



**HAL**  
open science

# Mesure et compensation de bâtiments navals à l'aide de capteurs magnétiques trois composantes

Paul Calou

► **To cite this version:**

Paul Calou. Mesure et compensation de bâtiments navals à l'aide de capteurs magnétiques trois composantes. Sciences de la Terre. Université de Strasbourg, 2019. Français. NNT : 2019STRAH018 . tel-03161951

**HAL Id: tel-03161951**

**<https://theses.hal.science/tel-03161951>**

Submitted on 8 Mar 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

*École Doctorale des Sciences de la Terre et de l'Environnement (ED413)*

Institut de Physique du Globe de Strasbourg (UMR 7516)

**THÈSE** présentée par :

**Paul CALOU**

Soutenue le : **20 Septembre 2019**

Pour obtenir le grade de : **Docteur de l'université de Strasbourg**

Discipline/ Spécialité : **Géophysique**

**Mesure et compensation de bâtiments navals  
à l'aide de capteurs magnétiques trois  
composantes**

**THÈSE dirigée par :**

**M. MUNSCHY Marc**

Professeur, Université de Strasbourg

**RAPPORTEURS :**

**M. TARITS Pascal**

Professeur, Université de Bretagne Occidentale

**M. TRICHET Didier**

Professeur, Université de Nantes

**AUTRES MEMBRES DU JURY :**

**M. HEBRARD Luc**

Professeur, Université de Strasbourg

**Mme CHEREAU Vinciane**

Co-encadrante, ECA Robotics

**M PERIOU Jean-Jacques**

JACEP Conseil

---



# UNIVERSITÉ DE STRASBOURG

École doctorale des Sciences de la Terre et de l'Environnement (ED 413)

Institut de Physique du Globe de Strasbourg (UMR 7516)

## THÈSE DE DOCTORAT

pour obtenir le grade de **docteur de l'université de Strasbourg**

### **Mesure et compensation de bâtiments navals à l'aide de capteurs magnétiques trois composantes**

présentée par

**Paul CALOU**

le 20 Septembre 2019

#### *Membres du Jury*

<b>M. Pascal TARITS,</b>	Université de Bretagne Occidentale	Rapporteur
<b>M. Didier TRICHET,</b>	Université de Nantes	Rapporteur
<b>M. Luc HEBRARD,</b>	Université de Strasbourg	Examineur
<b>Mme Vinciane CHEREAU,</b>	ECA Robotics, Co-encadrant	Examineur
<b>M. Jean-Jacques PERIOU,</b>	Consultant	Examineur
<b>M. Riccardo LIA,</b>	IFEN, Italie	Invité
<b>M. Philippe NOVELLI,</b>	ECA Group	Invité
<b>M. Marc MUNSCHY,</b>	Université de Strasbourg	Directeur de thèse



---

---

*Cette thèse a été réalisée à l'IPGS (UMR 7516), au sein de l'université de Strasbourg. Je souhaite remercier le groupe ECA qui, via sa filiale ECA EN basée à Couëron, a financé cette thèse.*

Au moment de conclure ce travail et de mettre un point final au manuscrit, il m'est agréable de repenser à toutes les personnes qui ont contribué à la réussite de cette thèse. Puissent ces remerciements leur rendre l'hommage qu'elles méritent.

Tout d'abord, merci à Didier Trichet et Pascal Tarits d'avoir accepté de juger cette thèse et pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail. Merci à Luc Hebrard qui a su juger mon travail avec justesse. Merci à Vinciane Chereau qui a supervisé cette thèse côté entreprise, pour son implication tout au long de la thèse.

Merci à Jean-Jacques Periou, véritable bible du magnétisme du navire pour son apport, son humour et sa vision globale tout au long de ce travail.

Merci à Philippe Novelli, directeur de l'établissement de Couëron, pour sa confiance durant ces trois années de thèse et pour sa présence en ce jour.

Merci à Riccardo Lia, pour sa présence à la soutenance et son intérêt pour mon travail.

Enfin, j'adresse tous mes remerciements à mon directeur de Thèse, Marc Munsch qui m'a fait découvrir le monde passionnant des méthodes potentielles et de la recherche scientifique. Son optimisme inébranlable et sa confiance ont été d'une aide précieuse durant ces trois années. Qu'il trouve ici le témoignage de mon affection et de ma reconnaissance pour tous nos échanges, scientifiques ou non, passés ou à venir...

Entamons maintenant un rapide tour de France des personnes qui ont toutes à leur manière participé à l'aboutissement de cette thèse. Régionaux de l'étape, je souhaite remercier tous les membres de l'équipe dylbass (maintenant géols) pour leur accueil lors de ces trois années à Strasbourg.

Merci à mes camarades passés ou présents de la rue Blessig : Paul, Rodolphe, Jordy, Marie-Eva, Jeanne V., Simon, Médéric, Mickael, Jean-Rémy. Merci à tous les membres de l'Union des Méthodes Potentielles, Pauline, Sonia, Rozan, Super-Bruno et Jeannou qui m'a supporté pendant 3 ans! Merci aux cartésiens Baptiste, Luke et Fred pour nos discussions enflammées sur l'inférence Bayésienne, l'inversion matricielle et les matchs du XV de France.

Merci à Jérôme Rohmer, Damien Gazagne et tous leurs confrères et consoeurs de la mission Thaj pour m'avoir démontré qu'on pouvait être archéologue sans chapeau, sans fouet, mais avec keffieh et panache! J'ai découvert grâce à vous un monde fascinant, je garde un souvenir ému de nos aventures orientales.

A l'autre bout de la diagonale, côté ouest, j'adresse mes remerciements au personnel de l'entreprise ECA EN que j'ai côtoyé en pointillé durant ces trois années, et à ceux qui m'ont supporté (et devront probablement continuer encore un peu..) durant ces derniers mois de rédaction. Merci à Guillaume, le finistérien expatrié, pour m'avoir permis de toujours travailler dans d'excellentes conditions et avec les meilleurs outils (et piscines!). Je garde un très bon souvenir de nos missions, en France et ailleurs...

Merci à Michaela pour ses gâteaux aux pouvoirs requinquants. Merci à Aline et Hélène, qui étaient là à l'origine de cette aventure, j'espère que nos chemins se recroiseront un

---

jour. Mes remerciements vont aussi pour tous les non permanents du LEGA qui ont tous aujourd'hui terminé leurs thèse et qui m'ont à l'époque encouragé à tenter cette belle aventure. Merci à Antoine, Angélique, Aurore, Doriane, Adrien, David et Roser. Merci à Lilas, pour son soutien dans les périodes difficiles.

Merci à ceux qui ont été partout et nulle part à la fois : Neil Y., Bob D., Eddie V., Alain B., Dian K., el milano et le garde fou.

Terminons ce grand voyage par les Pyrénées, terre de mes origines. Merci à Nicolas, Pauline, Lucille, Arnaud, Anne-Laure, Florian, Julien de ne pas s'être intéressé à mes travaux scientifiques et d'avoir su me changer les idées quand c'était nécessaire.

Merci à mes grands-parents, de m'avoir donné le gout de la nature, du travail et des sciences.

Merci à mes parents, à ma soeur et à ma famille, pour son soutien sans faille tout au long de mon parcours scolaire, parfois chaotique. Tout n'était pas écrit d'avance, merci d'avoir cru en moi!

A mes parents,  
A mes grands parents,

---

# Introduction

Cette thèse se situe à la frontière de deux communautés, d'une part le magnétisme du navire, d'autre part la mesure magnétique pour les Géosciences. Bien qu'ayant des problématiques proches voire communes, il existe peu d'échanges entre ces deux disciplines et chacune possède ses outils et habitudes propres. Le but général de ce travail est d'adresser la problématique principale du magnétisme du navire qui est de mieux prévoir et/ou contrôler la signature magnétique d'un navire militaire avec une vision et des outils (notamment numériques) de géophysiciens. De manière réciproque, on cherchera à appliquer certains outils spécifiques au magnétisme du navire à des problématiques géophysiques de quantification de l'aimantation des sources.

Dans le premier chapitre, nous abordons les enjeux du magnétisme du navire. Il s'agit d'une discipline à vocation opérationnelle, puisqu'elle apparait essentiellement à la suite de l'invention des mines navales modernes qui utilisent la signature magnétique d'un navire comme élément déclencheur. On détaille rapidement les différents types de mines avant de s'intéresser à la mesure de la signature magnétique. Nous évoquons ensuite les différents types de capteurs et leur utilisation, en détaillant plus particulièrement le fonctionnement d'un capteur vectoriel de type fluxgate puisqu'il s'agit des principaux capteurs utilisés à l'IPGS mais également pour la mesure de signatures magnétiques de navires. On introduit également l'aimantation qui est une notion essentielle dans tous les domaines touchant au magnétisme et le cycle d'hystérésis qui caractérise le comportement d'un matériau vis-à-vis d'un champ inducteur. Le premier chapitre se termine sur la présentation des dispositifs existant pour la réduction de la signature d'un bâtiment militaire. On distingue ces dispositifs selon qu'ils agissent en modifiant l'aimantation de façon durable via une station fixe ou qu'ils s'y opposent en temps réel grâce à des boucles d'immunisation intégrées au navire.

Etant donné le contexte de l'étude, il nous a semblé utile de synthétiser dans le deuxième chapitre les procédures classiques et les bases mathématiques et physique de chaque discipline selon un même prisme de lecture. Nous parcourons donc une séquence complète de mesure, en partant de l'acquisition des données via des capteurs magnétiques jusqu'à leur interprétation/ utilisation finale. Nous détaillons également le traitement des données dans les deux cas., ce qui nous permet de mettre en évidence une différence fondamentale. En magnétisme du navire, les capteurs sont fixes et c'est le navire de dimensions connues qui bouge, on cherche alors à quantifier au mieux son aimantation, via la mesure des trois composantes du champ magnétique. En géosciences, les objets sont immobiles mais d'une géométrie souvent inconnue et très complexe. De plus c'est le capteur qui bouge et non plus l'objet, ce qui engendre certaines complications mathématiques qui nous conduisent à utiliser non plus les composantes mais la norme du champ mesurée. Cette norme peut s'exprimer simplement en fonction du champ régional et du

---

champ d'anomalie, nous en établissons l'expression, classique en géophysique. On introduit ensuite la notion d'anomalie du champ total ou anomalie de l'intensité du champ magnétique (AICM) qui découle de la mesure de la norme du champ.

Dans le troisième chapitre, nous étudions le champ magnétique produit par un ou plusieurs dipôles. On commence par rappeler l'expression bien connue du potentiel magnétique dipolaire, ce qui nous permet d'en déduire l'expression du champ d'anomalie créée par un dipôle. En particulier, on établit cette expression sous deux formes équivalentes, utilisant soit les composantes de moment dipolaire (habituel en magnétisme du navire), soit les cosinus directeurs plus utilisés en géophysique. Fort de ces expressions, nous détaillons quelques cas particuliers qui permettent de lier directement la forme des composantes à la direction du moment magnétique dipolaire lorsque l'on se place sur la ligne centrale de mesure, ce qui est l'habitude en magnétisme du navire. Nous reproduisons ensuite ces mêmes cas particuliers dans le cadre géophysique en montrant les cartes de champ correspondantes. Dans la suite du chapitre, nous vérifions numériquement pour une source simple, un dipôle, les hypothèses de l'approximation énoncée permettant de lier le champ d'anomalie à la norme du champ mesuré et elles restent valables quelle que soient la position du dipôle à la surface de la terre. Nous introduisons la notion de couche équivalente qui permet en géophysique de recalculer des données selon une géométrie bien définie. La couche équivalente est ensuite appliquée à un modèle multipolaire, représentatif d'un navire et l'on établit l'expression de la norme du champ mesuré en fonction de l'aimantation de chaque dipôle constitutif. Ceci permet alors de passer de la norme du champ mesurée au calcul des composantes et constitue donc une équivalence nouvelle via l'aimantation. Nous terminons par la présentation de quelques éléments de théorie des méthodes inverses. On évoque en détails l'utilisation de la décomposition en valeurs singulière dans le cas d'un problème inverse. Il s'agit de se placer dans un cadre de calculs favorables permettant le calcul de paramètres physiques en fonction des données mesurées. Nous abordons également les cas limites où les méthodes inverses donnent des résultats mitigés en raison du caractère mal posé des problèmes physiques que l'on tente de résoudre. On introduit alors la notion de régularisation qui permet de stabiliser certaines inversions en ajoutant de l'information.

Dans le quatrième chapitre, nous abordons la validation expérimentale de certains de nos résultats. On commence par présenter la maquette de système d'immunisation qui a été utilisée durant la thèse et qui reproduit une géométrie de navire avec 4 systèmes de 5 boucles chacun dans les 3 directions de l'espace. Ces boucles de courants sont couplées à un morceau de métal afin de mieux reproduire la réaction de la coque du navire lorsque l'on injecte du courant dans les boucles. En raison de l'existence d'un fort gradient spatial et d'une variation temporelle du champ importante, nous avons mis en place une procédure spécifique de mesure que nous décrivons. Les capteurs utilisés sont placés à la fois au-dessus et sous le navire, ce qui nous permet de reproduire des mesures classiques et de les comparer avec la procédure STERNA de mesure aérienne. Le but de cette maquette à l'échelle 1/50ème est de valider que le calcul automatique des courants optimaux permettant le réglage d'un système de degaussing est possible à l'aide de mesures aériennes. Pour cela, on établit le système inverse permettant le calcul des courants induits et permanents à partir des différents effets de boucle et de la signature du navire. L'algorithme est alors testé sur plusieurs cas synthétiques puis sur différents jeux de données acquis à plusieurs caps cardinaux différents. On présente les résultats obtenus à partir des inversions en composantes mais également en norme (AICM), ce qui constitue une nouveauté. Enfin, on teste l'algorithme de couche équivalente multi dipolaire établi au chapitre 3 sur

---

des données synthétiques, puis sur des données réelles. On détaille le système inverse qui permet à partir de l'anomalie du champ total de calculer les composantes de l'aimantation de plusieurs dipôles, établissant ainsi un modèle d'aimantation de l'objet qui permet le recalcul partout dans l'espace. On s'intéresse en particulier au recalcul sous l'objet et plus près de ce dernier. Nous verrons que cela pose un certain nombre de problèmes.

Dans le cinquième chapitre, nous abordons le problème de l'immunisation en boucle fermée. Il s'agit d'établir un système s'auto-régulant à l'aide de mesures réalisées à bord du navire. Le sujet a été traité en partie par des laboratoires, et le principal verrou scientifique reste l'établissement de systèmes inverses solvables à partir de mesures en champ très proche (quelques cm des sources). Cela permet alors d'accéder à l'état d'aimantation du navire et donc au calcul de la signature extérieure. Nous abordons ce sujet sous un angle nouveau, à l'aide des équations de calibration des capteurs et compensation de l'aimantation des porteurs. Cette procédure, assez classique en géophysique permet de s'affranchir des erreurs du capteur et de l'influence du porteur (via des aimantations) sur ce dernier. Nous présentons les équations de la calibration et de la compensation en détails, avant de l'appliquer à la problématique du magnétisme du navire. Cette approche permet de s'affranchir de la complexité du modèle inverse en champ très proche et de l'identification des sources, en ne se basant que sur les neuf paramètres de la calibration/compensation. Il faut alors dans un second temps établir le lien entre ces neuf paramètres et les courants à injecter dans les boucles d'immunisation pour minimiser la signature. Nous présentons les résultats obtenus sur modèle réduit pour un circuit d'immunisation, ainsi que des compensations de bâtiments réels à partir de capteurs embarqués.

Enfin, dans le dernier chapitre nous reproduisons un article scientifique qui synthétise une grande partie du travail du manuscrit. On présente en détails la compensation du porteur (un drone) et l'on s'intéresse à la nature des paramètres, avant de passer à la mesure d'une source d'aimantation connue. Ce cas test nous permet de valider l'identification des composantes de l'aimantation, ainsi que la position de l'objet à partir de l'AICM mesurée par un capteur embarqué sur un drone. Nous reproduisons alors les trois composantes du champ de l'objet à partir de l'aimantation obtenue par inversion mais également par une méthode spectrale relativement commune en géophysique qui remonte au potentiel avant de calculer les trois composantes. Les résultats obtenus sont cohérents et permettent d'envisager de nouveaux cas d'application, ainsi que l'utilisation d'autres opérateurs de méthodes potentielles sur les données pour mieux caractériser des sources complexes rencontrées en magnétisme du navire.



# Table des matières

<b>Résumé étendu</b>	<b>x</b>
<b>Extended abstract</b>	<b>x</b>
<b>Table des matières</b>	<b>xi</b>
<b>I Introduction au magnétisme du navire</b>	<b>1</b>
I.1 Génèse et enjeux du magnétisme du navire . . . . .	2
I.1.1 La discrétion du navire . . . . .	3
I.1.1.1 Signature Magnétique . . . . .	3
Origine de la signature. . . . .	4
Les différents contributeurs. . . . .	4
I.1.1.2 Signature acoustique . . . . .	5
I.1.2 Quelques notions sur les mines marines . . . . .	6
I.1.2.1 Mines de contacts . . . . .	6
I.1.2.2 Mines à influence . . . . .	7
I.1.2.3 Doctrine d'emploi . . . . .	8
I.1.2.4 Le capteur magnétique dans les mines . . . . .	9
I.1.3 Moyens de mesures/détection . . . . .	9
I.1.3.1 Capteur acoustique . . . . .	10
I.1.3.2 Capteur de champ électrique . . . . .	10
I.1.3.3 Capteur magnétique . . . . .	11
Magnétomètre à Résonance Magnétique Nucléaire (RMN). . . . .	11
Magnétomètre à pompage optique. . . . .	11
Magnétomètre Superconducting QUantum Interference De- vice (SQUID). . . . .	13
Magnétomètre Fluxgate. . . . .	13
I.1.4 Notions sur l'aimantation . . . . .	16
I.1.4.1 Approche macroscopique . . . . .	16
I.1.4.2 Approche microscopique (physique) . . . . .	16
I.1.4.3 Autres représentations équivalentes à l'aimantation . . . . .	16
I.1.4.4 Propriétés magnétiques des matériaux . . . . .	17
Matériaux dia-magnétiques. . . . .	17
Matériaux paramagnétiques. . . . .	18
Matériaux ferromagnétiques. . . . .	18
I.1.4.5 Les variations d'aimantations . . . . .	18
Aimantation induite. . . . .	18
Aimantation permanente. . . . .	19
Etat d'aimantation d'un objet. . . . .	22



I.2	Les méthodes existantes pour la discrétion du navire . . . . .	22
I.2.1	Ranging . . . . .	23
I.2.2	Degaussing . . . . .	23
I.2.3	Deperming . . . . .	24
I.2.3.1	Le wrapping (l'enroulement) . . . . .	26
I.2.3.2	Drive in facility (la cage) . . . . .	27
I.2.3.3	Over-run . . . . .	28
<b>II</b>	<b>Magnétisme du navire et géophysique</b>	<b>31</b>
II.1	Magnétisme du navire . . . . .	32
II.1.1	Les mesures - Ranging . . . . .	34
II.1.1.1	Mesure de la signature d'un navire . . . . .	34
II.1.1.2	Mesure des effets de boucles d'un navire . . . . .	36
II.1.2	Traitement des données . . . . .	36
II.1.2.1	Séparation Induit/permanent . . . . .	37
II.1.3	Interprétation de la mesure . . . . .	38
II.1.3.1	Établissement des courants pour le réglage d'un système de degaussing . . . . .	38
II.1.3.2	Choix d'un critère pour la réduction de signature . . . . .	39
II.1.4	Utilisation d'un système de deperming . . . . .	40
II.1.5	Cas particulier de l'immunisation en Boucle Fermée . . . . .	40
	Précision sur le type de navire. . . . .	41
II.1.5.1	Modélisation . . . . .	42
	Éléments finis. . . . .	42
II.1.5.2	Problème inverse : identification des sources en champ proche Modélisation des phénomènes physiques. . . . .	42
	Écriture du problème inverse. . . . .	44
II.2	Géophysique . . . . .	45
II.2.1	L'acquisition de données . . . . .	46
II.2.1.1	Les différents types de capteurs utilisés . . . . .	47
II.2.1.2	Définition du champ d'anomalie . . . . .	47
	Développement limité et lien entre F et C. . . . .	48
	Validité de l'approximation pour notre cas d'étude et étude de quelques cas particuliers. . . . .	52
II.2.1.3	Les bonnes pratiques en géophysique . . . . .	52
	Procédures habituelles de QA/QC. . . . .	53
	Spécificités liées à l'utilisation de capteurs fluxgates. . . . .	54
	Calibration. . . . .	54
	Compensation. . . . .	54
II.2.2	Interprétation des données et opérateur de méthodes potentielles . . . . .	55
II.2.2.1	Calcul des grilles de données . . . . .	55
II.2.2.2	Opérateurs de méthodes potentielles . . . . .	56
	Quelques notions sur le domaine spectral. . . . .	56
	Opérateur de prolongement. . . . .	57
	Dérivée directionnelle. . . . .	58
	Réduction au pôle. . . . .	58
	Autres opérateurs de méthodes potentielles. . . . .	59

<b>III Théorie et modélisation</b>	<b>61</b>
III.1 Théorie du dipôle magnétique . . . . .	62
III.1.1 Définition du moment magnétique élémentaire et de l'aimantation	62
III.1.2 Origine et définition du potentiel . . . . .	64
III.1.2.1 Potentiel scalaire . . . . .	64
III.1.2.2 Potentiel vectoriel . . . . .	65
III.1.3 Champ magnétique engendré par un dipôle . . . . .	65
III.1.3.1 Magnétisme du navire . . . . .	65
III.1.3.2 Géophysique . . . . .	66
III.1.3.3 Point sur les unités et relations générales . . . . .	67
III.1.3.4 Etude de quelques cas particuliers . . . . .	68
III.1.3.5 En profils et en composantes . . . . .	69
Au pôle. . . . .	70
A l'équateur. . . . .	73
A Strasbourg. . . . .	75
III.1.3.6 Un cas très particulier : le profil central . . . . .	77
Cas $m_V = m_0$ , ou $I = 90$ et $D = 0$ . . . . .	77
Cas $m_L = m_0$ , ou $I = 0$ et $D = 0$ . . . . .	79
Cas $m_T = m_0$ , ou $I = 0$ et $D = 90$ . . . . .	80
III.1.3.7 La vision géophysique : en carte . . . . .	80
Au pôle. . . . .	81
A l'équateur . . . . .	83
A Strasbourg . . . . .	83
III.1.4 Etude numérique de la différence $F-F_1$ . . . . .	85
III.1.4.1 Cas d'un dipôle induit . . . . .	85
III.1.4.2 Cas d'un dipôle présentant un moment permanent . . . . .	87
III.1.4.3 Cas d'un dipôle présentant un moment permanent d'amplitude variable . . . . .	90
III.2 Calculs des composantes à partir de l'AICM . . . . .	92
III.2.1 Couche équivalente . . . . .	92
III.2.1.1 Le principe géophysique . . . . .	92
III.2.1.2 Application en magnétisme du navire . . . . .	92
Pour un dipôle. . . . .	92
Cas à deux dipôles. . . . .	94
Généralisation à $K$ dipôles . . . . .	94
Remarque concernant l'équivalence. . . . .	95
III.3 Éléments de théorie des méthodes inverses . . . . .	98
III.3.1 Moindres carrées . . . . .	98
III.3.2 La décomposition en valeur singulières . . . . .	100
III.3.3 Application de la SVD au problème inverse : la décomposition de Lanczos . . . . .	100
III.3.4 Les méthodes de régularisation . . . . .	104
III.3.4.1 Du caractère bien ou mal-posé d'un problème inverse . . . . .	105
III.3.4.2 La troncature du spectre . . . . .	106
III.3.4.3 Régularisation de type Tikhonov . . . . .	107

<b>IV Etude expérimentale sur modèle réduit</b>	<b>109</b>
IV.1 Présentation des moyens de mesure . . . . .	110
IV.1.1 Description générale de la maquette . . . . .	110
Contexte et objectifs. . . . .	110
Description du matériel. . . . .	111
Contraintes de la maquette. . . . .	111
IV.1.2 Méthodologie de mesure . . . . .	112
IV.1.2.1 Méthodologie générale . . . . .	112
IV.1.2.2 Précisions sur les mesures et les calculs. . . . .	115
IV.2 Mesures de champs magnétiques . . . . .	116
IV.2.1 Mesure du champ créé par le tube à un cap précis . . . . .	116
IV.2.1.1 Mesure du tube seul . . . . .	116
IV.2.1.2 Complexification du modèle et ajouts d'inserts . . . . .	118
Ajout d'inserts verticaux. . . . .	120
Ajout d'inserts verticaux et transversaux . . . . .	122
IV.2.2 Mesure de la maquette aux quatre caps . . . . .	124
IV.2.3 Mesure des effets de boucles . . . . .	126
IV.2.3.1 Effet de la modification du cap sur les effets de boucles . . . . .	130
IV.2.3.2 Lien entre $F_1$ et $C_x, C_z$ . . . . .	131
IV.3 Calcul automatique des courants optimaux à partir des 3 composantes du champ . . . . .	133
IV.3.1 Théorie . . . . .	133
IV.3.1.1 Cas particulier à un cap . . . . .	134
IV.3.1.2 Cas général pour plusieurs caps et séparation induit/permanent. . . . .	134
Idée générale. . . . .	134
Décomposition du courant total. . . . .	135
Séparation des courants induits et permanents. . . . .	136
Calculs automatiques des courants à partir de quatre caps cardinaux. . . . .	139
IV.3.2 Validation sur cas synthétique et maquette . . . . .	140
IV.3.2.1 Test sur maquette . . . . .	142
IV.3.2.2 Cas synthétiques . . . . .	144
Cas induit $\approx$ permanent. . . . .	144
Cas où l'induit $\gg$ permanent. . . . .	146
IV.4 Calcul automatique des courants optimaux à partir de l'AICM . . . . .	147
IV.4.1 Théorie . . . . .	147
IV.4.2 Validation pour un cap . . . . .	148
IV.4.2.1 Calcul des courants . . . . .	148
IV.4.2.2 Injection des courants et vérification . . . . .	149
Cas d'un tube avec inserts verticaux. . . . .	150
Cas d'un tube avec inserts verticaux et transversaux. . . . .	152
IV.4.2.3 Comparaison avec une analyse manuelle . . . . .	153
IV.5 Validation des calculs de composantes à partir de la norme . . . . .	155
IV.5.1 Couche équivalente . . . . .	155
IV.5.1.1 Cas synthétique . . . . .	155
Remarque sur le nombre de profils utilisés. . . . .	157
IV.5.1.2 Données maquette . . . . .	157
Configuration classique . . . . .	157
Écriture d'un nouveau système avec susceptibilité . . . . .	161

	Utilisation de la régularisation . . . . .	164
<b>V</b>	<b>Vers une nouvelle approche de l'immunisation en boucle fermée</b>	<b>167</b>
V.1	Etat de l'art de l'IBF pour le magnétisme du navire . . . . .	168
V.1.1	Limitations . . . . .	168
V.2	Calibration et compensation : l'approche géophysique . . . . .	169
V.2.1	La calibration du capteur . . . . .	169
V.2.2	La compensation du porteur . . . . .	171
V.2.2.1	Théorie . . . . .	171
V.2.2.2	Simplifications . . . . .	173
V.2.3	Application en géophysique . . . . .	175
V.2.3.1	Travaux de l'IPGS . . . . .	175
V.2.3.2	Autres cas d'applications . . . . .	176
V.3	Vers une nouvelle approche . . . . .	176
V.3.1	Idée générale . . . . .	176
V.3.2	Lien entre paramètres et aimantation . . . . .	177
V.3.2.1	Approche théorique . . . . .	177
V.3.2.2	Expérimentation sur modèle réduit . . . . .	178
V.4	Etalonnage d'un navire . . . . .	184
V.4.1	Compensation d'un zodiac . . . . .	185
V.4.2	Compensation d'un navire à coque ferro-magnétique . . . . .	186
V.4.2.1	Navire n°1 . . . . .	186
V.4.2.2	Navire n°2 . . . . .	189
<b>VI</b>	<b>Application sur données réelles et identification de l'aimantation d'une source simple</b>	<b>191</b>
	<b>Conclusion et perspectives</b>	<b>223</b>
	<b>Références bibliographiques</b>	<b>228</b>



# **Chapitre I**

## **Introduction au magnétisme du navire**

## I.1 Génèse et enjeux du magnétisme du navire

Le besoin de quantifier et réduire l'influence d'un navire sur son environnement est une problématique opérationnelle ancienne car c'est le gage d'une discrétion du navire et donc de la protection de sa mission. Avec le progrès technique du 20<sup>ème</sup> siècle et l'utilisation massive de l'acier pour les constructions navales, une nouvelle forme de menace est apparue, la mine navale qui dans sa forme moderne tire profit des propriétés magnétiques de l'acier pour détecter un navire. Cette problématique de discrétion des navires en acier a alors pris une place croissante jusqu'à constituer un pan entier de la science s'attachant à améliorer cette discrétion, en particulier dans le domaine du magnétisme.

La mine marine est une arme relativement ancienne, puisque la construction de la première mine remonte à 1776 par un Américain, David Bushnell ou Joseph Plowman selon les sources. Elle a cependant trouvé un regain d'intérêt aux yeux des marines européennes dans les grands conflits mondiaux du 20<sup>ème</sup> siècle. En effet, un nombre important de mines a été mouillé durant la première guerre mondiale. La majorité des mines mouillées était des mines de contacts, c'est-à-dire explosant au contact direct de la coque. Il s'agit de la première utilisation massive de ce type d'arme pour ce qui deviendra ensuite une véritable doctrine d'emploi d'armes antinavires. Notons que ces mines ont été utilisées essentiellement par les alliés au cours de ce conflit et ce, dans une stratégie globale de blocus et de déni d'accès pour les navires ennemis.

Durant la deuxième guerre mondiale, cette doctrine va être très largement ré-utilisée par les forces allemandes pour protéger ses positions, notamment au large des côtes françaises. Les Allemands vont cependant améliorer le dispositif de déclenchement et l'on voit apparaître courant 1939 des mines comportant une aiguille métallique permettant la fermeture d'un circuit de mise à feu et donc le déclenchement à distance de la mine. Il s'agit d'un dispositif extrêmement simple permettant l'explosion de la mine lors de la modification du champ magnétique. Cette nouvelle génération est appelée mine à influence, car ne nécessitant pas un contact direct avec la coque mais la modification d'un paramètre physique à une certaine distance. Devant l'efficacité de cette nouvelle génération de mines, les avancées vont se poursuivre et l'on intégrera ensuite plusieurs types de capteurs (acoustiques et électro-magnétiques notamment) dans les systèmes de déclenchement. Chacun de ces capteurs est bien évidemment destiné à détecter les variations produites par le passage d'un navire.

C'est ainsi que l'on voit apparaître au cours de la deuxième guerre mondiale, une nouvelle discipline qui s'attache à quantifier et/ou réduire les différents types de signaux créés par un navire, au premier desquels on trouve le signal magnétique. En France, le professeur Louis Néel, initialement basé à Strasbourg avant l'occupation, sera en charge des activités de magnétisme pour la marine française à partir de 1940 et fondera ensuite un laboratoire avec une activité dédiée, le Laboratoire de Magnétisme du Navire qui deviendra ensuite le G2ELAB (UMR 5269).

Enfin, signalons que si les mines ont été initialement conçues comme des armes antinavires, elles représentent également une menace pour les sous-marins qui sont eux aussi faits d'acier et présents massivement durant le deuxième conflit mondial. En 1943, pour faire face à cette nouvelle menace que représentent les sous-marins, la marine américaine développe un magnétomètre destiné à être embarqué sur un avion ou un hélicoptère et permettant la détection des sous-marins ennemis naviguant à faible profondeur. C'est

l'invention de la détection aérienne magnétique, que l'on nomme communément MAD (Magnetic Aerial Detection).

### I.1.1 La discrétion du navire

Il existe plusieurs types de signaux créés par un navire, on a choisi de les séparer classiquement en deux grandes familles : les signaux électromagnétiques (magnétiques basse fréquence) et les signaux mécaniques (acoustiques). On appellera donc signature magnétique d'un navire la variation de champ magnétique que produit le passage d'un navire à une distance donnée d'un capteur magnétique. De la même manière, le signal recueilli à l'aide de capteurs acoustiques sera appelé signature acoustique d'un navire.

Signalons que ces signaux, qui n'obéissent pas aux mêmes lois physiques, ont des atténuations en fonction de la distance à la source et donc de détection très variables. On prendra donc soin de préciser à quelle distance sont mesurés ces signaux.

#### I.1.1.1 Signature Magnétique

La signature magnétique d'un navire est un enregistrement à une profondeur donnée du champ magnétique qu'il produit lorsqu'il est immobile ou en mouvement dans un champ régional.

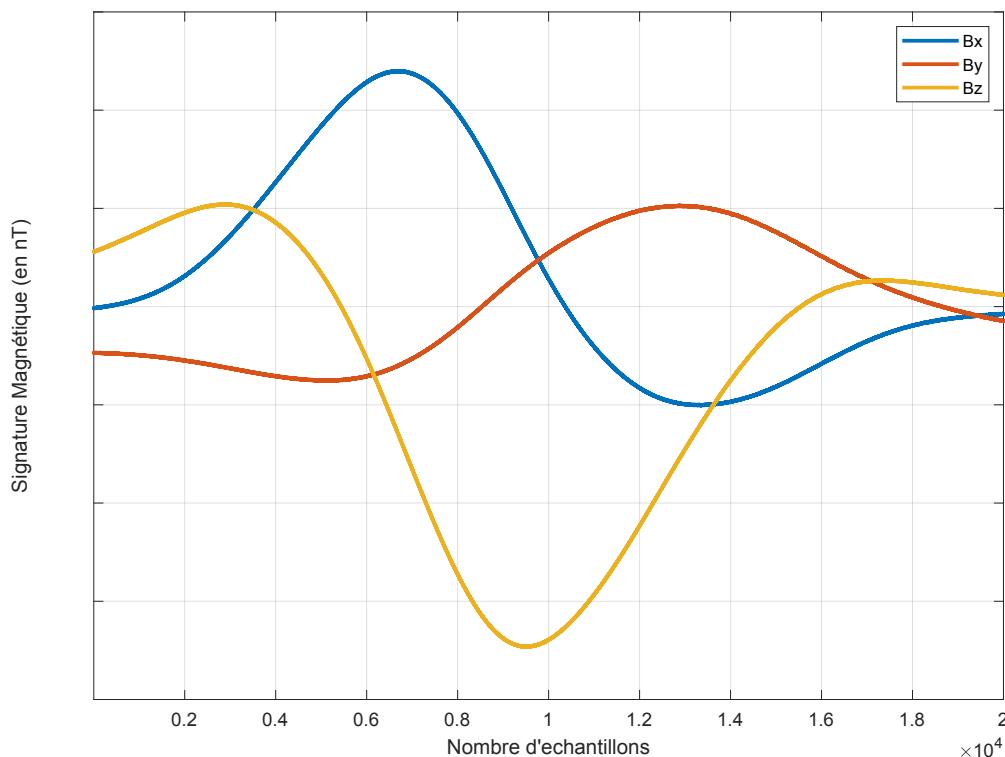


FIGURE I.1 – Exemple de signature magnétique mesurée par un capteur trois composantes.

Il s'agit en général d'une mesure réalisée à courte distance, de l'ordre de 10 à 30 m, qui



représente donc l'amplitude de la perturbation. Dans le milieu du magnétisme du navire, la signature magnétique s'entend comme la mesure du champ magnétique sous la ligne de quille à une distance donnée. La norme OTAN traditionnellement utilisée (North Atlantic Treaty Organization., 1995) en la matière recommande la mesure de la signature magnétique de référence à une profondeur égale à la largeur du navire. Ceci a pour avantage de garder un ordre de grandeur des signatures cohérent pour des navires de taille et tonnage très variables.

Cette mesure s'effectue généralement avec un bâtiment naviguant au-dessus de plusieurs capteurs immergés à une profondeur connue, ou fixe au-dessus d'un ensemble de capteur. Il est donc usuel (Defence procurement Agency, Executive agency of the ministry of defence, 2008) d'utiliser la signature mesurée par le capteur central ou la ligne de capteur centrale comme référence de la signature magnétique du bâtiment.

L'unité utilisée pour quantifier cette signature est le Tesla. Etant donné les amplitudes faibles mesurées, on utilisera dans le reste du mémoire un multiple, le nano-Tesla, avec  $1\text{nT} = 10^{-9}\text{T}$ . Pour simplifier le propos, on confond l'induction magnétique  $B$  qui s'exprime en T avec  $H$  qui est l'intensité du champ magnétique qui s'exprime en  $\text{A.m}^{-1}$

Type de bateaux	Poids (t)	Longueur (en m)	Largeur (en m)	Signature magnétique
Patrouilleur	1000	80	11	8 000 nT
Frégate	2500	120	13	8 000 nT
Frégate lourde	4 000	140	14	8 000 nT
Porte-avion	30 000	140	32	8 000 nT
Sous marin	4 000	90	14	16 000 nT
Chasseur mine	500	50	9	100 nT

TABLEAU I.1 – Ordre de grandeur des signatures magnétiques en fonction du tonnage de chaque classe de navire.

**Origine de la signature.** Matériau peu cher, résistant et facilement usinable, l'acier est très présent dans les constructions navales, en particulier pour la réalisation de coques de navires classiques dont il est le constituant fondamental. Il est également largement utilisé pour les ponts, cloisons, etc...

Obtenu à partir de carbone et de fer, ce matériau fait partie des matériaux ferromagnétiques qui ont la propriété de s'aimanter selon des processus complexes. Lorsqu'il est aimanté, l'acier se comporte comme un aimant. C'est-à-dire qu'il crée un champ magnétique secondaire qui va se composer au champ terrestre. Ce champ secondaire est appelé champ d'anomalie en géophysique et représente la signature magnétique du navire. Il est lié à l'existence d'un champ externe (aimantation induite) mais également à l'histoire du matériau (aimantation rémanente).

Si chaque partie métallique du bâtiment apporte une contribution à la signature globale, il est établi que plus les éléments sont gros (lourds) plus leur contribution est importante. En revanche, il est difficile de distinguer individuellement ces sources.

**Les différents contributeurs.** Si la coque et les masses internes métalliques représentent une contribution à la signature magnétique de premier ordre, il nous faut dresser la liste

complète des contributeurs et leurs domaines fréquentiels respectifs. Ceux-ci peuvent être séparés en deux catégories : d'une part les effets statiques ou quasi statiques de 0 à 10 Hz, d'autre part les effets dynamiques.

**Effets statiques.** La coque et plus généralement tous les éléments ferro-magnétiques ont tendance à s'aimanter sous l'effet d'un champ inducteur (le champ terrestre). Ils se comportent alors comme des aimants, générateurs d'un champ secondaire statique. Il s'agit du principal contributeur à la signature magnétique d'un navire à la distance considérée.

La salinité de l'eau de mer et la présence de métaux et d'oxydes dans cette dernière lui confèrent des propriétés conductrices et corrosives. Ces dernières vont permettre la mise en place de courants de corrosion entre la coque du navire et l'eau de mer via une différence de potentiel électrochimique (Chadebec, 2001). De la même manière que dans une pile, une réaction d'oxydo-réduction va s'établir et l'on va observer un transfert d'électrons menant à l'établissement d'un courant entre la coque en acier qui joue le rôle d'anode et la partie propulsive (arbre moteur et hélice en bronze) du bâtiment qui tient lieu de cathode. Selon les caractéristiques du couple électrochimique et la conductivité de l'eau de mer, des courants importants peuvent s'établir et générer un champ électrique ayant comme conséquence directe la création d'un champ magnétique.

Ces courants sont appelés courants de corrosion. On estime leur fréquence inférieure à 0,1 Hz (Hoitham, 1999). Leur présence est néfaste car le champ électrique généré se propage et est détectable à une certaine distance, étant donné la fréquence des phénomènes. De plus, ils accélèrent la dégradation de la coque et engendrent donc des coûts supplémentaires. On met donc généralement en œuvre des dispositifs appelés anodes sacrificielles qui présentent une différence de potentiel plus élevée avec l'hélice et se dégradent donc en lieu et place de la coque. Ces dispositifs sont peu chers et facilement remplaçables. Finalement, les courants de corrosion présentent une faible contribution à la signature globale à la distance considérée.

**Effets dynamiques.** La mise en mouvement d'un objet métallique dans un champ magnétique conduit à la mise en place de courants surfacique ou volumiques. Ces circulations de courant sont à l'origine de la création de champs magnétiques variables. Un navire métallique en mouvement n'échappe pas à cette règle et il existe donc des courants de Foucault liés à la rotation de l'hélice, mais également liés au mouvement global (roulis et tangage notamment) du navire dans le champ environnant (Krahenbuhl and Muller, 1993). La quantification de l'amplitude du champ créé est difficile à faire sans simulateur de champ externe. On estime leur contribution du second ordre et leur distance d'existence faible (effet de peau).

### I.1.1.2 Signature acoustique

La signature acoustique d'un navire est constituée par tous les éléments bruyants du bâtiment. Il s'agit au premier ordre de l'hélice et du moteur, dont l'onde sonore se propage dans l'eau à grande vitesse et sur une distance importante. Tout élément en mouvement ou vibrant peut également entraîner une vibration transmise à la coque et donnant éga-

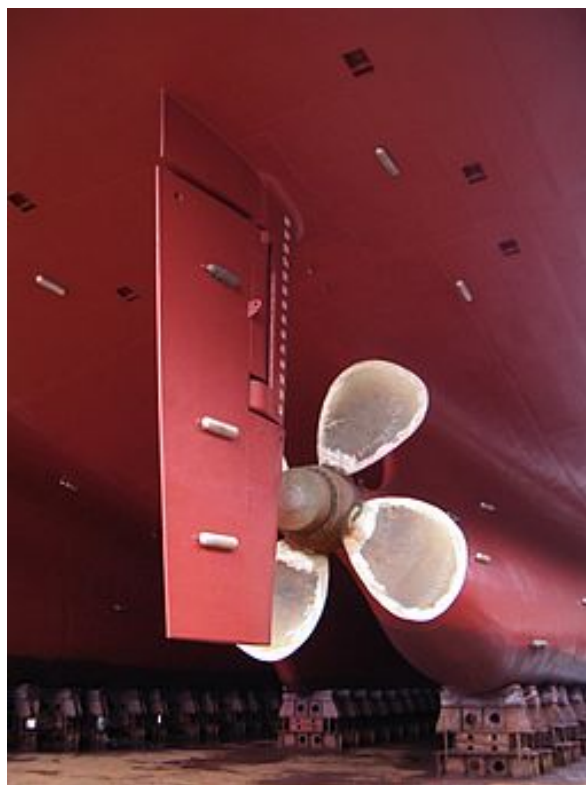


FIGURE I.2 – Exemple d’anodes sacrificielles placées près de l’hélice et sur la coque (prismes blancs). Source : Brosen (wikimédia)

lement lieu à la propagation d’une onde. Chaque bâtiment se caractérise donc par un certain nombre de fréquences et d’amplitudes variées dont la plus caractéristique est liée à la vitesse de rotation de l’hélice.

Toutes les marines de premier rang disposent d’opérateurs formés à reconnaître ces bruits et ainsi classifier les navires, mais également de moyens de mesure numérique permettant l’enregistrement de très nombreux bruits et la classification de navires. En effet, ces signaux se propagent sur plusieurs dizaines de kilomètres et sont facilement enregistrables avec des hydrophones.

## I.1.2 Quelques notions sur les mines marines

Les premières mines furent mises au point durant le 18<sup>ème</sup> siècle, mais c’est véritablement les conflits mondiaux du 20<sup>ème</sup> siècle qui conduisirent à la mise en œuvre massive de cette arme. Nous détaillons ici brièvement ce type d’objet qui fut à l’origine de la discipline qu’est le magnétisme du navire.

### I.1.2.1 Mines de contacts

Elles explosent lorsqu’un bateau établit un contact matériel avec la partie appropriée de la mine. Les plus connues sont les mines à choc, c’est la carène du bateau qui en heurtant une partie mobile mécanique de la mine va fermer un contact électrique et donc déclencher la mise à feu.

Un autre grand principe est l'existence de cornes autour de la mine. Ces cornes, fragiles, sont brisées lors du choc et entraînent la mise à feu. Il en existe de différents types : les cornes électriques qui une fois brisées établissent un contact électrique, les cornes chimiques dont le contenu rempli une pile et alimente donc un circuit de déclenchement, les cornes hydrostatiques qui vont laisser entrer l'eau après destruction et dont la pression de liquide déclenchera le dispositif.

Dans tous ces dispositifs, il y a nécessité d'un contact direct avec la coque du bateau. Il est donc nécessaire que la mine soit en surface ou à une faible profondeur pour être plus discrète. Dans les deux cas, il faut que la mine soit flottante d'où des tailles importantes étant donné le poids de l'ensemble métallique.

Bien qu'il ait sans doute existé des mines à réglages automatique de la profondeur d'immersion, la solution la plus populaire a été l'utilisation d'une masse reliée à la mine (flottante) par une chaîne et la retenant. On parle de mine à Orin pour caractériser ces mines captives, le lest étant assuré par un « crapaud » posé sur le fond. C'est ce dernier qui est en charge de réguler la longueur de l'orin selon un réglage pré-défini et de s'ancrer dans le sol probablement vaseux (embouchure des fleuves ou à proximité des ports).

Enfin, signalons l'existence des mines à filet, spécialement conçus contre les sous-marins, elles sont reliées à un filet que l'on imagine tendu dans un passage relativement étroit. Le raidissement du filet provoqué par le passage du sous-marin entraîne la tension d'un câble relié à la mine et déclenchant cette dernière.

La première utilisation de mines reportée dans un conflit naval est liée à la guerre russo-japonaise de 1904-1905. On estime que plus d'une dizaine de navires de différentes classes ont sombré par le fait de mines lors de ce conflit. Quelques années plus tard, les protagonistes de la première guerre mondiale vont aussi utiliser massivement cette arme, le chiffre de 200 000 mines mouillées est avancé selon le site internet de deminex. 600 navires civils ravitailleurs jaugeant au total plus d'un million de tonnes auraient été coulés ainsi que plusieurs dizaines de bâtiments de premier ordre et des centaines de patrouilleurs et dragueurs.

Le plus célèbre et le plus grand champ de mines de ces années fut le barrage de la mer du Nord (selon [www.wikipedia.fr/wiki/Barrage\\_de\\_mines\\_de\\_la\\_mer\\_du\\_Nord](http://www.wikipedia.fr/wiki/Barrage_de_mines_de_la_mer_du_Nord)) : environ 70 000 mines mouillées principalement par l'US Navy entre les Orcades et la Norvège sur près de 370 km. Il fut constitué essentiellement de mines Mark 6 contenant 140 kg d'explosif pour 86 cm de diamètre. Le but était d'empêcher les sous-marins allemands d'accéder à l'océan atlantique ou transitait de nombreux cargos de ravitaillement des Etats Unis vers l'Europe.

### **I.1.2.2 Mines à influence**

Durant l'entre deux guerres, les travaux sur les mines continuèrent. Plus perfectionnées, les mines à influences font leur apparition à partir de novembre 1939, date à laquelle les navires alliés commencèrent à sauter dans des chenaux pourtant dragués régulièrement avec les moyens de l'époque. La non simultanéité de la détonation et la gerbe conduisirent les alliés à penser que ces mines étaient plus profondes.

De plus elles explosaient souvent sous la quille du navire et non pas sous la proue, ce

qui augmentait les dommages causés au bâtiment en raison du soulèvement du navire par l'onde de choc . Un officier anglais repéra un jour une mine allemande échouée sur les bords de la tamise et la démontra, c'est ainsi qu'on mit au jour la première mine à influence. Durant tout le reste du conflit, les mines utilisées seront des mines à influence. Elles seront larguées en nombre important, notamment par les alliés tout le long du littoral atlantique.

La mine à influence présente plusieurs avantages : elle ne nécessite pas de contacts directs avec le navire, ce qui permet de la remplir entièrement d'explosif car elle est non flottante. Ainsi, le fait qu'elle soit plus éloignée de la coque est compensée par la masse supplémentaire d'explosifs. De plus, le fait qu'elle soit posée sur le fond la rend quasi-impossible à draguer et donc à détecter avec les techniques de l'époque.

S'il existe de nombreux moyens de détecter le passage d'un navire, les premières mines utilisaient exclusivement la variation du champ magnétique provoquée par le passage du navire pour exploser. Il s'agissait d'une simple aiguille qui, déviée par le champ d'anomalie lors du passage du bateau, venait fermer un contact et donc déclencher la mise à feu. Il semble que rapidement, les deux camps mirent au point des retardateurs afin d'optimiser le moment de déclenchement et donc maximiser les dégâts sur le navire, ou la flottille ennemi. On a aussi relevé la présence de compteurs qui rendent le dragage plus difficile et maximisent l'impact sur une flottille ennemi en impactant les navires centraux, souvent les plus importants.

Suite aux évolutions technologiques, les mines à influence se perfectionnèrent et embarquèrent de plus en plus de capteurs. Les capteurs acoustiques furent évidemment intégrés, mais également des capteurs électriques et électromagnétiques sensibles au champ électrique, ainsi que des capteurs de pression sensibles aux variations rapides générées lors du passage d'un navire par faibles fonds.

Aujourd'hui, pour les mines modernes, on parle systématiquement de mines multi-influences puisqu'elles intègrent au moins des capteurs acoustiques et magnétiques. Il est en revanche difficile d'en savoir plus sur le type de capteurs magnétiques utilisés car les constructeurs communiquent très peu sur ce genre de caractéristiques sensibles.

### **I.1.2.3 Doctrine d'emploi**

Dès les premières utilisations, durant la première guerre mondiale, le déploiement de mines avait pour but d'empêcher l'accès d'une zone à l'ennemi, ou tout du moins à entraver fortement sa liberté d'action dans cette zone. Qu'il s'agisse de protéger des infrastructures essentielles (port militaire, embouchure de fleuve, chenal d'accès) ou bien carrément de bloquer l'accès à une zone beaucoup plus large, le mouillage massif de mines a souvent été utilisé. Il s'agit d'une stratégie dite de déni d'accès qui est d'autant plus efficace que la zone est réduite. La même stratégie a été utilisée lors des conflits récents, durant la première guerre du golfe. On estime qu'environ 1300 mines modernes de types MANTA ont été mouillées (Dichard, 2012) dans le golfe arabo-persique.

De plus, il s'agit d'une arme relativement facile à mettre en œuvre depuis un grand nombre de navires, peu complexe techniquement et donc peu chère. C'est pourquoi les mines sont souvent utilisées par des marines qui pourraient être mises en difficulté face à des puissances étrangères afin d'assurer un accès sécurisé à ses points stratégiques (stra-

tégie du « faible face au fort » ). A titre d'exemple, on citera le cas de l'USS Samuel B Roberts, qui en 1988 heurta une mine de contact dans le golfe persique dont le coût est estimé à 1500 \$. Les réparations sur le navire furent chiffrées à 90 millions de dollars car la mine avait endommagé la quille du navire et l'eau totalement envahi la salle des machines ([https://en.wikipedia.org/wiki/USS\\_Samuel\\_B.\\_Roberts\\_FFG-58](https://en.wikipedia.org/wiki/USS_Samuel_B._Roberts_FFG-58)) .

Si le mouillage de mines n'est pas interdit, mais encadré par les conventions internationales (Convention de La Haye (VIII) relative à la pose de mines sous-marines automatiques de contact signée le 18 octobre 1907), il est en général relativement mal perçu par les démocraties occidentales et la mine marine est souvent considérée comme une arme « sale » en raison des pertes civiles qu'elle peut engendrer. Il est d'ailleurs intéressant de constater que la majorité des marines occidentales de premier rang, ainsi que le Japon ne développent plus de mines et se concentrent principalement sur les capacités de neutralisation dans une discipline appelée guerre des mines et qui aujourd'hui se fait de plus en plus à l'aide de robots autonomes. Seules la Suède et l'Italie produisent et commercialisent des mines modernes. Dans les marines de premier rang, seule la Chine développe activement des programmes de mines.

#### **I.1.2.4 Le capteur magnétique dans les mines**

Nous ne disposons pas d'informations claires sur les capteurs intégrés dans les mines marines. En effet, on comprend que les fabricants ne communiquent pas sur les moyens de détection et leur éventuelle sensibilité. Il est cependant probable que les capteurs embarqués dans les mines soient de faible coût et faible encombrement/consommation électrique. Le capteur fluxgate (mono ou pluri composantes) serait alors un bon candidat pour mesurer les composantes du champ magnétiques extérieur. Il est alors facile d'établir un seuil de détection sur ces dernières, au-delà duquel la mine explose.

Cependant, la plupart des mines sont-elles mêmes magnétiques par leur enveloppe (souvent métallique), par leurs systèmes internes (électronique, alimentation, etc..) et éventuellement le câble si elles sont équipées d'orin. De plus, elles peuvent être en mouvement en raison du milieu, ce qui impliquerait des seuils de détection tenant compte de ces aléas. On peut également envisager que certaines de ces mines soient équipées de gradiomètres afin de s'affranchir de certaines des limites exposées.

#### **I.1.3 Moyens de mesures/détection**

Les premiers capteurs magnétiques ont été conçus pour des applications de détection essentiellement militaire. Il est intéressant de noter que les premiers développements de l'acoustique sous-marine et notamment le sonar actif, ont également eu lieu durant la deuxième guerre mondiale, principalement pour la détection des sous-marins. La recherche autour des différents systèmes de mesure s'est poursuivie à l'issue des conflits et il existe aujourd'hui un grand nombre de technologies différentes. Nous établissons ici une liste non exhaustive des différentes technologies existantes, en nous focalisant principalement sur les capteurs magnétiques.

### I.1.3.1 Capteur acoustique

Ce type de capteur est destiné à mesurer une onde acoustique qui se présente sous la forme d'un changement de pression de l'eau lors de son passage. Il s'agit donc d'un microphone destiné à être utilisé sous l'eau, d'où son nom générique d'hydrophone.



FIGURE I.3 – Photographie d'un hydrophone.

Source : Hannes Grobe, Alfred Wegener Institute for Polar and Marine Research, Bremerhaven, Germany [CC BY-SA 2.5]

La plupart des hydrophones sont à fonctionnement piézo-électrique. C'est-à-dire que l'action mécanique exercée par une onde sonore sur le matériau va provoquer la mise en mouvement de charges électriques au sein du matériau, d'où une variation de tension mesurée et convertie en signal ensuite. De la même manière que pour un microphone, il est théoriquement possible d'inverser le processus et donc de générer une onde sonore à l'aide d'une impulsion électrique déformant mécaniquement le matériau.

Signalons à titre indicatif l'hydrophone à magnétostriction qui est constitué d'une interface acoustique et d'un circuit électrique bobiné autour d'un barreau magnétostrictif. Lorsqu'elle atteint l'interface, l'onde sonore exerce une action mécanique sur cette interface et le barreau magnétostrictif, ce qui induit une modification de sa géométrie. Cette déformation entraîne une variation du flux magnétique que l'on converti en tension puis en signal exploitable.

La propagation de ces ondes se fait sur une grande distance et il est donc possible avec un équipement assez sensible de détecter un bâtiment naval à plusieurs kilomètres, voire dizaines de kilomètres. Sa localisation reste cependant assez floue du fait notamment de la complexité du milieu de propagation. L'un des ouvrages de référence dans le milieu de l'acoustique sous-marine est Lurton (1998).

### I.1.3.2 Capteur de champ électrique

L'électromètre est constitué par deux électrodes séparés par une distance (résistance) fixe et reliés par ailleurs. On peut alors choisir de mesurer le courant entre ses deux électrodes et on obtient alors la mesure quasi directe du champ électrique (Pittman and Stanford, 1972 ; Poulbot, 1993) .

$$I = \sigma_{eau} \cdot \vec{E} \cdot \vec{S} \quad (I.1)$$

Avec  $\sigma_{eau}$  la conductivité de l'eau de mer,  $\vec{E}$  le champ électrique et  $\vec{S}$  le vecteur surface des électrodes.

L'autre technique consiste à mesurer la tension entre les deux électrodes à l'aide d'un voltmètre de très grande impédance. En divisant la différence de potentiel par la distance entre les électrodes on obtient la valeur du champ électrique.

Une étude récente (Baicry, 2015) a montré que ce champ était mesurable à des distances de l'ordre de plusieurs centaines de mètres et il semble que l'étude et la mesure du

champ électrique soient un sujet d'actualité pour plusieurs laboratoires. (Sun et al., 2018)

### I.1.3.3 Capteur magnétique

Il existe une grande diversité de technologies permettant la mesure du champ magnétique et donc plusieurs types de capteurs magnétiques. Ils se répartissent majoritairement en deux grandes familles : d'une part les magnétomètres absolus mesurant directement la norme du champ, dit scalaires, tels que ceux exploitant la résonance magnétique protonique ou à pompage optique, d'autre part les magnétomètres permettant une mesure directionnelle et donc l'accès aux composantes du champ, dit vectoriels.

**Magnétomètre à Résonance Magnétique Nucléaire (RMN).** Il s'agit d'appareils exploitant l'effet Overhauser (Abragam, 1961), c'est-à-dire l'aptitude d'un système moléculaire à résonner (répondre) à une fréquence donnée lorsqu'il est excité par un champ magnétique du domaine radio-fréquentiel en présence d'un champ statique déjà établi. En effet, la fréquence de réponse étant proportionnelle au champ statique, la modification de ce dernier engendre donc un changement de la fréquence de résonance.

Ces appareils ont l'avantage d'être absolus et précis, ils sont en revanche assez onéreux, possèdent une fréquence d'échantillonnage faible (quelques Hertz au maximum) en raison des mécanismes atomiques mis en jeu pour la mesure et présentent un encombrement important. Ils sont donc peu utilisés pour des levés géophysiques. Ces magnétomètres sont aujourd'hui embarqués dans les avions de patrouille maritime servant à la détection aérienne des sous-marins (Chadebec, 2001).

**Magnétomètre à pompage optique.** Ils se basent eux aussi sur un effet quantique, l'effet Zeeman. Ce dernier met en évidence la séparation des raies spectrales d'un atome sous l'effet d'un champ magnétique, lié à la séparation d'un niveau d'énergie atomique défini en plusieurs sous niveaux d'énergies distinctes.

Les principaux éléments utilisés sont le césium, le rubidium et l'hélium (Reford and Sumner, 1964 ; Slack et al., 1967). Ils présentent l'avantage d'être absolus, précis et de pouvoir monter jusqu'à environ 100 Hz en fréquence d'échantillonnage. De plus, ils sont très peu sensibles aux perturbations cinétiques, ce qui rend la mesure en mouvement possible. Ils sont donc généralement utilisés en cartographie aéromagnétique. Enfin, ils sont assez largement utilisés pour les prospections pédestres, notamment à but archéologique. En revanche ils sont assez volumineux, d'une construction complexe donc coûteuse.





FIGURE I.4 – Magnétomètre à pompage optique césium, le G859 produit par Geometrics. Il est ici équipé sur sac à dos avec à droite le GNSS et l'électronique de contrôle en bas. Source : site Geometrics, <http://www.geometrics.com/geometrics-products/geometrics-magnetometers/g-859-magnetometer/>

**Magnétomètre Superconducting QUantum Interference Device (SQUID).** Il s'agit de la technologie la plus récente concernant la mesure du champ magnétique. En effet, c'est en 1962 que l'effet Josephson a été prédit. Les magnétomètres SQUID utilisent deux jonctions Josephson en parallèle formant une boucle, le courant critique permettant l'établissement d'un courant supra-conducteur qui est alors fonction du flux magnétique dans la boucle.

Il s'agit à l'heure actuelle des dispositifs les plus précis pour la mesure des gradients du champ magnétique et plus précisément du tenseur gradio-métrique. Néanmoins, la supra-conductivité nécessite des températures très basses et se révèle donc difficilement embarquable en raison de la consommation électrique associée et de l'encombrement (Gaffney, 2008). Signalons néanmoins le travail original de Schultze et al. (2007) qui a conduit à l'utilisation d'un magnétomètre SQUID pour un levé à but archéologique.

**Magnétomètre Fluxgate.** Il s'agit des premiers capteurs magnétiques électroniques inventés, à l'issue de la deuxième guerre mondiale. Leur fonctionnement se base sur la réaction d'un matériau soumis à un champ magnétique assez important pour le saturer. Nous nous focalisons particulièrement sur les magnétomètres vectoriels de type fluxgate puisqu'ils seront utilisés abondamment dans la suite de nos travaux.

Plus précisément, un matériau ferromagnétique est entouré de deux bobinages. Le premier bobinage dit d'excitation permet de porter le matériau à saturation à l'aide d'un signal périodique. Le second bobinage, dit de « pick up » ou prélèvement permet de mesurer une tension proportionnelle à la dérivée du flux dans le barreau. En présence d'un champ extérieur, il se crée une dissymétrie temporelle. C'est-à-dire que la saturation arrive plus tôt ou plus tard selon le signe du champ d'excitation. La détection de cet écart temporel permet de remonter au champ extérieur dans la direction du barreau.

Etant donné le principe de fonctionnement de ce capteur, la sonde présente généralement une forme allongée, permettant d'assurer la saturation du matériau avec un coefficient démagnétisant faible. Cela permet également d'augmenter le nombre de tours de câble et donc diminuer l'intensité nécessaire pour saturer le matériau. Avec de telles sondes, on mesure donc le champ magnétique dans une direction donnée, d'où la caractérisation vectorielle de ces capteurs.

Pour obtenir la norme du champ magnétique, il faut alors positionner trois sondes orthogonales dans le capteur. L'orthogonalité devient alors un point important afin de garantir la bonne mesure de la norme du champ. Les constructeurs garantissent en général un défaut d'orthogonalité inférieur à  $0.5^\circ$  (feuille de calibration fournie par Bartington).

Présentons plus en détail le fonctionnement d'un capteur fluxgate : il s'agit d'un noyau ferromagnétique, généralement de forme cylindrique et en mu-métal, matériau connu pour sa perméabilité très élevée vis-à-vis du champ magnétique et qui est en fait un alliage à base de nickel (80 %) et de fer (15%).

Le noyau magnétique, ici vu de côté (figure I.5), est entouré par deux bobines différentes (sur toute sa longueur). La bobine bleue constitue la bobine dite d'excitation, elle est alimentée par un courant alternatif : généralement un signal triangulaire symétrique. Ce courant induit dans le matériau un champ magnétique appelé ici  $H_{ex}$  pour champ ma-

gnétique d'excitation dont le but est de forcer l'aimantation du matériau jusqu'à atteindre la saturation complète du matériau.

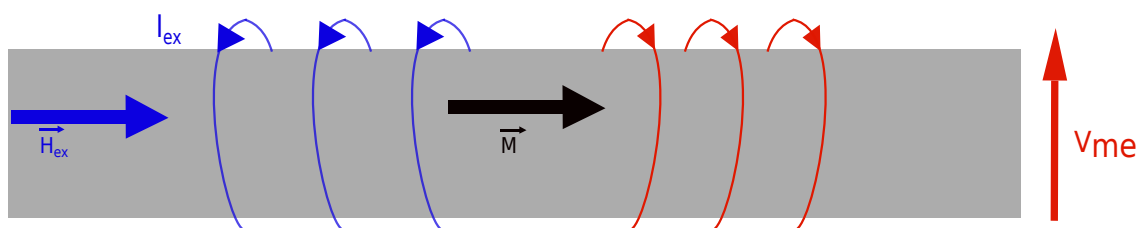


FIGURE I.5 – Schéma représentatif d'une sonde fluxgate. En gris, le matériau ferromagnétique, en bleu la bobine d'excitation qui produit un champ  $H_{ex}$  dans la direction du barreau et donc une aimantation  $M$  dans cette même direction. En rouge, la bobine de mesure qui permet de mesurer la tension  $V_{me}$ .

Le matériau décrit alors un cycle d'hystérésis (figure I.6), c'est-à-dire qu'au-delà d'une certaine valeur seuil, que l'on appellera  $H_{sat}$ , quel que soit la valeur du champ supplémentaire appliqué, le matériau reste sur la même valeur d'aimantation  $M$  : Il est dit en saturation.

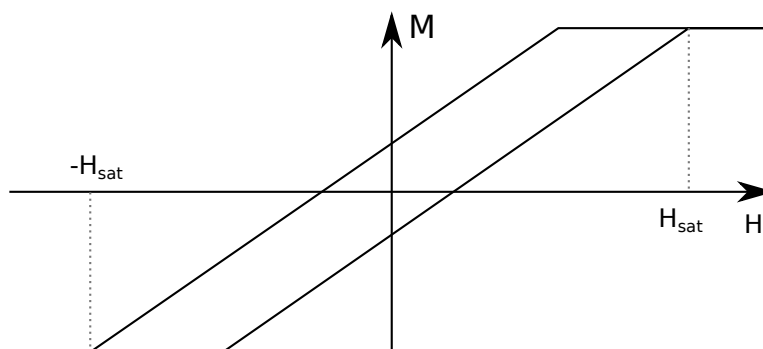


FIGURE I.6 – Cycle d'hystérésis du matériau dans un fluxgate. L'aimantation du barreau varie linéairement en fonction du champ  $H$  appliqué jusqu'à l'apparition d'un phénomène de saturation où l'augmentation du champ extérieur ne permet plus d'augmenter l'aimantation.

Il se forme alors aux bornes de la bobine de mesure, une tension proportionnelle à la dérivée du flux. En l'absence de champ extérieur, il s'agit d'un signal périodique dont la durée entre la partie positive et négative est identique. Mais en présence d'un champ extérieur, cette durée est modifiée et l'on observe un décalage temporel, puisque selon la valeur du champ extérieur, la saturation arrive plus rapidement d'un côté que de l'autre du cycle d'hystérésis. Cette durée est alors identifiée par détection synchrone et permet de remonter à l'amplitude du champ extérieur.

Le fonctionnement du fluxgate en l'absence de champ extérieur est schématisé en noir sur la figure I.7, tandis que le fonctionnement en présence d'un champ extérieur est représenté en rouge. On voit bien pour un signal d'entrée triangulaire, la durée de saturation du matériau sur le graphe du milieu qui est dissymétrique en présence d'un champ extérieur.

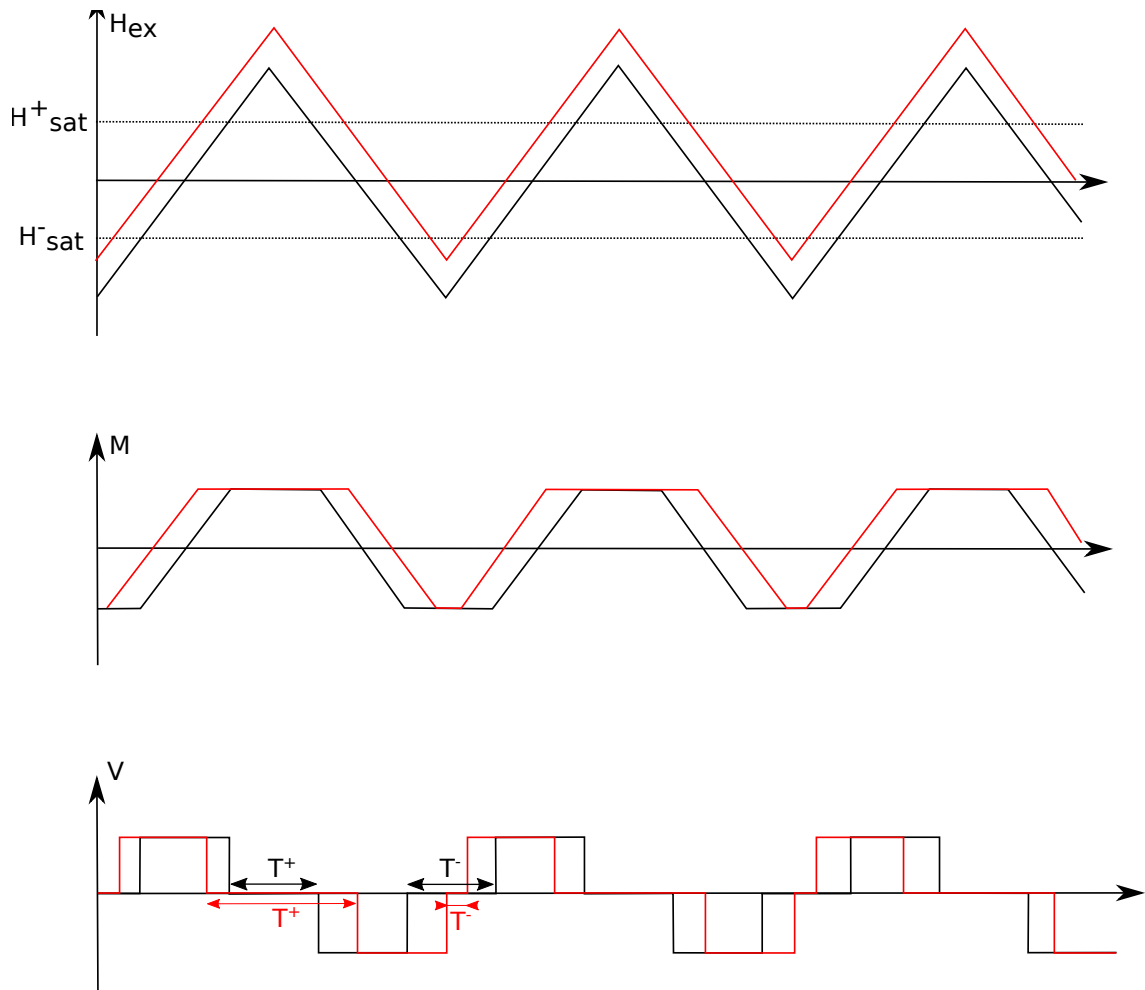


FIGURE I.7 – Fonctionnement du fluxgate en fonction du temps. En haut, le champ d'excitation contrôlé par le courant  $I_{ex}$  au cours du temps. Au milieu, l'aimantation du matériau au cours du temps tenant compte du cycle d'hystérésis. En bas, la tension mesurée aux bornes de la bobine de mesure au cours du temps, elle est proportionnelle à la dérivée du flux. En temps normal, le signal est symétrique et les durées sont égales (en noire). En présence d'un champ extérieur, on asymétrise le signal, d'où un décalage temporel qu'on peut mesurer (en rouge).

## I.1.4 Notions sur l'aimantation

L'aimantation est une grandeur difficile à définir : si elle est assez accessible à l'échelle macroscopique, sa description à l'échelle atomique se révèle beaucoup plus complexe (Brissonneau, 1997). Nous choisissons de présenter ici deux visions complémentaires de l'aimantation. La première à l'échelle macroscopique et se basant sur la contribution de dipôles, c'est-à-dire la plus simple entité magnétique porteuse de moments dipolaire élémentaire. Dans la seconde, nous descendrons vers l'échelle atomique pour tenter d'apporter quelques précisions.

### I.1.4.1 Approche macroscopique

L'aimantation représente à l'échelle macroscopique la grandeur caractéristique de l'état magnétique d'un matériau. Il s'agit d'une sommation de  $N$  moments de chaque domaine élémentaire représenté par un dipôle, constitutif de l'ensemble considéré. Mathématiquement, on traduit cela avec une sommation vectorielle (Blakely, 1995) :

$$\vec{M} = \frac{1}{V} \cdot \sum_{n=1}^N \vec{m}_n \quad (\text{I.2})$$

avec  $N$  le nombre total de dipôles,  $\vec{M}$  en  $A.m^{-1}$ ,  $\vec{m}$  en  $A.m^2$  et  $V$  en  $m^3$ .

Dans le cas d'un matériau magnétiquement homogène, c'est-à-dire avec des moments dipolaires alignés, on peut alors voir l'aimantation comme une densité volumique de moment dipolaires.

### I.1.4.2 Approche microscopique (physique)

Si l'on s'intéresse à l'origine microscopique de l'aimantation, il semble que l'aimantation soit liée d'une part au magnétisme orbital, c'est-à-dire la rotation des électrons autour du noyau, d'autre part au magnétisme de spin en raison de la rotation de l'électron sur lui-même.

La meilleure représentation est sans doute celle faite à l'échelle mésoscopique, c'est-à-dire entre l'échelle atomique et l'échelle macroscopique. A cette échelle, les matériaux se divisent en domaines que l'on appelle domaine de Weiss, qui sont homogènes en termes d'aimantation, c'est-à-dire que chaque domaine porte une aimantation constante de son centre jusqu'à ses limites. Les limites entre domaines sont appelées les parois de Bloch et constituent des zones de transition puisque deux domaines accolés n'ont pas nécessairement la même aimantation.

### I.1.4.3 Autres représentations équivalentes à l'aimantation

Nous avons présenté l'aimantation comme la somme sur un volume défini d'un certain nombre de dipôles élémentaires. Si cette représentation présente un intérêt majeur pour notre étude, il existe d'autres modèles équivalents (Blakely, 1995).

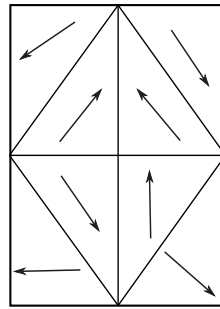


FIGURE I.8 – schéma représentatif d'un matériau à l'échelle mésoscopique. On voit ici 8 domaines de Weiss et leurs parois de Bloch respectives. Chaque flèche représente l'aimantation du domaine.

- Les charges surfaciques ou volumiques;
- Les courants surfaciques ou volumiques;
- La densité qui à l'aide de la relation de Poisson permet d'obtenir une équivalence dans le « domaine » magnétique.

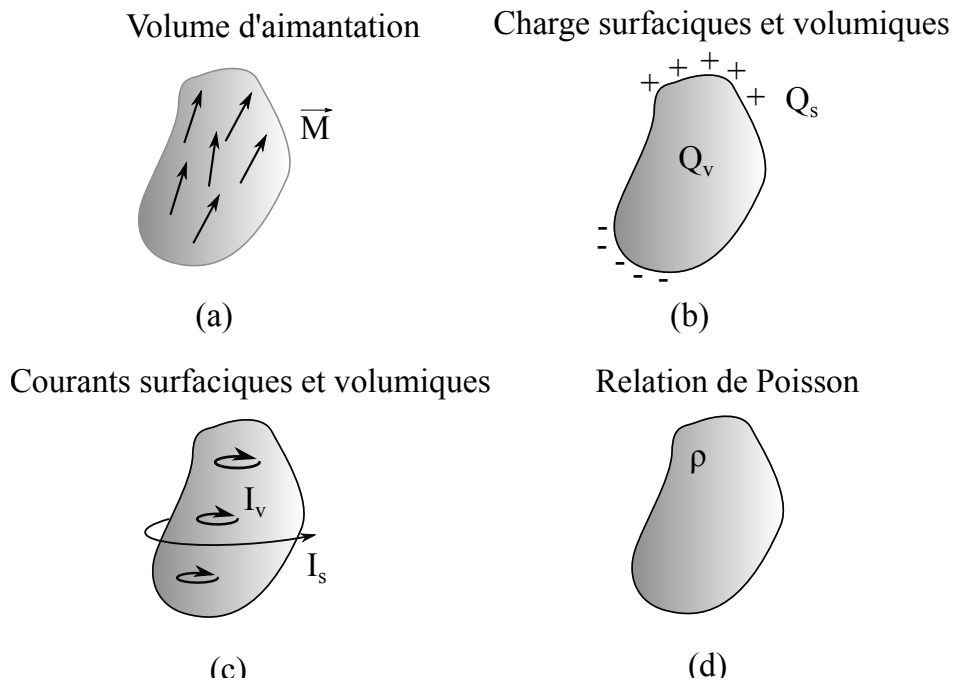


FIGURE I.9 – Les représentations physiques équivalentes à l'aimantation. (a). Les charges surfaciques ( $Q_s$ ) ou volumiques ( $Q_v$ ) (b), les courants surfaciques ou volumiques (c) et la densité (masse volumique) (d) (Blakely, 1995)

#### I.1.4.4 Propriétés magnétiques des matériaux

Tous les matériaux ne présentent cependant pas une réponse cohérente de tous leurs domaines en présence d'un champ magnétique, loin s'en faut. Il s'agit en réalité d'une propriété plutôt rare. Nous présentons ici les différentes réactions des éléments lorsqu'ils sont introduits dans un champ magnétique.

**Matériaux dia-magnétiques.** Ces matériaux ont la propriété de réagir à un champ magnétique extérieur par la création d'une aimantation de sens opposé à ce champ extérieur.

Il se crée donc un champ secondaire de direction opposée au premier.

L'aimantation créée à l'intérieur du matériau est cependant très faible et son effet très souvent négligeable devant le champ extérieur. La plupart des matériaux que l'on rencontre sur Terre présentent ce comportement : eau, quartz, calcite, pétrole, or, plastiques, cuivre, zinc, etc...

**Matériaux paramagnétiques.** Ils ont tendance, sous l'effet d'un champ extérieur à créer une nouvelle aimantation, relativement faible, dans la même direction que ce dernier. Il se crée donc un champ secondaire, très faible qui s'ajoute au champ extérieur. Il s'agit en particulier de l'aluminium, du platine et du Lithium.

**Matériaux ferromagnétiques.** Il s'agit du comportement le plus connu des matériaux lié au champ magnétique et c'est celui dont nous traiterons dans toute la suite du présent manuscrit. Ces matériaux sont constitués d'une part non négligeable de fer ou de manganèse (souvent sous forme d'oxydes), ce qui leur confère leurs propriétés magnétiques importantes. En effet, on peut considérer les électrons non appariés dans les couches profondes de ces métaux comme autant de dipôles qui vont tendre à s'aligner dans la direction du champ extérieur appliqué et donc générer un champ magnétique.

Ils se distinguent également des autres matériaux par leur capacité à présenter une aimantation même en l'absence de champ magnétique extérieur. On dit qu'ils portent une aimantation rémanente ou permanente, sorte d'effet mémoire du matériau, qui reflète une partie de son histoire. Il s'agit en particulier du fer, du nickel et du cobalt.

#### I.1.4.5 Les variations d'aimantations

Après avoir présenté qualitativement la notion d'aimantation, nous allons tenter de la quantifier. Pour ce faire il est important de considérer dès le départ deux contributions à l'aimantation totale : la première est l'aimantation induite, elle est liée à la présence d'un champ extérieur que l'on appelle champ inducteur et à la constitution du matériau. La seconde est l'aimantation permanente qui est liée au matériau et à son histoire. Mathématiquement, on écrit

$$\vec{M}_T = \vec{M}_I + \vec{M}_P \quad (\text{I.3})$$

**Aimantation induite.** Elle est liée à l'existence d'un champ inducteur qui va aligner les moments élémentaires des dipôles et donner lieu à l'établissement d'une aimantation homogène à l'échelle macroscopique. Schématiquement on peut représenter les domaines et les moments dipolaires correspondants.

Cette relation a été prouvée expérimentalement en 1887 par Lord Rayleigh sous la forme

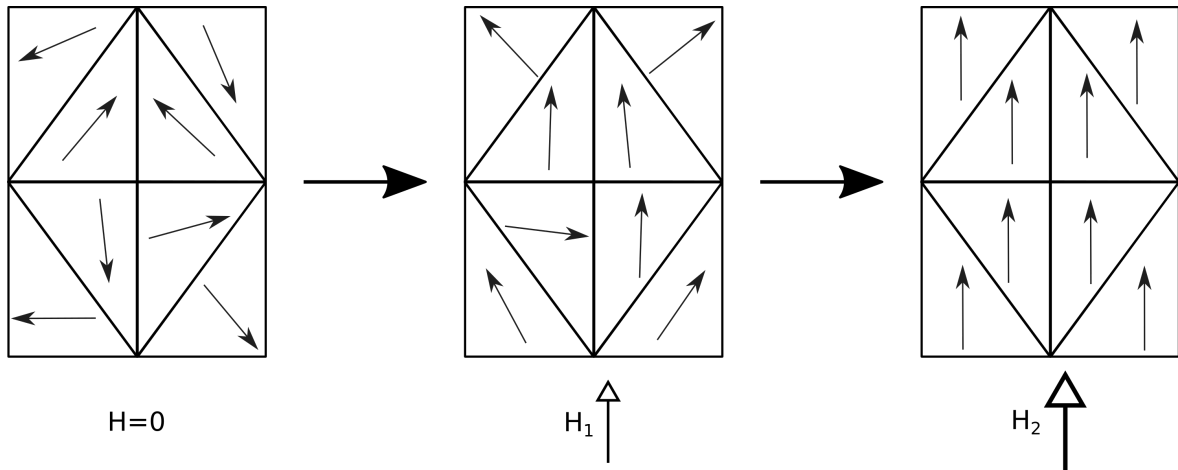


FIGURE I.10 – Schéma représentatif de la direction de l'aimantation interne d'un matériau sous l'effet d'un champ inducteur croissant. Quand le champ extérieur augmente ( $H_2 > H_1 > H_0$ ), les aimantations de domaines tendent à s'aligner sur le champ inducteur

$$\vec{M}_I = \chi \cdot (\vec{H}_1 - \vec{H}_0) + \frac{\nu}{2} \cdot (\vec{H}_1 - \vec{H}_0)^2 \quad (I.4)$$

avec  $\vec{H}_1$  le nouveau champ extérieur et  $\vec{H}_0$  le champ extérieur initial.  $\chi$ , la susceptibilité de matériau et  $\nu$  la constante de Rayleigh relative au matériau.

Tant que l'on reste dans le domaine des champs faibles, c'est-à-dire ceux rencontrés à la surface de la terre (inférieur à 70 000nT), on a un comportement réversible et l'on peut écrire la relation linéaire :

$$\vec{M}_I = \chi \cdot (\vec{H}_1 - \vec{H}_0) \quad (I.5)$$

On peut donc ainsi remarquer qu'en l'absence de champ inducteur, l'aimantation induite est nulle et le champ secondaire associé également.

Cette constante  $\chi$ , sans dimension, est appelée susceptibilité du matériau, elle est liée à la perméabilité relative du matériau  $\mu_R$  par la relation

$$\chi = \mu_R - 1 \quad (I.6)$$

Cette constante est très élevée pour les matériaux ferromagnétiques et beaucoup plus faible voir négligeable pour les autres matériaux.

Matériau	C	Eau	Cu	Al	Ni	Fe
$\chi$	$-2.1.10^{-5}$	$-1.2.10^{-5}$	$-1.0.10^{-5}$	$2.2.10^{-5}$	110	220
<b>Comportement</b>	Diamagnétique		Paramagnétique		Ferromagnétique	

TABLEAU I.2 – Susceptibilité magnétique de quelques matériaux. Source : Wikipédia .

**Aimantation permanente.** Elle est liée à l'histoire du matériau et à sa composition. En effet, seuls les matériaux ferromagnétiques présentent une aimantation rémanente non



négligeable. Ces matériaux ont la propriété de présenter un effet mémoire leur permettant de garder leur aimantation dans le temps et qu'on peut expliquer en terme microscopique sur la figure I.11.

A l'origine et en l'absence de champ, les différents domaines de Weiss présentent une orientation chaotique, leurs effets se compensent à l'échelle macroscopique et on a donc une aimantation globale nulle ou quasi nulle. Imaginons que l'on applique un champ extérieur  $H'1$  faible, on va observer une légère déformation de certaines parois liée à la modification de l'état d'équilibre externe par ce champ extérieur. Il commence à se créer dans le matériau une aimantation induite sous l'action du champ. Néanmoins, il s'agit d'une transformation réversible que l'on peut assimiler au comportement élastique linéaire d'un ressort soumis à l'action d'une contrainte. Dans toute la zone élastique, l'augmentation de l'aimantation est linéairement liée à l'augmentation du champ extérieur.

Si l'on continue d'augmenter le champ extérieur appliqué, on entre alors dans la zone irréversible ou le matériau acquiert de la rémanence. Les contraintes sur les parois des domaines deviennent trop importantes et certaines se déforment pour donner lieu à des assemblages plus stables. A ce stade-là, différents domaines avec des directions différentes cohabitent mais on a macroscopiquement une direction d'aimantation rémanente. C'est-à-dire qu'en l'absence de champ extérieur, le matériau présente une aimantation révélatrice des précédents champs lui ayant été appliqués. Si l'on décide de poursuivre le processus, on modifie alors tous les domaines, le matériau présente alors un seul domaine avec une direction définie qui est celle de l'aimantation rémanente que l'on observe. Si, pour un incrément de champ important, il n'est pas observé de modification de l'aimantation, on dit dans ce cas là que le matériau est à saturation. En effet, une fois tous les domaines modifiés et/ ou alignés, toute augmentation de champ extérieur n'a plus d'influence car l'aimantation a atteint son maximum.

Si la principale source de variation de l'aimantation rémanente est au premier ordre l'amplitude du champ extérieur appliqué, d'autres facteurs interviennent. Les variations par contraintes mécaniques ont été mises en évidence au XIXe siècle. Le couplage entre contrainte mécanique et champ magnétique est exprimé via les effets Villari (modification de l'aimantation sous l'action de contraintes mécaniques) et Joule (modification de l'état de contrainte mécanique sous l'action d'un champ magnétique (Jiles, 1995)). Il a été démontré (Periou, 1984) que pour un même champ inducteur, une importante variation de pression alliée à une géométrie particulière peut engendrer une forte prise d'aimantation permanente. Le formage de la coque d'un navire produit également une prise d'aimantation. De même il est probable que l'impact répété de la houle sur une coque engendre une variation d'aimantation, de la même manière qu'un choc plus local à quai ou en mer. Cet ensemble de phénomènes correspond à un domaine de recherche appelé la magnétostriction, et qui ne sera pas abordé dans le manuscrit.

La température peut également influencer sur la prise d'aimantation. En effet, au-delà d'une certaine température dite température de Curie, le matériau perd son aimantation permanente. En refroidissant, il va alors acquérir une nouvelle aimantation dans la direction du champ régional local.

Il est également probable que la température induise des variations mécaniques engendrant des modifications d'aimantations. Nous ne disposons à ce jour d'aucune information ou données nous permettant d'étayer ces hypothèses. Signalons que certaines études ont tenté de mettre en évidence des modifications de l'aimantation pour des mu-

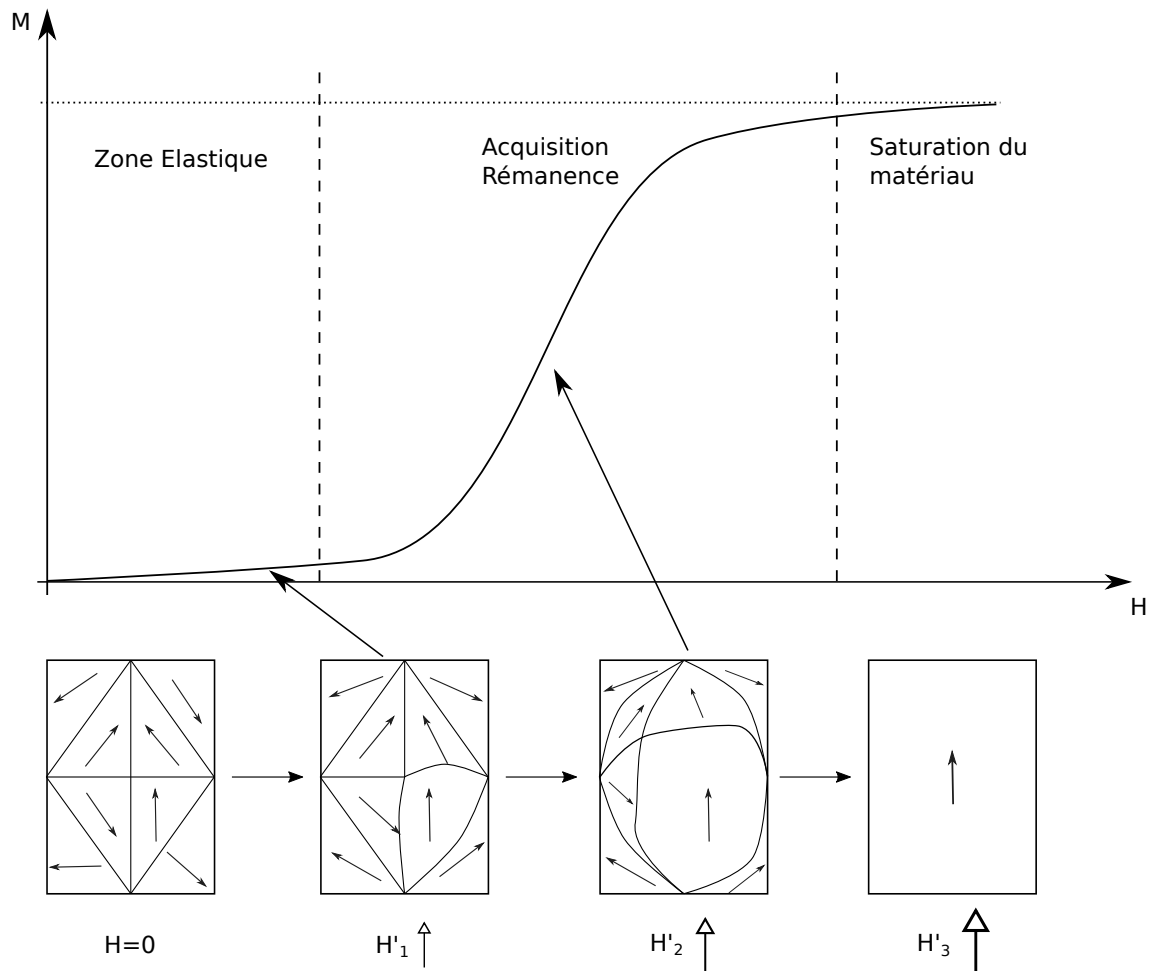


FIGURE I.11 – Courbes d’aimantation et schéma représentatif de l’état interne du matériau ferromagnétique soumis à un champ inducteur constant. Lorsque le champ inducteur augmente, l’aimantation passe par trois zones correspondant à trois modes différents. Tout d’abord un comportement élastique, puis une prise d’aimantation permanente et enfin une saturation du matériau.

nitions tirées (Billings et al., 2009). Il n'est en revanche pas possible de distinguer l'impact de la contrainte thermique vis-à-vis de la contrainte mécanique.

**Etat d'aimantation d'un objet.** L'état d'aimantation d'un objet, qu'il s'agisse d'un bâtiment militaire ou d'un échantillon de roche est la sommation vectorielle de son aimantation induite, dépendante du champ extérieur en direction et en amplitude et de son aimantation rémanente.

Cet ensemble d'états magnétiques possibles peut être caractérisé par un diagramme M,H liant l'aimantation du matériau au champ magnétique inducteur. On trace alors traditionnellement le cycle dit d'hystérésis constituant les limites du domaine possible pour un matériau donné.

