



# Modélisation et calcul de ponts en maçonnerie assistée soumis aux aléas naturels

Pierre-Jean Tisserand

## ► To cite this version:

Pierre-Jean Tisserand. Modélisation et calcul de ponts en maçonnerie assistée soumis aux aléas naturels. Génie civil. Université Paris-Saclay, 2020. Français. NNT : 2020UPAST064 . tel-03170577

**HAL Id: tel-03170577**

**<https://theses.hal.science/tel-03170577>**

Submitted on 16 Mar 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# Modélisation et calcul de ponts en maçonnerie assisée soumis aux aléas naturels

*Modeling and computation of running  
bond masonry bridges under natural  
hazards loadings*

**Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay**

École doctorale n° 579, Sciences mécaniques et  
énergétiques, matériaux et géosciences - S MEMAG

Spécialité de doctorat: Génie Civil

Unité de recherche : Université Paris-Saclay, ENS Paris-Saclay, CNRS,  
LMT - Laboratoire de Mécanique et Technologie, 91190, Gif-sur-Yvette,  
France

Référent: : ENS Paris-Saclay

**Thèse présentée et soutenue à Paris-Saclay, le 12  
décembre 2020, par**

**Pierre-Jean TISSERAND**

## Composition du jury :

**Éric VINCENS**

Professeur des Universités, École Centrale de Lyon

**Luc DAVENNE**

Professeur des Universités, Université Paris Nanterre

**Panagiotis KOTRONIS**

Professeur des Universités, École Centrale de Nantes

**Fernando LOPEZ-CABALLERO**

Maître de Conférences, Centrale-Supelec

Président

Rapporteur & examinateur

Rapporteur & examinateur

Examineur

## Direction de la thèse :

**Frédéric RAGUENEAU**

Professeur des Universités,  
École Normale Supérieure Paris-Saclay

**Cédric GIRY**

Maître de conférences,  
École Normale Supérieure Paris-Saclay

**Thi Thanh Huyen NGUYEN**

Docteur, SNCF Réseau

Directeur de thèse

Coencadrant

Coencadrante





## Remerciements :

Ces années de doctorat ont été très nourrissantes, tant sur le plan scientifique, que sur le plan humain. J'ai beaucoup appris de cette expérience et pour cela, je ne peux que remercier ceux qui y ont contribué.

Tout d'abord, je remercie les membres du jury qui me font l'honneur de sanctionner mes travaux. Je remercie M. VINCENS, pour avoir présidé la soutenance de thèse et avoir élargi les débats par sa vision connexe du sujet. Je remercie aussi les rapporteurs, M. KOTRONIS et M. DAVENNE, pour avoir pris le temps de relire ces travaux et de les enrichir par leurs questions. Je tiens aussi à remercier Mme. NGUYEN et M. LOPEZ-CABALLERO pour avoir examiné mes travaux et participé activement aux débats lors de la soutenance.

Ensuite, mes remerciements vont à mon directeur M. RAGUENEAU et mon encadrant principal M. GIRY, pour m'avoir offert l'opportunité de travailler sur ce sujet, avoir encadré mes travaux et m'avoir orienté dans mes recherches.

Après, j'ai une pensée particulière pour mes collègues chez SNCF Réseau, Huyen, Patrick, Vincent, Alexis, Manuel, Raymond, Quentin, Phuong, Ha, Myriam, Sarah et tous les autres du département des OA et ceux qui m'ont accompagné chez SNCF Réseau. Un remerciement spécial pour Muriel, qui a su me motiver et m'accompagner dans mes projets, et sans qui mes travaux n'auraient pas la même couleur.

Par ailleurs, je n'oublie pas de remercier tous mes collègues et mes amis du LMT, Flavien, Nicolas, Francesco, Thomas-David, Flo Marco, Flo Mainnemare, De Brabander, Fanny, Thibault, Pierre, Jo Curt, Yanis, Maxence, notre regretté Frisou et tous mes collègues de travail, de café et de jap' que je n'ai pas cité ici, mais qui se reconnaîtront. Je profite aussi de l'occasion qui m'est donné ici pour remercier l'ensemble des membres du LMT qui permettent de mener à bien le travail de chercheur, dans un cadre agréable et convivial.

Enfin, durant la période de confinement qui a marqué ma fin de thèse, j'ai pu compter sur la précieuse aide de Kim, Typoons et Aggio, qui m'ont sorti la tête du guidon.

Pour conclure, j'offre mes plus profonds remerciements à Marie, qui m'a supporté jour après jour pendant cette période, et à toute ma famille, mes parents, mes beaux parents.



# Introduction

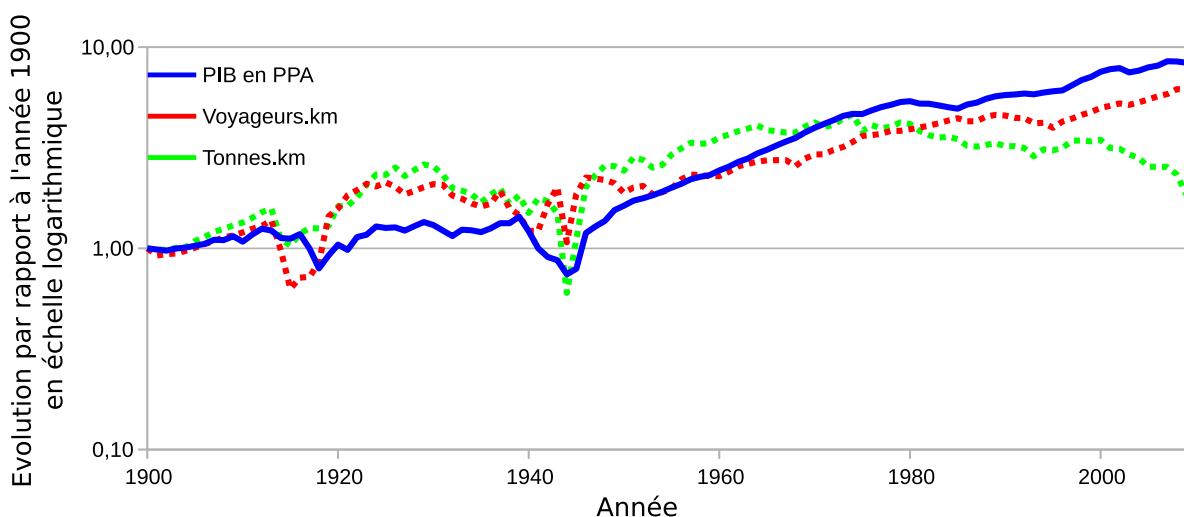
## Contexte industriel

### Sur l'importance de la protection du réseau ferré français

Le réseau français de chemins de fer revêt une importance économique, sociale et culturelle.

Économique, car ce réseau transportait en 2017 100 milliards de voyageurs-kilomètres<sup>1</sup> (54% du transport en commun) et 33 milliards de tonnes-kilomètres<sup>2</sup> de marchandises, soit plus que les transports fluviaux et aériens. De plus, les économistes du transport connaissent le lien qui existe entre croissance économique et transport ferroviaire, car il permet de faire transiter dans le pays, et dans l'Union européenne, un flux économique important.

La figure (Fig. 1) montre bien ce lien entre Produit intérieur brut<sup>3</sup> et transport. On remarque que les différentes courbes suivent les mêmes trajectoires, même si les liens de causalité restent flous.



**FIGURE 1:** Lien entre transport ferroviaire et PIB. (Sources : Madison Project et <https://data.sncf.com>)

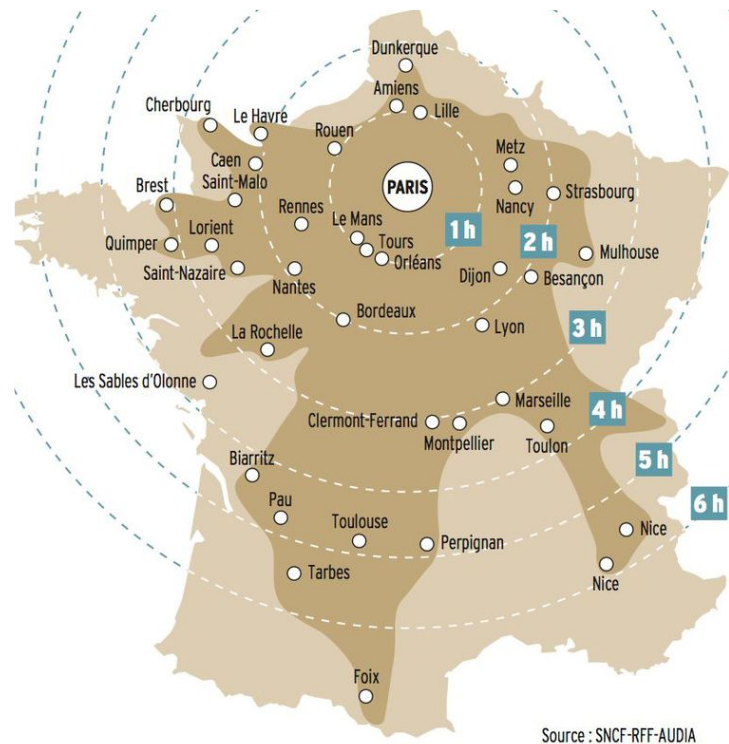
Social, car le transport ferroviaire permet de relier différents lieux du territoire métropolitain en un temps court et pour un prix modéré. On remarque une déformation du territoire français au travers d'une représentation isochrone<sup>4</sup> du territoire. Ainsi, les distances sont de moins en moins des obstacles dans la vie des Français [ZILLONIZ, 2015].

1. Voyageur-kilomètre : une unité utilisée en économie des transports. C'est le produit du nombre de voyageurs et de leur distance parcourue en kilomètre

2. Tonne-kilomètre : idem que pour voyageur-kilomètre. C'est le produit du nombre de tonnes de marchandises et de leur distance parcourue en kilomètre

3. Produit intérieur brut : Il s'agit de la somme des valeurs ajoutées sur une année. De plus, on a pris ici le Produit intérieur brut per capita en parité de pouvoir d'achat. Cette mesure est plus stable aux effets d'inflation.

4. Carte isochrone : carte de France déformée en fonction du temps de trajet depuis Paris



**FIGURE 2:** Carte isochrone de France depuis Paris en train.

Culturelle, car le chemin de fer est ancré dans l'imaginaire et l'univers collectifs, il est un témoignage de l'évolution de la société au cours de l'histoire et servira sûrement aux historiens de reflets de nos périodes contemporaines ([BOULEY et CANYN, 1989], [DIVALL, 2008]).

De cette importance découle une nécessité de protection de l'infrastructure ferroviaire, dont une partie est dite critique, car son fonctionnement est vital pour la Nation et peut être encadré par la loi de programmation militaire.

Depuis le *décret n° 97-445 du 5 mai 1997 portant constitution du patrimoine initial de l'établissement public Réseau ferré de France*, la pleine propriété de l'infrastructure ferroviaire hors gares appartient à cette dernière entité, qui suite à la fusion entre Réseau Ferré de France et SNCF a été transférée à SNCF Réseau. Les nouveaux statuts de SNCF Réseau donnent plusieurs missions à l'entité, dont celle "D'assurer la maintenance, comprenant l'entretien et le renouvellement, de l'infrastructure du réseau ferré national".

### La consistance de ce réseau

Le réseau ferré est un ensemble de points, reliés par des lignes, qui mises ensemble forment le réseau. Il est le résultat d'une évolution historique de 1830 à nos jours. Ce

réseau se concentre exclusivement sur le territoire métropolitain<sup>5</sup>, sachant que les chemins de fers de Corse sont gérés par la Collectivité Territoriale de Corse.

Les lignes françaises se divisent en plusieurs catégories en fonction de ce qu'elles peuvent admettre comme type de convois. Pour rester succinct, le réseau peut être divisé en deux catégories de lignes :

- les lignes à grande vitesse (appelées aussi lignes nouvelles), circulées par les trains à grande vitesse (TGV) et dont la vitesse commerciale maximale est de 320 km/h, avec des trains aux alentours de 17 T par essieu;
- les lignes classiques, dont les convois sont réglementés dans les référentiels internes et les règles d'interopérabilité;

Ces lignes peuvent admettre des convois exceptionnels dont les vitesses et les charges à l'essieu sont différentes. Leur admission sur le réseau est conditionnée par une autorisation expresse de SNCF Réseau.

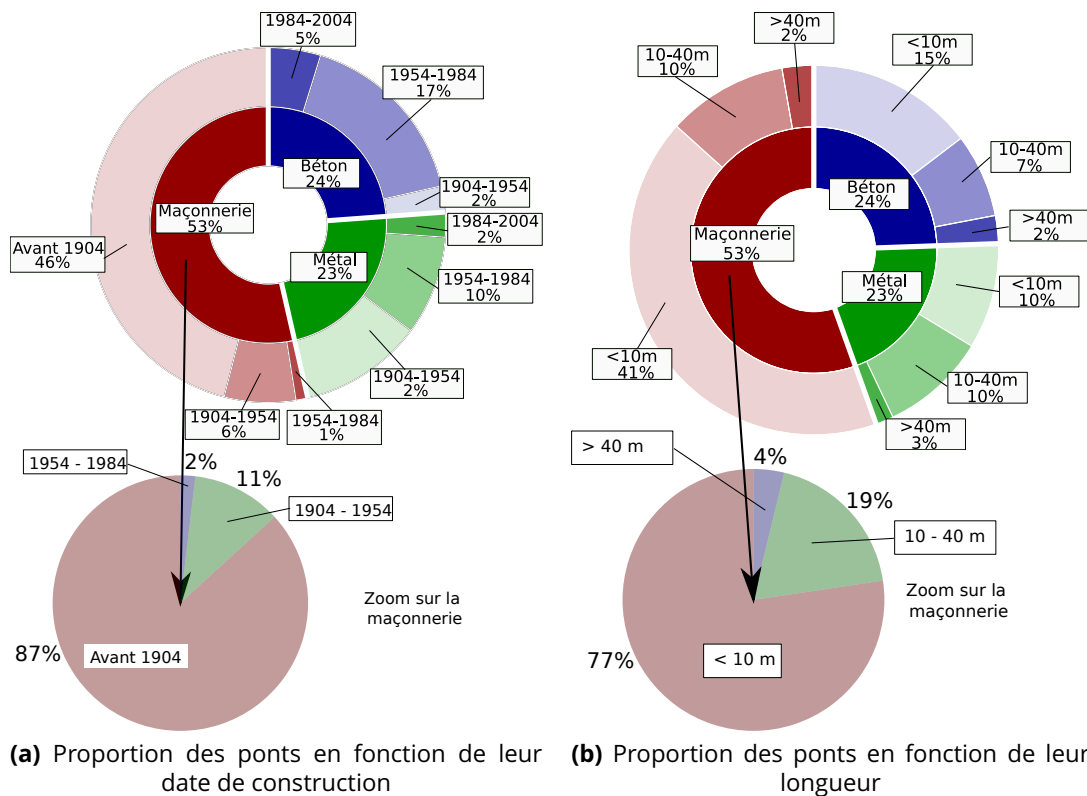
Pour être complet sur la consistance du réseau, il faut ajouter que les composants de l'infrastructure ferroviaire peuvent être synthétisés en :

- la voie, ce qui inclut les rails, le ballast, les appareils de voie et tous les autres composants entre le sol et les rails, hors ouvrages;
- les ouvrages d'art, qui sont les ponts, les tunnels et les murs de soutènement;
- les équipements, qui incluent les caniveaux, les caténaires, les signalisations, les aiguillages et leurs postes et tout autre composant nécessaire au fonctionnement du système ferroviaire.

Les méthodes de construction des ouvrages d'art ont beaucoup évolué depuis la naissance du réseau. Les tunnels sont passés de tunnels de maçonnerie à des tunnels en béton tels qu'ils sont construits actuellement. Les ponts étaient avant construits en bois et en maçonnerie, puis en métal et enfin en béton armé et en béton précontraint. Les techniques actuelles de construction de ponts se présentent généralement comme une association de béton et d'acier (comme les tabliers à poutrelles enrobés). Les murs de soutènement étaient en maçonnerie et sont désormais en béton ou en acier (palplanches, parois berlinoises, etc).

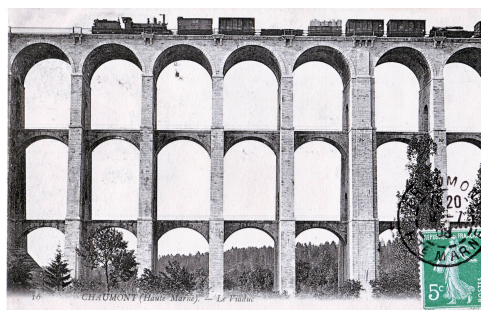
Concernant les ponts (environ 36 000 sur le réseau ferré), une partie non négligeable du parc est encore constituée de ponts en maçonnerie (environ 18 000) ou de ponts métalliques anciens (avant 1930). Plus précisément, [BELL, 2004] estime que 46% du parc français a été construit avant 1904, dont la quasi-totalité en maçonnerie. La figure (Fig.3) représente les résultats de l'audit de [BELL, 2004].

5. Territoire métropolitain : il s'agit de la partie française sur le territoire européen, c'est-à-dire sans les territoires ultra-marins.



**FIGURE 3:** Répartition des ponts-rails en fonction de leurs matériaux de construction et de deux caractéristiques : leur date de construction et leur longueur. (Données : [BELL, 2004])

Les ponts en maçonnerie présents sur le réseau sont appelés des ponts-voûtes car le pont est constitué d'une ou plusieurs voûtes sur lesquelles sont appuyés les murs tympans qui retiennent le remplissage formant le tablier du pont. Cette morphologie est due au fait que la maçonnerie possède une résistance en traction très faible, ce qui n'est pas le cas de sa résistance en compression. Cela explique la construction en voûtes. En ce qui concerne l'utilisation de murs tympans, ils se réfèrent à une autre technologie maîtrisée à l'époque, les murs de soutènement.



**FIGURE 4:** Carte postale du viaduc de Chaumont

Ces ponts en maçonnerie ne représentent pas un ensemble homogène, ce qui rend leur étude difficile, car nécessitant de modéliser chaque ouvrage spécialement. De plus,



les plans peuvent avoir été dégradés ou perdus au fil des années, ne rendant pas la tâche simple. Enfin, les matériaux constituant ces ponts sont difficiles à caractériser, et alors que des essais destructifs sur ces derniers rendraient leur caractérisation faisable, ils sont impossibles à mettre en œuvre, car ils endommageraient l'ouvrage. Les ponts en maçonnerie seront décrits plus en détail dans la seconde partie de ces travaux (p.87).

## Les évènements dans la vie de l'infrastructure

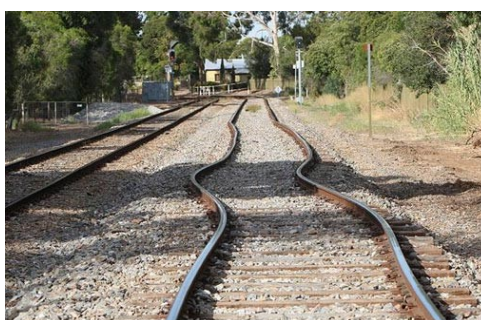
L'infrastructure ferroviaire peut être impactée par plusieurs évènements :

- Le vieillissement, qui se caractérise par une diminution des capacités au fil du temps. Cet impact est géré au sein de SNCF Réseau par des campagnes de surveillances, dont les intervalles peuvent évoluer en fonction de plusieurs facteurs. Elles sont à la base de la politique de maintenance;
- La fatigue, qui correspond à la dégradation de la capacité due au nombre de cycles d'utilisation. Sur le réseau, elle impacte avant tout la voie et les ponts métalliques à pose de voie directe. Des rails peuvent casser par fatigue sur le réseau. Ils sont inspectés régulièrement et des travaux de recherches sont en cours pour en améliorer la détection ([BONNIOT, 2019]);
- Les sabotages, ou les actes volontaires de malveillance sur le réseau. Malheureusement, ils peuvent rarement être évités, mais il est possible de mettre en œuvre des stratégies de protection et d'intervention suite à ces actes de malveillance.
- Les aléas, naturels ou anthropiques, qui sont par nature des évènements accidentels. On peut citer quelques exemples notables :
  - ▶ Les inondations, qui ont des impacts de plusieurs natures sur l'infrastructure. Elles peuvent rendre instables les voies, rendre inopérantes les installations électriques, et pour les ouvrages d'art, provoquer des affouillements<sup>6</sup> qui peuvent se solder par la ruine de l'ouvrage (exemple Fig.5), ou une rupture de l'ouvrage par une poussée excessive des eaux. Par ailleurs, les problématiques d'affouillement sont toujours un objet d'étude [CHEVALIER et al., 2018].
  - ▶ Les épisodes de fortes chaleurs et les feux de forêt à proximité des voies peuvent induire une trop forte augmentation de température des rails et en provoquer le flambement (Fig.6).

6. Les affouillements sont le résultat du creusement par l'eau du sol au niveau, puis sous, les appuis des ouvrages. Un projet ANR a par ailleurs travaillé sur ce sujet [CHEVALIER et al., 2018]



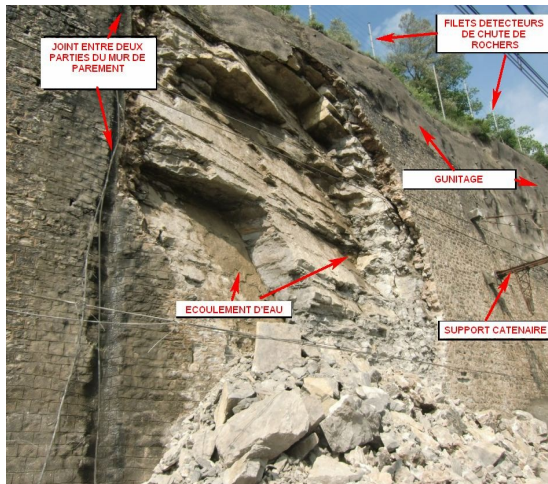
**FIGURE 5:** Illustration des conséquences d'un affouillement sur un pont. (Source : [https://twitter.com/AQC\\_FR/status/861846835790524416](https://twitter.com/AQC_FR/status/861846835790524416))



**FIGURE 6:** Illustration d'un flambement de rail. (Source : [KNAPTON, 2005])

- Les glissements de terrain et les éboulements qui peuvent affecter l'infrastructure. Ils sont aussi difficiles à prévoir, et peuvent être dangereux. Deux événements peuvent illustrer ce phénomène : l'effondrement de la paroi de Mercuès qui est à l'origine du déraillement d'un TER le 22 mai 2012 [BEA-TT, 2013] et plus récemment le glissement de terrain qui a causé le déraillement d'un TGV entre Ingenheim et Saessolsheim (près de Saverne) le 05 mars 2020 (Fig.7). Des cartes des aléas de glissement de terrain sont fournies par le Bureau de recherches géologiques et minières (BRGM) et peuvent informer partiellement sur les risques.
- Les instabilités du sous-sol (flache<sup>7</sup>, mouvement de terrain, retrait et gonflement des argiles). Suivant l'aléa, les facteurs de cause sont différents. Ces phénomènes peuvent être accélérés et aggravés par les précipitations, comme dans le cas de l'apparition d'un vide sous les rails entre Narbonne et Sete le 23 octobre 2019 (Fig.8).

7. Flache : affaissement localisé du terrain dû à la présence d'un vide souterrain.



(a) Photographie de la paroi éboulée de Mercuès [BEA-TT, 2013]



(b) Photographie du glissement de terrain près de Saverne (Source : <https://photos.lci.fr/images/613/344/accident-tgv-strasbourg-paris-glissement-terrain-f7577e-0@1x.jpeg>).

**FIGURE 7:** Illustration des glissements de terrain impactant l'infrastructure ferroviaire.



**FIGURE 8:** Vide sous les rails entre Narbonne et Sete le 23 octobre 2019. (Source : SNCF)

- Les vents violents impactent aussi l'infrastructure. Les images du pont de Tacoma aux Etats-Unis ont marqué les esprits. Depuis cet incident, les ouvrages d'art sont conçus en conséquence.
- Les aléas accidentels anthropiques<sup>8</sup> ne sont pas en reste. Les faits les plus marquants sont les accidents de passage à niveau ou les accidents contre les ouvrages ferroviaires (Fig.9).

8. Anthropique : dû à l'Homme.





**FIGURE 9:** *Camion encastré dans un pont à Tain-l'Hermitage (Source : Yves Giral)*

- Les séismes sont certainement les aléas naturels les plus impressionnants, ils sont aussi peu présents sur le territoire métropolitain. L'infrastructure ferroviaire française n'est pas ou peu impactée par les séismes courants. Néanmoins, on sait que des séismes plus forts que ceux dont on a la mémoire sont possibles et il faut donc trouver les moyens de prévenir de tels risques [CINOTTI, GALIBERT et PIPIEN, 2019]. Si l'on se renseigne sur les séismes à l'étranger, on se rend compte que le risque de ruine des ouvrages d'art est important (Fig. 10). Pour les ouvrages récents, des règles de construction parasismique permettent de penser que leur résistance à ces événements est assurée. En revanche, pour les ouvrages anciens, il faut les étudier.



**(a)** Photographie d'un pont à Kobe suite au séisme de 1995 d'une magnitude de 7,2 sur l'échelle de Richter (Source : Yoshiaki Nagashima )



**(b)** Photographie d'un pont ferroviaire près de Concepcion au Chili après le séisme de 2010 d'une magnitude de 8,8 sur l'échelle de Richter (Source : Jose Luis Saavedra )

**FIGURE 10:** *Illustration de l'impact de séismes forts sur l'infrastructure.*

Ces événements peuvent porter atteinte à la sécurité des transports et plus globalement aux missions de SNCF Réseau. C'est pourquoi une politique de gestion des risques associés à ces événements est indispensable. Par ailleurs, les pouvoirs publics ont initié depuis les années 2000 une réflexion sur la détection des risques, la classification des in-

frastructures par criticité<sup>9</sup>, les moyens de protection, de prévention et de gestion de crise dans le cas où l'impact du risque n'est pas maîtrisé.

## La gestion des risques naturels et anthropiques

L'industrie et le domaine de la sûreté nucléaire ont développé de nombreux outils de gestion des risques dont les bases scientifiques sont indéniables. On peut citer des éléments simples (matrice de criticité, arbre de défaillance) ou plus complexes (études de sûreté de fonctionnement, courbes de fragilité). Les questions de risques sur les infrastructures de transport ne sont pas nouvelles, mais leur traitement par les institutions publiques reste récent au regard de l'évolution des questions de gestion des risques dans les autres secteurs, et notamment l'aéronautique et le nucléaire ([MARTINAIS, 2011], [HASSID, 2008], [LE ROUX, 2014]).

Le rapport du conseil général de l'environnement et du développement durable (CGEDD) sur la vulnérabilité des réseaux d'infrastructures aux risques naturels datant de 2013 [DURVILLE et al., 2013] souligne plusieurs points importants. La réflexion de la vulnérabilité des réseaux d'infrastructure est relativement récente. Et les questions des analyses socio-économiques des risques sont peu voire pas traitées alors qu'elles sont au centre de l'établissement d'une politique cohérente de gestion des risques.

Ce constat est à nuancer par les nombreux points forts de la gestion actuelle du réseau ferré qui permet, même lorsque survient un accident/incident, une résilience rapide et une remise en circulation dans un délai relativement bref. Un autre rapport, plus récent, évoque les aspects économiques de résilience des réseaux et donne des lignes directrices pour concevoir une gestion des risques efficace [BACOT, DURVILLE et WINTER, 2015].

## Formulation de la problématique

Dans ce contexte, SNCF Réseau désire développer une gestion des risques efficace. Un début de cadre a été proposé dans [TISSERAND et M. RAGUENEAU, 2019] et [TISSERAND et M. RAGUENEAU, 2020], qui soulève des points intéressants. D'abord, la probabilité de défaillance du système (réseau ou ligne ferré) peut se déduire de la probabilité de défaillance des éléments qui le composent. Ensuite, l'analyse économique et l'analyse des défaillances peuvent être couplées en utilisant la fragilité. Enfin, les décisions de gestion des risques apparaissent plus clairement en prenant en compte le coût d'une défaillance, qui est mesurable grâce aux deux points précédents. Dans l'optique d'appliquer ce cadre, il est nécessaire de déterminer les courbes de fragilité de tous les composants

---

9. Criticité : quantité définie comme le produit de la probabilité d'occurrence d'un aléa, de la probabilité de défaillance de l'objet considéré, de l'impact de la défaillance et de la probabilité de non-protection

d'infrastructures, suivant un certain nombre de risques.

Comme vu plus tôt, les ponts en maçonnerie représentent le type d'ouvrage le plus ancien du réseau, mais aussi le plus représenté encore aujourd'hui. Ces ouvrages sont, pour la grande majorité, centenaires et doivent soutenir des charges de plus en plus importantes et une augmentation du trafic ferroviaire et des vitesses des trains. Paradoxalement, les ouvrages maçonnés n'ont été que peu étudiés en comparaison aux ouvrages métalliques ou en béton armé. Le rapport de [BELL, 2004] explique que l'état du parc européen des ponts en maçonnerie est préoccupant. SNCF Réseau a donc décidé de s'emparer de ce sujet pour conserver une expertise scientifique et technique dans le domaine, dont ces travaux de thèse sont une pierre à l'édifice. De plus, la maçonnerie est un matériau de construction très ancien, qui se retrouve de nos jours dans un grand nombre de constructions anciennes et dont l'étude a été délaissée au profit de matériaux modernes (acier, béton) [DEJONG, 2009]. La volonté de conservation de ce patrimoine bâti pour des raisons économiques (ouvrages toujours en fonction) et culturelles (en tant que reflet de l'Histoire) est à l'origine des nombreux travaux de recherche sur le sujet depuis les années 90.

D'après le rapport [CINOTTI, GALIBERT et PIPIEN, 2019] sur la région de Nice et au regard de la sismicité globale du territoire français [JORF, 2010], il apparaît que le risque sismique est un point d'étude important. Pour SNCF Réseau, la requalification des ouvrages d'art suite à la survenance d'un séisme est un enjeu important.

De plus, il apparaît au regard des documents de l'union internationale des chemins de fer (UIC) [UIC, 2005] (Méthode de recalcul à trois niveaux, explicitée plus en détail p.96)) que les procédures de recalcul d'ouvrages en maçonnerie sous charges roulantes doivent se doter d'un outil de calcul de structure aux éléments finis ou aux éléments discrets. SNCF Réseau a bénéficié de premiers travaux de [STABLON, 2011] qui ont initié les réflexions sur les modélisations des ponts en maçonnerie au sein de l'entreprise.

Enfin, un outil permettant de déterminer l'effet d'une disposition de renforcement permettrait de répondre aux attentes de protection des ouvrages et de prévention des impacts des aléas naturels.

Au regard de ce qui précède, la problématique de ces travaux de recherche est double. Il s'agit de construire un outil de calcul de ponts en maçonnerie soumis aux sollicitations sismiques, et de développer des outils polyvalents permettant d'autres usages comme le calcul de la capacité portante de l'ouvrage ou le calcul de fragilités<sup>10</sup> issues d'autres

10. Fragilité : La fragilité se définit comme la probabilité de défaillance ( $v$ , l'indicateur de défaillance calculé est supérieur ou égal au critère de défaillance  $\gamma$ ) sachant un événement d'intensité  $I$  (Eq. 5.38)

sollicitations d'aléas naturels dont sismiques.

Pour cela les outils de calcul doivent être basés sur des modélisations ouvrant de nombreuses possibilités de développement telles que les modélisations aux éléments finis ou les modélisations aux éléments discrets, en 3 dimensions.

Enfin, les outils devant être utilisés par des ingénieurs, ils doivent être adaptés et permettre si possible des calculs rapides. Il faut donc des outils de calculs plurivalents, dont les calculs soient rapides et pour lesquels les difficultés d'utilisation sont faibles.

## Traitement de la problématique

Le présent travail développe des outils permettant de modéliser des ponts en maçonnerie et de calculer des courbes de fragilité sous chargements d'aléas naturels et notamment sismiques.

Compte tenu de l'avancée actuelle des travaux scientifiques en mécanique des matériaux solides, mécanique numérique et génie civil, plusieurs verrous scientifiques se dessinent.

Une fois le choix du cadre de modélisation numérique des ponts en maçonnerie effectué (p.24), le premier volet de verrous est celui de la modélisation du matériau maçonnerie. En effet, il n'existe pas de consensus absolu sur les mécanismes pilotant le comportement mécanique de la maçonnerie. Il faut donc analyser et synthétiser les résultats expérimentaux pour établir un socle de mécanismes à modéliser. Ensuite, de nombreux travaux existent sur la modélisation de la maçonnerie (deux revues de littératures intéressantes sont faites dans [LAGOMARSINO, CATTARI et CALDERINI, 2012] et [D'ALTRI et al., 2019]) et des matériaux solides en général ([LEMAITRE et al., 2009]), à partir desquels une modélisation de la maçonnerie avec les mécanismes identifiés précédemment sera formulée.

Un second volet de verrous scientifiques concerne le calcul de ponts en maçonnerie sous sollicitations d'aléas naturels, et notamment sismiques. Dans ce domaine, les travaux de [TATAIE, 2011], [LIMOGE, 2016] et [CHOPRA et GOEL, 2002] montrent que la méthode de résolution sur base modale est très intéressante pour procéder à un grand nombre de calculs en un temps relativement réduit avec une précision correcte dans des gammes de dégradations faibles à modérés. Étant très exactement le cadre des besoins industriel de SNCF Réseau, ce verrou demande de développer un outil de modélisation et de calcul sur base modale des ponts en maçonnerie soumis à des sollicitations sismiques. Cela inclut la formulation d'un modèle de comportement sur base modale (modèle d'oscillateur simple).

Sans parler de véritables verrous techniques, il est à noter que l'objectif industriel demande de rendre accessible des programmes scientifiques dont l'utilisation peut s'avérer délicate et de rendre simple et rapide l'utilisation des outils développés. Ainsi, les développements de la modélisation des ponts en maçonnerie, et du calcul des courbes de fragilités sous sollicitations sismiques sont pensés pour être automatisés. De la même manière, la formulation du modèle matériau prend en compte la difficulté d'identification des paramètres matériaux (par ailleurs, un outil pour déterminer ces paramètres matériaux a même été développé p.171)

Par conséquent, le présent document est présenté en deux parties. La première traite de la description et de la modélisation de la maçonnerie assistée. Dans cette partie des travaux, le premier chapitre étudie le comportement mécanique de la maçonnerie et les mécanismes principaux pour ces travaux sont mis en avant. Ensuite, dans un deuxième chapitre, un cadre de modélisation est choisi, notamment entre les modélisations aux éléments finis ou aux éléments discrets, et entre les échelles de modélisation. Compte tenu des objectifs de la modélisation et des capacités de chaque cadre, une modélisation des ponts en maçonnerie suivant la mécanique des milieux continus de Cauchy avec l'hypothèse des petites perturbations résolue par la méthode des éléments finis est choisie. Enfin, dans un dernier chapitre, une loi de comportement du matériau est formulée en accord avec les comportements déterminés dans le premier chapitre. Cette loi de comportement est formulée pour représenter les comportements de fissuration et de frottement interne de la maçonnerie soumise à des sollicitations complexes avec un coût de calcul faible, et peu de paramètres à identifier compte tenu de la richesse des mécanismes modélisés.

La seconde partie des travaux de thèse correspond à la modélisation et au calcul des ponts en maçonnerie sous sollicitations d'aléas naturels, et notamment sismiques. La méthodologie et les outils mis en place sont présentés au travers d'exemples. Dans le premier chapitre, la modélisation des ponts en maçonnerie est présentée dans le but de développer un outil permettant la génération automatique de modélisations et est validée sur des calculs statiques de capacité portante. Un calcul simplifié de la capacité portante, appelé indice de capacité portante est par ailleurs présenté à cette occasion et sert dans la suite des travaux pour la construction des courbes de fragilité. Le second chapitre traite de la modélisation des chargements d'aléas naturels et de la résolution des calculs. Une part importante de ce chapitre se concentre sur les aléas sismiques, qui nécessitent la formulation d'une méthode spécifique et une validation particulière. Cette partie donne tous les éléments pour modéliser et calculer des ponts en maçonnerie sous sollicitations d'aléas naturels et construire des courbes de fragilités.





# Table des matières

<b>Table des matières</b>	<b>xvii</b>
<b>Table des figures</b>	<b>xxi</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>xxvii</b>
<b>I Modélisation de la maçonnerie</b>	<b>1</b>
<b>1 La maçonnerie assisée et son comportement mécanique</b>	<b>5</b>
1 Définition et typologie . . . . .	6
1.1 Les appareils . . . . .	6
1.2 Les blocs . . . . .	7
1.3 Les joints . . . . .	8
2 Analyse du comportement mécanique de la maçonnerie assisée . . . . .	8
2.1 Élasticité . . . . .	9
2.2 La fissuration comme mécanisme principal de dégradation . . . . .	13
2.3 Comportement du matériau dégradé : glissement et frottement interne	18
2.4 Synthèse des comportements à modéliser . . . . .	20
<b>2 Revue des modélisations des mécanismes du comportement de la maçonnerie assisée</b>	<b>23</b>
1 Explication du choix du cadre de modélisation et de résolution des calculs de ponts en maçonnerie sous sollicitations d'aléas naturels . . . . .	24
1.1 Modélisation par la mécanique des milieux continus . . . . .	25
1.2 Modélisation du matériau maçonnerie par la mécanique des milieux discrets . . . . .	29
1.3 Modélisations par approches globales (Cadre équivalent, analyse des ruptures, macro-éléments, ...) . . . . .	30
1.4 Choix d'une modélisation macroscopique, continue, résolue par éléments finis . . . . .	30
2 État de l'art des modélisations possibles . . . . .	31
2.1 Choix du milieu continu . . . . .	31
2.2 Élasticité . . . . .	31

2.3	Rappel synthétique du cadre de la thermodynamique des processus irréversibles pour la modélisation de matériaux solides . . . . .	32
2.4	Brève description de la modélisation de l'endommagement des matériaux quasi-fragiles . . . . .	33
2.5	Plasticité et frottement interne . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Formulation d'une nouvelle loi de comportement</b>	<b>43</b>
1	Formulation étape par étape des équations constitutives du modèle . . . . .	44
1.1	Élasticité orthotrope . . . . .	46
1.2	Couplage endommagement-élasticité orthotrope . . . . .	46
1.3	Couplage de l'endommagement à la plasticité induite . . . . .	51
1.4	Admissibilité thermodynamique . . . . .	55
2	Implémentation numérique et régularisation . . . . .	56
2.1	Endommagement . . . . .	57
2.2	Frottement interne . . . . .	57
2.3	Implémentation numérique de l'effet unilatéral . . . . .	58
2.4	Présentation de l'algorithme . . . . .	60
2.5	Problème de localisation et régularisation en énergie . . . . .	62
3	Validation numérique . . . . .	63
3.1	Validation de l'implémentation numérique et essai de robustesse . . . . .	63
3.2	Validation à l'échelle structure . . . . .	66
4	Vers une démarche d'identification des paramètres du modèle . . . . .	74
5	Conclusion . . . . .	74
	<b>Conclusion et perspectives de la première partie</b>	<b>77</b>
<b>II</b>	<b>Contribution au calcul des ponts maçonnés sollicités par des chargements dus aux aléas naturels</b>	<b>79</b>
<b>4</b>	<b>Modélisation des ponts maçonnés et validation sous chargement statique</b>	<b>83</b>
1	Définition et historique des ponts en maçonnerie . . . . .	84
1.1	Brève histoire des ponts en maçonnerie : . . . . .	84
1.2	Morphologie et typologie des ponts en maçonnerie : . . . . .	86
2	Modélisation des ponts en maçonnerie . . . . .	87
2.1	Principe de modélisation de la géométrie . . . . .	88
2.2	Modélisation des matériaux . . . . .	91
2.3	Conditions aux limites des ponts en maçonnerie : . . . . .	95
3	Détermination d'un indice de capacité portante . . . . .	96
3.1	Les méthodes empiriques (niveau 1) . . . . .	98
3.2	Les méthodes d'analyse limite et de rupture (niveaux 1 et 2) . . . . .	99
3.3	Définition d'un indice de capacité portante . . . . .	100

4	Comparaison entre les différents niveaux de calcul de capacité portante et l'indice de capacité portante . . . . .	103
5	Conclusion . . . . .	107
<b>5</b>	<b>Calcul d'un pont en maçonnerie sous sollicitations sismiques et autres aléas naturels</b>	<b>109</b>
1	Chargement dû aux aléas sismiques . . . . .	110
1.1	Les séismes et leurs impacts sur les constructions. . . . .	110
1.2	Description des sollicitations . . . . .	111
1.3	Génération des sollicitations sismiques dans cette étude . . . . .	112
2	Description de la méthode de calcul de ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques . . . . .	112
2.1	Formulation du problème . . . . .	113
2.2	Résolution directe . . . . .	115
2.3	Formulation non linéaire sur base modale . . . . .	115
3	Formulation du comportement d'oscillateur simple non-linéaire . . . . .	117
3.1	Formulation de la loi de comportement global . . . . .	117
3.2	Implémentation numérique . . . . .	121
3.3	Illustration de la loi de comportement . . . . .	122
4	Application sur un pont exemple . . . . .	124
4.1	Présentation du cas test, comparaison résolution temporelle et analyse modale . . . . .	124
4.2	Détermination des critères de défaillance pour le calcul des courbes de fragilité . . . . .	132
5	Détermination de courbes de fragilité . . . . .	134
5.1	Application sur le pont exemple . . . . .	135
6	Exemples de calculs sous mouvement de terrain et sous poussée hydrodynamique de crue . . . . .	137
6.1	Chargement dû aux mouvements de terrain . . . . .	137
6.2	Chargement dû aux aléas de crues . . . . .	139
	<b>Conclusions et perspectives</b>	<b>147</b>
	<b>Annexes</b>	<b>153</b>
<b>A</b>	<b>Étude de la dissipation de l'endommagement du modèle maçonnerie</b>	<b>155</b>
<b>B</b>	<b>Validation de la régularisation en énergie</b>	<b>157</b>
<b>C</b>	<b>Écriture de la force de courant pour le chargement de crue</b>	<b>163</b>
<b>D</b>	<b>Mise en algorithme des travaux</b>	<b>165</b>

<b>E</b>	<b>Proposition d'une procédure d'identification et d'un métamodèle pour les paramètres du modèle formulé</b>	<b>171</b>
1	État de l'art des méthodes d'identification des paramètres de la maçonnerie.	172
1.1	Identification des paramètres matériau par résultats d'essai . . . . .	172
1.2	Identification des paramètres matériau par homogénéisation (identification analytique) . . . . .	173
2	Développement d'un outil de modélisation d'échantillon de maçonnerie . . .	175
2.1	Définition d'un échantillon représentatif de maçonnerie . . . . .	175
2.2	Définition de la procédure d'identification des paramètres . . . . .	177
2.3	Identification sur un échantillon exemple . . . . .	181
3	Construction d'une base de données de paramètres matériaux : analyse de sensibilité et métamodélisation. . . . .	187
3.1	Analyse de sensibilité . . . . .	187
3.2	Construction d'un métamodèle par régression par processus gaussiens	200
4	Conclusion . . . . .	202
<b>F</b>	<b>Quelques modèles intéressants pour la maçonnerie</b>	<b>203</b>
1	Lourenço [LOURÈNÇO, DE BORST et ROTS, 1997] . . . . .	204
1.1	Cadre général du modèle . . . . .	204
1.2	Définition des fonctions seuils . . . . .	205
1.3	Lois d'écrouissage . . . . .	207
1.4	Lois d'écoulement . . . . .	208
2	Sellier [SELLIER et al., 2013] . . . . .	209
2.1	Cadre général du modèle . . . . .	209
2.2	Le tenseur d'endommagement . . . . .	210
2.3	Définition des fonctions seuils . . . . .	210
2.4	Lois d'évolution . . . . .	211
3	Pelà [PELÀ, 2009] . . . . .	212
4	LeDantec [LADEVEZE, 1983b] . . . . .	212
4.1	Cadre général du modèle . . . . .	212
4.2	Lois d'écrouissage . . . . .	213
4.3	Fonctions seuils . . . . .	213
5	Desmorat [DESMORAT, 2016] . . . . .	214
5.1	Cadre général du modèle . . . . .	214
5.2	Fonction seuil . . . . .	214
5.3	Description thermodynamique du modèle . . . . .	215
5.4	Évolution de l'endommagement . . . . .	215

# Table des figures

1	Lien entre transport ferroviaire et PIB. (Sources : <i>Madison Project</i> et <a href="https://data.sncf.com">https://data.sncf.com</a> ) . . . . .	iv
2	Carte isochrone de France depuis Paris en train. . . . .	v
3	Répartition des ponts-rails en fonction de leurs matériaux de construction et de deux caractéristiques : leur date de construction et leur longueur. (Données : [BELL, 2004]) . . . . .	vii
4	Carte postale du viaduc de Chaumont . . . . .	vii
5	Illustration des conséquences d'un affouillement sur un pont. (Source : <a href="http://twitter.com/AQC_FR/status/861846835790524416">http://twitter.com/AQC_FR/status/861846835790524416</a> ) . . . . .	ix
6	Illustration d'un flambement de rail. (Source : [KNAPTON, 2005]) . . . . .	ix
7	Illustration des glissements de terrain impactant l'infrastructure ferroviaire. . . . .	x
8	Vide sous les rails entre Narbonne et Sete le 23 octobre 2019. (Source : SNCF) . . . . .	x
9	Camion encastré dans un pont à Tain-l'Hermitage (Source : Yves Giral) . . . . .	xi
10	Illustration de l'impact de séismes forts sur l'infrastructure. . . . .	xi
1.1	Illustration des principaux appareils de maçonneries structurales . . . . .	6
1.2	Répartition des appareils sur le réseau ferré français. . . . .	7
1.3	Illustration de l'utilisation des appareils assisée et opus incertum sur le réseau ferroviaire. . . . .	7
1.4	Les plans de symétrie de la maçonnerie assisée . . . . .	10
1.5	Échantillon virtuel de maçonnerie assisée . . . . .	10
1.6	L'indicateur d'anisotropie $k_{aniso}$ (en %) de la maçonnerie assisée en fonction du rapport d'aspect des briques et du rapport entre les modules des briques et des joints. . . . .	12
1.7	Illustrations des comportements uniaxiaux en traction et compression . . . . .	13
1.8	Illustrations des comportements en traction dans la direction 1 extraits des études de [BACKES, 1985], [SCHUBERT, 1997] et [MALYSZKO, 2004] . . . . .	14
1.9	Illustration de la relation entre faciès de fissuration et rotation des maçonneries assisées pour une traction et une compression uni-axiale, d'après les travaux de [DHANASEKAR, PAGE et KLEEMAN, 1985], et de la validité de l'hypothèse de fissures gouvernées par l'extension sur des plans de fissuration fixes . . . . .	15
1.10	Relation entre cisaillement et chargement biaxial . . . . .	16

1.11 Courbe d'un essai de cisaillement sur triplet (essai à droite de l'image mené par [ALECCI et al., 2013]) . . . . .	17
1.12 Illustration de la relation entre faciès de fissuration et rotation de la maçonnerie assisée sous sollicitations bi-axiales, d'après les travaux de [DHANASEKAR, PAGE et KLEEMAN, 1985], et de la validité de l'hypothèse de fissures gouvernées par l'extension sur des plans de fissuration fixes . . . . .	17
1.13 Surfaces de rupture sous chargements de bi-compression avec différents angles de rotation ([PAGE, 1981]). . . . .	18
1.14 Illustration de la sensibilité du comportement en cisaillement au confinement sur les résultats d'essais de cisaillement monotone confiné par [VERMELTFOORT, RAIJMAKERS et JANSSEN, 1993]. . . . .	19
1.15 Mur en maçonnerie assisée sous cisaillement cyclique de l'essai de [SALMANPOUR, MOJSILOVIĆ et SCHWARTZ, 2015] . . . . .	20
2.1 Classification des échelles de modélisation de la maçonnerie assisée par [LOURÈNÇO, 1996]. . . . .	25
2.2 Exemple de résultat issu de la modélisation micro-échelle détaillée proposée par [ANTHOINE, 1995]. . . . .	26
2.3 Maillage utilisé par [SHIEH-BEYGI et PIETRUSZCZAK, 2008]. . . . .	27
2.4 Échantillon utilisé par [PINA-HENRIQUES et LOURÈNÇO, 2006]. . . . .	29
2.5 Pont modélisé par [RAFIEE et VINCHES, 2013]. . . . .	29
2.6 Représentation schématique de deux formulations unitérales de l'endommagement : a) la partition des énergies et b) la formulation avec fonction de refermeture de fissures. . . . .	35
2.7 Illustrations de l'écrouissage isotrope à gauche, qui augmente la limite $\sigma_y$ de $R$ et l'écrouissage cinématique à droite, qui déplace le centre du domaine élastique du vecteur $X$ , dans un repère de contraintes principales en 2D . . . .	39
3.1 Illustration de la considération de trois plans de fissurations orthogonaux . . . .	47
3.2 Réponses des essais sur un élément CUB8 . . . . .	64
3.3 Conditions aux limites pour le test de robustesse numérique sur un élément de volume . . . . .	65
3.4 Résultats du test de robustesse . . . . .	66
3.5 Conditions aux limites et chargements du mur avec ouverture, expérience de [VERMELTFOORT, RAIJMAKERS et JANSSEN, 1993], image de [LOURÈNÇO, DE BORST et ROTS, 1997] . . . . .	68
3.6 Comparaison des cartes d'endommagement entre les résultats numériques (en haut) et les résultats expérimentaux (en bas) pour $d_1$ (à gauche) et $d_2$ (à droite) pour deux densités de maillage différentes. Résultats expérimentaux ([VERMELTFOORT, RAIJMAKERS et JANSSEN, 1993] et [LOURÈNÇO, DE BORST et ROTS, 1997]) . . . . .	69

3.7	Courbes force/déplacement : comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux ([VERMELTFOORT, RAIJMAKERS et JANSSEN, 1993]) . . . . .	70
3.8	Appareillage expérimental de [SALMANPOUR, MOJSILOVIĆ et SCHWARTZ, 2015] . . . . .	71
3.9	Mur sous cisaillement confiné cyclique [SALMANPOUR, MOJSILOVIĆ et SCHWARTZ, 2015] . . . . .	73
4.1	Les ponts en pierre de la fin de l'âge du bronze : a) le pont de Tarr Steps en Grande-Bretagne b) un pont mycénien en Grèce . . . . .	84
4.2	Schématisation des constituants d'un pont en maçonnerie . . . . .	87
4.3	Illustration d'éléments non pris en compte dans la modélisation . . . . .	88
4.4	Illustration des trois grands types d'arcs sur ponts ferroviaires . . . . .	88
4.5	Paramétrisation et maillage de ponts en maçonnerie . . . . .	89
4.6	Cotation du pont à une voûte . . . . .	91
4.7	Cotation du pont à trois voûtes identiques . . . . .	91
4.8	Base naturelle de la maçonnerie . . . . .	93
4.9	Projection des axes 1 et 2 de la base naturelle de la maçonnerie sur les axes $X$ , $Y$ et $Z$ de la base de référence de résolution de CAST3M pour la rotation des relations contraintes-déformations . . . . .	93
4.10	Comportement du modèle Drucker Parfait . . . . .	95
4.11	Schéma des conditions aux limites sur les ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques . . . . .	96
4.12	Présentation du logigramme d'application de la procédure de détermination de capacité portante définie par [UIC, 2005]. . . . .	97
4.13	Surfaces de chargement pour la détermination de l'indice de capacité portante . . . . .	101
4.14	Schématisation détaillée de la procédure de calcul de l'indice de capacité portante $Q$ . . . . .	102
4.15	Exemple de déformations pour les trois chargements. . . . .	103
4.16	Illustrations du pont n° 1 (Propriétés dans le tableau 4.6) . . . . .	104
4.17	Illustrations du pont n° 2 (Propriétés dans le tableau 4.7) . . . . .	105
4.18	Illustrations du pont n° 3 (Propriétés dans le tableau 4.8) . . . . .	106
5.1	Carte de définition du zonage sismique français extrait du décret n° 2010-1255 ([JORF, 2010]) . . . . .	111
5.2	Illustration de la raideur initiale et de la raideur sécante pour la figure 5.3 . . . . .	118
5.3	Illustration de l'unilatéralité des dégradations avec la courbe rapport de raideur / déplacement modal pour le pont exemple sollicité suivant la déformée modale du mode 1. Un saut entre le rapport en déplacement positif et en déplacement négatif implique un phénomène d'unilatéralité . . . . .	118
5.4	Illustration schématique de la différence de fissuration en fonction du sens de la sollicitation modale. La force en vert implique les fissures vertes et la force en rouge implique les fissures rouges. . . . .	119
5.5	Illustration de la réponse quasi-statique de l'oscillateur non linéaire . . . . .	123



5.6	Illustration de la réponse cyclique quasi-statique de l'oscillateur non linéaire .	123
5.7	Illustrations du pont n° 1 . . . . .	124
5.8	Accélérogramme . . . . .	126
5.9	Déformée modale des trois modes les plus importants pour les déplacements suivant $y$ . . . . .	127
5.10	Push over des trois modes les plus importants pour les déplacements suivant $y$ . . . . .	128
5.11	Comparaison entre le push over du Mode 1 et l'oscillateur simple pour des paramètres minimisant l'erreur de prédiction . . . . .	129
5.12	Comparaison résolution directe / résolution sur base modale des déplacements du point de référence suivant $y$ pour l'accélérogramme amplifié 1 fois (PGA = 0.005 $m/s^2$ ). L'endommagement modal $D_{mod} = 0$ . . . . .	129
5.13	Comparaison résolution directe / résolution sur base modale des déplacements du point de référence suivant $y$ pour l'accélérogramme amplifié 1000 fois (PGA = 5 $m/s^2$ ). L'endommagement modal $D_{mod} = 0.07$ . . . . .	130
5.14	Comparaison résolution directe / résolution sur base modale des déplacements du point de référence suivant $y$ pour l'accélérogramme amplifié 1200 fois (PGA = 6 $m/s^2$ ). L'endommagement modal $D_{mod} = 0.12$ . . . . .	130
5.15	Cartographie d'endommagement $D$ obtenue par résolution directe pour l'accélérogramme amplifié 1200 fois (PGA = 6 $m/s^2$ ). L'endommagement modal $D_{mod} = 0.12$ . . . . .	130
5.16	Comparaison résolution directe / résolution sur base modale des déplacements du point de référence suivant $y$ pour l'accélérogramme amplifié 1400 fois (PGA = 7 $m/s^2$ ). L'endommagement modal $D_{mod} = 0.17$ . . . . .	131
5.17	Comparaison résolution directe / résolution sur base modale des déplacements du point de référence suivant $y$ pour l'accélérogramme amplifié 2000 fois (PGA = 10 $m/s^2$ ). L'endommagement modal $D_{mod} = 0.6$ . . . . .	131
5.18	Cartographie d'endommagement $D$ obtenue par résolution directe pour l'accélérogramme amplifié 2000 fois (PGA = 10 $m/s^2$ ). L'endommagement modal $D_{mod} = 0.6$ . . . . .	131
5.19	Comparaison résolution directe / résolution sur base modale des déplacements du point de référence suivant $y$ pour l'accélérogramme amplifié 2500 fois (PGA = 12.5 $m/s^2$ ). L'endommagement modal $D_{mod} = 0.62$ . . . . .	132
5.20	Cartographie d'endommagement $D$ obtenue par résolution directe pour l'accélérogramme amplifié 2500 fois (PGA = 12.5 $m/s^2$ ). L'endommagement modal $D_{mod} = 0.62$ . . . . .	132
5.21	Visualisation des échantillons sur lesquels les courbes de fragilité sont construites . . . . .	136
5.22	Courbes de fragilité de l'aléa sismique . . . . .	136
5.23	Cartographie de l'exposition aux aléas de retrait et gonflement des argiles du BRGM . . . . .	138

5.24	Chargement et endommagement pour un mouvement de culée. . . . .	138
5.25	Évolution du rapport de capacité portante en fonction du déplacement vertical	139
5.26	Cartographie d'endommagement avant rupture . . . . .	140
5.27	Évolution des indicateurs de défaillances (définis p.134) en fonction de la vitesse maximale d'écoulement . . . . .	141
5.28	Illustrations des comportements uniaxiaux en traction et compression . . . .	150
B.1	Illustration des deux barres testées pour valider la régularisation . . . . .	158
B.2	Comparaison des courbes de traction simple pour une barre de 11 éléments et une barre de 110 éléments, sans régularisation en énergie. . . . .	161
B.3	Comparaison des courbes de traction simple pour une barre de 11 éléments et une barre de 110 éléments, avec régularisation en énergie. . . . .	161
C.1	Profil de force hydrodynamique sur un profil de pont en maçonnerie . . . . .	164
D.1	Logigramme simplifié de l'algorithme de création des maillages . . . . .	166
D.2	Logigramme simplifié de l'algorithme définition des lois matériaux . . . . .	167
D.3	Logigramme simplifié de l'algorithme de l'application des conditions aux limites	168
D.4	Schéma simplifié de l'algorithme de génération de modélisation . . . . .	168
D.5	Schéma simplifié de l'algorithme de préparation au calcul de courbes de fra- gilité. . . . .	169
D.6	Schéma simplifié de l'algorithme de calcul des courbes de fragilité. . . . .	170
E.1	Exemple d'échantillon de maçonnerie . . . . .	176
E.2	Erreur relative d'estimation des modules d'Young, coefficients de Poisson et modules de cisaillement en fonction du nombre de blocs (inclusion) . . . . .	176
E.3	Chargements d'identification de paramètres . . . . .	179
E.4	Illustrations des différentes solutions pour identifier $Gf_i$ . . . . .	180
E.5	Chargements d'identification de paramètres . . . . .	181
E.6	Illustration du maillage et des conditions aux limites pour chaque charge- ment dans cet exemple . . . . .	183
E.7	Courbes issues des essais virtuels . . . . .	184
E.8	Comparaison entre le résultat du modèle avec les paramètres identifiés et les résultats des essais virtuels. . . . .	186
E.9	Synthèse des outils d'analyse de sensibilité [LOOSS, 2011] . . . . .	188
E.10	Nombre d'évaluations pour une grille d'hypercube de dimension 10 complète	190
E.11	Représentation des trajectoires de la méthode de Morris sur un hypercube de 3 dimensions par [ROUSSOULY, 2011] . . . . .	191
E.12	Proposition de visualisation des différentes indications données par la mé- thode de Morris . . . . .	192
E.13	Illustrations de formes possibles de $F(X) = < y$ correspondants aux diffé- rentes indications données par la méthode de Morris . . . . .	192
E.14	Visualisation des résultats de Morris pour les modules d'Young . . . . .	193

E.15 Visualisation des résultats de Morris pour les coefficients de Poisson . . . . .	194
E.16 Visualisation des résultats de Morris pour les modules de cisaillement . . . . .	195
E.17 Visualisation des résultats de Morris pour les limites élastiques . . . . .	196
E.18 Visualisation des résultats de Morris pour les énergies de fissuration . . . . .	197
E.19 Visualisation des résultats de Morris pour les $A$ . . . . .	198
E.20 Visualisation des résultats de Morris pour les $\beta$ . . . . .	199
F.1 Définition des directions principales d'orthotropie. . . . .	204
F.2 Critère proposé par [LOURÊNÇO, DE BORST et ROTS, 1997] pour des isovaleurs de contrainte de cisaillement avec différents seuils en traction/compression suivant les directions. Figure extraite de [LOURÊNÇO, DE BORST et ROTS, 1997]	207

# Liste des tableaux

1.1	Paramètres élastiques des échantillons de maçonnerie assistée virtuelle . . .	11
2.1	Répartition variables d'état, variables associées ([LEMAITRE et al., 2009]) . . .	32
3.1	Tableau récapitulatif des variables du modèle . . . . .	54
3.2	Tableau récapitulatif des paramètres du modèle . . . . .	55
3.3	Description des différents cas de figure pour le calcul de $\sigma$ . . . . .	60
3.4	Récapitulatif des paramètres pour les essais à l'échelle d'un élément de volume	63
3.5	Récapitulation des paramètres matériaux pour l'essai sur mur ouvert d'une fenêtre . . . . .	67
3.6	Synthèse des paramètres utilisés . . . . .	72
4.1	Récapitulatif des paramètres de géométrie d'un pont : paramètres généraux	89
4.2	Récapitulatif des paramètres de géométrie d'un pont : les culées . . . . .	90
4.3	Récapitulatif des paramètres de géométrie d'un pont : les voûtes . . . . .	90
4.4	Tableau récapitulatif des paramètres du modèle maçonnerie . . . . .	92
4.5	Récapitulatif des paramètres de Drucker parfait . . . . .	95
4.6	Récapitulatif des paramètres du pont 1 en référence au schéma de cotation (p.91) . . . . .	104
4.7	Récapitulatif des paramètres du pont 2 en référence au schéma de cotation (p.91) . . . . .	105
4.8	Récapitulatif des paramètres du pont 3 en référence au schéma de cotation (p.91) . . . . .	106
4.9	Synthèse et comparaison des résultats de capacité portante. . . . .	107
5.1	Paramètres du modèle d'oscillateur non linéaire . . . . .	123
5.2	Récapitulatif des paramètres du pont 1 en référence au schéma de cotation en annexe (p.91) . . . . .	125
5.3	Paramètres de la génération d'accélérogramme . . . . .	125
5.4	Paramètres modaux . . . . .	126
B.1	Récapitulatif des paramètres pour les essais de validation sans régularisation	159
B.2	Récapitulatif des paramètres pour les essais de validation avec régularisation	160

E.1	Paramètres des échantillons de maçonnerie virtuelle . . . . .	177
E.2	Tableau des paramètres matériaux à identifier par Virtual Testing . . . . .	178
E.3	Paramètres de l'échantillon test de maçonnerie virtuelle . . . . .	182
E.4	Tableau des paramètres matériaux identifiés par Virtual Testing . . . . .	185
E.5	Tableau des intervalles des paramètres pour l'analyse de sensibilité . . . . .	193
E.6	Résultats de la régression par processus gaussiens . . . . .	201

**Première partie**

**Modélisation de la maçonnerie**

## Sommaire de la première partie :

<b>1</b>	<b>La maçonnerie assisée et son comportement mécanique</b>	<b>5</b>
1	Définition et typologie . . . . .	6
2	Analyse du comportement mécanique de la maçonnerie assisée . . . . .	8
<b>2</b>	<b>Revue des modélisations des mécanismes du comportement de la maçonnerie assisée</b>	<b>23</b>
1	Explication du choix du cadre de modélisation et de résolution des calculs de ponts en maçonnerie sous sollicitations d'aléas naturels . . . . .	24
2	État de l'art des modélisations possibles . . . . .	31
<b>3</b>	<b>Formulation d'une nouvelle loi de comportement</b>	<b>43</b>
1	Formulation étape par étape des équations constitutives du modèle . . . . .	44
2	Implémentation numérique et régularisation . . . . .	56
3	Validation numérique . . . . .	63
4	Vers une démarche d'identification des paramètres du modèle . . . . .	74
5	Conclusion . . . . .	74
	<b>Conclusion et perspectives de la première partie</b>	<b>77</b>

# Introduction

Cette première partie se concentre sur l'échelle la plus petite étudiée au cours de ce travail de recherche : le matériau maçonnerie. En effet, l'étude et la modélisation de ce matériau sont des étapes indispensables pour étudier les ouvrages en maçonnerie.

La maçonnerie est l'un des matériaux de construction les plus anciens, pourtant, il reste peu étudié en comparaison à d'autres [DEJONG, 2009]. La maçonnerie assisée (constituée de blocs rectangulaires arrangés en lits croisés et liés avec un mortier) est le type de maçonnerie le plus présent sur le réseau ferré français. Le besoin de calculer des ouvrages d'art en maçonnerie rend nécessaire la modélisation du matériau. Cette partie décrit les choix et la formulation d'un modèle de comportement pour le matériau maçonnerie.

Dans un premier chapitre, le comportement mécanique de la maçonnerie est analysé. Des campagnes expérimentales permettent de dresser la liste des comportements principaux du matériau maçonnerie. L'analyse présentée de ces résultats de la littérature permet de définir un ensemble de mécanismes à modéliser.

Un deuxième chapitre expose l'ensemble des réflexions étayant le choix de la modélisation. Il présente un ensemble de cadres possibles concernant : les méthodes numériques de description du comportement matériau (approche par éléments discrets ou par éléments finis); l'échelle de modélisation; la modélisation des non-linéarités. Une fois ces cadres exposés, un choix est opéré dans le but de calculer des ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques et de pouvoir adapter la modélisation à un large éventail de développements antérieurs. La modélisation par la mécanique des milieux continus de Cauchy sous l'hypothèse des petites déformations résolue par la méthode des éléments finis est donc choisie, et de nombreuses formulations possibles sont présentées pour modéliser le comportement mécanique de la maçonnerie assisée.

Le troisième chapitre propose une formulation d'un modèle de comportement pour la maçonnerie se plaçant dans le cadre de la mécanique de l'endommagement avec les choix effectués et les comportements décrits. Le cadre théorique et l'implémentation numérique dans un code aux éléments finis sont exposés. Des tests de validation à l'échelle



du Volume élémentaire représentatif (VER) et à l'échelle structure sont réalisés pour illustrer les capacités du modèle à décrire la réponse de la maçonnerie.

## Chapitre 1

# La maçonnerie assisée et son comportement mécanique

*Dans ce chapitre seront présentés la maçonnerie assisée ainsi que son comportement mécanique. Cette étape est un préalable indispensable à la modélisation du matériau, puisqu'il permet de le définir, d'en comprendre les mécanismes et d'étayer les choix des comportements à modéliser dans la suite des travaux.*

*D'abord, une définition générale de la maçonnerie, puis une description de la maçonnerie traitée dans ces travaux, la maçonnerie assisée, seront exposées. Ensuite, une analyse détaillée du comportement mécanique de la maçonnerie assisée s'appuyant sur une revue de la littérature scientifique et des développements supplémentaires sera présentée. Ainsi, l'élasticité, la dégradation et le comportement dégradé de la maçonnerie assisée seront étudiés. Enfin, le chapitre se fermera sur une synthèse des mécanismes choisis pour représenter le comportement mécanique de la maçonnerie qui sera reprise plus tard pour sa modélisation.*

# 1 Définition et typologie

Plusieurs définitions de la maçonnerie existent, mais la plupart d'entre elles, comme celle du Littré, la considèrent comme un assemblage de blocs de pierre ou de briques de terre cuite liés par un mortier.

**Maçonnerie** : Art qui consiste à ranger des pierres avec du mortier ou quelque autre liaison.  
Le Littré

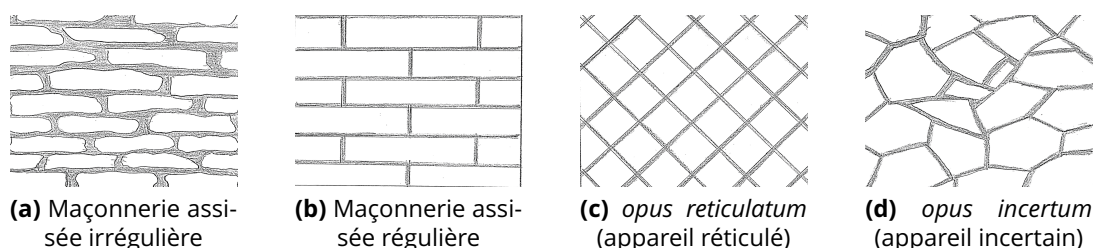
Cette définition manque de généralité, car elle exclut d'office : les maçonneries de pierres sèches et autres maçonneries gravitaires, qui ne sont pas liées par un mortier ; les maçonneries modernes de blocs de béton manufacturés ; et les maçonneries de blocs collés. Une définition plus générale est ici proposée afin d'englober toutes ces maçonneries.

**Maçonnerie** : Art qui consiste à arranger des blocs rigides, avec ou sans liaisons. Ce vocable est spécifique au génie civil.

Cette dernière définition est plus générale. Elle permet de considérer une classification des maçonneries suivant les trois composantes de la définition : le type d'arrangement (appelé appareil), le type de blocs et le type de liaison.

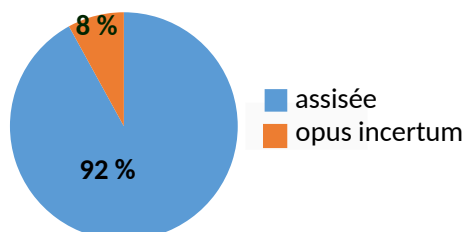
## 1.1 Les appareils

Il existe de nombreuses classifications pour les appareils de maçonnerie. Ici, une synthèse de plusieurs d'entre elles est proposée. Il est possible de distinguer, pour les maçonneries structurales (i.e ayant un rôle dans la tenue de la structure), quatre types courants d'appareils. Classiquement, les appareils ont conservé leurs dénominations latines. *Opus* signifiant *appareil*. Ils sont décrits dans la figure (Fig. 1.1).



**FIGURE 1.1:** Illustration des principaux appareils de maçonneries structurales

Une étude du parc ferroviaire français menée au début de ce travail de recherche sur une base de données de SNCF Réseau montre la prédominance d'appareils assisés, réguliers et irréguliers. Un autre type d'appareil moins répandu est l'opus incertum. Les autres types d'appareil n'ont pas été observés dans l'échantillon considéré. La figure suivante (Fig.1.2) montre la répartition des appareils rencontrés dans l'échantillon d'étude composé de 1000 ouvrages.



**FIGURE 1.2:** Répartition des appareils sur le réseau ferré français.

Pour illustrer, les figures ci-dessous (Fig.1.3a et 1.3) représentent les deux appareils présents sur le réseau.



**(a)** Pont ferroviaire en maçonnerie assisée à Lorient. (Source : Nicolas Janberg)



**(b)** Pont ferroviaire en maçonnerie, avec un mur tympan en opus incertum à Courcelles. (Source : ETPO)

**FIGURE 1.3:** Illustration de l'utilisation des appareils assisée et opus incertum sur le réseau ferroviaire.

## 1.2 Les blocs

Les matériaux constitutifs des blocs de pierre correspondent généralement à ceux disponibles dans les carrières environnantes. De par sa facilité à être taillé, le calcaire est un des matériaux les plus couramment utilisés. [DOMEDE, 2010] décrit notamment que plusieurs ouvrages ferroviaires du Midi Toulousain ont leurs pierres issues des carrières de calcaire de Lautrec. Dans le cas où il n'y a pas de pierre à disposition ou bien encore pour

certaines parties spécifiques des ouvrages d'art (par exemple voûtes ou bandeau<sup>1</sup>), des briques de terre crue ou de terre cuite sont utilisées (voir par exemple [DOMEDE, 2010]).

### 1.3 Les joints

Les maçonneries sans joints sont dites de pierres sèches. Aucun pont en pierre sèche n'est recensé dans l'échantillon étudié de ponts ferroviaires.

Les joints des maçonneries sont classiquement des mortiers (ou des colles lorsque les surfaces des blocs et les assemblages le permettent comme pour les blocs de terres cuites isolants). Sur les ouvrages du parc ferroviaire français, les joints sont des mortiers de chaux. La distinction entre chaux aérienne et chaux hydraulique peut être faite ([STABLON, 2011] et [DOMEDE, 2006]), ainsi qu'une classification des joints de mortier par type de finition. Ces éléments peuvent influencer sur la durabilité et le vieillissement des maçonneries. Dans le cadre des travaux de recherche menés ici, les questions de durabilité et de vieillissement ne sont pas étudiées, et donc, le type de joints ne sera pas une variable du problème.

**Remarque :** La maçonnerie assisée étant fortement représentée sur le parc d'ouvrages, c'est sur ce type d'appareil que se concentrent les études de ce document.

## 2 Analyse du comportement mécanique de la maçonnerie assisée

Cette section s'applique à comprendre les mécanismes qui gouvernent le comportement de la maçonnerie assisée, en étudiant plus particulièrement le comportement sous chargements cycliques multidirectionnels (solllicitations vues par la maçonnerie lors de chargements sismiques).

Il est à noter qu'afin de représenter la réponse de ponts en maçonnerie sous solllicitations d'aléas naturels, et notamment sismiques, il est important de bien caractériser la réponse élastique du matériau et, le cas échéant, son caractère anisotrope.

Les principaux mécanismes observés dans la réponse de la maçonnerie sous chargement mécanique sont décrits ici : comportement du matériau sain, comportement de dégradation et comportement du matériau dégradé.

---

1. Bandeau : bande de jonction entre le mur tympan et la voûte

## 2.1 Élasticité

L'élasticité se caractérise par la nature immuable, et souvent linéaire, de la relation entre contraintes et déformations dans un matériau solide. Une classification des différentes élasticités peut être faite en observant les plans de symétrie des champs de propriété élastique. [DIEULESAINT et ROYER, 1974] Si n'importe quel plan du champ des propriétés élastiques est un plan de symétrie de ce champ, alors cette élasticité est isotrope, alors que si le champ ne dispose d'aucun plan de symétrie, elle est alors anisotrope (dite anisotropie monoclinique). Un ensemble de typologie existe entre ces deux extrêmes dont les plus connus sont l'isotropie transverse, qui se caractérise par un champ de propriétés élastiques dessinant un ellipsoïde de révolution et l'orthotropie, qui dispose de trois plans de symétrie. Ces concepts sont détaillés dans [OLIVE, 2014], [LEMAITRE et al., 2009] et [DIEULESAINT et ROYER, 1974].

### 2.1.1 Analyse bibliographique sur la nature de l'élasticité de la maçonnerie assisée

Une étude de [SEIM, 1994] montre l'importance de l'anisotropie élastique pour la maçonnerie assisée. L'élasticité de la maçonnerie assisée est analysée dans la littérature soit au travers d'expériences, soit au travers de l'homogénéisation.

Les études expérimentales sur le sujet [DRYSDALE et HAMID, 1982] montrent que le comportement des maçonneries assisées n'est pas isotrope. Plusieurs explications peuvent être données pour expliquer cela :

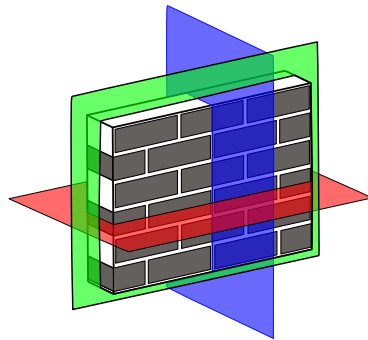
- la structure du matériau et la nature différente des comportements des constituants laissent transparaître des plans de symétrie matériels particuliers;
- la variabilité de mise en œuvre, de fabrication de la maçonnerie, vient accentuer l'hétérogénéité et donc l'anisotropie initiale;
- le comportement possiblement anisotrope ou orthotrope des matériaux constituants, les briques et les blocs de pierre peuvent avoir un comportement initial autre qu'isotrope et, comme pour le mortier, une anisotropie induite par des fissurations peut aussi exister.

Dans le cas d'une étude de l'élasticité du matériau à travers des méthodes d'homogénéisation, une idéalisation des matériaux est effectuée pour en permettre le traitement mathématique. Cela permet aux auteurs de ces études ([K. SAB, 2003], [STEFANOU, K. SAB et HECK, 2014], [ANTHOINE, 1995] et [STEFANOU, SULEM et VARDOLAKIS, 2008]) de montrer une orthotropie élastique du matériau et de déterminer analytiquement ces propriétés élastiques. Ainsi, la maçonnerie assisée peut être vue comme orthotrope, à condition d'en idéaliser la composition en considérant sa structure comme périodique et ses constituants comme isotropes.

Ci-dessous, l'importance de l'orthotropie de la maçonnerie assisée est étudiée. En effet, si elle s'avère faible, elle peut être négligée, et le matériau considéré comme isotrope.

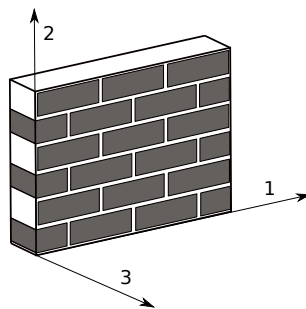
### 2.1.2 Analyse de l'orthotropie d'une maçonnerie

Il s'agit ici de considérer l'approximation de l'élasticité du matériau la moins coûteuse en termes de nombre de paramètres matériaux à identifier et la plus proche du comportement réel de ce dernier. Comme il a pu être observé notamment par des approches d'homogénéisation (par exemple [ANTHOINE, MAGONETTE et MAGENES, 1995]), les caractéristiques géométriques et matériaux des constituants de la maçonnerie assisée (i.e. joints et blocs) interviennent sur les paramètres d'élasticité et le degré d'orthotropie du matériau. Dans le cas d'un comportement orthotrope, les 3 plans de symétrie élastique de la maçonnerie assisée sont pilotés par l'orientation des joints (Fig. 1.4).



**FIGURE 1.4:** Les plans de symétrie de la maçonnerie assisée

Afin d'analyser l'orthotropie des maçonneries assisées les plus communément rencontrées sur le parc d'ouvrages ferroviaires, une étude qualitative utilisant une micro-modélisation paramétrique aux éléments finis d'un échantillon de maçonnerie assisée est résolue sous le code Cast3M (Fig. 1.5).



**FIGURE 1.5:** Échantillon virtuel de maçonnerie assisée

Pour décrire un large panel de maçonneries assisées rencontrées sur le parc, l'éprouvette est paramétrée avec les paramètres du tableau suivant (Table. 1.1).

Paramètres géométriques	Paramètres de mortier	Paramètres de briques
largeur des briques $L_b$	Module d'Young $E_m$	Module d'Young $E_b$
Hauteur de la brique $H_b$	Coefficient de Poisson $\nu_m$	Coefficient de Poisson de la brique $\nu_b$
Épaisseur des joints $e_j$		

**Tableau 1.1:** Paramètres élastiques des échantillons de maçonnerie assistée virtuelle

Les matériaux constituant la maçonnerie assistée sont considérés comme isotropes. Pour étudier l'effet de la variation du rapport d'aspect des blocs et du rapport des modules d'élasticité des blocs et des joints sur l'orthotropie de la maçonnerie assistée, un indicateur d'orthotropie  $k_{aniso}$  est proposé (Eq. 1.1). Par construction, plus  $k_{aniso}$  est proche de 0 et plus la différence de comportement dans les directions principales d'orthotropie est faible, et ainsi plus le comportement peut être considéré comme isotrope.

$$k_{aniso} = \left| 1 - \frac{\max_{\theta_i}(E(\theta_i))}{\min_{\theta_i}(E(\theta_i))} \right| \quad (1.1)$$

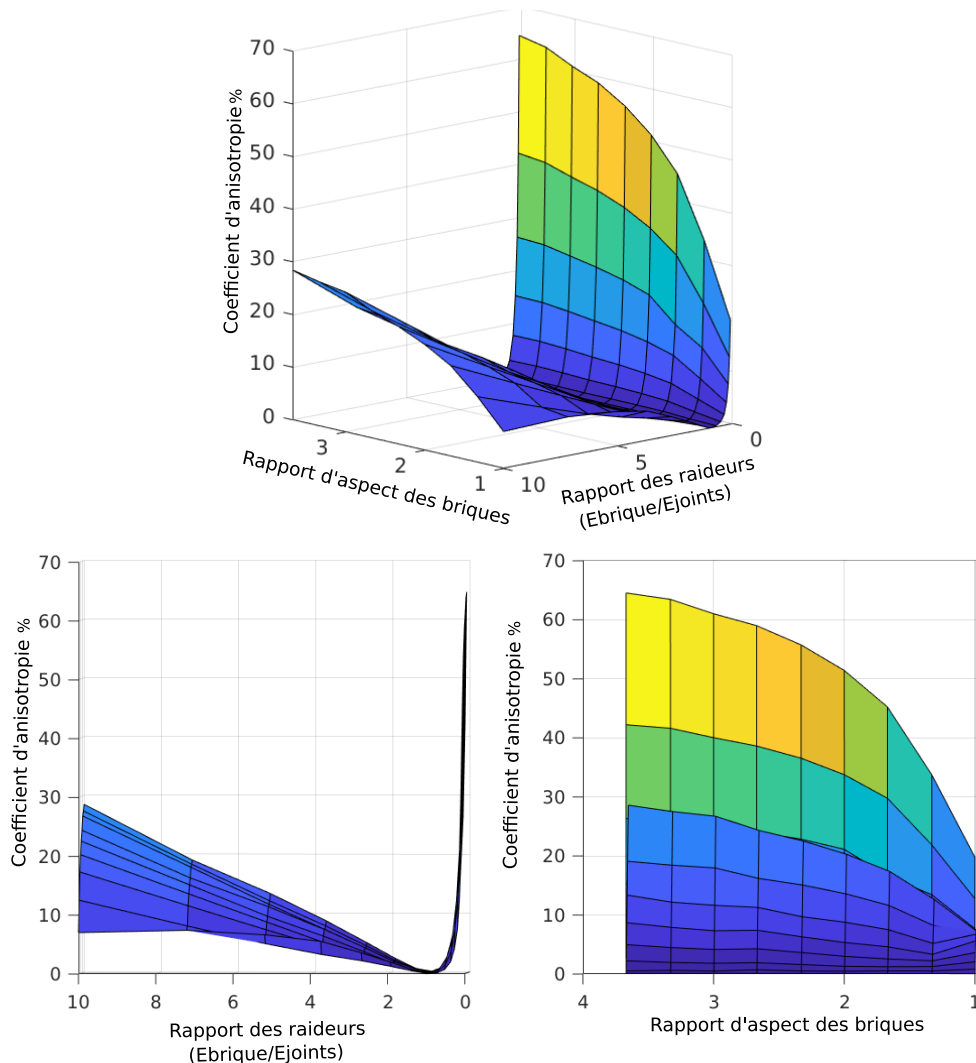
Avec  $E(\theta_i)$  le module d'Young résultant de l'essai uniaxial sur l'éprouvette de rotation  $\theta_i$ , alors que  $\theta_1 = 0^\circ$  et  $\theta_2 = 90^\circ$ .

Deux paramètres d'études sont alors définis :

- $\frac{H_b}{L_b}$ , le rapport d'aspect des blocs ;
- $\frac{E_b}{E_m}$ , le rapport des rigidités des blocs et des joints.

Pour tracer une surface  $k_{aniso}(\frac{H_b}{L_b}, \frac{E_b}{E_m})$ , les deux paramètres sont balayés dans des intervalles vraisemblables par rapport aux bases de données de SNCF Réseau, c'est-à-dire pour des rapports d'aspects entre 1 et 3,5, et des rapports de rigidité entre blocs et joints entre 0,1 et 10. Les valeurs de ces paramètres découlent d'une analyse minutieuse d'une base de données de 1000 ponts en maçonnerie. Les rapports d'aspect de 1 à 3,5, permet de prendre en compte toutes les possibilités entre les maçonneries de pierres carrées, et les maçonneries de briques de terre crue ou cuite, dont certaines peuvent faire 6 cm de haut et 21 cm de long, ce qui représente le maximum mesuré actuellement. Pour ce qui est des rapports des rigidités des blocs et joints, là aussi l'intervalle d'étude considère de nombreuses réalités allant des maçonneries de briques (rigidités de quelques GPa) ayant des joints rigides (rigidité jusque 10 GPa), aux maçonneries de calcaires ayant des joints peu rigides. En fait, l'intervalle du rapport de rigidités peut être prolongé assez loin, car il existe en Bretagne des maçonneries de pierres de granite, dont la rigidité s'approche de 100 GPa, mais il est choisi de ne pas les prendre en compte pour l'instant.





**FIGURE 1.6:** L'indicateur d'anisotropie  $k_{aniso}$  (en %) de la maçonnerie assisée en fonction du rapport d'aspect des briques et du rapport entre les modules des briques et des joints.

La surface (Fig.1.6) montre qu'une partie importante des maçonneries assisées possèdent un coefficient d'anisotropie non négligeable (supérieur à 10%) qui empêche leur modélisation comme isotrope.

