



Contributions à la simulation de l'enlèvement de matière par abrasion

Charly Euzenat

► To cite this version:

Charly Euzenat. Contributions à la simulation de l'enlèvement de matière par abrasion. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Paris-Saclay, 2020. Français. NNT : 2020UPAST059 . tel-03169121

HAL Id: tel-03169121

<https://theses.hal.science/tel-03169121>

Submitted on 15 Mar 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Contributions à la simulation de l'enlèvement de matière par abrasion

*Contributions to the simulation of material
removal by abrasion*

Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay

École doctorale n° 579
Sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences
(SMEMaG)
Spécialité de doctorat : Génie Mécanique
Unité de recherche : Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, LURPA, 91190,
Gif-sur-Yvette, France.
Réfèrent : ENS Paris-Saclay

**Thèse présentée et soutenue à Paris-Saclay
le 4 décembre 2020, par**

Charly EUZENAT

Composition du jury

Jean-Marc LINARES Professeur des Universités, Aix-Marseille Université	Président
Olivier CAHUC Professeur des Universités, Université de Bordeaux	Rapporteur & Examineur
Joël RECH Professeur des Universités, ENISE	Rapporteur & Examineur
François AVELLAN Professeur, EPFL	Examineur
Pierre-Alain BOUCARD Professeur des Universités, ENS Paris-Saclay	Examineur

Direction de la thèse

Christophe TOURNIER Professeur des Universités, ENS Paris-Saclay	Directeur
Sylvain LAVERNHE Professeur des Universités, Université Paris-Saclay	Co-encadrant

Remerciements

Je tiens tout particulièrement à remercier Christophe Tournier de m'avoir proposé ce sujet de thèse et de m'avoir fait confiance. Il m'a laissé une grande liberté dans les développements que nous avons menés ensemble. Ces travaux ont par ailleurs été portés par Sylvain Lavernhe qui s'est pleinement investi. Ils savent l'estime que j'ai pour eux.

Je remercie François Avellan de m'avoir permis de travailler avec le code de calcul SPHEROS et d'avoir accepté de s'associer à cette thèse ainsi que Pierre-Alain Boucard qui a permis l'accès au cluster de calcul FUSION.

Mes remerciements vont ensuite aux membres du jury. Merci à Jean-Marc Linares d'avoir présidé la soutenance. Je remercie également Joël Rech et Olivier Cahuc pour le temps qu'ils ont consacré à rapporter ces travaux et pour leurs questions très constructives et pertinentes.

Je remercie Yann Quinsat, Jean-Jacques Lesage et Kevin Godineau, qui m'ont permis de préparer la soutenance dans les meilleures conditions grâce à leurs remarques.

Je n'oublierai pas les moments passés au laboratoire avec les doctorants et la convivialité qui y règne. Je pense particulièrement au temps passé avec Clément Galetta dans le bureau 18...

Charly

Table des matières

Remerciements	I
Table des matières	III
Table des figures	V
Liste des tableaux	IX
Introduction	1
1 État de l'art	5
1 Contexte général	7
2 Caractéristiques principales des procédés d'abrasion	8
2.1 Techniques mises en œuvre	8
2.2 Propriétés des grains abrasifs	10
2.3 Classification des procédés	12
2.4 Impact sur l'intégrité de surface	14
2.5 Problématiques liées à la mise en œuvre des procédés d'abrasion	19
3 Modèles et simulations de l'abrasion	21
3.1 Classification	21
3.2 Mécanismes responsables de l'enlèvement de matière	22
3.3 Modélisation des grains abrasifs	26
3.4 Modélisation empirique par régression	27
3.5 Simulations	30
4 Synthèse et problématique	39
2 Méthodes de simulation particulières	41
1 Introduction	45
2 Théorie mécanique des milieux continus	47
2.1 Équation d'équilibre mécanique local	47
2.2 Modélisation du comportement matériau	47
2.3 Conditions limites	49
3 Méthode SPH	49
3.1 Théorie	49
3.2 Limites	52
3.3 Processus de simulation complet	53
4 Méthode FVPM	55
4.1 Théorie	55
4.2 Processus de simulation complet	57
4.3 Condition de stabilité	58

5	<i>SPHEROS</i>	60
5.1	Mise en données	60
5.2	Initialisation de la position des particules	60
5.3	Implémentation	63
5.4	Conditions de simulation	64
6	Application à l'indentation	65
6.1	Étude de sensibilité	66
6.2	Évaluation expérimentale	72
7	Application au rayage	74
8	Conclusion	78
3	Méthodes de simulation géométriques	79
1	Introduction	82
2	Modèle Implicite	84
2.1	Schéma d'interaction des particules avec la pièce	85
2.2	Modélisation d'une particule abrasive	86
2.3	Définition du potentiel initial	92
3	Implémentation numérique	104
3.1	Évaluation des performances de calcul	106
4	Simulation d'un cas de polissage plan	107
4.1	Génération des trajectoires	107
4.2	Simulations	109
4.3	Influence du nombre de passages	110
4.4	Influence du taux d'abrasion	111
4.5	Influence de la taille des grains	112
5	Conclusion	113
4	Modélisation du processus de fabrication dans son ensemble	115
1	Introduction	119
2	Modélisation complète du processus	121
2.1	Simulation de l'usinage	121
2.2	Définition du potentiel initial	125
3	Modélisation des grains abrasifs	127
3.1	Trajectoire des grains	127
3.2	Taille des grains	128
3.3	Définition de la hauteur de passage des grains abrasifs	131
4	Validation expérimentale	133
4.1	Cas 1 : polissage automatique	133
4.2	Cas 2 : polissage manuel	138
5	Conclusion	141
	Conclusion et perspectives	143
	Annexes	147
	Bibliographie	156

Table des figures

1.1	Étapes caractéristiques d'une gamme de fabrication	7
1.2	Roue de turbine Francis	8
1.3	Roue de turbine Pelton	8
1.4	Différents types d'abrasion	8
1.5	Type d'usinage par abrasion	9
1.6	Abrasif rapporté	9
1.7	Abrasif structuré	10
1.8	Mises en œuvre industrielles de l'abrasion	10
1.9	Particules abrasives en silice de forme ronde (a) ou anguleuse (b) [Hutchings and Shipway, 2017]	11
1.10	Classification des procédés [Hashimoto et al., 2016]	12
1.11	Efficacité des procédés en fonction de l'échelle [Subramanian and Puthanangady, 1997]	13
1.12	Mise en œuvre de l'abrasion manuelle ou automatisée	14
1.13	Schéma des différentes couches affectées par un procédé de fabrication [Rech et al., 2008]	15
1.14	Taux de portance d'un profil de surface	16
1.15	Définition des paramètres de portance	16
1.16	Effet de la taille des grains sur la rugosité	17
1.17	Efficacité en fonction de l'effort [Lacharnay et al., 2012]	17
1.18	Gamme de fabrication [Lacharnay et al., 2012]	18
1.19	Carte de la température en fonction des conditions de coupe en rectification [°C]	18
1.20	Profil de contrainte résiduelle à l'issue de la rectification	19
1.21	Principaux paramètres influençant l'abrasion [Marinescu et al., 2015]	20
1.22	Catégories de modèles utilisés pour l'abrasion [Brinksmeier et al., 2006]	22
1.23	Mécanismes d'enlèvement de matière par abrasion [Klocke et al., 2011]	23
1.24	Principe de succession des mécanismes d'enlèvement de matière [Jiang et al., 2013]	24
1.25	Influence de l'angle d'attaque sur l'enlèvement de matière	24
1.26	Répartition des différents mécanismes d'enlèvement de matière en fonction de la pression de contact [Zhu et al., 2019]	25
1.27	Vue en coupe du passage d'un grain abrasif [Gahr, 1998]	25
1.28	Principales formes géométriques retenues pour modéliser les grains abrasifs [Liu et al., 2013]	26
1.29	Exemples de quadriques de Gielis	26
1.30	Usure des grains abrasifs [Dai et al., 2017]	27
1.31	Mesure du taux d'enlèvement de matière sur tribomètre [Torrance, 2005]	28
1.32	Évolution de l'efficacité abrasive en fonction du temps	29

1.33 Simulation du polissage par discrétisation de l'espace et de la trajectoire [Guiot et al., 2014]	30
1.34 Simulation d'usinage industrielle	31
1.35 Simulation multi-échelles	31
1.36 Méthodes numériques pour la simulation d'opérations booléennes	31
1.37 Modélisation cinématique la rectification [Chen et al., 2017]	32
1.38 Modélisation géométrique des bourrelets formés par le passage d'un grain abrasif [Zahedi and Azarhoushang, 2016]	33
1.39 Simulation SPH de rayage du cuivre	34
1.40 Principe de déformation par correspondance de forme	36
1.41 Partitionnement de l'espace	37
1.42 Exemple de déformations de surfaces implicites	38
1.43 Contrôle du volume après déformation (b) [Desbrun and Gascuel, 1995]	38
2.1 Principe d'interpolation SPH	50
2.2 Densité	53
2.3 Gradient du déplacement $\partial \mathbf{U}_x / \partial x$	53
2.4 Schéma de simulation SPH	54
2.5 Discrétisation spatiale à support rectangulaire [Jahanbakhsh et al., 2014]	55
2.6 Interactions entre particules [Jahanbakhsh et al., 2014]	57
2.7 Schéma de simulation FVPM	57
2.8 Mise en œuvre d'un cas de simulation avec <i>SPHEROS</i>	60
2.9 Répartition rectangulaire des particules	61
2.10 Paramétrage polaire utilisé pour la génération de la position initiale des particules	61
2.11 Répartition sphérique des particules	62
2.12 Conditions limites appliquées sur le spécimen	63
2.13 Évolution du nombre de particules en fonction de la taille relative du spécimen	63
2.14 Découpage adaptatif d'un domaine en deux rectangles	64
2.15 Résultat d'une décomposition adaptative	64
2.16 Indentation	65
2.17 Évolution de l'effort normal F_N en fonction de la taille des particules	67
2.18 Indentation	68
2.19 Effort normal F_N en fonction de la taille des particules (répartition hexagonale)	68
2.20 Temps de simulation en fonction de la taille des particules pour une vitesse d'indentation de 20 m.s^{-1}	69
2.21 Évolution de l'effort normal F_N en fonction de la vitesse d'indentation	69
2.22 Temps de simulation en fonction de la vitesse	70
2.23 Effort d'indentation en fonction de la viscosité artificielle	70
2.24 Effort d'indentation en fonction de la taille du domaine	71
2.25 Géométrie d'indentation en fonction de la taille du domaine	71
2.26 Évolution des efforts au cours du temps pour un essai d'indentation	73
2.27 Résultats des essais d'indentation	73
2.28 Géométrie d'une surface indentée	74
2.29 Rayage	75
2.30 Répartition initiale des particules pour le rayage	75
2.31 Résultats d'un essai de rayage dans le cuivre	76
2.32 Efforts normaux expérimentaux et simulés dans le cuivre	76

2.33 Efforts tangentiels expérimentaux et simulés dans le cuivre	76
2.34 Surfaces issues d'un essai de rayage expérimental et simulé	77
2.35 Vue en coupe des surfaces	77
3.1 Modélisation implicite d'une surface	84
3.2 Effet d'une particule abrasive sur la surface de la pièce	85
3.3 Points caractéristiques d'une fonction noyau abrasive K	87
3.4 Décomposition du noyau K en deux fonctions Gaussiennes	87
3.5 Exemples de noyaux abrasifs	88
3.6 Iso-surfaces correspondantes aux noyaux de la figure 3.5	89
3.7 Influence de la définition de la fonction de distance sur la répartition du potentiel dans l'espace	90
3.8 Simulation d'indentation	90
3.9 Simulation de rayage	90
3.10 Vue en coupe du champ correspondant aux surfaces des figures 3.8 et 3.9	91
3.11 Assemblage de plans infinis pour faire un grain	92
3.12 Modélisation d'un grain abrasif réel	92
3.13 Abrasion d'une surface avec un grain abrasif réel	92
3.14 Modification élémentaire d'une surface implicite en fonction du gradient du champ initial	94
3.15 Modification élémentaire d'une surface implicite en fonction du gradient du champ initial	95
3.16 Action complète d'un grain abrasif	97
3.17 Paramétrisation du potentiel initial F_{t_0}	98
3.18 Calcul de la hauteur de passage	99
3.19 Simulation unidimensionnelle de l'abrasion sans limitation du potentiel initial F_{t_0}	100
3.20 Simulation unidimensionnelle de l'abrasion avec limitation du potentiel initial F_{t_0}	100
3.21 Évolution de la hauteur de la surface en fonction du nombre de passages des grains	101
3.22 Évolution de la hauteur de la surface en fonction du nombre de passages des grains	102
3.23 Évolution de la hauteur de la surface en fonction du nombre de passages des grains	103
3.24 Principe de simulation de l'abrasion implicite	104
3.25 Discrétisation spatiale pour l'extraction de la surface	105
3.26 Principe de génération des trajectoires	108
3.27 Détermination du nombre de grains qui passent sur la zone de simulation	108
3.28 Topographie de surface issue d'une simulation	109
3.29 Exemples de surfaces pour différentes distances d'influence et nombres de passages	110
3.30 Rugosité de surface issue de passages à hauteur constante	111
3.31 Rugosité de surface en fonction du taux de descente	112
3.32 État de surface simulé pour l'enchaînement de trois papiers abrasifs différents	113
3.33 Évolution de l'état de surface expérimental [Lacharnay et al., 2012]	113
4.1 Principe de simulation de l'abrasion implicite	120
4.2 Principe de la simulation d'usinage proposée	121
4.3 Exemple de champ de distance pour un outil circulaire en 2D	122
4.4 Schéma du principe de composition des surfaces implicites	122
4.5 Illustration d'une simulation d'usinage implicite	123
4.6 Exemple d'usinage en 2D	124

4.7 Exemple de simulation d'usinage	124
4.8 Discrétisation spatiale pour l'extraction de la surface usinée	125
4.9 Effet de la hauteur de crête	126
4.10 Exemple de potentiel limité à l'intérieur du spécimen	127
4.11 Paramétrisation de la trajectoire des grains	128
4.12 Correspondance entre les données de la norme et la fonction de répartition de la taille des grains Φ_{std}	129
4.13 Résultat de l'optimisation de la fonction de répartition pour le papier P120	130
4.14 Volume d'interpénétration pour le calcul de la hauteur de passage des grains abrasifs	132
4.15 Position des particules par rapport au plan moyen	133
4.16 Procédés d'abrasion	134
4.17 Polissage automatique	134
4.18 Hauteurs simulées et mesurées	137
4.19 Profils simulés et mesurés	137
4.20 Simulation d'usinage implicite - cas d'essai 2	138
4.21 Topographie simulée et mesurée pour le procédé de polissage manuel	138
4.22 Comparaison pour le grade P400	139
4.23 Paramétrage polaire utilisé pour la génération de la position initiale des particules .	151
4.24 Génération d'un ensemble de lignes aléatoires	153
4.25 Probabilité théorique que la distance à Q soit plus faible de $\delta = 0.01$	155
4.26 Principe de détection d'une ligne dans le voisinage de Q	155
4.27 Cartographie de la probabilité pour $\delta = 0.01$	156
4.28 Cartographie de la probabilité pour $\delta = 0.01$	156

Liste des tableaux

1.1	Principaux matériaux constituant les grains	11
1.2	Effet de la température sur l'intégrité de surface [Lin et al., 2018]	19
2.1	Principaux modèles d'écrouissage et d'endommagement	49
2.2	Principaux noyaux SPH	51
2.3	Vitesse du son et pas de temps associé pour garantir la stabilité des simulations dans différents métaux	59
2.4	Données initiales de l'essai d'indentation	67
2.5	Nombre de particules correspondant à chaque facteur	68
2.6	Paramètres Johnson-Cook des matériaux utilisés	72
2.7	Données de l'essai d'indentation ABAQUS	72
2.8	Comparaison des temps de simulation pour l'indentation	74
3.1	Données des deux exemples unidimensionnels	94
3.2	Ensemble de simulations 1 - Influence de k	100
3.3	Ensemble de simulations 1 - Influence de β	101
3.4	Ensemble de simulations 1 - Influence de k	102
3.5	Comparaison du temps de simulation entre CPU et GPU	106
3.6	Caractéristiques de la zone de simulation	109
3.7	Valeurs des paramètres de simulation	109
3.8	Nombre de passages final à la fin de la simulation	110
3.9	Équivalence du taux de descente	112
4.1	Opérateurs de base pour la composition des surfaces implicites	122
4.2	Caractéristiques de la distribution des grains macroscopiques - $[\mu\text{m}]$	129
4.3	Caractéristiques de la distribution des grains microscopiques - $[\mu\text{m}]$	129
4.4	Paramètres de la distribution normale identifiée	130
4.5	Caractéristiques de la discrétisation de l'espace de travail	135
4.6	Temps de simulation	135
4.7	Paramètres de simulation - polissage automatique	136
4.8	Analyse de rugosité surfacique S_a - $[\mu\text{m}]$	136
4.9	Rugosité de surface S_a pour l'abrasif P240 - $[\mu\text{m}]$	139
4.10	Rugosité de surface S_a pour l'abrasif P400 - $[\mu\text{m}]$	139
4.11	Paramètres surfaciques pour le cas P240- $[\mu\text{m}]$	140
4.12	Paramètres surfaciques pour le cas P400- $[\mu\text{m}]$	140
4.13	Distribution des macro-grains pour abrasifs rapportés	147
4.14	Distribution des micro-grains pour abrasifs rapportés	147

Introduction

Quelle que soit l'industrie considérée, la totalité des produits manufacturés possède des surfaces qui interagissent avec des éléments extérieurs et qui sont conçues pour assurer des fonctions techniques qui imposent des exigences sur les écarts géométriques et les topographies de surface. Or, les surfaces fonctionnelles jouent un rôle prépondérant quant aux performances en service des pièces mécaniques. Ainsi, que ces surfaces soient conçues pour assurer des fonctions de friction, optiques ou aérodynamiques, leur géométrie doit être contrôlée de la conception à la réalisation des pièces. Les paramètres impliqués dans la conception de la gamme de fabrication, qu'ils soient choisis sciemment ou arbitrairement, conditionnent la qualité des produits manufacturés. La bonne exécution du processus de fabrication dans son ensemble, qui se compose d'une succession d'opérations, est donc le garant du respect des exigences attendues.

L'usinage par outil coupant est un des principaux procédés permettant de générer des surfaces à partir de pièces brutes avec une qualité d'état de surface importante. Cependant, des marques sont laissées sur la surface usinée à l'issue de cette étape en raison du type d'outil choisi ou de la stratégie mise en œuvre. Ces défauts nécessitent la mise en place d'opérations de finition, car l'usinage ne permet pas forcément d'atteindre les exigences requises. Des opérations d'enlèvement de matière par abrasion sont alors couramment utilisées pour améliorer l'état de surface. Il existe de nombreux procédés permettant soit d'atteindre les tolérances géométriques requises soit de diminuer la rugosité éventuellement jusqu'à obtenir un état de surface poli miroir.

Dans les cas où la cinématique de l'outil est simple, par exemple pour la rectification des surfaces planes ou cylindriques, l'automatisation du procédé est possible. En pratique, la finition par abrasion des surfaces complexes reste encore un procédé dont l'exécution repose sur le geste expert d'un homme de l'art. En effet, l'usure rapide des outils abrasifs couplée à la géométrie des surfaces à traiter rend le procédé difficile à automatiser. En revanche, grâce à l'entraînement et l'habitude, l'opérateur est capable de compenser l'usure de l'outil en faisant varier la pression de contact et de savoir quand il devient nécessaire de le changer. De plus, la perception sensorielle de l'opérateur lui permet de détecter les zones à reprendre jusqu'à obtenir une surface uniforme. Ces caractéristiques particulières, liées aux procédés d'abrasion freinent le développement des opérations de finitions automatisées des surfaces complexes.

Dans ce contexte, la compétitivité et la productivité des entreprises passent, en particulier, par l'automatisation de la fabrication et par la diminution du temps de cycle de développement des produits. En effet, la génération de gammes de fabrication incluant des opérations d'usinage et de polissage automatiques est un problème difficile. La recherche d'un processus optimal entre usinage et polissage requiert la détermination des quantités de matière et motifs laissées sur les pièces par le fraisage, principalement à cause de la hauteur de crête, de la distance entre passes et des durées de polissage nécessaires à la suppression de ces motifs. Expérimentalement, la mise en œuvre d'expériences sur l'enchaînement des opérations a montré l'existence d'un temps de fabri-

cation minimum pour l'ensemble de la gamme. Cependant, contrairement à l'usinage, il n'existe aucun outil commercial de simulation des opérations de polissage. Il est donc essentiel de pouvoir disposer d'un tel outil pour prédire et simuler l'évolution des écarts géométriques des surfaces tout au long du processus de fabrication. Ainsi, cela permettra de minimiser le recours à des plans d'expériences et de réduire le délai de conception des gammes de fabrication.

Un certain nombre de verrous restent à lever concernant la modélisation de l'abrasion et la mise en œuvre de ces modèles dans des simulations. Contrairement à l'usinage, où la géométrie de l'outil est maîtrisée pour induire de la coupe, l'abrasion implique l'interaction d'un nombre important de grains, non semblables, avec la pièce. Certes ils enlèvent la matière en formant des copeaux, mais ils induisent aussi d'autres phénomènes qui déforment localement la surface. Ainsi, les hypothèses couramment acceptées pour simuler l'usinage ne permettent pas de reproduire d'une manière satisfaisante la géométrie des surfaces issues de l'abrasion. Faire l'hypothèse de grains infiniment rigides et d'une topographie de surface obtenue par intersections géométriques n'est pas proche de la réalité dans le cadre de l'enlèvement de matière par abrasion. Pour améliorer la pertinence des simulations, la mise en œuvre de modèles plus complexes et d'hypothèses plus réalistes est donc nécessaire. D'autre part, l'interaction de nombreux grains avec la pièce augmente la taille des données à traiter lors des simulations, ce qui pénalise les temps de calcul. Enfin la durée de vie des abrasifs est brève pendant la phase de finition et dure seulement quelques minutes. Cependant, l'effet de cette usure sur la topographie des surfaces usinées est significatif et peut nuire à l'obtention de la qualité de la surface désirée s'il n'est pas contrôlé. Les modèles du procédé d'abrasion dans son ensemble doivent donc prendre en compte la perte d'efficacité due à l'usure. Ces difficultés de simulation sont autant de verrous qui limitent les possibilités de conception des gammes de finition sans avoir recours à des essais expérimentaux.

La thèse porte sur la simulation du polissage des surfaces fonctionnelles et plus particulièrement sur la prédiction et la simulation réaliste des effets des procédés d'abrasion sur la topographie des surfaces. Les travaux proposés contribuent à investiguer de nouvelles méthodes de simulation pour l'abrasion. Plus particulièrement, l'enjeu scientifique de ces travaux est de créer une rupture vis-à-vis des simulations classiques à base de maillages, par l'utilisation de méthodes particulières, et d'en évaluer les performances dans ce contexte. D'autre part, le développement d'un modèle d'abrasion basé sur la représentation implicite des surfaces a été mené. Les travaux présentés visent à lever les verrous précédemment mentionnés qui limitent les capacités de simulation actuelles des procédés d'abrasion. Les modèles étudiés pourraient être une base au développement d'un outil de simulation industriel. L'apport des simulations au profit de l'automatisation des opérations d'abrasion et de l'optimisation des gammes de fabrication pourrait permettre d'augmenter la productivité et la qualité des pièces mécaniques.

Organisation du manuscrit

Le manuscrit est composé de quatre chapitres. Le premier d'entre eux reprend les éléments de l'état de l'art relatifs aux procédés d'abrasion. D'un point de vue technologique, les principaux procédés qui reposent sur l'abrasion ainsi que les différents types d'outils abrasifs sont présentés. Loin d'en faire une liste exhaustive, cette analyse permet de délimiter le contexte de l'étude. Les phénomènes qui interviennent lors de l'enlèvement de matière ainsi que les modèles empiriques du procédé sont exposés. Enfin les travaux visant à simuler l'abrasion sont présentés. Ces

méthodes de simulation sont classées en fonction des types de problèmes qu'elles permettent de résoudre et des informations qu'elles apportent. Cette analyse a permis d'identifier les verrous scientifiques qui se posent quant à simuler l'abrasion ainsi que les possibilités à exploiter pour les résoudre. Cet état de l'art se veut assez générique et est détaillé plus spécifiquement dans les chapitres suivants en fonction des thèmes abordés.

Le second chapitre traite des méthodes de simulation basées sur la mécanique des milieux continus. Parmi les différents schémas numériques, ce sont principalement les méthodes sans maillage et en particulier la méthode FVPM (*Finite Volume Particle Method*) qui a été utilisée pour simuler l'enlèvement de matière. Cette étude a permis de valider l'utilisation de la méthode pour simuler le passage d'un grain et obtenir la déformation locale de la matière au cours du temps ainsi que les efforts de rayage mis en jeu. Ces résultats ont été validés expérimentalement. En fonction des difficultés identifiées, des possibilités d'amélioration sont proposées.

Le troisième chapitre présente une approche intermédiaire entre les modèles basés sur la mécanique et les modèles géométriques. Le modèle proposé est basé sur une représentation implicite des surfaces. Cette représentation est très utilisée en infographie en raison des possibilités inhérentes de déformation des surfaces et au vu de l'efficacité numérique qu'elle permet. D'une part, la représentation implicite des surfaces appliquée à la simulation de procédés de fabrication est une initiative novatrice. D'autre part, cette démarche permet une réelle alternative aux modèles proposés à ce jour dans l'état de l'art. La représentation implicite consiste à considérer les surfaces de niveau d'un champ scalaire défini dans l'espace. Plutôt que d'agir explicitement sur les coordonnées des points qui représentent la surface, c'est le champ scalaire qui est modifié. L'approche proposée consiste principalement en une modélisation géométrique de l'interaction entre les grains abrasifs et la matière. Cependant, le fait de mettre en œuvre un champ scalaire permet de prendre en compte des aspects physiques rencontrés dans les procédés d'abrasion. Dans ce chapitre, les principes du modèle, la théorie sur laquelle il repose et son implémentation numérique sont présentés. Ses principales caractéristiques sont évaluées dans un cas simple de polissage d'une surface plane initialement sans défauts.

Le quatrième chapitre applique les résultats précédents à la simulation d'une gamme de fabrication complète allant de l'usinage jusqu'à la finition par abrasion. Pour cela, l'usinage a été modélisé et intégré en amont des simulations d'abrasion afin de prendre en compte la topographie réelle de la pièce usinée. La prise en compte d'une surface non plane par le modèle d'abrasion implicite implique de déterminer la hauteur de passage des grains abrasifs en fonction de la topographie réelle. Pour cela, une méthode de calcul basée sur le volume d'interpénétration entre les grains et la pièce est proposée. D'autre part, la modélisation des grains est améliorée par la prise en compte des distributions statistiques disponibles dans la norme relative aux abrasifs appliqués. Une évaluation des simulations est effectuée par rapport à des essais. Les résultats ainsi que les limites et les perspectives sont envisagés.

Chapitre

1

État de l'art

Dans ce chapitre, une synthèse des éléments les plus pertinents de l'état de l'art sont présentés. D'abord la nécessité d'avoir recours à l'enlèvement de matière par abrasion est mise en évidence en analysant les différentes étapes d'une gamme de fabrication. Les contraintes associées à la mise en œuvre de ce procédé, tant sur la pièce à réaliser, que sur les paramètres qui définissent la gamme, sont analysées. Ensuite les mécanismes d'enlèvement de matière par abrasion qui apparaissent entre la pièce et les grains sont décrits ainsi que les principaux modèles qui sont disponibles dans la littérature. Enfin les différentes méthodes de simulation numérique existantes sont présentées. Cette étude permet de positionner les travaux menés par rapport aux méthodes disponibles dans la littérature et de justifier la pertinence des modèles proposés vis à vis des mécanismes d'abrasion.

Sommaire

1	Contexte général	7
2	Caractéristiques principales des procédés d'abrasion	8
2.1	Techniques mises en œuvre	8
2.2	Propriétés des grains abrasifs	10
2.3	Classification des procédés	12
2.4	Impact sur l'intégrité de surface	14
2.5	Problématiques liées à la mise en œuvre des procédés d'abrasion	19
3	Modèles et simulations de l'abrasion	21
3.1	Classification	21
3.2	Mécanismes responsables de l'enlèvement de matière	22
3.3	Modélisation des grains abrasifs	26
3.4	Modélisation empirique par régression	27
3.5	Simulations	30
4	Synthèse et problématique	39

1 Contexte général

Dans l'industrie, la fabrication d'une pièce mécanique s'effectue grâce à une succession de différents procédés. Généralement, la première étape de mise en forme des métaux se fait par déformation ou par fusion. Les surfaces fonctionnelles sont ensuite obtenues par usinage avec éventuellement un traitement thermique à l'issue de l'opération. Cet enchaînement d'opérations est typique d'une gamme de fabrication classique (figure 1.1), d'autres schémas mettant en œuvre d'autres procédés sont possibles en fonction des pièces à fabriquer. En ce qui concerne l'étape d'usinage des pièces métalliques, des défauts sont laissés notamment à cause des vibrations de l'outil ou d'une usure de l'arête de coupe. Ces défauts sont de l'ordre de quelques micromètres. Lors de la fabrication des surfaces complexes, suivant la stratégie utilisée, la surface usinée présente des crêtes dont l'ordre de grandeur est beaucoup plus important (quelques centièmes de millimètre). Dans ce contexte, une amélioration de la qualité de l'état de surface se fait grâce à des opérations de finition. On recourt par exemple à la rectification pour traiter les défauts de forme ou bien au polissage pour réduire la rugosité.



FIGURE 1.1 – Étapes caractéristiques d'une gamme de fabrication

Lorsque les pièces mécaniques en question sont à forte valeur ajoutée, les contraintes liées à la fabrication sont importantes. C'est le cas pour les turbines Francis ou Pelton (figure 1.2) et (figure 1.3). En effet, dans une installation hydroélectrique, les performances pour convertir l'énergie hydraulique en énergie mécanique sur l'arbre de la turbine sont fortement liées à la géométrie des aubes. La conception se fait principalement par ordinateur où l'on recherche numériquement la géométrie nominale la plus adaptée aux conditions de fonctionnement (pression, débit). La gamme de fabrication doit donc permettre d'obtenir des surfaces les plus proches possibles du modèle numérique malgré les nombreuses opérations à mettre en œuvre.

Les turbines Pelton sont directement fabriquées à partir d'un bloc de matière première. La géométrie est essentiellement obtenue par usinage multi-axes pour des raisons d'accessibilité. Néanmoins, la finition de surface est réalisée par polissage pour atteindre l'état de surface final requis. Les dimensions des turbines Francis sont plus grandes que celles des turbines Pelton, elles peuvent atteindre 5 mètres. En conséquence, la géométrie brute est obtenue à partir de l'assemblage de sous-parties coulées et forgées. Compte tenu des dimensions, la finition de la surface est effectuée par un ouvrier spécialisé à l'aide d'outils manuels de meulage et de polissage. Ces opérations restent manuelles et induisent des aléas sur la production en terme de variations de qualité ou de manque d'efficacité.

Dans ce cadre, l'apport de méthodes de simulation pour l'abrasion pourrait avoir un rôle non seulement dans l'optimisation des gammes de fabrication mais aussi pour aller vers l'automatisation de la finition des surfaces complexes par abrasion. Plus généralement, ces avancées pourraient s'adresser aussi bien au secteur industriel des turbines (gaz et réacteurs), qu'à celui des pièces mécaniques qui peuvent nécessiter un polissage (moules, matrices, prothèses médicales orthopédiques...).



FIGURE 1.2 – Roue de turbine Francis



FIGURE 1.3 – Roue de turbine Pelton

2 Caractéristiques principales des procédés d'abrasion

Avant d'aborder plus spécifiquement les développements menés dans la littérature au sujet des procédés d'abrasion, il convient d'en présenter les caractéristiques majeures. Il s'agit d'abord de décrire les principales technologies utilisées. Ainsi cette section permet d'appréhender les difficultés liées à la mise en œuvre des procédés.

2.1 Techniques mises en œuvre

L'enlèvement de matière par abrasion est principalement caractérisé par un contact entre des particules solides et la pièce dont on souhaite améliorer l'état de surface. En fonction du type de mouvement relatif, les phénomènes d'abrasion, lorsqu'ils sont mis à profit d'un procédé de fabrication, peuvent se classer en trois catégories (figure 1.4). Cette classification générique du type de contact concerne tout les procédés de finition des surfaces quelle que soit la technique mise œuvre.

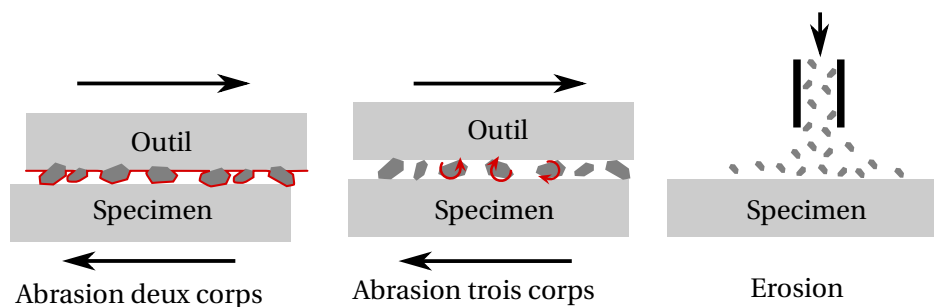


FIGURE 1.4 – Différents types d'abrasion

Dans le cas de l'abrasion deux corps, les grains sont fixés sur un support par un liant. L'application d'un effort et le mouvement relatif de l'outil par rapport à la pièce permettent d'enlever de la matière. Étant donné que les grains sont fixés à l'outil, il n'y a pas de roulement des grains sauf si l'un d'entre eux est arraché de son support et reste coincé. L'abrasion trois corps met en œuvre des grains abrasifs qui sont libres et roulent entre l'outil et la pièce. Le glissement entre les grains et la pièce est donc limité et cela diminue la quantité de matière enlevée. Enfin l'érosion intervient lorsque des particules abrasives impactent la surface de la pièce et retirent la matière. La découpe jet d'eau tire parti de ce phénomène. Des particules abrasives sont aspirées par effet venturi par le

jet d'eau et sont projetées pour enlever la matière jusqu'à traverser la pièce.

Pour réaliser une opération d'abrasion, il existe aujourd'hui sur le marché une grande variété de produits disponibles dont les applications possibles sont aussi diverses que variées. On distingue principalement trois types d'outils abrasifs différents :

- les abrasifs agglomérés
- les abrasifs rapportés
- les abrasifs structurés

Les outils abrasifs sont principalement composés de grains qui sont assemblés entre eux pour former un outil. Ce dernier, entraîné en rotation ou en translation, permet alors de générer un mouvement relatif entre les grains et la pièce pour enlever de la matière. La figure 1.5 donne un aperçu non exhaustif des principaux types d'outils abrasifs disponibles sur le marché.



FIGURE 1.5 – Type d'usinage par abrasion

Pour l'assemblage des grains, plusieurs techniques sont utilisées. Les abrasifs rapportés sont composés de grains maintenus sur un support par un liant (figure 1.6). Ces abrasifs utilisent comme support du papier, de la toile, ou encore de la mousse. Cette technique permet d'obtenir une certaine souplesse de l'outil qui peut ainsi s'adapter aux courbures éventuelles des surfaces à polir. Des propriétés additionnelles sont aussi recherchées comme par exemple l'adhérence, l'extension ou la résistance à la déchirure et à la traction. Les abrasifs agglomérés sont constitués de grains maintenus entre eux par un agglomérant. Contrairement aux abrasifs rapportés, ils sont rigides et massifs. Ces derniers sont principalement mis en œuvre dans des opérations visant à maîtriser les défauts de forme des surfaces comme la rectification.

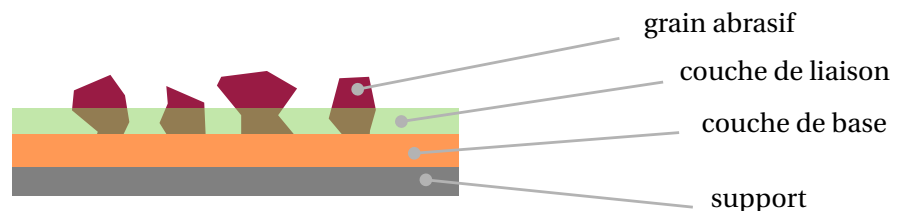


FIGURE 1.6 – Abrasif rapporté

Pour compléter les gammes disponibles sur le marché, des industriels ont développé des solutions particulières, parmi celles-ci, on peut citer les abrasifs structurés dont la particularité est d'être composés de grains abrasifs noyés dans une résine et déposés sur un support (figure 1.7).

Le dépôt sur le support possède une géométrie particulière et répétitive. Ainsi, cette technologie bénéficie à la fois de la flexibilité du support et de la résistance d'un abrasif aggloméré. Les durées de vie observées sur ces abrasifs sont plus importantes que sur les abrasifs rapportés [Goossens, 2015].

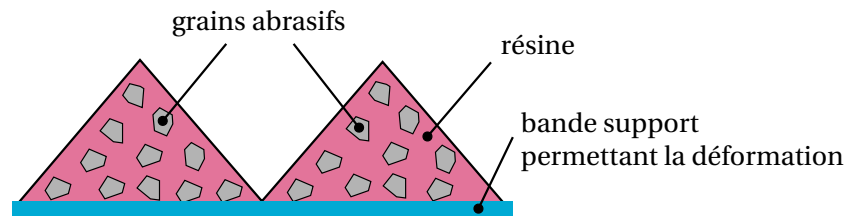


FIGURE 1.7 – Abrasif structuré

Pour les opérations de polissage, ce sont des pâtes abrasives qui sont mises en œuvre par l'intermédiaire d'un feutre. Cette technique se classe dans les procédés trois corps et permet principalement de réduire la rugosité de la surface.

Ces différents types d'abrasif sont utilisés dans plusieurs procédés industriels. La figure 1.8 présente une sélection non exhaustive d'exemples issus de l'industrie. La rectification tire parti d'abrasifs agglomérés. Une première étape de dégauchissage de la meule est nécessaire, puis les pièces à rectifier subissent le passage de cette dernière grâce au mouvement alternatif du plateau. La rigidité de l'outil associé à la cinématique de la machine permet d'obtenir des tolérances dimensionnelles très faibles.

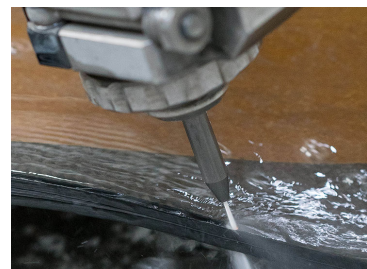
Les abrasifs rapportés sont utilisés pour poncer manuellement des pièces de grandes dimensions aux formes complexes [Guichard, 2015]. Les déformations permises par ces outils abrasifs facilitent les opérations par l'opérateur. Ce n'est donc plus la position relative qui compte mais l'effort de contact. Cela permet d'obtenir un taux d'abrasion de la surface moins sensible à la position relative entre l'outil et la pièce. Enfin la découpe jet d'eau consiste à projeter des grains abrasifs à très grande vitesse sur la pièce à découper. L'énergie ainsi transmise aux grains abrasifs permet la découpe sans entraîner de fortes hausses de température ni d'efforts de coupe importants.



Rectification avec une meule cylindrique



Meulage



Découpe jet d'eau

FIGURE 1.8 – Mises en œuvre industrielles de l'abrasion

2.2 Propriétés des grains abrasifs

Les particules abrasives présentent des tailles et des formes différentes. La forme d'un grain est difficile à mesurer et à quantifier. Elle dépend principalement des matériaux mis en jeu et peut être amenée à évoluer en cours de procédé à mesure que les grains s'usent ou se brisent. Un des moyens de quantifier la forme des grains est d'effectuer des mesures au microscope optique et

de mesurer le périmètre P et l'aire des grains A sur l'image. La circularité C peut alors être définie comme le rapport entre l'aire réelle A de la projection et l'aire d'un cercle ayant le même périmètre P que la projection (eq. 1.1) [Hutchings and Shipway, 2017].

$$C = \frac{4\pi A}{P^2} \quad (1.1)$$

Les taux d'abrasion sont très fortement dépendants du caractère anguleux des particules. En effet, les angles sur les grains abrasifs se comportent comme des arêtes de coupe ce qui permet d'enlever plus de matière alors que des particules rondes ont plutôt tendance à repousser la matière et à la déformer. La figure (figure 1.9) présente deux types de formes possibles pour des grains de silice.

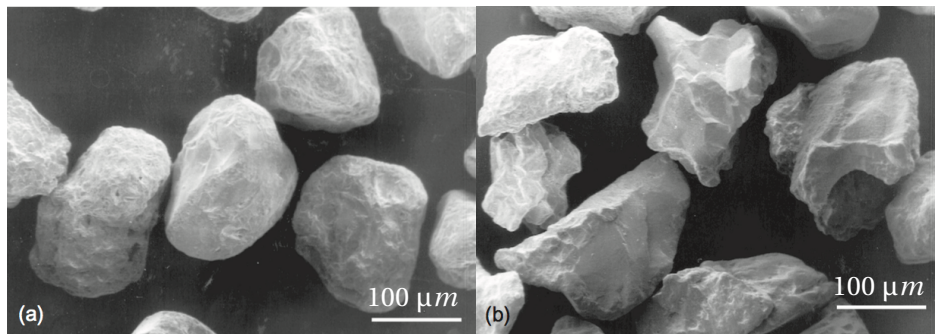


FIGURE 1.9 – Particules abrasives en silice de forme ronde (a) ou anguleuse (b) [Hutchings and Shipway, 2017]

La réalisation des outils abrasifs pour les métaux impose de choisir des matériaux dont la dureté est supérieure à celle de la pièce à usiner et qui peuvent résister à des températures élevées. Les principaux matériaux mis en œuvre pour réaliser les grains abrasifs ainsi que leurs duretés respectives sont listés dans le tableau 1.1.

Matériaux	Dureté [HV]
Diamant	8000
Nitrure de bore cubique	4500
Carbure de bore	3200
Carbure de silice	2200
Alumine	1900
Quartz	1000

Tableau 1.1 – Principaux matériaux constituant les grains

Étant donné le fait qu'il faille recourir à un nombre important de grains pour réaliser un outil abrasif, une variation de leurs tailles est observée dans l'ensemble des grains qui constituent l'outil. Ainsi la taille des grains peut être modélisée par une variable aléatoire [Hou and Komanduri, 2003]. C'est la norme [ISO 6344-1, 1998] qui définit les modalités de mesure de la granulométrie associée et les caractéristiques des distributions. Les abrasifs sont nommés avec une lettre et un nombre entier, par exemple P120. La lettre P désigne les abrasifs rapportés et la lettre F les abrasifs agglomérés. 120 correspond au nombre de grains par centimètre carré et permet de connaître les caractéristiques de la distribution pour l'abrasif en question.

Dans la norme, les grains abrasifs sont classés en deux catégories :

- Grains macroscopiques [0,053 mm - 3,35 mm]
- Grains microscopiques [8,4 μm - 58,5 μm]

Ces deux catégories imposent deux techniques de mesure différentes pour la granulométrie. Les grains macroscopiques sont triés avec des tamis dont la finesse des mailles est calibrée. Les grains microscopiques sont quant à eux triés par sédimentation. La norme donne des points caractéristiques des distributions comme le montrent les tableaux 4.13 et 4.14 en annexe pour les abrasifs de P12 à P1200.

Concernant les mesures par tamisage, pour chaque tamis, W_i désigne la dimension des mailles et le pourcentage Q_i indique la somme des quantités de grains qui ont été refusées par les tamis 0 à i . ΔQ représente le pourcentage de grains qui sont passés à travers tous les tamis. Le même principe est appliqué pour les mesure par sédimentation. Les variables d_{s_i} sont des valeurs données en μm et indiquent qu'il y a un pourcentage i de grains dont la taille est supérieure à la valeur de d_{s_i} . La norme ne donne pas plus d'information sur les distributions, ainsi aucune hypothèse n'est faite sur la forme analytique des fonctions de densité qui modélisent le caractère aléatoire de la taille des grains.

2.3 Classification des procédés

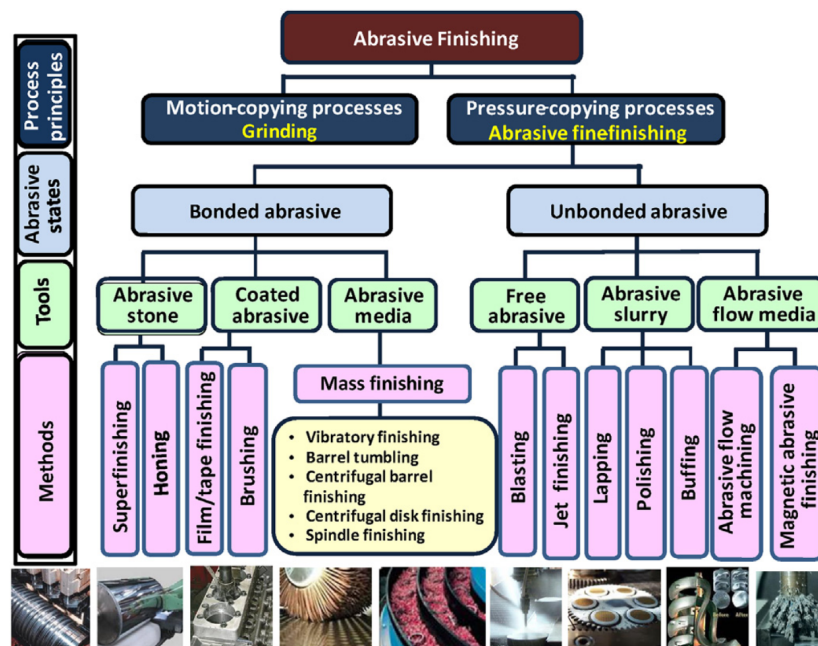


FIGURE 1.10 – Classification des procédés [Hashimoto et al., 2016]

D'un point de vue technologique, on distingue deux grandes catégories de procédés mettant en œuvre des principes différents (figure 1.10) [Hashimoto et al., 2016]. D'une part il y a les procédés qui imposent la trajectoire des grains. La hauteur de coupe est alors imposée ce qui permet de contrôler la géométrie de la surface obtenue. C'est par exemple le cas pour la rectification. Il s'agit alors d'utiliser des outils rigides dans lesquels les grains sont agglomérés. D'autre part certains procédés reposent sur le fait d'imposer une pression de contact entre l'outil et la pièce. Cela

permet d'obtenir un état de surface maîtrisé et une meilleure intégrité sans contraindre la forme de la surface. Les technologies de finition abrasive telles que la super finition, le rodage et le polissage sont représentatives des procédés pilotés en effort. Dans ce cas, les outils sont relativement plus souples que les précédents de manière à pouvoir se déformer.

L'abrasion deux corps peut donc être appliquée dans des procédés où la trajectoire des grains est imposée ainsi que pour ceux où l'effort est imposé. A l'inverse l'abrasion trois corps requiert une certaine pression de contact pour pouvoir enlever la matière. L'érosion peut être classée dans cette même catégorie car c'est l'effort transmis par le fluide aux grains abrasifs qui est utilisé pour enlever la matière.

Une dernière distinction entre les procédés peut être faite en fonction l'efficacité de l'enlèvement de matière. Cette valeur est définie comme l'énergie nécessaire pour retirer un certain volume de matière. En fonction de la qualité attendue sur l'état de surface, l'efficacité de l'enlèvement de matière varie car les procédés mis en jeu sont différents. Les procédés tels que la rectification sont plutôt efficaces mais génèrent des états de surface grossiers alors que le polissage permet d'atteindre une rugosité allant jusqu'au poli miroir [Brinksmeier et al., 2010] avec cependant une efficacité moindre et par conséquent un temps plus important. Cette classification s'explique principalement par les différentes tailles d'abrasifs qui ne sont pas du même ordre de grandeur en fonction des procédés.

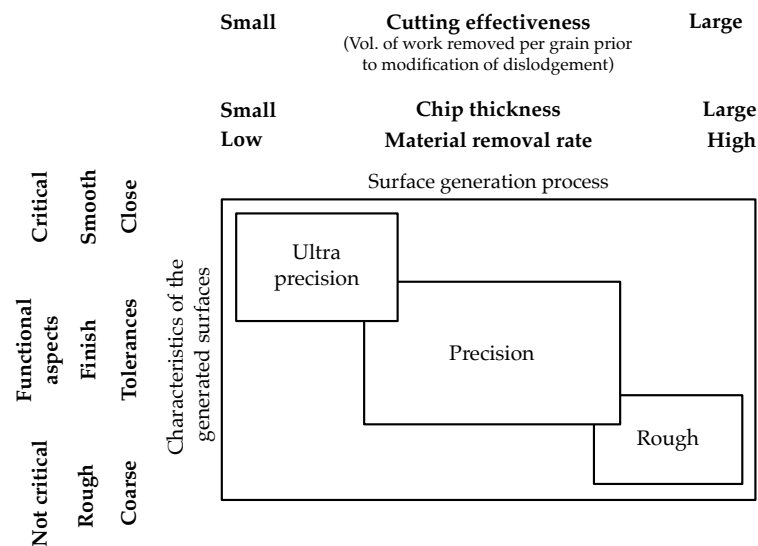


FIGURE 1.11 – Efficacité des procédés en fonction de l'échelle [Subramanian and Puthanangady, 1997]

Bien que l'enlèvement de matière par abrasion soit toujours dû à un mouvement relatif entre des grains et la pièce, les caractéristiques principales en terme de mouvement relatif, de type de contraintes imposées et d'échelle d'interaction peuvent être très variés (figure 1.11) [Subramanian and Puthanangady, 1997]. Ainsi un certain nombre de procédés d'abrasion ne sont pas encore complètement automatisés. Certains procédés d'abrasion se prêtent bien à la mise en œuvre à l'aide d'une machine-outil. Par exemple, dans le cadre de la finition des portées de roulements, les paramètres à maîtriser sont peu nombreux. Le problème de l'usure de l'abrasif est résolu en faisant défiler une bande d'abrasif, ce qui revient à utiliser un papier qui ne s'use pas. Il reste alors à déterminer la pression de contact et le temps d'abrasion sur chaque zone.

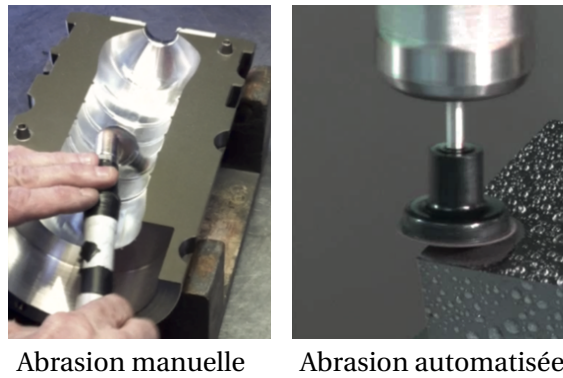


FIGURE 1.12 – Mise en œuvre de l'abrasion manuelle ou automatisée

L'automatisation de l'abrasion des surfaces complexes reste difficile dans un cas général. Ainsi les industriels ont recours à des ouvriers qualifiés dont les gestes et l'expérience permettent de palier ces problématiques. La fabrication des moules d'injection plastique est particulièrement concernée par ce type d'approche (figure 1.12). En effet, pendant l'usinage la position de l'outil est commandée alors que l'abrasion nécessite une pression de contact et un certain temps pour enlever la matière et atteindre l'état de surface requis. Pour pouvoir résoudre ce problème sans remettre en cause le principe de pilotage en position des machines-outils à commande numérique, les papiers abrasifs peuvent être montés sur des supports flexibles qui sont composés d'élastomère (compliance passive). Ainsi en modifiant la distance relative entre l'outil et la pièce par la trajectoire programmée, un effort est appliqué sur l'abrasif grâce à la déformation de l'élastomère. Un angle d'inclinaison est nécessaire pour que seule une partie du disque abrasif touche la surface de la pièce. La déformation de l'élastomère permet à l'outil abrasif de se conformer à la surface. Enfin, la trajectoire suivie doit permettre d'enlever la matière uniformément sur la surface [Chaves-Jacob et al., 2013].

2.4 Impact sur l'intégrité de surface

L'intégrité de surface est une notion qui regroupe les propriétés topographiques, mécaniques, chimiques et métallurgiques d'une surface en relation avec ses performances en service [Griffiths, 2001]. D'après cette définition, il faut considérer la géométrie de la surface qui confère à la pièce ses propriétés de frottement, de contact et d'apparence mais aussi la santé matière. Cette dernière rentre aussi en compte car elle est principalement affectée sous la surface et fortement liée à la tenue mécanique des pièces face aux sollicitations mécaniques rencontrées. Ainsi l'intégrité de surface ne se limite pas à l'interface entre une pièce mécanique et son environnement extérieur mais prend aussi en considération un volume de matériau au voisinage de l'interface. Ce volume, parce qu'il est proche de l'environnement de la pièce, est plus susceptible de subir des modifications lors du cycle de vie de la pièce considérée.

Lors d'une gamme de fabrication, l'abrasion représente un moyen d'améliorer l'état de surface géométrique des pièces à l'issue d'une opération d'usinage. Cependant, les différents mécanismes mis en jeu dans le processus d'abrasion affectent aussi l'intégrité de surface (figure 1.13) [Rech et al., 2008].

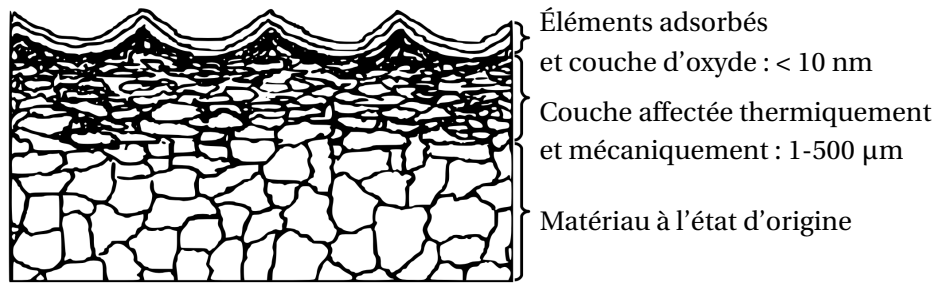


FIGURE 1.13 – Schéma des différentes couches affectées par un procédé de fabrication [Rech et al., 2008]

Sur une profondeur de quelques dizaines de nanomètres se situe une couche d'adsorption qui contient des oxydes et certains éléments présents dans l'environnement extérieur et dans les fluides utilisés pour la fabrication. L'élévation de la température due au procédé affecte plus profondément la matière. Cette couche présente des variations de ses caractéristiques mécaniques et microstructurales en fonction des contraintes rencontrées. L'épaisseur de cette couche ainsi que les modifications des propriétés dépendent du matériau et du procédé qui a permis d'obtenir la surface. Des contraintes résiduelles peuvent être induites dans cette couche. Au-delà, la matière présente des caractéristiques uniformes et identiques à celle de la matière qui composait initialement la pièce brute. C'est principalement une amélioration des qualités géométriques qui est recherchée lors de l'abrasion d'une surface, en limitant l'impact sur les contraintes résiduelles et sur la microstructure. D'autres procédés de finition des surfaces comme le galetage ou le grenaillage permettent à la fois d'améliorer les qualités géométriques mais aussi la résistance à la fatigue en écrouissant localement la surface.

D'un point de vue géométrique, la topographie de surface joue un rôle fondamental dans les performances en service [Lonardo et al., 2004]. En tribologie, ce sont principalement les aspérités des surfaces en contact qui permettent de transmettre le chargement mécanique d'une pièce à l'autre. C'est donc la surface de contact réelle qui compte, qu'il y ait un mouvement relatif entre les pièces ou non. D'autre part, la micro-géométrie de la surface ainsi que ses défauts déterminent les lieux des concentrations de contraintes et fournissent ainsi des sites d'amorce de fissures qui réduisent la durée de vie en fatigue. Il s'agit donc de caractériser la texture des surfaces et la principale référence pour ce faire est la norme [ISO 25178-2, 2012].

Premièrement, c'est la rugosité qui est utilisée historiquement pour définir la qualité d'une surface. Elle donne donc une information sur la profondeur caractéristique des stries présentes sur la surface en question. La rugosité a été traditionnellement évaluée de manière linéique mais on utilise plutôt aujourd'hui une définition surfacique (eq. 1.2) dont le calcul fait intervenir la hauteur moyenne de la surface (eq. 1.3).

$$S_a = \frac{1}{S} \int_S |z - z_m| \, ds \quad (1.2)$$

$$z_m = \frac{1}{S} \int_S z \, ds \quad (1.3)$$

La rugosité donne une information globale sur la topographie, mais ce paramètre ne suffit pas à caractériser de manière pertinente une surface. La texture est décrite de manière plus fine grâce

à la courbe de portance définie par [Abbott and Firestone, 1933]. La fonction de répartition de la hauteur des points sur la surface constitue la courbe de portance. Son graphe est traditionnellement tracé avec la hauteur sur l'axe des ordonnées et le taux de portance en abscisses. Graphiquement le taux de portance M_r correspond au rapport entre le volume de matière $V(h)$ qui se trouve au-dessus de l'altitude h et le volume total V_{tot} entre z_{min} et z_{max} (figure 1.14) (eq. 1.4).

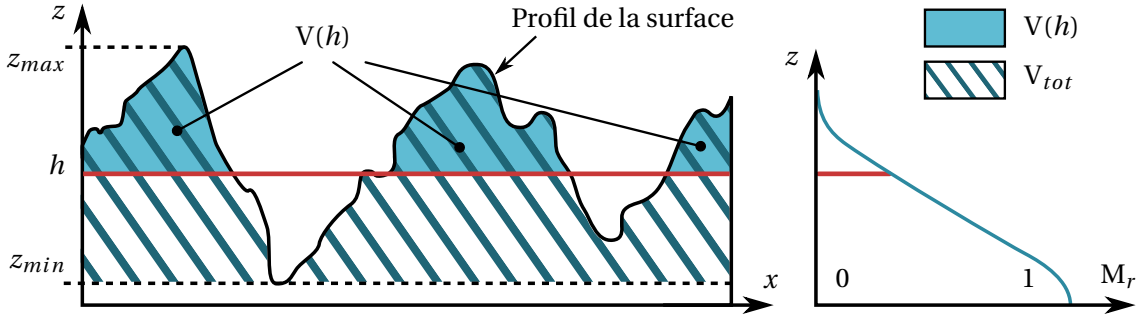


FIGURE 1.14 – Taux de portance d'un profil de surface

$$M_r(h) = \frac{V(h)}{V_{tot}} \quad (1.4)$$

La courbe de Abbott permet alors de déterminer des paramètres surfaciques, qui sont en lien avec les caractéristiques fonctionnelles, pour décrire plus finement la surface (figure 1.15). Sur la courbe de portance, une ligne équivalente est tracée comme étant le prolongement de la courbe dans sa partie centrale. 40% de courbe est considérée pour effectuer le prolongement. Le paramètre S_{pk} représente la hauteur moyenne des crêtes au-dessus de la surface centrale et de la même manière S_{vk} correspond à la valeur moyenne des vallées sous la surface centrale. Le paramètre S_k représente la hauteur de la surface écrêtée. Les paramètres S_{mr1} et S_{mr2} représentent les taux de longueur portante surfacique qui séparent respectivement les pics et les vallées de la surface écrêtée.

D'un point de vue fonctionnel, le volume des vallées joue un rôle dans la retenue d'un lubrifiant lors du frottement entre deux pièces alors que les pics sont principalement concernés par les phénomènes d'abrasion en fonctionnement. Enfin on peut noter l'utilisation de la fonction d'auto-corrélation qui permet de caractériser la texture d'une surface encore plus finement en identifiant les dimensions caractéristiques et l'orientation des motifs qui se répètent sur la surface.

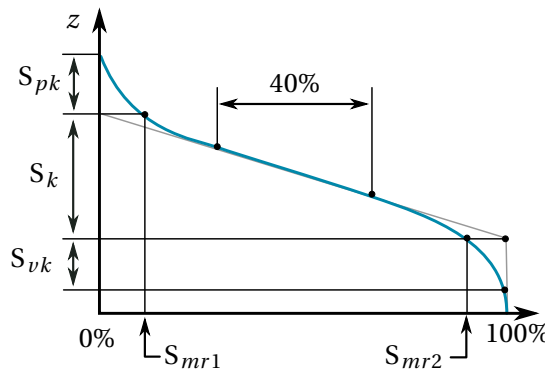


FIGURE 1.15 – Définition des paramètres de portance

Le premier effet qui joue un rôle sur l'intégrité de surface est celui de la taille des grains abrasifs. Il impacte principalement la rugosité. La texture de la surface obtenue après abrasion a été étudiée par [Bigerelle et al., 2012]. Dans cette étude expérimentale, différentes tailles de grains sont utilisées. Une analyse tribologique met en évidence trois régimes d'enlèvement de matière (figure 1.16). Lorsque le diamètre des grains est supérieur à $125\text{ }\mu\text{m}$, le taux d'enlèvement de matière et la rugosité sont très importants. Entre $10\text{ }\mu\text{m}$ et $125\text{ }\mu\text{m}$, la rugosité diminue avec la taille des grains. Cependant en dessous de $10\text{ }\mu\text{m}$, la rugosité devient indépendante de leur taille, ce qui s'explique principalement par l'adhésion de la matière sur l'outil abrasif.

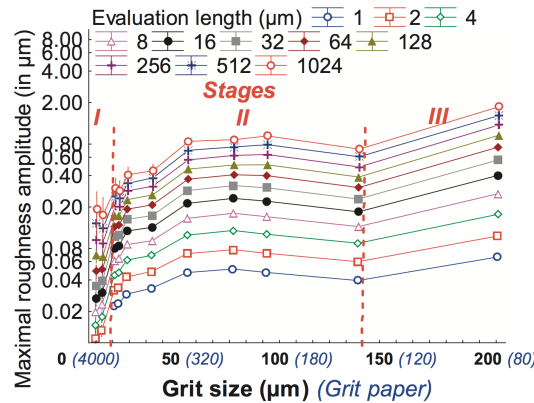


FIGURE 1.16 – Effet de la taille des grains sur la rugosité

Du point de vue du procédé, [Lacharnay et al., 2012] ont testé plusieurs stratégies en fonction de différents paramètres, notamment l'effort de polissage, le temps de polissage et la taille des grains. Une augmentation de l'effort permet ici d'augmenter l'efficacité du papier et d'atteindre plus rapidement l'état de surface souhaité (figure 1.17).

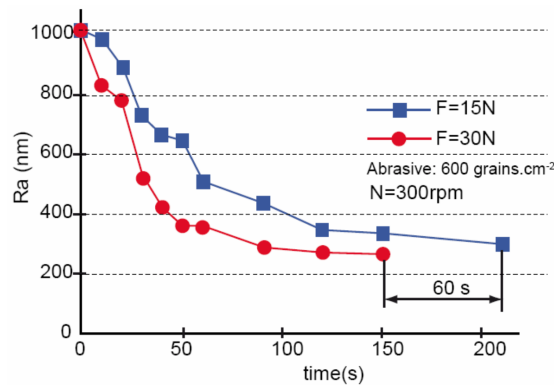


FIGURE 1.17 – Efficacité en fonction de l'effort [Lacharnay et al., 2012]

D'autre part, les essais ont montré que le papier neuf dégrade d'abord l'état de surface au début de l'opération puis l'améliore rapidement. C'est le cas quelle que soit la taille des grains abrasifs. Cependant à partir d'un certain temps, l'état de surface ne s'améliore plus ce qui s'explique par le fait que des nouvelles rayures sont continuellement faites sur la pièce. Il y a donc une stabilisation de la rugosité car les nouvelles rayures ont la taille des grains du papier en question. L'usure du papier est aussi à prendre en compte, car sa perte d'efficacité au cours du temps empêche d'enlever les rayures restantes. Il faut alors réduire la taille des grains pour pouvoir continuer à réduire la rugosité. Ces essais expérimentaux sont simples à mettre en œuvre et permettent d'optimiser

une gamme de fabrication. En effet, savoir quand changer la taille des grains qui composent l'outil est important pour ne pas perdre de temps dans l'enchaînement des opérations. Il est ainsi possible de tirer parti de l'efficacité des papiers avec des gros grains puis de réduire la rugosité avec des papiers plus fins (figure 1.18).