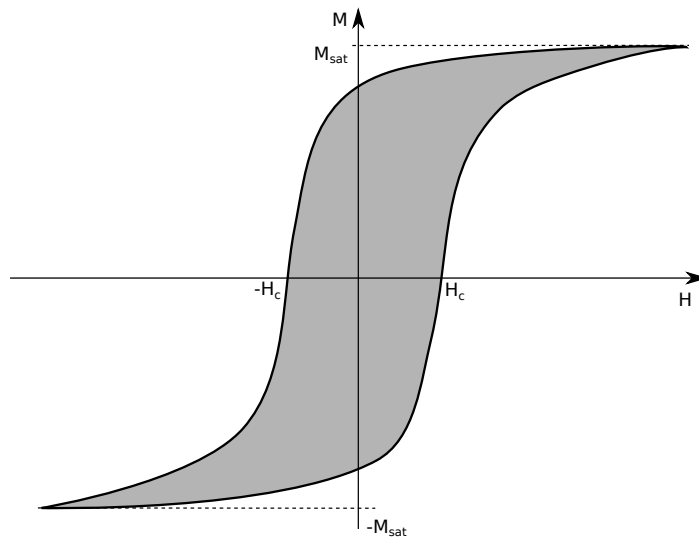


FIGURE I.12 – Cycle d'hystérésis d'un matériau ferromagnétique, il représente les valeurs de  $M$  possible selon  $H$ . Ce cycle présente des points particuliers, l'aimantation à saturation du matériau, ainsi que le champ coercitif.

Toute la zone grise située à l'intérieur du cycle limite est accessible, mais certains points caractéristiques de ce cycle méritent quelques détails.  $M_{sat}$  et  $-M_{sat}$  représentent l'aimantation maximale atteignable par l'objet considéré, quelque soit le champ extérieur, d'où la présence des asymptotes symbolisant ce maximum.  $H_c$  représente lui une caractéristique du matériau. Il faut appliquer  $-H_c$  pour revenir à une aimantation nulle après saturation du matériau. Il quantifie la « dureté » d'un matériau vis-à-vis d'un champ magnétique, on l'appelle le champ coercitif. Plus il est élevé, plus le champ à appliquer pour remettre à zéro l'aimantation d'un échantillon est élevé.

## I.2 Les méthodes existantes pour la discrétion du navire

Nous avons vu plus haut les enjeux du magnétisme du navire et les différents contributeurs de l'aimantation totale d'un navire. Cette aimantation, caractéristique de l'état magnétique d'un objet est directement et linéairement reliée au champ magnétique de

l'objet considéré qui constitue une vulnérabilité pour ce dernier lorsqu'il s'agit d'un bâtiment militaire. C'est pourquoi de nombreux systèmes ont été développés pour estimer et réduire cette signature. Nous les présentons en les comparant.

### **I.2.1 Ranging**

Il s'agit du terme anglais consacré pour parler de la mesure de signatures d'un navire. On parle en Français de « polygone » de mesure, car il s'agit en général d'une zone dédiée à un ensemble de mesures. En effet, la pose et l'entretien d'équipements sous-marins est relativement coûteux et l'on tend donc à rationaliser les coûts en installant plusieurs types de capteurs au même endroit.

Une station de mesure complète comporte généralement des capteurs acoustiques, électriques et électromagnétiques. Nous nous intéressons principalement aux capteurs magnétiques. Ces capteurs sont placés sur les fonds marins et peuvent être disposés en lignes selon un axe Nord-Sud géomagnétique ou Est-Ouest géomagnétique. Chaque ligne de capteurs est constituée de 3 à 9 unités espacées chacune de 5 à 20 m selon la largeur des navires que l'on envisage de mesurer.

Chaque unité est constituée d'un capteur magnétique vectoriel dont les composantes sont orientées de façon cohérente par rapport au champ terrestre. Cela permet ensuite une analyse en composantes de la signature du navire. L'armée française utilise des capteurs fluxgate pour réaliser ces mesures (Chadebec, 2001).

L'un des points les plus délicats reste la profondeur des capteurs. En effet, selon la norme OTAN faisant référence dans le domaine (North Atlantic Treaty Organization., 1995) il est préconisé de mesurer la signature magnétique d'un bâtiment à une profondeur égale à sa largeur. Seulement la largeur des bâtiments peut varier d'un facteur 2 ou 3 dans une marine, ce qui implique donc la création de plusieurs lignes de capteurs à des profondeurs variées. Signalons également qu'un marnage important peut devenir problématique.

### **I.2.2 Degaussing**

Une fois la signature du navire acquise, on souhaite la minimiser dans un plan de référence qui est le plan de mesure. Pour cela on dispose de boucles de tailles importantes à l'intérieur du navire que l'on va alimenter en courant pour créer un champ magnétique contraire à celui mesuré sur station de mesure. Ce système, présent à l'intérieur du navire, est appelé degaussing en anglais ou boucles d'immunisation.

Il vise à réduire pour tous les caps et à tous les instants la signature du navire via des générateurs de courant pilotés par ordinateur en tenant compte de différents paramètres du navire, le cap évidemment, le roulis et le tangage. On montre sur la figure I.13 un exemple de disposition des boucles de degaussing.

On place les boucles selon les trois axes du navire. Les boucles dites longitudinales sont symbolisées en rouges, situées dans un plan vertical, leur champ va tendre à s'opposer à celui de l'aimantation longitudinale. En rouge, dans un plan horizontal, on a les

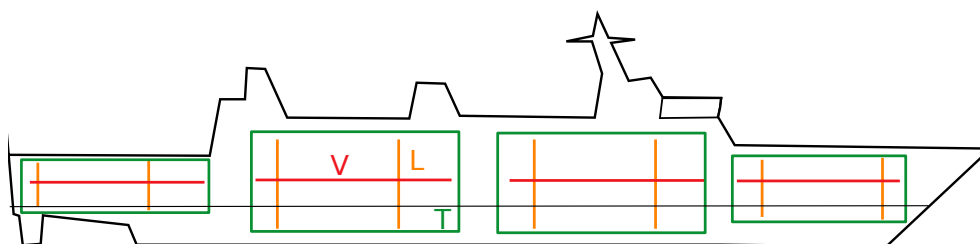


FIGURE I.13 – Schéma d'un navire présentant des boucles dans les trois directions de l'espace. Les boucles L vont créer une aimantation longitudinale dont le champ s'opposera au champ extérieur selon cet axe. Pour les boucles V, il s'agit de compenser l'aimantation verticale. Enfin, les boucles T compenseront l'aimantation transversale. Le triplet de boucle est parfois désigné par les lettres L, M, A en lieu et place de L, V, T.

boucles verticales qui vont tendre à s'opposer à l'aimantation verticale. Enfin, il existe également des boucles transversales (A pour arthwarship en anglais), visant à s'opposer à l'aimantation transversale et placées le long de la coque du navire (schématisées en vert).

La calibration d'un tel système se fait nécessairement à l'aide d'une station de mesure, car il faut acquérir l'effet de chaque boucle et déterminer à l'aide d'un algorithme quel courant injecter dans chacune des boucles. Ceci fait, on effectue plusieurs passes de vérification ou d'ajustement des réglages.

Le logiciel de contrôle des courants intègre le mouvement du bateau, car selon l'attitude de ce dernier, les composantes du champ magnétique inducteur dans le repère du navire changent et il faut donc ajuster le courant en temps réel. Le réglage introduit pour compenser l'aimantation permanente est lui constant durant toute la mission du navire et jusqu'au prochain passage sur station de mesure. L'hypothèse prise est que cette aimantation restera très proche de sa dernière valeur mesurée, ce qui peut être une hypothèse forte.

Un autre point délicat de ces systèmes d'immunisation est leur dimensionnement initial. En effet, lors de la construction du bateau, rien n'indique ce que sera l'aimantation rémanente ou induite et donc l'amplitude du champ magnétique à créer par les boucles. Il faut donc prévoir a priori quel sera le nombre de tours de câble nécessaire. Cela étant balancé par le coût de ces câbles et le surpoids occasionné pour le navire. Il semble qu'aujourd'hui les fournisseurs de systèmes d'immunisation suivent des lois empiriques permettant de déterminer le nombre de tours nécessaires, quitte à surdimensionner légèrement ce système.

### I.2.3 Deperming

Une autre solution pour réduire la signature magnétique d'un navire est d'agir directement sur la caractéristique magnétique du matériau. L'induit étant lié au champ inducteur, il ne peut être annulé de la sorte. En revanche, l'aimantation permanente est, elle, liée à l'histoire du matériau et il est possible de la modifier.

Le principe général théorique est de se placer en champ externe nul et d'appliquer un champ alternatif décroissant au matériau, afin de ramener son aimantation en zéro en tous points. Ce faisant, on décrit en fait le cycle de la figure I.14

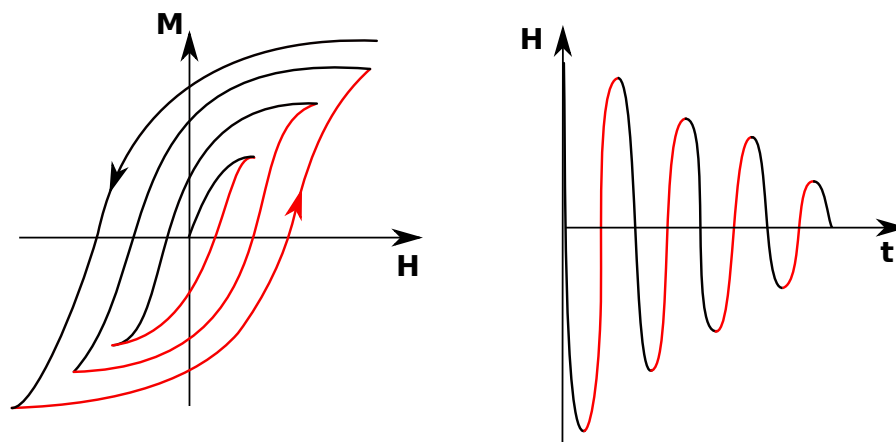


FIGURE I.14 – Cycle d’hystérésis décrit par le matériau lors de l’application d’un champ sinusoïdal d’amplitude décroissante. En noir, les parties où le champ décroît. En rouge, celles où il croît. L’application d’une forme sinusoïdale dont l’amplitude décroît au fil du temps permet de ramener l’aimantation permanente vers une valeur faible.

À l’échelle microscopique, on peut considérer qu’en parcourant le cycle de cette manière-là, on polarise les domaines de façon opposée/chaotique, ce qui nous permet de ramener l’aimantation macroscopique le plus bas possible (Chikazumi, 1964).

Étant donné les ampérages importants nécessaires, jusqu’à 6000 A pour des stations de type wrapping (Baynes et al., 2002) et afin d’éviter la création de courants de Foucault importants et d’autres phénomènes transitoires complexes, il s’agit en général d’un champ alternatif très basse fréquence voire même continu comme montré sur la figure I.15.

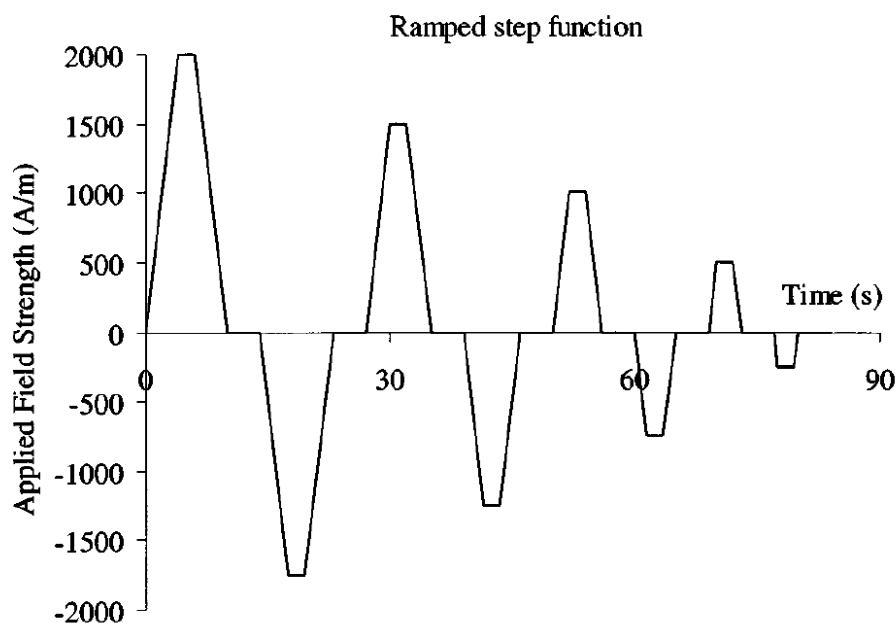


FIGURE I.15 – Evolution temporelle du champ et donc du courant imposé dans un deperming type (Baynes et al., 2002). On voit qu’un signal trapézoïdal semble également fonctionner.

Signalons que lors d’un deperming, on peut vouloir ramener la composante verticale de l’aimantation à une valeur non nulle, pour qu’elle s’oppose par exemple à l’induit (ce

qui restreint alors la zone géographique d'évolution du navire).

De manière plus générale, le deperming peut être vu comme une technique complémentaire au degaussing. En effet, il permet de réduire la signature permanente du bâtiment. Ce qui permet de « sous dimensionner » le système de degaussing qui n'a alors plus que la partie induite à compenser. Il permet également de normaliser les aimantations de différents bâtiments issus d'une même classe et qui ont eu des histoires magnétiques différentes, liées à leur mode de constructions, voire même à des lieux de constructions différents, ce qui peut conduire à des variations d'aimantation permanente très importantes au sein d'une même classe et donc des signatures globales très différentes.

Le passage d'un bâtiment sur une station de traitement permet alors de retrouver un état magnétique connu. Le calcul des courants nécessaires pour le degaussing est alors grandement facilité puisque la signature de chaque bâtiment d'une classe donnée après traitement magnétique devrait être très proche de sa tête de série et qu'on dispose donc déjà d'un jeu de courants à appliquer. De la même manière, un passage régulier sur la station de mesure tout au long du cycle de vie du bâtiment permet de s'assurer de son état magnétique et donc de vérifier que le système de degaussing n'amplifie pas la signature au lieu de la réduire suite à une variation d'aimantation permanente acquise dans le temps, lors des missions.

Enfin, signalons que certains navires ne sont pas équipés de systèmes de degaussing. Leur passage en station de traitement est alors le seul moyen de contrôler leur état d'aimantation et de minimiser leur risque magnétique.

Nous présentons ici, les différentes solutions techniques possibles ainsi que leurs avantages et inconvénients. Pour créer des champs importants, il semble naturel de tirer profit des propriétés des boucles de courant et en particulier de l'assemblage de boucles en solénoïde. C'est sans doute pourquoi les procédés les plus connus (Wrapping et Drive-In) utilisent ces propriétés.

### **1.2.3.1 Le wrapping (l'enroulement)**

Il s'agit du procédé le plus ancien, utilisé dès la seconde guerre mondiale. Il consiste à enrouler des câbles autour du navire. Ce faisant, on crée un solénoïde dans lequel on va injecter du courant selon le principe énoncé plus haut.

En se plaçant selon un axe N-S géomagnétique, il est possible d'annuler la composante inductrice grâce à un offset de courant (Holmes, 2008). Sachant qu'il faut normalement se placer en champ nul, on peut créer une boucle qui, placée dans le plan horizontal, permet de créer une composante verticale compensant celle du champ local. Le dimensionnement de cette boucle étant directement lié à l'amplitude de la composante verticale locale, on aura tout intérêt à se placer le plus proche possible de l'équateur magnétique.

S'il s'agit de la solution la plus simple techniquement, elle présente un inconvénient du fait que l'on pose le câble à même la tôle, ce qui engendre donc des zones très saturées, quand le champ vu par la tôle entre deux spires de câbles est beaucoup plus faible. On introduit donc dans le matériau de fortes hétérogénéités.



FIGURE I.16 – Un navire russe durant un deperming sur station de type wrapping. Photo par Mikhiylov - Wikimedia

Enfin, le problème d'un tel système est qu'il est assez chronophage car l'installation des câbles tout le long de la coque immobilise le bateau pendant plusieurs jours, ce qui est problématique d'un point de vue opérationnel. De plus, on imagine bien que la longueur de câble nécessaire pour traiter des navires larges (type BPC ou porte avion) est très conséquente.

### **I.2.3.2 Drive in facility (la cage)**

Il s'agit d'une solution qui reprend le même principe du câble autour du bâtiment, sauf que dans ce cas-là, il s'agit d'une installation dédiée et qui se présente sous forme d'une cage avec des arceaux portant les câbles de puissances. Le gain de temps est évidemment conséquent puisqu'il suffit d'introduire le navire dans l'installation et de le retirer une fois le traitement terminé.

Le coût d'une telle installation est en revanche très élevé en raison de l'aménagement nécessaire pour obtenir un champ homogène au centre de la cage. De plus, son dimensionnement est conditionné par le plus gros navire de la flotte. Il semble aujourd'hui que seule l'US Navy dispose de telles installations et qu'elles soient dimensionnées pour ses sous-marins (figure I.17).

Afin de mesurer la signature et l'efficacité du traitement réalisé, les capteurs magnétiques sont disposés sous l'installation. Ils sont répartis en grand nombre et l'on parle habituellement de tapis de capteurs.





FIGURE I.17 – Sous-marin Américain à l’intérieur d’une station de deperming type drive-in. Photographie par US Navy, domaine public.

### I.2.3.3 Over-run

La dernière solution technique que nous présentons est peu courante, elle est souvent ignorée malgré certains atouts. Il s’agit non plus d’immobiliser le bâtiment et de passer le câble autour, mais de le faire naviguer au-dessus d’une boucle de traitement, comme il le ferait au-dessus d’une ligne de capteurs magnétiques. La décroissance du champ est alors engendrée par le mouvement du bateau s’éloignant du centre de la boucle. On présente sur la figure I.18 le dessin global d’une telle installation.

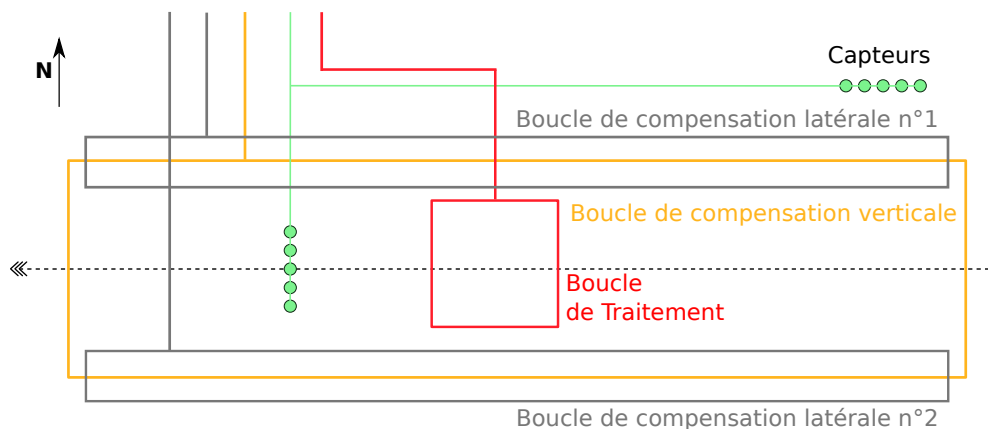


FIGURE I.18 – Schéma d’une station over-run, la trajectoire idéale du bâtiment est symbolisée par la flèche en pointillé noir. Sur une station complète, on dispose de boucles latérales qui permettent de s’affranchir de la composante transversale, ainsi que d’une boucle compensant le champ inducteur vertical.

Le traitement se fait normalement en champ nul, ce qui implique de compenser le champ magnétique régional. Pour cela, on utilise plusieurs boucles, dites de compensation. La grande boucle jaune est posé sur le fond, à l’horizontal. En injectant du courant dans cette boucle on produit un champ vertical. Les deux boucles grises servent à com-

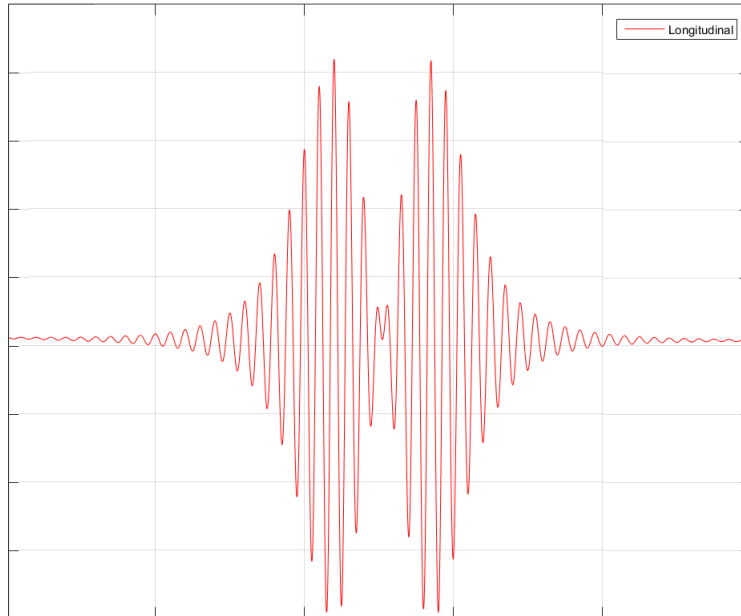
penser le champ transversal Nord-Sud. En injectant un courant opposé dans chacune de ces boucles, on peut produire un champ transversal dans la direction souhaité.

On voit également deux lignes de capteurs, la première nord/sud et la seconde est-ouest. Il s'agit donc ici d'une station de mesure et de traitement. Le nombre de capteurs et la largeur de la boucle de compensation sont déterminés selon la largeur du navire.

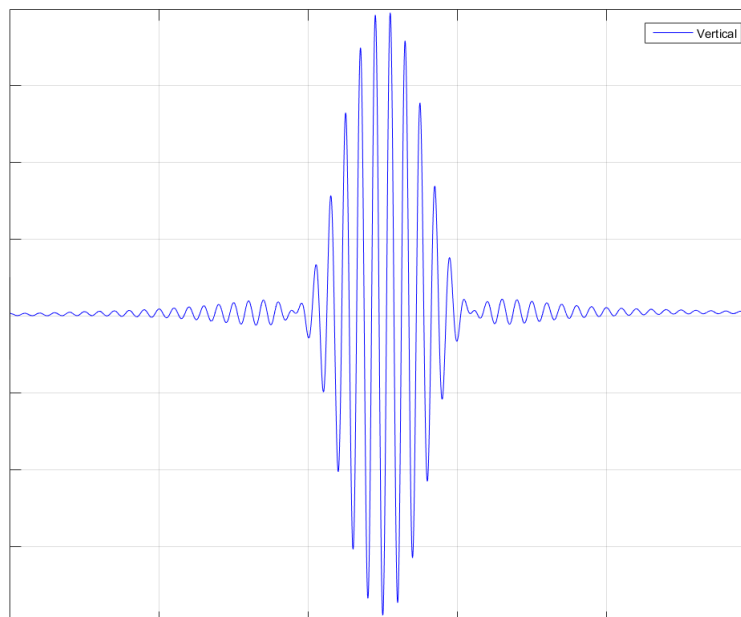
La boucle de traitement est de taille plus petite, afin de limiter la puissance. En effet, cette boucle est située à plusieurs mètres de la coque, le champ produit doit donc être suffisamment intense pour modifier l'état magnétique du navire à cette distance, or il diminue avec la distance. L'intérêt de cette boucle est que seule sa largeur est importante, en effet, le navire avance sur la boucle et chaque tronçon de coque est donc traité à la suite sans nécessité d'une boucle faisant toute la longueur du bateau.

Enfin, terminons par signaler que la boucle de traitement horizontale produit bien du champ magnétique selon la composante longitudinale (figure I.19a) et la composante verticale (figure I.19b) dans le repère du navire.

L'intérêt principal d'une station over-run est la rapidité d'exécution du traitement magnétique. On parle ici de quelques minutes pour le traitement en lui-même et d'une journée environ pour une séquence complète de mesures aux quatre caps, deperming et re-mesures aux quatre caps.



(a) Composante horizontale (longitudinale)



(b) Composante verticale du champ

FIGURE I.19 – Composantes du champ créées par une boucle horizontale pour un navire passant au centre d'une boucle de station over-run

# Chapitre II

## Magnétisme du navire et géophysique

### Sommaire

---

<b>I.1</b>	<b>Génèse et enjeux du magnétisme du navire . . . . .</b>	<b>2</b>
I.1.1	La discrétion du navire . . . . .	3
I.1.1.1	Signature Magnétique . . . . .	3
I.1.1.2	Signature acoustique . . . . .	5
I.1.2	Quelques notions sur les mines marines . . . . .	6
I.1.2.1	Mines de contacts . . . . .	6
I.1.2.2	Mines à influence . . . . .	7
I.1.2.3	Doctrine d'emploi . . . . .	8
I.1.2.4	Le capteur magnétique dans les mines . . . . .	9
I.1.3	Moyens de mesures/détection . . . . .	9
I.1.3.1	Capteur acoustique . . . . .	10
I.1.3.2	Capteur de champ électrique . . . . .	10
I.1.3.3	Capteur magnétique . . . . .	11
I.1.4	Notions sur l'aimantation . . . . .	16
I.1.4.1	Approche macroscopique . . . . .	16
I.1.4.2	Approche microscopique (physique) . . . . .	16
I.1.4.3	Autres représentations équivalentes à l'aimantation . . . . .	16
I.1.4.4	Propriétés magnétiques des matériaux . . . . .	17
I.1.4.5	Les variations d'aimantations . . . . .	18
<b>I.2</b>	<b>Les méthodes existantes pour la discrétion du navire . . . . .</b>	<b>22</b>
I.2.1	Ranging . . . . .	23
I.2.2	Degaussing . . . . .	23
I.2.3	Deperming . . . . .	24
I.2.3.1	Le wrapping (l'enroulement) . . . . .	26
I.2.3.2	Drive in facility (la cage) . . . . .	27
I.2.3.3	Over-run . . . . .	28

---

Nous allons maintenant nous intéresser à ce qui fait l'originalité de l'approche proposée. En effet, cette thèse se situe à la frontière de deux disciplines dont la date d'apparition et les thématiques de recherche sont voisines mais les approches, applications et coutumes très différentes.

D'un côté, le magnétisme du navire, discipline ayant découlé d'un besoin opérationnel des marines durant la seconde guerre mondiale. L'objectif dans ce cadre est de comprendre et quantifier l'aimantation d'un objet de dimension et de composition connu, mobile dans le champ terrestre. De l'autre, le magnétisme en géosciences dont le représentant le plus connu est l'aéromagnétisme et qui répond principalement à des problématiques régionales ou de sub-surface de connaissance du sous-sol pour l'exploitation de ce dernier. On cherchera donc plutôt à quantifier la position, l'extension ou la composition d'entités géologiques.

Nous tentons ici de faire une présentation la plus complète possible de chaque discipline. On a choisi de le faire sous l'angle d'une séquence complète : en partant de l'acquisition des mesures magnétiques, passant par le traitement des données et jusqu'à leur interprétation finale. Ceci pour que le lecteur puisse mieux appréhender le contexte et les enjeux de chacune de ces disciplines, ainsi que leurs points communs et les différences fondamentales existantes.

## II.1 Magnétisme du navire

L'approche globale qui vise à quantifier la signature d'un navire puis la réduire peut être visualisée sur le schéma bloc de la figure II.1. On appelle  $K$  le coefficient d'immunisation. Dans le cas le plus général, on passe d'abord par un traitement magnétique dit de désaimantation en français et *deperming* en anglais. Cette étape ne permet de réduire que la partie permanente de l'aimantation, on note donc  $K_{perm}$  le coefficient de réduction associé.

Il faut souligner en avant-propos qu'il s'agit d'une science ou l'on publie peu. En effet, les structures de recherche étant en général des laboratoires militaires ou rattachés à une structure militaire, la confidentialité des travaux est souvent de mise. De plus, la signature magnétique d'un navire représente une donnée très sensible pour toute marine ce qui la rend classifiée.

En France, il existe un laboratoire dédié au magnétisme du navire et au génie électrique, Grenoble Génie Electrique (G2ELAB, UMR 5269). Historiquement installé à Grenoble, ce dernier travaille étroitement avec la Direction Générale de l'Armement (DGA) et les industriels du secteur. Il est à l'échelle mondiale, l'un des contributeurs majeurs sur ces thématiques.

L'objectif principal de toutes ces études est de quantifier l'état magnétique de l'objet considéré : son aimantation qui crée le champ que l'on va mesurer. La littérature étant assez restreinte, mis à part les normes OTAN faisant référence en la matière (Defence procurement Agency, Executive agency of the ministry of defence, 2008), nous nous appuyons principalement sur les travaux menés par le G2ELAB pour présenter l'état de l'art de la discipline de nos jours.

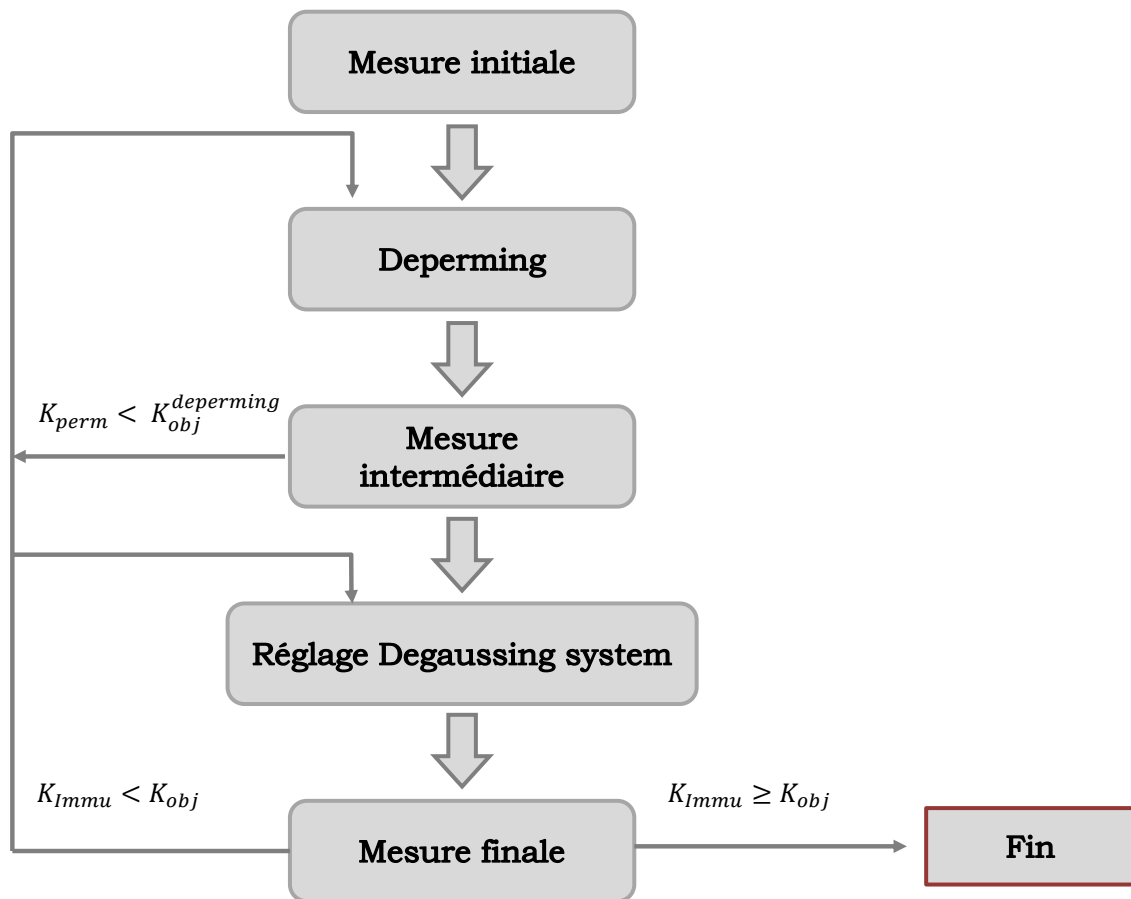


FIGURE II.1 – Schéma bloc général d’une procédure du magnétisme du navire visant à réduire la signature d’un bâtiment. On part d’une mesure de l’état initial magnétique du bâtiment, puis on passe par une désaimantation qui réduit la partie permanente de l’aimantation. Une mesure dite intermédiaire permet de quantifier le coefficient de réduction dû au traitement subi. Ensuite, on procède au réglage du système d’immunisation, avant de mesurer la signature finale et le coefficient d’immunisation globalement atteint. Si ce dernier est insuffisant, on peut recommencer la désaimantation ou le réglage du système d’immunisation.

### II.1.1 Les mesures - Ranging

Traditionnellement la mesure d'un bâtiment se fait avec des capteurs fixes. Ces capteurs sont immergés à une profondeur donnée et sont généralement couplés à d'autres types de capteurs (électriques ou acoustiques) pour constituer un polygone de mesure.

#### II.1.1.1 Mesure de la signature d'un navire

L'une des premières difficultés est que selon la dimension et le tonnage des bâtiments, la signature magnétique varie fortement. Il est donc difficile de trouver un point de comparaison entre les différents bâtiments. La norme OTAN permet de résoudre cette difficulté en stipulant que chaque bâtiment doit être mesuré à une hauteur d'eau égale à sa largeur, ce qui permet de garder un ratio rendant les signatures comparables. Pratiquement, cela implique de disposer d'un système à immersion commandable ou de disposer de plusieurs lignes de capteurs à des profondeurs différentes ou encore de tirer profit de la marée dans les zones à fort marnage.

Les mesures magnétiques sont effectuées avec des capteurs vectoriels à trois composantes. Ces derniers sont en général immobiles, car installés sur le fond marin. Leur erreur est donc faible car correspondant au bruit du capteur ( $< 1$  nT en général). Ces capteurs permettent alors d'accéder directement aux composantes de la signature magnétique. Ce qui, dans certains cas permet via une analyse graphique rapide, un lien direct avec la direction d'aimantation principale.

Réciproquement, en connaissant le champ mesuré et grâce à un modèle mathématique du navire, on est capable de remonter à l'aimantation, source du champ. C'est de manière générale ce que l'on tente de faire en magnétisme du navire : quantifier le plus précisément possible l'état magnétique d'un objet complexe de grandes dimensions à partir de mesures du champ engendré et d'un modèle physique représentatif des sources.

L'aimantation totale du navire est la somme vectorielle de l'aimantation induite  $\vec{M}_{ind}$ , liée au champ externe et l'aimantation permanente  $\vec{M}_{perm}$  liée à l'histoire du bâtiment. Si l'on se place dans le repère géographique, l'aimantation induite est constante. Dans le repère navire, au contraire, c'est l'aimantation permanente qui est fixe.

On écrit alors

$$\vec{M}_{tot} = \vec{M}_{perm} + \vec{M}_{ind} \quad (II.1)$$

Introduisons ici le repère du navire que nous utiliserons régulièrement par la suite.

Quand le navire est cap Nord géomagnétique et non incliné, les repères géomagnétiques et du navire sont donc confondus. Dans le cas contraire, une matrice de rotation permet de passer de l'un à l'autre.

Signalons pour terminer que la mesure d'un navire constitue à la fois le point de départ et le point d'arrivée d'un cycle complet qui peut comprendre la démagnétisation (de-perming) et/ou la compensation de la partie induite et du permanent à l'aide du système d'immunisation (degaussing).

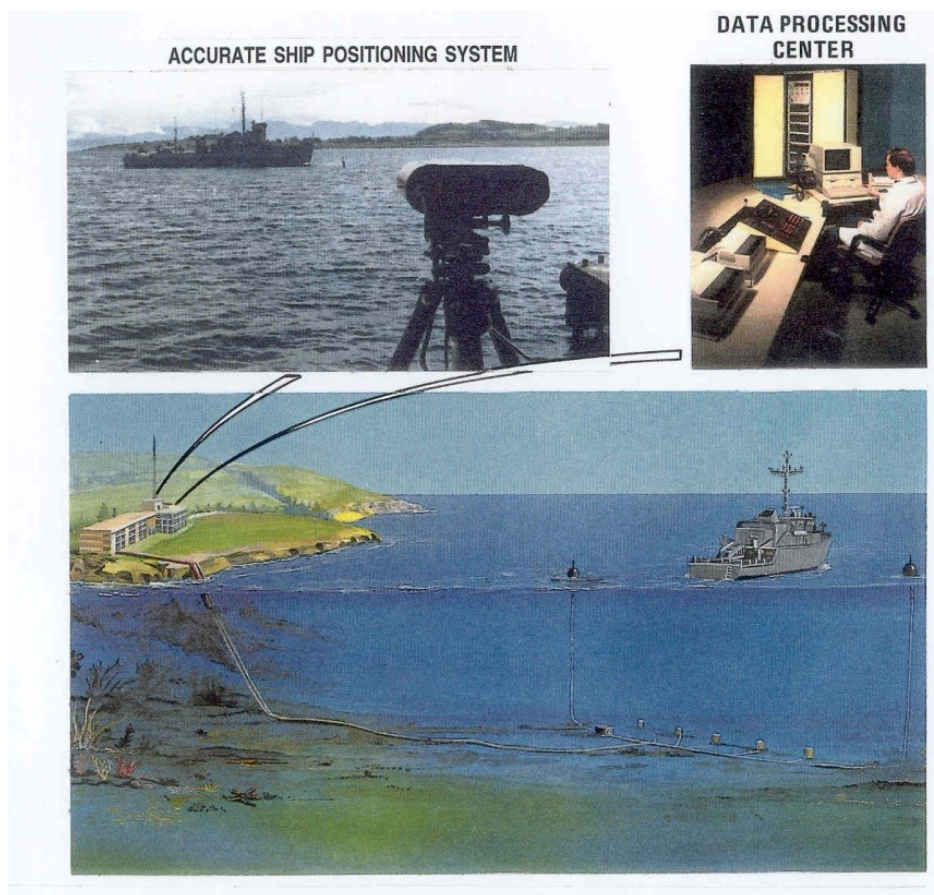


FIGURE II.2 – Vue d’artiste d’une station de mesure classique, le navire passe au-dessus des capteurs disposés sur le fond marin. On enregistre alors sa signature magnétique ainsi que sa position de manière précise.

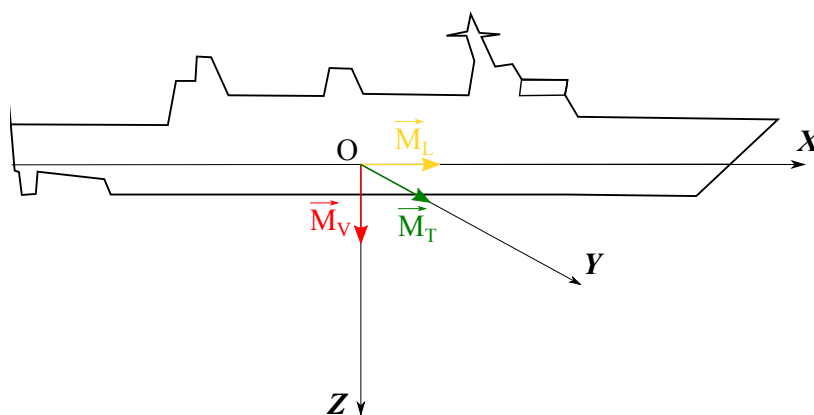


FIGURE II.3 – Le repère du navire utilisé et les composantes de l’aimantation associées selon les trois axes.



### II.1.1.2 Mesure des effets de boucles d'un navire

La procédure générale est de mesurer un à un les effets des boucles d'immunisation, en effet la modélisation de cet effet est complexe (Ledorze, 1997). Pour cela, on injecte tour à tour dans chacune des boucles un courant connu dit de référence. Ce courant est à l'origine d'une aimantation équivalente à une aimantation permanente et modifie donc la signature globale du bâtiment.

En ayant au préalable mesuré le bâtiment avec toutes ses boucles éteintes, mesure dite degaussing system OFF (DG Off), on est capable de remonter par différence en composantes à la signature de la boucle. On constitue alors un catalogue des effets de boucle du navire qui servira à compenser sa signature.

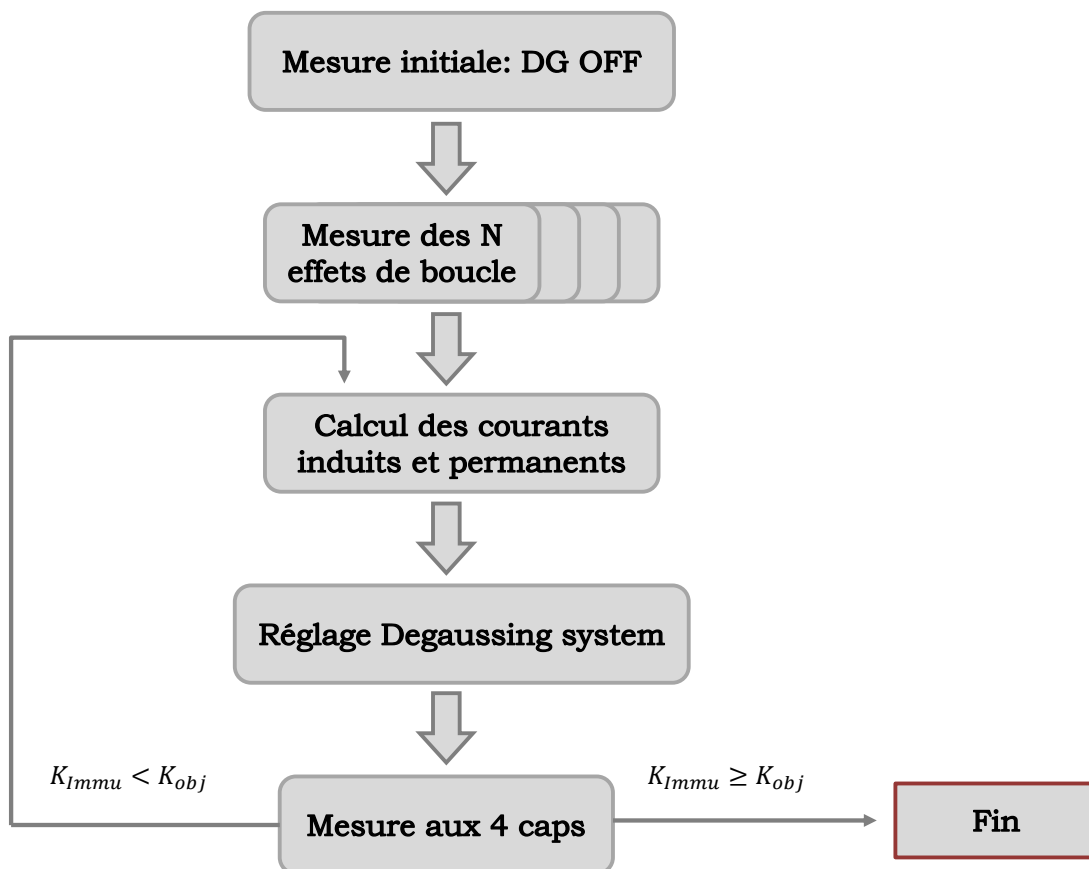


FIGURE II.4 – Schéma bloc du réglage initial d'un système de degaussing. On part d'une mesure initiale système d'immunisation éteint (DG OFF), on mesure ensuite les effets des boucles une à une. On cherche alors ensuite à calculer les courants induits et permanents permettant la meilleure réduction de signature possible. Une fois ces courants entrés dans le système, on procède à une mesure finale aux quatre caps cardinaux pour quantifier le coefficient d'immunisation atteint et vérifier qu'il correspond à l'objectif.

### II.1.2 Traitement des données

Le traitement de ces données est généralement plus simple que celui des données géophysiques. En effet les capteurs sont immobiles, leur bruit est donc faible et les objets mesurés ont des amplitudes de signal importantes à la distance considérée, ce qui per-

met de travailler avec un rapport signal sur bruit confortable. Ce qui va complexifier le traitement c'est le modèle physique représentatif de l'objet et la distance de mesure.

Dans certains cas, les passes de mesure doivent permettre de vérifier la signature magnétique d'un bâtiment. Si le résultat mesuré est conforme au seuil fixé, il n'y a pas de traitement magnétique, ni même de traitement de la donnée à proprement parler.

### II.1.2.1 Séparation Induit/permanent

La séparation de l'aimantation induite et permanente est fondamentale pour effectuer un réglage de système d'immunisation. En effet, l'aimantation permanente étant fixe dans le repère du navire, il s'agira de courants constants à injecter dans les boucles. Pour l'aimantation induite, en revanche, il faudra tenir compte de l'attitude du navire (cap, roulis, tangage) et le courant sera donc variable selon chacun de ces angles.

Il faut alors mesurer plusieurs caps pour pouvoir séparer la partie induite de la partie permanente. L'habitude veut que l'on mesure à quatre caps cardinaux pour pouvoir effectuer cette séparation. Ce qui explique que certaines des stations de mesures soit disposées selon des axes Est-Ouest et Nord-Sud (géomagnétique).

Chaque axe du navire est donc affecté tour à tour par le champ inducteur régional. Si l'on se place dans un repère Nord/Sud-Est/Ouest géomagnétique et en considérant pour simplifier un roulis et tangage nuls, on a la composition suivante.

- Cap nord : sur l'axe x (aussi appelé axe longitudinal), il y a addition de l'aimantation induite et permanente. Sur l'axe y (aussi appelé transversal), il n'y a pas de champ inducteur (le champ terrestre est perpendiculaire à cet axe), donc seulement une aimantation permanente. Enfin, l'axe z porte une aimantation permanente et induite (positive dans l'hémisphère nord). Notons que cette dernière sera inchangée pour tous les caps en considérant un roulis et un tangage nul.
- Cap sud : rien ne change sur les axes z et y. En revanche le champ induit est opposé à l'axe du navire, on a donc une composition de l'aimantation : aimantation permanente – aimantation induite.
- Cap Est : sur l'axe x, il n'y a que de l'aimantation permanente. Sur l'axe y, le champ inducteur s'applique dans la direction opposée à l'axe, on a donc une composition aimantation permanente – aimantation induite.
- Cap Ouest : rien ne change pour les axes x et z. L'axe y voit cependant une composition de l'aimantation qui est cette fois ci aimantation permanente + aimantation induite.

Cette composition des aimantations est triviale, néanmoins le repère choisi et la convention de signe seront importants pour la suite des calculs et notamment lors de l'injection des courants dans les boucles de degaussing. Il nous a donc semblé utile de le présenter en détails ici, puisqu'il fera référence dans la suite. Signalons que la convention choisie pour le signe sur l'axe vertical est valable dans l'hémisphère Nord (champ plongeant).

On peut se résumer dans le tableau suivant. On note  $\vec{M}_L^P, \vec{M}_T^P, \vec{M}_V^P$  les aimantations permanentes selon chaque axe et  $\vec{M}_L^I, \vec{M}_T^I, \vec{M}_V^I$  les aimantations induites pour le cap considéré.

Cap	Nord	Sud	Est	Ouest
Axe x : $\vec{M}_L^{tot}$	$\vec{M}_L^P + \vec{M}_L^I$	$\vec{M}_L^P - \vec{M}_L^I$	$\vec{M}_L^P$	$\vec{M}_L^P$
Axe y : $\vec{M}_T^{tot}$	$\vec{M}_T^P$	$\vec{M}_T^P$	$\vec{M}_T^P - \vec{M}_T^I$	$\vec{M}_T^P + \vec{M}_T^I$
Axe z : $\vec{M}_V^{tot}$	$\vec{M}_V^P + \vec{M}_V^I$	$\vec{M}_V^P + \vec{M}_V^I$	$\vec{M}_V^P + \vec{M}_V^I$	$\vec{M}_V^P + \vec{M}_V^I$

TABLEAU II.1 – Tableau récapitulatif de la composition des aimantations aux quatre caps.

Comme nous l'avons évoqué plus haut, il n'est pas possible à l'aide d'une simple station de mesure de distinguer le vecteur aimantation permanente verticale de l'aimantation induite, puisque la composante verticale du champ régional reste constante. On voit donc ici l'intérêt de disposer d'une boucle dite de compensation verticale qui permet de mesurer le navire en champ vertical inducteur nul et donc une séparation induite/permanente immédiate.

La séparation aimantation induite/permanente peut se faire de façon simple. Prenons l'exemple de l'aimantation longitudinale. En additionnant les mesures cap Nord et cap Sud, on a

$$\vec{M}_L^{Sud} + \vec{M}_L^{Nord} = 2.\vec{M}_L^P \quad (II.2)$$

Et en les soustrayant :

$$\vec{M}_L^{Sud} - \vec{M}_L^{Nord} = -2.\vec{M}_L^I \quad (II.3)$$

De la même manière, on établit pour les caps Est et Ouest les aimantations induites et permanents et donc les courants à injecter dans les boucles A. Nous reviendrons plus en détails sur la séparation entre induit et permanent dans le chapitre 4.

## II.1.3 Interprétation de la mesure

### II.1.3.1 Établissement des courants pour le réglage d'un système de degaussing

La particularité de ce système est qu'il est établi à partir de N ( $N > 2$ ) mesures (en général quatre caps géomagnétiques) mais qu'il doit être valable quelle que soit l'attitude du navire. Il faut donc établir la relation de passage entre les courants induit et permanents (compensant respectivement les aimantations induites et permanentes) et les courants à injecter selon les angles d'Euler du bateau.

C'est le rôle du calculateur intégré au système de degaussing. Il utilise en général un modèle global de champ magnétique de type IGRF (Thébault et al., 2015), ou un magnétomètre extérieur (le plus souvent intégré dans la mature), qui lui permet de calculer les courants nécessaires à la compensation de l'aimantation induite du navire, puisque sa variation est liée aux variations d'amplitude du champ inducteur.

Les courants à injecter dans les boucles sont liés de manière directe aux aimantations à compenser. Dans le repère du navire, on a :

$$\vec{M}^{tot} = \vec{M}^P + \vec{M}^I \quad (II.4)$$

avec

$$\vec{M}^I = P(\theta, \phi, \psi) \cdot \begin{pmatrix} M_L^I \\ M_T^I \\ M_V^I \end{pmatrix} \quad (\text{II.5})$$

$P(\theta, \phi, \psi)$  est la matrice de rotation liée aux attitudes du bateau ( $\theta, \phi, \psi$ , les angles d'Euler) que l'on peut écrire

$$P(\theta, \phi, \psi) = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & -\sin(\psi) & 0 \\ \sin(\psi) & \cos(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ 0 & \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(\phi) & -\sin(\phi) & 0 \\ \sin(\phi) & \cos(\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{II.6})$$

On peut donc écrire l'expression du courant à injecter selon l'attitude du navire

$$I^{tot} = I^P + P(\theta, \phi, \psi) \cdot \begin{pmatrix} I_L^I \\ I_T^I \\ I_V^I \end{pmatrix} \quad (\text{II.7})$$

Avec  $I^P$  le courant servant à compenser les aimantations permanentes et  $I^I$  le courant servant à compenser les aimantations induites.

Une fois que l'on a mis en mémoire tous les effets de boucles et d'après le tableau II.1, on sait quelle boucle allumer selon le cap pour compenser l'aimantation du navire. La recherche du meilleur courant, c'est-à-dire celui compensant le mieux l'aimantation peut se faire de manière «manuelle» selon un processus essai/erreur si l'on a en tête les signatures caractéristiques de chaque boucle, ou de façon automatisée dans le cadre d'un problème inverse linéaire, que nous détaillerons au chapitre 4.

### II.1.3.2 Choix d'un critère pour la réduction de signature

En raison de l'habitude de mesurer les trois composantes (Defence procurement Agency, Executive agency of the ministry of defence, 2004) du champ magnétique générées par un navire, le critère généralement retenu pour mesurer l'efficacité d'un système de degaussing est l'amplitude maximale (maximum de la valeur absolue) du signal sur la composante ayant la plus grande amplitude.

Il s'agit d'un nombre appelé coefficient d'immunisation et que l'on calcule ainsi

$$K_{immu} = \frac{\max(\text{Amplitude})_{\text{réglage DG}}^{\text{avant}}}{\max(\text{Amplitude})_{\text{réglage DG}}^{\text{après}}} \quad (\text{II.8})$$

Il est souvent traduit en pourcentage, de façon à mesurer la réduction de signature. On a alors

$$K_{reduction} = \left(1 - \frac{1}{K_{immu}}\right) \cdot 100 \quad (\text{II.9})$$

$K_{immu}$	2	5	10	20
$K_{reduction}$ (en %)	50	80	90	95

TABLEAU II.2 – Exemple de coefficient d’immunisation et la valeur en pourcentage associée

On présente, à titre indicatif, dans le tableau II.2 quelques exemples de coefficient d’immunisation et leur correspondance en pourcentage.

Ce critère est généralement utilisé sur la signature centrale, c’est à dire la mesure de la signature magnétique sous la ligne de quille.

Signalons que dans le cas d’un traitement magnétique (démagnétisation), on se focalise sur la réduction de la part permanente de la signature. D’où

$$K_{Perm} = \frac{\max(\text{Amplitude})_{\text{traitement}}^{\text{avant}}}{\max(\text{Amplitude})_{\text{traitement}}^{\text{après}}} \quad (\text{II.10})$$

### II.1.4 Utilisation d’un système de deperming

Dans le cadre de l’utilisation d’une station de deperming, il n’y a pas d’autre traitement des données puisqu’il s’agit simplement de mesurer le bâtiment avant son passage sur la station de traitement, puis de le mesurer après son passage. Le processus de traitement magnétique a été présenté au paragraphe I.2.3.

### II.1.5 Cas particulier de l’immunisation en Boucle Fermée

L’un des thèmes majeurs de la recherche dans le domaine du magnétisme du navire concerne l’immunisation en boucle fermée (IBF) ou closed loop degaussing (CLDG) en anglais. En effet, si les méthodes classiques employées pour réduire la signature magnétique des navires ont montré leur efficacité, il reste plusieurs points délicats.

- La modification de l’aimantation permanente due aux contraintes mécaniques notamment entre deux passages en station de mesure est inconnue et peut conduire à une forte diminution de l’efficacité du système de degaussing.
- Les mesures se font sur station fixe, ce qui peut engendrer des transits longs selon la situation géographique du pays et des bâtiments.
- De plus, la majorité des stations de mesures ne sont pas équipées de boucles de compensation du champ vertical, la séparation induit/permanent sur l’axe vertical est donc impossible. Cela peut être problématique pour des missions avec des amplitudes de champ inducteur vertical très variables. Le corollaire étant qu’il est impossible d’avoir une idée précise du risque pour un bâtiment évoluant loin de sa base. En particulier si celui-ci doit évoluer sur un champ de mines.
- D’un point de vue opérationnel, le passage sur station de mesure est une contrainte. Celle-ci est d’autant plus importante si la signature du bâtiment a évolué au point de nécessiter le passage en deperming. Dans le cas d’une station de type wrapping, la durée d’immobilisation se compte en jours voire semaines.

D'où l'idée qui est apparu rapidement dans de nombreuses marines de créer un système qui asservirait en temps réel les courants à partir d'informations recueillies à bord. Ce système est dit en boucle fermée car régulé seulement à partir des informations disponibles à bord. Le G2ELAB/LMN de Grenoble est, à notre connaissance, le seul laboratoire à avoir fréquemment publié sur le sujet. Nous tentons de réaliser ici une synthèse des principales difficultés et avancées réalisées dans ce domaine.

A priori, plusieurs approches semblent possibles. (Chadebec, 2001)

- A partir d'un modèle physique déterministe tenant compte de tous les phénomènes physiques complexes, créer une prédiction de l'état magnétique de la coque. Cependant, cette approche a vite semblé trop complexe de par la nature des phénomènes à modéliser notamment (magnétostriction).
- La seconde approche est de passer par la mesure. Il est alors naturel d'envisager la pose de capteurs magnétiques et d'exploiter leurs mesures pour bâtir un système s'auto-régulant (boucle fermée). En raison des contraintes techniques des bâtiments, il est envisagé de placer ces capteurs au plus près des sources, voir à l'intérieur de celles-ci, ce qui engendre un certain nombre de problèmes théoriques que nous allons aborder en détails.

Les principaux verrous scientifiques sont :

- la modélisation du champ engendré par des aimantations (qu'elles soient induites ou permanentes);
- l'identification de ces aimantations à partir de mesures en champ proche. En particulier lorsque les mesures sont faites à l'intérieur du navire et que le plan où l'on veut connaître et minimiser la signature se situe à l'extérieur.

Il semble naturel de prendre les problèmes dans cet ordre et c'est celui que nous suivrons pour détailler les avancées réalisées.

**Précision sur le type de navire.** Dans toute la suite de ce paragraphe et plus généralement pour le manuscrit, sauf mention contraire, nous entendons par navire ou bâtiment naval un navire à coque acier. En effet, dans la majorité des marines du monde, il existe un second type de bâtiment que l'on appelle généralement les chasseurs de mines et qui sont construits avec des coques en plastique GRP (ou Polymère Renforcé aux fibres de Verre -PRV en français). L'utilisation de ces matériaux composites dans la construction permet d'obtenir une signature magnétique très faible, puisque seuls quelques éléments non substituables sont en matériaux ferro-magnétiques, le principal étant le moteur.

La technique retenue pour immuniser ces bâtiments est alors de les équiper de boucles, mais de placer celles-ci directement autour des éléments à compenser. Ces derniers étant de plus généralement mesurés avant d'être installé à bord (Legris, 1996, P20-23), le réglage des boucles est facilité par la connaissance du champ mesuré à l'extérieur.

Le problème de l'immunisation des chasseurs de mines est donc relativement différent puisque l'on peut disposer d'une mesure extérieure préliminaire et également en temps réel une fois les boucles en action. C'est pourquoi, sauf mention contraire, notre propos se concentrera sur l'immunisation de navires à coque ferromagnétique.

### II.1.5.1 Modélisation

La modélisation numérique de phénomènes physiques est un domaine ayant très fortement évolué ces dernières dizaines d'années et le magnétisme du navire ne fait pas exception.

Dans le cadre de l'IBF, la condition nécessaire était d'être en mesure de modéliser plusieurs effets physiques sur un modèle complexe.

- L'aimantation induite engendrée par le champ régional.
- L'aimantation permanente due à l'histoire du navire.
- Les effets de boucles qui sont à l'échelle du bâtiment des champs non homogènes.

En raison des difficultés techniques et numériques, cette modélisation s'est effectuée dans un premier temps à l'aide de maquettes treillis, représentative à l'échelle des navires, où la coque est remplacée par des cylindres d'acier présentant un comportement proche. Il a cependant été constaté des écarts avec les données réelles, notamment dans la modélisation des effets des boucles (Ledorze, 1997) et on s'est alors orienté vers la modélisation numérique.

**Eléments finis.** La méthode retenue a été celle des éléments finis et ce malgré un certain nombre de difficultés potentielles (Ledorze, 1997) :

- le domaine extérieur à modéliser est infini;
- un navire est une forme très complexe à modéliser en trois dimensions;
- il existe une variation très importante des dimensions caractéristiques, en particulier la longueur du navire vis-à-vis de l'épaisseur de la coque;
- le comportement des matériaux que l'on souhaite modéliser est non linéaire puisque régi par des cycles d'hystérésis.

Afin de limiter le nombre d'éléments et donc le temps de calcul, il a été décidé de développer des outils :

- le potentiel scalaire réduit, c'est-à-dire le potentiel à l'origine du champ démagnétisant (ou champ qui s'établit sous l'action d'un champ extérieur inducteur);
- la modélisation de l'infini par une transformation;
- les éléments coques sans saut de potentiel.

Il a alors été développé, à partir des équations de Maxwell, des formulations de potentiels permettant le calcul sur ces éléments et donc la prédiction d'un champ magnétique dérivant du potentiel, comme nous le verrons plus en détail dans la suite.

Signalons que la modélisation des effets de boucles a été rendue possible par la technique dite du saut de potentiel réduit et l'augmentation du nombre d'éléments modélisés (Ledorze, 1997). Par ailleurs, on observe que l'ajout d'informations physiques au système a permis de résoudre en partie un problème technique.

### II.1.5.2 Problème inverse : identification des sources en champ proche

Nous l'avons vu, après plusieurs années de travaux, les chercheurs du LMN ont été capables de surpasser certains obstacles techniques concernant la modélisation des champs.

C'est-à-dire qu'ils ont été capables de prédire le potentiel et donc le champ en tout point de l'espace. Dans cette partie, le problème est différent : il s'agit de prédire l'état magnétique du navire à partir des mesures en certains points de l'espace. Pour cela, on cherchera en général l'aimantation d'un nombre fini de sources représentant le navire.

On parle de problème inverse, puisque l'on cherche ici non pas à modéliser les conséquences de causes connues mais à comprendre ou quantifier (inverser) les causes ayant entraîné les conséquences observées. Une autre façon de voir les méthodes inverses est la recherche d'informations sur la source à partir d'observables dans l'environnement. Nous reviendrons plus en détails sur les méthodes inverses qui jouent un rôle essentiel dans de nombreux domaines.

Etant donné la complexité de la source dans ce cas, plusieurs simplifications sont faites dans un premier temps :

- l'objet source considéré est une tôle carrée de dimensions finies;
- l'élément source est discrétisé en  $N$  sous-ensembles;
- Chaque contribution unitaire est indépendante : il n'existe pas de liens entre sous-ensembles proches.

Plusieurs modèles physiques sont envisagés : dipôles ou charges (ponctuelles) et distributions linéiques (intégrales).

**Modélisation des phénomènes physiques.** Avant de s'attaquer à la résolution du problème inverse d'identification des aimantations, il est usuel de passer par une phase de modélisation des phénomènes afin de mieux appréhender les différents paramètres et sensibilités. En effet, la résolution d'un problème inverse peut donner lieu à des opérations mathématiques ou informatiques complexes. Il est donc souvent préférable de procéder en premier lieu à une phase de modélisation qui permet d'établir et de valider le modèle physique permettant de passer des causes (sources) aux conséquences (données).

Les premiers résultats de modélisation (Chadebec, 2001, P72-79) mettent en évidence plusieurs choses :

- les modèles ponctuels (charges ou dipôles) donnent des résultats mauvais à très mauvais;
- plus l'on s'approche des sources, plus l'écart entre le champ prédit et le champ mesuré (simulé par éléments finis dans ce cas-là) augmente. Cela est logique vu la dépendance en  $\frac{1}{r^3}$  des champs dipolaires notamment.

Suite à ces premiers résultats, un nouveau modèle physique est bâti. On discrétise toujours l'objet par un nombre fini d'éléments, mais le modèle physique intègre des équations internes au matériau. Cela permet également le lien entre contributeurs unitaires (Chadebec, 2001, P 114). C'est-à-dire que dans le cas d'un modèle dipolaire, chaque dipôle interagit avec ses voisins, on rajoute donc de la « continuité » dans le modèle. En effet, chaque dipôle via son aimantation va créer un champ inducteur qui se compose avec le champ inducteur externe, c'est donc la somme des deux qui s'applique sur le dipôle voisin.



**Ecriture du problème inverse.** L'intégration de cette équation interne permet de mieux contraindre les paramètres recherchés, car on ajoute des équations dans le système global. Cet ajout d'information se comporte comme une régularisation sauf que les contraintes que l'on applique ici viennent d'un modèle physique d'interaction entre sources et non plus d'un critère mathématique de limitation de l'écart entre l'aimantation de deux dipôles successifs par exemple. On peut alors écrire le problème inverse sous la forme du système augmenté (equation II.11).

$$\begin{pmatrix} C + Id & C \\ A & A \\ & s \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x^{ind} \\ x^{perm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d \\ b \\ 0 \end{pmatrix} \quad (II.11)$$

Avec

- C le terme interne qui établit l'influence de chaque dipôle sur son voisin et réciproquement (Chadebec, 2001);
- A est le terme classique de l'expression du champ d'un dipôle en fonction de son aimantation;
- b correspond au champ mesuré, qui est donc la somme du champ terrestre et de tous les éléments constitutifs de la tôle;
- d est le champ terrestre.
- s est un terme de régularisation qui permet ici d'imposer que la somme des charges magnétiques est nulle et améliore in fine la résolution du système (Chadebec, 2001, P126).

On peut visualiser ce système à l'aide du schéma II.5

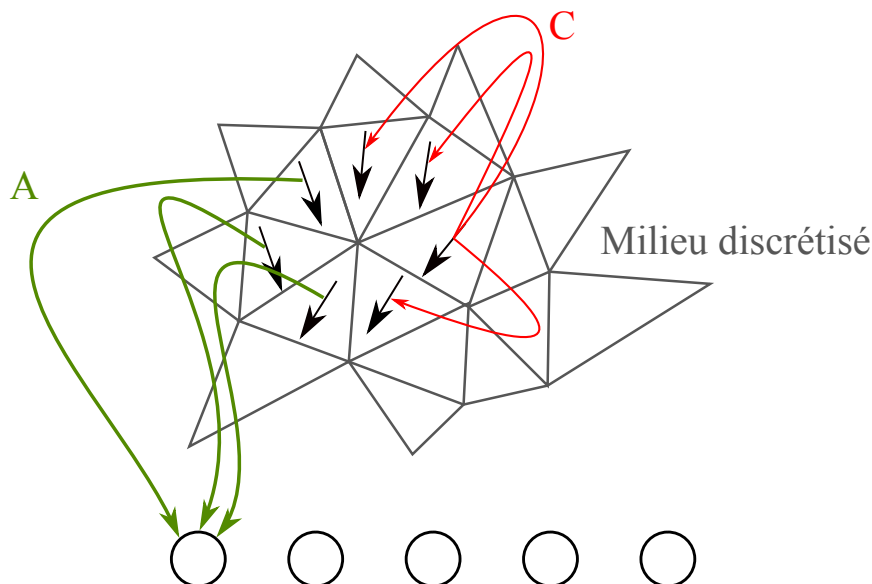


FIGURE II.5 – Schéma du modèle. En rouge, le modèle interne à l'objet, en vert le modèle classique. Modifié d'après Chadebec (2001)

Par la suite, la formulation de ces équations s'est poursuivie, de même que les méthodes d'inversion ont évoluées avec notamment l'ajout d'informations a priori et l'utilisation de l'inférence bayésienne (Schmerber, 2006 ; Guerin, 2005 ; Vuillermet, 2009). Les

travaux de Vuillermet (2009) ont montré la validation expérimentale sur modèle réduit et si aucune information n'a été publiée à ce sujet, il semble que l'on ait su modéliser les différents effets de boucle pour mettre en œuvre ce système sur des bâtiments réels.

Le placement des capteurs et leur nombre semble crucial pour bâtir et contrôler un tel système. Lors des expérimentations (Vuillermet, 2009, P106), 75 capteurs bi axes ont été utilisés. Il est probable que ce nombre puisse être réduit pour une implémentation réelle. Quelques réflexions sur le placement des capteurs pour d'autres applications ont été étudiées (Pinaud, 2014).

## II.2 Géophysique

Une autre communauté scientifique s'intéresse de près à la mesure magnétique depuis les années 1950 environ (Nabighian et al., 2005). L'objet d'étude est très différent puisque l'on s'intéresse à la connaissance du sous-sol. On a donc cherché dans un premier temps à mieux comprendre le fonctionnement interne de la Terre et à mieux caractériser les couches profondes à l'aide de la mesure du champ magnétique créé par la Terre.

Un des principes directeurs de l'exploration active en géophysique est de générer une perturbation (mécanique ou Electro-Magnétique) temporaire et maîtrisée dans un milieu afin de mesurer la réponse de ce dernier (et tenter d'en caractériser les principaux paramètres physiques). Cependant, cette méthode ne permet généralement pas d'étudier les couches profondes de la terre en raison des ordres de grandeur des énergies mises en jeu. La méthode magnétique présente l'avantage d'être totalement passive, c'est-à-dire qu'aucune perturbation n'est nécessaire, le champ étant engendré par les couches profondes (manteaux et noyau).

Grâce à l'évolution des technologies et « l'embarquabilité » des capteurs et systèmes de numérisation, des campagnes de mesures ont pu être envisagées dans un second temps. Les plus connues sont celles des années 1960, qui ont notamment permis la mise en évidence de linéations magnétiques en mer, conduisant au modèle actuel de dérive des continents (Raff and Mason, 1961) et (Vine and Matthews, 1963). Enfin, des campagnes de mesures terrestres sont également apparues et ont permis de mieux comprendre les processus géologiques terrestres.

Plus récemment, la progression des équipements, niveau de sensibilité, précision et fréquence d'échantillonnage ainsi que l'apparition du GPS civil ont permis de développer de nouvelles approches qui tendent à véritablement cartographier une zone de façon la plus précise possible. Aujourd'hui, des campagnes de magnétisme pour la détection d'objets enterrés de petite taille sont fréquemment menées que les cibles soient fortement aimantées (bombes et obus non explosés ou réseaux) ou très peu (vestiges archéologiques).

Signalons pour terminer cette introduction, qu'en géophysique l'habitude est de réaliser de nombreux profils de mesures pour pouvoir ensuite bâtir des cartes qui font l'objet d'interprétation. Cela n'est pas le cas en magnétisme du navire.

## II.2.1 L'acquisition de données

**Remarque préliminaire concernant le champ magnétique régional.** Nous avons jusqu'ici considéré le champ régional dans la perspective du magnétisme du navire, c'est-à-dire un champ vectoriel constitué de trois composantes et que nous appellerons  $\vec{R}$ . En géophysique et probablement parce que les appareils mesurent la norme, il est plus usuel de qualifier un champ selon son amplitude et à l'aide de deux angles : l'inclinaison et la déclinaison.

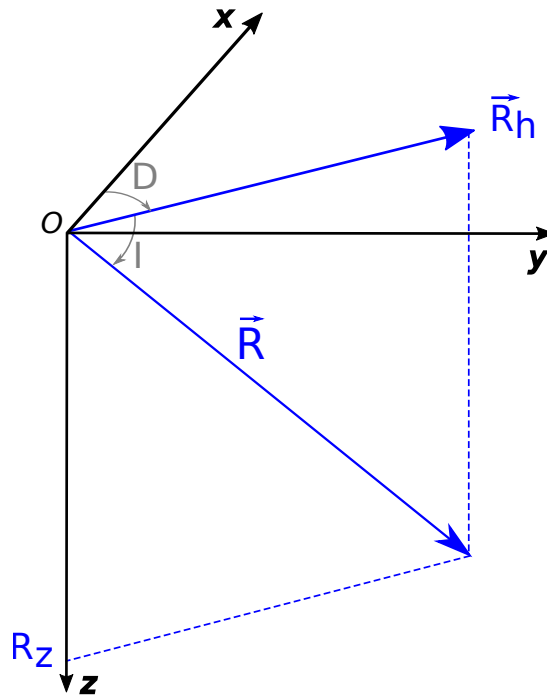


FIGURE II.6 – Définition des angles I et D dans le repère géographique.

Soit un repère géographique d'origine O et dont l'axe Ox pointe vers le Nord, l'axe Oy vers l'Est et l'axe Oz vers le bas.

- L'inclinaison représente l'angle que fait le vecteur  $\vec{R}$  avec le plan horizontal (Oxy). Dans l'hémisphère magnétique Nord, I est positif car  $\vec{R}$  pointe vers le bas. I est nul à l'équateur magnétique, vaut  $90^\circ$  au pôle Nord magnétique et  $64^\circ$  à Strasbourg en 2011. Dans l'hémisphère sud, le signe contraire s'applique et I vaut  $-90^\circ$  au pôle Sud magnétique.
- $\vec{R}_h$  représente le champ horizontal, il est défini comme la projection de  $\vec{R}$  sur le plan horizontal  $O_{xy}$ .
- La déclinaison D représente l'angle que fait  $\vec{R}_h$  avec l'axe  $O_x$ . D est positive si la déviation est vers l'Est et négative vers l'Ouest.

Dans le repère terrestre, le champ de référence est porté par le vecteur unitaire  $\vec{\rho} = (L, M, N)$  avec L, M et N, les cosinus directeurs du vecteur champ au lieu de mesure. Ils ont donc pour expression

$$\begin{aligned}\hat{L} &= \cos(I) \cdot \cos(D) \\ \hat{M} &= \cos(I) \cdot \sin(D) \\ \hat{N} &= \sin(I)\end{aligned}\tag{II.12}$$

### II.2.1.1 Les différents types de capteurs utilisés

Si pour le magnétisme du navire les capteurs vectoriels présentent un intérêt certain pour l'interprétation en termes d'aimantation, il n'en est pas de même en géophysique. En effet, la mise en mouvement du capteur entraîne une très forte variation des composantes qu'il est impossible de corriger, c'est-à-dire qu'il est impossible d'orienter de façon suffisamment précise un capteur magnétique trois composantes. Illustrons ce point avec un exemple : à Strasbourg, la composante horizontale (Nord-Sud) du champ régional est d'environ 21 000 nT (valeur plutôt faible qui s'explique par une forte inclinaison du champ), une variation d'un degré représente donc une variation de 366 nT, soit une imprécision d'environ 0,1 nT pour une seconde d'arc. Etant donné qu'il n'existe actuellement pas de constructeur garantissant la seconde d'arc pour une centrale d'attitude de taille raisonnable, la mesure vectorielle en mouvement n'est pas envisageable.

Par ailleurs, les constructeurs eux-même garantissent généralement un défaut orthogonalité des trois sondes inférieur à 0,5° (Bartington calibration sheets ). Quand on sait que les anomalies que l'on cherche à mettre en évidence ont une amplitude comprise (en norme) entre 5 et 50 nT, on comprend que la mise en œuvre de tel capteur n'est pas, a priori, adaptée pour des campagnes de mesures géophysique. Nous verrons dans les paragraphes suivants que des développements ont permis de remédier à ce problème.

C'est pourquoi on s'est rapidement tourné vers d'autres types de capteurs, dont nous avons présenté le principe de fonctionnement dans le premier chapitre et qui mesurent la norme du champ magnétique. Le plus utilisé est le magnétomètre à vapeur de césium (pompage optique) (Reford and Sumner, 1964), qui présente cependant un encombrement (poids et consommation) important et une fréquence d'échantillonnage plutôt faible. Le fait de travailler avec la norme du champ magnétique a impliqué un certain nombre de développement théorique que nous détaillerons plus bas.

L'originalité de l'IPGS est d'utiliser des capteurs magnétiques vectoriels, qui mesurent donc les trois composantes du champ pour reconstruire numériquement dans un second temps la norme de ce dernier et pouvoir ensuite appliquer tous les développements mathématiques existant en géophysique. L'intérêt de ces capteurs est qu'ils sont légers, peu encombrant et facilement embarquable sur un grand nombre de porteurs. De plus, leur bande passante est beaucoup plus importante que les capteurs classiques et on peut facilement envisager une acquisition entre 1 et 1000 Hz.

### II.2.1.2 Définition du champ d'anomalie

Comme nous l'avons vu, les géophysiciens travaillent habituellement avec la norme du champ, il existe cependant une notion d'anomalie que nous introduisons ici et que nous nommerons  $\vec{C}$  puisqu'il s'agit en fait d'un champ d'anomalie.

Il est défini comme la différence entre le champ mesuré  $\vec{B}$  et le champ de référence (ou champ régional)  $\vec{R}$  prévu par les modèles globaux (types IGRF), on a donc (Blakely, 1995)

$$\vec{C} = \vec{B} - \vec{R} \quad (\text{II.13})$$

Il se visualise sur la figure II.7

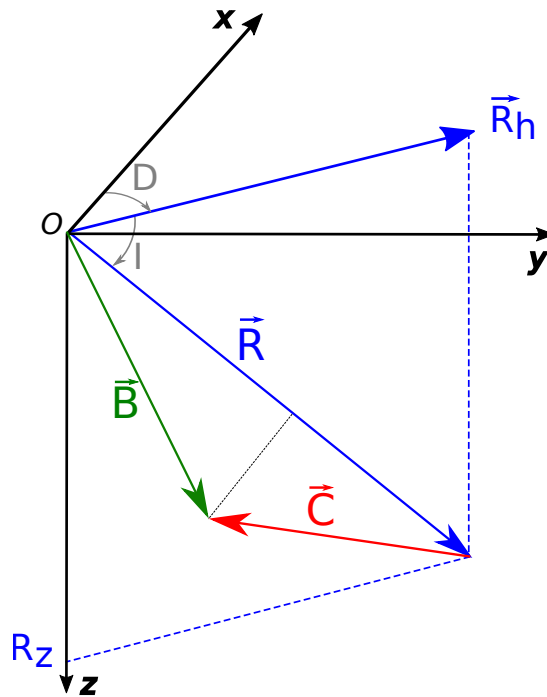


FIGURE II.7 – Schéma représentant la composition vectorielle du champ régional et du champ d'anomalie.

Ce champ d'anomalie est représentatif d'une variation de l'aimantation, qui peut être due à la présence d'un ou plusieurs objet(s) aimanté(s) dans la zone. On constate immédiatement qu'en l'absence de champ d'anomalie la valeur mesurée est bien celle du champ régional.

Cependant, nous l'avons vu, seule la norme du vecteur  $\vec{B}$  est accessible par des moyens de mesures, nous sommes donc contraints de définir une grandeur scalaire (Blakely, 1995)

$$F = B - R \quad (\text{II.14})$$

Il s'agit du champ mesuré sur le terrain à l'aide de magnétomètres auquel on soustrait la norme du champ de référence R. Il s'agit d'une anomalie scalaire que l'on nomme Anomalie de l'Intensité du Champ Magnétique (AICM) ou anomalie du champ total. Cette grandeur, qui peut prendre des valeurs soit positives soit négatives peut être reliée à une information angulaire entre les champs  $\vec{C}$  et  $\vec{R}$  (Fleury, 2011)

**Développement limité et lien entre F et C.** Au vu des résultats ci-dessus et si l'on note C la norme de  $\vec{C}$ , il est clair que F est différent de C. On peut cependant établir un lien entre ces deux grandeurs.

Reprenons la définition de F :  $F = B - R$

On a alors

$$F = B - R = \|\vec{C} + \vec{R}\| - R \quad (\text{II.15})$$

Avec

$$\|\vec{C} + \vec{R}\| = \sqrt{R^2 + 2(\vec{C} \cdot \vec{R}) + C^2} \quad (\text{II.16})$$

Que l'on peut mettre sous la forme :

$$\|\vec{C} + \vec{R}\| = R \cdot \sqrt{1 + 2\cos(\alpha) \cdot \frac{C}{R} + \frac{C^2}{R^2}} \quad (\text{II.17})$$

avec  $\alpha$  l'angle entre les vecteurs  $\vec{C}$  et  $\vec{R}$ .

Si l'on pose  $p = C/R$  et  $a = 2 \cdot \cos(\alpha)$

Il vient alors

$$\frac{\|\vec{C} + \vec{R}\|}{R} = \sqrt{1 + p \cdot a + p^2} \quad (\text{II.18})$$

On considère que  $C$  est petit au regard de  $R$ , ce qui permet le développement limité suivant (Fleury, 2011) pour l'ordre 5

$$\begin{aligned} \frac{\|\vec{C} + \vec{R}\|}{R} = 1 + \frac{ap}{2} + \left(\frac{1}{2} - \frac{a^2}{8}\right)p^2 + \left(-\frac{a}{4} + \frac{a^3}{16}\right)p^3 + \left(-\frac{1}{8} + \frac{3a^2}{16} - \frac{5}{128}\right)p^4 \\ + \left(\frac{3a}{16} - \frac{5a^3}{32} + \frac{7a^5}{256}\right)p^5 + O(p^6) \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

que l'on peut écrire, en remplaçant  $p$  et  $a$  par leurs valeurs

$$\begin{aligned} \frac{\|\vec{C} + \vec{R}\|}{R} = 1 + \frac{C}{R}\cos(\alpha) + \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos(\alpha)^2}{2}\right)\left(\frac{C}{R}\right)^2 + \left(-\frac{\cos(\alpha)}{2} + \frac{\cos(\alpha)^3}{2}\right)\left(\frac{C}{R}\right)^3 \\ + \left(-\frac{1}{8} + \frac{3}{4}\cos(\alpha)^2 - \frac{5}{8}\cos(\alpha)^4\right)\left(\frac{C}{R}\right)^4 + \left(\frac{3}{8}\cos(\alpha) - \frac{5}{4}\cos(\alpha)^3 + \frac{7}{8}\cos(\alpha)^5\right)\left(\frac{C}{R}\right)^5 + O\left(\frac{C}{R}\right)^6 \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

Et l'on a  $F = \|\vec{R} + \vec{C}\| - R$  d'après II.15. D'où

$$\begin{aligned} F = C\cos(\alpha) + \left(\frac{1}{2} - \frac{\cos(\alpha)^2}{2}\right)\frac{C^2}{R} + \left(-\frac{\cos(\alpha)}{2} + \frac{\cos(\alpha)^3}{2}\right)\frac{C^3}{R^2} \\ + \left(-\frac{1}{8} + \frac{3}{4}\cos(\alpha)^2 - \frac{5}{8}\cos(\alpha)^4\right)\frac{C^4}{R^3} + \left(\frac{3}{8}\cos(\alpha) - \frac{5}{4}\cos(\alpha)^3 + \frac{7}{8}\cos(\alpha)^5\right)\frac{C^5}{R^4} + O\left(\frac{C^6}{R^5}\right) \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

**Etude du premier terme de l'AICM.** Il est habituel en géophysique de se limiter à l'ordre 1 du développement (Blakely, 1995). Ce terme, que l'on note  $F_1$  ou  $\text{AICM}_1$  peut alors être assimilé à  $F$ , d'où

$$F \approx F_1 \quad (\text{II.22})$$

D'après l'équation II.22, on peut déduire que

$$F_1 = \vec{\rho} \cdot \vec{C} \quad (\text{II.23})$$

$F_1$  est parfois appelée anomalie de projection (dans la direction du champ régional) (Fleury, 2011, P33) puisque  $\rho$  représente les cosinus directeur du champ régional dans le repère géographique. Cela permet également de distinguer  $F_1$  de  $F$  qui est l'anomalie du champ total.

On remarque également que  $F_1$  porte une information angulaire selon la valeur de  $\alpha$ . On a donc  $F_1 > 0$  si  $\alpha \in [0; \frac{\pi}{2}]$  ou  $[\frac{3\pi}{2}; 2\pi]$  (figure II.8) et  $F_1 < 0$  sinon, ce qui graphiquement peut se traduire comme indiqué sur la figure II.9.

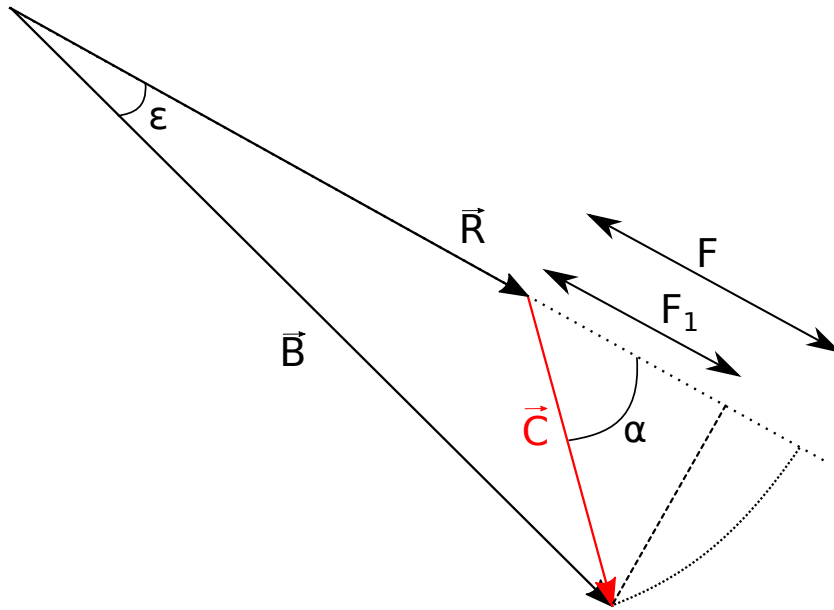


FIGURE II.8 – Schéma représentatif de la composition vectorielle menant à  $F_1 > 0$

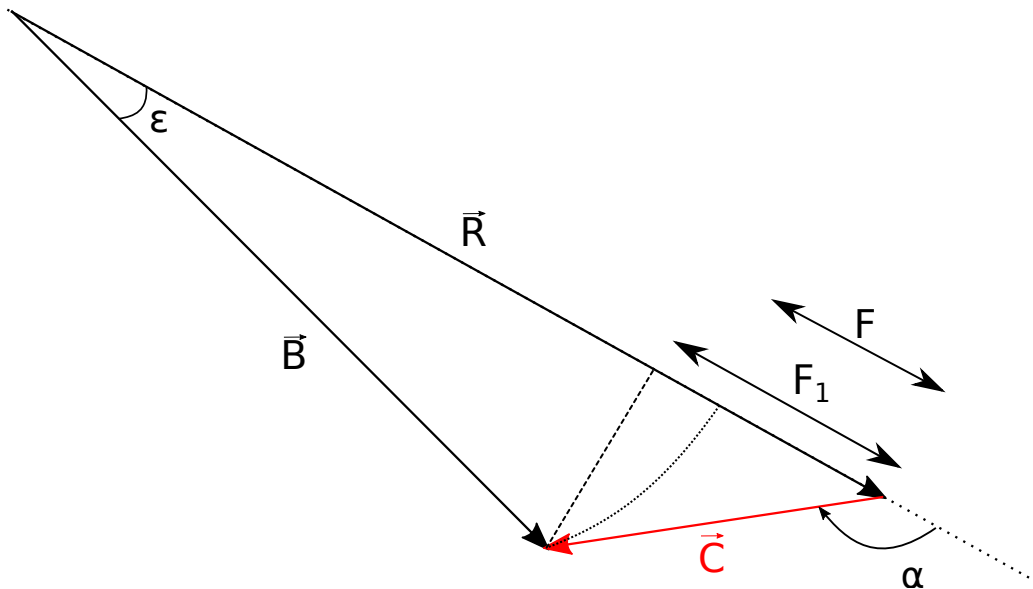


FIGURE II.9 – Schéma représentatif de la composition vectorielle menant à  $F_1 < 0$

Notons donc que  $F_1$ , l'anomalie de projection est d'une grande importance puisqu'elle permet de passer de la mesure in-situ  $F$  à la norme du champ d'anomalie  $C$  lorsque l'approximation  $F \approx F_1$  est vérifiée. C'est cette hypothèse et l'expression II.23 qui permettront

les développements mathématiques de la suite de nos travaux. C'est pourquoi nous étudierons la validité de cette approximation dans la suite. Dans ce cas il peut être intéressant de réécrire l'expression de F en fonction de  $F_1$  (Fleury, 2011, P35)

$$F = F_1 + (C^2 - F_1^2) \cdot \frac{1}{2R} + (F_1^3 - C^2 F_1) \frac{1}{2R^2} + \left( 3C^2 F_1^2 - \frac{C^4}{2} - \frac{5}{2} F_1^4 \right) \frac{1}{4R^3} + \left( \frac{3}{2} F_1 C^4 - 5C^2 F_1^3 + \frac{7}{2} F_1^5 \right) \frac{1}{R^4} + O\left(\frac{C^6}{R^5}\right) \quad (\text{II.24})$$

En ré-écrivant II.24, on peut mettre en évidence la différence entre F et  $F_1$  et donc mieux quantifier l'erreur entre les deux. On a alors

$$\frac{F - F_1}{R} = (C^2 - F_1^2) \frac{1}{2R^2} + (F_1^2 - C^2 F_1) \frac{1}{2R^3} + \left( 3C^2 F_1^2 - \frac{C^4}{2} - \frac{5}{2} F_1^4 \right) \frac{1}{4R^4} + \left( \frac{3}{2} F_1 C^4 - 5C^2 F_1^3 + \frac{7}{2} F_1^5 \right) \frac{1}{4R^5} + O\left(\frac{C^6}{R^6}\right) \quad (\text{II.25})$$

Il est alors possible de mettre cette différence sous une forme plus compacte

$$\frac{F - F_1}{R} = \sin^2 \alpha \cdot \sum_{i=0}^{inf} \left( \frac{C}{R} \right)^{n+2} \cdot Q_n(\cos \alpha) \quad (\text{II.26})$$

Avec  $Q_n$  un polynome de degré n en  $\cos \alpha$

Les premiers termes s'écrivent  $Q_0 = \frac{1}{2}$ ,  $Q_1 = -\frac{1}{2} \cos \alpha$ ,  $Q_2 = \frac{1}{8}(-1 + 5 \cos^2 \alpha)$ ,  $Q_3 = \frac{1}{16}(6 \cos \alpha - 14 \cos^3 \alpha)$  et  $Q_4 = \frac{1}{32}(2 - 28 \cos^2 \alpha + 42 \cos^4 \alpha)$

**Etude du second terme de l'AICM.** L'anomalie d'ordre deux, que l'on notera  $F_2$  par similarité s'écrit

$$F_2 = C \cos(\alpha) + \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos^2(\alpha) \right) \frac{C^2}{R} \quad (\text{II.27})$$

que l'on peut écrire

$$F_2 = C \cos(\alpha) + \sin^2(\alpha) \frac{C^2}{2R} \quad (\text{II.28})$$

Enfin, on peut écrire  $F_2$  en fonction de  $F_1$

$$F_2 = F_1 + (C^2 - F_1^2) \frac{1}{2R} \quad (\text{II.29})$$

L'expression de  $F_2$  est intéressante, car elle reste simple et permet d'appréhender la validité de l'approximation  $F \approx F_1$  en particulier dans le cas défavorable où l'angle  $\alpha$  sur la figure II.8 s'approche de  $\frac{\pi}{2}$  puisque l'on a alors  $F_1 \approx 0$  mais F n'est pas nul.

De façon plus visuelle et géométrique, on peut voir  $F_2$  comme la somme de deux termes. D'une part  $F_1$ , la projection dans la direction du champ de référence. D'autre part, le carré de la projection dans la direction orthogonale du champ. On peut donc penser que l'anomalie d'ordre 2 est plus intéressante car semblant couvrir plus de cas de figures. Cependant, cette dernière ne permet plus de relier directement F à C c'est pourquoi on lui préfère généralement  $F_1$ .



**Validité de l'approximation pour notre cas d'étude et étude de quelques cas particuliers.** Les anomalies rencontrées en géophysique sont souvent faibles car mesurées en altitude (aéro-magnétisme) ou représentatives d'objets faiblement aimantés, ce qui ne sera pas notre cas d'étude. Il est donc nécessaire de vérifier la validité de l'approximation de l'AICM dans ce cas particulier.

Nous nous focalisons dans un premier temps sur  $F_1$ . Il a été établi (Fleury, 2011, P39) l'expression exacte de F. On a donc

$$F - F_1 = \frac{1}{2R}(C^2 - F^2) \quad (\text{II.30})$$

Remarquons que  $C^2 - F^2$  est toujours positif ( $= 2BR(1 - \cos(\epsilon))$ ) avec  $\epsilon$  l'angle entre B et R. On a donc  $F \geq F_1$ , c'est à dire que l'on surestime  $F_1$  en l'égalisant à F. Remarquons également que  $F = F_1$  quand  $\cos(\epsilon) = 1$  c'est à dire  $\epsilon = 0$ . Physiquement, cela correspond à une situation très particulière où le champ d'anomalie  $\vec{C}$  est dans la direction du champ régional  $\vec{R}$ .

D'après les équations II.15 et II.13 ,

$$F = \sqrt{R^2 + C^2 + 2RC\cos(\alpha)} - R \quad (\text{II.31})$$

On a  $R - C > 0$  ,d'où un premier encadrement de F :

$$- C < F < C \quad (\text{II.32})$$

Si l'on s'intéresse plus précisément à  $F - F_1$ , alors

$$F - F_1 = \sqrt{R^2 + C^2 + 2RC\cos(\alpha)} - R - C\cos(\alpha) \quad (\text{II.33})$$

Une étude de fonction montre que le maximum de  $F - F_1$  est  $\frac{C^2}{2R}$  et qu'il est atteint pour  $\alpha_0 = \arccos(-\frac{C}{2R})$  Une application numérique montre qu'avec  $C = 1000nT$  et  $R = 50000nT$ ,  $(F - F_1)_{max} = \frac{1000^2}{2 * 50000} = 10nT$  Cette différence est atteinte pour  $\alpha_0 = 90.6^\circ$ , ce qui confirme bien que la différence est maximale pour un angle  $\alpha$  proche de  $\frac{\pi}{2}$

Cette différence représente 1% de la norme de l'anomalie, ce qui reste raisonnable. Il est clair que pour un champ régional donné, plus l'anomalie sera grande, moins on pourra assimiler  $F_1$  à F. On présente dans le tableau suivant l'écart maximum  $F - F_1$  pour différentes amplitudes d'anomalies dans les cas extrêmes du champ magnétique terrestre.