**Remarque :** Une étude similaire pour les autres paramètres élastiques est possible, mais dans ces travaux, celle du module d'Young suffit à étayer l'orthotropie de la maçonnerie assisée. D'autres recherches pourront être menées pour améliorer la compréhension de l'élasticité de ce matériau. D'une part, un travail sur l'impact de l'imperfection du matériau par ajout de champs aléatoires sur les paramètres élastiques et géométriques permettrait d'étudier l'influence de la variabilité du matériau sur la variabilité de l'élasticité. D'autre part, le cadre développé par [OLIVE, 2014] et [ABRAMIAN et al., 2019] permettrait d'analyser rigoureusement l'élasticité du matériau.

L'étude de cette section couplée à l'état de l'art appuie le choix d'une modélisation orthotrope du comportement élastique de la maçonnerie assisée, surtout dans les cas de forts rapports d'aspects et/ou de fortes disparités de rigidités entre les blocs et les joints.

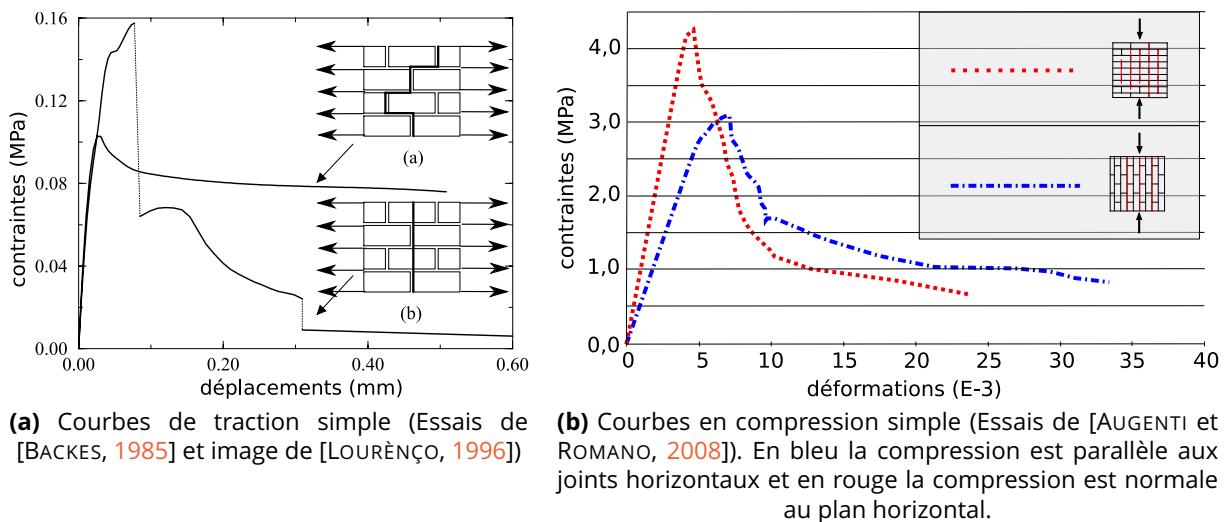
## 2.2 La fissuration comme mécanisme principal de dégradation

Les travaux de [PAGE, 1981], [BACKES, 1985] et [DHANASEKAR, PAGE et KLEEMAN, 1985] montrent que lorsque les sollicitations deviennent importantes, des fissures apparaissent et le comportement mécanique en est modifié. La compréhension de cette dégradation, de ses amorce et ses facteurs d'évolution est indispensable à la modélisation de cette dernière.

Cette section vise à déterminer les mécanismes de dégradation de la maçonnerie assisée en différenciant les chargements uniaxiaux de traction et de compression et les chargements biaxiaux.

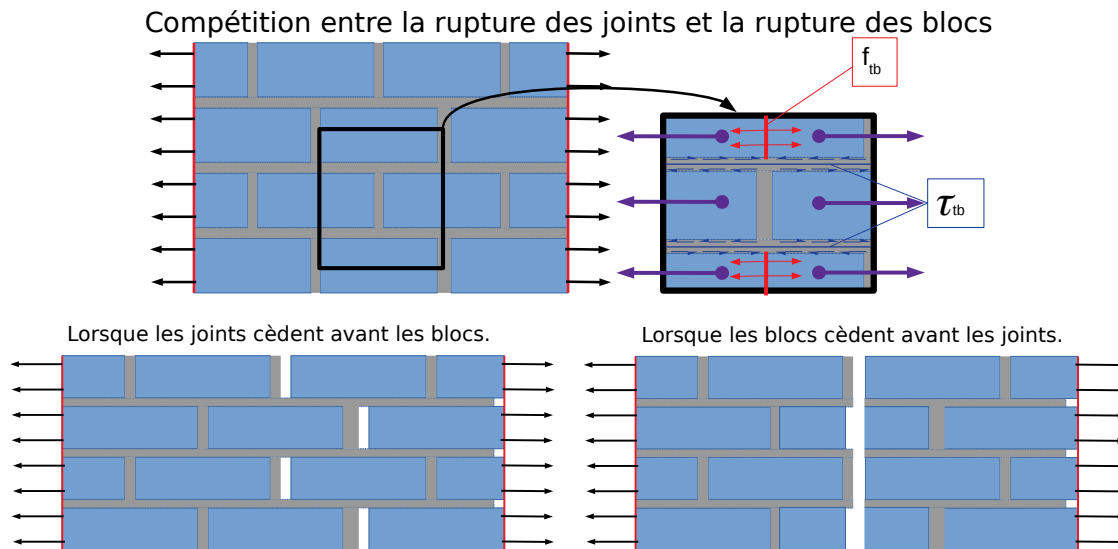
### 2.2.1 Dégradation sous chargements uniaxiaux de traction et de compression

L'analyse des essais uni-axiaux de [BACKES, 1985] et [AUGENTI et ROMANO, 2008] (Fig. 1.7a et 1.7b) montre qu'avec l'augmentation des sollicitations, des fissures apparaissent et la raideur s'en trouve réduite.



**FIGURE 1.7:** Illustrations des comportements uniaxiaux en traction et compression

Les tests de traction de [BACKES, 1985] (Fig. 1.7a) mettent en évidence que deux mécanismes sont en compétition, comme expliqué dans [SCHUBERT, 1997] et [MALYSZKO, 2004]. Dans un premier cas, les blocs cèdent en traction, la rupture en est donc fragile. Dans le second cas, les blocs résistent et ainsi la fissuration serpente dans les joints, créant des surfaces de frottement donnant un comportement plus proche de la plasticité. La figure (Fig. 1.8) illustre la compétition entre ces deux mécanismes.



**FIGURE 1.8:** Illustrations des comportements en traction dans la direction 1 extraits des études de [BACKES, 1985], [SCHUBERT, 1997] et [MALYSZKO, 2004]

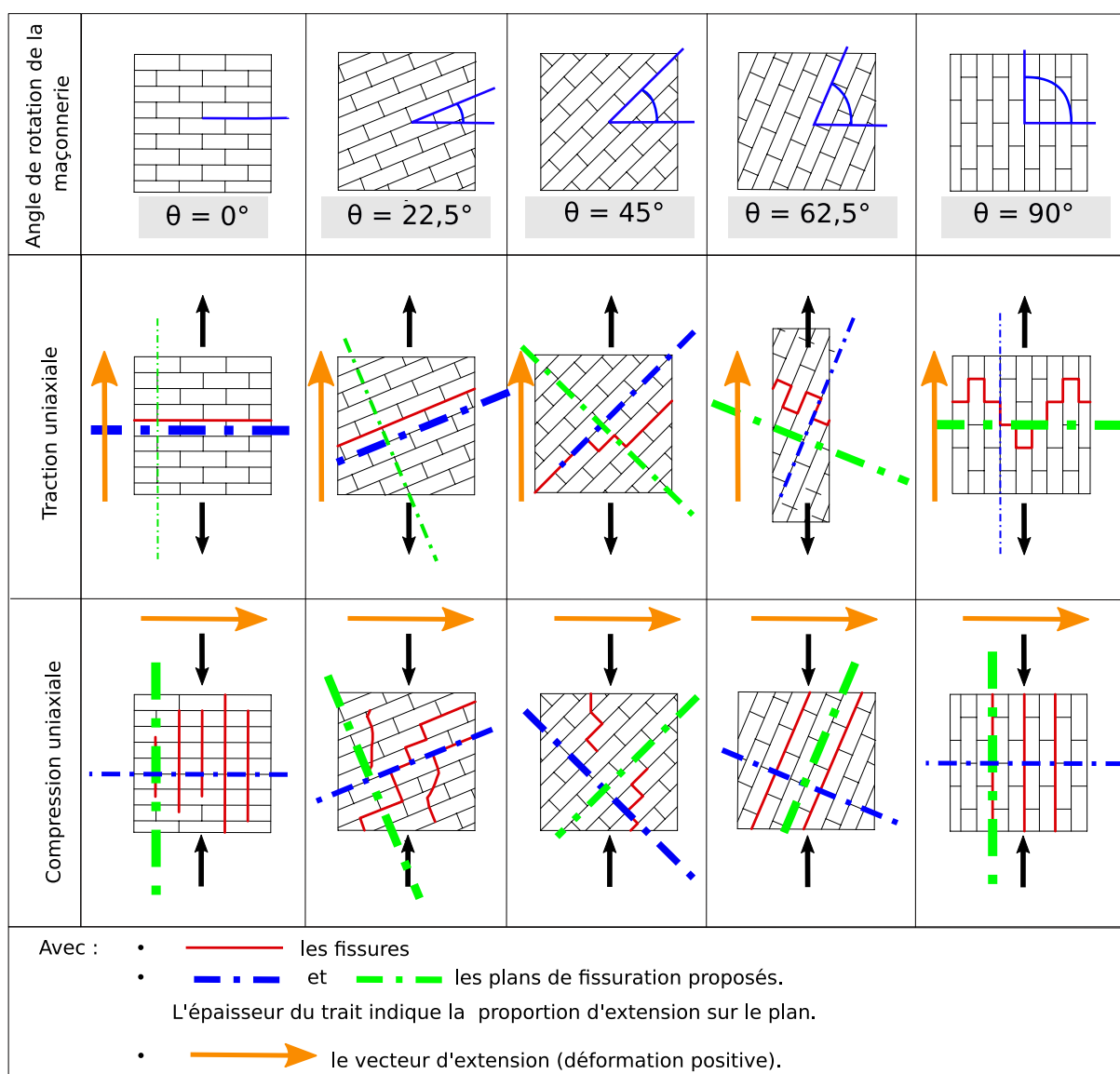
La rupture en compression suit un autre mécanisme. En effet, la compression de la maçonnerie engendre une extension par effet Poisson dans les directions orthogonales. Cette extension provoque une fissuration parallèle à l'axe de compression. Des colonnes de compression apparaissent. La perte de raideur du matériau vient davantage de l'écrasement des briques ([PINA-HENRIQUES et LOURÊNÇO, 2006]) et enfin la rupture vient d'instabilités élastiques locales du fait que les colonnes de compression, de plus en plus fracturées, rompent par instabilité élastique (de type flambement) et engendrent une rupture. Ces phénomènes sont notamment expliqués par [PAGE, SIMUNDIC et XIE, 1991] et [AUGENTI et ROMANO, 2008].

Ce mécanisme de perte de raideur due à une fissuration est considéré dans des lois de comportement formulées pour la maçonnerie comme unilatérale (par exemple dans [PAPA, 1996] et [STABLON, 2011]). Ce mécanisme est dû au fait que les fissures ouvertes en traction se referment lorsque le sens de la sollicitation est inversé et que l'on passe sur un mode de compression. Ainsi la fissuration en traction n'a aucun effet sur la compression, mais en aura sur la prochaine mise en traction. Ce phénomène est semblable à celui illustré pour le béton dans [REINHARDT et CORNELISSEN, 1984]. La modélisation de ce mécanisme sera détaillée dans le prochain chapitre (p.35).

Les travaux de [DHANASEKAR, PAGE et KLEEMAN, 1985] et [PAGE, 1981], pour les chargements de traction et de compression uni-axiaux, montrent que la fissuration est gouvernée par les joints de mortier (Fig.1.9) et que les faciès de fissuration sont fonction de l'orientation des joints de maçonnerie par rapport à la sollicitation. Ce qui permet de dire que l'architecture du matériau et son orientation jouent un rôle dans la dégradation

et la rupture sous chargement uni-axial [VERMELTFOORT, 2004].

Une analyse des faciès de fissuration en posant l'hypothèse d'une fissuration gouvernée par l'extension (déformation principale positive) est présentée dans la figure (Fig.1.9). Cette dernière se vérifie si l'on considère des plans de fissurations (identiques dans l'esprit aux plans faibles dans la théorie de la plasticité) orthogonaux entre eux, identiques aux plans de symétrie matériels montrés dans la figure (Fig.1.4). On remarque donc que les fissures apparaissent sur les plans de fissurations les plus soumis à l'extension du matériau.



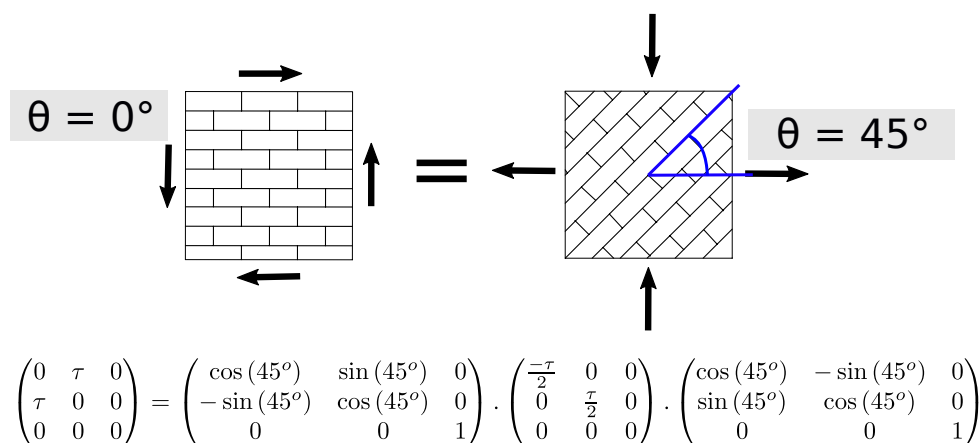
**FIGURE 1.9:** Illustration de la relation entre faciès de fissuration et rotation des maçonneries assisées pour une traction et une compression uni-axiale, d'après les travaux de [DHANASEKAR, PAGE et KLEEMAN, 1985], et de la validité de l'hypothèse de fissures gouvernées par l'extension sur des plans de fissuration fixes

En se basant sur l'analyse des expériences concernant la dégradation sous sollicitations uni-axiales de traction et de compression, on peut noter que :

- la rotation de l'échantillon de maçonnerie a une influence importante sur son comportement ;
- la fissuration est le mécanisme principal de dégradation ;
- cette dernière est liée à la projection de l'extension sur les plans de fissurations proposés.

### 2.2.2 Dégradation sous chargements bi-axiaux et de cisaillement

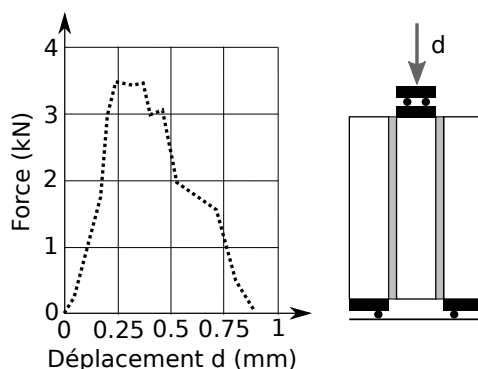
Ici, les chargements de cisaillement sont considérés, au travers du prisme de la mécanique des milieux continus (qui permet d'écrire qu'un chargement de cisaillement simple est égal à un chargement bi-axial de traction et de compression comme illustré par la figure 1.10), comme un chargement bi-axial.



$$\begin{pmatrix} 0 & \tau & 0 \\ \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(45^\circ) & \sin(45^\circ) & 0 \\ -\sin(45^\circ) & \cos(45^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -\frac{\tau}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\tau}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos(45^\circ) & -\sin(45^\circ) & 0 \\ \sin(45^\circ) & \cos(45^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

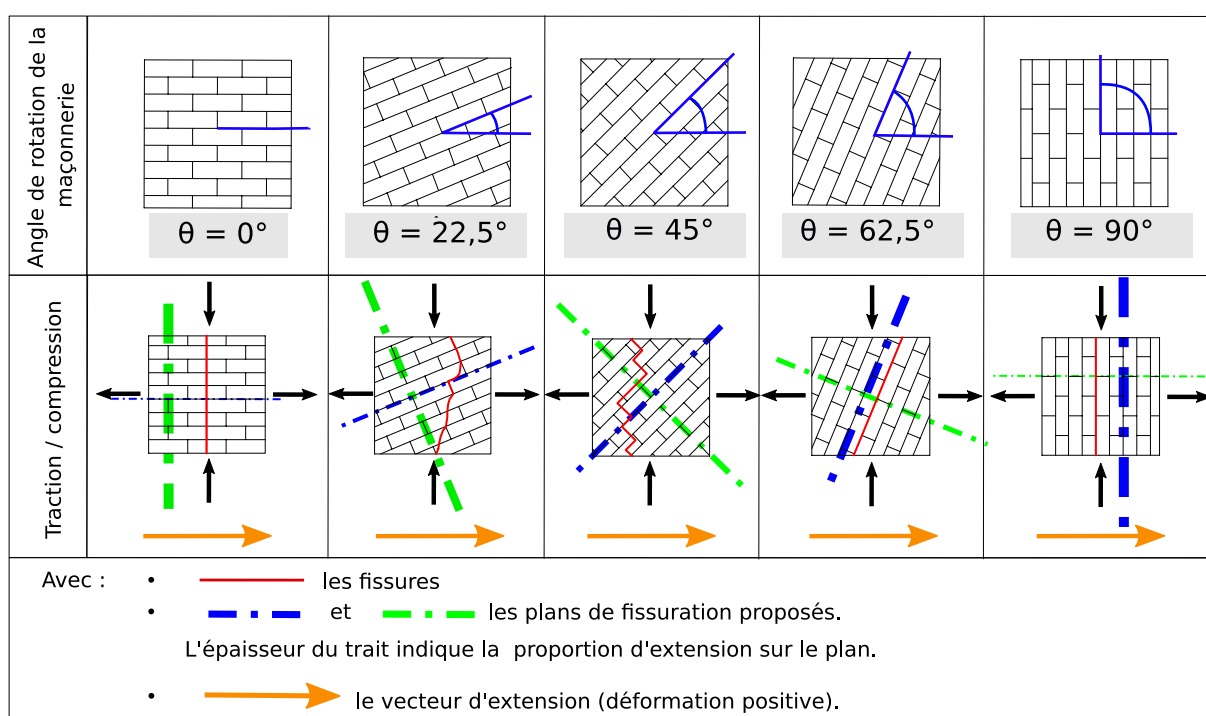
**FIGURE 1.10:** Relation entre cisaillement et chargement biaxial

Des essais de cisaillement simple ont été menés dans la littérature sur triplets (Fig.1.11) (par exemple [VERMELTFOORT, 2004], [LOURÊNÇO et BARROS, 2004] et [ALECCI et al., 2013]). Ce type de test est très utilisé pour la maçonnerie assisée, car moins complexe et moins coûteux à réaliser qu'un essai sur mur complet. À partir de l'observation de courbes de cisaillement pur, il est possible d'affirmer que le comportement en cisaillement est semblable au comportement en traction ou en compression dans le sens où il s'agit d'une perte de raideur impliquée par une fissuration.



**FIGURE 1.11:** Courbe d'un essai de cisaillement sur triplet (essai à droite de l'image mené par [ALECCI et al., 2013])

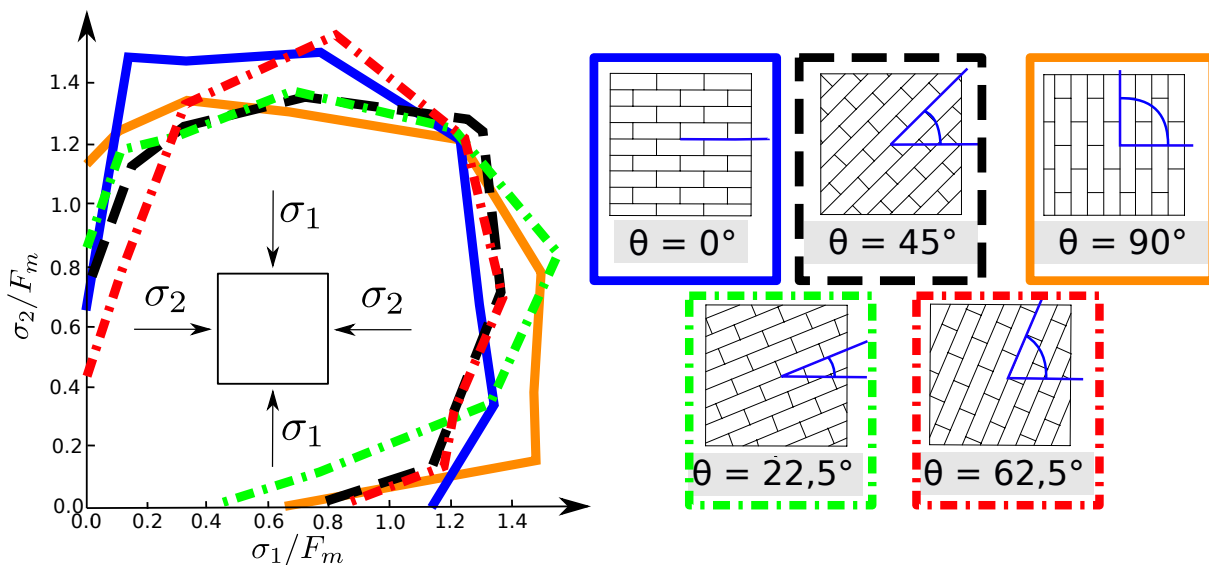
L'analyse des faciès de fissuration de [DHANASEKAR, PAGE et KLEEMAN, 1985] et [PAGE, 1981] pour les chargements biaxiaux en fonction de l'angle de rotation des maçonneries confirme l'hypothèse selon laquelle les fissures apparaissent sur les plans de fissurations les plus sollicités en extension (Fig.1.12).



**FIGURE 1.12:** Illustration de la relation entre faciès de fissuration et rotation de la maçonnerie assisée sous sollicitations bi-axiales, d'après les travaux de [DHANASEKAR, PAGE et KLEEMAN, 1985], et de la validité de l'hypothèse de fissures gouvernées par l'extension sur des plans de fissuration fixes

De plus, [PAGE, 1981] met en évidence le fait que les surfaces de ruptures sous comportements bi-axiaux diffèrent en fonction de l'angle de rotation de l'échantillon de ma-

çonnerie. La figure (Fig.1.13) montre les résultats obtenus lors des chargements en bi-compression.



**FIGURE 1.13:** Surfaces de rupture sous chargements de bi-compression avec différents angles de rotation ([PAGE, 1981]).

Enfin, lors d'essais en cisaillement cyclique, [YI, OH et LEE, 2004] mettent en avant plusieurs types de dégradation. En premier lieu vient la fissuration, et ensuite des phénomènes de rotation des blocs entièrement détachés de la matrice qui peuvent se trouver en arc-boutement et induire des comportements spécifiques.

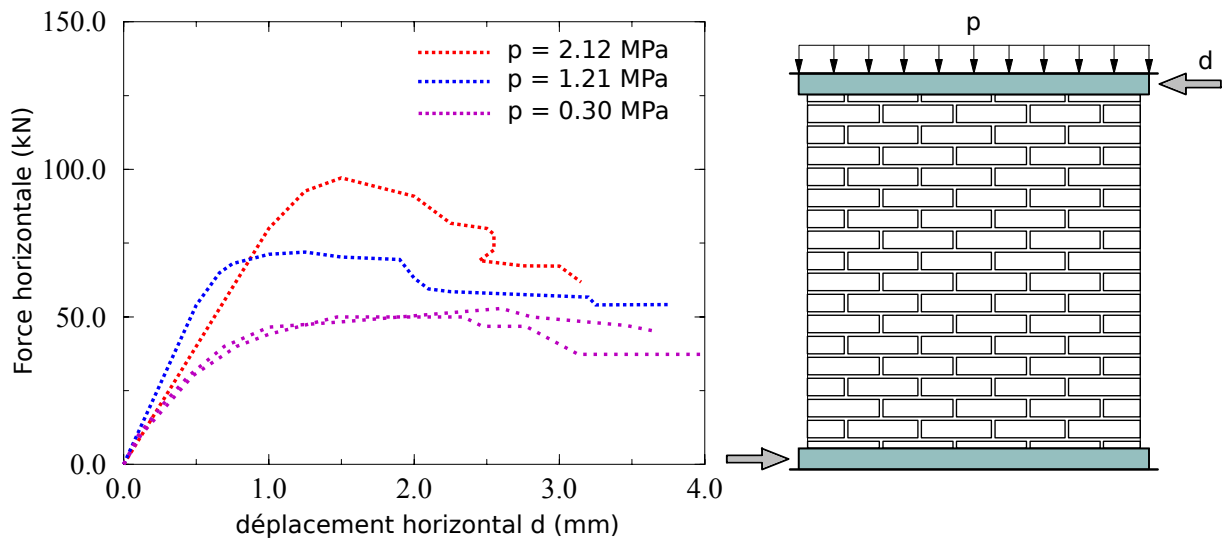
On remarque donc que la dégradation sous sollicitations bi-axiales est très proche de celle sous sollicitations uni-axiales. En effet, les résultats précédents étayent l'hypothèse selon laquelle la fissuration est gouvernée par la projection de l'extension sur les plans de fissuration proposés, même pour les chargements de cisaillement. Mais, en dehors des mécanismes de dégradation, il faut étudier le comportement mécanique de la maçonnerie assisée fissurée.

### 2.3 Comportement du matériau dégradé : glissement et frottement interne

Le comportement dégradé de la maçonnerie assisée est ici détaillé. Ce comportement est celui de la maçonnerie assisée fissurée, dont les fissures frottent lors des différents chargements. Outre le comportement unilatéral entre la traction et la compression, et le mécanisme de frottement en traction dans la direction longitudinale des blocs, des frottements peuvent apparaître comme montré dans [NARAIN et SINHA, 1989].

Lors d'un chargement en cisaillement dit confiné (cisaillement et compression), le frottement dans les fissures est plus élevé et ainsi augmente la valeur de la contrainte maximale, comme dans cet essai de [VERMELTFOORT, RAIJMAKERS et JANSSEN, 1993] pré-

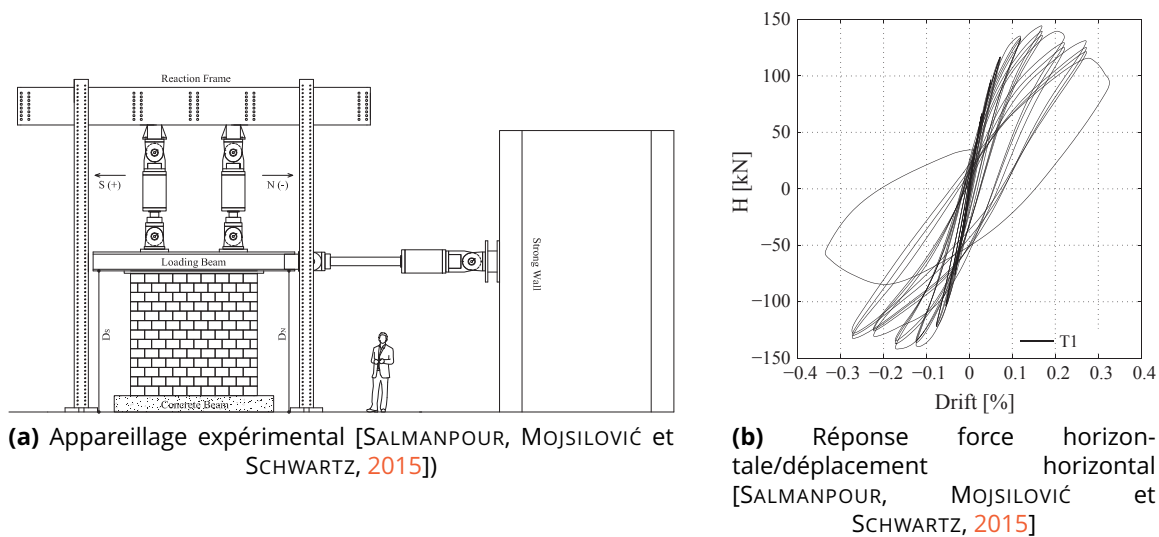
senté dans la figure (Fig.1.14).



**FIGURE 1.14:** Illustration de la sensibilité du comportement en cisaillement au confinement sur les résultats d'essais de cisaillement monotone confiné par [VERMELTFOORT, RAIJMAKERS et JANSSEN, 1993].

Sous chargement de cisaillement cyclique, une modification de comportement est visible. En effet, un phénomène hystérétique apparaît au fil de la dégradation du matériau, signe de frottements dans les fissures. Dans les études [ANTHOINE, MAGONETTE et MAGENES, 1995], [SALMANPOUR, MOJSILOVIĆ et SCHWARTZ, 2015] et [SILVA, DALLA BENETTA et al., 2014], le comportement sous cisaillement cyclique est observé. En particulier, sur l'essai de [SALMANPOUR, MOJSILOVIĆ et SCHWARTZ, 2015] (Fig.1.15), on remarque que lorsque la maçonnerie assisée n'est pas encore fissurée, le comportement est élastique et qu'il n'y a pas de frottement. Plus la maçonnerie est fissurée, plus le frottement est important, ce qui se voit grâce à l'augmentation de la taille des boucles d'hystérésis. À la fin de l'essai, on remarque que la raideur chute et que les dernières boucles sont très grandes, signant la rupture de l'éprouvette.





**FIGURE 1.15:** Mur en maçonnerie assisée sous cisaillement cyclique de l'essai de [SALMANPOUR, MOJSILOVIĆ et SCHWARTZ, 2015]

## 2.4 Synthèse des comportements à modéliser

Une analyse orientée des expériences de la littérature ainsi que les développements et propositions présentés ci-dessus donnent les composantes principales du comportement de la maçonnerie à prendre en compte pour cette étude.

En premier lieu, la phase élastique sera considérée comme orthotrope, avec une base d'orthotropie suivant la base formée par les normales des plans de joint.

En deuxième lieu, le principal phénomène de dégradation est une fissuration évoluant suivant trois plans de fissuration orthogonaux prédéfinis et correspondant aux plans de joints. Son évolution est gouvernée par l'extension du matériau dans la direction normale au plan de fissuration impacté. Ainsi, les trois fissurations sont considérées comme indépendantes. Néanmoins, un couplage de ces fissurations sera à présenter pour le cisaillement, car, en cisaillement, deux plans de fissuration sont activés.

En troisième lieu, le comportement dégradé du matériau sera caractérisé par une unilatéralité des pertes de raideurs entre traction et compression (les fissures ouvertes en traction seront considérées comme refermées en compression) et un frottement interne induisant des efforts internes supplémentaires, uniquement en cisaillement.

En revanche, certains comportements ne sont pas pris en compte dans le travail de modélisation présenté plus loin comme : les mécanismes de dégradation en compression, d'écrasement des briques et de rupture par instabilités ; les rotations des blocs ; les frottements en traction ou compression, y compris ceux induits par l'apparition d'un mode de rupture particulier en traction simple dans la direction longitudinale des blocs expliqués

ci-dessus (p.14). Ces mécanismes ne sont pas considérés comme importants dans le cadre de la représentation du comportement de ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques. Ils pourront être pris en compte dans des travaux ultérieurs.

Enfin, les autres appareils de maçonnerie présents sur le réseau, comme la maçonnerie opus incertum ne seront pas traités dans ce document, car elle est très minoritaire dans le parc des ponts en maçonnerie ferroviaires.



## Chapitre 2

# Revue des modélisations des mécanismes du comportement de la maçonnerie assisée

*La maçonnerie assisée a été étudiée pour en déduire les mécanismes intéressants à modéliser dans le cadre des travaux présentés ici. Il faudra maintenant définir le cadre de modélisation et de résolution du problème mécanique (éléments finis, éléments discrets, ...), et identifier les formulations permettant de représenter le comportement de la maçonnerie assisée.*

*Ce chapitre est constitué de deux sections. La première traitera du choix du cadre de modélisation pour les ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques. Parmi les différents cadres existants, le cadre de la mécanique des milieux continus résolue par la méthode des éléments finis avec des lois de comportement non-linéaire répond aux objectifs de robustesse et d'adaptabilité des méthodes de calculs.*

*La seconde partie sera une présentation des modélisations de comportement existantes et le choix de celles qui seront utilisées pour la maçonnerie.*

Pour résoudre un problème mécanique, plusieurs cadres de modélisation peuvent être employés. L'objectif de ce travail de recherche étant de déterminer la fragilité de ponts en maçonnerie sous sollicitations d'aléas naturels, et notamment sismiques, il faut donc choisir un cadre de modélisation adéquat. Pour cela, il en faut un avec lequel il est possible de modéliser des structures entières pour une complexité et un coût de modélisation et de calcul limité, permettant de mesurer l'impact de sollicitations sismiques et la dégradation de la structure. Après une présentation des cadres envisageables pour modéliser des éléments et ouvrages en maçonnerie, un choix sera opéré.

## 1 Explication du choix du cadre de modélisation et de résolution des calculs de ponts en maçonnerie sous sollicitations d'aléas naturels

On peut globalement considérer deux approches d'un problème mécanique, une approche discrète, en considérant par exemple des systèmes masses-ressorts; une approche continue, qui a donné naissance à la mécanique des milieux continus. Des approches couplées existent pour la maçonnerie comme dans [SMOLJANOVIĆ, ŽIVALJIĆ et NIKOLIĆ, 2013].

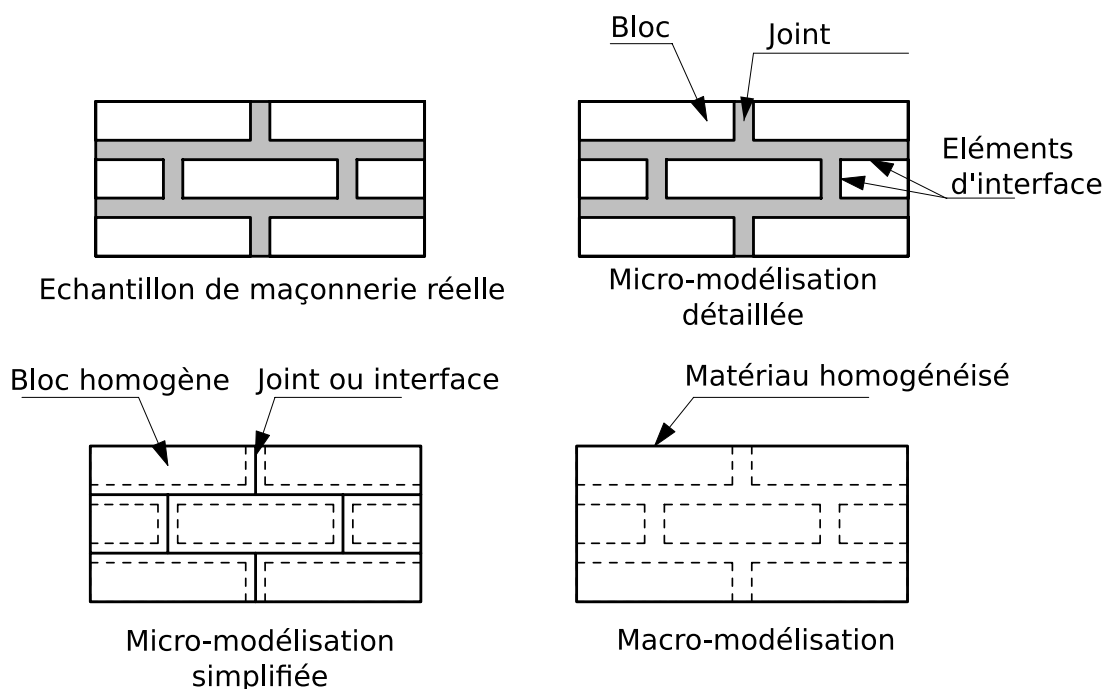
Plusieurs classifications des modélisations des structures en maçonnerie ont été détaillées, par exemple, une classification basée sur quatre catégories de modélisations (continue, discret, cadre équivalent et macro-éléments) dans [LAGOMARSINO, CATTARI et CALDERINI, 2012], ou une autre classification basée sur quatre autres catégories (modélisation bloc par bloc, milieu continu, macro-éléments et analyse limite géométrique) dans [D'ALTRI et al., 2019].

Pour la maçonnerie, une approche modélisant explicitement les briques, le mortier et les interfaces brique/mortier est à considérer comme une approche micro échelle détaillée. Une approche avec un niveau d'homogénéisation, considérant par exemple les briques avec une interface entre briques au comportement homogène à une couche de mortier et l'interface brique/mortier, sera considérée comme micro échelle. Une approche considérant un comportement complètement homogène, ne laissant pas transparaître, du moins dans le cadre, la distinction entre les différents éléments, sera considérée comme macro échelle. Cette classification est mise en place par [LOURENÇO, 1996].

La distinction par mécanique (mécanique discrète et mécanique des milieux continus) et par échelle permet une présentation des différents cadres de modélisation.

Parmi tous les cadres de modélisation possibles, certains sont plutôt voués à la modélisation du matériau maçonnerie, afin de faire des essais virtuels, et d'autres sont plutôt

voués à la modélisation de structures en maçonnerie. Par ailleurs, [LAGOMARSINO, CATTARI et CALDERINI, 2012] et [D'ALTRI et al., 2019] se concentrent sur la modélisation des structures, alors que la classification de [LOURÊNÇO, 1996] prend en compte les deux aspects de manière plus globale et générale. Pour chaque exemple de cadre de modélisation, on essaiera de dire s'il est plus utilisé à l'échelle de la structure ou à l'échelle du matériau.



**FIGURE 2.1:** Classification des échelles de modélisation de la maçonnerie assisée par [LOURÊNÇO, 1996].

## 1.1 Modélisation par la mécanique des milieux continus

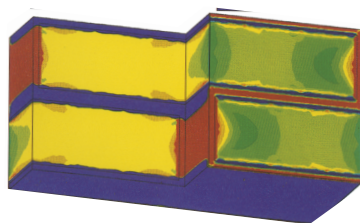
La maçonnerie, en tant que matériau composite, peut être considérée au travers de la mécanique des milieux continus hétérogènes. Le traitement numérique de la mécanique des milieux continus se fait classiquement à l'aide de la méthode des éléments finis. Un découpage par échelle peut être fait afin de classer les modélisations. En effet, une micro-modélisation, qui s'accroche avant tout à reproduire les comportements du matériau à l'échelle de ces constituants n'aura ni la même visée ni la même utilisation qu'une modélisation à l'échelle macroscopique, dont le but sera de traduire l'influence du comportement du matériau sur le comportement de grandes structures.

Une comparaison plus détaillée s'avère utile pour choisir une modélisation.

### 1.1.1 Approche micro-échelle détaillée selon [LOURÊNÇO, 1996]

Dans ce type de modélisation, chaque élément constitutif de la maçonnerie est modélisé. Pour la maçonnerie, il s'agit des blocs, des joints et souvent des interfaces entre

ces derniers. Cette description de la microstructure permet de rendre compte des mécanismes à l'échelle du matériau. Par conséquent, ce type de modélisation est adaptée à une étude numérique du comportement du matériau maçonnerie. Par exemple, [ANTHOINE, 1995] se sert de la modélisation micro-échelle détaillée pour valider sa procédure d'homogénéisation (Fig.2.2).



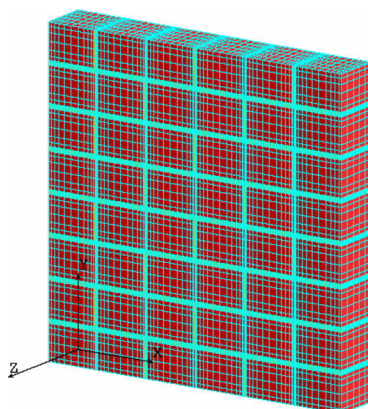
**FIGURE 2.2:** Exemple de résultat issu de la modélisation micro-échelle détaillée proposée par [ANTHOINE, 1995].

Cette approche se retrouve dans l'étude du comportement de panneaux de maçonnerie assistée, par exemple [D'ALTRI et al., 2018] ou [COLLIAT, DAVENNE et IBRAHIMBEGOVIC, 2002] pour les comportements en plan et hors plan ou [FOUCHAL, LEBON et TITEUX, 2009] pour la comparaison entre mortier modélisé par éléments finis classiques ou représenté par des éléments d'interface.

En revanche, en raison de la finesse de la description et des maillages, de la complexité et de la taille importante de grandes structures, leur étude avec une micro-modélisation détaillée de la maçonnerie serait coûteuse en coût de calcul.

### 1.1.2 Modélisation micro-échelle selon [LOURÊNÇO, 1996]

Dans la littérature sur la modélisation de la maçonnerie, la modélisation micro-échelle recouvre plutôt la modélisation d'un matériau homogène avec des éléments d'interfaces pour représenter la fissuration ou le mortier. Par ailleurs, il est à noter que la description micro-échelle qui est proposée par [SHIEH-BEYGI et PIETRUSZCZAK, 2008] ou [CHAIMOON et ATTARD, 2007], ressemble beaucoup à la proposition des plans de fissurations faite dans le chapitre précédent (p.20) (Fig.2.3).



**FIGURE 2.3:** Maillage utilisé par [SHIEH-BEYGI et PIETRUSZCZAK, 2008].

Cette échelle est beaucoup utilisée pour la modélisation d'éprouvettes virtuelles représentant des essais réels ([GIAMBANCO, RIZZO et SPALLINO, 2001] ou [PETRACCA et al., 2017]), pour comprendre les mécanismes de dégradation ([SHIEH-BEYGI et PIETRUSZCZAK, 2008], [MASSART, PEERLINGS et GEERS, 2004] ou [MACORINI et IZZUDDIN, 2013]) ou pour alimenter en paramètres matériaux ou en mécanisme une modélisation macro-échelle [C. CALDERINI et S. LAGOMARSINO, 2006].

Cette échelle de description représente un compromis entre finesse de description et économie de coût de calcul et de modélisation. Néanmoins, elle contraint la non-linéarité aux éléments d'interfaces ou cohésifs, dont la représentation explicite dans des calculs de structures complexifie la modélisation et rend le résultat non-objectif.

### 1.1.3 Modélisation macro-échelle

Cette échelle de modélisation correspond à un comportement homogénéisé du matériau. Les comportements d'une unité de volume jugée représentative du matériau, appelée volume élémentaire représentatif, sont modélisés par un ensemble d'équations dans la loi de comportement. A cette échelle, le modélisateur juge des comportements importants à intégrer dans la loi de comportement. La modélisation macro-échelle permet de traiter du comportement de grandes structures avec un coût de calcul réduit par rapport à une modélisation micro-échelle.

On peut citer par exemple [MORENO REGAN, 2016] pour les tunnels en maçonnerie, [PELÀ, 2009] ou [LOURÊNÇO, 1996] dont la modélisation se destine à tout type de structures en maçonnerie assisée ou, [STABLON, 2011] pour les ponts en maçonnerie assisée sous chargements roulants.

\*



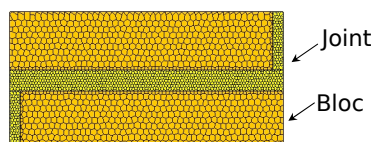
Ainsi, pour les modélisations dans le cadre continu, les modélisations micro-échelles sont plutôt vouées aux calculs d'échantillons virtuels de maçonnerie alors que les modélisations macro-échelles sont plutôt vouées aux calculs de structures.

Maintenant que le cadre de modélisation par éléments finis a été décrit, la même description doit être faite pour les éléments discrets.

## 1.2 Modélisation du matériau maçonnerie par la mécanique des milieux discrets

### 1.2.1 Modélisation particulière micro-échelle

Cette approche pour la maçonnerie assisée ([PINA-HENRIQUES et LOURÊNÇO, 2006], [SARRHOSIS et LEMOS, 2018]) représente les briques et les joints par des particules dont les interactions sont différentes en fonction que se soit une interaction entre particules de briques, entre particules de joints ou entre particules de domaines différents (Fig.2.4).

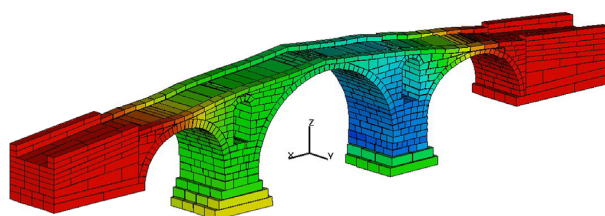


**FIGURE 2.4:** Échantillon utilisé par [PINA-HENRIQUES et LOURÊNÇO, 2006].

Cette échelle permet de représenter finement les phénomènes de rupture/frottement au sein du matériau, mais les simulations sont souvent coûteuses. Elles sont utilisées dans la littérature pour décrire les phénomènes de dégradation et la propagation des fissures dans la maçonnerie.

### 1.2.2 Modélisation bloc par bloc

L'approche bloc par bloc consiste en la prise en compte des blocs comme éléments distincts, et leurs interactions. De nombreux développements sur les lois d'interaction entre blocs ont été menés pour passer de lois de contact, à des lois plus fines pouvant représenter la présence de joints élastiques (voire élastoplastiques) entre les blocs ([CHETOUANE et al., 2005] ou [ACARY et JEAN, 1998]). Cette approche a déjà été utilisée par [MOHEBKHAH, TASNIMI et MOGHADAM, 2008] pour représenter des murs en maçonnerie assisée, par [QUEZADA et al., 2016] et [SAVALLE, VINCENS et HANS, 2020] pour étudier la rupture de murs de soutènement en pierres sèches et par [RAFIEE et VINCHES, 2013] pour représenter la rupture de ponts en maçonnerie assisée (Fig2.5).



**FIGURE 2.5:** Pont modélisé par [RAFIEE et VINCHES, 2013].

L'étude de la maçonnerie assisée par [OLIVER-LEBLOND et al., 2018] est un cas particulier, puisque la méthode de modélisation est basée sur une approche particulière couplée avec une résolution d'une grille lattice (Particules liées par les éléments poutres). Ce type

de modélisation est utilisée pour représenter le comportement de structures de taille modérée et a été développée par [DELAPLACE, 2008].

\* \*

Les modélisations dans le cadre discret semblent mal adaptées à notre problématique. Les modélisations micro-échelles sont plutôt vouées à améliorer la compréhension des mécanismes de dégradation de la maçonnerie, alors que la modélisation bloc à bloc rend compte des ruptures des structures.

### 1.3 Modélisations par approches globales (Cadre équivalent, analyse des ruptures, macro-éléments, ...)

Ces approches consistent à considérer une structure en maçonnerie comme un ensemble d'éléments reliés entre eux par les éléments poutres ou d'interface :

- dans le cas de la modélisation par cadre équivalent, il s'agit de points matériels reliés par des poutres non-linéaires ([CALLIARI et al., 2010] ou [LOPEZ-CABALLERO, MODARESSI-FARAHMAND-RAZAVI et TABBAKHHA, 2011]) ;
- pour la méthode d'analyse des ruptures développée par [D'AYALA et SPERANZA, 2003], sont considérés des blocs de murs reliés par des lois de frottement ;
- les approches macro-éléments considèrent des éléments (coques ou volumiques, déformables ou rigides), avec des lois d'interface entre chaque bloc.

Les blocs peuvent aussi avoir un comportement non-linéaire. Cette approche pour simuler le comportement de la maçonnerie est apparue dans [TOMAŽEVIČ, 1978]. Elle est utilisée dans [CASOLO et MILANI, 2010] et [MARQUES et LOURENÇO, 2014] pour simuler les comportements en plan et hors plans de façades en maçonnerie assisée. [CANNIZZARO et al., 2018] l'utilise pour simuler des arches en maçonnerie assisée.

### 1.4 Choix d'une modélisation macroscopique, continue, résolue par éléments finis

L'objectif poursuivi par ces travaux de recherche est de pouvoir calculer des ponts en maçonnerie assisée, sous sollicitations d'aléas naturels, notamment sismiques. Cela nécessite d'être en capacité de déterminer la réponse des ponts en maçonnerie assisée ainsi que leurs dégradations. Les approches macro-éléments, analyse des ruptures ou éléments structuraux montrent des limites, car ils contraignent l'apparition de dégradation.

L'approche bloc par bloc aux éléments discrets, malgré les travaux de [TAFOREL, 2012] pour réduire les temps de modélisation des ouvrages, restent gourmande en temps et

en complexité de modélisation, et est mieux adaptée à la recherche de mécanismes de rupture ou de dégradation qu'au suivi d'indicateurs globaux au cours des calculs. C'est pourquoi ces approches ne seront pas retenues.

Pour la modélisation des ponts en maçonnerie assisée sous sollicitations sismiques, une modélisation dans le cadre de la mécanique des milieux continus avec l'hypothèse des petites perturbations résolue par la méthode des éléments finis avec une loi de comportement macro-échelle est la plus adaptée.

## 2 État de l'art des modélisations possibles

Dans cette partie seront présentées synthétiquement les différentes modélisations de mécanismes possibles. Cette présentation se concentre sur la modélisation de la maçonnerie assisée et est intrinsèquement liée au cadre mécanique choisi, à savoir une résolution d'un problème de mécanique des milieux continus par la méthode des éléments finis avec une loi de comportement macroscopique basée sur les mécanismes décrits précédemment (p.20).

### 2.1 Choix du milieu continu

Il est ici question de l'influence du type de milieu continu sur la modélisation de l'élasticité linéaire de la maçonnerie (loi de Hooke [HOOKE, 1678]). En effet, des auteurs comme [MÜHLHAUS, SULEM et UNTERREINER, 1997] et [STEFANOU, SULEM et VARDOULAKIS, 2008] pour l'élasticité et par [GODIO, 2015] pour l'élastoplasticité préconisent l'utilisation de milieux enrichis (de type [E. COSSERAT et F. COSSERAT, 1896]) afin de prendre en compte la rotation des briques et s'absoudre des problèmes de longueur interne dans la résolution. L'utilisation d'une telle formulation permet de gagner en description des mécanismes, mais pose des difficultés sur l'identification des paramètres élastiques et non-linéaires. De plus, la rotation des briques n'est pas un mécanisme considéré comme important dans la formulation suivante. Par ailleurs, la formulation de mécanismes non-linéaires et leurs couplages sont plus simples à mettre en place dans un milieu continu de Cauchy [CAUCHY, 1828]. Par conséquent, ce cadre sera considéré comme suffisant et sera choisi pour la suite des travaux.

### 2.2 Élasticité

La classe d'élasticité orthotrope a déjà été choisie plus tôt (p.20). On peut écrire l'équation (Eq.2.1) qui représente la relation d'élasticité entre les contraintes  $\sigma$  et les déformations  $\varepsilon$  avec  $\mathbb{C}$  le tenseur élastique de raideur et  $\mathbb{S}$ , son inverse, le tenseur de souplesse.

$$\sigma = \mathbb{C} : \varepsilon \quad (2.1)$$

$$\varepsilon = \mathbb{S} : \sigma \quad (2.2)$$

### 2.3 Rappel synthétique du cadre de la thermodynamique des processus irréversibles pour la modélisation de matériaux solides

La thermodynamique des processus irréversibles permet de définir des modèles qui sont conformes aux principes fondamentaux de la physique. Ses deux premiers principes sont : la conservation de l'énergie et l'impossibilité de la diminution de l'entropie. Appliqués aux matériaux solides pour un processus adiabatique en déformations isothermes, ils donnent naissance à l'inégalité de Clausius-Duhem-Truesdell (Eq.2.3), qui permet de contrôler l'admissibilité dudit processus vis-à-vis de la thermodynamique, avec  $\varepsilon$  le tenseur des déformations,  $\sigma$  le tenseur des contraintes et  $\Psi$  l'énergie libre de Helmholtz.

$$\sigma : \dot{\varepsilon} - \rho \dot{\Psi} \geq 0 \quad (2.3)$$

L'inégalité s'écrit avec l'énergie libre de Helmholtz  $\Psi$ , qui est une fonction des variables d'état, composées des variables internes  $V_k$ , et des variables observables comme  $\varepsilon$ . Néanmoins, ce potentiel de l'état thermodynamique peut être écrit en fonction des variables associées  $A_k$ , en enthalpie libre de Gibbs  $\Psi^*$ . Le passage entre l'énergie libre de Helmholtz et l'enthalpie libre de Gibbs, et inversement, se fait par la transformée de Legendre-Fenchel (Eq.2.4) ([TOUCHETTE, 2005], [LEMAITRE et al., 2009]).

$$\Psi_{\sigma, A_k}^* = \sup_{\varepsilon} \left[ \frac{1}{\rho} \sigma : \varepsilon - \Psi_{\varepsilon, V_k} \right] \quad (2.4)$$

Le tableau suivant (tableau 2.1) résume les variables d'état et variables associées.

variables d'états	variables associées
$\varepsilon$	$\sigma$
$V_k$	$A_k$

**Tableau 2.1:** Répartition variables d'état, variables associées ([LEMAITRE et al., 2009])

Pour l'écriture des potentiels thermodynamiques un axiome existe, celui de l'état local. Il postule que l'état thermodynamique en un point ne dépend que des variables décrites en ce point, ce qui permet d'écrire le potentiel thermodynamique en tout point.

Le potentiel thermodynamique étant homogène à une énergie, le calcul de cette dernière permet la formulation d'un potentiel. Par exemple en élasticité, l'énergie mécanique de déformation isotherme  $E_d$  décrite par l'équation (Eq.2.5) peut donner naissance à l'énergie libre de Helmholtz en fonction de  $\varepsilon$  comme dans l'équation (Eq.2.6) ou à l'enthalpie libre

de Gibbs en fonction de  $\sigma$  comme dans l'équation (Eq.2.7).

$$E_d = \frac{1}{2} \sigma : \varepsilon \quad (2.5)$$

$$\sigma = \mathbb{C} : \varepsilon \rightarrow \rho \Psi = \frac{1}{2} \varepsilon : \mathbb{C} : \varepsilon \quad (2.6)$$

$$\varepsilon = \mathbb{S} : \sigma \rightarrow \rho \Psi^* = \frac{1}{2} \sigma : \mathbb{S} : \sigma \quad (2.7)$$

Les relations entre variables d'état et variables associées sont appelées lois d'état. Elles découlent de l'inégalité de Clausius-Duhem-Truesdell (2.3) et sont décrites par les relations (Eq.2.8) pour le cas de l'énergie libre de Helmholtz et (Eq.2.9) dans le cas de l'enthalpie libre de Gibbs.

$$\sigma = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial \varepsilon} \text{ et } A_k = \rho \frac{\partial \Psi}{\partial V_k} \quad (2.8)$$

$$\varepsilon = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \sigma} \text{ et } V_k = -\rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial A_k} \quad (2.9)$$

Enfin, une fois sortie du cadre de la modélisation des phénomènes élastiques, la modélisation des phénomènes non-linéaires en accord avec la thermodynamique des processus irréversibles nécessite le respect de l'inégalité de Clausius-Duhem-Truesdell (Eq.2.3) vue plus tôt, qui peut se réduire au calcul de la dissipation intrinsèque de l'énergie  $\mathcal{D}$ , qui doit être toujours positive ou nulle. [LEMAITRE et al., 2009] donne une définition de cette dissipation en fonction des variables internes et associées décrite par l'inégalité (Eq.2.10).

$$\mathcal{D} = \sum A_k \dot{V}_k \geq 0 \quad (2.10)$$

## 2.4 Brève description de la modélisation de l'endommagement des matériaux quasi-fragiles

Les notions de mesure et de description de l'endommagement sont intimement liées. Depuis les travaux de [RABOTNOV, 1963], [L. M. KACHANOV, 1958] et [BRISTOW, 1960], qui sont considérés comme les pionniers de l'endommagement, cette branche de la mécanique a beaucoup évolué ([PALMGREN, 1924] et [MINER, 1945] ont travaillé sur des concepts proches, mais basés sur le nombre de cycle en fatigue).

L'endommagement se traduit de plusieurs manières. Tout d'abord, il faut dissocier la fissuration, ou la densité de fissuration, et l'endommagement. Le premier est une description par observation de l'état de dégradation du matériau alors que le second est la modélisation de la perte de raideur du matériau par la fissuration. Plusieurs travaux se sont attelés à décrire la densité de fissuration, sont à noter ceux de [BRISTOW, 1960] et [BUDIANSKY et O'CONNELL, 1976] qui définissent une densité de fissuration comme la somme des surfaces fissurées. Une autre description de la fissuration est le ratio surface fissurée sur surface initiale. Avec cette dernière description, l'endommagement est alors directement décrit

comme étant le ratio entre la contrainte  $\sigma$  (la contrainte mesurable sur un essai pour un état de déformation atteint) et la contrainte effective  $\tilde{\sigma}$  (obtenue par la loi d'élasticité pour l'état de déformation atteint) (Eq. 2.11).

$$(1 - D) = \frac{\sigma}{\tilde{\sigma}} \quad (2.11)$$

L'endommagement est simplement considéré comme un scalaire noté  $D$  qui évolue de 0 lorsque le matériau est sain jusqu'à 1 quand le matériau est complètement endommagé. Cette formulation couplée en 1D à l'élasticité revient à l'équation (Eq. 2.12).

$$\sigma = (1 - D)\tilde{\sigma} = (1 - D)E\varepsilon \quad (2.12)$$

Avec  $E$  le module d'Young,  $\sigma$  la contrainte et  $\varepsilon$  la déformation.

Dans la suite, l'endommagement sera présenté en procédant par étape, de l'endommagement isotrope (scalaire) à l'endommagement anisotrope (tenseur d'ordre 2 puis 4).

Dans les modélisations du comportement de matériaux quasi-fragiles, certaines proposent un endommagement isotrope ([J. MAZARS, 1986], [MARIGO, 1981] et [OÑATE et al., 1996]). L'équation (Eq. 2.13) illustre donc la généralisation en 3 dimensions de l'équation (Eq. 2.12). Ce type de modélisation a été utilisé pour la maçonnerie assisée, notamment initié par [CREAZZA et al., 1995] et utilisé par [OÑATE et al., 1996].

$$\sigma = (1 - D)\mathbb{C} : \varepsilon \quad (2.13)$$

Ce qui mène à la formulation du potentiel thermodynamique suivant (Eq. 2.14).

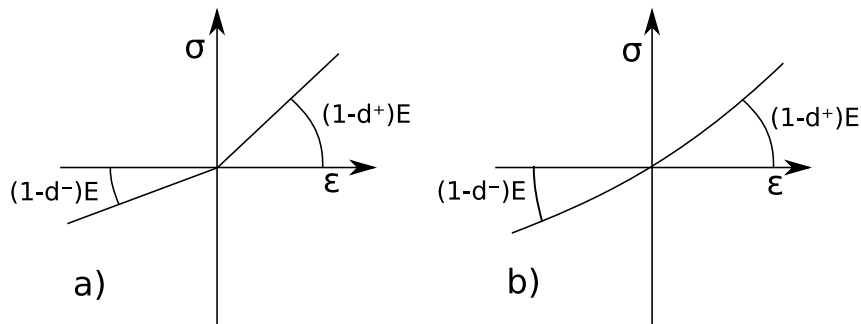
$$2\rho\Psi = (1 - D)\varepsilon : \mathbb{C} : \varepsilon \quad (2.14)$$

Ce type de modélisation de l'endommagement donne de bons résultats dans le cas où :

- soit on recherche l'endommagement d'un matériau pour lequel la probabilité d'apparition d'une fissure et son effet dans une direction sont les mêmes dans toutes les directions, c'est-à-dire que le faciès de fissuration n'est gouverné que par la sollicitation;
- soit la sollicitation est unidirectionnelle, car l'anisotropie induite par l'apparition d'une fissuration n'est pas prise en compte, cette anisotropie induite n'a pas besoin d'être prise en compte si la sollicitation ne change pas de direction.

Un changement de sens de la sollicitation peut amener à une refermeture des fissures créées. Dans ce cas, il faut prendre en compte cette refermeture de fissures par une formulation adaptée. Elle peut être considérée par la modélisation d'un effet unilatéral de l'endommagement, qui représente le fait que la fissure ouverte en traction dans une direction, se referme lors de la mise en compression dans cette même direction. Cet effet

unilatéral de l'endommagement peut être formulé de plusieurs façons. Les deux plus illustratives sont : la fonction de refermeture de fissures (comme dans [VASSAUX, 2015] ou [SELLIER et al., 2013]) et la partition de l'énergie en parties positives et négatives (dont l'esprit se retrouve dans [LA BORDERIE, 1991] et [SILVA, GUEDES et al., 2012] pour l'application à la maçonnerie assisée). Dans le cas 1D, la partition des contraintes dans une enthalpie libre de Gibbs peut s'écrire comme dans l'équation (Eq.2.15). Les deux variantes pour traiter l'unilatéralité sont illustrées dans la figure (Fig.2.6). Les équations présentées ici correspondent à une formulation avec deux variables d'endommagement, une en traction ( $D^+$ ) et une en compression ( $D^-$ ). Il est possible d'écrire les mêmes formulations sans  $D^-$  par exemple, pour ne pas prendre ne compte d'endommagement de compression. On peut noter que l'utilisation de plusieurs variables descriptives du même mécanisme fait débat dans la communauté.



**FIGURE 2.6:** Représentation schématique de deux formulations unilatérales de l'endommagement : a) la partition des énergies et b) la formulation avec fonction de refermeture de fissures.

$$2\rho\Psi^* = \frac{\langle \sigma \rangle_+^2}{E(1-D^+)} + \frac{\langle \sigma \rangle_-^2}{E(1-D^-)} \quad (2.15)$$

L'équation (Eq. 2.15) est continue par morceaux et son implantation numérique demande un jeu de conditions sur  $\sigma$ . Du fait de la formulation en enthalpie libre de Gibbs, la partition en énergies ou en contraintes est la plus simple. De plus, la continuité dans la refermeture des fissures n'est pas considérée dans les travaux présentés ici comme un mécanisme important à modéliser pour représenter le comportement des ponts en maçonnerie assisée sous sollicitations sismiques.

Ensuite des formulations de lois d'endommagement orthotrope, au travers de tenseurs  $D$  d'ordre 2 ont émergé au travers des développements de [MURAKAMI, 1988] et [CORDEBOIS et SIDOROFF, 1982].

$$\tilde{\sigma} = (1-D)^{-\frac{1}{2}} \cdot \sigma \cdot (1-D)^{-\frac{1}{2}} \quad [\text{CORDEBOIS et SIDOROFF, 1982}] \quad (2.16)$$

$$\tilde{\sigma} = [(1-D)^{-1} \cdot \sigma]^{sym} \quad [\text{MURAKAMI, 1988}] \quad (2.17)$$



Ces deux formulations ont l'inconvénient d'être incompatibles avec la thermodynamique des processus irréversibles ([CORDEBOIS et SIDOROFF, 1982] et [LEMAITRE et al., 2009]). D'autres propositions sont donc apparues, qui intègrent le cadre thermodynamique ([LADEVEZE, 1983a], [DESMORAT, 2016]).

Ensuite [KRAJCINOVIC, 1985] montre que pour décrire la micromécanique de l'endommagement, un tenseur d'ordre 4 suffit. D'ailleurs [CHABOCHE, LESNE et MAIRE, 1995] utilise un tenseur d'ordre 4 ( $\mathbb{D}$ ) pour d'écrire l'endommagement (Eq.2.18).

$$\tilde{\sigma} = (\mathbb{I} - \mathbb{D})^{-1} : \sigma \quad (2.18)$$

**Exemple d'utilisation de tenseurs d'endommagements d'ordre 4 pour la maçonnerie : modèle de [SELLIER et al., 2013] utilisé par [STABLON, 2011] (Annexe F) :**

Dans ce modèle, un tenseur d'endommagement d'ordre 4 est utilisé ainsi qu'une décomposition entre les endommagements de traction et les endommagements de compression (Eq. 2.19). Pour la notation, [SELLIER et al., 2013] exprime ses équations dans la notation de Voigt. Par conséquent, les tenseurs d'ordre 2 ( $\sigma$  et  $\varepsilon$ ) sont notés sous forme de vecteurs ( $\vec{\sigma}$  et  $\vec{\varepsilon}$ ) et les tenseurs d'ordre 4 ( $(\mathbb{I} - \mathbb{D}^t)$ ,  $(\mathbb{I} - \mathbb{D}^c)$  et  $\mathbb{S}^0$ ) sont écrits sous forme de matrices 6x6,  $((1 - D^t)$ ,  $(1 - D^c)$  et  $S^0$ ). Par ailleurs,  $S^0$  représente la rigidité,  $D^t$  l'endommagement de traction et  $D^c$  l'endommagement de compression.

$$\vec{\sigma} = (1 - D^c) \cdot (1 - D^t) \cdot S^0 \cdot \vec{\varepsilon} + (1 - D^c) \cdot D^c \cdot S^0 \cdot (\vec{\varepsilon} - \vec{\varepsilon}^f) \quad (2.19)$$

Cette description de l'endommagement (tenseur d'ordre 4) permet d'avoir une grande qualité de description de la dégradation. [SELLIER et al., 2013] se base sur une description micromécanique de la fissuration par homogénéisation. Néanmoins, cette dégradation sous forme tensorielle peut s'avérer peu compatible avec la description d'une famille de fissures fixes et indépendantes.

En parallèle de ces cadres tensoriels, des cadres non-tensoriels représentant l'orthotropie ou l'anisotropie de l'endommagement ont été formulés.

Repartant de la micromécanique, [BAŽANT et PRAT, 1988] constitue un cadre dans lequel les quantités d'intérêts, dont l'endommagement, évoluent sur un ensemble de plans bien précis, le cadre microplan. Dans ce dernier, un matériau dont l'endommagement est isotrope nécessite, par définition, une infinité de plans puisqu'il n'existe aucune raison a priori pour qu'une fissure apparaisse dans une direction plutôt que dans une autre. [BORINO, COTTONE et PARRINELLO, 2003] a formulé un modèle microplan pour la maçonnerie.

Un autre point de vue micromécanique [M. KACHANOV, 1993] donne une décomposition de la souplesse représentant un l'impact d'un réseau de fissures orthogonales. Au travers du schéma d'homogénéisation de Mori-Tanaka, en souplesse, avec l'hypothèse de non-interaction entre les fissures et en considérant une mesure de l'endommagement au sens de [BUDIANSKY et O'CONNELL, 1976] ou de [BRISTOW, 1960] (c'est-à-dire partant de 0 pour un matériau sain et tendant vers  $+\infty$ ), il est possible de trouver que la souplesse effective est égale à la somme des contributions de chaque mécanisme de dégradation sur la souplesse initiale (Eq.2.20). Cette formulation permet de décomposer les mécanismes d'endommagement et ainsi correspond bien à la représentation de l'endommagement par trois plans de fissuration proposée pour la maçonnerie dans le premier chapitre de cette partie (p.20).

$$\mathbb{S}^{eff} = \mathbb{S}^0 + \sum_i (d_i \mathbf{A}_i : \mathbb{S}^0) \quad (2.20)$$

Cette approche est d'ailleurs à la base des modèles développés à l'ONERA pour les matériaux composites tissés dans [MARCIN, 2010], [ANGRAND, 2016] et [RAKOTOARISOA, 2014].

Pour tous les types d'endommagement vus ci-dessus, le respect de la thermodynamique assure une consistance physique. En définissant  $D$ ,  $\mathbf{D}$  ou  $\mathbb{D}$  (donc une variable tensorielle d'ordre 0, 2 ou 4) comme une variable d'état, il est possible de déterminer  $Y = \frac{\partial \rho \Psi}{\partial D}$  la force thermodynamique associée<sup>1</sup> (aussi appelée variable associée).

L'endommagement est un pilier de la mécanique des matériaux solides, un autre pilier présenté ici étant la plasticité.

## 2.5 Plasticité et frottement interne

### 2.5.1 Plasticité

La plasticité est issue de l'étude du comportement non-linéaire des métaux et des sols. Elle se caractérise par l'apparition de déformations permanentes et de comportements non-linéaires. Les premiers travaux scientifiques à ce sujet sont ceux de Tresca [TRESKA, 1864]. Une distinction sera faite ici entre plasticité cristalline et plasticité macro-échelle, les deux sont intéressantes dans l'approche de notre sujet.

1. Dans un cadre appelé standard ([HALPHEN et SON NGUYEN, 1975], [CIMETIÈRE et al., 2003] et [DESMORAT, 2006]), en posant l'évolution  $\dot{D}$  comme fonction linéaire positive de  $Y^n$  avec  $n$  un entier positif impair, on trouve que la dissipation intrinsèque du processus d'endommagement est nécessairement positive (la dissipation devient une somme de termes quadratiques en  $Y^{n+1}$ , avec  $n+1$  un entier positif pair). En dehors de ce cadre utilisé dans [LEMAITRE et al., 2009], [DESMORAT, 2006] explique qu'il est obligatoire de vérifier la dissipation intrinsèque, et nomme donc les lois d'évolutions de l'endommagement sortant de ce cadre les lois non-standards.

La plasticité cristalline décrit les phénomènes à l'échelle des grains et cristaux. En effet, à cette échelle la plasticité est considérée comme le glissement sur les plans cristallins. Les travaux de [TAYLOR, 1938] et [SCHMID et BOAS, 1968] montrent que, connaissant le plan de glissement par avance (au travers de la cristallographie pour les métaux), il est possible de modéliser la plasticité comme un déplacement tangent à un plan cristallin<sup>2</sup>.

Pour ce faire, nous allons définir un plan cristallin dont  $\vec{b}$  un vecteur décrivant l'amplitude et la direction de glissement dans une dislocation, classiquement appelé vecteur de Burgers et  $\vec{n}$  est la normale du plan cristallin. Le tenseur de Schmid correspond au tenseur de projection sur le plan (Eq.2.21).

$$\mathbf{P} = \vec{b} \otimes \vec{n} \quad (2.21)$$

Pour chaque système plan de glissement et direction de glissement  $s$  il est donc possible de définir  $\mathbf{P}^s$  (Eq.2.22).

$$\mathbf{P}^s = \vec{b}^s \otimes \vec{n}^s \quad (2.22)$$

Il est possible maintenant de déterminer la contrainte projetée  $\tau^s$  (Eq.2.23) et de relier les taux de glissement  $\dot{\gamma}^s$  au taux de déformation plastique  $\dot{\epsilon}^p$  (Eq.2.24) sur chaque système  $s$ .

$$\tau^s = \mathbf{P}^s : \boldsymbol{\sigma} \quad (2.23)$$

$$\dot{\epsilon}^p = \sum_s \dot{\gamma}^s \frac{1}{2} (\mathbf{P}^s + \mathbf{P}^{sT}) \quad (2.24)$$

Il s'agit maintenant de trouver une loi d'évolution du taux de glissement  $\dot{\gamma}^s$  en fonction de  $\tau^s$  pour décrire complètement la formulation de la plasticité cristalline.

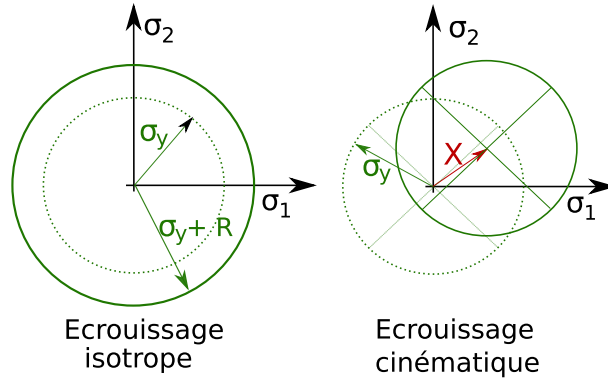
Une vision plus macro-échelle de la plasticité propose plutôt de décrire directement la déformation plastique  $\epsilon^p$  à l'échelle macroscopique [LEMAITRE et al., 2009]. La plasticité se base sur une partition des déformations  $\epsilon = \epsilon^e + \epsilon^p$  avec  $\epsilon^e$  la déformation élastique et  $\epsilon^p$  la déformation plastique. Le potentiel thermodynamique peut alors s'écrire sous la forme de l'équation (Eq.2.25).

$$2p\Psi = (\epsilon - \epsilon^p) : \mathbb{C} : (\epsilon - \epsilon^p) \quad (2.25)$$

On considère dans le cadre de la plasticité qu'il existe une frontière pour les phénomènes élastiques, appelée seuil élastique. Une fois ce seuil atteint, la plasticité est une transformation qui vient déplacer le seuil élastique de manière à ce que l'on ne sorte jamais de ce domaine. Deux transformations existent, un déplacement du domaine élastique (l'écrouissage cinématique), et une modification de la taille du domaine (écrouissage

2. De là, il est possible de faire un lien avec les modèles microplans [BROCCA et P. BAŽANT, 2000] qui considèrent un glissement sur un ensemble de plans.

isotrope, si la transformation est isotrope). La figure (Fig.2.7) illustre ces deux transformations. Elles suivent le principe de normalité.



**FIGURE 2.7:** Illustrations de l'écrouissage isotrope à gauche, qui augmente la limite  $\sigma_y$  de  $R$  et l'écrouissage cinématique à droite, qui déplace le centre du domaine élastique du vecteur  $X$ , dans un repère de contraintes principales en 2D

Du point de vue de la formulation thermodynamique, [LEMAITRE et al., 2009] explique que le potentiel élastoplastique peut s'écrire comme une composition d'un potentiel élastique ( $\Psi_e$ ) et un potentiel plastique ( $\Psi_p$ ) (Eq.2.26). Le potentiel plastique s'écrit aussi comme la somme d'une fonction d'énergie d'écrouissage isotrope ( $G_{iso}(p)$ ) et une fonction d'énergie d'écrouissage cinématique ( $G_{cin}(\alpha)$ ).  $p$  représente la variable d'écrouissage isotrope et  $\alpha$  celle d'écrouissage cinématique. Elles sont toutes deux homogènes à une déformation.  $L$  est un coefficient.

$$\Psi = \Psi_e + \Psi_p = \Psi_e + G_{iso}(p) + G_{cin}(\alpha) = \Psi_e + G_{iso}(p) + \frac{1}{2}L\alpha : \alpha \quad (2.26)$$

On obtient les variables associées de ces quantités  $R$  et  $X$  par dérivation du potentiel plastique :  $R = \frac{\partial \Psi_p}{\partial p}$  et  $X = \frac{\partial \Psi_p}{\partial \alpha}$ . Les seuils élastiques sont construits avec ces quantités. D'une manière générale on retrouve la formulation suivante (Eq.2.27), dans laquelle, la fonction  $J$  est souvent une fonction d'invariant sur les déviateurs, mais d'autres formulations sont possibles et  $\sigma_y$  est le seuil élastique initial.

$$f_p = J(\sigma, X) + R + \sigma_y \quad (2.27)$$

L'évolution de ce seuil est définie au travers de l'application de la règle de normalité (principe de Hill) en considérant un pseudo-potentiel  $F_p$  qui est égal à  $f_p$  dans le cas d'une loi de plasticité associée, et différent dans le cas d'une loi non-associée. La règle de normalité introduit le multiplicateur plastique  $\lambda$  au travers des équations (Eq.2.28 à 2.30).

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\lambda} \frac{\partial F_p}{\partial \sigma} \quad (2.28)$$

$$\dot{\alpha} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F_p}{\partial \mathbf{X}} \quad (2.29)$$

$$\dot{p} = -\dot{\lambda} \frac{\partial F_p}{\partial R} \quad (2.30)$$

$$(2.31)$$

Des modèles de comportement de la maçonnerie assisée ont été formulés dans ce cadre, notamment celui de [LOURENÇO, 1996] et celui de [LOTFI et SHING, 1991].

Ces modèles de plasticité peuvent s'avérer utiles dans le calcul de structures en maçonnerie, mais ne correspondent pas au besoin de déterminer la dégradation de structures en maçonnerie. Néanmoins, cette section sur la plasticité a permis d'introduire les bases pour le calcul du frottement interne.

### 2.5.2 Frottement interne

Alors que la plasticité telle que décrite ci-dessus naît d'un glissement interne, dans les matériaux quasi-fragiles, un phénomène semblable apparaît. En effet, lorsque des fissures sont apparues, les lèvres de ces fissures peuvent frotter entre elles, et ainsi donner naissance à une contrainte de frottement, une déformation anélastique de frottement et une énergie dissipée spécifique. Les concepts de glissement et de frottement étant intimement liés, les formulations le sont aussi. En revanche, dans le cas du frottement interne, un couplage à l'endommagement est nécessaire.

Dans [F. RAGUENEAU, LA BORDERIE et J. MAZARS, 2000], [DESMORAT, F. RAGUENEAU et PHAM, 2007] et [RICHARD et RAGUENEAU, 2013] le couplage endommagement / plasticité dans le cadre des frottements internes est introduit et développé (Eq. 2.32).

$$2p\Psi = E(\epsilon - \epsilon^p)^2 + w_s \implies 2p\Psi = (1 - D)E(\epsilon)^2 + Eg(D)(\epsilon - \epsilon^\pi)^2 + a\alpha^2 \quad (2.32)$$

$$\implies \sigma = (1 - D)E\epsilon + \sigma^\pi \quad (2.33)$$

$$\implies \sigma^\pi = g(D)E(\epsilon - \epsilon^\pi) \quad (2.34)$$

À gauche de l'équation (Eq. 2.32), on retrouve l'expression du potentiel élastoplastique 1D écrite avec  $w_s$  qui désigne l'énergie stockée par les processus plastiques, puis à droite, l'expression dans laquelle on a plusieurs idées clés :  $(1 - D)E(\epsilon)^2$  désigne un couplage entre élasticité et endommagement, ce dernier est complété par le terme  $Eg(D)(\epsilon - \epsilon^\pi)^2$  qui est la composante de couplage avec le frottement modulé par une fonction d'activation  $g(D)$  dont l'évolution est  $g(D) = D$ , comme dans [DESMORAT, F. RAGUENEAU et PHAM, 2007] et

[RICHARD et RAGUENEAU, 2013]. Cette formulation sera reprise en enthalpie libre de Gibbs pour la modélisation de la maçonnerie.

## Conclusion

Dans ce chapitre, le cadre de modélisation pour la résolution de ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques a été choisi. Il s'agit du cadre de la mécanique des milieux continus de Cauchy, résolue par la méthode des éléments finis avec l'hypothèse des petites perturbations. Dans ce cadre, le comportement de la maçonnerie est représenté avec une loi de comportement macroscopique. Cela permet de modéliser le comportement et la dégradation de grandes structures, avec une complexité de modélisation réduite et la possibilité de réutiliser les développements faits ici pour d'autres utilisations.

Ce chapitre présente aussi des développements possibles concernant la modélisation des mécanismes gouvernant le comportement de la maçonnerie assistée. Parmi ces possibilités, un choix s'est imposé au travers de la capacité de ces modèles à représenter les mécanismes présentés lors du chapitre précédent (Chap. 1, p. 20).

Tout d'abord, concernant l'élasticité, une modélisation orthotrope est choisie, car elle permet une représentation suffisamment précise du comportement tout en limitant la complexité de la modélisation, le nombre de paramètres matériau et leur complexité d'identification.

Ensuite, la dégradation du matériau est modélisée au travers de l'endommagement. Le couplage élasticité/endommagement en décomposition de souplesse décrite par [M. KACHANOV, 1993] correspond bien à la modélisation que l'on souhaite sous forme de plans de fissurations et permet de décomposer la formulation par mécanisme d'endommagement la rendant ainsi plus aisée à écrire.

Enfin, la modélisation du frottement interne en cisaillement sera inspirée de [DESMORAT, F. RAGUENEAU et PHAM, 2007] car elle permet de décrire explicitement un couplage entre endommagement et frottement par composante de cisaillement.



## Chapitre 3

# Formulation d'une nouvelle loi de comportement

*Le choix des mécanismes à modéliser (p.20) et du cadre théorique dans lequel il est opportun de le faire (p.30) conduit à la formulation présentée dans ce chapitre.*

*Dans un premier temps, les hypothèses de formulations seront spécifiées, puis le cadre théorique de l'endommagement sera appliqué aux cas de la maçonnerie, enfin le frottement interne sera introduit pour enfin traiter de la conformité du modèle avec les lois de la thermodynamique.*

*Dans un second temps, l'implémentation numérique des équations sera présentée, ainsi que la régularisation énergétique appliquée pour résoudre les problèmes de localisation.*

*Dans un troisième temps, des tests de validation seront exposés et analysés pour conclure sur la validité du modèle.*



Dans le chapitre précédent, beaucoup d'informations et d'éléments de compréhension ont été donnés. Il faut maintenant préciser les choix des mécanismes modélisés ainsi que le cadre théorique utilisé pour la modélisation.

**Des hypothèses sont admises pour la modélisation :** la maçonnerie est un matériau quasi-fragile, ses mécanismes principaux sont, une phase élastique orthotrope, avec un seuil élastique par direction d'orthotropie, et une variable d'endommagement par extension sur chaque direction d'orthotropie. Ces variables d'endommagement sont couplées pour le cisaillement. L'endommagement ainsi créé induit un frottement interne modélisable par un comportement de type "plasticité". L'ensemble des équations présentées ici sont écrites dans la base naturelle de la maçonnerie (base d'orthotropie), par conséquent, le passage d'une autre base vers la base naturelle de la maçonnerie est expliqué dans l'implémentation numérique (p.57)

## 1 Formulation étape par étape des équations constitutives du modèle

Les équations constitutives du modèle sont présentées ici. Un déroulement pédagogique des équations est privilégié en commençant par l'élasticité, puis le couplage avec l'endommagement et enfin le couplage avec le frottement interne.

## Notations

$\varepsilon$	Tenseur des déformations
$\sigma$	Tenseur de Cauchy
$\mathbb{S}^0$	Tenseur de souplesse
$E_i$	Module d'Young
$\nu_{ij}$	Coefficient de Poisson
$G_{ij}$	Module de cisaillement
$d_i$	Mesure de l'endommagement du type [BRISTOW, 1960], variant de 0 pour un matériau sain à $+\infty$
$\mathbb{S}^{eff}$	Tenseur de souplesse effective
$\mathbb{A}i$	Tenseur de fabrique
$\rho\Psi^*$	Enthalpie libre de Gibbs
$w_s$	Énergie stockée
$\rho\Psi_{cisaillement}^*$	Enthalpie libre associée aux composantes de cisaillement
$\rho\Psi_{normal}^*$	Enthalpie libre associée aux composantes normales
$\varepsilon^\pi$	Tenseur des déformations plastiques de glissement
$\sigma^\pi$	Tenseur des contraintes plastique de frottement

## Convention de notation

Les équations ne sont pas écrites avec les conventions d'Einstein

Les tenseurs sont écrits dans la notation de Kelvin :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{pmatrix} \quad et \quad \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{13} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{12} \end{pmatrix}$$

## 1.1 Élasticité orthotrope

La maçonnerie assisée régulière est considérée comme un matériau orthotrope. L'orthotropie élastique est donné par l'équation (Eq.3.1)

$$\varepsilon = \mathbb{S}^0 : \sigma \quad (3.1)$$

Avec  $\sigma$ , le tenseur de Cauchy des contraintes,  $\varepsilon$ , le tenseur des déformations et  $\mathbb{S}^0$ , le tenseur de souplesse qui s'écrit en notation de Kelvin comme l'équation (Eq.3.2).

$$\mathbb{S}^0 = \begin{pmatrix} \frac{1}{E_1} & \frac{-\nu_{12}}{E_2} & \frac{-\nu_{13}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{12}}{E_2} & \frac{1}{E_2} & \frac{-\nu_{23}}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{13}}{E_3} & \frac{-\nu_{23}}{E_3} & \frac{1}{E_3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2.G_{23}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2.G_{13}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2.G_{12}} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$E_i$ ,  $\nu_{ij}$  et  $G_{ij}$  sont des paramètres matériaux à identifier.

## 1.2 Couplage endommagement-élasticité orthotrope

### 1.2.1 Couplage sans effet unilatéral de l'endommagement

Le mécanisme d'endommagement sélectionné est un endommagement gouverné par l'extension sur 3 plans d'endommagements orthogonaux dont les normales correspondent aux directions d'orthotropie élastique. Cette configuration est exactement celle décrite dans [M. KACHANOV, 1993]. Pour ce faire, il commence par introduire une mesure de la densité de fissuration au sens de [BRISTOW, 1960] (Eq.3.3). Cette densité de fissuration est directement considérée comme équivalente à une mesure de l'endommagement  $d_i$ .

$$d_i \cong \frac{1}{V} \sum_n l_{n,i}^3 \quad (3.3)$$

Avec  $V$  le volume représentatif et  $l_n$  la longueur de la  $n^{eme}$  fissure dans le plan dont la normale est la direction  $i$ .

