



HAL
open science

Mesures indirectes de rotation effectuées à partir de l'antenne sismique du LSBB. Quantification et représentation graphique de l'incertitude

Roxanne Rusch

► **To cite this version:**

Roxanne Rusch. Mesures indirectes de rotation effectuées à partir de l'antenne sismique du LSBB. Quantification et représentation graphique de l'incertitude. Sciences de la Terre. Université Côte d'Azur, 2020. Français. NNT : 2020COAZ4054 . tel-03177660

HAL Id: tel-03177660

<https://theses.hal.science/tel-03177660v1>

Submitted on 23 Mar 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



$$\rho \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \nabla v \right) = -\nabla p + \nabla \cdot T + f$$

$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

THÈSE DE DOCTORAT

Mesures indirectes de rotation
effectuées à partir de l'antenne sismique
du LSBB : quantification et
représentation graphique de l'incertitude

Roxanne RUSCH

Laboratoire Géoazur – UMR 7329

**Présentée en vue de l'obtention
du grade de docteur en** Sciences de la
Planète et de l'Univers
de l'Université Côte d'Azur
Dirigée par : Stéphane Gaffet
Co-encadrée par : Olivier Sèbe
Soutenue le : 5 octobre 2020

Devant le jury, composé de :
Guilhem Barruol, DR CNRS, IPGP
Eric Beucler, Professeur, Univ. Nantes
Françoise Courboux, DR CNRS, Géoazur
Stéphane Gaffet, DR CNRS, Géoazur
Emeline Maufray, Physicienne adj., UGA
François Schindelé, Expert international, CEA
Olivier Sèbe, Ingénieur chercheur, CEA

Mesures indirectes de rotation effectuées à partir de l'antenne sismique du LSBB : quantification et représentation graphique de l'incertitude

Jury :

Rapporteurs

Guilhem Barruol, Directeur de Recherche CNRS, Institut de Physique du Globe de Paris
Eric Beucler, Professeur, Université de Nantes

Examineurs

Françoise Courboux, Directrice de Recherche CNRS, Université Côte d'Azur
François Schindelé, Expert International, Commissariat à l'Énergie Atomique
Emeline Maufroy, Physicienne adjointe, Institut des Sciences de la Terre de Grenoble

Invités

Stéphane Gaffet, Directeur de Recherche CNRS, Université Côte d'Azur
Olivier Sèbe, Ingénieur chercheur, Commissariat à l'Énergie Atomique

Résumé

Mesures indirectes de rotation effectuées à partir de l'antenne sismique du LSBB : quantification et représentation graphique de l'incertitude.

L'analyse des composantes de rotation du champ d'ondes est utile pour une multitude d'applications allant de la décomposition du champ d'ondes à l'estimation de la structure géologique en passant par l'inversion de source. Ces composantes de rotation peuvent être obtenues indirectement à partir d'un réseau de station mesurant les trois composantes de translation tel que celui installé au LSBB (Laboratoire Souterrain à Bas Bruit) depuis 2006. Afin de pouvoir interpréter les résultats obtenus, il est nécessaire de connaître l'incertitude attribuée à cette mesure de rotation. Toutefois cette incertitude a très peu été développée dans la littérature. L'objectif de cette thèse était de développer deux méthodes. La première méthode a été développée afin de quantifier l'incertitude déterministe associée aux mesures indirectes de rotation en fonction des longueurs d'onde. La deuxième méthode quant à elle a été développée afin de représenter graphiquement cette incertitude déterministe sur les signaux de rotation. Ces deux méthodes ont été appliquées au cas du séisme d'Amatrice (Italie) de magnitude Mw 6,2 ayant eu lieu le 24 août 2016 à 01h36. Celui-ci a été enregistré par le réseau sismique trois composantes (3C) de translation du LSBB. La mesure indirecte de rotation verticale ainsi que l'incertitude associée ont respectivement été confrontées à une mesure directe de rotation et une incertitude statistique. Les résultats de cette thèse montrent que pour atteindre une incertitude inférieure à 10%, il est nécessaire de soigner la mise en place du réseau (alignement, positionnement, calibration des capteurs), au-delà des normes admises pour la plupart des réseaux sismiques. Ce travail offre des perspectives pour améliorer les caractérisations rapides des séismes à partir de données 3C de rotation des réseaux sismiques.

Mots-clés : champ d'ondes sismiques, rotation, mesure indirecte, LSBB, incertitude, quantification, représentation graphique.

Abstract

Array-derived rotations carried out using the LSBB seismic array: quantification and graphical representation of the uncertainty

Analyzing the rotational motions of the seismic wave field is useful for a multitude of applications ranging from wave field decomposition to geological structure estimation or source inversion. Rotational motions can be indirectly estimated (array-derived rotations) from a three translational components seismic array such as the ones deployed by the Low Noise Inter-Disciplinary Underground Science & Technology laboratory (LSBB) since 2006. In order to be able to interpret the results obtained, it is necessary to know the uncertainty attributed to the rotational measurements. However, uncertainty associated to array-derived rotation has only slightly been approached in the literature. The goal of this thesis was to develop two methods. The first method was used to quantify the deterministic uncertainty associated with array-derived rotations as a function of wavelengths. The second method was used to graphically represent this quantified uncertainty on rotation measurements. Both methods were applied to the Mw 6.2 Amatrice (Italy) earthquake that occurred on the 24th of August 2016 at 01.36 am. This one was recorded by the three translational components (3C) array of the LSBB. The vertical component of array-derived rotation and its associated uncertainty were respectively validated against a direct rotation measurement and a statistical uncertainty. The results of this thesis infer that in order to have an uncertainty lower than 10%, then care must be taken, in setting up the seismic array (sensors' alignment, positioning, calibration), beyond the standards accepted for most seismic array. Extending on this thesis could offers developments in earthquakes characterization from 3C of array-derived rotation.

Keywords: seismic wave field, rotation, array-derived measurements, LSBB, uncertainty, quantification, graphical representation.

Table des matières

1. Mesures des composantes rotationnelles du champ d'ondes sismique : état de l'art	21
1.1. Mesure de rotation	21
1.1.1. Avant-propos	21
1.1.2. Historique	21
1.2. Fondamentaux	24
1.3. Applications des mesures de rotation	27
1.3.1. Apport de la mesure de rotation	27
1.3.2. Inversion de source	27
1.3.3. Décomposition/Analyse du champ d'ondes sismiques	29
1.3.3.1. Séparation des ondes de volume	29
1.3.3.2. Suppression du ground-roll	29
1.3.3.3. Correction du tilt	30
1.3.3.4. Vitesse de phase/Azimut	30
1.3.4. Estimation de la structure géologique	32
1.4. Méthodes de mesures	33
1.4.1. Mesures directes	33
1.4.1.1. Capteurs à principe mécanique	33
1.4.1.2. Capteurs à fluide conducteur	34
1.4.1.3. Capteurs à fibre optique	36
1.4.1.3.1. Gyromètre à fibre optique – FOG	36
1.4.1.3.2. Gyroscope laser – RLG	36
1.4.2. Mesures indirectes	39
2. Quantification de l'incertitude associée à la mesure de rotation	41
Ce chapitre a été rédigé en anglais dans le but d'une future publication	41
2.1. Introduction	41
2.2. Theoretical method - Array-derived rotational measurements	43
2.2.1. Definition of the rotation	43
2.2.2. Fundamental modes of body wave propagation	44
2.2.2.1. Case #1 : Incident SH-wave reflected at the free surface	45
2.2.2.2. Case#2: Incident SV-wave reflected at the free surface	46
2.2.2.3. Case#3: Incident P-wave reflected at the free surface	48

2.2.3.	Validation of modeling	50
2.3.	Spudich method	51
2.4.	Estimation of difference between theoretical and seismogeodetic methods	53
2.4.1.	Error computation	53
2.4.2.	Wavelength range vs spatial extension	56
2.4.2.1.	Effect on short periods	56
2.4.2.2.	Incoherent noise	59
2.4.3.	Required precision for error analysis	60
2.4.3.1.	Azimuth variation.....	60
2.4.3.2.	Incident angle variation	60
2.5.	Parametric study	64
2.5.1.	Variations in sensors' misalignment.....	64
2.5.2.	Variations in sensors' coordinates.....	67
2.5.3.	Variations in the instrumental response	69
2.6.	Total error	72
2.7.	Conclusions	72
3.	Représentation graphique de l'incertitude associée à la mesure de rotation : un cas d'application	75
3.1.	LSBB.....	75
3.1.1.	Généralités.....	75
3.1.2.	Antenne sismique	76
3.1.2.1.	Description.....	76
3.1.2.2.	Mise en place des capteurs et erreur associée	78
3.2.	Extension du calcul de l'incertitude du chapitre 2 à un réseau en profondeur	78
3.2.1.	Champ d'ondes de rotation pour des ondes SH dans un demi-espace	78
3.2.2.	Cas des ondes de Love.....	81
3.3.	Amatrice.....	83
3.3.1.	Calcul de R_z pour le séisme d'Amatrice à partir de l'antenne du LSBB.....	84
3.3.1.1.	Métadonnées.....	84
3.3.1.2.	Traitement des données.....	84
3.3.1.3.	Analyse des signaux de translation.....	88
3.3.1.4.	Calcul et analyse de la composante verticale de rotation.....	95
3.3.2.	Raccordement entre l'accélération transverse (AccT) et R_z	98

3.3.3.	Estimations et comparaison des incertitudes	105
3.3.3.1.	Estimation statistique de l'incertitude	105
3.3.3.2.	Estimation théorique de l'incertitude de mesure	106
3.3.4.	Représentation de l'incertitude	112
3.3.5.	Comparaison de la mesure indirecte avec la mesure directe de rotation ...	118
3.4.	Conclusion	121
4.	Conclusions et perspectives	123
4.1.	Conclusions	123
4.2.	Perspectives	125
4.2.1.	Extension de l'application à des cas réels du calcul de rotation pour les composantes horizontales	125
4.2.2.	Mise en place d'un catalogue de rotation	128
4.2.3.	Loi de magnitude basée sur la composante verticale de rotation	129
4.2.4.	Discrimination des sources à partir des composantes de rotation	129
4.2.5.	Perturbations non abordées à la mesure indirecte de rotation	129
5.	Bibliographie	131

Table des figures et des tableaux

Figure 1.1. a) Schéma extrait d’Oldroyd et al. (2007) du sismomètre de Forbes, b) photo du sismographe électrique à papier fumé coulissant de Cecchi extraite de Teisseyre et al. (2006) et c) photo du sismomètre de Galitzin extrait de Van Camp et al. (2004).	22
Figure 1.2. Variation des mouvements de rotation entre 10^{-2} rad/s et 10^{-9} rad/s. a) Comparaison entre la composante verticale de rotation observée en noir et celle théorique en rouge extrait d’Igel et al. (2005). Au niveau de l’arrivée des ondes S, la rotation enregistrée pic-à-pic est aussi faible que 10^{-9} rad/s. b) Sismogrammes des trois composantes de rotation mesurées lors du NPE (Non-Prolifération Experiment), extrait de Nigbor (1994). Les valeurs maximales de rotation sont de $2,2^\circ/s$, $1,3^\circ/s$ et $1,4^\circ/s$ pour les composantes x, y et z. Ces valeurs maximales correspondent à $0,038$ rad/s, $0,023$ rad/s et $0,024$ rad/s, et sont donc de l’ordre de 10^{-2} rad/s.....	23
Figure 1.3. Correspond à la Figure 1 de Li et Baan (2017). a) Mouvement de translation, b) mouvement rigide de rotation, c) déformation. L’entité de référence est en pointillé, l’entité après application des différents mouvements est en trait plein.....	24
Figure 1.4. La différence d’angle, ω entre les deux segments δx et $\delta \xi$ correspond à la rotation causée par le déplacement des points x et $x + \delta x$ en ξ et $\xi + \delta \xi$ respectivement (modifié d’après Schmelzbach et al. (2018)).....	25
Figure 1.5. Extraite et modifiée de Donner et al. (2016). Chaque sous-figure illustre les résultats synthétiques pour les différents paramètres inversés qui sont indiqués en haut de chaque sous-figure. Seuls les paramètres en relation avec la profondeur sont illustrés. La barre verticale rouge correspond à la vraie valeur du modèle cible. La ligne bleue en pointillé est la fonction de densité (probability density function – pdf) connue avant inversion des paramètres (prior pdf). Les lignes roses et vertes sont les fonctions de densité après inversion des paramètres (posterior pdf) pour différentes configurations. En rose, 48 stations 3C ont été utilisées. En vert, 24 stations 6C (3C de translation et 3C de rotation) ont été utilisées. L’ajout des 3C de rotation précise les résultats de l’inversion et la profondeur du modèle cible est retrouvée.	28
Figure 1.6. Extraite de Sollberger et al. (2018). Application de la méthode développée par Sollberger et al. (2018) identifiant et supprimant le ground-roll des données synthétiques à partir d’une seule station 6C. a) Composante verticale de translation sur laquelle 10 % de bruit a été ajoutée. b) Données après suppression du ground-roll. c) Ground-roll supprimé. d) Trace illustrant le ground-roll (en rouge) qui a été séparé du signal.	30
Figure 1.7. Extraite et modifiée de Schmelzbach et al. (2018). a) Accélération transverse en noir et composante verticale de la vitesse de rotation en rouge enregistrées à Wettzell, Allemagne pour le séisme du 24 Avril 2015 au Népal de magnitude de moment $M_w 7,9$ extrait de la base de données de Salvermoser et al. (2017). b) Vitesses de phase – c calculées à partir de ratios d’amplitudes de l’accélération transverse et de la composante verticale de la vitesse de rotation dont le coefficient de corrélation est $> 0,75$. c) Coefficients de cross-corrélation calculés sur une fenêtre glissante de temps entre accélération transverse et	

composante verticale de la vitesse de rotation avec le seuil de 0,75 en ligne pointillée rouge.
d) Coefficients de corrélation entre -1 en vert et +1 en rouge pour des signaux dont les azimuts ont été choisis entre 0° et 360° avec la corrélation maximale de chaque fenêtre glissante indiquée par un point noir. La ligne en pointillé correspond au back azimut estimé. .

.....	31
Figure 1.8. a) Profil de vitesse de la croûte lunaire extrait de Sollberger et al. (2016). b) Courbe de dispersion des ondes de Love avec une barre d'erreur extraite et modifiée de Wassermann et al. (2016). c) Comparaison du modèle de base à gauche avec les résultats de l'inversion avec (à droite) ou sans (au milieu) l'utilisation de la vitesse des ondes-S extrait de Bernauer et al. (2009).	32
Figure 1.9. a) schéma de distribution des forces. b) et c) sont le schéma explicatif et la photo du capteur MEMS Horizon HZ1-200-100.....	34
Figure 1.10. a) Schéma explicatif des électrodes de R-1 extrait de Huang et al. (2013). b) et c) sont un schéma fonctionnel et une photo du capteur Eentec R-1 extrait de Jaroszewicz et al. (2016).	35
Figure 1.11. a) et b) sont le schéma explicatif ainsi que la photo d'un capteur ATA-smhd.	35
Figure 1.12. a) Schéma explicatif de l'Équation 1.11, b) photo du BlueSeis-3A (www.blueseis.com). c) schéma explicatif de l'Équation 1.12. d) et e) schéma et la photo du G-ring laser de Wettzell extrait de Lee et al. (2009b). a), b), c) et e) sont extraits de Jaroszewicz et al. (2016).....	37
Figure 1.13. Comparaison du bruit propre en rad/s/vHz ou précision des différents types de capteur en fonction de la fréquence en Hz. Le MEMS Horizon HZ1-200-100 ainsi que le G-ring sont en dehors de la figure.	38
Figure 1.14. Réseaux 2D montrant des géométries différentes. A gauche et à droite sont les réseaux 2D utilisés par Oliviera et Bolt (1989) et Laoumi et Labbe (2002) respectivement..	39
Figure 2.1 Describes the fundamental modes of wave propagation. 1), 2) and 3) represent respectively an up-going incident SH-wave, SV-wave and P-wave being reflected at the free surface boundary. The incident waves can be described as mono frequency planar sinusoids as in Equation 2.5.	44
Figure 2.2 Comparison between reflection coefficients from Aki and Richards (2002) and the ones from the codes used in this study. It ascertains the validity of the codes used to generate the synthetic cases that are used to calculate the theoretical 3C of translation. a) (left) and b) (right) are the reflection coefficients as a function of slowness ($p=1/v$) in the cases of an incident SV-wave and an incident P-wave respectively.....	51
Figure 2.3 Representation of d_i and R_i between the i th station (r_i) and the reference station (r_{ref}).	52
Figure 2.4 Summarizes the steps of the methodology used to estimate the error associated with array-derived rotation as a function of wavelength.	54

Figure 2.5 Presentation of the cross-shaped array composed of 5 stations used in this Chapter 2, with array aperture as A_p and the station of reference as r_{ref} .	54
Figure 2.6 Comparison in amplitude and phase of SH-waves generated using the theoretical method at the reference station (blackline) or at another station (blue line) and using the seismogeodetic method (red dash line).	55
Figure 2.7 Decomposition of the error model associated with array-derived rotation.	56
Figure 2.8 Error models generated from array of varying apertures a) and with added noise to the input waves in c). In b) and d) the error models have been normalized by their respective array apertures in order for the wavelength range to be independent from the array aperture. λ_{min} is bound by the array aperture while λ_{max} is limited by the incoherent noise. Array-derived rotation with an uncertainty of 10% will be reliable over the 2-200 km wavelength range with a normalization factor of $1/A_p$.	58
Figure 2.9 Estimation of the rotation error as a function of incoherent noise variations. Smaller SNR further limits the long-wavelength.	59
Figure 2.10 Error models generated with varying azimuth values for the SH-, SV- and P- wave synthetic cases in a), b) and c) respectively. d), e) and f) are a), b) and c) but normalized by the apparent apertures. When normalized by the apparent aperture of the array, the error models become independent of the azimuth of the input wave. For error model at σ_5 , array-derived rotations will be reliably estimated with an error of 10% over the normalized wavelength range of 2 to roughly 100 km.	62
.....	63
Figure 2.11 Error models generated with varying azimuth values for the SH, SV and P synthetic cases in a), b) and c) respectively. d), e) and f) are a), b) and c) but normalized by the sinus of the incident angle, corresponding to the apparent wavelength. When normalized by the sinus of the incident angle, the error models become independent of the input wave incident angle. For error model at σ_5 , array-derived rotations will be reliably estimated with an error of 10% over the apparent wavelength range of 2 km to approximately 200 km in all case except SV cases with incident angle of values that are lower than 10° .	63
Figure 2.12 Schematic explication of the Monte Carlo approach that is used to determine the variation in sensors alignment.	64
Figure 2.13 Pictures of a) field compass (SUUNTO-MC2) for “standard accuracy” and b) a gyrocompass (Quadrans ixBlue) for “high accuracy”.	65
Figure 2.14 Array-derived rotation uncertainty as a function of varying sensors’ misalignment.	66
Figure 2.15 Array-derived rotation uncertainties as a function of normalized wavelengths caused by variations in sensors’ alignment.	67
Figure 2.16 Array-derived rotation uncertainties as a function of normalized wavelengths caused by variations in the sensors’ coordinates.	68
Figure 2.17 Array-derived rotation uncertainties as a function of normalized wavelengths caused by variations in the amplitude of the instrumental response.	69

Figure 2.18 Array-derived rotation uncertainties as a function of normalized wavelengths caused by variations in the phase of the instrumental response.	70
Figure 2.19: In a) is the total rotation error (bold dash black line) that was generated from the addition of the colored error models accurate at σ_5 . Those error models illustrate the effects of sources' uncertainty on array-derived rotation when the "high accuracy" values are used. The sources of uncertainty are $\pm 0.5^\circ$ in stations' misalignment (grey line), ± 0.01 m in stations' coordinates (red line), incoherent Gaussian noise with SNR of 100 (dark blue line), $\pm 0.5\%$ and $\pm 0.5^\circ$ of the amplitude (green line) and phase (light blue line) of the instrumental response respectively. In b) the same total rotation error (red line) as in a) as well as the corresponding total rotation errors accurate at $-\sigma_1$ (light blue line), $+\sigma_1$ (dark blue line) and for the mean (black line).	74
Figure 3.1. Présentation du LSBB. a) Positionnement du LSBB sur le plateau d'Albion dans le sud-est de la France. b) Photo du massif de la Grande Montagne dans lequel les galeries du LSBB (en bleues) ont été creusées. c) Photo d'une galerie souterraine de LSBB. d) Coupe N-S du massif calcaire avec les vitesses des ondes P (Maufroy et al. 2014).....	76
Figure 3.2. Réseaux sismiques présents au LSBB. a) Antenne sismique 3D permanente du LSBB composée de 11 stations avec un réseau 2D de 5 stations dans les galeries (lignes rouges) et 7 stations en surface. b) Réseaux sismiques permanent (stations en rouge) et temporaire (stations en vert) situés dans les galeries. Les capteurs sont de trois types : CMG3ESP, STS2.5 et STS2. Des prototypes de capteurs rotationnels IxBlue (en jaune) ont été présents sporadiquement sur site à partir de 2016.....	77
Figure 3.3. Amplitude de la composante verticale de rotation $\omega zSHt, x, y, z$ en fonction des longueurs d'onde. $\omega zSHt, x, y, z$ est calculée théoriquement à partir d'un réseau de 5 stations en croix situé à différentes profondeurs pour une onde SH avec un angle d'incidence de 30° et un azimut de 45° . Chaque courbe correspond à différentes profondeurs de réseau choisies entre 0 m (ligne noire) et 500 m de profondeur (courbe bleue). La courbe en bleu clair pointillé représente l'asymptote commune indépendamment de la profondeur associée à la décroissance en $1/\lambda$. Pour $z=500$ m, les longueurs d'onde générées pour les trois premiers nœuds sont affichées sur l'abscisse.....	81
Figure 3.4. Représentation cartographique du séisme d'Amatrice et résumé de ces métadonnées GCMT. Ce séisme en faille normale de magnitude 6.2 a eu lieu le 24 août 2016 à 1h36 UTC. RUSF est l'identifiant attribué au LSBB (triangle rouge) dans GCMT. Le back-azimut est représenté sur la carte par une courbe rouge tandis que le mécanisme au foyer est décrit par sa projection stéréographique.....	84
Figure 3.5. Logigramme décrivant les étapes de traitement effectuées avant l'analyse des signaux.	85
Figure 3.6. Schéma explicatif du système d'enregistrement mis en place au LSBB. Le capteur et numériseur convertissent les translations du sol de m/s en Count.....	86
Figure 3.7. Conversion d'un signal de translation MiniSeed en Count c) à un signal de translation en m/s d) par l'application d'une correction globale représentée en amplitude a)	

et en phase b) par les courbes noires. La correction globale prend en compte la réponse instrumentale du capteur (courbes bleues) et le filtre [0,01 - 8 Hz] (traits rouges pointillés) appliqué au signal brut en c). Les parties réelle et imaginaire du signal converti sont représentées en d). La partie imaginaire est négligeable devant la partie réelle au vu des 31 ordres de grandeur de différence.	87
Figure 3.8. Représentation de la composante transverse des mouvements de translations générés par le séisme d'Amatrice filtrées sur une large bande de fréquence entre 0,01 Hz et 8 Hz. En a) est affiché le spectre en temps-fréquence tandis que b) est la densité spectrale de puissance. c) affiche le signal en temps de la composante radiale de translation enregistré à chacune des 13 stations du réseau du LSBB représenté en d).	90
Figure 3.9. Représentation de la composante radiale des mouvements de translations générés par le séisme d'Amatrice filtrées sur une large bande de fréquence entre 0,01 Hz et 8 Hz. En a) est affiché le spectre en temps-fréquence tandis que b) est la densité spectrale de puissance. c) affiche le signal en temps de la composante radiale de translation enregistré à chacune des 13 stations du réseau du LSBB représenté en d).	91
Figure 3.10. Représentation de la composante verticale des mouvements de translations générés par le séisme d'Amatrice filtrées sur une large bande de fréquence entre 0,01 Hz et 8 Hz. En a) est affiché le spectre en temps-fréquence tandis que b) est la densité spectrale de puissance. c) affiche le signal en temps de la composante verticale de translation enregistré à chacune des 13 stations du réseau du LSBB représenté en d).	92
Figure 3.11. Comparaison des SNR globaux moyen (en noir) et minimum (en rouge) dans le cas de : a) la composante transverse, b) la composante radiale de translation et c) la composante verticale. La fenêtre d'intérêt se situe entre 0,01 Hz et 0,33 Hz. De 0,08 Hz à 0,2 Hz, les deux types de SNR sont identiques sur a), b) et c) indiquant des SNR égaux à chaque station. Le SNR minimum reste supérieur à 10^4 en puissance (ou 10^2 en amplitude). ..	94
Figure 3.12. Amplitude du signal en rad/s généré par la composante verticale de rotation (Rz) calculée indirectement à partir des signaux de translations filtrés entre 0,01 Hz et 0,33 Hz. Le réseau utilisé est le réseau 2D en profondeur du LSBB représentée en d). A contrario de la Figure 3.8, les stations en d) sont de même couleur puisque toutes les stations sont utilisées pour calculer l'unique signal de rotation affiché en c). En a) le spectre de puissance de Rz en temps-fréquence et en b) la densité spectrale de puissance du signal de rotation et du bruit pris sur les fenêtres de signal et de bruit définies en c). En a) et b), deux pics d'énergies ressortent à 0,1 Hz et 0,2 Hz.	97
Figure 3.13. SNR calculé pour la composante verticale de rotation.	98
Figure 3.14. Comparaison entre la composante verticale de rotation (ADR-Z) et l'accélération transverse (AccT). Dans les deux cas, les a), b), c) et d) sont respectivement le spectre en temps-fréquence, la densité spectrale de puissance, le signal en temps et les 13 stations du réseau du LSBB utilisées. Les deux maximums sont visibles dans les deux cas. L'amplitude du signal est globalement plus grande pour ADR-Z qu'AccT.	101