On pourra garder en tête que pour un champ régional de norme environ 50,000 nT (cas de Strasbourg), la différence  $(F - F_1)_{max}$  devient non négligeable pour des anomalies supérieures à 10,000 nT.

### II.2.1.3 Les bonnes pratiques en géophysique

Afin de garantir des mesures de bonne qualité un certain nombre de procédures sont nécessaires. Il n'existe pas de standard international normalisé et l'on s'adapte en gé-

C	$(F - F_1)_{max}$ pour $R_{min} = 20,000nT$	$(F - F_1)_{max}$ pour $R_{max} = 50,000nT$
1000	25	10
10,000	2500	1000
20,000	10,000	4000
50,000	62,500	25,000

TABLEAU II.3 – Tableau récapitulatif des écarts  $F - F_1$  en fonction de la norme de l'anomalie et de la norme du champ terrestre

néral au jeu de données considéré. Néanmoins, certaines de ces procédures sont réalisées presque à chaque fois par les contracteurs et regroupées sous le terme de bonnes pratiques. Si certaines sont communes à tous les appareils de mesure, nous verrons que d'autres sont spécifiques aux capteurs fluxgate ou au porteur considéré (homme, avion, etc...)

**Procédures habituelles de QA/QC.** Le champ magnétique terrestre que l'on mesure lors de levés varie lentement dans le temps, c'est pourquoi l'on se doit de compenser cette variation. Ceci est en général réalisé avec un magnétomètre dit « de base », fixe et qui se situe idéalement à l'intérieur de la zone cartographiée. À défaut, on pourra utiliser le réseau d'observatoires magnétiques mondial InterMagnet. Il est constitué par des dizaines de stations qui enregistrent en continu le champ magnétique et diffusent les données presque en temps réel et en libre accès via un site web. L'ordre de grandeur de ces variations est de quelques nT/h, mais il peut se produire des variations plus fortes, notamment en cas d'orage solaire. Certains de ces orages sont restés célèbres pour leur conséquence sur le réseau électrique national Québécois ([https://fr.wikipedia.org/wiki/C389ruption\\_solaire\\_de\\_1989](https://fr.wikipedia.org/wiki/C389ruption_solaire_de_1989)).

Le second paramètre dont on doit tenir compte lors d'un levé est l'amplitude du champ régional. Nous avons vu qu'en géophysique, on mesure  $B$  auquel on retranche  $R$  pour obtenir  $F$ . Il est donc nécessaire d'avoir un modèle de  $R$  global et fiable. Il existe plusieurs modèles globaux à l'heure actuelle, l'IGRF (Thébault et al., 2015), le WMM (Chulliat, 2015) et le EMM (Enhanced Magnetic Model) qui est une version améliorée du second modèle.

Chacun de ces modèles est mis à jour régulièrement (en général, tous les 5 ans) avec le calcul des nouveaux paramètres. Ils englobent toutes les mesures réalisées en observatoire magnétique ainsi que celles obtenues par satellite pour générer à l'aide d'un modèle en harmoniques sphériques d'ordre élevé des zones de champ avec une valeur définie.

Dans le cas (fréquent) où les mesures sont réalisées par avion, il faut bien évidemment tenir compte de l'influence de la structure de ce dernier sur les capteurs, puisqu'il modifie localement la valeur du champ. On pourrait penser que l'intégration d'un filtre passe bas suffit à couper les signaux haute fréquence engendrés par l'avion (Balsley, 1952). Cependant nous verrons que c'est en pratique plus compliqué que cela, d'où l'apparition d'une procédure spécifique qui porte le nom de compensation du porteur. Nous l'aborderons en détails dans le paragraphe suivant.

Enfin, il est d'usage de définir un plan de mesure (ou de vol) pour s'assurer de la couverture totale d'une zone et de l'avancement du levé. Il s'agit en général de formes rectangulaires à l'intérieur desquelles chaque ligne représente un profil de mesure. Il est

habituel de faire N lignes normales appelées profils et M lignes transversales que l'on appelle traverses. L'intérêt est d'obtenir la mesure du champ au même endroit dans deux directions différentes. En effet, quel que soit le porteur, il embarque en général une aimantation résiduelle dont le champ magnétique perturbe les mesures. Le contrôle de la variation du champ aux points de croisement permet de réduire une partie de ces défauts (Green, 1983).

**Spécificités liées à l'utilisation de capteurs fluxgates.** Les capteurs fluxgates, malgré un avantage en termes de portabilité, restent très peu utilisés pour les cartographies magnétiques. En effet, comme nous l'avons vu au chapitre 1 ( I.1.3.3 ) leur conception repose sur la mesure des composantes du champ par trois sondes orthogonales. Ces sondes présentent trois types d'erreurs (<https://www.bartington.com>).

- Orthogonalité non parfaite. Pratiquement, il est très difficile pour le constructeur de placer ces sondes parfaitement orthogonalement.
- La linéarité n'est pas parfaite, c'est-à-dire que la mesure ne suit pas exactement la variation du champ (valeur de pente pas exactement à 1)
- Il existe un offset sur les mesures. C'est-à-dire qu'en champ nul les sondes indiquent une valeur non nulle.

**Calibration.** L'idée qui a été développée (Olsen et al., 2003) est de tenir compte de ces erreurs dans l'équation permettant le calcul du champ à partir des composantes afin de pouvoir les corriger. En faisant l'hypothèse que le champ est constant à l'endroit considéré et que toutes les erreurs de mesures proviennent de ces trois sources pour chacune des sondes, il est possible d'établir l'équation (Munsch et al., 2007) :

$$F = S * P * B + O \quad (\text{II.34})$$

avec F le champ magnétique mesuré par les trois sondes du capteurs. S la matrice des sensibilités de sondes, P la matrice de passage du repère du capteur (non orthogonal) à un repère orthogonal et O le vecteur des offsets.

Il s'agit donc d'établir un modèle qui permet de déterminer ces paramètres, c'est ce que l'on appelle la calibration (du capteur). Il existe plusieurs façon de voir mathématiquement le problème (Auster et al., 2002 ; Merayo et al., 2001 ; Brauer et al., 2002).

Cette calibration peut être scalaire si l'on utilise seulement la norme du champ en entrée ou vectorielle si l'on utilise ses trois composantes (Olsen et al., 2003).

Une fois les paramètres obtenus, on recalcule le champ à partir des composantes corrigées de leur erreur, que l'on compare à sa valeur avant correction. Pratiquement, cette procédure peut se faire sur le terrain en quelques minutes : il s'agit de faire varier l'attitude d'un capteur selon les trois directions de l'espace autour d'un point fixe. Il est important de noter que la procédure ne nécessite pas l'utilisation d'une centrale d'attitude.

**Compensation.** Nous avons vu comment corriger les erreurs liées aux capteurs. Cependant lors d'une mesure en conditions réelles, un autre type de perturbation apparaît : l'influence du porteur. On englobe ici sous le terme porteur, tout l'équipement qui sert à la

mesure (électronique, batterie), la positionner (système GNSS) mais également le porteur utilisé (sac à dos, avion) puisque ce dernier comprend en général des parties métalliques qui génèrent un champ magnétique «parasite». On range ces perturbations en trois types (Leliak, 1961).

- Les champs permanents : Ils sont liés à l'emport d'une aimantation permanente. Leur effet sur le capteur est identique quelque soit l'attitude du capteur puisqu'ils sont rigidement reliés à ce dernier et donc immobiles dans le repère du capteur.
- Les champs induits : Ils sont liés au type de matériau utilisé, si le champ inducteur est fixe au point considéré, en raison du mouvement du capteurs, ils sont vus comme variables.
- Les champs hautes fréquences : ils proviennent de l'établissement d'un courant dans des éléments métalliques mis en mouvement (rapide) dans un champ inducteur (courants de Foucault). Ce type de perturbation n'est en général pas pris en compte.

Dans le cadre de la compensation, on tente de s'affranchir des deux premiers types de champs. On voit qu'il est facile de compenser le champ permanent puisque fixe et donc semblable à l'offset mentionné plus haut. Pour les champs induits (Leach, 1979) a montré qu'il est possible d'écrire

$$\vec{H}_{ind} = Q * B \quad (II.35)$$

où Q est une matrice triangulaire inférieure.

On peut inclure ces effets dans l'équation écrite plus haut et obtenir de la même manière un problème inverse à neuf paramètres, qui une fois calculés permettent de s'affranchir de l'effet du porteur. En pratique, il s'agit d'une seule et même opération pour calibrer le capteur et compenser les aimantations du porteur. Celle-ci est réalisée de façon systématique en début et fin d'acquisition. Nous étudierons la variation des différents paramètres plus en détails au chapitre 5.

## II.2.2 Interprétation des données et opérateur de méthodes potentielles

Nous avons évoqué dans la partie acquisitions quelques bonnes pratiques que l'on pourrait qualifier de pré-traitement et qui sont en général effectuées au fil de l'eau, durant la campagne de mesure. Nous abordons dans ce paragraphe les interprétations qui sont réalisées une fois l'acquisition terminée. Le but général est de mettre en évidence les caractéristiques géologiques du sous-sol grâce à un ensemble d'outils que nous détaillons.

### II.2.2.1 Calcul des grilles de données

Les données bien qu'acquises avec une fréquence d'échantillonnage fixe ne sont pas espacées de façon régulière spatialement. Afin de faciliter le traitement numérique de ces données, on utilise un algorithme de « mise en grille » des données. Celui-ci est basé sur différents critères (D'Errico, 2008).

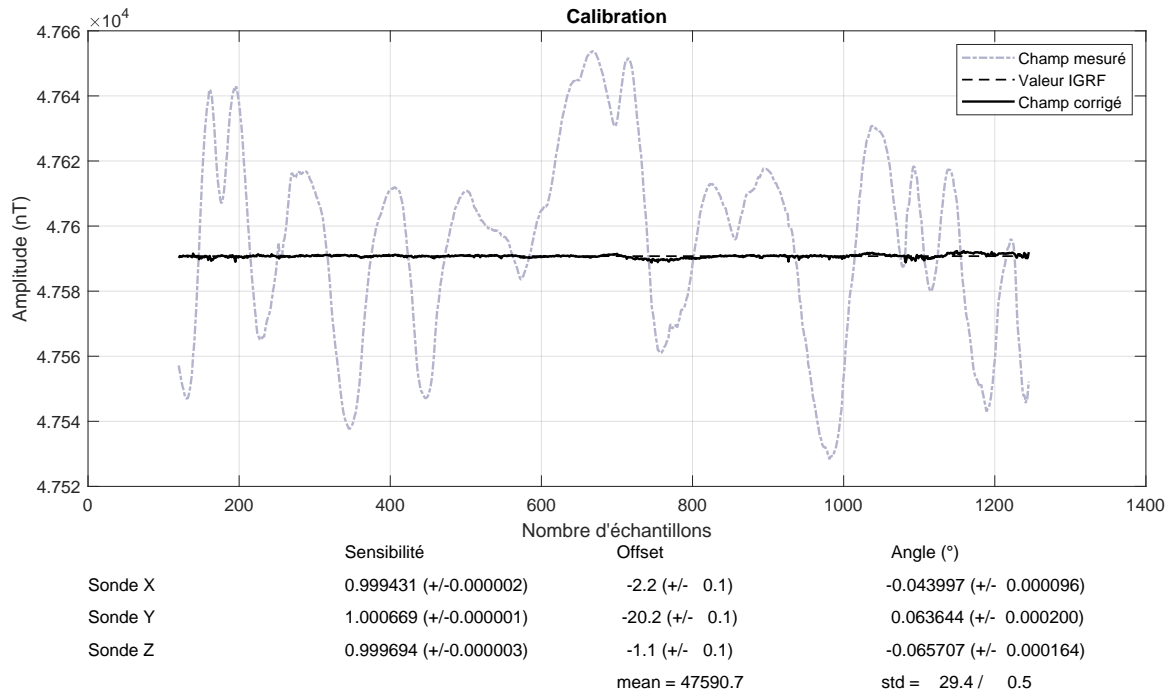


FIGURE II.10 – Exemple de calibration réalisée avec un capteur Bartington. L'écart type du champ mesuré est de 29.4 nT et celui du champ corrigé de 0.5 nT

### II.2.2.2 Opérateurs de méthodes potentielles

En travaillant à partir de l'AICM (F) et sur des objets de formes complexes, il n'est pas simple de remonter à l'aimantation. C'est sans doute pourquoi en géophysique, de nombreux outils mis en place cherchent davantage à caractériser des structures qu'à tenter de quantifier l'aimantation d'une zone. Un grand nombre d'outils mathématiques ont été développés au cours du temps et on en présente ici les principaux. Un traitement plus complet est présenté dans (Blakely, 1995). Pour les cas d'applications, on pourra consulter Fleury (2011) pour la géologie, Mercier de Lépinay (2019) pour un contexte volcanique, Alkhatib-Alkontar (2015) et Gavazzi (2015) pour l'archéologie, ainsi que Nodot (2014) et Le Maire (2017) pour les UXO (munitions non explosées).

**Quelques notions sur le domaine spectral.** Nous avons jusqu'ici abordé les phénomènes physiques sous leur aspect spatial. Il existe un autre domaine, le domaine spectral ou fréquentiel, qui s'intéresse à l'analyse des phénomènes physiques en fonction des fréquences.

C'est l'idée des travaux de J. Fourier qui ont connu un très large succès. On associe à une fonction  $g$  d'une variable spatiale  $x$ , une nouvelle fonction  $\mathcal{G}(u)$  que l'on appelle transformée de Fourier et dont la variable peut s'interpréter comme la fréquence. Il s'agit d'une transformation mathématique qui permet de représenter le même signal d'une manière différente et en proposant un cadre de travail favorable pour un certain nombre de transformations. En effet, le domaine spectral utilise la fonction exponentielle qui possède des propriétés de calcul intéressantes.

On définit donc la transformée de Fourier de la fonction  $g$  (de la variable  $x$ ) . En posant

$u = 2\pi f$ , avec  $f$  la fréquence, on a

$$\mathcal{G}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x).e^{-iux} dx \quad (\text{II.36})$$

De la même manière, on définit la transformée de Fourier inverse qui permet de passer du domaine fréquentiel au domaine spatial.

$$g(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}(u).e^{iux} du \quad (\text{II.37})$$

Si l'on a une fonction à trois variables  $g(x,y,z)$ ,  $(u,v,w)$  représentent les pulsations associées dans le domaine spectral. On peut alors écrire

$$\mathcal{G}(u, v, w) = \iiint_{-\infty}^{+\infty} g(x, y, z).e^{-i(ux+vy+wz)} dx dy dz \quad (\text{II.38})$$

$$g(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^3} \iiint_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{G}(u, v, w).e^{i(ux+vy+wz)} du dv dw \quad (\text{II.39})$$

En pratique, on travaille avec la transformée de Fourier discrète sous l'hypothèse que le théorème de Shannon-Nyquist est respecté (Shannon, 1998) et que la fonction est périodique. Soit  $g_k$  et  $\mathcal{G}_u$  les représentations discrètes de  $g$  et de sa transformée et soit  $N$  le nombre d'échantillons. On a

$$\mathcal{G}_u = \sum_{k=0}^{N-1} g_k e^{-iu \frac{k}{N}} \quad (\text{II.40})$$

De même

$$g_k = \frac{1}{2\pi N} \sum_{u=0}^{N-1} \mathcal{G}_u e^{ik \frac{u}{N}} \quad (\text{II.41})$$

**Opérateur de prolongement.** Les mesures acquises le sont généralement dans un plan horizontal. Cependant, on peut vouloir, pour diverses raisons, recalculer l'anomalie à une hauteur différente. On utilise pour cela un outil de prolongement, utilisé en général vers le haut (en s'éloignant des sources).

Soit un champ régional constant et  $C(x, y, z)$  l'anomalie considéré, avec  $C \ll R$  (hypothèse de l'AICM), alors  $C$  satisfait l'équation de Laplace en dehors des sources (Henderson and Zietz, 1949)

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.42})$$

Ce qui en spectral donne, avec  $\hat{C}$  l'expression spectrale de  $C$

$$-(u^2 + v^2)\hat{C}(u, v, z_0) + \frac{\partial^2 \hat{C}(u, v, z_0)}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{II.43})$$

On peut alors établir

$$\hat{C}(u, v, z_0) = \hat{C}(u, v, 0)e^{z_0\sqrt{u^2+v^2}} \quad (\text{II.44})$$

Le plan des mesures étant défini par défaut en  $z=0$ , on peut écrire l'opérateur de prolongement :

$$\mathcal{G}^{\text{Prolongement}} = e^{z_0\sqrt{u^2+v^2}} \quad (\text{II.45})$$

**Dérivée directionnelle.** Il est intéressant de rappeler ici l'expression de la dérivée dans une direction de l'espace, puisqu'on l'utilisera par la suite. Soient  $a$ ,  $b$  et  $c$  les cosinus directeurs reliés au vecteur  $\vec{\alpha}$ , on a

$$\frac{\partial}{\partial \vec{\alpha}} = a\frac{\partial}{\partial x} + b\frac{\partial}{\partial y} + c\frac{\partial}{\partial z} \quad (\text{II.46})$$

que l'on peut traduire dans le domaine spectral par

$$\frac{\partial \hat{C}}{\partial \vec{\alpha}} = -i(au + bv + cw)\hat{C} \quad (\text{II.47})$$

On voit une fois de plus apparaître ici la notion de cosinus directeur. L'intérêt que l'on peut avoir à écrire les équations du champ en fonction des cosinus directeurs de l'aimantation ou du champ régional est que l'on va ensuite appliquer un certain nombre d'opérateurs qui nécessitent une dérivation ou une intégration dans la direction du champ ou de l'aimantation.

On rappelle également qu'en domaine spectral, la dérivation ou l'intégration représentent respectivement une multiplication ou une division. Le domaine spectral propose donc un cadre très favorable pour l'intégration et/ou la dérivation de signaux dans une direction donnée. Enfin, comme la transformée de Fourier du champ d'anomalie satisfait l'équation de Laplace, on a  $u^2 + v^2 + w^2 = 0$ . Il est donc possible et relativement facile d'obtenir un ordre  $n$  de dérivation d'une carte grâce à

$$\mathcal{G}^{\text{Derivation}} = \left(-i\left(au + bv + c\sqrt{u^2 + v^2}\right)\right)^n \quad (\text{II.48})$$

Signalons qu'il est même possible d'appliquer un ordre non entier de dérivation ou d'intégration (Cooper and Cowan, 2003).

**Réduction au pôle.** L'une des difficultés d'interprétation de l'anomalie est liée au fait que sa forme est variable selon la direction du champ régional et l'aimantation de l'objet créant cette dernière. On remarque notamment que le maximum de l'anomalie n'est pas, sauf cas particulier, situé à l'aplomb de la source. Ce cas particulier est réalisé lorsque

l'aimantation de l'objet est verticale et que le champ régional est également vertical. Afin de faciliter l'interprétation et ramener l'anomalie dans un référentiel commun, Baranov (1957) a introduit un outil appelé la réduction au pôle ou double réduction au pôle, puisque l'on simule une aimantation verticale dans un champ vertical. D'autres travaux ont également été réalisés par la suite (Baranov and Naudy, 1964 ; Bhattacharyya, 1965).

La réduction au pôle est un opérateur qui s'applique également en domaine spectral, pour appliquer l'opérateur, il faut alors simplement multiplier le signal par l'opérateur dont l'équation est dans le cas général :

$$\mathcal{G}^{\text{DRP}} = \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{i\hat{L}u + i\hat{M}v - \hat{N}\sqrt{u^2 + v^2}} \cdot \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{i\hat{l}u + i\hat{m}v - \hat{n}\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (\text{II.49})$$

avec  $\hat{L}, \hat{M}, \hat{N}$  les cosinus directeurs du champ magnétique régional et  $\hat{l}, \hat{m}, \hat{n}$  les cosinus directeurs de l'aimantation.

On voit bien deux termes successifs qui servent pour l'un à simuler une aimantation verticale et pour l'autre un champ régional vertical. Dans le cas d'une aimantation purement induite, les cosinus directeurs sont identiques et l'on a alors :

$$\mathcal{G}^{\text{DRP}} = \left( \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{i\hat{L}u + i\hat{M}v - \hat{N}\sqrt{u^2 + v^2}} \right)^2 \quad (\text{II.50})$$

Dans le cas où la direction de l'aimantation est inconnue (aimantation rémanente importante), il n'est pas possible d'appliquer la partie de l'opérateur correspondant à l'aimantation. On a alors une simple réduction au pôle où l'on simule le signal tel qu'il serait mesuré au pôle en champ régional vertical

$$\mathcal{G}^{\text{SRP}} = \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{i\hat{L}u + i\hat{M}v - \hat{N}\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (\text{II.51})$$

**Autres opérateurs de méthodes potentielles.** Il existe de nombreux autres opérateurs pouvant s'appliquer en complément de ceux présentés ici.

- L'opérateur de tilt angle est défini comme l'arc tangente du rapport de la dérivée verticale de l'anomalie du champ total avec le module de son gradient horizontal. (Miller and Singh, 1994 ; Salem et al., 2008). L'opérateur appliqué à l'anomalie  $F$  s'écrit

$$\mathcal{F}_{ilt} = \tan^{-1} \left( \frac{\frac{\partial F}{\partial z}}{\sqrt{\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2}} \right) \quad (\text{II.52})$$

- Le signal analytique se base sur la variation de l'anomalie magnétique via ses dérivées partielles. Il présente la propriété intéressante d'être une fonction symétrique dont le maximum est à l'aplomb d'une variation latérale d'aimantation. (Nabighian, 1972, 1984).



$$\mathcal{S}_a = \sqrt{\frac{\partial F^2}{\partial x} + \frac{\partial F^2}{\partial y} + \frac{\partial F^2}{\partial z}} \quad (\text{II.53})$$

# Chapitre III

## Théorie et modélisation

### Sommaire

---

<b>II.1 Magnétisme du navire</b> . . . . .	<b>32</b>
II.1.1 Les mesures - Ranging . . . . .	34
II.1.1.1 Mesure de la signature d'un navire . . . . .	34
II.1.1.2 Mesure des effets de boucles d'un navire . . . . .	36
II.1.2 Traitement des données . . . . .	36
II.1.2.1 Séparation Induit/permanent . . . . .	37
II.1.3 Interprétation de la mesure . . . . .	38
II.1.3.1 Établissement des courants pour le réglage d'un système de degaussing	38
II.1.3.2 Choix d'un critère pour la réduction de signature . . . . .	39
II.1.4 Utilisation d'un système de deperming . . . . .	40
II.1.5 Cas particulier de l'immunisation en Boucle Fermée . . . . .	40
II.1.5.1 Modélisation . . . . .	42
II.1.5.2 Problème inverse : identification des sources en champ proche . . .	42
<b>II.2 Géophysique</b> . . . . .	<b>45</b>
II.2.1 L'acquisition de données . . . . .	46
II.2.1.1 Les différents types de capteurs utilisés . . . . .	47
II.2.1.2 Définition du champ d'anomalie . . . . .	47
II.2.1.3 Les bonnes pratiques en géophysique . . . . .	52
II.2.2 Interprétation des données et opérateur de méthodes potentielles . . . . .	55
II.2.2.1 Calcul des grilles de données . . . . .	55
II.2.2.2 Opérateurs de méthodes potentielles . . . . .	56

---

Le but de ce chapitre est d'établir un ensemble d'équations et de méthodes d'interprétation que nous utilisons dans la suite du manuscrit. Afin de faciliter la lecture partielle de la thèse (chapitre par chapitre), nous faisons délibérément le choix de présenter ici les parties théoriques et quelques exemples synthétiques illustrant le propos mathématique. L'essentiel des modélisations numériques et expérimentations sera présenté dans le chapitre IV.

Nous commençons par introduire le dipôle magnétique, la source la plus simple de champ magnétique existant. Nous présentons ses principales caractéristiques, à commencer par le moment dipolaire. Nous présentons ensuite l'expression du champ généré par un dipôle dans le domaine spatial et évoquons les liens entre champ et potentiel en rappelant certains résultats bien connus. Afin d'explicitier au mieux le propos, quelques exemples d'anomalies dipolaires caractéristiques sont présentés.

Dans un second temps, nous développons les travaux réalisés sur la couche équivalente. On cherche dans cette partie à modéliser la matière par des géométries simples et qui utilisent le modèle du dipôle. Nous verrons également que la couche équivalente peut se révéler très utile pour permettre de passer de la mesure en norme vers les composantes du champ.

Dans la suite du chapitre, différents modèles de sources aimantées sont présentés, nous abordons leurs spécificités mathématiques et tentons de mettre à profit ces outils venant de la géophysique pour des problématiques de magnétisme du navire. Dans tout ce chapitre, nous tentons de garder une double approche géophysique et magnétisme du navire afin de mettre en évidence les synergies existantes. Enfin, nous faisons quelques rappels sur les méthodes inverses et leur application dans le cadre de nos travaux.

## III.1 Théorie du dipôle magnétique

Il existe deux façons de définir le dipôle magnétique d'après Brissonneau (1997). Nous présentons ici l'approche dite ampérienne de la boucle de courant qui nous semble physiquement plus naturelle.

### III.1.1 Définition du moment magnétique élémentaire et de l'aimantation

On considère un dipôle à l'origine d'un repère cartésien  $(O, x, y, z)$  représenté par une boucle de courant, notée  $C_0$  et alimentée par un courant  $I_0$ . Soit  $Q$  un point de la boucle et  $\vec{dl}$  le déplacement élémentaire en ce point.

On définit le vecteur surface de cette boucle par : 
$$\vec{S} = \frac{1}{2} \oint_{C_0} \vec{OQ} \wedge \vec{dl}$$

En considérant que cette boucle est circulaire, on a  $\vec{S} = \frac{1}{2} \left( \oint_{C_0} r^2 d\alpha \right) \vec{n}_S$ , avec  $\vec{n}_S$  la normale de la surface et  $d\alpha$  l'élément d'angle.

On peut alors calculer l'intégrale le long de la boucle qui donne  $\vec{S} = \pi \cdot R^2 \vec{n}_S$ . On définit

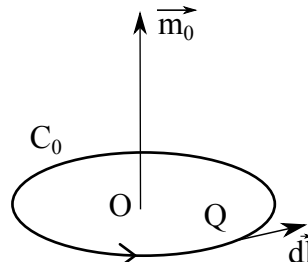


FIGURE III.1 – Schéma illustratif du dipôle.

alors le moment dipolaire ou moment magnétique élémentaire par  $\vec{m}_0 = I_0 \vec{S} = m_0 \vec{n}_S$ , avec  $m_0 = I_0 \pi R^2$  en  $A.m^2$ .

Par analogie avec ce qui a été fait pour le champ régional sur la figure II.6, on peut définir dans le repère géographique (figure III.2)

- $m_h$  la projection dans le plan horizontal de  $m_0$
- $d$  la déclinaison du moment, i.e l'angle entre  $O_x$  et  $\vec{m}_h$
- $i$  l'inclinaison, i.e l'angle entre  $\vec{m}_h$  et  $\vec{m}_0$

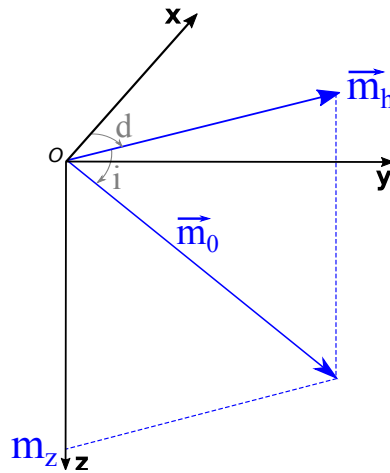


FIGURE III.2 – Schéma de la projection de  $m_0$  dans le repère géographique  $(O, x, y, z)$

Les cosinus directeurs du vecteur  $\vec{m}_0$  sont alors

$$\begin{aligned} \hat{l} &= \cos i \cos d \\ \hat{m} &= \cos i \sin d \\ \hat{n} &= \sin i \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

Et l'on note  $\hat{\mu} = (\hat{l}, \hat{m}, \hat{n})$  le vecteur unitaire directionnel de  $\vec{m}_0$ .

Cette notion de moment dipolaire magnétique peut être généralisée pour des objets aimantés. On introduit alors la notion de moment magnétique par unité de volume, qui définit l'aimantation. On a donc pour l'aimantation

$$\vec{M} = \frac{\vec{m}_0}{V} \quad (\text{III.2})$$

Avec  $V$  le volume de l'objet considéré.  $\vec{M}$  s'exprime donc en  $A.m^{-1}$ .

### III.1.2 Origine et définition du potentiel

Le dipôle magnétique élémentaire que nous avons présenté crée un champ magnétique. Ce champ présente deux caractéristiques intéressantes

- il dérive d'un potentiel scalaire;
- il dérive d'un potentiel vectoriel.

#### III.1.2.1 Potentiel scalaire

Soit  $\vec{\nabla}$  l'opérateur gradient, c'est à dire que  $\vec{\nabla} = \left( \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ . En théorie du potentiel, on montre qu'il existe une fonction scalaire  $U$  telle que

$$\vec{C}(r) = -\vec{\nabla}.U(r) = \begin{cases} \frac{\partial U(r)}{\partial x} \\ \frac{\partial U(r)}{\partial y} \\ \frac{\partial U(r)}{\partial z} \end{cases} \quad (\text{III.3})$$

Par analogie avec le potentiel créé par un dipôle électrique (Fleury, 2011), on peut écrire

$$U(\vec{r}) = -\frac{\mu_0}{4\pi} \vec{m}_0 \cdot \vec{\nabla} \left( \frac{1}{r} \right) \quad (\text{III.4})$$

avec  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide,  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ kg} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-2} \cdot \text{s}^{-2}$ . Sous forme développée en composantes, le potentiel scalaire s'écrit

$$U(x, y, z) = -\frac{\mu_0}{4\pi} m_0 \left( \hat{l} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{m} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{n} \frac{\partial}{\partial z} \right) \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}} \quad (\text{III.5})$$

D'où finalement

$$U(x, y, z) = -\frac{\mu_0 m_0}{4\pi} \cdot \frac{\hat{l}x + \hat{m}y + \hat{n}z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \quad (\text{III.6})$$

$$\text{En posant } \nabla_{\vec{M}} = \hat{M} \cdot \vec{\nabla} = \frac{1}{M} \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial U(r)}{\partial x} \\ \frac{\partial U(r)}{\partial y} \\ \frac{\partial U(r)}{\partial z} \end{pmatrix}$$

En utilisant la notion d'opérateur d'intégration oblique dans la direction de l'aimantation. On peut définir une nouvelle fonction que l'on appelle super-potentiel (Fleury, 2011) et qui du point de vue géophysique est une forme de fonction qui correspond au potentiel gravimétrique. Le super-potentiel magnétique s'écrit alors, dans le cas d'un dipôle :

$$\frac{\mu_0 \cdot m_0}{4\pi r}$$

### III.1.2.2 Potentiel vectoriel

Pour une distribution de courant stationnaire, il existe un champ de vecteurs  $\vec{U}_{vect}$  définis en chaque point, continu et dérivable tel que le champ d'anomalie s'écrit :  $\vec{C}(r) = \vec{\nabla} \wedge \vec{U}_{vect}$

En gardant la boucle de courant comme modèle dipolaire, on peut écrire le potentiel au point  $P(x, y, z)$  :

$$\vec{U}_{vect}(P) = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_0} \frac{I d\vec{l}}{QP} \quad (III.7)$$

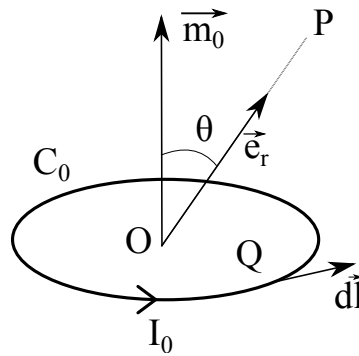


FIGURE III.3 – Schéma pour un potentiel vecteur

ce qui donne après calculs

$$\vec{U}_{vect}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m}_0 \wedge \vec{e}_r}{r^2} \quad (III.8)$$

Que l'on peut écrire en repère cartésien :

$$\vec{U}_{vect}(\vec{r}) = -\frac{\mu_0}{4\pi r^3} \begin{pmatrix} \hat{m}z - \hat{n}y \\ \hat{n}x - \hat{l}z \\ \hat{l}y - \hat{m}x \end{pmatrix} \quad (III.9)$$

### III.1.3 Champ magnétique engendré par un dipôle

Historiquement, la notion de champ magnétique créé par un dipôle, bien qu'identique, utilise des définitions différentes en magnétisme du navire et en géophysique. Nous en établissons ici une synthèse.

#### III.1.3.1 Magnétisme du navire

Il est possible de calculer  $\vec{C}$  à partir des deux potentiels, nous le présentons ici à partir du potentiel vecteur.

Rappelons le repère utilisé (figure II.3). On notera  $\vec{m}_L$ ,  $\vec{m}_T$ ,  $\vec{m}_V$  les composantes du moment magnétique dipolaire (de la même manière que les composantes de l'aimantation). On cherche à donner l'expression du champ produit en  $P(x, y, z)$  par un dipôle situé à l'origine du repère (figure III.4).

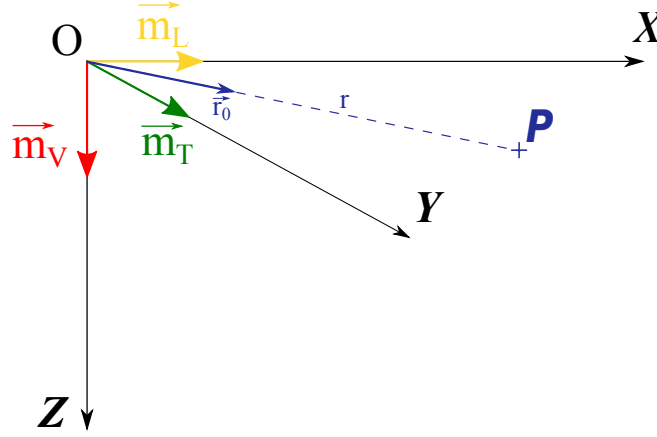


FIGURE III.4 – Repère du navire et composantes du moment magnétique dipolaire associées.

On pose  $\vec{m}_0 = \vec{m}_L + \vec{m}_T + \vec{m}_V$

en utilisant III.8 et  $\vec{C} = \text{rot}(\vec{U}_{vect}) = \vec{\nabla} \wedge \vec{U}_{vect}$ , on obtient

$$\vec{C}(x, y, z) = \begin{cases} C_x(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi [x^2 + y^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}} ((2x^2 - y^2 - z^2).m_L + 3xy.m_T + 3xz.m_V) \\ C_y(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi [x^2 + y^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}} (3xy.m_L + (2y^2 - x^2 - z^2).m_T + 3yz.m_V) \\ C_z(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi [x^2 + y^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}} (3xz.m_L + 3yz.m_T + (2z^2 - x^2 - y^2).m_V) \end{cases} \quad (\text{III.10})$$

### III.1.3.2 Géophysique

En reprenant l'expression du potentiel III.6 et en posant  $\tilde{m}_0 = \frac{m_0 \cdot \mu_0}{4\pi}$ , on a (Fleury, 2011, P59)

$$U(\vec{r}) = \tilde{m}_0 \frac{\lambda}{r^3} \quad (\text{III.11})$$

avec  $\lambda = \hat{l}x + \hat{m}y + \hat{n}z = \hat{\mu} \cdot \vec{r}$

L'expression d'un dipôle dont le champ dérive d'un potentiel, s'exprime donc de "manière géophysique"

$$\vec{C}(\vec{r}) = -\tilde{m}_0 \vec{\nabla} \left( \nabla_{\mu} \frac{1}{r} \right) \quad (\text{III.12})$$

que l'on peut expliciter en

$$\vec{C}(x, y, z) = -\widetilde{m}_0 \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \\ \frac{\partial}{\partial z} \end{pmatrix} \left( \frac{\hat{l}x + \hat{m}y + \hat{n}z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right) \quad (\text{III.13})$$

D'où finalement

$$\vec{C}(x, y, z) = -\frac{\widetilde{m}_0}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \begin{pmatrix} \hat{l}(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} - 3x(\hat{l}x + \hat{m}y + \hat{n}z)(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \\ \hat{m}(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} - 3y(\hat{l}x + \hat{m}y + \hat{n}z)(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \\ \hat{n}(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}} - 3z(\hat{l}x + \hat{m}y + \hat{n}z)(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \end{pmatrix} \quad (\text{III.14})$$

que l'on peut simplifier en

$$\vec{C}(x, y, z) = -\frac{\widetilde{m}_0}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} \begin{pmatrix} \hat{l}(-2x^2 + y^2 + z^2) - 3\hat{m}xy - 3\hat{n}xz \\ \hat{m}(x^2 - 2y^2 + z^2) - 3\hat{l}yx - 3\hat{n}yz \\ \hat{l}(x^2 + y^2 - 2z^2) - 3\hat{l}xz - 3\hat{m}zy \end{pmatrix} \quad (\text{III.15})$$

On voit clairement apparaître sous cette forme les termes de l'expression III.10. De façon plus condensée, sous forme vectorielle, on peut écrire

$$\vec{C}(\vec{r}) = -\frac{\widetilde{m}_0}{r^5} (\hat{\mu}r^2 - 3(\hat{\mu} \cdot \vec{r}) \vec{r}) \quad (\text{III.16})$$

En continuant dans cette voie, on peut d'ailleurs écrire le champ magnétique produit par un dipôle en  $(x_0, y_0, z_0)$  sous la forme élégante d'un produit de convolution (Gunn, 1975 ; Bhattacharyya and Chan, 1977).

$$\vec{C}(\vec{r}) = -\widetilde{m}_0 \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) * \vec{\nabla} \left( \nabla_{\hat{\mu}} \frac{1}{r} \right) \quad (\text{III.17})$$

avec  $\delta$  représentant la distribution de Dirac. Cela nous permet par ailleurs d'obtenir l'expression plus générale du champ créé en  $P(x, y, z)$  par un dipôle située en  $\vec{r}_0$

$$\vec{C}(\vec{r}) = -\frac{\widetilde{m}_0}{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|^5} \begin{pmatrix} \hat{l} \|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2 - 3(x - x_0)\lambda_0 \\ \hat{m} \|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2 - 3(y - y_0)\lambda_0 \\ \hat{n} \|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2 - 3(z - z_0)\lambda_0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.18})$$

avec  $\|\vec{r} - \vec{r}_0\| = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}$  et  $\lambda_0 = \hat{l}(x - x_0) + \hat{m}(y - y_0) + \hat{n}(z - z_0)$

### III.1.3.3 Point sur les unités et relations générales

L'équation générale liant l'induction magnétique à l'aimantation et au champ d'excitation s'écrit



$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (\text{III.19})$$

avec

- $\vec{B}$  l'induction magnétique totale mesurée sur le terrain.  $[\vec{B}] = \text{T}$
- $\vec{H}$  le vecteur champ magnétique d'excitation.  $[\vec{H}] = \text{A.m}^{-1}$
- et  $\vec{M}$  le vecteur densité d'aimantation.  $[\vec{M}] = \text{A.m}^{-1}$

On peut alors décomposer  $\vec{M}$  en deux termes induit et rémanent comme vu aux chapitres I et II.

$$\vec{M} = \vec{M}_i + \vec{M}_r \quad (\text{III.20})$$

De même,  $\vec{H}$  se décompose en deux termes selon que l'origine du champ d'excitation est interne au matériau ou externe (champ terrestre par exemple).

$$\vec{H} = \vec{H}_{int} + \vec{H}_{ext} \quad (\text{III.21})$$

Dans le cas d'un matériau ferromagnétique, l'aimantation induite est liée au champ d'excitation par la susceptibilité magnétique  $\chi$ , sans dimension

$$\vec{M}_i = \chi \vec{H} \quad (\text{III.22})$$

On peut alors écrire

$$\vec{B} = \mu_0(1 + \chi)\vec{H} + \mu_0\vec{M}_r \quad (\text{III.23})$$

En définissant  $\mu_r = 1 + \chi$ , la perméabilité relative du milieu, on a alors

$$\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H} + \mu_0\vec{M}_r \quad (\text{III.24})$$

qui se simplifie encore plus quand le matériau ne possède pas d'aimantation rémanente.

Dans le cas où le matériau considéré est anisotrope (Fleury, 2011, P 126), ou que le matériau présente des formes particulières (Brissonneau, 1997, P 67), la susceptibilité devient un tenseur. On parle alors d'effet démagnétisant ou de champ démagnétisant pour le matériau. Cela se traduit concrètement par l'existence d'axes pour lesquels la magnétisation est plus facile (ou plus difficile).

#### III.1.3.4 Etude de quelques cas particuliers

Afin de mieux percevoir l'effet d'un dipôle, nous présentons ici quelques exemples de mesures synthétiques. Pour la partie magnétisme du navire, nous présentons des profils de mesures correspondant aux trois composantes des capteurs habituellement positionnés sous l'eau. Pour la partie géophysique, l'habitude est de travailler en carte, c'est ce que nous présentons.

Nous avons vu les deux façons de calculer le champ d'un dipôle. Au cœur de ces formules, il y a le moment dipolaire. L'habitude en magnétisme du navire est de définir ce moment en le décomposant selon les trois axes du repère du navire. En géophysique, l'habitude est plutôt de définir un repère géographique et de le décrire dans le repère sphérique.

On propose ici de rappeler le lien entre ces grandeurs, puisque cela permet une compréhension globale.

$$\begin{cases} m_L = m_0 \hat{l} = m_0 \cdot \cos i \cos d \\ m_T = m_0 \hat{m} = m_0 \cos i \sin d \\ m_V = m_0 \hat{n} = m_0 \sin i \end{cases} \quad (\text{III.25})$$

Ce qui donne dans le cas d'un dipôle induit les correspondances suivantes

$$i = I = 0, \quad d = D = 0 \iff m_L = m_0, \quad m_T = 0, \quad m_V = 0 \quad (\text{III.26a})$$

$$i = I = 0, \quad d = D = 90 \iff m_L = 0, \quad m_T = m_0, \quad m_V = 0 \quad (\text{III.26b})$$

$$i = I = 90, \quad d = D = 0 \iff m_L = 0, \quad m_T = 0, \quad m_V = m_0 \quad (\text{III.26c})$$

La valeur du moment magnétique a été choisie de façon à générer un signal suffisant et compatible des ordres de grandeurs traditionnels. On utilisera  $m_0 = 5.10^{12} \text{A.m}^2$ , d'où  $\tilde{m}_0 = 5.10^5$

### III.1.3.5 En profils et en composantes

Nous présentons ici les différentes composantes obtenues pour un dipôle présentant un moment magnétique unidirectionnel. Afin de garder de la cohérence avec la partie suivante, où le dipôle sera induit par le champ régional, on précisera à quel champ régional/position sur le globe correspond chaque cas.

Les points d'observation (de mesure) du champ s'organisent selon cinq profils également espacés de 10 m ce qui reproduit un dispositif de mesure de station fond de mer.

Le plan horizontal des profils est pris à une altitude  $z = -10$  m (axe  $Oz$  orienté vers le bas). Les axes  $X$  et  $Y$  sont communs pour le dipôle et les capteurs.

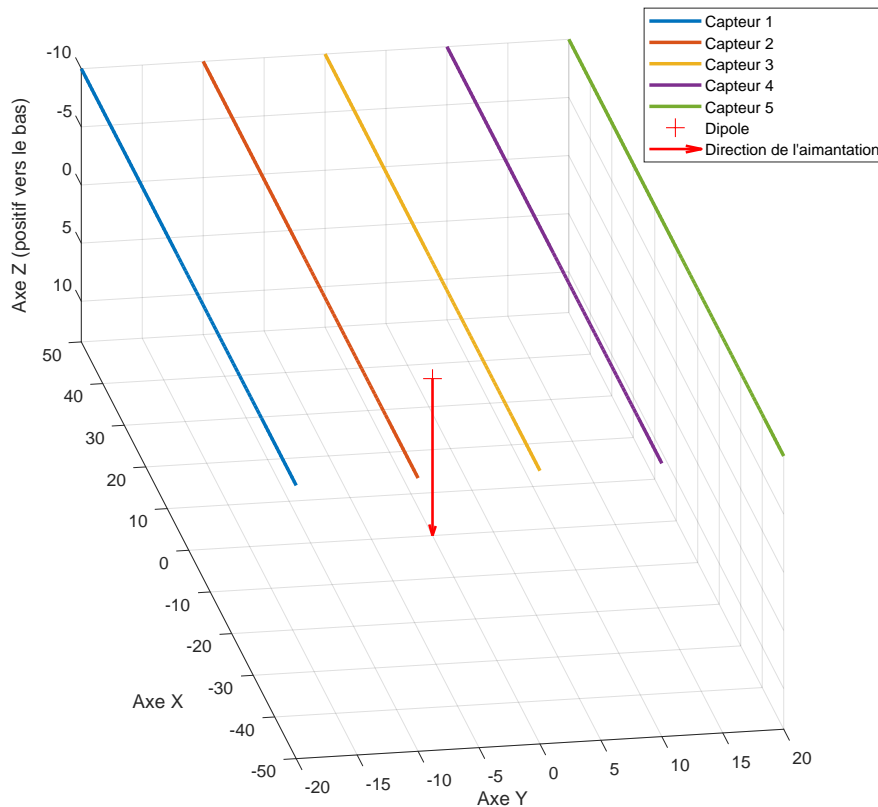


FIGURE III.5 – Géométrie utilisée : on calcule les profils 1 à 5 avec un dipôle à l'origine. On a utilisé une géométrie compatible de celle d'une station de mesure avec 10 m entre capteurs et une distance verticale de la source aux capteurs égale à 10 m également. La direction de l'aimantation du dipôle est également indiquée (ici dans le cas d'un champ vertical, on a une aimantation verticale). Signalons que le profil 3 est bien à  $Y = 0$  et passe à l'aplomb du dipôle.

**Au pôle.** Plaçons-nous au pôle géomagnétique Nord, le champ est par convention vertical et dirigé vers le bas, d'où une aimantation induite purement verticale. On peut facilement calculer les trois composantes du champ sur les profils. On choisit dans un premier temps d'afficher chaque composante de haut en bas, avec tous les capteurs représentés, figure IV.27. C'est-à-dire que pour chaque sous-figure, on a représenté la composante concernée avec, de gauche à droite la composante du capteur 1 à 5. Les couleurs correspondent à celles de la figure III.5.

On observe pour les composantes  $C_x$  et  $C_z$  des capteurs 1 à 5 un signal identique mais dont l'amplitude diminue lorsque l'on s'éloigne du dipôle. La composante Z du capteur présente la plus grande partie positive, deux fois plus importante que la composante  $C_x$  sur le même capteur. Signalons également que la composante  $C_z$  est paire sur tous les capteurs, quand la composante  $C_x$  est impaire sur tous les capteurs. Pour la composante  $C_y$ , on observe un signal identique mais de signe opposé entre chaque capteur opposé (1 et 5, 2 et 4). Le signal du capteur 3 est nul. Une autre façon de voir les mêmes courbes est d'imposer une abscisse commune (figure III.7).

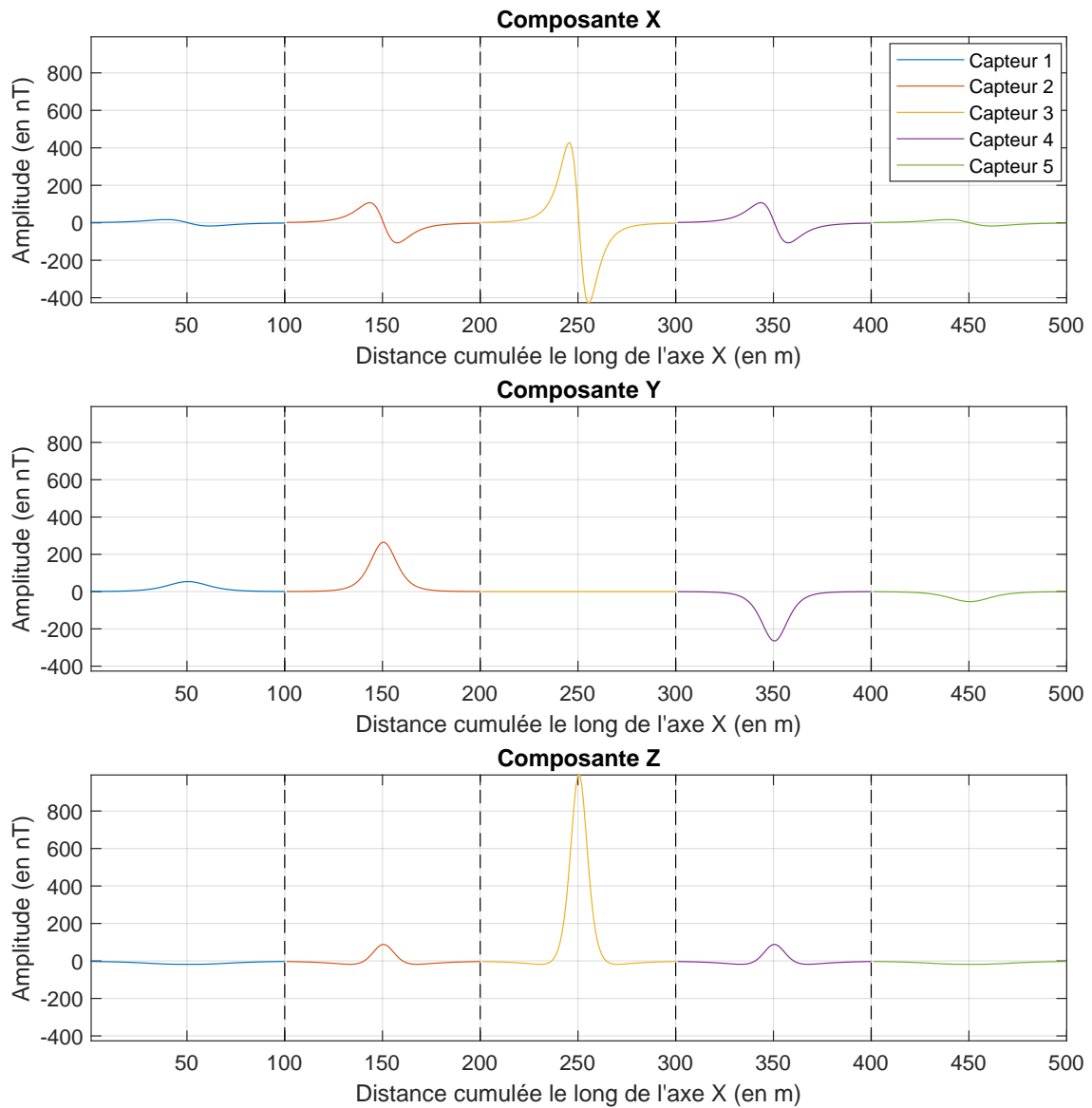


FIGURE III.6 – Composantes (X, Y, Z) du champ créé par une aimantation verticale. En bleu le capteur 1, en rouge le capteur 2, en jaune le capteur 3, en violet le capteur 4, en vert le capteur 5. L'axe des ordonnées est fixé pour toutes les composantes afin de faciliter la comparaison.

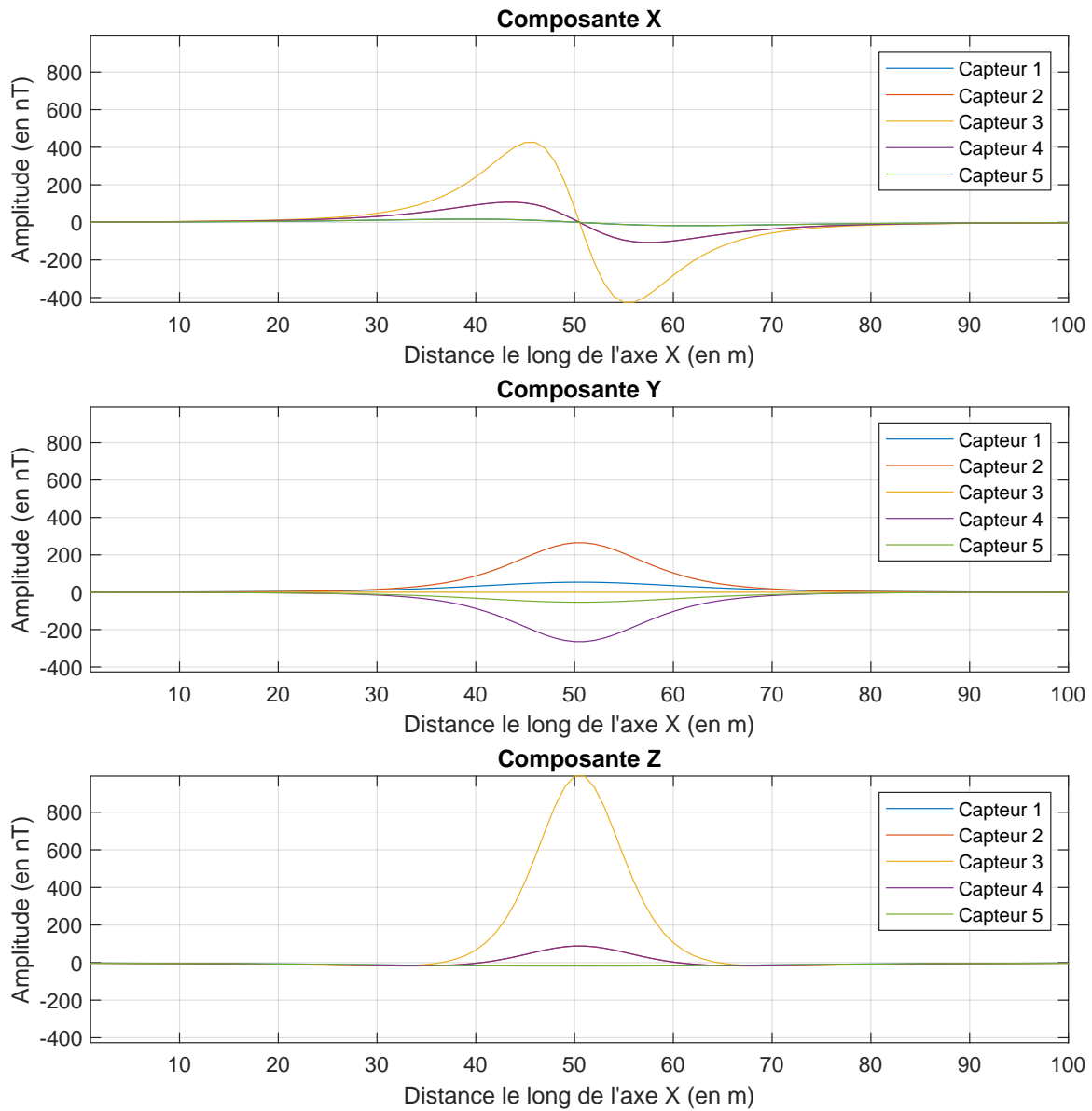


FIGURE III.7 – Composantes (X, Y, Z) du champ créé par une aimantation verticale, avec une abscisse commune. L'axe des ordonnées est fixé et identique sur les trois sous-figures.

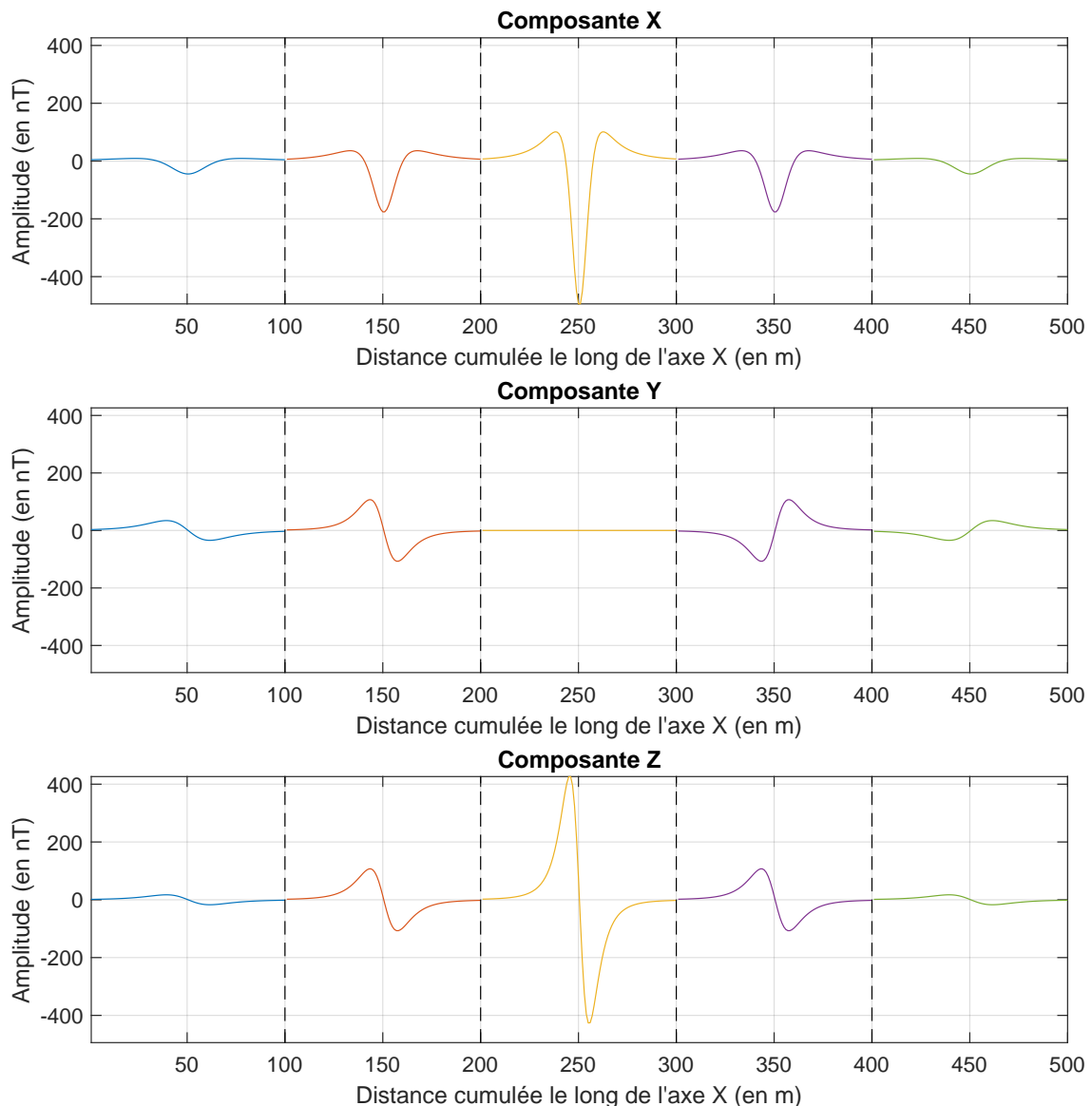


FIGURE III.8 – Composantes (X, Y, Z) du champ créé par une aimantation horizontale dans la direction Nord-Sud. La légende est la suivante : en bleu capteur 1, en rouge le capteur 2, en jaune le capteur 3, en violet le capteur 4, en vert le capteur 5. L'axe des ordonnées est fixé pour toutes les composantes afin de faciliter la comparaison.

**A l'équateur.** On remarque pour les composantes  $C_x$  et  $C_z$  (figure III.8) qu'il s'agit pour les 5 capteurs de la même signature mais que l'amplitude varie avec la distance. Plus le capteur est éloigné du dipôle, plus l'amplitude est faible. Dans ce cas, la composante  $C_x$  est paire sur tous les capteurs, quand la composante  $C_z$  est impaire sur tous les capteurs.

On remarque que dans ce cas simple et dans la géométrie symétrique de mesure envisagée, les composantes  $C_x$  et  $C_z$  mesurées sur respectivement les capteurs 1 et 5 et les capteurs 2 et 4 sont strictement identiques.

Pour la composante  $C_y$ , on note que les composantes mesurées sur les capteurs 2 et 4 présentent la même amplitude mais un signe opposé (figure III.9). Idem pour les composantes  $C_y$  mesurées sur les capteurs 1 et 5. La composante  $C_y$  du capteur 3 est nulle. De façon générale, on note que l'amplitude de la composante  $C_y$  semble être légèrement plus faible que les deux autres.

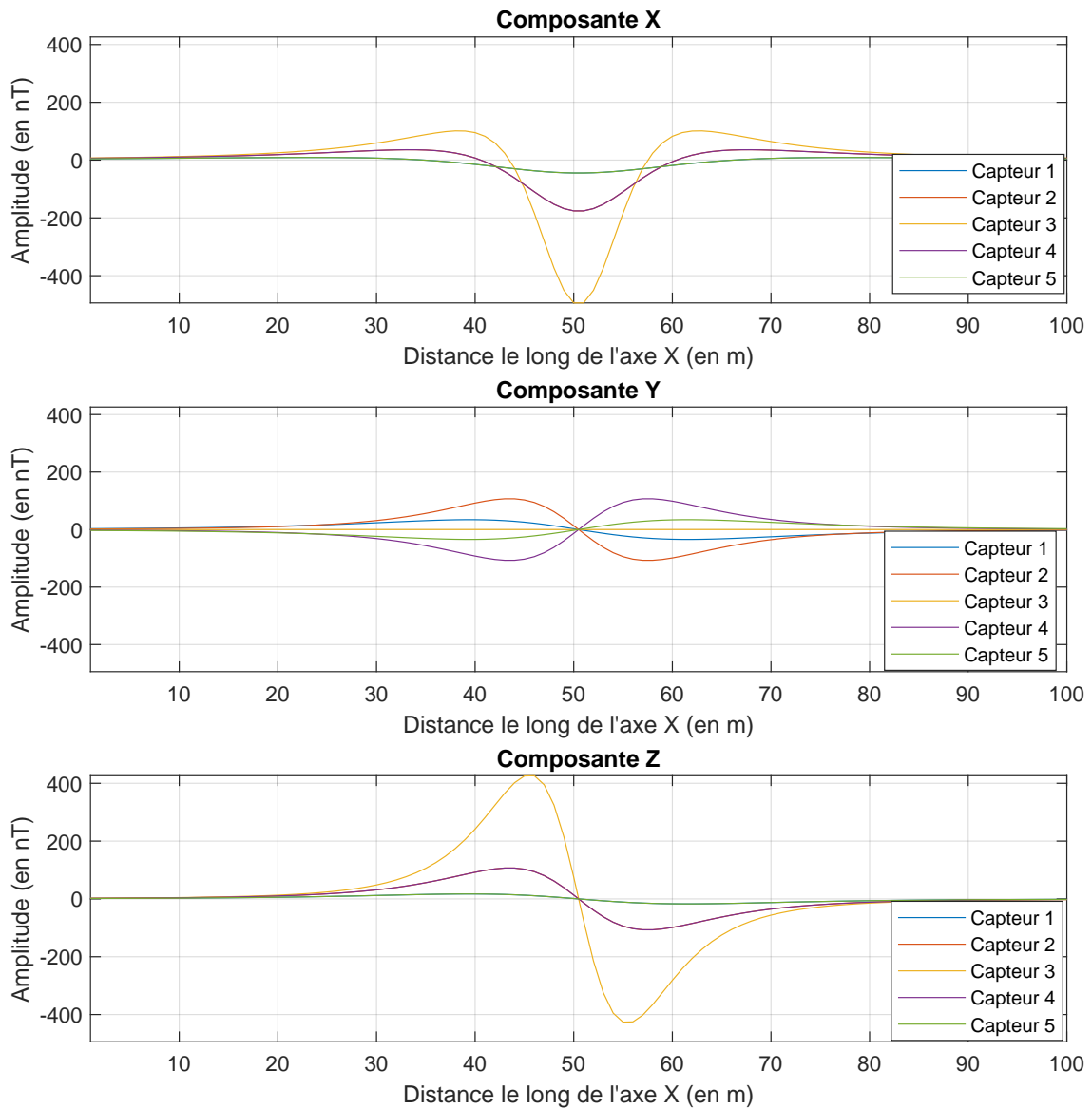


FIGURE III.9 – Composantes (X, Y, Z) du champ créé par une aimantation horizontale dans la direction Nord-Sud. L'axe des ordonnées est fixé pour toutes les composantes afin de faciliter la comparaison.

**A Strasbourg.** A Strasbourg, les valeurs données par l'IGRF sont environ  $I = 64^\circ$  et  $D = 2^\circ$ . Ce qui donne  $\hat{l} = 0.44$ ,  $\hat{m} = 0.015$  et  $\hat{n} = 0.90$ , donc un champ principalement vertical.

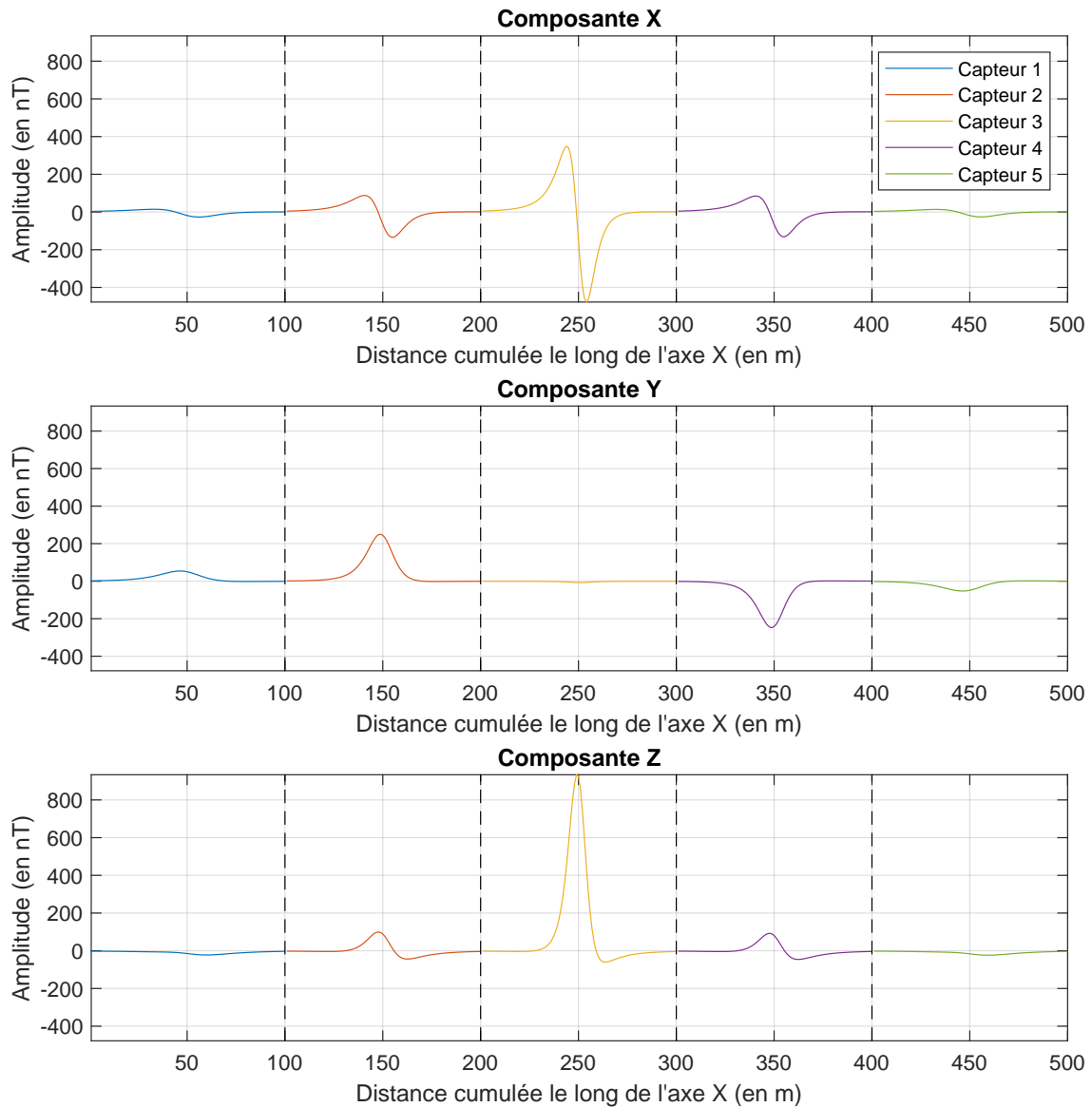


FIGURE III.10 – Composantes (X, Y, Z) du champ créé par une aimantation induite dans le champ inducteur de Strasbourg. L'axe des ordonnées est fixé pour toutes les composantes afin de faciliter la comparaison.

On observe sur la figure III.10 des composantes très proches de celles qu'on avait observées pour un dipôle au pôle Nord géomagnétique. En effet, le champ de Strasbourg étant très incliné, la principale composante inductrice est verticale et l'on retrouve donc le même résultat. On remarque cependant une légère dissymétrie sur les composantes  $C_x$  et  $C_z$  (figure III.11). C'est notamment assez visible sur la composante  $C_z$  du capteur trois où les deux parties négatives sont différentes. Cette différence provient de la composition des aimantations puisque  $m_T$  et  $m_L$  ne sont plus nuls dans ce cas-là.

On remarque la même tendance à la di-symétrie sur tous les capteurs et l'on commence à voir se différencier les courbes de chaque capteur pour cette raison.



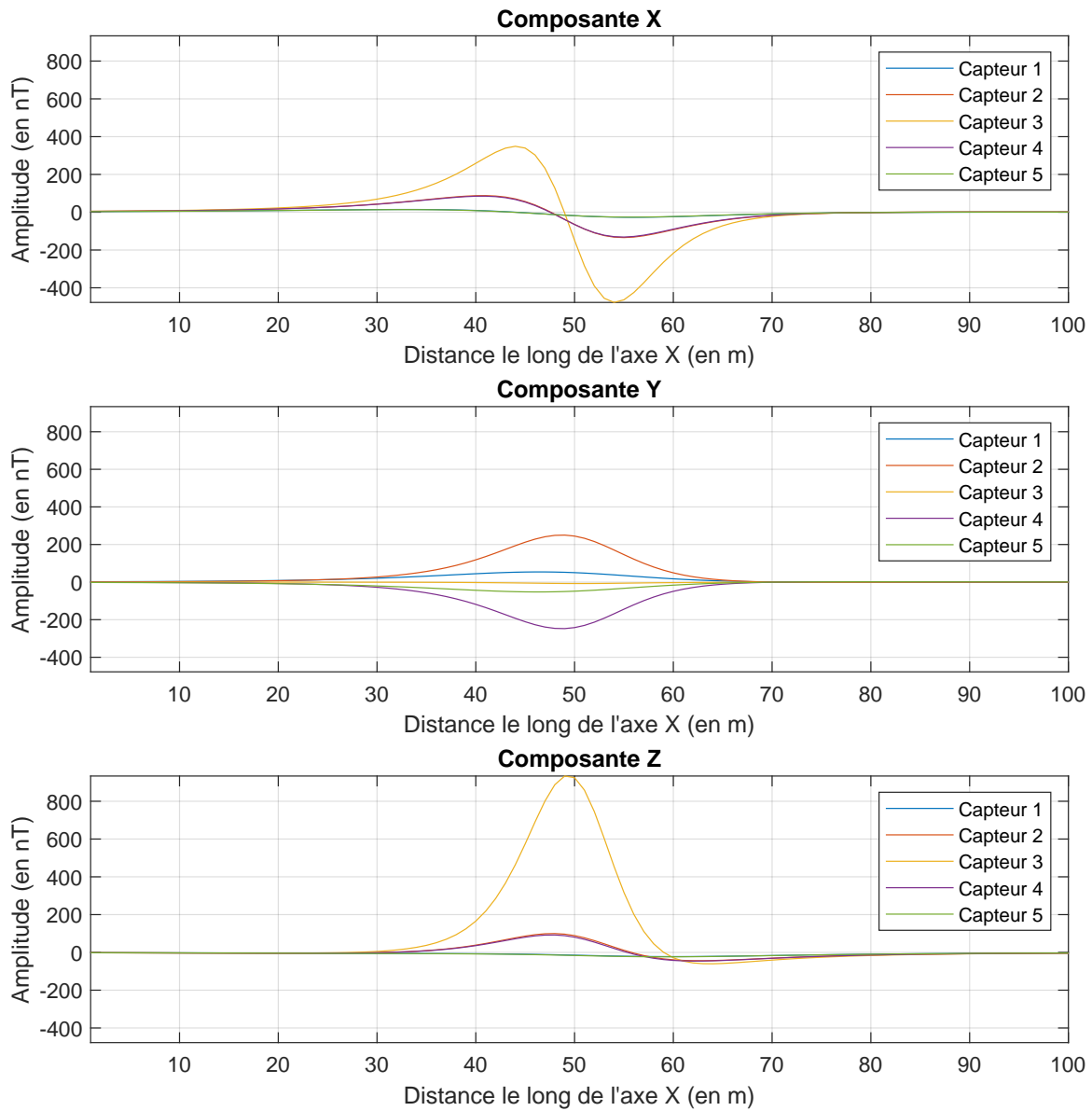


FIGURE III.11 – Composantes (X, Y, Z) du champ créé par une aimantation induite dans le champ inducteur de Strasbourg. L'axe des ordonnées est fixé pour toutes les composantes afin de faciliter la comparaison.

### III.1.3.6 Un cas très particulier : le profil central

Nous nous intéressons maintenant au capteur central. Il a déjà été présenté sur les figures précédents, mais il revêt une importance particulière, c'est pourquoi nous insistons sur ces courbes typiques. En effet, étant à l'aplomb du dipôle, celui-ci présente quelques spécificités en termes de composantes mesurées, qui sont liées à la géométrie particulière. C'est traditionnellement ce capteur qui est utilisé pour comprendre l'aimantation d'un navire car on peut d'après les mesures remonter directement à l'aimantation dans quelques cas.

D'après III.10, si l'on se place dans le cas où  $y = 0$  et  $z = z_0$

$$\begin{pmatrix} C_x \\ C_y \\ C_z \end{pmatrix} = \frac{\mu_0}{4\pi(x^2 + z_0^2)^{\frac{5}{2}}} \begin{pmatrix} 2x^2 - z_0^2 & 0 & 3xz_0 \\ 0 & -x^2 - z_0^2 & 0 \\ 3xz_0 & 0 & 2z_0^2 - x^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_L \\ m_T \\ m_V \end{pmatrix} \quad (\text{III.27})$$

Dans le cas d'une aimantation selon un des axes du repère, on a donc les cas très particuliers suivants.

**Cas  $m_V = m_0$ , ou  $I = 90$  et  $D = 0$ .** D'après III.27, on a

$$\vec{C}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi(x^2 + z_0^2)^{\frac{5}{2}}} \begin{pmatrix} 3xz_0 m_V \\ 0 \\ (2z_0^2 - x^2) m_V \end{pmatrix} \quad (\text{III.28})$$

ce qui se traduit graphiquement par les courbes de la figure III.12

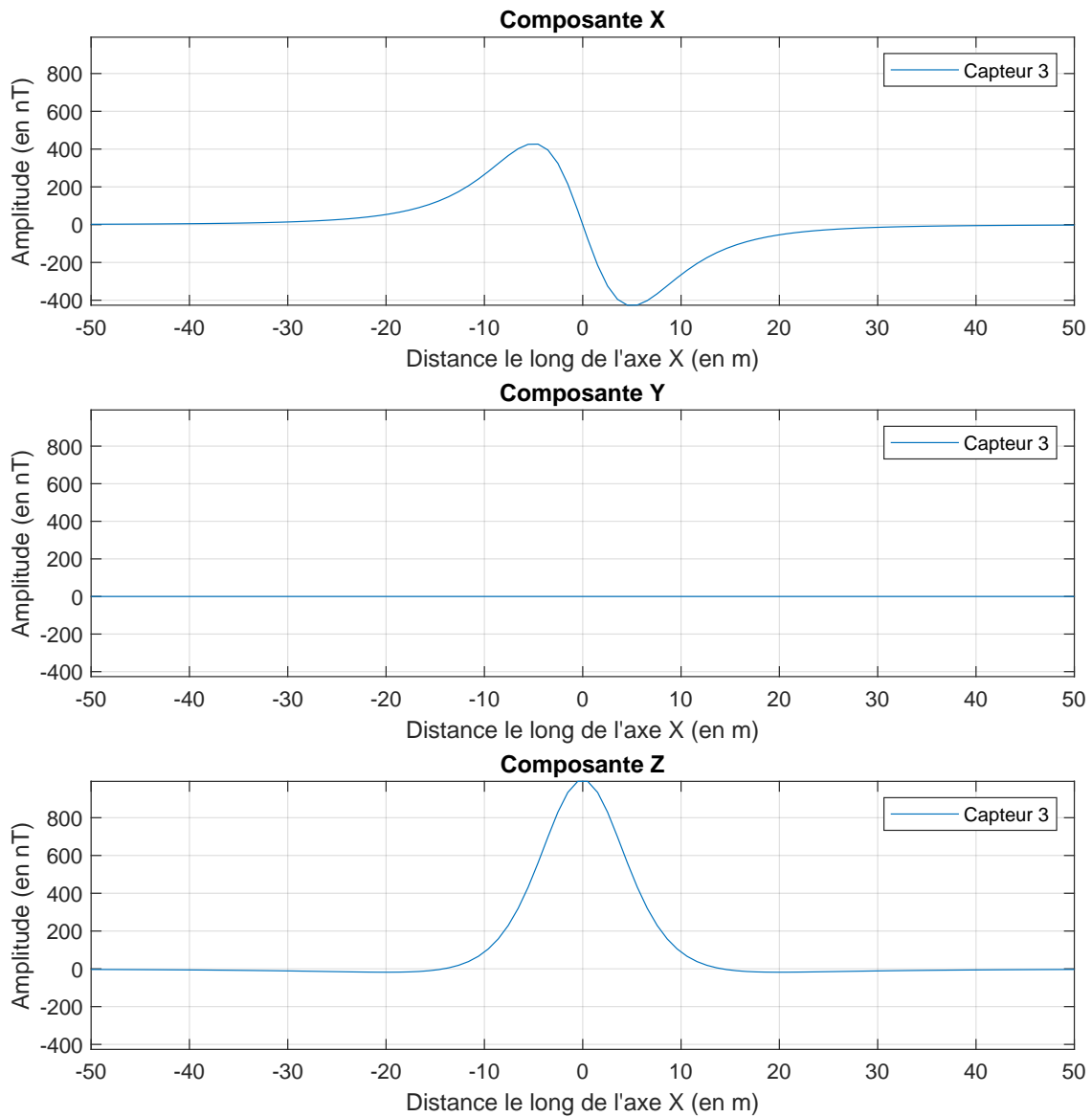


FIGURE III.12 – Composantes  $C_x$ ,  $C_y$  et  $C_z$  obtenues sur le profil central pour une aimantation verticale pure ( $m_T = 0$  et  $m_L = 0$ ).

Cas  $m_L = m_0$ , ou  $I = 0$  et  $D = 0$  D'après III.27, on a

$$\vec{C}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi(x^2 + z_0^2)^{\frac{5}{2}}} \begin{pmatrix} (2x^2 - z_0^2)m_L \\ 0 \\ 3xz_0m_L \end{pmatrix} \quad (\text{III.29})$$

ce qui se traduit graphiquement par les courbes de la figure III.13

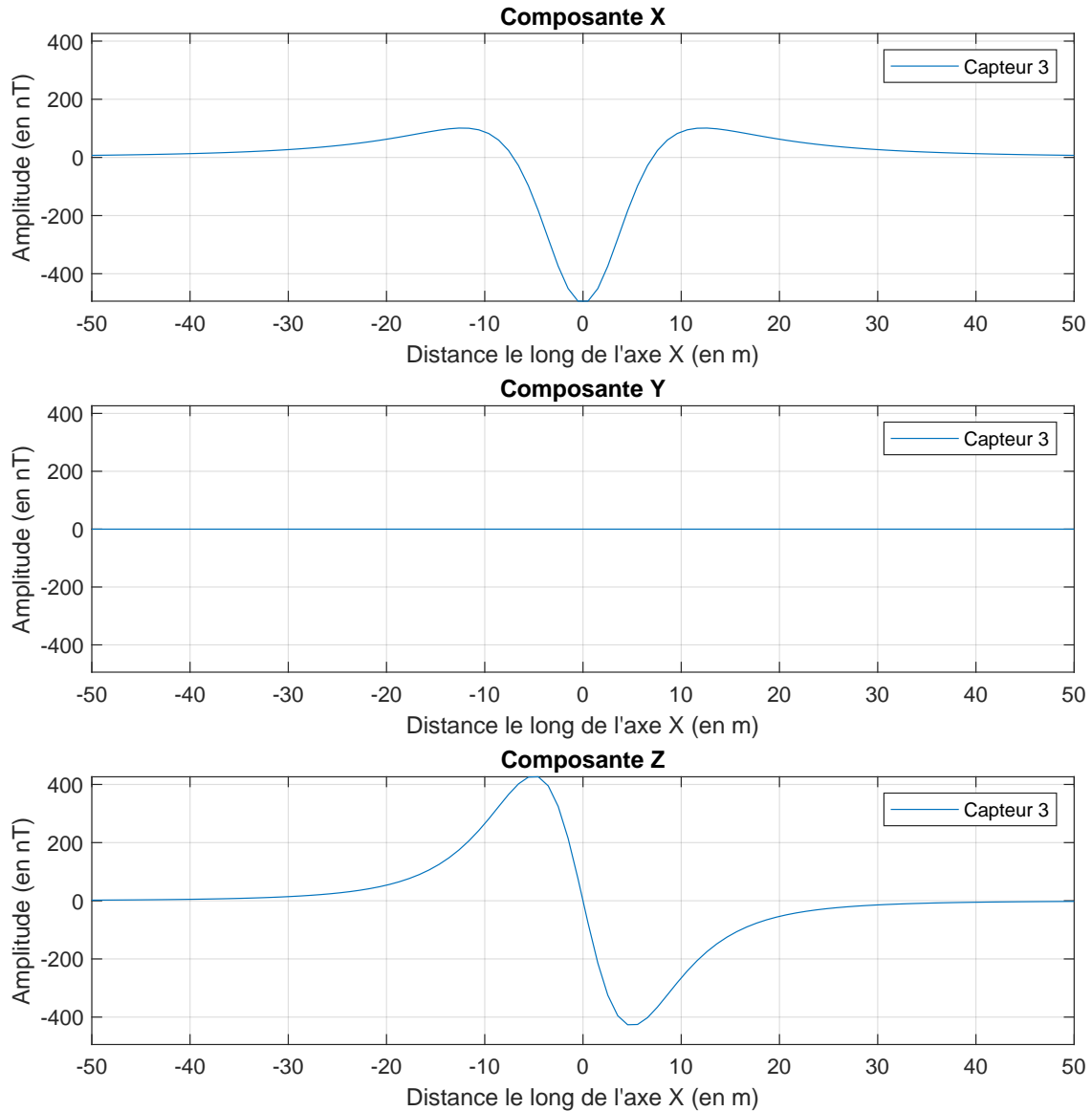


FIGURE III.13 – Composantes  $C_x$ ,  $C_y$  et  $C_z$  obtenues sur le profil central pour une aimantation longitudinale pure ( $m_T = 0$  et  $m_V = 0$ ).

On est donc ici en présence des courbes représentatives d'une aimantation longitudinale pure. Elles présentent les mêmes propriétés qu'évoqué précédemment (composante  $B_x$  paire et composante  $B_z$  impaire, la composante  $B_y$  est nulle). Il s'agit de la même courbe.

On note également que la composante  $B_x$  est maximale à l'aplomb du dipôle et diminue ensuite, quand la composante  $B_z$  est nulle à l'aplomb et augmente jusqu'à une certaine distance avant de rediminuer.

Cas  $m_T = m_0$ , ou  $I = 0$  et  $D = 90$  Toujours en utilisant III.27, on a

$$\vec{C}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi(x^2 + z_0^2)^{\frac{5}{2}}} \begin{pmatrix} 0 \\ (-x^2 - z_0^2)m_T \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.30})$$

Que l'on trace sur la figure III.14.

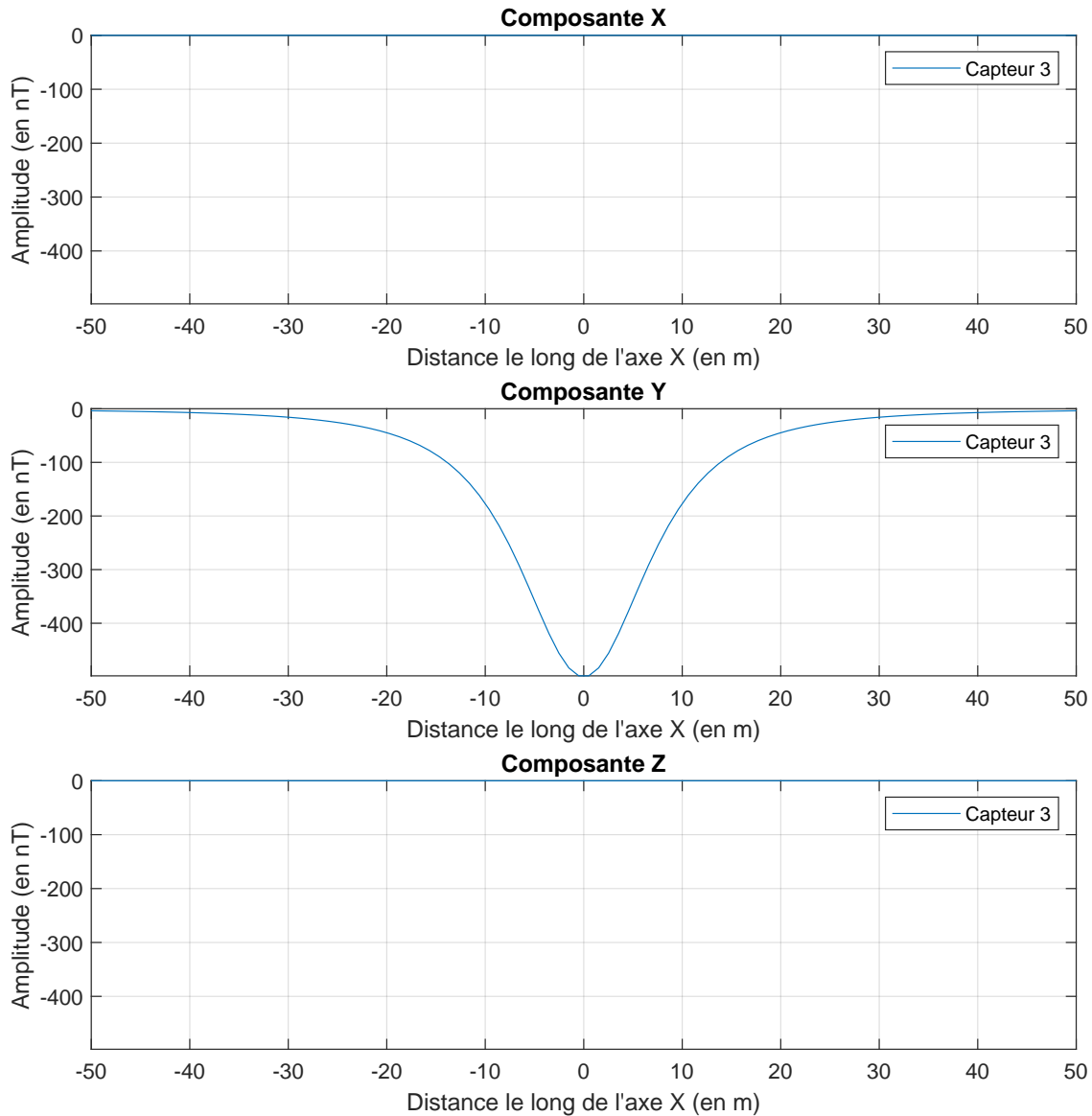


FIGURE III.14 – Composantes  $C_x$ ,  $C_y$  et  $C_z$  obtenues sur le profil central pour une aimantation transversale pure ( $m_L = 0$  et  $m_V = 0$ ).

### III.1.3.7 La vision géophysique : en carte

Il est immédiat de calculer les composantes du champ d'anomalie avec III.15. Il nous faut cependant calculer l'AICM car, comme on l'a vu plus haut, c'est bien F l'on calcule suite à la mesure de  $\|\vec{B}\|$ .

A l'aide de III.18, on peut écrire

$$\|\vec{C}(\vec{r})\| = -\frac{\widetilde{m}_0}{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|^5} \left\| \begin{array}{l} \hat{l} \|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2 - 3(x-x_0)\lambda_0 \\ \hat{m} \|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2 - 3(y-y_0)\lambda_0 \\ \hat{n} \|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2 - 3(z-z_0)\lambda_0 \end{array} \right\| \quad (\text{III.31})$$

D'où

$$\|\vec{C}\| = C(\vec{r}) = -\frac{\widetilde{m}_0}{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|^5} \sqrt{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|^4 \cdot (\hat{l}^2 + \hat{m}^2 + \hat{n}^2) + 9\lambda_0^2 [(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2] - 6\lambda_0 \|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2 [\hat{l}(x-x_0) + \hat{m}(y-y_0) + \hat{n}(z-z_0)]} \quad (\text{III.32})$$

avec  $\hat{l}^2 + \hat{m}^2 + \hat{n}^2 = 1$  et  $(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-z_0)^2 = \|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2$ , il vient

$$C(\vec{r}) = -\frac{\widetilde{m}_0}{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|^4} \sqrt{\|\vec{r} - \vec{r}_0\|^2 + 3\lambda_0^2} \quad (\text{III.33})$$

Néanmoins, c'est bien F que nous déduisons de la mesure de B sur le terrain, il nous faut donc établir son expression. Dans le cas présent, on connaît l'expression analytique de la source. On peut donc écrire la valeur exacte de l'anomalie du champ total au point P(x,y,z) engendré par un dipôle, que l'on placera à l'origine pour simplifier l'expression. En utilisant  $F = B - R$  et  $B = \|\vec{C} + \vec{R}\|$ , il vient

$$F = \left\| \begin{array}{l} R_x - \frac{\widetilde{m}_0}{\|\vec{r}\|^5} (\hat{l}r^2 - 3x\lambda) \\ R_y - \frac{\widetilde{m}_0}{\|\vec{r}\|^5} (\hat{m}r^2 - 3y\lambda) \\ R_z - \frac{\widetilde{m}_0}{\|\vec{r}\|^5} (\hat{n}r^2 - 3z\lambda) \end{array} \right\| - \left\| \begin{array}{l} R_x \\ R_y \\ R_z \end{array} \right\| \quad (\text{III.34})$$

que l'on peut réécrire

$$F = \sqrt{\left[ R_x - \frac{\widetilde{m}_0}{\|\vec{r}\|^5} (\hat{l}r^2 - 3x\lambda) \right]^2 + \left[ R_y - \frac{\widetilde{m}_0}{\|\vec{r}\|^5} (\hat{m}r^2 - 3y\lambda) \right]^2 + \left[ R_z - \frac{\widetilde{m}_0}{\|\vec{r}\|^5} (\hat{n}r^2 - 3z\lambda) \right]^2} - R \quad (\text{III.35})$$

**Au pôle.** L'aimantation est verticale.

On observe des courbes symétriques sur  $C_x$  et  $C_y$  (figure III.16). En effet, les lignes de champ sont identiques de part et d'autre du dipôle mais sont opposées. Dans le cas de  $C_z$ , on observe une forme de gaussienne 2D avec un maximum centré à l'aplomb du dipôle. On retrouve logiquement cette même forme pour F après la projection (figure III.15).

