



Caractérisation et identification non-paramétrique des non-linéarités de suspensions de haut-parleurs

Balbine Maillou

► To cite this version:

Balbine Maillou. Caractérisation et identification non-paramétrique des non-linéarités de suspensions de haut-parleurs. Acoustique [physics.class-ph]. Université du Maine, 2015. Français. NNT : 2015LEMA1028 . tel-03159167

HAL Id: tel-03159167

<https://theses.hal.science/tel-03159167>

Submitted on 4 Mar 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de Doctorat

Balbine MAILLOU

Mémoire présenté en vue de l'obtention du
grade de Docteur de l'Université du Maine
sous le label de L'Université Nantes Angers Le Mans

École doctorale : SPIGA

Discipline : 60

Spécialité : Acoustique

Unité de recherche : Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine – UMR CNRS 6613

Soutenue le 24 mars 2015

Caractérisation et identification non-paramétrique des non-linéarités de suspensions de haut-parleurs

JURY

Rapporteurs : **Philippe HERZOG**, Directeur de Recherche, LMA, Marseille
Martial ROUSSEAU, Docteur « Head of Research », B&W, Brighton

Examineurs : **Finn AGERKVIST**, Maître de Conférences, DTU, Lyngby
Marc RÉBILLAT, Maître de Conférences, Arts et Métiers ParisTech, Paris

Invités : **Jean-Michel GÉNEVAUX**, Professeur, LAUM, Le Mans
Antonin NOVAK, Docteur, LAUM, Le Mans

Directeur de Thèse : **Pierrick LOTTON**, Directeur de Recherche, LAUM, Le Mans

Co-directeur de Thèse : **Laurent SIMON**, Professeur, LAUM, Le Mans

Université du Maine, Académie de Nantes
École Doctorale : Sciences Pour l'Ingénieur, Géosciences, Architecture

Thèse de doctorat
Spécialité : Acoustique

CARACTÉRISATION ET IDENTIFICATION NON-PARAMÉTRIQUE DES NON-LINÉARITÉS DE SUSPENSIONS DE HAUT-PARLEURS

Balbine MAILLOU

Soutenue le 24 mars 2015 devant le jury composé de :

Philippe HERZOG	Directeur de Recherche, LMA, Marseille	Rapporteur
Martial ROUSSEAU	Docteur «Head of Research», B&W, Brighton	Rapporteur
Finn AGERKVIST	Maitre de Conférences, DTU, Lyngby	Examineur
Marc RÉBILLAT	Maitre de Conférences, Arts et Métiers ParisTech, Paris	Examineur
Jean-Michel GÉNEVAUX	Professeur, LAUM, Le Mans	Invité
Antonin NOVAK	Docteur, LAUM, Le Mans	Invité
Pierrick LOTTON	Directeur de Recherche , LAUM, Le Mans	Directeur de thèse
Laurent SIMON	Professeur, LAUM, Le Mans	Directeur de thèse

RÉSUMÉ

Ce travail de thèse porte sur le comportement mécanique en basses fréquences de l'équipage mobile du haut-parleur électrodynamique, et plus spécifiquement sur le comportement de ses suspensions. Les propriétés des suspensions sont difficiles à identifier du fait de l'assemblage géométrique mis en œuvre et du fait des matériaux employés, à l'origine de comportements viscoélastiques non-linéaires. En régime linéaire, le modèle de Thiele et Small permet une bonne description du comportement du haut-parleur, l'équipage mobile étant modélisé par un système masse-ressort-amortissement linéaire. En régime non-linéaire, ce modèle n'est plus suffisant et la démarche adoptée est celle de l'identification de systèmes non-linéaires, outil d'aide à la modélisation analytique. Un modèle sans a priori physique est choisi : le modèle «Hammerstein Généralisé». Son identification requiert l'acquisition de signaux expérimentaux. Un banc de mesure a donc été élaboré et permet de caractériser l'équipage mobile découplé du moteur magnétique, lorsqu'il est soumis à un déplacement axial de grande amplitude et imposé par un pot vibrant. Le pot vibrant étant lui-même non-linéaire, une nouvelle méthode d'identification du modèle «Hammerstein Généralisé» a été développée, adaptée à la configuration de systèmes non-linéaires en série. Enfin, les paramètres d'un modèle dit de « Thiele et Small étendu » sont déduits à partir des paramètres du modèle « Hammerstein Généralisé » et permettent de mettre en évidence l'évolution de la raideur et de l'amortissement avec la fréquence d'excitation et le déplacement de la membrane, ainsi que la dépendance des phénomènes observés avec le niveau d'excitation.

REMERCIEMENTS

Merci à vous Pierrick Lotton et Laurent Simon, mes directeurs de thèse, pour la direction scientifique de mon travail, de vous être toujours rendus disponibles pour moi et pour vos encouragements. Merci de m'avoir fait confiance dès le début et tout au long de ces années de non-linéarités. Guidée par votre recul scientifique, j'ai pu avancer et vous m'avez donné le goût pour la recherche.

Merci Antonin Novak d'avoir co-encadré mon travail, pour tout le temps que tu m'as accordé, que ce soit pour m'aider à me familiariser avec tes méthodes expérimentales ou pour m'aider à comprendre les aspects théoriques. Je suis admirative de tes raisonnements, de ton art à aborder simplement des notions complexes, et je te souhaite une longue vie scientifique prolifique.

Merci à vous 3 pour votre implication, pour votre bonne humeur et votre humour qui a toujours pris part aux discussions scientifiques, ainsi que pour les moments de convivialité hors du laboratoire. Je suis honorée d'avoir été à vos côtés et fière du travail accompli ensemble.

Merci Philippe Herzog et Martial Rousseau d'avoir accepté de rapporter mon manuscrit de thèse. Chaque discussion que j'ai pu avoir avec vous au cours de mon doctorat a enrichi mon travail de manière considérable. Merci Finn Agerkvist et Marc Rébillat d'avoir accepté de l'examiner.

Merci Joël Gilbert, directeur du Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, de m'avoir accueillie au sein du laboratoire, d'avoir cultivé un environnement de travail bienveillant, notamment pour les doctorants, et pour tes encouragements.

Merci Jean-Michel Génevaux pour ton aiguillage décisif préliminaire à la mise en place expérimentale. Merci aux membres du laboratoire sans qui cette mise en place n'aurait pu être envisagée : James Blondeau, Julien Nicolas, Hervé Mézières et Eric Egon. Un grand merci Mathieu Sécail-Géraud pour ton accueil dans les locaux de l'ENSIM où j'ai réalisé les expériences, pour ton expertise et ton accompagnement si précieux dans la mise en place expérimentale.

Durant ces années passées au LAUM, j'ai eu le plaisir de participer aux enseignements de la filière acoustique de la Faculté des Sciences du Mans. Pour votre partage d'expérience, de documents et votre bienveillance, merci aux enseignants-chercheurs Frédéric Ablitzer, André Almeida, Christophe Ayraud, Aroune Duclos, Bruno Gazengel, Bertrand Lihoreau, Manuel Melon, Guillaume Pénélet, Catherine Potel. Tout particulièrement merci à Laurent Simon, Olivier Dazel et Bruno Brouard de m'avoir aidé à dégager un maximum de temps en parallèle des enseignements pour finaliser ma thèse. Merci Olivier Dazel pour ta disponibilité, tes encouragements et ton investissement en tant que responsable pédagogique lorsque j'étais étudiante en Master. Vous m'avez donné le goût pour l'enseignement.

Je remercie tous les membres du LAUM, chercheurs, doctorants et administratifs pour la bonne ambiance de travail et le bain de culture scientifique, musicale et même sportive avec le

foot du vendredi. Je remercie les différentes générations de doctorants pour l'esprit d'entraide et les bons moments : Flavio Bannwart, Jean-Baptiste Doc, Matthieu Guedra, Miguel Mole-ron, Benjamin Elie, Mehran Erza, Baptiste Bergeot, Clément Lagarrigue, Damien Lecoq, Alexey Podkovskiy, Thibaut Devaux, Alberto Munoz, Lei Xiong, Côme Olivier, Julien Poittevin, Thibault Wassereau, Florian Allein, Cédric Faure, Charly Faure.

À mes collègues doctorants et surtout amis, Vivien Denis, Margaux Regniez, Hélène Pichard et Laurianne Barguet : Merci Vivien pour ta présence et ton amitié durant ces années de thèse, tu étais presque seul homme doctorant dans notre promotion féminine. Je suis heureuse d'avoir fait partie de cette génération de doctorantes et j'espère qu'il y en aura d'autres. Merci Margaux pour ta présence et ton écoute. Merci Hélène pour ton amitié, pour tous ces bons moments passés ensemble. Merci Laurianne pour ton soutien matériel et immatériel à toute épreuve, à la ville comme au labo, durant ces années de doctorat et en particulier ces derniers mois, je t'en suis extrêmement reconnaissante. C'est une riche expérience que je suis heureuse d'avoir partagé avec vous.

Merci mes chers parents, pour tout ce que vous faites pour moi, pour votre soutien logistique inconditionnel. Votre différence est un trésor. Merci ma sœur, Perline, pour ton soutien malgré la distance. Merci ma chère grand-mère Christiane pour l'attention particulière que tu portes à mes études et de m'avoir transmis le goût de l'effort.

Merci Louis pour ces années de thèse main dans la main malgré la distance. Cette expérience n'aurait pas eu la même saveur sans les trajets à Grenoble. Je te remercie pour ton soutien inconditionnel depuis le début, pour ton aide scientifique au long cours et pratique ces derniers mois, pour le bonheur d'avoir vécu cette aventure à tes côtés.

Merci à toutes et tous.

TABLE DES MATIÈRES

Résumé	i
Remerciements	iii
Introduction	1
1 Non-linéarités dues aux suspensions	3
1.1 Introduction	3
1.2 Fonctionnement “idéal” et modélisation linéaire du comportement du haut-parleur	4
1.2.1 Moteur magnétique	4
1.2.2 Équipage mobile	5
1.2.3 Modèle de Thiele et Small complet	6
1.2.4 Pertes par effet Joule et rendement	7
1.3 Fonctionnement réel de l’équipage mobile et modélisation	8
1.3.1 Influence des éléments mécaniques sur le fonctionnement réel du haut-parleur	8
1.3.2 Comportement non-linéaire	12
1.3.3 Influence sur le rendu sonore	15
1.3.4 Modélisation du comportement de l’équipage mobile d’un haut-parleur . . .	16
1.4 Méthodes d’identification de systèmes non-linéaires appliquées au comportement d’un haut-parleur	17
1.4.1 Méthodes paramétriques	18
1.4.2 Méthodes non-paramétriques	19
1.4.3 «Hammerstein Généralisé» pour l’identification de systèmes acoustiques . .	21
1.5 En guise de conclusion	22
2 Identification de systèmes non-linéaires en série	23
2.1 Note liminaire	23
2.2 Introduction	23
2.3 method	25
2.4 Validation on an Acoustic Waveguide	26
2.4.1 Experimental set up description	26
2.4.2 Estimation of Higher Harmonic Frequency Responses	27
2.4.3 Generalized Hammerstein Model and Burgers’ Theory	29
2.5 Conclusion	32
3 Caractérisation expérimentale des suspensions de haut-parleurs	33
3.1 Introduction	33
3.2 Banc expérimental instrumenté	34
3.2.1 Présentation générale	34

3.2.2	Chaîne d'excitation mécanique	37
3.2.3	Chaîne de mesure	40
3.3	Traitement des signaux issus des capteurs	42
3.3.1	Débruitage des signaux	42
3.3.2	Intégration et dérivation	44
3.3.3	Représentations des résultats expérimentaux	45
3.4	Difficultés expérimentales liées au banc	47
3.5	Conclusion : Synthèse des contraintes expérimentales	51
4	Identification «Hammerstein Généralisé»	53
4.1	Introduction	53
4.2	Relation entre modèle «Hammerstein Généralisé» et modèle «Thiele & Small étendu»	54
4.2.1	Expression fréquentielle du modèle «Hammerstein Généralisé»	54
4.2.2	Expression fréquentielle du modèle «Thiele et Small étendu»	55
4.2.3	Analogie entre modèle «Hammerstein Généralisé» et modèle «Thiele et Small étendu»	57
4.3	Identification du comportement de l'équipage mobile	57
4.3.1	Estimation des filtres $G_n(f)$ du modèle «Hammerstein Généralisé»	58
4.3.2	Synthèse à partir des filtres $G_n(f)$ estimés	62
4.3.3	Choix de l'ordre N et du nombre d'harmoniques L	62
4.3.4	Comparaison des filtres $G_n(f)$ estimés pour différentes valeurs de $x_{\max}$	68
4.4	Caractérisation mécanique du haut-parleur <i>Visaton Sc8n</i>	70
4.4.1	Réponses fréquentielles non-linéaires en raideur et en amortissement	70
4.4.2	Coefficients polynomiaux k_n et r_n	73
4.4.3	Sensibilité des polynômes $k\{x\}$ et $r\{x\}$ aux hypothèses sur k_n et r_n	80
4.5	Conclusion	83
	Conclusion	87
	Annexes	91
A	Ajustement de la position au repos de l'équipage mobile	93
A.1	Mise en place de l'équipage mobile	93
A.2	Optimisation de la position au repos de l'équipage mobile	94
A.2.1	Mesures électriques préliminaires sur un haut-parleur entier	94
A.2.2	Interprétation des tracés force-déplacement et position d'équilibre statique	96
B	Analogie électrique du montage expérimental	97
B.1	Analogie électromécanique	97
B.2	Expression des grandeurs mesurées par la tête d'impédance	98
C	Calibration des capteurs	103
D	Tests de validation	105
D.1	Influence du mode de fixation du pot vibrant	105
D.2	Influence de la tige de poussée	106
D.3	Influence du mouvement du portique	107
D.4	Influence d'un défaut d'alignement	108
D.5	Influence des résonances du pied du pot vibrant	109
D.6	Influence de la température	110

E	Comparaison des résultats «haut-parleur entier» et «équipage mobile isolé»	113
F	Detailed procedure	115
G	Burgers' equation for traveling plane waves	117
H	Lien analytique entre les paramètres $k\{x(t)\}$, $r\{x(t)\}$ et $K_n(f)$, $R_n(f)$	119
I	Fréquences mesurées et identification	125
J	Filtres $G_n(f)$ estimés : cas du haut-parleur <i>Visaton Sc8n</i>	127
K	Fonctions $K_n(f)$ et $R_n(f)$ estimées : cas du haut-parleur <i>Visaton Sc8n</i>	131
L	Polynômes $r\{x\}$	135
	L.1 Polynômes $r\{x\}$ présentés à la Fig. 4.29(b)	135
	L.2 Polynômes $r\{x\}$ présentés à la Fig. 4.31(b)	136
M	Présentation des résultats pour le haut-parleur <i>Celestion Super 8</i>	137
	M.1 Choix de l'ordre N du modèle «Hammerstein Généralisé»	137
	M.2 Comparaison des filtres $G_1(f)$ estimés pour différentes valeurs de $x_{\max}$	138
	M.3 Caractérisation mécanique du haut-parleur <i>Celestion Super 8</i>	139
	Références	144

INTRODUCTION

Le haut-parleur est aujourd'hui un produit de consommation de masse, que l'on retrouve au quotidien dans les enceintes de salon, les ordinateurs, les téléphones portable (ou autres objets nomades multimédia), les moyens de transport, les lieux à sonoriser, etc. Techniquement, un haut-parleur est un transducteur électroacoustique, c'est-à-dire un appareil capable de convertir un signal de tension électrique en un signal de pression acoustique. Il existe plusieurs technologies différentes de transduction parmi laquelle la transduction électrodynamique. Ce type de transduction est utilisé dans 99% des haut-parleurs disponibles sur le marché, car son fonctionnement est relativement simple, robuste, et les composants mis en jeu peuvent être très bon marché. La transduction électrodynamique est en réalité une transduction électro-mécano-acoustique, puisque la tension électrique est convertie en une force mécanique mettant en mouvement une membrane, la vibration de cette membrane excite par suite l'air, pour donner naissance à un signal de pression acoustique.

Bien que la conception en soit relativement aisée, le haut-parleur électrodynamique est un objet physique très complexe de par les différents phénomènes mis en jeu (phénomènes électriques, magnétiques, mécaniques, acoustiques, viscoélastiques, etc.) et leurs couplages (couplage électro-mécanique, couplage mécano-acoustique,...). De plus, la grande diversité des applications (enceinte haute-fidélité, casque audio, micro-systèmes, sonorisation de puissance, reproduction des basses fréquences,...) impose des designs variés et implique parfois de véritables défis techniques (haut-parleurs ultra-linéaires, ou sources compactes fort débit, par exemple).

Pour ces raisons, en marge et en parallèle du grand savoir-faire empirique industriel, la communauté scientifique s'intéresse beaucoup aux problématiques électroacoustiques. La démarche scientifique a dans un premier temps consisté en la modélisation mathématique du comportement du haut-parleur afin de déterminer un nombre limité de paramètres le décrivant du mieux possible. Ces paramètres permettent de classer les transducteurs en fonction des applications, de prédire, mieux comprendre, et optimiser par simulation leur performance acoustique. Le célèbre modèle de Thiele et Small [102, 98], basé sur l'utilisation de six paramètres électro-mécaniques et datant des années 1960, découle de nombreuses recherches préliminaires [74, 73, 8]. Malgré les importantes limitations du modèle dues aux hypothèses formulées (hypothèses basées sur un fonctionnement en basses fréquences et à faibles niveaux de sollicitation électrique), les paramètres de Thiele et Small sont toujours très utilisés aujourd'hui (ils sont presque systématiquement précisés dans les documentations techniques, par exemple).

Il n'en demeure pas moins que certains comportements complexes du haut-parleur en fonctionnement réel ne sont pas pris en compte par un modèle simplifié du type «Thiele et Small». Citons par exemple le comportement non-linéaire du haut-parleur à fort niveau d'excitation électrique. Depuis des décennies, de nombreuses recherches sont menées dans le but de modéliser ces effets et d'en comprendre les origines.

Parallèlement, avec le développement du traitement des signaux et plus récemment des technologies du numérique, le signal électrique fourni au haut-parleur fait de plus en plus l'objet de conditionnements, comme par exemple le filtrage ou la compression. Dans ce contexte, une partie de la communauté scientifique cherche activement à développer des méthodes de pré-traitement du signal électrique afin d'optimiser la réponse acoustique du haut-parleur, prenant en quelque sorte le relais des limites physiques du haut-parleur. Mais bien que de nombreux essais promoteurs aient été proposés, ce graal n'est pas encore atteint pour plusieurs raisons, liées en partie aux difficultés à modéliser le comportement physique complexe du haut-parleur et à l'estimation de l'impact de ce comportement sur la perception du son émis.

Ce travail de thèse s'inscrit dans cette problématique et concerne en particulier la caractérisation et l'identification des non-linéarités liées au comportement des suspensions mécaniques d'un haut-parleur électrodynamique. Identifier un système consiste à estimer les paramètres d'un modèle prédéfini, de façon à ce que la sortie de ce modèle et la sortie du système réel étudié, pour un même signal d'excitation, soient identiques.

Plus précisément, la démarche adoptée dans cette thèse a consisté à développer un banc de mesure expérimental apte à caractériser le comportement mécanique des seules suspensions, à développer une méthode d'identification capable d'extraire les informations pertinentes des signaux expérimentaux obtenus et, sur la base de ces informations, de proposer un modèle physique plus complet que les modèles disponibles dans la littérature. À ce titre, une présentation synthétique des différents modèles physiques et des techniques d'identification disponibles dans la littérature fait l'objet du chapitre 1 de ce mémoire de thèse.

Le banc expérimental développé dans le cadre de ce travail de thèse permet l'étude de l'équipage mobile d'un haut-parleur seul (préalablement séparé du moteur magnétique) en l'excitant de manière contrôlée par un pot vibrant qui lui impose son déplacement. Le banc est dimensionné de manière à couvrir une gamme de fréquences et une dynamique de niveaux d'excitation réalistes comparativement aux conditions en fonctionnement normal des haut-parleurs testés. L'ensemble des capteurs utilisés permet d'acquérir à la fois le déplacement et l'accélération de l'équipage mobile, ainsi que la force de réaction développée. Dans l'idéal, le déplacement imposé est purement sinusoïdal, et l'effet des éventuelles non-linéarités de l'équipage mobile se retrouve alors sur le signal de force ; En pratique, le pot vibrant utilisé est lui même non-linéaire, ce qui peut perturber l'identification. La description du banc expérimental développé fait l'objet du chapitre 3 de ce mémoire de thèse.

La méthode d'identification développée dans le cadre de ce travail de thèse est présentée au chapitre 2. Elle s'appuie sur une méthode non paramétrique basée sur un modèle «Hammerstein Généralisé», mise en place précédemment au Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine (LAUM) à l'occasion de travaux antérieurs. Cette méthode est ici utilisée pour identifier les non-linéarités de l'équipage mobile préalablement testé sur le banc expérimental et considéré comme un système non-linéaire de type «black box». La principale évolution apportée à la méthode existante est la prise en compte de la présence sur le banc expérimental d'un excitateur (en l'occurrence ici le pot vibrant) dont le fonctionnement est lui même non linéaire. Le système non-linéaire global étudié est alors constitué de deux systèmes non-linéaires en série (le pot vibrant et l'équipage mobile). La méthode développée permet l'identification du second système non-linéaire en s'affranchissant des non-linéarités induites par le pot vibrant.

Enfin, les résultats de l'identification réalisée à partir des données expérimentales sont présentés au chapitre 4. Ils permettent de construire l'ébauche d'un modèle physique des suspensions mécaniques, prenant en compte les aspects viscoélastiques non-linéaires. Ce modèle conduit notamment à des expressions polynomiales de raideur et d'amortissement non-linéaires.

Chapitre 1

COMPORTEMENT VISCOÉLASTIQUE NON-LINÉAIRE DES SUSPENSIONS DE HAUT-PARLEUR : RAPPELS BIBLIOGRAPHIQUES

1.1 Introduction

L'architecture classique d'un haut-parleur électrodynamique est présentée en Fig. 1.1. Elle se compose principalement d'un moteur magnétique assurant une transduction électro-mécanique et d'un équipement mobile assurant une transduction mécano-acoustique. Le comportement d'un haut-parleur électrodynamique est classiquement décrit par un modèle simplifié, dit "de Thiele et Small" du nom de ses auteurs. Ce modèle est valide aux basses fréquences¹ et en petits signaux. Ce modèle est brièvement rappelé au paragraphe 1.2 de ce chapitre.

En pratique, le modèle de Thiele et Small ne permet pas de décrire le comportement complexe d'un haut-parleur en fonctionnement réel (§ 1.3). En particulier, les comportements viscoélastiques (§ 1.3.1) et/ou non-linéaires (§ 1.3.2) des suspensions périphériques du haut-parleur ne sont pas pris en compte dans le modèle, alors même qu'ils peuvent avoir une influence sur le rendu sonore (§ 1.3.3). Ces comportements viscoélastiques et non-linéaires ont fait l'objet de plusieurs tentatives de modélisation et certains modèles proposés dans la littérature sont rappelés au paragraphe 1.3.4. Dans le cadre de ce travail de thèse, il a été choisi d'étudier ces comportements à l'aide de méthodes de traitement du signal permettant l'identification du haut-parleur vu comme un système non-linéaire. Le paragraphe 1.4 présente les différentes méthodes d'identification existantes. Un éclairage particulier est donné aux méthodes non paramétriques basées sur un modèle dit de "Hammerstein Généralisé" qui constituent le coeur de ce travail de thèse.

1. La limite haute de ces basses fréquences dépend du diamètre de la membrane du haut-parleur.

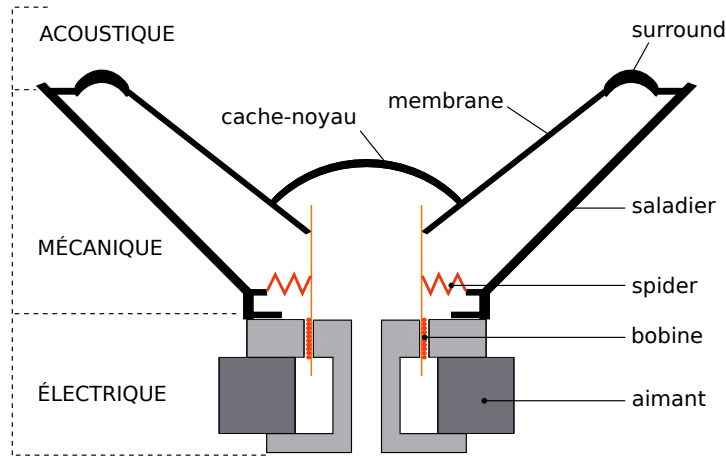


FIGURE 1.1 – Vue en coupe schématique d'un haut-parleur électrodynamique.

1.2 Fonctionnement “idéal” et modélisation linéaire du comportement du haut-parleur

1.2.1 Moteur magnétique

Une vue en coupe d'un moteur magnétique d'un haut-parleur électrodynamique est donnée en Figure 1.2(a). Il comporte un circuit magnétique se composant d'un aimant permanent, de pièces polaires et d'un entrefer. La bobine électrique et son support baignent dans l'entrefer. L'aimant permanent génère un champ d'induction magnétique statique $\vec{B}$. Les pièces polaires étant constituées d'un matériau ferromagnétique, ce champ est concentré dans la culasse et la plaque de champ, de manière à ce que son intensité soit maximisée dans l'entrefer et sa direction perpendiculaire au support de la bobine.

Lorsque la bobine (de longueur l) est parcourue par un courant $i(t)$, elle subit la force de Laplace $F(t) = Bl \cdot i(t)$, avec B la valeur moyenne (sur la hauteur de la bobine) de la composante radiale du champ magnétique $\vec{B}$ généré par l'aimant dans l'entrefer. Cette force est responsable du mouvement de la bobine suivant l'axe de révolution du haut-parleur.

Lorsque la bobine se déplace dans l'entrefer avec une vitesse $v(t)$, une tension électrique $u_b(t) = Blv(t)$ est induite aux bornes de la bobine.

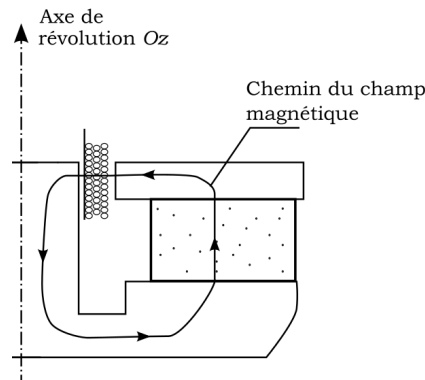


FIGURE 1.2 – Vue en coupe d'une portion de moteur. Mise en évidence du champ magnétique, du courant circulant dans la bobine et de la force de Laplace appliquée à la bobine.

Moyennant plusieurs hypothèses simplificatrices [59], la tension aux bornes de la bobine $u(t)$ s'exprime en fonction de la vitesse $v(t)$ de la bobine et du courant la traversant $i(t)$ de la manière

suivante

$$u(t) = R_{dc} \cdot i(t) + L_e \cdot \frac{di(t)}{dt} + Bl \cdot v(t) \quad (1.1)$$

avec R_{dc} la résistance au courant continu de la bobine et L_e son inductance.

1.2.2 Équipage mobile

L'équipage mobile d'un haut-parleur se compose généralement de la bobine, du support de bobine, de la membrane et des suspensions périphériques, elles-mêmes composées du "surround" et du "spider" (Fig. 1.1). Le modèle simplifié du haut-parleur considère que l'équipage mobile se déplace en bloc (la vitesse de la bobine étant équivalente à celle de la membrane). L'équipage mobile du haut-parleur idéal est souvent considéré comme un système masse-ressort-amortissement à un degré de liberté représenté schématiquement sur la Fig. 1.3(a), où la masse totale de l'équipage mobile est représentée par la masse M , la raideur des suspensions par le ressort de raideur k et la résistance mécanique présentée par l'équipage mobile par un amortisseur visqueux de résistance r . In vacuo, l'équation reliant le mouvement de la masse et la force qui lui est appliquée,

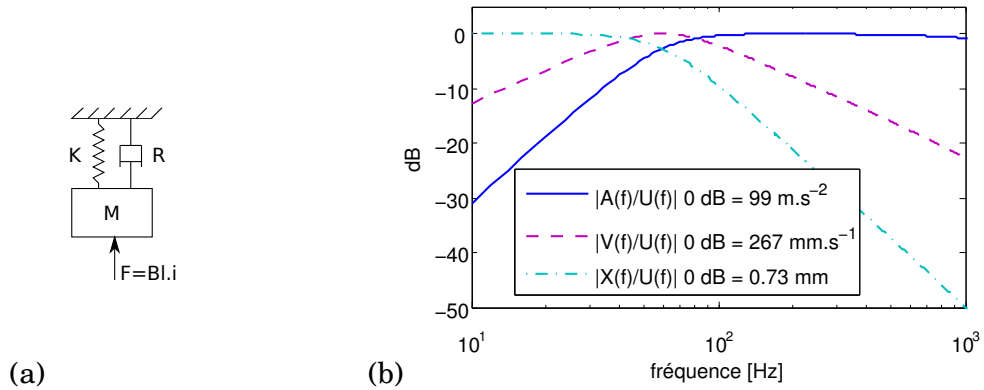


FIGURE 1.3 – (a) Système masse-ressort-amortissement 1 ddl. (b) Accélération, vitesse et déplacement de la membrane (domaine fréquentiel) pour une tension d'excitation de 1 volt rms. Simulation à partir du modèle de Thiele et Small avec $R_{dc} = 6.2 \Omega$, $L_e = 0.57 \text{ mH}$, $Bl = 8.9 \text{ Tm}$, $M = 29.2 \text{ g}$, $r = 3.7 \text{ N.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ et $k = 4480 \text{ N.m}^{-1}$.

en l'occurrence la force de Laplace $F(t) = Bl \cdot i(t)$, s'écrit

$$F(t) = M \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} + r \cdot \frac{dx(t)}{dt} + k \cdot x(t) = F_M(t) + F_r(t) + F_k(t), \quad (1.2)$$

où $F_M(t) = M \cdot a(t)$ la force d'inertie, $F_r(t) = r \cdot v(t)$ la force d'amortissement et $F_k(t) = k \cdot x(t)$ la force de rappel avec $a(t)$ l'accélération de la masse de l'équipage mobile et $x(t)$ son déplacement. Dans le cas d'un haut-parleur, cette description suppose que les deux suspensions jouent le rôle d'un unique ressort idéal, que les pertes d'énergie sous forme de chaleur dans le système soient entièrement décrites par la loi de la viscosité, et enfin que l'équipage mobile soit indéformable.

Les allures fréquentielles des réponses en déplacement, en vitesse et en accélération simulées à partir des équations (1.1) et (1.2) sont présentées en Fig. 1.3(b). Il apparaît que la vitesse est maximale quand $f = f_s$, avec f_s la fréquence de résonance du système masse-ressort. Le déplacement est constant en-deçà de f_s puis décroît avec la fréquence, alors que l'accélération est constante au-delà de f_s . Le comportement en basses fréquences ($f < f_s$) d'un équipage mobile de haut-parleur est ainsi dominé par la raideur des suspensions. Le comportement en hautes fréquences ($f > f_s$) est dominé par l'inertie de la masse de l'équipage mobile, alors qu'autour de la résonance, le comportement est dominé par l'amortissement. À la fréquence de résonance, la force de rappel et la force d'inertie sont égales, et la fréquence de résonance vaut

$$f_s = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{M}}. \quad (1.3)$$

L'amplitude maximale de vibration de la masse, à la fréquence de résonance, est déterminée par le coefficient d'amortissement. Moins le système est amorti, plus la vitesse de vibration de la masse est importante.

À noter que, dans le cas de l'équipage mobile du haut-parleur, l'amortissement n'est pas seulement d'origine mécanique. En effet, les équations (1.1) et (1.2) sont couplées par le facteur de force Bl . Le terme $Bl \cdot v(t)$ augmente d'autant plus que la vitesse de la membrane est grande, ce qui se produit autour de la résonance et induit de fait une diminution de la tension aux bornes de la bobine et donc du courant pour les fréquences proches de la résonance. La diminution du courant induit alors une diminution de la force de Laplace. Ce phénomène d'amortissement mécanique d'origine électrique peut être vu comme un bouclage de contre-réaction.

1.2.3 Modèle de Thiele et Small complet

La description complète du comportement d'un haut-parleur doit prendre en compte l'effet du rayonnement acoustique de l'équipage mobile. Pour ce faire, les impédances acoustiques de rayonnement Z_{av} et Z_{ar} sont prises en compte sur chaque face de la membrane. Bien que la membrane d'un haut-parleur soit généralement de forme conique (cf Fig. 1.1), elle est généralement modélisée en basses fréquences par un piston plan de surface émissive S^2 , comme illustré Fig. 1.5(a). L'équation 1.2 s'écrit alors

$$F(t) = M \cdot \frac{d^2 x(t)}{dt^2} + r \cdot \frac{dx(t)}{dt} + k \cdot x(t) + S_d(p_{av} - p_{ar}), \quad (1.4)$$

avec p_{av} la pression sur la face avant de la membrane et p_{ar} celle sur la face arrière. Le schéma électrique équivalent au haut-parleur aux basses fréquences et en petits signaux est alors celui présenté en Fig. 1.4.

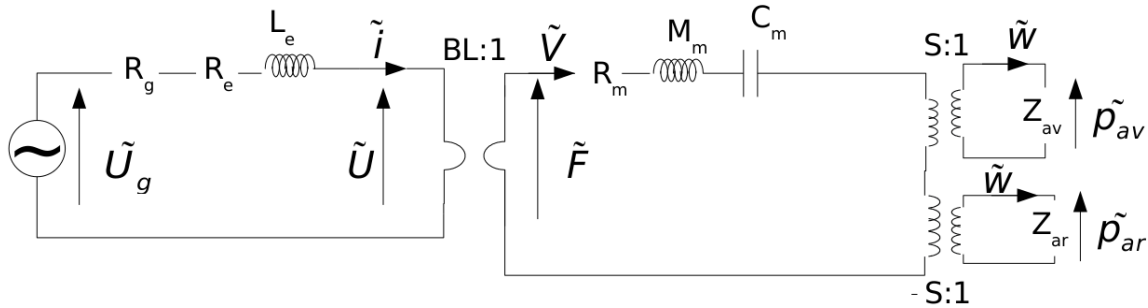


FIGURE 1.4 – Schéma électrique équivalent au fonctionnement du haut-parleur électrodynamique tel que décrit par le modèle de Thiele et Small.

Ce modèle dit "de Thiele et Small" est donc basé en basses fréquences sur l'utilisation de six paramètres physiques constants et indépendants à la fois de la fréquence et du niveau d'excitation. Ces six paramètres sont la résistance électrique de la bobine R_e , le facteur de force Bl , la masse mécanique de l'équipage mobile M_{ms} , sa souplesse C_{ms} , sa résistance mécanique R_{ms} et la surface de la membrane S_d , ou tout autre jeu de paramètres correspondant à une combinaison linéaire de ces paramètres.

Dans le cas d'un haut-parleur monté sur un baffle infini (Fig. 1.5(a)), l'impédance acoustique $Z_{av} = Z_{ar} = Z_a$ chargeant chacune de ses faces s'écrit

$$Z_a = \frac{\rho_0 c_0}{S} \left(1 - \frac{J_1(ka)}{ka} + j \frac{S_1(ka)}{ka} \right) \quad (1.5)$$

avec J_1 et S_1 les fonctions de Bessel et de Struve de première espèce, ρ_0 la masse volumique de l'air, c_0 la célérité du son dans l'air, k le nombre d'onde et a le rayon du piston. En basses

2. S étant la surface projetée du cône sur sa base (cf [88] §9.1.1).

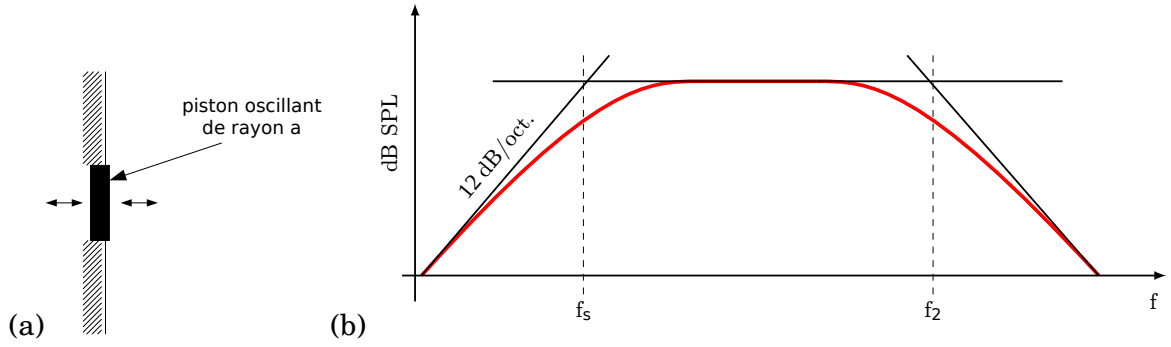


FIGURE 1.5 – (a) Piston plan monté sur un baffle infini. (b) Allure théorique de la réponse en pression adaptée de [13]. f_s : fréquence de résonance du piston. f_2 : fréquence pour laquelle $2\pi\lambda a = \sqrt{2}$ avec λ la longueur d’onde.

fréquences, cette impédance s’écrit

$$Z_a = \frac{\rho_0 c_0}{S} \left(\frac{1}{2} (ka)^2 + j \frac{8}{3\pi} ka \right). \quad (1.6)$$

Le module théorique de la réponse $\frac{P_a}{U}$ en basses fréquences dans l’axe du haut-parleur est présenté en Figure 1.5(b). Cette réponse en pression correspond à l’idéal de rayonnement d’un haut-parleur électrodynamique bafflé. On ne s’intéresse ici ni à la directivité du haut-parleur ni au comportement aux plus hautes fréquences. La gamme de fréquences utiles pour la reproduction du son est la zone où la réponse est plate. Cette gamme se situe au-dessus de la fréquence de résonance mécanique de l’équipage mobile. Les haut-parleurs destinés à restituer les fréquences graves sont toutefois utilisés en deçà de leur fréquence de résonance.

Dans la gamme des fréquences utiles où le comportement de l’équipage mobile du haut-parleur est contrôlé par la masse, c’est à dire pour $f > f_s$, le rapport de la pression acoustique rayonnée en champ libre sur la tension $\frac{P_a}{U}$ est constant avec la fréquence. Pour $f < f_s$, il est proportionnel à f^2 . $\frac{P_a}{U}$ s’écrit, en fonction des paramètres électriques ou mécaniques explicités sur le schéma électrique équivalent Fig. 1.4, de la façon suivante [13]

$$\frac{P_a}{U} = \frac{Bl}{S \cdot (R_g + Z_e)} \frac{Z_a}{Z_a + j\omega M + r + \frac{k}{j\omega} + \frac{Bl^2}{R_g + Z_e}}. \quad (1.7)$$

La pression acoustique est donc proportionnelle à la tension U . En basses fréquences ($f < f_s$), le comportement est contrôlé par la compliance et la pression acoustique est d’autant plus grande que l’équipage mobile est souple. En hautes fréquences ($f > f_s$), le comportement est contrôlé par la masse et la pression acoustique est d’autant plus grande que l’équipage mobile est léger.

Pour maximiser la pression acoustique, il faut maximiser la tension d’alimentation U , optimiser le facteur de force Bl et la surface émissive S , alléger et assouplir l’équipage mobile.

1.2.4 Pertes par effet Joule et rendement

L’allure de la réponse en pression est une quantité importante, mais le rendement du haut-parleur l’est tout autant d’un point de vue audio. Le rendement, défini dans la bande passante par la formule [88]

$$\eta = \frac{\mathcal{P}_a}{\mathcal{P}_e} = \left(\frac{\rho Bl^2 S^2}{2\pi c M^2 R_{dc}} \right) \times 100[\%] \quad (1.8)$$

avec $\mathcal{P}_e$ la puissance électrique et $\mathcal{P}_a$ la puissance acoustique, est en général très faible, de l’ordre de 0.5 %, car la majeure partie de l’énergie électrique délivrée au haut-parleur est dissipée sous forme de chaleur, principalement dans la bobine. Pour un meilleur rendement, le facteur de

force et la surface émissive doivent être maximisés et la masse de l'équipage mobile, ainsi que la résistance au courant continu de la bobine, doivent être minimisées. Il convient donc une fois de plus de gérer le compromis entre surface d'émission et masse. La surface émissive S est en effet un paramètre primordial, car il détermine le volume d'air excité par la membrane participant au rayonnement acoustique en basses fréquences par le biais du produit $S \cdot x_{el}$, x_{el} étant l'élongation de la membrane. Si les contraintes (par exemple de fabrication) imposent une valeur faible de S , x_{el} peut alors être renforcé par une force de Laplace plus importante, en augmentant l'excitation électrique.

Augmenter la pression acoustique rayonnée en augmentant la tension électrique d'alimentation se fait alors au détriment du transfert thermique dans la bobine dû à l'effet Joule, et quantifié par la puissance $\mathcal{P}_e$ dissipée dans la bobine,

$$\mathcal{P}_e = R_{dc} \cdot i^2. \quad (1.9)$$

La chaleur dégagée se propage par conduction dans les matériaux et par convection dans l'air confiné dans l'entrefer, entre le moteur et le spider et entre le spider et le surround. Une température excessive peut modifier les caractéristiques électriques de la bobine, voire détériorer ses fils, faire varier le flux magnétique, si elle atteint le point de Curie du moteur, et modifier le comportement mécanique des matériaux de l'équipage mobile. Afin de protéger le haut-parleur de fortes températures, il est possible de favoriser la dissipation thermique par ajout de radiateurs ou puits d'aération.

1.3 Fonctionnement réel de l'équipage mobile et modélisation

Dans la pratique, les conditions idéales correspondant à la modélisation proposée au paragraphe précédent ne sont jamais respectées. En particulier, les éléments mécaniques constituant l'équipage mobile, de par les matériaux utilisés et les géométries mises en œuvre, peuvent présenter des comportements linéaires non pris en compte dans le modèle (déformation de la membrane, comportement viscoélastique des suspensions, par exemple). Par ailleurs, le comportement parfaitement linéaire supposé par le modèle n'est plus assuré dès lors que le niveau d'excitation dépasse une certaine limite. Dans cette partie, quelques aspects concernant l'influence des éléments mécaniques sur le comportement linéaire du haut-parleur sont tout d'abord brièvement présentés. Le comportement non-linéaire de ces éléments est abordé dans un second temps.

1.3.1 Influence des éléments mécaniques sur le fonctionnement réel du haut-parleur

La section précédente a permis de mettre en évidence les compromis habituels, nécessaires au design d'un haut-parleur électrodynamique. Afin de maximiser le rendement, pour les fréquences supérieures à la fréquence de résonance, l'équipage mobile doit être le plus léger possible et pour les plus basses fréquences, le plus souple possible. Favoriser une réponse fréquentielle plate, pour $f > f_s$, impose au comportement de l'équipage mobile d'être le plus proche possible de celui d'un piston plan indéformable relié au référentiel (châssis) par un ressort idéal.

Ces prérequis impliquent un certain nombre de contraintes sur les propriétés des différents éléments mécaniques. Le choix des éléments mécaniques permettant de se rapprocher au mieux de ces contraintes est explicité ci dessous, et l'influence éventuelle de ces éléments sur le comportement du haut-parleur est brièvement rappelée.

Membrane

Dans le modèle de Thiele et Small (section 1.2.3), la membrane est censée être indéformable. Dans la pratique, la membrane se déplace, relativement au saladier, grâce à l'action localisée en

son centre de la force de Laplace. Si la fréquence d'excitation correspond à une longueur d'onde dans le matériau, qui est grande devant le diamètre de la membrane, celle-ci peut effectivement être considérée comme indéformable. En revanche, si la longueur d'onde est comparable ou inférieure au diamètre de la membrane, celle-ci peut se déformer sous l'effet de la propagation d'une onde mécanique de flexion. Le mouvement de la membrane se décompose alors comme un ensemble de zones vibrantes déphasées entre elles. Pour certaines fréquences, dites fréquences de résonance de la membrane, ce phénomène est renforcé, et on parle alors de *break up modes*, qui altèrent la réponse en pression [88]. La phase relative des composantes vibratoires de la membrane joue en effet un rôle primordial dans le rendu sonore [47, 48, 82]. La répartition de ces fréquences dans le spectre dépend de la forme de la membrane. La forme conique est plus adaptée, et est en général optimisée pour minimiser les déformations de la membrane. La figure 1.6(a) présente un exemple de réponse en fréquence en pression dans l'axe pour une membrane plate. Les «accidents» sont corrélés avec des déformations modales de la membrane. Celles d'une membrane conique, présentées en Fig. 1.6(b) ne présentent pas le même motif. Pour une même

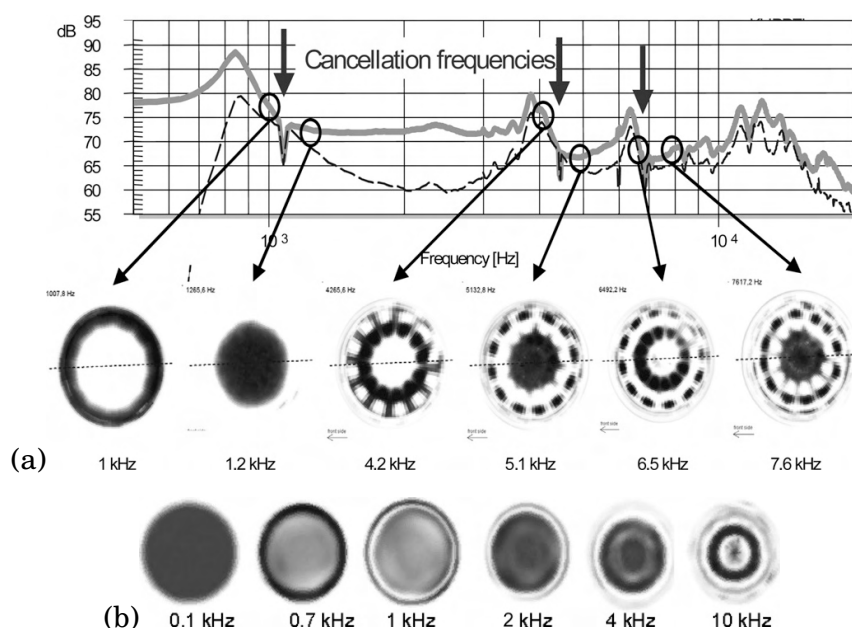


FIGURE 1.6 – (a) Réponse en pression d'un haut-parleur et modes de membrane de ce même haut-parleur.
(b) Modes d'une membrane conique. Figures extraites de [48]

géométrie, les valeurs des fréquences de résonance dépendent du matériau, car elles sont proportionnelles à $\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ (avec E le module d'Young et ρ la masse volumique). Il est donc possible de repousser les *break up modes* au-delà du spectre utile, en utilisant un matériau plus rigide. Toutefois, même si les *breaks up modes* sont localisés en hautes fréquences, un phénomène d'intermodulation peut apparaître lorsque plusieurs fréquences sont excitées, se traduisant par l'apparition de composantes en basses fréquences. Quoi qu'il en soit, l'émergence de résonances (y compris la première) a un effet néfaste sur le rendu sonore [82, 48], et il est nécessaire de disposer d'un matériau amortissant pour la membrane.

La membrane doit donc être fine, homogène, rigide et amortie. Les matériaux choisis en conséquence peuvent être : papier, polymère, kevlar, plastique ou même métal.

Suspensions

La membrane excitée en son centre doit être guidée pour poursuivre un débattement purement axial. Des suspensions sont alors requises et la forme conique justifie l'usage de deux

suspensions : le spider, qui lie la bobine et la base de la membrane au saladier, et la suspension périphérique ou surround, qui lie la membrane au saladier, au niveau de l'ouverture du cône (cf Fig. 1.1). Ces deux anneaux concentriques maintiennent la bobine centrée dans l'anneau magnétique, guident l'ensemble de l'équipage mobile et le rappellent à sa position d'équilibre. Les suspensions doivent donc faire preuve de rigidité radiale et d'une certaine souplesse axiale [91].

En plus de la force de rappel et du centrage dans l'entrefer, le rôle du surround est en particulier de fournir une raideur périphérique, afin d'éviter que la membrane ne subisse un mode de balancement, comme illustré en Fig. 1.7. En effet, l'équipage mobile, dont l'essentiel de la masse est concentré dans la bobine, au fond du cône, a une forte tendance naturelle au balancement. Le surround assure également le rôle d'anti-court-circuit acoustique entre les rayonnements arrière et avant, et isole le champ rayonné des ondes stationnaires dans l'enceinte. De plus, de nombreux modèles de haut-parleur électrodynamique sont conçus pour que le surround apporte l'amortissement nécessaire à l'atténuation des *break up modes* et de la première fréquence de résonance de la membrane. Le matériau constituant le surround peut être un polymère, une ma-

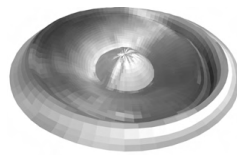


FIGURE 1.7 – Vue 3D d'une membrane soumise à un mode de balancement. Figure extraite de [48].

tière plastique (vulcanisée ou non), un élastomère thermoplastique (caoutchouc et additifs) ou une mousse thermoformée, mais peut également être du papier [104]. Les matériaux sont choisis pour leurs propriétés de résistance au vieillissement, d'élasticité et d'amortissement.

Le spider permet quant à lui de centrer la bobine dans l'entrefer et constitue l'essentiel de la raideur qui permet de ramener la masse à l'équilibre. Son matériau, traditionnellement le coton, est moins amortissant que celui du surround, mais est néanmoins étudié pour que le spider ne présente pas de résonances propres. On trouve ainsi des spiders en fibres textiles imprégnées de résine phénolique [91], ou à base de textiles composés (Nomex par exemple), très résistants aux variations de température.

Pour reproduire le plus exactement possible un signal d'excitation, la force de rappel de l'équipage mobile doit être proportionnelle au déplacement de la membrane, et indépendante des variables vitesse, température, etc. Idéalement, elle ne devrait donc pas être retardée dans son mouvement par des forces d'amortissement d'origine non-électrique [33].

En résumé, un "bon" surround présente de l'amortissement en hautes fréquences, pour diminuer l'impact des *break up modes*, et doit être très peu amorti en basses fréquences, où l'élongation est importante (afin de minimiser les effets viscoélastiques cf §1.3.1). De même, un "bon" spider possède une large zone d'élongation linéaire. Cependant, la conception et la fabrication des suspensions n'étant en général pas assurées par les fabricants de haut-parleur, il peut être difficile d'en connaître la composition exacte, les propriétés dynamiques avant montage, et par conséquent d'en estimer l'impact sur le produit final. Le design actuel de la plupart des haut-parleurs répond à des compromis en termes de géométrie et de matériau. Souvent contraints technologiquement à être de petites dimensions, ils doivent en particulier être performants sur une large zone d'excursion pour atteindre un niveau sonore donné, ce qui peut générer de nombreux effets non-linéaires non désirés.

Viscoélasticité linéaire

Les matériaux utilisés pour le surround présentent généralement des propriétés viscoélastiques. En pratique, cela se traduit par le fait que leurs propriétés mécaniques dépendent de la

fréquence (ou du temps) et de la température. Cette dépendance n'est pas prise en compte dans le modèle de Thiele et Small.

Ces matériaux viscoélastiques peuvent être caractérisés par leur module d'Young complexe, dépendant de la fréquence et défini comme

$$E^*(\omega) = \frac{\sigma^*(\omega)}{\gamma^*(\omega)}, \quad (1.10)$$

avec $\sigma^*(\omega)$ la contrainte (complexe) exercée sur le matériau et $\gamma^*(\omega)$ la déformation (complexe) correspondante.

Ce module d'Young peut également être exprimé sous la forme

$$E^*(\omega) = E'(\omega)\{1 + i \tan \delta(\omega)\}, \quad (1.11)$$

où $E'(\omega)$ est le module d'élasticité dynamique et où $\tan \delta(\omega)$ est le facteur de pertes. Ces deux grandeurs dépendent de la fréquence. En particulier, le module d'élasticité augmente toujours avec la fréquence [89].

Dans le cas du modèle simplifié du haut-parleur, les suspensions sont assimilées à un simple ressort défini par sa raideur k , rapport de la force exercée sur la suspension et de son élongation. Cette raideur est proportionnelle au module d'Young. Afin de prendre en compte les propriétés viscoélastiques des suspensions, il est possible d'introduire une raideur complexe et dépendante de la fréquence, définie comme

$$k^*(\omega) = k'(\omega)\{1 + i \tan \delta(\omega)\}. \quad (1.12)$$

Lorsqu'une suspension réalisée dans un matériau viscoélastique est soumise à une élongation sinusoïdale $x(t) = x_0 \cos \omega t$ en traction-compression, une force déphasée $F(t) = F_0 \cos(\omega t + \delta)$ y est donc associée. La Figure 1.8 présente l'allure typique du tracé, pour une fréquence donnée, de la contrainte en fonction de la déformation pour un matériau constituant une telle suspension.

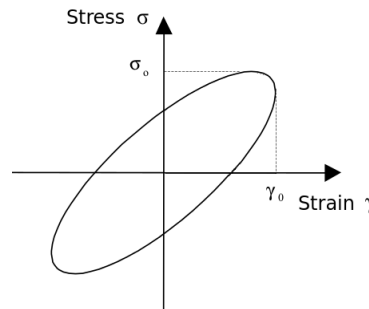


FIGURE 1.8 – Lien entre contrainte et déformation dans un matériau viscoélastique. Figure extraite de [56]

Dans le cadre de la viscoélasticité linéaire, la représentation force-déplacement présente donc l'allure d'une ellipse. La pente correspond à la raideur et la surface est liée à l'amortissement. Raideur et amortissement dépendent alors de la fréquence.

L'effet de la température sur le module d'élasticité dynamique et le facteur de perte d'un matériau viscoélastique est illustré sur la Figure 1.9. Trois régions de température distinctes sont observées : la région correspondant à la phase vitreuse, celle correspondant à la transition vitreuse et enfin celle correspondant à l'état caoutchouteux.

Dans la phase vitreuse, le matériau est rigide et le facteur de pertes est d'autant plus faible que la température est basse. Dans sa transition vitreuse, le module d'élasticité diminue et le matériau s'assouplit avec la température. Il existe une plage de températures pour laquelle le facteur de pertes passe par un maximum. Enfin, dans son état caoutchouteux, le matériau est

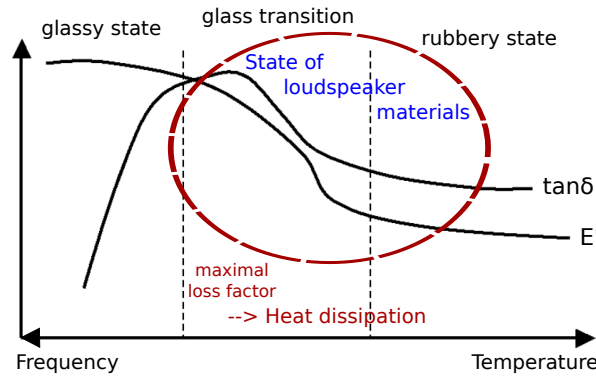


FIGURE 1.9 – Évolution de l'élasticité et du facteur de pertes dans un matériau viscoélastique. Figure adaptée de [89].

mou, et l'élasticité et le facteur de pertes varient peu avec la température. À température ambiante, les matériaux employés pour réaliser les suspensions sont en général dans leur zone caoutchouteuse ou dans leur zone de transition vitreuse et voient leur module d'élasticité dépendre fortement de la température. D'autre part, il existe un principe d'équivalence temps-température dans les matériaux viscoélastiques. L'effet de la fréquence de sollicitation sur le module d'Young et le facteur de pertes est inverse à celui de la température. Les effets de la fréquence et de la température sont dépendants et le diagramme de la Fig. 1.9 est également paramétré en fonction de la fréquence. À noter que l'influence de la fréquence sur E' ou le facteur de pertes est moindre que celle de la température : il faut plusieurs décades de fréquence pour une variation obtenue à l'aide de quelques degrés en température.

Enfin, la viscoélasticité peut également se manifester dans le domaine temporel. Si un matériau viscoélastique est soumis à une contrainte constante, cette contrainte entraîne une déformation qui augmente au cours du temps. Ce phénomène est connu sous le terme de "*creep*". Un modèle de haut-parleur aux basses fréquences incluant ce phénomène a été proposé par Knudsen et Jensen [50].

1.3.2 Comportement non-linéaire

Le modèle simplifié présenté au paragraphe 1.2 suppose un comportement linéaire du haut-parleur. En pratique, notamment en cas de fort niveau d'excitation, le comportement du haut-parleur peut devenir non-linéaire.

Parmi les hypothèses simplificatrices généralement admises dans le modèle de Thiele et Small, on peut citer par exemple l'uniformité du champ magnétique $\vec{B}$ sur la hauteur de l'entrefer ou encore une valeur de l'inductance L_e indépendante de la position de la bobine dans l'entrefer.

La Figure 1.10 montre que la réalité est plus complexe que ce que laisse entrevoir le modèle. Les paramètres Bl et L_e varient en effet avec la position de la bobine dans l'entrefer, ce qui implique un comportement du haut-parleur qui varie avec le niveau d'excitation électrique directement relié à l'amplitude du déplacement de l'équipage mobile.

En ce qui concerne le comportement mécanique de l'équipage mobile, le modèle de Thiele et Small considère que la force appliquée à la partie mobile et le mouvement de la membrane (caractérisée par son accélération, sa vitesse ou son déplacement) sont reliés par un système linéaire invariant dans le temps. Dans son fonctionnement réel, de par la géométrie choisie et les matériaux employés, le comportement mécanique de l'équipage mobile est de fait bien plus complexe que celui du système masse-ressort-amortisseur 1 ddl linéaire. À titre d'exemple, on observe généralement une variation de la fréquence de résonance de l'équipage mobile avec

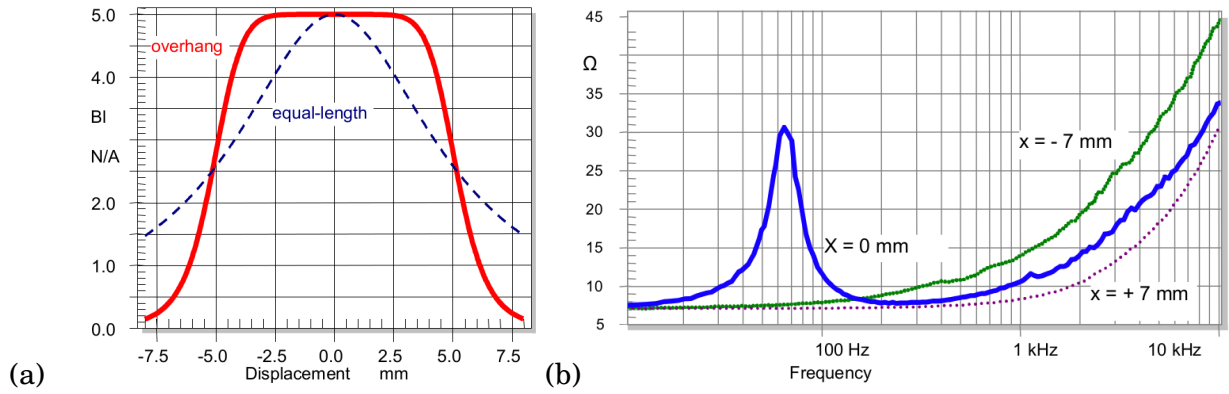


FIGURE 1.10 – (a) $Bl(x)$ pour deux configurations différentes : (---) épaisseur de la bobine égale à celle de l'entrefer. (—) épaisseur de la bobine supérieure à celle de l'entrefer. (b) Impédance électrique d'un haut-parleur, (bleu) : en condition «normale», (vert) : impédance bloquée avec position de la bobine $x = -7$ mm, (vert) : impédance bloquée avec position de la bobine $x = +7$ mm. Figures extraites de [45].

le niveau d'excitation (Fig. 1.11). Ce comportement est lié au comportement non-linéaire des suspensions périphériques en fonction de l'amplitude du déplacement de l'équipage mobile.

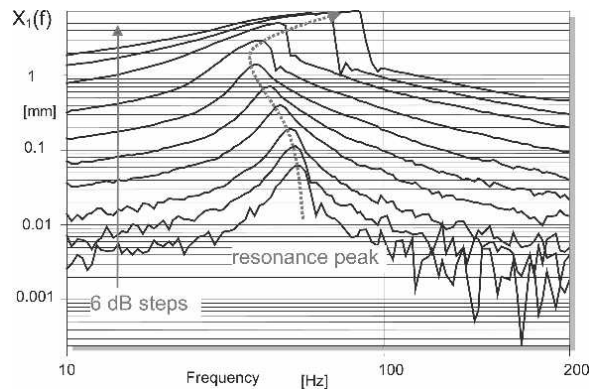


FIGURE 1.11 – Spectre du déplacement de la membrane d'un haut-parleur excité de façon pneumatique suivant différents niveaux. Figure extraite de [46].

Suspensions viscoélastiques non-linéaires

Le comportement des suspensions est complexe, car il consiste en l'interaction d'une raideur et d'un amortissement dans le même élément physique, l'un et l'autre pouvant générer un comportement non-linéaire.

Pour permettre de grandes excursions de la bobine, les suspensions sont amenées à subir une elongation importante, comme illustré en Figure 1.12(a). En cas de grande elongation, la charge mécanique ou la tension dans la suspension deviennent grandes et la raideur augmente. Lors d'un cycle de déplacement de l'équipage mobile, la raideur des suspensions va ainsi varier en fonction de l'excursion de la membrane (Figure 1.12(b)). Il en résulte que la loi de comportement du système, ici $F \equiv F\{x\}$, figure 1.12 (c), est non-linéaire (traits continus), à comparer au comportement linéaire en petits signaux (trait pointillés). C'est une première cause de non-linéarité, qui se traduit par une variation de la fréquence de résonance avec le niveau d'excitation, mais aussi par de la distorsion harmonique. La densité spectrale de puissance du déplacement chute de -12dB/oct à partir de la fréquence de résonance, la distorsion due au comportement non-linéaire de la raideur chute rapidement au-delà de cette fréquence et affecte ainsi davantage les basses fréquences [38, 44]. Les Figs. 1.13(a) et (b) présentent une évolution typique de

distorsion harmonique avec la fréquence pour un haut-parleur excité en sinus glissant. L'évolution fréquentielle du module de la fondamentale et de chaque harmonique est représentée, à la fois pour l'accélération de sa membrane et pour la pression acoustique rayonnée dans l'axe en chambre anéchoïque. Il apparaît que les spectres (de la fondamentale et des harmoniques) de l'accélération et de la pression présentent la même allure et que la zone de la résonance est le siège d'une forte distorsion harmonique.

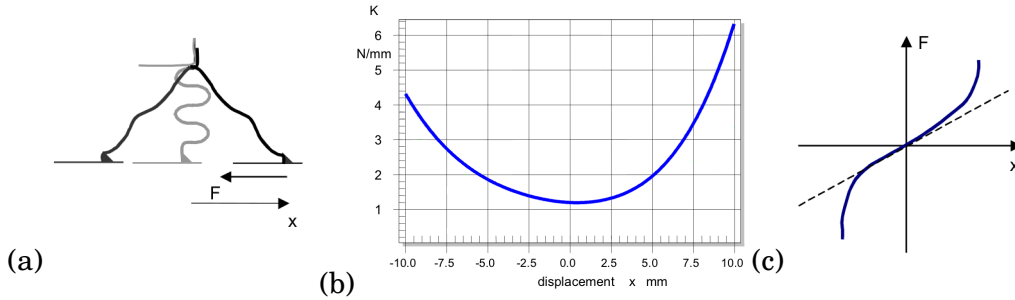


FIGURE 1.12 – a) Vue en coupe schématique d'une suspension en élancement. b) Exemple de caractéristique raideur/déflexion de suspensions. c) Exemple de caractéristique force/déplacement d'un équipement mobile (en pointillés la loi linéaire pour les faibles déplacements). Figures extraites de [45].

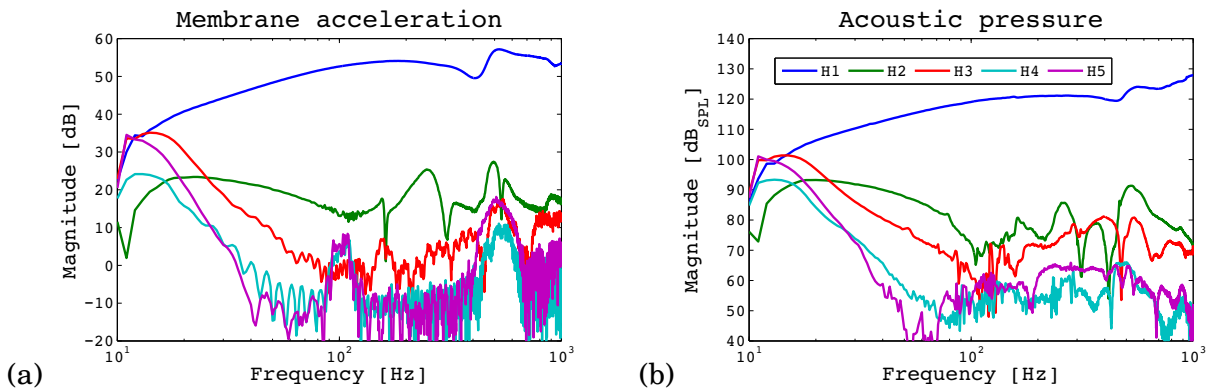


FIGURE 1.13 – Module des réponses fréquentielles d'ordre 1 à 5 obtenues avec la méthode *Synchronized Swept-Sine* [68] pour le haut-parleur *Visaton Sc8n*. Les fréquences des harmoniques sont ramenées à la fréquence fondamentale. (a) Accélération de la membrane. (b) Pression acoustique rayonnée dans l'axe en chambre anéchoïque.

D'autre part, dans un élastomère renforcé, matériau pouvant être employé pour la confection de surround, il existe un effet *Payne* [76, 77], c'est à dire un effet viscoélastique non-linéaire, illustré Fig. 1.14, qui se traduit par la diminution du module d'élasticité et par l'évolution du facteur de pertes en fonction du taux de déformation, même pour de faibles amplitudes déformations.

Dans le domaine non-linéaire, les représentations force-déplacement s'éloignent de la forme ellipsoïdale propre au comportement viscoélastique linéaire. La Figure 1.15 présente l'évolution de telles représentations en fonction de l'amplitude du déplacement pour deux types de suspensions différentes [57].

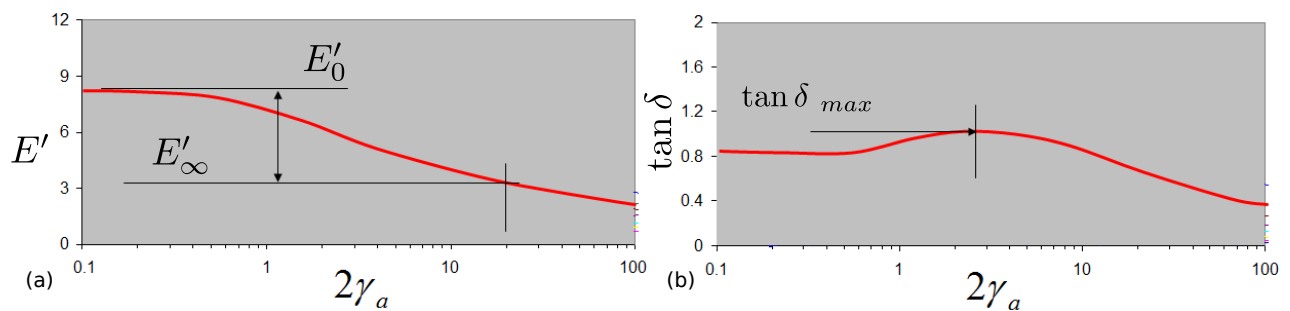


FIGURE 1.14 – (a) Module d'élasticité et (b) Facteur de pertes dans un matériau viscoélastique présentant de l'effet *Payne* en fonction du taux de déformation (%).

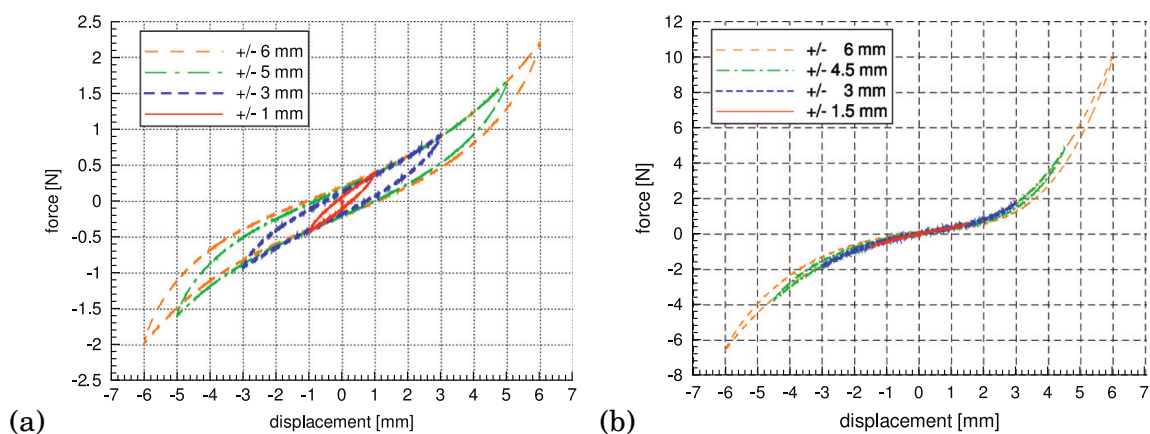


FIGURE 1.15 – Représentations force-déplacement mesurées pour des équipages mobiles de haut-parleur découplés de leur moteur magnétique. (a) Équipage mobile dont le *surround* est en élastomère. (b) Équipage mobile dont le *surround* est en latex. Figures extraites de [57].