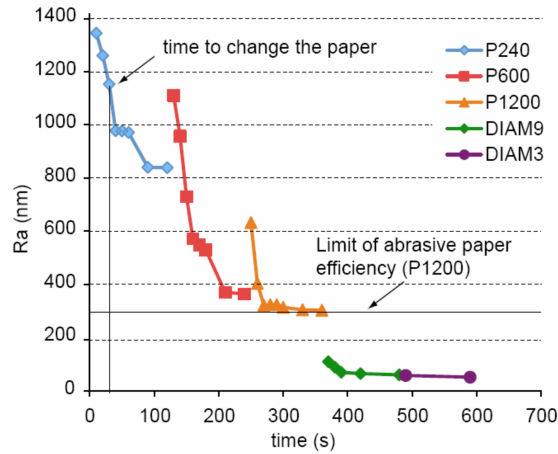


FIGURE 1.18 – Gamme de fabrication [Lacharnay et al., 2012]

L'intégrité de la surface lors d'opérations d'abrasion dépend aussi des chargements thermo-mécaniques supportés par le matériau en lien avec ses propriétés métallurgiques. Au delà de l'influence cinématique de la vitesse relative, qui permet d'obtenir un meilleur taux d'enlèvement de matière, l'élévation de température induite par des conditions d'abrasion sévères n'est pas négligeable. À l'échelle locale, le frottement et les déformations plastiques dissipent une grande quantité d'énergie. L'abrasion est donc un processus d'usinage qui implique de fortes concentrations de chaleur à l'interface outil-pièce. Combiné à de grandes surfaces de contact, le flux de chaleur est facilement transmis à la pièce ce qui augmente d'autant plus sa température.

Une étude a été menée par [Lin et al., 2018] sur la rectification d'un acier principalement utilisé pour les rails de chemin de fer. Les effets des conditions de coupe en termes de pression de contact et de vitesse relative ont été analysés (figure 1.19). Les hautes pressions combinées à une vitesse relative importante génèrent les élévations de température les plus grandes alors qu'une vitesse relative faible n'entraîne pas une élévation significative.

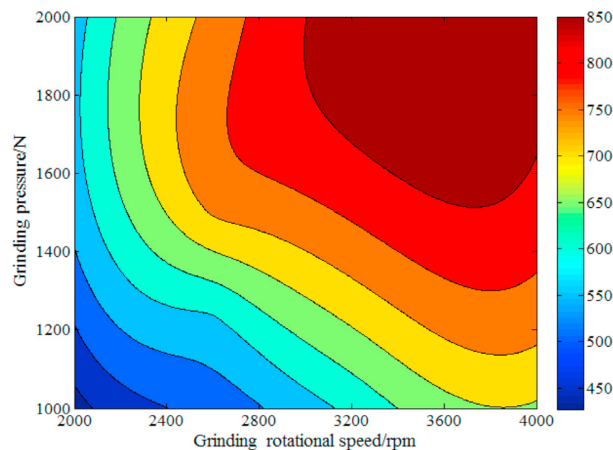


FIGURE 1.19 – Carte de la température en fonction des conditions de coupe en rectification [°C]

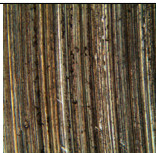
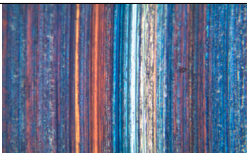
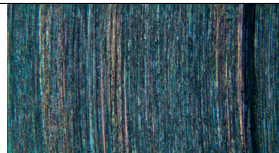
Couleur	Normale	Jaune	Jaune - Bleue	Violette
Image				
Température	$\leq 471\text{ }^{\circ}\text{C}$	$471 - 600\text{ }^{\circ}\text{C}$	$600 - 735\text{ }^{\circ}\text{C}$	$\geq 735\text{ }^{\circ}\text{C}$
Dureté	La dureté augmente de 290 à 500 HV _{0.5}		La dureté diminue	La dureté augmente fortement au dessus de 800 HV _{0.5} (formation d'une phase martensitique)
Rugosité	La rugosité augmente avec la température			La rugosité diminue et la surface devient lisse

Tableau 1.2 – Effet de la température sur l'intégrité de surface [Lin et al., 2018]

L'effet de l'élévation de température sur l'intégrité de surface a été mis en évidence en étudiant principalement la dureté et la rugosité à l'issue de la rectification. La table 1.2 présente les résultats obtenus. Dans le cadre du matériau étudié, l'acier, l'élévation de température a une influence forte sur la dureté car il se produit un changement de phase pour les hautes températures.

Enfin, l'enlèvement de matière génère des contraintes résiduelles. Ce paramètre influence particulièrement les performances en service et la tenue en fatigue [Souto-Lebel, 2014]. Lorsqu'il n'y a pas de transformation de phase, on observe principalement des contraintes de traction en raison de la prédominance de déformations plastiques (figure 1.20) [Rech et al., 2008]. Cependant, une augmentation de la vitesse relative génère un flux de chaleur plus important. Ainsi, à partir d'une certaine température, les transformations de phase qui peuvent se produire associées à un refroidissement rapide entraînent une trempe et une variation de volume. On observe alors des contraintes résiduelles en compression.

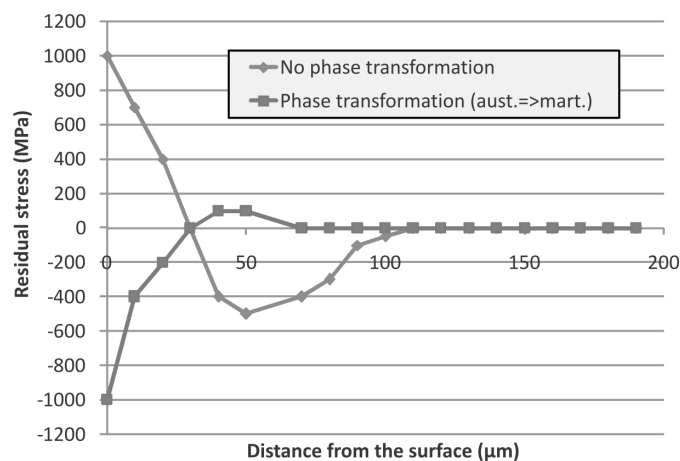


FIGURE 1.20 – Profil de contrainte résiduelle à l'issue de la rectification

2.5 Problématiques liées à la mise en œuvre des procédés d'abrasion

Les procédés d'enlèvement de matière par abrasion présentent des caractéristiques variées. Leur implémentation pratique nécessite l'interaction entre une machine ou un opérateur, un ou-

til, la pièce et des facteurs opérationnels. Une analyse de ces différents acteurs du procédé a été proposée par [Marinescu et al., 2015] dans le cas de la rectification des céramiques mais la même décomposition pourrait être faite pour n'importe quel procédé abrasif (figure 1.21). On retrouve dans cette figure des facteurs qui sont imposés par l'équipement utilisé. Il s'agit principalement des caractéristiques machine en terme de rigidité et de stabilité dynamique qui ont un impact sur la cinématique [Brecher et al., 2009]. Dans le cadre de l'abrasion manuelle ces conditions sont obtenues grâce à l'expérience de l'opérateur. De même, en fonction de la pièce à fabriquer, les contraintes en terme de comportement mécanique sont fixées. En effet chaque matériau possède ses propres caractéristiques intrinsèques qui définissent sa résistance à l'abrasion en fonction de la température et de la vitesse de déformation. Les contraintes fonctionnelles attendues pour la pièce en question doivent être respectées. Par conséquent, la définition de la gamme de fabrication consiste à sélectionner les conditions de coupe, le type d'outil, l'utilisation éventuelle de la lubrification et l'enchaînement des différentes opérations.

L'association de l'ensemble des ces paramètres permet de définir les conditions dans lesquelles l'enlèvement de matière se produit à une échelle locale entre la pièce et les grains abrasifs. Le choix de ces derniers doit être maîtrisé pour atteindre les objectifs en termes d'état de surface, d'intégrité de matière, de productivité et de performance en service de la pièce fabriquée. Les nombreux paramètres à régler pour maîtriser les exigences attendues à l'issue du procédés nécessitent une expérience métier importante.

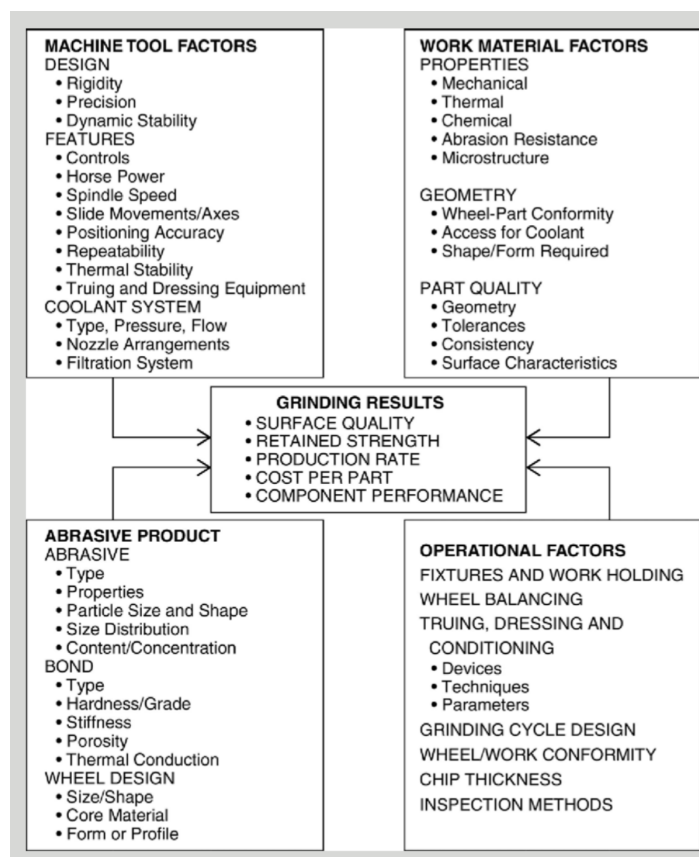


FIGURE 1.21 – Principaux paramètres influençant l'abrasion [Marinescu et al., 2015]

Bien que les procédés d'abrasion soient couramment mis en œuvre dans l'industrie, un certain nombre de difficultés se présentent quand il s'agit d'étudier de tels procédés. La maîtrise des différents paramètres mis en jeu est difficile de part le nombre important de types de procédés existants. D'un point de vue expérimental, les études ont une portée limitée au procédé en question et

il n'est pas forcément possible d'extrapoler les résultats dans des contextes différents. En effet l'influence des différents paramètres est souvent spécifique à l'étude expérimentale réalisée. D'autre part la modélisation et la simulation restent compliquées en raison des caractéristiques aussi diverses que variées présentées précédemment. Les hypothèses qui peuvent être faites doivent être adaptées et ne sont pas forcément pertinentes dans tout les cas. Ce sont autant de verrous pour aller vers une démarche unifiée de simulation de l'abrasion.

La section suivante permet donc de présenter les modèles et les méthodes de simulation disponibles dans la littérature ainsi que leurs intérêts vis-à-vis de la compréhension de l'abrasion. En effet l'apport des modèles et des simulations est important non seulement pour une meilleure compréhension des mécanismes responsables de l'enlèvement de matière, mais aussi pour l'amélioration des paramètres qui régissent la mise en œuvre des procédés.

3 Modèles et simulations de l'abrasion

3.1 Classification

Une revue de la littérature concernant les avancées récentes des modèles et des méthodes de simulation des mécanismes d'enlèvement de matière par abrasion a été réalisée par [Brinksmeier et al., 2006]. Une classification des différents travaux a été proposée en fonction de leur échelle caractéristique. En effet des études ont porté sur l'abrasion à un niveau microscopique jusqu'à une prise en compte globale des paramètres du procédé (figure 1.22). À chaque échelle correspond des outils analytiques ou numériques particuliers.

A l'échelle locale :

- **Modèles moléculaires :** ce sont les modèles qui permettent les simulations les plus fines qui existent aujourd'hui et qui permettent d'obtenir des informations sur les mécanismes de dislocation pendant les déformations plastiques. L'échelle de simulation est de quelques nanomètres.
- **Modèles cinématiques :** l'enlèvement de matière est modélisé par des intersections géométriques entre les grains abrasifs et la pièce. Elles sont calculées numériquement pour obtenir des informations sur la topographie de la surface et sur les efforts de contact.
- **Modèles fondamentaux :** des modèles de comportement analytiques entre la pièce et les grains abrasifs sont proposés. Il peut s'agir de calculer l'effort individuel sur chaque grain ou sur la totalité de l'outil via un modèle d'interaction.
- **Modèles mécaniques :** le comportement du matériau constituant la pièce est modélisé par les équations de la mécanique des milieux continus. Cette approche permet de faire une approximation locale du comportement moléculaire du matériau. La taille du domaine de simulation peut donc être plus grande que pour les modèles moléculaires. Les équations sont résolues numériquement. Ainsi le comportement local de la matière est intégré sur l'ensemble du domaine pour déterminer les déformations et les contraintes.

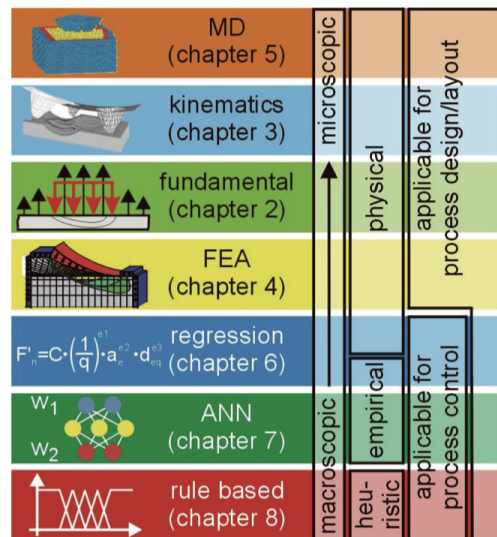


FIGURE 1.22 – Catégories de modèles utilisés pour l'abrasion [Brinksmeier et al., 2006]

Cet ensemble d'approches permet d'obtenir des informations sur les mécanismes d'abrasion au niveau des grains abrasifs. En fonction des complexités algorithmiques mises en jeu, il est possible d'intégrer les résultats pour obtenir des données sur l'ensemble de l'outil ou sur une opération complète. Les méthodes qui mettent en œuvre un comportement mécanique local sont à l'heure actuelle trop complexes pour obtenir ce genre d'information.

A l'échelle globale :

- **Modèles de régressions** : ils sont utilisés pour identifier des comportements observés lors d'essais expérimentaux. Cela permet dans une certaine mesure d'extrapoler les résultats. Les quantités mises en jeu sont mesurables expérimentalement.
- **Modèles statistiques - logique floue** : ce sont toutes les méthodes qui permettent d'identifier des lois entre paramètres d'entrée et de sortie lorsqu'ils sont trop nombreux pour pouvoir supposer a priori la forme de la loi en question. Elles permettent de traiter des volumes de données très importants.

Ces modèles permettent d'optimiser les paramètres des procédés dans leurs ensembles. Ils recourent cependant à des données expérimentales et leurs extrapolations dans des contextes différents de ceux des essais est difficile. Dans le cadre de la présentation de l'état de l'art et des travaux menés dans cette thèse, ce sont les modélisations et simulations à l'échelle locale qui seront principalement étudiées.

3.2 Mécanismes responsables de l'enlèvement de matière

L'enlèvement de matière par abrasion caractérise un mécanisme dont la cause est le frottement sur la surface de contact entre deux solides. Dans le cadre des procédés de fabrication industriels par abrasion, l'un des solides est la pièce à fabriquer et l'autre est le grain abrasif. Au niveau microscopique, plusieurs mécanismes d'enlèvement de matière sont rencontrés. Ces mécanismes d'enlèvement de matière ont été regroupés en quatre grands types [Gahr, 1998, Klocke et al., 2011] (figure 1.23).

Les quatre vecteurs principaux de déformation et d'enlèvement de matière peuvent se résu-

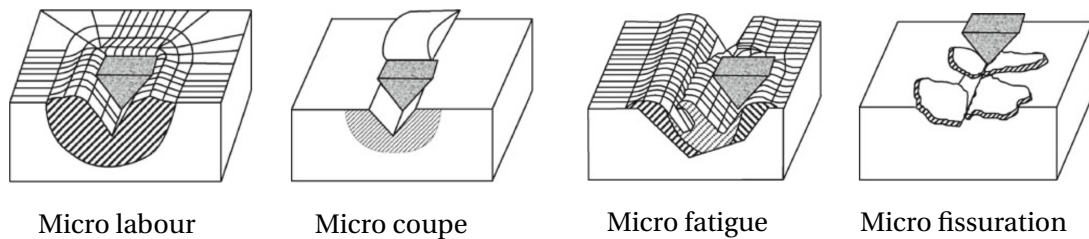


FIGURE 1.23 – Mécanismes d'enlèvement de matière par abrasion [Klocke et al., 2011]

mer de la manière suivante :

- **Le micro labour** est le résultat d'une déformation plastique qui se produit lorsqu'un grain entre en contact avec la surface. Il repousse le matériau qui s'agglomère à l'avant et sur les côtés de la rainure créée par le passage du grain en question. Ce type de déformation n'induit aucun enlèvement de matière mais seulement un déplacement de la matière.
- **La micro coupe** entraîne la formation d'un copeau qui s'évacue. La forme de la rayure constatée après le passage d'un grain abrasif correspond à l'intersection entre les positions successives du grain abrasif et de la pièce. À l'inverse du micro labour, le volume de matière enlevé est maximal et aucune déformation n'est constatée.
- **La micro fatigue** se produit lorsque plusieurs grains passent dans la même zone jusqu'à ce que le matériau cède. Une perte de volume se produit alors en raison de ces actions répétées.
- **La micro fissuration** se produit lorsque des contraintes très concentrées sont imposées par des particules abrasives, en particulier à la surface de matériaux fragiles. Dans ce cas, de gros débris se détachent de la surface en raison de la formation et de la propagation des fissures.

En réalité, l'enlèvement de matière résulte d'une combinaison de ces quatre phénomènes. Ils représentent une part plus ou moins importante en fonction des conditions dans lesquelles le contact se produit et en fonction des propriétés matériau. Le micro labour et la micro coupe sont les phénomènes dominants sur les matériaux ductiles tandis que les matériaux fragiles comme les céramiques sont davantage soumis à la micro fissuration et à la micro fatigue en raison des fortes contraintes induites par les particules abrasives. La répartition de ces phénomènes est aussi influencée par l'échelle caractéristique de la taille de grains [Pellegrin et al., 2009].

Toutes choses égales par ailleurs, il est possible de classer l'ordre d'apparition des ces phénomènes en fonction de la profondeur d'indentation (figure 1.24). Cette décomposition est valable pour les procédés où la cinématique est imposée.

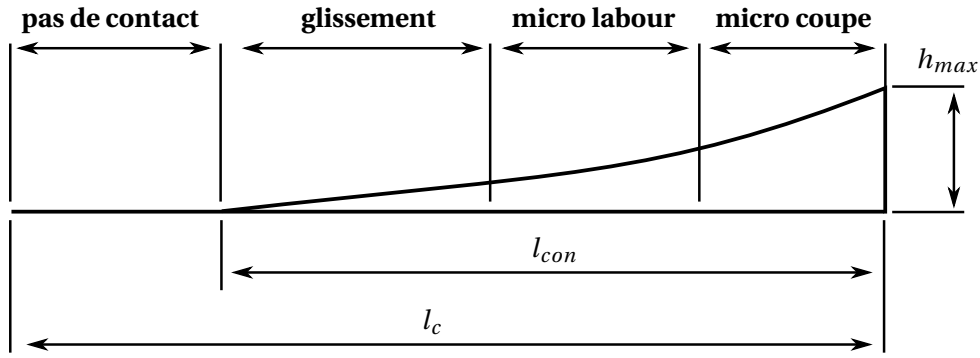


FIGURE 1.24 – Principe de succession des mécanismes d'enlèvement de matière [Jiang et al., 2013]

S'il n'y a pas de contact, la hauteur de pénétration est nulle par définition, puis il y a glissement du grain à la surface de la pièce. Ce cas de figure n'a pas été décrit dans les mécanismes d'enlèvement de matière car il n'y a pas suffisamment de déformation pour marquer la pièce. Il vient ensuite le micro labour jusqu'à une certaine profondeur à partir de laquelle la coupe intervient. La mise en évidence expérimentale de l'apparition de ces quatre régimes en fonction de la hauteur de coupe a été notamment réalisée par [Zhang et al., 2017]. La géométrie de la particule abrasive et en particulier son angle d'attaque [Gahr, 1998] jouent aussi un rôle dans le type de mécanisme qui sera rencontré lors de l'abrasion (figure 1.25).

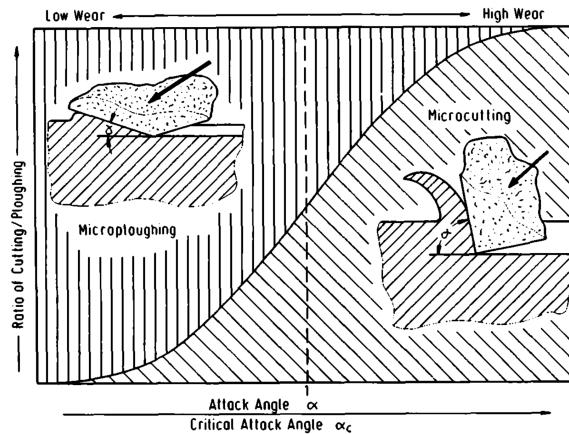


FIGURE 1.25 – Influence de l'angle d'attaque sur l'enlèvement de matière

En ce qui concerne les procédés pour lesquels l'outil est déformable, l'apparition de ces différents régimes dépend de la pression de contact locale entre les grains et la pièce (figure 1.26). De la même manière que pour la hauteur de coupe, les différents mécanismes sont classés selon une pression de contact croissante. Le classement obtenu reste dans le même ordre que celui qui a été réalisé en fonction de la profondeur d'indentation. Si la pression n'est pas suffisante alors il n'y a qu'un simple frottement et aucune trace n'est laissée sur la pièce. Une pression intermédiaire produit un micro labour alors qu'une pression forte génère la micro coupe de la matière. Ce type de modélisation a été utilisé par [Zhu et al., 2019] pour simuler la géométrie et les efforts qui s'appliquent sur un outil de meulage déformable qui s'adapte à la forme de la surface.

A l'échelle locale, le contact des grains abrasifs avec la pièce génère des déformations telles que celles présentées dans les paragraphes précédents. Étant donné que les matériaux ductiles sont soumis principalement à de la micro coupe et du micro labour, des modèles géométriques de la déformation locale ont été développés (figure 1.27). Une certaine aire A_1 est considérée comme

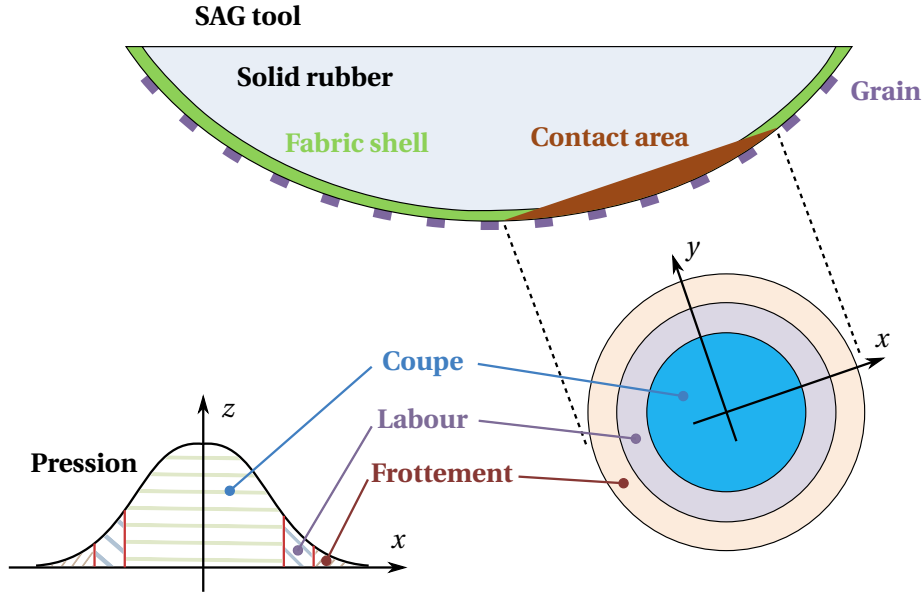


FIGURE 1.26 – Répartition des différents mécanismes d'enlèvement de matière en fonction de la pression de contact [Zhu et al., 2019]

retirée de la pièce par le passage du grain alors qu'une partie du matériau dont l'aire est A_2 est repoussée sur les côtés. On retrouve ce type de modélisation sous diverses formes dans la littérature, [Zhu et al., 2019], [Zhang et al., 2017].

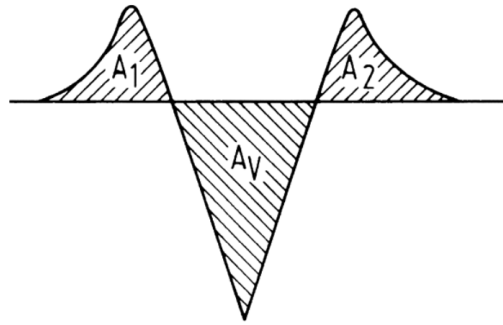


FIGURE 1.27 – Vue en coupe du passage d'un grain abrasif [Gahr, 1998]

$$f_{ab} = \frac{A_v - (A_1 + A_2)}{A_v} \quad (1.5)$$

La fraction de la surface coupée f_{ab} est définie géométriquement par l'équation (eq. 1.5) et est liée aux paramètres du matériau usiné (eq. 1.6) [Gahr, 1998]. ϕ_s est la déformation effective tandis que ϕ_{lim} est la déformation maximale atteignable par le matériau avant la rupture. β est un facteur qui décrit la diminution de la déformation avec l'augmentation de la profondeur de rayage. Il dépend principalement du comportement d'écrouissage du matériau. Une intégration de la fraction de surface coupée le long du trajet d'une particule est possible pour obtenir le taux

d'enlèvement de matière au cours du processus ainsi que la topographie de la surface.

$$f_{ab} = 1 - \left(\frac{\phi_{lim}}{\phi_s} \right)^{2/\beta} \quad (1.6)$$

3.3 Modélisation des grains abrasifs

Concernant les grains abrasifs, on retrouve plusieurs modélisations. Une des possibilités les plus simples est de considérer que les grains sont des formes géométriques primitives telles que des sphères, des cônes ou des pyramides (figure 1.28). Ce type d'hypothèse est pertinent dans la mesure où les grains abrasifs ont une dureté plus importante que celle de la pièce à usiner. La déformation des grains est alors négligée devant celle du matériau constituant la pièce.

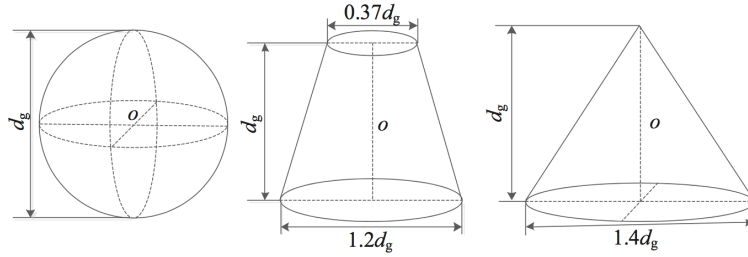


FIGURE 1.28 – Principales formes géométriques retenues pour modéliser les grains abrasifs [Liu et al., 2013]

Pour des grains dont la géométrie est plus compliquée, les méthodes géométriques basées sur des opérations booléennes permettent d'obtenir des grains avec de multiple arêtes de coupe [Siebrecht et al., 2014]. Des modèles analytiques plus complets pourraient permettre de représenter les formes géométriques des grains abrasifs d'une manière plus générique. Il s'agit de surface définies par des quadriques [Barr, 1981][Gielis, 2003]. Ces formules paramétriques pourraient permettre d'enrichir les simulations avec les phénomènes d'usure des grains abrasifs (figure 1.29).

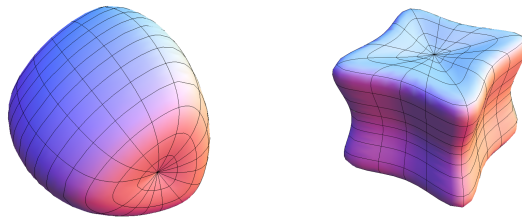


FIGURE 1.29 – Exemples de quadriques de Gielis

Le caractère aléatoire de la taille des grains a été modélisé par une fonction de répartition normale [Hou and Komanduri, 2003]. En effet, le fait de connaître la fonction de densité permet de générer numériquement un ensemble de grains qui possède les propriétés statistiques voulues.

L'utilisation d'un descripteur de Fourier permet d'aller encore plus loin dans la description de la géométrie des grains abrasifs. Cette méthode a été employée dans un contexte différent de celui de l'abrasion mais mérite d'être mentionnée. Les formes géométriques des particules qui composent les matériaux granulaires ont été analysées par [Mollon and Zhao, 2014], mais la modélisation des grains abrasifs pourrait être réalisée de la même manière. Cette méthode permet d'obtenir des informations quantitatives sur la forme des particules par l'intermédiaire du spectre

de Fourier correspondant. À l'inverse, étant donné un spectre, il est possible de générer la géométrie des particules. En imposant les amplitudes des différents modes, les propriétés géométriques des particules générées peuvent être maîtrisées.

Alors même que la pièce subit une action des grains abrasifs durant le procédé d'abrasion, un certain nombre de défauts peuvent apparaître sur les grains. Ces défauts ont une influence directe sur l'abrasion [Zhao et al., 2019]. D'un point de vue géométrique l'usure est prise en compte en retirant des grains abrasifs ou en faisant évoluer leur géométrie de manière analytique. [Dai et al., 2017] a proposé une classification des différents types d'usure possibles pour les grains abrasifs (figure 1.30) et leur influence sur la capacité d'enlèvement de matière. Une modélisation numérique des grains permet d'étudier plus finement leurs propriétés face aux contraintes induites pendant le procédé [Godino et al., 2020].

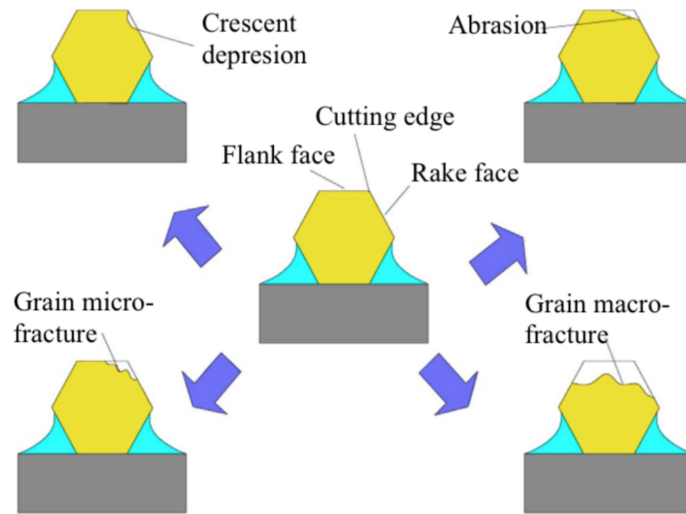


FIGURE 1.30 – Usure des grains abrasifs [Dai et al., 2017]

Il s'agit ensuite de positionner les grains sur l'outil. Étant donné que le nombre de grains est important ce sont des méthodes statistiques qui sont utilisées. Cela permet de générer des répartitions de grains aléatoirement sur la surface de l'outil. En tenant compte des positions respectives des grains abrasifs, qu'elles soient uniformément réparties ou de manière aléatoire, il est possible de simuler la topographie d'un outil abrasif. Sans faire de modélisation individuelle des grains, d'autres méthodes se basent directement sur la topographie mesurée et servent comme modèle pour l'outil abrasif [Inasaki, 1996]. Grâce à une fonction d'auto-corrélation, les dimensions caractéristiques des grains sont identifiées sur des mesures et la surface de la meule abrasive est générée aléatoirement [Chen et al., 2017].

3.4 Modélisation empirique par régression

D'un point de vue global, le passage des grains abrasifs sur la surface d'une pièce génère un enlèvement de matière. Il est possible de s'y intéresser d'un point de vue macroscopique. On considère alors la hauteur moyenne z de la surface au cours du temps. Dans ce cadre, le modèle de Preston [Preston, 1927] permet de déterminer le taux d'enlèvement de matière à partir d'une règle empirique (eq. 1.7). Ce taux se définit comme la dérivée de la hauteur moyenne de la surface par rapport au temps.

$$\frac{dz}{dt} = K_p \cdot P.V \quad (1.7)$$

Avec cette modélisation, on considère que le taux d'enlèvement de matière est proportionnel à la pression P et la vitesse relative V entre l'abrasif et la matière. Le coefficient K_p traduit le pouvoir abrasif de l'outil sur la pièce, il est donc nécessaire de l'identifier en fonction du couple grain-matière en question. Cette identification se fait de manière expérimentale sur tribomètre [Gahr, 1998] comme illustré dans la figure 1.31.

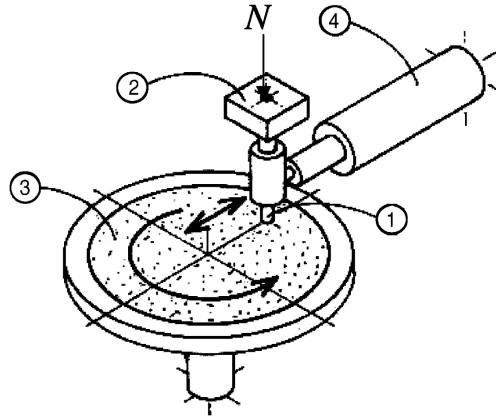


FIGURE 1.31 – Mesure du taux d'enlèvement de matière sur tribomètre [Torrance, 2005]

Le modèle de Archard [Archard, 1953], qui est semblable à celui de Preston, permet de déterminer le volume de matière enlevé Q (eq. 1.8). Il est inversement proportionnel à la dureté H du matériau et dépend de la pression P et de la distance de glissement L . Un coefficient K_a reste à identifier. Ce modèle est en réalité la version intégrée de l'équation de Preston comme l'a montré [Brown et al., 1982], les deux coefficients K_p et K_a étant donnés à un facteur près : H .

$$Q = \frac{K_a}{H} \cdot P \cdot L \quad (1.8)$$

D'autres modèles ont été proposés dans la littérature. Ils reprennent le principe de Preston, en considérant les mêmes paramètres influents, à savoir la vitesse relative et la pression de contact.

Dans l'industrie des circuits imprimés, [Luo et al., 1998] a étudié le polissage du cuivre avec différents fluides de lubrification. Les essais ont mis en évidence, en plus de l'action mécanique des grains, une action chimique durant l'abrasion. Le modèle de Preston a ainsi été adapté :

$$\frac{dz}{dt} = (K \cdot P + B) V + R_c \quad (1.9)$$

Deux constantes : K et B sont à identifier pour modéliser l'abrasion due au frottement de l'outil sur la pièce alors que R_c permet de tenir compte de l'action chimique.

Dans le cadre du polissage des composants en vitrocéramique des disques dur, [Wang et al., 2002] a proposé un modèle avec un paramètre (n) de plus que celui de Preston qui permet de faire varier l'ordre du modèle (eq. 1.10).

$$\frac{dz}{dt} = K \cdot P^{\frac{n}{2}} \cdot V^{1-\frac{n}{2}} \quad (1.10)$$

Klocke [Klocke et al., 2011] a développé un modèle plus général pour déterminer le taux d'abra-

sion (eq. 1.11)) avec deux degrés de liberté supplémentaires α et β . Ce modèle offre plus de possibilités pour modéliser le comportement de couples grains-matières variés.

$$\frac{dz}{dt} = K_p \cdot P^\alpha \cdot V^\beta \quad (1.11)$$

Ce type de modélisation macroscopique a été utilisé pour optimiser les paramètres du procédé lors du polissage automatique sur centre d'usinage 5 axes [Pessoles and Tournier, 2009, Guiot, 2012]. Ce genre d'opération peut se classer dans la catégorie dont le pilotage est réalisé en effort [Chaves-Jacob et al., 2015]. Dans ce cadre les outils abrasifs utilisés sont fixés sur un support déformable et nécessitent une certaine pression de contact pour fonctionner de manière optimale. La principale problématique scientifique à relever pour pouvoir réaliser ce genre d'opération est la définition de la trajectoire de l'outil. En effet, il est difficile de programmer un centre d'usinage pour effectuer une finition par abrasion car le paramétrage de la trajectoire ne peut se faire qu'avec des contraintes géométriques. Il s'agit dans un premier temps de faire le lien entre la déformation du support et la pression de contact de manière à pouvoir positionner correctement l'outil par rapport à la surface. D'autre part, l'usure des outils abrasifs impose de pouvoir corriger en temps réel la perte d'efficacité de l'outil pour obtenir un résultat homogène sur la totalité de la surface.

Le coefficient de Preston K_p a pu être identifié de manière expérimentale comme une fonction décroissante du temps de manière à traduire la perte d'efficacité de l'outil abrasif (eq. 1.12) [Quinsat et al., 2015]. Le modèle retenu est en exponentielle décroissante.

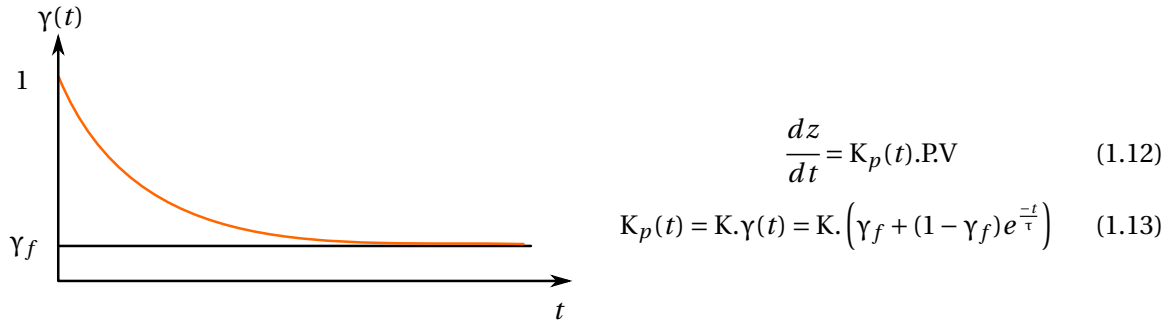


FIGURE 1.32 – Évolution de l'efficacité abrasive en fonction du temps

Initialement le coefficient correcteur $\gamma(t)$ est égal à un, il y a alors une efficacité optimale du papier lorsqu'il est encore neuf. La décroissance se fait avec un temps caractéristique τ pour atteindre un état final avec une efficacité γ_f . Ce modèle d'usure est pertinent si l'outil est changé une fois que γ_f est atteint. Si le même outil est utilisé sur un temps plus long, il faut considérer que l'efficacité tend vers zéro et le prendre en compte dans le modèle.

Une intégration numérique de l'équation de (eq. 1.12) suivant une trajectoire d'usinage et pour chaque point de la surface a été implémentée (figure 1.33). Il s'agit d'évaluer le taux d'enlèvement de matière en fonction des paramètres procédés P et V et de modifier la valeur z en conséquence. La cartographie de la profondeur de polissage simulée est en accord avec les essais réalisés, ce qui a permis de modifier la trajectoire de manière à augmenter la pression de contact P et la vitesse de rotation de la broche pour augmenter la vitesse relative V . Cela permet de palier à la diminution du pouvoir abrasif de l'outil K_p due à l'usure.

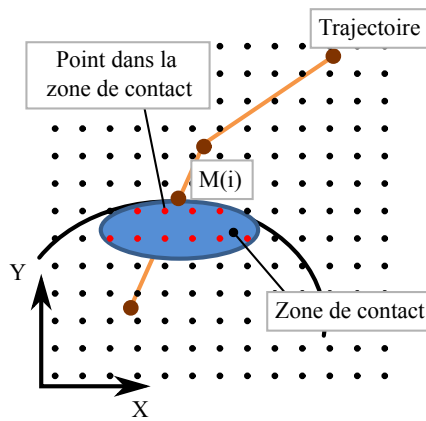


FIGURE 1.33 – Simulation du polissage par discrétisation de l'espace et de la trajectoire [Guiot et al., 2014]

Ainsi, de tels modèles permettent d'obtenir une simulation globale de l'enlèvement de matière en fonction du temps, mais pas d'étudier les marques laissées pendant l'abrasion ni les efforts mis en jeux.

3.5 Simulations

Des méthodes de simulation plus évoluées ont été mises en œuvre dans la littérature. On peut les séparer en deux grandes familles suivant qu'elles reposent sur des hypothèses uniquement géométriques ou bien sur des modèles de comportement mécanique qui prennent en compte les déformations de la matière.

3.5.1 Simulations basées sur une modélisation cinématique

Historiquement, c'est l'usinage qui a le premier bénéficié des avancées permises par les outils de FAO. Le procédé d'usinage a été simulé en première approximation comme une opération booléenne entre deux volumes qui s'interpénètrent. Ainsi, les logiciels de FAO commerciaux tels que *CATIA* ou *TopSolid* modélisent les opérations d'usinage comme des interpénétrations entre l'outil et la pièce. Dans l'industrie, ces logiciels sont principalement utilisés pour vérifier le programme de fabrication avant l'usinage afin d'éviter les collisions indésirables. Généralement l'ordre de grandeur de la résolution n'est pas compatible avec la visualisation des défauts d'usinage micro-métriques, car la discrétisation du volume est réglée pour simuler une opération d'usinage complète en quelques minutes (figure 1.34).

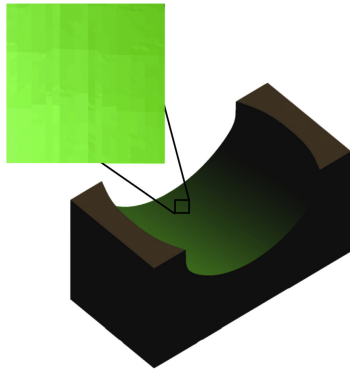


FIGURE 1.34 – Simulation d'usinage industrielle

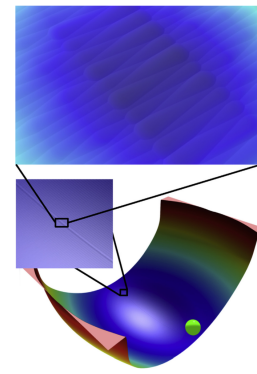
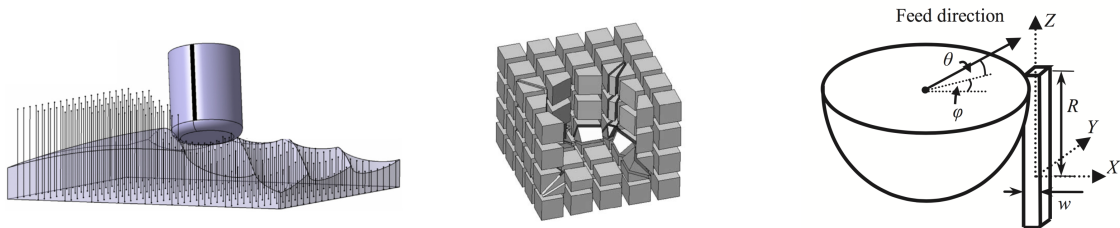


FIGURE 1.35 – Simulation multi-échelles

Numériquement, il existe plusieurs techniques pour simuler les procédés d'enlèvement de matière par des opérations booléennes. La méthode Z-buffer [Jerard et al., 1989] consiste à mailler la pièce par une grille sur laquelle sont attachés des brins dans la direction verticale. La résolution numérique consiste alors à faire l'intersection entre cette grille et l'outil. Les brins sont coupés lors de la simulation si le point d'intersection se trouve plus éloigné dans la matière. Cette méthode est cependant limitée à des opérations qui ne génèrent pas de contre-dépouille sur la pièce. La méthode des dexels implémentée par [Zhang et al., 2012] reprend le même principe que le Z-buffer. Une architecture de la pièce mettant en œuvre des voxels et une table de correspondance a été utilisée par [Ratchev et al., 2004] pour déterminer la géométrie résultante, quelle que soit l'orientation de l'outil.



Z-buffer [Abecassis et al., 2015] Voxels [Ratchev et al., 2004] Dexels [Zhang et al., 2012]

FIGURE 1.36 – Méthodes numériques pour la simulation d'opérations booléennes

La méthode Z-buffer a été implémentée de manière parallèle par [Abecassis et al., 2015] et [Jachym et al., 2018] avec des temps de calcul qui sont de l'ordre de quelques millisecondes pour des opérations d'usinage courantes (figure 1.35). Le fait de négliger les phénomènes physico-mécaniques qui apparaissent lors de l'usinage avec un outil coupant est justifié par l'important volume de matière retiré à chaque passage de dent. Étant donné que l'enlèvement de matière pendant l'usinage est essentiellement dû à la coupe, les surfaces usinées correspondent à l'enveloppe générée par l'arête de l'outil. Cette approche cinématique permet de simuler l'usinage de manière très pertinente en faisant l'hypothèse d'opérations booléennes entre la pièce et l'outil. Le fait que ces simulations puissent être implémentées de manière parallèle permet de diminuer l'intervalle de temps entre deux positions successives de l'outil et de générer la surface balayée par l'arête de coupe en considérant la rotation de la broche liée à la vitesse d'avance. Il est alors possible de mesurer l'outil pour prendre en compte la géométrie réelle de l'arête de coupe. L'influence de l'usure de l'outil sur la surface usinée a donc pu être étudiée [Lavernhe et al., 2014].

Dans un cas général, ces hypothèses ne permettent pas d'obtenir des résultats satisfaisants pour simuler les procédés d'enlèvement de matière par abrasion. En effet, par des opérations booléennes seul le phénomène de coupe est pris en compte. Certains procédés abrasifs peuvent être modélisés de manière suffisamment pertinente en se limitant à la micro-coupe. Ce sont principalement les procédés dont la trajectoire de grains est imposée par la cinématique de la machine comme pour la rectification [Aurich and Kirsch, 2012, Chen et al., 2017] (figure 1.37). La rigidité des outils utilisés dans ce cadre est compatible avec des hypothèses seulement cinématiques.

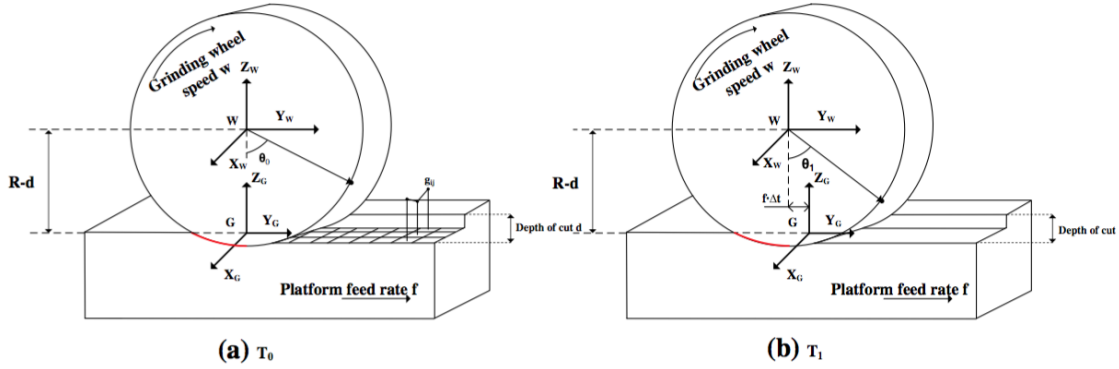


FIGURE 1.37 – Modélisation cinématique la rectification [Chen et al., 2017]

Le système d'équations (eq. 1.14) donne la position d'un point de la surface de la meule abrasive en fonction de la vitesse de rotation w , du rayon R et du temps Δt . La position initiale est donnée par les variables x_i et h_i qui dépendent du point considéré sur la surface de la meule.

$$\begin{cases} x = x_i \\ y = y_0 + f\Delta t + (R + h_i) \cdot \sin(\theta_0 - w\Delta t) \\ z = R - d - (R + h_i) \cdot \cos(\theta_0 - w\Delta t) \end{cases} \quad (1.14)$$

Le calcul de la topographie résultante est donnée par la méthode Z-buffer appliquée sur une discrétisation de la pièce. Les résultats en terme de topographie de surface meulée obtenus par simulation et par mesure sont comparables.

Lorsque le volume de matière repoussé n'est plus négligeable devant le volume de matière coupé le modèle d'enlèvement de matière booléen n'est plus suffisant. C'est d'autant plus le cas pour des grains dont la géométrie n'est pas aussi bien maîtrisée que celle des arêtes d'outils coupants. Néanmoins, des modèles sont proposés pour tenter d'obtenir une topographie de surface. Le modèle principalement utilisé est le modèle d'accumulation de matière (figure 1.38). Ici le phénomène de micro labour est pris en compte. [Zahedi and Azarhoushang, 2016] ont mesuré la topographie du sillon laissé par un grain suivant différentes conditions de manière à obtenir un modèle liant les paramètres de coupe et la surface résultante.

De la même manière [Wang et al., 2014] ont intégré un modèle d'accumulation pour réaliser des simulations de topographie de surface. Un modèle probabiliste d'une meule a alors été implémenté pour obtenir la topographie de la surface polie. Les effets des grains sont alors sommés successivement grâce aux tables de données identifiées. Une cartographie de la surface simulée numériquement a alors été générée avec une corrélation satisfaisante vis-à-vis des mesures.

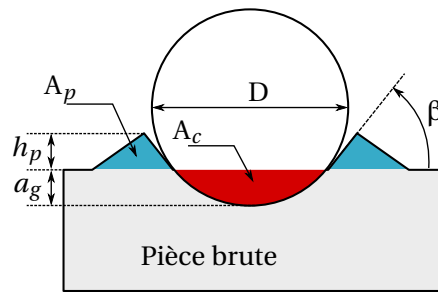


FIGURE 1.38 – Modélisation géométrique des bourrelets formés par le passage d'un grain abrasif [Zahedi and Azarhoushang, 2016]

3.5.2 Simulations basées sur une modélisation mécanique

À l'opposé des modèles géométriques qui permettent par leur simplicité d'implémentation d'obtenir des résultats rapidement, des modélisations mécaniques du comportement matériau existent [Hartley et al., 1992]. Les simulations qui s'appuient sur ces modèles sont principalement mises en œuvre pour obtenir des informations locales car il est difficile d'obtenir un aperçu expérimental de ce qui se passe à cette échelle pendant la fabrication. Ce sont principalement des verrous technologiques qui empêchent d'accéder aux efforts et déformations à l'interface outil-pièce. La taille et le nombre des grains abrasifs compliquent d'autant plus les études expérimentales. L'augmentation des capacités de calcul offre la possibilité de surmonter cet obstacle et d'aborder numériquement ces quantités d'intérêt.

Il s'agit de résoudre les équations de la mécanique des milieux continus [Doghri, 2000]. L'équation d'équilibre est commune à tous les scénarios et consiste en une application locale du principe fondamental de la dynamique. Le comportement du matériau, la géométrie de la pièce et les conditions aux limites sont à définir en fonction du problème considéré. Mis à part dans les cas les plus simples où une solution analytique existe, il faut utiliser des méthodes numériques pour en obtenir une approximation. Parmi ces méthodes, on retrouve différentes catégories. Les formulations fortes résolvent les équations d'un point de vue local alors que les formulations faibles consistent à minimiser une fonctionnelle sur le domaine d'étude. Les techniques d'interpolation de la solution sont aussi à catégoriser en fonction du type de discrétisation. On distingue deux grandes familles : les méthodes avec ou sans maillages.

L'utilisation d'un maillage apporte une information quant à la connectivité entre les points d'interpolations. Le maillage est souvent composé d'un ensemble de primitives géométriques simples dans lesquels une interpolation des champs mis en jeux dans les simulations est possible de manière analytique. Cependant, cette information de connectivité demande un effort numérique dans la génération du maillage et impose une distorsion limitée en cours de simulation. Le cas échéant, un remaillage peut être nécessaire si les déformations sont importantes. Ainsi les maillages sont très adaptés dans le cadre de simulations de déformations élastiques linéaires des pièces mécaniques dans la mesure où la configuration déformée est très proche de la configuration initiale.

Les méthodes sans maillage modélisent la géométrie des solides comme une liste de points sans connectivité entre eux [Griebel and Schweitzer, 2017]. Les déformations permises ne sont donc pas limitées et le découpage en domaines pour les simulations multicœurs ne nécessite pas

d'efforts particuliers. Cependant la méthode d'interpolation impose de retrouver les particules qui sont proches entre elles puis d'utiliser une fonction noyau qui consiste à faire une moyenne pondérée par la distance au point d'interpolation considéré. Ainsi les méthodes sans maillage sont bien adaptées aux simulations de dynamiques des fluides dans lesquelles les déplacements sont importants. Une classification des différentes méthodes sans maillage et leurs particularités a été proposé par [Fries and Matthies, 2004].

[Attanasio et al., 2010, Umbrello, 2008] utilisent les éléments finis pour simuler les phénomènes mécaniques durant l'usinage par outils coupants. Les méthodes sans maillage ne sont pas encore majoritaires, mais ont été mises en œuvre par [Ghafariadeh et al., 2016] pour simuler les efforts de coupe dans le cadre d'un usinage avec outil hémisphérique. [Piquard, 2016] a simulé la micro-coupe, qui peut se rapprocher de l'abrasion de par l'ordre de grandeur des échelles mises en jeu, avec la méthode SPH. Pour ces travaux, il s'agit de modéliser le comportement matériau à une échelle locale puis d'intégrer les équations différentielles résultantes de cette analyse grâce à des méthodes numériques. D'un point de vue algorithmique, ces méthodes sont plus coûteuses, mais sont plus fidèles quant à reproduire numériquement la réalité physique des interactions mises en jeu pendant l'usinage. Les travaux réalisés jusqu'ici se concentrent sur l'optimisation locale des simulations, c'est-à-dire prévoir les efforts de coupe, les contraintes résiduelles, l'échauffement de la pièce.

Les phénomènes qui apparaissent durant l'érosion par l'action d'une particule seule ont été étudiés par [Takaffoli and Papini, 2009]. La formation du copeau suivant l'angle d'attaque de la particule et la vitesse d'impact a été simulée grâce à la méthode des éléments finis. L'endommagement a été implémenté de deux manières différentes, soit en utilisant un remaillage soit en utilisant la suppression des éléments ayant atteint un seuil de déformation. Le même cas d'étude a été simulé par les mêmes auteurs en utilisant un modèle SPH [Takaffoli and Papini, 2012]. Les simulations sans maillage ont montré des résultats qui sont en accord avec les mesures pour prévoir la profondeur de pénétration, la hauteur de matière repoussée et la vitesse de rebond. Dans ce cadre l'absence de maillage a permis d'éviter l'utilisation des techniques artificielles de remaillage et de suppression des éléments distordus. Les instabilités numériques ont ainsi pu être évitées sans effort numérique supplémentaire.

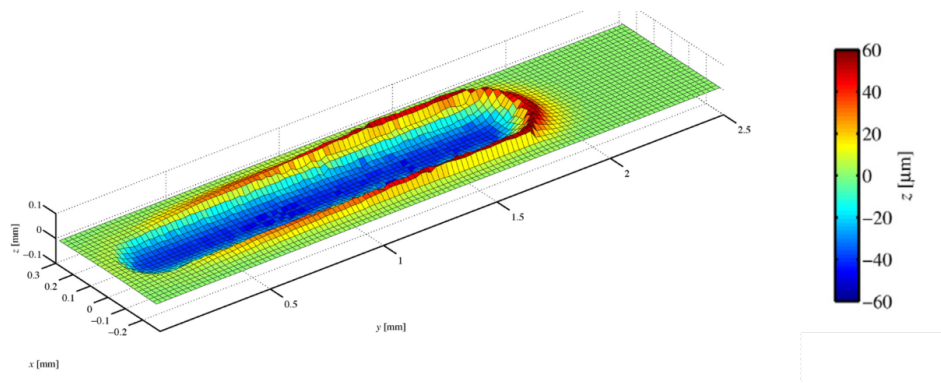


FIGURE 1.39 – Simulation SPH de rayage du cuivre

Enfin un essai de rayage a été mis en œuvre par [Leroch et al., 2016] en utilisant le formalisme SPH du logiciel LAMMPS implémenté par Ganzenmüller [Ganzenmüller, 2015] (figure 1.39). Les topographies de surfaces mesurées sont en accord avec les simulations. Le matériau choisi

est le cuivre en raison de la très bonne connaissance de son comportement mécanique. Malgré la correspondance pertinente entre les surfaces et la prédiction réaliste des efforts de coupe, les temps de simulations restent cependant incompatibles avec un cas d'étude opérationnel de plusieurs grains sur une surface. Dans l'étude citée, une vitesse de rayage artificiellement élevée a été utilisée pour réduire la propagation des ondes acoustiques dans le métal. Cela permet d'avoir un temps de simulation plus réduit qu'en paramétrant la vitesse réelle du procédé. L'étude de la contrainte résiduelle générée par rayage a été simulée par [Kermouche et al., 2010].

3.5.3 Méthodes hybrides

Les deux types de méthodes présentées précédemment possèdent des caractéristiques opposées en termes de capacité de modélisation et de complexité numérique. Les premières permettent d'obtenir des résultats rapidement alors que les secondes nécessitent des puissances de calcul beaucoup plus importantes. Dans la littérature spécifique à l'abrasion, ce sont principalement ces deux types de méthodes qui sont mises en œuvre. À notre connaissance, il n'existe pas réellement de solution intermédiaire. Pourtant, il existe dans la littérature un certain nombre de méthodes dédiées à l'infographie dont l'objectif est de pouvoir animer des objets de manière réaliste sans pour autant sacrifier le temps de calcul. En effet, dans de nombreuses applications, l'objectif est de pouvoir conserver des performances qui permettent une simulation en temps réel. L'interactivité avec l'utilisateur est ainsi préservée. Ces méthodes sont qualifiées sur le plan de la rapidité de calcul, sur les possibilités de parallélisation et sur la vraisemblance du résultat. Cependant, les résultats obtenus ne sont pas comparés à la réalité grâce à un processus expérimental. Les simulations de procédés d'abrasion pourraient pourtant bénéficier de l'apport de telles techniques dans la mesure où les résultats sont réalistes et permettent de simuler des déformations complexes.

L'étude des modèles utilisés en infographie, ouvre de nouvelles possibilités pour la simulation du procédé d'abrasion. Deux modèles sont donc présentés dans cette sous-partie et leurs applications potentielles quant à simuler les interactions entre les grains abrasifs et la pièce sont envisagées.

La principale difficulté des méthodes de simulation basées sur les équations fortes de la mécanique des milieux continus réside dans le fait que les déplacements à l'intérieur du spécimen proviennent de l'accélération locale qui résulte elle-même du déséquilibre de la contrainte. Les méthodes numériques qui permettent de résoudre ces équations sont alors conditionnellement stables. Ainsi les ondes acoustiques dans le matériau sont prises en compte malgré le fait que l'ordre de grandeur de leur vitesse de propagation soit bien supérieur à la vitesse du procédé. Il en résulte des pas de temps extrêmement courts vu les vitesses de déformations mises en jeu lors de l'enlèvement de matière. Ces caractéristiques sont telles qu'il est impossible d'envisager de réaliser des simulations en temps réel avec de telles approches.

Pour pallier ces difficultés, [Müller et al., 2005] ont utilisé une technique de correspondance de forme illustrée par la figure 1.40 pour déformer des objets. Un ensemble de points $\{\mathbf{X}_i(t) | i \in [1, n]\}$ qui n'ont aucun lien les uns avec les autres représente l'objet en question en fonction du temps. Ils subissent l'action de forces extérieures, ce qui les déplace à de nouvelles positions par une intégration de l'accélération (eq. 1.15, 1.16).

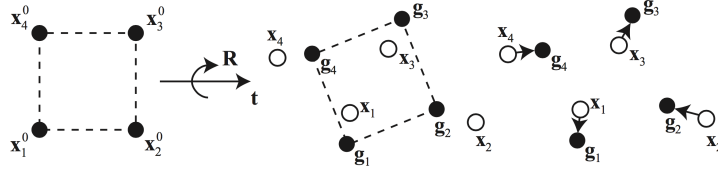


FIGURE 1.40 – Principe de déformation par correspondance de forme

$$\mathbf{V}_i(t + dt) = \mathbf{V}_i(t) + dt \cdot \frac{\mathbf{F}_{ext}(t)}{m_i} \quad (1.15)$$

$$\mathbf{X}_i(t + dt) = \mathbf{X}_i(t) + dt \cdot \mathbf{V}_i(t + dt) \quad (1.16)$$

Les paramètres d'une transformation linéaire Φ sont alors identifiés au sens des moindres carrés entre la position des points à l'instant $t = 0$ et celle à l'instant t . Cette étape permet de définir un ensemble de points objectifs $\{ \mathbf{G}_i(t) | i \in [1, n] \}$ (eq. 1.17).

$$\mathbf{G}_i(t) = \Phi(\mathbf{X}_i(t = 0)) \quad (1.17)$$

Grâce à ces points objectifs, le schéma d'intégration de la vitesse est mis à jour selon (eq. 1.18).

$$\mathbf{V}_i(t + dt) = \mathbf{V}_i(t) + \alpha \frac{\mathbf{G}_i(t) - \mathbf{X}_i(t)}{dt} + dt \cdot \frac{\mathbf{F}_{ext}(t)}{m_i} \quad (1.18)$$

Le coefficient α permet de choisir la rigidité des déformations modélisées. Dans le cas où $\alpha = 1$, alors la position des points est celle des points objectifs, alors que si $\alpha = 0$ ils se déplacent sans être contraints. Le choix d'une valeur intermédiaire permet donc de contrôler le comportement de l'objet en question. Il est aussi possible de complexifier la transformation Φ en identifiant localement ses paramètres. Le fait de recourir à l'identification d'une transformation linéaire permet d'obtenir un schéma d'intégration temporel qui est stable quel que soit le pas de temps choisi. Une telle approche présente des avantages en terme de performance car le comportement de l'objet est simple et l'intervalle de temps dt peut être choisi pour limiter le nombre de pas de calcul. Cette approche a ainsi été reprise par [Takamatsu and Kanai, 2011] pour améliorer la stabilité d'un code de calcul SPH.

La représentation implicite des surfaces est couramment utilisée en infographie [Bloomenthal and Wyvill, 1990]. Le formalisme implicite ajoute des possibilités de déformations et d'interactions plus riches que des simples opérations booléennes et permet de s'affranchir de la modélisation d'un comportement matériau. Ce sont les raisons pour lesquelles, ce formalisme est mis en œuvre en infographie.

Une surface implicite est définie par l'ensemble des points qui vérifient une équation (eq. 1.19). Les modèles basés sur une représentation implicite des surfaces permettent de simuler les déformations des objets [Bloomenthal and Wyvill, 1997]. Cette représentation est adaptée à la réalisation d'opérations booléennes entre objets et a été mise en œuvre pour simuler l'usinage [Tost et al., 2004, Altintas et al., 2014].

$$\Gamma(t) = \{ \mathbf{X} | F_t(\mathbf{X}) = 0 \} \quad (1.19)$$

F_t constitue un champ scalaire et l'ensemble des points Γ correspond à une courbe de niveau de ce champ scalaire. Cette formulation permet de modifier plus facilement la surface car il suffit d'agir sur F_t , plutôt qu'explicitement sur les points de la surface.