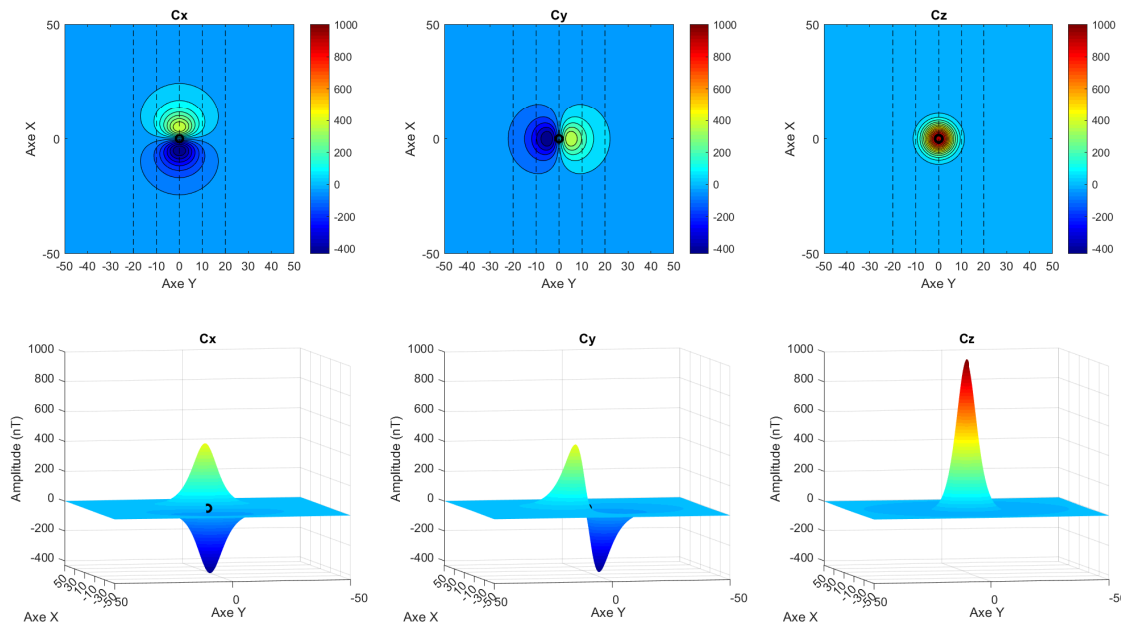


FIGURE III.15 – Cartes des composantes  $C_x$ ,  $C_y$  et  $C_z$  pour un dipôle induit vertical ( $I=90^\circ$ ,  $D=0^\circ$ ). En haut, la carte normale, en bas la vue 3D avec un axe Z correspondant à l'amplitude du signal. Les lignes en pointillés représentent les profils mesurés dans le cas magnétisme du navire. L'échelle de couleur est commune pour toutes les figures.

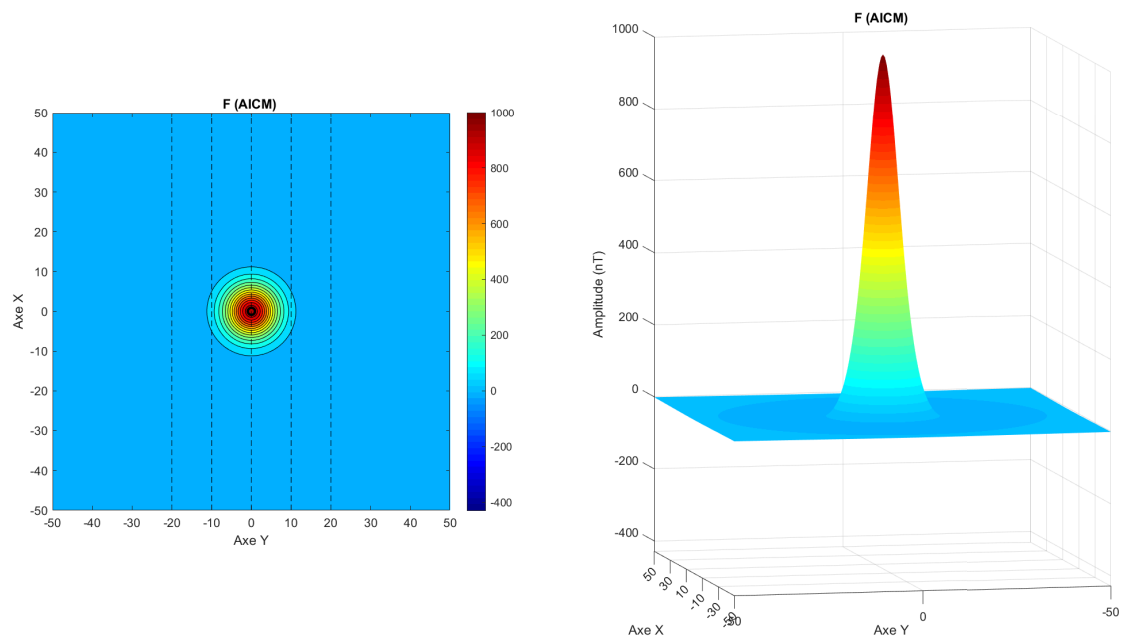


FIGURE III.16 – Carte représentative de l'anomalie du champ total (AICM), pour un dipôle induit au pôle ( $I=90^\circ$ ,  $D=0^\circ$ ).

**A l'équateur** On a les cartes de composantes suivantes III.17

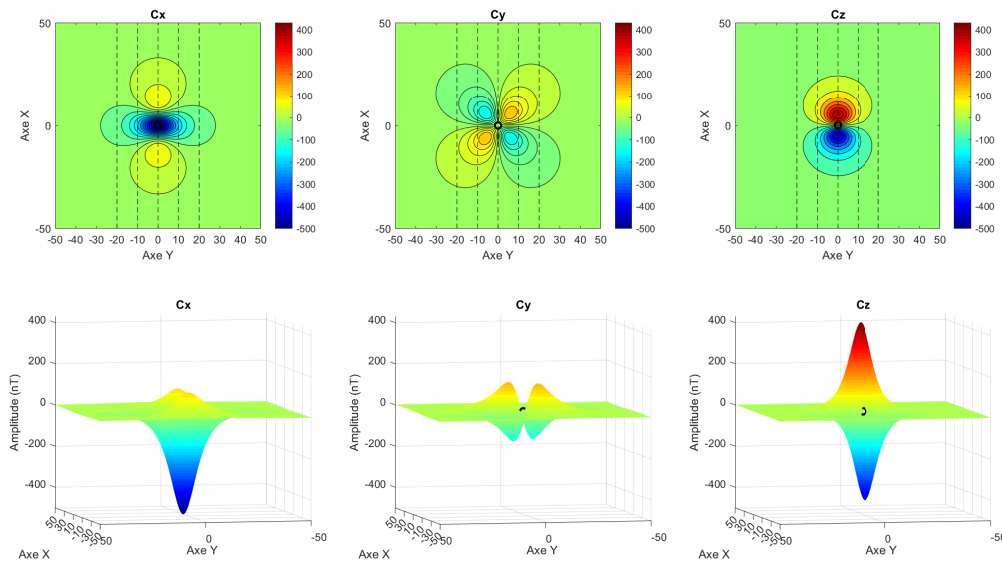


FIGURE III.17 – Cartes des composantes  $C_x$ ,  $C_y$  et  $C_z$  pour un dipôle induit vertical ( $I=0^\circ$ ,  $D=0^\circ$ ). En haut, la carte normale, en bas la vue 3D avec un axe Z correspondant à l'amplitude du signal. Les lignes en pointillés représentent les profils mesurés dans le cas magnétisme du navire. L'échelle de couleur est normalisée et commune pour toutes les figures.

On a représenté ici les trois composantes du champ créé par un dipôle à l'origine. Les courbes de niveau permettent d'appréhender la géométrie des lignes de champ. On note notamment la position très particulière du profil 3 ou profil central sur la composante  $C_y$  qui implique une valeur nulle sur tout le profil, comme on l'avait vu plus haut. Après projection, on obtient la carte d'AICM, figure III.18.

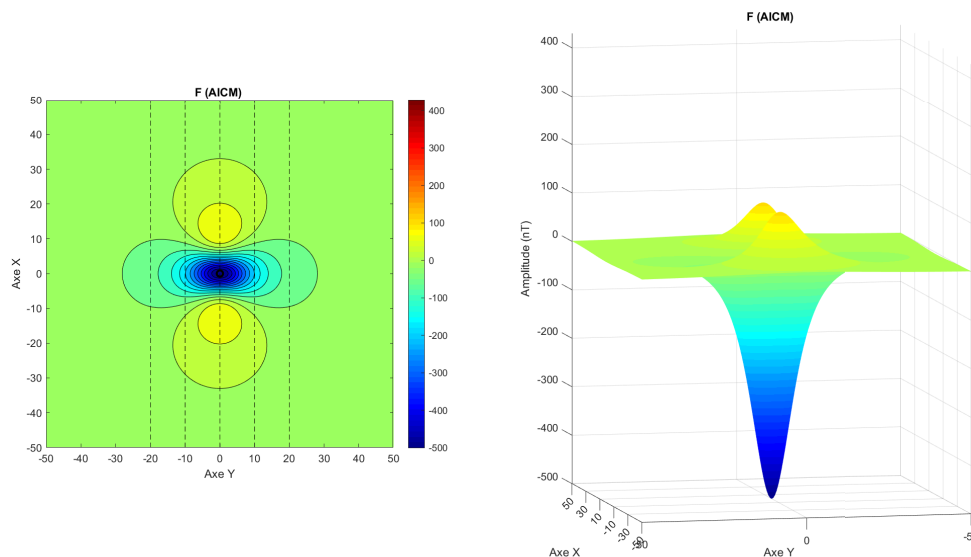


FIGURE III.18 – Carte représentative de l'anomalie du champ total (AICM), pour un dipôle induit au pôle ( $I=90^\circ$ ,  $D=0^\circ$ ).

**A Strasbourg** L'aimantation induite est majoritairement verticale, mais la déclinaison est non nulle ( $2^\circ$ ). On trace les cartes de composantes sur la figure III.19 et l'AICM sur la figure III.20.



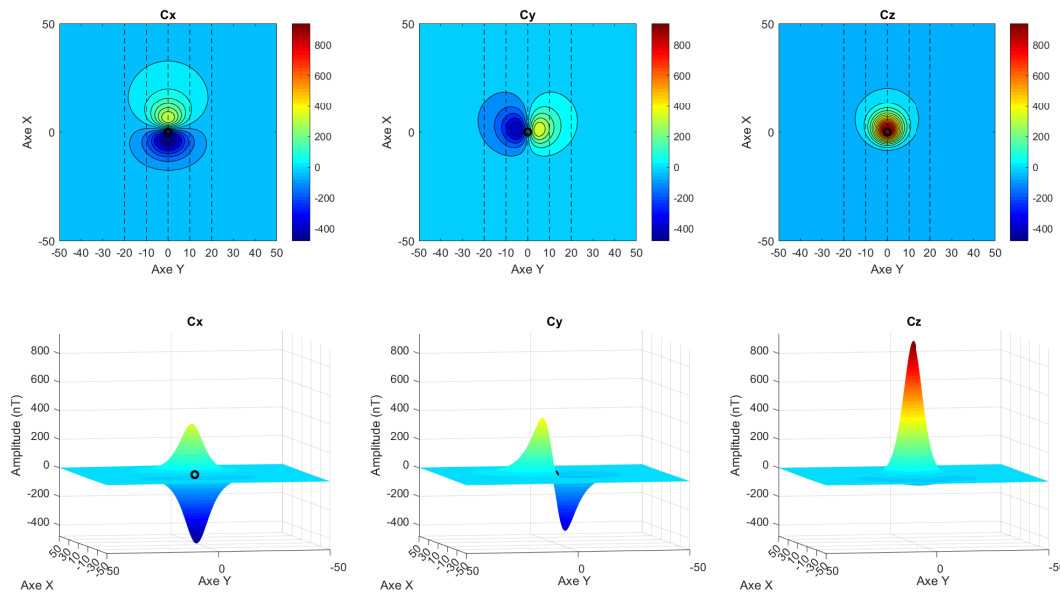


FIGURE III.19 – Cartes des composantes  $C_x$ ,  $C_y$  et  $C_z$  pour un dipôle induit à Strasbourg ( $I=64^\circ$ ,  $D=2^\circ$ ). En haut, la carte normale, en bas la vue 3D avec un axe Z correspondant à l'amplitude du signal. Les lignes en pointillés représentent les profils mesurés dans le cas du magnétisme du navire. L'échelle de couleur est normalisée et commune pour toutes les figures. La barre de couleur représente l'amplitude qui s'exprime en nT.

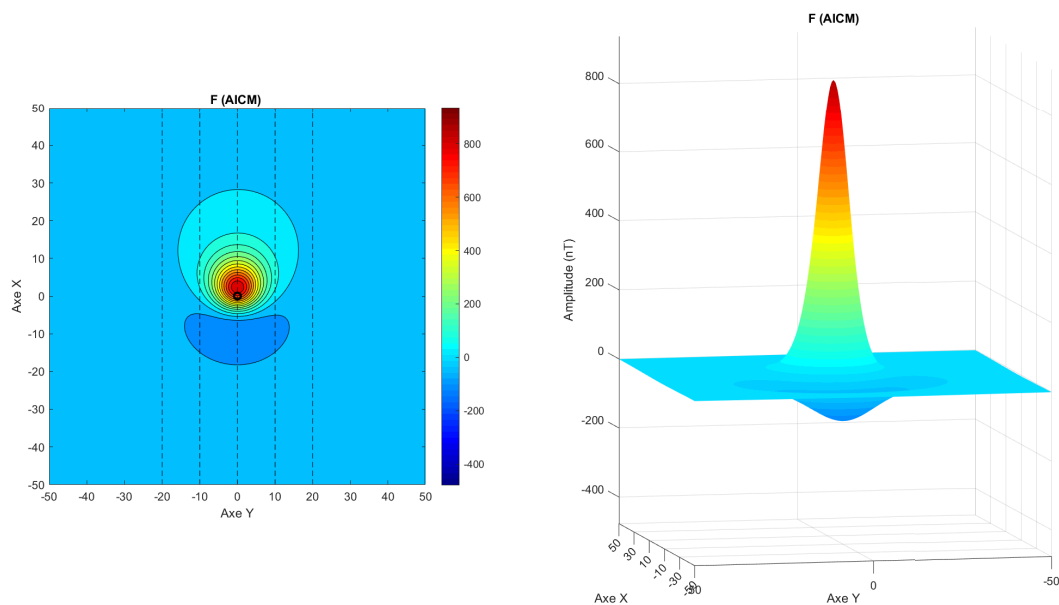


FIGURE III.20 – Carte représentative de l'anomalie du champ total (AICM), pour un dipôle induit à Strasbourg ( $I=64^\circ$ ,  $D=2^\circ$ ).

### III.1.4 Etude numérique de la différence F-F<sub>1</sub>

Il est possible pour un dipôle d'établir la valeur exacte de F<sub>1</sub> à partir de F<sub>1</sub> =  $\vec{\rho} \cdot \vec{C}$

$$F_1 = -\frac{\widetilde{m}_0}{r^5} \begin{pmatrix} \hat{L} \\ \hat{M} \\ \hat{N} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \hat{l}r^2 - 3x\lambda \\ \hat{m}r^2 - 3y\lambda \\ \hat{n}r^2 - 3z\lambda \end{pmatrix} \quad (\text{III.36})$$

d'où

$$F_1 = -\frac{\widetilde{m}_0}{r^5} [r^2(\hat{l}\hat{L} + \hat{m}\hat{M} + \hat{N}\hat{n}) - 3\lambda(\hat{L}x + \hat{M}y + \hat{N}z)] \quad (\text{III.37})$$

que l'on peut simplifier en posant  $\Lambda = \hat{L}x + \hat{M}y + \hat{N}z$

$$F_1 = -\frac{\widetilde{m}_0}{r^5} [r^2(\hat{l}\hat{L} + \hat{m}\hat{M} + \hat{N}\hat{n}) - 3\lambda\Lambda] \quad (\text{III.38})$$

#### III.1.4.1 Cas d'un dipôle induit

Dans le cas particulier d'un dipôle induit ( $\hat{L} = \hat{l}, \hat{M} = \hat{m} \text{ et } \hat{N} = \hat{n}$ ) ce qui donne

$$F_1 = -\frac{\widetilde{m}_0}{r^5} [r^2 - 3\lambda^2] \quad (\text{III.39})$$

L'expression analytique de la différence dans le cas du dipôle induit s'écrit alors :

$$F - F_1 = \sqrt{\left[ R_x - \frac{\widetilde{m}_0}{\|r^5\|} (\hat{l}r^2 - 3x\lambda) \right]^2 + \left[ R_y - \frac{\widetilde{m}_0}{\|r^5\|} (\hat{m}r^2 - 3y\lambda) \right]^2 + \left[ R_z - \frac{\widetilde{m}_0}{\|r^5\|} (\hat{n}r^2 - 3z\lambda) \right]^2} - R + \frac{\widetilde{m}_0}{r^5} [r^2 - 3\lambda^2] \quad (\text{III.40})$$

S'il paraît possible d'établir quelques expressions exactes dans certains cas très particulier tel que Rx=R (équateur géomagnétique) ou Rz =R (pole géomagnétique), il semble plus adapté de réaliser une étude numérique qui permettra de comparer deux cartes (ou leur différence) visuellement. En réalité, l'œil humain n'est pas assez précis pour distinguer des variations de couleur faibles, comme le montre la figure III.21, nous nous focaliserons donc sur la différence entre les deux cartes.

De plus il serait fastidieux de produire une carte pour chaque couple (I,D). On va donc procéder différemment. On a décidé d'explorer l'espace (I,D) via un tirage aléatoire de 500 couples différents prenant des valeurs entre 0 et 180°, puis l'on calcule F et F<sub>1</sub> dans les deux cas. La soustraction se fait point par point sur les grilles calculées et l'on obtient la carte de la différence entre F et F<sub>1</sub> comme sur la figure III.22.

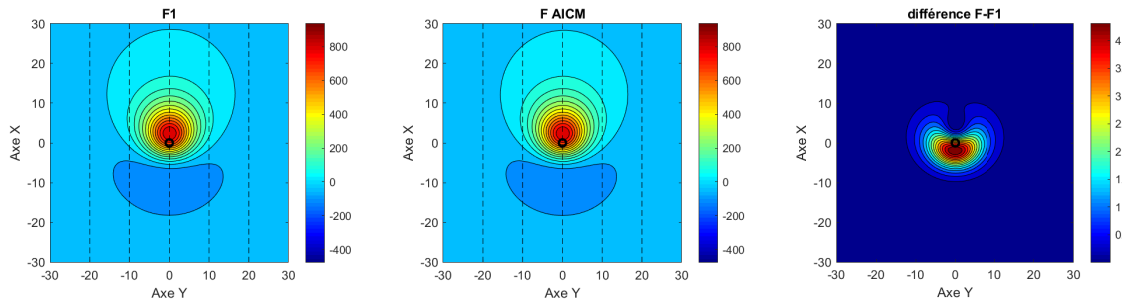


FIGURE III.21 – Comparaison de F et F1 pour un dipôle induit dans le champ régional de Strasbourg ( $I=64^\circ$ ,  $D=2^\circ$ ). La position du dipôle est symbolisée par le cercle noir.

Dans un deuxième temps, on calcule et on stocke les valeurs extrêmes de la différence, c'est-à-dire son minimum (pouvant être négatif) et son maximum. Si l'une de ces valeurs extrêmes est supérieure en valeur absolue à la précédente, alors on stocke en mémoire la carte  $F-F_1$ . Ce qui permet de ne garder qu'une seule carte représentative de la plus grande différence (en un point) entre les deux valeurs et donc d'établir l'ordre de grandeur de la différence maximale.

Enfin, nous avons vu au chapitre 2 l'équation II.30 ( $F - F_1 = \frac{1}{2R}(C^2 - F^2)$ ), donc que  $F > F_1$ . Il s'agira de vérifier que nos simulations numériques sont cohérentes avec ce résultat.

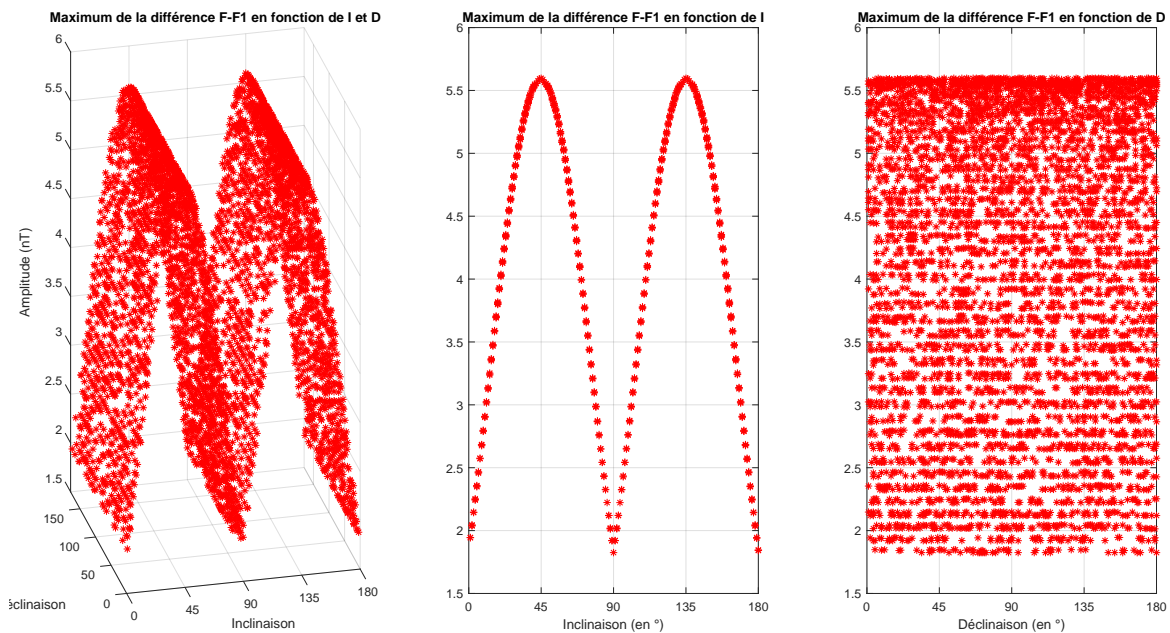


FIGURE III.22 – Maximum de la différence  $F-F_1$  pour différents couples  $(I, D)$ . A gauche, vue 3D avec l'amplitude du signal comme axe vertical. Au milieu, la vue amplitude en fonction de l'inclinaison. A droite, la vue de l'amplitude en fonction de la déclinaison.

En premier lieu, il faut noter l'amplitude faible de la différence maximale : autour de 5.5 nT pour des signaux dont l'amplitude maximale fait en valeur absolue 800 à 900 nT (cette amplitude varie également, principalement avec l'inclinaison (Fleury, 2011, P 69)). Une étude plus approfondie et tenant compte de l'amplitude maximale serait possible mais semble un peu superflue à la vue de la différence maximale faible.

La différence  $F-F_1$  présente une forme de double selle de cheval. On peut en déduire

grâce à la vue 3D et à la courbe du milieu que la différence  $F-F_1$  dépend essentiellement de l'inclinaison, puisque pour une inclinaison fixe, différentes déclinaisons donnent la même erreur maximale. Le corollaire étant que pour une déclinaison fixe, l'amplitude de l'erreur dépend de l'inclinaison, comme vu sur le graphe de droite. On observe que la différence  $F-F_1$  est maximale pour  $45^\circ$  et  $135^\circ$ . Nos résultats sont donc en accord avec (Fleury, 2011, P 68).

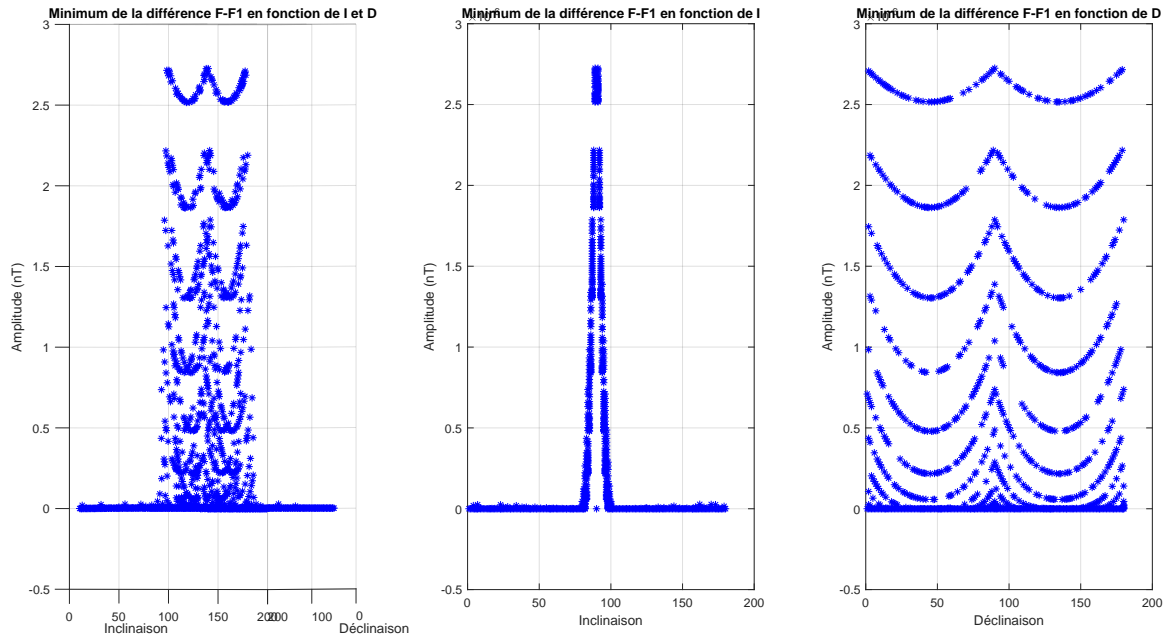


FIGURE III.23 – Maximum de la différence  $F-F_1$  pour différents couples  $(I,D)$ . A gauche, vue 3D avec l'amplitude du signal comme axe vertical. Au milieu, la vue amplitude en fonction de l'inclinaison. A droite, la vue amplitude en fonction de la déclinaison.

On observe bien un minimum positif, quelque soit le couple  $(I, D)$  considéré, ce qui est en accord avec l'équation II.30. On remarque de plus que les amplitudes sont très faibles. Les variations sont difficiles à analyser directement, car on note une double dépendance à  $I$  et  $D$ . On se contentera de souligner que l'amplitude maximale du minimum de la différence est atteinte pour une inclinaison  $I=90^\circ$  et que les déclinaisons  $D=0, D=90$  et  $D=180$  conduisent à des valeurs maximales pour une inclinaison fixe.

Traçons alors la carte qui présente la valeur maximale de la différence à titre indicatif.

Cette valeur maximale, qui est relative à une différence maximale en un point est obtenue pour une aimantation de  $135^\circ$  et une déclinaison de  $35^\circ$ , comme vu sur la figure III.24. En termes d'ordre de grandeur, on retiendra que la différence maximale entre  $F$  et  $F_1$  est de  $5.6 \text{ nT}$ , pour une valeur maximale de  $F$  (en valeur absolue) de  $600 \text{ nT}$  ce qui donne  $1\%$  d'erreur. On peut donc conclure que dans le cas du dipôle induit, on peut identifier  $F$  à  $F_1$ .

### III.1.4.2 Cas d'un dipôle présentant un moment permanent

On se place maintenant dans le cas plus général d'un dipôle présentant également un moment permanent. On décompose alors le champ d'anomalie selon la contribution de la partie induite et permanente

$$\vec{C} = \vec{C}_{Ind} + \vec{C}_{Perm} \tag{III.41}$$

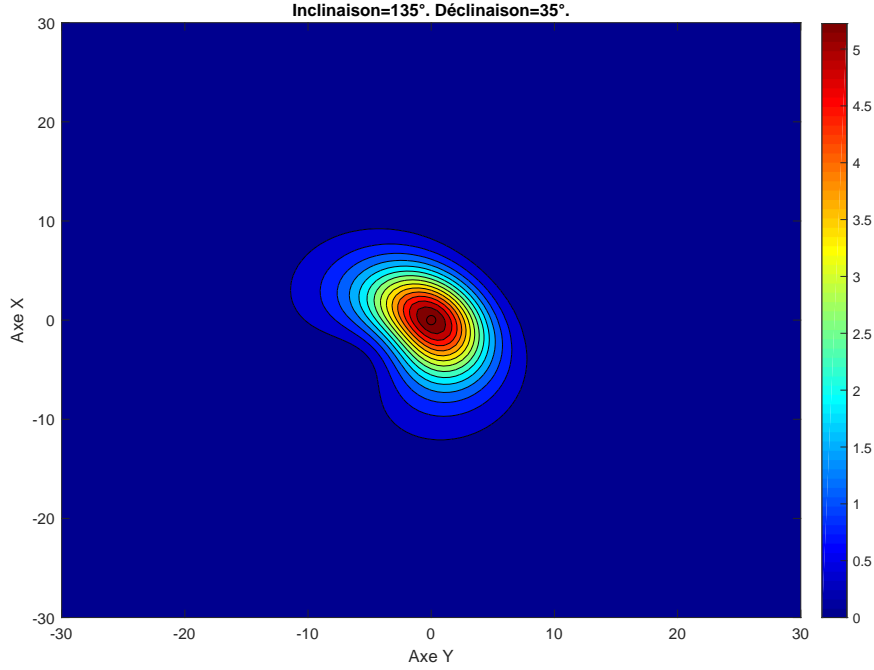


FIGURE III.24 – Carte représentant la différence  $F-F_1$  pour une inclinaison de  $135^\circ$  et une déclinaison de  $35^\circ$ . La différence maximale entre  $F$  et  $F_1$  en un point est d'environ 5 nT.

On définit alors pour plus de clarté dans les équations :  $\hat{l}_p, \hat{m}_p, \hat{n}_p$  par analogie avec  $\hat{l}, \hat{m}, \hat{n}$  et  $\lambda_p = \hat{l}_p \cdot x + \hat{m}_p \cdot y + \hat{n}_p \cdot z$ . Enfin,  $\tilde{m}_p$  est le moment dipolaire magnétique permanent équivalent.

On a alors

$$\vec{C} = -\frac{\tilde{m}_0}{r^5} \begin{pmatrix} \hat{L}r^2 - 3x\lambda \\ \hat{M}r^2 - 3y\lambda \\ \hat{N}r^2 - 3z\lambda \end{pmatrix} - \frac{\tilde{m}_p}{r^5} \begin{pmatrix} \hat{l}_p r^2 - 3x\lambda_p \\ \hat{m}_p r^2 - 3y\lambda_p \\ \hat{n}_p r^2 - 3z\lambda_p \end{pmatrix} \quad (\text{III.42})$$

d'où d'après II.13

$$F = \|\vec{C}_{Ind} + \vec{C}_{Perm} + \vec{R}\| - R \quad (\text{III.43})$$

$$F = \left\| \begin{pmatrix} R_x - \frac{1}{r^5} [\tilde{m}_0(\hat{L}r^2 - 3x\lambda) + \tilde{m}_p(\hat{l}_p r^2 - 3x\lambda_p)] \\ R_y - \frac{1}{r^5} [\tilde{m}_0(\hat{M}r^2 - 3y\lambda) + \tilde{m}_p(\hat{m}_p r^2 - 3y\lambda_p)] \\ R_z - \frac{1}{r^5} [\tilde{m}_0(\hat{N}r^2 - 3z\lambda) + \tilde{m}_p(\hat{n}_p r^2 - 3z\lambda_p)] \end{pmatrix} \right\| - R \quad (\text{III.44})$$

$$F = \left\| \begin{pmatrix} R_x - \frac{1}{r^5} [r^2(\tilde{m}_0\hat{L} + \tilde{m}_p\hat{l}_p) - 3x(\tilde{m}_0\lambda + \tilde{m}_p\lambda_p)] \\ R_y - \frac{1}{r^5} [r^2(\tilde{m}_0\hat{M} + \tilde{m}_p\hat{m}_p) - 3y(\tilde{m}_0\lambda + \tilde{m}_p\lambda_p)] \\ R_z - \frac{1}{r^5} [r^2(\tilde{m}_0\hat{N} + \tilde{m}_p\hat{n}_p) - 3z(\tilde{m}_0\lambda + \tilde{m}_p\lambda_p)] \end{pmatrix} \right\| - R \quad (\text{III.45})$$

Cette deuxième forme de F met clairement en évidence la contribution de chaque dipôle en fonction de l'amplitude de son moment dipolaire.

On pose alors  $\tilde{m}_l = \tilde{m}_0 \hat{L} + \tilde{m}_p \hat{l}_p$ , il s'agit du moment dipolaire équivalent sur l'axe  $O_x$ , le l en indice rappelant le cosinus directeur par rapport à l'axe  $O_x$ . De la même manière,  $\tilde{m}_m = \tilde{m}_0 \hat{M} + \tilde{m}_p \hat{m}_p$  et  $\tilde{m}_n = \tilde{m}_0 \hat{N} + \tilde{m}_p \hat{n}_p$ . On pose également  $\tilde{\lambda} = \tilde{m}_0 \lambda + \tilde{m}_p \lambda_p$ .

On peut donc réécrire l'expression III.45

$$F = \sqrt{\left[ R_x - \frac{1}{r^5} (r^2 \tilde{m}_l - 3x \tilde{\lambda}) \right]^2 + \left[ R_y - \frac{1}{r^5} (r^2 \tilde{m}_m - 3y \tilde{\lambda}) \right]^2 + \left[ R_z - \frac{1}{r^5} (r^2 \tilde{m}_n - 3z \tilde{\lambda}) \right]^2} - R \quad (\text{III.46})$$

On retrouve une expression très proche de l'équation III.35, avec une direction de moment dipolaire équivalent différente constituée par la combinaison du moment dipolaire induit et permanent proportionnelle à l'amplitude de chacun. Notons que cette expression, plus générale que la précédente permet de tenir compte des cas extrêmes, dipôle uniquement induit ou uniquement rémanent, ainsi que de toutes les combinaisons possibles entre les deux. Enfin, dans le cas où  $\tilde{m}_0 = \tilde{m}_p$ , il y a combinaison des angles dans l'équation et l'expression se simplifie légèrement.

On calcule également  $F_1$  :

$$F_1 = \vec{\rho} \cdot \vec{C} = \vec{\rho} \cdot (\vec{C}_{Ind} + \vec{C}_{Perm}) \quad (\text{III.47})$$

$$F_1 = - \begin{pmatrix} \hat{L} \\ \hat{M} \\ \hat{N} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \frac{1}{r^5} [r^2 \tilde{m}_l - 3x \tilde{\lambda}] \\ \frac{1}{r^5} [r^2 \tilde{m}_m - 3y \tilde{\lambda}] \\ \frac{1}{r^5} [r^2 \tilde{m}_n - 3z \tilde{\lambda}] \end{pmatrix} \quad (\text{III.48})$$

$$F_1 = - \left( \frac{\hat{L}}{r^5} [r^2 \tilde{m}_l - 3x \tilde{\lambda}] + \frac{\hat{M}}{r^5} [r^2 \tilde{m}_m - 3y \tilde{\lambda}] + \frac{\hat{N}}{r^5} [r^2 \tilde{m}_n - 3z \tilde{\lambda}] \right) \quad (\text{III.49})$$

On est donc en mesure de donner l'expression analytique F-F<sub>1</sub>.

$$F - F_1 = \left\| \begin{array}{l} R_x - \frac{1}{r^5} [r^2 (\tilde{m}_0 \hat{L} + \tilde{m}_p \hat{l}_p) - 3x (\tilde{m}_0 \lambda + \tilde{m}_p \lambda_p)] \\ R_y - \frac{1}{r^5} [r^2 (\tilde{m}_0 \hat{M} + \tilde{m}_p \hat{m}_p) - 3y (\tilde{m}_0 \lambda + \tilde{m}_p \lambda_p)] \\ R_z - \frac{1}{r^5} [r^2 (\tilde{m}_0 \hat{N} + \tilde{m}_p \hat{n}_p) - 3z (\tilde{m}_0 \lambda + \tilde{m}_p \lambda_p)] \end{array} \right\| - R \quad (\text{III.50})$$

$$+ \left( \frac{\hat{L}}{r^5} [r^2 \tilde{m}_l - 3x \tilde{\lambda}] + \frac{\hat{M}}{r^5} [r^2 \tilde{m}_m - 3y \tilde{\lambda}] + \frac{\hat{N}}{r^5} [r^2 \tilde{m}_n - 3z \tilde{\lambda}] \right)$$

Qui s'écrit aussi

$$\begin{aligned}
 F - F_1 = \sqrt{\left[ R_x - \frac{1}{r^5} \left[ r^2 \tilde{m}_l - 3x\tilde{\lambda} \right] \right]^2 + \left[ R_y - \frac{1}{r^5} \left[ r^2 \tilde{m}_m - 3y\tilde{\lambda} \right] \right]^2 + \left[ R_z - \frac{1}{r^5} \left[ r^2 \tilde{m}_n - 3z\tilde{\lambda} \right] \right]^2} - R \\
 + \left( \frac{\hat{L}}{r^5} \left[ r^2 \tilde{m}_l - 3x\tilde{\lambda} \right] + \frac{\hat{M}}{r^5} \left[ r^2 \tilde{m}_m - 3y\tilde{\lambda} \right] + \frac{\hat{N}}{r^5} \left[ r^2 \tilde{m}_n - 3z\tilde{\lambda} \right] \right)
 \end{aligned}
 \tag{III.51}$$

De la même manière que pour un dipôle purement induit, pour quantifier l'erreur entre  $F$  et  $F_1$  nous allons passer par des simulations numériques. Cette fois ci, nous devons tenir compte de cinq paramètres. En effet, à I et D s'ajoute  $\tilde{m}_p$  le moment dipolaire permanent, ainsi que  $i_{eq}$  et  $d_{eq}$  l'inclinaison et la déclinaison du dipôle équivalent (somme de l'induit et du permanent). Dans un premier temps, on prendra  $\tilde{m}_0 = \tilde{m}_p$  pour simplifier.

On fait parcourir à  $i_{eq}$  et  $d_{eq}$  un grand nombre de valeurs dans un champ régional caractérisé par I et D. Puis on fait varier ce champ régional et l'on relance les simulations pour des couples  $(i_{eq}, d_{eq})$ . Etant donné le nombre de paramètres, une représentation de tous les cas de figure n'est pas possible et nous nous contentons donc de présenter le cas présentant la plus grande différence  $F - F_1$  en indiquant les valeurs de I, D,  $i_{eq}$  et  $d_{eq}$  sur la figure.

Après la simulation de dix mille cas différents, on obtient la carte présentant la plus grande différence  $F - F_1$ . On remarque que l'erreur est plus grande que pour un dipôle uniquement induit mais qu'elle reste raisonnable, environ 9 nT pour une amplitude maximale de  $F$  (en valeur absolue) d'environ 450 nT, d'où une erreur relative de 2.3%.

### III.1.4.3 Cas d'un dipôle présentant un moment permanent d'amplitude variable

Il semble également intéressant de s'intéresser à une variation de l'amplitude du moment dipolaire. En effet, la dépendance de la différence entre  $F$  et  $F_1$  ne semble pas linéaire et l'on est en droit d'attendre des anomalies de plus grande amplitude. Afin de quantifier la variation, nous choisissons un coefficient multiplicatif à l'amplitude du moment dipolaire total  $\tilde{m}$  qui sera pris entre 1 et 6. Pour un coefficient de 6, on atteint des amplitudes maximales positives d'environ 5000 nT, soit jusqu'à environ 10.000 nT crête à crête. Cela semble être la limite physique maximale des anomalies rencontrées.

Les AICM  $F$  et  $F_1$  sont évidemment d'amplitude plus importante puisque l'on a appliqué un coefficient multiplicatif de six sur le moment dipolaire. On a donc une différence  $F - F_1$  plus importante que dans les cas précédents. Cependant, cette différence est également supérieure en erreur relative puisqu'au point où l'on a le plus d'erreur, il y a 13% d'écart entre les deux.

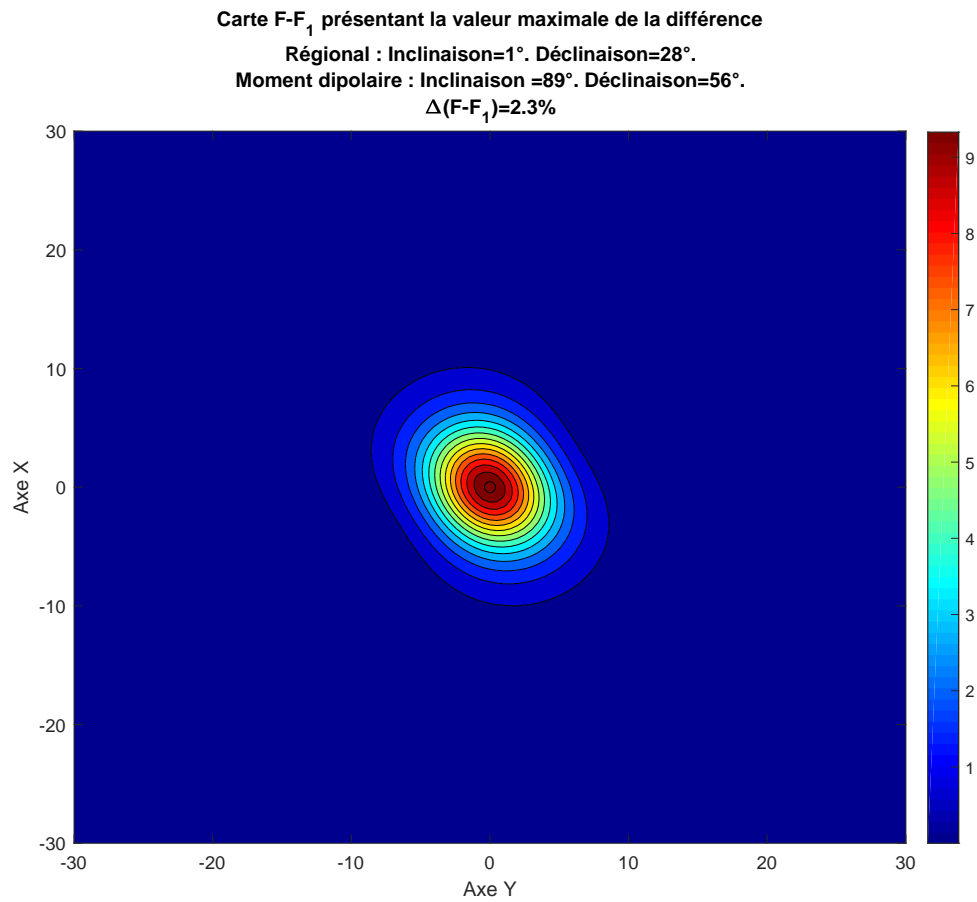


FIGURE III.25 – Carte représentant la différence  $F-F_1$  pour un champ régional d’inclinaison de 1° et une déclinaison de 28° et un dipôle d’inclinaison 89° et une déclinaison 56°. Cette carte présente la différence maximale en un point entre  $F$  et  $F_1$  : environ 9 nT.

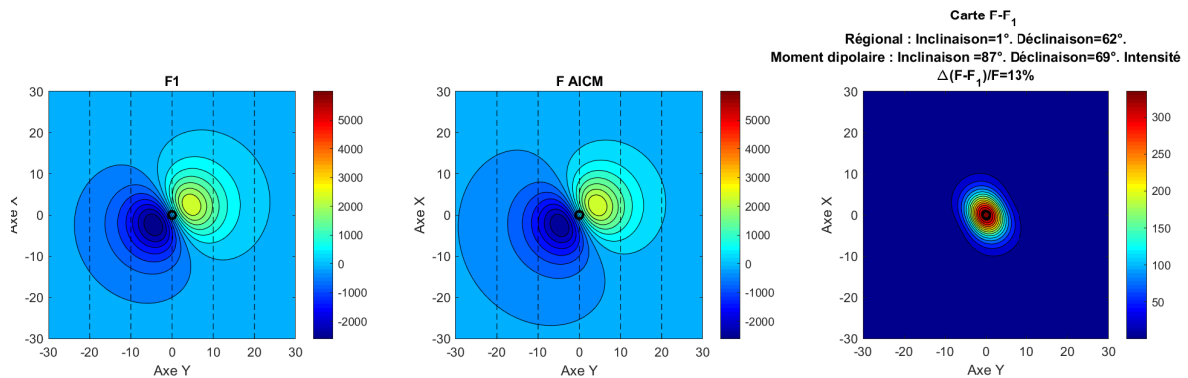


FIGURE III.26 – Cartes représentant  $F_1$ ,  $F$  et  $F-F_1$  pour le cas le plus critique rencontré sur la grille considérée. La différence  $F-F_1$  est donc maximale pour un champ régional d’inclinaison de 1° et une déclinaison de 62° et un dipôle d’inclinaison 87° et une déclinaison 69°. Dans cette simulation on a également modifié l’amplitude du dipôle, elle est six fois plus importante que dans les cas précédents.



## III.2 Calculs des composantes à partir de l'AICM

### III.2.1 Couche équivalente

#### III.2.1.1 Le principe géophysique

Le point de départ (Dampney, 1969) de ces travaux fut le besoin pour un certain nombre de traitements mathématiques de disposer d'un plan de données, ou d'un jeu de données se situant à égale distance des sources. Comme la majorité des levés sont réalisés en avion ou en hélicoptère, on est rarement dans ce cadre idéal. Il a alors fallu développer des outils pour tenir compte de la topographie, d'autant plus lorsque que celle-ci est raide/importante.

Le recalcul des données acquises selon une certaine géométrie à un autre endroit de l'espace est donc une problématique ancienne et assez documentée en géophysique. On distingue dans ce cadre deux approches différentes :

- Une approche « orientée « champ » où l'on ne cherche pas à remonter à la source, mais plutôt à transformer le champ mesuré (ou son potentiel) pour le recalculer à un autre endroit de l'espace.
- Une approche orientée « source » où l'on va tenter de remonter à la cause de l'anomalie, c'est-à-dire l'aimantation du corps physique engendrant le champ. L'approche la plus connue est la couche équivalente de (Dampney, 1969) qui a donné son nom à toutes ces techniques.

Une synthèse détaillée des méthodes les plus connues est réalisée dans (Pilkington and Boulanger, 2017). On se contente ici de citer quelques références et leur orientation source ou champ.

Nom de la méthode et référence	Type de méthode
Xu (Xu et al., 2003)	Champ
Ivan (Ivan, 1986)	Champ
Taylor (Pilkington and Thurston, 2001)	Champ
Guspi (Guspi, 1987)	Champ
Hansen (Hansen and Miyazaki, 1984)	Source
Bhattacharyya (Bhattacharyya and Chan, 1977)	Source
Pilkington -Urquhart (Pilkington and Urquhart, 1990)	Source
Xia (Xia et al., 1993)	Source

TABLEAU III.1 – Les méthodes les plus connues, modifié d'après Pilkington and Boulanger (2017).

#### III.2.1.2 Application en magnétisme du navire

**Pour un dipôle.** Reprenons l'équation III.36. Dans le cas d'un dipôle quelconque on note toujours  $\hat{l}_p$ ,  $\hat{m}_p$  et  $\hat{n}_p$  les cosinus directeurs de l'aimantation, mais cette fois ils indiquent la direction de l'aimantation globale dans le repère. L'indice vient ici rappeler que l'on est sur un dipôle quelconque donc possédant une aimantation permanente non

nulle. De même on prendra  $m_p$  comme module du moment dipolaire. Pour rappel  $\widetilde{m}_p = \frac{m_p \mu_0}{4\pi}$

Le champ d'anomalie s'écrit alors

$$\vec{C} = -\frac{\widetilde{m}_p}{r^5} \begin{pmatrix} \hat{l}_p r^2 - 3x\lambda_p \\ \hat{m}_p r^2 - 3y\lambda_p \\ \hat{n}_p r^2 - 3z\lambda_p \end{pmatrix} \quad (\text{III.52})$$

que l'on peut écrire

$$\vec{C} = \frac{\widetilde{m}_p}{r^5} \begin{pmatrix} \hat{l}_p(2x^2 - y^2 - z^2) + 3\hat{m}_p xy + 3\hat{n}_p \cdot xz \\ 3\hat{l}_p xy + \hat{m}_p(2y^2 - x^2 - z^2) + 3\hat{n}_p yz \\ 3\hat{l}_p xz + 3\hat{m}_p yz + \hat{n}_p(2z^2 - y^2 - x^2) \end{pmatrix} \quad (\text{III.53})$$

On choisit ici de reprendre une expression contenant  $m_x, m_y$  et  $m_z$  pour plus de lisibilité.

$$\vec{C} = \frac{\mu_0}{4\pi r^5} \begin{pmatrix} m_x(2x^2 - y^2 - z^2) + 3m_y xy + 3m_z \cdot xz \\ 3m_x xy + m_y(2y^2 - x^2 - z^2) + 3m_z yz \\ 3m_x xz + 3m_y yz + m_z(2z^2 - y^2 - x^2) \end{pmatrix} \quad (\text{III.54})$$

On peut alors calculer  $F_1$

$$F_1 = \vec{\rho} \cdot \vec{C} = \frac{\mu_0}{4\pi r^5} \begin{pmatrix} \hat{L}(2x^2 - y^2 - z^2) + 3\hat{M}xy + 3\hat{N} \cdot xz \\ 3\hat{L}xy + \hat{M}(2y^2 - x^2 - z^2) + 3\hat{N}yz \\ 3\hat{L}xz + 3\hat{M}yz + \hat{N}(2z^2 - y^2 - x^2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} \quad (\text{III.55})$$

Cette expression peut se réécrire  $F_1 = G \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix}$  où  $G$  est parfaitement connue. Il est

alors immédiat d'en déduire  $G^{-1}F_1 = \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix}$  si  $G$  est inversible.

On se retrouve alors dans le cas d'un problème inverse classique  $d = G \cdot m$ , avec dans notre cas  $d = F$  l'anomalie du champ total que l'on peut approximer à  $F_1$  et trois inconnues qui sont ici les composantes du moment dipolaire. On va donc construire un système d'équations permettant de calculer la valeur des trois paramètres cherchés.

Comme  $G = \frac{\mu_0}{4\pi r^5} \begin{pmatrix} \hat{L}(2x^2 - y^2 - z^2) + 3\hat{M}xy + 3\hat{N} \cdot xz \\ 3\hat{L}xy + \hat{M}(2y^2 - x^2 - z^2) + 3\hat{N}yz \\ 3\hat{L}xz + 3\hat{M}yz + \hat{N}(2z^2 - y^2 - x^2) \end{pmatrix}^t$ , il est immédiat de constater

que si l'on considère  $Q$  triplets  $(x_i, y_i, z_i)$ , alors  $G$  est de dimension  $Q \times 3$  ( $Q$  lignes et trois colonnes) et le système est dit surdimensionné.

**Cas à deux dipôles.** Soit deux dipôles non superposés, on utilise l'indice A (respectivement B) pour toutes les variables se rapportant au dipôle N°1 (respectivement N°2). Le champ d'anomalie s'écrit

$$\vec{C} = \vec{C}_A + \vec{C}_B = \begin{pmatrix} C_x^A + C_x^B \\ C_y^A + C_y^B \\ C_z^A + C_z^B \end{pmatrix} \quad (\text{III.56})$$

On peut alors calculer  $F_1$  en utilisant la linéarité du produit scalaire. Il vient

$$F_1^{\text{Tot}} = \begin{pmatrix} \hat{L} \\ \hat{M} \\ \hat{N} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} C_x^A + C_x^B \\ C_y^A + C_y^B \\ C_z^A + C_z^B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{L}C_x^A \\ \hat{M}C_y^A \\ \hat{N}C_z^A \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{L}C_x^B \\ \hat{M}C_y^B \\ \hat{N}C_z^B \end{pmatrix} = F_1^A + F_1^B \quad (\text{III.57})$$

On peut alors former le (double) produit scalaire

$$F_1 = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \begin{pmatrix} r_A^{-5} [\hat{L}(2x_A^2 - y_A^2 - z_A^2) + 3\hat{M}x_A y_A + 3\hat{N}.x_A z_A] \\ r_A^{-5} [\hat{L}x_A y_A + \hat{M}.(2y_A^2 - x_A^2 - z_A^2) + 3\hat{N}y_A z_A] \\ r_A^{-5} [3\hat{L}x_A z_A + 3\hat{M}y_A z_A + \hat{N}(2z_A^2 - y_A^2 - x_A^2)] \\ r_B^{-5} [\hat{L}(2x_B^2 - y_B^2 - z_B^2) + 3\hat{M}x_B y_B + 3\hat{N}.x_B z_B] \\ r_B^{-5} [\hat{L}x_B y_B + \hat{M}.(2y_B^2 - x_B^2 - z_B^2) + 3\hat{N}y_B z_B] \\ r_B^{-5} [3\hat{L}x_B z_B + 3\hat{M}y_B z_B + \hat{N}(2z_B^2 - y_B^2 - x_B^2)] \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_x^A \\ m_y^A \\ m_z^A \\ m_x^B \\ m_y^B \\ m_z^B \end{pmatrix} \quad (\text{III.58})$$

De manière plus ramassée, on écrira

$$F_1 = \begin{pmatrix} G_1 \\ G_2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_1 \\ m_2 \end{pmatrix} = G.m \quad (\text{III.59})$$

**Généralisation à K dipôles** Considérons K dipôles, on a d'après les équations précédentes

$$F_1 = \vec{\rho} \cdot \vec{C} = \begin{pmatrix} \hat{L} \\ \hat{M} \\ \hat{N} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \sum_i^K C_{x_i} \\ \sum_i^K C_{y_i} \\ \sum_i^K C_{z_i} \end{pmatrix} \quad (\text{III.60})$$

$$\text{On écrit alors } F_1 = G.m, \text{ avec } G = \begin{pmatrix} G_1 \\ \vdots \\ G_i \\ \vdots \\ G_K \end{pmatrix} \text{ et } m = \begin{pmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_i \\ \vdots \\ m_K \end{pmatrix}$$

$$G_i = \frac{\mu_0}{4\pi r_i^5} \begin{pmatrix} \hat{L}(2x_i^2 - y_i^2 - z_i^2) + 3\hat{M}x_i y_i + 3\hat{N}.x_i z_i \\ \hat{L}x_i y_i + \hat{M}.(2y_i^2 - x_i^2 - z_i^2) + 3\hat{N}y_i z_i \\ 3\hat{L}x_i z_i + 3\hat{M}y_i z_i + \hat{N}(2z_i^2 - y_i^2 - x_i^2) \end{pmatrix} \text{ et } m_i = \begin{pmatrix} m_{x_i} \\ m_{y_i} \\ m_{z_i} \end{pmatrix} \text{ qui représente les trois}$$

composantes du moment magnétique du dipôle i. de même  $\vec{r}_i = (x_i, y_i, z_i)$  est la distance du dipôle i au point considéré.

Dans le cas général, on dispose de  $Q$  points de mesures. Soit  $j$  l'indice représentant le point de mesure et  $i$  celui du dipôle, on a au point  $j$

$$F_1^j = G \cdot m = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{i=1}^K r_{ij}^{-5} \begin{pmatrix} \hat{L}(2x_{ij}^2 - y_{ij}^2 - z_{ij}^2) + 3\hat{M}x_{ij}y_{ij} + 3\hat{N}.x_{ij}z_{ij} \\ \hat{L}x_{ij}y_{ij} + \hat{M}.(2y_{ij}^2 - x_{ij}^2 - z_{ij}^2) + 3\hat{N}y_{ij}z_{ij} \\ 3\hat{L}x_{ij}z_{ij} + 3\hat{M}y_{ij}z_{ij} + \hat{N}(2z_{ij}^2 - y_{ij}^2 - x_{ij}^2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_{x_i} \\ m_{y_i} \\ m_{z_i} \end{pmatrix} \quad (\text{III.61})$$

Ce qui nous permet également d'écrire le système global pour toutes les mesures sous une forme pratique (en notant toujours  $G$  la matrice du modèle)

$$F_1 = G_g \cdot m \quad (\text{III.62})$$

$$\text{avec } G_g = \begin{pmatrix} G_{1,1} & \cdots & G_{1,K} \\ \vdots & G_{j,i} & \vdots \\ G_{Q,1} & \cdots & G_{Q,K} \end{pmatrix}, m = \begin{pmatrix} m_1 \\ \vdots \\ m_i \\ \vdots \\ m_K \end{pmatrix} \text{ et } m_i = \begin{pmatrix} m_{x_i} \\ m_{y_i} \\ m_{z_i} \end{pmatrix}$$

$$\text{et } G_{j,i} = \frac{\mu_0}{4\pi r_{ij}^5} \begin{pmatrix} \hat{L}(2x_{ij}^2 - y_{ij}^2 - z_{ij}^2) + 3\hat{M}x_{ij}y_{ij} + 3\hat{N}.x_{ij}z_{ij} \\ \hat{L}x_{ij}y_{ij} + \hat{M}.(2y_{ij}^2 - x_{ij}^2 - z_{ij}^2) + 3\hat{N}y_{ij}z_{ij} \\ 3\hat{L}x_{ij}z_{ij} + 3\hat{M}y_{ij}z_{ij} + \hat{N}(2z_{ij}^2 - y_{ij}^2 - x_{ij}^2) \end{pmatrix}^t$$

On a donc  $\dim(F_1) = Q * 1$ ;  $\dim(G) = Q * 3K$  et  $\dim(m) = 3Q * 1$

**Remarque concernant l'équivalence.** Les calculs développés dans le paragraphe précédent sont établis pour un champ régional constant, ce qui est en pratique très largement vérifié. En revanche, on peut se poser la question de l'influence d'un dipôle sur son voisin. En effet, l'aimantation induite du dipôle A crée un champ qui s'ajoute alors au champ régional. Le champ inducteur vu par le dipôle B est alors  $\mu_0(\vec{H}_0 + \vec{M}_A)$  d'après III.19,  $\vec{M}_A$  étant le vecteur densité d'aimantation du dipôle A.

Notre premier réflexe est alors de considérer que l'on applique cette technique sur des anomalies d'amplitudes faibles devant le champ magnétique terrestre  $H_0$ . Cependant, si l'on considère plusieurs dipôles représentant une source, la distance entre dipôles peut être très inférieure à la distance dipôle-capteur. Le champ induit par l'un sur l'autre est donc potentiellement très différent de celui mesuré. Il semble donc nécessaire de passer par une étude numérique pour mieux quantifier le phénomène.

Pour cela, on considère deux dipôles A et B et nous réalisons une carte du champ. En fait, on calcule le champ total issu du champ régional + celui du dipôle A au niveau de B. On suppose que l'effet du dipôle sur lui-même est négligeable et que l'effet du dipôle B est faible devant celui du dipôle A. Nous allons donc quantifier la variation des composantes du champ magnétique régional pouvant affecter la projection et présentons sous forme de carte les variations de  $\hat{L}$ ,  $\hat{M}$  et  $\hat{N}$ .

Reprenons l'équation II.13, dans le cas du dipôle  $\vec{C}$  est parfaitement connu. Pour un dipôle à l'origine, on a

$$\vec{B} = \begin{pmatrix} R_x + C_x \\ R_y + C_y \\ R_z + C_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_x + \frac{\mu_0}{4\pi r^5} \left[ m_x^A(2x^2 - y^2 - z^2) + 3m_y^A xy + 3m_z^A xz \right] \\ R_y + \frac{\mu_0}{4\pi r^5} \left[ 3m_x^A xy + m_y^A(2y^2 - x^2 - z^2) + 3m_z^A yz \right] \\ R_z + \frac{\mu_0}{4\pi r^5} \left[ 3m_x^A xz + 3m_y^A yz + m_z^A(2z^2 - y^2 - x^2) \right] \end{pmatrix} \quad (\text{III.63})$$

On prend les mêmes valeurs de moment dipolaire que précédemment pour calculer la carte dans le plan des sources. Il n'est évidemment pas possible de calculer le champ à l'endroit où se situe le dipôle car la distance est nulle et il existe donc une zone d'exclusion où le calcul n'a pas lieu.

Une fois les composantes calculées, on trace alors sur la figure III.27 les cartes correspondant à  $\frac{B_x}{R_x} * 100$ ,  $\frac{B_y}{R_y} * 100$  et  $\frac{B_z}{R_z} * 100$ . La taille de la grille de calcul est réduite puisque l'influence du dipôle sera évidemment maximale à son voisinage proche. Cela nous permet également de diminuer le pas de calcul.

Ces calculs dans le plan du dipôle donnent des amplitudes très grandes, pour s'affranchir de problèmes de représentation, on utilisera une échelle de couleur dite équipopulation. Il s'agit d'affecter la même surface à chaque couleur, ce qui a pour effet d'empêcher une valeur extrême « d'écraser » l'échelle globale et permet ainsi de mieux visualiser les variations dont les anomalies sont plus faibles. Il s'agit d'une pratique courante lors de l'établissement de cartes magnétiques.

Ces calculs nous interdisent quelques cas particuliers de champ régional. (Par exemple à  $I = 0$  et  $D = 0$ , cela engendrerait une composante  $R_y$  nulle). On se place donc à Strasbourg avec un champ fortement incliné ( $64^\circ$ ) et une déclinaison faible ( $2^\circ$ ). On calcule dans un premier temps la variation relative de chaque composante :  $\frac{B_x}{R_x}$ ,  $\frac{B_y}{R_y}$  et  $\frac{B_z}{R_z}$

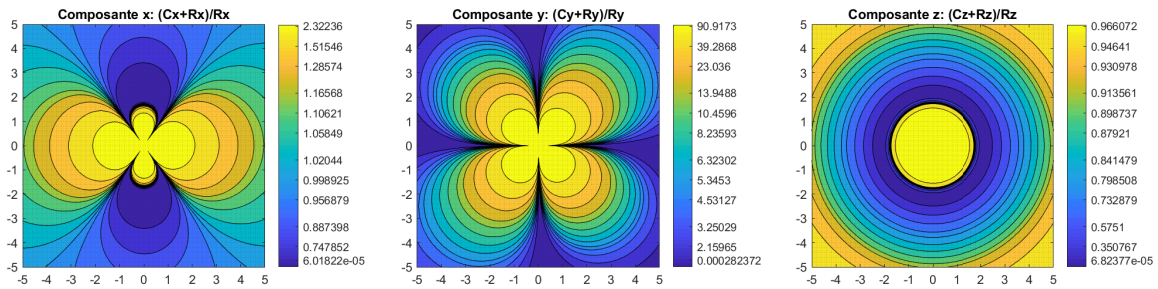


FIGURE III.27 – Variation relative de chaque composante (abscisse X en mètres et ordonnées Y en mètres). L'échelle de couleur est propre à chaque composante et représente le pourcentage de variation relative

On note logiquement que les perturbations les plus fortes se font au voisinage immédiat du dipôle et sont particulièrement importantes pour la composante y. Ceci s'explique par l'amplitude beaucoup plus faible de la composante  $R_y$ , en regard des deux autres composantes régionales. Pour rappel,  $R_y$  vaut environ 400 nT quand  $R_x$  vaut environ 22 000 nT et  $R_z$  45 000 nT.

Pour les deux autres composantes en revanche, on remarque que l'influence est modérée, quasi inexistante sur la composante Z en regard de son amplitude et d'un facteur

2 sur la composante x. Enfin, il semble que l'on puisse établir une règle de précaution qui est qu'avec un dipôle de cette amplitude, en restant à plus de 2 m le champ régional demeure presque inchangé. C'est ce que nous allons maintenant vérifier en calculant la nouvelle carte de l'anomalie du dipôle B, projeté avec le champ calculé (somme de  $\vec{R}$  et  $\vec{C}_A$ ), que l'on compare avec la projection ne tenant pas compte de la perturbation lié au dipôle A.

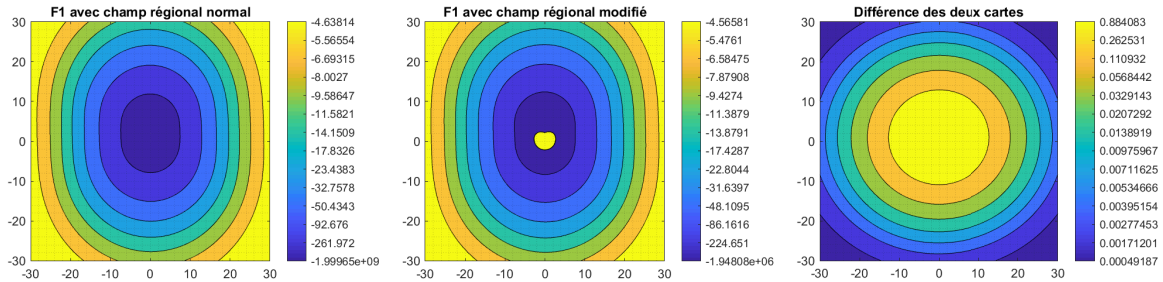


FIGURE III.28 – A gauche, projection sur un champ régional constant, au milieu la projection du champ d'anomalie est faite sur la somme du champ régional et du champ d'anomalie du dipôle A. Enfin, on représente la différence des deux cartes sur la sous figure de droite.

On constate bien, dans le cas considéré que la différence entre les deux cartes est faible, de l'ordre de quelques nano Tesla au maximum Figure III.28.

Si l'on augmente la distance entre dipôles, on voit par ailleurs que plus les dipôles sont éloignées, plus l'influence est faible, Figure III.29.

Cette étude rapide, montre qu'il est possible d'utiliser plusieurs dipôles tant que la distance entre ces derniers est de l'ordre de plusieurs mètres. Il serait intéressant de la poursuivre pour observer si les ordres de grandeurs mis en évidence restent cohérents pour différentes géométrie de champ magnétiques, voire pour des dipôles dont le moment magnétique est plus important.

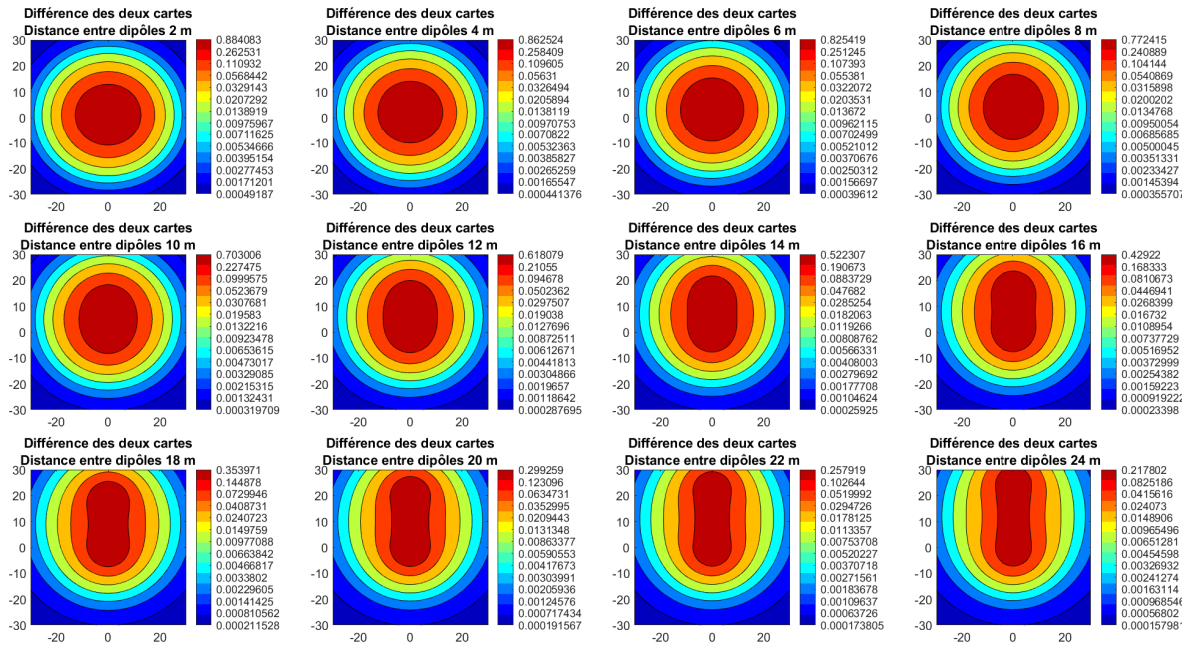


FIGURE III.29 – Différences des cartes avec projection "normale" et projection tenant compte de l'anomalie du dipôle A. On observe que plus les dipôles sont éloignés plus l'influence est faible : la "tache rouge" est plus étendu mais sa valeur est plus faible.

### III.3 Éléments de théorie des méthodes inverses

Si dans un raisonnement classique, on part des causes pour en déduire les conséquences, on peut vouloir à partir des conséquences chercher à établir les causes, ou du moins mieux les quantifier. C'est le cas notamment en géophysique, où les milieux sont complexes et difficilement accessibles. On utilise donc des observations plus ou moins directes pour en déduire les propriétés d'un milieu via un modèle physique du phénomène.

Soit  $d$  le vecteur représentatif des données collectées, le vecteur des paramètres du modèle et  $G$  le modèle physique considéré pour le phénomène. On peut alors écrire pour un problème linéaire

$$d = G.m \tag{III.64}$$

Cette relation liant les données aux mesures permet aisément le calcul direct de données (méthode directe). En revanche, la recherche des paramètres  $m$  est plus délicate. Dans le cas général,  $G$  n'est pas forcément carré ni inversible. L'existence de  $G^{-1}$  n'est donc pas assurée. Pour pallier à cette difficulté mathématique, un certain nombre de méthodes ont été développées, nous les présentons rapidement ici.

#### III.3.1 Moindres carrés

Dans le cadre d'un problème inverse, on cherche à minimiser la quantité  $\|d - G.m\|$  appelée résidu. L'un des exemples de norme classique est la norme euclidienne d'ordre 2 que l'on utilisera ici. Dans le cas classique d'un système sur-dimensionné, c'est-à-dire

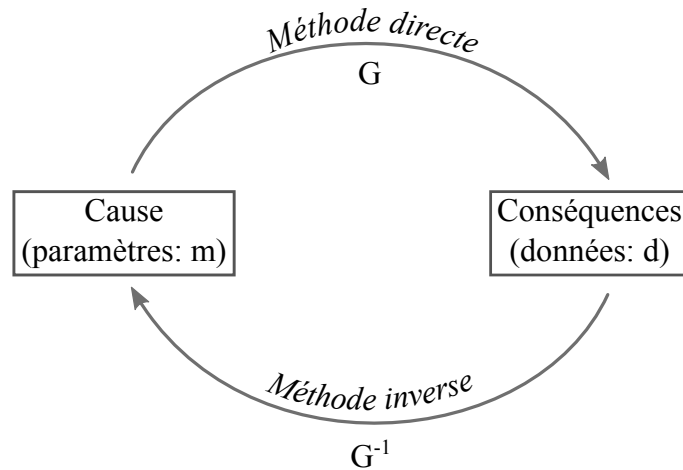


FIGURE III.30 – Schéma représentatif de la méthode directe et la méthode inverse.

présentant plus d'équations que d'inconnues, la matrice  $G$  est de taille  $M \times N$  avec  $M > N$ . Il n'existe donc pas d'inverse unique.

En multipliant à gauche l'équation III.64 par  $G^t$ , il vient

$$G^t \cdot d = G^t G \cdot m \quad (\text{III.65})$$

La matrice  $G G^t \cdot G$  est maintenant carrée et son inverse est défini. On peut alors calculer  $m$

$$(G^t G)^{-1} G^t \cdot d = m \quad (\text{III.66})$$

On visualise couramment la méthode des moindres carrés sur un exemple de régression linéaire. On cherche l'équation de la droite qui minimise les résidus, on a donc 2 paramètres à trouver à partir de  $M$  ( $M \gg 2$ ) points de mesure et donc  $M$  équations.

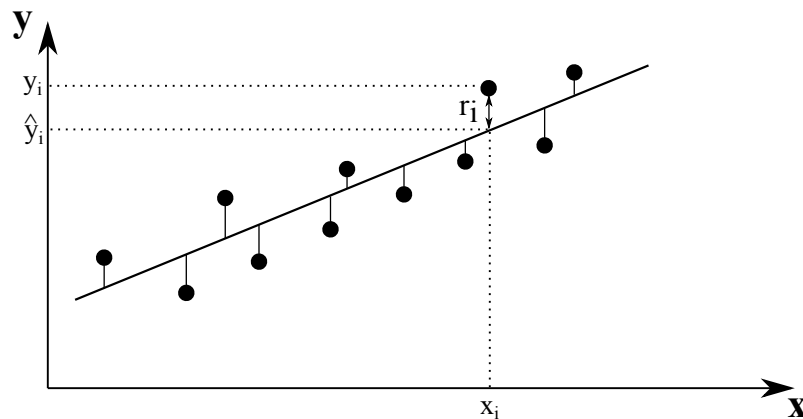


FIGURE III.31 – Schéma de principe d'une régression linéaire. Le résidu est constitué par la somme des écarts entre la valeur prédite par la droite :  $\hat{y}_i$  et la valeur mesurée  $y_i$ .

Dans cet exemple simple, la recherche de deux paramètres permet d'interpréter les résidus comme la distance à la droite. On cherche ici à minimiser pour toutes les données la distance à la droite. Le calcul de la somme des résidus constitue donc l'un des critères



d'appréciation de la qualité d'une inversion. Un autre critère peut être utilisé pour apprécier la correspondance entre le modèle et les données, il s'agit du coefficient de corrélation. Soit X et Y deux variables présentant chacune N valeurs, alors  $r_{corr} = \frac{\sigma_{XY}}{\sigma_X \cdot \sigma_Y}$ , avec  $\sigma_{XY}$  la covariance entre X et Y et  $(\sigma_X, \sigma_Y)$  leur écarts types.

Signalons qu'il est possible de sophistiquer cette méthode des moindres carrées dans des cas d'erreurs non gaussienne notamment. On parlera alors de moindres carrées généralisés ou ordinaires.

### III.3.2 La décomposition en valeur singulières

Cette décomposition, appelée *Singular Value Decomposition* en anglais est un procédé d'algèbre linéaire de factorisation des matrices rectangulaires réelles. Il s'agit de décomposer une matrice normale dans une base de vecteurs propres orthonormée. On dit qu'une matrice est normale lorsqu'elle commute avec sa transposée. C'est-à-dire que pour  $A \in \mathbb{C}^{M \times N}$  :

$$A^t * A = A * A^t \quad (\text{III.67})$$

En pratique, les matrices hermitiennes sont des matrices normales. Parmi celles-ci, on citera les matrices à coefficients réels que sont les matrices symétriques, antisymétriques et orthogonales. C'est dans ce cadre que nous nous placerons pour toute la suite.

Soit G une matrice normale de taille  $M \times N$ , on peut écrire :

$$G = U * \Lambda * V^t \quad (\text{III.68})$$

Avec :

- U de taille  $M \times M$ , une matrice orthogonale dont les N premières colonnes forment une base orthonormée de l'image de G.
- $\Lambda$  de taille  $M \times N$  dont les coefficients diagonaux sont des réels positifs. Il s'agit des valeurs singulières de G qui sont habituellement classées par ordre décroissant. Le nombre de valeurs singulières strictement positives est égal au rang de G. Notons que si l'une de ces valeurs singulières est nulle, alors la matrice est singulière. C'est-à-dire que les équations ne sont pas indépendantes (une équation est la combinaison d'autres).
- $V^t$  la transposée de V de taille  $N \times N$ , est orthogonale. Supposons qu'il y ait k valeurs propres, alors les k premières colonnes de V forment une base orthonormée de l'antécédent de G et les N-K colonnes forment une base orthonormée du noyau de G.

### III.3.3 Application de la SVD au problème inverse : la décomposition de Lanczos

L'idée est très proche de celle développée au paragraphe précédent, mais dans le cadre précis de la résolution de systèmes inverses. Il s'agit d'établir un inverse valable dans

toutes les situations et qui puisse s'exprimer en fonction des caractéristiques des espaces de départ et d'arrivée. On se base pour ces développements sur les travaux de Lanczos (1952) en reprenant les notations classique en géophysique (Wittlinger, 2013).

Reprenons l'équation III.64, avec  $G$  quelconque, de taille  $M \times N$ , on construit alors la matrice  $S$  à partir de  $G$  et  $\tilde{G}$  l'adjointe de  $G$

$$S = \begin{pmatrix} 0 & G \\ \tilde{G} & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{III.69})$$

La matrice  $S$  est hermitienne. On dit qu'une matrice est hermitienne lorsqu'elle est égale à son adjointe  $\tilde{S}$ . La matrice adjointe est la transposée de sa matrice conjuguée. Comme on se place dans le cas réel, on vérifie facilement que  $\tilde{S} = S^t$ . Afin de garder de la généralité dans les formulations, on utilisera préférentiellement la forme  $\tilde{S}$  et carrée. Il existe donc un ensemble de vecteurs propres orthogonaux tels que

$$S.w_i = \lambda_i.w_i \quad \text{avec} \quad i \in [1 : M + N] \quad (\text{III.70})$$

Le vecteur propre  $w_i$  a donc  $N + M$  composantes. On le décompose en deux parties :  $u_i$  et  $v_i$ . On prendra  $u_i$  dans l'espace des données de dimensions  $M$  et  $v_i$  dans l'espace du modèle de dimension  $N$ .

On peut alors écrire

$$\begin{pmatrix} 0 & G \\ \tilde{G} & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} = \lambda_i \begin{pmatrix} u_i \\ v_i \end{pmatrix} \quad (\text{III.71})$$

et donc, pour  $i$  tel que  $\lambda_i \neq 0$ , on a

$$\begin{cases} G.v_i = \lambda_i.u_i \\ \tilde{G}.u_i = \lambda_i.v_i \end{cases} \quad (\text{III.72})$$

On peut alors remarquer que pour tout  $\lambda_i \neq 0$ ,  $-\lambda_i$  est aussi valeur propre. On a donc  $p$  paires de valeurs propres.

- Pour  $\lambda_i$  les vecteurs propres sont  $(u_i, v_i)$ .
  - Pour  $-\lambda_i$  les vecteurs propres sont  $(-u_i, v_i)$ .
- si  $\lambda_i = 0$ , les équations sont découplées et l'on a

$$\begin{cases} G.v_i = 0 & \text{pour} \quad i \in [p + 1 : N] \\ \tilde{G}.u_i = 0 & \text{pour} \quad i \in [p + 1 : M] \end{cases} \quad (\text{III.73})$$

Le système  $S.w_i = \lambda_i.w_i$  a donc  $N + M$  valeurs propres dont  $2p$  sont non nulles et  $N + M - 2p$  sont nulles. L'espace des données est donc engendré par  $u_i$  ( $i \in [1 : M]$ ) et l'espace des paramètres engendré par  $v_i$  ( $i \in [1 : N]$ ). Ces espaces sont couplés à travers les valeurs propres non nulles  $\pm\lambda_i$ .

En multipliant les équations III.72 par  $\tilde{G}$  et  $G$  respectivement, on montre que  $\lambda_i^2$  est valeur propre de  $\tilde{G}G$  et de  $G\tilde{G}$ . Et  $G\tilde{G}$  et  $\tilde{G}G$  sont des matrices hermitiennes.

$u_i$  et  $v_i$  forment donc un ensemble orthogonal de vecteurs propres avec des valeurs propres réelles. On peut normaliser ces vecteurs, ce qui donne alors les relations suivantes

$$\begin{cases} V_i \cdot V_j = \delta_{i,j} & \text{pour } i \in [1 : N] \\ U_i \cdot U_j = \delta_{i,j} & \text{pour } i \in [1 : M] \end{cases} \quad (\text{III.74})$$

Avec  $\delta_{i,j}$  le symbole de kronecker.  $\delta_{i,j} = 1$  quand  $i = j$  et 0 si  $i \neq j$ .

Note : Afin de garder les notations classiques des méthodes inverses, on notera U la matrice constituée par les  $U_i$ . Il est clair que U ne symbolise pas ici le potentiel magnétique décrit précédemment, mais une matrice à coefficient réels.

On définit alors les matrices U et V comme les matrices dont les vecteurs colonnes sont les vecteurs propres  $u_i$  et  $v_i$ . On a

$$U = \begin{pmatrix} u_{1,1} & \cdots & u_{1,M} \\ \vdots & & \vdots \\ u_{M,1} & \cdots & u_{M,M} \end{pmatrix} \quad V = \begin{pmatrix} v_{1,1} & \cdots & v_{1,N} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{N,1} & \cdots & v_{N,N} \end{pmatrix} \quad (\text{III.75})$$

D'où les produits matriciels suivants

$$\begin{cases} \tilde{U} \cdot U = U \cdot \tilde{U} = I_M \\ \tilde{V} \cdot V = V \cdot \tilde{V} = I_N \end{cases} \quad (\text{III.76})$$

On choisit alors de découper U et V en deux sous matrices correspondant chacune à des valeurs propres respectivement non nulles et nulles.

$$U = [U_p \ U_0] \quad V = [V_p \ V_0] \quad (\text{III.77})$$

avec

$$U_p = \begin{pmatrix} u_{1,1} & \cdots & u_{1,p} \\ \vdots & & \vdots \\ u_{M,1} & \cdots & u_{M,p} \end{pmatrix} \quad V_p = \begin{pmatrix} v_{1,1} & \cdots & v_{1,p} \\ \vdots & & \vdots \\ v_{N,1} & \cdots & v_{N,p} \end{pmatrix} \quad (\text{III.78})$$

On peut alors écrire les relations

$$\begin{cases} \tilde{U}_p \cdot U_p = I_p \\ \tilde{V}_p \cdot V_p = I_p \end{cases} \quad (\text{III.79})$$

Mais dans le cas général où  $U_0$  et  $V_0$  ne sont pas vides,  $U_p \neq U$  et donc

$$\begin{cases} U_p \cdot \tilde{U}_p \neq I_M \\ V_p \cdot \tilde{V}_p \neq I_N \end{cases} \quad (\text{III.80})$$

Pour se résumer, on pourra écrire

$$si U_0 = V_0 = \emptyset \quad U = U_p, V = V_p \quad \tilde{U}_p \cdot U_p = U_p \cdot \tilde{U}_p = I_M \quad et \quad \tilde{V}_p \cdot V_p = V_p \cdot \tilde{V}_p = I_N \quad (III.81a)$$

$$\begin{aligned} si U_0 \neq \emptyset \quad U \neq U_p, \quad \tilde{U}_p \cdot U_p = I_P, \quad U_p \cdot \tilde{U}_p \neq I_M \\ si V_0 \neq \emptyset \quad V \neq V_p, \quad \tilde{V}_p \cdot V_p = I_P, \quad V_p \cdot \tilde{V}_p \neq I_N \end{aligned} \quad (III.81b)$$

Si l'on introduit  $\Lambda$  la matrice diagonale contenant les valeurs propres  $\lambda_i$ , on peut opérer la même séparation en  $\Lambda_p$  et  $\Lambda_0$ . On a alors

$$\begin{cases} G \cdot V_p = U_p \cdot \Lambda_p \\ G \cdot V_0 = 0 \\ \tilde{G} \cdot U_p = V_p \cdot \Lambda_p \\ \tilde{G} \cdot U_0 = 0 \end{cases} \quad (III.82)$$

On peut donc écrire de façon regroupée

$$GV = G(V_p \quad V_0) = (U_p \quad U_0) \begin{pmatrix} \Lambda_p & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (III.83)$$

Et en multipliant à droite par  $\tilde{V}$ , il vient

$$GV\tilde{V} = G(V_p \quad V_0) = (U_p \quad U_0) \begin{pmatrix} \Lambda_p & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \tilde{V} = (U_p \quad U_0) \begin{pmatrix} \Lambda_p & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tilde{V}_p \\ \tilde{V}_0 \end{pmatrix} \quad (III.84)$$

Or  $\tilde{V}\tilde{V} = I_N$ , d'où l'expression de  $G$  en fonction de  $U_p, \Lambda_p$  et  $V_p$ . Il s'agit de la décomposition de Lanczos.

$$G = U_p \Lambda_p \tilde{V}_p \quad (III.85)$$

Cette décomposition de  $G$  permet de remarquer un certain nombre de choses. D'abord, il est clair que seul  $U_p$  et  $V_p$  sont utilisés pour construire  $G$ .  $U_0$  et  $V_0$  ne jouent aucun rôle, ils sont parfois qualifiés de « tâches sombres non éclairés par  $G$  ».

Elle nous permet également d'écrire l'inverse de  $G$ . D'après III.85, III.81a et III.81b, on a

$$G_p^{-1} = V_p \Lambda_p^{-1} \tilde{U}_p \quad (III.86)$$

Il s'agit de l'inverse généralisée qui va nous permettre d'obtenir l'inverse de  $G$  quel que soit la "forme" du système. On note  $G^{-1}$  dans le cas où  $U_0$  et  $V_0$  sont vides et  $G_p^{-1}$  dans le cas général.

Quand  $U_0$  et  $V_0$  sont vides, on a

$$G_p^{-1} = V_p \Lambda_p^{-1} \tilde{U}_p = (U_p \Lambda_p \tilde{V}_p)^{-1} = G^{-1} \quad (\text{III.87})$$

Cela correspond au cas où  $P=M=N$ . L'image de  $G$  est tout l'espace des données et le noyau de  $G$  est vide.  $G$  est une bijection dans ce cas là. Il s'agit d'un système "ordinaire" avec autant d'équations que d'inconnues. Toutes les inconnues sont parfaitement déterminées dans ce cas là.

Quand  $V_0$  est vide  $U_0$  non vide, il faut alors construire  $\tilde{G}$ .

$$\tilde{G} = (U_p \Lambda_p \tilde{V}_p)^{*T} = V_p \tilde{\Lambda}_p \tilde{U}_p.$$

On a alors

$$\tilde{G}G = V_p \Lambda_p \tilde{U}_p U_p \Lambda_p \tilde{V}_p = V_p \Lambda_p^2 \tilde{V}_p \quad (\text{III.88})$$

comme  $V_0$  est vide,  $V_p$  est complet. Donc  $\tilde{G}G$  est inversible et  $V_p^{-1} = \tilde{V}_p$  et  $\tilde{V}_p^{-1} = V_p$

d'où

$$(\tilde{G}G)^{-1} = \tilde{V}_p^{-1} \Lambda_p^{-2} \tilde{V}_p^{-1} = \tilde{V}_p \Lambda_p^{-2} \tilde{V}_p \quad (\text{III.89})$$

En l'appliquant à III.64, on a

$$(\tilde{G}G)^{-1} \cdot (\tilde{G}G) \cdot m = (\tilde{G}G)^{-1} \tilde{G} \cdot d = m \quad (\text{III.90})$$

On retrouve ici l'expression établie dans le cas des moindres carrés. Ce qui montre que dans ce cas là, la décomposition de Lanczos est inutile. Il s'agit du cas où le noyau de  $G$  est vide ( $G$  injectif), mais son image n'est plus tout l'espace des données ( $\text{Im}(G) \subset U$  &  $U_0 \neq \emptyset$ ). Il s'agit d'un système surdéterminé.

Quand  $U_0$  est vide mais  $V_0$  non vide, il faut alors construire  $G\tilde{G}$ . On a

$$G\tilde{G} = U_p \Lambda_p \tilde{V}_p V_p \Lambda_p \tilde{U}_p = U_p \Lambda_p^2 \tilde{U}_p \quad (\text{III.91})$$

Il est alors aisé de calculer  $G\tilde{G}^{-1}$  et en multipliant par  $\tilde{G}$  à gauche, on obtient alors :

$$\tilde{G}(G\tilde{G})^{-1} = (V_p \Lambda_p \tilde{U}_p)(U_p \Lambda_p^2 \tilde{U}_p)^{-1} = V_p \Lambda_p^{-1} \tilde{U}_p = G_p^{-1} \quad (\text{III.92})$$

On retrouve donc l'expression de l'inverse généralisée qui fournit la solution de norme minimale à valeurs dans  $V_p$ . Il s'agit du cas où  $G$  est surjectif. L'espace des données est plus petit que celui du modèle. On dit que le système est sous déterminé.

Quand  $U_0$  et  $V_0$  sont non vides, alors l'inverse généralisé s'applique directement, on a  $G_p^{-1} = V_p \Lambda_p^{-1} \tilde{U}_p$ . C'est le cas  $P < N$  et  $P < M$ . Le système est sous-déterminé et certaines équations sont redondantes.

### III.3.4 Les méthodes de régularisation

Les solutions que nous obtenons à l'aide des méthodes précédentes sont généralement satisfaisantes. Mais dans certains cas, il arrive que les solutions « explosent » en

raison d'un bruit élevé sur les données, d'un mauvais conditionnement ou d'un nombre de données insuffisant.

De même, on observe parfois un phénomène que l'on appelle « over-fitting » et qui correspond à une correspondance très forte entre les points de mesures et la solution calculée mais qui donne un mauvais résultat partout ailleurs ou des valeurs de paramètres aberrantes.

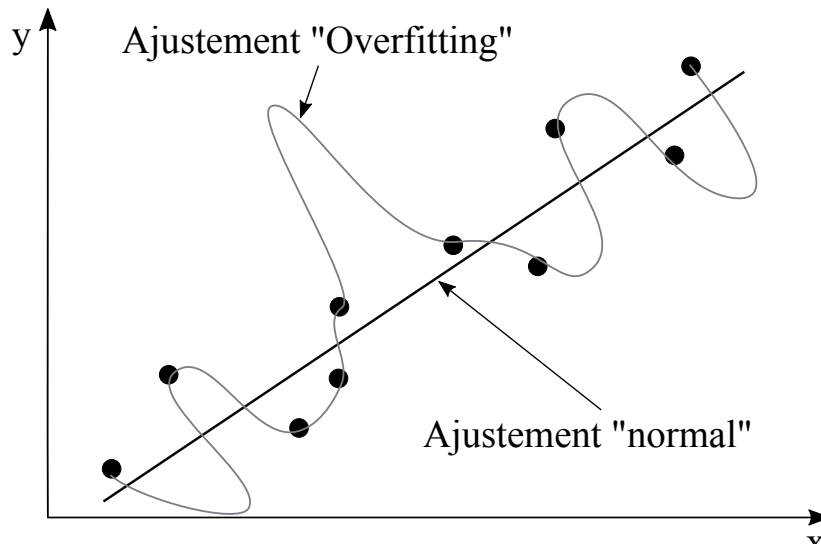


FIGURE III.32 – Exemple typique d'overfitting. En noir un modèle simple, en gris un modèle plus complexe minimisant mieux les résidus.

