable, car les essais ne laissent pas suffisamment de temps à la structure pour répondre (contrairement au cas classique du « ping-test »), c'est pourquoi seule l'analyse du régime stationnaire est conduite.

Dans un premier temps, la reconstitution des déformées opérationnelles est menée. Ensuite, une analyse de l'influence du débit sur le comportement vibratoire conduit à une mise en relation avec les critères d'Alford et d'Abbott. Puis, une analyse des pressions est conduite. La loi débit-pression du joint est extraite des résultats donnés par les capteurs de pression stationnaire et une analyse des pressions instationnaires est conduite en vue d'une analyse du comportement acoustique du joint. Enfin, l'ajout de preswirl permet de statuer sur l'influence de ce paramètre.

3.3.2 Traitement des déformées radiales

3.3.2.1 Reconstitution par interpolation de la déformée opérationnelle

Les capteurs K3, K8 et K10 ne sont pas fonctionnels lors des essais (cf. numérotation en figure 3.1b) Une interpolation de ces signaux manquants est réalisée. Le type d'interpolation est choisi afin de limiter l'erreur sur la reconstitution de la déformée.

Au départ, une méthode d'interpolation linéaire est choisie. En effet, les diamètres nodaux d'intérêt sont tels que le nombre de capteurs pour les observer respectent le théorème de Shannon.

Pour interpoler le signal du capteur :

- K3, les signaux de K1, K2, K4 et K5 sont utilisés,
- K8, les signaux de K6, K7, et K9 sont utilisés,
- K10, les signaux K9, K11, K12 sont utilisés.

Les résultats issus de cette première interpolation sont présentés figure 3.4. En noir pointillé est tracée la déformée réelle donnée par les capteurs de mesure actifs. En bleu est tracée la reconstitution de la déformée. L'interpolation réalisée sur ces capteurs reste une approximation de la mesure réelle du capteur. Elle permet surtout de proposer une visualisation complète de la déformée opérationnelle de la casquette à un instant t et serait utile à l'extraction des diamètres nodaux des modes présents dans les réponses. Le déplacement de chaque capteur est amplifié d'un facteur 10 000 sur les graphiques pour visualiser les déplacements de l'ordre de quelques microns.

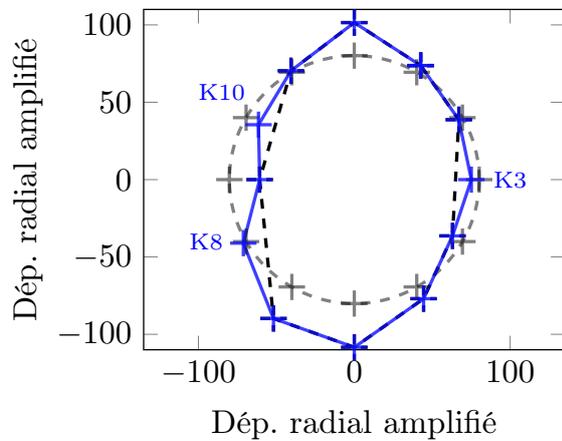


FIGURE 3.4 – Visualisation avec et sans interpolation - l'amplitude réelle des déplacements est de $\pm 10\mu m$

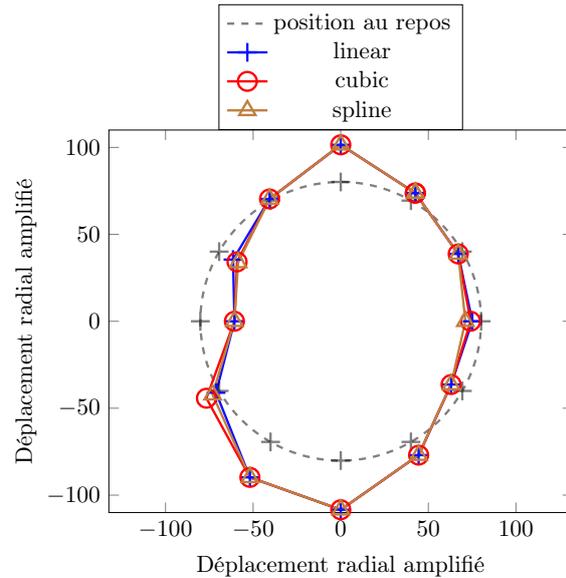


FIGURE 3.5 – Comparaison de différentes méthodes d'interpolation de l'outil matlab interp1 - l'amplitude réelle des déplacements est de $\pm 10\mu m$

Une comparaison de différents types d'interpolation est proposée (linéaire, spline, cubique). Les résultats sont présentés sur la figure 3.5. L'écart entre les trois méthodes est inférieure à 1%.

Pour justifier l'utilisation d'une interpolation linéaire, une reconstitution du signal de certains capteurs connus est réalisée. Ce test permet de mesurer l'écart entre la valeur mesurée par le capteur et la valeur estimée par la fonction d'interpolation. Pour un intervalle de temps donné, l'ensemble des capteurs testés (K1, K5, K6 et K12) renvoie une erreur relative inférieure à 2%. L'évolution de l'erreur relative pour le capteur K5 est présentée en figure 3.6. Le choix d'une interpolation linéaire est ainsi validée.

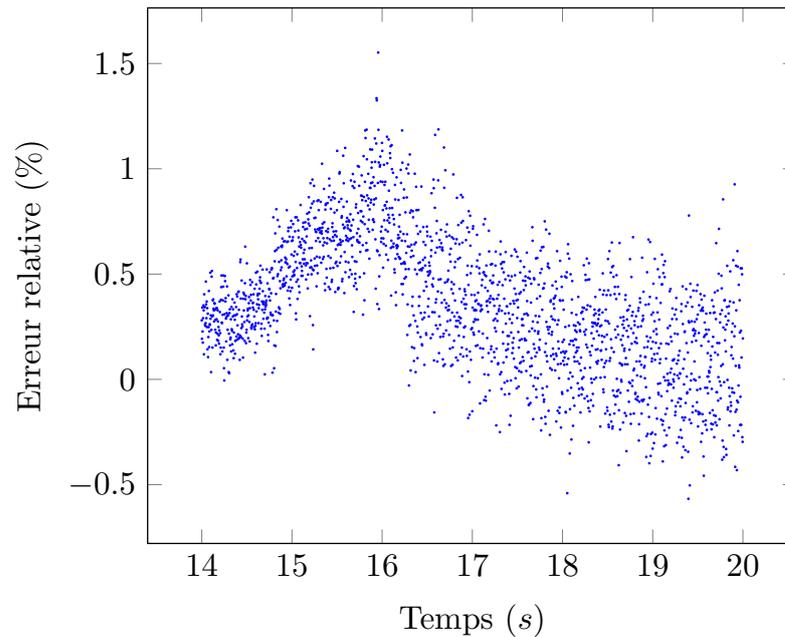


FIGURE 3.6 – Évolution de l'erreur relative entre la valeur réelle et la valeur interpolée du capteur K5 en fonction du temps

3.3.2.2 Identification des diamètres nodaux des modes dominants dans le spectre

Pour chaque signal temporel, le spectre fréquentiel des déplacements mesurés par K6, K9 et K12 est déterminé suivant la procédure décrite précédemment (cf. figure 3.2). Un pic fréquentiel prédominant apparaît à 590 Hz ainsi que d'autres pics secondaires autour de cette fréquence comme le montrent les figures 3.9, 3.10 et 3.11. Une faible participation de plus hautes fréquences est également observée sur ces spectres entre 1000 et 1500 Hz.

Les différents spectres affichés montrent :

- l'émergence de participation à basse fréquence (< 500 Hz),
- l'augmentation des participations à haute fréquence entre 1000 et 1500 Hz.

Le pic fréquentiel à 590 Hz semble correspondre au mode à deux diamètres nodaux. Pour vérifier ce point, ce mode est tracé à partir de sa formule analytique et comparé à la déformée réelle normalisée extraite des mesures des capteurs. La figure 3.7 présente une superposition de ces deux déformées. Cette comparaison montre que la déformée observée est très proche de celle du mode à deux diamètres associé à une fréquence proche de 590 Hz. On peut donc conclure de cette analyse que le mode à deux diamètres est bien le mode prédominant dans la réponse dynamique globale de la casquette. Une analyse similaire est conduite pour le pic identifié à 1307 Hz qui apparaît nettement dans les différents spectres. La figure 3.8 montre que la déformée associée à cette fréquence peut être rapprochée de celle du mode à 3 diamètres nodaux. Les écarts observés entre la déformée modale théorique et les mesures des capteurs sont dus, d'une part, aux hypothèses de modélisation (modèle axisymétrique, liaisons parfaites, plus grandes raideurs dues aux approximations des champs de déplacement) et, d'autre part, au fait que l'on n'excite pas un mode pur (géométrie non-axisymétrique du diffuseur, défaut de concentricité dans le joint, dynamique de la vanne de régulation).

Remarque : les figures 3.7 et 3.8 sont obtenues pour un débit de 4%. Les autres débits montrent des résultats similaires. Une comparaison des valeurs de fréquence obtenues ici sera faite au prochain chapitre avec celles obtenues analytiquement au chapitre 4 et par calcul (cf. Annexe B)

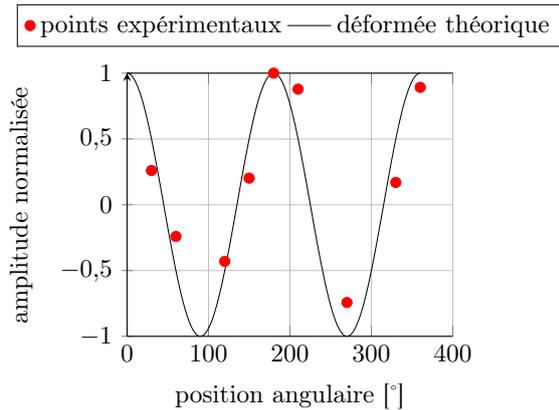


FIGURE 3.7 – Comparaison de la déformée associée au mode à 590 Hz identifié expérimentalement avec le mode théorique à 2 diamètres nodaux.

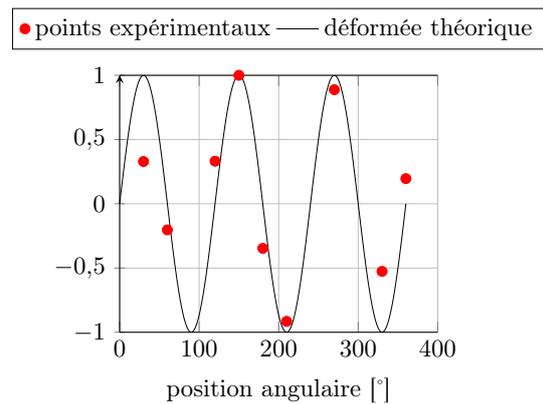


FIGURE 3.8 – Comparaison de la déformée associée au mode à 1307 Hz identifié expérimentalement avec le mode théorique à 3 diamètres nodaux.

3.3.3 Influence du débit sur le comportement vibratoire du banc

3.3.3.1 Analyse des déplacements et des transformées de Fourier temporelles associées

Cette section présente l'influence de la variation de débit sur les déplacements et les transformées de Fourier associées aux capteurs K6, K9 et K12.

Les amplitudes de déplacement crête à crête s'amplifient avec l'augmentation du débit comme le montre la figure 3.12. Pour une ouverture de vanne passant de 4% à 10%, une augmentation de 50 % des amplitudes de déplacement crête à crête peut être observée sur certains capteurs (cf. figure 3.9, 3.10, 3.11). Les signaux temporels de déplacements y sont synchronisés manuellement en prenant le pic d'amplitude transitoire comme événement commun. Cette représentation des déplacements permet de visualiser l'influence du débit sur le comportement vibratoire de la casquette. D'autre part, une analyse plus précise du contenu fréquentiel est menée. Une superposition des spectres sur la bande fréquentielle [580 620] Hz montre l'influence du débit sur les composantes fréquentielles proches du mode à 2 diamètres. Cette superposition des spectres montre qu'il n'y a pas de décalage en fréquence, les composantes fréquentielles sont identiques mais contribuent à des amplitudes différentes. Sur la gamme d'étude, l'augmentation du débit n'agit donc pas sur les composantes fréquentielles mais uniquement sur les amplitudes. D'autre part, l'augmentation du débit ne semble pas modifier l'ordre de prédominance des modes dans la réponse dynamique. En effet, les spectres présentés sur les figures 3.9, 3.10 et 3.11 montrent que l'ordre est identique quelque soit le débit imposé.

Une analyse plus synthétique est proposée sur la figure 3.13. Elle présente l'évolution de l'amplitude de déplacement maximale des capteurs en fonction des pourcentages d'ouverture de la vanne de régulation. Pour chaque capteur, l'obtention de ces points est obtenue en effectuant une moyenne de la courbe représentant l'évolution de l'amplitude de déplacement au cours du temps en régime stationnaire.

Les amplitudes de vibrations restent tout de même très faibles et aucune divergence et amplification des amplitudes n'est observées. L'analyse de ces signaux montre qu'aucune instabilité ne semble apparaître. En effet, le signal ne diverge pas et aucune saturation n'est observable.

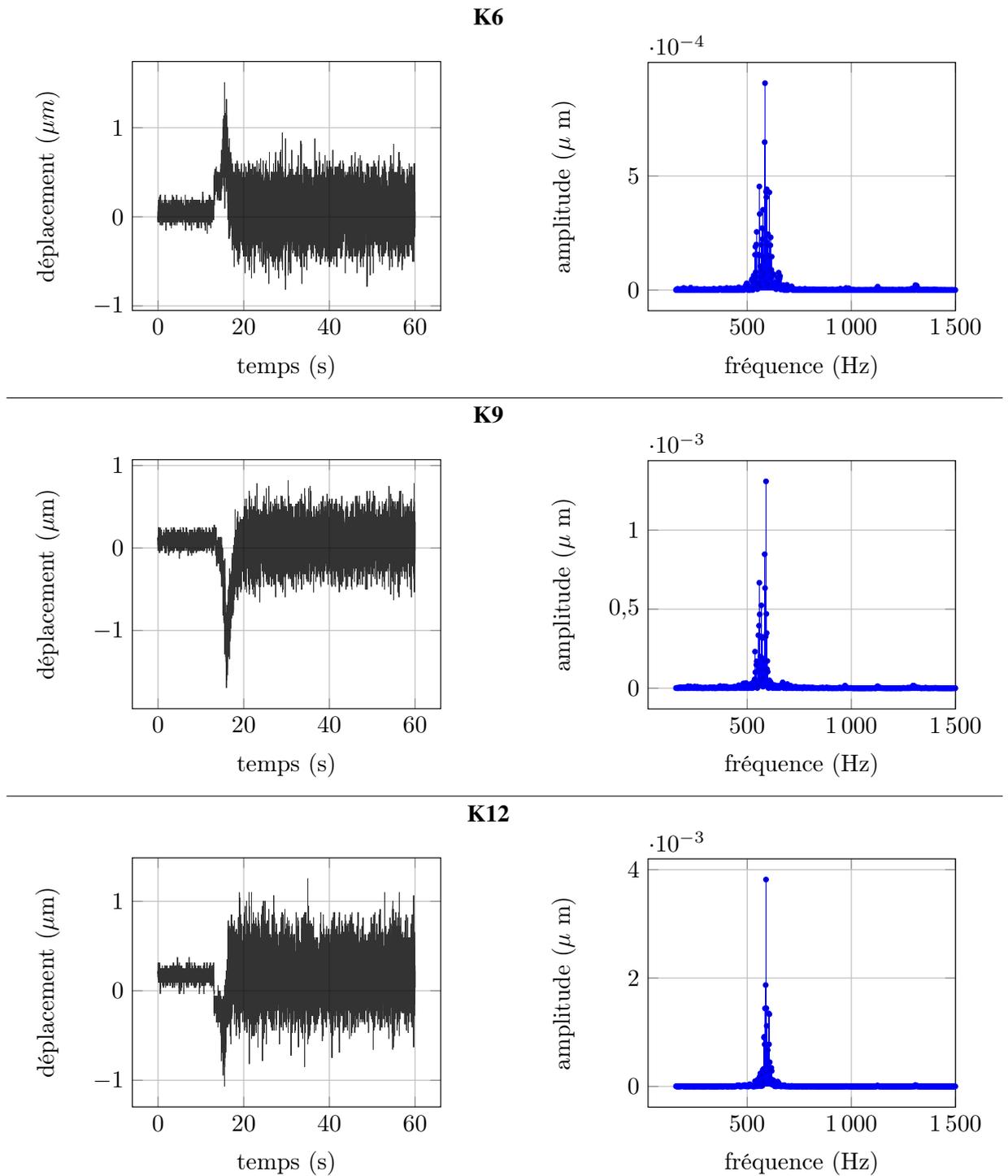


FIGURE 3.9 – Visualisation des déplacements radiaux (à gauche) et des transformées de Fourier associées (à droite) pour une ouverture de vanne de 4%

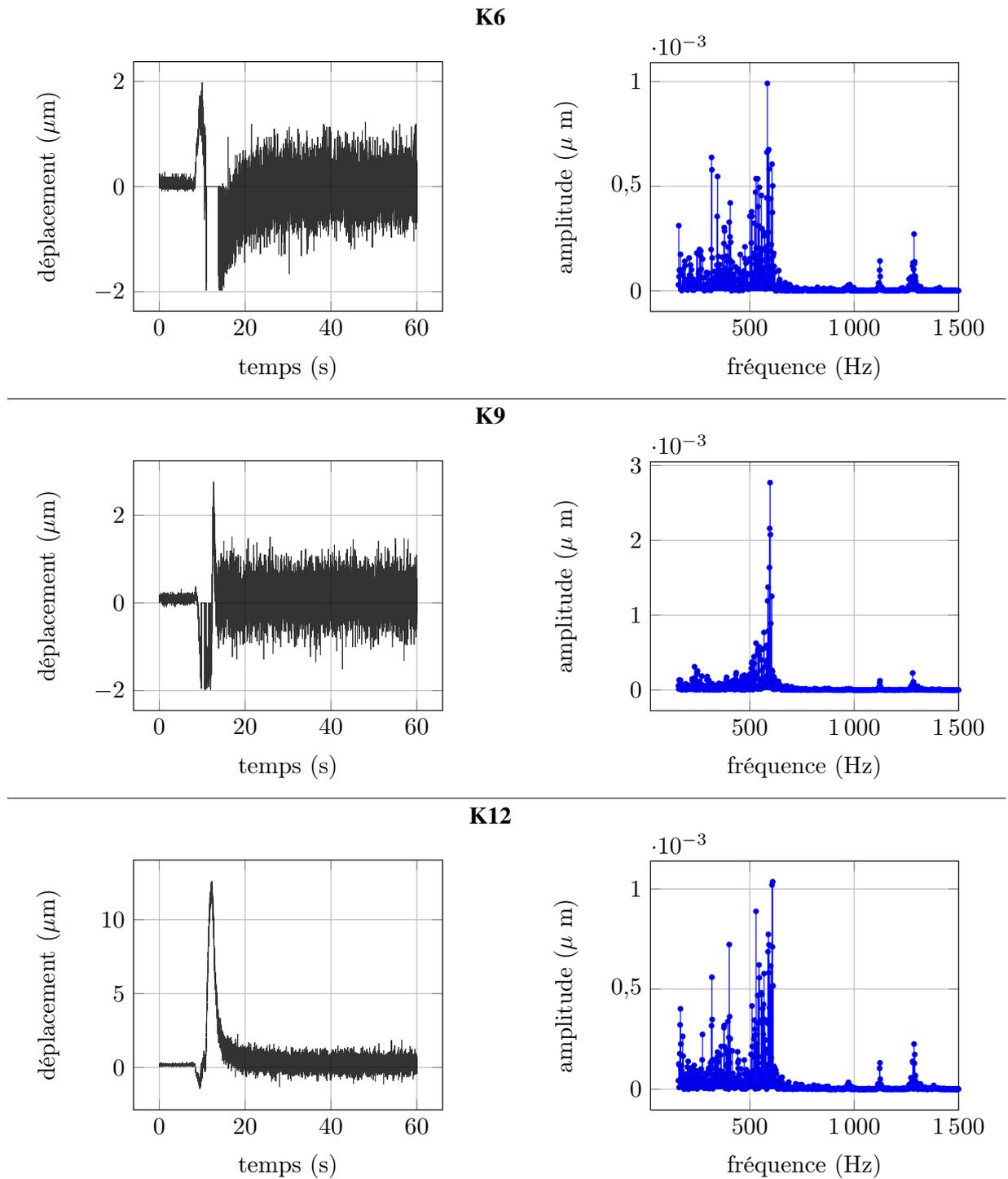


FIGURE 3.10 – Visualisation des déplacements radiaux (à gauche) et des transformées de Fourier associées (à droite) pour une ouverture de vanne de 8%

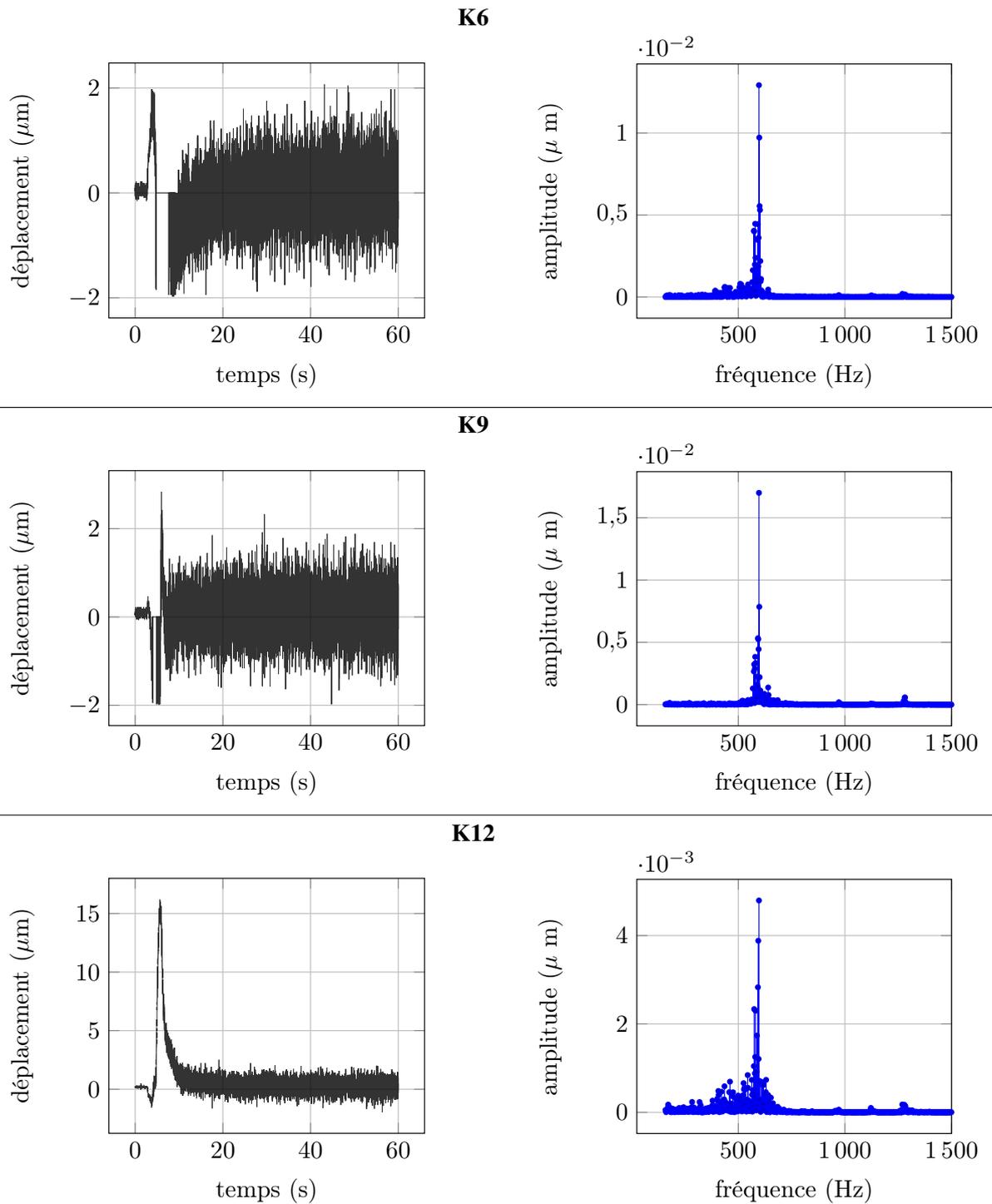


FIGURE 3.11 – Visualisation des déplacements radiaux (à gauche) et des transformées de Fourier associées (à droite) pour une ouverture de vanne de 10%

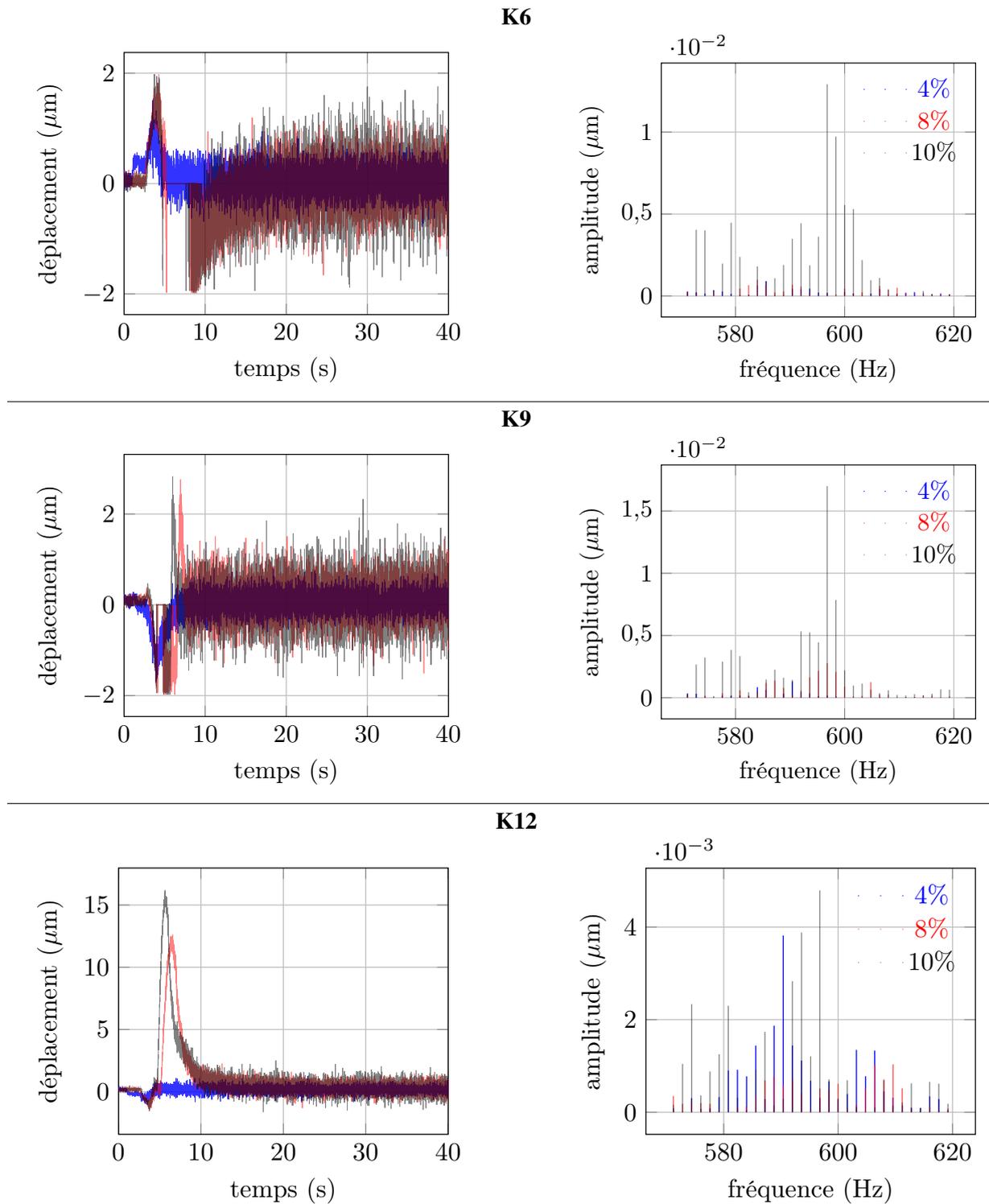


FIGURE 3.12 – Superposition des déplacements radiaux (à gauche) et des transformées de Fourier associées (à droite) pour les trois débits

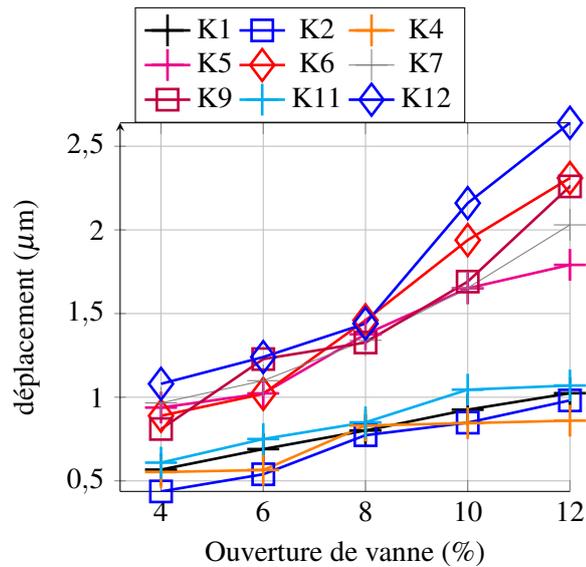


FIGURE 3.13

3.3.3.2 Analyse de l'influence du débit sur les déformées opérationnelles

Une étude qualitative de l'influence du débit sur la déformée opérationnelle de la casquette est proposée dans cette section. Cette analyse est réalisée en régime stationnaire. La figure 3.14 présente les déformées opérationnelles de la casquette pour chaque débit étudié. Les amplitudes vibratoires s'amplifient avec l'augmentation du débit comme déjà présenté en figure 3.13.

En observant ces déformées séparément (cf. figure 3.15), la casquette semble se déformer principalement selon le mode à deux diamètres. Cette observation est confirmée par l'analyse fréquentielle précédente (cf. section 3.3.2.2 mettant en évidence la participation prédominante de ce mode dans la réponse dynamique globale).

Il est par ailleurs remarquable que l'orientation de la plus grande dimension des lobes évoluent avec l'augmentation du débit.

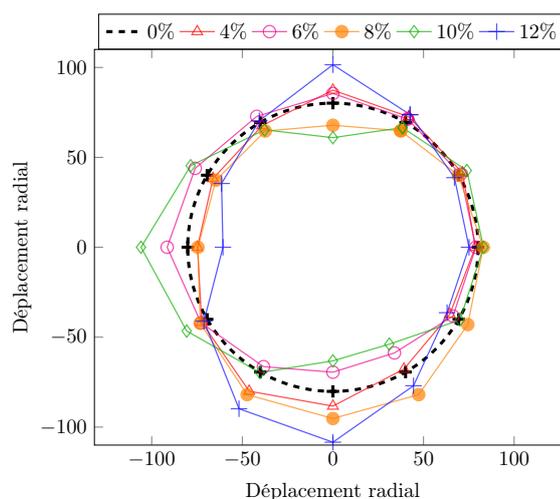


FIGURE 3.14 – Déformée opérationnelle des configurations 1 à 6 en régime stationnaire - l'amplitude réelle des déplacements est de $\pm 10\mu m$

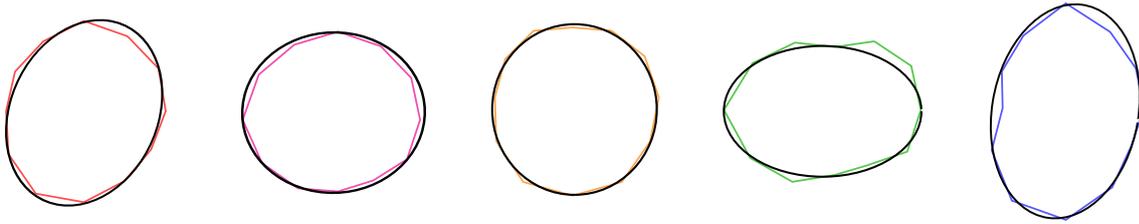


FIGURE 3.15 – Mise en évidence du deuxième mode à diamètre (de gauche à droite : débit à 4%, 6%, 8%, 10% et 12%)

3.3.3.3 Liens avec les critères d'Alford et d'Abbott

Alford propose un critère de pression-déflexion [3] basé sur des données empiriques qui peut être évalué avec les données post-traitées jusqu'ici. En effet, l'instabilité est déclenchée par le dépassement d'une certaine valeur du ratio $\frac{w}{R}$ (où w correspond au déplacement radial de la casquette et R à son rayon). Plusieurs valeurs seuils sont alors données par Alford pour différentes configurations échelonnées entre 0.16×10^{-3} et 0.6×10^{-3} .

Pour la configuration à 12% d'ouverture (cf. figure 3.13), l'amplitude maximale de déplacement atteint est de $2.5 \mu\text{m}$. Le rayon de la casquette est connu et vaut 80.13 mm . Le ratio peut être calculé :

$$\frac{w}{R} = \frac{2.5 \times 10^{-6}}{80 \times 10^{-3}} = 0.031 \times 10^{-3} \quad (3.1)$$

Ce dernier reste inférieur aux valeurs seuils données par Alford. Selon les seuils définis par Alford, l'ordre de grandeur de la limite de stabilité se situe entre $12,82 \mu\text{m}$ et $48,08 \mu\text{m}$

Pour dépasser ce seuil de stabilité, la déflexion mesurée par les capteurs devrait être au moins dans cette gamme. Quelque soit les débits appliqués en entrée ici, les amplitudes de déplacement de la casquette restent nettement en dessous du seuil de stabilité défini par Alford. Dans ces conditions, les essais répondent partiellement à la vérification de ce critère. Pour valider le passage du seuil de stabilité, une augmentation des niveaux d'excitation est nécessaire.

Selon les résultats issus des travaux d'Abbott [2], une instabilité devrait apparaître lorsque le joint est supporté du côté des basses pressions et que la fréquence de structure est plus faible que la fréquence acoustique théorique pour un même nombre de diamètres nodaux. L'observation des niveaux d'amplitude des pics fréquentiels permet de constater que le mode à deux diamètres est prépondérant face au mode à trois diamètres nodaux. La fréquence acoustique théorique du mode à deux diamètres est de 1363 Hz . La fréquence structurale du mode à deux diamètres est ici plus faible que la fréquence acoustique théorique du mode à deux diamètres.

Nous devrions donc être dans une configuration d'instabilité (cf. figure 1.7a). Or les réponses du système ne semblent pas l'indiquer. Une hypothèse pour l'expliquer serait que l'instabilité ne se déclenche que si les niveaux de pression, de débit et / ou vitesse sont suffisants. En effet, ce critère ne tient pas compte de ces variables influentes. De plus, comme l'indique Abbott dans ses conclusions, l'amortissement mécanique se montre très efficace dans la prévention de ce type d'instabilité. Notre module d'essai présente des épaulements de centrage de la casquette ainsi qu'une interface plane susceptibles de dissiper. En l'état, cette analyse permet de mettre en défaut le critère d'Abbott à ces niveaux d'excitation.

Pour des niveaux plus importants de pression et de débit d'entrée il serait possible d'observer une instabilité dans cette configuration. Un retournement de la casquette pourrait ensuite vérifier que

dans ces mêmes conditions, l'instabilité disparaît lorsque le joint est supporté du côté des hautes pressions. La limitation des niveaux d'excitation constitue la principale limite du banc et peut-être corrigée en choisissant une alimentation pneumatique plus performante en terme de niveaux de pression et de débit. Aussi, la limitation du frottement aux interfaces (suppression de l'épaule) que l'on retrouve sur le banc d'essai permettrait d'atténuer les amortissements structuraux et de limiter la réduction des niveaux de réponse.

3.3.3.4 Analyse des pressions stationnaires et instationnaires

Dans cette section sont regroupées les résultats des capteurs de pressions stationnaires (cf. figure 3.16) et instationnaires positionnés en amont, en aval et à l'intérieur de la cavité. Une forte perturbation est détectée et correspond à la mise sous pression du banc. La pression augmente pendant le régime transitoire - correspondant à la mise sous pression du banc - et un régime stationnaire s'établit au bout de 10 secondes (plus tôt que pour les déplacements).

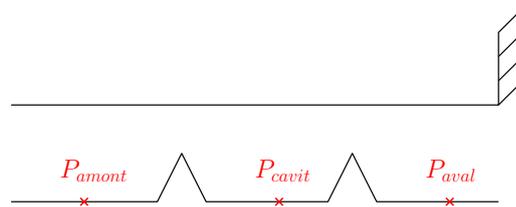


FIGURE 3.16 – Position des capteurs de pressions stationnaires

En amont, la pression stationnaire est multipliée par environ 4 entre le passage d'une ouverture de vanne de 4 % et une de 10%, alors que dans la cavité la pression est multipliée par 7,5. Le ratio $r = \frac{P_{cavit}}{P_{amont}}$ est calculé pour chaque débit :

- 4% $\rightarrow r = 0.4$,
- 8% $\rightarrow r = 0.66$,
- 10% $\rightarrow r = 0.71$,

Plus le débit est important et plus le ratio augmente : l'efficacité de l'étanchéité de la dent du joint augmente ainsi. En aval de la cavité, la pression est toujours égale à la pression atmosphérique, quelque soit le débit. Ces résultats sont en adéquation avec le comportement qualitatif attendu d'un joint labyrinthe tel qu'il sera décrit au chapitre 4 tableau cf. 4.5)

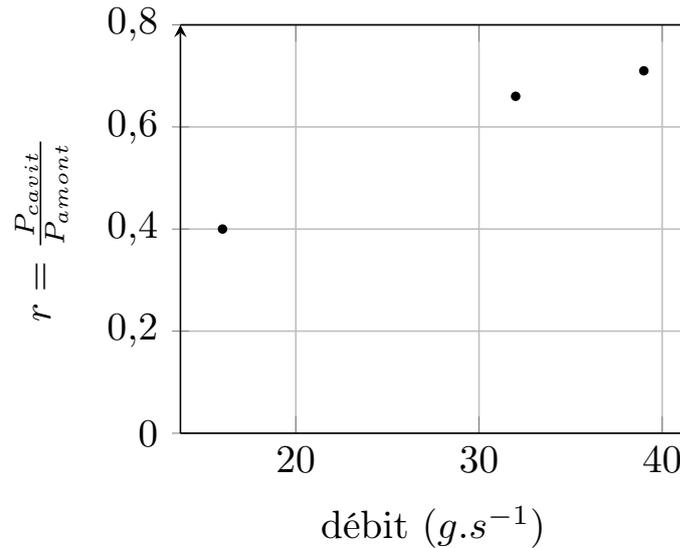


FIGURE 3.17 – Loi débit-pression du joint

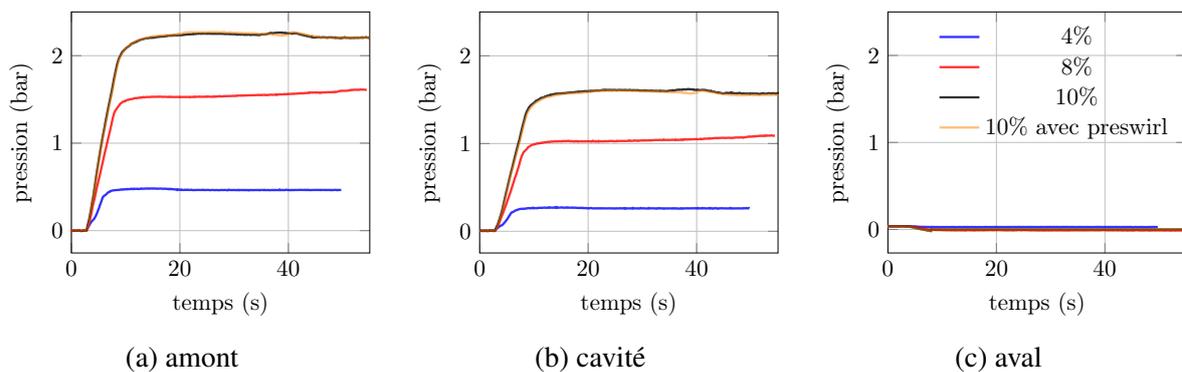


FIGURE 3.18 – Visualisation des pressions relatives stationnaires en amont, aval et dans la cavité

En reprenant le critère de pression-déflexion d'Alford, il est possible de recalculer la valeur du seuil théorique d'apparition d'instabilité avec la pression mesurée ici dans la cavité et la fréquence mesurée lors du ping-test en encastrée libre, soit :

$$\frac{w}{R} = \frac{n^2}{n^2 + 1} \frac{\Delta PLg}{Pif^2W} = 0.853 \times 10^{-3} \quad (3.2)$$

Le calcul réalisé ci-dessous nous permet de déterminer la valeur seuil du banc d'essai. Cette valeur est supérieure aux seuils relevés par Alford sur ses bancs d'essai (pour mémoire 0.16×10^{-3} et 0.6×10^{-3}). Ce résultat donne un seuil supérieur à celui mesuré en essai (0.031×10^{-3}). L'instabilité, selon Alford, n'est donc pas atteinte dans ces conditions de fonctionnement.

Les signaux mesurés permettent aussi d'avoir une estimation des fluctuations de pression (de l'ordre du mbar). Initialement, ces capteurs ont été installés afin de proposer une estimation du comportement acoustique pour statuer sur la stabilité au sens du critère d'Abbott. En raison des faibles niveaux de réponse obtenus, le post traitement de ces signaux n'a pas permis cette analyse : aucun mode acoustique ne ressort distinctement des transformées de Fourier. Ce travail fait partie des perspectives associées à ces travaux de thèse.

Débit massique ($g.s^{-1}$)	16	32	39
Configuration	1	3	4
$\Delta P_{amont/aval}(bar)$	0,4	1,6	2,3

TABLE 3.2 – Tableau des configurations pour une pression de 8 bars

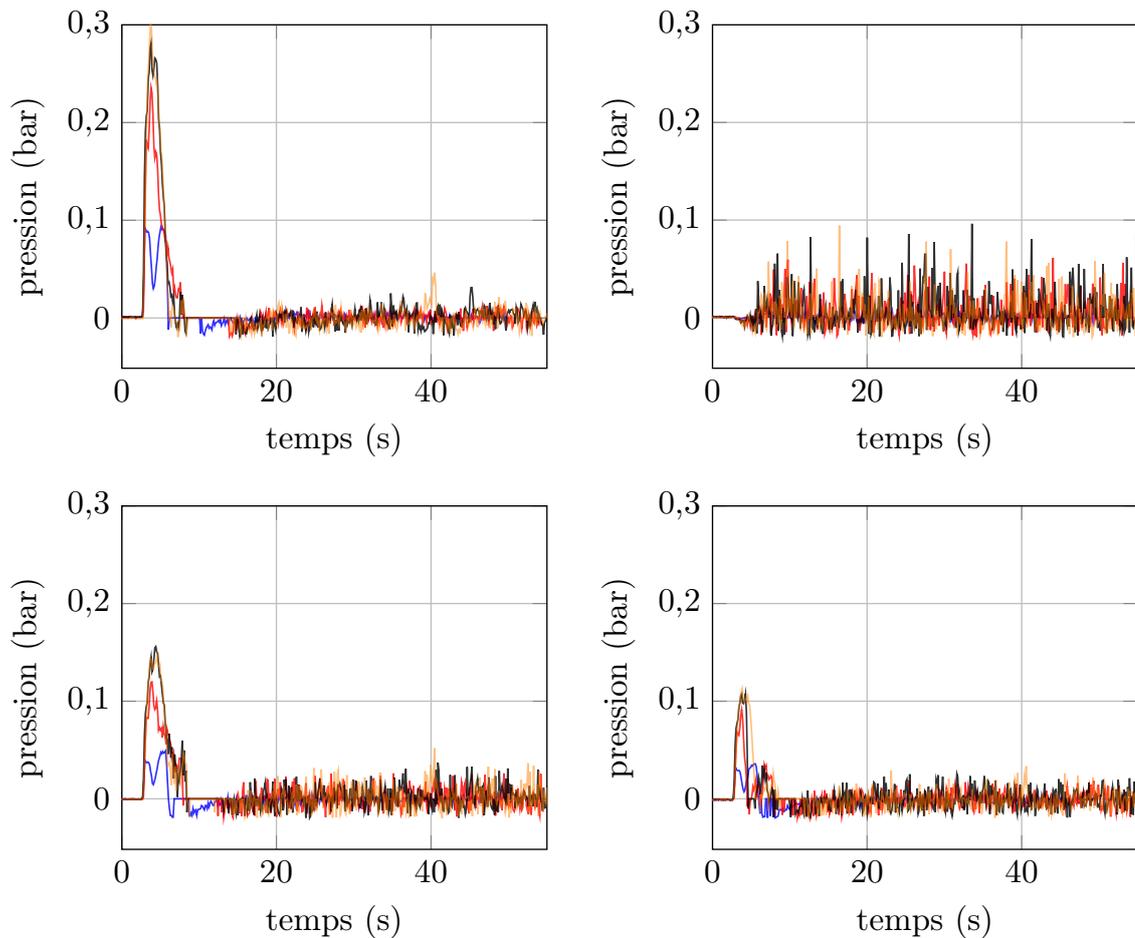


FIGURE 3.19 – Visualisation des pressions instationnaires en amont, aval et dans la cavité

3.3.4 Influence du preswirl

L'étude de l'ajout d'une composante circonférentielle est proposée sur un essai avec une ouverture de vanne à 10 % (soit un débit massique de $39 g.s^{-1}$).

Une photo de la pièce rajouté au banc et permettant de générer du flux circonférentiel est présentée en figure 2.19. Les signaux avec et sans preswirl sont superposés sur la figure 3.20.