1.3.3 Influence sur le rendu sonore

En régime linéaire dans un premier temps, il n'existe pas de méthode univoque de caractérisation de haut-parleur à même de prédire ses attributs perceptifs [53]. Des attributs tels que «bass/treble balance» et «medium emergence» permettent cependant de classer des haut-parleurs dans certaines conditions d'écoute [54].

Les phénomènes non-linéaires précédemment cités sont source de distorsion du son, car ils altèrent le signal d'accélération de la membrane. Ces phénomènes ont ainsi un impact mesurable sur la reproduction sonore (par exemple via le THD ou le taux d'intermodulation), mais le lien entre les caractéristiques de ces phénomènes non-linéaires, leurs éventuelles interactions, leur hiérarchie et la perception de la qualité audio induite est en grande partie méconnu. Des recherches sont menées pour élaborer un protocole permettant de définir les dimensions perceptives liées à la distorsion non linéaire [60].

En particulier, sans modèle adéquat du fonctionnement du haut-parleur intégrant ces phénomènes non-linéaires, il est donc difficile de discerner quelles sont les principales non-linéarités qui agissent sur la qualité audio.

Klippel [44] a mené des expériences afin d'évaluer les conséquences de la distorsion non-linéaire sur des auditeurs, avec la volonté de discriminer les différents éléments du haut-parleur responsables (inductance de la bobine, facteur de force et suspensions mécaniques). Bien que le seuil d'audibilité d'une distorsion non-linéaire en général dépende beaucoup du type de signal

testé et de l'entraînement de l'auditeur, elle induit une sensation de non-harmonicité, de dureté et de rugosité [101]. Celle due aux suspensions a un impact plus important en-dessous de la fréquence de résonance du haut-parleur et en particulier pour les haut-parleurs dont la fréquence de résonance est élevée.

Voishvillo et al [109, 107, 108] a montré qu'il n'y avait pas de corrélation directe entre la valeur du THD et la qualité audio du son distordu. En effet, il n'y a pas dans le THD d'information sur la prépondérance de tel ou tel harmonique, alors que c'est l'un des critères importants pour l'évaluation de la perception de la qualité du signal. Pour mieux caractériser un haut-parleur d'un point de vue de sa qualité sonore, les auteurs suggèrent d'utiliser : le THD, la fonction d'incohérence et le spectre de réponse à un signal multi-tonal.

De nombreux auteurs se sont intéressés à l'impact perceptif des non-linéarités de haut-parleur sans que nous puissions conclure sur le rôle du matériau choisi pour les suspensions. Toutefois, Thorborg [104] précise que les «oreilles d'or» qui collabore avec certains fabricants de haut-parleur ont une nette préférence pour les modèles dont l'amortissement mécanique est essentiellement d'origine électrique. Peut être faudrait-il y voir un effet néfaste du comportement viscoélastique non-linéaire de certaines suspensions.

Quoi qu'il en soit, la technologie des suspensions est un enjeu pour les fabricants, pour la très haute qualité, mais également pour obtenir le meilleur compromis entre performance et coût.

1.3.4 Modélisation du comportement de l'équipage mobile d'un haut-parleur

Le comportement viscoélastique ou non-linéaire des suspensions a fait l'objet de plusieurs tentatives de modélisation. Certains des modèles proposés en ce sens dans la littérature sont brièvement rappelés ci-dessous.

Afin de modéliser le phénomène de *creep*, Knudsen [50] propose d'adapter le modèle classique de raideur linéaire (équation 1.15), trop éloigné selon lui des résultats expérimentaux qu'il obtient. Il inclut dans le modèle qu'il propose des fonctions de transfert dynamiques, issues en partie de la théorie viscoélastique, de la description temporelle du phénomène dans certains métaux, ainsi que de considérations empiriques.

Il propose d'exprimer le lien entre F et x en basses fréquences par les équations 1.13 et 1.14, dans les domaines respectivement fréquentiel et temporel de la façon suivante

$$F(\omega) = \tilde{K}ms.X = Kmv.(j\omega)^\beta.X(\omega), \quad (1.13)$$

$$F(t) = Kmv.\frac{\partial^\beta x(t)}{\partial t^\beta} \quad (1.14)$$

avec $0 < \beta < 1$. Ce modèle est également utilisé par Le Roux [34] pour modéliser le comportement viscoélastique des suspensions d'un haut-parleur. L'amortissement et la raideur sont ici liés et le modèle ne permet plus de différencier les notions physiques de raideur et amortissement.

Concernant le comportement non-linéaire de la raideur, plusieurs auteurs [38, 42, 37, 30, 31, 91, 35, 57] proposent de développer un modèle dans lequel la raideur k dépend de x . L'équation 1.2 peut alors se mettre sous la forme

$$F(t) = M.a(t) + r.v(t) + k(x).x(t). \quad (1.15)$$

Dobrucki [19] et Franken [26] proposent un modèle de raideur de la forme

$$k(x) = k_0 + k_1.(x - x_0)^2, \quad (1.16)$$

avec x_0 position d'équilibre³. Mais dans la plupart des cas, $k(x)$ est développé sur une base de polynômes

$$k(x) = \sum_{i=0}^n k_i x^i, \quad (1.17)$$

avec $n \geq 1$.

En injectant 1.17 dans 1.15, on obtient, pour $n = 2$, l'équation non-linéaire suivante

$$F(t) = M.a(t) + r.v(t) + k_0.x(t) + k_1.x^2(t) + k_2.x^3(t), \quad (1.18)$$

où les termes non-linéaires sont responsables de l'apparition d'harmoniques supérieurs sur le déplacement de la membrane. Reste alors à identifier les valeurs des différents paramètres k_i .

De manière complémentaire, la littérature propose de nombreux outils d'analyse des signaux et des systèmes en lien avec la problématique d'identification des non-linéarités des haut-parleurs. L'identification des systèmes non-linéaires est ainsi un domaine scientifique dans lequel se côtoient depuis plusieurs décennies des traiteurs de signaux, des spécialistes du contrôle, des automaticiens, pour n'en citer que quelques-uns.

De manière très générale, il est habituel de classifier les nombreuses méthodes existantes en fonction du niveau de connaissance dont on dispose sur l'objet analysé (ici le haut-parleur). S'inscrivant dans la poursuite de travaux antérieurs menés au LAUM [68, 62, 66, 67], les outils développés dans la suite de ce document s'appuient ainsi sur des méthodes dites non-paramétriques, autour des modèles de «Hammerstein Généralisé». La partie suivante présente un court résumé de ces méthodes et des applications qui ont été proposées pour estimer des non-linéarités de haut-parleur.

1.4 Méthodes d'identification de systèmes non-linéaires appliquées au comportement d'un haut-parleur

L'identification d'un système consiste à estimer un modèle mathématique à partir d'observations expérimentales, de manière à ce que la réponse du modèle, à n'importe quel signal d'entrée, soit la plus proche possible de celle du système réel étudié.

L'identification comporte plusieurs étapes [41, 29, 62]. Dans un premier temps, l'exploitation de connaissances *a priori* et l'exploitation de modèles analytiques existants permettent de définir des conditions d'expérience adaptées à la caractérisation du système physique. Le système est alors excité par un signal contrôlé. Les signaux expérimentaux d'entrée et sortie du système sont ensuite enregistrés, puis utilisés afin d'estimer les inconnues du modèle (paramètres, filtres, etc.).

Les propriétés du signal d'excitation sont essentielles, car la sortie du système étudié et la qualité de l'identification des paramètres du modèle en dépendent. Le signal d'excitation peut ainsi être déterministe ou aléatoire, à bande large ou étroite. Une fois le modèle identifié, sa validité doit être vérifiée, et la méthode, le modèle, et/ou le signal d'excitation peuvent nécessiter des modifications si les résultats ne sont pas satisfaisants.

3. Théoriquement, la position d'équilibre x_0 est nulle, mais elle peut être non nulle du fait d'une asymétrie entre la position pour laquelle le facteur de force Bl est maximum et celle pour laquelle k est minimum. En pratique $x_0 \ll x_{max}$, avec x_{max} l'élongation maximale.

Il existe de nombreux modèles adaptés à l'identification de systèmes dynamiques non-linéaires et de très nombreuses méthodes d'identification de leurs paramètres, associées à une multitude de signaux d'excitation. Une revue bibliographique de synthèse sur l'identification des systèmes non-linéaires est proposée dans [28], plusieurs exemples d'application étant détaillés dans [41].

La structure de modèle choisie pour l'identification est étroitement liée au système à analyser et aux conditions d'expérience. Deux familles de modèles peuvent être employées, suivant qu'ils sont paramétriques ou non-paramétriques. Contrairement aux modèles dits non-paramétriques, les modèles paramétriques mettent en jeu un nombre limité de paramètres inconnus. D'autres dénominations sont également couramment employées, comme modèle «white box», «grey box» et «black box» [97], où la couleur indiquée est d'autant plus claire qu'on dispose de connaissances physiques sur le système pour construire le modèle.

Le modèle «grey box» possède ainsi une structure en partie décrite par des lois physiques, mais certains paramètres doivent être estimés à partir de données expérimentales. Les modèles «black box» permettent de réduire les *a priori* physiques du système à étudier. Ils ne sont donc construits sur aucune loi physique et permettent ainsi une approche mathématique globale du système à étudier. La structure du modèle «black box» appartient en général à une famille de méthodes, dont la flexibilité et l'adaptabilité ont fait leurs preuves par le passé [97], et donne lieu à une identification dite «à l'aveugle».

En général, les modèles «white box» sont paramétriques et les modèles «grey box» et «black box» sont non-paramétriques.

Dans le cas de l'identification d'un système non-linéaire comme le haut-parleur, le choix des signaux à analyser est multiple. En effet, il est par exemple possible de s'intéresser au lien entre la tension électrique d'excitation et la pression acoustique rayonnée en différents points, auquel cas le modèle doit posséder une entrée et plusieurs sorties (SIMO⁴). De la même manière, on peut s'intéresser à la relation entre la tension électrique et l'accélération de la membrane mesurée en un point (approche SISO⁵). Le choix de la structure du modèle est également vaste. Nous proposons ici une revue bibliographique des travaux d'identification de non-linéarités reportés dans la littérature, en précisant le modèle utilisé, le cas échéant, la méthode d'identification, ainsi qu'une brève description des résultats et des limites rencontrées par les auteurs.

1.4.1 Méthodes paramétriques

Dans le cadre de l'analyse des systèmes linéaires, on modélise des systèmes ARMA (Auto-Regressive Moving-Average), dont la relation entre signal de sortie $y[n]$ et signal d'entrée $x[n]$ est une équation aux différences, du type

$$y[n] = b_0x[n] + b_1x[n-1] + \dots + b_{M-1}x[n-(M-1)] - a_1y[n-1] - a_2y[n-2] - \dots - a_{N-1}y[n-(N-1)], \quad (1.19)$$

où les paramètres $\mathbf{b} = [b_0 \ b_1 \ b_2 \ \dots \ b_{M-1}]$ et $\mathbf{a} = [1 \ a_1 \ a_2 \ \dots \ a_{N-1}]$ sont les inconnues du problème. L'objet des méthodes paramétriques consiste alors à estimer $\mathbf{b}$ et $\mathbf{a}$ à partir des observations et/ou des hypothèses sur le signal d'entrée. La sortie du système $y[n]$ dépend donc linéairement des échantillons présent et passés de l'entrée $x[n]$ et des échantillons passés de la sortie.

Des extensions des méthodes ARMA ont été proposées dans le contexte de l'analyse des systèmes non-linéaires. Parmi les différentes méthodes utilisées pour identifier les paramètres d'un haut-parleur, il est par exemple possible de citer celles basées sur la modélisation NARMAX

4. Single Input Multiple Output.

5. Single Input Single Output.

(*Nonlinear AutoRegressive Moving Average model with eXogenous inputs*). La sortie $y[n]$ dépend alors de manière non-linéaire des échantillons présent et passés de l'entrée $x[n]$ et des échantillons passés de la sortie, ainsi, le cas échéant, que des échantillons présents et passés du bruit de mesure $e[n]$

$$y[n] = \mathfrak{F}\{y[n-1], \dots, y[n-(N_y-1)], x[n], x[n-1], \dots, x[n-(N_x-1)], e[n], e[n-1], \dots, y[n-(N_e-1)]\}, \quad (1.20)$$

où $\mathfrak{F}$ est une certaine fonction. Plusieurs auteurs ont utilisé des modèles NARMAX pour modéliser le comportement d'un haut-parleur [36, 18, 99], mêlant paramètres physiques et non-linéarités polynomiales. D'autres proposent d'utiliser des réseaux de neurones pour estimer les caractéristiques des systèmes non-linéaires [81].

Les méthodes paramétriques peuvent par ailleurs être vues comme des schémas de discrétisation d'équations intégrro-différentielles. Dans le cas des modèles NARMAX, il est possible d'intégrer des *a priori* physiques, par exemple sur des lois non-linéaires reliant $y[n]$ à des puissances entières de l'entrée $x[n]$ (et des échantillons passés). À noter que Agerkvist [1] propose dans ce cadre de remplacer les lois polynomiales par des lois gaussiennes ou par des sigmoïdes pour $Bl(x)$ et $Le(x)$.

1.4.2 Méthodes non-paramétriques

Les méthodes non-paramétriques consistent en une approche globale du système étudié, sans *a priori* physique. L'identification non-paramétrique d'un système linéaire et invariant dans le temps consiste à estimer sa réponse impulsionnelle ou sa réponse fréquentielle par le biais des relations liant les signaux d'entrée et de sortie aux caractéristiques du système. Ainsi, la sortie temporelle du système (réponse) se modélise comme la convolution du signal d'entrée par la réponse impulsionnelle du système.

Pour la modélisation d'un système non-linéaire, la convolution est insuffisante pour décrire la relation entre entrée et sortie du système. Différents modèles non-paramétriques ont été proposés pour décrire les systèmes dynamiques non-linéaires et invariants dans le temps, comme les modèles bloc-orientés, les séries de Volterra ou les modèles basés sur une simplification des séries de Volterra.

Modèles bloc-orientés

Ces modèles consistent en des assemblages de systèmes élémentaires (les blocs), d'une part des filtres linéaires (à mémoire), et d'autre part des fonctions non-linéaires statiques (la plupart du temps des polynômes).

Même s'ils n'ont pas d'application directe en électroacoustique, les modèles Hammerstein, Wiener, Hammerstein-Wiener ou Wiener-Hammerstein, présentés Fig. 1.16 sont des outils classiques qu'on trouve par exemple dans la Toolbox Matlab System Identification [55].

À noter que les filtres linéaires peuvent être modélisés de manière paramétrique (ARMA par exemple).

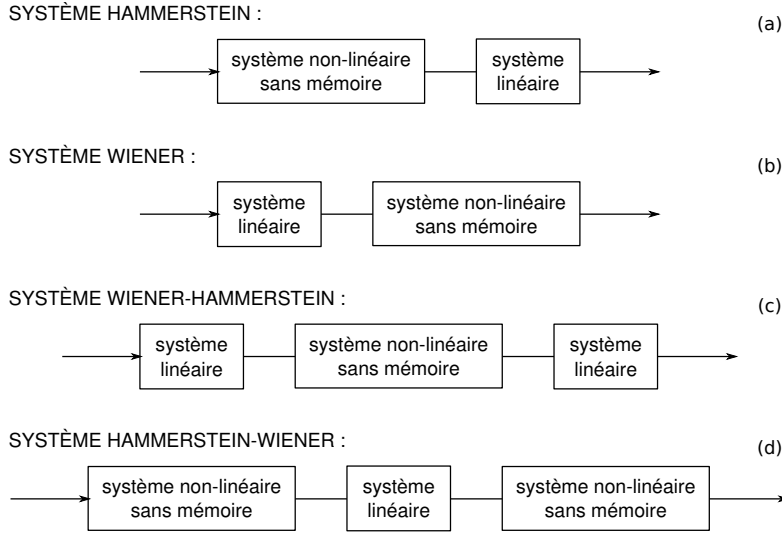


FIGURE 1.16 – Modèles bloc-orientés d'un système dynamique non-linéaire : (a) Hammerstein, (b) Wiener, (c) Wiener-Hammerstein, (d) Hammerstein-Wiener.

Séries de Volterra

Parmi les séries fonctionnelles décrites en mathématiques, les séries de Volterra [110], étudiées par Vito Volterra à la fin du 19^{ième} siècle, permettent de décrire une large classe de systèmes non-linéaires invariants dans le temps, sous la forme d'une somme infinie de convolutions multidimensionnelles d'ordre croissant [94]. La sortie $y(t)$ du système et l'entrée $x(t)$ sont alors reliées de la manière suivante

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \sum_n \mathbf{K}_n[x(t)] \\
 &= k_0 + \int_{-\infty}^{\infty} k_1(\tau_1)x(t - \tau_1)d\tau_1 \\
 &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} k_2(\tau_1, \tau_2)x(t - \tau_1)x(t - \tau_2)d\tau_1 d\tau_2 \\
 &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} k_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)x(t - \tau_1)x(t - \tau_2)x(t - \tau_3)d\tau_1 d\tau_2 d\tau_3 \\
 &\quad \vdots \\
 &\quad + \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} k_n(\tau_1, \dots, \tau_n)x(t - \tau_1) \dots x(t - \tau_n)d\tau_1 \dots d\tau_n,
 \end{aligned}
 \tag{1.21}$$

où $\mathbf{K}_n$ est une convolution de dimension n . Le modèle définit des réponses impulsionnelles multidimensionnelles d'ordre supérieur appelées «noyaux» avec $k_1(\tau_1)$ le noyau d'ordre 1, ou réponse impulsionnelle linéaire unidimensionnelle, $k_2(\tau_1, \tau_2)$ le noyau d'ordre 2, etc.

Ce modèle est particulièrement adapté à la description des systèmes faiblement non-linéaires à mémoire, et constitue une extension des séries de Taylor réservées aux non-linéarités statiques. Les séries de Volterra ne peuvent de fait modéliser que des non-linéarités continues, ce qui exclut *a priori* des non-linéarités hystérétiques ou des comportements chaotiques.

Les séries de Volterra ont été utilisées pour l'identification des non-linéarités de haut-parleur car elles permettent de modéliser précisément la distorsion harmonique et d'intermodulation du système dynamique [38], et en particulier pour modéliser les non-linéarités dues à la propagation acoustique à fort niveau dans le pavillon des haut-parleurs à chambre de compression [43, 86,

96, 6]. L'objectif de ces travaux est de linéariser, voire de compenser les non-linéarités par filtrage inverse.

La principale difficulté liée à l'utilisation de séries de Volterra est cependant l'augmentation de la complexité du modèle et du temps de calcul lorsqu'un ordre n élevé doit être considéré, les noyaux de Volterra à manipuler étant à n dimensions. En général, les auteurs se limitent à un ordre $n=2$, voire 3 [86, 105], ce qui limite d'autant l'intérêt d'un tel outil.

Des versions simplifiées des séries de Volterra ont par suite été proposées dans la littérature, qui sont décrites ci-dessous.

Simplification des séries de Volterra : diagonalisation

La complexité des séries de Volterra a amené plusieurs auteurs à considérer des modèles plus simples, réduisant ainsi le nombre de quantités à estimer (noyaux d'ordre supérieur en particulier). Des modèles bloc-orientés ont ainsi été proposés, qui peuvent être vus comme des mises en série ou en parallèle de modèles Hammerstein et/ou Wiener avec des non-linéarités polynomiales.

On appelle ainsi système de Hammerstein Généralisé (ou système de Volterra diagonalisé), le système correspondant au cas $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 \cdots = \tau_n$ de l'équation 1.21, et illustré Figure 1.17.

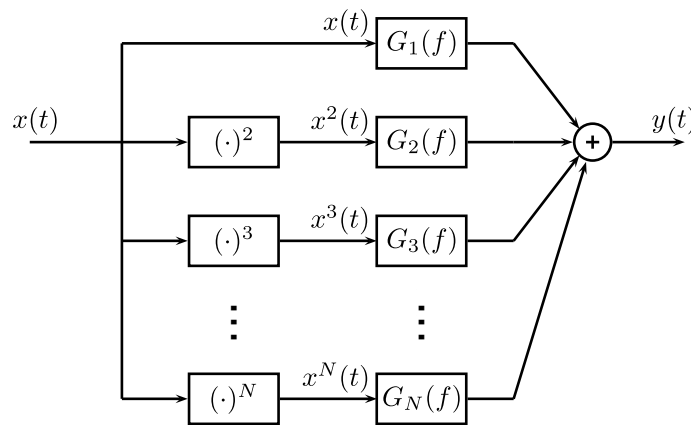


FIGURE 1.17 – Modèle «Hammerstein Généralisé» d'ordre N du comportement d'un système dynamique non-linéaire.

Le lien entre entrée et sortie s'écrit alors

$$y(t) = \sum_{n=1}^N x^n(t) * g_n(t), \quad (1.22)$$

avec $g_n(t)$ ($n \in [1, N]$) les réponses impulsionnelles (inconnues) des filtres $G_n(f)$.

1.4.3 «Hammerstein Généralisé» pour l'identification de systèmes acoustiques

Depuis une décennie, le modèle «Hammerstein Généralisé» a fait l'objet de plusieurs publications dans le domaine de l'audio, s'inscrivant dans la suite des travaux initiés par Angelo Farina [5]. Ce dernier a proposé au début des années 2000 [23] une technique appelée "convolution non-linéaire", permettant de séparer les contributions temporelles des ordres supérieurs des non-linéarités. Cette technique, basée sur le design d'un signal d'excitation de type chirp exponentiel, a par la suite été améliorée [[67], [84]], à la fois en la revisitant dans une perspective «Hammerstein Généralisé», et en synchronisant correctement le signal d'excitation, de

manière à estimer les filtres linéaires en module et en phase, ce que ne proposaient pas les méthodes antérieures. Une fois les filtres connus en module et en phase, un signal de sortie $\tilde{y}(t)$ peut être re-synthétisé. Depuis, cette méthode a été appliquée avec succès à la modélisation de la distorsion harmonique du haut-parleur électrodynamique [84] ainsi qu'à l'étude de systèmes vibroacoustiques [85].

C'est sur cette méthode et son adaptation à l'étude des non-linéarités de suspensions de haut-parleur que porte l'essentiel de ce travail de thèse.

1.5 En guise de conclusion

Si le focus de ce travail est mis sur les aspects non-linéaires, il convient de préciser que les caractéristiques d'un système réel s'écartant du modèle simplifié "système linéaire invariant dans le temps" peuvent également être liées au caractère "non-invariant" du système à étudier. Les modèles de Volterra et par suite les modèles «Hammerstein Généralisé» utilisés dans ce travail de thèse n'intègrent pas ce type de comportement, malgré le fait que les matériaux constituant les suspensions sont des matériaux qui conservent la mémoire des états précédents (au moins partiellement), et présentent donc de fait un comportement variant dans le temps (cf 1.3.1).

Des algorithmes ont été proposés pour intégrer cette évolution dans le temps du comportement du système à étudier (filtrage de Kalman où la dépendance en temps est modélisée dans le bloc linéaire de Wiener ou Hammerstein [61], méthode stochastique bayésienne [21], linéarisation avec Hammerstein-Wiener [52]).

Par ailleurs, la linéarisation du comportement des haut-parleurs peut être vue comme une application de l'identification. Le contexte est alors celui du contrôle adaptatif et de la compensation en temps-réel des non-linéarités d'un haut-parleur.

Une synthèse bibliographique sur l'identification et le contrôle de systèmes NL appliqué aux haut-parleurs a été proposée par Schurer [96].

Dans le cadre de la compensation des non-linéarités en temps réel, avec contrôle adaptatif ou non, plusieurs travaux s'attachent à décrire le comportement non-linéaire du haut-parleur, les non-linéarités et la non-invariance dans le temps pouvant être prises en compte avec un contrôleur adaptatif "feed forward" [79]. Dès 1991, Gao montre ainsi qu'il est possible d'obtenir une réduction significative de la distorsion en temps réel [27].

Des tentatives de linéarisation (caractérisation et compensation) par analyse de Volterra ont également été proposées [6], [39], dont le coût de calcul s'est avéré prohibitif, ou pour lesquelles seuls les ordres 2, voire 3 peuvent être supprimés [105], [92], [25], [24], [100].

Une méthode [75] basée sur la modélisation physique d'un haut-parleur utilisant l'approche des systèmes à Hamiltoniens à ports [22], a été également proposée. Le formalisme utilisé permet un asservissement physiquement informé. L'asservissement réalisé en simulant le comportement du haut-parleur donne des résultats encourageants.

Ces deux points particuliers (étude du comportement non-invariant dans le temps et linéarisation du comportement) n'ont pas été traités dans le cadre de ce travail de thèse et pourraient en constituer des perspectives intéressantes.

Chapitre 2

IDENTIFICATION DE SYSTÈMES NON-LINÉAIRES EN SÉRIE

2.1 Note liminaire

Identifier un système non linéaire inconnu à un modèle de "Hammerstein Généralisé" peut être considéré comme un problème résolu du point de vue algorithmique ([66], [85]). Cela suppose néanmoins que le système à analyser puisse être excité par un signal d'entrée contrôlé. Cependant, dans certaines situations expérimentales, la source nécessaire à produire le signal d'entrée peut elle-même être non-linéaire, voire fortement non-linéaire. Dans ces conditions, le signal d'entrée ne possède plus les propriétés requises pour l'identification.

Dans le cadre de ce travail de thèse, un banc expérimental a été mis en place pour l'étude du comportement non-linéaire des suspensions de haut-parleur. Sur ce banc, présenté en détail au chapitre 3, l'équipage mobile d'un haut-parleur est mis en vibration par un pot vibrant. Sur la base des signaux expérimentaux acquis avec ce banc, les suspensions de haut-parleur sont identifiées à un modèle de "Hammerstein Généralisé" pour lequel le signal d'entrée est le déplacement imposé par le pot vibrant et le signal de sortie est la force de réaction développée par l'équipage mobile.

Il s'avère que, pour certaines fréquences et pour certains niveaux d'excitation, le pot vibrant utilisé comme source mécanique présente un comportement non-linéaire. Le signal de déplacement imposé à l'équipage mobile est alors distordu. Dans ces conditions, le système non-linéaire à étudier peut être vu comme deux sous-systèmes non-linéaires en série (le pot vibrant et l'équipage mobile), et c'est l'objet de ce chapitre que de présenter une méthode permettant l'identification du deuxième système non-linéaire en s'affranchissant des non-linéarités induites par le premier sous-système.

Ce chapitre, rédigé en anglais, est la reproduction d'un article intitulé "Nonparametric Identification of Nonlinear Systems in Series" publié en 2014 dans la revue **IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement** [65]. La première partie de l'article décrit la méthode permettant l'identification de deux systèmes non-linéaires en série. Dans la deuxième partie de l'article, la méthode est validée à partir de l'étude expérimentale de la propagation acoustique à fort niveau dans un guide d'onde. Cette étape de validation s'éloigne de l'application visée *in fine* (étude des suspensions de haut-parleur), mais a néanmoins constitué une part non négligeable du travail de thèse présenté.

2.2 Introduction

Almost all real-world systems exhibit nonlinear behavior to varying degrees and must be described using a nonlinear model. For such nonlinear systems, the Volterra series representation

is usually considered as an effective model and its use in nonlinear system identification and analysis has become widespread from the early 80's [94], [9], [51]. Nevertheless, the Volterra model lays down the calculation of multidimensional kernels and most applications are limited to the second or third order, because of analytical difficulties and computational cost. Simplified Volterra-based models, namely Hammerstein model (N-L), Wiener model (L-N), Hammerstein-Wiener cascade (N-L-N) or Wiener-Hammerstein cascade (L-N-L) are then often preferred in the case of open-loop systems, because of their simpler structure and lower computational cost. Furthermore, for a better accuracy of the estimation, these simple models can be extended to so-called generalized models, such as the generalized Hammerstein model, as illustrated in Fig. 2.1, in the case of a Single-Input Single-Output (SISO) system. This generalized Hammerstein model is made up of N parallel branches, with each branch consisting of a linear filter $G_n(f)$ preceded by a n th order power static nonlinear function, for $n = 1, N$.

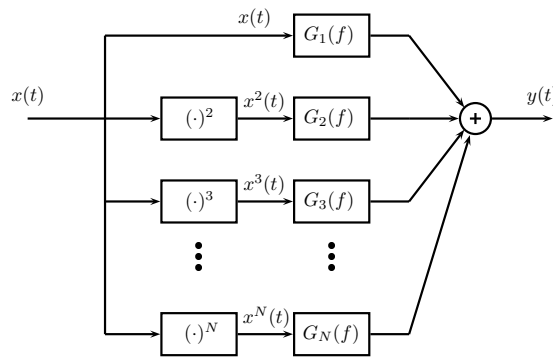


FIGURE 2.1 – Generalized Hammerstein model of a SISO system.

The identification of a nonlinear system using a generalized Hammerstein model consists in estimating the unknown linear filters $G_n(f)$ from the known input and output signals $x(t)$ and $y(t)$ respectively. Most of identification methods of Hammerstein or Wiener systems are based on parametric models [95], which means that each unknown linear filter $G_n(f)$ is modeled by a parametric frequency response function (FRF) model such as ARMA structure. However, a non-parametric method based on exponential swept-sine input signal $x(t)$ and nonlinear convolution has been proposed in [23] and [5] for the estimation of the modulus $|G_n(f)|$, and recently extended to the estimation of both the modulus and the phase of $G_n(f)$ through the synchronization of the excitation swept sine signal [66], [83]. This method, called *Synchronized Swept-Sine Method* in this paper, has been successfully applied to the study of various nonlinear systems [67], [63], [83].

However, for experimental situations, where a physical source (sound, light, vibration...) is driven by a swept-sine input signal for exciting the system under test (SUT), the unwanted nonlinearities of the source will be mixed with the nonlinearities of the SUT to be estimated. Then it might be of great interest to model the whole system (source + SUT) as two nonlinear dynamic systems in series, in order to be able to estimate independently each physical subsystem.

The present work consequently aims at developing a method allowing the identification of the nonlinear SUT without taking into account the effects of the nonlinearities of the first subsystem. Recently, Ege et al. [20] have proposed such a method for the estimation of the nonlinearities of a piano soundboard, when the soundboard is acoustically excited with a loudspeaker. Since both the source and the soundboard are nonlinear, the characterization of the piano soundboard requires measurements of both the distorted pressure generated by the loudspeaker and the local acceleration of the soundboard. The method presented by Ege et al. then allows the estimation

of the distortion rate of the soundboard only, but does not allow to identify the different contributions of the nonlinearities of the SUT.

In this paper, an off-line method allowing the identification of the second subsystem of two nonlinear systems in series is presented. This method is based on the estimation of the Higher Harmonic Frequency Responses (HHFRs) [67]. In Section 2.3, the principle of the method is detailed. In Section 2.4, the method is experimentally validated in the well-known framework of nonlinear propagation of acoustic waves. Finally, conclusions are presented in section 2.5.

2.3 method

Consider two SISO stable, time-invariant nonlinear systems (NLS) connected in series in an open loop, as depicted in Fig. 2.2.

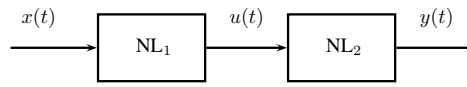


FIGURE 2.2 – Two dynamic nonlinear systems in series.

The signal $x(t)$ is the input of the first NLS. The signal $u(t)$ is the output of the first NLS and the input of the second NLS. The signal $y(t)$ is the output of the second NLS. Consequently, $y(t)$ may be seen as the output of the whole system for the input signal $x(t)$. Lastly, it is supposed that these three signals are available for the analysis.

The method presented here then allows the identification of the second NLS. Adding to the assumption that both subsystems are in series without any feedback (open-loop systems), as shown in Fig. 2.2, we suppose in the following that the first NLS belongs to the period-in-same-period-out (PISPO) class of systems [95], and that the second NLS may be described by a N th-order generalized Hammerstein model, as shown in Fig. 2.3.

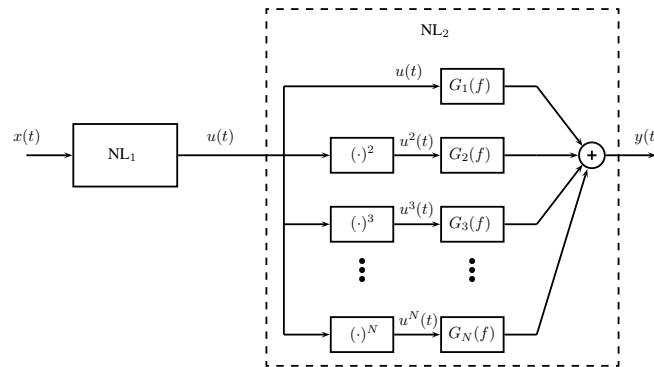


FIGURE 2.3 – Two dynamic nonlinear systems in series, the second one being the system under test, represented by a generalized Hammerstein model.

The identification of the system is then equivalent to estimating the linear filters $G_n(f)$, $n = 1, N$, from the measured signals $u(t)$ and $y(t)$, the input signal $x(t)$ being known. The identification process is based on the off-line estimation of both the HHFRs $\mathcal{H}_l^{(u,x)}(f)$ between $x(t)$ and $u(t)$, and the HHFRs $\mathcal{H}_l^{(y,x)}(f)$ between $x(t)$ and $y(t)$, for $l = 1, L$.

We recall that, given an input signal $a(t)$ and an output signal $b(t)$ of a NLS, the HHFR $\mathcal{H}_l^{(b,a)}(f)$ may be seen as the contribution, in both amplitude and phase, of the l -th harmonic at the output, for a sine at frequency f at the input, as

$$\mathcal{H}_l^{(b,a)}(f) = |\mathcal{H}_l^{(b,a)}(f)| e^{j\varphi_l^{(b,a)}(f)}. \quad (2.1)$$

Therefore, the HHFRs can be interpreted as frequency responses of fundamental and higher harmonics [67]. Several methods have been developed to estimate the HHFRs. The most intuitive but time consuming one is based on an harmonic excitation of the SUT and the process is repeated by changing the input frequency step by step. In [69], two methods have been proposed, the first one being based on FFT techniques to estimate the auto-spectrum and phase information of HHFRs and the second one using IQ demodulation. In this paper, the so-called *Synchronized Swept-Sine Method* [67] is used to estimate the HHFRs, but any other technique allowing the estimation of $\mathcal{H}_l^{(y,x)}(f)$ and $\mathcal{H}_l^{(u,x)}(f)$ in both amplitude and phase can be used. The method we propose also involves estimating the HHFRs $\mathcal{H}_l^{(u^n,x)}(f)$ of powers of the signal $u(t)$, for $n = 1, N$, corresponding to each polynomial input of the generalized Hammerstein model describing the second NLS. The signal $u(t)$, already distorted by the first nonlinear subsystem NL_1 , is then taken to the power of n in order to estimate the HHFRs $\mathcal{H}_l^{(u^n,x)}(f)$.

The HHFRs $\mathcal{H}_l^{(y,x)}(f)$ of the output signal $y(t)$ result in the combination of all HHFRs $\mathcal{H}_l^{(u^n,x)}(f)$ after filtering by filters $G_n(f)$. As detailed in Appendix F, the relation between the HHFRs $\mathcal{H}_l^{(u^n,x)}(f)$, $\mathcal{H}_l^{(y,x)}(f)$ and the linear filters $G_n(f)$ can indeed be written in a matrix form as

$$\begin{bmatrix} \mathcal{H}_1^{(y,x)}(f) \\ \mathcal{H}_2^{(y,x)}(f) \\ \vdots \\ \mathcal{H}_L^{(y,x)}(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_1^{(u,x)}(f) & \mathcal{H}_1^{(u^2,x)}(f) & \cdots & \mathcal{H}_1^{(u^N,x)}(f) \\ \mathcal{H}_2^{(u,x)}(f) & \mathcal{H}_2^{(u^2,x)}(f) & \cdots & \mathcal{H}_2^{(u^N,x)}(f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{H}_L^{(u,x)}(f) & \mathcal{H}_L^{(u^2,x)}(f) & \cdots & \mathcal{H}_L^{(u^N,x)}(f) \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} G_1(f) \\ G_2(f) \\ \vdots \\ G_N(f) \end{bmatrix}. \quad (2.2)$$

Equation (2.2) can then be solved for unknown $G_n(f)$ by using a square matrix inversion in the case $L = N$, or by using a pseudo-inversion in the case $L > N$. The number of harmonics L chosen for the estimation of HHFRs must be equal or greater than the number of the branches N of the generalized Hammerstein model. The matrix (pseudo)-inversion must be computed for each frequency f separately. Nevertheless, for frequencies corresponding to weak values of the output $u(t)$ of the first nonlinear system, the matrix $L \times N$ may be ill-conditioned. This can lead to meaningless solutions. Consequently, the values of $\mathcal{H}_l^{(u,x)}(f)$ have to be calculated first in order to achieve a good matrix conditioning. Appendix F details the method when exciting the two nonlinear systems in series by a sine wave of frequency f_0 .

2.4 Validation on an Acoustic Waveguide

2.4.1 Experimental set up description

To illustrate and validate the method described in the previous section, a particular case of two nonlinear systems connected in series is considered here. It consists of a compression driver exciting an acoustic waveguide as shown in Fig. 2.4.

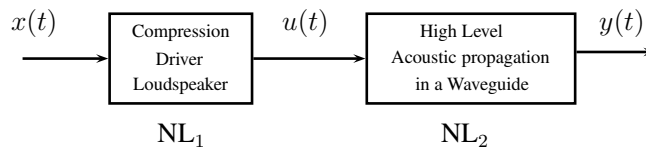


FIGURE 2.4 – Two real-world dynamic nonlinear systems in series.

A high level excitation voltage is supplied to the driver so that the behavior of the driver is supposed to be nonlinear. The driver generates a high level acoustic signal at the input of the waveguide so that a nonlinear acoustic propagation occurs in the waveguide. Nonlinear acoustic propagation due to a high level source can lead to shock wave for long distance propagation [32].

Indeed, local small nonlinear perturbations of the acoustic wave due to high sound pressure level are cumulative along the propagation and may distort the waveform considerably for sufficiently large source-to-receiver distances. Nevertheless, interest is focused here on a shorter distance, leading to the observation of weak nonlinear distortion, mathematically described by Burgers' equation [14], as summarized in Appendix G.

In addition to this weak nonlinear distortion, the acoustic pressure generated at the input of the waveguide is distorted, due to the nonlinear behavior of the driver, in such a way that the acoustic pressure propagating in the waveguide contains additional loudspeaker-driven nonlinear components. Identification of the nonlinearities solely due to nonlinear propagation in the waveguide is then carried out, using the identification method presented in the previous section. The experimental setup is depicted in Fig. 2.5.

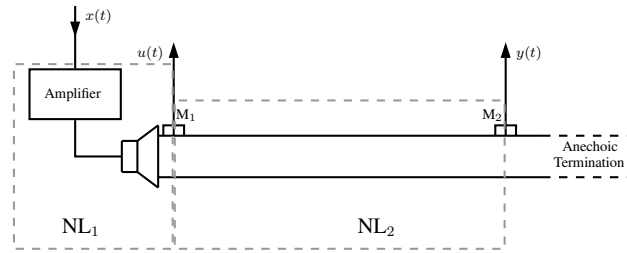


FIGURE 2.5 – Schematic representation of the experimental setup.

The setup is made up of a cylindrical air-filled tube (6 m long and 58 mm internal diameter) coupled to a compression driver (JBL model 2446H) at one of its ends. The other end of the tube is loaded by an absorbing termination in order to avoid sound reflections. The input signal $x(t)$ is a swept sine satisfying the conditions required for the Synchronized Swept-Sine Method, as detailed in [66]. Two microphones M1 and M2 (acceleration compensated piezo-electrical gauges PCB M116B) are flush mounted on the pipe wall. The first one is set at 20 cm from the source, whereas the second one is set at the distance of 4.2 m from the source. In this experiment, the first NLS consists of the power amplifier, the compression driver and the part of the guide between the driver and the first microphone. The second NLS is the part of the guide between the two microphones.

Pressure level provided by the driver at the input of the tube is chosen to be high enough for exhibiting weakly nonlinear acoustic propagation. In this experiment, the RMS pressure is 650 Pa. Measurements are performed from 300 Hz to 5000 Hz and sampling frequency is set to 96 kHz. For this frequency range, the absorbing termination is efficient, so that the outgoing wave reflected from the end of the tube is negligible. Thus, the identification results should be compared with the nonlinear traveling plane wave theory, based on Burgers' equation resolution and detailed in Appendix G. Note that the cutoff frequency, below which the plane wave approximation is valid, is around 3300 Hz.

2.4.2 Estimation of Higher Harmonic Frequency Responses

Both acoustic pressure signals $u(t)$ and $y(t)$ (from microphones M1 and M2) are independently analyzed thanks to the Synchronized Swept-Sine Method, by estimating HHFRs up to the 9th-order HHFR, with $x(t)$ the input signal. In the following, only the first, second and third HHFRs are plotted to improve readability of the graphs. In Fig. 2.6, the moduli of the HHFRs $\mathcal{H}_l^{(u,x)}(f)$ at the first microphone location are given. Similarly, Fig. 2.7 shows the moduli of the HHFRs $\mathcal{H}_l^{(y,x)}(f)$ at the second microphone location.

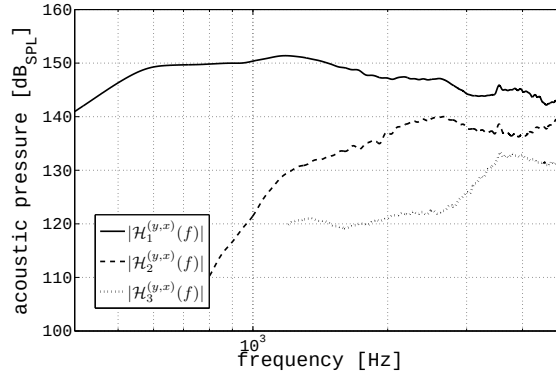


FIGURE 2.7 – HHFRs $|\mathcal{H}_l^{(y,x)}(f)|$ at the second microphone location. Only the first, second and third HHFRs are plotted.

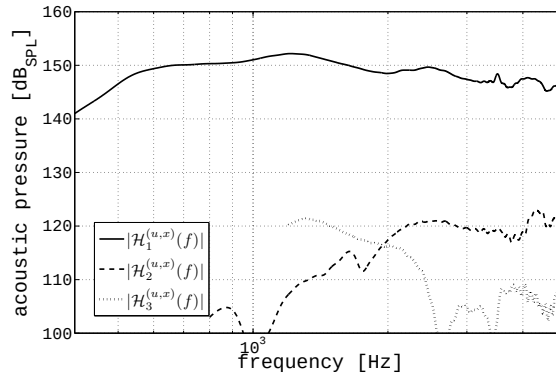


FIGURE 2.6 – HHFRs $|\mathcal{H}_l^{(u,x)}(f)|$ at the first microphone location. Only the first, second and third HHFRs are plotted.

Fig. 2.6 and 2.7 may be read as follows. For a sine wave excitation at a given frequency f , the acoustic pressure signal under analysis is made up of a fundamental frequency, a second and a third-order frequency components, which amplitude level is available at f , $2f$ and $3f$ frequencies, respectively.

Such representation of l th-order harmonics allows to read easily the levels of the HHFRs, relatively to a given value of the fundamental and consequently to evaluate the distortion, for each input frequency.

In Fig. 2.6, fundamental level of first microphone acoustic pressure signal, $|\mathcal{H}_1^{(u,x)}(f)|$, is quite constant, around 140-150 dB SPL over the whole frequency span. The level of second harmonic $|\mathcal{H}_2^{(u,x)}(f)|$ is lower than the fundamental one and increases slightly with frequency. $|\mathcal{H}_3^{(u,x)}(f)|$ level is lower than $|\mathcal{H}_2^{(u,x)}(f)|$ except below 800 Hz input frequency, leading to a minimum dynamic value between $|\mathcal{H}_1^{(u,x)}(f)|$ and $|\mathcal{H}_3^{(u,x)}(f)|$ of 25 dB, for an input frequency of 450 Hz.

Comparing the results at both microphones locations, the level of $|\mathcal{H}_1^{(y,x)}(f)|$ measured by the second microphone is 1 dB lower than the level of $|\mathcal{H}_1^{(u,x)}(f)|$ measured by the first microphone, for low frequencies. Moreover, the difference between fundamental levels at both microphones locations increases slightly with frequency above 2000 Hz. Both these effects are due to visco-thermal losses, which theoretically increase with frequency [80]. Furthermore, we notice in Fig. 2.7 that the acoustic pressure at the second microphone location is more distorted than at the first microphone location. This is due to the effects of nonlinear propagation : $|\mathcal{H}_2^{(y,x)}(f)|$ and $|\mathcal{H}_3^{(y,x)}(f)|$ globally increase with frequency, as predicted by the theory [10].

2.4.3 Generalized Hammerstein Model and Burgers' Theory

From experimental signals $x(t)$, $u(t)$ and $y(t)$, HHFRs $\mathcal{H}_l^{(u^n, x)}(f)$ and $\mathcal{H}_l^{(y, x)}(f)$ are calculated, with $l = 1, 9$. Then, the linear filters $G_n(f)$, for $n = 1, 3$, are estimated from (2.2). They characterize the behavior of the second nonlinear system, as far as a generalized Hammerstein model correctly fits the nonlinear propagation in the waveguide. The HHFRs $\mathcal{H}_l^{(y, u)}(f)$ for a given input $u(t)$ may then be calculated from the identified generalized Hammerstein model as depicted in Fig. 2.8.

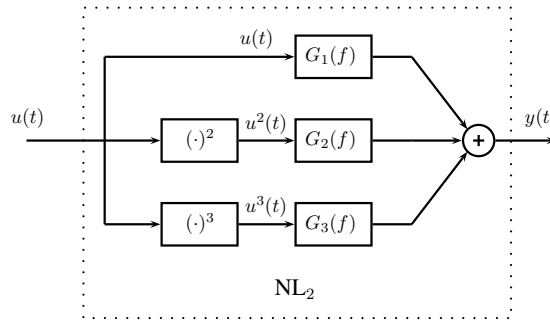


FIGURE 2.8 – Generalized Hammerstein model of the nonlinear propagation in the waveguide. Linear filters $G_n(f)$ are obtained from experimental data.

Moreover, the nonlinear acoustic propagation in the waveguide is completely described by the theory of Burgers detailed in Appendix G. A theoretical expression of HHFRs for a given input pressure is then available, noted $H_l(f)$.

As a validation, we aim at comparing the calculated HHFRs $\mathcal{H}_l^{(y, u)}(f)$ from the estimated model and the theoretical HHFRs $H_l(f)$. Besides, we also compare in the following the waveforms of the measured, theoretical and model-based re-synthesized acoustical pressures.

Two comparisons are presented here. First, in Figs. 2.9 and 2.10, the theoretical results calculated using Burger's theory are compared with the measured data including the whole system (NL_1 in series with NL_2). This comparison represents a case for which the nonlinearities of the first subsystem (NL_1) are mixed with the nonlinearities of the SUT (NL_2).

In Fig. 2.9, the theoretical HHFRs $H_l(f)$ are compared with the HHFRs $\mathcal{H}_l^{(y, x)}(f)$ of the whole system which contains information of nonlinearities of both systems NL_1 and NL_2 . Discrepancies between theoretical $H_l(f)$ and measured $\mathcal{H}_l^{(y, x)}(f)$ are then obvious, especially for second and third HHFRs. In particular, $\mathcal{H}_3^{(y, x)}(f)$ overestimates $H_3(f)$ in the frequency span from 300 Hz up to 800 Hz, due to the compression driver distortion contribution, as noted in Fig. 2.6.

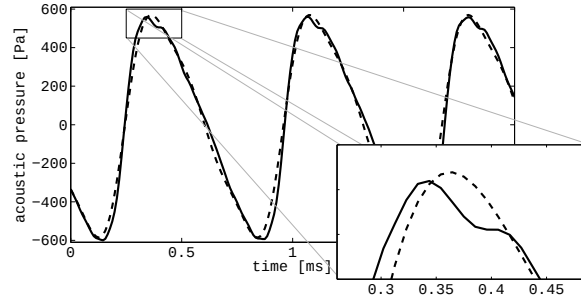


FIGURE 2.10 – Time waveforms of the acoustical pressure captured by microphone 2 for an input signal at 1400 Hz - solid line ; the theoretical time waveform calculated using the Burger's theory - dashed line.

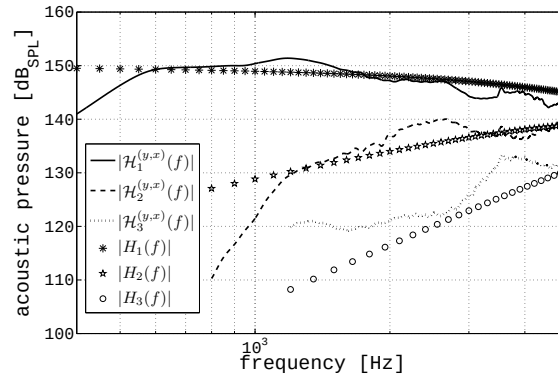


FIGURE 2.9 – Comparison between the theoretical HHFRs $H_l(f)$ and the estimated $\mathcal{H}_l^{(y,x)}(f)$. The nonlinearities of the first subsystem (NL_1) are mixed with the nonlinearities of the SUT (NL_2).

Fig. 2.10 shows the comparison of the time waveforms of the acoustical pressure for input signal at 1400 Hz. The theoretical waveform calculated using the Burger's theory (dashed line) clearly differs from the experimental signal captured by the microphone 2 (solid line), the RMS error between both waveforms reaching 54.3 Pa due to the nonlinearities of the first subsystem (NL_1).

The second comparison (Figs. 2.11 and 2.12) shows the theoretical results calculated using Burger's theory compared with the estimated model. In other words, the identification of the second nonlinear subsystem (the acoustical waveguide) is achieved while getting rid of the effects of the first subsystem (the compression driver), according to Equation (2.2).

In Fig. 2.11, the theoretical HHFRs $H_l(f)$ are compared with the HHFRs $\mathcal{H}_l^{(y,u)}(f)$ obtained from the estimated model of the SUT (NL_2). The results show that the identification of the propagation in the waveguide (NL_2) is in agreement with Burgers' theory, contrary to the results proposed in Fig. 2.9.

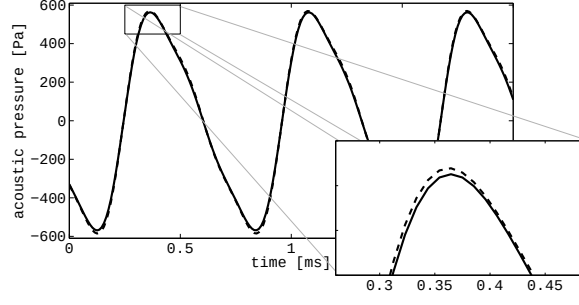


FIGURE 2.12 – Time waveforms of the acoustical pressure for an input signal at 1400 Hz : re-synthesized waveform from the estimated model - solid line ; the theoretical waveform calculated using the Burger's theory - dashed line.

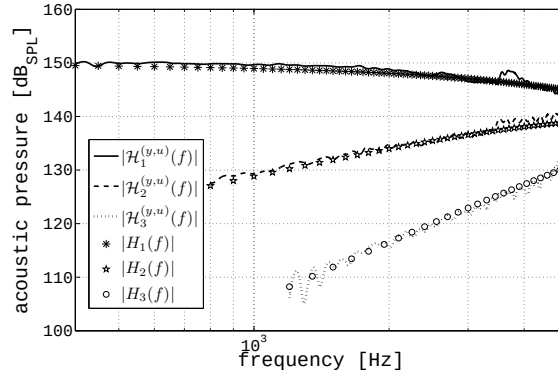


FIGURE 2.11 – Comparison between the theoretical HHFRs $H_l(f)$ and the calculated $\mathcal{H}_l^{(y,u)}(f)$. The SUT (NL_2) is estimated independently of the nonlinearities of the first subsystem NL_1 .

The same conclusion can be drawn with regard to the comparison of time waveforms of the acoustical pressure (Fig. 2.12). The waveform (solid line) re-synthesized from the estimated model matches well with the expected theoretical waveform calculated using the Burger's theory (dashed line), the RMS error being 9.3 Pa, almost six times lower than in the previous case.

The accuracy of the proposed identification is also confirmed by calculating the root mean squared error E_l for each HHFR $\mathcal{H}_l^{(y,u)}(f)$ as

$$E_l = \frac{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (|H_l(f_k)| - |\mathcal{H}_l^{(y,u)}(f_k)|)^2}}{\sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (|H_l(f_k)|)^2}}$$

for which values are given, for both cases, in Table 2.1.

	First case	Second case
1st HHFR	0.21	0.08
2nd HHFR	0.40	0.05
3rd HHFR	0.6	0.10

TABLE 2.1 – Normalized root mean squared error E_l , for first and second cases, respectively corresponding to Fig. 2.9 and 2.11.

2.5 Conclusion

In this paper, a method for the identification of two NLS in series has been presented.

The cascade of two NLS means that the second NLS under test is excited by a distorted signal, which is the output of the first nonlinear subsystem. In practice, this corresponds to the classical identification case of a system under test excited by a nonlinear device, as a loudspeaker or a shaker.

The method proposed in this paper identifies the second system using a generalized Hammerstein representation. On one hand, one of the characteristics of the method is to properly estimate the HHFRs of input and output of nonlinear SUT. Among several available methods, the *Synchronized Swept-Sine* method has been chosen for both its rapidity and robustness [66].

On the other hand, it is also worth noting that the method is low time consuming. The proposed method is indeed easy to implement and no special algorithm is required. In addition, the method has no need for any knowledge of the first subsystem, as far as the generalized Hammerstein model correctly fits the nonlinear behavior of the (second) nonlinear system under test.

The method allows in particular to regenerate an output signal corresponding to any given input signal. Thanks to this property we validate the method for a theoretically very well-known physical system, i.e. the weakly nonlinear acoustic propagation in a waveguide.

The results show good agreement between both model-based and theoretical system outputs.

Chapitre 3

CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DES SUSPENSIONS DE HAUT-PARLEURS

3.1 Introduction

Comme présenté au chapitre 1, de nombreux travaux expérimentaux ont contribué à la modélisation du comportement mécanique des suspensions et de la membrane du haut-parleur aux basses fréquences. Les principales méthodes expérimentales proposées par différents auteurs sont résumées dans le tableau 3.1, selon la nature de l'objet étudié (haut-parleur entier, équipement mobile ou suspension seule), les signaux d'excitation (quasi-statique ou dynamique) et les phénomènes étudiés (viscoélasticité ou non-linéarité). Ces méthodes se distinguent entre elles tout d'abord par le fait que les suspensions peuvent être étudiées à partir de mesures effectuées soit sur un haut-parleur entier, soit sur l'équipage mobile seul (partie mécanique du haut-parleur désolidarisée du moteur électromagnétique), soit encore sur les suspensions seules. Si l'utilisation d'un haut-parleur entier permet une mesure non destructive et *a posteriori* du comportement des suspensions, les deux autres approches autorisent une mesure avant ou pendant la fabrication, pouvant ainsi présenter un intérêt dans le cadre du développement de haut-parleurs. Quelque soit l'objet étudié (haut-parleur complet, équipement mobile, suspension seule), différentes techniques de mesure (électrique, mécanique) sont réalisées à partir de signaux d'excitation (quasi)-statiques ou (quasi)-dynamiques d'origines électrique (cas du haut-parleur entier), mécanique ou pneumatique.

Dans le cadre de ce travail de thèse, dont l'objectif est d'étudier le comportement dynamique des suspensions (*spider* et *surround*) aux basses fréquences, le choix a été fait de développer un banc expérimental permettant d'étudier le comportement de l'équipage mobile seul, soumis à une excitation mécanique. Une description détaillée du banc de mesure mis en place est proposée en 3.2, qui insiste plus particulièrement sur la chaîne d'excitation mécanique (§ 3.2.2), ainsi que sur la chaîne de mesure comprenant les capteurs et le système d'acquisition de données utilisés (§ 3.2.3). À chaque étape, une analyse du comportement des différents éléments du banc de mesure permet de mettre en évidence certaines limitations du banc, de discuter les problèmes de mesures rencontrés et la manière de s'en affranchir (au moins partiellement). La partie 3.3 présente le traitement appliqué aux signaux de mesures acquis. Plusieurs exemples de résultats expérimentaux parsèment cette partie, permettant ainsi d'illustrer le propos et d'introduire les premières interprétations physiques des phénomènes observés, faisant ainsi office de transition avec le chapitre suivant.

Expériences non détaillées			[38] [71] [33] [12] [15]
Expériences détaillées	haut-parleur entier	mesure électrique/mécanique	[49] [50] [90] [40] [35] [78] [16] [4] [2] [17][3] [104] [87] [103] [64]
		mesure mécanique	[93] [3] [57]
	équipage mobile seul	excitation mécanique	[31] [57]
		excitation pneumatique	[46] [57]
		mesure électrique	[11]
	suspension seule	mesure dynamique	[31] [91] [89], [46]
		mesure statique	norme EIA RS 438, [93]

TABLE 3.1 – Tableau récapitulatif des différentes méthodes expérimentales décrites dans la littérature.

3.2 Banc expérimental instrumenté

3.2.1 Présentation générale

En réponse aux objectifs expérimentaux rappelés dans l'introduction de ce chapitre, un banc expérimental multi-capteurs a été développé qui permet d'étudier le comportement dynamique des suspensions (*spider* et *surround*) de l'équipage mobile d'un haut-parleur électrodynamique. Ce banc répond aux exigences suivantes :

- Le banc est conçu de manière à pouvoir tester l'équipage mobile d'un haut-parleur seul, c'est-à-dire découplé du moteur magnétique.
- L'excitation mécanique de l'équipage mobile doit être réalisée de manière à ce que le comportement de l'équipage mobile soit le plus proche possible de celui mis en jeu lorsque le haut-parleur est entier.
- L'excitation mécanique doit permettre de générer des déplacements harmoniques de l'équipage mobile, contrôlés en amplitude et en fréquence. La gamme de fréquences doit s'étendre des très basses fréquences à la première fréquence de résonance mécanique de l'équipage mobile. L'amplitude des déplacements imposés doit pouvoir être constante quelque soit la fréquence. La dynamique de mesure doit inclure le fonctionnement en petits signaux (faibles amplitudes) et le régime non-linéaire (valeur crête du déplacement proche de l'élongation maximale $x_{\max}$).
- Enfin, la chaîne d'instrumentation doit être la plus linéaire possible et doit permettre la mesure de la force uni-axiale mise en jeu durant l'excitation harmonique de l'équipage mobile, ainsi que la mesure des grandeurs relatives au mouvement (accélération, vitesse et déplacement de l'équipage mobile et du bâti).

Équipages mobiles testés

Le banc expérimental mis en œuvre permet d'étudier le comportement dynamique des suspensions mécaniques de l'équipage mobile d'un haut-parleur. Cet équipement mobile est composé de la membrane, des deux suspensions (*spider* et *surround*), du support de la bobine et de la bobine mobile. Seule cette partie mécanique est étudiée ici. Le moteur magnétique de chaque haut-parleur testé est alors séparé de l'équipage mobile, ce dernier restant solidaire du saladier. Afin d'adapter l'équipage mobile au banc de mesure, une pièce usinée en aluminium est insérée et collée dans le porte-bobine, comme illustré en Figure 3.1. Cette pièce se prolonge par une tige, pour partie filetée, dont le but est d'assurer le couplage avec la source excitatrice mécanique.

Paramètres	<i>Visaton Sc8n</i>	<i>Celestion Super 8</i>
élongation maximale $x_{\max}$ [mm]	± 3	± 3
fréquence de résonance de l'équipage mobile f_s [Hz]	97	105
masse mobile M [g]	1.55	10.56
raideur de l'équipage mobile k [N.m ⁻¹]	580	4600
masse de la pièce d'adaptation [g]	9.25	33.24
nouvelle fréq. de rés. avec la pièce d'adaptation) [Hz]	37	52

TABLE 3.2 – Paramètres des équipages mobiles testés.

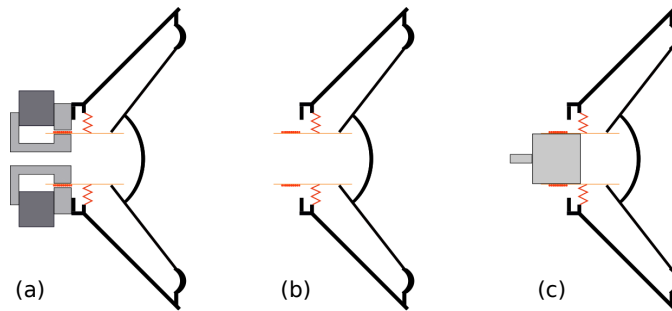


FIGURE 3.1 – Adaptation du haut-parleur au banc expérimental : (a) Haut-parleur entier. (b) Équipage mobile démonté. (c) Tige de guidage insérée et collée.

La masse ajoutée par la pièce d'adaptation modifie l'inertie de l'équipage mobile, mais n'a que peu d'effet sur le comportement en raideur et sur l'amortissement.

Dans le cadre de ce travail, les équipages mobiles de deux haut-parleurs différents sont testés, à savoir le modèle *Visaton SC8n* de diamètre 8.4 cm et le modèle *Celestion Super 8* de diamètre 20.3 cm. Ces haut-parleurs ont préalablement été caractérisés, avant découplage des parties mécaniques et magnétiques, en utilisant le banc de mesure développé par Klippel GmbH¹. Le tableau 3.2 donne les valeurs numériques, issues de ces mesures, des grandeurs d'intérêt pour notre étude, à savoir le déplacement maximal $x_{\max}$, la fréquence de résonance mécanique f_s , la masse M et la raideur k de l'équipage mobile. Ce tableau précise également la masse de la pièce d'adaptation utilisée pour coupler chaque équipage mobile au banc de mesure, ainsi que la nouvelle fréquence de résonance de l'équipage mobile une fois celui-ci équipé de la pièce d'adaptation.

Principe du banc expérimental

Le schéma de principe du banc expérimental est donné en Figure 3.2. L'équipage mobile étudié est fixé sur une plaque-support (en aluminium d'épaisseur 20 mm) percée d'un trou dont le diamètre est ajusté au diamètre du saladier. Cette plaque-support est elle-même fixée à un portique. Le système d'excitation mécanique est installé sur une structure indépendante du portique qui supporte l'équipage mobile étudié. Ce système d'excitation est constitué d'un pot vibrant LDS V406, suspendu par des chaînes à un support fixe et couplé à la pièce d'adaptation insérée dans le support de bobine de l'équipage mobile via une tige de poussée solidaire d'une tête d'impédance. Une tension électrique d'excitation $u(t)$ est fournie en entrée d'un amplificateur LDS PA100E qui délivre la tension électrique au pot vibrant. Le pot vibrant transmet alors une force $F(t)$ à l'équipage mobile qui subit un déplacement $x(t)$, une vitesse $v(t)$ et une accélération $a(t)$. Une tête d'impédance B&K type 8001 permet de mesurer les signaux $F(t)$ et $a(t)$.

1. <https://www.klippel.de/our-products/rd-system.html>

Un capteur de déplacement à triangulation laser Panasonic LM10 ANR1282, focalisé au centre de la membrane, permet de mesurer son déplacement $x(t)$. Enfin, un vibromètre laser Polytech PFV 056, connecté au contrôleur OFV 3001, contrôle la vitesse de la plaque-support $v_{\text{plaque}}(t)$. La génération des signaux d'excitation et l'acquisition des signaux de mesure sont gérées par un analyseur OROS, dont la fréquence d'échantillonnage est fixée à 13107.2 Hz.

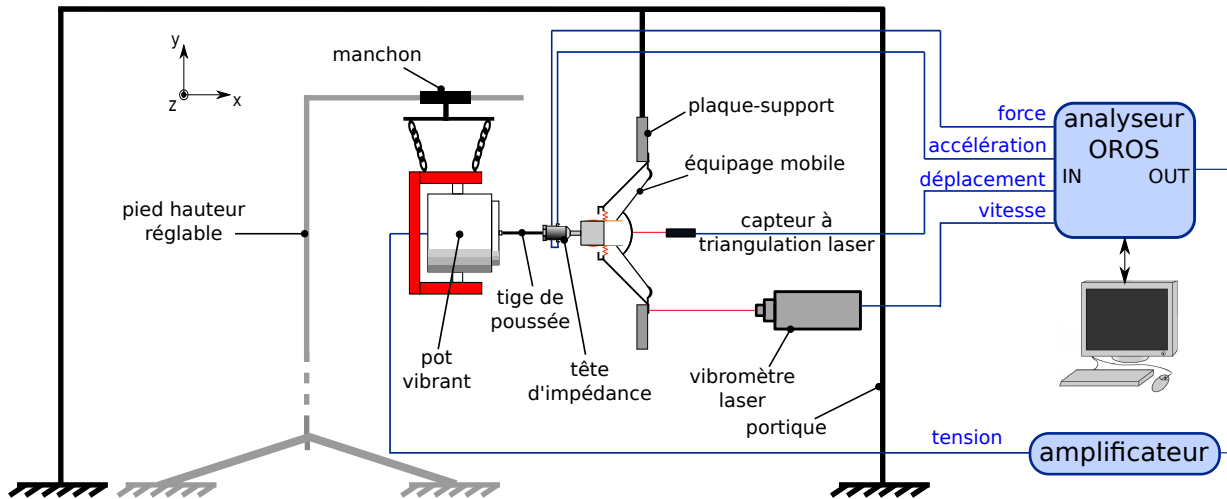


FIGURE 3.2 – Synoptique et schéma du banc expérimental.

Les photographies de la Figure 3.3 permettent d'apprécier la configuration expérimentale. La Figure 3.3(b) présente l'équipage mobile d'un haut-parleur *Visaton SC8n* monté sur le banc. La procédure de positionnement de l'équipage mobile sur le banc est décrite en annexe A. On y distingue le saladier fixé à la plaque-support et le capteur à triangulation laser focalisé au centre de la membrane. Le couplage mécanique entre le porte-bobine et le pot vibrant est visible sur la Figure 3.3(a).

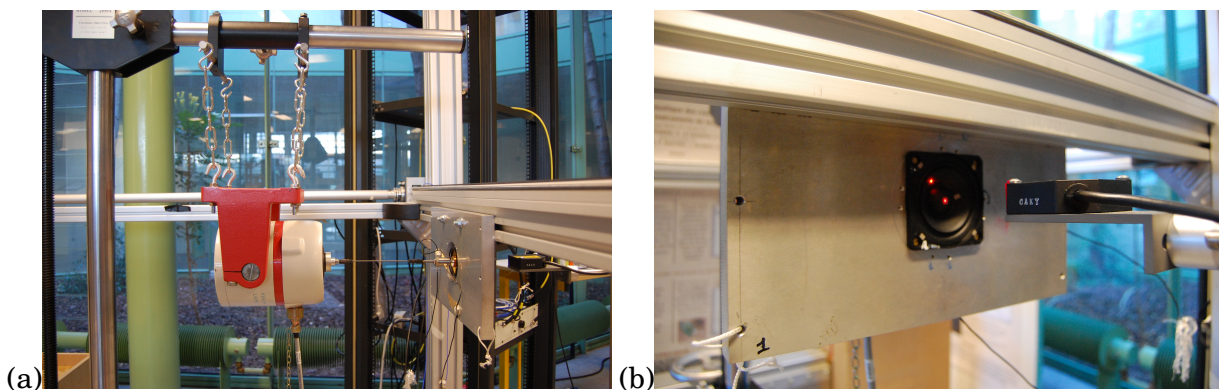


FIGURE 3.3 – Banc expérimental. (a) Vue d'ensemble de la connexion pot vibrant - équipage mobile. (b) Zoom sur la face rayonnante du haut-parleur *Visaton SC8n*.

Une analogie électromécanique du montage expérimental est proposée en annexe B afin d'appréhender le lien entre les grandeurs physiques mesurées et les grandeurs physiques mises en jeu sur le banc.

3.2.2 Chaîne d'excitation mécanique

Étalonnage et domaine d'utilisation

Dans l'idéal, le système d'excitation mécanique doit pouvoir imposer un déplacement sinusoïdal dont l'amplitude crête, contrôlée par l'expérimentateur, est constante sur une gamme de fréquences allant des très basses fréquences à la fréquence de résonance mécanique (voire légèrement au-delà) de cet équipement mobile en conditions normales d'utilisation (soit $f_s = 97$ Hz pour le *Visaton Sc8n* et $f_s = 105$ Hz pour le *Celestion Super 8*). Par ailleurs, ce déplacement doit pouvoir atteindre l'élongation maximale supportable par l'équipage mobile testé (soit $x_{\max} = \pm 3$ mm pour les deux haut-parleurs étudiés). En pratique, des contraintes liées au pot vibrant ou au banc dans son ensemble ne permettent pas de paver entièrement l'espace des couples (amplitude du déplacement / fréquence) recherchés. Ces contraintes, et les limites du domaine d'utilisation qui en résultent, sont détaillées au cours de ce chapitre.

Le pot vibrant utilisé ici comme source mécanique excitatrice est un pot vibrant LDS V406 (associé à l'amplificateur LDS PA100E). Son élongation maximale de ± 7 mm est compatible avec les déplacements maximaux que l'on cherche à atteindre.

Afin de générer un signal de déplacement de l'équipage mobile d'amplitude identique pour toutes les fréquences testées, il est nécessaire de procéder à l'étalonnage de la chaîne d'excitation mécanique. En effet, il ne suffit pas d'exciter le pot vibrant avec une tension électrique d'amplitude égale pour toutes les fréquences, du fait que l'impédance mécanique du pot vibrant varie avec la fréquence. L'étalonnage du pot vibrant est réalisé grâce à la mesure de la fonction de réponse en fréquence $X(f)/U(f)$, où $X(f)$ est le spectre du déplacement et $U(f)$ le spectre de la tension électrique d'excitation. La compensation à apporter à la tension électrique d'excitation pour générer un déplacement d'amplitude constante pour toutes les fréquences est directement déduite de cette réponse en fréquence.