Le modèle simple, en noir permet d'ajuster correctement les données mais engendre un résidu. Le modèle plus compliqué, en gris permet lui un ajustement parfait des données, les résidus sont donc meilleurs. En revanche, en dehors des points de données on a des amplitudes de variations qui semblent peu physiques. Dans la majorité de ces cas, l'instabilité numérique vient de la façon dont est posé le problème, c'est-à-dire les équations qui le constituent. On dit qu'il est mal-posé et nous allons détailler ce que cela signifie.

### III.3.4.1 Du caractère bien ou mal-posé d'un problème inverse

On définit la notion de problème mal-posé par opposition à celle de problème bien posé. Soit  $G : U \subset X \rightarrow Y$  un opérateur et  $X$  et  $Y$  des espaces normés. L'équation  $G.x = d$  est dite bien posée (au sens de Hadamard, 1903) lorsqu'elle respecte 3 critères

- La solution  $x$  existe pour tout  $d$  de  $Y$  ( $G$  surjectif)
- La solution est unique ( $G$  injectif)
- Elle dépend continûment de la donnée  $d$   
 $\forall \epsilon > 0 \quad \exists \delta$  tel que  $|d - d'|_Y < \delta \implies |x - x'|_X < \epsilon$  avec  $G.x' = d'$

Que l'on peut traduire graphiquement sur la figure III.33

Le problème inverse magnétostatique qui consiste à inverser sur l'aimantation d'un certain nombre de dipôles répartis dans l'espace est un problème généralement mal posé (Chadebec, 2001), qui conduit le plus souvent à des solutions très oscillantes. L'un des

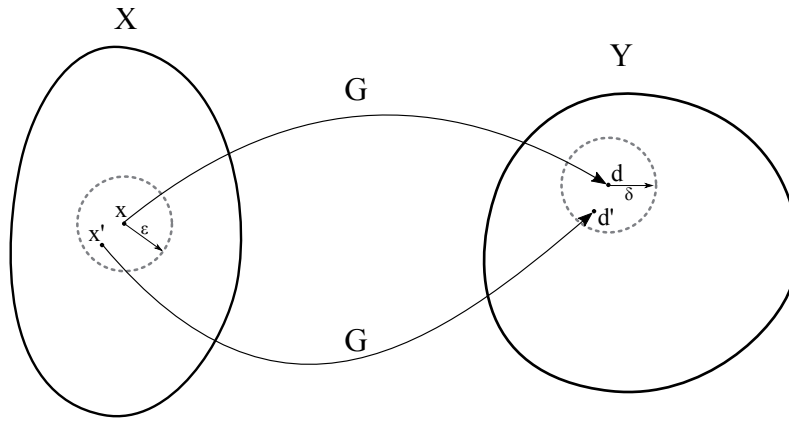


FIGURE III.33 – Schéma représentant la continuité de la solution de Hadamard. Deux jeux de paramètres proches doivent donner deux jeux de données proches.

moyens de quantifier la faculté à donner des solutions oscillantes d'un système est le conditionnement du système (de la matrice). On écrit

$$\text{cond}(G) = \xi(G) = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \quad (\text{III.93})$$

En effet, le rapport des valeurs propres permet de quantifier la plage de valeur de ces dernières. En particulier un grand conditionnement sera obtenu avec des valeurs minimales de  $\lambda$  proches de 0 et donc des valeurs en  $\frac{1}{\lambda}$  très grandes qui peuvent déstabiliser le système et conduire à des oscillations fortes. A contrario, un conditionnement petit est synonyme de problème bien posé où chaque vecteur propre "s'exprimera" de manière proche.

Afin de pallier à cela, des méthodes dites de régularisation ont été développées, nous détaillons ici les principales.

### III.3.4.2 La troncature du spectre

Si l'on reprend la décomposition de  $G = U_p \cdot \Lambda_p \tilde{V}_p$ , on remarque que ce sont les valeurs propres les plus grandes et les vecteurs associés qui "s'expriment" le plus puisqu'ils donneront des valeurs numériques plus importantes que les valeurs propres faibles. Il s'agit là d'une sorte de filtrage qui se fait naturellement.

A l'opposé, lors du calcul de  $G_p^{-1}$ , par exemple dans le cas où  $V_0$  et  $U_0$  sont vides, les valeurs propres faibles donnant des inverses grands, on est dans le cas d'une amplification très importantes de ces parties-là. De plus, il arrive que les valeurs propres faibles oscillent autour de zéro, ce qui peut générer des oscillations très fortes dans la solution. On dit alors que la solution "explose" dans ce cas-là.

L'idée pour s'affranchir de ce problème est alors d'utiliser uniquement certaines valeurs propres que l'on juge « suffisamment » grandes et d'imposer les autres à zéro. En faisant cela on favorise les grandes tendances de la solution mais l'on dégrade le fit global.

Il est cependant difficile de savoir en pratique combien de valeurs propres utiliser et il s'agit donc généralement d'une procédure itérative type « essai-erreur », puisque propre à chaque problème. Citons parmi la littérature disponible Lagier (1996) qui propose un critère de calcul du seuil à partir de l'incertitude sur les données. Ainsi, le seuil à partir duquel ne plus considérer les valeurs propres est défini par

$$\epsilon = \lambda_{Max} \frac{\|\Delta d\|}{\|d\|} \quad (III.94)$$

avec

- $\Delta d$  l'incertitude de la mesure
- $d$  le vecteur des mesures
- $\lambda_{Max}$  la plus grande des valeurs singulières.

Enfin, signalons que si cette approche relativement simple peut donner de bons résultats dans certains cas, le principe général est discutable puisque l'on enlève de l'information en imposant des valeurs propres nulles, ce qui augmente donc l'espace des solutions. Le choix du paramètre est de plus problématique, on dénature quelque peu la méthode inverse (déterministe) en imposant une boucle qui tient plus de l'exploratoire via un processus d'essai-erreur sur le choix du paramètre.

### III.3.4.3 Régularisation de type Tikhonov

Une deuxième façon de faire consiste non plus à enlever de l'information, mais à en rajouter. C'est l'idée de Tikhonov et Arsenine (Hansen, 1994). On va donc modifier légèrement l'équation du problème. En effet, jusque là on a écrit :  $d = G.m$  ce qui revient à trouver  $m$  tel que  $\|d - G.m\|$  soit minimum.

On veut maintenant résoudre

$$\|d - G.m\| + \alpha \|L.m\| \quad (III.95)$$

avec  $\alpha$  le paramètre de régularisation et  $L$  la matrice dite régularisante.

La forme de la matrice  $L$  est évidemment essentielle dans le processus. On citera ici les plus connus

- Régularisation d'ordre 0,  $L = Id$
- Régularisation d'ordre 1,  $L_1 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ & \ddots & -1 \\ 0 & & 1 \end{pmatrix}$
- Régularisation d'ordre 2,  $L_2 = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{pmatrix}$

Pour les ordres 1 et 2, on vient jouer sur la régularité de la solution en imposant un gradient spatial plus ou moins important selon  $\alpha$ . Pour l'ordre 0, il s'agit d'un critère de norme minimale sur le modèle.



Il est possible de résoudre l'équation III.95 parfois appelée équation normale (Tomey, 1963). On obtient alors :

$$m = (G^T G + \alpha^2 L^T L)^{-1} G^T d \quad (\text{III.96})$$

On peut alors exprimer les paramètres (Hansen and O'Leary, 1993) en fonction du paramètre de régularisation  $\alpha$  et de la décomposition en valeur singulière.

$$m_\alpha = \sum_{i=1}^N f_i \frac{u_i^T d}{\lambda_i} v_i \quad (\text{III.97})$$

avec  $f_i$  le facteur "filtre" de Tikhonov qui s'exprime en fonction de  $\lambda_i$  et  $\alpha$  :

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{\lambda_i^2 + \alpha} \approx \begin{cases} 1 & \text{si } \lambda_i \gg \alpha \\ \frac{\lambda_i^2}{\alpha} & \text{si } \lambda_i \ll \alpha^2 \end{cases} \quad (\text{III.98})$$

On voit alors bien que l'effet de lambda est d'éviter l'expression des valeurs propres trop faibles et qu'il agit donc comme un seuil à partir duquel la valeur propre équivalente vaut  $\frac{\lambda_i^2}{\alpha}$ .

# Chapitre IV

## Etude expérimentale sur modèle réduit

### Sommaire

---

<b>III.1 Théorie du dipôle magnétique</b> . . . . .	<b>62</b>
III.1.1 Définition du moment magnétique élémentaire et de l'aimantation . . . . .	62
III.1.2 Origine et définition du potentiel . . . . .	64
III.1.2.1 Potentiel scalaire . . . . .	64
III.1.2.2 Potentiel vectoriel . . . . .	65
III.1.3 Champ magnétique engendré par un dipôle . . . . .	65
III.1.3.1 Magnétisme du navire . . . . .	65
III.1.3.2 Géophysique . . . . .	66
III.1.3.3 Point sur les unités et relations générales . . . . .	67
III.1.3.4 Etude de quelques cas particuliers . . . . .	68
III.1.3.5 En profils et en composantes . . . . .	69
III.1.3.6 Un cas très particulier : le profil central . . . . .	77
III.1.3.7 La vision géophysique : en carte . . . . .	80
III.1.4 Etude numérique de la différence $F-F_1$ . . . . .	85
III.1.4.1 Cas d'un dipôle induit . . . . .	85
III.1.4.2 Cas d'un dipôle présentant un moment permanent . . . . .	87
III.1.4.3 Cas d'un dipôle présentant un moment permanent d'amplitude variable . . . . .	90
<b>III.2 Calculs des composantes à partir de l'AICM</b> . . . . .	<b>92</b>
III.2.1 Couche équivalente . . . . .	92
III.2.1.1 Le principe géophysique . . . . .	92
III.2.1.2 Application en magnétisme du navire . . . . .	92
<b>III.3 Éléments de théorie des méthodes inverses</b> . . . . .	<b>98</b>
III.3.1 Moindres carrées . . . . .	98
III.3.2 La décomposition en valeur singulières . . . . .	100
III.3.3 Application de la SVD au problème inverse : la décomposition de Lanczos . . . . .	100
III.3.4 Les méthodes de régularisation . . . . .	104
III.3.4.1 Du caractère bien ou mal-posé d'un problème inverse . . . . .	105
III.3.4.2 La troncature du spectre . . . . .	106
III.3.4.3 Régularisation de type Tikhonov . . . . .	107

---

## IV.1 Présentation des moyens de mesure

Afin de mieux appréhender les phénomènes physiques rencontrés durant la thèse et pouvoir valider certains développements mathématiques, il a été décidé de se doter d'une maquette à échelle réduite d'un système d'immunisation de navire.

### IV.1.1 Description générale de la maquette

**Contexte et objectifs.** Dès le début de la thèse, il a semblé intéressant de pouvoir reproduire expérimentalement certains phénomènes liés à des directions d'aimantations ou des modifications de cette dernière.

Cette maquette a été pensée dans le but de reproduire le système STERNA de mesure aérienne en laboratoire et de le comparer à la procédure habituelle de mesure fond de mer. En effet STERNA doit permettre la mesure de la signature magnétique d'un navire, mais également le réglage de son système d'immunisation avec ses mesures aériennes. Plusieurs difficultés sont identifiées. D'abord, la mesure aérienne d'un navire se fait nécessairement plus loin qu'en station de mesure en raison des superstructures de ce dernier dont l'effet paraît difficile à modéliser en raison des formes complexes. Ensuite, la position du capteur est moins "nette" que lors d'un passage sur station de mesure car le capteur lié au porteur est en mouvement lui aussi. Enfin, les mouvements du capteur ne nous permettent pas de mesurer précisément les trois composantes du champ mais uniquement sa projection sur le champ régional comme nous l'avons vu.

Au regard de ces particularités dont certaines paraissent difficiles à modéliser numériquement, une approche plus expérimentale a été préférée. Les objectifs principaux sont les suivants.

- Etablir un modèle équivalent de navire permettant de calculer sa signature en dessous à l'aide de données mesurées au dessus. En effet, l'habitude est d'établir la signature du navire à une profondeur égale à sa largeur sous la quille. Il paraît donc naturel de recalculer cette signature dessous, notamment pour établir le risque mine d'un navire.
- Etablir et valider l'algorithme de calcul des courants optimaux à injecter dans le système d'immunisation du navire. L'un des points importants étant de valider que la réduction optimale au dessus du navire correspond bien à la réduction optimale dessous.
- Enfin, cette maquette devrait permettre de tester les performances d'un système d'immunisation régulée par une Immunisation en Boucle Fermée (IBF). Toujours à l'aide de mesures au dessus dans le cas STERNA et en vérifiant également en dessous.

La conception de ce banc de mesure s'est donc articulée autour de ces problématiques et a abouti à la création du dispositif suivant.

- Un système d'immunisation de 20 boucles répartis sur 4 modules. Chaque module étant constitué de deux boucles L, deux boucles A et une boucle M. Le schéma des boucles est visible sur les figures IV.1 et IV.2.
- Un support aimantique en plastique et en bois supportant les circuits d'immunisations.

- Un chariot mobile supportant les capteurs et permettant de réaliser une passe de mesures grâce à un système de courroie/manivelle. Les capteurs sont au nombre de quatre, trois sont placés au dessus de l'objet à mesurer et un en dessous. Ce dernier doit permettre de valider par la mesure le recalcul en dessous à partir des données mesurées au-dessus.

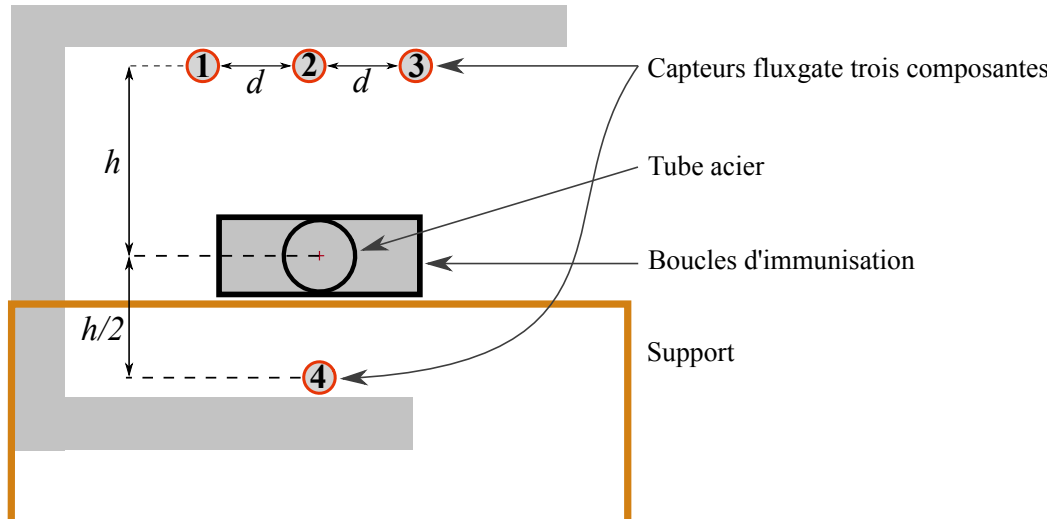


FIGURE IV.1 – Schéma en coupe verticale de la maquette avec le positionnement des capteurs. Dans notre cas,  $h = 46 \text{ cm}$  et  $d = 19 \text{ cm}$ . On donne ici le numéro qui leur sera attribué dans toute la suite. Le capteur 5 représentant le capteur de mesure de la variation temporelle du champ magnétique n'est pas représenté.

Afin de tenir compte de l'effet du matériau et bien que les boucles soient dans notre cas placées à l'extérieur et non pas à l'intérieur du matériau, on a introduit un tube de métal au sein du système d'immunisation. La réduction d'échelle est de  $1/50^{\text{eme}}$  pour toutes les distances, ce qui donne une longueur de support d'environ 5 m.

**Description du matériel.** A ces éléments constituant le cœur de la maquette, se sont ajoutés plusieurs éléments nécessaires à son bon fonctionnement.

- Un numériseur dit 17F8 acceptant jusqu'à huit capteurs magnétiques et un système de positionnement. Il a été fabriqué spécifiquement par la société DIEFI autour des spécifications de l'IPGS pour la mesure magnétique. Une télécommande filaire permet de déclencher le début et la fin de la mesure.
- Un distance-mètre laser permettant de suivre l'avancée du chariot sur le support et donnant donc la distance, qui est également numérisée par l'électronique.
- Un générateur de courant continu 20 voies permettant d'alimenter chaque boucle sur une plage de valeur  $-1A/+1A$ , ainsi qu'une application de contrôle dédiée sur PC.

**Contraintes de la maquette.** Une fois la maquette construite, elle a été installée dans une pièce dédiée qui présentait plusieurs contraintes.

- En raison des dimensions de la maquette, il n'est pas possible de la faire pivoter pour mesurer plusieurs caps, ce qui nous a contraint, sauf cas exceptionnel, à la mesure de deux caps (en retournant le tube en métal).

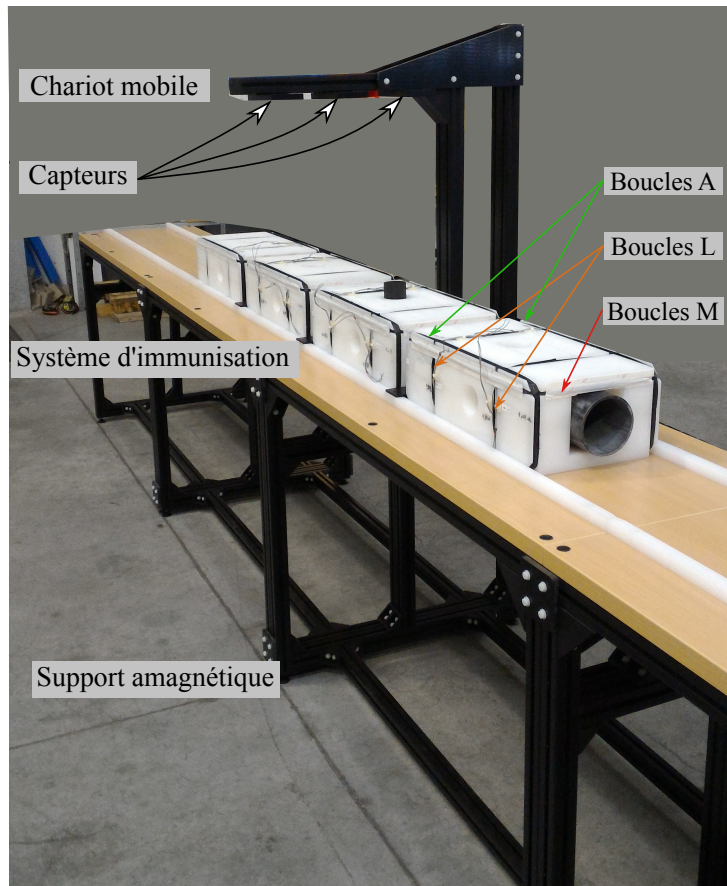


FIGURE IV.2 – Photographie de la maquette avec la chariot, le tube et les blocs d'immunisation.

- Ces cas ne sont pas les caps géomagnétiques habituellement utilisés pour la mesure sur station fixe, on a donc un mélange d'induit et de rémanent de chaque composante de l'aimantation lors de la mesure.
- Nous avons fait le choix d'héberger la maquette dans le bâtiment du laboratoire, afin de pouvoir l'utiliser le plus souvent possible. Ce choix présente néanmoins des contraintes fortes, car la pièce est située dans un bâtiment, construit avec certains matériaux aimantés, dont des poutres IPN en acier, ce qui génère localement un gradient spatial très fort. Enfin, le bruit anthropique est également très fort puisque nous sommes en centre-ville.

## IV.1.2 Méthodologie de mesure

Ces contraintes nous ont conduit à mettre en place un protocole de mesure spécifique afin de minimiser le bruit sur les mesures, nous le détaillons ici.

### IV.1.2.1 Méthodologie générale

Le but étant d'obtenir une mesure de l'objet (immobile dans notre cas), on fait avancer le chariot mobile portant les quatre capteurs. Il s'agit de capteurs fluxgate trois composantes Bartington. La numérisation des trois composantes se fait à 25 Hz sur tous les capteurs magnétiques et à 10 Hz sur le laser de positionnement. Chaque enregistrement

est associé à un indice qui permet ensuite de réinterpoler la position pour toutes les données magnétiques. En déplaçant le chariot de sa position initiale à finale, on réalise une mesure complète. Comme nous ne sommes pas en champ magnétique constant, nous retirons aux valeurs mesurées les variations temporelles et spatiales.

La variation temporelle du champ magnétique dans la pièce est importante, environ 300 nT car nous sommes en environnement très urbanisé (figure IV.3). On notera en particulier que le démarrage d'un tram sur la ligne située non loin produit une anomalie forte et identifiable via sa fréquence d'apparition. Pour remédier à cela, nous avons positionné un cinquième capteur magnétique sur le support de la maquette. Ses composantes sont orientées avec celles des autres capteurs et il est fixé au support afin d'éviter des mouvements parasites. On peut ensuite retirer les composantes dites temporelles de la mesure aux quatre autres capteurs.

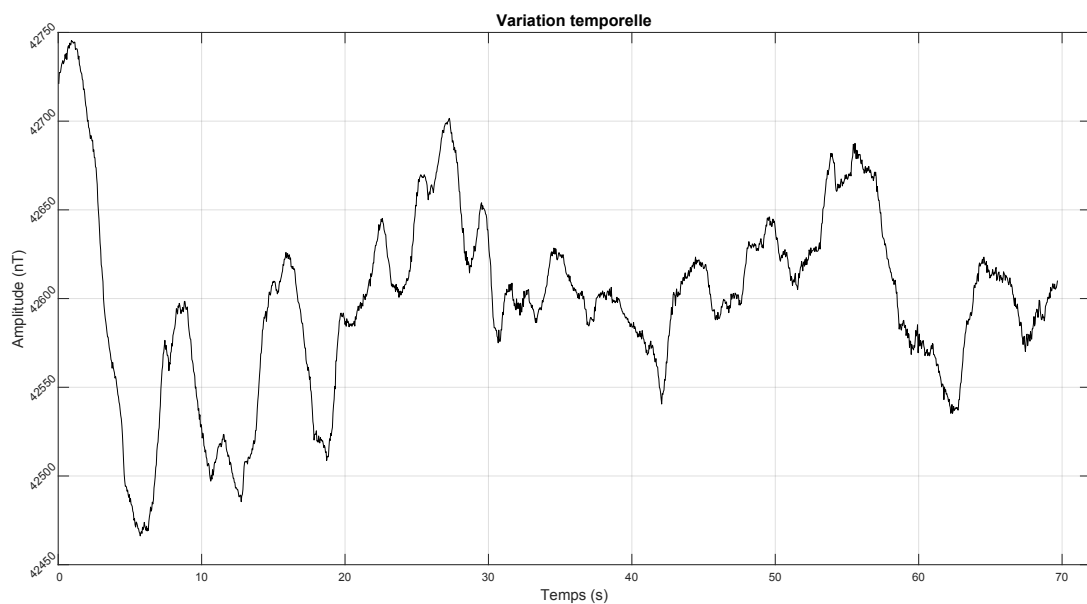


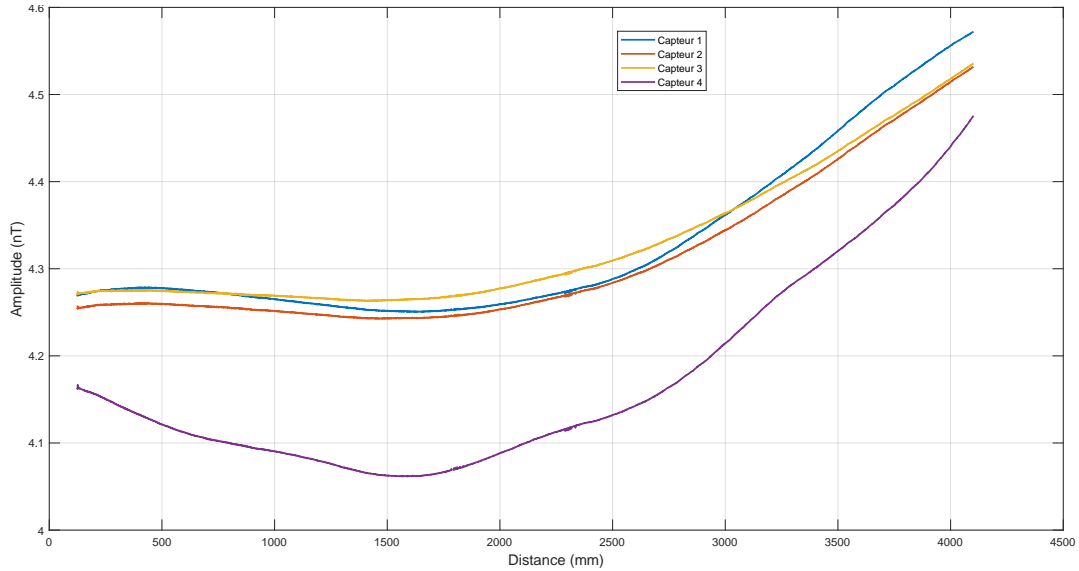
FIGURE IV.3 – Enregistrement de la variation temporelle du champ magnétique.

La variation spatiale est également un problème puisque le gradient est fort d'un bout à l'autre de la pièce, environ 5,000 nT (figure IV.4a). C'est pourquoi, nous procédons avant chaque mesure ou session de mesure à une mesure à vide sans tube afin d'enregistrer la variation spatiale du champ régional. Cette valeur sera ensuite retirée en composantes afin de pouvoir calculer ensuite la valeur de l'anomalie.

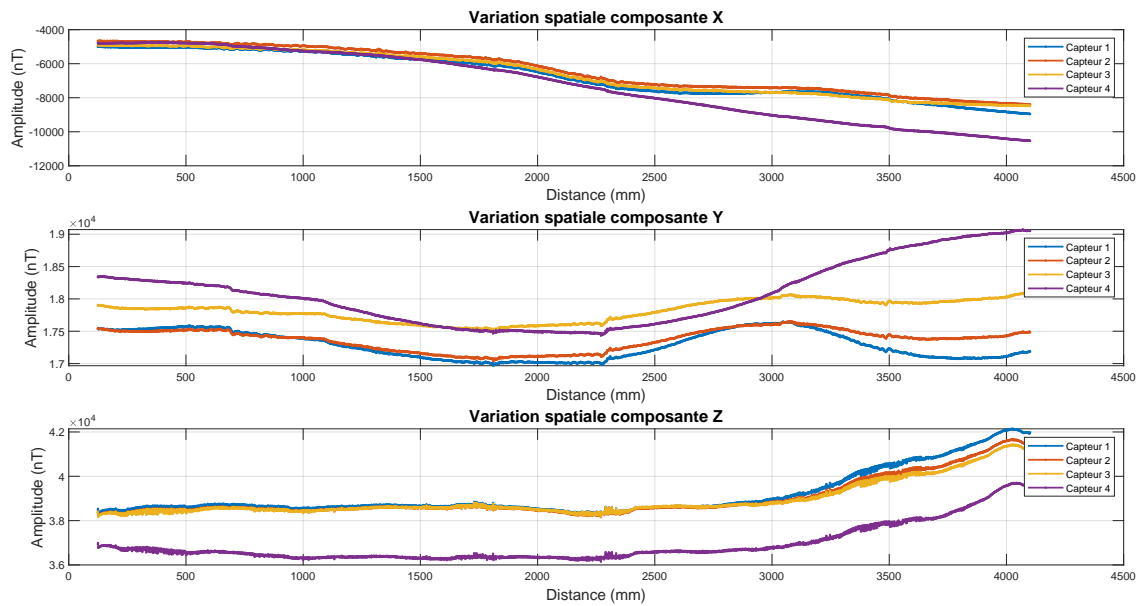
Le tracé des composantes permet ainsi de visualiser le fort gradient de la pièce. Le calcul de l'IGRF en 2018 donne pour valeurs des composantes du champ magnétique

- $R_x = 20,905$  nT
- $R_y = 868$  nT
- $R_z = 43,532$  nT

On remarque également sur la figure IV.4b que la composante horizontale Y est bien plus importante que la composante X. Cela est dû au cap de la maquette qui est d'environ 120°.



(a) Norme du champ magnétique dans la pièce



(b) Les trois composantes du champ magnétique dans la pièce.

FIGURE IV.4 – Variation spatiale de la norme du champ et des trois composantes lors d'un passage à vide, corrigé de la variation temporelle. On voit que le gradient spatial est fort d'un bout à l'autre de la pièce.

#### IV.1.2.2 Précisions sur les mesures et les calculs.

Nous mesurons à l'aide de capteurs, les trois composantes du champ total  $\vec{B}$ . En ayant mesuré au préalable les composantes dans la pièce "à vide", il est ainsi possible de remonter au champ d'anomalie  $\vec{C} = (C_x, C_y, C_z)^t$  par simple différence.

On calcule alors  $B = \|\vec{B}\|$  grâce aux trois composantes mesurées par les capteurs. Dans un second temps, on retranche  $R = \|\vec{R}\|$ , dont les composantes ont été mesurées par les mêmes capteurs lors de la passe "à vide". Le calcul de  $F = B - R$  se fait alors après simple différence scalaire.

Dans les deux cas de figure, on aura au préalable retiré la variation temporelle des données grâce au capteur N°5. On considère dans la suite, par abus de langage, que  $R$  englobe la variation temporelle et spatiale du champ. Il s'agit ici bien d'une différence scalaire de la norme des champ.

Par ailleurs, étant donné que l'on dispose de  $F$  et  $\vec{C}$ , on peut vouloir apprécier l'approximation  $F \approx F_1 = \vec{\rho} \cdot \vec{C}$  (II.22 & II.23). Prenons pour illustrer la signature du tube telle que présentée sur la figure IV.6a. On prend comme valeur de champ régional, la valeur moyenne mesurée durant une passe de mesure sur les 3 capteurs. Dans le repère de la maquette, on a

$$\begin{aligned} R'_x &= -6500 \\ R'_y &= 17500 \\ R'_z &= 39000 \\ R' &= 43200 \end{aligned} \tag{IV.1}$$

On peut alors recalculer  $F_1$  et le comparer à  $F$  (figure IV.5). Pour le tracé de droite (capteur N°3), on a un écart maximal de 300 nT, pour une anomalie crête/crête de 6000 nT. D'où un écart relatif maximum de 5%.



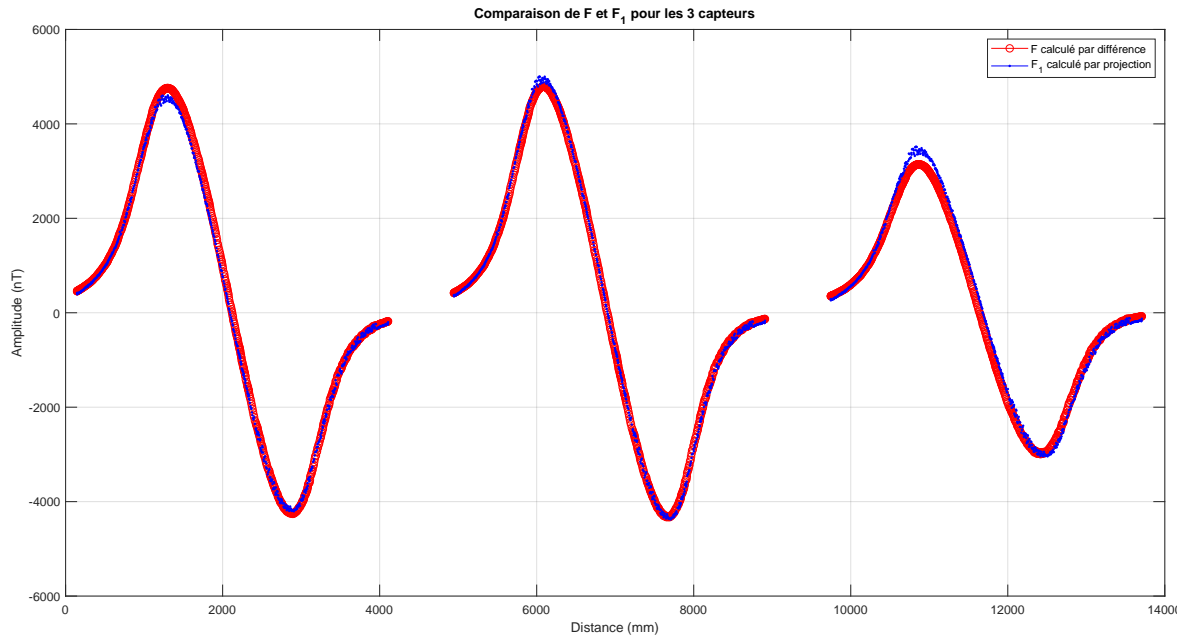


FIGURE IV.5 – Comparaison entre  $F_1$  recalculé à partir des trois composantes du champ mesurées sur les capteurs N°1 à N°3 et  $F$  calculé comme la différence de  $B - R$ . De gauche à droite, les signatures pour les capteurs 1, 2 et 3. On distingue à peine les courbes l'une de l'autre, ce qui signifie que l'approximation est vérifiée.

## IV.2 Mesures de champs magnétiques

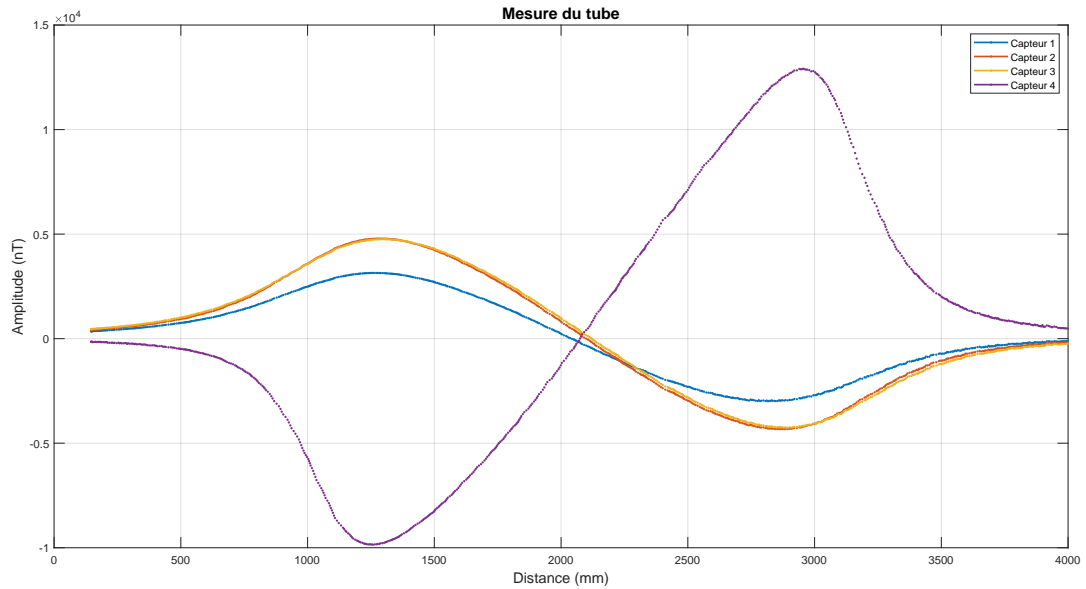
Finalement, en enlevant ces deux contributions, il est possible d'établir par différence la signature d'un objet tel qu'un tube de métal de deux mètres de long que nous utilisons comme amalgame d'un navire à échelle réduite.

### IV.2.1 Mesure du champ créé par le tube à un cap précis

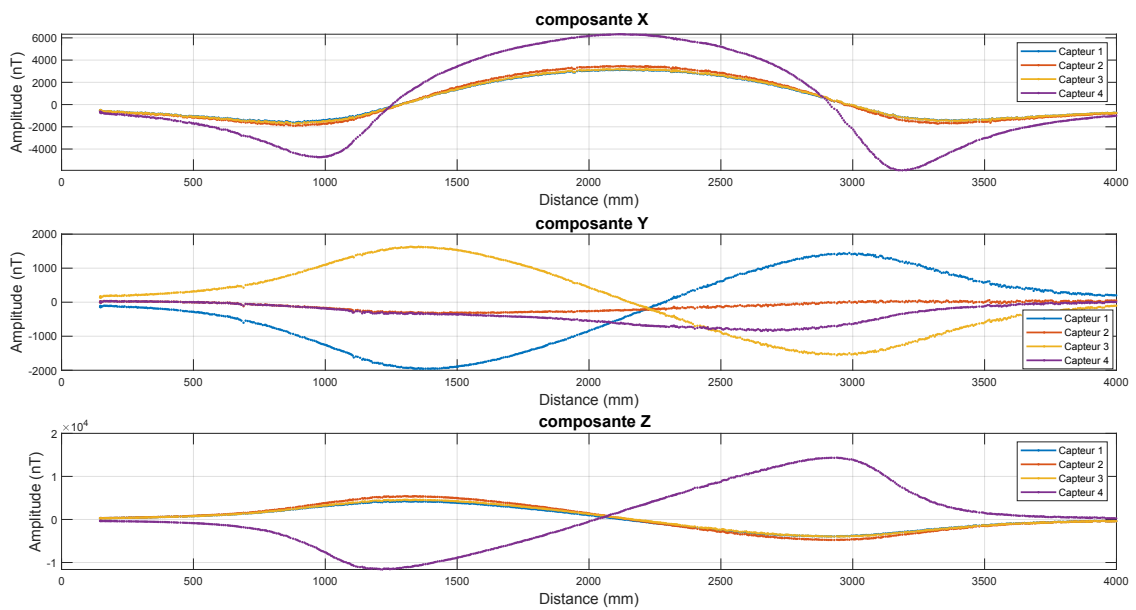
#### IV.2.1.1 Mesure du tube seul

Ces premières mesures mettent en évidence une aimantation majoritairement longitudinale du tube, en effet les courbes obtenues sont à rapprocher des figures III.17 et III.13. En particulier pour le capteur central représenté par la courbe rouge, on note une composante Y quasi nulle et des courbes pour les composantes X et Z très représentatives de celles obtenues pour un dipôle avec une aimantation longitudinale. On note également une composante verticale faible au regard du champ inducteur vertical mais qui entraîne une légère dissymétrie visible de la composante X. Enfin, on remarque un effet d'étalement de la signature qui est lié aux dimensions physiques de l'objet mesuré et de la distance à la source.

Signalons que nous disposons d'un solénoïde destiné à aimanter/des-aimanter le tube et qui nous permet de maîtriser sa signature. De part la géométrie du solénoïde utilisé, il est clair que l'on va polariser le tube dans sa direction longitudinale, donc selon l'axe Ox. C'est bien ce que l'on retrouve sur les courbes. Notons que nous avons choisi au vu des bruits existant dans la pièce de conserver pour toutes les mesures un niveau de signal



(a) Tracé de F pour les quatre capteurs.



(b) Tracé des trois composantes pour les quatre capteurs.

FIGURE IV.6 – Mesure de l’anomalie liée au tube après retrait de la temporelle et correction du gradient spatial de la pièce.

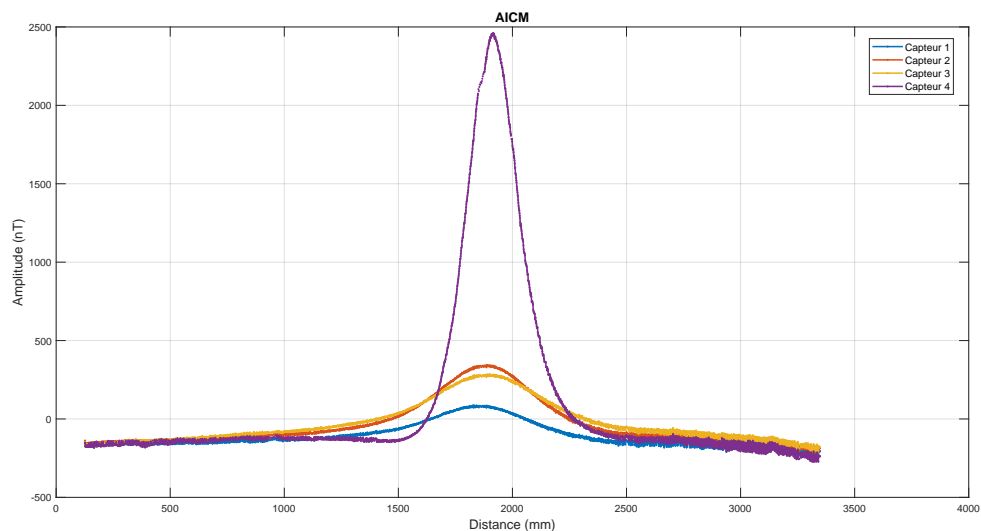
assez haut.

#### IV.2.1.2 Complexification du modèle et ajouts d'inserts

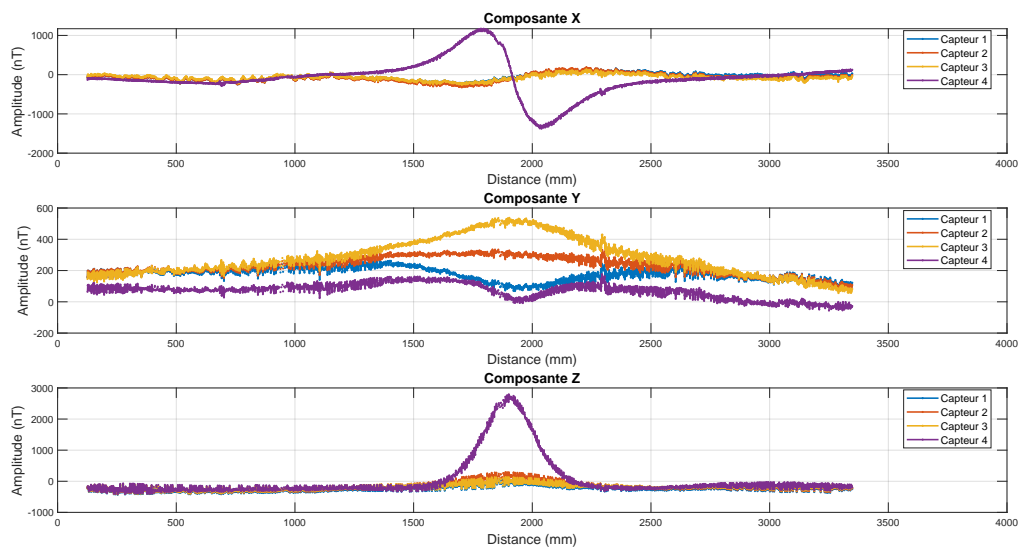
Vu la relative simplicité de la signature et afin de mieux visualiser les compositions d'aimantations plus complexes, nous disposons d'inserts en métal de taille réduite qui peuvent être disposés dans le tube selon la direction verticale ou transversale. Nous les polarisons à l'aide du solénoïde. Après avoir mesuré leur signature, on les introduit dans le tube afin de mesurer la signature globale.

**Mesure d'un insert.** Après un passage dans le polariseur, on mesure l'insert posé verticalement sur le support. On obtient les courbes de mesures de la figure IV.7.

Bien que l'objet soit allongé et d'une longueur d'environ 10 cm, on peut estimer qu'il est dipolaire aux distances de mesures. Ceci est confirmé d'une part par les courbes caractéristiques de ses composantes, mais également par la décroissance de la signature. En effet, on passe d'environ 2500 nT mesurés sur le capteur dessous à 23 cm à quelques centaines de nT pour les capteurs situés à 46 cm. On est donc bien dans une décroissance cubique représentative d'une source dipolaire avec un signal huit fois plus faible quand la distance est deux fois plus grande.



(a) Tracé de F pour les quatres capteurs.

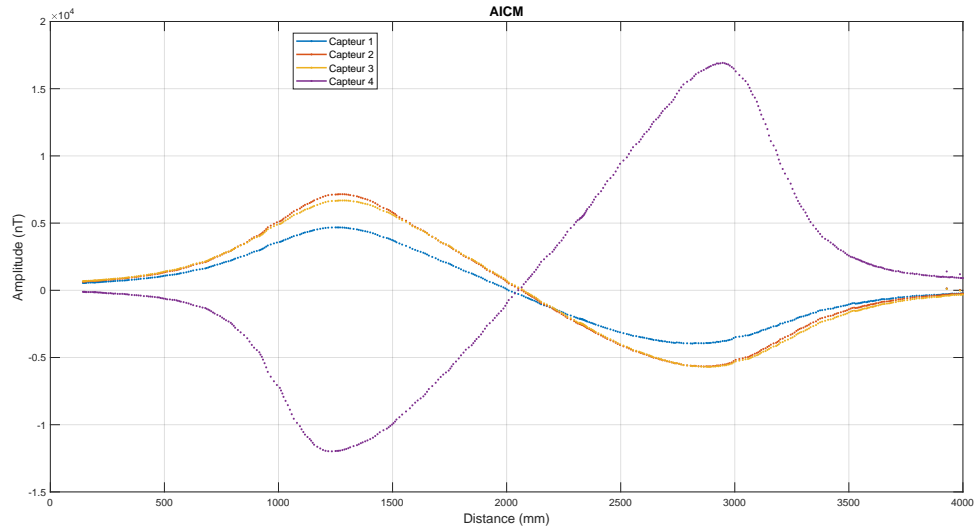


(b) Tracé des trois composantes pour les quatre capteurs.

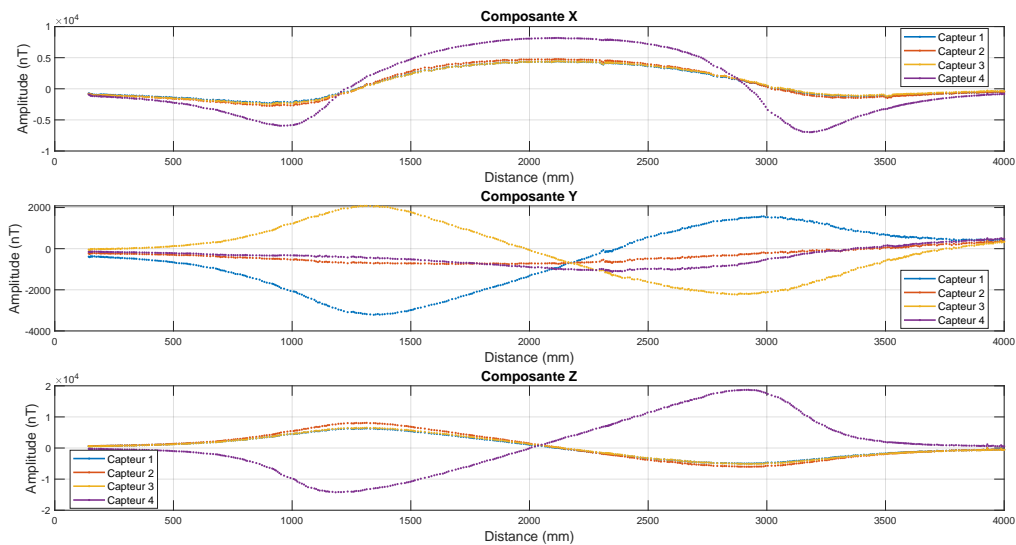
FIGURE IV.7 – Mesure de l'insert après sa polarisation. On note que la signature est bien plus visible sur le capteur du bas qui est deux fois plus proche. On note pour les capteurs N°2 et N°4 une composante Y nulle et des formes caractéristiques d'une aimantation verticale

**Ajout d'inserts verticaux.** On répète alors l'opération de polarisation avec quatre inserts. Cela nous permet alors de les disposer dans le tube afin de créer une aimantation plus représentative d'un navire réel.

Dans un premier temps, on décide d'en placer seulement deux, chacun à une extrémité du tube. On obtient alors les courbes de la figure IV.8.



(a) Tracé de F pour les quatre capteurs.

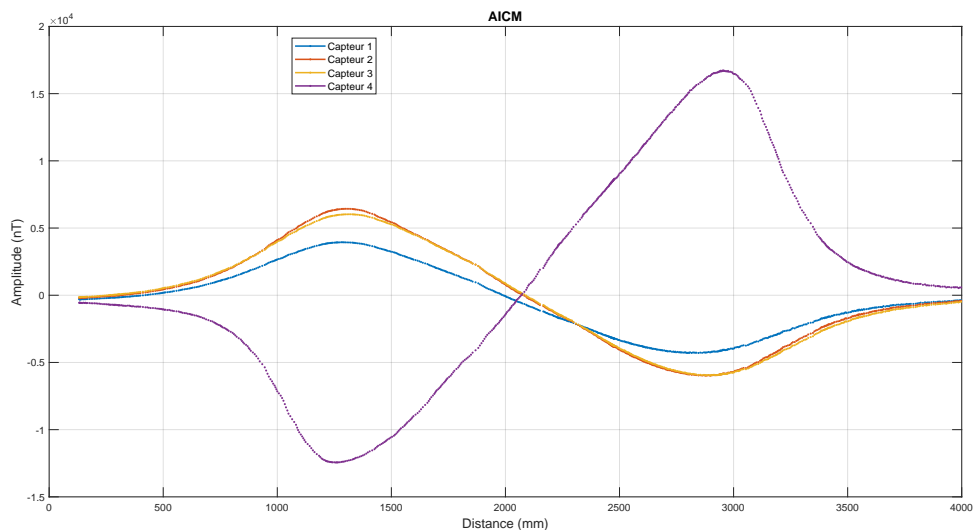


(b) Tracé des trois composantes pour les quatre capteurs.

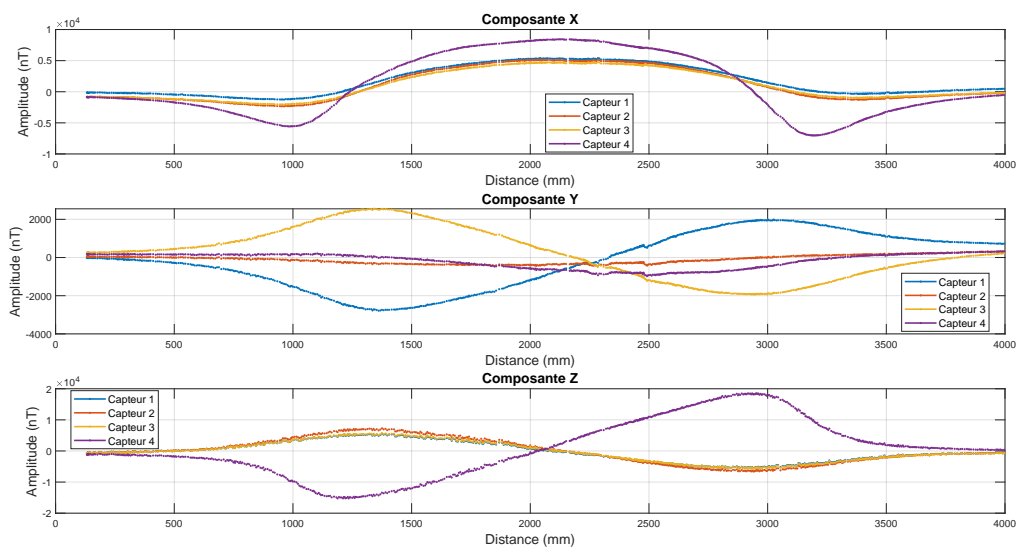
FIGURE IV.8 – Mesure du tube muni de deux inserts verticaux placés aux deux extrémités du tube.

Dans un second temps, on place 4 inserts dans le tube verticalement. On obtient les courbes de la figure IV.9.

On note que la forme des courbes est quasiment identique dans les deux cas. En effet, on observe une augmentation de la composante verticale et longitudinale liés aux inserts, par rapport à la signature de référence du tube seul. En revanche, on n'observe pas d'effet local, il est impossible de distinguer ici les deux objets. On voit qu'il y a une composition de l'aimantation, mais qui reste néanmoins fortement longitudinale.



(a) Tracé de F pour les quatre capteurs.



(b) Tracé des trois composantes pour les quatre capteurs.

FIGURE IV.9 – Mesure du tube muni de quatre inserts verticaux répartis linéairement

**Ajout d'inserts verticaux et transversaux** On s'intéresse maintenant à l'influence de l'ajout d'aimantations transversales. On procède de la même manière que précédemment, en polarisant quatre inserts que l'on place transversalement dans le tube. Ils sont repérés de manière à place l'aimantation de chacun dans le même sens. IV.10.

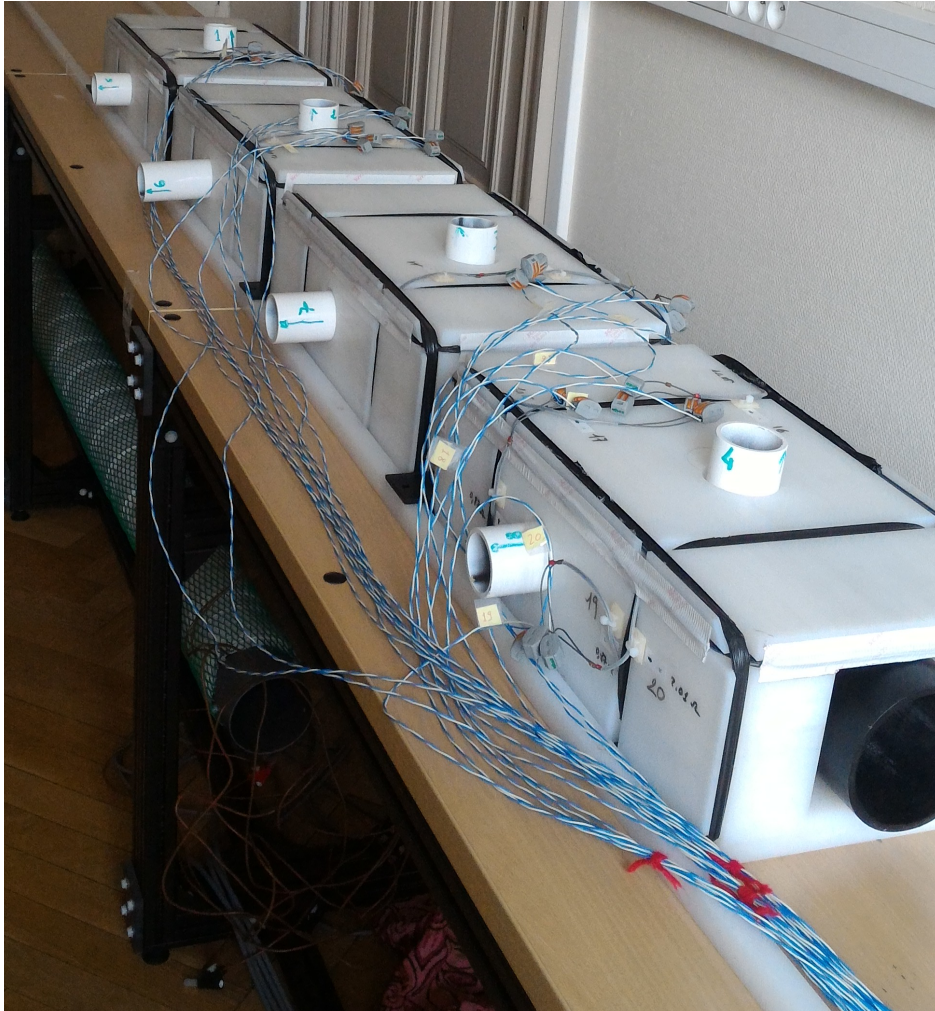
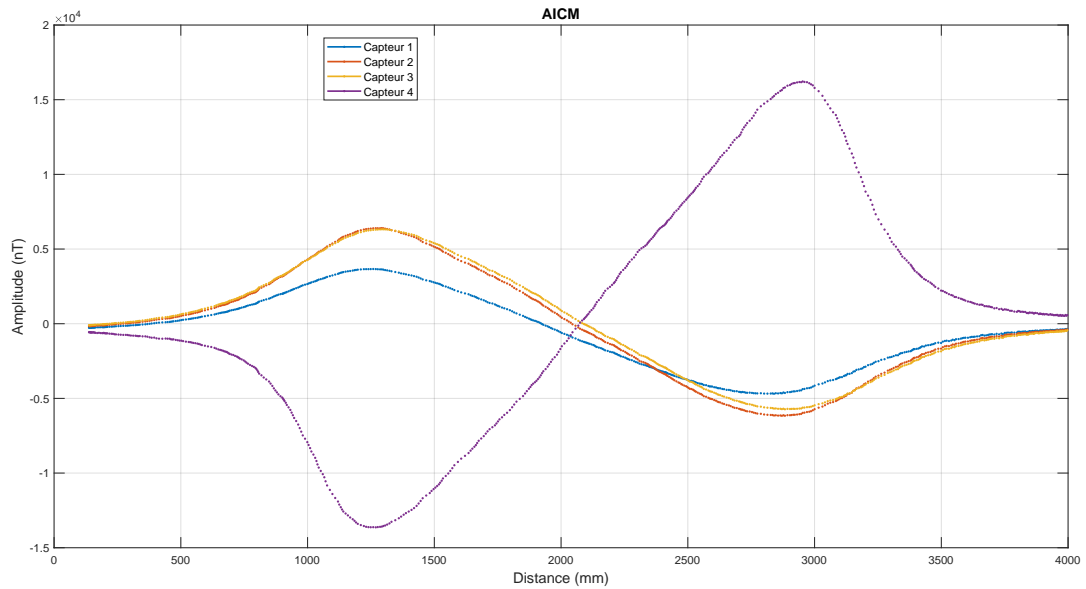
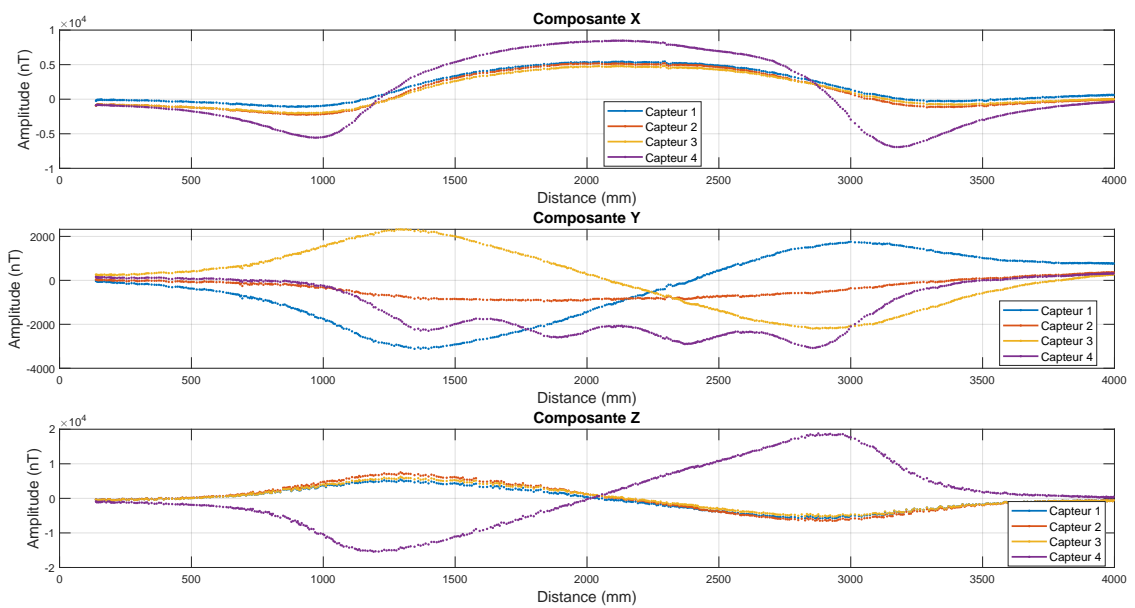


FIGURE IV.10 – Photographie de la maquette avec quatre inserts verticaux et quatre inserts transversaux.

On observe cette fois une légère modification des composantes. La modification la plus visible se situe sur le capteur N°4, qui est le capteur le plus proche. On observe sur les composantes X et Z



(a) Tracé de F pour les quatre capteurs.



(b) Tracé des trois composantes pour les quatre capteurs.

FIGURE IV.11 – Mesure du tube muni de quatre inserts verticaux et transversaux répartis linéairement



### **IV.2.2 Mesure de la maquette aux quatre caps**

A l'occasion d'une expérimentation temporaire, nous avons pu disposer d'une pièce assez grande permettant la rotation de la maquette et donc la mesure du tube métallique représentant le navire et des effets de boucles selon différents caps. Les mesures aux quatre caps (système d'immunisation éteint) sont visibles sur la figure IV.12.

On remarque que quel que soit le cap, les mesures sont quasiment identiques, ce qui correspond à un cas où l'induit est très faible en regard du permanent. Cela correspond donc à un cas assez particulier d'état d'aimantation.

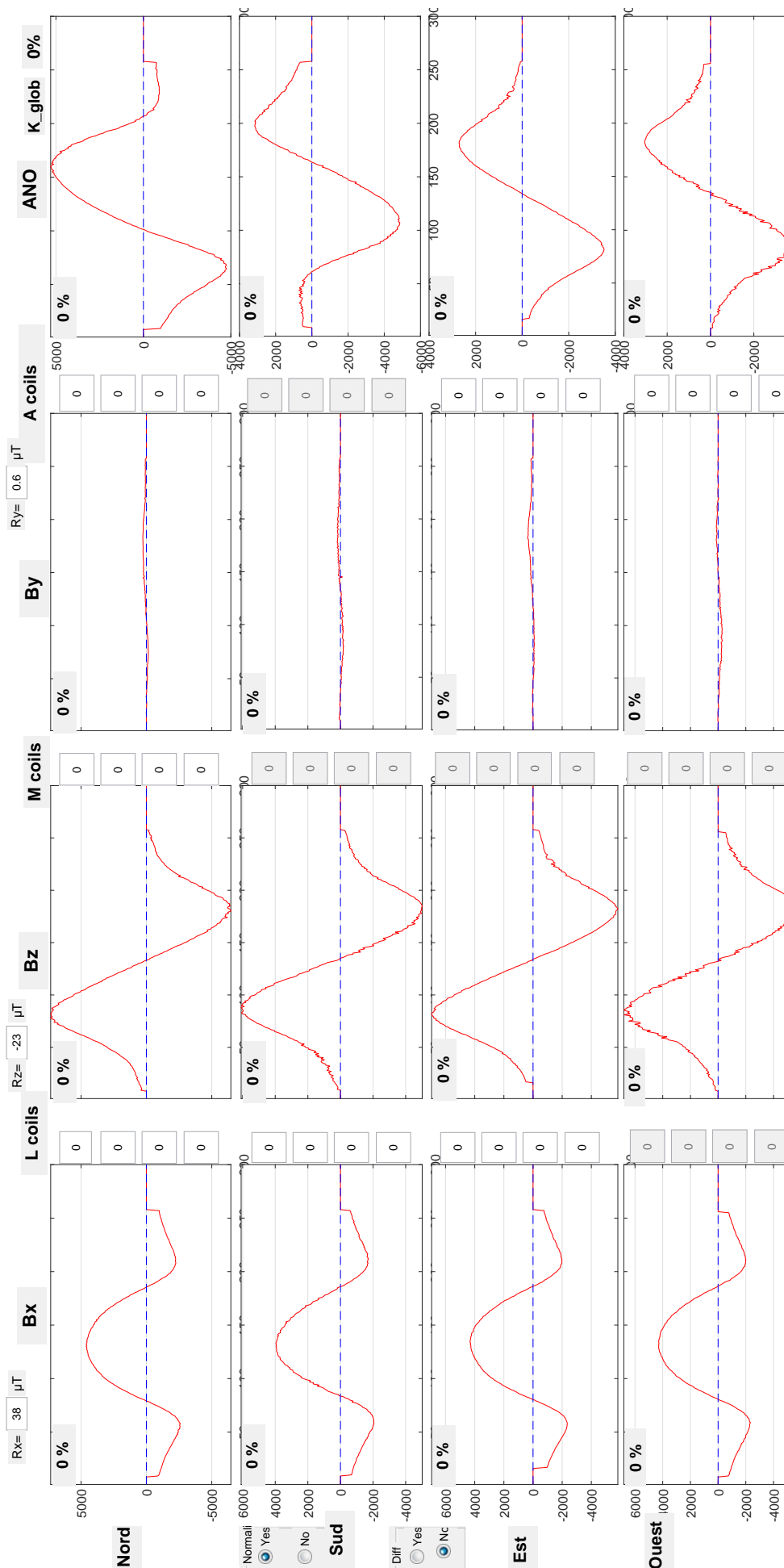


FIGURE IV.12 – Visuel du programme utilisé pour représenter les quatre signatures simultanément (courbes rouges). De haut en bas, on affiche les caps Nord, Sud, Est et Ouest. De gauche à droite, on trace, avec la même échelle des ordonnées, les composantes  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$ . Le rôle des différentes cases sera détaillé dans la partie suivante, puisque ce programme permet également la recherche d'un réglage d'immunisation dont la signature est alors matérialisée en bleu. Pour l'instant, toutes les cases sont à zéro d'où une signature bleu nulle.

### IV.2.3 Mesure des effets de boucles

Le réglage du système de degaussing s'effectue en minimisant la signature du navire sur un plan ou un profil de référence. Afin d'établir les réglages optimaux, il faut dans un premier temps mesurer chaque effet de boucle. On retranchera à cette mesure la signature du navire, dite Degaussing off (DG Off).

Il est clair que l'effet d'une boucle alimentée par un courant peut être assimilé à une aimantation rémanente. Les trois composantes du champ généré sont alors inchangées dans le référentiel du navire quel que soit le cap. En revanche, la projection sur le champ régional varie et  $F$  sera donc différent selon le cap.

Dans toute la suite, nous nous plaçons dans le cadre de la mesure aérienne, les effets de boucles ne seront donc pas illustrés pour le capteur 4 qui servira uniquement de vérification suite aux calculs. Le nombre d'effets de boucle est conséquent si l'on considère les trois composantes et l'anomalie du champ pour chacun. En effet, dans notre cas particulier, les capteurs ne sont pas immobiles mais fixés rigidement sur un chariot mobile. Le support et le chariot ayant fait l'objet d'un alignement précis, il est possible d'utiliser les composantes du champ mesurées. Les vibrations du chariot sont cependant inévitables et probablement responsables d'une partie du bruit haute fréquence que l'on voit sur les signaux.

On présente donc dans un premier temps les effets de boucles regroupés par type, tel que mesurés en composantes sur le capteur central. Nous présentons ensuite l'anomalie du champ pour les capteur 1 à 3. Enfin, on suivra le même ordre pour un capteur latéral.

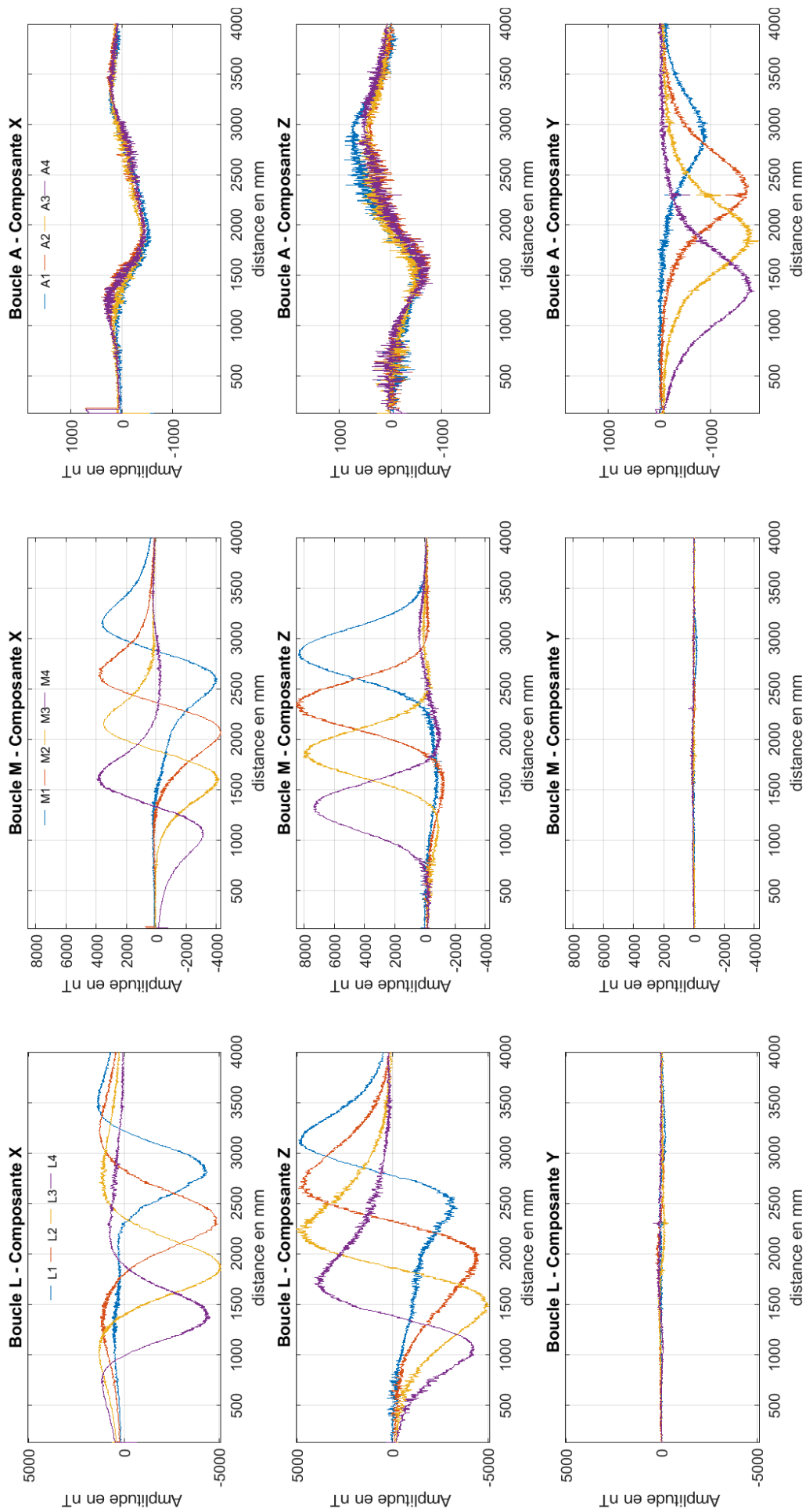


FIGURE IV.13 – Effets de boucle mesurés en composantes par le capteur central

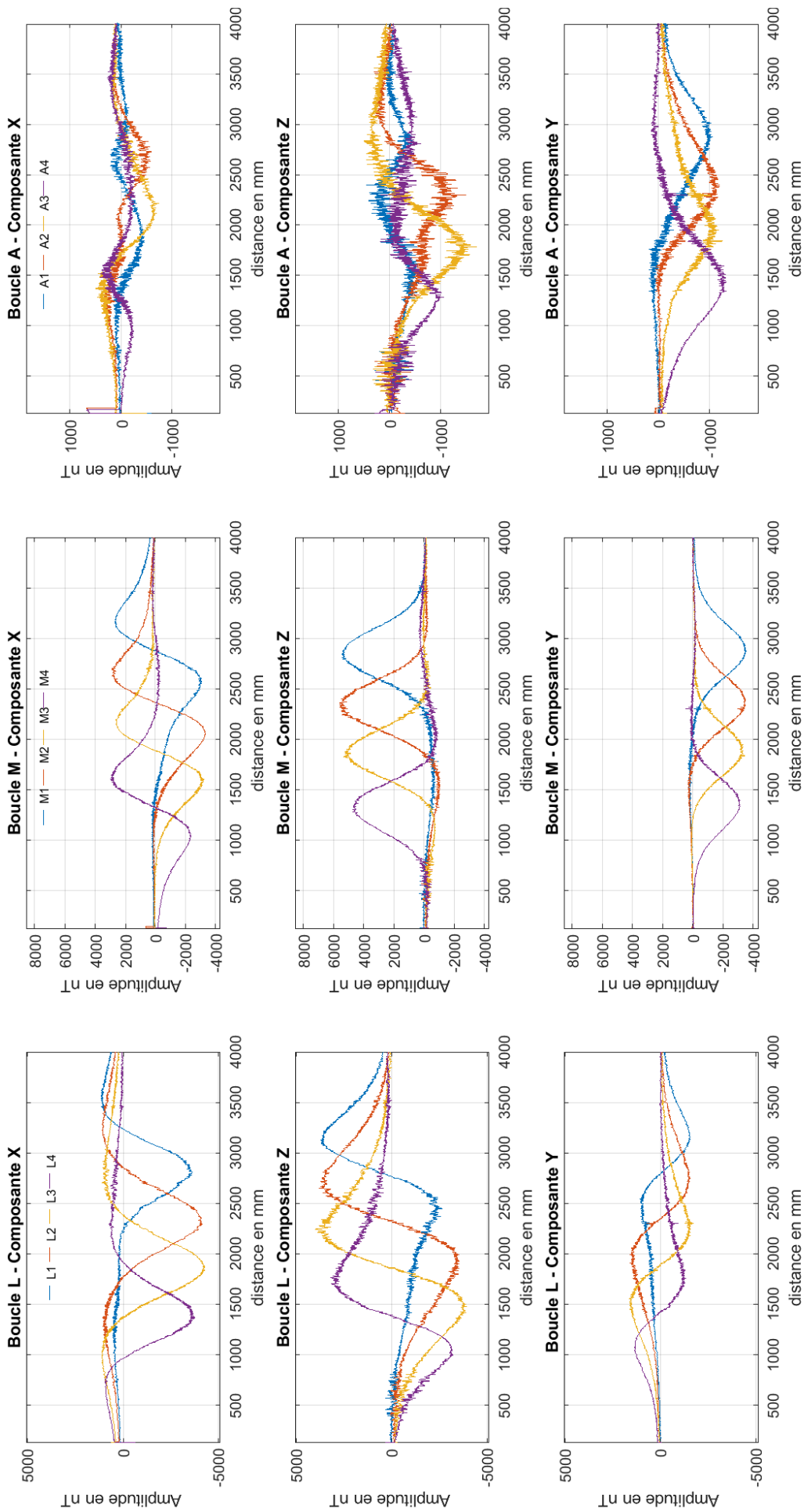


FIGURE IV.14 – Effets de boucle mesurés en composantes par le capteur latéral.

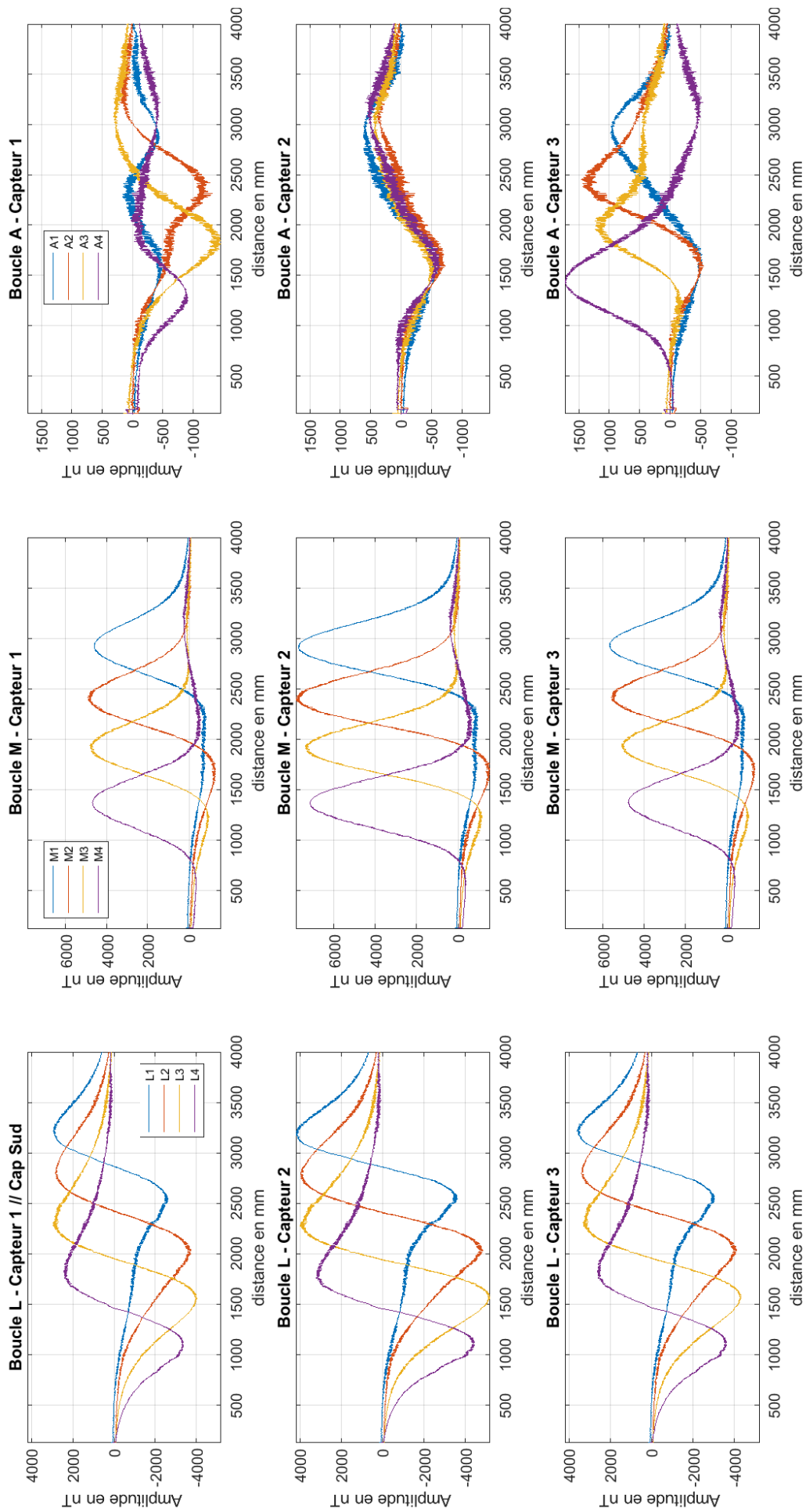


FIGURE IV.15 – Effets de boucle en anomalies mesurés par les trois capteurs. On a ici pris l'exemple d'un cap Sud.

Les effets de boucles de la figure IV.15 sont en accord avec les résultats énoncés au chapitre 3. En pratique, on peut aussi remarquer que le positionnement des capteurs est bon puisque la composante Y reste proche de zéro comme prévu pour le capteur central.

### IV.2.3.1 Effet de la modification du cap sur les effets de boucles

Nous avons pu, au cours d'un déplacement temporaire de la maquette dans une salle de taille suffisante, procéder à la mesure de tous les effets de boucles aux 4 caps cardinaux. En effet, nous avons vu que si les composantes restent inchangées, la projection sur un champ régional variable induit nécessairement des modifications. Dans le repère de la maquette, on considérera le champ vertical comme constant car les modules de degaussing sont posés sur une surface plane. Il s'agit donc seulement d'une rotation des composantes  $R'_x$  et  $R'_y$  (dans le repère de la maquette).

On peut a priori supposer que les effets de boucles dont la composante  $C_z$  est importante (cas des boucles M) seront peu affectés par le changement de repère. A l'inverse, ceux présentant des composantes horizontales majoritaires seront plus fortement affectés. Toutes les mesures présentées ont été faites avec le capteur 2, pour les boucles  $L_2$ ,  $M_2$  et  $A_2$

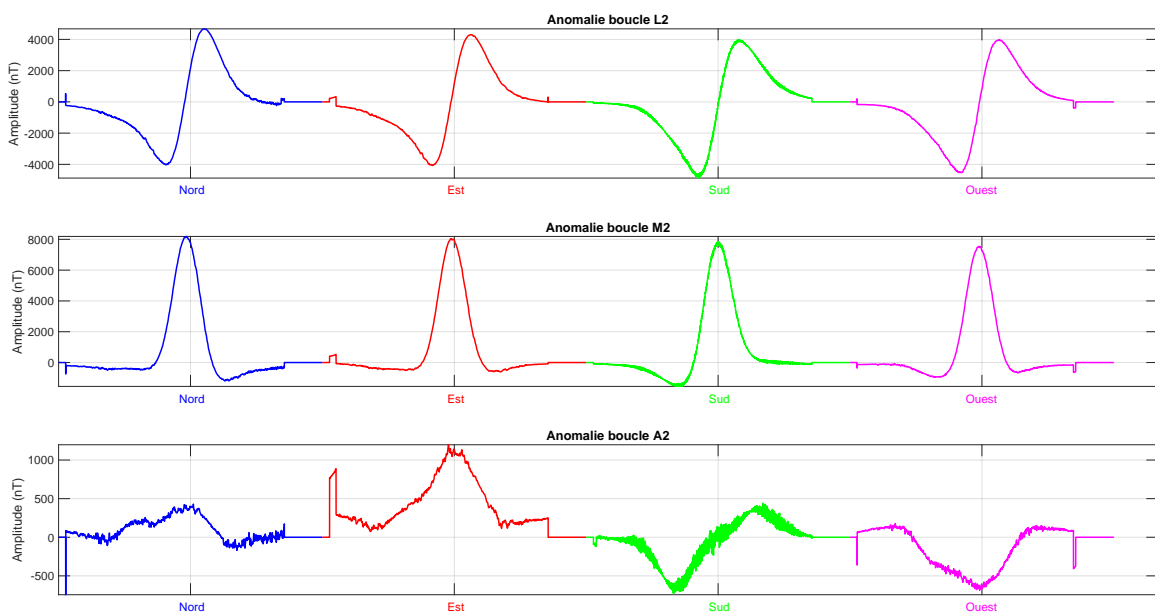


FIGURE IV.16 – Influence du cap sur les projections pour chaque type d'effet de boucle. L'échelle des ordonnées est normalisée sur chaque ligne (par type de boucle).

La figure IV.16 montre bien que la différence la plus marquée intervient pour les boucles A (pour des mesures sur le capteur central). Les effets des boucles L et M sont beaucoup moins affectés par la projection, mais l'on distingue une dissymétrie qui s'inverse entre les caps Nord et Sud, résultant de la projection de la composante  $C_x$  dans un sens ou dans l'autre ( $C_y$  est nul pour ce capteur, par construction).

On pourrait avec une approximation forte considérer que ces effets (boucles L et M) sont identiques quelque soit le cap, dans notre cas (composante Z du régional très im-

portante). En réalité, l'écart maximal en amplitude est de 600 nT pour les boucles L, soit environ 8% d'écart. Pour les boucles M on est autour 350 nT, soit 4 % d'écart.

De manière générale, il faut rester prudent dans l'interprétation de ces chiffres car on s'approche là des limites de signal induites par les corrections fortes des anomalies spatiales et temporelles rencontrées (en particulier pour les boucles A). En effet, les différentes corrections appliquées ne sont pas parfaites et l'on voit bien sur la figure IV.16 pour les effets de boucles A un bruit haute fréquence dont l'amplitude maximale est de 100 nT, ce qui est élevé.

De même, nous nous garderons d'émettre un avis sur les capteurs latéraux, en effet les composantes de chaque signal se complexifient et leur projection est alors difficile à évaluer. Une étude plus complète en environnement magnétique calme permettrait sans doute de lever ces problèmes.

#### IV.2.3.2 Lien entre $F_1$ et $C_x, C_z$

On peut établir un résultat intéressant à partir des caps Nord et Sud. Soit  $F_1^{Nord}$  l'anomalie du champ total liée à l'effet de la même boucle L mesurée cap Nord et  $R_x^{Nord}$  le champ régional exprimé dans le repère du navire. De même  $F_1^{Sud}$  est la mesure cap Sud et  $R_x^{Sud}$  le champ régional associé. En utilisant les relations II.22 & II.23, on a pour le profil central ( $C_y = 0$ )

$$\begin{aligned} F_1^{Nord} &= C_x^{BL} \cdot R_x^{Nord} + C_y^{BL} \cdot R_y^{Nord} + C_z^{BL} \cdot R_z^{Nord} \\ F_1^{Sud} &= C_x^{BL} \cdot R_x^{Sud} + C_y^{BL} \cdot R_y^{Sud} + C_z^{BL} \cdot R_z^{Sud} \end{aligned} \quad (IV.2)$$

en faisant la différence, il vient

$$F_1^{Nord} - F_1^{Sud} = C_x^{BL} \cdot (R_x^{Nord} - R_x^{Sud}) \quad (IV.3)$$

et comme  $R_x^{Sud} = -R_x^{Nord}$ , on a finalement

$$F_1^{Nord} - F_1^{Sud} = 2C_x^{BL} R_x^{Nord} \quad (IV.4)$$

soit

$$C_x^{BL} = \frac{F_1^{Nord} - F_1^{Sud}}{2R_x^{Nord}} \quad (IV.5)$$

De la même manière, on établit

$$F_1^{Nord} + F_1^{Sud} = C_z^{BL} \cdot (R_z^{Nord} + R_z^{Sud}) \quad (IV.6)$$

D'où

$$C_z^{BL} = \frac{F_1^{Nord} + F_1^{Sud}}{2R_z} \quad (IV.7)$$



On peut alors étudier la validité de ces relations sur les données acquises en comparant les composantes calculées et mesurées (figure IV.17).

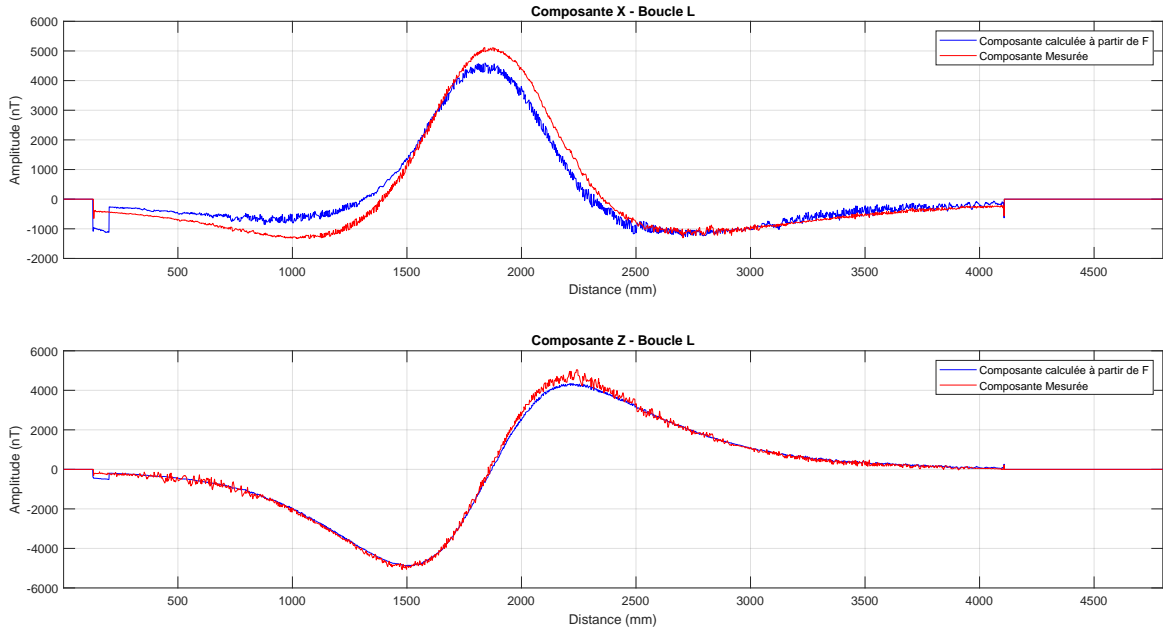


FIGURE IV.17 – Comparaison entre les données calculées et mesurées. En haut la composante X, en bas la composante Z, pour une boucle L2.

On peut écrire le même système pour une boucle M :

$$\begin{cases} F_1^{Nord} = C_x^{BM} \cdot R_x^{Nord} + C_y^{BM} \cdot R_y^{Nord} + C_z^{BM} \cdot R_z^{Nord} \\ F_1^{Sud} = C_x^{BM} \cdot R_x^{Sud} + C_y^{BM} \cdot R_y^{Sud} + C_z^{BM} \cdot R_z^{Sud} \end{cases} \quad (IV.8)$$

d'où l'on tire

$$\begin{cases} F_1^{Nord} - F_1^{Sud} = 2 \cdot C_x^{BM} \cdot R_x^{Nord} \\ F_1^{Nord} + F_1^{Sud} = 2 \cdot C_z^{BM} \cdot R_z^{Nord} \end{cases} \quad (IV.9)$$

et finalement

$$\begin{cases} C_x^{BM} = \frac{F_1^{Nord} - F_1^{Sud}}{2 \cdot R_x} \\ C_z^{BM} = \frac{F_1^{Nord} + F_1^{Sud}}{2 \cdot R_z} \end{cases} \quad (IV.10)$$

On observe dans les deux cas une correspondance très bonne pour la composante Z et un peu moins bonne pour la composante X. Il est possible que ces erreurs viennent du gradient spatial fort existant lors des mesures

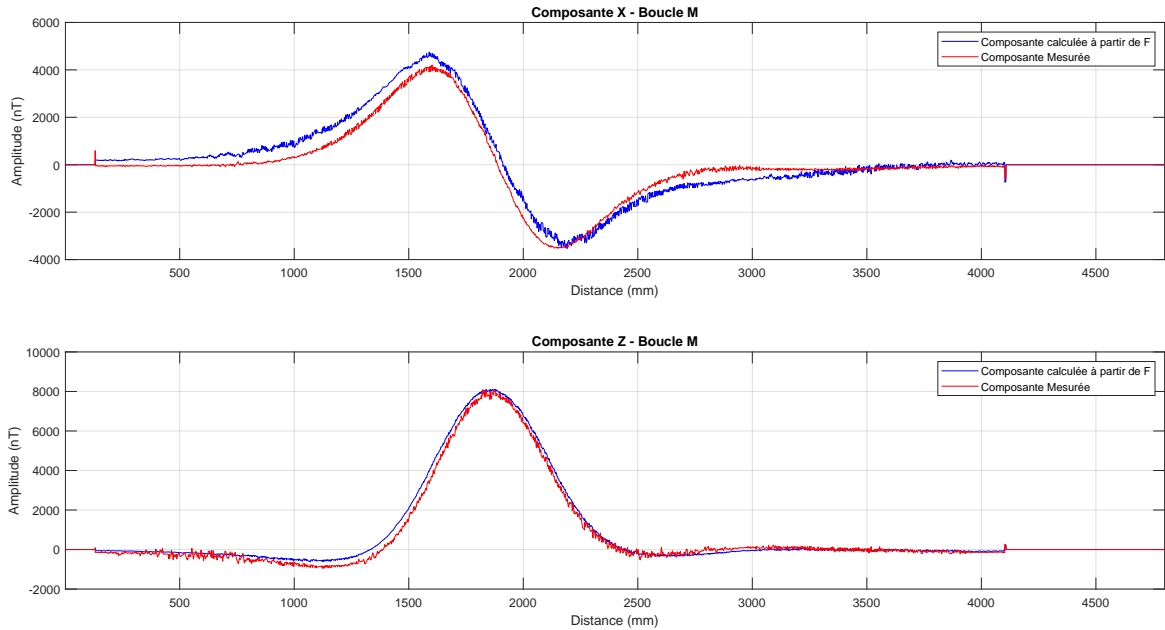


FIGURE IV.18 – Comparaison entre les données calculées et mesurées. En haut la composante X, en bas la composante Z, pour une boucle M2.

### IV.3 Calcul automatique des courants optimaux à partir des 3 composantes du champ

Le but est d'établir un algorithme permettant à l'aide du système d'immunisation de minimiser la signature du tube représentatif d'un navire. Pour rappel, le système d'immunisation dispose de 20 boucles réparties sur 4 blocs selon les 3 directions de l'espace de la façon suivante

- 8 boucles L compensant l'aimantation longitudinale (selon axe X)
- 8 boucles A compensant l'aimantation transversale (selon axe Y)
- 4 Boucles M compensant l'aimantation verticale (axe Z)

#### IV.3.1 Théorie

Il s'agit donc de trouver les 20 paramètres minimisant la signature à partir des trois composantes des trois capteurs. Il nous faut donc écrire le problème inverse  $d=G.m$ .