L'ajout de preswirl semble diminuer les amplitudes de déplacement radiaux. Les composantes fréquentielles sont drastiquement atténuées et il n'existe plus de mode prépondérant à deux diamètres. La conception du diffuseur en trois parties (cf. figure 2.19) pourrait-être à l'origine de cette disparition.

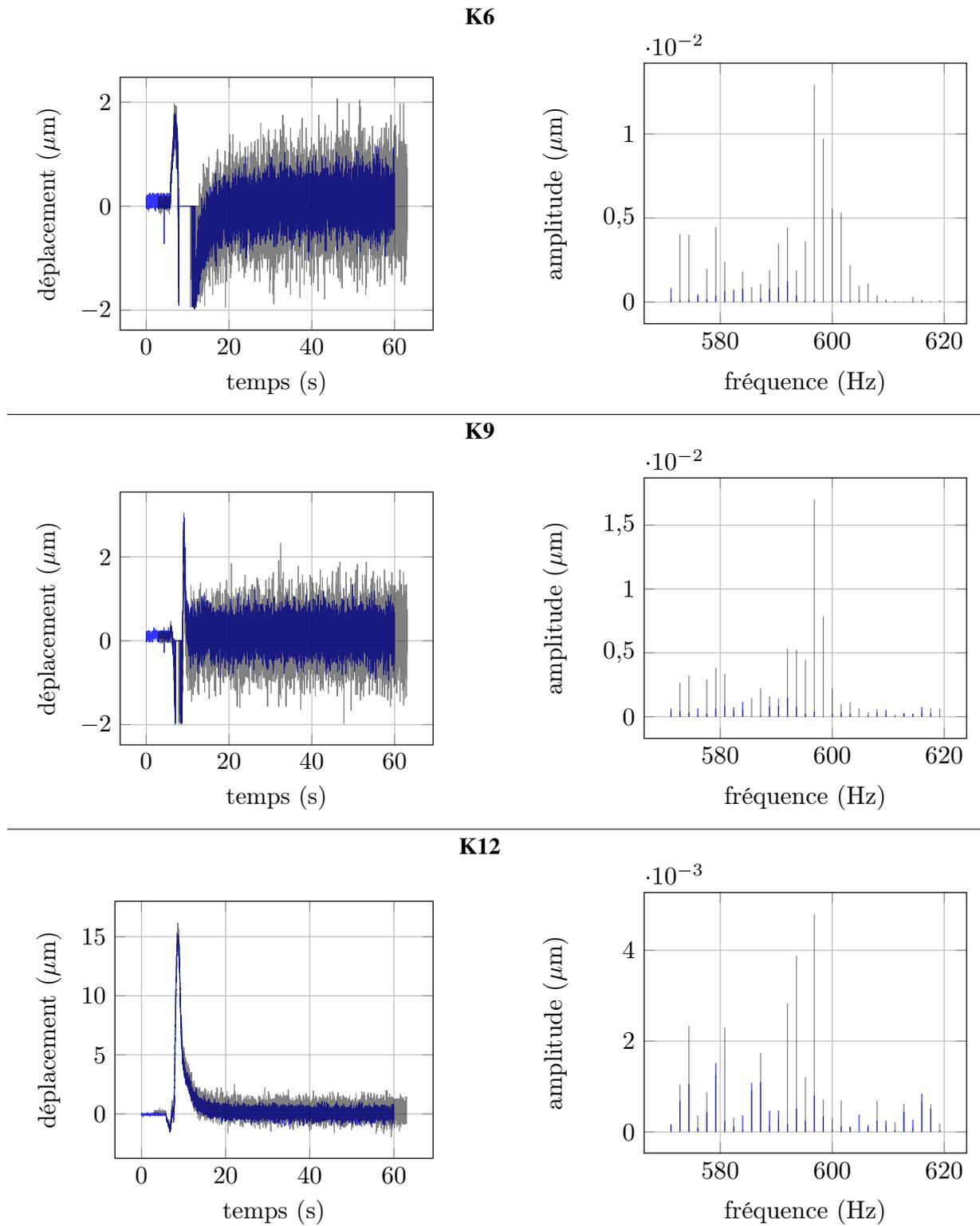


FIGURE 3.20 – Visualisation des déplacements radiaux (à gauche) et des transformées de Fourier associées (à droite) pour une ouverture de vanne de 10% avec ajout de preswirl (courbe bleu)

3.4 Conclusions

Ce chapitre présente l'analyse de la campagne d'essais réalisée pendant ces travaux de thèse. Pour mémoire, le banc d'essais est conçu pour répondre à plusieurs interrogations soulevées par la littérature et par l'expérience. Deux aspects sont étudiés dans ces travaux :

- le pilotage de l'arrivée d'air permet de balayer une plage de débit et de pression permettant d'établir des conclusions concernant l'influence des caractéristiques d'écoulement sur la stabilité du joint et d'appliquer le critère de « pression-déflexion » d'Alford.
- l'ajout d'une vitesse circonférentielle permettra une comparaison plus directe avec les travaux numériques de cette thèse.

Un protocole expérimental est mis en place pour acquérir et post-traiter les résultats de mesure des différents capteurs. Ce protocole permet d'extraire des résultats en termes de débit, de pression stationnaires et instationnaires, etc.

Une reconstitution de la déformée opérationnelle permet de mettre en lumière la participation prédominante du mode à deux diamètres. Ce résultat est confirmé par l'analyse temporelle et fréquentielle des signaux des capteurs de déplacement. En effet, un pic principal ressort à la fréquence de 590 Hz sur l'ensemble des spectres. La participation du mode à trois diamètres est également détectée à 1307 Hz avec une participation plus faible.

Une étude de l'influence du débit est réalisée sur le comportement vibratoire du joint. Cette dernière montre que l'augmentation du débit s'accompagne d'une augmentation des amplitudes et d'une modification du contenu fréquentiel. L'application du critère d'Alford ne met en lumière aucune instabilité. En revanche, l'application du critère d'Abbott indique qu'une instabilité aurait dû émerger dans la configuration actuelle du banc. Cependant, les faibles niveaux de pression, débit et vitesse peuvent expliquer l'absence d'instabilité ici.

Cette limitation des niveaux d'excitation constitue la principale limite du banc et pourra être corrigée en choisissant du matériel plus performant en termes de niveaux de pression et de débit. Des améliorations en termes de conception et d'alimentation en air comprimé sont nécessaires pour exploiter le banc dans des configurations qui pourraient déclencher des instabilités.

L'étude des niveaux de pression dans le joint montre que l'augmentation du débit augmente l'efficacité de l'étanchéité du joint. D'autre part, les niveaux de pressions mesurés sont proches des niveaux de pressions calculés. Une autre piste pouvant aider à augmenter les amplitudes de réponse vibratoire de la casquette consiste à réduire les sources d'amortissement solidien à son encastrement (suppression des épaulements, augmentation du nombre de vis pour un meilleur bridage).

L'ajout de preswirl n'amplifie pas nécessairement les amplitudes vibratoires. En revanche, les composantes fréquentielles sont drastiquement atténuées et il n'existe plus de mode prépondérant à deux diamètres. Une confrontation des vitesses circonférentielles estimées au cours des essais est réalisée avec les diagrammes de stabilité numériques présentés en section 4.6 permettra de constater que les niveaux de vitesses sont insuffisants au déclenchement d'une instabilité. L'analyse de stabilité montre alors que le système est stable dans les configurations testées. Une configuration du diffuseur augmentant ces valeurs de vitesse circonférentielle permettrait d'approcher des comportements instables (ailette dont l'incidence augmente axialement et qui permettrait de mieux accompagner le flux sans forcément pouvoir atteindre - pour des raisons pratiques de réalisation - des ratios de vitesse équivalents à ceux produits par la rotation de l'arbre).

Chapitre 4

Modélisation d'un joint annulaire de cinématique de paroi purement radiale

Les nouvelles contraintes industrielles que sont l'allègement des parties statoriques et la minimisation des jeux radiaux favorisent d'autant plus l'apparition d'instabilités aéroélastiques. Un modèle semi-analytique est développé dans ces travaux afin d'approfondir la compréhension de tels phénomènes et de mieux les prédire. Plusieurs aspects sont abordés dans ce chapitre tels que la modélisation de l'écoulement dans le joint, sa caractérisation à la paroi, etc. L'application d'un couplage-fort entre le fluide et un anneau fait l'objet d'une seconde partie. Une confrontation des résultats issus des simulations numériques à ceux de la littérature permettra une première étape de validation. Aussi, une étude de sensibilité sur l'influence sur l'occurrence d'une instabilité aéroélastique des paramètres de jeu, pression, vitesse et des paramètres géométriques sera proposée.

Sommaire du chapitre

4.1	Motivation et stratégie	68
4.2	Modélisation de l'écoulement	70
4.2.1	Propriétés de l'écoulement	70
4.2.2	Dynamique du fluide compressible : lois de conservation 71	
4.2.3	Conditions aux limites de l'écoulement	75
4.2.4	Linéarisation des équations	78
4.2.5	Résultats issus du modèle numérique à l'ordre 0	82
4.2.6	Confrontations essais/calculs des pressions stationnaires 84	
4.2.7	Simplification du modèle fluide en vue de son couplage 85	
4.3	Équation de la dynamique de paroi flexible	90
4.3.1	Vibrations de flexion d'un anneau circulaire	90
4.3.2	Dissipation de Rayleigh	93

4.3.3	Affinement expérimental des paramètres modaux	93
4.4	Couplage fluide-structure	96
4.4.1	Résolution monolithique	96
4.5	Analyse de stabilité	97
4.5.1	Indications sur la présentation générale des résultats	97
4.5.2	Tendances générales	99
4.5.3	Influence de paramètres géométriques	100
4.5.4	Influence de paramètres de sollicitation	103
4.5.5	Influence de paramètre de la loi pariétales	105
4.6	Confrontations calculs / essais : analyse de stabilité	107
4.7	Conclusion	110

4.1 Motivation et stratégie

Un modèle semi-analytique est développé dans ces travaux afin d'approfondir la compréhension de tels phénomènes d'instabilité, de mieux les prédire et de confronter ces prédictions aux résultats issus des tests expérimentaux (cf. chapitre 2 et 3). Ces modèles sont nécessaires du fait de

- la rusticité des modèles d'Alford et d'Abbott qui ont servi au prédimensionnement du banc d'essai,
- la non conformité des modèles semi-analytiques existants (de type Childs) avec les phénoménologies associées à l'allègement des parties statoriques et la minimisation des jeux radiaux. En effet, ces modèles admettent un rotor indéformable (dont l'axe de rotation admet un mouvement elliptique) et un stator indéformable aussi [38]. Or, les designs qui nous intéressent ici présentent une certaine souplesse de la structure (cf. figure 1.4 et figure 1.5) par rapport à des architectures plus massives (cf. figure 4.1).

Le modèle développé dans ces travaux admet ainsi un rotor indéformable, dont l'axe de rotation est fixe, et un stator déformable contrairement au modèle proposé par D.Childs [38]

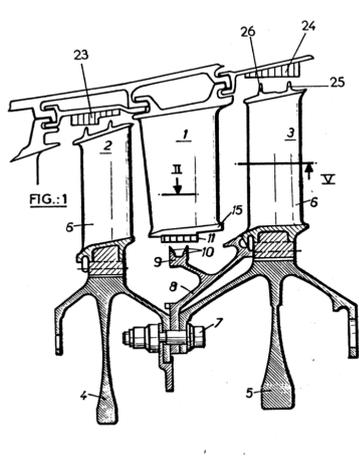
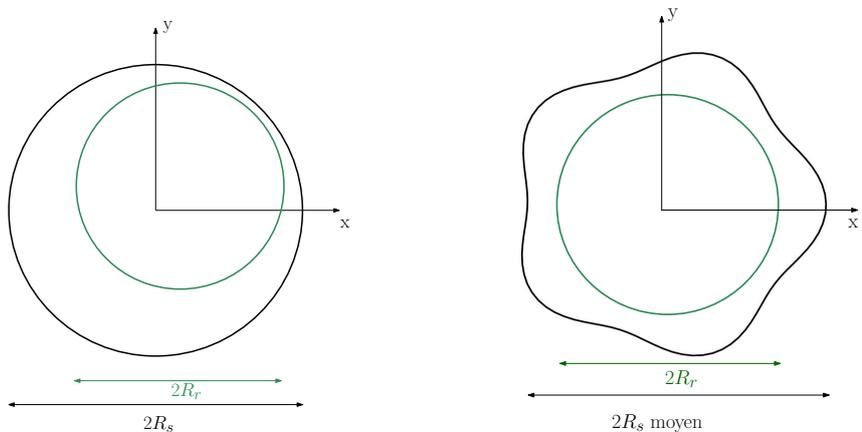


FIGURE 4.1 – Schéma de principe de joint labyrinthe équipant un compresseur axial de moteur d'avion (repères 10, 25 et 26)



(a) Modèle de Childs : axe rotor mobile, rotor non déformable, stator non déformable

(b) Modèle de l'anneau flexible : axe rotor fixe, rotor non déformable, stator flexible

À noter : le repère de travail est le repère fixe de coordonnées polaires $(0, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta)$ ou cylindriques $(0, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$

Ce chapitre propose un développement semi-analytique d'un couplage fluide-structure fort dans un joint labyrinthe : l'action du fluide sur la structure est prise en compte et réciproquement. L'enjeu de ce modèle est de pouvoir comprendre et de savoir prédire l'apparition d'une instabilité aéroélastique. Ce modèle s'appuie sur :

- un modèle de fluide qui s'établit à partir des équations simplifiées de Navier-Stokes. Les équations différentielles obtenues pour décrire le comportement du fluide sont à caractère non linéaires. Leur résolution s'appuie alors sur l'application d'une méthode de perturbation. Cette méthode génère une linéarisation des équations du fluide. Elle sépare ainsi la résolution du système en deux étapes :
 - 1 - le calcul des valeurs moyennes de pression, vitesse et débit massique indiquant l'état initial du système,
 - 2- le calcul des perturbations à l'ordre 1 du système autour de ces valeurs moyennes.
- un modèle de dynamique de structure d'un arc élastique circulaire capable de se déformer radialement et admettant l'hypothèse de cylindre infini. La flexibilité de l'anneau induit une variation de pression et de vitesse circumférentielle à l'intérieur du joint.

Le modèle comprend des dents situées sur l'arbre qui est supposé indéformable et qui ne tourne pas. Aussi, une pré-rotation du fluide à l'entrée du joint se combine au débit axial pour mimer la rotation de l'arbre absente ici. En raison de cette pré-rotation du fluide, des contraintes de cisaillement dans la direction circumférentielle agissent sur les parois de l'anneau et de l'arbre. Une première étape de validation s'effectue lors de la détermination de l'état initial du système (calcul des valeurs moyennes de pression, vitesse circumférentielle et débit massique).

Suite à cette validation, la résolution en déplacement, pression et vitesse du système admettant des perturbations (d'ordre 1) - autour des valeurs moyennes précédemment calculées - se fait par une résolution monolithique du problème.

Une analyse de stabilité est réalisée sur la configuration du système autour de laquelle les équations différentielles ont été linéarisées. Une étude de l'influence de paramètre de modélisation (lois pariétales), géométriques (taille de cavité, jeu radial, épaisseur d'anneau) et de sollicitations (pression, nombre de diamètres nodaux) est effectuée.

4.2 Modélisation de l'écoulement

Dans l'ensemble de ce chapitre, les équations qui régissent le mouvement du fluide sont écrites pour un élément de volume infinitésimal compris dans la cavité du joint, nommé volume de contrôle matériel. Ce volume se déplace avec le fluide, et la vitesse en un point de la surface est égale à la vitesse locale du fluide. Les volumes matériels, à l'instant t , sont désignés par $V_m(t)$ et les surfaces de contrôle par $A_m(t)$.

4.2.1 Propriétés de l'écoulement

4.2.1.1 Description eulérienne

La description eulérienne décrit le mouvement du fluide à un endroit donné (en opposition à la description lagrangienne où l'on suit le mouvement individuel des particules ce qui nécessite de connaître l'état initial de chaque particule). Cette description est la plus courante dans le cas d'un écoulement fluide où les amplitudes de déplacement des volumes élémentaires sont grandes (contrairement au cas des structures où la description de Lagrange est privilégiée) : « lorsque l'on regarde l'eau s'écouler sous un pont, c'est la vitesse du courant qui est importante et non l'origine de l'eau ». La description eulérienne introduit deux notions-clés : les notions de volume de contrôle et de dérivée matérielle. Le volume de contrôle désigne un ensemble de points contenus dans un volume limité par une surface fermée (appelée surface de contrôle).

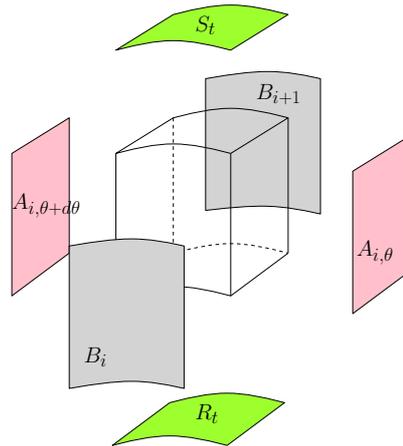


FIGURE 4.3 – Visualisation du volume de contrôle et des différentes surfaces de l'enveloppe

Dans ce paragraphe, nous rappelons la définition de dérivée particulaire qui nous sera utile par la suite. Pour toute variable d'Euler à valeur scalaire, la différentielle totale d'une fonction $A = A(\vec{r}, t)$ où \vec{r} désigne le vecteur position, peut s'écrire :

$$dA = \frac{\partial A}{\partial t} dt + \frac{\partial A}{\partial x} dx + \frac{\partial A}{\partial y} dy + \frac{\partial A}{\partial z} dz \quad (4.1)$$

La dérivée particulaire peut alors s'écrire de manière condensée :

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla})A \quad (4.2)$$

où $\vec{v} \cdot \vec{\nabla}$ est l'opérateur de transport (advection) d'une quantité qui peut être scalaire ou vectorielle.

$$(\vec{v} \cdot \vec{\nabla})A = v_x \frac{\partial A}{\partial x} + v_y \frac{\partial A}{\partial y} + v_z \frac{\partial A}{\partial z} \quad (4.3)$$

et où

$$\vec{v}(\vec{r}, t) = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{dx}{dt} \\ \frac{dy}{dt} \\ \frac{dz}{dt} \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

Dans ces travaux de thèse, l'hypothèse de fluide newtonien est appliquée.

4.2.1.2 Écoulement turbulent

La turbulence désigne le déplacement irrégulier des particules du fluide. Les fluctuations de vitesse se superposent au mouvement moyen de l'écoulement. La nature laminaire ou turbulente de l'écoulement est caractérisée par le nombre de Reynolds défini comme suit :

$$Re = \frac{\rho \bar{v} D_h}{\mu} = \frac{\bar{v} D_h}{\nu} \quad (4.5)$$

où ρ désigne la masse volumique, \bar{v} la vitesse de l'écoulement et D_h le diamètre hydraulique. Ce nombre représente le ratio entre les effets d'inerties et visqueux du fluide. Il existe un seuil de nombre de Reynolds en dessous duquel l'écoulement est considéré comme stationnaire et au-dessus duquel le fluide passe en régime turbulent. La notion d'écoulement turbulent fait référence à un écoulement qui est aussi par nature instationnaire : les variables décrivant le mouvement du fluide (pression, vitesse, densité ou encore énergie) sont dépendantes du temps.

Cependant, un écoulement turbulent peut être considéré comme stationnaire si les variables moyennes sont indépendantes du temps et si les corrélations d'ordre deux constituées à partir de ces variables sont invariantes par translation [30]. En CFD, la méthode RANS (Reynolds Averaged-Navier Stokes) ([78],[92],[58],[94]), majoritairement utilisée dans l'industrie, consiste à réaliser un moyennage temporel des équations de Navier-Stokes pour toutes les échelles. Cela revient à décomposer le champ de vitesse instantanée en une partie moyenne et une partie fluctuante ([53],[95]). Ces méthodes s'éloignent des travaux présentés dans ce mémoire, mais il est important de savoir que ces approches (RANS, LES, URANS, méthodes hybrides LES / RANS) sont au coeur des développements numériques actuels.

4.2.2 Dynamique du fluide compressible : lois de conservation

L'air est un fluide caractérisé de compressible : l'air circulant dans le joint labyrinthe subit des gradients de pression, de température et se heurte à la géométrie exigüe du joint altérant l'écoulement qui devient dès lors turbulent avec des phénomènes de recirculation de fluide à l'intérieur des cavités ([92]). La masse volumique de l'air n'est donc pas constante ni dans le temps ni dans l'espace. Afin de décrire le mouvement du fluide newtonien, on utilise les équations de Navier-Stokes en formulation eulérienne et pour un fluide compressible.

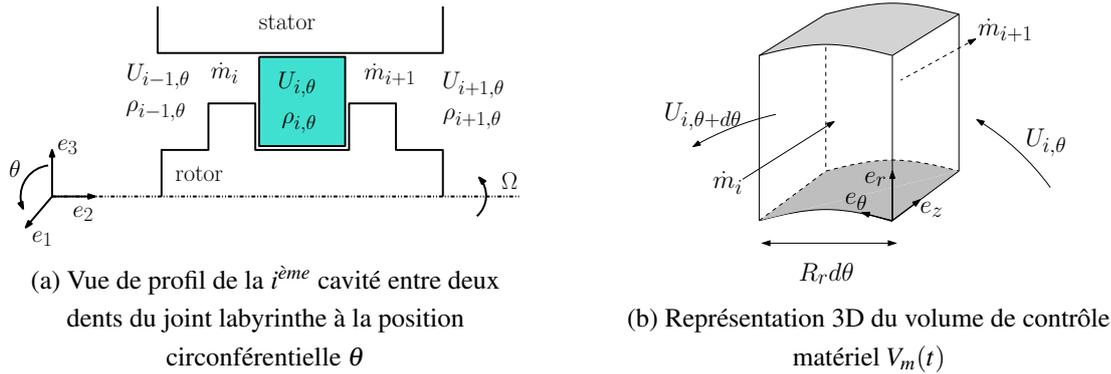


FIGURE 4.4 – Représentation du volume matériel

Le volume de contrôle représenté figure 4.4b est considéré comme étant contenu à l'intérieur d'une cavité du joint (cf. figure 4.4a). Cet élément de volume est traversé par un débit massique axial (\dot{m}) et une vitesse circonférentielle (U).

Afin de simplifier la modélisation de l'écoulement plusieurs hypothèses sont faites sur ces équations.

- L'air est considéré comme étant un gaz parfait
- La variation de pression dans la cavité est très petite devant la variation de pression entre les cavités (de même pour la vitesse circonférentielle)
- La vitesse axiale suivant l'axe e_2 est négligée (cf. figure 4.4a). Seule la vitesse dans la direction orthoradiale est utilisée pour déterminer les contraintes de cisaillement sur les parois. Cette hypothèse est valable uniquement dans les cavités puisque, dans ce cas, la vitesse axiale est en moyenne faible devant la vitesse orthoradiale. De plus, seules les instabilités associées aux ondes acoustiques orthoradiales sont étudiées. Le bilan de quantité de mouvement axial reviendrait à étudier les ondes acoustiques longitudinales, ce qui sort du cadre de cette thèse.
- Un processus isotherme est considéré.

4.2.2.1 Équation de continuité

L'équation qui traduit la conservation de la masse pour un volume d'intégration arbitraire est donnée ci dessous.

$$\frac{\partial \rho_{i,\theta}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_{i,\theta} \mathbf{v} = 0 \quad (4.6)$$

la masse volumique ρ dépend du numéro de la cavité et de la position orthoradiale à l'intérieur de cette cavité. Cette équation locale exprime la conservation de la masse. Elle est applicable en tout point d'un fluide continu ne contenant pas de source ou de puit. La masse contenue dans le volume matériel $V_m(t)$ s'écrit sous la forme macroscopique :

$$m = \int_{V_m(t)} \rho_{i,\theta} dV \quad (4.7)$$

Le volume matériel ne contient ni source ni puit. La masse qui se trouve dans $V_m(t)$ est constante. La variation temporelle de la masse étant nulle, la relation suivante est obtenue :

$$\frac{d}{dt} m = \frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho_{i,\theta} dV = 0 \quad (4.8)$$

Si on réécrit l'équation de continuité (4.6) sous sa forme macroscopique développée on obtient alors :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_{i,\theta} A_{i,\theta} r d\theta) + \dot{m}_{i+1} r d\theta - \dot{m}_i r d\theta + \frac{\partial(U_{i,\theta} A_{i,\theta} \rho_{i,\theta})}{\partial \theta} d\theta = 0. \quad (4.9)$$

D'où :

$$\boxed{\frac{\partial}{\partial t}(\rho_{i,\theta} A_{i,\theta}) + \frac{1}{R_r} \left[\frac{\partial(U_{i,\theta} A_{i,\theta} \rho_{i,\theta})}{\partial \theta} \right] + \dot{m}_{i+1} - \dot{m}_i = 0} \quad (4.10)$$

Physiquement, cette équation traduit :

$$\left(\begin{array}{c} \text{Variation} \\ \text{de la masse comprise} \\ \text{dans le volume de contrôle} \end{array} \right) = \left(\begin{array}{c} \text{Masse entrant} \\ \text{dans le} \\ \text{volume de contrôle} \end{array} \right) - \left(\begin{array}{c} \text{Masse sortant} \\ \text{du volume} \\ \text{de contrôle} \end{array} \right) \quad (4.11)$$

4.2.2.2 Équation de conservation de la quantité de mouvement dans la direction orthoradiale

On considère à nouveau le même volume de contrôle matériel $V_m(t)$. La quantité de mouvement circonférentielle contenue dans ce volume est donnée par l'intégrale suivante :

$$\int_{V_m(t)} \rho_{i,\theta} \mathbf{U}_{i,\theta} dV. \quad (4.12)$$

Le principe fondamental de la dynamique indique que la variation de la quantité de mouvement de ce système matériel est égale à la somme de toutes les forces extérieures qui lui sont appliquées :

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho_{i,\theta} \mathbf{U}_{i,\theta} dV = \mathbf{F} \quad (4.13)$$

Deux types de forces peuvent agir sur le fluide :

- les forces de surface qui agissent par l'intermédiaire de la surface $A_m(t)$. La résultante des efforts surfaciques s'écrit sous la forme :

$$\int_{A_m(t)} \mathbf{t}(\mathbf{n}) dS \quad (4.14)$$

où \mathbf{n} est le vecteur unitaire extérieur à l'élément de surface infinitésimale dS et \mathbf{t} représente l'effort surfacique local.

- les forces de volume que l'on peut exprimer sous la forme :

$$\int_{V_m(t)} \rho_{i,\theta} \mathbf{g} dV \quad (4.15)$$

Le fluide est considéré comme étant léger. Les forces de volume sont donc négligeables devant les forces de surface. Dans ce contexte, l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la direction orthoradiale s'écrit :

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_m(t)} \rho_{i,\theta} \mathbf{U}_{i,\theta} dV = \int_{A_m(t)} \mathbf{t}(\mathbf{n}) dS \quad (4.16)$$

Aussi en écrivant le premier membre de l'équation à l'aide du théorème du transport, nous pouvons écrire que :

$$\int_{V_m(t)} \frac{\partial \rho_{i,\theta} U_{i,\theta}}{\partial t} dV + \int_{A_m(t)} \rho_{i,\theta} U_{i,\theta} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_{A_m(t)} \mathbf{t}(\mathbf{n}) dS \quad (4.17)$$

L'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la direction circonférentielle s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_{i,\theta} U_{i,\theta} A_{i,\theta}) + \frac{1}{R_r} \frac{\partial}{\partial \theta}(\rho_{i,\theta} A_{i,\theta} U_{i,\theta}^2) + U_{i,\theta} \dot{m}_{i+1} - U_{i-1,\theta} \dot{m}_i = -\frac{A_{i,\theta}}{R_r} \frac{\partial P_{i,\theta}}{\partial \theta} + \tau_{r_i,\theta} a_{r_i,\theta} Li - \tau_{s_i,\theta} a_{s_i,\theta} Li \quad (4.18)$$

où $\tau_{r_i,\theta}$ et $\tau_{s_i,\theta}$ représentent respectivement la contrainte pariétale du rotor et du stator et où $a_{r_i,\theta}$ et $a_{s_i,\theta}$ sont des coefficients adimensionnels associés respectivement au rotor et au stator.

Physiquement, cette équation traduit :

$$\begin{aligned} \left(\begin{array}{c} \text{Variation} \\ \text{de la quantité de mouvement} \\ \text{dans la direction circonférentielle} \\ \text{dans le volume de contrôle} \end{array} \right) &= \left(\begin{array}{c} \text{qdm dans la direction} \\ \text{circonférentielle entrant dans} \\ \text{volume de contrôle} \end{array} \right) \\ &- \left(\begin{array}{c} \text{qdm dans la direction} \\ \text{circonférentielle sortant du} \\ \text{volume de contrôle} \end{array} \right) \\ &+ \left(\begin{array}{c} \text{somme des} \\ \text{efforts de} \\ \text{pression} \end{array} \right) + \left(\begin{array}{c} \text{somme des efforts} \\ \text{de cisaillement} \end{array} \right) \end{aligned}$$

4.2.2.3 Équation de fuite

L'équation de fuite se substitue à l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la direction axiale. Le taux de fuite est défini par une forme modifiée de l'équation de fuite empirique de Neumann [33] :

$$\dot{m}_i = \mu_0 \mu_i H_{i,\theta} \sqrt{\frac{P_{i-1}^2 - P_i^2}{RT}} \quad (4.19)$$

où R représente la constante des gaz parfait et T la température. Les constantes suivantes sont également introduites :

$$\begin{aligned} \mu_0 &= \sqrt{\frac{N_t}{(1-\alpha)N_t + \alpha}} && \text{"kinetic-energy factor"} \\ \alpha &= 1 - \left(1 + \frac{16.6C_r}{L}\right)^{-2} \\ \mu_{i,\theta} &= \frac{\pi}{\pi + 2 - 5s_{i,\theta} + 2s_{i,\theta}^2} && \text{"flow coefficient"} \\ s_{i,\theta} &= -1 + \left(\frac{P_{i-1,\theta}}{P_{i,\theta}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \end{aligned}$$

où N_t correspond au nombre de dents, L à la largeur de cavité et γ au coefficient de Laplace.

Cette relation sera utilisée pour caractériser le débit circulant entre deux cavités.

On notera que l'évolution de la viscosité cinématique de l'air nous est donné par la relation suivante :

$$\nu = -1,363528 \times 10^{-14} \times T^3 + 1,00881778 \times 10^{-10} \times T^2 + 3,452139 \times 10^{-8} \times T - 3,400747 \times 10^{-6} \quad (4.20)$$

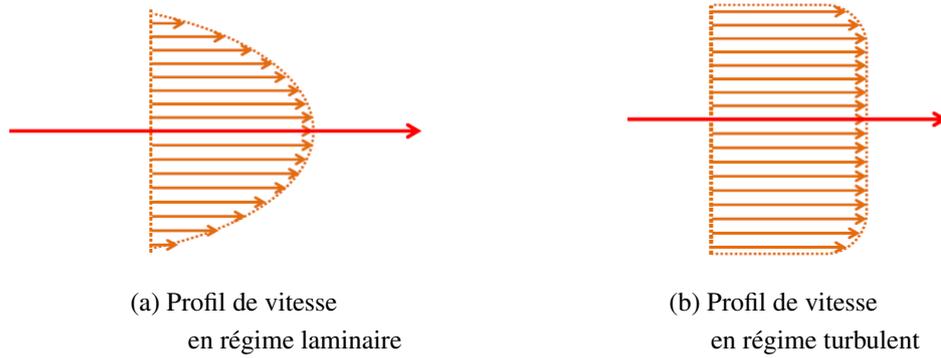


FIGURE 4.5 – Profil de vitesse des régimes laminaire et turbulent

4.2.3 Conditions aux limites de l'écoulement

Deux phénomènes vont conditionner l'écoulement aux limites : le « frottement » entre le fluide et la paroi à la périphérie des cavités et l'atteinte de la vitesse du son au passage de la dernière dent.

4.2.3.1 Modélisation de l'écoulement à la paroi

Il existe différentes approches pour l'étude des écoulements de fluide qui ont été développées dans les travaux de Blasius [27], Hirs [59], Nelson [84], etc. Dans ces travaux, trois cas de figure sont proposés :

- Cas 1 : À des fins de comparaison, le premier modèle d'écoulement repose sur les équations de l'acoustique classique [70] où le fluide est considéré parfait (pas d'effet de cisaillement)
- Cas 2 : Traditionnellement, l'étude analytique d'un écoulement dans un joint labyrinthe est basée sur le modèle d'écoulement turbulent de Hirs. Cette théorie s'appuie sur le modèle de Blasius qui stipule que le coefficient de frottement pour un fluide turbulent traversant un tube lisse s'écrit :

$$C_{fb} = \frac{\tau}{\frac{1}{2}\rho_{air}\bar{U}} = nR_e^m = n \left(\frac{\bar{U}D_h}{\nu} \right)^m \quad (4.21)$$

où \bar{U} correspond à la vitesse moyenne de l'écoulement et ν la viscosité cinématique du fluide. Les coefficients n et m sont déterminés de manière empirique et dépendent de l'état de surface. Les valeurs communément utilisées dans le cas d'un tube à paroi lisse sont $n=0.079$ et $m=-0.25$. Le nombre de Reynolds se base sur le diamètre hydraulique correspondant à environ deux fois le jeu entre les parties stator et rotor.

Blasius détermine que la contrainte pariétale pour un fluide turbulent qui s'écoule à travers un tube lisse s'écrit :

$$\tau = \underbrace{\frac{1}{2}\rho U^2}_{\text{Énergie cinétique par unité de volume}} \times N_0 \left(\underbrace{\frac{UD_h}{\nu}}_{\text{Nombre de Reynolds}} \right)^{M_0} \quad (4.22)$$

Aussi, les contraintes pariétales peuvent ici s'écrire :

$$\tau_{ri} = \frac{1}{2}\rho_{i,\theta}(R_s\Omega - U_{i,\theta})^2 N_r \left(\frac{|R_s\Omega - U_{i,\theta}| Dh_i}{\nu} \right)^{M_r} \text{sgn}(R_s\Omega - U_{i,\theta}) \quad (4.23)$$

$$\tau_{si} = \frac{1}{2} \rho_{i,\theta} (U_{i,\theta})^2 N_s \left(\frac{|U_{i,\theta}| D h_i}{\nu} \right)^{M_s} \text{sgn}(U_{i,\theta}) \quad (4.24)$$

Avec ici : $N_r = N_s = N_0$ et $M_r = M_s = M_0$ où N_0 et M_0 sont des constantes empiriques et valent respectivement $-0,25$ et $0,079$ et Ω , la vitesse de rotation de l'arbre.

- Cas 3 : Une combinaison de trois formulations différentes, dépendantes du nombre de Reynolds, est utilisée. Afin de prendre en considération la rugosité des parois, l'équation implicite de Colebrook [36] est utilisée. Cette formulation combine des résultats issus d'écoulements turbulents dans des tubes à parois lisses et rugueuses.

- pour $Re \leq 1000$ la loi de Blasius pour un écoulement laminaire est utilisée $C_{fb} = 24/Re$.
- pour $Re \geq 3000$ la formulation de Colebrook est appliquée :

$$x = a - b \log \left(\frac{g}{D_h} + \frac{c}{Re} x \right) \quad (4.25)$$

où a, b, c et g (rugosité) sont des valeurs données ci-dessous :

$$a = 1.13875, b = 2, c = 9.3121, \text{ et } g = 20 \cdot 10^{-6}$$

$$\text{et } C_{fk} = \frac{1}{4x^2}$$

où C_{fk} correspond au coefficient de frottement dans le cas du modèle de Colebrook.

- Pour $1000 \leq Re \leq 3000$ la loi de Zirkelback et San Andres est appliquée [111]

$$\xi = \frac{Re - 1000}{3000 - 1000} \quad (4.26)$$

$$C_f = C_{fb}(Re) (1 + \xi^2 (2\xi - 3)) + C_{fk}(Re, g) \xi^2 (3 - 2\xi) \quad (4.27)$$

On notera le raccord avec la loi de Blasius pour $\xi = 0$ et celui avec Colebrook pour $\xi = 1$

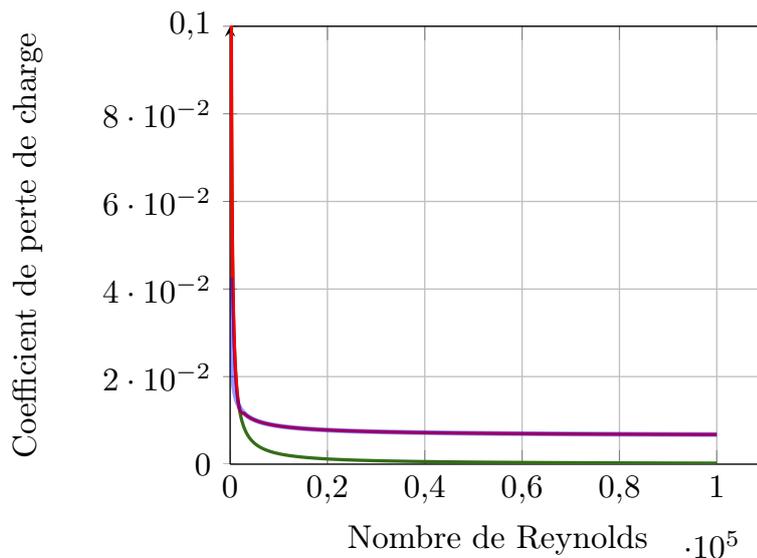


FIGURE 4.6 – Évolution du coefficient de perte de charge en fonction du nombre de Reynolds

— Modèle combiné, — Colebrook, — Blasius

$g = 20 \mu m$ et $D_h = 0,7 mm$, jeu radial : $150 \mu m$

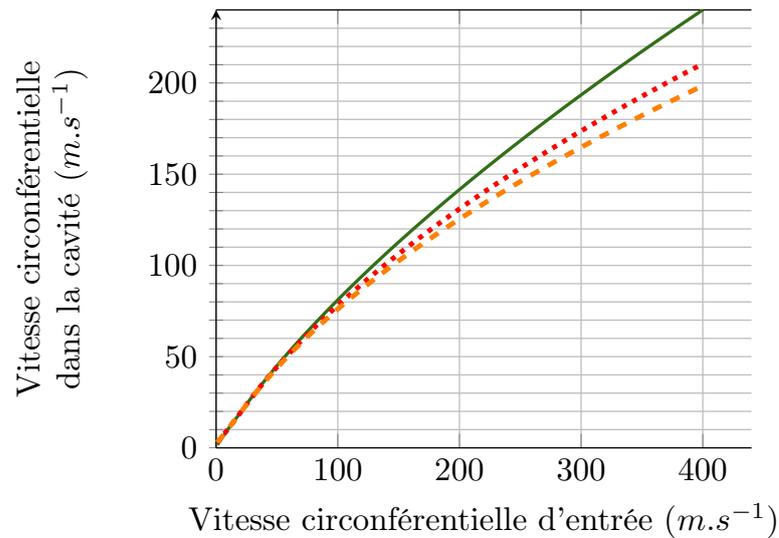


FIGURE 4.7 – Évolution de la vitesse circulaire dans la cavité en fonction du preswirl — Blasius, — Colebrook $g = 0\mu m$, — Colebrook $g = 20\mu m$ $D_h = 0,0068m$

Ici, en première approximation, en prenant une valeur de diamètre hydraulique dont la dimension est proche de la hauteur de dent et une viscosité correspondant à une température ambiante de 20 degré Celsius, nous constatons que le nombre de Reynolds dépasse les 3000 lorsque la valeur de la vitesse dépasse les 7 m.s^{-1} .

Le modèle combiné, appelé aussi modèle de Colebrook, sera donc utilisé dans la suite de ces travaux.

Le graphe ci-dessus 4.6 présente l'évolution du coefficient de perte de charge en fonction du nombre de Reynolds. Pour un écoulement turbulent ($Re > 3000$), un écart non-négligeable est observé entre le modèle de Blasius et le modèle combiné où le coefficient est alors plus élevé. Pour une même valeur de preswirl, la vitesse circulaire estimée sera plus basse pour le modèle de Colebrook. L'ajout de la rugosité dans le modèle de Colebrook augmente les contraintes pariétales du modèle et impacte sa stabilité. Ici, une valeur de rugosité de $20\ \mu m$ - commune pour l'application industrielle - est utilisée.

Lorsque l'on calcule l'évolution de la vitesse circulaire dans la cavité en fonction du preswirl imposé (figure 4.7) à l'ordre 0, on remarque qu'il existe un écart non négligeable entre une modélisation du contact à la paroi de type Blasius et de type Colebrook. Cet écart est d'autant plus grand que la vitesse circulaire d'entrée (preswirl) est grande. Par exemple, si l'on se place à un preswirl de 300 ms^{-1} la vitesse circulaire dans la cavité est presque de 190 ms^{-1} pour le modèle de Blasius contre 170 ms^{-1} pour le modèle de Colebrook. En effet, plus la rugosité est forte, plus on s'éloigne de la modélisation type Blasius qui tend à sous-estimer les valeurs des contraintes à la paroi dans le cas d'un écoulement turbulent. Il existe plusieurs autres lois d'écoulement à la paroi comme, par exemple, le modèle de Moody-Papaevangelou utilisé par Von Pragenau [87], Nelson [84].

Dans le cadre de notre étude, nous privilégions le développement d'un modèle numérique intégrant la loi de Blasius et celle de Colebrook (modèle combiné) afin d'étudier l'influence de la loi et de la prise en considération de la rugosité de surface sur le comportement vibratoire du joint.

4.2.3.2 Limitation du débit par le blocage sonique

Le débit est dépendant de trois paramètres principaux :

- la vitesse,
- la masse volumique,
- et la taille de la section de passage

Quand la vitesse de l'air devient sonique, l'augmentation de la pression d'entrée ne fait plus augmenter la vitesse au niveau de la dernière dent : c'est ce dernier paramètre qui devient limitant (« choked velocity »). Le ratio pression absolu de sortie sur pression de la cavité précédente est alors inférieur ou égal à 0,528 (cf. annexe H)

Le joint labyrinthe se soumet aux deux conditions suivantes :

- le fluide s'écoule de manière subsonique à travers le joint,
- le fluide peut s'écouler de manière sonique au niveau de la dernière dent.

Ces deux conditions seront explicitées lors du calcul du débit à l'ordre 0 au niveau de la section 4.2.4.2

4.2.4 Linéarisation des équations

Comme on peut le constater, les équations aux dérivées partielles 4.10, 4.18 et 4.19 sont non-linéaires. Ces trois expressions ont pour inconnues :

- la pression, qui dans le cas d'un gaz parfait est liée à la masse volumique du fluide par la relation $P = \frac{\rho}{RT}$, où R est la constante et vaut $286.1 \text{ JK}^{-1}\text{mol}^{-1}$ et T la température du fluide en Kelvin,
- la vitesse circonférentielle U du fluide,
- le jeu radial H qui est lié à variation de surface $A_{i,\theta}$ que l'on trouve dans l'équation de continuité 4.10 et l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la direction orthoradiale 4.18.

4.2.4.1 Méthode de perturbation

Le problème consiste à résoudre les équations de continuité (4.10) et de conservation de mouvement dans la direction orthoradiale (4.18). Le système non linéaire ainsi mis en place peut se résoudre à l'aide des méthodes de perturbation ([38], [49]). Une méthode de perturbation est employée ici pour linéariser ces équations et simplifier leur résolution. Les méthodes de perturbation sont des méthodes de résolutions analytiques qui se limitent à l'étude des systèmes de petite taille et souvent à certains types de non-linéarités. Ces méthodes consistent à chercher des solutions des équations différentielles non linéaires sous forme d'une série de puissance d'un paramètre ε associé aux termes non linéaires.

Ces méthodes permettent de transformer un système d'équations non linéaires en une séquence de problèmes linéaires. En revanche, plus l'ordre du paramètre ε augmente, plus le calcul devient lourd en temps et complexité. Pour ces raisons, le développement sera limité à l'ordre 1 mais peut éventuellement être étendu si le modèle s'avérait peu représentatif des résultats d'essais. Aussi, la convergence n'est assurée que si le paramètre ε est "petit" ce qui exclut les systèmes possédant une non-linéarité "forte", ce qui n'est pas le cas ici.

Pour tout entier naturel $i \in [1, \dots, I]$ et $n \in [1, \dots, N]$, la forme de la solution correspondant à la perturbation de la solution du système linéaire s'écrit sous la forme :

$$y_i(N, t, \theta) = y_{0i} + \varepsilon y_{1i}(N, t, \theta) \quad (4.28)$$

où i correspond au numéro de la cavité. Une étape de réduction permet ensuite de rechercher une approximation de la solution exacte y_{1i} du problème dans un sous espace E_r de l'espace initial E .