À titre d'exemple, la Figure 3.4 illustre le comportement du pot vibrant lorsque celui-ci est chargé par l'équipage mobile du *Visaton Sc8n*. La Figure 3.4(a) représente l'amplitude crête du déplacement imposé par le pot vibrant en fonction de l'amplitude crête de la tension électrique d'excitation $u(t)$ pour différentes fréquences. L'amplitude crête maximale $u_{cmax} = 1.4$ V de la tension d'excitation correspond à la tension électrique maximale admissible en entrée de l'amplificateur LDS PA100E (donnée constructeur). Ainsi, la Figure 3.4(a) montre qu'il existe une fréquence minimale, comprise entre 250 mHz et 500 mHz, en-dessous de laquelle il n'est pas possible d'atteindre le déplacement maximal $x_{\max} = \pm 3$ mm avec une tension crête d'excitation inférieure ou égale à u_{cmax} . Néanmoins, afin d'étudier le comportement des suspensions aux très basses fréquences (et pour des raisons liées au traitement numérique des signaux, détaillées plus loin), la fréquence la plus basse choisie pour les tests dynamiques est fixée à $f = 250$ mHz, même si l'élongation maximale n'est pas atteignable à cette fréquence.

La Figure 3.4(a) montre également que, pour chaque fréquence d'excitation, l'évolution de l'amplitude du déplacement en fonction de l'amplitude de la tension d'excitation peut être approximée par une droite dont le coefficient directeur dépend de la fréquence. En d'autres termes, cela signifie que l'amplitude du déplacement suit une loi linéaire en fonction du niveau électrique d'excitation et qu'une seule fonction de réponse en fréquence $X(f)/U(f)$, indépendante du niveau, est suffisante pour la calibration du pot vibrant. Cette fonction de réponse en fréquence est donnée en Figure 3.4(b). Sur cette figure, l'évolution de $X(f)/U(f)$ présente un "accident" aux environs de 1.8 Hz. Cette fréquence correspond à la fréquence d'un mode de balancier du pot vibrant, ce dernier étant suspendu par des chaînes à un support rigide. Cette fréquence particulière devra être évitée lors de la caractérisation des équipements mobiles, ou testée en prenant garde que le déplacement du pot vibrant, pouvant alors atteindre une amplitude non-contrôlée très importante, ne déchire l'équipage mobile.

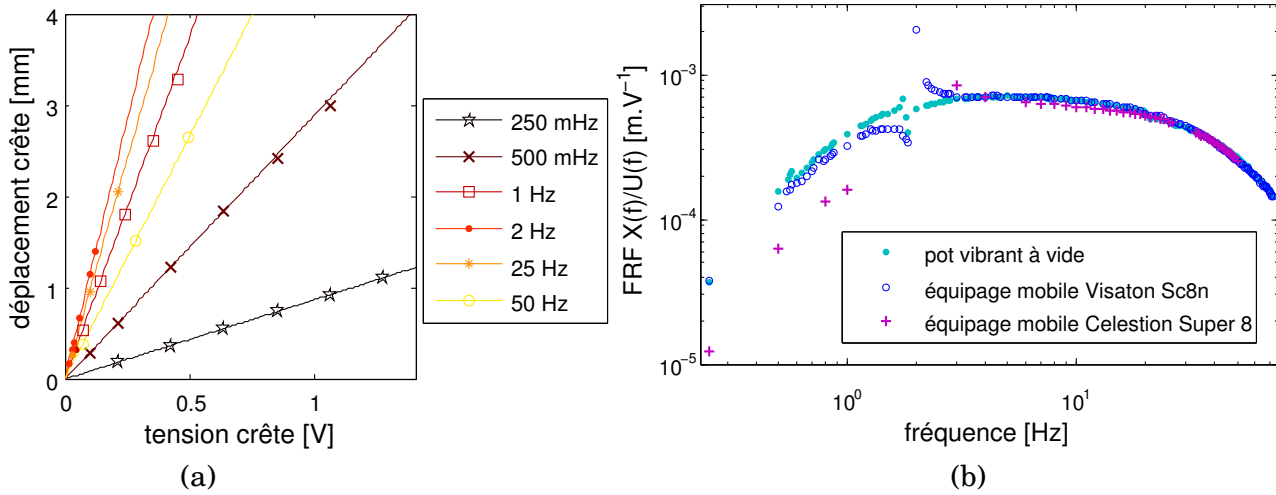


FIGURE 3.4 – (a) Lois d'équivalence entre la tension crête appliquée à l'amplificateur du pot vibrant et le déplacement crête imposé par le pot vibrant. (b) Fonctions de réponse en fréquence $X(f)/U(f)$ avec et sans équipement mobile pour une tension d'alimentation de 0.05 volt crête.

Dans le cadre de l'étude dynamique réalisée, le comportement des équipements mobiles est idéalement étudié pour des déplacements crête de 0.2 mm, 0.5 mm, 1 mm, 2 mm et 3 mm, constants quelque soit la fréquence. La Figure 3.5 représente l'amplitude crête des déplacements obtenus expérimentalement sur le banc en fonction de la fréquence, dans le cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*, après compensation de la tension d'excitation suite à l'étalonnage du pot vibrant.

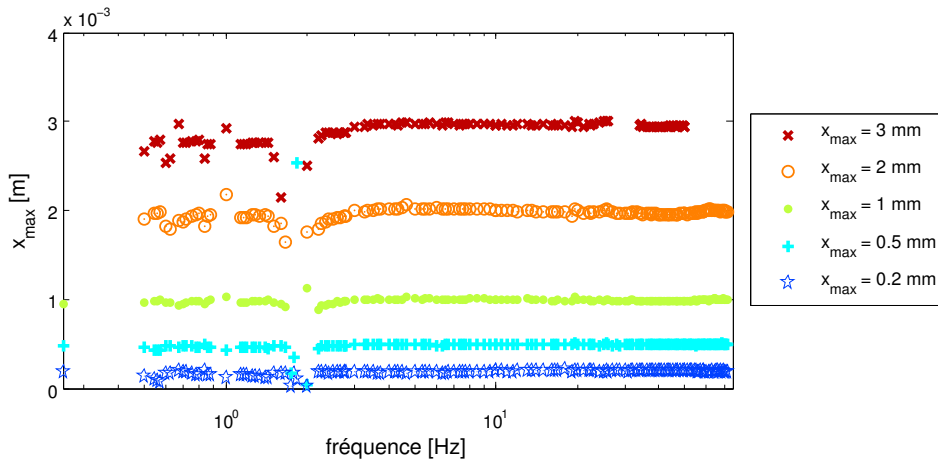


FIGURE 3.5 – Valeur crête du déplacement du pot vibrant en fonction de la fréquence, pour cinq niveaux d'amplitude imposés dans le cas où l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* est connecté au pot vibrant.

Les valeurs de $x_{\max}$ obtenues présentent une variabilité autour de la valeur souhaitée, l'écart-type des valeurs est de 0.14 mm pour le cinquième niveau par exemple.

Cette variabilité est d'autant plus importante que les valeurs de $x_{\max}$ sont grandes (2 et 3 mm) et que la fréquence est basse (typiquement inférieure à 3 Hz). On retrouve notamment une grande variabilité autour de la fréquence $f = 1.8$ Hz correspondant au mouvement de balancier du pot vibrant décrit précédemment.

On peut noter également que la fréquence d'excitation ne dépasse pas 72 Hz pour un déplacement inférieur ou égal à 2 mm, et ne dépasse pas 50 Hz pour un déplacement de 3 mm. En effet, pour toute valeur du déplacement crête imposé par le pot vibrant, il existe une fréquence maximale au-delà de laquelle la force $F_i = B\dot{li}$ développée par le pot dépasse l'effort maximal admissible par celui-ci. Dans le cas du pot vibrant LDS V406, il est recommandé par le constructeur de ne pas dépasser un effort de 76 N en régime permanent. Au-delà des fréquences de résonance mécanique du pot vibrant à vide et de l'équipage mobile, la force développée par le pot vibrant se résume à $F_i(t) = M_{tot} \cdot a(t)$, où $M_{tot} = M_{ms_{pot}} + M_{tige} + M_{tête} + M_{ms_{équip-mob}}$ avec $M_{ms_{pot}}$ la masse mobile du pot vibrant, M_{tige} la masse de la tige de poussée, $M_{tête}$ la masse de la tête d'impédance, $M_{ms_{équip-mob}}$ la masse mobile de l'équipage mobile testé et $a(t)$ l'accélération que subissent ces masses. Dans ces conditions, la fréquence maximale d'utilisation pour un déplacement $x_{max} = \pm 3$ mm est estimée à 50 Hz dans le cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton SC8n* comme dans le cas de l'équipage mobile du *Celestion Super 8*. Pour des déplacements de ± 2 mm, la fréquence maximale théorique devient 63 Hz. En pratique, compte tenu du comportement du pot vibrant observé en cours d'expérience, nous avons choisi d'étendre les mesures jusqu'à la fréquence 72 Hz.

Enfin, notons que pour un déplacement crête de ± 3 mm, outre le fait que la fréquence maximale ne dépasse pas 50 Hz, il existe une zone de fréquences autour de 28 Hz pour laquelle aucun résultat n'est disponible. Pour cette fréquence particulière, un phénomène de résonance parasite apparaît en effet, d'autant plus marqué que le déplacement imposé est grand, ce qui se traduit par une vibration du manchon permettant d'accrocher le pot vibrant à la structure qui le supporte. Cette fréquence particulière devra être évitée lors de la caractérisation des équipages mobiles pour les grands déplacements.

Compte tenu de tout ce qui précède, le tableau 3.3 récapitule les plages de variations des grandeurs accessibles avec le banc. En particulier, le banc expérimental développé permet d'étudier le comportement de l'équipage mobile dans une gamme de fréquences qui inclut la fréquence de résonance de l'équipage mobile avec pièce d'adaptation, mais ne permet pas d'atteindre la fréquence de résonance du haut-parleur entier. C'est clairement une des limitations principales du banc, dont il conviendrait de s'affranchir dans une future version.

	VALEUR MINIMALE	VALEUR MAXIMALE
FRÉQUENCE	250 mHz	72 Hz
DÉPLACEMENT CRÊTE	0.2 mm	1 mm à 250 mHz, 3 mm de 500 mHz à 50 Hz et 2 mm de 51 Hz à 72 Hz
VITESSE CRÊTE	0.3 mm.s ⁻¹	0.9 m.s ⁻¹
ACCÉLÉRATION CRÊTE	0.5 mm.s ⁻²	410 m.s ⁻²
FORCE CRÊTE	0.01 N	10 N

TABLE 3.3 – Gammes de valeurs des signaux de déplacement, vitesse, accélération et force mis en jeu sur le banc expérimental.

Distorsion due au pot vibrant

Plus le déplacement imposé au pot vibrant est important, plus son comportement est susceptible d'être non-linéaire. Pour un signal d'excitation électrique sinusoïdal d'amplitude suffisamment grande, le signal de déplacement $x(t)$ fourni à l'équipage mobile testé est en réalité un sinus distordu. Cette distorsion peut être évaluée en calculant le taux de distorsion harmonique

(*THD*) de ce signal de déplacement en utilisant la relation suivante :

$$THD_x(f) = \frac{\sqrt{\sum_{n=2}^N |X(nf)|^2}}{|X(f)|} \times 100 [\%], \quad (3.1)$$

avec $|X(nf)|$ le module de l'harmonique de rang n du spectre de $x(t)$ et N le nombre d'harmoniques. La Figure 3.6 présente l'évolution du taux de distorsion harmonique calculé à partir de la transformée de Fourier du signal de déplacement de l'excitateur pour différentes valeurs de déplacement crête, suivant deux configurations différentes, à savoir sans équipement mobile (Figure 3.6(a)) et lorsque l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* est monté (Figure 3.6(b)).

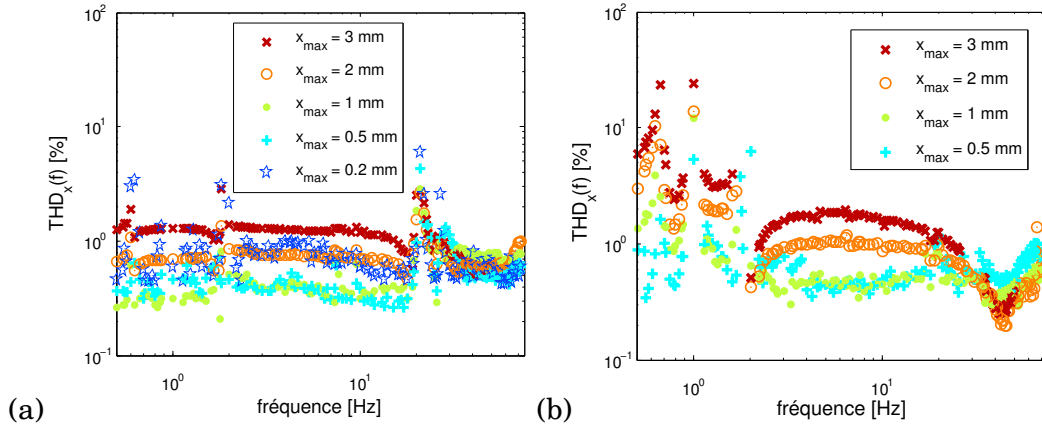


FIGURE 3.6 – Taux de distorsion du signal de déplacement du pot vibrant pour différentes valeurs de déplacement crête. (a) Seule la tête d'impédance est fixée au pot vibrant. (b) L'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* est connecté au pot vibrant.

Le taux de distorsion harmonique croît avec la valeur crête du déplacement et il est plus important lorsque l'équipage mobile est monté sur le banc. Entre 250 mHz et 2 Hz, sa valeur peut atteindre 10 %. Ceci est un effet du mode de balancier du pot vibrant, suspendu par les chaînes, et constitue une des principales limitations du banc expérimental. Par ailleurs, le fort *THD* obtenu pour une valeur crête du déplacement de 0.2 mm s'explique par le fait que, pour ce faible déplacement, le rapport signal à bruit (RSB) est très faible pour les harmoniques supérieures.

Dans la suite de l'étude, le taux de distorsion du déplacement dû au comportement non-linéaire du pot vibrant devra être pris en compte pour estimer la part des non-linéarités du système d'excitation dans l'éventuelle distorsion mesurée sur le signal de force. Ce point particulier est abordé au chapitre 4.

3.2.3 Chaîne de mesure

3.2.3.1 Capteurs

Les différents capteurs utilisés sur le banc (tête d'impédance B&K 8001 comprenant un accéléromètre et un capteur de force, capteur de déplacement Laser Panasonic LM10 ANR1282 et vibromètre Laser Polytech PFV 056) et représentés Figure 3.2 sont choisis pour l'adéquation de leur bande passante et de leur dynamique avec les signaux mis en jeu (cf. table 3.3) et pour leur facilité de mise en œuvre sur le banc. Ils sont également choisis de manière à perturber le moins possible le comportement mécanique de l'équipage mobile.

Les différents capteurs sont calibrés suivant une opération détaillée en annexe C.

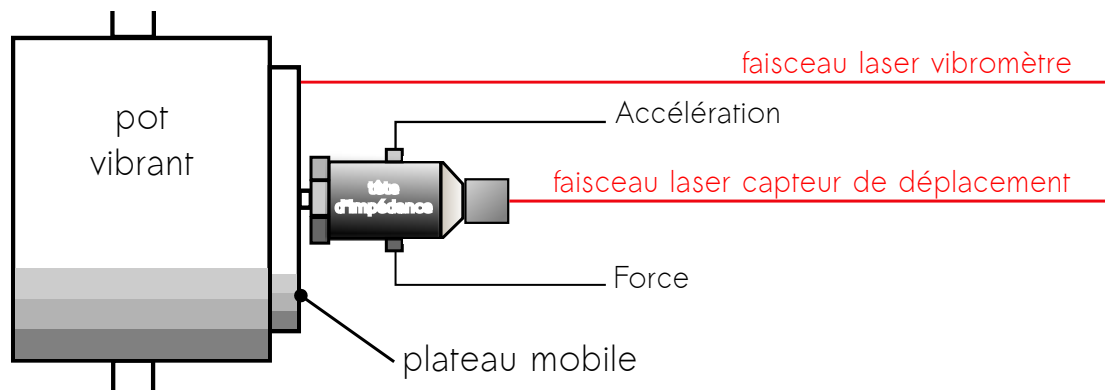


FIGURE 3.7 – Montage d'une masse connue sur le banc expérimental dans le but de vérifier la validité des signaux de force et d'accélération mesurés.

Deux capteurs différents sont disponibles pour la mesure de l'accélération de l'équipage mobile. Il s'agit de l'accéléromètre inclus dans la tête d'impédance et du capteur de déplacement à triangulation laser. La Figure 3.8 présente le rapport des spectres (modules) du signal de force et du signal d'accélération, mesuré à partir de l'accéléromètre de la tête d'impédance et déduit de la mesure du déplacement à partir du capteur laser, pour une excitation en sinus glissant d'amplitude constante, égale à $200 \text{ mV}_{\text{rms}}$, de 200 mHz à 5 Hz, lorsqu'une masse connue de 150.4 g est fixée à l'extrémité de la tête d'impédance (Figure 3.7). Pour des fréquences supérieures à 2 Hz, le rapport des spectres du signal de force et du signal d'accélération est dans les deux cas une constante égale à 152.5 g, soit exactement la masse connectée à la tête d'impédance additionnée de la masse sismique de 2.1 g interne à la tête d'impédance. En deçà de 2 Hz, les valeurs d'accélération mises en jeu sur le banc sont trop faibles au regard de la sensibilité de l'accéléromètre qui ne peut fournir un signal valide. En revanche, le tracé obtenu à partir du déplacement permet d'estimer correctement la valeur de la masse pour les fréquences inférieures à 4 Hz, bien que le signal soit bruité en deçà de 600 mHz. À ces fréquences, la force d'inertie théorique est de l'ordre de 0.35 mN, valeur trop faible pour être mesurée correctement par le capteur de force, d'où l'apparition d'un bruit de mesure important. Ce problème disparaît lors des mesures avec l'équipage mobile, car l'ordre de grandeur de la force de rappel alors mise en jeu est plus important (cf. tableau 3.3).

Le signal de déplacement issu du capteur à triangulation laser, valide pour toutes les fréquences de test, est ainsi systématiquement utilisé par la suite pour estimer le déplacement, la vitesse et l'accélération de l'équipage mobile.

3.2.3.2 Acquisition des signaux

L'analyseur *OROS*, piloté par le logiciel *NV Gate*, permet d'une part d'acquérir les signaux issus des capteurs et délivrer d'autre part le signal d'excitation. Parmi les valeurs proposées par le logiciel *NV Gate* de la fréquence d'échantillonnage f_e , on retient la valeur $f_e = 13107.2 \text{ Hz}$, à la fois pour des raisons imposées par les choix possibles compatibles avec le critère de Shannon (la fréquence maximale du fondamentale étant fixée à 70 Hz et l'acquisition devant permettre l'étude des 15 premiers harmoniques, la fréquence maximale des signaux acquis s'élève à 1050 Hz) et pour que les approximations numériques des dérivées soient les plus correctes possibles (voir 3.3.2). À noter que les données sont codées sur 24 bits.

L'acquisition des signaux de mesure est réalisée en mode DC, bien que les mesures soient effectuées à partir de la fréquence 250 mHz. En effet, l'utilisation du mode DC permet de s'affranchir du filtrage passe-haut associé au mode AC qui fausse les données acquises en deçà de 5 Hz. Par ailleurs, l'acquisition d'une éventuelle composante continue du signal de déplacement

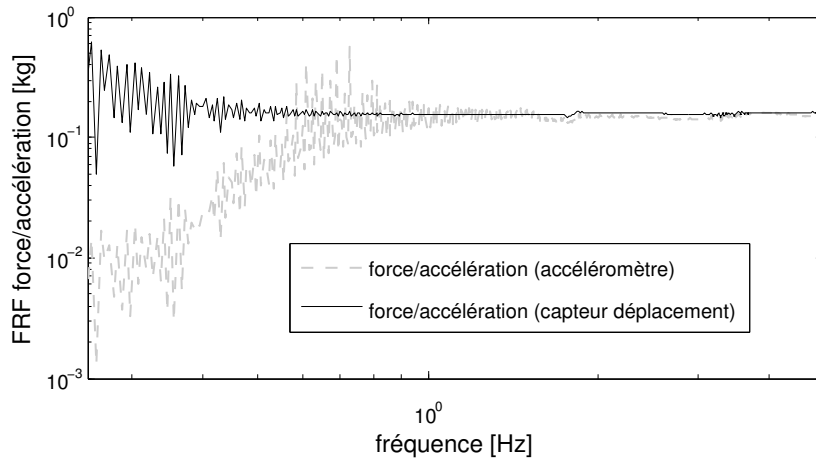


FIGURE 3.8 – Rapport des spectres (modules) du signal de force et du signal d'accélération pour une excitation en sinus glissant d'amplitude constante, égale à 200 mV_{rms} , de 100 mHz à 5 Hz. Tracé gris pointillé : accélération mesurée par l'accéléromètre. Tracé noir : accélération déduite du déplacement mesuré par le capteur à triangulation laser.

de l'équipage mobile, mesurée avec le capteur de déplacement laser, permet de détecter un éventuel comportement non-linéaire associé au pot vibrant. En effet, bien que la position au repos de l'équipage mobile monté sur le banc soit ajustée de manière à supprimer au mieux toute déformation statique, il est possible qu'à fort niveau d'excitation le comportement du pot vibrant devienne non-linéaire et introduise une composante continue du déplacement [45]. L'acquisition en mode DC permet alors de vérifier que, lors des excitations dynamiques, le pot vibrant n'induit pas de composante continue additionnelle du déplacement de l'équipage mobile.

3.3 Traitement des signaux issus des capteurs

Les signaux mesurés par les différents capteurs sont bruités et éventuellement distordus. Ils sont acquis à une fréquence d'échantillonnage de 13107.2 Hz, avec une résolution de 24 bits. Ils sont ensuite filtrés, intégrés ou dérivés si besoin, avant d'être exploités dans le cadre de la caractérisation du comportement mécanique d'un équipage mobile. Ces opérations sont décrites ci-après.

3.3.1 Débruitage des signaux

Dans le but de réduire le bruit inhérent aux capteurs et à la chaîne d'acquisition, une opération de débruitage des signaux est réalisée, par projection dans l'espace de Fourier grâce à la méthode de détection synchrone. L'information utile se situant à la fréquence de l'excitation f_0 , et aux fréquences multiples entières de f_0 lorsque le signal présente de la distorsion harmonique, le signal temporel débruité est obtenu par transformée de Fourier inverse, en ne considérant que l'amplitude et la phase des N_h premiers harmoniques de f_0 .

Deux exemples de comparaison entre signal mesuré et signal débruité sont présentés en Figure 3.9. Les signaux débruités sont construits à partir de 30 harmoniques, analysés sur 50 périodes.

Cette technique de filtrage est valide lorsque le signal analysé est stationnaire. Ainsi, pour chaque signal enregistré, la partie transitoire est supprimée avant l'analyse de Fourier : les dix premières secondes des signaux acquis sont systématiquement tronquées avant analyse. À titre d'illustration, les 25 premières secondes d'un enregistrement de signaux de déplacement d'une

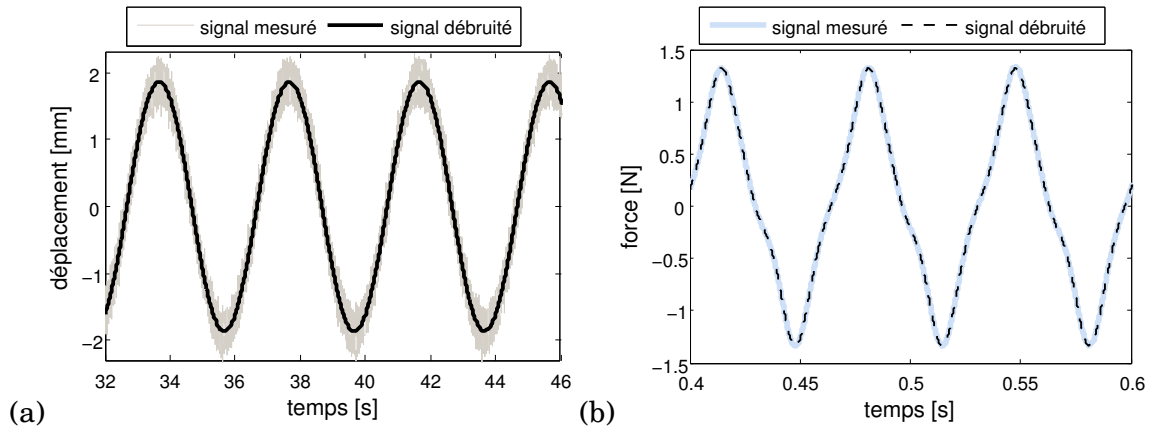


FIGURE 3.9 – Comparaison de signaux temporels mesurés puis débruités, (a) signal de déplacement, excitation à la fréquence 250 mHz, (b) signal de force, excitation à la fréquence 15 Hz.

part, et de force d'autre part, sont fournies en Figure 3.10. Au delà des 10 premières secondes, les signaux sont quasi stationnaires.

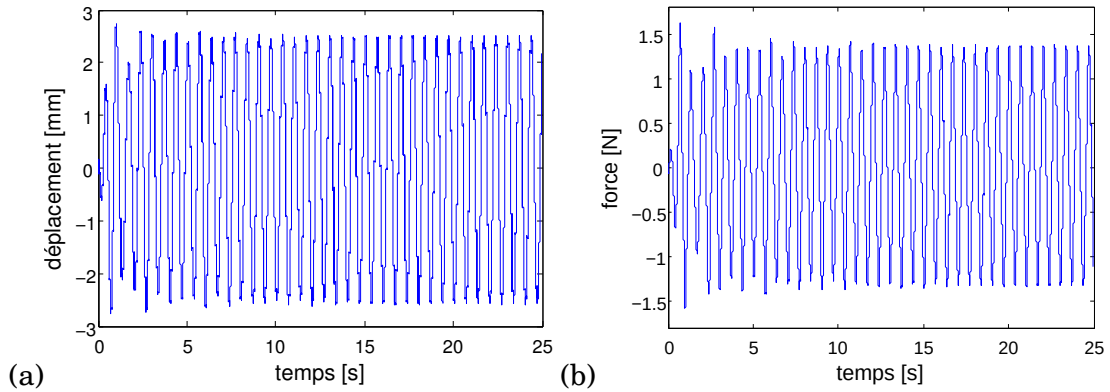


FIGURE 3.10 – Signaux temporels, (a) déplacement et (b) force. La référence $t = 0$ s correspond à la mise en route du pot vibrant, excité ici à la fréquence 1.5 Hz.

Le nombre d'harmoniques N_h , retenu pour reconstruire le signal débruité, est choisi de manière à minimiser l'erreur au sens des moindres carrés entre le signal mesuré $y_{ref}[n]$ et le signal débruité $y[n]$. Cette erreur est calculée comme suit :

$$\epsilon_y = \sqrt{\frac{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} (y_{ref}[n] - y[n])^2}{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} y_{ref}^2[n]}}, \quad (3.2)$$

où N est le nombre de points. À titre d'exemple, la Figure 3.11(a) montre l'évolution de ϵ_y en fonction de N_h , pour les signaux de force, accélération et déplacement, dans le cas d'un déplacement imposé d'une amplitude crête de 3 mm à la fréquence 25 Hz (amplitude crête correspondant au cas le plus défavorable en termes de distorsion harmonique pour le banc expérimental utilisé). L'erreur décroît avec N_h jusqu'à $N_h \simeq 15$ pour le signal de force. Le choix est fait par la suite d'imposer $N_h = 30$ harmoniques.

Par ailleurs, la Figure 3.11(b) montre l'erreur au sens des moindres carrés entre le signal mesuré et le signal débruité (avec $N_h = 30$), en fonction du nombre de périodes d'analyse. On constate que l'erreur diminue également avec le nombre de périodes enregistrées. Pour cette raison, un nombre minimal de périodes est requis (supérieur à 30 périodes pour le signal de

force dans le cas de la figure 3.11(b). Les durées d'acquisition sont fixées en fonction de ce critère et sont donc plus longues en basses fréquences.

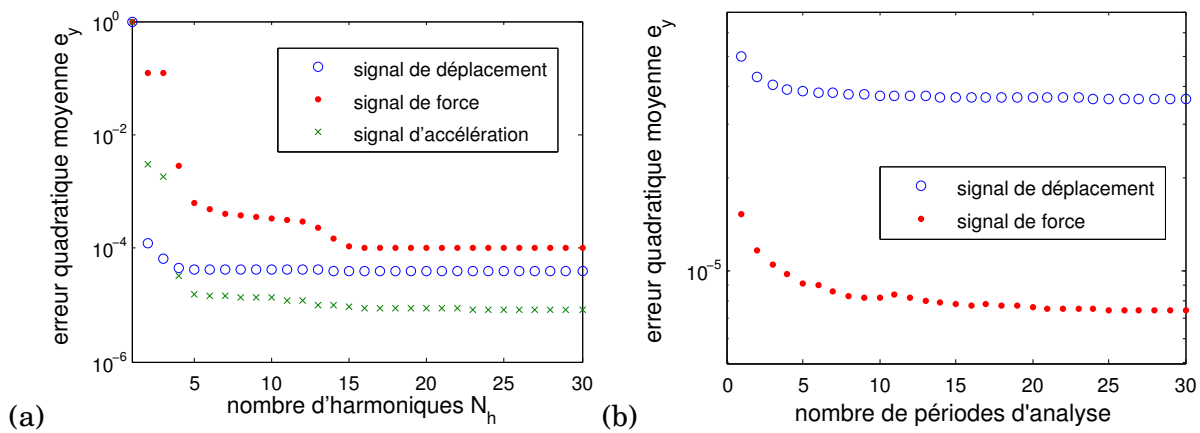


FIGURE 3.11 – Erreur au sens des moindres carrés entre les signaux mesurés et les signaux dé-bruités, (a) en fonction du nombre d'harmoniques N_h considérés pour la reconstruction, le nombre entier de périodes analysées étant égal à 50, excitation à la fréquence 25 Hz de valeur crête de déplacement égale à 3 mm. (b) en fonction du nombre entier de périodes analysées, le nombre d'harmoniques exploités étant égal à 20, excitation à la fréquence 15 Hz de valeur crête de déplacement égale à 3 mm.

3.3.2 Intégration et dérivation

Afin de vérifier la concordance entre les signaux mesurés d'accélération et de déplacement, et d'en déduire le signal de vitesse, les opérations de dérivation et d'intégration sont réalisées dans le domaine temporel sur les signaux débruités. La dérivation numérique implémentée ici consiste à calculer la pente entre deux échantillons successifs, puis à recalculer temporellement le signal dérivé pour compenser le décalage d'un échantillon. La méthode d'intégration utilisée est l'intégration numérique trapézoïdale.

Le tableau 3.4 présente l'erreur au sens des moindres carrés ϵ_y entre les signaux mesurés et ceux déduits par dérivation ou intégration.

GRANDEUR	ERREUR RMS ϵ_y
y_{ref} = signal d'accélération y = dérivée 2^{nde} du signal de déplacement	0.0132
y_{ref} = intégrale du signal d'accélération y = dérivée du signal de déplacement	0.024
y_{ref} = signal de déplacement y = double intégrale du signal d'accélération	0.0358

TABLE 3.4 – Erreurs au sens des moindres carrés entre les signaux mesurés et ceux déduits par dérivation ou intégration, à la fréquence de 25 Hz et pour une valeur crête du déplacement égale à 3 mm.

Les faibles valeurs obtenues (de l'ordre de quelques pourcents) valident les méthodes numériques d'intégration et de dérivation, ainsi que le positionnement et la calibration des capteurs d'accélération et déplacement. La vitesse peut donc être déduite des signaux mesurés par l'accéléromètre ou par le capteur à triangulation laser.

3.3.3 Représentations des résultats expérimentaux

Une fois les paramètres liés au banc expérimental optimisés, les signaux expérimentaux peuvent être exploités dans les domaines temporel et/ou fréquentiel, après débruitage et intégration ou dérivation si besoin. Ce paragraphe récapitule les différents modes de représentation des signaux issus de mesures. À titre d'illustration, les signaux issus de mesures effectuées sur le haut-parleur *Visaton Sc8n* sont utilisés.

Représentation temporelle

La représentation la plus simple est la représentation de l'évolution temporelle des signaux. Quelques exemples de signaux temporels issus de mesures effectuées sur le haut-parleur *Visaton Sc8n* sont donnés en Figures 3.12 et 3.13.

La Figure 3.12 représente des signaux de déplacement, de vitesse, d'accélération et de force, mesurés lorsque le pot vibrant est excité par un signal électrique sinusoïdal de fréquence 750 mHz. Les signaux mesurés sont présentés pour deux niveaux d'excitation, correspondant à un déplacement harmonique imposé respectivement d'amplitude crête 0.5 mm et 2 mm. Les signaux de déplacement obtenus semblent quasi sinusoïdaux. Cependant, conformément à la Figure 3.6, à cette fréquence le pot vibrant induit un taux de distorsion du déplacement d'environ 1% pour un déplacement d'amplitude crête de 0.5 mm et d'environ 8% pour un déplacement d'amplitude crête de 2 mm. La présence d'harmoniques supérieurs se traduit par une distorsion plus visible sur les signaux de vitesse et d'accélération (du fait de l'effet passe-haut de la dérivation), notamment pour le déplacement d'amplitude crête de 2 mm. Le signal de force correspondant au déplacement crête de 2 mm est lui aussi distordu, mais à ce stade il n'est pas possible de préciser si la distorsion est due à un comportement non-linéaire des suspensions ou à la présence d'harmoniques supérieurs dans le signal d'excitation.

La Figure 3.13 présente les mêmes signaux acquis à la fréquence 30 Hz. À cette fréquence, le taux de distorsion de déplacement induit par le pot vibrant est inférieur à 1%, même pour le niveau d'excitation le plus élevé. Les signaux de déplacement, vitesse et accélération ne sont pas distordus. Seule la force l'est.

Représentations force vs accélération, force vs vitesse, force vs déplacement

Une autre représentation des signaux de mesure est fournie en Figures 3.14 et 3.15. Suivant cette représentation, la force exercée sur l'équipage mobile est tracée en fonction de l'accélération, de la vitesse ou du déplacement. Le tracé $F\{x\}$ représentant la force en fonction du déplacement est particulièrement adapté à l'étude de la raideur de l'équipage mobile. C'est cette représentation qui est employée dans la suite de ce travail pour caractériser le comportement mécanique de l'équipage mobile testé. Comme précisé au chapitre 1, ces tracés présentent des formes se rapprochant d'une ellipse pour de faibles niveaux d'excitation, la pente du grand axe de l'ellipse inclinée étant liée à la raideur de l'équipage mobile et sa surface aux pertes mécaniques.

On constate une évolution de la forme des tracés, qui s'éloignent de la forme ellipsoïdale lorsque l'amplitude du déplacement augmente. De même, des différences existent en fonction de la fréquence d'excitation. Le changement de signe de la pente globale des tracés $F\{x\}$ entre les fréquences 750 mHz et 30 Hz est par exemple dû à la rotation de phase entre force et accélération au passage de la première résonance mécanique, égale ici à environ 25 Hz.

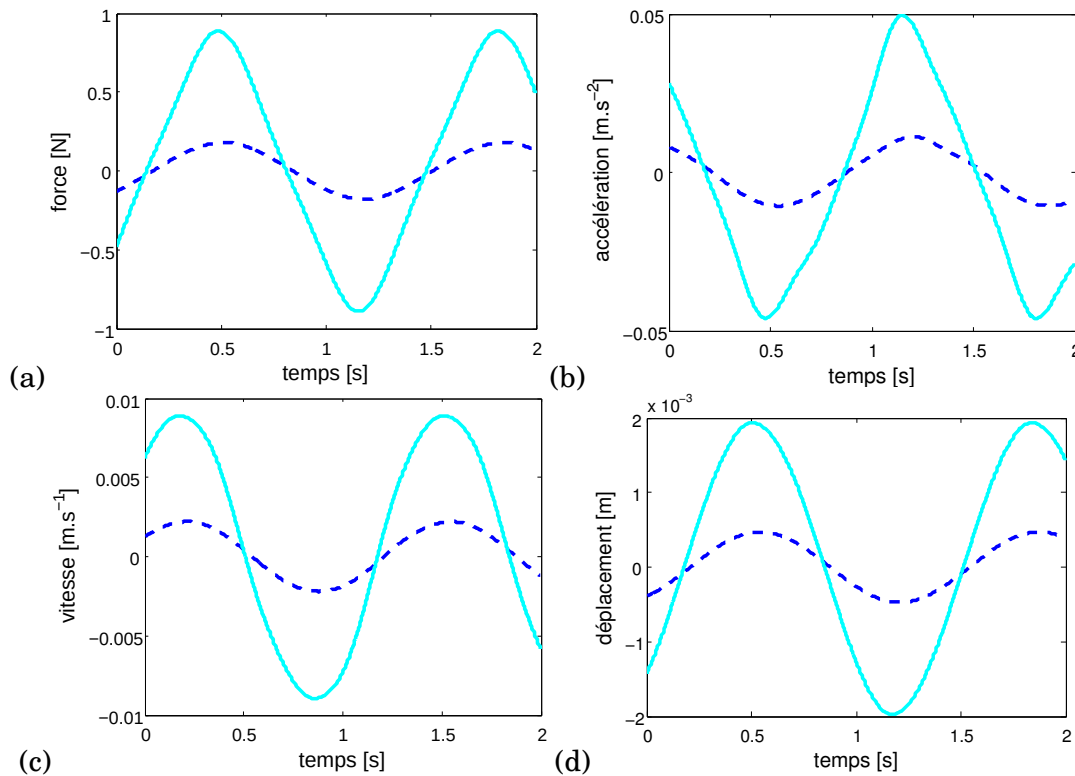


FIGURE 3.12 – Signaux temporels (a) de force, (b) d'accélération, (c) de vitesse et (d) de déplacement, à la fréquence de 750 mHz, pour des déplacements crête imposés de 0.5 mm (- -) et 2 mm (—).

Représentation fréquentielle

Les signaux de mesure peuvent également être représentés dans le domaine fréquentiel, par exemple en représentant l'évolution avec la fréquence de la composante fondamentale et des composantes harmoniques supérieures. À titre d'illustration, les Figures 3.16 et 3.17 présentent l'évolution avec la fréquence des modules du fondamental et des six premiers harmoniques supérieurs respectivement du déplacement et de la force, mesurés lorsque le pot vibrant est excité en sinus pas à pas par un signal électrique qui correspond à un déplacement imposé d'amplitude crête de 2 mm.

Sur cet exemple, les modules des harmoniques 4, 5, 6 et 7 du déplacement présentent les niveaux les plus faibles et se situent 60 dB en-dessous du module du fondamental. Ils peuvent être considérés comme noyés dans le bruit de mesure. Le module de l'harmonique de rang 3 est du même ordre de grandeur, voire supérieur au module de l'harmonique de rang 2, ce qui signifie que le fonctionnement du pot vibrant génère de la distorsion d'ordre 3 notamment. Leurs amplitudes se situent environ 40 dB en-dessous de l'amplitude de la fondamentale aux moyennes et hautes fréquences. L'écart entre le module du fondamental et celui des harmoniques de rang 2 et 3 se réduit à 17 dB aux environs de 2 Hz. Cette prépondérance de la distorsion du signal de déplacement en basses fréquences a déjà pu être observée (Figure 3.6). Elle est principalement due à l'effet du mode de balancier subi par le pot vibrant, du fait des fixations mises en œuvre.

L'évolution du module du fondamental du signal de force (Fig. 3.17) est quant à elle caractéristique d'un système résonant à un degré de liberté. La fréquence pour laquelle le module est minimal correspond à la fréquence de résonance mécanique, 30 Hz ici. L'amplitude de l'harmonique de rang 3 prédomine largement sur celle des autres harmoniques, rang 2 compris. L'écart entre l'amplitude du fondamental et celle de l'harmonique de rang 3 est de l'ordre de 25 dB en deçà de la fréquence de résonance et descend jusqu'à 3 dB autour de la fréquence de résonance.

Une autre manière d'illustrer ces résultats consiste à représenter l'évolution avec la fréquence du taux de distorsion des signaux. Par exemple, la Figure 3.18 présente le taux de distor-

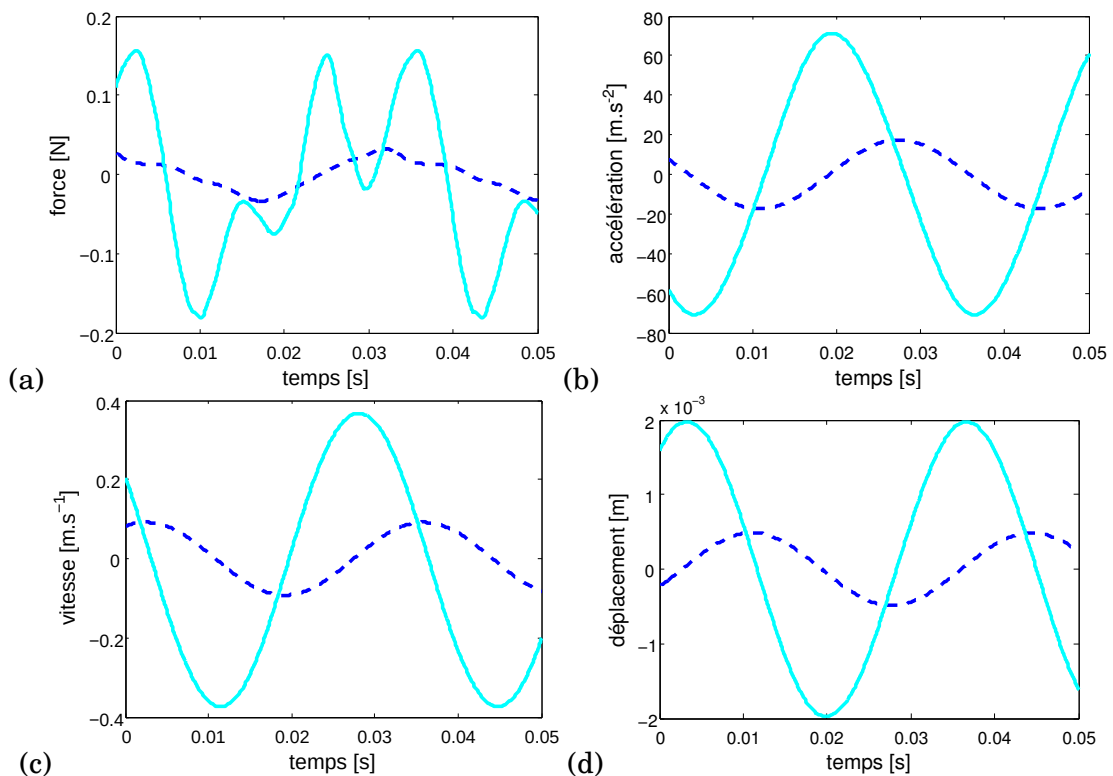


FIGURE 3.13 – Signaux temporels (a) de force, (b) d'accélération, (c) de vitesse et (d) de déplacement, à la fréquence de 30 Hz, pour des déplacements crête imposés de 0.5 mm (---) et 2 mm (—).

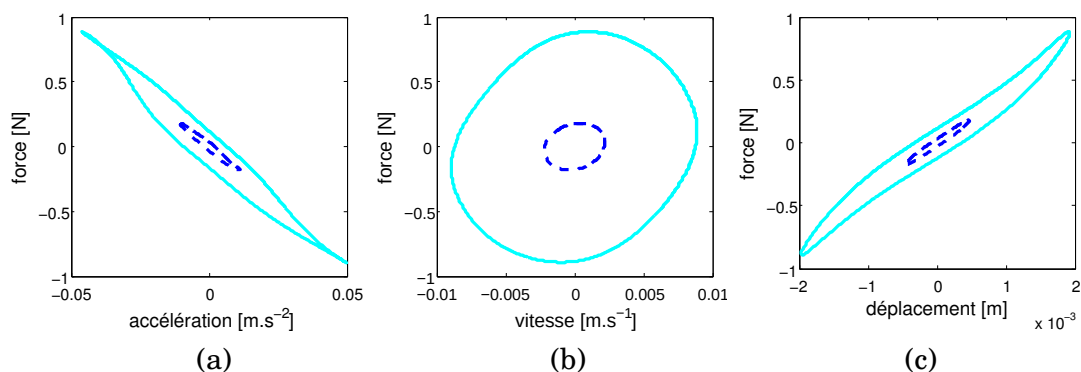


FIGURE 3.14 – Lois de comportement mécaniques à la fréquence de 750 mHz, pour des déplacements crête imposés de 0.5 mm (---) et 2 mm (—), (a) force-accélération, (b) force-vitesse, (c) force-déplacement.

sion de la force pour toutes les fréquences d'excitation et pour différents niveaux de déplacement imposé compris entre 0.2 mm crête et 3 mm crête. On vérifie sur cet exemple que la force présente un taux de distorsion beaucoup plus important que celui du déplacement correspondant (Figure 3.6).

3.4 Difficultés expérimentales liées au banc

Dans la première partie de ce chapitre, le banc expérimental mis en place et sa mise en œuvre ont été décrits. Les principales limitations intrinsèques du banc, ainsi que les limites

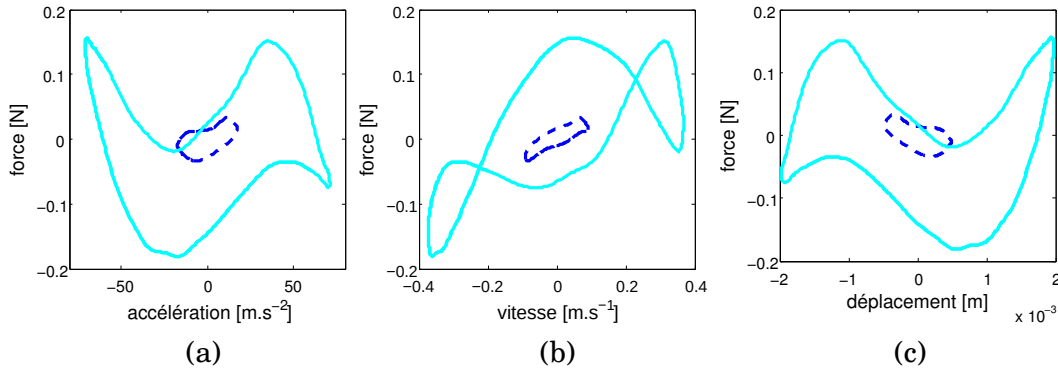


FIGURE 3.15 – Lois de comportement mécaniques à la fréquence de 30 Hz, pour des déplacements crête imposés de 0.5 mm (---) et 2 mm (—), (a) force-accélération, (b) force-vitesse, (c) force-déplacement.

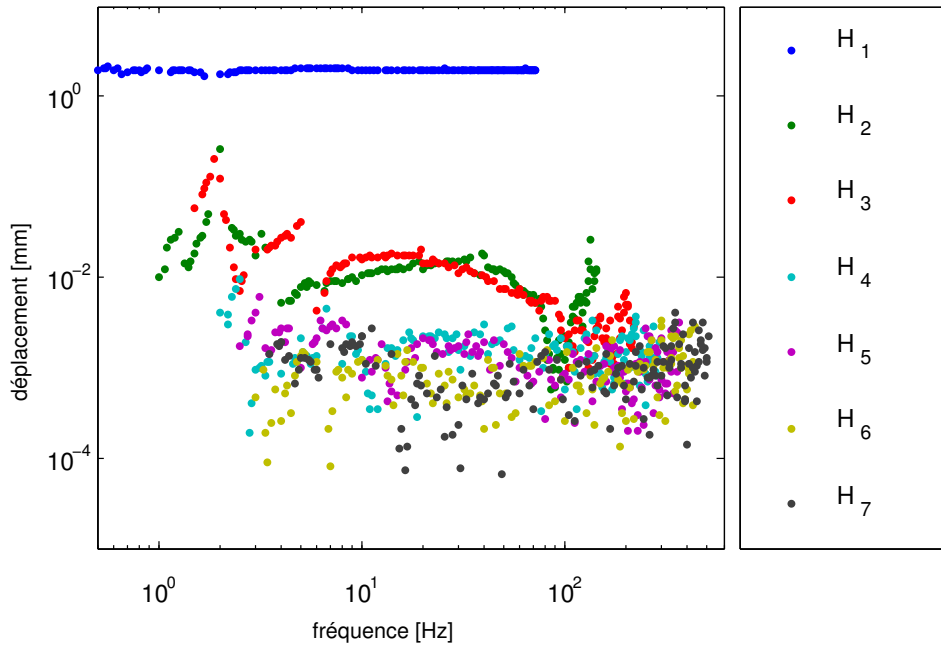


FIGURE 3.16 – Module du fondamental et des harmoniques supérieurs du signal de déplacement. Équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* excité par un déplacement de valeur-crête 2 mm.

d'utilisation qui en découlent en termes d'amplitude et de fréquence d'excitation, ont également été discutées.

Parallèlement à ces limitations, des difficultés expérimentales rendent délicate l'utilisation du banc. Parmi ces difficultés, on peut citer le réglage minutieux de la position de repos de l'équipage mobile (abscisse de référence, alignement), l'influence mal maîtrisée du mouvement du portique, l'influence du système de fixation du pot vibrant, les modes de flexion de la tige de poussée, la prise en compte des variations de température, etc. Ces points sont pour partie traités en annexe D.

Dans cette partie, une approche globale de ces difficultés est proposée, en testant la reproductibilité et la répétabilité du banc.

La reproductibilité est ici analysée en comparant les résultats obtenus avec l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8* pour trois montages-démontages successifs², numérotés de 1 à 3 dans l'ordre chronologique. La température ambiante de la salle d'expérimentation ne pouvant être contrôlée, elle varie au cours du temps et est relevée à chaque mesure à proximité de l'équipage mobile. À titre d'exemple, les lois de comportement $F\{x\}$, obtenues expérimenta-

2. Sur une période de deux jours.

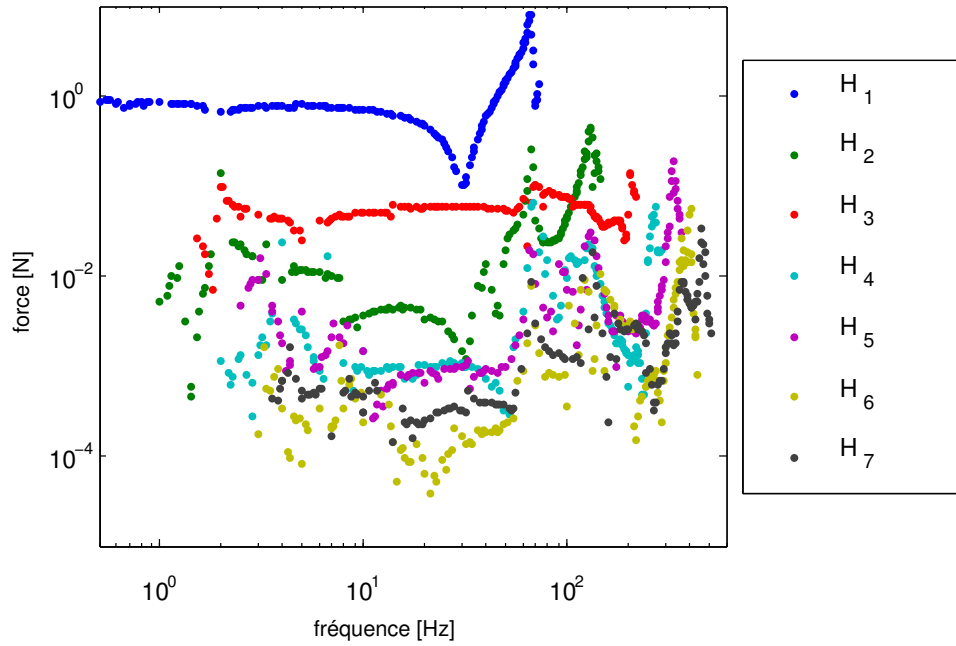


FIGURE 3.17 – Module du fondamental et des harmoniques supérieurs du signal de force. Équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* excité par un déplacement de valeur-crête 2 mm.

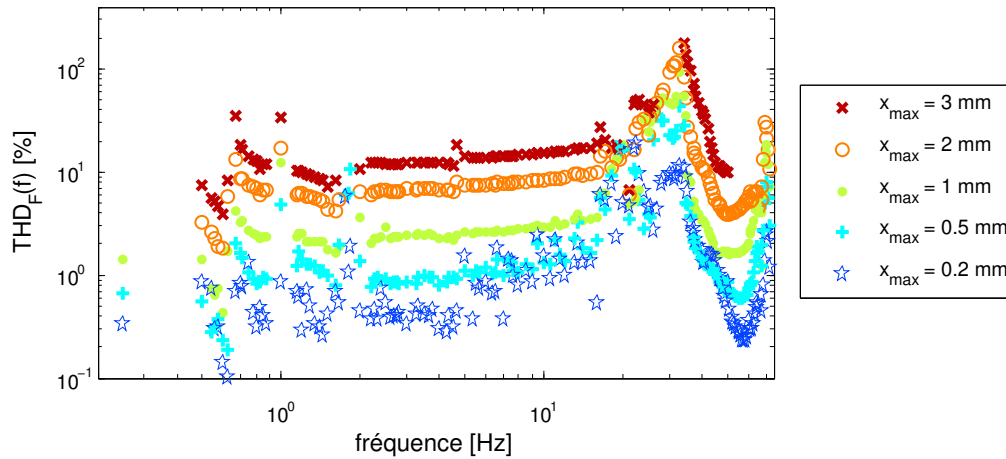


FIGURE 3.18 – Distorsion du signal de force pour plusieurs niveaux, en fonction de la fréquence.

lement pour une fréquence d'excitation de 10 Hz et pour des déplacements crêtes imposés de 1 mm et 3 mm, sont présentées en Figure 3.19(a) et (b). Les résultats présentés sont obtenus pour une même tension d'alimentation du pot vibrant. Pour chaque montage, les réglages de la position du pot vibrant ne sont pas modifiés, alors que le repositionnement de l'équipage mobile sur l'axe x s'impose. À chaque nouveau montage, une rotation d'un quart de tour est appliquée au haut-parleur afin de tester l'éventuelle influence d'un défaut de symétrie de révolution.

Dans le cas $x_{\max} = 1$ mm, les tracés #1 et #3 présentent de grandes similitudes entre eux en termes de pente à l'origine et d'amplitude de force maximale, le tracé #2 présentant des valeurs différentes de ces grandeurs. Dans le cas $x_{\max} = 3$ mm, les résultats sont différents, même si les tracés #1 et #3 présentent des pentes à l'origine relativement proches. Les différences constatées suite aux démontages-remontages peuvent éventuellement s'expliquer à partir des différences de température relevées entre les différents tests. Plus la température est élevée, plus la pente à l'origine est faible, ce qui pourrait traduire un assouplissement de l'équipage mobile avec la

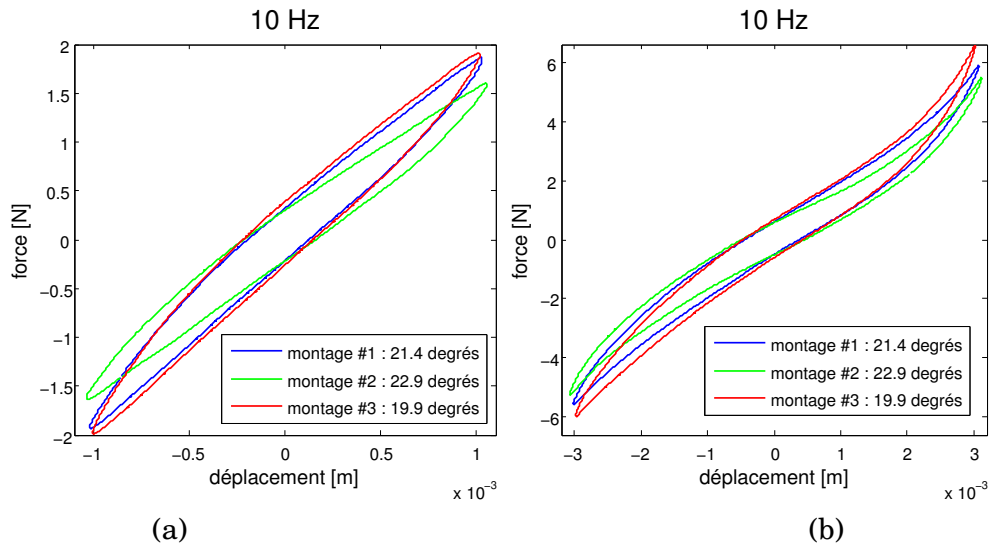


FIGURE 3.19 – Lois de comportement obtenues pour trois montages successifs, à la fréquence 10 Hz.
(a) $x_{\max} = 1$ mm. (b) $x_{\max} = 3$ mm.

température.

La répétabilité est quant à elle vérifiée en comparant les résultats obtenus en différents instants avec l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*, pour un même montage et une même tension d'alimentation du pot vibrant. Les lois de comportement $F\{x\}$ obtenues sont présentées en Figure 3.20.

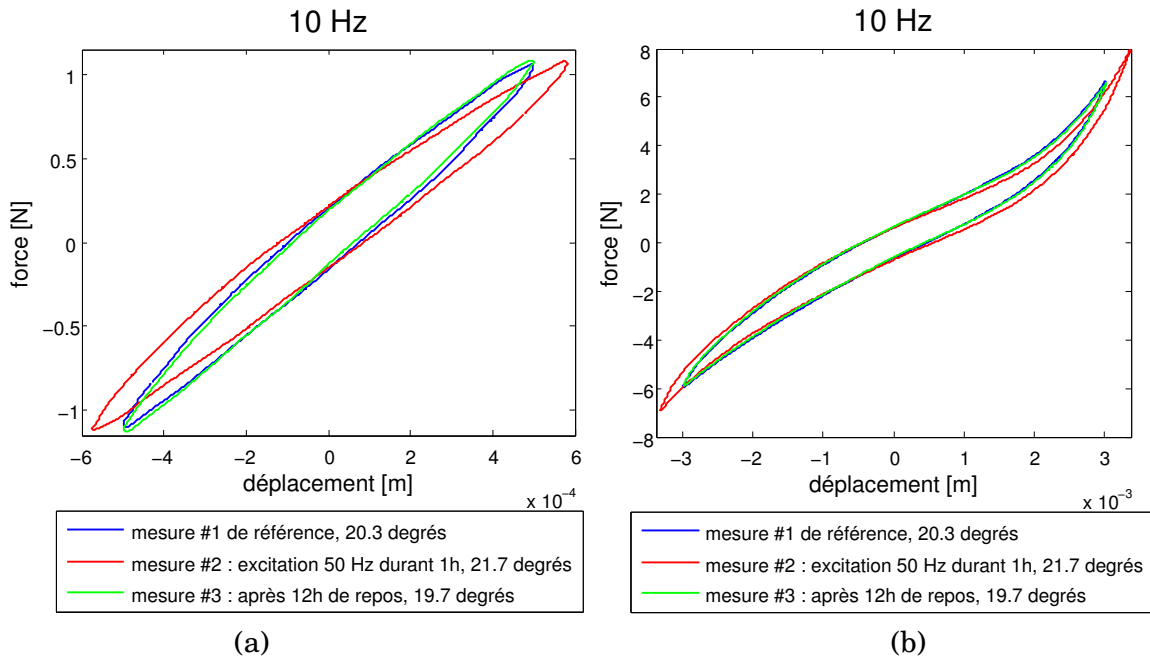


FIGURE 3.20 – Lois de comportement obtenues pour trois mesures successives, à la fréquence 10 Hz.
(a) $x_{\max} = 0.5$ mm. (b) $x_{\max} = 3$ mm.

L'équipage mobile est tout d'abord excité à la fréquence de 10 Hz, avec un déplacement d'amplitude crête $x_{\max} = 0.5$ mm, puis $x_{\max} = 3$ mm. Cette première série de mesures sert de référence. Puis l'équipage mobile est excité pendant une heure à la fréquence de 50 Hz avec un déplacement crête égal à 3 mm. Une seconde série de mesures est réalisée à l'arrêt de l'excitation, dans

les mêmes conditions que la première série de mesures ($f = 10$ Hz et $x_{\max} = 0.5$ mm ou 3 mm). Enfin, après une nuit de repos, une troisième série de mesure est réalisée, toujours dans les mêmes conditions.

Pour les deux niveaux testés, les mesures #1 et #2 présentent un écart non négligeable. Dans le cas $x_{\max} = 0.5$ mm, la pente à l'origine est plus faible et la valeur crête du déplacement est plus grande juste après l'excitation prolongée à la fréquence 50 Hz (la force crête restant identique dans les deux cas). Dans le cas $x_{\max} = 3$ mm, le déplacement crête et la force crête diffèrent entre les mesures #1 et #2. L'excitation prolongée semble donc provoquer une modification du comportement mécanique de l'équipage mobile (pentes différentes), ainsi qu'une modification du couplage mécanique avec le pot vibrant (amplitude différente du déplacement pour une même excitation électrique du pot vibrant). Cette modification du couplage due à l'excitation prolongée peut être reliée à la difficulté à mettre en place un étalonnage performant du déplacement imposé par le pot vibrant, comme l'illustrent les Figures 3.5(a) et 3.5(b).

A contrario, pour les deux niveaux testés, les mesures #1 et #3 présentent de grandes similitudes entre elles. L'équipage mobile semble ainsi recouvrer son comportement d'origine un certain laps de temps après la fin de l'excitation prolongée. Ce résultat, qui illustre une bonne répétabilité malgré une différence de température ambiante de 0.6°C entre les deux mesures, laisse penser que l'écart observé entre les tracés des montages #1 et #3 (Figure 3.19) n'est pas dû à l'écart de température, mais au montage proprement dit.

Il est clair que ces tests "préliminaires" ne constituent pas une réelle étude de répétabilité et de reproductibilité en soi, et que des essais en plus grand nombre auraient dû être menés (ce qui n'a pas été le cas, faute de temps).

3.5 Conclusion : Synthèse des contraintes expérimentales

Plusieurs limitations mécaniques ont été citées dans ce chapitre. Une synthèse des contraintes et limitations est proposée ici. Sont mis en cause tous les éléments qui contribuent à différencier le comportement mécanique de l'équipage mobile testé sur le banc décrit ici du comportement mécanique de l'équipage mobile couplé au moteur magnétique en configuration «haut-parleur entier».

- L'ajout d'une tige de guidage modifie l'inertie de l'équipage mobile, l'influence de l'ajout de masse est discutée section 3.2.1.
- La bande fréquentielle de l'excitation est réduite à cause des limites du pot vibrant (cf section 3.2.2).
- Différents éléments du banc peuvent être à l'origine de composantes non purement uniaxiales de la force :
 - Le pot vibrant suspendu par des chaînes présente un mode de balancier. Ceci induit, aux fréquences proches de 2 Hz, des difficultés pour l'étalonnage du déplacement imposé par le pot vibrant et un taux de distorsion du déplacement accru. L'influence de la masse totale du pot et de la longueur des chaînes est évaluée en annexe D.1.
 - La tige de poussée, insérée entre le pot vibrant et la tête d'impédance, peut subir des flexions. L'influence de ce phénomène est évaluée en annexe D.2.
 - Du fait de ses dimensions en regard des fréquences testées, le premier mode propre du portique est excité entre 4 et 5 Hz et l'influence de ce phénomène est évaluée en annexe D.3.
- Différents éléments du banc peuvent être à l'origine d'une pré-contrainte dans les matériaux constituant l'équipage mobile, à savoir :

- La méthode d’ajustement de la position au repos suivant x est relativement imprécise et elle n’est pas validée pour toutes les fréquences de test. Les résultats de l’annexe A montrent qu’elle est clairement empirique.
- La méthode d’alignement des axes de révolution du pot vibrant et de l’équipage mobile est également relativement imprécise et l’influence d’un défaut d’alignement est évaluée en annexe D.4.
- Enfin, le pied à hauteur réglable supportant le pot vibrant résonne aux alentours de 29 Hz et provoque un déplacement sensible de l’équipage mobile suivant x . L’influence de ce phénomène est évaluée en annexe D.5.
- Les variations de température peuvent avoir un effet décisif sur la nature de la variation dans le temps du comportement mécanique. La température ne pouvant être parfaitement contrôlée dans la salle d’expérimentation, l’influence de la variation de la température a été évaluée en annexe D.6.

Outre les contraintes expérimentales dues au banc, d’autres contraintes inhérentes à l’objet testé sont à prendre en compte. En effet, le comportement mécanique de l’équipage mobile varie dans le temps, et les phénomènes de fluage et de relaxation évoqués au chapitre 1 peuvent être responsables de variations de la raideur et de l’amortissement au cours du temps. Afin de minimiser l’influence de la relaxation et du fluage sur les résultats, les équipages mobiles testés sont rodés avant d’être découplés de leur moteur magnétique³ et bien que le début de l’enregistrement des signaux, pour chaque fréquence et chaque niveau, coïncide avec le début de l’excitation, les données sont exploitées uniquement dès lors que le régime stationnaire est établi.

C’est en connaissance de ces limitations et de la mise en œuvre délicate du banc que des mesures ont été effectuées sur des équipages mobiles de haut-parleurs. Ces mesures, leurs traitements et leurs interprétations sont présentés au chapitre suivant.

3. À titre d’illustration, les résultats expérimentaux obtenus avec le banc expérimental présenté dans ce chapitre, pour les équipages mobiles des haut-parleurs *Visaton Sc8n* et *Celestion Super 8*, sont comparés, en annexe E, avec des résultats obtenus, avant qu’ils ne soient désolidarisés de leur moteur, par mesure électrique et mécanique.

Chapitre 4

IDENTIFICATION DU COMPORTEMENT NON-LINÉAIRE DES SUSPENSIONS D'UN HAUT-PARLEUR À L'AIDE D'UN MODÈLE «HAMMERSTEIN GÉNÉRALISÉ»

4.1 Introduction

Le modèle dit de Thiele et Small est utilisé pour décrire le comportement en petits signaux (autrement dit en régime linéaire) d'un haut-parleur électrodynamique (cf. chapitre 1). Il est basé sur l'utilisation de six paramètres physiques constants et indépendants à la fois de la fréquence et du niveau d'excitation. Ces six paramètres sont la résistance électrique de la bobine R_e , le facteur de force Bl , la masse mécanique de l'équipage mobile M_{ms} , sa souplesse C_{ms} , sa résistance mécanique R_{ms} et la surface de la membrane S_d , ou tout autre jeu de paramètres correspondant à une combinaison linéaire de ces paramètres. Les valeurs de ces paramètres sont obtenues par l'expérience. Cependant, en conditions réelles d'utilisation, certains des paramètres de Thiele et Small dépendent de la fréquence [103] et/ou du niveau d'excitation [46], notamment ceux décrivant le comportement mécanique, à savoir C_{ms} , R_{ms} et, dans une moindre mesure en basses fréquences, M_{ms} . À fort niveau d'excitation, le modèle de Thiele et Small est donc incomplet, notamment à cause des non-linéarités mécaniques. Un autre modèle du comportement mécanique doit alors être mis en oeuvre.

Une première solution consiste à étendre le modèle de Thiele et Small classique en faisant usage de paramètres dépendant du niveau d'excitation. Cette approche a été proposée par plusieurs auteurs ([38, 30, 45], par exemple).

Une solution alternative consiste à faire usage d'un modèle sans a priori physique (donc non-paramétrique). Dans le cadre de cette thèse, une structure «Hammerstein Généralisé» est utilisée. L'équipage mobile du haut-parleur est alors considéré comme un système non-linéaire qu'il convient de décrire sur la base de ce modèle, à partir de données expérimentales obtenues avec un signal d'excitation connu.

Cependant, une représentation de type «Hammerstein Généralisé» ne permet pas une interprétation physique directe, contrairement au modèle de Thiele et Small. Il peut alors être intéressant d'utiliser la représentation «Hammerstein Généralisé» pour en déduire, une fois l'identification effectuée, un modèle physique du comportement mécanique, étendu au domaine non-linéaire et dépendant de la fréquence.

Les expressions mathématiques permettant de relier une représentation de type «Hammerstein Généralisé» avec un modèle physique, appelé dans la suite «modèle de Thiele et Small étendu», sont développées dans la première section de ce chapitre. Les modalités de l'estimation du modèle «Hammerstein Généralisé» sont discutées dans une seconde section, en utilisant

la méthode décrite au chapitre 2 et à partir des signaux expérimentaux décrits au chapitre 3. Enfin, l'évolution des grandeurs raideur k et amortissement mécanique r en fonction de la fréquence et du niveau d'excitation est étudiée et discutée pour décrire le comportement mécanique de l'équipage mobile d'un haut-parleur électrodynamique.

4.2 Relation entre modèle «Hammerstein Généralisé» et modèle «Thiele & Small étendu»

4.2.1 Expression fréquentielle du modèle «Hammerstein Généralisé»

La Figure 4.1 représente le modèle «Hammerstein Généralisé» d'ordre N du comportement mécanique de l'équipage mobile du haut-parleur. Pour cette représentation, l'entrée $x(t)$ est le signal de déplacement du centre de la membrane, considérée comme un piston plan. La sortie $F(t)$ est le signal de force axiale mise en jeu dans l'équipage mobile et résultant du déplacement imposé par le pot vibrant.