Figure 3.15. Raccordement entre ADR-Z et AccT avec signaux filtrés entre [0,01-0,33] Hz. En a) est représenté le coefficient de corrélation entre accélération transverse et composante verticale de rotation. Celui-ci est normalisé entre 0 et 1. Le seuil de corrélation fixé à 0,75 est représenté par un trait pointillé rouge. Suivant l'Équation 3.30, les vitesses de phase sont estimées en b) avec en rouge celles dont le coefficient de corrélation associé est supérieur au seuil de 0,75. En c) sont les signaux d'accélération transverse en rouge et de la composante verticale de rotation en bleu. En d) sont représentés les azimuts associés. L'azimut théorique du séisme d'Amatrice est représenté par un trait rouge pointillé tandis que l'azimut de 120° attribué au bruit de fond microsismique est marqué par le trait magenta pointillé. Le spectre de puissance en temps fréquence du signal ainsi que la densité spectrale de puissance sont rappelés en e) et f)..... 102

Figure 3.16. Raccordement entre ADR-Z et AccT avec signaux filtrés entre [0,01-0,15] Hz. En a) est représenté le coefficient de corrélation entre accélération transverse et composante verticale de rotation. Les vitesses de phase sont estimées en b) avec en rouge celles dont le coefficient de corrélation associé est supérieur au seuil de 0,75. En c) sont les signaux d'accélération transverse en rouge et de la composante verticale de rotation en bleu. En d) sont représentés les azimuts associés. Le spectre de puissance en temps fréquence du signal ainsi que la densité spectrale de puissance sont rappelés en e) et f). En f) en rouge montre le filtre [0,01-0,15] Hz qui a été appliqué pour ne prendre que le premier maximum à 0,1 Hz..... 103

Figure 3.17. Raccordement entre ADR-Z et AccT avec signaux filtrés entre [0,15-0,33] Hz. En a) est représenté le coefficient de corrélation entre accélération transverse et composante verticale de rotation. Les vitesses de phase sont estimées en b) avec en rouge celles dont le coefficient de corrélation associé est supérieur au seuil de 0,75. En c) sont les signaux d'accélération transverse en rouge et de la composante verticale de rotation en bleu. En d) sont représentés les azimuts associés. Le spectre de puissance en temps fréquence du signal ainsi que la densité spectrale de puissance sont rappelés en e) et f). En f) en rouge montre le filtre [0,15-0,33] Hz qui a été appliqué pour ne prendre que le deuxième maximum à 0,2 Hz..... 104

Figure 3.18. Représentation de la méthode de Jackknife. L'histogramme résume le nombre de combinaisons possibles en fonction du nombre de stations sélectionnées. Les deux courbes noire et rouge sont les valeurs moyennes d'amplitude de rotation en rad/s ainsi que les écart-types calculés sur les valeurs de rotation pour chacune des barres de l'histogramme. Les valeurs moyennes de rotation sont autour de 1^E-8 rad/s tandis que les valeurs des déviations standards varient entre 1^E-10 rad/s et 3^E-10 rad/s. L'incertitude correspond au ratio de la valeur de déviation standard sur la valeur moyenne de rotation..... 106

Figure 3.19. Représentation des erreurs totales, associées à la composante verticale de rotation, calculées suivant la méthode décrite dans le Chapitre 2 pour le séisme d'Amatrice. Les erreurs totales sont générées à partir de modèles d'erreur dont les variables sont celles associées au réseau du LSBB. La couleur des courbes représente la précision associée à

l'erreur totale calculée (bleu - ± 1 sigma, noir – moyenne, rouge - +5 sigmas). En rouge l'erreur totale à +5 sigmas est une courbe d'exclusion. Une mesure de rotation avec une incertitude se situant en dessous de ces courbes d'exclusion rendent la mesure de rotation invalide. Le carré noir positionne les incertitudes statistiques calculées en Figure 3.18 par rapport aux incertitudes déterministes. 108

Figure 3.20. Comparaison des erreurs totales, associées à la composante verticale de rotation, générées à partir des variables associées au réseau du LSBB (traits en pointillés) ou celles associées à un réseau standard (traits pleins). Pour les courbes rouges la précision associée à l'erreur totale est de 5 sigmas (courbes d'exclusion), tandis que c'est une précision moyenne qui est associée aux courbes noires. Une mesure de rotation avec une incertitude se situant en dessous de ces courbes d'exclusion rendent la mesure de rotation invalide. Le carré noir positionne les incertitudes statistiques calculées en Figure 3.18. 109

Figure 3.21. Comparaison des erreurs totales générées à partir de différentes valeurs de SNR. Pour les courbes pleines la précision associée à l'erreur totale est de 5 sigmas (courbes d'exclusion), tandis que c'est une précision moyenne qui est associée aux courbes en pointillées. Une mesure de rotation avec une incertitude se situant en dessous de ces courbes d'exclusion rendent la mesure de rotation invalide. Le carré noir positionne les incertitudes statistiques calculées en Figure 3.18. 111

Figure 3.22. Représentation des étapes pour arriver à une représentation graphique des incertitudes moyennes et à +5 sigmas associées au signal de la composante verticale de rotation. Une valeur d'incertitude est estimée pour chaque fréquence associée aux puissances maximales calculée à un instant t du signal toute les 5 s. Cela est illustré par des croix noires sur les spectres temps-fréquences en c), e) et g). Afin d'associer une valeur d'incertitude à chacune des fréquences, celles-ci ont été converties en longueurs d'onde en prenant une vitesse des ondes S de 3500 m/s et placées sur la courbe noire présente en d), f) et h) qui représente les incertitudes à +5 sigma estimée à partir de paramètres (Tableau 3.1) haute précision utilisé au LSBB. En a) et b) sont des rappels de la densité spectrale de puissance ainsi que le réseau de stations utilisé pour estimer la composante verticale de rotation. e) et f) ainsi que g) et h) sont l'équivalent de c) et d) mais pour une composante verticale de rotation filtrée entre [0,01-0,15] Hz et [0,15-0,33] Hz respectivement. 114

Figure 3.23. Représentation graphique des incertitudes, moyennes en b) et d) et à +5 sigma en c) et e), associées à la composante verticale de rotation filtrée entre [0,01-0,33] Hz et estimée à partir de paramètres (Tableau 3.1) haute précision (tel qu'au LSBB) en b) et c) ou à précision standard (tel que pour le CTBT) en d) et e). Une valeur d'incertitude est associée à l'énergie maximale (croix noires) du spectre temps-fréquence en a). Les valeurs de l'incertitude utilisées sont celles de la Figure 3.22.d. 115

Figure 3.24. Représentation graphique des incertitudes, moyennes en b) et d) et à +5 sigma en c) et e), associées à la composante verticale de rotation filtrée entre [0,01-0,15] Hz et estimée à partir de paramètres (Tableau 3.1) haute précision (tel qu'au LSBB) en b) et c) ou à précision standard (tel que pour le CTBT) en d) et e). Une valeur d'incertitude est

associée à l'énergie maximale (croix noires) du spectre temps-fréquence en a). Les valeurs de l'incertitude utilisées sont celles de la Figure 3.22.f.....	116
Figure 3.25. Représentation graphique des incertitudes, moyennes en b) et d) et à +5 sigma en c) et e), associées à la composante verticale de rotation filtrée entre [0,15-0,33] Hz et estimée à partir de paramètres (Tableau 3.1) haute précision (tel qu'au LSBB) en b) et c) ou à précision standard (tel que pour le CTBT) en d) et e). Une valeur d'incertitude est associée à l'énergie maximale (croix noires) du spectre temps-fréquence en a). Les valeurs de l'incertitude utilisées sont celles de la Figure 3.22.h.	117
Figure 3.26. Photographie des 3 prototypes FOG en a) et leur position par rapport au réseau dense composé de 13 stations du LSBB en b).....	118
Figure 3.27. Présentation du signal moyen de rotation (FOG-av) généré à partir des trois prototypes FOG. Ces signaux ont été filtrés entre 0,01 Hz et 0,33 Hz. Les sous parties a), b), c) et d) ont les mêmes fonctions que celles de la Figure 3.13. Afin de faciliter l'analyse, le signal indirect de rotation précis à 5sigma (Figure 3.2.c) a été ajouté en e). Dans d), la position des FOGs est indiquée par un triangle rouge. Les pics d'énergie notés en Figure 3.13 sont aussi présents sur a) et b) à 0,1 Hz et 0,2 Hz. À partir des densités spectrales du signal moyen et du bruit moyen, le SNR a été calculé et est présenté en Figure 3.28.	119
Figure 3.28. Comparaison des SNR de rotation calculés à partir des densités spectrales de puissance de la composante verticale de rotation mesurée indirectement à partir du réseau du LSBB (courbe noire) et mesurée directement à partir du FOG-av.....	120
Figure 3.29. Raccordement de la mesure directe de rotation en rouge et de la mesure indirecte de rotation en bleu. Le réseau utilisé pour la mesure indirecte ainsi que le FOG sont affichés en d) tandis que leurs densités spectrales respectives sont affichées en c). La composante verticale de rotation mesurée directement (FOG-av) et estimée indirectement (ADR-Z) sont superposés en a). ADR-Z est entachée d'une incertitude à 5sigma estimée à partir des paramètres haute précision (Tableau 3.1). En b) sont superposés le même signal de rotation indirect (ADR-Z) qu'en a) mais avec le signal direct de rotation (FOG-av) entaché du bruit intrinsèque au FOG. Chacun des signaux comparés en a) et b) ont été mesurés ou estimés de 0,09 Hz à 0,22 Hz.....	121

Figure 4.1. : Composante verticale de rotation pour le séisme d'Amatrice entachée d'une incertitude haute précision à σ_5 . En a) est affiché le spectre temps-fréquence, en b) la densité spectrale de puissance, en c) la composante verticale de rotation et en d) le réseau de stations utilisé. 126

Figure 4.2. : Composante transverse de rotation pour le séisme d'Amatrice entachée d'une incertitude haute précision à σ_5 . En a) est affiché le spectre temps-fréquence, en b) la densité spectrale de puissance, en c) la composante verticale de rotation et en d) le réseau de stations utilisé. 127

Figure 4.3. : Composante radiale de rotation pour le séisme d'Amatrice entachée d'une incertitude haute précision à σ_5 . En a) est affiché le spectre temps-fréquence, en b) la

densité spectrale de puissance, en c) la composante verticale de rotation et en d) le réseau de stations utilisé. 127

Tableau 1.1. Tableau extrait et modifié de Jaroszewicz et al. (2016) résumant les caractéristiques des différents capteurs. Les couleurs sont associées aux types de capteur : mécanique (vert), fluide (orange), optiques (violet)..... 38

Table 2.1. : Summarizes the results found in the literature on array-derived error estimation. 43

Table 2.2. : Summarizes the variables used in the three synthetic cases. 45

Table 2.3. : Summarizes the reliable wavelength ranges to calculate array-derived rotation with a known error of 10% for varying array apertures. The normalized wavelength ranges are displayed in the last column..... 58

Table 2.4. : Summarizes the wavelength bands ($\Delta\lambda_{norm}$) associated to array-derived rotation measurements with less than 10% of uncertainty. 66

Table 2.5. : Summarizes the least amount or minimum of uncertainty that is reached in all cases (SH-, SV-, P wave cases) for error models accurate at 5 sigma for alignment variation of $\pm 5^\circ$ and $\pm 0.5^\circ$ 67

Table 2.6. : Summarizes the least amount or minimum of uncertainty that is reached in all cases (SH-, SV-, P wave cases) for error models accurate at 5 sigma for variation of in the amplitude and phase of the instrumental response..... 70

Table 2.7. : Summarizes the wavelength bands ($\Delta\lambda_{norm}$), associated to array-derived rotation measurements with less than 10% of uncertainty that are inferred from Figure 2.17-18. 71

Tableau 4.1. : Récapitule les valeurs de variation des paramètres impactant l’erreur associée à la mesure de rotation pour le LSBB et les réseaux standards. 107

Introduction

Ce manuscrit porte sur la mesure de rotation qui dans les vingt dernières années a connu un essor tant au niveau de son développement théorique que de ses applications ou de son instrumentation.

La mesure de rotation décrit les trois composantes de rotation (3C) du champ d'onde sismique. Ici on se focalise sur une approche mesurant indirectement ces composantes de rotation à partir d'un réseau de stations. Cette thèse est basée sur le fait que l'on a à disposition les données de l'antenne sismique large bande du Laboratoire Souterrain à Bas Bruit (LSBB).

A partir de ces données, les composantes de rotation sont calculées indirectement en utilisant l'approche sismogéodésique développée par Spudich et al., (1995). Cette approche indirecte calcule les composantes de rotation à partir du premier terme du vecteur de déplacement de l'expansion de Taylor conduisant à une approximation des mesures de rotation. Une incertitude est par conséquent associée à la mesure de rotation calculée à partir de cette méthode.

Les objectifs de cette thèse sont dans un premier temps de quantifier l'incertitude déterministe associée à la mesure de rotation en fonction des longueurs d'onde à partir d'un réseau de stations. Dans un deuxième temps une représentation graphique de cette incertitude a été élaborée et appliquée sur les signaux indirects de rotation générés à partir de l'antenne du LSBB.

Utilisant un coefficient de normalisation, l'incertitude déterministe associée à la mesure indirecte de rotation est rendue indépendante de la dimension du réseau ainsi que de l'azimut et l'angle incident de l'onde incidente arrivant sur un réseau de stations. Cependant celle-ci reste dépendante des paramètres liés au déploiement du réseau de station tel que l'alignement, le positionnement, la réponse instrumentale des capteurs ainsi que le bruit incohérent (Signal-to-Noise Ratio – SNR). Afin de caractériser l'impact de ces paramètres sur l'incertitude associée à la mesure de rotation en fonction des longueurs d'onde, une analyse de sensibilité a été effectuée à partir de signaux synthétiques décrivant les modes propres de propagation des ondes. Cela a mené à la quantification d'une incertitude totale dominée majoritairement par la variation de phase de la réponse instrumentale, suivi par la variation de SNR ainsi que de la variation dans l'alignement des stations.

Afin de valider cette méthode de quantification d'incertitude, celle-ci est appliquée à la composante verticale de rotation, calculée à partir du réseau 2D situé dans les galeries du LSBB, du cas réel du séisme d'Amatrice du 24 août 2016. Ce séisme est analysé et il en ressort que la composante verticale de rotation calculée est dominée par les ondes de Love. Un critère de fiabilité de cette mesure de rotation a été estimé en corrélant cette composante verticale de rotation à l'accélération transverse. Cela a également permis de

calculer la vitesse de phase des ondes de Love ainsi que l'azimut associé à ce séisme. Afin de valider la méthode de calcul sur un cas réel, l'incertitude déterministe associée à cette mesure indirecte de rotation a été calculée puis comparée à une incertitude statistique calculée à partir des signaux réels de rotation. Après validation, une méthode a été développée afin de représenter graphiquement cette incertitude sur le signal de rotation. Pour finir, la mesure indirecte de la composante verticale a été comparée à la composante verticale de rotation mesurée directement par un FOG (Fiber Optic Gyroscope) présent dans les galeries du LSBB lors du séisme d'Amatrice.

La perspective majeure de ce travail est son application aux composantes horizontales de rotation ainsi que sa systématisation sur des centaines d'évènements sismiques afin de constituer un catalogue et d'évaluer la sensibilité du réseau du LSBB à la mesure indirecte de rotation sur une série de séismes enregistrés. Cela ouvrira à l'amélioration des méthodes de caractérisation des séismes, dont les mécanismes au foyer.

1. Mesures des composantes rotationnelles du champ d'ondes sismique : état de l'art

1.1. Mesure de rotation

1.1.1. Avant-propos

Le Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives (CEA) et plus précisément le Département d'Analyse Surveillance Environnement (DASE) a parmi ses missions de surveiller le respect des accords du Traité d'Interdiction Complète des Essais nucléaires (TICE) (Tavernier, 1996) ainsi que de surveiller et protéger l'environnement afin d'en déterminer les risques associés pour les populations. Cela se traduit par des activités dans le domaine de la surveillance et de l'alerte sismique et tsunami, des études de risques ainsi que de la recherche fondamentale et opérationnelle dans divers domaines tels que la sismologie, les tsunamis, les infrasons et l'hydroacoustique.

La surveillance sismique, à partir d'un réseau global de stations sismiques mesurant les trois composantes de translation du sol, permet de détecter les ondes sismiques se propageant sous nos pieds. Ces ondes peuvent être utilisées afin d'évaluer le risque sismique, d'imager le sous-sol, de caractériser la source pour pouvoir discriminer entre sources d'origines naturelles (séismes, volcans) ou anthropiques (tirs de carrières, minages, accidents industriels, explosions). Le milieu de propagation très hétérogène et complexe qui est celui de la structure interne de la Terre réduit l'efficacité de certains outils de discrimination basés sur la physique des ondes tels que les rapports d'énergie des ondes P et S (Bowers et Selby, 2009).

De nouveaux outils ont été développés par la communauté scientifique afin d'ajouter des informations utiles non seulement à la surveillance sismique, mais aussi favorisant une meilleure compréhension du champ d'ondes sismiques. Ces outils peuvent s'avérer être des algorithmes de traitement (Cansi, 1995; Labonne, 2016a; Labonne et al., 2016b), la création de nouveaux instruments plus sensibles (Bernauer et al., 2012) ou l'utilisation de nouvelles mesures (Cochard et al., 2006). L'une des «nouvelles» mesures est celle des trois composantes rotationnelles du champ d'ondes sismiques.

1.1.2. Historique

Dès 1742, Pasqual Pedini émet l'hypothèse de l'existence de «vortical motions» ou «mouvements qui tournent» sur la base d'observations de terrain telles que la rotation de monuments, d'ornements d'église ou de tombes à la suite du séisme de Livorno (Ferrari, 2006). M. Sarconi (1784) renforce cette hypothèse avec un croquis d'obélisques ayant subi une rotation après la série de séismes de 1783 secouant la Calabre. Il faut attendre Hoffmann (1838) d'après Lawson et al. (1908) ou Mallet (1849) d'après J.T. Kozák (2009) pour que le phénomène sous-jacent à ces observations de terrain soit étudié. Mallet (1862)

explique que l'émergence consécutive des phases d'une séquence sismique sous différents angles impacte ces structures les faisant tourner. Jusque dans les années 1970, les scientifiques ont étudié ce phénomène suivant deux approches : d'une part l'observation sur le terrain de marqueurs de rotation (Oldham, 1899; Reid, 1910), d'autre part le développement d'instruments pour mesurer physiquement le rotationnel (Forbes, 1844; Cecchi, 1875; Galitzin, 1912).

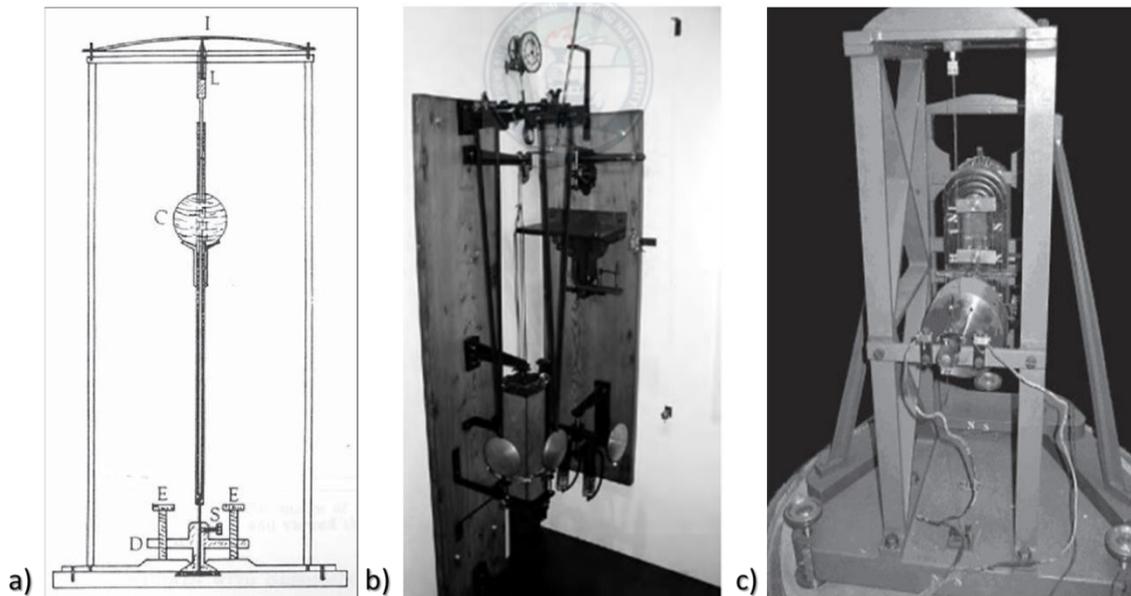


Figure 1.1. a) Schéma extrait d'Oldroyd et al. (2007) du sismomètre de Forbes, b) photo du sismographe électrique à papier fumé coulissant de Cecchi extraite de Teisseyre et al. (2006) et c) photo du sismomètre de Galitzin extrait de Van Camp et al. (2004).

Pour autant, la communauté scientifique s'interroge quant à la contribution du rotationnel en sismologie. L'opinion majoritaire au sujet des mouvements de rotation suppose qu'ils sont insignifiants. Richter (1958) exprime son avis sur la question : « Theory indicates, and observation confirms, that such rotations are negligible ».

De plus, les instruments disponibles (Figure 1.1) à cette époque ne sont pas assez sensibles pour mesurer des mouvements de rotation de l'ordre du microradian par seconde ($\mu\text{rad/s}$). En sismologie les mouvements de rotation varient entre 10^{-1} rad/s pour des sources sismiques en champ proche (Nigbor, 1994) et 10^{-11} rad/s pour des évènements télésismiques en champ lointain (Igel et al., 2005). Cela correspond à une bande s'étendant sur 10 ordres de magnitude. Un instrument couvrant cette bande, tout en étant capable de mesurer les trois composantes de rotation, d'être stable, portable sur le terrain et économique en énergie est un défi technologique d'envergure. D'ailleurs, Aki et Richards (2002) s'expriment sur la question : «... seismology still awaits a suitable instrument for making such measurements».

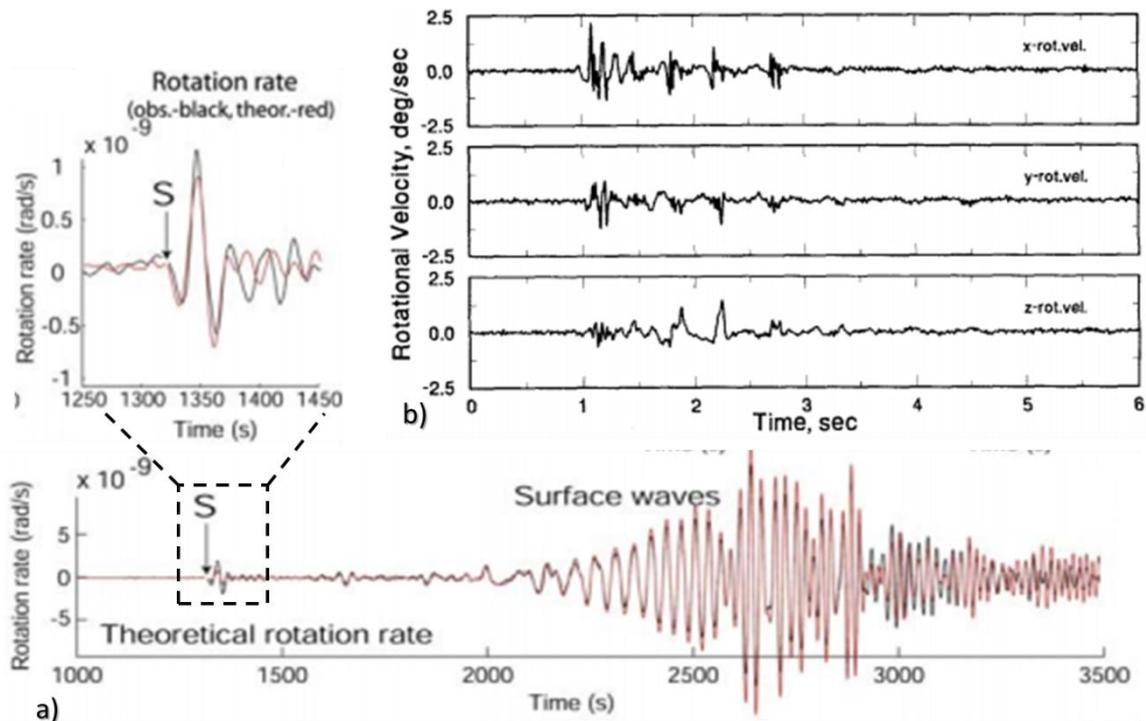


Figure 1.2. Variation des mouvements de rotation entre 10^{-2} rad/s et 10^{-9} rad/s. a) Comparaison entre la composante verticale de rotation observée en noir et celle théorique en rouge extrait d'Igel et al. (2005). Au niveau de l'arrivée des ondes S, la rotation enregistrée pic-à-pic est aussi faible que 10^{-9} rad/s. b) Sismogrammes des trois composantes de rotation mesurées lors du NPE (Non-Prolifération Experiment), extrait de Nigbor (1994). Les valeurs maximales de rotation sont de $2,2^{\circ}/s$, $1,3^{\circ}/s$ et $1,4^{\circ}/s$ pour les composantes x, y et z. Ces valeurs maximales correspondent à $0,038$ rad/s, $0,023$ rad/s et $0,024$ rad/s, et sont donc de l'ordre de 10^{-2} rad/s.