En considérant que les profils de mesures sont réalisés toujours aux mêmes endroits, il est possible de s'affranchir totalement de la notion de positionnement, ce qui simplifie grandement le problème. Sur la maquette, cela n'est pas une hypothèse forte. En revanche, quand nous voudrions passer à échelle réelle, nous verrons qu'il faudra en tenir compte.

Pour mieux appréhender le problème, nous l'écrivons d'abord à un cap avant de le généraliser. On considérera également que pour notre géométrie, les boucles A et les boucles L sont couplées par paires sur chaque module, ce qui réduit le nombre total d'inconnues à 12. On cherche alors 4 courants pour chaque type de boucle L,M,A.

### IV.3.1.1 Cas particulier à un cap

Considérons un cap a priori quelconque. Pour rappel, le problème inverse s'écrit sous sa forme générique

$$d = G.m \quad (IV.11)$$

avec  $m$  les paramètres recherchés et  $d$  les données utilisées.

Soit  $Q$  le nombre de mesures et  $K$  le nombre de paramètres cherchés. Dans notre cas :

- $d$  représente les trois composantes du champ mesuré et  $\dim(d) = 3Q \times 1$ ;
- $G$  représente l'effet de chaque boucle mesuré pour chaque position et  $\dim(G) = 3Q \times K$ ;
- $m$  le ou les paramètres cherchées, ici le courant. Plus exactement, il s'agit d'un rapport de courant puisque l'effet de chaque boucle a été mesuré pour un courant donné, généralement le courant maximum disponible afin de favoriser le signal.  $\dim(m) = K \times 1$

On propose de visualiser le système détaillé ci dessous en notant  $B_k^{i,j}$  la  $i$ -ème mesure correspondant à la boucle  $j$  et à la composante du champ  $k$ . ( $K=12$  ici)

$$d = \begin{pmatrix} B_x^1 \\ \vdots \\ B_x^Q \\ B_y^1 \\ \vdots \\ B_y^Q \\ B_z^1 \\ \vdots \\ B_z^Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_x^{1L1} & \dots & B_x^{1L4} & B_x^{1M1} & \dots & B_x^{1M4} & B_x^{1A1} & \dots & B_x^{1A4} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_x^{QL1} & \dots & B_x^{QL4} & B_x^{QM1} & \dots & B_x^{QM4} & B_x^{QA1} & \dots & B_x^{QA4} \\ B_y^{1L1} & \dots & B_y^{1L4} & B_y^{1M1} & \dots & B_y^{1M4} & B_y^{1A1} & \dots & B_y^{1A4} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_y^{QL1} & \dots & B_y^{QL4} & B_y^{QM1} & \dots & B_y^{QM4} & B_y^{QA1} & \dots & B_y^{QA4} \\ B_z^{1L1} & \dots & B_z^{1L4} & B_z^{1M1} & \dots & B_z^{1M4} & B_z^{1A1} & \dots & B_z^{1A4} \\ \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ B_z^{QL1} & \dots & B_z^{QL4} & B_z^{QM1} & \dots & B_z^{QM4} & B_z^{QA1} & \dots & B_z^{QA4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{L1} \\ \vdots \\ I_{L4} \\ I_{M1} \\ \vdots \\ I_{M4} \\ I_{A1} \\ \vdots \\ I_{A4} \end{pmatrix} \quad (IV.12)$$

Ce système générique est valable quel que soit le cap et permet donc de calculer dans notre cas les courants optimaux pour un cap donné.

### IV.3.1.2 Cas général pour plusieurs caps et séparation induit/permanent.

**Idée générale.** Le but est maintenant d'établir non plus 12, mais 24 courants. En effet en écrivant ce système pour plusieurs caps, il est possible d'opérer une séparation induite/permanente. Rappelons que chaque courant alimentant une boucle de compensation est en effet constitué d'une partie dite permanente (compensant l'aimantation permanente), fixe et d'une partie induite variable selon le cap. Plusieurs approches sont alors possibles pour opérer cette séparation.

- La plus simple consiste à écrire le système inverse pour au moins 2 caps et à inverser chaque système séparément. On obtient alors deux jeux de courants totaux. Connaissant le cap et le champ régional (donc la proportion d'induit) pour chacun de ces systèmes, on peut alors séparer par des opérations simples les courants induits et permanents.
- Une autre approche consiste à écrire le système de telle sorte que les courants induits et permanents soit inversés directement. Pour cela, il faut écrire la matrice G en la décomposant selon les effets induits et permanents. Là encore, deux caps au minimum, sont nécessaires pour séparer les courants induits et permanents.

Bien que les deux approches soit a priori semblables, notre expérience nous a conduit à considérer davantage le système complet car il est plus robuste d'une part et également plus élégant mathématiquement.

**Décomposition du courant total.** Rappelons que dans le cas général, le courant total à injecter se décompose dans le repère du navire sous la forme

$$I^{tot} = I^{Perm} + I^{Ind} = I^{Perm} + P(\theta, \phi, \psi) \cdot \begin{pmatrix} I_L^{Ref} \\ I_A^{Ref} \\ I_M^{Ref} \end{pmatrix} \quad (IV.13)$$

où  $(I_L^{Ref}, I_A^{Ref}, I_M^{Ref})$  sont les courants induits de référence que l'on cherche et  $P(\theta, \phi, \psi)$  est la matrice de rotation liée à l'attitude du navire (angles d'Euler) : II.6. Avec

- $\Psi$  l'angle de la première rotation selon l'axe Z (Cap) définissant les axes  $Ox_1$  et  $Oy_1$  ;
- $\theta$  l'angle de la seconde rotation autour de  $Ox_1$  (Roulis), définissant  $Oy_2$  et  $Oz_2$  ;
- $\phi$  l'angle de la troisième rotation selon l'axe  $Oz_2$

On considère ici le cas simplifié où le roulis et le tangage sont nuls. Dans le repère du navire, le champ régional varie selon le cap, donc les courants s'opposant à l'induit doivent varier de la même manière. On note  $(R_x^{Nav}, R_y^{Nav}, R_z^{Nav})$  les composantes du champ régional dans le repère du navire.

On a alors

$$\begin{pmatrix} R_x^{Nav} \\ R_y^{Nav} \\ R_z^{Nav} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\psi) & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix} \quad (IV.14)$$

On peut alors écrire

$$I^{tot} = I^{Perm} + \begin{pmatrix} R_x^{Nav} \\ R_y^{Nav} \\ R_z^{Nav} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_L^{Ref} \\ I_A^{Ref} \\ I_M^{Ref} \end{pmatrix} = I^{Perm} + \begin{pmatrix} \cos(\psi) & 0 & 0 \\ 0 & -\sin(\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_x \\ R_y \\ R_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_L^{Ref} \\ I_A^{Ref} \\ I_M^{Ref} \end{pmatrix} \quad (IV.15)$$

Cela amène un premier résultat qui est l'invariabilité du courant vertical (c'est à dire alimentant une boucle M qui s'oppose au champ créé par une aimantation verticale).

Autrement dit, il ne sera mathématiquement pas possible de séparer le courant induit du courant permanent pour les boucles M, puisque le champ vertical  $R_z^{Nav}$  est invariant par rotation autour de z.

Par ailleurs, les courants dit de référence s'expriment en fait en  $A/nT$ . En effet, l'induit est directement proportionnel au champ inducteur. On peut donc réaliser un réglage (en A) dans un champ régional donné et calculer facilement la constante de référence (en  $A/nT$ ) que l'on nomme abusivement courant de référence. Ceci permettra d'utiliser le réglage partout dans le monde en remultipliant par le champ inducteur.

On peut alors simplifier le système, en ne considérant plus que les courants à injecter dans les boucles L et A

$$I_{Hori}^{tot} = \begin{pmatrix} I_L^P \\ I_T^P \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} R_x \cos(\psi) \\ -\sin(\psi) R_y \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_L^{Ref} \\ I_A^{Ref} \end{pmatrix} \quad (IV.16)$$

On a par ailleurs  $I_{Vert}^{tot} = I_{Vert}^{Perm} + I_{Vert}^{Ind}$

**Séparation des courants induits et permanents.** Etant donné la convention d'aimantation choisie (tableau IV.1) et la forme de la matrice de rotation, il est a priori possible de déterminer les courants à partir de deux caps quelconques. Néanmoins, les caps géomagnétiques présentent des conditions favorables, que nous utilisons ici.

Cap	Nord	Sud	Est	Ouest
Axe x : $\vec{M}_L^{tot}$	$\vec{M}_L^P + \vec{M}_L^I$	$\vec{M}_L^P - \vec{M}_L^I$	$\vec{M}_L^P$	$\vec{M}_L^P$
Axe y : $\vec{M}_A^{tot}$	$\vec{M}_A^P$	$\vec{M}_A^P$	$\vec{M}_A^P - \vec{M}_A^I$	$\vec{M}_A^P + \vec{M}_A^I$
Axe z : $\vec{M}_V^{tot}$	$\vec{M}_V^P + \vec{M}_V^I$	$\vec{M}_V^P + \vec{M}_V^I$	$\vec{M}_V^P + \vec{M}_V^I$	$\vec{M}_V^P + \vec{M}_V^I$

TABLEAU IV.1 – Tableau récapitulatif de la composition des aimantations aux quatre caps.

Considérons maintenant un système simplifié à une boucle pour laquelle on veut séparer les courants, par exemple la boucle  $L_1$ . On dispose pour ce faire de l'effet de boucle mesuré pour un courant connu en Q points. On peut alors écrire le problème inverse sous la forme

$$d = \begin{pmatrix} B_x^1 \\ \vdots \\ B_x^Q \\ B_y^1 \\ \vdots \\ B_y^Q \\ B_z^1 \\ \vdots \\ B_z^Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_x^{1L1} \\ \vdots \\ B_x^{QL1} \\ B_y^{1L1} \\ \vdots \\ B_y^{QL1} \\ B_z^{1L1} \\ \vdots \\ B_z^{QL1} \end{pmatrix} \cdot I_{L_1}^{tot} = \begin{pmatrix} B_x^{1L1} \\ \vdots \\ B_x^{QL1} \\ B_y^{1L1} \\ \vdots \\ B_y^{QL1} \\ B_z^{1L1} \\ \vdots \\ B_z^{QL1} \end{pmatrix} \cdot (I_{L_1}^{Perm} + I_{L_1}^{Ind}) \quad (IV.17)$$

Afin de simplifier la notation, on note  $G_{L_1}$  l'effet de la boucle  $L_1$  avec  $G_{L_1} =$  
$$\begin{pmatrix} B_x^{1L_1} \\ \vdots \\ B_x^{QL_1} \\ B_y^{1L_1} \\ \vdots \\ B_y^{QL_1} \\ B_z^{1L_1} \\ \vdots \\ B_z^{QL_1} \end{pmatrix}$$
 et

d les données avec  $d =$  
$$\begin{pmatrix} B_x^1 \\ \vdots \\ B_x^Q \\ B_y^1 \\ \vdots \\ B_y^Q \\ B_z^1 \\ \vdots \\ B_z^Q \end{pmatrix}$$
. On peut alors réécrire ce système sous la forme

$$d = (G_{L_1} \quad G_{L_1}) \cdot \begin{pmatrix} I_{L_1}^{Perm} \\ I_{L_1}^{Ind} \end{pmatrix} \quad (IV.18)$$

Comme vu à l'équation IV.16, le courant induit cherché est variable selon le cap. On remplace donc son expression dans le système.

$$d = (G_{L_1} \quad G_{L_1} \cos(\psi)) \cdot \begin{pmatrix} I_{L_1}^{Perm} \\ I_{L_1}^{Ind^{Ref}} \end{pmatrix} \quad (IV.19)$$

Ce système est mathématiquement solvable en l'état puisque l'on a 3Q équations pour deux inconnues. En revanche, il n'existe aucune contrainte "physique" sur le système, quelle que soit la répartition induite/permanente, le résultat final sera identique. Cette contrainte permettant de distinguer les induits et permanents est obtenue en écrivant le système global pour deux caps différents et non égaux  $\frac{\pi}{2}$  et  $-\frac{\pi}{2}$ ).

Il est clair que l'effet d'une boucle, c'est à dire les composantes mesurées lors de la mesure sont invariantes dans le repère du navire par changement de cap. Soit  $\psi_1$  et  $\psi_2$  deux caps quelconques,  $d^{\psi_1}$  et  $d^{\psi_2}$  les données associés à ces caps. on peut écrire

$$\begin{pmatrix} d^{\psi_1} \\ d^{\psi_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{L_1} & G_{L_1} \cos(\psi_1) \\ G_{L_1} & G_{L_1} \cos(\psi_2) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{L_1}^{Perm} \\ I_{L_1}^{Ind^{Ref}} \end{pmatrix} \quad (IV.20)$$

Il suffit alors de tirer profit des caractéristiques de la fonction *cosinus* pour obtenir un système simple. Par exemple en considérant  $\psi_1 = 0$  (cap Nord) et  $\psi_2 = 180^\circ$  (cap Sud), on obtient

$$\begin{pmatrix} d^{Nord} \\ d^{Sud} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{L_1} & G_{L_1} \\ G_{L_1} & -G_{L_1} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{L_1}^{Perm} \\ I_{L_1}^{IndRef} \end{pmatrix} \quad (IV.21)$$

Par analogie, on peut ainsi établir le système pour quatres boucles L

$$\begin{pmatrix} d^{Nord} \\ d^{Sud} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{L_1} & G_{L_2} & G_{L_3} & G_{L_4} & G_{L_1} & G_{L_2} & G_{L_3} & G_{L_4} \\ G_{L_1} & G_{L_2} & G_{L_3} & G_{L_4} & -G_{L_1} & -G_{L_2} & -G_{L_3} & -G_{L_4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{L_1}^{Perm} \\ I_{L_1}^{Perm} \\ I_{L_2}^{Perm} \\ I_{L_3}^{Perm} \\ I_{L_4}^{Perm} \\ I_{L_1}^{IndRef} \\ I_{L_2}^{IndRef} \\ I_{L_3}^{IndRef} \\ I_{L_4}^{IndRef} \end{pmatrix} \quad (IV.22)$$

Toujours selon ce même schéma, il est possible à partir de IV.16 d'établir le système permettant le calcul des  $I_{A_i}^{Perm}$ ,  $I_{A_i}^{IndRef}$ . Soit  $G_{A_i}$  la matrice de l'effet d'une boucle A alors

$$d = \begin{pmatrix} G_{A_i} & -G_{A_i} \sin(\psi) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{A_i}^{Perm} \\ I_{A_i}^{IndRef} \end{pmatrix} \quad (IV.23)$$

On peut alors établir facilement le système pour plusieurs boucles, considérant que leur effet est indépendant. On l'écrit ici pour quatre boucles

$$d^{\psi_1} = \begin{pmatrix} G_{A_1} & G_{A_2} & G_{A_3} & G_{A_4} & -G_{A_1} \sin(\psi_1) & -G_{A_2} \sin(\psi_1) & -G_{A_3} \sin(\psi_1) & -G_{A_4} \sin(\psi_1) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{A_1}^{Perm} \\ I_{A_2}^{Perm} \\ I_{A_3}^{Perm} \\ I_{A_4}^{Perm} \\ I_{A_1}^{IndRef} \\ I_{A_2}^{IndRef} \\ I_{A_3}^{IndRef} \\ I_{A_4}^{IndRef} \end{pmatrix} \quad (IV.24)$$

En écrivant le système global pour les caps Est ( $\psi = 90^\circ$ ) et Ouest ( $\psi = 270^\circ$ ), on a une formulation permettant le calcul des courants pour les boucles A

$$\begin{pmatrix} d^{Ouest} \\ d^{Est} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{A_1} & G_{A_2} & G_{A_3} & G_{A_4} & G_{A_1} & G_{A_2} & G_{A_3} & G_{A_4} \\ G_{A_1} & G_{A_2} & G_{A_3} & G_{A_4} & -G_{A_1} & -G_{A_2} & -G_{A_3} & -G_{A_4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} I_{A_1}^{Perm} \\ I_{A_2}^{Perm} \\ I_{A_3}^{Perm} \\ I_{A_4}^{Perm} \\ I_{A_1}^{IndRef} \\ I_{A_2}^{IndRef} \\ I_{A_3}^{IndRef} \\ I_{A_4}^{IndRef} \end{pmatrix} \quad (IV.25)$$

**Calculs automatiques des courants à partir de quatre caps cardinaux.** On a vu qu'il est possible de calculer les courants des boucles L et A à partir de deux caps quelconques. En prenant les valeurs particulières que sont les caps cardinaux, on obtient des systèmes simples à écrire.

On se propose ici d'écrire le système global permettant le calcul de tous les courants à partir des mesures faites aux quatres caps cardinaux, dans la configuration de la maquette, c'est à dire avec quatre boucles L, quatre boucles M et quatre boucles A. Afin d'alléger la notation, on notera

- $G_L = (G_{L_1} \ G_{L_2} \ G_{L_3} \ G_{L_4})$ , la matrice des effets de boucles L,
- $G_A = (G_{A_1} \ G_{A_2} \ G_{A_3} \ G_{A_4})$ , la matrice des effets de boucles A,
- $G_M = (G_{M_1} \ G_{M_2} \ G_{M_3} \ G_{M_4})$ , la matrice des effets de boucle M,
- les matrices des courants induits de référence que l'on cherche s'écrivent  $I_L^{IndRef} = \begin{pmatrix} I_{L_1}^{IndRef} & I_{L_2}^{IndRef} & I_{L_3}^{IndRef} & I_{L_4}^{IndRef} \end{pmatrix}$ , et pour les boucles A,  $I_A^{IndRef} = \begin{pmatrix} I_{A_1}^{IndRef} & I_{A_2}^{IndRef} & I_{A_3}^{IndRef} & I_{A_4}^{IndRef} \end{pmatrix}^t$ ,
- de la même manière, pour les courants permanents, on a  $I_L^{Perm} = \begin{pmatrix} I_{L_1}^{Perm} & I_{L_2}^{Perm} & I_{L_3}^{Perm} & I_{L_4}^{Perm} \end{pmatrix}^t$ ,  
 $I_A^{Perm} = \begin{pmatrix} I_{A_1}^{Perm} & I_{A_2}^{Perm} & I_{A_3}^{Perm} & I_{A_4}^{Perm} \end{pmatrix}^t$ ,  $I_M^{Perm} = \begin{pmatrix} I_{M_1}^{Perm} & I_{M_2}^{Perm} & I_{M_3}^{Perm} & I_{M_4}^{Perm} \end{pmatrix}^t$ .

On choisit ici de considérer que tout le courant alimentant les boucle M est permanent. Il s'agit d'une simple convention puisqu'il est impossible de séparer l'induit du rémanent sur l'axe vertical. On a donc 20 paramètres au lieu de 24 à trouver.

Finalement, le système global s'écrit

$$\begin{pmatrix} d^{Nord} \\ d^{Sud} \\ d^{Est} \\ d^{Ouest} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_L & G_M & G_A & G_L & 0 \\ G_L & G_M & G_A & -G_L & 0 \\ G_L & G_M & G_A & 0 & -G_A \\ G_L & G_M & G_A & 0 & G_A \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_L^{Perm} \\ I_M^{Perm} \\ I_A^{Perm} \\ I_L^{IndRef} \\ I_A^{IndRef} \end{pmatrix} \quad (IV.26)$$

Si l'on considère Q mesures par composantes pour chaque cap, on a des matrices de dimensions suivantes :

- à gauche, on a 3Q mesures pour chaque cap soit au total 12Q lignes;
- à droite, la matrice contenant les effets de boucles est de tailles 12Q × 20;



- le vecteur des courants contient 20 lignes (12 courants permanents et 8 courant induits cherchés).

Signalons qu'il est possible d'écrire le système global quel que soit le nombre de mesures effectuées à chaque cap. Il faut seulement s'assurer que ce nombre de ligne correspond bien de part et d'autre de l'égalité.

### IV.3.2 Validation sur cas synthétique et maquette

Nous nous attachons ici à tester sur différents cas synthétiques les algorithmes développés. On teste également le cas réel sur maquette lorsque que cela est possible.

Cela nous permet également de présenter rapidement l'outil Matlab qui a été développé dans ce but. Il s'agit principalement d'un outil de visualisation de la signature aux différents caps permettant de faire un réglage "manuel" par essai-erreur auquel on a ajouté des fonctions de calcul automatiques.

Nous nous plaçons pour toute la suite, dans le cadre classique qui consiste à mesurer aux quatre caps cardinaux. On choisit de travailler sur les données acquises par le capteur central (passant à l'aplomb du navire/maquette). On présente pour chaque cap :

- en rouge les trois composantes (X,Y,Z) du champ mesuré ainsi que F, calculé à partir de ces dernières.
- en bleu la signature du système d'immunisation, c'est-à-dire le champ créé par les boucles lorsqu'elles sont alimentées par les courants. Ce champ est obtenu par addition des composantes mesurées pour chaque effet de boucle.

L'axe des ordonnées est fixe par cap, c'est à dire qu'il est identique pour les figures représentant  $C_x, C_y, C_z$  et F pour un cap donné. Cet axe est pour des raisons pratiques gradué uniquement sur la gauche de la figure représentant la composante  $C_x$ . Enfin, un calcul du coefficient de réduction est effectué sur chaque composante et sur F afin de quantifier le coefficient d'immunisation.

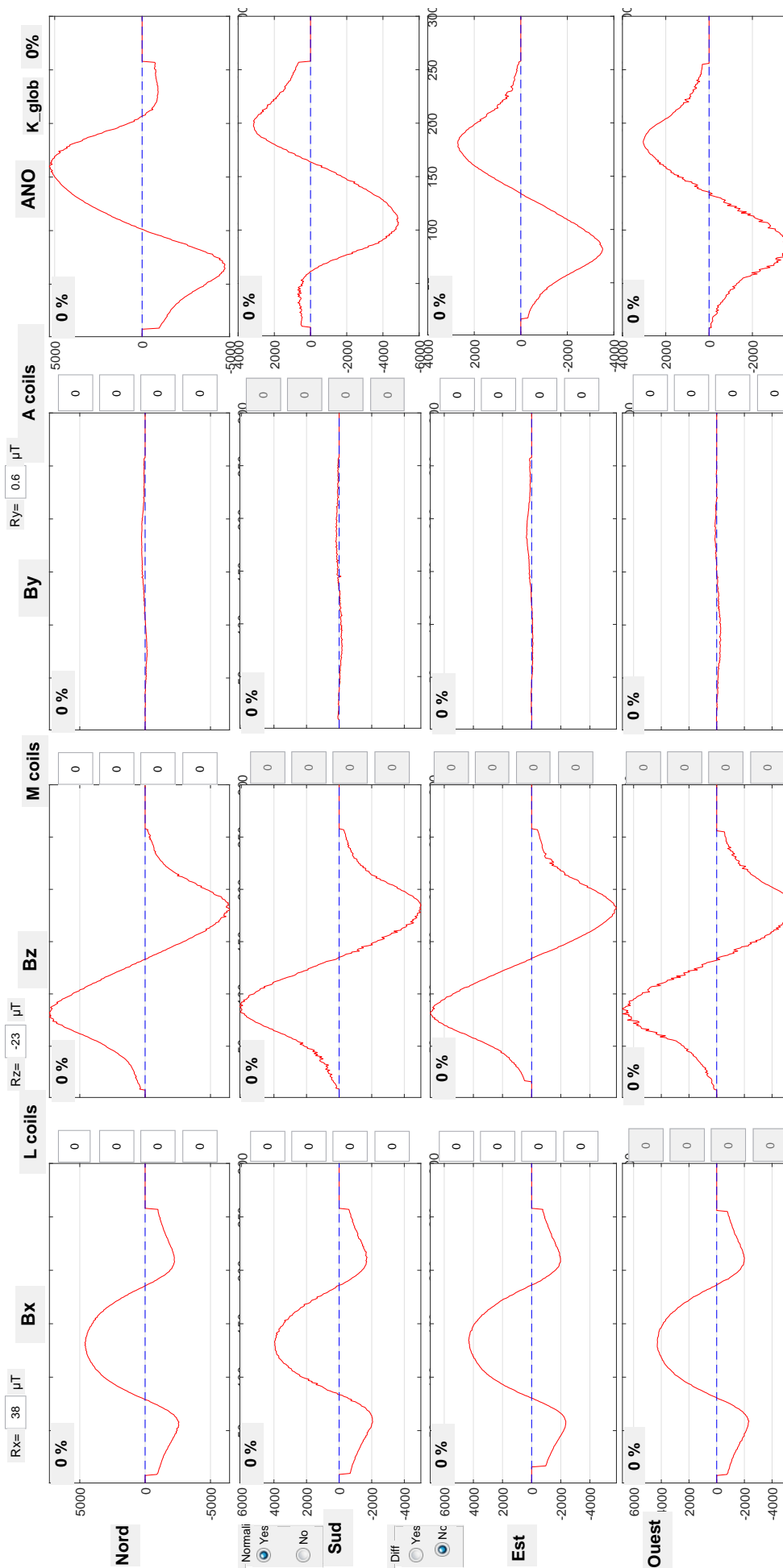


FIGURE IV.19 – Visuel du programme utilisé pour le test des algorithmes. De haut en bas, on affiche les caps Nord, Sud, Est et Ouest. De gauche à droite, on trace, avec la même échelle des ordonnées, les composantes  $C_x$ ,  $C_y$ ,  $C_z$ . En haut à gauche de chaque figure, on note le pourcentage de réduction obtenu. Enfin, il existe des cases pour les réglages manuel de boucles. On remarquera que certaines sont grisées, elles sont neutralisées pour conserver la logique physique de l'aimantation à compenser. Les boucles M par exemple ne possèdent qu'un seul réglage, identique à tous les caps. Par convention on a choisi que celui ci sera fait pour les courants du cap Nord. Les autres cases grisées prennent alors automatiquement la même valeur.

Nous avons établi le système IV.26 permettant le calcul des courants à partir des mesures à plusieurs caps. On va ici s'attacher à vérifier que le calcul donne des résultats cohérents selon le nombre de caps de mesure considérés. Nous avons choisi de tester l'algorithme sur données réelles et sur données simulées.

### IV.3.2.1 Test sur maquette

Nous avons vu que la mesure du tube aux quatre caps a mis en évidence son état d'aimantation particulier car presque exclusivement rémanent. Bien que peu probable dans la réalité, cet état constitue pour nous un cas intéressant puisqu'au regard des systèmes écrits, on devrait retrouver des courants dit permanents (compensant la partie permanente de l'aimantation) très largement supérieurs aux courants compensant l'induit. De plus, la forme typiques des courbes nous permet d'affirmer qu'il s'agit principalement d'une aimantation longitudinale.

On réalise dans un premier temps, différentes inversions sur les données disponibles pour calculer les courants à injecter dans les boucles L.

<b>Inversion 4 caps</b>				
		I_L perm		
		-0.508	-0.861	-0.754
		-0.493		
		I_L ind		
Appliquer courants 4 c...	-0.0536	-0.0884	-0.0543	-0.146
<b>Inversion Sud + Est + Ouest</b>				
		I_L perm		
		-0.518	-0.864	-0.757
		-0.512		
		I_L ind		
Appliquer courants 3 c...	-0.0736	-0.095	-0.0601	-0.183
<b>Inversion Sud + Est</b>				
		I_L perm		
		-0.515	-0.876	-0.754
		-0.531		
		I_L ind		
Appliquer courants 2 c...	-0.0703	-0.106	-0.0567	-0.202
<b>Inversion Sud et Est</b>				
		I_L perm		
		-0.515	-0.876	-0.754
		-0.531		
		I_L ind		
Appliquer courants cap...	-0.0703	-0.106	-0.0567	-0.202

FIGURE IV.20 – Les courants obtenus suite à l'inversion de plusieurs systèmes différents. De haut en bas, on a inversé sur les données des quatre caps, de trois caps (Sud + Est + Ouest) et de deux caps. La dernière inversion appelée Sud et Est consiste à inverser dans un premier temps sur les données cap Sud, puis sur les données cap Est et à calculer par addition/différence les courants induits et permanents.

Les résultats obtenus sont très satisfaisants puisque, d'une part les courants sont en valeurs, très proches d'une inversion à l'autre, d'autre part le ratio  $\frac{I_{perm}}{I_{ind}}$  est important (proche de 10) et montre bien la prépondérance de l'aimantation permanente dans la signature globale. Enfin, on observe une certaine forme de symétrie des courants, le courant à injecter est plus important pour les boucles au centre du tube ( $L_2$  et  $L_3$ ) que celles proches des extrémités du tube.

On peut alors injecter les courants et visualiser le pourcentage de réduction théorique sur la figure IV.21.

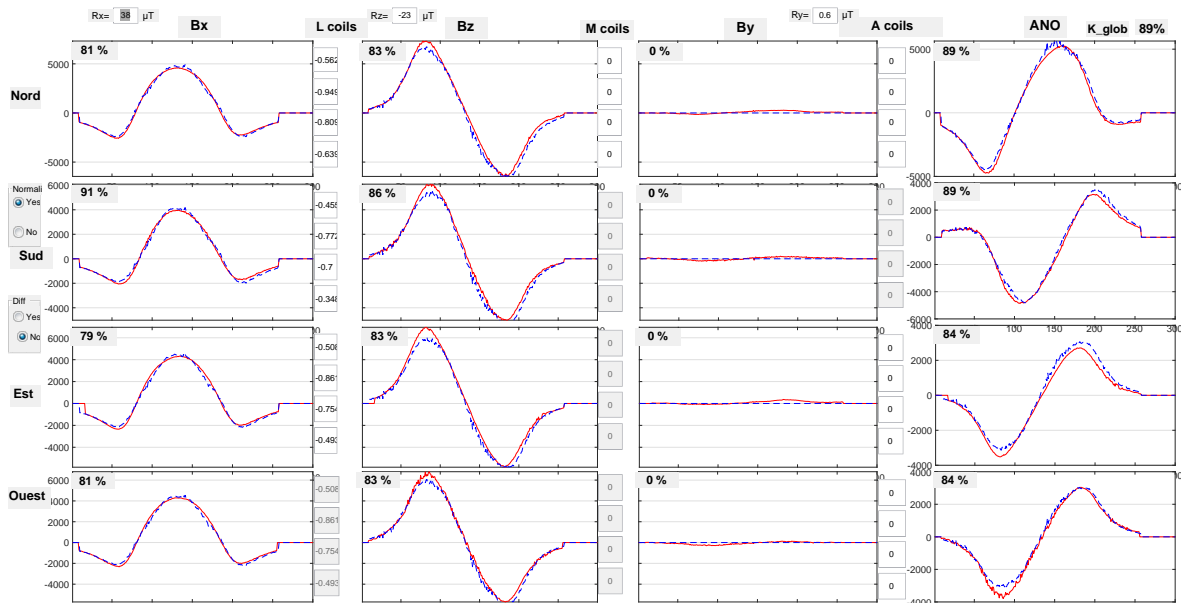


FIGURE IV.21 – Visualisation des courbes pour les courants calculés. On observe bien une réduction très importante du signal sur les composantes  $C_x$  et  $C_z$ . Comme  $C_y$  est très faible dans notre cas, la réduction sur l’anomalie du champ total est conséquente.

On réalise la même opération d’inversion pour calculer le courant optimal à injecter dans les boucles A. Cette fois ci on travaillera uniquement sur deux caps. On obtient les résultats figure IV.22

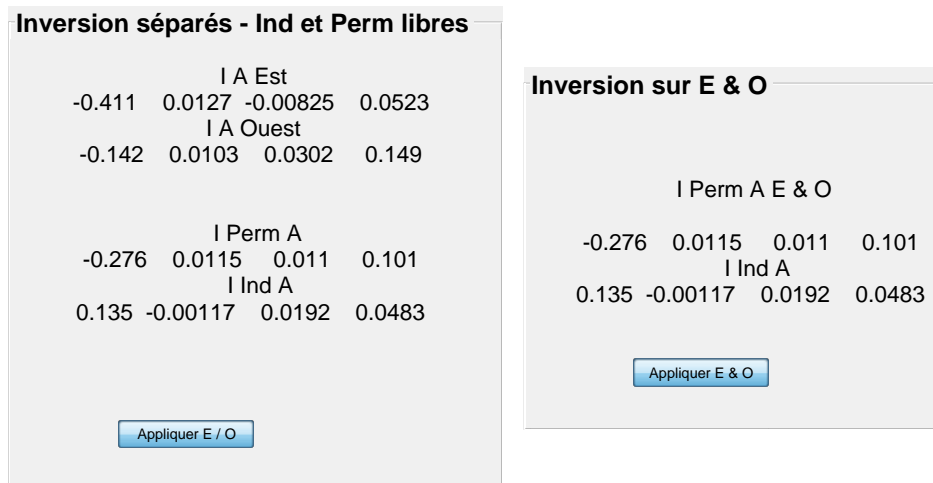


FIGURE IV.22 – Résultats de l’inversion pour les courant à injecter dans les boucles A. A droite, on a utilisé un système du type IV.26 sur les données des caps Est et Ouest. A gauche, il s’agit de deux inversions séparées à partir desquelles on calcule ensuite les courants induits et permanents. On voit que cette fois encore, les courants obtenus sont identiques dans les deux cas.

On remarque que le courant obtenu pour la boucle A1 est beaucoup plus important que celui à injecter dans les autres boucles. Il s’agit d’un problème lors de la mesure qui a engendré une signature de boucle plus faible que les autres (figure IV.15), d’où un courant en conséquence beaucoup plus important pour atteindre le même niveau de signal

au final. Il semble que cela engendre également une légère instabilité au vu des signes opposés par rapport aux autres boucles.

Nous injectons alors ces courants pour calculer numériquement le coefficient d'im-munisation global atteint figure IV.23

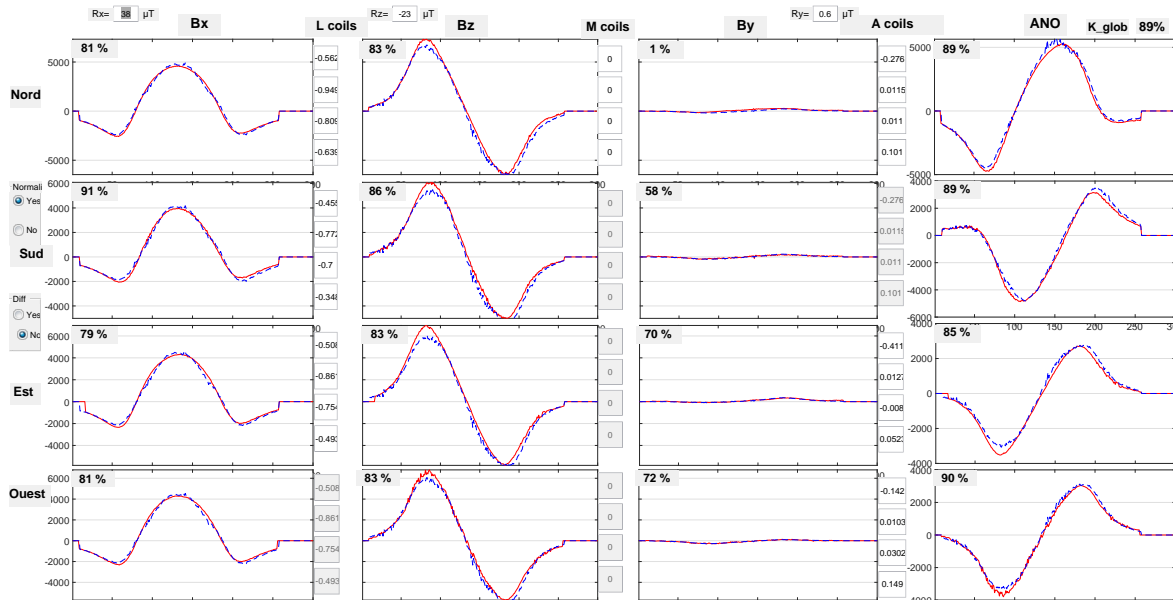


FIGURE IV.23 – Visualisation des résultats théoriques obtenus avec les courants calculés pour les boucles L et A. On a bien compensé la composante Y sur les caps Est et Ouest, mais cette dernière est tellement faible que cela n’affecte pas le résultat final.

### IV.3.2.2 Cas synthétiques

Étant donné le cas particulier rencontré avec le tube, nous avons voulu valider l’algorithme de calcul sur des cas synthétiques présentant un induit longitudinal plus important. Nous présentons ici le cas où l’induit est d’une amplitude comparable au permanent et le cas où l’induit est dix fois plus important que le permanent.

**Cas induit  $\approx$  permanent.** Après avoir généré le cas synthétique, on calcule les courants optimaux. On obtient le résultat de la figure IV.24

On observe des courants induits et permanent très proches. En effet, pour des raisons pratiques liées à la façon de générer ces signatures, on ne peut générer exactement un induit égal au permanent car cela donnerait une composante  $C_x$  nulle cap Nord. On observe toujours une très bonne correspondance entre les courants obtenus via les différents systèmes, ce qui confirme la robustesse de l’algorithme, même sans les données des quatre caps.

On injecte alors les courants pour obtenir le rapport de réduction théorique. On obtient la figure IV.25

Nous ne réalisons pas l’inversion pour les courants des boucles A puisqu’elle sera faite dans la partie suivante et que les composantes sont inchangées puisque l’on travaille ici uniquement sur le profil central.

Inversion 4 caps				
	I_L perm			
	-0.125	-0.214	-0.188	-0.119
	I_L ind			
Appliquer courants 4 c...	-0.132	-0.227	-0.199	-0.126
Inversion Sud + Est + Ouest				
	I_L perm			
	-0.125	-0.214	-0.188	-0.119
	I_L ind			
Appliquer courants 3 c...	-0.132	-0.227	-0.199	-0.126
Inversion Sud + Est				
	I_L perm			
	-0.125	-0.214	-0.188	-0.119
	I_L ind			
Appliquer courants 2 c...	-0.132	-0.227	-0.199	-0.126
Inversion Sud et Est				
	I_L perm			
	-0.125	-0.214	-0.188	-0.119
	I_L ind			
Appliquer courants cap...	-0.132	-0.227	-0.199	-0.126

FIGURE IV.24 – Résultats obtenus après inversion selon différents systèmes

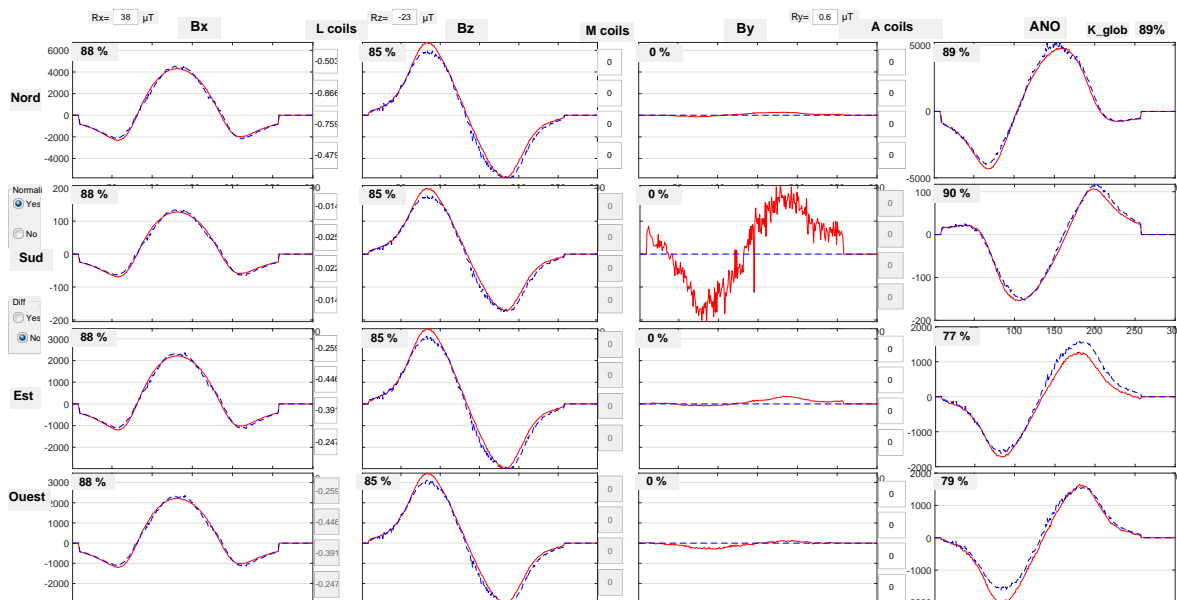


FIGURE IV.25 – Résultats obtenus après injection des courants calculés au dessus. Si l'on note que la forme des courbes est très similaire pour tous les caps, l'amplitude est cependant très variable puisque l'on a 6000 nT crête à crête cap Sud, environ 3000 nT cap Est et Ouest et seulement 200 cap Nord par la composition des aimantations. On voit que le courant injecté s'adapte bien et que l'on compense très bien les composantes  $C_x$  et  $C_z$  pour chaque cap.

**Cas où l'induit >> permanent.** On se place maintenant dans le cas où la signature est constitué à 90% par l'induit. On attend donc une forte variation de la signature selon le cap. On procède au calcul des courants selon plusieurs systèmes et l'on présente les résultats sur la figure IV.26.

<b>Inversion 4 caps</b>				
		I_L perm		
	-0.0498	-0.0857	-0.0751	-0.0475
		I_L ind		
Appliquer courants 4 c...	-0.498	-0.857	-0.751	-0.475
<b>Inversion Sud + Est + Ouest</b>				
		I_L perm		
	-0.0498	-0.0857	-0.0751	-0.0475
		I_L ind		
Appliquer courants 3 c...	-0.498	-0.857	-0.751	-0.475
<b>Inversion Sud + Est</b>				
		I_L perm		
	-0.0498	-0.0857	-0.0751	-0.0475
		I_L ind		
Appliquer courants 2 c...	-0.498	-0.857	-0.751	-0.475
<b>Inversion Sud et Est</b>				
		I_L perm		
	-0.0498	-0.0857	-0.0751	-0.0475
		I_L ind		
Appliquer courants cap...	-0.498	-0.857	-0.751	-0.475

FIGURE IV.26 – Courants obtenus par calculs selon différents système pour un cas synthétique dont la signature est constituée à 90% d'induit. On voit clairement le rapport 10 apparaître dans tous les résultats et l'on note une très grande cohérence des résultats quelle que soit le mode de calcul des courants.

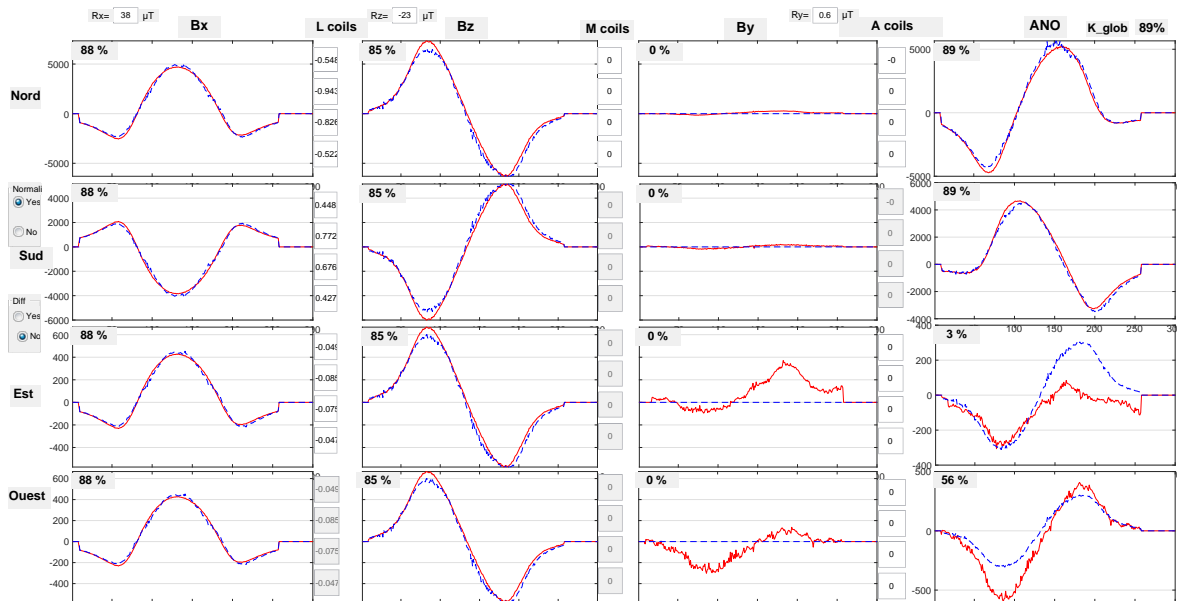


FIGURE IV.27 – Résultats obtenus après injection des courants calculées au dessus. On voit bien que l'induit est prépondérant dans la signature via le "retournement" de la courbe  $C_x$  sur les caps Nord et Sud. On voit également que les coefficients de compensation sont bons (réduction globale de 89%), donc que le code fonctionne correctement dans ce cas là.

## IV.4 Calcul automatique des courants optimaux à partir de l'AICM

En restant dans l'esprit de ce qui a été fait au-dessus, on veut établir le système inverse permettant le calcul automatique des courants induits et permanents donnant le meilleur réglage du système d'immunisation et donc la signature globale la plus faible possible.

### IV.4.1 Théorie

Nous avons démontré au chapitre précédent que pour un champ régional constant, la somme de deux anomalies projetées sur le champ régional est la somme de leurs projections respectives dans le cas où ces dernières affectent peu le champ régional (hypothèse  $C \ll R$ ). C'est à partir de ce principe que l'on peut alors considérer que l'effet des boucles mesurés un par un s'additionne alors simplement.

Nous avons cependant vu que le cap du navire influe sur l'effet de boucle via la projection du champ d'anomalie sur le champ régional. Il nous faut donc tenir compte de cette spécificité dans le système.

On procède dans un premier temps à l'écriture du système pour un cap quelconque. On note  $G^{Cap}$  la matrice contenant tous les effets de boucle pour le cap considéré. Comme on ne peut séparer les courants induits et permanents à partir d'un seul cap, on cherche dans ce cas là des courants totaux. On a alors



$$d^{cap} = G^{Cap} \cdot \begin{pmatrix} I^{Tot} \\ I^{Tot} \\ I_M^{Tot} \\ I_A^{Tot} \end{pmatrix} \quad (IV.27)$$

Puis, de la même manière que précédemment, on écrit ce système pour plusieurs caps afin de pouvoir séparer le courant induit et permanent. Cela ne nécessite a priori que deux caps quelconques et différents. On choisit ici de l'écrire pour les quatre caps cardinaux pour rester cohérent avec notre cadre d'étude et simplifier le propos.

On sépare alors la matrice  $G^{Cap}$  en deux sous matrices correspondant comme précédemment aux effets des boucles pour des courants permanents et induits. Par exemple pour le cap Nord :  $G_{Perm}^{Nord} = (G_L^{Nord} \quad G_M^{Nord} \quad G_A^{Nord})$  et  $G_{Ind}^{Nord} = (G_L^{Nord} \quad G_A^{Nord})$ . On note également  $I_{Perm} = \begin{pmatrix} I_L^{Perm} \\ I_M^{Perm} \\ I_A^{Perm} \end{pmatrix}$  et  $I_{Ind} = \begin{pmatrix} I_L^{IndRef} \\ I_A^{IndRef} \end{pmatrix}$ .

On peut alors écrire un système général de la forme

$$\begin{pmatrix} d^{Nord} \\ d^{Sud} \\ d^{Est} \\ d^{Ouest} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{Perm}^{Nord} & G_{Ind}^{Nord} \\ G_{Perm}^{Sud} & G_{Ind}^{Sud} \\ G_{Perm}^{Est} & G_{Ind}^{Est} \\ G_{Perm}^{Ouest} & G_{Ind}^{Ouest} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_{Perm} \\ I_{Ind} \end{pmatrix} \quad (IV.28)$$

$$\text{Avec } G_L^{Cap} = \begin{pmatrix} F_{L_1}^{1cap} & \dots & F_{L_4}^{1cap} \\ \vdots & & \vdots \\ F_{L_1}^{Qcap} & \dots & F_{L_4}^{Qcap} \end{pmatrix}, G_M^{Cap} = \begin{pmatrix} F_{M_1}^{1cap} & \dots & F_{M_4}^{1cap} \\ \vdots & & \vdots \\ F_{M_1}^{Qcap} & \dots & F_{M_4}^{Qcap} \end{pmatrix}, G_A^{Cap} = \begin{pmatrix} F_{A_1}^{1cap} & \dots & F_{A_4}^{1cap} \\ \vdots & & \vdots \\ F_{A_1}^{Qcap} & \dots & F_{A_4}^{Qcap} \end{pmatrix}$$

L'écriture de cette matrice est possible grâce à la relation III.57 qui montre la linéarité de la projection pour un champ constant. On considérera ici que la variation observée du champ régional est a priori négligeable.

## IV.4.2 Validation pour un cap

De la même manière que précédemment, chaque mesure s'accompagne au préalable de la mesure du gradient spatial de la pièce et d'une correction de la variation temporelle du champ magnétique.

### IV.4.2.1 Calcul des courants

Après avoir procédé à la mesure du tube seul, nous calculons par inversion les courants optimaux à injecter.

Les courants obtenus sur la figure IV.28 semblent satisfaisants à plusieurs titres. D'abord, on note une prédominance des courants L ce qui signifie que l'aimantation à compenser est majoritairement selon l'axe longitudinal, ce qui correspond bien à ce qui est observé

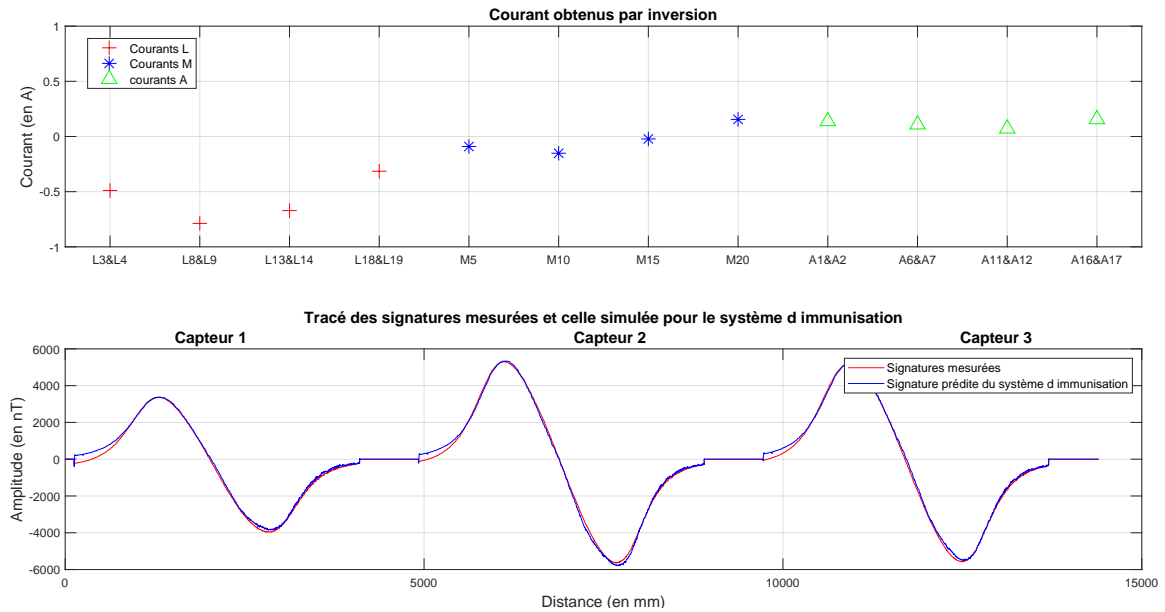


FIGURE IV.28 – Courants obtenus par inversion et comparaison de la signature théorique du système d'immunisation avec les signatures mesurées par les capteurs. On est ici dans le cas du tube simple.

en composantes. On voit également que les courants sont proches en valeurs, ce qui correspond également bien à l'idée que l'on a de l'aimantation du tube préalablement aimantée dans un polariseur dont le champ est uniforme. De la même manière, on note des courants A et M plus faibles en valeurs absolues mais relativement identiques entre eux.

#### IV.4.2.2 Injection des courants et vérification

Les valeurs obtenues nous permettent alors de générer numériquement la signature du système d'immunisation et donc de prédire théoriquement le coefficient d'immunisation que l'on compare à celui réellement obtenu après injection des courants, figure IV.29.

Les écarts entre courbes prédites et mesurées du système d'immunisation peuvent s'expliquer par l'interaction entre boucles, en effet dans notre calcul on considère les boucles indépendantes une à une alors que dans la réalité, il existe une zone d'interaction entre chaque boucle. De même, on peut envisager que l'hypothèse de champ global constant est localement perturbée par l'effet des boucles.

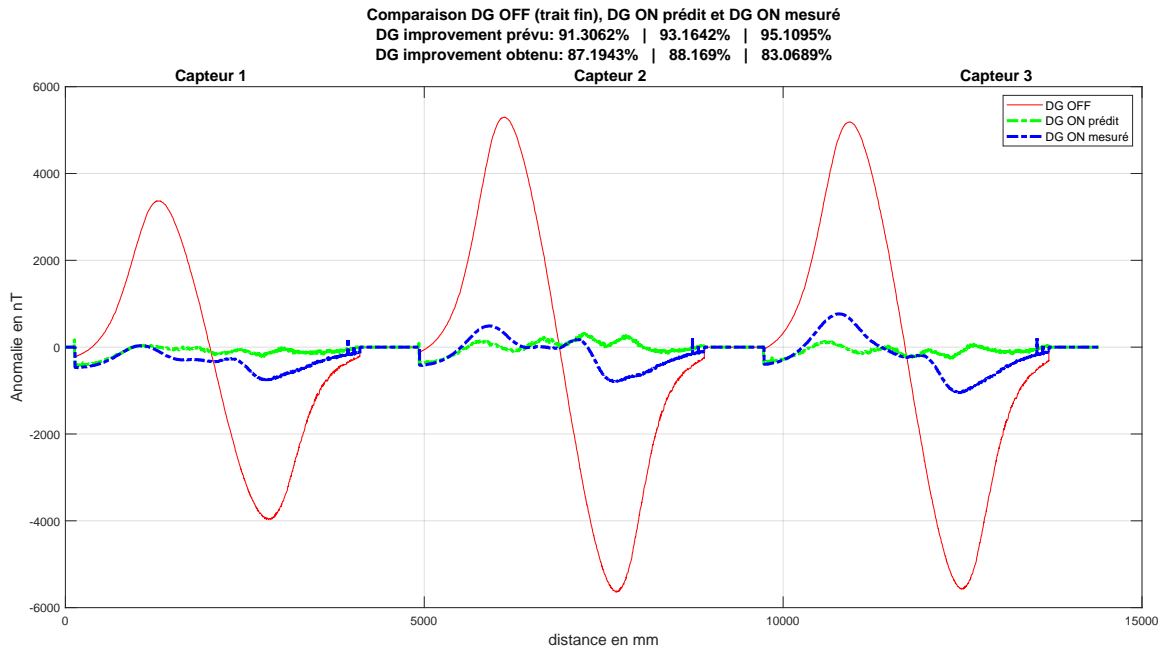


FIGURE IV.29 – Tracé des courbes DG OFF (en rouge) et DG ON prédit (en vert) et mesuré (en bleu). On voit qu'il existe un écart entre ces deux dernières courbes, mais qu'il est faible.

**Cas d'un tube avec inserts verticaux.** Afin de tester la validité de notre algorithme avec une aimantation plus complexe, on place à l'intérieur du tube des inserts verticaux qui amènent donc une aimantation verticale. On recommence alors le calcul des courants et de la signature prédite. Puis on injecte les courants calculés dans les boucles afin de vérifier les coefficients d'immunisation prédits.

Le tracé des courants obtenus, figure IV.30 nous permet de voir que ce sont majoritairement les courants associés aux boucles M qui ont évolués, ceux ci sont maintenant plus élevés que précédemment en valeur absolue et ils ont changé de signe. C'est bien le résultat qui était attendu puisque l'aimantation ajoutée est verticale. De plus, on était précédemment dans un champ inducteur vertical vers le bas, alors que l'aimantation verticale des inserts est dirigée vers le haut, le changement de signe des courants à injecter est donc très cohérent lui aussi. On voit que la signature du système d'immunisation vient "fitter" parfaitement la courbe de données mesurées, ce qui annonce un coefficient de réduction très élevé.

Après injection des courants et mesure du tube avec le système d'immunisation allumé, figure IV.31, on obtient des coefficients de réduction autour de 10 (90% de réduction), mais l'on constate un léger offset sur la courbe bleu. Bien que cela ne change pas le résultat (le coefficient de réduction est calculé sur le crête à crête de chaque courbe), on voit ici apparaître le bruit résiduel des corrections réalisées. Dans ce cas là, l'écart entre la réduction prédite et mesurée est d'environ 3%.

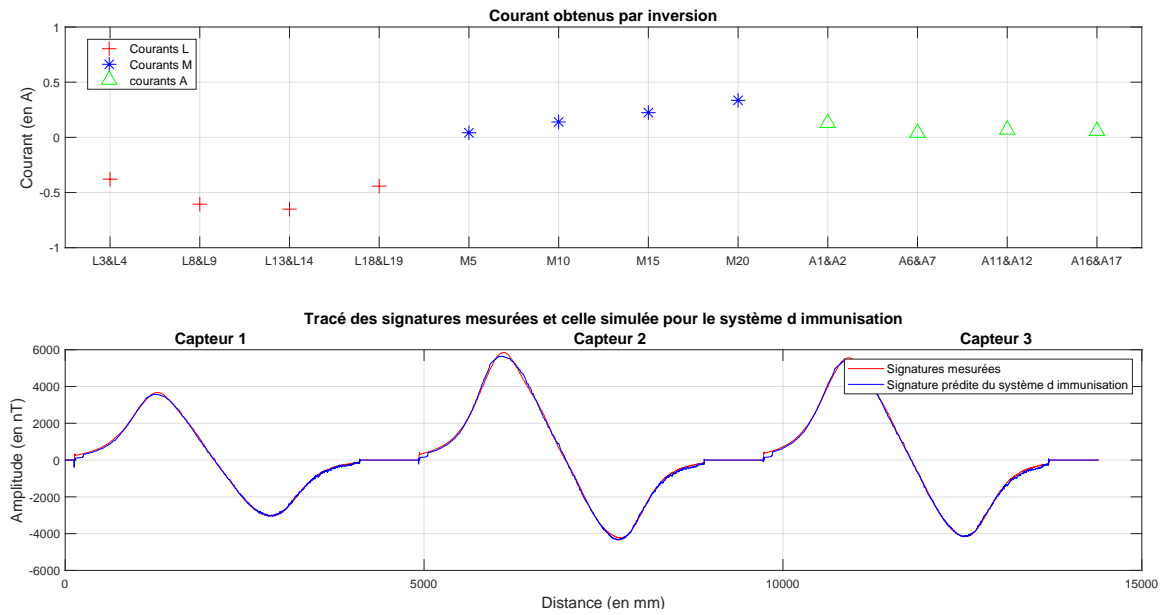


FIGURE IV.30 – Courants obtenus par inversion et comparaison de la signature théorique du système d'immunisation avec les signatures mesurées par les capteurs. On est ici dans le cas du tube avec quatre inserts verticaux.

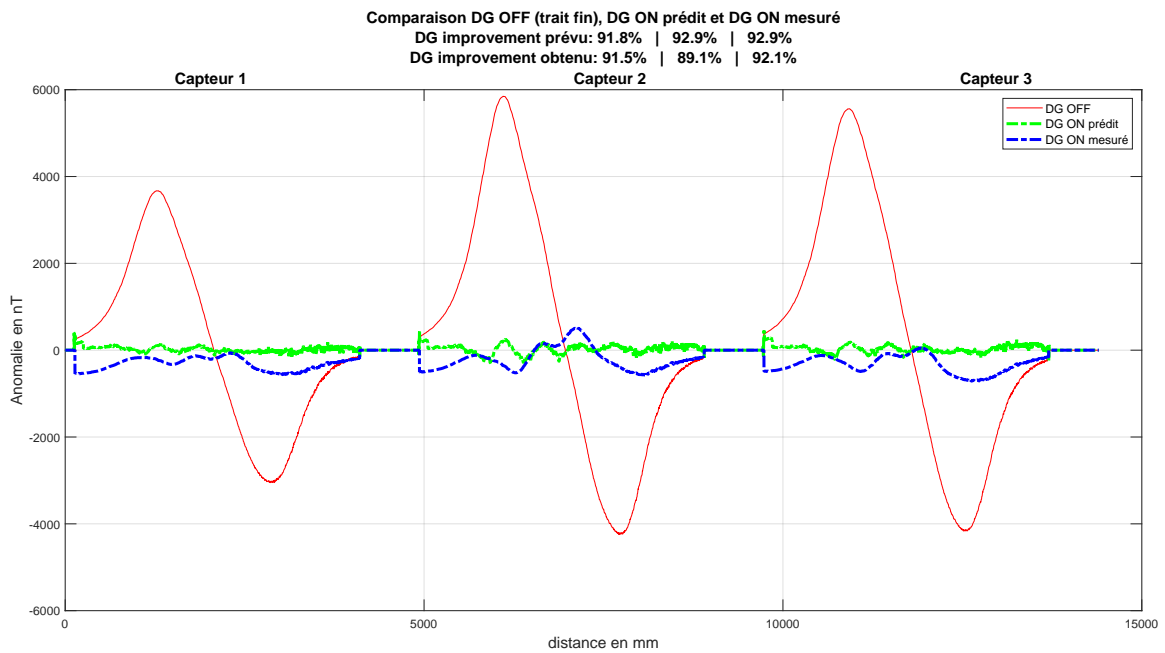


FIGURE IV.31 – Tracé des courbes DG OFF (en rouge) et DG ON prédit (en vert) et mesuré (en bleu), dans le cas d'un tube avec quatre inserts verticaux.

**Cas d'un tube avec inserts verticaux et transversaux.** On complexifie encore la signature avec cette fois ci quatre inserts transversaux (portant une aimantation transversale dans le repère maquette). On reproduit le même schéma que précédemment en calculant les courants et on les injecte pour vérifier nos prédictions figure IV.33 .

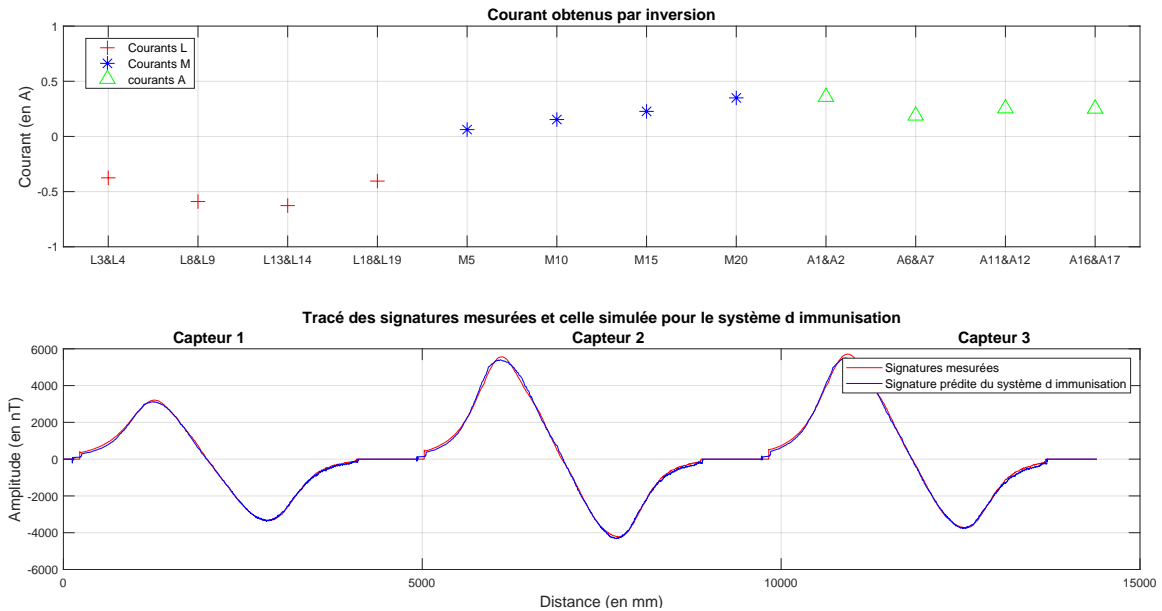


FIGURE IV.32 – Courants obtenus par inversion et comparaison de la signature théorique du système d'immunisation avec les signatures mesurées par les capteurs. On est ici dans le cas du tube avec quatre inserts verticaux et quatre inserts transversaux.

Les courants obtenus figure IV.32 sont cohérents avec une aimantation transversale puisque seul les courants à injecter dans les boucles A ont varié de façon notable. Là encore, on peut observer la stabilité de l'inversion qui renvoie des courants pour les boucles L et M quasi identiques au cas précédent. De même, on note une grande homogénéité avec des valeurs très proche de 0.35 A pour les quatre boucles A. La signature du système d'immunisation montre a priori un coefficient d'immunisation très grand avec un fit quasi parfait des données mesurées.

De fait, la réduction prévu est de 93% sur les trois capteurs ce qui correspond à une division par 15 du signal initial. Les signaux mesurés montrent plutôt une réduction de 90%, avec un léger décalage vis à vis du zéro.

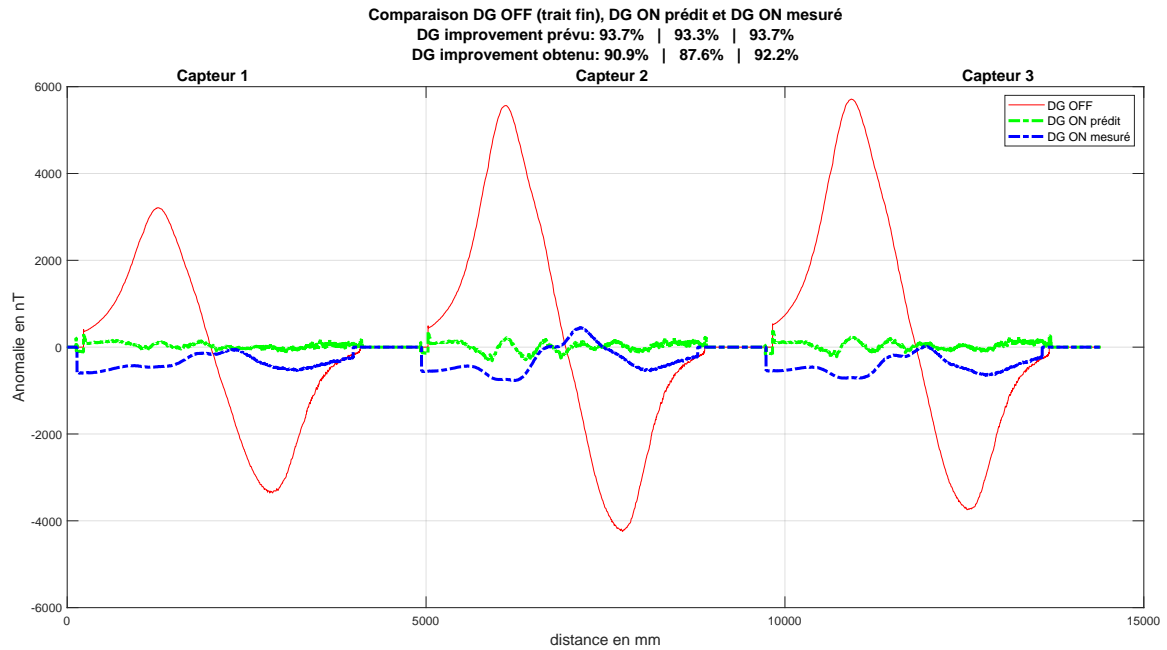


FIGURE IV.33 – Tracé des courbes DG OFF (en rouge) et DG ON prédit (en vert) et mesuré (en bleu), dans le cas d'un tube avec quatre inserts verticaux et quatre inserts transversaux.

#### IV.4.2.3 Comparaison avec une analyse manuelle

Il est difficile de savoir si les courants obtenus sont les meilleurs possibles pour la réduction de la signature du tube. Ils donnent des coefficients de réduction élevés, mais nous avons vu qu'il existe un écart entre la réduction prédite et celle effectivement mesurée. Afin de tester les performances du code par rapport à une solution de référence, nous avons établi le jeu de courants donnant la plus grande réduction de signature possible (la solution de référence) par une méthode essai/erreur en travaillant sur les composantes mesurées. On présente ici les résultats obtenus par le code travaillant en norme vis à vis de la solution de référence obtenue "à la main" via les composantes, dans plusieurs cas de figure.

Présentons en préalable les différents résultats sur la même figure IV.34, qui nous permet de mieux visualiser les variations dans le calcul des courants selon la configuration choisie.

Pour les boucles L, il existe une tendance claire dans tous les cas de figure. En revanche l'ajout d'inserts verticaux conduit à une modification des courants. L'une des raisons pourrait être que les boucles L produisent un signal sur la composante  $B_z$ . C'est d'ailleurs l'une des parties les plus délicates à traiter, une aimantation verticale ou longitudinale produit du champ sur les composantes  $B_x$  et  $B_z$ , de même qu'une boucle L ou M produit du signal sur les composantes  $B_x$  et  $B_z$ . Il est alors difficile pour l'algorithme de choisir la bonne boucle pour compenser l'aimantation en norme puisque les composantes s'ajoutent.

Pour les boucles M, il est clair que l'ajout d'aimantation verticale via les inserts provoquent une réaction sur ces boucles là, ce qui est satisfaisant. De plus, l'ajout d'aimantation transversale ne perturbe pas la valeur renvoyée par inversion, ce qui correspond bien à la physique.

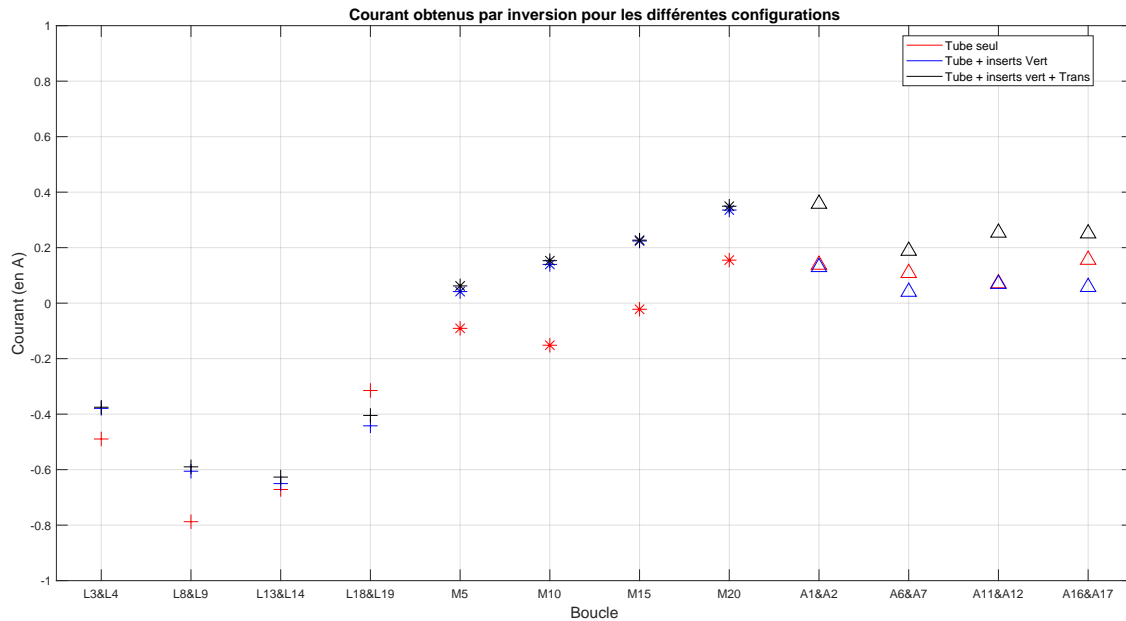


FIGURE IV.34 – Comparaison des jeux de courants obtenus par inversion pour chaque configuration. En rouge les résultats pour le tube seul, en bleu pour le tube avec inserts verticaux et en noir pour le tube avec inserts verticaux et transversaux.

Enfin, pour les boucles A, sans inserts il existe une légère variabilité dans les courants renvoyés par l'algorithme. Cependant, on voit que lorsque de l'aimantation transversale est ajoutée via les inserts, cela engendre bien une augmentation des courants à injecter dans ces boucles.

Si l'on compare les résultats obtenus à l'aide de l'inversion avec ceux obtenus à la main, on observe qu'ils sont proches, ce qui semble confirmer la validité de l'algorithme d'inversion. Les écarts les plus importants sont observés sur les courants des boucles L et M et sont probablement liés à l'impossibilité de distinguer les effets des aimantations verticales et longitudinale dans les données en norme.

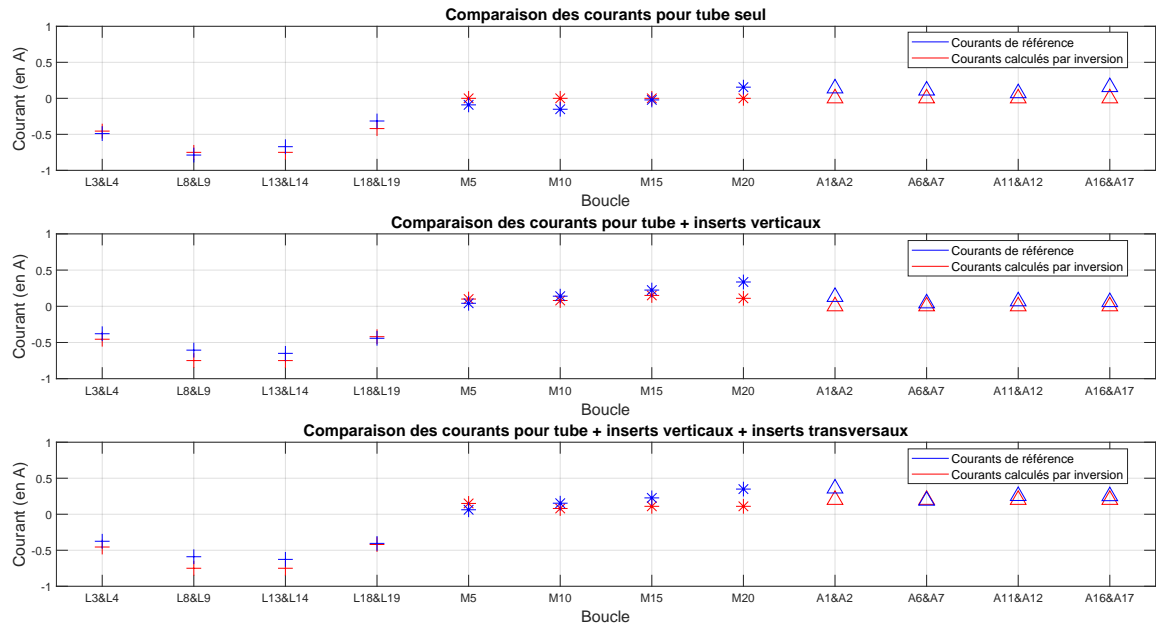


FIGURE IV.35 – Comparaison des jeux de courants obtenus par inversion avec les courants de référence établis "à la main" à l'aide des composantes.

## IV.5 Validation des calculs de composantes à partir de la norme

Il s'agit dans cette partie de valider les expressions établies au chapitre 3 et permettant de calculer les composantes du champ à partir de la mesure en norme.

### IV.5.1 Couche équivalente

Nous avons établi au chapitre 3 (équation III.62) le système permettant le calcul des aimantations de K dipôles représentant une source aimantée. Nous détaillons ici sa validation numérique et expérimentale sur cas synthétique et sur données réelles recueillis à l'aide des moyens de mesures présentés.

#### IV.5.1.1 Cas synthétique

Le cas synthétique à un dipôle ne pose pas de problème et ne sera pas présenté ici. En effet, nous choisissons de nous focaliser sur les cas plus problématiques où il faut trouver l'aimantation de plusieurs dipôles. Pour ce cas synthétique, on choisit l'aimantation et la distance aux sources de telle sorte à générer des signaux de plusieurs centaines de nT. Les dix dipôles sont placés sur une ligne selon l'axe  $O_x$  et espacés de 10 m chacun. Leurs aimantations sont identiques et majoritairement longitudinales. La distance entre profils de mesures est égale à la demi-hauteur des sources aux profils et l'on génère trois profils de mesures de manière à rester cohérent avec ce qui est mesuré sur la maquette.

On inverse alors pour obtenir les aimantations, que l'on compare à celles utilisées



pour simuler les données et à celles obtenues par inversion d'un système en composantes "classiques", figure IV.36.

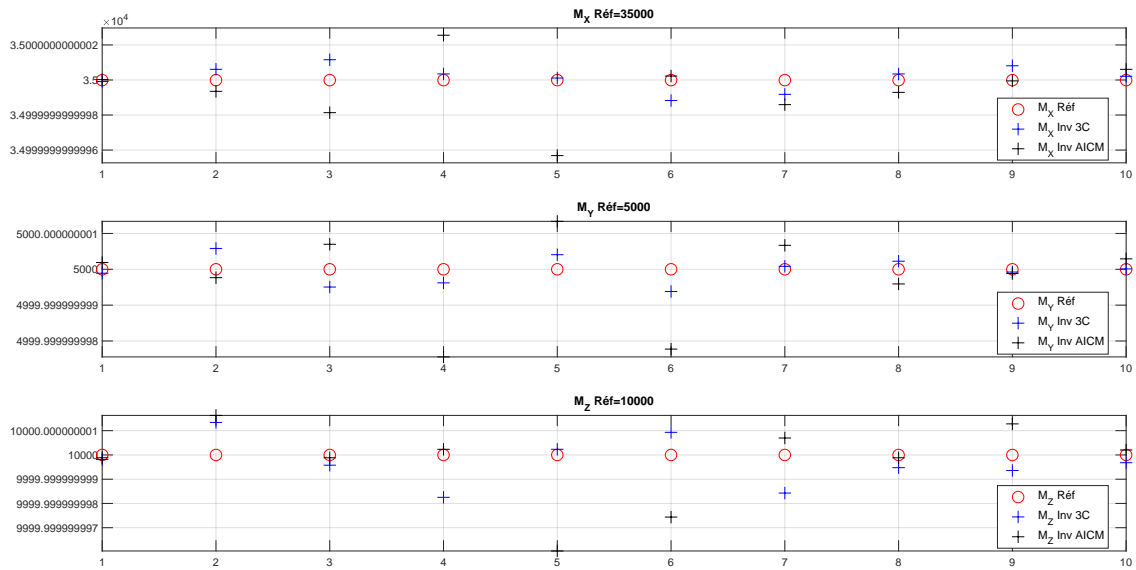


FIGURE IV.36 – Résultats d'inversion sur l'aimantation avec le système trois composantes (3C, en bleu) classique et inversion avec un système en AICM représenté en noir. Les données utilisées sont trois profils de mesures simulés numériquement avec les aimantations en tracés en rouge. On voit que le résultat est quasi parfait.

On peut alors procéder au recalcul des trois composantes du champ d'anomalie et à la projection sur le champ régional, figure IV.37.

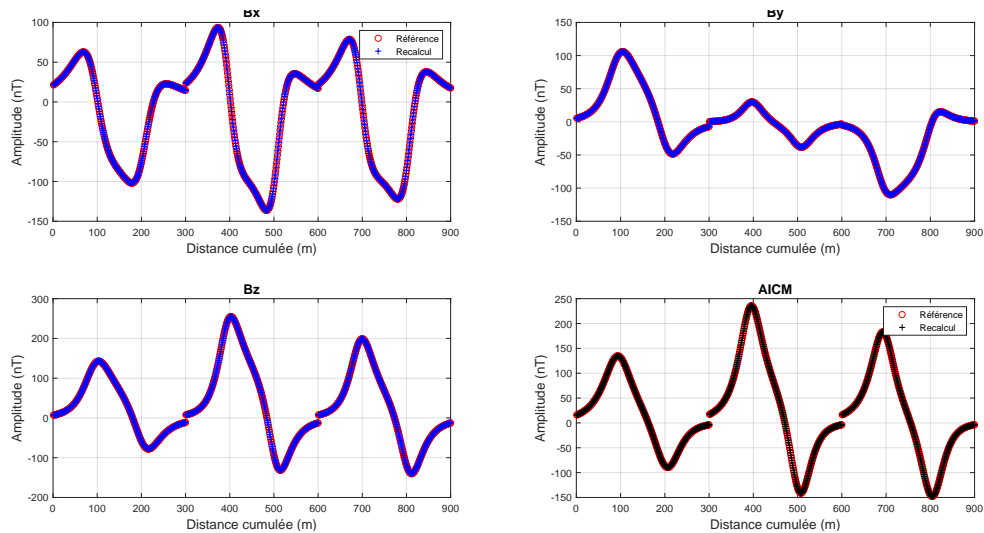


FIGURE IV.37 – Comparaison des données de références (en rouge) et des données recalculées avec les aimantations obtenues par inversion. On voit que la correspondance est très bonne, on est capable de reproduire parfaitement les données à partir des aimantations obtenues par inversion.

**Remarque sur le nombre de profils utilisés.** Afin d'évaluer la complexité du système à résoudre en norme et pour pouvoir le comparer à celui en composantes, nous avons calculé pour chacune des matrices son conditionnement. Ces calculs ont été fait selon la configuration énoncée plus haut et en gardant toujours la même distance entre profils, 20 m.

Géométrie	Conditionnement 3 C	Conditionnement AICM
2 Profils (Y=-10/+10)	$2,37.10^3$	$3,25.10^4$
3 Profils "classique" (Y=-20/0/+20)	$2,07.10^3$	$2,27.10^3$
4 Profils (Y=-30/-10/+10/+30)	$1,92.10^3$	$1,98.10^3$
5 Profils (Y=-40/-20/0/+20/+40)	$2,07.10^3$	$2,12.10^3$

TABEAU IV.2 – Tableau comparatif des conditionnement de matrice selon le type de système et le nombre de profils.

Il est intéressant de remarquer que pour une altitude constante, le conditionnement ne diminue quasiment plus au delà de trois profils. Il semble donc que si l'on veut diminuer la complexité du système, il faut faire varier l'altitude, en particulier mesurer plus bas, donc plus près des sources, sur les profils latéraux.

#### IV.5.1.2 Données maquette

**Configuration classique** On se place dans un premier temps dans la configuration classique de la maquette, c'est à dire avec une distance source-capteurs du haut égale à 46 cm et une distance source capteurs du bas égale à 23 cm, soit deux fois plus près.

Nous appliquons maintenant la couche équivalente sur des données réelles, mesurées sur la maquette. On choisit de placer huit dipôles pour représenter le tube, ils sont disposés linéairement le long de l'axe  $O_x$ . On calcule d'abord le conditionnement, on obtient

- 29.8 pour le système en AICM.
- 25.2 pour le système trois composantes.

Ces valeurs, sont beaucoup plus faibles que celles obtenues avec les données synthétiques et sont de bonne augure pour l'inversion sur données réelles. Après inversion, on obtient des valeurs d'aimantations que l'on trace sur la figure IV.38

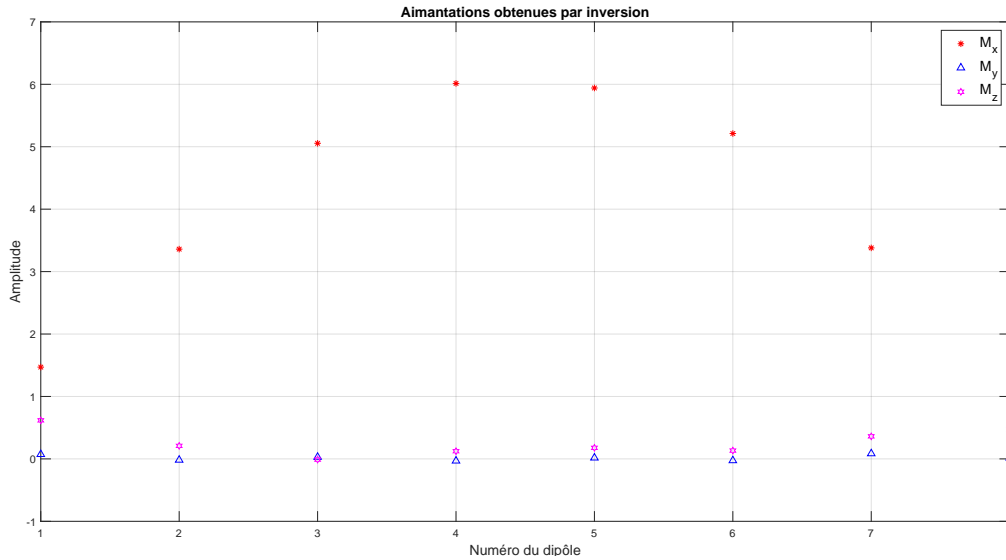


FIGURE IV.38 – Tracé des composantes de l'aimantation obtenues pour chaque dipôle.

Ces aimantations sont essentiellements longitudinales, ce qui correspond bien à l'idée que l'on se fait de l'aimantation du tube dont la signature est très proche d'une aimantation longitudinale pure. On peut alors procéder au recalcul des signatures en norme pour s'assurer que la correspondance avec les données est bonne, figure IV.39. De même, on procède au calcul des trois composantes du champ generés par ces dipôles, que l'on compare avec les composantes du champ produit par le tube figure IV.40.

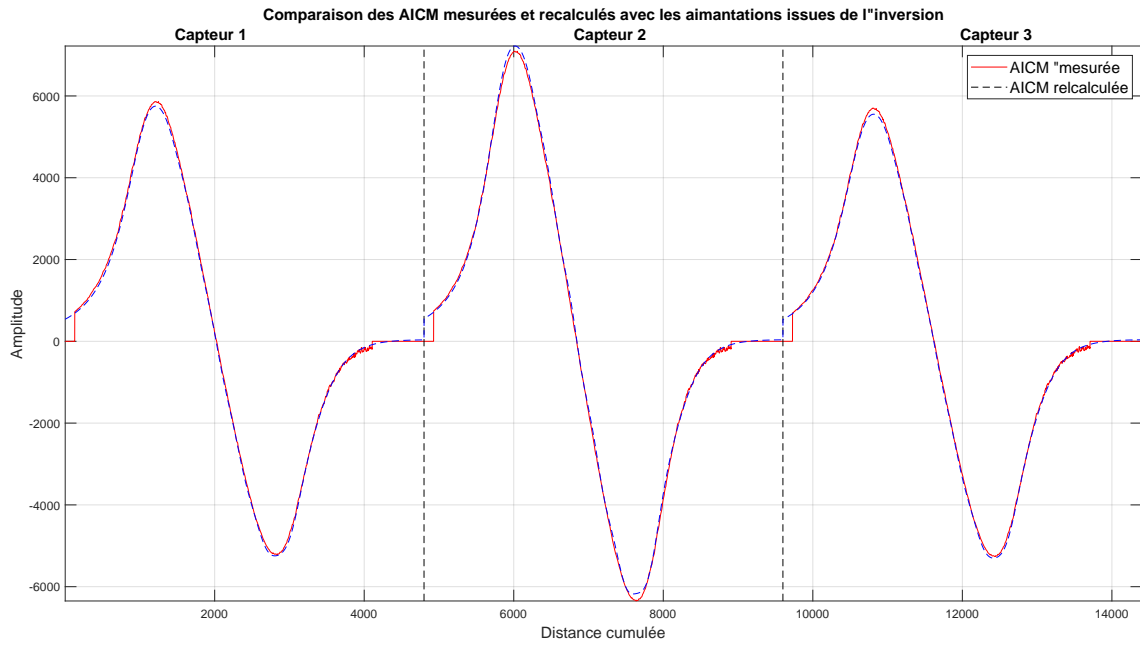


FIGURE IV.39 – Comparaison des normes mesurées et recalculés à l’aide des aimantations obtenues par inversion.

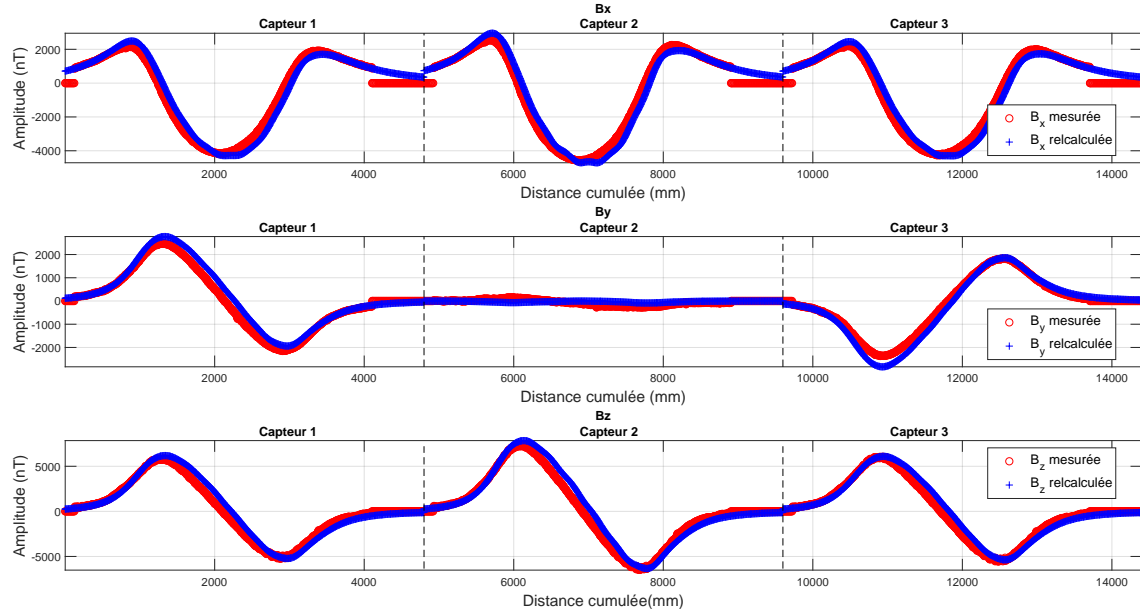


FIGURE IV.40 – Comparaison des composantes mesurées par les capteurs en rouge et de celles recalculées à partir des aimantations obtenues par inversion en bleu. On observe une très bonne correspondance.

**Recalcul en un autre point de l'espace** Après avoir réussi à calculer l'aimantation représentative du tube et avoir vérifié que celle-ci était bien cohérente avec les composantes mesurées, nous étudions la validité du modèle utilisé en un autre point de l'espace. Dans notre cas, il s'agit de prédire la signature de la maquette sous cette dernière et en se rapprochant alors que les profils de mesures utilisés sont situés au dessus. On procède alors au calcul de l'AICM et des composantes engendrées par notre modèle à huit dipôles que l'on compare avec les signatures mesurées.