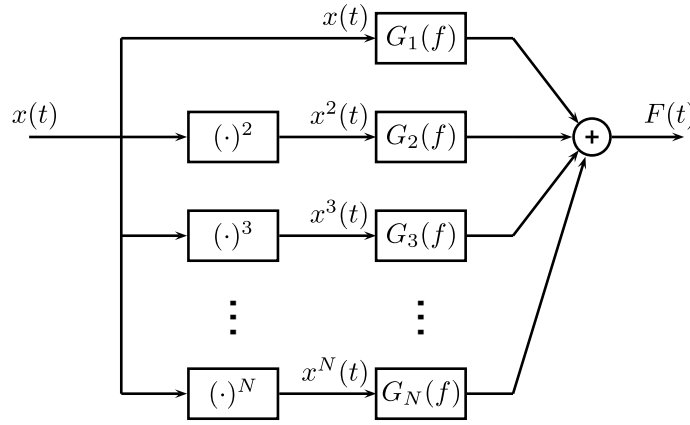


FIGURE 4.1 – Modèle «Hammerstein Généralisé» d'ordre N du comportement mécanique de l'équipage mobile du haut-parleur.

Dans le domaine fréquentiel, si la transformée de Fourier de $x(t)$ est notée

$$TF\{x(t)\} \equiv X(f), \quad (4.1)$$

la transformée de Fourier de $x^n(t)$ pour $n \geq 2$, notée

$$TF\{x^n(t)\} \equiv X^{(n)}(f), \quad (4.2)$$

vaut

$$X^{(n)}(f) = X(f) \underbrace{* \dots *}_{n-1} X(f). \quad (4.3)$$

La transformée de Fourier de la force en sortie du modèle «Hammerstein Généralisé» s'exprime donc en fonction de l'entrée $X^{(n)}(f)$ de la manière suivante

$$F(f) = \sum_{n=1}^N X^{(n)}(f) \cdot G_n(f). \quad (4.4)$$

4.2.2 Expression fréquentielle du modèle «Thiele et Small étendu»

Le comportement mécanique d'un système masse-ressort-amortissement en régime linéaire est communément décrit par

$$F(t) = M \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} + r \cdot \frac{dx(t)}{dt} + k \cdot x(t), \quad (4.5)$$

avec $F(t)$ la force s'exerçant sur le système, $x(t)$ le déplacement de la masse, M la masse, k la raideur et r l'amortissement. En régime non-linéaire, cette expression n'est plus valable. En particulier, la raideur et l'amortissement ne peuvent plus être considérés comme des constantes. Dans le cadre de nos travaux, nous avons fait le choix de considérer que ces paramètres dépendent du déplacement $x(t)$. Cette hypothèse sera évaluée a posteriori, à la lumière des résultats expérimentaux (voir 4.4). L'expression (4.5) devient alors

$$F(t) = M \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} + r\{x(t)\} \cdot \frac{dx(t)}{dt} + k\{x(t)\} \cdot x(t). \quad (4.6)$$

De plus, nous choisissons pour la suite de représenter la dépendance de ces paramètres avec le déplacement par un modèle non-linéaire polynomial, comme l'ont déjà proposé plusieurs auteurs [38, 30, 45]. La raideur k et l'amortissement r dépendent alors de la valeur instantanée du déplacement $x(t)$ suivant

$$k\{x(t)\} = \sum_{n=1}^N k_n \cdot x^{n-1}(t) \quad (4.7)$$

et

$$r\{x(t)\} = \sum_{n=1}^N r_n \cdot x^{n-1}(t), \quad (4.8)$$

pour $N > 1$, N étant l'ordre du modèle.

Bien que plusieurs auteurs discutent la véracité ou non de cette hypothèse [72, 106], la masse M est supposée indépendante de la fréquence et de la valeur du déplacement dans la suite de cette étude, dans un souci de simplicité du modèle. Cette hypothèse est motivée par le faible impact des forces d'inertie en basses fréquences, c'est-à-dire en deçà de la première fréquence de résonance de l'équipage mobile, gamme de fréquences pour laquelle les non-linéarités dues aux forces de rappel et d'amortissement sont prépondérantes.

L'équation (4.6) peut donc également s'écrire

$$F(t) = M \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} + r_1 \cdot \frac{dx(t)}{dt} + r_2 \cdot x(t) \cdot \frac{dx(t)}{dt} + r_3 \cdot x^2(t) \cdot \frac{dx(t)}{dt} + \dots + r_N \cdot x^{N-1}(t) \cdot \frac{dx(t)}{dt} + k_1 \cdot x(t) + k_2 \cdot x^2(t) + k_3 \cdot x^3(t) + \dots + k_N \cdot x^N(t). \quad (4.9)$$

et être représentée sous la forme d'un schéma-bloc donné en Fig. 4.2.

Les paramètres M , k_n et r_n sont réels, et d'après les propriétés de dérivation d'une fonction $x(t)$, il est possible d'écrire

$$x^{n-1}(t) \cdot \frac{dx(t)}{dt} = \frac{1}{n} \cdot \frac{dx^n(t)}{dt}, \quad (4.10)$$

pour $x^n(t)$ et $\frac{dx^n(t)}{dt}$ continues, $\forall n > 1$.

D'autre part, d'après différentes études en régime linéaire [87, 104, 103], les paramètres de raideur k et d'amortissement r peuvent varier avec la fréquence. En conséquence, nous supposons par la suite que les différents paramètres k_n et r_n peuvent varier avec la fréquence ($\forall n \geq 1$), l'équation (4.9) faisant alors intervenir des coefficients différents pour chaque fréquence f .

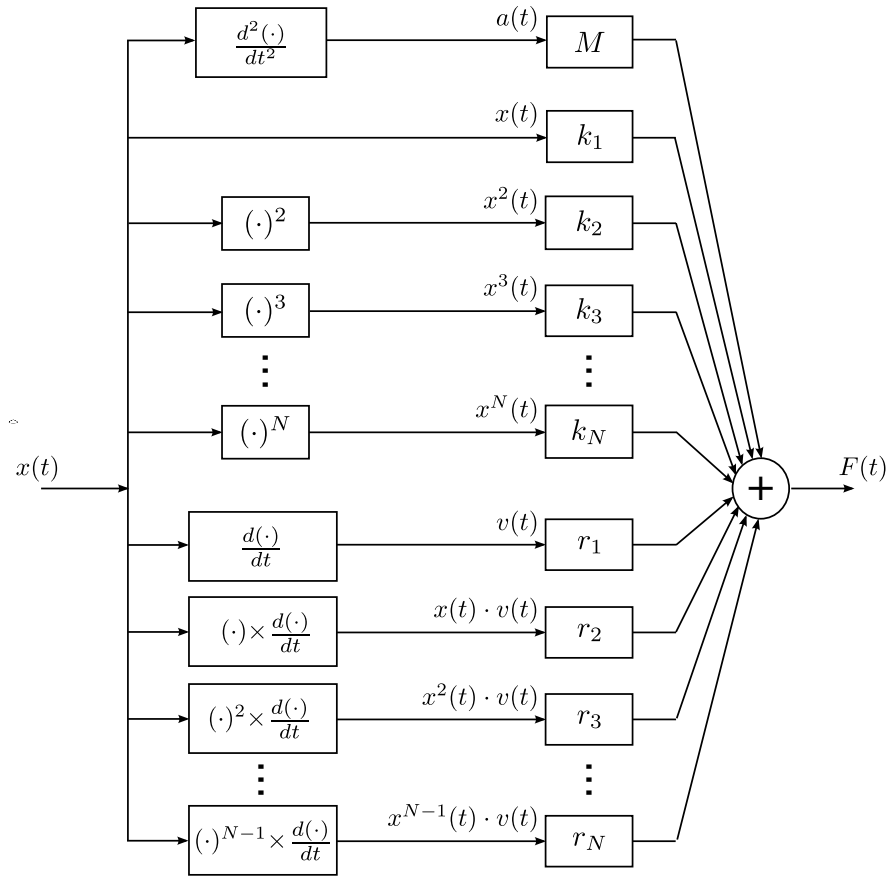


FIGURE 4.2 – Expression de l'équation (4.9) du comportement non-linéaire d'ordre N d'un système masse-ressort 1 ddl sous forme d'un schéma-bloc.

Afin de proposer une expression fréquentielle du comportement non-linéaire de l'équipage mobile en basses fréquences à partir du schéma-bloc donné en Fig. 4.2, les paramètres de raideur $K_n(f)$ et d'amortissement $R_n(f)$ dépendant de la fréquence sont introduits.

La relation entre d'une part les paramètres k_n et r_n décrivant le comportement non-linéaire de l'équipage mobile à une fréquence f donnée, par le biais de l'équation (4.9), et d'autre part les filtres $K_n(f)$ et $R_n(f)$, est donnée en annexe H.

La transformée de Fourier du membre de droite de (4.10) s'exprime, d'après (4.2), suivant

$$\frac{1}{n} \cdot \frac{dx^n(t)}{dt} \xrightarrow{TF} j \cdot \frac{2\pi f}{n} \cdot X^{(n)}(f). \quad (4.11)$$

Ceci permet de proposer une analogie entre le schéma-bloc Fig. 4.2 et le modèle «Hammerstein Généralisé» par le biais d'un modèle physique de type schéma-bloc dans le domaine fréquentiel. Ce modèle, dénommé ici «Thiele et Small étendu» est présenté Fig. 4.3.

Les paramètres $K_n(f)$ et $R_n(f)$ sont alors assimilés à des réponses fréquentielles en raideur et en amortissement d'ordre 1 (contribution linéaire) à N (contribution non-linéaire d'ordre N) et la sortie du modèle, $F(f)$ dans le domaine fréquentiel, s'exprime comme

$$F(f) = -M(2\pi f)^2 X(f) + \sum_{n=1}^N X^{(n)}(f) \cdot \left[K_n(f) + j \frac{2\pi f}{n} \cdot R_n(f) \right]. \quad (4.12)$$

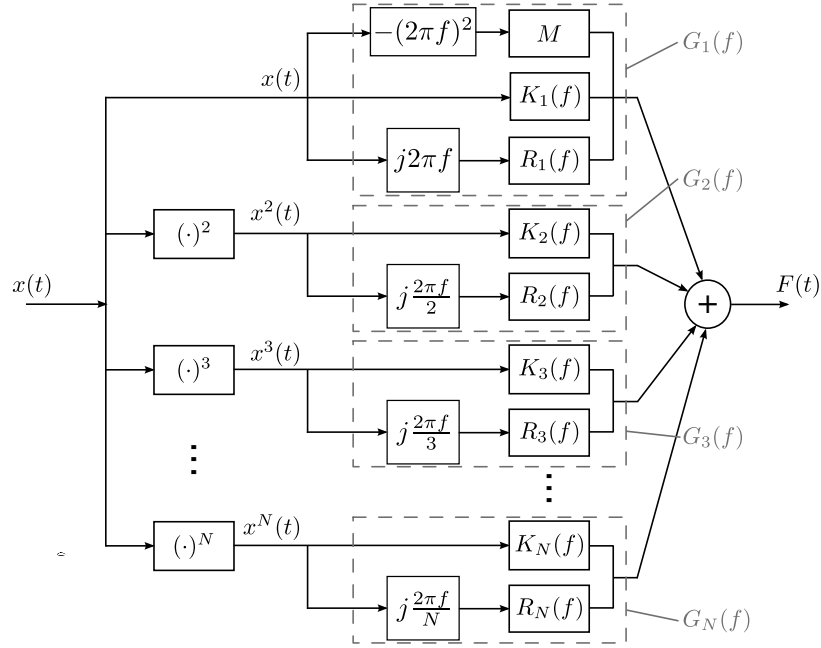


FIGURE 4.3 – Modèle de «Thiele et Small étendu» du comportement mécanique du haut-parleur.

4.2.3 Analogie entre modèle «Hammerstein Généralisé» et modèle «Thiele et Small étendu»

Par la suite, pour un équipage mobile donné, l'ordre du modèle N à considérer est supposé identique pour le modèle «Hammerstein Généralisé» décrit par l'équation (4.4) et pour le modèle de «Thiele et Small étendu» décrit par l'équation (4.12).

Par identification entre les équations (4.4) et (4.12), il vient donc

$$G_n(f) = \begin{cases} K_n(f) + j\frac{2\pi f}{n} \cdot R_n(f) - M(2\pi f)^2 & \text{pour } n = 1, \\ K_n(f) + j\frac{2\pi f}{n} \cdot R_n(f) & \text{pour } n > 1. \end{cases} \quad (4.13)$$

Les paramètres de raideur et d'amortissement du modèle de «Thiele et Small étendu» peuvent ainsi s'exprimer en fonction des filtres $G_n(f)$ suivant

$$K_n(f) = \begin{cases} \Re\{G_n(f)\} + M(2\pi f)^2 & \text{pour } n = 1 \\ \Re\{G_n(f)\} & \text{pour } n > 1 \end{cases} \quad (4.14)$$

et

$$R_n(f) = \frac{n}{2\pi f} \Im\{G_n(f)\} \quad \forall n. \quad (4.15)$$

4.3 Identification du comportement de l'équipage mobile

Comme précisé en section 4.2, la modélisation du comportement mécanique d'un équipage mobile à l'aide d'un modèle «Hammerstein Généralisé» permet de déduire des paramètres physiques du modèle de «Thiele et Small étendu». L'objectif est donc à présent d'estimer les filtres $G_n(f)$ à partir des mesures mécaniques présentées au chapitre 3. Pour ce faire, la méthode décrite au chapitre 2 permettant d'identifier deux systèmes non-linéaires en série est employée. Les modalités de calcul des filtres $G_n(f)$, liées aux différentes caractéristiques du banc expérimental, sont décrites dans une première sous-section (4.3.1). Le modèle «Hammerstein Généralisé» identifié permet ainsi de synthétiser un signal de force, réponse théorique de l'équipage mobile testé à une excitation harmonique (4.3.2). Le choix des valeurs minimales pour L , nombre d'harmoniques analysés, et N , ordre du modèle «Hammerstein Généralisé», est ensuite discuté (4.3.3).

4.3.1 Estimation des filtres $G_n(f)$ du modèle «Hammerstein Généralisé»

Les deux systèmes non-linéaires en série, pot vibrant et équipage mobile, peuvent être schématiquement représentés par la figure 4.4.

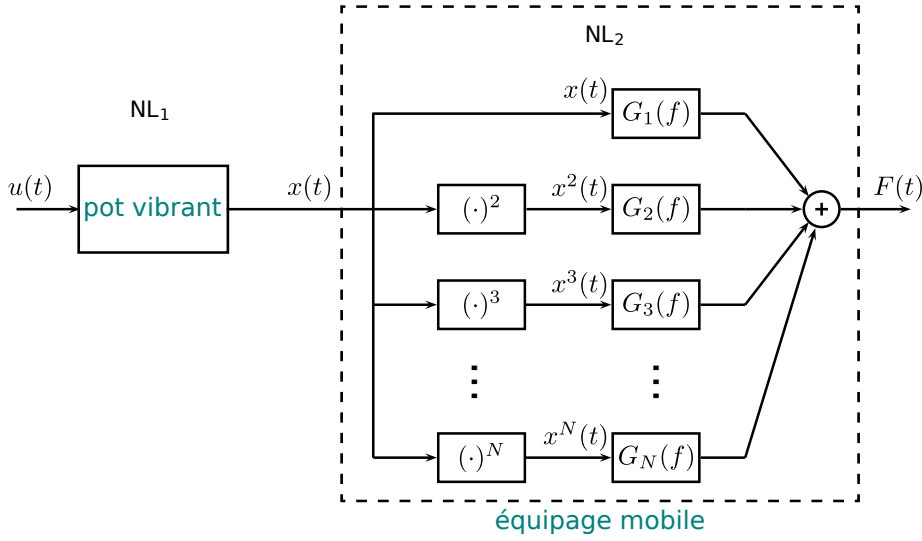


FIGURE 4.4 – Modèle «Hammerstein Généralisé» du comportement mécanique du haut-parleur, excité par un pot vibrant.

D'après l'équation (2.2), les filtres $G_n(f)$ sont alors estimés suivant

$$\begin{bmatrix} G_1(f) \\ G_2(f) \\ \vdots \\ G_N(f) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathcal{H}_1^{(x,u)}(f) & \mathcal{H}_1^{(x^2,u)}(f) & \cdots & \mathcal{H}_1^{(x^N,u)}(f) \\ \mathcal{H}_2^{(x,u)}(f) & \mathcal{H}_2^{(x^2,u)}(f) & \cdots & \mathcal{H}_2^{(x^N,u)}(f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathcal{H}_L^{(x,u)}(f) & \mathcal{H}_L^{(x^2,u)}(f) & \cdots & \mathcal{H}_L^{(x^N,u)}(f) \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \mathcal{H}_1^{(F,u)}(f) \\ \mathcal{H}_2^{(F,u)}(f) \\ \vdots \\ \mathcal{H}_L^{(F,u)}(f) \end{bmatrix}, \quad (4.16)$$

où $\mathcal{H}_l^{(b,a)}(f)$ est la réponse en fréquence de l'harmonique l entre un signal d'entrée a et un signal de sortie b . Les signaux considérés sont ici $u \equiv u(t)$ la tension alimentant l'amplificateur dont la sortie pilote le pot vibrant, $x \equiv x(t)$ le déplacement imposé à l'équipage mobile et $F \equiv F(t)$ la force résultante.

Pour des raisons de simplification d'écriture, (4.16) est également ré-écrite sous la forme

$$\mathbf{G}(f) = \mathbf{H}_x^{-1}(f) \times \mathbf{H}_F(f). \quad (4.17)$$

Pour chaque fréquence f , l'estimation de $G_n(f)$ fait donc intervenir les termes d'origine expérimentale $\mathcal{H}_l^{(x^n,u)}(f)$ et $\mathcal{H}_l^{(F,u)}(f)$ qui quantifient l'amplitude et la phase des l composantes harmoniques contenues dans les signaux $x^n(t)$ et $F(t)$, lorsqu'un signal sinusoïdal $u(t)$ est appliqué en entrée du pot vibrant. L'indice n correspond à tout entier réel tel que $1 \leq n \leq N$ (avec N l'ordre du modèle «Hammerstein Généralisé»). L'indice l correspond à tout entier réel tel que $1 \leq l \leq L$ (avec L le nombre d'harmoniques considérés pour les signaux de déplacement $x(t)$ et de force $F(t)$). Les paramètres L et N doivent vérifier l'inégalité $L \geq N$.

Les modules et phases de $\mathcal{H}_l^{(x,u)}(f)$ et $\mathcal{H}_l^{(F,u)}(f)$ obtenus pour le haut-parleur *Visaton Sc8n* excité en sinus pas à pas par un déplacement de valeur crête 3 mm sont représentés Fig. 4.5 et 4.6. Pour plus de lisibilité, seuls les 3 premiers harmoniques sont représentés.

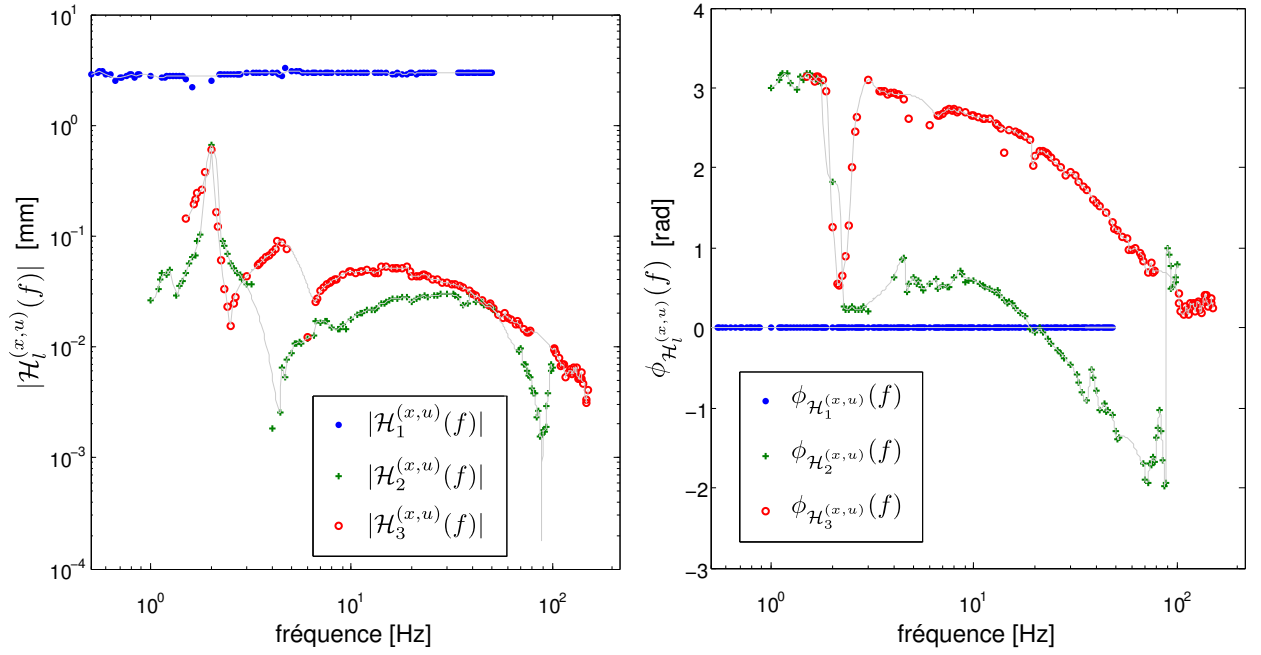


FIGURE 4.5 – (a) Module et (b) Phase de $\mathcal{H}_l^{(x,u)}(f)$ avec $1 \leq l \leq 3$, mesurés (•) et interpolés (—), pour une tension crête de 1 volt. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* excité par un déplacement de valeur-crête $x_{\max} = 3$ mm.

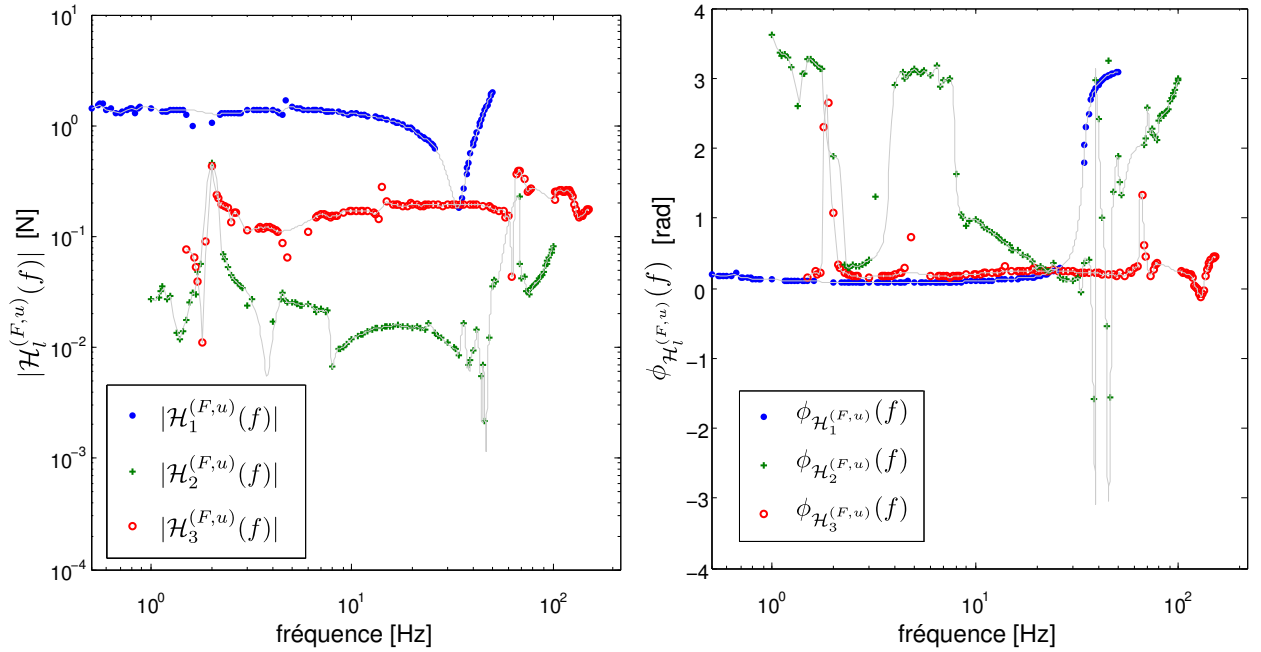


FIGURE 4.6 – (a) Module et (b) Phase de $\mathcal{H}_l^{(F,u)}(f)$ avec $1 \leq l \leq 3$, mesurés (•) et interpolés (—), pour une tension crête de 1 volt. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* excité par un déplacement de valeur-crête $x_{\max} = 3$ mm.

$|\mathcal{H}_1^{(x,u)}(f)|$ et $|\mathcal{H}_1^{(F,u)}(f)|$ codent l'évolution du module de la fondamentale des signaux de déplacement et de force. $|\mathcal{H}_l^{(x,u)}(f)|$ et $|\mathcal{H}_l^{(F,u)}(f)|$ codent l'évolution du module de l'harmonique de rang l des signaux de déplacement et de force. Pour les expériences décrites au chapitre 3, la fréquence d'excitation la plus basse est notée f_1 et la plus haute est notée f_2 . Chaque réponse fréquentielle d'ordre supérieur s'étend de la fréquence $l \times f_1$ à la fréquence $l \times f_2$ et l'ensemble de ces réponses fréquentielles s'étend donc de la fréquence f_1 à la fréquence $L \times f_2$.

Ces graphiques permettent ainsi d'illustrer l'évolution avec la fréquence de la distorsion harmonique présentée par les signaux de déplacement et force mesurés. En effet, pour une fréquence d'excitation f_0 , le module de la fondamentale est donné par $|\mathcal{H}_1^{(x,u)}(f_0)|$, le module de l'harmonique de rang 2 est donné par $|\mathcal{H}_2^{(x,u)}(2f_0)|$, le module de l'harmonique de rang 3 est donné par $|\mathcal{H}_3^{(x,u)}(3f_0)|$, etc. De fait, les données d'abscisse f_0 sur de tels graphiques correspondent à une excitation à la fréquence $\frac{f_0}{2}$ pour $l = 2$ (harmonique de rang 2), une excitation à la fréquence $\frac{f_0}{3}$ pour $l = 3$ (harmonique de rang 3), etc.

Pour un ordre N donné et un nombre d'harmoniques L donné tels que $L \geq N$, l'estimation des filtres $G_n(f_i)$ pour la fréquence f_i à partir de l'équation (4.16) nécessite de disposer des signaux mesurés pour la fréquence d'excitation $\frac{f_i}{L}$ ainsi que pour toutes les fréquences d'excitation $\frac{f_i}{l}$, $\forall l < L$ et $l \in \mathbb{N}$.

Prenons l'exemple de la fréquence $f = 10$ Hz. Dans le cas où le nombre d'harmoniques L choisi est 5, l'estimation des filtres $G_n(f)$ nécessite alors de disposer des signaux mesurés pour des fréquences d'excitation de 10, 5, $\frac{10}{3}$, 2.5 et 2 Hz. Parmi les différentes valeurs $\frac{f}{l}$, certaines sont irrationnelles. Elles sont approchées expérimentalement au mHz près.

Lors de la campagne de mesure présentée au chapitre 3, tous les sous-multiples de fréquence $\frac{f}{l}$ n'ont pas fait l'objet d'une excitation en sinus pas à pas par manque de temps. Le tableau I.1 présenté en annexe I récapitule les fréquences mesurées parmi toutes celles requises pour l'estimation des filtres $G_n(f)$ pour un nombre d'harmoniques L égal à 13. Les données correspondant aux fréquences non mesurées sont donc interpolées, partie réelle d'une part et partie imaginaire d'autre part, à l'aide d'un algorithme d'interpolation cubique par morceau. Les modules et phases de $\mathcal{H}_l^{(x,u)}(f)$ et $\mathcal{H}_l^{(F,u)}(f)$ interpolés pour le haut-parleur *Visaton Sc8n* excité en sinus pas à pas par un déplacement de valeur crête 3 mm sont représentés en trait continu Fig. 4.5 et 4.6. Cette interpolation permet notamment de s'affranchir des données mesurées à certaines fréquences critiques (autour de 2 Hz et 5 Hz), du fait des difficultés expérimentales rencontrées et rapportées au chapitre 3.

L'intervalle $[f_1, f_2]$ représentant la bande fréquentielle comprenant toutes les fréquences d'excitation de l'équipage mobile, l'estimation des filtres $G_n(f)$ peut être implémentée pour chaque fréquence contenue dans l'intervalle $[f_1, N \times f_2]$. Cependant, le calcul de chaque filtre $G_n(f)$ n'a de sens que dans l'intervalle $[n \times f_1, n \times f_2]$.

La nécessité de disposer de signaux d'excitation à la fréquence $\frac{f_i}{L}$ implique une limite basse fréquence au domaine de validité de l'ensemble des filtres $G_n(f)$ et donc du modèle «Hammerstein Généralisé» identifié. En effet, la fréquence d'excitation la plus basse f_1 est égale à 0.25 Hz pour les trois premiers niveaux d'excitation en ce qui concerne l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*, et de 0.5 Hz pour les niveaux supérieurs. La limite basse du domaine fréquentiel de validité étant la fréquence f_i vérifiant l'égalité $f_i = L \times f_1$, si le nombre choisi L d'harmoniques est 3, le modèle «Hammerstein Généralisé» identifié est valide pour les fréquences supérieures ou égales à 0.75 Hz pour les niveaux un à trois, et 1.5 Hz pour les niveaux quatre et cinq.

Les modules et phases des filtres $G_1(f)$, $G_2(f)$ et $G_3(f)$ estimés, en choisissant $N = L = 3$, à partir des signaux mesurés pour l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* excité en sinus pas à pas par un déplacement de valeur crête 1 mm sont représentés Fig. 4.7.

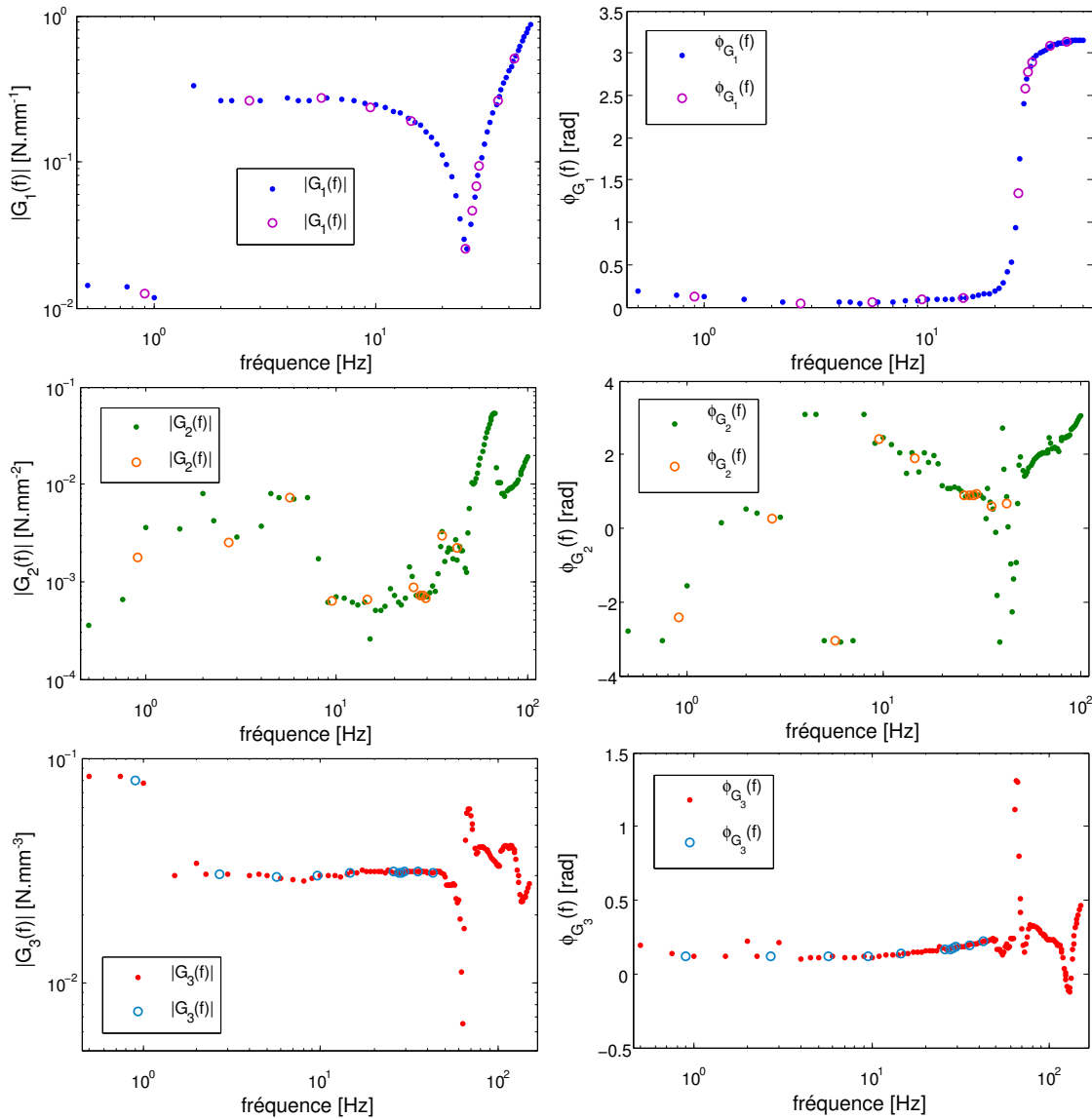


FIGURE 4.7 – (a) Module et (b) Phase des filtres $G_n(f)$, avec de haut en bas $n = 1, 2$ et 3 , et pour $N = L = 3$. (●) fréquence mesurée, (o) fréquence interpolée. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* excité par un déplacement de valeur-crête $x_{\max} = 3$ mm.

Les valeurs de $G_n(f)$ illustrées par (●) correspondent à des fréquences qui ont fait l'objet d'une mesure. Les quelques valeurs de $G_n(f)$ illustrées par (o) correspondent à des fréquences qui n'ont pas fait l'objet d'une mesure, mais qui ont été interpolées. Il apparaît que les points issus de données interpolées sont cohérents avec ceux issus de données mesurées.

Les module et phase du filtre $G_1(f)$ présentent l'allure typique de la réponse fréquentielle d'un système mécanique dissipatif oscillant à un degré de liberté. Il s'agit là de la contribution linéaire du lien entre la force et le déplacement.

Les filtres $G_n(f)$ ont été estimés pour une valeur donnée de déplacement crête. Il est important de rappeler ici qu'un ensemble de filtres $G_n(f)$ différents est calculé pour chaque niveau d'excitation, à partir des signaux de mesure compris entre les fréquences f_1 et f_2 .

Un des objectifs de la sous-section suivante est de déterminer les valeurs optimales de L , ordre du modèle, et N , nombre d'harmoniques, permettant d'obtenir les meilleurs résultats du modèle «Hammerstein Généralisé», suivant des critères à définir, pour décrire le comportement de l'équipage mobile.

4.3.2 Synthèse à partir des filtres $G_n(f)$ estimés

Pour un couple (L, N) donné, les filtres $G_n(f)$ peuvent être estimés à partir de l'équation (4.16). Une fois ces filtres estimés, il est possible de calculer la force $\tilde{F}(t)$ générée en sortie du système pour tout signal de déplacement $\tilde{x}(t)$ appliqué en entrée. Cette force, dite synthétisée, s'écrit

$$\tilde{F}(t) = \sum_{n=1}^N \tilde{x}^n(t) * g_n(t), \quad (4.18)$$

avec $g_n(t)$ la réponse impulsionnelle du filtre $G_n(f)$. Un schéma de la procédure de synthèse est donné Fig. 4.8.

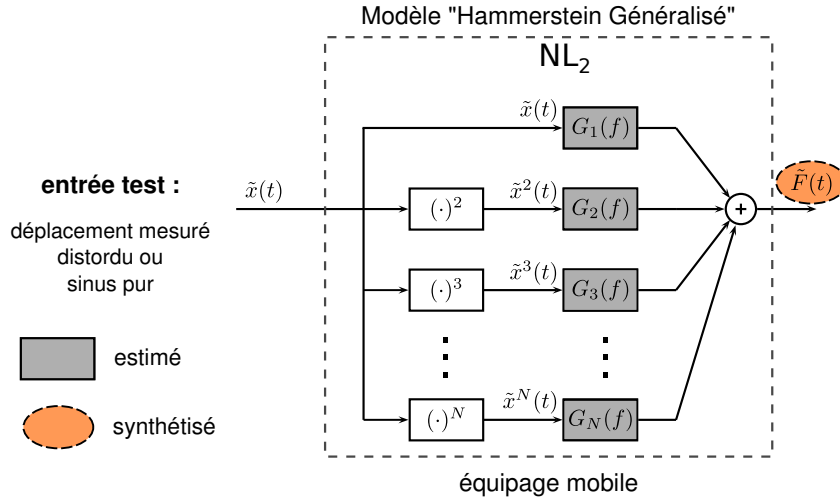


FIGURE 4.8 – Procédure de synthèse du signal de force $\tilde{F}(t)$ à partir des filtres $G_n(f)$ estimés.

Le signal test d'entrée $\tilde{x}(t)$ peut être un sinus pur ou tout autre signal. La bande fréquentielle du filtre $G_1(f)$ étant $[f_1, f_2]$, toute information portée par $\tilde{x}(t)$ non contenue dans cet intervalle fréquentiel n'est pas prise en compte.

4.3.3 Choix de l'ordre N et du nombre d'harmoniques L

Cas où $\tilde{x}(t) = x(t)$

Dans un objectif de validation du modèle «Hammerstein Généralisé» identifié, le signal $\tilde{x}(t)$ utilisé pour la synthèse est un sinus distordu comparable au signal de déplacement $x(t)$ mesuré sur le banc expérimental.

L'erreur quadratique moyenne entre la force $\tilde{F}(t)$ synthétisée et la force $F(t)$ mesurée est donnée par

$$\epsilon_{\tilde{F}} = \sqrt{\frac{\frac{1}{T_0} \int_{T_0} (F(t) - \tilde{F}(t))^2 dt}{\frac{1}{T_0} \int_{T_0} F^2(t) dt}}, \quad (4.19)$$

où T_0 est la période fondamentale de $\tilde{x}(t)$. Afin d'observer l'influence des paramètres N et L sur la valeur de $\epsilon_{\tilde{F}}$, idéalement nulle dans le cas où $\tilde{x}(t) = x(t)$, le choix d'une fréquence fondamentale suffisamment basse doit être fait, pour qu'un nombre suffisamment important d'harmoniques contenus dans le signal de déplacement soient filtrés par $G_1(f)$. Cette fréquence doit aussi être supérieure à la limite basse de validité fréquentielle des filtres $G_n(f)$. La fréquence $f = 4$ Hz est ici choisie comme fréquence de validation.

Pour une fréquence fondamentale de 4 Hz, l'erreur quadratique moyenne entre $\tilde{F}(t)$ et $F(t)$ est présentée Fig. 4.9 pour différents niveaux d'excitation et en fonction de L et N .

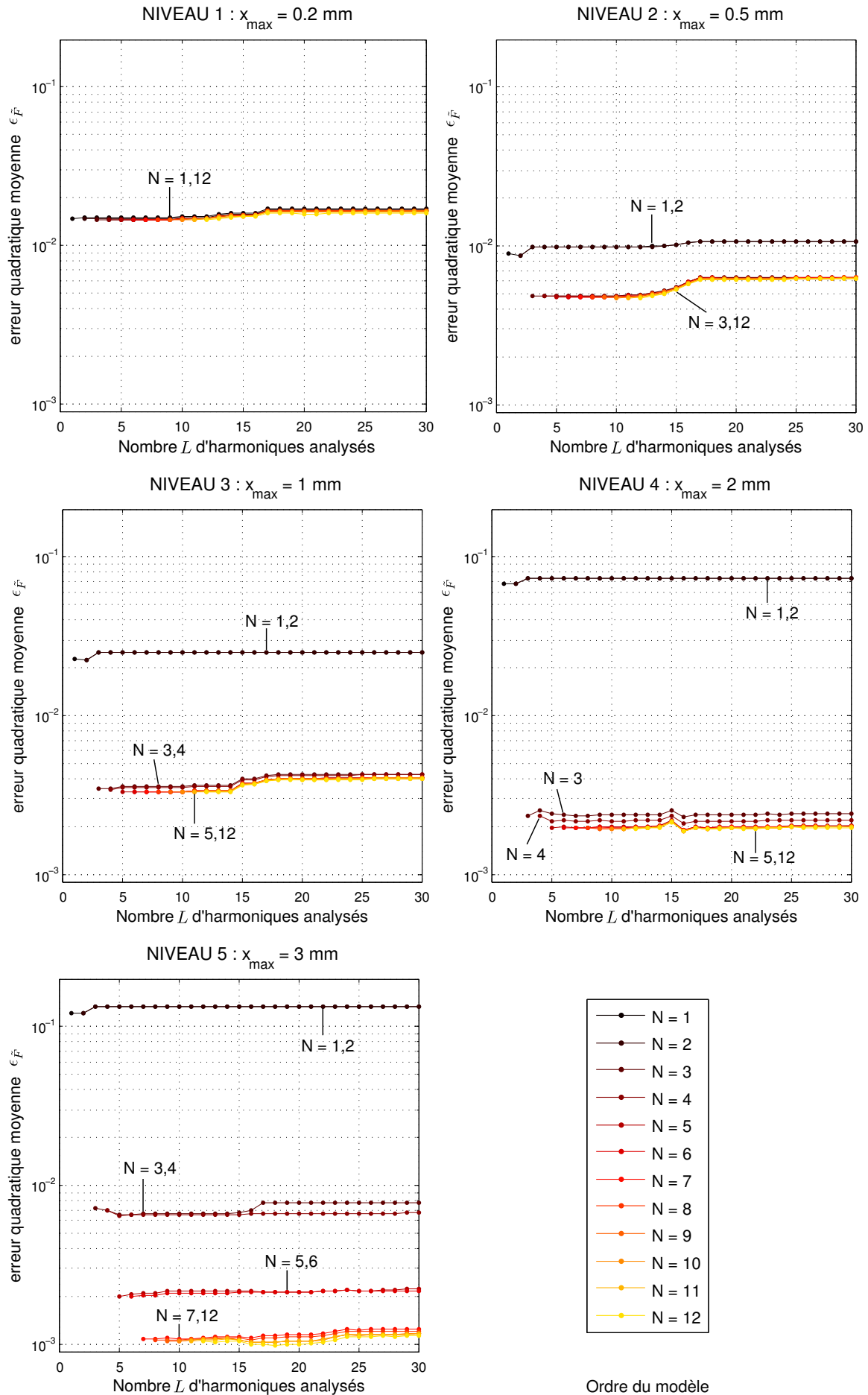


FIGURE 4.9 – Erreur quadratique moyenne $\epsilon_{\hat{F}}$ entre $\hat{F}(t)$ et $F(t)$ en fonction de L et N , pour différents niveaux d'excitation, à la fréquence 4 Hz. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur Visaton Sc8n.

Pour le niveau 1, l'erreur ne dépend pas de l'ordre du modèle. Pour les niveaux supérieurs, un certain nombre de branches (noté N_{minimal}) est requis pour minimiser l'erreur : 3 branches pour les niveaux 2 et 3, 5 branches pour le niveau 4 et 7 branches pour le niveau 5. L'ordre du modèle permettant de minimiser l'erreur augmente avec le niveau d'excitation. Par ailleurs, la Figure 4.9 montre également que, pour un ordre N donné, l'augmentation du nombre d'harmoniques L a pour effet d'augmenter sensiblement l'erreur. L'estimation des filtres $G_n(f)$ à partir de (4.16) présente globalement de meilleurs résultats lorsque $L = N$.

L'influence du nombre de branches pour chaque niveau est plus explicite sur la Fig. 4.10. Sur cette figure, le nombre d'harmoniques pris en compte est fixé à $L = 12$.

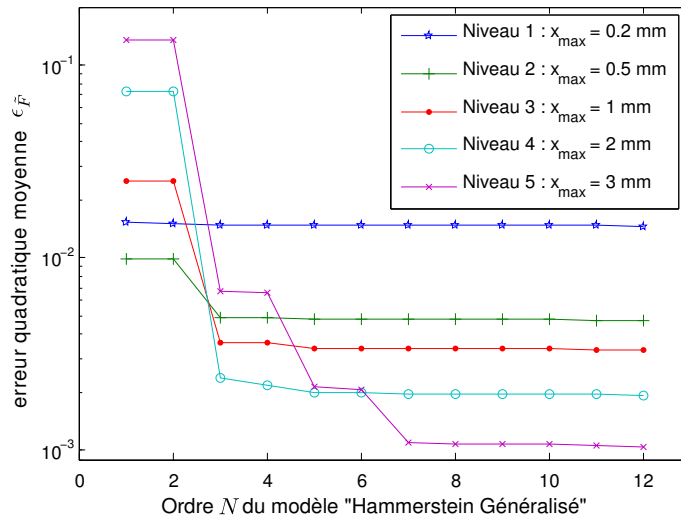


FIGURE 4.10 – Erreur quadratique moyenne $\epsilon_{\tilde{F}}$ entre $\tilde{F}(t)$ et $F(t)$ en fonction de N ($L = 12$), pour différents niveaux d'excitation, à la fréquence 4 Hz. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

Les branches d'ordre pair apportent peu d'information, alors que les branches 1, 3, 5 et 7 apportent d'autant plus d'informations que le niveau d'excitation est élevé, ce qui pourrait signifier que le système ne met pas en jeu de non-linéarités importantes d'ordre pair. Cette hypothèse est discutée en section 4.4.3. Lorsque l'identification est réalisée avec un modèle «Hammerstein Généralisé» d'ordre 1 (hypothèse de linéarité du système), l'erreur augmente avec le niveau d'excitation, signe que les non-linéarités sont plus importantes à fort niveau d'excitation. Quelque soit le niveau, l'erreur ne décroît plus au-delà de 7 branches. Contrairement à ce qui est observé à l'ordre 1, l'erreur quadratique moyenne $\epsilon_{\tilde{F}}$ décroît en fonction du niveau pour un ordre $N > 7$. Le modèle «Hammerstein Généralisé» identifié est donc plus à même de décrire le comportement de l'équipage mobile lorsque ce dernier met en oeuvre des non-linéarités de plus en plus importantes. Ce phénomène pourrait être lié au rapport signal à bruit (RSB) des signaux mesurés. En effet, l'augmentation de l'influence des non-linéarités va de pair avec l'augmentation de l'amplitude de sollicitation de l'équipage mobile (signal de déplacement $x(t)$) et donc du signal de force $F(t)$. Le bruit lié aux différents éléments de la chaîne d'instrumentation a alors un impact plus faible dans le cas d'une forte sollicitation. Lorsque l'amplitude des signaux est faible, l'estimation de l'amplitude et de la phase des différentes composantes fréquentielles par détection synchrone est soumise à une incertitude qui se répercute sur l'estimation des filtres $G_n(f)$.

Dans tous les cas énoncés ci-dessus, l'ordre de grandeur de l'erreur, lorsque l'ordre du modèle «Hammerstein Généralisé» est supérieur à 7, est compris entre 0.1 et 2%, ce qui illustre les bonnes performances de la méthode d'identification et de la structure de modèle «Hammerstein Généralisé».

Considérer que l'équipage mobile, pour chaque niveau, peut être modélisé par un modèle «Hammerstein Généralisé» avec $N = L = 7$ est donc un bon compromis entre minimisation de l'erreur et compacité du modèle.

La figure 4.11 illustre la validité du modèle «Hammerstein Généralisé» pour $N = L = 7$ par la comparaison des tracés $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ estimés lorsque $\tilde{x}(t) = x(t)$, à la fréquence fondamentale 4 Hz. La comparaison est proposée pour 3 niveaux d'excitation différents, mettant chacun en jeu un ensemble de filtres $G_n(f)$ différents.

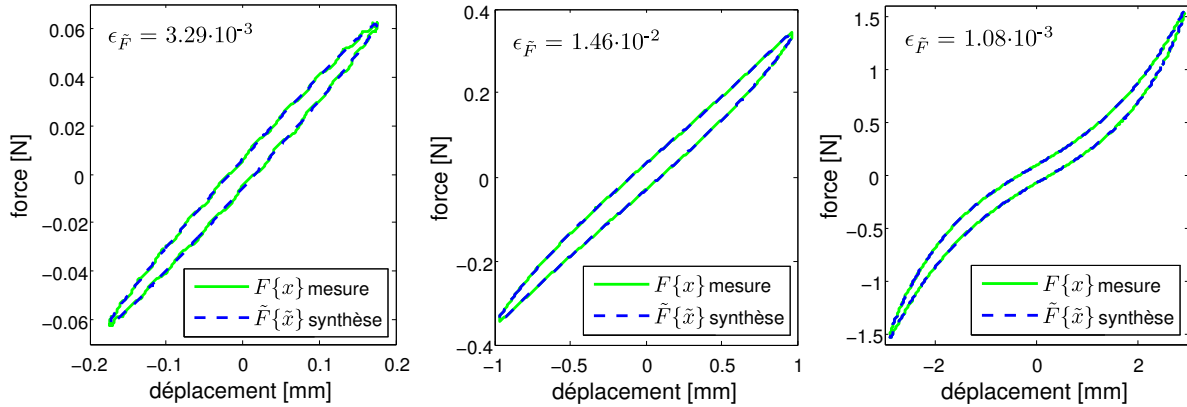


FIGURE 4.11 – $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés à partir du modèle «Hammerstein Généralisé» estimé avec $N = L = 7$, et $\tilde{x}(t) = x(t)$ à la fréquence 4 Hz. Niveaux d'excitation : (a) $x_{\max} = 0.2$ mm, (b) $x_{\max} = 1$ mm, (c) $x_{\max} = 3$ mm.

La quasi-superposition des tracés illustre les faibles valeurs de l'erreur quadratique moyenne $\epsilon_{\tilde{F}}$ entre $F(t)$ et $\tilde{F}(t)$.

La contribution linéaire d'un tel modèle est alors donnée par la branche 1. La comparaison des tracés $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés à partir de la première branche du modèle «Hammerstein Généralisé», estimé avec $N = L = 7$, est présentée Fig. 4.12. La fréquence fondamentale d'excitation est 4 Hz et les niveaux d'excitation identiques à ceux présentés Fig. 4.11.

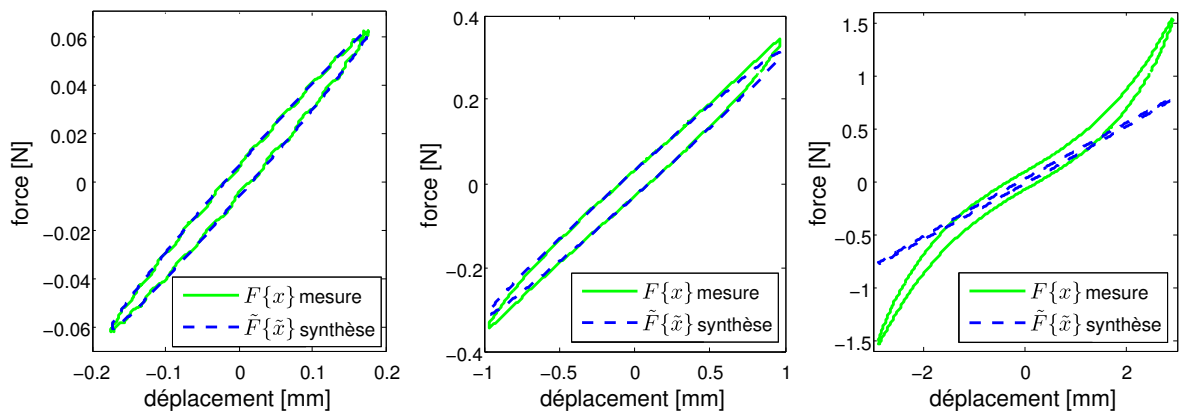


FIGURE 4.12 – $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés à partir de la première branche du modèle «Hammerstein Généralisé» estimé avec $N = L = 7$, et $\tilde{x}(t) = x(t)$ à la fréquence 4 Hz. Niveaux d'excitation : (a) $x_{\max} = 0.2$ mm, (b) $x_{\max} = 1$ mm, (c) $x_{\max} = 3$ mm.

L'écart entre $F\{x\}$ mesuré et la contribution linéaire de $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$, en forme d'ellipse, augmente avec le niveau d'excitation. Quand $x_{\max} = 1$ mm, cet écart est observé pour les valeurs du déplacement proches de $x_{\max}$: le comportement est donc faiblement non-linéaire. Quand $x_{\max} = 3$ mm,

les tracés sont en tout point différents. Même pour les valeurs de déplacement proches de zéro, les tracés ne concordent pas : le comportement est alors fortement non-linéaire. La modélisation du comportement avec 7 branches est nécessaire et, à titre d'illustration, l'effet de l'ajout progressif de 1 à 7 branches est présenté Fig. 4.13, à la fréquence d'excitation 4 Hz et pour $x_{\max} = 3$ mm.

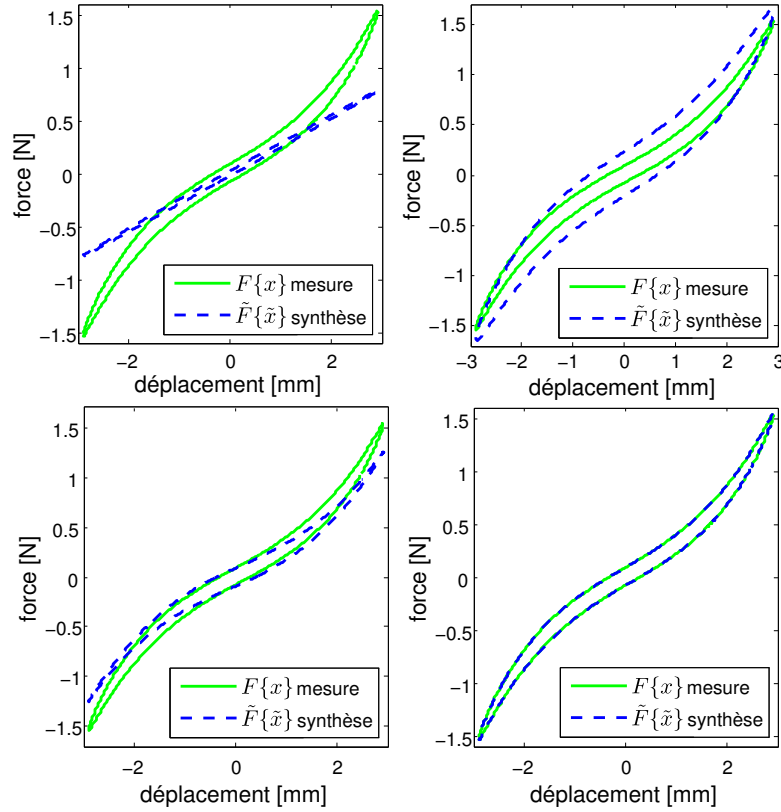


FIGURE 4.13 – $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés à partir : (a) de la première branche, (b) des 3 premières branches, (c) des 5 premières branches et (d) des 7 branches du modèle «Hammerstein Généralisé» estimé avec $N = L = 7$, et $\tilde{x}(t) = x(t)$ à la fréquence 4 Hz. Niveau d'excitation : $x_{\max} = 3$ mm.

L'ordre du modèle «Hammerstein Généralisé» adapté à la caractérisation du comportement mécanique de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* est donc 7 pour tous les niveaux testés expérimentalement.

L'ensemble des figures présentées dans cette section est issu de la synthèse de $\tilde{F}(t)$ à partir d'un signal $\tilde{x}(t)$ identique à celui mesuré $x(t)$, ce qui est permis à la fréquence 4 Hz. Cette section permet de valider le modèle à partir de la fréquence 4 Hz.

Cas où $\tilde{x}(t) \equiv$ signal cosinusoidal

Synthétiser $\tilde{F}(t)$ à partir d'un signal cosinusoidal décrit par

$$\tilde{x}(t) = X_0 \cos(2\pi f_0 t) \quad (4.20)$$

permet d'accéder à la réponse mécanique de l'équipage mobile à une excitation harmonique de fréquence f_0 et d'amplitude X_0 , ce que ne permet pas la mesure de la force in situ, car elle est induite par un déplacement distordu. Le modèle «Hammerstein Généralisé» permet alors l'étude de la force $\tilde{F}(t)$ correspondant à une excitation sinusoïdale pour toutes les fréquences de l'intervalle $[l \times f_1, f_2]$.

À titre de comparaison avec les tracés de la figure 4.11, les tracés $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$, estimés lorsque $\tilde{x}(t)$ est décrit par l'équation 4.20, sont présentés en figure 4.14. La fréquence f_0 vaut alors 4 Hz et X_0 est l'amplitude de la projection du signal $x(t)$, mesuré et distordu, sur le polynôme de Chebyshev de première espèce d'ordre 1. Les 3 ensembles de filtres $G_n(f)$ mis en jeu sont les mêmes qu'en figure 4.11.

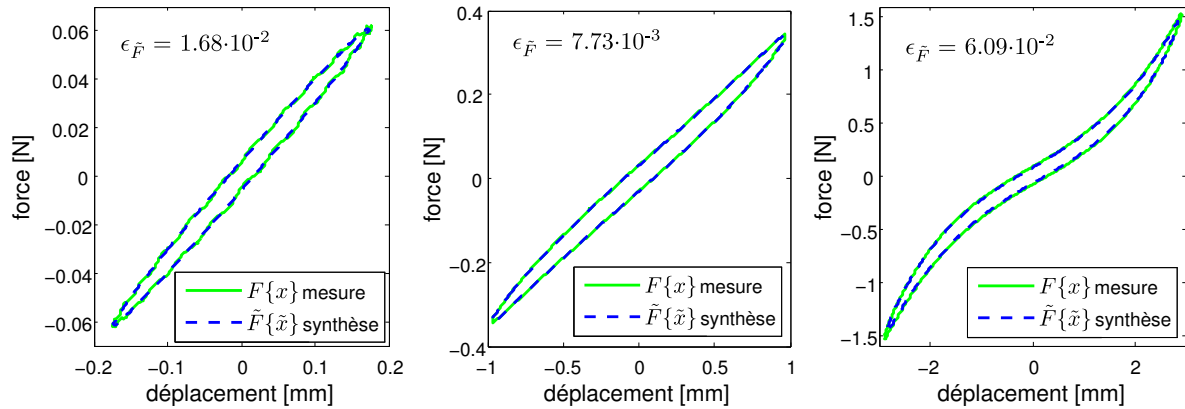


FIGURE 4.14 – $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés à partir du modèle «Hammerstein Généralisé» estimé avec $N = L = 7$, et $\tilde{x}(t) \equiv \cosinus$ à la fréquence 4 Hz. Niveaux d'excitation : (a) $x_{\max} = 0.2$ mm, (b) $x_{\max} = 1$ mm, (c) $x_{\max} = 3$ mm.

Mesures et données synthétisées se superposent correctement. Cependant, les valeurs de l'erreur quadratique moyenne $\epsilon_{\tilde{F}}$ entre $F\{x\}$ et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ diffèrent de celles correspondant au cas où $\tilde{x}(t) = x(t)$, ceci principalement pour $x_{\max} = 3$ mm (cf Fig. 4.14(c)). La représentation temporelle des signaux $F(t)$ et $\tilde{F}(t)$, pour les deux cas $\tilde{x}(t) \equiv \cosinus$ et $\tilde{x}(t) = x(t)$ pour $x_{\max} = 3$ mm est présentée Fig. 4.15(a). L'évolution de $\epsilon_{\tilde{F}}$ en fonction du niveau d'excitation, pour les deux cas, est également représentée Fig. 4.15(b).

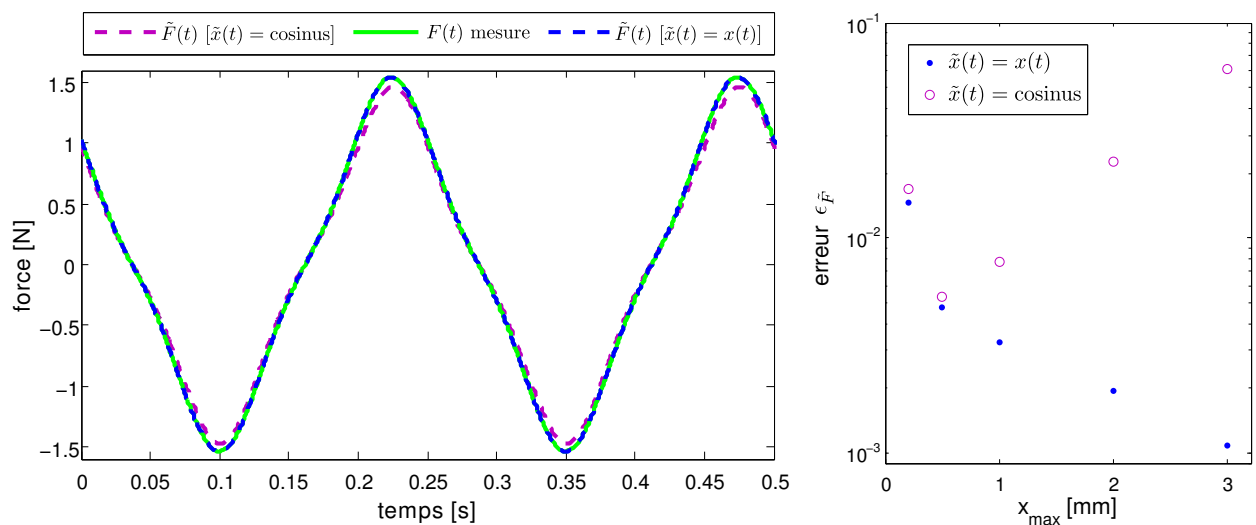


FIGURE 4.15 – (a) $F(t)$ mesuré et $\tilde{F}(t)$ synthétisés à partir du modèle «Hammerstein Généralisé» ($N = L = 7$) pour les deux cas : $\tilde{x}(t) = x(t)$ et $\tilde{x}(t) = \cosinus$ à la fréquence 4 Hz. Niveau d'excitation : $x_{\max} = 3$ mm. (b) Erreur quadratique moyenne $\epsilon_{\tilde{F}}$ obtenue dans les deux cas : $\tilde{x}(t) = x(t)$ et $\tilde{x}(t) = \cosinus$, à la fréquence 4 Hz, en fonction de la valeur crête du déplacement imposé $x_{\max}$.

La figure 4.15(a) illustre la concordance entre la force $F(t)$ mesurée et la force $\tilde{F}(t)$ synthétisée lorsque $\tilde{x}(t) = x(t)$ à 4 Hz et pour $x_{\max} = 3$ mm. Par contre, on observe un écart entre la force $F(t)$ mesurée et la force $\tilde{F}(t)$ synthétisée, lorsque $\tilde{x}(t) = X_0 \cos(2\pi f_0 t)$. Cet écart est dû à l'absence de composantes harmoniques d'ordre supérieur dans $\tilde{x}(t)$. $\tilde{F}(t)$ est alors la réponse théorique de l'équipage mobile à une excitation sinusoïdale, les non-linéarités du pot vibrant étant indirectement «compensées».

La figure 4.15(b) donne l'évolution de l'erreur quadratique moyenne $e_{\tilde{F}}$ entre $F(t)$ et $\tilde{F}(t)$ pour les deux cas : $\tilde{x}(t) = x(t)$ et $\tilde{x}(t) = X_0 \cos(2\pi f_0 t)$. Pour les deux premiers niveaux, $x_{\max} = 0.2$ mm et $x_{\max} = 0.5$ mm, l'erreur dans les deux cas est proche. Puis, à mesure que le niveau d'excitation augmente, l'erreur pour $\tilde{x}(t)$ décrit par (4.20) augmente, alors que l'erreur pour $\tilde{x}(t) = x(t)$ diminue. Cela signifie que plus le niveau d'excitation augmente, plus la distorsion présentée par le pot vibrant à la fréquence 4 Hz, et prise en compte par la méthode d'identification développée au chapitre 2, est importante. Ce phénomène est confirmé par les valeurs du THD du déplacement imposé par le pot vibrant qui sont illustrées au chapitre 3 (Fig. 3.6).

Par ailleurs, il est possible d'exploiter le modèle «Hammerstein Généralisé» estimé pour des fréquences supérieures à 4 Hz. La comparaison des tracés $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ estimés lorsque $\tilde{x}(t) = X_0 \cos(2\pi f_0 t)$ pour les fréquences d'excitation 10, 35 et 50 Hz, et pour tous les niveaux d'excitation testés, est donnée Fig. 4.16.

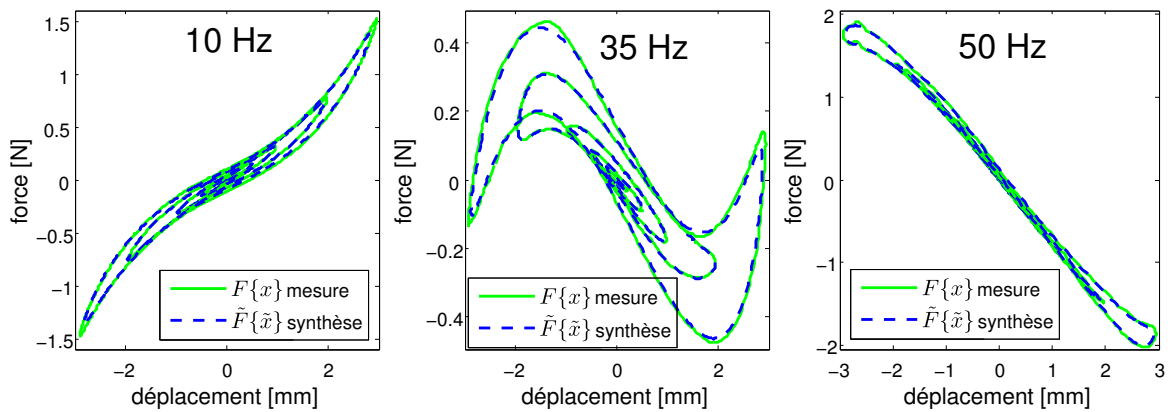


FIGURE 4.16 – $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés à partir du modèle «Hammerstein Généralisé» estimé avec $N = L = 7$, pour tous les niveaux d'excitation. Fréquence d'excitation : (a) 10 Hz, (b) 35 Hz, (c) 50 Hz.

Malgré la distorsion présentée par le pot vibrant, les tracés $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ estimés lorsque $\tilde{x}(t) = X_0 \cos(2\pi f_0 t)$ présentent une bonne concordance pour les différents niveaux et les différentes fréquences proposées, (respectivement inférieure, environ égale et supérieure à la fréquence de résonance mécanique de l'équipage mobile).

4.3.4 Comparaison des filtres $G_n(f)$ estimés pour différentes valeurs de $x_{\max}$

Tous les résultats présentés jusqu'alors dans ce chapitre découlent d'une estimation du modèle «Hammerstein Généralisé» différente pour chaque valeur de $x_{\max}$. La nature des signaux de force et déplacement mesurés pour chaque valeur de $x_{\max}$ induit un ensemble de filtres estimés $\{G_n(f), n \in [1, N]\}$ différent pour chaque valeur de $x_{\max}$. À titre d'illustration, sont présentés Fig. 4.17 les modules et phases des différents filtres $G_1(f)$ estimés pour les différentes valeurs de $x_{\max}$.

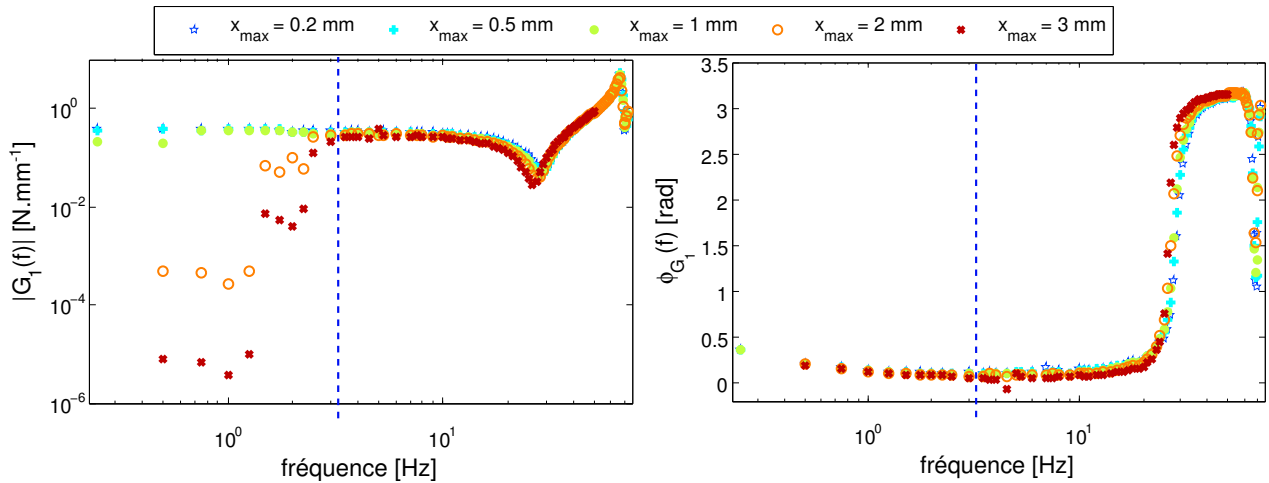


FIGURE 4.17 – (a) Modules et (b) Phases des filtres $G_1(f)$ estimés avec $N = L = 7$, pour tous les niveaux d'excitation. En pointillés, la fréquence minimale de la bande fréquentielle validée.

L'augmentation de $x_{\max}$ induit une diminution du module de $G_1(f)$ pour les fréquences ≥ 4 Hz (de 20% à la fréquence 7 Hz et de 70% à la fréquence 26 Hz proche de la résonance du système), ainsi qu'une diminution de la valeur de cette fréquence de résonance mécanique, de 29 Hz à 26 Hz.