Au fil des ans, des capteurs basés sur divers principes physiques (cf. 1.4.) mesurant directement les mouvements de rotation ont été développés et utilisés. Nigbor (1994) enregistre les mouvements de rotation générés par une explosion chimique dans le cadre d'une expérience de source contrôlée. Ce seront les mouvements de rotation générés par un essaim de séismes en champ proche qu'enregistrera Takeo (1998) tandis qu'il s'agira d'un évènement télésismique de magnitude 8,5 dans le cas d'Igel et al. (2005).

Entretemps, l'aspect théorique sous-jacent à l'estimation des 3C de rotation a été étudié. Bouchon and Aki (1982) estiment théoriquement les composantes des mouvements de rotation à partir de modèles de source cinématiques alors que Lee et Trifunac (1987) exploitent les principes physiques liés à la propagation des ondes élastiques. Des méthodes indirectes permettant de mesurer les composantes rotationnelles par l'intermédiaire des mouvements de translation du sol ont été développées. Castellani et Boffi (1986) calculent les rotations de manière indirecte en utilisant une seule station. Cependant cela implique de nombreuses suppositions. C'est pourquoi la majorité des études utilise des réseaux de capteurs. Ceux-ci peuvent être 1D (Niazi, 1986) ou 2D (Oliveira and Bolt, 1989 ; Spudich et

al., 1995 ; Langston et al., 2007). Suryanto et al. (2006) est le premier à comparer les méthodes directe et indirecte. Le résultat en est une bonne corrélation ($>0,9$) entre les deux méthodes pour des signaux filtrés entre 0,03 Hz et 0,3 Hz. Les notions fondamentales, applications et différentes méthodes associées aux mouvements de rotation seront approfondies dans la suite de ce chapitre, dans les sections 2), 3), et 4) respectivement.

1.2. Fondamentaux

D'après la théorie classique d'élasticité (Bath, 1979; Aki and Richards, 2002), étudier les mouvements du sol revient à étudier 12 observables. Trois observables décrivent les mouvements de pure translation suivant les axes x , y et z (Figure 1.3.a). Trois autres décrivent les mouvements de rotation autour des axes x , y et z (Figure 1.3.b). Les six dernières décrivent les déformations (Figure 1.3.c).

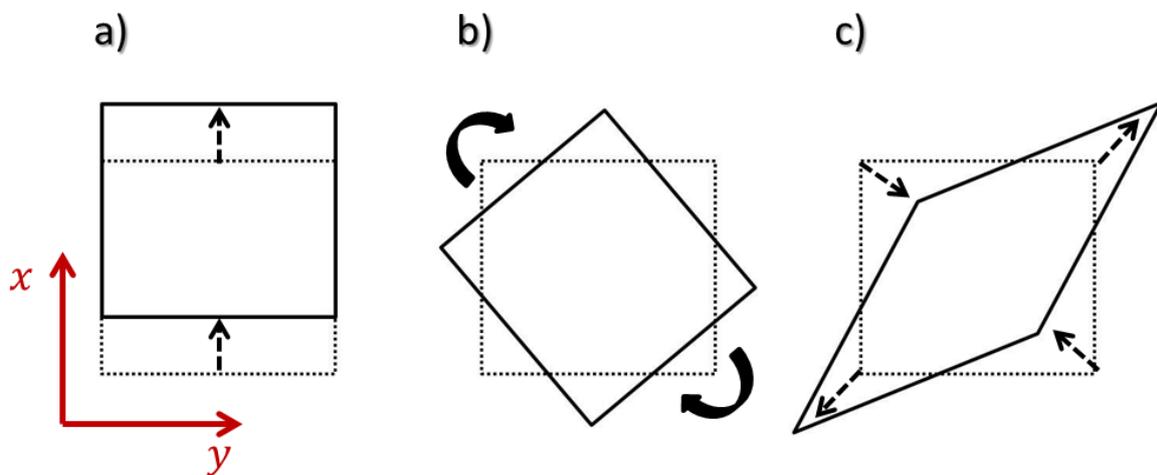


Figure 1.3. Correspond à la Figure 1 de Li et Baan (2017). a) Mouvement de translation, b) mouvement rigide de rotation, c) déformation. L'entité de référence est en pointillé, l'entité après application des différents mouvements est en trait plein.

Lorsqu'une onde se propage à travers un milieu élastique, une particule de ce milieu située en un point $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$, au temps initial t_0 se déplacera suivant le mouvement $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3) = (u_x, u_y, u_z)$ vers le point de coordonnées ξ au temps t . La relation $\xi(\mathbf{t}) = \mathbf{x} + \mathbf{u}(\mathbf{x}, \mathbf{t})$ décrit alors le champ de déplacements. Le mouvement du point \mathbf{x} relativement au point de coordonnées $\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}$ permet de décrire la déformation subie par le milieu situé à proximité du point \mathbf{x} (Aki and Richards, 2002). Le point $\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}$ devient le point $\xi + \delta\xi$ après avoir subi le déplacement linéaire $\mathbf{u}(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x})$ (Figure 1.4)

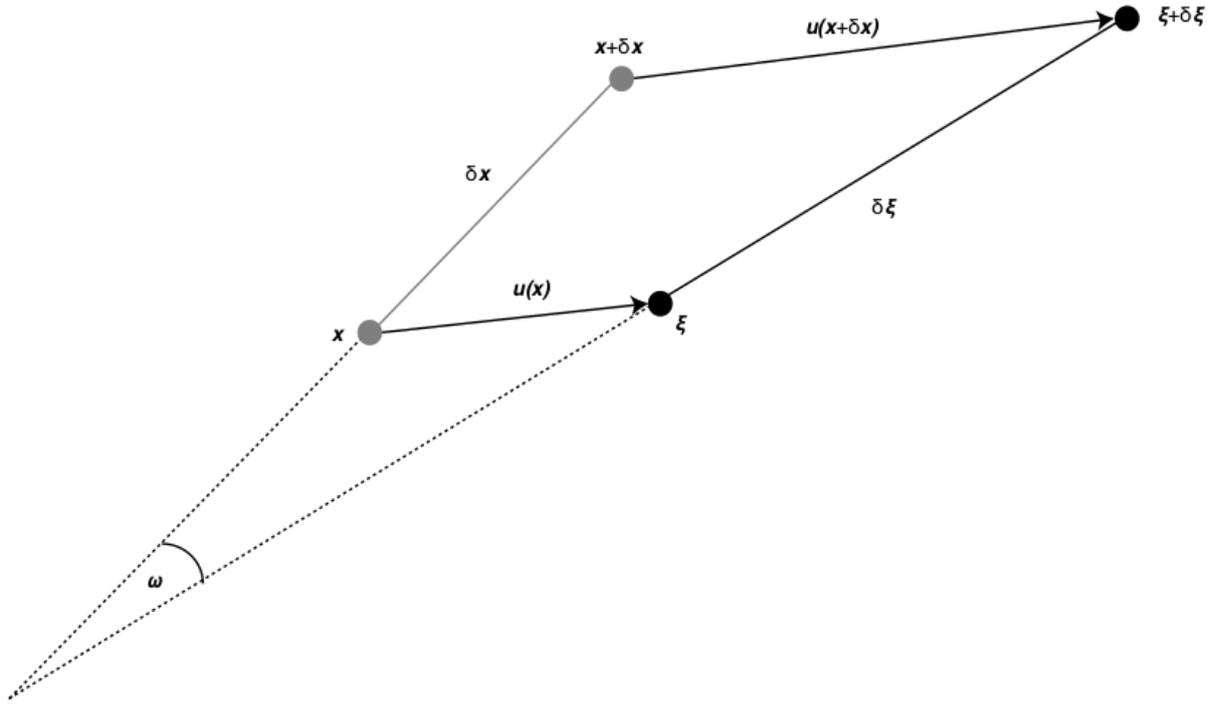


Figure 1.4. La différence d'angle, ω entre les deux segments δx et $\delta \xi$ correspond à la rotation causée par le déplacement des points x et $x + \delta x$ en ξ et $\xi + \delta \xi$ respectivement (modifié d'après Schmelzbach et al. (2018)).

Le segment $\delta \xi$ peut être décrit comme la déformation du segment δx qui relie les points x et $x + \delta x$ (Équation 1.1).

$$\delta \xi = (\xi + \delta \xi) - \xi = (x + \delta x + u(x + \delta x)) - (x + u(x)) = \delta x + \delta u \quad (\text{Équation 1.1})$$

En considérant δx comme très petit, $u(x + \delta x)$ de l'Equation 1.1 peut s'écrire

$$u(x + \delta x) = u(x) + \nabla u(x) \cdot \delta x + O(|\delta x|^2) \quad (\text{Équation 1.2})$$

en utilisant le développement limité de Taylor à l'ordre 1 (Aki and Richards, 2002). Dominé par le terme d'ordre 1, $\nabla u(x) \cdot \delta x$, le terme d'ordre 2, $O(|\delta x|^2)$ est considéré comme négligeable. Le premier terme, $u(x)$ représente le champ de déplacements, ou mouvements de translation, généré par le passage de l'onde sismique. Ce sont ces mouvements de translation qui sont enregistrés sur les sismomètres lors de séismes.

En utilisant le second terme de l'Équation 1.2 dans Équation 1.1, on arrive à :

$$\delta u = \nabla u(x) \cdot \delta x = \partial_j u_i \delta x_j \quad (\text{Équation 1.3})$$

$\partial_j u_i$ est le tenseur du mouvement formé des dérivées spatiales partielles, $\partial_j u_i = \partial u_i / \partial x_j$, des trois directions $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$ du mouvement de translation, u_i . Ce tenseur est décrit sous forme matricielle en Equation 1.4.

$$\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \partial_j u_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \begin{pmatrix} \partial_1 u_1 & \partial_2 u_1 & \partial_3 u_1 \\ \partial_1 u_2 & \partial_2 u_2 & \partial_3 u_2 \\ \partial_1 u_3 & \partial_2 u_3 & \partial_3 u_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \partial_x u_x & \partial_y u_x & \partial_z u_x \\ \partial_x u_y & \partial_y u_y & \partial_z u_y \\ \partial_x u_z & \partial_y u_z & \partial_z u_z \end{pmatrix} \quad (\text{Équation 1.4})$$

Ces dérivées partielles peuvent être séparées en une partie symétrique (1^{er} terme) et une partie antisymétrique (2^e terme).

$$\nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}) = \partial_j u_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (\text{Équation 1.5})$$

En considérant des gradients de déplacement infinitésimaux ($|\partial_j u_i| \ll 1$), les parties symétrique et antisymétrique de l'Équation 1.5 correspondent respectivement au tenseur de déformation, $\boldsymbol{\varepsilon}$ (Équation 1.6) et au tenseur de rotation, $\boldsymbol{\Omega}$ (Équation 1.7).

$$\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_{ij}) = \frac{1}{2} (\partial_j u_i + \partial_i u_j) = \begin{pmatrix} +\partial_x u_x & +\frac{1}{2}(\partial_y u_x + \partial_x u_y) & +\frac{1}{2}(\partial_z u_x + \partial_x u_z) \\ +\frac{1}{2}(\partial_x u_y + \partial_y u_x) & +\partial_y u_y & +\frac{1}{2}(\partial_z u_y + \partial_y u_z) \\ +\frac{1}{2}(\partial_x u_z + \partial_z u_x) & +\frac{1}{2}(\partial_y u_z + \partial_z u_y) & +\partial_z u_z \end{pmatrix} \quad (\text{Équation 1.6})$$

Le tenseur de déformation est symétrique et contient 6 composantes indépendantes.

$$\boldsymbol{\Omega} = (\Omega_{ij}) = \frac{1}{2} (\partial_j u_i - \partial_i u_j) = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{2}(\partial_x u_y - \partial_y u_x) & +\frac{1}{2}(\partial_z u_x - \partial_x u_z) \\ +\frac{1}{2}(\partial_x u_y - \partial_y u_x) & 0 & -\frac{1}{2}(\partial_y u_z - \partial_z u_y) \\ -\frac{1}{2}(\partial_z u_x - \partial_x u_z) & +\frac{1}{2}(\partial_y u_z - \partial_z u_y) & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{Équation 1.7})$$

Le tenseur infinitésimal de rotation est antisymétrique et contient trois composantes indépendantes de rotation non nulles. Il peut être exprimé sous la forme d'un pseudo-vecteur $\boldsymbol{\omega}$ (Équation 1.8).

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{u} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \end{pmatrix} \quad \text{et ainsi } \boldsymbol{\Omega} \cdot \delta \mathbf{x} = \boldsymbol{\omega} \times \delta \mathbf{x} \quad (\text{Équation 1.8})$$

Connaissant les trois composantes du vecteur de déplacement, les trois composantes rotationnelles peuvent en être déduites. En insérant les Équations 1.6 et 1.8 dans l'Équation 1.2, le vecteur du mouvement sismique intègre trois termes :

$$\mathbf{u}(\mathbf{x} + \delta \mathbf{x}) = \mathbf{u}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\varepsilon} \cdot \delta \mathbf{x} + \boldsymbol{\omega} \times \delta \mathbf{x} \quad (\text{Équation 1.9})$$

avec (i) le déplacement en translation, $\mathbf{u}(\mathbf{x}) = (u_x(\mathbf{x}), u_y(\mathbf{x}), u_z(\mathbf{x}))$, (ii) la déformation, $\boldsymbol{\varepsilon} \cdot \delta\mathbf{x}$, où $\boldsymbol{\varepsilon}$ est le tenseur de déformation avec $\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_j u_i(\mathbf{x}) + \partial_i u_j(\mathbf{x}))$, et (iii) la rotation, $\boldsymbol{\omega} \times \delta\mathbf{x}$, où $\boldsymbol{\omega}$ est le pseudo-vecteur de rotation avec $\boldsymbol{\omega} = \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{u}(\mathbf{x})$.

1.3. Applications des mesures de rotation

1.3.1. Apport de la mesure de rotation

Mathématiquement, les trois composantes de rotation correspondent au pseudo-vecteur de rotation, le troisième terme de l'Équation 1.9. Mesurer ces trois composantes (3C) de rotation apporte trois informations supplémentaires sur le champ d'ondes. Ces trois composantes supplémentaires sont exploitées par de nombreuses études dans divers domaines d'application tels que l'inversion de source, la décomposition et l'analyse du champ d'ondes sismiques, l'estimation de structures géologiques ainsi que le génie civil et l'étude de risques.

1.3.2. Inversion de source

Intégrer les 3C de rotation en plus des 3C de translation lors de l'inversion d'une source sismique améliore la caractérisation de celle-ci. Donner et al. (2016) montre à l'aide d'une étude synthétique utilisant un réseau de capteurs que les composantes du tenseur des moments, en particulier les composantes associées à la profondeur de la source (M_{xz}, M_{yz}), se précisent (Figure 1.5). Cet apport permet de situer l'hypocentre d'un évènement sismique et d'en déterminer sa magnitude avec plus de certitudes. Bernauer et al. (2014) ainsi que Reinwald et al. (2016) utilisent ces six composantes lors de l'inversion d'une source sismique afin d'améliorer la résolution associée à la vitesse de rupture de la faille ainsi qu'à son temps de montée (rise time). Cela permet d'en savoir plus sur l'orientation et le type de la fracture de l'évènement sismique étudié. Cette compréhension accrue de la source pourrait amener dans le futur à une discrimination entre sources naturelles (séismes) et artificielles (explosions).

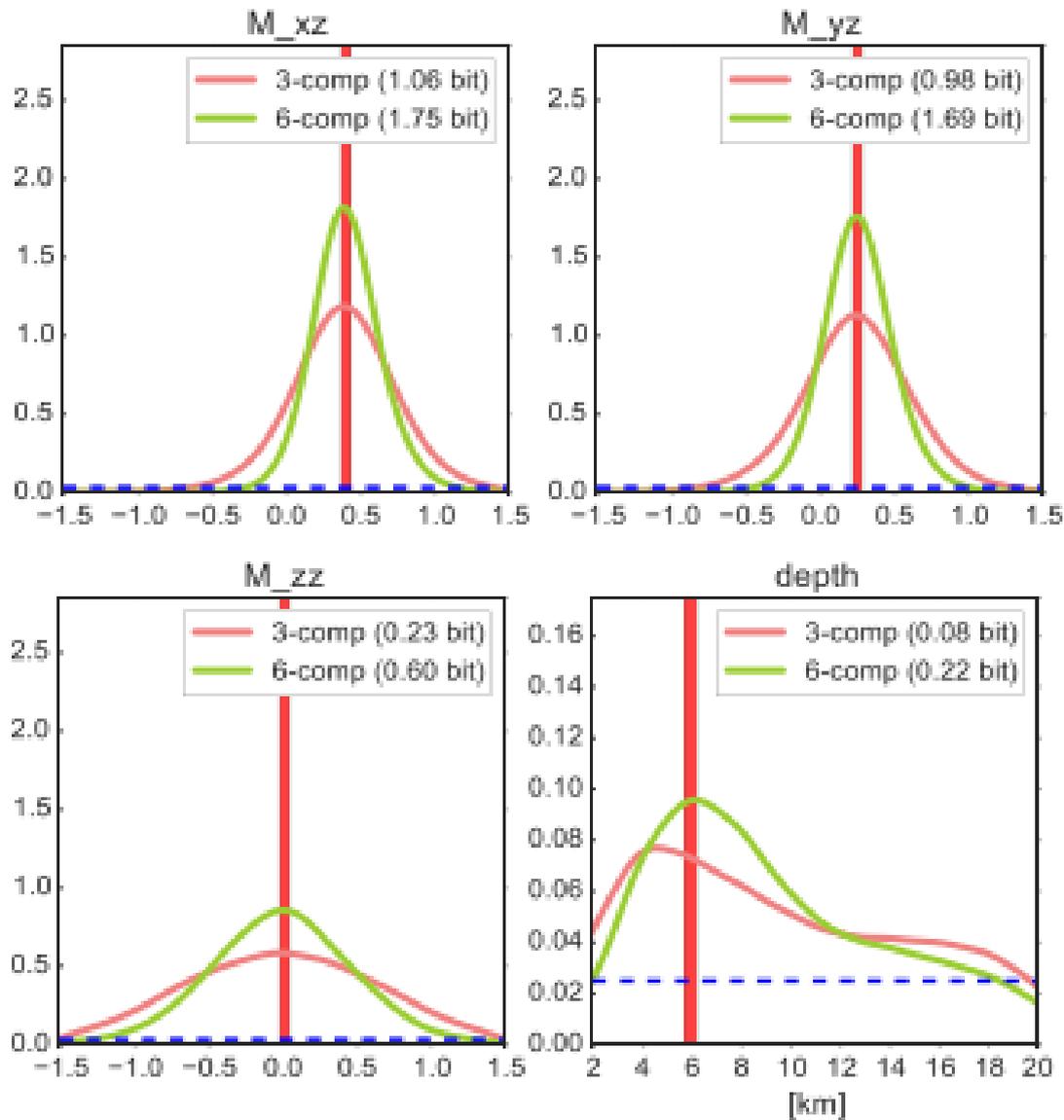


Figure 1.5. Extraite et modifiée de Donner et al. (2016). Chaque sous-figure illustre les résultats synthétiques pour les différents paramètres inversés qui sont indiqués en haut de chaque sous-figure. Seuls les paramètres en relation avec la profondeur sont illustrés. La barre verticale rouge correspond à la vraie valeur du modèle cible. La ligne bleue en pointillé est la fonction de densité (probability density function – pdf) connue avant inversion des paramètres (prior pdf). Les lignes roses et vertes sont les fonctions de densité après inversion des paramètres (posterior pdf) pour différentes configurations. En rose, 48 stations 3C ont été utilisées. En vert, 24 stations 6C (3C de translation et 3C de rotation) ont été utilisées. L'ajout des 3C de rotation précise les résultats de l'inversion et la profondeur du modèle cible est retrouvée.

1.3.3. Décomposition/Analyse du champ d'ondes sismiques

1.3.3.1. Séparation des ondes de volume

Des études d'acquisition sont réalisées afin d'imager le sous-sol. Pour cela, un réseau de capteurs situé à la surface enregistre le champ d'ondes. Ces enregistrements contiennent une superposition d'arrivées montantes (ondes incidentes) et descendantes (ondes réfléchies) des ondes de volume, ondes-P et -S ainsi que des ondes de surface, onde de Love et de Rayleigh. En milieu isotrope, les 3C de rotations sont générées par les ondes comportant des composantes de cisaillement telles que les ondes de type S ou de surface. Les ondes-P étant purement compressives, elles ne génèrent aucune rotation. Les ondes-S et les ondes de surface intègrent des informations sur les 3C de rotations à l'inverse des ondes-P.

Robertsson et Muzert (1999) exploitent cette notion et proposent de séparer le champ d'ondes en ondes-P et ondes-S. Van Renterghem et al. (2018) va plus loin et séparent les ondes incidentes des ondes réfléchies afin d'estimer la « vraie » amplitude des ondes incidentes. Cela leur permet d'imager le sous-sol en utilisant uniquement les ondes-S incidentes. D'après Van Renterghem et al. (2018), à partir de ces ondes incidentes S qui ont été isolées et identifiées, les propriétés physiques des matériaux composant le sous-sol pourraient être estimées.

1.3.3.2. Suppression du ground-roll

En exploration géophysique, les ondes de surface apportent peu d'informations sur le sous-sol. Ces ondes alors désignées comme étant du « ground roll » sont considérées comme du bruit qu'il faut supprimer ou atténuer. Certaines études utilisent les informations apportées par les 3C de rotation à cette fin. Edme et al. (2013) obtiennent un modèle du ground-roll à partir des composantes de rotation horizontales. Ce modèle est ensuite soustrait à la composante verticale de translation des capteurs afin de supprimer le ground-roll du champ d'ondes.

Barak et al. (2014) utilisent une autre méthode. Celle-ci sélectionne une portion des données 6C contenant l'énergie associée au ground-roll. La polarisation du ground-roll est identifiée par le biais d'une décomposition en valeurs singulières (SVD). Cette polarisation est recherchée dans le reste du signal puis est atténuée sur les données 6C.

Ces deux méthodes suppriment le ground-roll mais ne conservent que très peu les signaux de réflexions se trouvant en dessous du ground-roll a contrario de Sollberger et al. (2018). Ces derniers ont développé une méthode automatique permettant d'identifier et de supprimer le ground-roll tout en conservant la majorité des signaux de réflexion sous-jacents (Figure 1.6). Cette méthode récupère les paramètres des ondes composant le ground-roll à l'aide de l'algorithme MUSIC (multiple signal classification algorithm) (Schmidt, 1986) et sépare le ground-roll du champ d'ondes.

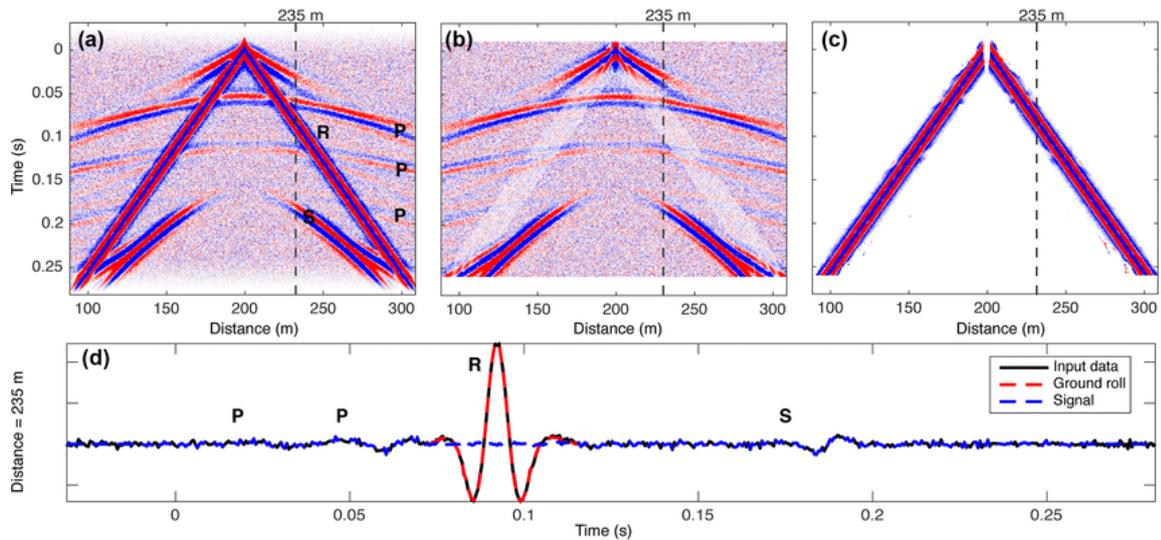


Figure 1.6. Extraite de Sollberger et al. (2018). Application de la méthode développée par Sollberger et al. (2018) identifiant et supprimant le ground-roll des données synthétiques à partir d'une seule station 6C. a) Composante verticale de translation sur laquelle 10 % de bruit a été ajoutée. b) Données après suppression du ground-roll. c) Ground-roll supprimé. d) Trace illustrant le ground-roll (en rouge) qui a été séparé du signal.

1.3.3.3. Correction du tilt

Les mouvements de rotation autour des axes horizontaux changent la projection de la gravité locale. Cela provoque une inclinaison ou « tilt » des composantes horizontales des capteurs de translations, que ce soient des sismomètres, accéléromètres, y compris OBS (Ocean Bottom Seismometer). Plusieurs études argumentent que la connaissance des 3C de rotation permettrait de corriger le tilt présent dans les signaux de translation. Lin et al. (2010) corrigent le tilt afin de retrouver les vraies valeurs de déplacements à partir de données accélérométriques. Van Driel et al. (2015) démontrent que le tilt présent dans les signaux basses périodes (10-30 s) de translation agit fortement sur l'inversion du tenseur de moment. La correction du tilt est recommandée afin d'améliorer la précision de l'estimation de la source. Lindner et al. (2017) se servent des mesures de rotation pour corriger le tilt, provoqué par les courants des fonds marins, présent sur les composantes horizontales d'OBS.