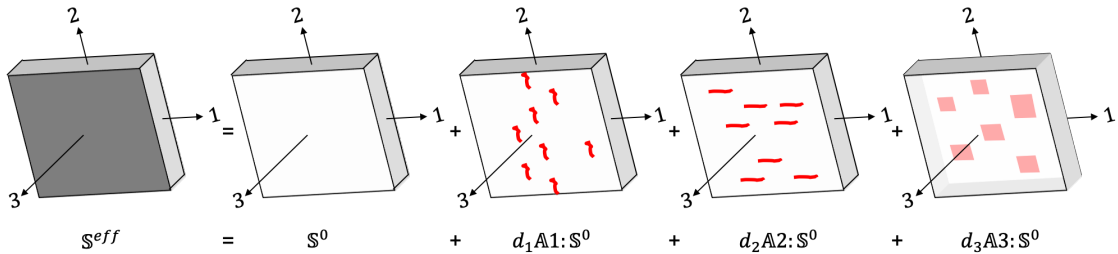
Au travers d'un schéma d'homogénéisation de Mori-Tanaka et en considérant que les plans de fissurations orthogonaux n'interagissent pas entre eux, [M. KACHANOV, 1993] met en lumière une relation entre le tenseur de souplesse effective  $\mathbb{S}^{eff}$  et le tenseur de souplesse initiale  $\mathbb{S}^0$  (Eq.3.4).

$$\mathbb{S}^{eff} = \mathbb{S}^0 + \sum_i (d_i \mathbb{A} \mathbf{i} : \mathbb{S}^0) \quad (3.4)$$

Avec  $d_i$ , une variable d'endommagement qui varie de 0 pour un matériau sain à  $+\infty$  à la rupture.  $\mathbb{A} \mathbf{i}$  est appelé tenseur de fabrique (tenseur d'ordre 4), donnant l'impact de  $d_i$  sur chaque composant du tenseur de souplesse  $\mathbb{S}^0$ .

Dans le cas de la maçonnerie, en considérant trois systèmes d'endommagement orthogonaux dont les normales coïncident avec les directions d'orthotropie élastique, comme indiqué sur la figure (Fig. 3.1), la souplesse effective peut s'écrire comme l'équation (Eq. 3.5), avec  $\mathbb{A} \mathbf{i}$  le tenseur de fabrique associé à la direction  $i$ .

$$\mathbb{S}^{eff} = \mathbb{S}^0 + (d_1 \mathbb{A} \mathbf{1} : \mathbb{S}^0) + (d_2 \mathbb{A} \mathbf{2} : \mathbb{S}^0) + (d_3 \mathbb{A} \mathbf{3} : \mathbb{S}^0) \quad (3.5)$$



**FIGURE 3.1:** Illustration de la considération de trois plans de fissurations orthogonaux

L'enthalpie libre de Gibbs de ce système s'écrit donc d'après l'équation (Eq.3.6). Le choix de travailler avec l'enthalpie libre de Gibbs et non l'énergie libre de Helmholtz vient du fait que le couplage des endommagements est basé sur le tenseur de souplesse, impliquant une formulation en contraintes du potentiel thermodynamique (Eq.3.6). Cette écriture en enthalpie libre permet un découplage des énergies par mécanisme de dégradation rendant ainsi plus lisibles les écritures.

$$\rho \Psi^* = \frac{1}{2} \boldsymbol{\sigma} : \mathbb{S}^{eff} : \boldsymbol{\sigma} \quad (3.6)$$

L'expression des tenseurs de fabrique est inspirée d'un modèle pour matériaux composites [MARCIN et al., 2011]. Plus particulièrement, cela introduit le concept de tenseur d'effet d'endommagement [ZHENG et BETTEN, 1996] pour exprimer l'impact de l'endommagement sur le tenseur de souplesse. Pour le cas de la maçonnerie assisée, il est proposé de construire ces tenseurs de fabrique de la manière suivante :

- les fissures de normale  $i$  influent directement la souplesse de la composante normale du tenseur des contraintes  $ii$ , mais n'impactent aucunement les autres composantes normales. C'est pourquoi,  $\mathbb{A} \mathbf{i}_{ii} = 1$  et  $\mathbb{A} \mathbf{i}_{jj} = \mathbb{A} \mathbf{i}_{kk} = 0$ ;
- les effets de Poisson en souplesse ne sont pas impactés, c'est pourquoi les termes extradiagonaux de  $\mathbb{A} \mathbf{i}$  sont nuls;

- les fissures de normale  $i$  impactent les composantes de cisaillement tangentes au plan de fissures de normale  $i$ . Cet impact se traduit par des termes de couplage, par exemple  $A1_{55}$  et  $A1_{66}$  pour les fissures de normale 1.

Ces tenseurs introduisent un couplage linéaire entre les endommagements des composantes normales et les endommagements de cisaillement. Les expressions des tenseurs de fabrique sont posées comme (Eq.3.7, 3.8 et 3.9) en notation de Kelvin.

$$\mathbb{A}1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A1_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A1_{66} \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$\mathbb{A}2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A2_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A2_{66} \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$\mathbb{A}3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A3_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A3_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

Le développement de l'équation tensorielle du potentiel thermodynamique (Eq.3.6) avec les tenseurs de fabrique considérés ci-dessus (Eq.3.7 à 3.9) donne l'expression sca-

laire de  $\rho\Psi^*$  (Eq.3.10).

$$\begin{aligned}
 2\rho\Psi^* = & \frac{\sigma_1^2}{E_1}(1+d_1) + \frac{\sigma_2^2}{E_2}(1+d_2) + \frac{\sigma_3^2}{E_3}(1+d_3) \\
 & - 2\frac{\nu_{21}\sigma_1\sigma_2}{E_1} - 2\frac{\nu_{31}\sigma_1\sigma_3}{E_1} - 2\frac{\nu_{32}\sigma_3\sigma_2}{E_2} \\
 & + \frac{\sigma_4^2}{G_{23}}(1+A_{244}d_2+A_{344}d_3) \\
 & + \frac{\sigma_5^2}{G_{13}}(1+A_{155}d_1+A_{355}d_3) \\
 & + \frac{\sigma_6^2}{G_{12}}(1+A_{166}d_1+A_{266}d_2)
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Le potentiel thermodynamique développé (Eq.3.10) ne prend pas encore en compte les effets unilatéraux dus aux refermetures de fissures.

### 1.2.2 Ajout de l'effet unilatéral de l'endommagement

L'effet unilatéral de l'endommagement peut être pris en compte de plusieurs façons, comme vu dans le chapitre précédent (p.35). La formulation retenue est celle basée sur une partition des contraintes positives ( $\langle \sigma \rangle_+$ ) et négatives ( $\langle \sigma \rangle_-$ ) sur les composantes normales du tenseur des contraintes (Eq.3.11).

$$i \in [1, 2, 3] \quad \sigma_i = \langle \sigma_i \rangle_+ + \langle \sigma_i \rangle_- \tag{3.11}$$

Avec l'intégration de l'effet unilatéral aux mécanismes, le potentiel thermodynamique s'écrit désormais comme l'équation (Eq.3.12).

$$\begin{aligned}
 2\rho\Psi^* = & \frac{\langle \sigma_1 \rangle_+^2}{E_1}(1+d_1) + \frac{\langle \sigma_1 \rangle_-^2}{E_1} + \frac{\langle \sigma_2 \rangle_+^2}{E_2}(1+d_2) + \frac{\langle \sigma_2 \rangle_-^2}{E_2} + \\
 & \frac{\langle \sigma_3 \rangle_+^2}{E_3}(1+d_3) + \frac{\langle \sigma_3 \rangle_-^2}{E_3} - 2\frac{\nu_{21}\sigma_1\sigma_2}{E_1} - 2\frac{\nu_{31}\sigma_1\sigma_3}{E_1} - 2\frac{\nu_{32}\sigma_3\sigma_2}{E_2} + \\
 & \frac{\sigma_4^2}{G_{23}}(1+A_{244}d_2+A_{344}d_3) + \frac{\sigma_5^2}{G_{13}}(1+A_{155}d_1+A_{355}d_3) + \frac{\sigma_6^2}{G_{12}}(1+A_{166}d_1+A_{266}d_2)
 \end{aligned} \tag{3.12}$$

Maintenant que le potentiel thermodynamique prend en compte l'élasticité et l'endommagement, il convient de développer les seuils d'élasticité et les évolutions des variables d'endommagement.

### 1.2.3 Formulation des fonctions seuils et des lois d'évolutions pour les variables d'endommagement

Le mécanisme d'amorçage et d'évolution de l'endommagement est choisi comme étant piloté par la déformation positive normale au plan de fissuration, que l'on appellera la déformation équivalente, notée  $\tilde{\varepsilon}_i$  pour le plan de fissuration de normale  $i$ . Il faut donc définir les mesures de déformations équivalentes choisies, puis la formulation des seuils et des lois d'évolution.

#### **Mesure de la déformation équivalente :**

Il a été conclu dans le premier chapitre de cette partie (p.20) que les fissurations s'amorçaient suivant trois plans, en fonction des déformations positives normales aux plans de fissuration et des déformations tangentiels.

La mesure de la déformation équivalente pour l'endommagement doit prendre en compte, dans chaque direction d'orthotropie, les déformations positives normales et tangentiels (de cisaillement). L'équation (Eq.3.13) est une proposition de formulation de la mesure de la déformation équivalente  $\tilde{\varepsilon}_i$  dans la direction  $i$ .

$$\tilde{\varepsilon}_1 = \sqrt{\langle \varepsilon_1 \rangle_+^2 + \beta_{12}\varepsilon_6^2 + \beta_{13}\varepsilon_5^2} \quad (3.13)$$

$$\tilde{\varepsilon}_2 = \sqrt{\langle \varepsilon_2 \rangle_+^2 + \beta_{21}\varepsilon_6^2 + \beta_{23}\varepsilon_4^2} \quad (3.14)$$

$$\tilde{\varepsilon}_3 = \sqrt{\langle \varepsilon_3 \rangle_+^2 + \beta_{31}\varepsilon_5^2 + \beta_{32}\varepsilon_4^2} \quad (3.15)$$

Avec  $\beta_{ij}$  et  $\beta_{ik}$  des paramètres matériaux qui seront à identifier et qui modulent l'impact des déformations de cisaillement sur la limite élastique et l'évolution de l'endommagement.

#### **Fonction seuil et loi d'évolution pour une régularisation en énergie :**

Le seuil présenté ici (Eq.3.16) est formulé pour retranscrire la forme de l'évolution d'endommagement correspondant à un endommagement adoucissant avec une évolution positive des déformations équivalentes. De plus, il doit être régularisable en énergie. Cette nécessité est expliquée plus loin (62).

$$f_i = \chi_i(\tilde{\varepsilon}_i - k_i) - \ln\left[(1 + d_i)\frac{k_i}{\tilde{\varepsilon}_i}\right] \leq 0 \quad (3.16)$$

$d_i$  se déduit de la condition  $f_i = 0$  (Eq. 3.17).

$$d_i = \frac{\tilde{\varepsilon}_i}{k_i} e^{\chi_i(\tilde{\varepsilon}_i - k_i)} - 1 \quad (3.17)$$

$k_i$  est le seuil de déformation équivalente qui amorce l'endommagement et  $\chi_i$  est un paramètre de fragilité. Ces paramètres sont à identifier sur un essai de traction uniaxiale.

Cette formulation des seuils et lois d'évolution pour l'endommagement se décline sur les trois normales aux plans de fissurations, donnant ainsi naissance à trois variables d'endommagement indépendantes.

Il est possible de faire un parallèle avec la variable d'endommagement présentée au chapitre précédent  $D$  qui varie de 0 à 1 (p.34), avec le changement de variable suivant (Eq.3.18).

$$D_i = \frac{d_i}{1 + d_i} \quad (3.18)$$

Maintenant que l'endommagement est formulé, il faut intégrer le frottement interne à la modélisation.

### 1.3 Couplage de l'endommagement à la plasticité induite

#### 1.3.1 Présentation du couplage dans le potentiel thermodynamique

Les matériaux quasi-fragiles soumis à des comportements cycliques montrent des comportements hystérétiques dus au frottement des fissures. Il est considéré que la maçonnerie assistée possède un mécanisme dissipatif principal sur les composantes de cisaillement. Le couplage présenté est inspiré de [DESMORAT, F. RAGUENEAU et PHAM, 2007]. Ce phénomène est introduit au travers de déformations de frottement  $\varepsilon_6^\pi$ ,  $\varepsilon_5^\pi$  et  $\varepsilon_4^\pi$  et leurs contraintes associées  $\sigma_6^\pi$ ,  $\sigma_5^\pi$  et  $\sigma_4^\pi$ .

Dans un souci de lisibilité des phénomènes, l'enthalpie libre de Gibbs est découpée en trois parties (Eq.3.19) : la partie des composantes normales  $\rho\Psi_{normal}^*$  (Eq.3.20) ; la partie représentant les composantes de cisaillement  $\rho\Psi_{cisaillement}^*$  (Eq. 3.21) ; la partie reflétant l'énergie stockée  $w_s$  (Eq.3.23).

$$\rho\Psi^* = \rho\Psi_{normal}^* + \rho\Psi_{cisaillement}^* + w_s^{friction} \quad (3.19)$$

L'écriture de  $\rho\Psi_{normal}^*$  n'est pas impactée par le couplage avec la plasticité (Eq.3.20).

$$2\rho\Psi_{normal}^* = \frac{\langle \sigma_1 \rangle_+^2}{E1}(1 + d_1) + \frac{\langle \sigma_1 \rangle_-^2}{E1} + \frac{\langle \sigma_2 \rangle_+^2}{E2}(1 + d_2) + \frac{\langle \sigma_2 \rangle_-^2}{E2} + \frac{\langle \sigma_3 \rangle_+^2}{E3}(1 + d_3) + \frac{\langle \sigma_3 \rangle_-^2}{E3} - 2\frac{\nu_{21}\sigma_1\sigma_2}{E1} - 2\frac{\nu_{31}\sigma_1\sigma_3}{E1} - 2\frac{\nu_{32}\sigma_3\sigma_2}{E2} \quad (3.20)$$

Pour introduire le frottement interne,  $\rho\Psi_{cisaillement}^*$  est écrit sur la base de [DESMORAT, F. RAGUENEAU et PHAM, 2007] pour chaque composante de cisaillement (Eq. 3.21).



$$\begin{aligned}
2\rho\Psi_{\text{cisaillement}}^* = & \left\{ \frac{(\sigma_6 - \sigma_6^\pi)^2 (1 + A1_{66}d_1 + A2_{66}d_2)}{G_{12}} + \frac{(\sigma_6^\pi)^2}{G_{12}g_{12}(d_1, d_2)} \right\} \\
& + \left\{ \frac{(\sigma_5 - \sigma_5^\pi)^2 (1 + A1_{55}d_1 + A3_{55}d_3)}{G_{13}} + \frac{(\sigma_5^\pi)^2}{G_{13}g_{13}(d_1, d_3)} \right\} \\
& + \left\{ \frac{(\sigma_4 - \sigma_4^\pi)^2 (1 + A2_{44}d_2 + A3_{44}d_3)}{G_{23}} + \frac{(\sigma_4^\pi)^2}{G_{23}g_{23}(d_2, d_3)} \right\}
\end{aligned} \quad (3.21)$$

Les fonctions  $g(d_i, d_j)$  sont posées telles que  $\sigma_{ij}^\pi$  ait les mêmes propriétés que proposées dans [DESMORAT, F. RAGUENEAU et PHAM, 2007], c'est-à-dire lorsque le matériau est sain,  $d_i = d_j = 0$ ,  $\sigma_{ij}^\pi = 0 \Rightarrow g(d_i, d_j) = 0$  et lorsque le matériau est totalement endommagé,  $g(d_i, d_j) = 1$ .

$$\begin{aligned}
g_{12}(d_1, d_2) &= \frac{A1_{66}d_1 + A2_{66}d_2}{1 + A1_{66}d_1 + A2_{66}d_2} \\
g_{13}(d_1, d_3) &= \frac{A1_{55}d_1 + A3_{55}d_3}{1 + A1_{55}d_1 + A3_{55}d_3} \\
g_{23}(d_2, d_3) &= \frac{A2_{44}d_2 + A3_{44}d_3}{1 + A2_{44}d_2 + A3_{44}d_3}
\end{aligned} \quad (3.22)$$

La densité d'énergie stockée est aussi modifiée pour adapter l'écroutissage cinématique aux contraintes de frottement (Eq. 3.23).

$$w_s^{\text{friction}} = \frac{1}{2} \{ b_4 \alpha_4^2 + b_5 \alpha_5^2 + b_6 \alpha_6^2 \} \quad (3.23)$$

Les  $b_i$  sont des paramètres matériaux dont l'identification par l'expérience est nécessaire.

De ce potentiel thermodynamique dérivent les fonctions d'état suivantes (Eq. 3.24).

$$\varepsilon_1 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \sigma_1} = \frac{\langle \sigma_1 \rangle_+}{E_1} (1 + d_1) + \frac{\langle \sigma_1 \rangle_-}{E_1} - \frac{\nu_{12} \sigma_2}{E_2} - \frac{\nu_{13} \sigma_3}{E_3} \quad (3.24)$$

$$\varepsilon_2 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \sigma_2} = \frac{\langle \sigma_2 \rangle_+}{E_2} (1 + d_2) + \frac{\langle \sigma_2 \rangle_-}{E_2} - \frac{\nu_{12} \sigma_1}{E_1} - \frac{\nu_{23} \sigma_3}{E_3} \quad (3.25)$$

$$\varepsilon_3 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \sigma_3} = \frac{\langle \sigma_3 \rangle_+}{E_3} (1 + d_3) + \frac{\langle \sigma_3 \rangle_-}{E_3} - \frac{\nu_{13} \sigma_1}{E_1} - \frac{\nu_{23} \sigma_2}{E_2} \quad (3.26)$$

$$\varepsilon_4 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \sigma_4} = \frac{(\sigma_4 - \sigma_4^\pi)}{G_{23}} (1 + A2_{44}d_2 + A3_{44}d_3) \quad (3.27)$$

$$\varepsilon_5 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \sigma_5} = \frac{(\sigma_5 - \sigma_5^\pi)}{G_{13}} (1 + A1_{55}d_1 + A3_{55}d_3) \quad (3.28)$$

$$\varepsilon_6 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \sigma_6} = \frac{(\sigma_6 - \sigma_6^\pi)}{G_{12}} (1 + A1_{66}d_1 + A2_{66}d_2) \quad (3.29)$$

$$\varepsilon_4^\pi = -\rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \sigma_4^\pi} = \frac{(\sigma_4 - \sigma_4^\pi)}{G_{23}} (1 + A_{244}d_2 + A_{344}d_3) - \frac{\sigma_4^\pi}{G_{23}g_{23}(d_2, d_3)} \quad (3.30)$$

$$\varepsilon_5^\pi = -\rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \sigma_5^\pi} = \frac{(\sigma_5 - \sigma_5^\pi)}{G_{13}} (1 + A_{155}d_1 + A_{355}d_3) - \frac{\sigma_5^\pi}{G_{13}g_{13}(d_1, d_3)} \quad (3.31)$$

$$\varepsilon_6^\pi = -\rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \sigma_6^\pi} = \frac{(\sigma_6 - \sigma_6^\pi)}{G_{12}} (1 + A_{166}d_1 + A_{266}d_2) - \frac{\sigma_6^\pi}{G_{12}g_{12}(d_1, d_2)} \quad (3.32)$$

$$X_4 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \alpha_4} = b_4 \alpha_4 \quad (3.33)$$

$$X_5 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \alpha_5} = b_5 \alpha_5 \quad (3.34)$$

$$X_6 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial \alpha_6} = b_6 \alpha_6 \quad (3.35)$$

$$Y_1 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial d_1} = \frac{1}{2} \frac{<\sigma_1>_+^2}{E_1} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_6 - \sigma_6^\pi)^2 A_{166}}{G_{12}} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_6^\pi)^2}{G_{12}} \frac{\partial}{\partial d_1} \left[ \frac{1}{g_{12}(d_1, d_2)} \right] + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_5 - \sigma_5^\pi)^2 A_{155}}{G_{13}} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_5^\pi)^2}{G_{13}} \frac{\partial}{\partial d_1} \left[ \frac{1}{g_{13}(d_1, d_3)} \right] \quad (3.36)$$

$$Y_2 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial d_2} = \frac{1}{2} \frac{<\sigma_2>_+^2}{E_2} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_4 - \sigma_4^\pi)^2 A_{244}}{G_{23}} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_4^\pi)^2}{G_{23}} \frac{\partial}{\partial d_2} \left[ \frac{1}{g_{23}(d_2, d_3)} \right] + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_6 - \sigma_6^\pi)^2 A_{266}}{G_{12}} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_6^\pi)^2}{G_{12}} \frac{\partial}{\partial d_2} \left[ \frac{1}{g_{12}(d_1, d_2)} \right] \quad (3.37)$$

$$Y_3 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial d_3} = \frac{1}{2} \frac{<\sigma_3>_+^2}{E_3} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_5 - \sigma_5^\pi)^2 A_{355}}{G_{13}} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_5^\pi)^2}{G_{13}} \frac{\partial}{\partial d_3} \left[ \frac{1}{g_{13}(d_1, d_3)} \right] + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_4 - \sigma_4^\pi)^2 A_{344}}{G_{23}} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_4^\pi)^2}{G_{23}} \frac{\partial}{\partial d_3} \left[ \frac{1}{g_{23}(d_2, d_3)} \right] \quad (3.38)$$

### 1.3.2 Formulation des fonctions seuils et des lois d'évolution pour le frottement interne

Les fonctions seuil  $f_4^\pi$ ,  $f_5^\pi$  et  $f_6^\pi$  sont définies pour introduire des conditions de chargements/déchargements (Eq. 3.39). Elles sont construites en considérant la résistance au frottement et les effets de confinement.

$$f_4^\pi = |\sigma_4^\pi - X_4| + \mu_4 (<\sigma_2>_- + <\sigma_3>_-) \leq 0 \quad (3.39)$$

$$f_5^\pi = |\sigma_5^\pi - X_5| + \mu_5 (<\sigma_1>_- + <\sigma_3>_-) \leq 0 \quad (3.40)$$

$$f_6^\pi = |\sigma_6^\pi - X_6| + \mu_6 (<\sigma_1>_- + <\sigma_2>_-) \leq 0 \quad (3.41)$$

$\mu_i$  est assimilable à un coefficient de frottement, c'est un paramètre matériau à identifier sur des essais de cisaillement confinés.

Les lois d'évolution découlent du pseudo-potential de dissipation  $F^\pi$  au travers de la règle de normalité. La loi de frottement est non-associée et son expression basée sur [ARMSTRONG et FREDERICK, 1966] considère que l'écoulement est possible seulement dans une direction (Eq. 3.42). Un paramètre d'écrouissage cinématique  $a_i$  apparaît, il sera à identifier avec  $b_i$  introduit dans le potentiel sur des essais cycliques.

$$F_i^\pi = |\sigma_i^\pi - X_i| + \frac{1}{2} a_i X_i^2 \quad (3.42)$$

L'équation (Eq. 3.43) exprime la règle de normalité avec l'introduction d'un multiplicateur de plasticité,  $\dot{\lambda}^\pi$ .

$$\begin{aligned} \dot{\varepsilon}_i^\pi &= \dot{\lambda}_i^\pi \frac{\partial F_i^\pi}{\partial \sigma_i^\pi} = \dot{\lambda}_i^\pi \frac{\sigma_i^\pi - X_i}{|\sigma_i^\pi - X_i|} \\ \dot{\alpha}_i &= -\dot{\lambda}_i^\pi \frac{\partial F_i^\pi}{\partial X_i} = \dot{\lambda}_i^\pi \left( \frac{\sigma_i^\pi - X_i}{|\sigma_i^\pi - X_i|} - a_i X_i \right) \end{aligned} \quad (3.43)$$

### 1.3.3 Résumé des variables et des paramètres de la loi de comportement

Les tableaux suivants récapitulent les variables (Tab.3.1) et paramètres (Tab.3.2) du modèle.

Variables d'état ( $V_k$ )	Variables associées ( $A_k$ )
$\varepsilon_i$	$\sigma_i$
$\varepsilon_i^\pi$	$\sigma_i^\pi$
$\alpha_i$	$X_i$
$d_i$	$Y_i$

**Tableau 3.1:** Tableau récapitulatif des variables du modèle

Mécanisme	Nom du paramètre	Symbole
Elasticité	Module d'Young dans la direction $i$	$E_i$
	Coefficient de Poisson $ij$	$\nu_{ij}$
	Module de cisaillement dans le plan $ij$	$G_{ij}$
Seuil et évolution de l'endommagement	Participation de $\varepsilon_{ij}$ dans la direction d'extension $i$	$\beta_{ij}$
	Seuil de déformation dans la direction $i$	$k_i$
	Sensibilité de l'endommagement $d_i$	$\chi_i$
Endommagement de cisaillement	Impact de $d_i$ sur $\sigma_l$	$A_{il}$
	Impact de $d_j$ sur $\sigma_l$	$A_{jl}$
Seuil et évolution du frottement	Coefficient de frottement de la composante $i$	$\mu_i$
	Paramètres d'écrouissage de $\sigma_i^\pi$	$a_i$
	Intensité du glissement de $\sigma_i^\pi$	$b_i$

**Tableau 3.2:** Tableau récapitulatif des paramètres du modèle

## 1.4 Admissibilité thermodynamique

Le potentiel thermodynamique (Eq.3.20, 3.21 et 3.23) est convexe en tant que somme de termes quadratiques. L'utilisation du cadre non-standard pour la loi d'endommagement nécessite la preuve de la positivité de la dissipation  $\mathcal{D}$  (rappel p.37).

Dans [LEMAITRE et al., 2009], la dissipation  $\mathcal{D}$  est exprimée avec les variables d'état ( $V_k$  du tableau 3.1) et les variables associées ( $A_k$  du tableau 3.1) (Eq. 3.44).

$$\mathcal{D} = \sum_k A_k \dot{V}_k \quad (3.44)$$

$\mathcal{D}$  est décomposée par mécanismes (Eq. 3.45).

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_{damage} + \mathcal{D}_{sliding} \quad (3.45)$$

La dissipation associée à l'endommagement  $\mathcal{D}_{damage}$  (Eq.3.46) est déduite de la table des variables (Tab.3.1) et de l'équation de dissipation (Eq. 3.44).

$$\mathcal{D}_{damage} = Y_1 \dot{d}_1 + Y_2 \dot{d}_2 + Y_3 \dot{d}_3 \quad (3.46)$$

L'étude de  $\mathcal{D}_{damage}$  (Annexe A, p.155) montre que certains trajets de chargements peuvent induire une dissipation négative. Sans contraintes normales,  $Y_1$  est négatif quand  $\varepsilon_6^2 \leq (\varepsilon_6 - \varepsilon_6^\pi)^2$  or  $\varepsilon_5^2 \leq (\varepsilon_5 - \varepsilon_5^\pi)^2$ , et  $\dot{d}_1 \geq 0$ . Pour  $Y_2$  et  $Y_3$ , les mêmes constats peuvent être faits. Cette violation du cadre thermodynamique peut être évitée en posant la condition

suivante (Eq. 3.47).

$$Y_i < 0 \implies \dot{d}_i = 0 \quad (3.47)$$

L'équation (Eq. 3.48) représente  $\mathcal{D}_{sliding}$ .

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_{sliding} &= \sigma_4^\pi \dot{\varepsilon}_4^\pi + \sigma_5^\pi \dot{\varepsilon}_5^\pi + \sigma_6^\pi \dot{\varepsilon}_6^\pi - X_4 \dot{\alpha}_4 - X_5 \dot{\alpha}_5 - X_6 \dot{\alpha}_6 \\ &= \dot{\lambda}_4^\pi \frac{(\sigma_4^\pi - X_4)^2}{|\sigma_4^\pi - X_4|} + \dot{\lambda}_5^\pi \frac{(\sigma_5^\pi - X_5)^2}{|\sigma_5^\pi - X_5|} + \dot{\lambda}_6^\pi \frac{(\sigma_6^\pi - X_6)^2}{|\sigma_6^\pi - X_6|} \\ &\quad + \dot{\lambda}_4^\pi a_4 b_4^2 \alpha_4^2 + \dot{\lambda}_5^\pi a_5 b_5^2 \alpha_5^2 + \dot{\lambda}_6^\pi a_6 b_6^2 \alpha_6^2 \end{aligned} \quad (3.48)$$

$\mathcal{D}_{sliding}$  montre que les conditions  $\dot{\lambda}_i^\pi \geq 0$  et  $a_i \geq 0$  sont nécessaires pour assurer la positivité de la dissipation de frottement.

Lorsque ces conditions sont respectées, la dissipation intrinsèque est positive ( $\mathcal{D} \geq 0$ ). Par conséquent, les équations constitutives du modèle respectent le second principe de la thermodynamique.

**Remarque :** La négativité de la dissipation vient de la forme du couplage entre l'endommagement et la plasticité pour le frottement interne (Annexe A, p.155). Lorsque  $g(D)$  est une fonction croissante, le comportement physique (i.e. le frottement interne augmente avec l'endommagement) est bien représenté, mais le second principe de la thermodynamique est violé. Néanmoins, quand  $g(D)$  est décroissante, le second principe est respecté, mais le couplage entre endommagement et frottement interne n'est pas physique. Ici, le choix de la physique sur la thermodynamique est fait. De plus, le trajet de chargement impliquant une dissipation négative est rare, voire inaccessible. Par ailleurs, au cours de ces travaux de thèse, la négativité de la dissipation n'a jamais été rencontrée.

## 2 Implémentation numérique et régularisation

L'implémentation numérique de la loi de comportement ainsi formulée dans un code de calcul aux éléments finis (i.e. calcul piloté en déformations) doit être explicitée. Au temps  $\tau + \Delta\tau$ , une déformation  $\varepsilon^{\tau+\Delta\tau} = \varepsilon^\tau + \Delta\varepsilon$  est appliquée dans la loi de comportement avec  $\varepsilon^\tau$  la déformation au temps  $\tau$  et  $\Delta\varepsilon$  l'incrément de déformation.

La déformation est exprimée dans la base naturelle de la maçonnerie en appliquant une rotation comme dans l'équation (Eq. 3.49).  $\varepsilon^{*(\tau+\Delta\tau)}$  et  $\sigma^{*(\tau+\Delta\tau)}$  sont les déformations et les contraintes exprimées dans le repère général,  $\varepsilon^{\tau+\Delta\tau}$  et  $\sigma^{\tau+\Delta\tau}$  sont les déformations et les contraintes exprimées dans la base naturelle de la maçonnerie et  $\mathbb{R}$  est la matrice de rotation, de la base générale vers la base naturelle. Elle est exprimée comme le produit des matrices de rotations autour de l'axe  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ . La matrice de rotation est liée à la géométrie

de l'ouvrage étudié (p.92), et est donc invariable au cours des calculs.

$$\boldsymbol{\varepsilon}^{\tau+\Delta\tau} = \mathbf{R}\boldsymbol{\varepsilon}^{*(\tau+\Delta\tau)}\mathbf{R}^T \quad (3.49)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{\tau+\Delta\tau} = \mathbf{R}\boldsymbol{\sigma}^{*(\tau+\Delta\tau)}\mathbf{R}^T \quad (3.50)$$

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_X \mathbf{R}_Y \mathbf{R}_Z \quad (3.51)$$

## 2.1 Endommagement

La formulation explicite de l'endommagement permet un calcul numérique direct pour chaque direction (Eq. 3.52).

$$\tilde{\varepsilon}_1^{\tau+\Delta\tau} = \sqrt{(\langle \varepsilon_1 \rangle^{\tau+\Delta\tau})_+^2 + \beta_{12}(\varepsilon_6^{\tau+\Delta\tau})^2 + \beta_{13}(\varepsilon_5^{\tau+\Delta\tau})^2} \quad (3.52)$$

$$\tilde{\varepsilon}_2^{\tau+\Delta\tau} = \sqrt{(\langle \varepsilon_2 \rangle^{\tau+\Delta\tau})_+^2 + \beta_{21}(\varepsilon_6^{\tau+\Delta\tau})^2 + \beta_{23}(\varepsilon_4^{\tau+\Delta\tau})^2} \quad (3.53)$$

$$\tilde{\varepsilon}_3^{\tau+\Delta\tau} = \sqrt{(\langle \varepsilon_3 \rangle^{\tau+\Delta\tau})_+^2 + \beta_{31}(\varepsilon_5^{\tau+\Delta\tau})^2 + \beta_{32}(\varepsilon_4^{\tau+\Delta\tau})^2} \quad (3.54)$$

Le seuil peut alors être testé. Si  $f_i \leq 0$ , l'endommagement n'évolue pas :  $d_i^{\tau+\Delta\tau} = d_i^\tau$ . Si  $f_i > 0$ , l'endommagement évolue suivant l'équation (Eq.3.55) pour chaque direction, normale d'un plan de fissuration.

$$d_i^{\tau+\Delta\tau} = \frac{\tilde{\varepsilon}_i^{\tau+\Delta\tau}}{K_i} e^{S_i(\tilde{\varepsilon}_i^{\tau+\Delta\tau} - k_i)} - 1 \quad (3.55)$$

## 2.2 Frottement interne

Pour le frottement interne, un algorithme de retour radial [ORTIZ et SIMO, 1986] est utilisé pour résoudre le schéma implicite. Dans l'application du schéma, les éléments indexés  $\tau$  et  $\tau + \Delta\tau$  correspondent toujours aux éléments liés aux pas de temps de l'algorithme, alors que  $k$  et  $k + 1$  font référence au pas internes du schéma implicite pour la résolution du frottement interne.

Un premier pas élastique est effectué pour déterminer  $(\sigma_4^\pi)^{trial}$ ,  $(\sigma_5^\pi)^{trial}$  et  $(\sigma_6^\pi)^{trial}$  (Eq 3.56).

$$(\sigma_4^\pi)^{trial \ \tau+\Delta\tau} = (\varepsilon_4^{\tau+\Delta\tau} - (\varepsilon_4^\pi)^\tau) G_{23} g(d_2^{\tau+\Delta\tau} d_3^{\tau+\Delta\tau}) \quad (3.56)$$

$$(\sigma_5^\pi)^{trial \ \tau+\Delta\tau} = (\varepsilon_5^{\tau+\Delta\tau} - (\varepsilon_5^\pi)^\tau) G_{13} g(d_1^{\tau+\Delta\tau} d_3^{\tau+\Delta\tau}) \quad (3.57)$$

$$(\sigma_6^\pi)^{trial \ \tau+\Delta\tau} = (\varepsilon_6^{\tau+\Delta\tau} - (\varepsilon_6^\pi)^\tau) G_{12} g(d_1^{\tau+\Delta\tau} d_2^{\tau+\Delta\tau}) \quad (3.58)$$

Après application de l'incrément de déformation à endommagement fixé, un processus itératif avec return mapping, utilisant un schéma de Newton-Raphson, est utilisé pour résoudre les équations suivantes :  $f_{12}^\pi = 0$ ,  $f_{13}^\pi = 0$  et  $f_{23}^\pi = 0$ . Un développement de Taylor

d'ordre 1 de  $f$  permet de trouver l'équation (Eq. 3.59).

$$f_i^\pi|_{k+1} = 0 \approx f_i^\pi|_k + \frac{\partial f_i^\pi}{\partial \sigma_i^\pi} \Big|_k \delta \sigma_i^\pi|_{k+1} + \frac{\partial f_i^\pi}{\partial X_i} \Big|_k \delta X_i|_{k+1} \quad (3.59)$$

Au cours du processus itératif, la déformation totale n'évolue pas. En considérant l'équation (Eq. 3.43), les équations (Eq. 3.60 à 3.63) sont exprimées.

$$\delta \sigma_4^\pi|_{k+1} = - \delta \lambda_4^\pi|_{k+1} (G_{23} g_{23}(d_2, d_3)) \frac{\partial F_4^\pi}{\partial \sigma_4^\pi} \Big|_k \quad (3.60)$$

$$\delta \sigma_5^\pi|_{k+1} = - \delta \lambda_5^\pi|_{k+1} (G_{13} g_{13}(d_1, d_3)) \frac{\partial F_5^\pi}{\partial \sigma_5^\pi} \Big|_k \quad (3.61)$$

$$\delta \sigma_6^\pi|_{k+1} = - \delta \lambda_6^\pi|_{k+1} (G_{12} g_{12}(d_1, d_2)) \frac{\partial F_6^\pi}{\partial \sigma_6^\pi} \Big|_k \quad (3.62)$$

$$\delta X_i|_{k+1} = - \delta \lambda_i^\pi|_{k+1} b_i^\pi \frac{\partial F_i^\pi}{\partial X_i} \Big|_k \quad (3.63)$$

Les multiplicateurs plastiques sont définis dans les équations suivantes (Eq. 3.64).

$$\delta \lambda_4^\pi|_{k+1} = \frac{f_4^\pi|_k}{\frac{\partial f_4^\pi}{\partial \sigma_4^\pi} \Big|_k (G_{23} g_{23}(d_2, d_3)) \frac{\partial F_4^\pi}{\partial \sigma_4^\pi} \Big|_k + \frac{\partial f_4^\pi}{\partial X_4} \Big|_k b_4^\pi \frac{\partial F_4^\pi}{\partial X_4} \Big|_k} \quad (3.64)$$

$$\delta \lambda_5^\pi|_{k+1} = \frac{f_5^\pi|_k}{\frac{\partial f_5^\pi}{\partial \sigma_5^\pi} \Big|_k (G_{13} g_{13}(d_1, d_3)) \frac{\partial F_5^\pi}{\partial \sigma_5^\pi} \Big|_k + \frac{\partial f_5^\pi}{\partial X_5} \Big|_k b_5^\pi \frac{\partial F_5^\pi}{\partial X_5} \Big|_k} \quad (3.65)$$

$$\delta \lambda_6^\pi|_{k+1} = \frac{f_6^\pi|_k}{\frac{\partial f_6^\pi}{\partial \sigma_6^\pi} \Big|_k (G_{12} g_{12}(d_1, d_2)) \frac{\partial F_6^\pi}{\partial \sigma_6^\pi} \Big|_k + \frac{\partial f_6^\pi}{\partial X_6} \Big|_k b_6^\pi \frac{\partial F_6^\pi}{\partial X_6} \Big|_k} \quad (3.66)$$

$$(3.67)$$

Un schéma itératif est mis en place, illustré dans l'algorithme (Alg.1, p.61). Deux critères d'arrêts sont utilisés :  $f_i^\pi|_k \leq 1.E - 8$  ou  $\delta \lambda_i^\pi|_k \leq 1.E - 8$ .

## 2.3 Implémentation numérique de l'effet unilatéral

Le calcul de la contrainte  $\sigma$  peut être obtenu par inversion des lois d'états (Eq. 3.24), mais la présence de parties positives et négatives rend cela impossible. On procédera donc autrement, au travers d'un schéma itératif.

Dans un premier temps, grâce à la loi d'élasticité, on calcule les contraintes (Eq.3.69)

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{13} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & 0 & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & S_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & S_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & S_{66} \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{pmatrix} \quad (3.68)$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sqrt{2}\sigma_{23} \\ \sqrt{2}\sigma_{13} \\ \sqrt{2}\sigma_{12} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{pmatrix} : \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{23} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{13} \\ \sqrt{2}\varepsilon_{12} \end{pmatrix} \quad (3.69)$$

Avec les termes du tenseur  $\mathbb{C}$  exprimés en fonction des termes du tenseur  $\mathbb{S}$  (Eq.3.70 à 3.72).

$$C_{11} = \frac{S_{22}S_{33} - S_{23}^2}{\Delta S} ; C_{12} = \frac{S_{13}S_{23} - S_{12}S_{33}}{\Delta S} ; C_{13} = \frac{S_{12}S_{23} - S_{13}S_{22}}{\Delta S} \quad (3.70)$$

$$C_{22} = \frac{S_{11}S_{33} - S_{13}^2}{\Delta S} ; C_{23} = \frac{S_{12}S_{13} - S_{23}S_{11}}{\Delta S} ; C_{33} = \frac{S_{22}S_{11} - S_{12}^2}{\Delta S} \quad (3.71)$$

$$\Delta S = S_{11}S_{22}S_{33} - S_{11}S_{23}^2 - S_{33}S_{12}^2 + 2S_{12}S_{23}S_{13} \quad (3.72)$$

Les contraintes normales ainsi calculées sont soit positives, soit négatives. Chaque combinaison de signes des contraintes normales donne une raideur fonction ou non de l'endommagement. Il y a 8 cas, pour chacun, les valeurs sont différentes (Tab.3.3).



Cas	1	2	3	4	5	6	7	8
$sign(\sigma_1)$	+	-	+	+	-	-	+	-
$sign(\sigma_2)$	+	+	-	+	-	+	-	-
$sign(\sigma_3)$	+	+	+	-	+	-	-	-
$S_{11}$	$\frac{1+d_1}{E_1}$	$\frac{1}{E_1}$	$\frac{1+d_1}{E_1}$	$\frac{1+d_1}{E_1}$	$\frac{1}{E_1}$	$\frac{1}{E_1}$	$\frac{1+d_1}{E_1}$	$\frac{1}{E_1}$
$S_{22}$	$\frac{1+d_2}{E_2}$	$\frac{1+d_2}{E_2}$	$\frac{1}{E_2}$	$\frac{1+d_2}{E_2}$	$\frac{1}{E_2}$	$\frac{1+d_2}{E_2}$	$\frac{1}{E_2}$	$\frac{1}{E_2}$
$S_{33}$	$\frac{1+d_3}{E_3}$	$\frac{1+d_3}{E_3}$	$\frac{1+d_3}{E_3}$	$\frac{1}{E_3}$	$\frac{1+d_3}{E_3}$	$\frac{1}{E_3}$	$\frac{1}{E_3}$	$\frac{1}{E_3}$

**Tableau 3.3:** Description des différents cas de figure pour le calcul de  $\sigma$

On recommence l'opération avec les nouvelles raideurs. Si le signe de chaque contrainte normale n'a pas évolué, le processus itératif s'arrête, si le signe d'une ou plusieurs contraintes normales a changé au cours de l'itération, dans ce cas on répète l'opération jusqu'à la stabilité des signes des contraintes.

## 2.4 Présentation de l'algorithme

**Algorithm 1** Algorithme général du modèle

1. Entrées :  $\varepsilon^\tau, \Delta\varepsilon, \sigma^\tau, d_1^\tau, d_2^\tau, d_3^\tau, (\varepsilon_4^\pi)^\tau, (\varepsilon_5^\pi)^\tau, (\varepsilon_6^\pi)^\tau, X_4^\tau, X_5^\tau, X_6^\tau$ .
2. Actualisation du tenseur de déformation :  $\varepsilon^{\tau+\Delta\tau} = \varepsilon^\tau + \Delta\varepsilon$
3. Rotation du tenseur de déformation dans la base d'orthotropie de la maçonnerie (Eq. 3.49)
4. **Endommagement**
  - (a) Calcul des mesures de l'extension :  $\tilde{\varepsilon}_1^{\tau+\Delta\tau}, \tilde{\varepsilon}_2^{\tau+\Delta\tau}, \tilde{\varepsilon}_3^{\tau+\Delta\tau}$  (Eq. 3.52)
  - (b) Calcul des fonctions seuil :  $f_1, f_2, f_3$  (Eq. 3.16)
  - (c) Actualisation conditionnelle de l'endommagement :
    - si  $f_i \leq 0$  ou  $Y_i < 0 \rightarrow d_i^{\tau+\Delta\tau} = d_i^\tau$
    - si  $f_i > 0 \rightarrow d_i^{\tau+\Delta\tau}$  (Eq. 3.55)
5. **Vérification des signes des contraintes**
  - (a) Calcul de  $\sigma_1^{\tau+\Delta\tau}, \sigma_2^{\tau+\Delta\tau}$  et  $\sigma_3^{\tau+\Delta\tau}$ . (Eq. 3.69)
  - (b) Comparaison des signes  $\sigma_1^{\tau+\Delta\tau}, \sigma_2^{\tau+\Delta\tau}$  et  $\sigma_3^{\tau+\Delta\tau}$  :
    - Si les signes sont les mêmes :  $\sigma_1^{\tau+\Delta\tau}, \sigma_2^{\tau+\Delta\tau}$  et  $\sigma_3^{\tau+\Delta\tau}$
    - Si les signes sont différents :  $\sigma_1^{\tau+\Delta\tau}, \sigma_2^{\tau+\Delta\tau}$  et  $\sigma_3^{\tau+\Delta\tau}$  sont recalculés avec la nouvelle condition de signe
6. **Frottement interne**
  - (a) Calcul des contraintes de frottements tests (Eq. 3.56) :  $(\sigma_4^\pi)^{trial}, (\sigma_5^\pi)^{trial}, (\sigma_6^\pi)^{trial}$
  - (b) Calcul des fonctions seuils de frottement :  $f_4^\pi, f_5^\pi, f_6^\pi$  (Eq. 3.39)
  - (c) Actualisation des variables de frottement interne :
    - si  $f_i^\pi \leq 0 \rightarrow (\sigma_4^\pi)^{\tau+\Delta\tau} = (\sigma_4^\pi)^{trial}, (\sigma_5^\pi)^{\tau+\Delta\tau} = (\sigma_5^\pi)^{trial}, (\sigma_6^\pi)^{\tau+\Delta\tau} = (\sigma_6^\pi)^{trial}$  et pas d'évolution des variables internes
    - si  $f_i^\pi > 0 \rightarrow$  Retour radial
      - i. Calcul des multiplicateurs plastique :  $\delta\lambda_i^\pi \Big|_{k+1}$  (Eq. 3.64)
      - ii. Actualisation des variables :  $\sigma_i^\pi \Big|_{k+1}$  (Eq. 3.60),  $X_i \Big|_{k+1}$  (Eq. 3.63)
      - iii. Calcul des fonctions seuil de frottement :  $f_i^\pi \Big|_{k+1}$  (Eq. 3.39)
      - iv. Test de convergence : si  $\left| f_i^\pi \Big|_{k+1} \right| \leq 1E-8$  ou  $\delta\lambda_i^\pi \Big|_{k+1} \leq 1E-8 \rightarrow$  fin du schéma itératif, sinon revenir à i.
7. Rotation du tenseur de contraintes dans le repère général
8. Sorties :  $\varepsilon^{\tau+\Delta\tau}, \sigma^{\tau+\Delta\tau}, d_1^{\tau+\Delta\tau}, d_2^{\tau+\Delta\tau}, d_3^{\tau+\Delta\tau}, (\varepsilon_4^\pi)^{\tau+\Delta\tau}, (\varepsilon_5^\pi)^{\tau+\Delta\tau}, (\varepsilon_6^\pi)^{\tau+\Delta\tau}, X_4^{\tau+\Delta\tau}, X_5^{\tau+\Delta\tau}, X_6^{\tau+\Delta\tau}$

## 2.5 Problème de localisation et régularisation en énergie

L'utilisation de modèle de comportement adoucissant dans le cadre des éléments finis peut induire une problématique de non-objectivité du résultat vis-à-vis du maillage. Cette problématique, observée par exemple dans [JIRÁSEK, 2002], apparaît avec la localisation des déformations. Pour éviter ce problème, une régularisation en énergie [HILLERBORG, 1978] est utilisée en définissant une relation explicite entre les paramètres du modèle, l'énergie de fissuration dans la direction  $i$   $Gf_i$  et la taille de maille dans la direction  $i$ ,  $h_i$ .

Dans le cadre des travaux développés dans ce manuscrit, la régularisation en énergie est préférée de par sa simplicité et l'absence de surcoût de calcul engendré.

### Régularisation en énergie :

L'énergie de fissuration d'un matériau donnée par la mécanique non-linéaire de la rupture [HILLERBORG, MODÉER et PETERSSON, 1976] s'écrit comme dans l'équation (Eq. 3.73).

$$Gf = \int_0^{+\infty} \sigma dw = h \int_0^{+\infty} \sigma d\varepsilon^f \quad (3.73)$$

Avec  $h$  la taille d'un élément et  $\varepsilon^f$  la déformation d'ouverture de fissure et  $w$  l'ouverture de fissure. Cela implique que  $\sigma$  doit être intégrable en  $+\infty$ . En 1D cela revient à l'équation (Eq. 3.74).

$$\sigma = \frac{E\varepsilon}{1+d} \quad (3.74)$$

L'évolution de l'endommagement est inspirée de [BORST et al., 1993].  $Gf$  est exprimée avec les équations (Eq.3.73) et (Eq.3.74), en considérant que la régularisation peut se faire sur l'ensemble de l'énergie (élastique et anélastique) [MATALLAH, LA BORDERIE et MAUREL, 2010].

$$Gf_i = h_i \int_0^{+\infty} \frac{E_i \varepsilon}{1+d_i} d\varepsilon = \frac{E_i k_i h_i}{\chi_i} + \frac{E_i h_i (k_i)^2}{2} \quad (3.75)$$

Cela donne une relation entre  $\chi_i$  et  $h_i$ , la taille de l'élément dans la direction  $i$ .

$$\chi_i = \frac{E_i k_i h_i}{Gf_i - \frac{1}{2} E_i h_i (k_i)^2} \quad (3.76)$$

Cet ensemble de relations (Eq.3.75 et 3.76) est établi pour chaque direction normale. Enfin, la régularisation est faite sur l'énergie en traction simple 1D dans chaque direction sa validation sera faite sur un calcul de structure.

### 3 Validation numérique

Cette section présente quelques résultats pour illustrer et valider la formulation et l'implémentation sur des essais de robustesse et de validation à l'échelle de l'élément et de la structure.

#### 3.1 Validation de l'implémentation numérique et essai de robustesse

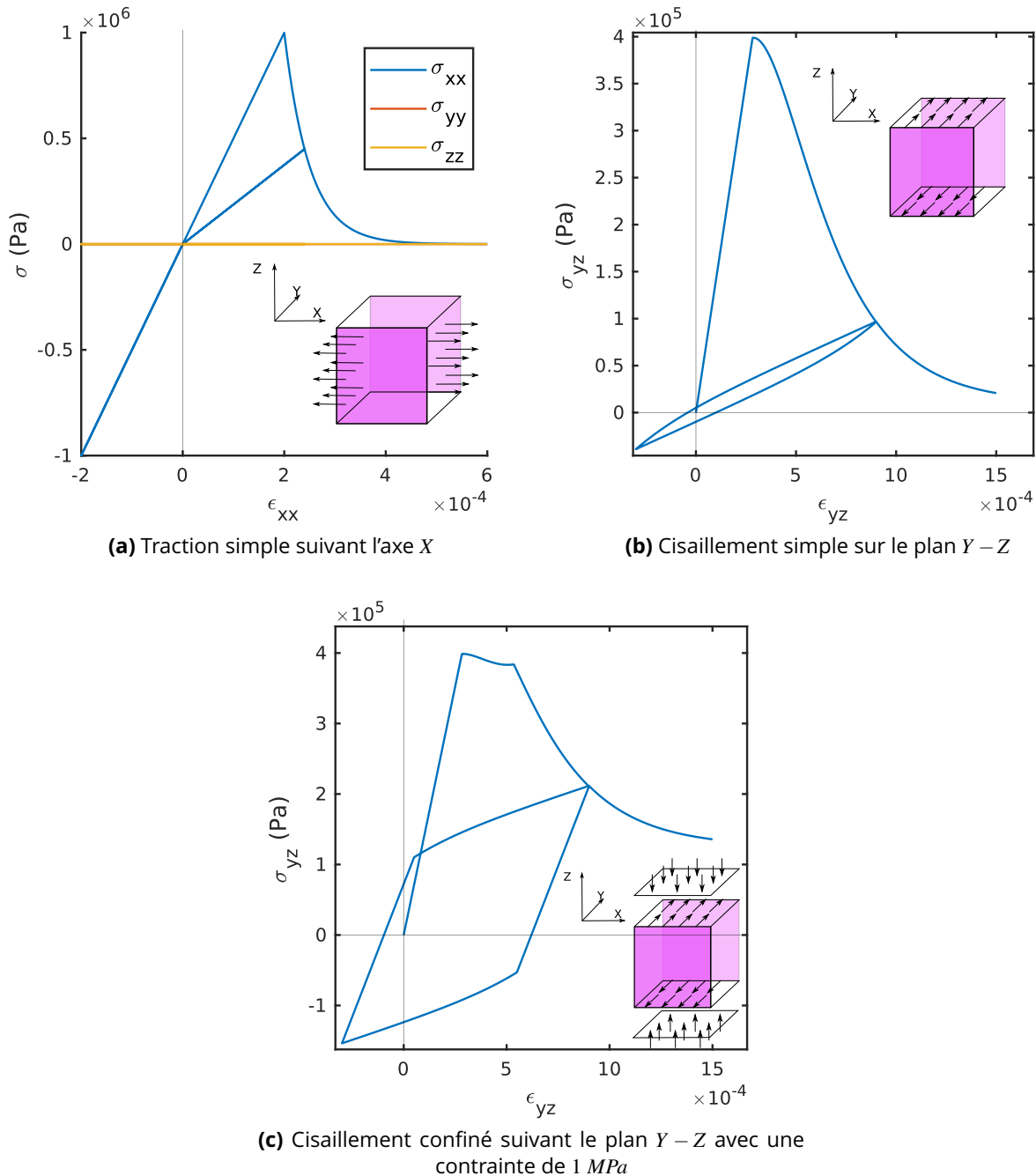
Ces tests sont réalisés sur un élément linéaire (CUB8) dans Cast3m. Le tableau suivant (Tab.3.4) montre les paramètres des essais sur un élément. Ces paramètres sont choisis pour accentuer les orthotropies du matériau pour le contrôle de la robustesse numérique.

Paramètres élastiques	Valeurs	Paramètres de limite élastique	Valeurs
$E_1$	5 GPa	$k_1$	$2.E - 4$
$E_2$	4 GPa	$k_2$	$1.E - 4$
$E_3$	8 GPa	$k_3$	$4.E - 4$
$\nu_{12}$	0.1	$\beta_{12}$	0.5
$\nu_{13}$	0.2	$\beta_{13}$	0.5
$\nu_{23}$	0.15	$\beta_{23}$	0.5
$G_{12}$	6.4 GPa	$\beta_{21}$	0.5
$G_{13}$	4.4 GPa	$\beta_{31}$	0.5
$G_{23}$	1.4 GPa	$\beta_{32}$	0.5
Paramètres d'endommagement	Valeurs	Paramètres de frottement	Valeurs
$\chi_1$	20000	$\mu_1$	0.1
$\chi_2$	10000	$\mu_2$	0.1
$\chi_3$	15000	$\mu_3$	0.1
$A1_6$	0.5	$a_1$	$1.E - 4$
$A1_{55}$	0.5	$a_2$	$1.E - 4$
$A2_{44}$	0.5	$a_3$	$1.E - 4$
$A2_{66}$	0.5	$b_1$	$1.E8$
$A3_{55}$	0.5	$b_2$	$1.E8$
$A3_{44}$	0.5	$b_3$	$1.E8$

**Tableau 3.4:** Récapitulatif des paramètres pour les essais à l'échelle d'un élément de volume

### 3.1.1 Essais unilatéraux :

Dans le but de valider l'implémentation de l'algorithme (Alg.1), trois tests sont menés. Le premier est un test cyclique de traction/compression pour vérifier l'endommagement et l'effet unilatéral. Le second est un test de cisaillement cyclique sans confinement, pour observer l'endommagement de cisaillement et le frottement. Le dernier est un cisaillement cyclique avec un confinement de 1 MPa pour regarder son effet sur la réponse.



**FIGURE 3.2:** Réponses des essais sur un élément CUB8

Le premier test, en traction simple, (Fig. 3.2a) montre l'endommagement et l'effet unilatéral.  $\varepsilon_{xx}$  varie de 0 à  $2.5 \cdot 10^{-4}$  puis décroît jusqu'à  $-2. \cdot 10^{-4}$ , et remonte jusqu'à  $5. \cdot 10^{-4}$ . Quand la contrainte devient négative, elle n'est plus impactée par l'endommagement et la raideur initiale est retrouvée.

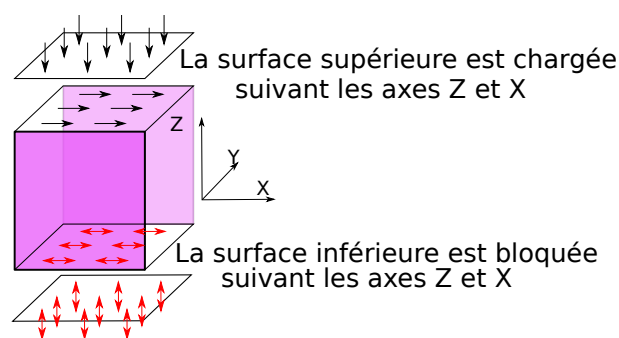
Le second test, en cisaillement, (Fig. 3.2b) montre un endommagement sans impact de l'effet unilatéral. Aucun confinement n'est considéré et un léger comportement hystérétique dû à l'écrouissage cinématique apparaît. La contrainte tend vers 0 quand la déformation tend vers  $+\infty$ .

Le dernier test, un cisaillement avec un confinement de 1 MPa suivant l'axe Z, (Fig. 3.2c) montre un comportement hystérétique fort. La contrainte tend vers 0.1 MPa lorsque la déformation tend vers  $+\infty$ , ce qui correspond à la contrainte de frottement attendue ( $\mu_{13} \cdot 1\text{MPa} = 0.1\text{MPa}$ ). On remarque aussi l'apparition de deux pics, ce qui s'explique par le fait que la déformation de cisaillement gouverne deux variables d'endommagement, dont les seuils sont différents.

Ces résultats valident l'implémentation de l'algorithme (Alg.1) et illustrent le comportement formulé.

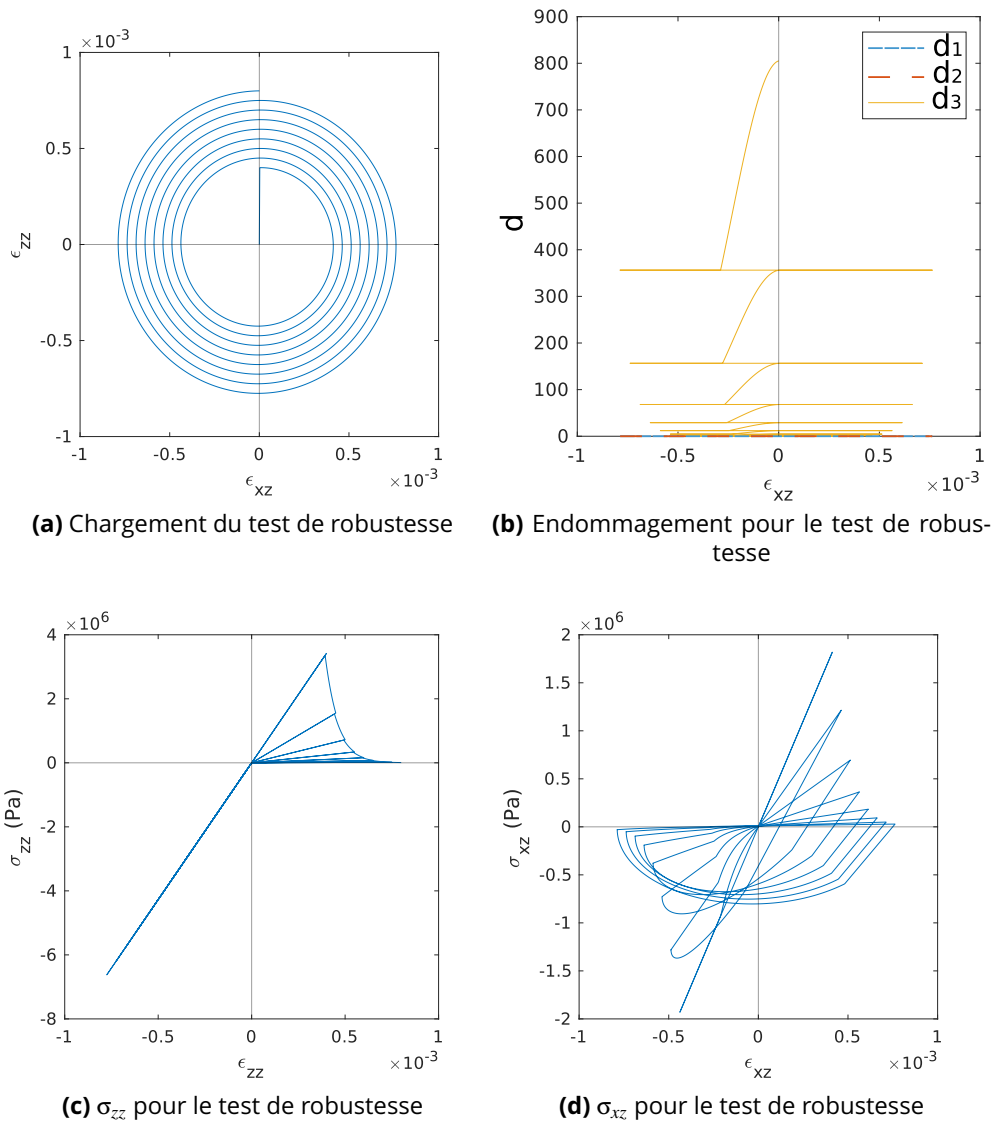
### 3.1.2 Test de robustesse numérique

Ce test explore le comportement numérique sous sollicitations non-proportionnelles. L'élément (CUB8) est chargé en déplacement imposé suivant Z (déplacement normal) et la composante de cisaillement X – Z. Les conditions aux limites sont définies dans la figure suivante (Fig.3.3).



**FIGURE 3.3:** Conditions aux limites pour le test de robustesse numérique sur un élément de volume

La figure (Fig.3.4a) représente le trajet de chargement. Les figures (3.4b, 3.4c, 3.4d) présentent les résultats. Dans (Fig. 3.4b),  $d_3$  ne décroît jamais, et  $d_2$  et  $d_1$  restent égales à 0. La contrainte normale (Fig.3.4c) ressemble à un test cyclique de traction/compression, l'endommagement et l'effet unilatéral sont bien représentés. La contrainte de cisaillement (Fig.3.4d) est bien impactée par la friction au cours du chargement.



**FIGURE 3.4:** Résultats du test de robustesse

Les résultats des deux tests montrent que l'algorithme (Algo.1) est numériquement robuste pour des chargements proportionnels et non-proportionnels.

### 3.2 Validation à l'échelle structure

Deux applications sont ici traitées. La première est basée sur l'essai de cisaillement confiné d'un mur avec une ouverture rectangulaire ([VERMELTFOORT, RAIJMAKERS et JANSSEN, 1993]) et la seconde est un mur sous cisaillement cyclique confiné ([SALMANPOUR, MOJSILOVIĆ et SCHWARTZ, 2015]).

### 3.2.1 Mur avec ouverture sous sollicitation de cisaillement confiné

Ce test est décrit par ([LOURÊNÇO, DE BORST et ROTS, 1997] et [VERMELTFOORT, RAIJMAKERS et JANSSEN, 1993]). L'objectif ici n'est pas de montrer la prédictivité du modèle, mais d'éprouver la capacité de ce dernier à reproduire les mécanismes identifiés dans l'essai et reproduire les courbes d'essais au plus proche avec recalage des paramètres non-linéaires, sur un calcul de structure.

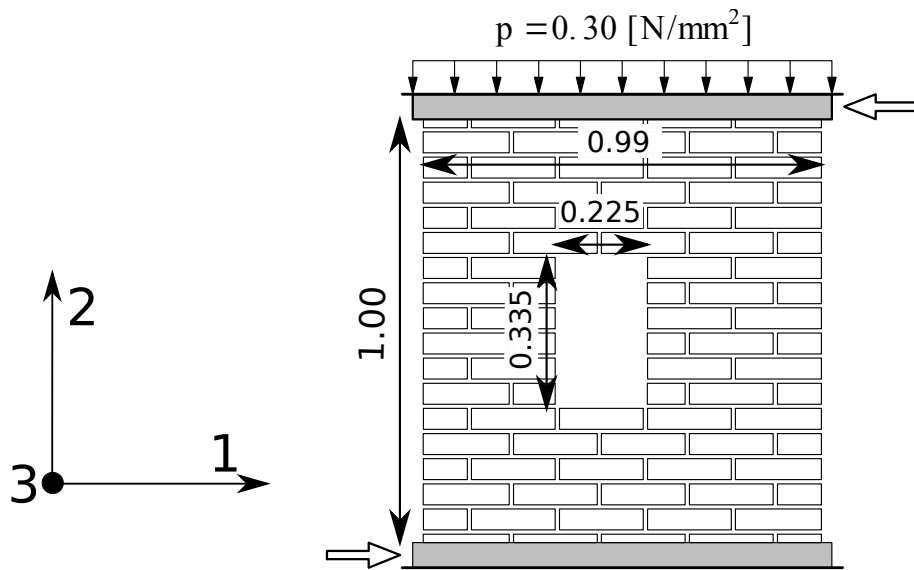
Le tableau suivant (Tab.3.5) récapitule les paramètres utilisés pour le test. Ces derniers sont issus de la littérature [PELÀ, 2009] pour les paramètres élastiques et de limite d'élasticité et de recalage pour les autres paramètres.

Paramètres élastiques	Valeurs	Paramètres de limite élastique	Valeurs
$E_1$	7.5 GPa	$k_1$	7.E – 5
$E_2$	4 GPa	$k_2$	1.2E – 4
$E_3$	2 GPa	$k_3$	
$\nu_{12}$	0.1	$\beta_{12}$	0.5
$\nu_{13}$	0.1	$\beta_{13}$	0.5
$\nu_{23}$	0.1	$\beta_{23}$	0.5
$G_{12}$	1.45 GPa	$\beta_{21}$	0.5
$G_{13}$	1.41 GPa	$\beta_{31}$	0.5
$G_{23}$	1.41 GPa	$\beta_{32}$	0.5
Paramètres d'endommagement	Valeurs	Paramètres de frottement	Valeurs
$Gf_1$	1470 J/m <sup>2</sup>	$\mu_{12}$	0.2
$Gf_2$	1440 J/m <sup>2</sup>	$\mu_{13}$	0.2
$Gf_3$		$\mu_{23}$	0.2
$A1_{12}$	1.	$a_{12}$	1.E – 8
$A1_{13}$	0.5	$a_{13}$	1.E – 8
$A2_{23}$	0.5	$a_{23}$	1.E – 8
$A2_{21}$	1.	$b_{12}$	1.E5
$A3_{31}$	0.5	$b_{13}$	1.E5
$A3_{32}$	0.5	$b_{23}$	1.E5

**Tableau 3.5:** Récapitulation des paramètres matériaux pour l'essai sur mur ouvert d'une fenêtre



La figure 3.5 représente les conditions aux limites et le confinement appliqué.

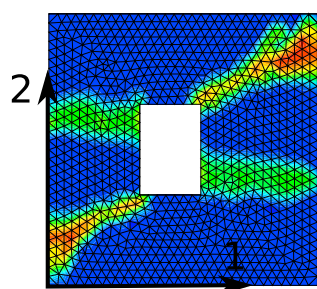


**FIGURE 3.5:** Conditions aux limites et chargements du mur avec ouverture, expérience de [VERMELTFOORT, RAIJMAKERS et JANSSEN, 1993], image de [LOURÊNÇO, DE BORST et ROTS, 1997]

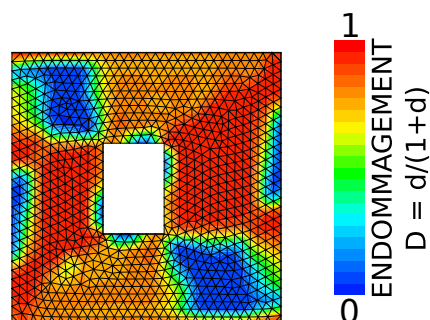
Les figures (3.6) sont la comparaison des cartes d'endommagement entre les résultats numériques (en haut) et les résultats expérimentaux (en bas) pour  $d_1$  (à gauche) et  $d_2$  (à droite).

### Calcul avec 1940 éléments

Variable d'endommagement  $d_1$

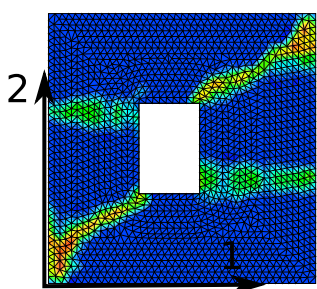


Variable d'endommagement  $d_2$

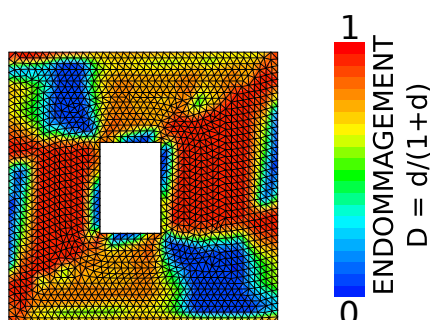


### Calcul avec 3920 éléments

Variable d'endommagement  $d_1$



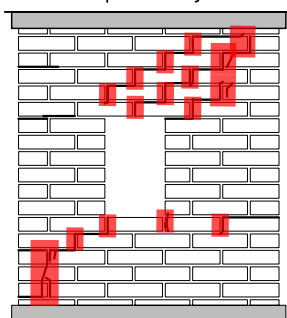
Variable d'endommagement  $d_2$



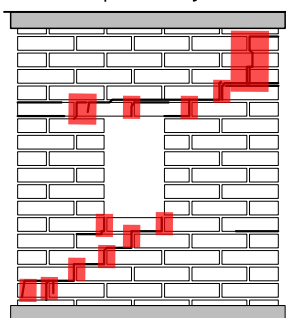
### Expériences de [Vermeltfoort, Raijmakers et Janssen, 1993]

Fissures verticales correspondant à  $d_1$

Expérience J2G

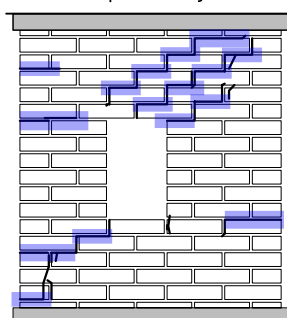


Expérience J3G

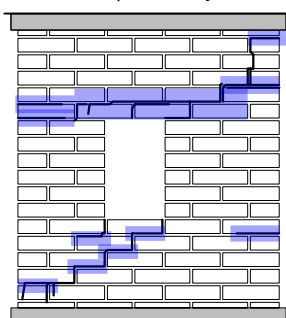


Fissures horizontales correspondant à  $d_2$

Expérience J2G

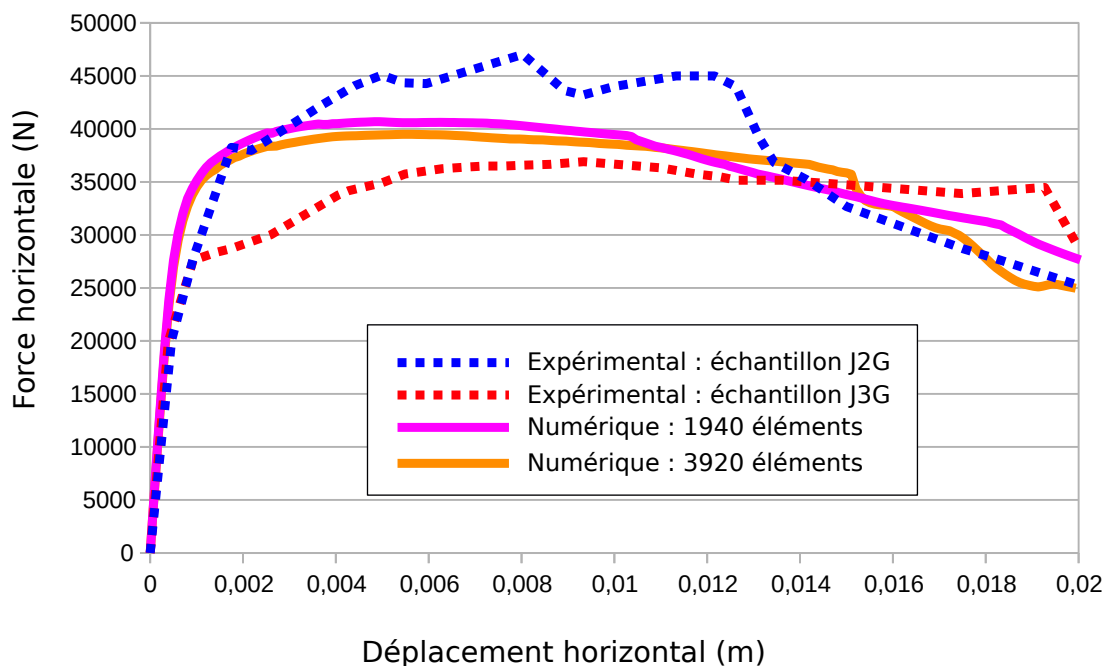


Expérience J3G



**FIGURE 3.6:** Comparaison des cartes d'endommagement entre les résultats numériques (en haut) et les résultats expérimentaux (en bas) pour  $d_1$  (à gauche) et  $d_2$  (à droite) pour deux densités de maillage différentes. Résultats expérimentaux ([VERMELTFOORT, RAIJMAKERS et JANSSEN, 1993] et [LOURÊNÇO, DE BORST et ROTS, 1997])

La comparaison des courbes forces/déplacements entre les résultats numériques et expérimentaux est présentée dans la figure ci-dessous (Fig.3.7). Considérant la variabilité intrinsèque des résultats expérimentaux, mise en évidence par les deux courbes de résultats expérimentaux dans la figure (Fig.3.7), les résultats numériques représentent bien la réponse expérimentale. De plus, les résultats des figures (3.6 et 3.7) pour différentes densités de maillages sont assez proches. Ce résultat tend à valider la régularisation.

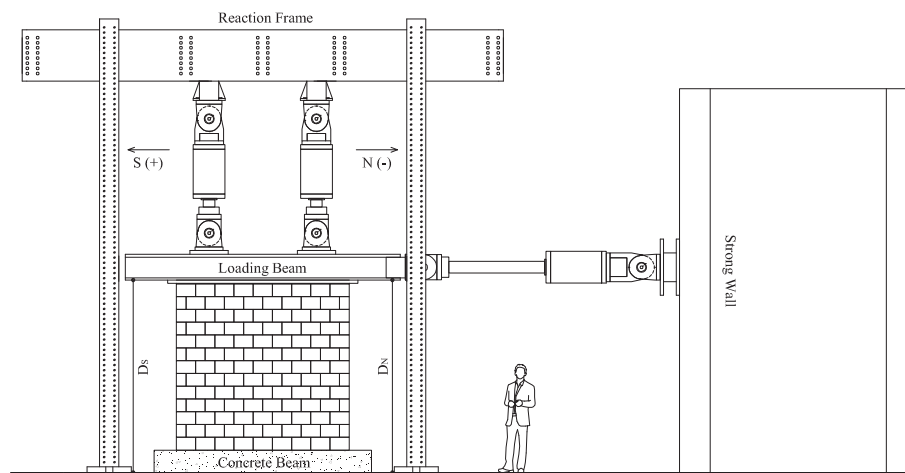


**FIGURE 3.7:** Courbes force/déplacement : comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux ([VERMELTFOORT, RAIJMAKERS et JANSSEN, 1993])

Les résultats présentés (3.6 et 3.7) démontrent que l'endommagement est bien décrit à l'échelle structure par le modèle, sous sollicitations de cisaillement confiné. Maintenant, il faut vérifier le comportement sous sollicitations de cisaillement cyclique, plus proche des sollicitations sismiques.

### 3.2.2 Test de mur confiné sous sollicitations cycliques

Ce test de validation se base sur l'essai de [SALMANPOUR, MOJSILOVIĆ et SCHWARTZ, 2015]. Dans cet article, les auteurs mènent les expériences suivantes. Un mur en maçonnerie (Correspondant à l'échantillon T1 de l'article) est confiné avec une contrainte de 0.58 MPa et un chargement cyclique en cisaillement est appliqué suivant la fonction décrite par la figure suivante 3.9a. Les conditions aux limites sont les mêmes que pour les calculs précédents. Le schéma (3.8) représente le dispositif expérimental de ([SALMANPOUR, MOJSILOVIĆ et SCHWARTZ, 2015]).



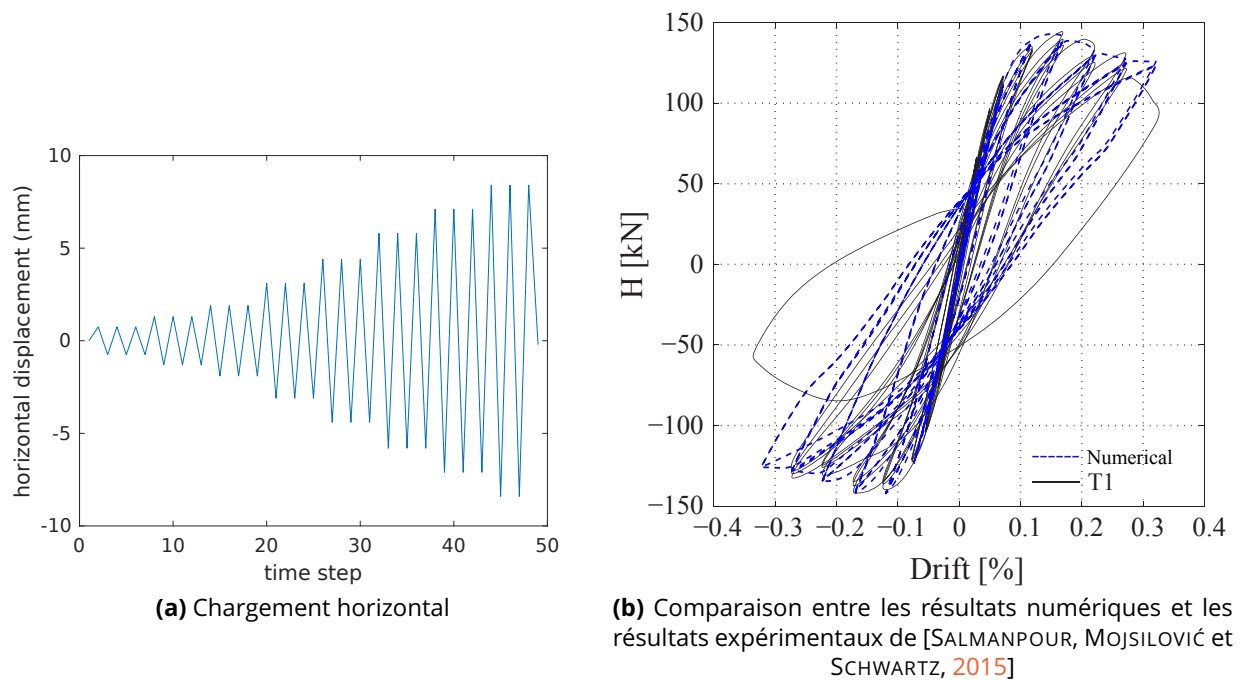
**FIGURE 3.8:** Appareillage expérimental de [SALMANPOUR, MOJSILOVIĆ et SCHWARTZ, 2015]

Le tableau suivant (Table.3.6) récapitule les paramètres utilisés par cet essai. Les paramètres élastiques sont mesurés directement sur les courbes, les autres sont choisis pour minimiser l'erreur de prédiction.

Paramètres élastiques	Valeurs	Paramètres de limite élastique	Valeurs
$E_1$	2.04 GPa	$K_1$	$1.E - 4$
$E_2$	1 GPa	$K_2$	$8.E - 5$
$E_3$	2.3 GPa	$K_3$	
$\nu_{12}$	0.2	$\beta_{12}$	0.5
$\nu_{13}$	0.2	$\beta_{13}$	0.5
$\nu_{23}$	0.2	$\beta_{23}$	0.5
$G_{12}$	0.95 GPa	$\beta_{21}$	0.5
$G_{13}$	1.35 GPa	$\beta_{31}$	0.5
$G_{23}$	1.03 GPa	$\beta_{32}$	0.5
Paramètres d'endommagement	Valeurs	Paramètres de frottement	Valeurs
$Gf_1$	112 J/m <sup>2</sup>	$\mu_{12}$	0.25
$Gf_2$	35 J/m <sup>2</sup>	$\mu_{13}$	0.25
$Gf_3$		$\mu_{23}$	0.25
$A1_{12}$	0.5	$a_{12}$	$1.E - 6$
$A1_{13}$	0.5	$a_{13}$	$1.E - 6$
$A2_{23}$	0.5	$a_{23}$	$1.E - 6$
$A2_{21}$	0.5	$b_{12}$	$1.E6$
$A3_{31}$	0.5	$b_{13}$	$1.E6$
$A3_{32}$	0.5	$b_{23}$	$1.E6$

**Tableau 3.6:** Synthèse des paramètres utilisés

La figure 3.9a est un tracé du chargement horizontal en fonction du temps et (Fig.3.9b) est une comparaison entre les résultats numériques et les résultats expérimentaux.



**FIGURE 3.9:** Mur sous cisaillement confiné cyclique [SALMANPOUR, MOJSILOVIĆ et SCHWARTZ, 2015]

Les résultats numériques présentés montrent que le modèle prédit bien les comportements pour des endommagements faibles à modérés. Le modèle est incapable de prédire la rupture parce que, dans le cas de la maçonnerie, on a montré dans le premier chapitre de cette partie que la rupture hors traction simple est impactée par des instabilités ou des mécanismes particuliers qui n'ont pas été modélisés ici.

Les résultats des tests de validations à l'échelle structure confirment la bonne représentation des mécanismes d'endommagement et de frottement interne, ce qui correspond aux attentes pour la considération de problèmes structuraux sous sollicitations sismiques.

## 4 Vers une démarche d'identification des paramètres du modèle

L'identification des paramètres matériau est indissociable de l'utilisation de modèles de comportement. Deux voies d'identification des paramètres s'ouvrent : par résultats d'expérimentation (réelle ou virtuelle) et par utilisation d'un modèle d'homogénéisation (empirique ou basé sur une théorie physique).

L'identification de paramètres matériau à partir de résultats d'essai possède un inconvénient majeur, c'est qu'il faut répéter ce dernier à chaque changement de matériau. De plus, le nombre d'expériences pour réduire les différentes imprécisions inhérentes aux essais expérimentaux rendrait très coûteuse l'identification de paramètres.

Des procédures d'homogénéisation existent pour la maçonnerie. [ANTHOINE, 1995] ou [STEFANOU, K. SAB et HECK, 2014] pour les paramètres élastiques ou d'autres procédures plus complexes existent pour l'homogénéisation analytique.

[STABLON, 2011] propose de se reposer sur des essais numériques, sur des échantillons de maçonnerie virtuelle, afin d'identifier les paramètres matériaux de son modèle de comportement. C'est la voie développée en annexe (p171), pour laquelle une analyse de sensibilité et la métamodélisation des paramètres matériaux de maçonnerie a été effectuée afin d'obtenir un outil simple et efficace pour l'ingénierie SNCF, permettant de connaître les paramètres du modèle formulé précédemment à partir des propriétés et caractéristiques géométriques de maçonneries réelles.

## 5 Conclusion

La modélisation de la maçonnerie pour les endommagements et glissements faibles à modérés, telle que présentée dans ce chapitre, est la première étape pour le calcul des ponts sous charge sismique. Ce but implique de formuler un modèle léger et robuste avec une précision raisonnable.

Les cadres théoriques utilisés pour la formulation sont consistants. Le cadre d'orthotropie initial pour le couplage de l'élasticité et de l'endommagement, et la formulation direction par direction du couplage de l'endommagement et du frottement interne rendent le modèle léger, robuste et précis. Deux limitations théoriques sont gérées : une inconsistance thermodynamique est résolue avec une simple condition d'endommagement non croissant dans certaines conditions de chargement spécifiques, et la dépendance au maillage liée à la théorie de la mécanique de l'endommagement est évitée avec une régularisation en l'énergie.

Les applications numériques présentées mettent en lumière la robustesse numérique et

la capacité du modèle à représenter la maçonnerie.