Les valeurs du module de $G_1(f)$ calculées pour $f \leq 4$ Hz à fort niveau d'excitation ne sont pas exploitables car l'estimation de $G_1(f)$ est biaisée par l'absence de certaines données mesurées aux fréquences $\frac{f}{7}$ avec $1 < l \leq 7$. Le domaine de validité des filtres $G_1(f)$ est matérialisé par la zone fréquentielle à droite de la ligne pointillée Fig. 4.17

Les modules et phases des filtres $G_2(f)$ à $G_7(f)$ sont présentés en annexe J.

La conséquence de la dépendance à $x_{\max}$ des filtres $G_n(f)$ peut être illustrée par l'inaptitude d'un ensemble de filtres $G_n(f)$, estimé à partir des signaux mesurés pour $x_{\max} = 3$ mm, à reproduire la force mesurée pour un niveau d'excitation $x_{\max} < 3$ mm. Ce phénomène est illustré Fig. 4.18 pour la fréquence 4 Hz.

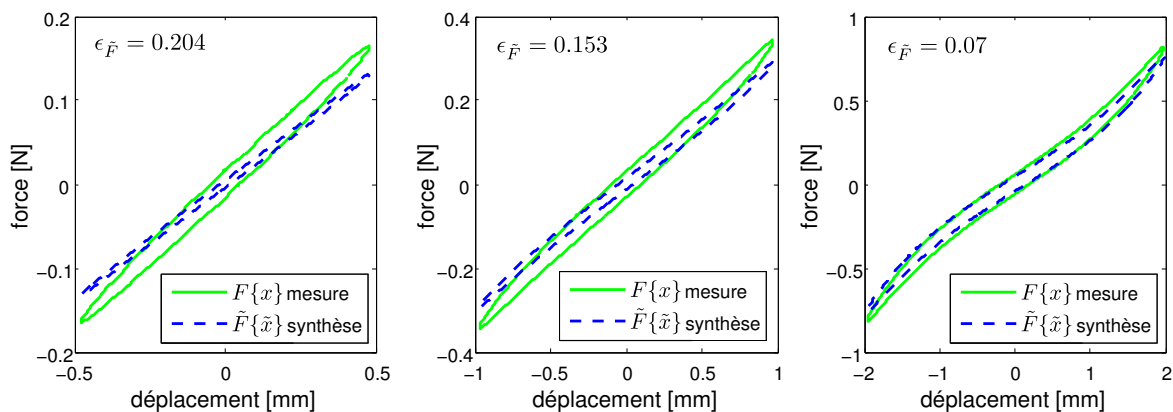


FIGURE 4.18 – $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés à partir du modèle «Hammerstein Généralisé» estimé avec les données mesurées pour $x_{\max} = 3$ mm, à la fréquence d'excitation 4 Hz ($N = L = 7$). Niveaux d'excitation : (a) $x_{\max} = 0.5$ mm, (b) $x_{\max} = 1$ mm, (c) $x_{\max} = 2$ mm.

Le modèle «Hammerstein Généralisé» identifié à partir de données expérimentales obtenues pour un niveau donné d'excitation de l'équipage mobile permet de modéliser son comportement à

ce niveau donné d'excitation exclusivement. Le système étudié ici se comporte donc différemment selon le niveau auquel il est excité.

4.4 Caractérisation mécanique du haut-parleur *Visaton Sc8n*

La procédure d'estimation des filtres $G_n(f)$ et les conditions de leur validité ont été décrites en section 4.3. Le lien analytique entre ces filtres et les paramètres physiques de raideur $K_n(f)$ et $R_n(f)$ fait l'objet de la section 4.2. Un modèle «Hammerstein Généralisé» est alors disponible pour la caractérisation de deux équipages mobiles différents : celui du haut-parleur *Visaton Sc8n* et celui du haut-parleur *Celestion Super 8*. L'objet de cette section est donc d'exploiter le modèle «Hammerstein Généralisé» afin d'extraire l'évolution des paramètres mécaniques $K_n(f)$, $R_n(f)$, $k\{x(t)\}$ et $r\{x(t)\}$. La valeur de la masse mobile M de chaque équipement mobile testé est préalablement estimée à partir du banc de mesure développé par Klippel GmbH¹ utilisé en amont de la séparation de l'équipage mobile et du moteur. Une vérification est réalisée a posteriori à partir de la pesée des éléments mobiles découpés après que les expériences aient été réalisées.

Les ensembles de filtres $G_n(f)$ étant différents en fonction de la valeur crête du déplacement imposé $x_{\max}$, les valeurs de $K_n(f)$ et $R_n(f)$ sont estimées pour chaque valeur de $x_{\max}$.

4.4.1 Réponses fréquentielles non-linéaires en raideur et en amortissement

Les réponses fréquentielles en raideur $K_n(f)$ et en amortissement $R_n(f)$ sont calculées à partir des équations (4.14) et (4.15). Les contributions linéaires des phénomènes de raideur et d'amortissement sont modélisées par $K_1(f)$ et $R_1(f)$.

Pour les cinq niveaux d'excitation testés, $K_1(f)$ est donné Fig. 4.19(a) pour la bande fréquentielle $[f_1, f_2]$.

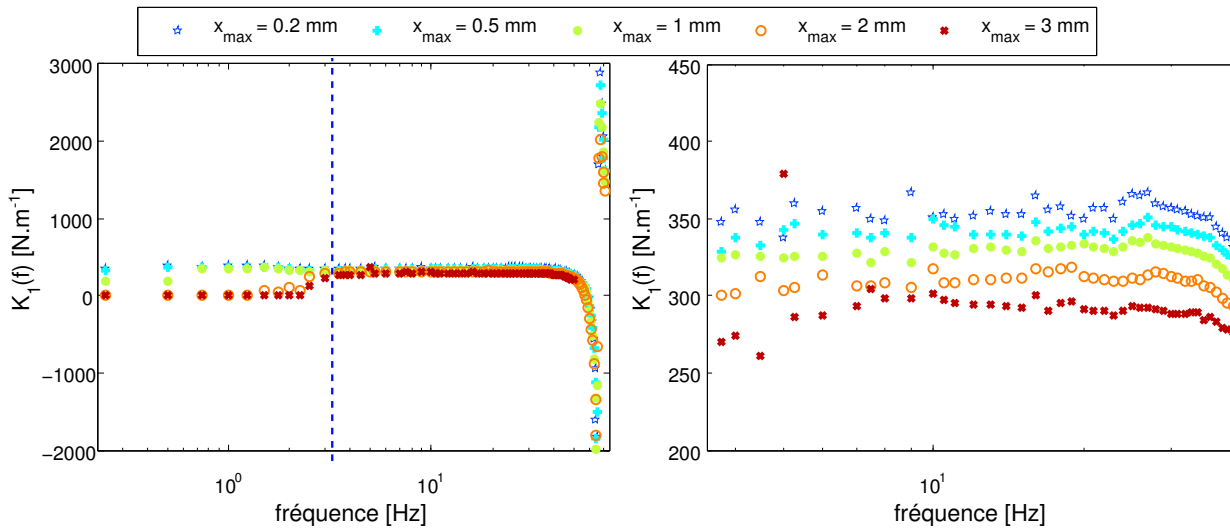


FIGURE 4.19 – $K_1(f)$ pour tous les niveaux d'excitation. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*. (a) $[0.25, 72]$ Hz, en pointillés : la fréquence minimale de la bande fréquentielle validée. (b) Zoom sur l'intervalle $[3.5, 40.5]$ Hz.

La valeur de $K_1(f)$ est relativement constante de ~ 3 Hz jusqu'à ~ 50 Hz pour les différents niveaux, puis chute brusquement avec la fréquence à partir de 65 Hz avant d'augmenter tout aussi brusquement avec la fréquence. Ces phénomènes situés au-delà de ~ 50 Hz sont pour

1. <https://www.klippel.de/our-products/rd-system.html>

l'heure inexpliqués. Il semblerait toutefois qu'à cette fréquence, supérieure à la fréquence de résonance de l'équipage mobile et sans doute inférieure aux fréquences de résonance des premiers modes propres de la membrane, le banc expérimental présente une résonance, empêchant alors l'exploitation des résultats dans cette bande de fréquence. Le zoom Fig. 4.19(b) sur la bande fréquentielle [3.5,40.5] Hz permet d'observer que, pour un niveau d'excitation donné, $K_1(f)$ présente une valeur presque constante pour cette bande de fréquences, ce qui rejoint des observations réalisées sur haut-parleur entier [64]. La raideur d'un haut-parleur est souvent considérée indépendante ou peu dépendante de la fréquence dans la gamme de fréquences audio. Toutefois, certains auteurs prédisent une augmentation de la raideur avec la fréquence [4, 104, 103], ce qui n'est visiblement pas le cas ici. Par ailleurs, pour toutes les fréquences, $K_1(f)$ décroît lorsque le niveau d'excitation augmente.

Pour les cinq niveaux d'excitation testés, $R_1(f)$ est donné Fig. 4.20 pour la bande fréquentielle $[f_1, f_2]$.

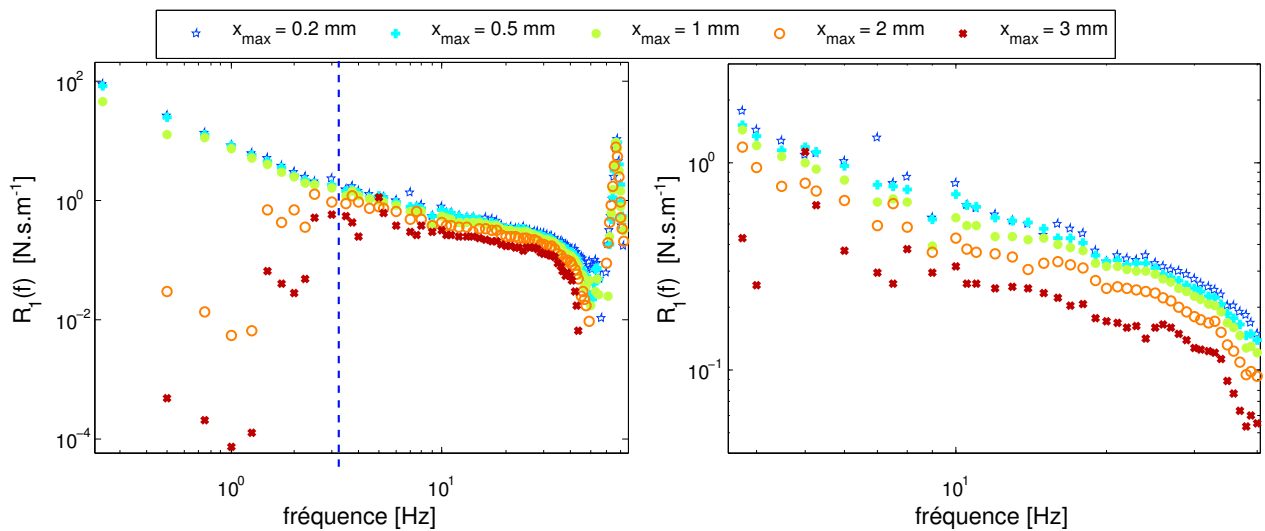


FIGURE 4.20 – $R_1(f)$ pour tous les niveaux d'excitation. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*. (a) [0.25,72] Hz, en pointillés : la fréquence minimale de la bande fréquentielle validée. (b) Zoom sur l'intervalle [3.5,40.5] Hz.

$R_1(f)$ présente une décroissance proche d'une loi de puissance en fonction de la fréquence, dans la bande [3.5,40.5] Hz et pour tous les niveaux de sollicitation testés. Cette dépendance en fréquence a été observée et modélisée par Thorborg et al. [104, 103] et comprend la contribution des pertes visqueuses indépendantes de la fréquence et des pertes élastiques qui diminuent avec la fréquence. Au-delà de ~ 50 Hz, il semble que les résultats expérimentaux ne soient pas valables ce qui ne permet pas de déduire si $R_1(f)$ tend ou non vers une constante correspondant aux pertes visqueuses, lorsque la fréquence augmente.

Cependant en basses fréquences, alors que pour les deux premiers niveaux d'excitation, la décroissance en loi de puissance est vérifiée dès 0.25 Hz, les valeurs de $R_1(f)$, lorsque $x_{\max} = 3$ mm, sont plus dispersées dans la bande [3,13] Hz, pourtant comprise dans la gamme de validité des filtres $G_n(f)$. Il faudrait peut-être y voir un comportement de l'amortissement plus compliqué à fortes amplitudes de sollicitation qu'à faible amplitude. L'hypothèse $r\{x(t)\}$ de l'équation 4.6 pourrait en particulier être trop réductrice pour modéliser le comportement de l'amortissement. Pour toutes les fréquences, $R_1(f)$ décroît également lorsque le niveau d'excitation augmente.

Les décroissances de $K_1(f)$ et $R_1(f)$ avec le niveau maximal d'excitation $x_{\max}$ se voient également sur la Fig. 4.21(a) et 4.21(b), où elles sont tracées pour quelques fréquences particulières.

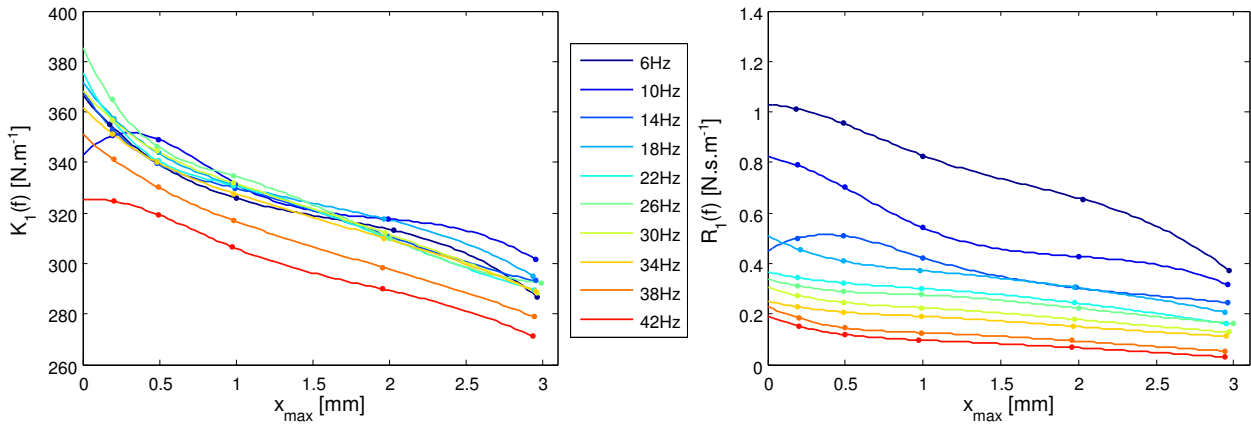


FIGURE 4.21 – (a) $K_1(f)$ et (b) $R_1(f)$ en fonction de la valeur crête du déplacement $x_{\max}$, pour différentes fréquences. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

Les fonctions $K_1(f)$ et $R_1(f)$ diminuent avec le niveau maximal d'excitation $x_{\max}$. Pour ces deux grandeurs, la décroissance pour différentes fréquences présente des caractéristiques communes. Cette tendance pourrait être due à la nature du matériau constituant les suspensions. En effet, l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* possède un *surround* en caoutchouc, matériau élastomère très certainement réticulé dans lequel siègent des phénomènes non-linéaires tels que l'effet *Payne* et selon lequel le module élastique ainsi que le facteur de pertes d'un matériau élastomère réticulé diminuent lorsqu'il subit des déformations sinusoïdales supérieures à quelques pourcents (cf Fig. 1.14). Les notions d'élasticité et de facteur de pertes, propres à la mécanique des milieux continus, s'expriment ici en termes de raideur et amortissement, propres à la mécanique du solide.

Les réponses fréquentielles en raideur $K_n(f)$ et en amortissement $R_n(f)$ d'ordre supérieur peuvent également être étudiées. À titre d'illustration, les valeurs absolues de $K_3(f)$ et $R_3(f)$ sont présentées Fig. 4.22.

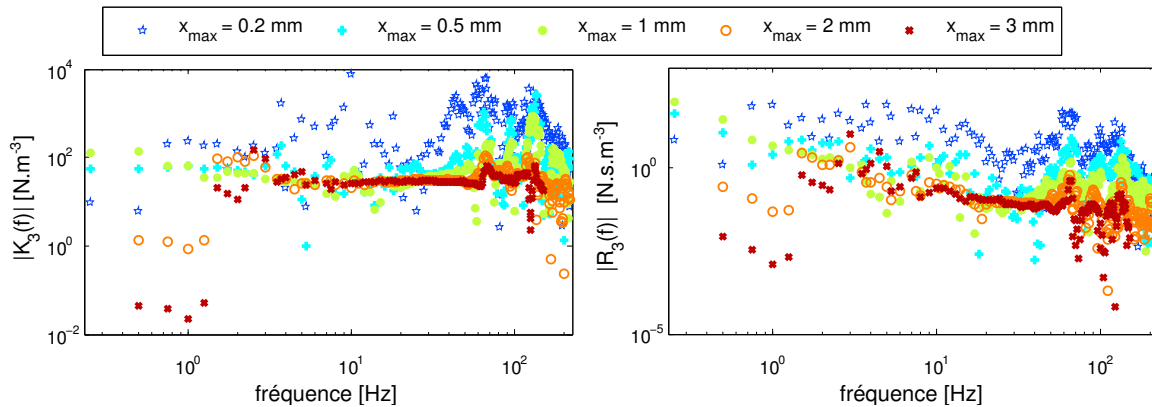


FIGURE 4.22 – (a) $|K_3(f)|$ et (b) $|R_3(f)|$ pour tous les niveaux d'excitation. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

La dispersion des valeurs de $|K_3(f)|$ et $|R_3(f)|$ diminue lorsque le niveau d'excitation augmente. Pour le premier niveau, pour lequel l'ordre 1 suffit à modéliser le comportement mécanique (d'après la Fig. 4.9), les valeurs $|K_3(f)|$ pourraient être influencées par le bruit de mesure et donc ne pas être directement exploitables. En revanche, à mesure que le niveau d'excitation augmente, les tracés de $|K_3(f)|$ et $|R_3(f)|$ se précisent² et leur bande fréquentielle de validité,

2. En ce sens que les données forment une courbe plus lisse, moins discontinue.

en théorie égale à $[3 \times f_1, 3 \times f_2]$ Hz, est ici limitée en basse fréquence et vaut $[3.5, 216]$ Hz pour les quatre premiers niveaux d'excitation et $[3.5, 150]$ Hz lorsque $x_{\max} = 3$ mm ($f_2 = 50$ Hz).

Comme pour $K_1(f)$, dans la bande fréquentielle de validité, il semble possible de considérer que $|K_3(f)|$ est également constant jusqu'à la fréquence ~ 65 Hz. Aux environs de cette fréquence, correspondant au triple de la zone de résonance, $|K_3(f)|$ augmente significativement, ce qui semble être le signe d'une plus forte non-linéarité d'ordre 3 dans la zone de résonance de l'équipage mobile.

La décroissance en loi de puissance de $R_1(f)$ semble de même subsister pour $|R_3(f)|$. Ces observations incitent à envisager une étude plus approfondie du lien entre $K_1(f)$, $R_1(f)$ et respectivement les évolutions de $K_n(f)$ et $R_n(f)$, avec n pair ou impair.

D'autres réponses fréquentielles $K_n(f)$ et $R_n(f)$ sont présentées en annexe K, Figs. K.1 à K.7.

Ces réponses fréquentielles en raideur $K_n(f)$ et en amortissement $R_n(f)$ permettent de calculer les coefficients k_n et r_n décrivant les polynômes $k\{x(t)\}$ et $r\{x(t)\}$. Ces derniers font l'objet de la sous-section suivante.

4.4.2 Coefficients polynomiaux k_n et r_n

Les coefficients k_n et r_n contribuent à la description temporelle du comportement mécanique d'un équipage mobile, pour une excitation harmonique de fréquence f , d'après l'équation (4.9). En effet, ils déterminent la dépendance de la raideur $k\{x(t)\}$ et de l'amortissement $r\{x(t)\}$ avec le déplacement instantané $x(t)$ d'après les équations (4.7) et (4.8). Ils peuvent être obtenus à partir des réponses fréquentielles $K_n(f)$ et $R_n(f)$ grâce à la relation mathématique détaillée en annexe H. Cette relation mathématique fait intervenir l'amplitude X_0 du signal d'excitation.

Note liminaire : Dans le cas où le signal d'excitation est sinusoïdal, c'est à dire lorsque le pot vibrant fonctionne en régime linéaire, X_0 est la valeur crête du déplacement imposé à l'équipage mobile. Dans le cas où le pot vibrant est sollicité à plus fort niveau, le déplacement est distordu et la variable X_0 n'est pas directement définie. Plusieurs choix sont alors possibles :

- l'amplitude à considérer est la valeur crête du déplacement $x_{\max}$,
- l'amplitude à considérer est en lien avec la valeur efficace et définie par $\tilde{X}_0 = \sqrt{2} \cdot x_{\text{rms}}$
- l'amplitude à considérer X_0 est celle de la contribution linéaire du déplacement mesuré $x(t)$, obtenue par projection de $x(t)$ sur le polynôme de Chebyshev de première espèce d'ordre 1.

À titre d'exemple, la comparaison entre les amplitudes $x_{\max}$ et X_0 , mesurées et calculées à partir des données de déplacement interpolées, est illustrée Fig. 4.23, en fonction de la fréquence et pour différents niveaux d'excitation.

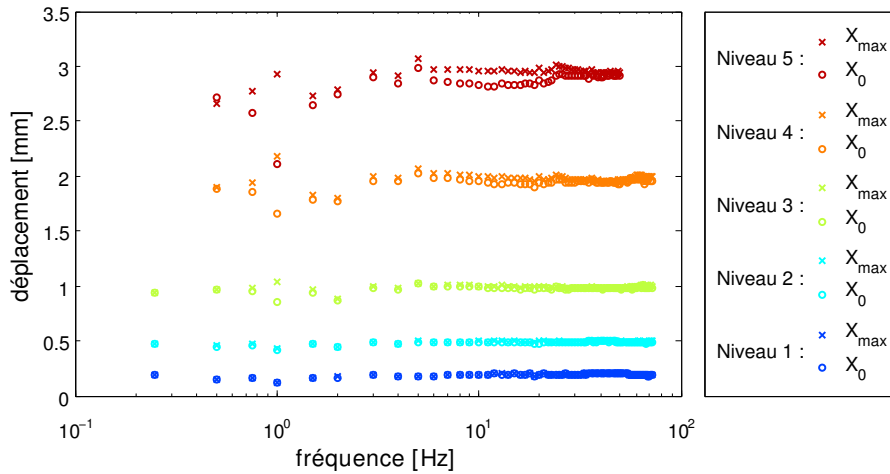


FIGURE 4.23 – Comparaison entre la valeur crête du déplacement $x_{\max}$ et l'amplitude de la contribution linéaire du déplacement X_0 , pour différentes fréquences et différents niveaux d'excitation.

À mesure que le niveau d'excitation augmente, l'écart entre $x_{\max}$ et X_0 augmente et pour la suite, les coefficients k_n et r_n sont calculés à partir de la contribution linéaire du déplacement X_0 .

Polynômes $k\{x(t)\}$

Les polynômes $k\{x(t)\}$ peuvent ainsi être calculés pour chaque fréquence d'excitation et pour chaque niveau de sollicitation, indépendamment, à partir de (4.7) avec $N = 7$. Différents polynômes $k\{x(t)\}$ parmi ceux obtenus sont présentés Fig. 4.24.

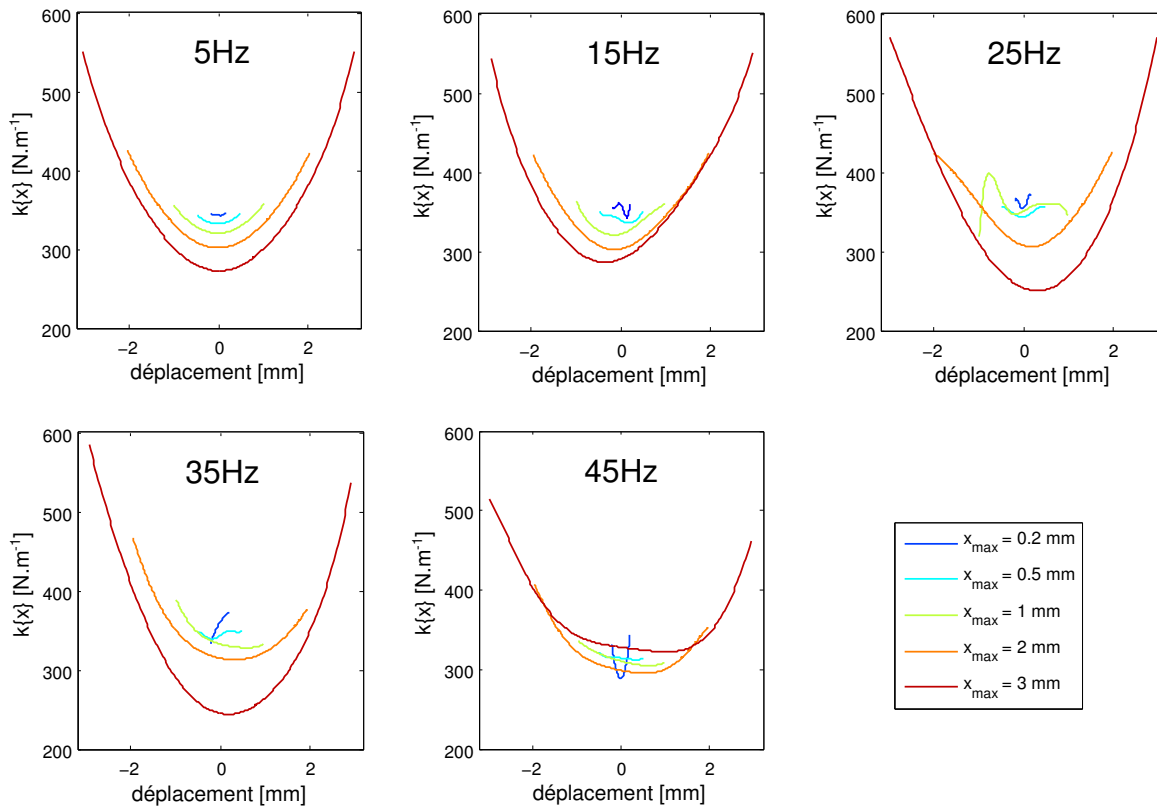


FIGURE 4.24 – Polynômes $k\{x(t)\}$ obtenus à partir des coefficients k_1 à k_7 pour les différents niveaux d'excitation et pour les fréquences (a) 5 Hz, (b) 15 Hz, (c) 25 Hz, (d) 35 Hz et (e) 45 Hz.

Ces polynômes traduisent globalement un raidissement de l'équipage mobile avec $x(t)$ croissant, et ce d'autant plus que la valeur crête du déplacement $x_{\max}$ est importante. Ceci est en accord avec les constatations de forte variation de la raideur du *spider* lorsque celui-ci est soumis à de grandes élongations. Le *surround* peut également être en partie responsable de ce phénomène. Les polynômes $k\{x(t)\}$ sont différents pour chaque niveau, bien que l'allure parabolique des tracés soit presque systématiquement conservée. L'ordonnée à l'origine varie notamment avec la valeur de $x_{\max}$, ce qui peut directement être relié à l'interprétation de la Fig. 4.21 en lien avec l'effet *Payne*. L'évolution des courbes $k\{x(t)\}$ en fonction de $x_{\max}$ rejoint les observations de plusieurs auteurs [70, 46, 1, 78, 2, 64].

L'éloignement des tracés $k\{x(t)\}$ de la «forme typique» attendue, pour certaines fréquences et certains niveaux peut dépendre de paramètres discutés en section 4.4.3.

Par ailleurs, la force de rappel $F_k(t)$ peut être estimée à partir des polynômes $k\{x(t)\}$ de la manière suivante

$$\tilde{F}_k(t) = k\{x\} \cdot \tilde{x}(t). \quad (4.21)$$

La force de rappel est ici comparée à la force totale subie par l'équipage mobile, par le biais des tracés force-déplacement mesurés $F\{x\}$ et synthétisés $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$. Pour ce faire, la force de rappel $\tilde{F}_k(t)$ est «corrigée» en y ajoutant le terme d'inertie. La force considérée est notée $\tilde{F}_{kM}(t)$ et s'exprime de la manière suivante

$$\tilde{F}_{kM}(t) = k\{x\} \cdot \tilde{x}(t) + M \cdot \tilde{a}(t), \quad (4.22)$$

avec $\tilde{a}(t)$ l'accélération déduite du déplacement $\tilde{x}(t)$ et M la masse mobile estimée, considérée constante ici. Un tracé force-déplacement $\tilde{F}_{kM}\{\tilde{x}\}$ est déduit de l'équation 4.22. Ce tracé ne prend pas en compte l'amortissement, contrairement aux tracés $F\{x\}$ et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$.

Les tracés $F\{x\}$, $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ et $\tilde{F}_{kM}\{\tilde{x}\}$ sont présentés Fig. 4.25. Les fréquences représentées sont les mêmes qu'en Fig. 4.24. L'ensemble des niveaux testés est présenté excepté le second ($x_{\max} = 0.5$ mm) par souci de concision.

Pour les fréquences 5 Hz et 15 Hz, les tracés force de rappel-déplacement $\tilde{F}_{kM}\{\tilde{x}\}$ s'insèrent dans les tracés force-déplacement $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ comme étant quasiment leur ligne moyenne, pour les différents niveaux d'excitation, s'approchant d'une droite pour les faibles niveaux et d'un polynôme pour les forts niveaux d'excitation. La prise en compte de l'amortissement pour les tracés $F\{x\}$, $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ se traduit par l'existence d'une aire non nulle de ces tracés. L'obtention d'un tracé $\tilde{F}_{kM}\{\tilde{x}\}$ se réduisant à une ligne s'explique par le fait que l'amortissement n'est pas pris en compte pour ce tracé.

Pour la fréquence 25 Hz, les tracés $\tilde{F}_{kM}\{\tilde{x}\}$ s'insèrent toujours dans les tracés $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ mais pour les deux premiers niveaux présentés, les signaux mesurés $F\{x\}$ ne présentent pas l'allure typique d'une ellipse. Les signaux expérimentaux sont peut être à remettre en cause pour ces deux niveaux et cette fréquence en particulier. Ceci explique l'allure chahutée du polynôme présenté en Fig. 4.24(c) pour $x_{\max} = 1$ mm.

Pour les fréquences 35 Hz et 45 Hz, ainsi que pour les forts niveaux à la fréquence 25 Hz, les lignes moyennes $\tilde{F}_{kM}\{\tilde{x}\}$ passent systématiquement par zéro, alors que les tracés $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ ne sont pas centrés sur zéro. Cela est probablement lié au fait que le paramètre k_0 décrit par l'équation (H.28) en annexe H n'est pas ici pris en compte³ dans le calcul de $k\{x(t)\}$. L'allure des tracés mesurés $F\{x\}$ non centrés sur zéro peut trouver une explication dans le problème d'ajustement de la position au repos de l'équipage mobile sur le banc expérimental, décrit en annexe A.

Chaque colonne de la Fig. 4.25 permet de suivre l'évolution de $F\{x\}$ avec la fréquence pour un niveau $x_{\max}$ en particulier. Pour tous les niveaux, la rotation de phase typique d'un système oscillant à un degré de liberté apparaît entre les fréquences 25 et 35 Hz.

3. En effet, son calcul fait intervenir les valeurs $K_n(f = 0)$ avec n pair qui ne sont pas estimées ici, ne disposant pas de capteur d'effort statique sur le banc expérimental.

Pour la fréquence 40 Hz, les tracés $\tilde{F}_{kM}\{\tilde{x}\}$ s'insèrent toujours dans les tracés $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ qui présentent un déphasage entre la force et le déplacement, beaucoup plus faible que pour les fréquences inférieures, mais toutefois croissant avec $x_{\max}$.

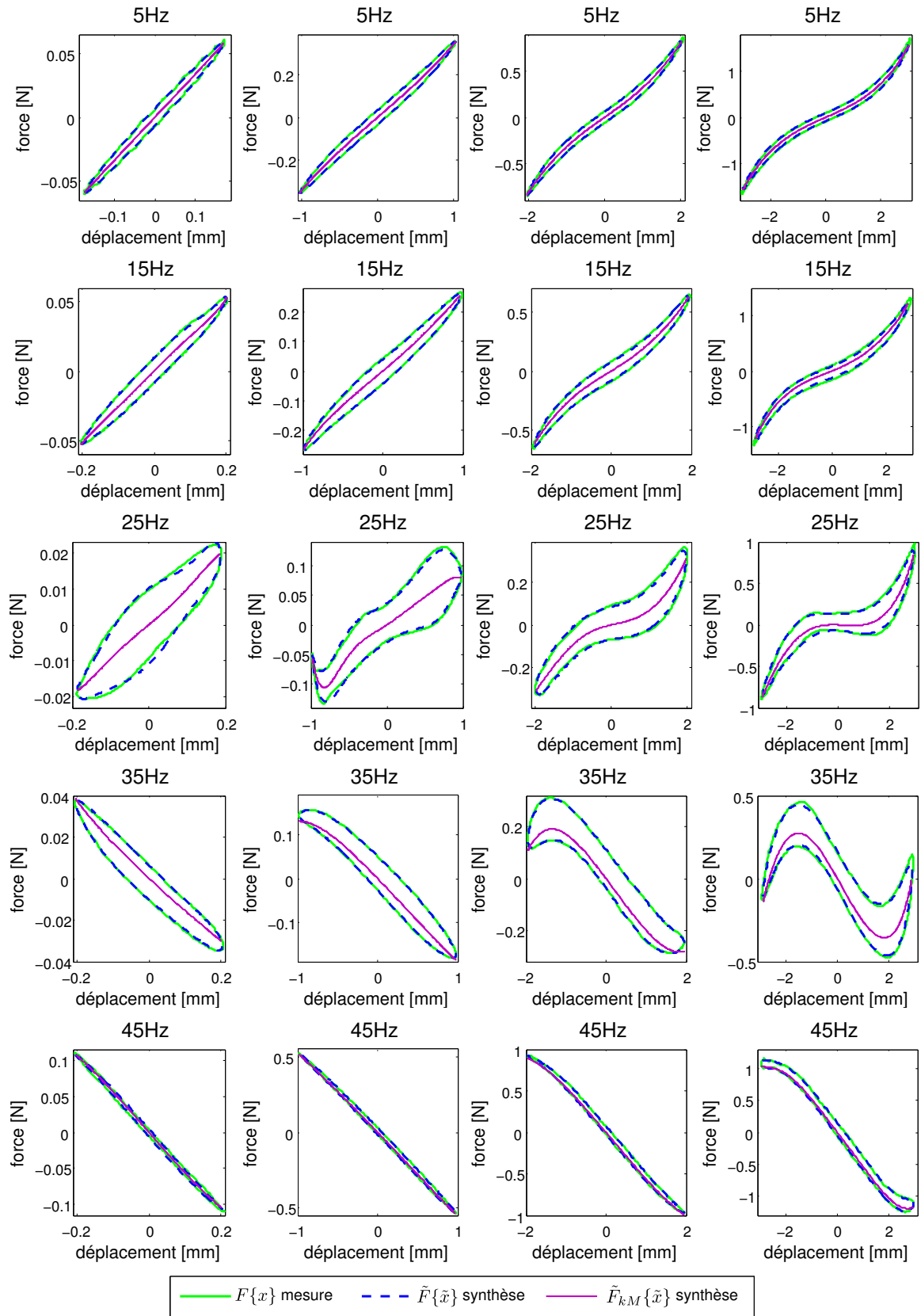


FIGURE 4.25 – $F\{x\}$ mesurés, $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés et force de rappel additionnée des forces d'inertie $\tilde{F}_{kM}\{\tilde{x}\}$, pour les fréquences, de haut en bas, 5, 15, 25, 35 et 45 Hz et pour les niveaux, de gauche à droite, $x_{\max}=0.2$ mm, $x_{\max}=1$ mm, $x_{\max}=2$ mm et $x_{\max}=3$ mm.

Polynômes $r\{x(t)\}$

Les polynômes $r\{x(t)\}$ peuvent être calculés pour chaque fréquence d'excitation et chaque niveau de sollicitation testé, indépendamment, à partir de (4.8) avec $N = 7$. Différents polynômes $r\{x(t)\}$ parmi ceux obtenus sont présentés Fig. 4.26.

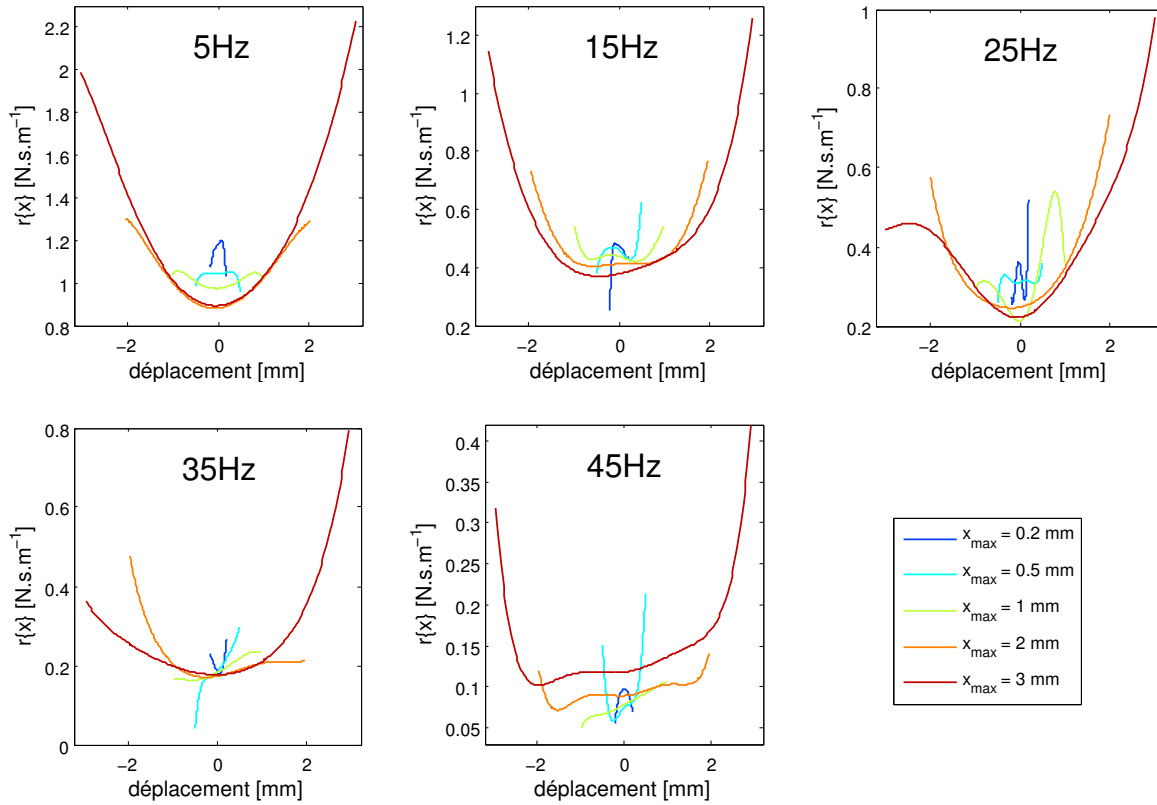


FIGURE 4.26 – Polynômes $r\{x(t)\}$ obtenus à partir des coefficients r_1 à r_7 pour les différents niveaux d'excitation et pour les fréquences (a) 5 Hz, (b) 15 Hz, (c) 25 Hz, (d) 35 Hz et (e) 45 Hz.

Certains des polynômes $r\{x(t)\}$ traduisent une augmentation de la résistance mécanique de l'équipage mobile quand $x_{\max}$ croît, mais les tracés sont beaucoup plus délicats à interpréter que ceux relatifs à $k\{x(t)\}$.

Les polynômes sont également différents pour chaque valeur de $x_{\max}$ testée. L'allure parabolique des tracés n'est pas répétable et l'ordonnée à l'origine varie plus ou moins avec $x_{\max}$, selon les fréquences. Ceci traduit un comportement de l'amortissement apporté par l'équipage mobile variable avec l'amplitude de la sollicitation et la fréquence de test.

Les forces d'amortissement $\tilde{F}_r(t)$ peuvent également être estimées à partir des polynômes $r\{x(t)\}$ et s'expriment suivant $\tilde{F}_r(t) = r\{x\} \cdot \tilde{v}(t)$. À l'image des tracés proposés Fig. 4.25, les tracés $\tilde{F}_r\{\tilde{v}\}$ peuvent être comparés aux tracés $F\{v\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{v}\}$ synthétisés, Fig. 4.27.

Pour certains «couples fréquence/niveau» choisis, le tracé force d'amortissement-vitesse $\tilde{F}_r\{\tilde{v}\}$ s'insère dans les tracés force-vitesse $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ comme étant quasiment la ligne moyenne, tout comme pour la force de rappel, s'approchant d'une droite pour les faibles niveaux et d'un polynôme pour les forts niveaux d'excitation, de même allure que celui observé par certains auteurs [64].

Pour les fréquences autour de la résonance (25 et 35 Hz), le tracé $\tilde{F}_r\{\tilde{v}\}$ ne définit plus une ligne, mais une forme d'aire non nulle. Pour 35 Hz, ce phénomène s'amplifie avec $x_{\max}$ croissant. Cela signifie que la force d'amortissement et la vitesse sont déphasés et que, de plus, la force d'amortissement contient des harmoniques de la fréquence fondamentale.

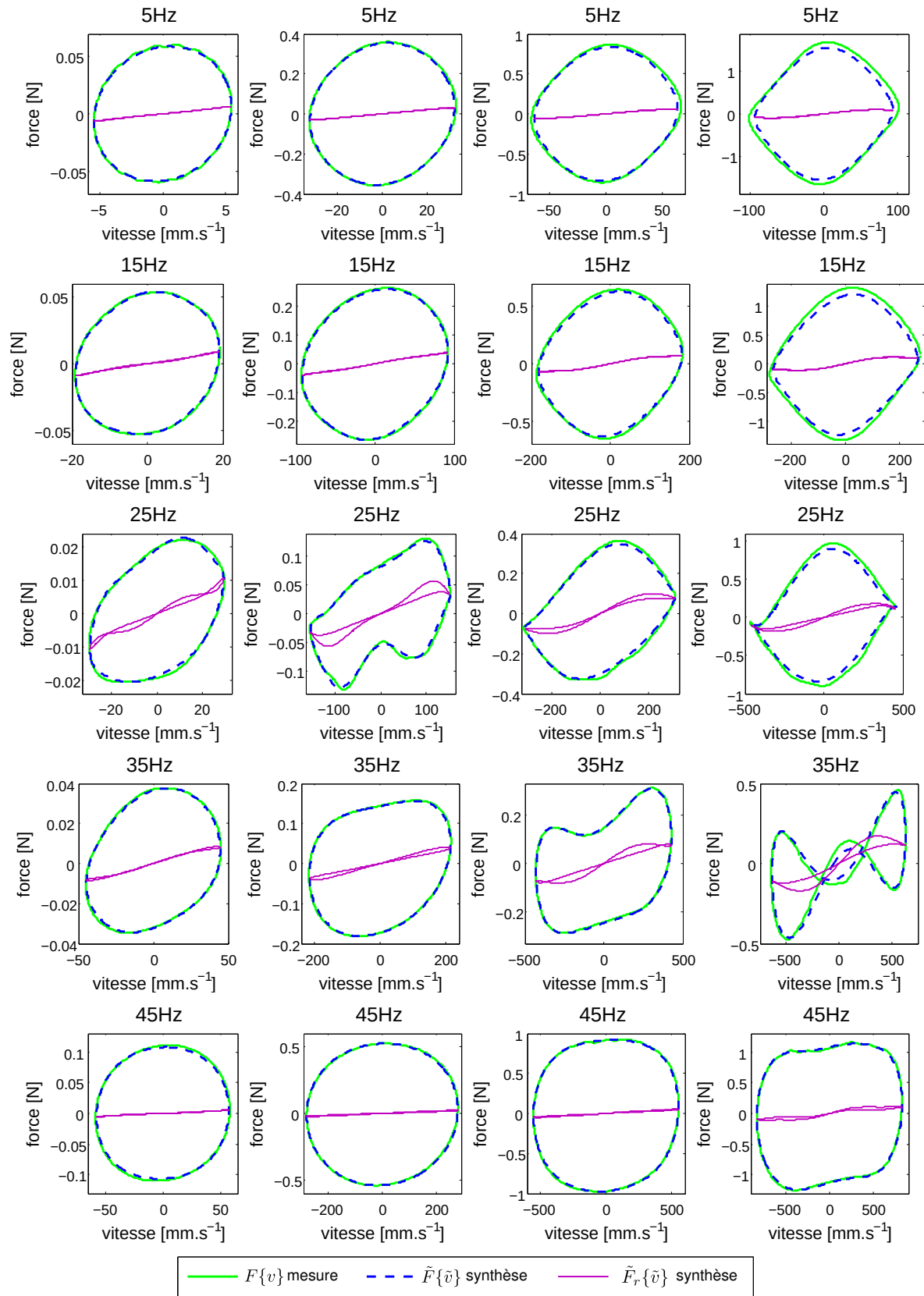


FIGURE 4.27 – $F\{x\}$ mesurés, $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés et forces d’amortissement $\tilde{F}_r\{\tilde{v}\}$, pour les fréquences, de haut en bas, 5, 15, 25, 35 et 45 Hz et pour les niveaux, de gauche à droite, $x_{\max} = 0.2$ mm, $x_{\max} = 1$ mm, $x_{\max} = 2$ mm et $x_{\max} = 3$ mm.

En se référant à l’ensemble des tracés présentés en Fig. 4.25, il est possible de constater que les « couples fréquence/niveau » $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ pour lesquels $\tilde{F}_{KM}\{\tilde{x}\}$ n’est pas la ligne moyenne « parfaite »

(par exemple 35 Hz, $x_{\max} = 2$ mm) correspondent aux tracés $\tilde{F}_r\{\tilde{v}\}$ présentant une aire non nulle. Ce constat peut laisser supposer que le déphasage entre la force d'amortissement et la vitesse, corrélé avec le fait que les tracés $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ ne sont pas centrés autour de zéro, traduit un phénomène particulier, à certaines fréquences (en l'occurrence ici autour de la fréquence de résonance), que le modèle de «Thiele et Small étendu» ici proposé ne prend pas en compte et qu'il conviendrait d'approfondir, tout en gardant un regard critique sur les résultats expérimentaux.

4.4.3 Sensibilité des polynômes $k\{x\}$ et $r\{x\}$ aux hypothèses sur k_n et r_n

En section 4.4.2, les coefficients k_n et r_n ont été exploités pour exprimer les polynômes $k\{x(t)\}$ et $r\{x(t)\}$, permettant d'évaluer la dépendance de la raideur et de l'amortissement avec le déplacement instantané de la membrane. Le calcul des polynômes $k\{x(t)\}$ et $r\{x(t)\}$ a alors été effectué à partir des k_n et r_n d'après les équations (4.7) et (4.8), $\forall n \in [1, 7]$.

En section 4.3.3, la Fig. 4.10 nous a incité à supposer que les branches du modèle «Hammerstein Généralisé» d'ordre pair, ainsi que celles d'ordre supérieur à N_{minimal} n'apportent pas d'information utile. L'objectif de cette sous-section est de vérifier ces hypothèses, de manière partielle, pour les fréquences 5 et 15 Hz uniquement.

Influence de l'ordre du modèle «Hammerstein Généralisé»

Dans un premier temps, l'hypothèse selon laquelle les branches du modèle «Hammerstein Généralisé» d'ordre supérieur à N_{minimal} n'apportent pas d'information utile est évaluée. D'après la section 4.3.3, $N_{\text{minimal}} = 1$ pour le niveau 1, $N_{\text{minimal}} = 3$ pour les niveaux 2 et 3, $N_{\text{minimal}} = 5$ pour le niveau 4 et $N_{\text{minimal}} = 7$ pour le niveau 5.

La Fig. 4.28 présente la comparaison de la raideur polynomiale $k\{x(t)\}$ obtenue lorsque $N = 7$ avec la raideur polynomiale $k\{x(t)\}$ obtenue lorsque $N = N_{\text{minimal}}$, pour les fréquences 5 et 15 Hz et pour les différents niveaux d'excitation.

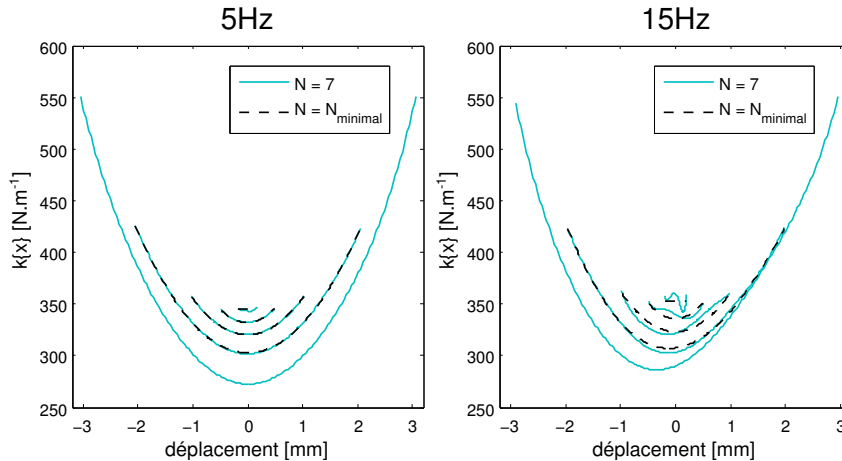


FIGURE 4.28 – Comparaison des polynômes $k\{x(t)\}$ obtenus à partir des coefficients k_n dans deux cas différents : $1 \leq n \leq N_{\text{minimal}}$ (---) et $1 \leq n \leq 7$ (—). Fréquence : (a) 5 Hz et (b) 15 Hz.

Pour la fréquence 5 Hz, il semble ne pas y avoir de différence entre les polynômes $k\{x(t)\}$ obtenus lorsque $N = 7$ et ceux obtenus lorsque $N = N_{\text{minimal}}$, comme suggéré en section 4.3.3.

En revanche, pour la fréquence 15 Hz, les tracés obtenus dans les deux cas diffèrent de manière significative, l'écart diminuant lorsque $x_{\max}$ augmente. Pour la plus faible valeur de $x_{\max}$, l'écart important entre le polynôme d'ordre 1 et le polynôme d'ordre 7 (dont l'allure est éloignée de ce qu'on attend physiquement) pourrait être du à une surestimation des filtres $G_n(f)$ $\forall n \in [2, 7]$, liée à l'influence du bruit sur le module des harmoniques du déplacement et de la

force (cf §4.3.3). Cela expliquerait alors la surestimation des valeurs de $K_n(f) \forall n \in [2,7]$ utilisées pour calculer les coefficients $k_n, \forall n \in [2,7]$. Le RSB augmentant avec le niveau d'excitation, cette source d'erreur diminuerait alors lorsque $x_{\max}$ augmente, ce qui semble être le cas.

Cependant, ce phénomène se produit à la fréquence 15 Hz et non à la fréquence 5 Hz alors que les RSB sont proches pour ces deux fréquences.

En conséquence, ce phénomène recensé pour la fréquence 15 Hz pourrait avoir une signification physique, résulter de données mesurées erronées, sans qu'il soit possible de conclure sur ce point pour l'instant.

Il est enfin notable de constater que la prise en compte des coefficients $k_n \forall n \in [N_{\min}, 7]$, dans la construction des polynômes $k\{x(t)\}$, a pour effet de les rendre asymétriques.

La Fig. 4.29 présente la comparaison de l'amortissement polynomial $r\{x(t)\}$ obtenu lorsque $N = 7$, avec l'amortissement polynomial $r\{x(t)\}$ obtenu lorsque $N = N_{\min}$, pour les fréquences 5 et 15 Hz et pour les différents niveaux d'excitation.

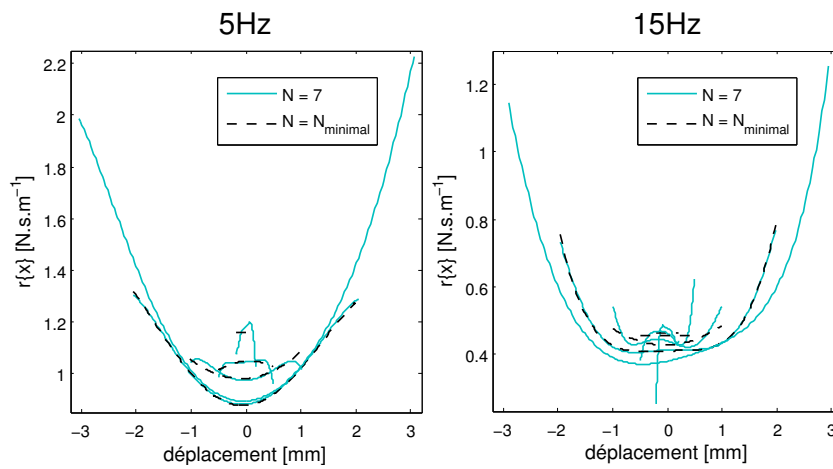


FIGURE 4.29 – Comparaison des polynômes $r\{x(t)\}$ obtenus à partir des coefficients r_n dans deux cas différents : $1 \leq n \leq N_{\min}$ (---) et $1 \leq n \leq 7$ (—). Fréquence : (a) 5 Hz et (b) 15 Hz.

Pour les fréquences 5 Hz et 15 Hz⁴, les polynômes $r\{x(t)\}$ obtenus lorsque $N = 7$ et lorsque $N = N_{\min}$ présentent des différences, d'autant plus importantes que $x_{\max}$ est faible, ce qui rejoint l'explication du rôle du bruit dans l'estimation des polynômes $k\{x(t)\}$ à faible niveau de sollicitation. Afin de s'assurer que l'allure «chahutée» des polynômes $k\{x(t)\}$ et $r\{x(t)\}$ pour les faibles niveaux lorsque $N = 7$ est influencée par le bruit, il pourrait être intéressant de comparer les erreurs quadratiques moyennes entre le signal de force mesuré et le signal de force reconstruit, en temporel, à partir des polynômes $k\{x(t)\}$ et $r\{x(t)\}$ estimés avec $N = 7$ dans un cas et $N = N_{\min}$ dans l'autre.

Pour le polynôme $r\{x(t)\}$ à la fréquence 15 Hz, le choix $N = 7$ ou $N = N_{\min}$ semble n'avoir que peu d'effet sur sa symétrie, contrairement à ce qui a été observé pour le polynôme $k\{x(t)\}$.

Influence des branches d'ordre pair du modèle «Hammerstein Généralisé»

Dans un second temps, l'hypothèse selon laquelle les branches d'ordre pair du modèle «Hammerstein Généralisé» n'apportent pas d'information utile est évaluée.

La Fig. 4.30 présente la comparaison de la raideur polynomiale $k\{x(t)\}$ obtenue à partir des coefficients k_n pairs et impairs $\forall n \in [1,7]$, avec la raideur polynomiale $k\{x(t)\}$ obtenue à partir

4. Les polynômes $r\{x(t)\}$ présentés à la Fig. 4.29(b) sont tracés pour chaque niveau indépendamment en annexe L, Fig. L.1, afin de faciliter la lecture.

des coefficients k_n impairs seulement avec $1 \leq n \leq 7$. Les polynômes sont présentés pour les fréquences 5 et 15 Hz et pour les différents niveaux d'excitation.

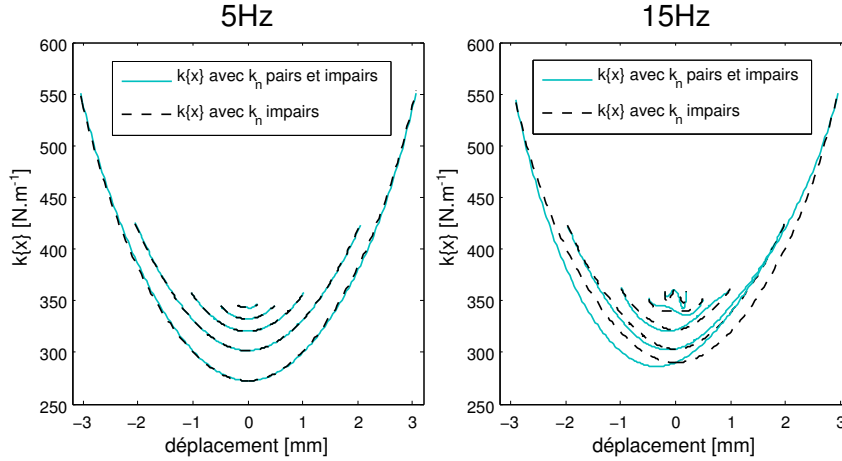


FIGURE 4.30 – Comparaison des polynômes $k\{x(t)\}$ obtenus à partir des coefficients k_n dans deux cas différents : n impair exclusivement avec $1 \leq n \leq 7$ (---) et n pair et impair avec $1 \leq n \leq 7$ (—). Fréquence : (a) 5 Hz et (b) 15 Hz.

Pour la fréquence 5 Hz, il n'y a que peu de différence entre les deux cas, pour tous les niveaux, comme suggéré en section 4.3.3. En revanche, pour la fréquence 15 Hz, les tracés obtenus dans les deux cas diffèrent de manière non négligeable, les coefficients k_n d'ordre pair apportant manifestement de l'information.

En ce qui concerne le comportement en raideur, les hypothèses énoncées en section 4.3.3 sont donc valides pour la fréquence 5 Hz et non pour la fréquence 15 Hz.

La Fig. 4.31 présente la comparaison de l'amortissement polynomial $r\{x(t)\}$ obtenu à partir des coefficients r_n pairs et impairs $\forall n \in [1,7]$, avec l'amortissement polynomial $r\{x(t)\}$ obtenu à partir des coefficients r_n impairs seulement avec $1 \leq n \leq 7$. Les polynômes sont présentés pour les fréquences 5 et 15 Hz et pour les différents niveaux d'excitation.

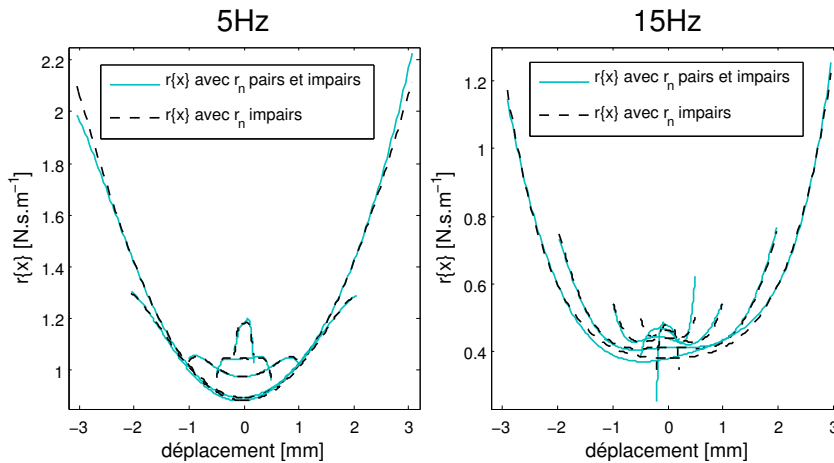


FIGURE 4.31 – Comparaison des polynômes $r\{x(t)\}$ obtenus à partir des coefficients r_n dans deux cas différents : n impair exclusivement avec $1 \leq n \leq 7$ (---) et n pair et impair avec $1 \leq n \leq 7$ (—). Fréquence : (a) 5 Hz et (b) 15 Hz.

Pour la fréquence 5 Hz, il n'y a que peu de différence entre les deux cas, pour tous les niveaux. Pour la fréquence 15 Hz⁵, les tracés obtenus dans les deux cas diffèrent, mais moins que pour la

5. Les polynômes $r\{x(t)\}$ présentés à la Fig. 4.31(b) sont tracés pour chaque niveau indépendamment en annexe L,

raideur polynomiale présentée Fig. 4.30(b).

Au vu des Figs. 4.30 et 4.31, il semblerait que le comportement de l'équipage mobile soit sujet aux non-linéarités d'ordre pair, pour certaines fréquences, et ce davantage pour le comportement en raideur que pour le comportement en amortissement.

Il conviendrait alors de se demander quelle est l'origine des non-linéarités paires qui ne se manifestent qu'à certaines fréquences. Selon nous, elles peuvent être dues à une particularité physique non identifiée ici de l'équipage mobile ou à un défaut du banc expérimental. S'il s'agit d'une particularité physique non identifiée, il conviendrait alors de se demander s'il y a une raison pour que la raideur y soit plus sensible que l'amortissement, et également s'il y a une interaction avec les phénomènes à l'origine des non-linéarités impaires. Si l'origine est un défaut du banc expérimental, il est alors envisageable que la position d'équilibre de l'équipage mobile joue un rôle dans l'apparition de non-linéarités paires. L'analyse des signaux présentés en annexe A pourrait être une piste d'approfondissement.

D'éventuelles réponses à ces questionnements permettraient enfin une interprétation plus précise de la Fig. 4.28(b), car si l'origine des non-linéarités paires est liée au banc expérimental alors la possibilité de les ignorer permettrait de vérifier ou non l'hypothèse selon laquelle les branches du modèle «Hammerstein Généralisé» d'ordre supérieur à N_{minimal} n'apportent pas d'information utile, pour toutes les fréquences.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle fréquentiel du comportement non-linéaire aux basses fréquences d'un équipage mobile de haut-parleur est proposé. Ce modèle dit de «Thiele et Small étendu» est inspiré du modèle «Hammerstein Généralisé» qui relie entrée $x(t)$ et sortie $y(t)$ d'un système étudié par une somme de N branches, chacune composée d'une non-linéarité statique $x^n(t)$ et d'un filtre dynamique $G_n(f)$. La première branche représente alors la contribution linéaire du comportement et plus le système est non-linéaire, plus N doit être élevé. Les signaux entrée-sortie ici considérés sont respectivement le déplacement de l'équipage mobile $x(t)$ et la force $F(t)$ s'exerçant dessus.

Le modèle dit de «Thiele et Small étendu» met en jeu ce que nous appelons les réponses fréquentielles en raideur $K_n(f)$ et en amortissement $R_n(f)$, qui peuvent être déduites des filtres $G_n(f)$. Les expressions mathématiques permettant de relier le modèle de «Thiele et Small étendu» dans le domaine fréquentiel et l'équation différentielle dite de «Thiele et Small étendu» dans le domaine temporel sont développées. Cette équation consiste en une extension au régime non-linéaire de l'équation du mouvement d'un système masse-ressort-amortissement à un degré de liberté. Les paramètres de raideur et d'amortissement sont alors considérés dépendre du déplacement de façon polynomiale et sont respectivement notés $k\{x(t)\}$ et $r\{x(t)\}$. Le modèle dit de «Thiele et Small étendu» peut ainsi être identifié dans les domaines fréquentiel et temporel dès lors que le modèle «Hammerstein Généralisé» est connu.

Cette démarche est ici appliquée à l'étude du comportement mécanique du haut-parleur *Visaton Sc8n*. Grâce à l'ensemble des données expérimentales exploitées, un modèle «Hammerstein Généralisé» peut être identifié pour chaque niveau de sollicitation dans la gamme fréquentielle $[f_1, f_2]$, f_1 et f_2 étant les fréquences minimale et maximale testées expérimentalement (cf chapitre 3).

En l'occurrence, l'identification du modèle «Hammerstein Généralisé», pour chaque niveau, est ici réalisée à l'aide de la méthode décrite au chapitre 2. En effet, l'équipage mobile est sollicité par un pot vibrant lui-même non-linéaire pour les forts niveaux d'excitation. L'objectif est alors d'identifier le comportement mécanique de l'équipage mobile sans l'influence de la distorsion

due au pot vibrant. Pour ce faire, la méthode d'identification est adaptée au cas où le signal d'excitation est un sinus pas à pas.

Une phase de validation des modèles «Hammerstein Généralisé» obtenus pour chaque niveau permet de conclure que la méthode présente de bons résultats dans la bande fréquentielle [3.5,72] Hz, ce qui permet une étude aux basses fréquences de l'équipage mobile et englobe la zone de résonance (~ 30 Hz). Il apparaît alors que la méthode d'identification permet de s'affranchir des non-linéarités dues au pot vibrant pour la caractérisation du comportement non-linéaire de l'équipage mobile. Toutefois, les fréquences pour lesquelles le pot vibrant génère le plus de distorsion harmonique (aux fréquences $f < 2$ Hz) ne sont pas comprises dans la bande fréquentielle de validité. Cette limitation est due à un mauvais conditionnement du calcul des valeurs $G_n(f)$ lorsque f est proche de la fréquence f_1 . Il faudrait en effet disposer de davantage de signaux expérimentaux en basses fréquences, c'est à dire en deçà de 0.25 Hz, ce qui est impossible avec le banc développé.

L'analyse des modèles «Hammerstein Généralisé» identifiés permet alors d'émettre deux hypothèses sur le comportement de l'équipage mobile dans la bande fréquentielle de validité. Il deviendrait de plus en plus non-linéaire à mesure que le niveau d'excitation augmente, imposant de fait un ordre de modèle N croissant avec le niveau de sollicitation et les non-linéarités en jeu seraient principalement d'ordre impair. Ces observations rejoignent les informations communément rapportées dans la littérature.

L'étape de caractérisation physique à partir du modèle dit de «Thiele et Small étendu» est ensuite possible, à la fois dans le domaine fréquentiel et dans le domaine temporel. L'objet étudié ici est l'équipage mobile d'un haut-parleur classique et relativement bon marché générant de la distorsion. Il se compose en effet d'une membrane en cellulose, d'un *spider* en fibres textiles tissées et imprégnées de résine, dont la raideur équivalente varie potentiellement avec l'élongation, et d'un *surround* en caoutchouc, matériau pouvant induire un comportement viscoélastique non-linéaire.

L'exploitation du modèle dit de «Thiele et Small étendu» dans le domaine fréquentiel permet d'étudier séparément les contributions linéaires et non-linéaires du comportement mécanique sur une bande fréquentielle étendue en basses fréquences, pour différents niveaux d'excitation, sachant que l'amplitude crête du déplacement $x_{\max}$ est quasiment constante avec la fréquence. Les réponses fréquentielles d'ordre 1, en raideur $K_1(f)$, et en amortissement $R_1(f)$, reflètent à la fois une dépendance en fréquence et en $x_{\max}$ du comportement de l'équipage mobile. Il apparaît en effet que $K_1(f)$ est constant avec la fréquence pour une valeur crête de déplacement $x_{\max}$ donnée alors qu'en revanche $R_1(f)$ décroît suivant une loi de puissance en fonction de la fréquence d'excitation. Il semblerait que l'augmentation de l'amortissement en basses fréquences soit due aux pertes élastiques dans le matériau. D'autre part, pour une fréquence donnée, les valeurs de $K_1(f)$ et $R_1(f)$ diminuent systématiquement de façon non-linéaire lorsque $x_{\max}$ augmente, ceci traduit à la fois un assouplissement de l'équipage mobile et une diminution des pertes mécaniques et peut être relié à l'effet *Payne* décrit dans les élastomères réticulés. Les réponses en fréquence en raideur et en amortissement d'ordre supérieur présentent également une évolution caractéristique qui n'est pour l'instant pas exploitée.

L'exploitation du modèle dit de «Thiele et Small étendu» dans le domaine temporel permet d'étudier la dépendance des paramètres de raideur et d'amortissement avec le déplacement instantané de l'équipage mobile et avec la valeur crête du déplacement $x_{\max}$. Pour chaque valeur de $x_{\max}$, les polynômes $k\{x(t)\}$ et $r\{x(t)\}$ diffèrent en tout point. Néanmoins, pour une fréquence donnée, les raideurs polynomiales $k\{x(t)\}$ illustrent un raidissement de l'équipage mobile lorsque $x(t)$ augmente. Les amortissements polynomiaux $r\{x(t)\}$ illustrent également une augmentation des pertes mécaniques lorsque $x(t)$ augmente, bien que les tracés soient plus difficilement interprétables du fait d'une plus grande variabilité.

L'exploitation des paramètres k et r non-linéaires dans le domaine temporel est donc possible mais nous pensons qu'il subsiste des points à éclaircir quant au sens physique de chaque réponse

fréquentielle $K_n(f)$ ou $R_n(f)$ d'ordre supérieur, et en particulier lorsque n est pair. Ceci permettrait une meilleure estimation des paramètres k_n et r_n en vue de l'utilisation des polynômes $k\{x(t)\}$ et $r\{x(t)\}$ pour caractériser le comportement non-linéaire de l'équipage mobile.

Néanmoins, l'évolution de la fréquence de résonance de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* avec le niveau d'excitation, illustrée à la Fig. 4.32, peut être interprétée à partir des observations précédentes.

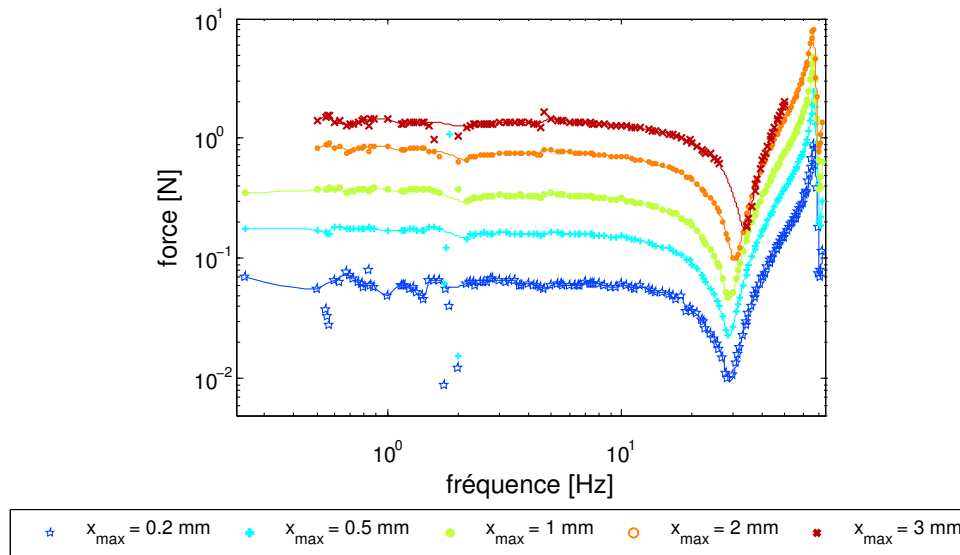


FIGURE 4.32 – Évolution du module de la fondamentale du signal de force pour les différents niveaux d'excitation. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

Le module de la fondamentale du signal de force mesuré présente un minimum à la fréquence de résonance. Celle-ci augmente avec le niveau d'excitation, ce qui traduit un raidissement de l'équipage mobile. Le comportement est alors dominé par les contributions non-linéaires qui décrivent les polynômes $k\{x(t)\}$.