1.3.3.4. Vitesse de phase/Azimut

En supposant une onde plane se propageant de manière transverse, Pancha et al. (2000) ainsi que Igel et al. (2005) relient la composante verticale de rotation (Ω_z) avec l'accélération transverse (a_T). Ces deux mesures sont en phase et leur ratio d'amplitude, est proportionnel à deux fois la vitesse de phase apparente ($2c$) comme indiqué en Équation 1.10.

$$a_T(x, t) = 2c \Omega_z(x, t) \quad (\text{Équation 1.10})$$

À partir d'une unique mesure 4C (3C de translation et 1C de rotation), Igel et al. (2007) utilisent la relation en Equation 1.10 pour estimer la vitesse de phase apparente et la

direction de propagation des ondes d'évènements sismiques. Les valeurs de vitesse de phase sont considérées comme précises seulement si leur coefficient de corrélation associé est au-dessus du seuil fixé (Figure 1.7). Kurrle et al. (2010) ainsi que Salvermoser et al. (2017) fixent un seuil à 0,75. Le coefficient de corrélation est calculé entre l'accélération transverse et la rotation verticale sur une fenêtre de temps de longueur déterminée. Pour déterminer la direction de propagation, c'est-à-dire le « Back Azimuth - BAZ», l'accélération transverse est obtenue pour chaque BAZ entre 0° et 360°. Chaque accélération transverse obtenue est comparée avec la rotation verticale et celle qui a le plus de similitudes avec la rotation verticale indique le BAZ recherché. Hadziioannou et al. (2012) appliquent la même méthode à différents évènements sismiques (Figure 1.7) ainsi qu'à du bruit ambiant.

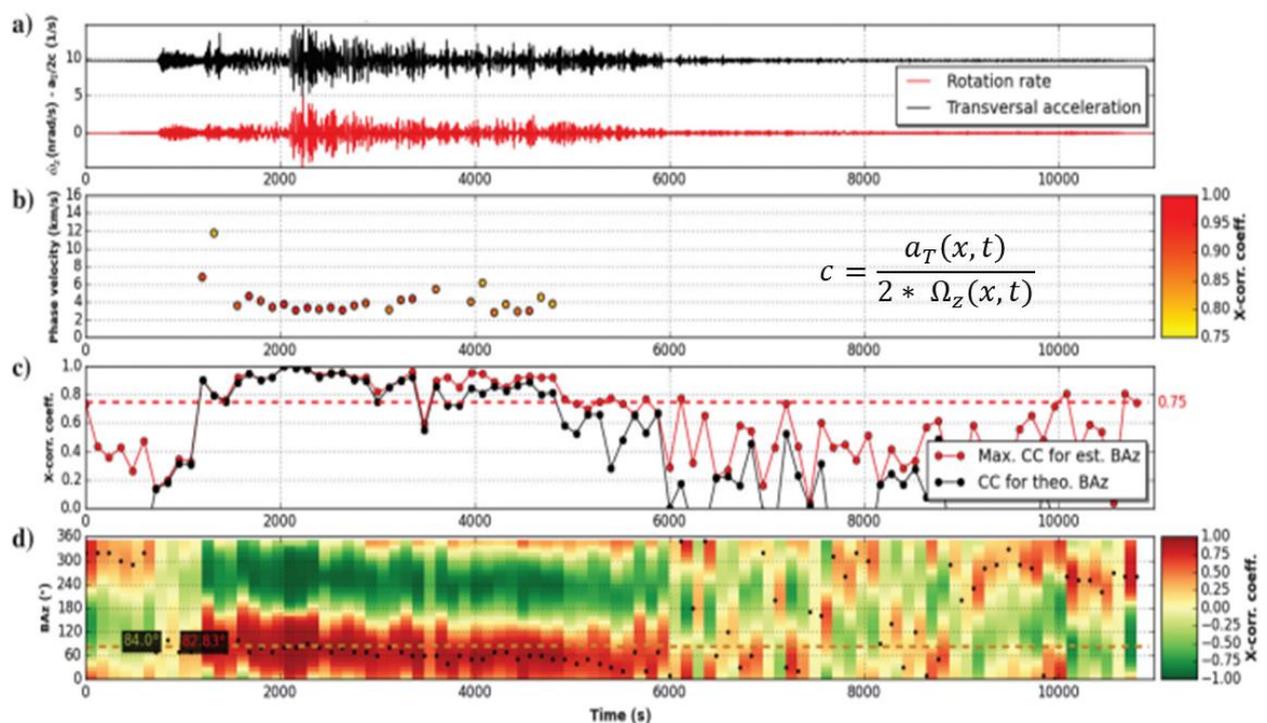


Figure 1.7. Extraite et modifiée de Schmelzbach et al. (2018). a) Accélération transverse en noir et composante verticale de la vitesse de rotation en rouge enregistrées à Wettzell, Allemagne pour le séisme du 24 Avril 2015 au Népal de magnitude de moment Mw 7,9 extrait de la base de données de Salvermoser et al. (2017). b) Vitesses de phase – c calculées à partir de ratios d'amplitudes de l'accélération transverse et de la composante verticale de la vitesse de rotation dont le coefficient de corrélation est $> 0,75$. c) Coefficients de cross-corrélation calculés sur une fenêtre glissante de temps entre accélération transverse et composante verticale de la vitesse de rotation avec le seuil de 0,75 en ligne pointillée rouge. d) Coefficients de corrélation entre -1 en vert et +1 en rouge pour des signaux dont les azimuts ont été choisis entre 0° et 360° avec la corrélation maximale de chaque fenêtre glissante indiquée par un point noir. La ligne en pointillé correspond au back azimuth estimé.

1.3.4. Estimation de la structure géologique

En utilisant les méthodes développées dans les paragraphes précédents, certaines études estiment la structure géologique du sous-sol. Sollberger et al. (2016) utilisent les enregistrements de la mission Apollo 17 de 1972 pour indirectement calculer les 3C de rotation. L'ajout de ces 3C de rotation permet d'identifier les ondes-S. Les temps d'arrivées des ondes-S et leur vitesse associée sont utilisés pour reconstruire le profil de vitesse et en déduire la géologie de la croûte lunaire (Figure 1.8.a). Kurrle et al. (2010) ainsi que Wassermann et al. (2016) utilisent la relation entre accélération transverse et composante verticale de rotation (Équation 1.10) pour en déduire les vitesses de phase et estimer la courbe de dispersion des ondes de Love (Figure 1.8.b). Bernauer et al. (2009) utilisent cette même relation pour en déduire la vitesse des ondes-S. Cette vitesse est incorporée dans l'inversion et permet de préciser les structures tomographiques et de récupérer une image fidèle des premiers 100 km (Figure 1.8.c).

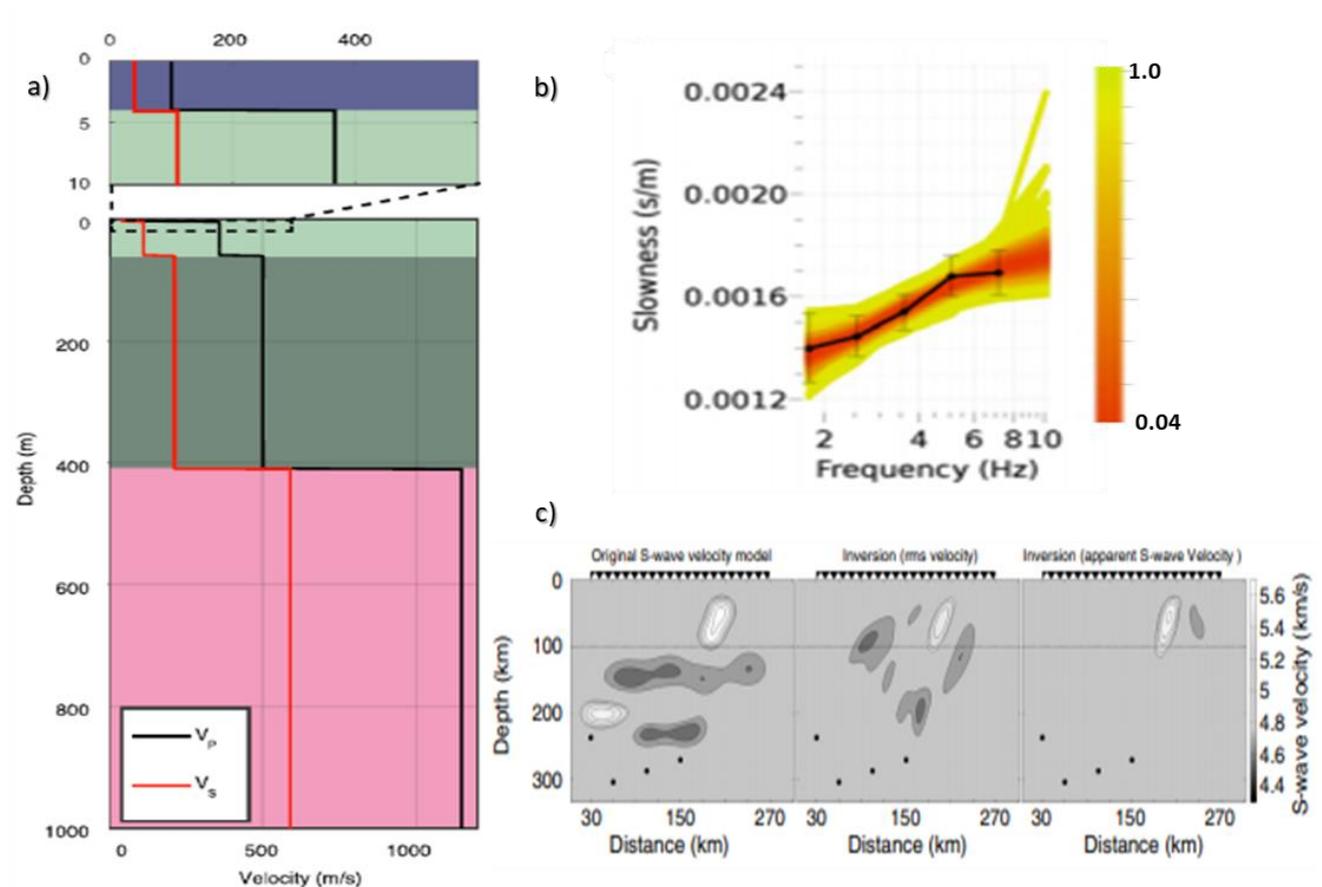


Figure 1.8. a) Profil de vitesse de la croûte lunaire extrait de Sollberger et al. (2016). b) Courbe de dispersion des ondes de Love avec une barre d'erreur extraite et modifiée de Wassermann et al. (2016). c) Comparaison du modèle de base à gauche avec les résultats de l'inversion avec (à droite) ou sans (au milieu) l'utilisation de la vitesse des ondes-S extrait de Bernauer et al. (2009).

Les deux derniers domaines d'application cités dans l'avant-propos (Partie 1.1.1) sont le génie civil et l'étude de risques. En génie civil, les composantes de rotation sont étudiées afin

de comprendre leur impact sur les structures des bâtiments et sur les sols en dessous de ceux-ci (Sbaa et al. 2016). Cela pourrait servir à améliorer les normes antisismiques des bâtiments. En étude de risque, une meilleure estimation des profils de vitesse sur un grid 2D permettrait d'améliorer la cartographie des zones à risques lors de séismes (Wassermann et al., 2016).

Toutes les études citées dans les différents domaines d'application ci-dessus déterminent les composantes de rotation soit en les mesurant directement à l'aide d'un capteur de rotation ou en les calculant de manière indirecte à partir des composantes de translation. Ces deux techniques sont traitées dans la partie suivante.

1.4. Méthodes de mesures

1.4.1. Mesures directes

On parle de mesures directes de rotation lorsque celles-ci sont enregistrées à l'aide d'un capteur de rotation. Les premiers capteurs datent du milieu du XIX^e siècle (Forbes, 1844) et il faut attendre cent cinquante ans, à la fin du XX^e siècle pour qu'une étude publiée des signaux de rotation (Nigbor, 1994). Dans les vingt-cinq dernières années, des capteurs ont été développés dans le but de mesurer directement les mouvements de rotation du sol. Ces capteurs de rotation se basent sur trois catégories principales de phénomènes physiques :

- sur des principes mécaniques,
- utilisant des fluides (capteurs électrochimiques - EC, capteurs magnétohydrodynamiques - MC)
- sur des principes de physique optique (gyromètres à fibre optique – FOG, gyroscopes laser – RLG).

Pour que ces capteurs puissent être déployés sur le terrain à des fins sismologiques, ils doivent remplir certains critères. Ils doivent être :

- insensibles aux mouvements de translation du sol.
- stables vis-à-vis des conditions ambiantes et facilement manœuvrables.
- avoir une consommation d'énergie facilement gérable avec quelques batteries.
- assez sensibles pour pouvoir enregistrer des amplitudes de mouvement de rotation. Le capteur idéal serait capable d'enregistrer les rotations sur dix ordres de magnitude, de 10^{-1} rad/s à 10^{-10} rad/s (cf. I.1)

1.4.1.1. Capteurs à principe mécanique

Les capteurs basés sur des principes mécaniques sont regroupés sous l'appellation Micro Electro-Mechanical Systems (MEMS). Ils sont issus des capteurs gyroscopiques utilisés dans l'aérospatial, l'ingénierie mécanique, la télécommunication. Les MEMS utilisent une structure vibrante pour déterminer la vitesse de rotation. Une masse oscille, vibre dans une direction fixe à une vitesse donnée et lorsqu'une vitesse de rotation externe est appliquée à

cette masse, cela provoque une force (Force de Coriolis) causant un déplacement perpendiculaire de la masse (Figure 1.9.a). Ce déplacement cause un changement au niveau des condensateurs. Ce changement correspond à une vitesse de rotation particulière. La masse utilisée peut prendre différentes formes telle une « fourchette » dans le cas du capteur Horizon MEMS HZ1-200-100 (Figure 1.9b-c) de Systron Donner Initial (www.systron.com).

Les propriétés de HZ1-200-100 sont répertoriées dans le Tableau 1.1. Les MEMS varient d'une taille entre 0,02 mm et 1,0 mm les rendant extrêmement portables et manoeuvrables sur le terrain ou en laboratoire. Ils consomment peu d'énergie mais ne sont pas très précis, de l'ordre de 10^{-4} rad/s/√Hz (Jaroszewicz et al., 2016). Les séismes locaux de magnitude 4 avec une source à une dizaine de kilomètres du MEMS ne seront pas enregistrés (Lee et al., 2009b). Nigbor (1994) ainsi que Takeo (1998) utilisent des MEMS afin d'enregistrer les signaux de rotation respectivement causés par des explosions et par des séismes. D'Alessandro et D'Anna (2014) utilisent le MEMS pour retrouver l'orientation absolue des composantes horizontales d'un capteur ayant subi une rotation dans le plan horizontal. Ils sont aussi utilisés en génie civil du fait qu'ils peuvent être fixés aux parois ou poutres des bâtiments (Zembyat et al., 2013).

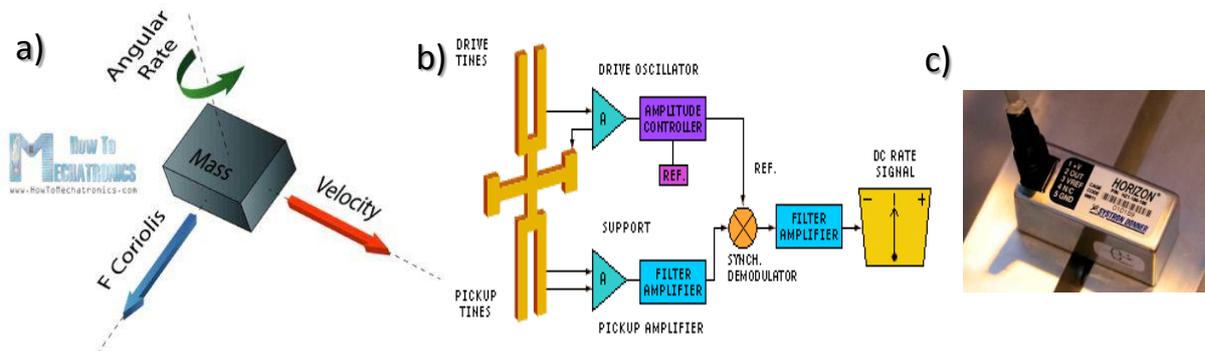


Figure 1.9. a) schéma de distribution des forces. b) et c) sont le schéma explicatif et la photo du capteur MEMS Horizon HZ1-200-100.

1.4.1.2. Capteurs à fluide conducteur

Les capteurs utilisant des fluides conducteurs calculent les mouvements de rotation en mesurant les changements de comportement du courant électrique. Les capteurs tels que R-1 (Figure 1.10.a) et R-2 d'Eentec (Eentec, 2017 ; www.eentec.com) sont basés sur une technologie électrochimique (EC) le « Molecular Electronic Transfert » ou MET (Figure 1.10.b) à l'intérieur d'un anneau (torus). La vitesse de rotation est mesurée proportionnellement au signal électrique créé par le mouvement et la concentration d'ion passant entre plusieurs électrodes (Figure 1.10.a). Bernauer et al, (2012) reportent qu'entre 20° et 50°, la constante du générateur – G (generator constant) peut dévier jusqu'à 27 % de sa valeur nominale.

Ces capteurs sont donc très sensibles aux changements de température. Néanmoins ce sont les premiers capteurs portables mesurant les trois composantes de rotation avec une précision de l'ordre de 10^{-7} rad/s/VHz (Tableau 1.1) pour des fréquences supérieures à 1 Hz (Nigbor et al., 2009) disponibles dans le commerce. Ces capteurs ont été utilisés dans plusieurs études pour enregistrer les rotations associées à des mouvements forts du sol générés par des sources artificielles (Lin et al., 2010 ; Wassermann et al., 2009) ou des sources naturelles (Lee et al., 2009a, Wu et al., 2009).

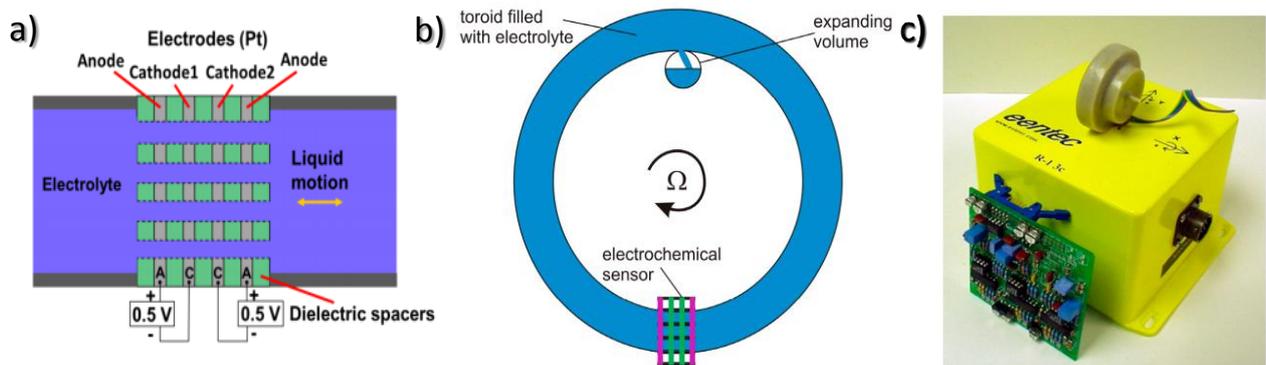


Figure 1.10. a) Schéma explicatif des électrodes de R-1 extrait de Huang et al. (2013). b) et c) sont un schéma fonctionnel et une photo du capteur Eentec R-1 extrait de Jaroszewicz et al. (2016).

Les capteurs magnétohydrodynamiques (MC) tel que l'ATA-smhd (Applied Technology Associate, www.atacorp.com) sont des capteurs utilisant un champ magnétique ainsi que l'inertie d'un fluide conducteur. Un courant radial est émis lorsqu'un mouvement relatif entre le fluide conducteur et le champ magnétique est généré dû à l'application d'une rotation sur le système (Figure 1.11). Le voltage de sortie est proportionnel à la vitesse de rotation. Ce capteur ATA est portable et a une précision de 10^{-8} rad/s/VHz pour des fréquences supérieures à 1 Hz (Pierson et al., 2016).

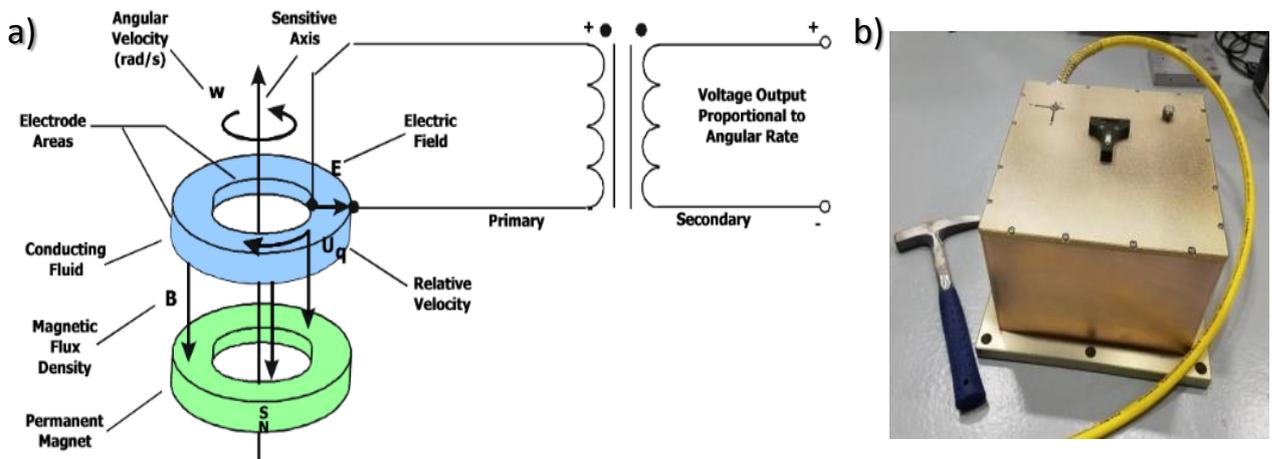


Figure 1.11. a) et b) sont le schéma explicatif ainsi que la photo d'un capteur ATA-smhd.

Ces capteurs à fluide conducteurs sont plus précis que les MEMS mais plus encombrants sur le terrain et sensibles aux changements de température.

1.4.1.3. Capteurs à fibre optique

Les gyromètres à fibre optique (FOG – Fiber Optique Gyroscope) ainsi que les gyroscopes laser (RLG – Ring Laser Gyroscope) sont basés sur un même principe, l’effet Sagnac (Sagnac, 1913 ; Stedman, 1997). Cet effet Sagnac découvert en 1913 décrit le décalage entre deux rayons lumineux se propageant dans des directions opposées. Les gyroscopes à fibre optique ainsi que gyroscopes laser sont tous deux des applications des systèmes interférométrique.

1.4.1.3.1. Gyromètre à fibre optique – FOG

Les FOG se distinguent des RLG par leur portabilité et l’enregistrement des 3C de rotation. Le FOG BlueSeis3A est le premier capteur 3C de rotation portable commercialisé et spécifiquement conçu pour la sismologie large bande. Sa précision est de l’ordre de $3 \cdot 10^{-8}$ rad/s/√Hz pour une bande de fréquence allant de 0,01 Hz à 50 Hz (Bernauer et al., 2018). En comparaison, le LCG-Demonstrator (Northrop Grumman LITEF, northropgrumman.litef.com) était précis à 10^{-6} rad/s/√Hz sur la même bande de fréquence. Cela correspond à une différence de deux ordres de magnitude entre les deux FOG.

La précision des FOGs dépend de la précision du déphasage entre les deux signaux lumineux ($\delta\phi$) et donc de la longueur totale de la fibre optique, L , ainsi que du rayon d’une spire de fibre, R (Équation 1.11). Cette précision augmente lorsque les paramètres L ou/et R augmentent.

$$\delta\phi = \frac{4\pi LR}{\lambda c} \mathbf{n} \cdot \Omega \text{ extrait de Schreiber et al. (2009)} \quad (\text{Équation 1.11})$$

avec Ω – la vitesse de rotation, λ – la longueur d’onde, c – la vitesse de la lumière et \mathbf{n} – le vecteur normal à la surface.

1.4.1.3.2. Gyroscope laser – RLG

Avant le projet ROMY (Igel et al., 2017), les RLG ne mesuraient qu’une composante de rotation. Ce sont des instruments de laboratoire, non portables sur le terrain compte tenu de leur dimension. Par exemple, le gyroscope laser de Wetzell en Allemagne (G-ring laser) est d’une dimension de 16 m². Cela est environ 100 à 2000 fois supérieur aux dimensions des FOG (Jaroszewicz et al., 2016).

La vitesse de rotation est proportionnelle à la fréquence de battement (δf) des deux ondes opposées émises par le laser (Équation 1.12).

$$\delta f = \frac{4A}{\lambda L} \mathbf{n} \cdot \dot{\omega} \text{ extrait de Igel et al. (2014)} \quad (\text{Équation 1.12})$$

avec A – la surface, L – le périmètre, \mathbf{n} – le vecteur normal au trajet du faisceau laser et $\dot{\omega}$ – la vitesse de rotation. La fréquence de battement est proportionnelle à la vitesse de rotation

ainsi qu'au ratio de la surface et du périmètre. Ce ratio correspond au facteur d'échelle du RLG et contrôle sa précision. Par conséquent, le laser du G-ring parcourt un carré de 4 m de côté aboutissant à une précision de l'ordre de 10^{-11} rad/s/√Hz (Schreiber et al., 2006).