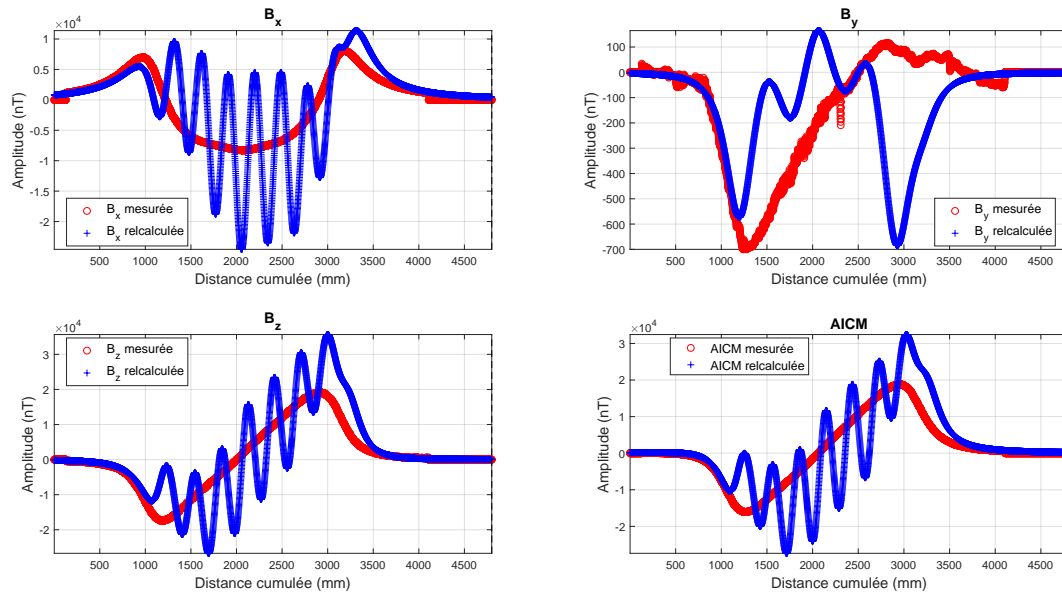


FIGURE IV.41 – Comparaison des composantes et de l'AICM mesurées et recalculées pour le capteur N°4 situé sous la maquette.

On voit que le recalcul dessous donne des résultats mitigés. Si la tendance globale semble bonne, le fait de se rapprocher des sources fait clairement apparaître la signature de chaque dipôle individuellement et génère donc des amplitudes fortes dégradant la correspondance avec le signal mesuré. On pourrait alors vouloir simplement augmenter le nombre de dipôles, ce qui aurait donc tendance à lisser la signature, même lorsque l'on est plus près. Cependant, l'augmentation du nombre de dipôles dégrade très fortement le conditionnement et l'on voit apparaître des instabilités dans la solution dès que l'on dépasse 12 ou 13 dipôles dans notre cas. Ceci est confirmé par la tendance exponentielle du conditionnement lorsque l'on augmente le nombre de dipôles, figure IV.42.

On a donc tout intérêt dans notre cas d'étude à rester dans des conditionnements plus faibles, donc un nombre réduit de dipôles.

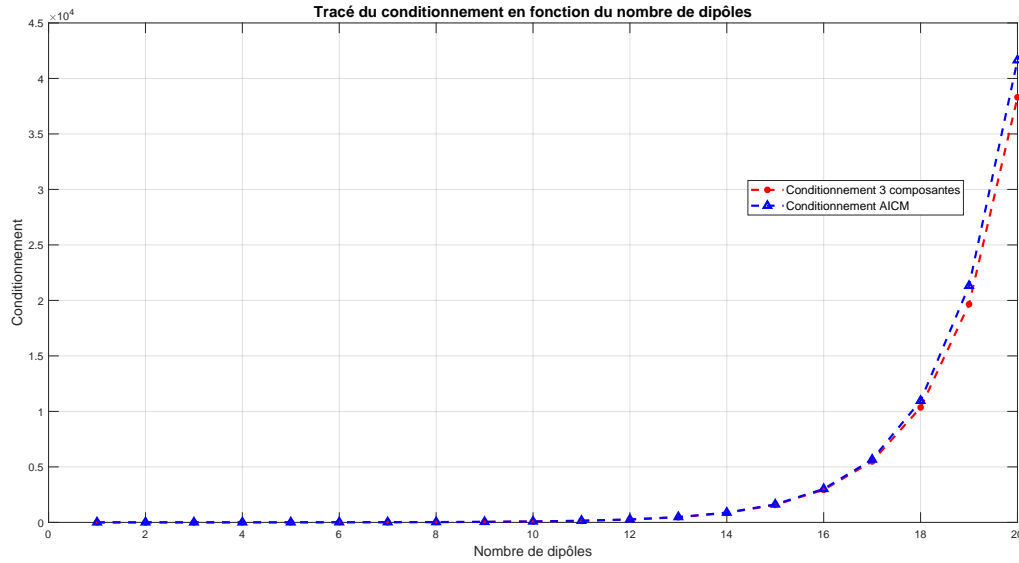


FIGURE IV.42 – Evolution du conditionnement selon le nombre de dipôles dans le système inverse. On observe une tendance exponentielle selon le nombre de dipôles.

**Écriture d'un nouveau système avec susceptibilité** Dans tous nos travaux précédemment, nous avons considéré que chaque moment dipolaire, induit ou permanent associé à un dipôle était unique et non lié à ses voisins. La réalité est sans doute beaucoup plus complexe. Pour tenter d'ajouter de la continuité dans notre modèle dipolaire, nous introduisons une contrainte sur l'aimantation induite, elle doit être égale pour tous les dipôles et proportionnelle au champ régional.

En s'inspirant de la séparation en deux matrices des effets induits et permanents décrite plus haut et à l'aide de la relation III.61, on peut écrire le système suivant. On l'écrit ici pour quatre caps, étant entendu qu'il suffit mathématiquement de deux caps différents pour séparer les valeurs d'aimantation induite et permanente.

$$\begin{pmatrix} d^{Nord} \\ d^{Sud} \\ d^{Est} \\ d^{Ouest} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{Perm}^{Nord} & G_{Ind}^{Nord} \\ G_{Perm}^{Sud} & G_{Ind}^{Sud} \\ G_{Perm}^{Est} & G_{Ind}^{Est} \\ G_{Perm}^{Ouest} & G_{Ind}^{Ouest} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{Perm} \\ \chi \end{pmatrix} \quad (IV.29)$$

Dans ce système, on a  $G_{Perm}$  de taille  $4Q \times 3K$  si l'on a  $Q$  mesures pour chaque cap et  $K$  dipôles. De même  $G_{Ind}$  est de taille  $4Q \times 1$ .

Cela correspond au cas d'une susceptibilité unique et homogène. Etant donné les dimensions et la géométrie de notre objet, on se place directement dans un modèle avec une susceptibilité par axe, de façon à pouvoir tenir compte d'un effet géométrique de l'objet.

On obtient alors une variante du système IV.29,

$$\begin{pmatrix} d^{Nord} \\ d^{Sud} \\ d^{Est} \\ d^{Ouest} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{Perm}^{Nord} & G_{Ind}^{Nord} \\ G_{Perm}^{Sud} & G_{Ind}^{Sud} \\ G_{Perm}^{Est} & G_{Ind}^{Est} \\ G_{Perm}^{Ouest} & G_{Ind}^{Ouest} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{Perm} \\ \chi_x \\ \chi_y \\ \chi_z \end{pmatrix} \quad (IV.30)$$

Avec  $G_{Ind}$  de taille  $4Q \times 3$ . D'un point de vue numérique, la matrice  $G_{Ind}$  est simplement la somme des colonnes correspondante dans la matrice  $G_{Perm}$ .

On peut alors inverser ce système pour la configuration maquette. On obtient des courbes aux quatre caps très proche de celles mesurées, figure IV.43.

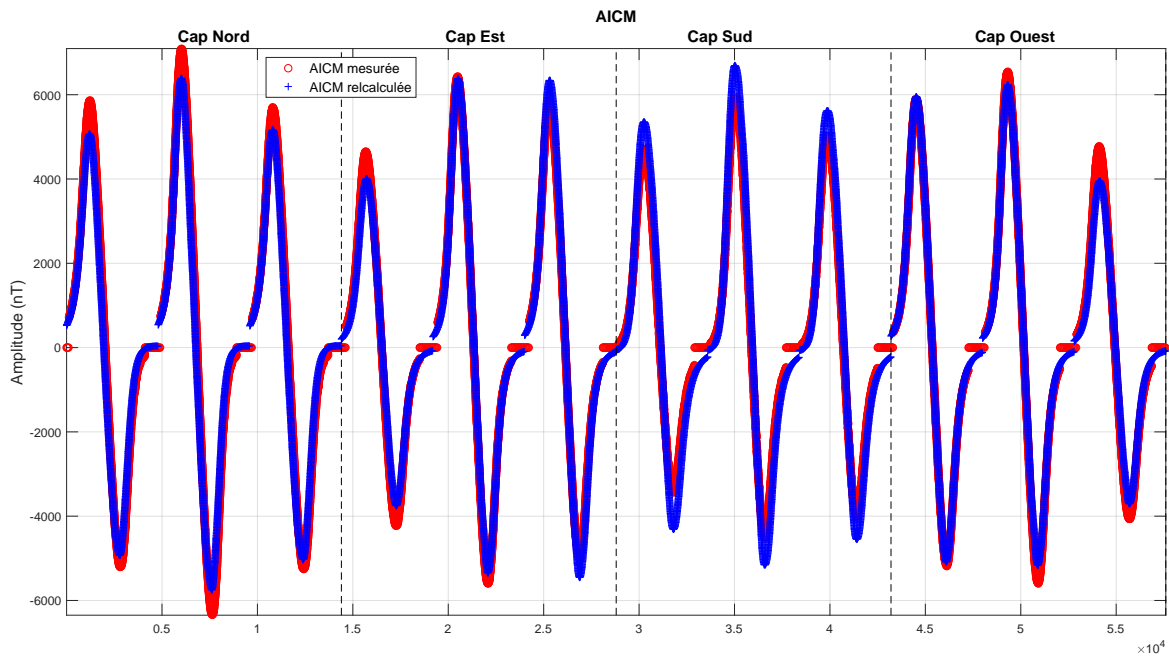


FIGURE IV.43 – Comparaison en AICM des données mesurées (en rouge) aux quatre caps et des courbes reconstruites (en bleu) à l'aide des aimantations tirées de l'inversion. On présente pour chaque cap les trois capteurs mesurés (capteurs haut sur la maquette).

La correspondance est globalement bonne entre les données mesurées et celle recalculées avec les aimantations issues de l'inversion. On note cependant des signature recalculées trop faible au cap nord et trop forte au cap Sud, ce qui montre une prise en compte de l'aimantation induite encore perfectible.

On passe à l'analyse des susceptibilité et aimantations, sur la figure IV.44. On observe une prédominance de l'aimantation induite et permanente dans la direction X (direction longitudinale), qui correspond à la dimension d'allongement du tube. En particulier, les valeurs de susceptibilité montrent un induit transversal inexistant et un vertical 30 fois plus faible. Il semble que l'on observe ici un effet géométrique liée à la géométrie particulière de l'objet, qui favorise une aimantation longitudinale.

On est ici toujours dans une inversion à 8 dipôles, car l'ajout de dipôles supplémentaire conduit à une déstabilisation du système global. Et comme nous l'avons vu figure IV.41, ce nombre est insuffisant pour reconstruire une signature viable partout dans l'espace et en particulier lorsque l'on s'approche de la source.

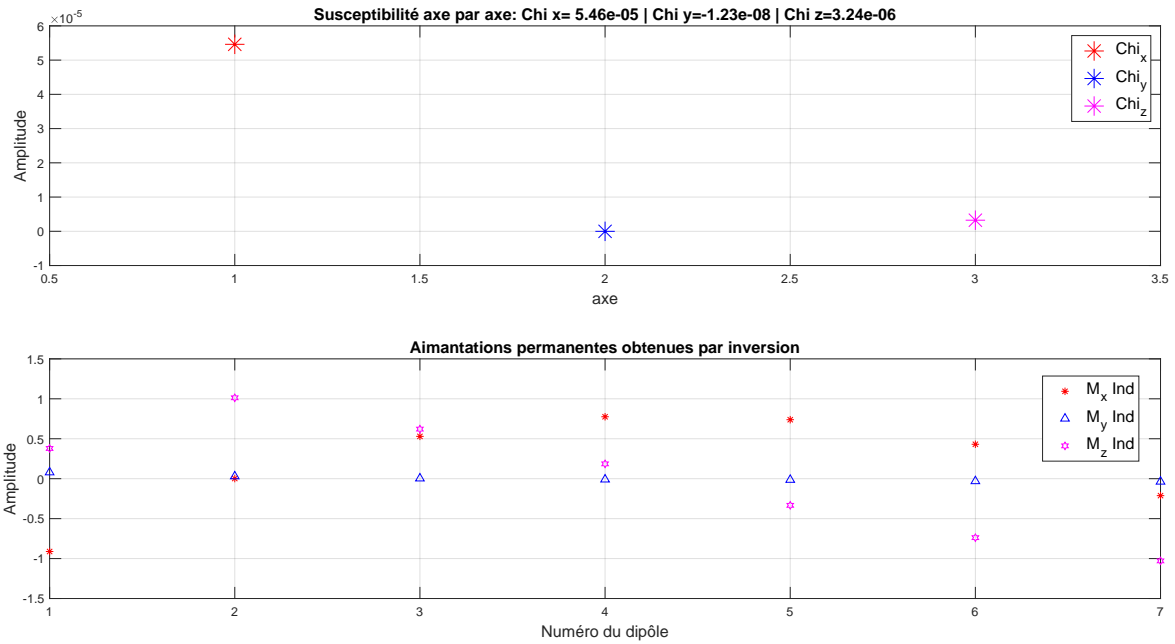


FIGURE IV.44 – En haut, les trois susceptibilités obtenues par inversion pour chaque axe, on note une prédominance de  $\chi_x$ . En bas, les aimantations permanentes obtenues. Là encore, on observe sur la composante X de l'aimantation, une courbe en "cloche". On note cependant que l'aimantation selon l'axe Z prends des valeurs importantes avec une diminution tout au long de la position du tube.

On décide alors de doubler le nombre de dipôles, pour observer séparément la signature induite et la signature permanente. Comme précédemment, les aimantations permanentes oscillent fortement et présentent peu d'intérêt. En revanche, les susceptibilités gardent le même ordre de grandeur, bien que divisés par deux, avec  $\chi_x$  toujours très supérieur aux autres valeurs.

Le système tel qu'il est écrit nous permet de reproduire seulement la partie induite de la signature, que nous traçons sur la figure IV.45. Cette figure montre qu'avec plus de dipôles, il est possible de s'affranchir de l'oscillation liée à une distance trop grande entre dipôles. En revanche, on met en évidence le "palier" obtenu au centre du tube avec une aimantation constante.

Il nous faut donc pouvoir tenir compte d'une variation d'amplitude du moment induit afin de mieux correspondre à la courbe mesurée et augmenter en même temps le nombre de dipôles afin d'éviter les oscillations liées à l'individualisation de chaque dipôle. Cela, alors même que nous avons vu que le conditionnement devenait rapidement très important, entraînant une oscillation des solutions obtenues.



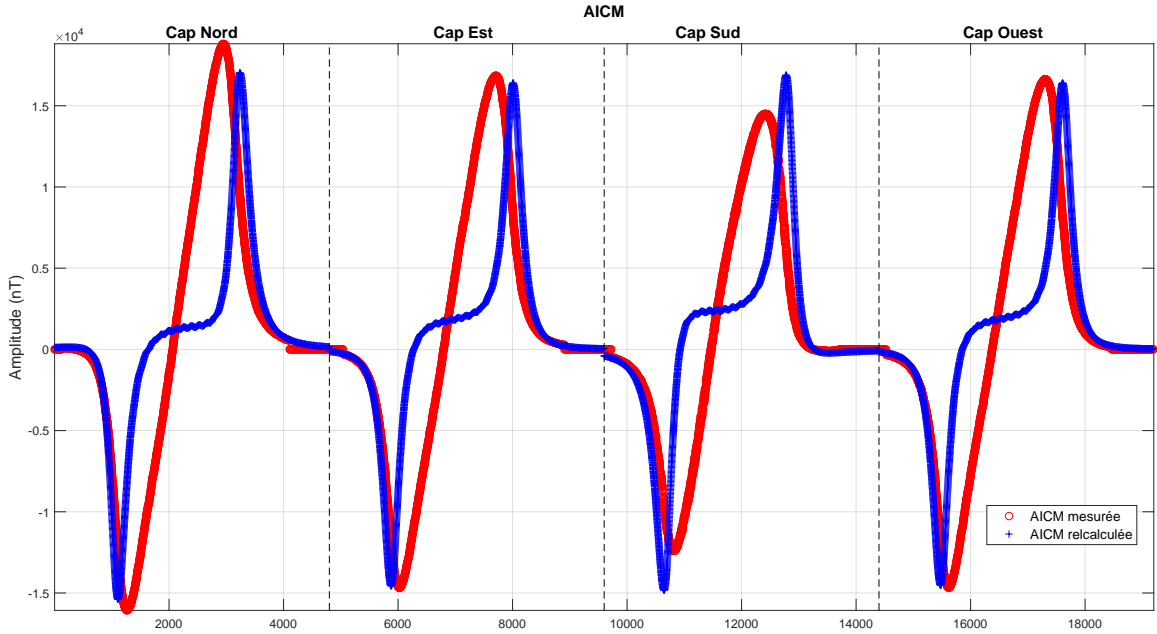


FIGURE IV.45 – Tracé de l’anomalie mesurée dessous (capteur 4) aux quatre caps en rouge, avec celle reproduite grâce à 16 dipôles répartis linéairement et représentant le tube avec les susceptibilités obtenues par inversion. On a multiplié ici la courbe induite recalculée afin de pouvoir la comparer plus facilement.

**Utilisation de la régularisation** Nous écrivons un nouveau système qui permettra de calculer les aimantations induites et rémanentes de chaque dipôle. Toujours en séparant les effets induits et permanents, on peut écrire

$$\begin{pmatrix} d^{Nord} \\ d^{Sud} \\ d^{Est} \\ d^{Ouest} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} G_{Perm}^{Nord} & G_{Ind}^{Nord} \\ G_{Perm}^{Sud} & G_{Ind}^{Sud} \\ G_{Perm}^{Est} & G_{Ind}^{Est} \\ G_{Perm}^{Ouest} & G_{Ind}^{Ouest} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_{Perm} \\ m_{Ind} \end{pmatrix} \quad (IV.31)$$

Il s’agit donc ici d’un système à 2K inconnues (2\*48 dans notre cas), chaque dipôle possédant une aimantation induite et rémanente. Nous utilisons ici une régularisation de Tikhonov avec détermination du coefficient d régularisation par le critère de courbure de la L-curve (Hansen, 2000), il s’agit de minimiser l’écart au modèle tout en gardant une norme de la solution la plus faible possible.

Cet ajout de contrainte nous permet donc d’augmenter le nombre de dipôles tout en gardant des aimantations physiques. En effet, après inversion on obtient les aimantations représentés sur la figure IV.46.

Ces résultats sont satisfaisants car l’on remarque en premier lieu que l’on retrouve des aimantations selon l’axe X largement majoritaire en induit et en permanent. De plus, l’ordre de grandeur semble correct avec un induit beaucoup plus faible que le permanent, ce qui correspond à ce qui a été observé. Enfin, la forme en cloche des moments  $M_x$  induit semble bien montrer qu’il faut une réduction de l’amplitude du moment aux extrémités pour permettre un bon fit de la courbe. En revanche, l’obtention d’une valeur constante par axe pour les aimantations permanentes reproduit l’effet "palier" déjà rencontré et

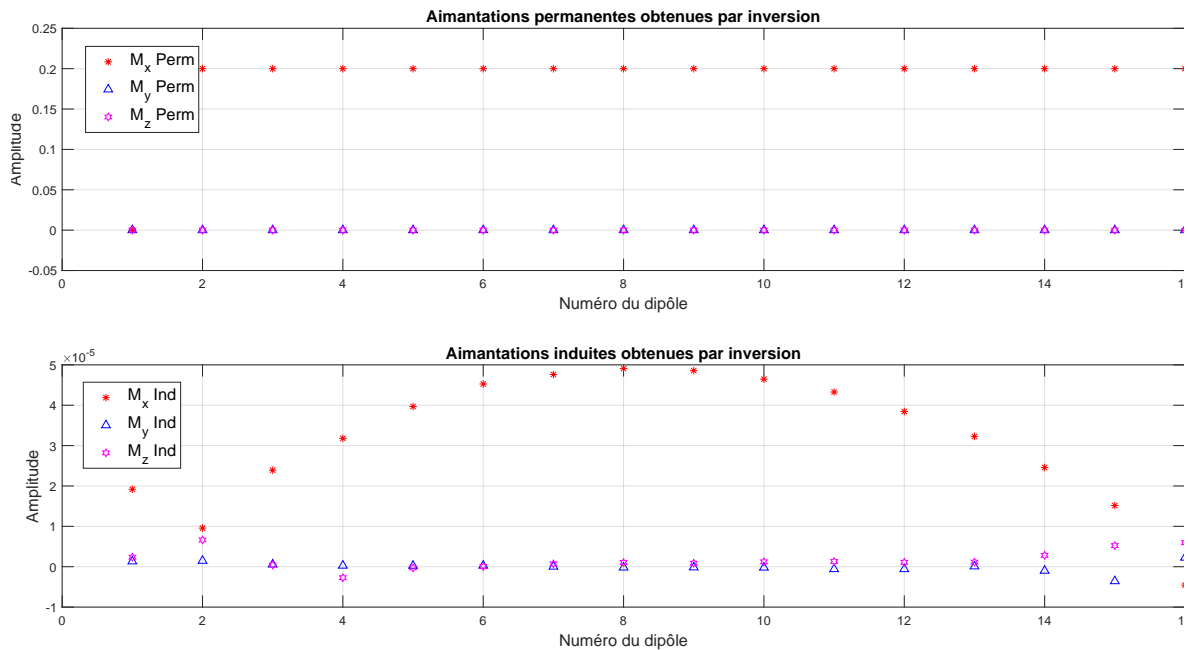


FIGURE IV.46 – Tracé des aimantations induites et permanentes obtenues par inversion.

dégrade donc la qualité des données lorsque l'on tente de les recalculer plus près.

Ceci est dû au fait que lorsque l'on rajoute des inconnues, on complexifie le système global qui donne alors une L curve très particulière où le coefficient de régularisation est très élevé, figure IV.47. Ce coefficient très élevé "tire" alors la solution vers sa valeur a priori et l'on perd alors l'intérêt de l'inversion.

Cette courbe à angle droit montre qu'il existe lors de la recherche de la solution deux zones distinctes. Dans la première partie verticale de la courbe, la norme de la solution varie fortement alors que les résidus restent quasiment inchangées. Dans la deuxième partie, c'est le résidu qui varient très fortement pour une faible variation de la norme de la solution.

Cette courbe montre également que la recherche du meilleur coefficient de régularisation est délicate puisque la variation est brutale, par rapport aux autres L-Curve traditionnellement rencontrées.

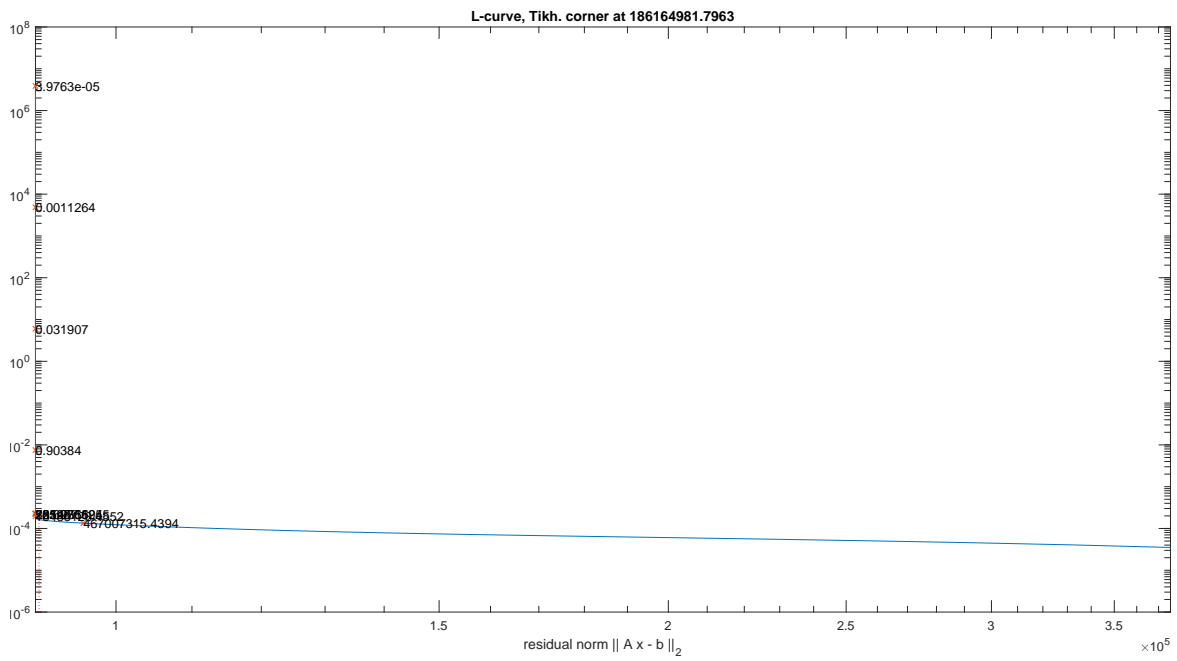


FIGURE IV.47 – L curve du système, on trace la norme de la solution en fonction du résidu (en échelle log-log). On utilise ici le code de P. Hansen pour calculer et tracer la courbe.

# Chapitre V

## Vers une nouvelle approche de l'immunisation en boucle fermée

### Sommaire

---

<b>IV.1 Présentation des moyens de mesure</b>	<b>110</b>
IV.1.1 Description générale de la maquette	110
IV.1.2 Méthodologie de mesure	112
IV.1.2.1 Méthodologie générale	112
IV.1.2.2 Précisions sur les mesures et les calculs.	115
<b>IV.2 Mesures de champs magnétiques</b>	<b>116</b>
IV.2.1 Mesure du champ créé par le tube à un cap précis	116
IV.2.1.1 Mesure du tube seul	116
IV.2.1.2 Complexification du modèle et ajouts d'inserts	118
IV.2.2 Mesure de la maquette aux quatre caps	124
IV.2.3 Mesure des effets de boucles	126
IV.2.3.1 Effet de la modification du cap sur les effets de boucles	130
IV.2.3.2 Lien entre $F_1$ et $C_x, C_z$	131
<b>IV.3 Calcul automatique des courants optimaux à partir des 3 composantes du champ</b>	<b>133</b>
IV.3.1 Théorie	133
IV.3.1.1 Cas particulier à un cap	134
IV.3.1.2 Cas général pour plusieurs caps et séparation induit/permanent.	134
IV.3.2 Validation sur cas synthétique et maquette	140
IV.3.2.1 Test sur maquette	142
IV.3.2.2 Cas synthétiques	144
<b>IV.4 Calcul automatique des courants optimaux à partir de l'AICM</b>	<b>147</b>
IV.4.1 Théorie	147
IV.4.2 Validation pour un cap	148
IV.4.2.1 Calcul des courants	148
IV.4.2.2 Injection des courants et vérification	149
IV.4.2.3 Comparaison avec une analyse manuelle	153
<b>IV.5 Validation des calculs de composantes à partir de la norme</b>	<b>155</b>
IV.5.1 Couche équivalente	155
IV.5.1.1 Cas synthétique	155
IV.5.1.2 Données maquette	157

---

## V.1 Etat de l'art de l'IBF pour le magnétisme du navire

L'immunisation en boucle fermée, est un système visant à réguler, en temps réel et à partir de mesures de capteurs magnétiques embarqués, les courants à injecter dans les boucles d'immunisation afin d'obtenir la signature magnétique extérieure minimale.

A notre connaissance, il n'existe qu'un seul laboratoire ayant réussi à établir une prédiction fiable à l'extérieur du navire à partir de mesures internes, il s'agit du LMN/G2ELAB de l'université de Grenoble. Pour cela, de nombreuses années de travail ont été nécessaires et des outils numériques et mathématiques ont été développés spécifiquement pour cette application. Rappelons ici les points principaux.

- Développement d'un outil de calcul du champ magnétique partout dans l'espace à partir d'un modèle type en éléments finis 3D de navire. Ce modèle a été essentiel pour les développements suivants puisqu'il est pris comme référence dans toute la suite. Cette partie est aujourd'hui intégrée au logiciel de modélisation des phénomènes électro-magnétiques Flux3D (<https://www.altair.com/flux/>)
- L'écriture d'équations intégrales permet de discrétiser la coque en un certain nombre d'éléments plan présentant des aimantations 2D ce qui diminue le nombre d'inconnues. La particularité de ces équations est de permettre une équivalence entre les dipôles et d'autres sources équivalentes (arêtes d'éléments à charges constantes par exemple (Chadebec, 2001, P92), ce qui permet de diminuer la divergence lorsqu'on s'approche de la tôle.
- L'écriture d'un modèle interne à la matière sur le même modèle que le point précédent et qui permet de tenir compte des effets de voisinage de chaque source et donc de la modification locale du champ qu'elle crée.
- Enfin, l'introduction de techniques d'inversion plus perfectionnées a permis la mise en oeuvre sur maquette à l'aide de nombreux capteurs et probablement sur bâtiments réels ensuite.

### V.1.1 Limitations

Même si de très gros progrès ont été faits dans le domaine de l'IBF, il reste quelques limitations que nous soulevons ici. En effet, l'IBF telle qu'elle a été présentée par le G2ELAB dans ses différentes communications a été réalisée sur un sous marin double coque ce qui constitue un cas bien particulier de bâtiment naval. Il semble même qu'il s'agisse d'un cas très favorable, puisque la coque interne joue alors le rôle de concentrateur de champ (Vuillermet, 2009) et que les boucles d'immunisation sont situées à l'extérieur de celle-ci.

Dans le cas d'un bâtiment de surface, il n'existe qu'une seule coque et il a été démontré qu'en plaçant les capteurs très proches de celle-ci (Vuillermet, 2009, P29) les résultats étaient nettement dégradés. Comme il semble difficile d'éloigner les capteurs de la coque à l'extérieur (fragilité et cheminement des câbles), on pourrait être tenté de les placer à l'intérieur, mais c'est le nombre d'éléments ferro-magnétiques en mouvement qui peut alors poser problème. Enfin, placer les capteurs dans les super structures pourrait permettre de résoudre ces soucis mais la perception de l'aimantation du navire ne serait alors que partielle.

A l'aune de cette analyse et au vu des résultats publiés dans les cas particuliers évoqués, le développement d'une approche nouvelle permettant d'englober les bâtiments de surface également est justifiée. Pour cela, nous appliquons les équations de la calibration et de la compensation développées dans le cadre de la mesure magnétique aéroportée. En effet, on montre que l'on peut compenser l'effet d'un porteur en géophysique et obtenir en temps réel des données corrigées de ce champ magnétique parasite. L'idée est donc d'utiliser cette correction pour obtenir les courants à injecter dans le système d'immunisation.

## V.2 Calibration et compensation : l'approche géophysique

Portés par le développement de l'aviation suite à la deuxième guerre mondiale et les nouveaux capteurs magnétiques plus performants, les contracteurs géophysiques ont commencé à s'intéresser aux levés magnétiques aéroportés. En effet, ces levés sont particulièrement utiles pour caractériser des objets géologiques de dimensions importantes (plusieurs km<sup>2</sup>) de façon beaucoup plus rapide qu'au sol. Seulement, l'influence magnétique de l'avion sur les capteurs s'est rapidement avérée problématique vis à vis de la précision recherchée (quelques nT voir quelques dizaines aux distances de mesure considérées). Ce qui fait qu'un des axes de recherche a alors consisté à réduire l'influence du porteur et des équipements sur la mesure. A notre connaissance, la première publication traitant de façon complète le sujet est Leliak (1961), qui utilise une approche que l'on peut qualifier de déterministe, en quantifiant toutes les sources perturbatrices éventuelles.

Indépendamment, la calibration de capteurs fluxgate trois composantes est intervenue plus tard, au début des années 2000. Des développements théoriques (Olsen et al., 2001) ont rendu possible la mesure vectorielle précise du champ terrestre via un capteur fluxgate embarqué sur le satellite Orsted. Alors même que les capteurs fluxgate avaient été supplantés par de nouvelles technologies plus précises, la calibration du capteur a permis de remettre quasiment à égalité les capteurs absolus avec les capteurs vectoriels, en compensant de manière numérique les défauts liés à la construction du capteur.

C'est dans ce cadre que l'IPGS a réalisé les développements (Munsch et al., 2007) synthétisant ces deux techniques et rendant possible la compensation de porteurs via les différents types d'erreurs du magnétomètre fluxgate. Les détails sont donnés ici, la méthode et certains de ses résultats sont donnés sous forme d'un article scientifique soumis à IEEE Transactions on magnetism dans le chapitre VI.

### V.2.1 La calibration du capteur

Nous détaillons ici les trois types d'erreurs rencontrées sur un capteur magnétique trois composantes fluxgate et que nous évoquons au chapitre 2, équation II.34. Nous utilisons les notations de Olsen et al. (2001).

- L'orthogonalité entre les trois sondes n'est pas parfaite, en raison des limites de précision physiques lors de la construction.
- La linéarité de la réponse du capteur vis à vis du champ n'est pas parfaite, la valeur de pente n'est donc pas strictement égale à 1.

— Il existe un offset sur chaque sonde, c'est-à-dire une erreur de zéro qui en champ extérieur nul conduit à obtenir une valeur non nulle (positive ou négative).

Soit  $F = (F_1 \ F_2 \ F_3)^t$  le champ magnétique mesuré par les trois sondes du capteur. Alors  $F$  peut s'écrire comme la composition de la mesure  $B$  et des trois types d'erreurs.

$$F = S * P * B + O \quad (V.1)$$

Avec  $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\sin(u_1) & \cos(u_1) & 0 \\ \sin(u_2) & \sin(u_3) & \sqrt{1 - \sin^2(u_2) - \sin^2(u_3)} \end{pmatrix}$  la matrice de passage du repère du capteur (non orthogonal) à un repère orthonormal, que l'on peut visualiser figure V.1

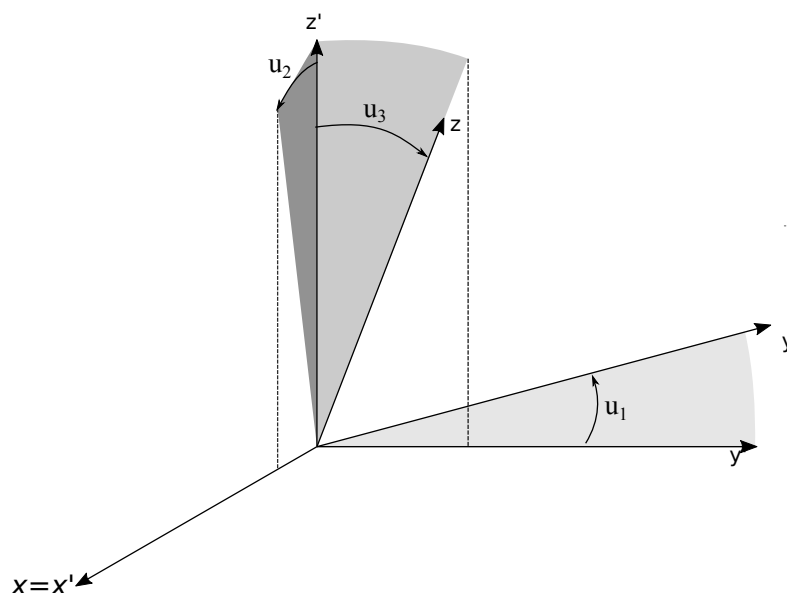


FIGURE V.1 – Repères utilisés pour la calibration : le repère du capteur non orthogonal et le repère "corrigé" qui est lui orthonormal.

$S = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 \end{pmatrix}$  représente la matrice de sensibilité des sondes et  $O = (O_1 \ O_2 \ O_3)^t$  le vecteur des offsets.

L'idée générale est alors d'estimer les paramètres qui conduiraient à un champ parfaitement mesuré. Pour cela, on peut utiliser un magnétomètre absolu permettant une mesure très précise de la norme du champ, ou utiliser un modèle mondial de champ magnétique de type IGRF donnant accès aux trois composantes du champ régional (Thébault et al., 2015). Ce choix n'est pas dénué de conséquences, puisque selon le cas, on effectuera une calibration scalaire ou vectorielle. De façon générale la calibration vectorielle consiste à passer du repère du magnétomètre au repère géographique et à calculer alors les paramètres. Ce calcul se fait par inversion linéaire (Bronner, 2013) ce qui n'est pas le cas pour le calcul scalaire. Par contre, cette procédure nécessite la mesure ou la connaissance de l'attitude du capteur. Nous nous focalisons ici sur la calibration scalaire.

A partir de l'équation V.1, on peut écrire

$$B = P^{-1} * S^{-1} * (F - O) \quad (V.2)$$

avec

$$P^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{\sin u_1}{\cos u_1} & \frac{1}{\cos u_1} & 0 \\ -\frac{\sin u_1 \sin u_3 + \cos u_1 \sin u_2}{w \cos u_1} & -\frac{\sin u_3}{w \cos u_1} & \frac{1}{w} \end{pmatrix}$$

$$w = \sqrt{1 - \sin^2 u_2 - \sin^2 u_3}$$

$$\text{et } S^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{s_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{s_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{s_3} \end{pmatrix}$$

D'où le calcul de la norme du champ corrigé des défauts du capteur à partir de l'équation V.3.

$$|B| = \sqrt{B^t * B} = \sqrt{(P^{-1} * S^{-1} * (F - O))^t * P^{-1} * S^{-1} * (F - O)} \quad (V.3)$$

Remarquons que l'équation V.1 met en évidence la non linéarité du problème inverse lors de la recherche des neufs paramètres. La méthode utilisée pour la résolution est un moindre carré "linéarisé" (Olsen et al., 2001), où l'on minimise la différence entre le champ vrai et le champ calculé par la relation V.3 ( $B_{Flux}$ ), avec les différents paramètres. Si on note  $m = (b_1, b_2, b_3, s_1, s_2, s_3, u_1, u_2, u_3)^t$  et  $\sigma_d$  l'erreur sur les données, on cherche à minimiser sur tout le jeu de données

$$\chi^2 = \sum \left( \frac{B_{Flux}(F, m) - B_{ref}}{\sigma_d} \right)^2 \quad (V.4)$$

## V.2.2 La compensation du porteur

### V.2.2.1 Théorie

L'idée générale est d'optimiser la mesure du capteur magnétique embarqué à l'arrière de l'avion en exprimant tous les termes perturbateurs et en les retirant du signal mesuré afin d'obtenir le "vrai" signal. Elle a d'ailleurs été développée en premier lieu pour augmenter la résolution des détecteurs MAD.

Dans toute la suite, nous nous appuyerons sur les travaux de Leliak (1961) et Leach (1979). On notera pour les développements mathématiques suivants :

- $H_x$  la composante transversale du champ régional (en  $A.m^{-1}$ ),
- $H_y$  la composante longitudinale du champ régional,



- $H_z$  la composante verticale du champ régional,
- $H_e$  la norme du champ régional.

Ces composantes sont mesurées au cours du temps et l'on note alors  $H_x(t), H_y(t)$  et  $H_z(t)$  On a

$$H_e^2(t) = H_x(t)^2 + H_y(t)^2 + H_z(t)^2 \quad (V.5)$$

On peut également définir les cosinus directeurs du champ régional par rapport au repère géographique, ce qui donne

$$\cos(X(t)) = \frac{H_x(t)}{H_e(t)}; \quad \cos(Y(t)) = \frac{H_y(t)}{H_e(t)}; \quad \cos(Z(t)) = \frac{H_z(t)}{H_e(t)}; \quad (V.6)$$

Ces expressions permettent de calculer à tous les instants les cosinus directeurs en fonction des mesures de  $H_x(t), H_y(t)$  et  $H_z(t)$ . Si l'on note  $\alpha, \beta$  et  $\gamma$  les 3 angles permettant respectivement des rotations autour des axes X, Y et Z, on peut exprimer les cosinus directeurs en fonction de ces trois angles Leliak (1961).

Dans le cas où le repère du mobile considéré (avion dans le cas des travaux cités) est aligné avec le repère géographique, on a  $\alpha = \beta = \gamma = 0$ . On retrouve alors l'expression des cosinus directeurs du champ dans le repère géographique en fonction de l'inclinaison I et la déclinaison D (équation II.12).

On peut ensuite décomposer le champ appelé champ d'interférence s'appliquant sur le capteur selon trois termes, le champ permanent, le champ induit et le champ créé par les courants de Foucault

$$H_{tot}(t) = H_{Perm}(t) + H_{Ind} + H_{Foucault} \quad (V.7)$$

Le terme permanent s'exprime comme la somme des contributions permanentes sur chaque axe

$$\begin{aligned} H_{Perm}(t) &= i_1 \cdot \cos(X(t)) + i_2 \cdot \cos(Y(t)) + i_3 \cdot \cos(Z(t)) \\ &= A_1(t) \cdot i_1 + A_2(t) \cdot i_2 + A_3(t) \cdot i_3 \end{aligned} \quad (V.8)$$

De la même manière, on peut exprimer le champ induit comme une somme de contribution. De manière générale, l'aimantation induite sur chacun des axes engendre un champ à trois composantes que l'on projette ensuite. En raison des symétries existantes, on passe de neuf termes à six (Leliak, 1961). D'où

$$\begin{aligned} H_{Ind}(t) &= i_4 \cdot H_e(t) \cos^2 X(t) + i_5 \cdot H_e(t) \cos X(t) \cos Y(t) \\ &+ i_6 \cdot H_e(t) \cos X(t) \cos Z(t) + i_7 \cdot H_e(t) \cos^2 Y(t) \\ &+ i_8 \cdot H_e(t) \cos Y(t) \cos Z(t) + i_9 \cdot H_e(t) \cos^2 Z(t) \end{aligned} \quad (V.9)$$

que l'on peut résumer

$$H_{Ind}(t) = \sum_{k=4}^9 A_k(t) \cdot i_k \quad (V.10)$$

avec  $A_k(t)$  les coefficient issus de V.9.

Pour les courants de Foucault, il faut faire intervenir la vitesse, ce qui est fait par le biais de la dérivation des cosinus directeurs, qui donnent donc les changements de position par rapport au champ régional. Ces dérivées sont alors notées  $\cos^{\bullet}X$ ,  $\cos^{\bullet}Y$ ,  $\cos^{\bullet}Z$ . On a

$$\begin{aligned} H_{Fouc}(t) = & i_{10}.\cos X(t)\cos^{\bullet}X + i_{11}.\cos X(t)\cos^{\bullet}Y(t) \\ & + i_{12}.H_e(t)\cos X(t)\cos^{\bullet}Z + i_{13}.H_e(t)\cos Y(t)\cos^{\bullet}X \\ & + i_{14}.H_e(t)\cos Y(t)\cos^{\bullet}Y + i_{15}.H_e(t)\cos Y(t)\cos^{\bullet}Z \\ & + i_{16}.H_e(t)\cos Z(t)\cos^{\bullet}X + i_{17}.H_e(t)\cos Z(t)\cos^{\bullet}Y \\ & + i_{18}.H_e(t)\cos Z(t)\cos^{\bullet}Z \end{aligned} \quad (V.11)$$

que l'on résume

$$H_{Fouc}(t) = \sum_{k=10}^{18} A_k(t).i_k \quad (V.12)$$

On a donc finalement

$$H_{tot}(t) = \sum_{k=1}^{18} A_k(t).i_k \quad (V.13)$$

### V.2.2.2 Simplifications

Quelques simplification sont envisageables sous certaines hypothèses. Si l'on considère en particulier que les cosinus directeurs sont exacts, on peut écrire

$$1 = \cos^2(X(t)) + \cos^2(Y(t)) + \cos^2(Z(t)) \quad (V.14)$$

D'où l'on tire

$$\cos^2(Y(t)) = 1 - \cos^2(X(t)) - \cos^2(Z(t)) \quad (V.15)$$

que l'on peut ré-injecter dans l'équation V.9

$$\begin{aligned} H_{Ind}(t) = & (i_4 - i_7).H_e(t)\cos^2 X(t) + i_5.H_e(t)\cos X(t)\cos Y(t) \\ & + i_6.H_e(t)\cos X(t)\cos Z(t) + i_7.H_e(t) \\ & + i_8.H_e(t)\cos Y(t)\cos Z(t) + (i_9 - i_7).H_e(t)\cos^2 Z(t) \end{aligned} \quad (V.16)$$

En considérant que le champ  $H_e$  est constant, on peut ignorer le terme  $i_7.H_e(t)$  puisque l'on cherche à quantifier la partie variable des champs dit "d'interférences". Finalement, il vient alors

$$\begin{aligned} H_{Ind}(t) = & i'_4.H_e(t)\cos^2X(t) + i_5.H_e(t)\cos X(t)\cos Y(t) \\ & + i_6.H_e(t)\cos X(t)\cos Z(t) \\ & + i_8.H_e(t)\cos Y(t)\cos Z(t) + i'_9.H_e(t)\cos^2Z(t) \end{aligned} \quad (V.17)$$

De la même manière, on peut différencier l'équation V.14,

$$0 = \cos X(t)\cos^*X + \cos Y(t)\cos^*Y + \cos Z(t)\cos^*Z \quad (V.18)$$

d'où

$$\cos Y(t)\cos^*Y = -\cos X(t)\cos^*X - \cos Z(t)\cos^*Z \quad (V.19)$$

que l'on introduit dans V.11

$$\begin{aligned} H_{Fouc}(t) = & i'_{10}.\cos X(t)\cos^*X + i_{11}.\cos X(t)\cos^*Y(t) \\ & + i_{12}.H_e(t)\cos X(t)\cos^*Z + i_{13}.H_e(t)\cos Y(t)\cos^*X \\ & + i_{15}.H_e(t)\cos Y(t)\cos^*Z \\ & + i_{16}.H_e(t)\cos Z(t)\cos^*X + i_{17}.H_e(t)\cos Z(t)\cos^*Y \\ & + i'_{18}.H_e(t)\cos Z(t)\cos^*Z \end{aligned} \quad (V.20)$$

avec  $i'_{10} = i_{10} - i_{14}$  et  $i'_{18} = i_{18} - i_{14}$

Enfin, dans le cas où les mesures se font à faible vitesse, on peut négliger les courants de Foucault, ce que fait généralement l'IPGS. Si l'on se résume, on peut donc définir trois modèles de compensation :

$$H_{tot}^{FULL}(t) = \sum_{k=1}^{18} A_k(t).i_k \quad \text{avec } i_k \in \mathbb{R} \setminus \{0\} \quad (V.21a)$$

$$H_{tot}^{FACS}(t) = \sum_{k=1}^{18} A_k(t).i_k \quad \text{avec } i_7 = 0 \& i_{14} = 0 \quad (V.21b)$$

$$H_{tot}^{Slow}(t) = \sum_{k=1}^9 A_k(t).i_k \quad \text{avec } i_7 = 0 \quad (V.21c)$$

Le modèle Full est le plus complet puisqu'aucune simplification n'est faite. Dans le modèle FACS, on utilise les propriétés des cosinus directeurs pour réduire le nombre d'inconnues à 16, ce qui nécessite donc de s'assurer au préalable que les trois composantes mesurées sont bien orthogonales. Enfin dans le modèle slow, on néglige les courants de Foucault pour les mesures faites à faible vitesse et l'on utilisera les propriétés des cosinus directeur pour réduire le nombre d'inconnues.

Notons que tous les  $A_k(t)$  peuvent être calculés en fonction de  $H_x(t)$ ,  $H_y(t)$  et  $H_z(t)$  que l'on mesure à l'aide d'un capteur trois composantes embarqué. Seuls les  $i_k$  sont inconnus, on a alors un problème surdimensionné "classique" où l'on cherche entre 9 et 18 inconnues. La résolution du système peut se faire de différentes manières (Leach, 1979).

### V.2.3 Application en géophysique

Si les premiers travaux de compensation du porteur et de calibration du capteur ont historiquement concerné la mesure aérienne et spatiale, un certain nombre d'applications ont été explorées plus près du sol.

Nous détaillons d'abord les différents travaux de l'IPGS qui est à notre connaissance le seul laboratoire à appliquer la double procédure de calibration/compensation à différents porteurs pour des levés magnétiques. Ensuite, nous aborderons rapidement les travaux effectués ou en cours dans d'autres laboratoires.

#### V.2.3.1 Travaux de l'IPGS

La particularité des travaux de l'IPGS repose sur l'utilisation de capteurs fluxgate pour la mesure magnétique, ces derniers étant couplés avec différents porteurs dont on compense l'effet magnétique. Citons par exemple

- un système de mesure multicapteurs monté sur sac à dos avec son électronique de numérisation et un système DGNSS associé, permettant une mesure de précision au plus près des sources, capteurs à 25 cm du sol,
- un drone du type IT-180 dans le cadre de la collaboration avec ECA Robotics. Mais également des drones multiroteur du type DJI-Matrice 100 et des avions (Gavazzi et al., 2019).
- enfin, récemment un levé a été réalisé à bord d'un bateau de 8 m de longueur avec le capteur placé à l'avant. (Mercier de Lépinay, 2019).

L'idée originale (Munschy et al., 2007 ; Munschy and Fleury, 2011) est de lier les neuf paramètres utilisés pour la calibration du capteur avec les paramètres nécessaires à la compensation du porteur. En effet, le capteur étant à une distance fixe du porteur, les sources magnétiques "parasites" sont alors l'aimantation permanente du porteur, fixe dans le repère du porteur et donc du capteur. Il semble alors naturel d'associer ces perturbations à l'erreur d'offset du capteur. De même, lorsque le porteur bouge, l'aimantation induite projetée dans le repère du capteur est modifiée ce que l'on peut relier à des erreurs de sensibilité et/ou d'orthogonalité (Gavazzi, 2015).

Pratiquement, les deux étapes sont réalisées en même temps sur le terrain, lors de la réalisation d'une figure de compensation (ou figure de mérite). L'idée est de parcourir avec le porteur l'espace des attitudes tout en maintenant le capteur aussi fixe que possible. Le fait de garder le capteur sur un point fixe permet de considérer que le champ magnétique de référence est constant. Bien entendu, la zone où est réalisée cette figure doit être aussi "stable" que possible d'un point de vue magnétique. Pour la mesure aéroportée, on s'éloigne donc des sources, c'est à dire du sol. Pour les figures au sol, plusieurs points figure de compensation sont réalisées à des endroits différents et on sélectionne a posteriori la meilleure zone.

### V.2.3.2 Autres cas d'applications

Au vue de la littérature existante, il semble que des recherches soient en cours sur le sujet de la compensation. En particulier, il semble que la compensation de drones sous marins soit un sujet d'actualité, (Bloomer et al., 2014 ; Szitkar et al., 2014). Citons également le projet MELODI qui visait à faire de la cartographie magnétique à l'aide de capteurs embarqués dans des AUV.

Dans le domaine aérien, les principaux constructeurs de magnétomètres (GEM, Geometrics, Sensys) développent des solutions embarquées à l'aide de drone de taille plus ou moins importantes, la compensation du porteur devrait donc être l'un des sujets majeurs de réflexion.

## V.3 Vers une nouvelle approche

On présente ici une nouvelle approche de l'IBF qui nous semble prometteuse et qui vise à établir un lien entre l'aimantation de l'objet et les paramètres de la compensation.

### V.3.1 Idée générale

Il est clair, au vu des travaux précédemment réalisés que chercher à quantifier l'état d'aimantation d'un objet de forme complexe via des mesures en champ proche conduit à des systèmes physiques complexes et numériquement difficile à résoudre (Chadebec, 2001). En l'effet, l'utilisation de sources ponctuelles de type dipolaire pour représenter la matière engendre un nombre d'inconnues d'autant plus important que l'on est proche de ces sources, ce qui couplé au caractère divergent des champs créés, rend le problème particulièrement difficile à résoudre avec un nombre de points de mesure réduits (compatible d'un système réel à cout limité). De plus, nous ne disposons pas d'un modèle de référence de type éléments finis nous permettant de comparer nos résultats.

L'idée est donc ici de s'affranchir de la partie de représentation de l'état magnétique du navire. On utilisera en lieu et place du modèle d'aimantation les paramètres de la compensation qui contiennent selon nous de manière intrinsèque les informations d'aimantations induites et rémanentes de l'objet considéré.

Tout l'objet de l'étude est alors d'établir le lien des paramètres de la compensation avec l'aimantation de l'objet dans un cas simple afin de confirmer que ces neuf paramètres reflètent bien l'état magnétique de l'objet.

Dans un second temps, on considère un navire muni de son système d'immunisation pour lequel on souhaite obtenir le meilleur réglage possible à partir des différents capteurs placés à son bord. Il faut alors établir le lien entre les courants injectés dans les boucles d'immunisation et les paramètres de compensation. Pour cela, on se propose de reproduire la séquence de mesure des effets de boucle, un par un, puis d'établir un problème inverse liant chaque courant cherché avec les différents paramètres des capteurs à bord.

La vérification de la minimisation de la signature est alors opérée par un système de mesure extérieur, que l'on peut imaginer facilement embarquable, de type sterna, ou sur station de mesure fixe. En effet, l'approche que nous proposons ne vise pas à prédire le champ à l'extérieur mais bien à le minimiser à partir des paramètres de compensation. Il semble donc difficile de pouvoir prédire le champ à l'extérieur puisque cela reviendrait à identifier l'aimantation de la source, ce que nous souhaitons éviter.

Enfin, il nous faut signaler que le placement optimum des capteurs représente probablement une partie importante du problème dans un cas d'application réel. Nous ne l'adressons que très partiellement ici.

### V.3.2 Lien entre paramètres et aimantation

On cherche à mettre en évidence les liens entre, d'une part l'aimantation induite et permanente et d'autre part les paramètres issus de la compensation. Pour cela, une approche théorique rapide est brièvement présentée, puis nous passons à une expérimentation sur modèle réduit pour mieux appréhender le phénomène.

#### V.3.2.1 Approche théorique

Reprenons l'expression de l'anomalie issue de la calibration, on a (équation V.1)

$$F = S * P * B + O \quad (V.22)$$

D'autre part, on peut écrire  $F$  comme la projection du champ d'anomalie sur le champ régional (équation II.23).

Décomposons alors artificiellement le champ d'anomalie en une partie liée à l'aimantation induite et la seconde liée à l'aimantation permanente. On a

$$F_1 = F = \begin{pmatrix} \hat{L} \\ \hat{M} \\ \hat{N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_x^{ind} \\ C_y^{ind} \\ C_z^{ind} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{L} \\ \hat{M} \\ \hat{N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_x^{perm} \\ C_y^{perm} \\ C_z^{perm} \end{pmatrix} \quad (V.23)$$

On remarque alors que, dans le repère du capteur, ou de la source de perturbation qui est rigidement liée, les composantes du champ d'anomalie dues à l'aimantation induite sont variables lorsque l'attitude du capteur change. Cependant, le champ inducteur projeté dans ce même repère local est lui aussi changeant. Pour comparaison, imaginons un dipôle dans le repère géographique. Il est évident que le champ régional est fixe, d'où une aimantation induite également fixe dans ce repère. Sa projection sur le champ régional est donc constante quelle que soit l'attitude du dipôle si celui-ci possède une susceptibilité unique et homogène sur ses trois axes, ce qui est le cas simple que nous considérons ici.

Pour la partie permanente, les trois composantes du champ d'anomalie sont constantes dans le repère du capteur. En revanche, le champ induit se décompose de manière diffé-

rente dans ce repère selon l'attitude du capteur. La projection de la partie permanente sur le champ régional est donc variable selon la position du capteur.

Au vu de ces réflexions rapides, il semble donc que le repère dans lequel on travaille soit à choisir avec précaution. Si l'on est tenté de se placer dans le repère du capteur, il n'est pas assuré que celui-ci soit le meilleur cadre pour la résolution du problème.

De même, établir un lien simple et direct entre les paramètres de la compensation et les aimantations ne semble pas immédiat. On serait tenté de relier l'offset sur les sondes à l'aimantation permanente composante par composante, mais la projection sur le champ régional pourrait rendre cette relation plus complexe.

Enfin, pour la partie induite de l'aimantation, il semble qu'il y ait bien six inconnues avec d'une part les trois moments dipolaires induits ou trois susceptibilités et d'autre part la projection du champ régional inducteur dans le repère du capteur qui peut être obtenu par trois rotations, donc trois angles.

Afin de tenter de mieux comprendre les relations, nous optons donc pour une première approche expérimentale.

### V.3.2.2 Expérimentation sur modèle réduit

Le but est d'établir un lien entre les paramètres de la compensation et l'aimantation de l'objet. Pour cela, il nous faut disposer d'un objet dont l'aimantation est bien connue, voir idéalement calibrée.

Notre choix se porte sur les boucles d'immunisation puisqu'il s'agit d'une boucle de câble de géométrie fixe et précise avec une consigne en courant facilement maîtrisable. On a donc l'avantage de travailler avec un phénomène reproductible et de pouvoir faire varier l'intensité de l'aimantation équivalente à la boucle, ce qui va nous aider à identifier quels paramètres sont les plus impactés.

Nous utilisons pour cette expérimentation l'un des blocs de la maquette que nous avons présenté au chapitre précédent. Il est suspendu à l'aide d'élastiques de grande longueur à un plafond. Nous pouvons ainsi retrouver facilement une position de référence et le manipuler aisément pour lui faire parcourir une figure de calibration.

Le dispositif utilisé est présenté sur la figure V.2. Il est constitué du module d'immunisation supportant les trois boucles sur lequel on a fixé trois capteurs. Le capteur n°1 est à l'intérieur du module, posé au milieu de ce dernier. Le capteur n°2 est placé au dessus du module. Enfin, le capteur n°3 est placé à distance, au dessus du module. On appliquera à l'ensemble la même calibration pour chaque cas test.

Nous procédons à trois séries de tests. Dans la première série, nous faisons varier le courant injecté dans une boucle L de  $-0.5$  A à  $+0.5$  A, avec un pas de  $0.1$  A. A chaque fois, on réalise une compensation et l'on stocke les paramètres d'offset obtenus pour les 3 capteurs. Les deuxième et troisième séries sont réalisées de la même manière mais en faisant varier le courant dans les boucles M puis A.

On présente ici deux calibration/compensation, la première (figure V.3a) pour un module sans courant allumé, donc typiquement une calibration du capteur puisque le mo-

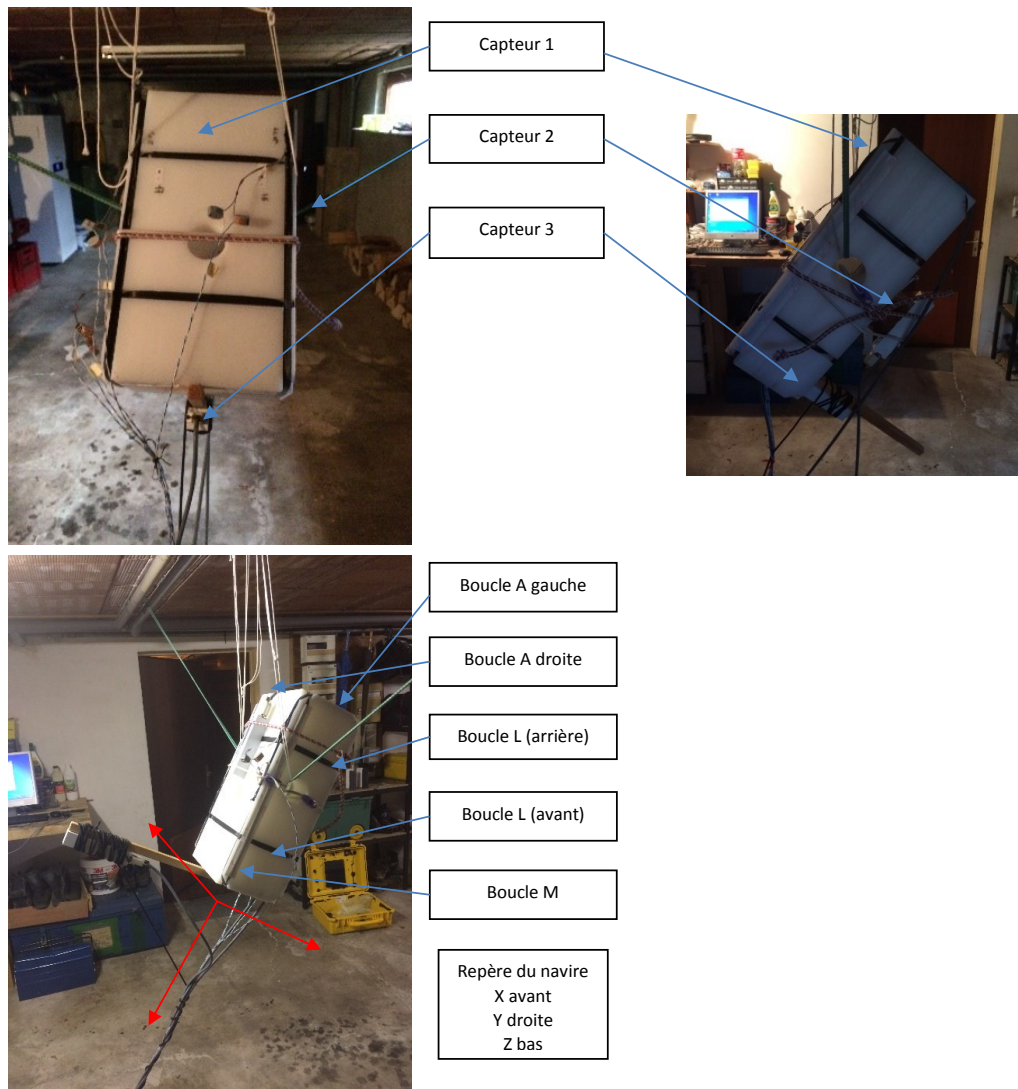
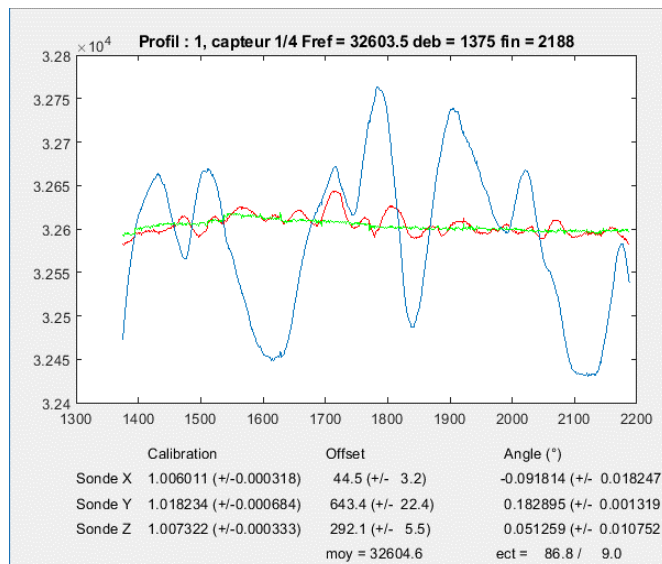


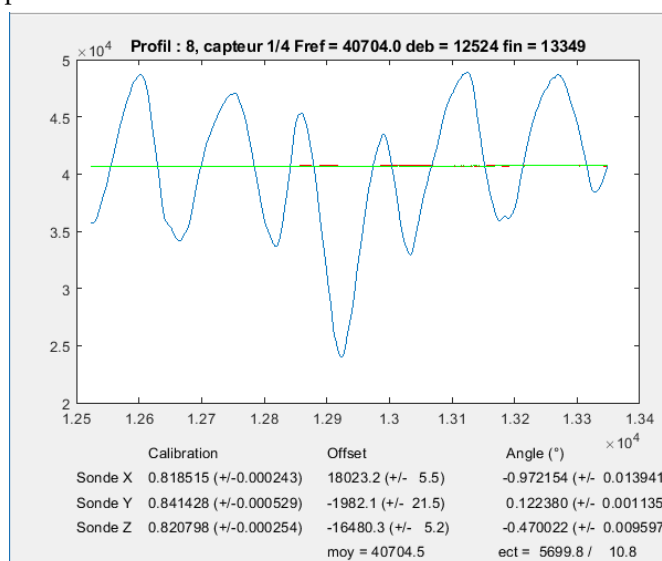
FIGURE V.2 – Photographies illustrées du module d'immunisation suspendu sur lequel on a fixé trois capteurs à des positions différentes.



dule est amagnétique. La seconde (figure V.3b) avec 0.35 A injecté dans la boucle L.



(a) Résultats d'étalonnage pour le capteur N°1 lié au module, boucle éteinte. Le fait que le champ présente une valeur moyenne autour de 32 600 nT s'explique par un problème de constante multiplicative qui a été résolu par la suite.



(b) Résultats d'étalonnage/compensation pour le capteur N°1 lié au module, boucle L allumées, on injecte 0.35 A.

FIGURE V.3 – Comparaison des résultats de la calibration/compensation pour un courant nul et non nul dans la boucle L. La courbe bleu représente les données mesurées, la courbe rouge correspond aux données compensées, c'est à dire recalculées avec les paramètres obtenus. La courbe verte représente la valeur du champ régional prise comme référence lors du calcul.

Nous nous focalisons pour la suite sur les constantes de sonde (offset). En effet, la boucle de courant lorsqu'elle est alimentée crée une aimantation équivalente permanente. Notre hypothèse est que cette aimantation peut être vue directement dans ces constantes de sonde et donc, qu'en faisant varier le courant injecté dans la boucle on mettra en évidence une relation (idéalement linéaire) entre ces deux grandeurs.

On présente sur les figures V.4, V.5 et V.6 les offset obtenus pour chaque étalonnage selon le type de boucle et le capteur. Signalons que les axes de sondes sont communs pour les capteurs N°1 et N°2 mais différents pour le capteur N°3 en raison de sa fixation.

Résumons donc rapidement la géométrie du système

- l'axe X est dirigé vers l'avant du bloc, correspondant à la direction d'aimantation créée par une boucle longitudinale,
- l'axe Y est dirigé vers la droite (tribord) du bloc, correspondant à la direction d'aimantation créée par une boucle transversale,
- l'axe Z est pris positif vers le bas pour créer un repère direct.

On a la correspondance suivante avec les axes des capteurs

Repère navire	Capteur 1	Capteur 2	Capteur 3
X (avant)	sonde n°3	sonde n°3	sonde n°2
Y (droite)	sonde n°1	sonde n°1	sonde n°1
Z (bas)	sonde n°2	sonde n°2	-sonde n°3

TABLEAU V.1 – Tableau des correspondances des directions de sonde avec les directions des boucles.

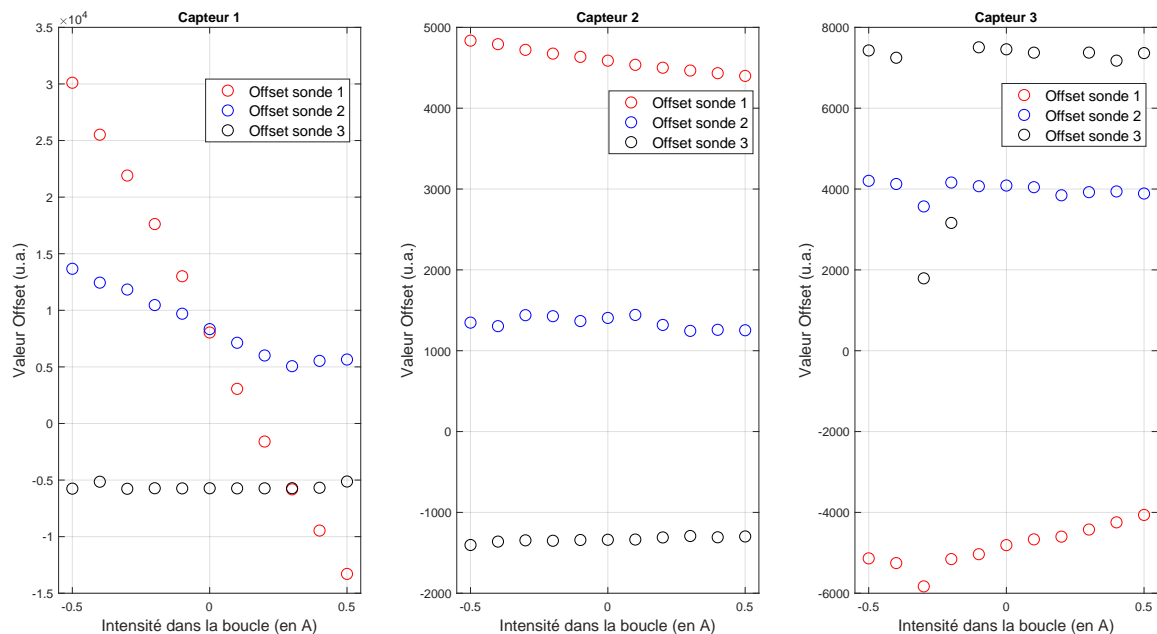


FIGURE V.4 – Tracé des trois constantes de chaque capteur, pour différentes calibrations, avec un courant de -0.5 A à +0.5A dans la boucle A. On note quelques valeurs "abérantes" d'offset pour des courants de -0.3 A et -0.2 A, la source des valeurs n'a pas été identifiée clairement.

On remarque dans les trois cas une linéarité très claire pour chaque capteur, mais de manière différente selon la boucle allumée. Pour la boucle A (figure V.4), on remarque que

la variation est la plus forte pour les constante de la sonde n°1, qui correspond dans les trois cas à la direction Y si l'on se ramène dans le repère du navire. Cela semble logique, puisque l'aimantation équivalente produite par la boucle est transversale et engendre donc majoritairement du signal sur la composante Y. Il semble également que l'effet soit plus faible sur les capteurs n°2 et n°3, plus éloignés. En effet, la plage de variation des constantes de sondes se réduit lorsque l'on s'éloigne.

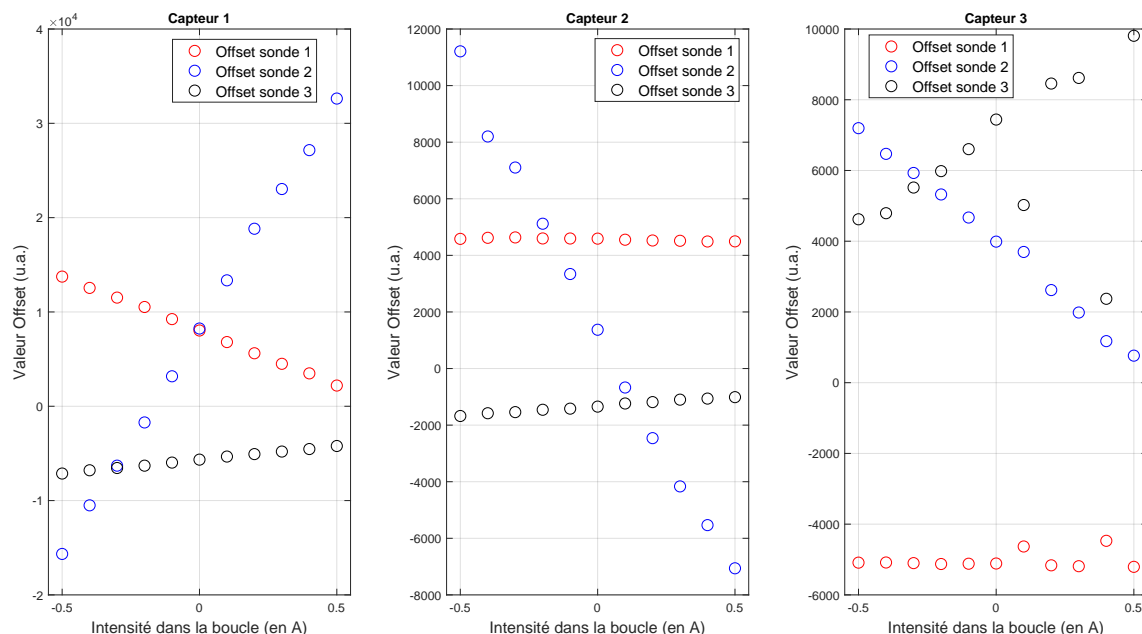


FIGURE V.5 – Tracé des trois constantes de chaque capteur, pour différentes calibrations, avec un courant de -0.5 A à +0.5 A dans la boucle M.

Pour la boucle M (figure V.5), on observe également une linéarité remarquable sur les sondes n°2 et 3 de chaque capteur. La sonde n°1 est la moins affectée avec cette boucle, pour tous les capteurs. On remarque également que le capteur 1 est beaucoup plus affecté car la plage de variation est conséquente. Les variations sont beaucoup moins importantes à l'extérieur du module. Il est intéressant de constater que les pentes sont de même signe pour la sonde 2 sur les capteurs 1 et 2, mais opposées pour la sonde 3. Cela pourrait s'expliquer par le positionnement de part et d'autre de la boucle M. Enfin, on note quelques points très largement hors de la tendance sur le capteur n°3. Cela est probablement dû au fait que sa position varie plus fortement que les deux autres lors de l'étalonnage et que le gradient magnétique local n'est pas nul.

Enfin, pour la boucle L (figure V.6), on retrouve la même linéarité. L'offset de sonde n°1 reste globalement inchangé sur les trois capteurs. Cela semble lié à la faible variation de la composante Y, étant donné que l'aimantation équivalente à la boucle est longitudinale. On note toujours une variation plus forte pour le capteur n°1 situé dans le module et des pentes de mêmes directions sur la sonde 3 des capteurs n°1 et 2 (axe X dans le repère navire). Les pentes de la sonde dans l'axe Z (sonde n°2) des capteurs 1 et 2 sont par contre de sens opposés.

La linéarité mise en évidence sur les figures précédentes montre une relation directe avec l'aimantation rémanente. Il paraît même possible de lier simplement les composantes de l'aimantation avec les offset de sondes via les pentes des droites observées.

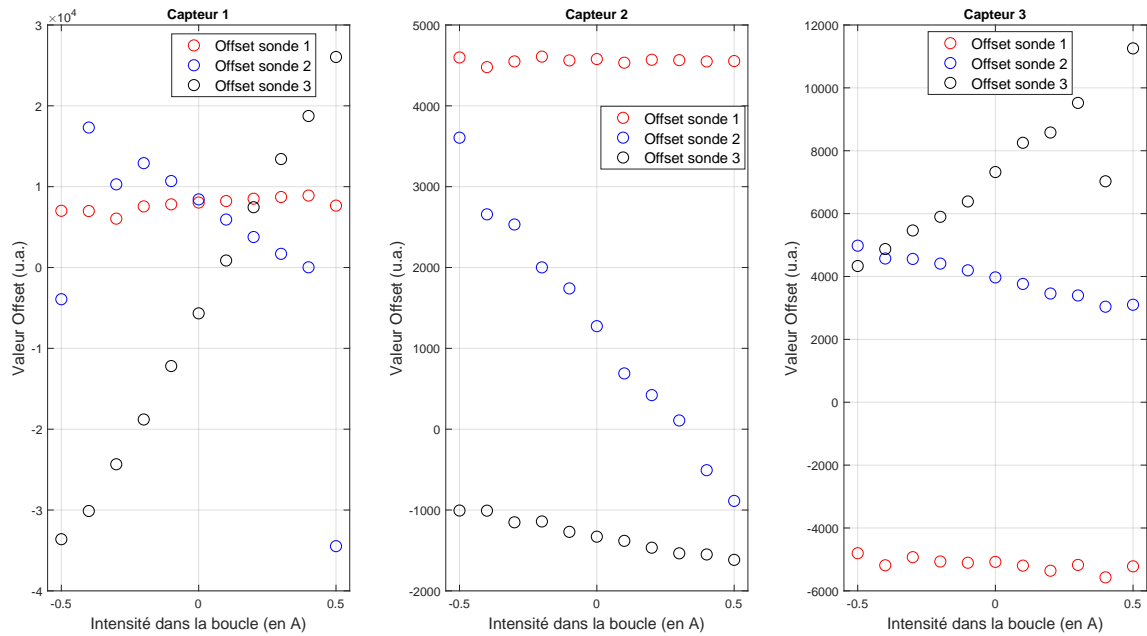


FIGURE V.6 – Tracé des trois constantes de chaque capteur, pour différentes calibrations, avec un courant de -0.5 A à +0.5A dans la boucle L.

## V.4 Etalonnage d'un navire

Il s'agit ici de démontrer la faisabilité de la compensation d'un navire qui constitue une anomalie magnétique majeure. De plus, le capteur est nécessairement placé près d'une tôle, ce qui peut engendrer une forte variation très locale du champ magnétique et pourrait empêcher la compensation. Les mesures effectuées par Mercier de Lépinay (2019) montrent que pour un bateau en matériau composite, avec un équipement ferro-magnétique (moteur, équipements, etc..), la mesure est possible (figure V.7).

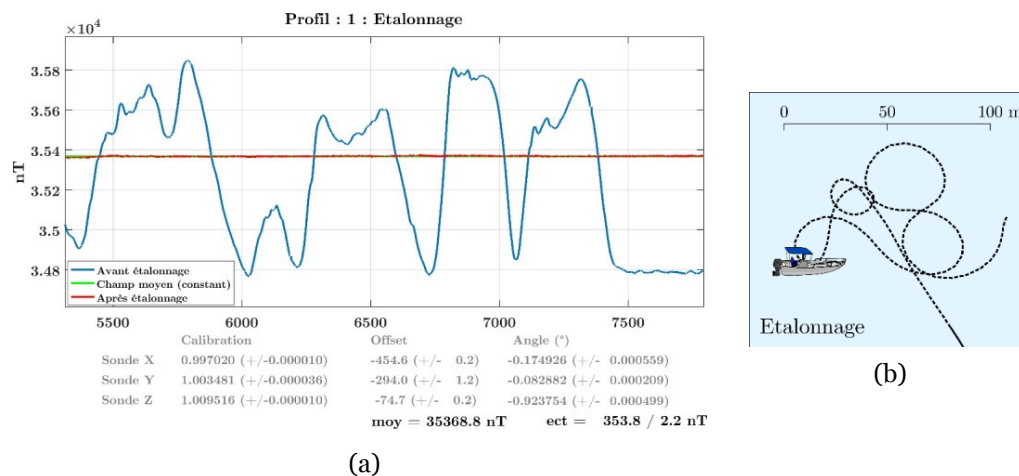


FIGURE V.7 – Calibration/compensation du capteur magnétique embarqué sur un navire en matériau composite. La navigation durant la compensation est montrée à droite.

### V.4.1 Compensation d'un zodiac

Nous présentons ici la compensation réalisée sur un zodiac (figure V.8), avec un capteur placé à l'avant du navire. La figure de compensation réalisée est un cercle assez serré de l'ordre de 10 m de diamètre, ce qui oblige le bateau à s'incliner sur un côté et avec une variation de cap de 360°. On obtient ici une réduction de l'écart type après compensation d'un facteur 7. On voit qu'il reste au milieu du profil une anomalie qui dégrade la performance et dont l'origine n'est pas déterminée. Elle pourrait être dû à une anomalie magnétique locale sous le zodiac (Mercier de Lépinay, 2019).

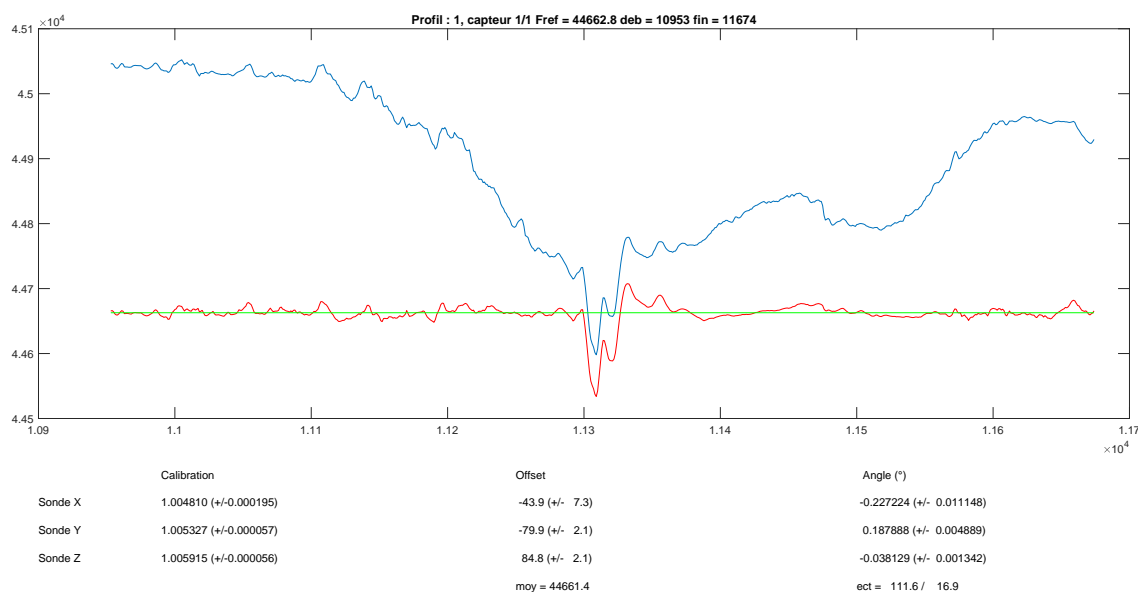


FIGURE V.8 – Compensation d'un zodiac et paramètres de compensation obtenus.

Avec le même navire, une deuxième compensation a été réalisée. La figure de compensation est toujours un cercle, mais on répète ce cercle cinq fois. On voit clairement apparaître un motif périodique lié au changement de cap du navire avant compensation (figure V.9). L'écart type après compensation est ici dix fois plus faible qu'avant la compensation. Il semble que la compensation soit donc de meilleure qualité.

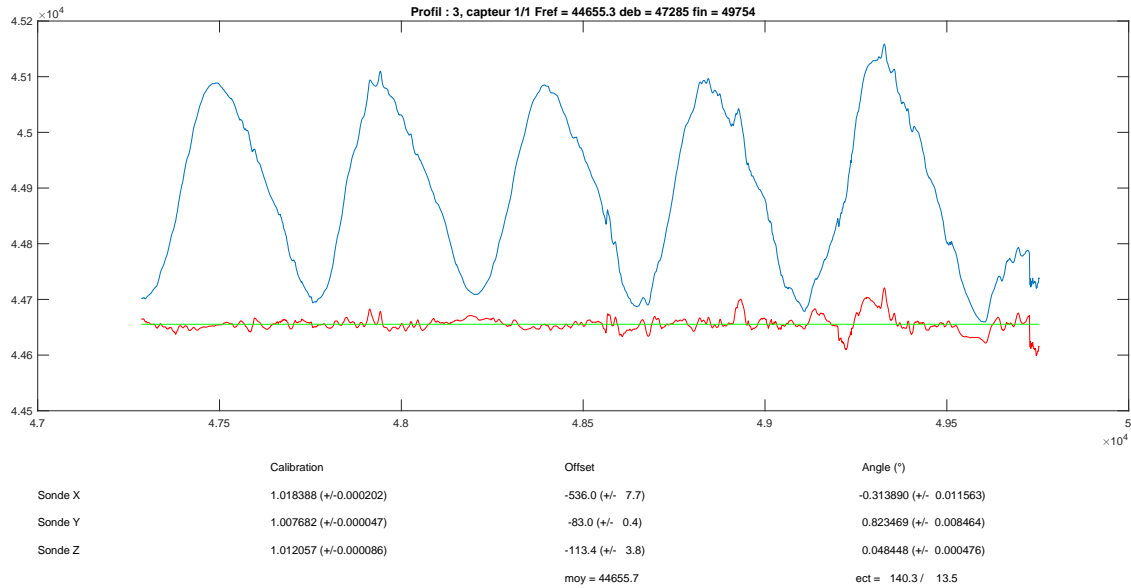


FIGURE V.9 – Compensation d'un zodiac et paramètres de compensation obtenus. La figure de compensation comprend 5 cercle réalisés au même endroit. La réduction de l'écart type est plus forte que dans le premier cas.

## V.4.2 Compensation d'un navire à coque ferro-magnétique

Nous présentons ici le cas rencontré le plus extrême avec les différentes compensations réalisées à bord d'un navire à coque ferromagnétique. La figure de mérite réalisée par le navire est un trèfle d'environ 1500 m de côté (figure V.10). Les noms des navires ne sont pas écrits pour des raisons de confidentialité.

On montre deux capteurs pour chaque navire, le premier capteur est placé à l'arrière du navire, environ 1 m au dessus du pont. Le deuxième capteur est placé dans la mature du navire

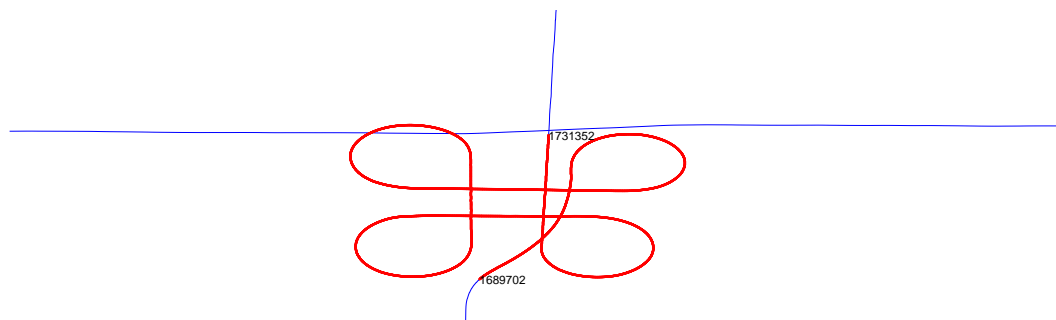


FIGURE V.10 – Trace GNSS d'un trèfle effectué par le navire.

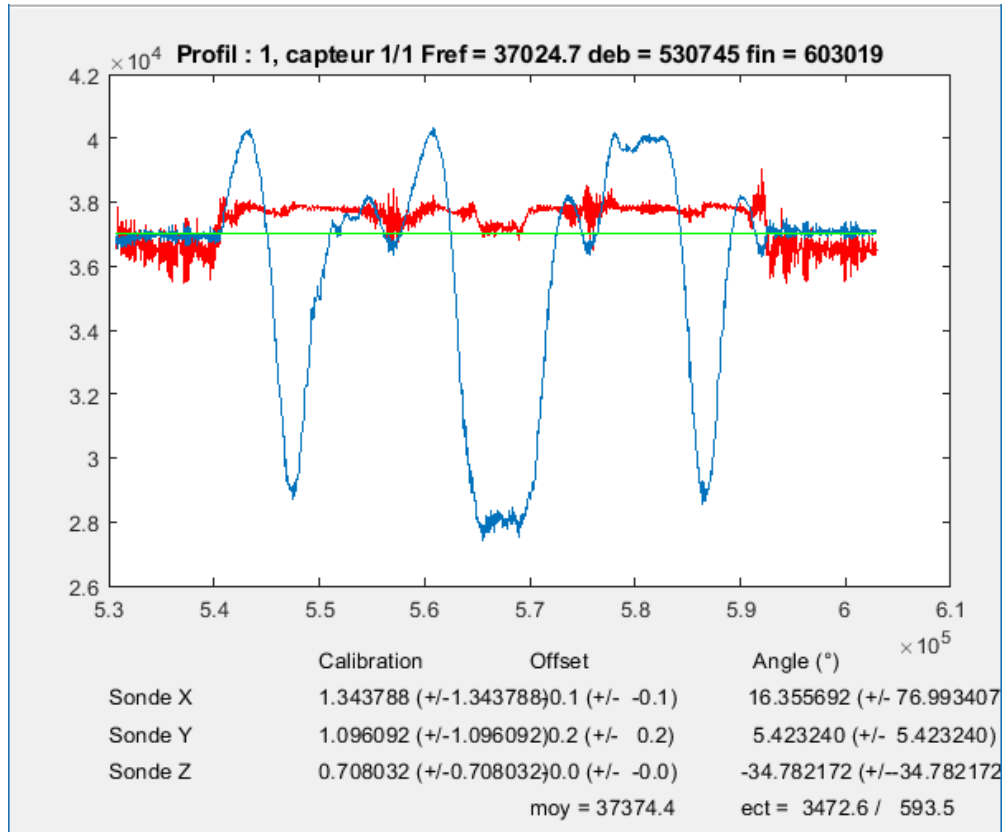
### V.4.2.1 Navire n°1

Nous présentons sur la figure V.11, les résultats de la compensation obtenus pour un navire à coque ferro-magnétique, pour les deux capteurs évoqués.

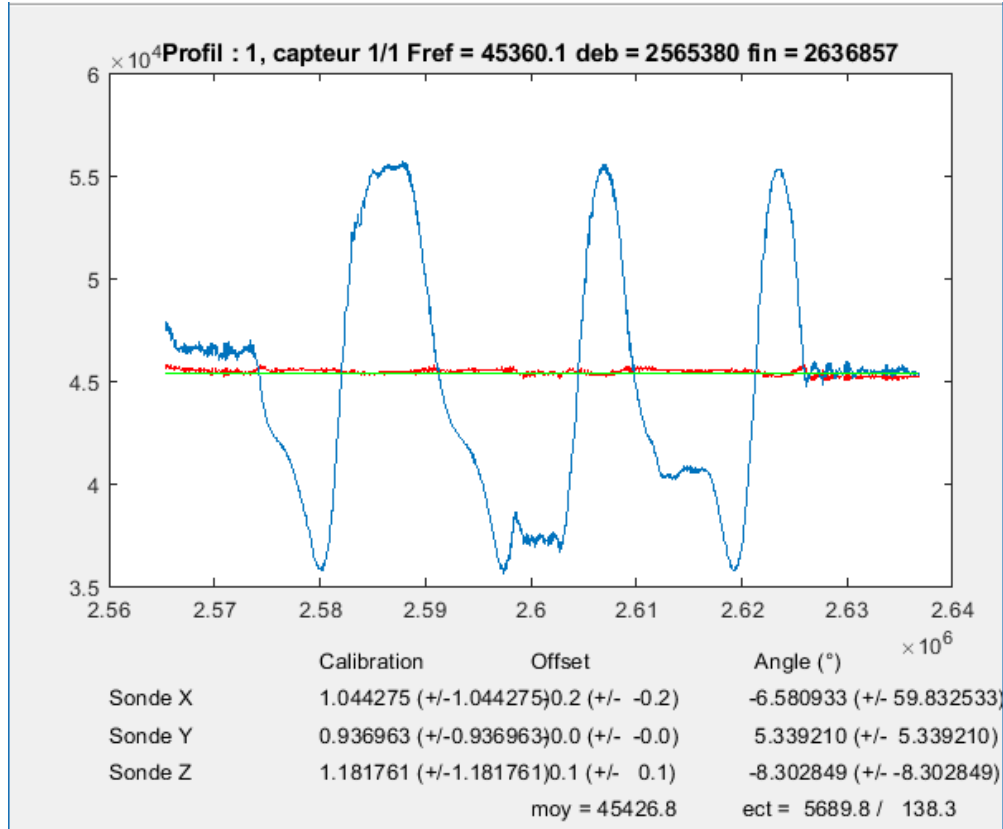
On voit que la compensation du navire est possible avec une réduction importante de

l'influence du navire sur le capteur. En revanche, les valeurs des paramètres ne montrent pas par les offsets d'aimantation rémanente importante. Il est donc difficile d'effectuer une analyse plus poussée en l'état.