Étant donné un champ scalaire F , il n'est pas possible de trouver une solution analytique à l'équation implicite (eq. 3.1) dans le cas général. La résolution se fait alors par la discrétisation du volume contenant le champ scalaire en question. Dans la littérature, la technique la plus courante consiste à discrétiser l'espace par un ensemble de voxels. Chacun des sommets ainsi définis porte une valeur du champ F . Grâce à cette discrétisation, l'extraction de la surface peut être effectuée avec l'algorithme des *marching cubes* [Lorensen and Cline, 1987].

Les changements de topologie sont pris en compte nativement par la formulation. Le fait pour les surfaces implicites de pouvoir modéliser des géométries complexes et s'adapter nativement à des changements de topologie permet de suivre les interfaces lors de simulations de dynamique des fluides [Sethian and Smereka, 2003]. La figure 1.41 présente le partitionnement de l'espace par deux champs scalaires F_1 et F_2 qui se chevauchent. On distingue quatre zones en fonction du signe des deux champs :

- **Zone 1** : les deux champs sont positifs, il y a interpénétration
- **Zone 2** : cette zone correspond à l'intérieur de la pièce 1
- **Zone 3** : cette zone correspond à l'intérieur de la pièce 2
- **Zone 4** : les deux champs sont négatifs, c'est la zone hors matière

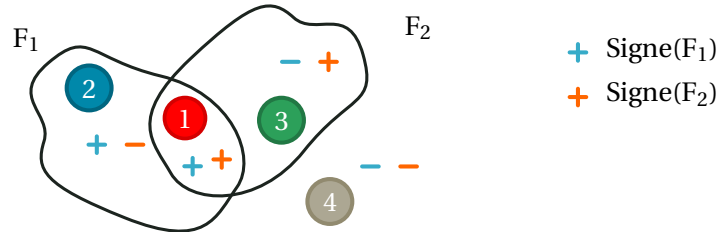


FIGURE 1.41 – Partitionnement de l'espace

Avec une formulation implicite il devient alors très simple de déterminer si deux objets sont en contact puisqu'il suffit de s'intéresser au signe des champs scalaires qui représentent les objets. [Gascuel, 1993, Cani-Gascuel and Desbrun, 1997, Cani-Gascuel, 1998] ont mis au point une méthode de calcul de la surface de contact entre deux solides déformables grâce à une formulation implicite. Si deux surfaces implicites se recouvrent alors il est possible de modifier le champ scalaire F_1 associé à la première surface. Le formalisme implicite par la recherche d'une surface équipotentielle permet de générer une interface de contact qui est exacte entre deux solides déformables. Soit F_2 le potentiel associé à un objet tiers, le potentiel F_1 est modifié de la manière suivante dans la zone concernée (eq. 1.20). La surface de contact s'établit alors là où les champs sont égaux (figure 1.42).

$$F_{1,t+1}(\mathbf{X}) = F_{1,t}(\mathbf{X}) - F_{2,t}(\mathbf{X}) \quad (1.20)$$

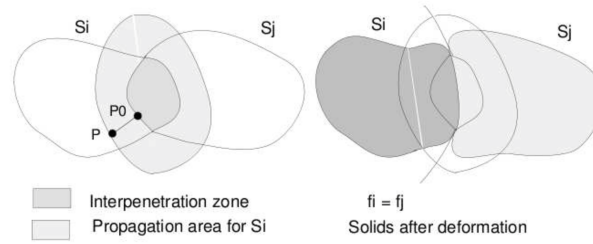


FIGURE 1.42 – Exemple de déformations de surfaces implicites

Il suffit donc d'un seul pas de temps pour effectuer le calcul de l'intersection entre deux solides de manière directe. La propagation des déformations au delà de la zone d'intersection a été implémentée avec le même formalisme. La modélisation de la matière repoussée sur les cotés pendant l'abrasion est réalisable par l'extension de la zone de déformation. Outre la micro coupe, la prise en compte de l'action de micro labour est donc envisageable. En revanche le formalisme implicite ne semble pas bien adapté pour représenter la micro fissuration et la micro fatigue car ces actions génèrent des discontinuités abruptes dans la matière. D'autre part, une correspondance a été établie entre les efforts et les déformations grâce aux potentiels implicites. [Desbrun and Gascuel, 1995] ont ainsi contrôlé les variations de volumes lors des déformations (figure 1.43).

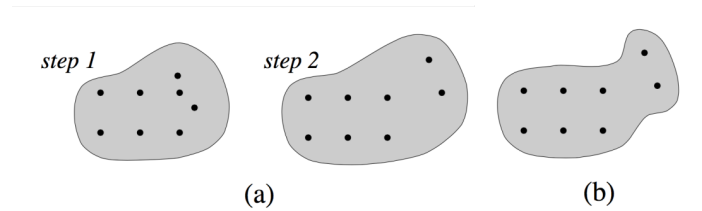


FIGURE 1.43 – Contrôle du volume après déformation (b) [Desbrun and Gascuel, 1995]

D'une manière générique, la composition entre deux champs scalaires F_1 et F_2 peut se faire grâce à un opérateur f . Les opérations booléennes sont les plus simples que l'on puisse appliquer aux surfaces implicites, mais des opérateurs plus complexes peuvent être utilisés.

Contrairement à l'industrie où l'objectif des bureaux d'études est de concevoir des pièces dont les surfaces sont précisément définies, les infographistes cherchent principalement à modéliser des objets dont les formes sont complexes. Les caractéristiques de la représentation implicite des surfaces permettent de réaliser ces modélisations [Raviv and Elber, 2000]. Le principal verrou reste le contrôle de la géométrie résultante. [Angles et al., 2017] ont développé une méthode pour générer des opérateurs implicites à partir d'un profil dessiné par l'utilisateur. Cela permet de contrôler la géométrie obtenue à l'issue de la composition.

Ces caractéristiques sont adaptées à la modélisation native des géométries rencontrées lors des actions de micro labour. Enfin, l'utilisation de la représentation implicite n'est pas courante dans le milieu de la fabrication assistée par ordinateur et de la simulation de processus. Par rapport aux simulations mécaniques, la représentation implicite des surfaces offre un compromis entre l'efficacité numérique et la pertinence de l'émulation physique.

4 Synthèse et problématique

L'enlèvement de matière par abrasion est un phénomène mis à profit dans de nombreux procédés de finition des surfaces. Que ce soit pour améliorer le défaut de forme ou bien la rugosité d'une surface, les phénomènes d'abrasion permettent d'obtenir une qualité de finition importante malgré leur relative simplicité de mise en œuvre. Les paramètres qui jouent un rôle dans l'industrialisation d'un produit ainsi que dans les choix d'une gamme de fabrication restent cependant liées à l'expertise et au savoir-faire des industriels. En effet les possibilités de simulation et les outils d'aide à la décision sont limités.

Cependant un certain nombre de difficultés se présentent quand il s'agit de modéliser de tels procédés en dépit du fait que ces derniers soient couramment utilisés dans l'industrie. D'un point de vue technologique, le phénomène d'abrasion est mis en œuvre dans de nombreux procédés qui possèdent leurs propres particularités. Ainsi, les outils utilisés, les grains abrasifs et leur cinématique dépendent de chaque cas d'application et ne sont pas comparables. Les principes de pilotage sont ainsi fortement dépendants de la technologie utilisée. D'autre part l'échelle caractéristique des interactions varie dans une plage très large en fonction du procédé en question. Le fait que les opérations soient manuelles ou automatiques complique la modélisation. Les abrasifs possèdent des caractéristiques aléatoires. Ainsi la position des grains, leurs formes et leurs trajectoires ne peuvent pas être connues de manière exacte et nécessitent le recours à des méthodes statistiques pour pouvoir être simulées. Les interactions entre l'outil et la pièce, outre le fait d'améliorer la rugosité et la forme, ont un impact non négligeable sur l'intégrité de surface. L'élévation de température liée à la vitesse relative est en partie responsable des contraintes résiduelles dues à l'enlèvement de matière. Les liens qui peuvent exister entre les paramètres procédé et la santé matière restent aujourd'hui à étudier pour en extraire des résultats scientifiques.

L'état de l'art présenté a permis de mettre en évidence les différents aspects des procédés d'abrasion. Les premières approches développées pour comprendre l'abrasion ont consisté à réaliser des essais et en extraire des modèles de comportement. Les modèles ainsi obtenus expérimentalement permettent de connaître l'influence relative des paramètres et d'extrapoler les résultats dans une certaine mesure. Il faut cependant rester dans des conditions similaires à celles des essais pour pouvoir obtenir une certaine fiabilité des résultats.

Les méthodes de simulation sont plus génériques et requièrent une modélisation élémentaire de chacun des acteurs du procédé. En ce sens, les modèles élémentaires disponibles pour les grains abrasifs et les phénomènes d'enlèvement de matière ont été présentés. Suivant le niveau de raffinements des méthodes, on distingue principalement les simulations géométriques et mécaniques. Les premières restent relativement performantes vis-à-vis des secondes. Cependant ces méthodes se heurtent principalement au nombre important d'interactions entre les grains et la pièce. Qu'elles soient géométriques ou mécaniques, les méthodes de simulation sont influencées par le nombre d'interactions entre les grains et la pièce qui augmente les temps de calcul. La vitesse de coupe souvent plus importante qu'en usinage impose de choisir un pas de temps faible de manière à reproduire fidèlement les interactions. D'autre part, les temps mis en jeu dans ces procédés restent relativement importants. Ainsi, les temps de simulation actuels sont toujours hors de portée pour une utilisation admissible industriellement par des entreprises. Un des enjeux majeurs est donc de déterminer une méthodologie de simulation pour réduire le temps de calcul. Plusieurs leviers sont à disposition pour atteindre cet objectif. Des stratégies multi-échelles peuvent être mises en œuvre.

Un certain nombre de méthodes issues des domaines de l'animation de synthèse ne sont pas encore évaluées dans un contexte de simulation réaliste. Pourtant ces dernières sont précisément développées sous une contrainte de performance et pourraient être exploitées vers un objectif visant à qualifier quantitativement une surface usinée.

Aujourd'hui l'enjeu est la maîtrise des paramètres procédés pour améliorer la productivité et la qualité. La prévision de l'interaction entre les grains et la matière au cours de l'abrasion passe par la modélisation et la simulation. Dans le cadre des travaux de recherche réalisés dans cette thèse de doctorat, il a été choisi de se concentrer sur la maîtrise de l'interaction entre un grain unique et une pièce. Ce phénomène constitue la base du procédé d'enlèvement de matière par abrasion. Pour aller vers la simulation du procédé réel, il est nécessaire de pouvoir exploiter des résultats à l'échelle locale. Ainsi une méthodologie de simulation et une évaluation des résultats sont proposées dans ces travaux et pour chacun des modèles proposés. L'objectif de cette thèse est donc d'évaluer et de développer des méthodes innovantes pour la simulation d'abrasion. L'étude menée porte aussi bien sur les phénomènes locaux que sur l'intégration de nouvelles méthodes de simulation dans la gamme de fabrication.

Le chapitre suivant est centré sur une modélisation à l'échelle locale du procédé, basée sur la théorie des milieux continus. Il présente une méthode particulière qui repose sur les volumes finis et permet de montrer les possibilités de simulation de l'abrasion ainsi que les limites de cette méthode. Par ailleurs, la volonté de simuler le processus d'abrasion à l'échelle d'une opération complète et les travaux précédemment réalisés dans le laboratoire sur la simulation géométrique de l'usinage ont mené à proposer un modèle innovant de l'abrasion. Il repose sur la modélisation implicite des surfaces. Grâce à cette représentation, un bon compromis a pu être trouvé entre les capacités de modélisation de la méthode et le coût de calcul associé. Le troisième chapitre présente les bases théoriques sur lesquelles repose le modèle. Le quatrième chapitre propose une mise en œuvre du modèle plus réaliste avec la simulation de l'enchaînement entre l'usinage et l'abrasion. Enfin les conclusions et les perspectives laissées par la mise en œuvre de ces deux méthodes de simulation à deux échelles différentes sont discutées.

Chapitre 2

Méthodes de simulation particulières

Ce chapitre présente les travaux sur l'évaluation des méthodes particulières pour simuler l'abrasion. Dans ce cadre des essais d'indentation et de rayage ont été simulés. Il s'agit d'essais qui mettent en jeu des déformations importantes et dont les résultats expérimentaux sont facilement exploitables. La géométrie et les efforts résultants ont pu être évalués par la simulation et comparés aux essais. L'effet des principaux paramètres à définir pour les simulations sont discutés et choisis en fonction de leurs impacts sur les résultats et sur le temps de simulation. Il est aussi question d'aborder les limites de ces méthodes numériques et en particulier de celles de la méthode FVPM (*Finit Volume Particule Method*).

Sommaire

1	Introduction	45
2	Théorie mécanique des milieux continus	47
2.1	Équation d'équilibre mécanique local	47
2.2	Modélisation du comportement matériau	47
2.3	Conditions limites	49
3	Méthode SPH	49
3.1	Théorie	49
3.2	Limites	52
3.3	Processus de simulation complet	53
4	Méthode FVPM	55
4.1	Théorie	55
4.2	Processus de simulation complet	57
4.3	Condition de stabilité	58
5	SPHEROS	60
5.1	Mise en données	60
5.2	Initialisation de la position des particules	60
5.3	Implémentation	63
5.4	Conditions de simulation	64
6	Application à l'indentation	65
6.1	Étude de sensibilité	66
6.2	Évaluation expérimentale	72
7	Application au rayage	74
8	Conclusion	78

Liste des variables

Théorie

X	Position d'un point de l'espace	[m]
U	Déplacement	[m]
C	Vitesse	[m.s ⁻¹]
ρ	Masse volumique	[g.m ⁻³]
g	Gravité	[m.s ⁻²]
f_v	Force volumique	[N.m ⁻³]
σ	Tenseur des contraintes	[Pa]
σ_{VM}	Contrainte équivalente de Von Mises	[Pa]
σ_y	Contrainte seuil	[Pa]
ϵ	Tenseur des déformations	[-]
ϵ_e	Tenseur des déformations élastiques	[-]
ϵ_p	Tenseur des déformations plastiques	[-]
ϵ_{VM}	Déformation équivalente	[-]
ϵ_p	Déformation plastique équivalente	[-]
ϵ_f	Déformation à rupture	[-]
A	Tenseur d'élasticité isotrope	[Pa]
E	Module d'Young	[Pa]
ν	Coefficient de Poisson	[-]

SPH

P	Position d'une particule	[m]
r	Distance entre X et P	[m]
P_i	Position de la particule i	[m]
r_i	Distance entre X et P_i	[m]
m_i	Masse de la particule i	[g]
ρ_i	Densité estimée en X = P_i	[g.m ⁻³]
W	Noyau SPH	[m ⁻³]
h	Dimension caractéristique du noyau	[m]
κ	Facteur de dimension du noyau	[-]
Ω	Support compact du noyau	[-]
δ	Fonction de Dirac	[-]
f	Champ scalaire générique	[-]

FVPM

W	Noyau FVPM	[-]
ψ	Fonction de Shepard	[-]
Ω	Support d'une particule	[m]
h	Rayon du support d'une particule	[m]
$\mathbf{\Gamma}_{ij}$	Vecteur d'interaction entre les particules i et j	[m ²]
σ_{ij}	Contrainte moyenne entre les particules i et j	[Pa]
$\Delta\mathbf{S}$	Surface frontière entre deux particules	[m ²]
δ^+, δ^-	Nombre de particules qui se superposent	[-]
CFL	Nombre de Courant	[-]
v	Vitesse de propagation des ondes dans le spécimen	[m.s ⁻¹]
δ_x	Valeur du pas spatial	[m]
δ_t	Valeur du pas de temps	[s]

Méthode de génération

h_0	Taille des plus petites particules	[m]
R_{fine}	Rayon de la zone intérieure	[m]
λ	Facteur d'augmentation de la taille des particules	[-]
D_{max}	Diamètre extérieur de la zone de génération	[m]

1 Introduction

La déformation des matériaux joue un rôle essentiel dans les procédés de fabrication de pièces mécaniques, mais aussi dans leur tenue en service. Les modèles basés sur la mécanique des milieux continus permettent la simulation des procédés de manière à pouvoir mieux étudier ces derniers. En effet, certaines quantités d'intérêts sont inaccessibles par la mesure pendant la fabrication, comme par exemple, l'état de contrainte local. D'autres sont difficilement mesurables, par exemple la température. La simulation permet donc d'accéder à ces données et de limiter la mise en place d'un trop grand nombre d'expérimentations. Ainsi les effets des différents paramètres qui interviennent dans la définition d'une gamme de fabrication peuvent être étudiés numériquement en limitant les dépenses expérimentales.

La mécanique des milieux continus consiste en une modélisation locale de la matière qui permet de représenter analytiquement le comportement des pièces. Il s'agit alors de suivre l'évolution des quantités d'intérêts qui sont régies par le système d'équations et qui sont soumises aux conditions limites. Les méthodes mécaniques sont donc génériques. Elles peuvent être extrapolées dans des contextes très variés et s'appliquer à des cas très différents, pourvu que le comportement élémentaire soit connu. Leur mise en œuvre consiste principalement à caractériser les matériaux mis en jeux et à déterminer les conditions limites qui s'appliquent.

Les simulations mécaniques s'appuient sur la discrétisation du volume et du temps pour résoudre les équations aux dérivées partielles issues de l'équilibre mécanique local. Parmi toutes les techniques numériques disponibles, il est possible de les diviser en deux grandes catégories. Les techniques basées sur un maillage offrent des informations de connectivité entre les points d'interpolation tandis que les méthodes sans maillage reposent sur un ensemble de points non corrélés. La simulation du processus d'abrasion comprend de grandes déformations, de sorte qu'il est souvent nécessaire d'appliquer un algorithme de remaillage pour traiter la distorsion des éléments. En ce qui concerne les méthodes sans maillage, la distribution des points d'interpolation utilisée pour interpoler les champs vectoriels à l'intérieur de l'échantillon permet de prendre en compte n'importe quel taux de déformation, qu'il soit important ou non. C'est pourquoi les méthodes basées sur des particules représentent un choix approprié pour les simulations d'usinage et d'abrasion en particulier.

Concernant les méthodes numériques sans maillage, SPH (*Smooth Particle Hydrodynamics*) est une méthode très utilisée. Dans le cadre de cette thèse de doctorat, il a été choisi d'étudier la méthode FVPM et son implémentation réalisée par le Laboratoire de Machines Hydrauliques (LMH) de l'École Polytechnique Fédérale de Lausanne (EPFL) : *SPHEROS*. Ce choix a été dicté par le fait que ce code de calcul ne repose pas sur l'utilisation d'un maillage. Cette caractéristique paraît donc intéressante pour la simulation de l'enlèvement de matière par abrasion qui génère d'importantes déformations dans la zone de contact avec la pièce. D'autre part, la méthode FVPM permet d'améliorer certains des défauts de la méthode SPH. Enfin, *SPHEROS* a fait ses preuves dans la simulation de l'érosion des turbines hydrauliques sous l'effet des sédiments qui sont contenus dans l'eau, il est donc intéressant d'étudier son applicabilité au procédé d'abrasion.

Dans ce chapitre, la théorie des milieux continus est d'abord présentée de manière générique. Les différents aspects sont décrits pour aboutir à l'écriture du problème dans un cadre général. Étant donné que la résolution d'un tel problème nécessite le recours à des méthodes numériques,

beaucoup de possibilités sont offertes dans la littérature pour se faire. Toutes les méthodes de résolution de ce système d'équations ne seront pas abordées ici. Étant donné que le choix de simuler l'abrasion avec des méthodes sans maillage a été fait dans cette thèse, ce seront donc principalement ces méthodes qui seront discutées. Dans ce cadre, les caractéristiques principales de la méthode SPH sont donc décrites de manière à pouvoir mettre en évidence les points communs et les différences qu'il existe avec la méthode FVPM. Notamment, les limitations en termes d'interpolation des champs d'intérêt de la méthode SPH vis-à-vis de FVPM sont présentées.

Les cas de simulation choisis sont l'indentation (Brinell) et le rayage. L'essai Brinell présente des phénomènes mécaniques qui sont comparables à ceux de l'enlèvement de matière par abrasion dans la mesure où les contraintes imposent une déformation permanente du matériau par un dépassement du seuil de plasticité. D'autre part, le choix de ces essais résulte de la forme sphérique de l'indenteur adaptée au code de calcul *SPHEROS* qui est basé sur des primitives géométriques sphériques. Cela permet de garder une modélisation simple pour l'indenteur. Dans le premier scénario d'indentation, une simulation de référence est présentée et une analyse de la sensibilité des principaux paramètres autour de cette simulation est réalisée. Cela permet de définir les principales caractéristiques à respecter pour définir le cas de simulation du rayage.

2 Théorie mécanique des milieux continus

La modélisation continue d'un matériau consiste à faire le lien entre l'état de contrainte interne et les déformations auxquelles est soumise la pièce mécanique en question, tout en respectant le principe fondamental de la dynamique et les conditions aux limites imposées. Le matériau est représenté par ses coordonnées $\mathbf{X}$. C'est une description Lagrangienne du mouvement qui est principalement utilisée en mécanique du solide, car il faut pouvoir suivre certaines quantités d'intérêt qui sont liées à l'état initial du matériau. À l'inverse, les simulations fluides reposent plus généralement sur une description Eulérienne du mouvement, car l'évolution des variables est indépendante de l'historique de l'écoulement.

On connaît, en fonction du temps, la configuration déformée $\mathbf{U} = (u_x, u_y, u_z)^T$ et la vitesse $\mathbf{C} = (v_x, v_y, v_z)^T$ en chaque point de la pièce étudiée. $\boldsymbol{\epsilon}$ représente la déformation totale et $\boldsymbol{\sigma}$ l'état de contrainte du matériau.

2.1 Équation d'équilibre mécanique local

L'équation d'équilibre est une application locale du principe fondamental de la dynamique (eq. 2.1).

$$\rho \frac{d\mathbf{C}}{dt} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_v \quad (2.1)$$

ρ est la masse volumique, $\mathbf{C}$ est la vitesse. Le terme de gauche constitue donc la dérivée de la quantité de mouvement d'un volume de matière infinitésimal et celui de droite, la somme des actions internes exercées sur ce dernier. $\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}$ correspond à la divergence des contraintes. Cette quantité traduit le déséquilibre des contraintes internes. Enfin, la gravité $\mathbf{g}$ et d'éventuelles forces volumiques $\mathbf{f}_v$ sont prises en compte. Cette équation permet de connaître l'accélération locale en un point de la pièce, ce qui permet par intégration de déterminer le champ de vitesse au cours de la simulation. Dans le cas d'une simulation quasi statique, la valeur de l'accélération est nulle. Il s'agit alors de déterminer l'état de contrainte correspondant. Il convient de préciser dès à présent que la méthode FVPM dont il est question dans cette thèse ne permet pas de simuler les cas d'essais quasi statiques.

2.2 Modélisation du comportement matériau

L'équation d'équilibre (eq. 2.1) fait le lien entre l'état de contrainte interne et l'accélération d'un volume infinitésimal. Seule, cette équation ne permet pas de simuler le comportement si l'état de contrainte est inconnu. En effet dans la plupart des simulations, c'est une des quantités que l'on souhaite retrouver. C'est le modèle du comportement matériau qui permet de faire le lien entre les déformations et les contraintes (eq. 2.2). Il est indispensable pour compléter l'équation d'équilibre et effectuer des simulations.

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\epsilon}_e \quad (2.2)$$

Pour les métaux, le tenseur des contraintes $\boldsymbol{\sigma}$ est égal au produit de la matrice de comportement $\mathbf{A}$ et des déformations élastiques $\boldsymbol{\epsilon}_e$ (eq. 2.2). Il est communément admis que la matrice de comportement ait la forme présentée dans l'équation (eq. 2.3), avec E le module d'Young et ν le coefficient de Poisson.

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{E}{1+\nu} \cdot \left(\boldsymbol{\epsilon}_e + \frac{\nu}{1-2\nu} \text{tr}(\boldsymbol{\epsilon}_e) \mathbb{1} \right) \quad (2.3)$$

Cette relation est valable dans le domaine élastique, tant que la contrainte équivalente σ_{VM} ne dépasse pas une certaine valeur σ_y . Le comportement reste alors linéaire. Si la contrainte maximale admissible est atteinte, la déformation élastique cesse d'augmenter et le matériau commence à se déformer de manière irréversible. Enfin si la déformation équivalente ϵ_{VM} dépasse la déformation maximale permise par le matériau ϵ_f , la rupture intervient.

Ce phénomène est pris en compte en décomposant la déformation en deux composantes. $\boldsymbol{\epsilon}$ représente la déformation totale, somme de la déformation élastique $\boldsymbol{\epsilon}_e$ et de la déformation plastique $\boldsymbol{\epsilon}_p$ (eq. 2.4). La déformation totale peut être déterminée d'une manière uniquement géométrique par rapport à la configuration initiale. La déformation plastique est nulle à l'état initial et est modifiée au cours de la simulation si le seuil plastique est atteint. Elle correspond à une déformation permanente de la géométrie initiale. $\boldsymbol{\epsilon}_e$ est donc la différence entre l'état de déformation géométrique et la déformation permanente cumulée au cours du temps. Cette équation est valable seulement pour des déformations de faible amplitude.

$$\boldsymbol{\epsilon} = \boldsymbol{\epsilon}_e + \boldsymbol{\epsilon}_p \quad (2.4)$$

Contrairement à l'élasticité qui est un phénomène linéaire, la simulation de la plasticité ne peut se faire que par un schéma d'intégration pas à pas, car l'état mécanique de la pièce dépend du trajet du chargement qui lui est appliqué.

Pour les métaux, les limites des domaines élastiques et plastiques ne sont pas constantes en fonction des conditions rencontrées lors des déformations. Plusieurs modèles sont disponibles dans la littérature pour déterminer la contrainte seuil σ_y et la déformation à rupture ϵ_f en fonction de l'état de déformation de la matière. Le premier modèle est celui de l'écrouissage linéaire. La contrainte seuil ne dépend que de deux paramètres A et B et augmente linéairement à mesure que les déformations plastiques s'accumulent. Dans ce premier modèle, la rupture intervient à partir d'une certaine déformation ϵ_f constante quelles que soient les conditions. Les modèles de Cowper - Symonds [Cowper and Symonds, 1957] et Johnson - Cook [Johnson and Cook, 1983] font intervenir un effet non linéaire par l'intermédiaire de l'exposant n . L'effet de la vitesse de déformation $\dot{\epsilon}$ est aussi pris en compte dans le deuxième terme des expressions par les deux modèles. Le modèle de Johnson - Cook, contrairement aux deux précédents, permet de déterminer le critère de rupture en fonction des conditions dans lesquelles elle se produit. L'effet principalement pris en compte est celui de la pression p divisée par la contrainte équivalente σ_{VM} qui correspond à la triaxialité des contraintes.

Les paramètres de ces modèles doivent être identifiés expérimentalement. En ce qui concerne les paramètres d'écrouissage, un essai de traction suffit pour déterminer les coefficients A, B et n ainsi que le module d'Young. Pour le terme prenant en compte la vitesse de déformation, il faut réaliser des essais de déformation sous haute vitesse, avec par exemple, des barres de Hopkinson.

Nom du modèle	Équations
Écrouissage linéaire	$\sigma_y = A + B\epsilon_p$ $\epsilon_f = \text{cste}$
Cowper - Symonds	$\sigma_y = [A + B(\epsilon_p)^n] \left[1 + \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right)^{\frac{1}{p}} \right]$ $\epsilon_f = \text{cste}$
Johnson - Cook	$\sigma_y = [A + B(\epsilon_p)^n] \left[1 + p \cdot \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}}{\epsilon_0} \right) \right]$ $\epsilon_f = \left[D_1 + D_2 \exp \left(D_3 \frac{p}{\sigma_{VM}} \right) \right] \left[1 + D_4 \ln \left(\frac{\dot{\epsilon}}{R} \right) \right]$

Tableau 2.1 – Principaux modèles d’écrouissage et d’endommagement

2.3 Conditions limites

Les deux sections précédentes 2.1 et 2.2 traitent le domaine d’étude de manière uniforme. La particularisation du problème dépend donc de la forme du domaine et des conditions aux limites appliquées sur tout ou partie du domaine. Les conditions aux limites sont généralement de deux types :

- conditions en efforts imposés : F_{ext}
- conditions en déplacements imposés : U_d

Les conditions aux limites peuvent être appliquées pour modéliser un chargement ou résulter de l’interaction avec d’autres corps lors de la simulation. Il convient de modéliser les conditions limites de la manière la plus pertinente possible en fonction du problème considéré.

3 Méthode SPH

La méthode SPH (*Smooth Particle Hydrodynamics*) est la méthode numérique la plus connue pour réaliser des simulations sans maillage. Cette méthode a été présentée par Lucy [Lucy, 1977] et Monaghan [Gingold and Monaghan, 1977] pour traiter des problématiques liées à l’astrophysique. Le formalisme SPH couvre désormais de nombreuses applications [Monaghan, 2005] allant de la simulation thermique, de fluides jusqu’à la mécanique. Le principal intérêt de cette méthode est de pouvoir modéliser des problèmes dont la géométrie subit des déformations très importantes, comme c’est le cas dans les simulations de mécaniques des fluides. Un ensemble de points d’interpolation, parfois appelées particules, est utilisé pour représenter un champ. En mécanique des solides, on s’intéresse principalement aux déformations (élastiques et plastiques) et aux contraintes. Dans ce cadre, la détermination de la déformation nécessite de conserver l’historique de la position des particules. La méthode d’interpolation SPH permet de répondre à ce besoin car les particules sont associées à des points particuliers du spécimen et les suivent au cours des déformations. La conservation de la quantité de mouvement est donc assurée par l’application du second principe de la dynamique à l’ensemble des particules.

3.1 Théorie

Le principe de la méthode SPH repose sur le fait de pouvoir interpoler un champ à partir d’un ensemble de particules qui n’ont pas de connectivité entre elles. Cette interpolation repose sur le noyau SPH qui est une fonction permettant de pondérer les contributions des différentes particules suivant leurs distances au point d’interpolation considéré. L’objectif est d’apporter une esti-

mation numérique des quantités d'intérêt mises en jeu dans les équations de la [section 2](#).

Le principe d'interpolation est illustré par la figure 2.1, $\mathbf{X}$ est le point pour lequel on souhaite obtenir la valeur d'un champ. Les coordonnées de ce point ne sont pas nécessairement celles d'une particule. La distance entre la particule $\mathbf{P}_i$ et $\mathbf{X}$ est notée r_i . Le noyau SPH, W , permet d'obtenir la pondération de la particule en question en fonction la distance r_i . En trois dimensions le noyau est homogène à l'inverse d'un volume et en deux dimensions à l'inverse d'une surface. Le support du noyau est le plus souvent compact pour ne prendre en compte que les particules les plus proches, il est paramétré par h qui représente la taille caractéristique du noyau. Ainsi, d'une manière générique, le rayon du support compact est défini par rapport à h grâce au facteur κ . Ce facteur dépend de la fonction choisie comme noyau et varie généralement entre 1 et 5 pour les noyaux les plus courants issus de la littérature. Cela ne constitue par une généralité et si le support du noyau n'est pas compact alors κ est infini. La figure 2.1 présente un exemple de tracé, qui reprend les paramètres précédents, pour un noyau SPH générique.

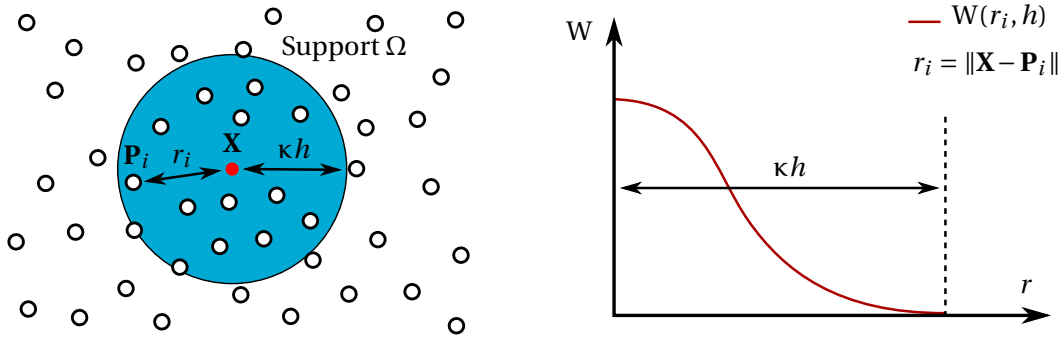


FIGURE 2.1 – Principe d'interpolation SPH

Des exemples de noyau SPH issus de la littérature sont présentés dans le tableau 2.2. Dans ces équations, la variable q représente le rapport entre la distance r et le rayon caractéristique h du noyau. On retrouve donc deux paramétrages possibles pour la fonction de lissage (eq. 2.5).

$$W(r, h) = W(q) \quad \text{avec} \quad q = \frac{r}{h} \quad (2.5)$$

Les principales contraintes à respecter pour définir un noyau SPH sont les suivantes :

- Le noyau doit être normalisé sur son support Ω .

$$\int_{\Omega} W = 1 \quad (2.6)$$

Cela permet de garantir la consistance de l'interpolation.

- Le noyau doit tendre vers la fonction δ de Dirac lorsque la distance caractéristique se rapproche de zéro.

$$\lim_{h \rightarrow 0} W(r, h) = \delta(r) \quad (2.7)$$

Cette condition assure que la valeur interpolée soit celle de la fonction au point considéré si la distance caractéristique est nulle.

- Le noyau est décroissant en fonction de la distance car les particules qui ont la plus grande influence sont celles qui se trouvent le plus près du point d'interpolation.

Fonction	Référence
$W(q) = \left(\frac{1}{\pi h^2} \right)^{\frac{3}{2}} e^{-q^2}$	[Gingold and Monaghan, 1977]
$W(q) = \begin{cases} \frac{1}{\pi h^3} \left[1 - \frac{3}{2} r^3 \left(1 - \frac{r}{2} \right) \right] & 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{1}{4\pi h^3} (2-q)^3 & 1 < q \leq 2 \\ 0 & q > 2 \end{cases}$	[Monaghan, 1992]
$W(q) = \begin{cases} \frac{3}{359\pi h^3} [(3-q)^5 - 6(2-q)^5 + 15(1-q)^5] & 0 \leq q \leq 1 \\ \frac{3}{359\pi h^3} [(3-q)^5 - 6(2-q)^5] & 1 < q \leq 2 \\ \frac{3}{359\pi h^3} [(3-q)^5] & 2 < q \leq 3 \\ \frac{3}{359\pi h^3} [0] & q > 3 \end{cases}$	[Liu and Liu, 2010]

Tableau 2.2 – Principaux noyaux SPH

- Le noyau doit être continu et dérivable pour assurer l'interpolation des champs d'intérêt et de leurs gradients. Cela permet d'améliorer la stabilité numérique.

Un fonction qui respecte ces contraintes peut donc être utilisée comme noyau SPH. La première fonction présentée est le noyau Gaussien, son support n'est pas compact. Dans ce cas $\kappa = \infty$. Toutes les particules de la simulation sont donc considérées. Les deux autres fonctions sont polynomiales et prennent en compte seulement les particules situées dans le voisinage du point d'interpolation. Elles sont nulles respectivement pour $q > 2$ et $q > 3$, ce qui correspond à des valeurs de $\kappa = 2$ et $\kappa = 3$. Cela permet d'améliorer les performances numériques car l'interpolation peut se faire localement et l'évaluation de la fonction polynomiale est plus rapide que celle de la fonction Gaussienne. Le choix du noyau SPH peut influencer les performances de la simulation [Fulk and Quinn, 1996]. Il n'existe pas de règle générale pour déterminer quelle fonction utiliser, le choix se fait plutôt de manière heuristique.

Bien que la taille caractéristique h du noyau SPH puisse être fixée dès le début de la simulation, cette approche n'exploite pas de manière optimale toutes les capacités du formalisme SPH. En attribuant à chaque particule sa propre taille caractéristique et en lui permettant de varier dans le temps, la résolution d'une simulation peut être faite pour s'adapter automatiquement aux conditions rencontrées localement. Par exemple, dans une région très dense où de nombreuses particules sont proches les unes des autres, la taille caractéristique doit être relativement faible pour obtenir une résolution spatiale élevée. À l'inverse, dans les régions à faible densité où les particules sont éloignées les unes des autres et où la résolution est faible, la taille caractéristique peut être augmentée, ce qui permet d'optimiser le calcul pour les régions concernées. Il est ainsi possible d'avoir une répartition initiale des particules homogène puis de raffiner progressivement les zones d'intérêts. Il s'agit alors d'interpoler les champs simulés aux endroits où les nouvelles particules

sont créées.

La première des quantités à déterminer est la densité car elle intervient dans la détermination des autres champs. Analytiquement, la densité de particule ρ est donnée par l'équation 2.8 en fonction du nombre n de particules dans le voisinage et de la masse m_i de chacune des particules.

$$\rho(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n m_i W(r_i, h) \quad (2.8)$$

L'estimation de la densité permet alors d'interpoler un champ f en fonction des valeurs f_i portées par les particules (eq. 2.9).

$$f(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n f_i \frac{m_i}{\rho_i} W(r_i, h) \quad (2.9)$$

Le gradient du champ f est déterminé grâce au gradient de la fonction de lissage (eq. 2.10).

$$\nabla f(\mathbf{X}) = \sum_{i=1}^n f_i \frac{m_i}{\rho_i} \nabla W \quad (2.10)$$

L'ensemble des équations présentées dans cette section permet notamment d'interpoler la position des particules au cours du temps de manière à simuler la déformation du matériau ce qui permet d'obtenir les contraintes internes. C'est alors l'équation 2.1 qui est utilisée pour déterminer le déplacement des particules notamment grâce au calcul de la divergence des contraintes.

3.2 Limites

La popularité de la méthode SPH provient de sa capacité à s'affranchir des contraintes liées à l'utilisation des maillages. Cependant la méthode d'interpolation exposée précédemment présente plusieurs inconvénients. L'interpolation est seulement consistante à l'ordre zéro, c'est-à-dire qu'il est seulement possible d'interpoler de manière exacte un champ constant. Cela pose un problème pour obtenir une valeur de déformation satisfaisante. Les simulations mécaniques des métaux sont d'autant plus compliquées que l'ordre de grandeur entre les déformations et les contraintes est très important en raison des valeurs élevées des modules d'élasticité généralement rencontrées. Ainsi une erreur sur le calcul de la déformation aura une influence majeure sur celui des contraintes.

D'autre part, l'interpolation nécessite d'avoir une répartition de particules homogène dans l'espace ce qui n'est pas toujours le cas sur les bords du domaine. Les valeurs sur les bords du domaine sont donc en général plus faibles qu'au centre. Cette problématique est particulièrement sensible dans le cas du calcul du gradient des quantités d'intérêts.

Pour illustrer ces problèmes, un exemple simple est mis en œuvre. Un ensemble de points $\mathbf{X}$, qui représente des particules, est généré de manière régulière. Il va servir à appliquer le formalisme SPH pour calculer la densité de matière et le gradient des déplacements. Chacun des points possède une masse de 1 g et ils sont répartis avec un intervalle de 1 mm. La densité théorique dans cet exemple est donc de 1 g.mm⁻². Les points sont ensuite déformés de manière linéaire suivant l'équation 2.11. Cela permet de définir un déplacement $\mathbf{U} = \mathbf{X}_1 - \mathbf{X}$. Le gradient du déplacement théorique est donc de 0.05 dans toutes les directions et pour toutes les composantes du déplacement.

$$\mathbf{X}_1 = \begin{bmatrix} 1.05 & 0.05 \\ 0.05 & 1.05 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{X} \quad (2.11)$$

La figure 2.2 représente la densité qui a été calculée grâce à l'équation 2.8 en chacun des points. Le noyau SPH choisi est le noyau Gaussien, son rayon caractéristique h est égal à 2 dans cet exemple. La figure 2.3 présente quant à elle une des composantes du gradient du déplacement.

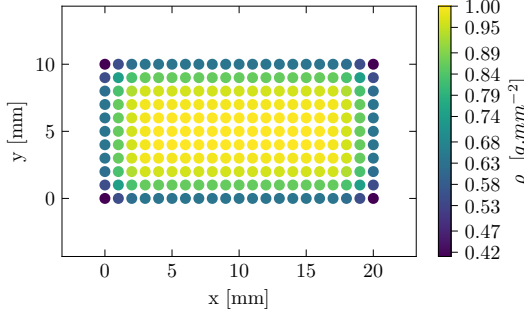
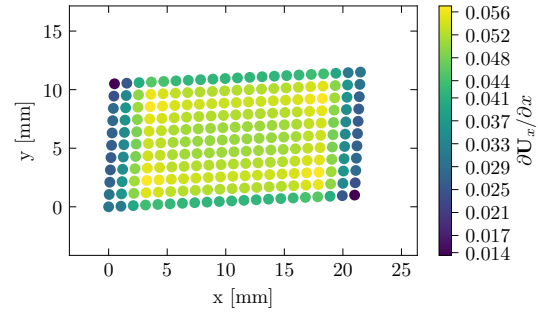


FIGURE 2.2 – Densité

FIGURE 2.3 – Gradient du déplacement $\partial \mathbf{U}_x / \partial x$

Dans les deux cas, la valeur théorique est retrouvée au centre du domaine d'étude. Cela s'explique car il y a des particules réparties dans toutes les directions autour du point où l'on souhaite interpoler le champ en question. Cependant, sur les bords du domaine, les valeurs de densité et de déformation diminuent à cause du manque de particules dans une des directions. Les erreurs générées sont encore plus importantes dans les coins du domaine. Cette limitation n'était pas une difficulté pour traiter les problèmes de simulation en astrophysique pour lesquels la méthode SPH a été développée à l'origine. En effet, la plupart de ces simulations se déroulent dans des domaines infinis (entièrement périodiques). En mécanique des solides, les problèmes traités ont des limites physiques données par la géométrie des pièces et sont donc sensibles à la qualité de l'interpolation proche des bords du domaine.

Des méthodes basées sur l'utilisation de « particules fantômes » ont été développées pour pallier à ces difficultés [Colagrossi and Landrini, 2003]. Des particules sont ajoutées à l'extérieur du domaine et permettent ainsi d'améliorer l'interpolation. Une variante de la méthode SPH, nommée CSPH (*Corrected Smooth Particle Hydrodynamics*), permet d'améliorer l'interpolation par des corrections sur la fonction de lissage [Liu and Liu, 2010].

3.3 Processus de simulation complet

Le principe d'une simulation SPH en mécanique des solides est présenté dans la figure 2.4. Le schéma numérique se compose de quatre étapes principales qui permettent de déplacer les particules au cours du temps.

- **Étape 1 :** le déplacement $\mathbf{U}_t$ à l'instant t est connu. Cette étape met en œuvre le formalisme SPH avec l'équation 2.10 qui est utilisée pour calculer le gradient du déplacement. Cela permet de déterminer la déformation $\boldsymbol{\varepsilon}_t$.
- **Étape 2 :** la modélisation du comportement matériau permet de faire le lien entre les déformations et les contraintes. Dans le domaine élastique, la relation est linéaire et dans le

domaine plastique des algorithmes de résolution numérique permettent de déterminer les contraintes et d'incrémenter la déformation plastique le cas échéant.

- **Étape 3 :** l'équation d'équilibre permet de faire le lien entre les contraintes, les efforts extérieurs et les accélérations auxquelles sont soumises chacune des particules. La divergence des contraintes est calculée par dérivation grâce au formalisme SPH.
- **Étape 4 :** l'accélération est intégrée pour obtenir les positions à l'instant $t + dt$ suivant.

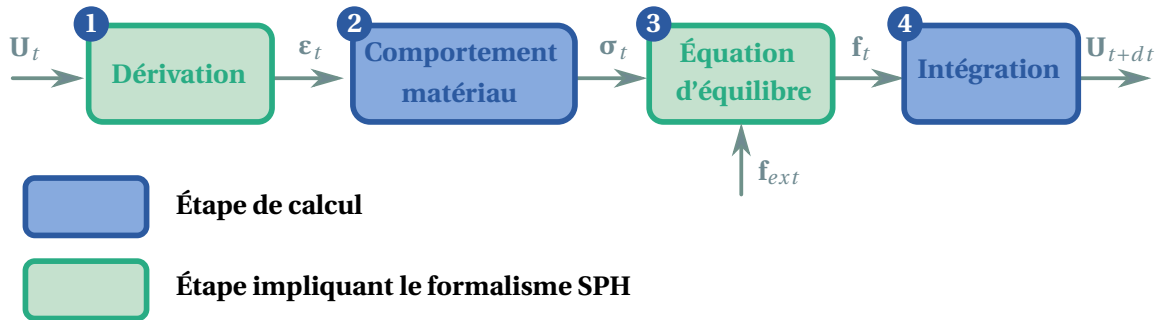


FIGURE 2.4 – Schéma de simulation SPH

Les conditions limites en déplacement sont appliquées sur les particules concernées. Si leur position est imposée alors elle n'est pas mise à jour au cours de la simulation. Le même principe est repris pour les conditions limites en vitesse. Il est à noter qu'il n'est pas possible d'imposer un saut de déplacement avec un tel schéma numérique. Les conditions limites en effort et les efforts volumiques sont pris en compte à l'étape 3. Les limites en termes de consistance de l'interpolation et de précision dans les calculs de dérivation influencent les résultats des étapes 1 et 3. Concernant les simulations appliquées aux matériaux métalliques, le passage de la déformation aux contraintes amplifie les erreurs à cause de la grande rigidité de ces matériaux. Enfin, c'est la position des particules au pas de temps suivant qui est perturbée. Ces erreurs se somment donc d'un pas de temps à l'autre.

4 Méthode FVPM

La méthode FVPM (*Finit Volume Particle Method*) est une variante sans maillage des méthodes basées sur les volumes finis (FVM : *Finit Volume Method*). Cette méthode a été introduite par [HIETEL et al., 2000]. Le formalisme FVPM a été développé pour traiter initialement des simulations de mécanique des fluides mais il est possible de le mettre en œuvre pour n'importe quelle loi de conservation. La méthode FVPM présente des similarités avec la méthode SPH, mais permet néanmoins de répondre à certaines limites évoquées précédemment. Cette section propose donc de présenter le cadre théorique de la méthode puis de la positionner vis-à-vis de SPH.

4.1 Théorie

La méthode FVPM est une méthode qui comprend plusieurs des caractéristiques de la méthode SPH et des méthodes conventionnelles de volumes finis [LeVeque, 2002]. En ce qui concerne le schéma d'interpolation FVPM, la fonction de Sheppard est utilisée comme fonction d'interpolation définie par les équations (eq. 2.12) et (eq. 2.13) :

$$W(r_i, h) = \begin{cases} 1 & \|\mathbf{X} - \mathbf{P}_i\|_\infty \leq h/2 \\ 0 & \|\mathbf{X} - \mathbf{P}_i\|_\infty > h/2 \end{cases} \quad (2.12)$$

$$\psi_i = \frac{W(r_i, h)}{\sum_{k=1}^n W(r_k, h)} \quad (2.13)$$

$$f = \sum_{i=1}^n \psi_i f_i \quad (2.14)$$

Le schéma d'interpolation repose sur des particules qui sont le centre de zones rectangulaires et qui se chevauchent, comme illustré dans la figure 2.5, pour retrouver la valeur en n'importe quel point du champ f . Comme le montre l'équation 2.14, la valeur f en un point donné $\mathbf{X}$ est le résultat d'une somme sur les n voisins dont les supports contiennent le point $\mathbf{X}$. Dans l'exemple de la figure 2.5 le nombre n de particules considérées est égal à trois. Par rapport à une technique basée sur un maillage, un coût numérique supplémentaire est nécessaire pour retrouver les points les plus proches puisque l'ensemble de particules ne contient pas d'information de connectivité. Néanmoins, les algorithmes de hachage spatial permettent de réduire la complexité inhérente.

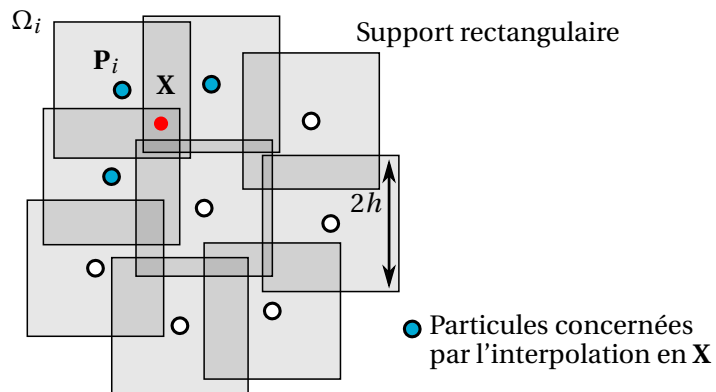


FIGURE 2.5 – Discrétisation spatiale à support rectangulaire [Jahanbakhsh et al., 2014]

Le calcul des dérivées des grandeurs mécaniques d'intérêt est réalisé avec la même discrétisation spatiale que celle utilisée pour l'interpolation. L'équation 2.15 constitue l'équilibre interne qui structure le solide en question et représente une application locale du principe fondamental de la dynamique. Cette équation est obtenue en intégrant l'équation d'équilibre (eq. 2.1) sur les domaines Ω_i associés à chaque particule. La résolution de cette équation nécessite notamment le calcul de la divergence des contraintes $\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}$. Contrairement à SPH, où le calcul de la divergence se fait par dérivation de la contrainte, La méthode FVPM repose sur le calcul de la divergence des contraintes grâce au flux qui traverse la surface commune entre deux zones d'interpolation adjacentes (eq. 2.16). Ici la somme prend en compte tous les voisins de la particule i pour laquelle le calcul de la divergence des contraintes est envisagée.

$$\rho \int_{\Omega_i} \frac{d\mathbf{C}}{dt} = \int_{\Omega_i} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \int_{\Omega_i} (\rho \mathbf{g} + \mathbf{f}_c) \quad (2.15)$$

$$\int_{\Omega_i} \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \oint_{S_i} \boldsymbol{\sigma} \cdot d\mathbf{S} = \oint_{S_i} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot dS = \sum_{j=1}^n (\boldsymbol{\Gamma}_{ij} - \boldsymbol{\Gamma}_{ji}) \cdot \boldsymbol{\sigma}_{ij} \quad (2.16)$$

$$\boldsymbol{\Gamma}_{ij} = - \sum_{l=1}^m \left(\frac{\Delta \mathbf{S}_l}{\delta_l^+ \delta_l^-} \right) \quad (2.17)$$

L'intégrale de la divergence des contraintes dans le volume Ω_i est calculée grâce au théorème de flux-divergence et est résolue de manière numérique en s'appuyant sur les volumes voisins. La superposition des supports rectangulaires est nécessaire au calcul des interactions entre les particules. Le choix de cette géométrie a été effectué pour pouvoir calculer de manière exacte les surfaces de contact entre les supports rectangulaires mais une amélioration est proposée dans [Jahanbakhsh et al., 2017] pour faciliter le calcul avec des voisinages sphériques. Le calcul du vecteur d'interaction $\boldsymbol{\Gamma}_{ij}$ entre les particules $\mathbf{P}_i$ et $\mathbf{P}_j$ est présenté dans la figure 2.6. Il convient d'abord de distinguer les différentes zones en fonction du nombre de particules qui se superposent. Cela permet de définir les valeurs de δ^+ et δ^- , qui représentent le nombre de particules en aval et en amont de la frontière $\Delta \mathbf{S}_l$. La frontière commune entre les particules est ensuite discrétisée comme le montre la partie droite de la figure 2.6. Cette discrétisation en m segments permet de calculer le vecteur d'intégration (eq. 2.17). Plus de détails sur l'implémentation peuvent être obtenus dans [Jahanbakhsh et al., 2014].

Avec FVPM, comme avec SPH, les nœuds de calcul se déplacent avec la vitesse de la matière, ce qui est compatible avec la forme lagrangienne de l'équation du mouvement. Ceci permet de traiter les problèmes d'interfaces mobiles sans les difficultés liées à la distorsion ou l'inversion des éléments qui composent un maillage.

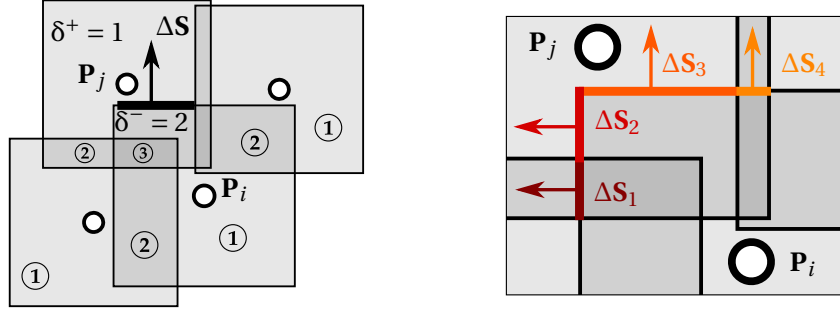


FIGURE 2.6 – Interactions entre particules [Jahanbakhsh et al., 2014]

4.2 Processus de simulation complet

Le principe d'une simulation FVPM est semblable à celui d'une simulation SPH. La figure 2.7 présente les différentes étapes. Seule les étapes 1 et 3, qui sont spécifiques à la méthode FVPM, sont présentées.

- **Étape 1 :** le déplacement $\mathbf{U}_t$ à l'instant t est connu. Les dérivées des déplacements sont calculées grâce à une interpolation locale. Cette dernière est identifiée par moindres carrés. Cela permet de résoudre les défauts d'interpolation de la méthode SPH.
- **Étape 3 :** l'équation d'équilibre est intégrée sur la surface entre deux particules. Plutôt que de calculer la dérivée des contraintes pour obtenir la divergence, c'est le flux des contraintes qui est intégré. Cela évite d'avoir recours une nouvelle fois à une dérivation. La loi de conservation du mouvement est donc mieux respectée même sur les bords du domaine.

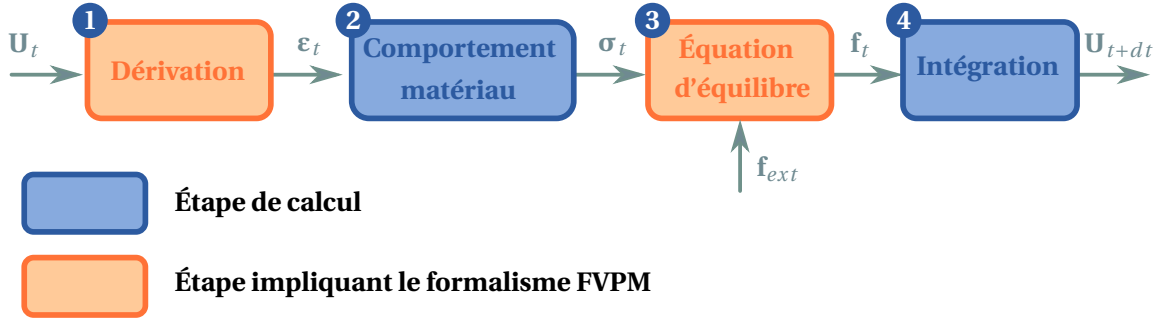


FIGURE 2.7 – Schéma de simulation FVPM

Pour pouvoir obtenir la déformation du spécimen au cours d'une simulation, comme mentionné lors de l'étape 1, il faut déterminer le gradient du déplacement $\nabla \mathbf{U}$. Ce gradient est nécessaire pour obtenir les contraintes puis les forces qui s'exercent sur les particules. Les déplacements $\mathbf{U}_j$ des voisins du point $\mathbf{X}_i$ sont utilisés pour le calcul du gradient (eq. 2.18).

$$\mathbf{U}_j \approx \tilde{\mathbf{U}}_j = \mathbf{U}_i + \nabla \mathbf{U} \cdot \mathbf{X}_{ij} \quad (2.18)$$

$\tilde{\mathbf{U}}_j$ est l'approximation de $\mathbf{U}_j$ au premier ordre et $\mathbf{X}_{ij} = \mathbf{X}_j - \mathbf{X}_i$. L'erreur commise lors de cette approximation est donnée par l'équation 2.19 avec $w_{ij} = W(\mathbf{X}_{ij})$.

$$e = \sum_j (\tilde{\mathbf{U}}_j - \mathbf{U}_j)^2 w_{ij} \quad (2.19)$$

On cherche donc à identifier le gradient $\nabla \mathbf{U}$ qui minimise l'erreur e . C'est la fonction W qui permet d'introduire le caractère local de l'optimisation. Si une fonction constante est choisie alors le calcul du gradient est réalisé globalement et le choix du point de référence $\mathbf{X}_i$ n'a pas d'importance. L'introduction de cette fonction dans le calcul de l'erreur permet de pondérer l'influence des points du voisinage en fonction de la distance au centre de la transformation. La forme et l'étendue du voisinage dépendent du choix de la fonction W . La distance caractéristique doit être suffisante au regard de la densité de points considérés.

Pour déterminer les composantes du gradient, l'écart entre le déplacement approximé et réel doit être minimal. Puisque l'erreur e est quadratique en fonction des composantes du gradient $\nabla \mathbf{U}$, l'erreur minimale est donc obtenue en annulant toutes les dérivées partielles de e par rapport aux composantes de $\nabla \mathbf{U}$. Cela permet d'obtenir un système d'équations linéaires. Le système est inversible s'il y a suffisamment de points dans le voisinage de $\mathbf{X}_i$ et si ces points sont répartis dans toutes les directions (non alignés).

Le formalisme FVPM permet donc de palier aux défauts de consistance de la méthode SPH. La principale difficulté est alors de pouvoir calculer la surface de la frontière entre deux particules voisines.

4.3 Condition de stabilité

Contrairement aux méthodes basées sur une formulation faible des équations, dont la résolution repose sur la génération d'une matrice de rigidité à inverser, l'utilisation des particules comme points d'interpolation implique de calculer les forces internes exercées sur chacune d'elles à chaque pas de temps. Ces forces internes permettent de déterminer les accélérations qui sont intégrées pour obtenir la position des particules. La propagation des ondes acoustiques dans l'échantillon fait partie des résultats de la simulation. Ainsi, l'utilisation de cette méthode de simulation basée sur la dynamique soulève des instabilités numériques en fonction du pas de temps choisi. La condition CFL (*Courant–Friedrichs–Lewy*) donnée dans l'équation 2.20 assure la stabilité du schéma d'intégration numérique [Courant et al., 1967]. Elle dépend de la vitesse caractéristique ν des ondes acoustiques dans le matériau, de la valeur des pas de temps δt et de l'espacement des particules δx . La vitesse du son dans le matériau est donnée par le module d'Young du matériau, E , et le coefficient de Poisson, ν , selon (eq. 2.21).

$$\text{CFL} = \frac{\nu \delta t}{\delta x} \quad (2.20)$$

$$\nu = \sqrt{\frac{E}{3\rho_0(1-2\nu)}} \quad (2.21)$$

Le nombre CFL doit être inférieur à 1 pour que le schéma numérique soit stable. Cela assure que l'intervalle de temps entre deux pas de calcul soit suffisamment court pour qu'une onde de compression ne puisse pas traverser entièrement le plus petit élément du modèle. Si ce n'est pas le cas, les erreurs numériques générées à chaque pas de temps sur la position des particules génèrent des forces internes qui sont à leur tour erronées et qui augmentent artificiellement l'énergie totale du système. À l'issue de quelques centaines de pas de simulation, les erreurs qui se sont accumulées sont telles qu'une partie des particules sont projetées en dehors du domaine, ce qui met un terme à la simulation. Ainsi le respect de cette condition est très important pour limiter la propagation des erreurs.

Matériaux	Vitesse caractéristique	discrétisation δx	pas de temps δt
cuiivre	3900 $m.s^{-1}$	0.05 mm	$1,3.10^{-8} s$
aluminium	5000 $m.s^{-1}$	0.05 mm	$1,0.10^{-8} s$
acier	5900 $m.s^{-1}$	0.05 mm	$8,5.10^{-9} s$

Tableau 2.3 – Vitesse du son et pas de temps associé pour garantir la stabilité des simulations dans différents métaux

La table 2.3 présente les valeurs caractéristiques des paramètres de simulations pour trois matériaux. Le pas spatial a été choisi arbitrairement avec un ordre de grandeur qui correspond aux valeurs rencontrées dans les simulations. Dans ce cadre, la valeur maximale des pas de temps pour garantir la stabilité reste extrêmement faible. La valeur de ces pas de temps s'explique car la vitesse des ondes acoustiques dans les métaux est très grande. Étant donné que ces valeurs sont directement proportionnelles à la taille des particules δx , un raffinement de la taille des particules pénalise non seulement le temps de simulation par le nombre plus important de données à traiter mais aussi par une augmentation du nombre de pas de temps à simuler. Cette condition de stabilité est une des principales limitations concernant des performances de la méthode FVPM.

Il existe cependant des techniques pour outrepasser ces difficultés [Ducobu et al., 2015]. La masse volumique du matériau peut être artificiellement augmentée sans incidence sur la relation effort-déformation. Cela permet de réduire la vitesse de propagation des ondes dans le milieu et ainsi d'augmenter l'intervalle de temps entre deux pas de simulation. La vitesse des particules abrasives peut aussi être augmentée de manière à avoir un déplacement plus important à chaque pas de temps et ainsi limiter le nombre de pas de temps total de la simulation. Dans ce cas, il faut veiller à ce que la contrainte ne soit pas artificiellement augmentée en raison de la dépendance du comportement matériau à la vitesse de déformation.

5 SPHEROS

L'étude présentée a été réalisée en utilisant le logiciel *SPHEROS*. Ce code de calcul a été développé par le Laboratoire des Machines Hydrauliques (LMH) pour simuler les écoulements dans des turbines hydrauliques. Il a été utilisé avec succès pour tenir compte de l'érosion résultant de l'impact de sédiments sur des aubes de turbines [Jahanbakhsh et al., 2014], [Leguizamón et al., 2016], [Leguizamón et al., 2019]. Les simulations envisagées visent à évaluer ce code de calcul dans le cadre du contact entre un grain abrasif et un échantillon. La principale différence entre l'érosion et l'abrasion réside dans la quantité de déformation plastique qui est atteinte au sein de l'échantillon. La pertinence de ce code de calcul doit donc être évaluée dans ces nouvelles conditions d'utilisation.

5.1 Mise en données

La mise en œuvre d'une simulation avec *SPHEROS* nécessite de définir un certain nombre de paramètres. Les plus importants d'entre eux sont présentés dans la figure 2.8. Il faut notamment générer un ensemble de particules qui permettent de représenter le spécimen et d'interpoler les valeurs des champs vectoriels d'intérêt à l'intérieur de ce dernier. L'indenteur est composé quand à lui d'une unique particule sphérique. Des paramètres globaux sont à renseigner concernant la simulation, comme le temps total, l'intervalle de temps entre deux pas de calcul ou encore les dimensions du domaine d'étude. Les paramètres matériaux impliquent notamment la définition, des paramètres d'élasticité et de plasticité. Les conditions limites de la simulation consistent à définir les particules du spécimen qui sont fixes. Enfin la vitesse d'indentation doit être indiquée. La liste des paramètres présentés ici n'est pas exhaustive. Un exemple de fichier de configuration complet peut être consulté en [annexe](#).