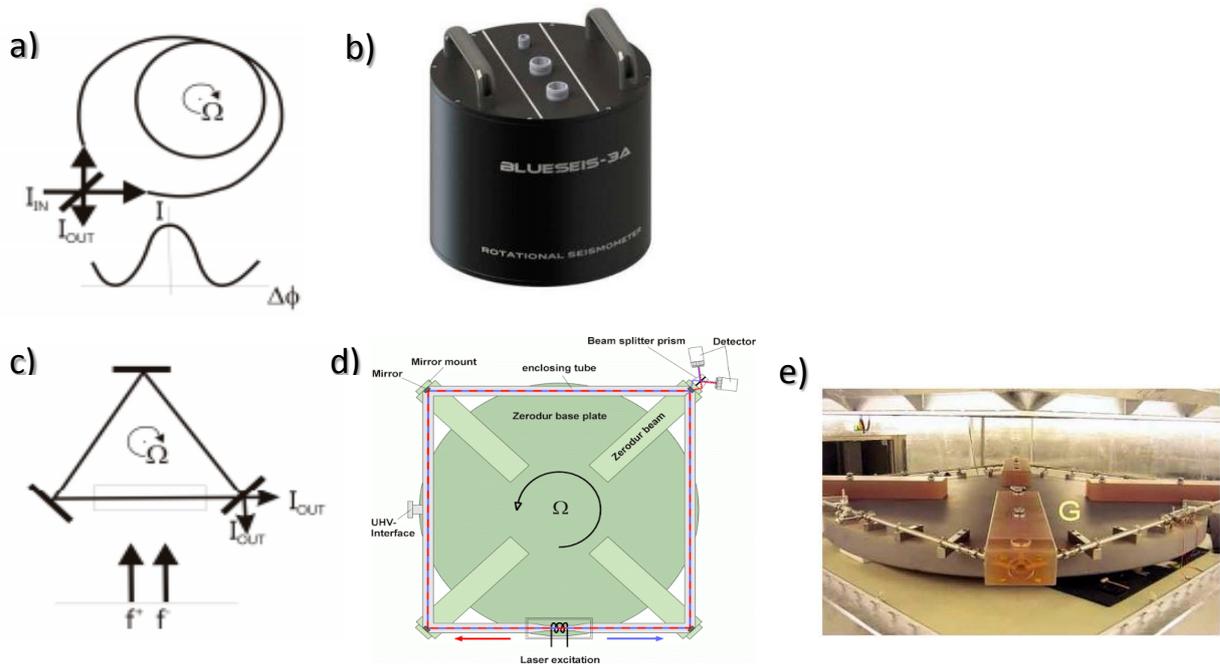


Figure 1.12. a) Schéma explicatif de l'Équation 1.11, b) photo du BlueSeis-3A (www.blueseis.com). c) schéma explicatif de l'Équation 1.12. d) et e) schéma et la photo du G-ring laser de Wetzell extrait de Lee et al. (2009b). a), b), c) et e) sont extraits de Jaroszewicz et al. (2016).

Les caractéristiques des capteurs décrites dans cette section sont résumées dans le Tableau 1.1 et leurs précisions sont comparées en Figure 1.13. Tous ces capteurs mesurant directement les composantes de rotation sont insensibles aux mouvements de translations du sol permettant une mesure non biaisée des mouvements de rotation.

Le capteur remplissant au mieux les critères énumérés en début de Partie 1.4.1 est le FOG BlueSeis-3A (ixblue, www.ixblue.com). Sa consommation d'énergie est supérieure à celle des autres capteurs (Tableau 1.1) et pourrait être réduite (Bernauer et al., 2018). Sa précision n'atteint pas encore celle du RLG à ce jour.

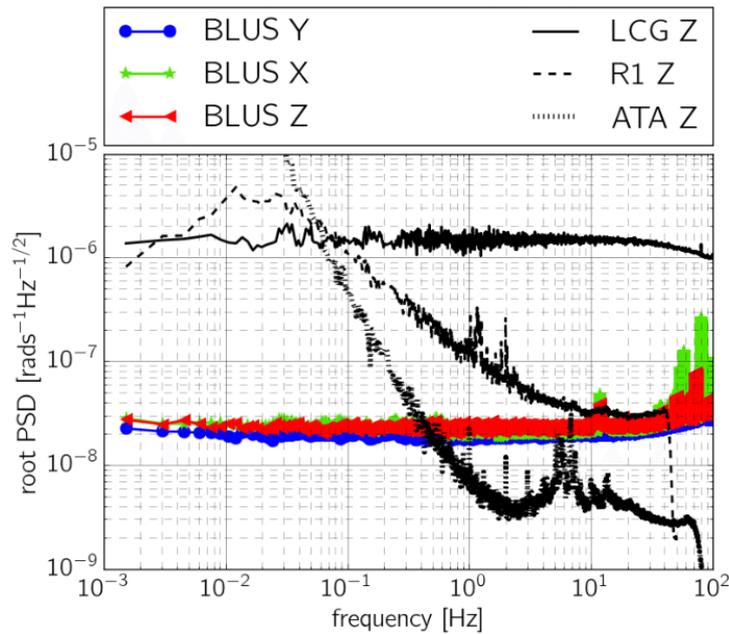


Figure 1.13. Comparaison du bruit propre en rad/s/√Hz ou précision des différents types de capteur en fonction de la fréquence en Hz. Le MEMS Horizon HZ1-200-100 ainsi que le G-ring sont en dehors de la figure.

Paramètres	Unité	HZ1-200-100 (Systron Digital initial, www.systron.com)	R-1 (Eentec, www.eentec.com)	ATA (Applied Technology Associates, www.atacorp.com)	G-Ring	BlueSeis-3A (ixblue, www.ixblue.com)
Nb de composante		1C	3C	3C	1C	3C
Précision	rad/s/√Hz	$4,4 \times 10^{-4}$	$1,2 \times 10^{-7}$	$4,0 \times 10^{-9}$	9×10^{-11}	2×10^{-8}
Maximum rate	rad/s	3,49	0,10	0,005	1	0,1
Bande de fréquence	Hz	>60	0,05–20	1-100	0,003–10	DC–100
Facteur d'échelle	V/rad/s	0,57 ($\pm 2\%$)	50	2,0	Aucun	<0,01
Température	°C	-40 to +71	-15 to +55 (extended -45 to +55)	-20 to +40	Constante	-10 to 50
Calibration	%/°C	<0,08	<0,03	Aucune donnée	Nécessaire	Inutile
Cons. énergétique	W	0,24	0,28	<2,0	Élevée	<20
Poids	kg	<0,06	1,0	24,5	Aucune donnée	20
Dimensions [L × W × H]	mm	58,3 × 25,3 × 25,3	120 × 120 × 90	305 × 305 × 178	Aire égale à 16 m ²	300 × 300 × 280

Tableau 1.1. Tableau extrait et modifié de Jaroszewicz et al. (2016) résumant les caractéristiques des différents capteurs. Les couleurs sont associées aux types de capteur : mécanique (vert), fluide (orange), optiques (violet).

1.4.2. Mesures indirectes.

Comme constaté plus haut (Équation 1.7), estimer indirectement les mouvements de rotation consiste à mesurer des dérivées spatiales, représentant les gradients des mouvements de translation du sol. Jusqu'à maintenant, toutes les études publiées sur la mesure indirecte de rotation calculent celle-ci à partir d'un réseau 2D de stations à trois composantes (3C). Ces études parmi lesquelles Huang (2003), Donner et al. (2017), Langston et al. (2007a, b, c), Liang et Langston (2009), Spudich et al. (1995), Spudich et Fletcher (2009), Suryanto et al. (2006), Sollberger et al. (2016) supposent un milieu homogène sous le réseau et une onde plane qui se propage à travers celui-ci.

La géométrie de ces réseaux 2D varie cependant d'une étude à l'autre. Néanmoins, ils disposent toujours d'un minimum de trois stations. Oliviera et Bolt (1989) et Louami et Labbe (2002), utilisent respectivement un réseau 2D circulaire en anneaux et un réseau 2D de type triaxial avec trois bras linéaires à 120° les uns des autres (Figure 1.14). Aucune étude n'a été publiée jusqu'à ce jour pour savoir si la géométrie du réseau a un impact sur la mesure indirecte de rotation. C'est une variable méconnue qui rend la comparaison entre différentes études difficile.

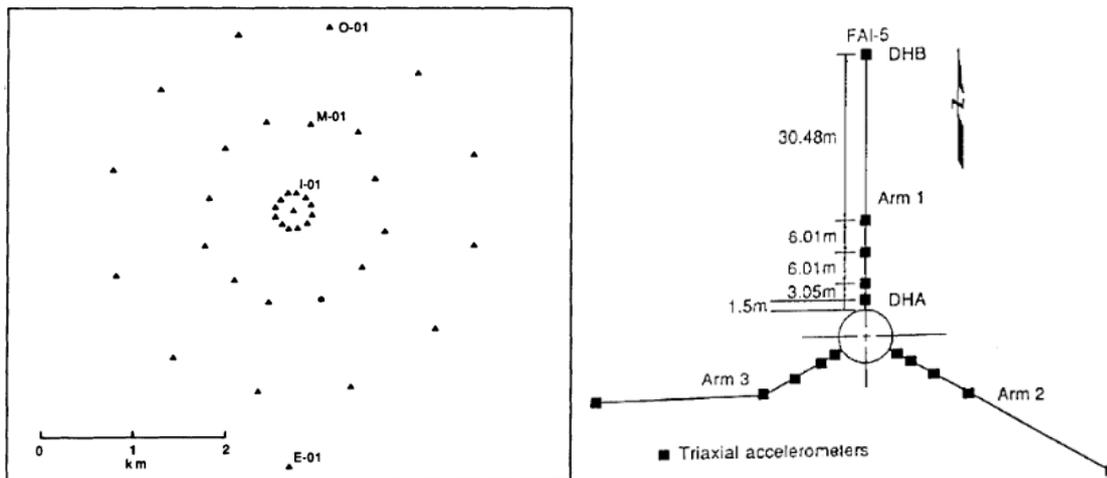


Figure 1.14. Réseaux 2D montrant des géométries différentes. A gauche et à droite sont les réseaux 2D utilisés par Oliviera et Bolt (1989) et Laoumi et Labbe (2002) respectivement.

Utiliser un réseau 2D déployé à la surface permet d'intégrer les contraintes associées à la physique de la surface libre dans le calcul des mouvements de rotation. En condition de surface libre, les contraintes normales, $\sigma_{ij}n_j$, à la surface sont nulles (n_j sont les composantes $j = x, y, z$ du vecteur normal à la surface). Pour une surface plane et horizontale, les composantes σ_{i3} du tenseur de contraintes sont nulles (avec $i = x, y, z$) (Cochard et al., 2006). Dans un milieu homogène et isotrope, prenant en compte la condition de surface libre, la loi de Hooke permet d'écrire notamment

$$\sigma_{xz} = 2\mu \varepsilon_{xz} = 0, \text{ soit } \frac{\partial u_z}{\partial x} = -\frac{\partial u_x}{\partial z}, \text{ et} \quad (\text{Équation 1.13})$$

$$\sigma_{yz} = 2 \mu \varepsilon_{yz} = 0, \text{ soit } \frac{\partial u_z}{\partial y} = -\frac{\partial u_y}{\partial z}$$

Reportant ces égalités dans l'Équation 1.8 le pseudo-vecteur rotation prend la forme ci-dessous, uniquement valable à la surface libre (indice **SF**).

$$\omega^{SF} = \begin{pmatrix} \omega_x^{SF} \\ \omega_y^{SF} \\ \omega_z^{SF} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial u_z}{\partial y} \\ -\frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) \end{pmatrix} \quad (\text{Équation 1.14})$$

L'hypothèse de surface libre plane et horizontale limitant un milieu isotrope et homogène permet, par dérivation suivant les seules composantes spatiales horizontales, de réaliser une mesure du pseudo vecteur de rotation en déployant spatialement un réseau trois composantes sur une telle surface. Ce réseau permet aussi de mesurer en surface quatre des six composantes du tenseur de déformation (Spudich et al., 2009).

En définitive, un réseau 2D trois composantes permet de calculer dix des douze observables (3 de translation, 4 de déformation et 3 de rotation) constituant le champ d'ondes sismiques ce qui ouvre à de nombreuses applications.

Cependant, calculer par dérivation spatiale les composantes de rotation en déployant un réseau 2D 3C, présente quelques contraintes. D'après Spudich et Fletcher (2008), l'ouverture du réseau (distance maximale séparant deux stations quelconques du réseau) limite les courtes longueurs d'onde (ou hautes fréquences) que l'on peut analyser dans la mesure où l'opérateur différentiel est utilisé pour le calcul des composantes de rotation.

Pour éviter les effets de repliement spatiaux (spatial aliasing) et pour tenir compte de l'hypothèse de déformation linéaire de l'onde au travers du réseau, Spudich et Fletcher (2008) estiment que les longueurs d'onde considérées doivent être au moins quatre fois plus grandes que l'ouverture du réseau utilisé. L'utilisation des grandes longueurs d'onde (basses fréquences), est limitée par le manque de précision sur la mesure de sensibilité des capteurs du réseau (Poppeliers et Evans, 2015 ; Ringler et al., 2016).

D'autres problèmes existent comme le bruit, le couplage entre stations et sol, les effets locaux (hétérogénéité), la variabilité du type de capteurs. Certains ont été abordés, ou des méthodes ont permis de les corriger (Liang et Langston, 2009 ; Schmelzbach et al., 2018 ; Sollberger et al., 2015 ; Spudich et Fletcher, 2008). Cependant très peu d'études quantitatives ont été réalisées sur la précision de la mesure de rotation par dérivée spatiale (Donner et al., 2017 ; Suryanto et al., 2006). De façon générale, selon Schmelzbach et al. (2016), la précision de la mesure de rotation par dérivée spatiale dépend de la géométrie du réseau, ainsi que de la relation entre longueur d'onde apparente et de l'azimut de sa direction d'arrivée.

2. Quantification de l'incertitude associée à la mesure de rotation

Ce chapitre a été rédigé en anglais dans le but d'une future publication.

2.1. Introduction

Several studies have shown that measuring the components of rotation contributes in improving our understanding of the field of seismology. Rotational motions: 1) bring about a better understanding of the moment tensor (Donner et al., 2017), 2) can be used to separate or restructure the wave-field (Sollberger et al., 2018), 3) estimate the back azimuth as well as waves' phase velocity using a single six-components (6C) station (Igel et al., 2007) or 4) better estimate the underground geology (Wassermann et al., 2016).

One way to measure the 3C of rotation is to indirectly calculate them from the 3C of translations recorded by a seismic network. Several methods such as the seismogeodetic method (Spudich et al., 1995) or the method using gradiometry (Langston et al., 2007), have been developed. Because those methods are array-derived, the 3C of rotation are calculated from the first order term of the Taylor expansion of the displacement vector. This expansion leads to an approximation of the rotational wave field. An uncertainty will thus be associated with this type of methods. What order of magnitude will this uncertainty be? And what could be the effects of various sources of uncertainties on the array-derived rotational motions?

Spudich & Fletcher (2008) demonstrate that the seismogeodetic method is limited in the short wavelengths range because of spatial aliasing and to keep uniform strain and rotation over the array. They found a maximum uncertainty value, of 10% (0.1), associated with rotational measurements that have wavelengths four times greater than the aperture (A_p) of the array ($\lambda > 4 A_p$). Donner and al. (2017) looked at the limitation of the seismogeodetic method over the long wavelengths. Based on four collocated STS-2 seismometers, a calibration error of 1.5% between the seismometers was found to generate an amplitude uncertainty of 0.2% (0.002) on the rotational measurements that have wavelengths four hundred and twenty times shorter than the aperture array ($\lambda < 420 A_p$). Combining both studies lays down a wavelength band ($4 A_p < \Delta\lambda < 420 A_p$) over which rotational measurements with a maximum amplitude error of 10% can be reliably derived using the seismogeodetic method.

Donner et al. (2017) also explain how to correct for stations' misalignment but do not quantify the uncertainty caused by stations' misalignment on array-derived rotation. Langston et al. (2018) demonstrate that decreasing the misalignment of the stations will increase the accuracy of the rotational measurements. However, the uncertainty in array-derived rotation due to stations' misalignment is again not quantified. Suryanto et al. (2006) use the seismogeodetic method (Spudich et al., 1995) to derive the rotational motions and investigate parameters other than stations' misalignment such as Gaussian random noise, stations' coordinates (x-y position of stations) as well as seismometer response.

All of these sources of uncertainties used in Suryanto et al. (2006) are randomly introduced over array stations or synthetic seismograms of a point source approximation of the M 6.3 Al Hoceima, Morocco, seismic event (24th of February 2004). These synthetic signals are bandpass filtered from 0.03 Hz to 0.5 Hz. The uncertainties associated to the rotational motions listed in Suryanto et al. (2006) are thus only valid over this frequency band (Δf). Suryanto et al. (2006) identifies the phase of the instrumental response as being the parameter with the most impact on the uncertainty associated to array-derived rotation measurements. 2% of phase variation generates 65.4% of uncertainty. Gaussian noise, with a maximum amplitude that is 10% of the signal peak amplitude, perturbing the signal as well as 10 % of variations in the amplitude of the instrumental response both generates just above 10% of uncertainty on array-derived rotation measurements.

In order to not be confined to a frequency or wavelength band ($\Delta\lambda = v/\Delta f$, with v the wave velocity), the main goal of this chapter is to devise a methodology to determine the uncertainty associated with array-derived rotation estimation as a function of the wavelength, frequency, array geometry as well as sources of uncertainties. Using a Monte Carlo approach, the following sources of uncertainty: array dimensions, incoherent noise, stations' misalignment, stations' coordinates and instrumental response, will be estimated. This uncertainty will be quantified for the fundamental modes of wave propagation by measuring the difference in amplitude between array-derived rotations calculated using the seismogeodetic method and the theoretical expected values. This methodology is also used to access which source of uncertainty will greater limit the seismogeodetic method in obtaining reliable array-derived rotation results.

This chapter will start off with a reminder on why an uncertainty is associated with array-derived rotational methods. The equations describing the fundamental modes of wave propagation will then be laid down (theoretical method). It will be followed by a description of the seismogeodetic method. After talking about the approximate (seismogeodetic method) and absolute (theoretical method) methods, the procedure used to quantify array-derived rotations' uncertainties will be detailed. The different sources of uncertainty and their effects on array-derived rotation will be discussed.

Sources of uncertainty	Variations of sources of uncertainty	Error estimation on array-derived rotation	Reference
Gaussian signal / Noise	Gaussian signal with maximum amplitude of 1%, 5% and 10% of the peak amplitude of the synthetic signal	1.33%, 6.43% and 12.87%	Suryanto et al. (2006)
Stations' coordinates	Position uncertainty of ± 30 m of the stations	0.38%	Suryanto et al. (2006)
Instrumental	Add a factor of 1%, 5%	1.14%, 3.67% and	Suryanto et al.

response in amplitude/ local site effects	and 10% to the signal amplitude	10.12%	(2006)
Instrumental response in amplitude/ Instrument calibration	±1.5% of the average amplitude	0.2%	Donner et al. (2017)
Instrumental response in phase	0.5%, 1% and 2% of the phase in the phase domain	15.5%, 38.6% and 65.4%	Suryanto et al. (2006)

Table 2.1. : Summarizes the results found in the literature on array-derived error estimation.

2.2. Theoretical method - Array-derived rotational measurements

2.2.1. Definition of the rotation

The seismic field $\mathbf{u}(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x})$ that represents the displacement vector at an infinitesimal small position $\delta\mathbf{x}$ nearby the position \mathbf{x} , can be decomposed into three distinct parts (Aki and Richards, 2002):

$$\mathbf{u}(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}) = \mathbf{u}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\varepsilon} \delta\mathbf{x} + \boldsymbol{\theta} \delta\mathbf{x} \quad (\text{Equation 2.1})$$

where bold characters represent vectors or tensors and their components are expressed with subscripts such as u_i , with $i = x, y, z$. The first part of Equation 2.1 is the “translational” displacement vector that refers to the ground motion recorded by a seismometer. Assuming infinitesimal strain $|\partial_j u_i| \ll 1$, the second part of Equation 2.1 can be associated with the infinitesimal second-order strain tensor. And the last part refers to the second-order rotation tensor $\boldsymbol{\theta}$, which can be expressed from three non-zero independent components:

$$\boldsymbol{\theta} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial x} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) & 0 & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial y} \right) \\ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial z} \right) & \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_z & \omega_y \\ \omega_z & 0 & -\omega_x \\ -\omega_y & \omega_x & 0 \end{pmatrix}$$

(Equation 2.2)

These components can be assigned to each axis x, y and z. They define a pseudo-vector $\boldsymbol{\omega}$ that is the half of the curl of the displacement field and that represents the angle of an infinitesimal rigid rotation:

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{u} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \\ \frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (\text{Equation 2.3})$$

The changes in a medium around a point \mathbf{x} can thus take the following form including three components of translation ($\mathbf{u}(\mathbf{x})$), six components of strain ($\boldsymbol{\epsilon}$) and three components of rotation ($\boldsymbol{\omega}$):

$$\mathbf{u}(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}) = \mathbf{u}(\mathbf{x}) + \boldsymbol{\epsilon} \delta\mathbf{x} + \boldsymbol{\omega} \times \delta\mathbf{x} \quad (\text{Equation 2.4})$$

2.2.2. Fundamental modes of body wave propagation

This part describes the equations associated with the fundamental modes of wave propagation when reflected at a free surface. Those equations are used to generate the theoretical expected values of the 3C of translation and 3C of rotation. In the remaining length of this thesis, this approach will be called the theoretical method (ThM). The theoretical 3C translations values (u_iThM) are used as input values for the seismogeodetic method, that will be described in next section, in order to array-derived the 3C of rotation. The expected theoretical rotational values (ω_iThM) will be used as reference against the array-derived rotations when calculating the uncertainties associated with array-derived rotations in the next section of this chapter. The synthetic cases developed below (Figure 2.1) correspond to 1) an incident SH-wave, 2) an incident SV-wave and 3) an incident P-wave, all reflected at a free surface boundary. This free surface corresponds to a 2D plane on which the stations of the seismic array are located and at which the incident waves are reflected. For simplicity, it is considered that the incident waves are propagating through a half space, homogeneous, isotropic medium.

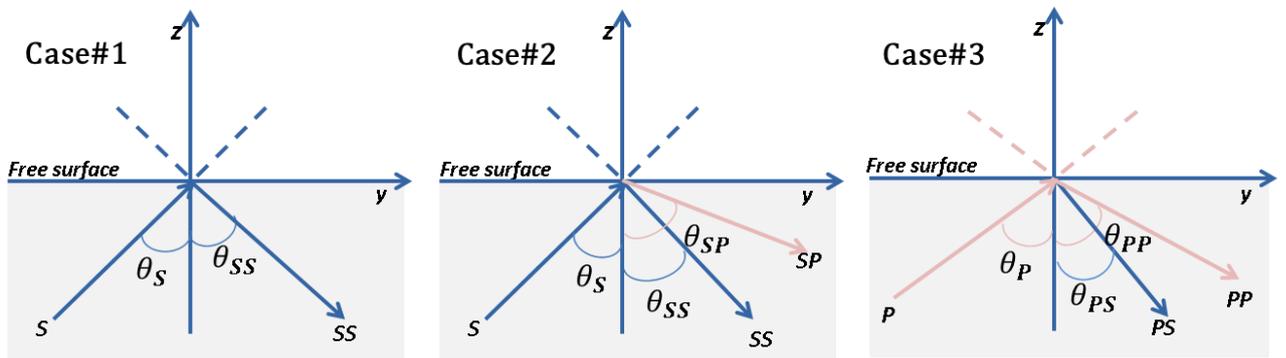


Figure 2.1 Describes the fundamental modes of wave propagation. 1), 2) and 3) represent respectively an up-going incident SH-wave, SV-wave and P-wave being reflected at the free surface boundary. The incident waves can be described as mono frequency planar sinusoids as in Equation 2.5.

$$\psi(\mathbf{r}, t) = A * \mathbf{h} * \cos(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} + \varphi) \quad (\text{Equation 2.5})$$

The sinusoid ψ , is expressed as a function of position vector \mathbf{r} (m) and time t (s). A , \mathbf{h} , \mathbf{k} , ω and φ are respectively the wave's amplitude, polarisation vector, wave vector, angular frequency (rad/s) and phase. The wave vector, \mathbf{k} , indicates the direction of propagation of the wave and is perpendicular to the wave front. Its norm is represented by the wave number k (rad/m) that can be defined as the angular frequency over the local wave velocity ($k = \frac{\omega}{v}$). The polarization vector, \mathbf{h} , represents the particle motion of the propagating wave. For incident SH- and SV-waves (Figure 2.1), their particle motions are perpendicular to their direction of propagation along the horizontal and the vertical ($\mathbf{h}_S \neq \mathbf{k}_{SH} \neq \mathbf{k}_{SV}$) for SH and SV respectively. For an incident P-wave (Figure 2.1), its particle motion is parallel to its direction of propagation ($\mathbf{h}_P = \mathbf{k}_P$).

Taking this into account, the components of displacement, u_i , and of rotations, ω_i , for all three cases are expressed as sets of equations (Sollberger et al. 2018, Trifunac 1982, Achenbach 1973). The variables used in all three cases are summarized in Table 2.2.

Case#1 – Incident SH-wave	Case#2 – Incident SV-wave	Case#3 – Incident P-wave
SH_{u_i} = incident SHwave + reflected SH wave	SV_{u_i} = incident SV wave + reflected SH wave + reflected P wave	P_{u_i} = incident P wave + reflected P wave + reflected SV wave
A_S : Incident SH-wave amplitude	A_S : Incident SV-wave amplitude	A_P : Incident P-wave amplitude
A_{SS} : Reflected SH-wave amplitude	A_{SS} : Reflected SV-wave amplitude	A_{PP} : Reflected P-wave amplitude
	A_{SP} : Reflected P-wave amplitude	A_{PS} : Reflected SV-wave amplitude
θ_S : SH – wave incident angle	θ_S : SV-wave incident angle	θ_P : P-wave incident angle
θ_{SS} : SH-wave reflection angle	θ_{SS} : SV-wave reflection angle	θ_{PP} : P-wave reflection angle
	θ_{SP} : P-wave reflection angle	θ_{PS} : SV-wave reflection angle

Table 2.2. : Summarizes the variables used in the three synthetic cases.