(a) Résultats de la compensation pour le capteur situé à l'arrière.

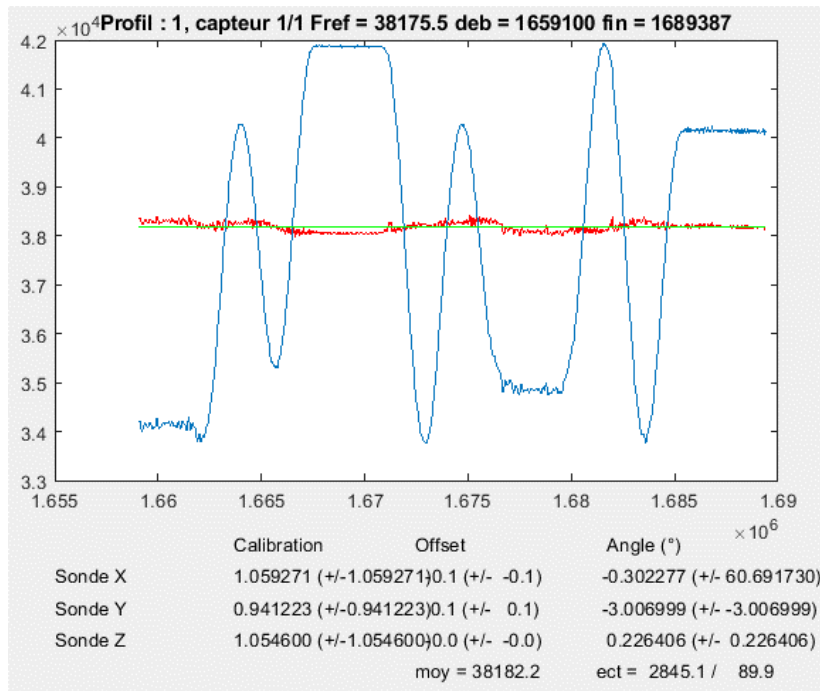


(b) Résultats de la compensation pour le capteur situé sur la passerelle.

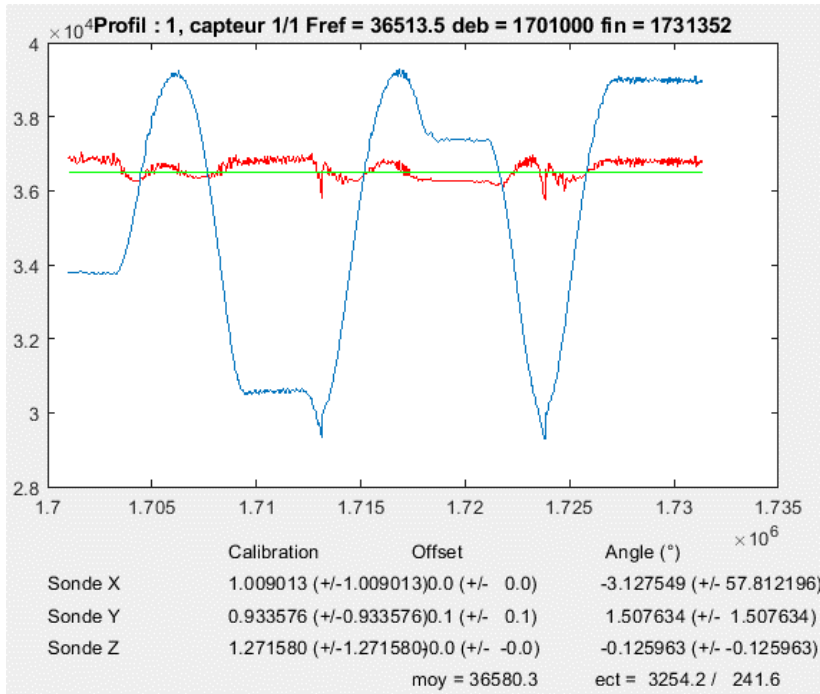
FIGURE V.11 – Compensation d'un navire à coque ferro-magnétique. On observe une réduction de l'écart type d'un facteur 6 sur la figure (a) et 41 pour la figure (b).

#### **V.4.2.2 Navire n°2**

Il s'agit d'un navire à coque ferro-magnétique dont les dimensions sont équivalentes au navire n°1. On observe une nouvelle fois une réduction importante de l'influence du porteur sur le capteur. La variation des paramètres de compensation paraît cependant délicate à analyser. Il faudra pouvoir refaire de telles mesures sur différents navires.



(a) Résultats de la compensation pour le capteur situé à l'arrière.



(b) Résultats de la compensation pour le capteur situé sur la passerelle.

FIGURE V.12 – Compensation d'un navire à coque ferro-magnétique. On observe une réduction de l'écart type d'un facteur 30 sur la figure (a) et 13 pour la figure (b).

# Chapitre VI

## Application sur données réelles et identification de l'aimantation d'une source simple

### Sommaire

---

<b>V.1</b>	<b>Etat de l'art de l'IBF pour le magnétisme du navire</b>	<b>168</b>
V.1.1	Limitations	168
<b>V.2</b>	<b>Calibration et compensation : l'approche géophysique</b>	<b>169</b>
V.2.1	La calibration du capteur	169
V.2.2	La compensation du porteur	171
V.2.2.1	Théorie	171
V.2.2.2	Simplifications	173
V.2.3	Application en géophysique	175
V.2.3.1	Travaux de l'IPGS	175
V.2.3.2	Autres cas d'applications	176
<b>V.3</b>	<b>Vers une nouvelle approche</b>	<b>176</b>
V.3.1	Idée générale	176
V.3.2	Lien entre paramètres et aimantation	177
V.3.2.1	Approche théorique	177
V.3.2.2	Expérimentation sur modèle réduit	178
<b>V.4</b>	<b>Etalonnage d'un navire</b>	<b>184</b>
V.4.1	Compensation d'un zodiac	185
V.4.2	Compensation d'un navire à coque ferro-magnétique	186
V.4.2.1	Navire n°1	186
V.4.2.2	Navire n°2	189

---

Cette section est consacrée à l'application des techniques de calibration/compensation au drone IT-180 de ECA Robotics. Une brève étude des paramètres est réalisée et l'on procède à la mise en oeuvre du drone sur le terrain, avec un levé à 8 mètres au dessus d'une source d'aimantation connue, qui est une caisse remplie d'aimants créant une aimantation verticale. On montre que les résultats du levé sont cohérents avec l'aimantation placé sur le terrain et qu'il est possible à partir de la couche équivalente appliqué ici sous la forme d'un seul dipôle d'obtenir les composantes du champ d'anomalie. Une deuxième méthode permettant de calculer les composantes est présentée. Il s'agit de la dérivation fractionnaire spectrale qui à partir d'une grille de points permet de remonter au potentiel et ensuite d'obtenir les trois composantes par dérivation directionnelle. On montre que les résultats obtenus dans les deux cas sont très similaires et cohérents d'une source d'aimantation verticale.

Ces résultats sont présentés sous la forme d'un article scientifique soumis à IEEE Transaction on magnetism. De ce fait certains éléments d'introduction sont redondant avec des parties précédentes du manuscrit, néanmoins il s'agit d'une bonne synthèse des travaux réalisés dans le cadre de cette thèse qu'il nous a semblé utile de présenter dans ce dernier chapitre.

1 AIRBORNE MAGNETIC SURVEYING WITH A DRONE AND  
2 DETERMINATION OF THE TOTAL MAGNETIZATION OF A DIPOLE

3 P. Calou<sup>1,2</sup> and M. Munsch<sup>2</sup>

4 <sup>1</sup>ECA Robotics Nantes, 24 rue Jan Palach, F-44220 COUERON, FRANCE

5 <sup>2</sup>Institut de Physique du Globe de Strasbourg, UMR 7516, CNRS – University of Strasbourg,  
6 1 rue Blessig, F-67084 STRASBOURG, France

7

8 ABSTRACT

9 Recent developments of Unmanned Aerial Vehicle raise an interest for aerial magnetic  
10 measurements closer to the sources than the usual aeromagnetic surveys done with planes. For  
11 some years now, ECA Group has been developing an UAV named IT-180. It was decided to use this  
12 UAV to carry a three-component fluxgate magnetometer to measure ships' signature. Some major  
13 issues are addressed as the magnetic field of the drone must be reduced as low as possible. On the  
14 other hand, vector magnetic measurements cannot be performed with a moving sensor and only the  
15 total magnetic field can be measured. It is shown how the influence of a carrier and the three main  
16 type of errors of the fluxgate magnetometer can be reduced, using calibration and compensation  
17 procedures, and two different methods are proposed to compute the three components of the  
18 magnetic field using the total magnetic field measurements. Finally, those methods are field tested,  
19 using a calibrated source with a strong vertical magnetization.

20

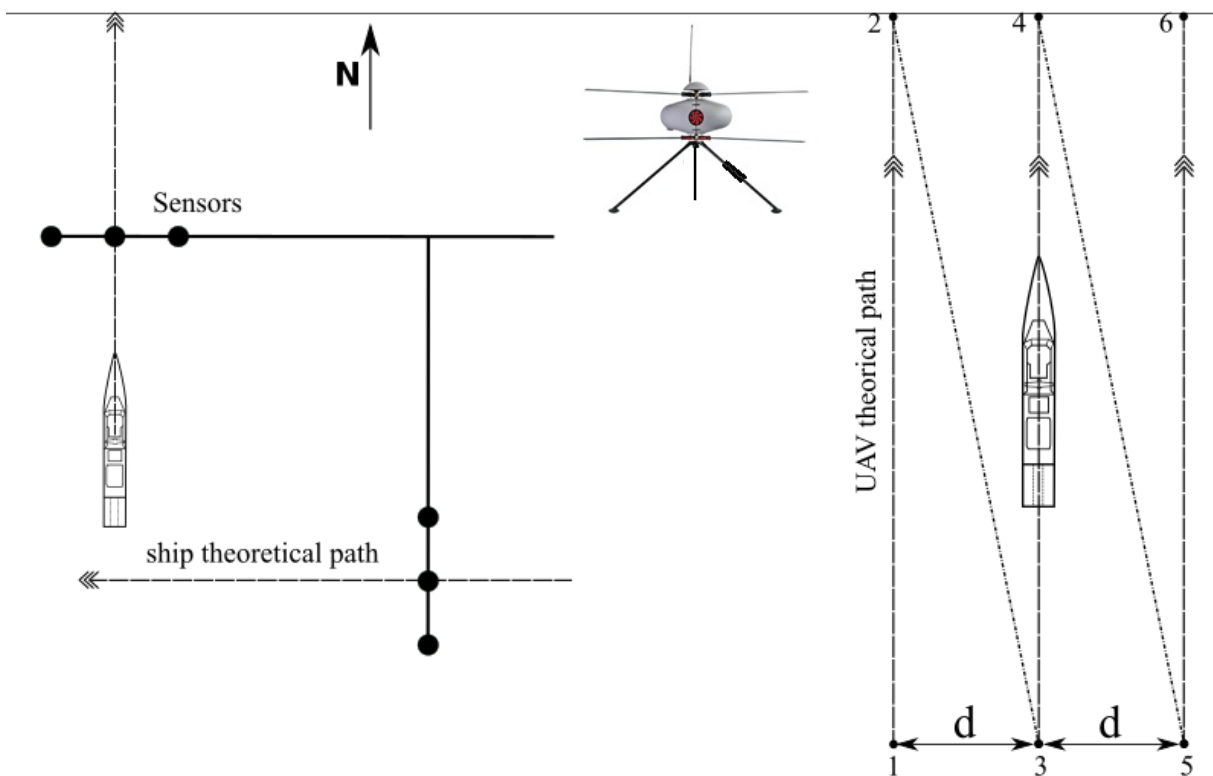
## 21 I. INTRODUCTION

22 Aeromagnetic mapping has been taking place since very long time in geophysics. Due to the  
23 large surface and depth of the structures investigated, airborne magnetic measurements have  
24 become a standard tool for mining exploration and geological interpretation [1]. Operating  
25 those surveys allows to acquire many data quickly but also raises some methodological issues.  
26 One of the main issues is the ability to compensate the aircraft magnetic influence during its  
27 movements. This problem has been solved first by [2] and [3] in a deterministic way, by  
28 giving a mathematical expression to each term of the magnetic perturbation. Computing each  
29 one of these terms, one is able to remove the aircraft magnetic field from measurements. This  
30 is done by many contractors for a long time, using real time algorithms and an automatic  
31 aeromagnetic digital compensator [4]-[5].

32 Independently, three-component fluxgate magnetometers are widely used in space and  
33 geological exploration and for ground surveying. This kind of magnetometer is not absolute  
34 and [6] have proposed a simple manner to calibrate them. The magnetometer is rotated around  
35 itself at a place where the intensity of the magnetic field is known and nine parameters are  
36 computed (scale values, offsets and non-orthogonalities) without knowing the Euler angles of  
37 the magnetometer. Reference [7] have shown that the equations of magnetic compensation  
38 and scalar calibration correspond to the same functions. Therefore, using a three-component  
39 fluxgate magnetometer fixed on a carrier, magnetic measurements can be corrected for both  
40 the sensor errors and the magnetic field due to the carrier. The advantage of this method is  
41 that fluxgate magnetometers are lightweight and have low power requirements so that they  
42 can be installed on unmanned aerial vehicles (UAV).

43 The STERNA concept [8] appeared when geophysics met ship's magnetism to propose a new  
44 type of magnetic measurements. Usually, the magnetic field of a ship is measured using an

45 underwater facility, with magnetic sensors laying on the seabed and the ship sailing over  
 46 them. The ship is then supposed to navigate in the center of the array of magnetic sensors  
 47 allowing its magnetic signature to be measured (Figure 1). This leads to a good estimation of  
 48 the magnetic signature from times to times in the naval base. On one hand, these facilities  
 49 allow precise measurements of the magnetic signature, because the magnetometers are not  
 50 moving and the ship's position compared to the sensors is precisely determined using a  
 51 navigation system. On the other hand, the measurement process can be time consuming and is  
 52 only possible where the facility is installed. With STERNA, the idea is to allow such  
 53 measurements to take place anywhere in the world, especially when the ship is about to cross  
 54 a dangerous area. This has been made possible using an UAV carrying out a fluxgate  
 55 magnetic sensor and flying above the ship, reproducing the underwater sensor measurements  
 56 with various trajectory (Figure 1).



57  
 58 Figure 1: Magnetic ranging of a ship. To the left, underwater ranging using fixed underwater



59 magnetometers and to the right, airborne ranging using STERNA UAV. A picture of IT180-  
60 120 UAV is also shown.

## 61 II.CALIBRATION OF THE MAGNETOMETER AND COMPENSATION OF THE UAV

62 Magnetic ranging using STERNA uses an IT180-120 developed by ECA-Group. The  
63 diameter of the rotor blades is 1.8 m and the propulsion engine uses a gasoline with flight  
64 time up to 120 min. The drone can be deployed in less than 15 min, flies at a velocity of 60  
65 km/h and has a maximum payload of 5 kg for a drone weight of 16 kg. The three-component  
66 fluxgate magnetometer and sensor electronics are installed in one foot of the drone (Figure 1).  
67 Navigation of the drone uses real-time kinematic positioning and allows accurate localization  
68 (better than 10 cm) of the UAV in the ship coordinate system.

### 69 A. Scalar calibration of the fluxgate magnetometer

70 Usually, fluxgate sensors are not used for magnetic surveying purpose because they are  
71 relative sensors, and because of three types of errors: non-perfect orthogonality of the probes  
72 ( $<0.5^\circ$  according to constructor's data sheet); sensitivity and offset errors.

73 In the last years, it has been shown that one is able to compute these errors when applying a  
74 calibration procedure [6]. Magnetic measurements  $\vec{F} = (F_1, F_2, F_3)^t$  are linked to the  
75 magnetic field  $\vec{B} = (B_1, B_2, B_3)^t$  to be measured by

$$\vec{F} = \mathbf{S} * \mathbf{P} * \vec{B} + \vec{O} \quad (1)$$

76 with  $\mathbf{S}$  the diagonal matrix of sensitivities of the probes

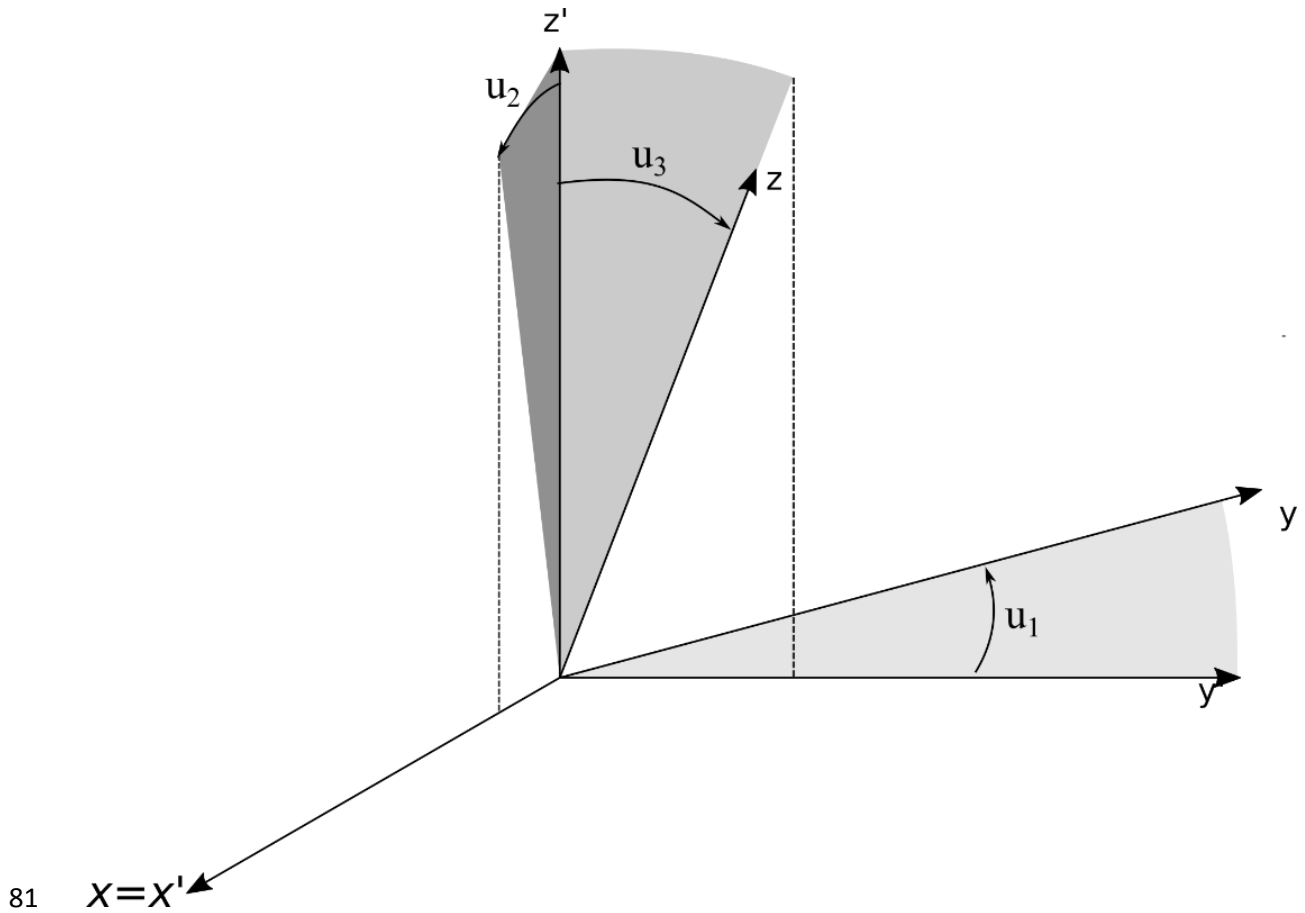
77

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & 0 \\ 0 & 0 & s_3 \end{pmatrix} \quad (2)$$

78  $\mathbf{P}$  the 3x3 matrix which transforms a vector from the orthogonal magnetometer coordinate  
 79 system to the non-orthogonal magnetic axis coordinate system (Figure 2)

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\sin u_1 & \cos u_1 & 0 \\ \sin u_2 & \sin u_3 & \sqrt{1 - \sin^2 u_2 - \sin^2 u_3} \end{pmatrix} \quad (3)$$

80 and  $\vec{O}$  is the vector describing the three offset errors.



82 Figure 2: Non-orthogonal coordinate system of the magnetic sensor defined as a function of  
 83 the orthonormal Earth coordinate system.

84 From (1) the magnetic field can be obtained [6]-[7]

$$\vec{B} = \mathbf{P}^{-1} * \mathbf{S}^{-1} * (\vec{F} - \vec{O}) \quad (4)$$

85 The nine parameters are computed by minimizing the standard deviation between  $B$  and the  
 86 magnetic reference field  $R$  usually obtained thanks to an international model like IGRF. [12]

$$|\vec{B}| = \sqrt{\vec{B}^t * \vec{B}} = \sqrt{[\mathbf{P}^{-1} * \mathbf{S}^{-1} * (\vec{F} - \vec{O})]^t * \mathbf{P}^{-1} * \mathbf{S}^{-1} * (\vec{F} - \vec{O})} \quad (5)$$

### 87 *B. Compensation of the IT180-120 UAV*

88 Following [2], different sources of magnetic interferences associated with the drone can be  
 89 identified. In a mathematical description, three sources are investigated: induced, permanent  
 90 and eddy currents. Writing those contributions lead to the vector summation of 18 terms [3]

$$H_{tot} = \sum_{k=1}^{18} i_k \cdot A_k(t) \quad (6)$$

91 with  $A_k(t)$ , terms that can be expressed with direction cosines of the Earth magnetic field,  
 92 that is to say computable at any time with the three sensor magnetic components measured.  
 93 That gives a linear estimation problem where  $i_k$  have to be computed. Different inverse  
 94 methods have been tested including least square estimation, in order to solve for  $i_k$ .

95 Neglecting eddy currents for slow moving objects, one can describe the sources of the  
 96 interference field with 9 terms corresponding to permanent ( $H_{perm}$ ) and induced ( $H_{ind}$ )  
 97 magnetic fields

$$H_{tot} = H_{perm} + H_{ind} = \sum_{k=1}^9 i_k \cdot A_k(t) \quad (7)$$

98 These nine parameters, which aim to compensate the effect of the aircraft, are in relationship  
 99 with the ones used by [6] to calibrate three axis fluxgate magnetometers. As shown by [7], the  
 100 induced source contribution can be expressed as  $\vec{H}_{ind} = \mathbf{Q} * \vec{B}$  where  $\mathbf{Q}$  is a lower triangular  
 101 matrix with six unknowns. It becomes then clear that these six parameters can be related to

102  $\mathbf{S} * \mathbf{P}$  in Eq 1, while the permanent sources are linked with the offset vector. This procedure is  
103 used for some years now [7] and [9]- [11].

#### 104 *C. STERNA measurements calibration and compensation*

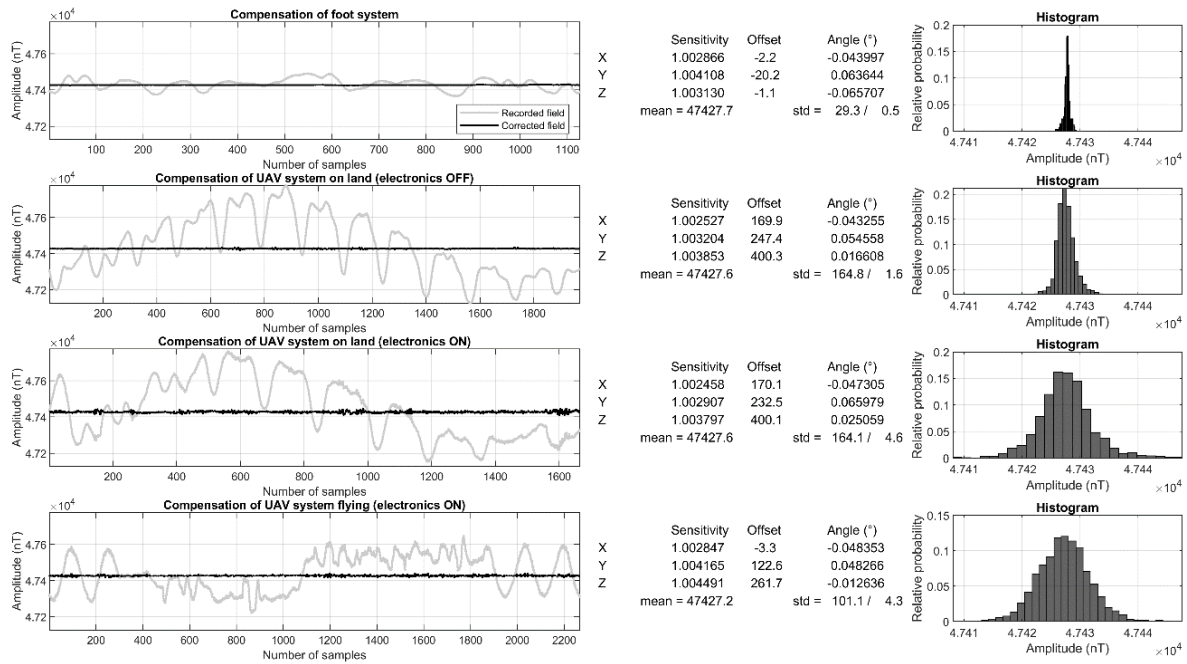
105 Using the calibration/compensation procedure, it is possible to calibrate the fluxgate  
106 magnetometer and to compensate the influence of the carrier in a single operation with the  
107 sensor fixed on the drone. The only constraint is that, during the procedure, the Earth  
108 magnetic field has to stay constant or as constant as possible. This assumes that there are no  
109 magnetic field temporal variations nor any magnetic anomaly in the zone of measurement.  
110 The compensation figure consists in moving the system through its three axes. To ensure that,  
111 the drone is rotated around its vertical axis, and every 30° a tilt is applied along the two other  
112 axes axis. Four calibration/compensations are shown here (Figure 3).

113 The first one is done with the sensor in the foot of the UAV with its electronics (battery and  
114 digitizer) but without the drone. This case mainly corresponds to the calibration of the  
115 fluxgate magnetometer, all the equipment near the sensor being almost non-magnetic.

116 The second one is done on the floor with the foot clamped to the UAV in its normal position.  
117 All the drone's electronics is turned off.

118 The third one is done in the same way as the second one, but with all the electronic systems of  
119 the drone turned ON.

120 Finally, the fourth one was done while flying. The drone turns around itself at a fixed point  
121 and changes its roll and pitch as much as possible (+/- 20°).



122

123 Figure 3: Calibration/compensation results. From top to bottom: magnetometer and its  
 124 digitizer packed in the UAV foot; magnetometer installed on the drone with all electronic  
 125 systems turned OFF, calibration on the floor; same as the previous one with all electronic  
 126 systems turned ON; the last one represents in-flight calibration/compensation. The left hand  
 127 column displays the intensity of the uncalibrated (gray line) and calibrated (black line), with  
 128 the same amplitude for each sub-figure. The central column gives the  
 129 calibration/compensation parameters and the standard deviation of the intensity of the  
 130 magnetic field before and after calibration. The right hand column represents the histograms  
 131 of the calibrated intensity of the magnetic field.

132 Figure 3, left column, shows the uncalibrated intensity of the magnetic field. The total  
 133 variation is about 120 nT without the drone and 700 nT with the magnetometer attached to the  
 134 drone. In the last case, when the drone is flying the calibration/compensation, the total  
 135 variation of the intensity of the magnetic field is only 380 nT because the attitude of the drone  
 136 changes less. In all the four cases, after calibration, the intensity of the magnetic field is  
 137 almost constant (Figure 4), with a standard deviation less than 5 nT. Comparing with the

138 standard deviation of the uncalibrated magnetic field, the variation has been reduced by a  
 139 factor 23-59.

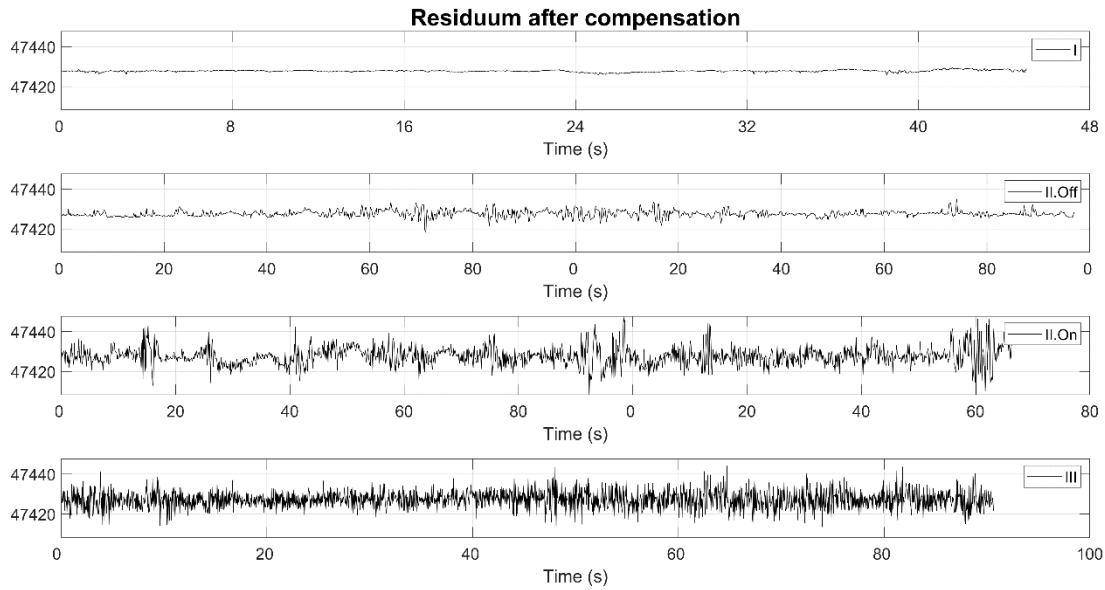
		Offset (nT)		Sensitivity		Angle (°)	
		Value	Error	Value	Error	Value	Error
<b>I</b>	X	-2,2	±0,07	1,0029	±1,689.10 <sup>-6</sup>	-0,044	±1,54.10 <sup>-4</sup>
	Y	-20,2	±0,06	1,0041	±1,470.10 <sup>-6</sup>	0,0637	±2,02.10 <sup>-4</sup>
	Z	-1,1	±0,09	1,0031	±3,24.10 <sup>-6</sup>	-0,0657	±1,65.10 <sup>-4</sup>
<b>II.Off</b>	X	169,9	±0,2	1,0025	±9,74.10 <sup>-6</sup>	-0,043	±3,7.10 <sup>-4</sup>
	Y	247,4	±1,4	1,0032	±2,94.10 <sup>-6</sup>	0,055	±1,9.10 <sup>-4</sup>
	Z	400,3	±0,4	1,0039	±1,18.10 <sup>-6</sup>	0,016	±6,8.10 <sup>-4</sup>
<b>II.On</b>	X	170,1	±0,2	1,0025	±7,621.10 <sup>-6</sup>	-0,047	±3,9.10 <sup>-4</sup>
	Y	232,5	±1,1	1,0029	±2.359.10 <sup>-5</sup>	0,066	±2,2.10 <sup>-4</sup>
	Z	400,1	±0,4	1,0038	±1,069.10 <sup>-5</sup>	0,025	±6,3.10 <sup>-4</sup>
<b>III</b>	X	-3,3	±1,2	1,0028	±6,390.10 <sup>-5</sup>	-0,048	±1,3.10 <sup>-3</sup>
	Y	122,6	±5,7	1,0042	±1,201.10 <sup>-4</sup>	0,048	±1,0.10 <sup>-3</sup>
	Z	261,6	±4,2	1,0045	±9,330.10 <sup>-5</sup>	0,012	±4,7.10 <sup>-3</sup>

140

141 Table 1: Calibration/compensation parameters values and estimated errors. From top to  
 142 bottom: (A) magnetometer and its digitizer packed in the UAV foot; (B) magnetometer  
 143 installed on the drone with all electronic systems turned OFF, (C) calibration on the floor,  
 144 same as previous one with all electronic systems turned ON; (D) in-flight  
 145 calibration/compensation.

146

147

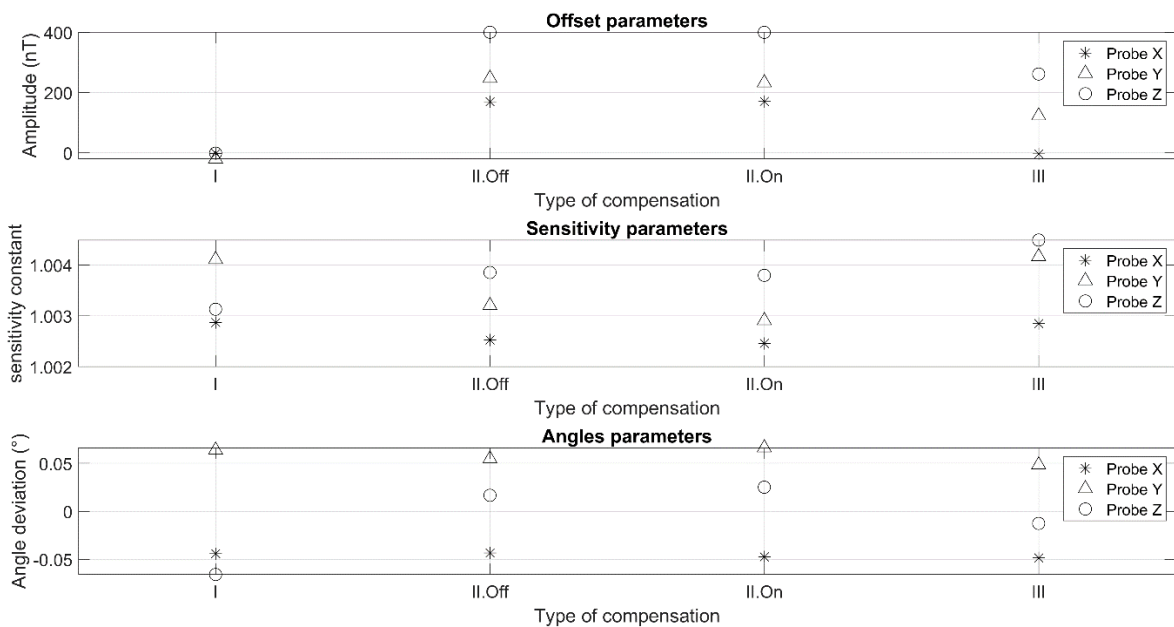


148

149 Figure 4: Residuum of the calibration/compensation. From top to bottom: magnetometer and  
 150 its digitizer packed in the UAV foot; magnetometer installed on the drone with all electronic  
 151 systems turned OFF, calibration on the floor; same as previous one with all electronic  
 152 systems turned ON; in-flight calibration/compensation. The intensity of the residuum is displayed with  
 153 the same amplitude for each sub-figure.

154 The first case mainly corresponds to the calibration of the magnetometer because the drone's  
 155 foot has been designed to be as nonmagnetic as possible. Thus, the nine parameters obtained  
 156 mainly correspond to the calibration values of the magnetometer. The standard deviation of  
 157 the calibrated intensity of the magnetic field is 0,5 nT with an almost Gaussian distribution.  
 158 The second case, with the magnetometer fixed on the drone with the entire drone's electronics  
 159 turned off shows an increase of the standard deviation to 1,6 nT and a spreading of the  
 160 histogram. This degradation of calibrated/compensated data quality needs to be brought closer  
 161 to the important magnetic effect of the drone. In particular, the computed offsets are important  
 162 (169,9, 247,4 and 400,3 nT) compared to the offsets of the magnetometer calibration (-2.2, -  
 163 20.2 and -1.1 nT). This shows a strong remanent component of the drone magnetization while  
 164 the induced magnetization seems to be small when comparing the values of the sensitivities

165 and angles between the first and second cases. The two last cases show similar results, the  
 166 standard deviation increases to 4,6/4,3 nT and the histogram spreads. This is probably due to  
 167 all the electromagnetic effects of the drone when all systems are turned ON, including the  
 168 rotation of the blades. As a matter of fact, the magnetic field due to eddy currents is not taken  
 169 into account in our compensation procedure. Finally, the calibrated/compensated intensity of  
 170 the magnetic field has a standard deviation better than 5 nT with an almost Gaussian shape.  
 171 The nine parameters obtained through the compensation procedure have similar values when  
 172 the magnetic sensor is installed on the drone (case II.OFF, II.ON and III)(Figure 5). When  
 173 the drone is flying along profiles above the floor, if its velocity is sufficiently small compare  
 174 to the wavelength of the magnetic anomalies, the noise can be considered as white and easily  
 175 removed by filtering the data. Along profiles, the drone is flying at a mean velocity of 5 m/s  
 176 and the sampling rate is 25 Hz which gives a magnetic measurement each 0,2 m compared to  
 177 a wavelength of magnetic anomalies to be measured at least ten times larger.



178  
 179 Figure 5: Calibration/compensation parameters computed for the four cases shown in Figure  
 180 3. I, magnetometer and its digitizer packed in the UAV foot. II Off, magnetometer installed on  
 181 the drone with all electronic systems turned OFF, calibration on the floor. II On,



182 magnetometer installed on the drone with all electronic systems turned ON, calibration on the  
183 floor. III, in-flight calibration/compensation.

184

185 III. COMPUTATION OF THE TOTAL MAGNETIZATION OF A DIPOLE AND SURVEY  
186 APPLICATION

187 *A. Computation of the magnetization and magnetic field components*

188 Even if a three-component magnetometer is used for surveying, the components of the  
189 magnetic field in the Earth coordinate system (x is directed north, y is east and z down)  
190 cannot be obtained with a sufficient accuracy because Inertial Measurements Units (IMU) are  
191 not enough accurate and drift with time: an error of one arc second for one the IMU angle  
192 produces a maximum change of 0,2 nT for a magnetic component, considering a magnetic  
193 field intensity of 50,000 nT. Thus, three-component magnetometers are used as total-field  
194 magnetometers and only the intensity of the calibrated/compensated magnetic field is used for  
195 interpretation. The total field anomaly is computed by subtracting the magnitude of an Earth's  
196 magnetic model, more often the International Geomagnetic Reference Field [12]. If the  
197 anomalous field  $\vec{C}$  is small compared to the ambient regional field  $\vec{R}$ , it can be shown [13] that  
198 the total magnetic field anomaly  $F$  is the projection of the magnetic anomalous field onto the  
199 regional magnetic field,  $F = \vec{\rho} \cdot \vec{C}$ , where  $\vec{\rho}$  stands for the direction vector (normalized) of the  
200 regional field.

201 As the magnetic anomaly field derives from a potential, then the total field anomaly is the  
202 derivative of the potential in the direction of the regional magnetic field. Having a total field  
203 magnetic map, its Fourier transform can be computed. The directional integration is simply

$$\frac{F(u, v)}{ilu + imv + n\sqrt{u^2 + v^2}} \quad (8)$$

204 with  $F(u, v)$  the spectrum of the total field magnetic anomaly,  $u$  and  $v$  the wavenumbers  
205 corresponding to the north and east direction,  $i = \sqrt{-1}$  and  $(l, m, n)$  the unit vector  
206 corresponding to the direction of the regional magnetic field. This transform assumes that the

207 magnetic anomaly field is harmonic, which is the case outside the sources. Having the  
 208 potential, the spectrum of the three components of the magnetic anomaly field are obtained in  
 209 the Fourier domain by derivation in the spectral domain

$$\begin{cases} iu \frac{F(u, v)}{ilu + imv + n\sqrt{u^2 + v^2}} \\ iv \frac{F(u, v)}{ilu + imv + n\sqrt{u^2 + v^2}} \\ \sqrt{u^2 + v^2} \frac{F(u, v)}{ilu + imv + n\sqrt{u^2 + v^2}} \end{cases} \quad (9)$$

210 This simple way to compute the three components of the magnetic anomaly field assumes that  
 211 the data is obtained at a constant altitude, which is not always the case. Fourier transform  
 212 method also assumes that the extent of the survey area is large enough to cover the entire  
 213 anomaly.

214 Another way, less restrictive, to compute the components of the magnetic anomaly from the  
 215 total field anomaly, uses the method of the equivalent layer [14]-[15]. The goal is to compute  
 216 a magnetic source distribution that produces a fit to the data and then is used to compute the  
 217 components of the magnetic field anomaly. Following the initial idea, which is to use discrete  
 218 bodies to represent the medium, we establish the expression of the magnetic field produced by  
 219 a discrete magnetic source, that is to say a dipole. In this case, the total magnetic field  
 220 anomaly is used as the starting point of the method. We show how this scalar anomaly relates  
 221 to the magnetization of a dipole and reciprocally how to compute the source magnetization.

222 Assuming that the dipole is located at the origin of the geographic coordinate system with a  
 223 magnetization  $(m_x, m_y, m_z)$ , the equivalent of equation 9 in the space domain is

$$\vec{C}(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi \cdot [x^2 + y^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}} \begin{pmatrix} 2x^2 - y^2 - z^2 & 3xy & 3xz \\ 3xy & 2x^2 - y^2 - z^2 & 3yz \\ 3xz & 3yz & 2x^2 - y^2 - z^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} \quad (10)$$

224 As shown before, the total magnetic field anomaly is then

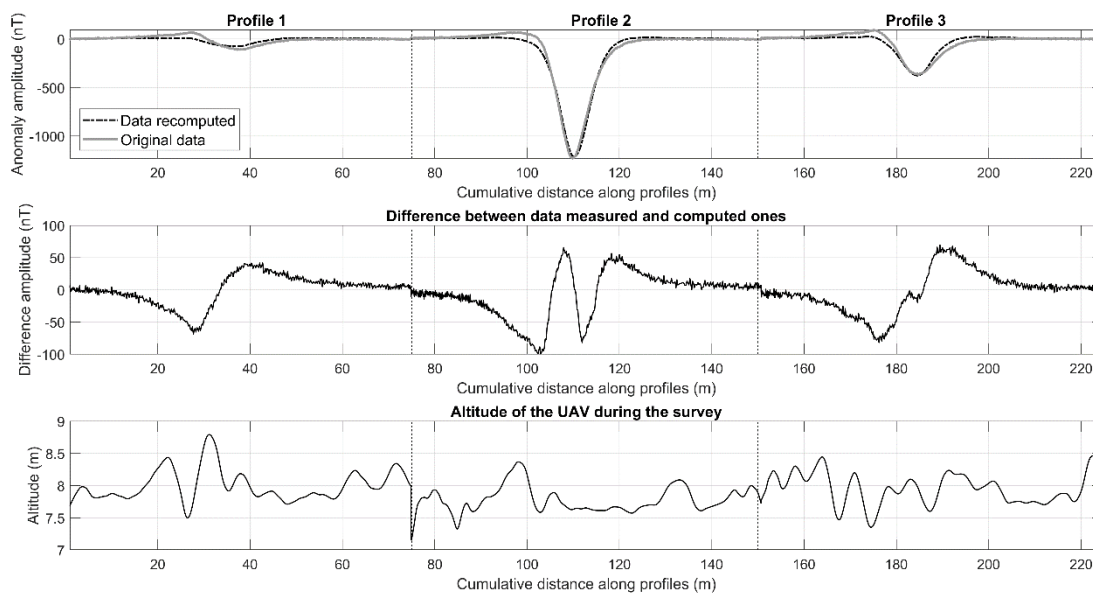
$$F(x, y, z) = \frac{\mu_0}{4\pi \cdot [x^2 + y^2 + z^2]^{\frac{5}{2}}} \begin{pmatrix} l \\ m \\ n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2x^2 - y^2 - z^2 & 3xy & 3xz \\ 3xy & 2x^2 - y^2 - z^2 & 3yz \\ 3xz & 3yz & 2x^2 - y^2 - z^2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} m_x \\ m_y \\ m_z \end{pmatrix} \quad (11)$$

225 This equation shows that the total magnetic field anomaly is linearly dependent on  
 226 magnetization, i.e., it can be written  $F(x, y, z) = G \cdot (m_x, m_y, m_z)'$ , with G a known matrix  
 227 only depending on the location of the dipole and the direction of the regional magnetic field.  
 228  $\vec{m}$  can be obtained by the least-squares inversion method. Having computed  $\vec{m}$ , the  
 229 components of the magnetic field anomaly can be computed using equation 10 and the results  
 230 can be compared to those obtained in the spectral domain (equation 9).

### 231 *B. Survey of a remanent magnetic dipolar source*

232 Twenty-neodymium magnets (diameter 70 mm, height 35 mm, Supermagnete Inc., model S-  
 233 70-35-N) are installed in a wooden box (100 x 50 x 50 cm) in a way that their magnetization  
 234 adds along the vertical axis. This box is placed on the ground, in the center of a local  
 235 coordinate system, and the UAV is flying above it at a height of about 8 m. As the drone uses  
 236 a GNSS antenna without differential correction, the navigation accuracy is about 1 m. The  
 237 theoretical flight path corresponds to figure 1 and three profiles are measured in a north-south  
 238 direction. The length of the lines is about 70 m and the space between profiles is 8 m, the real  
 239 profiles path are shown in figure 7.

240 The measured magnetic anomalies along profiles above the box and the magnetic anomaly  
 241 obtained through equation 11 after solving for the magnetization, are displayed in Figure 6.  
 242 The difference between data and the model shows a similar shape on external profiles (1 and  
 243 3) and a high frequency noise with a maximum amplitude of 10 nT. This noise appears to be  
 244 white and can be easily removed from the data either by filtering or when a magnetic anomaly  
 245 grid is computed.



246

247 Figure 6: Upper part, total field magnetic anomaly measured and computed along the three  
 248 measurement profiles. The grey thick curve stands for the data measured; the black curve  
 249 represents the magnetic anomaly obtained along the three profiles using equation 11 after  
 250 inverting for the magnetization with a dipole located at the origin of the coordinate system.  
 251 The middle figure, difference between the two magnetic anomalies showing the discrepancy  
 252 of the model and the high frequency magnetic noise with a maximum amplitude of about 10  
 253 nT. The lower sub-figure represents the altitude of the UAV along the profiles.

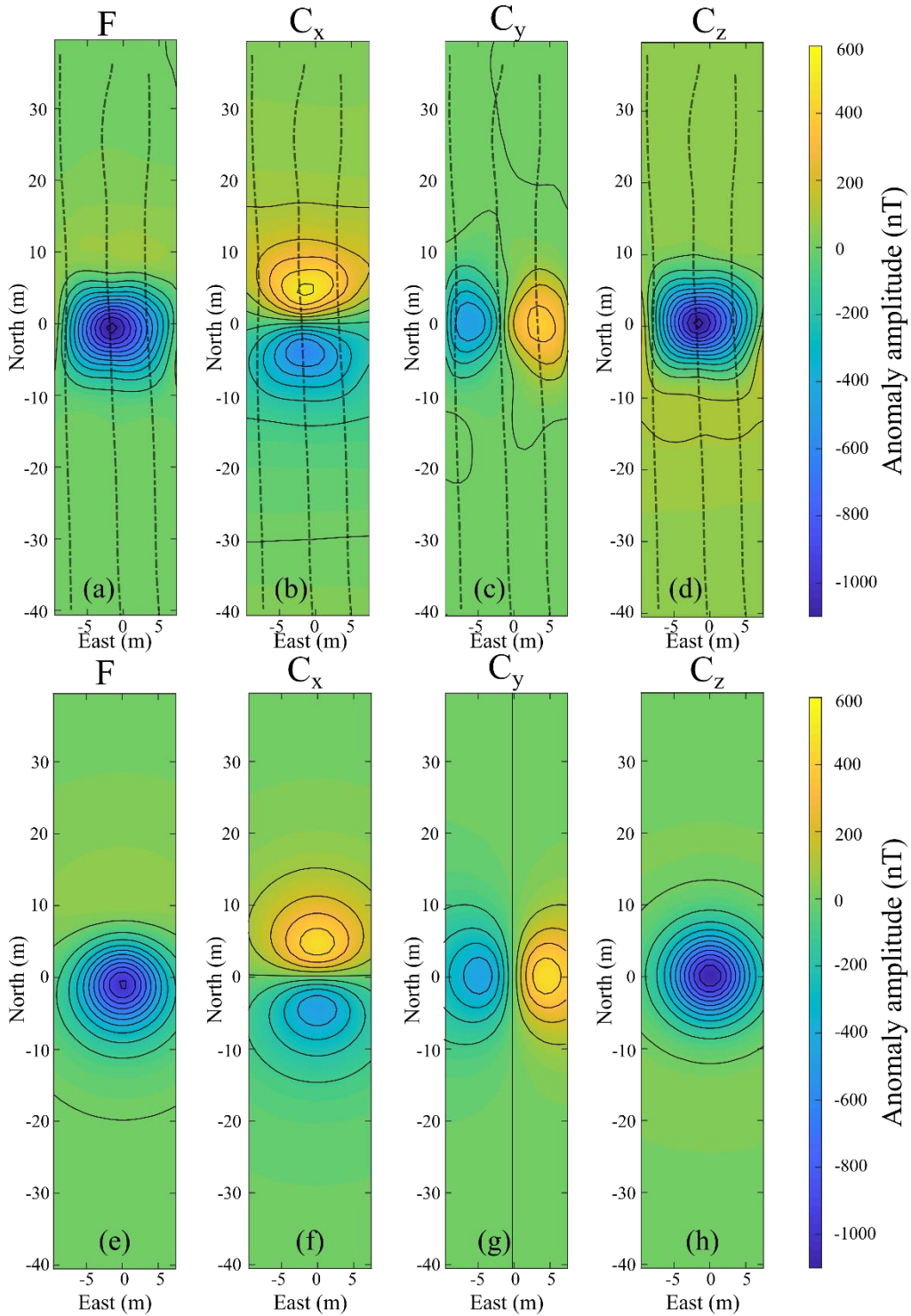
254 Using the data measured along the three profiles, one is able to establish a grid of linearly  
 255 spaced data points [16] on a horizontal plane with a node spacing of 1 m. This data grid  
 256 allows to apply some potential-field transformations to the data. The integration/derivation  
 257 method exposed in equation (8) and (9) is then used to compute the three components of the  
 258 magnetic field displayed in figure 7. As the UAV does not perform profiles at a constant  
 259 height due to its conception and some weather hazards, this process can give uncertainties for  
 260 the computed maps. In our example the maximum height error is estimated less than 1 m.

261 It is well known in geophysics that aeromagnetic survey is rarely done with constant distance  
 262 between the source and the sensor, especially in the case of a steep topography. Those

263 distance variations are mainly due to physical constraints of plane's flights and can lead to  
264 artefacts. That is why, one would usually uses the equivalent layer to represent a simple  
265 magnetic source. This problem is demonstrated to be linear when using dipolar sources and  
266 assuming the position of the dipole is known. If the position is unknow, then the problem is a  
267 non-linear one and the resolution method and fall outside the scope of this study.

268 In our case, the source is assumed to be in the center of the local coordinate system (0,0,0)  
269 and the system is solved only for the magnetization vector (equation 11). The result obtained  
270 is a magnetization mostly vertical:  $m_z = 2.7 \cdot 10^3$  A/m,  $m_x = -7.5$  A/m and  $m_y = 4.8$  A/m.

271



272

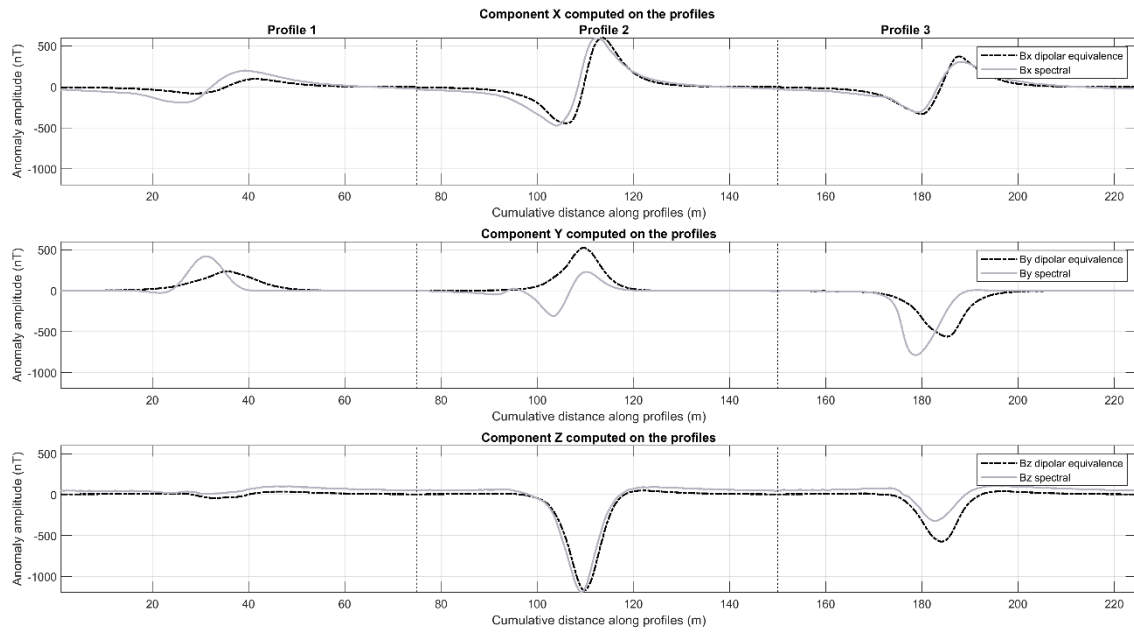
273 Figure 7: (a) Map of the magnetic anomaly obtained after gridding the data, the profiles used  
 274 are symbolized with dotted lines on the four upper maps. The box is placed at the origin of the  
 275 local coordinate system and the drone was flying 8 m above. (b), (c) and (d) represent the  
 276 three maps of the components of the magnetic anomaly field, as computed in the spectral

277 domain. (e) is the magnetic anomaly map obtained using equation 11 and the magnetization  
278 obtained through the inversion process. (f), (g) and (h) are the three maps of the component of  
279 the magnetic field obtained using equation 10 and the magnetization obtained from equation  
280 11.

281 With the magnetization computed, magnetic maps of the three components are computed  
282 (figure 7 f-h) using equation (10) and then the total magnetic field anomaly (figure 7 e) is  
283 derived by projecting the magnetic field anomaly onto the regional field, using its direction  
284 cosines (equation (11)). In these equations, the precise location of the dipole is of big  
285 importance. The position of the box has been estimated at  $\pm 0.5\text{m}$ , which is sufficient in our  
286 case, probably because the source is quite simple. Though, it is visible on figure 7 that the  
287 maps obtained from the data (figure 7a-d) and the one computed with the magnetization  
288 obtained by inversion are not perfect, probably because of GNSS and positioning errors. One  
289 should consider solving for the position of the dipole as well as the magnetization, however  
290 this increases the mathematical complexity of the inverse system.

291 The general trends of the maps in figure 7 are very similar and representative of the general  
292 pattern of a vertical magnetization, which is confirmed by the values obtained through the  
293 inversion process, but it is not easy to compare both results. In order to allow a more precise  
294 analysis, the three components of the magnetic anomaly (figure 7 b-d) are used to compute by  
295 interpolation the components along the three profiles. These three curves are then compared  
296 to the curves obtained by using the magnetization computed in the inverse problem  
297 resolutions (Figure 8). It is clear that amplitude and trends fit well for the  $C_x$  and  $C_z$   
298 components, but for the  $C_y$  component the differences are more significant. This is mainly  
299 due to the two different ways of computations, the computation in the spectral domain implies  
300 that all the data are acquired at the same altitude which is not exactly the case with an error of  
301 about  $\pm 1\text{ m}$ .





302

303 Figure 8: Components computed along the three profiles of the survey. The dashed black lines  
 304 represent the curves obtained after solving for the magnetization of a dipolar source and  
 305 recomputing for the three components of the dipolar formulation (equation 10). The grey lines  
 306 represent curves computed in the spectral domain.

307

308 IV. CONCLUSION

309 The calibration and compensation procedures frequently used in space measurements and  
310 aeromagnetic surveys are combined in order to remove the magnetic influence of the carrier  
311 on magnetic data using a three-component magnetic sensor. The influence of the UAV is  
312 reduced by a factor 23 to 59 doing so and allows precise magnetic measurements with a  
313 standard deviation better than 5 nT. The nine parameters computed by calibration of the  
314 sensor are linked with the induced and remanent magnetizations of the UAV whereas their  
315 variations are not fully understood

316 The method is field-tested with a very specific small size source made of magnets, creating a  
317 strong vertical magnetization. The total magnetic field anomaly and the magnetic field  
318 components are computed according to two different methods.. The first one consists in using  
319 the properties of the potential field in the spectral domain to compute first the magnetic  
320 potential and then the three components of the magnetic anomaly. The second one uses a  
321 dipolar approximation for the source located at a known place, and takes advantage of the  
322 linear relationship between the total magnetic field anomaly and the three components of the  
323 dipole magnetization.

324 In both cases, the three components of the magnetic field obtained are similar, consistent  
325 between them and correspond to a vertical magnetization pattern. The application of those  
326 methods on more complex magnetic sources can be undertaken, the two methods showing no  
327 particular theoretical problems to be applied for several sources of dipolar or multi-dipolar  
328 sources.

329

330 References

- 331 [1] M. N. Nabighian, V. J. S. Grauch, R. O. Hansen, T. R. LaFehr, Y. Li, J. W. Peirce, J. D.  
332 Phillips, and M. E. Ruder. « The historical development of the magnetic method in  
333 exploration », *Geophysics*, vol. 70, pp. 33ND-61ND, Nov. 2005, doi. 10.1190/1.2133784
- 334 [2] P. Leliak, « Identification and Evaluation of Magnetic-Field sources of magnetic airborne  
335 detector equipped aircraft », *IRE transactions on aerospace and navigation electronics*, vol.  
336 ANE-8, pp. 95-105, Sept. 1961, doi. 10.1109/TANE3.1961.4201799
- 337 [3] B. W., Leach, « Aeromagnetic compensation as a linear regression problem », *Information*  
338 *Linkage between Applied Mathematics and Industry II*, Academic Press, London, vol 2, pp.  
339 139–161, 1980
- 340 [4] G. Noregia, “Performance measures in aeromagnetic compensation”, *The Leading Edge*,  
341 vol. 30, pp. 1122-1127, Oct. 2011, doi. 10.1190/1.3657070.
- 342 [5] G. Zhao, Q. Han, X. Peng, P. Zou, H. Wang, C. Du, H. Wang, X. Tong, Q. Li and H. Guo,  
343 “An Aeromagnetic Compensation Method Based on a Multimodel for Mitigating  
344 Multicollinearity”, *Sensors*, vol. 19, 13 pp., July 2019, doi. 10.3390/s19132931.
- 345 [6] N. Olsen, T. Risbo, P. Brauer, J. Merayo, P. Primdahl and T. Sabaka, “In-flight calibration  
346 methods used for Orsted Mission”, *ESA SP on Space Magnetometer Calibration*, 12 pp, 2001.
- 347 [7] M. Munsch, D. Boulanger, P. Ulrich and M. Bouiflane, “Magnetic mapping for the  
348 detection and characterization of UXO: Use of multi-sensor fluxgate 3-axis magnetometers  
349 and methods of interpretation », *J. App. Sciences*, vol. 61, pp. 168-183, March 2007, doi.  
350 10.1016/j.jappgeo.2006.06.004.

- 351 [8] J. J. Periou, M. Munsch and Ph. Novelli, “Method and device for mobile magnetic  
352 measurements for controlling the magnetic signature of a vessel”, Patent n° 1559920  
353 PCT/FR2016/052654, Oct. 2015.
- 354 [9] M. Munsch and S. Fleury, “Scalar, vector, tensor magnetic anomalies: measurement or  
355 computation?”, *Geophys. Prospect.*, vol. 59, pp. 1035-1045, Nov. 2011, doi. 10.1111/j.1365-  
356 2478.2011.01007.x.
- 357 [10] A. Bronner, M. Munsch, D. Sauter, J. Carlut, R. Searle and A. Mainault, “Deep-tow 3C  
358 magnetic measurement: Solutions for calibration and interpretation”, *Geophysics*, vol. 78, pp.  
359 J15-J23, May 2013, doi. 10.1190/GEO2012-0214.1.
- 360 [11] B. Gavazzi, P. Le Maire, J. Mercier de Lépinay, P. Calou and M. Munsch, “Fluxgate  
361 three-component magnetometers for cost-effective ground, UAV and airborne magnetic  
362 surveys for industrial and academic geoscience applications and comparison with current  
363 industrial standards through case studies”, *Geomechanics for Energy and the Environment*,  
364 Available online 19 March 2019, doi; 10.1016/j.gete.2019.03.002.
- 365 [12] E. Thebault et al, “International Geomagnetic Reference Field: the 12th generation”,  
366 *Earth, Planets and Space*, vol. 67, pp. 79, May. 2015, doi. 10.1186/s40623-015-0228-9.
- 367 [13] R. Blakely, “Potential field theory in gravity and magnetic applications”, Cambridge  
368 University Press, pp.179, 1996, isbn. 0-521-57547-8.
- 369 [14] C. N. G. Dampney, “The equivalent source technique”, *Geophysics*, vol. 34, pp. 39-53,  
370 Feb. 1969, doi. 10.1190/1.1439996
- 371 [15] M. Pilkington and O. Boulanger, “Potential field continuation between arbitrary surfaces  
372 – Comparing methods”, *Geophysics*, vol. 82, pp. J9-J25, May 2017, doi. 10.1190/GEO2016-  
373 0210.1.

374 [16] J. D'Errico, J., 2010. "Surface Fitting Using Gridfit", Matlab Central, the Mathworks. Inc  
375 Natick, 2010.

## **Conclusion et perspectives**

## Conclusion

A la fin de ce manuscrit, il est important de dresser un bilan du travail qui a été réalisé en perspective des attentes initiales de la thèse.

Dans les chapitre I et II, nous avons présenté les enjeux du magnétisme du navire, le contexte de la thèse et les spécificités liées à chaque discipline. De manière générale, en magnétisme du navire on cherche à caractériser précisément l'aimantation d'une source de géométrie parfaitement définie et avec une précision de positionnement importante de la source. Pour ce faire, on utilise les trois composantes du champ magnétique mesurées à l'aide de capteurs fixes posés en fond de mer. En géophysique, on travaille avec des objets géométriquement très complexe et dont l'homogénéité n'est pas garantie. L'extension géométrique est souvent très floue, en particulier en profondeur pour des raisons évidentes. Il s'agit donc de caractériser au mieux les contacts entre entités, sans forcément s'intéresser en détail à l'aimantation. Un certain nombre d'outils mathématiques ont été développés dans ce but et nous les avons présentés dans le chapitre II.

En partant de ce constat, il semble alors naturel de tenter d'encourager une convergence de ces deux disciplines. C'est ce que nous avons fait au chapitre III. Dans un premier temps, on a établi l'expression du champ généré par un dipôle selon les notations usuelles dans chaque cas. Nous avons ensuite établi les courbes caractéristiques liées à certains cas particuliers d'aimantation en profils. Nous avons fait cela sur profils, comme cela se fait traditionnellement en magnétisme du navire et sur des cartes de champ que l'on obtient traditionnellement en géophysique. L'intérêt de cette double approche est qu'il est plus facile de lier une courbe caractéristique à une aimantation sur profil, alors que la carte magnétique, contenant une information plus riche est parfois difficile à analyser en l'état en terme d'aimantation par l'œil humain. Cela se vérifie pour les trois composantes du champ d'anomalie et pour l'anomalie du champ total.

Dans la suite de ce chapitre, nous nous sommes intéressé à l'approximation  $F \approx F_1$ . Nous avons vérifié que cette approximation était en pratique très largement vérifiée (erreur inférieure à 3%) pour des anomalies jusqu'à environ 1,000 nT. Pour des anomalies plus importantes, l'approximation reste valide mais l'erreur augmente : pour une anomalie d'environ 10,000 nT, on observe entre 10 et 12% d'erreur maximale. Cette erreur est cependant calculée en un point là où elle est maximale et pas partout sur la carte de différence.

Après avoir vérifié cette approximation, nous avons montré qu'il est possible de passer de l'anomalie du champ total aux trois composantes du champ via la couche équivalente. En effet, nous avons démontré, pour un ou plusieurs dipôles, la linéarité des composantes de l'aimantation avec la projection du champ d'anomalie sur le champ régional. Il est alors possible d'approximer une source de géométrie complexe avec une distribution de dipôles répartis dans l'espace. On peut donc calculer leur aimantation par problème inverse linéaire et ainsi passer facilement de l'anomalie aux trois composantes du champ magnétique.

Le problème inverse ainsi écrit peut être résolu de différentes manières. Nous présentons dans la fin du chapitre III l'un des outils classiques en géophysique qui est la décomposition en valeurs singulières qui permet de créer une matrice inverse selon les caractéristiques précises du système considéré. Dans notre cas, le problème est largement

sur-déterminé mais il n'y a pas unicité de la solution. On présente alors plusieurs outils de régularisation qui permettent d'ajouter des contraintes sur le système et ainsi "orienter" la résolution vers une solution physiquement plus probable ou correspondant à un a priori donné.

Dans le chapitre IV, nous avons commencé par présenter la maquette qui a été conçue dans le cadre de la thèse. Il s'agit d'un outil de validation des développements théoriques réalisés. Là encore, il s'agit de faire converger deux visions du magnétisme, grâce à des capteurs trois composantes mobiles mais dont les composantes sont utilisables. Nous avons présenté la prise en main de la maquette via des mesures d'objets d'aimantations variées mais maîtrisées, qu'il s'agisse de matière ou de boucles d'immunisation alimentées en courants. Ceci a été réalisé à un cap précis, mais également aux quatre caps cardinaux, ce qui a permis de mieux appréhender l'influence de la projection pour des mesures en norme.

Dans la suite de ce chapitre, nous avons établi les systèmes d'équations permettant le calcul des courants optimaux à injecter dans les circuits d'immunisations. Ces systèmes ont été établis en composantes, via une approche classique en magnétisme du navire. La résolution du problème inverse s'est alors effectuée pour différents cas test synthétiques et des cas réels mesurés sur la maquette. Nous avons procédé de la même manière pour valider la résolution des systèmes à partir de la mesure de l'AICM, sur données réelles et pour différentes aimantations.

Enfin, dans la dernière partie de ce chapitre, nous avons validé l'application de la couche équivalente sur données synthétiques et réelles. On a pu voir que les résultats sur données synthétiques étaient très bon, de même que sur données maquette à la distance de mesure considérée. En revanche, nous avons observé que la méthode échoue lorsque l'on tente de se rapprocher de la source de manière importante, en raison notamment de l'individualisation de l'effet de chaque dipôle. Nous avons alors tenté une écriture séparée en une partie induite et une partie permanente qui n'a pas donné réellement satisfaction mais qui a mis en évidence les effets de forme liés à la géométrie du tube utilisé.

Dans le dernier chapitre de ce travail, nous introduisons une nouvelle approche de l'immunisation en boucle fermée. Par opposition avec ce qui est fait traditionnellement en magnétisme du navire, via des équations physiques complexes et des modèles internes à la matière, l'idée est de se baser sur le principe de la compensation régulièrement utilisée en géophysique. On vise à utiliser les neuf paramètres de la compensation du capteur comme "proxy" pour l'aimantation de l'objet lié au capteur, et ainsi permettre dans un second temps le calcul des courants pour réduire au mieux la signature. On a montré dans un cas simple, avec un module de la maquette du système d'immunisation qu'il existe une relation linéaire entre les offsets de sondes obtenus à l'issue de la compensation et le courant injecté dans une boucle, c'est à dire l'aimantation. Dans un second temps, nous avons également montré des exemples de compensation réalisées sur des navires de plusieurs sortes dont certains à coque ferro-magnétique. La réduction importante du champ magnétique engendré par le navire sur le capteur via la compensation constitue selon nous un résultat majeur et nouveau pour ce type de navire. Cela ouvre de nouvelles possibilités et constitue l'une des briques fondamentales d'une nouvelle approche de l'immunisation en boucle fermée.

Enfin, nous avons souhaité terminer ce manuscrit avec un article qui synthétise une grande partie des résultats de la thèse. En effet, on y évoque la compensation du por-



teur et la calibration du capteur. Cette procédure, appliquée à l'IT-180 d'ECA Robotics permet d'obtenir un écart type du signal après compensation inférieur à 5 nT. On peut alors procéder à la mesure magnétique via un porteur aérien autonome, ce qui constitue un premier résultat intéressant et nouveau. Dans la suite, nous utilisons la linéarité de l'anomalie du champ total avec l'aimantation pour écrire un système inverse dans le cadre de la mesure d'une source calibrée, qui est ici une caisse remplie d'aimants créant une aimantation verticale. La mesure du signal créé par cette source nous permet de valider l'algorithme de calcul, après obtention d'un moment vertical. On peut alors procéder au calcul des trois composantes du champ, qui donne des formes caractéristiques. Les composantes ainsi calculées sont comparées avec celles obtenues via une dérivation en domaine spectral du potentiel. Les résultats obtenus sont très similaires et semblent prometteur pour l'application à des sources plus complexes. Ils permettent également de fournir aux magnéticiens du navire les courbes de composante attendues alors que seule la norme est mesurée.

## Perspectives

Les perspectives à ce travail sont nombreuses, et il nous a semblé utile de les regrouper sous plusieurs thèmes.

### Complexification des sources

Afin de mieux appréhender la complexité réelle d'une signature de navire, il semble intéressant de complexifier les sources servant à générer les données synthétiques utilisées pour qualifier les performances des algorithmes d'inversions. On pourra en particulier s'intéresser à des distributions multi-dipolaire proche des géométries réelles avec des plans ou des cubes de dipôles dans un premier temps. Il semble également envisageable de reproduire la géométrie réelle de certains bâtiment avec une densité donnée de dipôles.

De même, pour la maquette existante, on envisage des modifications qui permettraient de coller au mieux aux géométries réelles. On pense en particulier à l'ajout d'une coque ferromagnétique représentative de la forme d'un navire et extérieure aux boucles d'immunisation.

### Inversion

Il sera également intéressant de s'intéresser à l'inférence bayésienne qui propose un formalisme mathématique plus complexe mais qui a fait ses preuves (Schmerber, 2006) pour la résolution de certains problèmes proches de ceux que nous avons évoqués. Il s'agirait alors de manipuler des distributions de probabilités en lieu et place d'un jeu de paramètres unique issu d'une inversion de type moindre carrées.

On pourra également s'intéresser aux algorithmes de calcul de solutions par marche aléatoire. On pense particulièrement à l'algorithme de Monte-Carlo (parfois couplé avec des chaînes de Markov) et à celui de Métropolis-Hastings (Hastings, 1970). Ces méthodes, assez utilisées en sismologie pour des problèmes non-linéaires présentant un très grand nombre d'inconnues devraient pouvoir être mises en oeuvre simplement pour le calcul des courants du système d'immunisation. En effet, il s'agit d'un problème présentant en général "seulement" quelques dizaines d'inconnues et avec des plages de variations bien définies puisqu'imposées par le matériel (boucles et générateurs) en place. Il paraît également envisageable d'appliquer le même algorithme pour la détermination des aimantations d'un modèle multi dipolaire, même si ce dernier est moins favorable car présentant un nombre plus élevé d'inconnues et des plages de variations beaucoup plus importantes.

### Couche équivalente

La mise en oeuvre de la couche équivalente sur des données réelles a donné des résultats mitigés, en particulier lorsque l'on se rapproche de la source. Ce problème, est proche de celui identifié par Chadebec (2001). La solution apportée par le G2ELAB a été

de rajouter de la contrainte via l'écriture d'un système interne à la matière qui décrit l'effet d'une source de champ sur ses voisins, ainsi que l'équivalence de sources dipôlares avec des sources linéaires. Cette technique particulièrement efficace permet également de faire diminuer très largement le conditionnement du système. En revanche, elle nécessite un travail théorique et numérique important que nous n'avons pas réalisé dans le cadre de cette thèse et qui pourrait être envisagé comme piste de réflexion pour la suite.

Dans le même ordre d'idée, on pourrait se contenter d'apporter de la contrainte mathématique au système en imposant un modèle a priori, ou des covariances très fortes entres dipôles proches.

### **Immunisation en boucle fermée**

L'approche présentée dans cette thèse n'a malheureusement pas pu être menée à son terme en raison des contraintes temporelles. Nous souhaitons la poursuivre avec des objets d'aimantations calibrées afin de mieux identifier les variations des paramètres d'offset associées. Il s'agira également de vérifier que les droites obtenues à l'aide des boucles d'immunisation permettent d'établir les courants compensant au mieux l'objet considéré.

Il reste également à mieux comprendre l'effet du champ induit sur les autres paramètres. Une étude théorique approfondie semble nécessaire sur ce point et pourrait amener de nombreuses avancées, en magnétisme du navire mais également pour l'identification de l'aimantation d'échantillons de roche.

Enfin, le problème du placement et du nombre optimum et minimum de capteurs est un sujet majeur qu'il faudra aborder pour pouvoir envisager la mise en œuvre réelle du système sur un bâtiment naval.

### **Apport des outils géophysiques**

L'utilisation de certains outils mathématiques issus de la géophysique ont donné des résultats intéressants dans le cadre du magnétisme du navire et il semble intéressant de poursuivre cette approche. Citons en particulier l'utilisation de la dérivation fractionnaire spectrale du potentiel. Cette approche, présentée brièvement dans la dernière partie du manuscrit pourrait être approfondie pour des sources plus complexes que celle utilisée. Il s'agirait alors d'un deuxième moyen (indépendant de la couche équivalente) permettant de passer de la mesure en norme aux trois composantes du champ magnétique. Il pourrait également être intéressant de s'intéresser à des calculs à partir du potentiel puisque ce dernier présente une divergence moins forte à l'origine et permettrait potentiellement de plus s'approcher des sources.

Enfin, l'application de la compensation à des engins sous marins autonomes ouvrirait de nouveaux horizons pour la mesure magnétique sous marine et le magnétisme du navire.

# Bibliographie

- Abraham, A. (1961). *Principles of nuclear magnetism*. Oxford University Press, London.
- Alkhatib-Alkontar, R. (2015). *Magnétisme des villes circulaires du troisième millénaire avant J.C dans les marges arides de la Syrie*. PhD thesis.
- Auster, H. U., Fornacon, K. H., Georgescu, E., Glassmeier, K. H., and Motschmann, U. (2002). Calibration of flux-gate magnetometers using relative motion. *Measurement Science and Technology*, 13(7) :1124–1131.
- Baicry, M. (2015). *Etude d'un magnéto-électromètre marin : conception, dimensionnement optimisé et réalisation d'un prototype*. PhD thesis.
- Balsley (1952). Aeromagnetic Surveying.
- Baranov, V. (1957). A new method for interpretation of aeromagnetic maps : pseudo-gravimetric anomalies. *Geophysics*, XXII :24.
- Baranov, V. and Naudy, H. (1964). NUMERICAL CALCULATION OF THE FORMULA OF REDUCTION TO THE MAGNETIC POLE. *GEOPHYSICS*, 29(1) :67–79.
- Baynes, T., Russell, G., and Bailey, A. (2002). Comparison of stepwise demagnetization techniques. *IEEE Transactions on Magnetics*, 38(4) :1753–1758.
- Bhattacharyya, B. K. (1965). TWO-DIMENSIONAL HARMONIC ANALYSIS AS A TOOL FOR MAGNETIC INTERPRETATION. *GEOPHYSICS*, 30(5) :829–857.
- Bhattacharyya, B. K. and Chan, K. C. (1977). Reduction of magnetic and gravity data on an arbitrary surface acquired in a region of high topographic relief. *GEOPHYSICS*, 42(7) :1411–1430.
- Billings, S., Li, Y., and Goodrich, W. (2009). Advanced UXO Discrimination using Magnetometry : Understanding Remanent Magnetization. page 83.
- Blakely, R. J. (1995). *Potential theory in gravity and magnetic applications*. Cambridge University Press, Cambridge [England] ; New York.
- Bloomer, S., Kowalczyk, P., Williams, J., Wass, T., and Enmoto, K. (2014). Compensation of magnetic data for autonomous underwater vehicle mapping surveys. In *2014 IEEE/OES Autonomous Underwater Vehicles (AUV)*, pages 1–4, Oxford, MS, USA. IEEE.
- Brauer, P., Merayo, J. M. G., Risbo, T., and Primdahl, F. (2002). Magnetic calibration of vector magnetometers. page 10.

- Brissonneau, P. (1997). *Magnétisme et matériaux magnétiques pour l'électrotechnique*. Hermes.
- Bronner, A. (2013). *Etude des anomalies magnétiques dans les domaines de manteau exhumé. Apport sur les processus d'océanisation*. PhD thesis.
- Chadebec, O. (2001). Modélisation du champ magnétique induit par des toles. Identification de l'aimantation. Slides de soutenance.
- Chikazumi, S. (1964). *Physics of Magnetism*.
- Chulliat, A. (2015). The US/UK World Magnetic Model for 2015-2020. *National Geophysical Data Center*.
- Cooper, G. and Cowan, D. (2003). The application of fractional calculus to potential field data. *Exploration Geophysics*, 34(1) :6.
- Dampney, C. N. G. (1969). The equivalent source technique. *GEOPHYSICS*, 34(1) :39–53.
- Defence procurement Agency, Executive agency of the ministry of defence (2004). Design guide and requirements for equipment to achieve a low magnetic signature. *Defence Standard 02-617 Issue 3*, page 84.
- Defence procurement Agency, Executive agency of the ministry of defence (2008). Guide to the design of ferro-magnetic signature control systems and degaussing. *Defence Standard 02-612 Issue 2, (2)* :68.
- D'Errico, J. R. (2008). Understanding Gridfit. page 6.
- Dichard, D. (2012). Enjeux stratégiques de la guerre des mines. Technical report.
- Fleury, S. (2011). *Magnetic method for multi-scale exploration of the Franceville Basin*. Theses, Université de Strasbourg.
- Gaffney, C. (2008). Detecting trends in the prediction of the buried past : a review of geophysical techniques in archaeology. *Archaeometry*, 50(2) :313–336.
- Gavazzi, B. (2015). *Méthode magnétique multi-échelle à trois dimensions appliquée à l'étude archéologique du site de Qasr'Allam, oasis de Bahariya, Egypte*. PhD thesis, Université de Strasbourg.
- Gavazzi, B., Le Maire, P., Mercier de Lépinay, J., Calou, P., and Munsch, M. (2019). Fluxgate three-component magnetometers for cost-effective ground, UAV and airborne magnetic surveys for industrial and academic geoscience applications and comparison with current industrial standards through case studies. *Geomechanics for Energy and the Environment*, page S2352380818300182.
- Green, A. A. (1983). A comparison of adjustment procedures for leveling aeromagnetic survey data. *GEOPHYSICS*, 48(6) :745–753.
- Guerin, S. (2005). *Identification de sources magnétiques : robustesse et optimisation des mesures. Application à la reconstruction de l'aimantation des navires*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG.

- Gunn, P. J. (1975). Linear transformations of gravity and magnetic fields. *Geophysical Prospecting*, 23(2) :300–312.
- Guspí, F. (1987). Frequency-domain reduction of potential field measurements to a horizontal plane. *Geoexploration*, 24(2) :87–98.
- Hansen, P. C. (1994). Regularization tools : A Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed problems. *Numerical Algorithms*, 6(1) :1–35.
- Hansen, P. C. (2000). The L-curve and its use in the numerical treatment of inverse problems. page 24.
- Hansen, P. C. and O’Leary, D. P. (1993). The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 14(6) :1487–1503.
- Hansen, R. O. and Miyazaki, Y. (1984). Continuation of potential fields between arbitrary surfaces. *GEOPHYSICS*, 49(6) :787–795.
- Hastings, W. K. (1970). Monte Carlo sampling methods using Markov chains and their applications. *Biometrika*, 57(1) :97–109.
- Henderson, R. G. and Zietz, I. (1949). THE UPWARD CONTINUATION OF ANOMALIES IN TOTAL MAGNETIC INTENSITY FIELDS. *GEOPHYSICS*, 14(4) :517–534.
- Hoitham, P. (1999). Electromagnetic signature modelling and reduction.
- Holmes, J. J. (2008). *Reduction of a ship’s magnetic field signature’s*. Synthesis lectures on computational electromagnetics.
- Ivan, M. (1986). ON THE UPWARD CONTINUATION OF POTENTIAL FIELD DATA BETWEEN IRREGULAR SURFACES\*. *Geophysical Prospecting*, 34(5) :735–742.
- Jiles (1995). Theory of the magneto-mechanical effect.
- Krahenbuhl, L. and Muller, D. (1993). Thin layers in electrical engineering-example of shell models in analysing eddy-currents by boundary and finite element methods. *IEEE Transactions on Magnetics*, 29(2) :1450–1455.
- Lagier, G. (1996). *Application de la méthode des éléments de frontières à la résolution du problème inverse de conduction de la chaleur multidimensionnel : Régularisation par troncature du spectre*. Thèse de doctorat, INPG.
- Lanczos, C. (1952). Solution of systems of linear equations by minimized iterations. *Journal of Research of the National Bureau of Standards*, 49(1) :33.
- Le Maire, P. (2017). *Caractérisation des anomalies magnétiques, approches théorique et expérimentale : application à des objets anthropiques et géologiques*. PhD thesis.
- Leach, B. W. (1979). Automatic Aeromagnetic Compensation. Rapport technique de laboratoire.
- Ledorze, F. (1997). *Modélisation des Effets de Boucles d’Immunitisation dans les Navires*. PhD thesis.
- Legris, M. (1996). *Identification de l’état magnétique d’un système ferromagnétique à partir de mesures du champ proche*. PhD thesis.

- Leliak, P. (1961). Identification and Evaluation of Magnetic-Field Sources of Magnetic Airborne Detector Equipped Aircraft. *IRE Transactions on Aeronautical and Navigational Electronics*, ANE-8(3) :95–105.
- Lurton, X. (1998). Acoustique sous-marine. Présentation et applications. page 114.
- Merayo, J., Primdahl, F., Brauer, P., Risbo, T., Olsen, N., and Sabaka, T. (2001). The orthogonalization of magnetic systems. *Sensors and Actuators A : Physical*, 89(3) :185–196.
- Mercier de Lépinay, J. (2019). *Acquisitions et interprétations magnétiques pour l'exploration géothermique en Guadeloupe, Petites Antilles*. PhD thesis.
- Miller, H. G. and Singhb, V. (1994). Potential field tilt a new concept for location of potential field sources. page 5.
- Munschy, M., Boulanger, D., Ulrich, P., and Bouiflane, M. (2007). Magnetic mapping for the detection and characterization of UXO : Use of multi-sensor fluxgate 3-axis magnetometers and methods of interpretation. *Journal of Applied Geophysics*, 61(3-4) :168–183.
- Munschy, M. and Fleury, S. (2011). Scalar, vector, tensor magnetic anomalies : Measurement or computation? *Geophysical Prospecting*, pages pages 1035–1045.
- Nabighian, M. N. (1972). THE ANALYTIC SIGNAL OF TWO-DIMENSIONAL MAGNETIC BODIES WITH POLYGONAL CROSS-SECTION : ITS PROPERTIES AND USE FOR AUTOMATED ANOMALY INTERPRETATION. *GEOPHYSICS*, 37(3) :507–517.
- Nabighian, M. N. (1984). Toward a three-dimensional automatic interpretation of potential field data via generalized Hilbert transforms : Fundamental relations. *GEOPHYSICS*, 49(6) :780–786.
- Nabighian, M. N., Grauch, V. J. S., Hansen, R. O., LaFehr, T. R., Li, Y., Peirce, J. W., Phillips, J. D., and Ruder, M. E. (2005). The historical development of the magnetic method in exploration. *Geophysics*, 70(6) :33ND–61ND.
- Nodot, m. (2014). *Détection et caractérisation d'objets anthropiques par méthodes géophysiques et en particulier par méthode magnétique*. PhD thesis.
- North Atlantic Treaty Organization. (1995). Extremely low frequency silencing.
- Olsen, N., Risbo, T., Brauer, P., Merayo, J., Primdahl, F., and Sabaka, T. (2001). In-flight calibration methods used for the orsted mission. page 12.
- Olsen, N., Tøffner-Clausen, L., Sabaka, T. J., Brauer, P., Merayo, J. M. G., Jørgensen, J. L., Léger, J. M., Nielsen, O. V., Primdahl, F., and Risbo, T. (2003). Calibration of the Ørsted vector magnetometer. *Earth, Planets and Space*, 55(1) :11–18.
- Periou, J.-J. (1984). *Variation d'aimantation sous contraintes - Etudes et réalisation d'un système de compensation automatique de ces variations*. PhD thesis, INPG.
- Pilkington, M. and Boulanger, O. (2017). Potential field continuation between arbitrary surfaces — Comparing methods. *GEOPHYSICS*, 82(3) :J9–J25.
- Pilkington, M. and Thurston, J. B. (2001). Draping Corrections for Aeromagnetic Data : Line- Versus Grid-Based Approaches. *Exploration Geophysics*, 32(2) :95–101.

- Pilkington, M. and Urquhart, W. E. S. (1990). Reduction of potential field data to a horizontal plane. *GEOPHYSICS*, 55(5) :549–555.
- Pinaud, O. (2014). *Caractérisation, modélisation et identification de sources de champ magnétique dans un véhicule électrique*. PhD thesis.
- Pittman, E. and Stanford, R. (1972). Electric field sensor.
- Poulbot, V. (1993). Contribution à l'étude des champs électriques très basses fréquences en milieu océanique. page 247.
- Raff, A. D. and Mason, R. G. (1961). MAGNETIC SURVEY OFF THE WEST COAST OF NORTH AMERICA, 40° N. LATITUDE TO 52° N. LATITUDE. page 6.
- Reford, M. and Sumner, J. (1964). Aeromagnetics. *Geophysics*, pages 482–516.
- Salem, A., Williams, S., Fairhead, D., Smith, R., and Ravat, D. (2008). Interpretation of magnetic data using tilt-angle derivatives. *GEOPHYSICS*, 73(1) :L1–L10.
- Schmerber, L. (2006). *Identification et caractérisation de sources électromagnétiques - Application à la discrétion des moteurs de propulsion navale*. PhD thesis.
- Schultze, V., Chwala, A., Stolz, R., Schulz, M., Linzen, S., Meyer, H.-G., and Schüler, T. (2007). A superconducting quantum interference device system for geomagnetic archaeometry. *Archaeological Prospection*, 14(3) :226–229.
- Shannon, C. E. (1998). Communication in the Presence of Noise. *PROCEEDINGS OF THE IEEE*, 86(2) :11.
- Slack, H., Lynch, V., and Langan, L. (1967). The geomagnetic gradiometer. pages 877–892.
- Sun, B., Yan, B., Zhang, J., and Hu, S. (2018). Ship Tracking Based on Underwater Electric Potential. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018 :8.
- Szitkar, F., Dymant, J., Choi, Y., and Fouquet, Y. (2014). What causes low magnetization at basalt-hosted hydrothermal sites? Insights from inactive site Krasnov (MAR 16°38 N). *Geochemistry, Geophysics, Geosystems*, 15(4) :1441–1451.
- Thébault, E., Finlay, C. C., Beggan, C. D., Alken, P., Aubert, J., Barrois, O., Bertrand, F., Bondar, T., Boness, A., Brocco, L., Canet, E., Chambodut, A., Chulliat, A., Coïsson, P., Civet, F., Du, A., Fournier, A., Fratter, I., Gillet, N., Hamilton, B., Hamoudi, M., Hulot, G., Jager, T., Korte, M., Kuang, W., Lalanne, X., Langlais, B., Léger, J.-M., Lesur, V., Lowes, F. J., Macmillan, S., Manda, M., Manoj, C., Maus, S., Olsen, N., Petrov, V., Ridley, V., Rother, M., Sabaka, T. J., Saturnino, D., Schachtschneider, R., Sirol, O., Tangborn, A., Thomson, A., Tøffner-Clausen, L., Vigneron, P., Wardinski, I., and Zvereva, T. (2015). International Geomagnetic Reference Field : the 12th generation. *Earth, Planets and Space*, 67(1).
- Twomey, S. (1963). On the numerical solution of Fredholm integral equations of the first kind by inversion of the linear system produced by quadrature. *J. Assoc. Comput. Mach.*, 19 :97–101.
- Vine, F. and Matthews, D. (1963). Magnetic Anomalies over oceanic ridges. *NATURE*.
- Vuillermet, Y. (2009). Immunisation en boucle fermée. Application au sous marin double coque. Identification de l'aimantation à partir de mesures en champ proche.



Wittlinger (2013). Cours de méthodes inverses.

Xia, J., Sprowl, D. R., and Adkins-Heljeson, D. (1993). Correction of topographic distortions in potential-field data : A fast and accurate approach. *GEOPHYSICS*, 58(4) :515–523.

Xu, S.-z., Yang, C.-H., Dai, S., and Zhang, D. (2003). A new method for continuation of 3d potential fields to a horizontal plane. *GEOPHYSICS*, 68(6) :1917–1921.

# Mesure et compensation de bâtiments navals à l'aide de capteurs magnétiques trois composantes

Cette thèse s'établit à la frontière du géomagnétisme et du magnétisme du navire, deux disciplines proches mais dont les habitudes diffèrent.

Dans un premier temps, on présente les spécificités de chaque domaine en introduisant les principales notions clés ainsi que le type de mesure mis en œuvre pour chaque domaine et les géométries d'acquisition. On vérifie également la validité des approximations utilisées dans les cas de figure rencontrés.

Dans un deuxième temps (chapitre 2 et 3) on détaille le lien mathématique possible entre l'anomalie scalaire utilisée en géophysique et les trois composantes du champ d'anomalie.

Le chapitre 4 résume les travaux expérimentaux réalisés, on présente le banc de test utilisé ainsi que les résultats obtenus sur données synthétiques et réelles pour la problématique de réglages des boucles d'immunisation.

Dans le chapitre 5, une nouvelle approche concernant l'immunisation en boucle fermée pour un navire est présentée. On montre également un exemple de compensation réalisée sur un vrai navire à l'aide de capteurs embarqués.

La thèse se termine avec le chapitre 6 qui est un article soumis à une revue scientifique synthétisant les problématiques de la thèse.

**Mots clés :** Géomagnétisme, compensation, magnétisme du navire, aimantation, couche équivalente, inversion, immunisation en boucle fermée.

This PhD thesis aims to apply geophysical practices to another magnetic branch which deals with ship's signature and magnetization with different methods and habits.

Firstly, we present the specificity and practices of each domain, introducing the key notions as well as the differences between each kind of measurement. We check the validity of the approximation corresponding to total-field magnetic anomalies in the particular case of our measurements.

In a second time, chapter 2 and 3, a mathematical relation is demonstrated between the scalar anomaly and the three components of the anomaly field based on the equivalent layer method.

Chapter 4 summarizes the experimental work, focusing on the determination of the best electrical current to compensate the ship's magnetic signature. The experimental system is presented as well as the main results obtained.

In chapter 5, a new approach for closed loop degaussing system is presented, based on a compensation algorithm. We also show some results obtained thanks to the compensation with three-component magnetometers onboard a real ship.

Chapter 6 corresponds to an article submitted to a scientific journal (IEEE) that summarizes most of the problematics of the thesis.

**Keywords :** Geomagnetism, ship's magnetic signature, magnetization, equivalent layer, inverse methods, closed loop degaussing system