Les solutions recherchées sont sous la forme de fonctions périodiques. Ainsi, la solution peut-être exprimée sous la forme d'une série de Fourier :

$$y_{1i}(N, t, \theta) = \sum_{n=1}^N x_{n,i}^c(t) \cos(n\theta) + x_{n,i}^s(t) \sin(n\theta) \quad (4.29)$$

où n renvoie au degré d'harmonique de la fonction de Fourier et N est l'ordre de troncature. Dans ces travaux de thèse, la fréquence maximale d'intérêt ne dépasse pas les 6 kHz. C'est pourquoi nous nous limitons à $N=6$. En effet, cette bande de fréquence inclut tous les modes présents jusqu'à 6 diamètres nodaux (cf. annexe B). Les paramètres du problème s'écrivent alors comme suit :

$$\begin{aligned} P_i(N, t, \theta) &= P_{0i} + \varepsilon P_{1i}(N, t, \theta) & U_i(N, t, \theta) &= U_{0i} + \varepsilon U_{1i}(N, t, \theta) \\ H(N, t, \theta) &= C_r + \varepsilon H_1(N, t, \theta) \quad 1 & A_i(N, t, \theta) &= A_{0i} + \varepsilon L H_1(N, t, \theta) \\ \dot{m}_i(N, t, \theta) &= \dot{m}_{0i} + \varepsilon \dot{m}_{1i}(N, t, \theta) & \mu_i(N, t, \theta) &= \mu_{0i} + \varepsilon \mu_{1i}(N, t, \theta) \\ s_i(N, t, \theta) &= s_{0i} + \varepsilon s_{1i}(N, t, \theta) & \tau_{si}(N, t, \theta) &= \tau_{s0i} + \varepsilon \tau_{s1i}(N, t, \theta) \\ \tau_{ri}(N, t, \theta) &= \tau_{r0i} + \varepsilon \tau_{r1i}(N, t, \theta) \end{aligned} \quad (4.30)$$

Pour plus d'aisance dans l'écriture on s'affranchira de la notation en (N, t, θ) dans la suite des équations.

L'ordre 0 consiste à déterminer le débit axial moyen, la pression et la vitesse circonférentielle pour un joint centré (sans déplacement du stator flexible). Les équations du joint s'écrivent sans prendre en compte les termes d'ordre 1 (cf. 4.10, 4.18).

$\forall i = 1, 2, \dots, I$

$U_i = U_{0i}, P_i = P_{0i}, \dot{m}_i = \dot{m}_{i+1} = \dot{m}_{0i} = \dot{m}_0$, etc.

L'ordre 1 autorise des mouvements de faibles amplitudes du stator flexible. Le calcul des fluctuations de débit, pression et vitesse circonférentielle permet l'obtention des coefficients de dynamique du rotor (raideur dynamique, amortissement dynamique, etc.). Les équations qui régissent le joint labyrinthe sont élevées, ci-après, à l'ordre 1 par l'intégration des séries de Fourier (P_{1i}, U_{1i}, H_1 , etc.)

4.2.4.2 Ecriture des équations stationnaires : ordre 0

Un joint labyrinthe avec une géométrie quelconque est considéré. Sur ce joint s'applique une pression d'entrée (P_e), une pression de sortie (P_s) et une vitesse circonférentielle d'entrée (U_e), relative au Preswirl.

Condition de blocage sonique sur la dernière dent Les travaux de R. Malvano, F. Vatta et A. Vigliani [75] ont montré que la condition de blocage sonique ne pouvait se présenter que sur la dernière dent d'un joint labyrinthe. En fonction de la validation de l'hypothèse de fluide bloqué, les valeurs des paramètres de pression, vitesse circonférentielle et débit sont recalculées en entrée, en sortie et à l'intérieur du joint (rappel : la valeur du débit à l'ordre 0 est constante à l'intérieur du joint).

Le fluide est considéré, au départ, bloqué en sortie (au niveau de la dernière dent). Pour cela, la pression dans la dernière cavité (P_{0I}) est choisie égale à la pression critique pour un fluide bloqué

1. Dans cet exemple on considère un système où la hauteur des dents est identique et où l'axe du rotor et du stator restent toujours coaxiaux. Le jeu C_r ne dépend pas de la position de la dent (i). De même, la distance inter-dent est identique entre chaque dent. On notera cette distance L dans la suite de l'étude.

(une fois que la vitesse sonique est atteinte le rapport entre la pression de sortie et la pression de la dernière cavité vaut $\alpha_c = 0.528$, cf. annexe H). La formulation de Fliegner est utilisée pour calculer le débit massique axial au niveau de la dernière dent pour un gaz diatomique ($\gamma = \frac{1}{4}$) :

$$\dot{m}_0 = \dot{m}_{0I} = \frac{0.51\mu_0 P_{0I} H}{\sqrt{RT}}. \quad (4.31)$$

À l'aide de l'équation de fuite (4.19), on remonte de manière itérative les cavités jusqu'à déterminer une pression d'entrée estimée P'_e nécessaire pour répondre à l'hypothèse de fluide bloqué. Si la pression estimée P'_e est inférieure à la pression imposée P_e , l'hypothèse de fluide bloqué est vérifiée. Sinon, l'hypothèse est fautive et le fluide n'est pas bloqué.

Cas du fluide bloqué Le fluide est bloqué tant que la pression d'entrée estimée P'_e n'est pas égale à la pression d'entrée P_e , à un coefficient ε près ($\varepsilon \ll P_s$), une méthode de tir est effectuée sur P_e (on corrige l'estimation de la pression dans la dernière cavité (P_{0I}) jusqu'à atteindre l'objectif $P'_e - P_e < \varepsilon$). Le débit massique est alors recalculé systématiquement entre la dernière cavité et la sortie. On procède alors à une détermination des pressions à l'intérieur du joint en remontant, de manière itérative, les cavités du joint labyrinthe jusqu'à l'entrée, à l'aide de l'équation de fuite :

$$f_{choked} = P_{0i}^2 - P_{0i-1}^2 + RT \left(\frac{\dot{m}_{0i}}{\mu_0 \mu_{0i} Cr} \right)^2 = 0 \quad (4.32)$$

où P_{0i-1} est inconnu et P_{0i} connu.

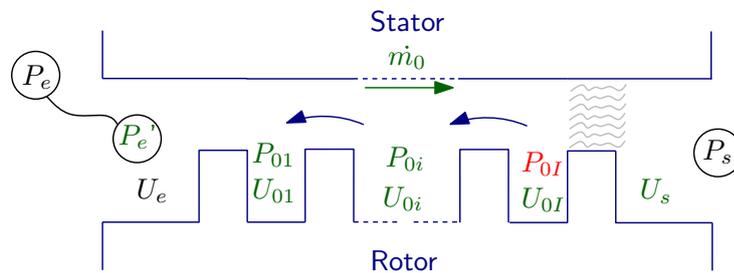


FIGURE 4.8 – Représentation, à l'ordre 0, des pressions et vitesses dans un joint labyrinthe avec blocage sonique en sortie. — valeur corrigée — valeurs estimées, — valeurs fixes

La démarche employée présentée sur les figures 4.8 et 4.9 est présentée sous forme de logigramme en Annexe F. Suite à cela, les valeurs des P_{0i} et \dot{m}_0 sont fixées

Cas du fluide non bloqué Le fluide n'est pas bloqué. Le débit est alors recalculé entre la pression de la première cavité P_{01} et la pression d'entrée P_e à l'aide de l'équation de fuite 4.19. Ensuite, les pressions à l'intérieur du joint sont calculées en descendant, de manière itérative, les cavités du joint labyrinthe jusqu'à la sortie, à l'aide de l'équation de fuite :

$$f_{unchoked} = P_{0i}^2 - P_{0i-1}^2 + RT \left(\frac{\dot{m}_{0i}}{\mu_0 \mu_{0i} Cr} \right)^2 = 0 \quad (4.33)$$

où P_{0i-1} est connue et P_{0i} inconnue.

Tant que la pression estimée P'_s n'est pas égale à la pression de sortie P_s , à un coefficient ε près ($\varepsilon \ll P_e$), une méthode de tir est effectuée sur P_s (en corrigeant l'estimation de la pression dans la première cavité (P_e) jusqu'à atteindre l'objectif $P'_s - P_s > \varepsilon$)

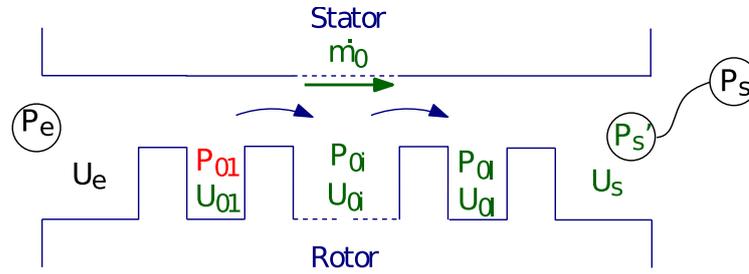


FIGURE 4.9 – Représentation, à l'ordre 0, des pressions et vitesses dans un joint labyrinthe sans blocage sonique en sortie. — valeur corrigée — valeurs estimées, — valeurs fixes

Détermination des vitesses circonférentielles À l'ordre 0, l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la direction circonférentielle s'écrit :

$$m_{0i}(U_{0i} - U_{0i-1}) - \tau_{r0i}a_{r0i}L + \tau_{s0i}a_{s0i}L = 0 \quad (4.34)$$

$$m_{0i}(U_{0i} - U_{0i-1}) - L \left(\frac{P_{0i}}{2RT} (R_r \Omega - U_{0i})^2 n_0 \left(\frac{|R_r \Omega - U_{0i}| Dh_{0i}}{\nu} \right)^{m_0} \text{sgn}(R_r \Omega - U_{0i}) \right) a_{r0i} \quad (4.35)$$

$$+ L \left(\frac{P_{0i}}{2RT} (U_{0i})^2 n_0 \left(\frac{|U_{0i}| Dh_{0i}}{\nu} \right)^{m_0} \text{sgn}(U_{0i}) \right) a_{s0i} = 0 \quad (4.36)$$

À partir de cette équation et connaissant initialement la valeur de vitesse circonférentielle d'entrée U_e (équivalent à imposer une valeur de Preswirl), il est possible de déterminer les valeurs U_{0i} des vitesses circonférentielles de chaque cavité. Les valeurs U_{0i} sont ensuite fixées.

4.2.4.3 Équations à l'ordre des perturbations : ordre 1

L'ordre 1 autorise des mouvements de faibles amplitudes du stator flexible. Le calcul des fluctuations de débit, pression et vitesse circonférentielle donne accès aux coefficients de dynamique du rotor (raideur dynamique, amortissement dynamique, etc.). Les équations qui régissent le joint labyrinthe sont écrites à l'ordre ε lié au développement que l'on peut retrouver en 4.30.

Continuité Les pressions à l'entrée de la première dent et en sortie de la dernière dent sont connues. Ces valeurs sont considérées invariantes dans le temps et l'espace et représentent des données d'entrées. L'équation de continuité à l'ordre 1 s'écrit comme suit :

$$A = G_{1i} \frac{\partial P_{1i}}{\partial t} + G_{2i} \frac{\partial H_1}{\partial t} + \frac{G_{1i} P_{0i}}{R_r} \frac{\partial U_{1i}}{\partial \theta} + \frac{G_{1i} U_{0i}}{R_r} \frac{\partial P_{1i}}{\partial \theta} + \frac{G_{2i} U_{0i}}{R_r} \frac{\partial H_1}{\partial \theta} + G_{3i} P_{1i} + G_{4i} P_{1i-1} + G_{5i} P_{i+1} = 0 \quad (4.37)$$

Conservation de la quantité de mouvement dans la direction orthoradiale à l'ordre 1 (qdm)

$$B = J_{1i} \frac{\partial U_{1i}}{\partial t} + \frac{J_{1i} U_{0i}}{R_r} \frac{\partial U_{1i}}{\partial \theta} + \frac{A_{0i}}{R_r} \frac{\partial P_{1i}}{\partial \theta} - m_{0i} U_{1i-1} + J_{2i} U_{1i} + J_{3i} P_{1i} + J_{4i} P_{1i-1} + J_{5i} H_1 \quad (4.38)$$

$$= 0$$

Le détail de tous ces coefficients est donné en annexe E. La vitesse d'entraînement du fluide, en amont de la première cavité, est connue. Sa valeur est invariante dans le temps et l'espace.

4.2.5 Résultats issus du modèle numérique à l'ordre 0

Dans cette sous section sont présentés une comparaison des résultats du modèle à l'ordre 0 présenté ici avec des modèles issus de la littérature. Ces résultats sont ensuite exploités dans le cas du dimensionnement pneumatique du banc.

4.2.5.1 Validation par rapport aux résultats issus de la littérature

Un modèle de joint labyrinthe annulaire est développé à l'ordre 0 pour corréler les résultats obtenus avec ceux issus des travaux de Rosen [97], Iwatsubo [61] et Dursen [43]. Une synthèse de ces résultats est proposée par Dursen [43]. Ce modèle permet de faire varier le nombre de cavités. Ci-dessous 4.1 sont présentés les résultats pour un modèle à une cavité à l'ordre 0 associé aux paramètres donnés en figure 4.10.

Seal operating conditions		Seal geometry	
Inlet pressure	241.3 kPa	No. of teeth	2
Outlet pressure	206.8 kPa	Shaft radius	101.60 mm
Inlet temperature	298.2 K	Clearance	0.16 mm
Inlet swirl velocity	16.8 m/s	Tooth pitch	12.91 mm
Shaft rotational speed	1800 rpm	Tooth height	5.03 mm
		Tooth tip width	0.20 mm

FIGURE 4.10 – Géométrie et condition d'étude du joint labyrinthe

	A.Dairien	Dursen [43]	Rosen [97]	Experimental [61]
Débit massique (kg.s ⁻¹)	0.020	0.021	0.021	0.020
Pression dans la cavité (kPa)	225.5	224.6	222.8	222.5

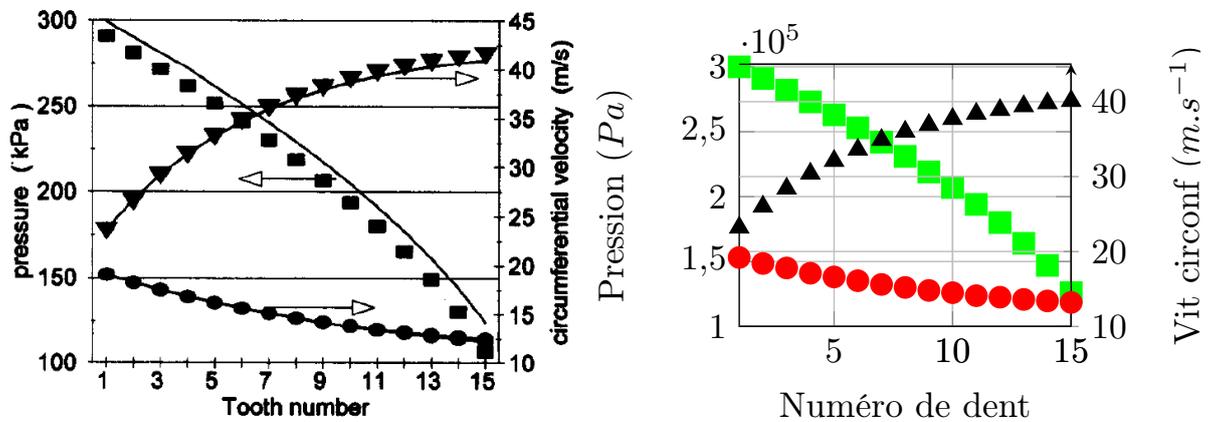
TABLE 4.1 – Comparaison des débits massiques et de la distribution des pressions dans le joint labyrinthe obtenus dans la littérature et dans les travaux de thèse

Les calculs du débit massique et de la pression dans la cavité du joint corrélerent avec les résultats obtenus dans plusieurs articles de la littérature à moins de 1% sur les pressions et 5 % pour les débits.

Les travaux de Dursun.E [43] présentent une comparaison des pressions et des vitesses circonférentielles obtenues par ses calculs (-) et obtenues par ceux de Rosen [43] (▼ vitesse circonférentielle quand l'arbre tourne à une vitesse de 16 000 rpm, ● vitesse circonférentielle avec arbre fixe, ■ pression (cf. figure 4.11)).

Pour la géométrie du joint, le modèle comprend 16 léschettes, le rayon de l'arbre est de 77 mm, le

jeu radial de 0,3 mm, la largeur de cavité de 3,2 mm, la hauteur de dent de 3,2 mm. Au niveau des conditions de fonctionnement, la pression d'entrée est prise à 308 kPa, la pression de sortie est de 101 kPa, la température dans le joint est de 300 K et la vitesse de preswirl est de 20 m.s^{-1} .



(a) Évolution des pressions et des vitesses circonférentielles du joint stationnaire dans les travaux de Dursen et de Rosen [43]

(b) Évolution des pressions et des vitesses circonférentielles dans le joint stationnaire simulé avec notre modèle

FIGURE 4.11 – Comparaison des valeurs de vitesses circonférentielles et pressions d'un joint stationnaire

Les graphiques permettent de constater que les résultats de pression et de vitesse obtenus lorsque le joint est stationnaire sont proches des données trouvées dans la littérature. Le modèle est donc validé à l'ordre 0.

4.2.5.2 Exploitation des résultats : dimensionnement pneumatique du banc

Un calcul est ici réalisé sur un modèle numérique intégrant l'étape de validation de l'hypothèse de blocage sonique en sortie (cf. annexe F) permet une comparaison avec les résultats fournis par ASL et ceux présentés dans les travaux de B. Moreira [79]. Deux configurations de joint y sont proposées :

- la première admet un fort débit traversant le joint,
- la deuxième admet un faible débit traversant le joint.

Les tableaux comparatifs 4.3 et 4.4 présentent les calculs du débit massique et volumique.

Configurations	Faible débit	Fort débit
Hauteur des dents (mm)	3.5	3.5
Nombre de dents	2	2
Distance entre les dents(mm)	50	10
Jeu radial (μm)	100	1000
Rayon du rotor (mm)	66	66
P amont (bars)	5	9
P aval (bars)	1	1
Fluide	air	air
Température du fluide (K)	293	293

TABLE 4.2 – Configurations faible et fort débit

	Safran	B.Moreira	A.Dairien
Faible débit	28.24	27.46	29.46
Fort débit	662	642	686

TABLE 4.3 – Détermination numérique du débit massique (g.s^{-1})

	ρ (g/L)	Safran	B.Moreira	A.Dairien
Faible débit	6.03	4.68	4.55	4.88
Fort débit	10.9	60.7	58.9	62.94

TABLE 4.4 – Détermination numérique du débit volumique ($L.s^{-1}$)

Les ordres de grandeur, pour chaque configuration, sont bien retrouvés. Notre modèle numérique vérifie l'hypothèse du blocage sonique en sortie et utilise une méthode de tir pour estimer la pression d'entrée (cf. annexe F) (fluide bloqué) ou de sortie (si le fluide n'est pas bloqué) pour la détermination du débit. Par ailleurs, le modèle testé sur cette comparaison ne prend pas en compte la rugosité de la partie rotor/stator contrairement au modèle utilisé par Safran. Cela peut expliquer la légère fluctuation des valeurs d'un modèle à l'autre.

4.2.6 Confrontations essais/calculs des pressions stationnaires

Une comparaison de la répartition des pressions théoriques et expérimentales dans le joint est proposée dans cette section. Les valeurs expérimentales de pression et de débit sont lues respectivement sur les graphes expérimentaux 2.26 et 3.18. La pression amont expérimentale sert de paramètre d'entrée au calcul de la pression au sein de la cavité. Le calcul du débit et de la pression dans la cavité s'effectue à l'aide de la méthode présentée en section 4.2.4.2. Le tableau regroupe ces données expérimentales et les données simulées. Le calcul est paramétré pour correspondre à la configuration du banc. Les erreurs relatives sont calculées comme suit :

$$\varepsilon_p = \frac{P_{cav,th} - P_{cav,exp}}{P_{cav,exp}} \times 100 \quad (4.39)$$

$$\varepsilon_{Q_m} = \frac{Q_{m,th} - Q_{m,exp}}{Q_{m,exp}} \times 100 \quad (4.40)$$

L'erreur relative sur la pression est estimée inférieure à 10 % pour tous les paliers de débit. Les hypothèses et la méthode de calcul utilisées dans le modèle semi-analytique permettent une reproduction satisfaisante des niveaux de pression mesurés dans la cavité. En revanche, l'erreur sur les débits est plus importante (24% pour le plus faible palier). Cependant, cet écart tend à diminuer avec l'augmentation du débit d'entrée. Le modèle semble être plus adapté à des débits « élevés ». Le modèle a pour vocation de reproduire des comportements pour des gammes de débits et de pressions élevées ce qui est cohérent avec son utilisation.

Les niveaux de pression observés sont significativement plus faibles que ceux attendus. En effet, la pression en sortie de cuve est d'environ 8 bars soit un différentiel de pression d'environ 4 bars entre la sortie de cuve et l'entrée du banc.

L'alimentation en air comprimé du banc doit être améliorée afin de limiter les pertes et augmenter le niveau de pression à l'entrée du banc.

Ouverture vanne (%)	$Q_{m,exp}$ (gs ⁻¹)	$Q_{m,th}$ (gs ⁻¹)	$P_{amont,exp}$ (bar)	$P_{cav,exp}$ (bar)	$P_{cav,th}$ (bar)	ε_P (%)	ε_{Q_m} (%)
4	16	12.1	1.5	1.2	1.3	8.3	-24
8	32	25.6	2.5	2	1.97	-1.5	-20
10	39	32.7	3.2	2.6	2.52	-3	-16

TABLE 4.5 – Comparaison des débits théoriques et expérimentaux (cf.) ainsi que des pressions absolues mesurées et simulées

4.2.7 Simplification du modèle fluide en vue de son couplage

4.2.7.1 Description du modèle à une cavité

En vue de construire un modèle phénoménologique plus facile à interpréter, un premier modèle de joint composé d'une seule et unique cavité est dérivé des équations précédentes. Dans ce chapitre, c'est ce modèle de joint qui fera l'objet d'un couplage fluide-structure avec le modèle de paroi flexible. Lorsque le joint labyrinthe n'est constitué que d'une seule cavité, on retrouve les mêmes conditions limites de part et d'autre de la cavité. Tout comme pour un joint à plusieurs cavités, seul le fluide à l'intérieur de la cavité est soumis à des phénomènes de perturbation.

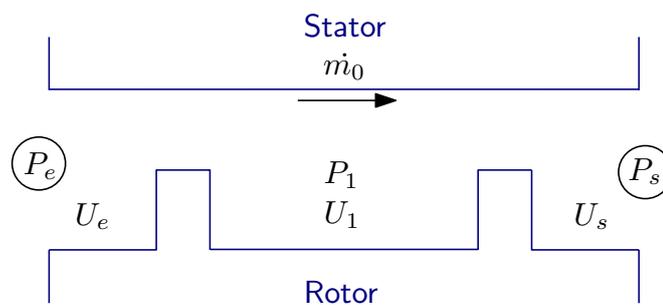


FIGURE 4.12 – Représentation d'un joint à une cavité.

Les pressions amont et aval sont connues. Il n'y a pas de perturbation considérée en amont et en aval de cette unique cavité. Ces valeurs sont considérées invariantes dans le temps et l'espace et les équations à l'ordre des perturbations qui régissent le joint sont alors plus simples. Les termes indicés $i - 1$ et $i + 1$ des équations 4.37 et 4.38 disparaissent ce qui conduit aux équations suivantes :

$$\begin{aligned} A' &= G_1 \frac{\partial P_1}{\partial t} + G_2 \frac{\partial H_1}{\partial t} + \frac{G_1 P_{0i}}{R_r} \frac{\partial U_1}{\partial \theta} + \frac{G_1 U_0}{R_r} \frac{\partial P_1}{\partial \theta} + \frac{G_2 U_0}{R_r} \frac{\partial H_1}{\partial \theta} + G_3 P_1 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} B' &= J_1 \frac{\partial U_1}{\partial t} + \frac{J_1 U_0}{R_r} \frac{\partial U_1}{\partial \theta} + \frac{A_0}{R_r} \frac{\partial P_1}{\partial \theta} - + J_2 U_{1i} + J_3 P_1 + J_5 H_1 \\ &= 0 \end{aligned} \quad (4.42)$$

Le détail de tous ces coefficients est donné en annexe E.

4.2.7.2 Méthode de Galerkin

La modélisation des phénomènes de vibrations de structure et d'écoulement turbulent à l'aide des modèles préalablement établis conduit à des modèles mathématiques complexes se présentant sous la forme de système d'équations différentielles aux dérivées partielles (EDP) non-linéaires. La résolution analytique d'un tel système d'équations n'est pas triviale et n'est généralement envisageable que pour des systèmes physiques qui seraient relativement simples, généralement linéaires, et possédant des propriétés de symétries particulières. Aussi, la stratégie de résolution employée ici est d'utiliser la projection de Galerkin sur les équations du fluide.

Les solutions approchées de H_1 , P_{1i} et U_{1i} sont recherchées sous forme de séries de Fourier :

$$\begin{aligned} H_1(N, t, \theta) &= \sum_{n=1}^N x_n^{c,H}(t) \cos(n\theta) + x_n^{s,H}(t) \sin(n\theta) \\ P_{1i}(N, t, \theta) &= \sum_{n=1}^N p_{n,i}^c(t) \cos(n\theta) + p_{n,i}^s(t) \sin(n\theta) \\ U_{1i}(N, t, \theta) &= \sum_{n=1}^N u_{n,i}^c(t) \cos(n\theta) + u_{n,i}^s(t) \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (4.43)$$

Une seule cavité est considérée dans le cas d'étude du modèle d'anneau flexible, ce qui conduit à s'affranchir de la somme sur les cavités ($I = 1$). Exemple : $P_{1i}(N, t, \theta) = P_{1i}$. Les indices H , P et U indiquent la nature de la variable (jeu radial, pression, vitesse circonférentielle). En injectant la forme des solutions des variables H_1 , P_{1i} et U_{1i} dans les équations 4.41 et 4.42 on obtient un système d'équations trigonométriques.

La méthode de Galerkin (ou projection de Galerkin) revient à approcher la solution exacte du problème en réduisant le nombre de degré de liberté par projection des équations sur une base de fonctions trigonométriques. Ainsi pour tout entier p :

$$\int_0^{2\pi} A'(\cos n\theta, \sin n\theta) \cos p\theta = 0 \quad \int_0^{2\pi} A'(\cos n\theta, \sin n\theta) \sin p\theta = 0 \quad (4.44)$$

$$\int_0^{2\pi} B'(\cos n\theta, \sin n\theta) \cos p\theta = 0 \quad \int_0^{2\pi} B'(\cos n\theta, \sin n\theta) \sin p\theta = 0 \quad (4.45)$$

Ces expressions font disparaître la somme sur les harmoniques puisque l'intégrale est nulle lorsque $n \neq p$. Ces quatre expressions font apparaître quatre équations dont deux sont liées à l'équation de

continuité et deux autres sont liées à l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la direction circonférentielle. On note $\mathbf{X}_n(t)$ le vecteur des variables du problème tel que :

$$\mathbf{X}_n(t) = \begin{bmatrix} x_n^c(t) & x_n^s(t) & p_n^c(t) & p_n^s(t) & v_n^c(t) & v_n^s(t) \end{bmatrix} \quad (4.46)$$

Les équations 4.41 et 4.42 peuvent ainsi s'écrire :

$$\mathbb{C}^* \dot{\mathbf{X}}_n(t) + \mathbb{K}^* \mathbf{X}_n(t) = 0 \quad (4.47)$$

où

$$\mathbb{C}^* = \begin{bmatrix} G_2 & 0 & G_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_2 & 0 & G_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 \end{bmatrix} \quad (4.48)$$

$$\mathbb{K}^* = \begin{bmatrix} 0 & \frac{G_2 U_0 n}{R_r} & G_3 & \frac{G_1 U_0 n}{R_r} & 0 & \frac{G_1 P_0 n}{R_r} \\ -\frac{G_2 U_0 n}{R_r} & -\frac{G_1 U_0 n}{R_r} & G_3 & -\frac{R_r}{G_1 P_0 n} & 0 & \\ -J_5 & 0 & J_3 & \frac{A_0 n}{R_r} & J_2 & \frac{J_1 U_0 n}{R_r} \\ 0 & -J_5 & -\frac{A_0 n}{R_r} & J_3 & -\frac{J_1 U_0 n}{R_r} & J_2 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

Les équations manquantes pour la résolution sont obtenues grâce à la formulation de l'équilibre de la structure présentée en section 4.3. Afin d'aider à l'interprétation des phénomènes couplés par suite, la partie suivante 4.2.7.3 illustre les phénomènes acoustiques seuls sans mouvement de paroi.

4.2.7.3 Modes d'écoulement de vitesse uniforme

Pour interpréter, par la suite, les résultats numériques, nous nous sommes intéressés à l'étude des modes de cavité. En effet, la cavité d'un joint peut, dans un premier temps, simplement s'apparenter à un résonateur de Helmholtz. L'équation du mouvement du fluide est donnée par les équations de l'acoustique classique [70] où une cavité annulaire fermée admettant un écoulement d'air de vitesse uniforme dans la direction circonférentielle, noté U_0 , est considérée. Le fluide est considéré parfait (pas d'effet de cisaillement et le mouvement est dit à potentiel, sans tourbillon) - le milieu est homogène et isotrope ce qui signifie que ρ_0 est indépendant du point d'observation et du temps - les amplitudes des perturbations autour de l'état d'équilibre sont petites. C'est-à-dire que l'on considère la variation de pression δp dans la cavité et P_0 , la pression de l'état d'équilibre avant la perturbation, alors $\delta p \ll P_0$.

À partir des équations de conservation de la masse, de conservation de la quantité de mouvement dans la direction orthoradiale et de la loi d'état isotherme, les différentes hypothèses entraînent, pour un milieu fluide animé d'un mouvement uniforme U_0 et sans les termes de sources (pas d'efforts extérieurs ni de sources extérieures) :

$$\begin{cases} P_1 = c^2 \rho_1 \\ \frac{\partial \rho_1}{\partial t} + U_0 \cdot \nabla \rho_1 + \rho_0 \cdot \nabla \cdot U f_1 = 0 \\ \rho_0 \frac{\partial U_1}{\partial t} + \rho_0 \cdot U_0 \cdot \nabla \cdot U_1 + \nabla \cdot P_1 = 0 \end{cases} \quad \text{avec } c^2 = \frac{R_{gp} T}{M} \quad (4.50)$$

où M est la masse molaire, R_{GP} la constante des gaz parfaits et T la température absolue en Kelvin. Par combinaison de ces équations, on obtient :

$$\Delta P_1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{d}{dt} + U_0 \cdot \nabla \right)^2 P_1 = 0 \quad (4.51)$$

L'équation développée suivant la direction circonférentielle s'écrit alors :

$$\frac{1}{R_r^2} \frac{\partial^2 P_1}{\partial \theta^2} \left(1 - \frac{U_0^2}{c^2} \right) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 P_1}{\partial t^2} - \frac{2U_0}{R_r c^2} \frac{\partial^2 P_1}{\partial t \partial \theta} = 0 \quad (4.52)$$

La variable P_1 est définie sous forme d'une série trigonométrique, tel que :

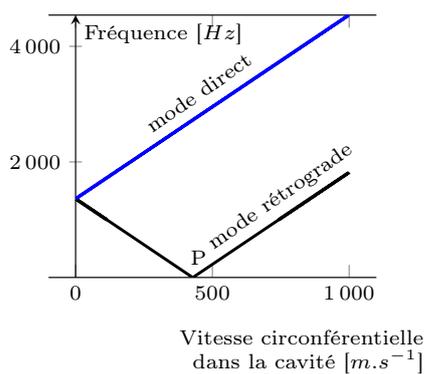
$$P_1 = \sum_{n=1}^N p_n^c(t) \cos n\theta + p_n^s(t) \sin n\theta$$

Par projection de l'équation 4.52 sur l'espace des fonctions trigonométriques, on obtient :

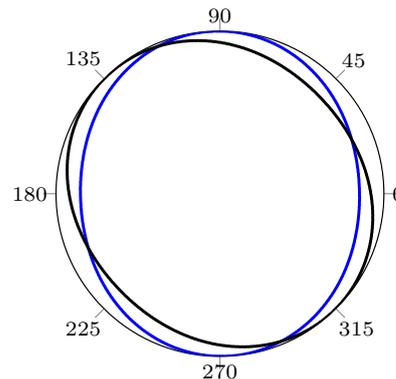
$$\begin{cases} -\frac{1}{c^2} \ddot{p}_n^c - \frac{2nU_0}{R_r c^2} \dot{p}_n^c + \left(-\frac{n^2}{R_r^2} + \frac{U_0^2 n^2}{R_r^2 c^2} \right) p_n^c = 0 \\ -\frac{1}{c^2} \ddot{p}_n^s + \frac{2nU_0}{R_r c^2} \dot{p}_n^s + \left(-\frac{n^2}{R_r^2} + \frac{U_0^2 n^2}{R_r^2 c^2} \right) p_n^s = 0 \end{cases} \quad (4.53)$$

Le modèle suit une loi isotherme soit :

$$c = \sqrt{RT} \quad (4.54)$$



(a) Évolution des fréquences propres acoustiques en fonction de la vitesse circonférentielle dans la cavité



(b) Déformée spatiale du mode rétrograde (noir) et du mode direct (bleu) à une certaine valeur de vitesse orthoradiale

FIGURE 4.13 – Étude du modèle d'acoustique classique dans le repère fixe

La figure 4.13a montre l'évolution des fréquences propres acoustiques des modes propres du deuxième harmonique liés au champ de pression, en fonction de la vitesse circonférentielle U_0 . Un dédoublement du mode est provoqué dès que le fluide est entraîné, menant à l'apparition de deux modes propres $[p_2^{\lambda_1}, p_2^{\lambda_2}]$ (λ_1 et λ_2 correspondant respectivement aux valeurs propres de chaque mode de l'harmonique considéré) de fréquences distinctes. La déformée du mode $p_n^{\lambda_1}$ est identique à celle du mode $p_n^{\lambda_2}$ mais déphasée spatialement d'un angle de 45° (cf. figure 4.13). Pour chaque mode propre on peut écrire $p_2^{\lambda_1} = [p_2^{c,P,\lambda_1}; p_2^{s,P,\lambda_1}]$ correspondant respectivement à la fluctuation de pression à l'harmonique n en projection sur la fonction cosinus et sinus. À partir des vecteurs et valeurs propres obtenus, il est possible de construire des modes tournants :

$$p_2^{\lambda_1} = \left[\text{Re}(p_2^{c,\lambda_1}) \cos(2\theta) + \text{Re}(p_2^{s,\lambda_1}) \sin(2\theta) \right] e^{\lambda_1 t} \quad (4.55)$$

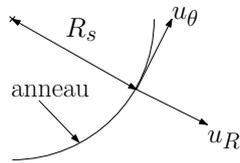
Le premier mode (courbe bleue) est un mode qui se propage dans la même direction de propagation que l'écoulement. La fréquence propre du mode augmente avec l'augmentation de la vitesse de l'écoulement. Le deuxième mode se propage, dans un premier temps, dans le sens opposé à la vitesse de propagation du fluide. Plus la vitesse d'entraînement augmente, plus la fréquence du mode est diminuée jusqu'à atteindre un seuil de stationnarité (point P, cf. figure 4.13a) : le mode propre est stationnaire. Après ce point P, l'onde est entraînée par le fluide et son allure s'accorde avec celle du premier mode.

4.3 Équation de la dynamique de paroi flexible

L'objectif de ce travail est d'intégrer un anneau flexible (cf. Figure 4.2b, droite) en l'associant au modèle analytique de dynamique du rotor pour un joint annulaire avec un écoulement d'air présenté précédemment. Les équations de la dynamique de structure dans le cas de vibrations de flexion dans le plan d'un anneau circulaire sont utilisées [107]. L'approche développée ici se base sur un couplage fort entre le fluide et la structure et une résolution monolithique du problème. La modélisation retenue combine un modèle approché de l'écoulement à l'intérieur de la cavité, inspiré de celui de Childs et comprenant des non-linéarités [38] et un modèle de dynamique de structure pour un anneau flexible [107].

4.3.1 Vibrations de flexion d'un anneau circulaire

On considère ici les vibrations de flexion dans le plan de l'anneau. Ce dernier est modélisé par un arc élastique circulaire de Bernoulli dans les hypothèses classiques de la RDM. On se place dans le repère $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$.



On notera :

- θ : position angulaire du point considéré situé sur l'anneau
- u_R : déplacement radial (sens positif vers l'extérieur)
- u_θ : déplacement tangentiel (sens anti-horaire positif)
- I_{gz} : moment d'inertie de la section transversale par rapport à l'axe principal \vec{e}_z normal au plan de l'anneau

L'allongement unitaire de la circonférence moyenne en chaque point en raison des déplacements u_R et u_θ est :

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{1}{R_s} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_R}{R_s} \quad (4.56)$$

La variation de courbure peut être représentée par l'équation [annexe G, [107]] :

$$\frac{1}{R_s + \Delta R_s} - \frac{1}{R_s} = \frac{u_R}{R_s^2} + \frac{d^2 u_R}{ds^2} \quad (4.57)$$

En considérant des vibrations de flexion sans extension de la fibre neutre, on obtient :

$$u_R = -\frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} \quad (4.58)$$

Le déplacement radial u_R peut être développé sous une forme de série trigonométrique :

$$u_R \approx x_1^c \cos(\theta) + x_2^c \cos(2\theta) + \dots + x_N^c \cos(N\theta) + \quad (4.59)$$

$$+ x_1^s \sin(\theta) + x_2^s \sin(2\theta) + \dots + x_N^s \sin(N\theta) \quad (4.60)$$

$$\approx \sum_{n=1}^N x_n^c \cos(n\theta) + x_n^s \sin(n\theta) \quad (4.61)$$

où x_n^c (respectivement x_n^s) représente le déplacement de l'anneau selon l'harmonique n en projection sur la fonction cosinus (respectivement sinus) [69]. Le choix de ces fonctions trigonométriques permet de représenter la forme en pétale dite à diamètres nodaux des modes propres des structures à symétrie de révolution comme le montrent les figures ci-dessous. Le nombre n est choisi en accord avec le choix du nombre d'harmonique du modèle fluide, soit $N=6$.

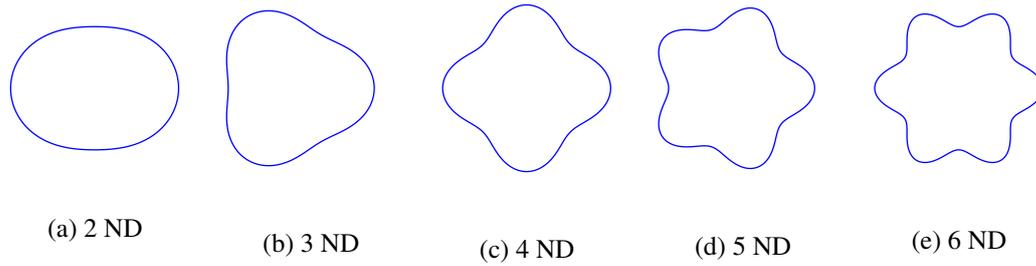


FIGURE 4.14 – Forme des modes à diamètres

Avec la même description est obtenue le déplacement orthoradial :

$$u_{\theta} = \sum_{n=1}^N \frac{1}{n} [x_n^s \cos(n\theta) - x_n^c \sin(n\theta)] \quad (4.62)$$

Le problème se réduit alors à la recherche des coefficients $x_1^c, x_2^c, \dots, x_1^s, x_2^s, \dots$. La cinématique étant choisie, le lagrangien du système est ensuite calculé pour obtenir les équations de la dynamique.

4.3.1.1 Énergie potentielle de flexion de l'anneau

Classiquement, les effets des efforts normaux et tranchants sont négligés et seul le moment de flexion est considéré. Aussi, le moment de flexion pour une section transversale quelconque de l'anneau [107] dans le repère $(O, \vec{e}_r, \vec{e}_{\theta}, \vec{e}_z)$ est

$$M_{fz} = -\frac{EI_{gz}}{R_s^2} \left(\frac{\partial^2 u_R}{\partial \theta^2} + u_R \right) \quad (4.63)$$

d'où nous tirons l'énergie potentielle de flexion

$$U = \frac{EI_{gz}}{2R_s^4} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial^2 u_R}{\partial \theta^2} + u_R \right)^2 R_s d\theta \quad (4.64)$$

En remplaçant le déplacement radial par son expression trigonométrique, la forme suivante est obtenue :

$$U \approx \sum_{n=2}^N \frac{EI_{gz}\pi}{2R_s^3} (x_n^c(t)^2 + x_n^s(t)^2) (1 - n^2)^2 \quad (4.65)$$

Les déplacements de corps rigides associés au développement de l'ordre 1 s'écrivent :

$$u_r(n=1) = x_1^c \cos \theta + x_1^s \sin \theta \quad (4.66)$$

$$u_{\theta}(n=1) = x_1^c \sin \theta - x_1^s \cos \theta \quad (4.67)$$

Ces déplacements n'admettent pas d'énergie de déformation. C'est pour cela que la somme harmonique commence à $n = 2$.

4.3.1.2 Énergie cinétique

L'énergie cinétique d'un anneau soumis à de la flexion pure est donnée par la relation suivante :

$$T = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} \rho_a S (\dot{u}_R^2 + \dot{u}_{\theta}^2) R_s d\theta \quad (4.68)$$

où S est la surface de la section de l'anneau et ρ_a désigne la masse volumique de l'anneau. Soit, avec la description précédente des déplacements :

$$T = \sum_{n=2}^N \frac{\rho_a S R_s \pi}{2} (\dot{x}_n^c(t)^2 + \dot{x}_n^s(t)^2) \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \quad (4.69)$$

où la surface S vaut πR_{int}^2

4.3.1.3 Travail des forces extérieures

Lorsque l'on considère que l'anneau est soumis à des forces de pression d'un fluide, le travail de cette force P_1 qui s'exerce sur la circonférence de l'anneau s'écrit :

$$\delta W_{ext} = \overrightarrow{F}_{ext} \cdot d\overrightarrow{u}_R \quad (4.70)$$

$$W_{ext} = \int_0^{2\pi} P_1(t, \theta) \cdot du_R L R_s d\theta \quad (4.71)$$

On suppose que la forme des modes de déplacement, pression et vitesse est identique ce qui nous autorise à écrire la pression sous la forme $P_1(t, \theta) = \sum_{n=1}^N p_n^c \cos(n\theta) + p_n^s \sin(n\theta)$. Le travail des forces extérieures s'écrit alors :

$$W_{ext} = \sum_{n=2}^N R_s L \pi (p_n^c x_n^c + x_n^s p_n^s) \quad (4.72)$$

Pour la détermination des modes propres de vibration de l'anneau, les forces extérieures ne sont pas prises en considération. L'équation homogène est résolue ($W_{ext} = 0$). En revanche, elles seront prises en considération lors du couplage en section 4.4.

4.3.1.4 Équations du mouvement du système autonome

Lagrangien du problème : Par définition, le Lagrangien vaut :

$$L = T - U \quad (4.73)$$

$$= \sum_{n=1}^N \frac{\rho_a S R_s \pi}{2} (\dot{x}_n^c{}^2 + \dot{x}_n^s{}^2) \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) - \sum_{n=1}^N \frac{E I_{gz} \pi}{2 R_s^3} (x_n^c{}^2 + x_n^s{}^2) (1 - n^2)^2 \quad (4.74)$$

Équations de Lagrange : Les équations différentielles, pour chaque coordonnée généralisée x_n^c et x_n^s , seront d'après 4.74 :

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_n^c} - \frac{\partial L}{\partial x_n^c} = 0 \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{x}_n^s} - \frac{\partial L}{\partial x_n^s} = 0 \end{cases} \quad (4.75)$$

Les équations du mouvement pour chaque coordonnée généralisée donnent naissance au couple d'équations :

$$\begin{cases} \rho_a S R \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \ddot{x}_n^c(t) + \frac{E I_{gz}}{R_s^3} (1 - n^2)^2 x_n^c(t) = 0 \\ \rho_a S R \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \ddot{x}_n^s(t) + \frac{E I_{gz}}{R_s^3} (1 - n^2)^2 x_n^s(t) = 0 \end{cases} \quad (4.76)$$

Formulation matricielle : Si l'on pose $\mathbf{X}_n = \left\{ x_n^c, x_n^s \right\}^T$ le vecteur des coordonnées généralisées, le système d'équations différentielles peut s'écrire sous la forme matricielle suivante :

$$\begin{bmatrix} \rho_a S R_s \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) & 0 \\ 0 & \rho_a S R_s \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) \end{bmatrix} \ddot{\mathbf{X}}_n + \begin{bmatrix} \frac{EI_{gz}}{R_s^3} (1 - n^2)^2 & 0 \\ 0 & \frac{EI_{gz}}{R_s^3} (1 - n^2)^2 \end{bmatrix} \mathbf{X}_n = 0 \quad (4.77)$$

4.3.2 Dissipation de Rayleigh

Une manière d'apporter de l'amortissement visqueux à notre système est d'introduire une dissipation d'énergie. La fonction de dissipation de Rayleigh est communément utilisée pour apporter de l'amortissement visqueux à un système. L'équation générale du mouvement en l'absence de force extérieure s'écrit :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbb{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbb{K}\mathbf{X} = 0 \quad (4.78)$$

où, dans le cas d'une fonction de dissipation de Rayleigh, $\mathbb{C} = \alpha\mathbb{M} + \beta\mathbb{K}$ qui convient bien à une structure peu amortie (ce qui sera confirmé par les essais (cf. tableau 4.9)). Dans la suite, par souci de simplicité, le cas particulier où $\alpha = 0$ est utilisé.

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{X}} + \beta\mathbb{K}\dot{\mathbf{X}} + \mathbb{K}\mathbf{X} = 0 \quad (4.79)$$

Dans la base des modes propres, les matrices de masse, amortissement et raideur sont diagonales. Les équations du mouvement sont découplées et suivant une coordonnée généralisée notée x_n l'équation s'écrit :

$$\ddot{x}_n(t) + \beta \frac{\frac{EI_{gz}}{R_s^3} (1 - n^2)^2}{\rho_a S R_s \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)} \dot{x}_n(t) + \underbrace{\frac{\frac{EI_{gz}}{R_s^3} (1 - n^2)^2}{\rho_a S R_s \left(1 + \frac{1}{n^2}\right)}}_{w_n^2} x_n(t) = 0 \quad (4.80)$$

soit aussi :

$$\ddot{x}_n(t) + \beta w_n^2 \dot{x}_n(t) + w_n^2 x_n(t) = 0 \quad (4.81)$$

Ce qui mène à la relation :

$$\beta w_n^2 = 2\xi w_n \Rightarrow \beta = \frac{2\xi}{w_n} \quad (4.82)$$

Le taux d'amortissement réduit ξ est spécifique à chaque fréquence propre.