Le modèle matériau est désormais formulé et validé. Une procédure d'identification des paramètres de ce modèle est nécessaire pour en garantir une bonne utilisation.





# Conclusion et perspectives de la première partie

Cette première partie s'est attachée à la description de la maçonnerie assisée, à l'analyse de son comportement mécanique et à la formulation d'une loi de comportement macroscopique permettant d'effectuer des calculs aux éléments finis sur de grandes structures.

La description de la maçonnerie effectuée, ainsi que le prisme d'étude du comportement mécanique de la maçonnerie assisée, ont conduit à sélectionner quatre mécanismes caractérisant la maçonnerie assisée : l'élasticité orthotrope ; l'endommagement orthotrope décomposé suivant trois plans de fissurations indépendants entre eux et dont l'activation et l'évolution sont gouvernées par une forme d'extension non classique ; et un frottement interne induit par l'endommagement, impactant les composantes de cisaillement tangentes aux plans fissurés. Cette description macroscopique du comportement mécanique de la maçonnerie assisée, qui s'appuie sur des mécanismes aux échelles inférieures, nécessite un cadre de modélisation particulier.

Pour rappel, les objectifs de ces travaux sont de proposer des outils permettant de calculer des ponts en maçonnerie sous sollicitations d'aléas naturels, avec un coût de modélisation et de calcul réduit du fait du nombre d'ouvrages à calculer et offrant une souplesse suffisante pour permettre d'intégrer de nouveaux développements dans le futur. De par ces objectifs, le cadre de résolution du problème est important à choisir. Parmi les cadres de résolution de problèmes mécaniques existants (éléments finis, éléments discrets, ...), celui répondant le mieux à la problématique est le cadre de la mécanique des milieux continus de Cauchy, avec l'hypothèse des petites perturbations, résolue par la méthode des éléments finis. Ce cadre a comme avantage supplémentaire de disposer d'un grand nombre de développements existants pour modéliser les mécanismes constituant le comportement de la maçonnerie assisée.

Le modèle de maçonnerie ici présenté se base sur une vision micromécanique. Il s'appuie essentiellement sur les travaux de ([M. KACHANOV, 1993], [MARCIN et al., 2011] et [J. MAZARS et PIJAUDIER-CABOT, 1989]) pour l'endommagement et de ([F. RAGUENEAU, 1999]

et [DESMORAT, F. RAGUENEAU et PHAM, 2007]) pour le frottement interne. L'exploitation de ces différents travaux appliqués au matériau maçonnerie donne lieu aux résultats du chapitre 3 section 3. Ces derniers sont encourageants quant à la capacité du modèle à représenter le comportement de la maçonnerie assisée de grands ouvrages soumis à des sollicitations complexes (e.g. sollicitations sismiques).

La loi de comportement ainsi formulée permet de représenter fidèlement le comportement de la maçonnerie assisée sous sollicitations cycliques complexes correspondant à une sollicitation sismique. La formulation explicite en endommagement et implicite en plasticité, indépendantes sur chaque composante, rend l'implémentation numérique simple et efficace.

Le cadre de modélisation formulé ici permet un ajout simple de nouveaux mécanismes. Il pourra être amélioré en ajoutant les mécanismes cités dans le premier chapitre (p.8), l'endommagement en compression et la plasticité dans la direction 1. Le premier mécanisme pourra être implémenté en ajoutant une variable d'endommagement  $d_c$  à  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$ . L'implémentation de la plasticité dans la direction 1 sera plus délicate, car requerra l'introduction d'un schéma de résolution implicite sur  $\sigma_{11}$ .

L'identification des paramètres du modèle sur une micromodélisation est présentée en annexe (p.171). Cette dernière donne de bons résultats, mais rend la construction de la base de données à base d'une régression compliquée. Cette procédure est perfectible, mais peut être utilisée avec précaution.

## **Deuxième partie**

# **Contribution au calcul des ponts maçonnés sollicités par des chargements dus aux aléas naturels**

## Table des matières pour la partie 2 :

### 4 Modélisation des ponts maçonnés et validation sous chargement statique 83

1	Définition et historique des ponts en maçonnerie . . . . .	84
2	Modélisation des ponts en maçonnerie . . . . .	87
3	Détermination d'un indice de capacité portante . . . . .	96
4	Comparaison entre les différents niveaux de calcul de capacité portante et l'indice de capacité portante . . . . .	103
5	Conclusion . . . . .	107

### 5 Calcul d'un pont en maçonnerie sous sollicitations sismiques et autres aléas naturels 109

1	Chargement dû aux aléas sismiques . . . . .	110
2	Description de la méthode de calcul de ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques . . . . .	112
3	Formulation du comportement d'oscillateur simple non-linéaire . . . . .	117
4	Application sur un pont exemple . . . . .	124
5	Détermination de courbes de fragilité . . . . .	134
6	Exemples de calculs sous mouvement de terrain et sous poussée hydrodynamique de crue . . . . .	137

# Introduction

L'étude des ponts en maçonnerie n'est pas nouvelle. D'abord abordée sous l'angle de conceptions innovantes, et d'ingénierie de pointe, elle l'est maintenant sous l'angle de la conservation et la préservation d'un patrimoine bâti, qui peut encore avoir une utilité. La présente partie se place directement dans cette veine d'études. En effet, le patrimoine bâti de SNCF Réseau, comme celui de tout gestionnaire d'infrastructures, possède une importance particulière et une utilité spécifique. Il convient donc d'étudier l'impact d'évènements déjà subits, ou à venir dans la vie de l'ouvrage afin de prévenir les risques liés à la rupture d'un composant d'infrastructure, pour les utilisateurs, les gestionnaires et la société.

Une étude des défaillances d'un parc de composants d'infrastructure demande une approche globale. La complexité des objets d'études (ici, des ponts en maçonnerie) nécessite de porter une attention particulière à leurs modélisations. Un calcul de défaillance demande : une géométrie ; un ou des matériaux avec leurs propriétés ; des conditions aux limites ; des conditions de défaillances mesurables au cours du calcul ; un chargement.

Le premier chapitre traite de la modélisation de la géométrie, des matériaux constitutifs (autres que la maçonnerie traitée précédemment) et des conditions de défaillance des ponts en maçonnerie. Il en existe une infinité, mais des schémas récurrents peuvent être trouvés et une classification permet de modéliser un grand nombre de ponts avec un nombre réduit de paramètres.

Le second chapitre traite de la modélisation des chargements appliqués aux ponts en maçonnerie. Le premier d'entre eux est le chargement statique représentant un essieu. Il permet de déterminer un indice de capacité portante du pont considéré. Le second est la résolution du chargement sismique par analyse modale non-linéaire avec un modèle d'oscillateur spécialement formulé pour ce cas.

Deux autres cas sont traités, les chargements de retrait/gonflement des argiles correspondant à un déplacement vertical des appuis et le chargement de crue correspondant à une force de poussée latérale du pont liée au carré de la vitesse d'écoulement des eaux et proportionnelle à la hauteur de crue.

Ces cas d'applications permettent de démontrer la capacité de la modélisation développée dans ces travaux à représenter le comportement de structures en maçonnerie sous des chargements d'aléas naturels de diverses natures.

## Chapitre 4

# Modélisation des ponts maçonnés et validation sous chargement statique

*Les ponts en maçonnerie sont des objets complexes. Une approche spécifique permet de créer une stratégie de modélisation automatique permettant une simulation améliorée de l'impact de chargements sur l'ouvrage. Après un bref historique sur les ponts (p.84), une méthodologie complète et automatisable de modélisation de ponts en maçonnerie sera présentée, en commençant par la modélisation de la géométrie pour la création des maillages (p.88), puis en continuant avec la modélisation des matériaux (p.92), notamment des rotations de la base naturelle de la maçonnerie et la modélisation du remplissage, pour finir la modélisation avec conditions aux limites (p.96).*

*Trois cas statiques seront ensuite présentés afin de valider la modélisation des ponts (p.104), et une méthode simplifiée de calcul de la capacité portante (p.100), qui sera appelée l'indice de capacité portante. Pour cela, les indices de capacités portantes de trois ponts en maçonnerie différents seront comparés (p.107) aux résultats donnés par les méthodes conventionnelles de l'UIC, définis dans ce chapitre (p.97).*



# 1 Définition et historique des ponts en maçonnerie

## 1.1 Brève histoire des ponts en maçonnerie :

Les ponts sont des ouvrages de franchissement. Les premiers étaient en bois et en pierre. La trace écrite la plus ancienne apportée par les historiens traite des ponts de Babylonie et les ponts-bateaux sur le Tigre et l'Euphrate rapportés dans *L'anabase* de Xenophon et *L'enquête* de Hérodote d'après [BRIANT, 1998].

Mais d'autres, beaucoup plus anciens, existent. Il est vraisemblable qu'ils sont nés de la nécessité de traverser régulièrement une brèche, cette nécessité peut venir de la communication entre villages pour le commerce. Des ponts dont la datation remonte aux environs d'un millénaire avant Jésus Christ existent encore. Ces derniers permettent d'avancer que deux matériaux étaient classiquement utilisés pour leur construction : le bois et la pierre. Des traces de pont en bois datant de l'âge du bronze existent [KARAS et TUAN, 2017], mais celles de ponts en pierre sont plus nombreuses. Lorsque l'édifice de voûtes en pierre n'était pas encore maîtrisé dans une région (les mégalithes de Grande-Bretagne), les traces de ponts qui nous parviennent suivent le mode de construction mégalithique.

Par exemple, les ponts de Tarr Steps et les ponts de l'autoroute mycénienne semblent dater tous deux de la fin de l'âge du bronze ; or le mode de construction en est différent. Le premier, ressemble à un pont à travée isostatique avec un tablier de grandes dalles de pierre et les seconds, sont des ponts-voûtes en enrochement (Fig. 4.1).



a)



b)

**FIGURE 4.1:** Les ponts en pierre de la fin de l'âge du bronze : a) le pont de Tarr Steps en Grande-Bretagne b) un pont mycénien en Grèce

Le développement des moyens de transport a impliqué la construction d'infrastructures. Les ponts font partie de ce que l'on appelle les ouvrages d'art, car ils font appel à l'Art de l'ingénieur. À l'époque où cette désignation s'ancre, l'Art de l'ingénieur faisait référence aux arts grecs (tekne), ce que l'on appellerait aujourd'hui un ensemble de techniques et de savoirs. Ces ouvrages regroupent couramment les grands ouvrages d'infrastructure (ponts, tunnels, ports) et de protection (barrages, digues).

Pour comprendre la variabilité et l'étalement temporels de la construction des ponts en maçonnerie, il faut expliquer les différentes étapes du développement de l'infrastructure sur le territoire correspondant à la France métropolitaine actuelle.

Avant la colonisation romaine, la Gaule possédait un réseau de chemins avec des ponts en pierre et en bois. Sous la colonisation romaine, ce réseau fut en partie conservé et pavé pour améliorer le transport de troupes et de marchandises. Les ouvrages de pierre de taille massifs remplacent petit à petit les ouvrages en bois. Des infrastructures de type viaducs et aqueducs sont construits durant cette période. À la chute de l'Empire romain, les rois francs prennent le pouvoir. Le morcellement du territoire découlant de l'application de la loi salique rend obsolète le réseau, et difficile son entretien. Il faut attendre la création des commissaires des Ponts et Chaussées par Colbert en 1669 pour qu'une volonté de rétablissement d'une infrastructure apparaisse [VERGE-FRANCESCHI, 2003]. Ensuite, cet effort est consolidé par la fondation de l'école royale des ponts et chaussées et la formation d'ingénieurs et d'agents voyers ayant pour fonction de bâtir l'infrastructure [PICON, 1991]. Durant le *XVIII<sup>ème</sup>*, celles entre les grandes villes sont maintenues et les chemins royaux sont construits. Le *XIX<sup>ème</sup>* siècle marque un tournant avec l'essor des infrastructures routière, fluviale et ferroviaire sous l'élan insufflé par la révolution industrielle. À cette époque, trois catégories de ponts sont préconisées : ceux en bois pour des équipements provisoires, ceux en maçonnerie de pierre ou de brique et ceux en fer puddlé. Les changements de matériaux de construction des ponts viennent de deux évolutions majeures : celle du prix de la main-d'œuvre et celle du prix des matières premières. Jusqu'à la Première Guerre mondiale, la main-d'œuvre était beaucoup moins onéreuse que le prix des matériaux. Donc la construction de ponts en maçonnerie restait le meilleur rapport qualité/prix. Lorsque les structures en treillis en fer puddlé sont devenus compétitifs, à la suite de la mécanisation et l'industrialisation de la métallurgie, ce procédé est devenu dominant. De la même manière, les structures à poutres ont pris le pas sur les structures en treillis au cours du *XX<sup>ème</sup>* siècle du fait de l'augmentation du coût de la main-d'œuvre.

Le parc des ponts en maçonnerie varie de l'ancien aqueduc, ou viaduc, romain restauré, à l'ouvrage du début du *XX<sup>ème</sup>* construit par Paul Séjourné [DELBEQ, 1983]. Pour aller plus loin [DEGRAND, 1888] et [PRADE, 1988] sont très détaillés sur l'histoire de la construction des ouvrages, ils sont à croiser avec [CHEVALLIER et LOCHAK, 1980] et [PICON,

1991] pour les mutations de la gestion des choses publiques et [CARON, 1997] pour l'histoire du développement des chemins de fer en France.

Ces ponts en maçonnerie représentent près de 53 % du parc de ponts ferroviaires (sachant que parmi les 23 % que représentent les ponts métalliques, une bonne proportion possède des culées et des piles en maçonnerie). Ce patrimoine s'est majoritairement construit avant 1904 (87 % des ponts maçonnés), est constitué d'ouvrages de moins de 10 m de portée (77 %) et est en maçonnerie assisée (92 %).

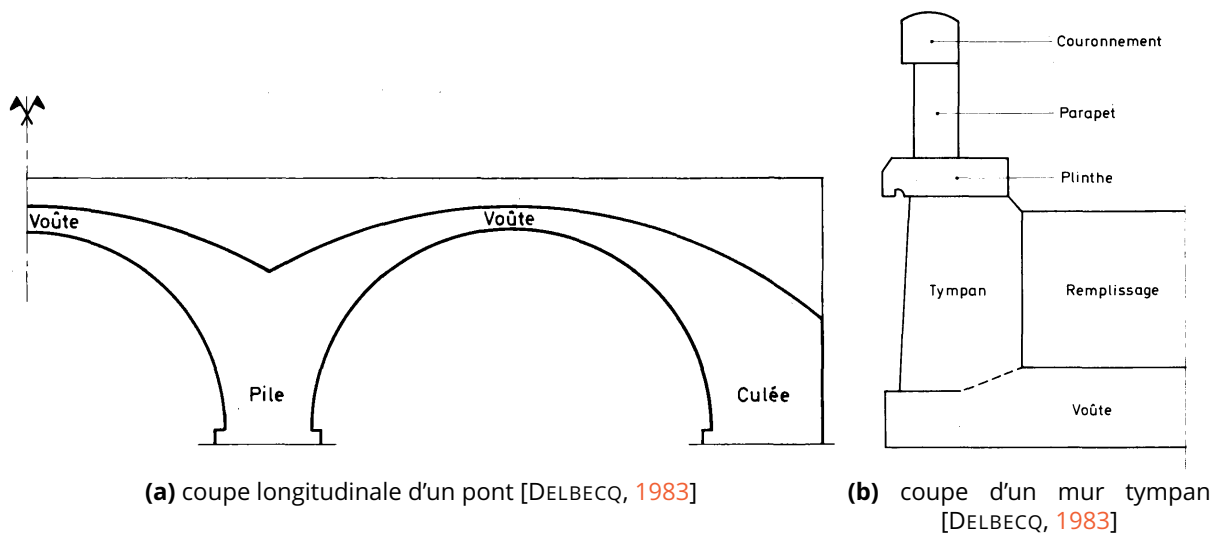
## 1.2 Morphologie et typologie des ponts en maçonnerie :

Sauf exception, les ponts en maçonnerie du réseau ferré français sont en maçonnerie assisée ou opus incertum. Ces ponts sont des ponts-voûtes dont la constitution structurale est :

- les fondations
- les culées et piles
- les voûtes
- les murs tympans
- le remplissage

Dans un pont en maçonnerie, au moins deux matériaux sont à distinguer : les maçonneries et le remplissage. Les parties de l'ouvrage en maçonneries sont les fondations (hormis les pieux en bois), les culées, les piles, les voûtes et les murs tympans. Le reste de l'ouvrage est en matériau de remplissage. Ces derniers vont de la maçonnerie grossière ou du béton grossier au sable ou la terre en fonction du budget de l'ouvrage et des matériaux environnants. Les figures (Fig.4.2a et Fig.4.2b) schématisent un pont en maçonnerie.

Volontairement, les murs en ailes ne sont pas considérés comme partie structurale de l'ouvrage, car (Fig.4.3a) : leur but est de retenir les terres de remblai en amont et en aval de l'ouvrage ; leur traitement en tant que mur de soutènement est plus adapté. Les élégissements (Fig.4.3b) ne sont pas non plus pris compte du fait des difficultés à repérer ces derniers (dont beaucoup sont bouchés) et à les modéliser (une typologie des élégissements serait difficile à édifier).



**FIGURE 4.2:** Schématisation des constituants d'un pont en maçonnerie

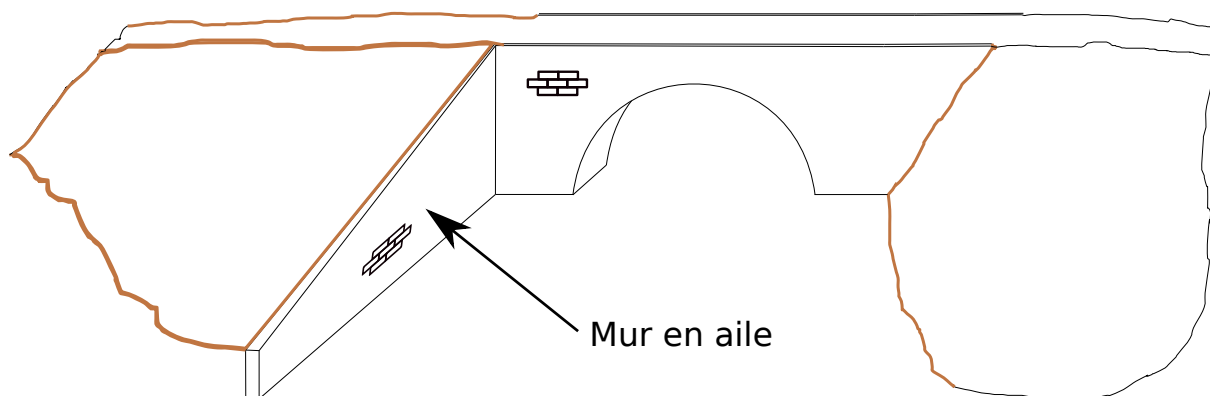
Les voûtes ont une typologie spécifique. En fonction de la date, des contraintes de construction et des ingénieurs, les voûtes sont : en plein cintre ou surbaissés (de forme circulaire); en anse de panier (forme d'arc elliptique dont le demi-axe horizontal est plus grand que le demi-axe vertical); en ogive (arc elliptique dont le demi-axe horizontal est plus petit que le demi-axe vertical) [MORISOT, 1814].

## 2 Modélisation des ponts en maçonnerie

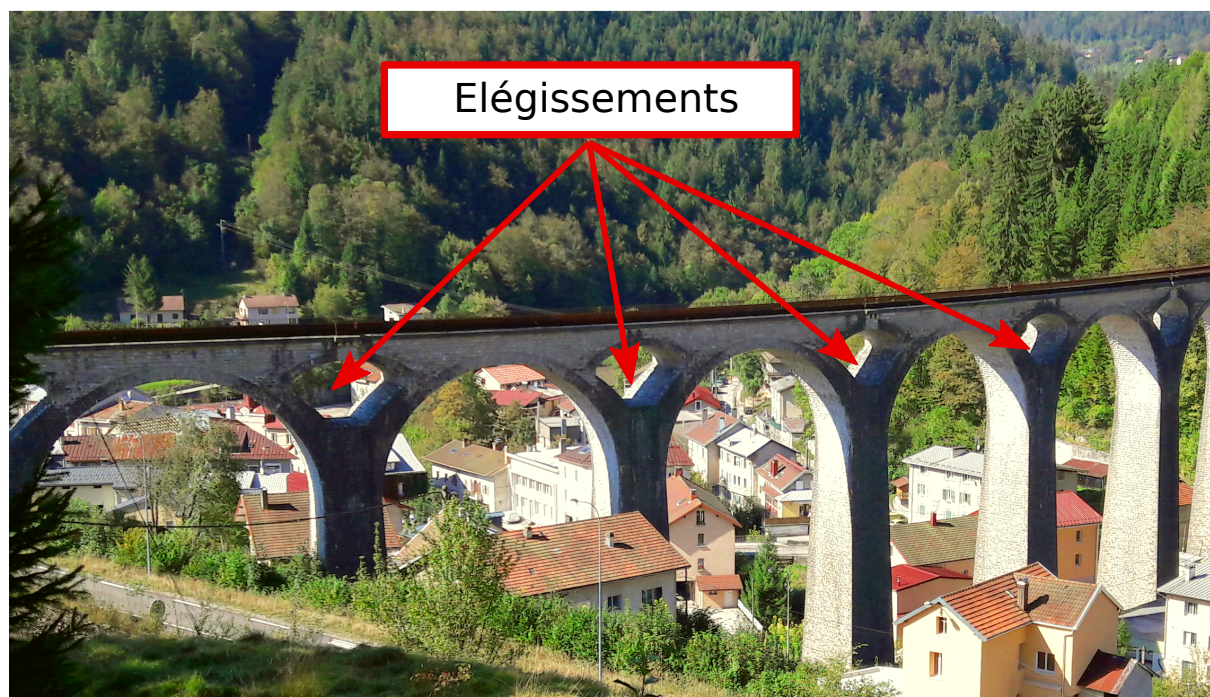
Dans les études qui seront menées plus loin, plusieurs hypothèses de modélisation sont posées. Tout d'abord, seuls les éléments considérés comme structuraux sont modélisés. Ainsi, les éléments d'étanchéité, de sécurité ou de décoration ne sont pas pris en compte, car leurs rigidités et leurs masses sont considérées comme négligeables comparées à la masse et la rigidité du pont. Ne seront donc considérés que les éléments suivants : les voûtes, le remplissage, les murs tympan, les piles et les culées. Ensuite, le ballast est fusionné avec le remplissage et est pris en compte au travers de sa masse volumique. Enfin, le massif de sols sous les appuis n'est pas modélisé. Ces derniers sont considérés comme encastres directement au sol.

Avec tous ces éléments, une modélisation simplifiée de la géométrie de l'ouvrage permettant la mise en place d'une création automatisée de géométries de ponts a été mise en place.

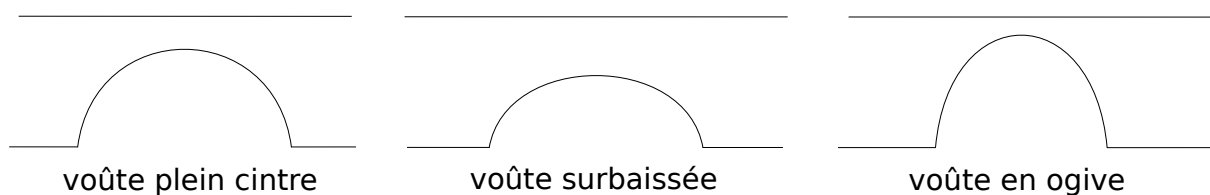




(a) Illustration d'un mur en aile



(b) Exemple d'élégissement sur le viaduc de Morez

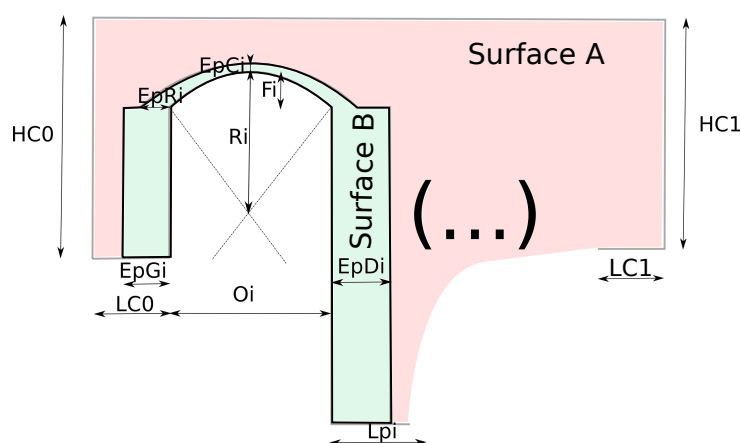
**FIGURE 4.3:** Illustration d'éléments non pris en compte dans la modélisation**FIGURE 4.4:** Illustration des trois grands types d'arcs sur ponts ferroviaires

## 2.1 Principe de modélisation de la géométrie

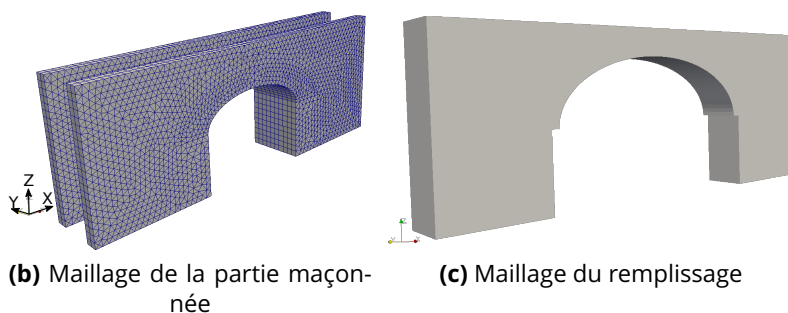
Dans cette section une définition d'un vecteur de paramètres permettant de décrire la géométrie des ponts en maçonnerie est proposée. Afin de réaliser par la suite des calculs par la méthode des éléments finis, un maillage est créé, avec le code Cast3M, en lien avec

cette géométrie.

Dans la figure (Fig. 4.5a), les cotes indicées  $C0$  et  $C1$  existent pour tout ouvrage, celles indicées  $i$  sont à répétées pour chaque voûte. La surface  $A$  sera extrudée pour les murs tympan en périphérie d'une épaisseur  $E_{ptymp}$  et pour le remplissage entre les murs tympan d'une épaisseur  $L_{rempl}$ . La surface  $B$  est extrudée sur toute la largeur de l'ouvrage  $L_{rempl} + 2 * E_{ptymp}$ . Cette paramétrisation laisse toute latitude sur les différentes géométries des ouvrages. En revanche, cette dernière ne permet pas de prendre en compte les ouvrages biais ou courbes. Ils seront donc exclus de l'étude.



(a) Cotation paramétrée d'un pont en maçonnerie sur sa coupe longitudinale



(b) Maillage de la partie maçonnée

(c) Maillage du remplissage

**FIGURE 4.5:** Paramétrisation et maillage de ponts en maçonnerie

Les tableaux suivants (Tab. 4.1 à 4.3) résument les paramètres de génération du maillage d'un pont en maçonnerie.

Paramètres	Description
Paramètres généraux	
$E_{ptymp}$	Épaisseur des murs tympan
$L_{rempl}$	Largeur du remplissage

**Tableau 4.1:** Récapitulatif des paramètres de géométrie d'un pont : paramètres généraux

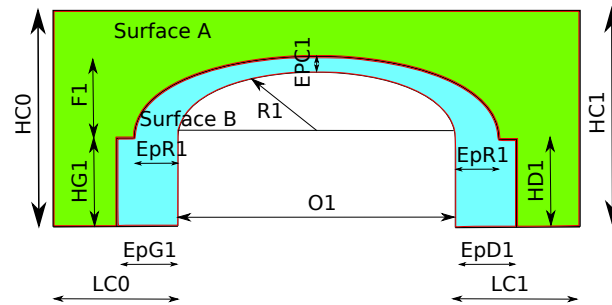
Paramètres	Description
Paramètres des culées	
$H_{C0}$	hauteur de la culée C0
$L_{C0}$	largeur de la culée C0
$H_{C1}$	hauteur de la culée C1
$L_{C1}$	Largeur de la culée C1

**Tableau 4.2:** Récapitulatif des paramètres de géométrie d'un pont : les culées

Paramètres	Description
Paramètres de la voûte $i$	
$E_{pG_i}$	Épaisseur du piedroit gauche
$E_{pD_i}$	Épaisseur du piedroit droit
$H_{pG_1}$	Hauteur du piedroit gauche
$H_{pD_2}$	Hauteur du piedroit droit
$E_{pR_i}$	Épaisseur des reins de la voûte
$E_{pC_i}$	Épaisseur de la voûte en clé
$O_i$	Ouverture de la voûte
$F_i$	flèche de la voûte
$T_i$	Type de la voûte (circulaire ou elliptique)

**Tableau 4.3:** Récapitulatif des paramètres de géométrie d'un pont : les voûtes

Pour illustrer cette paramétrisation, on prendra deux exemples, un pont à une voûte et un pont à 3 voûtes identiques. Dans un premier temps, on peut considérer le pont à une voûte. Sa cotation est résumée dans la figure suivante (Fig.4.6). Tout d'abord, les deux culées du pont sont cotées  $LC0$  et  $HC0$  pour la culée C0, et  $LC1$  et  $Hc1$  pour la culée C1. Ensuite, on répète  $n$  fois la cotation des voûtes, avec  $n$  le nombre de voûtes, ici, 1 voûte. On a donc les piédroits à droite et à gauche de la voûte qui ont une hauteur ( $HG1$  à gauche et  $HD1$  à droite) et une épaisseur ( $E_{pG1}$  à gauche et  $E_{pD1}$  à droite). Puis la voûte en tant que telle qui est décrite par une ouverture  $O1$ , une épaisseur en clé  $E_{pC1}$ , une épaisseur aux reins  $E_{pR1}$  et le rayon ou le grand demi-axe  $R1$ . Enfin, on extrude les surfaces A et B ainsi constituées. L'extrusion de la surface B sur toute la largeur du pont permet d'obtenir la voûte et ses piédroits. L'extrusion de la surface A se fait en plusieurs étapes, car l'extrusion sur les parties latérales du pont de la valeur de l'épaisseur du mur tympan permet d'obtenir le volume des tympans et l'extrusion entre les deux tympans donne le remplissage.

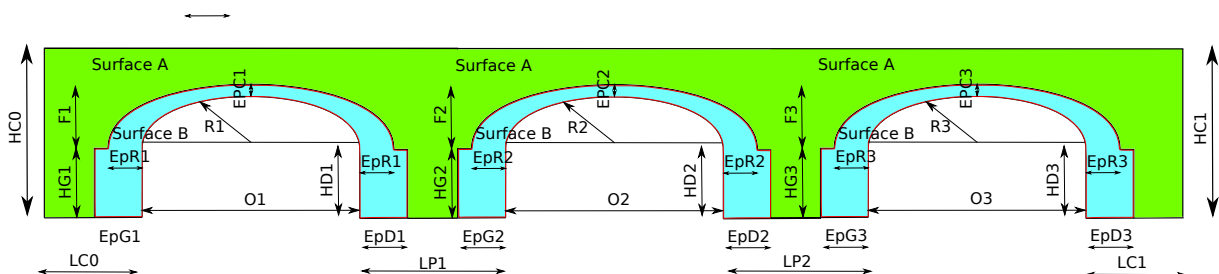


**FIGURE 4.6:** Cotation du pont à une voûte

Dans un second temps, on peut considérer un pont à trois voûtes. Tout d'abord, les deux culées du pont sont cotées  $LC0$  et  $HC0$  pour la culée  $C0$  et  $LC1$  et  $Hc1$  pour la culée  $C1$ . Ensuite, on répète  $n$  fois la cotation des voûtes, avec  $n$  le nombre de voûtes. Ici, 3 voûtes.

Pour la première voûte, on a donc les piédroits à droite et à gauche de la voûte qui ont une hauteur ( $HG1$  à gauche et  $HD1$  à droite) et une épaisseur ( $EpG1$  à gauche et  $EpD1$  à droite), puis la voûte en tant que telle qui est décrite par une ouverture  $O1$ , une épaisseur en clé  $EPC1$ , une épaisseur aux reins  $EPR1$  et le rayon ou le grand demi-axe  $R1$ .

On répète cette opération de cotation pour les voûtes numéro 2 et 3. Lorsque le nombre de voûtes  $n$  est supérieur à 2, une pile est à ajouter. Cette pile est simplement considérée par sa largeur, qui doit être supérieure à la somme de l'épaisseur des deux piédroits. On extrude enfin les surfaces obtenues comme dans le cas du pont une voûte.



**FIGURE 4.7:** Cotation du pont à trois voûtes identiques

## 2.2 Modélisation des matériaux

Le matériau de remplissage occupe la majorité du volume d'un pont. Sa modélisation est donc importante pour la qualité des résultats obtenus. En revanche, la très grande diversité et l'hétérogénéité de ces matériaux, la quasi-impossibilité de les connaître avec exactitude ainsi que la méconnaissance de leur importance structurelle, imposent de considérer une modélisation conservative du matériau.



### 2.2.1 Modèle maçonnerie

Pour décrire le comportement de la maçonnerie, le modèle présenté dans la première partie du manuscrit de thèse est utilisé. Le tableau (Tab.4.4) rappelle la liste des paramètres du modèle de maçonnerie à identifier.

Mécanisme	Nom du paramètre	Symbole
Elasticité	Module d'Young dans la direction $i$	$E_i$
	Coefficient de Poisson $ij$	$\nu_{ij}$
	Module de cisaillement dans le plan $ij$	$G_{ij}$
Seuil et évolution de l'endommagement	Participation de $\varepsilon_{ij}$ dans la direction d'extension $i$	$\beta_{ij}$
	Seuil de déformation dans la direction $i$	$k_i$
	Sensibilité de l'endommagement $d_i$ ou énergie de fissuration avec régularisation	$\chi_i$ ou $Gf_i$
Endommagement de cisaillement	Impact de $d_i$ sur $\sigma_l$	$A_{iIl}$
	Impact de $d_j$ sur $\sigma_l$	$A_{jIl}$
Seuil et évolution du frottement	Coefficient de frottement de la composante $i$	$\mu_i$
	Paramètres d'écrouissage de $\sigma_i^\pi$	$a_i$
	Intensité du glissement de $\sigma_i^\pi$	$b_i$

**Tableau 4.4:** Tableau récapitulatif des paramètres du modèle maçonnerie

Le modèle de comportement est défini dans le repère naturel de la maçonnerie, qui est le repère lié aux joints de la maçonnerie. Pour effectuer les rotations des contraintes et des déformations comme dans l'équation (Eq.3.49), la définition des matrices de rotation passe par la définition des vecteurs de la base du matériau dans la base de référence. La figure (Fig.4.9) montre deux choses. La première est la position des axes 1, 2 et 3 dans la base naturelle de la maçonnerie. La deuxième concerne la lecture de la figure. En effet, il faut comprendre le dégradé de gris comme la valeur de la projection de l'axe 1 par exemple pour la première colonne sur les différents axes du repère général  $X, Y$  et  $Z$ . Par exemple la projection de 1 dans  $(X, Y, Z)$  pour le mur tympan vaut  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$  et pour la voûte et les

piédroits, cette projection vaut  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ . Il est ainsi possible de reconstituer avec ces vecteurs directions de la base naturelle dans la base de référence, la matrice de passage entre les deux bases et donc d'effectuer les rotations des contraintes et déformations. S'agissant de la manière dont CAST3M est architecturé pour les rotations des tenseurs de Hooke pour les prédicteurs élastiques, il a fallu s'adapter et lui fournir ces quantités. Pour les directions

dans la voûte correspondant aux dégradés de gris dans la figure (Fig.4.9), les valeurs sont fournies par le calcul de la tangente à l'ellipse pour la direction 2.

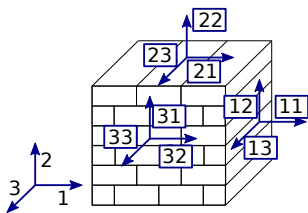


FIGURE 4.8: Base naturelle de la maçonnerie

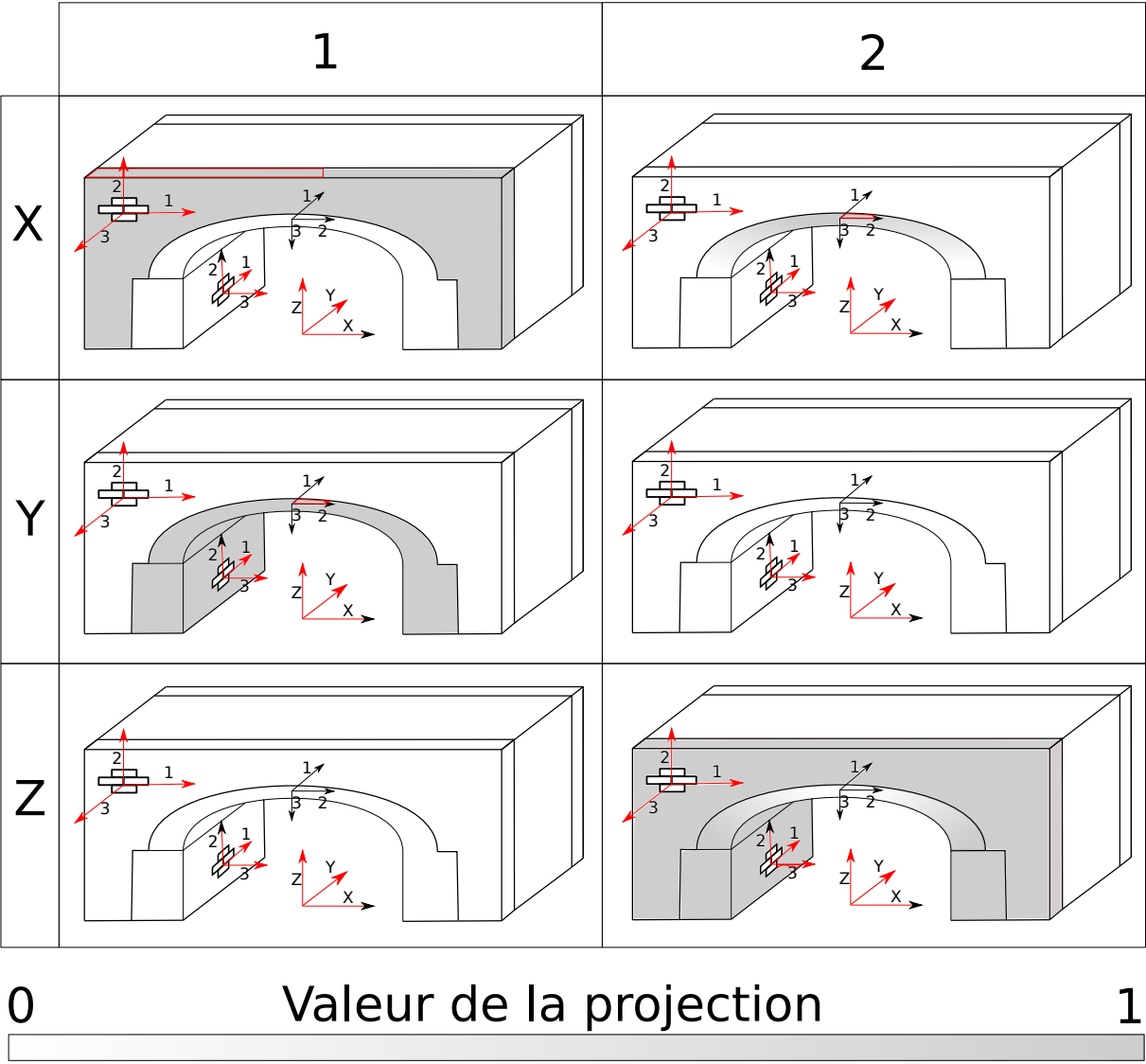


FIGURE 4.9: Projection des axes 1 et 2 de la base naturelle de la maçonnerie sur les axes X, Y et Z de la base de référence de résolution de CAST3M pour la rotation des relations contraintes-déformations

### 2.2.2 Les matériaux de remplissage et leur modélisation

Le matériau de remplissage d'un pont en maçonnerie peut être de différentes natures en fonction des matériaux à disposition, de l'importance de l'ouvrage et de l'époque de construction. Les données ici présentées sont partielles, car la base de travail est constituée de quelques essais ou articles de la littérature et de paroles d'experts.

Les ouvrages importants peuvent être remplis de maçonnerie grossière ou de remblai de bonne qualité. Ce remblai est souvent un mélange de pierre, de sable, de gravier et de mortier. Mais d'autres types sont possibles. Pour les ouvrages moins importants, ces remblais peuvent aussi contenir de la terre. La présence d'argiles ayant gonflés et fracturés les murs tympans d'ouvrages en maçonnerie en sont un témoignage.

Les matériaux de remplissage des ponts en maçonnerie sont souvent considérés dans les essais en laboratoire ou dans les essais numériques comme des sables ou de manière plus générale, des matériaux granulaires.

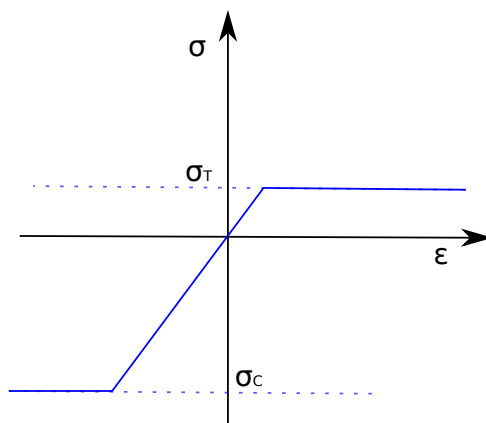
Les essais sur échantillons prélevés sur site montrent une grande disparité dans le comportement mécanique. Les remblais contenant du mortier possèdent un comportement endommageant alors que ceux n'en contenant pas sont plastiques ([C. COSTA, ARÊDE et A. COSTA, 2014], [ARÊDE et al., 2017]). Les résultats de [GAGO, ALFAIATE et LAMAS, 2011] montrent que l'utilisation d'un modèle de plasticité de Mohr-Coulomb représente bien le comportement du remplissage, lorsqu'il est granulaire. Et [TÓTH, ORBÁN et BAGI, 2009] montre que la résistance du pont est réduite lorsque le remplissage est en matériau granulaire. Ainsi, le choix de la modélisation du matériau de remplissage comme un matériau granulaire est conservatif et sera donc fait.

Le modèle choisi ici pour représenter le comportement du remplissage est le modèle de Drucker-Prager parfait ([DRUCKER et PRAGER, 1952], [CAST3M, 2004]). Son seuil de plasticité est représenté par les équations (Eq. 4.1, 4.2 et 4.3) dans lesquelles  $\sigma_{VM}$  est la contrainte équivalente de Von-Mises,  $\sigma_C$  la contrainte limite de compression et  $\sigma_T$  la contrainte limite de traction. Les paramètres du comportement élastique, considéré comme isotrope, sont  $E_{DP}$  le module d'Young et  $\nu_{DP}$  le coefficient de Poisson.

$$f_{DP} = \alpha_{DP} Tr(\sigma) + \sigma_{VM} - K_{DP} \leq 0 \quad (4.1)$$

$$\alpha_{DP} = \frac{|\sigma_C| - \sigma_T}{|\sigma_C| + \sigma_T} \quad (4.2)$$

$$K_{DP} = 2|\sigma_C| \frac{\sigma_T}{|\sigma_C| + \sigma_T} \quad (4.3)$$



**FIGURE 4.10:** Comportement du modèle Drucker Parfait

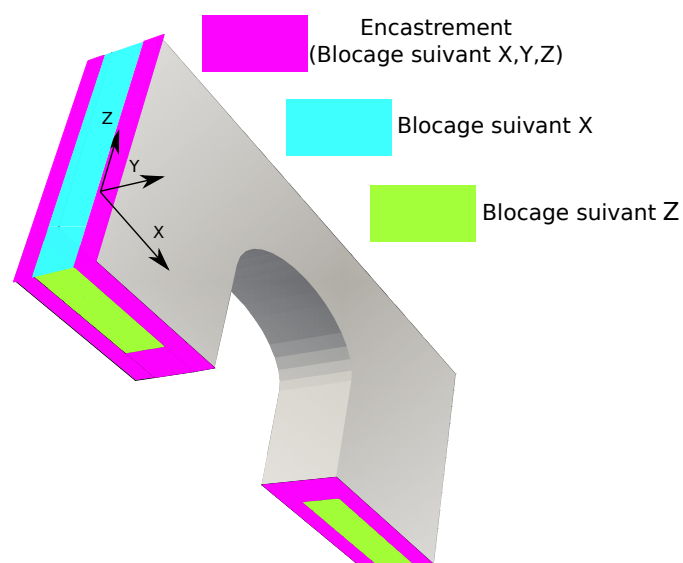
Paramètres	Description
$E_{DP}$	Module d'Young
$\nu_{DP}$	Coefficient de Poisson
$\sigma_C$	Contrainte limite en compression
$\sigma_T$	Contrainte limite de traction

**Tableau 4.5:** Récapitulatif des paramètres de Drucker parfait

## 2.3 Conditions aux limites des ponts en maçonnerie :

Pour effectuer un calcul sur structure, il faut spécifier les conditions aux limites. Le schéma (Fig. 4.11) montre celles choisies pour la résolution. Il est proposé que les surfaces de remplissage des culées ne soient bloquées que suivant leurs normales. Cela permet d'obtenir le glissement de la structure qui, une fois la maçonnerie entièrement rompue, serait libre de glisser. Ce qui donne lieu à une rupture numérique et évite ainsi de considérer le remplissage comme structurellement résistant au même titre que la maçonnerie. De plus, ce choix permet de considérer comme rupture la ruine de la partie maçonnerie, ce qui correspond bien à ce que l'on souhaite représenter<sup>1</sup>.

1. Une approche plus complète demanderait à encasturer les surfaces en contact avec le sol, mais cette approche conférerait une importance structurelle au remplissage, dont la modélisation est élastoplastique et les paramètres difficilement identifiables, lors des calculs sismiques, et nécessiterait pour mieux représenter la rupture de l'ouvrage de modéliser une partie du sol entourant l'ouvrage.



**FIGURE 4.11:** Schéma des conditions aux limites sur les ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques

La proposition de conditions aux limites (Fig.4.11) sera utilisée pour les calculs de ponts dans le reste du document.

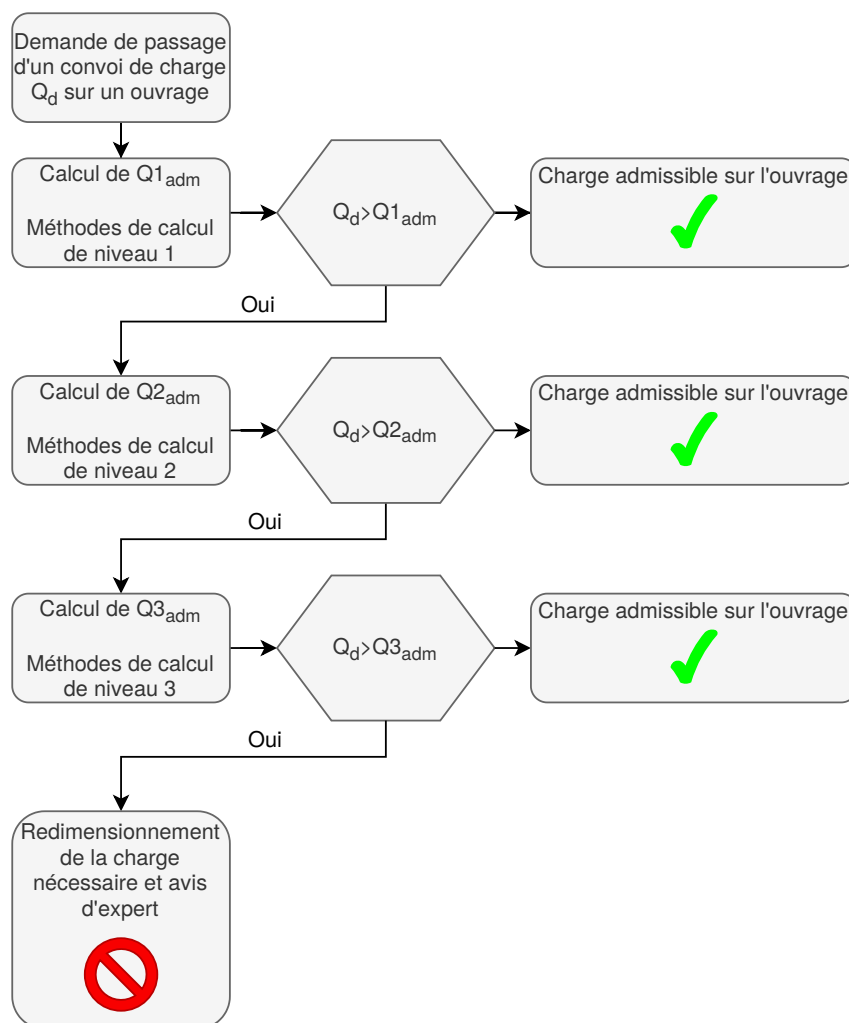
### 3 Détermination d'un indice de capacité portante

Dans l'optique d'effectuer une première validation de la modélisation des ponts en maçonnerie, un calcul statique élastique de capacité portante peut être réalisé. De plus, un tel calcul pourra s'avérer utile pour la mise en place de critères de défaillance dans les calculs de courbe de fragilité.

La capacité portante est définie par l'UIC ([UIC, 2005]) comme étant la charge de train maximale dont le passage ne provoque pas de dégradation de la structure. Cette capacité portante répond à des critères de sécurité et d'aptitude au service, qui se traduisent par la multiplication de la capacité portante "brute", par des coefficients de sécurité. Dans le reste de ce document, il ne sera question que de capacité portante "brute". Les premières méthodes de détermination de la capacité portante sont assez anciennes et restent encore très utilisées de nos jours. Néanmoins, ces méthodes se montrent inopérantes en couplage avec d'autres sollicitations et sont très souvent approximatives. Selon ces méthodes, la stabilité d'un pont en maçonnerie se décompose en : la stabilité des voûtes et la stabilité des murs tympans.

De nombreuses méthodes de calculs ont été développées en fonction des moyens théoriques et numériques disponibles. D'abord, les méthodes empiriques seront présen-

tées, ensuite, les méthodes basées sur une analyse limite à la rupture et enfin les méthodes de calcul aux éléments finis ou discrets. L'UIC classe ces méthodes en trois niveaux pour simplifier les calculs. Elle part de l'hypothèse selon laquelle, plus une méthode est une approximation, plus elle doit être conservative. Le passage de nouveaux matériels roulants ou de convois exceptionnels suit donc la procédure suivante (Fig.4.12) : on compare la charge déclarée du convoi ( $Q_d$ ) par ensemble d'essieux à la charge maximale admissible de convoi déterminée par une méthode du niveau 1 ( $Q_{1adm}$ ), si  $Q_d < Q_{1adm}$ , alors on considère le convoi comme respectant la condition de capacité portante, sinon, on procède à la même comparaison avec un calcul de niveau 2, puis de niveau 3. L'idée étant que les résultats fournis par les calculs de niveau 2 et de niveau 3 demandent de plus en plus d'informations et temps de modélisation et de mesures sur l'ouvrage, alors il faut les utiliser quand cela est nécessaire.



**FIGURE 4.12:** Présentation du logigramme d'application de la procédure de détermination de capacité portante définie par [UIC, 2005].

### 3.1 Les méthodes empiriques (niveau 1)

Il est aisément imaginable que les méthodes empiriques soient apparues avant les méthodes d'analyse à la rupture. Il se trouve que ce n'est pas le cas. Ces méthodes ont été développées majoritairement par l'armée à des fins militaires. En effet, lorsque l'on cherche à déplacer une compagnie de chars sur un pont, il est important d'avoir une méthode rapide et efficace de vérification de la tenue du pont. Ce principe de rapidité et d'efficacité de l'étude se retrouve encore actuellement avec les autorisations de convois exceptionnels ou les analyses post-accidents. Dans ces deux cas, une analyse rapide doit être effectuée. Plusieurs méthodes ont donc été développées :

- **la méthode MEXE** (*Military Engineering eXperimental Establishment*) [HUGHES et BLACKERS, 1997] : L'objectif de cette méthode est de déterminer si un char peut traverser un pont en maçonnerie. Elle se base sur les travaux de ([PIPPARD et ASHBY, 1939] et [PIPPARD et CHITTY, 1951]) qui s'appliquent à trouver la limite élastique d'arcs en maçonnerie, avec une maçonnerie sans résistance en traction, purement élastique en compression et sans frottement entre les éléments de voûte. La formule (Éq. 4.4) est définie sur cette base ( $Q_p$  est la capacité portante,  $d$  l'épaisseur de la voûte en clé,  $h$  la hauteur de remplissage au-dessus de la clé de la voûte et  $L$  l'ouverture de la voûte).

$$Q_p = \frac{700(d+h)^2}{L^{\frac{1}{3}}} \quad (4.4)$$

Cette méthode a été utilisée au Royaume-Uni après la Seconde Guerre mondiale et est encore utilisée aujourd'hui en première approche.

- **la méthode REAM** (*Railway Empirical Assessment Method*) : Cette méthode prend la forme d'une série d'abaques. Elle est développée suite aux travaux de [TRAUTWINE, 1871] et est reprise par [HARVEY, 2007] pour le calcul des ponts en maçonnerie en première approche. Elle est réputée plus précise que la méthode MEXE, mais nécessite le remplissage d'un abaque, moins pratique que l'application d'une unique formule.
- **la méthode FILEV** (*First LEvel*) [PROSKE, LIEBERWIRTH et GELDER, 2006] : Cette méthode est issue des études de [MARTÍN-CARO, MARTINEZ et LEON, 2004] pour le calcul approché des ponts voûtes espagnols. Cette dernière se rapproche de la formule Pippard et par conséquent de la méthode MEXE.

Toutes les méthodes vues précédemment ont l'immense avantage de ne nécessiter ni moyen de calcul numérique plus puissant qu'une simple calculatrice ni connaissance parfaite du matériau et de la structure. Par contre, elles possèdent l'inconvénient de leurs avantages, elles fournissent des résultats peu fidèles, peu exhaustifs et très conservatifs. L'ensemble de ces méthodes constituent le premier niveau de recalcul proposé par l'UIC. Les ponts n'étant pas suffisamment résistants à cette étape passent au crible du prochain niveau de calcul.

### 3.2 Les méthodes d'analyse limite et de rupture (niveaux 1 et 2)

Ces méthodes d'analyses sont basées sur la vérification de condition de non-glissement ou de non-traction sur les arcs et murs tympans.

- **Les épreuves de Mery (niveau 1)** [MÉRY, 1840] : Cette méthode graphique de détermination du centre de pression permet une vérification graphique de la condition de résistance en traction nulle dans la structure en arc. En effet, tant que le centre de pression est situé dans le noyau central de la section, elle est considérée comme entièrement comprimée (ou du moins sans traction). Il s'agit donc ici d'un calcul pour les voûtes modélisables en arc dans lesquels on considère que la maçonnerie n'a aucune résistance en traction. Les murs tympans en sont exclus. Une amélioration de ce calcul graphique mène aux calculs des conditions de non-renversement des voussoirs pour les arcs (condition de stabilité des voussoirs) et une condition de non-renversement pour les murs tympans, considérés comme des murs de soutènement du remplissage. Cette condition est à compléter avec une vérification des conditions de non-glissement.
- **Conditions de non-glissement (Respect des lois de Coulomb) (niveau 1)** [COULOMB, 1776] : Cette méthode peut-être utilisée pour les arcs et pour les murs tympans. Il s'agit de vérifier que les efforts tangentiels en tout point de la structure ne sont pas supérieurs à la force de Coulomb, force de frottement.
- **Logiciels RING** [GILBERT et al., 2014] **et VOÛTES** [DELBECQ, 1983] (niveau 2) : Ces deux logiciels utilisent des calculs à la rupture basés sur les théories de Coulomb et de Jean Salençon ([SALENÇON, 1983]) pour le respect de conditions de non-glissement et de stabilité en tout point de la structure.

Ces méthodes d'analyse limite et de rupture permettent une analyse plus fine que les formulations empiriques, mais restent encore conservatives par rapport à un calcul complet par élément discret ou par éléments finis. Cet ensemble de méthodes constitue le niveau 2. Le prochain niveau permet de recalculer les ponts non suffisamment résistants au niveau 2.

Le niveau 3 correspond aux calculs de capacités portantes par la méthode des éléments finis ou éléments discrets comme celles proposées respectivement par [DOMEDE, 2006], [STABLON, 2011] et par [LEMOIS, 2007].

Les 3 niveaux décrits précédemment visent à définir la capacité portante des ponts en maçonnerie. La méthode de simulation des ponts en maçonnerie choisie étant les éléments finis, le niveau 3 est celui vers lequel il faudrait naturellement se diriger. Néanmoins, les algorithmes de simulation du niveau 3 disponibles chez SNCF RÉSEAU font une résolution précise du problème en simulant le passage des trains sur les ouvrages. Ces simulations sont coûteuses, mais le résultat est meilleur que pour les autres niveaux de



calcul.

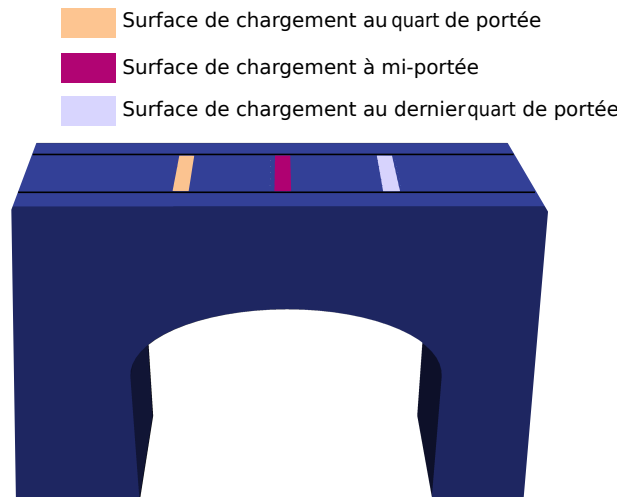
La procédure de calcul d'indice de capacité portante mise en place ici est une procédure simplifiée permettant d'obtenir une estimation de la capacité de l'ouvrage. C'est d'ailleurs pour cela que l'accent est mis sur le fait qu'il s'agisse d'un **indice de capacité portante**, dont la détermination est simple et ne représente qu'une estimation de la **capacité portante**, laquelle nécessite des calculs plus poussés et réglementairement définis. Cet indice de capacité portante permettra de remplir deux objectifs :

1. valider qualitativement la modélisation de la maçonnerie en s'attachant à vérifier la cohérence des résultats obtenus;
2. déterminer un critère simple et rapide à calculer pour la détermination de courbes de fragilité. La capacité portante et le déplacement de l'ouvrage étant des données habituelles et encadrées réglementairement pour l'ingénieur de l'infrastructure ferroviaire.

### 3.3 Définition d'un indice de capacité portante

La fiche UIC 778-3 2005 de l'Union Internationale des Chemins de fer ([UIC, 2005]) définit la capacité portante d'un pont en maçonnerie comme étant la charge roulante la plus forte n'engendrant pas d'endommagement supplémentaire au pont. Il s'agit de la capacité brute, à laquelle doivent être multipliés des coefficients de sécurité pour donner les états limites ultimes et de service. Il ne sera pas question ici de ces états limites, on conservera la capacité brute.. La définition correspond à une recherche de limite élastique. Les charges sont choisies avec les ingénieurs de SNCF RÉSEAU.

Pour chaque voûte, une force unitaire sera imposée et répartie sur une surface rectangulaire de 1.2m (deux fois la portée du rail) x la largeur du tablier. 3 zones de chargements sont définies : une au centre de la portée de la voûte, une au quart de la portée et une troisième au dernier quart de la portée. Pour chaque surface de chargement, on recherche la charge conduisant à la limite d'élasticité. On sélectionne ensuite la plus petite charge des trois surfaces, qui devient par définition l'indice de capacité portante.

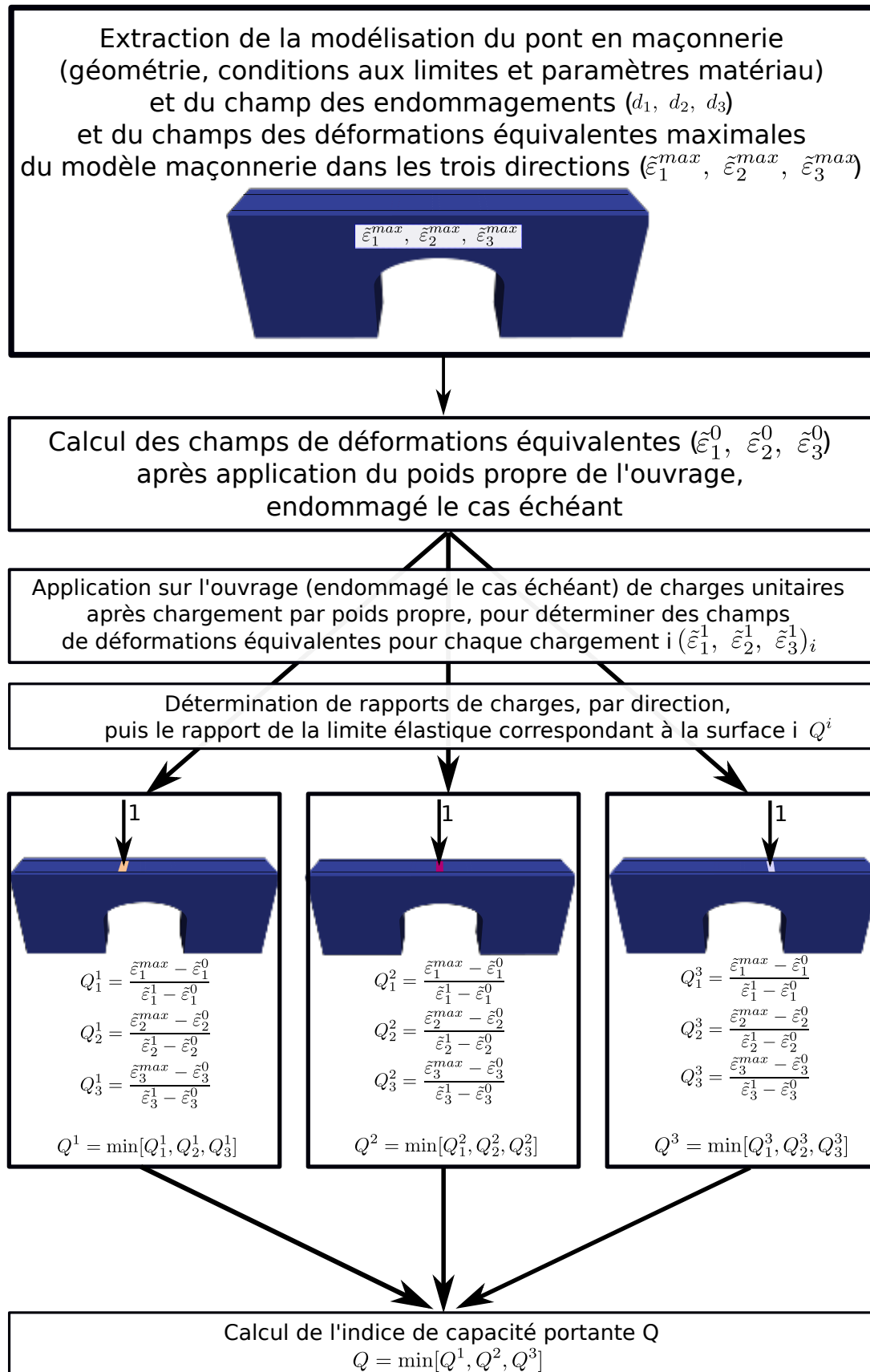


**FIGURE 4.13:** Surfaces de chargement pour la détermination de l'indice de capacité portante

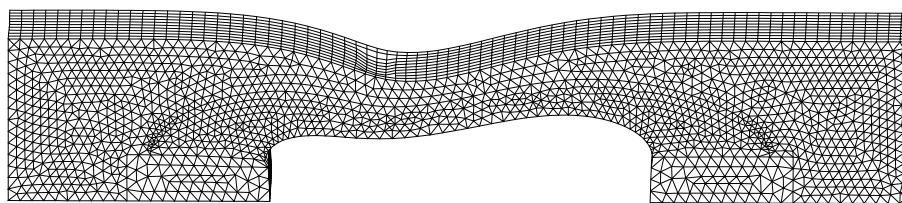
Une procédure est écrite pour ce calcul (Fig.4.14) :

1. On importe la modélisation du pont, avec les variables internes des calculs précédents le cas échéant (contraintes, déformations, endommagements et déformations équivalentes maximales  $\tilde{\epsilon}_i^{max} = \max_t[k_i, \tilde{\epsilon}_i(t)]$  suite à un calcul, par exemple de poussée progressive pour les sollicitations sismiques).
2. On applique à cette modélisation prenant en compte l'endommagement, son poids propre, et on extrait les déformations équivalentes en fin de calcul ( $\tilde{\epsilon}_i^0$ ).
3. On applique une force unitaire sur une première surface et suite à cette application, on détermine un facteur multiplicateur du chargement unitaire pour atteindre la limite élastique :
  - (a) On récupère pour les champs de déformations équivalentes maximales  $\tilde{\epsilon}_i^{max}$ , les déformations équivalentes avant chargement unitaire  $\tilde{\epsilon}_i^0$  et les déformations équivalentes dues au chargement unitaire  $\tilde{\epsilon}_i^1$ . Dans ces conditions, le facteur multiplicateur de charge sur la surface  $j$   $Q_i^j$  est égal à  $Q_i^j = \frac{\tilde{\epsilon}_i^{max} - \tilde{\epsilon}_i^0}{\tilde{\epsilon}_i^1 - \tilde{\epsilon}_i^0}$  en prenant les valeurs de la surface  $j$ .
  - (b) Ce calcul est fait sur les trois composantes d'endommagement du modèle maçonnerie, et le coefficient multiplicateur retenu pour la première surface chargée sera le plus petit des trois composantes. Soit pour la surface  $j$  (avec  $i = 1, 2$  ou  $3$ ),  $Q^j = \min[Q_1^j, Q_2^j, Q_3^j]$ .
4. On recommence ce calcul pour les deux autres surfaces et l'indice de capacité portante sera considéré comme le minimum des  $Q^j$  de chaque surface  $j$  (avec  $j = 1, 2$  ou  $3$ ). Soit  $Q = \min[Q^1, Q^2, Q^3]$ .

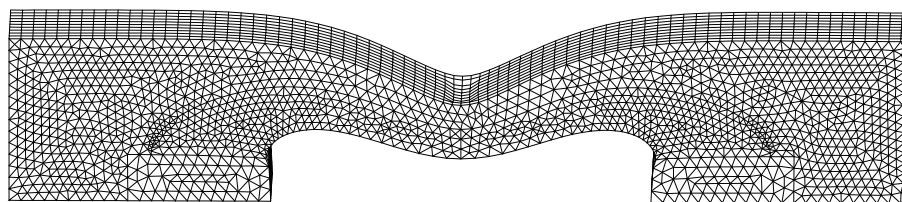
C'est donc cette valeur qui sera considérée comme indice de la capacité portante.



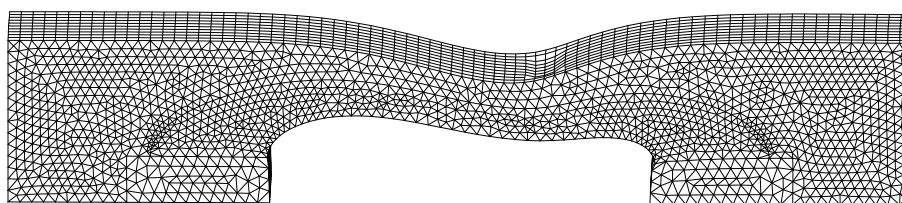
**FIGURE 4.14:** Schématisation détaillée de la procédure de calcul de l'indice de capacité portante  $Q$



Déformation avec le chargement de poids propre et le chargement au premier quart de la portée sur la structure endommagée



Déformation avec le chargement de poids propre et le chargement à mi-portée portée sur la structure endommagée



Déformation avec le chargement de poids propre et le chargement au troisième quart de la portée sur la structure endommagée

**FIGURE 4.15:** Exemple de déformations pour les trois chargements.

## 4 Comparaison entre les différents niveaux de calcul de capacité portante et l'indice de capacité portante

Afin de valider en partie la modélisation des ponts telle que présentée ci-dessus, une comparaison sera effectuée entre les capacités portantes déterminées par : la méthode MEXE ; l'analyse limite du logiciel RING ; la modélisation aux éléments finis réalisée dans le cadre de ces travaux.

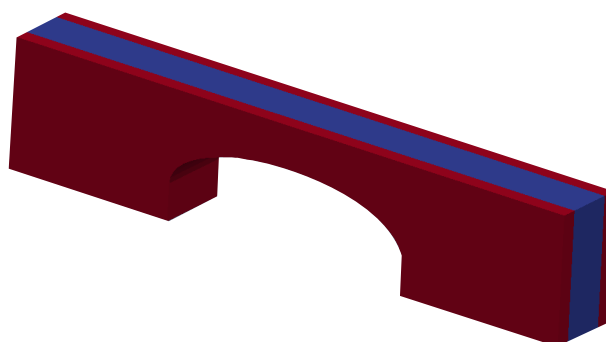
Trois ponts servent ainsi à la comparaison. Pour ces trois ouvrages, les résultats des méthodes MEXE et RING sont donnés par le département des ouvrages d'art de SNCF RÉSEAU, ainsi que les informations sur la modélisation.



(a) Photographie depuis la berge



(b) Photographie depuis le pont



(c) Modélisation adoptée

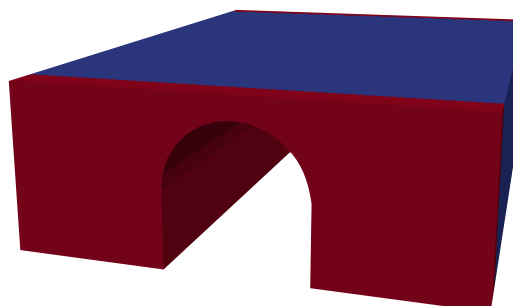
**FIGURE 4.16:** Illustrations du pont n° 1 (Propriétés dans le tableau 4.6)

Paramètres	Pont 1	Paramètres	Pont 1	Paramètres	Pont 1	Paramètres	Pont 1
Paramètres des culées				Paramètres maçonnerie			
$H_{C0}$	7 m	$H_{C1}$	7 m	$\rho$	2000. kg/m <sup>3</sup>	$k_1$	7.5E - 4
$L_{C0}$	11 m	$L_{C1}$	11 m	$E_1$	14.5 GPa	$k_2$	7.E - 4
Paramètres de la voûte 1				$E_2$	13.5 GPa	$k_3$	6.5E - 4
$EpG_1$	6 m	$EpC_1$	1.3 m	$E_3$	15 GPa	$\beta_{ij} = A_{ij}$	0.5
$EpD_1$	6 m	$O_1$	16 m	$\nu_{12}$	0.15	$\mu_i$	0.25
$HpG_1$	2 m	$F_1$	2.70 m	$\nu_{13}$	0.1	$a_i$	5.E - 6
$HpD_1$	2 m	$T_1$	circulaire	$\nu_{23}$	0.1	$b_i$	5.E6
$EpR_1$	5 m			$G_{12}$	6.3 GPa	$Gf_1$	10000 J/m <sup>2</sup>
Paramètres généraux				$G_{23}$	6.1 GPa	$Gf_2$	8000 J/m <sup>2</sup>
$E_{ptyp}$	1 m	$L_{rem}$	4 m	$G_{13}$	6.8 GPa	$Gf_3$	8000 J/m <sup>2</sup>
				Paramètres remplissage			
				$\rho$	1500. kg/m <sup>3</sup>	$LTR$	1.E6
				$E$	1 GPa	$LCS$	1.E8
				$\nu$	0.2		

**Tableau 4.6:** Récapitulatif des paramètres du pont 1 en référence au schéma de cotation (p.91)



(a) Photographie depuis la berge



(b) Modélisation adoptée

**FIGURE 4.17:** Illustrations du pont n° 2 (Propriétés dans le tableau 4.7)

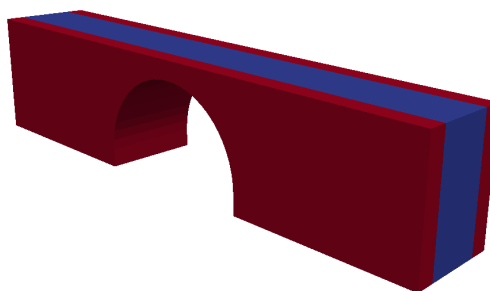
Paramètres	Pont 2	Paramètres	Pont 2	Paramètres	Pont 2	Paramètres	Pont 2
Paramètres des culées				Paramètres maçonnerie			
$H_{C0}$	6.5 m	$H_{C1}$	6.5 m	$\rho$	2000. kg/m <sup>3</sup>	$k_1$	7.5E - 4
$L_{C0}$	10 m	$L_{C1}$	10 m	$E_1$	14.5 GPa	$k_2$	7.E - 4
Paramètres de la voûte 1				$E_2$	13.5 GPa	$k_3$	6.5E - 4
$E_pG_1$	3 m	$E_pC_1$	0.7 m	$E_3$	15 GPa	$\beta_{ij} = A_{ij}$	0.5
$E_pD_1$	3 m	$O_1$	9 m	$\nu_{12}$	0.15	$\mu_i$	0.25
$H_pG_1$	1 m	$F_1$	4.5 m	$\nu_{13}$	0.1	$a_i$	5.E - 6
$H_pD_1$	1 m	$T_1$	circulaire	$\nu_{23}$	0.1	$b_i$	5.E6
$E_pR_1$	2 m			$G_{12}$	6.3 GPa	$Gf_1$	10000 J/m <sup>2</sup>
Paramètres généraux				$G_{23}$	6.1 GPa	$Gf_2$	8000 J/m <sup>2</sup>
$E_{ptyp}$	1 m	$L_{remp}$	18 m	$G_{13}$	6.8 GPa	$Gf_3$	8000 J/m <sup>2</sup>
				Paramètres remplissage			
				$\rho$	1500. kg/m <sup>3</sup>	$LTR$	1.E6
				$E$	1 GPa	$LCS$	1.E8
				$\nu$	0.2		

**Tableau 4.7:** Récapitulatif des paramètres du pont 2 en référence au schéma de cotation (p.91)





(a) Photographie depuis la berge



(b) Modélisation adoptée

**FIGURE 4.18:** Illustrations du pont n° 3 (Propriétés dans le tableau 4.8)

Paramètres	Pont 3	Paramètres	Pont 3	Paramètres	Pont 3	Paramètres	Pont 3
Paramètres des culées				Paramètres maçonnerie			
$H_{C0}$	5.5 m	$H_{C1}$	5.5 m	$\rho$	2000. kg/m <sup>3</sup>	$k_1$	7.5E - 4
$L_{C0}$	5 m	$L_{C1}$	5 m	$E_1$	14.5 GPa	$k_2$	7.E - 4
Paramètres de la voûte 1				$E_2$	13.5 GPa	$k_3$	6.5E - 4
$EpG_1$	2.5 m	$EpC_1$	0.75 m	$E_3$	15 GPa	$\beta_{ij} = A_{ij}$	0.5
$EpD_1$	2.5 m	$O_1$	4.5 m	$\nu_{12}$	0.15	$\mu_i$	0.25
$HpG_1$	2.5 m	$F_1$	2.25 m	$\nu_{13}$	0.1	$a_i$	5.E - 6
$HpD_1$	2.5 m	$T_1$	circulaire	$\nu_{23}$	0.1	$b_i$	5.E6
$EpR_1$	2 m			$G_{12}$	6.3 GPa	$Gf_1$	10000 J/m <sup>2</sup>
Paramètres généraux				$G_{23}$	6.1 GPa	$Gf_2$	8000 J/m <sup>2</sup>
$E_{ptymp}$	1 m	$L_{remp}$	4 m	$G_{13}$	6.8 GPa	$Gf_3$	8000 J/m <sup>2</sup>
				Paramètres remplissage			
				$\rho$	1500. kg/m <sup>3</sup>	$LTR$	1.E6
				$E$	1 GPa	$LCS$	1.E8
				$\nu$	0.2		

**Tableau 4.8:** Récapitulatif des paramètres du pont 3 en référence au schéma de cotation (p.91)

Les ponts sont modélisés avec les paramètres du tableau (Tables 4.6 à 4.8) dont les paramètres matériaux ont été déterminés grâce à l'identification des paramètres expliquée en annexe (p.171). Les trois ponts sont constitués de maçonneries équivalentes, avec : un rapport d'aspect des blocs entre 2.5 et 3; un rapport hauteur des blocs sur épaisseur de mortier entre 1/10 et 1/20; un module d'Young du grès des Vosges entre 15 et 30 GPa; une contrainte limite de traction du grès entre 1 et 2 MPa. La procédure d'identification en annexe (p.171) donne les propriétés mécaniques. Une brève analyse de sensibilité montre que plus les modules d'Young sont faibles, plus la limite est faible, plus les limites élas-

tiques matériaux sont faibles, plus la capacité sera faible. Les propriétés les plus faibles seront donc choisies.

Paramètres	Pont 1	Pont 2	Pont 3
MEXE	530 kN	Sans objet	575 kN
RING (hypothèse de maçonnerie résistante)	1725 kN	Sans objet	925 kN
RING (hypothèse de maçonnerie peu résistante)	1050 kN	2100 kN	740 kN
FEM	3228 kN	2400 kN	1480 kN

**Tableau 4.9:** Synthèse et comparaison des résultats de capacité portante.

Les calculs de capacités portantes par la méthode des éléments finis sont effectués avec la procédure décrite précédemment (p.102), et avec les modélisations de ponts décrites précédemment. Ainsi, les résultats obtenus par le calcul aux éléments finis donnent des résultats cohérents avec les autres méthodes. Pour le pont n° 2, les caractéristiques de l'ouvrage rendent les calculs par MEXE et RING quasi inadéquats. En effet, MEXE ne s'applique pas pour les voûtes si étroites, et RING atteint ses limites du fait de la largeur de l'ouvrage et de la hauteur de ballast initialement annoncée. Malgré cela, il n'y a aucune incohérence dans les ordres de grandeur des capacités calculées. Par conséquent, on choisit de considérer cet indicateur de capacité portante comme reflétant la capacité portante réelle de l'ouvrage.

## 5 Conclusion

Dans ce chapitre, une proposition de modélisation de ponts en maçonnerie pour résoudre des problèmes statiques et dynamiques est présentée, puis validée sur un cas statique.

Avec le développement du modèle maçonnerie présenté dans la première partie de ce document et les choix expliqués ci-dessus, les ponts en maçonnerie sont modélisables. De plus, la mise en algorithme de cette modélisation et l'utilisation du métamodèle présenté en annexe (p.171), permettent la création simple et automatisée de modélisations. Cette démarche d'automatisation des modélisations est intéressante pour une entreprise comme SNCF Réseau, et pour permettre l'étude d'un ensemble important d'ouvrages.

La comparaison entre l'indice de capacité portante et les résultats donnés par les méthodes habituelles montre que l'indice de capacité portante peut être utilisé pour des calculs grossiers. Notamment, il sera utile lors des calculs de fragilité, qui nécessiteront



de nombreux calculs de capacité portante, car elle est une quantité importante informant sur la santé du pont pour SNCF Réseau.

Ainsi, la modélisation des ponts en maçonnerie proposée ici incluant, le maillage, les conditions aux limites et les modèles matériaux et leurs paramètres, donne des résultats cohérents et permet d'effectuer des calculs statiques sur des ponts en maçonnerie assisée simplement et rapidement.

## Chapitre 5

# Calcul d'un pont en maçonnerie sous sollicitations sismiques et autres aléas naturels

*Ce chapitre se concentrera sur la résolution de chargements de type aléas naturels sur un pont en maçonnerie. Trois aléas seront présentés, l'aléa sismique, les mouvements de terrain et la poussée hydrodynamique de crue.*

*Pour le calcul de ponts en maçonnerie sous aléas sismiques, une résolution non-linéaire sur base modale est proposée (p.113). Elle nécessitera la formulation d'une loi de comportement pour les oscillateurs simples non-linéaires représentant le comportement de la structure sollicitée suivant chaque mode propre (p.117). Ensuite, cette proposition de méthode et formulation est validée sur un pont exemple, en comparant les résultats de la résolution sur base modale avec ceux d'une résolution directe par intégration temporelle. Enfin, une fois la validation effectuée, et les apports et limites des outils développés identifiés, la détermination des courbes de fragilité est présentée et appliquée sur le pont exemple.*

*Pour montrer la large capacité d'utilisation de la modélisation des ponts en maçonnerie présentée dans ces travaux, deux exemples seront développés pour le calcul de ponts sous mouvement de terrain et le calcul de ponts en maçonnerie sous poussée hydrodynamique de crue. Les résultats donnés par ces exemples sont cohérents avec ce qui est attendu par les ingénieurs de SNCF Réseau et permet d'ouvrir le champ des possibilités pour les futurs développements.*

La modélisation des ponts en maçonnerie introduite précédemment est maintenant utilisée pour alimenter des simulations de ponts en maçonnerie sous sollicitations d'aléas sismiques. La modélisation de ces chargements est ici exposée.

Dans un premier temps, la méthode de l'analyse modale non linéaire est présentée avec la formulation d'un modèle d'oscillateur simple spécifique à la représentation des ponts en maçonnerie.

Dans un deuxième temps, elle est validée sur le cas d'un pont calculé par un schéma d'intégration temporel de Newmark, et les limites de la méthode sont mises en lumière.

Dans un dernier temps, des courbes de fragilité sont déterminées sur un pont exemple, avec des critères de défaillance donnés par SNCF Réseau.

**Objectifs et méthodologie :** *l'objectif principal de cette étude est de fournir à SNCF Réseau des outils leur permettant de déterminer le niveau de dégradation de ponts en maçonnerie sous diverses sollicitations d'aléas naturels. L'application présentée ici sera la détermination de courbes de fragilité (concept expliqué p.134). Ces dernières étant des résultats statistiques, il faut effectuer un grand nombre de calculs. C'est la raison pour laquelle les méthodes de calcul sous sollicitations sismiques (p.115) et de détermination de critères de défaillance (p.100) doivent être économes en temps de calcul et qu'il faut générer des accélérogrammes synthétiques (p.112). Au passage, les calculs déterminés ici permettent aussi de démontrer la grande capacité d'adaptation et la faisabilité industrielle de ce type d'étude.*

## 1 Chargement dû aux aléas sismiques

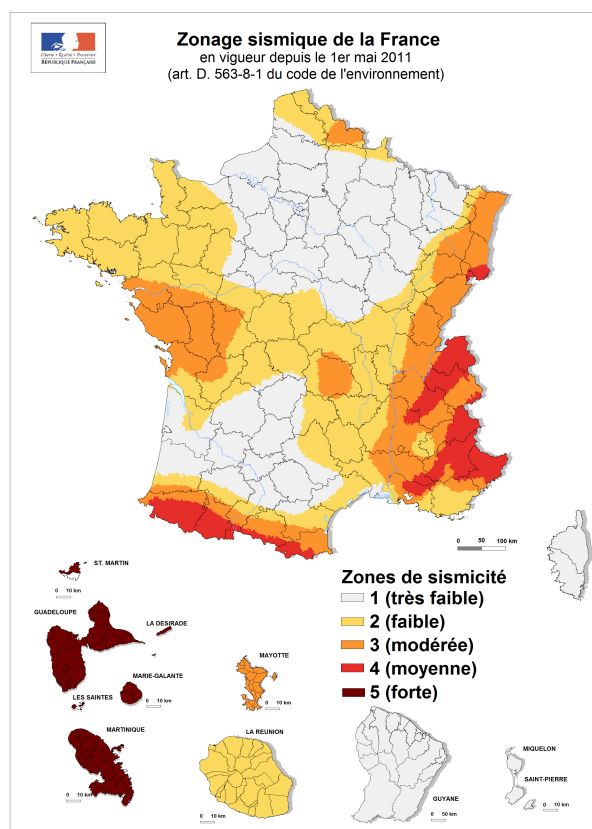
Parmi les aléas que l'on rencontre sur le territoire français, les aléas sismiques occupent une place particulière, puisqu'ils font l'objet, à l'échelle européenne, d'un règlement : l'Eurocode 8.