Les expériences et les démarches d'identification sont également conduites pour l'équipage mobile d'un second haut-parleur, le modèle *Celestion Super 8*. Son *spider* est également en fibres textiles tissées et imprégnées de résine, mais son *surround*, dit «petits plis», ainsi que sa membrane sont en papier. Les résultats concernant cet équipement mobile se trouvent en annexe M. L'évolution de sa fréquence de résonance avec le niveau d'excitation est illustrée à la Fig. 4.33.

La fréquence de résonance de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8* diminue entre le 1^{er} et le 3^{ème} niveau d'excitation puis augmente jusqu'au 5^{ème} niveau, ce qui traduit un assouplissement, puis un raidissement de l'équipage mobile qui pourrait être expliqué par une prédominance de l'effet *Payne*, autrement dit de la «contribution linéaire», pour des valeurs modérées de $x_{\max}$, puis une prédominance des non-linéarités décrites par les polynômes $k\{x(t)\}$.

Ces deux haut-parleurs sont conçus pour une même elongation maximale de ± 3 mm. Pourtant, l'évolution de la fréquence de résonance avec $x_{\max}$ est différente. Il serait alors intéressant de comparer leurs paramètres mécaniques de raideur et amortissement obtenus avec la méthode décrite dans ce chapitre.

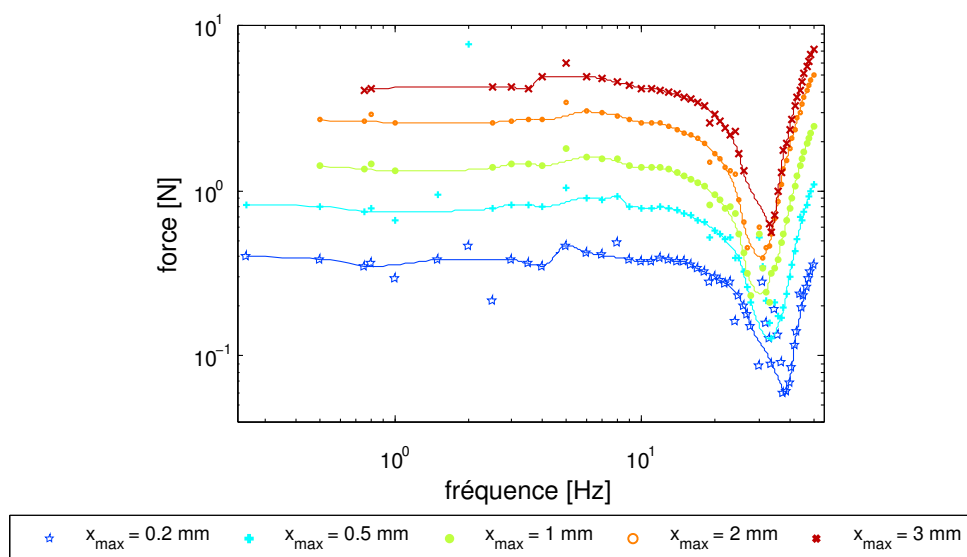


FIGURE 4.33 – Évolution du module de la fondamentale du signal de force pour les différents niveaux d'excitation. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*.

CONCLUSION

L'objectif de ce travail de recherche est de caractériser et d'identifier le comportement mécanique non-linéaire des suspensions d'un haut-parleur électrodynamique à l'aide d'une approche non-paramétrique. À partir de données expérimentales, identifier un système consiste à estimer les paramètres d'un modèle prédéfini, de façon à ce que la sortie de ce modèle et la sortie du système réel étudié, pour un même signal d'excitation, soient identiques. La démarche adoptée ici est celle de l'identification de systèmes non-linéaires pour l'aide au développement de modèles analytiques.

Le modèle de Thiele et Small, développé dans les années 1970, est utilisé pour décrire, classer et prédire le comportement des haut-parleurs électrodynamiques en petits signaux. Alors que la raideur et l'amortissement sont supposés constants dans ce modèle, les observations expérimentales décrites dans la littérature font état d'une variation de ces paramètres avec le niveau et/ou la fréquence de sollicitation. La difficulté pour établir un modèle approprié réside alors, pour partie, dans la complexité du comportement mécanique des suspensions de haut-parleur. Un phénomène de raidissement de l'équipage mobile est d'une part observé en cas de grande élongation des suspensions. D'autre part, l'emploi de matériaux amortissants (pour amortir les modes propres de la membrane) induit des phénomènes viscoélastiques non-linéaires. L'élasticité et les pertes élastiques dans ces matériaux dépendent de la fréquence, du taux de déformation, de la température, de l'humidité et de l'histoire des sollicitations passées, de façon réversible ou non. Le rôle perceptif joué par de faibles non-linéarités reste par ailleurs partiellement méconnu. Cependant, plusieurs études ont montré que le taux de distorsion harmonique présenté par un haut-parleur dégrade sa qualité audio.

Afin d'étudier ce comportement, nous adoptons ici une démarche non-paramétrique sans a priori physique par le biais du modèle «Hammerstein Généralisé», dont l'utilisation s'est révélée performante ces dernières années pour modéliser des systèmes audio.

Une première partie de ce travail de thèse consiste à définir une nouvelle méthode d'identification d'un système non-linéaire décrit par un modèle «Hammerstein Généralisé». Un modèle «Hammerstein Généralisé» relie entrée $x(t)$ et sortie $y(t)$ d'un système étudié par une somme de N branches, chacune composée d'une non-linéarité statique $x^n(t)$ et d'un filtre dynamique $G_n(f)$. La première branche représente alors la contribution linéaire du comportement et les $N - 1$ autres branches représentent les contributions non-linéaires. Le cas traité dans ce manuscrit est celui de deux systèmes non-linéaires en série, le second étant excité par un signal distordu, sortie du premier système non-linéaire. La méthode est validée expérimentalement par l'étude de la propagation acoustique à fort niveau dans un guide d'onde excité par une chambre de compression. La sortie du modèle «Hammerstein Généralisé» identifié correspond, suivant une précision acceptable, à la solution des équations analytiques de Burgers. L'emploi de cette méthode d'identification permet ici d'analyser la propagation acoustique en s'affranchissant des non-linéarités dues à la chambre de compression. Cette méthode est finalement appliquée à l'identification du comportement non-linéaire des suspensions de haut-parleurs excités par un

pot vibrant. Bien que le modèle «Hammerstein Généralisé» décrive une relation entre entrée et sortie indépendante du niveau d'entrée, nous choisissons ici d'exploiter ce modèle pour observer la variation de ses paramètres avec le niveau d'excitation.

L'étape de caractérisation expérimentale des suspensions a pour objectifs d'établir le lien entre la force exercée sur l'équipage mobile et les grandeurs relatives à son mouvement. Elle concerne donc ici à la fois le *spider* et le *surround*. Le banc expérimental élaboré au cours de cette thèse permet d'exciter un équipage mobile (isolé du moteur magnétique) à l'aide d'un pot vibrant dont le déplacement est imposé à l'équipage mobile. L'excitation est réalisée en sinus pas à pas pour la gamme de fréquences [0.5,70] Hz, incluant la fréquence de résonance de l'équipage mobile. Deux équipages mobiles différents sont testés et l'amplitude de la sollicitation est ajustée pour qu'à chaque fréquence la valeur crête du déplacement de l'équipage mobile soit identique. Cinq valeurs différentes de déplacement crête sont ainsi testées entre 0.2 mm (faible amplitude) et 3 mm (élongation maximale des deux équipages mobiles).

Le banc expérimental permet de caractériser les deux équipages mobiles sur une large gamme de fréquences et de niveaux d'excitation. L'analyse des signaux expérimentaux a mis en évidence le caractère non-linéaire du lien entre la force et les grandeurs relatives au mouvement de l'équipage mobile. Toutefois, l'existence de couplages entre les différents éléments mécaniques du banc implique des résonances à certaines fréquences, pour les grandes valeurs crête de déplacement, qui ne peuvent faire l'objet de mesure. De plus, le positionnement de l'équipage mobile sur le banc est délicat et peut engendrer une pré-contrainte. Les résultats expérimentaux sont exploités en toute conscience de ces limites expérimentales. Par ailleurs, le pot vibrant présente un taux de distorsion harmonique entre 0.3 et 10%, croissant avec le niveau d'excitation.

La méthode d'identification d'un système non-linéaire excité par une source, elle-même non-linéaire, est ainsi adaptée à notre étude. Le déplacement est considéré comme l'entrée du système et la force comme sa sortie. Pour chaque niveau d'excitation testé, les données expérimentales récoltées grâce au banc de mesure sont exploitées pour estimer les filtres $G_n(f)$ d'un modèle «Hammerstein Généralisé». Les ensembles de filtres $G_n(f)$ permettent de reconstruire, pour chaque niveau, le signal de force mesuré expérimentalement avec une erreur quadratique moyenne comprise entre 0.1 et 2 %. Cette erreur est majorée pour les faibles niveaux de sollicitation, pour lesquels le Rapport Signal-sur-Bruit diminue, impliquant une estimation du module des harmoniques plus sujette aux incertitudes. Le modèle «Hammerstein Généralisé» est donc bien adapté à la modélisation du comportement mécanique des suspensions en basses fréquences, pour un niveau donné.

Un modèle fréquentiel du comportement non-linéaire aux basses fréquences des suspensions, dit de «Thiele et Small étendu» et inspiré du modèle «Hammerstein Généralisé», est alors proposé. Il s'agit d'un modèle physique «bloc-orienté» dont les filtres sont assimilés à des réponses fréquentielles en raideur $K_n(f)$ et en amortissement $R_n(f)$ d'ordres 1 (contribution linéaire) à N (contribution non-linéaire d'ordre N). L'évolution des paramètres de raideur et d'amortissement en fonction de la fréquence peut ainsi être appréhendée. Le modèle dit de «Thiele et Small étendu» est également exprimé dans le domaine temporel. Les paramètres de raideur et d'amortissement sont alors supposés dépendre du déplacement instantané de l'équipage mobile. La connaissance du modèle «Hammerstein Généralisé» permet donc d'estimer les paramètres d'un modèle physique dit de «Thiele et Small étendu», en fréquentiel ou en temporel, sur la base de relations mathématiques décrites dans ce manuscrit.

Les suspensions du haut-parleur *Visaton Sc8n* sont étudiées. Il s'agit d'un modèle «classique» dont le *spider* est en fibres textiles imprégnées de résine et dont le *surround* est en élastomère réticulé. Il apparaît que son comportement est de plus en plus non-linéaire à mesure que le niveau d'excitation augmente, et que les non-linéarités impaires sont prépondérantes sur celles d'ordre pair, ce qui rejoint les observations rapportées dans la littérature concernant la distor-

sion induite par le raidissement des suspensions lors de grandes élongations. Dans le domaine temporel, cela se traduit par une augmentation non-linéaire de la raideur et de l'amortissement avec le déplacement instantané.

Le principal apport de notre démarche est de pouvoir séparer les contributions linéaires et non-linéaires du comportement mécanique sur une bande fréquentielle «étendue», pour laquelle l'élongation maximale est constante. Pour ce haut-parleur, les contributions linéaire et non-linéaire de la raideur ne varient pas avec la fréquence, tandis que les contributions linéaire et non-linéaire de l'amortissement diminuent suivant une loi de puissance lorsque la fréquence augmente. Le modèle ainsi obtenu dit de «Thiele et Small étendu» dans le domaine fréquentiel permet de faire apparaître les limitations du modèle classique de Thiele et Small, à savoir l'hypothèse d'un paramètre unique d'amortissement visqueux, indépendant de la fréquence. Les pertes élastiques dues à la nature viscoélastique du *surround* contribuent également aux pertes d'énergie mécanique dans les suspensions.

Enfin, chaque modèle «Hammerstein Généralisé» n'est valable que pour un seul niveau testé. En effet, la contribution linéaire, modélisée par la première branche de ce modèle «bloc-orienté», est différente pour les différentes valeurs de déplacement crête imposées à l'équipage mobile. L'étude de ce phénomène, par le biais du modèle dit de «Thiele et Small étendu» dans le domaine fréquentiel, permet de conclure que les contributions linéaires en raideur et en amortissement, pour chaque fréquence, diminuent systématiquement de façon non-linéaire lorsque l'élongation maximale augmente. Ceci traduit à la fois un assouplissement de l'équipage mobile et une diminution des pertes mécaniques avec le niveau de sollicitation, et peut être relié à l'effet viscoélastique non-linéaire dit effet *Payne*, décrit dans les élastomères réticulés. La prise en compte des propriétés viscoélastiques non-linéaires semble alors indispensable, même pour de faibles élongations. Ces phénomènes non-linéaires de raidissement et assouplissement participent à la variation de la fréquence de résonance et du facteur de qualité d'un équipage mobile avec le niveau d'excitation.

Ce travail ouvre la voie à plusieurs pistes d'approfondissement.

La méthode d'identification développée, dédiée au cas d'un système non-linéaire excité en pratique par une source elle-même non-linéaire, pourrait trouver des applications dans les domaines de l'audio et de la vibroacoustique, où l'excitation est souvent réalisée au moyen d'un haut-parleur ou d'un pot vibrant connus pour être non-linéaires à fort niveau de sollicitation. Même pour un travail ne concernant pas le système étudié pour ses aspects non-linéaires, cette méthode présente l'avantage de pouvoir isoler la contribution linéaire, ce que ne permet pas une «simple» mesure de réponse en fréquence si l'excitateur est non-linéaire.

Il pourrait également être envisagé d'appliquer cette méthode au cas du haut-parleur entier excité électriquement, en considérant comme signal d'entrée le courant traversant la bobine et comme signal de sortie le déplacement de la membrane. Moyennant la connaissance préalable décrivant la variation du facteur de force avec le déplacement, cela permettrait d'identifier un modèle «Hammerstein Généralisé» du comportement mécanique, sans l'influence des non-linéarités du moteur.

Enfin, cette méthode utilisée avec une excitation en sinus pas à pas du système réel peut permettre de considérer les composantes continues dans le modèle «Hammerstein Généralisé» si des capteurs appropriés sont utilisés.

Le banc expérimental développé au cours de cette thèse pourrait être optimisé par l'amélioration du dispositif de positionnement de l'équipage mobile, trop «artisanal» aujourd'hui. L'ajout d'un capteur d'effort statique permettrait de faciliter cette tâche pour vérifier qu'il n'y a pas de pré-contrainte dans les matériaux avant toute excitation dynamique. Diminuer l'influence des couplages entre les différents éléments du banc permettrait également une exploitation plus

simple des résultats. Enfin, disposer d'un excitateur pouvant imposer une élongation plus importante pour une gamme de fréquence étendue permettrait de tester des équipages mobiles de plus grandes dimensions, par exemple dédiés à la reproduction des basses fréquences et travaillant à plus grande élongation.

Par ailleurs, nous ne disposons ici de données expérimentales que pour seulement deux équipages mobiles de dimensions et d'usages en pratique différents. Il pourrait être intéressant de comparer les résultats de l'identification pour des équipages mobiles dont la géométrie est identique, et qui diffèrent uniquement par les propriétés des matériaux mis en oeuvre. Ces tests pourraient avoir lieu aussi bien pour des équipages mobiles entiers que sur des *spiders* ou *surround* seulement. Ces résultats pourraient alors être corrélés avec les résultats de tests subjectifs pour discerner, parmi les différentes caractéristiques physiques répertoriées, les plus influentes d'un point de vue perceptif.

Finalement, il nous apparaît intéressant d'approfondir ce travail dans ses aspects analytiques concernant le lien entre le modèle «Hammerstein Généralisé» et les phénomènes physiques mis en jeu dans un équipage mobile de haut-parleur. Tout d'abord, pour les différents niveaux d'excitation, l'exploitation des différents modèles «Hammerstein Généralisé» a montré que la contribution linéaire du comportement de l'équipage mobile testé diffère pour chaque valeur de déplacement crête. Il pourrait alors être intéressant de décrire semi-empiriquement l'évolution de cette contribution linéaire avec le déplacement crête. Elle pourrait à terme être utilisée pour compléter le modèle «Hammerstein Généralisé», ce qui contribuerait à l'adapter au cas des systèmes dépendant du niveau d'entrée.

Ce point pourrait également contribuer à compléter le modèle physique dit de «Thiele et Small étendu», proposé en établissant indépendamment des lois empiriques de dépendance avec le niveau pour les paramètres raideur ou amortissement. La dépendance avec le niveau d'excitation des contributions non-linéaires pourrait également être étudiée.

En termes de perspectives à plus long terme, d'autres modèles physiques que celui proposé dans le cadre de ce travail pourraient être envisagés, mettant par exemple en jeu une dépendance des paramètres avec la vitesse de l'équipage mobile. En effet, il semble que le modèle «Hammerstein Généralisé» permette de déduire les paramètres d'un modèle physique si une relation mathématique peut être établie. Certains modèles utilisés en viscoélasticité permettent de prendre en compte toute l'histoire passée du signal d'excitation, et non seulement sa valeur crête dans le cas d'une excitation sinusoïdale, afin de prédire les évolutions de la contrainte en fonction de la déformation. L'étude de ce type de modèle pourrait fournir des pistes pour l'adaptation du modèle «Hammerstein Généralisé».

ANNEXES

Annexe A

AJUSTEMENT DE LA POSITION AU REPOS DE L'ÉQUIPAGE MOBILE

A.1 Mise en place de l'équipage mobile

Avant tout montage d'un équipage mobile sur le banc de mesure, la position du pot vibrant est ajustée de manière à favoriser un déplacement purement uni-axial, dans la direction x , de sa masse mobile. Cet ajustement est permis par l'alignement «à l'œil» de l'axe de révolution du pot vibrant avec l'axe de révolution de la plaque-support. La figure A.1 présente un schéma du cas où ces deux axes sont parfaitement alignés. La figure A.2 présente un schéma du montage idéal de l'équipage mobile, c'est à dire lorsque les axes de révolution du pot vibrant et de la plaque-support sont alignés, l'axe de révolution de l'équipage mobile étant confondu avec celui de la plaque-support.

Cette procédure d'alignement dite «à l'œil», illustrée Fig. A.1, consiste à déplacer manuellement tout le socle du pot vibrant et à vérifier son positionnement à l'aide d'un jeu d'équerres, niveau et ficelles. Le côté «artisanal» de ce réglage peut engendrer une relative inexactitude du positionnement du pot vibrant dont l'effet sur les résultats expérimentaux est évalué en annexe D, section D.4.

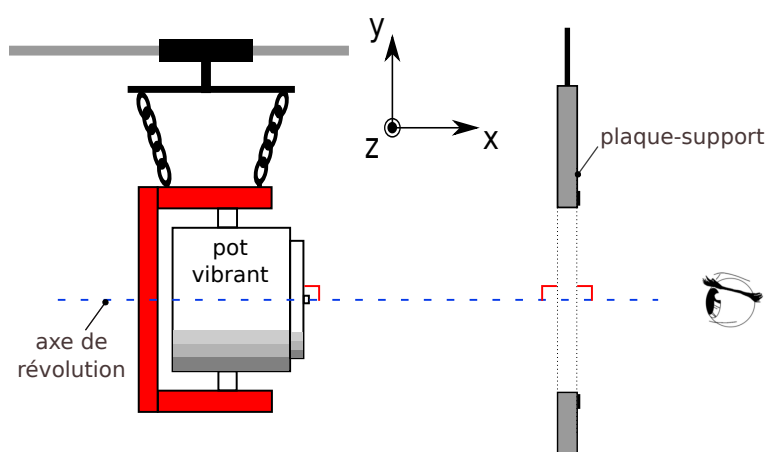


FIGURE A.1 – Schéma de la procédure d'alignement «à l'œil» des axes de révolution du pot vibrant et de la plaque-support, avant montage de l'équipage mobile.

Ce premier réglage permet de reproduire la nature uni-axiale de la sollicitation mécanique de l'équipage lorsqu'il est monté en condition normale d'utilisation, c'est à dire dans le haut-parleur entier excité de manière électrique.

Ensuite, l'équipage mobile testé est positionné sur la plaque-support, connecté au pot vibrant via une tête d'impédance et une tige de poussée¹, puis vissé à la plaque-support au moyen de quatre vis. La tige de poussée est enfin rigidement connectée au pot vibrant par serrage d'une vis latérale.

Une fois tous les éléments connectés, un second réglage a lieu et consiste à optimiser la position au repos de l'équipage mobile, suivant l'axe x . Toujours dans l'optique de reproduire des conditions de caractérisation mécanique de l'équipage mobile proches du cas «haut-parleur entier», l'objectif est ici de s'assurer que le montage n'induit pas de pré-contrainte ni de déformation statique des matériaux, dans l'équipage mobile au repos.

Une fois l'équipage mobile positionné sur le banc, ce paramètre dit de «déplacement statique» est ajusté par modification de la position du manchon, représenté schématiquement Fig. A.2, suivant l'axe x . Au lieu d'un ajustement de la position de l'équipage mobile, la position du pot vibrant est alors indirectement ajustée.

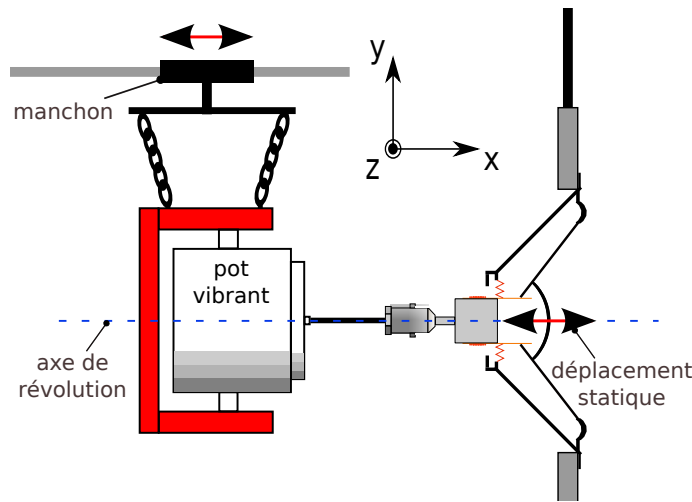


FIGURE A.2 – Montage expérimental après alignement des axes de révolution du pot vibrant et de l'équipage mobile et illustrant l'influence de la position du manchon suivant l'axe x sur la position statique de l'équipage mobile.

La vérification de l'optimisation de la position au repos de l'équipage mobile passe par une étape décrite en section suivante.

A.2 Optimisation de la position au repos de l'équipage mobile

Techniquement, le capteur de force utilisé ne permet pas la mesure d'un effort statique et aucun moyen disponible au laboratoire ne permet d'évaluer une éventuelle précontrainte indésirable dans les matériaux de l'équipage mobile. La nature correcte ou non du réglage de la position au repos est alors évaluée indirectement par analyse des signaux expérimentaux et en particulier par analyse des tracés force-déplacement. Cette méthode d'analyse s'appuie sur des observations réalisées sur un haut-parleur entier, quelconque mais de dimensions comparables à celles des haut-parleurs *Visaton Sc8n* et *Celestion Super 8* testés dans le cadre de cette thèse.

A.2.1 Mesures électriques préliminaires sur un haut-parleur entier

Tout d'abord, plusieurs tests sont effectués sur un haut-parleur entier, grâce à la mesure du courant $i_{tot}(t)$ aux bornes de la bobine et du déplacement de la membrane $x_{tot}(t)$. Le facteur de

1. La tige de poussée est dans un premier temps seulement insérée dans la masse mobile du pot vibrant.

force $Bl(x)$ est par ailleurs mesuré au préalable. Le haut-parleur est excité par un signal de tension sinusoïdal $U_{AC}(t)$, auquel on ajoute une composante continue U_{DC} , dont on fait varier la valeur afin de modifier le déplacement statique de la membrane. Le déplacement de la membrane est ainsi la somme d'une composante statique x_{DC} et d'une composante dynamique $x_{AC}(t)$ telle que $x_{tot}(t) = x_{DC} + x_{AC}(t)$.

La force totale $F_{tot}(t)$ subie par l'équipage mécanique est également la somme d'une composante statique et d'une composante dynamique qui peut être exprimée en première approximation par la relation

$$F_{tot}(t) = F_{DC} + F_{AC}(t) = Bl(x) \times i_{tot}(t), \quad (\text{A.1})$$

avec $i_{tot}(t) = i_{DC} + i_{AC}(t)$ le courant mesuré aux bornes de la bobine². On peut également estimer la composante statique de l'effort subi par l'équipage mobile suivant

$$F_{DC} = Bl(x) \times i_{DC}, \quad (\text{A.2})$$

et l'effort dynamique suivant

$$F_{AC}(t) = Bl(x) \times i_{AC}(t). \quad (\text{A.3})$$

Les tracés $F_{tot}\{x_{tot}\}$ sont présentés en Fig. A.3(a) pour différentes valeurs de déplacement continu x_{DC} . Pour les mêmes tensions d'alimentation, les tracés $F_{AC}\{x_{AC}\}$, c'est à dire sans considérer les composantes continues F_{DC} et x_{DC} , sont présentés en Fig. A.3(b).

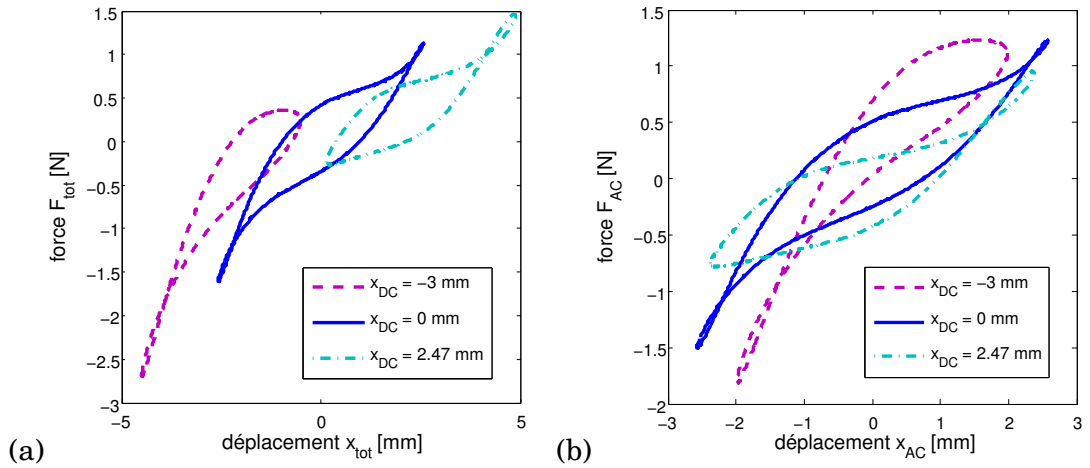


FIGURE A.3 – Tracés force-déplacement obtenus pour un haut-parleur entier *Pioneer* excité à la fréquence 20 Hz par une tension d'amplitude 100 mV crête et différentes valeurs de tension continue U_{DC} additionnelle. (a) $F_{tot}\{x_{tot}\}$. (b) $F_{AC}\{x_{AC}\}$.

Il apparaît dans un premier temps que le tracé force-déplacement obtenu lorsque $x_{DC} = 0$ mm³ et $F_{DC} = 0$ N présente un motif similaire pour les valeurs de déplacement positives et négatives, et est centré autour d'un effort nul, c'est à dire que $F_1 \approx -F_2$. Ce tracé est identique en Fig. A.3(a) et en Fig. A.3(b), que les valeurs de x_{DC} et F_{DC} soient considérées ou qu'elles soient négligées.

En revanche, les tracés force-déplacement $F_{tot}\{x_{tot}\}$ et $F_{AC}\{x_{AC}\}$, obtenus lorsque $x_{DC} \neq 0$ mm, diffèrent. En effet, trois zones force-déplacement distinctes apparaissent en Fig. A.3(a). La représentation de ces mêmes signaux sans les composantes continues de la force F_{DC} et du déplacement x_{DC} Fig. A.3(b) ne permet plus de distinguer ces trois zones de fonctionnement distinctes, même s'il apparaît toujours que les tracés ne présentent pas un motif similaire pour les valeurs de déplacement positives et négatives. Sans la prise en compte des composantes continues

2. La carte d'acquisition filtrant passe-haut à 20 Hz, les valeurs i_{DC} et x_{DC} sont estimées à partir de mesures au voltmètre de la tension continue en sortie de la sonde de courant et du vibromètre.

3. $U_{DC} = 0$ V $\Rightarrow x_{DC} = 0$ mm et $U_{DC} = 0$ V $\Rightarrow i_{DC} = 0$ A $\Rightarrow F_{DC} = Bl(x) \times i_{DC} = 0$ N.

de la force F_{DC} et du déplacement x_{DC} , les tracés force-déplacement, lorsque $x_{DC} \neq 0$ mm et $F_{DC} \neq 0$ N, sont incorrects et leur lecture est sujette à des erreurs d'interprétation.

Ces conclusions établies sur haut-parleur entier permettent alors de mieux appréhender le problème de positionnement de l'équipage mobile au repos sur le banc expérimental, ne disposant pas d'informations concernant le déplacement statique et l'effort statique.

A.2.2 Interprétation des tracés force-déplacement et position d'équilibre statique

Une fois l'équipage mobile positionné sur le banc de mesure, la représentation $F\{x\}$ des signaux de force et déplacement mesurés en régime dynamique est observée. Les figures A.4(a) et (b) présentent des exemples de tracés $F\{x\}$ obtenus et pour chaque figure les tracés comparés sont issus du même montage, seule la position statique du manchon suivant l'axe x diffère. En Fig. A.4(a), le tracé bleu présente des similitudes avec le tracé $F_{AC}\{x_{AC}\}$ lorsque $x_{DC} = 3$ mm (Fig. A.3(b)) ce qui laisse penser que l'équipage mobile subit une déformation ainsi qu'un effort statiques qu'il n'est pas possible de mesurer. En revanche, à la lumière des résultats obtenus sur un haut-parleur entier, le tracé vert en Fig. A.4(a) correspond au cas où il n'y a pas d'effort ni de déplacement statiques, c'est à dire le cas souhaité expérimentalement.

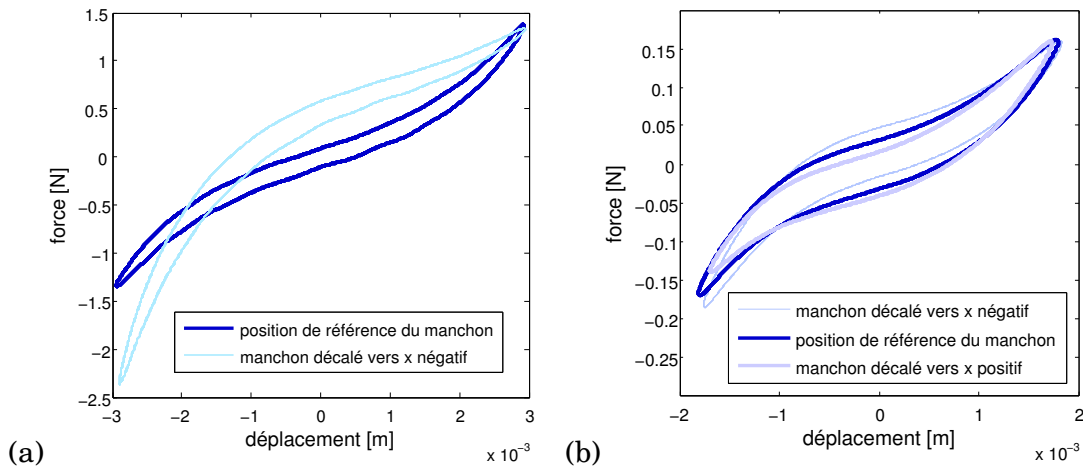


FIGURE A.4 – Tracés force-déplacement $F\{x\}$ obtenus pour l'équipage mobile du haut-parleur Visaton SC8n, pour différentes positions statiques, suivant l'axe x , du manchon. (a) Fréquence 3 Hz. (b) Fréquence 1 Hz.

La position finale au repos de l'équipage mobile est donc ajustée par visualisation des tracés force-déplacement $F\{x\}$, de manière à centrer les boucles autour d'un effort nul. Un exemple de signaux obtenus en cours d'ajustement est présenté en Fig. A.4(b).

Annexe B

ANALOGIE ÉLECTRIQUE DU MONTAGE EXPÉRIMENTAL

Cette annexe propose une étude du montage expérimental par analogie électromécanique afin de mieux comprendre quelles sont les conditions pour que le pot vibrant impose le déplacement de sa masse mobile à l'équipage mobile testé, de manière à ce que l'équipage mobile testé puisse être sollicité et caractérisé.

B.1 Analogie électromécanique

La tête d'impédance, le pot vibrant et l'équipage mobile peuvent être représentés de manière simplifiée en vue d'une étude par analogie électromécanique, en basses fréquences et petits signaux. Un schéma d'une vue en coupe de la tête d'impédance est présenté Fig. B.1(a). Un schéma du type «masses-ressorts» du montage expérimental est présenté Fig. B.1(b). Pour cette étude, la tige de poussée n'est pas prise en compte.

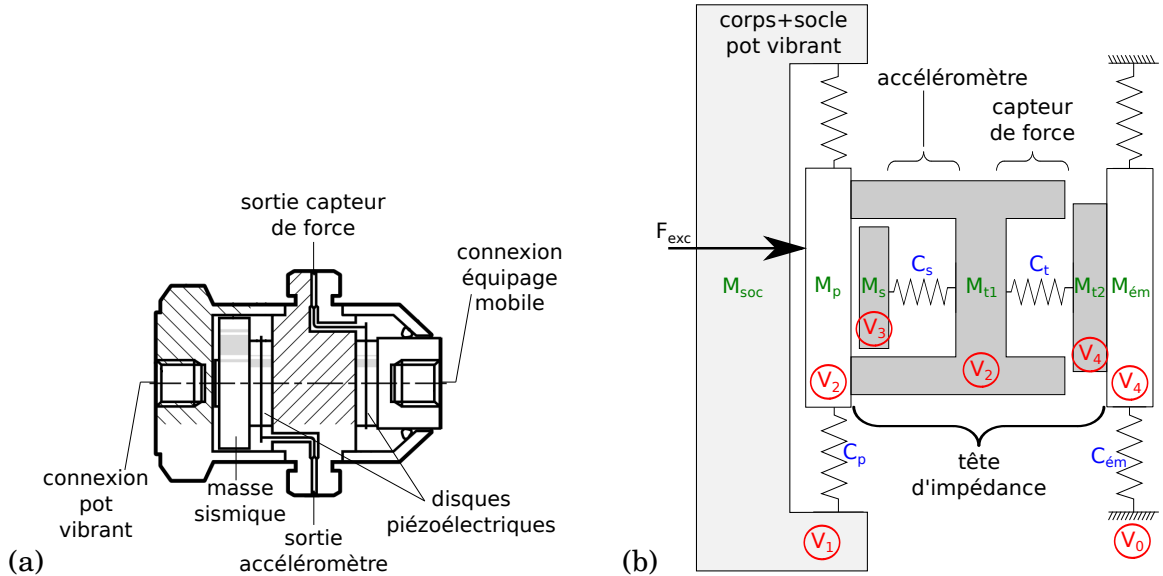


FIGURE B.1 – (a) Schéma d'une vue en coupe de la tête d'impédance. (b) Schéma «masse-ressort» du montage pot vibrant - tête d'impédance - équipage mobile, en vue de l'analogie électromécanique.

Le référentiel, constitué du portique et de la plaque-support, est caractérisé par la vitesse V_0 . Les différentes vitesses représentées Fig. B.1(b) sont définies relativement à V_0 . V_4 est la vitesse de la masse mobile de l'équipage mobile testé, notée $M_{ém}$, et de la masse solidaire du capteur de force, notée M_{t2} . La masse mobile de l'équipage mobile est liée au référentiel via ses suspensions

de compliance équivalente $C_{ém}$. Le corps de la tête d'impédance, de masse M_{t1} est animée de la vitesse V_2 , tout comme la masse mobile du pot vibrant, notée M_p , à laquelle elle est connectée. Les disques piézoélectriques constituant les capteurs de force et d'accélération sont modélisés respectivement par les compliances C_t et C_s . La masse sismique M_s intégrée à l'accéléromètre est animée de la vitesse V_3 . Enfin, la masse mobile du pot vibrant M_p est liée au corps du pot vibrant via ses suspensions de compliance équivalente C_p . Le corps ainsi que le socle du pot vibrant peuvent se déplacer à la vitesse V_1 relativement à V_0 si le pot est animé d'un mouvement de balancier ou si le portique se déplace. L'ensemble du système est excité par la force électrodynamique F_{exc} due au moteur du pot vibrant et appliquée à sa masse mobile M_p .

À partir du schéma présenté en Fig. B.1(b), un schéma électrique équivalent en analogie impédance est proposé en Fig. B.2.

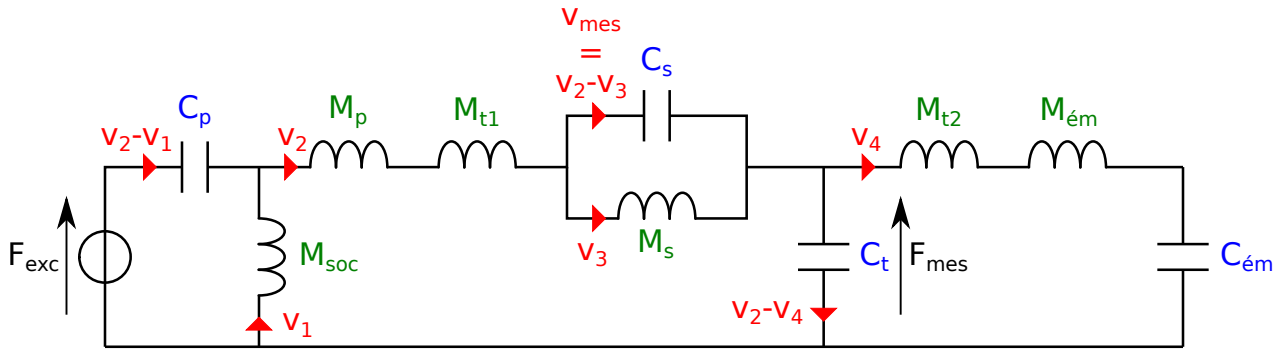


FIGURE B.2 – Schéma électrique équivalent au montage mécanique expérimental, en analogie impédance.

Les grandeurs mesurées par la tête d'impédance sont l'accélération, dérivée de la vitesse V_{mes} , entre les bornes de la compliance C_s et la force aux bornes de la compliance C_t , notée F_{mes} . La raideur des disques piézoélectriques étant de l'ordre de $2.5 \cdot 10^7$ N.m, les compliances C_s et C_t sont considérées suffisamment faibles pour être négligées. Dans la suite du développement, la vitesse V_1 est considérée nulle relativement à V_0 , ce qui correspond au cas idéal où ni le pot vibrant ni le portique ne se déplacent relativement au référentiel terrestre. Il en découle une version simplifiée du schéma, présentée en Fig. B.3.

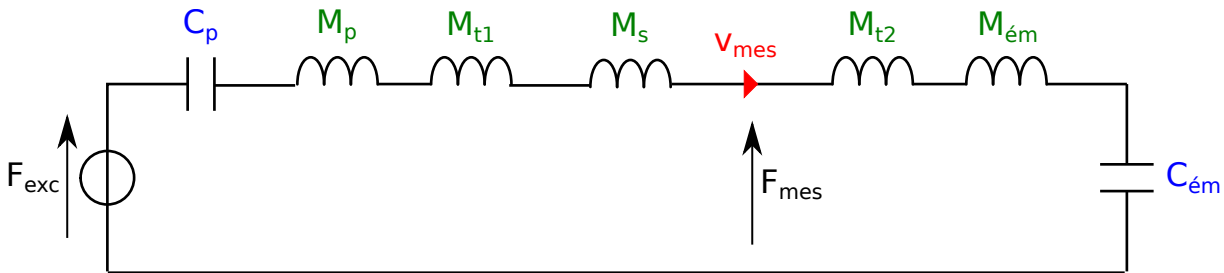


FIGURE B.3 – Version simplifiée du schéma électrique équivalent au montage mécanique expérimental, en analogie impédance.

B.2 Expression des grandeurs mesurées par la tête d'impédance

Les lois de l'électrocinétique permettent d'exprimer dans le domaine fréquentiel et en régime harmonique la vitesse mesurée $V_{mes}(\omega)$ et la force mesurée $F_{mes}(\omega)$ en fonction des grandeurs physiques mises en jeu.

L'impédance d'entrée du circuit électrique équivalent s'exprime

$$\frac{F_{exc}(\omega)}{V_{mes}(\omega)} = j\omega M_p + \frac{1}{j\omega C_p} + j\omega M_t + j\omega M_{t2} + j\omega M_{ém} + \frac{1}{j\omega C_{ém}} \quad (B.1)$$

avec $M_t = M_{t1} + M_s$.

La vitesse $V_{mes}(\omega)$ s'exprime ainsi telle que

$$V_{mes}(\omega) = \frac{F_{exc}(\omega)}{j\omega M_p + \frac{1}{j\omega C_p} + j\omega M_t + j\omega M_{t2} + j\omega M_{ém} + \frac{1}{j\omega C_{ém}}}. \quad (B.2)$$

L'impédance de sortie de la tête d'impédance s'exprime

$$\frac{F_{mes}(\omega)}{V_{mes}(\omega)} = j\omega M_{t2} + j\omega M_{ém} + \frac{1}{j\omega C_{ém}}, \quad (B.3)$$

ce qui permet d'exprimer la vitesse mesurée $V_{mes}(\omega)$ telle que

$$V_{mes}(\omega) = \frac{F_{mes}(\omega)}{j\omega M_{t2} + j\omega M_{ém} + \frac{1}{j\omega C_{ém}}}. \quad (B.4)$$

L'égalité entre les équations (B.2) et (B.4) permet d'exprimer la force mesurée $F_{mes}(\omega)$ telle que

$$F_{mes}(\omega) = \frac{F_{exc}(\omega) \times (j\omega M_{t2} + j\omega M_{ém} + \frac{1}{j\omega C_{ém}})}{j\omega M_p + \frac{1}{j\omega C_p} + j\omega M_t + j\omega M_{t2} + j\omega M_{ém} + \frac{1}{j\omega C_{ém}}}. \quad (B.5)$$

Les expressions de $F_{mes}(\omega)$ et $V_{mes}(\omega)$ dépendent de l'impédance mécanique de l'équipage mobile testé $Z_{ém} = j\omega M_{ém} + \frac{1}{j\omega C_{ém}}$. Lorsque aucun équipage mobile n'est connecté à la tête d'impédance, les grandeurs mesurées $F_{mes0}(\omega)$ et $V_{mes0}(\omega)$ s'expriment telles que

$$F_{mes0}(\omega) = \frac{F_{exc}(\omega) \times j\omega M_{t2}}{j\omega M_p + \frac{1}{j\omega C_p} + j\omega M_t + j\omega M_{t2}} \quad (B.6)$$

et

$$V_{mes0}(\omega) = \frac{F_{exc}(\omega)}{j\omega M_p + \frac{1}{j\omega C_p} + j\omega M_t + j\omega M_{t2}}. \quad (B.7)$$

Les équations (B.2) et (B.5) permettent de conclure que si l'impédance mécanique de l'équipage mobile testé est suffisamment inférieure à celle du pot vibrant alors la vitesse mesurée $V_{mes}(\omega)$ n'est que très peu influencée par la présence de l'équipage mobile. En ce qui concerne la force mesurée $F_{mes}(\omega)$, son expression dépend davantage de l'impédance mécanique de l'équipage mobile testé car elle intervient au numérateur comme au dénominateur. Ceci justifie l'hypothèse de déplacement imposé par le pot vibrant à l'équipage mobile.

L'implémentation numérique de ces équations à l'aide des grandeurs relevées dans les différentes fiches techniques permet d'observer l'évolution simulée des grandeurs $F_{mes}(\omega)$, $V_{mes}(\omega)$, $F_{mes0}(\omega)$ et $V_{mes0}(\omega)$ avec la fréquence, pour notre montage expérimental, et pour chacun des deux équipages mobiles testés.

Dans un premier temps, le module des impédances mécaniques du pot vibrant et de l'équipage mobile des haut-parleurs testés sont présentés en Fig. B.4(a) et (b).

L'impédance mécanique de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* est environ 23 dB inférieure à celle du pot vibrant alors que celle de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8* n'est inférieure que d'environ 6 dB, en deçà de la fréquence de résonance du pot vibrant.

L'évolution des grandeurs $F_{mes}(\omega)$ et $V_{mes}(\omega)$ avec la fréquence dans le cas du haut-parleur *Visaton Sc8n*, en comparaison des grandeurs $F_{mes0}(\omega)$ et $V_{mes0}(\omega)$ est présentée en Fig. B.5(a) et (b).

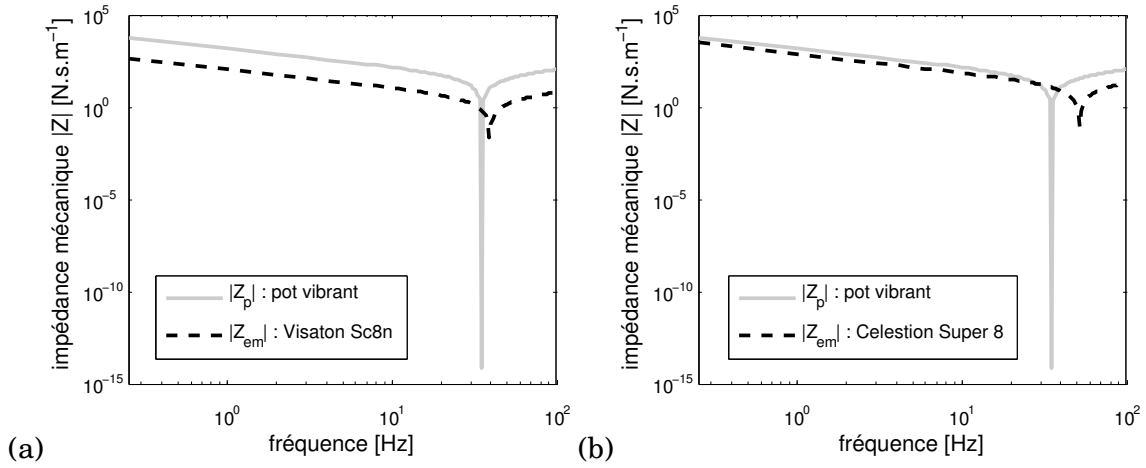


FIGURE B.4 – Module de l'impédance mécanique du pot vibrant (—) et de l'équipage mobile du haut-parleur (a) *Visaton Sc8n* (- -) et (b) *Celestion Super 8* (- -). Les impédances sont obtenues par simulation à partir des données du constructeur.

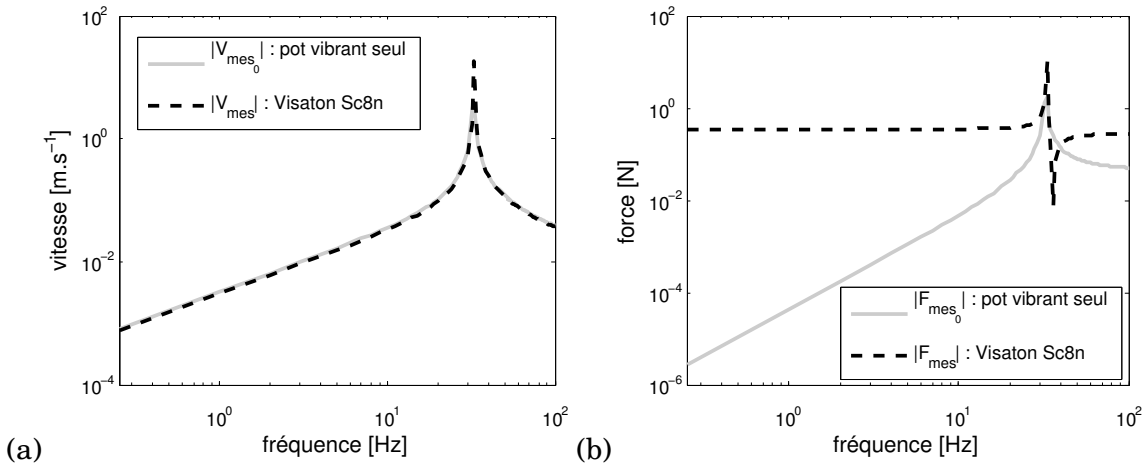


FIGURE B.5 – Modules de (a) la vitesse (b) la force mesurées par la tête d'impédance lorsque l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* est connecté (- -) et sans équipage mobile (—).

$V_{mes}(\omega)$ et $V_{mes_0}(\omega)$ présentent peu d'écart alors que $F_{mes}(\omega)$ et $F_{mes_0}(\omega)$ présentent des évolutions différentes avec la fréquence.

L'évolution des grandeurs $F_{mes}(\omega)$ et $V_{mes}(\omega)$ avec la fréquence dans le cas du haut-parleur *Celestion Super 8*, en comparaison des grandeurs $F_{mes_0}(\omega)$ et $V_{mes_0}(\omega)$ est présentée Fig. B.6(a) et (b).

Du fait de l'ordre de grandeur de l'impédance mécanique de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*, $V_{mes}(\omega)$ et $V_{mes_0}(\omega)$ présentent un écart plus important que dans le cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*, pour toutes les fréquences inférieures à la fréquence de résonance du pot vibrant.

Aux fréquences supérieures à la fréquence de résonance mécanique du pot vibrant, l'impédance du pot vibrant, dominée par son inertie, est suffisamment supérieure à celle de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*, pour que le déplacement de l'équipage mobile du pot vibrant soit imposé à l'équipage mobile du haut-parleur testé.

Pour les fréquences inférieures à la fréquence de résonance mécanique du pot vibrant, l'impédance du pot vibrant, dominée par sa compliance, est faiblement supérieure à celle de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*. Le pot vibrant impose alors partiellement son déplacement à l'équipage mobile du haut-parleur et les chaînes utilisées pour l'accroche permettent au

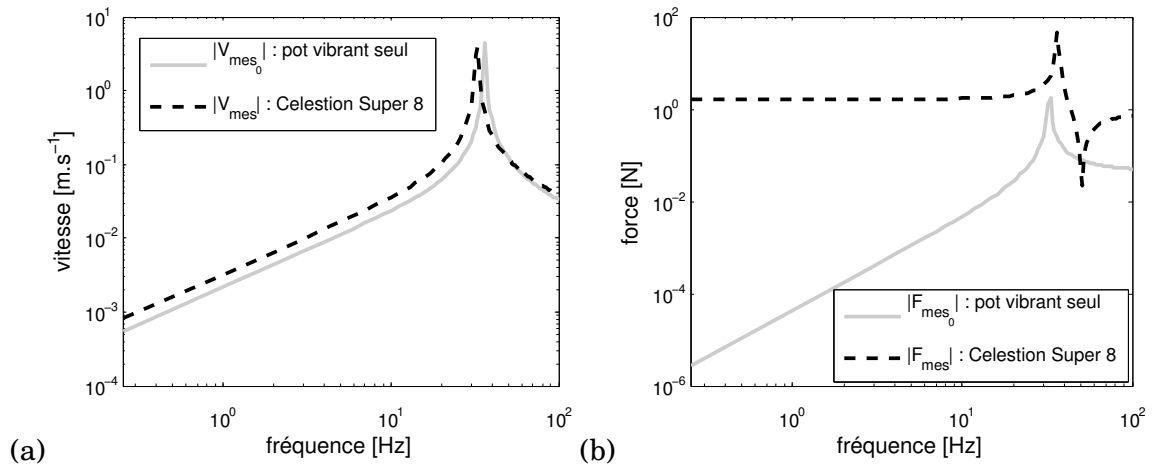


FIGURE B.6 – Modules de (a) la vitesse (b) la force mesurées par la tête d'impédance lorsque l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8* est connecté (- -) et sans équipement mobile (—).

corps du pot vibrant de se déplacer suivant l'axe x ¹. Ce phénomène survient lorsque la raideur des suspensions de l'équipage mobile testé est importante. Dans le cas du haut-parleur *Visaton SC8n*, la suspension de l'équipage mobile est suffisamment souple pour que son impédance mécanique reste faible devant celle du pot vibrant, même aux basses fréquences.

Cette étude permet de conclure que le pot vibrant peut imposer un déplacement à l'équipage mobile testé si l'impédance mécanique du pot vibrant Z_p est suffisamment grande devant l'impédance mécanique de l'équipage mobile testé $Z_{ém}$, ce qui est le cas pour les deux équipages mobiles des haut-parleurs *Visaton SC8n* et *Celestion Super 8*, pour lesquels une caractérisation mécanique peut être envisagée avec le banc expérimental.

1. Ce qui n'est pas pris en compte dans cette étude, qui constitue une approche très simplifiée du montage.

Annexe C

CALIBRATION DES CAPTEURS

Les différents capteurs utilisés sur le banc expérimental décrit au chapitre 3 sont calibrés suivant une opération illustrée à la Fig. C.1.

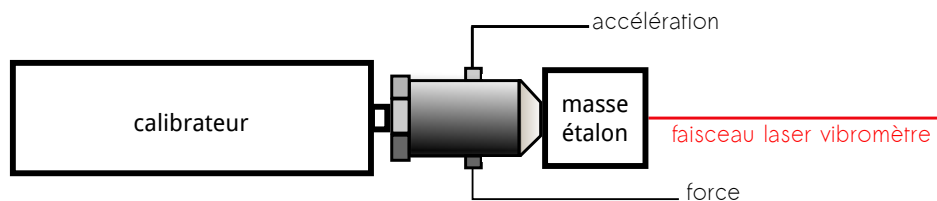


FIGURE C.1 – Montage pour la calibration des capteurs.

Une masse-étalon et la tête d'impédance sont rigidement connectées à un calibrateur qui impose une accélération de 1 g_{rms} (soit $9.81 \text{ m.s}^{-2}_{\text{rms}}$) à une fréquence de 159.2 Hz (1000 rad.s^{-1}). La sensibilité de l'accéléromètre est ajustée pour mesurer une accélération d'amplitude $9.81 \text{ m.s}^{-2}_{\text{rms}}$. La sensibilité du vibromètre est ajustée pour mesurer une vitesse d'amplitude $9.81 \cdot 10^{-3} \text{ m.s}^{-1}_{\text{rms}}$. Le capteur de force est fixé entre le calibrateur et la masse-étalon de 144 g . D'après le principe fondamental de la dynamique, l'effort mesuré par le capteur de force doit être le produit de l'accélération et de la masse. La masse totale à prendre en compte comprend également la masse sismique interne à la tête d'impédance (2.1 g). Sa sensibilité est donc ajustée pour mesurer une force d'amplitude $1.4 \text{ N}_{\text{rms}}$.

Le déplacement du calibrateur étant trop faible au regard de la résolution du capteur de déplacement, sa sensibilité est ajustée lorsque le laser est focalisé sur le plateau du pot vibrant animé d'une vitesse de $0.126 \text{ m.s}^{-1}_{\text{rms}}$ à 10 Hz , il mesure alors $2 \text{ mm}_{\text{rms}}$.

Cette phase de calibration permet également de vérifier si les différents capteurs possèdent la même normale positive, et de rectifier le signe des signaux le cas échéant. Le choix est ici fait de mesurer des valeurs positives suivant la normale sortante au pot vibrant (x positifs). Le signe appliqué aux signaux est donné dans le tableau C.1.

CAPTEUR	SENSIBILITÉ	APRÈS CALIBRATION	SIGNE
accéléromètre	$31.6mV/m.s^{-2}$	$30.892mV/m.s^{-2}$	-
capteur de force	$1V/N$	$1.007V/N$	+
vibromètre	$40V/m.s^{-1}$	$39.897V/m.s^{-1}$	+
capteur de déplacement	<i>fixée</i>	$245.78V/m$	-

TABLE C.1 – Valeur de la sensibilité des différents capteurs avant et après calibration et signe appliqué à chaque signal.

Annexe D

TESTS DE VALIDATION

Si le banc de mesure développé était idéal, le comportement dynamique d'un équipage mobile alors caractérisé correspondrait au comportement tel qu'il pourrait être caractérisé en configuration «haut-parleur entier». Bien entendu, des différences primordiales existent en théorie entre les comportements d'un équipage mobile isolé et en configuration «haut-parleur entier». En effet, le couplage avec le moteur magnétique en configuration «haut-parleur entier» provoque un échauffement des matériaux constituant l'équipage mobile et les écoulements d'air dans l'entrefer influencent les pertes mécaniques totales, phénomènes qui ne surviennent pas sur notre banc expérimental. D'autre part, l'ajout d'une tige dans l'équipage mobile modifie sa masse et modifie donc sa fréquence de résonance. Mises à part ces différences établies, d'autres différences, que nous souhaiterions éviter, peuvent survenir et fausser la caractérisation mécanique d'un équipage mobile à l'aide de notre banc de mesure.

En effet, le banc expérimental mis en place, de par son architecture, de par la méthode de positionnement du pot vibrant et de par la méthode de positionnement de l'équipage mobile au repos, est susceptible de provoquer des défauts de caractérisation dus à une excitation non purement uni-axiale ou à une pré-contrainte dans les matériaux constituant l'équipage mobile.

À défaut d'une caractérisation exhaustive et quantitative des problèmes que peut engendrer le banc de mesure, cette annexe propose une comparaison des résultats obtenus pour un même équipage mobile, en faisant varier un ou plusieurs paramètres de réglages du banc, de manière à évaluer leur impact sur la caractérisation mécanique de l'équipage mobile. Les comparaisons proposées dans cette annexe sont qualitatives, ne concernent que quelques fréquences et s'appuient sur la visualisation des tracés force-déplacement.

D.1 Influence du mode de fixation du pot vibrant

Du fait des degrés de liberté en translation que permettent les chaînes qui suspendent le pot vibrant, des composantes de déplacement de la masse mobile du pot vibrant suivant les axes y et z , non souhaitées, peuvent apparaître. Ce phénomène peut notamment survenir autour de la fréquence 1.8 Hz, fréquence d'un mode de balancier du pot vibrant suspendu.

Deux paramètres susceptibles d'influencer le comportement mécanique du pot vibrant autour de cette fréquence sont ici indépendamment testés, à savoir la masse totale du pot vibrant et de son socle, et la longueur des chaînes qui le suspendent. Des tracés force-déplacement $F\{x\}$ sont présentés pour deux configurations, à savoir masse du pot vibrant modifiée en Fig. D.1(a) et longueur des chaînes modifiée en Fig. D.1(b), et comparés avec les tracés $F\{x\}$ obtenus grâce à un montage de référence. La fréquence d'excitation testée est de 3 Hz. L'équipage mobile testé faisant l'objet des tests comparatifs est ici l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* dont le surround a été sectionné.

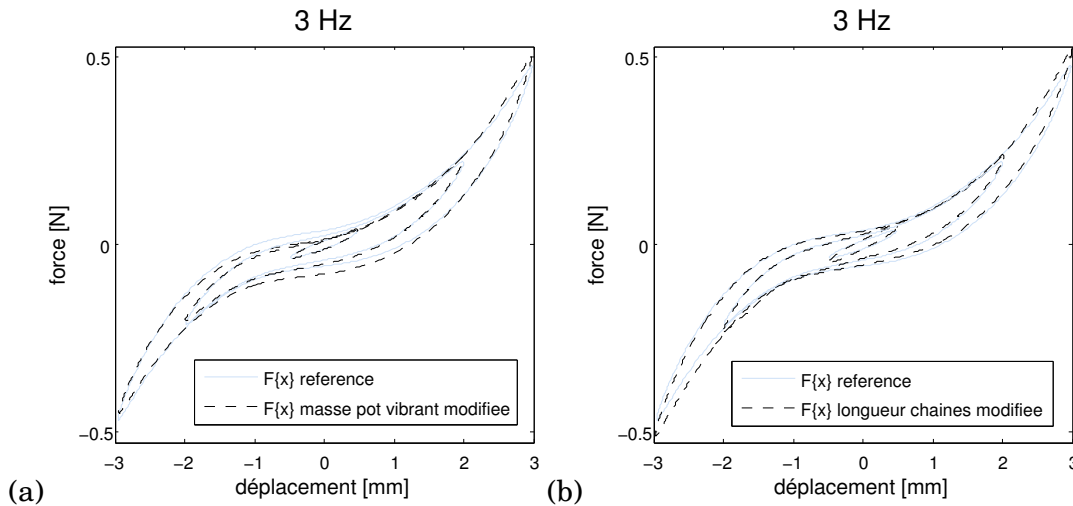


FIGURE D.1 – (a) Comparaison des tracés $F\{x\}$ obtenus pour le montage de référence (—) et lorsque le socle du pot vibrant est alourdi par une masse ajoutée de 2.5 kg (- - -). (b) Comparaison des tracés $F\{x\}$ obtenus pour le montage de référence (—) et lorsque les chaînes qui suspendent le pot vibrant sont allongées de deux maillons (- - -). Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* dont le surround a été sectionné, excité à la fréquence 3 Hz.

Pour les différents niveaux testés, les tracés $F\{x\}$ obtenus dans chacune des configurations ne présentent pas d'écart significatif, c'est à dire supérieur à l'écart observé lors de montages-démontages-remontages successifs de l'équipage mobile pour une même configuration de banc expérimental. Cette observation s'appuie sur les commentaires proposés pour la figure 3.19. Les comparaisons effectuées pour d'autres fréquences (non présentées ici) ne présentent pas d'écart significatif. Nous en concluons que la modification de certains paramètres de fixation du pot vibrant, comme la masse totale de son socle et la longueur des chaînes qui le suspendent, a peu d'effets sur l'ensemble des résultats obtenus.

D.2 Influence de la tige de poussée

La présence d'une tige de poussée entre le pot vibrant et la tête d'impédance est requise pour minimiser les moments mécaniques entre le pot vibrant et l'équipage mobile et ainsi favoriser une excitation uni-axiale. Cependant, les différents modes de flexion de la tige de poussée peuvent perturber les mesures.

Afin de tester l'influence des modes de flexion de la tige de poussée, une comparaison des résultats obtenus pour un même équipage mobile mais des tiges de poussée de longueur différente est réalisée. Pour ce test, nous disposons d'une tige de longueur 10 cm et d'une tige de longueur 20 cm. En pratique, ce phénomène est favorisé par un équipage mobile suffisamment rigide pour «résister» au déplacement imposé par le pot vibrant, ce qui implique une flexion de la tige de poussée. Les résultats du test pour l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*¹, relativement souple, ne mettent en évidence aucune différence significative entre les résultats obtenus avec les deux tiges de longueur différente. En revanche, les résultats obtenus pour l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*, plus rigide, mettent en évidence l'influence des modes de flexion des tiges testées, à certaines fréquences. La comparaison des tracés $F\{x\}$ obtenus avec les deux tiges, pour différentes fréquences, est présentée en Fig. D.2.

1. Ces résultats ne sont pas présentés ici.

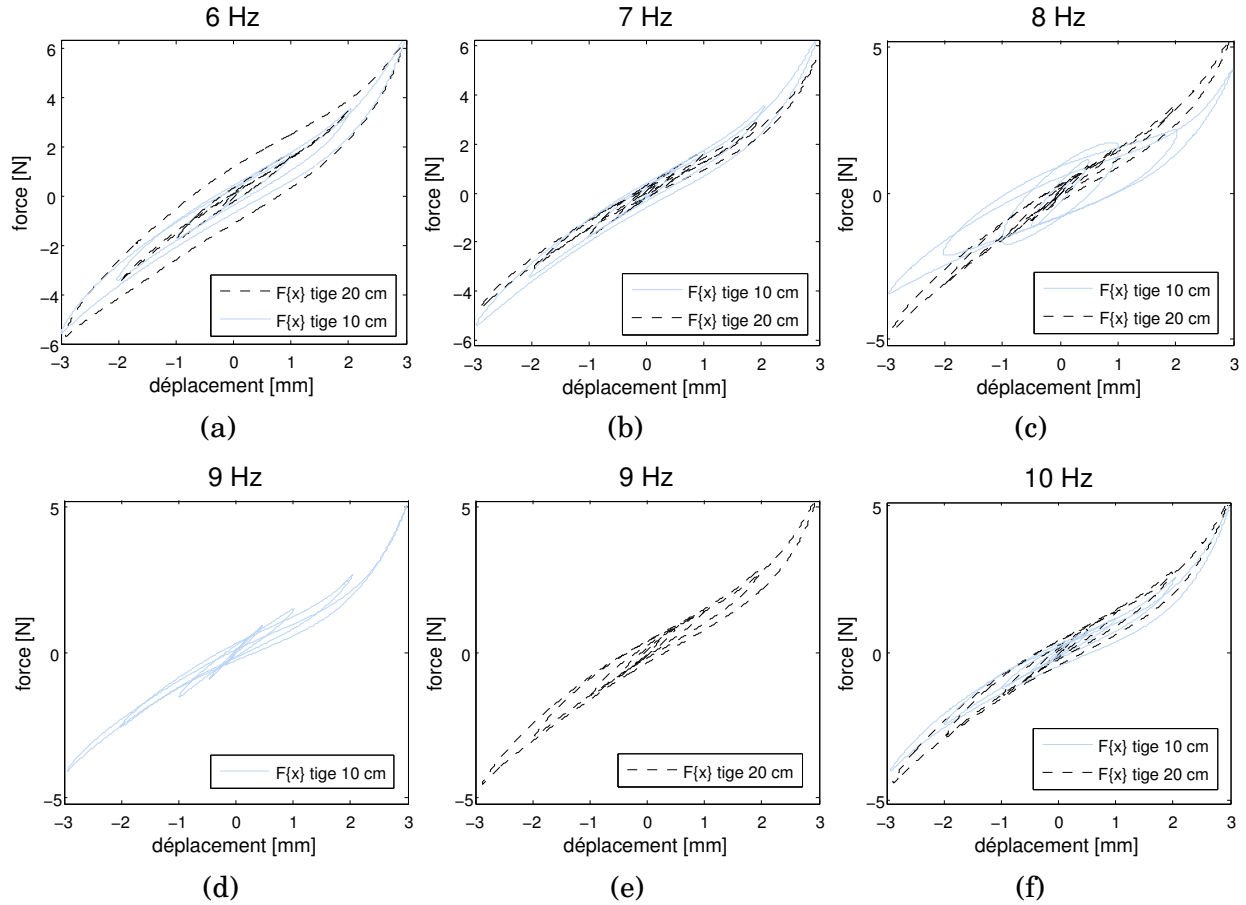


FIGURE D.2 – Comparaison des tracés $F\{x\}$ obtenus avec la tige de poussée de longueur 20 cm (—) et avec la tige de poussée de longueur 10 cm (- - -). Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8* excité à différentes fréquences.

Pour la fréquence 10 Hz, les résultats obtenus à l'aide des deux tiges sont similaires, aux erreurs de reproductibilité près. En revanche, pour les fréquences 6 et 7 Hz, contrairement aux résultats obtenus avec la petite tige, les résultats obtenus à l'aide de la grande tige ne sont pas exploitables. Aux fréquences 8 et 9 Hz, l'inverse est observé. Comme attendu, en fonction de la longueur de la tige, son comportement modal change et ses modes de flexion n'apparaissent pas aux mêmes fréquences. Les fréquences pour lesquelles les mesures sont perturbées ne sont donc pas les mêmes pour les deux tiges. Pour l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*, les mesures sont donc réalisées successivement avec les deux tiges de longueur différente et les données finalement exploitées sont une compilation de signaux obtenus dans les deux configurations.

D.3 Influence du mouvement du portique

D'après les observations réalisées en cours de mesure, le portique entre en résonance lorsque le pot vibrant excite l'équipage mobile autour de la fréquence 5 Hz. Le mouvement du portique, de la plaque-support et donc du saladier ne peut alors pas être négligé. À titre d'illustration, l'importance du déplacement du saladier en regard du déplacement de l'équipage mobile, évalué par la relation

$$\%_{\text{dpcmt}_{\text{saladier}}} = \frac{\max(x_{\text{saladier}}(t))}{\max(x_{\text{ém}}(t))} \times 100, \quad (\text{D.1})$$

est présenté en Fig. D.3 en fonction de la fréquence, pour différents niveaux d'excitation.

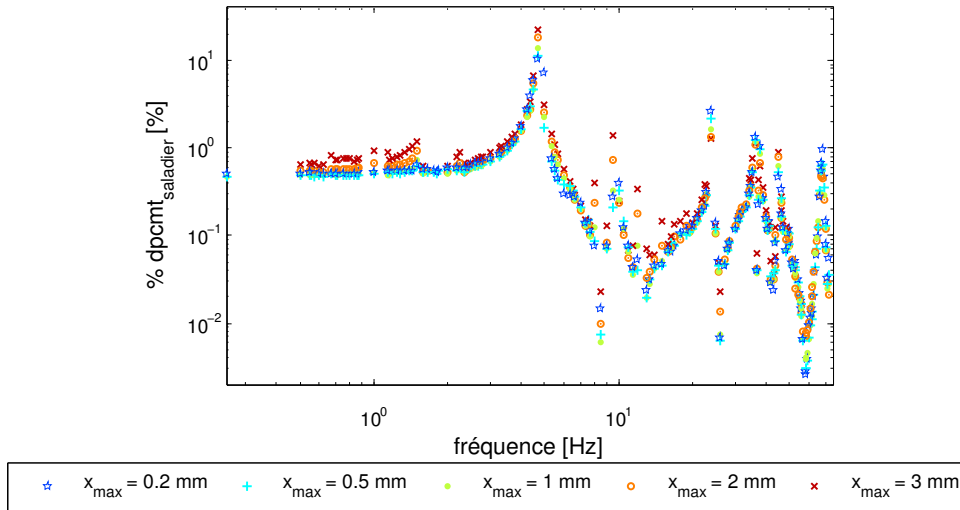


FIGURE D.3 – Rapport de l’amplitude maximale du déplacement du saladier et de l’amplitude maximale du déplacement de l’équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

Les évolutions temporelles du signal de déplacement absolu de l’équipage mobile, du signal de déplacement du saladier et du signal de déplacement de l’équipage mobile relatif au saladier, sont présentées en Fig. D.4, pour une fréquence d’excitation de 5 Hz.