4.3.3 Affinement expérimental des paramètres modaux

4.3.3.1 Validation des fréquences propres du modèle numérique

Dans cette section est proposée une comparaison des fréquences propres analytiques de la casquette avec celles obtenues à l'aide d'un modèle EF et celles obtenues précédemment par l'expérience. Le modèle analytique actuel n'admet pas de condition aux limites et l'hypothèse de cylindre infini est appliquée. Le modèle EF est donc testé en mode libre-libre sans condition d'encastrement. La longueur de la casquette réelle est utilisée. Le modèle EF se base sur des éléments de type coque. La convergence du modèle est vérifiée pour la plage fréquentielle d'intérêt (jusqu'à 6 kHz) pour

un modèle comprenant 100 000 ddl avec une taille caractéristique d'élément de 1 mm.

Le modèle EF permet bien de reproduire les modes à diamètres qui nous intéressent (cf. figure 4.15). L'analyse modale complète est disponible en annexe A.

Les résultats du modèle EF sont comparés au modèle analytique présenté dans le tableau 4.6. Le tableau comparatif 4.7 permet une confrontation directe des résultats obtenus par EF, par le modèle analytique et par l'expérience. Le tableau 4.8 permet de constater que les écarts relatifs entre le modèle EF et l'analyse modale expérimentale sont faibles (<1%). La valeur de la fréquence du mode à six diamètres n'a pu être déterminée avec précision par l'expérience. La corrélation entre ces deux modèles est validée pour les cinq premiers modes à diamètres. Ces deux modèles étant très proches, les écarts existants entre le modèle analytique et l'expérience, et ceux existants entre le modèle analytique et EF sont similaires. L'écart observé sur le mode à deux diamètres nodaux ($n=2$) est nettement plus important que pour les suivants. Cependant, cet écart reste inférieur à 10%. Le modèle analytique est un modèle continu qui admet l'hypothèse d'un cylindre infini (contrairement au modèle EF) ce qui explique en partie ces écarts. De plus, la fixation de la casquette n'est pas modélisée dans l'approche analytique ce qui peut justifier les écarts sur les modes à diamètres ou la fixation est sollicitée (cf. les deux premiers modes de la figure 4.15). Le modèle analytique de la structure est ainsi validé.

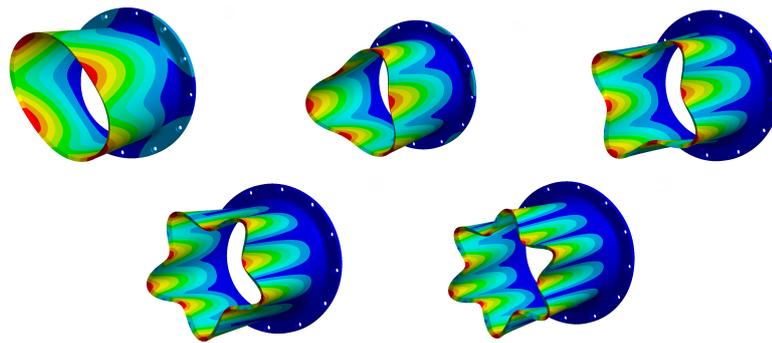


FIGURE 4.15 – Visualisation des modes à diamètres nodaux (de gauche à droite : 2,3,4,5)

Nombre de cavité		1
Largeur cavité	mm	25
Épaisseur	mm	4.5
Matériau		Aluminium
Module d'Young	GPa	69
Masse volumique	kg.m ⁻³	2700

TABLE 4.6 – Paramètres de la structure

	Modèle analytique A	Modèle EF libre-libre B	Essais libre-libre C
n=2	437Hz	475.2Hz	476
n=3	1235 Hz	1287.6Hz	1288
n=4	2369 Hz	2422.4Hz	2444
n=5	3831 Hz	3877.3Hz	3864
n=6	5620 Hz	5651.3Hz	-

TABLE 4.7 – Comparatif des fréquences propres en configuration libre-libre

	$\left \frac{A-B}{A} \right $	$\left \frac{B-C}{B} \right $	$\left \frac{A-C}{A} \right $
n=2	8.74	0.1	8.9
n=3	4.3	0.3	4.3
n=4	2.3	0.9	3.2
n=5	1.2	0.34	0.9
n=6	0.6	-	-

TABLE 4.8 – Tableau des écarts relatifs en configuration libre-libre (%)

4.3.3.2 Identification des coefficients d'amortissement

Une analyse modale a été réalisée sur la pièce jouant le rôle de stator sur le banc d'essai. Cette mesure des modes propres de vibration du stator en libre-libre nous permet d'avoir accès au taux d'amortissement de chaque pic fréquentiel. Ces valeurs sont utilisées dans les formules 4.79 et 4.85.

Mode à diamètres	Fréquences (Hz)	Amortissement (%)
2	437	4.38
3	1235	2.36
4	2369	1.45
5	3831	5.22
6	5620	0.83

TABLE 4.9 – Valeurs d'amortissement déterminées expérimentalement

4.4 Couplage fluide-structure

4.4.1 Résolution monolithique

Pour résoudre un problème couplé fluide-structure, deux approches sont distinguées : la simulation par couplage de code et la simulation monolithique [102]. La résolution monolithique consiste à résoudre l'ensemble des équations (celles de l'anneau et celles du fluide) simultanément. Les échanges d'énergie entre les deux systèmes vérifient ainsi de façon exacte le principe d'action/réaction : le couplage obtenu est numériquement conservatif. Cette méthode de résolution introduit un couplage fort entre le fluide et la structure c'est à dire que l'action du fluide sur la structure est prise en considération et réciproquement : c'est la méthode employée ici. L'équation différentielle du second-ordre peut s'écrire :

$$\mathbb{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbb{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbb{K}\mathbf{X} = 0 \quad (4.83)$$

où les matrices \mathbb{M} , \mathbb{C} et \mathbb{K} sont de dimensions 6×6 et le vecteur \mathbf{X}_n est de dimension 6×1 pour chaque harmonique.

En s'appuyant sur les équations de dynamique de structure 4.77 augmentées du terme de travail des forces exercées par le fluide (cf. 4.72) et des équations du fluide (cf. 4.48 et 4.49).

$$\mathbb{M} = \begin{bmatrix} \rho_a S R_s \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho_a S R_s \left(1 + \frac{1}{n^2}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

$$\mathbb{C} = \begin{bmatrix} \beta \frac{EI(1-n^2)^2}{R_s^3} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \beta \frac{EI(1-n^2)^2}{R_s^3} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ G_2 & 0 & G_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & G_2 & 0 & G_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_1 \end{bmatrix} \quad (4.85)$$

$$\mathbb{K} = \begin{bmatrix} \frac{EI(1-n^2)^2}{R_s^3} & 0 & -R_s L & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{EI(1-n^2)^2}{R_s^3} & 0 & -R_s L & 0 & 0 \\ 0 & \frac{G_2 U_0 n}{R_r} & G_3 & \frac{G_1 U_0 n}{R_r} & 0 & \frac{G_1 P_0 n}{R_r} \\ -\frac{G_2 U_0 n}{R_r} & 0 & -\frac{G_1 U_0 n}{R_r} & G_3 & -\frac{G_1 P_0 n}{R_r} & 0 \\ -J_5 & 0 & J_3 & \frac{A_0 n}{R_r} & J_2 & \frac{J_1 U_0 n}{R_r} \\ 0 & -J_5 & -\frac{A_0 n}{R_r} & J_3 & -\frac{J_1 U_0 n}{R_r} & J_2 \end{bmatrix} \quad (4.86)$$

Le problème peut s'écrire sous la forme d'une équation bidimensionnelle de premier ordre (équation d'état). La taille du problème posé est alors de dimension $2n$ (soit 12 ici).

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{Y}(t) = \mathbf{0} \quad (4.87)$$

où

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbb{M} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbb{I} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbb{C} & \mathbb{K} \\ -\mathbb{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Y}(t) = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{X}}_n(t) \\ \mathbf{X}_n(t) \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

Les solutions de l'équation différentielle homogène de premier ordre sont cherchées sous la forme :

$$\mathbf{Y}(t) = \mathbf{Y}_0 e^{\lambda t} \quad (4.89)$$

conduisant au problème aux valeurs propres généralisées suivant :

$$\lambda \mathbf{A} + \mathbf{B} = \mathbf{0} \quad (4.90)$$

où le vecteur des valeurs propres λ est complexe et admet des valeurs propres doubles. Dans le cadre de cette étude, la partie imaginaire de la valeur propre correspond à la pulsation propre du mode. Sa partie réelle correspond à l'amortissement associé. La stabilité de la configuration autour de laquelle les équations différentielles ont été linéarisées est estimée par l'analyse du signe des parties réelles des valeurs propres λ :

- si $\text{Re}(\lambda_i) < 0 \forall i$, alors la configuration est stable,
- si $\exists i, \text{Re}(\lambda_i) > 0$, alors la configuration est instable.

4.5 Analyse de stabilité

Dans cette section, plusieurs analyses modales sont présentées suivant différentes configurations de joint labyrinthe. L'objectif est d'étudier l'influence de certains paramètres tels que la pression, la valeur du jeu radial, etc. sur la stabilité aéroélastique du joint.

Une étude de sensibilité du modèle à des paramètres géométriques, de sollicitation et de modélisation est proposée. Le fluide est mis en mouvement dans la cavité par l'action de la vitesse circumférentielle d'entrée, appelée *preswirl*. Les courbes sont toutes tracées en fonction de ce paramètre. Il sert de paramètre de contrôle. Dans ce chapitre il n'y a pas de rotation de l'arbre supportant le joint.

4.5.1 Indications sur la présentation générale des résultats

Différentes configurations sont étudiées dans cette partie (cf. table 4.10 et 4.11). Les spécificités de chacune seront rappelées dans la légende des résultats et les paramètres remarquables seront indiqués en bleu.

Les paramètres communs sont :

- Blocage sonique : oui,
- Gaz : air,
- Support dent : rotor,
- Pression de sortie : 1 bar,
- Température : 293.15 K,
- Anneau en aluminium (module d'Young : 69 GPa, masse volumique : 2700 kg.m⁻³),
- Vitesse rotor : 0 tr.min⁻¹,

- Rayon rotor : 76.48 mm,
- Hauteur dent : 3.5 mm.

Configuration	C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
Loi pariétale	Blasius						
Conditions fonctionnement							
Pression d'entrée (kPa)	400	400	400	800	400	800	400
Diamètre nodal n_d	2	2	3	3	3	2	5
Géométrie							
Jeu radial (μm)	1000	150	1000	1000	1000	1000	150
Largeur de cavité (mm)	16	16	16	16	50	16	16
Épaisseur (mm)	4.5	4.5	4.5	4.5	4.5	6	4.5

TABLE 4.10 – Table des configurations

Configuration	C9	C10
Loi pariétale	Colebrook	Colebrook
Conditions fonctionnement		
Pression d'entrée (kPa)	800	400
Diamètre nodal n_d	3	3
Géométrie		
Jeu radial (μm)	1000	1000
Largeur de cavité (mm)	16	16
Épaisseur (mm)	4.5	4.5

TABLE 4.11 – Table des configurations suite

Les valeurs des différents paramètres sont données sous les graphiques (cf. par exemple la configuration 4.16). La partie gauche (cf. figure 4.16a) rassemble les évolutions des fréquences acoustiques et structurales en fonction de la vitesse circumférentielle d'entrée tandis que la partie droite (cf. figure 4.16b) regroupe l'évolution des taux d'amortissement réduits (ξ). Sur l'ensemble des graphes, les modes non-couplés, structuraux et acoustiques, sont représentés en pointillés. Les modes représentés en couleurs sont associés au modèle couplé. Le système est résolu dans le repère fixe. La résolution du système non-couplé mène à l'apparition :

- d'un mode propre structural double : la vibration de la structure (- - -) suivant un mode à diamètres imposé, est constante quelque soit la valeur de vitesse circumférentielle d'entrée,
- d'un dédoublement du mode acoustique (figure 4.13) : les vibrations du fluide - qui évoluent dans le repère tournant - se scinde en deux modes acoustiques (- - -) : un mode direct et un mode rétrograde (cf. section 4.2.7.3).

Une analogie peut être faite avec un diagramme de Campbell excepté que dans le cas de figure présent on regarde l'évolution des fréquences propres acoustiques et structurales en fonction de la

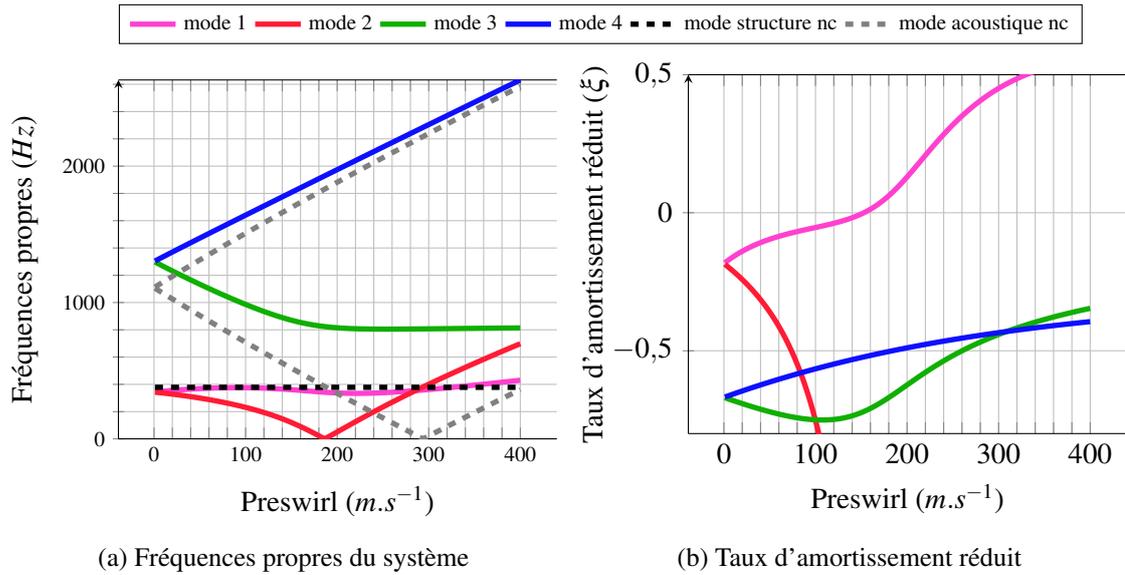


FIGURE 4.16 – Configuration C1

Blocage sonore : oui, loi pariétale : Blasius, air, support dent : rotor, pression d'entrée : 4 bars, pression de sortie : 1 bar, température : 293.15 K, anneau en aluminium, épaisseur : 4.5 mm, vitesse rotor : 0 $tr.min^{-1}$, diamètre nodal : 2, jeu radial : 1000 μm , rayon rotor : 76.48 mm, hauteur dent : 3.5 mm, largeur cavité : 16 mm

vitesse circumférentielle d'entrée et non pas en fonction de la vitesse de rotation de l'arbre.

4.5.2 Tendances générales

Sur l'ensemble des graphiques représentant l'évolution des fréquences propres, les modes propres acoustiques non-couplés sont fréquemment plus bas que la fréquence propre acoustique théorique (à preswirl nul) donnée par la relation :

$$f_{ac} = \frac{n_d c}{2\pi R_s} = 1363 \text{ Hz (pour } n_d=2) \quad (4.91)$$

Les coefficients d'amortissement associés aux termes de pression dans les équations linéarisées de NS sont responsables de ce décalage. Un point d'intersection entre le mode structural et le mode acoustique rétrograde est visible sur ces graphes (4.16a, 4.17a, etc.). Dans la littérature, la coïncidence fréquentielle entre un mode de structure et acoustique est associée à une modification de la stabilité ([2], [51]).

Contrairement au modèle découplé et en raison du couplage mis en place, le mode de structure s'ouvre et se dédouble en un mode direct (—) et un mode rétrograde (—). À preswirl nul, les modes propres (acoustiques et structuraux) sont fréquemment décalés par rapport au modèle découplé (cf. figure 4.16a, 4.17a, etc.). La fréquence structurale a tendance à être légèrement assouplie par un effet de masse ajoutée alors que la fréquence de l'air contenu dans la cavité augmente de façon significative : l'interaction air-structure est forte, et cela même à preswirl nul.

Cette forte interaction s'explique par le fait que l'air passe à travers des sections de passage très étroites au niveau des dents du labyrinthe. L'air a normalement peu d'effet de masse comparé à des fluides plus denses. Cependant, dans le cas d'un fluide peu dense compressible qui est confiné, les effets d'inertie et de compressibilité peuvent être présents en même temps et on obtient alors

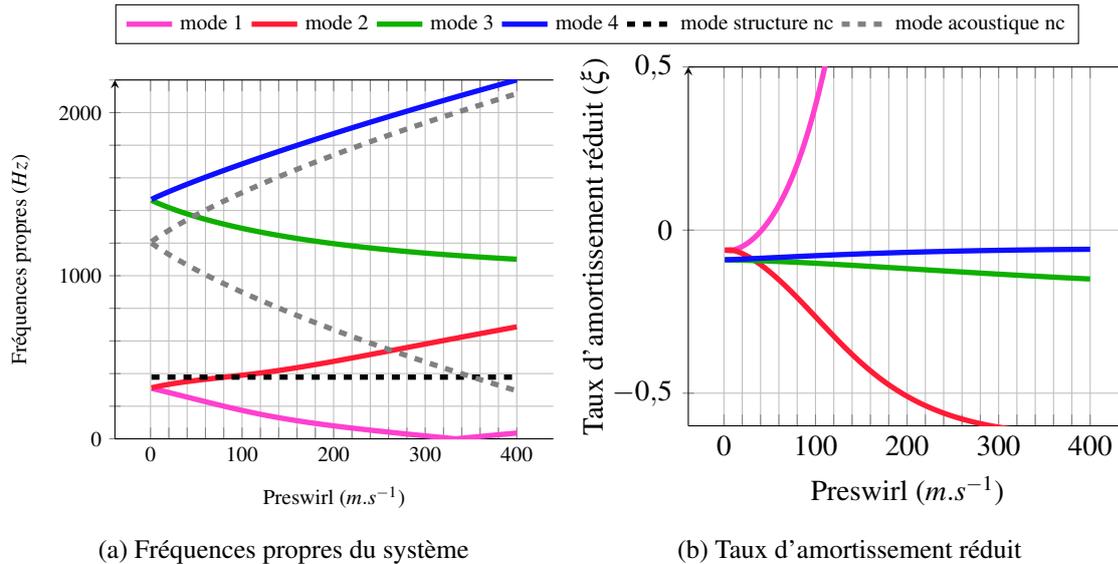


FIGURE 4.17 – Configuration C2

Blocage sonore : oui, loi pariétale : Blasius, air, support dent : rotor, pression d'entrée : 4 bars, pression de sortie : 1 bar, température : 293.15 K, anneau en aluminium, épaisseur : 4.5 mm, vitesse rotor : 0 $tr.min^{-1}$, diamètre nodal : 2, jeu radial : 150 μm , rayon rotor : 76.48 mm, hauteur dent : 3.5 mm, largeur cavité : 16 mm

des modes couplés acoustiques-mécaniques [23].

Au niveau des graphes représentant l'évolution du taux d'amortissement réduit en fonction du preswirl, on remarque qu'à preswirl nul les taux d'amortissement sont non nuls. Aussi, de manière générale, les modes acoustiques sont plus amortis - à preswirl nul - que les modes structuraux.

Les configurations C3 et C6 présentent un veering [91] entre le mode propre de structure rétrograde et le mode propre acoustique rétrograde. Ce veering apparaît au niveau de la coïncidence fréquentielle du modèle non-couplé. L'échange de déformée modale entre le mode de fluide et le mode de structure est perceptible. Lorsque l'interaction devient trop forte (cf. configurations C2 (cf. figure 4.17), C4 (cf. figure 4.19), et C5 (cf. figure 4.20)) le veering disparaît. Les modes propres se différencient significativement des modes propres du système non-couplé et des instabilités apparaissent à des vitesses beaucoup plus faibles.

La suite de ce chapitre s'intéresse à l'influence de certains paramètres pris indépendamment et déjà identifiés dans la littérature comme étant impactants.

4.5.3 Influence de paramètres géométriques

Une étude de la sensibilité de la stabilité du système est menée sur les paramètres géométriques suivants :

— Le jeu radial :

Les configurations C1 4.16 et C2 4.17 ont un jeu radial significativement différent (1000 μm pour C1 et de 150 μm pour C2). Le comportement vibratoire du fluide, non-couplé à la structure, est naturellement influencé par la valeur du jeu radial : le croisement entre le

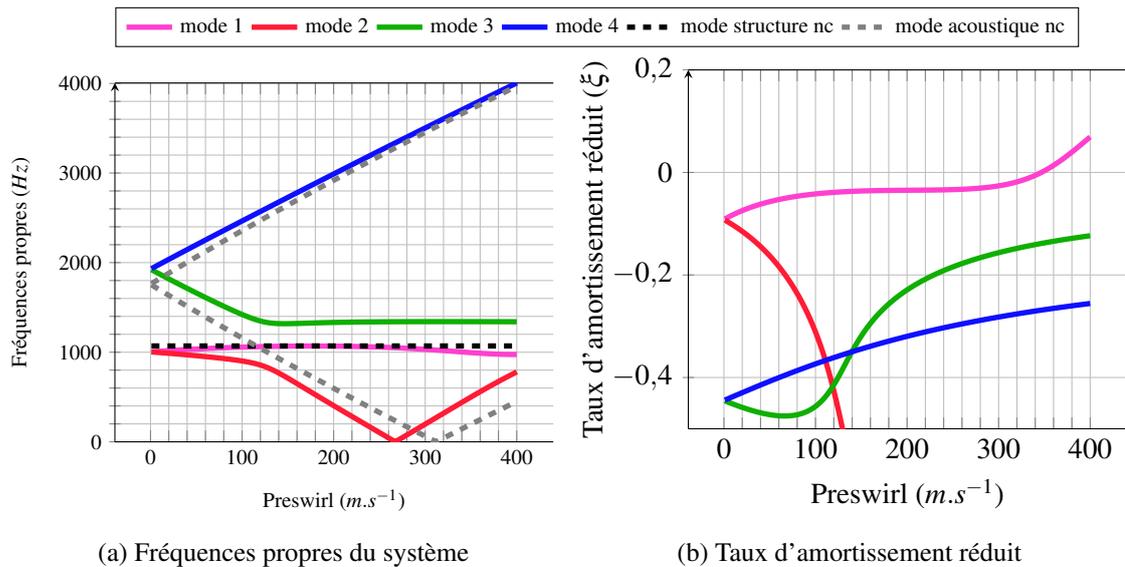


FIGURE 4.18 – Configuration C3

Blocage sonore : oui, loi pariétale : Blasius, air, support dent : rotor, pression d'entrée : 4 bars, pression de sortie : 1 bar, température : 293.15 K, anneau en aluminium, épaisseur : 4.5 mm, vitesse rotor : 0 $tr.min^{-1}$, diamètre nodal : 3, jeu radial : 1000 μm , rayon rotor : 76.48 mm, hauteur dent : 3.5 mm, largeur cavité : 16 mm

mode rétrograde acoustique (- - -) et le mode de structure (- - -) se produit à un preswirl plus élevé pour la configuration C2 (cf. figure 4.17a). Aussi, le décalage fréquentiel entre les fréquences des modes couplés et non-couplés est plus important pour la configuration C2 : l'effet de confinement du fluide entraîne des interactions plus fortes entre le fluide et la structure. D'ailleurs, l'interaction entre le fluide et la structure est tellement forte sur la configuration C2 qu'identifier les échanges de déformées modales devient impossible. Par ailleurs, la réduction du jeu sur la configuration C2 entraîne l'apparition d'une instabilité précoce : l'instabilité naît aux alentours de 40 $m.s^{-1}$ pour la configuration C2 contre 160 $m.s^{-1}$ pour la configuration C1. Cette analyse de sensibilité a démontré que le jeu radial est l'un des paramètres les plus influents sur la stabilité du système.

— La largeur de cavité :

Les configurations C3 4.18 et C5 4.20 sont comparées. La largeur de cavité de la configuration C3 est de 16 mm contre 50 mm pour la configuration C5. L'interaction fluide-structure s'avère être plus forte (dans le sens où les courbes des modes découplés sont moins reconnaissables) pour la configuration C5 et engendre l'apparition d'une instabilité à 240 ms^{-1} comparé à l'apparition d'une instabilité à 345 $m.s^{-1}$ pour C3. Pourtant, l'observation des modèles découplés pour ces deux configurations semblent induire le contraire : sans couplage, le point d'intersection de C3 apparaît à des valeurs de vitesse beaucoup plus faible que pour C5. Le couplage modifie grandement les conditions d'apparition de ces instabilités. Aussi, la surface sur laquelle s'applique les efforts de pression est plus importante pour C5 que pour C3 : donc, l'augmentation de la taille de la cavité tend à déstabiliser le système. Une question soulevée par ces résultats est de savoir s'il faut privilégier un grand nombre de cavités de petites tailles ou bien peu de cavités de grandes tailles. Quelques éléments de réponse sont proposés au chapitre 4.

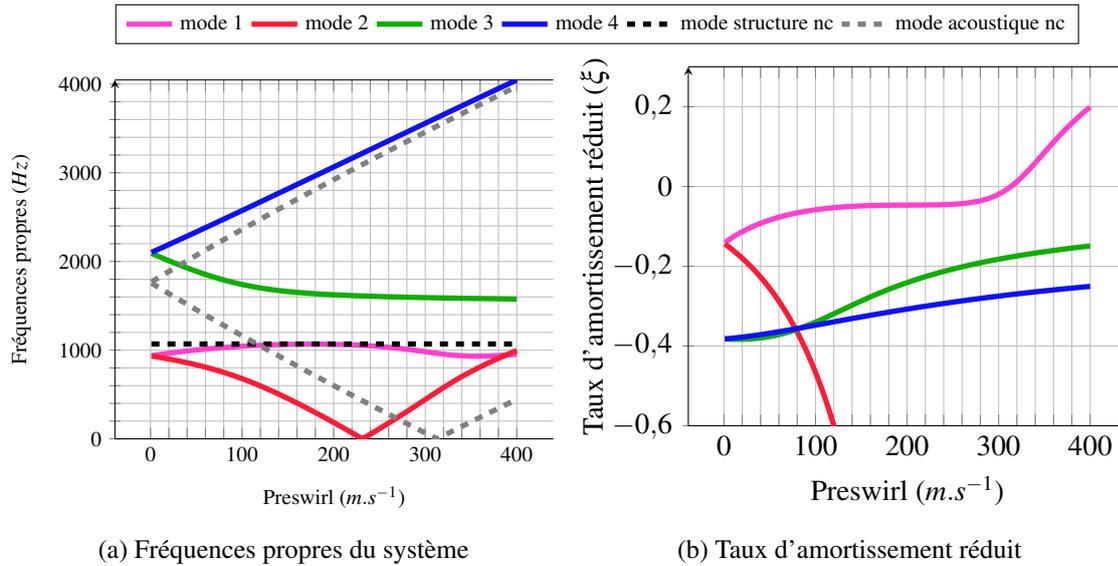


FIGURE 4.19 – Configuration C4

Blocage sonore : oui, loi pariétale : Blasius, air, support dent : rotor, pression d'entrée : 8 bars, pression de sortie : 1 bar, température : 293.15 K, anneau en aluminium, épaisseur : 4.5 mm, vitesse rotor : 0 $tr.min^{-1}$, diamètre nodal : 3, jeu radial : 1000 μm , rayon rotor : 76.48 mm, hauteur dent : 3.5 mm, largeur cavité : 16 mm

— Épaisseur de l'anneau :

Avec un stator plus épais (cf. configuration C6 4.21), le mode de structure devient plus rigide. Le couplage entre l'air et l'anneau est moins fort puisque l'anneau a plus de difficulté à se déformer. Un veering apparaît alors entre le mode acoustique rétrograde et le mode de structure rétrograde. Cependant, aucune instabilité n'est déclenchée sur la plage de preswirl imposée (le seuil de stabilité est sûrement dépassé au delà d'un preswirl de 400 $m.s^{-1}$). Le veering n'indique donc pas l'apparition d'une instabilité aéroélastique. Cette dernière se produit généralement à des vitesses circonférentielles d'entrée plus élevées que celles auxquelles on observe ces veering.

Trois paramètres géométriques ont été identifiés dans cette sous-partie. Cette analyse met en évidence que la stabilité est fortement sensible au jeu radial et au rapport de l'épaisseur de l'anneau sur la longueur de cavité qui contribue à rendre un système plus ou moins stable.

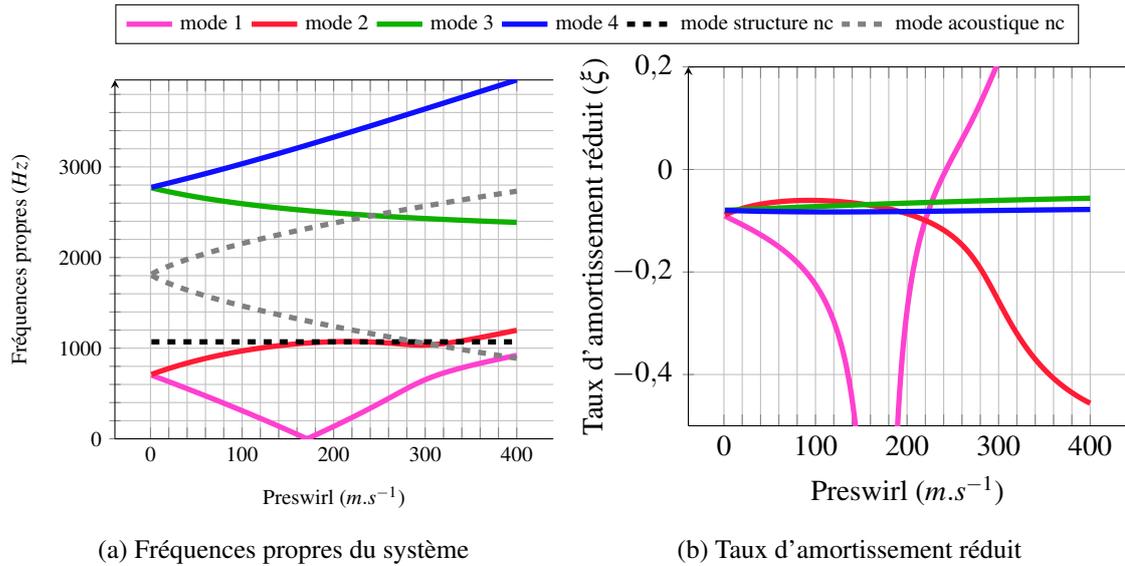


FIGURE 4.20 – Configuration C5

Blocage sonore : oui, loi pariétale : Blasius, air, support dent : rotor, pression d'entrée : 4 bars, pression de sortie : 1 bar, température : 293.15 K, anneau en aluminium, épaisseur : 4.5 mm, vitesse rotor : 0 $tr.min^{-1}$, diamètre nodal : 3, jeu radial : 1000 μm , rayon rotor : 76.48 mm, hauteur dent : 3.5 mm, largeur cavité : 50 mm

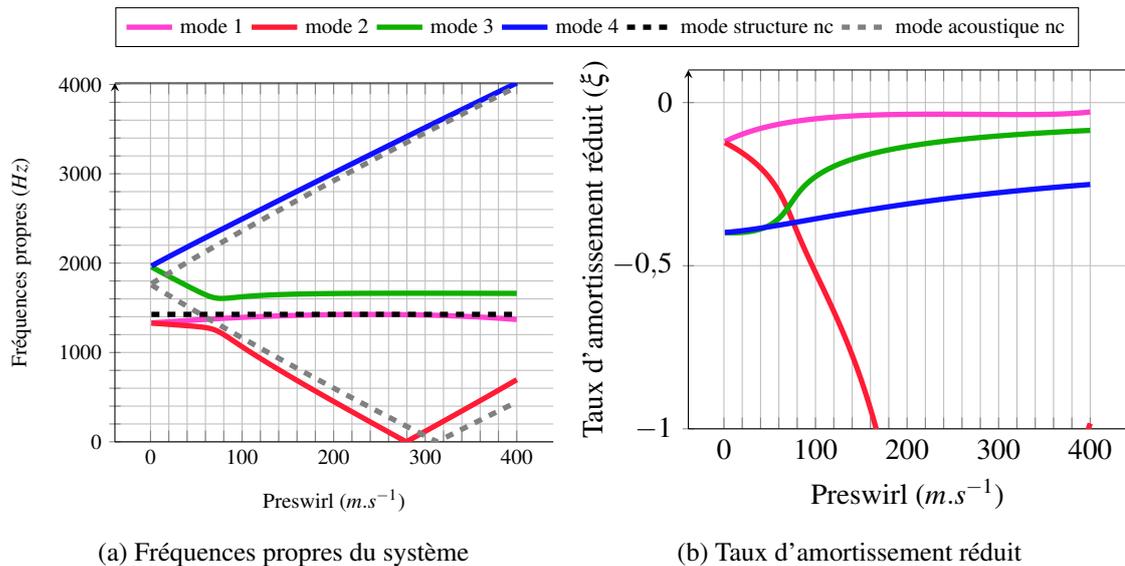


FIGURE 4.21 – Configuration C6

Blocage sonore : oui, loi pariétale : Blasius, air, support dent : rotor, pression d'entrée : 8 bars, pression de sortie : 1 bar, température : 293.15 K, anneau en aluminium, épaisseur : 6 mm, vitesse rotor : 0 $tr.min^{-1}$, diamètre nodal : 2, jeu radial : 1000, rayon rotor : 76.48 mm, hauteur dent : 3.5 mm, largeur cavité : 16 mm

4.5.4 Influence de paramètres de sollicitation

Une seconde étude est proposée dans cette sous-section qui analyse la sensibilité de la stabilité du système à des paramètres de sollicitations d'entrée :

- La pression d'entrée :
Les simulations C3 et C4 sont réalisées pour des valeurs de pression d'entrée différentes (4 bar pour C3 et 8 bar pour C4). L'instabilité apparaît avec une légère avance pour la configuration C4 (340 ms^{-1}) par rapport à la configuration C3 (320 ms^{-1}). Aussi, le couplage est plus important. Cependant, une multiplication par deux de la valeur de pression d'entrée influence peu la stabilité du système.
- Le diamètre nodal :
Plus le nombre de diamètres nodaux est important, plus la fréquence de la structure est importante (cf. configuration C2 4.17 et C7 4.22). À partir d'un certain nombre de diamètres les fréquences propres de structure deviennent supérieures aux fréquences propres acoustiques. Dans le cas de la configuration C7, un couplage s'opère entre les modes acoustiques et structuraux : en effet, un dédoublement du mode de structure est visible et un échange de déformée modale apparaît. Cependant, aucune instabilité n'apparaît.

La valeur de pression imposée à l'entrée du joint labyrinthe a peu d'incidence sur la stabilité du système. En revanche, le couplage est sensible au nombre de diamètres nodaux appliqués en entrée.

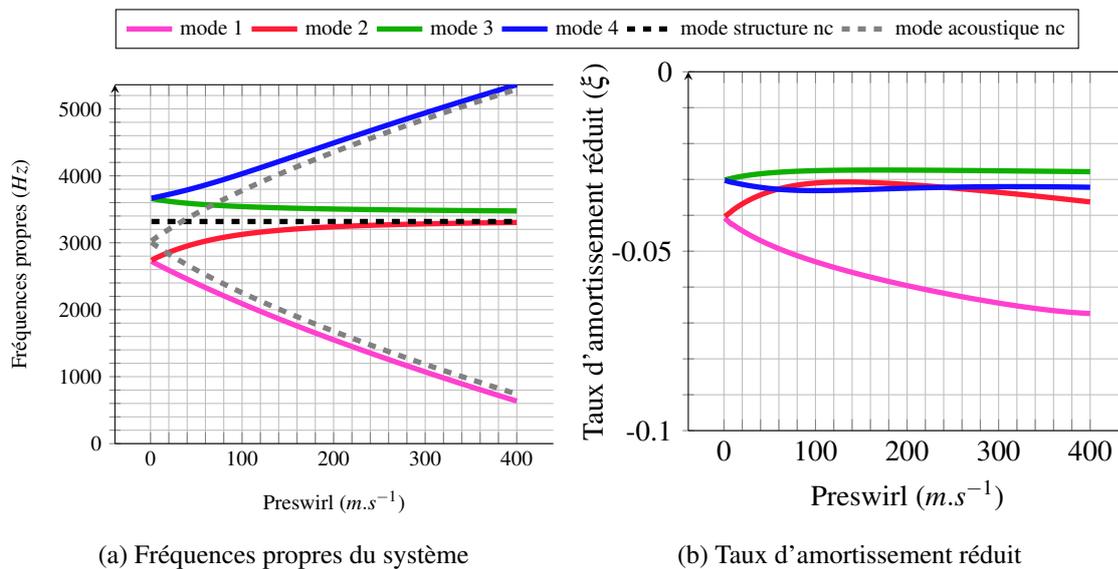


FIGURE 4.22 – Configuration C7

Blocage sonore : oui, loi pariétale : Blasius, air, support dent : rotor, pression d'entrée : 4 bars, pression de sortie : 1 bar, température : 293.15 K, anneau en aluminium, épaisseur : 4.5 mm, vitesse rotor : 0 tr.min^{-1} , diamètre nodal : 5, jeu radial : $150 \mu\text{m}$, rayon rotor : 76.48 mm, hauteur dent : 3.5 mm, largeur cavité : 16 mm

4.5.5 Influence de paramètre de la loi pariétales

Le modèle de Blasius, utilisé dans les travaux de Childs, est adapté à des écoulements laminaires et dans le cas de tuyaux lisses. Dans notre cas, l'écoulement est principalement turbulent. Une comparaison de la loi d'écoulement de Blasius et de Colebrook est proposée dans cette section afin d'étudier l'influence de ces lois sur la stabilité du système. En noir sont tracés les modes propres acoustiques et structuraux du système couplés suivant une loi de Blasius. En gris sont tracés ceux intégrant une loi de Colebrook. La figure 4.23 présente une comparaison des lois pariétales sur la configuration C3 (cf. figure 4.18). Les évolutions des fréquences propres en fonction de la vitesse circonférentielle d'entrée sont similaires jusqu'à environ 300 ms^{-1} . Passé ce seuil, les fréquences propres - initialement aux alentours de 1000 Hz - se croisent pour la loi de Blasius alors qu'elles s'éloignent pour la loi de Colebrook. D'autre part, les amortissements liés à ces fréquences propres présentent des écarts significatifs entre les deux lois au-delà de 200 ms^{-1} . Cette analyse s'applique également à la figure 4.24. Le choix du type de loi de comportement a une forte influence sur le couplage fluide-structure du modèle et a un impact significatif sur la stabilité du système.

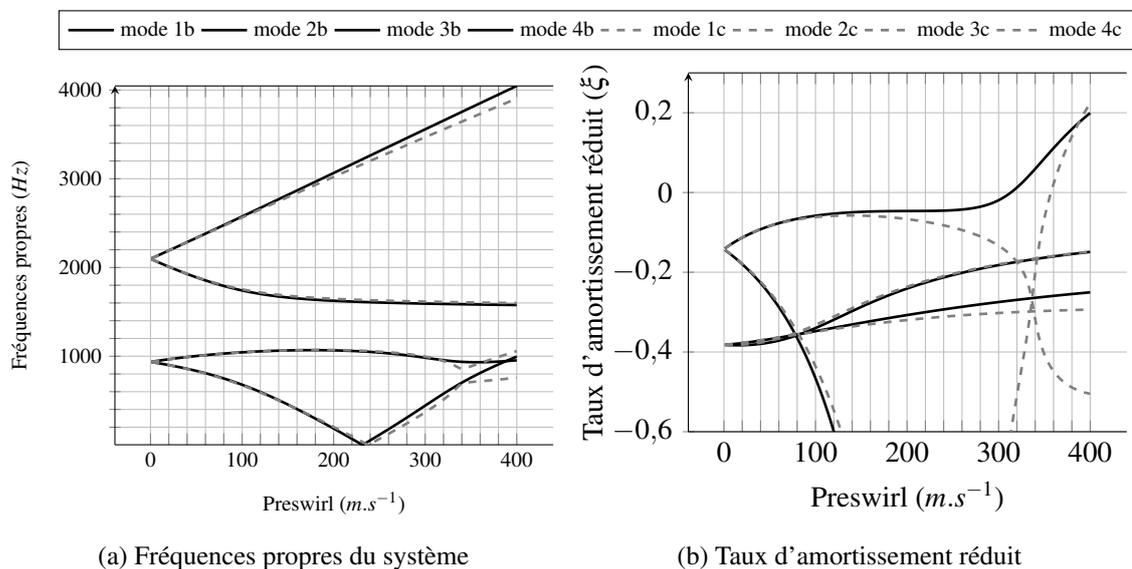


FIGURE 4.23 – Comparaison configuration C4 (Blasius, repère b : —) et configuration C9 (Colebrook, repère c : - - -)

C9 : Blocage sonore : oui, loi pariétale : Colebrook, air, support dent : rotor, pression d'entrée : 8 bars, pression de sortie : 1 bar, température : 293.15 K , anneau en aluminium, épaisseur : 4.5 mm , vitesse rotor : 0 tr.min^{-1} , diamètre nodal : 3, jeu radial : $1000 \mu\text{m}$, rayon rotor : 76.48 mm , hauteur dent : 3.5 mm , largeur cavité : 16 mm

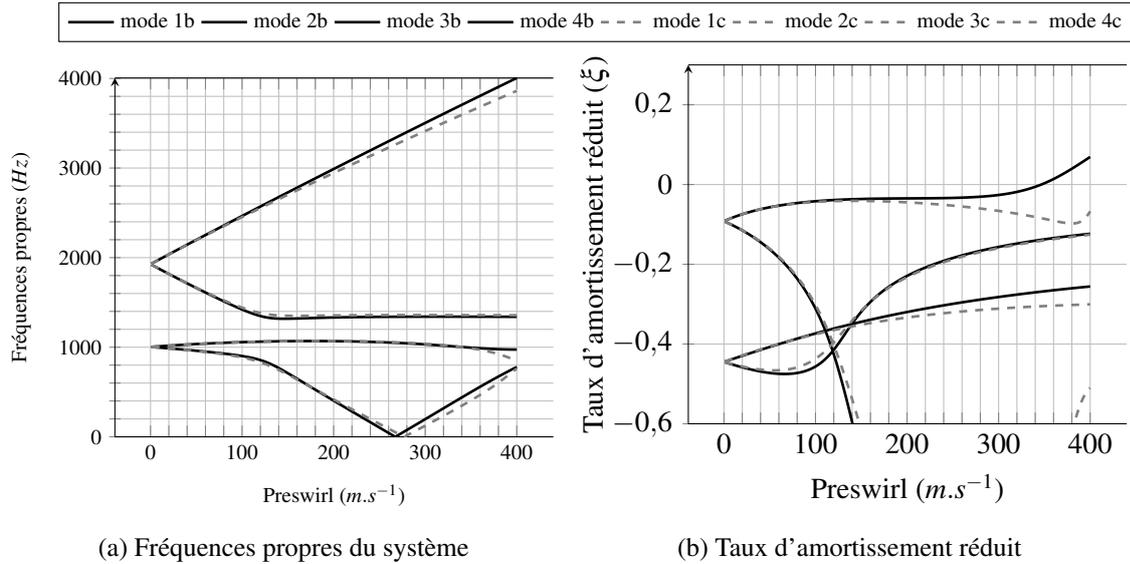


FIGURE 4.24 – Comparaison configuration C3 (Blasius, repère b : —) et configuration C10 (Colebrook, repère c : - - -)

C10 : Blocage sonore : oui, **loi pariétale** : Colebrook, air, support dent : rotor, pression d'entrée : 4 bars, pression de sortie : 1 bar, température : 293.15 K, anneau en aluminium, épaisseur : 4.5 mm, vitesse rotor : 0 tr.min⁻¹, diamètre nodal : 3, jeu radial : 1000 μm, rayon rotor : 76.48 mm, hauteur dent : 3.5 mm, largeur cavité : 16 mm

4.6 Confrontations calculs / essais : analyse de stabilité

Une analyse de stabilité est proposée dans cette section. Deux études sont menées :

- une estimation de la vitesse circonférentielle expérimentale à l'intérieur du joint. Cette vitesse est ensuite utilisée pour statuer sur la stabilité du système en s'appuyant sur les diagrammes de stabilité numérique. Ces diagrammes sont obtenus pour la configuration expérimentale étudiée. Il est donc nécessaire de déterminer le jeu de paramètres {pression amont, débit massique} associé à la configuration d'essais, c'est-à-dire aux pressions d'entrée données en figure 3.18.
- une analyse paramétrique du couple {pression, débit} permettant d'explorer la gamme de vitesse circonférentielle du diagramme de stabilité.