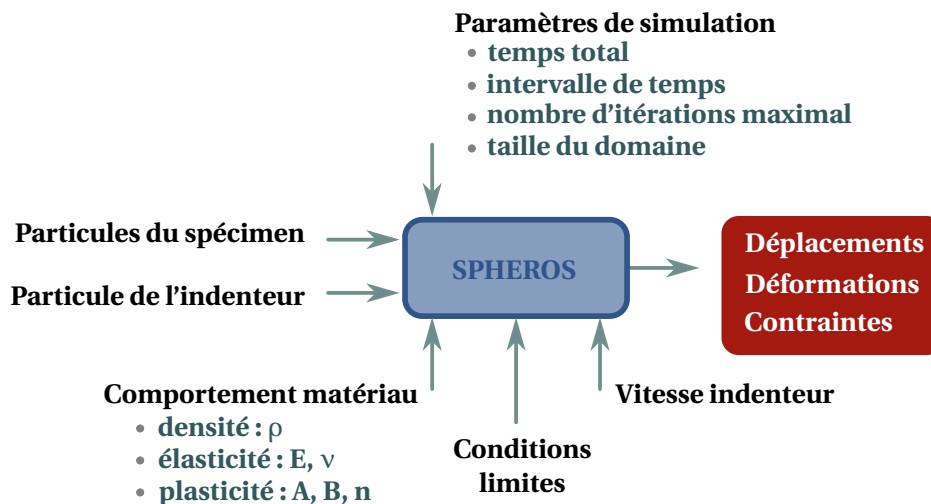


FIGURE 2.8 – Mise en œuvre d'un cas de simulation avec *SPHEROS*

5.2 Initialisation de la position des particules

Pour la modélisation du spécimen dans *SPHEROS*, un ensemble de particules doit être généré avant le lancement de la simulation. Cet ensemble représente l'état initial de la matière avant déformation. Étant donné que le comportement des solides dépend de l'historique des déformations, la génération des positions initiales des particules est de première importance pour le bon déroulement des simulations. Contrairement aux simulations de dynamique des fluides où la

position des particules peut être choisie arbitrairement, et ce, même en cours de simulation ; les particules qui composent le solide doivent être réparties de manière uniforme et doivent se superposer avec leurs voisines. C'est cette superposition qui permet de modéliser l'intégrité structurale du spécimen.

Le fait de générer une répartition de particules selon un arrangement rectangulaire impose de choisir des tailles de particules qui sont des multiples de la plus petites des tailles (figure 2.9). Dans cette figure, les particules grises ont deux fois la tailles des particules bleues. Ainsi des discontinuités de la taille des particules sont observées entre chaque zone, ce qui crée des espacements non souhaitables. Cela pose des problèmes dans l'utilisation des points d'interpolation correspondants pour la résolution des équations. D'autre part, la réflexion des ondes acoustiques dans un spécimen rectangulaire peut être source d'instabilités.

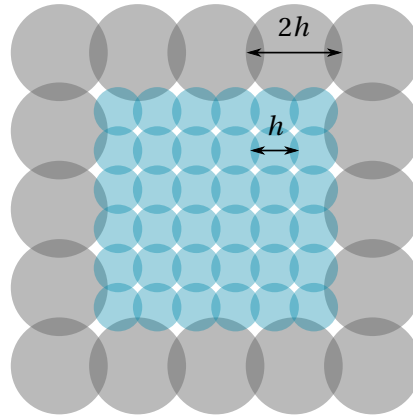


FIGURE 2.9 – Répartition rectangulaire des particules

Pour pallier ce problème une répartition sphérique des particules a été adoptée. Ainsi, il est possible de faire varier la taille de manière continue. L'utilisation d'un repère polaire s'impose pour générer les positions successives.

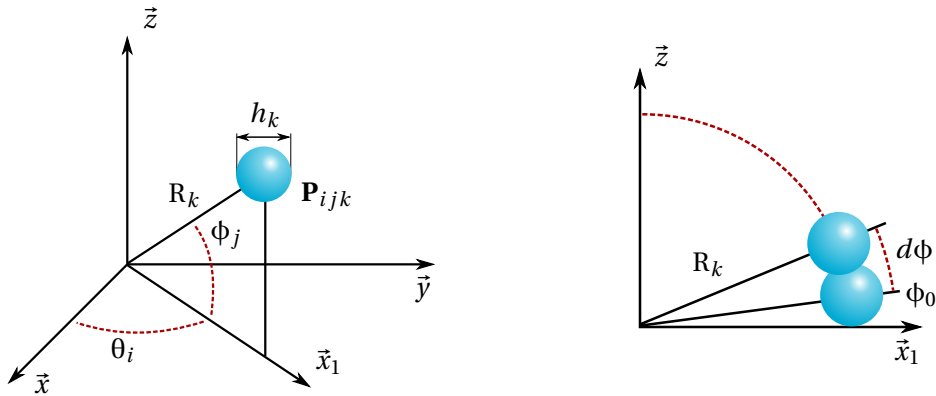


FIGURE 2.10 – Paramétrage polaire utilisé pour la génération de la position initiale des particules

La position du centre $\mathbf{P}_{ijk}$ de chaque particule est paramétrée par l'équation 2.22. Les trois indices i , j et k sont associés aux paramètres θ , ϕ et R . Pour la génération, il s'agit de déterminer l'intervalle dans lequel chacun des indices est compris et de définir l'évolution de ces paramètres en fonction des indices. La méthode de génération complète est présentée en annexe.

$$\mathbf{P}_{ijk} = \begin{bmatrix} x_c + R_k \cdot \cos(\theta_i) \cdot \sin(\phi_j) \\ y_c + R_k \cdot \sin(\theta_i) \cdot \sin(\phi_j) \\ z_c + R_k \cdot \cos(\phi_j) \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

Le rayon des particules h_k ne dépend que de la distance entre la particule en question et le centre du repère. La valeur de R_k est définie en fonction de la valeur précédente R_{k-1} (eq. 2.23). Le remplissage du spécimen commence par le centre et se compose d'un ensemble de coques, pour chaque valeur de k , dans lesquelles les particules ont une taille identique. La génération s'arrête lorsque le diamètre du spécimen atteint la valeur maximale souhaitée D_{max} .

$$R_k = R_{k-1} + h_k \quad \text{avec} \quad h_k = \begin{cases} h_0 & \text{si } R \leq R_{fine} \\ \lambda h_{k-1} & \text{si } R > R_{fine} \end{cases} \quad \text{et } \lambda = 1.2 \quad (2.23)$$

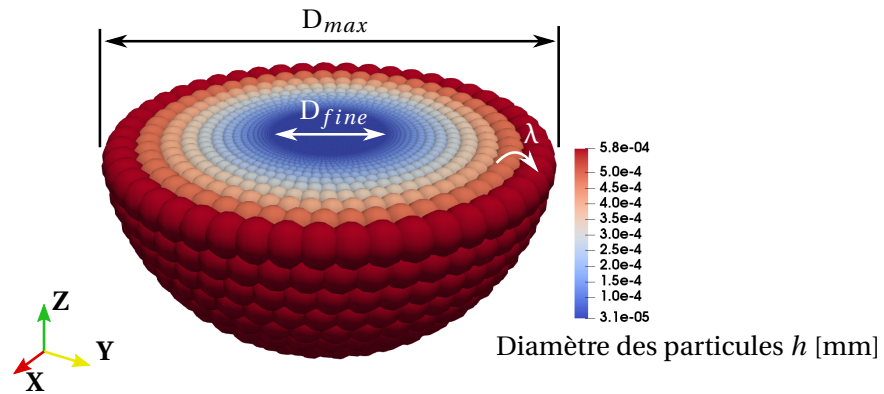


FIGURE 2.11 – Répartition sphérique des particules

Le coefficient λ définit le taux d'augmentation de la taille des particules. Au centre du repère une zone dont le diamètre est $D_{fine} = 2R_{fine}$ est constitué de particules dont la taille est constante et égale à h_0 . Il y a donc quatre paramètres à définir pour pouvoir initialiser la position des particules, ce sont h_0 , R_{fine} , λ et D_{max} . La figure 2.11 montre un exemple de génération réalisée de cette manière. La figure 2.12 représente les conditions aux limites appliquées dans la simulation. Un niveau supplémentaire de particules entoure le spécimen. La position de ces particules est fixée de manière à supprimer les mouvements de corps rigide pendant la simulation.

Le principal avantage de cette méthode est le fait de pouvoir augmenter la taille du spécimen en limitant l'augmentation du nombre de particules. Plusieurs ensembles de particules ont été générés avec différents paramètres (figure 2.13). Dans cet exemple, $h_0 = 31.25 \mu m$ et $R_{fine} = 16h_0$. Le nombre de particules générées en fonction de la dimension maximale du spécimen a été tracé pour des dimensions maximales D_{max} allant jusqu'à $3000h_0$. On remarque que l'augmentation du nombre total de particules reste mesurée malgré les dimensions de domaine extrêmement grandes. Différentes courbes sont présentées en fonction de différentes valeurs de λ . Une valeur de λ plus faible permet d'obtenir une variation de taille de particule progressive mais un nombre de particules plus important. Grâce à cette méthode de génération, il est envisageable d'augmenter la taille du domaine d'étude pour pouvoir obtenir un spécimen suffisamment grand et considérer qu'il est semi-infini, sans pénaliser le temps de calcul.

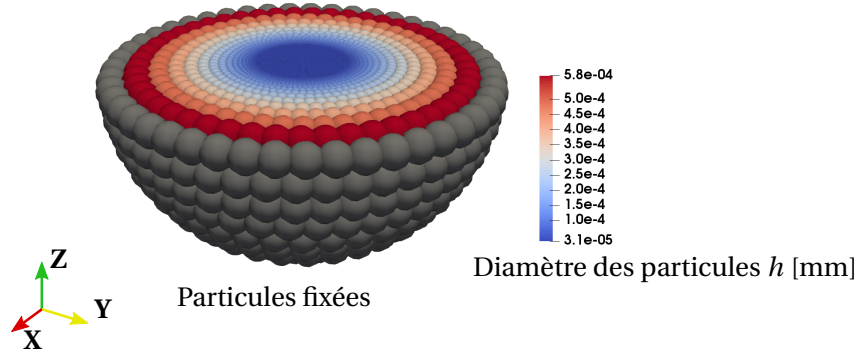


FIGURE 2.12 – Conditions limites appliquées sur le spécimen

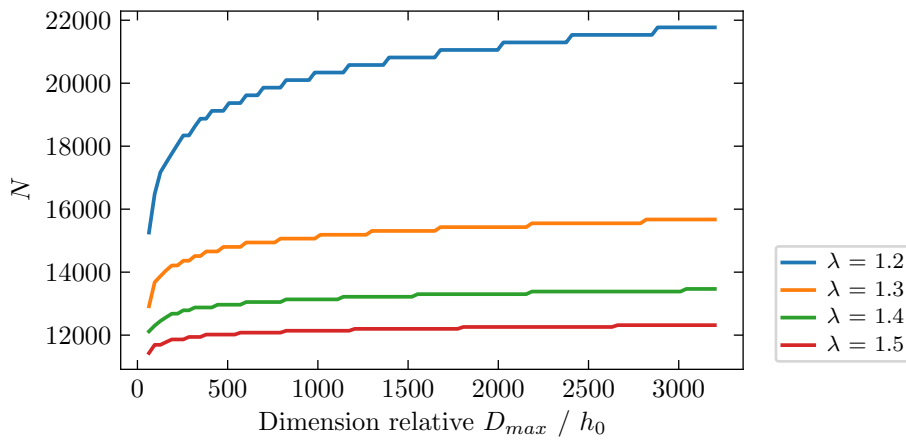


FIGURE 2.13 – Évolution du nombre de particules en fonction de la taille relative du spécimen

5.3 Implémentation

Le code de calcul *SPHEROS* a été programmé en utilisant le langage C++. Il est possible de l'utiliser sur un cluster de calcul grâce à l'utilisation de la librairie de calcul parallèle *open MPI* dans l'implémentation du code de calcul [Graham et al., 2006]. Pour l'utilisateur final du code, il s'agit de préciser le nombre de processus souhaités sur lesquels répartir la charge de travail. L'espace qui contient les particules du spécimen est alors subdivisé en sous-domaines. Ainsi chaque processus de calcul est en charge d'un domaine. Les calculs sont effectués indépendamment, mais une synchronisation et des échanges de données entre les processus qui ont la charge de domaines adjacents sont nécessaires à chaque pas de temps. L'implémentation de *SPHEROS* prévoit un algorithme de subdivision de domaine régulier. Il est par ailleurs possible de fournir une décomposition personnalisée par l'intermédiaire d'un fichier qui contient les dimensions des domaines à utiliser. Dans le cas des simulations présentées dans ce chapitre, c'est cette deuxième possibilité qui a été utilisée.

La génération des particules pour modéliser le spécimen dans *SPHEROS* n'est pas homogène. Le fait d'utiliser une décomposition de domaine régulière conduit à des zones qui contiennent beaucoup de particules alors que d'autres sont presque vides. Ce phénomène est d'autant plus marqué que l'on cherche à décomposer avec un nombre de domaines important. Le temps de calcul sera donc limité par le processus qui doit traiter le domaine avec le plus de particules. Une

décomposition adaptative permet d'homogénéiser la charge de calcul en s'assurant qu'il y a le même nombre de particules dans chaque domaine. Pour couper en deux un domaine dont la répartition des particules n'est pas homogène, il s'agit de déterminer la distance d_b qui définit la séparation telle que les nombres de particules N_1 et N_2 soient égaux (figure 2.14).

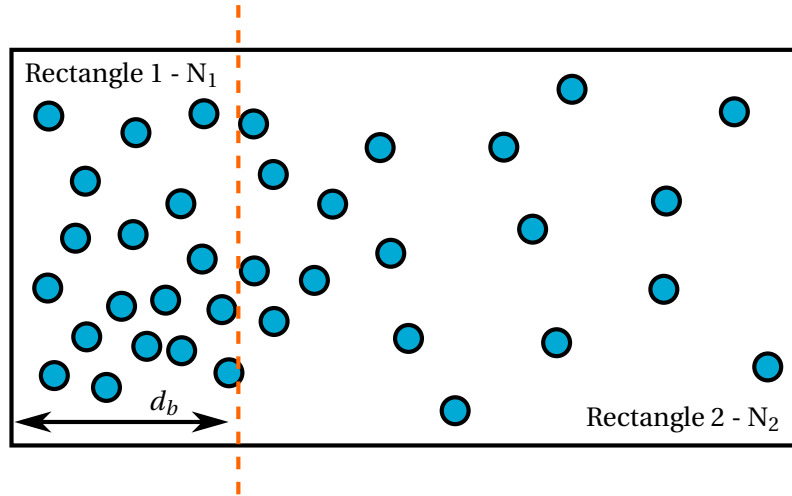


FIGURE 2.14 – Découpage adaptatif d'un domaine en deux rectangles

Pour trouver la bonne distance, l'algorithme choisi consiste à initialiser d_b à zéro et à l'incrémenter jusqu'à ce que N_2 soit inférieur à N_1 . On obtient alors deux autres rectangles que l'on peut à nouveau découper. Ainsi l'implémentation d'une fonction récursive permet d'effectuer la subdivision de domaine. Un exemple de subdivision ainsi obtenu est présenté dans la figure 2.15.

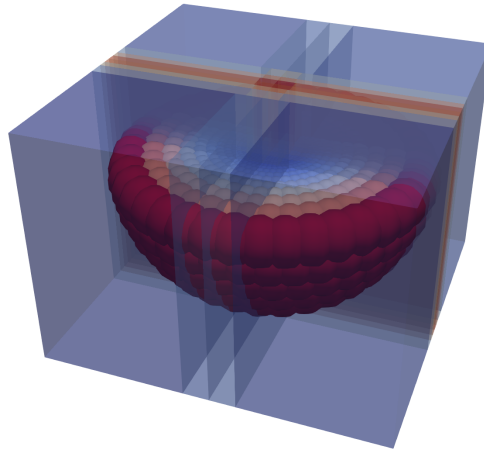


FIGURE 2.15 – Résultat d'une décomposition adaptative

5.4 Conditions de simulation

Toutes les simulations présentées dans ce chapitre, réalisées avec *SPHEROS*, ont été mises en œuvre sur le mésocentre de calcul *FUSION* de l'Université Paris-Saclay. Les nœuds de calcul sur lesquels les simulations ont été effectuées donnent l'accès à des processeurs Intel Xeon CPU 6148 20 cœurs, cadencés à 2.40 GHz. La quantité de mémoire disponible de 1520 GB par nœud n'est limitante dans aucune des simulations présentées. Le nombre de cœurs effectivement utilisés est précisé pour chacun des exemples.

6 Application à l'indentation

L'abrasion d'une surface consiste en l'action des grains abrasifs sur la pièce à polir. Comme présenté dans le chapitre précédent, les actions des grains sur la pièce présentent des typologies différentes en fonction des caractéristiques matériau, de la forme des grains et des conditions dans lesquelles le contact se produit. L'utilisation d'un code de calcul basé sur la mécanique des milieux continus pour simuler une opération d'abrasion complète est hors d'atteinte à l'heure actuelle en raison du nombre de passages de grains à simuler. Cependant, la simulation du passage d'un grain unique est envisageable. Le choix de simuler l'indentation a donc été fait en premier lieu de manière à pouvoir créer des conditions expérimentales facilement reproductibles en simulation. L'indentation envisagée est de type Brinell de manière à tirer parti de la forme sphérique de l'indenteur.

Dans cette section, une évaluation de la méthode FVPM et plus particulièrement de son implémentation dans un code de calcul académique, *SPHEROS*, est présentée. La mise en œuvre d'une simulation nécessite de définir les paramètres concernés de manière pertinente. Ainsi une première étude de la sensibilité est présentée dans un cas d'indentation. Grâce à cette démarche, la méthode de mise en données pour la validation expérimentale des simulations a pu être maîtrisée.

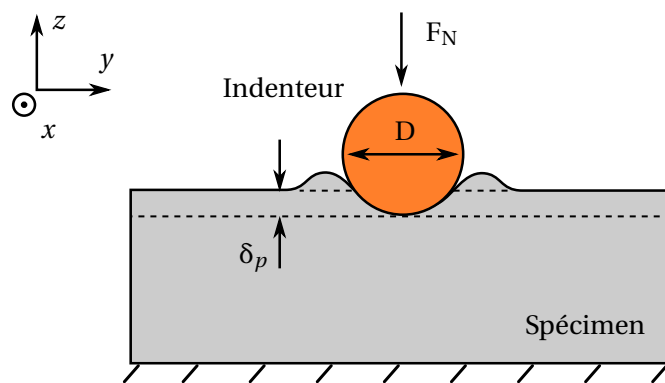


FIGURE 2.16 – Indentation

Le premier cas de simulation envisagé est l'indentation. C'est un des essais de caractérisation des matériaux les plus courants. Un pénétrateur entre en contact avec l'échantillon et s'enfonce jusqu'à ce que l'effort normal spécifié F_N soit atteint. La profondeur d'indentation par rapport à la surface supérieure de la pièce est notée δ_p (figure 2.16). Ce test implique des phénomènes complexes de déformation, mais présente des résultats expérimentaux simples et il a l'avantage d'être un essai mécanique facile à mettre en œuvre. Parmi les informations exploitables, la dureté est déterminée en fonction des dimensions de l'empreinte et de la force correspondante.

Il existe plusieurs techniques de mesure de la dureté qui diffèrent principalement en fonction de la forme de l'indenteur. La mesure de dureté Brinell a été choisie en raison de la forme sphérique du pénétrateur. Le modèle numérique associé à une telle forme est simple en utilisant *SPHEROS*, car les primitives géométriques utilisées sont des particules sphériques. Par conséquent, il n'y a pas de contrainte de modélisation supplémentaire liée au pénétrateur. De plus, les résultats expérimentaux macroscopiques sont facilement comparables aux résultats de la simulation.

6.1 Étude de sensibilité

L'étude de sensibilité est basée sur l'essai d'indentation. Ce cas d'essai a permis d'étudier le comportement de *SPHEROS* et de définir la valeur des paramètres de simulation. En effet, la mise en œuvre de ce code de calcul académique doit faire l'objet d'une attention particulière. L'étude de sensibilité qui est présentée dans la suite de ce paragraphe permet de mettre en avant les principaux effets des paramètres de simulations ainsi que les compromis à faire pour les régler. Les paramètres sont fixés initialement et sont définis dans le tableau 2.4. À partir de ces valeurs plusieurs paramètres ont été modifiés pour étudier leur influence respective sur les résultats de simulation.

Le diamètre D de l'indenteur est de 2,5 mm dans cet essai. Pour plus de généralité, le problème est paramétré en fonction de la taille de l'indenteur par le facteur α (eq. 2.24). Le diamètre des plus petites particules est défini de manière relative par rapport à celui-ci. De cette manière, il est possible d'adimensionner la génération de l'ensemble des particules qui composent le spécimen. Les essais présenteront donc les mêmes résultats, à un facteur près, quel que soit le diamètre de l'indenteur.

$$h_0 = \alpha D \quad (2.24)$$

Étude	Modèle 3D particulaire - essai d'indentation
Propriétés matériau	Aluminium AU4G : • $E : 82 \text{ GPa}$ • $\nu : 0.3$ <i>module d'Young</i> <i>coefficient de Poisson</i> Paramètres de Johnson-Cook : $\sigma = A + B\epsilon_p^n$ • $A = 218 \text{ MPa}$ • $B = 570 \text{ MPa}$ • $n = 0.32$ Modèle d'endommagement : aucun Masse volumique : • $\rho = 2700 \text{ kg.m}^{-3}$ Viscosité artificielle : • $\mu = 0.35$

Discrétisation spatiale	Indenteur : • Primitive sphérique • Diamètre : $D = 2,5 \text{ mm}$ Échantillon : • Type d'éléments : particules sphériques • $h_0 = \alpha D : \alpha = 1/24$ <i>diamètre des plus petites particules</i> • $\lambda = 1.2$ <i>facteur d'accroissement de la taille des particules</i> • $D_{fine} = D$ <i>diamètre de la zone centrale</i> • $D_{max} = 4D$ <i>diamètre extérieur du spécimen</i>
Conditions Limites	• Particules extérieures fixes • Vitesse de l'indenteur : 20 m.s^{-1} suivant $-\vec{z}$

Tableau 2.4 – Données initiales de l'essai d'indentation

6.1.1 Taille et répartition des particules

Dans un premier temps, l'effet de la taille des particules et de la répartition de celles-ci dans l'espace est étudié. La taille des plus petites particules h_0 a été divisée par rapport à l'indenteur d'un facteur variant entre 12 et 32.

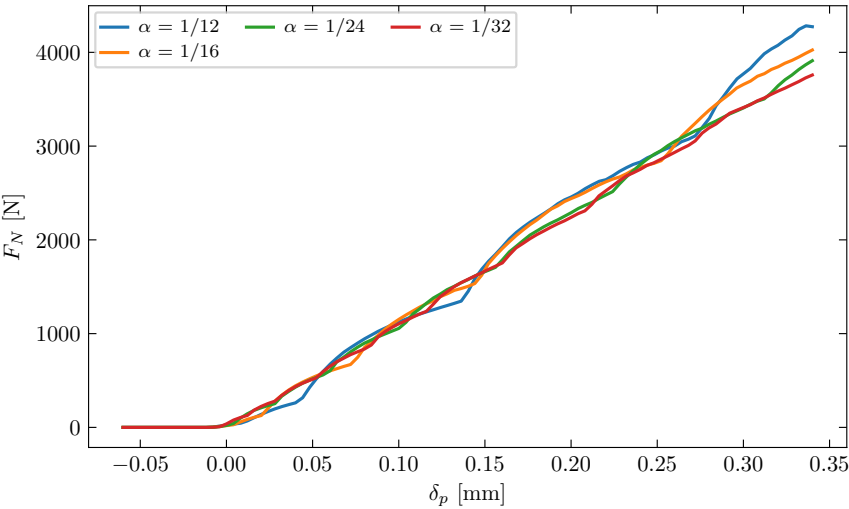


FIGURE 2.17 – Évolution de l'effort normal F_N en fonction de la taille des particules

L'effort normal en fonction de la profondeur d'indentation présente une évolution globale linéaire. Cependant des oscillations sont présentes. La fréquence de ces oscillations augmente lorsque la taille des particules diminue. Ce comportement est dû à la répartition des particules dans l'espace qui possède le même axe de symétrie que celui de l'indenteur. À mesure que l'indenteur descend, il rentre en contact avec toutes les particules situées à une certaine distance de l'axe. Cela augmente l'effort d'indentation et crée les oscillations observées dans la figure 2.17.

Pour résoudre ce problème, une répartition des particules basée sur un empilement hexagonal compact a été utilisé au centre de la zone d'intérêt (figure 2.18). De cette manière, le nombre de particules en contact avec l'indenteur ne varie pas par palier. D'autre part, cette répartition hexa-

gonale permet de maximiser le nombre de voisins d'une particule donnée. La stabilité numérique s'en trouve améliorée dans la zone d'intérêt qui subit des grandes déformations (figure 2.19).

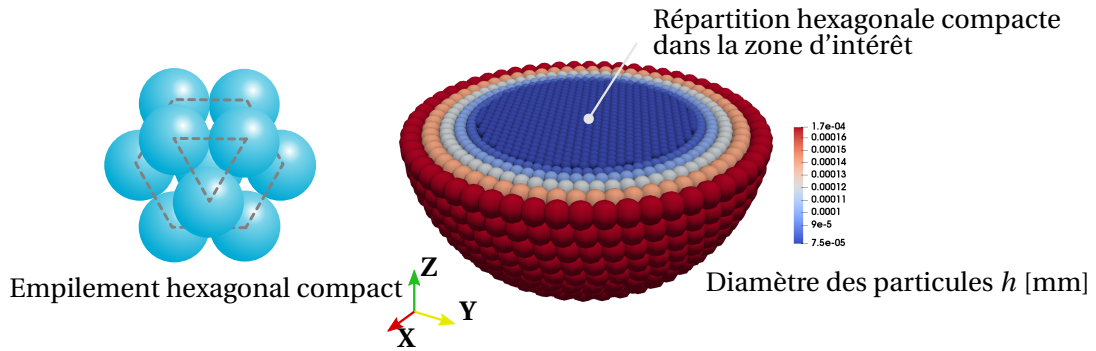
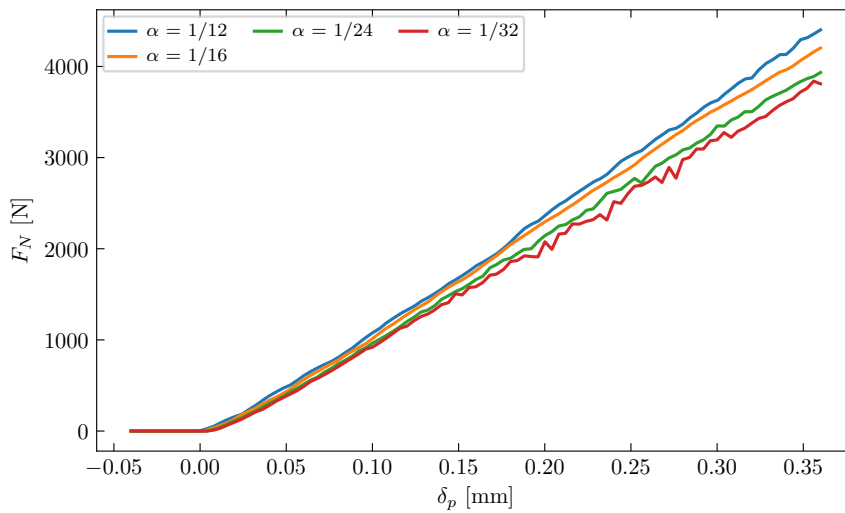


FIGURE 2.18 – Indentation

FIGURE 2.19 – Effort normal F_N en fonction de la taille des particules (répartition hexagonale)

La simulation avec la répartition hexagonale supprime les oscillations précédemment observées quelle que soit la taille des particules choisie. La taille de celles-ci n'a pas d'influence sensible sur les efforts normaux obtenus à l'issue des simulations. Cette étude démontre que la répartition des particules est importante pour éviter les instabilités et garantir la validité des résultats. Les temps de simulation obtenus dans ces essais sont tracés dans la figure 2.20. La simulation est réalisée sur 32 cœurs.

Facteur α	1/12	1/16	1/24	1/32
Nombre de particules	2241	4067	9985	21616

Tableau 2.5 – Nombre de particules correspondant à chaque facteur

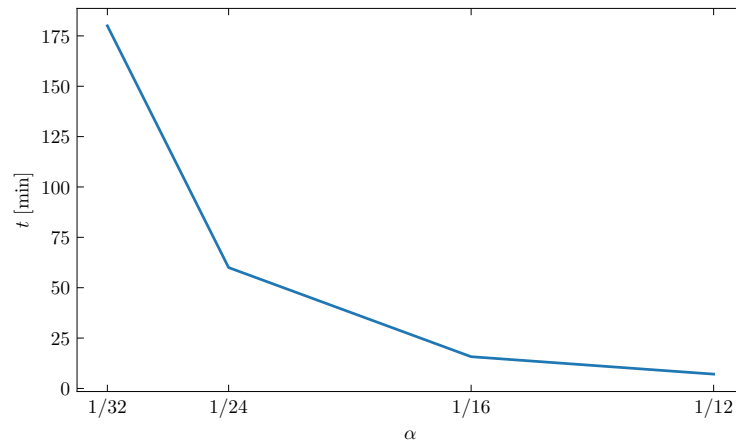


FIGURE 2.20 – Temps de simulation en fonction de la taille des particules pour une vitesse d'indentation de 20 m.s^{-1}

6.1.2 Vitesse d'indentation

La vitesse d'indentation lors d'un essai réel est très faible, sa valeur est de quelques millimètres par minute. La vitesse de déformation engendrée dans le spécimen n'est donc pas suffisante pour influencer le comportement du matériau. L'hypothèse d'un essai quasi-statique est donc justifiée. Or les simulations grâce à la méthodes FVPM imposent des pas de temps tellement petits qu'il est impossible de réaliser la simulation avec une vitesse d'indentation réelle. Il faut donc augmenter artificiellement la vitesse afin de pouvoir réaliser des simulations dans un temps raisonnable. L'influence de la vitesse d'indentation doit donc être évaluée de manière à trouver le bon compromis entre la pertinence du résultat et le temps de simulation. Ici l'évolution du comportement du matériau en fonction de la vitesse de déformation n'est pas pris en compte. Seul le premier facteur du modèle de Johnson-Cook, qui modélise l'écrouissage, est considéré. La vitesse d'indentation varie entre 5 m.s^{-1} et 100 m.s^{-1} dans les simulations réalisées (figure 2.21). Dans cet exemple, $\alpha = 1/12$ et 2241 particules.

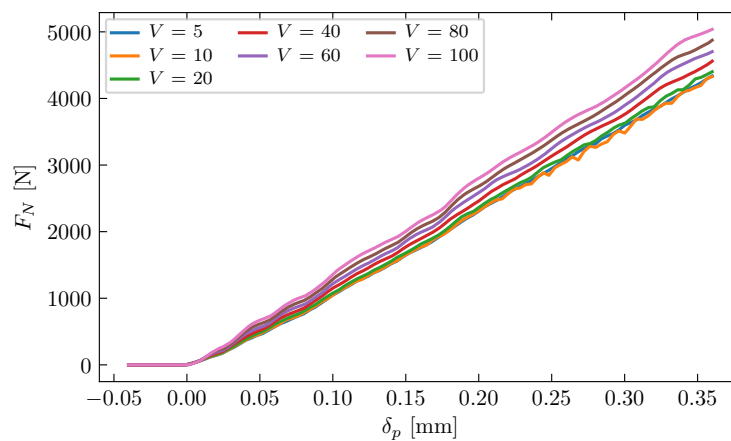


FIGURE 2.21 – Évolution de l'effort normal F_N en fonction de la vitesse d'indentation

L'effort d'indentation augmente avec la vitesse. En dessous de 20 m.s^{-1} l'effet de la vitesse sur l'effort est négligeable. Il est donc possible d'utiliser une vitesse d'indentation artificiellement plus grande que celle du procédé d'indentation réel.

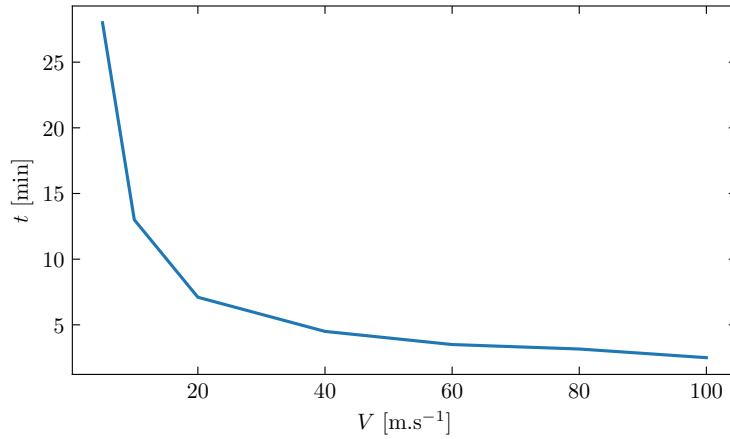


FIGURE 2.22 – Temps de simulation en fonction de la vitesse

Le temps de simulation est inversement proportionnel à la vitesse d'indentation (figure 2.22).

6.1.3 Viscosité artificielle

La viscosité artificielle permet d'améliorer la stabilité des simulations [Monaghan, 1997]. Une force est appliquée en réaction au déplacement d'une particule. Cette force est proportionnelle à la déformation entre deux particules. Elle évite les oscillations de ces dernières et permet d'amortir leur déplacement ainsi que la propagation des ondes acoustiques. Cependant l'ajout d'une telle propriété modifie le comportement du matériau ainsi que l'effort résultant. La valeur de la viscosité artificielle doit donc être la plus faible possible sans compromettre la stabilité. Le coefficient μ qui permet de faire varier l'effet de celle-ci est choisi dans $[0,2 - 0,5]$

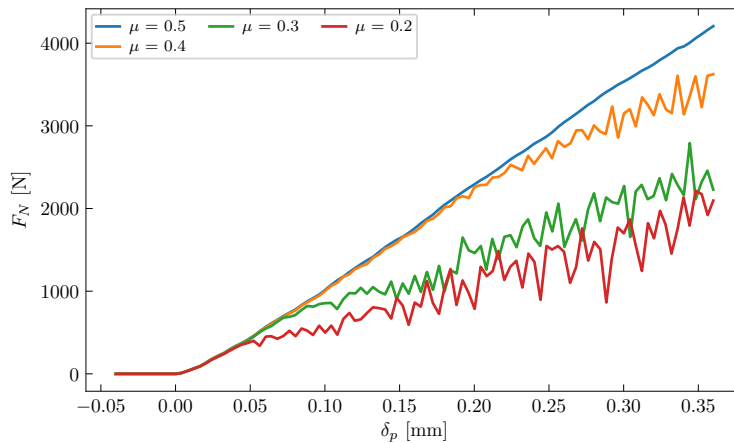


FIGURE 2.23 – Effort d'indentation en fonction de la viscosité artificielle

La réduction de la viscosité artificielle en dessous de 0.5 entraîne des instabilités numériques. Une augmentation de la viscosité à des valeurs plus élevées que 0.5 génère des efforts plus importants. Dans la suite des simulations, une viscosité artificielle de 0.5 sera donc utilisée.

6.1.4 Dimension du domaine d'étude

Dans les essais d'indentation, les dimensions de l'échantillon sont suffisamment grandes devant celles de l'indenteur pour négliger les effets de bord. On peut alors considérer l'échantillon

comme semi-infini sous sa surface supérieure. Du point de vue de la simulation, le diamètre maximal de la zone de simulation D_{max} doit avoir des dimensions suffisantes. La série d'essais suivante évalue l'effort pour des valeurs de D_{max} en fonction du diamètre de l'indenteur D . Le diamètre du spécimen est choisi dans $[3D - 16D]$.

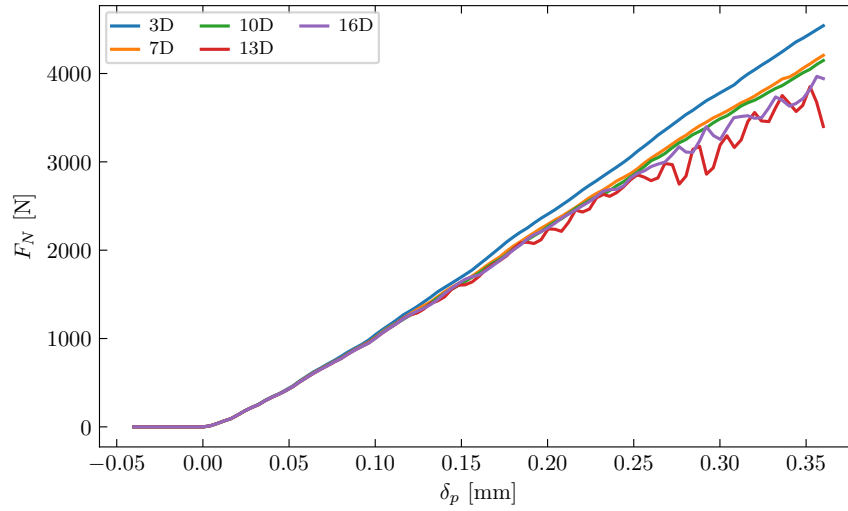


FIGURE 2.24 – Effort d'indentation en fonction de la taille du domaine

La figure 2.24 présente différents essais d'indentation réalisés en faisant varier l'étendue du domaine. À partir d'un certain diamètre de la zone de simulation, des instabilités numériques perturbent l'essai. Il est aussi à noter que l'effort obtenu augmente si l'on réduit la zone de simulation. Cela est dû au fait que la zone de déformation est limitée par les dimensions maximales du spécimen. Des valeurs comprises entre 7 et 10 fois le diamètre de l'indenteur paraissent raisonnables et sont celles qui seront mises en œuvre pour les simulations à suivre.

Les dimensions du domaine d'étude ont aussi une influence sur la géométrie. La figure 2.25 présente une vue partielle des coupes des surfaces obtenues pour des dimensions maximales du domaine d'étude de 3 et 16 fois le diamètre de l'indenteur. Le volume de matière repoussé est plus important pour un domaine de faible étendue.

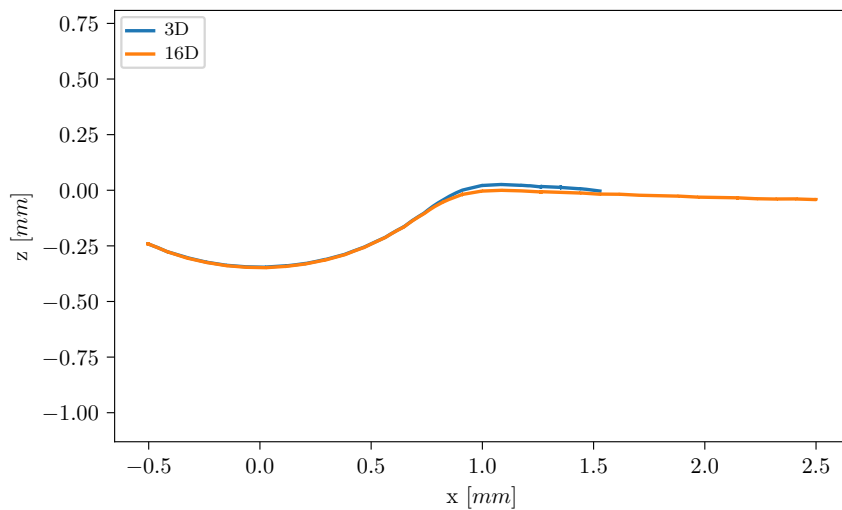


FIGURE 2.25 – Géométrie d'indentation en fonction de la taille du domaine

6.2 Évaluation expérimentale

Des essais d'indentation ont été réalisés expérimentalement sur différents matériaux. Certains de ces essais ont été simulés sur un logiciel de simulation de référence, *ABAQUS*, pour pouvoir comparer les efforts obtenus dans *SPHEROS*. Grâce aux résultats obtenus dans l'étude de sensibilité, les paramètres des simulations qui suivent ont pu être choisis de manière appropriée. Les paramètres de modélisation du comportement des quatre matériaux utilisés sont présentés dans le tableau 2.6.

Matériau	ρ [kg.m ⁻³]	E [GPa]	ν [-]	A [MPa]	B [MPa]	n [-]
Aluminium AU4G	2790	73	0.33	218	570	0.32
Acier	9000	210	0.30	146	1590	0.205
Cuivre	8960	124	0.33	130	292	0.32
Fer	7800	196	0.23	110	574	0.527

Tableau 2.6 – Paramètres Johnson-Cook des matériaux utilisés

Les données des simulations réalisées avec *ABAQUS* sont listées dans le tableau 2.7.

Discretisation spatiale	Indenteur : • Demi-sphère rigide. • Diamètre : $D = 2,5$ mm Échantillon : • Forme = Cylindre • Hauteur = $1,2 D$ (3 mm) • Diamètre = $3,2 D$ (8 mm) • Type d'éléments : cubique (C3D8R) • Nombre de nœuds = 24865 • Nombre d'éléments = 22351
Conditions Limites	• Surfaces inférieure et latérale fixes. • Vitesse de l'indenteur : 1 mm.s^{-1} suivant $-\vec{z}$

Tableau 2.7 – Données de l'essai d'indentation *ABAQUS*

Une machine d'indentation (Struers Duramin 500) a été utilisée pour réaliser les essais qui consistent à imposer un effort de 1840 N pour marquer la pièce. Les modalités de l'essai sont définies dans la norme [ISO 6506-1, 2014]. La profondeur de l'empreinte est mesurée grâce à un capteur optique confocal (STIL Micromesure 2). Le fait que la machine d'indentation soit calibrée régulièrement permet d'obtenir une mesure de référence. Il n'est cependant pas possible d'avoir accès à la valeur d'effort au cours de l'essai car le fabricant ne permet pas cette fonctionnalité. Pour pallier ce manque d'information, les efforts obtenus pour le cuivre et le fer ont été mesurés grâce à une platine d'effort Kistler installée dans une fraiseuse à commande numérique. Cela a permis d'obtenir plusieurs valeurs d'efforts pour différentes profondeurs d'enfoncement ainsi que leur évolution au cours du temps (figure 2.26).

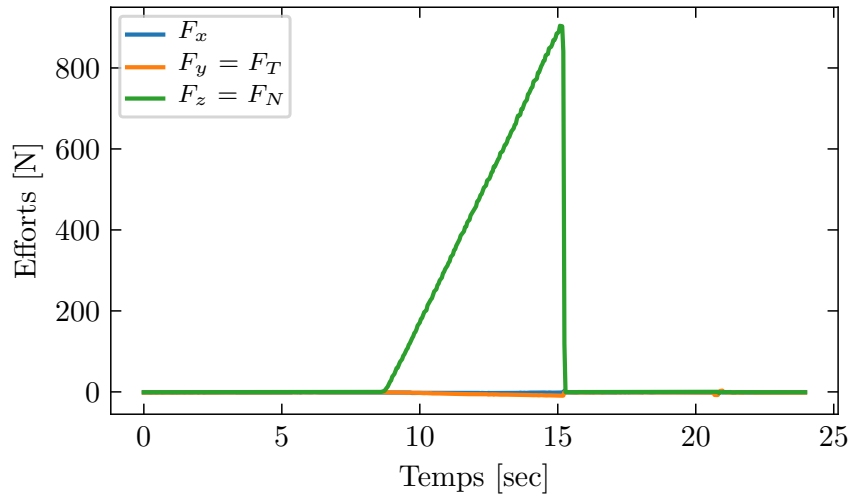


FIGURE 2.26 – Évolution des efforts au cours du temps pour un essai d'indentation

L'essai présenté dans cette figure a été réalisé sur du cuivre avec une vitesse d'indentation constante, programmée à 1 mm.min^{-1} . On remarque principalement le caractère linéaire de l'évolution de l'effort au cours du temps. Étant donnée la vitesse d'indentation constante, cette linéarité peut aussi s'exprimer en fonction de la profondeur d'indentation. Le même type d'essai a été réalisé sur les quatre matériaux définis dans le tableau 2.6. Les résultats des essais sont présentés dans la figure 2.27. Les temps de simulation sont présentés dans le tableau 2.8. Les résultats des essais dans les différents matériaux sont cohérents entre les deux codes de simulation et les essais réalisés. L'évolution de l'effort en fonction de la profondeur d'indentation est linéaire quel que soit le matériau. Les résultats obtenus dans *SPHEROS* sont comparables à ceux obtenus avec *ABAQUS*.

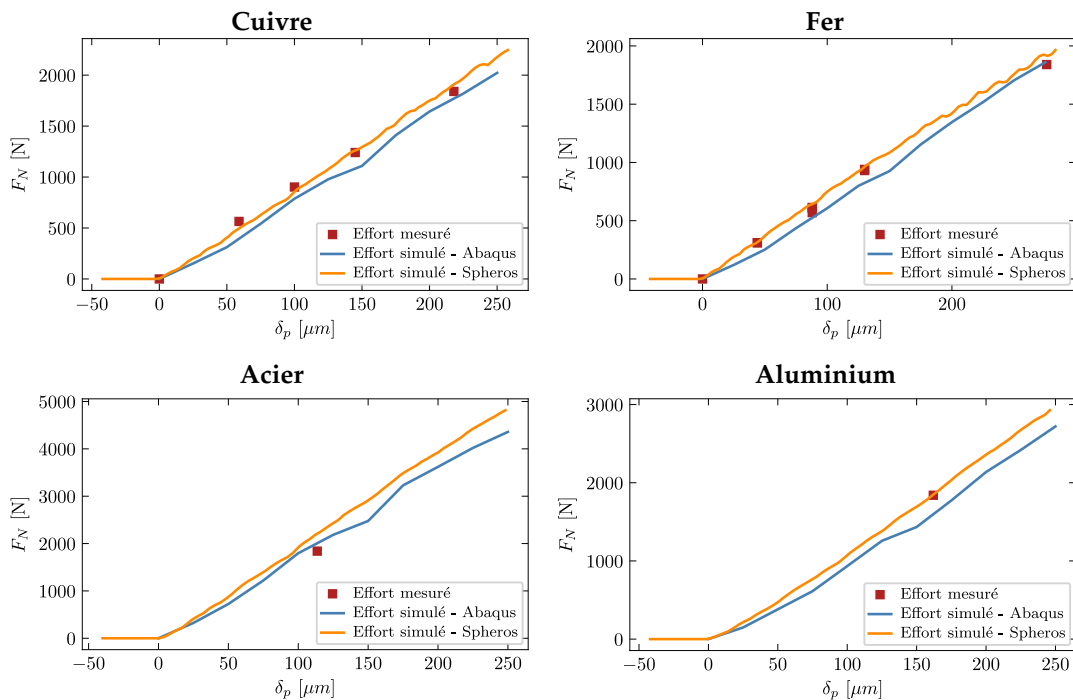


FIGURE 2.27 – Résultats des essais d'indentation

Code	Temps	Ressources
<i>ABAQUS</i>	50 sec	10 cœurs
<i>SPHEROS</i>	14 minutes	32 cœurs

Tableau 2.8 – Comparaison des temps de simulation pour l'indentation

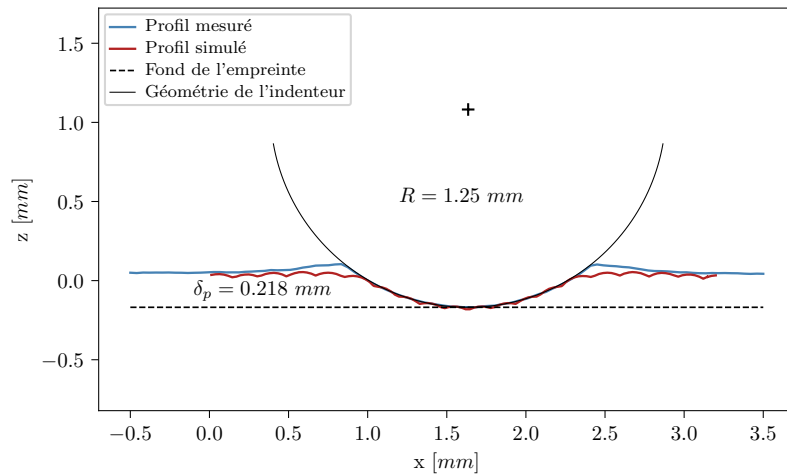


FIGURE 2.28 – Géométrie d'une surface indentée

La figure 2.28 montre le résultat la mesure de surface pour un des essais ainsi que la surface simulée correspondante. Il s'agit de l'indentation la plus profonde réalisée dans le cuivre. Aucun lissage n'a été effectué sur la surface simulée, la forme des particules est donc visible. La géométrie présente une bonne correspondance dans la zone de contact mais la matière repoussée n'est pas présente dans les simulations.

7 Application au rayage

Le rayage est le deuxième cas de simulation choisi car c'est l'essai de référence qui se rapproche le plus de l'action d'un grain abrasif. Il consiste à déplacer un pénétrateur sous une charge normale F_N ce qui crée une empreinte longitudinale dans la matière. La profondeur de pénétration, de la même manière que dans le cas précédent, est noté δ_p . L'effort tangentiel nécessaire au déplacement longitudinal de l'indenteur est noté F_T (figure 2.29). La forme de ce dernier reste sphérique pour les mêmes raisons que celles évoquées précédemment. Sa cinématique est plus complexe que dans le cas précédent, car elle commence par une descente normale à la surface puis se poursuit par un déplacement tangentiel. La rainure laissée est le résultat du fait que le pénétrateur repousse la matière.

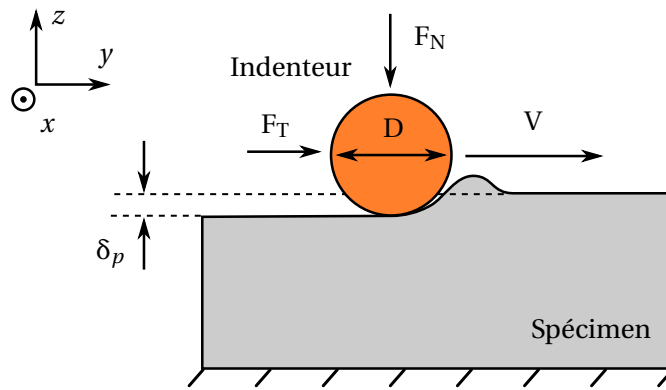


FIGURE 2.29 – Rayage

Les essais ont été réalisés uniquement sur le cuivre. Étant donné que le protocole expérimental est réalisé sur machine outil à commande numérique, il n'est pas possible de connaître précisément la profondeur de rayage effectivement obtenue lors de l'essai. Cela est principalement dû à une difficulté opérationnelle de mesure de la distance entre l'indenteur et la surface de la pièce lors du réglage de la machine. Ainsi, cette profondeur peut ne pas correspondre à celle qui a été programmée pour l'essai en question. Cette profondeur est donc mesurée à l'issue de la campagne d'essais par une mesure optique. Les profondeurs de rayage relevées sont confirmées par la relation effort/déplacement précédemment identifiée lors de l'indentation.

La mise en données des simulations de rayage reste similaire à celles d'indentation. La zone de simulation est constituée d'une partie centrale cylindrique et de deux extrémités sphériques. La zone d'intérêt reste à répartition hexagonale. La figure 2.30 présente les caractéristiques de cette répartition.

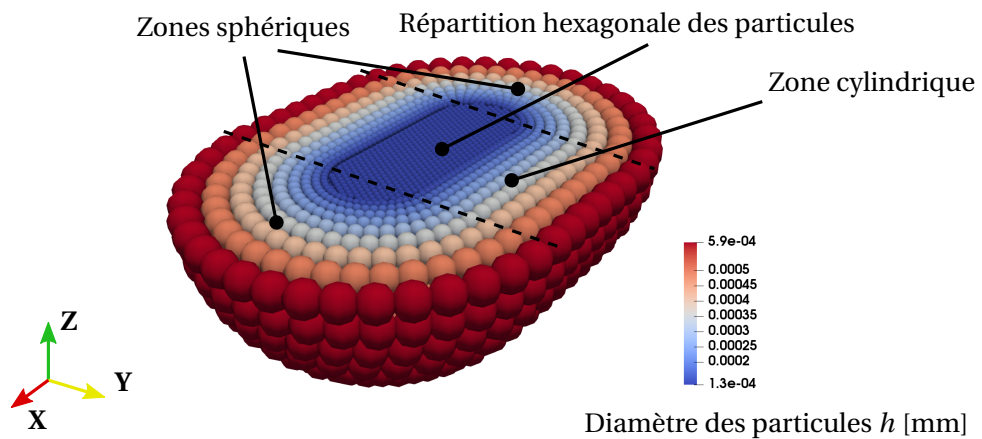


FIGURE 2.30 – Répartition initiale des particules pour le rayage

La figure 2.31 montre le résultat d'un essai de rayage pour du cuivre. Les efforts sur les trois axes sont représentés en fonction du temps. On retrouve les deux étapes de l'essai sur les courbes. Dans la première partie, seul l'effort normal F_z augmente, ce qui correspond à l'indentation. Ensuite une translation suivant l'axe $\vec{y}$ est réalisée et correspond au rayage. Après une phase transitoire, les efforts normaux et tangentiels se stabilisent et restent constants. Entre les temps t_0 et t_1 , la moyenne et l'écart-type des efforts sont extraits pour les essais et les simulations.

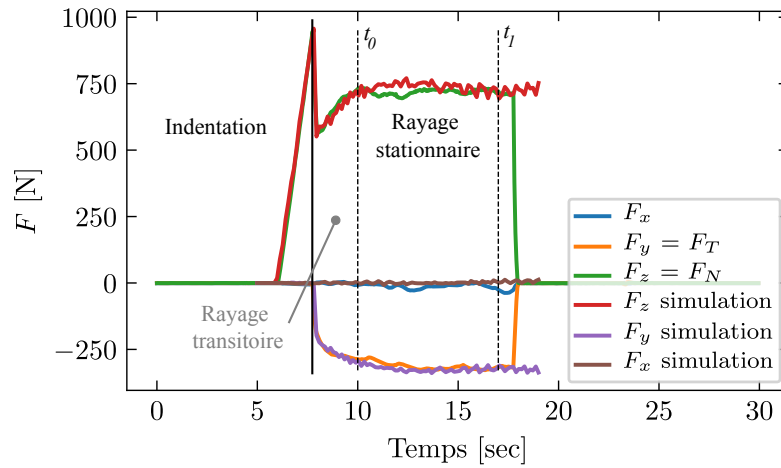


FIGURE 2.31 – Résultats d'un essai de rayage dans le cuivre

Le même type d'essai a été réalisé pour différentes profondeurs de rayage. Ces différents essais permettent d'obtenir les figures 2.32 et 2.33. Les résultats de simulation en termes d'effort mis en jeux sont cohérents avec les essais pour ce matériau.

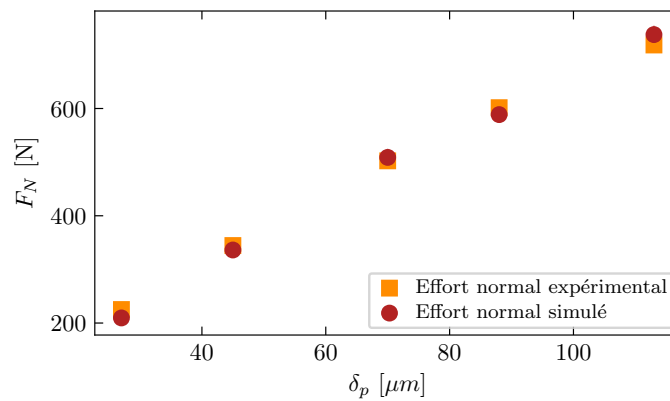


FIGURE 2.32 – Efforts normaux expérimentaux et simulés dans le cuivre

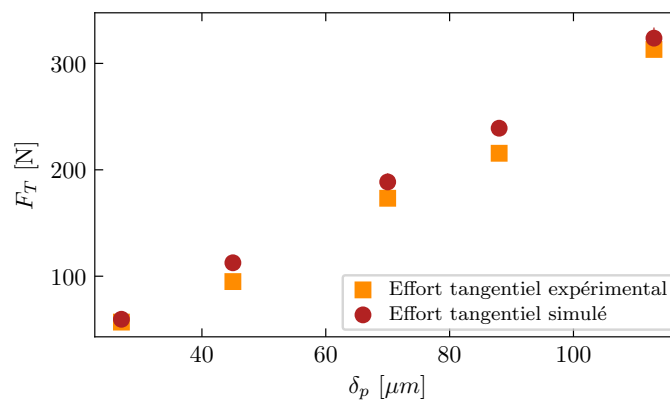


FIGURE 2.33 – Efforts tangentiels expérimentaux et simulés dans le cuivre

La figure 2.34 présente le résultat d'un essai de rayage expérimental qui a par ailleurs été simulé avec *SPHEROS*. Le matériau en question est le cuivre et la profondeur d'indentation atteinte est de $116\text{ }\mu\text{m}$. Une coupe des surfaces peut être observée dans la figure 2.35. On remarque que la matière est fortement repoussée dans l'essai, que ce soit sur l'avant ou bien sur les cotés du sillon laissé par l'indenteur sphérique. La surface simulée présente une bonne correspondance avec l'expérimentation dans la zone de contact. On observe bien la formation d'un bourrelet sur l'avant mais son amplitude n'est pas comparable avec les résultats des essais.

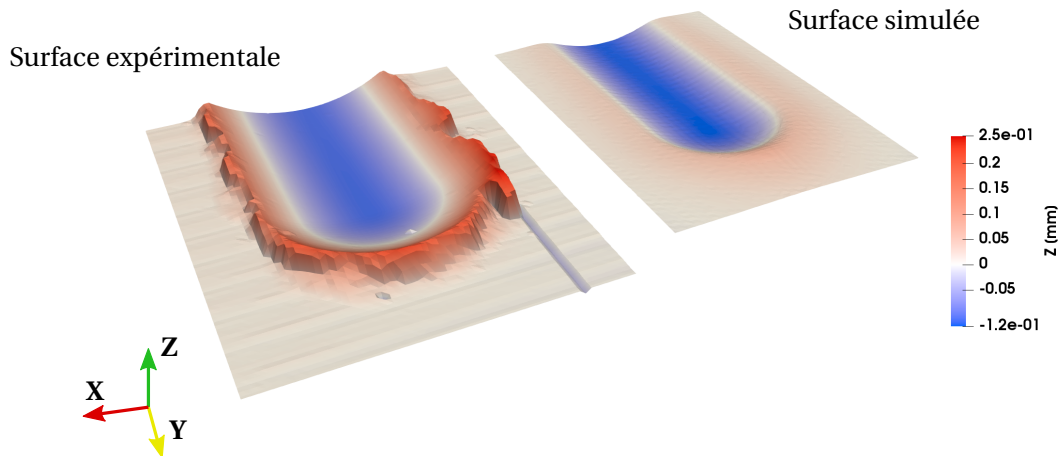


FIGURE 2.34 – Surfaces issues d'un essai de rayage expérimental et simulé

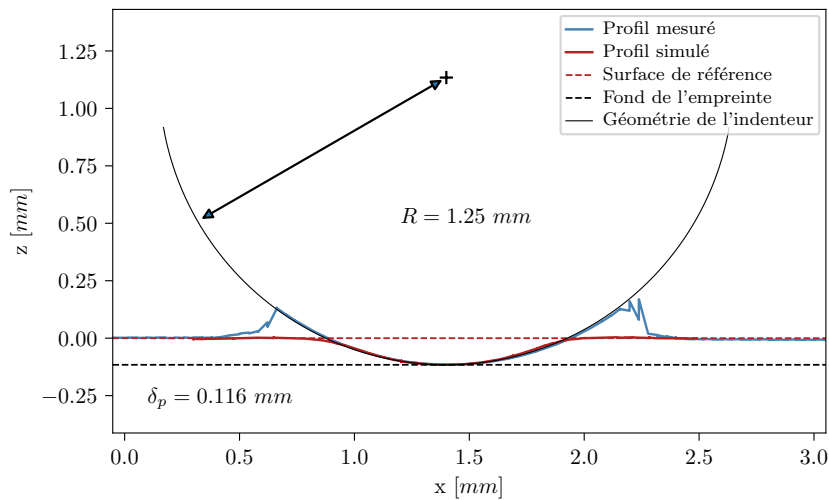


FIGURE 2.35 – Vue en coupe des surfaces

8 Conclusion

Dans ce chapitre, un essai d'indentation Brinell et un essai de rayage ont été simulés à l'aide d'une méthode particulière sans maillage. Dans ce contexte, le solveur FVPM mis en œuvre dans *SPHEROS* pour l'érosion a été testé. Les conditions de simulation choisies visent à reproduire les interactions outil/matière rencontrées lors du processus d'abrasion. Ces résultats permettent d'évaluer la méthode FVPM pour simuler les déformations induites pendant l'abrasion. Ils ont fait l'objet de publications à deux conférences internationales [Euzenat et al., 2018], [Euzenat et al., 2019a].

Le fait d'avoir recours à une méthode de simulation basée sur les volumes finis permet de tenir compte de la dynamique des particules. Ainsi, la propagation des ondes acoustiques dans le spécimen fait partie intégrante des simulations. Cela impose de choisir une discrétisation temporelle suffisamment fine pour que la distance parcourue par les ondes acoustiques ne dépasse pas la taille des plus petites particules. Dans ce contexte, il est nécessaire d'augmenter la vitesse d'indentation et de rayage pour obtenir un temps de simulation convenable. La méthode de mise en donnée particulière pour réduire le temps de calcul ne dégrade pas la qualité des résultats de simulation. De plus la démarche d'implémentation des essais numériques et les résultats observés correspondent avec l'analyse de travaux similaires dans la littérature.

L'étude de l'effort résultant permet d'avoir une vision globale sur l'interaction entre l'outil et la pièce à défaut de pouvoir mesurer l'état de contrainte dans la pièce pendant les essais. Les efforts simulés pour différents matériaux sont en accord avec les mesures pour l'indentation et pour le rayage. La relation entre les déformations et les efforts au cours de la simulation est donc pertinente. La géométrie de la surface de l'empreinte est pertinente dans les deux cas d'essais. La zone de contact entre l'indenteur et la pièce correspond aux mesures. La matière est bien repoussée vers l'extérieur cependant les simulations n'atteignent pas le même volume repoussé que les essais. En effet, la formation du bourrelet autour de la zone d'indentation est due à la conservation du volume pendant les déformations plastiques. La géométrie finale obtenue est donc le résultat de l'ensemble des mouvements des grains à l'issue de la simulation. Les bourrelets formés sur les côtés de l'empreinte sont donc sensibles aux conditions limites et à la taille des particules. Ces corrélations satisfaisantes entre les essais numériques et réels laissent espérer des résultats pour de futurs scénarios intégrant une complexité mécanique et cinématique plus importante.

Ces essais renseignent sur les performances qu'il est possible d'obtenir pour la simulation des déformations générées par un grain unique à l'échelle mésoscopique. En effet le rayage avec un indenteur sphérique constitue un essai calibré. Pour aller vers l'abrasion, c'est principalement la forme des grains, non sphérique, qu'il faut prendre en compte et faire intervenir plusieurs centaines d'entre eux. L'abrasion pourrait alors être vue comme une succession de rayages élémentaires. Actuellement, il n'est pas question d'aller vers ce genre de simulation, basée sur la mécanique, pour des raisons liées au temps de calcul qu'il faudrait mettre en œuvre.

Cependant les simulations de rayage élémentaires présentent un intérêt pour obtenir des informations sur le comportement d'un spécimen donné et aider à l'identification de modèles analytiques à une échelle plus grande. Les simulations telles que celles présentées dans ce chapitre se prêtent donc bien à une intégration dans des stratégies de modélisation multi-échelles. Dans ce chapitre, l'usage d'un indenteur sphérique a été fait pour pouvoir évaluer les efforts et la géométrie à la fois par la simulation et par l'expérience. L'exploitation d'un code de calcul mécanique tel que *SPHEROS* pour obtenir ces données pour un grain abrasif réel est envisageable.