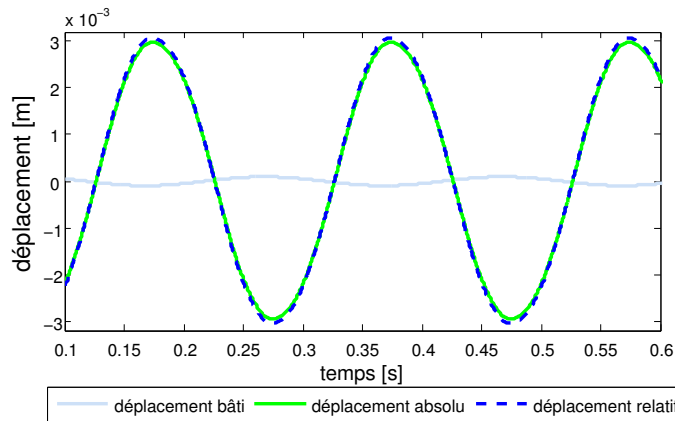


FIGURE D.4 – Comparaison des signaux temporels de déplacement absolu de l’équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*, du déplacement du saladier et du déplacement de l’équipage mobile relatif au saladier, pour une fréquence d’excitation de 5 Hz.

La prise en compte du déplacement du saladier induit dans ce cas une correction du signal de déplacement de l’équipage mobile mesuré.

En post-traitement, cette correction est systématiquement effectuée si $\%dpcmt_{saladier} > 1 \%$.

D.4 Influence d’un défaut d’alignement

La méthode de positionnement du pot vibrant «à l’œil», décrite en annexe A, est source d’imprécision. Afin d’évaluer l’influence d’un défaut d’alignement des axes de révolution du pot vibrant et de l’équipage mobile, le test consistant à commettre volontairement une erreur d’alignement est réalisé. L’erreur est ici un décalage de l’équipage mobile de 3 mm dans la direction z . 3 mm nous semble être une valeur importante au regard de la précision permise par la méthode de positionnement. Les tracés $F\{x\}$ sont comparés pour les deux configurations, avec et sans décalage, en Fig. D.5.

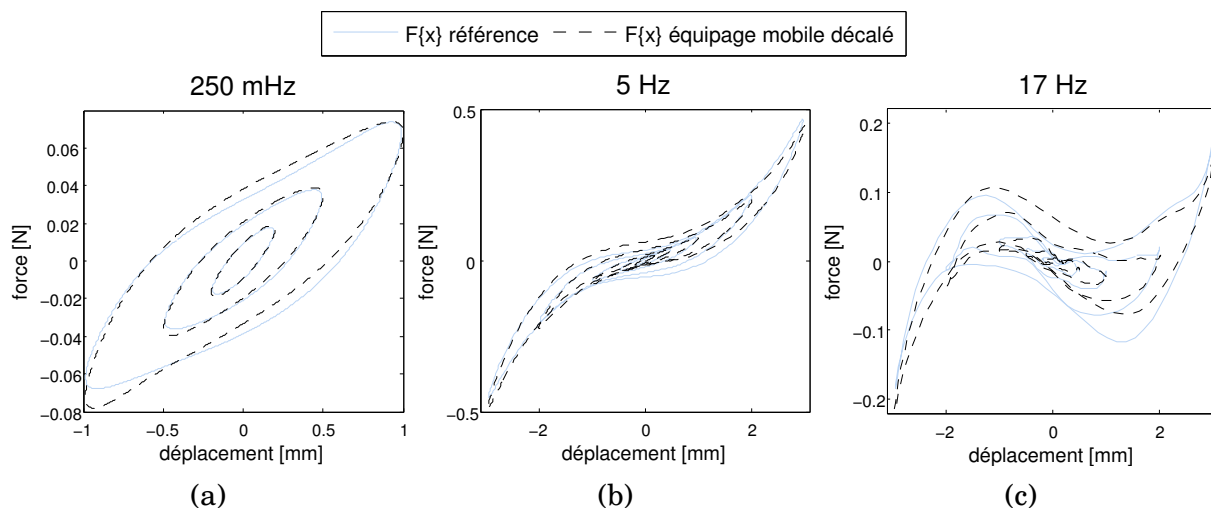


FIGURE D.5 – Comparaison des tracés $F\{x\}$ obtenus pour le montage de référence (—) et lorsque l'équipage mobile est décalé de 3 mm suivant l'axe z (- - -). Cas de l'équipage mobile du haut-parleur Visaton Sc8n dont le surround a été sectionné, excité à la fréquence (a) 250 mHz, (b) 5 Hz et (c) 17 Hz.

Pour ce décalage de 3 mm, important en regard de la précision permise par la méthode de positionnement du pot vibrant «à l'œil», nous constatons que l'erreur d'alignement semble avoir davantage d'influence en hautes fréquences et pour tous les niveaux d'excitation testés, le décalage a pour effet de modifier la valeur de la force induite, en particulier pour les faibles valeurs de déplacement instantané. L'allure globale des tracés $F\{x\}$ obtenus dans les deux cas est tout de même conservée.

Ces résultats nous incitent à suivre une démarche de montage de l'équipage mobile dite par «essai-erreur». Cela signifie que lorsqu'un équipage mobile est monté, il fait l'objet d'une mesure dynamique à une ou plusieurs fréquences données. Si les tracés $F\{x\}$ obtenus ne satisfont pas le critère de centrage autour d'un effort nul, malgré l'action d'ajustement de la position du manchon² suivant l'axe x , alors l'équipage mobile est démonté pour vérifier l'alignement des axes de révolution du pot vibrant et de la plaque-support. L'équipage mobile est ensuite de nouveau monté sur le banc et les mesures dynamiques effectuées, et la procédure répétée jusqu'à l'obtention de résultats exploitables.

D.5 Influence des résonances du pied du pot vibrant

En marge du phénomène de balancier décrit en section D.1, le pied à hauteur réglable supportant le pot vibrant présente des résonances parasites lorsqu'il est couplé au portique, par l'intermédiaire de l'équipage mobile testé. Pour les fréquences comprises entre 27 et 33 Hz, lorsque le pot vibrant délivre un déplacement de forte amplitude le manchon se déplace suivant l'axe x sous l'effet des vibrations de l'ensemble du banc expérimental. Ceci a pour effet de modifier la position d'équilibre de l'équipage mobile pendant la durée de l'expérimentation, c'est à dire pendant que l'excitation dynamique en sinus pas à pas a cours.

Les tracés $F\{x\}$ obtenus pour une fréquence d'excitation de 1 Hz, juste après montage de l'équipage mobile dans un premier temps, et juste après sollicitation à forts niveaux pour des fréquences d'excitation entre 27 et 33 Hz dans un second temps, sont présentés en Fig. D.6.

2. L'ajustement de la position du manchon permet de régler la position du pot vibrant suivant l'axe x , comme l'indique l'annexe A.

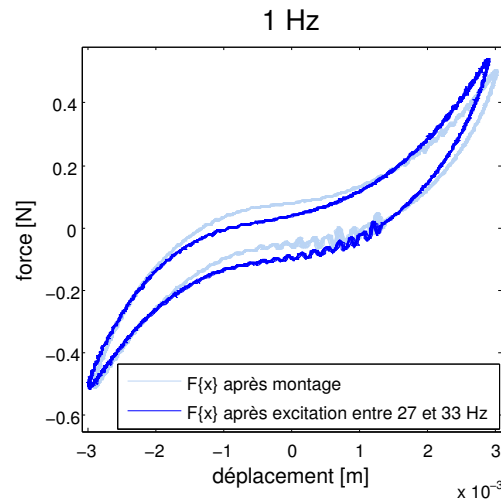


FIGURE D.6 – Comparaison des tracés $F\{x\}$ obtenus juste après un montage dit «de référence» et après excitation à fort niveau aux fréquences 27 à 33 Hz. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* dont le surround a été sectionné, excité à la fréquence 1 Hz.

Le tracé force-déplacement $F\{x\}$ obtenu après les résonances parasites est décalé vers des valeurs de force supérieures pour les faibles valeurs de déplacement instantané, ce qui traduit une déformation statique due au déplacement du pot vibrant suivant l'axe x . Ce phénomène peut constituer une cause importante de non répétabilité des résultats. La solution adoptée ici est la vérification de la position de l'équipage mobile via l'allure des tracés $F\{x\}$ dès qu'une vibration parasite apparaît en cours d'expérimentation. Les résultats obtenus pour une fréquence particulière avant le début de l'expérimentation sont tenus pour référence. Si besoin, la procédure d'ajustement de la position au repos de l'équipage mobile est répétée avant de poursuivre l'expérimentation.

D.6 Influence de la température

Afin de compléter les observations sur l'influence de la température ambiante, l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n* est excité à différentes fréquences et soumis à trois températures ambiantes différentes, établies à l'aide d'un chauffage d'appoint. Les résultats sont présentés en Fig. D.7.

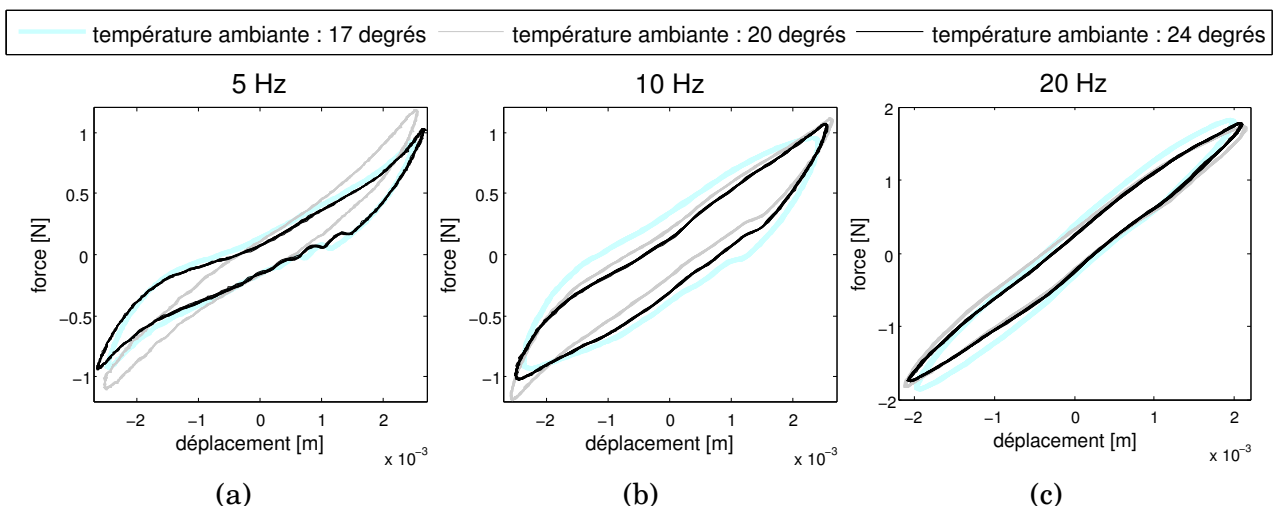


FIGURE D.7 – Comparaison des tracés $F\{x\}$ obtenus pour différentes valeurs de température ambiante. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*, excité à la fréquence (a) 5 Hz, (b) 10 Hz et (c) 20 Hz.

Les écarts observés pour des variations de température de 17 à 20 puis 24 degrés sont supérieurs à ceux dus aux erreurs de répétabilité (cf section 3.4, Fig. 3.20). Les variations de température ambiante ont donc une influence sur le comportement mécanique de l'équipage mobile testé. Pour une même tension d'alimentation et une même fréquence d'excitation, les tracés $F\{x\}$ obtenus pour les différentes températures traduisent une influence sur le déplacement maximal imposé par le pot vibrant, sur l'aire définie par les boucles $F\{x\}$ et leur inclinaison.

La relation entre la variation de la température et l'évolution des paramètres mentionnés précédemment, en fonction de la fréquence, non triviale, n'est pas étudiée ici. Néanmoins, nous tentons de limiter l'impact d'une variation de température ambiante pendant la durée d'expérimentations en vérifiant que les écarts de température ambiante ne dépassent pas 1 degré en cours d'expérimentation.

Annexe E

COMPARAISON DES RÉSULTATS «HAUT-PARLEUR ENTIER» ET «ÉQUIPAGE MOBILE ISOLÉ»

Cette annexe présente la comparaison des tracés force-déplacement pour les haut-parleurs *Visaton Sc8n* et *Celestion Super 8* dans deux configurations. Dans un premier temps, les haut-parleurs ont été caractérisés entiers, avant démontage du moteur, par la méthode décrite dans [64]. Ils sont ensuite comparés avec les données expérimentales qui font l'objet du chapitre 3. La masse mobile étant différente dans les deux configurations¹, le terme «masse $\times$ accélération» estimé est soustrait à la force mesurée pour pouvoir comparer les tracés $F\{x\}$.

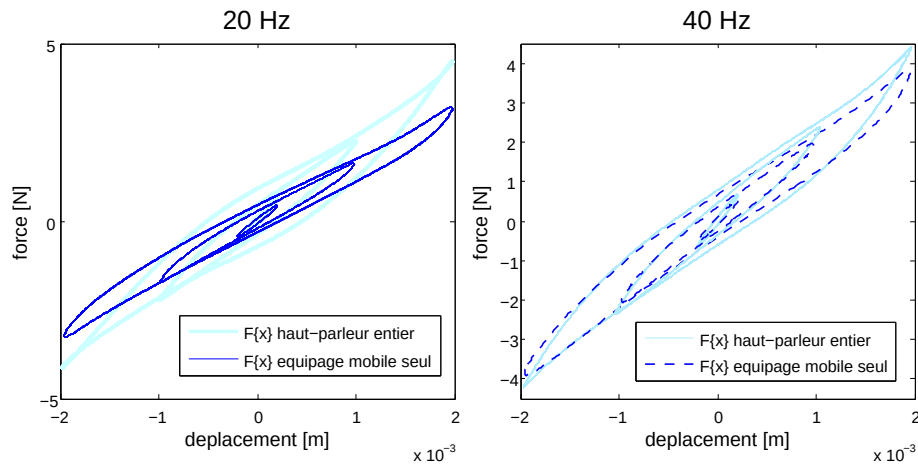


FIGURE E.1 – Tracés force-déplacement obtenus pour deux configurations différentes : (—) mesure électrique sur haut-parleur entier et (- - -) mesure mécanique sur équipage mobile isolé. (a) 20 Hz. (b) 40 Hz. Cas du haut-parleur *Celestion Super 8*.

Pour l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*, à la fréquence 40 Hz, les tracés force-déplacement issus des deux protocoles expérimentaux différents présentent une bonne similitude. En revanche, pour la fréquence 20 Hz ainsi que pour l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*, les tracés diffèrent, les tracés présentant une pente plus faible dans le cas de la mesure mécanique sur équipage mobile isolé. L'origine de cette différence n'a pas fait l'objet d'approfondissements dans le cadre de ce travail de thèse.

1. La masse mobile est en effet plus importante dans le cas de l'équipage mobile isolé à cause de la tige de guidage insérée et collée dans le porte-bobine.

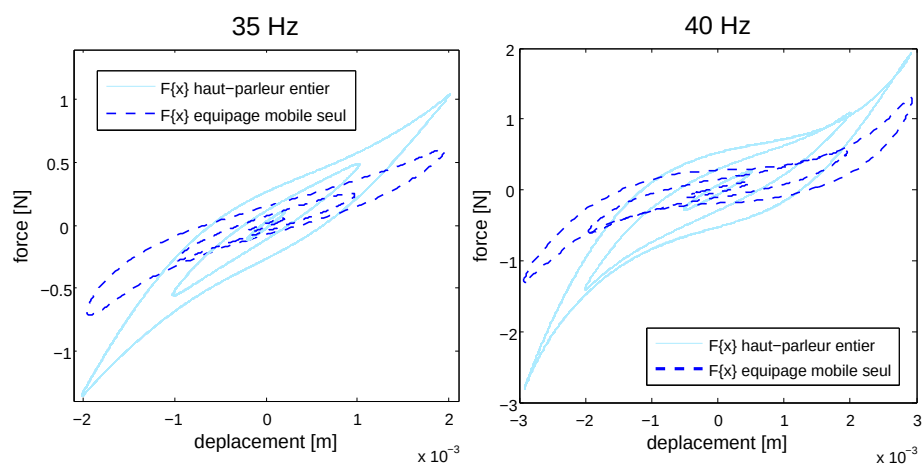


FIGURE E.2 – Tracés force-déplacement obtenus pour deux configurations différentes : (—) mesure électrique sur haut-parleur entier et (- - -) mesure mécanique sur équipement mobile isolé. (a) 35 Hz. (b) 40 Hz. Cas du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

Annexe F

DETAILED PROCEDURE

The following example details the estimation procedure of the unknown filters $G_n(f)$ when exciting the cascade of nonlinear systems by a sine wave signal. In this example, the nonlinear system under test (the second nonlinear system) is represented by a third order generalized Hammerstein model. The estimation procedure is detailed for a frequency f_0 , leading to estimation of the three unknowns $G_1(f_0)$, $G_2(f_0)$ and $G_3(f_0)$.

First, we excite the cascade of nonlinear systems with a sine wave signal $x(t)$ with frequency f_0 , as depicted in Fig. F.1. For frequency f_0 , the relation between the input $u(t)$ and the output $y(t)$ of the nonlinear system under test can be written as

$$\mathcal{H}_1^{(u,x)}(f_0) \cdot G_1(f_0) + \mathcal{H}_1^{(u^2,x)}(f_0) \cdot G_2(f_0) + \mathcal{H}_1^{(u^3,x)}(f_0) \cdot G_3(f_0) = \mathcal{H}_1^{(y,x)}(f_0). \quad (\text{F.1})$$

This equation describes the relation between the first harmonics of signals $u(t)$, $u^2(t)$, $u^3(t)$ and $y(t)$.

Next, we change the excitation frequency of the excitation signal $x(t)$ to $\frac{f_0}{2}$ and we study what happens for the same frequency f_0 as in the previous case. This situation is illustrated in Fig. F.2 and leads to an equation that describes the relation between the second harmonics of signals $u(t)$, $u^2(t)$, $u^3(t)$ and $y(t)$, as

$$\mathcal{H}_2^{(u,x)}(f_0) \cdot G_1(f_0) + \mathcal{H}_2^{(u^2,x)}(f_0) \cdot G_2(f_0) + \mathcal{H}_2^{(u^3,x)}(f_0) \cdot G_3(f_0) = \mathcal{H}_2^{(y,x)}(f_0). \quad (\text{F.2})$$

Finally, we change the excitation frequency of the excitation signal $x(t)$ to $\frac{f_0}{3}$ and we still study what happens for frequency f_0 . This situation is illustrated in Fig. F.3 and leads to an equation that describes the relation between the third harmonics of signals $u(t)$, $u^2(t)$, $u^3(t)$ and $y(t)$, as

$$\mathcal{H}_3^{(u,x)}(f_0) \cdot G_1(f_0) + \mathcal{H}_3^{(u^2,x)}(f_0) \cdot G_2(f_0) + \mathcal{H}_3^{(u^3,x)}(f_0) \cdot G_3(f_0) = \mathcal{H}_3^{(y,x)}(f_0). \quad (\text{F.3})$$

The systems of three equations Eqs.(F.1-F.3) in three unknowns $G_1(f_0)$, $G_2(f_0)$ and $G_3(f_0)$ can be solved. Generalizing the number of unknowns (number of branches of the generalized Hammerstein model) to N and the number of harmonics to L , and repeating the procedure for all the desired frequencies f leads to the matrix expression (2.2).

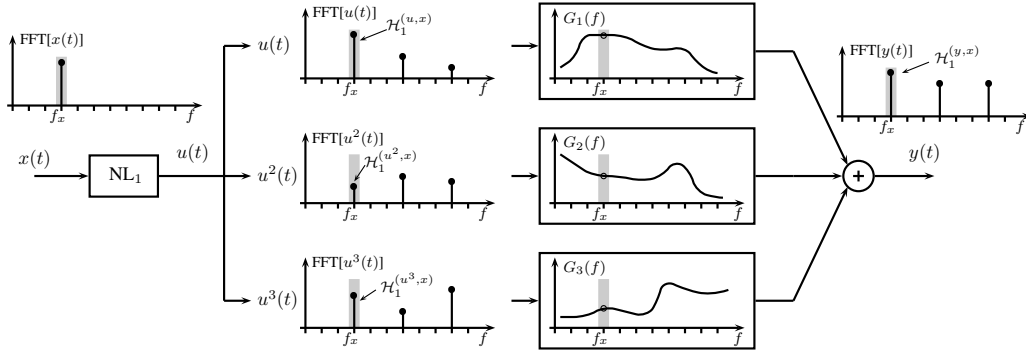


FIGURE F.1 – Outline of the proposed method. The excitation frequency of the sine wave is f_x .

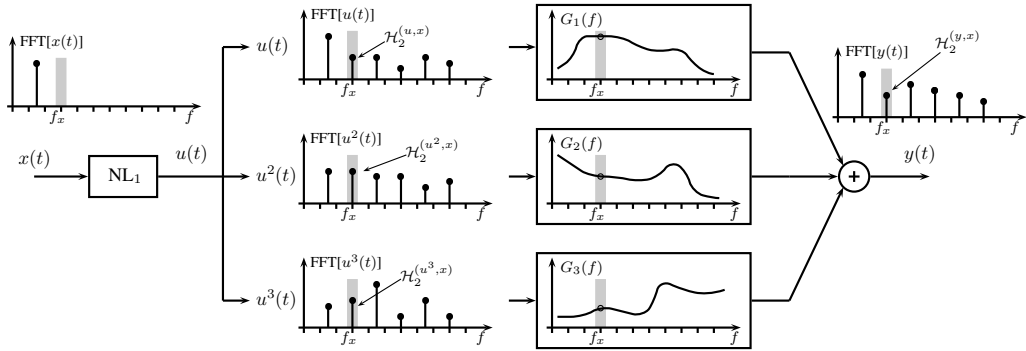


FIGURE F.2 – Outline of the proposed method. The excitation frequency of the sine wave is $\frac{f_x}{2}$.

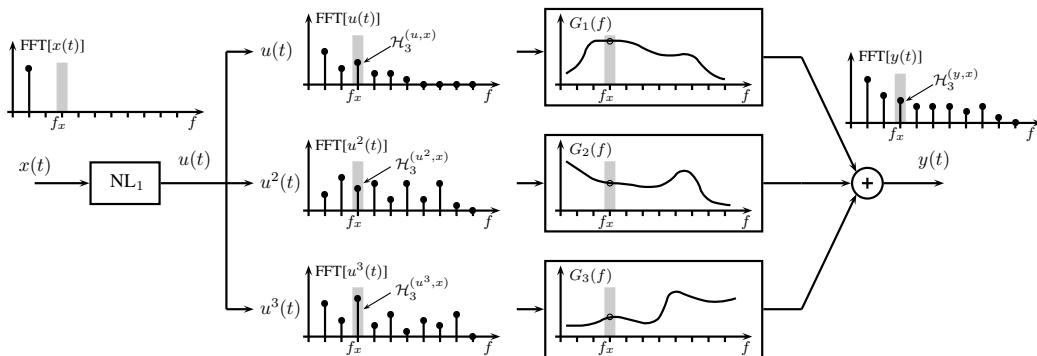


FIGURE F.3 – Outline of the proposed method. The excitation frequency of the sine wave is $\frac{f_x}{3}$.

Annexe G

BURGERS' EQUATION FOR TRAVELING PLANE WAVES

Generalized Burgers' equation with thermoviscous losses in the boundary layer, for a pure traveling wave is [10, 58, 7]

$$\frac{\partial q^+}{\partial \sigma} = q^+ \frac{\partial q^+}{\partial \theta^+} - \frac{T}{\epsilon} \frac{\partial q^+}{\partial \theta^+} * \frac{1}{\sqrt{\pi \theta^+}}, \quad (\text{G.1})$$

with $\sigma = (\gamma + 1)M\omega x/(2c_0)$, $\epsilon = (\gamma + 1)M/2$, $T = Sh(1 + (\gamma - 1)/\sqrt{Pr})$, $*$ being the convolution, q^+ the progressive acoustic pressure or velocity, M the acoustic Mach number, γ the heat capacity ration, Sh the shear number, Pr the Prandtl number, c_0 the small-signal speed of sound [10, 7], ω the angular frequency and $\theta^+ = \omega(t - x/c_0)$, with t and x the time and space coordinates, respectively.

Equation (G.1) is built from an adapted method for cumulative phenomena, the Multiple Scale Method (MSM), which has been validated up to a distance close to the critical shock wave distance [14]. This equation has no analytical known solution.

Solution is therefore obtained numerically in the frequency domain using a Fourier series decomposition [58], expressed as

$$q = \sum_{l=1}^{\infty} (a_l(\sigma) \sin(l\theta) + b_l(\sigma) \cos(l\theta)). \quad (\text{G.2})$$

Introducing (G.1) into (G.2) leads to the following expressions

$$\frac{\partial a_l}{\partial \sigma} = l \sum_{p=1}^{l-1} \left(\frac{a_p a_{l-p}}{2} - \frac{b_p b_{l-p}}{2} \right) - l \sum_{p=l+1}^{+\infty} (a_{p-l} a_p + b_{p-l} b_p) - \frac{T}{\epsilon} \sqrt{\frac{l}{2}} (a_l b_l) \quad (\text{G.3})$$

$$\frac{\partial b_l}{\partial \sigma} = l \sum_{p=1}^{l-1} \left(\frac{a_p b_{l-p}}{2} - \frac{b_p a_{l-p}}{2} \right) - l \sum_{p=l+1}^{+\infty} (b_{p-l} a_p + a_{p-l} b_p) - \frac{T}{\epsilon} \sqrt{\frac{l}{2}} (a_l + b_l) \quad (\text{G.4})$$

In the frame of this work, these Fourier series are truncated to L harmonics, $l = 1, 3$. Then a resolution on σ by small steps $\Delta\sigma$ (finite difference method) knowing the initial condition at $\sigma = 0$ is performed. Spatial step is typically here 1cm. The resolution method used is a prediction correction method. At first order, the classical Euler method is used, and correction is performed using the Adams Moulton second order method.

The solution of Burgers' equation was experimentally verified by Menguy et al. [58]. This theory serves in this work as a reference for testing the proposed identification method, by deducing the theoretical moduli of HHFRs, according to

$$H_l = \sqrt{a_l^2(\sigma) + b_l^2(\sigma)}. \quad (\text{G.5})$$

Annexe H

LIEN ANALYTIQUE ENTRE LES PARAMÈTRES $k\{x(t)\}$, $r\{x(t)\}$ ET $K_n(f)$, $R_n(f)$

Cette annexe présente la relation entre, d'une part, les paramètres k_n et r_n décrivant le comportement non-linéaire de l'équipage mobile, par le biais de l'équation (4.9), à une fréquence f donnée et, d'autre part, les réponses fréquentielles $K_n(f)$ et $R_n(f)$ définies par les équations (4.14) et (4.15).

Pour la suite des développements, le signal de déplacement $x(t)$ mis en jeu dans l'équation (4.9) est considéré harmonique et est décrit de la manière suivante

$$x(t) = X_0 \cos(2\pi f_0 t). \quad (\text{H.1})$$

Sa transformée de Fourier s'exprime

$$X(f) = \frac{X_0}{2} [\delta(f + f_0) + \delta(f - f_0)] \quad (\text{H.2})$$

et la transformée de Fourier de $x^n(t)$, dans le domaine fréquentiel, s'exprime suivant

$$X^{(n)}(f) = \left(\frac{X_0}{2}\right)^n \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} \delta(f + (n - 2p)f_0) \quad (\text{H.3})$$

avec

$$\binom{n}{p} = \frac{n!}{(n-p)! p!}. \quad (\text{H.4})$$

(4.12) devient alors

$$\begin{aligned} F(f) = & -M(2\pi f_0)^2 \frac{X_0}{2} [\delta(f + f_0) + \delta(f - f_0)] \\ & + \sum_{n=1}^N \left(\frac{X_0}{2}\right)^n \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} \delta(f + (n - 2p)f_0) \cdot K_n(-(n - 2p)f_0) \\ & + \sum_{n=1}^N \left(\frac{X_0}{2}\right)^n j \frac{2\pi f}{n} \sum_{p=0}^n \binom{n}{p} \delta(f + (n - 2p)f_0) \cdot R_n(-(n - 2p)f_0). \end{aligned} \quad (\text{H.5})$$

Pour identifier les paramètres physiques k_n et r_n , exprimés dans le domaine temporel par (4.9), à partir du modèle «Thiele et Small étendu» dans le domaine fréquentiel, la Transformée de Fourier Inverse de (H.5) est calculée de manière à faire apparaître les termes $(X_0 \cos(2\pi f_0 t))^n$ grâce à la propriété

$$\frac{X_0^n}{2} [\delta(f + nf_0) + \delta(f - nf_0)] \xrightarrow{\text{TFI}} X_0^n \cos(n2\pi f_0 t). \quad (\text{H.6})$$

Pour cela, (H.5) est réécrite de manière à considérer séparément les cas n pair et n impair telle que

$$\begin{aligned}
 F(f) = & -M(2\pi f_0)^2 \frac{X_0}{2} [\delta(f + f_0) + \delta(f - f_0)] \\
 & + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{2} \left(\textcircled{1} \sum_{p=0}^{\frac{n}{2}-1} \binom{n}{p} \delta(f + (n-2p)f_0) \cdot K_n(-(n-2p)f_0) \right. \\
 & \quad + \textcircled{2} \sum_{p=\frac{n}{2}+1}^n \binom{n}{p} \delta(f + (n-2p)f_0) \cdot K_n(-(n-2p)f_0) \\
 & \quad \left. + \textcircled{3} \binom{n}{\frac{n}{2}} \delta(f) \cdot K_n(0) \right) \\
 & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{2} \left(\textcircled{4} \sum_{p=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{p} \delta(f + (n-2p)f_0) \cdot K_n(-(n-2p)f_0) \right. \\
 & \quad \left. + \textcircled{5} \sum_{p=\frac{n+1}{2}}^n \binom{n}{p} \delta(f + (n-2p)f_0) \cdot K_n(-(n-2p)f_0) \right) \\
 & + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{2} j \frac{2\pi f}{n} \left(\textcircled{6} \sum_{p=0}^{\frac{n}{2}-1} \binom{n}{p} \delta(f + (n-2p)f_0) \cdot R_n(-(n-2p)f_0) \right. \\
 & \quad + \textcircled{7} \sum_{p=\frac{n}{2}+1}^n \binom{n}{p} \delta(f + (n-2p)f_0) \cdot R_n(-(n-2p)f_0) \\
 & \quad \left. + \textcircled{8} \binom{n}{\frac{n}{2}} \delta(f) \cdot R_n(0) \right) \\
 & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{2} j \frac{2\pi f}{n} \left(\textcircled{9} \sum_{p=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{p} \delta(f + (n-2p)f_0) \cdot R_n(-(n-2p)f_0) \right. \\
 & \quad \left. + \textcircled{10} \sum_{p=\frac{n+1}{2}}^n \binom{n}{p} \delta(f + (n-2p)f_0) \cdot R_n(-(n-2p)f_0) \right).
 \end{aligned} \tag{H.7}$$

Le changement de variable $p' = \frac{n}{2} - p$ est appliqué aux termes $\textcircled{1}$ et $\textcircled{6}$, $p'' = p - \frac{n}{2}$ aux termes $\textcircled{2}$ et $\textcircled{7}$, $p' = \frac{n}{2} - p - \frac{1}{2}$ aux termes $\textcircled{4}$ et $\textcircled{9}$, $p'' = p - \frac{n}{2} - \frac{1}{2}$ aux termes $\textcircled{5}$ et $\textcircled{10}$. (H.7) devient alors

$$\begin{aligned}
F(f) = & -M(2\pi f_0)^2 \frac{X_0}{2} [\delta(f + f_0) + \delta(f - f_0)] \\
& + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{2} \left(\sum_{p'=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{\frac{n}{2} - p'} \delta(f + 2p' f_0) \cdot K_n(-2p' f_0) \right. \\
& \quad + \sum_{p''=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{p'' + \frac{n}{2}} \delta(f - 2p'' f_0) \cdot K_n(2p'' f_0) \\
& \quad \left. + \binom{n}{\frac{n}{2}} \delta(f) \cdot K_n(0) \right) \\
& + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{2} \left(\sum_{p'=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{\frac{n}{2} - p' - \frac{1}{2}} \delta(f + (2p' + 1)f_0) \cdot K_n(-(2p' + 1)f_0) \right. \\
& \quad \left. + \sum_{p''=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{p'' + \frac{n}{2} + \frac{1}{2}} \delta(f - (2p'' + 1)f_0) \cdot K_n((2p'' + 1)f_0) \right) \\
& + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{2} j \frac{2\pi f}{n} \left(\sum_{p'=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{\frac{n}{2} - p'} \delta(f + 2p' f_0) \cdot R_n(-2p' f_0) \right. \\
& \quad + \sum_{p''=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{p'' + \frac{n}{2}} \delta(f - 2p'' f_0) \cdot R_n(2p'' f_0) \\
& \quad \left. + \binom{n}{\frac{n}{2}} \delta(f) \cdot R_n(0) \right) \\
& + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{2} j \frac{2\pi f}{n} \left(\sum_{p'=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{\frac{n}{2} - p' - \frac{1}{2}} \delta(f + (2p' + 1)f_0) \cdot R_n(-(2p' + 1)f_0) \right. \\
& \quad \left. + \sum_{p''=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{p'' + \frac{n}{2} + \frac{1}{2}} \delta(f - (2p'' + 1)f_0) \cdot R_n((2p'' + 1)f_0) \right)
\end{aligned} \tag{H.8}$$

ou encore, en regroupant les sommes d'indice commun $p' \equiv p'' \equiv p'''$ et sachant que $\binom{n}{p} = \binom{n}{n-p}$

$$\begin{aligned}
 F(f) = & -M(2\pi f_0)^2 \frac{X_0}{2} [\delta(f + f_0) + \delta(f - f_0)] \\
 & + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{2} \left(\sum_{p'''=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2}} [K_n(-2p''' f_0) \cdot \delta(f + 2p''' f_0) + K_n(2p''' f_0) \cdot \delta(f - 2p''' f_0)] \right. \\
 & \quad \left. + \binom{n}{\frac{n}{2}} \delta(f) \cdot K_n(0) \right) \\
 & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{2} \sum_{p'''=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2} + \frac{1}{2}} [K_n(-(2p''' + 1)f_0) \cdot \delta(f + (2p''' + 1)f_0) \\
 & \quad + K_n((2p''' + 1)f_0) \cdot \delta(f - (2p''' + 1)f_0)] \\
 & + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{2} j \frac{2\pi f}{n} \left(\sum_{p'''=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2}} [R_n(-2p''' f_0) \cdot \delta(f + 2p''' f_0) + R_n(2p''' f_0) \cdot \delta(f - 2p''' f_0)] \right. \\
 & \quad \left. + \binom{n}{\frac{n}{2}} \delta(f) \cdot R_n(0) \right) \\
 & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{2} j \frac{2\pi f}{n} \sum_{p'''=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2} + \frac{1}{2}} [R_n(-(2p''' + 1)f_0) \cdot \delta(f + (2p''' + 1)f_0) \\
 & \quad + R_n((2p''' + 1)f_0) \cdot \delta(f - (2p''' + 1)f_0)] .
 \end{aligned} \tag{H.9}$$

Il est ainsi possible d'appliquer (H.6) pour trouver une expression temporelle de la force telle que

$$\begin{aligned}
 F(t) = & -M(2\pi f_0)^2 X_0 \cos(2\pi f_0 t) \\
 & + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \left(\frac{X_0}{2} \right)^n \binom{n}{\frac{n}{2}} K_n(0) + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} X_0^n \sum_{p'''=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2}} K_n(2p''' f_0) \cos(2\pi \cdot 2p''' f_0 t) \\
 & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} X_0^n \sum_{p'''=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2} + \frac{1}{2}} K_n((2p''' + 1)f_0) \cos(2\pi(2p''' + 1)f_0 t) \\
 & + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \left(\frac{X_0}{2} \right)^n \binom{n}{\frac{n}{2}} \frac{d}{dt} \{R_n(0)\} + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{n} \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{p'''=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2}} R_n(2p''' f_0) \cos(2\pi \cdot 2p''' f_0 t) \right\} \\
 & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{n} \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{p'''=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2} + \frac{1}{2}} R_n((2p''' + 1)f_0) \cos(2\pi(2p''' + 1)f_0 t) \right\} ,
 \end{aligned} \tag{H.10}$$

qu'il est souhaitable de dé-linéariser dans l'optique de faire apparaître les termes $k_n \cdot x^n(t)$ et $r_n \cdot \frac{1}{n} \frac{dx^n(t)}{dt}$ explicités dans (4.9), en utilisant les propriétés des polynômes de Chebyshev de première espèce $T_n(x)$ définis par

$$T_n(x) = \frac{n}{2} \sum_{k=0}^{\frac{n}{2}} (-1)^k \frac{(n-k-1)!}{k!(n-2k)!} (2x)^{n-2k} . \tag{H.11}$$

(H.10) devient donc

$$\begin{aligned}
 F(t) = & -M(2\pi f_0)^2 X_0 \cos(2\pi f_0 t) \\
 & + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \left(\frac{X_0}{2}\right)^n \binom{n}{\frac{n}{2}} K_n(0) + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} X_0^n \sum_{p'''=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2}} K_n(2p''' f_0) \mathbf{T}_{2p'''}(\cos(2\pi f_0 t)) \\
 & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} X_0^n \sum_{p'''=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2} + \frac{1}{2}} K_n((2p''' + 1)f_0) \mathbf{T}_{(2p''' + 1)}(\cos(2\pi f_0 t)) \\
 & + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{n} \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{p'''=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2}} R_n(2p''' f_0) \mathbf{T}_{2p'''}(\cos(2\pi f_0 t)) \right\} \\
 & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{n} \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{p'''=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2} + \frac{1}{2}} R_n((2p''' + 1)f_0) \mathbf{T}_{(2p''' + 1)}(\cos(2\pi f_0 t)) \right\}
 \end{aligned} \tag{H.12}$$

et peut ainsi encore s'écrire

$$\begin{aligned}
 F(t) = & -M(2\pi f_0)^2 X_0 \cos(2\pi f_0 t) + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \left(\frac{X_0}{2}\right)^n \binom{n}{\frac{n}{2}} K_n(0) \\
 & + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} X_0^n \sum_{p'''=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2}} K_n(2p''' f_0) p''' \sum_{k=0}^{p'''} (-1)^k \frac{(2p''' - k - 1)!}{k!(2p''' - 2k)!} (2 \cos(2\pi f_0 t))^{2p''' - 2k} \\
 & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} X_0^n \sum_{p'''=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2} + \frac{1}{2}} K_n((2p''' + 1)f_0) \frac{(2p''' + 1)}{2} \sum_{k=0}^{\frac{(2p''' + 1)}{2}} (-1)^k \\
 & \quad \frac{((2p''' + 1) - k - 1)!}{k!((2p''' + 1) - 2k)!} (2 \cos(2\pi f_0 t))^{(2p''' + 1) - 2k} \\
 & + \sum_{\substack{n=2 \\ n \text{ pair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{n} \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{p'''=1}^{\frac{n}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2}} R_n(2p''' f_0) p''' \sum_{k=0}^{p'''} (-1)^k \frac{(2p''' - k - 1)!}{k!(2p''' - 2k)!} (2 \cos(2\pi f_0 t))^{2p''' - 2k} \right\} \\
 & + \sum_{\substack{n=1 \\ n \text{ impair}}}^N \frac{1}{2^{n-1}} \frac{X_0^n}{n} \frac{d}{dt} \left\{ \sum_{p'''=0}^{\frac{n-1}{2}} \binom{n}{p''' + \frac{n}{2} + \frac{1}{2}} R_n((2p''' + 1)f_0) \frac{(2p''' + 1)}{2} \sum_{k=0}^{\frac{(2p''' + 1)}{2}} (-1)^k \right. \\
 & \quad \left. \frac{((2p''' + 1) - k - 1)!}{k!((2p''' + 1) - 2k)!} (2 \cos(2\pi f_0 t))^{(2p''' + 1) - 2k} \right\}
 \end{aligned} \tag{H.13}$$

qu'il est possible de développer pour tout ordre N . Le développement à l'ordre 7 de (H.13) et (4.9) par exemple permet d'identifier la valeur des coefficients r_n et k_n en fonction des filtres $R_n(f)$ et $K_n(f)$. Les expressions sont données par

$$\begin{aligned}
 k_0 = & \frac{X_0^2}{2} K_2(0) + \frac{3}{8} X_0^4 K_4(0) + \frac{5}{16} X_0^6 K_6(0) - \frac{X_0^2}{2} K_2(2f_0) - \frac{X_0^4}{2} K_4(2f_0) + \frac{X_0^4}{8} K_4(4f_0) \\
 & - \frac{15}{32} X_0^6 K_6(2f_0) + \frac{3}{16} X_0^6 K_6(4f_0) - \frac{X_0^6}{32} K_6(6f_0),
 \end{aligned} \tag{H.14}$$

$$\begin{aligned}
 k_1 = & K_1(f_0) + \frac{3}{4} X_0^2 K_3(f_0) - \frac{3}{4} X_0^2 K_3(3f_0) + \frac{5}{8} X_0^4 K_5(f_0) - \frac{15}{16} X_0^4 K_5(3f_0) \\
 & + \frac{5}{16} X_0^4 K_5(5f_0) + \frac{35}{64} X_0^6 K_7(f_0) - \frac{63}{64} X_0^6 K_7(3f_0) + \frac{35}{64} X_0^6 K_7(5f_0) - \frac{7}{64} X_0^6 K_7(7f_0),
 \end{aligned} \tag{H.15}$$

$$r_1 = R_1(f_0) + \frac{X_0^2}{4}R_3(f_0) - \frac{X_0^2}{4}R_3(3f_0) + \frac{X_0^4}{8}R_5(f_0) - \frac{3}{16}X_0^4R_5(3f_0) + \frac{X_0^4}{16}R_5(5f_0) \quad (\text{H.16})$$

$$+ \frac{5}{64}X_0^6R_7(f_0) - \frac{9}{64}X_0^6R_7(3f_0) + \frac{5}{64}X_0^6R_7(5f_0) - \frac{X_0^6}{64}R_7(7f_0),$$

$$k_2 = K_2(2f_0) + X_0^2K_4(2f_0) - X_0^2K_4(4f_0) + \frac{15}{16}X_0^4K_6(2f_0) - \frac{3}{2}X_0^4K_6(4f_0) + \frac{9}{16}X_0^4K_6(6f_0), \quad (\text{H.17})$$

$$r_2 = R_2(2f_0) + \frac{X_0^2}{2}R_4(2f_0) - \frac{X_0^2}{2}R_4(4f_0) + \frac{5}{16}X_0^4R_6(2f_0) - \frac{X_0^4}{2}R_6(4f_0) + \frac{3}{16}X_0^4R_6(6f_0), \quad (\text{H.18})$$

$$k_3 = K_3(3f_0) + \frac{5}{4}X_0^2K_5(3f_0) - \frac{5}{4}X_0^2K_5(5f_0) + \frac{21}{16}X_0^4K_7(3f_0) - \frac{35}{16}X_0^4K_7(5f_0) + \frac{7}{8}X_0^4K_7(7f_0), \quad (\text{H.19})$$

$$r_3 = R_3(3f_0) + \frac{3}{4}X_0^2R_5(3f_0) - \frac{3}{4}X_0^2R_5(5f_0) + \frac{9}{16}X_0^4R_7(3f_0) - \frac{15}{16}X_0^4R_7(5f_0) + \frac{3}{8}X_0^4R_7(7f_0), \quad (\text{H.20})$$

$$k_4 = K_4(4f_0) + \frac{3}{2}X_0^2K_6(4f_0) - \frac{3}{2}X_0^2K_6(6f_0), \quad (\text{H.21})$$

$$r_4 = R_4(4f_0) + X_0^2R_6(4f_0) - X_0^2R_6(6f_0), \quad (\text{H.22})$$

$$k_5 = K_5(5f_0) + \frac{7}{4}X_0^2K_7(5f_0) - \frac{7}{4}X_0^2K_7(7f_0), \quad (\text{H.23})$$

$$r_5 = R_5(5f_0) + \frac{5}{4}X_0^2R_7(5f_0) - \frac{5}{4}X_0^2R_7(7f_0), \quad (\text{H.24})$$

$$k_6 = K_6(6f_0), \quad (\text{H.25})$$

$$r_6 = R_6(6f_0), \quad (\text{H.26})$$

$$k_7 = K_7(7f_0), \quad (\text{H.27})$$

et

$$r_7 = R_7(7f_0). \quad (\text{H.28})$$

Il apparaît alors que si les réponses fréquentielles $K_n(f)$ et $R_n(f)$ ne dépendent pas de la fréquence, les paramètres du modèle dit de «Thiele et Small étendu» dans le domaine temporel sont équivalents aux réponses fréquentielles, c'est à dire $k_n \equiv K_n(f)$ et $r_n \equiv R_n(f)$.

Annexe I

FRÉQUENCES MESURÉES ET IDENTIFICATION

Le tableau présenté Fig. I.1 liste les fréquences requises pour l'estimation de $G_n(f)$ avec, pour choix arbitraire, $L = 13$ harmoniques ($L \geq N$).

FRÉQUENCES [Hz]												
F/13	F/12	F/11	F/10	F/9	F/8	F/7	F/6	F/5	F/4	F/3	F/2	F
												0,25
											0,25	0,5
										0,25	0,375	0,75
									0,25	0,333	0,5	1
							0,25	0,3	0,375	0,5	0,75	1,5
					0,25	0,286	0,333	0,4	0,5	0,667	1	2
	0,25	0,273	0,3	0,333	0,375	0,429	0,5	0,6	0,75	1	1,5	3
0,308	0,333	0,364	0,4	0,444	0,5	0,571	0,667	0,8	1	1,333	2	4
0,385	0,417	0,455	0,5	0,556	0,625	0,714	0,833	1	1,25	1,667	2,5	5
0,462	0,5	0,545	0,6	0,667	0,75	0,857	1	1,2	1,5	2	3	6
0,538	0,583	0,636	0,7	0,778	0,875	1	1,167	1,4	1,75	2,333	3,5	7
0,615	0,667	0,727	0,8	0,889	1	1,143	1,333	1,6	2	2,667	4	8
0,692	0,75	0,818	0,9	1	1,125	1,286	1,5	1,8	2,25	3	4,5	9
0,769	0,833	0,909	1	1,111	1,25	1,429	1,667	2	2,5	3,333	5	10
0,846	0,917	1	1,1	1,222	1,375	1,571	1,833	2,2	2,75	3,667	5,5	11
0,923	1	1,091	1,2	1,333	1,5	1,714	2	2,4	3	4	6	12
1	1,083	1,182	1,3	1,444	1,625	1,857	2,167	2,6	3,25	4,333	6,5	13
1,077	1,167	1,273	1,4	1,556	1,75	2	2,333	2,8	3,5	4,667	7	14
1,154	1,25	1,364	1,5	1,667	1,875	2,143	2,5	3	3,75	5	7,5	15
1,231	1,333	1,455	1,6	1,778	2	2,286	2,667	3,2	4	5,333	8	16
1,308	1,417	1,545	1,7	1,889	2,125	2,429	2,833	3,4	4,25	5,667	8,5	17
1,385	1,5	1,636	1,8	2	2,25	2,571	3	3,6	4,5	6	9	18
1,462	1,583	1,727	1,9	2,111	2,375	2,714	3,167	3,8	4,75	6,333	9,5	19
1,538	1,667	1,818	2	2,222	2,5	2,857	3,333	4	5	6,667	10	20

	Fréquences à identifier
	Fréquences non rationnelles arrondies au mHz
xxx	Fréquences non mesurées

FIGURE I.1 – Tableau des fréquences d'excitation pour lesquelles la mesure est requise pour identifier les filtres $G_n(f)$, dans le cas où le nombre d'harmoniques est $L = 13$.

Le tableau Fig. I.1 ne contient que les fréquences pour lesquelles une mesure est possible avec le banc expérimental mis en place, c'est à dire supérieures à 0.25 Hz. Ainsi, pour des fréquences fondamentales en deçà de 3.25 Hz, les mesures obtenues avec ce banc expérimental

ne permettent pas d'estimer $G_n(f)$ pour des signaux contenant de l'information jusqu'au treizième harmonique puisque dans ce cas $\frac{f_i}{13} < 0.25$. Par souci de concision, seules les fréquences à identifier inférieures à 20 Hz sont considérées dans le tableau, qui pourrait s'étendre jusqu'à $f_2 = 72$ Hz pour le haut-parleur *Visaton Sc8n* et $f_2 = 50$ Hz pour le haut-parleur *Celestion Super8* (cf chapitre 3).

Parmi les différentes valeurs $\frac{f}{l}$, certaines sont irrationnelles (cf cases orangées) et sont expérimentalement approchées au mHz près. Tous les sous-multiples $\frac{f}{l}$ Hz n'ont pas fait l'objet d'une excitation en sinus pas à pas par manque de temps. Ces fréquences sont repérées en vert dans le tableau I.1.

Le nombre d'harmoniques L optimal pour l'estimation des filtres $G_n(f)$ n'étant pas connu au moment des expériences (même s'il peut être évalué), pour assurer un nombre consistant de données, il a été choisi d'assurer la mesure des fréquences $\frac{f}{l} \forall l \leq 8$, pour $4 \leq f \leq 10$ Hz.

Annexe J

FILTRES $G_n(f)$ ESTIMÉS : CAS DU HAUT-PARLEUR *Visaton Sc8n*

Les figures J.1 à J.7 présentent les modules et phases des filtres $G_n(f)$ obtenus pour l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*, pour chaque valeur de $x_{\max}$.

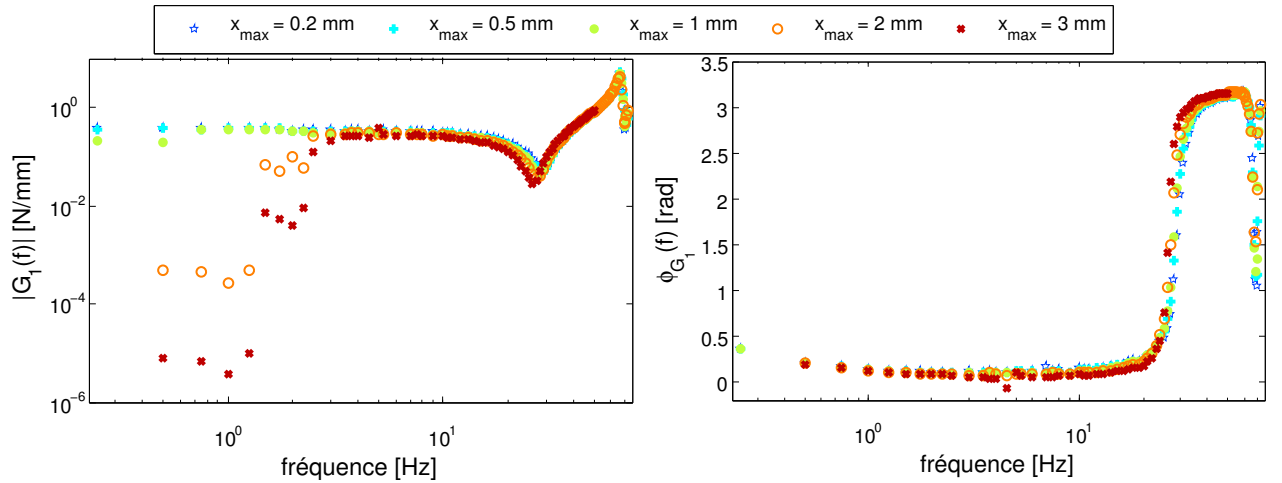


FIGURE J.1 – (a) Modules et (b) Phases des filtres $G_1(f)$ estimés avec $N = L = 7$, pour les différentes valeurs de $x_{\max}$.

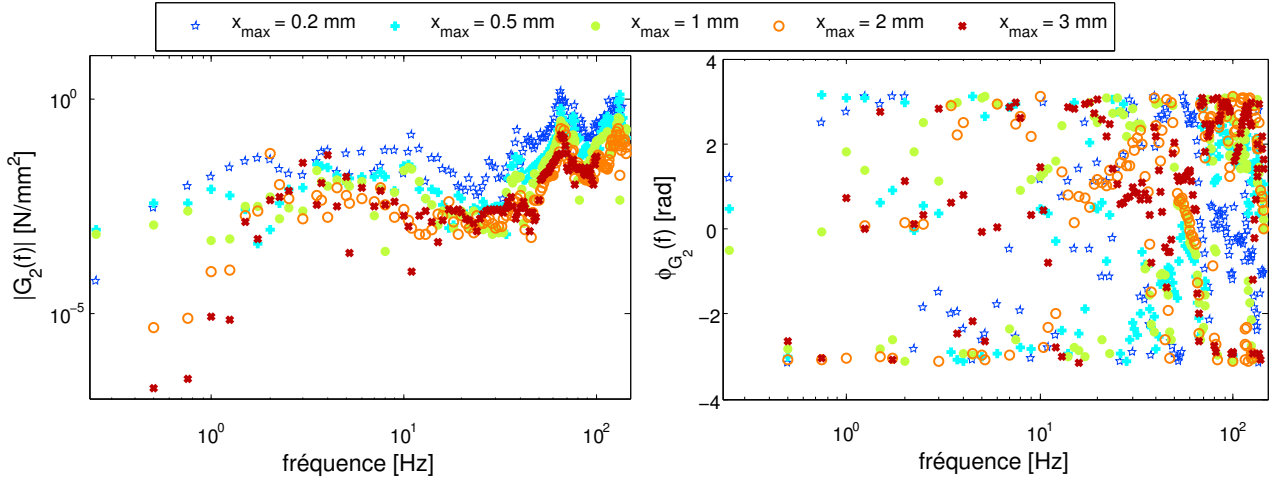


FIGURE J.2 – (a) Modules et (b) Phases des filtres $G_2(f)$ estimés avec $N = L = 7$, pour les différentes valeurs de $x_{\max}$.

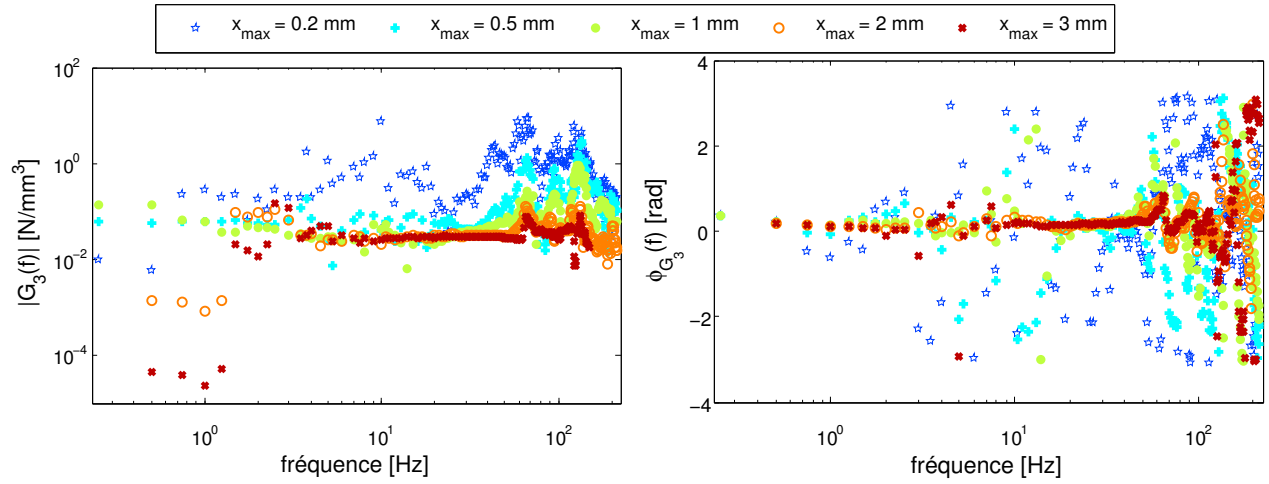


FIGURE J.3 – (a) Modules et (b) Phases des filtres $G_3(f)$ estimés avec $N = L = 7$, pour les différentes valeurs de $x_{\max}$.

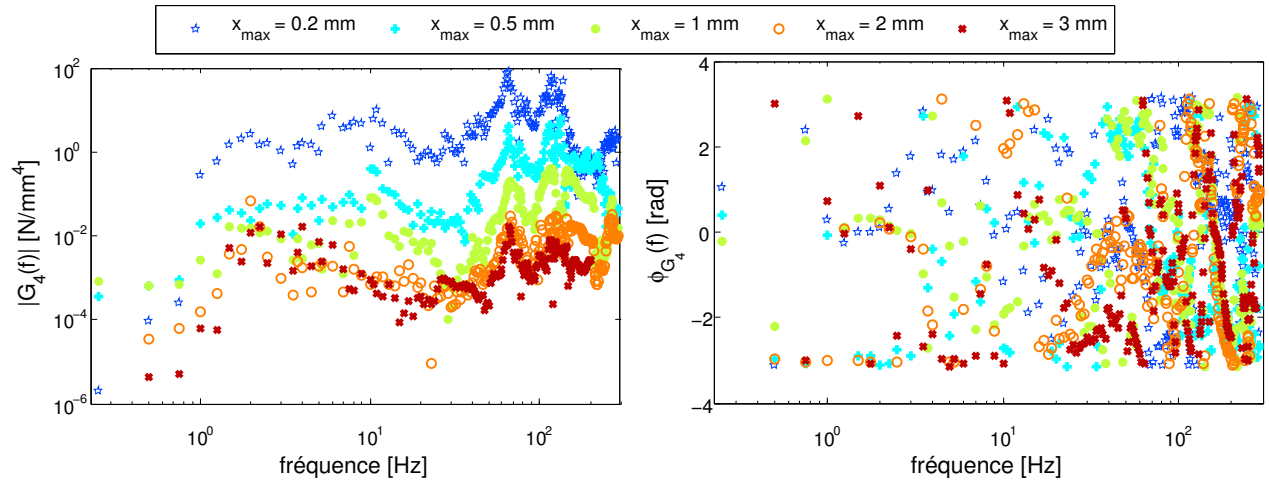


FIGURE J.4 – (a) Modules et (b) Phases des filtres $G_4(f)$ estimés avec $N = L = 7$, pour les différentes valeurs de $x_{\max}$.

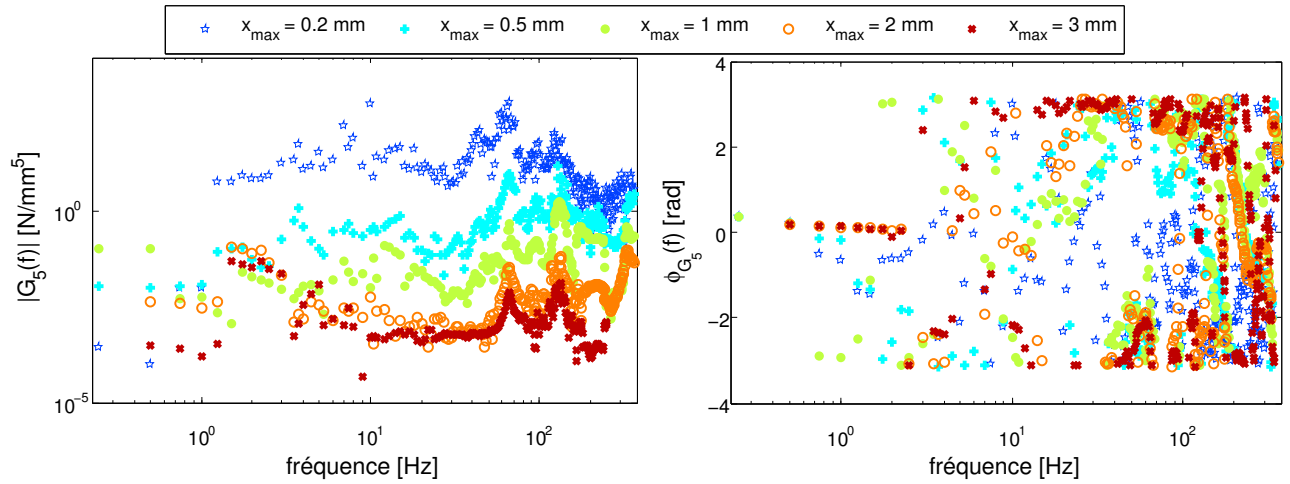


FIGURE J.5 – (a) Modules et (b) Phases des filtres $G_5(f)$ estimés avec $N = L = 7$, pour les différentes valeurs de $x_{\max}$.

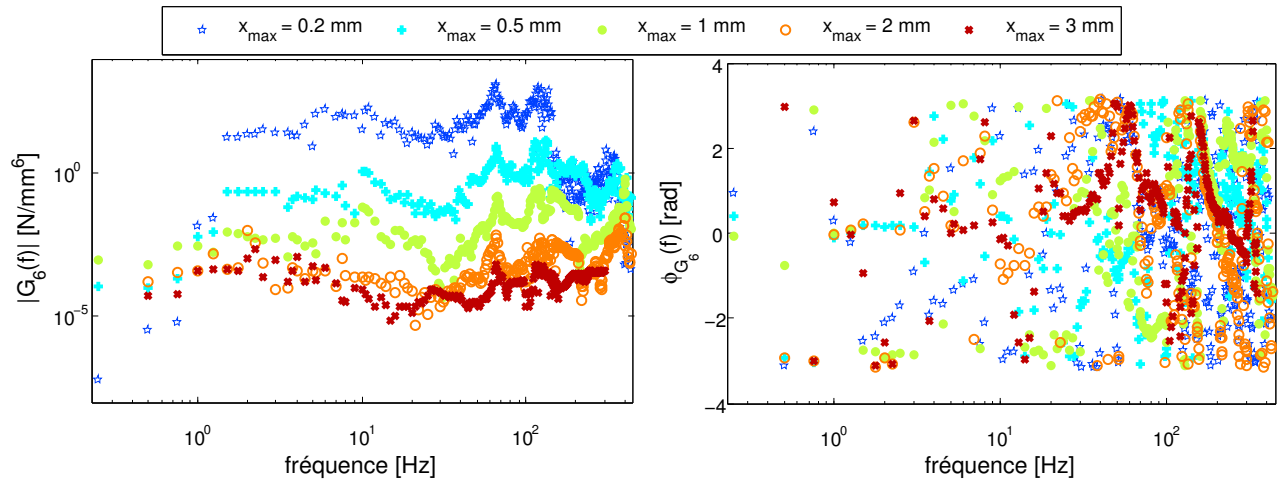


FIGURE J.6 – (a) Modules et (b) Phases des filtres $G_6(f)$ estimés avec $N = L = 7$, pour les différentes valeurs de $x_{\max}$.

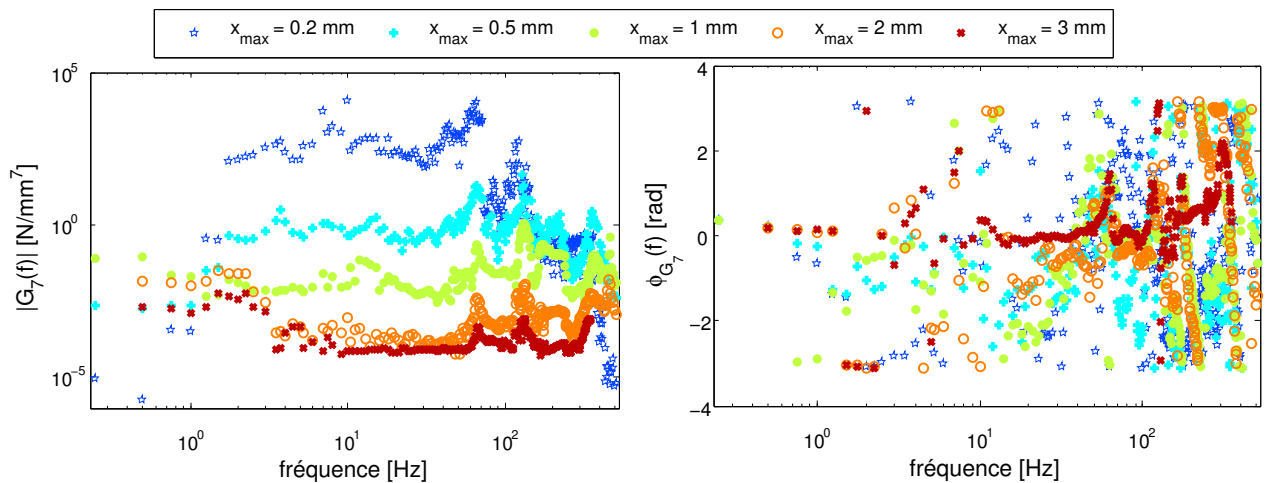


FIGURE J.7 – (a) Modules et (b) Phases des filtres $G_7(f)$ estimés avec $N = L = 7$, pour les différentes valeurs de $x_{\max}$.

Annexe K

FONCTIONS $K_n(f)$ ET $R_n(f)$ ESTIMÉES : CAS DU HAUT-PARLEUR *Visaton Sc8n*

Les figures K.1 à K.7 présentent les réponses fréquentielles en raideur et en amortissement d'ordre n obtenues pour l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*, pour chaque valeur de $x_{\max}$.