Trois diagrammes de stabilité correspondant aux trois essais avec une ouverture de vanne respectivement de 4, 8 et 10 % sont présentés en figure 4.25. Le mode à deux diamètres est le plus critique. Aussi, seuls les résultats correspondants à ce mode sont présentés. L'étude de l'influence de la loi pariétale a montré que cette dernière ne modifiait que très peu la stabilité. C'est pourquoi une loi de Colebrook a été utilisée pour cette analyse de stabilité. Mais des résultats similaires sont obtenus en utilisant une loi de Blasius. L'ouverture de la vanne modifie le point de bifurcation :

- pour une pression d'entrée de 1.5 bars (ouverture 4%), vitesse critique : 209 ms^{-1} ,
- pour une pression d'entrée de 2.5 bars (ouverture 8%), vitesse critique : 159 ms^{-1} ,
- pour une pression d'entrée de 3.2 bars (ouverture 10%), vitesse critique : 139 ms^{-1} ,

L'augmentation de l'ouverture de la vanne tend à décaler le seuil de stabilité du système vers des valeurs de preswirl plus faibles (cf. colonne de droite de la figure 4.25).

Pour évaluer la stabilité des essais réalisés, une étude comparative entre les données d'essais et les simulations est proposée. Dans cette campagne d'essais, il n'y a pas de pré-rotation du fluide : les vitesses maximales que nous pourrions être capable de mesurer seraient proche des valeurs de vitesses axiales. Le banc n'est pas pourvu de capteurs permettant la mesure des vitesses circonférentielles ou axiales. En revanche, il est possible d'estimer les vitesses axiales à l'aide de la relation :

$$V = \frac{Q_m r T}{PS} \quad (4.92)$$

où S correspond à la section de passage du fluide en amont, en aval et à l'intérieur de la cavité. Le tableau 4.12 regroupe les résultats en vitesse pour chaque ouverture de vanne. Les vitesses calculées sont de l'ordre de 5 ms^{-1} en amont, 7 ms^{-1} dans la cavité et inférieures à 20 ms^{-1} en aval.

L'étude comparative se fera donc sur des valeurs de preswirl comprises entre 0 et 20 m.s^{-1} qui sont des valeurs approchant les vitesses axiales estimées (cf. tableau 4.12) Ces vitesses peuvent

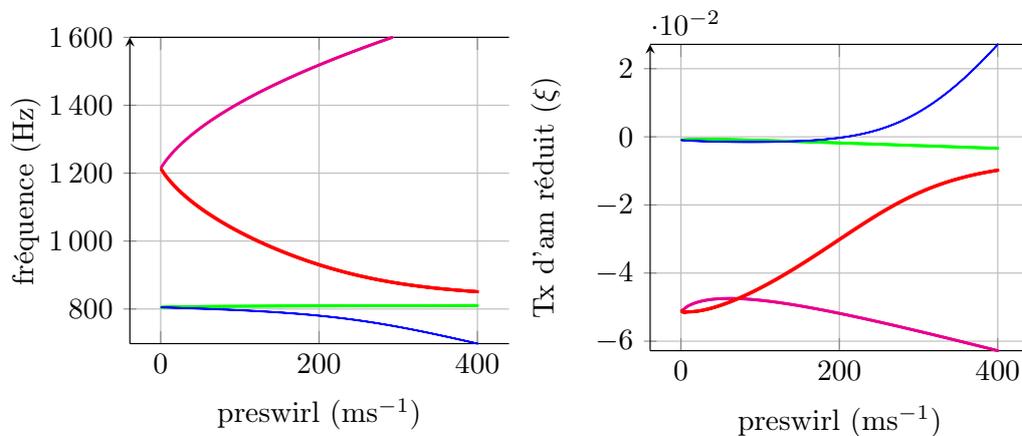
$Q_{m,exp}$ (gs^{-1})	$P_{amont,exp}$ (bar)	$V_{amont,est}$ (ms^{-1})	$P_{cavit,exp}$ (bar)	$V_{cavit,est}$ (ms^{-1})	$P_{aval,exp}$ (bar)	$V_{aval,est}$ (ms^{-1})
39	3.2	5.70	2.6	7.03	1	18.3
32	2.5	6	2	7.49	1	15
16	1.5	5	1.2	6.25	1	7.49

TABLE 4.12 – Estimation des vitesses en amont, en aval et dans la cavité

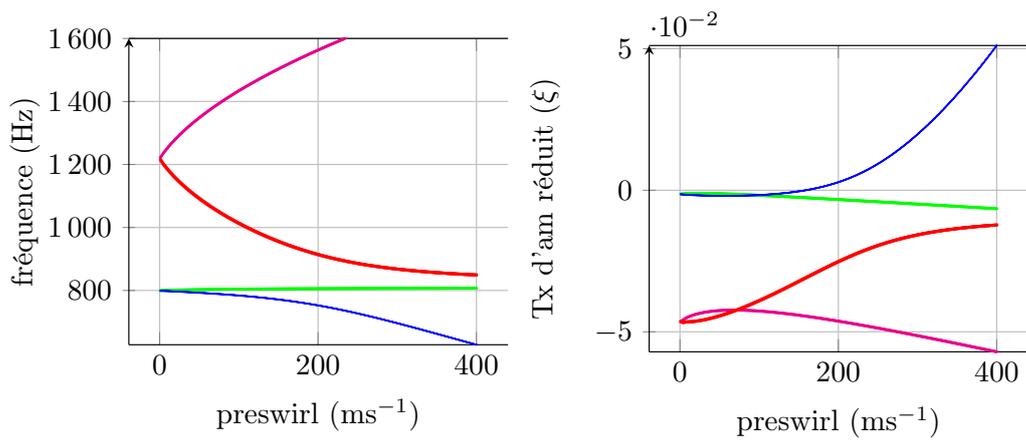
être placées dans les diagrammes de stabilité correspondants. On constate que pour l'ensemble des configurations testées, le système se situe dans une zone stable. L'analyse des signaux temporels laissait présumer l'absence d'instabilité qui est confirmée par cette étude. Les configurations testées ne sont pas en mesure de reproduire des instabilités aéroélastiques. Les ordres de grandeurs des vitesses estimées dans le joint sont en effet insuffisants ($\ll 139 \text{ ms}^{-1}$) pour générer des instabilités et fournir des éléments de comparaison pertinents avec les diagrammes de stabilité numériques. Malgré ce constat, les améliorations nécessaires à l'apparition d'instabilités ont été identifiées et devraient permettre d'augmenter la capacité du banc à générer des instabilités :

- la section de passage à l'entrée du banc (au niveau du cône d'admission) doit être augmentée. Ceci aura pour effet d'augmenter le débit massique et ainsi augmenter la vitesse à l'intérieur du banc.
- le déflecteur utilisé semble grandement atténuer les vibrations dans le joint (cf. figure 3.20).
- l'alimentation en air comprimé ainsi que les multiples changements de sections génèrent d'importantes pertes de charge ce qui réduit le niveau de la pression entrante.

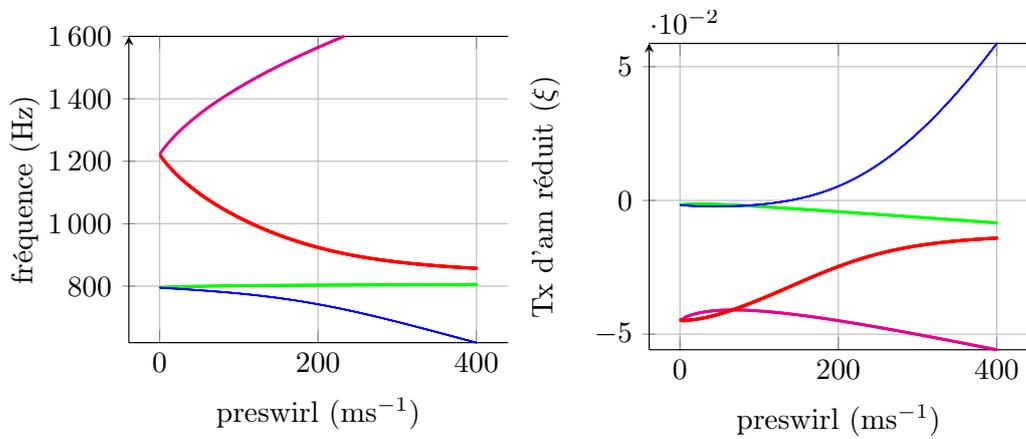
D'autre part, les fréquences propres calculées sont supérieures aux pics prépondérants des spectres. Expérimentalement, deux fréquences ressortent à 590 et à 1307 Hz qui correspondent respectivement aux modes à deux et à trois diamètres. Le modèle analytique prédit des fréquences de 800 Hz et 1600 Hz pour ces mêmes modes, ce qui représente des écarts de 35 et 20 % respectivement. Ces écarts se justifient en grande partie par le fait que seule la structure de la casquette, en plus du modèle d'écoulement, est prise en considération dans le modèle semi-analytique. Expérimentalement, les signaux mesurés tiennent compte de l'intégralité de la structure du banc et de ses sous-structures (cône, joint, déflecteur, etc.) qui ne sont pas représentées par le modèle.



Ouverture 4%



Ouverture 8%



Ouverture 10%

FIGURE 4.25 – Résultats numériques pour la configuration : support BP, loi écoulement : Colebrook, $L_1=90\text{mm}$, $L_{cav}=40\text{ mm}$, $L_2=40\text{mm}$, épaisseur stator : 4.5 mm, jeu radial : 150 μm , pression d'entrée : 1.5 bars, pression de sortie : 1 bar, diamètre nodal : $n_d=2$, matériau : aluminium, arbre fixe

4.7 Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle de joint labyrinthe présentant un couplage fort entre un anneau élastique et un écoulement d'air à travers une cavité a été développé.

Une analyse de stabilité a été réalisée sur la configuration du système autour de laquelle les équations différentielles ont été linéarisées. Une étude de l'influence à des paramètres de modélisation, géométriques et de sollicitations a été effectuée et a conduit aux résultats suivants :

- Influence à des paramètres géométriques :
 - l'augmentation de la taille de la cavité tend à déstabiliser le système,
 - un effet de confinement du fluide entraîne des interactions plus fortes entre le fluide et la structure (réduction du jeu radial),
 - l'épaisseur de l'anneau flexible joue un rôle important pour la stabilité du système.
- Influence à des paramètres de sollicitations : la stabilité du système est peu sensible à la variation de pression d'entrée. En revanche, elle est sensible au nombre de diamètres nodaux appliqués en entrée ainsi qu'à la vitesse circonférentielle d'entrée.
- Influence à des paramètres de modélisation (lois pariétales) : la loi de comportement de paroi définie influence significativement le couplage fluide-structure du modèle et la stabilité du système, certains modes passant du statut de stable à instable. La loi de comportement de Colebrook (modèle combiné) est choisie pour la suite : cette loi permet en effet de prendre en considération la rugosité de la paroi dans le cas d'un écoulement turbulent.

Ce chapitre a permis de dégager les principales tendances et de confirmer l'importance de certains paramètres. Toutefois, ce modèle présente des limites en termes de réalisme. En effet, il s'appuie sur la modélisation d'un stator de machine tournante par un anneau élastique circulaire qui ne permet pas de prendre en compte la condition limite d'encastrement du joint pourtant déterminante dans le critère d'Abbott. C'est pourquoi, la suite de ces travaux concerne l'extension de ce modèle d'anneau à un modèle de coque. De plus, sa nouvelle cinématique va introduire un couplage par le déplacement des phénomènes internes à chaque cavité. Un modèle multi-cavités sera nécessaire et donc développé dans le prochain chapitre.

Chapitre 5

Enrichissement du modèle de joint

Sommaire du chapitre

5.1	Motivations et stratégies	112
5.2	Prise en compte des conditions aux limites...	113
5.2.1	Équations dynamiques	113
5.2.2	Analyses de stabilité relatives aux évolutions de la nouvelle cinématique pour une cavité	118
5.3	Prise en compte du couplage des n cavités	122
5.3.1	Mise en équations	122
5.3.2	Influence du nombre de dents sur la stabilité	123
5.4	Analyses de stabilité d'un modèle à trois cavités	124
5.4.1	Influence des paramètres géométriques : position des dents par rapport à l'encastrement	124
5.4.2	Influence des paramètres de modélisation : position amont/aval du support	126
5.4.3	Influence des paramètres de sollicitation	130
5.5	Conclusions	134

5.1 Motivations et stratégies

La modélisation précise de la structure et de son couplage au modèle de fluide sont rarement détaillées dans la littérature lorsqu'il s'agit d'interaction fluide-structure dans les joints labyrinthes. Par exemple, les travaux d'Abbott [2] ne donne pas d'indication concernant la modélisation de la condition d'encastrement du joint.

Au contraire, le modèle de fluide est généralement plus fréquemment abordé (équations de Navier-Stokes, turbulence, blocage sonore, lois d'écoulement à la paroi etc.). Pourtant, certains travaux montrent l'importance de la position de l'encastrement du stator (se conférer aux figures 1.8 et aux travaux d'Abbott).

Cette condition aux limites nécessite d'avoir une structure finie (ce qui exclu le modèle d'anneau que l'on utilisait jusqu'ici). Un modèle de dynamique de structure de type coque cylindrique à directrice circulaire incluant une cinématique de flexion est donc adopté par la suite pour modéliser le comportement du stator en permettant de le supporter du côté des hautes pressions ou des basses pressions. Ce développement se rapproche de la configuration du banc d'essais. Plus généralement, pour se rapprocher d'un cas d'étude concret et tenir compte du couplage introduit par la cinématique, un modèle multi-cavités est développé. Nous verrons par la suite que cette évolution du modèle aura un réel impact sur les résultats et permettra des interprétations plus exhaustives.

Différentes configurations sont étudiées dans cette partie (cf. table 5.1 et 5.2). Les spécificités de chacune seront rappelées dans la légende des résultats et les paramètres remarquables seront indiqués en bleu.

Les paramètres communs sont :

- Blocage sonore : oui,
- Épaisseur stator : 4,5 mm
- Pression d'entrée : 16 bars
- Gaz : air,
- Support dent : rotor,
- Pression de sortie : 1 bar,
- Température : 293.15 K,
- Anneau en aluminium (module d'Young : 69 GPa, masse volumique : 2700 kg.m⁻³),
- Vitesse rotor : 0 tr.min⁻¹,
- Rayon rotor : 76.48 mm,
- Hauteur dent : 3.5 mm,
- Loi pariétale de Colebrook.

Configuration	D1	D2	D3	D4	D5	D6	D7
Diamètre nodal n_d	2	2	2	2	3	4	2
Jeu radial (μm)	50	150	150	150	150	150	150
Nombre de cavité	1	1	3	3	3	3	3
Position des dents côté	amont	amont	amont	aval	amont	amont	milieu
Position encastrement	HP	HP	HP	HP	HP	HP	BP
Vitesse d'arbre (tr.min^{-1})	0	0	0	0	0	0	0

TABLE 5.1 – Table des configurations

Configuration	D8	D9	D10	D11	D12	D13
Diamètre nodal n_d	2	4	4	2	2	2
Jeu radial (μm)	150	150	150	100	100	150
Nombre de cavité	3	3	3	3	3	3
Position des dents côté	milieu	milieu	milieu	milieu	milieu	milieu
Position encastrement	HP	BP	HP	HP	HP	HP
Vitesse d'arbre (tr.min^{-1})	0	0	0	6000	3000	3000

TABLE 5.2 – Table des configurations suite

5.2 Prise en compte des conditions aux limites encastree-libre de la structure

5.2.1 Équations dynamiques

La théorie des coques permet de calculer les déformations et les contraintes dans une coque soumise à des charges. Les équations dans le cas d'une coque cylindrique d'épaisseur constante sont utilisées [50]. La surface moyenne de la coque cylindrique est notée Σ . Le cylindre est défini dans le repère cartésien (O, X, Y, Z) où le plan (Y, Z) est tangent à la directrice X et où Z est normal à Σ (cf. figure 5.1). Le mouvement d'un point M de coordonnées (x, φ) appartenant à Σ est défini par son déplacement longitudinal \mathbf{u} , tangentiel \mathbf{v} et radial \mathbf{w} .

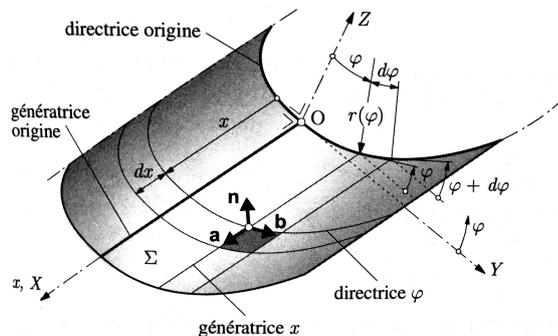


FIGURE 5.1 – Coque cylindrique

(x, φ) :	coordonnées de Σ
x :	longitudinal
φ :	transversal
(Y, Z) :	plan de la directrice
Y :	tangent à la directrice
Z :	normal à Σ
$r(\varphi)$:	rayon de courbure
s :	abscisse curviligne
ds :	$rd\varphi$
$(\mathbf{a}, \mathbf{b}, \mathbf{n})$:	repère attaché à Σ

Deux configurations d'encastrement sont donc envisagées : dans la première configuration, le cylindre est encasté du côté des hautes pressions (cf. figure 5.2a) et dans la deuxième, le cylindre est encasté du côté des basses pressions (cf. figure 5.2b).

Sur les figures 5.2a et 5.2b sont représentées le stator (en rouge) et le support des dents (en vert). La structure est soumise à des vibrations de flexion dans le plan. La déformée circonférentielle du cylindre est pondérée par un terme de pondération axiale afin de générer une déformation nulle au niveau du point d'encastrement et une déformation maximale au niveau du point le plus éloigné de l'encastrement. Le terme de pondération axiale pour les deux configurations est obtenu par l'équation de la courbe représentant la déformation normalisée du stator suivant le premier mode de flexion (courbes rouges).

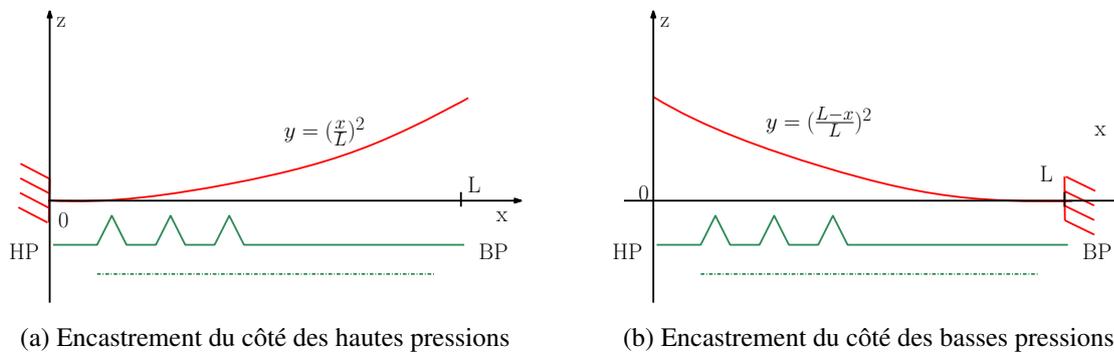


FIGURE 5.2 – Premier mode de flexion (— stator, — support-labyrinthe)

5.2.1.1 Énergie élastique de déformation

À partir de la théorie des coques cylindriques, l'équation du mouvement s'obtient en écrivant les équations de Lagrange (comme pour le cas de l'anneau). L'écriture de l'énergie élastique de déformation est donnée par la relation :

$$U = \int_V \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\varepsilon}} dV \quad (5.1)$$

Les déformations cinématiques (eq. 5.2) et variations de courbures cinématiques (eq. 5.3) suivantes [50] sont données ci-après :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} \quad \varepsilon_\varphi = \frac{1}{r} \left(\frac{\partial v}{\partial \varphi} - w \right) \quad \gamma = \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (5.2)$$

$$c_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad c_\varphi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{1}{r} \left(v + \frac{\partial w}{\partial \varphi} \right) \right) \quad c = \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial x} + 2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} \quad (5.3)$$

ainsi que les lois constitutives :

$$N_x = C (\varepsilon_x + \nu \varepsilon_\varphi) \quad N_\varphi = C (\varepsilon_\varphi + \nu \varepsilon_x) \quad N_{x\varphi} = C \left(\frac{1-\nu}{2} \right) \gamma \quad (5.4)$$

$$M_x = -D (c_x + \nu c_\varphi) \quad M_\varphi = -D (c_\varphi + \nu c_x) \quad M_{x\varphi} = -D \left(\frac{1-\nu}{2} \right) c \quad (5.5)$$

où C et D sont les constantes de Lamé, qui sont liés respectivement au module d'Young E et au coefficient de poisson ν par les relations suivantes :

$$C = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad D = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (5.6)$$

Dans le cas d'un matériau homogène et isotrope, la loi de Hooke en trois dimensions est définie telle que :

$$\boldsymbol{\sigma} = 2D\boldsymbol{\varepsilon} + C\text{Tr}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I} \quad (5.7)$$

La première constante, appelée raideur extensionnelle, génère les contraintes principales causées par la dilatation volumétrique. La raideur flexionnelle (D), connue comme étant le module de cisaillement (souvent noté G), est liée à la déformation en cisaillement. Dans le cadre de cette étude, seuls les petits déplacements radiaux sont considérés et sont modulés par le premier mode de flexion du cylindre (figure 5.2a et 5.2b). Les grandeurs u , v et w correspondent respectivement aux composantes du déplacement radial, tangential et longitudinal d'un point M quelconque appartenant au cylindre. Pour satisfaire aux conditions liées à la cinématique, l'hypothèse d'inextensibilité de la fibre neutre n'est pas prise en considération. Ainsi, les déplacements u et v sont considérés nuls dans les équations. En effet, si l'on considère une coque cylindrique dont un côté est libre et, où le chargement n'est pas symétrique par rapport à l'axe du cylindre, alors la déformation est principalement liée à de la flexion. Dans ce cas là, l'amplitude de déflexion est obtenue avec suffisamment de précision pour pouvoir négliger complètement les déformations de la surface milieu du cylindre (déformation d'extension /contraction). Nous négligeons ainsi les déformations de la surface milieu du cylindre.

Compte-tenu de l'importance des effets de flexion associé au cylindre étudié, seul ces termes seront retenus dans l'expression de l'énergie. Ce qui revient à considérer que seul $w \neq 0$. Les relations suivantes sont alors obtenues :

$$\varepsilon_x = 0 \quad \varepsilon_\varphi = \frac{-w}{r} \quad \gamma = 0 \quad (5.8)$$

$$c_x = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad c_\varphi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \quad c = \frac{2}{r} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} \quad (5.9)$$

ainsi que :

$$N_x = 0 \quad N_\varphi = 0 \quad N_{x\varphi} = 0 \quad (5.10)$$

$$M_x = -D(c_x + \nu c_\varphi) \quad M_\varphi = -D(c_\varphi + \nu c_x) \quad M_{x\varphi} = -D\left(\frac{1-\nu}{2}\right)c \quad (5.11)$$

L'expression générale de l'énergie de déformation s'écrit alors à partir des contraintes généralisées et des déformations respectives, soit :

$$U = \int_0^L \int_0^{2\pi} N_x \varepsilon_x + N_\varphi \varepsilon_\varphi + N_{x\varphi} \gamma + M_x c_x + M_\varphi c_\varphi + M_{x\varphi} c \, r d\varphi dx \quad (5.12)$$

Les efforts membranaires ($N_x, N_\varphi, N_{x\varphi}$) sont nuls ainsi que la dilatation longitudinale ε_x et le terme de glissement γ . L'énergie de déformation s'écrit alors :

$$U = \int_0^L \int_0^{2\pi} M_x c_x + M_\varphi c_\varphi + M_{x\varphi} c \, r d\varphi dx \quad (5.13)$$

Après développement, l'expression suivante est obtenue :

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \left\{ D_1 \left[\left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} \right)^2 + 2 \frac{\nu}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{2(1-\nu)}{r^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \varphi} \right)^2 \right] \right\} r d\varphi dx$$

où

$$D_1 = \frac{E e_p^3}{12(1-\nu^2)} \quad (5.14)$$

et où e_p correspond l'épaisseur du cylindre.

Les étapes suivantes sont ensuite exactement les mêmes que pour l'élaboration du modèle d'anneau flexible. Afin d'élaborer un modèle simple, nous considérons le déplacement cinématique suivant :

— encastrement du côté des hautes pressions :

$$w(t, x, \theta) = \left(\frac{x}{L}\right)^2 (a_n(t) \cos(n\theta) + b_n(t) \sin(n\theta)) \quad (5.15)$$

— encastrement du côté des basses pressions :

$$w(t, x, \theta) = \left(\frac{L-x}{L}\right)^2 (a_n(t) \cos(n\theta) + b_n(t) \sin(n\theta)) \quad (5.16)$$

Pour éviter toute confusion entre le déplacement axial et radial, les coefficients notés x_n^c et x_n^s du chapitre 4 sont notés ici respectivement a_n et b_n .

5.2.1.2 Énergie cinétique

Comme pour le modèle de l'anneau flexible, l'énergie cinétique du cylindre s'écrit de la manière suivante :

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \int_r^{r+e_p} \rho \dot{w}^2(t, x, \theta) r dr d\theta dx \quad (5.17)$$

5.2.1.3 Détermination du travail des efforts extérieurs

Une correction est apportée à l'écriture du travail des efforts extérieurs. Jusqu'ici, l'expression du travail s'écrivait :

$$W = \int_0^{2\pi} P(\vec{n}) \vec{U} dS \quad (5.18)$$

Dans notre approche, nous considérons un vecteur normale de la forme suivante : $\vec{n} = \vec{n}_0 + \vec{n}_1$ où \vec{n}_0 est la normale associée à la configuration déformée à l'ordre 0 et \vec{n}_1 est la normale associée à l'ordre 1. Avec cette nouvelle description, le travail des efforts extérieurs s'écrit :

$$W_{ext} = \int_0^{2\pi} (P_0 + \varepsilon P_1) (\vec{n}_0 + \varepsilon \vec{n}_1) \vec{U} dS \quad (5.19)$$

$$(5.20)$$

$$W_{ext} = \int_0^{2\pi} (P_0 \vec{n}_0 + \varepsilon P_0 \vec{n}_1 + \varepsilon P_1 \vec{n}_0 + \varepsilon^2 P_1 \vec{n}_1) \vec{U} dS \quad (5.21)$$

Le développement de l'expression du travail des efforts extérieurs génèrent quatre termes. Le terme en ε^2 est négligé (seuls les termes d'ordre inférieur ou égal à 1 sont pris en compte). Il reste trois termes dont il faut tenir compte. Jusqu'ici, seuls les termes en \vec{n}_0 étaient comptabilisés dans l'expression du travail.

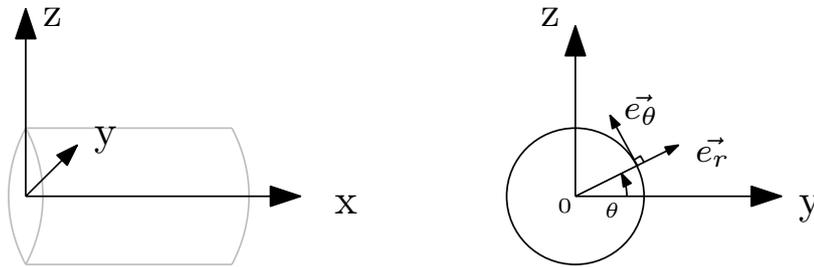


FIGURE 5.3 – Orientation des repères cartésien et polaire

Le repère cartésien est noté $\vec{X} = (x, y, z) = (x, r \cos(\theta), r \sin(\theta))$ et le déplacement est donné par la relation suivante :

$$\vec{U} = w(t, x, \theta) \vec{e}_r + v(t, x, \theta) \vec{e}_\theta \quad (5.22)$$

Sachant que :

$$\vec{e}_r = \cos \theta \vec{y} + \sin \theta \vec{z} \quad (5.23)$$

$$\vec{e}_\theta = -\sin \theta \vec{y} + \cos \theta \vec{z} \quad (5.24)$$

on pose :

$$\vec{x} = \vec{X} + \varepsilon \vec{U} \quad (5.25)$$

$$= (x, r \cos \theta, r \sin \theta) + \dots \quad (5.26)$$

$$\varepsilon(0, w(t, \theta, x) \cos \theta - v(t, \theta, x) \sin \theta, w(t, \theta, x) \sin \theta + v(t, \theta, x) \cos \theta) \quad (5.27)$$

La définition d'un vecteur normal en un point régulier permet de constituer le vecteur \vec{n} normal à la surface (non nécessairement unitaire) à partir du produit vectoriel suivant :

$$N(t, \theta, x) = \frac{\partial \vec{x}}{\partial x} \wedge \frac{\partial \vec{x}}{\partial \theta} \text{ avec } \vec{n} = \frac{1}{\|\vec{N}\|} \vec{N} \text{ et } dS = \|\vec{N}\| \quad (5.28)$$

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial x} = \left(1, \frac{\partial w}{\partial x} \cos \theta - \frac{\partial v}{\partial x} \sin \theta, \frac{\partial w}{\partial x} \sin \theta + \frac{\partial v}{\partial x} \cos \theta\right) \quad (5.29)$$

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial \theta} = \left(0, -r \sin \theta + \frac{\partial w}{\partial \theta} \cos \theta - w \sin \theta - \frac{\partial v}{\partial \theta} \sin \theta - v \cos \theta, \right. \quad (5.30)$$

$$\left. r \cos \theta + \frac{\partial w}{\partial \theta} \sin \theta + w \cos \theta + \frac{\partial v}{\partial \theta} \cos \theta - v \sin \theta\right) \quad (5.31)$$

On note Z_0 , les termes du produit vectoriel d'ordre 0 et Z_1 ceux d'ordre 1. On peut alors écrire que

$$\frac{\partial \vec{x}}{\partial x} \wedge \frac{\partial \vec{x}}{\partial \theta} = Z_0 + \varepsilon Z_1 \quad (5.32)$$

d'où

$$W_{ext} = \int_0^{2\pi} \int_0^L -(P_0 + \varepsilon P_1)(Z_0 + \varepsilon Z_1) \delta \vec{U} \, dx d\theta \quad (5.33)$$

$$\boxed{W_{ext} = \int_0^{2\pi} \int_0^L -P_0 Z_0 - \varepsilon (P_0 Z_1 + P_1 Z_0) \delta \vec{U} \, dx d\theta} \quad (5.34)$$

Dans cette dernière expression du travail, le terme $P_0 Z_1$ à de l'influence au premier ordre.

5.2.2 Analyses de stabilité relatives aux évolutions de la nouvelle cinématique pour une cavité

Dans cette sections, deux analyses modales sont conduites pour illustrer l'intérêt de l'enrichissement de la cinématique par rapport au modèle d'anneau du chapitre précédent.

5.2.2.1 Comparaison avec le modèle d'anneau

Le modèle couplé incluant la nouvelle cinématique de structure est comparé à celui du chapitre 4 qui inclut une cinématique d'anneau (en rouge) dans cette partie (cf. figure 5.4).

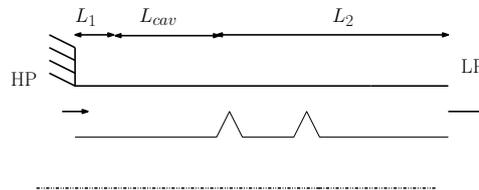


FIGURE 5.4 – Configuration modèle avec nouvelle cinématique : support HP, loi écoulement : Colebrook, jeu radial : $150 \mu m$, $L_1=90mm$, une cavité : $L_{cav}=25 mm$, $L_2=90mm$, épaisseur : $4.5 mm$, pression d'entrée : $8 bars$, pression de sortie : $1 bar$, diamètre nodal : $n_d=2$, matériau : aluminium, arbre fixe

Le choix de la position des dents par rapport à l'entrée et la sortie du labyrinthe est arbitraire. En effet, l'objectif ici est de réaliser une simple comparaison qualitative. Le modèle de fluide est identique ici. Les courbes en pointillés noirs (cf. figure 5.5) relatives aux systèmes découplés sont

donc identiques pour les deux formulations. Seul le premier mode de flexion est pris en compte : en effet le deuxième mode de flexion aurait une fréquence beaucoup trop élevée par rapport à la plage des modes couplés d'intérêt (cf. annexe mode 10 de l'annexe B). La fréquence propre de l'anneau est assez proche (437 Hz) de la fréquence propre EF de la casquette en libre-libre (475,2 Hz) (cf. annexe A). De même, la fréquence propre du cylindre (768 Hz) est proche de la fréquence propre EF de la casquette en encastree-libre (760,45Hz) (cf. annexe B)

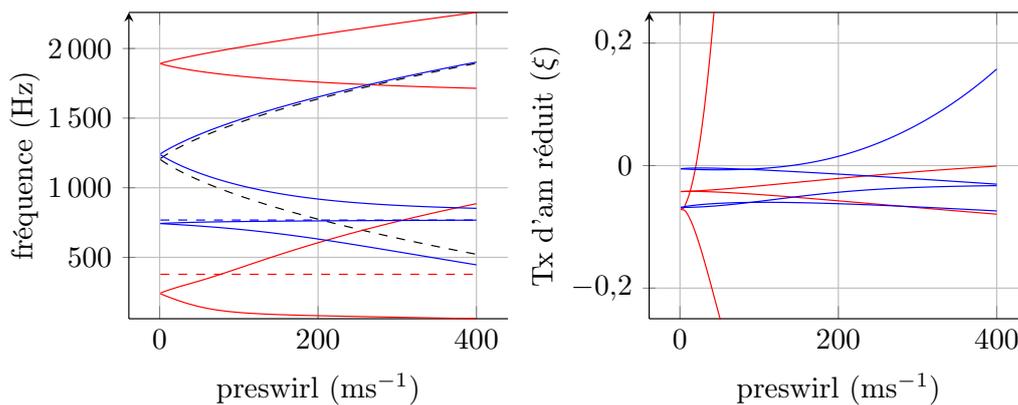


FIGURE 5.5 – Comparaison des fréquences propres (à gauche) et du taux d'amortissement réduit (à droite) du modèle comprenant un anneau (—) et un cylindre encastree (—), avec superposition du modèle acoustique non couplé (—), du modèle d'anneau non couplé (- - -) et du cylindre non couplé (- - -)

En termes de couplage, la forme de l'ouverture des modes en fonction du preswirl (cf. figure 5.5) est différente : la modélisation a un impact significatif sur l'évolution des fréquences propres. Pour l'anneau, le seuil de stabilité est atteint à un preswirl nettement inférieur (21 ms⁻¹) à celui du cylindre (141 ms⁻¹).

Le modèle de l'anneau est suffisant pour reproduire la phénoménologie de ce type d'instabilité aéroélastique. En effet, ce dernier est en mesure de capter l'ouverture des modes propres et de faire apparaître des taux d'amortissement positifs caractéristiques de l'apparition d'une instabilité.

Le cylindre est également en mesure de reproduire ces phénomènes. Cependant, ce modèle est bien plus riche puisqu'il tient compte des conditions aux limites et de l'aspect 2D de la casquette ce qui le rend ainsi bien plus réaliste.

5.2.2.2 Influence au paramètre du jeu radial

Comme pour le chapitre 4, une étude de l'influence au paramètre de jeu radial est menée. En effet, l'étude précédente a confirmé que la taille du jeu radial était un paramètre impactant sur la stabilité du système. Les nouvelles possibilités de mouvement de flexion proposées par la nouvelle cinématique sont susceptibles, de par leur effet sur le jeu radial instantané, d'influencer elles aussi les résultats.

Dans cette étude, seule la vitesse circonférentielle à l'entrée du joint est prise en compte (pas de rotation de l'arbre). Deux premières configurations, avec des valeurs de jeu radial différentes sont présentées (cf. figures 5.6 et 5.7). Sur les graphiques, les modes issus du modèle non couplé sont représentés en gris et par des pointillés. À preswirl nul, la fréquence naturelle du mode à deux diamètres du cylindre flexible est plus basse que la fréquence propre acoustique.

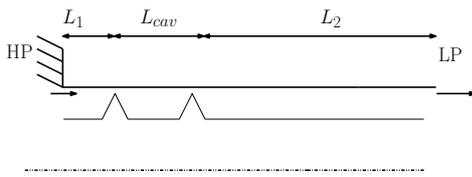


FIGURE 5.6 – Configuration D1 : support HP, loi écoulement : Colebrook, jeu radial : $50 \mu\text{m}$, $L_1=5\text{mm}$, une cavité : $L_{cav}=25 \text{ mm}$, $L_2=100\text{mm}$, épaisseur : 4.5 mm , pression d'entrée : 8 bars , pression de sortie : 1 bar , diamètre nodal : $n_d=2$, matériau : aluminium, arbre fixe

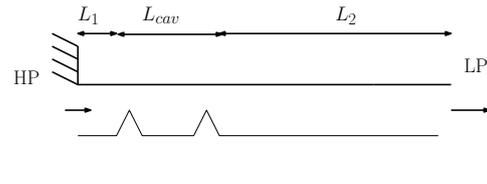


FIGURE 5.7 – Configuration D2 : support HP, loi écoulement : Colebrook, jeu radial $150 \mu\text{m}$, $L_1=5\text{mm}$, une cavité : $L_{cav}=25 \text{ mm}$, $L_2=100\text{mm}$, épaisseur : 4.5 mm , pression d'entrée : 8 bars , pression de sortie : 1 bar , diamètre nodal : $n_d=2$, matériau : aluminium, arbre fixe

La fréquence propre acoustique théorique du mode à deux diamètres est donnée par la relation 4.91 présentée au chapitre 4. La fréquence acoustique du modèle découplé et à preswirl nul visible sur le graphique 5.8a est plus basse que celle donnée par la théorie. Comme au chapitre 4, le système est résolu dans le repère fixe. Les mêmes observations peuvent être faites sur les résultats présentés en figure 5.8 et 5.9. En effet, le mode acoustique issu du modèle couplé est légèrement plus élevé que le mode acoustique issu du modèle non couplé (cf. figure 5.8a, 5.9a). De même, la fréquence du mode de structure provenant du modèle couplé est inférieure à celle issue du modèle non couplé. Un couplage s'opère entre la structure et le fluide qui circule dans la cavité. Cette interaction entre le fluide et la structure engendre un dédoublement du mode de structure qui se scinde en deux modes (cf. figure 5.8a, 5.9a). Un veering est observé entre le mode acoustique rétrograde et le mode structural rétrograde révélant un échange de déformée modale entre ces deux derniers. Il n'existe plus de point d'intersection des modes acoustiques et structuraux en raison de l'interaction forte entre l'air contenu dans la cavité et le stator.

Sur la figure 5.8b, la courbe du taux d'amortissement réduit associé - au départ - au mode structural rétrograde devient instable aux alentours d'une valeur de preswirl de 50 ms^{-1} . Contrairement au modèle non couplé, indiquant une vitesse circonférentielle critique aux alentours de 220 ms^{-1} , le système couplé devient instable lorsqu'il atteint une valeur de preswirl beaucoup plus faible (cf. figure 5.8b).

La stabilité du système est fortement influencée par la vitesse circonférentielle d'entrée de l'air mais aussi par la taille du jeu radial existant entre la partie tournante et la partie fixe. En effet, l'augmentation de ce jeu (cf. figure 5.9a), fait reculer le seuil de stabilité vers des valeurs de vitesse plus élevées voir mène à la disparition totale de l'instabilité. L'effet de confinement est moins fort, ce qui a pour effet d'amoinrir le couplage entre le fluide et la structure. De plus, il apparait que, pour certaines valeurs de jeux intermédiaires, l'instabilité pourrait apparaitre à la même vitesse circonférentielle critique que celle indiquée par le modèle non couplé et prédite par le modèle d'Abbott. La réduction du jeu conduirait alors inévitablement à des vitesses circonférentielles plus élevées et, in fine, à des problèmes de stabilité aéroélastiques. Le critère d'Abbott [2] s'avère limité de par le nombre de paramètres qu'il permet d'inclure. En effet, il ne fait aucune référence au paramètre du jeu radial dans ses travaux, ce qui laisse présumer une conformité aux pratiques générales de l'époque.

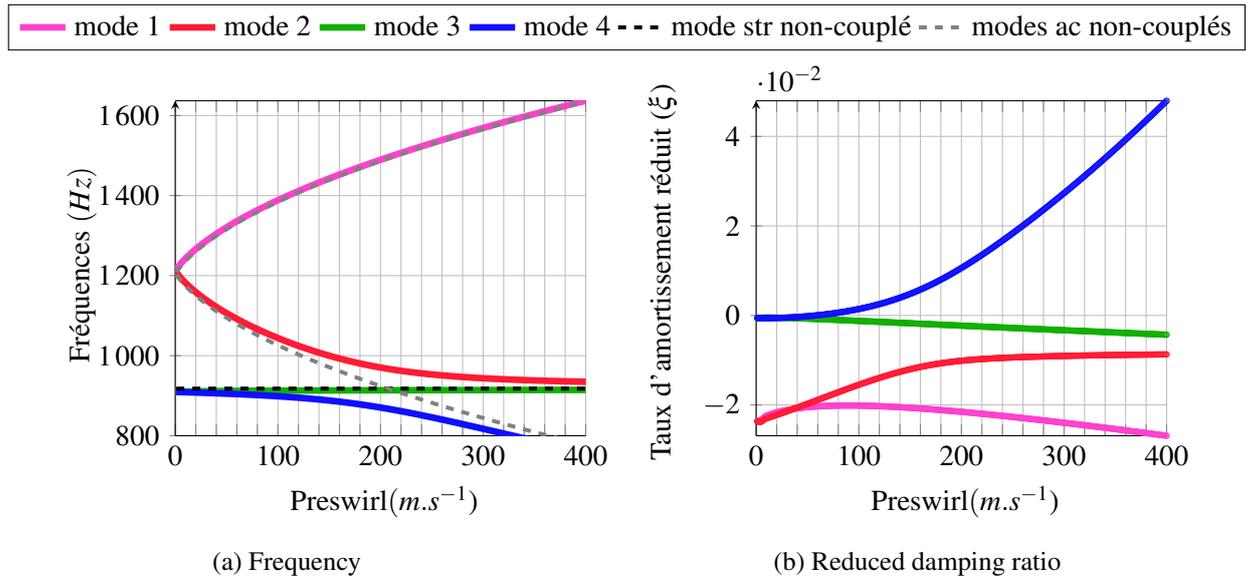


FIGURE 5.8 – Configuration D1 (cf. figure 5.6)

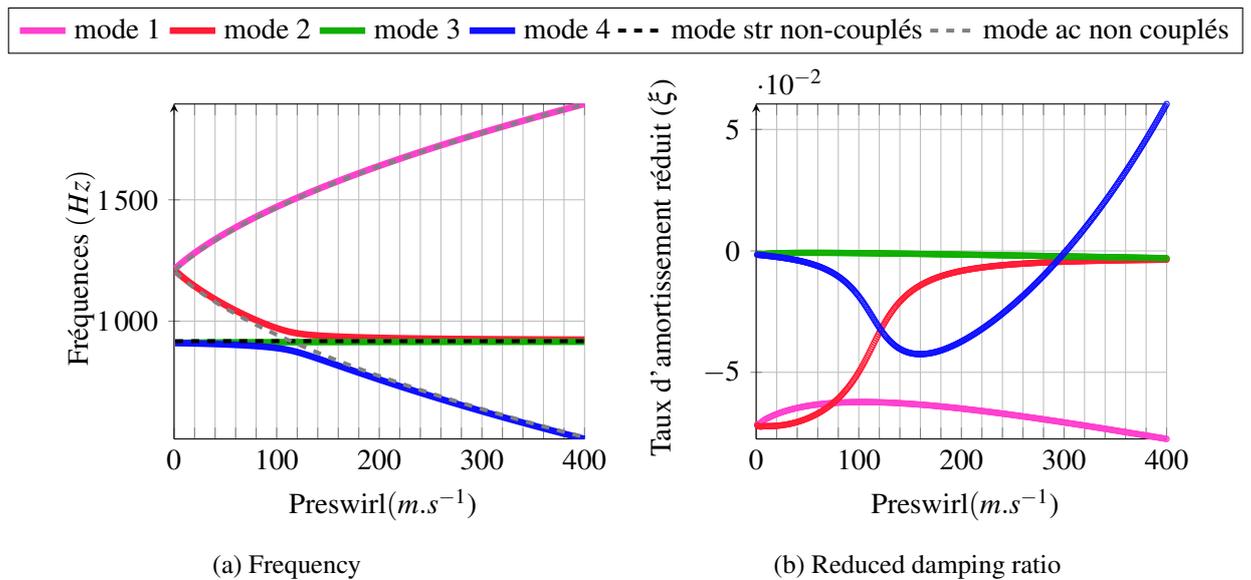


FIGURE 5.9 – Configuration D2 (cf. figure 5.7)

Il peut être intéressant de noter que les conditions de blocage sonore peuvent être affectées par le mouvement de flexion du stator. En effet, les travaux de Malvano [75] démontrent que la vitesse du son ne peut être atteinte qu'au niveau de la dernière lèchette, mais dans le cas d'un écoulement « presque unidimensionnel ». Ce qui n'est plus le cas ici : le mouvement de flexion s'accompagne d'une variation axiale des sections de passage du fluide ce qui pourrait changer les conditions d'apparition du blocage sonore.

5.3 Prise en compte du couplage des n cavités

5.3.1 Mise en équations

Dans l'industrie, les turbopompes sont souvent équipées de joints labyrinthes comportant plus de deux dents et donc plus d'une cavité. L'ajout de cavités dans le modèle conduit nécessairement à la prise en considération des interactions fluides s'opérant entre les cavités : on parle de couplage inter-cavités. La résolution des équations de NS pour la nième cavité tient compte de la participation modale de la cavité amont et aval. La mise en équation du modèle couplé reste intrinsèquement la même que celle du modèle de l'anneau (chapitre 4). Cependant, l'extension du modèle à n-cavités entraîne des modifications - à tous les niveaux - du modèle numérique (ordre 0, ordre 1, détermination des contraintes pariétales, etc.)