Tout d'abord, dans cette section, la formulation du problème des ponts en maçonnerie sous chargement sismique sera développée. Ensuite, quelques stratégies de résolution seront présentées. Enfin, le schéma de résolution adopté sera décrit et des résultats viendront l'illustrer.

### 1.1 Les séismes et leurs impacts sur les constructions.

Le territoire de France métropolitaine est peu soumis aux aléas sismiques. Néanmoins, ils existent et doivent être pris en compte dans le dimensionnement et la conception

des ouvrages. Surtout pour les ouvrages dits critiques, qui représentent un enjeu stratégique conséquent pour le territoire français. L'infrastructure ferroviaire fait partie de cette infrastructure critique et fait l'objet d'une surveillance particulière. SNCF RÉSEAU a ainsi pour mission de réduire les impacts sismiques à un niveau considéré admissible. Dans ce contexte réglementaire, le décret n° 2010-1255 définit le zonage sismique français avec les accélérations de référence du sol à considérer suivant la zone d'implantation de l'ouvrage étudié.



**FIGURE 5.1:** Carte de définition du zonage sismique français extrait du décret n° 2010-1255 ([JORF, 2010])

En France, les ouvrages du réseau ferré n'ont pas été beaucoup impactés par les séismes de ces dernières années. En Italie et au Chili, des séismes ont causé d'importants dégâts sur l'infrastructure. Une problématique peut alors être soulevée : à partir de quelle intensité sismique, quel ouvrage peut être touché.

## 1.2 Description des sollicitations

Les sollicitations produites par les ondes sismiques peuvent être décrites comme un mouvement du sol. Ce mouvement sera décrit par trois quantités : l'accélération, la vitesse et le déplacement. Une intensité sismique pourra donc être désignée soit par les maximaux de ces trois valeurs (Peak Ground Acceleration, Peak Ground Velocity et Peak Ground Displacement), soit par une transformation du signal d'accélération, de vitesse ou

de déplacement (Intensité d'Arias, Intensité de Housner, Average Spectral Acceleration, Pseudo-Spectral Acceleration, Cumulative Average Velocity, ...). Parmi ces différentes mesures de l'intensité sismiques, le choix classique du PGA sera retenu notamment pour la construction de courbes de fragilité. Il est à noter que le décret n° 2010-1255 donne des indications concernant l'accélération maximale du sol (Peak Ground Acceleration).

**Remarque :** plusieurs textes réglementaires définissent les niveaux d'accéléérations sismiques de référence. Pour les ponts, des accélérations réglementaires sont données par décret et modulées par l'arrêté "PONT" ([JORF, 2011]).

### 1.3 Génération des sollicitations sismiques dans cette étude

Les accélérogrammes des séismes sont générés suivant les travaux de [ZENTNER et al., 2014], en utilisant le modèle de Densité Spectrale de Puissance de Kanai-Tajimi ([KANAI, 1957] et [TAJIMI, 1960]). Ce dernier est caractérisé par une fréquence centrale  $f_0$ , un taux d'amortissement  $\xi_{KT}$ , et la fonction de modulation gamma caractérisée par un temps initial  $T_{ini}$  et une durée de phase forte  $T_{SM}$ . Le processus de modélisation des accélérogrammes est décrit dans [ZENTNER et al., 2014]. Cette génération faisant appel à un processus stochastique, l'accélérogramme correspond donc à un tirage aléatoire de certains paramètres de génération. Cet outil permet de générer des accélérogrammes différents avec les mêmes paramètres.

## 2 Description de la méthode de calcul de ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques

Les outils développés dans ces travaux se focalisent principalement sur l'évaluation de la vulnérabilité des ouvrages d'art en maçonnerie. Afin de limiter la complexité de l'étude, certaines hypothèses sont considérées.

**Hypothèses :** Dans toutes les simulations et dans tous les développements suivants, le sol ne sera jamais représenté. Les appuis du pont sont encastres. Pour la sollicitation sismique, les effets de sites et les phénomènes d'interactions sols structures ([GRANGE, KOTRONIS et MAZARS, 2009] ou [CREMER, PECKER et DAVENNE, 2001]) ne seront pas pris en compte. De même, malgré le caractère multi-supporté des structures de type "pont", aucune désynchronisation des sollicitations sismiques entre appuis ne sera considérée ([DER KIUREGHIAN et NEUENHOFER, 1992] et [WAEKEL, 1995]). Ces hypothèses sont fortes, mais sont cohérentes avec l'objectif industriel du travail de recherche qui est d'effectuer une étude de classification et de qualification et non de quantification précise.

Deux méthodes seront présentées ici pour résoudre le chargement sismique : l'intégration temporelle et la décomposition sur base modale. Le chargement temporel consiste en un chargement direct en accélération par l'accélérogramme avec une résolution dynamique par schéma de Newmark. Cette méthode est simple à utiliser et relativement robuste, malgré les problèmes de calcul de l'amortissement, mais particulièrement coûteuse, car elle nécessite une résolution complète du problème à chaque pas de temps, pour chaque accélérogramme ; l'analyse modale décrite par [CHOPRA et GOEL, 2002], [TATAIE, 2011] et [STOCCHI et al., 2019] qui consiste en une projection sur une base modale du problème pour une résolution mode à mode puis une recombinaison dans l'espace réel.

## 2.1 Formulation du problème

Pour l'analyse de la réponse d'ouvrages d'art en maçonnerie sous sollicitations sismiques, une formulation du problème dans le cadre de la mécanique des milieux continus est considérée. La formulation forte du problème est définie par la recherche du champ  $\mathbf{u}$  solution de l'équation 5.1 sur le domaine  $\Omega$ , respectant les conditions limites (eq. 5.2) et initiales (eq. 5.3) du problème.

Équilibre local :

$$\text{div}(\boldsymbol{\sigma}) + \mathbf{f} = \rho \ddot{\mathbf{u}}_{abs} = \rho \ddot{\mathbf{u}} + \rho \ddot{\mathbf{u}}_{sol} \quad (5.1)$$

$\mathbf{f}$  correspond au chargement volumique.  $\ddot{\mathbf{u}}_{abs}$  est l'accélération absolue. Celle-ci peut se décomposer en deux termes : l'accélération relative  $\ddot{\mathbf{u}}$  et l'accélération d'entraînement du sol  $\ddot{\mathbf{u}}_{sol}$  (i.e. accélération sismique).

Conditions limites :

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{imp} \quad \text{sur} \quad \partial\Omega_u \quad | \quad \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{t} \quad \text{sur} \quad \partial\Omega_f \quad (5.2)$$

$\mathbf{n}$  correspond à la normale sortante à la surface.  $\mathbf{u}_{imp}$  et  $\mathbf{t}$  sont respectivement les déplacements imposés et les forces imposées sur les conditions limites du domaine  $\Omega$ .

Conditions initiales :

$$\mathbf{u}(t=0) = \mathbf{u}_0 \quad | \quad \dot{\mathbf{u}}(t=0) = \dot{\mathbf{u}}_0 \quad (5.3)$$

En utilisant le principe des puissances virtuelles et après intégration par partie et utilisation du théorème de la divergence, on obtient la formulation faible du problème (Eq. 5.4).

$$\int_{\Omega} \boldsymbol{\varepsilon}^* : \boldsymbol{\sigma} \, d\Omega + \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}} \, d\Omega = \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{f} \, d\Omega + \int_{\partial\Omega_f} \mathbf{u}^* \cdot \mathbf{t} \, d\Omega - \int_{\Omega} \mathbf{u}^* \cdot \rho \ddot{\mathbf{u}}_{sol} \, d\Omega \quad (5.4)$$

$\mathbf{u}^*$  correspond au champ virtuel cinématiquement admissible à zéro.  $\boldsymbol{\varepsilon}^*$  est le tenseur de déformation associé à ce champ virtuel.

La méthode des éléments finis est ensuite utilisée pour approcher les champs solution  $\mathbf{u}$  et virtuel  $\mathbf{u}^*$ . Sur un élément  $e$ , l'équation 5.5 définit l'approximation de ces champs.

$$\mathbf{u} = \mathbf{N}_e \mathbf{u}_e \quad | \quad \mathbf{u}^* = \mathbf{N}_e \mathbf{u}_e^* \quad | \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B}_e \mathbf{u}_e \quad | \quad \boldsymbol{\varepsilon}^* = \mathbf{B}_e \mathbf{u}_e^* \quad (5.5)$$

$\mathbf{N}_e$  regroupe les fonctions de forme de l'élément et  $\mathbf{B}_e$  les dérivées de ces mêmes fonctions de forme. En réalisant l'assemblage des contributions élémentaires  $\mathcal{A}_{e=1}^n$  (eq. 5.6), on obtient la formulation matricielle de l'équation 5.7.

$$\mathcal{A}_{e=1}^n \left\{ \int_{\Omega_e} \mathbf{N}_e^T \rho \mathbf{N}_e \ddot{\mathbf{u}}_e + \mathbf{B}_e^T \boldsymbol{\sigma} \, d\Omega = \int_{\Omega_e} \mathbf{N}_e^T \mathbf{f} - \mathbf{N}_e^T \rho \mathbf{N}_e \ddot{\mathbf{u}}_{sol} \, d\Omega + \int_{\partial\Omega_{fe}} \mathbf{N}_e^T \mathbf{t} \, d\partial\Omega \right\} \quad (5.6)$$

$$\mathbb{M} \cdot \ddot{\mathbf{U}} + \mathbf{f}_{int}(\mathbf{U}) = \mathbf{F}_{ext} - \mathbb{M} \cdot \ddot{\mathbf{U}}_{sol} \quad (5.7)$$

$\mathbb{M}$  correspond à la matrice de masse,  $\mathbf{f}_{int}(\mathbf{U})$  aux efforts internes obtenus par intégration de la contrainte  $\boldsymbol{\sigma}$  et  $\mathbf{F}_{ext}$  les forces externes issues des contributions des forces volumiques  $\mathbf{f}$  et des forces sur les conditions limites  $\mathbf{t}$ . Dans le cadre d'un comportement élastique linéaire de la structure, les forces internes sont directement proportionnelles au déplacement :  $\mathbf{f}_{int} = \mathbb{K} \cdot \mathbf{U}$  ( $\mathbb{K}$ , matrice de rigidité).

$\mathbf{U}$  regroupe l'ensemble des degrés de liberté en déplacement dans le repère d'entraînement et  $\ddot{\mathbf{U}}_{sol}$  regroupe l'accélération d'entraînement pour chaque degré de liberté. En pratique ce dernier terme est décomposé suivant chaque direction du séisme  $k$  selon l'équation 5.8.

$$\ddot{\mathbf{U}}_{sol} = \sum_k \boldsymbol{\Delta}_k \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{sol_k} \quad \text{avec } k = [x, y, z] \quad (5.8)$$

$\ddot{\mathbf{u}}_{sol_k}$  correspond à l'accélération du sol suivant la direction  $k$  et  $\boldsymbol{\Delta}_k$  au vecteur des degrés de liberté suivant la direction du séisme. Afin de retranscrire les dissipations qui n'ont pu être modélisées dans les termes de l'équation 5.7, on ajoute classiquement un terme de dissipation visqueuse. La formulation matricielle du problème dynamique dans le repère d'entraînement s'écrit alors selon l'équation 5.9.

$$\mathbb{M} \cdot \ddot{\mathbf{U}} + \mathbb{C} \cdot \dot{\mathbf{U}} + \mathbf{f}_{int}(\mathbf{U}) = \mathbf{F}_{ext} - \sum_k \mathbb{M} \cdot \boldsymbol{\Delta}_k \cdot \ddot{\mathbf{u}}_{sol_k} \quad (5.9)$$

$\mathbb{C}$  correspond à la matrice d'amortissement. Cette matrice est définie selon la forme de la matrice de Rayleigh. Celle-ci est considérée comme une combinaison linéaire de la matrice de masse  $\mathbb{M}$  et de la matrice de rigidité  $\mathbb{K}$ , avec des coefficients  $\alpha$  et  $\beta$  fonction des taux d'amortissement imposés pour deux valeurs de fréquences propres. Pour un taux d'amortissement  $2\xi$  fixé sur les deux premières fréquences propres de la structure ( $f_1, f_2$ ), la matrice d'amortissement  $\mathbb{C}$  s'écrit selon l'équation 5.10.

$$\mathbb{C} = \alpha_1 \mathbb{M} + \alpha_2 \mathbb{K} \quad \alpha_1 = \frac{4\pi f_1 f_2 \xi (f_1 - f_2)}{(f_1^2 - f_2^2)} \quad \alpha_2 = \frac{\xi (f_1 - f_2)}{\pi (f_1^2 - f_2^2)} \quad (5.10)$$

## 2.2 Résolution directe

L'équation d'équilibre 5.9 définie précédemment peut se résoudre directement par l'utilisation d'un schéma d'intégration temporelle. L'échelle de temps est discrétisée sur des pas de temps discrets  $t_n$ . Le schéma d'intégration temporelle de Newmark est utilisé dans le cadre de ce travail (eq. 5.11).

$$\begin{aligned} U_{n+1} &= U_n + \Delta t \cdot \dot{U}_n + \frac{\Delta t^2}{2} ((1 - 2\beta) \cdot \ddot{U}_n + 2\beta \cdot \ddot{U}_{n+1}) \\ \dot{U}_{n+1} &= \dot{U}_n + \Delta t ((1 - \gamma) \cdot \ddot{U}_n + \gamma \cdot \ddot{U}_{n+1}) \end{aligned} \quad (5.11)$$

Le problème peut présenter des non-linéarités notamment introduites par les forces internes  $f_{int}(U)$ . Afin de résoudre ce problème, une méthode de résolution de type Newton modifiée est considérée. La résolution directe se fait par le code aux éléments finis Cast3M [CAST3M, 2004].

La résolution directe de cette équation servira de calcul de référence pour les approches de résolution simplifiée proposées dans la suite.

## 2.3 Formulation non linéaire sur base modale

Dans l'optique de réaliser par la suite une étude de vulnérabilité où un grand nombre de calculs peuvent être nécessaires, une formulation simplifiée du problème de ponts soumis à des chargements sismiques est considérée. Cette formulation s'appuie sur la base modale de la structure non amortie avec  $\omega_i$  les pulsations propres et  $\phi_i$  les vecteurs propres associés.

Dans le cas d'une structure linéaire, en décomposant le déplacement  $U$  sur la base modale (Eq. 5.12) et en projetant sur cette dernière, l'équation d'équilibre 5.13 est obtenue.

La simplification de l'équation est obtenue grâce aux propriétés d'orthogonalité de la base modale vis-à-vis du produit en rigidité ( $\phi_i^T \mathbb{K} \phi_j = \delta_{ij} K_i$ ) et du produit en masse ( $\phi_i^T \mathbb{M} \phi_j = \delta_{ij} M_i$ ). Par construction, la matrice d'amortissement  $\mathbb{C}$  hérite de ces propriétés d'orthogonalité.



$$U = \sum_i q_i \phi_i \quad (5.12)$$

$$[\phi_i^T \mathbb{M} \phi_i] \ddot{q}_i + [\phi_i^T \mathbb{C} \phi_i] \dot{q}_i + [\phi_i^T \mathbb{K} \phi_i] q_i = - \sum_k \phi_i^T \mathbb{M} \Delta_k \cdot \ddot{u}_{sol_k} \quad (5.13)$$

$q_i$  correspond au déplacement modal du mode  $i$ . Le terme associé à l'accélération du sol suivant la direction  $k$  correspond au déplacement généralisé du mode  $i$ , dans la direction  $k$  :  $L_{i,k} = \phi_i^T \mathbb{M} \Delta_k$ . En divisant par la masse modale  $M_i$  chaque terme de l'équation d'équilibre, l'équation 5.14 est obtenue.

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = - \sum_k \Gamma_{i,k} \cdot \ddot{u}_{sol_k} \quad (5.14)$$

$\Gamma_{i,k}$  correspond au facteur de participation du mode  $i$ , dans la direction  $k$ . L'équation dynamique globale ainsi découplée permet de traiter indépendamment sur chaque mode un problème d'oscillateur simple.

En s'appuyant sur les propositions [CHOPRA et GOEL, 2002] et [TATAIE, 2011] et leur mise en application par [STOCCHI et al., 2019], la formulation sur base modale est étendue aux problèmes non linéaires. L'hypothèse fondamentale de l'approche est le maintien des propriétés de découplage avec le développement des non linéarités. Cette hypothèse considère une conservation de la forme des modes propres au cours des calculs. Cette hypothèse offre une approximation correcte pour des niveaux de non-linéarités faibles à modérés ([CHOPRA et GOEL, 2002] et [TATAIE, 2011]).

Dans ce cadre là, le terme non linéaire associé aux forces internes  $f_{int}(U)$  est décomposé sur la base modale selon l'équation 5.15.

$$f_{int}(U) = \sum_j \mathbb{K} \cdot f_j(q_j, V_j) \cdot \phi_j + \sum_k \mathbb{K} \cdot q_k \cdot \phi_k \quad (5.15)$$

$f_j$  est une fonction du déplacement modal  $q_j$  et de variables internes modales  $V_j$  pour le comportement non linéaire. La projection sur base modale, pour les termes non linéaires, s'écrit selon l'équation 5.16.

$$\ddot{q}_i + 2\xi_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 \cdot f_i(q_i, V_i) = - \sum_k \Gamma_{i,k} \cdot \ddot{u}_{sol_k} \quad (5.16)$$

Afin d'identifier les paramètres des lois de comportement non linéaire  $f_i$ , une analyse en poussée progressive est réalisée sur la structure complète en appliquant en déplacement imposé une distribution suivant le vecteur propre du mode considéré :  $\phi_i$  (eq. 5.17).

$$\mathbb{K} \cdot f_i(q_i, V_i) \cdot \phi_i = F_{ext} \quad (5.17)$$

En projetant selon le vecteur  $\Delta_k$ , associé à la direction  $k$ , on obtient l'équation 5.18. Cette équation utilise la propriété de décomposition du vecteur  $\Delta_k$  sur la base modale :  $\Delta_k = \sum_i \Gamma_{i,k} \cdot \phi_i$ . De plus, par équilibre, la sommation des forces extérieures selon une direction est égale à l'effort en base de la structure selon la direction  $k$  :  $V_{b_k}$ .

$$K_i \cdot f_i(q_i, V_i) = \frac{V_{b_k}}{\Gamma_{i,k}} \quad (5.18)$$

Dans la suite, un modèle de comportement est proposé pour décrire la réponse modale non linéaire définie par :  $K_i \cdot f_i(q_i, V_i)$ .

Une question reste cependant en suspens concernant la sélection des modes propres linéaires et non linéaires afin de constituer la base modale utilisée pour la modélisation simplifiée. En effet, le système possédant un nombre de modes propres égal au nombre de degrés de liberté, il est impossible de tous les solliciter. D'autant plus que tous ne contribuent pas de la même manière à la réponse globale. La sélection des modes propres se fait donc de la manière suivante :

1. Sélection de tous les modes propres entre 0 et 50 HZ.
2. Sélection, par direction, de tous les modes dont la masse modale effective ( $\frac{L_{i,k}^2}{M_i}$ ) est supérieure à 5% de la masse totale de la structure.

Tous les modes sélectionnés ainsi correspondent à des modes de basse et moyenne fréquence (dans la gamme d'excitation sismique désirée), dont la participation attendue à la réponse de l'ouvrage est supérieure à 5%. Cette solution n'est pas parfaite. Elle prend assez mal en compte les modes de torsion et peut être entachée d'erreurs notamment dans le cas où un nombre important de modes inférieurs à 5% représente au total une part importante des modes excités. Néanmoins, elle offre une bonne approximation et évite de considérer inutilement certains modes propres. Une amélioration pourra être apportée en considérant la part élastique de ces modes peu participants (par une approche de mode statique par exemple), cela permettrait de compléter la réponse.

### 3 Formulation du comportement d'oscillateur simple non-linéaire

Pour appliquer la méthode définie ci-dessus, il reste à définir la loi de comportement des oscillateurs non linéaires.

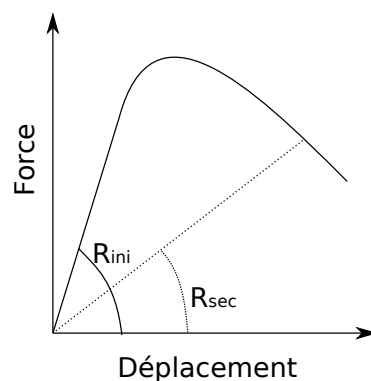
#### 3.1 Formulation de la loi de comportement global

##### 3.1.1 Description des mécanismes et du cadre de formulation

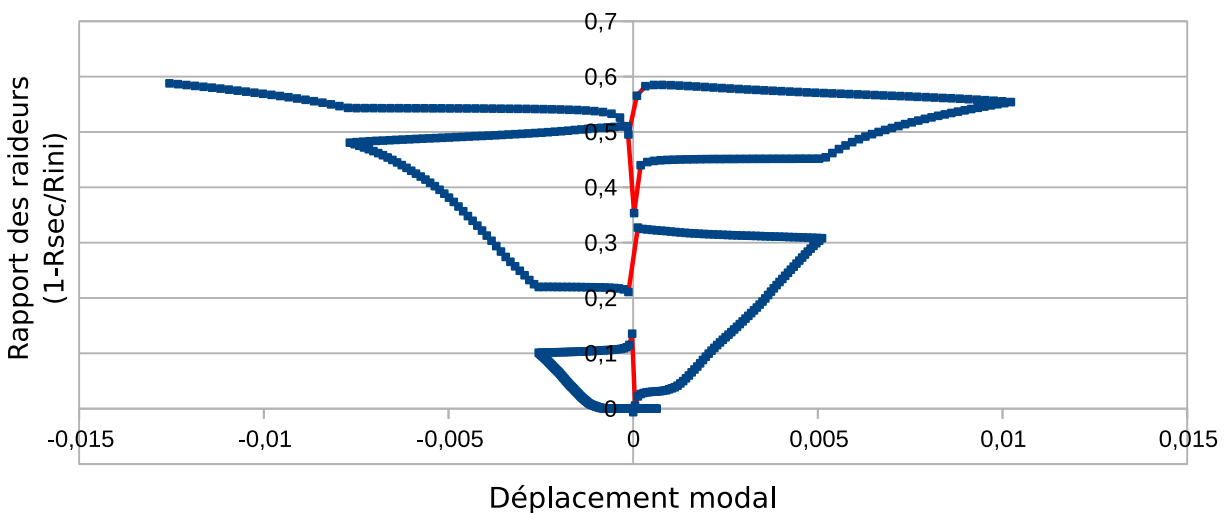
Concernant la loi de comportement, on peut considérer que les mécanismes à l'échelle des matériaux sont transférables à l'échelle structure. Ainsi, un endommagement modal

correspondant à une perte de raideur par endommagement de la maçonnerie est considéré au travers d'une variable d'endommagement  $D$  couplée à la raideur modale par la relation  $K = K_0(1 - D)$ . La plasticité induite par le frottement interne et la plasticité du remplissage sont modélisées par le couplage endommagement/ frottement précédemment utilisé dans le modèle de maçonnerie. Un modèle d'oscillateur non linéaire basé sur ([MOUTOUSSAMY, 2013] et [DESMORAT, F. RAGUENEAU et PHAM, 2007]) est formulé.

L'effet unilatéral de l'endommagement peut être observé en faisant un essai sur le pont exemple qui sera présenté p.124. Si on le sollicite suivant le premier mode propre imposé en chargement cyclique, on remarque que le rapport entre raideur initiale ( $R_{ini}$ ) et raideur sécante ( $R_{sec}$ ) change lorsque le signe du déplacement change (Fig.5.3).



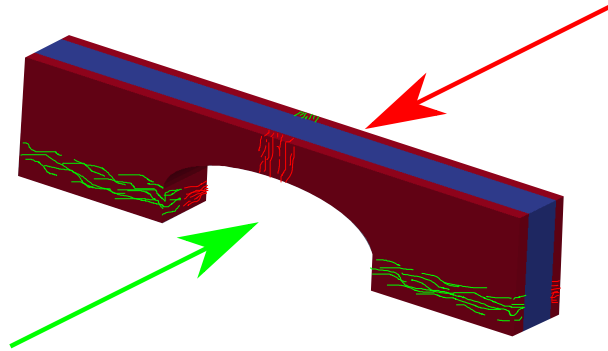
**FIGURE 5.2:** Illustration de la raideur initiale et de la raideur sécante pour la figure 5.3



**FIGURE 5.3:** Illustration de l'unilatéralité des dégradations avec la courbe rapport de raideur / déplacement modal pour le pont exemple sollicité suivant la déformée modale du mode 1. Un saut entre le rapport en déplacement positif et en déplacement négatif implique un phénomène d'unilatéralité

Il est possible de déduire que la fissuration n'est pas la même est fonction du sens de sollicitation. Sur le pont exemple on observe que deux systèmes de fissuration se développent de part et d'autre du pont, en fonction du sens (du signe) de la sollicitation (Fig.5.4).

Ce constat correspond aux résultats de la courbe endommagement / déplacement modal sur un test cyclique sur le pont exemple.



**FIGURE 5.4:** Illustration schématisant la différence de fissuration en fonction du sens de la sollicitation modale. La force en vert implique les fissures vertes et la force en rouge implique les fissures rouges.

En revanche, une remarque peut être faite sur le fait que le phénomène d'unilatéralité semble ne pas être complet. Cela peut s'expliquer du fait que la structure est très peu élancée, et donc un endommagement au centre de la structure agit sur les deux directions. Par conséquent, une modélisation complète pourrait considérer trois endommagements, un par signe du déplacement et un troisième agissant sur les deux signes du déplacement. La proposition qui est faite ici est de considérer deux variables d'endommagement pour ne pas alourdir le calcul et surcharger la formulation avec d'autres variables internes et d'autres paramètres matériaux.

Afin de s'assurer de la validité physique (notamment thermodynamique) du modèle formulé ici, sa formulation suivra les principes de la thermodynamique, et le cadre déjà explicité dans la partie précédente (Partie 1 Chapitre 3 section 2.3). On rappelle brièvement que ces modèles sont écrits sous forme de potentiel thermodynamique (énergie libre de Helmholtz  $\rho\Psi$  ou enthalpie libre de Gibbs  $\rho\Psi^*$ ), que de ce potentiel découlent les lois d'états, qui permettent de lier les quantités entre elles (par exemple les contraintes et les déformations).

### 3.1.2 Formulation thermodynamique des la loi de comportement des oscillateurs simples non-linéaires

Le potentiel thermodynamique du modèle s'écrit tel qu'il prenne en compte l'endommagement et le frottement interne par l'équation (5.19)

$$\rho\Psi = \frac{1}{2}(1-D)K_0(U)^2 + \frac{1}{2}g(D)K_0(U - U^\pi)^2 + \frac{1}{2}b\alpha^2 \quad (5.19)$$

Il faut prendre en compte l'unilatéralité de l'endommagement dans les lois d'état, en modifiant la variable d'endommagement  $D$ . L'endommagement unilatéral est ici imposé par le biais de fonctions de Heavyside ( $\mathcal{H}(\bullet)$ ) sur le déplacement (Éq. 5.20) pour la prise en

compte de l'endommagement  $D_+$  ou  $D_-$  suivant le signe du déplacement  $U$ . L'endommagement ainsi formulé n'est plus continûment dérivable, mais dérivable par morceau.

$$D = \mathcal{H}(U)D_+ + \mathcal{H}(-U)D_- \quad (5.20)$$

Le potentiel thermodynamique s'écrit donc de la manière suivante (Eq.5.21).

$$\rho\Psi = \frac{1}{2}(1 - \mathcal{H}(U)D_+ - \mathcal{H}(-U)D_-)K_0(U)^2 + \frac{1}{2}\max[D_+, D_-]K_0(U - U^\pi)^2 + \frac{1}{2}b\alpha^2 \quad (5.21)$$

De ce potentiel découlent les lois d'état suivantes :

$$F = \frac{\partial \rho\Psi}{\partial U} = (1 - \mathcal{H}(U)D_+ - \mathcal{H}(-U)D_-)K_0(U) + F^\pi \quad (5.22)$$

$$F^\pi = -\frac{\partial \rho\Psi}{\partial U^\pi} = K_0\max[D_+, D_-](U - U^\pi) \quad (5.23)$$

$$X = \frac{\partial \rho\Psi}{\partial \alpha} = b\alpha \quad (5.24)$$

$$Y_+ = -\frac{\partial \rho\Psi}{\partial D_+} = K_0(U)^2 - K_0(U - U^\pi)^2 \quad (5.25)$$

$$Y_- = -\frac{\partial \rho\Psi}{\partial D_-} = K_0(U)^2 - K_0(U - U^\pi)^2 \quad (5.26)$$

$$(5.27)$$

L'endommagement est formulé pour que sa dérivée soit nulle au début de l'endommagement et à la fin. Les deux lois d'évolution des deux endommagements sont scrupuleusement les mêmes, car l'effet de l'endommagement est unilatéral et symétrique.

$$y_+ = \frac{1}{2}K_0|<U>_+|^2 \quad y_0 = \frac{1}{2}K_0k_0^2 \quad y_- = \frac{1}{2}K_0|<U>_-|^2 \quad (5.28)$$

$$f_+ = 1 - \frac{1}{1 + \zeta_1(y_+ - y_0)\zeta_2} - D_+ \geq 0 \quad f_- = 1 - \frac{1}{1 + \zeta_1(y_- - y_0)\zeta_2} - D_- \geq 0 \quad (5.29)$$

$$D_+ = 1 - \frac{1}{1 + \zeta_1(y_+ - y_0)\zeta_2} \quad D_- = 1 - \frac{1}{1 + \zeta_1(y_- - y_0)\zeta_2} \quad (5.30)$$

$$\dot{D}_+ = \frac{2\zeta_1\zeta_2|<U>_+|(|<U>_+|^2 - k_0^2)\zeta_2 - 1}{(1 + \zeta_1(|<U>_+|^2 - k_0^2)\zeta_2)^2} \quad \dot{D}_- = \frac{2\zeta_1\zeta_2|<U>_-|(|<U>_-|^2 - k_0^2)\zeta_2 - 1}{(1 + \zeta_1(|<U>_-|^2 - k_0^2)\zeta_2)^2} \quad (5.31)$$

Donc  $\dot{D}$  est positif quand  $f_+$  ou  $f_-$  évolue. Par ailleurs, des paramètres sur  $\zeta_1$  et  $\zeta_2$  doivent être posées :  $\zeta_1 > 0$  et  $\zeta_2 > 0$ .

Le frottement interne est inspiré des travaux de [ARMSTRONG et FREDERICK, 1966] (Éq. 5.33).

$$\mathcal{F}^\pi = |F^\pi - X| + \frac{1}{2}aX^2 \quad (5.32)$$

$$f^\pi = |F^\pi - X| - F_y = 0 \quad (5.33)$$

De ces équations (Éq. 5.32 et 5.33) découlent les lois d'évolutions (Éq. 5.34 et 5.35) introduisant un multiplicateur plastique  $\lambda$ .

$$\dot{U}^\pi = \dot{\lambda}^\pi \frac{\partial \mathcal{F}^\pi}{\partial F^\pi} = \dot{\lambda}^\pi \frac{F^\pi - X}{|F^\pi - X|} \quad (5.34)$$

$$\dot{\alpha} = -\dot{\lambda}^\pi \frac{\partial \mathcal{F}^\pi}{\partial X} = \dot{\lambda}^\pi \left( \frac{F^\pi - X}{|F^\pi - X|} - aX \right) \quad (5.35)$$

La dissipation  $\mathcal{D}$  de ce modèle est positive à condition que  $a \geq 0$ ,  $b \geq 0$ ,  $\zeta_1 \geq 0$ ,  $\zeta_2 \geq 0$  et  $\lambda \geq 0$ , et comme pour le modèle maçonnerie, si  $U^2 < (U - U^\pi)^2$  alors la dissipation peut devenir négative. Il faut donc imposer :  $Y_+ < 0$  alors  $\dot{D}_+ = 0$  et  $Y_- < 0$  alors  $\dot{D}_- = 0$ . Le calcul de l'endommagement est explicite et la plasticité est résolue par un schéma implicite de return mapping ([ORTIZ et SIMO, 1986]).

### 3.2 Implémentation numérique

Un algorithme de résolution (Alg. 2) similaire à celui mis en place pour le modèle maçonnerie considéré.

**Algorithm 2** Algorithme de l'oscillateur simple non linéaire

1. Entrées :  $U^\tau, \Delta U, F^\tau, D_+^\tau, D_-^\tau, (U^\pi)^\tau, X^\tau$ .
2. Actualisation du déplacement :  $U^{\tau+1} = U^\tau + \Delta U$
3. **Endommagement**
  - (a) Calcul des fonctions seuil :  $f_+, f_-$
  - (b) Actualisation conditionnelle de l'endommagement :
    - si  $f_+ \leq 0 \rightarrow D_+^{\tau+1} = D_+^\tau$  et si  $f_- \leq 0 \rightarrow D_-^{\tau+1} = D_-^\tau$
    - si  $f_+ > 0 \rightarrow D_+^{\tau+1}$  et si  $f_- > 0 \rightarrow D_-^{\tau+1}$
4. **Frottement interne**
  - (a) Calcul des contraintes de frottements tests :  $(F^\pi)^{trial}$
  - (b) Calcul des fonctions seuils de frottement :  $f^\pi$
  - (c) Actualisation des variables de frottement interne :
    - si  $f^\pi \leq 0 \rightarrow (F^\pi)^{\tau+1} = (F^\pi)^{trial}$  et pas d'évolution des variables internes
    - si  $f_i^\pi > 0 \rightarrow$  Retour radial
      - i. Calcul des multiplicateurs plastique :  $\delta\lambda^\pi \Big|_{k+1}$
      - ii. Actualisation des variables :  $F^\pi \Big|_{k+1}, X \Big|_{k+1}$
      - iii. Calcul des fonctions seuil de frottement :  $f^\pi \Big|_{k+1}$
      - iv. Test de convergence : si  $\left| f^\pi \Big|_{k+1} \right| \leq 1E-8$  ou  $\delta\lambda^\pi \Big|_{k+1} \leq 1E-8 \rightarrow$  fin du schéma itératif, sinon revenir à i.
5. Sorties :  $U^{\tau+1}, F^{\tau+1}, D_+^{\tau+1}, D_-^{\tau+1}, (U^\pi)^{\tau+1}, X^{\tau+1}$

Les paramètres de l'oscillateur simple à identifier sur les courbes de réponse des poutres progressives sont récapitulés dans le tableau suivant (Tab.5.1)  $K$  est directement identifié grâce aux courbes de réponse et les résultats de l'analyse modale, et  $\xi$  est approchée par la méthode d'approximation de Rayleigh (p.115). Alors que les autres paramètres sont obtenus par un algorithme d'optimisation globale.

### 3.3 Illustration de la loi de comportement

Avec le jeu de paramètre suivant ( $K_0 = 4.e5, k_0 = 0.01, \zeta_1 = 0.3, \zeta_2 = 1, a = 1.e-2, b = 1.e5$  et  $F_y = 10N$ ), la réponse de l'oscillateur simple sous sollicitations quasi-statiques est illustrée par la figure (Fig.5.5) et la réponse cyclique est illustrée par la figure (Fig.5.6).

Paramètre	Symbole
Raideur	$K_0$
Amortissement élastique	$\xi$
Limite de déplacement avant endommagement	$k_0$
Premier paramètre d'endommagement	$\zeta_1$
Second paramètre d'endommagement	$\zeta_2$
Premier paramètre d'écrouissage	$a$
Second paramètre d'écrouissage	$b$
Force de Coulomb	$F_y$

Tableau 5.1: Paramètres du modèle d'oscillateur non linéaire

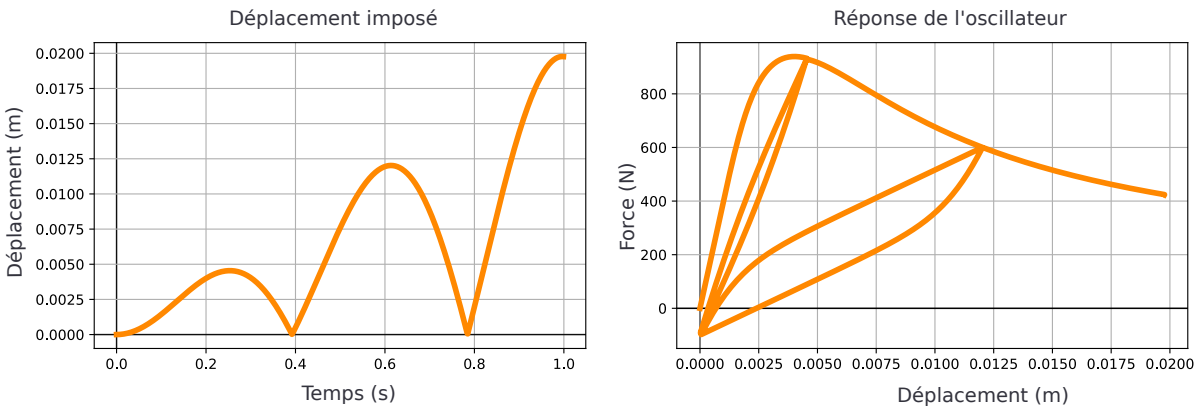


FIGURE 5.5: Illustration de la réponse quasi-statique de l'oscillateur non linéaire

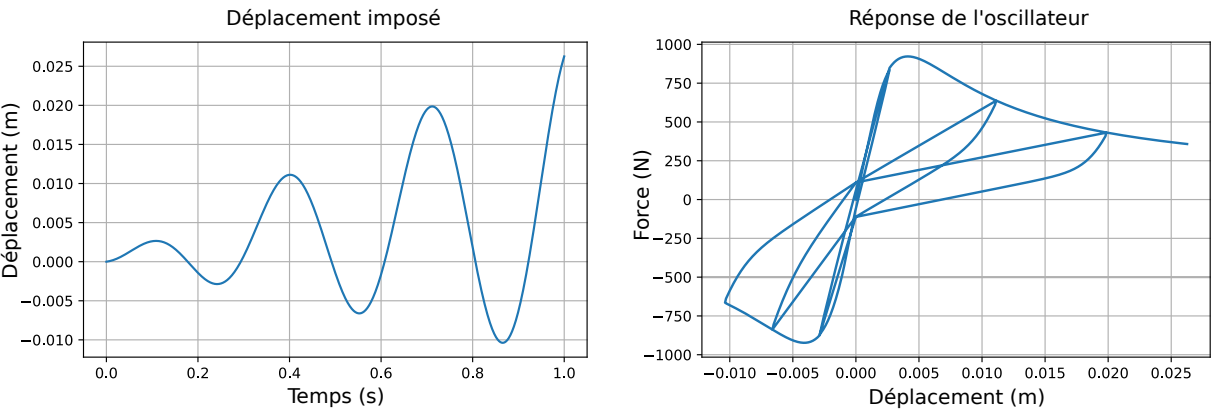


FIGURE 5.6: Illustration de la réponse cyclique quasi-statique de l'oscillateur non linéaire

Maintenant, il faut valider la mise en place de la méthode d'analyse modale pour les ponts en maçonnerie.



## 4 Application sur un pont exemple

Pour valider l'implantation et les hypothèses de l'analyse modale, un cas test sera mené. D'abord, une analyse modale linéaire, puis non linéaire, seront menées avec différents niveaux d'endommagement pour identifier le niveau au-delà duquel l'analyse modale devient inopérante. Puis l'extraction des critères de défaillances définis avec SNCF Réseau pour le calcul des courbes de fragilité sera détaillée.

### 4.1 Présentation du cas test, comparaison résolution temporelle et analyse modale

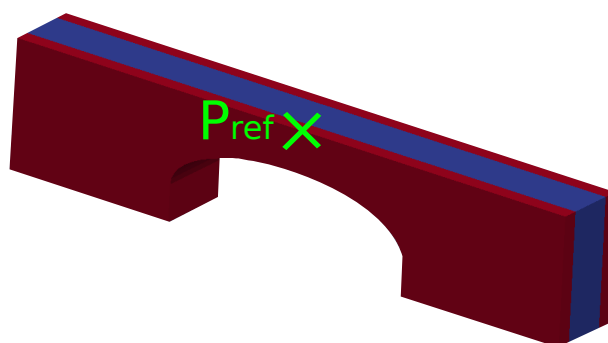
Le cas test utilisé ici correspond au pont n° 1 du chapitre sur le calcul de la capacité portante.



(a) Photographie depuis la berge



(b) Photographie depuis le pont



(c) Modélisation adoptée

**FIGURE 5.7:** Illustrations du pont n° 1

Paramètres	Pont 1	Paramètres	Pont 1	Paramètres	Pont 1	Paramètres	Pont 1
Paramètres des culées				Paramètres maçonnerie			
$H_{C0}$	7 m	$H_{C1}$	7 m	$\rho$	2000. kg/m <sup>3</sup>	$k_1$	7.5E - 4
$L_{C0}$	11 m	$L_{C1}$	11 m	$E_1$	14.5 GPa	$k_2$	7.E - 4
Paramètres de la voûte 1				$E_2$	13.5 GPa	$k_3$	6.5E - 4
$EpG_1$	6 m	$EpC_1$	1.3 m	$E_3$	15 GPa	$\beta_{ij} = A_{ij}$	0.5
$EpD_1$	6 m	$O_1$	16 m	$v_{12}$	0.15	$\mu_i$	0.25
$HpG_1$	2 m	$F_1$	2.70 m	$v_{13}$	0.1	$a_i$	5.E - 6
$HpD_1$	2 m	$T_1$	circulaire	$v_{23}$	0.1	$b_i$	5.E6
$EpR_1$	5 m			$G_{12}$	6.3 GPa	$Gf_1$	10000 J/m <sup>2</sup>
Paramètres généraux				$G_{23}$	6.1 GPa	$Gf_2$	8000 J/m <sup>2</sup>
$E_{ptyp}$	1 m	$L_{remp}$	4 m	$G_{13}$	6.8 GPa	$Gf_3$	8000 J/m <sup>2</sup>
				Paramètres remplissage			
				$\rho$	1500. kg/m <sup>3</sup>	$LTR$	1.E6
				$E$	1 GPa	$LCS$	1.E8
				$v$	0.2		

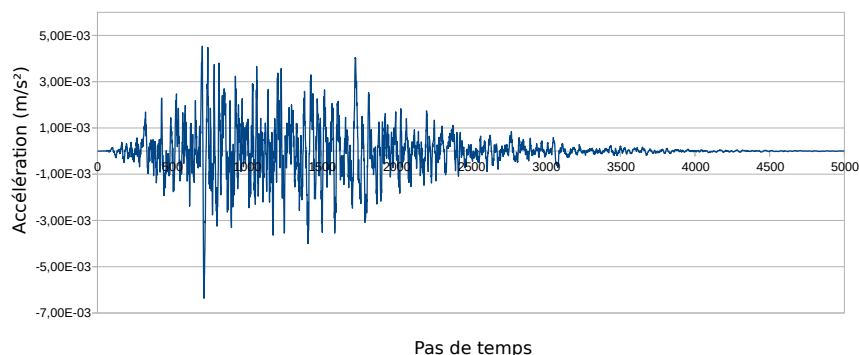
**Tableau 5.2:** Récapitulatif des paramètres du pont 1 en référence au schéma de cotation en annexe (p.91)

Un accélérogramme est généré avec l'algorithme présenté dans [ZENTNER et al., 2014]. Les paramètres choisis sont récapitulés dans le tableau suivant (Tab.5.3). Un unique accélérogramme de référence est généré, et son amplitude sera multipliée par un coefficient multiplicateur. Le choix de ne générer qu'un accélérogramme est fait par souci de simplicité dans l'analyse des résultats.

Paramètre	Valeur
Fréquence de coupure (hautes fréquences) $F_{cut}$	100 Hz
Nombre de pas de temps $N$	2 <sup>13</sup>
Durée de la phase forte $T_{SM}$	8 s
Instant de démarrage de la phase forte $T_{ini}$	2.5 s
Fréquence centrale $f_0$	5 Hz
Amortissement du générateur $\xi_{KT}$	0.5
Accélération maximale du sol $PGA$	0.005 m/s <sup>2</sup>

**Tableau 5.3:** Paramètres de la génération d'accélérogramme

**Pour obtenir les solutions d'intégration temporelle, qui seront les solutions de référence.,** cet accélérogramme (Fig. 5.8) est imposé à la structure du pont n° 1 en au travers d'un champ de forces (en multipliant la matrice de masse l'accélération) suivant la direction y, choisie pour solliciter les modes latéraux du pont.

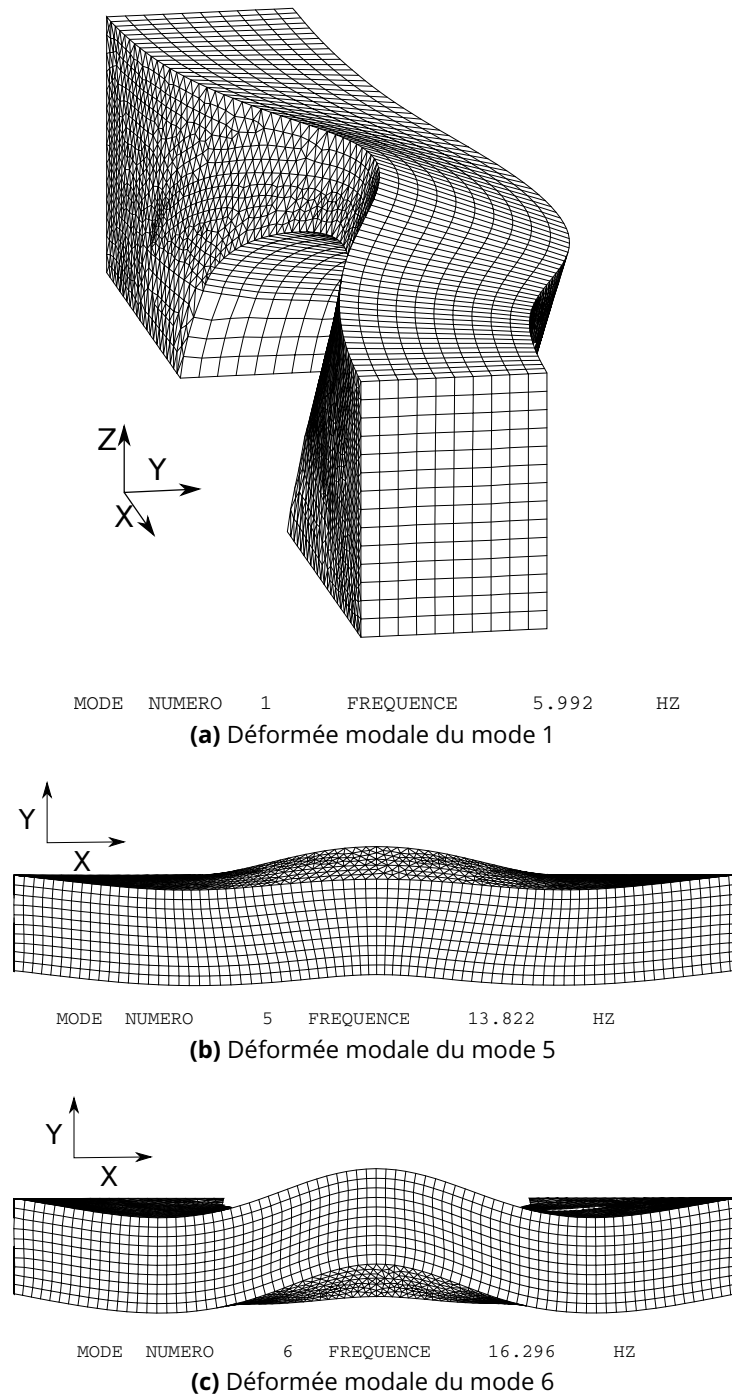
**FIGURE 5.8:** AccélérogrammeConstruction de l'analyse modale :

Une analyse modale du pont indique que trois modes représentent chacun plus de 5% de la masse modale effective et donne les caractéristiques suivantes (Tab.5.4). Il est à noter que les trois modes principaux suivants  $y$  sont en réalité le premier, le cinquième et le sixième mode propres. Les déplacements seront extraits au point de référence de la figure (Fig.5.7).

Paramètre	Mode 1	Mode 5	Mode 6
Fréquence (Hz)	6	13.8	16.3
Masse généralisée (kg)	$2.31E5$	$2.61E5$	$1.11E5$
Facteur (ou coefficient) de participation	1.71	0.75	1.645
Masse modale effective (kg)	$6.75E5$	$1.46E5$	$2.28E5$
Rapport masse modale effective / masse totale	0.38	0.08	0.14

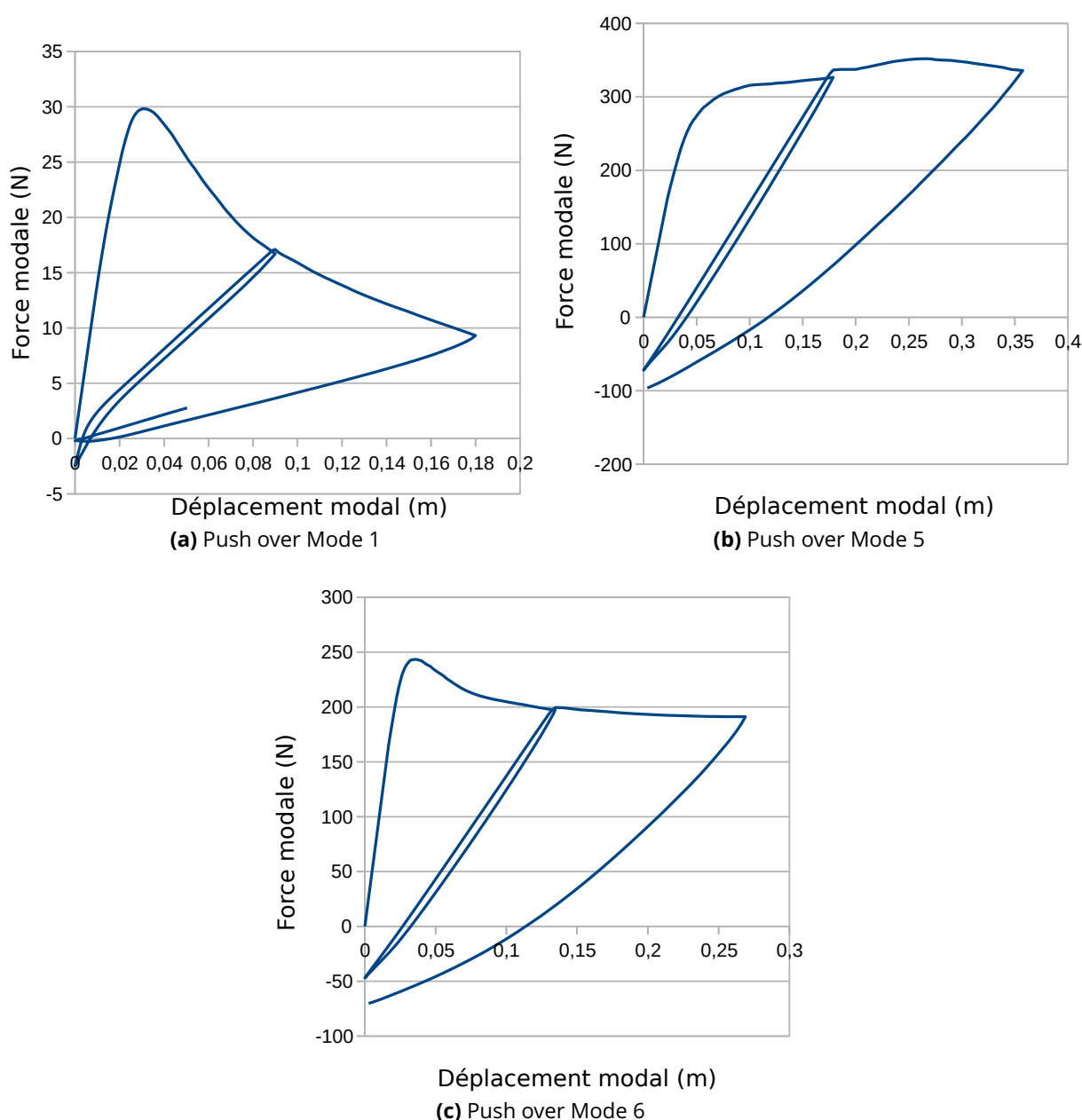
**Tableau 5.4:** Paramètres modaux

**Pour obtenir les résultats des chargements en poussée progressive sur lesquels seront identifiés les oscillateurs simples**, les déformées modales des modes (Fig.5.9) sont appliquées une à une à la structure en chargement en déplacement imposé.



**FIGURE 5.9:** Déformée modale des trois modes les plus importants pour les déplacements suivant  $y$

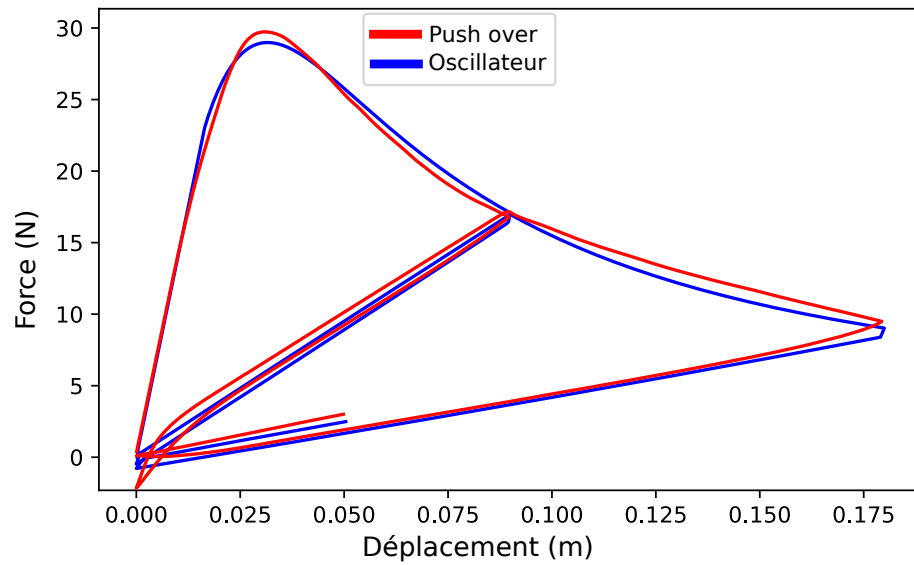
Les déformations modales sont appliquées en tant que chargement cyclique non alterné (sans changement de signe pour le déplacement) afin d'identifier par la suite les paramètres de l'oscillateur simple associés à l'endommagement et au frottement. Les résultats de ces essais de poussées progressives sont les figures (Fig. 5.10).



**FIGURE 5.10:** Push over des trois modes les plus importants pour les déplacements suivant  $y$

Il est possible de remarquer que les courbes des modes correspondent bien au modèle formulé. Ainsi, sur la figure (Fig. 5.11) sont comparés la courbe de poussée progressive et le résultat du modèle d'oscillateur simple avec les paramètres identifiés par un algorithme de minimisation globale.

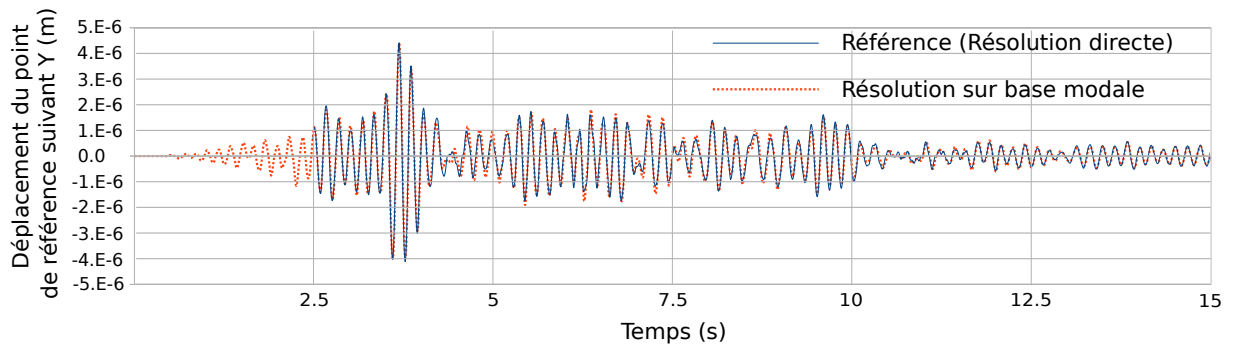
Les 3 oscillateurs simples des trois modes ainsi identifiés permettent de reconstruire la réponse de la structure par recombinaison modale pour l'accélérogramme généré et amplifié par différents coefficients allant de 1 à 2500. Les résultats de ces calculs sont illustrés par les figures (Fig. 5.12 à 5.19), accompagnées de cartographies d'endommagement dont l'endommagement  $D$  est déterminé avec la formule suivante (Eq. 5.36) qui a pour but de



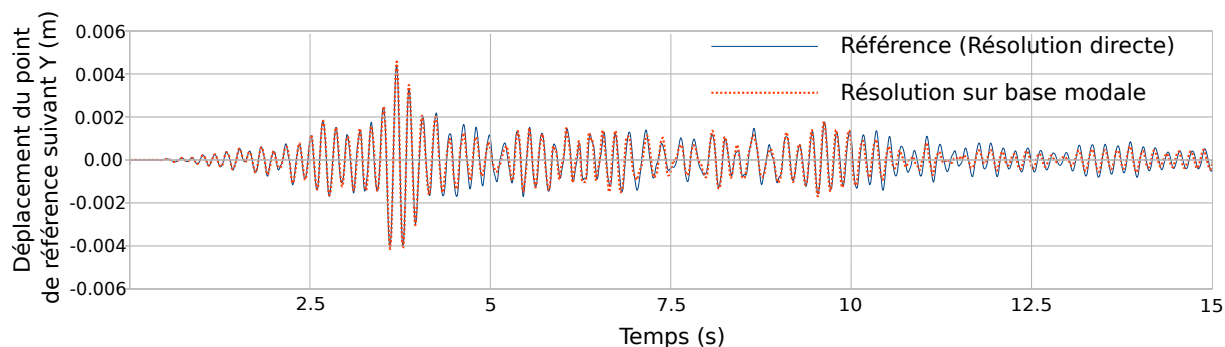
**FIGURE 5.11:** Comparaison entre le push over du Mode 1 et l'oscillateur simple pour des paramètres minimisant l'erreur de prédiction

construire une norme entre 0 et 1 des endommagements du modèle maçonnerie  $d_1$ ,  $d_2$  et  $d_3$ .

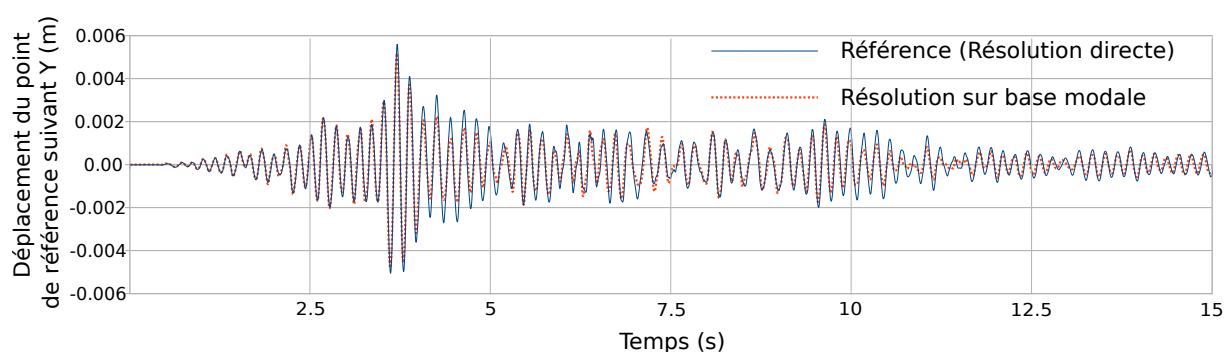
$$D = \frac{1}{\sqrt{3}} \sqrt{\left(\frac{d_1}{1+d_1}\right)^2 + \left(\frac{d_2}{1+d_2}\right)^2 + \left(\frac{d_3}{1+d_3}\right)^2} \quad (5.36)$$



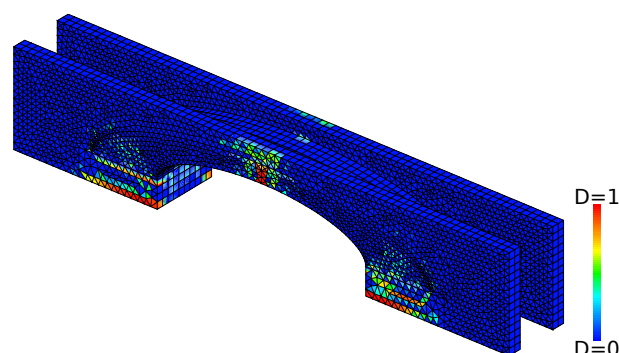
**FIGURE 5.12:** Comparaison résolution directe / résolution sur base modale des déplacements du point de référence suivant  $y$  pour l'accélérogramme amplifié 1 fois ( $PGA = 0.005 \text{ m/s}^2$ ). L'endommagement modal  $D_{mod} = 0$ .



**FIGURE 5.13:** Comparaison résolution directe / résolution sur base modale des déplacements du point de référence suivant  $y$  pour l'accélérogramme amplifié 1000 fois ( $PGA = 5 \text{ m/s}^2$ ). L'endommagement modal  $D_{mod} = 0.07$ .

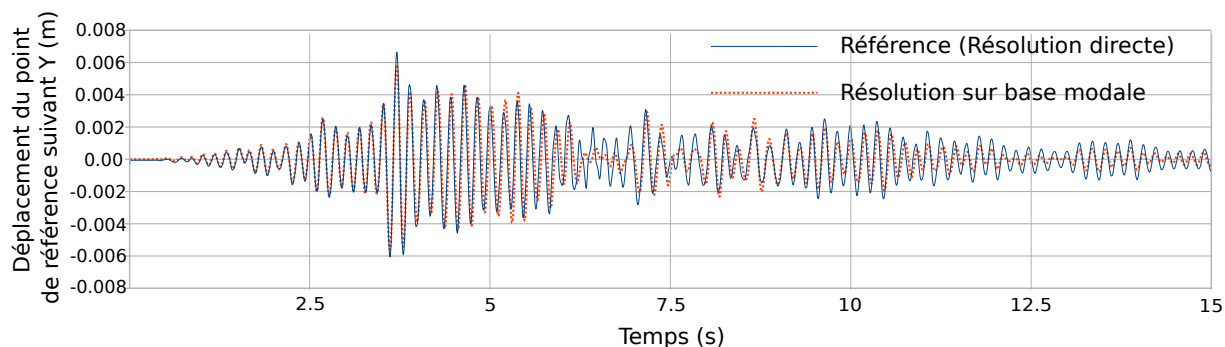


**FIGURE 5.14:** Comparaison résolution directe / résolution sur base modale des déplacements du point de référence suivant  $y$  pour l'accélérogramme amplifié 1200 fois ( $PGA = 6 \text{ m/s}^2$ ). L'endommagement modal  $D_{mod} = 0.12$ .

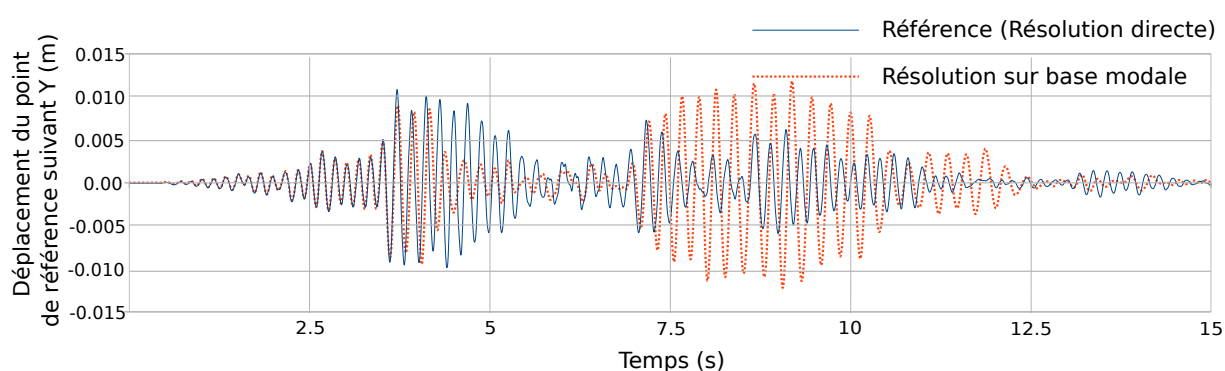


**FIGURE 5.15:** Cartographie d'endommagement  $D$  obtenue par résolution directe pour l'accélérogramme amplifié 1200 fois ( $PGA = 6 \text{ m/s}^2$ ). L'endommagement modal  $D_{mod} = 0.12$ .

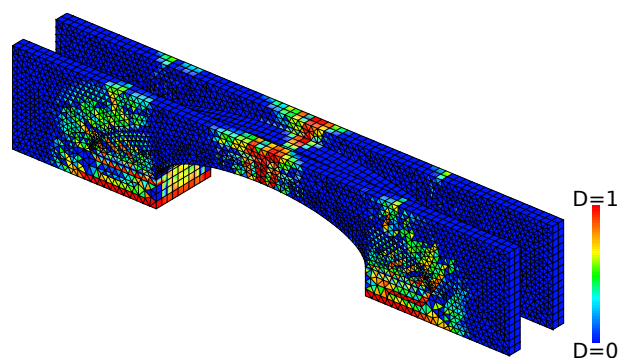




**FIGURE 5.16:** Comparaison résolution directe / résolution sur base modale des déplacements du point de référence suivant  $y$  pour l'accélérogramme amplifié 1400 fois ( $PGA = 7 \text{ m/s}^2$ ). L'endommagement modal  $D_{mod} = 0.17$ .



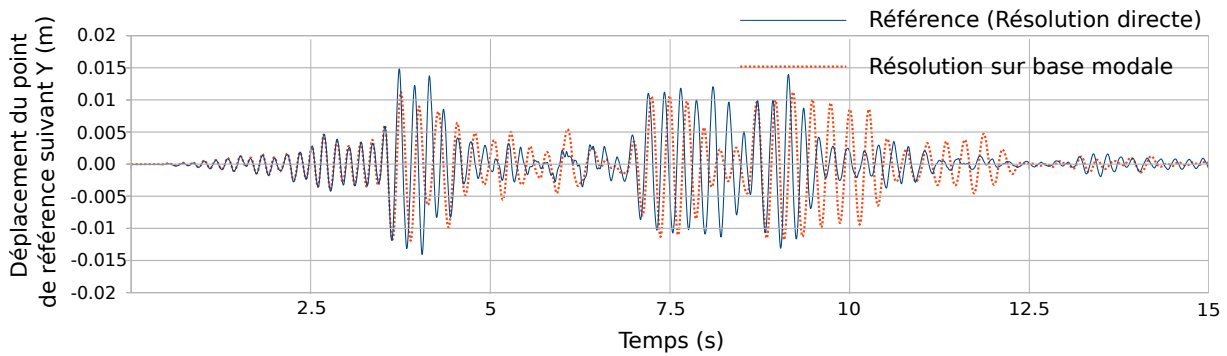
**FIGURE 5.17:** Comparaison résolution directe / résolution sur base modale des déplacements du point de référence suivant  $y$  pour l'accélérogramme amplifié 2000 fois ( $PGA = 10 \text{ m/s}^2$ ). L'endommagement modal  $D_{mod} = 0.6$ .



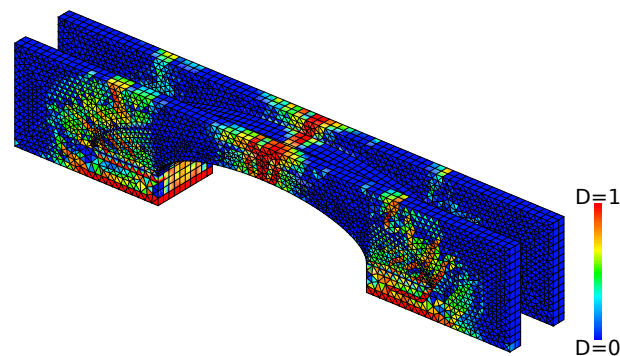
**FIGURE 5.18:** Cartographie d'endommagement  $D$  obtenue par résolution directe pour l'accélérogramme amplifié 2000 fois ( $PGA = 10 \text{ m/s}^2$ ). L'endommagement modal  $D_{mod} = 0.6$ .

Les résultats de l'analyse sur base modale avec modes non-linéaires (Fig. 5.12 à 5.19) montrent la bonne capacité de cette méthode à représenter les réponses des ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques. Tout d'abord, les réponses sont entièrement bien représentées tant que les niveaux d'endommagement restent modérés (inférieurs à 15%). Ensuite, pour des niveaux plus élevés allant jusqu'à 50%, la réponse est qualitativement bien représentée (les déplacements maximum estimés sont proches de ceux obtenus par analyse temporelle et les zones de réponses fortes sont les mêmes,





**FIGURE 5.19:** Comparaison résolution directe / résolution sur base modale des déplacements du point de référence suivant  $y$  pour l'accélérogramme amplifié 2500 fois ( $PGA = 12.5 \text{ m/s}^2$ ). L'endommagement modal  $D_{mod} = 0.62$ .



**FIGURE 5.20:** Cartographie d'endommagement  $D$  obtenue par résolution directe pour l'accélérogramme amplifié 2500 fois ( $PGA = 12.5 \text{ m/s}^2$ ). L'endommagement modal  $D_{mod} = 0.62$ .

laissant penser que la composition modale de la réponse est inchangée). Enfin, lorsque l'endommagement est supérieur à 50%, les déplacements maximums restent du même ordre de grandeur, mais des incohérences, qui peuvent être fortes, apparaissent. Ces dernières peuvent notamment être imputées à l'invariance en endommagement de la base modale et à un défaut de représentativité de l'amortissement à de forts niveaux d'endommagement de la structure. Au-delà de 50% d'endommagement, la prédictivité de la méthode est entamée.

## 4.2 Détermination des critères de défaillance pour le calcul des courbes de fragilité

Les critères de défaillance ont été élaborés avec SNCF Réseau. Il se trouve que les ingénieurs de l'infrastructure ferroviaire ont deux quantités à partir desquelles les règlements spécifiques au domaine ferroviaire sont construits : le déplacement de la voie et la capacité portante de l'ouvrage. Ces quantités déterminent la capacité de l'ouvrage à remplir sa fonction : accueillir la circulation de trains.

En ce qui concerne l'évolution des critères de défaillances, deux cas de figure sont à considérer. Dans le premier cas, il s'agit de quantités directement extractibles des oscillateurs simples comme le déplacement modal de glissement maximal ( $U^p$ ) ou le passage du pic de contraintes. C'est le cas du déplacement de la voie, qui peut être extrait directement de la recombinaison des oscillateurs simples.

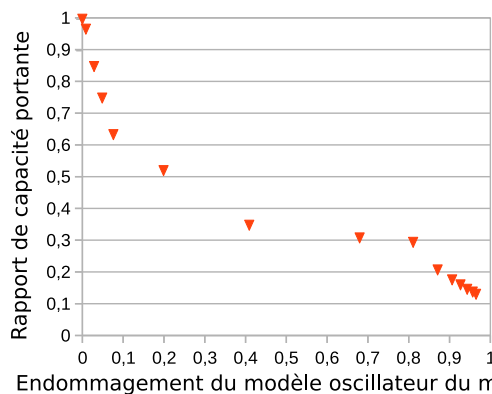
Dans le second cas, comme pour la détermination de la perte de capacité portante, la quantité ne peut s'extraire directement. Néanmoins, la perte de capacité portante est directement liée à l'endommagement. La figure (Fig.5.21a) montre l'évolution du rapport de capacité portante en fonction de l'évolution de l'endommagement de l'oscillateur équivalent formulé précédemment, suivant le mode 1, dans l'essai de poussée progressive. Pour obtenir cette évolution, on effectue un calcul de l'indice de capacité portante, comme expliqué page 102, avec plusieurs champs initiaux correspondant aux champs d'endommagement de plusieurs endommagements modaux. Par exemple, pour l'endommagement modal  $D = 0.4$ , on applique la procédure décrite (p. 102) avec comme champs initiaux, ceux extraits du calcul en poussée progressive du mode 1. Le rapport entre l'indice de capacité portante de l'ouvrage endommagé ( $D = 0.4$ ) et de l'ouvrage sain se calcule :  $K_p(0.4) = 0.36$ .

Une loi d'évolution peut être écrite. Sur la figure (Fig.5.21a), on remarque que le rapport de perte de capacité portante évolue avec l'endommagement modal partant de 0 quand l'endommagement modal est nul et 1 lorsque l'endommagement modal vaut 1. L'évolution est monotone, mais pas linéaire.

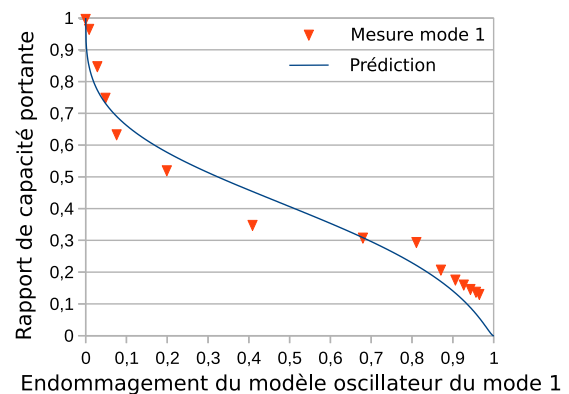
Une loi d'évolution en fonction de l'endommagement modal est proposée (Éq.5.37).

$$K_p = \exp(-\alpha(|U| - k_0)^\beta) = \exp(-\alpha(\frac{1}{\zeta_1}(\frac{1}{1-D} - 1))^{\beta-\zeta_2}) \quad (5.37)$$

L'identification de  $\alpha$  et  $\beta$  permet de trouver une loi d'évolution de  $K_p$  comparable à la perte de capacité portante mesurée (Fig.5.21b).



(a) Rapport de capacité portante en fonction de l'endommagement modal pour le mode 1.



(b) Comparaison entre la perte de capacité portante mesurée pour le mode 1 et la loi d'évolution considérée (Éq.5.37)

## Conclusion sur l'analyse modale non-linéaire

La méthode d'analyse modale non-linéaire telle que définie par [TATAIE, 2011] et [CHOPRA et GOEL, 2002], et telle que mise en œuvre ici, permet de représenter le comportement des structures sous sollicitations sismiques jusqu'à des niveaux de dégradation faibles à modérés. Au regard des comparaisons exposées ci-dessus entre les résolutions par l'intégration temporelle de la structure complète et les recombinaisons modales, on peut conclure que la méthode est validée pour les ponts en maçonnerie.

Il est à souligner que le modèle d'oscillateur simple non linéaire ainsi formulé permet d'obtenir des réponses cohérentes jusqu'à des niveaux d'endommagement raisonnables.

De plus, pour les calculs et études faits au cours de ces travaux de recherche, l'analyse modale, de par son temps de préparation, n'offre pas de gain de temps pour un calcul unique. Dans le cadre de construction de courbes de fragilité, le nombre de calculs devient important et l'approche sur base modale, indispensable.

La résolution sur base modale sera utilisée par la suite pour déterminer les courbes de fragilité.

## 5 Détermination de courbes de fragilité

La fragilité se définit comme la probabilité de défaillance sachant un événement d'intensité  $I$  (Eq. 5.38).

$$\mathcal{F}(I) = \mathbb{P}(\mathfrak{v} \geq \Upsilon | I) \quad (5.38)$$

Pour la notation utilisée ici :

- $I$  correspond à la mesure de l'intensité sismique choisie p.111 comme étant le PGA.
- $\mathfrak{v}$  est l'indicateur de défaillance. Ils sont définis en concertation avec SNCF Réseau comme le déplacement maximal de la voie et la diminution de l'indice de capacité portante.
- $\Upsilon$  correspond au seuil de défaillance pour  $\mathfrak{v}$ . Il a été défini avec SNCF Réseau que ces seuils étaient à laisser à l'appréciation de l'ingénieur de l'infrastructure. Néanmoins, pour analyser la sensibilité à ce seuil, plusieurs seuils réalistes sont choisis. Pour le déplacement maximal, trois seuils sont choisis : 10mm, 20mm et 40mm. Et pour la perte de capacité portante, il est considéré trois seuils : 10%, 25% et 50%.

On considère ici que les courbes de fragilité sous sollicitations sismiques suivront la forme d'une fonction de répartition de la probabilité log-normale. Classiquement, on considère la fragilité, comme modélisée par l'équation suivante (Eq.5.39) avec :

- $\Phi$  : la fonction de répartition log-normale
- $I$  l'intensité sismique (PGA)

- $A_m$  la fragilité médiane
- $\beta$  l'écart type sur la fragilité

$$\mathcal{F}(I) = \mathbb{P}(v \geq \Upsilon | I) = \Phi \left[ \frac{\ln(\frac{I}{A_m})}{\beta} \right] \quad (5.39)$$

Deux méthodes sont communément utilisées pour l'identification des estimateurs  $\hat{A}_m$  et  $\hat{\beta}$  : par régression [CORNELL et al., 2002] ou par maximum de vraisemblance [SHINOZUKA et al., 2000].

On choisit ici de construire les courbes de fragilité par la méthode du maximum de vraisemblance. Pour cela, on définit une grandeur statistique appelée la vraisemblance (Eq.5.40), que l'on cherche à maximiser ([SHINOZUKA et al., 2000]).

$$L(\hat{A}_m, \hat{\beta}) = \prod_i^N [\mathcal{F}(I)]^{x_i} [1 - \mathcal{F}(I)]^{(1-x_i)} \text{ avec } x_i = \begin{cases} 1 & \text{si } v_i > \Upsilon \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (5.40)$$

$$(\hat{A}_m, \hat{\beta}) = \underset{(\hat{A}_m, \hat{\beta})}{\operatorname{argmax}} [L(\hat{A}_m, \hat{\beta})] \implies (\hat{A}_m, \hat{\beta}) = \underset{(\hat{A}_m, \hat{\beta})}{\operatorname{argmin}} [-\ln(L(\hat{A}_m, \hat{\beta}))] \quad (5.41)$$

Pour cette métamodélisation,  $\hat{A}_m$  et  $\hat{\beta}$  seront identifiés par maximum de vraisemblance en utilisant la minimisation donnée par l'équation (Eq.5.41).

## 5.1 Application sur le pont exemple

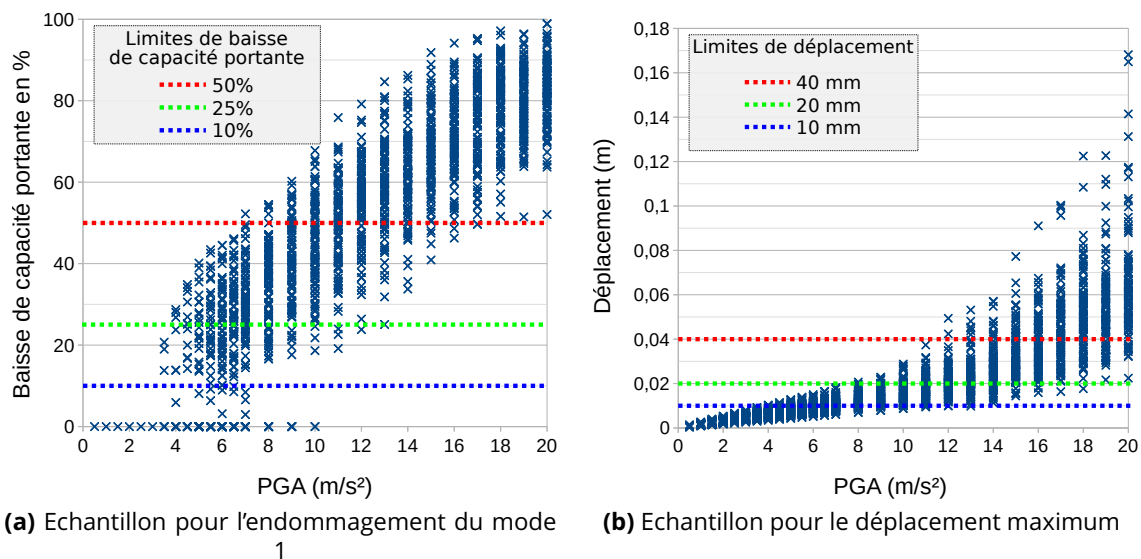
Le but ici étant de balayer un ensemble large de PGA,  $A_k$  sera choisie à 20 m/s<sup>2</sup>, valeur volontairement très grande de manière à avoir un échantillon pour l'estimation :

- plus grand que la zone d'intérêt, située plutôt entre 0 m/s<sup>2</sup> et 10 m/s<sup>2</sup>, qui est aussi grand pour la France<sup>1</sup>, mais permet de tester et valider la démarche et regarder ses limites;
- qui permet une bonne identification des courbes de fragilité qui peinent à se construire avant 20 m/s<sup>2</sup> du fait de la grande robustesse des ouvrages maçonnés, en particulier de celui choisi.

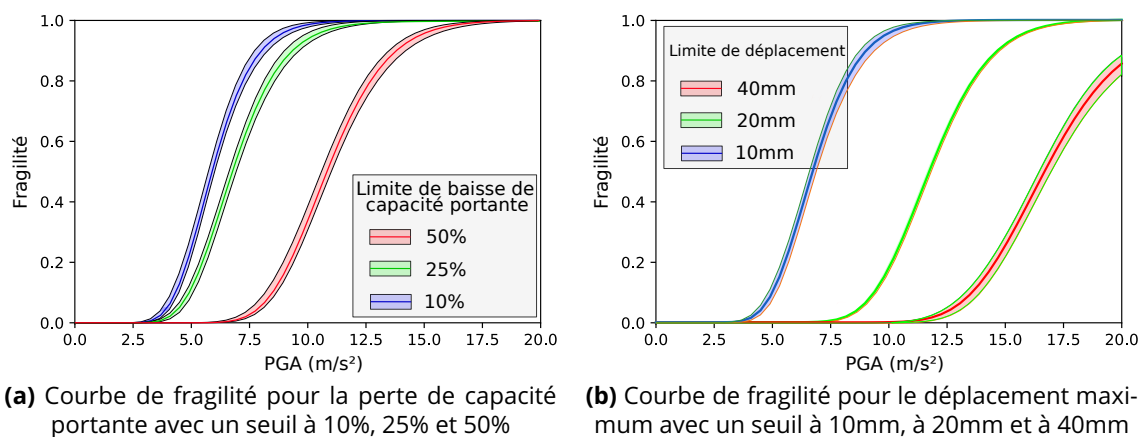
Afin d'avoir des échantillons conséquents sur lesquels construire les courbes de fragilité, 27 PGA sont testées et chaque PGA génère 100 accélérogrammes. Les PGA utilisées sont {0.5, 1, 1.5, 2, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5, 5.5, 6, 6.5, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19 et 20} m/s<sup>2</sup>. De manière à ne tirer des courbes de fragilité que l'évolution de la fragilité en fonction du PGA, la base de 100 accélérogrammes générés reste la même pour chaque PGA, elle est simplement générée avec une amplitude plus importante. Cela à pour effet

1. Rappelons pour ordre de grandeur que le plus important séisme enregistré en Europe a permis d'enregistrer une accélération de 6 m/s<sup>2</sup>, à Athènes en Grèce, le 7 septembre 1999

de tenir compte uniquement de l'impact du PGA, et annule les autres impacts possibles dus à une génération de signaux différents à chaque PGA.



**FIGURE 5.21:** Visualisation des échantillons sur lesquels les courbes de fragilité sont construites



**FIGURE 5.22:** Courbes de fragilité de l'aléa sismique

Les courbes de fragilité (Fig. 5.22) sont tracées avec leurs intervalles de confiance de 97.5%. Elles montrent que l'ouvrage considéré n'est pas très sensible aux aléas sismiques exprimés au travers de la PGA. Elles démontrent aussi l'importance du choix de critère de défaillance et du seuil défini.