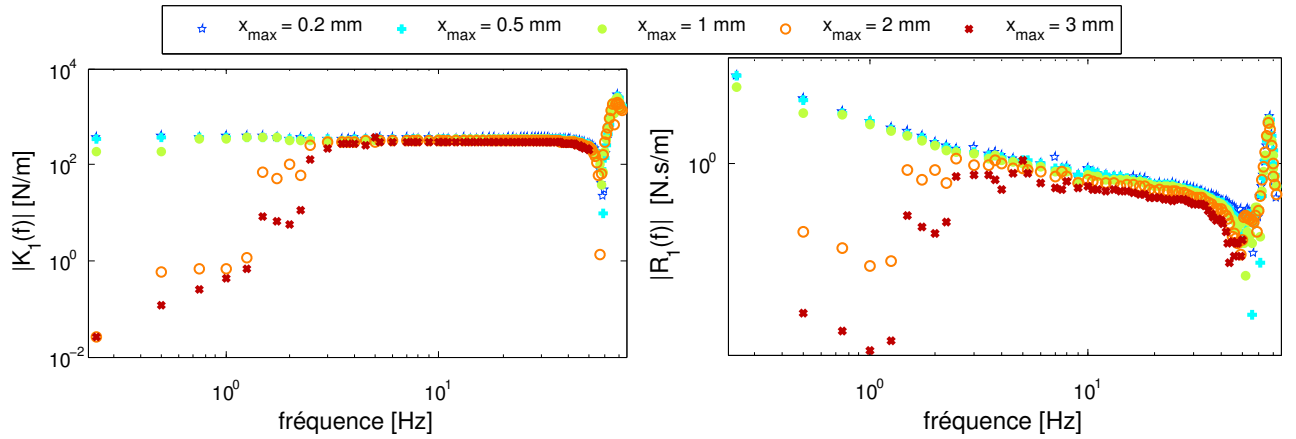


FIGURE K.1 – a) $K_1(f)$, b) $R_1(f)$ pour les cinq niveaux d'excitation testés, équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

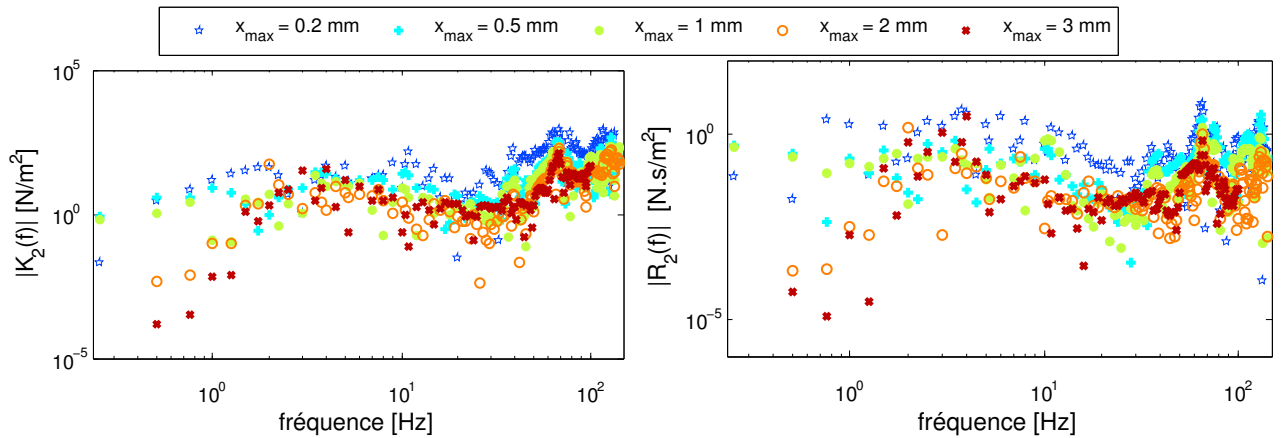


FIGURE K.2 – a) $K_2(f)$, b) $R_2(f)$ pour les cinq niveaux d'excitation testés, équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

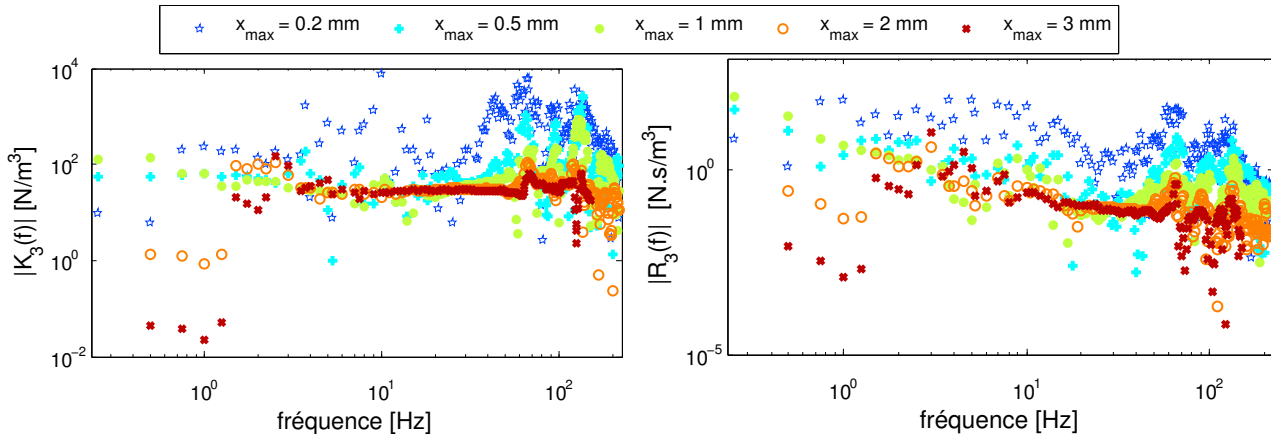


FIGURE K.3 – a) $|K_3(f)|$, b) $|R_3(f)|$ pour les cinq niveaux d'excitation testés, équipement mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

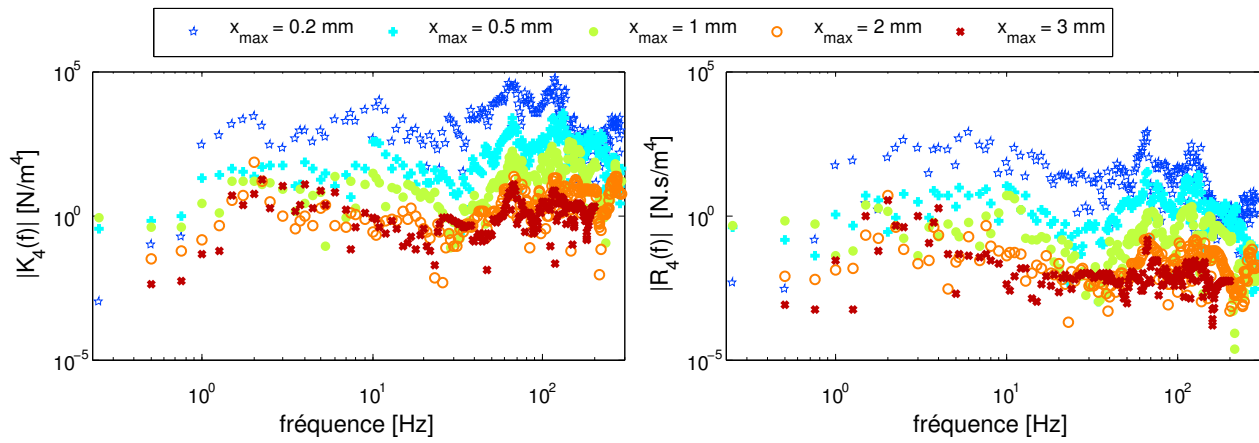


FIGURE K.4 – a) $|K_4(f)|$, b) $|R_4(f)|$ pour les cinq niveaux d'excitation testés, équipement mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

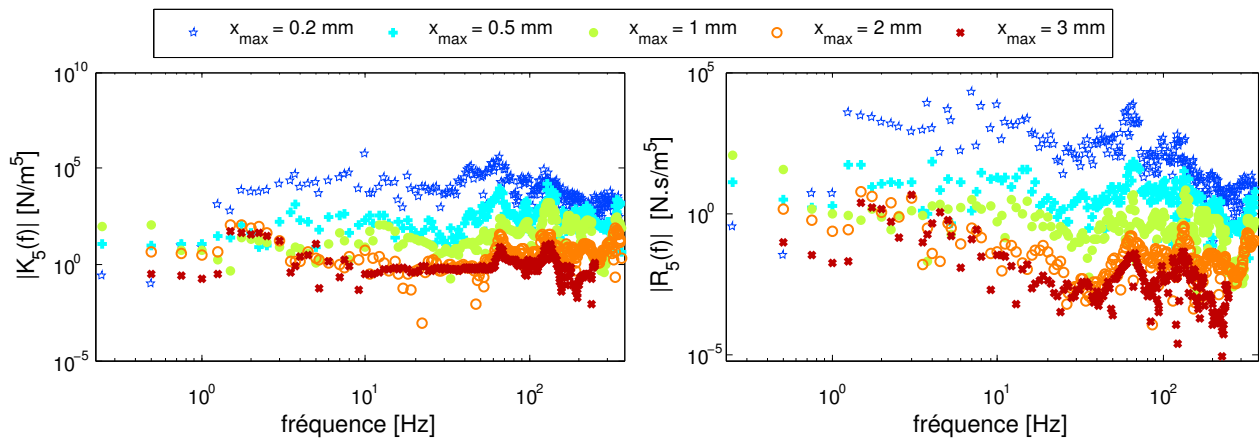


FIGURE K.5 – a) $|K_5(f)|$, b) $|R_5(f)|$ pour les cinq niveaux d'excitation testés, équipement mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

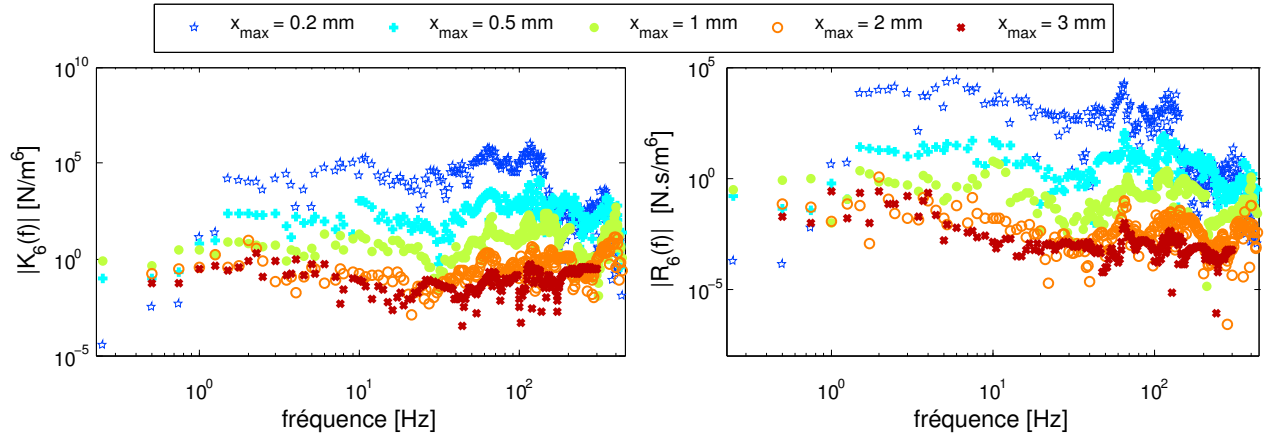


FIGURE K.6 – a) $|K_6(f)|$, b) $|R_6(f)|$ pour les cinq niveaux d'excitation testés, équipement mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

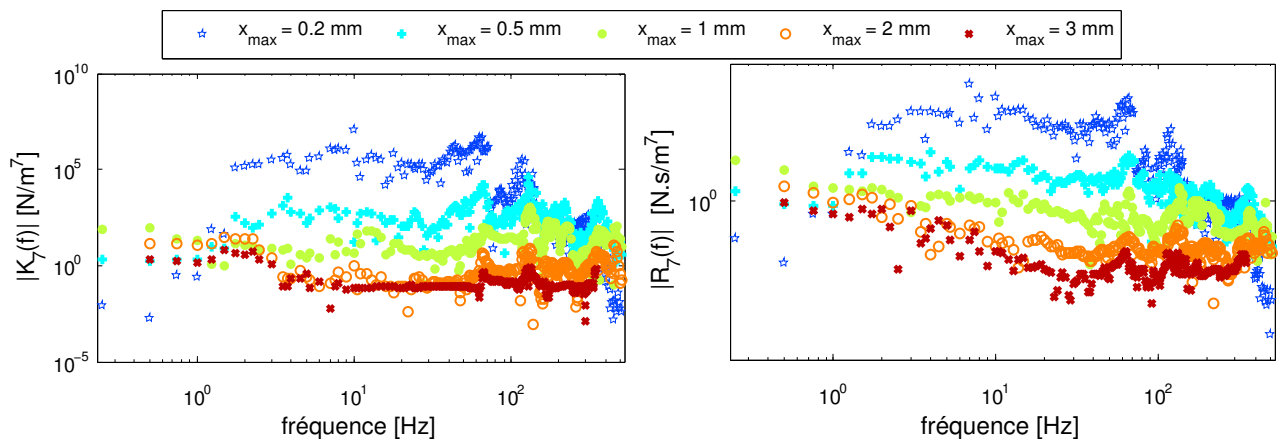


FIGURE K.7 – a) $|K_7(f)|$, b) $|R_7(f)|$ pour les cinq niveaux d'excitation testés, équipement mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*.

Annexe L

POLYNÔMES $r\{x\}$

Cette annexe a pour but de faciliter la lecture des Figs. 4.29(b) et 4.31(b) du corps du manuscrit.

L.1 Polynômes $r\{x\}$ présentés à la Fig. 4.29(b)

La Fig. L.1 présente la comparaison de l'amortissement polynomial $r\{x(t)\}$ obtenu lorsque $N = 7$, avec l'amortissement polynomial $r\{x(t)\}$ obtenu lorsque $N = N_{\text{minimal}}$, pour la fréquence 15 Hz et pour les différents niveaux d'excitation.

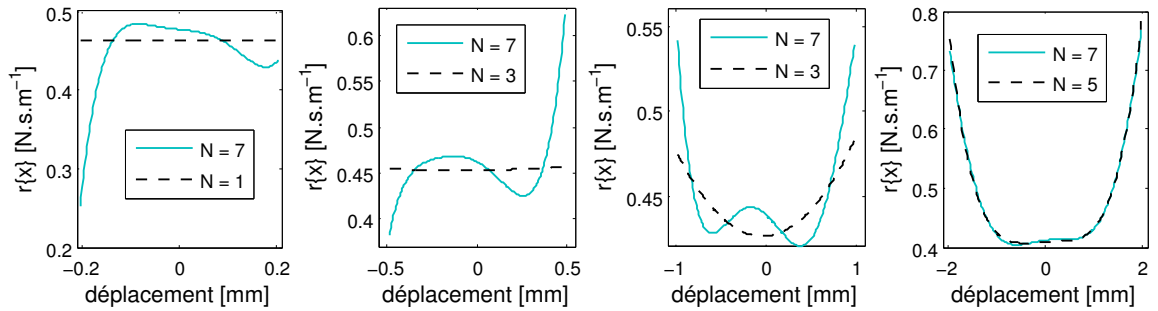


FIGURE L.1 – Comparaison des polynômes $r\{x(t)\}$ obtenus à partir des coefficients r_n dans deux cas différents : $1 \leq n \leq N_{\text{minimal}}$ (---) et $1 \leq n \leq 7$ (—), à la fréquence 15 Hz. (a) $x_{\text{max}} = 0.2$ mm. (b) $x_{\text{max}} = 0.5$ mm. (c) $x_{\text{max}} = 1$ mm. (d) $x_{\text{max}} = 2$ mm.

L.2 Polynômes $r\{x\}$ présentés à la Fig. 4.31(b)

La Fig. L.2 présente la comparaison de l'amortissement polynomial $r\{x(t)\}$ obtenu à partir des coefficients r_n pairs et impairs $\forall n \in [1,7]$, avec l'amortissement polynomial $r\{x(t)\}$ obtenu à partir des coefficients r_n impairs seulement avec $1 \leq n \leq 7$. Les polynômes sont présentés pour la fréquence 15 Hz et pour les différents niveaux d'excitation.

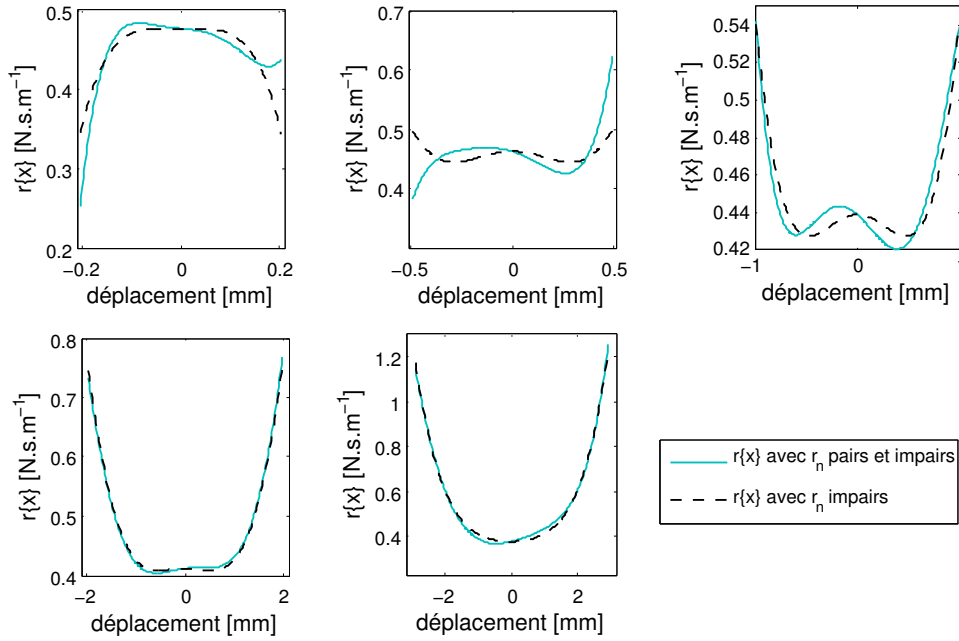


FIGURE L.2 – Comparaison des polynômes $r\{x(t)\}$ obtenus à partir des coefficients r_n dans deux cas différents : n impair exclusivement avec $1 \leq n \leq 7$ (---) et n pair et impair avec $1 \leq n \leq 7$ (—), à la fréquence 15 Hz. (a) $x_{\max} = 0.2$ mm. (b) $x_{\max} = 0.5$ mm. (c) $x_{\max} = 1$ mm. (d) $x_{\max} = 2$ mm. (e) $x_{\max} = 3$ mm.

Annexe M

PRÉSENTATION DES RÉSULTATS POUR LE HAUT-PARLEUR *Celestion Super 8*

Cette annexe présente quelques résultats obtenus pour l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*. Les figures présentées peuvent ainsi compléter la lecture des sections 4.3.3, 4.3.4 et 4.4.

M.1 Choix de l'ordre N du modèle «Hammerstein Généralisé»

Pour une fréquence fondamentale de 4 Hz, l'erreur quadratique moyenne $\epsilon_{\tilde{F}}$ entre $\tilde{F}(t)$ et $F(t)$ est présentée Fig. M.1 pour différents niveaux d'excitation et en fonction de l'ordre du modèle «Hammerstein Généralisé», N . Sur cette figure, le nombre d'harmoniques pris en compte est fixé à $L = 12$.

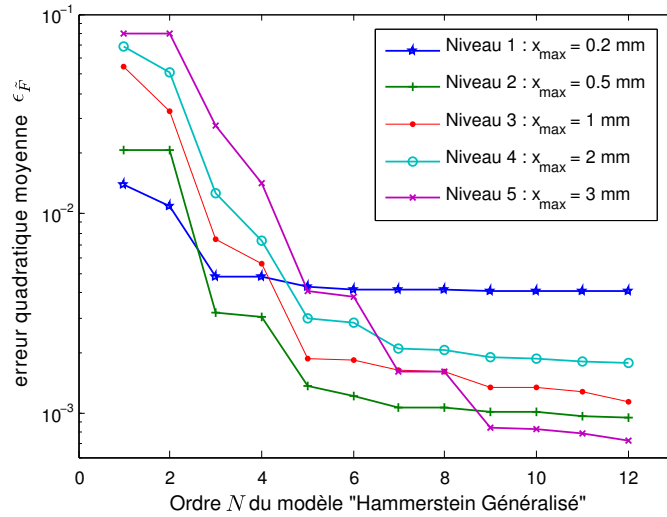


FIGURE M.1 – Erreur quadratique moyenne $\epsilon_{\tilde{F}}$ entre $\tilde{F}(t)$ et $F(t)$ en fonction de N ($L = 12$), pour différents niveaux d'excitation, à la fréquence 4 Hz. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*.

L'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*, pour chaque niveau, doit être modélisé par un modèle «Hammerstein Généralisé» d'ordre $N = 9$ minimum.

La figure M.2 illustre la validité du modèle «Hammerstein Généralisé» pour $N = L = 9$ par la comparaison des tracés $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ estimés lorsque $\tilde{x}(t) = x(t)$, à la fréquence fondamentale 4 Hz. La comparaison est proposée pour 3 niveaux d'excitation différents, mettant chacun en jeu un ensemble de filtres $G_n(f)$ différents.

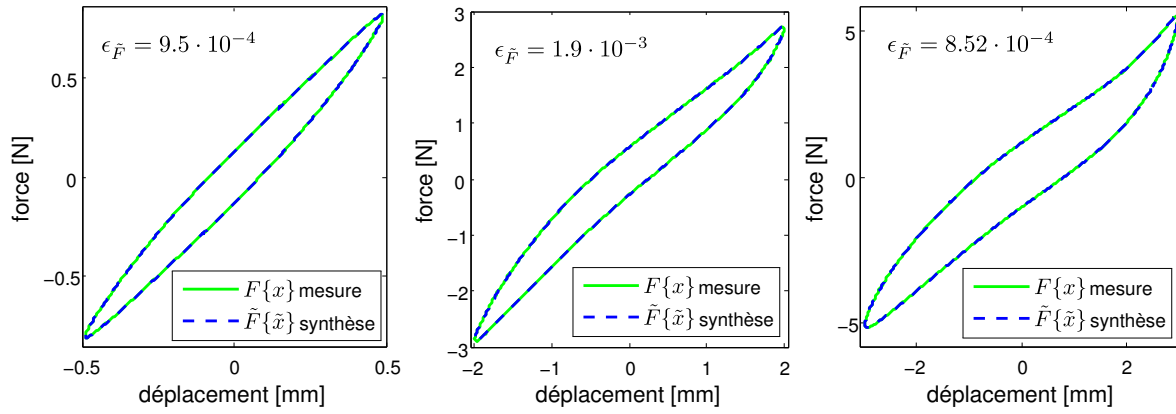


FIGURE M.2 – $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés à partir du modèle «Hammerstein Généralisé» estimé avec $N = L = 7$, et $\tilde{x}(t) = x(t)$ à la fréquence 4 Hz. Niveaux d'excitation : (a) $x_{\max} = 0.5$ mm, (b) $x_{\max} = 2$ mm, (c) $x_{\max} = 3$ mm.

Il est également possible d'exploiter le modèle «Hammerstein Généralisé» estimé pour des fréquences supérieures à 4 Hz. La comparaison des tracés $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ estimés lorsque $\tilde{x}(t) = X_0 \cos(2\pi f_0 t)$ pour les fréquences d'excitation 10, 35 et 50 Hz, et pour tous les niveaux d'excitation testés, est donnée Fig. M.3.

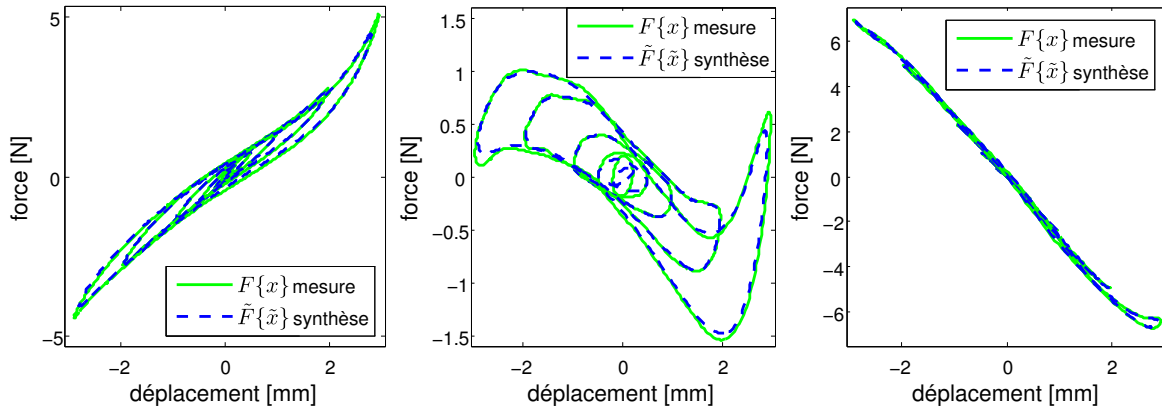


FIGURE M.3 – $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés à partir du modèle «Hammerstein Généralisé» estimé avec $N = L = 7$, pour tous les niveaux d'excitation. Fréquence d'excitation : (a) 10 Hz, (b) 35 Hz, (c) 50 Hz.

Il est alors possible d'exploiter le modèle «Hammerstein Généralisé» estimé pour l'ensemble des fréquences testées supérieures à 4 Hz.

M.2 Comparaison des filtres $G_1(f)$ estimés pour différentes valeurs de $x_{\max}$

Les modules et phases des différents filtres $G_1(f)$ estimés pour les différentes valeurs de $x_{\max}$ sont présentés Fig. M.4.

L'augmentation de $x_{\max}$ induit une variation du module de $G_1(f)$ ($|G_1(f)|$ diminue de 90% à la fréquence 27 Hz lorsque $x_{\max}$ augmente), ainsi qu'un décalage de 37 Hz à 27 Hz de la fréquence pour laquelle $|G_1(f)|$ atteint un minima, dans la gamme fréquentielle de validité du filtre.

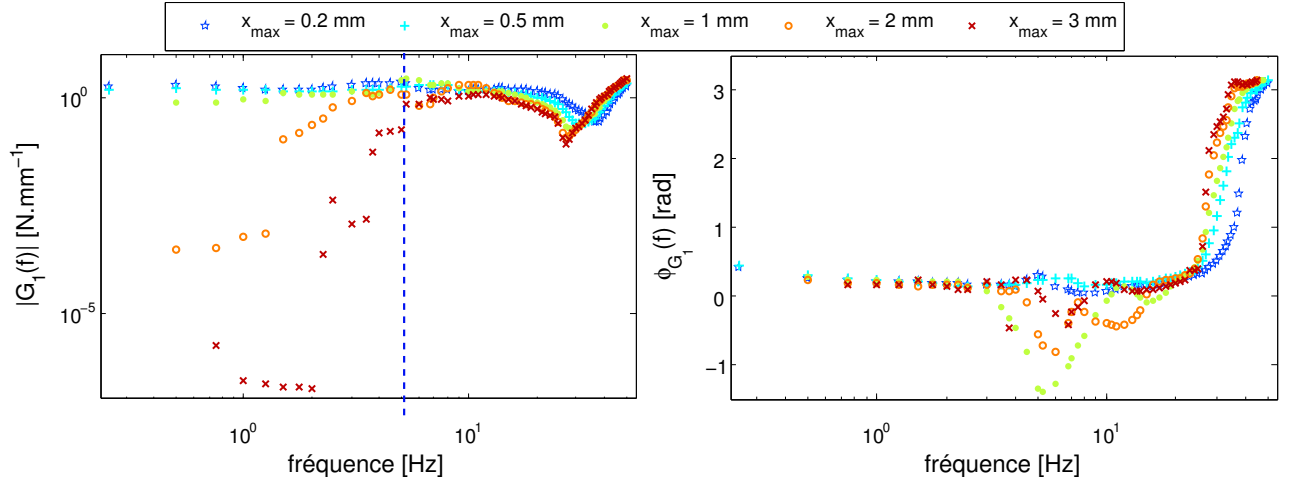


FIGURE M.4 – (a) Modules et (b) Phases des filtres $G_1(f)$ estimés avec $N = L = 9$, pour tous les niveaux d'excitation. En pointillés, la fréquence minimale de la bande fréquentielle validée.

La conséquence de la dépendance à $x_{\max}$ des filtres $G_n(f)$ peut être illustrée par l'incapacité d'un ensemble de filtres $G_n(f)$, estimé à partir des signaux mesurés pour $x_{\max} = 3$ mm, à reproduire la force mesurée pour un niveau d'excitation $x_{\max} < 3$ mm. Ce phénomène est illustré Fig. 4.18 pour la fréquence 4 Hz.

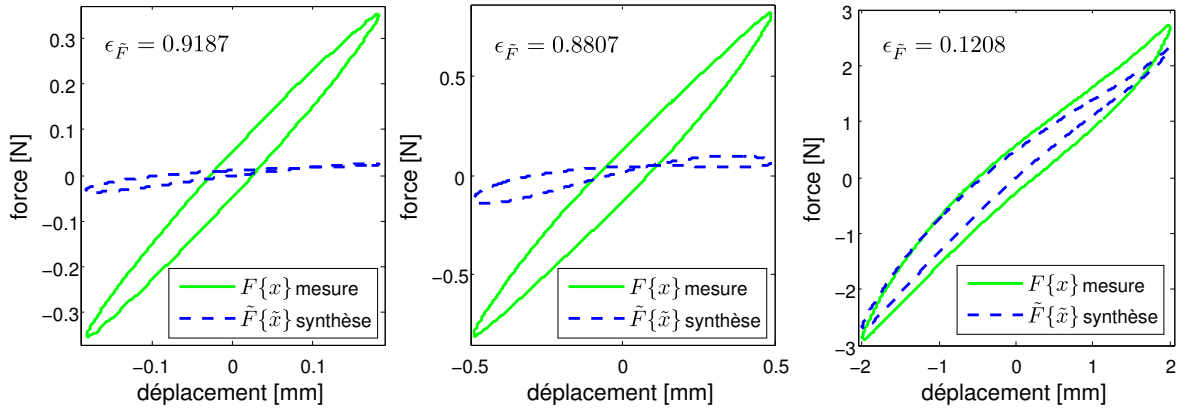


FIGURE M.5 – $F\{x\}$ mesurés et $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés à partir du modèle «Hammerstein Généralisé» estimé avec les données mesurées pour $x_{\max} = 3$ mm, à la fréquence d'excitation 4 Hz ($N = L = 9$). Niveaux d'excitation : (a) $x_{\max} = 0.2$ mm, (b) $x_{\max} = 0.5$ mm, (c) $x_{\max} = 2$ mm.

Tout comme l'équipage mobile du haut-parleur *Visaton Sc8n*, celui du haut-parleur *Celestion Super 8* se comporte donc différemment selon le niveau auquel il est excité.

M.3 Caractérisation mécanique du haut-parleur *Celestion Super 8*

Les figures M.6 à M.11 présentent les différents paramètres physiques relatifs au modèle «Thiele et Small étendu», dans les domaines fréquentiel et temporel qu'il est possible de déduire à partir des modèles «Hammerstein Généralisé» estimés pour les différents niveaux testés.

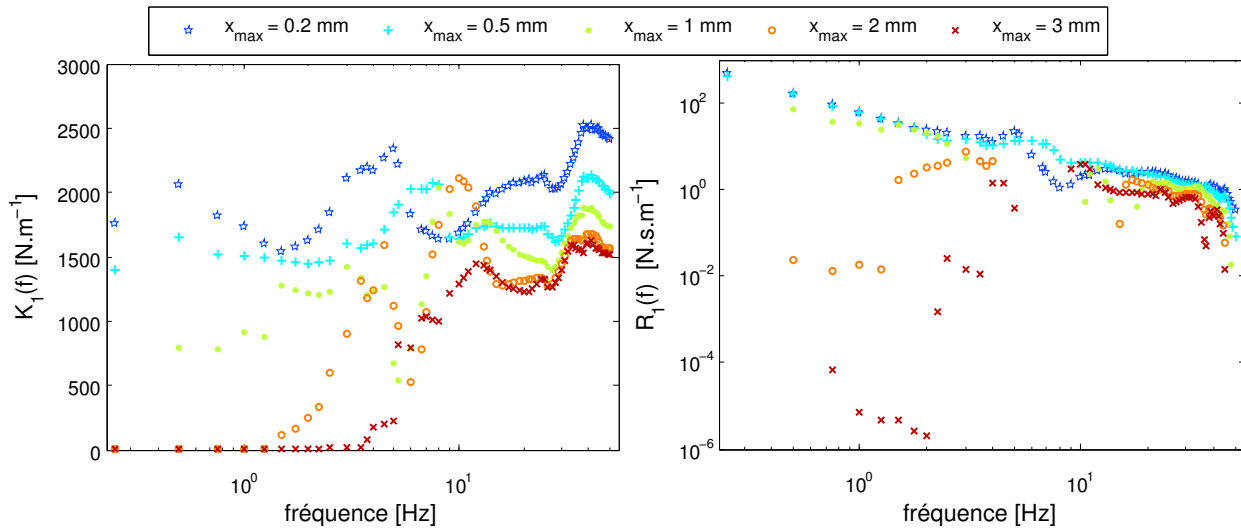


FIGURE M.6 – (a) $K_1(f)$ et (b) $R_1(f)$, pour tous les niveaux d'excitation. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*.

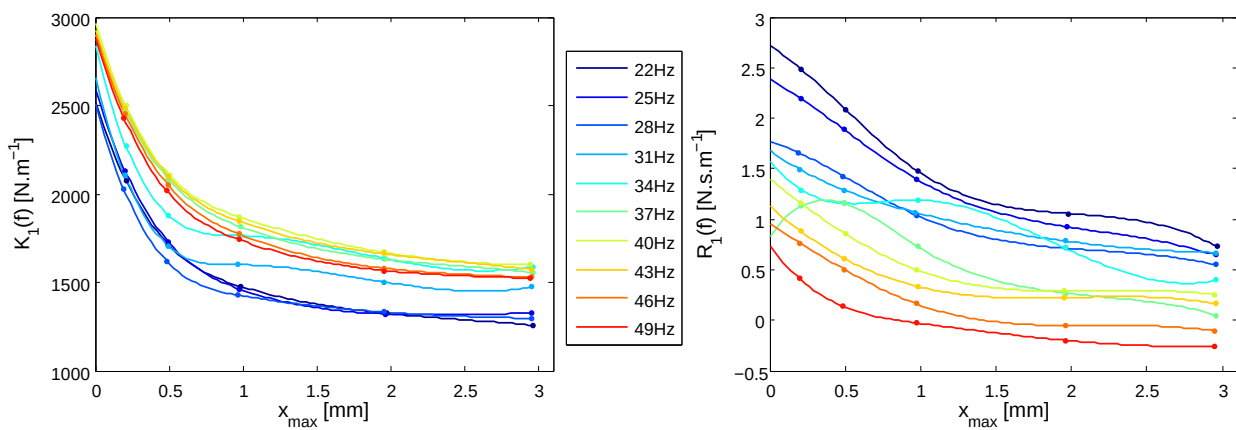


FIGURE M.7 – (a) $K_1(f)$ et (b) $R_1(f)$ en fonction de la valeur crête du déplacement $x_{\max}$, pour différentes fréquences. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*.

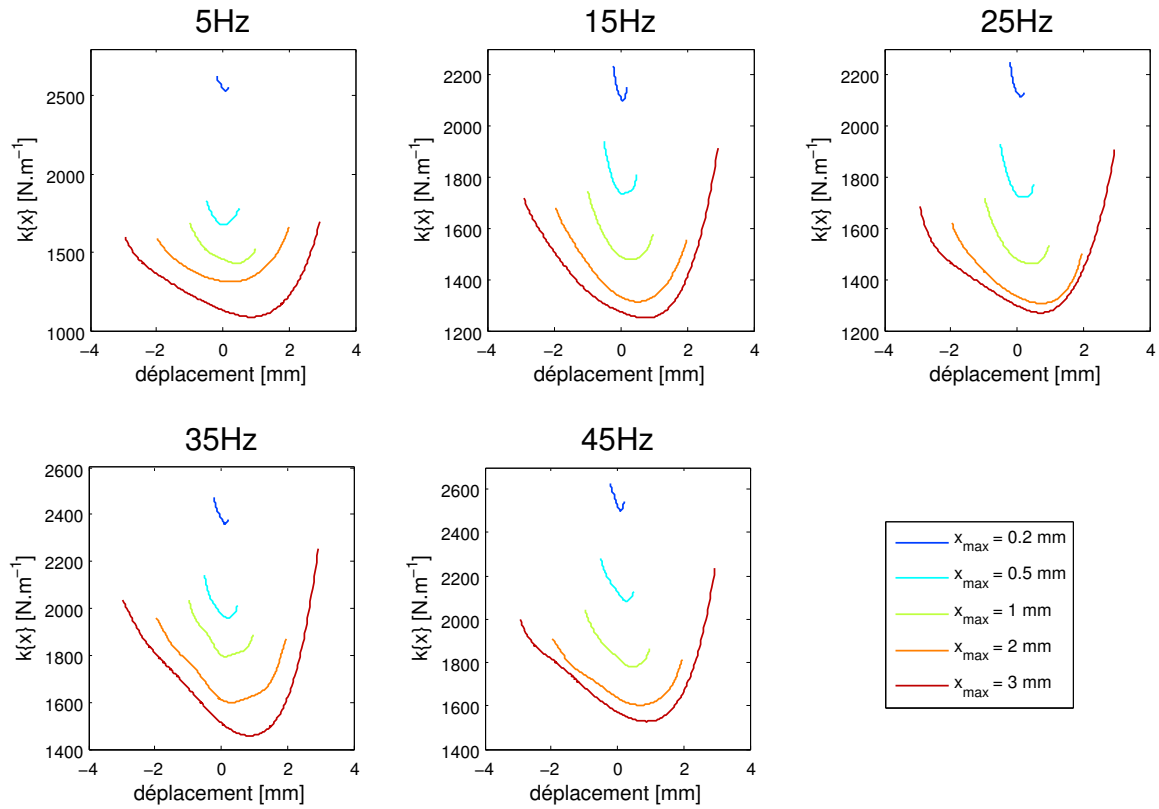


FIGURE M.8 – Polynômes $k\{x(t)\}$ obtenus à partir des coefficients k_1 à k_9 pour les différents niveaux d'excitation et pour les fréquences (a) 5 Hz, (b) 15 Hz, (c) 25 Hz, (d) 35 Hz et (e) 45 Hz. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*.

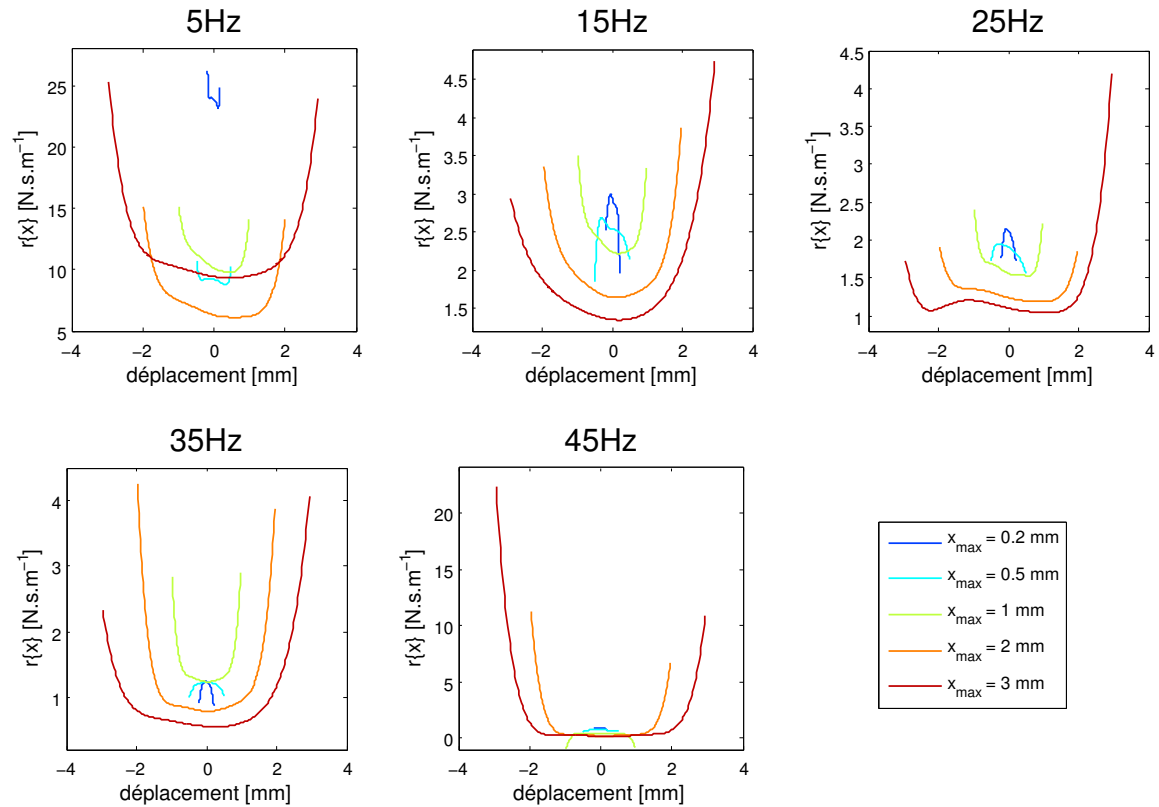


FIGURE M.9 – Polynômes $r\{x(t)\}$ obtenus à partir des coefficients r_1 à r_9 pour les différents niveaux d'excitation et pour les fréquences (a) 5 Hz, (b) 15 Hz, (c) 25 Hz, (d) 35 Hz et (e) 45 Hz. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*.

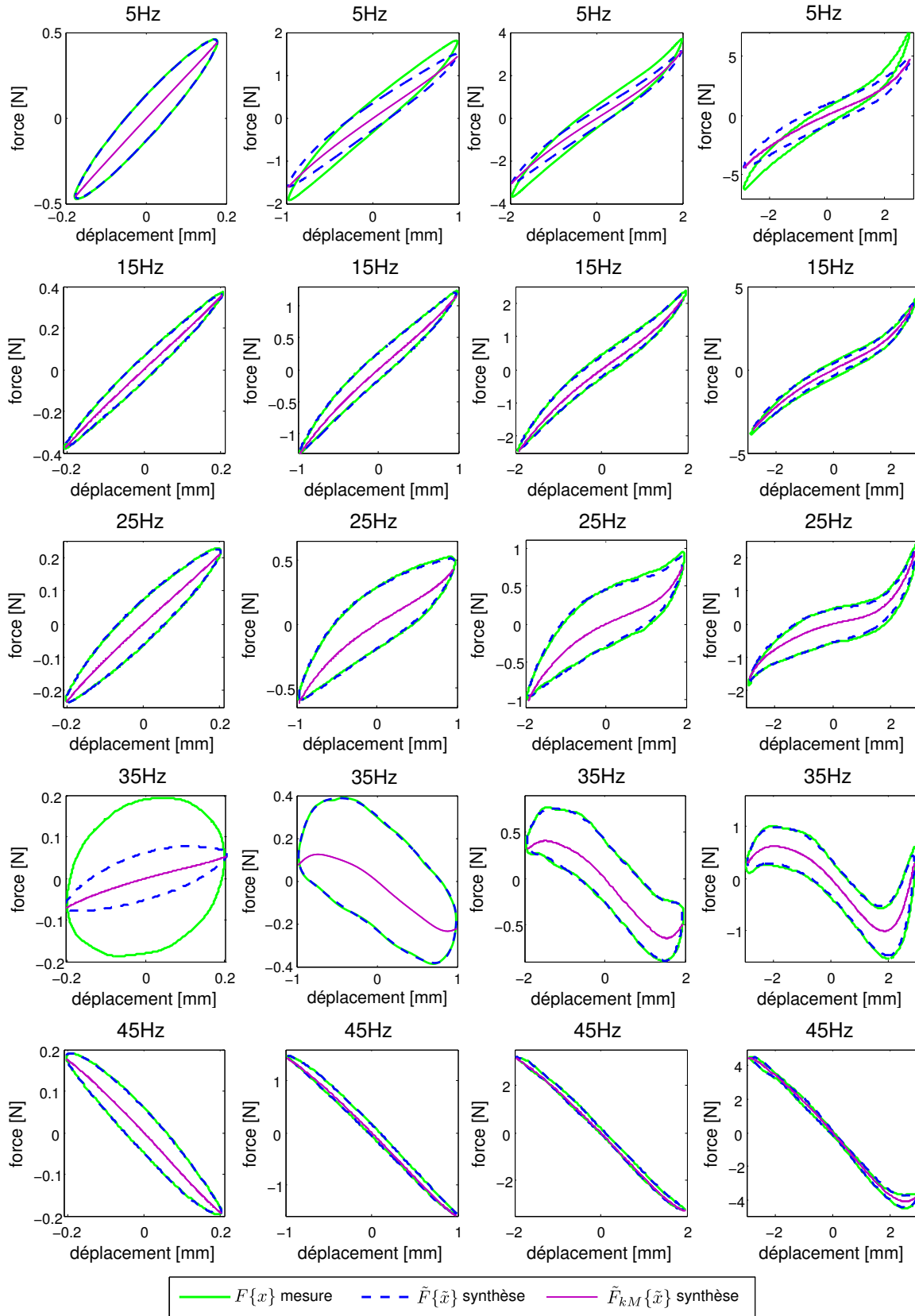


FIGURE M.10 – $F\{x\}$ mesurés, $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés et force de rappel additionnée des forces d'inertie $\tilde{F}_{kM}\{\tilde{x}\}$, pour les fréquences, de haut en bas, 5, 15, 25, 35 et 45 Hz et pour les niveaux, de gauche à droite, $x_{\max} = 0.2$ mm, $x_{\max} = 1$ mm, $x_{\max} = 2$ mm et $x_{\max} = 3$ mm. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*.

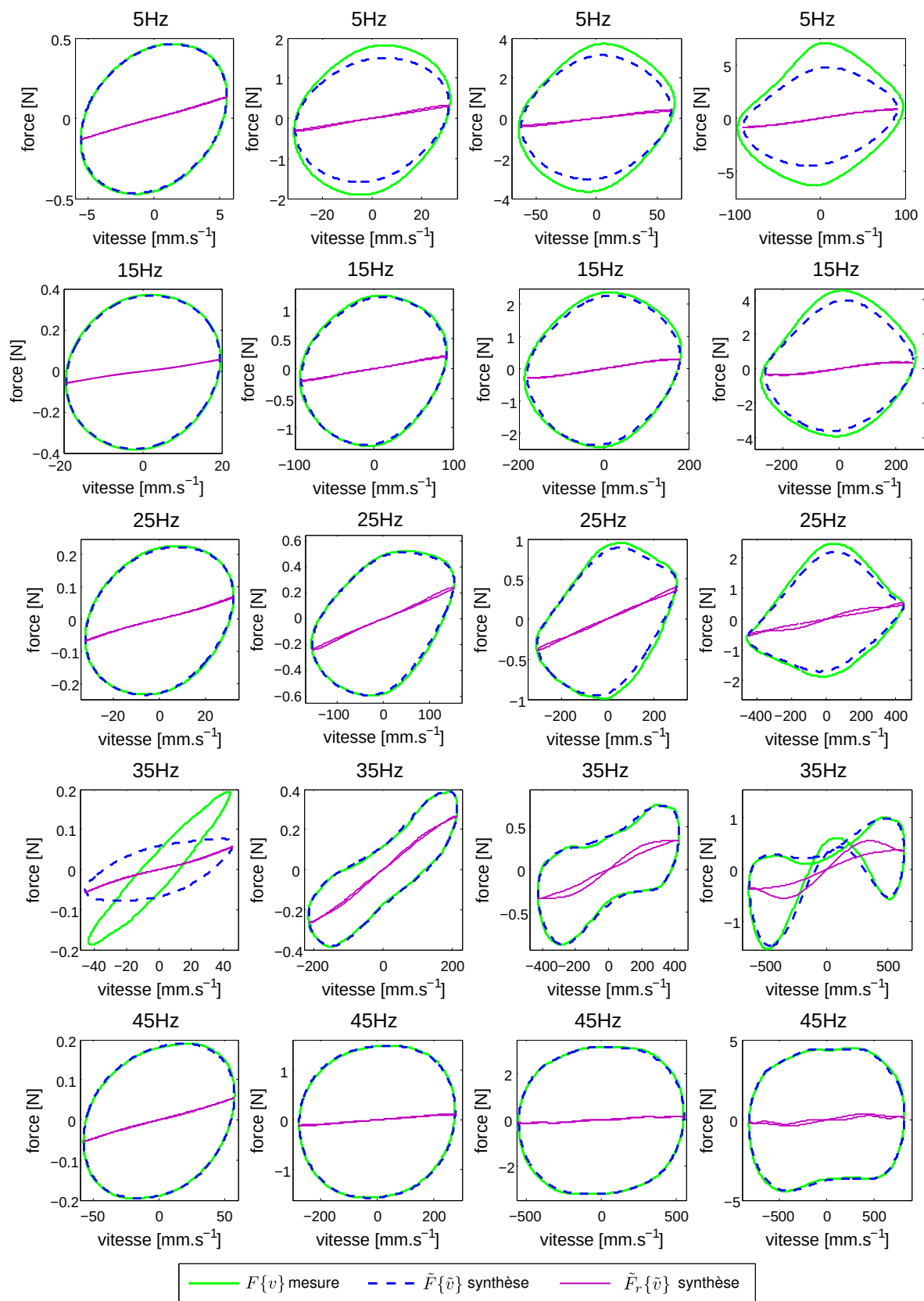


FIGURE M.11 – $F\{x\}$ mesurés, $\tilde{F}\{\tilde{x}\}$ synthétisés et forces d'amortissement $\tilde{F}_r\{\tilde{v}\}$, pour les fréquences, de haut en bas, 5, 15, 25, 35 et 45 Hz et pour les niveaux, de gauche à droite, $x_{\max} = 0.2$ mm, $x_{\max} = 1$ mm, $x_{\max} = 2$ mm et $x_{\max} = 3$ mm. Cas de l'équipage mobile du haut-parleur *Celestion Super 8*.

RÉFÉRENCES

- [1] F. Agerkvist. Modelling loudspeaker non-linearities. In Audio Engineering Society Conference : 32nd International Conference : DSP For Loudspeakers, 9 2007.
- [2] F. Agerkvist and B. R. Pedersen. Time variance of the suspension nonlinearity. In Audio Engineering Society Convention 125, 10 2008.
- [3] F. Agerkvist and B. R. Pedersen. Time varying behavior of the loudspeaker suspension : Displacement level dependency. In Audio Engineering Society Convention 127, October 2009.
- [4] F. Agerkvist, K. Thorborg, and C. Tinggard. A study of the creep effect in loudspeaker suspension. In Audio Engineering Society Convention 125, October 2008.
- [5] E. Armelloni, A. Bellini, and A. Farina. Non-linear convolution : a new approach for the auralization of distorting systems. In Proceedings of the 110th Convention of the Audio Engineering Society, Amsterdam, The Netherlands, May 2001.
- [6] D. Bard, M. Del Nobile, and M. Rossi. Compensation of nonlinearities of horn loudspeakers. In Audio Engineering Society Convention 119, Oct 2005.
- [7] M. Bednarik and P. Konicek. Propagation of quasilplane nonlinear waves in tubes and the approximate solutions of the generalized burgers equation. The Journal of the Acoustical Society of America, 112(1) :91–98, July 2002.
- [8] L. L. Beranek. Acoustics. McGraw-Hill Book Co., 1954.
- [9] S.A. Billings. Identification of nonlinear systems : a survey. Control Theory and Applications, IEE Proceedings D, 127(6) :272 –285, November 1980.
- [10] D.T. Blackstock. Generalized burgers equation for plane waves. The Journal of the Acoustical Society of America, 77(6) :2050–2053, 1985.
- [11] F. Bolaños. Frequency domain experiences in loudspeaker’s suspensions. In Audio Engineering Society Convention 116, 5 2004.
- [12] F. Bolaños. Stress analysis on moving assemblies and suspensions of loudspeakers. In Audio Engineering Society Convention 121, October 2006.
- [13] M. Bruneau. Fundamentals of acoustics. John Wiley & Sons, 2013.
- [14] J.M. Burgers. A mathematical model illustrating the theory of turbulence. In R Von Mises and Von Karman T., editors, Advances in Applied Mechanics, volume 1, pages 171–199. Elsevier, 1948.
- [15] D. Djurek, I. Djurek, and A. Petosic. Intrinsic membrane friction and onset of chaos in an electrodynamic loudspeaker. In Audio Engineering Society Convention 123, 10 2007.

- [16] D. Djurek, I. Djurek, and A. Petosic. Modeling of an electrodynamic loudspeaker including membrane viscoelasticity. In Audio Engineering Society Convention 124, May 2008.
- [17] I. Djurek, A. Petosic, and D. Djurek. Analysis of viscoelasticity and residual strains in an electrodynamic loudspeaker. In Audio Engineering Society Convention 126, May 2009.
- [18] A. Dobrucki and P. Pruchnicki. Application of wiener series for assessment of the quality of the narmax model of dynamic loudspeakers. In Computational and experimental methods, pages 223–232, 2003.
- [19] A. Dobrucki and C. Szmal. Nonlinear distortions of woofers in fundamental resonance region. In Audio Engineering Society Convention 80, 3 1986.
- [20] K. Ege, X. Boutillon, and M. Rebillat. Vibroacoustics of the piano soundboard : (non)linearity and modal properties in the low- and mid-frequency ranges. Journal of Sound and Vibration, 332(5) :1288–1305, March 2013.
- [21] G. Enzner. Bayesian inference model for applications of time-varying acoustic system identification. In 2010 18th European Signal Processing Conference, pages 2126–2130, Aug 2010.
- [22] A. Falaize-Skrzek and T. Hélie. Simulation of an analog circuit of a wah pedal : A port-hamiltonian approach. In Audio Engineering Society Convention 135, Oct 2013.
- [23] A. Farina. Simultaneous measurement of impulse response and distortion with a swept-sine technique. In Audio Engineering Society Convention 108. Paris, France., February 2000.
- [24] W. Frank, R. Reger, and U. Appel. Realtime loudspeaker linearization. In IEEE Winter Workshop on Nonlinear Digital Signal Processing, 1993, pages 2–1, 1993.
- [25] W. A. Frank. An efficient approximation to the quadratic volterra filter and its application in real-time loudspeaker linearization. Signal Processing, 45(1) :97–113, 1995.
- [26] D. Franken, K. Meerkotter, and J. Wassmuth. Observer-based feedback linearization of dynamic loudspeakers with ac amplifiers. Speech and Audio Processing, IEEE Transactions on, 13(2) :233 – 242, march 2005.
- [27] F. X.Y. Gao and W. M. Snelgrove. Adaptive linearization of a loudspeaker. In Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1991. ICASSP-91., 1991 International Conference on, pages 3589–3592. IEEE, 1991.
- [28] G. B. Giannakis and E. Serpedin. A bibliography on nonlinear system identification. Signal Processing, 81(3) :533–580, March 2001.
- [29] A. Hadjabdelkader. Identification des systèmes linéaires - cours master 1 'Contrôle des processus', 2007.
- [30] T. Heed. Quantitative analysis of low-frequency component nonlinearities. In Audio Engineering Society Convention 101, 11 1996.
- [31] T. Heed, S. Iraclianos, and D. Gruenhagen. Qualitative analysis of component nonlinearities which cause low-frequency thd. In Audio Engineering Society Convention 100, 5 1996.
- [32] A. Hirschberg, J. Gilbert, R. Msallam, and A. P. J. Wijnands. Shock waves in trombones. The Journal of the Acoustical Society of America, 99(3) :1754–1758, March 1996.

- [33] D. C. Hyre, D. E. ; Wiggins. Speaker suspension element. Brevet US Patent Application 20050147272, 2005.
- [34] Le Roux J.-C. Le haut-Parleur Electrodynamique : Estimation des Paramètres Electroacoustiques aux Basses-Fréquences et Modélisation de la Suspension. Thèse de doctorat, Université du Maine, 1994.
- [35] A. Jabbari, A. ; Unruh. Jump resonance in audio transducers. In Audio Engineering Society Convention 117, 10 2004.
- [36] H.-K. Jang and K.-J. Kim. Identification of loudspeaker nonlinearities using the NARMAX modeling technique. Journal of the Audio Engineering Society, 42(1/2) :50–59, February 1994.
- [37] H. Jeong and J.-G. Ih. Harmonic balance method for estimating the nonlinear parameter of electrodynamic. J. Audio Eng. Soc., 44(4) :245–257, 1996.
- [38] A. J. M. Kaizer. Modeling of the nonlinear response of an electrodynamic loudspeaker by a volterra series expansion. J. Audio Eng. Soc., 35(6) :421–433, 1987.
- [39] Y. Kajikawa. Subband parallel cascade volterra filter for linearization of loudspeaker systems. In 16th European Signal Processing Conference (EUSIPCO), 2008.
- [40] Jr Keele and R. J. Mihelich. Suspension bounce as a distortion mechanism in loudspeakers with a progressive stiffness. In Audio Engineering Society Convention 112, April 2002.
- [41] G. Kerschen, K. Worden, A. F. Vakakis, and J.-C. Golinval. Past, present and future of nonlinear system identification in structural dynamics. Mechanical Systems and Signal Processing, 20(3) :505–592, April 2006.
- [42] W. Klippel. The nonlinear large-signal transfer characteristics of electrodynamic loudspeakers at low frequencies. In Audio Engineering Society Convention 90, 2 1991.
- [43] W. Klippel. Modeling the nonlinearities in horn loudspeakers. Journal of the Audio Engineering Society, 44(6) :470–480, June 1996.
- [44] W. Klippel. Speaker auralization - subjective evaluation of nonlinear distortion. In Audio Engineering Society Convention 110, 5 2001.
- [45] W. Klippel. Loudspeaker nonlinearities – causes, parameters, symptoms. In Audio Engineering Society Convention 119, 10 2005.
- [46] W. Klippel. Dynamic measurement of loudspeaker suspension parts. J. Audio Eng. Soc., 55(6) :443–459, 2007.
- [47] W. Klippel and J. Schlechter. Distributed mechanical parameters of loudspeakers, part 1 : Measurements. J. Audio Eng. Soc., 57(7/8) :500–511, 2009.
- [48] W. Klippel and J. Schlechter. Distributed mechanical parameters of loudspeakers, part 2 : Diagnostics. J. Audio Eng. Soc., 57(9) :696–708, 2009.
- [49] M. H. Knudsen, P. Hansen, and J. G. Jensen. The significance of viscoelastic effects in loudspeakers parameter measurements. In Audio Engineering Society Convention 88, March 1990.
- [50] M. H. Knudsen and J. G. Jensen. Low-frequency loudspeaker models that include suspension creep. J. Audio Eng. Soc., 41(1/2) :3–18, 1993.

- [51] Taiho Koh and E. Powers. Second-order volterra filtering and its application to nonlinear system identification. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 33(6) :1445 – 1455, December 1985.
- [52] K. Lashkari and A. Puranik. Exact linearization of wiener and hammerstein systems loudspeaker linearization. In 2005 Fifth International Conference on Information, Communications and Signal Processing, pages 917–920, 2005.
- [53] M. Lavandier, P. Herzog, and S. Meunier. Comparative measurements of loudspeakers in a listening situation. The Journal of the Acoustical Society of America, 123(1) :77–87, January 2008.
- [54] M. Lavandier, S. Meunier, and P. Herzog. Identification of some perceptual dimensions underlying loudspeaker dissimilarities. The Journal of the Acoustical Society of America, 123(6) :4186, 2008.
- [55] L. Ljung. System Identification Toolbox for Use with MATLAB. The MathWorks, Inc., 2007.
- [56] Rousseau M. Caractérisation et modélisation de suspensions viscoélastiques non-linéaires travaillant en cisaillement. PhD thesis, Université de Toulouse III, 2002.
- [57] R. Mariani, S. Bellizzi, B. Cochelin, P. Herzog, and P. O. Mattei. Toward an adjustable nonlinear low frequency acoustic absorber. Journal of Sound and Vibration, 330(22) :5245–5258, October 2011.
- [58] L. Menguy and J. Gilbert. Weakly nonlinear gas oscillations in air-filled tubes ; solutions and experiments. Acta Acustica united with Acustica, 86(5) :798–810, August 2000.
- [59] B. Merit. Contribution à l'identification des non-linéarités des moteurs de haut-parleurs électrodynamiques : sur la réalisation de moteurs tout aimant. PhD thesis, Université du Maine, January 2010.
- [60] P.-Y. Michaud. Distorsions des systèmes de reproduction musicale : Protocole de caractérisation perceptive. PhD thesis, Aix-Marseille, March 2012.
- [61] A.E. Nordsjo and L.H. Zetterberg. Identification of certain time-varying nonlinear wiener and hammerstein systems. IEEE Transactions on Signal Processing, 49(3) :577–592, March 2001.
- [62] A. Novak. Identification of Nonlinear Systems in Acoustics. PhD thesis, Université du Maine, April 2009.
- [63] A. Novak, M. Bentahar, V. Tournat, R. El Guerjouma, and L. Simon. Strutural health monitoring based on nonlinear system identification. In Société Française d'Acoustique SFA, editor, 10 ème Congrès Français d'Acoustique, Lyon, France, April 2010.
- [64] A. Novak, P. Lotton, and L. Simon. Dynamic measurement of loudspeaker suspension parameters using an active harmonic control technique. In Audio Engineering Society Convention 136, Apr 2014.
- [65] A. Novak, B. Maillou, P. Lotton, and L. Simon. Nonparametric identification of nonlinear systems in series. Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on, 63(8) :2044–2051, Aug 2014.
- [66] A. Novak, L. Simon, F. Kadlec, and P. Lotton. Nonlinear system identification using exponential swept-sine signal. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 59(8) :2220 –2229, August 2010.

- [67] A. Novak, L. Simon, and P. Lotton. Analysis, synthesis, and classification of nonlinear systems using synchronized swept-sine method for audio effects. EURASIP J. Adv. Signal Process, 2010 :1–8, February 2010.
- [68] A. Novak, L. Simon, P. Lotton, and F. Kadlec. A new method for identification of nonlinear systems using miso model with swept-sine technique : Application to loudspeaker analysis. In Audio Engineering Society Convention 124. Audio Engineering Society, 2008.
- [69] P.W.J.M. Nuij, O.H. Bosgra, and M. Steinbuch. Higher-order sinusoidal input describing functions for the analysis of non-linear systems with harmonic responses. Mechanical Systems and Signal Processing, 20(8) :1883–1904, November 2006.
- [70] E. S. Olsen. Measurement of mechanical parameter nonlinearities of electrodynamic loudspeakers. In Audio Engineering Society Convention 98. Audio Engineering Society, 1995.
- [71] E. S. Olsen and K. B. Christensen. Nonlinear modeling of low-frequency loudspeakers-a more complete model. In Audio Engineering Society Convention 100. Audio Engineering Society, 1996.
- [72] E. S. Olsen and K. Thorborg. Diaphragm area and mass nonlinearities of cone loudspeakers. In Audio Engineering Society Convention 99. Audio Engineering Society, 1995.
- [73] H. F. Olson. Elements of acoustical engineering. D. Van Nostrand Company, 1947.
- [74] H. F. Olson. Dynamical analogies. Van Nostrand Princeton, NJ, 1958.
- [75] N. Papazoglou, T. Hélie, and A. Falaize. Linéarisation par asservissement d'un haut-parleur électrodynamique : approche par les Systèmes Hamiltoniens à Ports. Master thesis, atiam, UPMC Sorbonne Universités, 2014.
- [76] A. R Payne. The dynamic properties of carbon black-loaded natural rubber vulcanizates. part i. Journal of Applied Polymer Science, 6(19) :57–63, 1962.
- [77] A. R Payne. The dynamic properties of carbon black loaded natural rubber vulcanizates. part ii. Journal of Applied Polymer Science, 6(21) :368–372, 1962.
- [78] B. R. Pedersen and F. T. Agerkvist. Time varying behavior of the loudspeaker suspension. In Audio Engineering Society Convention 123, October 2007.
- [79] B.R. Pedersen and P. Rubak. Linearization of nonlinear loudspeakers. In Audio Engineering Society Convention 121, 10 2006.
- [80] A. D. Pierce. Acoustics : An Introduction to Its Physical Principles and Applications. Acoustical Soc of America, 1989.
- [81] S. M. Potirakis, G. E. Alexakis, M. C. Tsilis, and P. J. Xenitidis. Time-domain nonlinear modeling of practical electroacoustic transducers. Journal of the Audio Engineering Society, 47(6) :447–468, 1999.
- [82] N. Quaegebeur and A. Chaigne. Mechanical resonances and geometrical nonlinearities in electrodynamic loudspeakers. J. Audio Eng. Soc, 56(6) :462–472, 2008.
- [83] M. Rebillat and X. Boutillon. Measurement of relevant elastic and damping material properties in sandwich thick plates. Journal of Sound and Vibration, 330(25) :6098–6121, December 2011.

- [84] M. Rebillat, R. Hennequin, E. Corteel, and B. F. G. Katz. Prediction of harmonic distortion generated by electro-dynamic loudspeakers using cascade of hammerstein models. In Proceedings of the 128th Convention of the Audio Engineering Society, London, United Kingdom, May 2010.
- [85] M. Rebillat, R. Hennequin, E. Corteel, and B. F.G. Katz. Identification of cascade of hammerstein models for the description of nonlinearities in vibrating devices. Journal of Sound and Vibration, 330(5) :1018–1038, February 2011.
- [86] M. J. Reed and M. J. Hawksford. Non-linear error correction of horn transducers using a volterra filter. In Audio Engineering Society Convention 102, March 1997.
- [87] T. Ritter and F. T. Agerkvist. Modeling viscoelasticity of loudspeaker suspensions using retardation spectra. In Audio Engineering Society Convention 129, November 2010.
- [88] M. Rossi. Audio. PPUR presses polytechniques, 2007.
- [89] M. Rousseau and J. Vanderkooy. Visco-elastic aspects of loudspeaker drivers. In Proceedings of the 118th Convention of the Audio Engineering Society, Barcelona, Spain, May 2005.
- [90] J. C. L. Roux. Le haut parleur électrodynamique : estimation des paramètres électroacoustiques aux basses fréquences et modélisation de la suspension. PhD thesis, Université du Maine, April 1994.
- [91] Hutt S. Loudspeaker spider linearity. In Audio Engineering Society Convention 108, 2 2000.
- [92] D. Sankar and T. Thomas. Nonlinear modeling of loudspeaker using adaptive second order volterra filters. In IET-UK International Conference on Information and Communication Technology in Electrical Sciences (ICTES 2007), 2007. ICTES, pages 87 –92, December 2007.
- [93] K. Satoh, H. Takewa, and M. Iwasa. The measuring method of dynamic force-to-displacement characteristics for loudspeaker suspension system and driving force. In Audio Engineering Society Convention 107, 9 1999.
- [94] M. Schetzen. The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems. John Wiley & Sons, New York, April 1980.
- [95] M. Schoukens, R. Pintelon, and Y. Rolain. Parametric identification of parallel hammerstein systems. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 60(12) :3931–3938, 2011.
- [96] H. Schurer. Linearization of electroacoustic transducers. PhD thesis, Universiteit Twente, 1997.
- [97] J. Sjöberg, Q. Zhang, L. Ljung, A. Benveniste, B. Delyon, P.-Y. Glorennec, H. Hjalmars-son, and A. Juditsky. Nonlinear black-box modeling in system identification : a unified overview. Automatica, 31(12) :1691–1724, December 1995.
- [98] R. H. Small. Vented-box loudspeaker systems-part 2 : Large-signal analysis. Journal of the Audio Engineering Society, 21(6) :438–444, 1973.
- [99] M. Soria-Rodriguez, M. Gabbouj, N. Zacharov, M.S. Hamalainen, and K. Koivuniemi. Modeling and real-time auralization of electrodynamic loudspeaker non-linearities. In IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2004. Proceedings. (ICASSP 04), volume 4, pages iv–81–iv–84 vol.4, May 2004.

- [100] J. Suykens, J. Vandewalle, and J. van Ginderdeuren. Feedback linearization of nonlinear distortion in electrodynamic loudspeakers. Journal of the Audio Engineering Society, 43(9) :690–694, September 1995.
- [101] C.-T. Tan, B. C. J. Moore, and N. Zacharov. The effect of nonlinear distortion on the perceived quality of music and speech signals. J. Audio Eng. Soc, 51(11) :1012–1031, 2003.
- [102] Neville Thiele. Loudspeakers in vented boxes : Part 1. Journal of the Audio Engineering Society, 19(5) :382–392, 1971.
- [103] K. Thorborg and C. Futtrup. Frequency dependence of the loudspeaker suspension (a follow up). Journal of the Audio Engineering Society, 61(10) :778–786, October 2013.
- [104] K. Thorborg, C. Tinggaard, F. Agerkvist, and C. Futtrup. Frequency dependence of damping and compliance in loudspeaker suspensions. Journal of the Audio Engineering Society, 58(6) :472–486, June 2010.
- [105] M. Tsujikawa, T. Shiozaki, Y. Kajikawa, and Y. Nomura. Identification and elimination of second-order nonlinear distortion of loudspeaker systems using volterra filter. In The 2000 IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 2000. Proceedings. ISCAS 2000 Geneva, volume 5, pages 249–252 vol.5, 2000.
- [106] J. Vanderkooy. The inertial air load of a loudspeaker diaphragm. In Audio Engineering Society Convention 124. Audio Engineering Society, 2008.
- [107] A. Voishvillo. Assessment of nonlinearity in transducers and sound systems - from thd to perceptual models. In Audio Engineering Society Convention 121. Audio Engineering Society, 2006.
- [108] A. Voishvillo. Measurements and perception of nonlinear distortion - comparing numbers and sound quality. In Audio Engineering Society Convention 123, 10 2007.
- [109] A. Voishvillo, A. Terekhov, E. Czerwinski, and S. Alexandrov. Graphing, interpretation, and comparison of results of loudspeaker nonlinear distortion measurements. Journal of the Audio Engineering Society, 52(4) :332–357, 2004.
- [110] V. Volterra. Theory of Functionals and of Integral and Integro-differential Equations. Courier Corporation, 1930.

Thèse de Doctorat

Balbine MAILLOU

Caractérisation et identification non-paramétrique des non-linéarités de suspensions de haut-parleurs

Characterization and nonparametric identification of speaker suspensions nonlinearities

Résumé

Ce travail de thèse porte sur le comportement mécanique en basses fréquences de l'équipage mobile du haut-parleur électrodynamique, et plus spécifiquement de ses suspensions. Les propriétés des suspensions sont difficiles à identifier du fait de l'assemblage géométrique mis en œuvre et du fait des matériaux employés, à l'origine de comportements viscoélastiques non-linéaires. En régime linéaire, le modèle de Thiele et Small permet une bonne description du comportement du haut-parleur, l'équipage mobile étant modélisé par un système masse-ressort-amortissement linéaire. En régime non-linéaire, ce modèle n'est plus suffisant et la démarche adoptée est celle de l'identification de systèmes non-linéaires, outil d'aide à la modélisation analytique. Un modèle sans a priori physique est choisi : le modèle « Hammerstein Généralisé ». Son identification requiert l'acquisition de signaux expérimentaux. Un banc de mesure a donc été élaboré et permet de caractériser l'équipage mobile découplé du moteur magnétique, lorsqu'il est soumis à un déplacement axial de grande amplitude et imposé par un pot vibrant. Le pot vibrant étant lui-même non-linéaire, une nouvelle méthode d'identification du modèle « Hammerstein Généralisé » a été développée, adaptée à la configuration de systèmes non-linéaires en série. Enfin, les paramètres d'un modèle dit de « Thiele et Small étendu » sont déduits à partir des paramètres du modèle « Hammerstein Généralisé » et permettent de mettre en évidence l'évolution de la raideur et de l'amortissement avec la fréquence d'excitation et le déplacement de la membrane, ainsi que la dépendance des phénomènes observés avec le niveau d'excitation.

Mots clés

Haut-parleur électrodynamique, suspension mécanique, système non-linéaire, identification non-paramétrique, modèle Hammerstein généralisé, viscoélasticité, modèle de Thiele et Small étendu, raideur, amortissement

Abstract

This thesis deals with the low frequencies mechanical behavior of the electrodynamic loudspeaker moving part, and especially with the suspensions, whose properties are among the most difficult to identify because of both assembly geometry and intrinsic materials, leading to nonlinear viscoelastic behaviors. In small signal domain, the Thiele and Small model describes the behavior of the whole loudspeaker with a good fit, the moving part behavior being modeled by a simple linear mass-spring system, with mass, damping and stiffness parameters. In large-signal domain, this model is no longer sufficient. Our approach is then to perform nonlinear system identification as a tool helping to improve analytical models. A model without physical knowledge is chosen : « Generalized Hammerstein ». Its identification requires the acquisition of experimental signals. A multi sensor experimental set up were so carried out and allows to characterize the whole moving part of a loudspeaker, without magnetic motor, attached to a rigid stand and excited with high axial displacement values, by means of a shaker. Shaker being itself a nonlinear device, a new method of « Generalized Hammerstein » model identification was developed, dedicated to nonlinear systems in series. Finally, parameters of an « expanded Thiele and Small » model are derived from the « Generalized Hammerstein » model parameters. This allows to highlight the evolution of the stiffness and damping with the frequency of excitation, with the displacement of the membrane, as well as the dependence of observed phenomena with the excitation level.

Key Words

Electrodynamic loudspeaker, mechanical suspension, nonlinear system, nonparametric identification, generalized Hammerstein model, viscoelasticity, extended Thiele and Small model, stiffness, damping