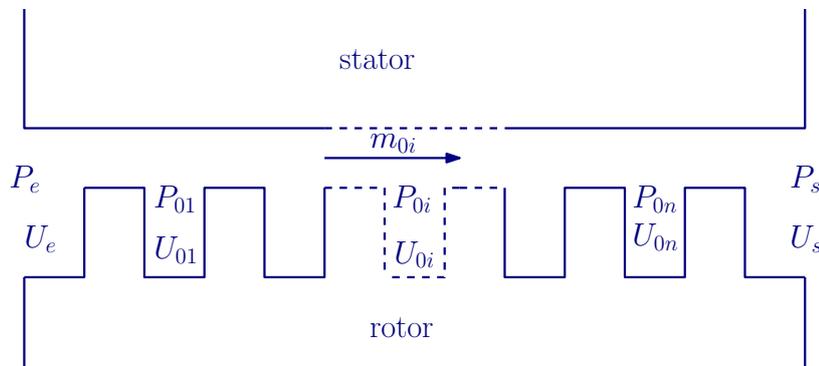


FIGURE 5.10 – Représentation d'un joint à n cavité.

En repartant de l'équation 4.87 du modèle vu au chapitre 4 :

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{Y}}(t) + \mathbf{B}\mathbf{Y}(t) = \mathbf{0} \quad (5.35)$$

Les équations du fluides utilisées proviennent cette fois-ci des expressions 4.37 et 4.38. Pour chaque cavité i d'un modèle n-cavités, le problème prend la forme suivante :

$$\mathbf{A}_i\dot{\mathbf{Y}}_i(t) + \mathbf{B}_{i-1}\mathbf{Y}_{i-1}(t) + \mathbf{B}_i\mathbf{Y}_i(t) + \mathbf{B}_{i+1}\mathbf{Y}_{i+1}(t) = \mathbf{0} \quad (5.36)$$

Soit, pour $i=1 : n_c$, où n_c le nombre total de cavités :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 & \mathbf{0} & \dots & \dots & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}_2 & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \mathbf{A}_i & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & \ddots & \ddots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \dots & \dots & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{A}_{n_c} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{Y}}_1 \\ \dot{\mathbf{Y}}_2 \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{Y}}_i \\ \vdots \\ \dot{\mathbf{Y}}_{n_c} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1 & \mathbf{B}_2 & \mathbf{0} & \dots & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{B}_3 & \mathbf{B}_4 & \mathbf{B}_5 & \ddots & & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}_6 & \mathbf{B}_7 & \mathbf{B}_8 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \mathbf{B}_{2i(i-2)-1} & \mathbf{B}_{2i(i-2)} & \mathbf{B}_{2i(i-2)+1} & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & \ddots & \ddots & \mathbf{B}_{2(n_c-1)(n_c-3)+1} \\ \mathbf{0} & \dots & \dots & \mathbf{0} & \mathbf{B}_{2n_c(n_c-2)-1} & \mathbf{B}_{2n_c(n_c-2)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_1 \\ \mathbf{Y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_i \\ \vdots \\ \mathbf{Y}_{n_c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

5.3.2 Influence du nombre de dents sur la stabilité

La configuration D2 (cf. figure 5.7) est comparée à la configuration D3 (cf. figure 5.13) où le jeu radial est identique. La taille longitudinale globale du joint est identique pour les deux configurations. Par conséquent, la taille des cavités de la configuration D3 est trois fois plus petite que la taille de la cavité de la configuration D1.

Les fréquences non-couplées relatives à la configuration D3 sont présentées en figure 5.11. Il existe autant de paires de modes acoustiques qu'il y a de cavités (cf. figure 5.11). Ainsi, trois intersections avec le mode de structure sont observées (cf. figure 5.11). Toutes les fréquences acoustiques semblent démarrer à la même valeur de fréquence, mais on constate de légers décalages entre les paires de modes acoustiques lorsque les courbes sont observées de plus près. Ces faibles différences, en l'absence de couplage, peuvent être expliquées par la présence du couplage inter-cavités : la résolution de l'équation liée à la nième cavité inclut les participations modales des cavités amont et aval.

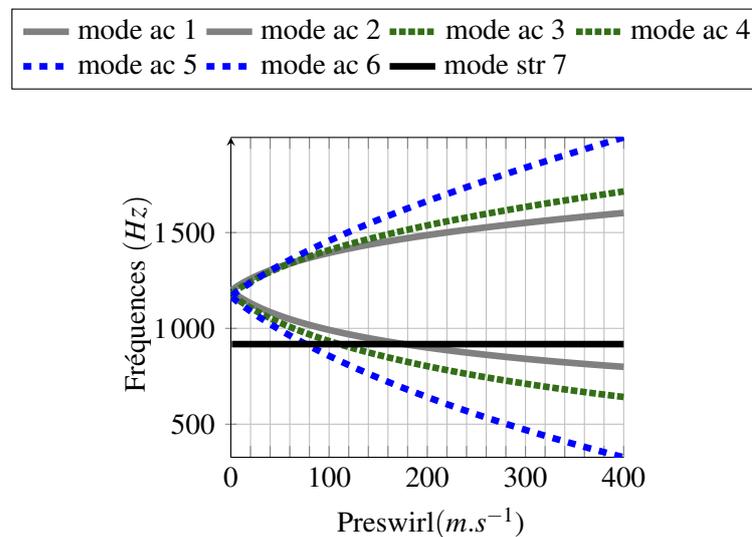


FIGURE 5.11 – Fréquences acoustiques et structurales du système non-couplé de la configuration D3

Au niveau du modèle couplé (cf. figure 5.15), à preswirl nul, une des trois paires de modes acoustiques se décale par rapport aux deux autres vers des fréquences plus élevées (cf. figure 5.16a, 5.15a). Au couplage inter-cavités s'ajoute alors l'effet du couplage entre le fluide et la structure. Une analyse des vecteurs propres relatifs aux degrés de liberté de pression est proposé en figure 5.12. La figure 5.12a présente les résultats sans les effets inter-cavités (suppression manuelle des termes de couplage dans le système).

Un seul couple de modes est alors prépondérant dans chaque cavité. Le système avec les cavités couplées permet de constater que la paire de modes qui se décale vers les hautes fréquences correspond au mode de la troisième cavité.

Ces résultats permettent de mettre en évidence le couplage entre les cavités du joint. Un veering est observé aux alentours de 100 ms^{-1} . Un échange des déformées modales s'opère entre le fluide et la structure sur cette plage de vitesses. Cet échange est aussi visible au niveau de l'évolution du taux d'amortissement réduit (cf. figure 5.15b). D'ailleurs deux modes du système deviennent instables après 300 ms^{-1} et sont liés à un échange de déformée modale (courbe rose et bleue). Un

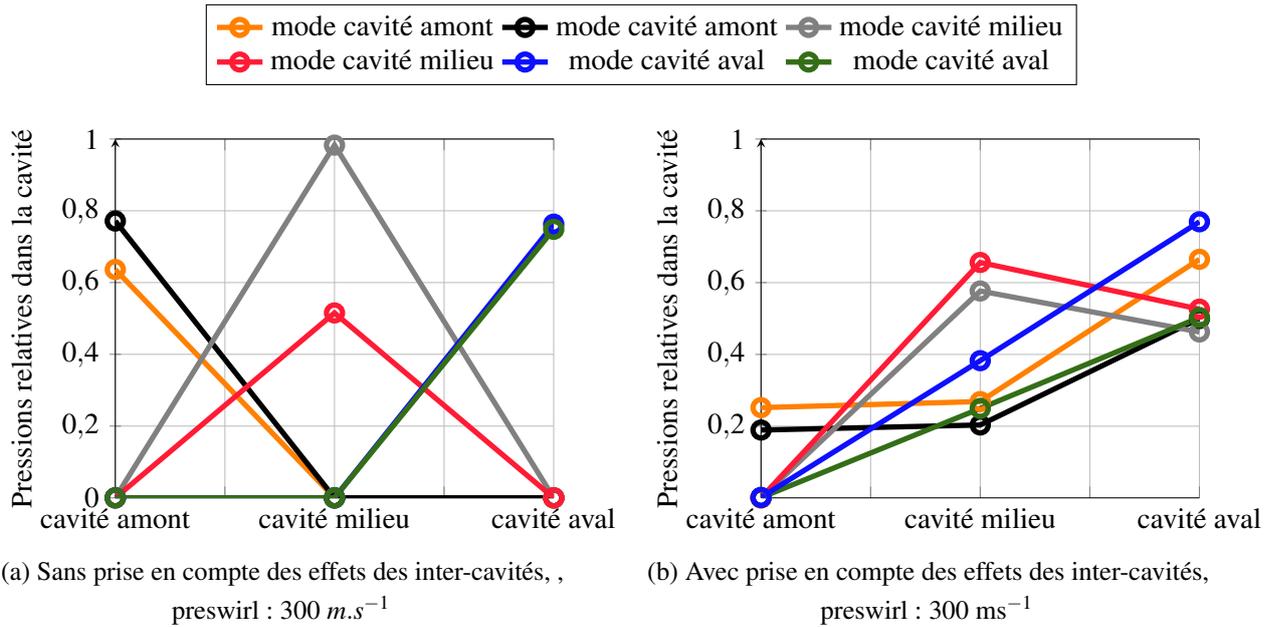


FIGURE 5.12 – Configuration D3 : Contribution modale relatives aux degrés de liberté de pression

comportement similaire est observé entre la configuration D3 (cf. figure 5.15) et D2 (cf. figure 5.9). En effet, un veering est aussi observé au niveau de la même valeur de vitesse circonférentielle d'entrée (cf. figure 5.9a) et le seuil de stabilité est atteint aux alentours de la même vitesse de preswirl (cf. figure 5.9b). Pour ces configurations, l'ajout de cavités n'influence pas fortement la stabilité du joint.

5.4 Analyses de stabilité d'un modèle à trois cavités

5.4.1 Influence des paramètres géométriques : position des dents par rapport à l'encastrement

Pour analyser l'influence du positionnement des dents par rapport à l'encastrement du stator sur la stabilité du joint, deux configurations sont testées. Pour le premier cas, les dents sont positionnées près de l'arrivée d'air et donc près de l'encastrement côté HP (configuration D3, cf. figure 5.13). La deuxième configuration positionne cette fois-ci les dents loin de l'encastrement (configuration D4, cf. figure 5.14).

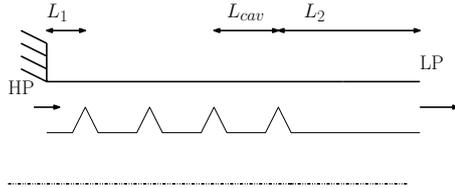


FIGURE 5.13 – Configuration D3

support HP, loi écoulement : Colebrook,
 $L_1=5\text{mm}$, $L_{cav}=25/3\text{ mm}$, $L_2=100\text{mm}$, épaisseur
 stator : 4.5 mm, jeu radial : $150\ \mu\text{m}$, pression
 d'entrée : 16 bars, pression de sortie : 1 bar,
 diamètre nodal : $n_d=2$, matériau : aluminium,
 arbre fixe

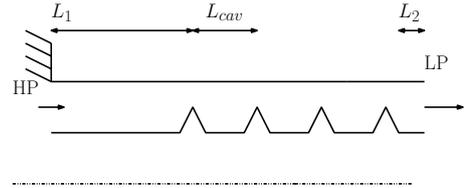


FIGURE 5.14 – Configuration D4

support HP, loi écoulement : Colebrook,
 $L_1=100\text{mm}$, $L_{cav}=25/3\text{ mm}$, $L_2=5\text{mm}$, ,
 épaisseur stator : 4.5 mm, jeu radial : $150\ \mu\text{m}$,
 pression d'entrée : 16 bars, pression de sortie : 1
 bar, diamètre nodal : $n_d=2$, matériau :
 aluminium, arbre fixe

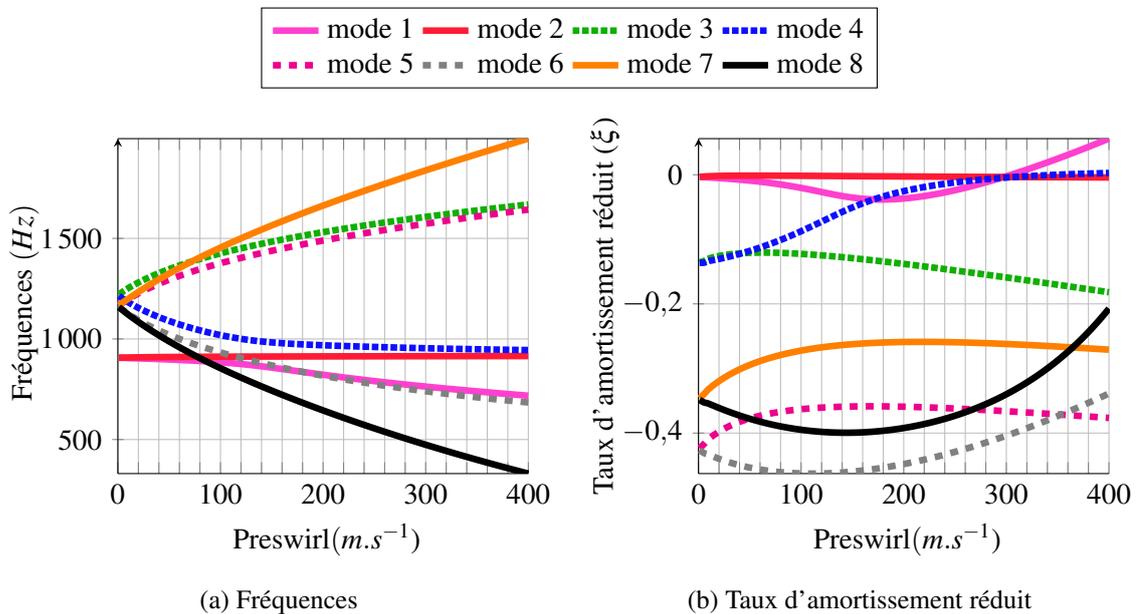


FIGURE 5.15 – Configuration D3

Dans des conditions aérodynamiques et thermodynamiques de fonctionnement réelles, les valeurs des vitesses tangentielles sont bien plus élevées que $250\ \text{ms}^{-1}$. L'ordre de grandeur des valeurs des différents paramètres (diamètres, taille de cavité, pression d'entrée et de sortie, débit etc...) sont choisies de manière à être représentatif des conditions de fonctionnement du banc d'essai.

La proximité plus ou moins importante des dents par rapport à l'encastrement semble avoir une influence de premier ordre sur la stabilité du système. En effet, lorsque les dents sont éloignées de l'encastrement (cf. figure 5.14), une instabilité aéroélastique apparaît à des valeurs de preswirl beaucoup plus faibles (cf. figure 5.16b). Plus l'éloignement des dents par rapport à l'encastrement est important, plus le joint s'expose facilement à des problèmes d'instabilités aéroélastiques.

Une valeur d'amplitude de déflexion critique à laquelle le système devient instable est donnée par les résultats expérimentaux d'Alford [3]. Le modèle avec la cinématique enrichie - capable de fournir une amplitude relative du déplacement radial - nous permet de corrélérer avec les travaux de cet auteur ce qui nous conforte sur nos choix de modélisation.

Les premiers résultats présentés ici se concentrent uniquement sur un encastrement du côté des

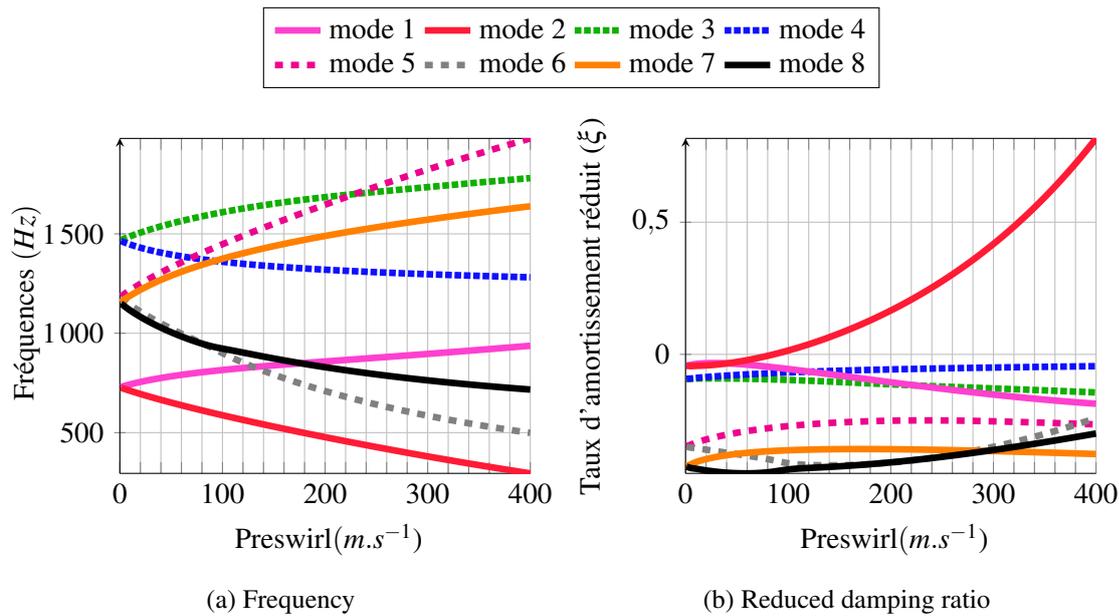


FIGURE 5.16 – Configuration D4

hautes pressions ce qui permet d'établir une première comparaison avec les découvertes d'Abbott [2]. Le deuxième mode à diamètre est étudié. La fréquence propre mécanique est plus basse que la fréquence propre acoustique. Les observations faites sont à mettre en comparaison avec la première moitié des graphes d'Abbott (cf. figure 1.7) (correspondant à la partie où la fréquence propre mécanique n'a pas encore dépassé la fréquence propre acoustique pour un même mode à diamètres). Selon Abbott, lorsque le joint est supporté du côté des hautes pressions le système est stable tant que la fréquence propre mécanique ne dépasse pas la fréquence propre théorique acoustique. Lorsque le joint est supporté du côté des hautes pressions, il existe une plage de vitesses circumférentielles où le système est stable. Sur cette plage de fonctionnement, les travaux présentés ici sont en adéquation avec les conclusions d'Abbott. Seulement, les recherches réalisées ici intègrent la vitesse circumférentielle d'entrée comme un paramètre variable alors qu'Abbott semble travailler à une valeur de vitesse circumférentielle fixée mais non-renseignée dans son article. Or, ce paramètre a une haute influence sur la stabilité du joint puisque pour une valeur de preswirl suffisamment grande, une configuration décrite comme stable par Abbott peut être alors instable. Ce résultat met en lumière la nécessité de tenir compte de la vitesse circumférentielle d'entrée dans le joint.

5.4.2 Influence des paramètres de modélisation : position amont/aval du support

Dans cette section les résultats présentés sont obtenus pour la cinématique enrichie avec des dents à équidistance de l'entrée et de la sortie du joint. Aussi, l'analyse porte uniquement sur la position de l'encastrement. Les deux configurations observées sont représentées en figure 5.17 et 5.18. L'évolution des différents modes acoustiques et structuraux suivant la vitesse circumférentielle d'entrée diffère légèrement suivant si le cylindre est supporté du côté HP ou du côté BP. Dans ces deux cas de figures, le système devient instable, mais pas pour la même valeur de preswirl. En effet, le mode 1 devient instable aux alentours de 180 ms⁻¹ pour une configuration basse pression (cf. figure 5.21a) tandis que le mode 1 devient instable après avoir dépassé les 140 ms⁻¹ pour un encastrement du côté des hautes pressions (cf. figure 5.19b). Il existe donc une plage de valeurs de preswirl où seule la configuration D8 est instable. Sur cet intervalle de valeurs de preswirl, la

stabilité peut dépendre de plusieurs paramètres tels que le jeu radial appliqué, la pression d'entrée, la longueur totale du stator, etc. Par exemple, des simulations, non présentées ici et pour un jeu radial de $50 \mu\text{m}$, montrent que l'instabilité a lieu à la même valeur de vitesse, quelle que soit la position de l'encastrement.

Le calcul est réalisé pour ces deux configurations (D7 et D8) sur le quatrième mode à diamètres (D9 et D10 5.21b). Les résultats obtenus sont identiques pour les deux cas de figure (cf. figure 5.21b). La position de l'encastrement (HP / BP) peut avoir un impact sur la stabilité du système dans certaines configurations mais son influence reste de second ordre comparé à l'impact de la position des dents par rapport au point d'encastrement.

Bien que les travaux expérimentaux d'Abbott indiquent une capacité à placer l'encastrement d'un côté ou de l'autre, aucun renseignement n'est donné sur la position des dents par rapport cet encastrement. Il est alors probable que lorsque le joint est supporté du côté des basses pressions, les dents soient plus loin (ou plus proche) de l'encastrement que lorsque le joint est supporté du côté des hautes pressions. D'où la nécessité de prendre en considération la position des dents par rapport à l'encastrement.

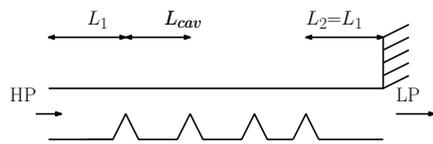


FIGURE 5.17 – Configuration D7

support BP, $L_1=70\text{mm}$, $L_{cav}=25/3 \text{ mm}$,
 $L_2=70\text{mm}$, épaisseur : 4.5 mm, jeu radial : 150
 μm , pression d'entrée : 16 bars, pression de
 sortie : 1 bar, diamètre nodal : $n_d=2$, matériau :
 aluminium, arbre fixe

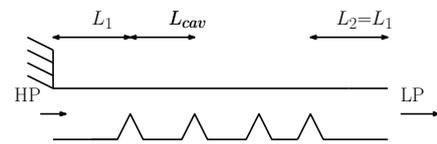


FIGURE 5.18 – Configuration D8

support HP, $L_1=70\text{mm}$, $L_{cav}=25/3 \text{ mm}$,
 $L_2=70\text{mm}$, épaisseur : 4.5 mm, jeu radial : 150
 μm , pression d'entrée : 16 bars, pression de
 sortie : 1 bar, diamètre nodal : $n_d=2$, matériau :
 aluminium, arbre fixe

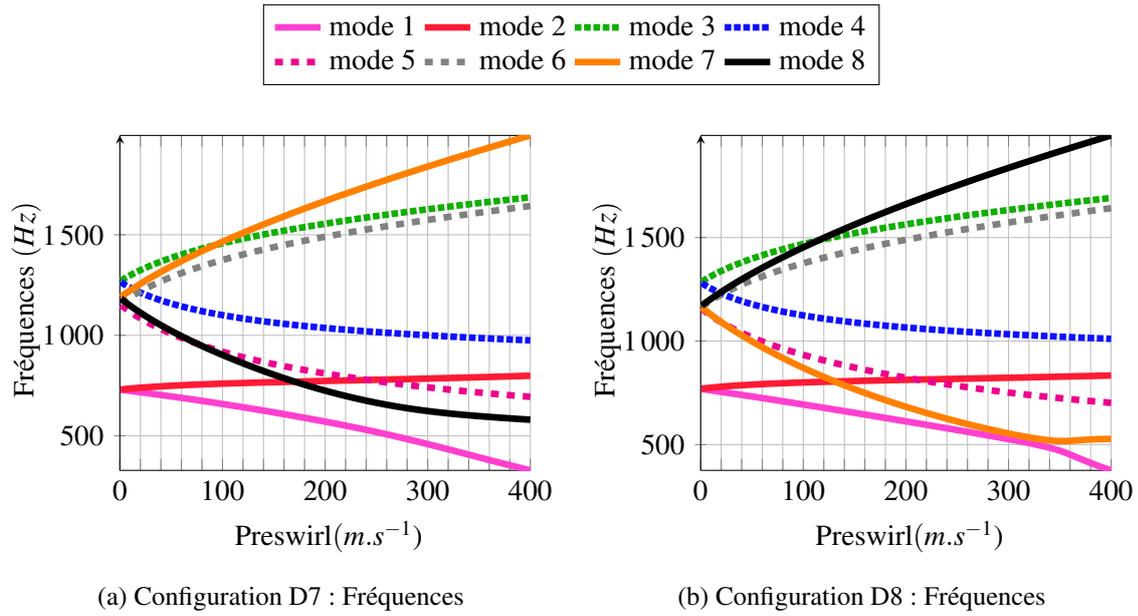


FIGURE 5.19 – Comparaison de l'évolution des fréquences propres

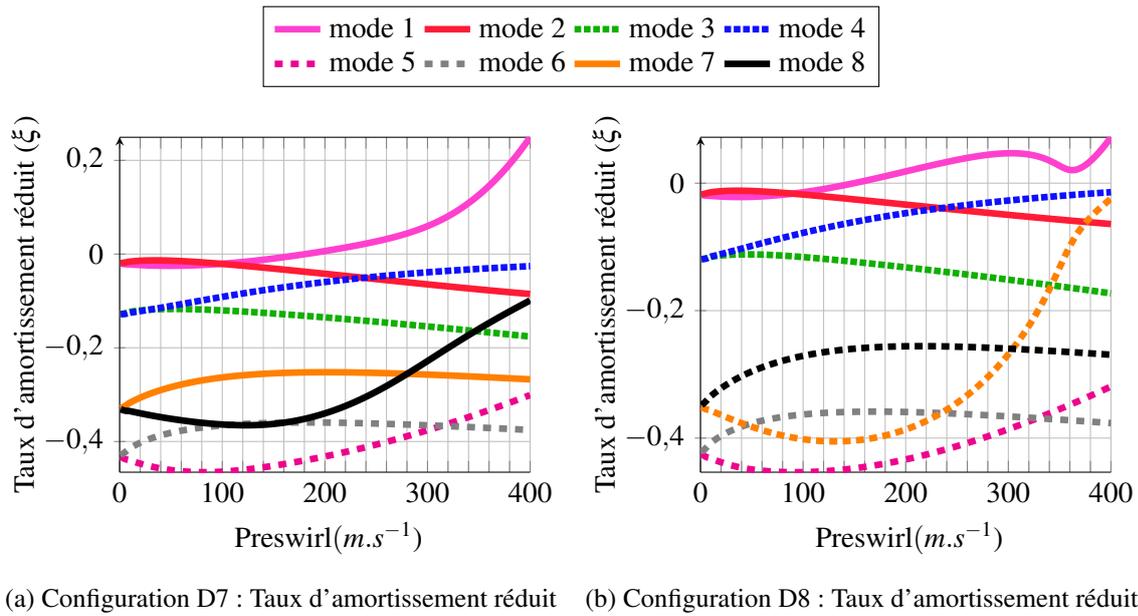


FIGURE 5.20 – Comparaison de l'évolution des taux d'amortissement réduit

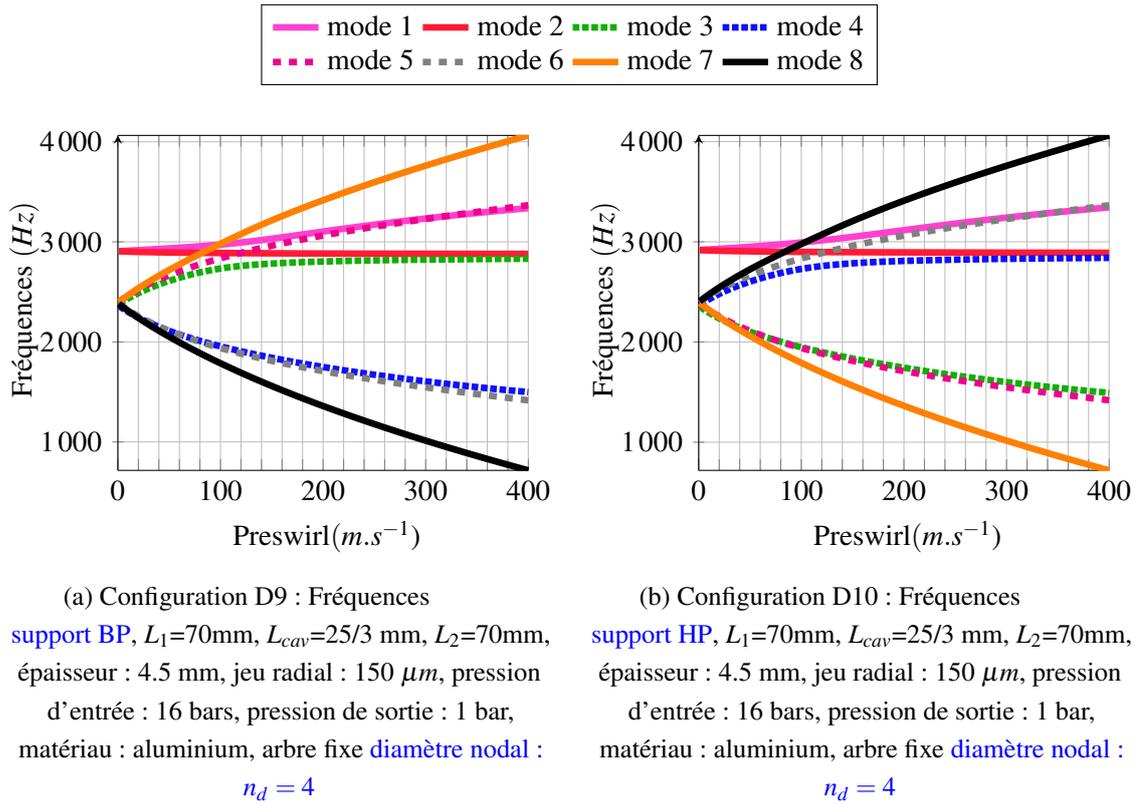


FIGURE 5.21 – Comparaison de l'évolution des fréquences propres

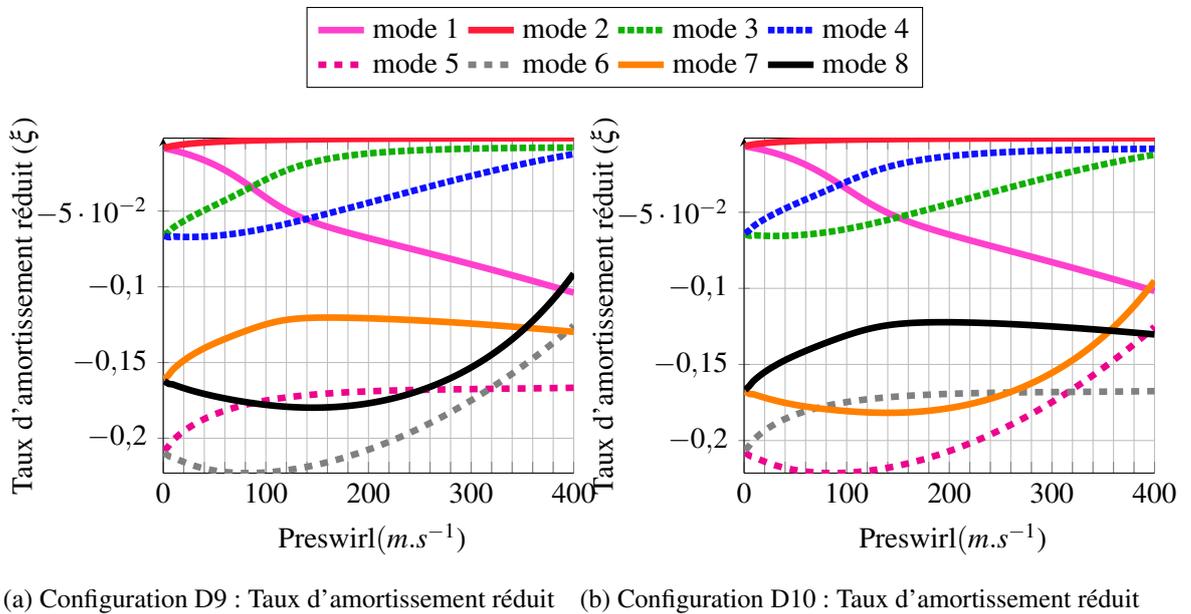


FIGURE 5.22 – Comparaison de l'évolution des taux d'amortissement réduit

5.4.3 Influence des paramètres de sollicitation

5.4.3.1 Variation du nombre de diamètres nodaux

Afin de comparer les résultats avec la seconde partie du graphique proposé par Abbott, les calculs sont cette fois-ci réalisés pour des modes à diamètres plus élevés (par exemple $n_d = 3$ et $n_d = 4$ respectivement présentés en figure 5.23 et 5.24). Le taux d'amortissement réduit lié - au départ - aux modes de structure reste négatif bien que très proche du zéro. Le système est donc qualifié de stable. Ces résultats ne corrént pas avec les travaux d'Abbott. En effet, ces travaux stipulent que dans le cas d'une structure encastrée du côté des hautes pressions, le système est instable lorsque la fréquence mécanique est supérieure à la fréquence acoustique pour un même nombre de diamètres nodaux.

Une comparaison approfondie du modèle avec celui d'Abbott est assez complexe pour plusieurs raisons. Tout d'abord, le modèle d'Abbott admet une vibration mécanique avec une amplitude, un diamètre nodal et une fréquence de vibration fixes pour les données d'entrées du calcul fluide. Le couplage est donc faible contrairement au modèle actuel. De plus, l'article d'Abbott ne fournit que peu d'information sur la géométrie du système, la nature du fluide et ses conditions d'écoulement.

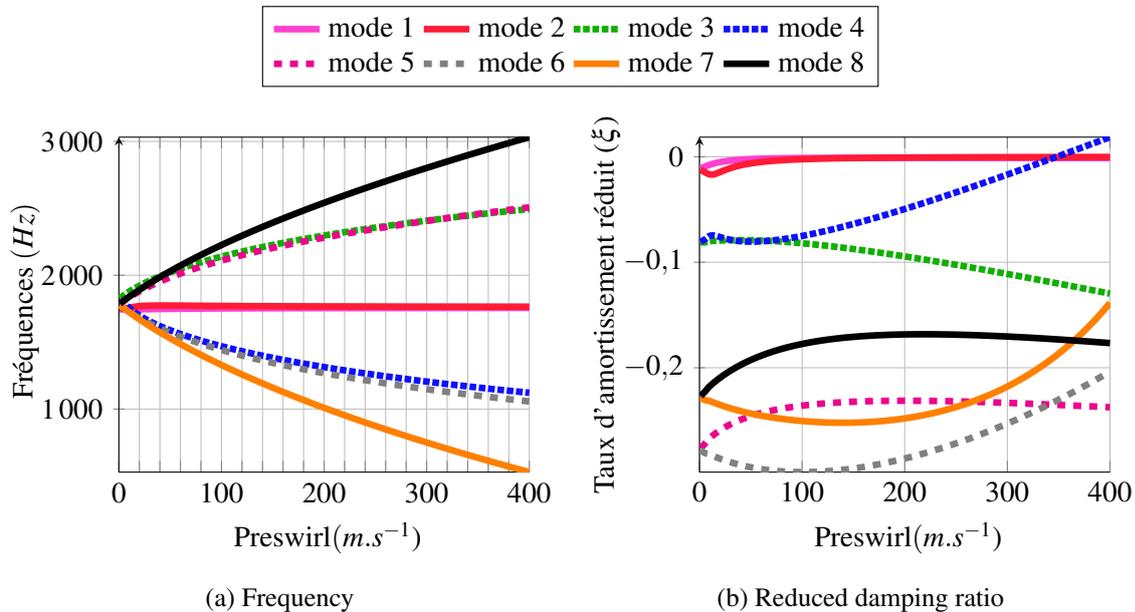
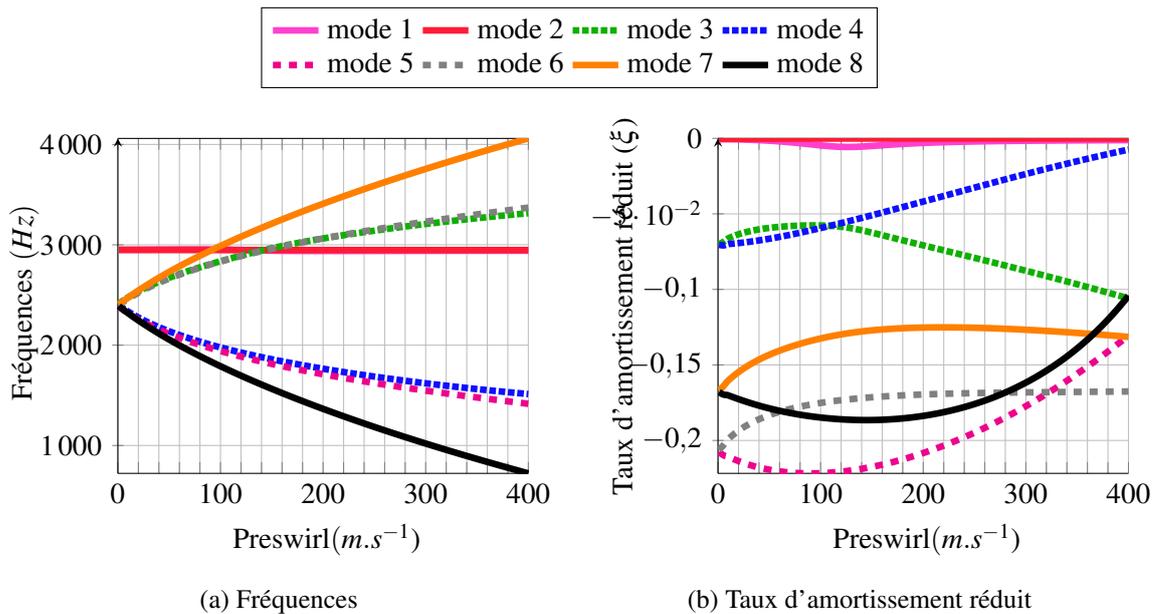


FIGURE 5.23 – Configuration D5 : configuration D3 avec diamètre nodal : $n_d=3$

FIGURE 5.24 – Configuration D6 : configuration D3 avec diamètre nodal : $n_d=4$

5.4.3.2 Prise en compte d'une vitesse de rotation d'arbre

Pour se rapprocher de la configuration du banc d'essais, l'ensemble des résultats précédemment présentés comprenait un arbre fixe. Dans cette section, une analyse supplémentaire est menée pour comprendre l'influence que peut avoir la rotation de l'arbre sur la stabilité du joint labyrinthe. La vitesse de rotation de l'arbre est supposée indépendante de la vitesse circonférentielle d'entrée du fluide et est prise en considération dans l'écriture des contraintes pariétales (cf. équation 4.23). Deux vitesses de rotation sont étudiées : la première à $6000 \text{ tour} \cdot \text{min}^{-1}$ (cf. figure 5.25) et la deuxième à $3000 \text{ tour} \cdot \text{min}^{-1}$ (cf. figure 5.26). Aussi, les deux premières configurations (D11 et D12) comprennent un jeu radial de $100 \mu\text{m}$ alors que la dernière configuration propose un jeu légèrement plus grand de $150 \mu\text{m}$ (jeu radial correspondant à la configuration D13 5.27).

Lorsqu'une vitesse d'arbre est imposée, l'ajout d'une vitesse de rotation entraîne l'ouverture des paires de modes acoustiques et structuraux. C'est pourquoi un décalage significatif apparaît à preswirl nul. D'ailleurs, en l'absence de preswirl, plus la vitesse de rotation est grande et plus l'écart entre les modes d'une même paire est important.

Lorsque la vitesse de rotation est de $6000 \text{ tour} \cdot \text{min}^{-1}$, un des modes de structure est instable pour de très faibles valeurs de preswirl (cf. figure 5.25b) et devient stable avec l'augmentation du preswirl. Cette instabilité disparaît dans le cas d'une vitesse de rotation de $3000 \text{ tour} \cdot \text{min}^{-1}$ (cf. figure 5.26b). Le mode de structure rétrograde devient instable aux alentours de $200 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pour la configuration D11 et à $120 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ pour la configuration D12.

Concernant la configuration D11, lorsque l'on dépasse une certaine vitesse de rotation, on remarque que l'un des modes - instable en l'absence de preswirl - devient stable lorsqu'une vitesse circonférentielle d'entrée est appliquée. Puis, un autre mode devient instable passé une certaine valeur de preswirl.

La vitesse de rotation de l'arbre influence au premier ordre la stabilité du système.

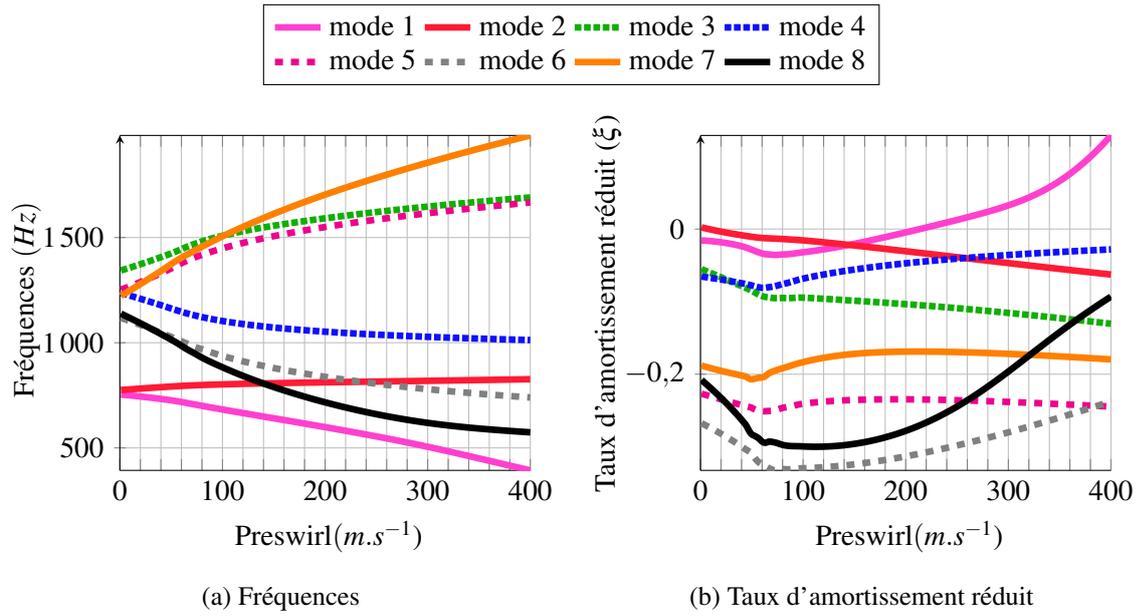


FIGURE 5.25 – Configuration D11

support HP, $L_1=70mm$, $L_{cav}=25/3$ mm, $L_2=70mm$, épaisseur : 4.5 mm, pression d'entrée : 16 bars, pression de sortie : 1 bar, matériau : aluminium, arbre fixe, diamètre nodal : $n_d = 2$, jeu radial : 100 μm , vitesse de rotation d'arbre : 6000 $tour.min^{-1}$

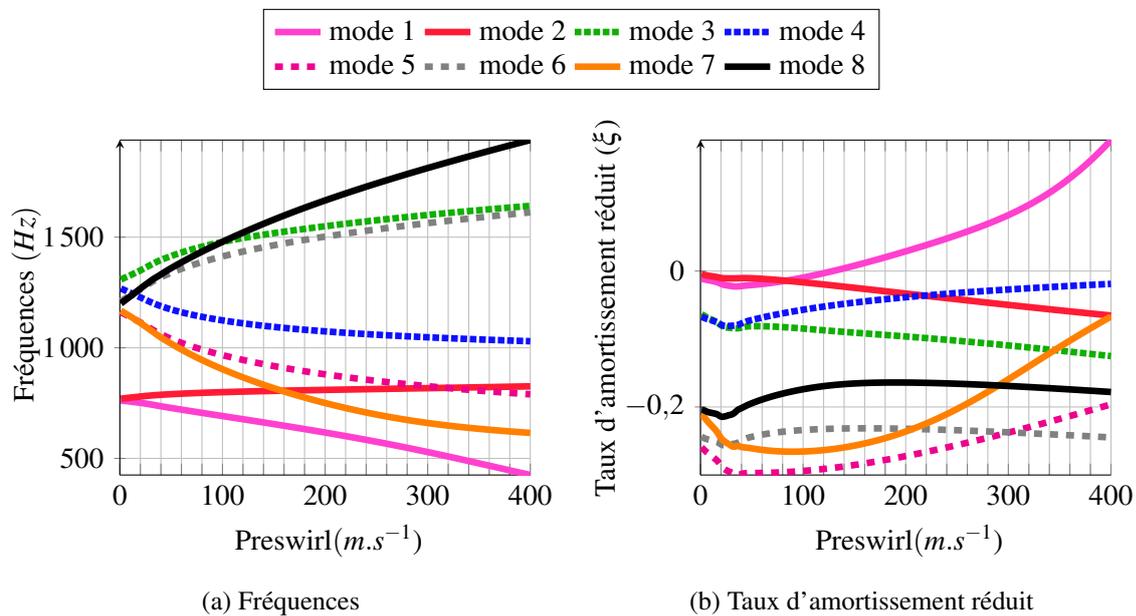


FIGURE 5.26 – Configuration D12

support HP, $L_1=70mm$, $L_{cav}=25/3$ mm, $L_2=70mm$, épaisseur : 4.5 mm, pression d'entrée : 16 bars, pression de sortie : 1 bar, matériau : aluminium, arbre fixe, diamètre nodal : $n_d = 2$, jeu radial : 100 μm , vitesse de rotation d'arbre : 3000 $tour.min^{-1}$

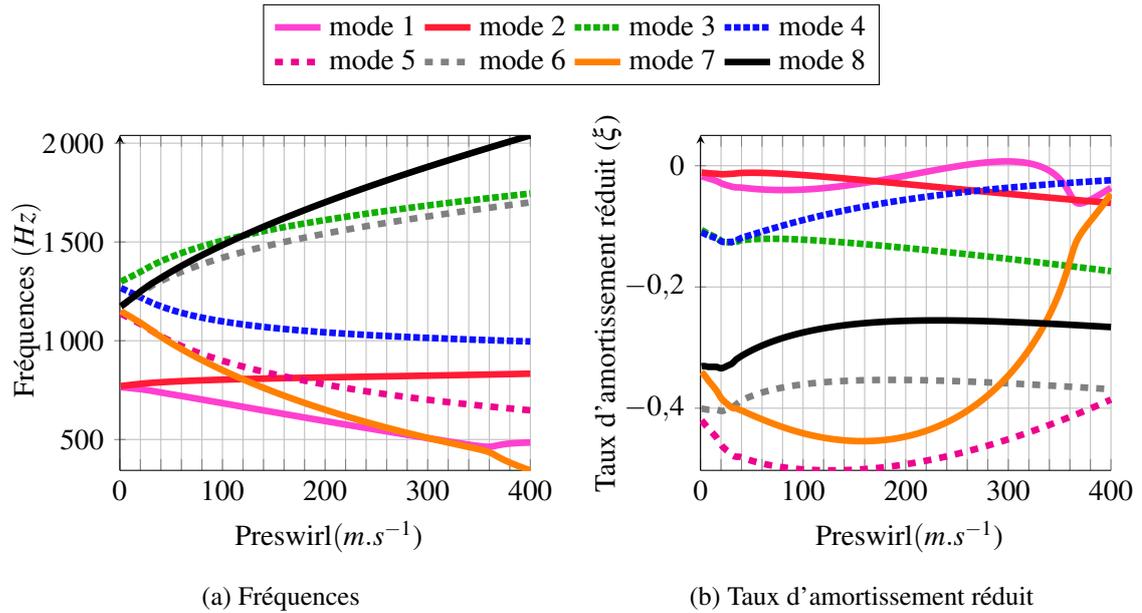


FIGURE 5.27 – Configuration D13

support HP, $L_1=70\text{mm}$, $L_{cav}=25/3\text{ mm}$, $L_2=70\text{mm}$, épaisseur : 4.5 mm, pression d'entrée : 16 bars, pression de sortie : 1 bar, matériau : aluminium, arbre fixe, diamètre nodal : $n_d = 2$, jeu radial : 150 μm , vitesse de rotation d'arbre : 3000 tour.min^{-1}

5.5 Conclusions

Une extension du modèle semi-analytique introduite au chapitre 4 est présentée dans ce chapitre. L'extension de ce modèle concerne plusieurs aspects.