## Conclusion les courbes de fragilité pour les sollicitations sismiques

Les courbes de fragilités telles qu'exposées précédemment montrent que les sollicitations pour la défaillance des ponts en maçonnerie face aux sollicitations sismiques sont élevées. Une étude plus complète des paramètres de modélisation des ponts serait une perspective à ces travaux pour définir une base de données des fragilités. Une seconde

perspective serait de regarder les fragilités avec différents indicateurs d'intensités sismiques et d'autres indicateurs de défaillance des ponts.

## 6 Exemples de calculs sous mouvement de terrain et sous poussée hydrodynamique de crue

### 6.1 Chargement dû aux mouvements de terrain

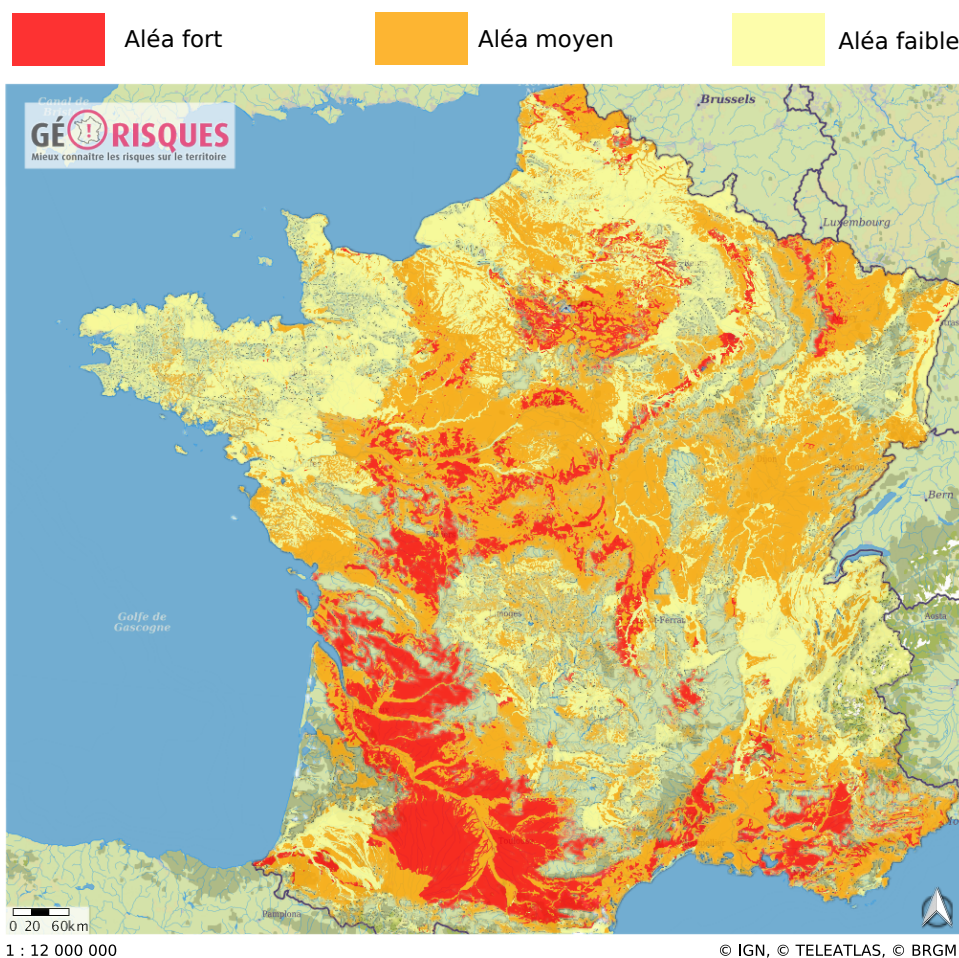
Les mouvements de terrain sont des phénomènes connus par SNCF Réseau. Une des grandes causes de mouvement de terrain est l'aléa de retrait/gonflement des argiles. L'étude de la géologie superficielle du territoire français permet de dire que des ouvrages sont fondés sur des argiles. Les argiles sont sensibles aux variations d'hydrométrie et leur volume change. Le problème étant que, lorsque des constructions sont situées sur ces couches d'argiles, les mouvements de terrain induits peuvent les endommager.

Le BRGM a produit une cartographie des retraits/gonflements d'argile possibles. Cette étude permet de se donner un ordre de grandeur des mouvements possibles et non de donner une certitude sur les mesures et mouvements. Elle est d'une grande utilité pour une première approche et pourra être complétée d'étude géologique supplémentaire autour des ouvrages concernés.

Ici, la cartographie du BRGM (Fig.5.23) servira à donner les ordres de grandeur des mouvements de terrain.

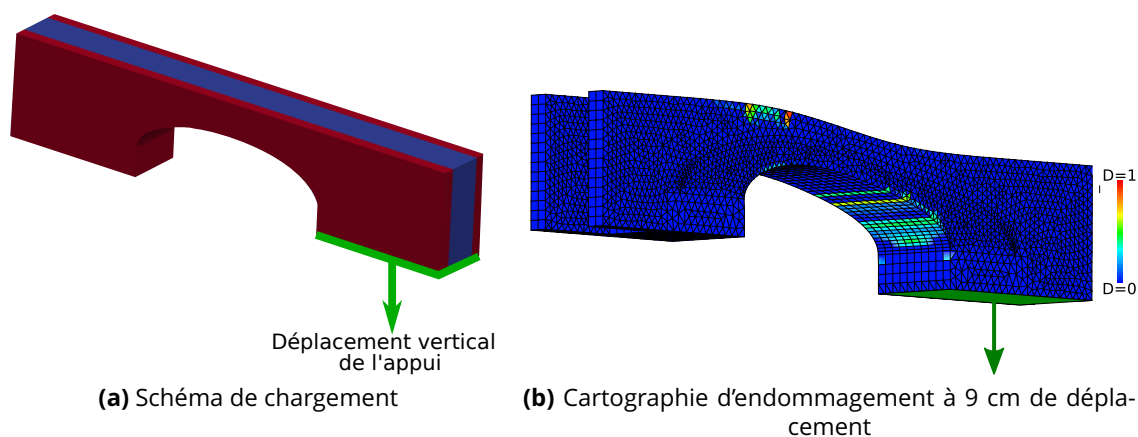


Exposition au retrait/gonflement des argiles - entrée en vigueur le 1er janvier 2020



**FIGURE 5.23:** Cartographie de l'exposition aux aléas de retrait et gonflement des argiles du BRGM

Dans cet exemple, le chargement de cet aléa sera modélisé par un déplacement vertical imposé d'un appui (Fig.5.24). Pour le pont choisi, les deux quantités des critères

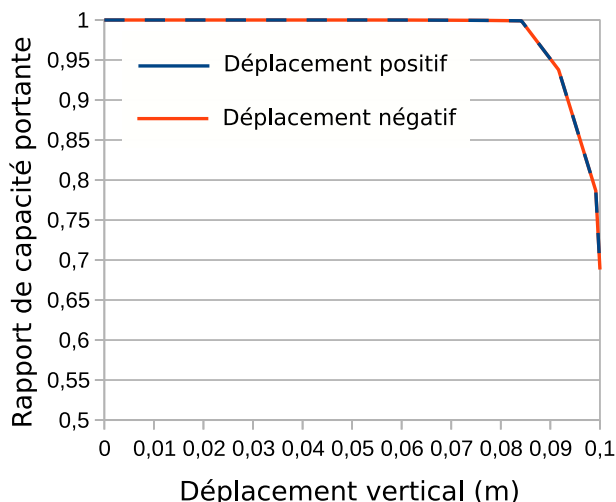


**FIGURE 5.24:** Chargement et endommagement pour un mouvement de culée.

de défaillance peuvent être suivies en fonction du déplacement vertical de chaque appui.

Une équiprobabilité entre retrait et gonflement est considérée. Ainsi, une enveloppe du maximum des quantités de défaillances pour retrait et gonflement sera considérée.

Les résultats pour le pont traité (Fig.5.25) montrent qu'il est possible de suivre l'évolution de l'indice de capacité portante et du déplacement. Pour ce cas précis, le déplacement du tablier est plus critique pour mesurer la défaillance. On remarque sur la figure (Fig.5.25)



**FIGURE 5.25:** Évolution du rapport de capacité portante en fonction du déplacement vertical

que les courbes de déplacement positifs et négatifs sont identiques. Ce résultat est dû au fait que le pont soit symétrique, ainsi le déplacement vertical positif d'un appui peut être vu comme le déplacement vertical négatif de l'autre appui, et inversement.

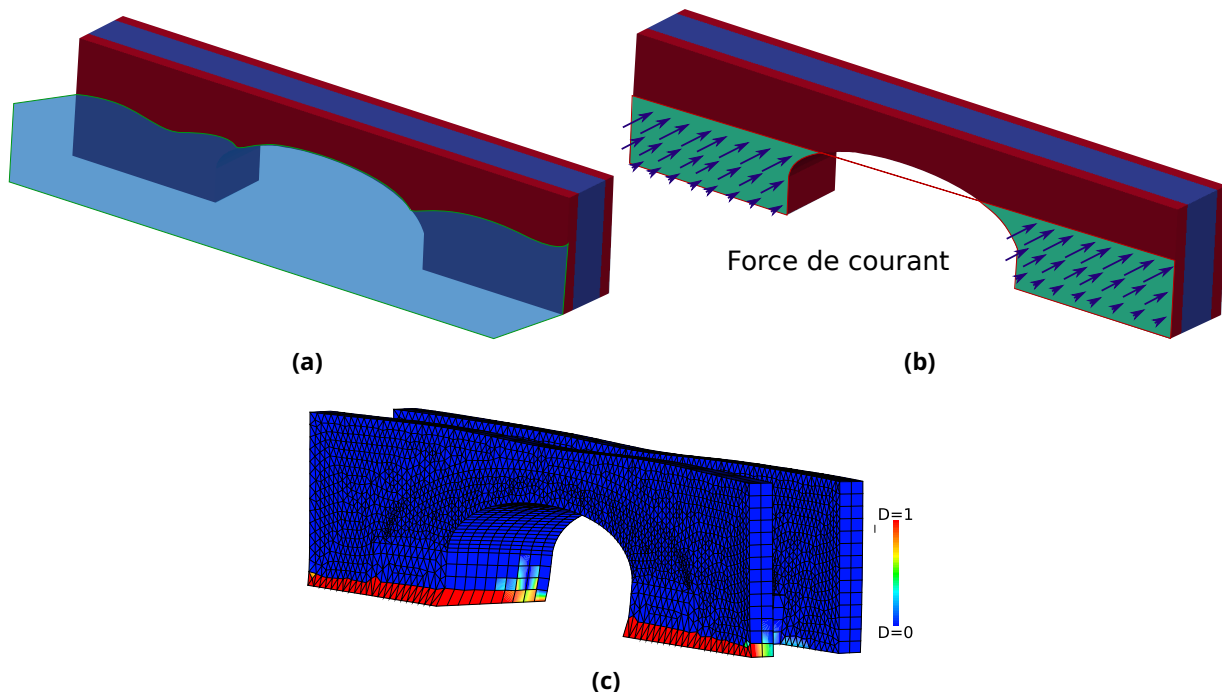
## 6.2 Chargement dû aux aléas de crues

Les crues sont des aléas susceptibles d'endommager l'infrastructure. Plusieurs aléas surviennent lors des crues : l'affouillement ; la rupture par poussée et la rupture par chocs de corps solides contre l'ouvrage. L'affouillement est la perte de capacité portante du sol due à l'érosion et le creusement de ce dernier par l'eau, alors que la rupture de l'ouvrage survient avec l'augmentation de la poussée sur le profil du pont. Ces deux aléas sont fortement corrélés. La modélisation de l'impact des affouillements sur les ponts est l'objet d'une littérature abondante. Bien qu'important, cet aléa ne sera pas traité ici, sa cinétique reste complexe [CHEVALIER et al., 2018], et son traitement mécanique ressemblerait au calcul de mouvement de terrain. En revanche, le calcul d'ouvrages sous l'impact de poussée des eaux sera traité, car il consiste en un excellent exemple de sollicitation d'aléa naturel.

On peut écrire la force surfacique de poussée hydraulique ( $F_{hydro}(h)$ ) comme l'équation (Éq.5.42), avec  $h$  la hauteur,  $h_{max}$  la hauteur d'eau,  $V_{max}$  la vitesse d'écoulement en surface libre et  $p_{hydro}$  (développement en annexe p.164).



$$F_{hydro}(h) = \rho_{hydro} V_{hydro}^2(h) = \rho_{hydro} V_{max}^2 \left( \frac{2hh_{max} - h^2}{h_{max}^2} \right)^2 \quad (5.42)$$



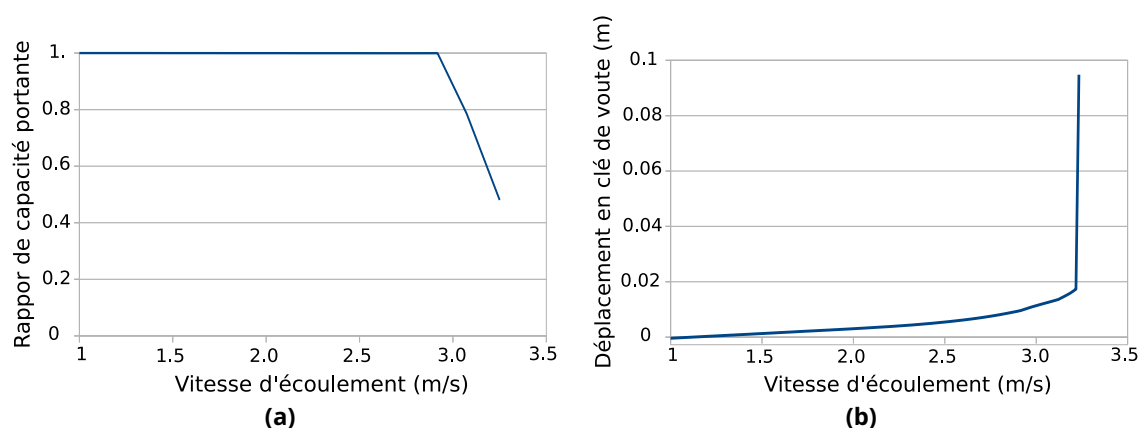
**FIGURE 5.26:** Cartographie d'endommagement avant rupture

Dans l'étude menée ici, la densité du fluide (composé d'eau et de corps en suspension) est considérée comme une constante. Comme première approximation, elle sera considérée comme égale à celle de l'eau ( $1000 \text{ kg.m}^{-3}$ ), ne considérant ainsi aucun transport de sédiment ou de quelconque autre corps. Les hauteurs d'eau ainsi que leur probabilité d'occurrence ont été référencées par SNCF RÉSEAU et alimenteront ultérieurement l'étude. Pour montrer la faisabilité obtenue par cette modélisation, un cas arbitraire sera choisi. La hauteur d'eau est fixée à la clé de la voûte et la vitesse variera.

Grâce aux figures (Fig. 5.27), on peut relever pour le pont test, une vitesse d'écoulement d'eau qui entraîne la ruine du pont autour de  $3.25 \text{ m/s}$ . L'endommagement du pont démarre à partir d'un écoulement de  $3 \text{ m/s}$  et on remarque que l'endommagement se concentre sur la base du pont. On remarque ensuite une rupture de l'ouvrage par glissement, qui est illustrée par l'accroissement brutal de déplacement dans la figure (Fig. 5.27).

## Conclusion

Dans ce chapitre, plusieurs calculs sous divers aléas naturels ont été effectués avec succès. En premier lieu, un calcul sous sollicitations sismiques, avec deux méthodes, par intégration temporelle et par résolution sur base modale est présenté. Le développement de cette dernière méthode a nécessité de formuler un modèle d'oscillateur simple non-



**FIGURE 5.27:** Évolution des indicateurs de défaillances (définis p.134) en fonction de la vitesse maximale d'écoulement

linéaire représentant le comportement du pont en maçonnerie sous sa déformée modale. Les calculs menés montrent que la méthode est bien applicable aux ponts en maçonnerie jusque des niveaux de dégradation moyens (de l'ordre de  $D=0.5$ ). Au delà, les résultats sont moins précis du fait du non-respect de l'hypothèse de non-changement de base modale et de problématiques quant à la prise en compte de l'amortissement pour des structures fortement endommagées (amortissement de Rayleigh). Cette méthode calcul est validée et a été exploitée pour construire des courbes de fragilité, car elle permet de déterminer les quantités sur lesquels SNCF Réseau peut se baser pour établir la défaillance du pont. De plus les calculs sont rapides, permettant de construire des courbes de fragilité.

En second lieu, deux calculs de pont en maçonnerie sont présentés sur des sollicitations de mouvement d'appui et de force hydrodynamique de crue. L'application à ces deux cas d'application montre la grande adaptabilité de ce modèle et permet d'ouvrir les perspectives d'industrialisation en répondant à des préoccupations bien présentes pour la préservation des ouvrages d'art.



## Conclusion de la deuxième partie

Cette partie démontre la robustesse et la capacité du modèle à calculer des ponts en maçonnerie assisée soumis à des sollicitations d'aléas naturels variées. De plus, elle propose un ensemble de développements permettant calculer des courbes de fragilité de ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques. La majorité de cette partie se concentre sur les sollicitations sismiques, puisque ce sont celles pour lesquelles le plus de développements ont été effectués.

Dans un premier temps, une méthode de modélisation paramétrée des ponts en maçonnerie a été définie. Cela permet de générer automatiquement des modélisations de ponts (maillage, propriétés et lois matériaux et conditions aux limites). Cette génération est utilisée pour modéliser trois ponts différents et valider sur un calcul statique deux aspects : la modélisation des ponts et la méthode simplifiée de détermination de ce que l'on a appelé l'indice de capacité portante. Ces deux outils permettent d'accélérer et de simplifier grandement la modélisation et le calcul de ponts en maçonnerie. Une mise en algorithme de cette modélisation est proposée en annexe (p.166).

Dans un deuxième temps, les développements concernant en maçonnerie sous sollicitations sismiques sont présentés. D'abord, les chargements sismiques sont décrits afin de poser et formuler la problématique. Ensuite, la méthode de résolution sur base modale est expliquée. Puis, une loi de comportement d'oscillateur simple non-linéaire est formulée sur la base de lois de comportements formulées pour le béton armé ([MOUTOUSSAMY, 2013], [DESMORAT, F. RAGUENEAU et PHAM, 2007], [F. RAGUENEAU, 1999]). Cette loi de comportement permet de valider la méthode d'analyse modale non-linéaire appliquée aux ponts en maçonnerie. Enfin, cette méthode de calcul sur base modale utilisant le modèle d'oscillateurs simples est validée en comparant les résultats avec ceux obtenus par résolution directe. On remarque que la résolution sur base modale permet un calcul rapide et précis des ponts en maçonnerie, pour des niveaux d'endommagement faibles à modérés. L'approche modale s'éloigne de l'approche directe, car les hypothèses d'invariance de la base modale au cours du calcul et d'amortissement de Rayleigh ne représentent plus la réalité du calcul lorsque l'endommagement devient élevé. En dépit de cette limitation, la résolution sur base modale est validée, car elle permet d'effectuer un grand nombre de calculs rapidement, ce qui est indispensable pour calculer des courbes

de fragilité.

Dans un troisième temps, des courbes de fragilité sont calculées sur un pont exemple avec les outils de calcul de ponts sous sollicitations sismiques développés plus tôt. Les courbes de fragilité sont sensibles au seuil de défaillance choisi, surtout pour les déplacements. La valeur de ces seuils étant définis réglementairement et liés à de nombreux facteurs, ils sont laissés libres dans les outils développés afin que les ingénieurs puissent les choisir.

Dans un dernier temps, des exemples de développements concernant d'autres aléas naturels sont présentés. Ces derniers montrent que la modélisation offre une large gamme d'utilisations possibles. Ces deux développements permettent aussi de penser que la baisse de capacité portante et le déplacement sont deux critères de défaillances pouvant être utilisés pour plusieurs aléas naturels.

Les développements de cette partie permettent un cheminement depuis la modélisation des ponts en maçonnerie jusqu'à la détermination de courbes de fragilité. Pour le pont exemple choisi, les calculs statiques et les courbes de fragilité montrent que ces développements pourront bien être intégrés pour une utilisation par SNCF Réseau.

Les travaux menés dans cette partie peuvent être poursuivis sur différents aspects.

Tout d'abord, la modélisation des ponts en maçonnerie ne prend pas en compte tous les types possibles. En effet, il manque à la modélisation proposée la prise en compte des élégissements, des murs en aile, la courbure de certains ouvrages et le biais de certaines voûtes. Un autre aspect de la modélisation qui pourra être amélioré est la modélisation du remplissage. Une campagne de récolte de données sur ces matériaux de remplissage permettra de réduire les incertitudes. Un dernier aspect de la modélisation à améliorer est la prise en compte du sol environnant dans la modélisation, car le pont est intégré dans cette masse de sols.

Ensuite, les calculs de ponts sous sollicitations sismiques peuvent être améliorés au travers de la prise en considération des interactions sol/structure et des déphasages de sollicitations entre piles. Un autre aspect de la résolution qui pourra être amélioré est l'application de méthodes d'analyse sur bases modales enrichies par des modes endommagés pour augmenter l'intervalle de dégradation admissible par la méthode.

Enfin, une étude sur l'utilisation de différents indicateurs de sollicitations sismiques et indicateurs de défaillance pour améliorer les courbes de fragilité pourra être menée.

Une autre perspective importante serait de travailler sur la sensibilité de la fragilité aux variations des paramètres de modélisation afin de déterminer des bases de données de fragilité et de tirer l'influence des paramètres de géométrie et de matériau sur la fragilité. Ainsi, une classification des typologies de ponts en fonction de leurs fragilités pourra être effectuée. Pour permettre de remplir cet objectif, un ensemble d'algorithmes a été écrit.



## **Conclusions et perspectives**



Les enjeux de sécurité des circulations et de conservation du patrimoine nécessitent des outils de calcul pour estimer la possible dégradation des ouvrages anciens face aux aléas naturels qu'ils rencontreront. L'objectif de ces travaux était de construire des outils permettant de calculer des ponts en maçonnerie sous sollicitations d'aléas naturels. Les modélisations développées sont suffisamment polyvalentes pour permettre d'autres types de calcul et offrent la possibilité d'extraire des mesures de l'état des ouvrages, dont la fragilité est une bonne illustration.

En premier lieu, une loi de comportement pour la maçonnerie assisée a été formulée. Cette proposition de modèle s'appuie sur une investigation du comportement mécanique de la maçonnerie assisée, ainsi qu'un état des lieux des types de modélisation pouvant se prêter à la problématique de calcul de ponts en maçonnerie sous sollicitations d'aléas naturels. Après une revue des cadres de modélisation existants pour la modélisation de la maçonnerie et de structures en maçonnerie, celui dans lequel le problème est modélisé a été choisi. Il s'agit de la mécanique des milieux continus de Cauchy avec l'hypothèse des petites perturbations résolue par la méthode des éléments finis.

Une loi de comportement de la maçonnerie assisée est également formulée en s'appuyant notamment sur les travaux de [M. KACHANOV, 1993], de [MARCIN, 2010] et de [DESMORAT, F. RAGUENEAU et PHAM, 2007]. Il résulte de cette approche un modèle macroscopique d'élasticité orthotrope couplée à un endommagement à trois plans fixes qui induit du frottement interne sur les composantes de cisaillement de ces plans. La manière dont on a procédé pour écrire ce modèle le rend explicite en endommagement et implicite en frottement interne, mais avec des lois d'évolution unidimensionnelles pour la plasticité et l'endommagement. Ces caractéristiques le rendent robuste et peu gourmand en temps de calcul. Les résultats des tests de validation du modèle montrent sa bonne capacité à reproduire le comportement de la maçonnerie assisée sous sollicitations complexes. De plus, la régularisation en énergie effectuée permet de le rendre objectif au maillage.

En deuxième lieu, la méthode de résolution de problèmes sismiques sur base modale écrite par [CHOPRA et GOEL, 2002], [TATAIE, 2011] et utilisée par [STOCCHI et al., 2019] et [LIMOGE, 2016] a été adaptée et implémentée pour la résolution de ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques. Le fonctionnement de cette méthode repose sur la formulation d'un modèle d'oscillateur simple non-linéaire, écrite en s'inspirant des modèles de [MOUTOUSSAMY, 2013] et [DESMORAT, F. RAGUENEAU et PHAM, 2007]. On retrouve les mêmes propriétés de robustesse et d'économie numérique que pour la loi de comportement de la maçonnerie. Cette loi représentant les courbes de poussée progressive des ponts en maçonnerie est validée par le test réalisé. Cette méthode permet d'effectuer rapidement de nombreux calculs, et, couplée à la méthode simplifiée de détermination de l'indice de capacité portante, elle offre un outil efficace pour construire des courbes de fragilité des

ponts en maçonnerie soumis à des sollicitations sismiques.

En troisième lieu, des développements permettant de faciliter l'utilisation de ces travaux et leurs transferts vers l'ingénierie ont été effectués. Ainsi, la modélisation des ponts en maçonnerie a été pensée et simplifiée pour être automatisée, ce qui donne naissance à un outil de génération automatique de modélisation de ponts en maçonnerie (maillage, lois et propriétés matériaux et conditions aux limites). De plus, des calculs de ponts en maçonnerie soumis à d'autres chargements d'aléas naturels (hors aléas sismiques) ont été présentés, un calcul d'un pont soumis à un mouvement de terrain, et un calcul d'un pont soumis à une poussée hydrodynamique de crue. Ces deux calculs démontrent par l'exemple la souplesse et la capacité d'ajout de nouvelles procédures de calculs et de construction de courbes de fragilités sur d'autres aléas offertes par ces travaux.

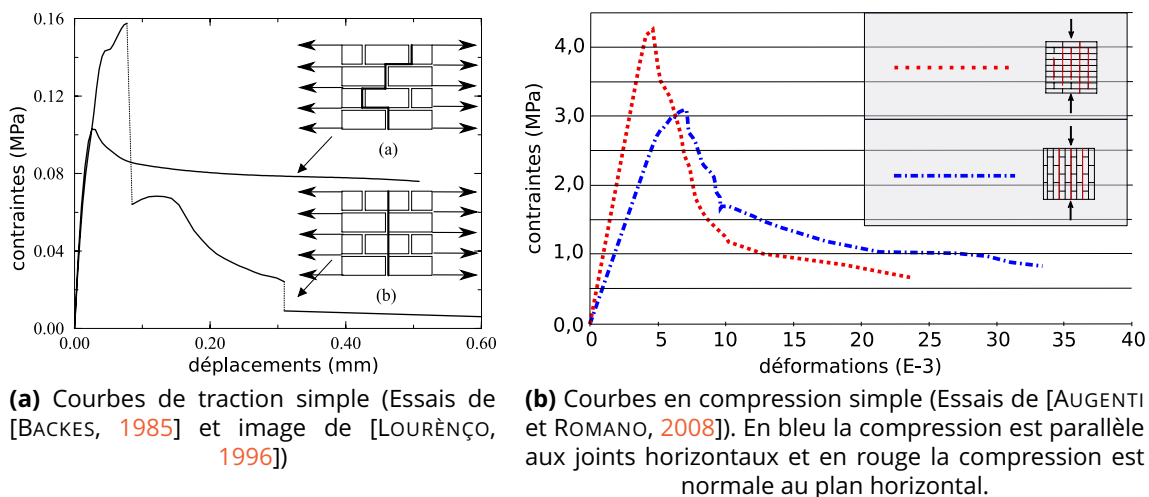
En parallèle, ces développements ont été introduits dans un cadre numérique ouvrant la voie pour l'automatisation de ces calculs (p.166). De plus, pour élargir l'automatisation de la méthode, un métamodèle reliant les paramètres mesurables par l'ingénieur sur une maçonnerie et les paramètres de la loi de comportement formulée a été calculé (p.171). Ce dernier évitant l'identification manuelle de ces paramètres. Ces deux développements qui permettent de simplifier de nouveau l'utilisation de la modélisation sont décrits en annexe.

Les résultats de ces travaux permettent donc de répondre aux besoins de SNCF Réseau concernant le développement d'outils de calculs de ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques, d'autres aléas naturels et de calcul de capacité portante. De plus, ils rendent ces outils simples d'utilisation et évitent des manipulations délicates. Ces travaux répondent ainsi aux exigences de la problématique formulée entre SNCF Réseau et le LMT. Ce travail reflète ainsi la coopération entre ces deux structures, l'une sur un terrain lié à l'ingénierie et l'autre sur le terrain de la méthode scientifique.

Comme tout travail de recherches, celui-ci ouvre de nombreuses perspectives.

- La loi de comportement formulée pour la maçonnerie assisée est tout à fait adaptée à la problématique de ces travaux. Néanmoins, comme cela a déjà pu être expliqué p.77, plusieurs voies d'amélioration se dessinent pour une utilisation plus polyvalente. La première concerne la prise en compte d'autres éléments du comportement mécanique qui n'ont pas été pris en compte dans la formulation présentée dans ce document comme la dégradation des briques en compression par des mécanismes d'écrasement et d'instabilités induites par les fissures (Fig.5.28b), et le frottement en traction dans la direction longitudinale des briques (Fig.5.28a).

La seconde perspective sur la loi de comportement de la maçonnerie assisée serait de travailler les problématiques de couplage entre l'endommagement du système de fissures ( $d_1$ ,  $d_2$ ,  $d_3$ ) et l'endommagement de cisaillement, dont la relation est postulée,



**FIGURE 5.28:** Illustrations des comportements uniaxiaux en traction et compression

et mériterait d'être validée. Pour cela, une campagne d'expérimentation numérique pourrait permettre de relier ces deux quantités avec des études en cisaillement après endommagement.

- La maçonnerie assisée n'est pas le seul appareil de maçonnerie présent parmi les ouvrages d'art en maçonnerie. Un autre modèle de maçonnerie, pour les appareils opus incertum par exemple pourra être formulé. Une première proposition de piste consisterait en une adaptation de modèles pour le béton, par exemple [DESMORAT, GATUINGT et F. RAGUENEAU, 2007] ou [VASSAUX, 2015], car ce type de maçonnerie possède la même propriété d'endommagement que le béton qui consiste en l'inexistence de plans de fissuration a priori et la première fissuration a pour normale la direction d'extension maximale, comme pour le béton.
- La modélisation et les calculs des ponts en maçonnerie présentés dans la seconde partie sont tout à fait adaptés à la problématique de SNCF Réseau, et les résultats montrent les atouts de ces méthodes que sont la rapidité de calcul, la robustesse et la capacité à représenter un grand nombre de comportements et à effectuer un grand nombre de calculs en un temps raisonnable. Mais ces développements méritent d'être améliorés pour en pérenniser le fonctionnement et en assurer la validité. Des questions sont encore ouvertes à la rédaction de ce manuscrit. Il y a d'abord l'actualisation ou l'enrichissement de la base modale en cours de calculs pour assurer la validité des résultats de la résolution sur base modale même pour des endommagements importants. Et il y a aussi l'amélioration du calcul de l'amortissement et son actualisation en cours de calcul. En dehors de ces deux questions qui font l'objet de recherches actives, et auxquelles les travaux présentés ici ne peuvent se soustraire, des axes de développements sont encore possibles.

Tout d'abord, la validité des résultats de calcul de ponts soumis à des sollicitations sismiques présentés dans la deuxième partie reste à confronter à des essais.

1. Des essais sur ponts réels pourront être faits. Il faudrait inspecter le pont et déterminer ses caractéristiques vibratoires à l'aide d'une campagne d'analyse modale opérationnelle.
2. Des essais de sollicitation cycliques ou vibratoires permettraient de valider ou invalider la méthode et favoriseraient de futurs développements sur les calculs sur base modale.

Par ailleurs, les calculs ont été menés dans une seule direction de sollicitations sismiques, il serait intéressant de poursuivre le développement pour prendre en compte les sollicitations sismiques dans les trois directions.

De surcroît, aucun développement sur l'interaction sol-structure et sur le déphasage des sollicitations par appui (typique des structures multi-supportées) n'a été considéré. De futurs travaux avec ces considérations pourront accroître la qualité des résultats et la polyvalence des outils de calculs de ponts en maçonnerie.

Ensuite, la modélisation des ponts utilisée ici néglige certains éléments structuraux. Il faudrait soit reprogrammer l'algorithme de création de maillages en rajoutant les élagissements ou d'autres éléments structuraux, soit montrer que leurs effets sont négligeables pour les calculs considérés.

Enfin, une amélioration de la connaissance des matériaux de remplissage est indispensable pour progresser sur le calcul des ponts en maçonnerie, car il constitue une grande partie du volume d'un pont et pourtant, a priori, sa constitution et ses propriétés sont inconnues.

- Concernant le calcul des courbes de fragilité, un choix pragmatique en concertation avec SNCF Réseau a été fait dans ces travaux, s'agissant de considérer la PGA comme mesure de l'intensité sismique et le déplacement de la voie et la réduction de la capacité portante comme critère de défaillance. Pour s'assurer de la validité de ces choix, il est nécessaire de poursuivre les études pour déterminer quels sont les critères de défaillances et les mesures d'intensité sismique les plus pertinents pour le calcul des ponts en maçonnerie. Une étude sur ces paramètres pourra informer sur le meilleur couplage critère de défaillance / intensité sismique pour le calcul des courbes de fragilité.

Outre les perspectives de développement des travaux présentés, il est bon de rappeler que ces travaux sont ancrés dans un projet plus grand, pour lequel des perspectives sont nées.

- Dans un premier temps, un chaînage complet des paramètres de la maçonnerie à la fragilité des ponts en maçonnerie a été proposé. Cet algorithme pourra être utilisé pour effectuer une analyse de sensibilité de la fragilité, c'est-à-dire, explorer l'impact d'une variation de la géométrie, ou des propriétés mécaniques, sur la fragilité. Cela

donnera deux informations importantes. La première est la définition de classes de fragilité de ponts. Il sera en effet possible de définir les intervalles de paramètres géométriques et matériaux qui sont parmi les ponts les plus fragiles. La deuxième est l'impact du vieillissement ou d'un renforcement sur la fragilité.

- Dans un second temps, le développement en collaboration avec des économistes du transport de la criticité (explorée avec [TISSERAND et M. RAGUENEAU, 2019] et [TISSERAND et M. RAGUENEAU, 2020]) permettra de déduire d'une fragilité de composants d'infrastructures, la probabilité de défaillance d'un réseau et, par analyse économique, le coût pour les différentes parties prenantes au transport de cette défaillance. Le but étant de classer et prioriser les risques et donner aux décideurs publics les éléments économiques de gestion des risques basés sur la fragilité.
- Dans un troisième temps, les mêmes développements que ceux montrés dans ce document pourront être effectués pour les autres composants d'infrastructure. Des études reliant les paramètres accessibles à l'ingénieur des autres types de ponts, de tunnels, ou des composants de voie, à leurs fragilités conduiront à une meilleure connaissance des risques pour les transports publics.

# Annexes

## Sommaire des annexes :

<b>A</b>	<b>Étude de la dissipation de l'endommagement du modèle maçonnerie</b>	<b>155</b>
<b>B</b>	<b>Validation de la régularisation en énergie</b>	<b>157</b>
<b>C</b>	<b>Écriture de la force de courant pour le chargement de crue</b>	<b>163</b>
<b>D</b>	<b>Mise en algorithme des travaux</b>	<b>165</b>
<b>E</b>	<b>Proposition d'une procédure d'identification et d'un métamodèle pour les paramètres du modèle formulé</b>	<b>171</b>
1	État de l'art des méthodes d'identification des paramètres de la maçonnerie. . . . .	172
2	Développement d'un outil de modélisation d'échantillon de maçonnerie . . . . .	175
3	Construction d'une base de données de paramètres matériaux : analyse de sensibilité et métamodélisation. . . . .	187
4	Conclusion . . . . .	202
<b>F</b>	<b>Quelques modèles intéressants pour la maçonnerie</b>	<b>203</b>
1	Lourenço [LOURÈNÇO, DE BORST et ROTS, 1997] . . . . .	204
2	Sellier [SELLIER et al., 2013] . . . . .	209
3	Pelà [PELÀ, 2009] . . . . .	212
4	LeDantec [LADEVEZE, 1983b] . . . . .	212
5	Desmorat [DESMORAT, 2016] . . . . .	214

## Annexe A

# Étude de la dissipation de l'endommagement du modèle maçonnerie

Dans le cadre du modèle formulé pour la modélisation de la maçonnerie (p.55), il faut montrer la positivité de la dissipation (Eq.A.1). Pour cela, une composante de cette dissipation sera isolée  $Y_1 \dot{d}_1$ . On sait que  $\dot{d}_1 \geq 0$ , alors il faut montrer que  $Y_1 \geq 0$ .

$$\mathcal{D}_{damage} = Y_1 \dot{d}_1 + Y_2 \dot{d}_2 + Y_3 \dot{d}_3 \quad (\text{A.1})$$

$$Y_1 = \rho \frac{\partial \Psi^*}{\partial d_1} = \frac{1}{2} \frac{(\sigma_1 - \sigma_1^p)^2}{E_1} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_6 - \sigma_6^p)^2}{G_{12}} A_{166} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_6^p)^2}{G_{12}} \frac{\partial}{\partial d_1} \left[ \frac{1}{g_{12}(d_1, d_2)} \right] + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_5 - \sigma_5^p)^2}{G_{13}} A_{155} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_5^p)^2}{G_{13}} \frac{\partial}{\partial d_1} \left[ \frac{1}{g_{13}(d_1, d_3)} \right] \quad (\text{A.2})$$

Les termes quadratiques sont toujours positifs, et il convient de traiter les cisaillements indépendamment. On obtient donc la condition suivante (Eq.A.3)

$$Y_1 \geq 0 \text{ si, } \frac{1}{2} \frac{(\sigma_6^p)^2}{G_{12}} \frac{\partial}{\partial d_1} \left[ \frac{1}{g_{12}(d_1, d_2)} \right] \geq 0 \text{ et donc si, } \frac{\partial}{\partial d_1} \left[ \frac{1}{g_{12}(d_1, d_2)} \right] \geq 0 \quad (\text{A.3})$$

Or,  $g_{12}(d_1, d_2) = \frac{A_{166}d_1 + A_{266}d_2}{1 + A_{166}d_1 + A_{266}d_2}$ , étant une fonction croissante monotone de l'endommagement,  $\frac{\partial}{\partial d_1} \left[ \frac{1}{g_{12}(d_1, d_2)} \right] \leq 0$ . On remarque donc que la forme du couplage pose une problématique de positivité de la dissipation. Il va donc falloir trouver une condition permettant une positivité de la dissipation, qui sera imposée numériquement.



Pour cela, si l'on reprend les termes de cisaillement de  $Y_1$ , on revient à :

$$\frac{1}{2} \frac{(\sigma_6 - \sigma_6^\pi)^2 A_{166}}{G_{12}} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_6^\pi)^2}{G_{12}} \frac{\partial}{\partial d_1} \left[ \frac{1}{g_{12}(d_1, d_2)} \right] \geq 0 \quad (\text{A.4})$$

On a :

$$\frac{\partial}{\partial d_1} \left[ \frac{1}{g_{12}(d_1, d_2)} \right] = - \frac{A_{166}}{(A_{166}d_1 + A_{266}d_2)^2} \quad (\text{A.5})$$

Ce qui implique que l'on étudie :

$$\frac{1}{2} \frac{(\sigma_6 - \sigma_6^\pi)^2 A_{166}}{G_{12}} + \frac{1}{2} \frac{(\sigma_6^\pi)^2}{G_{12}} \left( - \frac{A_{166}}{(A_{166}d_1 + A_{266}d_2)^2} \right) \geq 0 \quad (\text{A.6})$$

Ce qui se simplifie en :

$$\frac{A_{166}}{(A_{166}d_1 + A_{266}d_2)^2} \left[ (\sigma_6 - \sigma_6^\pi)^2 (A_{166}d_1 + A_{266}d_2)^2 - (\sigma_6^\pi)^2 \right] \geq 0 \quad (\text{A.7})$$

Ce qui revient à étudier :

$$\left[ (\sigma_6 - \sigma_6^\pi)^2 (A_{166}d_1 + A_{266}d_2)^2 - (\sigma_6^\pi)^2 \right] \geq 0 \quad (\text{A.8})$$

Qui, au travers des lois d'états, peut se réécrire :

$$(\epsilon_6)^2 - (\epsilon_6 - \epsilon_6^\pi)^2 \geq 0 \quad (\text{A.9})$$

Cette condition peut être écrite pour chaque composante de cisaillement :

$$(\epsilon_6)^2 - (\epsilon_6 - \epsilon_6^\pi)^2 \geq 0 \quad (\text{A.10})$$

$$(\epsilon_5)^2 - (\epsilon_5 - \epsilon_5^\pi)^2 \geq 0 \quad (\text{A.11})$$

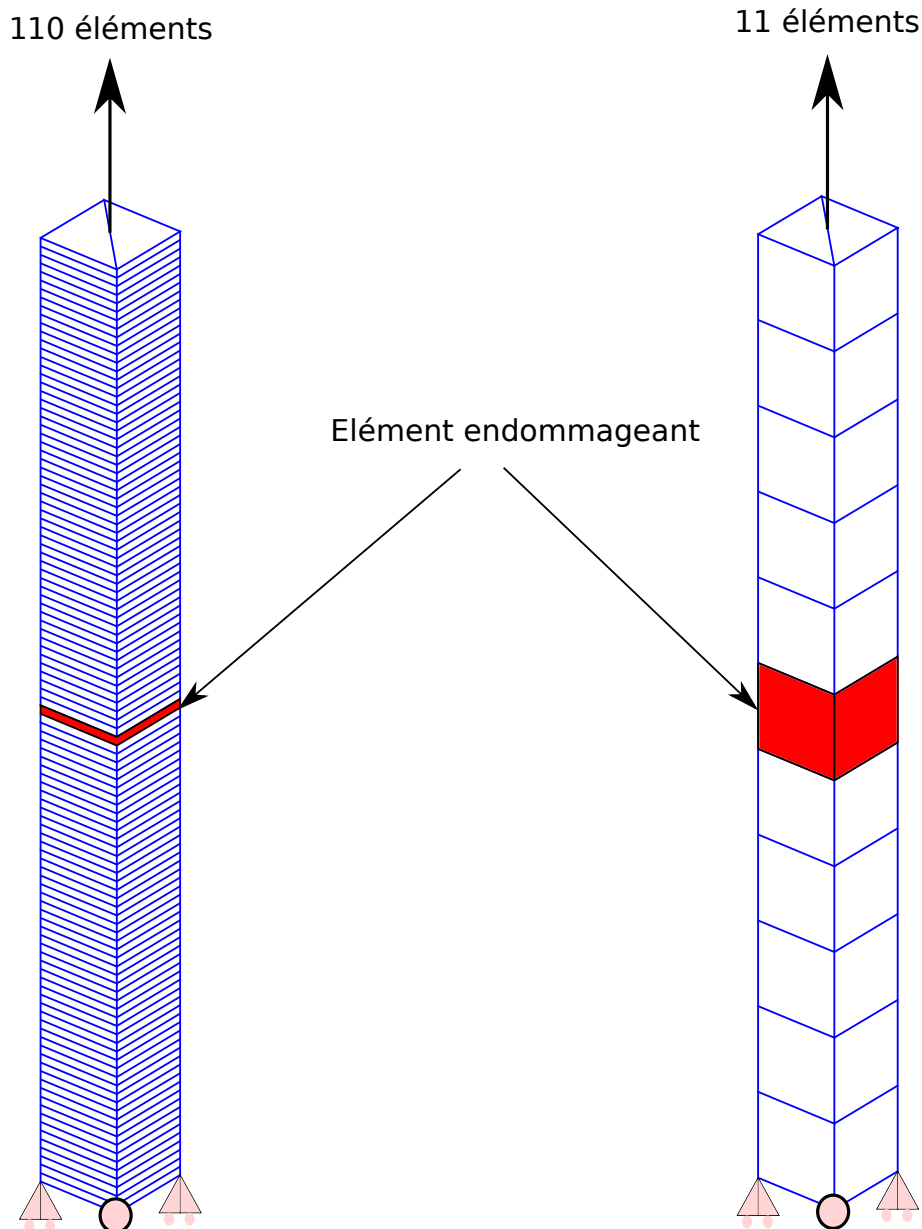
$$(\epsilon_4)^2 - (\epsilon_4 - \epsilon_4^\pi)^2 \geq 0 \quad (\text{A.12})$$

Par conséquent, deux conclusions peuvent être tirées de cette étude de la positivité. D'une part, il est nécessaire de poser une condition, soit celles données par les équations (Eq.A.10 à A.12), soit sur  $Y_i$ , en contrôlant que  $Y_i \leq 0 \implies \dot{d}_i = 0$ . D'autre part, la mise en place de ces conditions est rendue nécessaire par la forme du couplage entre endommagement et frottement interne. La recherche d'autres formes pourra permettre de se dispenser de conditions.

## Annexe B

# Validation de la régularisation en énergie

Dans cette annexe, un test de validation de la régularisation (p.62) en énergie est effectué. Seront comparées ici deux campagnes de test de traction verticale sur une barre de  $0.1 \times 0.1 \times 1.1\text{m}$ , la figure (B.1) montre les deux barres testées lors d'une campagne d'essai.



**FIGURE B.1:** Illustration des deux barres testées pour valider la régularisation

On peut voir que les barres testées sont des barres purement élastiques, à l'exception d'un élément en rouge sur la figure, qui possède la loi de comportement de la maçonnerie formulée dans la première partie de ce manuscrit. Une première campagne est réalisée avec les mêmes propriétés sur tous les éléments, notamment, les mêmes  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  et  $\chi_3$  indiquant ainsi que la régularisation n'est pas faite. Un essai de traction simple sur les deux barres est effectué. Ensuite, une seconde campagne est la même que la première, mais avec  $\chi_1$ ,  $\chi_2$  et  $\chi_3$  correspondants à une régularisation en énergie.

Les tableaux (Tab.B.1 et B.2) montrent les paramètres matériaux choisis par la modélisation avec et sans régularisation.

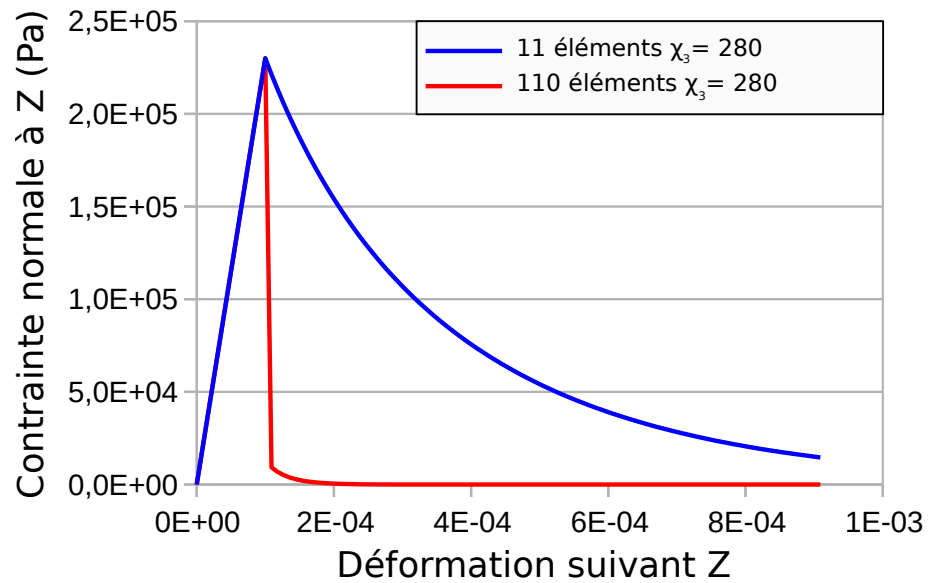
Paramètres élastiques	Valeurs	Paramètres de limite élastique	Valeurs
$E_1$	2 GPa	$K_1$	1.E - 4
$E_2$	1 GPa	$K_2$	1.E - 4
$E_3$	2.5 GPa	$K_3$	1.E - 4
$\nu_{12}$	0.2	$\beta_{12}$	0.5
$\nu_{13}$	0.2	$\beta_{13}$	0.5
$\nu_{23}$	0.15	$\beta_{23}$	0.5
$G_{12}$	1 GPa	$\beta_{21}$	0.5
$G_{13}$	1.4 GPa	$\beta_{31}$	0.5
$G_{23}$	1 GPa	$\beta_{32}$	0.5
Paramètres d'endommagement	Valeurs	Paramètres de frottement	Valeurs
$\chi_1$	280	$\mu_1$	0.1
$\chi_2$	280	$\mu_2$	0.1
$\chi_3$	280	$\mu_3$	0.1
$A_{16}$	0.5	$a_1$	1.E - 4
$A_{155}$	0.5	$a_2$	1.E - 4
$A_{244}$	0.5	$a_3$	1.E - 4
$A_{266}$	0.5	$b_1$	1.E8
$A_{355}$	0.5	$b_2$	1.E8
$A_{344}$	0.5	$b_3$	1.E8

**Tableau B.1:** Récapitulatif des paramètres pour les essais de validation sans régularisation

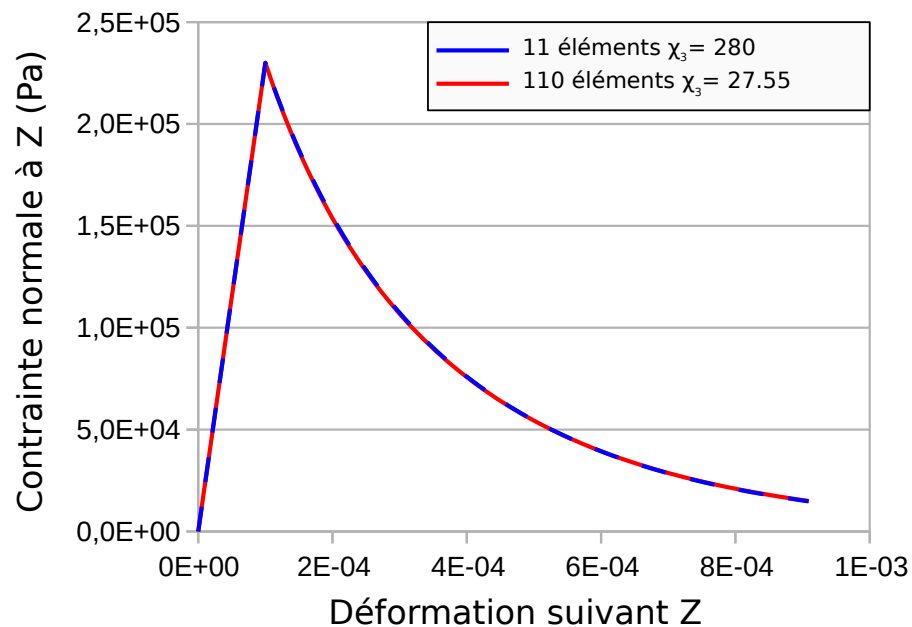
Les résultats de deux campagnes (Fig.B.2 et B.3), montrent que la régularisation en énergie rend le comportement en traction simple identique, quelle que soit la densité de maillage. La régularisation telle que formulée page 62 est donc validée.

Paramètres élastiques	Valeurs	Paramètres de limite élastique	Valeurs
$E_1$	2 GPa	$K_1$	$1.E - 4$
$E_2$	1 GPa	$K_2$	$1.E - 4$
$E_3$	2.5 GPa	$K_3$	$1.E - 4$
$\nu_{12}$	0.2	$\beta_{12}$	0.5
$\nu_{13}$	0.2	$\beta_{13}$	0.5
$\nu_{23}$	0.15	$\beta_{23}$	0.5
$G_{12}$	1 GPa	$\beta_{21}$	0.5
$G_{13}$	1.4 GPa	$\beta_{31}$	0.5
$G_{23}$	1 GPa	$\beta_{32}$	0.5
Paramètres d'endommagement	Valeurs	Paramètres de frottement	Valeurs
$Gf_1$	20 J/m <sup>2</sup>	$\mu_1$	0.1
$Gf_2$	20 J/m <sup>2</sup>	$\mu_2$	0.1
$Gf_3$	25 J/m <sup>2</sup>	$\mu_3$	0.1
$A1_6$	0.5	$a_1$	$1.E - 4$
$A1_{55}$	0.5	$a_2$	$1.E - 4$
$A2_{44}$	0.5	$a_3$	$1.E - 4$
$A2_{66}$	0.5	$b_1$	1.E8
$A3_{55}$	0.5	$b_2$	1.E8
$A3_{44}$	0.5	$b_3$	1.E8

**Tableau B.2:** Récapitulatif des paramètres pour les essais de validation avec régularisation



**FIGURE B.2:** Comparaison des courbes de traction simple pour une barre de 11 éléments et une barre de 110 éléments, sans régularisation en énergie.



**FIGURE B.3:** Comparaison des courbes de traction simple pour une barre de 11 éléments et une barre de 110 éléments, avec régularisation en énergie.



## Annexe C

# Écriture de la force de courant pour le chargement de crue

On suppose ici que le cours d'eau sous le pont est modélisable comme un écoulement en surface libre d'un fluide visqueux (de viscosité  $\mu$ ) homogène de densité  $\rho$ , s'écoulant sur un plan incliné d'angle  $\alpha \ll 1$ . Pour une question de simplification, on supposera ici que la profondeur est identique en tout point du cours d'eau (forme rectangulaire du cours d'eau).

L'écoulement de l'eau est modélisé par l'équation de Navier-Stokes dans le cas de fluides newtoniens (Eq.C.1), avec  $\vec{v}$  le vecteur vitesse,  $\vec{p}$  le vecteur pression et  $\vec{g}$  la gravité.

$$\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right] = -\nabla \vec{p} + \mu \nabla^2 \vec{v} + \rho \vec{g} \quad (\text{C.1})$$

Dans notre cas  $\rho \left[ \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right] = 0$ , car le régime d'écoulement est considéré comme permanent. On obtient par projection sur  $x$ ,  $y$  et  $z$  et en considérant que la pression à la surface libre est nulle :

$$\rho g \sin(\alpha) + \mu \frac{\partial^2 v(z)}{\partial z^2} = 0 \quad (\text{C.2})$$

En intégrant deux fois cette expression et en posant comme conditions aux limites que la vitesse est nulle au fond du cours d'eau et qu'il n'y a pas de frottement avec l'air, on obtient la relation suivante dans laquelle  $h_{max}$  représente la hauteur d'eau (Eq.C.3).

$$V(z) = \frac{\rho g \sin(\alpha) (2h_{max} - z)z}{2\mu} \quad (\text{C.3})$$



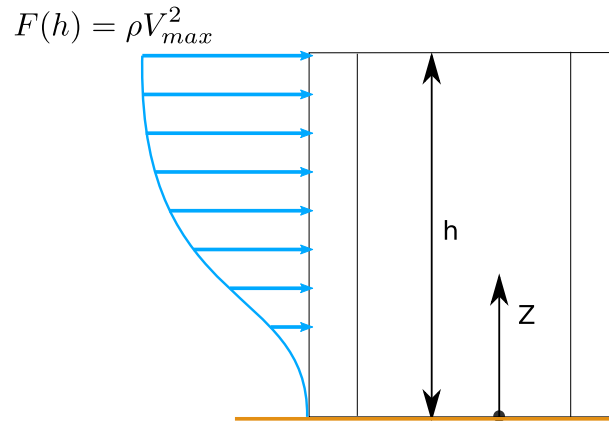
Cette relation peut être simplifiée dans son écriture en posant  $V_{max} = \frac{\rho g \sin(\alpha)(h_{max}^2)}{2\mu}$ , on obtient donc ainsi la relation (Eq.C.4).

$$V(h) = \frac{\rho g \sin(\alpha)(2h_{max} - z)z}{2\mu} = V_{max} \left( \frac{2zh_{max} - z^2}{h_{max}^2} \right) \quad (C.4)$$

Maintenant que l'on connaît la forme de la vitesse du courant, on peut en déduire une force  $F(z)$  par l'équation suivante (Eq.C.5).

$$F(z) = \rho V^2(z) = \rho V_{max}^2 \left( \frac{2zh_{max} - z^2}{h_{max}^2} \right)^2 \quad (C.5)$$

Dans le cadre de cette modélisation, la force du courant appliquée sur la paroi du pont en maçonnerie sera donc de forma parabolique, le profil de force évolue en fonction de trois paramètres :  $\rho$ ,  $V_{max}$  et  $z$ . La figure suivante (Fig.C.1) donne la forme du profil de force sur une coupe d'un pont.

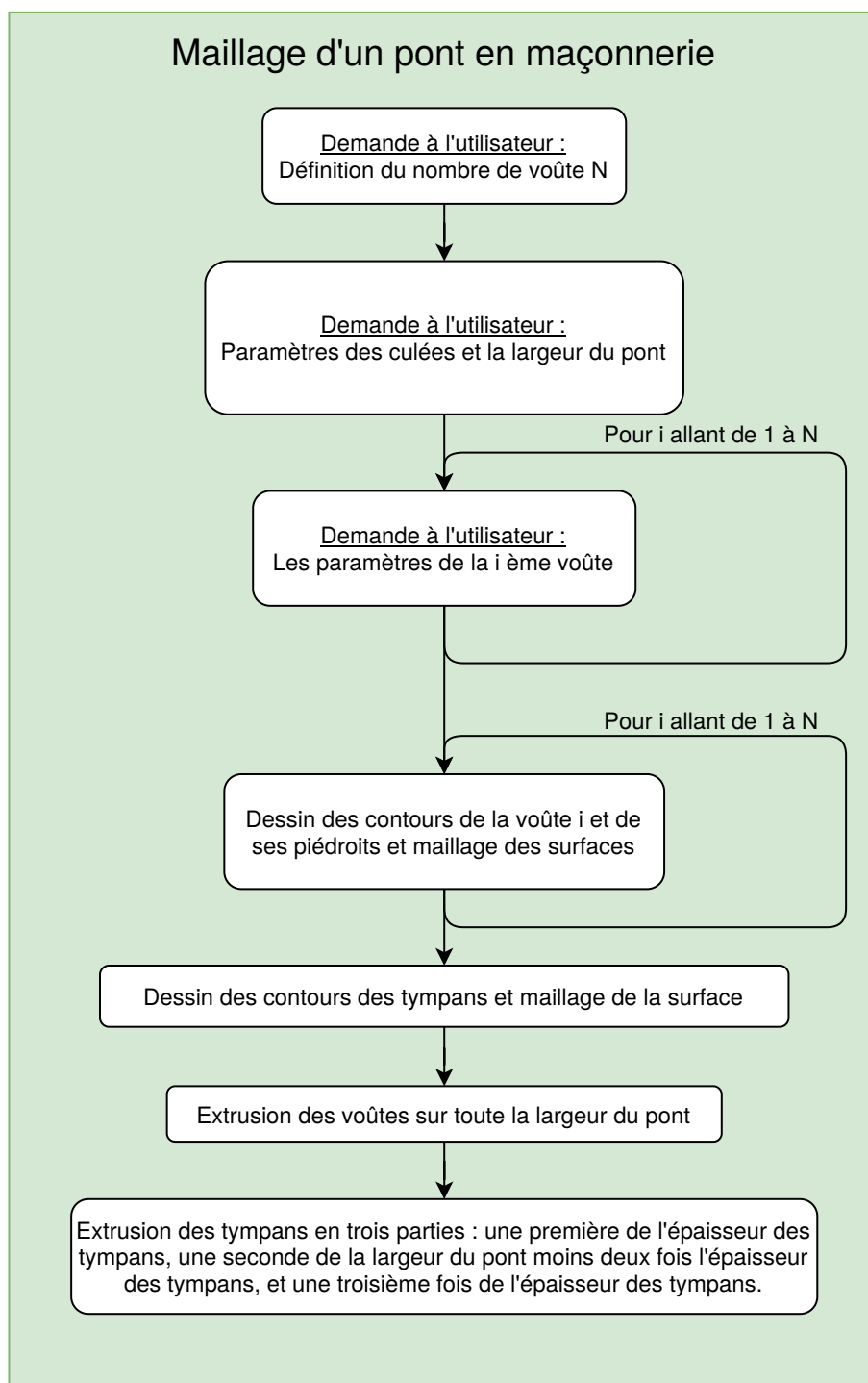


**FIGURE C.1:** Profil de force hydrodynamique sur un profil de pont en maçonnerie

## Annexe D

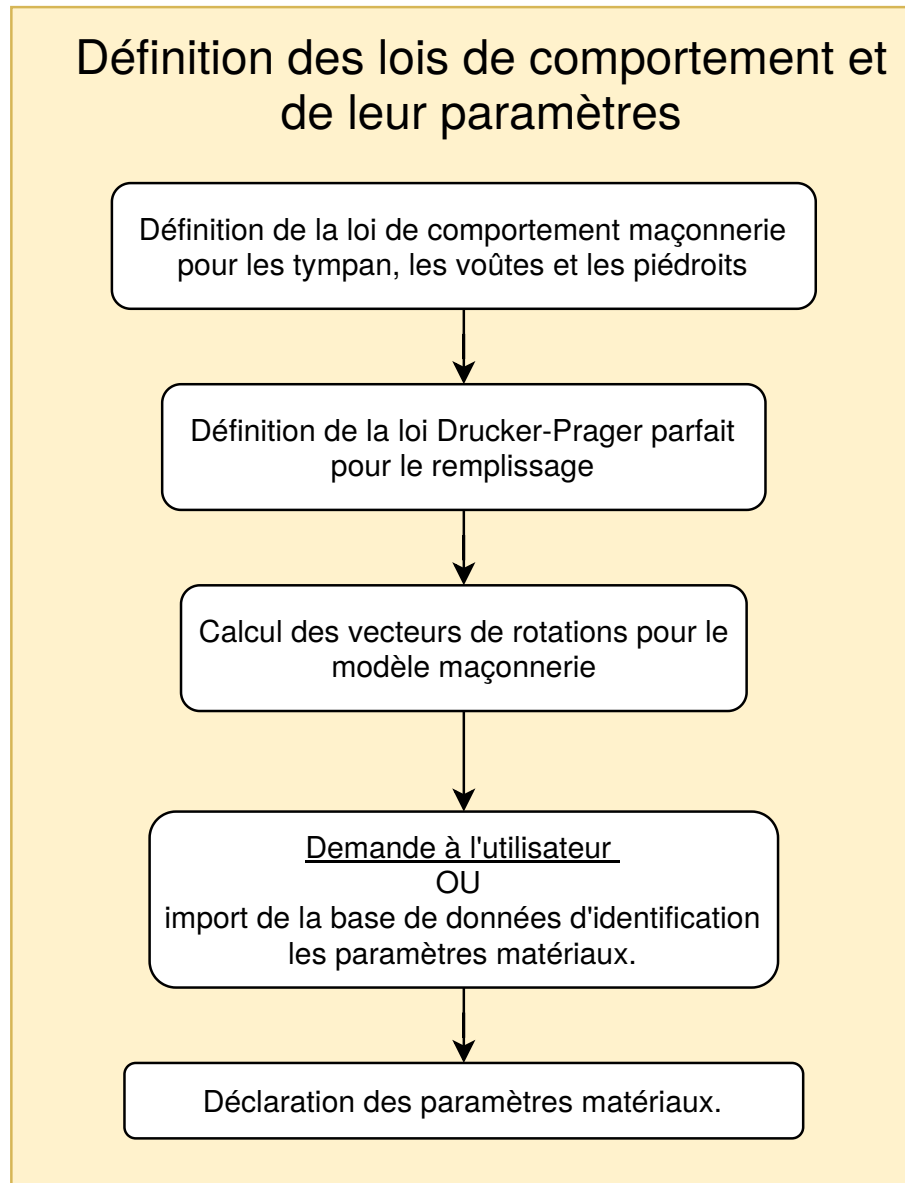
# Mise en algorithme des travaux

Un algorithme pour automatiser le maillage peut être proposé. Il est écrit sous Matlab pour l'instant, mais sera réécrit sous Python afin de garantir une cohérence sur les outils utilisés. Cet outil écrit le script de Cast3m, qui fera la modélisation. Ainsi, un logigramme simplifié de l'algorithme de construction des maillages est illustré dans la figure (Fig.[D.1](#)).



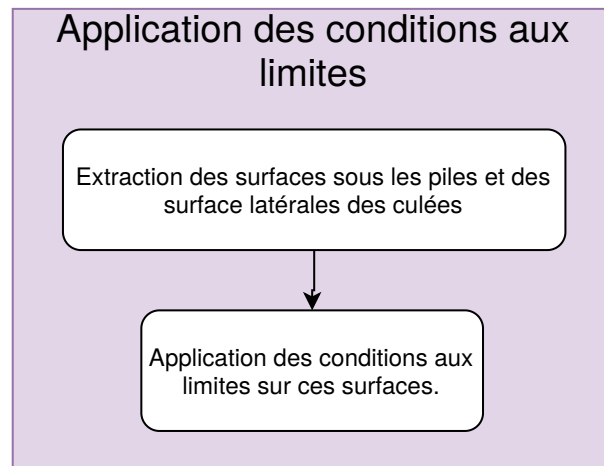
**FIGURE D.1:** Logigramme simplifié de l'algorithme de création des maillages

Pour poursuivre l'algorithme d'automatisation, un bloc pour la définition des lois matériaux est ajouté juste après la création des maillages. Son logigramme est donné ici dans un effort d'exhaustivité (Fig D.2).



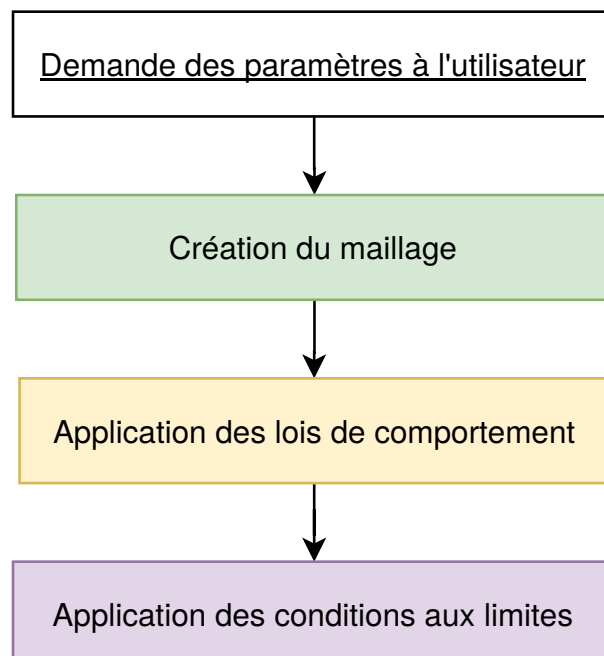
**FIGURE D.2:** Logigramme simplifié de l'algorithme définition des lois matériaux

Là aussi, cela peut se traduire par un bloc dans l'algorithme de génération automatique de modélisations. Un bloc sur l'application des conditions aux limites est illustré dans la figure suivante (FigD.3).



**FIGURE D.3:** Logigramme simplifié de l'algorithme de l'application des conditions aux limites

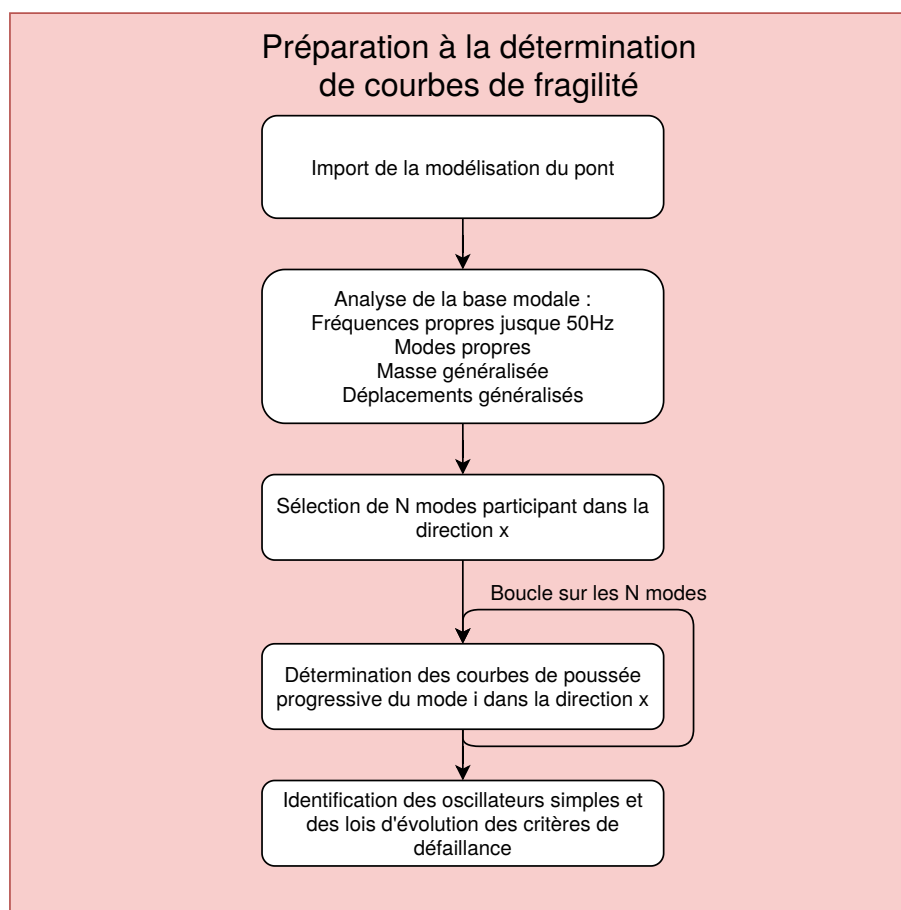
La modélisation des ponts en maçonnerie au travers d'un algorithme dédié est possible. Cette démarche d'automatisation des modélisations est intéressante pour une entreprise comme SNCF RÉSEAU, car les ingénieurs peuvent ainsi se concentrer sur l'essentiel : l'analyse des résultats. L'algorithme développé est schématisé par la figure suivante (Fig.D.4). Ce type d'algorithme nécessite de faire de la métaprogrammation, programmer un script pour programmer un script. Ici, un script écrit sur MATLAB permet d'écrire automatiquement les scripts de CAST3M en fonction des paramètres d'entrée pour générer une modélisation.



**FIGURE D.4:** Schéma simplifié de l'algorithme de génération de modélisation

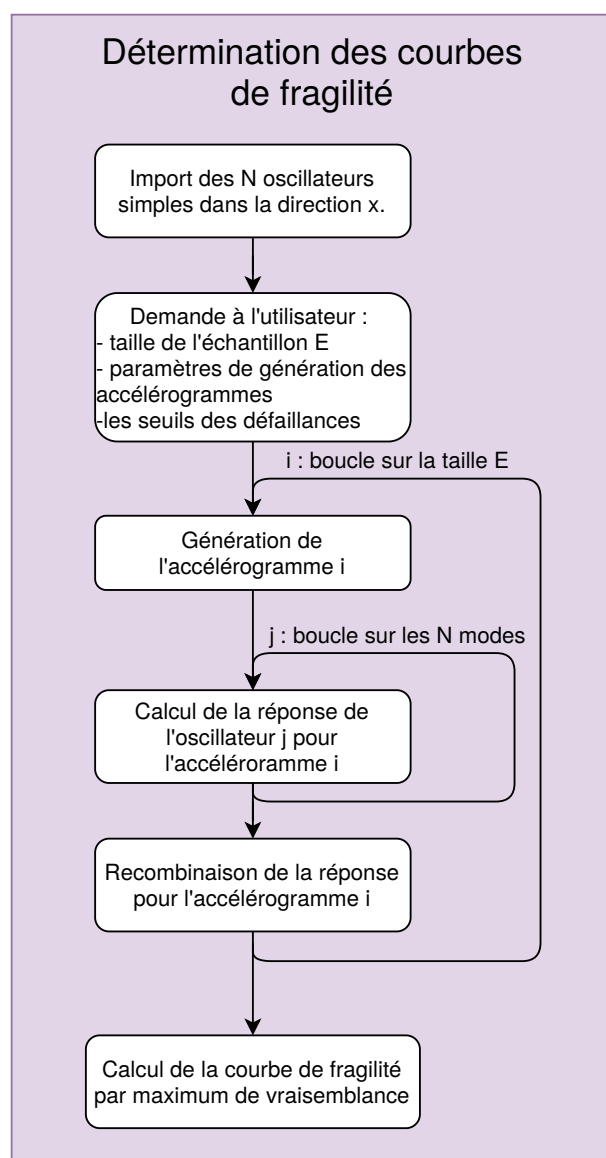
Maintenant que cet outil est créé et fonctionnel, il reste à appliquer les chargements souhaités et résoudre.

Cette section peut faire l'objet d'une mise en algorithme pour automatiser la mise en place de la méthode de résolution sur base modale. La figure (Fig.D.5) montre un logigramme simplifié de l'algorithme permettant la préparation de la méthode pour ensuite passer sur le calcul de courbes de fragilité.



**FIGURE D.5:** Schéma simplifié de l'algorithme de préparation au calcul de courbes de fragilité.

Un algorithme sur le calcul des courbes de fragilité peut être écrit et venir compléter la suite d'algorithme permettant un calcul automatique de ponts en maçonnerie sous sollicitations sismiques. La prochaine figure (Fig.D.6) montre un logigramme simplifié de ce bloc d'algorithme.



**FIGURE D.6:** Schéma simplifié de l'algorithme de calcul des courbes de fragilité.

## Annexe E

# Proposition d'une procédure d'identification et d'un métamodèle pour les paramètres du modèle formulé

**Synthèse :** L'identification des paramètres d'un modèle se fait à partir d'essais ou de procédure d'homogénéisation sur un volume élémentaire représentatif.

Après une brève revue des procédures d'identifications existantes et utilisées pour la maçonnerie, une proposition d'identification des paramètres sur une campagne d'essais virtuels est faite. À partir de cette proposition est extraite une base de données sur laquelle est faite une métamodélisation permettant de tirer plus rapidement et plus facilement les paramètres matériaux à l'aide des paramètres de l'essai virtuel.

Les résultats montrent que les paramètres élastiques se prêtent bien à la métamodélisation, mais les paramètres non linéaires sont moins bien représentables.



## Introduction

Le modèle maçonnerie formulé a besoin de paramètres matériaux. Ces derniers peuvent être identifiés par des essais en laboratoire, par formule analytique (homogénéisation analytique) ou par virtual testing (simulation numérique d'un essai). L'identification des paramètres matériaux, surtout lorsqu'il s'agit de paramètres influant sur des mécanismes non linéaires, comme l'endommagement ou le frottement interne, peuvent être difficiles à atteindre par des méthodes d'homogénéisation classique, d'où la nécessité de développer un outil d'identification de paramètres.

L'identification de ces paramètres est proposée ici. Tout d'abord, les différentes méthodes d'identification de paramètres sont brièvement expliquées. Ensuite, l'outil développé pour identifier le paramètre du modèle formulé précédemment est présenté. Enfin, une base de données sous forme de surface de réponse est construite afin de gagner en robustesse et en rapidité d'exécution.

## 1 État de l'art des méthodes d'identification des paramètres de la maçonnerie.

L'identification des paramètres matériau est indispensable pour l'utilisation de modèles. Deux voies d'identification des paramètres s'ouvrent : par résultats d'expérimentation (réelle ou virtuelle) et par utilisation d'un modèle d'homogénéisation (empirique ou basé sur une théorie physique).

### 1.1 Identification des paramètres matériau par résultats d'essai

À condition que les paramètres choisis soient accessibles aux moyens d'essais, il est possible d'identifier des paramètres d'un modèle par identification sur les résultats de cet essai.

Les essais réels peuvent être complexes et difficiles à mettre en place, mais n'imposent pas d'hypothèse de comportement sur les échantillons. L'expérimentateur peut ainsi observer de nouveaux phénomènes. En revanche, il nécessite un lourd travail en amont. Ce que l'on souhaite mesurer détermine les moyens expérimentaux à mettre en œuvre. Les essais peuvent être coûteux et longs. En ce qui concerne la maçonnerie, de nombreux essais réels ont permis de classer le matériau et ses mécanismes ([PAGE, 1981], [BACKES, 1985], [ANTHOINE, MAGONETTE et MAGENES, 1995], [VERMELTFOORT, RAIJMAKERS et JANSSEN, 1993], [DHANASEKAR, PAGE et KLEEMAN, 1985], [DOMEDE, 2006], [SALMANPOUR, MOJSILOVIĆ et SCHWARTZ, 2015], [SILVA, DALLA BENETTA et al., 2014]), de valider les modèles formulés ([ANTHOINE, 1995], [LOURÈNÇO, DE BORST et ROTS, 1997]) et d'identifier des paramètres pour des calculs ponctuels ([DOMEDE, 2006], [DOMEDE, SELLIER et STABLON, 2013], [PELÀ, 2009]). Pour

la maçonnerie, les essais réels ont un avantage, ils prennent en compte naturellement les défauts de mise en œuvre et la complexité et la variabilité des matériaux constitutifs. En revanche, deux inconvénients sont que : les essais sont longs et coûteux; et, la variabilité des résultats (due à la variabilité des matériaux et des conditions aux limites) étudiés et les défauts de mise en œuvre, sont difficilement contrôlables et rendent les résultats imprécis et demandent un nombre d'essais important pour réduire les incertitudes.

Les essais virtuels se sont développés avec le calcul numérique. Ils nécessitent de connaître, ou de postuler, un certain nombre d'hypothèses pour concevoir les échantillons. Ainsi, les échantillons correspondent à un ensemble de paramètres d'une modélisation. Il faut aussi identifier ces paramètres, et définir les modèles utilisés. Ils sont utilisés pour déterminer les paramètres de modèles matériaux pour un coût réduit. Ils permettent de contrôler l'influence de certains paramètres des échantillons sur les paramètres matériaux. Ils ont rarement été utilisés pour la maçonnerie ([STABLON, 2011], [MORENO REGAN, 2016]). Les avantages principaux sont que le coût d'expérimentation est réduit et que l'on maîtrise les variabilités des essais. L'inconvénient est que la qualité de l'identification des paramètres est contrainte à la qualité de modélisation des échantillons.

Les essais donnent en général beaucoup d'information. Ils permettent une identification directe des paramètres, mais aussi une identification des paramètres de mécanismes non linéaires par minimisation (en minimisant l'erreur entre la prédiction modèle et le résultat d'essai). En revanche, pour des matériaux bien connus dont on doit identifier des phénomènes linéaires (comme l'élasticité), une méthode d'homogénéisation robuste peut être suffisante.

## 1.2 Identification des paramètres matériau par homogénéisation (identification analytique)

On souhaite obtenir un comportement mécanique globale à partir d'un échantillon avec des comportements locaux. Beaucoup de travaux empiriques et théoriques ont été menés dans le but de trouver des relations d'homogénéisation des comportements.

D'une manière générale, les changements d'échelles se font soit par homogénéisation, passage de l'état local à l'état global, soit par localisation, passage de l'état global à l'état local. Dans le cadre de la mécanique, les états sont très souvent des états de contraintes ou de déformation (tout le moins dans l'hypothèse des petites perturbations qui nous intéresse).

Si l'on note respectivement  $E$  et  $\Sigma$  les états des déformations et de contraintes homogénéisés,  $A$  et  $B$  les opérations d'homogénéisation de déformations et de contraintes,  $A^{-1}$  et  $B^{-1}$  les opérateurs de localisation de déformation et de contraintes et,  $\varepsilon$  et  $\sigma$  les déformations et contraintes à l'état local, il est possible d'écrire les équations (Eq.E.1 et E.2).

$$E = A : \varepsilon \quad (\text{E.1})$$

$$\Sigma = B : \sigma \quad (\text{E.2})$$

Il s'agit maintenant de donner une loi entre  $\varepsilon$  et  $\sigma$  pour effectuer l'homogénéisation en déformation ou en contraintes. Lorsque plusieurs phases sont présentes, l'homogénéisation est une moyenne sur un volume élémentaire représentatif des comportements locaux. Ce volume élémentaire représentatif (VER) est un élément essentiel puisqu'il doit être suffisamment simple pour permettre le calcul analytique et suffisamment étendu pour représenter correctement le matériau (au même titre qu'en statistique descriptive la taille des échantillons doit être suffisamment importante pour être représentatif). On définit souvent le VER comme étant un volume  $\mathcal{A}(x)$  de centre  $x$  et de taille  $e$  tel que l'on peut écrire la conservation suivante (Eq.E.3).

$$\mathcal{A}(x) = \mathcal{A}(x + e) \quad (\text{E.3})$$

L'homogénéisation peut donc se faire en déformation ou en contraintes. Ce qui donne naissance aux bornes de Reuss et Voigt qui considèrent soit une déformation homogène, soit une contrainte homogène. Une vision phénoménologique de cette homogénéisation revient à considérer deux ressorts, soit en série, soit en parallèle. Il est aussi possible de déterminer que ces deux bornes constituent deux extremums énergétiques du système. Une utilisation des bornes de Reuss et Voigt est faite par l'Eurocode 6 [EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, 2005] et par le code canadien [UNIFORM BUILDING CODE, 1997]. D'autres bornes existent, telles que les bornes de Hashin-Strickmann, qui sont basées sur l'estimateur de Hashin-Strickmann, avec pour matrice le composant le plus faible, ou pour matrice, le composant le plus fort. Cette méthode d'homogénéisation donne des bornes plus resserrées que celles de Reuss et Voigt, mais pour des matériaux hétérogènes complexes, elles restent plus difficiles à calculer.

Enfin, des schémas d'homogénéisation basés sur les tenseurs d'Eshelby existent (Schéma auto-cohérent, schéma dilué et schéma de Mori-Tanaka) ([BORNERT, BRETHERAU et GILORMINI, 2006]). Des comparaisons entre tous ces schémas d'homogénéisation ont déjà été effectuées. Il s'avère que ces schémas restent très utiles et simples d'utilisation pour l'homogénéisation de tenseurs élastiques, mais deviennent presque inopérants pour des phénomènes non linéaires.

En ce qui concerne la maçonnerie, plusieurs travaux d'homogénéisation des mécanismes élastiques ([PIETRUSZCZAK et NIU, 1992], [ANTHOINE, 1995], [STEFANOU, SULEM et VARDOULAKIS, 2008], [CECCHI et SAB, 2002], [PANDE, LIANG et MIDDLETON, 1989]) et des mécanismes non linéaires ([ZUCCHINI et LOURÊNÇO, 2004], [K. SAB, 2003], [ADDESSI, SACCO

et PAOLONE, 2010], [QUINTEROS, OLLER et NALLIM, 2012], [LOURÈNÇO, MILANI et ZUCCHINI, 2009], [SACCO, 2009], [LOPEZ et al., 1999],) ont été effectués. Mais, comme dans le cas de [STABLON, 2011], il semble qu'aucun de ces schémas d'homogénéisation ne soit suffisamment robuste et fiable pour répondre au problème d'identification de paramètres de modèle formulé précédemment.

Au final, cette brève revue des méthodes d'homogénéisation et d'identification de paramètres homogénéisés permet de choisir le virtual testing pour identifier les paramètres de notre modèle de maçonnerie.

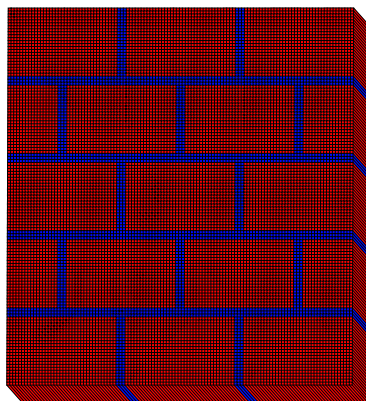
## 2 Développement d'un outil de modélisation d'échantillon de maçonnerie

L'outil d'identification de paramètres développé ici est basé sur le virtual testing. La première tâche est donc de définir un échantillon représentatif paramétré de la maçonnerie. La seconde sera de présenter les tests effectués et la procédure d'identification de paramètres. Enfin, une validation sur un échantillon de maçonnerie sera effectuée.

### 2.1 Définition d'un échantillon représentatif de maçonnerie

Tout d'abord, il convient de définir dans quel cadre de modélisation décrire l'échantillon de maçonnerie. Comme déjà évoqué dans la section traitant du choix du cadre de modélisation (1), la résolution par la méthode des éléments finis est la plus adaptée à ce type de problème puisque l'on cherchera d'abord les paramètres élastiques, puis les mécanismes non linéaires. De plus, la possibilité d'effectuer un chaînage de calculs aux éléments finis dans le même code (Cast3m) pour effectuer l'identification des paramètres et le calcul structure est un argument pragmatique pour étayer ce choix.