2.2.2.1. Case #1: Incident SH-wave reflected at the free surface

The first case describes an up-going incident SH wave reflected at the free surface into a down-going reflected SH wave (Figure 2.1). No wave conversion occurs when the SH wave is reflected (Equation 2.6). As a result, the amplitude of the reflected SH-wave A_{SS} and the angle of reflection θ_{SS} are the same as the amplitude of the incident SH-wave A_S and the incident angle θ_S . The reflection coefficients are thus equal to one for varying incident angles.

$$SH_{u_i} = \text{incident SH wave} + \text{reflected SH wave} \quad (\text{Equation 2.6})$$

From Equation 2.5 and Equation 2.6, the displacements can be derived (Equation 2.8- Equation 2.10). The SH wave particle motions, \mathbf{h}_{SH} , occur in the horizontal x-y plane,

inferring non-zero displacements for u_x and u_y (Equation 2.8, Equation 2.9). The wave vectors of the two waves can be summarised as in Equation 2.7:

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_S &= k_S(\sin \theta_S * \cos \emptyset, \sin \theta_S * \sin \emptyset, \cos \theta_S)^T \\ \mathbf{k}_{SS} &= k_S(\sin \theta_S * \cos \emptyset, \sin \theta_S * \sin \emptyset, -\cos \theta_S)^T\end{aligned}$$

(Equation 2.7)

where $k_S = k_{SS} = \omega/\beta$ with β the local S-wave velocity. The 3 components of the SH wavefield reflected at the free-surface take the form:

$$\begin{aligned}SH_{u_x} &= -A_S * \sin \emptyset * \cos(\omega * t - kx_S * x - ky_S * y - kz_S * z + \varphi) \\ &\quad - A_{SS} * \sin \emptyset * \cos(\omega * t - kx_{SS} * x - ky_{SS} * y + kz_{SS} * z + \varphi)\end{aligned}$$

(Equation 2.8)

$$\begin{aligned}SH_{u_y} &= A_S * \cos \emptyset * \cos(\omega * t - kx_S * x - ky_S * y - kz_S * z + \varphi) \\ &\quad + A_{SS} * \cos \emptyset * \cos(\omega * t - kx_{SS} * x - ky_{SS} * y + kz_{SS} * z + \varphi)\end{aligned}$$

(Equation 2.9)

$$SH_{u_z} = 0 \quad \text{(Equation 2.10)}$$

Where $\mathbf{k}_S = (kx_S, ky_S, kz_S)$ and $\mathbf{k}_{SS} = (kx_{SS}, ky_{SS}, kz_{SS})$

The free surface implies a zero traction condition boundary and leads the vertical components of the stress tensor to be null (Cochard et al., 2006). Equation 2.4 can be simplified and applying Equation 2.8- Equation 2.10 in Equation 2.4, generate the three components of rotation, SH_{ω_i} (Equation 2.11- Equation 2.13).

At the free surface ($z=0$), they take the following form:

$$SH_{\omega_x} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = \frac{\partial u_z}{\partial y} = 0 \quad \text{(Equation 2.11)}$$

$$SH_{\omega_y} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = -\frac{\partial u_z}{\partial x} = 0 \quad \text{(Equation 2.12)}$$

$$\begin{aligned}SH_{\omega_z} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} (A_S * k_S * \sin \theta_S * \sin(\omega * t - kx_S * x - ky_S * y - kz_S * z + \varphi) \\ &\quad + A_{SS} * k_S * \sin \theta_S * \sin(\omega * t - kx_S * x - ky_S * y + kz_S * z + \varphi))\end{aligned} \quad \text{(Equation 2.13)}$$

For case#1 of an incident SH-wave reflected at the free surface, the rotation around the vertical axis, Z (SH_{ω_z}), is the only non-zero component of rotation.

2.2.2.2. Case#2: Incident SV-wave reflected at the free surface

The second case describes an up-going incident SV-wave impacting the free surface and being reflected into a down-going SV-wave and a down-going mode converted P-wave (Equation 2.14).

$$SV_{u_i} = \text{incident SV wave} + \text{reflected SV wave} + \text{reflected P wave} \quad \text{(Equation 2.14)}$$

The amplitudes, A_{SS} and A_{SP} , of the reflected SV- and P-waves as well as their angles of reflection, θ_{SS} and θ_{SP} , are calculated using trigonometry and can be related to the incident SV-wave's amplitude A_S and incident angle, θ_S (Equation 2.15-17).

$$\theta_S = \sin^{-1}(\kappa^{-1} * \sin\theta_p) \quad (\text{Equation 2.15})$$

$$A_{SS} = A_S * \frac{\sin 2\theta_S * \sin 2\theta_P - \kappa^2 * \cos^2 2\theta_S}{\sin 2\theta_S * \sin 2\theta_P + \kappa^2 * \cos^2 2\theta_S} \quad (\text{Equation 2.16})$$

$$A_{SP} = A_S * \frac{-\kappa * \sin 4\theta_S}{\sin 2\theta_S * \sin 2\theta_P + \kappa^2 * \cos^2 2\theta_S} \quad (\text{Equation 2.17})$$

κ is the P- and S-waves velocity ratio: $\kappa = \alpha/\beta$.

However as P-waves propagate faster than S-waves, the reflected P-wave will have a greater angle of reflection than the reflected SV-wave that is the same as the SV-wave incident angle because of the free surface conditions ($\theta_{SP} > \theta_{SS} = \theta_S$). Therefore as the incident angle increases, it will reach a critical angle ($\theta_S = \theta_{CR} = \sin^{-1}(\beta/\alpha)$) at which the down-going P-wave will be propagating parallel to the free surface. If $\theta_S > \theta_{CR}$, the mode converted P-wave will be reflected off the free surface becoming an evanescent wave. This evanescent wave will be confined near the free surface boundary. In that case the amplitudes A_{SS} and A_{SP} will be calculated as in Equation 2.18 and Equation 2.19 (Nuttli and Whitmore, 1961).

$$A_{SS} = A_S * \frac{4 * (\sin^2 2\theta_S - \kappa^{-2}) * \sin^2 2\theta_S * \sin^2 \theta_S - \cos^4 2\theta_S + 4j\sqrt{\sin^2 \theta_S - \kappa^{-2}} * \sin 2\theta_S * \sin \theta_S * \cos^2 2\theta_S}{\cos^4 2\theta_S + 4 * (\sin^2 \theta_S - \kappa^{-2}) * \sin^2 2\theta_S * \sin^2 \theta_S} \quad (\text{Equation 2.18})$$

$$A_{SP} = A_S * \frac{2 * \kappa^{-1} * \sin 2\theta_S * \cos 2\theta_S * (\cos^2 2\theta_S - 2j\sqrt{\sin^2 \theta_S - \kappa^{-2}} * \sin 2\theta_S * \sin \theta_S)}{\cos^4 2\theta_S + 4 * (\sin^2 \theta_S - \kappa^{-2}) * \sin^2 2\theta_S * \sin^2 \theta_S} \quad (\text{Equation 2.19})$$

The reflections coefficients as depicted in Figure 2.2.a are derived from Equation 2.16- 19.

From Equation 2.5 and Equation 2.14, the displacements can be calculated (Equation 2.21-23). The wave vectors of the three waves used in case#2 (Equation 2.14) are summarised in Equation 2.20:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_S &= k_S (\sin \theta_S \cos \phi, \sin \theta_S \sin \phi, \cos \theta_S)^T \\ \mathbf{k}_{SS} &= k_S (\sin \theta_S \cos \phi, \sin \theta_S \sin \phi, -\cos \theta_S)^T \\ \mathbf{k}_{SP} &= k_P (\sin \theta_P \cos \phi, \sin \theta_P \sin \phi, -\cos \theta_P)^T \end{aligned} \quad (\text{Equation 2.20})$$

where $k_S = k_{SS} = \omega/\beta$ with β the local S-wave velocity and $k_P = \omega/\alpha$ with α the local P-wave velocity. The 3 components of the SV wavefield reflected at the free-surface take the form:

$$\begin{aligned} SV_{u_x} &= A_S * \cos \theta_S * \cos \phi * \cos (\omega * t - kx_S * x - ky_S * y - kz_S * z + \varphi) \\ &+ A_{SS} * \cos \theta_S * \cos \phi * \cos (\omega * t - kx_{SS} * x - ky_{SS} * y + kz_{SS} * z + \varphi) \\ &+ A_{SP} * \sin \theta_P * \cos \phi * \cos (\omega * t - kx_{SP} * x - ky_{SP} * y + kz_{SP} * z + \varphi) \end{aligned}$$

(Equation 2.21)

$$\begin{aligned} SV_{u_y} = & A_S * \cos\theta_S * \sin\emptyset * \cos(\omega * t - kx_S * x - ky_S * y - kz_S * z + \varphi) \\ & + A_{SS} * \cos\theta_S * \sin\emptyset * \cos(\omega * t - kx_{SS} * x - ky_{SS} * y + kz_{SS} * z + \varphi) \\ & + A_{SP} * \sin\theta_P * \sin\emptyset * \cos(\omega * t - kx_{SP} * x - ky_{SP} * y + kz_{SP} * z + \varphi) \end{aligned}$$

(Equation 2.22)

$$\begin{aligned} SV_{u_z} = & A_S * \sin\theta_S * \cos(\omega * t - kx_S * x - ky_S * y - kz_S * z + \varphi) \\ & - A_{SS} * \sin\theta_S * \cos(\omega * t - kx_{SS} * x - ky_{SS} * y + kz_{SS} * z + \varphi) \\ & + A_{SP} * \cos\theta_P * \cos(\omega * t - kx_{SP} * x - ky_{SP} * y + kz_{SP} * z + \varphi) \end{aligned}$$

(Equation 2.23)

where $\mathbf{k}_S = (kx_S, ky_S, kz_S)$, $\mathbf{k}_{SS} = (kx_{SS}, ky_{SS}, kz_{SS})$ and $\mathbf{k}_{SP} = (kx_{SP}, ky_{SP}, kz_{SP})$

The rotational components can be calculated (Equation 2.24-26) by implementing Equation 2.21-23 in Equation 2.4. At the free-surface ($z=0$), they take the following form:

$$SV_{\omega_x} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = \frac{\partial u_z}{\partial y} = \frac{1}{2} (A_S + A_{SS}) k_S \sin\emptyset \sin(\omega * t - kx_S x - ky_S y + kz_S z + \varphi)$$

(Equation 2.24)

$$SV_{\omega_y} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = -\frac{\partial u_z}{\partial x} = -\frac{1}{2} (A_S + A_{SS}) k_S \cos\emptyset \sin(\omega * t - kx_S x - ky_S y + kz_S z + \varphi)$$

(Equation 2.25)

$$SV_{\omega_z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = 0$$

(Equation 2.26)

For case#2 of an incident SV-wave reflected at the free surface, the rotations occur around the horizontal axes x and y ($SV_{\omega_x}, SV_{\omega_y}$). The third component of rotation SV_{ω_z} equals to zero.

2.2.2.3. Case#3: Incident P-wave reflected at the free surface

The third case describes an up-going incident P-wave impacting the free surface and being reflected back into down-going P-wave and mode converted SV-wave (Equation 2.27).

$$P_{u_i} = \text{incident P wave} + \text{reflected P wave} + \text{reflected SV wave}$$

(Equation 2.27)

The amplitudes, A_{pp} and A_{ps} , of the reflected P- and SV-waves as well as their angles of reflection, θ_{pp} and θ_{ps} , are calculated using trigonometry and relate to the incident P-wave's amplitude A_p and incident angle, θ_p (Equation 2.28- Equation 2.29).

$$A_{PP} = A_P * \frac{\sin 2\theta_p * \sin 2\theta_s - \kappa^2 * \cos^2 2\theta_s}{\sin 2\theta_p * \sin 2\theta_s + \kappa^2 * \cos^2 2\theta_s}$$

(Equation 2.28)

$$A_{PS} = A_P * \frac{2\kappa * \sin 2\theta_p * \cos 2\theta_s}{\sin 2\theta_p * \sin 2\theta_s + \kappa^2 * \cos^2 2\theta_s}$$

(Equation 2.29)

The reflections coefficients as depicted in Figure 2.2.b are derived from Equation 2.28- Equation 2.29.

From Equation 2.5 and Equation 2.27, the displacements can be calculated (Equation 2.31-33). The wave vectors of the three waves used in this case (Equation 2.27) are summarised in Equation 2.30:

$$\begin{aligned}\mathbf{k}_P &= k_P(\sin \theta_P \cos \emptyset, \sin \theta_P \sin \emptyset, \cos \theta_P)^T \\ \mathbf{k}_{PP} &= k_P(\sin \theta_P \cos \emptyset, \sin \theta_P \sin \emptyset, -\cos \theta_P)^T \\ \mathbf{k}_{PS} &= k_S(\sin \theta_S \cos \emptyset, \sin \theta_S \sin \emptyset, -\cos \theta_S)^T\end{aligned}\quad (\text{Equation 2.30})$$

where $k_P = k_{PP} = \omega/\alpha$ with α the local P-wave velocity and $k_S = \omega/\beta$ with β the local S-wave velocity. The 3 components of the P wavefield reflected at the free-surface take the form:

$$\begin{aligned}P_{-u_x} &= A_p * \sin \theta_p * \cos \emptyset * \cos (\omega * t - kx_p * x - ky_p * y - kz_p * z + \varphi) \\ &+ A_{pp} * \sin \theta_p * \cos \emptyset * \cos (\omega * t - kx_{pp} * x - ky_{pp} * y + kz_{pp} * z + \varphi) \\ &+ A_{ps} * \cos \theta_s * \cos \emptyset * \cos (\omega * t - kx_{ps} * x - ky_{ps} * y + kz_{ps} * z + \varphi)\end{aligned}$$

(Equation 2.31)

$$\begin{aligned}P_{-u_y} &= A_p * \sin \theta_p * \sin \emptyset * \cos (\omega * t - kx_p * x - ky_p * y - kz_p * z + \varphi) \\ &+ A_{pp} * \sin \theta_p * \sin \emptyset * \cos (\omega * t - kx_{pp} * x - ky_{pp} * y + kz_{pp} * z + \varphi) \\ &+ A_{ps} * \cos \theta_s * \sin \emptyset * \cos (\omega * t - kx_{ps} * x - ky_{ps} * y + kz_{ps} * z + \varphi)\end{aligned}$$

(Equation 2.32)

$$\begin{aligned}P_{-u_z} &= A_p * \cos \theta_p * \cos (\omega * t - kx_p * x - ky_p * y - kz_p * z + \varphi) \\ &- A_{pp} * \cos \theta_p * \cos (\omega * t - kx_{pp} * x - ky_{pp} * y + kz_{pp} * z + \varphi) \\ &+ A_{ps} * \sin \theta_s * \cos (\omega * t - kx_{ps} * x - ky_{ps} * y + kz_{ps} * z + \varphi)\end{aligned}$$

(Equation 2.33)

where $\mathbf{k}_P = (kx_P, ky_P, kz_P)$, $\mathbf{k}_{PS} = (kx_{PS}, ky_{PS}, kz_{PS})$ and $\mathbf{k}_{PP} = (kx_{PP}, ky_{PP}, kz_{PP})$

Then the rotational components (Equation 2.34-36) can be calculated by inserting Equation 2.31-33 in Equation 2.4. At the free-surface ($z=0$), they take the following form:

$$P_{-\omega_x} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial y} - \frac{\partial u_y}{\partial z} \right) = \frac{\partial u_z}{\partial y} = \frac{1}{2} A_{ps} k_S \sin \emptyset * \sin (\omega * t - kx_{ps} x - ky_{ps} y + kz_{ps} z + \varphi)$$

(Equation 2.34)

$$P_{-\omega_y} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_x}{\partial z} - \frac{\partial u_z}{\partial x} \right) = -\frac{\partial u_z}{\partial x} = \frac{1}{2} A_{ps} k_S \cos \emptyset * \sin (\omega * t - kx_{ps} x - ky_{ps} y + kz_{ps} z + \varphi)$$

(Equation 2.35)

$$P_{-\omega_z} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} - \frac{\partial u_x}{\partial y} \right) = 0 \quad (\text{Equation 2.36})$$

It has to be noted that even though the incident P-wave does not generate any rotations in the bulk, there exist rotations around the horizontal axes x and y ($P_{-\omega_x}, P_{-\omega_y}$). These components of rotation are generated by the reflected mode converted SV-wave produced when the incident P-wave impacts at the free surface. If the free surface boundary is removed, all components of rotation induced by a P-wave would be equal to zero (Sollberger et al., 2018).

A planar wave propagating through a homogeneous medium and impacting a network can be defined as in Equation 2.2. In the first synthetic case, an incident SH-wave is reflected at a free surface while in the second and last cases it is incident P- and SV-waves respectively. In the last two cases, the incident waves are reflected into two different waves: P and SV waves.

2.2.3. Validation of modeling

To validate the models used in the theoretical method and behind the generation of the synthetic cases, the reflection coefficients of the incident SV and P cases are measured for varying incident angles and are compared in Figure 2.2 with the reflection coefficients documented by Aki and Richards (2002). For this purpose, the P- and S-waves velocities are equivalent to those used in Aki and Richards (2002), which are 5 000 m/s and 3 000 m/s respectively. The reflection coefficients are calculated as the ratio between the amplitude of the reflected wave and the incident wave in Figure 2.2.b, while it is the ratio between the absolute of the amplitudes that is used in Figure 2.2.a.

$$\text{Reflection Coefficient} = \frac{Amp_{ref}}{Amp_{inc}}$$

The reflection coefficients for the incident SH-wave case are always one as the amplitude of the up-going incident SH-wave is completely reflected into a single down-going SH-wave with the same amplitude. Figure 2.2 shows that the reflection coefficients of the synthetic cases (red crosses or red circles) overlap the reflection coefficients (black lines) from Aki and Richard (2002). This ascertains the validity of the codes used in generating the synthetic cases from which the theoretical 3C of translation and 3C of rotation are estimated. The theoretical 3C of translation are also used as input of the seismogeodetic method described in the next section.

In the incident SV-wave case (Figure 2.2, left), it is noted that when the incident angle nears the critical angle, the reflection coefficient of the reflected P-wave is tending towards infinity while the reflection coefficient of the reflected SV-wave is tending towards zero. After the critical angle, the reflection coefficients of the reflected SV-wave are equalled to one as only this SV-wave is reflected anymore. The reflected P-wave has become an evanescent wave

confined near the free surface boundary and its amplitude is defined as in Equation 2.19. When using the case of an incident SV-wave in the remaining parts of this chapter, the incident angle used will always be strictly less than the critical angle.

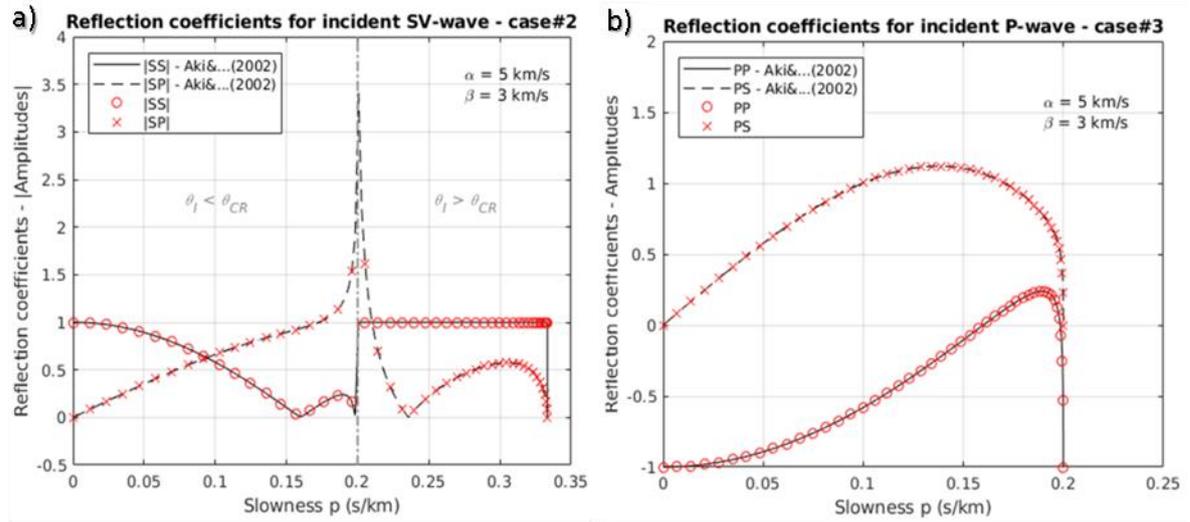


Figure 2.2 Comparison between reflection coefficients from Aki and Richards (2002) and the ones from the codes used in this study. It ascertains the validity of the codes used to generate the synthetic cases that are used to calculate the theoretical 3C of translation. a) (left) and b) (right) are the reflection coefficients as a function of slowness ($p=1/v$) in the cases of an incident SV-wave and an incident P-wave respectively.

2.3. Spudich method

In this section, the array-derived estimation method or seismogeodetic method developed by Spudich et al. (1995) is described. This method uses an array of stations to indirectly measure the 3C of rotation (Equation 2.42).

The second-order strain and rotation tensors of Equation 2.4 can be grouped as a second-order gradient tensor $G\delta\mathbf{x}$ (Equation 2.37).

$$\mathbf{u}(\mathbf{x} + \delta\mathbf{x}) = \mathbf{u}(\mathbf{x}) + G\delta\mathbf{x} \quad (\text{Equation 2.37})$$

The vectors \mathbf{u} correspond to the ground motions wavefield. The gradient tensor G is characterized as a 3 by 3 displacement gradient matrix (Equation 2.38) with 1,2 and 3 being x, y and z respectively.

$$G = \begin{pmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & u_{1,3} \\ u_{2,1} & u_{2,2} & u_{2,3} \\ u_{3,1} & u_{3,2} & u_{3,3} \end{pmatrix} \quad (\text{Equation 2.38})$$

Let d^i and R^i respectively be the differences of displacements and the differences of positions between station pairs, that is to say between the i^{th} stations and the reference station (Figure 2.3). $d^i = u^i - u^{ref}$ and $R^i = r^i - r^{ref}$ with $i = 1, \dots, N$ stations.

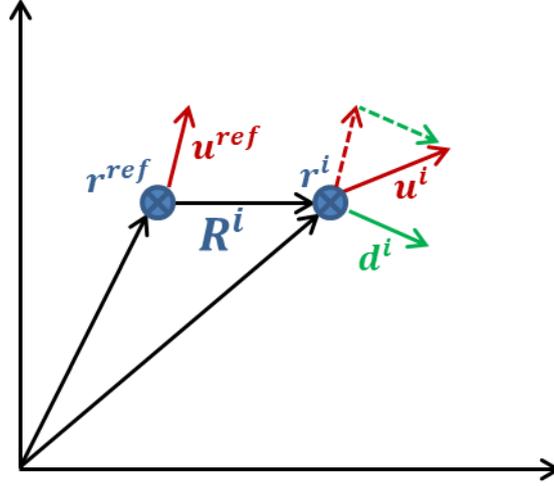


Figure 2.3 Representation of d^i and R^i between the i^{th} station (r^i) and the reference station (r^{ref}).

This seismogeodetic method (array-derived method) developed by Spudich et al. (1995) assumes that the displacements gradients (strain and rotation) are spatially uniform over the array. This means that G is constant for any pairs of stations, leading to Equation 2.39.

$$d^i = GR^i = \begin{pmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & u_{1,3} \\ u_{2,1} & u_{2,2} & u_{2,3} \\ u_{3,1} & u_{3,2} & u_{3,3} \end{pmatrix} R^i \quad (\text{Equation 2.39})$$

Constraining the system of Equation 2.39 by adding a free surface boundary, results in the vertical components of the stress tensor to be equal to zero. This leads to $u_{3,1} = -u_{1,3}$, $u_{3,2} = -u_{2,3}$ and $u_{3,3} = -\eta(u_{1,1} + u_{2,2})$ with $\eta = \frac{\lambda}{\lambda+2\mu} = 1 - (2v_S^2/v_P^2)$ describing the elastic properties of the media. λ and μ are the Lamé parameters. The gradient matrix, G , is thus simplified to six independent components (Equation 2.40). Because of the free surface boundary condition, the stations are considered to be located on the same planar surface. Therefore, all stations of the array have the same elevation ($R_3^i = 0$).

$$\begin{pmatrix} d_1^i \\ d_2^i \\ d_3^i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{1,1} & u_{1,2} & u_{1,3} \\ u_{2,1} & u_{2,2} & u_{2,3} \\ -u_{1,3} & -u_{2,3} & -\eta(u_{1,1} + u_{2,2}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R_1^i \\ R_2^i \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{Equation 2.40})$$

Knowing the displacement vector d^i and position vector R^i between station pairs, the gradient matrix G that is the unknown can be inverted by solving a least square approximation (Equation 2.41). The column vector \mathbf{p} corresponds to the six unknown displacement gradients: $p = (u_{1,1}, u_{1,2}, u_{1,3}, u_{2,1}, u_{2,2}, u_{2,3})^T$.

$$d^i = \begin{pmatrix} R_1^i & R_2^i & R_3^i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_1^i & R_2^i & R_3^i \\ -\eta R_3^i & 0 & -R_1^i & 0 & -\eta R_3^i & -R_2^i \end{pmatrix} \cdot \begin{bmatrix} u_{1,1} \\ u_{1,2} \\ u_{1,3} \\ u_{2,1} \\ u_{2,2} \\ u_{2,3} \end{bmatrix} = \mathbf{A}_i \cdot \mathbf{p} \quad (\text{Equation 2.41})$$

The solution of this inversed problem is given in Equation 2.42.

$$\tilde{\mathbf{p}} = (\mathbf{A}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{C}_d^{-1} \mathbf{d} \quad (\text{Equation 2.42})$$

with \mathbf{C}_d the non diagonal covariance matrix.