Chapitre

3

Méthodes de simulation géométriques

Ce chapitre présente le développement d'un modèle pour la simulation d'abrasion. Ce modèle met en oeuvre la représentation implicite des surfaces de manière à améliorer les possibilités de modélisation. La prise en compte de la microcoupe et du microlabour a été implémentée grâce à cette représentation. L'application du formalisme implicite pour la simulation de procédé est une approche qui n'a jamais été étudiée dans la littérature. Le principe de base au centre du modèle est présenté dans ce chapitre. La modélisation élémentaire d'un grain abrasif et de l'interaction avec le spécimen est proposée. Une première évaluation numérique du comportement du modèle a été réalisée.

Sommaire

1	Introduction	82
2	Modèle Implicite	84
2.1	Schéma d'interaction des particules avec la pièce	85
2.2	Modélisation d'une particule abrasive	86
2.3	Définition du potentiel initial	92
3	Implémentation numérique	104
3.1	Évaluation des performances de calcul	106
4	Simulation d'un cas de polissage plan	107
4.1	Génération des trajectoires	107
4.2	Simulations	109
4.3	Influence du nombre de passages	110
4.4	Influence du taux d'abrasion	111
4.5	Influence de la taille des grains	112
5	Conclusion	113

Liste des variables

Modélisation

$\mathbf{X}$	Position d'un point de l'espace	[m]
F_t	Champ scalaire au temps t associé à la surface de la pièce	[-]
F_{t_0}	Champ scalaire initial associé à la surface de la pièce	[-]
Γ	Ensemble des points d'une surface définie implicitement	[-]
W	Champ scalaire associé aux grains abrasifs	[-]
K	Noyau du champ W	[-]
h	Support compact de W	[m]
D	Distance entre un point de l'espace et un grain abrasif	[m]
$\mathbf{P}_i$	Position d'une particule	[m]
$\mathbf{U}_i$	Vecteur tangent à la trajectoire d'un grain abrasif	[m]
$\mathbf{N}_i$	Normale aux plans qui composent un grain abrasif	[m]
k	Taux d'abrasion de Preston	[m.h ⁻¹]
a	Valeur seuil du champ initial	[-]
β	Distance seuil du champ initial	[m]
δ	Distance d'interpénétration	[m]
z_s	Hauteur de la surface	[m]
z_c	Hauteur d'un grain abrasif	[m]

Simulation

$\mathbf{X}_g$	Position d'un point sur la grille de discrétisation	[m]
n	Nombre de points de la grille de discrétisation	[-]
z_m	Hauteur moyenne de la surface	[m]
S_a	Rugosité surfacique	[m]
Δ	Dimension de la surface de travail	[m]
α	Angle d'orientation d'une ligne	[-]
r	Distance d'une ligne au centre de la zone de simulation	[m]
L_k	Ensemble de lignes définissant la trajectoire des grains	[-]
n_k	Nombre de grains dans l'ensemble L_k	[-]
W_{L_k}	Potentiel abrasif associé à l'ensemble L_k	[-]
n_g	Nombre de grains qui passent entre t_0 et t	[-]
V	Vitesse des grains	[m.s ⁻¹]
l	Largeur de la zone de travail	[m]
J_g	Densité de grains par unité de surface	[m ⁻²]
ϕ_g	Flux des grains abrasifs à travers la distance l	[s ^l - 1]
d_z	Taux de descente par heure	[m.h ^l - 1]
δ_z	Taux de descente par grain	[m]

1 Introduction

Les simulations basées sur une description mécanique présentées dans le chapitre précédent ont permis d'obtenir des résultats lors de l'interaction d'un unique grain abrasif avec la matière. Vu les temps de calcul dans ces conditions, il paraît impossible de simuler une opération d'abrasion dans son ensemble grâce à ces méthodes tout en utilisant des stations de travail courantes et une puissance de calcul raisonnable. Elles permettent cependant d'obtenir des informations sur le comportement local, tant du point de vue de la géométrie de rayage que des efforts mis en jeu. D'autre part les simulations basées sur une modélisation cinématique par opérations booléennes, qui sont plus rapides mais ne tiennent compte que du phénomène de microcoupe et sont donc moins bien adaptées à la simulation de l'abrasion. Ainsi les développements présentés dans ce chapitre répondent à la volonté de proposer une modélisation innovante de l'abrasion qui permette de tenir compte des spécificités de ce processus de fabrication tout en gardant des temps de simulation de l'ordre de quelques minutes.

Dans ces travaux, l'objectif premier est d'étudier les propriétés géométriques des surfaces en lien avec le procédé d'abrasion. L'étude de l'intégrité de surface, au sens des matériaux, n'est pas envisagée dans ce chapitre. Le modèle d'abrasion qui est présenté consiste donc à simuler la topographie de surface obtenue à l'issue du procédé. Pour l'établissement de ce nouveau modèle d'abrasion, il convient dans un premier temps de s'intéresser aux différents modes de représentation des surfaces qui sont utilisés numériquement. On retrouve principalement deux grandes méthodes de représentation : les descriptions *paramétriques* ou *implicites* [Requicha and Rossignac, 1992]. Les surfaces paramétriques sont définies par une évaluation explicite d'une fonction. Les coordonnées de l'ensemble de points associé à la surface sont donc connues. Les surfaces implicites, quant à elles, constituent les courbes de niveau d'un ensemble de données volumétriques. Ces données se présentent sous la forme d'un champ scalaire de l'espace. La surface en question est donc définie là où le champ scalaire est égal à une certaine valeur.

Quel que soit le type de représentation considéré, l'objectif d'un modèle numérique pour l'abrasion est de pouvoir suivre la surface usinée au cours du temps à mesure que l'enlèvement de matière intervient pour modifier cette dernière. Le choix de l'une ou l'autre des représentations impose des contraintes pour simuler l'évolution de la surface au cours du procédé. C'est l'étude de ces contraintes qui a motivé le choix de développer un modèle d'abrasion basé sur une représentation implicite des surfaces.

Étant donnée une représentation explicite, la surface est constituée par un ensemble de points dans l'espace. Il est nécessaire de trouver un champ de déplacement 3D pour déplacer la surface de la pièce. La simulation de l'abrasion avec une telle représentation de la surface revient à déterminer un champ de déplacement en trois dimensions pour faire évoluer la surface. Il existe dans la littérature deux moyens pour déterminer ce champ :

- **Modélisation géométrique :** une modélisation par opération booléenne permet d'actualiser la surface au cours du temps. La surface est obtenue par une différence entre les positions successives des grains abrasifs et la pièce. Ce type de modélisation est pertinent principalement pour l'usinage et la rectification, procédés dans lesquels la coupe est le principal mode d'enlèvement de matière.

- **Modélisation mécanique :** le volume de la pièce est représenté dans son intégralité par un maillage ou un ensemble de points d'interpolation. Le comportement du matériau est modélisé localement par un système d'équations tel que présenté dans le chapitre précédent. La position actuelle de la surface est déterminée par la résolution numérique de ces équations. Malgré les capacités de modélisation importantes, qui peuvent s'appliquer à la totalité des procédés de fabrication, ces méthodes sont complexes à mettre en œuvre et nécessitent des ressources informatiques importantes.

Ces deux méthodes de simulation, basées sur une représentation explicite des surfaces, sont extrêmement opposées l'une à l'autre en terme de complexité numérique et en terme de finesse de modélisation. À notre connaissance, il n'existe aucune définition d'un champ vectoriel de déplacement de la surface qui permettent d'obtenir un compromis entre ces deux méthodes.

La représentation implicite est le deuxième moyen de modéliser numériquement une surface. Cette représentation consiste à utiliser un champ scalaire pour modéliser l'interface de l'objet en question. La revue de la littérature sur les surfaces implicites, présentée dans le premier chapitre, a permis de mettre en évidence les capacités de modélisation qui ont été exploitées pour créer le modèle d'abrasion implicite. Le fait qu'une surface soit définie implicitement permet de la modifier beaucoup plus facilement qu'avec une représentation paramétrique. Il suffit d'agir sur le champ scalaire qui lui correspond. Cela permet de s'affranchir de la détermination d'un champ de déplacement vectoriel. Pour ces raisons, la formulation implicite est couramment utilisée en infographie. La mise en œuvre d'une représentation du spécimen par une surface implicite a permis d'obtenir un modèle géométrique de l'interaction entre un grain abrasif et la pièce qui prend en compte le phénomène de microlabour. Grâce à la représentation implicite, l'extension de la déformation de la surface au delà de la zone d'interpénétration a pu être mise en œuvre simplement pour intégrer le microlabour en plus de la microcoupe. La complexité numérique inhérente à la réalisation de simulations basées sur ce modèle reste faible, car le modèle d'interaction est défini de manière analytique.

Dans ce chapitre, la présentation du modèle théorique est d'abord réalisée. La géométrie issue du contact élémentaire entre un grain abrasif et la pièce est d'abord présentée pour différentes trajectoires. Une étude de comportement du modèle vis-à-vis des principaux paramètres de simulation est ensuite menée pour une opération d'abrasion élémentaire. Les cas de simulation étudiés consistent à faire passer des grains abrasifs sur une surface initialement plane pour étudier l'évolution des caractéristiques de la surface simulée en fonction des paramètres du modèle.

2 Modèle Implicite

D'un point de vue analytique, une surface implicite Γ constitue l'ensemble des points $\mathbf{X}$ qui sont la solution d'une équation scalaire (eq. 3.1). La surface est donc intégrée dans un ensemble de données volumétriques F_t (eq. 3.2) qui contient à la fois la position de la surface et les valeurs numériques dans le domaine d'étude [Bloomenthal and Wyvill, 1997]. Le champ scalaire en question peut être défini de manière analytique pour les surfaces les plus simples ou numériquement dans un cas général.

$$\Gamma(t) = \{ \mathbf{X} \mid F_t(\mathbf{X}) = 0 \} \quad (3.1)$$

$$F_t : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow \mathbb{R} \\ \mathbf{X} & \longmapsto F_t(\mathbf{X}) \end{cases} \quad (3.2)$$

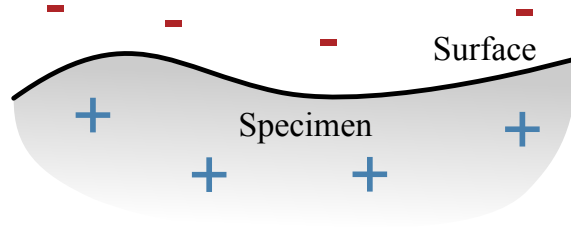


FIGURE 3.1 – Modélisation implicite d'une surface

L'équation 3.1 signifie que la surface du spécimen est définie là où le champ scalaire est nul. Ainsi, la modification de l'ensemble des données volumétriques F_t au fil du temps conduit à faire évoluer la surface. Dans le modèle d'abrasion qui est présenté dans ce chapitre, la déformation de la surface se fait à cause de l'action des grains abrasifs. Étant donné que le formalisme implicite définit la surface où le champ scalaire F_t est nul, le signe du champ est différent à l'intérieur ou à l'extérieur de la matière. Dans le modèle proposé, le signe a été défini positivement à l'intérieur de la pièce. Ce principe est illustré dans la figure 3.1.

La construction du champ scalaire initial F_{t_0} , compte tenu de la surface initiale de l'échantillon, est nécessaire pour initialiser la simulation. Étant donné que la seule contrainte à respecter pour le champ initial est d'être nul sur la surface de la pièce, il n'y a pas d'unicité du champ scalaire initial. Le problème complémentaire de l'extraction d'une isosurface à partir d'un champ scalaire nécessite de résoudre l'équation 3.1 par des méthodes numériques. Dans ce cadre, c'est l'algorithme des *marching cubes* [Lorensen and Cline, 1987] qui est utilisé pour retrouver la surface. D'autres solutions sont disponibles dans la littérature mais n'ont pas été évaluées dans le cadre de ces travaux. Une variante possible est l'algorithme des *marching tetrahedra* [Doi and Koide, 1991]. Des méthodes plus performantes exploitent des données supplémentaires [Ju et al., 2002] concernant la normale à la surface ce qui permet d'améliorer la prise en compte des arêtes vives. Il est à noter que la représentation implicite permet de générer des rendus de surfaces en utilisant directement des lancers de rayons sans avoir recours à une extraction de la surface [Knoll et al., 2007].

2.1 Schéma d'interaction des particules avec la pièce

Pendant le processus d'abrasion, la surface de la pièce mécanique évolue sous l'action des particules abrasives. Cette évolution a été modélisée au moyen de la déformation du champ scalaire F_t plutôt que d'interagir explicitement avec la surface. L'action des particules abrasives sur la surface est modélisée par un champ scalaire W associé à chacune des particules abrasives selon l'équation 3.3. La prise en compte de cette action sur la surface consiste à soustraire ce champ à celui de la pièce. L'équation 3.4 définit ce schéma d'évolution temporelle où F_t est l'image de la surface en fonction du temps. Dans ce contexte, une récurrence conduit à l'équation 3.5 qui définit l'évolution de F_t depuis le temps initial jusqu'à la fin de la simulation.

$$W : \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow \mathbb{R} \\ \mathbf{X} & \longmapsto W(\mathbf{X}) \end{cases} \quad (3.3)$$

$$F_t(\mathbf{X}) = F_{t-1}(\mathbf{X}) - W_i(\mathbf{X}) \quad (3.4)$$

$$F_t(\mathbf{X}) = F_{t_0}(\mathbf{X}) - \sum_i W_i(\mathbf{X}) \quad (3.5)$$

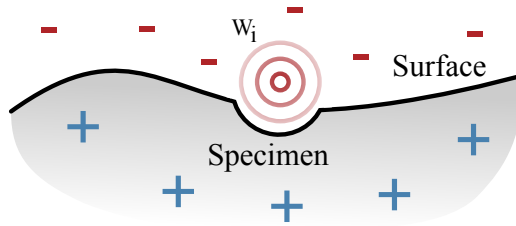


FIGURE 3.2 – Effet d'une particule abrasive sur la surface de la pièce

Le champ scalaire initial F_{t_0} est responsable du comportement de l'échantillon tandis que l'ensemble $\{W_i | i \in [1; n]\}$ tient compte de l'effet de chaque particule abrasive i sur la surface. Le schéma d'interaction des particules sur la surface n'est pas causal dans la mesure où l'ordre d'application des actions des particules peut être choisi aléatoirement sans modifier le résultat final simulé. Grâce à cette caractéristique, la simulation numérique de ce modèle peut être mise en œuvre efficacement sur une architecture de calcul parallèle.

Il convient néanmoins de nuancer cette affirmation. L'équation 3.5 représente le cœur du modèle implicite, mais n'est pas suffisante à elle seule pour effectuer une simulation. Il faut notamment modéliser les particules et leurs trajectoires ce qui permet d'obtenir W_i pour chacune d'entre elles. Or, l'implémentation d'une simulation de manière parallèle implique de ne pas pouvoir imposer d'ordre de passage pour les grains. Dans ce cas, l'influence de chacun d'entre eux sur la surface est calculée indépendamment des autres. Cela est possible, car le champ F_t est obtenu par différences successives dans l'équation 3.5. Pour ce faire, il faut que le champ associé à chaque particule soit connu et par conséquent que la cinématique des grains abrasifs soit déterminée avant la simulation. La connaissance des trajectoires des grains n'étant pas une caractéristique intrinsèque du modèle proposé, les possibilités de parallélisation de la simulation dépendent donc du type d'opération d'abrasion considérée et des choix de modélisation effectués lors de l'implémentation de la méthode dans chaque cas particulier. D'autre part, il faut rompre le parallélisme des calculs si l'obtention d'un état intermédiaire de la surface de la pièce est souhaitée en cours

de simulation.

2.2 Modélisation d'une particule abrasive

Chaque particule abrasive possède un potentiel scalaire défini, W_i , qui modélise son effet sur le spécimen. Ce potentiel modifie le champ scalaire associé à la surface via l'équation 3.5. Une définition pertinente de celui-ci reste nécessaire pour proposer un modèle vraisemblable en ce qui concerne le processus d'abrasion. La définition de ce potentiel permet de tenir compte des caractéristiques des grains abrasifs en termes de dimension et d'effet sur la surface de la pièce. Une définition analytique de W a été choisie et des contraintes liées au procédé ont conduit à la paramétrisation proposée.

W est la composition de deux fonctions $K \circ D$, ce qui permet de séparer les contributions au comportement modélisé. D est la fonction qui donne la distance entre le point $\mathbf{X}$ considéré dans l'espace 3D et le centre de la particule abrasive. Avec une telle définition de la fonction distance D , la particule abrasive modélisée possède une géométrie de révolution autour du point $\mathbf{X}$. Les possibilités de modélisation plus complexes, grâce à la fonction distance D , sont présentées ultérieurement.

K est le noyau qui modélise l'action abrasive sur la surface de la pièce (eq. 3.6). C'est une fonction qui permet de faire le lien entre la distance D par rapport au centre de la particule abrasive et la valeur du noyau correspondante qui modélise l'action abrasive.

$$K: \begin{cases} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ D & \longmapsto & K(D) \end{cases} \quad (3.6)$$

La fonction noyau a une influence directe sur la forme de l'empreinte laissée par les grains abrasifs sur la pièce. La définition correcte de cette fonction est nécessaire pour obtenir une modélisation pertinente de l'abrasion. La forme que doit avoir cette fonction est inconnue car non documentée dans la littérature. Il est donc nécessaire de définir les contraintes qu'elle doit satisfaire. Ces contraintes, issues d'une analyse du procédé, et qui ont permis de définir l'évolution de la fonction noyau en fonction de la distance à son centre sont les suivantes :

1. L'action est limitée dans l'espace, le potentiel doit être nul à partir d'une certaine distance.
2. L'influence maximale est rencontrée au centre de la particule.
3. Chaque particule a un rayon d'influence caractéristique qui dépend de sa taille.
4. L'influence sur la surface diminue avec l'éloignement.

La figure 3.3 montre une représentation graphique de ces hypothèses. Les quatre points correspondants aux quatre hypothèses précédentes permettent de déterminer la forme générale du potentiel associé à un grain abrasif.

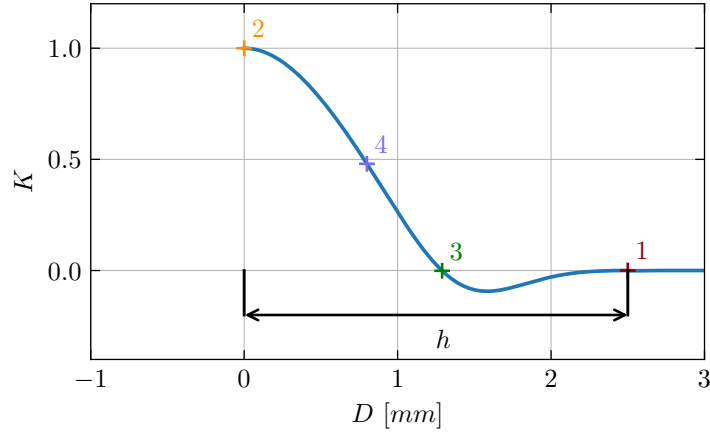


FIGURE 3.3 – Points caractéristiques d'une fonction noyau abrasive K

La fonction noyau K a été définie comme la somme de deux noyaux gaussiens. Cette formulation est couramment utilisée en infographie pour construire des surfaces implicites [Blinn, 1982, Bloomenthal and Wyvill, 1990]. Dans le cadre de l'abrasion implicite et vu la convention de signe adoptée pour le champ initial F_{t_0} , une valeur positive de K conduit à l'enlèvement de matière. Au contraire, une valeur négative permet de générer de la matière sur le spécimen. La combinaison d'un intervalle proche du centre de la particule dans lequel le noyau est positif (entre les points 1 et 3) suivi d'un intervalle où il est négatif (entre les points 3 et 4) permet donc de modéliser le repoussage de la matière et la formation d'un bourrelet aux abords de la zone de contact.

Chacune des deux fonctions Gaussiennes permet de créer la partie positive et négative du noyau. La représentation graphique correspondante est affichée dans la figure 3.4. Une forme générique pour la fonction noyau des particules est donnée dans l'équation (Equ. 3.7). Cette fonction peut être définie une seule fois pour toutes les particules ou peut varier suivant les caractéristiques propres à chacune.

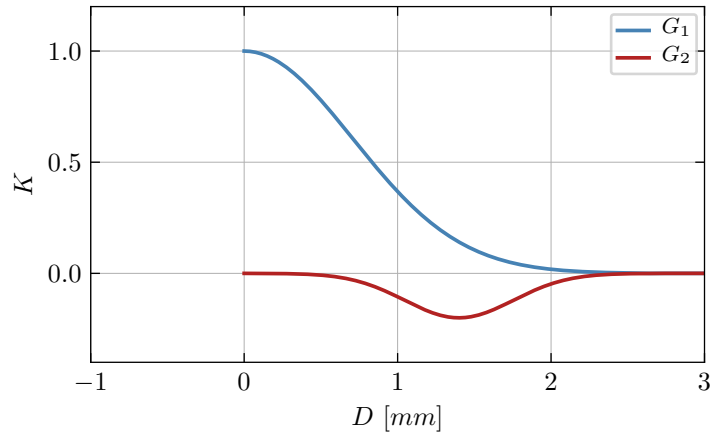


FIGURE 3.4 – Décomposition du noyau K en deux fonctions Gaussiennes

$$K(D) = \begin{cases} \sum_{k=1}^2 \alpha_k \exp\left(-\frac{(D - \mu_k)^2}{\sigma_k^2}\right) & D \leq h \\ 0 & D > h \end{cases} \quad (3.7)$$

Trois paramètres (α, μ, σ) définissent le potentiel abrasif. α permet de choisir l'intensité du

noyau. σ permet de modifier la distance d'influence et représente donc le rayon des particules abrasives. La position du noyau est modifiée avec la définition d'une valeur non nulle pour μ . D'autres paramétrisations pourraient être envisagées. Une écriture polynomiale du noyau conduit à de meilleurs résultats en termes de performance d'exécution mais qui ne sont pas significatifs dans le cas présent [Sherstyuk, 1999].

L'amplitude du noyau joue un rôle dans la forme de la surface obtenue à l'issue du contact entre un grain abrasif et une pièce simulé implicitement. Deux noyaux K_1 et K_2 dont l'amplitude est différente (figure 3.5) ont été utilisés. Les surfaces résultantes, en deux dimensions, sont présentées dans la figure 3.6. Dans cette figure, seul le centre de la particule $\mathbf{P}_i$ est présenté. Il correspond au point où le noyau a la valeur la plus importante. Il s'agit du point 1 défini dans la figure 3.3. Lorsque l'on augmente l'amplitude du noyau sans changer la position de son centre, la surface obtenue est plus profonde comme le montre l'écart que l'on peut observer entre les surfaces 1 et 2 dans la figure 3.6.

Étant donné que le champ scalaire résultant F_t est obtenu comme la différence entre le champ scalaire initial F_{t_0} et celui du grain abrasif W_i , une amplitude plus importante du noyau K entraîne une plus grande déformation du champ résultant F_t . La surface extraite de ce dernier présente donc une profondeur d'indentation plus importante.

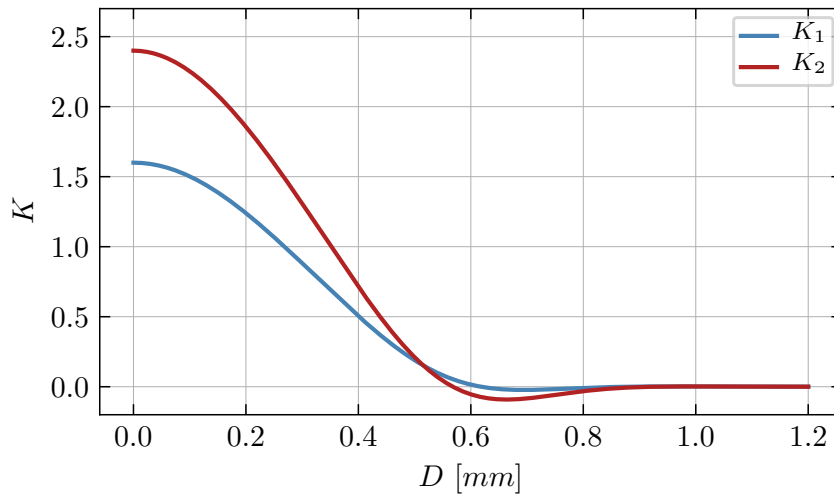


FIGURE 3.5 – Exemples de noyaux abrasifs

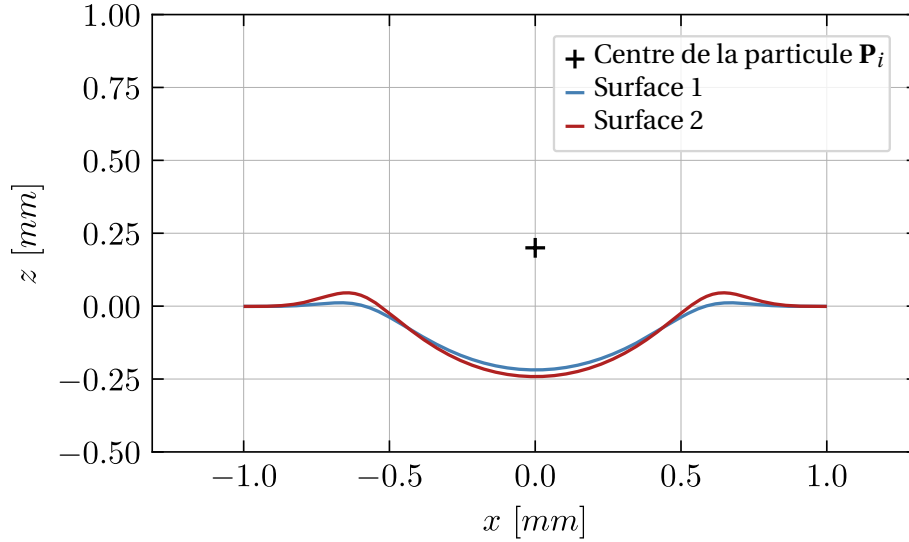


FIGURE 3.6 – Iso-surfaces correspondantes aux noyaux de la figure 3.5

D est la fonction qui donne la distance entre le point considéré $\mathbf{X}$ dans l'espace 3D et le centre de la particule $\mathbf{P}_i$ (eq. 3.8). Cette fonction permet d'assurer la répartition dans l'espace du noyau abrasif K qui a été précédemment défini.

$$D: \begin{cases} \mathbb{R}^3 & \longrightarrow \mathbb{R} \\ \mathbf{X} & \longmapsto D(\mathbf{X}) \end{cases} \quad (3.8)$$

$$D_i(\mathbf{X}) = \| (\mathbf{X} - \mathbf{P}_i) \| \quad (3.9)$$

En utilisant l'équation 3.9, basée sur la distance radiale, la propagation de l'action abrasive est centrée sur le point $\mathbf{P}_i$. Le grain abrasif modélisé possède donc une symétrie de révolution autour de $\mathbf{P}_i$.

$$D_i(\mathbf{X}) = \| (\mathbf{X} - \mathbf{P}_i) \wedge \mathbf{U}_i \| \quad (3.10)$$

La fonction distance D_i permet de prendre en compte non seulement l'effet d'une particule à un instant donné sur la surface mais aussi la trajectoire de cette particule au cours du temps. Dans l'équation 3.10, le point $\mathbf{P}_i$ et le vecteur unitaire $\mathbf{U}_i$ définissent la position et l'orientation de la trajectoire dans les coordonnées de l'espace de travail. D_i est alors la distance qui sépare le point considéré $\mathbf{X}$ et la ligne paramétrée par $\mathbf{P}_i$ et $\mathbf{U}_i$. La répartition du potentiel abrasif dans l'espace est alors un cylindre.

La figure 3.7 montre deux exemples de potentiels W générés avec le même noyau K et avec chacune des deux définitions de la distance D_i présentées précédemment. La répartition dans l'espace est sphérique ou cylindrique suivant l'exemple en question. Pour plus de visibilité dans la figure, l'amplitude de la partie négative du noyau a été augmentée. La zone au centre est positive puis s'annule, elle permet d'enlever la matière sur le spécimen. Plus loin du centre, la zone négative permet de modéliser la formation du bourrelet.

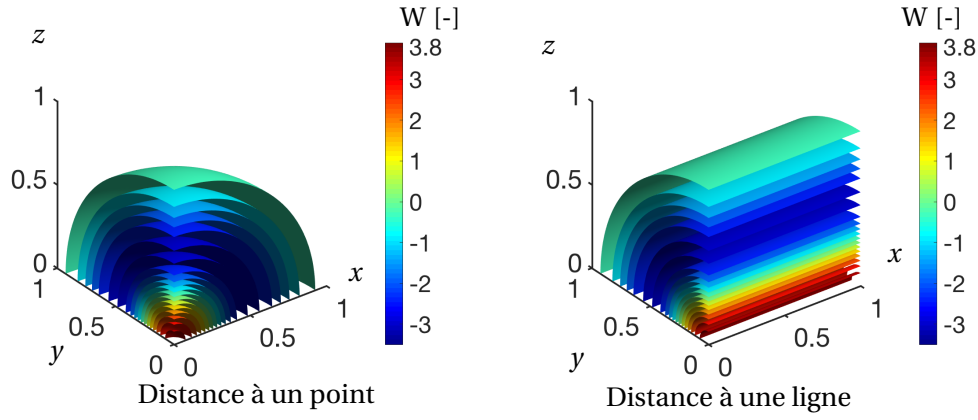
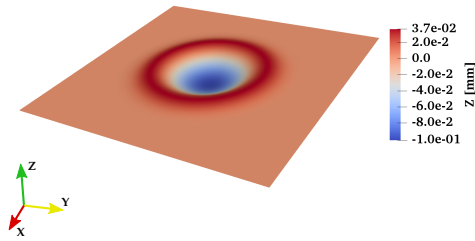


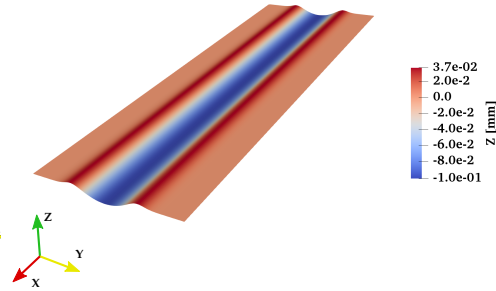
FIGURE 3.7 – Influence de la définition de la fonction de distance sur la répartition du potentiel dans l'espace

Les deux surfaces résultantes sont présentées dans les figures 3.8 et 3.9. La première figure correspond à une indentation ou un impact, obtenu avec la distance à un point.



$$D_i(\mathbf{X}) = \| (\mathbf{X} - \mathbf{P}_i) \|$$

FIGURE 3.8 – Simulation d'indentation



$$D_i(\mathbf{X}) = \| (\mathbf{X} - \mathbf{P}_i) \wedge \mathbf{U}_i \|$$

FIGURE 3.9 – Simulation de rayage

La surface générée dans la figure 3.9 est un rayage linéaire avec un seul grain. Ceci permet d'éviter l'échantillonnage de la trajectoire et de limiter la complexité inhérente. Des trajectoires plus complexes pourraient être modélisées de cette manière, néanmoins il convient que la distance à la courbe en question puisse être exprimée analytiquement. Une approximation locale de la trajectoire par des lignes ou des cercles reste envisageable dans le cas contraire. Une vue en coupe en deux dimensions présente les lignes de niveau de F_t (figure 3.10).

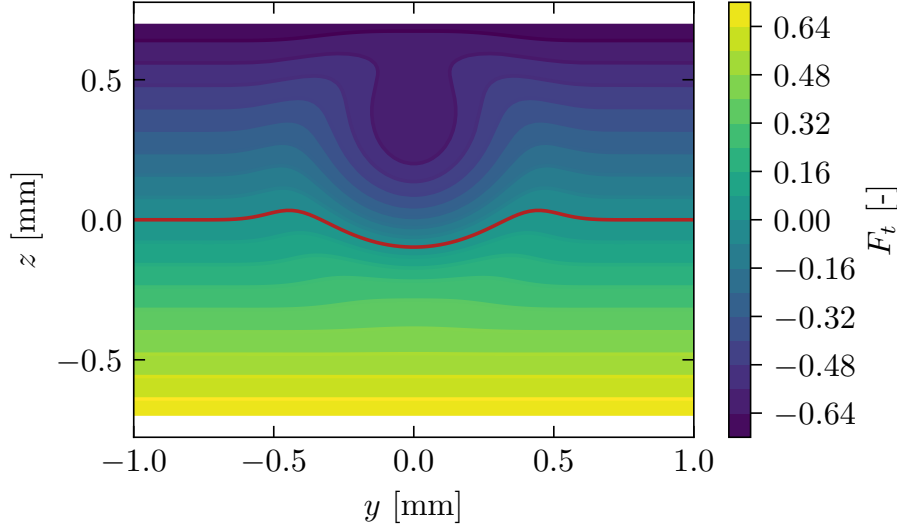


FIGURE 3.10 – Vue en coupe du champ correspondant aux surfaces des figures 3.8 et 3.9

La modélisation sphérique des grains abrasifs est certes la plus performante d'un point de vue numérique mais leur forme n'étant pas sphérique dans la réalité, ce type de modélisation géométrique peut ne pas être suffisamment pertinent. La modélisation de grains abrasifs se rapprochant de grains réels est possible grâce à la définition d'une fonction distance appropriée. Dans cette modélisation, la primitive géométrique de base est le plan, paramétré par un point $\mathbf{P}_j$ et une normale $\mathbf{N}_j$. La distance signée élémentaire peut alors être écrite de la manière suivante (eq. 3.11) :

$$D_j(\mathbf{X}) = (\mathbf{P}_j - \mathbf{X}) \cdot \mathbf{N}_j \quad (3.11)$$

Le grain abrasif est modélisé par un ensemble de plans $\{(\mathbf{P}_j, \mathbf{N}_j) \mid j \in [1, n]\}$. La fonction distance associée à l'intersection de tous les plans est obtenue grâce à l'opérateur min appliqué à cet ensemble (eq. 3.12). Cela permet d'obtenir un grain abrasif composé de plusieurs facettes. Le principe de modélisation est illustré par les figures 3.12 et 3.11.

$$D(\mathbf{X}) = \min(D_j(\mathbf{X}) \mid j \in [1, n]) \quad (3.12)$$

On considère que la normale à chaque plan est tournée vers l'extérieur et que le champ de distance signée est positif à l'intérieur du grain. Sur la figure 3.11, un calcul de distance est effectué pour un point $\mathbf{X}$. Dans cet exemple, $D_2 < D_1$ même le point $\mathbf{X}$ est plus proche en valeur absolue du plan $(\mathbf{P}_1, \mathbf{N}_1)$. En choisissant la distance minimale pour le calcul du champ de distance D associé au grain complet, les lignes de champ sont des offsets du polygone formé par les différents plans. Il faut cependant noter, que l'utilisation de l'opérateur min (eq. 3.12) permet de modéliser seulement des grains dont la surface est convexe.

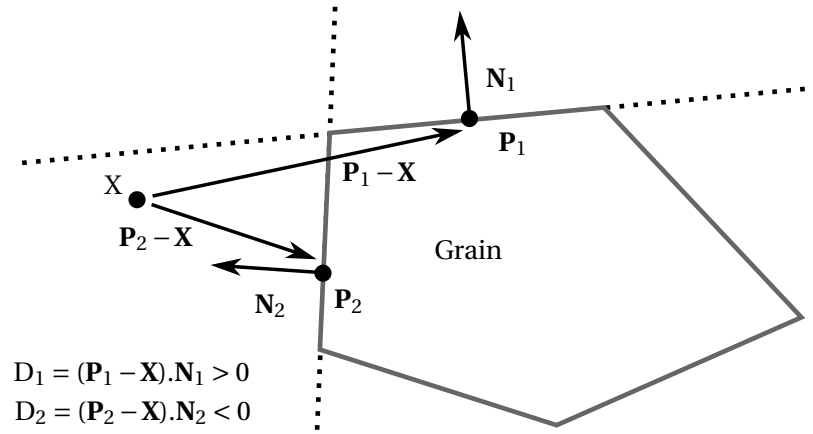


FIGURE 3.11 – Assemblage de plans infinis pour faire un grain

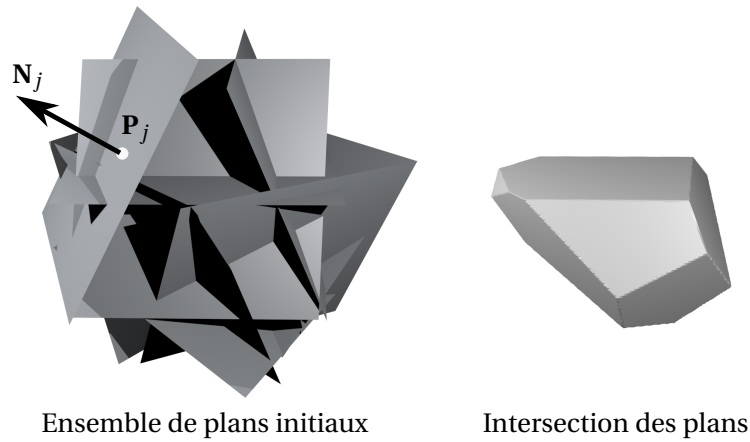


FIGURE 3.12 – Modélisation d'un grain abrasif réel

De la même manière que précédemment, l'indentation et le rayage (figure 3.13) sont obtenus en utilisant la fonction D , qui correspond cette fois à un grain abrasif composé de facettes, pour générer un potentiel abrasif W . Ce dernier permet d'agir sur la surface du spécimen et de repousser la matière sur les cotés de la zone d'intersection pour former un bourrelet. Le noyau K utilisé reste le même que précédemment.

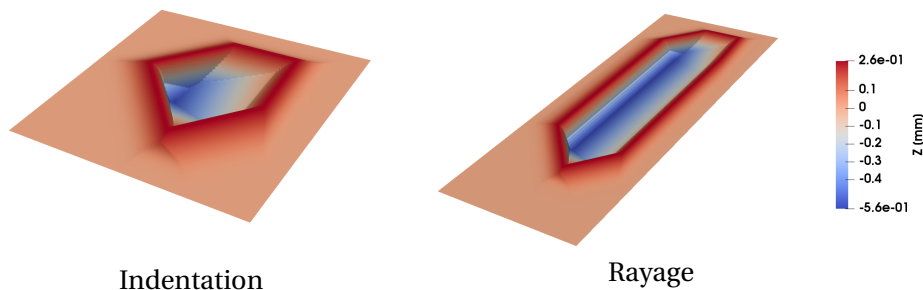


FIGURE 3.13 – Abrasion d'une surface avec un grain abrasif réel

2.3 Définition du potentiel initial

La simulation d'abrasion présentée repose sur un potentiel initial tel qu'il est défini dans l'équation 3.5 par le terme F_{t_0} . Ce champ représente la surface brute du spécimen avant l'opération

d'abrasion. Sa construction est faite à partir de la surface initiale, qui est connue au début de la simulation, avant de pouvoir commencer numériquement l'abrasion. Pour ce faire, il faut construire un champ scalaire qui est nul sur la surface de la pièce. Cette condition est donnée par l'équation 3.1 mais ne permet pas d'obtenir l'unicité du potentiel en question. Il existe donc une certaine liberté pour choisir les valeurs initiales prises par le potentiel F_{t_0} hors de la surface de la pièce. Pour obtenir l'unicité, le champ de distance signée est souvent utilisé en infographie afin d'initialiser les données volumétriques qui contiennent la surface. Cela revient à imposer la norme du gradient du champ scalaire à 1. Hormis pour des questions numériques, la valeur de ce gradient n'a aucune influence sur l'isosurface sous-jacente pour les applications graphiques.

En ce qui concerne la modélisation de l'échantillon, cette liberté dans la définition a été utilisée pour prendre en compte certaines propriétés du procédé. La démarche de construction du potentiel initial et l'analyse de l'influence de ses principales caractéristiques sont donc proposées ci-après.

2.3.1 Exemple unidimensionnel

Pour illustrer l'approche qui a permis la construction de F_{t_0} , un exemple simple est mis en œuvre. Ce cas de simulation est unidimensionnel, ce qui signifie qu'un seul point de la surface de la pièce simulée est considéré. Ce point, dont la hauteur est z , vérifie l'équation 3.13.

$$F_t(z) = 0 \quad (3.13)$$

On suppose qu'il se déplace suivant l'axe $\vec{z}$ à mesure que la matière est retirée. Dans cet exemple, on considère seulement une zone proche de la surface. Pour simplifier la compréhension du problème, on considère que le champ initial varie linéairement dans cette zone (eq. 3.14). Le gradient est négatif de manière à obtenir un signe positif du champ sous la surface, à l'intérieur du spécimen. Le gradient est égal à l'inverse du coefficient k . De cette manière, il est possible de modéliser la résistance de la surface à une action abrasive donnée. Ce paramètre est le taux d'abrasion, semblable au paramètre K de la loi de Preston. Ainsi, si k est petit, l'action abrasive d'un grain sera moindre que si k est grand. La démonstration de cette affirmation est présentée ci-dessous.

$$F_{t_0} = -\frac{1}{k} z \quad (3.14)$$

On considère à cette échelle une action abrasive élémentaire W_e , constante quel que soit le point de l'espace en question. Le champ F_t est obtenu à l'issue de cette action (eq. 3.15).

$$F_t = F_{t_0} - W_e \quad (3.15)$$

Cela entraîne un déplacement dz de la surface et se déroule pendant le temps dt . La dérivée partielle du champ F_t est nulle (eq. 3.16).

$$\dot{F}_t(z) = \frac{\partial F_t}{\partial t}(z) + \frac{\partial F_t}{\partial z}(z) \frac{dz}{dt} = 0 \quad (3.16)$$

La dérivée du champ F_t en fonction du temps peut être écrite en fonction de W_e (eq. 3.17).

$$\frac{\partial F_t}{\partial t}(z) = \frac{-W_e}{dt} \quad (3.17)$$

La dérivée de F_t en fonction de la position dépend, quant à elle, de k (eq. 3.18).

$$\frac{\partial F_t}{\partial z}(z) = -\frac{1}{k} \quad (3.18)$$

Il est donc possible de combiner les équations 3.16, 3.17 et 3.18 de manière à obtenir le déplacement de la surface dz en fonction de k et W_e (eq. 3.19).

$$dz = -kW_e \quad (3.19)$$

Cette équation signifie que pour une action abrasive donnée W_e , le déplacement de la surface dz est proportionnel à k . La modification du gradient de la surface initiale permet donc de modifier la résistance du spécimen modélisé à une action abrasive donnée. La figure 3.14 permet d'illustrer cette relation pour deux valeurs de k différentes. Les résultats de ces deux exemples sont présentés dans le tableau 3.1. Dans cette figure, la hauteur de la surface du spécimen est représentée en ordonnées et les valeurs du champ sont tracées en abscisses. L'exemple 1 constitue une référence. L'action abrasive décale la courbe de F_{t_0} vers la gauche et permet d'obtenir F_t . La nouvelle position de la surface est obtenue en cherchant la nouvelle intersection de cette courbe avec l'axe des ordonnées. En diminuant k (exemple 2), le gradient du champ est plus important ce qui entraîne un déplacement moindre de la surface pour la même action abrasive.

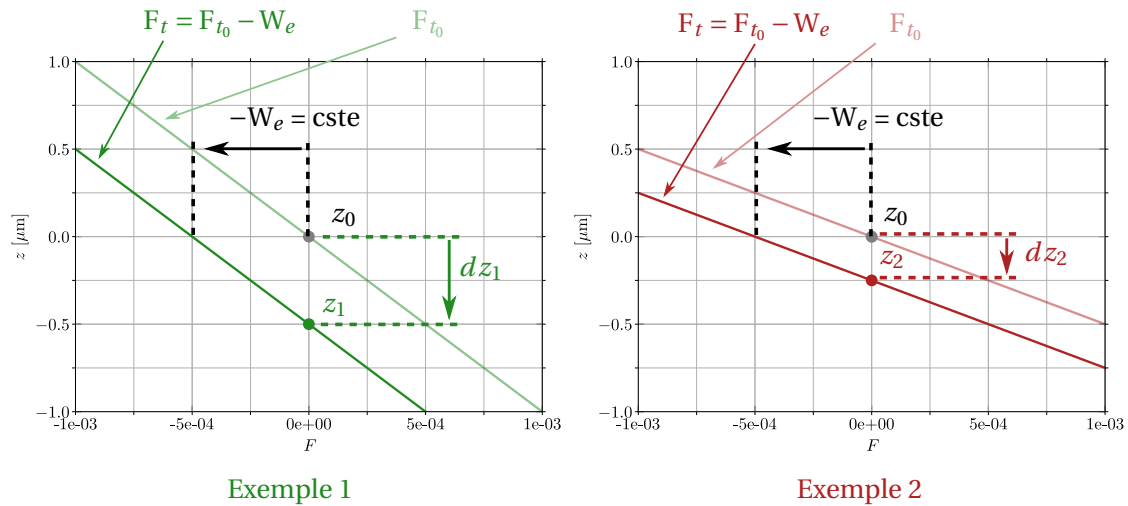


FIGURE 3.14 – Modification élémentaire d'une surface implicite en fonction du gradient du champ initial

	k	$\ \nabla F\ \text{ [mm}^{-1}\text{]}$	$W_e \text{ [-]}$	$dz \text{ [}\mu\text{m]}$
Exemple 1	1	1	5.10^{-4}	-0.5
Exemple 2	0.5	2	5.10^{-4}	-0.25

Tableau 3.1 – Données des deux exemples unidimensionnels

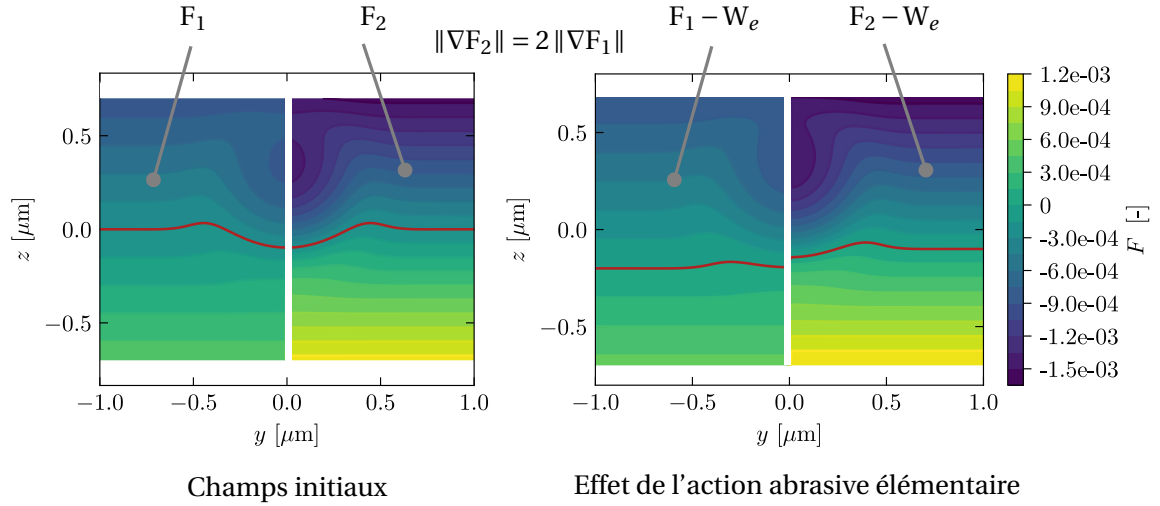


FIGURE 3.15 – Modification élémentaire d'une surface implicite en fonction du gradient du champ initial

La figure 3.15 illustre cet effet en deux dimensions. Dans la partie gauche de la figure, deux champs F_1 et F_2 représentent la même surface mais possèdent des gradients différents. En effet, les lignes de niveau de F_2 sont deux fois plus serrées que celle de F_1 . Le gradient de F_2 , en norme, est donc deux fois plus grand que celui de F_1 . Sur la partie droite de la figure, la même action abrasive élémentaire W_e est soustraite aux deux champs. On peut observer que l'effet sur la surface est plus important pour F_1 que pour F_2 car le gradient est moindre dans le premier cas.

2.3.2 Cas général en trois dimensions

D'une manière générale, un point $\mathbf{X}$ appartenant à une surface implicite vérifie l'équation 3.20.

$$F_t(\mathbf{X}) = 0 \quad (3.20)$$

Pour obtenir des informations sur la réponse de la surface à une modification du champ F_t , il faut dériver l'équation précédente tout en suivant le point $\mathbf{X}$ associé à la surface au cours de son mouvement [Stam and Schmidt, 2011]. On considère donc la dérivée particulaire de F_t (eq. 3.21).

$$\dot{F}_t(\mathbf{X}) = \frac{\partial F_t}{\partial t}(\mathbf{X}) + \nabla F_t(\mathbf{X})^T \cdot \dot{\mathbf{X}} \quad (3.21)$$

Étant donné que le point $\mathbf{X}$ suit la surface au cours de son mouvement, il est toujours associé à une valeur nulle du champ F_t (eq. 3.22).

$$\dot{F}_t(\mathbf{X}) = 0 \quad (3.22)$$

En combinant les équations 3.21 et 3.22, il est possible de relier la dérivée temporelle de F_t à son gradient (eq. 3.23). On retrouve une équation différentielle du type Hamilton-Jacobi qui est l'équation des *level-set*.

$$\frac{\partial F_t}{\partial t}(\mathbf{X}) + \nabla F_t(\mathbf{X})^T \cdot \dot{\mathbf{X}} = 0 \quad (3.23)$$

D'autre part, la vitesse de déplacement peut être décomposée en deux composantes perpendiculaires (eq. 3.24). $\mathbf{n}$ est la normale à la surface et $\mathbf{t}$ est dirigé selon la composante tangentielle de $\dot{\mathbf{X}}$.

$$\dot{\mathbf{X}} = dx_n \cdot \mathbf{n} + dx_t \cdot \mathbf{t} \quad (3.24)$$

Grâce à cette décomposition, le membre de droite de l'équation 3.23 peut être exprimé en fonction de la composante normale dx_n qui est colinéaire au gradient ∇F_t (eq. 3.25).

$$\nabla F_t(\mathbf{X})^T \dot{\mathbf{X}} = \|\nabla F_t(\mathbf{X})^T\| \cdot dx_n \quad (3.25)$$

Finalement :

$$dx_n = - \frac{\frac{\partial F_t}{\partial t}(\mathbf{X})}{\|\nabla F_t(\mathbf{X})^T\|} \quad (3.26)$$

Cette équation permet de déterminer la vitesse de déplacement normale à la surface. $\partial F_t / \partial t$ représente la variation du champ F_t due à l'action du potentiel abrasif. Toutes choses étant égales par ailleurs, la norme du gradient de F_t a une influence sur la composante normale de la vitesse de $\mathbf{X}$. Le choix du gradient du champ implicite permet de modifier la réponse de la surface à une action abrasive. La vitesse tangentielle n'est pas imposée par l'équation. En effet, la paramétrisation de la surface implicite n'est pas unique et c'est pourquoi la vitesse tangentielle ne peut pas être imposée. La détermination de la vitesse tangentielle nécessiterait d'imposer d'autres contraintes.

2.3.3 Évolution du gradient

La modélisation d'une action abrasive par un champ de pénalisation constant permet de mettre en évidence le comportement élémentaire du modèle implicite vis-à-vis du gradient du champ F qui représente la surface de la pièce. Toutes choses étant égales par ailleurs, un faible gradient du champ F entraîne un taux d'abrasion important tandis qu'un gradient élevé réduit le taux d'abrasion. En fonction du choix du gradient de F lors de l'initialisation, il est donc possible de modéliser la résistance intrinsèque du matériau face à l'abrasion.

L'hypothèse d'une action abrasive constante a permis de démontrer l'influence du gradient mais n'est pas suffisamment réaliste. Pendant la simulation, la norme du gradient $\|\nabla F\|$ évolue car l'action abrasive réelle dépend de la distance et n'est pas constante. Cela modifie le comportement de la pièce vis-à-vis de l'abrasion. La figure 3.16 illustre ce phénomène. Dans cette figure, le potentiel après abrasion (en bleu), est obtenu comme la différence entre le potentiel initial (en gris) et abrasif (en rouge).

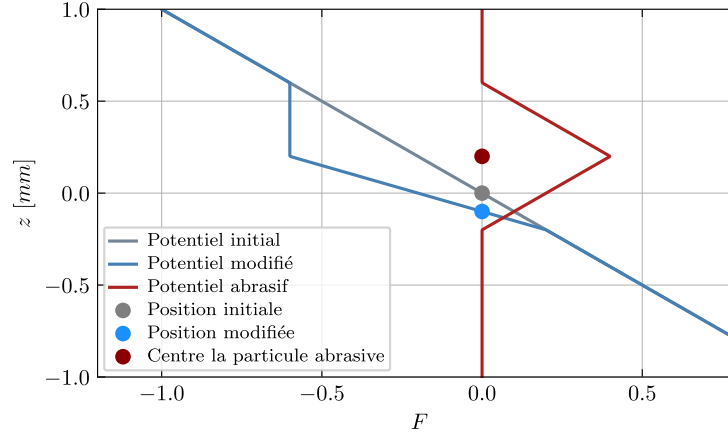


FIGURE 3.16 – Action complète d'un grain abrasif

Le potentiel abrasif envisagé dans cette figure est simplifié. Il est linéairement décroissant en fonction de la distance à son centre. Il est limité dans l'espace et ne repousse pas la matière sur les cotés, car il est strictement positif. Sa définition est donnée dans l'équation 3.27.

$$W(z) = \begin{cases} \alpha(h - |z - z_c|) & |z - z_c| \leq h \\ 0 & |z - z_c| > h \end{cases} \quad (3.27)$$

Dans la zone d'influence de l'abrasif, au niveau de la surface, le gradient de F est modifié. D'une manière générale, il évolue en augmentant d'un pas de temps à l'autre. Ce comportement entraîne une diminution du taux d'abrasion à mesure que la simulation progresse (eq. 3.28).

$$\|\nabla F_t\| > \|\nabla F_{t-1}\| \quad (3.28)$$

Pour démontrer cette affirmation, deux points $\mathbf{X}_1$ et $\mathbf{X}_2$ sont pris en compte. La différence entre ces deux points est leur distance par rapport à la surface initiale. $\mathbf{X}_1$ se trouve plus proche de la surface de la pièce que $\mathbf{X}_2$. Les valeurs de champ résultantes pour les deux points ne sont pas les mêmes mais les gradients initiaux sont égaux (eq. 3.29).

$$\begin{cases} F_{t_0}(\mathbf{X}_1) < F_{t_0}(\mathbf{X}_2) \\ \|\nabla F_{t_0}(\mathbf{X}_1)\| = \|\nabla F_{t_0}(\mathbf{X}_2)\| = 1/k \end{cases} \quad (3.29)$$

On considère qu'il faut n_1 passages de grain pour atteindre $\mathbf{X}_1$ et n_2 pour atteindre $\mathbf{X}_2$. La valeur de champ résultante est égale à zéro pour les deux points (eq. 3.30).

$$\begin{cases} F_{t_1}(\mathbf{X}_1) = F_{t_0}(\mathbf{X}_1) - \sum_{i=0}^{n_1} W_i(\mathbf{X}_1) = 0 \\ F_{t_2}(\mathbf{X}_2) = F_{t_0}(\mathbf{X}_2) - \sum_{i=0}^{n_2} W_i(\mathbf{X}_2) = 0 \end{cases} \quad (3.30)$$

La combinaison des équations 3.29 et 3.30 conduit à un nombre de passages $n_1 < n_2$ parce que le potentiel initial de $\mathbf{X}_2$ est plus élevé que celui de $\mathbf{X}_1$. Le gradient résultant n'est donc pas le même (eq. 3.31).

$$\|\nabla F_{t_1}(\mathbf{X}_1)\| < \|\nabla F_{t_2}(\mathbf{X}_2)\| \quad (3.31)$$

Cette différence ne convient pas car le gradient influence le taux d'enlèvement du procédé simulé, alors que le taux d'enlèvement expérimental reste constant dans le cas où les paramètres du procédé n'évoluent pas et que l'usure de l'abrasif est nulle.

La modification du gradient au cours des simulations qui mettent en œuvre la représentation implicite des surface est une méthode connue [Sethian and Smereka, 2003]. Des méthodes de renormalisation peuvent être utilisées pour réinitialiser le champ afin que son gradient retrouve sa valeur d'origine tout en gardant les déformations subies par la surface [Alamé et al., 2020]. Ce genre d'algorithme est complexe à mettre en œuvre. Pour éviter l'augmentation du gradient lors d'une simulation, une limitation de la valeur maximale prise par le potentiel F_{t_0} a été proposée (eq. 3.32). De cette manière le gradient reste proche de sa valeur initiale. Cette méthode est implémentée seulement durant l'initialisation et n'a pas d'influence sur les performances numériques en cours de simulation.

$$F_{t_0}(z) = \begin{cases} -\frac{1}{k}z & z \geq -\beta \\ \frac{1}{k}\beta & z < -\beta \end{cases} \quad (3.32)$$

Le potentiel initial est défini comme une fonction de z dont les paramètres sont l'inverse du gradient k et une distance seuil β . Ces deux paramètres sont positifs. k représente le taux d'enlèvement de matière et β représente la distance à partir de laquelle le potentiel est constant à l'intérieur du spécimen. La valeur de β doit rester strictement positive. De cette manière, le champ F_{t_0} est bien dérivable de chaque côté de la surface et possède une dérivée non nulle qui est une condition nécessaire à l'extraction par l'algorithme des *marching cubes*. La figure 3.17 montre la paramétrisation de la fonction en question. Sur cette figure, la variable a correspond à la valeur seuil prise par le potentiel à l'intérieur du spécimen. Ces deux valeurs sont reliées par la relation $\beta = k a$.

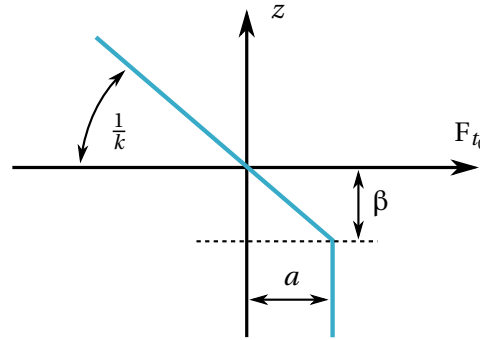


FIGURE 3.17 – Paramétrisation du potentiel initial F_{t_0}

Une simulation d'abrasion unidimensionnelle a été mise en œuvre pour illustrer l'intérêt d'utiliser une telle paramétrisation (algorithme 1). Le passage de plusieurs grains abrasifs se succédant sur la surface a été implémenté. La simulation consiste à déterminer la position de la surface z_s à l'issue de chaque passage d'un grain. La position de chaque grain abrasif est donnée en fonction de z_s avec une interpénétration δ constante. La hauteur de passage z_c des particules est donc toujours la même par rapport à la hauteur de la surface z_s (eq. 3.33) (figure 3.18).

$$z_c = z_s + h - \delta \quad (3.33)$$

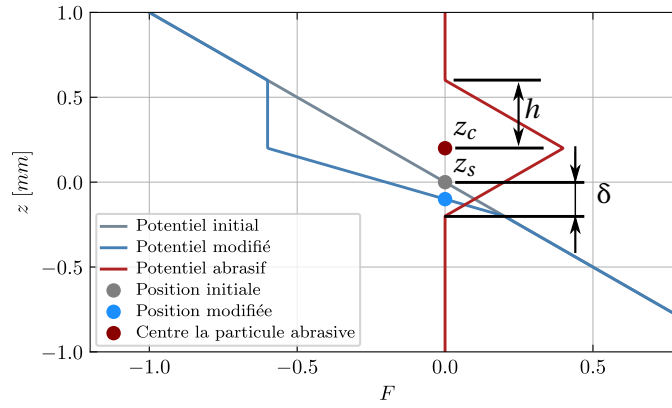


FIGURE 3.18 – Calcul de la hauteur de passage

Les figures 3.19 et 3.20 représentent l'évolution du champ F à chaque itération de l'algorithme. La position de la surface sur l'axe z est représentée par un point. Dans ce cas unidirectionnel, la détermination de l'ensemble des points qui vérifient l'équation 3.1 est triviale. Cet ensemble ne contient qu'un unique point qui est l'intersection du potentiel avec l'axe z .

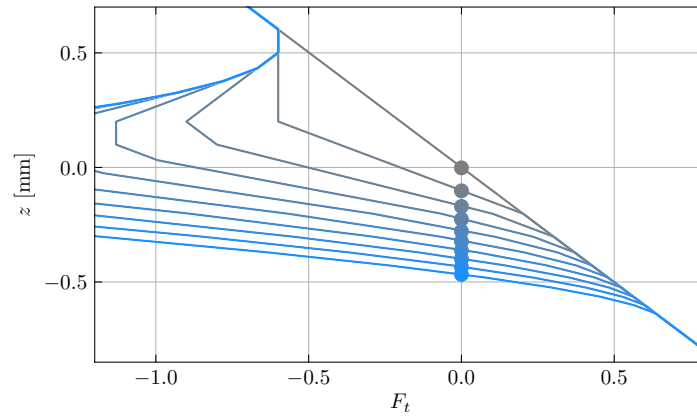
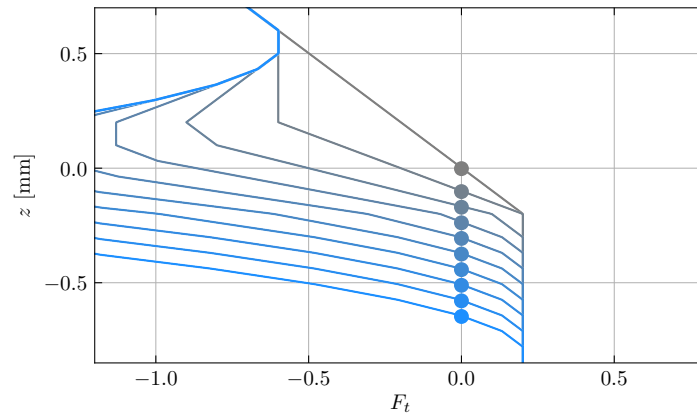
Algorithme 1 : Pseudo-code pour la simulation d'abrasion unidirectionnelle

```

( $k, \beta, \delta, \alpha, h$ )
Initialiser  $F_t = F_{t0}(z)$ 
pour  $i = 0; i < N; i++$  faire
    déterminer la hauteur  $z_s$  de la surface à partir de  $F_t$ 
    calculer  $z_c$  en fonction de  $\delta, z_s$  et  $h$ 
    calculer  $W$  en fonction  $z_c$  et des paramètres  $\alpha$  et  $h$ 
    soustraire  $W$  de  $F_t$ 
    sauvegarder les résultats
fin
  
```

Dans la première simulation (figure 3.19), aucun seuil n'est imposé. Le gradient du champ F_t augmente et le taux d'abrasion diminue d'un pas de temps à l'autre. Ce comportement numérique n'est pas souhaitable car l'intensité des actions abrasives reste constante dans le temps et le taux d'abrasion devrait aussi rester constant sur une courte période. Pour compenser ce comportement, il faudrait que l'action abrasive augmente au cours de la simulation, ce qui ne correspond pas à la réalité.

Dans la deuxième simulation (figure 3.20), un seuil est implémenté. Cela permet d'obtenir un taux d'abrasion constant, l'écart de distance entre les positions successives reste le même.

FIGURE 3.19 – Simulation unidimensionnelle de l'abrasion sans limitation du potentiel initial F_{t_0} FIGURE 3.20 – Simulation unidimensionnelle de l'abrasion avec limitation du potentiel initial F_{t_0}

2.3.4 Influence de k sans limitation de la valeur du potentiel

Le principe de simulation qui a permis de générer les figures est repris pour étudier plus précisément l'influence des différents paramètres. On considère ici que le potentiel associé à la surface est simplement linéaire, ce qui correspond au cas de la figure 3.19. Dans ce cas, les paramètres a et β sont infinis. Plusieurs simulations sont exécutées en faisant varier le paramètre k . Les valeurs correspondantes sont regroupées dans le tableau 3.2.