Cette résolution par éléments finis se fera dans Cast3m pour des raisons de simplicité et de cohérence avec le modèle maçonnerie formulé, lui aussi implanté dans Cast3m. elle se fera en 3 dimensions, puisque les paramètres recherchés sont dans ces trois dimensions.

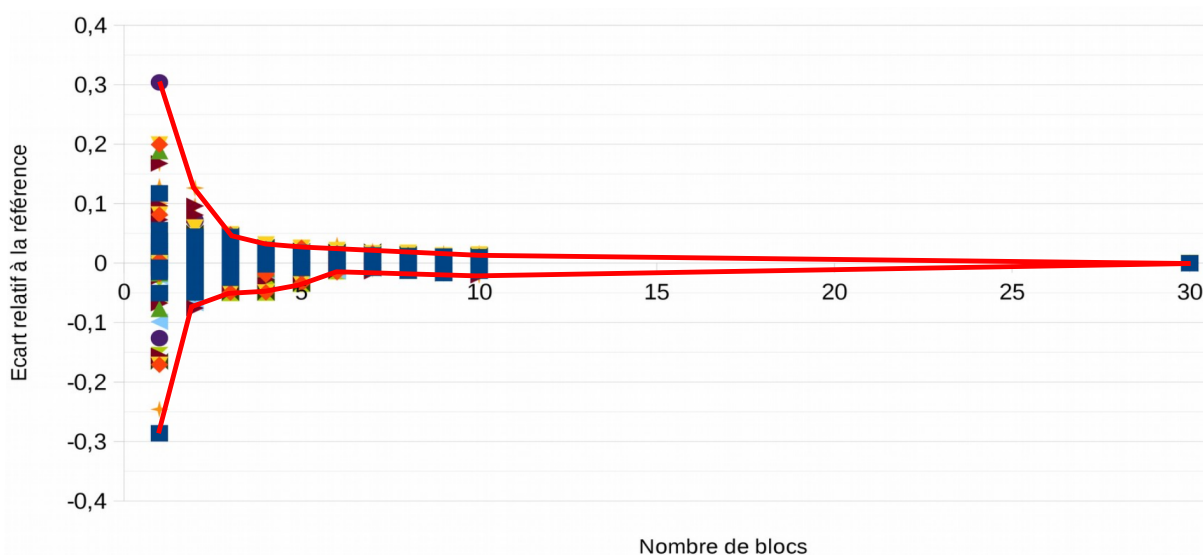


**FIGURE E.1:** Exemple d'échantillon de maçonnerie

Pour définir un échantillon représentatif, une étude sur mes paramètres élastiques (Fig. E.2), grâce à un ensemble de chargements simples (Fig.E.3), a permis de comprendre l'évolution de l'erreur d'un échantillon tronqué par rapport à un échantillon référence beaucoup plus grand (30 blocs) (Eq.E.4). Néanmoins, pour que les tests numériques restent viables, il ne fallait pas que le nombre d'éléments de la simulation rende le calcul trop coûteux. Dans l'équation (Eq.E.4),  $P$  représente un paramètre élastique (les modules d'Young, coefficients de Poisson et modules de cisaillement ont été testés),  $P(N)$  est le paramètre mesuré pour  $N$  blocs et  $P(30)$  est le paramètre élastique pour 30 blocs.

$$err = \frac{P(30) - P(N)}{P(30)} \quad (E.4)$$

La figure (Fig. E.2) permet de voir qu'à partir de 3 inclusions, l'estimation est correcte



**FIGURE E.2:** Erreur relative d'estimation des modules d'Young, coefficients de Poisson et modules de cisaillement en fonction du nombre de blocs (inclusion)

( $\leq 5\%$ ), mais qu'à partir de 5 blocs, l'estimation est excellente ( $\leq 3\%$ ). L'estimation étant correcte, et le temps de calcul plus proche de l'objectif, un échantillon à 3 blocs sera choisi.

Cet échantillon étant constitué de mortier (en rouge sur Fig. E.1) et de blocs (en bleu sur Fig. E.1), il faut définir les modèles de comportement de chaque constituant. Comme évoqué dans (1), les mortiers et les briques ont des comportements quasi-fragiles proches du mortier de ciment. Pour leurs modélisations, un modèle de Mazars régularisé en énergie (type Hillerborg) ([J. MAZARS et PIJAUDIER-CABOT, 1989], [BORST et al., 1993]) sera donc choisi, car ce dernier est robuste et largement utilisé depuis les années 90 (de plus, il est déjà implanté dans Cas3m). La paramétrisation de l'échantillon de maçonnerie tient donc en trois séries de paramètres (Tab.E.1) : les paramètres géométriques de l'échantillon, les paramètres matériaux du mortier et les paramètres matériau des blocs. En revanche, cette modélisation ne prend pas en compte les aspects de frottement et de plasticité de la maçonnerie. Ces derniers sont difficiles à identifier sur un modèle aux éléments finis.

Paramètres géométriques	Paramètres de mortier	Paramètres de briques
largeur des briques $L_b$	Module d'Young $E_m$	Module d'Young $E_b$
Hauteur de la brique $H_b$	Coefficient de Poisson $\nu_m$	Coefficient de Poisson de la brique $\nu_b$
Épaisseur des joints $e_j$	Limite de déformation $k_m$	Limite de déformation $k_b$
	Énergie de fissuration $g_{f_m}$	Énergie de fissuration $g_{f_b}$
	Endommagement en compression $Ac_m$ et $Bc_m$	Endommagement en compression $Ac_b$ et $Bc_b$

**Tableau E.1:** Paramètres des échantillons de maçonnerie virtuelle

Les échantillons ainsi paramétrisés doivent une procédure d'identification des paramètres doit être mise en place.

## 2.2 Définition de la procédure d'identification des paramètres

Dans cette partie sont présentés les chargements et l'exploitation des résultats d'essais dans le but d'identifier les paramètres matériaux.

Les paramètres à identifier pour le modèle de maçonnerie sont ceux de la table (Table.E.2).

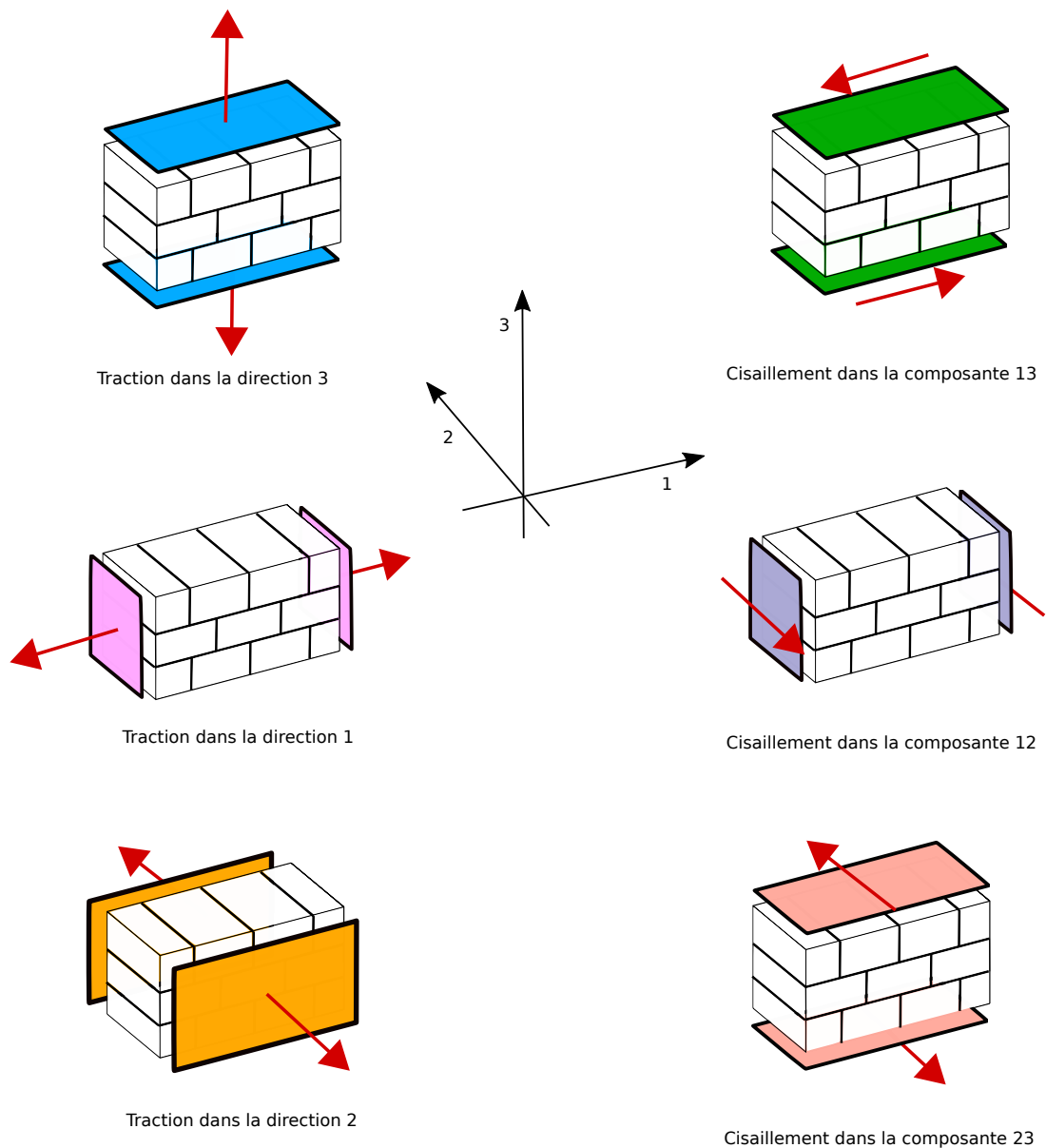
Au total, 27 paramètres sont à identifier, dont 9 paramètres élastiques. L'avantage de notre modèle de maçonnerie est le découpage complet entre les quantités normales et les quantités de cisaillement. De plus, la plupart des quantités sont affectées à une seule composante tensorielle. Cette spécificité permet d'identifier facilement les paramètres. En effet, 3 tractions simples et 3 cisaillements simples servent à identifier tous ces

Mécanisme	Nom du paramètre	Symbole du paramètre
Élasticité	Module d'Young dans la direction $i$	$E_i$
	Coefficient de Poisson dans le plan $i - j$	$\nu_{ij}$
	Module de cisaillement dans le plan $i - j$	$G_{ij}$
Endommagement	Coefficient de participation de $\varepsilon_{ij}$ dans l'extension de direction $i$	$\beta_{ij}$
	Seuil d'extension dans la direction $i$	$K_i^t$
	Énergie liée à $d_i$	$Gd_i$
Endommagement de cisaillement	Coefficient de participation de $d_i$ dans $\sigma_{ij}$	$Ai_{ij}$
	Coefficient de participation de $d_j$ dans $\sigma_{ij}$	$Aj_{ij}$

**Tableau E.2:** Tableau des paramètres matériaux à identifier par Virtual Testing

paramètres.

Une traction simple dans la direction d'orthotropie  $i$  permet d'identifier  $E_i$ ,  $\nu_{ij}$ ,  $\nu_{ik}$ ,  $k_i$  et  $Gd_i$ . Et un cisaillement simple dans la composante de cisaillement  $ij$  permet d'identifier  $G_{ij}$ ,  $\beta_{ij}$ ,  $\beta_{ji}$ ,  $Ai_{ij}$  et  $Aj_{ij}$ .



**FIGURE E.3:** *Chargements d'identification de paramètres*

Sur les essais de traction, les paramètres élastiques sont mesurés directement par la pente de la courbe contraintes/déformations et en faisant le rapport des déformations par direction pour avoir les coefficients de Poisson.

Pour la limite élastique, elle est considérée comme étant l'instant d'amorçage de la première fissure. Cette valeur est déterminée par l'atteinte du seuil par les fonctions seuils de Mazars dans les matériaux constitutifs. Une recherche de seuil élastique est effectuée dans chaque direction d'orthotropie.

Concernant le calcul de  $G_{fi}$ , plusieurs solutions sont envisageables. Pour rappel, ce paramètre est défini par l'équation (Eq.E.5).



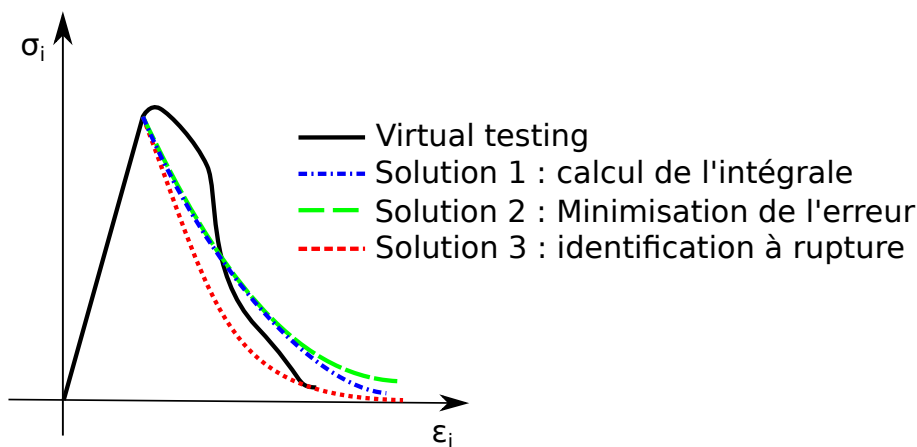
$$Gf_i = h_i \int_0^{+\infty} \frac{E_i \varepsilon}{1 + d_i} d\varepsilon = \frac{E_i k_i h_i}{\chi_i} + \frac{E_i h_i (k_i)^2}{2} \quad (\text{E.5})$$

Une première solution serait de prolonger l'essai suffisamment loin en endommagement, lorsque la contrainte tend vers 0, et de calculer l'intégrale de cet essai en négligeant le reste.

Une deuxième solution serait de minimiser l'écart entre les résultats du modèle et de l'essai virtuel, ce qui donnerait globalement l'erreur la plus faible, mais localement des écarts sont possibles. Ainsi, la qualité de l'identification dépendra de l'échantillonnage de l'essai (combien de points et jusque quel endommagement) et le résultat ne sera peut-être pas celui escompté.

Une dernière méthode serait de considérer que l'on ne s'intéresse qu'à deux informations en traction simple : le pic et la rupture. Ainsi, on identifierait  $Gf_i$  de manière à ce que le modèle vienne représenter au mieux ces deux informations.

Ces trois solutions sont illustrées par la figure suivante qui donne les formes attendues des courbes numériques avec une courbe de virtual testing correspondante (Fig.E.4).



**FIGURE E.4:** Illustrations des différentes solutions pour identifier  $Gf_i$

La dernière solution représente le mieux l'esprit du modèle développé précédemment, puisque la connaissance exhaustive de la partie post-pic n'est pas l'objectif, alors que la connaissance de l'instant où l'endommagement ampute la raideur de plus de 90 % semble plus appropriée. De plus, cela se traduit par une identification de  $Gf_i$  plus simple, moins coûteuse en temps de calcul et cela donne aussi un point d'arrêt automatique aux calculs, ce qui permettra une automatisation complète de la procédure d'identification.

Le schéma suivant (Fig. E.5) indique les informations nécessaires pour identifier les paramètres.

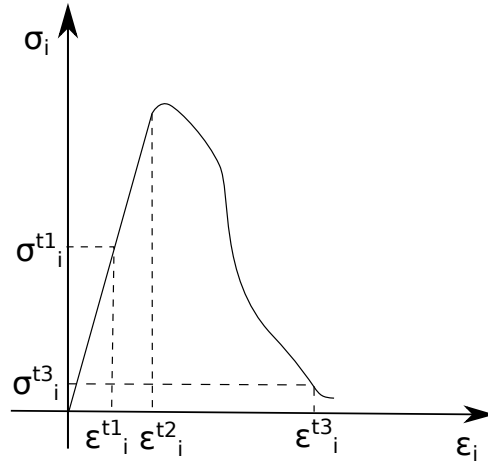


FIGURE E.5: Chargements d'identification de paramètres

Avec :

$$E_i = \frac{\sigma_i^{t1}}{\epsilon_i^{t1}} \quad (\text{E.6})$$

$$v_{ij} = -\frac{\epsilon_j^{t1}}{\epsilon_i^{t1}} \quad (\text{E.7})$$

$$v_{ik} = -\frac{\epsilon_k^{t1}}{\epsilon_i^{t1}} \quad (\text{E.8})$$

$$k_i = \epsilon_i^{t2} \quad (\text{E.9})$$

$$Gf_i = \frac{E_i k_i (\tilde{\epsilon}_i - k_i)}{\ln((d+1) \frac{k_i}{\tilde{\epsilon}_i})} + \frac{E_i k_i^2}{2} = \left( \frac{\sigma_i^{t1} \epsilon_i^{t2}}{\epsilon_i^{t1}} \right) \left( \frac{\epsilon_i^{t2}}{2} + \frac{(\epsilon_i^{t3} - \epsilon_i^{t2})}{\ln(\frac{\sigma_i^{t1} \epsilon_i^{t2}}{\sigma_i^{t3} \epsilon_i^{t1}})} \right) \quad (\text{E.10})$$

Pour ce qui concerne l'identification des paramètres de cisaillement, du fait que l'on ne peut pas raisonnablement différencier les fissures verticales et horizontales sur les essais de cisaillement, une identification par minimisation de l'erreur sera faite. En effet, sur les essais de cisaillement, il est possible d'estimer la valeur de l'endommagement  $d_{ij}^{est}$  et de le comparer à la valeur de l'endommagement calculée par le modèle  $d_{ij} = 1 + A_{ij}d_i + A_{ji}jd_j$ .

$$G_{ij} = \frac{\sigma_i^{S1}}{\epsilon_i^{S1}} \quad (\text{E.11})$$

$$(\text{E.12})$$

Il vient donc que  $A_{ij}$ ,  $A_{ji}$ ,  $\beta_{ij}$  et  $\beta_{ji}$  ne sont identifiables qu'à condition d'avoir  $Gf_i$ ,  $Gf_j$ .

## 2.3 Identification sur un échantillon exemple

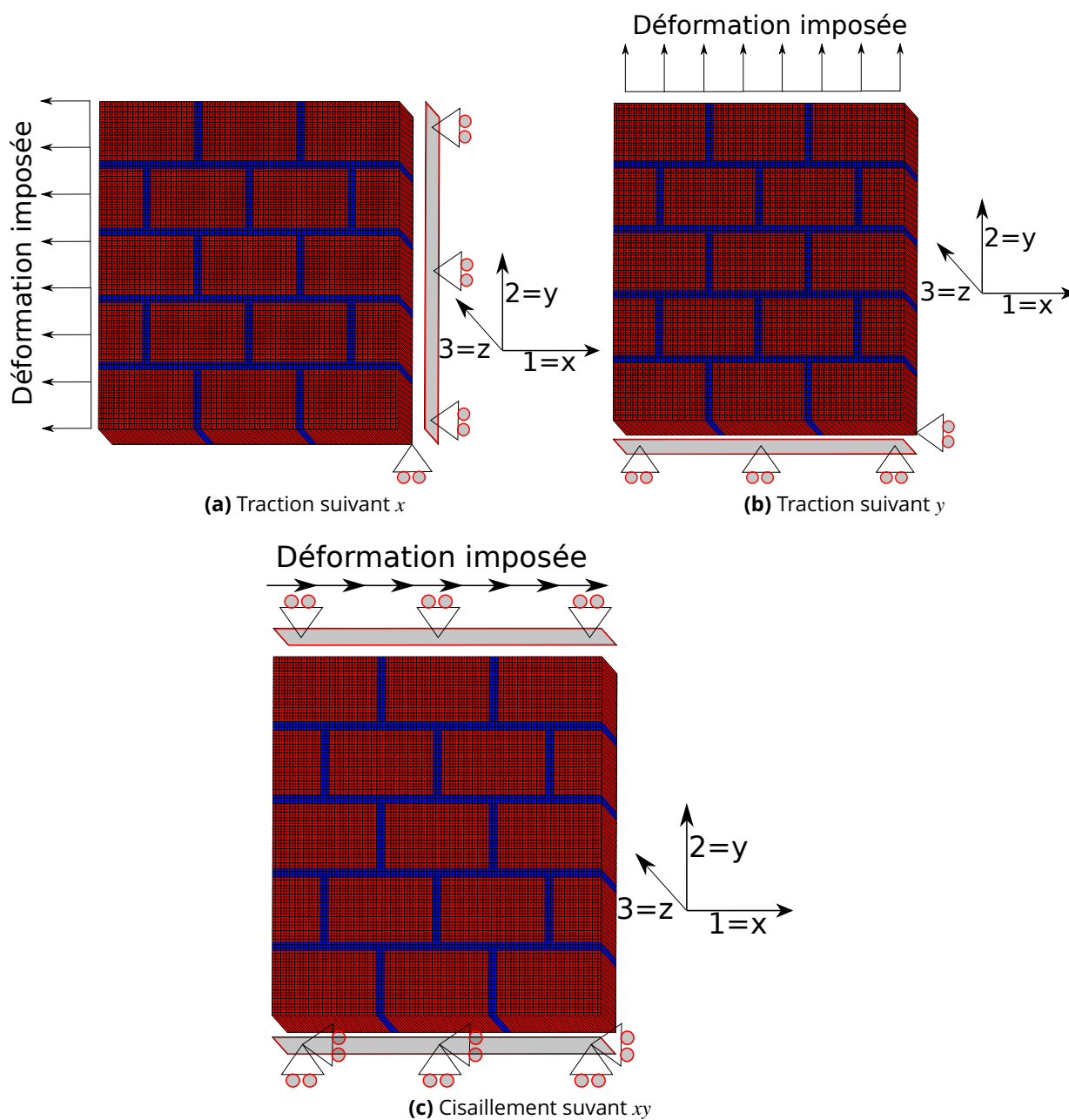
La procédure d'identification ainsi formulée peut donc être testée sur un échantillon exemple.

L'échantillon virtuel de maçonnerie est ainsi défini par les paramètres du tableau suivant (Table.E.3). Ces derniers ont été choisis aléatoirement parmi une gamme de paramètres matériau. Ils correspondent à un des tirages effectués pour les sections suivantes.

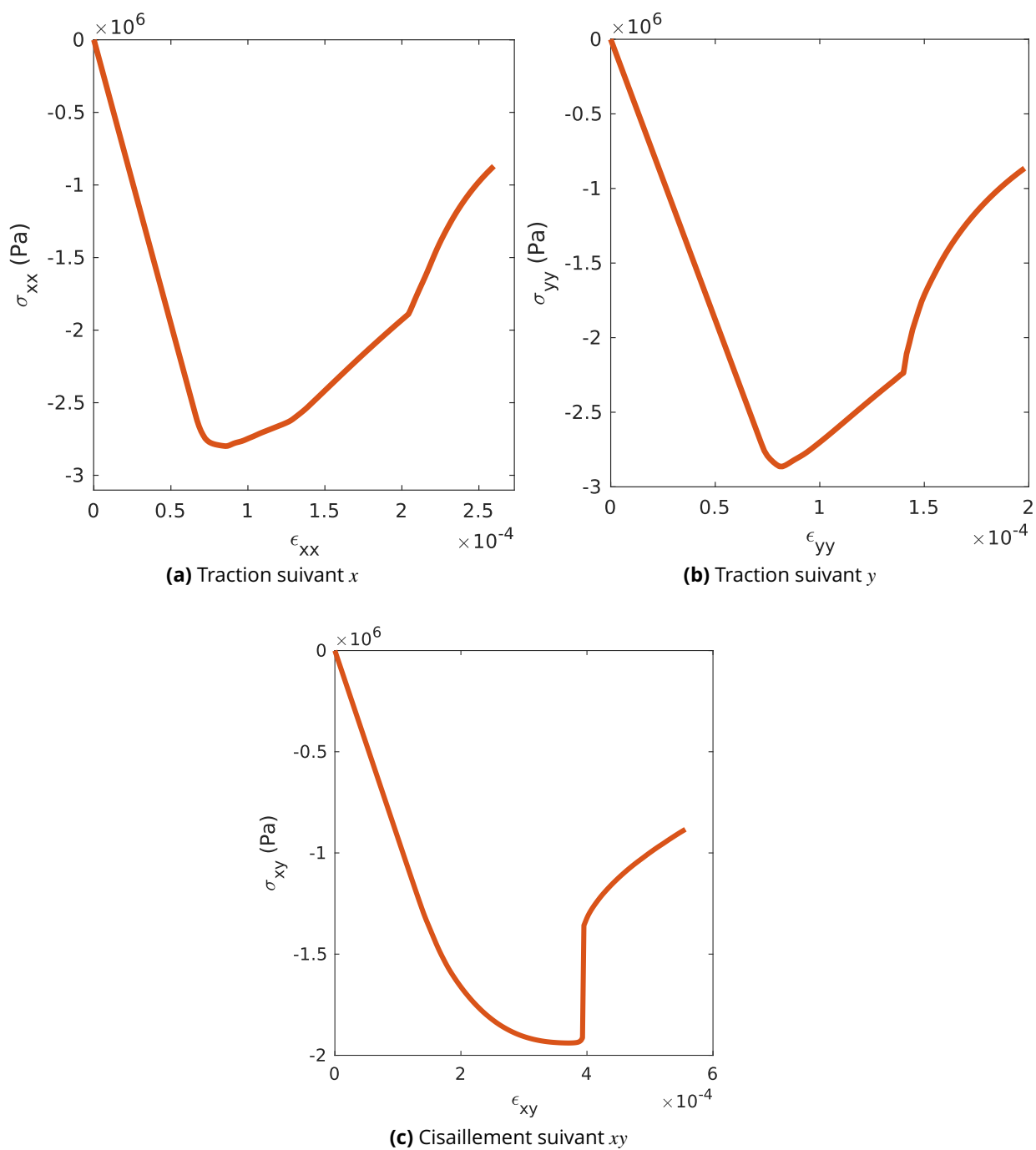
Paramètres géométriques	Paramètres de mortier	Paramètres de briques
largeur des briques $L_b = 0.32 \text{ m}$	Module d'Young $E_m = 11.5 \text{ GPa}$	Module d'Young $E_b = 47 \text{ GPa}$
Hauteur de la brique $H_b = 0.2 \text{ m}$	Coefficient de Poisson $\nu_m = 0.3$	Coefficient de Poisson $\nu_b = 0.23$
Épaisseur des joints $e_j = 0.015 \text{ m}$	Limite de déformation $k_m = 2.E - 4$	Limite de déformation $k_b = 9E - 4$
	Énergie de fissuration $Gf_m = 321 \text{ J}$	Énergie de fissuration $Gf_b = 35500 \text{ J}$
	$Ac_m = 1.2$ et $Bc_m = 1500$	$Ac_b = 1.2$ et $Bc_b = 1500$

**Tableau E.3:** Paramètres de l'échantillon test de maçonnerie virtuelle

Le test de l'échantillon de maçonnerie suivant les chargements de la figure (Fig. E.3) est effectué. Pour des raisons de clarté et de simplification, ne seront présentés ici que les résultats sur  $x$  et  $y$  (correspondants aux axes 1 et 2 de la figure E.3).



**FIGURE E.6:** Illustration du maillage et des conditions aux limites pour chaque chargement dans cet exemple

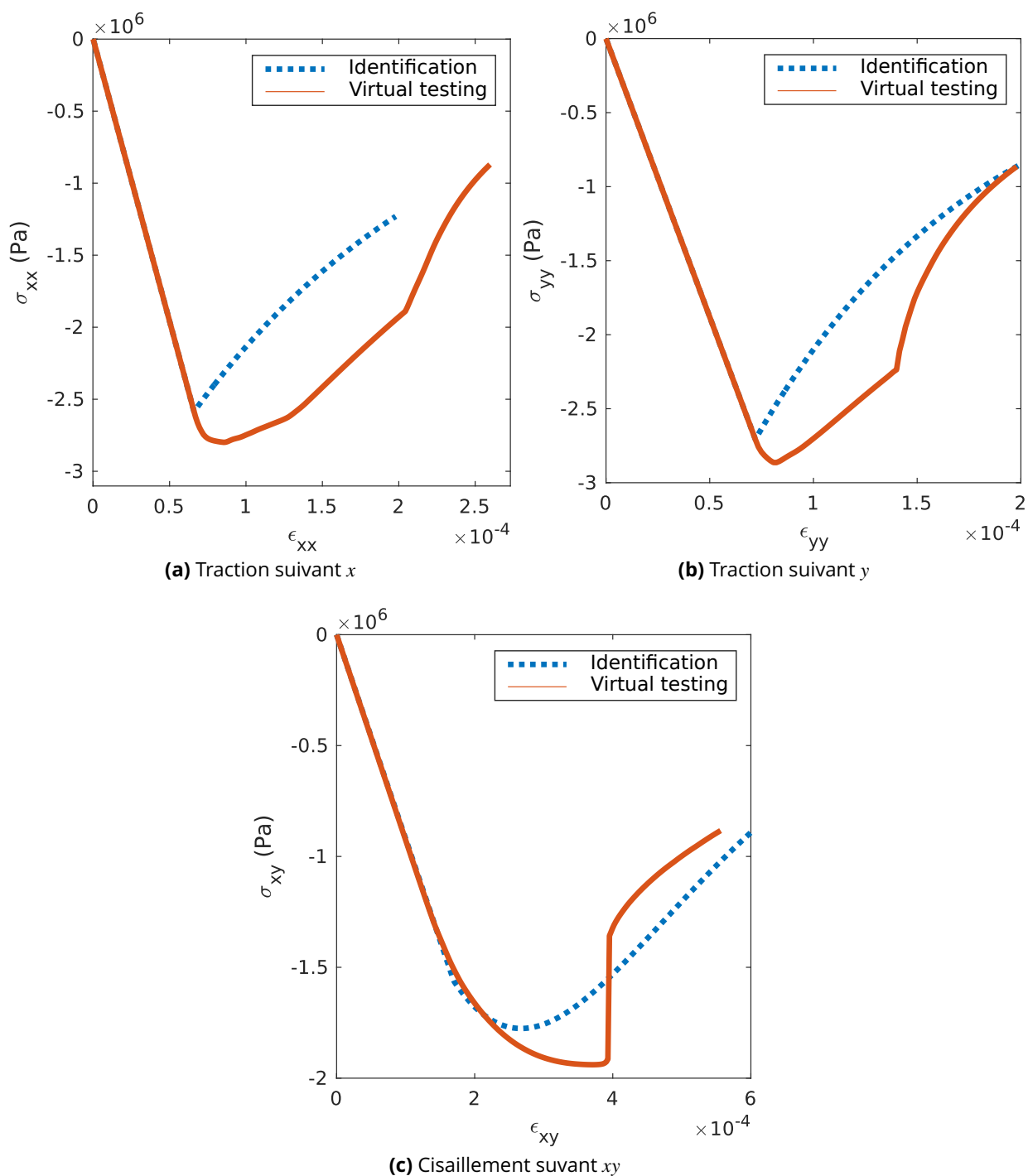


**FIGURE E.7:** Courbes issues des essais virtuels

La procédure d'identification des paramètres utilisée sur ces 3 courbes donne les résultats suivants. Tout d'abord, les paramètres identifiés, qui restent dans les gammes vraisemblables, c'est-à-dire, pas de paramètres négatifs et pas de paramètres dont les valeurs sembleraient trop grandes (Tab.E.4). Ensuite, la comparaison entre les courbes résultats du modèle et les courbes d'essai virtuel (Fig. E.8).

Mécanisme	Symbole du paramètre
Élasticité	$E_1 = 39 \text{ GPa}, E_2 = 37.5 \text{ GPa}, E_3 = 42 \text{ GPa}$
	$\nu_{12}, \nu_{13}, \nu_{23}$
	$G_{12} = 9 \text{ GPa}, G_{13} = 12.5 \text{ GPa}, G_{23} = 12 \text{ GPa}$
Endommagement	$\beta_{12} = 0.7, \beta_{21} = 0.7, \beta_{13} = 0.6, \beta_{31} = 0.6, \beta_{23} = 0.7, \beta_{32} = 0.6$
	$K_1^t = 6.6E-5, K_2^t = 7.2E-5, K_3^t = 1E-4$
	$Gf_1 = 545 \text{ J}, Gf_2 = 396 \text{ J}, Gf_3 = 700 \text{ J}$
Endommagement de cisaillement	$A_{112} = 0.3, A_{212} = 0.3, A_{113} = 0.1, A_{313} = 0.6, A_{223} = 0.5, A_{323} = 0.8$

**Tableau E.4:** Tableau des paramètres matériaux identifiés par Virtual Testing



**FIGURE E.8:** Comparaison entre le résultat du modèle avec les paramètres identifiés et les résultats des essais virtuels.

L'identification n'est pas parfaite. Néanmoins, l'estimation des paramètres ainsi faite est à mettre en perspective avec deux éléments indissociables de la maçonnerie : la variabilité intrinsèque du matériau ( Coefficient de variation 10 à 25 % pour les coefficients élastiques; et jusque 40% pour les paramètres de résistance en flexion dans [HEFFLER, 2009] et [Li et al., 2014])) et la variabilité structurelle, les propriétés du matériau d'une structure peuvent varier. Par le fait, l'identification, même si elle pourra être grandement améliorée, reste opérationnelle pour les travaux menés.

### **3 Construction d'une base de données de paramètres matériaux : analyse de sensibilité et métamodélisation.**

Pour rendre plus simple et robuste l'utilisation du modèle de comportement pour la maçonnerie formulé dans ce chapitre, il a été décidé de construire une base de données de paramètres matériaux afin de relier automatiquement, les paramètres identifiables sur les constituants d'un échantillon de maçonnerie et les paramètres du modèle de comportement homogénéisé. Ce lien entre les paramètres des constituants de la maçonnerie et les paramètres du modèle formulé est indispensable pour un transfert à l'ingénierie. De plus, cet exercice permettra de tirer des quantités intéressantes concernant la sensibilité des paramètres du modèle par rapport aux paramètres des constituants.

Maintenant que la méthode d'identification des paramètres est posée et validée, une base de données ou une surface de réponse peut-être générée. Pour formuler cette dernière, il faudra d'abord que l'on se pose la question de la nature des relations entre les paramètres d'entrée et de sortie pour savoir si certains paramètres peuvent être négligés ou connaître la monotonie ou la non-linéarité de relation entre entrée et sortie.

#### **3.1 Analyse de sensibilité**

L'analyse de sensibilité présentée ici représente un préalable à la métamodélisation, et permet d'obtenir une vision globale des relations entre les paramètres de la maçonnerie et les paramètres du modèle.

Tout d'abord, les généralités de l'analyse de sensibilité seront présentées, sans toutefois rentrer dans les détails. Ensuite, la méthode d'analyse de sensibilité sélectionnée est appliquée au virtual testing de la maçonnerie et les résultats obtenus sont présentés.

##### **3.1.1 Généralités sur l'analyse de sensibilité et choix de la méthode**

L'analyse de sensibilité permet de décrire statistiquement l'influence des paramètres d'entrée sur les sorties d'une fonction. Ici, la fonction est considérée comme une boîte noire que l'on peut interroger pour connaître sa sortie (Eq.E.13). L'idée est de définir un



certain nombre de quantités descriptives de cette fonction afin d'en connaître la nature. L'analyse de sensibilité peut aussi permettre de négliger des paramètres, car si la variation d'un paramètre n'a aucun effet sur la sortie, il peut théoriquement être fixé à n'importe quelle valeur sans changer la nature de la fonction.

$$Y = F(X) \quad (E.13)$$

À partir de cette définition, un certain nombre de méthodes peuvent être définies avec une utilisation particulière pour chacune. [LOOSS et LEMAÎTRE, 2015] et [LOOSS, 2011] définissent une méthodologie (Fig. E.9) pour choisir la méthode d'analyse de sensibilité la plus adaptée au problème posé.

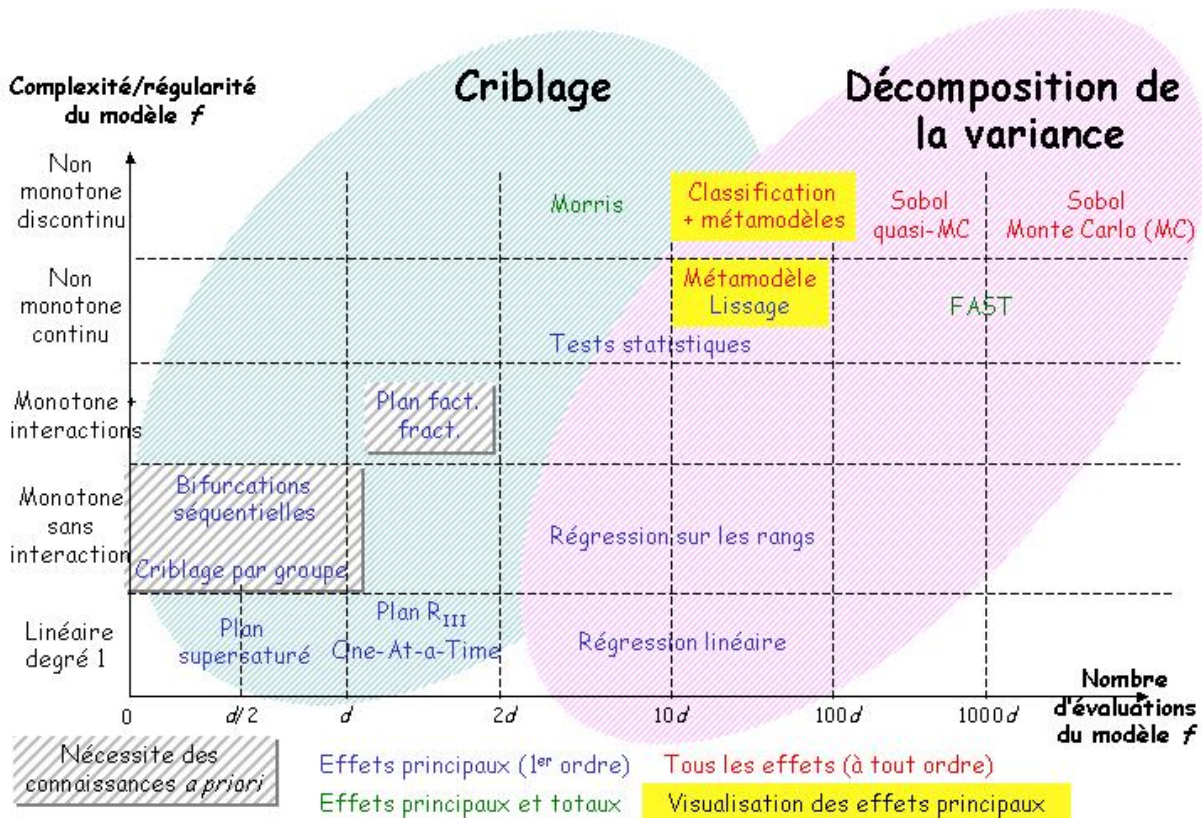


FIGURE E.9: Synthèse des outils d'analyse de sensibilité [looss, 2011]

Si l'on regarde la figure (Fig.E.9), on remarque que le choix de la méthode tient en un certain nombre de caractéristiques du problème.

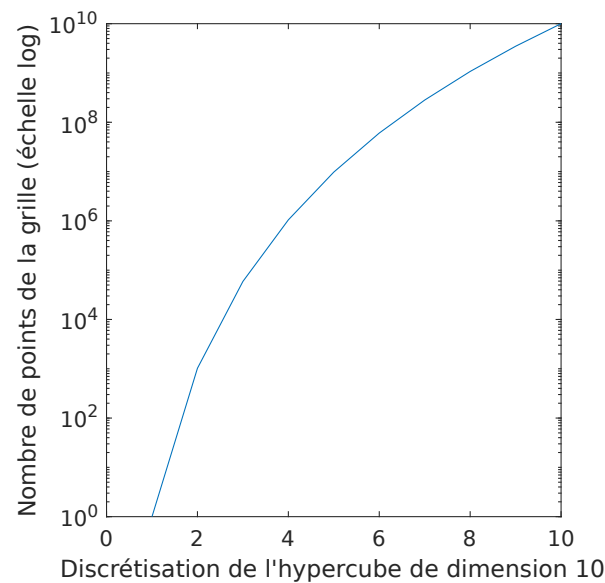
Tout d'abord, il y a une caractéristique théorique puisque deux grands groupes de méthodologies sont dessinés : les méthodes de criblage et les méthodes de décomposition de variance. Il s'agit d'une distinction sur les bases théoriques des différentes méthodes.

Ensuite, on a le niveau de complexité (linéaire, monotone,  $\alpha$ -lipschitzienne, ...) des relations étudiées, si on les connaît ou on peut les postuler.

Après, une autre distinction des méthodes est faite sur les effets que l'on souhaite capter. Il se trouve en effet que les méthodes de criblage donnent accès aux effets de premier ordre et aux effets totaux. C'est-à-dire que les informations obtenues donneront accès à la variation d'une sortie en fonction d'une variation d'entrée, et cette information est totale lorsqu'elle permet de décrire statistiquement les relations (moyenne et écart type des variations). Les méthodes de décomposition de variance basée sur les indices de Sobol ou sur des métamodèles a priori permettent de donner les mêmes informations que les méthodes de criblages, mais ajoutent les informations sur les couplages des paramètres d'entrée.

Enfin, un classement est effectué sur l'ordre de grandeur de la taille de l'échantillon pour une bonne estimation des sensibilités. On remarque ainsi que les décompositions de variances demandent des échantillons plus grands que pour les méthodes de criblages. Il en est de même pour la complexité des relations entre variables et pour la quantité d'informations obtenue. Ainsi, il sera plus coûteux d'obtenir les couplages entre variables d'entrée pour des relations non monotones discontinues que d'obtenir des relations de premier ordre pour des relations linéaires.

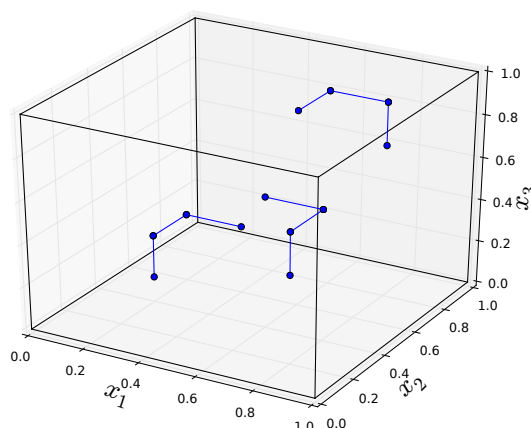
Dans le cas traité ici, les effets principaux et totaux sont privilégiés sur les effets du second ordre (corrélation inter paramètres). Surtout,  $X$  est un vecteur de 10 paramètres et une évaluation de  $F(X)$  demande environ 30 secondes, le nombre d'évaluations pour obtenir une bonne description de  $Y$  est un paramètre limitant (car si il est trop élevé, il peut rendre l'étude impossible). Néanmoins, une bonne description de l'espace résultat passe par une bonne discrétisation de ce dernier. Or, on remarque que la discrétisation est un paramètre très important, car il détermine la faisabilité de l'étude. Par exemple, si l'on pose l'espace des paramètres d'entrée comme un hypercube de dimension 10, et que l'on discrétise chaque dimension en  $N$  points, le nombre d'évaluations  $N_{ev}$  serait de  $N^{10}$  (Fig. E.10).



**FIGURE E.10:** Nombre d'évaluations pour une grille d'hypercube de dimension 10 complète

Ne posant aucune hypothèse sur la forme de  $F$ , sur sa complexité et sur sa régularité, et ne souhaitant que les effets principaux, les méthodes de screening, et notamment la méthode de Morris semble être la plus adaptée.

La méthode de Morris ([MORRIS, 1991]) est basée sur le calcul des variations de sortie en fonction des variations d'entrée. Un hypercube représente l'espace des paramètres d'entrée, il sera donc nécessaire d'effectuer des changements de variables sur les paramètres pour qu'ils soient compris entre 0 et 1. La méthode de Morris fonctionne de la manière suivante (Fig E.11). Un point de départ est choisi aléatoirement. Une sortie est calculée en ce point. Ensuite, un saut de longueur prédéterminée (la moitié de l'échantillon) est effectué dans une première direction. Une sortie est calculée à ce deuxième point, puis un nouveau saut est effectué dans la deuxième direction, et ainsi de suite jusqu'à avoir effectué des sauts dans toutes les directions et calculé les sorties de chaque point. Cet algorithme est répété un certain nombre de fois. Le nombre de répétitions est un point difficile à déterminer. [LOOSS et LEMAÎTRE, 2015] conseille entre 2 fois et 10 fois le nombre de dimensions.



**FIGURE E.11:** Représentation des trajectoires de la méthode de Morris sur un hypercube de 3 dimensions par [ROUSSOULY, 2011]

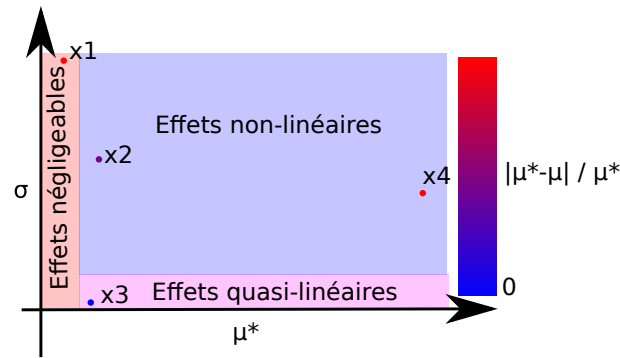
Une fois les calculs préliminaires effectués, la méthode de Morris s'attache à calculer :

- la moyenne des variations d'un paramètre sortie pour toutes variations d'un paramètre d'entrée,  $\mu$ ;
- la moyenne des valeurs absolues variations d'un paramètre sortie pour toutes variations d'un paramètre d'entrée,  $\mu^*$ ;
- l'écart type des variations d'un paramètre de sortie pour toutes variations d'un paramètre d'entrée,  $\sigma$ .

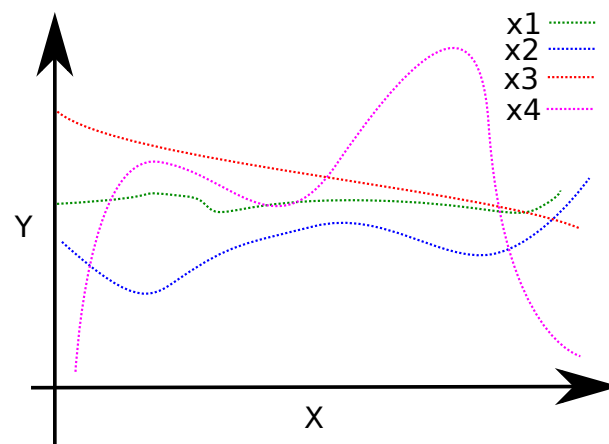
Ces quantités permettent de déterminer la nature de la relation entre un paramètre d'entrée et un paramètre de sortie. Si pour un paramètre d'entrée donné :

- $\mu^* \approx 0$ , le paramètre est considéré comme peu influant, voire négligeable, sur la sortie;
- $\mu^*$  est non négligeable et  $\sigma \approx 0$ , alors la relation est quasi-linéaire;
- $\mu^*$  est non négligeable et  $\sigma \gg 0$ , alors la relation est non-linéaire ou les effets sont couplés;
- $\mu^* = \mu$ , alors la relation est monotone;
- le signe de  $\mu$  peut informer sur la tendance générale (croissance ou décroissance).

On propose de visualiser ces différentes conditions au travers de la figure suivante (Fig. E.12), qui servira à présenter les résultats. Par exemple, le point correspondant au paramètre  $x_1$  est non-monotone et non-linéaire, mais négligeable alors que le paramètre  $x_3$  est monotone et quasi-linéaire, et  $x_4$  est non monotone et non-linéaire. Ainsi, voici à quoi pourrait ressembler la réponse pour chaque paramètre (Fig E.13).



**FIGURE E.12:** Proposition de visualisation des différentes indications données par la méthode de Morris



**FIGURE E.13:** Illustrations de formes possibles de  $F(X) = y$  correspondants aux différentes indications données par la méthode de Morris

La méthodologie de calcul et d'analyse de la méthode de Morris maintenant expliquée sera appliquée au cas du virtual testing de la maçonnerie.

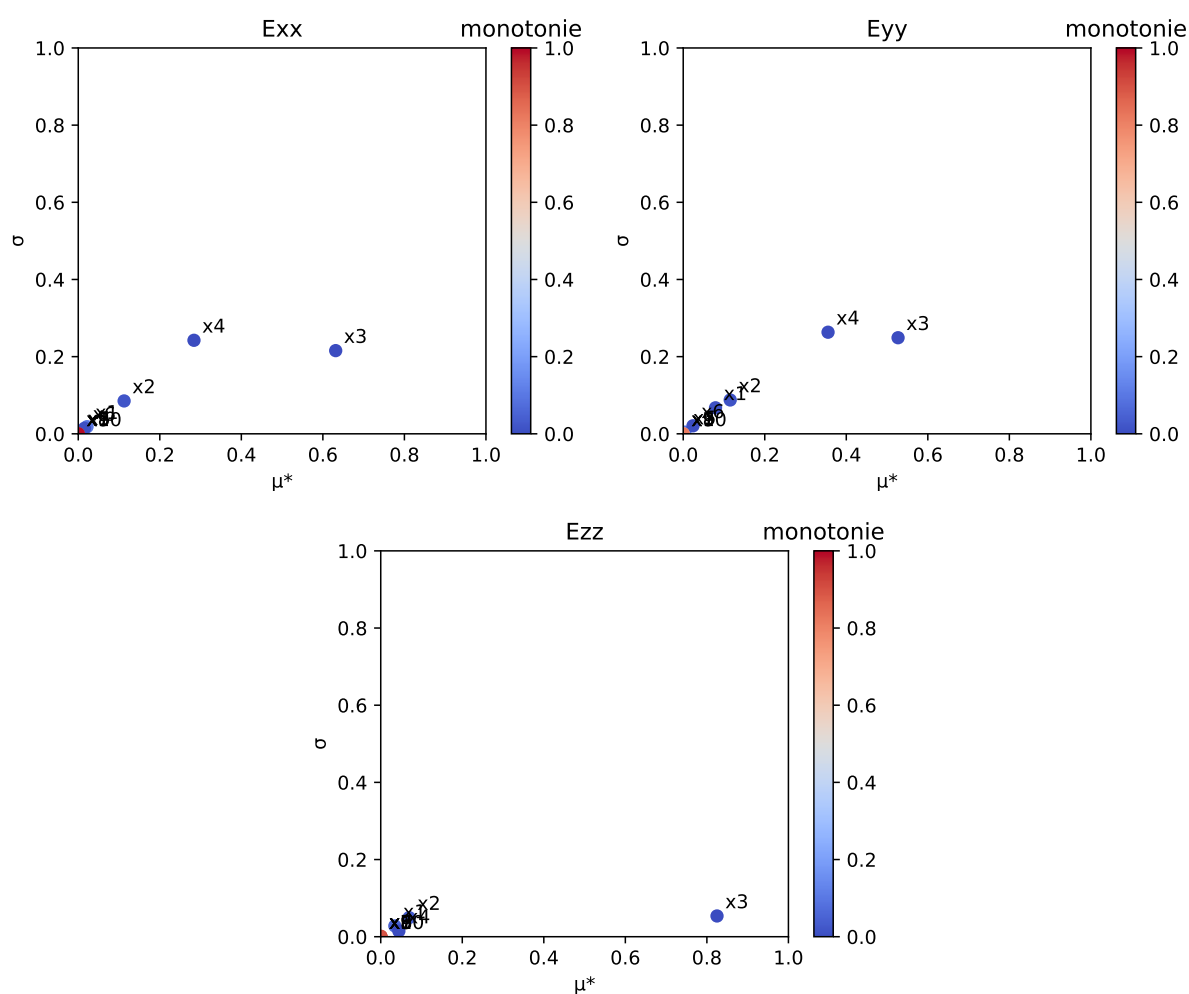
### 3.1.2 Application au virtual testing de la maçonnerie

Pour effectuer l'analyse de Morris de l'échantillon de maçonnerie paramétrisée, un logiciel a été sélectionné. Plusieurs logiciels pour l'analyse de sensibilité existent, certains comme OPENTURNS ([BAUDIN et al., 2015]) ou SALib ([HERMAN et USHER, 2017]) ont déjà été utilisés de nombreuses fois sans pour autant être mis à défaut. La décision a été de choisir SALib qui possède une documentation conséquente et exhaustive. De plus, un dossier en ligne Github a été ouvert sur SALib, permettant de se tenir informé des avancées et corrections de la librairie python. Un échantillonnage de l'hypercube des paramètres maçonnerie est effectué. Cet échantillonnage est basé sur les intervalles du tableau (Tab.E.5) pour les paramètres d'entrée.

Paramètres géométriques	Paramètres de mortier	Paramètres de briques
$x1 = \frac{L_b}{H_b} = [1;3]$	$x4 = E_m = [1;19] \text{ GPa}$	$x3 = E_b = [5;80] \text{ GPa}$
$x2 = \frac{e_m}{H_b} = [0.05;0.15]$	$x6 = \nu_m = [0.1;0.3]$	$x5 = \nu_b = [0.1;0.3]$
	$x8 = k_m = [1.E-4;1.E-3]$	$x7 = k_b = [2.E-4;1.5E-3]$
	$x10 = Gf_m = [0.5;2.5].(0.5 * E_m * k_m^2) \text{ J/m}^2$	$x9 = Gf_b = [0.1;2].(0.5 * E_j * k_j^2) \text{ J/m}^2$
	$Ac_m = 1.2 \text{ et } Bc_m = 1500$	$Ac_b = 1.2 \text{ et } Bc_b = 1500$

**Tableau E.5:** Tableau des intervalles des paramètres pour l'analyse de sensibilité

L'échantillonnage de Morris choisit mène à 2200 échantillons, soit 220 fois le nombre de dimensions, cela permettra une bonne représentativité des résultats suivants (Fig.E.14 à E.20).



**FIGURE E.14:** Visualisation des résultats de Morris pour les modules d'Young

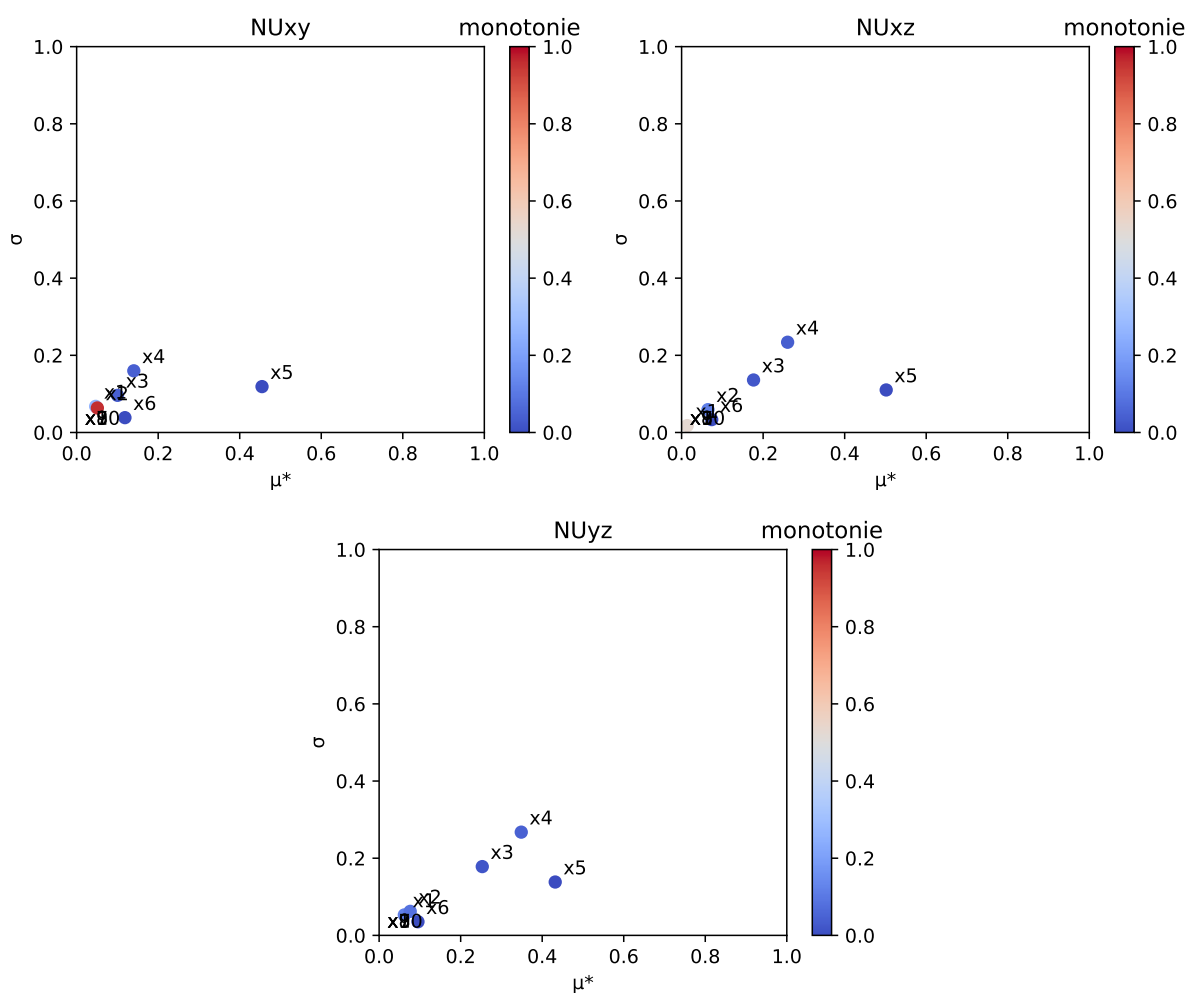
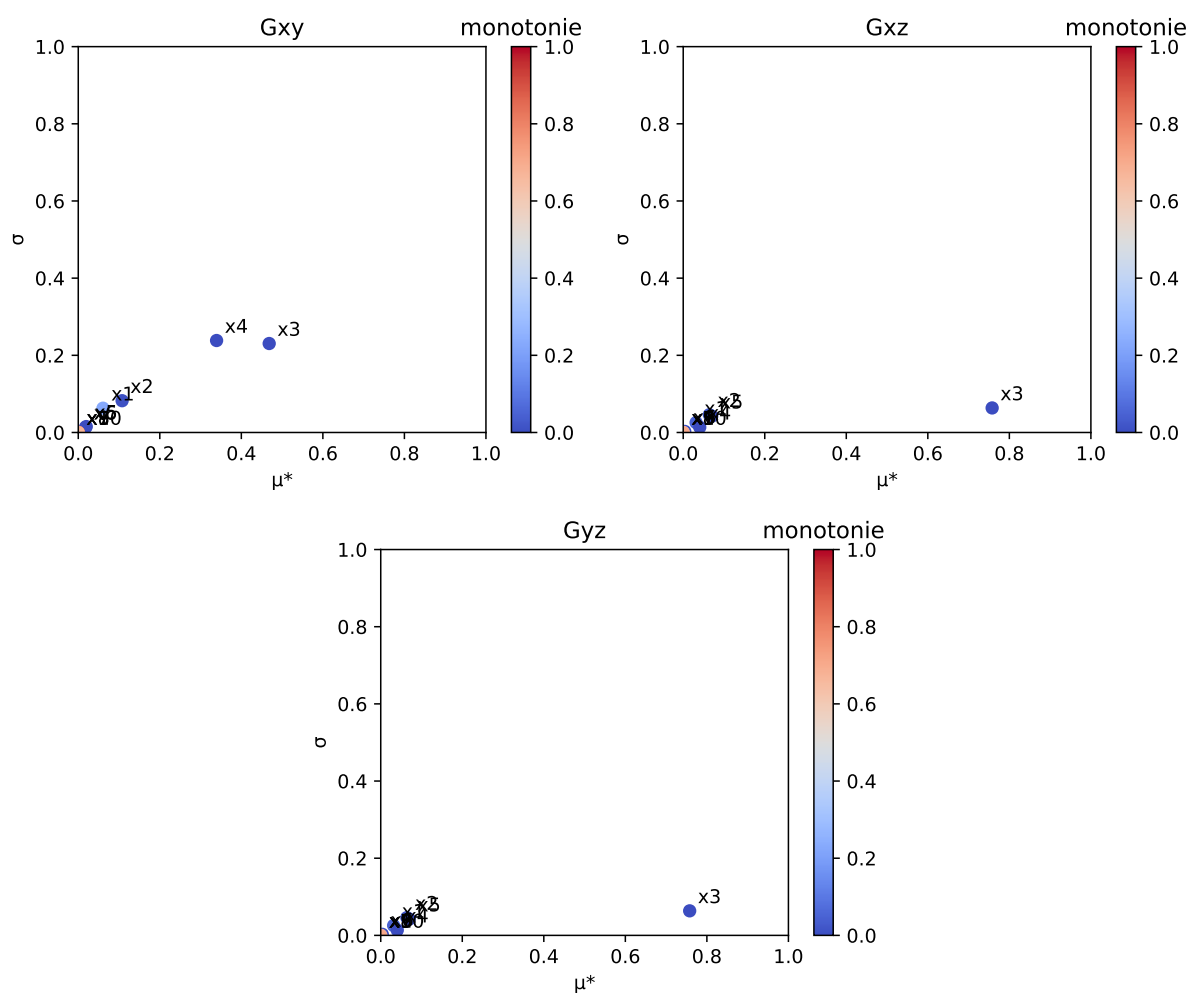


FIGURE E.15: Visualisation des résultats de Morris pour les coefficients de Poisson



**FIGURE E.16:** Visualisation des résultats de Morris pour les modules de cisaillement



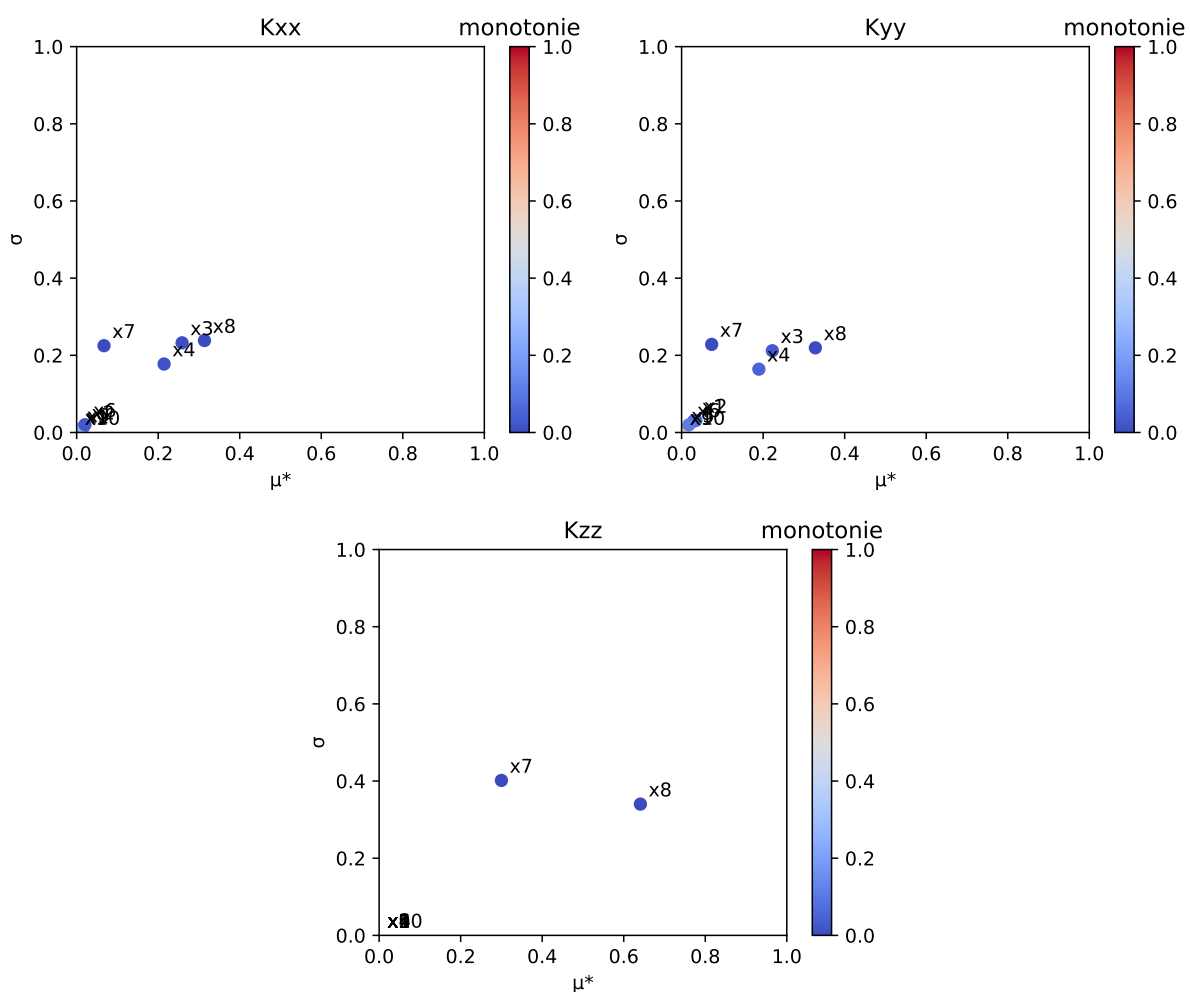
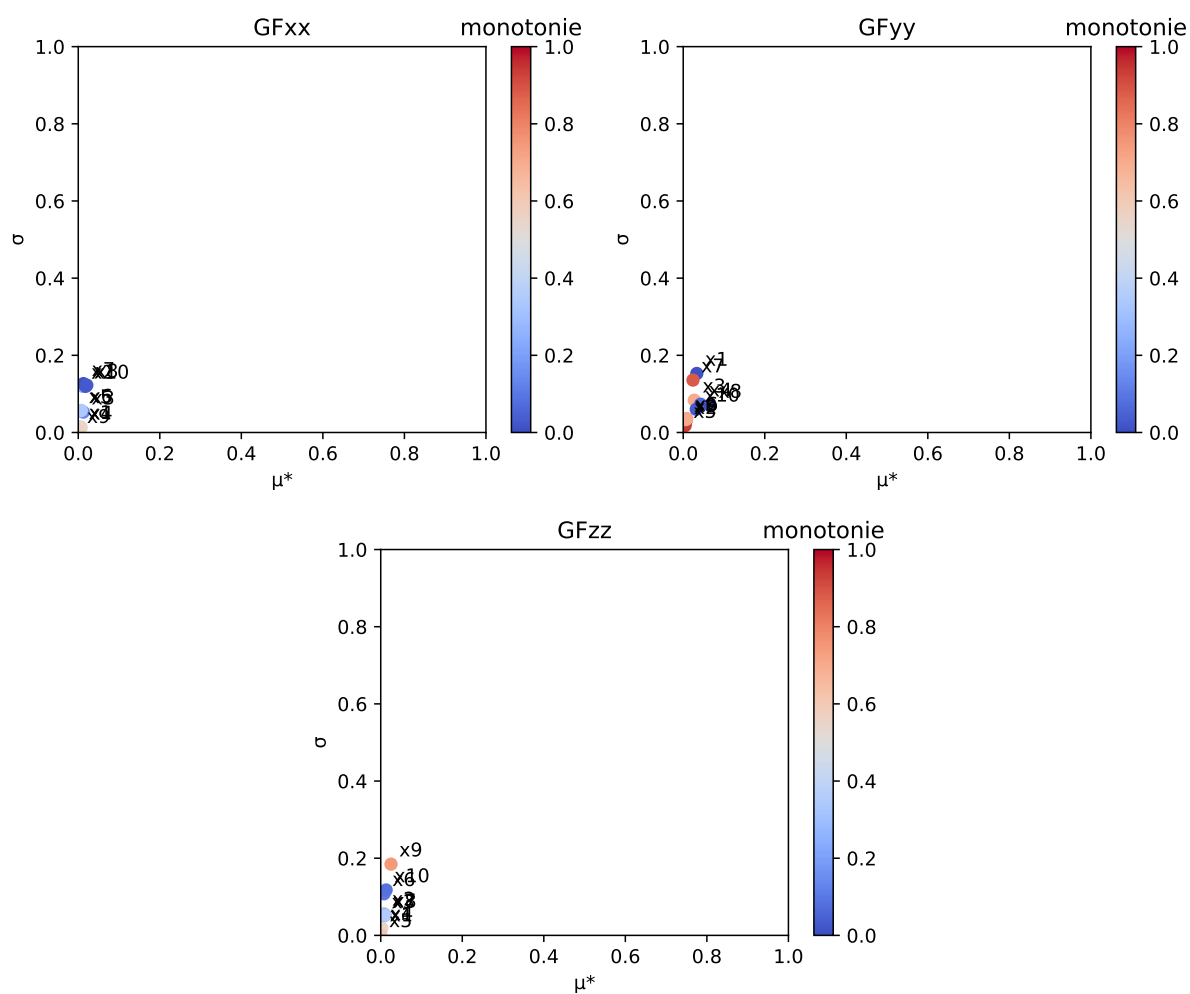


FIGURE E.17: Visualisation des résultats de Morris pour les limites élastiques



**FIGURE E.18:** Visualisation des résultats de Morris pour les énergies de fissuration

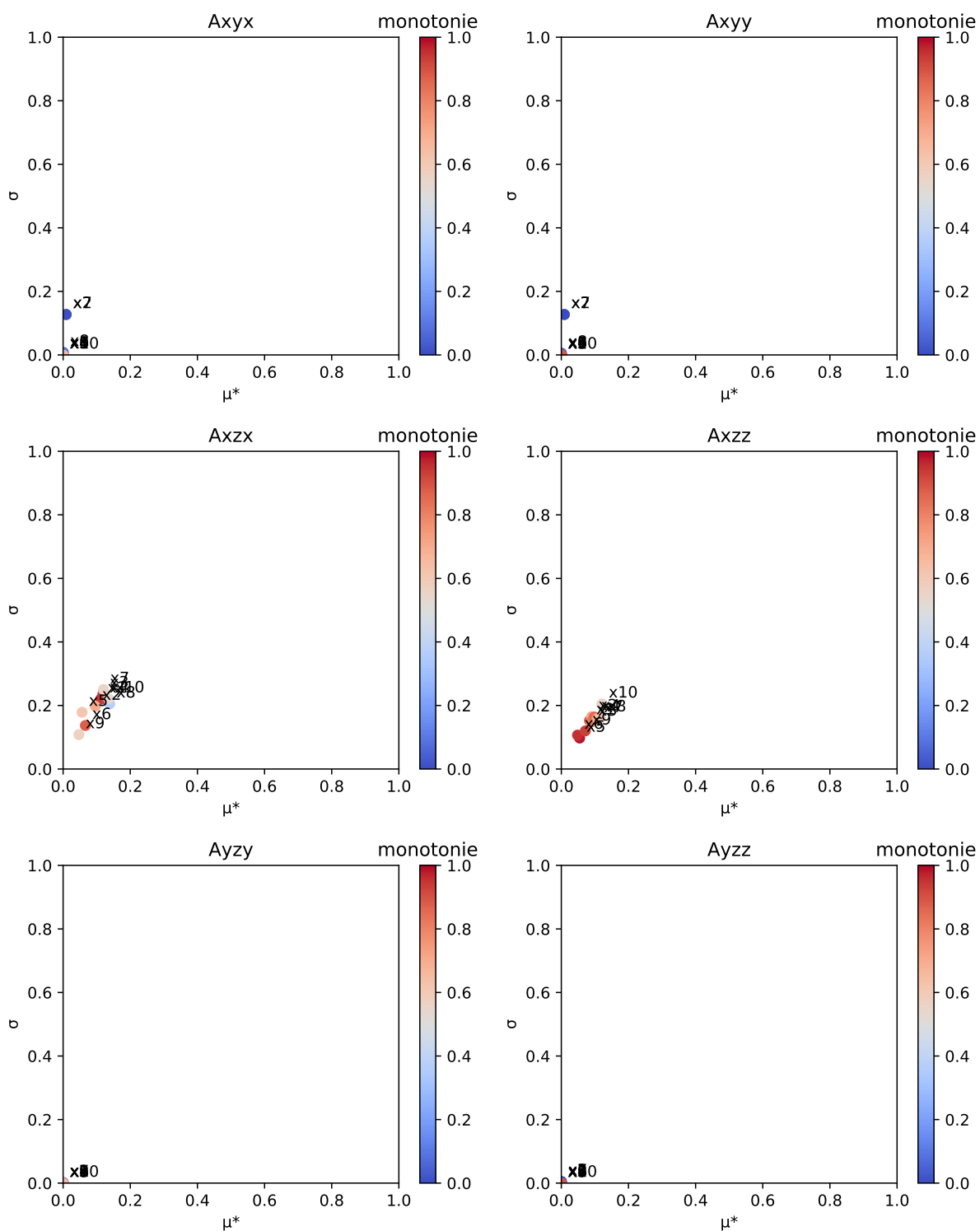


FIGURE E.19: Visualisation des résultats de Morris pour les A

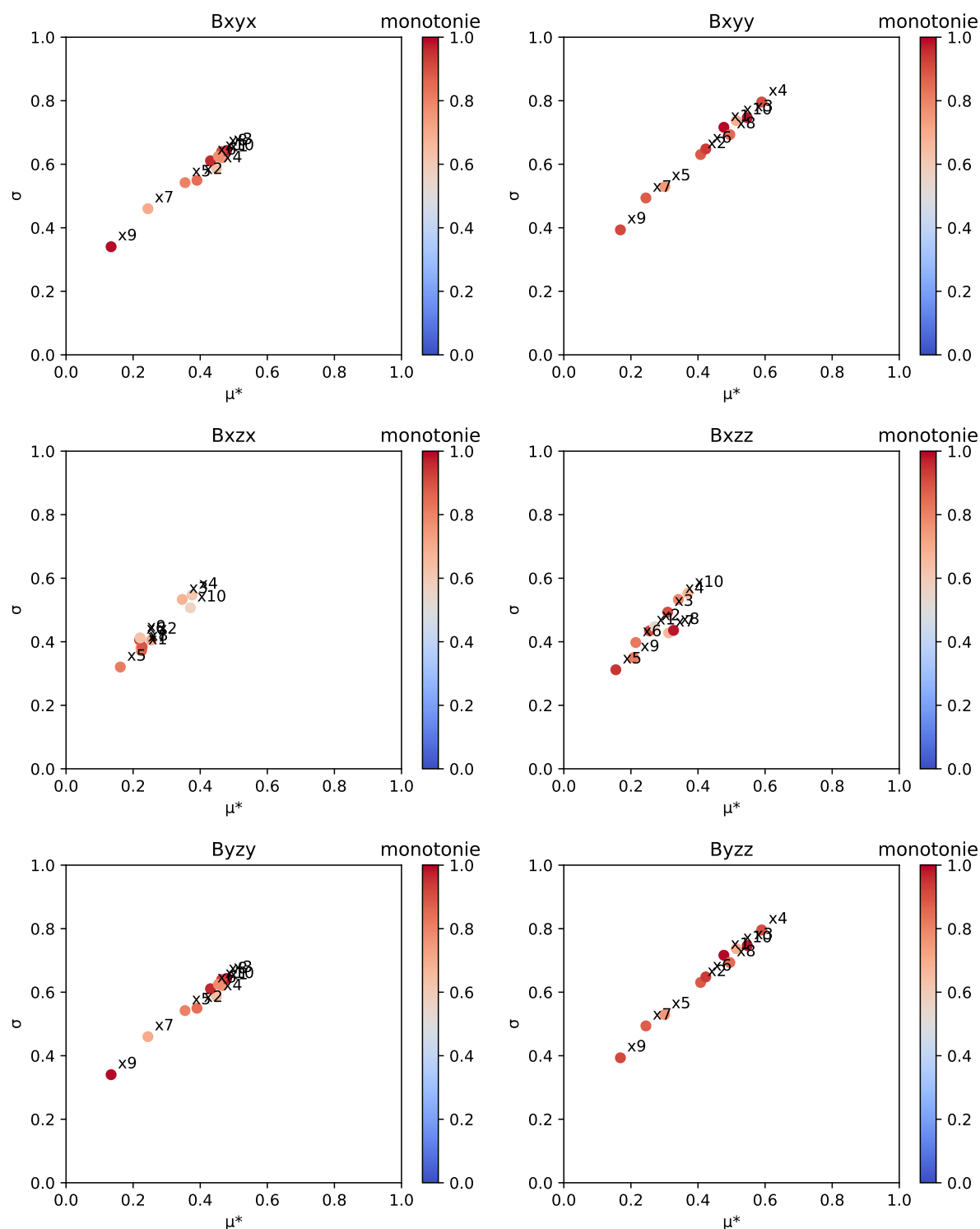


FIGURE E.20: Visualisation des résultats de Morris pour les  $\beta$

Les résultats montrent que la plupart des paramètres de sortie ont une relation monotone avec les paramètres d'entrée sauf pour les  $A$  et  $\beta$ , qui sont identifiés par minimisation, et donc moins reliées aux caractéristiques intrinsèques du matériau.

Les modules d'Young sont avant tout sensibles aux modules d'Young des briques, puis des joints et enfin les paramètres géométriques. Les coefficients de Poisson sont sensibles aux coefficients d'élasticité, puis les paramètres géométriques. Les modules de cisaillement sont sensibles aux modules d'Young, puis les paramètres géométriques et enfin les coefficients de Poisson. Les limites élastiques sont sensibles aux limites élastiques des constituants, puis leurs modules d'Young. Les énergies de fissuration sont plus difficiles à interpréter. Néanmoins, on peut remarquer l'apparition sur le même plan des énergies de fissurations des constituants, et leurs modules d'Young et leurs limites élastiques. Pour les  $A$  et les  $\beta$ , on ne peut se risquer à une interprétation, car la minimisation telle qu'effectuée donne des incohérences comme les liens entre  $\beta$  et les énergies de fissuration des constituants.

L'analyse de sensibilité montre la monotonie / quasi-linéarité de beaucoup des paramètres, qui ne sont donc pas difficiles à métamodéliser. En revanche, pour certains paramètres comme les énergies de fissurations,  $A$  et  $\beta$ , la métamodélisation sera plus compliquée.

### 3.2 Construction d'un métamodèle par régression par processus gaussiens

Une solution efficace pour construire une base de données sur un problème complexe est de passer par un métamodèle, aussi appelé surface de réponse ou émulateur, qui est un modèle dont le coût d'évaluation est très faible en comparaison du modèle de base et qui représente assez fidèlement la réponse de ce dernier. Une littérature conséquente ([BELLMAN, 1966], [WOLPERT et MACREADY, 1997]) permet de dire que la construction d'un métamodèle sur 10 dimensions est délicate, car le nombre de points de référence pour garantir une bonne estimation doit être très important. Parmi toutes les possibilités qui existent ([ASHER et al., 2015], [SUDRET, 2007]), une méthode permet de contrôler efficacement l'erreur d'estimation, la régression par processus gaussiens ([NEAL, 1996]), aussi connue sous le nom de krigeage ([MATHERON, 1969], [KRIGE, 1951]). Les avantages de cette régression sont :

- elle passe par tous les points de référence;
- un intervalle de confiance dessinant une région de confiance de la régression est possible par le fait que cette méthode se base sur des processus stochastiques;
- la méthode est non-paramétrique, donc elle n'est pas contrainte par une forme fonctionnelle prédéfinie. En revanche, cette souplesse nécessite la définition de fonctions noyaux ou fonctions de covariances (donc la forme fonctionnelle devient un paramètre de la modélisation).

Sans rentrer dans les détails théoriques de la régression par processus gaussiens (bien expliqués dans [RASMUSSEN, 2003]), cette méthode de régression permet d'obtenir des tirages aléatoires de régressions passant par les points de référence. La variance de ces tirages aléatoires permet de renseigner sur le besoin de points supplémentaires pour la connaissance de la régression, ce qui engendre les schémas adaptatifs ([GUHANIYOGI et al., 2011], [FUHG et FAU, 2019], [HUCHET, 2018]). Une fois que l'on considère la précision comme suffisante (variance sous un certain seuil de tolérance) ou que l'on estime que le coût de calcul acceptable est dépassé (rajouter des points peut coûter cher en temps de calcul), la régression est terminée.

L'outil utilisé pour cette étude est la bibliothèque Python *scikit – learn* ([PEDREGOSA et al., 2011]) et notamment la fonction *gpr* pour les régressions à processus gaussiens. La fonction de covariance choisie est une fonction de Matern, car elle donne la variance la plus faible dans l'étude de cette section. Concernant les zones de fortes variances, il sera considéré que si le coefficient de variation est supérieur à 5%, alors on rajoute un point.

Le grand nombre de dimensions rend la visualisation de la surface de réponse impossible. Néanmoins, un échantillon de points de validation peut-être défini pour valider la surface. Sur les 2200 points de références 200 points sont conservés pour la validation. La régression est donc appliquée sur 2000 points, et les 200 autres points serviront de validation. Aussi des conditions d'admissibilités sont vérifiées telles que la positivité des paramètres matériaux (au bord de la surface, des extrapolations peuvent être faites avec des erreurs, pour éviter cela, les intervalles des paramètres d'entrée ont été choisis spécifiquement plus grands pour englober l'intervalle réel. Il n'y a donc plus d'extrapolation, mais que des interpolations). Les résultats de la régression peuvent être classés en trois groupes dans le tableau (Tab.E.6).

Groupe de paramètres	Erreur d'approximation maximale sur la base de validation $err = \frac{ y_{reel} - y_{predit} }{ y_{reel} }$	$R^2$ sur la base complète sans entraînement sur la base de validation
Coefficients élastiques ( $E$ , $\nu$ , $G$ )	$err = 2.7\%$	$R^2 = 0.995$
Limite élastique ( $k$ , $g$ , $f$ )	$err = 4.6\%$	$R^2 = 0.97$
Coefficients d'endommagement en cisaillement ( $A$ , $\beta$ )	$err = 15.2\%$	$R^2 = 0.87$

**Tableau E.6:** Résultats de la régression par processus gaussiens

Les erreurs d'approximations pour les paramètres élastiques et les limites élastiques sont relativement faibles, avec un coefficient de détermination ( $R^2$ ) très proche de 1. Par contre, les coefficients d'endommagement en cisaillement identifié via un algorithme de

minimisation sont difficiles à recalculer. Un nombre plus important de points permettrait une meilleure régression. Cette complétion de la base d'apprentissage se fera au fil de l'eau, en fonction des besoins de SNCF Réseau.

## 4 Conclusion

L'identification des paramètres ainsi exposée dans cette annexe donne des résultats avec une erreur raisonnable, pour un coût de calcul très faible. Les analyses de sensibilité des paramètres du modèle maçonnerie en fonction des paramètres d'une micromodélisation donnent des résultats cohérents avec ce qui était attendu. Mais elles permettent aussi de lever les failles de l'identification de paramètres : les paramètres identifiés par minimisation sont influencés de façon non linéaire et non monotone par la plupart des autres paramètres. De ce fait, lors de la construction d'une régression par processus gaussiens, les paramètres élastiques et les limites élastiques sont bien représentés et les erreurs d'estimations sont faibles en comparaison du peu de points utilisés pour le nombre de dimensions de l'espace ; alors que les paramètres d'endommagement sont moins bien représentés, avec une erreur d'estimation relativement importante.

L'estimation de la régression pourra être améliorée en ajoutant des points dans les régions les plus entachées d'erreur au travers d'un algorithme de régression adaptative. De plus, une autre procédure d'identification sans algorithme de minimisation pourra être proposée.

## **Annexe F**

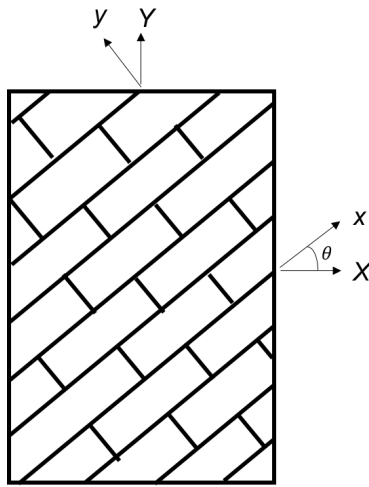
# **Quelques modèles intéressants pour la maçonnerie**



## 1 Lourenço [LOURÈNÇO, DE BORST et ROTS, 1997]

Cette section décrit le modèle proposé par [LOURÈNÇO, DE BORST et ROTS, 1997] permettant de décrire le comportement anisotrope adoucissant de la maçonnerie à une échelle macroscopique.