1. Le couplage du modèle de fluide à un modèle de structure avec une cinématique enrichie a permis d'ajouter une condition limite d'encastrement de la structure du côté, soit de l'admission d'air, soit de la sortie d'air. Une comparaison plus complète avec les travaux d'Abbott et d'Alford est proposée. De plus, le modèle ainsi défini s'approche des conditions d'essais réalisés au cours de ces travaux de thèse. Les résultats montrent que la stabilité du système - en plus d'être fortement influencée par la vitesse circonférentielle d'entrée - est aussi très sensible à la taille du jeu radial existant entre la partie tournante et la partie fixe. Ces résultats sont similaires à ceux présentés au chapitre 4. Par ailleurs, il est à présent possible de définir une position spatiale des dents par rapport à l'encastrement du cylindre. L'usure naturelle des dents ou de l'abradable en condition d'opération devrait réduire le risque d'apparition d'instabilités aéroélastiques. Cependant, il est important de pouvoir neutraliser l'occurrence de tels phénomènes puisqu'ils mènent très rapidement à de la fatigue. Par conséquent, un tel modèle de prédiction permettra l'anticipation de ces instabilités dans le cas d'une configuration spécifique.
2. Le modèle comprenant une cavité a été étendu à un modèle n-cavité prenant en considération les interactions fluides inter-cavité.

Plusieurs études sont effectuées sur le modèle à n-cavités et les conclusions sont les suivantes.

- La diminution du jeu radial tend à déstabiliser le système.
- Le positionnement des dents par rapports à l'encastrement : plus l'éloignement des dents par rapport à l'encastrement est important, plus le joint s'expose facilement à des problèmes d'instabilité aéroélastique.
- La position de l'encastrement du support n'a pas de réel impact sur la stabilité du système. Son influence reste de second ordre comparé à l'impact de la position des dents par rapport au point d'encastrement.
- Enfin, l'association d'une vitesse de preswirl à une vitesse d'arbre engendre des comportements vibratoires dont la phénoménologie est complexe.

Une partie des travaux d'Abbott corrèle avec les résultats présentés dans ces travaux. Cependant, plusieurs résultats montrent que certains paramètres - qui ne semblent pas être pris en considération dans le critère d'Abbott - ont une influence pouvant changer les conclusions en termes de stabilité. En particulier, les travaux présentés ici vont plus loin en considérant la vitesse circonférentielle d'entrée en tant que variable du système.

Chapitre 6

Conclusions générales et perspectives

Conclusions générales

Ces travaux de recherche ont proposé une analyse de la stabilité des écoulements et des interactions fluide-structure dans les joints labyrinthes. Les écoulements dans ce type de joints sont susceptibles, par l'intermédiaire du couplage fluide-structure, de rendre le système instable et ainsi de générer des vibrations d'amplitudes importantes néfastes pour l'intégrité de la structure (i.e. endommagement, ruine, perte de performance, etc.). Afin de prédire ces risques, deux critères sont couramment employés (i.e. Abbott et Alford).

Pour conduire cette analyse complexe et multi-physique, ainsi que pour étudier la pertinence de ces critères, une approche expérimentale couplée au développement de modèles et méthodes numériques et analytiques est menée dans ces travaux de thèse.

Pour cela, une importante phase de conception du banc d'essais a été menée. Le cahier des charges complexe a conduit à un banc final en mesure de tester de multiples configurations d'intérêt. La modularité du banc est un point essentiel de ces travaux. Le choix d'une instrumentation la moins intrusive possible a également fait l'objet d'une attention particulière et a permis de mesurer les grandeurs d'intérêt (i.e. pressions, débits, déplacements).

Le banc est en mesure de soumettre un joint labyrinthe à des écoulements d'air caractérisés par des pressions plus faibles qu'attendues, malgré un bon respect des débits, et d'introduire une composante circonférentielle de vitesse à l'écoulement qui nous intéresse tout particulièrement.

En complément de ces travaux de conception, un protocole expérimental ainsi que des scripts de post-traitements adaptés ont été mis en place. Ces méthodes permettent, entre autres, d'analyser le comportement vibratoire, de déterminer le contenu fréquentiel, de reconstruire les déformées opérationnelles de la casquette tout en visualisant l'évolution de la pression dans le joint.

Le protocole expérimental ainsi que les méthodes de post-traitement développées ont permis d'extraire des résultats expérimentaux lors des campagnes d'essais réalisées sur le banc MINOTAUR. Ces essais ont permis de mettre en lumière les capacités d'étanchéité du joint (i.e. différents paliers de pression amont, cavité et aval), les participations prédominantes des modes à 2 et 3 diamètres dans la réponse dynamique de la casquette, et d'analyser l'influence du débit et du preswirl.

Toutefois, aucune instabilité aéroélastique ne semble se développer ici. Cette observation est confirmée par le modèle. Une estimation du preswirl ainsi que des analyses de stabilité associées aux configurations d'essais montrent que le système est stable. Le modèle est donc conforme aux observations. Cette absence d'instabilité est en partie justifiée par les niveaux de sollicitations

insuffisants - mais qui peuvent aisément être améliorés - ainsi que par le niveau assez élevé de l'amortissement des modes de structure.

L'application du critère d'Alford indique également l'absence d'instabilité pour cette configuration alors que celui d'Abbott prédit le développement d'une instabilité. Ce dernier critère semble être applicable pour des niveaux de sollicitations bien plus forts.

En ce qui concerne la partie modélisation, les objectifs principaux sont de développer un modèle analytique permettant de reproduire la phénoménologie souhaitée et de mettre en place des outils numériques et analytiques afin d'effectuer des analyses de stabilité vis-à-vis de certains paramètres (i.e. dimensions, vitesses, etc.).

Dans un premier temps, le fluide est représenté par un modèle de fluide compressible et son comportement est régi par les équations non linéaires de Navier-Stokes. Une méthode de perturbation est implémentée afin de calculer les valeurs propres du système linéarisé. Le joint est, quant à lui, modélisé par un solide indéformable. Puis, la structure est modélisée par un anneau élastique capable de se déformer radialement et d'induire des variations de pression dans le joint.

Un couplage fort est ensuite appliqué entre le fluide et la structure. Cette première étape de modélisation a montré que ce modèle simpliste est suffisant pour faire apparaître des régimes instables. Les analyses de stabilité montrent également la nécessité de tenir compte de la rugosité des parois et que certains paramètres influent fortement sur la stabilité (i.e. taille de cavité, intensité du couplage, épaisseur de l'anneau, modes à diamètres impliqués).

Cette modélisation est ensuite étendue à un modèle de coque cylindrique permettant d'être au plus proche de la configuration d'essai et des conditions d'applications des critères d'Abbott et d'Alford. En effet, ce modèle de cylindre permet de modifier la position des dents, d'imposer différents jeux de conditions aux limites, d'utiliser des joints à n cavités et de tenir compte de la rotation de l'arbre. Les analyses de stabilité conduites sur ce modèle plus réaliste montrent que d'autres paramètres influent sur la stabilité. En particulier, ces études mettent en lumière la nécessité de tenir compte de la position des dents. Enfin, les conclusions de cette analyse sont similaires aux résultats de la littérature ce qui conforte la validité du modèle et des méthodes développées.

La question sur la pertinence et le cadre d'application de ces critères ([3], [2]) reste donc ouverte. Toutefois, ces travaux de thèse ont permis d'apporter des éléments de réponse mais surtout de mettre en place une méthodologie globale, des outils analytiques et numériques, ainsi que des moyens expérimentaux permettant de répondre à cette problématique.

Perspectives

Les résultats et méthodes développées durant ces travaux ouvrent plusieurs perspectives concernant :

- l'amélioration du banc d'essai notamment concernant les niveaux de sollicitation,
- la conduite de nouveaux essais,
- et le développement de nouvelles approches numériques.

Aujourd'hui, les niveaux de pression arrivant dans le banc sont trop faibles. En effet, les capteurs de pression et de déplacement mesurent des niveaux d'amplitude insuffisants en regard des observations que l'on souhaite faire. Ce problème peut être résolu en optimisant les performances aérauliques du banc et en augmentant la puissance du compresseur.

Ces paramètres sont liés et agissent sur le niveau de pression et débit à l'entrée du banc. Il suffirait de travailler sur un ou deux axes d'amélioration pour agir significativement sur les niveaux de sollicitation. L'objectif de l'augmentation de ces niveaux d'excitation est, in fine, d'être en mesure de déclencher une instabilité. Une autre façon d'augmenter les niveaux de vibration est de diminuer l'amortissement solidien dans le système en changeant la géométrie des liaisons.

L'exploitation du banc s'est limitée à l'étude des niveaux de pression et débit dans le joint, ainsi qu'à l'ajout d'une vitesse de preswirl au niveau du déflecteur. La modularité actuelle du banc permet d'envisager de nombreuses autres campagnes d'essais telles que :

- combiné à l'augmentation des niveaux de sollicitation, le retournement de la casquette permettrait de comparer le comportement vibratoire du joint suivant un encastrement BP ou HP de la structure légère.
- L'utilisation du jeu radial de 430 microns (associé à un joint usiné mais pas exploité en essais) permettrait de faire le point sur l'influence de ce paramètre et de comparer ces résultats avec les résultats numériques fournis dans cette thèse.
- Les nouveaux niveaux de sollicitation permettraient de travailler une gamme plus large de débit et de pression.
- La conception de différents types de déflecteur permettrait de jouer sur la vitesse de preswirl.
- L'utilisation d'actionneur piézo-électrique sur la circonférence de la casquette permettrait de forcer l'apparition d'un mode à diamètre et de déclencher des instabilités.

Sur une version ultérieure du banc, il serait aussi intéressant d'envisager la mise en rotation du rotor ou le test de dispositif anti-swirl tel que des redresseurs de flux axiaux ou des amortisseurs de type « anneau amortissant ». De même, le test d'un joint intégrant un jeu variable serait une piste intéressante à explorer.

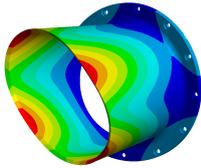
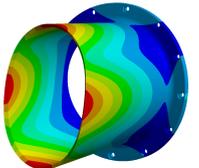
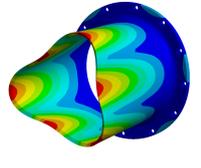
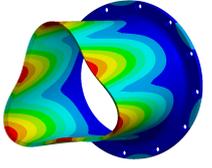
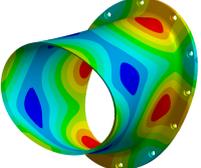
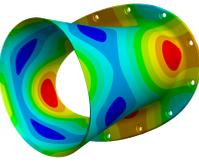
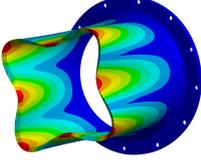
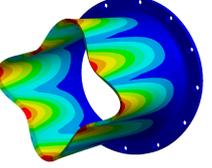
Concernant les perspectives liées à la modélisation et aux méthodes numériques développées, il pourrait être intéressant d'effectuer les intégrations temporelles des équations du mouvement afin d'estimer numériquement l'amplitude des cycles limites des oscillations. L'analyse modale actuelle permettrait de choisir un jeu de paramètres instables et l'intégration temporelle permettrait d'estimer les vibrations de cette configuration. Cette perspective permettra une confrontation plus directe avec les données renvoyées par les capteurs de pression et de déplacement. Aujourd'hui, le modèle de fluide est un modèle 1D semi-analytique. En complément de cette étude, il serait intéressant de modéliser le fluide par une approche tridimensionnelle (volumes finis). Ceci permettra de représenter toute la complexité de ce type d'écoulement turbulent en particulier au niveau des passages de dents. Bien que coûteuses en temps de calcul, ces méthodes se sont avérées concluantes [92].

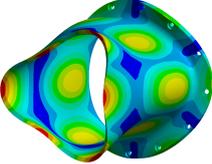
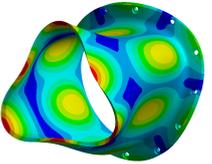
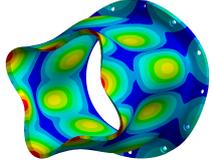
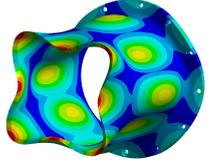
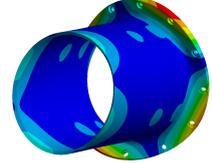
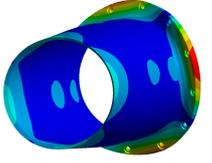
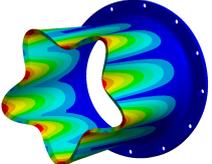
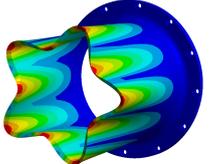
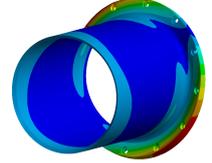
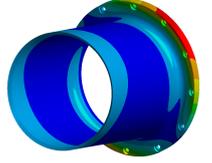
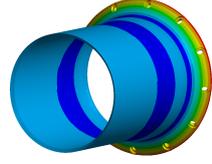
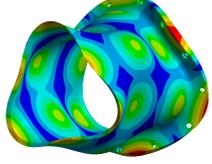
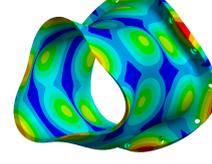
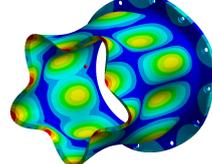
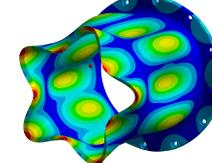
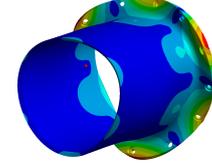
D'autres améliorations pourraient être apportées comme, inclure le mouvement rigide d'orbitage dans le modèle, étudier des géométries de dents plus complexes ou encore échanger la position des dents (stator/rotor)

Annexes

Annexe A

Analyse modale EF de la casquette libre-libre

Mode	Fréquence (Hz)	Image	Mode	Fréquence (Hz)	Image
mode 7	475.2		mode 8	475.2	
mode 9	1287.6		mode 10	1287.6	
mode 11	1349.1		mode 12	1349.2	
mode 13	2422.4		mode 14	2422.5	

Mode	Fréquence (Hz)	Image	Mode	Fréquence (Hz)	Image
mode 15	2434.6		mode 16	2434.8	
mode 17	3179.4		mode 18	3179.8	
mode 19	3705.3		mode 20	3707.2	
mode 21	3877.3		mode 22	3877.4	
mode 23	3935.3		mode 24	3939	
mode 25	4107.7		mode 26	4204.8	
mode 27	4204.9		mode 28	4502.2	
mode 29	4502.6		mode 30	4667.6	

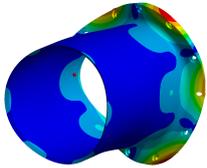
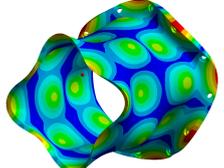
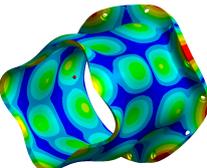
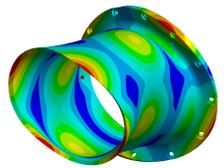
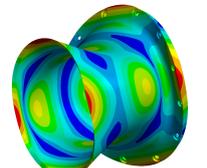
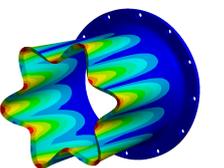
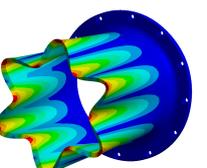
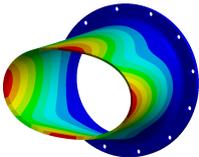
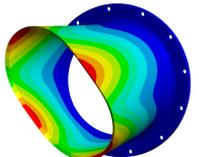
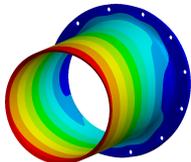
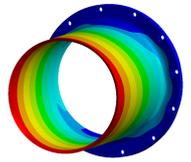
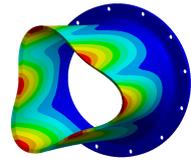
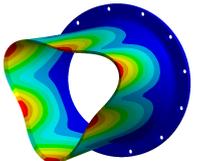
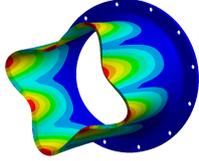
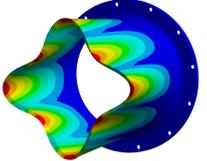
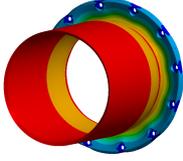
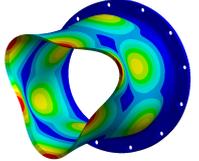
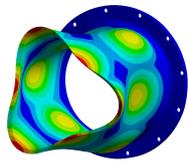
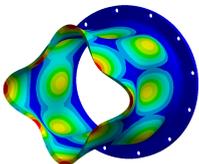
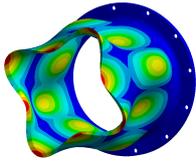
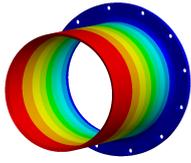
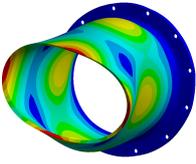
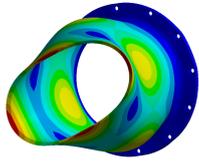
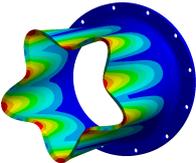
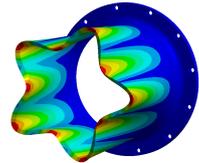
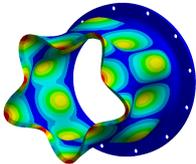
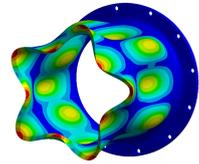
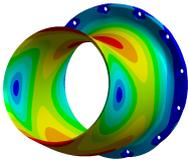
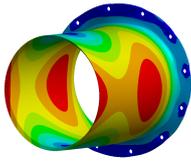
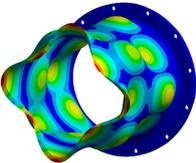
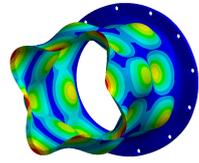
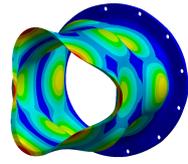
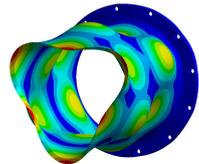
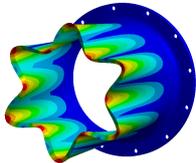
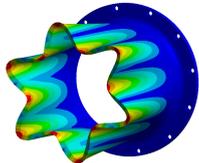
Mode	Fréquence (Hz)	Image	Mode	Fréquence (Hz)	Image
mode 31	4668.7		mode 32	4687.7	
mode 33	4688.1		mode 34	4783.2	
mode 35	4784.6		mode 36	5648.8	
mode 37	5651.3				

TABLE A.1 – Valeurs des fréquences propres et visualisation de chaque déformée associée

Annexe B

Analyse modale EF de la casquette encastrée-libre

Mode	Fréquence (Hz)	Image	Mode	Fréquence (Hz)	Image
mode 1	760.45		mode 2	761.03	
mode 3	1285.1		mode 4	1286.1	
mode 5	1336.2		mode 6	1336.4	
mode 7	2435.1		mode 8	2435.2	
mode 9	2689.6		mode 10	2894.7	

Mode	Fréquence (Hz)	Image	Mode	Fréquence (Hz)	Image
mode 11	2895		mode 12	3326.8	
mode 13	3327		mode 14	3671.7	
mode 15	3722.8		mode 16	3723	
mode 17	3882.1		mode 18	3882.3	
mode 19	4569		mode 20	4569.6	
mode 21	5157.7		mode 22	5157.9	
mode 23	5332.8		mode 24	5333.6	
mode 25	5518.3		mode 26	5518.8	
mode 27	5650.6		mode 28	5654	

Annexe C

Équation de continuité

En appliquant le théorème de transport au volume $V_m(t)$:

$$\frac{d}{dt} \int_{V_m(t)} \rho_{i,\theta} dV = \int_{V_m(t)} \frac{\partial \rho_{i,\theta}}{\partial t} dV + \int_{A_m(t)} \rho_{i,\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS. \quad (\text{C.1})$$

Soit :

$$\underbrace{\int_{V_m(t)} \frac{\partial \rho_{i,\theta}}{\partial t} dV}_{(1)} + \underbrace{\int_{A_m(t)} \rho_{i,\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS}_{(2)} = 0. \quad (\text{C.2})$$

Étant donné que $\rho_{i,\theta}$ est continue dans le volume élémentaire $V_m(t)$ correspondant à la $i^{\text{ème}}$ cavité, il est possible d'écrire :

$$(1) : \int_{V_m(t)} \frac{\partial \rho_{i,\theta}}{\partial t} dV = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{i,\theta} A_{i,\theta} R_s d\theta). \quad (\text{C.3})$$

$$(2) : \int_{A_m(t)} \rho_{i,\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS \stackrel{1}{=} \underbrace{\int_{B_{i+1}} \rho_{i,\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{B_{i+1}} dB_{i+1}}_{(3)} + \underbrace{\int_{B_i} \rho_{i,\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{B_i} dB_i}_{(4)} + \underbrace{\int_{A_{i,\theta+d\theta}} \rho_{i,\theta+d\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{A_{i,\theta+d\theta}} dA_{i,\theta+d\theta}}_{(5)} + \underbrace{\int_{A_{i,\theta}} \rho_{i,\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{A_{i,\theta}} dA_{i,\theta}}_{(6)}. \quad (\text{C.4})$$

La projection de l'équation sur les axes du repère cylindrique ($\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z \equiv \mathbf{e}_1$) a pour expression :

$$(2) : \int_{A_m(t)} \rho_{i,\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} dS = \underbrace{\dot{m}_{i+1} R_s d\theta}_{(3)} - \underbrace{\dot{m}_i R_s d\theta}_{(4)} + \underbrace{\left(\rho_{i,\theta} + \frac{\partial \rho_{i,\theta}}{\partial \theta} \right) \left(U_{i,\theta} + \frac{\partial U_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta \right) \left(A_{i,\theta} + \frac{\partial A_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta \right)}_{(5)} - \underbrace{\rho_{i,\theta} A_{i,\theta} U_{i,\theta}}_{(6)}.$$

projection suivant l'axe \mathbf{e}_z
projection suivant l'axe \mathbf{e}_θ

1. Se reporter à la figure 4.3

(C.5)

La vitesse est nulle dans la direction \mathbf{e}_r , car la vitesse aux parois est nulle. A l'ordre 1 on obtient alors pour (5)-(6) :

$$\begin{aligned} (5) - (6) &= A_{i,\theta} U_{i,\theta} \frac{\partial \rho_{i,\theta}}{\partial \theta} + \rho_{i,\theta} A_{i,\theta} \frac{\partial U_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta + \rho_i(\theta) U_{i,\theta} \frac{\partial A_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta. \\ &= \frac{\partial (U_{i,\theta} A_{i,\theta} \rho_{i,\theta})}{\partial \theta} d\theta. \end{aligned} \tag{C.6}$$

Annexe D

Conservation de la quantité de mouvement dans la direction orthoradiale

En explicitant les forces de surfaces $\mathbf{t}(\mathbf{n})$ on obtient :

$$\underbrace{\int_{V_m(t)} \frac{\partial \rho_{i,\theta} U_{i,\theta}}{\partial t} dV}_{(7)} + \underbrace{\int_{A_m(t)} \rho_{i,\theta} U_{i,\theta} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS}_{(8)} = \underbrace{\int_{A_m(t)} -\nabla \mathbf{p} + \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} dA}_{(9)} \quad (\text{D.1})$$

$$(7) : \int_{V_m(t)} \frac{\partial \rho_{i,\theta} U_{i,\theta}}{\partial t} dV = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_{i,\theta} U_{i,\theta} A_{i,\theta} R s d\theta). \quad (\text{D.2})$$

$$(8) : \int_{A_m(t)} \rho_{i,\theta} U_{i,\theta} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = \int_{B_{i+1}} \rho_{i,\theta} U_{i,\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{B_{i+1}} dB_{i+1} + \int_{B_i} \rho_{i,\theta} U_{i-1,\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{B_i} dB_i + \int_{A_{i,\theta+d\theta}} \rho_{i,\theta+d\theta} U_{i,\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{A_{i,\theta+d\theta}} dA_{i,\theta+d\theta} + \int_{A_{i,\theta}} \rho_{i,\theta} U_{i,\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{A_{i,\theta}} dA_{i,\theta}. \quad (\text{D.3})$$

$$(8) : \int_{A_m(t)} \rho_{i,\theta} U_{i,\theta} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}) dS = U_{i,\theta} \underbrace{\int_{B_{i+1}} \rho_{i,\theta} (\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{B_{i+1}}) dB_{i+1}}_{m_{i+1}} + U_{i-1,\theta} \underbrace{\int_{B_i} \rho_{i,\theta} \mathbf{v} \cdot \mathbf{n}_{B_i} dB_i}_{m_i} + (\rho_{i,\theta} + \frac{\partial \rho_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta) (U_{i,\theta} + \frac{\partial U_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta)^2 (A_{i,\theta} + \frac{\partial A_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta) - \rho_{i,\theta} A_{i,\theta} U_{i,\theta}^2. \quad (\text{D.4})$$

La vitesse est nulle dans la direction \mathbf{e}_r . Si on développe l'équation (D.4) on obtient :

$$(8) : U_{i,\theta} m_{i+1} - U_{i-1,\theta} m_i + \underbrace{\rho_{i,\theta} U_{i,\theta} \frac{\partial A_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta + 2U_{i,\theta} \rho_{i,\theta} A_{i,\theta} \frac{\partial U_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta + U_{i,\theta}^2 \rho_{i,\theta} \frac{\partial \rho_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta}_{\frac{\partial}{\partial \theta} (\rho_{i,\theta} A_{i,\theta} U_{i,\theta}^2) d\theta}. \quad (\text{D.5})$$

Exprimons maintenant les forces de surface :

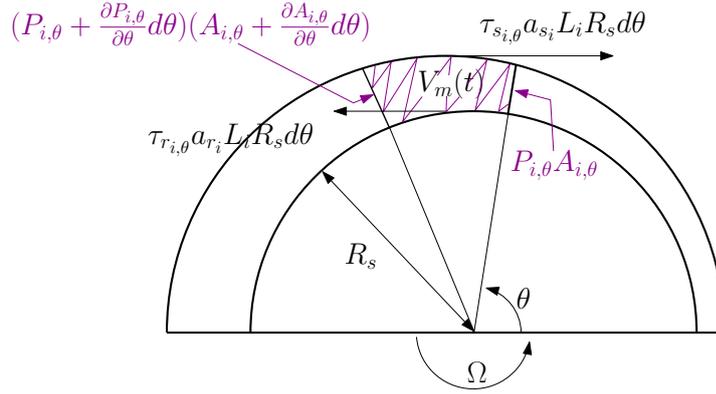


FIGURE D.1 – Vue de face des forces de pression et des forces liées aux contraintes visqueuses

Déroulons l'arc " $R_s d\theta$ ". On se projette dans le repère cartésien (e_x, e_y, e_z) :

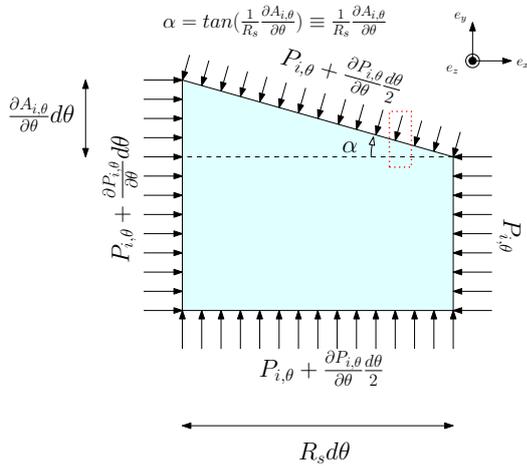
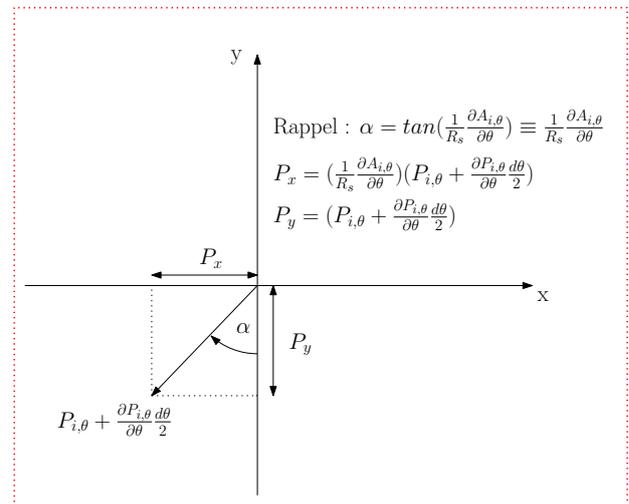
FIGURE D.2 – Vue "déroulée" du volume $V_m(t)$ avec représentation des forces de volume qui s'exercent sur la surface $A_m(t)$ 

FIGURE D.3 – Projection des forces de pression du dessus sur le plan horizontal et vertical

Lorsque l'on zoom la partie en pointillés rouges, la force de pression qui s'exerce sur le dessus se décompose en une composante horizontale et une composante verticale. Déterminons tout d'abord les forces de pression :

$$\begin{aligned}
 \int_{A_m(t)} \mathbf{p} d\mathbf{S} &= \int_{A_{i,\theta+d\theta}(t)} \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_x dA_{i,\theta+d\theta} + \int_{A_{i,\theta}(t)} \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_x dA_{i,\theta} + \int_S \mathbf{p} \cdot (\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y) dS_t + \int_R \mathbf{p} \cdot \mathbf{e}_y dR_t \\
 &= (P_{i,\theta} + \frac{\partial P_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta)(A_{i,\theta} + \frac{\partial A_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta) \mathbf{e}_x + P_{i,\theta} A_{i,\theta} \mathbf{e}_x + (P_{i,\theta} + \frac{\partial P_{i,\theta}}{\partial \theta} \frac{d\theta}{2})(\mathbf{e}_y + \frac{1}{R_s} \frac{\partial A_{i,\theta}}{\partial \theta} \mathbf{e}_x) R_s d\theta + \\
 &\quad (P_{i,\theta} + \frac{\partial P_{i,\theta}}{\partial \theta} \frac{d\theta}{2}) R_s d\theta \mathbf{e}_y
 \end{aligned} \tag{D.6}$$

Les termes suivants \mathbf{e}_y se simplifient et il reste :

$$\int_{A_m(t)} \mathbf{p} d\mathbf{S} = A_{i,\theta} \frac{\partial P_{i,\theta}}{\partial \theta} d\theta \tag{D.7}$$

$$\begin{aligned}
\int_{A_m(t)} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} \, dA &= \tau_{r_i, \theta} a_{r_i, \theta} Li \sqrt{(R_s d\theta)^2 + \left(\frac{\partial A_{i, \theta}}{\partial \theta}\right)^2} - \tau_{s_i, \theta} a_{s_i, \theta} Li R_s d\theta \\
&= \tau_{r_i, \theta} a_{r_i, \theta} Li R_s d\theta - \tau_{s_i, \theta} a_{s_i, \theta} Li R_s d\theta
\end{aligned} \tag{D.8}$$

où $a_{s_i, \theta}$ et $a_{r_i, \theta}$ sont des coefficients adimensionnels permettant de prendre en considération l'action des contraintes visqueuses en fonction de la position des dents (soit sur le rotor, soit sur le stator) :

- dents sur le rotor : $a_{s_i, \theta} = 1$, $a_{r_i, \theta} = (2B_{i, \theta} + L_i)/L_i$
- dents sur le stator : $a_{s_i, \theta} = (2B_{i, \theta} + L_i)/L_i$, $a_{r_i, \theta} = 1$

Annexe E

Équations de Childs à l'ordre 1

L'ordre 1 autorise de petits mouvements du stator flexible. Le calcul des fluctuations de débit, pression et vitesse circumférentielle permet l'obtention des coefficients de dynamique du rotor (raideur dynamique, amortissement dynamique, etc.).

Les équations qui régissent le joint labyrinthe sont écrites à l'ordre 1, soit :

$$\mathbf{G}_{1i} \frac{\partial P_{1i}}{\partial t} + \mathbf{G}_{2i} \frac{\partial H_1}{\partial t} + \mathbf{G}_{1i} \frac{P_{0i}}{R_s} \frac{\partial U_{1i}}{\partial \theta} + \mathbf{G}_{1i} \frac{U_{0i}}{R_s} \frac{\partial P_{1i}}{\partial \theta} + \mathbf{G}_{2i} \frac{U_{0i}}{R_s} \frac{\partial H_1}{\partial \theta} + \mathbf{G}_{3i} P_{1i} + \mathbf{G}_{4i} P_{1i-1} + \mathbf{G}_{5i} P_{1i+1} = 0. \quad (\text{E.1})$$

Démonstration

Commençons par réécrire l'équation de continuité en fonction de P afin de s'affranchir des termes ρ ($\rho_i = \frac{P_i}{RT}$) :

$$\underbrace{\frac{1}{RT} \frac{\partial}{\partial t} (P_i A_i)}_1 + \underbrace{\frac{1}{R_s RT} \left[\frac{\partial (U_i A_i P_i)}{\partial \theta} \right]}_2 + \underbrace{\dot{m}_{i+1} - \dot{m}_i}_3 = 0. \quad (\text{E.2})$$

Écrivons, dans un premier temps, les termes μ_{1i} et s_{1i} en fonction de l'ordre 0.

$$s_i(P_{i-1}, P_i) = s_{0i}(P_{0i-1}, P_{0i}) + \left(\frac{\partial s_i}{\partial P_{i-1}} \Big|_0 \underbrace{(P_{i-1} - P_{0i-1})}_{P_{i-1}} + \frac{\partial s_i}{\partial P_i} \Big|_0 \underbrace{(P_i - P_{0i})}_{P_{i-1}} \right). \quad (\text{E.3})$$

$$\frac{\partial s_i}{\partial P_{i-1}} \Big|_0 = \frac{\gamma - 1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{-1}{\gamma}}. \quad (\text{E.4})$$

$$\frac{\partial s_i}{\partial P_i} \Big|_0 = -\frac{\gamma - 1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \quad (\text{E.5})$$

Soit :

$$s_i(P_{i-1}, P_i) = s_{0i}(P_{0i-1}, P_{0i}) + \varepsilon \underbrace{\left(\frac{\gamma - 1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{-1}{\gamma}} P_{i-1} - \frac{\gamma - 1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} P_i \right)}_{s_{1i}}. \quad (\text{E.6})$$

$$s_{1i} = \left(\frac{\gamma-1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{-1}{\gamma}} P_{1i-1} - \frac{\gamma-1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} P_{1i} \right) \quad (\text{E.7})$$

De même,

$$\mu_i(s_i) = \mu_{0i}^2(s_{0i}) + \varepsilon \left. \frac{\partial \mu_i}{\partial s_i} \right|_0 s_{1i}. \quad (\text{E.8})$$

Avec :

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial \mu_i}{\partial s_i} \right|_0 &= \frac{(5 - 4s_{0i}\pi)}{(pi + 2 - 5s_{0i} + 2s_{0i}^2)^2} \\ &= \frac{\mu_{0i}}{\pi} (5 - 4s_{0i}). \end{aligned}$$

soit :

$$\mu_i(s_i) = \mu_{0i}(s_{0i}) + \varepsilon \frac{\mu_{0i}}{\pi} (5 - 4s_{0i})s_{1i}. \quad (\text{E.9})$$

$$\mu_{1i} = \frac{\mu_{0i}}{\pi} (5 - 4s_{0i})s_{1i}. \quad (\text{E.10})$$

Développement du terme 1 (E.2) à l'ordre 1

$$\frac{1}{RT} \frac{\partial}{\partial t} (P_i A_i) = \frac{1}{RT} P_i \frac{\partial}{\partial t} (A_i) + \frac{1}{RT} A_i \frac{\partial}{\partial t} (P_i) \quad (\text{E.11})$$

$$= \frac{1}{RT} \left((P_{0i} + \varepsilon P_{1i}) \frac{\partial}{\partial t} (A_{0i} + \varepsilon L H_1) + (A_{0i} + \varepsilon L H_1) \frac{\partial}{\partial t} (P_{0i} + \varepsilon P_{1i}) \right). \quad (\text{E.12})$$

On ne garde que les termes à l'ordre 1 soit :

$$\frac{1}{RT} \frac{\partial}{\partial t} (P_i A_i) = \underbrace{\frac{A_{0i}}{RT}}_{G_{1i}} \frac{\partial P_{1i}}{\partial t} + \underbrace{\frac{P_{0i} L}{RT}}_{G_{2i}} \frac{\partial H_1}{\partial t}. \quad (\text{E.13})$$

Développement du terme 2 (E.2) à l'ordre 1 On procède de la même manière que pour le terme 1 :

$$\frac{1}{R_s RT} \left[\frac{\partial (U_i A_i P_i)}{\partial \theta} \right] = \frac{1}{R_s} \left(\frac{P_{0i} A_{0i}}{RT} \frac{\partial U_{1i}}{\partial \theta} + \frac{U_{0i} A_{0i}}{RT} \frac{\partial P_{1i}}{\partial \theta} + \frac{P_{0i} U_{0i} L}{RT} \frac{\partial H_1}{\partial \theta} \right). \quad (\text{E.14})$$

$$= \frac{1}{R_s} \left(G_{1i} P_{0i} \frac{\partial U_{1i}}{\partial \theta} + G_{1i} U_{0i} \frac{\partial P_{1i}}{\partial \theta} + G_{2i} U_{0i} \frac{\partial H_1}{\partial \theta} \right). \quad (\text{E.15})$$

Développement du terme 3 (E.2) à l'ordre 1

$$\dot{m}_{i+1} - \dot{m}_i = \frac{\dot{m}_{i+1}^2 - \dot{m}_i^2}{2\dot{m}_{0i}}. \quad (\text{E.16})$$

$$\dot{m}_i^2 = \frac{\mu_0^2}{RT} \mu_i^2 H^2 (P_{i-1}^2 - P_i^2). \quad (\text{E.17})$$

et

$$\dot{m}_i^2 = (\dot{m}_{0i} + \varepsilon \dot{m}_{1i})^2 = \dot{m}_{0i}^2 + 2\varepsilon \dot{m}_{0i} \dot{m}_{1i}. \quad (\text{E.18})$$

$$\dot{m}_i^2 = \frac{\mu_0^2}{RT} (\mu_{0i}^2 + 2\varepsilon \mu_{0i} \mu_{1i}) (Cr^2 + 2\varepsilon Cr H_1) ((P_{0i-1} + \varepsilon P_{1i-1})^2 - (P_{0i} + \varepsilon P_{1i})^2). \quad (\text{E.19})$$

À l'ordre 1 on a :

$$2\dot{m}_{0i} \dot{m}_{1i} = \frac{\mu_0^2}{RT} (2Cr H_1 \mu_{0i}^2 ((P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2) + 2\mu_{0i} \mu_{1i} Cr^2 ((P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2) + 2\mu_{0i}^2 Cr^2 (P_{0i-1} P_{1i-1} - P_{0i} P_{1i}))) \quad (\text{E.20})$$

$$\dot{m}_0 \dot{m}_{1i} = \frac{\dot{m}_{0i}^2}{Cr} H_1 + \frac{\dot{m}_{0i}^2}{\mu_{0i}} \mu_{1i} + \frac{\dot{m}_{0i}^2 P_{0i-1}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} P_{1i-1} + \frac{\dot{m}_{0i}^2 P_{0i}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} P_{1i} \quad (\text{E.21})$$

Soit :

$$\dot{m}_{1i} = \dot{m}_{0i} \left(\frac{H_1}{Cr} + \frac{\mu_{1i}}{\mu_{0i}} + \frac{P_{0i-1}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} P_{1i-1} - \frac{P_{0i}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} P_{1i} \right). \quad (\text{E.22})$$

En remplaçant μ_{1i} et s_{1i} on obtient :

$$\dot{m}_{1i} = \dot{m}_{0i} \left\{ \frac{H_1}{Cr} + \frac{\mu_{0i}}{\pi} (5 - 4s_{0i}) \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{-1}{\gamma}} P_{1i-1} - \frac{\gamma - 1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} P_{1i} \right) + \dots \right. \quad (\text{E.23})$$

$$\left. \frac{P_{0i-1}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} P_{1i-1} - \frac{P_{0i}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} P_{1i} \right\}. \quad (\text{E.24})$$

$$\frac{\dot{m}_{i+1}^2 - \dot{m}_i^2}{2\dot{m}_0} = \frac{2\dot{m}_{0i+1} \dot{m}_{1i+1}}{2\dot{m}_{0i}} + \frac{2\dot{m}_{0i} \dot{m}_{1i}}{2\dot{m}_{0i}}. \quad (\text{E.25})$$

$$\frac{2\dot{m}_{0i} \dot{m}_{1i}}{2\dot{m}_{0i}} = \frac{2\dot{m}_{0i}^2}{2\dot{m}_{0i}} \left\{ \frac{H_1}{Cr} + \frac{\mu_{0i}}{\pi} (5 - 4s_{0i}) \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{-1}{\gamma}} P_{1i-1} - \frac{\gamma - 1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} P_{1i} \right) + \dots \right. \quad (\text{E.26})$$

$$\left. \frac{P_{0i-1}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} P_{1i-1} - \frac{P_{0i}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} P_{1i} \right\}. \quad (\text{E.27})$$

D'où :

$$\frac{\dot{m}_{i+1}^2 - \dot{m}_i^2}{2m_{0i}} = m_{0i} \left\{ \left[\frac{\mu_{0i+1}}{\pi} (5 - 4s_{0i+1}) \left(\frac{\gamma-1}{\gamma P_{0i+1}} \left(\frac{P_{0i}}{P_{0i+1}} \right)^{\frac{-1}{\gamma}} P_{1i} - \frac{\gamma-1}{\gamma P_{0i+1}} \left(\frac{P_{0i}}{P_{0i+1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} P_{1i+1} \right) \right] - \dots \right. \quad (\text{E.28})$$

$$\left. \left[\frac{\mu_{0i}}{\pi} (5 - 4s_{0i}) \left(\frac{\gamma-1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{-1}{\gamma}} P_{1i-1} - \frac{\gamma-1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} P_{1i} \right) \right] + \dots \right. \quad (\text{E.29})$$

$$\left. \left[\frac{P_{0i}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} P_{1i} - \frac{P_{0i+1}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} P_{1i+1} - \frac{P_{0i-1}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} P_{1i-1} + \frac{P_{0i}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} P_{1i} \right] \right\} \quad (\text{E.30})$$

On factorise les termes en P_{1i} :

$$P_{1i} \times m_{0i} \left\{ \left[\frac{\mu_{0i+1}}{\pi} (5 - 4s_{0i+1}) \left(\frac{\gamma-1}{\gamma P_{0i+1}} \left(\frac{P_{0i}}{P_{0i+1}} \right)^{\frac{-1}{\gamma}} \right) \right] + \left[\frac{\mu_{0i}}{\pi} (5 - 4s_{0i}) \left(\frac{\gamma-1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \right] + \dots \right. \\ \left. \dots + \left[\frac{P_{0i}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} + \frac{P_{0i}}{(P_{0i}^2 - P_{0i+1}^2)} \right] \right\}. \quad (\text{E.31})$$

$$\Rightarrow \mathbf{G}_{3i}$$

On factorise les termes en P_{1i-1} :

$$P_{1i-1} \times m_{0i} \left\{ \left[\frac{\mu_{0i}}{\pi} (5 - 4s_{0i}) \left(\frac{\gamma-1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{-1}{\gamma}} \right) \right] - \left[\frac{P_{0i-1}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} \right] \right\}. \quad (\text{E.32})$$

$$\Rightarrow \mathbf{G}_{4i}$$

On factorise les termes en P_{1i+1} :

$$P_{1i+1} \times -m_{0i} \left\{ \left[\frac{\mu_{0i+1}}{\pi} (5 - 4s_{0i+1}) \frac{\gamma-1}{\gamma P_{0i+1}} \left(\frac{P_{0i}}{P_{0i+1}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right] + \left[\frac{P_{0i+1}}{(P_{0i}^2 - P_{0i+1}^2)} \right] \right\}. \quad (\text{E.33})$$

$$\Rightarrow \mathbf{G}_{5i}$$

Les coefficients ainsi obtenus peuvent ensuite être comparés à ceux présentés dans l'article de Malvano et al. [75] ainsi qu'à ceux présentés dans l'article [33] et le livre de D.Childs [38].