Numéro d'essai	k	β	a	σ	α	δ
Simulation 1	0.1	∞	∞	0.4	1	0.2
Simulation 2	0.2	∞	∞	0.4	1	0.2
Simulation 3	0.5	∞	∞	0.4	1	0.2
Simulation 4	1	∞	∞	0.4	1	0.2
Simulation 5	2	∞	∞	0.4	1	0.2
Simulation 6	5	∞	∞	0.4	1	0.2
Simulation 7	10	∞	∞	0.4	1	0.2

Tableau 3.2 – Ensemble de simulations 1 - Influence de k

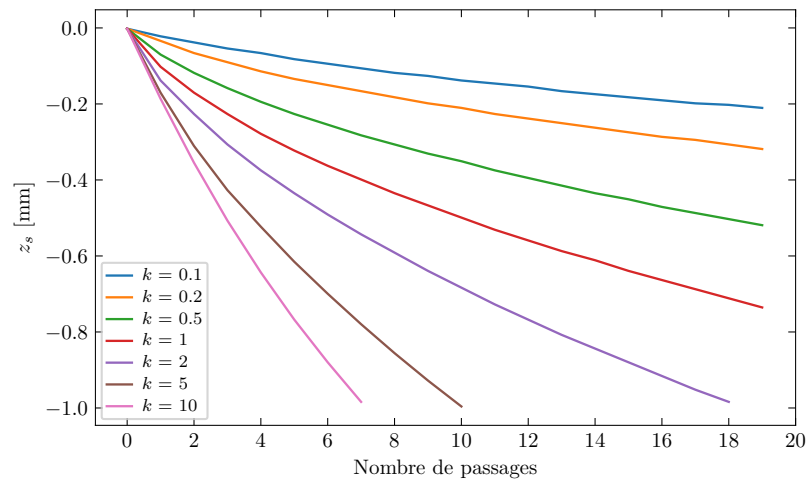


FIGURE 3.21 – Évolution de la hauteur de la surface en fonction du nombre de passages des grains

La figure 3.21 montre l'évolution de la hauteur de la surface z_s en fonction du nombre de passage de grain. Sur cette figure, la pente de la courbe correspond donc au taux d'abrasion. On observe que plus la valeur de k est importante, plus le taux d'abrasion est grand, ce qui est compatible avec le comportement élémentaire présenté dans l'équation ???. Cependant, le taux d'abrasion diminue après chaque passage, quelle que soit la valeur de k considérée dans le modèle.

2.3.5 Influence de β

Pour pouvoir obtenir un taux d'abrasion constant, le potentiel est construit avec une valeur seuil qu'il ne peut pas dépasser à l'intérieur du spécimen. Plusieurs simulations sont exécutées en faisant varier le paramètre β . a est aussi modifié car il est lié à β . Les valeurs correspondantes sont regroupées dans le tableau 3.3.

Numéro d'essai	k	β	a	σ	α	δ
Simulation 1	1	0.01	0.01	0.4	1	0.2
Simulation 2	1	0.02	0.02	0.4	1	0.2
Simulation 3	1	0.05	0.05	0.4	1	0.2
Simulation 4	1	0.1	0.1	0.4	1	0.2
Simulation 5	1	0.2	0.2	0.4	1	0.2
Simulation 6	1	0.5	0.5	0.4	1	0.2
Simulation 7	1	1	1	0.4	1	0.2

Tableau 3.3 – Ensemble de simulations 1 - Influence de β

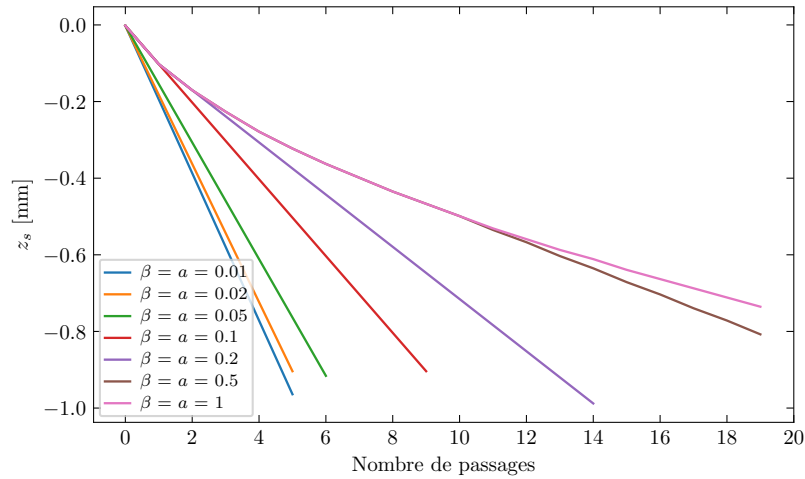


FIGURE 3.22 – Évolution de la hauteur de la surface en fonction du nombre de passages des grains

Dans ce cas, on observe que le taux d'abrasion converge dans toutes les simulations car toutes les courbes tendent vers des droites. On remarque que le comportement initial n'est pas modifié par la valeur choisie pour a . En revanche le taux d'abrasion converge vers des valeurs différentes. Plus le seuil a est élevé, plus la limite du taux d'abrasion est faible. À partir d'une certaine valeur, on retrouve le comportement précédent sans limitation du potentiel.

2.3.6 Influence de k avec limitation de la valeur du potentiel

Le dernier essai présenté est une combinaison des deux précédents. Dans ce cas, l'influence du coefficient k est étudiée en imposant une limitation a au potentiel initial. Les essais ont été réalisés avec les paramètres listés dans le tableau 3.4.

Numéro d'essai	k	β	a	σ	α	δ
Simulation 1	0.1	0.015	0.15	0.4	1	0.2
Simulation 2	0.2	0.030	0.15	0.4	1	0.2
Simulation 3	0.5	0.075	0.15	0.4	1	0.2
Simulation 4	1	0.15	0.15	0.4	1	0.2
Simulation 5	2	0.3	0.15	0.4	1	0.2
Simulation 6	5	0.75	0.15	0.4	1	0.2

Tableau 3.4 – Ensemble de simulations 1 - Influence de k

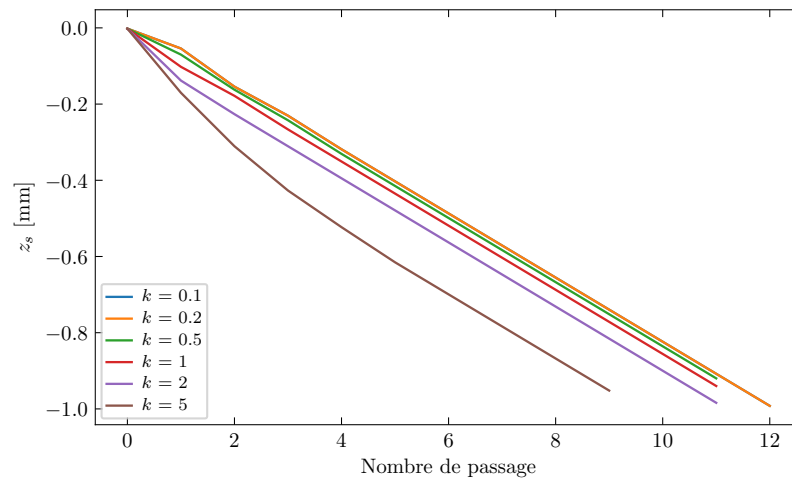


FIGURE 3.23 – Évolution de la hauteur de la surface en fonction du nombre de passages des grains

L'influence de k ne se manifeste qu'au début de la simulation. Le taux d'abrasion converge dans tout les cas vers la même valeur puisque toutes les courbes ont la même pente à partir d'un certain nombre de passages.

3 Implémentation numérique

Pour pouvoir simuler des cas d'abrasion plus complexes et en trois dimensions, une implémentation numérique a été réalisée. En effet, dans un cas général, les équations présentées dans la section précédente ne peuvent pas être résolues de manière analytique. La figure 3.24 présente le principe général de simulation qui est employé ainsi que toutes les différentes étapes qu'il est nécessaire de mettre en œuvre pour pouvoir réaliser la simulation.

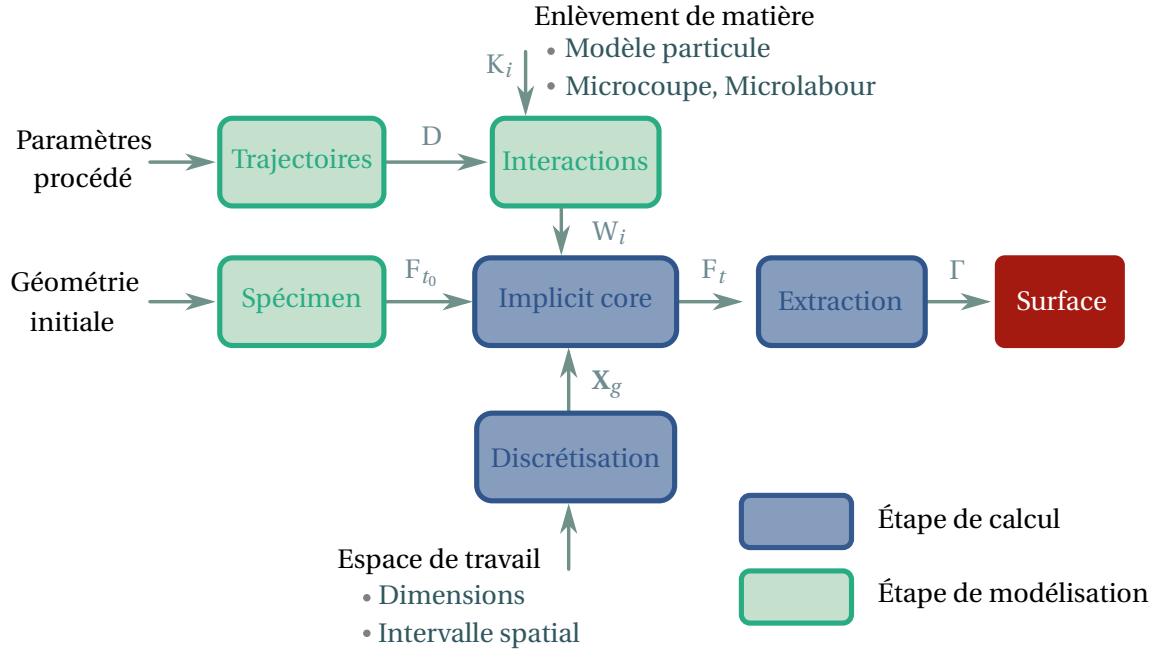


FIGURE 3.24 – Principe de simulation de l'abrasion implicite

L'implémentation numérique consiste principalement à déterminer le champ scalaire F_t résultant du passage de tous les grains abrasifs sur la pièce. L'extraction de la surface à partir d'un champ scalaire nécessite de recourir à une discrétisation spatiale de manière à pouvoir appliquer l'algorithme d'extraction des *marching cubes* [Lorensen and Cline, 1987].

Avant de pouvoir effectuer une simulation, la définition des étapes de modélisation qui précèdent doit être réalisée. La définition du modèle d'interaction et du champ initial du spécimen permet de modéliser le comportement élémentaire de la pièce en question et des grains abrasifs. La trajectoire des grains en lien avec la cinématique du procédé doit être réalisée pour compléter les données du cas de simulation. Cette étape de modélisation périphérique, qui n'est pas propre au modèle implicite sera présentée avec les cas de simulation envisagés.

Parmi les étapes de calcul, on retrouve donc une discrétisation de l'espace de travail qui est divisé dans chaque direction selon un intervalle donné. Cela permet d'obtenir un ensemble de points sur une grille régulière (eq. 3.34).

$$\{\mathbf{X}_g \mid g \in [1, n]\} \quad (3.34)$$

L'implémentation de la méthode de simulation a été réalisée selon l'algorithme 2. A chacun des points de la grille $\mathbf{X}_g$ est associée une valeur du champ F_t qui représente la surface. Les valeurs sont initialisées avec la valeur F_{t_0} issue de la modélisation du spécimen. Soit une particule $\mathbf{P}_i$ et un

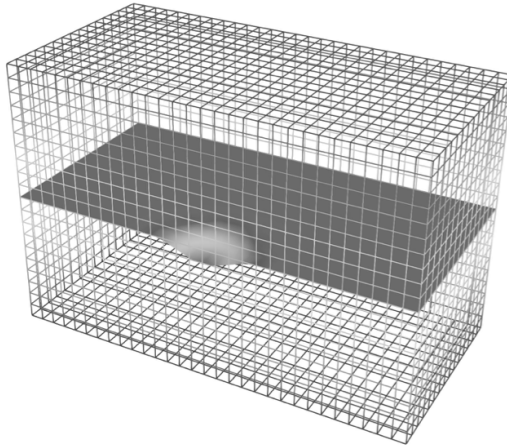


FIGURE 3.25 – Discrétisation spatiale pour l'extraction de la surface

point de la grille $\mathbf{X}_g$, la distance D est calculée entre ce point et la particule en question de manière à obtenir la valeur de W_i . La valeur de F_t est alors mise à jour. Cette opération est répétée pour chaque particule avec chaque point de la grille.

L'extraction de la surface peut être réalisée à la fin de la simulation ou en cours de simulation pour observer un état intermédiaire en contrepartie d'un temps de simulation plus long. La complexité de l'algorithme est proportionnelle au nombre de grains abrasifs n considéré et au nombre de points n_g qui composent la grille. La complexité de l'algorithme est donc définie par $c = n.n_g$. Étant donné que l'espace de travail est discrétisé dans ses trois dimensions, la principale limite de l'algorithme implicite vient du nombre de points de la grille qui peut atteindre une valeur élevée si l'espace de travail est grand et si la discrétisation est fine.

Algorithme 2 : Pseudo-code pour la simulation

```

pour chaque point de la grille  $\mathbf{X}_g$  faire
  pour chaque particule  $\mathbf{P}_i$  faire
    calculer la distance  $D$  entre  $\mathbf{X}_g$  et  $\mathbf{P}_i$ 
    évaluer  $K$  en fonction de  $D$  pour obtenir  $W_i$ 
    soustraire  $W_i$  de  $F_t(\mathbf{X}_g)$ 
  fin
fin
extraire la surface du champ  $F_t$  pour obtenir  $\Gamma$ 

```

Il est à noter que l'ordre de prise en compte des opérations n'a pas d'importance dans le calcul du résultat de la simulation. Cette affirmation s'applique dans le cas où l'on se limite à une seule extraction de la surface à la fin de la simulation. L'ordre des deux boucles imbriquées peut être inversé en fonction des contraintes liées à l'implémentation de l'algorithme. Cette caractéristique non causale de l'algorithme est importante pour réduire le temps de calcul malgré la complexité importante évoquée précédemment. En effet, il est possible de tirer parti des bibliothèques de calcul parallèle sur processeur graphique.

L'implémentation dont il est question dans ce chapitre a été réalisée avec la bibliothèque PyOpencl [Klöckner et al., 2012], qui met à disposition une interface de programmation en *Python* pour *OpenCl*. Cette stratégie a permis à la fois de concilier l'efficacité de mise en œuvre et la performance de calcul. Dans l'implémentation proposée, un processus de calcul de la carte graphique

est affecté à chaque point de la grille. Il est donc en charge de prendre en compte l'action de tous les grains sur ce point. Si le nombre de points de la grille dépasse le nombre de processus maximal du matériel, l'ordonnanceur effectue les calculs en parallèle pour les premiers points dans les limites des ressources et continue en série jusqu'à ce que tous les points aient été traités.

Cette manière d'organiser les calculs permet d'éviter à deux processus concurrents de modifier en même temps la valeur du champ associée à un point. Les performances atteintes avec cette implémentation ayant été jugées suffisantes, l'implémentation de méthodes de programmation parallèles plus performantes n'a pas été recherchée.

3.1 Évaluation des performances de calcul

Les performances de l'implémentation numérique proposée ont été évaluées dans un cas de simulation générique. Le nombre de points n_g de la grille utilisée est de 13 824 000 et le nombre de particules est de 500. Les simulations ont été réalisées sur un ordinateur de bureau dont la configuration matérielle est la suivante :

- Processeur : Intel i7-4770HQ / 2,2 GHz / 4 cœurs / 8 threads.
- Mémoire : 16 Go
- Processeur graphique : Intel Iris Pro 5200

Une simulation peut être décomposée en trois grandes étapes comme le montre la figure 3.24. La discrétisation de l'espace de travail pour générer la grille est réalisée sur le CPU. Pour le calcul du champ scalaire de la surface finale F_t (eq. 3.5), deux options ont été testées. Les simulations ont été réalisées soit sur le CPU soit sur le GPU. Enfin l'extraction de la surface est réalisée seulement sur le CPU. Dans ces conditions les temps de simulations sont donnés dans le tableau 3.5.

Processeur	Discrétisation [s]	Simulation implicite [s]	Extraction [s]
CPU	0.90	62	0.44
GPU	∅	1.56	∅

Tableau 3.5 – Comparaison du temps de simulation entre CPU et GPU

Le choix du processeur sur lequel s'effectuent les calculs est fait grâce au contexte d'exécution du code dans *OpenCl*. L'implémentation numérique est donc exactement la même que les simulations soient exécutées sur le CPU ou le GPU, il s'agit seulement de sélectionner le processeur voulu parmi ceux disponibles sur l'ordinateur en question. Le portage de cette implémentation sur une autre machine est donc relativement facile et ne nécessite que peu de modifications. Le gain de temps est principalement réalisé sur la simulation du champ scalaire de la surface finale grâce à l'implémentation massivement parallèle des calculs. La campagne d'essais a montré que les temps de simulation sont proportionnels au nombre de points de la grille et au nombre de particules.

4 Simulation d'un cas de polissage plan

L'objectif de cette étude est de mettre en évidence les caractéristiques du modèle présenté par rapport à ses principaux paramètres. Dans ce cadre, le polissage d'une surface parfaitement plane et sans défaut est envisagé. Pour cette étude, une petite zone rectangulaire de la surface est étudiée. La trajectoire des grains est supposée être linéaire et uniformément répartie sur la zone de travail. Les interactions entre les grains et la pièce visent à améliorer la rugosité de surface par une succession d'opérations avec des grains de plus en plus fins. Les paramètres macroscopiques de surface qui ont été étudiés sont la hauteur moyenne de la surface et la rugosité de surface. La hauteur moyenne de la surface est définie par l'équation 3.35. L'équation 3.36 définit la rugosité de surface selon la norme [ISO 25178-2, 2012]. Ces critères sont utilisés pour fournir un aperçu global de la topographie de la surface au cours de la simulation. Les simulations présentées dans ce chapitre ont fait l'objet d'une publication en journal international avec comité de lecture [Euzenat et al., 2019b].

$$z_m = \frac{1}{S} \int_S z \, ds \quad (3.35)$$

$$S_a = \frac{1}{S} \int_S |z - z_m| \, ds \quad (3.36)$$

Parmi les paramètres, le nombre de passages des grains abrasifs a été étudié pour observer l'évolution des caractéristiques de surface pendant l'opération d'abrasion. La hauteur relative des grains ainsi que la distance d'influence ont été modifiés pour étudier leurs influences respectives. L'étude présentée dans les sections suivantes est divisée en trois scénarios principaux. Le premier consiste en des trajectoires à hauteur constante, le second est une variation linéaire de la hauteur en fonction du nombre de trajectoires et le troisième est une étude de l'influence de la taille des grains.

4.1 Génération des trajectoires

La surface d'essai est un plan dont la normale $\vec{z}$ est ascendante et verticale. Le mouvement relatif entre l'outil et la pièce a été modélisé par une distribution uniforme des lignes. Les dimensions de la surface sont notées Δ_x et Δ_y . Dans cette étude $\Delta_x = \Delta_y = \Delta$. Les trajectoires des grains sont supposées être parallèles à la surface avec une orientation et une position uniformément réparties. Pour obtenir un tel ensemble de lignes, deux paramètres sont utilisés. L'angle α pour l'orientation des lignes est une variable aléatoire suivant une distribution uniforme entre 0 et π . La position est déterminée grâce à la distance r au centre du domaine de la surface qui est également une variable aléatoire comprise entre 0 et R . Pour couvrir l'intégralité de la zone rectangulaire, $R = \sqrt{2}\Delta$. La démonstration de l'uniformité de la génération est disponible en [annexe](#).

$$\begin{cases} x = r \cdot \cos(\alpha), & u = -\sin(\alpha) \\ y = r \cdot \sin(\alpha), & v = \cos(\alpha) \\ z = z_k, & w = 0 \end{cases} \quad (3.37)$$

La zone rectangulaire qui a été isolée a une largeur de 2 mm. L'ensemble des équations 3.37 définit le paramétrage pour la génération des trajectoires et complète la figure 3.26. Les deux paramètres r et α sont utilisés pour générer les lignes suivies par chaque grain. Chaque ligne est définie

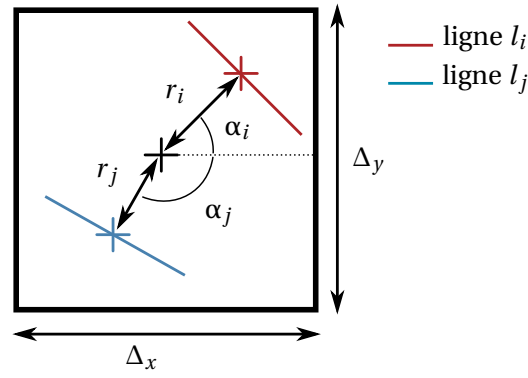


FIGURE 3.26 – Principe de génération des trajectoires

par un point et un vecteur directeur, ce qui conduit à l'ensemble suivant :

$$L_k = \{x_i, y_i, z = z_k, u_i, v_i, w = 0 \mid i \in [1; n_k]\} \quad (3.38)$$

Étant donné que les lignes sont parallèles à la surface, le coefficient w est fixé à zéro. La hauteur relative des lignes z est constante pour un ensemble de lignes L_k . Ainsi, l'action abrasive associée à cet ensemble est un champ scalaire défini comme la somme de chaque ligne (eq. 3.39).

$$W_{L_k} = \sum_{i=1}^{n_k} W_i \quad (3.39)$$

La définition des trajectoires des grains exige de calculer le nombre de passages en fonction du temps, compte tenu d'une certaine distribution des abrasifs, afin de pouvoir comparer les résultats pour différentes tailles de grains. Les caractéristiques du papier abrasif sont définies par la norme [ISO 6344-1, 1998].

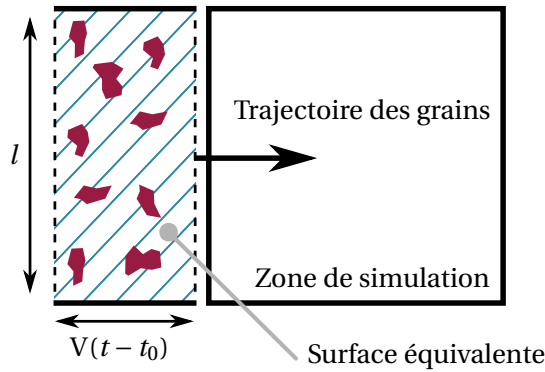


FIGURE 3.27 – Détermination du nombre de grains qui passent sur la zone de simulation

La figure 3.27 présente le principe de calcul du nombre de passages à prendre en compte au cours d'une simulation. l est la longueur perpendiculaire de la pièce par rapport à la vitesse V . Le temps de simulation $(t - t_0)$ permet de calculer la distance parcourue par les grains. Le produit de cette distance par la longueur l définit une surface équivalente. Grâce à la densité des grains par unité de surface J_g , il est possible d'obtenir le nombre de passages (eq. 3.40).

$$n_g = V J_g l (t - t_0) \quad (3.40)$$

La modélisation géométrique pour les trajectoires proposées dans cette section peut ne pas re-

fléter avec précision les caractéristiques des distributions statistiques réelles rencontrées pendant l'abrasion. Il n'y a aucune raison de ne pas utiliser le modèle avec des trajectoires plus compliquées et plus pertinentes selon l'application. Dans ce chapitre, le choix d'utiliser une méthode de génération simple a été fait pour ne pas compliquer inutilement l'étude.

4.2 Simulations

Pour toutes les simulations considérées dans cette étude, la même discrétisation spatiale a été utilisée. Ses caractéristiques sont données dans le tableau 3.6. La figure 3.28 illustre un exemple de rendu de surface après le passage de plusieurs grains. Dans ces conditions, le temps de simulation pour calculer la topographie résultant de l'abrasion est d'environ quelques secondes, dont la majorité est utilisée pour extraire la surface à l'aide de l'algorithme *marching cubes*. Plusieurs approches dans la littérature peuvent être trouvées pour optimiser les performances et la complexité de l'algorithme d'extraction [Andújar et al., 2005, Tatarchuk et al., 2007]. Dans les différents tests réalisés, le nombre de passages n'influence pas le temps de calcul puisqu'il est bien inférieur au nombre de points de la grille spatiale.

Dimensions	longueur x	largeur y	hauteur z
Intervalles [mm]	$[-0.5, 0.5]$	$[-0.5, 0.5]$	$[-0.2, 0.04]$
Pas de discrétisation [mm]	0.02	0.02	0.001
Nombre de points	626841		

Tableau 3.6 – Caractéristiques de la zone de simulation

Le nombre de lignes n_k dans un ensemble et la hauteur z_k de chaque ensemble W_{L_k} peuvent être modifiés d'une étape à l'autre pour modéliser l'évolution de la distribution des grains. L'extraction de la surface est réalisée après le passage de chaque ensemble L_k pour pouvoir suivre les caractéristiques de la surface. La simulation de l'abrasion a été réalisée avec les trois types de papier abrasif présentés dans le tableau 3.7.

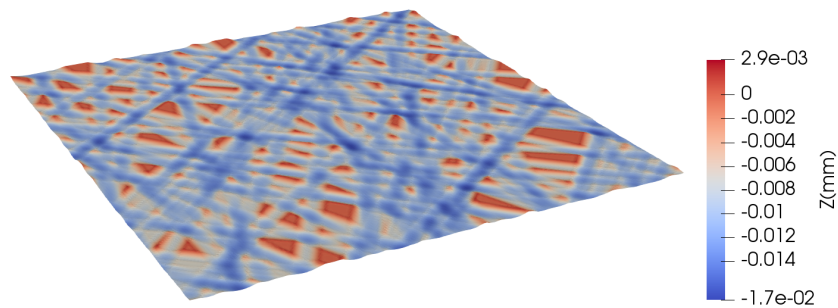


FIGURE 3.28 – Topographie de surface issue d'une simulation

Parameters	V [$m.min^{-1}$]	J_g [$grain.cm^{-2}$]	l [cm]	σ_1 [μm]	μ_1 [μm]	α_1	σ_2 [μm]	μ_2 [μm]	α_2	k	β
Type 1 (P240)	1	240	1	29.25	0	0.6	14.625	40.95	-0.018	1	0.02
Type 2 (P600)	1	600	1	12.9	0	0.6	6.45	18.06	-0.018	1	0.02
Type 3 (P1200)	1	1200	1	7.65	0	0.6	3.825	10.71	-0.018	1	0.02

Tableau 3.7 – Valeurs des paramètres de simulation

4.3 Influence du nombre de passages

La première approche proposée consiste à imposer une hauteur de passage qui ne varie pas en cours de simulation. Cela permet d'étudier la limite du modèle pour un nombre élevé de trajectoires. Ces trajectoires ont été générées selon l'algorithme présenté dans la section 4.1. La figure 3.29 montre l'évolution de la topographie de la surface au début de la simulation. Les rayures les plus profondes correspondent aux grains les plus gros. On observe que la profondeur est plus importante aux intersections entre deux rayures. Ceci est dû au fait que la surface simulée est le résultat d'une sommation du potentiel abrasif associé à chaque grain. La valeur du champ scalaire associée à la surface est donc plus impactée aux endroits où les lignes se croisent.

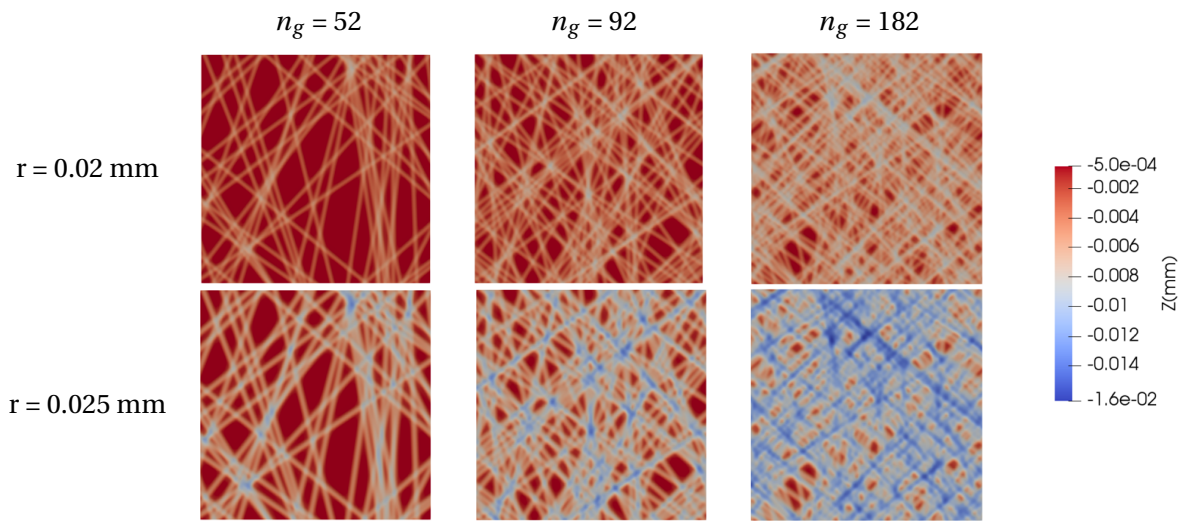


FIGURE 3.29 – Exemples de surfaces pour différentes distances d'influence et nombres de passages

L'évolution de la rugosité de surface est représentée sur la figure 3.30. La surface initiale étant un plan sans défaut, sa rugosité est nulle au début de la simulation. Les premiers grains génèrent d'abord des rayures, puis les pics s'usent progressivement tandis que la profondeur des vallées reste constante. En conséquence, la texture de la surface est dégradée au début de la simulation et la valeur maximale de la rugosité de surface est liée à la taille des grains. Alors que le nombre de passages augmente, la rugosité de surface tend à devenir nulle, quelle que soit la taille des grains ou la hauteur relative de la surface. En effet, lorsqu'un grand nombre de grains est passé sur la surface, la somme de toutes les actions abrasives conduit à un champ de pénalisation uniforme. Ainsi, la surface résultante converge vers un plan lisse, ce qui explique que la rugosité tende vers zéro. Une hauteur de passage constante donne des résultats irréalistes lorsqu'un certain nombre de grains est atteint. Expérimentalement, la rugosité ne descend pas en dessous d'une certaine valeur en fonction du type de papier utilisé [Lacharnay et al., 2012]. Le nombre final de trajectoires est indiqué dans le tableau 3.8.

Type d'abrasif	Type 1	Type 2	Type 3
Nombre de passages total	23675	59429	118996

Tableau 3.8 – Nombre de passages final à la fin de la simulation

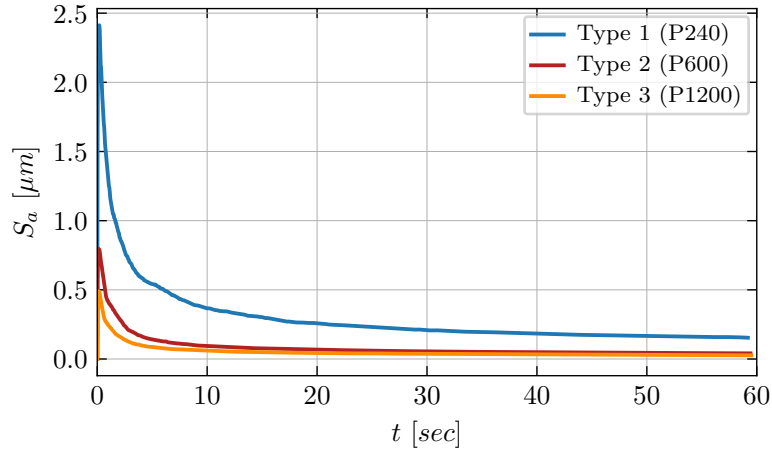


FIGURE 3.30 – Rugosité de surface issue de passages à hauteur constante

4.4 Influence du taux d'abrasion

Pour les procédés d'abrasion pilotés en effort, la trajectoire des grains est établie en fonction de la pression exercée et de la surface en contact. Au fur et à mesure que la surface s'use, l'outil abrasif suit donc la surface et les grains descendent. Comme le modèle présenté est basé sur une génération de trajectoire uniquement géométrique, ce comportement a été reproduit en faisant varier la hauteur des trajectoires au cours du temps avec un taux de descente constant. La pertinence de cette stratégie de génération de trajectoires pour simuler l'abrasion est évaluée dans cette section.

Une taille de grain unique a été fixée pour toutes les simulations (P240). Le taux de descente est défini comme la variation de la hauteur en fonction du temps. En ce qui concerne les expériences d'abrasion, ce taux est généralement donné en $mm.h^{-1}$, il doit donc être converti en mm par grain pour réaliser les simulations.

$$\delta_z = \frac{1}{\phi_g} \frac{dz}{dt} \quad (3.41)$$

$$\phi_g = \frac{dn_g}{dt} = V \cdot J_g \cdot l \quad (3.42)$$

L'équation 3.41 définit le taux de descente δ_z par passage de grain. ϕ_g représente le nombre de grains qui passe sur la surface par unité de temps (eq. 3.42). Le flux de grains est défini comme la dérivée temporelle du nombre de passage (eq. 4.12). Ainsi, le flux peut être calculé comme le produit de la vitesse relative V , de la densité du papier J_g et de la longueur du domaine l . En utilisant le flux des grains sur la surface, le taux d'abrasion de Preston peut être relié au taux de descente δ_z par grain. Cela permet de lier les paramètres du procédé au nombre de passages pour la génération de l'ensemble de lignes L_k .

Trois taux de descente ont été étudiés et sont répertoriés dans le tableau 3.9. La figure 3.31 montre l'évolution de la rugosité de surface pour les trois taux différents. La rugosité de surface n'a pas tendance à devenir nulle avec cette approche, car la surface est continuellement rayée. Pour une taille de grain donnée, l'augmentation du taux de descente entraîne une valeur de rugosité de surface plus élevée. Dans cette approche, les pics sont aplatis, mais de nouvelles vallées sont

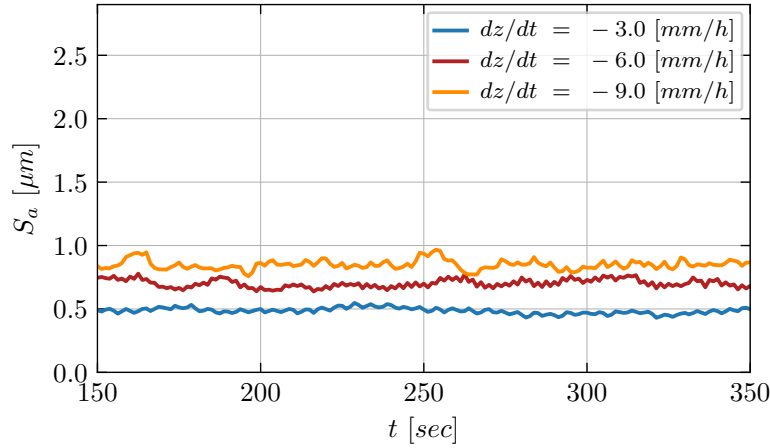


FIGURE 3.31 – Rugosité de surface en fonction du taux de descente

créées par les nouveaux grains qui passent de plus en plus bas. Cela génère une texture constante dans le temps. Cette approche génère un état de surface qui est cohérent avec les observations expérimentales si l'on néglige l'usure du papier abrasif.

Taux de descente	Cas 1	Cas 2	Cas 3
dz/dt [mm/h]	-3.0	-6.0	-9.0
δ_z [mm/grain]	$-2.08 \cdot 10^{-6}$	$-4.16 \cdot 10^{-6}$	$-6.24 \cdot 10^{-6}$

Tableau 3.9 – Équivalence du taux de descente

4.5 Influence de la taille des grains

Le processus global de polissage se compose de plusieurs étapes. Compte tenu du type d'abrasif, des études expérimentales ont montré que la rugosité de la surface stagne à une certaine valeur [Lacharnay et al., 2012]. Ainsi, la rugosité de surface finale requise est obtenue par plusieurs opérations avec une granulométrie de plus en plus fine. Dans la simulation, ce comportement est modélisé par la succession d'ensembles de lignes L_k avec différents paramètres du noyau K de manière à modéliser des grains de plus en plus fins.

Dans cette section, l'influence de la taille des grains sur les résultats de simulation est évaluée. Les simulations ont été effectuées successivement sans réinitialisation de la surface lorsque la taille des grains est modifiée. Les taux de descente ont été fixés pour chaque cas à 20 mm/h . Le nombre de trajectoires des grains est augmenté jusqu'à ce que la rugosité de la surface stagne, puis la taille des grains est modifiée. L'évolution de S_a est tracée sur la figure 3.32. La rugosité de surface stagne à trois niveaux différents. L'évolution de l'état de surface simulé est comparable et cohérente dans sa forme générale avec les résultats expérimentaux obtenus par les mesures de rugosité (figure 3.33). Les grains les plus fins permettent d'obtenir des surfaces plus lisses tandis qu'un papier plus grossier permet d'éliminer les défauts les plus importants. Des différences subsistent entre la simulation et les résultats expérimentaux, probablement dues à plusieurs phénomènes physiques, tels que l'usure de l'abrasif, l'encrassement du papier et la réduction du taux d'abrasion en fonction du temps. Ces phénomènes ne sont pas actuellement pris en compte dans la simulation.

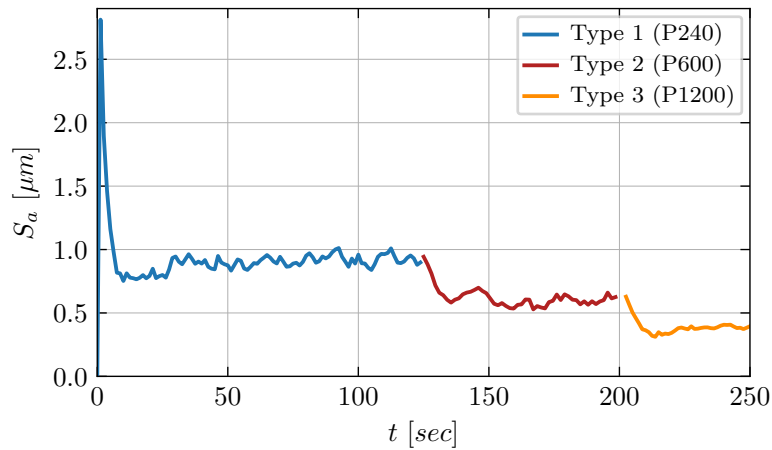


FIGURE 3.32 – État de surface simulé pour l'enchaînement de trois papiers abrasifs différents

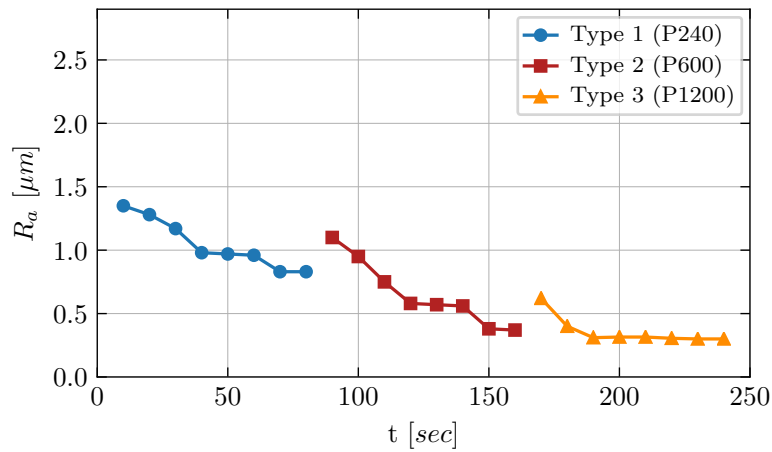


FIGURE 3.33 – Évolution de l'état de surface expérimental [Lacharnay et al., 2012]

5 Conclusion

Un modèle implicite du processus d'abrasion a été développé pour simuler la topographie de surface. Ce modèle propose une définition géométrique de l'interaction entre les grains et la pièce. Les caractéristiques des surfaces implicites et les déformations associées permettent de modéliser nativement les phénomènes de coupe et de microlabour observés lors de l'abrasion. De plus, le fait de repousser le matériau de part et d'autre de la rayure entraîne des coûts de calcul supplémentaires mineurs. Des résultats préliminaires pertinents ont été obtenus avec la mise en œuvre numérique présentée. Des topographies de surfaces de quelques millimètres carrés ont été simulées sous l'action de milliers de grains. De plus, la formulation implicite permet de simuler la topographie résultant des opérations d'abrasion dans un temps raisonnable avec un ordinateur grand public.

Dans ce chapitre la modélisation des trajectoires suivies par les grains a été uniquement paramétrée de manière géométrique. La répartition horizontale, effectuée statistiquement, permet d'obtenir un état de surface uniforme sur la totalité de la zone simulée. Verticalement, la hauteur de passage des grains a été imposée sans considération sur la pression de contact. L'évaluation macroscopique de la rugosité de la surface montre que cette dernière devient lisse si le nombre de

trajectoires est augmenté sans réduire la hauteur relative. En passant tous exactement à la même hauteur, les grains finissent par éliminer la totalité des rayures. Ce comportement observé lors des simulations n'est pas représentatif, car en réalité, les grains génèrent continuellement de nouvelles rayures. La taille des grains et la définition de la distance relative au cours du processus ont toutes deux une influence sur la rugosité de la surface. L'augmentation de la distance d'influence des grains génère des rayures plus profondes et plus larges. En imposant le taux de descente, les grains génèrent de nouvelles rayures dont la profondeur augmente. La rugosité s'établit vers une valeur qui dépend du taux de descente par rapport au nombre de passages. L'évolution de la hauteur relative reste à l'étude, car elle est liée à la pression de contact entre le matériau et l'outil abrasif. L'approche géométrique proposée ici permet seulement de reproduire l'effet de la pression de contact.

Pour déterminer la hauteur de passage des grains, plusieurs solutions peuvent être envisagées. La plus simple consiste à réaliser des essais pour un couple outil/matière donné et de mesurer la hauteur moyenne de la surface au cours du temps. Une telle approche nécessite de réaliser une campagne d'essais pour tout nouveau matériau et tout nouvel outil. Une deuxième possibilité consiste à prendre en compte le volume d'interpénétration et à relier ce volume aux propriétés du couple outil/matière. Cette approche se veut plus générique que la précédente, mais requiert d'améliorer le modèle pour pouvoir prendre en compte la relation effort/déplacement au niveau du contact.

Dans le cadre du paramétrage du noyau proposé, les surfaces générées sont lisses et les arêtes vives ne sont pas prises en compte dans le modèle. Des modifications de la formulation du noyau et du schéma numérique pour mettre à jour le champ scalaire sont envisagées dans les perspectives de ces travaux.

La modélisation de l'abrasion grâce au formalisme implicite présente un caractère original dans la mesure où cette approche n'avait jamais été appliquée pour simuler l'abrasion. Les perspectives d'amélioration sont encore nombreuses concernant le modèle, son implémentation numérique et sa mise en données. Dans le chapitre suivant, le modèle présenté est mis en œuvre pour simuler la géométrie issue de l'usinage suivie de celle obtenue par les opérations d'abrasion qui vise à améliorer l'état de surface.

Modélisation du processus de fabrication dans son ensemble

Ce chapitre présente l'application du modèle implicite, développé précédemment, dans le cadre d'un processus de fabrication complet. En effet, les opérations d'abrasion suivent principalement l'usinage pour améliorer l'état de surface. Il s'agit donc de mettre en œuvre le modèle précédemment développé dans le cadre d'une succession d'opérations de fabrication qui font intervenir d'abord l'usinage puis l'abrasion. La modélisation d'une opération d'usinage avec le formalisme implicite a donc été réalisée. De cette manière, la surface initiale prise en compte par le modèle d'abrasion implicite correspond à celle qui est obtenue à l'issue de l'usinage. Une modélisation des grains abrasifs avec un diamètre qui suit la distribution donnée dans la norme est proposée pour améliorer les résultats obtenus par la simulation. Le comportement du modèle est finalement validé expérimentalement.

Sommaire

1	Introduction	119
2	Modélisation complète du processus	121
2.1	Simulation de l'usinage	121
2.2	Définition du potentiel initial	125
3	Modélisation des grains abrasifs	127
3.1	Trajectoire des grains	127
3.2	Taille des grains	128
3.3	Définition de la hauteur de passage des grains abrasifs	131
4	Validation expérimentale	133
4.1	Cas 1 : polissage automatique	133
4.2	Cas 2 : polissage manuel	138
5	Conclusion	141

Liste des variables

Modélisation de l'usinage

$\mathbf{X} = (x, y, z)$	Position d'un point de l'espace	[m]
F_t	Champ scalaire associé à la surface de la pièce	[-]
F_{t_0}	Champ scalaire initial associé à la surface de la pièce	[-]
Γ	Ensemble des points d'une surface définie implicitement	[-]
W	Champ scalaire associé aux grains abrasifs	[-]
K	Noyau du champ W	[-]
h	Support compact de W	[m]
T	Champ de distance associé à l'outil d'usinage	[m]
T_i	Champ de distance associé l'instance i de l'outil	[m]
R	Rayon de l'outil	[m]
$\mathbf{Q}_i$	Position du centre outil	[m]
D_{t_0}	Champ de distance initial de la pièce brute	[m]
D_t	Champ de distance après usinage	[-]
k	Inverse du gradient de F	[m]
a	Valeur seuil du champ initial	[-]
β	Distance seuil du champ initial	[μm]

Modélisation des grains

$\mathbf{P}_i$	Position d'une particule	[m]
$\mathbf{U}_i$	Vecteur tangent à la trajectoire d'un grain abrasif	[-]
n_g	Nombre de grains qui passent entre t_0 et t	[-]
V	Vitesse des grains	[m.s ⁻¹]
l	Largeur de la zone de travail	[m]
J_g	Densité de grains par unité de surface	[m ⁻²]
ϕ_g	Flux des grains abrasifs à travers la distance l	[s ⁻¹]
Δ_d	Diamètre des grains	[μm]
Φ	Fonction de répartition	[-]
d_{si}	Valeur de distribution du diamètre des grains selon la norme	[μm]
Φ_{std}	Fonction de répartition de la taille des grains selon la norme	[-]
μ_g	Valeur moyenne de la distribution de la taille des grains	[μm]
σ_g	Écart type de la distribution de la taille des grains	[μm]
p_g	Densité de probabilité de la taille des grains	[-]
Φ_g	Fonction de répartition de la taille des grains	[-]
e	Erreur entre les données de la norme et la fonction identifiée	[-]
M	Ensemble de lignes définissant la trajectoire des grains	[-]
m	Nombre de sous-ensemble de lignes dans M	[-]
L_k	Ensemble de lignes qui passent à la hauteur z_k	[-]
z_k	Hauteur de passage de l'ensemble L_k	[m]
n_k	Nombre de grains dans l'ensemble L_k	[-]
W_{L_k}	Potentiel abrasif associé à l'ensemble L_k	[-]
W_z	Champ scalaire basé sur la distribution de la taille des grains	[-]
Ω	Volume de superposition entre le spécimen et W_z	[m ³]
S	Surface du spécimen	[m ²]
h	Distance d'interpénétration	[m]

1 Introduction

Le modèle implicite développé dans le chapitre précédent a permis de simuler l'abrasion d'une surface parfaitement plane. Le passage de plusieurs centaines de grains et l'enchaînement de plusieurs papiers abrasifs de tailles différentes a été simulé. Le principe de base du modèle implicite a été présenté et l'accent a été mis principalement sur les étapes de calcul au cœur du modèle (figure 4.1). Les étapes de modélisation qui sont nécessaires pour pouvoir réaliser une simulation ont été définies de manière simpliste. La hauteur de passage des grains abrasifs a été imposée dans les paramètres de simulation et la taille des grains a été considérée comme constante pour un papier donné. Des résultats encourageants ont néanmoins été obtenus dans ce cadre par rapport aux données expérimentales.

Dans ce chapitre, le modèle a été amélioré pour pouvoir simuler des cas plus représentatifs d'une gamme de fabrication et pour aller vers la simulation du processus de fabrication dans son ensemble. Lors d'une gamme de fabrication complète, plusieurs objectifs sont recherchés. Il faut atteindre les exigences spécifiées sur les surfaces fonctionnelles en limitant le temps nécessaire à l'obtention de l'état de surface spécifié. Pour cela, la définition de la gamme de fabrication joue un rôle important pour pouvoir atteindre ces objectifs tout en limitant autant que possible le coût industriel. Des compromis doivent donc être trouvés dans les paramètres de la gamme. Les développements proposés sont donc centrés sur les étapes de modélisation annexes au modèle. Elles permettent de prendre en compte les spécificités de l'enchaînement d'opérations entre l'usinage et le polissage. Le principe général de la modélisation implicite précédemment développé est repris.

La simulation réaliste des procédés impose de pouvoir tenir compte de l'état de surface généré par l'usinage avant de simuler l'abrasion. Dans la littérature, les modèles de simulation d'usinage permettent d'obtenir des topographies très réalistes en considérant uniquement une approche géométrique et/ou cinématique de l'enlèvement de matière. La prise en compte de la surface issue de l'usinage a donc été réalisée par simulation. La représentation implicite des surfaces a été utilisée pour servir de support à cette résolution numérique et a permis une meilleure intégration avec le modèle de simulation d'abrasion proposé.

Dans la première version du modèle, la taille des grains abrasifs a été considérée comme étant constante et égale à la valeur moyenne de la distribution donnée dans la norme. Cette hypothèse a permis d'obtenir des simulations cohérentes d'un point de vue macroscopique sur l'état de surface. Or les grains abrasifs réels qui composent un papier n'ont pas tous la même taille. Dans ce cas, ce sont surtout les plus gros grains qui laissent des traces sur la pièce. Une méthode d'identification des caractéristiques de distribution statistique des grains avec les données de la norme a donc été proposée. Cela a permis d'obtenir une répartition de la taille des grains qui est cohérente avec celle de la norme.

Enfin la trajectoire suivie par les grains a été améliorée. Dans le chapitre précédent, la méthode de génération statistique des trajectoires a été démontrée comme étant uniforme dans la zone d'intérêt, cependant la hauteur de passage était imposée. Dans la réalité, pour les procédés d'abrasion pilotés en effort, la trajectoire des grains dans le plan vertical s'établit en fonction de l'effort imposé, des caractéristiques des grains, du matériau qui compose le spécimen et de la topographie de la surface. Dans un cas général, la difficulté de modélisation de la hauteur de passage

des grains est importante. Une première approche du problème, avec l'utilisation du formalisme implicite, a été proposée pour le calcul de la position sur l'axe vertical des trajectoires des grains.

La figure 4.1 reprend les points qui sont développés dans ce chapitre. Il s'agit de la prise en compte de l'usinage dans la géométrie de la surface initiale et de la modélisation statistique de la taille des grains abrasifs. Le développement d'une méthode de calcul de la hauteur relative de passage des grains est aussi proposée. Ces étapes de modélisation supplémentaires visant à améliorer le modèle implicite de base ont été validées expérimentalement dans différents scénarios.

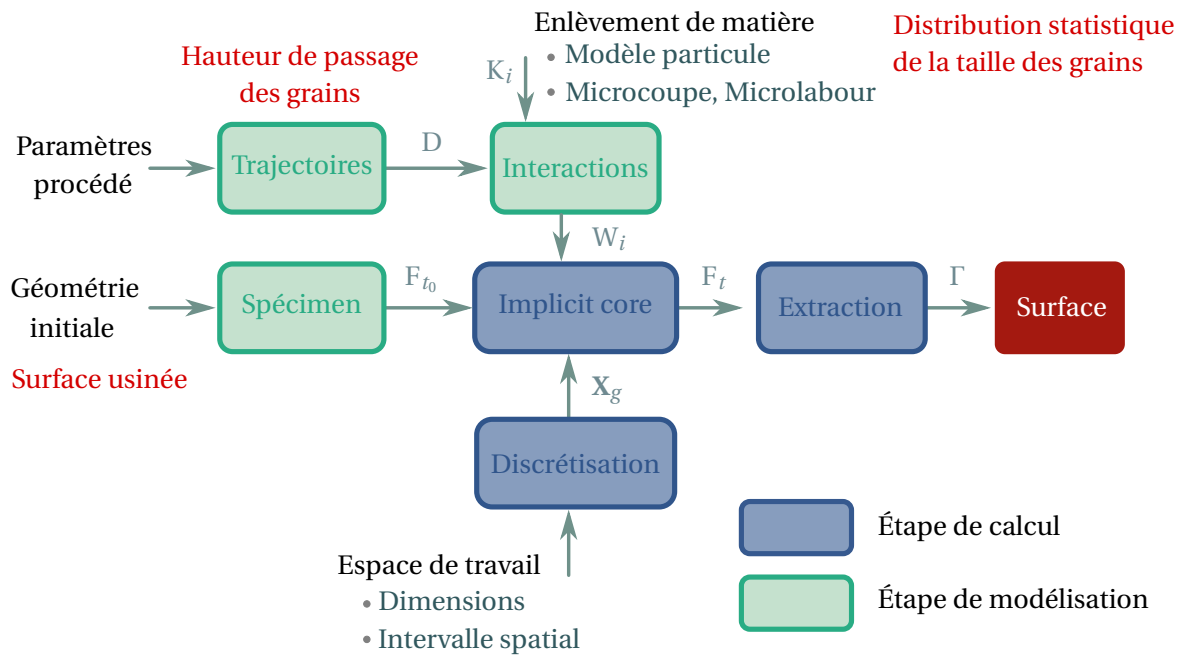


FIGURE 4.1 – Principe de simulation de l'abrasion implicite

2 Modélisation complète du processus

2.1 Simulation de l'usinage

La modélisation complète du processus de finition par abrasion nécessite de pouvoir simuler l'usinage qui précède l'opération d'abrasion. Étant donné que le mode principal d'enlèvement de matière pendant l'usinage est la coupe, la simulation d'usinage par opérations booléennes est suffisante pour générer la surface et permet d'atteindre un niveau de réalisme suffisamment acceptable. La surface usinée est donc obtenue comme la différence géométrique entre la pièce brute et les positions successives de l'outil. Ce principe de modélisation de la coupe n'est pas remis en cause dans les travaux présentés. Il s'agit plutôt d'adapter l'implémentation numérique pour la rendre compatible avec le modèle implicite.

L'objectif des simulations d'usinage est d'obtenir le champ scalaire F_{t_0} qui représente la surface usinée avant l'abrasion (figure 4.2). C'est le champ qui est utilisé en entrée de la simulation d'abrasion. Comme présenté dans le premier chapitre de ce manuscrit, il existe plusieurs méthodes numériques pour calculer la surface résultante de la différence entre les positions successives de l'outil et la pièce. Les méthodes classiquement utilisées dans la littérature sont basées sur une représentation explicite de la surface par des voxels, des dexels ou encore par Z-buffer. Ce principe de représentation explicite n'a pas été retenu car il aurait nécessité de construire un champ scalaire à partir d'une surface, ce qui n'est pas sans poser des complications car il faut dans ce cas déterminer la distance à la surface dans un cas général. Avec une représentation explicite, il faut donc calculer les offset successifs de la surface pour pouvoir initialiser le champ scalaire. À l'inverse, en mettant en œuvre la représentation implicite des surfaces pour la simulation d'usinage, le champ scalaire qui représente la surface usinée est obtenu nativement par l'algorithme de simulation. En effet, le formalisme implicite permet d'effectuer très simplement les opérations booléennes entre solides. La complexité topologique qui peut parfois apparaître dans le calcul des surfaces offset (auto intersections, discontinuités, ...) est traitée sans difficulté.

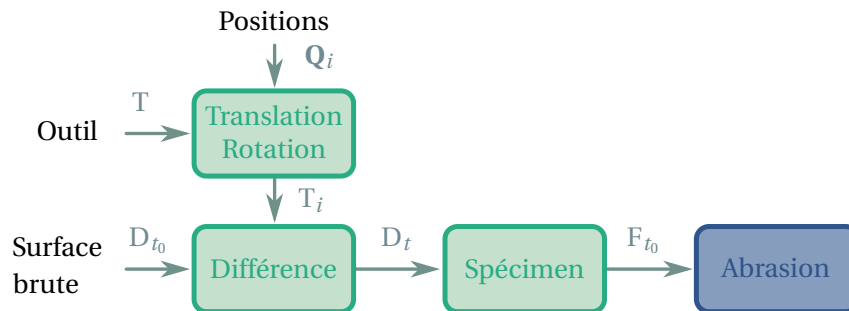


FIGURE 4.2 – Principe de la simulation d'usinage proposée

La définition du champ scalaire associé à la surface brute avant usinage se base sur la fonction de distance signée. De cette manière, l'unicité du champ scalaire est garantie. La figure 4.2 présente le principe de la simulation d'usinage implicite. La surface brute de la pièce et l'outil sont initialement représentés par leurs champs de distance respectifs D_{t_0} et T . La surface usinée D_t est obtenue par différences successives avec le champ de l'outil T_i associé à chacune des positions Q_i dans l'espace. Le passage du champ de distance D_t au potentiel initial F_{t_0} pour l'abrasion se fait selon la méthode présentée dans le chapitre précédent.

La figure 4.3 présente le principe de création d'un champ de distance en 2D pour un outil circulaire. Le champ T_i dépend de x et z et sa valeur est représentée sur l'axe vertical. La courbe de niveau $D = 0$ correspond à l'interface de l'outil circulaire. Le champ de distance T_i par rapport à cette interface possède un gradient égal à 1 et par convention le signe du champ est positif à l'intérieur de l'outil. La représentation du champ en trois dimensions est donc un cône.

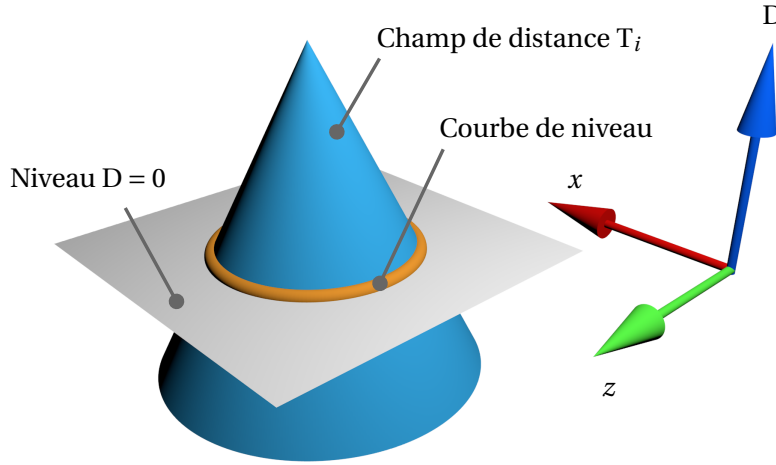


FIGURE 4.3 – Exemple de champ de distance pour un outil circulaire en 2D

Les opérateurs de composition sont utilisés pour combiner ensemble des objets simples en des formes plus complexes. Avec la convention choisie selon laquelle le champ de distance est positif à l'intérieur des pièces, les trois opérateurs booléens de base entre les champs génériques D_1 et D_2 sont définis dans le tableau 4.1.

Opération booléenne	opérateur
Intersection	$D = \min(D_1, D_2)$
Différence	$D = \min(D_1, -D_2)$
Union	$D = \max(D_1, D_2)$

Tableau 4.1 – Opérateurs de base pour la composition des surfaces implicites

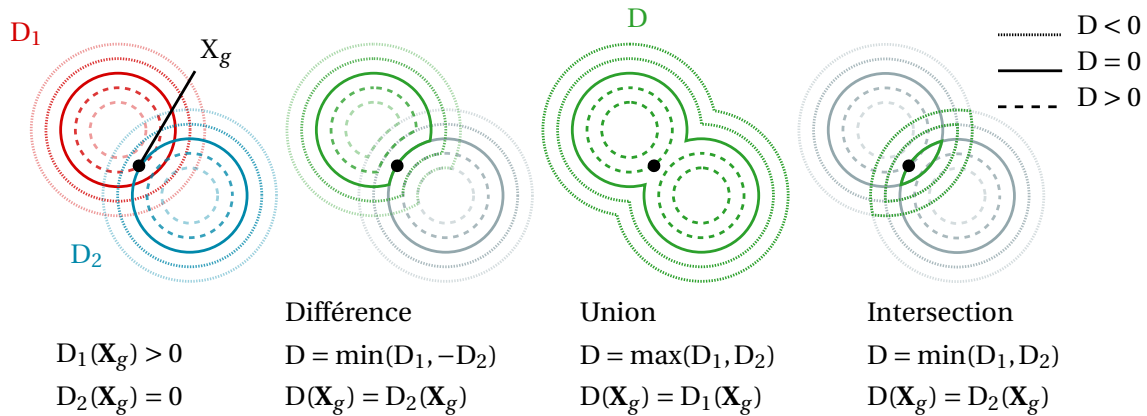


FIGURE 4.4 – Schéma du principe de composition des surfaces implicites

La figure 4.4 présente les trois compositions possibles entre les deux champs scalaires D_1 et D_2 . Un exemple de calcul est effectué pour le point X_g dans les trois cas. La composition est uniquement définie par l'opérateur choisi et le calcul du champ résultant se résume à évaluer ce dernier

en fonction de D_1 et D_2 . Ce principe de calcul doit être réalisé pour tous les points de l'espace de manière à définir le champ D .

La première étape de la simulation d'un usinage consiste à définir un champ de distance initial D_{t_0} qui décrit la surface brute de la pièce. Dans l'étude présentée, l'échantillon avant usinage est considéré comme un plan parfait. L'équation du champ correspondant à cette surface est donc donnée par l'équation 4.1. Le champ scalaire T associé à l'outil est généralement facile à déterminer puisque la forme est simple (cylindre, sphère, tore etc.). L'équation 4.2 donne le champ scalaire associé à un outil sphérique de rayon R et de centre $\mathbf{Q}_i$. Dans le cas où la forme de l'outil est plus compliqué, le champ de l'outil peut être obtenu à partir de la composition de champs simples selon les opérations booléennes présentées.

$$D_{t_0} = -z \quad (4.1)$$

$$T_i = R - \|\mathbf{X} - \mathbf{Q}_i\| \quad (4.2)$$

Lors des simulations d'usinage, les instances de l'outil de fraisage pour chaque pas de temps sont soustraites à la surface brute avec l'opérateur de différence afin d'obtenir la surface finie (eq. 4.3). L'opération est définie de manière récursive d'un pas de temps à l'autre. La séquence des positions de l'outil n'a aucune importance, de sorte que la mise en œuvre de cet algorithme peut être réalisée efficacement avec des techniques de calcul parallèle. Le champ résultant de la surface usinée est donné par l'équation 4.4.

$$D_{t_n} = \min(D_{t_{n-1}}, -T_i) \quad (4.3)$$

$$D_{t_n} = \min(D_{t_0}, \{-T_i \mid i \in [1, n]\}) \quad (4.4)$$

La figure 4.5 illustre l'utilisation de l'opérateur de différence entre le champ initial de la surface D_{t_0} et deux outils T_1 et T_2 . L'opérateur de différence consiste à déterminer le champ minimal entre D_{t_0} , $-T_1$ et $-T_2$. Le champ final D_t présente donc deux empreintes coniques aux endroits où se trouvaient les deux outils. L'interface de la pièce usinée, est la courbe de niveau $D = 0$ représentée en rouge.