From the solution $\tilde{\mathbf{p}}$ (Equation 2.42), Spudich et al., (1995) estimates the six components of the displacement gradients. The strain tensor as well as the three components of rotation (Equation 2.43) can thus be derived.

$$\omega_i = \begin{pmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_{3,2} \\ -u_{3,1} \\ \frac{1}{2}(u_{2,1} - u_{1,2}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -u_{2,3} \\ u_{1,3} \\ \frac{1}{2}(u_{2,1} - u_{1,2}) \end{pmatrix} \quad (\text{Equation 2.43})$$

Spudich et al., (1995) also use a misfit ratio (M) to quantify the amount of data that is satisfied by the assumption of uniform strain and rotation used to infer Equation 2.39. This misfit ratio (Equation 2.44) estimates the sum of the absolute differences between the observed data (d^i) and the predicted data ($\mathbf{A}^i \tilde{\mathbf{p}}$) over the sum of the observed data (d^i).

$$M = \frac{\sum_i^N |d^i - \mathbf{A}^i \tilde{\mathbf{p}}|}{\sum_i^N |d^i|} \quad (\text{Equation 2.44})$$

The misfit ratio is an estimation of the degree of confidence attributed to the estimated rotation motions.

The limitations of this method are that:

- strains and rotations are assumed to be uniformed over the array.
- it only operates with a minimum of three stations.
- the P- and S-wave velocities ($\alpha = v_p$ and $\beta = v_s$) are needed to calculate η used when deriving the strain tensor.

2.4. Estimation of difference between theoretical and seismogeodetic methods

2.4.1. Error computation

Now that the two methods (theoretical – ThM and seismogeodetic - GM) have been explained in sections 2.2 and 2.3, the uncertainty associated with the 3C of array-derived rotation generated using the seismogeodetic method (GM) can be calculated. To calculate this uncertainty, the rotations generated using GM are assessed against the rotations

generated using the theoretical Method (ThM). The methodology involved is summarized in Figure 2.4.

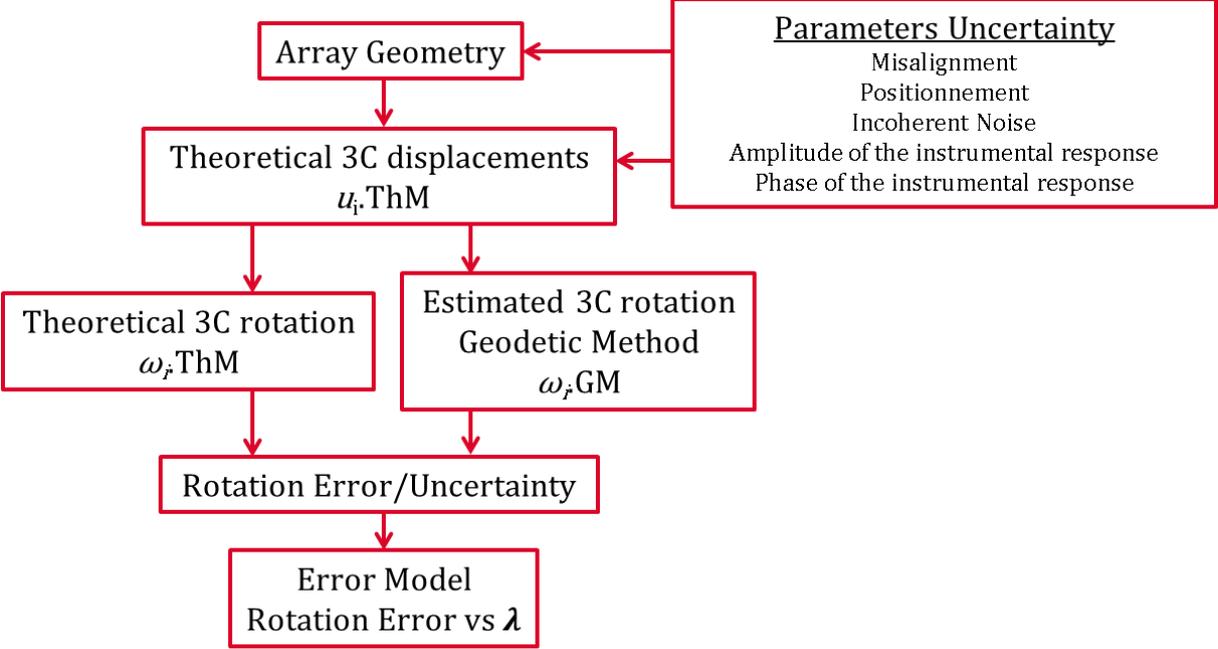


Figure 2.4 Summarizes the steps of the methodology used to estimate the error associated with array-derived rotation as a function of wavelength.

The array geometry used is a cross-shaped array composed of 5 stations (Figure 2.5) located at the surface ($z=0$) with the central station chosen as the station of reference (r^{ref}). Its aperture A_p is equal to 1 km.

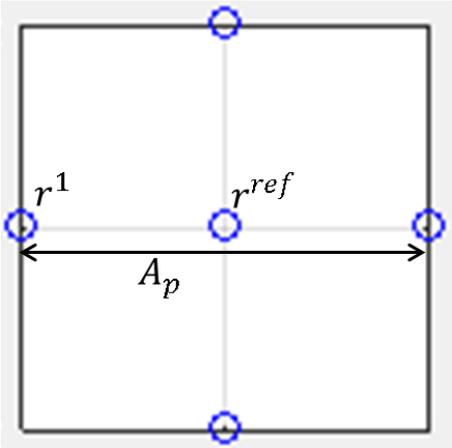


Figure 2.5 Presentation of the cross-shaped array composed of 5 stations used in this Chapter 2, with array aperture as A_p and the station of reference as r^{ref} .

For now, none of the sources of uncertainty is added to the methodology. In the case of the theoretical method, the 3C of rotations are computed at each station. For the seismogeodetic method, the 3C of rotation are the same over the whole array. Using the SH-case described in section 2 as an example, the only component of rotation that is not zero

calculated using both methods is the vertical component of rotation, $\omega_z ThM$ and $\omega_z GM$. For a chosen wavelength (or frequency), the vertical component of rotation calculated over time at several stations using ThM ($\omega_i ThM$) and calculated using GM ($\omega_i ThM$) are compared in Figure 2.6. A difference in amplitude can be observed between the rotation sinusoids of the two methods. Due to the station geometry, the GM rotation (red dash line) and the ThM rotation calculated at the reference station (black line) are in phase. However, this is not the case between the GM rotation (red dash line) and the ThM rotation calculated at station r^1 (blue line). As a difference in phase between the rotation signals of the two methods is generated depending on the station chosen to calculate $\omega_z ThM$, the rotation uncertainty (Equation 2.46) will only consider the difference between amplitude values.

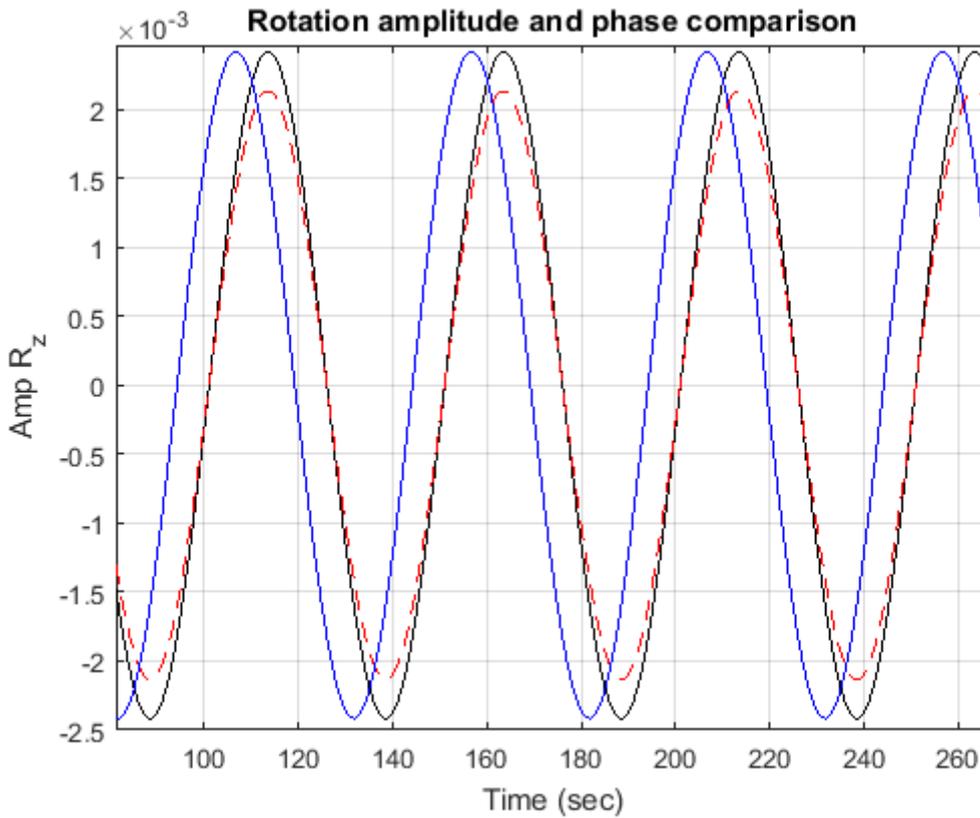


Figure 2.6 Comparison in amplitude and phase of SH-waves generated using the theoretical method at the reference station (blackline) or at another station (blue line) and using the seismogeodetic method (red dash line).

This rotation uncertainty (Equation 2.46) is calculated by taking the absolute difference in the amplitude's values of rotation between the two methods. This absolute difference is normalized by the rotational amplitude value given by ThM. The amplitudes of rotation for both methods are calculated as the square root of the average (integrated over time) of the sum of the 3 squared components of rotation.

$$\text{Rotation Uncertainty} = \frac{\left| \sqrt{\text{mean}_t(\sum_i R.ThM_i^2)} - \sqrt{\text{mean}_t(\sum_i R.GM_i^2)} \right|}{\sqrt{\text{mean}_t(\sum_i R.ThM_i^2)}} \quad (\text{Equation 2.46})$$

This rotation uncertainty is repeatedly calculated for monochromatic waves with wavelengths varying from 0.1 m to 1000 km. The rotation uncertainty can thus be assessed over a range of wavelengths resulting in an error model illustrated in the 'dot-dash' blue line (Figure 2.7).

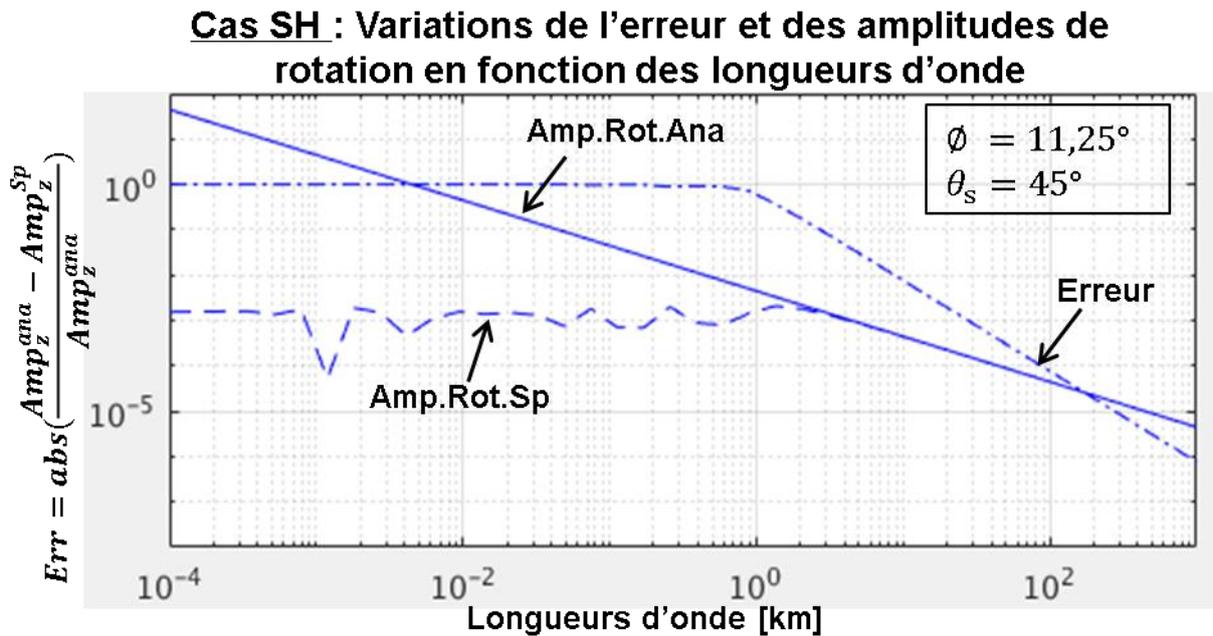


Figure 2.7 Decomposition of the error model associated with array-derived rotation.

2.4.2. Wavelength range vs spatial extension

2.4.2.1. Effect on short periods

Now that the steps to calculate the uncertainty associated with array-derived rotation have been explained, the effect of different sources of uncertainties on the error will be investigated. The first source of uncertainty is the array geometry, specifically the aperture of the array. As mentioned in the introduction (Section 2.1), array aperture defines the lower end (short-period) of the wavelengths range over which reliable array-derived rotations can be. The commonly accepted relationship (Table 2.1) when using the seismogeodetic method for a fixed rotation error of 0.1 is that $\lambda_{min} > 4Ap$ (Donner et al. 2017; Spudich & Fletcher, 2008). This relationship is investigated for multitude levels of rotation error.

Four error models (Figure 2.8.a) were generated for a cross-shaped array composed of 5 stations (Figure 2.4) with apertures varying from 10 m to 10 km (Figure 2.8.b). The input waves chosen were noise-free incident SH-waves with 30° azimuth, 45° incident angle and incident wave amplitude of 1. As seen in Figure 2.7, increasing in the rotation error corresponds to decreasing wavelength values for all error models. With smaller array aperture, shorter wavelength defines the lower end of $\Delta\lambda$.

Rotation uncertainties beyond 0.1 or 10% were deemed unacceptable. The associated wavelengths were thus considered unreliable to generate array-derived rotations. This threshold of 10% is depicted as a grey dash line on the Figures. With respect to this threshold, a reliable wavelength range ($\Delta\lambda$) can be associated with each error model (Table 2.3). Normalizing the wavelength ranges by the array apertures (Figure 2.8.b) results in a single error model as a function of wavelength with a normalisation coefficient $\Delta(\lambda/Ap)$. This normalisation is done to make the wavelength ranges independent to the array aperture. Thus, for a chosen array geometry and a chosen rotation uncertainty, knowing this normalized wavelengths range can be used to determine the individual wavelengths ranges associated to any specific array aperture.

The lower ends of these ranges (λ_{min}) equal to twice the array apertures ($\lambda_{min} = 2Ap$). This result differs from the one mentioned above where $\lambda_{min} > 4Ap$ (Spudich & Fletcher, 2008). Figure 2.8 shows that to have $\lambda_{min} > 4Ap$, the rotation error is smaller than 2% or 0.02. This does not contradict the commonly used relationship however it infers that for a rotation error of 10%, $\lambda_{min} = 2Ap < \lambda_{min} = 4Ap$. Using this methodology increases the wavelength range over which array-derived rotations are reliably calculated.

These results theoretically indicate that the shorter the aperture of an array will be compared to the wavelength and the less error will be associated with the array-derived rotation. However, in reality, any seismic measurement is disturbed by local noise that is incoherent between the stations of the array. This local noise can be introduced through instrumental or environmental perturbations. The effect caused by this incoherent local noise will be all the more important when the sensors are close to each other. Therefore, the difference in displacements between two sensors will be small.

To test this effect, an incoherent Gaussian noise with a Signal-to-Noise Ratio (SNR) of a 1000 was added to the input wave at each station. The amplitude of the added noise follows Rayleigh distribution with the chosen SNR as the mean. As this translates random behaviours, the added noise was simulated using the Monte Carlo Method. A thousand realisations were used. The mean, first standard deviations ($\pm\sigma_1$) and maximum that is the equivalent of five standard deviations ($+\sigma_5$) were generated from those realisations as displayed in Figure 2.8.c-d. On top of being limited in the short-period wavelengths, all error models are now limited in the long-period wavelengths because of the added incoherent noise. As before, the error models have been normalized by their respective array aperture (Figure 2.8.d) and the associated wavelength ranges are available in Table 2.3 for a rotation error of 10%.

Aperture	10 m	100 m	1 km	10 km	$\Delta\lambda/Ap$
10% Uncertainty					
No noise	[0.02 – +∞]km	[0.2 – +∞]km	[2 – +∞]km	[20 – +∞]km	[2 – +∞]km
Added noise	[0.02 – 2]km	[0.2 – 20]km	[2 – 200]km	[20 – ...]km	[2 – 200]km

Table 2.3. : Summarizes the reliable wavelength ranges to calculate array-derived rotation with a known error of 10% for varying array apertures. The normalized wavelength ranges are displayed in the last column.

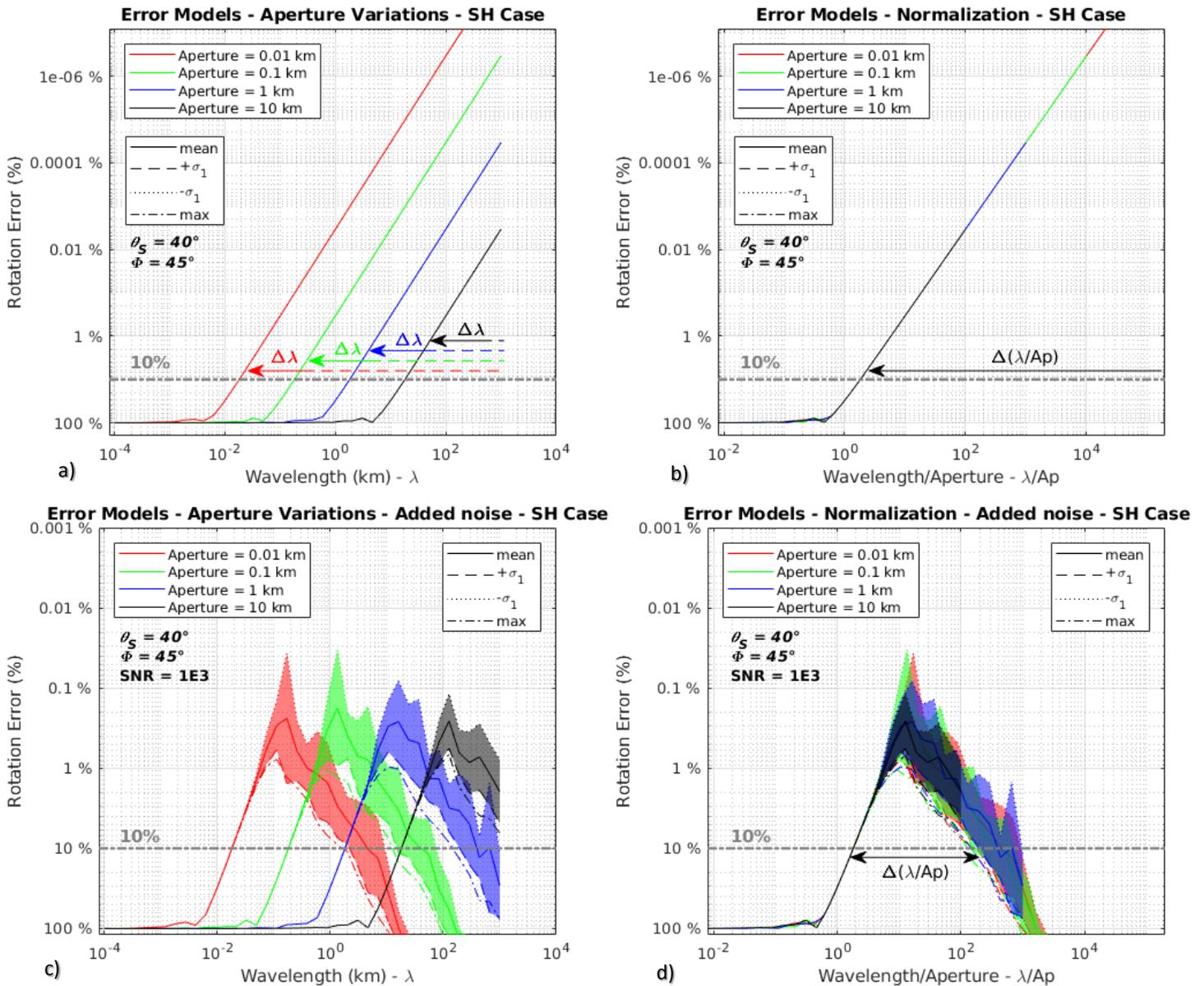


Figure 2.8 Error models generated from array of varying apertures a) and with added noise to the input waves in c). In b) and d) the error models have been normalized by their respective array apertures in order for the wavelength range to be independent from the array aperture. λ_{min} is bound by the array aperture while λ_{max} is limited by the incoherent noise. Array-derived rotation with an uncertainty of 10% will be reliable over the 2-200 km wavelength range with a normalization factor of $1/Ap$.

2.4.2.2. Incoherent noise

In Figure 2.9 a SNR of 1000 was chosen. This value of SNR can be reached more readily either for signals of high amplitudes such as near source seismic events or high magnitude teleseismic events (Figure 5 in Clinton et al., 2002) or for signals recorded in low noise seismic environment. However, most studies claimed SNR below 100 (Suryanto et al., 2006). As such, the effects of varying SNR were investigated in Figure 2.9 for SNR amplitude values of 1 000 (in green), 100 (in red), 10 (in blue) and 3.16 (in black). Figure 2.9 uses the same set up as in Figure 2.8 and presents four error models (mean, $+\sigma_5$, $\pm\sigma_1$) for each value of SNR that is investigated. Decreasing the SNR which corresponds to increasing the amount of incoherent noise on the input wave or decreasing signal amplitude will further limit the long-period wavelengths. Hence it will shorten the reliable wavelength range used to generate array-derived rotations. At $+\sigma_5$, for a rotation uncertainty of 10%, only error models with $\text{SNR} \geq 100$ (red and green lines in Figure 2.9) show a reliable wavelength range to estimate array-derived rotation. A SNR of 3.16 is too low to estimate array-derived rotation uncertainties that are less than 10%.

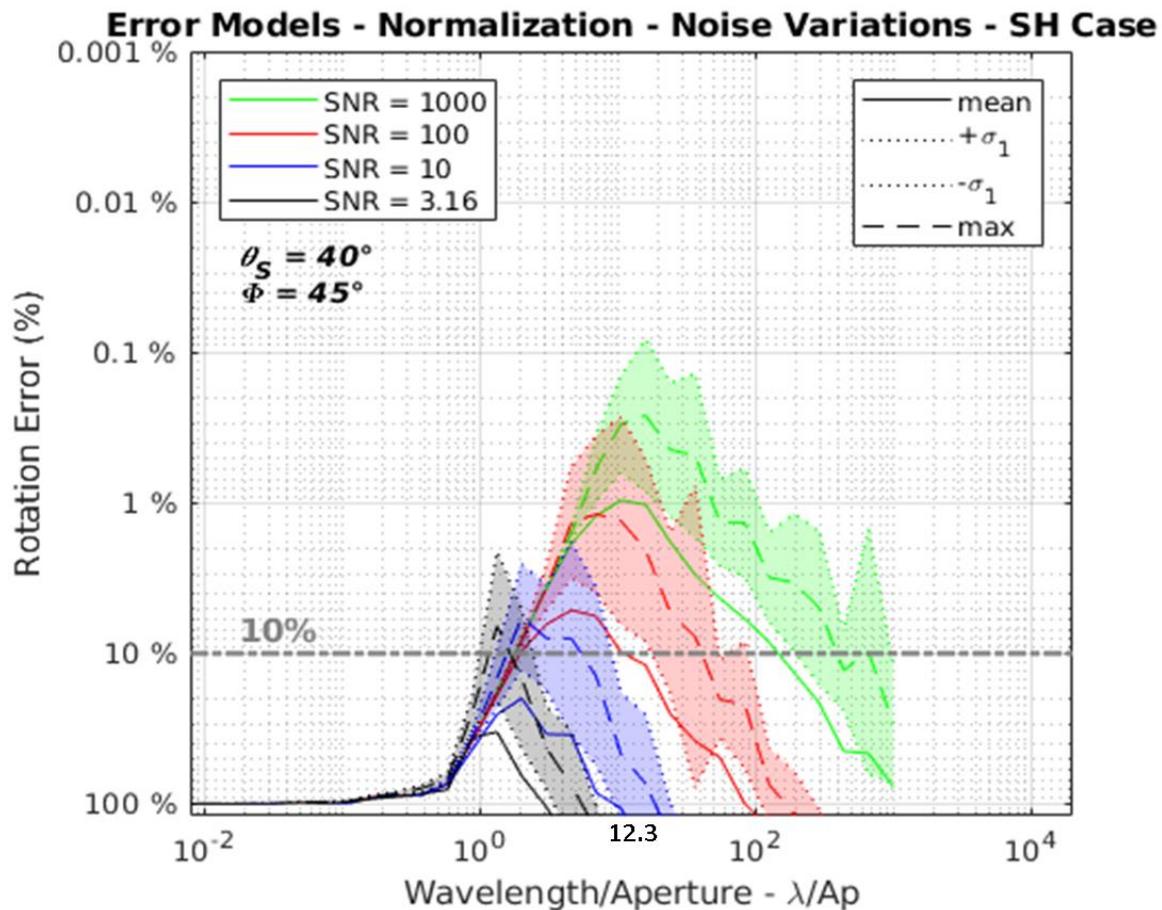


Figure 2.9 Estimation of the rotation error as a function of incoherent noise variations. Smaller SNR further limits the long-wavelength.