Les coefficients 'G' déterminés ici sont identiques à ceux donnés dans l'article de Malvano et al. En revanche, l'article de Childs et al. comporte un terme supplémentaire concernant l'équation de continuité à l'ordre 1 (Cf. le terme $G_{6i}H_1$, pages 327 et 330). Dans cet article, le jeu radial est exprimé différemment : à l'ordre 0, le jeu radial dépend de la position (i) de la dent (Cr_i).

Comme dit précédemment, un cas idéal où le jeu radial à l'ordre 0 ne dépend pas de la position de la dent est considéré pour cette étude. Les hypothèses que nous faisons sont que :

- les dents ont toutes la même dimension
- à l'ordre 0, le stator et le rotor sont parfaitement coaxiaux

Équation réduite de la conservation de la quantité de mouvement dans la direction orthoradiale à l'ordre 1

À l'ordre 1, l'équation réduite s'écrit :

$$\mathbf{X}_{1i} \frac{\partial U_{1i}}{\partial t} + \mathbf{X}_{1i} \frac{U_{0i}}{R_S} \frac{\partial U_{1i}}{\partial \theta} + \frac{A_{0i}}{R_S} \frac{\partial P_{1i}}{\partial \theta} - m_{0i} U_{1i-1} + \mathbf{X}_{2i} U_{1i} + \mathbf{X}_{3i} P_{1i} + \mathbf{X}_{4i} P_{1i-1} + \mathbf{X}_{5i} H_1 = 0 \quad (\text{E.34})$$

Démonstration

L'équation réduite de la conservation de la quantité de mouvement dans la direction circonférentielle est obtenue en multipliant l'équation de continuité par la vitesse circonférentielle et en soustrayant ce terme à l'équation de conservation de la quantité de mouvement dans la direction orthoradiale, soit : (4.18) – (4.10) * U_i .

L'équation réduite s'écrit :

$$\underbrace{\frac{P_i A_i}{RT} \frac{\partial U_i}{\partial t}}_1 + \underbrace{\frac{P_i A_i U_i}{R_S RT} \frac{\partial U_i}{\partial \theta}}_2 + \underbrace{\dot{m}_i (U_i - U_{i-1})}_3 + \underbrace{\frac{A_i}{R_S} \frac{\partial P_i}{\partial \theta}}_4 - \underbrace{\tau_{r_i} a_{r_i} L + \tau_{s_i} a_{s_i} L}_5 = 0. \quad (\text{E.35})$$

Développement du terme 1 (E.35) à l'ordre 1

On pose :

$$X_{1i} = \frac{P_{0i} A_{0i}}{RT} \quad (\text{E.36})$$

Et le premier terme devient :

$$X_{1i} \frac{\partial U_{1i}}{\partial t}. \quad (\text{E.37})$$

Développement du terme 2 (E.35) à l'ordre 1 Le deuxième terme s'écrit :

$$X_{1i} \frac{U_{0i}}{R_S} \frac{\partial U_{1i}}{\partial \theta}. \quad (\text{E.38})$$

Développement du terme 3 (E.35) à l'ordre 1

$$\dot{m}_i (U_i - U_{i-1}) = (\dot{m}_{0i} + \varepsilon \dot{m}_{1i}) (U_{0i} + \varepsilon U_{1i} - U_{0i-1} - \varepsilon U_{1i-1}). \quad (\text{E.39})$$

A l'ordre 1 on obtient :

$$\dot{m}_i (U_i - U_{i-1}) = \dot{m}_{0i} (U_{1i} - U_{1i-1}) + \dot{m}_{1i}^1 (U_{0i} - U_{0i-1}). \quad (\text{E.40})$$

1. Il faudra remplacer \dot{m}_{1i} par son expression donnée à l'équation E.24

Développement du terme 4 (E.35) à l'ordre 1

Le quatrième terme devient :

$$\frac{A_{0i}}{R_s} \frac{\partial P_{1i}}{\partial \theta}. \quad (\text{E.41})$$

Développement du terme 5 (E.35) à l'ordre 1

$$\tau_{r_i} a_{r_i} L - \tau_{s_i} a_{s_i} L = L((\tau_{r_{0i}} + \varepsilon \tau_{r_{1i}}) a_r - (\tau_{s_{0i}} + \varepsilon \tau_{s_{1i}}) a_s). \quad (\text{E.42})$$

$$\tau_{r_i} = \tau_{r_{0i}} + \varepsilon \tau_{r_{1i}} \quad (\text{E.43})$$

$$= \tau_{r_{0i}} + \frac{\partial \tau_{r_i}}{\partial U_i} \Big|_0 \underbrace{(U_i - U_{0i})}_{\varepsilon U_{1i}} + \frac{\partial \tau_{r_i}}{\partial P_i} \Big|_0 \underbrace{(P_i - P_{0i})}_{\varepsilon P_{1i}} + \frac{\partial \tau_{r_i}}{\partial H} \Big|_0 \underbrace{(H_1 - C_r)}_{\varepsilon H} \quad (\text{E.44})$$

$$= \tau_{r_{0i}} + \varepsilon \left(\frac{-\tau_{r_{0i}}(2+m_r)}{R_s \Omega - U_{0i}} U_{1i} + \frac{\tau_{r_{0i}}}{P_{0i}} P_{1i} + \frac{\tau_{r_{0i}} m_r D_{h_0}}{2(B+C_r)^2} H \right). \quad (\text{E.45})$$

De même :

$$\tau_{s_i} = \tau_{s_{0i}} + \varepsilon \left(\frac{\tau_{s_{0i}}(2+m_s)}{U_{0i}} U_{1i} + \frac{\tau_{s_{0i}}}{P_{0i}} P_{1i} + \frac{\tau_{s_{0i}} m_s D_{h_0}}{2(B+C_r)^2} H \right). \quad (\text{E.46})$$

En factorisant tous les termes en U_{1i} on obtient :

$$U_{1i} \times \left[m_{0i} + \frac{\tau_{s_{0i}} a_{s_i} L (2+m_s)}{U_{0i}} + \frac{\tau_{r_{0i}} a_{r_i} L (2+m_r)}{R_s \Omega - U_{0i}} \right]. \quad (\text{E.47})$$

$$\implies \mathbf{X}_{2i}$$

En factorisant tous les termes en P_{1i} on obtient :

$$P_{1i} \times \left[\frac{\tau_{s_{0i}} a_{s_i} L}{P_{0i}} - \frac{\tau_{r_{0i}} a_{r_i} L}{P_{0i}} - m_{0i} (U_{0i} - U_{0i-1}) \left(\frac{P_{0i}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} + \frac{\mu_{0i}}{\pi} (5 - 4s_{0i}) \frac{\gamma - 1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \right]. \quad (\text{E.48})$$

$$\implies \mathbf{X}_{3i}$$

En factorisant tous les termes en P_{1i-1} on obtient :

$$P_{1i-1} \times \left[m_{0i} (U_{0i} - U_{0i-1}) \left(\frac{\mu_{0i}}{\pi} (5 - 4s_{0i}) \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma P_{0i}} \left(\frac{P_{0i-1}}{P_{0i}} \right)^{\frac{-1}{\gamma}} \right) + \frac{P_{0i-1}}{(P_{0i-1}^2 - P_{0i}^2)} \right) \right]. \quad (\text{E.49})$$

$$\implies \mathbf{X}_{4i}$$

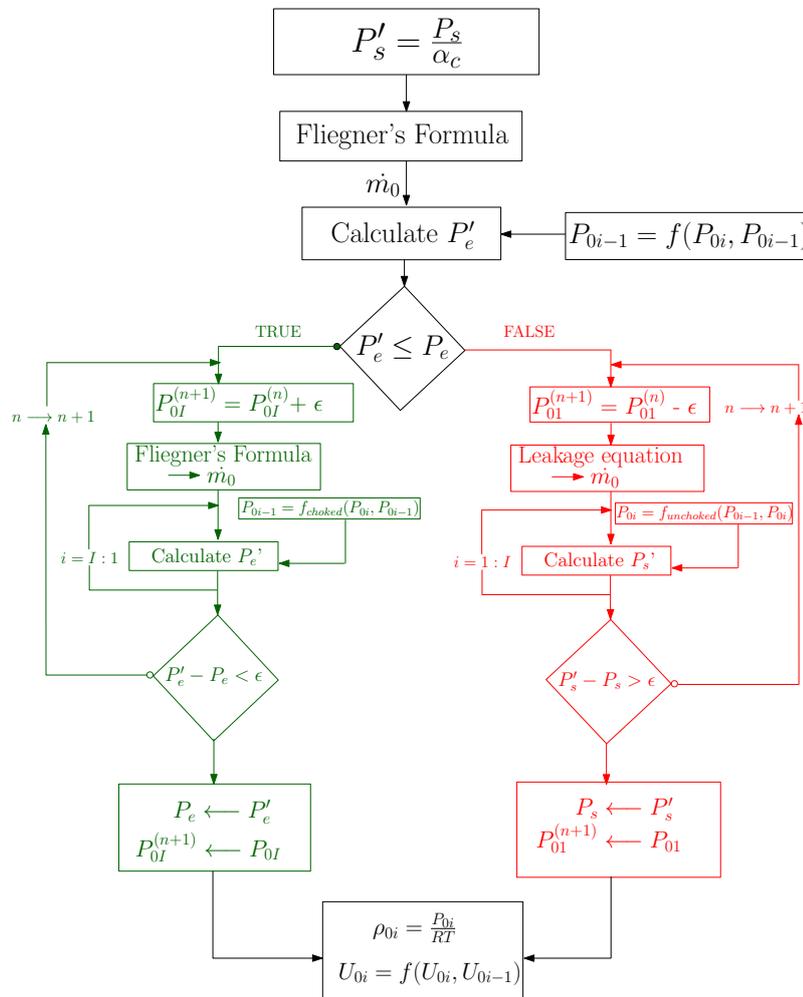
En factorisant tous les termes en H_1 on obtient :

$$H_1 \times \left[\frac{m_{0i}}{C_r} (U_{0i} - U_{0i-1}) - \frac{\tau_{r_{0i}} a_{r_i} L m_r D_{h_0}}{2(B+C_r)^2} + \frac{\tau_{s_{0i}} a_{s_i} L m_s D_{h_0}}{2(B+C_r)^2} \right]. \quad (\text{E.50})$$

$$\implies \mathbf{X}_{5i}$$

Annexe F

Démarche de vérification de l'hypothèse de fluide sonique



Annexe G

Variation de courbure dans le cas d'une poutre à faible courbure

Une poutre est à faible courbure quand son épaisseur e est petite par rapport au rayon de courbure r . On peut alors admettre que la répartition des contraintes est linéaires. Par contre, il faut établir une nouvelle équation différentielle de la déformée. Ceci n'est possible que si la fibre moyenne avant déformation est définie par une fonction analytique. Nous nous limiterons ici au cas d'une fibre moyenne circulaire.

Avant déformation, la courbure d'un élément AB de poutre courbe a pour valeur

$$ds = r d\theta \implies \frac{1}{r} = \frac{d\theta}{ds} \quad (G.1)$$

Après déformation, l'élément devient $A'B'$ avec la courbure

$$\frac{1}{r'} = \frac{d\theta + \Delta d\theta}{ds + \Delta ds} \quad (G.2)$$

Les déplacements étant très petits, les angles entre les tangentes à la déformée et les normales aux sections s'écrivent respectivement

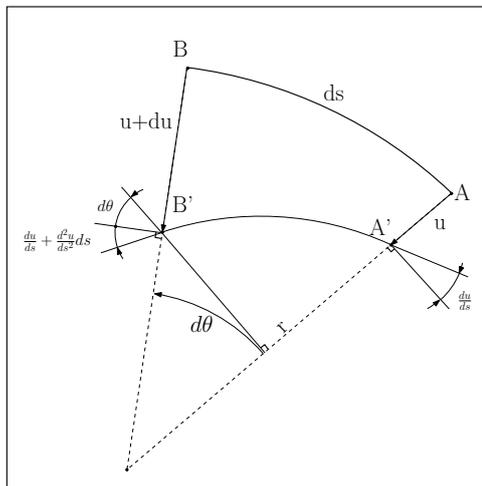
$$\begin{aligned} & \frac{du}{ds} \text{ en } A' \\ & \frac{du}{ds} + \frac{d^2u}{ds^2} ds \text{ en } B' \end{aligned}$$

de sorte que la différence entre ces angles vaut

$$\Delta d\theta = \frac{d^2u}{ds^2} ds \quad (G.3)$$

Pour calculer l'accroissement Δds , on assimile l'élément $A'B'$ à un arc de cercle dont le rayon vaut $r - u$.

$$\Delta ds = A'B' - AB = (r - u)d\theta - rd\theta = -ud\theta = -u \frac{ds}{r} \quad (G.4)$$



En introduisant les relations (G.4) et (G.3), on trouve

$$\frac{1}{r'} = \frac{d\theta + \frac{d^2u}{ds^2} ds}{ds \left[1 - \frac{u}{r}\right]} = \left[\frac{d\theta}{ds} + \frac{d^2u}{ds^2} \right] \frac{1}{1 - \frac{u}{r}} \quad (\text{G.5})$$

Comme $u/r \ll 1$, cette relation devient (développement limité en 0 à l'ordre 1)

$$\frac{1}{r'} = \left[\frac{d\theta}{ds} + \frac{d^2u}{ds^2} \right] \left[1 + \frac{u}{r} \right] = \frac{d\theta}{ds} + \frac{u}{r} \frac{d\theta}{ds} + \frac{d^2u}{ds^2} + \frac{u}{r} \frac{d^2u}{ds^2} \quad (\text{G.6})$$

d'où la relation :

$$\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} = \frac{d\theta}{ds} + \frac{u}{r} \frac{d\theta}{ds} + \frac{d^2u}{ds^2} + \frac{u}{r} \frac{d^2u}{ds^2} - \frac{d\theta}{ds} \quad (\text{G.7})$$

$$= \frac{u}{r^2} + \frac{d^2u}{ds^2} + \frac{u}{r} \frac{d^2u}{ds^2} \quad (\text{G.8})$$

En ne gardant que les termes jusqu'au second ordre, on retrouve l'équation de la variation de courbure d'un anneau :

$$\boxed{\frac{1}{r'} - \frac{1}{r} = \frac{u}{r^2} + \frac{d^2u}{ds^2}} \quad (\text{G.9})$$

Annexe H

Description de l'hypothèse de fluide bloqué

Choked Flow of Gases

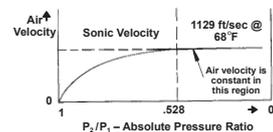
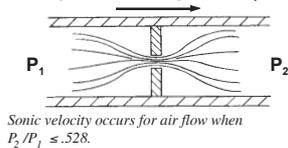
48

TUTORIAL

The Basic Concept

A greatly misunderstood and misapplied notion is that of "choked flow", also referred to as "critical flow".

In gas flow through an orifice there is an occasion where the gas velocity reaches sonic conditions. This occurs for air flow when the absolute pressure ratio is .528, i.e. when the downstream absolute pressure (P_2) is 52.8% of the upstream absolute pressure (P_1).

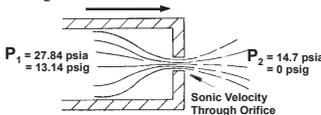


The air flow velocity is limited once the absolute pressure ratio is $\leq .528$.

For air flow through an orifice with an inlet air temperature of 68°F the choked (sonic) velocity is 1129 ft/sec.

The Misconception!

Once sonic velocity is achieved in orifice air flow ($P_2/P_1 = .528$), it is easy to "assume" that the mass flow rate is constant for all pressure ratios less than .528; i.e. $P_2/P_1 \leq .528$. For example, when P_2 is 14.7 psia and P_1 is 27.84 psia, sonic velocity occurs through the orifice. As P_1 further increases there is no further increase in the velocity of the air flowing through the orifice.



Conditions for the onset of sonic velocity in orifice air flow.

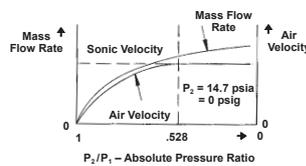
Consider all the Factors!

The mass flow rate through an orifice is a function of three basic parameters.

- Q (flow) is a function of
 - Velocity
 - Density
 - Orifice Area

When the air velocity reaches sonic velocity ($P_2/P_1 \leq .528$) further increases in P_1 (upstream pressure) do not cause any further increase in the air velocity through the orifice. Consequently it is wrongly concluded that the mass flow rate also does not increase.

As the air pressure (P_1) increases, the density of the air also increases; and since the mass flow rate is also a function of density, the mass flow rate increases linearly with pressure (P_1).

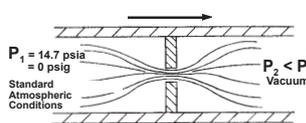


Even though the air velocity through the orifice is limited to the speed of sound, the mass flow rate continues to increase as the absolute pressure (P_1) increases.

What is Choked?

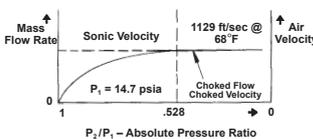
The parameter that becomes "choked" or "limited" is the velocity of the air. It is more accurate to use the term "choked velocity" rather than "choked flow" when the absolute pressure ratio of air through an orifice is $\leq .528$.

Vacuum Conditions



Air at atmospheric pressure enters the orifice and flows to a downstream vacuum pump.

In the case of vacuum conditions on the outlet of an orifice and where the inlet is at ambient atmospheric pressure, both the air velocity and the mass flow rate become choked (limited) when sonic velocity is achieved through the orifice.



For atmospheric inlet pressure and downstream vacuum, both the air velocity and mass flow rate are limited.

The reason for the mass flow rate limitation is the fixed inlet density combined with the fixed velocity. The flow charts on pages 20-22 show the choked mass flow effect for vacuum conditions. At vacuum levels between 15-30" Hg the mass flow rate is fixed.

Choked Flow for Positive Pressure Conditions

As in the case of the above vacuum conditions there are certain situations in which choked flow does occur for positive (above atmospheric) pressure. By maintaining a fixed inlet pressure to the orifice and allowing the outlet pressure (back pressure) to vary, there is a range of outlet pressures over which the mass flow rate is fixed.

For example (see chart below).

- With an inlet pressure of 80 psig, the mass flow rate is choked (limited) for all outlet pressures less than 35.30 psig (including vacuum conditions).
- The actual flow rate is constant for the outlet pressure range of 35.30 psig to as low as a complete vacuum. The flow rate can be obtained from the charts on pages 20-22; e.g. for an orifice of .010" diameter and with 80 psig inlet pressure, the choked flow rate is 8.12 scfh (page 20). This flow rate will be constant for all outlet pressure conditions between 35.30 psig and full vacuum.

Sonic Velocity Conditions – Air Flow			
Inlet Pressure		Outlet Pressure For Sonic Velocity	
Gage Pressure psig	Absolute Pressure psia	Absolute Pressure psia	Gage Pressure psig
100	114.7	≤ 60.56	≤ 45.86
90	104.7	≤ 55.28	≤ 40.58
80	94.7	≤ 50.00	≤ 35.30
70	84.7	≤ 44.72	≤ 30.02
60	74.7	≤ 39.44	≤ 24.74
50	64.7	≤ 34.16	≤ 19.46
40	54.7	≤ 28.88	≤ 14.18
30	44.7	≤ 23.60	≤ 8.90
20	34.7	≤ 18.32	≤ 3.62
15	29.7	≤ 15.68	$\leq .98$
14.7	29.4	≤ 15.52	$\leq .82$
10	24.7	≤ 13.08	≤ -1.62
5	19.7	≤ 10.40	≤ -4.30
1	15.7	≤ 8.29	≤ -6.47
0	14.7	≤ 7.76	≤ -6.94

Temperature 68°F

Annexe I

Caractéristiques des capteurs Kaman

		.5U1	.5U2	1U1	1UEP	2UB1	2S1	2UEP	3U1	4S1
Non-ferrous target		yes	no	yes	*	yes	yes	*	yes	yes
Ferrous target		no	yes	no	yes	*	*	yes	*	yes
Measuring range	mil	20	20	40	40	80	80	80	120	160
	mm	0.05	0.05	1	1	2	2	2	3	4
Offset	mil	2	2	6	6	15	15	25	20	20
	mm	0.05	0.05	0.13	0.13	0.38	0.38	0.63	0.51	0.51
Resolution (\leq mid range)	mil	0.004	0.004	0.004	0.004	0.008	0.008	0.008	0.012	0.016
Static (unity bandwidth)	mm	0.0001	0.0001	0.0001	0.0001	0.0002	0.0002	0.0002	0.0003	0.0004
Nonlinearity ($\pm 0.5\%$ measuring range)	\pm mil	0.1	0.1	0.2	0.2	0.4	0.4	0.4	0.6	0.8
	\pm mm	0.003	0.003	0.005	0.005	0.01	0.01	0.01	0.015	0.02
Factory sensitivity**	mV/mil	100	10	10	10	10	10	10	10	10
Operating temperature	$^{\circ}$ F	-67 $^{\circ}$ TO +220 $^{\circ}$	-67 $^{\circ}$ TO +220 $^{\circ}$	-67 $^{\circ}$ TO +220 $^{\circ}$	-452 $^{\circ}$ TO +400 $^{\circ}$	-67 $^{\circ}$ TO +220 $^{\circ}$	-67 $^{\circ}$ TO +220 $^{\circ}$	-452 $^{\circ}$ TO +400 $^{\circ}$	-67 $^{\circ}$ TO +220 $^{\circ}$	-67 $^{\circ}$ TO +220 $^{\circ}$
Frequency response	Static to 50 kHz (-3dB pt.)									
Thermal sensitivity shift	0.1% FSO/ $^{\circ}$ F without temp. compensation; 0.02% FSO/ $^{\circ}$ F with temp. compensation									

Bibliographie

- [1] ABB. Transducteur de mesure i/p - teip11-ps- instructions de service. Technical report, ABB Automation Products GmbH, 2007.
- [2] Abbott, D. R. Advances in Labyrinth Seal Aeroelastic Instability Prediction and Prevention. *Journal of Engineering for Power*, 103(2) :308–, 1981. ISSN 00220825. doi:[10.1115/1.3230721](https://doi.org/10.1115/1.3230721).
- [3] Alford, J. S. Protection of Labyrinth Seals From Flexural Vibration. *Journal of Engineering for Power*, 86(2) :141, 1964. ISSN 00220825. doi:[10.1115/1.3677564](https://doi.org/10.1115/1.3677564).
- [4] Alford, J. S. Protecting Turbomachinery From Unstable and Oscillatory Flows. *Journal for Engineering for Power*, 89(4) :513–527, 1965. doi:[10.1115/1.3616719](https://doi.org/10.1115/1.3616719).
- [5] Alford, J. S. Labyrinth Seal Designs Have Benefitted from Development and Service Experience. February 1971. doi:[10.4271/710435](https://doi.org/10.4271/710435).
- [6] Alford, J. S. Nature, causes, and prevention of labyrinth air seal failures. *Journal of Aircraft*, 12(4) :313–318, Apr. 1975. ISSN 0021-8669. doi:[10.2514/3.44449](https://doi.org/10.2514/3.44449).
- [7] Ancey, C. *Notes de cours Mécanique des fluides - Une introduction à l'hydraulique pour les ingénieurs civils*. Laboratoire Hydraulique Environnementale - Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, May 2013.
- [8] Antunes, J. Dynamics of Rotors Immersed in Eccentric Annular Flow. Part 1 : Theory - 1. *Journal of Fluids and Structures*, 10(8) :893–918, 1996. doi:[doi :10.1006/jfls.1996.0058](https://doi.org/10.1006/jfls.1996.0058).
- [9] Arghir, M. and Frêne, J. Rotordynamic Coefficients of Circumferentially-Grooved Liquid Seals Using the Averaged Navier-Stokes Equations. *Journal of Tribology*, 119(3) :556, July 1997. ISSN 07424787. doi:[10.1115/1.2833537](https://doi.org/10.1115/1.2833537).
- [10] Arghir, M. and Frêne, J. Forces and moments due to misalignment vibrations in annular liquid seals using the averaged navier-stokes equations. *ASME. J. Tribol.*, 119(2) :279–287, 1997. doi:[10.1115/1.2833194](https://doi.org/10.1115/1.2833194).
- [11] Arghir, M. and Frêne, J. Analysis of a Test Case for Annular Seal Flows. *Journal of Tribology*, 119(3) :408, July 1997. ISSN 07424787. doi:[10.1115/1.2833504](https://doi.org/10.1115/1.2833504).
- [12] Arghir, M. and Frêne, J. A quasi 2d method for the rotordynamic analysis of centered labyrinth liquid seals. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 121(1) :144–152, janvier 1999. doi:[10.1115/1.2816302](https://doi.org/10.1115/1.2816302).

- [13] Arghir, M. and Frêne, J. Bulk-flow analysis of static and dynamic characteristics of eccentric circumferentially-grooved liquid annular seals. *Journal of Tribology*, 126(2) :316–325, 2004. doi:[10.1115/1.1611499](https://doi.org/10.1115/1.1611499).
- [14] Arghir, M., Billy, F., Pineau, G., Frêne, J., and Texier, A. Theoretical Analysis of Textured “Damper” Annular Seals. pages 343–354, 2006. doi:[10.1115/IJTC2006-12060](https://doi.org/10.1115/IJTC2006-12060).
- [15] Arghir, M., Cyril, D., and Jean, F. The Lomakin Effect in Annular Gas Seals Under Choked Flow Conditions. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 129(4) :1028–1034, Jan. 2006. doi:[10.1115/GT2006-91151](https://doi.org/10.1115/GT2006-91151).
- [16] Arghir, M., Nguyen, M.-H., Tonon, D., and Dehouve, J. Analytic modeling of floating ring annular seals. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 134(5), May 2012. doi:[10.1115/1.4004728](https://doi.org/10.1115/1.4004728).
- [17] Armstrong 1967. discussion. *dada*, 1989.
- [18] Benckert and H Wachter, J. Investigations on the mass flow and the flow induced forces in contactless seals of turbomachines. *Proceedings of the Sixth Conference on Fluid Machinery, Scientific Society of Mechanical Engineers, Akadémiaki Kikado, Budapest*, pages 57–66, 1979.
- [19] Benckert, H. *Stromungsbedingte Federkennwerte in Labyrinthdichtungen*. PhD thesis, University of Stuttgart, 1980.
- [20] Benckert, H. and Wachter, J. Studies on vibrations stimulated by lateral forces in sealing gaps. *Seal Technology in Gas-Turbine Engines, AGARD Conference Proceeding, London*, (237) :9.1–9.11, 1978.
- [21] Benckert, H. and Wachter, J. Flow induced spring constants of labyrinth seals. *ImechE Proceedings of the Second International Conference, Vibration Rotating Machinery, Cambridge, England*, pages 53–63, 1980.
- [22] Benckert, H. and Wachter, J. Flow induced spring coefficients of labyrinth seals for applications in rotordynamic. *NASA CP 2133 Proceedings of a workshop held at Texas AM University*, pages 189–212, 12-14 May 1980.
- [23] Bigret, R. *Stabilité des machines tournantes et des systèmes*. CETIM, 1997.
- [24] Black, H. . F. Effects of hydraulic forces in annular pressure seals on the vibrations of centrifugal pump rotors. *Journal of Mechanical Engineering Science*, 11(2) :206–213, avril 1969. doi:[10.1243/JMES_JOUR_1969_011_025_02](https://doi.org/10.1243/JMES_JOUR_1969_011_025_02).
- [25] Black, H. F. Effects of Fluid Filled Clearance Spaces on Centrifugal Pump and Submerged Motor Vibrations. *TAMU Turbo Show*, 1979.
- [26] Black, H. F. and Jensen, D. Dynamic Hybrid Bearing Characteristics of Annular Controlled Leakage Seals. *SAGE Journals*, 184(14) :92–100, 1969. doi:[10.1243/PIME_CONF_1969_184_427_02](https://doi.org/10.1243/PIME_CONF_1969_184_427_02).
- [27] Blasius, H. Forschungsarbeiten auf dem gebiete des ingenieusersens. *Journal of Lubrication Technology*, page 131, 1913.

- [28] Brun, J. M. *Mécanique des fluides*. Aug. 2008.
- [29] Callot, S. *Analyse des mécaniques macroscopiques produits par les interactions rotor/stator dans les turbomachines*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, 2002.
- [30] Candel, S. *Mécanique des fluides - Cours*. May 2001.
- [31] Carta, F. *Aeroelasticity and Unsteady Aerodynamics*, pages 383–523. AIAA Education series, doi :10.2514/5.9781600861499.0383.0523, 1989. doi:[10.2514/5.9781600861499.0383.0523](https://doi.org/10.2514/5.9781600861499.0383.0523).
- [32] Chen, Z., Jing, Y., and Sun, Y. On the analysis of labyrinth seal flow induced vibration by oscillating fluid mechanics method. *Journal of Thermal Science*, 3(4) :236–242, 1994. ISSN 1993-033X. doi:[10.1007/BF02653133](https://doi.org/10.1007/BF02653133).
- [33] Childs, D. An Iwatsubo-Based Solution for Labyrinth Seals : Comparison to Experimental Results. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 108(2) :325–331, 1986. doi:[10.1115/1.3239907](https://doi.org/10.1115/1.3239907).
- [34] Chung-Wah, N. and C. H. T, P. A Linearized Turbulent Lubrication Theory. *Journal of Basic Engineering*, 87(3) :675–682, 1965. doi:[10.1115/1.3650640](https://doi.org/10.1115/1.3650640).
- [35] Coghlan, R. P., Green, J. S., and Baron, A. K. Mechanical damping analysis of a vibrating labyrinth seal structure with frictional contact. *ASME Proceedings Turbo Expo*, 6 :949–957, 2010. doi:[10.1115/GT2010-22786](https://doi.org/10.1115/GT2010-22786).
- [36] Colebrook, C. Turbulent flow in pipes with particular reference to the transition region between the smooth and rough pipe laws. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Civil Engineering*, 11 :133–156, 1939.
- [37] Dairien, A. Étude d'un stator flexible couplé à un joint labyrinthe. In CSMA, 2015.
- [38] D.Childs. *Turbomachinery Rotordynamics - Phenomena Modeling and analysis*. 1993.
- [39] Demailly, D. *Etude du comportement non-linéaire dans le domaine fréquentiel - Application à la dynamique rotor*. Theses, Ecole Centrale de Lyon, <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00587168>, Jan 2003.
- [40] di Mare, L., Imregun, M., Green, J. S., and Sayma, A. I. A Numerical Study of Labyrinth Seal Flutter. *Journal of Tribology*, 132(2), avril 2010. doi:[10.1115/1.3204774](https://doi.org/10.1115/1.3204774).
- [41] Dodge, D. W. and Metzner, A. B. Turbulent flow of non-newtonian systems - Dodge - 2004 - AIChE Journal - Wiley Online Library. *AIChE J.*, 5(2) :189–204, 1959. doi:[10.1002/aic.690050214](https://doi.org/10.1002/aic.690050214).
- [42] Dursun, E. Rotordynamic coefficients in stepped labyrinth seals. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 191(29-30) :3127–3135, 2002. doi:[10.1016/S0045-7825\(02\)00238-4](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(02)00238-4).
- [43] Dursun, E. and Jacob, Y. K. Air Flow in Cavities of Labyrinth Seals. *International Journal of Engineering Science*, 33(15) :2309–2326, 1995. doi:[10.1016/0020-7225\(95\)00072-6](https://doi.org/10.1016/0020-7225(95)00072-6).
- [44] Ehrich, F. Aeroelastic Instability in Labyrinth Seals. *Journal for Engineering for Power*, 89 (4) :369–374, 1968. doi:[10.1115/1.3609221](https://doi.org/10.1115/1.3609221).

- [45] Ehrich, F. F. Shaft whirl induced by rotor internal damping. *Journal of Applied Mechanics*, pages 279–282, 1964.
- [46] Ehrich, F. F. and O'Connor, J. J. Stator Whirl With Rotors in Bearing Clearance. *Journal of Engineering for Industry*, 89(3) :381, Aug. 1967. ISSN 00220817. doi:[10.1115/1.3610057](https://doi.org/10.1115/1.3610057).
- [47] El-Aini, Y. and al. Damping device for a stationary labyrinth seal, 2010. United States Patent.
- [48] Elrod, H. and Al. A Theory for Turbulent Fluid Films and Its Application to Bearings. *Journal of Lubrication Technology*, 89(3) :346–362, 1967. doi:[10.1115/1.3616989](https://doi.org/10.1115/1.3616989).
- [49] et D. T. Mook, H. N. *Nonlinear Oscillations*. Wiley, 1979.
- [50] F. Frey, M. S. *Analyse des structures et milieux continus*, volume 5. Presses polytechniques et universitaires romandes, CH-1015 Lausanne, 2003.
- [51] F. Tisseur, K. M. The quadratic eigenvalue problem. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, 43(2) :235–286, 2001.
- [52] Faisandier, . J. *Mécanismes hydrauliques et pneumatiques*. 2006.
- [53] Farge, M. *Evolution des théories de la turbulence développée*. LMD-CNRS, Ecole Normale Supérieure 24, rue Lhomond 75231. Paris Cedex 5.
- [54] G. SCHUCK, R. N. Investigation of self-excited vibrations in flexible labyrinth seals due to instationary pressure fields. *Sixth International Conference on Rotor Dynamics, Sidney Australia*, October 2002.
- [55] G. SCHUCK, R. N. Influence of structural parameters and flow conditions on the dynamic behaviour of flexible labyrinth seals. *Sixth International Conference on Rotor Dynamics, Sidney Australia*, October 2002.
- [56] Gerald L. Morrison, R. B. W., H. Davis Thames, III Gerald L. Morrison, R. B. W., and H. Davis Thames, I. Phase averaged wall shear stress, wall pressure and near wall velocity field measurements in a whirling annular seal. *ASME International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition*, Volume 118(3) :590–597, Mar 01, 1996.
- [57] Hall, R. M. Modelling of rotor/stator interaction dynamics for design of high performance rotating machines. *Rolls Royce*, 1997.
- [58] Hirano, T., G. Z. and Kirk, R. Application of cfd analysis for rotating machinery part 2 : Labyrinth seal analysis. *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 127(4) : 820–826, 2005. doi:[10.1115/1.808426](https://doi.org/10.1115/1.808426).
- [59] Hirs, G. A Bulk-Flow Theory for Turbulence in Lubricant Films. *Journal of Lubrication Technology*, 95(2) :137–145, 1973. doi:[10.1115/1.3451752](https://doi.org/10.1115/1.3451752).
- [60] HUBERT, D. Transmission de puissance pneumatique - composants. *Technique de l'ingénieur — Mécanique — Fonctions et composants mécaniques*, BM6111 V1, 2008.
- [61] Iwatsubo, T. Evaluation of instability forces of labyrinth seals in turbines or compressors. *NASA CP 2250 Proceeding of a workshop at Texas A & M University entitled Rotordynamic Instability Problems in High Performance Turbomachinery*, pages 205–222, 1980.

- [62] J., W. and H., B. Querkrafte aus spaltdichtungen-eine mogliche ursache fur die laufunruhe von turbomaschinen. *Atomkernenergie*, 32(4) :239–246, 1978.
- [63] Kernilis, A. and Nguyen-Duc, J. Stabilité d'un joint labyrinthe de turbine de type TPH Vulcain. Technical report.
- [64] KERNILIS, A. and NGUYEN-DUC, J. Stabilité d'un joint labyrinthe de turbine de type tph vulcain. Technical report, Safran SNECMA, 2012.
- [65] Kostyuk, A. G. A theoretical analysis of the aerodynamic forces in the labyrinth glands of turbomachines. *Teploenergetica*, 19(11), 1972.
- [66] Kurohashi, M., Inoue, Y., Abe, T., and Fujikawa, T. Spring and damping coefficients of the labyrinth seals. *Proceedings of the Second International Conference on Vibrations in Rotating Machinery - Institution of Mechanical Engineers*, pages 215–222, 1980.
- [67] Laxalde, D. *Etude d'amortisseurs non linéaires appliquées aux roues aubagées et aux systèmes multi-étages*. PhD thesis, Ecole doctorale de mécanique de Lyon, 2007.
- [68] Laxalde, D., Thouverez, F., and Sinou, J.-J. Dynamics of a linear oscillator connected to a small strongly non-linear hysteretic absorber. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 41(8) :969–978, 2006. doi:[doi :10.1016/j.ijnonlinmec.2006.09.002](https://doi.org/10.1016/j.ijnonlinmec.2006.09.002).
- [69] Legrand, M. *Modèle de prédiction de l'interaction rotor/stator dans un moteur d'avion*. PhD thesis, École Centrale de Nantes, 2006.
- [70] Lesueur, C. *Rayonnement acoustique des structures*. Eyrolles, 1988.
- [71] Lewis D.A., Platt C.E., S. E. Aeroelastic Instabilities in F100 Labyrinth Air Seals. *J.Aircraft*, 16(7) :484–490, July 1979.
- [72] Lucas, V., Danaïla, S., Bonneau, O., and Frêne, J. Roughness Influence on Turbulent Flow Through Annular Seals. *Journal of Tribology*, 116(2) :321, Apr. 1994. ISSN 07424787. doi:[10.1115/1.2927219](https://doi.org/10.1115/1.2927219).
- [73] Lucas, V., Bonneau, O., and Frêne, J. Roughness Influence on Turbulent Flow Through Annular Seals Including Inertia Effects. *Journal of Tribology*, 118(1) :175, Jan. 1996. ISSN 07424787. doi:[10.1115/1.2837075](https://doi.org/10.1115/1.2837075).
- [74] Ludwig. Gas path sealing in turbine engines. Technical report, NASA, 1978.
- [75] Malvano, R., Vatta, F., and Vigliani, A. Rotordynamic Coefficients for Labyrinth Gas Seals : Single Control Volume Model. *Meccanica*, 36(6) :731–744, 2001.
- [76] Massat, J.-P. Comportement dynamique des joints labyrinthes et influence sur la stabilité des rotors. Master's thesis, ECL - UCBL -INSA, 2003.
- [77] Metzner, A. and Graham Park, M. Turbulent flow characteristics of viscoelastic fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, 20(2), 1964.
- [78] Moore, J. J. Three-dimensional cfd rotordynamic analysis of gas labyrinth seals. *Journal of Vibration and Acoustics*, 125(4) :427–433, 10 2003.

- [79] Moreira, B. Conception d'un module d'essai d'écoulement dans un joint labyrinthe pour l'analyse de stabilité. Master's thesis, ECL, 2013.
- [80] Moreira, B. Mémoire des calculs effectués sur le banc minotaure entre avril et juillet 2014 effectués entre avril et juillet - 2014 - banc minotaure*. 2014.
- [81] Moreira, B. Procédés de montage du banc d'essais minotaure - v2. 2014.
- [82] Morrison, G. L., Jr., R. E. D., and III, H. D. T. Experimental study of the flow field inside a whirling annular seal. *Tribology Transactions*, 37(2) :425–429, 1994. doi:[10.1080/10402009408983313](https://doi.org/10.1080/10402009408983313).
- [83] MTU. Brush seals.
- [84] Nelson, C. Analysis for leakage and rotordynamic coefficients of surface-roughened tapered annular gas seal. *Journal of Engineering for gas turbines and power*, 106(927-934), 1984.
- [85] Nelson, C. C. Rotordynamic coefficients for compressible flow in tapered annular seals (English). *J. tribol.*, 107(3) :318–325, 1985. ISSN 07424787.
- [86] Neumann, K. and al. Zur frage der verwendung von durchblickdichtungen im dampfturbinenbau. *Maschinenbautechnik*, 13(4) :188–195, 1964.
- [87] Papaevangelou, G., Evangelides, C., and Tzimopoulos, C. A New Explicit Relation For Friction Coefficient F in the Darcy-Weibach Equation. 2010.
- [88] Parkinson, A. Rotordynamics prediction in engineering. *Journal of Sound and Vibration*, 147(3) :547–548, June 1991. ISSN 0022-460X. doi:[10.1016/0022-460X\(91\)90506-F](https://doi.org/10.1016/0022-460X(91)90506-F).
- [89] Pavelev, V. Aerodynamic analysis of gas injectors for turbomachinery testing with helicoidal flow. *École Centrale de Lyon*, 2016.
- [90] Payer, F. *Prédiction et analyse du phénomène de réponse forcée : application à un cas de compresseur haute pression*. PhD thesis, École Centrale de Lyon, Décembre 2014.
- [91] Perkins, N. and Mote, C. Comments on curve veering in eigenvalue problems. *Journal of Sound and Vibration*, 106(3) :451 – 463, 1986. ISSN 0022-460X. doi:[https://doi.org/10.1016/0022-460X\(86\)90191-4](https://doi.org/10.1016/0022-460X(86)90191-4).
- [92] Phibel, R., di Mare, L., Green, J. S., and Imregun, M. Numerical Investigation of Labyrinth Seal Aeroelastic Stability. pages 573–583, Jan. 2009. doi:[10.1115/GT2009-60017](https://doi.org/10.1115/GT2009-60017).
- [93] Qingyuan, Z. *Parametric Study on the Aeroelastic Stability of Rotor Seals*. PhD thesis, Stockholm, Sweden, 2012.
- [94] Rhode, D. L., H. S. J. and Guidry, M. J. Labyrinth seal rotordynamic forces using a three-dimensional navier-stokes code. *Journal of Tribology*, 114(4) :683–689, 1992.
- [95] Rieutord, E. *Écoulement de Fluides Visqueux - Turbulence - Couche Limite*. Insa de Lyon, 1985.
- [96] R.N. Arnold, G. B. W. The flexural vibrations of thin cylinders. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 167(1) :62–80, 1953. doi:[10.1243/PIME_1953_167_014_02](https://doi.org/10.1243/PIME_1953_167_014_02).

- [97] ROSEN, M. C. Report uva/643092/mae86/346. *Univ. of Virginia*, 1986.
- [98] Rostadyn. Modelling of rotor/stator interaction dynamics. Technical report, Rolls-Royce, Parsons Power Generation Systems, Turbomeca, Volvo Aero Corporation, Imperial College, Univ. of Kaiserslautern/Technische Hochschule Darmstadt, ETH, Univ. of Pierre and Marie Curie, 1993-1997.
- [99] Saba, D., Forte, P., and Vannini, G. Review and Upgrade of a Bulk Flow Model for the Analysis of Honeycomb Gas Seals Based on New High Pressure Experimental Data. *Pregled in nadgradnja modela kompresijskega pretoka pri analizi plinskih satnih tesnil na podlagi visokotlačnega eksperimenta.*, 60(5) :321–330, May 2014. ISSN 00392480.
- [100] Sayma, A. I., B. C. V. M. and Imregun, M. Aeroelasticity analysis of air-riding seals for aero-engine applications. *Journal of Tribology*, 124(3) :607–616, 2002. doi:[10.1115/1.1467086](https://doi.org/10.1115/1.1467086).
- [101] Sigonnez, P. Choix d'un débitmètre. *Techniques de l'Ingénieur*, R2200 V4, 2006.
- [102] Sigrist, J. Méthodes numériques de calculs couplés fluide/structure - cas du fluide s'écoulant : introduction. *Technique de l'ingénieur*, 2011.
- [103] Srinivasan, A. V., Arnoldi, R. A., and Dennis, A. J. Aeroelastic Instabilities in Labyrinth Air Seal Systems. *ASME Proceedings*, June 1984. doi:[10.1115/84-GT-169](https://doi.org/10.1115/84-GT-169).
- [104] SRITI, M. *Comportement statique et dynamique des joints labyrinthes*. PhD thesis, 1994.
- [105] Stolarski, T. Turbomachinery rotordynamics. *Tribology International*, 28(4) :262–263, June 1995. ISSN 0301-679X. doi:[10.1016/0301-679X\(95\)90034-P](https://doi.org/10.1016/0301-679X(95)90034-P).
- [106] Suryanarayanan, S. *Labyrinth Seal Leakage Equation*. PhD thesis, 2009.
- [107] Timoshenko, S. and al. *Vibration Problems in Engineering*. John Wiley and Sons, 1993.
- [108] Vance, J. *Rotordynamics of Turbomachinery*. John Wiley and Sons, 1988.
- [109] Yucel, U. *Leakage and swirl velocities in labyrinth seals*. PhD thesis, Lehigh University, August 1996.
- [110] Yucel, U. Calculation of leakage and dynamic coefficients of stepped labyrinth gas seals. *Elsevier Applied Mathematics and Computation*, 152 :521–533, 2003.
- [111] Zirkelback, N. and Andrés, L. S. Bulk-Flow Model for the Transition to Turbulence Regime in Annular Seals. *STLE Tribology Transactions*, 39(4) :835–842, 1996. doi:[10.1080/10402009608983602](https://doi.org/10.1080/10402009608983602).