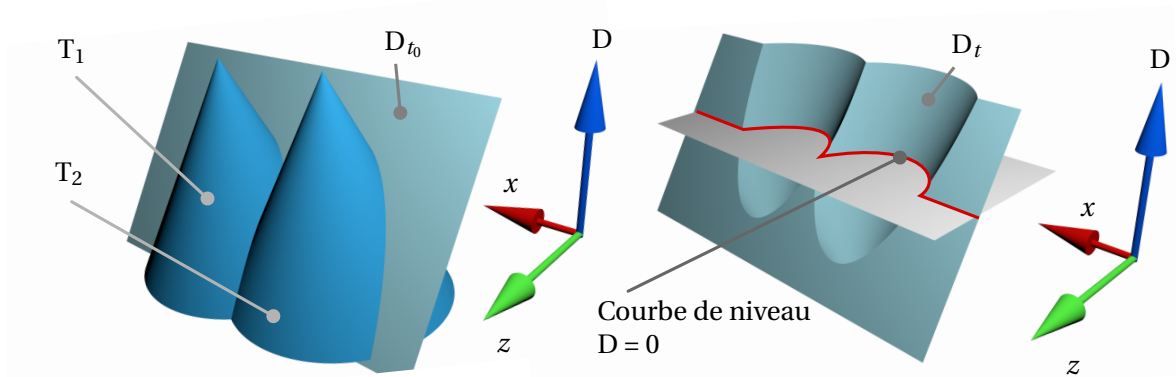


FIGURE 4.5 – Illustration d'une simulation d'usinage implicite

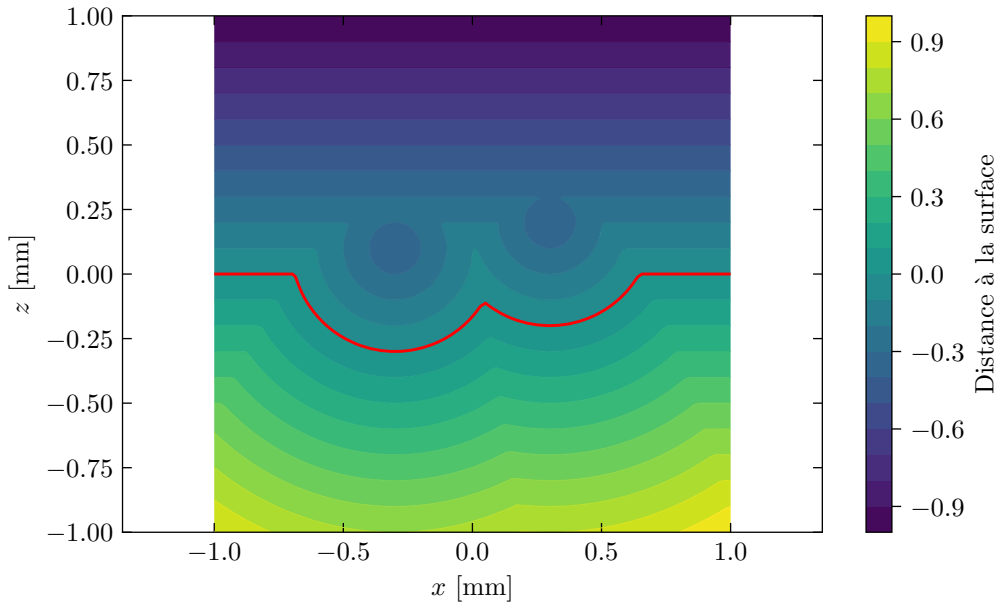


FIGURE 4.6 – Exemple d’usinage en 2D

La simulation a été réalisée en 2D pour cet exemple simple afin de pouvoir afficher le champ scalaire résultant (figure 4.6). La surface d’origine est une ligne droite dont la hauteur est nulle. La surface usinée est obtenue après deux passages d’un outil sphérique, ce qui génère un pic. Les courbes de niveau représentent le champ de distance après la simulation d’usinage et la surface de l’échantillon correspond à la courbe de niveau zéro tracée en rouge. Ce champ qui représente la topographie usinée constitue l’entrée pour la simulation de l’abrasion. Les iso valeurs sont horizontales au dessus du centre des outils car dans cette zone, c’est le champ de distance initial qui est inférieur à celui des outils. Un exemple de simulation en 3D est présenté figure 4.7.

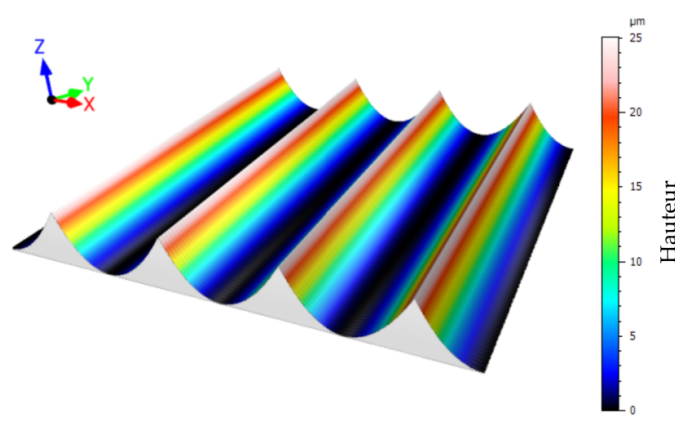


FIGURE 4.7 – Exemple de simulation d’usinage

Concernant l’aspect numérique de l’implémentation, le support de la simulation est un partitionnement de l’espace régulier. Il est défini par les mêmes pas spatiaux que pour l’abrasion (eq. 4.5) (figure 4.8).

$$\{\mathbf{X}_g \mid g \in [1, n]\} \quad (4.5)$$

L’implémentation de la méthode de simulation a été réalisée selon l’algorithme 3. À chacun

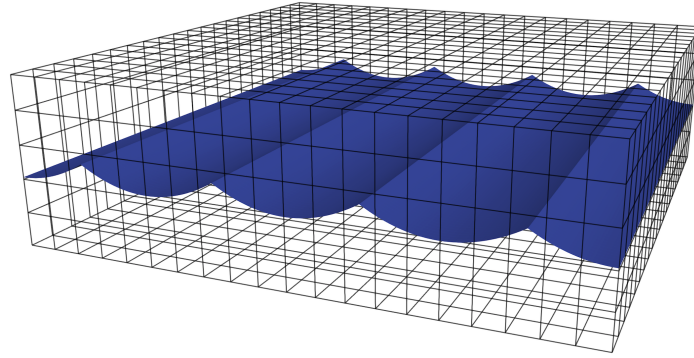


FIGURE 4.8 – Discretisation spatiale pour l'extraction de la surface usinée

des points de la grille $\mathbf{X}_g$ est associé une valeur du champ de distance $D_t(\mathbf{X}_g)$ par rapport à la surface de la pièce. L'initialisation se fait suivant la surface brute de la pièce qui est considérée plane. Cette géométrie initiale n'a pas d'importance si la totalité de la pièce est usinée. La surface initiale doit seulement délimiter un volume de matière suffisant pour la simulation d'usinage. Pour chaque point de la grille et pour chaque position de l'outil, la valeur minimale entre $D_t(\mathbf{X}_g)$ et $-T_i(\mathbf{X}_g)$ est conservée.

Algorithme 3 : Pseudo-code pour la simulation d'usinage

```

initialiser  $D_{t_0}$  et  $T$ 
pour chaque point de la grille  $\mathbf{X}_g$  faire
    pour chaque position outil  $\mathbf{Q}_i$  faire
        calculer  $T_i(\mathbf{X}_g)$  en fonction de  $\mathbf{Q}_i$ 
        changer la valeur de  $D_t(\mathbf{X}_g)$  par le min entre  $D_t(\mathbf{X}_g)$  et  $-T_i(\mathbf{X}_g)$ 
    fin
fin
  
```

2.2 Définition du potentiel initial

La simulation de l'abrasion nécessite de définir un champ de potentiel initial F_{t_0} . Le choix du potentiel a été réalisé de la même manière que dans le chapitre précédent (eq. 4.6). k permet de modifier la pente du potentiel et β constitue une distance seuil au-delà de laquelle le potentiel cesse d'augmenter à l'intérieur du spécimen.

$$F_{t_0}(\mathbf{X}) = F_{t_0}(D_{t_0}) = \begin{cases} \frac{1}{k} D_{t_0} & D_{t_0} \leq \beta \\ \frac{1}{k} \beta & D_{t_0} > \beta \end{cases} \quad (4.6)$$

Le fait de limiter le potentiel permet d'éviter l'augmentation de la pente de ce dernier pendant la simulation. Dans le chapitre précédent, cette approche a été mise en place pour garantir un taux d'abrasion constant lorsque le passage des grains est régulier. Elle se justifie ici d'autant plus que la surface initiale, à cause de l'usinage, n'est pas plane. La figure 4.9 permet d'illustrer ce principe.

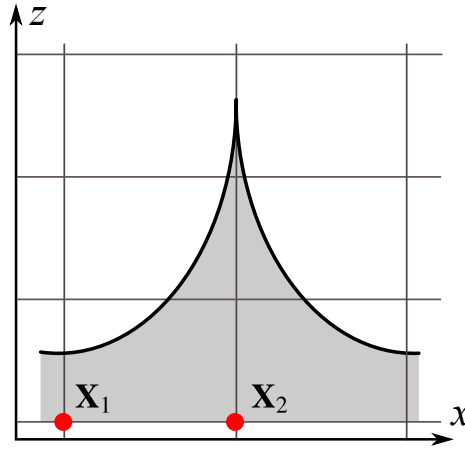


FIGURE 4.9 – Effet de la hauteur de crête

Deux points $\mathbf{X}_1$ et $\mathbf{X}_2$ considérés. La différence entre ces deux points est leur distance par rapport à la surface usinée, $\mathbf{X}_1$ est situé sous une vallée et $\mathbf{X}_2$ est situé sous une crête. Si aucun seuil n'est appliqué, les valeurs de champ résultantes pour les deux points ne sont pas les mêmes mais les gradients initiaux sont égaux (eq. 4.7).

$$\begin{cases} F_{t_0}(\mathbf{X}_1) < F_{t_0}(\mathbf{X}_2) \\ \nabla F_{t_0}(\mathbf{X}_1) = \nabla F_{t_0}(\mathbf{X}_2) = 1/k \end{cases} \quad (4.7)$$

À l'issue du polissage, la surface atteint $\mathbf{X}_1$ et $\mathbf{X}_2$ en raison des nombres de passages respectifs n_1 et n_2 . La valeur de champ résultante est donc égale à zéro pour ces deux points (eq. 4.8).

$$\begin{cases} F_t(\mathbf{X}_1) = F_{t_0}(\mathbf{X}_1) - \sum_{i=0}^{n_1} W_i(\mathbf{X}_1) = 0 \\ F_t(\mathbf{X}_2) = F_{t_0}(\mathbf{X}_2) - \sum_{i=0}^{n_2} W_i(\mathbf{X}_2) = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

La combinaison des équations 4.7 et 4.8 conduit à un certain nombre de passages $n_1 < n_2$ car le potentiel initial dans $\mathbf{X}_2$ est plus élevé que dans $\mathbf{X}_1$. Le gradient résultant n'est donc pas le même (eq. 4.9).

$$\|\nabla F_t(\mathbf{X}_1)\| < \|\nabla F_t(\mathbf{X}_2)\| \quad (4.9)$$

Cette différence de gradient ne convient pas car il influence le taux d'enlèvement de matière du processus simulé. Ce comportement résulte des valeurs potentielles initiales à l'intérieur de l'échantillon qui ne sont pas les mêmes entre $\mathbf{X}_1$ et $\mathbf{X}_2$. Pourtant, le taux expérimental est le même partout dans l'échantillon dès lors que les crêtes d'usinage ont été enlevées. Pour que le modèle soit cohérent par rapport à la physique du processus réel, la valeur du potentiel initial doit donc être constante à partir d'une certaine distance par rapport à la surface de l'échantillon (figure 4.10). Dans cette figure, une distance de 0.2 mm est utilisée à titre d'illustration. Cette distance doit être choisie en fonction des paramètres d'usinage de manière à être plus faible que la hauteur des pics laissés par l'usinage.

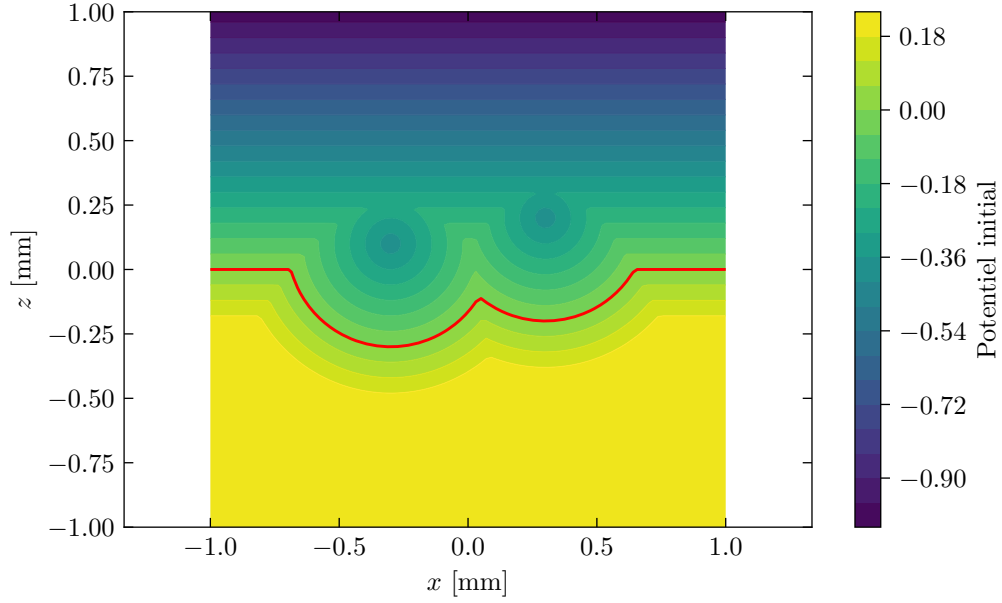


FIGURE 4.10 – Exemple de potentiel limité à l'intérieur du spécimen

3 Modélisation des grains abrasifs

Pour qu'une simulation puisse être réalisée, la trajectoire des grains ainsi que leurs tailles doivent être définies. Dans cette section, une modélisation de la trajectoire des grains, notamment de leur hauteur de passage par rapport à la surface est proposée. La taille des grains est aussi définie par une variable aléatoire dont les paramètres statistiques ont été identifiés d'après les données disponibles dans la norme [ISO 6344-1, 1998].

3.1 Trajectoire des grains

Pour la simulation de l'abrasion, le mouvement relatif entre l'outil abrasif et la pièce à usiner est responsable de l'enlèvement de matière. Comme les formes des particules abrasives et leurs mouvements ne sont pas réguliers, la géométrie des grains et le trajet suivi par chacun d'entre eux sont impossibles à déterminer exactement. Ils peuvent cependant être raisonnablement approxi-
més.

Dans ce cadre, les trajectoires des grains ont été modélisées par un ensemble de lignes uniformément réparties sur la zone d'intérêt de la même manière que dans le chapitre précédent. Même si la surface d'essai n'est pas un plan parfait en raison des motifs laissés par l'usinage, son orientation moyenne reste horizontale et toutes les lignes de trajectoire générées sont donc également considérées comme étant horizontales. Les lignes sont définies par un point $\mathbf{P}_i$ et dirigées par un vecteur unitaire $\mathbf{U}_i$ dont les définitions sont données dans les équations 4.10 et 4.11.

$$\mathbf{P}_i = [r_i \cdot \cos(\alpha_i), r_i \cdot \sin(\alpha_i), z_i] \quad (4.10)$$

$$\mathbf{U}_i = [-\sin(\alpha_i), \cos(\alpha_i), 0] \quad (4.11)$$

Soit Δ la largeur du carré d'intérêt, r et α sont deux variables uniformes aléatoires dont les plages sont respectivement $[-\Delta/\sqrt{2}, \Delta/\sqrt{2}]$ et $[0, \pi]$. Cette paramétrisation permet de générer un

ensemble de lignes comme illustré dans (figure 4.11).

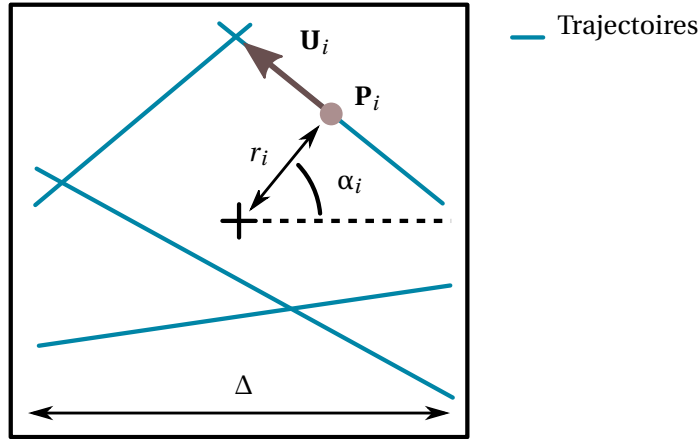


FIGURE 4.11 – Paramétrisation de la trajectoire des grains

La définition des trajectoires des grains exige de calculer le nombre de trajectoires en fonction du temps compte tenu de certaines caractéristiques du papier abrasif définies par la norme [ISO 6344-1, 1998].

$$n_g = V \cdot J_g \cdot \Delta \cdot (t - t_0) \quad (4.12)$$

Dans l'équation 4.12, le nombre de passage de grains n_g est défini en fonction des paramètres du processus. V est la vitesse relative entre l'abrasif et la pièce, J_g est la densité des grains par unité de surface. Le nombre de trajectoires des grains est donné par une intégration temporelle du flux à travers le bord Δ . Étant donnée que la trajectoire des grains est considérée comme rectiligne et non discrétisée dans le sens de leur avance, l'effet de chacun d'entre eux sur la surface est indépendant de la vitesse relative dans les simulations. Ainsi la vitesse du procédé n'est prise en compte que pour déterminer le nombre de grains qui passent sur la surface pendant la totalité de la simulation.

3.2 Taille des grains

La dernière étape de la modélisation des grains consiste à définir leur taille. Étant donné le nombre de grains impliqués, une approche statistique a été mise en œuvre. Les outils abrasifs dont il est question pour la comparaison avec les essais sont des abrasifs appliqués. Ils sont constitués de grains de taille calibrée et dont les caractéristiques sont définies dans la norme [ISO 6344-1, 1998]. Le matériau le plus couramment utilisé qui compose les grains abrasifs est le carbure de silicium en raison de son module d'Young élevé et de ses caractéristiques mécaniques. Étant donné le fait que la forme des grains n'est pas régulière, il n'est pas facile de modéliser la géométrie exacte des grains. Dans ce chapitre, les grains sont donc assimilés à des sphères et leur action sur la surface de la pièce est donc indépendante de la direction. Il s'agit donc de déterminer leurs diamètres.

Pour la modélisation, le diamètre Δ_d des grains est une variable aléatoire dont la densité de probabilité est noté p_g . Cette variable aléatoire possède une fonction de répartition Φ . Le lien entre la fonction de répartition et la densité de probabilité est rappelé par l'équation 4.13. $\Phi(d)$ est la probabilité d'obtenir un grain abrasif dont le diamètre est inférieur à d .

$$\Phi(d) = \mathbb{P}(\Delta_d < d) = \int_0^d p_g(u) du \quad (4.13)$$

Il est important de faire cette distinction entre densité de probabilité et fonction de répartition. En effet, les données issues de la norme sont directement liées à la fonction de répartition vu les moyens de contrôle utilisés pour vérifier la granulométrie des abrasifs. Cependant la génération numérique d'une variable aléatoire se fait en imposant une fonction de densité de probabilité.

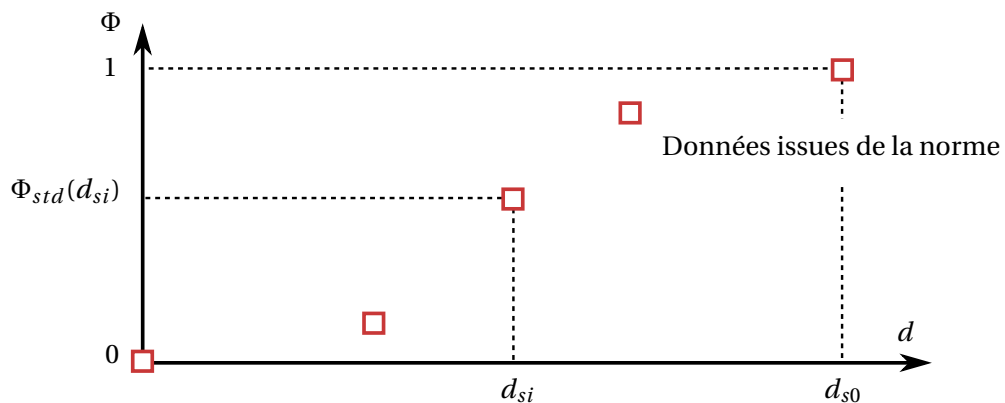
La fonction de répartition réelle suit donc les points caractéristiques qui sont donnés dans les tableaux 4.2 et 4.3 issus de la norme. Pour chaque point de la distribution d_{si} défini dans ces tableaux, correspond une valeur de la fonction de répartition $\Phi_{std}(d_{si})$ (eq. 4.14). Par exemple pour le papier P120, la valeur donnée par d_{s7} signifie que 93% des grains ont un diamètre inférieur à 150 μm . Chacune des valeurs données correspond donc à un point de la fonction de répartition comme le montre la figure 4.12.

$$\Phi_{std}(d_{si}) = 1 - \frac{i}{100} \quad (4.14)$$

Type d'abrasif	d_{s0}	d_{s7}	d_{s42}	d_{s86}	d_{s96}
P120	212	150	125	106	90

Tableau 4.2 – Caractéristiques de la distribution des grains macroscopiques - [μm]

Type d'abrasif	d_{s0}	d_{s3}	d_{s50}	d_{s95}
P240	110	81.7	58.5	44.5
P400	81	53.9	35	25.2
P600	72	43	25.8	18

Tableau 4.3 – Caractéristiques de la distribution des grains microscopiques - [μm]FIGURE 4.12 – Correspondance entre les données de la norme et la fonction de répartition de la taille des grains Φ_{std}

Pour la génération d'un ensemble de grains représentatif de la définition donnée dans la norme, il faut identifier une fonction de répartition. La norme ne précise pas l'expression analytique de

cette fonction ni celle de la densité de probabilité correspondante. L'hypothèse selon laquelle la taille des grains suit une distribution normale a donc été faite. En conséquence, la densité de probabilité choisie est la fonction gaussienne. La probabilité p_g de trouver un grain dont la taille est Δ_d est donnée par l'équation 4.15. Cette densité de probabilité dépend de deux paramètres : la moyenne μ_g et l'écart type σ_g .

$$p_g(\Delta_d) = \frac{1}{\sigma_g \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(\Delta_d - \mu_g)^2}{\sigma_g^2}} \quad (4.15)$$

Pour chaque type d'abrasif considéré, la valeur moyenne μ_g de la distribution et l'écart type σ_g doivent donc être identifiés afin de générer numériquement la variable aléatoire correspondante pour les simulations. Les valeurs de μ_g et σ_g ont été trouvées en ajustant la fonction de répartition Φ_g (eq. 4.16) aux points caractéristiques de la distribution de la taille des grains définie dans la norme. Les paramètres optimaux minimisent la fonction d'erreur $e(\mu_g, \sigma_g)$ (eq. 4.17). Les résultats de l'optimisation sont donnés dans le tableau 4.4 et la fonction de distribution cumulative Φ_g identifiée est tracée dans la figure 4.13 pour le papier abrasif P120.

$$\Phi_g(\Delta_d) = \frac{1}{2} \left[1 + \operatorname{erf} \left(\frac{\Delta_d - \mu_g}{\sigma_g \sqrt{2}} \right) \right] \quad (4.16)$$

$$e(\mu_g, \sigma_g) = \sum_i (\Phi_{std}(d_{si}) - \Phi_g(d_{si}))^2 \quad (4.17)$$

Type d'abrasif	μ_g [μm]	σ_g [μm]
P120	122.3	16.4
P240	58.5	8.8
P400	35.0	6.0
P600	25.8	4.8

Tableau 4.4 – Paramètres de la distribution normale identifiée

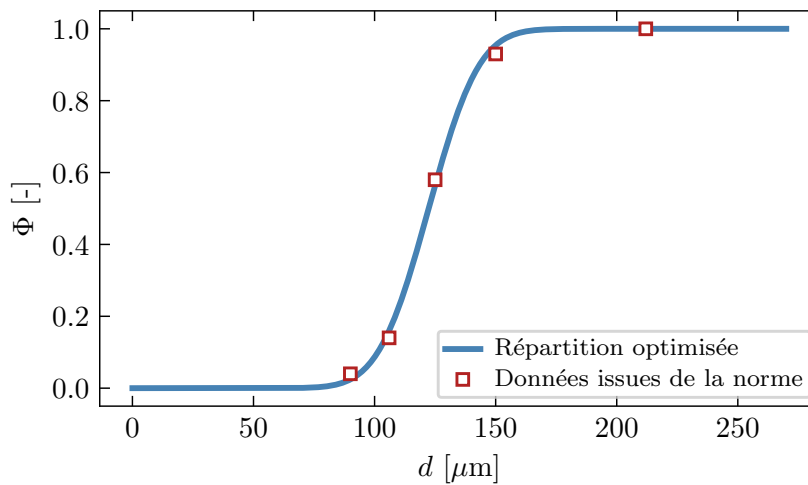


FIGURE 4.13 – Résultat de l'optimisation de la fonction de répartition pour le papier P120

Les valeurs identifiées pour μ_g correspondent aux valeurs de d_{s50} dans le cas des micro-grains.

Ces valeurs sont bien le résultat de l'optimisation et n'ont pas été imposées comme contrainte. Le tracé de la fonction de répartition pour le papier P120 conforte l'hypothèse de modélisation selon laquelle la densité de probabilité est gaussienne. Les points donnés par la norme sont en effet sur la courbe identifiée. La même correspondance a été obtenue pour les autres papiers abrasifs.

3.3 Définition de la hauteur de passage des grains abrasifs

D'une manière générale, on distingue deux types de procédés d'abrasion : ceux dont la trajectoire des grains est imposée par la cinématique de l'outil et ceux qui sont pilotés en effort. Pour les premiers, la trajectoire des grains est complètement définie par la cinématique. C'est le cas pour les abrasifs agglomérés qui sont rigides et qui sont utilisés pour tenir des tolérances étroites sur la forme de la surface. C'est typiquement le cas de la rectification. Dans ce cas, il n'y a pas de difficulté particulière pour définir la trajectoire des grains.

Étant donné que les abrasifs considérés dans ce chapitre sont des abrasifs appliqués, il est question de modéliser d'une manière générique les procédés d'abrasion dans lesquels l'effort de contact entre l'outil et la pièce est imposé. La trajectoire des grains abrasifs dans le plan vertical dépend donc de l'effort, de la géométrie de la surface et des caractéristiques matériaux. Dans le modèle proposé, les relations qui existent entre ces paramètres sont traitées d'un point de vue géométrique.

Pour simplifier les simulations, il est possible de regrouper les trajectoires par des ensembles de lignes dans un même plan, à une hauteur constante (eq. 4.18). Cette hypothèse est justifiée par le fait que la hauteur moyenne de la surface (eq. 3.35) n'est modifiée de manière significative qu'après un certain nombre de passages de grains. La hauteur relative des lignes z_k est constante pour un ensemble de lignes L_k (eq. 4.19). Cela conduit à un nombre total de grains $n_g = m.n_k$.

$$M = \{L_k \mid k \in [1; m]\} \quad (4.18)$$

$$L_k = \{\mathbf{P}_i, \mathbf{U}_i \mid i \in [1; n_k], z_i = z_k\} \quad (4.19)$$

Il s'agit donc de définir la hauteur de passage z_k de chaque ensemble de trajectoires. La position relative des grains par rapport à la surface conduit à une certaine distance d'interpénétration h . Afin d'éviter d'extraire la surface du champ scalaire de l'échantillon à chaque pas de temps, h est défini en fonction du volume de superposition Ω et de la surface de l'échantillon S (figure 4.14) (eq. 4.20). En effet le volume Ω peut être calculé directement en exploitant les valeurs des champs scalaires comme expliqué ci-dessous.

$$\Omega = S.h \quad (4.20)$$

Pendant la simulation d'abrasion, la valeur du champ de l'échantillon F_t est le résultat de tous les passages de grains précédents avant le temps t . Pour des raisons de performance numérique, le volume d'interpénétration Ω n'est pas calculé pour chaque grain. Il est calculé en tenant compte de F_t et W_z , qui est un champ scalaire équivalent construit à partir de la valeur moyenne μ_g de la distribution de la taille des grains (eq. 4.21).

$$W_z(\mathbf{X}) = W_z(z) \begin{cases} 1 & \text{si } |z - z_k| \leq \frac{\mu_g}{2} \\ -1 & \text{si } |z - z_k| > \frac{\mu_g}{2} \end{cases} \quad (4.21)$$

Ainsi, le volume de superposition Ω est l'ensemble des points où les deux champs sont positifs (eq. 4.22). Ce volume est par ailleurs égal à la partie hachurée de surface S et de hauteur h . D'un point de vue numérique, la détermination de ce volume est simple car le formalisme implicite permet d'évaluer le signe de chacun des champs sur la grille spatiale définie précédemment. Le calcul du volume peut donc être réalisé en comptant le nombre de points de discrétisation où les deux champs sont positifs. Par suite, la connaissance du pas spatial entre les points permet de calculer le volume.

$$\Omega = \{ \mathbf{X} \mid F_t(\mathbf{X}) > 0 \text{ et } W_z(\mathbf{X}) > 0 \} \quad (4.22)$$

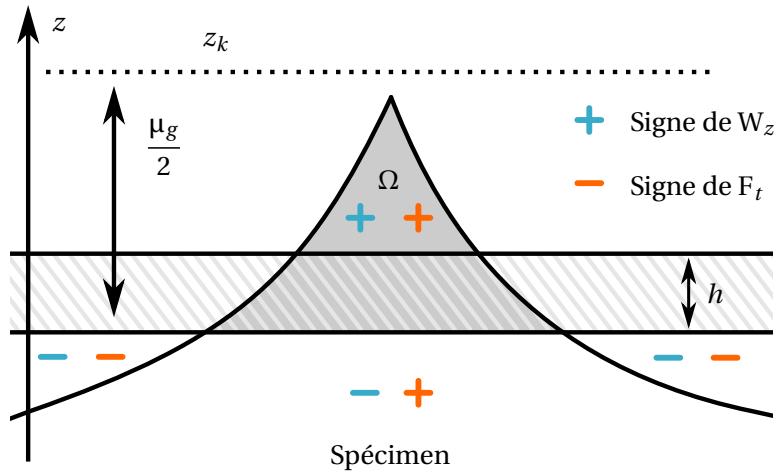


FIGURE 4.14 – Volume d'interpénétration pour le calcul de la hauteur de passage des grains abrasifs

La valeur de z_k est trouvée en choisissant une valeur cible pour h et un algorithme d'optimisation. Dans ce cadre, c'est la méthode de la sécante qui a été utilisée pour sa convergence rapide vers la solution. Cette méthode d'optimisation ne nécessite que des évaluations successives de z_k en fonction de h . La convergence vers la solution est vérifiée à condition que les valeurs initiales choisies pour démarrer l'optimisation correspondent effectivement à des positions dans lequel Ω est non nul.

Sur la base de la hauteur z_k et à condition que toutes les particules n'aient pas le même diamètre Δ_d , trois schémas de position peuvent être envisagés (figure 4.15). Soit le centre de chaque particule est aligné, soit il est déplacé vers le bas ou le haut. Pour les cas de test examinés dans ce chapitre, la configuration tangent inférieur a été choisie, dans le cas contraire les sillons générés par les plus grosses particules sont trop marqués.

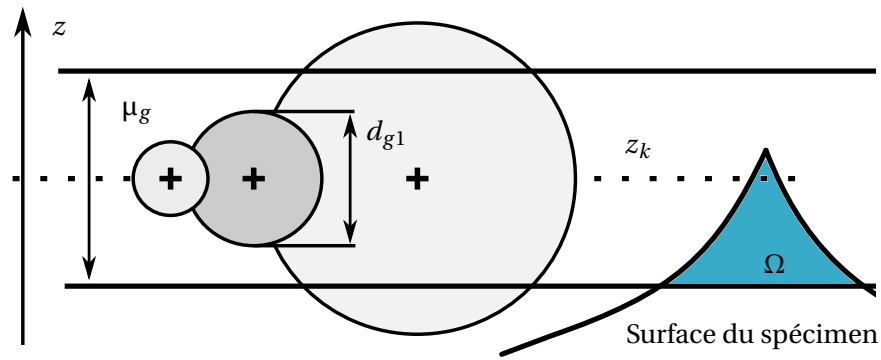


FIGURE 4.15 – Position des particules par rapport au plan moyen

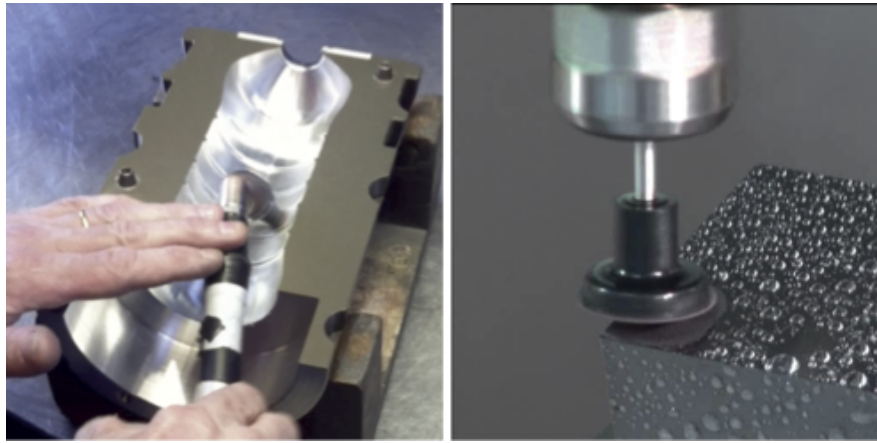
C'est donc la valeur de h qui doit être choisie en fonction des caractéristiques matériaux et de la pression exercée pendant l'abrasion. En effet, l'algorithme de détermination de la hauteur de passage des grains est paramétré par une seule variable h . Cette dernière prend en compte l'ensemble des paramètres procédé d'une manière globale. Il s'agit donc de déterminer h de manière à modéliser l'engagement réel des grains dans la matière. Dans ces travaux, la valeur de h est obtenue en recalant les simulations d'une manière globale par rapport à des essais.

4 Validation expérimentale

4.1 Cas 1 : polissage automatique

La validation expérimentale de la méthode proposée est effectuée sur un cas test comprenant une phase de fraisage de finition suivie d'une phase de polissage automatique effectuée sur un centre d'usinage Mikron UCP710 comme décrit dans [Pessoles and Tournier, 2009] (Fig. 4.16 - droite). L'application visée est la production de moules d'injection plastique et le matériau usiné est un acier X38CrMoV5 d'une dureté de 53 HRC. Le fraisage est effectué avec un outil hémisphérique de 10 mm de diamètre en carbure monobloc pour le profilage.

Dans cet exemple, la stratégie de fraisage comprend des trajectoires parallèles et une avance relativement faible par dent qui conduit à une surface avec des crêtes parallèles. La distance entre les passes est de 1 mm. La topographie résultant des simulations implicites de l'opération de fraisage est présentée dans la figure 4.7. La simulation implicite pour le fraisage se comporte comme prévu et produit une topographie de surface qui correspond aux mesures expérimentales (figure 4.19).



Polissage manuel

Polissage automatique

FIGURE 4.16 – Procédés d’abrasion

Les outils utilisés pour le polissage sont des disques abrasifs dont le diamètre est de 18 mm. Les grains abrasifs sont composés de carbure de silicium. Les disques sont collés sur un support élastomère souple (figure 4.17). La déformation de l'élastomère permet à l'outil abrasif de s'adapter à la surface et la force est ajustée en modifiant la distance relative entre l'outil et la pièce. Dans ces essais, la vitesse de rotation des outils abrasifs est fixée à 2000 tr/min. Les opérations de polissage sont effectuées avec un angle d'inclinaison de l'outil dans le sens de l'avance égal à 10° . Ainsi, seule une partie du disque dans sa zone périphérique est en contact avec la pièce [Guiot et al., 2011] ce qui conduit à une vitesse de coupe de 110 m/min. L'opération de polissage est une succession de trois papiers différents (grade 120, 240 et 600) et le processus d'abrasion a été séparé en quatre étapes : P120 sur l'axe X; P120 sur l'axe Y; P240; P600. La mesure de la topographie de la surface est effectuée in situ après chaque étape du processus d'abrasion sans démontage de la pièce à usiner [Quinsat and Tournier, 2012].

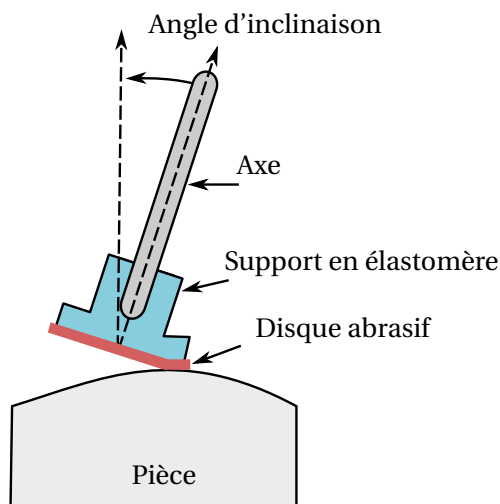


FIGURE 4.17 – Polissage automatique

Le capteur utilisé pour mesurer la topographie de la surface est un appareil optique de STIL [Nanometrology, 2010]. Sa technologie est basée sur un capteur chromatique confocal. La lumière blanche incidente est dispersée le long de l'axe Z. La longueur d'onde focalisée du faisceau réfléchi est déterminée afin d'obtenir la position de la surface dans le champ de mesure avec une haute

résolution. La mesure est effectuée tous les 0,01 mm sur une surface de 1 mm par 4 mm.

	cas d'essai 1	cas d'essai 2
Longueur x [mm]	4	1.2
Largeur y [mm]	4	0.7
Hauteur z [mm]	0.12	0.12
Pas x [mm]	0.02	0.004
Pas y [mm]	0.02	0.004
Pas z [mm]	0.003	0.0003
Nombre de points	16,200,801	21,122,675

Tableau 4.5 – Caractéristiques de la discrétisation de l'espace de travail

La simulation est calculée dans une zone locale de la pièce avec les caractéristiques de la grille présentées dans le tableau 4.5. Cette discrétisation de l'espace est nécessaire pour effectuer l'extraction de la surface. Les dimensions globales de la zone de travail sont données ainsi que la taille des pas dans chaque direction. Le processus d'abrasion modélisé est présenté dans le tableau 4.7. Dans ces simulations, β doit être inférieur à la hauteur des marques laissées par l'usinage mais suffisamment élevé pour pouvoir simuler correctement le passage des grains. Une valeur de 3 μm pour β et de 1 pour k ont été utilisés dans tous les cas de tests. Les simulations ont été réalisées avec la configuration matérielle suivante, différente de celle utilisée précédemment, en raison de la discrétisation spatiale plus fine :

- Xeon CPU : Intel Xeon Processor E5-1620V3, 3.5 Ghz, 31 Gflops DP, 4 cœurs, 8 threads
- GeForce GTX Titan Z (un GPU GK110) : 705 MHz, 2 $\times$ 6GB (GDDR5), 2880 cœurs CUDA.

Cas	Temps
cas d'essai 1	41 <i>sec</i>
cas d'essai 2 - P240	48 <i>sec</i>
cas d'essai 2 - P400	45 <i>sec</i>

Tableau 4.6 – Temps de simulation

Cette configuration conduit aux temps de simulation présentés dans le tableau 4.6. Les paramètres des différentes étapes sont déterminés en fonction du format du papier et de la topographie mesurée. Les deux premières étapes avec le papier P120 (figure 4.18) ont les mêmes paramètres et correspondent au profil expérimental. La première étape est utilisée afin de trouver les paramètres du processus (n_g et h) par une optimisation entre la simulation et les résultats expérimentaux. La deuxième étape est simulée avec le même ensemble de paramètres car ces deux étapes sont réalisées avec le même papier et les mêmes caractéristiques de processus. Cela montre la capacité du modèle proposé à s'adapter à différentes topographies initiales. En outre, l'effet de la topographie initiale sur le taux d'abrasion est cohérent avec les mesures. Lorsque la surface d'appui de l'échantillon augmente, le taux d'abrasion obtenu dans la simulation diminue comme prévu par les mesures (figure 4.19). Dans cette figure, les données en traits fins correspondent aux mesures expérimentales et les simulations sont affichées avec des traits épais. Le tableau 4.8 présente le paramètre de rugosité de surface S_a associé à chacun des cas. Les deux dernières étapes avec les papiers P240 et P600 suppriment complètement les marques de fraisage dans l'expérience ainsi que dans la simulation.

À partir du moment où le papier abrasif a atteint le fond des marques d'usinage, le taux d'abrasion est constant sur la surface de l'échantillon, quelle que soit la topographie initiale de la surface. Comme présenté dans la section 2.2, ceci a été rendu possible dans le modèle avec la limitation du champ potentiel par le seuil β .

Étape d'abrasion	Type d'abrasif	n_g	h [% Δ_d]
Grade 120-x	P120	900	1.8 %
Grade 120-y	P120	900	1.8 %
Grade 240	P240	1800	1.8 %
Grade 600	P600	2400	1.8 %

Tableau 4.7 – Paramètres de simulation - polissage automatique

Étape d'abrasion	Expérimentale	Simulée
Usinage	5.77	6.34
Grade 120-1	2.80	2.69
Grade 120-2	0.76	0.67
Grade 240	0.55	0.27

Tableau 4.8 – Analyse de rugosité surfacique S_a - [μm]

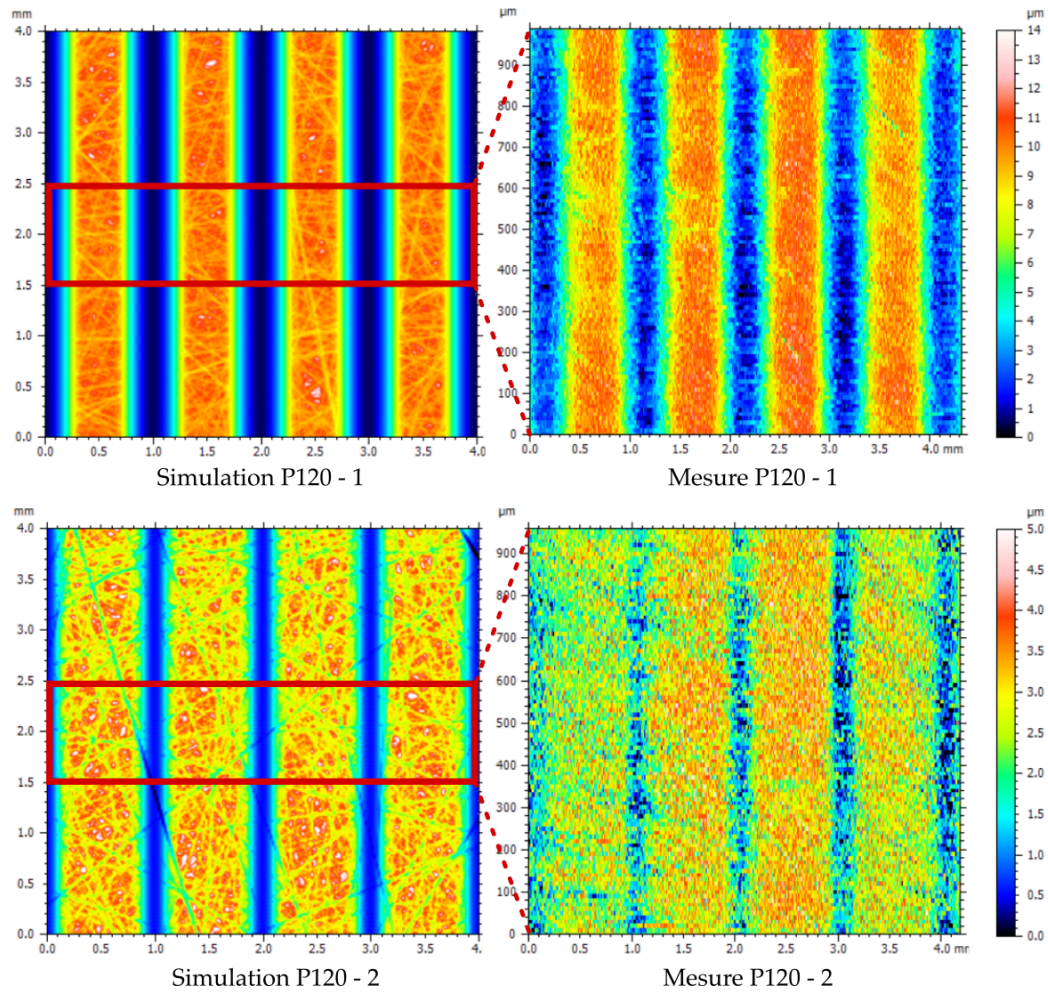


FIGURE 4.18 – Hauteurs simulées et mesurées

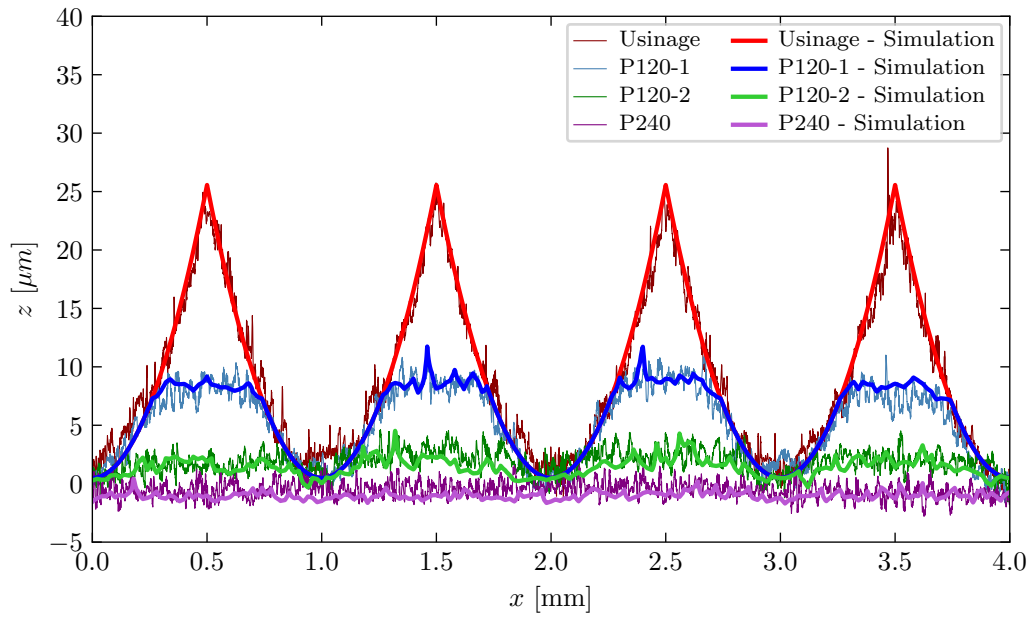


FIGURE 4.19 – Profils simulés et mesurés

4.2 Cas 2 : polissage manuel

Le deuxième exemple concerne un processus de fabrication intégrant une phase de fraisage de finition suivie d'opérations de polissage manuelles effectuées par un opérateur qualifié (Fig. 4.16 - gauche). L'application visée est la production de moules pour le soufflage de bouteilles en plastique et le matériau est un alliage d'aluminium AlZn5Mg3Cu [Grandguillaume et al., 2015]. Lors du fraisage, l'avance par dent n'est pas négligeable par rapport à la direction d'avance. Dans ce cas, le modèle généré peut être approximé par une succession d'empreintes sphériques pour chaque tour de l'outil avec un intervalle longitudinal égal à l'avance par dent. Ce motif dépend aussi du pas transversal et du rayon de l'outil. La topographie résultant des simulations de fraisage implicites est présentée dans (figure 4.20). On peut remarquer que la topographie résultante est très différente du cas 1, notamment en terme de surface d'appui. En ce qui concerne le processus d'abrasion, deux stratégies avec des papiers différents sont envisagées. La simulation est réalisée avec les caractéristiques de la grille présentées dans le tableau 4.5.

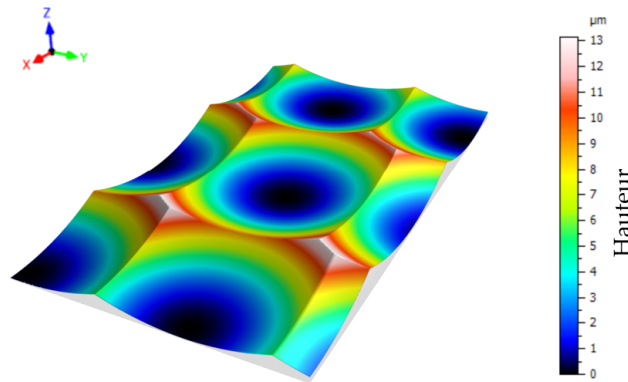


FIGURE 4.20 – Simulation d'usinage implicite - cas d'essai 2

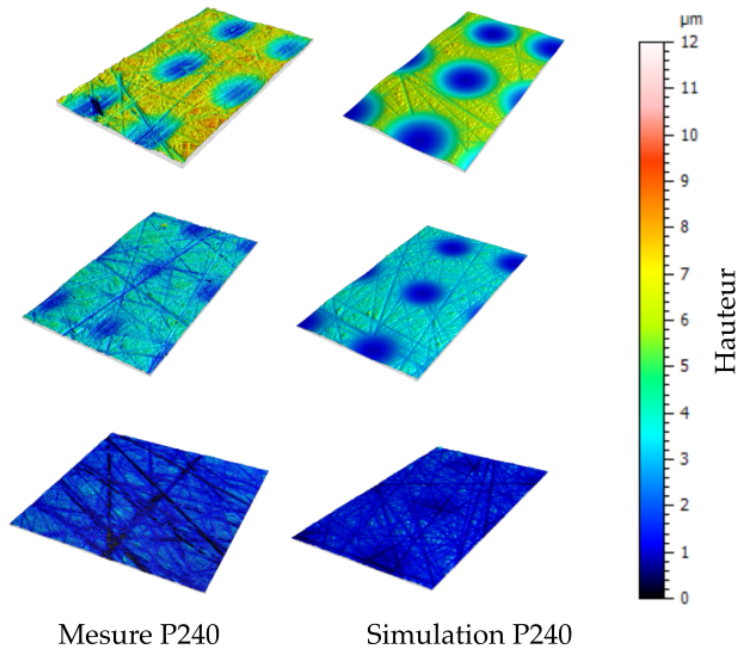


FIGURE 4.21 – Topographie simulée et mesurée pour le procédé de polissage manuel

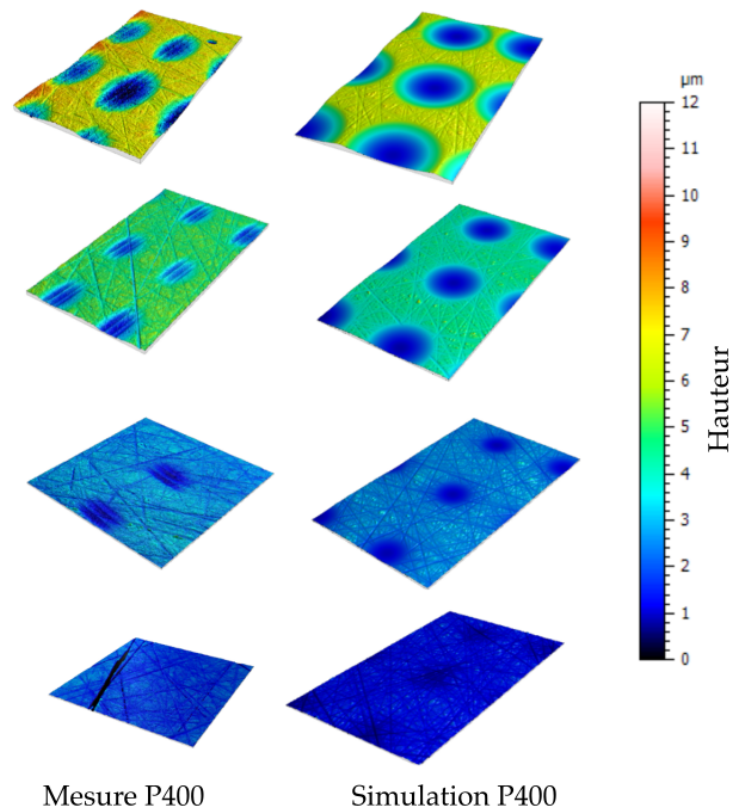


FIGURE 4.22 – Comparaison pour le grade P400

Étape d'abrasion	Expérimentale	Simulée
Usinage	2.77	2.32
Grade 240-1	1.35	1.42
Grade 240-2	0.60	0.57
Grade 240-3	0.45	0.26

Tableau 4.9 – Rugosité de surface S_a pour l’abrasif P240 - [μm]

Étape d'abrasion	Expérimentale	Simulée
Usinage	2.77	2.32
Grade 400-1	1.77	1.57
Grade 400-2	0.71	0.81
Grade 400-3	0.37	0.30
Grade 400-4	0.37	0.17

Tableau 4.10 – Rugosité de surface S_a pour l’abrasif P400 - [μm]

Nom	Valeur Expérimentale	Valeur simulée
S_a	0.45	0.26
S_{al}	20	34
S_k	1.44	0.73
S_{pk}	0.49	0.50
S_{vk}	0.77	0.27

Tableau 4.11 – Paramètres surfaciques pour le cas P240- [μm]

Nom	Valeur Expérimentale	Valeur simulée
S_a	0.37	0.17
S_{al}	15	56
S_k	0.95	0.47
S_{pk}	0.39	0.29
S_{vk}	1.51	0.20

Tableau 4.12 – Paramètres surfaciques pour le cas P400- [μm]

Pour les deux abrasifs utilisés, un seul ensemble de paramètres pour chaque étape permet d'obtenir une simulation d'abrasion représentative. La méthode utilisée pour trouver les paramètres de simulation est la même que pour le cas de test 1. La figure 4.21 présente les topographies respectives des papiers P240 et P400. Ces deux cas supplémentaires montrent que l'abrasion avec différents formats de papier peut être prise en compte. Le fond des marques d'usinage n'est pas affecté dans les simulations car le trajet des grains est considéré comme une ligne droite indépendamment de la topographie réelle de la surface. En conséquence, les marques d'usinage sont encore légèrement visibles dans les simulations alors qu'elles ont été retirées expérimentalement. Même si les paramètres du processus de polissage manuel peuvent être difficiles à évaluer, le cadre de simulation fournit des résultats qui sont pertinents à condition que l'opérateur qualifié puisse les répéter.

5 Conclusion

Dans ce chapitre, le modèle implicite précédemment développé a été mis en œuvre pour simuler un processus de fabrication dans son ensemble. Les résultats présentés dans ce chapitre ont été acceptés dans une publication à paraître [Euzenat et al., 2020]. Il s'agit principalement de prendre en compte l'opération d'usinage qui précède l'abrasion. Ainsi, la surface initiale, à partir de laquelle la simulation d'abrasion est exécutée, présente une topographie réaliste. Pour ce faire, la simulation d'usinage est réalisée classiquement par opérations booléennes entre les différentes instances de l'outil au court du temps et la pièce. Le formalisme implicite a été utilisé de manière à pouvoir prendre en compte l'usinage sans avoir à extraire la surface. Ainsi, le champ scalaire initial est directement issu de la simulation d'usinage. La limitation de la valeur maximale du potentiel à l'intérieur du spécimen, qui a été mise en place dans le chapitre précédent pour éviter la diminution du taux d'abrasion, permet de tenir compte de la différence de hauteur des marques d'usinage. Le taux d'abrasion final, lorsque toutes les marques d'usinage ont été polies, est constant sur toute la surface de la pièce indépendamment de la hauteur de la surface initiale. Grâce à cette limitation du potentiel, le comportement de la simulation est cohérent avec les observations qui sont réalisées expérimentalement. D'autre part, les surfaces des spécimens prises en compte étant de faible étendue, il est justifié de supposer que la courbure globale de la surface est nulle. La simulation de l'abrasion dans le cas de surfaces complexes semble réalisable en utilisant une transformation conforme entre la surface réelle et un plan. Elle ne nécessiterait pas de modifications majeures du modèle.

Pour améliorer les résultats de simulation, une modélisation des grains abrasifs avec un diamètre variable a été proposée. Une identification des caractéristiques statistiques du diamètre des grains à partir des données des distributions issues de la norme relative aux abrasifs a été réalisée. Les distributions granulométriques ont été prises en compte dans la simulation. Les grains sont considérés comme des sphères, mais il est possible de mettre en œuvre d'autres formes dans le modèle. La succession des étapes de simulation est cohérente avec les mesures et le taux d'abrasion est réduit lorsque la surface d'appui augmente. Le temps de calcul dans tous les cas de test est inférieur à une minute avec un matériel informatique conventionnel. L'ordre de grandeur du temps de calcul est déjà compatible avec les exigences industrielles sans optimisation majeure de l'implémentation.

Le modèle implicite nécessite la génération d'un champ potentiel pour les grains abrasifs. Ce champ tient compte de la forme et de la trajectoire des grains. Il est nécessaire de définir correctement la hauteur du passage pour chaque grain. Dans le processus réel, cette hauteur de passage dépend de la pression, de la topographie et des propriétés du matériau de l'échantillon. Dans le modèle présenté, la génération de ce champ de potentiel abrasif est réalisée grâce à des considérations géométriques et à l'heure actuelle, l'effort de polissage n'est pas un paramètre direct.

La détermination de la hauteur de passage des grains est liée au volume de superposition entre le champ de potentiel des grains et celui de l'échantillon. Cette approche permet de prendre en compte la topographie réelle de l'échantillon dans le calcul de la hauteur relative. La principale contribution est la démonstration que le modèle est capable de traiter différentes topographies. L'effet de la topographie sur le taux d'abrasion est cohérent entre la simulation et l'expérience, sachant que les paramètres du procédé et ceux du modèle restent constants. Même si la relation entre la pression et les paramètres du modèle n'est pas encore établie à ce jour, les corrélations entre les données expérimentales et numériques sont concluantes. Il faut prévoir des mesures de

topographies pendant l'abrasion de manière à pouvoir déterminer la distance d'interpénétration pour le modèle implicite.

La connaissance de la relation définissant l'engagement des grains abrasifs par rapport à la pression de contact, les caractéristiques du matériau, des grains et du procédé permettrait de prévoir la distance d'interpénétration à renseigner. Dans le modèle proposé, cette relation n'a pas été étudiée, car elle nécessite de définir la relation entre le potentiel implicite et le comportement du matériau. Cela nécessite une étude complète de l'interaction d'un seul grain avec divers échantillons en mettant en œuvre des simulations mécaniques. L'étude présentée dans ce chapitre se concentre sur le comportement macroscopique du processus d'abrasion et la prise en compte de la topographie de surface sur le taux d'abrasion.

La détermination de la relation entre l'effort et la trajectoire des grains est le prochain développement envisagé pour le modèle proposé. Afin de prendre en compte la pression comme entrée du modèle, une relation entre la pression et le volume de chevauchement doit être étudiée. Pour ce faire, des simulations telles que celles réalisées avec *SPHEROS* pourraient être mises en œuvre. Cette extension du modèle n'invalidera pas l'approche géométrique proposée pour déterminer la hauteur des trajectoires et sera intégrée dans la génération du passage des grains afin de déterminer leur hauteur relative. Ainsi le paramétrage du modèle pour un couple outil-pièce donné pourrait être réalisé sans avoir recours à des essais.

Les résultats préliminaires du modèle pourraient être utilisés pour trouver les paramètres optimaux d'une optimisation globale du processus de fabrication, comprenant le fraisage et la finition par abrasion.

Conclusion et perspectives

Synthèse des travaux

La rugosité de surface est un facteur qui joue un rôle important dans les performances fonctionnelles des pièces mécaniques. Dans l'industrie, de nombreux procédés nécessitent de recourir à des opérations de finition afin de répondre aux exigences concernant l'état de surface. Dans ce contexte, les avantages de l'utilisation de la simulation pourraient conduire à des améliorations dans la conception et la mise en œuvre des opérations de fabrication.

Le premier chapitre présente l'état de l'art concernant l'abrasion, ses principales caractéristiques ainsi que les problématiques soulevées par la modélisation de ce procédé. En ce qui concerne la simulation de la topographie des surfaces, deux grands types de méthodes sont disponibles, basées soit sur une modélisation mécanique ou géométrique. Ces deux méthodes présentent leurs propres difficultés lorsqu'il s'agit de simuler une opération d'abrasion complète. D'une part, la simulation du comportement mécanique complet pendant l'abrasion n'est pas encore possible en raison de la complexité numérique induite par le nombre élevé d'interactions. D'autre part, les méthodes géométriques basées les opérations booléennes ne sont pas suffisamment pertinentes pour simuler la matière déformée et repoussée par les actions des grains abrasifs.

Le deuxième chapitre explore un des axes possibles pour la simulation de l'abrasion. Dans ce cadre, un partenariat avec le Laboratoire de Machines Hydrauliques (LMH) a permis d'avoir accès à un code de calcul particulier, *SPHEROS*, de manière à pouvoir résoudre les équations de la mécanique des milieux continus. Ce dernier est basé sur la méthode des volumes finis appliquée à un ensemble de particules mobiles. Il diffère notamment de la méthode SPH par une meilleure consistance dans la résolution de l'équation d'équilibre mécanique local. La méthode FVPM sur laquelle il repose est traditionnellement utilisée pour les simulations fluides. Le fait d'avoir développé la possibilité de prendre en compte des particules mobiles pour porter les quantités d'intérêts pendant les simulations permet de choisir une représentation eulérienne ou lagrangienne. Il est possible de combiner ces deux approches dans la même simulation. Cela permet une avancée significative vis-à-vis de la mise en œuvre de la méthode classiquement réalisée sur une grille fixe pour les simulations fluides. Concernant les simulations solides, seule la représentation lagrangienne peut être utilisée à cause de l'équation d'état, qui dépend de la configuration initiale de la matière.

Une évaluation de ce code de calcul pour simuler l'abrasion est réalisée. Une première étude de sensibilité permet de définir les paramètres de simulation de manière optimale. Les cas de simulations envisagés sont l'indentation et le rayage pour se rapprocher des caractéristiques des interactions qui se produisent durant l'abrasion entre les grains et la pièce. Il est par ailleurs possible d'instrumenter ces cas d'essai de manière à pouvoir comparer les données issues des simulations avec des mesures. L'analyse des résultats montre une correspondance satisfaisante des

efforts. En effet ils sont obtenus de manière instantanée à chaque pas de temps en fonction de l'état de contrainte dans le spécimen et des coefficients de frottement. Ils sont donc peu sensibles à l'historique de la simulation. Les résultats concernant la géométrie sont plus nuancés. La zone de contact entre l'indenteur sphérique et la pièce est bien reproduite. Cependant le volume de matière repoussé est plus faible que dans la réalité. Cela s'explique car la géométrie est obtenue à l'issue de la simulation par le déplacement cumulé de toutes les particules. Le résultat final est donc influencé par la somme des erreurs commises à chaque pas de temps.