Le modèle est exprimé en considérant le repère principal d'orthotropie. Les directions  $x$  et  $y$  correspondent aux directions principales d'orthotropie (Fig F.1). Les mécanismes dissipatifs considérés sont associés à de la plasticité. Pour exprimer les tenseurs dans ce



**FIGURE F.1:** Définition des directions principales d'orthotropie.

repère principal, on utilise un opérateur de rotation. Pour le tenseur de contrainte et celui de déformation, on obtient :

$$\mathcal{R}(\sigma) = \mathbf{R} \cdot \sigma \cdot \mathbf{R}^T, \quad \mathcal{R}(\varepsilon) = \mathbf{R} \cdot \varepsilon \cdot \mathbf{R}^T \quad (\text{F.1})$$

Dans le cas d'un problème plan, l'opérateur de rotation s'exprime :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{bmatrix} \quad (\text{F.2})$$

### 1.1 Cadre général du modèle

Le comportement non-linéaire de la maçonnerie est retranscrit au travers d'un modèle de plasticité. Pour ce type de modèle, on utilise la décomposition de la déformation :

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p \quad (\text{F.3})$$

Avec  $\varepsilon^e$  le tenseur de déformation élastique et  $\varepsilon^p$  le tenseur de déformation plastique (variable interne représentative des non-linéarités du milieu). La loi d'état s'écrit :

$$\sigma = \mathbb{C} : (\varepsilon - \varepsilon^p) = \mathbb{C} : \varepsilon^e \quad (\text{F.4})$$

Dans une forme incrémentale, les équations précédentes s'écrivent :

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^p, \quad \dot{\sigma} = \mathbb{C} : \dot{\varepsilon}^e \quad (\text{F.5})$$

Afin de définir complètement le modèle, il faut donner le seuil limite d'élasticité (critère d'élasticité), exprimer comment il évolue (loi d'écrouissage) et comment évolue incrémentalement le tenseur de déformation plastique (loi d'écoulement).

## 1.2 Définition des fonctions seuils

Le modèle utilise une fonction seuil composite (i.e. combinaison de plusieurs critères) en fonction de la contrainte.

Pour la partie en traction, un critère de type Rankine est considéré.

$$f_1 = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2 - \bar{\sigma}_t(\kappa_t)} \quad (\text{F.6})$$

Avec  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\tau_{xy}$  les composantes du tenseur de contrainte dans le repère [x,y] et  $\kappa_t$  une variable scalaire contrôlant le niveau d'adoucissement et correspondant à une déformation plastique cumulée.

Cette fonction seuil est réécrite en faisant apparaître un couplage entre les composantes du tenseur de contrainte et la variable d'écrouissage.

$$f_1 = \frac{(\sigma_x - \bar{\sigma}_t(\kappa_t)) + (\sigma_y - \bar{\sigma}_t(\kappa_t))}{2} + \sqrt{\left(\frac{(\sigma_x - \bar{\sigma}_t(\kappa_t)) + (\sigma_y - \bar{\sigma}_t(\kappa_t))}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (\text{F.7})$$

Enfin, on peut introduire une anisotropie en considérant des seuils différents suivant la direction x et la direction y.

$$f_1 = \frac{(\sigma_x - \bar{\sigma}_{tx}(\kappa_t)) + (\sigma_y - \bar{\sigma}_{ty}(\kappa_t))}{2} + \sqrt{\left(\frac{(\sigma_x - \bar{\sigma}_{tx}(\kappa_t)) + (\sigma_y - \bar{\sigma}_{ty}(\kappa_t))}{2}\right)^2 + \alpha \cdot \tau_{xy}^2} \quad (\text{F.8})$$

Avec  $\alpha$  un paramètre qui contrôle la contribution de la contrainte de cisaillement sur le seuil :

$$\alpha = \frac{f_{tx} f_{ty}}{\tau_{u,t}^2} \quad (\text{F.9})$$

Avec  $f_{tx}$ ,  $f_{ty}$  et  $\tau_{u,t}$  respectivement les limites en traction suivant x et y et la limite en cisaillement.

Cette dernière fonction peut se réécrire de manière compacte sous forme matricielle en utilisant la notation de Voigt pour la contrainte ( $\sigma = \{\sigma_x \ \sigma_y \ \tau_{xy}\}^T$ ) et la déformation ( $\varepsilon = \{\varepsilon_x \ \varepsilon_y \ \gamma_{xy}\}^T$ ).

$$f_1 = \left( \frac{1}{2} \xi^T P_t \xi \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \pi^T \xi \quad (\text{F.10})$$

Avec  $P_t$  une matrice de projection et  $\pi$  un vecteur de projection :

$$P_t = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2\alpha \end{bmatrix}, \quad \pi = \{1 \ 1 \ 0\}^T \quad (\text{F.11})$$

Le vecteur  $\xi$  est exprimé en fonction de la contrainte  $\sigma$  et de la contrainte d'érouissage  $\eta = \{\bar{\sigma}_{tx}(\kappa_t) \ \bar{\sigma}_{ty}(\kappa_t) \ 0\}^T$ .

$$\xi = \sigma - \eta \quad (\text{F.12})$$

Pour la partie en compression, un critère de type Hill est considéré.

$$f_2 = A\sigma_x^2 + B\sigma_x\sigma_y + C\sigma_y^2 + D\tau_{xy}^2 - 1 = 0 \quad (\text{F.13})$$

Avec  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , et  $D$  des paramètres matériau tels que  $B^2 - 4AC < 0$  afin d'assurer la convexité.

Afin de mettre cette surface seuil sous une forme compacte matricielle, deux paramètres sont introduits.

$$\beta = \left[ \frac{1}{f_{45}^2} - \frac{1}{f_{cx}^2} - \frac{1}{f_{cy}^2} \right] f_{cx}f_{cy}, \quad \gamma = \frac{f_{cx}f_{cy}}{\tau_{u,c}^2} \quad (\text{F.14})$$

Avec  $f_{45}$  la contrainte maximale en bi-compression et  $\tau_{u,c}$  la résistance en cisaillement pur. Les paramètres  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , et  $D$  sont exprimés par rapport aux contraintes d'érouissage  $\bar{\sigma}_{cx}(\kappa_c)$  et  $\bar{\sigma}_{cy}(\kappa_c)$ .

$$A = \frac{1}{(\bar{\sigma}_{cx}(\kappa_c))^2} \quad B = \frac{\beta}{(\bar{\sigma}_{cx}(\kappa_c)\bar{\sigma}_{cy}(\kappa_c))} \quad (\text{F.15})$$

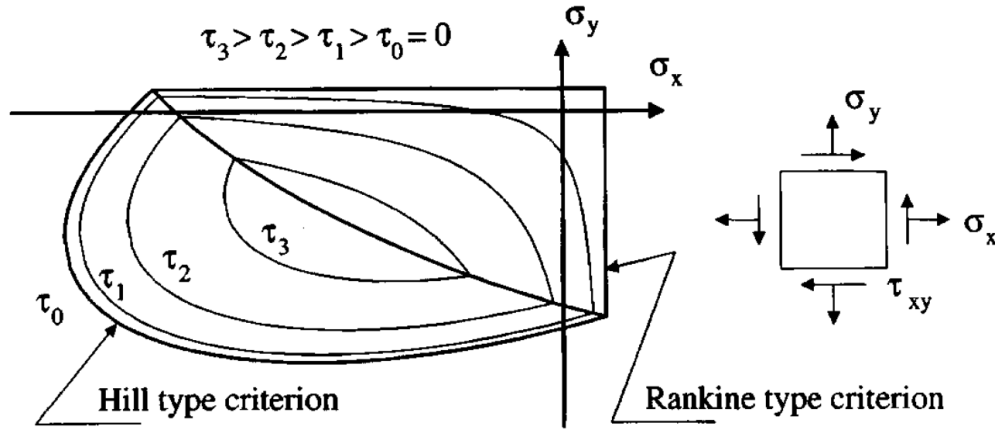
$$C = \frac{1}{(\bar{\sigma}_{cy}(\kappa_c))^2} \quad D = \frac{\gamma}{(\bar{\sigma}_{cx}(\kappa_c)\bar{\sigma}_{cy}(\kappa_c))} \quad (\text{F.16})$$

La fonction seuil s'écrit alors :

$$f_2 = \left( \frac{1}{2} \sigma^T P_c \sigma \right)^{\frac{1}{2}} - \bar{\sigma}_c(\kappa_c) \quad (\text{F.17})$$

Avec  $\bar{\sigma}_c(\kappa_c) = \sqrt{\bar{\sigma}_{cx}\bar{\sigma}_{cy}}$

Sur la figure F.2, le critère défini précédemment est représenté pour différents niveaux de contrainte de cisaillement  $\tau_i$  en fonction de  $\sigma_x$  et  $\sigma_y$ .



**FIGURE F.2:** Critère proposé par [LOURÊNÇO, DE BORST et ROTS, 1997] pour des isovaleurs de contrainte de cisaillement avec différents seuils en traction/compression suivant les directions.

Figure extraite de [LOURÊNÇO, DE BORST et ROTS, 1997]

L'évolution de ces fonctions seuils  $f_i$  est régie par les conditions de Kuhn-Tucker.

$$\dot{\lambda}_i \geq 0, \quad f_i \leq 0, \quad \dot{\lambda}_i f_i = 0 \quad (\text{F.18})$$

Avec  $\dot{\lambda}_i$  un multiplicateur plastique. Les surfaces seuils sont considérées comme découplées.

### 1.3 Lois d'écrouissage

Les lois d'écrouissage définissent les relations entre les contraintes d'écrouissage et les variables pilotant ces contraintes.

Pour la traction, les lois d'évolutions suivantes sont proposées, permettant d'introduire un comportement adoucissant pour le milieu.

$$\bar{\sigma}_{tx}(\kappa_t) = f_{tx} \exp\left(-\frac{hf_{tx}}{G_{fx}} \kappa_t\right), \quad \bar{\sigma}_{ty}(\kappa_t) = f_{ty} \exp\left(-\frac{hf_{ty}}{G_{fy}} \kappa_t\right) \quad (\text{F.19})$$

Pour la partie en compression, une loi rigidifiante/adoucissante est proposée avec 3 phases ( $a_i$ ,  $b_i$  et  $c_i$  avec  $i = x$  ou  $y$ ).

$$\bar{\sigma}_{ai}(\kappa_c) = \bar{\sigma}_{ii} + (\bar{\sigma}_{pi} - \bar{\sigma}_{ii}) \sqrt{\frac{2\kappa_c}{\kappa_p} - \left(\frac{\kappa_c}{\kappa_p}\right)^2} \quad (\text{F.20})$$

$$\bar{\sigma}_{bi}(\kappa_c) = \bar{\sigma}_{pi} + (\bar{\sigma}_{mi} - \bar{\sigma}_{pi}) \left(\frac{\kappa_c - \kappa_p}{\kappa_{mi} - \kappa_p}\right)^2 \quad (\text{F.21})$$

$$\bar{\sigma}_{ci}(\kappa_c) = \bar{\sigma}_{ri} + (\bar{\sigma}_{mi} - \bar{\sigma}_{ri}) \exp\left(m_i \frac{\kappa_c - \kappa_{mi}}{\bar{\sigma}_{mi} - \bar{\sigma}_{ri}}\right) \quad (\text{F.22})$$

$$\text{avec } m_i = 2 \frac{\bar{\sigma}_{mi} - \bar{\sigma}_{pi}}{\kappa_{mi} - \kappa_p} \quad (\text{F.23})$$

En posant  $f_{mi}$  la contrainte maximale en compression, les différentes contraintes utilisées dans la loi d'écrouissage prennent les valeurs suivantes :  $\bar{\sigma}_{pi} = f_{mi}$ ,  $\bar{\sigma}_{ii} = \frac{1}{3}f_{mi}$ ,  $\bar{\sigma}_{mi} = \frac{1}{2}f_{mi}$  et  $\bar{\sigma}_{ri} = \frac{1}{10}f_{mi}$ .  $\kappa_p$  est un paramètre du modèle correspondant à la déformation plastique équivalente au pic. Le paramètre  $\kappa_{mi}$  s'exprime alors par l'équation suivante :

$$\kappa_{mi} = \frac{75}{67} \frac{G_{fci}}{hf_{mi}} + \kappa_p \quad (\text{F.24})$$

## 1.4 Lois d'écoulement

Les lois d'écoulement permettent de définir l'évolution de l'incrément de déformation plastique.

Pour la traction, une loi d'écoulement non associée est considérée. Un pseudo-potentiel de dissipation  $g_1$  est défini sous sa forme compacte.

$$g_1 = \left( \frac{1}{2} \boldsymbol{\xi}^T \mathbf{P}_g \boldsymbol{\xi} \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\pi}^T \boldsymbol{\xi} \quad (\text{F.25})$$

Avec  $\mathbf{P}_g$  la matrice de projection.

$$\mathbf{P}_g = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (\text{F.26})$$

L'incrément de déformation plastique s'obtient alors par l'équation suivante.

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial g_1}{\partial \boldsymbol{\sigma}} \quad (\text{F.27})$$

Une hypothèse est introduite pour exprimer le taux de déformation plastique cumulée  $\dot{\kappa}_t$ . Il est relié au taux de déformation plastique principale.

$$\dot{\kappa}_t = \dot{\varepsilon}_1^p = \frac{\dot{\varepsilon}_x^p + \dot{\varepsilon}_y^p}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\dot{\varepsilon}_x^p - \dot{\varepsilon}_y^p)^2 + (\dot{\gamma}_{xy}^p)^2} \quad (\text{F.28})$$

Cette hypothèse s'écrit sous forme compacte.

$$\dot{\kappa}_t = \dot{\varepsilon}_1^p = \left( \frac{1}{2} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p^T \mathbf{Q} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p \right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \boldsymbol{\pi}^T \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_p \quad (\text{F.29})$$

Avec la matrice de projection  $Q$ .

$$Q = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (F.30)$$

Cette forme permet d'avoir la relation suivante.

$$\dot{\kappa}_t = \dot{\lambda}_t \quad (F.31)$$

Pour la compression, une loi d'écoulement associée est considérée. Un pseudo-potential de dissipation  $g_2$  est défini sous sa forme compacte égale à la surface seuil  $f_2$ .

$$g_2 = f_2 = \left( \frac{1}{2} \sigma^T P_c \sigma \right)^{\frac{1}{2}} - \bar{\sigma}_c(\kappa_c) \quad (F.32)$$

Avec les conditions d'évolution, on obtient :

$$\dot{\kappa}_c = \frac{1}{\bar{\sigma}_c} \sigma^T \dot{\epsilon}^p = \dot{\lambda}_c \quad (F.33)$$

Enfin, pour les angles de la surface, une combinaison linéaire des taux de déformation plastique est considérée.

$$\dot{\epsilon}^p = \dot{\epsilon}_1^p + \dot{\epsilon}_2^p = \dot{\lambda}_1 \frac{\partial g_1}{\partial \sigma} + \dot{\lambda}_2 \frac{\partial g_2}{\partial \sigma} \quad (F.34)$$

## 2 Sellier [SELLIER et al., 2013]

Cette section décrit le modèle proposé par [SELLIER et al., 2013] permettant de décrire le comportement anisotrope adoucissant de géomatériaux à une échelle macroscopique.

L'orthotropie est induite par la fissuration, il n'y a donc pas de notion de directions associées aux plans de joints. Les mécanismes dissipatifs considérés sont associés principalement à de l'endommagement.

### 2.1 Cadre général du modèle

Le comportement non-linéaire de la maçonnerie est retranscrit au travers d'un modèle d'endommagement. Pour ce type de modèle, on utilise la décomposition des contraintes entre contraintes de tractions et contraintes de compression :

$$\sigma = \sigma^t + \sigma^c \quad (F.35)$$

Avec  $\sigma^t$  le tenseur de contraintes en traction et  $\sigma^c$  le tenseur de contraintes en compression.

La loi d'état s'écrit :

$$\sigma = (1 - D^c) \cdot (1 - D^t) \cdot S^0 \cdot \varepsilon + (1 - D^c) \cdot D^c \cdot S^0 \cdot (\varepsilon - \varepsilon^f) \quad (F.36)$$

La loi d'état prend en compte des mécanismes tels que l'unilatéralité de l'endommagement, la refermeture des fissures, la persistance de l'ouverture des fissures et le découplage traction compression.

## 2.2 Le tenseur d'endommagement

Ce modèle est écrit avec un tenseur d'endommagement. Ce qui permet de différencier les différentes directions d'endommagement du matériau.

Ce tenseur est défini de manière à introduire une orthotropie dans l'endommagement au travers de l'endommagement en traction. C'est pourquoi le modèle est écrit en différenciant la traction et la compression.

Pour le reste, ce tenseur sera décrit tout au long des prochaines sections.

## 2.3 Définition des fonctions seuils

Deux fonctions seuils prennent place dans l'écriture du modèle. Chacune d'entre elles représente un état de contrainte, comme pour le modèle de Lourenço.

*En traction*, la fonction seuil sera la fonction de Rankine décrite de manière à incorporer l'orthotropie du mécanisme. L'orthotropie est introduite en différenciant 3 directions, qui sont les directions principales de la base propre du tenseur de contrainte. Ainsi, les calculs de la fonction seuil en traction se font en base propre.

$$f^R = \sup(f_I^R, f_{II}^R, f_{III}^R) \quad (F.37)$$

Avec :

$$f_i^R = \tilde{\sigma}_i^t - \sigma_j^R \leq 0 \quad (F.38)$$

Avec i et j des indices I, II et III fixé par références circulaires.

Cette fonction seuil, telle que décrite ci-dessus, suit les conditions d'évolution suivantes :

$$f_i^R \cdot \sigma_j^R \leq 0 \quad (\text{F.39})$$

En compression, une fonction seuil de Drucker-Prager est choisie. On a ainsi :

$$f^{DP} = \left( \sqrt{\frac{J^2}{6}} + \delta \cdot \frac{I^1}{3} \right) - \sigma^{\tilde{DP}} \leq 0 \quad (\text{F.40})$$

## 2.4 Lois d'évolution

Les lois d'évolution définissent les relations entre les contraintes d'érouissage et les variables pilotant ces contraintes.

Ici, ce sont surtout des lois d'évolution de l'endommagement.

Pour la traction, les trois composantes principales du tenseurs d'endommagement ont une loi d'évolution. Deux mécanismes différents sont décrits, avec deux lois d'évolutions différentes. La loi adoucissante est ainsi :

$$d_I^t = 1 - \exp\left(-\frac{1}{m^t} \cdot \left(\frac{\sigma_I^R}{\sigma_u^t}\right)^{m^t}\right) \quad (\text{F.41})$$

Avec I, II, III les directions principales de  $\sigma^R$ ,  $m^t = \frac{1}{\ln\left(\frac{R^t}{\sigma_u^t}\right)}$  et  $\sigma_u^t = \frac{E \epsilon^{peak^t} - E \epsilon^{peak^t} + 2 \nu^2 R^t}{\nu - 1 + 2 \nu^2}$

La loi post-pic est :

$$d_I^t = 1 - \exp\left(\frac{a(\sigma_I^R)^2 + b\sigma_I^R + c}{\sigma_I^R}\right) \quad (\text{F.42})$$

Dans cette loi, a, b et c sont choisie de manière à accoster au mieux avec la loi précédente.

La transition entre les composantes de  $d_i^t$  et le tenseur d'endommagement  $D^t$  en base propre de la contrainte de traction prend en compte l'effet Poisson de la manière suivante.

$$D_{11}^t = d_I^t, D_{22}^t = d_{II}^t, D_{33}^t = d_{III}^t, D_{44}^t = \max(d_I^t, d_{II}^t), D_{55}^t = \max(d_I^t, d_{III}^t), D_{66}^t = \max(d_{II}^t, d_{III}^t)$$

En compression, la loi d'évolution de l'endommagement est la suivante.

$$d^c = 1 - \exp\left(-\frac{1}{m^c} \cdot \left(\frac{\sigma^{DP}}{\sigma_u^c}\right)^{m^c}\right) \quad (\text{F.43})$$

$$\text{Avec } m^c = \frac{1}{\ln\left(\frac{\frac{1}{3}(\sqrt{3}-\delta)R^c}{\sigma_u^c}\right)} \text{ et } \sigma_u^c = \frac{1}{3}(\sqrt{3}-\delta)E\epsilon^{peak^c}$$

Cette endommagement est dilué. Le passage de  $d^c$  à au tenseur d'endommagement  $D^c$  en base propre des contraintes de compression s'opère de la manière suivante.

$$D_{11}^c = d^c, D_{22}^c = d^c, D_{33}^c = d^c, D_{44}^c = D_{55}^c = D_{66}^c = 0$$



### 3 Pelà [PELÀ, 2009]

:

L'idée phare de ce modèle est que la fonction seuil et la loi d'évolution de l'endommagement sont toutes deux décrites dans un espace fictif qui permet d'introduire une anisotropie du seuil d'endommagement. Cela consiste en la transformation du tenseur de contraintes de l'espace réel dans une base fictive.

Le tenseur de transformation est défini suivant les notations de Voigt comme étant :

$$A^\sigma = \begin{pmatrix} f_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & f_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & f_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & f_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & f_{66} \end{pmatrix} \quad (\text{F.44})$$

Ainsi, le tenseur de contraintes remis dans l'espace fictif est :

$$\sigma^* = A_\sigma \sigma \quad (\text{F.45})$$

$$\sigma^* = A_\sigma \sigma \quad (\text{F.46})$$

### 4 LeDantec [LADEVEZE, 1983b]

Le modèle décrit ci-dessous est un modèle d'endommagement à plusieurs variables scalaires. Chacune des variables d'endommagement représentant un mécanisme.

#### 4.1 Cadre général du modèle

Le modèle est décrit en contraintes planes. la loi d'état est défini telle que :

$$\varepsilon = K^{-1} \sigma \quad (\text{F.47})$$

avec

$$\varepsilon_{11} = \frac{\sigma_{11}}{E_1^0} - \frac{\nu_{12}}{E_1^0} \sigma_{22} \quad (\text{F.48})$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+}{E_2^0(1-d')} - \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-}{E_2^0} - \frac{\nu_{12}}{E_2^0} \sigma_{11} \quad (\text{F.49})$$

$$\varepsilon_{33} = \frac{\sigma_{12}}{2G_{12}}(1-d) \quad (\text{F.50})$$

Le potentiel s'écrit :

$$E_D = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sigma_{11}^2}{E_1^0} - \frac{2\nu_{11}^0}{E_1^0} \sigma_{11} \sigma_{22} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{E_2^0(1-d')} + \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_-^2}{E_2^0} + \frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}(1-d)} \right] \quad (\text{F.51})$$

## 4.2 Lois d'écrouissage

Ce modèle exprime l'endommagement de manière énergétique.

On prend donc l'évolution de la dissipation d'énergie par rapport à chaque variable d'endommagement.

$$Y_d = \frac{\partial E_D}{\partial d} = \frac{1}{2} \frac{\sigma_{12}^2}{2G_{12}(1-d)^2} \quad (\text{F.52})$$

$$Y_{d'} = \frac{\partial E_D}{\partial d'} = \frac{1}{2} \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+^2}{E_2^0(1-d')^2} \quad (\text{F.53})$$

L'énergie régissant l'endommagement est définie comme :

$$Y(t) = \sup(\sqrt{Y_d(\tau) + bY_{d'}(\tau)}) \quad (\text{F.54})$$

$$Y'(t) = \sup(\sqrt{bY_{d'}(\tau)}) \quad (\text{F.55})$$

Ainsi, l'endommagement est écrit :

$$d = \frac{\langle Y - Y_0 \rangle_+}{Y_c} \quad (\text{F.56})$$

$$d' = \frac{\langle Y - Y'_0 \rangle_+}{Y'_c} \quad (\text{F.57})$$

Les paramètres  $Y_0$ ,  $Y'_0$ ,  $Y_c$  et  $Y'_c$

## 4.3 Fonctions seuils

Dans ce modèle, les seuils d'endommagement sont incluent dans la loi d'endommagement.

Le couplage avec la plasticité se fait au travers de cette fonction seuil :

$$f = \sqrt{\tilde{\sigma}_{12}^2 + a^2 \tilde{\sigma}_{22}^2} - R(p) - R_0 \leq 0 \quad (\text{F.58})$$

Le seuil  $R(p)$  est fonction de  $p$  le taux de déformations plastiques.

De plus, il est à expliciter que  $\tilde{\sigma}$  est la contrainte effective :

$$\tilde{\sigma}_{11} = \sigma_{11} \quad (\text{F.59})$$

$$\tilde{\sigma}_{22} = \frac{\langle \sigma_{22} \rangle_+}{1-d'} + \langle \sigma_{22} \rangle_- \quad (\text{F.60})$$

$$\tilde{\sigma}_{12} = \frac{\sqrt{2}\sigma_{12}}{1-d} \quad (\text{F.61})$$

## 5 Desmorat [DESMORAT, 2016]

### 5.1 Cadre général du modèle

Comme le modèle de Sellier, ce modèle est un modèle d'endommagement anisotrope avec un tenseur d'endommagement.

Il repose sur les décompositions en modes de Kelvin des contraintes. Notamment, ce modèle est basé sur une décomposition du tenseur de contraintes en les contraintes déviatoriques et les contraintes hydrostatiques. Ce sont les deux premiers modes de Kelvin pour un matériau isotrope.

Ainsi, la loi d'état s'écrit :

$$\varepsilon = \frac{\tilde{\sigma}'}{2G} + \frac{1}{9K} \text{tr}(\tilde{\sigma}) \cdot I \quad (\text{F.62})$$

Avec

$$(\bullet)' = (\bullet) - \frac{1}{3} \text{tr}(\bullet) \quad (\text{F.63})$$

Et

$$\tilde{\sigma} = (H \cdot \sigma' \cdot H)' + \frac{1}{3} \left[ \frac{1}{3} \text{tr}(H^2) \langle \text{tr}(\sigma) \rangle - \langle -\text{tr}(\sigma) \rangle \right] \quad (\text{F.64})$$

$H$  étant la variable d'endommagement de Ladevèze qui permet un découplage déviatorique / hydrostatique avec :

$$H = (1 - D)^{-\frac{1}{2}} \quad (\text{F.65})$$

C'est un tenseur d'ordre 2.

### 5.2 Fonction seuil

La fonction seuil utilisée dans le cadre de ce modèle est la fonction seuil de mazars :

$$f = \hat{\varepsilon} - k \quad (\text{F.66})$$

$$\hat{\varepsilon} = \sqrt{\langle \varepsilon \rangle_+ : \langle \varepsilon \rangle_+} \quad (\text{F.67})$$

La fonction de consolidation  $k$  s'écrit en fonction de  $k_0$  le seuil de déformation en traction,  $S$  la résistance à l'endommagement,  $s$  l'exposant d'endommagement et  $R_v$  la fonction de triaxialité définie en fonction de  $T_x$  la triaxialité et  $B$  un paramètre de bornage pour la bi-compression telle que :

$$T_x = \frac{\sigma_H}{\sigma_{\text{VonMises}}} \quad (\text{F.68})$$

$$R_v = \min \left[ 1 + \frac{9}{2} \frac{1-2\nu}{1+\nu} \langle -T_x \rangle^2, B \right] \quad (\text{F.69})$$

$$k = k_0 + SR_v^s (tr(H) - 3) \quad (\text{F.70})$$

Cette fonction seuil respecte les conditions de Kuhn-Tucker :

$$\dot{\lambda}_i \geq 0, \quad f_i \leq 0, \quad \dot{\lambda}_i f_i = 0 \quad (\text{F.71})$$

Avec  $\dot{\lambda}_i$  un multiplicateur plastique.

### 5.3 Description thermodynamique du modèle

$$\rho \psi^* = \frac{1}{4G} tr(H \cdot \sigma' \cdot H \cdot \sigma') + \frac{1}{18K} \left[ \frac{1}{3} tr(H^2) \langle tr \sigma \rangle^2 + \langle -tr \sigma \rangle^2 \right] \quad (\text{F.72})$$

On définit la force thermodynamique associée à H :

$$Z = \rho \frac{\partial \psi^*}{\partial H} = \frac{1}{2G} (\sigma' \cdot H \cdot \sigma') + \frac{1}{27K} \langle tr \sigma \rangle^2 H \quad (\text{F.73})$$

### 5.4 Évolution de l'endommagement

La loi d'évolution de l'endommagement n'est pas associée à la force thermodynamique Z. Elle est définie comme  $\dot{H} = \dot{\lambda} \langle \tilde{\epsilon} \rangle$

Les conditions de cohérence de la fonction seuil donnent :

$$\dot{\lambda} = \frac{tr \dot{H}}{tr \langle \tilde{\epsilon} \rangle} = \frac{1}{S \cdot tr \langle \tilde{\epsilon} \rangle} \frac{d}{dt} (R_v^{-s} \hat{\epsilon}) \quad (\text{F.74})$$

On peut définir H :

$$\dot{H} = \frac{1}{SR_v^s} \frac{\hat{\epsilon}}{tr \langle \tilde{\epsilon} \rangle} = \frac{1}{SR_v^s} \frac{\langle \tilde{\epsilon} \rangle}{tr \langle \tilde{\epsilon} \rangle} \frac{\langle \epsilon \rangle}{\hat{\epsilon}} : \dot{\epsilon} \quad (\text{F.75})$$



## **Bibliographie du document**

- ABRAMIAN, S. et al. (déc. 2019). « Recovering the normal form of an elasticity tensor ». working paper or preprint. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02410330>.
- ACARY, V. et M. JEAN (nov. 1998). « Numerical simulation of monuments by the contact dynamics method ». In : *Monument-98, Workshop on seismic performance of monuments*. Sous la dir. de DGEMN-LNEC-JRC. Laboratório Nacional de engenharia Civil (LNEC), Lisboa, Portugal. Lisbon, Portugal, p. 69-78. URL : <https://hal.inria.fr/inria-00425359>.
- ADDESSI, D., E. SACCO et A. PAOLONE (2010). « Cosserat model for periodic masonry deduced by nonlinear homogenization ». In : *European Journal of Mechanics-A/Solids* 29.4, p. 724-737.
- ALECCI, Valerio et al. (2013). « Shear strength of brick masonry walls assembled with different types of mortar ». In : *Construction and Building Materials* 40. Special Section on Recycling Wastes for Use as Construction Materials, p. 1038-1045. ISSN : 0950-0618. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2012.11.107>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061812009439>.
- ANGRAND, L. (2016). « Modèle d'endommagement incrémental en temps pour la prévision de la durée de vie des composites tissés 3D en fatigue cyclique et en fatigue aléatoire ». Thèse de doctorat dirigée par Desmorat, Rodrigue Mécanique des matériaux Paris Saclay 2016. Thèse de doct.
- ANTHOINE, A. (1995). « Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory ». In : *International journal of solids and structures* 32.2, p. 137-163.
- ANTHOINE, A., G. MAGONETTE et G. MAGENES (jan. 1995). « Shear-compression testing and analysis of brick masonry walls ». In : *Tenth European Conference on Earthquake Engineering* 3, p. 1657-1662.
- ARÊDE, A. et al. (2017). « Experimental characterization of the mechanical behaviour of components and materials of stone masonry railway bridges ». In : *Construction and Building Materials* 153, p. 663-681. ISSN : 0950-0618. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2017.07.069>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061817314034>.
- ARMSTRONG, P. J. et C. O. FREDERICK (1966). *A Mathematical Representation of the Multiaxial Bauschinger Effect*. Berkeley Nuclear Laboratories, p. 23.
- ASHER, M. et al. (juil. 2015). « A review of surrogate models and their application to ground-water modeling ». In : *Water Resources Research* 51. DOI : [10.1002/2015WR016967](https://doi.org/10.1002/2015WR016967).
- AUGENTI, N et A ROMANO (2008). « Preliminary experimental results for advanced modelling of tuff masonry structures ». In : *Proc. of Structural Analysis of Historical Constructions, SAHC08, Bath, Uk*.
- BACKES, H-P (1985). « Tensile strength of masonry ». In : *Proc. 7th IBMaC*.
- BACOT, M-A, J-L DURVILLE et L. WINTER (2015). *Les enjeux économiques de la résilience des réseaux*. CGEDD - Ministère de la transition écologique et solidaire.
- BAUDIN, M. et al. (2015). « OpenTURNS : An industrial software for uncertainty quantification in simulation ». In :

- BAŽANT, Z. P. et P. C. PRAT (1988). « Microplane model for brittle-plastic material : I. Theory ». In : *Journal of Engineering Mechanics* 114.10, p. 1672-1688.
- BEA-TT (2013). *Rapport d'enquête technique sur le déraillement d'un TER survenu le 22 mai 2012 à Mercuès (46)*. BEATT - CGEDD - Ministère de la transition écologique et solidaire.
- BELL, B. (2004). « European railway bridge demography ». In : *European FP 6*.
- BELLMAN, R. (1966). « Dynamic programming ». In : *Science* 153.3731, p. 34-37.
- BONNIOT, T. (2019). « Fatigue crack growth under non-proportional mixed-mode loading in rail steel : From experiment to simulation ». 2019SACLX096. Thèse de doct. URL : <http://www.theses.fr/2019SACLX096/document>.
- BORINO, G., G. COTTONE et F. PARRINELLO (2003). « - A microplane model for plane-stress masonry structures ». In : *Computational Fluid and Solid Mechanics 2003*. Sous la dir. de K.J. BATHE. Oxford : Elsevier Science Ltd, p. 115-117. ISBN : 978-0-08-044046-0. DOI : <https://doi.org/10.1016/B978-008044046-0.50030-0>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/B9780080440460500300>.
- BORNERT, M., T. BRETHEREAU et P. GILORMINI (2006). *Homogenization in Mechanics of Materials*. ISTE USA. ISBN : 9781905209170. URL : <https://books.google.fr/books?id=bqIzPQAACAAJ>.
- BORST, R. de et al. (1993). « Damage processes in solids and structures and their numerical computation ». In : *Topics in Applied Mechanics*. Springer, p. 89-95.
- BOULEY, J. et V. CANYN (1989). « Le chemin de fer est-il mythologique ? » In : *Culture technique*.
- BRIANT, P. (1998). *Histoire de l'Empire perse : de Cyrus à Alexandre*. Le Grand Livre du Mois. ISBN : 9782702824696. URL : <https://books.google.fr/books?id=ndvSAAAACAAJ>.
- BRISTOW, J.R. (1960). « Microcracks, and the static and dynamic elastic constants of annealed and heavily cold-worked metals ». In : *British Journal of Applied Physics* 11.2, p. 81.
- BROCCA, M. et Z. P. P. BAŽANT (oct. 2000). « Microplane Constitutive Model and Metal Plasticity ». In : 53.
- BUDIANSKY, B. et R.J. O'CONNELL (1976). « Elastic moduli of a cracked solid ». In : *International Journal of Solids and Structures* 12.2, p. 81-97. ISSN : 0020-7683.
- CALDERINI, C. et S. LAGOMARSINO (2006). « A MICROMECHANICAL INELASTIC MODEL FOR HISTORICAL MASONRY ». In : *Journal of Earthquake Engineering* 10.04, p. 453-479. DOI : [10.1142/S1363246906002608](https://doi.org/10.1142/S1363246906002608). eprint : <https://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S1363246906002608>. URL : <https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S1363246906002608>.
- CALLIARI, R. et al. (2010). « User manual of ANDILWall, version 2.5 ». In : *Rome : ANDIL Asso-laterizi*.
- CANNIZZARO, F. et al. (2018). « A Discrete Macro-Element Method (DMEM) for the nonlinear structural assessment of masonry arches ». In : *Engineering Structures* 168, p. 243-256.
- CARON, F. (1997). *Histoire des chemins de fer en France*. T. 1. Fayard.
- CASOLO, S. et G. MILANI (2010). « A simplified homogenization-discrete element model for the non-linear static analysis of masonry walls out-of-plane loaded ». In : *Engineering Structures* 32.8, p. 2352-2366. ISSN : 0141-0296. DOI : <https://doi.org/10.1016/j>.



engstruct.2010.04.010. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029610001331>.

- CAST3M, R (2004). « Cast3m : Documentation ». In : *EUROSIM/CEA SEMT*.
- CAUCHY, A.L.B. (1828). *Exercices de mathématiques*. Exercices de mathématiques vol-2 - 3. De Bure frères.
- CECCHI, A. et K SAB (2002). « A multi-parameter homogenization study for modeling elastic masonry ». In : *European Journal of Mechanics - A/Solids* 21.2, p. 249-268. ISSN : 0997-7538.
- CHABOCHE, J-L, P. M. LESNE et J-F MAIRE (1995). « Continuum Damage Mechanics, Anisotropy and Damage Deactivation for Brittle Materials Like Concrete and Ceramic Composites ». In : *International Journal of Damage Mechanics* 4.1, p. 5-22.
- CHAIMOON, K. et M. ATTARD (sept. 2007). « Modeling of unreinforced masonry walls under shear and compression ». In : 29, p. 2056-2068.
- CHETOUANE, Brahim et al. (2005). « NSCD discrete element method for modelling masonry structures ». In : *International journal for numerical methods in engineering* 64.1, p. 65-94.
- CHEVALIER, C. et al. (juin 2018). « Projet ANR SSHEAR : développements récents sur la compréhension et la maîtrise des risques d'affouillements ». In : *JNGG 2018, Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur*. JNGG 2018, Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur, CHAMPS SUR MARNE, FRANCE, 13-/06/2018 - 15/06/2018. CHAMPS SUR MARNE, France, 4p. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01818505>.
- CHEVALLIER, J. et D. LOCHAK (1980). *La Science administrative*. Que sais-je? Presses universitaires de France. ISBN : 9782130656845.
- CHOPRA, Anil K et Rakesh K GOEL (2002). « A modal pushover analysis procedure for estimating seismic demands for buildings ». In : *Earthquake engineering & structural dynamics* 31.3, p. 561-582.
- CIMETIÈRE, A. et al. (2003). « Modèles standards généralisés à convexe fixe en endommagement ». In : *Comptes Rendus Mécanique* 331.4, p. 291-294.
- CINOTTI, B., T. GALIBERT et G. PIPIEN (2019). *Aléa sismique à Nice. Passer du déni à une action volontaire dans la durée*. CGEDD - Ministère de la transition écologique et solidaire.
- COLLIAT, J-B, L DAVENNE et A IBRAHIMBEGOVIC (2002). « Modélisation jusqu'à rupture de murs en maçonnerie chargés dans leur plan ». In : *Revue Française de Génie Civil* 6.4, p. 593-606. DOI : [10.1080/12795119.2002.9692390](https://doi.org/10.1080/12795119.2002.9692390). eprint : <https://doi.org/10.1080/12795119.2002.9692390>. URL : <https://doi.org/10.1080/12795119.2002.9692390>.
- CORDEBOIS, J-P et F. SIDOROFF (1982). « Endommagement anisotrope en élasticité et plasticité ». In : *JMTA, Numéro spécial*, p. 45-60.
- CORNELL, C et al. (2002). « Probabilistic Basis for 2000 SAC Federal Emergency Management Agency Steel Moment Frame Guidelines ». In : *Journal of Structural Engineering* 128.4, p. 526-533.
- COSSERAT, E. et F. COSSERAT (1896). « Sur la théorie de l'élasticité. Premier mémoire ». In : *Annales de la Faculté des sciences de Toulouse : Mathématiques, Série 1* 10, p. 1-116.

- COSTA, C., A. ARÊDE et A. COSTA (2014). « Mechanical characterization of the constituent materials of stone arch bridges ». In : *Proc. of the 9th International Masonry Conference-9th IMC, Guimarães*.
- COULOMB, C. A. (1776). *Essai sur une application des règles de maximis & minimis à quelques problèmes de statique, relatifs à l'architecture*. Paris : De l'Imprimerie Royale.
- CREAZZA, G. et al. (1995). « Mathematical simulation of structural damage in historical buildings ». In : *WIT Transactions on The Built Environment* 16.
- CREMER, C, A PECKER et L DAVENNE (2001). « Cyclic macro-element for soil-structure interaction : material and geometrical non-linearities ». In : *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 25.13, p. 1257-1284. DOI : [10.1002/nag.175](https://doi.org/10.1002/nag.175). eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/nag.175>. URL : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/nag.175>.
- D'ALTRI, Antonio Maria et al. (2018). « A 3D detailed micro-model for the in-plane and out-of-plane numerical analysis of masonry panels ». In : *Computers & Structures* 206, p. 18-30. ISSN : 0045-7949. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2018.06.007>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794918301172>.
- D'AYALA, D et E SPERANZA (2003). « Definition of collapse mechanisms and seismic vulnerability of historic masonry buildings ». In : *Earthquake Spectra* 19.3, p. 479-509.
- D'ALTRI, AM et al. (2019). « A review of numerical models for masonry structures ». In : *Numerical Modeling of Masonry and Historical Structures*. Elsevier, p. 3-53.
- DEGRAND, E. (1888). *Ponts en maçonnerie*. Encyclopédie des travaux publics. Baudry & cie.
- DEJONG, M. (2009). « Seismic assessment strategies for masonry structures ». Thèse de doct. Massachusetts Institute of Technology.
- DELAPLACE, A. (2008). « Modélisation discrète appliquée au comportement des matériaux et des structures ». mémoire d'habilitation à diriger des recherches. Thèse de doct. Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- DELBECQ, J.M. (1983). *Analyse de la stabilité des ponts en maçonnerie par la théorie du calcul à la rupture*. URL : <https://books.google.fr/books?id=b66YngEACAAJ>.
- DER KIUREGHIAN, A. et A. NEUENHOFER (1992). « Response spectrum method for multi-support seismic excitations ». In : *Earthquake Engineering & Structural Dynamics* 21.8, p. 713-740. DOI : [10.1002/eqe.4290210805](https://doi.org/10.1002/eqe.4290210805). eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/eqe.4290210805>. URL : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/abs/10.1002/eqe.4290210805>.
- DESMORAT, R. (2006). « Positivité de la dissipation intrinsèque d'une classe de modèles d'endommagement anisotropes non standards ». In : *Comptes Rendus Mécanique* 334.10, p. 587-592.
- (2016). « Anisotropic damage modeling of concrete materials ». In : *International Journal of Damage Mechanics* 25.6, p. 818-852.
- DESMORAT, R., F. GATUINGT et F. RAGUENEAU (2007). « Nonlocal anisotropic damage model and related computational aspects for quasi-brittle materials ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 74.10, p. 1539-1560.

- DESMORAT, R., F. RAGUENEAU et H. PHAM (2007). « Continuum damage mechanics for hysteresis and fatigue of quasi-brittle materials and structures ». In : *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics* 31.2, p. 307-329.
- DHANASEKAR, M., A.W. PAGE et P.W. KLEEMAN (1985). « The failure of brick masonry under biaxial stresses. » In : *Proceedings of the Institution of Civil Engineers* 79.2, p. 295-313. DOI : [10.1680/iicep.1985.992](https://doi.org/10.1680/iicep.1985.992).
- DIEULESAINT, E. et D. ROYER (1974). *Ondes élastiques dans les solides : application au traitement du signal / par E. Dieulesaint et D. Royer ; pref. du Pr P. Grivet*. French. Masson Paris, xvi, 407 p. :
- DIVALL, C. (2008). « Histoire des transports, histoire culturelle : mobiliser le passé des chemins de fer ». In : *Revue d'histoire des chemins de fer* 39, p. 313-326.
- DOMEDE, N. (2006). « Méthode de requalification des ponts en maçonnerie ». Thèse de doctorat dirigée par Pons, Gérard et Guillaume, André Génie civil Toulouse, INSA 2006. Thèse de doct., 1 vol. (202 p.)
- (2010). « Les ponts en maçonnerie du 19<sup>e</sup> siècle Le cas d'ouvrages ferroviaires du Midi Toulousain ». In :
- DOMEDE, N., A. SELLIER et T. STABLON (2013). « Structural analysis of a multi-span railway masonry bridge combining in situ observations, laboratory tests and damage modelling ». In : *Engineering structures* 56, p. 837-849.
- DRUCKER, D.C. et W. PRAGER (1952). « Soil mechanics and plastic analysis for limit design ». In : *Quarterly of Applied Mathematics* 10.2, p. 157-165.
- DRYSDALE, R. G. et A. A. HAMID (1982). « Anisotropic tensile strength characteristics of brick masonry ». In : *Proc. 6th IBMaC, Rome*.
- DURVILLE, J-L et al. (2013). *Vulnérabilité des réseaux d'infrastructures aux risques naturels*. CGEDD - Ministère de la transition écologique et solidaire.
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION (2005). « Eurocode 6 -Design of masonry structures - Part 1-1 : General rules for reinforced and unreinforced masonry structures ». In : *Brussels : European Committee for Standardization*.
- FOUCHAL, Fazia, Frédéric LEBON et Isabelle TITEUX (2009). « Contribution to the modelling of interfaces in masonry construction ». In : *Construction and Building Materials* 23.6, p. 2428-2441. ISSN : 0950-0618. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.conbuildmat.2008.10.011>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0950061808003280>.
- FUHG, J. N. et A. FAU (2019). « Surrogate model approach for investigating the stability of a friction-induced oscillator of Duffing's type ». In : *Nonlinear Dynamics* 98.3, p. 1709-1729. DOI : [10.1007/s11071-019-05281-2](https://doi.org/10.1007/s11071-019-05281-2). URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02297303>.
- GAGO, A. S., J. ALFAIATE et A. LAMAS (2011). « The effect of the infill in arched structures : Analytical and numerical modelling ». In : *Engineering Structures* 33.5, p. 1450-1458. ISSN : 0141-0296. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2010.12.037>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S014102961100006X>.

- GIAMBANCO, Giuseppe, Santi RIZZO et Roberto SPALLINO (2001). « Numerical analysis of masonry structures via interface models ». In : *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 190.49, p. 6493-6511. ISSN : 0045-7825. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0045-7825\(01\)00225-0](https://doi.org/10.1016/S0045-7825(01)00225-0). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045782501002250>.
- GILBERT, M. et al. (2014). « LimitState : RING Manual. 3. » In : *United Kingdom : LimitState Ltd.*
- GODIO, M. (2015). « Modélisation des murs en maçonnerie sous sollicitations sismiques ». Thèse de doctorat dirigée par Sab, Karam Génie Civil Paris Est 2015. Thèse de doct.
- GRANGE, S, P KOTRONIS et J MAZARS (2009). « A macro-element to simulate dynamic Soil-Structure Interaction ». In : *Engineering Structures* 31.12, p. 3034-3046. ISSN : 0141-0296. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2009.08.007>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029609002594>.
- GUHANIYOGI, R. et al. (2011). « Adaptive Gaussian predictive process models for large spatial datasets ». In : *Environmetrics* 22.8, p. 997-1007.
- HALPHEN, B. et Q. SON NGUYEN (1975). « Sur les matériaux standard généralisés ». In : *Journal de Mécanique* 14, p. 39-63. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00105514>.
- HARVEY, W. J. (2007). « Rule of thumb method for the assessment of arches, UIC report ». In :
- HASSID, O. (2008). *La gestion des risques*. Dunod Paris.
- HEFFLER, L. (2009). *Variability of unit flexural bond strength and its effect on strength in clay brick unreinforced masonry walls subject to vertical bending*. University of Newcastle.
- HERMAN, J. et W. USHER (jan. 2017). « SALib : An open-source Python library for Sensitivity Analysis ». In : *The Journal of Open Source Software* 2.9. DOI : [10.21105/joss.00097](https://doi.org/10.21105/joss.00097). URL : <https://doi.org/10.21105/joss.00097>.
- HILLERBORG, A. (1978). *A model for fracture analysis*. Lund Institute of Technology, Division of Building materials.
- HILLERBORG, A., M. MODÉER et P.-E. PETERSSON (1976). « Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements ». In : *Cement and Concrete Research* 6.6, p. 773-781. ISSN : 0008-8846.
- HOOKE, R. (1678). *Lectures De Potentia Restitutiva*. Royal Society.
- HUCHET, Q. (2018). « Utilisation des méthodes de Krigeage pour le dimensionnement en fatigue des structures éoliennes posées en mer. » Thèse de doct. Clermont Auvergne.
- HUGHES, T. G. et M. J. BLACKERS (1997). « A review of the U.K. masonry arch assessment methods ». In : *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Structures and Buildings* 122.3, p. 305-315. DOI : [10.1680/istbu.1997.29801](https://doi.org/10.1680/istbu.1997.29801). eprint : <https://doi.org/10.1680/istbu.1997.29801>. URL : <https://doi.org/10.1680/istbu.1997.29801>.
- IOOSS, B. (2011). « Revue sur l'analyse de sensibilité globale de modèles numériques ». In : *Journal de la Société Française de Statistique* 152.1, p. 1-23. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00503179>.
- IOOSS, B. et P. LEMAÎTRE (2015). « A review on global sensitivity analysis methods ». In : *Uncertainty management in simulation-optimization of complex systems*. Springer, p. 101-122.

- JIRÁSEK, M. (1998). « Nonlocal models for damage and fracture : Comparison of approaches ». In : *International Journal of Solids and Structures* 35.31, p. 4133-4145. ISSN : 0020-7683. DOI : [https://doi.org/10.1016/S0020-7683\(97\)00306-5](https://doi.org/10.1016/S0020-7683(97)00306-5). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768397003065>.
- JIRÁSEK, M. (2002). « Objective modeling of strain localization ». In : *Revue Française de Génie Civil* 6.6, p. 1119-1132. DOI : [10.1080/12795119.2002.9692735](https://doi.org/10.1080/12795119.2002.9692735). eprint : <https://doi.org/10.1080/12795119.2002.9692735>. URL : <https://doi.org/10.1080/12795119.2002.9692735>.
- JORF (2010). *Décret No 2010-1255 du 22 octobre 2010 portant délimitation des zones de sismicité du territoire français*.
- (2011). *Arrêté du 26 octobre 2011 relatif à la classification et aux règles de construction parasismique applicables aux ponts de la classe dite « à risque normal »*.
- KACHANOV, L. M. (1958). « Time of the rupture process under creep conditions ». In : *Izv. Akad. Nauk. S.S.R. Otd. Tech. Nauk.* 8, p. 26-31.
- KACHANOV, M. (1993). « Elastic Solids with Many Cracks and Related Problems ». In : *Advances in Applied Mechanics* 30. Sous la dir. de John W. HUTCHINSON et Theodore Y. WU, p. 259-445. ISSN : 0065-2156.
- KANAI, Kiyoshi (1957). « Semi-empirical Formula for the Seismic Characteristics of the Ground ». In :
- KARAS, Slawomir et Nien-Tsu TUAN (déc. 2017). « The World's Oldest Bridges - Mycenaean Bridges ». In : *American Journal of Civil Engineering and Architecture* 5, p. 237-244. DOI : [10.12691/ajcea-5-6-3](https://doi.org/10.12691/ajcea-5-6-3).
- KNAPTON, S. (juin 2005). « Heatwave could buckle train tracks and melt roads, travellers warned ». In : *Telegraph*.
- KRAJCINOVIC, D. (1985). « Continuous damage mechanics revisited : basic concepts and definitions ». In : *Journal of Applied Mechanics* 52.4, p. 829-834.
- KRIGE, D. G. (1951). « A statistical approach to some basic mine valuation problems on the Witwatersrand ». In : *Journal of the Southern African Institute of Mining and Metallurgy* 52.6, p. 119-139.
- LA BORDERIE, C. (1991). « Phénomènes unilatéraux dans un matériau endommageable : Modélisation et application à l'analyse de structures en béton. » 1991PA066185. Thèse de doct. URL : <http://www.theses.fr/1991PA066185>.
- LADEVEZE, P. (1983a). *On an anisotropic damage theory*. Sous la dir. de J-P BOEHLER. Proc. CNRS Int. Coll. 351 Villars-de-Lans Failure Criteria of Structured Media. Also Internal Report n°4 of LMT-Cachan, p. 355-363.
- (1983b). « On an anisotropic damage theory ». In : *Proc. CNRS Int. Coll* 351, p. 355-363.
- LAGOMARSINO, S, S CATTARI et C CALDERINI (2012). « European Guidelines for the seismic preservation of cultural heritage assets ». In : *Deliverable D41, WP No8, PERPETUATE Project (FP7), European Research Project on the Seismic Protection of Cultural Heritage. UNIGE, Genoa, Italy*.



- LE ROUX, T. (2014). « L'émergence du risque industriel (France, Grande-Bretagne, XVIIIe-XIXe siècle) ». In : *Le mouvement social* 4, p. 3-20.
- LEMAITRE, J. et al. (2009). *Mécanique des matériaux solides-3eme édition*. Dunod.
- LE MOS, J.V. (2007). « Discrete element modeling of masonry structures ». In : *International Journal of Architectural Heritage* 1.2, p. 190-213.
- LI, J. et al. (2014). « Spatial variability and stochastic strength prediction of unreinforced masonry walls in vertical bending ». In : *Engineering Structures* 59, p. 787-797. ISSN : 0141-0296. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.11.031>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029613005853>.
- LIMOGE, C. (2016). « Méthode de diagnostic à grande échelle de la vulnérabilité sismique des Monuments Historiques : Chapelles et églises baroques des hautes vallées de Savoie ». Thèse de doctorat dirigée par Ragueneau, Frédéric et Brocato, Maurizio Génie civil Paris Saclay 2016. Thèse de doct.
- LOPEZ-CABALLERO, F, A MODARESSI-FARAHMAND-RAZAVI et M TABBAKHHA (2011). « Effects of soil foundation on the performance of masonry buildings ». In : *Proceedings of the 8th International Conference on Structural Dynamics, EURO DYN 2011*. Leuven, Belgium. URL : <https://bwk.kuleuven.be/apps/bwm/eurodyn2011/papers/MS01-705.pdf>.
- LOPEZ, J. et al. (1999). « A homogeneous constitutive model for masonry ». In : *International journal for numerical methods in engineering* 46.10, p. 1651-1671.
- LOTFI, HR et PB SHING (1991). « An appraisal of smeared crack models for masonry shear wall analysis ». In : *Computers & structures* 41.3, p. 413-425.
- LOURÊNÇO, P. B. (jan. 1996). « Computational Strategy for Masonry Structures ». Thèse de doct., p. 220.
- LOURÊNÇO, P. B. et J. BARROS J.and Oliveira (2004). « Shear testing of stack bonded masonry ». In :
- LOURÊNÇO, P. B., R. DE BORST et J.G. ROTS (1997). « A plane stress softening plasticity model for orthotropic materials ». In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 40.21, p. 4033-4057. ISSN : 1097-0207.
- LOURÊNÇO, P. B., G. MILANI et A. ZUCCHINI (2009). « Recent advances in masonry homogenization ». In :
- MACORINI, L. et B.A. IZZUDDIN (2013). « Nonlinear analysis of masonry structures using mesoscale partitioned modelling ». In : *Advances in Engineering Software* 60-61. CIVIL-COMP : Parallel, Distributed, Grid and Cloud Computing, p. 58-69. ISSN : 0965-9978. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2012.11.008>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S096599781200155X>.
- MALYSZKO, L. (2004). « In-plane shear and tensile strength tests of small brickwork specimens ». In : *Structural Analysis of Historical Constructions-2 Volume Set : Possibilities of Numerical and Experimental Techniques-Proceedings of the IVth Int. Seminar on Structural Analysis of Historical Constructions, 10-13 November 2004, Padova, Italy*. CRC Press, p. 291.
- MARCIN, L. (jan. 2010). « Behaviour modelling up to rupture of woven fabric composite for a reliable design of structures ». Theses. Université Bordeaux 1.

- MARCIN, L. et al. (2011). « Development of a macroscopic damage model for woven ceramic matrix composites ». In : *International Journal of Damage Mechanics* 20.6, p. 939-957.
- MARIGO, J-J (1981). « Mécanique des solides anélastiques : formulation d'une loi d'endommagement d'un matériau élastique ». In :
- MARQUES, Rui et P. B. LOURÊNÇO (2014). « Unreinforced and confined masonry buildings in seismic regions : Validation of macro-element models and cost analysis ». In : *Engineering Structures* 64, p. 52-67. ISSN : 0141-0296. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2014.01.014>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029614000170>.
- MARTÍN-CARO, J. A., J. L. M. MARTINEZ et J. J.P. LEON (2004). « A first level structural analysis tool fir the spanish masonry arch bridges ». In :
- MARTINAIS, E. (2011). « L'évaluation des risques industriels-Une histoire des analyses de risques de 1970 a nos jours ». In : *Annales des Mines-Responsabilité et environnement*. 2. ESKA, p. 51-61.
- MASSART, T.J., R.H.J. PEERLINGS et M.G.D. GEERS (2004). « Mesoscopic modeling of failure and damage-induced anisotropy in brick masonry ». In : *European Journal of Mechanics - A/Solids* 23.5, p. 719-735. ISSN : 0997-7538. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.euromechsol.2004.05.003>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0997753804000713>.
- MATALLAH, M., C. LA BORDERIE et O. MAUREL (2010). « A practical method to estimate crack openings in concrete structures ». In : *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 34.15, p. 1615-1633.
- MATHERON, G. (1969). *Le krigeage universel*. T. 1. École nationale supérieure des mines de Paris Paris.
- MAZARS, J. (1986). « A description of micro-and macroscale damage of concrete structures ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 25.5-6, p. 729-737.
- MAZARS, J. et G. PIJAUDIER-CABOT (1989). « Continuum damage theory—application to concrete ». In : *Journal of Engineering Mechanics* 115.2, p. 345-365.
- MÉRY, E. (1840). *Equilibre des voûtes en berceau*. Annales des Ponts et Chaussées.
- MINER, M.A. (1945). « Cumulative fatigue damage ». In : *Journal of applied mechanics* 12.3, A159-A164.
- MOHEBKHAH, Amin, A.A. TASNIMI et H.A. MOGHADAM (2008). « Nonlinear analysis of masonry-infilled steel frames with openings using discrete element method ». In : *Journal of constructional steel research* 64.12, p. 1463-1472.
- MORENO REGAN, O. (2016). « Etude du comportement des tunnels en maçonnerie du m'tro parisien ». 2016PESC1002. Thèse de doct. URL : <http://www.theses.fr/2016PESC1002/document>.
- MORISOT, J.M.R. (1814). *Tableaux détaillés des prix de tous les ouvrages de batiment*. Tableaux détaillés des prix de tous les ouvrages du bâtiment. Nouzou.
- MORRIS, M. D. (1991). « Factorial Sampling Plans for Preliminary Computational Experiments ». In : *Technometrics* 33.2, p. 161-174. DOI : [10.1080/00401706.1991.10484804](https://doi.org/10.1080/00401706.1991.10484804).

- eprint : <https://www.tandfonline.com/doi/pdf/10.1080/00401706.1991.10484804>. URL : <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00401706.1991.10484804>.
- MOUTOUSSAMY, L. (2013). « Essais hybrides temps réel sur structures de génie civil ». In : MÜHLHAUS, H-B, J. SULEM et P. UNTERREINER (1997). « Discrete and Continuous Models for Dry Masonry Columns ». In : *Journal of Engineering Mechanics* 123.4, p. 399-403. DOI : [10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(1997\)123:4\(399\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(1997)123:4(399)).
- MURAKAMI, S. (1988). « Mechanical modeling of material damage ». In : *Journal of Applied Mechanics* 55.2, p. 280-286.
- NARAIN, K. et S. SINHA (1989). « Behavior of brick masonry under cyclic compressive loading ». In : *Journal of Structural Engineering* 115.6, p. 1432-1445.
- NEAL, R. M. (1996). *Bayesian Learning for Neural Networks*. Berlin, Heidelberg : Springer-Verlag. ISBN : 0387947248.
- OLIVE, M. (2014). « Géométrie des espaces de tenseurs : une approche effective appliquée à la mécanique des milieux continus ». 2014AIXM4745. Thèse de doct. URL : <http://www.theses.fr/2014AIXM4745/document>.
- OLIVER-LEBLOND, C. et al. (fév. 2018). « A beam-particle model to identify constitutive laws for quasi-brittle materials under complex loading : From concrete to masonry ». In : *Conference on Computational Modelling of Concrete and Concrete Structures (EURO-C 2018)*. Bad Hofgastein, Austria. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01850066>.
- OÑATE, E. et al. (1996). *Structural analysis and durability assesment of historical constructions using a finite element damage model*. International Centre for Numerical Methods in Engineering (CIMNE).
- ORTIZ, M. et J-C SIMO (1986). « An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations ». In : *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 23.3, p. 353-366.
- PAGE, A.W. (jan. 1981). « The biaxial compressive strength of brick masonry ». In : *Ice Proceedings* 71, p. 893-906.
- PAGE, A.W., G. SIMUNDIC et H. XIE (1991). « Study of the relationship between unit, prism, and wall strength for hollow masonry loaded in compression ». In : *Brick and Block Masonry* 1, p. 236-243.
- PALMGREN, A. (1924). « Die lebensdauer von kugellargern ». In : *Zeitschrift des Vereines Duetsher Ingenieure* 68.4, p. 339.
- PANDE, G.N., J.X. LIANG et J. MIDDLETON (1989). « Equivalent elastic moduli for brick masonry ». In : *Computers and Geotechnics* 8.3, p. 243-265. ISSN : 0266-352X. DOI : [https://doi.org/10.1016/0266-352X\(89\)90045-1](https://doi.org/10.1016/0266-352X(89)90045-1). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0266352X89900451>.
- PAPA, E. (1996). « A unilateral damage model for masonry based on a homogenisation procedure ». In : *Mechanics of Cohesive-frictional Materials* 1.4, p. 349-366. DOI : [10.1002/\(SICI\)1099-1484\(199610\)1:4<349::AID-CFM18>3.0.CO;2-M](https://doi.org/10.1002/(SICI)1099-1484(199610)1:4<349::AID-CFM18>3.0.CO;2-M). eprint : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/%28SICI%291099-1484%28199610%291%3A4%3C349%3A%3AAID-CFM18%3E3.0.CO%3B2-M>. URL : <https://onlinelibrary.wiley.com/doi/pdf/10.1002/%28SICI%291099-1484%28199610%291%3A4%3C349%3A%3AAID-CFM18%3E3.0.CO%3B2-M>.



[com/doi/abs/10.1002/%28SICI%291099-1484%28199610%291%3A4%3C349%3A%3AAID-CFM18%3E3.0.CO%3B2-M](https://doi.org/10.1002/%28SICI%291099-1484%28199610%291%3A4%3C349%3A%3AAID-CFM18%3E3.0.CO%3B2-M).

- PEDREGOSA, F. et al. (2011). « Scikit-learn : Machine Learning in Python ». In : *Journal of Machine Learning Research* 12, p. 2825-2830.
- PEERLINGS, R.H.J. et al. (1996). « Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials ». In : *International Journal for numerical methods in engineering* 39.19, p. 3391-3403.
- PELÀ, L. (mar. 2009). « Continuum damage model for nonlinear analysis of masonry structures ». Thèse de doct.
- PETRACCA, M. et al. (2017). « Micro-scale continuous and discrete numerical models for nonlinear analysis of masonry shear walls ». In : *Construction and Building Materials* 149, p. 296-314.
- PICON, A. (1991). « L'invention de l'ingénieur moderne : l'école des Ponts et Chaussées : 1747-1851 ». Thèse de doctorat dirigée par Roncayolo, Marcel Histoire Paris, EHESS 1991. Thèse de doct., 2 vol. (902 f.) URL : <http://www.theses.fr/1991EHES0033>.
- PIETRUSZCZAK, S. et X. NIU (1992). « A mathematical description of macroscopic behaviour of brick masonry ». In : *International Journal of Solids and Structures* 29.5, p. 531-546. ISSN : 0020-7683. DOI : [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(92\)90052-U](https://doi.org/10.1016/0020-7683(92)90052-U). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/002076839290052U>.
- PIJAUDIER-CABOT, G. et Z. P. BAŽANT (1987). « Nonlocal damage theory ». In : *Journal of engineering mechanics* 113.10, p. 1512-1533.
- PINA-HENRIQUES, J. et P. B. LOURÊNÇO (2006). « Masonry compression : a numerical investigation at the meso-level ». In : *Engineering computations*.
- PIPPARD, A.J.S. et R. J. ASHBY (1939). « An experiental study of the voussoir arch. » In : *Journal of the Institution of Civil Engineers* 10.3, p. 383-404. DOI : [10.1680/ijoti.1939.14554](https://doi.org/10.1680/ijoti.1939.14554). eprint : <https://doi.org/10.1680/ijoti.1939.14554>. URL : <https://doi.org/10.1680/ijoti.1939.14554>.
- PIPPARD, A.J.S. et L. CHITTY (1951). *A Study of the Voussoir Arch*. National building studies. H.M. Stationery Office. URL : <https://books.google.fr/books?id=G2CJGwAACAAJ>.
- PRADE, M. (1988). *Les Ponts, monuments historiques : inventaire, description, histoire des ponts et ponts-aqueducs de France protégés au titre des monuments historiques*. Art & patrimoine. Sélection. Errance.
- PROSKE, D., P. LIEBERWIRTH et P. van GELDER (2006). *Sicherheitsbeurteilung historischer Steinbogenbrücken*. D. Proske. ISBN : 9783000181313. URL : <https://books.google.fr/books?id=CnhGh-3Y3bEC>.
- QUEZADA, J-C et al. (2016). « 3D failure of a scale-down dry stone retaining wall : A DEM modelling ». In : *Engineering Structures* 117, p. 506-517. ISSN : 0141-0296. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2016.03.020>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029616300402>.
- QUINTEROS, R. D, S. OLLER et L. G. NALLIM (2012). « Nonlinear homogenization techniques to solve masonry structures problems ». In : *Composite Structures* 94.2, p. 724-730.

- RABOTNOV, Y. N. (1963). « Paper 68 : On the Equation of State of Creep ». In : *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Conference Proceedings* 178.1, p. 117-122.
- RAFIEE, A. et M. VINCHES (2013). « Mechanical behaviour of a stone masonry bridge assessed using an implicit discrete element method ». In : *Engineering Structures* 48, p. 739-749. ISSN : 0141-0296. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2012.11.035>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029612006013>.
- RAGUENEAU, F. (1999). « Fonctionnement dynamique des structures en béton : influence des comportements hystériques locaux ». Thèse de doctorat dirigée par Mazars, Jacky Mécanique, génie mécanique, génie civil Cachan, Ecole normale supérieure 1999. Thèse de doct. Ecole Normale Supérieure de Cachan, 1 vol. (176 p.)
- RAGUENEAU, F., C. LA BORDERIE et J. MAZARS (2000). « Damage model for concrete-like materials coupling cracking and friction, contribution towards structural damping : first uniaxial applications ». In : *Mechanics of Cohesive-frictional Materials : An International Journal on Experiments, Modelling and Computation of Materials and Structures* 5.8, p. 607-625.
- RAKOTOARISOA, C. (sept. 2014). « Estimation of fatigue life time of interlock polymer matrix composites ». Theses. Université de Technologie de Compiègne.
- RASMUSSEN, C. E. (2003). « Gaussian processes in machine learning ». In : *Summer School on Machine Learning*. Springer, p. 63-71.
- REINHARDT, H.W. et H.A.W. CORNELISSEN (1984). « Post-peak cyclic behaviour of concrete in uniaxial tensile and alternating tensile and compressive loading ». In : *Cement and Concrete Research* 14.2, p. 263-270. ISSN : 0008-8846. DOI : [https://doi.org/10.1016/0008-8846\(84\)90113-3](https://doi.org/10.1016/0008-8846(84)90113-3). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0008884684901133>.
- RICHARD, B et F RAGUENEAU (2013). « Continuum damage mechanics based model for quasi brittle materials subjected to cyclic loadings : Formulation, numerical implementation and applications ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 98, p. 383-406. ISSN : 0013-7944. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2012.11.013>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0013794412004523>.
- ROUSSOULY, N. (2011). « Approche probabiliste pour la justification par analyse des structures spatiales ». Thèse de doct. URL : [https://depozit.isae.fr/theses/2011/2011\\_Roussouly\\_Nicolas.pdf](https://depozit.isae.fr/theses/2011/2011_Roussouly_Nicolas.pdf).
- SAB, K. (2003). « Yield design of thin periodic plates by a homogenization technique and an application to masonry walls ». In : *Comptes Rendus Mécanique* 331.9, p. 641-646. ISSN : 1631-0721. DOI : [https://doi.org/10.1016/S1631-0721\(03\)00144-X](https://doi.org/10.1016/S1631-0721(03)00144-X). URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S163107210300144X>.
- SACCO, E. (2009). « A nonlinear homogenization procedure for periodic masonry ». In : *European Journal of Mechanics-A/Solids* 28.2, p. 209-222.
- SALENÇON, J. (1983). *Calcul à la rupture et analyse limite*.
- SALMANPOUR, A. H., N. MOJSILOVIĆ et J. SCHWARTZ (2015). « Displacement capacity of contemporary unreinforced masonry walls : An experimental study ». In : *Enginee-*

*ring Structures* 89, p. 1-16. ISSN : 0141-0296. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2015.01.052>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029615000735>.

SARHOSIS, V. et J.V. LEMOS (2018). « A detailed micro-modelling approach for the structural analysis of masonry assemblages ». In : *Computers & Structures* 206, p. 66-81. ISSN : 0045-7949. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2018.06.003>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0045794918302852>.

SAVALLE, N, E VINCENS et S HANS (2020). « Experimental and numerical studies on scaled-down dry-joint retaining walls : pseudo-static approach to quantify the resistance of a dry-joint brick retaining wall ». In : *Bulletin of Earthquake Engineering* 18.2, p. 581-606.

SCHMID, E. et W. BOAS (1968). *Plasticity of crystals : with special reference to metals*. Chapman & Hall.

SCHUBERT, P (1997). « Biegezugfestigkeit von Mauerwerk–Untersuchungsergebnisse an kleinen Wandprüfkörpern ». In : *Mauerwerk-Kalender* 22, p. 611-628.

SEIM, Werner (1994). « Isotropic ou anisotropic? Simulation of in-plane-loaded masonry structures close to reality ». In : *Proceedings of the 10th International Brick and Block Masonry Conference : Calgary, Alberta, Canada, 5-7 July, 1994*. T. 1. Masonry Council of Canada, p. 77.

SELLIER, A. et al. (2013). « Orthotropic damage coupled with localized crack reclosure processing. Part I : Constitutive laws ». In : *Engineering Fracture Mechanics* 97, p. 148-167.

SHIEH-BEYGI, B. et S. PIETRUSZCZAK (2008). « Numerical analysis of structural masonry : mesoscale approach ». In : *Computers & Structures* 86.21, p. 1958-1973. ISSN : 0045-7949. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.compstruc.2008.05.007>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S004579490800148X>.

SHINOZUKA, M. et al. (2000). « Statistical Analysis of Fragility Curves ». In : *Journal of Engineering Mechanics* 126.12, p. 1224-1231. DOI : [10.1061/\(ASCE\)0733-9399\(2000\)126:12\(1224\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9399(2000)126:12(1224)). eprint : <https://ascelibrary.org/doi/pdf/10.1061/%28ASCE%290733-9399%282000%29126%3A12%281224%29>. URL : <https://ascelibrary.org/doi/abs/10.1061/%28ASCE%290733-9399%282000%29126%3A12%281224%29>.

SILVA, B., M. DALLA BENETTA et al. (2014). « Experimental assessment of in-plane behaviour of three-leaf stone masonry walls ». In : *Construction and Building Materials* 53, p. 149-161.

SILVA, B., J. GUEDES et al. (2012). « Calibration and application of a continuum damage model on the simulation of stone masonry structures : Gondar church as a case study ». In : *Bulletin of Earthquake Engineering* 10.1, p. 211-234.

SMOLJANOVIĆ, H., N0 ŽIVALJIĆ et Ž. NIKOLIĆ (2013). « A combined finite-discrete element analysis of dry stone masonry structures ». In : *Engineering Structures* 52, p. 89-100. ISSN : 0141-0296. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.engstruct.2013.02.010>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0141029613000655>.

- STABLON, T. (2011). « Méthodologie pour la requalification des ponts en maçonnerie ». Thèse de doctorat dirigée par Sellier, Alain Génie civil Toulouse 3 2011. Thèse de doct., 1 vol. (185 p).
- STEFANOU, I., K. SAB et J-V HECK (oct. 2014). « Three dimensional homogenization of masonry structures with building blocks of finite strength : A closed form strength domain ». In : *International Journal of Solids and Structures* 54. DOI : [10.1016/j.ijsolstr.2014.10.007](https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2014.10.007).
- STEFANOU, I., J. SULEM et I. VARDOULAKIS (mar. 2008). « Three-dimensional Cosserat homogenization of masonry structures : elasticity ». In : *Acta Geotechnica* 3.1, p. 71-83.
- STOCCHI, A. et al. (juin 2019). « Methodology for the reassessment of magnitudes assigned to historical earthquakes ». In : *12th Canadian Conference of Earthquake Engineering*. Quebec, Canada. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02171540>.
- SUDRET, B. (2007). « Uncertainty propagation and sensitivity analysis in mechanical models—Contributions to structural reliability and stochastic spectral methods ». In : *Habilitation à diriger des recherches, Université Blaise Pascal, Clermont-Ferrand, France*, p. 18.
- TAFOREL, P. (2012). « Apport de la méthode des éléments discrets à la modélisation des maçonneries en contexte sismique : vers une nouvelle approche numérique de la vulnérabilité sismique. » Thèse de doctorat dirigée par Pagano, Stéphane et Dubois, Frédéric Mécanique et Génie civil Montpellier 2 2012. Thèse de doct.
- TAJIMI, Hirokazu (1960). « A Statistical Method of Determining the Maximum Response of a Building Structure During an Earthquake ». In :
- TATAIE, Laila (2011). « Méthodes simplifiées basées sur une approche quasi-statique pour l'évaluation de la vulnérabilité des ouvrages soumis à des excitations sismiques ». 2011ISAL0123. Thèse de doct. URL : <http://www.theses.fr/2011ISAL0123/document>.
- TAYLOR, G.I. (1938). *Plastic Strain in metals*.
- TISSERAND, P-J et M. RAGUENEAU (2019). « A mechanical and economical based framework to help decision-makers for natural hazards and malicious events impact on infrastructure prevention ». In : *arXiv preprint arXiv :1912.06410*.
- (jan. 2020). « La criticité du réseau ferré face aux risques naturels. : application aux ponts en maçonnerie ». In : *Revue Générale des Chemins de Fer (RGCF)*. URL : <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02517104>.
- TOMAŽEVIČ, M (1978). « Improvement of computer program POR ». In : *Report ZRMK-IK, Ljubljana (in Slovene)*.
- TÓTH, A. R., Z. ORBÁN et K. BAGI (2009). « Discrete element analysis of a stone masonry arch ». In : *Mechanics Research Communications* 36.4, p. 469-480. ISSN : 0093-6413. DOI : <https://doi.org/10.1016/j.mechrescom.2009.01.001>. URL : <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S009364130900010X>.
- TOUCHETTE, Hugo (2005). « Legendre-Fenchel transforms in a nutshell ». In : URL <http://www.maths.qmul.ac.uk/~ht/archive/lft2.pdf>.
- TRAUTWINE, J. C. (1871). *The civil engineer's pocket-book*. New York Wiley publisher.

- TRESCA, H-E (1864). *Sur l'écoulement des corps solides soumis a de fortes pressions*. Imprimerie de Gauthier-Villars, successeur de Mallet-Bachelier, rue de Seine ....
- UIC (2005). « Fiche UIC 778-3 : Recommandations pour l'évaluation de la capacité portante des ponts-voûtes existants en maçonnerie et béton ». In :
- UNIFORM BUILDING CODE (1997). « Uniform building code ». In : *International Conference of Building Officials, Whittier, CA*.
- VASSAUX, M. (mar. 2015). « Mechanical behavior of quasi-brittle materials under cyclic loadings : from virtual testing to structural simulations ». Theses. École normale supérieure de Cachan - ENS Cachan.
- VERGE-FRANCESCHI, M. (2003). *Colbert : La politique du bon sens*. Biographie Payot. Payot.  
URL : <https://books.google.fr/books?id=acpnAAAAMAAJ>.
- VERMELTFOORT, A.T. (2004). « Shear, bond and 2D compressive properties of thin bed mortar masonry ». In : *Thirteenth International Brick & Block Masonry Conference*, p. 73-82.
- VERMELTFOORT, A.T., T. RAIJMAKERS et H.J.M. JANSSEN (1993). « Shear tests on masonry walls ». English. In : *6th North American Masonry Conference, 6-9 June 1993, Philadelphia, Pennsylvania, USA*. Sous la dir. d'Ahmad A. HAMID et Harry G. HARRIS. Technomic Publ. Co., p. 1183-1193.
- WAEKEL, F. (1995). « Méthode pour le calcul par superposition modale de la réponse sismique d'une structure multi-supportée - Note HP62/95.017B (09/95) ». In :
- WOLPERT, D. H. et W. G. MACREADY (1997). « No free lunch theorems for optimization ». In : *IEEE transactions on evolutionary computation* 1.1, p. 67-82.
- YI, W-H, S-H OH et J-H LEE (2004). « Shear capacity assessment of unreinforced masonry wall ». In : *13th World Conference on Earthquake Engineering*, p. 1-12.
- ZENTNER, I. et al. (juin 2014). « Generation of spectrum compatible ground motion and its use in regulatory and performance-based seismic analysis ». In :
- ZHENG, Q-S et J BETTEN (1996). « On damage effective stress and equivalence hypothesis ». In : *International Journal of Damage Mechanics* 5.3, p. 219-240.
- ZILLONIZ, S. (2015). « Les temps de déplacement entre domicile et travail. Des disparités selon l'organisation des horaires de travail ». In :
- ZUCCHINI, A. et P. B. LOURÊNÇO (mai 2004). « A coupled homgenisation-damage model for masonry cracking ». In : 2.

## Notes

<sup>1</sup>Voyageur-kilomètre : une unité utilisée en économie des transports. C'est le produit du nombre de voyageur et de leur distance parcourue en kilomètre

<sup>2</sup>Tonne-kilomètre : idem que pour voyageur-kilomètre. C'est le produit du nombre de tonnes de marchandises et de leur distance parcourue en kilomètre

<sup>3</sup>Produit intérieur brut : Il s'agit de la somme des valeurs ajoutées sur une année. De plus, on a pris ici le Produit intérieur brut per capita en parité de pouvoir d'achat. Cette mesure est plus stable aux effets d'inflation.

<sup>4</sup>Carte isochrone : carte de France déformée en fonction du temps de trajet depuis Paris

<sup>5</sup>Territoire métropolitain : il s'agit de la partie française sur le territoire européen, c'est-à-dire sans les territoires ultra-marins.

<sup>6</sup>Les affouillements sont le résultat du creusement par l'eau du sol au niveau, puis sous, les appuis des ouvrages. Un projet ANR a par ailleurs travaillé sur ce sujet [CHEVALIER et al., 2018]

<sup>7</sup>Flache : affaissement localisé du terrain dû à la présence d'un vide souterrain.

<sup>8</sup>Anthropique : dû à l'Homme.

<sup>9</sup>Criticité : quantité définie comme le produit de la probabilité d'occurrence d'un aléa, de la probabilité de défaillance de l'objet considéré, de l'impact de la défaillance et de la probabilité de non-protection

<sup>10</sup>Fragilité : La fragilité se définit comme la probabilité de défaillance ( $v$ , l'indicateur de défaillance calculé, est supérieur ou égal au critère de défaillance  $\gamma$ ) sachant un événement d'intensité  $I$  (Eq. 5.38)

<sup>11</sup>Bandeau : bande de jonction entre le mur tympan et la voute

<sup>12</sup>Dans un cadre appelé standard ([HALPHEN et SON NGUYEN, 1975], [CIMETIÈRE et al., 2003] et [DESMORAT, 2006]), en posant l'évolution  $\dot{D}$  comme fonction linéaire positive de  $Y^n$  avec  $n$  un entier positif impair, on trouve que la dissipation intrinsèque du processus d'endommagement est nécessairement positive (la dissipation devient une somme de termes quadratiques en  $Y^{n+1}$ , avec  $n+1$  un entier positif pair). En dehors de ce cadre utilisé dans [LEMAITRE et al., 2009], [DESMORAT, 2006] explique qu'il est obligatoire de vérifier la dissipation intrinsèque, et nomme donc les lois d'évolutions de l'endommagement sortant de ce cadre les lois non-standards.

<sup>13</sup>De là, il est possible de faire un lien avec les modèles microplans [BROCCA et P. BAŽANT, 2000] qui considèrent un glissement sur un ensemble de plans.

<sup>14</sup>Une approche plus complète demanderait à encastrier les surfaces en contact avec le sol, mais cette approche conférerait une importance structurelle au remplissage, dont la modélisation est élastoplastique et les paramètres difficilement identifiables, lors des calculs sismiques, et nécessiterait pour mieux représenter la rupture de l'ouvrage de modéliser une partie du sol entourant l'ouvrage.

<sup>15</sup>Rappelons pour ordre de grandeur que le plus important séisme enregistré en Europe a permis d'enregistrer une accélération de  $6 \text{ m/s}^2$ , à Athènes en Grèce, le 7 septembre 1999







**Titre:** Modélisation et calcul de ponts en maçonnerie assisée soumis aux aléas naturels

**Mots clés:** Maçonnerie, pont, loi de comportement, sismique, fragilité, aléas naturels

**Résumé:** Le réseau ferré français est constitué de composants d'infrastructures, dont les ponts en maçonnerie assisée, qui sont parmi les plus anciens et les plus nombreux. Ces derniers sont vieillissants et subissent une évolution constante du trafic et des charges ferroviaires. De plus, les aléas naturels, comme les aléas sismiques, s'avèrent être des facteurs importants de risque pour les circulations ferroviaires et les usagers. Dans le but de construire des politiques de gestion des risques efficaces et cohérentes, il est nécessaire de comprendre et de modéliser le comportement et la dégradation des ponts en maçonnerie assisée sous sollicitations d'aléas naturels. La modélisation de ponts en maçonnerie assisée demande d'abord la formulation d'une loi de comportement représentant la maçonnerie assisée sous sollicitations cycliques complexes.

Elle se base une élasticité orthotrope et un endommagement décomposé en trois plans orthogonaux, couplés à un frottement interne. Ensuite une méthodologie et des outils de modélisation des ponts en maçonnerie sont proposés. Après, des stratégies de calcul sous sollicitations d'aléas naturels sont présentées. Un premier développement montre l'application de calculs sur base modale pour déterminer le comportement et la dégradation de ponts en maçonnerie sous chargements sismiques. Pour cela, un modèle d'oscillateur simple représentant le comportement d'un pont en maçonnerie sous sollicitation modale est formulé. Un second développement montre comment d'autres sollicitations d'aléas naturels peuvent être considérées. Enfin, le calcul des fragilités est expliqué, illustrant ainsi les potentielles utilisations, pour l'ingénierie, de ces travaux.

**Title:** Modeling and computation of running bond masonry bridges under natural hazards loadings

**Keywords:** Masonry, bridge, material model, seismic, fragility, natural hazards

**Abstract:** The railway network is composed of infrastructure components, in which masonry bridges are among the oldest and most numerous. These are aged and suffer from steadily increasing traffic and loadings. In addition, natural hazards, such as seismic hazards, represent important risk factors for rail transport and users. In order to build effective and coherent risk management policies, it is necessary to understand the behavior and degradation of running bond masonry bridges under natural hazards loadings. The modeling of masonry bridges first requires a material model to represent running bond masonry under complex cyclic loadings. It is based on orthotropic elastic relationships and a damage model decomposed on three

orthogonal planes, coupled with internal sliding. Then a methodology and tools for modeling masonry bridges are presented. After, computation strategies for masonry bridges under different natural hazards loadings, overall under seismic ones, are determined. A first development shows the application of modal-based computation to determine the behavior and degradation of running bond masonry bridges under seismic loadings. A simple oscillator model is formulated in order to represent the behavior of a masonry bridge under modal loadings. A second development shows how other natural hazards loadings can be considered. Finally, the computation of fragility is explained, which illustrates potential engineering use.