Étant donné que la méthode de simulation est basée sur une résolution forte des équations, la dynamique du mouvement de chaque particule est reproduite, ce qui génère des ondes de pression acoustiques dans le milieu simulé. Le pas de temps choisi doit donc être suffisamment faible pour que la distance de propagation de ces ondes à chaque étape du calcul ne dépasse pas la taille des plus petites particules. Cela est particulièrement problématique dans les métaux car leur grande rigidité entraîne une vitesse de propagation très importante. Le temps de simulation est donc impacté négativement lors d'une réduction de la taille des particules. Cela est dû à l'augmentation de leur nombre et à la réduction du pas de temps nécessaire pour garantir la stabilité. Il n'est donc pas possible d'adapter la finesse de discrétisation temporelle en fonction de la vitesse réelle du procédé. Par exemple, simuler une opération quasi-statique nécessiterait un temps presque infini. Il n'est pas possible de contourner ce problème sans tricher sur les conditions de simulation. Dans le cadre des travaux présentés, c'est la vitesse de l'indenteur qui a été artificiellement augmentée pour pouvoir mener à bien les simulations présentées.

Le deuxième axe étudié part du principe qu'une modélisation simple de l'abrasion est nécessaire pour pouvoir simuler une opération de fabrication dans son ensemble. Contrairement à l'usinage, pour lequel une simple différence géométrique suffit pour reproduire fidèlement la topographie de la surface après le passage d'un outil, l'abrasion et ses différents mécanismes d'enlèvement de matière associés ne peuvent être modélisés aussi simplement.

L'idée d'utiliser les surfaces implicites provient de l'analyse de la littérature dans le domaine de l'infographie. Les travaux dans ce domaine visent à permettre de déformer de manière complexe des objets animés en gardant des performances d'exécution compatibles avec des simulations en temps réel. Ainsi les surfaces implicites sont très utilisées en infographie car elles permettent de remplir ces deux objectifs contradictoires. Fort de ce constat, un modèle d'abrasion basé sur la représentation implicite des surfaces est proposé. La surface est représentée grâce à un champ scalaire qui est modifié par le passage de chaque grain abrasif. De la même manière, les grains abrasifs possèdent un potentiel scalaire qui modélise leur effet sur la surface. Une extraction de la surface est nécessaire à l'issue de la simulation.

Le schéma d'interaction entre la surface et les grains abrasifs consiste à effectuer une différence successive entre le potentiel initial associé à la surface et celui des différents grains abrasifs. À l'échelle locale, le modèle consiste à retirer une certaine valeur au champ qui représente la surface. Cette dernière se déplace alors là où le champ est nul. Cette relation entre l'effet de l'action abrasive sur le déplacement de la surface dépend du gradient du champ. Le gradient a tendance à augmenter après chaque passage de grain ce qui réduit le taux d'abrasion au cours du temps. Pour pallier ce comportement du modèle, qui ne correspond pas à la réalité, une limitation de la valeur maximale prise par le potentiel initial est mise en place.

Le schéma d'interaction proposé présente l'intérêt d'être indépendant de l'ordre de passage des grains abrasifs. Même si dans la réalité, l'ordre des rayures successives laissées par les grains a une importance, le modèle proposé peut être simulé sur des architectures de calcul parallèle, ce qui diminue fortement le temps de calcul. Une telle hypothèse est pertinente car on souhaite

principalement obtenir un état de la surface simulé après un nombre de passages important. Il est néanmoins possible d'obtenir un résultat itératif pour chaque grain au prix d'un temps de calcul plus long. Le troisième chapitre présente les caractéristiques intrinsèques de ce modèle. Les contraintes qui ont mené à la définition des différents champs sont explicitées. La géométrie des particules modélisées est sphérique et la hauteur de passage des trajectoires est imposée. D'autre part, la géométrie initiale de la surface du spécimen est parfaitement plane. Avec ce cas d'essai simplifié, l'évolution de la rugosité en fonction du taux de descente des grains, de leur dimension et l'enchaînement de différents types de papier abrasif est analysée. Il est possible de retrouver une évolution de la rugosité qui correspond aux valeurs issues d'une étude expérimentale.

Le dernier chapitre présente un cas d'application du modèle implicite plus concret. La prise en compte de la topographie issue de l'usinage est implémentée. Pour ce faire, l'usinage est simulé par opérations booléennes en utilisant le formalisme implicite. Parmi les possibilités numériques de simulation de ces opérations booléennes, ce choix a été fait pour assurer une compatibilité directe entre la simulation d'usinage proposée et le modèle d'abrasion implicite. De cette manière, le champ de distance signée de la surface usinée ainsi obtenu est utilisable par le modèle implicite d'abrasion sans modification particulière. La limitation de la valeur maximale prise par le champ initial permet d'obtenir un taux d'abrasion constant sur toute la surface de la pièce une fois que toutes les marques d'usinage sont polies. Cela n'est pas le cas sans limitation du potentiel initial.

Par ailleurs la modélisation des grains est améliorée par une identification de la distribution statistique de leurs tailles et la génération numérique d'un ensemble de grains selon cette distribution. Un algorithme pour la définition de la hauteur de passage des grains est proposé. Il repose sur une estimation du volume d'interpénétration moyen entre la surface et les grains abrasifs. Le modèle nécessite un recalage de la valeur à imposer pour ce volume en fonction des conditions du procédé. Les différentes simulations réalisées ont montré qu'une fois cette valeur déterminée, le taux d'abrasion est cohérent en fonction de la topographie réelle de la surface.

Perspectives

Les deux axes développés dans ce manuscrit sont opposés mais néanmoins complémentaires. Il convient d'abord d'envisager les limites associées à chacun d'entre eux et d'en proposer des améliorations. Puis de considérer les liens qui peuvent être élaborés entre ces deux axes.

Vu les temps de simulation constatés pour les simulation réalisées avec la méthode FVPM, le choix de recourir à une méthode de résolution forte des équations pour simuler une opération d'abrasion complète place cet objectif hors d'atteinte. En effet, la dynamique de vibration du spécimen fait partie intégrante de la simulation. Dans ce contexte, ces méthodes sont donc bien adaptées pour la simulation des phénomènes qui se déroulent à une vitesse dont l'ordre de grandeur est proche de celui des ondes acoustiques. Cependant, les métaux présentent une dynamique de propagation des ondes très rapide à cause de leur grande rigidité élastique comparé aux fluides. La stabilité conditionnelle de la méthode ne permet pas de dégrader sciemment la finesse temporelle des simulations pour réduire le temps de calcul. Des techniques pour réduire la vitesse de propagation peuvent être envisagées en augmentant la masse volumique du matériau en question. Réduire le module d'Young permettrait aussi d'obtenir le même effet mais fausserait la relation effort/déplacement avant d'atteindre le seuil plastique et aurait un effet sur la valeur du retour élastique. La modélisation des déformations par [Müller et al., 2004] est intéressante car conditionnellement stable. Cette approche a ainsi été reprise par [Takamatsu and Kanai, 2011]

pour améliorer la stabilité d'un code de calcul SPH. De la même manière, ce genre d'approche pourrait être couplée à la méthode FVPM pour en améliorer les performances mais aussi pour modéliser les mécanismes responsables de l'enlèvement de matière d'une manière uniquement géométrique.

Néanmoins, la modélisation particulière sur laquelle repose *SPHEROS* est intéressante car elle ne pose pas de problème pour prendre en compte les grandes déformations. Une formulation faible de la résolution des équations de la mécanique des milieux continus, adaptée sur une représentation particulière du spécimen paraît plus adaptée pour simuler l'enlèvement de matière par abrasion. De cette manière, il est possible de bénéficier des avantages de la représentation particulière vis-à-vis des maillages ainsi que de l'avantage de la formulation faible qui ne prend pas en compte les ondes acoustiques et optimise de manière globale la solution des équations à chaque pas de temps. Ainsi l'intervalle de temps entre deux pas de simulation peut être réglé en fonction de la finesse de simulation voulue indépendamment de la stabilité. Ce type de méthode sans maillage existe et a été implémenté pour des modèles élastiques [Oñate et al., 2001] et élasto-plastique [Ullah and Augarde, 2013].

Pour aller vers une simulation de l'abrasion basée sur un modèle mécanique ayant pour objectif d'obtenir la topographie de surface à l'issue du procédé ainsi que les efforts de contact, un modèle rigide-pastique paraît plus adapté [Jackson and Ramesh, 1992]. En effet ce type de modèle est principalement mis en œuvre pour les simulations de mise en forme des métaux et permet d'obtenir la vitesse de déplacement de la matière au cours du procédé. Vu les travaux sur l'adaptation des représentations sans maillage pour l'élasticité, il est raisonnable de penser de cette méthode pourra elle aussi être adaptée aux représentations particulières.

L'étude de la littérature, dans laquelle les possibilités de simulation sont soit mécaniques soit géométriques, a permis d'identifier un certain nombre de méthodes hybrides issues de l'infographie. Parmi ces méthodes, la représentation implicite des surfaces a été choisie et un modèle d'abrasion a été développé grâce à ce formalisme. Les possibilités permises par la modélisation implicite n'ont pas été toutes explorées.

À une échelle plus locale, la détermination du potentiel abrasif en fonction d'une géométrie réelle est envisageable. Pour une profondeur de rayage donnée, une certaine topographie est obtenue en fonction de la matière coupée et repoussée. Le potentiel abrasif peut être déterminé en fonction de cette géométrie. Des investigations restent à mener pour savoir si le potentiel identifié permettra d'obtenir des informations pour d'autres profondeurs de rayage. Le cas échéant, un potentiel évolutif en fonction de la profondeur est envisageable.

Le fait d'avoir choisi un schéma d'interaction par différence entre le champ initial et les potentiels abrasifs peut restreindre les capacités de modélisation futures et rendre difficile la correction de certains défauts de la méthode. Sans remettre en cause le modèle présenté, le recours à un opérateur générique entre ces champs comme l'a proposé [Angles et al., 2017] permettrait d'offrir plus de liberté dans la modélisation du contact entre les grains et la pièce.

Enfin, une large partie des données volumétriques disponibles n'est pas utilisée à ce stade dans la mesure où seule la surface de niveau zéro est extraite pour obtenir la topographie après l'abrasion. Le rapprochement où l'éloignement des lignes de niveaux au cours de la simulation pourrait être mis à profit pour modéliser un « état mécanique équivalent » qui reste à définir.

Annexes

Caractéristiques des grains abrasifs

Désignation	Tamis 1		Tamis 2		Tamis 3		Tamis 4		Tamis 5		Reste
	W1	Q1	W2	Q2	W3	Q3	W4	Q4	W5	Q5	ΔQ
	mm	%	mm	%	mm	%	mm	%	mm	%	%
P12	3,35	0	2,36	1	2	14 ± 4	1,7	61 ± 9	1,4	92	8
P16	2,36	0	1,7	3	1,4	26 ± 6	1,18	75 ± 9	1	96	4
P20	1,7	0	1,18	7	1	42 ± 8	0,85	86 ± 6	0,71	96	4
P24	1,4	0	1	1	0,85	14 ± 4	0,71	61 ± 9	0,60	92	8
P30	1,18	0	0,85	1	0,71	14 ± 4	0,6	61 ± 9	0,50	92	8
P36	1	0	0,71	1	0,60	14 ± 4	0,5	61 ± 9	0,425	92	8
	μm	%	μm	%	μm	%	μm	%	μm	%	%
P40	710	0	500	7	425	42 ± 8	355	86 ± 6	300	96	4
P50	600	0	425	3	355	26 ± 6	300	75 ± 9	250	96	4
P60	500	0	355	1	300	14 ± 4	250	61 ± 9	212	92	8
P80	355	0	250	3	212	26 ± 6	180	75 ± 9	150	96	4
P100	300	0	212	1	180	14 ± 4	150	61 ± 9	125	92	8
P120	212	0	150	7	125	42 ± 8	106	86 ± 6	90	96	4
P150	180	0	125	3	106	26 ± 6	90	75 ± 9	75	96	4
P180	150	0	106	2	90	15 ± 5	75	62 ± 12	63	90	10
P220	125	0	90	2	75	15 ± 5	63	62 ± 12	53	90	10

Tableau 4.13 – Distribution des macro-grains pour abrasifs rapportés

Désignation	d_{s0} [μm]	d_{s3} [μm]	d_{s50} [μm]	d_{s95} [μm]
P240	110	81,7	58,5 ± 2	44,5
P280	101	74	52,2 ± 2	39,2
P320	94	66,8	46,2 ± 1,5	34,2
P360	87	60,3	40,5 ± 1,5	29,6
P400	81	53,9	35 ± 1,5	25,2
P500	77	48,3	30,2 ± 1,5	21,5
P600	72	43	25,8 ± 1	18
P800	67	38,1	21,8 ± 1	15,1
P1000	63	33,7	18,3 ± 1	12,4
P1200	58	29,7	15,3 ± 1	10,2

Tableau 4.14 – Distribution des micro-grains pour abrasifs rapportés

Fichier de contrôle des paramètres de simulation pour SPHEROS

```
1  Container{
2      name            Indentation        // Simulation name
3      startTime       0.0                // [s] Simulation restart time
4      endTime         24.0e-6            // [s]
5      gravity          ( 0.0 0.0 0.0 )    // [m s-2]
6      timeMode        1                  // [s] fixed, adaptive
7      refDt           1                  // [s] Reference time step
8      saveDt          24.0e-8            // [s]
9      snapshotDt       12                // [h]
10     reportIters      1                  // [iter] Simulation report
11     reportType       1                  // [-]
12     maxIter          10000000           // [iter] Max iterations
13     maxErodedMass    1.20428e-08        // [kg]
14     currErodMass     0                  // [kg]
15 }
16
17 Domain{
18     posMin           ( -5e-3 -5e-3 -5e-3 ) // [m] min domain position
19     posMax           ( 5e-3 5e-3 2e-3 )    // [m] max domain position
20     decompX          32                  // [-] number of domain
21     decompY          1                  // [-]
22     decompZ          1                  // [-]
23     file             domain.txt          // [-]
24 }
25
26 Elastic{
27     name             copper              // Eroded material name
28     density           8960.0            // [kg m-3] Reference density
29     yModulus          124.0e+9           // [Pa] Young's modulus
30     pRatio            0.34              // [-] Poisson ration
31     artVisc           0.20              // [-]
32     hgCoeff           0.05              // [-] Hourglass coef
33     mu_s              0.00              // [-] Static friction coef
34     mu_d              0.00              // [-] Dynamic friction coef
35     yield_A1          90.0e+6           // [Pa] Johnson-Cook model
36     yield_n           0.31              // [-]
37     yield_A3          0.0               // [-]
38     yield_A4          0.0               // [-]
39     yield_eps0        1.0               // [s-1]
40     yield_eps1        1000.0            // [s-1]
41     yield_p           1.3417           // [-]
42     yield_m           1.09              // [-]
43     failure_D1        0.54              // [-] Johnson-Cook Damage model
```

```

44 failure_D3 -3.03 // [-]
45 failure_D4 0.014 // [-]
46 failure_D5 1.12 // [-]
47 grun_S 1.488 // [-] Gruneisen EoS slope
48 grun_C 3933.0 // [ms-1] Gruneisen bulk wave vel
49 grun_gam 1.99 // [-] Gruneisen gamma
50 sHeat 383.0 // [J/kg/K] Specific heat
51 thermCond 386.0 // [W/m/K] Thermal conductivity
52 tempIni 298.0 // [K] Initial temperature
53 tempMelt 1358.0 // [K] Melting temperaure
54 heatFrac 0.9 // [-] inelastic heat fraction
55 }
56
57 Elastic{
58     name silica // Erodent material name
59     density 800.0 // [kg m-3] Reference density
60     yModulus 8000.0e+15 // [Pa] Young modulus
61     pRatio 0.0 // [-] Poisson ration
62     sHeat 830.0 // [J/kg/K] Specific heat
63     thermCond 3.0 // [W/m/K] Thermal conductivity
64 }
65
66 SiltSolver{
67     name silt // [-]
68     forcedAccel ( 0 0 0 ) // [-]
69     eta 1.0 // [-] Smoothing length
70     exportVars [ pos Xref time force vel vonMises ]
71     CFL 0.75 // [-] Maximum CFL
72     eos silica // [-] Defined in eos block
73     charVel 100 // [m s-1] Characteristic velocity
74     file silt.txt //
75 }
76
77 SolidSolver{
78     name specimen // [-]
79     eta 0.75 // [-] Smoothing length
80     exportVars [ pos Xref time force vel vonMises ]
81     CFL 0.8 // [-] Maximum CFL
82     eos copper // [-]
83     charVel 100 // [m s-1] Characteristic velocity
84     alfa 0.01
85     file specimen.txt
86 }
87
88 WallBoundary{
89     name wall // [-]

```

```
90   eta          0.75      // [-] Smoothing length
91   exportVars   [ ]       //
92   file         wall.txt   //
93   embedded     specimen   //
94 }
```

Génération d'une répartition sphérique de particules

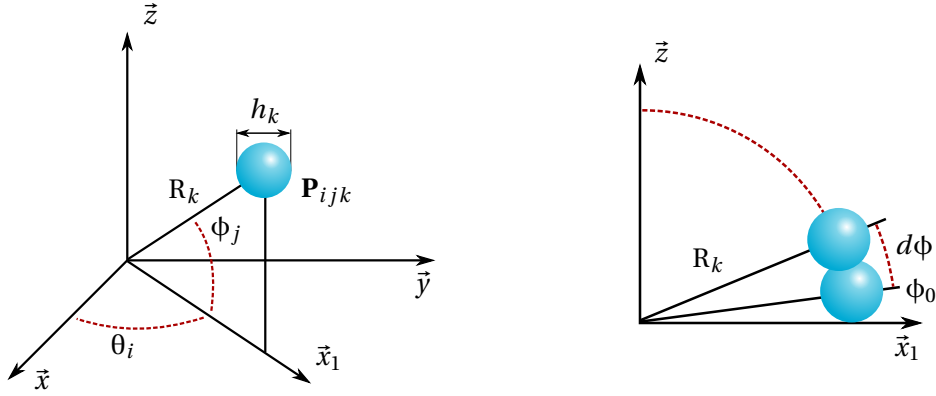


FIGURE 4.23 – Paramétrage polaire utilisé pour la génération de la position initiale des particules

La position du centre $\mathbf{P}_{ijk}$ de chaque particule est paramétrée par l'équation a.1. Les trois indices i, j et k sont associés aux paramètres θ_i, ϕ_j et R_k . Pour la génération, il s'agit de déterminer l'intervalle dans lequel chacun des indices est compris et de définir l'évolution de ces paramètres en fonction des indices.

$$\mathbf{P}_{ijk} = \begin{bmatrix} x_c + R_k \cdot \cos(\theta_i) \cdot \sin(\phi_j) \\ y_c + R_k \cdot \sin(\theta_i) \cdot \sin(\phi_j) \\ z_c + R_k \cdot \cos(\phi_j) \end{bmatrix} \quad (\text{a.1})$$

Le rayon des particules h_k ne dépend que de la distance entre la particule en question et le centre du repère. La valeur de R_k est définie en fonction de la valeur précédente R_{k-1} (eq. a.2). Le remplissage du spécimen commence par le centre et se compose d'un ensemble de coques, pour chaque valeur de k , dans lesquelles les particules ont une taille identique. La génération s'arrête lorsque le diamètre du spécimen atteint la valeur maximale souhaitée D_{max} .

$$R_k = R_{k-1} + h_k \quad \text{avec} \quad h_k = \begin{cases} h_0 & \text{si } R \leq R_{fine} \\ \lambda h_{k-1} & \text{si } R > R_{fine} \end{cases} \quad \text{et } \lambda = 1.2 \quad (\text{a.2})$$

Le coefficient λ définit le taux d'augmentation de la taille des particules. Au centre du repère une zone dont le rayon est R_{fine} est constituée de particules dont la taille est constante et égale à h_0 . Il y a donc quatre paramètres à définir pour pouvoir initialiser la position des particules, ce sont h_0, R_{fine}, λ et D_{max} .

Pour chaque valeur de k , une coque est générée. Il s'agit ensuite de fixer la valeur de ϕ_j :

$$\phi_j = \phi_0 + j \frac{\Delta\phi}{n_\phi} = \phi_0 + j \frac{\phi_1 - \phi_0}{\left\lceil \frac{R_k \cdot (\phi_1 - \phi_0)}{h} \right\rceil} \quad j \in [1, n_\phi] \quad (\text{a.3})$$

ϕ_0 et ϕ_1 sont choisis par l'utilisateur. Le même raisonnement est mené pour l'angle θ_i .

Génération aléatoire de passage de grains abrasifs

Les notations propres à cette section sont définies ci-après :

- X Variable aléatoire générique
- ϕ Fonction générique
- L Rayon de la zone d'intérêt
- R Variable aléatoire définissant la distance au centre du repère
- α Variable aléatoire définissant l'orientation d'une ligne
- f_X Loi de probabilité de la variable X
- f_R Loi de probabilité de la variable R
- f_α Loi de probabilité de la variable α
- E Espérance d'une variable aléatoire
- F Fonction de répartition d'une variable aléatoire
- h_x Fonction d'intervalle

Préliminaires

On pose h_x , une fonction qui permet de limiter l'intervalle de définition d'une fonction u à valeur dans $\mathbb{R}$:

$$h_x(u) = \begin{cases} 1 & u \leq x \\ 0 & u > x \end{cases} \quad (\text{a.4})$$

L'espérance d'une variable aléatoire est donné par :

$$E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} f(u) du \quad (\text{a.5})$$

L'espérance d'une fonction ϕ appliquée à une variable aléatoire X qui suit la loi de probabilité f est donné par :

$$E(\phi(X)) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(u) f(u) du \quad (\text{a.6})$$

La fonction de répartition F_X d'une variable aléatoire X est l'intégrale de la loi de probabilité :

$$F_X(x) = P(X < x) = \int_{-\infty}^x f_X(u) du \quad (\text{a.7})$$

La loi de probabilité de X est donc la dérivée de sa fonction de répartition :

$$f_X(x) = \frac{dF(x)}{dx} \quad (\text{a.8})$$

La fonction de répartition peut être calculée à partir de l'espérance :

$$F_X(x) = P(X < x) = E(h_x(X)) \quad (\text{a.9})$$

Paramétrage

Pour la simulation de l'abrasion, la génération des trajectoires des particules abrasives est nécessaire pour modéliser le mouvement relatif entre l'outil abrasif et la pièce. Étant donné que la forme des particules abrasives et leurs mouvements ne sont pas réguliers, il n'est pas possible de déterminer la géométrie exacte et la trajectoire suivie par chaque grain.

Les trajectoires des grains ont été modélisées par un ensemble de lignes uniformément réparties sur la zone d'intérêt (figure 4.24). L'objectif de cette section est de démontrer que le paramétrage proposé est effectivement uniforme dans la zone d'intérêt. Les lignes sont définies par un point $\mathbf{P}$ et dirigées par un vecteur unitaire $\mathbf{U}$ dont les définitions sont données dans les équations a.10 et a.11.

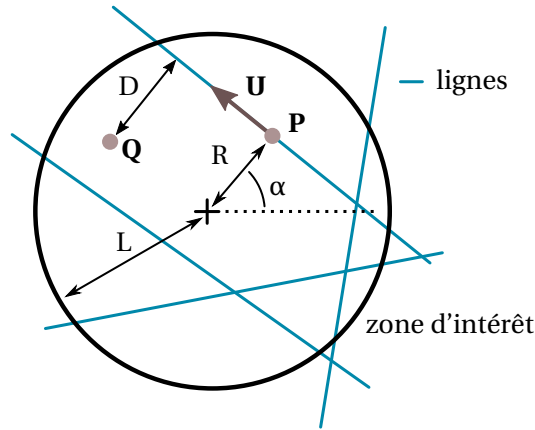


FIGURE 4.24 – Génération d'un ensemble de lignes aléatoires

$$\mathbf{P} = [R \cdot \cos(\alpha), R \cdot \sin(\alpha)] \quad (\text{a.10})$$

$$\mathbf{U} = [-\sin(\alpha), \cos(\alpha)] \quad (\text{a.11})$$

R et α sont deux variables aléatoires dont les distributions respectives sont f_R et f_α . R est réparti uniformément dans $[-L, L]$ et α dans $[0, \pi]$. Les lois de probabilité de ces deux variables sont donc les suivantes :

$$f_R(x) = \begin{cases} \frac{1}{2L} & -L \leq x \leq L \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{a.12})$$

$$f_\alpha(x) = \begin{cases} \frac{1}{\pi} & 0 \leq x \leq \pi \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{a.13})$$

On choisit un point $\mathbf{Q}$ dont les coordonnées sont $[q_x, q_y]$. L'idée de la démonstration est de calculer la probabilité qu'une ligne passe par $\mathbf{Q}$. Si la répartition des lignes est uniforme, l'issue du calcul doit montrer que cette probabilité ne dépend pas de la position de $\mathbf{Q}$ dans la zone d'intérêt. La probabilité doit ensuite être décroissante en s'éloignant de la zone d'intérêt.

La distance entre **Q** et une ligne est :

$$D = (q_x - R \cdot \cos(\alpha)) \cdot \cos(\alpha) + (q_y - R \cdot \sin(\alpha)) \cdot \sin(\alpha) \quad (\text{a.14})$$

Sans perte de généralité on peut poser $q_y = 0$. Ce qui revient à choisir une repère dont l'axe des abscisses passe par **Q** pour effectuer les calculs. Cela permet de simplifier la démonstration.

$$D = q_x \cdot \cos(\alpha) - R \quad (\text{a.15})$$

Démonstration

D est donc une nouvelle variable aléatoire qui dépend de R et α . Le principe de la démonstration consiste à déterminer la probabilité qu'une ligne passe dans le voisinage du point **Q**. Ce voisinage est défini par la distance δ . Il s'agit donc de calculer la probabilité que D soit inférieure à δ . Cette probabilité est donnée par l'équation a.16. Dans cette équation r et θ sont des variables d'intégration.

$$F_D(\delta) = P(D < \delta) = E(h_\delta(D)) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_\delta(\theta, r) f_\alpha(\theta) f_R(r) d\theta dr \quad (\text{a.16})$$

avec

$$h_\delta(\theta, r) = \begin{cases} 1 & -\delta \leq q_x \cdot \cos(\theta) - r \leq \delta \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{a.17})$$

La suite de la démonstration consiste à simplifier l'expression analytique de $F_D(\delta)$.

$$F_D(\delta) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{-\infty}^{\infty} h_\delta(\theta, r) f_\alpha(\theta) d\theta \right) f_R(r) dr \quad (\text{a.18})$$

Étant donnée que la fonction h_δ contraint les valeurs de r et θ on a :

$$-\delta \leq q_x \cdot \cos(\theta) - r \leq \delta \quad \text{donc} \quad \arccos\left(\frac{r+\delta}{q_x}\right) \leq \theta \leq \arccos\left(\frac{r-\delta}{q_x}\right) \quad (\text{a.19})$$

On peut donc redéfinir les bornes d'intégration :

$$F_D(\delta) = \int_{-\infty}^{\infty} \left(\int_{\arccos(\frac{r+\delta}{q_x})}^{\arccos(\frac{r-\delta}{q_x})} f_\alpha(\theta) d\theta \right) f_R(r) dr \quad (\text{a.20})$$

D'autre part $r \in [-L, L]$ donc :

$$F_D(\delta) = \int_{-L}^L \left(\int_{\arccos(\frac{r+\delta}{q_x})}^{\arccos(\frac{r-\delta}{q_x})} f_\alpha(\theta) d\theta \right) f_R(r) dr \quad (\text{a.21})$$

On peut étudier la probabilité $P(D < \delta)$ en fonction de q_x pour $L = 1$. L'intégrale est calculée numériquement par une discrétisation des variables d'intégrations θ et r sur leurs domaines respectifs. Le calcul est réalisé en fonction de q_x et tracé dans la figure 4.25.

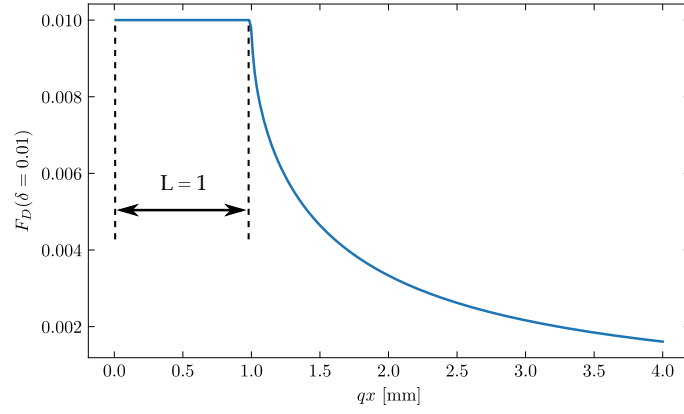


FIGURE 4.25 – Probabilité théorique que la distance à **Q** soit plus faible de $\delta = 0.01$

On remarque que si $q_x < L$, la probabilité d'avoir une ligne qui passe dans le voisinage de **Q** est constante puis cette probabilité décroît en s'éloignant de la zone d'intérêt. Cette démonstration prouve que la méthode de paramétrage pour la génération permet d'obtenir une répartition des trajectoires des grains abrasifs uniforme dans la zone d'intérêt.

Simulation

Pour se convaincre de la validité de la démonstration précédente, une évaluation par la simulation de la probabilité $F_D(\delta)$ est implémentée. Il s'agit de simuler par une méthode de Monte-Carlo le tirage d'un nombre important de lignes et de calculer la fréquence de passage dans le voisinage d'un point. Pour améliorer les résultats de simulation, il est possible de choisir plusieurs points à équidistance du centre de la zone d'intérêt et de faire la moyenne des fréquences de passage dans le voisinage. La fréquence de passage (eq. a.22) dans le voisinage de **Q** est le rapport entre le nombre de lignes N_δ et le nombre total de lignes N_{tot} . Pour un grand nombre de tirage, la fréquence calculée constitue une estimation de la probabilité calculée précédemment (eq. a.23).

$$f_Q = \frac{N_\delta}{N_{tot}} \quad (a.22)$$

$$\lim_{N_{tot} \rightarrow \infty} f_Q = P(D < \delta) = F_D(\delta) \quad (a.23)$$

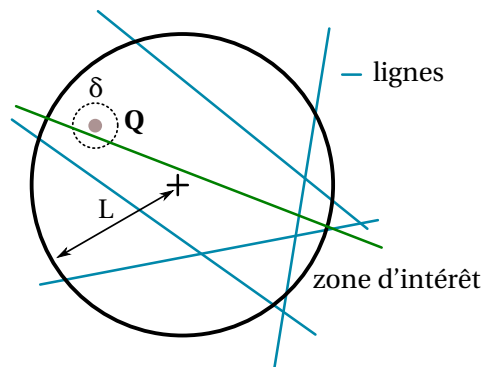


FIGURE 4.26 – Principe de détection d'une ligne dans le voisinage de **Q**

Il est possible de faire la cartographie de la probabilité dans le plan xy en calculant les fréquences de passage pour des points **Q** répartis uniformément :

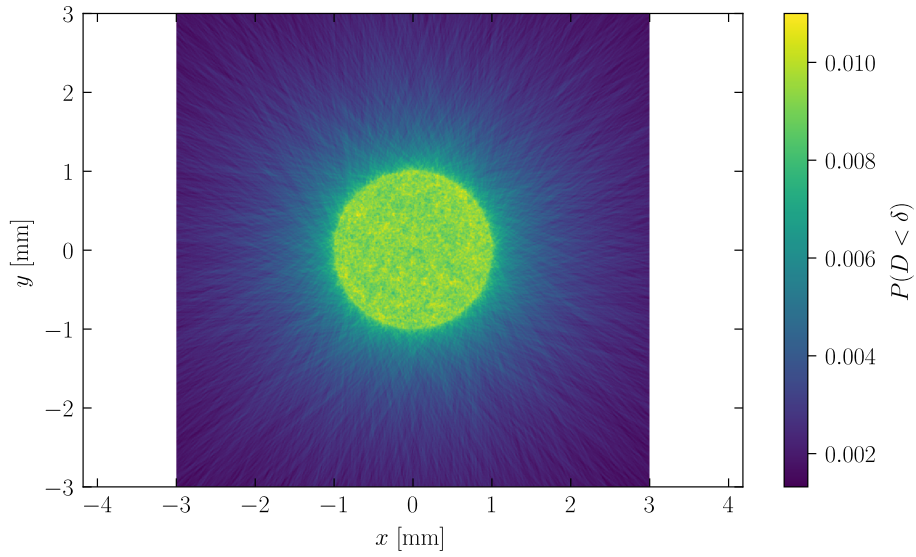


FIGURE 4.27 – Cartographie de la probabilité pour $\delta = 0.01$

La comparaison de la probabilité théorique et simulée est satisfaisante (figure 4.28) :

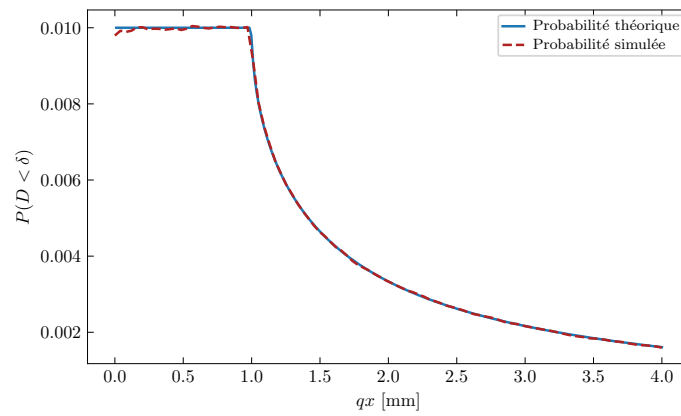


FIGURE 4.28 – Cartographie de la probabilité pour $\delta = 0.01$

Bibliographie

- [Abbott and Firestone, 1933] Abbott, E. J. and Firestone, F. A. (1933). Specifying surface quality - a method based on accurate measurement and comparison. *ASME Journal of Mechanical Engineering*, 55 :569–572.
- [Abecassis et al., 2015] Abecassis, F., Lavernhe, S., Tournier, C., and Boucard, P.-A. (2015). Performance evaluation of CUDA programming for 5-axis machining multi-scale simulation. *Computers in Industry*, 71 :1–9.
- [Alamé et al., 2020] Alamé, K., Anantharamu, S., and Mahesh, K. (2020). A variational level set methodology without reinitialization for the prediction of equilibrium interfaces over arbitrary solid surfaces. *Journal of Computational Physics*, 406 :109184.
- [Altintas et al., 2014] Altintas, Y., Kersting, P., Biermann, D., Budak, E., Denkena, B., and Lazoglu, I. (2014). Virtual process systems for part machining operations. *CIRP Annals*, 63(2) :585–605.
- [Andújar et al., 2005] Andújar, C., Brunet, P., Chica, A., Navazo, I., Rossignac, J., and Vinacua, À. (2005). Optimizing the topological and combinatorial complexity of isosurfaces. *Computer-Aided Design*, 37(8) :847–857.
- [Angles et al., 2017] Angles, B., Tarini, M., Wyvill, B., Barthe, L., and Tagliasacchi, A. (2017). Sketch-based implicit blending. *ACM Transactions on Graphics*, 36(6) :1–13.
- [Archard, 1953] Archard, J. F. (1953). Contact and rubbing of flat surfaces. *Journal of Applied Physics*, 24(8) :981–988.
- [Attanasio et al., 2010] Attanasio, A., Ceretti, E., Fiorentino, A., Cappellini, C., and Giardini, C. (2010). Investigation and FEM-based simulation of tool wear in turning operations with uncoated carbide tools. *Wear*, 269(5-6) :344–350.
- [Aurich and Kirsch, 2012] Aurich, J. and Kirsch, B. (2012). Kinematic simulation of high-performance grinding for analysis of chip parameters of single grains. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 5(3) :164–174.
- [Barr, 1981] Barr (1981). Superquadrics and angle-preserving transformations. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 1(1) :11–23.
- [Bigerelle et al., 2012] Bigerelle, M., Mathia, T., and Bouvier, S. (2012). The multi-scale roughness analyses and modeling of abrasion with the grit size effect on ground surfaces. *Wear*, 286-287 :124–135.
- [Blinn, 1982] Blinn, J. F. (1982). A generalization of algebraic surface drawing. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 1(3) :235–256.
- [Bloomenthal and Wyvill, 1990] Bloomenthal, J. and Wyvill, B. (1990). Interactive techniques for implicit modeling. *SIGGRAPH Comput. Graph.*, 24(2) :109–116.
- [Bloomenthal and Wyvill, 1997] Bloomenthal, J. and Wyvill, B., editors (1997). *Introduction to Implicit Surfaces*. Morgan Kaufmann Publishers Inc., San Francisco, CA, USA.

-
- [Brecher et al., 2009] Brecher, C., Esser, M., and Witt, S. (2009). Interaction of manufacturing process and machine tool. *CIRP Annals*, 58(2) :588–607.
- [Brinksmeier et al., 2006] Brinksmeier, E., Aurich, J., Govekar, E., Heinzl, C., Hoffmeister, H.-W., Klocke, F., Peters, J., Rentsch, R., Stephenson, D., Uhlmann, E., Weinert, K., and Wittmann, M. (2006). Advances in modeling and simulation of grinding processes. *CIRP Annals*, 55(2) :667–696.
- [Brinksmeier et al., 2010] Brinksmeier, E., Mutlugünes, Y., Klocke, F., Aurich, J., Shore, P., and Ohmori, H. (2010). Ultra-precision grinding. *CIRP Annals*, 59(2) :652–671.
- [Brown et al., 1982] Brown, N. J., Baker, P. C., and Maney, R. T. (1982). Optical polishing of metals. In Stonecypher, C. L., editor, *Contemporary Methods of Optical Fabrication*. SPIE.
- [Cani-Gascuel, 1998] Cani-Gascuel, M.-P. (1998). Layered deformable models with implicit surfaces. In *Proceedings of the Graphics Interface 1998 Conference, June 18-20, 1998, Vancouver, BC, Canada*, pages 201–208.
- [Cani-Gascuel and Desbrun, 1997] Cani-Gascuel, M.-P. and Desbrun, M. (1997). Animation of deformable models using implicit surfaces. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 3(1) :39–50.
- [Chaves-Jacob et al., 2015] Chaves-Jacob, J., Linares, J., and Sprauel, J. (2015). Control of the contact force in a pre-polishing operation of free-form surfaces realised with a 5-axis CNC machine. *CIRP Annals*, 64(1) :309–312.
- [Chaves-Jacob et al., 2013] Chaves-Jacob, J., Linares, J.-M., and Sprauel, J.-M. (2013). Improving tool wear and surface covering in polishing via toolpath optimization. *Journal of Materials Processing Technology*, 213(10) :1661–1668.
- [Chen et al., 2017] Chen, C., Tang, J., Chen, H., and Zhu, C. (2017). Research about modeling of grinding workpiece surface topography based on real topography of grinding wheel. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 93(5-8) :2411–2421.
- [Colagrossi and Landrini, 2003] Colagrossi, A. and Landrini, M. (2003). Numerical simulation of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics. *Journal of Computational Physics*, 191(2) :448–475.
- [Courant et al., 1967] Courant, R., Friedrichs, K., and Lewy, H. (1967). On the partial difference equations of mathematical physics. *IBM Journal of Research and Development*, 11(2) :215–234.
- [Cowper and Symonds, 1957] Cowper, G. and Symonds, P. (1957). Strain hardening and strain-rate effects in the impact loading of cantilever beams.
- [Dai et al., 2017] Dai, C., Ding, W., Xu, J., Fu, Y., and Yu, T. (2017). Influence of grain wear on material removal behavior during grinding nickel-based superalloy with a single diamond grain. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 113 :49–58.
- [Desbrun and Gascuel, 1995] Desbrun, M. and Gascuel, M.-P. (1995). Animating soft substances with implicit surfaces. In *Proceedings of the 22nd annual conference on Computer graphics and interactive techniques - SIGGRAPH '95*. ACM Press.
- [Doghri, 2000] Doghri, I. (2000). *Mechanics of Deformable Solids*. Springer Berlin Heidelberg.
- [Doi and Koide, 1991] Doi, A. and Koide, A. (1991). An efficient method of triangulating equi-valued surfaces by using tetrahedral cells. *IEICE TRANSACTIONS on Information and Systems*, E-74(1) :213–224.
-

-
- [Ducobu et al., 2015] Ducobu, F., Rivière-Lorphèvre, E., and Filippi, E. (2015). On the introduction of adaptive mass scaling in a finite element model of Ti6Al4V orthogonal cutting. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 53 :1–14.
- [Euzenat et al., 2018] Euzenat, C., Lavernhe, S., and Tournier, C. (2018). FVPM simulation of a single-particle scratching surface. In *14th international conference on High Speed Machining 2018 - HSM 2018*, San-Sebastian, Spain.
- [Euzenat et al., 2019a] Euzenat, C., Lavernhe, S., and Tournier, C. (2019a). FVPM simulation of scratching induced by a spherical indenter. *Procedia CIRP*, 82 :338 – 343. 17th CIRP Conference on Modelling of Machining Operations (17th CIRP CMMO).
- [Euzenat et al., 2019b] Euzenat, C., Lavernhe, S., and Tournier, C. (2019b). Implicit modeling of abrasion process based on potential field. *Computer-Aided Design*, 110 :69–77.
- [Euzenat et al., 2020] Euzenat, C., Lavernhe, S., and Tournier, C. (2020). Simulation of finishing operations based on an implicit representation of surfaces. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*.
- [Fries and Matthies, 2004] Fries, T.-P. and Matthies, H. G. (2004). Classification and overview of meshfree methods. *Informatik-Berichte der Technische Universität Braunschweig*, 2003-03.
- [Fulk and Quinn, 1996] Fulk, D. A. and Quinn, D. W. (1996). An analysis of 1-d smoothed particle hydrodynamics kernels. *Journal of Computational Physics*, 126(1) :165–180.
- [Gahr, 1998] Gahr, K.-H. (1998). Wear by hard particles. *Tribology International*, 31(10) :587–596.
- [Ganzenmüller, 2015] Ganzenmüller, G. C. (2015). An hourglass control algorithm for lagrangian smooth particle hydrodynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 286 :87–106.
- [Gascuel, 1993] Gascuel, M.-P. (1993). An implicit formulation for precise contact modeling between flexible solids. In *Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques - SIGGRAPH '93*. ACM Press.
- [Ghafari-zadeh et al., 2016] Ghafari-zadeh, S., Tahvilian, A. M., Chatelain, J.-F., Liu, Z., Champiaud, H., and Lebrun, G. (2016). Numerical simulation of ball-end milling with SPH method. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 88(1-4) :401–408.
- [Gielis, 2003] Gielis, J. (2003). A generic geometric transformation that unifies a wide range of natural and abstract shapes. *American Journal of Botany*, 90(3) :333–338.
- [Gingold and Monaghan, 1977] Gingold, R. A. and Monaghan, J. J. (1977). Smoothed particle hydrodynamics : theory and application to non-spherical stars. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 181(3) :375–389.
- [Godino et al., 2020] Godino, L., Pombo, I., Girardot, J., Sanchez, J., and Iordanoff, I. (2020). Modelling the wear evolution of a single alumina abrasive grain : Analyzing the influence of crystalline structure. *Journal of Materials Processing Technology*, 277 :116464.
- [Goossens, 2015] Goossens, F. (2015). *Modélisation du processus de polissage : identification des effets et des phénoménologies induits par l'usinage abrasif*. PhD thesis, Université de Bordeaux.
- [Graham et al., 2006] Graham, R. L., Woodall, T. S., and Squyres, J. M. (2006). Open MPI : A flexible high performance MPI. In *Parallel Processing and Applied Mathematics*, pages 228–239. Springer Berlin Heidelberg.
- [Grandguillaume et al., 2015] Grandguillaume, L., Lavernhe, S., Quinsat, Y., and Tournier, C. (2015). Mold manufacturing optimization : A global approach of milling and polishing processes. *Procedia CIRP*, 31 :13–18.
-

-
- [Griebel and Schweitzer, 2017] Griebel, M. and Schweitzer, M. A., editors (2017). *Meshfree Methods for Partial Differential Equations VIII*. Springer International Publishing.
- [Griffiths, 2001] Griffiths, B. (2001). *Manufacturing Surface Technology : Surface Integrity and Functional Performance (Manufacturing Engineering Modular)*. Butterworth-Heinemann.
- [Guichard, 2015] Guichard, B. (2015). *Contribution à la définition d'un processus de polissage robotisé. Application aux pièces aéronautiques en acier à haute résistance*. PhD thesis.
- [Guiot, 2012] Guiot, A. (2012). *Modélisation et simulation du procédé de prépolissage automatique sur centre d'usinage 5 axes*. PhD thesis.
- [Guiot et al., 2011] Guiot, A., Pattofatto, S., Tournier, C., and Mathieu, L. (2011). Modeling of a polishing tool to simulate material removal. *Advanced Materials Research*, 223 :754–763.
- [Guiot et al., 2014] Guiot, A., Tournier, C., and Mathieu, L. (2014). Simulation of the material removal rate and tool wear to improve 5-axis automatic polishing operations. *IDMME - Virtual Concept*.
- [Hartley et al., 1992] Hartley, P., Pillinger, I., and Sturgess, C., editors (1992). *Numerical Modelling of Material Deformation Processes*. Springer London.
- [Hashimoto et al., 2016] Hashimoto, F., Yamaguchi, H., Krajnik, P., Wegener, K., Chaudhari, R., Hoffmeister, H.-W., and Kuster, F. (2016). Abrasive fine-finishing technology. *CIRP Annals*, 65(2) :597–620.
- [HIETEL et al., 2000] HIETEL, D., STEINER, K., and STRUCKMEIER, J. (2000). A FINITE-VOLUME PARTICLE METHOD FOR COMPRESSIBLE FLOWS. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 10(09) :1363–1382.
- [Hou and Komanduri, 2003] Hou, Z. B. and Komanduri, R. (2003). On the mechanics of the grinding process – part i. stochastic nature of the grinding process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 43(15) :1579–1593.
- [Hutchings and Shipway, 2017] Hutchings, I. and Shipway, P. (2017). Wear by hard particles. In *Tribology*, pages 165–236. Elsevier.
- [Inasaki, 1996] Inasaki, I. (1996). Grinding process simulation based on the wheel topography measurement. *CIRP Annals*, 45(1) :347–350.
- [ISO 25178-2, 2012] ISO 25178-2 (2012). Spécification géométrique des produits (gps) — État de surface : Surfamique — partie 2 : Termes, définitions et paramètres d'états de surface. Standard, International Organization for Standardization, Geneva, CH.
- [ISO 6344-1, 1998] ISO 6344-1 (1998). Coated abrasives — grain size analysis — part 1 : Grain size distribution test. Standard, International Organization for Standardization, Geneva, CH.
- [ISO 6506-1, 2014] ISO 6506-1 (2014). Metallic materials — brinell hardness test — part 1 : Test method. Standard, International Organization for Standardization, Geneva, CH.
- [Jachym et al., 2018] Jachym, M., Lavernhe, S., Euzenat, C., and Tournier, C. (2018). Effective NC machining simulation with OptiX ray tracing engine. *The Visual Computer*, 35(2) :281–288.
- [Jackson and Ramesh, 1992] Jackson, J. E. and Ramesh, M. S. (1992). The rigid-plastic finite-element method for simulation of deformation processing. In *Numerical Modelling of Material Deformation Processes*, pages 148–178. Springer London.
- [Jahanbakhsh et al., 2017] Jahanbakhsh, E., Maertens, A., Quinlan, N., Vessaz, C., and Avellan, F. (2017). Exact finite volume particle method with spherical-support kernels. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 317 :102–127.
-

-
- [Jahanbakhsh et al., 2014] Jahanbakhsh, E., Vessaz, C., and Avellan, F. (2014). Finite Volume Particle Method for 3-D Elasto-Plastic Solid Simulation. In *Proceedings of the 9th international SPHERIC workshop*.
- [Jerard et al., 1989] Jerard, R., Drysdale, R., Hauck, K., Schaudt, B., and Magewick, J. (1989). Methods for detecting errors in numerically controlled machining of sculptured surfaces. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 9(1) :26–39.
- [Jiang et al., 2013] Jiang, J., Ge, P., Bi, W., Zhang, L., Wang, D., and Zhang, Y. (2013). 2d/3d ground surface topography modeling considering dressing and wear effects in grinding process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 74 :29–40.
- [Johnson and Cook, 1983] Johnson, G. and Cook, W. (1983). A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures. In *Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistic*.
- [Ju et al., 2002] Ju, T., Losasso, F., Schaefer, S., and Warren, J. (2002). Dual contouring of hermite data. *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, 21(3) :339–346.
- [Kermouche et al., 2010] Kermouche, G., Rech, J., Hamdi, H., and Bergheau, J. (2010). On the residual stress field induced by a scratching round abrasive grain. *Wear*, 269(1-2) :86–92.
- [Klocke et al., 2011] Klocke, F., Dambon, O., and Behrens, B. (2011). Analysis of defect mechanisms in polishing of tool steels. *Production Engineering*, 5(5) :475–483.
- [Klöckner et al., 2012] Klöckner, A., Pinto, N., Lee, Y., Catanzaro, B., Ivanov, P., and Fasih, A. (2012). PyCUDA and PyOpenCL : A Scripting-Based Approach to GPU Run-Time Code Generation. *Parallel Computing*, 38(3) :157–174.
- [Knoll et al., 2007] Knoll, A., Hijazi, Y., Hansen, C., Wald, I., and Hagen, H. (2007). Interactive ray tracing of arbitrary implicits with SIMD interval arithmetic. In *2007 IEEE Symposium on Interactive Ray Tracing*. IEEE.
- [Lacharnay et al., 2012] Lacharnay, V., Tournier, C., and Poulachon, G. (2012). Design of experiments to optimise automatic polishing on five-axis machine tool. *International Journal of Machining and Machinability of Materials*, 12(1-2) :76.
- [Lavernhe et al., 2014] Lavernhe, S., Quinsat, Y., Lartigue, C., and Brown, C. (2014). Realistic simulation of surface defects in five-axis milling using the measured geometry of the tool. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 74(1-4) :393–401.
- [Leguizamón et al., 2019] Leguizamón, S., Jahanbakhsh, E., Alimirzazadeh, S., Maertens, A., and Avellan, F. (2019). FVPM numerical simulation of the effect of particle shape and elasticity on impact erosion. *Wear*, 430-431 :108–119.
- [Leguizamón et al., 2016] Leguizamón, S., Jahanbakhsh, E., Maertens, A., Vessaz, C., Alimirzazadeh, S., and Avellan, F. (2016). Impact erosion prediction using the finite volume particle method with improved constitutive models. *IOP Conference Series : Earth and Environmental Science*, 49 :122010.
- [Leroch et al., 2016] Leroch, S., Varga, M., Eder, S., Vernes, A., Ripoll, M. R., and Ganzenmüller, G. (2016). Smooth particle hydrodynamics simulation of damage induced by a spherical indenter scratching a viscoplastic material. *International Journal of Solids and Structures*, 81 :188–202.
- [LeVeque, 2002] LeVeque, R. J. (2002). Finite volume methods for hyperbolic problems. 298 :80–107.
- [Lin et al., 2018] Lin, B., Zhou, K., Guo, J., Liu, Q., and Wang, W. (2018). Influence of grinding parameters on surface temperature and burn behaviors of grinding rail. *Tribology International*, 122 :151–162.
-

-
- [Liu and Liu, 2010] Liu, M. B. and Liu, G. R. (2010). Smoothed particle hydrodynamics (SPH) : an overview and recent developments. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 17(1) :25–76.
- [Liu et al., 2013] Liu, Y., Warkentin, A., Bauer, R., and Gong, Y. (2013). Investigation of different grain shapes and dressing to predict surface roughness in grinding using kinematic simulations. *Precision Engineering*, 37(3) :758–764.
- [Lonardo et al., 2004] Lonardo, P., De Chiffre, L., and Bruzzone, A. (2004). Characterisation of functional surfaces. In N. Bay a.o., editor, *Proc. of the 2nd ICTMP*. IKON Tekst & Tryk A/S.
- [Lorensen and Cline, 1987] Lorensen, W. E. and Cline, H. E. (1987). Marching cubes : A high resolution 3d surface construction algorithm.
- [Lucy, 1977] Lucy, L. B. (1977). A numerical approach to the testing of the fission hypothesis. *The Astronomical Journal*, 82 :1013.
- [Luo et al., 1998] Luo, Q., Ramarajan, S., and Babu, S. (1998). Modification of the preston equation for the chemical–mechanical polishing of copper. *Thin Solid Films*, 335(1-2) :160–167.
- [Marinescu et al., 2015] Marinescu, I. D., Rowe, B., Ling, Y., and Wobker, H. G. (2015). Abrasive processes. In *Handbook of Ceramics Grinding and Polishing*, pages 67–132. Elsevier.
- [Mollon and Zhao, 2014] Mollon, G. and Zhao, J. (2014). 3d generation of realistic granular samples based on random fields theory and fourier shape descriptors. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 279 :46–65.
- [Monaghan, 1997] Monaghan, J. (1997). SPH and riemann solvers. *Journal of Computational Physics*, 136(2) :298–307.
- [Monaghan, 1992] Monaghan, J. J. (1992). Smoothed particle hydrodynamics. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 30(1) :543–574.
- [Monaghan, 2005] Monaghan, J. J. (2005). Smoothed particle hydrodynamics. *Reports on Progress in Physics*, 68(8) :1703–1759.
- [Müller et al., 2005] Müller, M., Heidelberger, B., Teschner, M., and Gross, M. (2005). Meshless deformations based on shape matching. In *ACM SIGGRAPH 2005 Papers on - SIGGRAPH '05*. ACM Press.
- [Müller et al., 2004] Müller, M., Keiser, R., Nealen, A., Pauly, M., Gross, M., and Alexa, M. (2004). Point based animation of elastic, plastic and melting objects. In *Proceedings of the 2004 ACM SIGGRAPH/Eurographics symposium on Computer animation - SCA '04*. ACM Press.
- [Nanometrology, 2010] Nanometrology (2010). *Fundamental Principles of Engineering Nanometrology*. Elsevier.
- [Oñate et al., 2001] Oñate, E., Perazzo, F., and Miquel, J. (2001). A finite point method for elasticity problems. *Computers & Structures*, 79(22-25) :2151–2163.
- [Pellegrin et al., 2009] Pellegrin, D. D., Torrance, A., and Haran, E. (2009). Wear mechanisms and scale effects in two-body abrasion. *Wear*, 266(1-2) :13–20.
- [Pessoles and Tournier, 2009] Pessoles, X. and Tournier, C. (2009). Automatic polishing process of plastic injection molds on a 5-axis milling center. *Journal of Materials Processing Technology*, 209(7) :3665–3673.
- [Piquard, 2016] Piquard, R. (2016). *Expérimentation et modélisation de la micro-coupe pour une application au micro-fraisage*. PhD thesis.
-

-
- [Preston, 1927] Preston, F. W. (1927). The theory and design of plate glass polishing machine. *J. soc. Glass technol*, 11 :214–256.
- [Quinsat et al., 2015] Quinsat, Y., Guiot, A., and Tournier, C. (2015). Tool wear modelling for constant removal rate in two-bodies automated polishing. *International Journal of Abrasive Technology*, 7(2) :73.
- [Quinsat and Tournier, 2012] Quinsat, Y. and Tournier, C. (2012). In situ non-contact measurements of surface roughness. *Precision Engineering*, 36(1) :97–103.
- [Ratchev et al., 2004] Ratchev, S., Nikov, S., and Moualek, I. (2004). Material removal simulation of peripheral milling of thin wall low-rigidity structures using FEA. *Advances in Engineering Software*, 35(8-9) :481–491.
- [Raviv and Elber, 2000] Raviv, A. and Elber, G. (2000). Three-dimensional freeform sculpting via zero sets of scalar trivariate functions. *Computer-Aided Design*, 32(8-9) :513–526.
- [Rech et al., 2008] Rech, J., Hamdi, H., and Valette, S. (2008). Workpiece surface integrity. In *Machining*, pages 59–96. Springer London.
- [Requicha and Rossignac, 1992] Requicha, A. and Rossignac, J. (1992). Solid modeling and beyond. *IEEE Computer Graphics and Applications*, 12(5) :31–44.
- [Sethian and Smereka, 2003] Sethian, J. A. and Smereka, P. (2003). Level set methods for fluid interfaces. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 35(1) :341–372.
- [Sherstyuk, 1999] Sherstyuk, A. (1999). Kernel functions in convolution surfaces : a comparative analysis. *The Visual Computer*, 15(4) :171–182.
- [Siebrecht et al., 2014] Siebrecht, T., Rausch, S., Kersting, P., and Biermann, D. (2014). Grinding process simulation of free-formed WC-Co hard material coated surfaces on machining centers using poisson-disk sampled dixel representations. *CIRP Journal of Manufacturing Science and Technology*, 7(2) :168–175.
- [Souto-Lebel, 2014] Souto-Lebel, A. (2014). *Rôle de l'intégrité de surface dans la tenue en fatigue d'un acier bainitique après fraisage de finition*. PhD thesis. Thèse de doctorat dirigée par Billardon, René Mécanique, génie mécanique, génie civil Cachan, Ecole normale supérieure 2014.
- [Stam and Schmidt, 2011] Stam, J. and Schmidt, R. (2011). On the velocity of an implicit surface. *ACM Transactions on Graphics*, 30(3) :1–7.
- [Subramanian and Puthanangady, 1997] Subramanian, K. and Puthanangady, T. (1997). Diamond abrasive finishing of brittle materials - an overview. *Finer Points*, 8(4) :18–28.
- [Takaffoli and Papini, 2009] Takaffoli, M. and Papini, M. (2009). Finite element analysis of single impacts of angular particles on ductile targets. *Wear*, 267(1-4) :144–151.
- [Takaffoli and Papini, 2012] Takaffoli, M. and Papini, M. (2012). Material deformation and removal due to single particle impacts on ductile materials using smoothed particle hydrodynamics. *Wear*, 274-275 :50–59.
- [Takamatsu and Kanai, 2011] Takamatsu, K. and Kanai, T. (2011). A fast and practical method for animating particle-based viscoelastic fluids. *International Journal of Virtual Reality*, 10(1) :29.
- [Tatarchuk et al., 2007] Tatarchuk, N., Shopf, J., and DeCoro, C. (2007). Real-time isosurface extraction using the GPU programmable geometry pipeline. In *ACM SIGGRAPH 2007 courses on - SIGGRAPH '07*. ACM Press.
- [Torrance, 2005] Torrance, A. (2005). Modelling abrasive wear. *Wear*, 258(1-4) :281–293.
-

- [Tost et al., 2004] Tost, D., Puig, A., and Pérez-Vidal, L. (2004). Boolean operations for 3d simulation of CNC machining of drilling tools. *Computer-Aided Design*, 36(4) :315–323.
- [Ullah and Augarde, 2013] Ullah, Z. and Augarde, C. (2013). Finite deformation elasto-plastic modelling using an adaptive meshless method. *Computers & Structures*, 118 :39–52.
- [Umbrello, 2008] Umbrello, D. (2008). Finite element simulation of conventional and high speed machining of Ti6Al4V alloy. *Journal of Materials Processing Technology*, 196(1-3) :79–87.
- [Wang et al., 2002] Wang, C.-C., Lin, S.-C., and Hochen, H. (2002). A material removal model for polishing glass–ceramic and aluminum magnesium storage disks. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 42(8) :979–984.
- [Wang et al., 2014] Wang, S., Li, C., Zhang, D., Jia, D., and Zhang, Y. (2014). Modeling the operation of a common grinding wheel with nanoparticle jet flow minimal quantity lubrication. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 74(5-8) :835–850.
- [Zahedi and Azarhoushang, 2016] Zahedi, A. and Azarhoushang, B. (2016). FEM based modeling of cylindrical grinding process incorporating wheel topography measurement. *Procedia CIRP*, 46 :201–204.
- [Zhang et al., 2012] Zhang, J., Ong, S., and Nee, A. (2012). Design and development of an in situ machining simulation system using augmented reality technology. *Procedia CIRP*, 3 :185–190.
- [Zhang et al., 2017] Zhang, Y., Li, C., Ji, H., Yang, X., Yang, M., Jia, D., Zhang, X., Li, R., and Wang, J. (2017). Analysis of grinding mechanics and improved predictive force model based on material-removal and plastic-stacking mechanisms. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 122 :81–97.
- [Zhao et al., 2019] Zhao, B., Ding, W., Zhou, Y., Su, H., and Xu, J. (2019). Effect of grain wear on material removal behaviour during grinding of Ti6Al4V titanium alloy with single aggregated cBN grain. *Ceramics International*, 45(12) :14842–14850.
- [Zhu et al., 2019] Zhu, W.-L., Yang, Y., Li, H. N., Axinte, D., and Beaucamp, A. (2019). Theoretical and experimental investigation of material removal mechanism in compliant shape adaptive grinding process. *International Journal of Machine Tools and Manufacture*, 142 :76–97.

Titre : Contributions à la simulation de l'enlèvement de matière par abrasion

Mots clés : Simulation, Abrasion, Particulaire, Topographie

Résumé : La réalisation des pièces mécaniques à forte valeur ajoutée implique des temps d'usinage conséquents et nécessite parfois une finition des surfaces fonctionnelles par abrasion pour atteindre les spécifications requises. La bonne définition des paramètres de la gamme de fabrication joue un rôle important dans l'obtention l'état de surface final sur les pièces produites. Dans ce contexte, la maîtrise des exigences est encore réalisée de manière empirique.

La thèse sur le polissage des surfaces fonctionnelles et plus particulièrement sur la prédiction et la simulation réaliste des effets des procédés d'abrasion sur la topographie des surfaces. Les travaux proposés contribuent à étudier de nouvelles méthodes de simulation pour l'abrasion. Plus particulièrement, l'enjeu scientifique de ces travaux est de créer une rupture vis-à-vis des simulations classiques à base de maillages, par l'utilisation de méthodes particulières, et d'en évaluer les performances dans ce contexte. Les résultats de simulation obtenus dans

le cadre d'essais d'indentation et de rayage ont été comparés à des essais et sont concluants. Cependant, les temps de simulation sont trop grands pour envisager une simulation d'abrasion complète mettant en œuvre le passage de centaines de grains abrasifs.

Pour pallier ces difficultés, le développement d'un modèle d'abrasion basé sur la représentation implicite des surfaces a été mené. Le procédé d'abrasion est modélisé en utilisant ce formalisme de représentation des surfaces. Une gamme de fabrication complète allant de l'usinage à l'abrasion est simulée avec succès et est validée expérimentalement. Les modèles étudiés pourraient être une base au développement d'un outil de simulation industriel. L'apport des simulations au profit de l'automatisation des opérations d'abrasion et de l'optimisation des gammes de fabrication pourrait permettre d'augmenter la productivité et la qualité des pièces mécaniques.

Title : Contributions to the simulation of material removal by abrasion

Keywords : Simulation, Meshless, Abrasive, Topography

Abstract : The production of mechanical parts with high added value involves significant machining times and sometimes requires the functional surfaces to be finished by abrasion in order to achieve the required specifications. The correct definition of the parameters of the manufacturing process plays an important role in obtaining the final surface finish on the parts produced. In this context, the control of involved parameters is still carried out empirically.

The thesis focuses on the polishing of functional surfaces and in particular on the prediction and realistic simulation of the effects of abrasion processes on surface topography. The proposed work contributes to the study of new simulation methods for abrasion. More specifically, the scientific challenge of this work is to create a breakthrough with conventional simulations, using meshless methods, and to evaluate their performance in this context. The simulation results obtained in indentation and scratch

tests have been compared to experimental results and are in agreement. However, the simulation times are too long to envisage a complete abrasion simulation involving the passage of hundreds of abrasive grains.

To overcome these difficulties, the development of an abrasion model based on the implicit representation of surfaces was carried out. The abrasion process is modelled using this surface representation formalism. A complete manufacturing process from machining to abrasion is successfully simulated and experimentally validated. The models studied could be a possible foundation for the development of an industrial simulation framework. The contribution of simulations to the automation of abrasion operations and the optimization of manufacturing processes could help to increase the productivity and quality of mechanical parts.