In conclusion, the array aperture limits the estimation of array-derived rotation for short-period wavelengths whereas incoherent noise limits it for the long-period wavelengths. Normalizing the wavelengths by the aperture of the array make the error models independent of the array dimension. Compared to what was done in the literature, the error models generated in Figure 2.8 and 2.9 enable the quantification of the rotation error as a function of wavelength, array dimensions and incoherent noise. The commonly accepted relationship of $\lambda_{min} > 4Ap$ is improved to that of $\lambda_{min} > 2Ap$.

2.4.3. Required precision for error analysis

2.4.3.1. Azimuth variation

As seen in Figure 2.8 and Figure 2.9, the error models are generated using a fixed incident angle (θ_{inc}) of 40° and an azimuth (φ) of 45° . As inherent parameters of the input wave, both are investigated in order to understand the impact of these variables on the error models. Varying values of azimuth (Figure 2.10) and incident angle (Figure 2.11) were applied to the synthetic cases and the resulting error models. The input waves used were defined with an amplitude of 1 and a SNR of $1E^3$. This SNR was chosen in order to highlight the variations seen in Figure 2.9 and 2.10.

In Figure 2.10, the incident angle was fixed at 30° instead of 40° such as before to have an incident angle lower than the critical angle of 36.9° of the SV case. The azimuth values used are values ranging from 0° to 90° for every 10° as well as 45° . These variations in azimuth result in a variation in the lower end of the reliable wavelength range (Figure 2.10.a-c). The closer the azimuth is from 45° , the more λ_{min} will shift to shorter wavelengths. The wavelength range will be the same for azimuths whose values are symmetric around 45° . Hence error models using azimuth values of 10° and 80° will have the same reliable wavelength range. Because of the characteristics of the array used (cross geometry aligned to the north), when the input wave comes from an azimuth that is not 0° or 90° , the aperture of the array appears to the input wave as smaller than it really is. This will be referred as the apparent aperture, Ap_{app} (Equation 2.47).

$$Ap_{app} = Ap \cdot \max(\cos \varphi, \sin \varphi) \quad (\text{Equation 2.47})$$

In Figure 2.10.d-f, the error models were normalized by their respective apparent aperture to correct for their azimuth. By doing so, a single reliable wavelength range, $\Delta(\lambda/Ap_{app})$, can be determined for a chosen amount of uncertainty. 10% of uncertainty or less is associated to rotation measurements with wavelengths values ranging between 2 km and 100 km.

2.4.3.2. Incident angle variation

In Figure 2.11, the azimuth was fixed at 45° while the incident angles used were 1° , 45° , 89° and those ranging from 0° to 90° for every 10° . An incident angle of 0° corresponds at when

the incident wave arrives vertically beneath the free surface and impacts this one at a right angle. Whereas an incident wave with incident angle of 90° will be propagating along the free surface and will be impacting the array sideways. In all three cases, when $\theta_{inc} = 0^\circ$, the rotations will be equal to zero at the free surface boundary and hence will not be shown in Figure 2.11. In the SV case, the error models displayed are those generated from an input wave with incident angle smaller than the critical angle, θ_{CR} . In the P case, the error model based on $\theta_{inc} = 90^\circ$ will not be displayed as the rotations amount to zero because there is no reflection and no mode-converted SV wave to generate any rotations.

The stations at the free surface do not perceive the true wavelength of the incident wave impacting the free surface at an angle but the apparent wavelength, λ_{app} . This explains why error models are shifting to shorter wavelengths as incident angle decreases towards 0° in Figure 2.11.a-c.

$$\lambda_{app} = \lambda / \sin \theta_{inc} \quad (\text{Equation 2.48})$$

Following Equation 2.48, Figure 2.11.d-f are generated by normalizing the wavelengths by the sinus of the input wave incident angle. In the SH case (Figure 2.11.d), a single reliable apparent wavelength range, $\Delta\lambda_{app}$, has emerged. This is not the case for P and SV because of the differences in error models amplitude attributed to respective reflection coefficients PS and SS not being equal to one (Figures 3.2-3). Even though that in the P case, they are small enough to be considered negligible and to result in a single reliable apparent wavelength range. However, in the SV case, these differences are significant especially when $\theta_{inc} < 10^\circ$. This has to be taken into account as body waves generated by teleseismic events arrive near vertical beneath the array. The rotations calculated from these vertical S-waves would be associated to large uncertainties, higher than 10% and be reliable over a very short wavelength range. Thus, only horizontal S-wave would be used to calculate the rotations. In the case of surface waves, apparent wavelength is equal to wavelength ($\lambda_{app} = \lambda$) which does not cause this problem.

In conclusion, the error models can be made independent of the array aperture, the azimuth and the angle of incidence by using the three following coefficients of normalization: the array aperture Ap , the apparent aperture of the array Ap_{app} and the sinus of the incident angle, $\sin \theta_{inc}$. The apparent array aperture Ap_{app} is a specific case of the array aperture Ap (Equation 2.47). Combining those three coefficients of normalization leads to normalized wavelength (λ_{norm}) as outlined in Equation 2.49. This λ_{norm} is valid except in the SV-wave case when an incident angle smaller than 10° is taken.

$$\lambda_{norm} = \frac{\lambda}{Ap_{app} * \sin \theta_{inc}} = \frac{\lambda}{Ap * \max(\cos \varphi, \cos \phi) * \sin \theta_{inc}} \quad (\text{Equation 2.49})$$

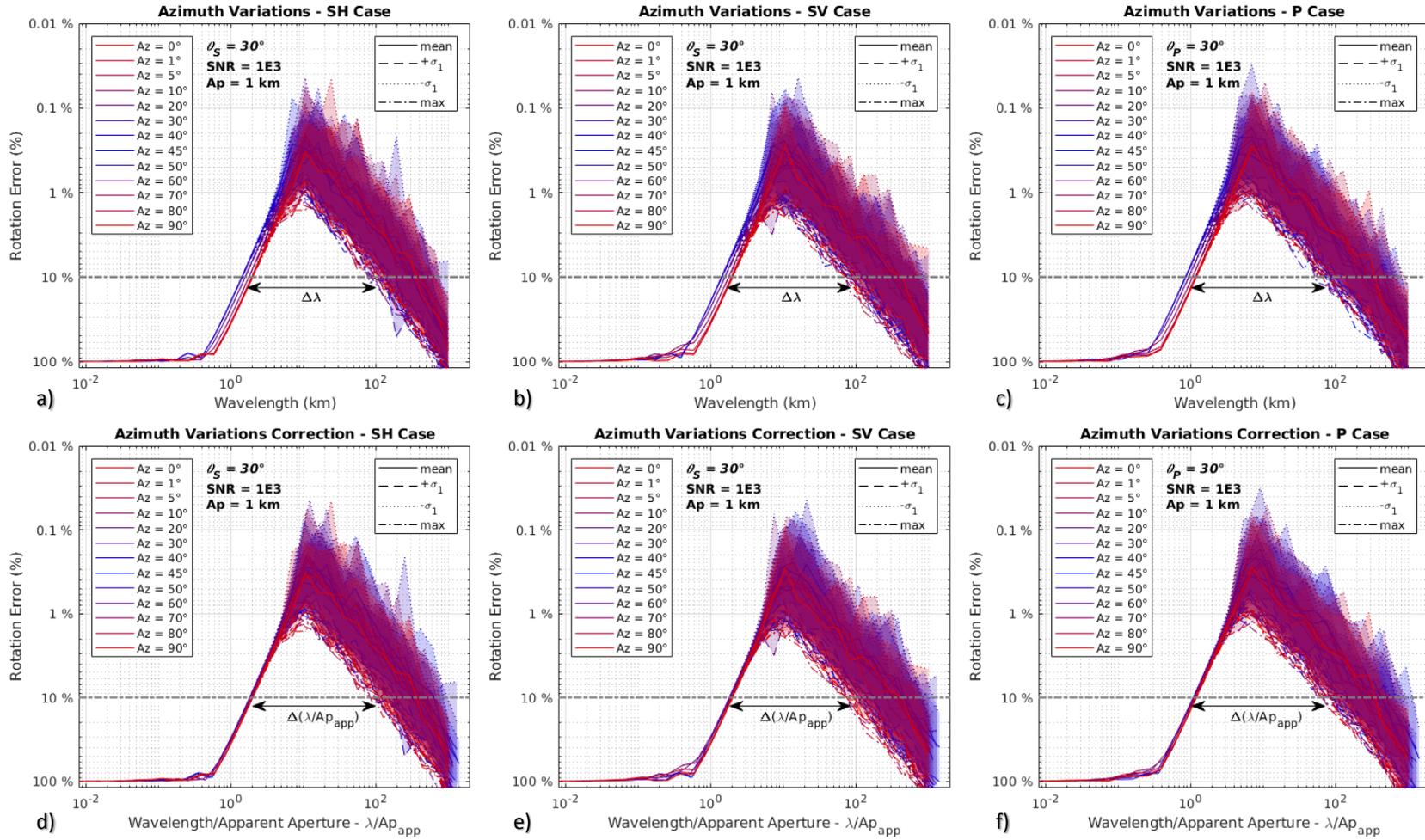


Figure 2.10 Error models generated with varying azimuth values for the SH-, SV- and P- wave synthetic cases in a), b) and c) respectively. d), e) and f) are a), b) and c) but normalized by the apparent apertures. When normalized by the apparent aperture of the array, the error models become independent of the azimuth of the input wave. For error model at σ_5 , array-derived rotations will be reliably estimated with an error of 10% over the normalized wavelength range of 2 to roughly 100 km.

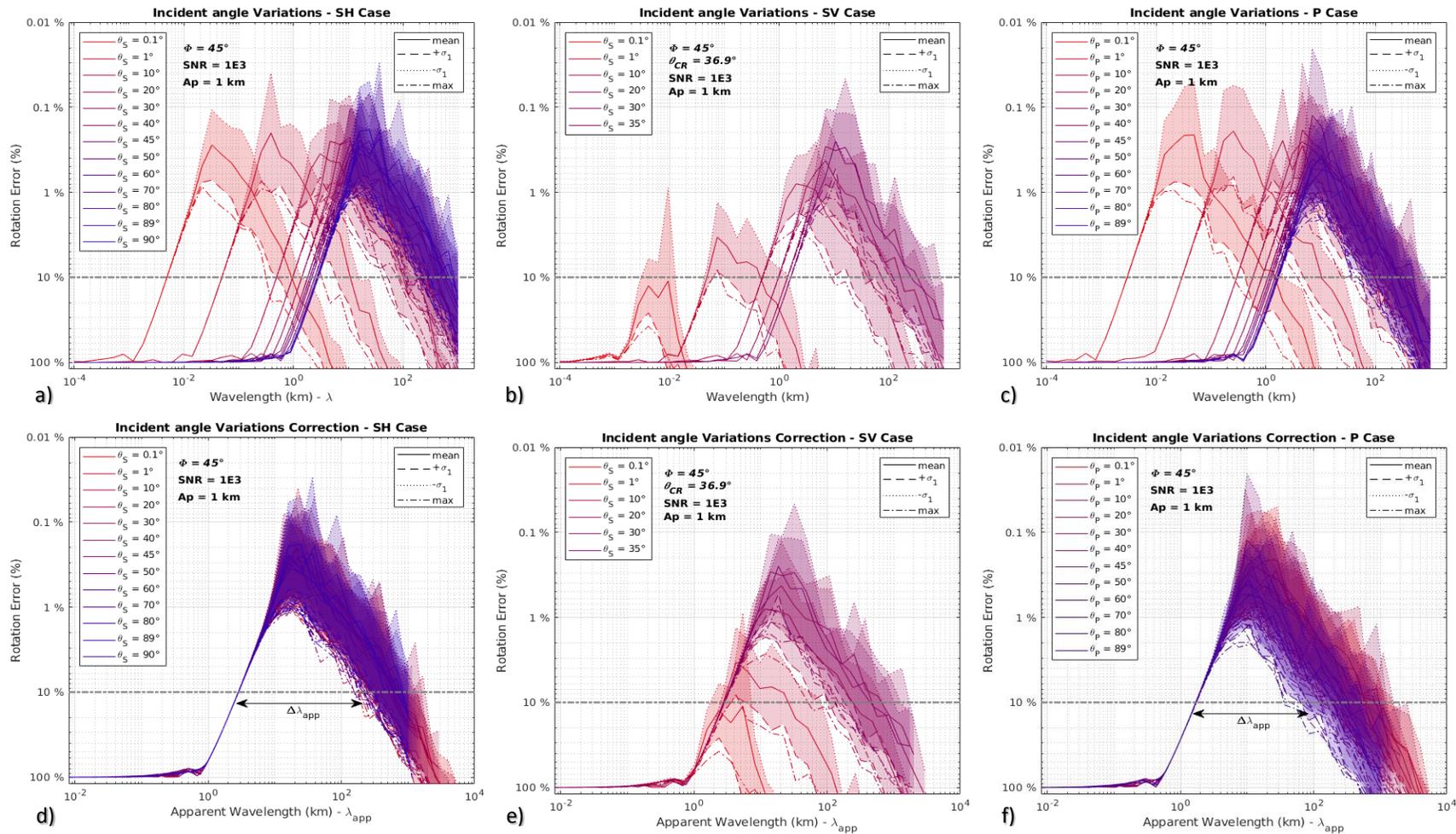


Figure 2.11 Error models generated with varying azimuth values for the SH, SV and P synthetic cases in a), b) and c) respectively. d), e) and f) are a), b) and c) but normalized by the sinus of the incident angle, corresponding to the apparent wavelength. When normalized by the sinus of the incident angle, the error models become independent of the input wave incident angle. For error model at σ_5 , array-derived rotations will be reliably estimated with an error of 10% over the apparent wavelength range of 2 km to approximately 200 km in all case except SV cases with incident angle of values that are lower than 10° .

2.5. Parametric study

In the following sections, other source of uncertainties and their effects on estimating array-derived rotation will be brought up. In order to simplify the interpretation of these effects over normalized wavelength ranges (λ_{norm}), the aperture of the cross-shaped array is 1 km and the azimuth is 0° or 90° . Both coefficients of normalization, A_p and A_{papp} , are thus equaled to one. Only one coefficient of normalization, which is $\sin \theta_{inc}$, is thus taken into account when normalizing the wavelengths range (Equation 2.50).

$$\lambda_{norm} = \frac{\lambda}{\sin \theta_{inc}} \quad (\text{Equation 2.50})$$

The incident angle will be set at 30° for all remaining Figures of this chapter while no SNR value is applied. Those Figures will display error models corresponding to σ_5 (strait lines) and the mean (dash lines) of the uncertainty associated to array-derived rotations.

2.5.1. Variations in sensors' misalignment

To our knowledge, the effects of stations' misalignment on array-derived rotation generated using the seismogeodetic method (GM) have yet to be quantified in the literature. Only recommendations to correct for these effects have been made (Donner et al., 2017). In order to quantify the effect of sensors' misalignment on the error model, a misalignment uncertainty ($\Delta\theta$) was randomly attributed to each single sensor of the array. This uncertainty was chosen to vary following a Gaussian distribution around zero all the while remaining confined to an interval of $\pm \Delta\theta$ (Figure 2.12). When its value is zero, the sensors are completely aligned to the north.

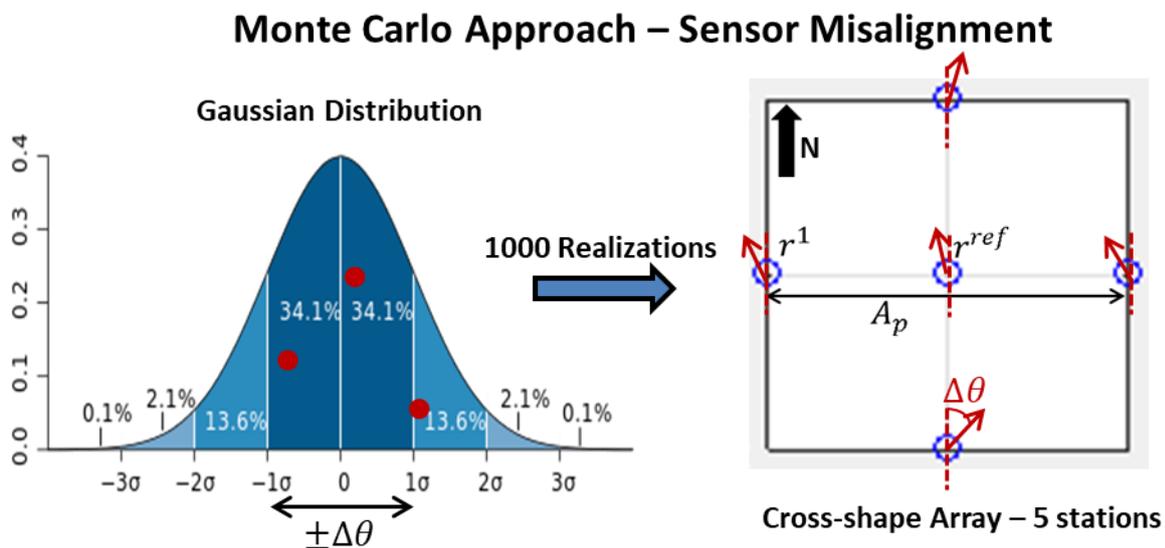


Figure 2.12 Schematic explication of the Monte Carlo approach that is used to determine the variation in sensors alignment.

In the field, different instruments (Figure 2.13) can be used to measure the misalignment of the sensor to the north. The compass (Figure 2.13, links) that measures the magnetic north is mostly used but is limited by the fact that its accuracy of $\pm 2^\circ$ (<https://www.suunto.com>) is

affected by the local magnetic field of its surrounding environment that can decrease the accuracy to $\pm 5^\circ$. The gyrocompass (Figure 2.13, right) however is independent of its environment and is accurate to $\pm 0.1^\circ$ (<https://www.ixblue.com>). Nevertheless, considering the human factor when aligning the sensors, the accuracy is decreased to $\pm 0.5^\circ$. The error models displayed in Figure 2.14 were generated based on three different values of sensors' alignment uncertainty: $\pm 0.5^\circ$ (red curves), $\pm 1^\circ$ (black curves) and $\pm 5^\circ$ (blue curves). $\pm 0.5^\circ$ is considered as the "high accuracy" while $\pm 5^\circ$ is the "standard accuracy" while $\pm 1^\circ$ is chosen as an in between value.

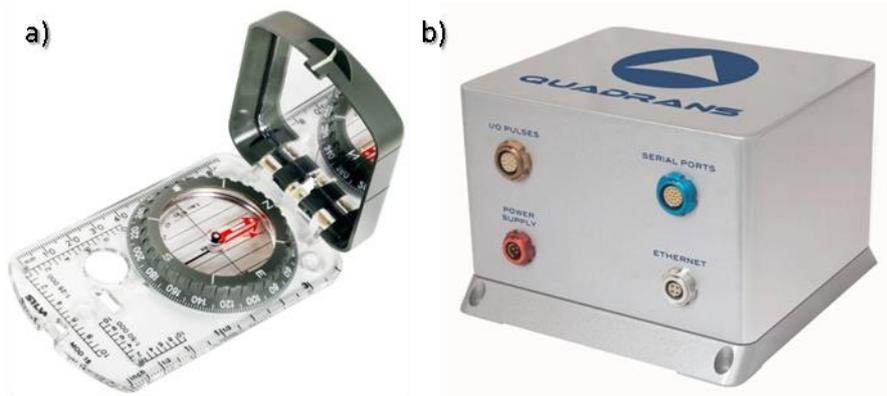


Figure 2.13 Pictures of a) field compass (SUUNTO-MC2) for "standard accuracy" and b) a gyrocompass (Quadrans ixBlue) for "high accuracy".

In Figure 2.14, it is noted that uncertainties in sensors misalignment limit the estimation of array-derived rotation for long-period wavelengths. It is also seen that the array-derived rotations estimated in the SH-wave case (Figure 2.14.a) are more affected than in the SV- (Figure 2.14.b) and P- (Figure 2.14.c) wave cases. Using an array of stations situated at the surface ($z=0$), the SH-wave case only generates rotational motions on the vertical component. This vertical component of rotation is indirectly calculated from the horizontal components of translations. And those will be highly affected by variation in sensors' alignment which explains that the SH-wave case display error models with higher uncertainties than the SV- and P-wave cases. The normalized wavelength bands associated to array-derived rotation uncertainties of 10% or lower are summarized in Table 2.4 for every single error model depicted in Figure 2.14. The only error model that does not reach 10% of rotation uncertainty is the error model representing $\pm 5^\circ$ in sensors' alignment with $+\sigma_5$ accuracy (red straight line) in the SH-wave case (Figure 2.14.a). The largest normalized wavelength band going from 2.3 to 600 is the one corresponding to the $\pm 0.5^\circ$ - mean ("high accuracy" mean error model) for the P-wave case (Table 2.4).

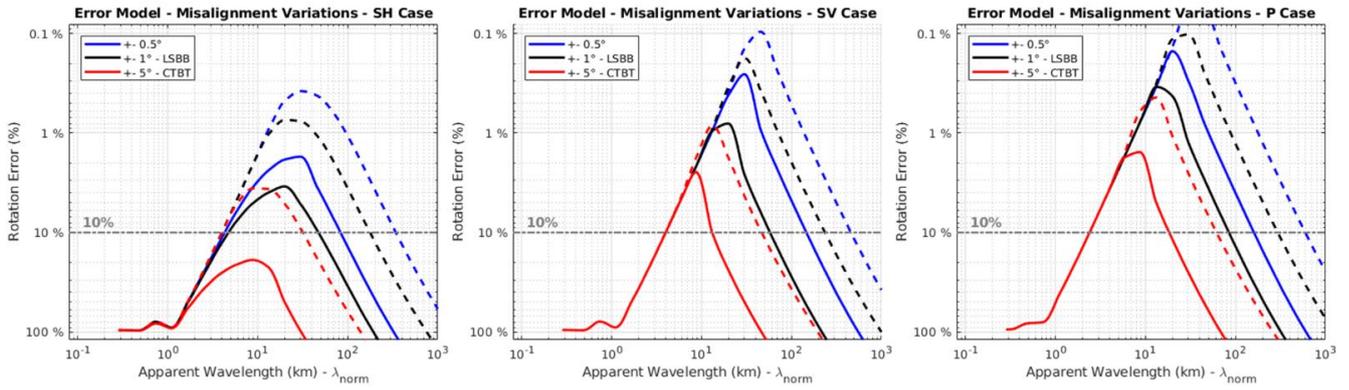


Figure 2.14 Array-derived rotation uncertainty as a function of varying sensors' misalignment.

$\Delta\lambda_{norm}$ associated to 10% of uncertainty	$\pm 5^\circ$ - mean	$\pm 5^\circ$ - σ_5	$\pm 1^\circ$ - mean	$\pm 1^\circ$ - σ_5	$\pm 0.5^\circ$ - mean	$\pm 0.5^\circ$ - σ_5
SH-wave case	[4-30]	-----	[4-180]	[5-50]	[4-320]	[4-80]
SV-wave case	[4-45]	[4-12]	[4-230]	[4-60]	[4-480]	[4-160]
P-wave case	[2.3-60]	[2.3-18]	[2.3-300]	[2.3-80]	[2.3-600]	[2.3-170]

Table 2.4. : Summarizes the wavelength bands ($\Delta\lambda_{norm}$) associated to array-derived rotation measurements with less than 10% of uncertainty.

In conclusion, the type of instrument used to align the sensors to the north will determine the amount of uncertainty associated with array-derived rotation. Looking at the error models with σ_5 accuracy (strait lines), the amount of uncertainty associated to array-derived rotation decrease by one order of magnitude (Table 2.5) if the gyrocompass (“high accuracy” alignment) is used instead of the compass (“standard accuracy alignment”) in all three cases. Furthermore, for a chosen amount of uncertainty, the normalized wavelength band is increased and encompasses to a greater extent the long-period normalized wavelengths. For 10% of uncertainty on array-derived rotation, this normalized wavelength band is increased by two orders of magnitude (Table 2.4). Using the gyrocompass to align the sensors in the field is consequently highly recommended.

Minimum uncertainty (R.E) & associated λ_{norm}	Standard accuracy in sensors' alignment $\pm 5^\circ - \sigma_5$	High accuracy in sensors' alignment $\pm 0.5^\circ - \sigma_5$
SH-wave case	$\lambda_{\text{norm}} = 8$ R.E = 20 %	$\lambda_{\text{norm}} = 30$ R.E = 1.8 %
SV-wave case	$\lambda_{\text{norm}} = 9$ R.E = 2.5 %	$\lambda_{\text{norm}} = 30$ R.E = 0.28 %
P-wave case	$\lambda_{\text{norm}} = 9$ R.E = 1.8 %	$\lambda_{\text{norm}} = 20$ R.E = 0.15 %

Table 2.5. : Summarizes the least amount or minimum of uncertainty that is reached in all cases (SH-, SV-, P wave cases) for error models accurate at 5 sigma for alignment variation of $\pm 5^\circ$ and $\pm 0.5^\circ$.

2.5.2. Variations in sensors' coordinates

Another source of uncertainty that is looked at is the stations' coordinates or the latitude and longitude. Such as with the sensors' alignment, an uncertainty in the stations' coordinates (ΔX) was randomly attributed to each sensors of the array using a Monte Carlo approach. The attributed random value was drawn within a Gaussian distribution (Figure 2.15). This procedure was repeated a thousand times.

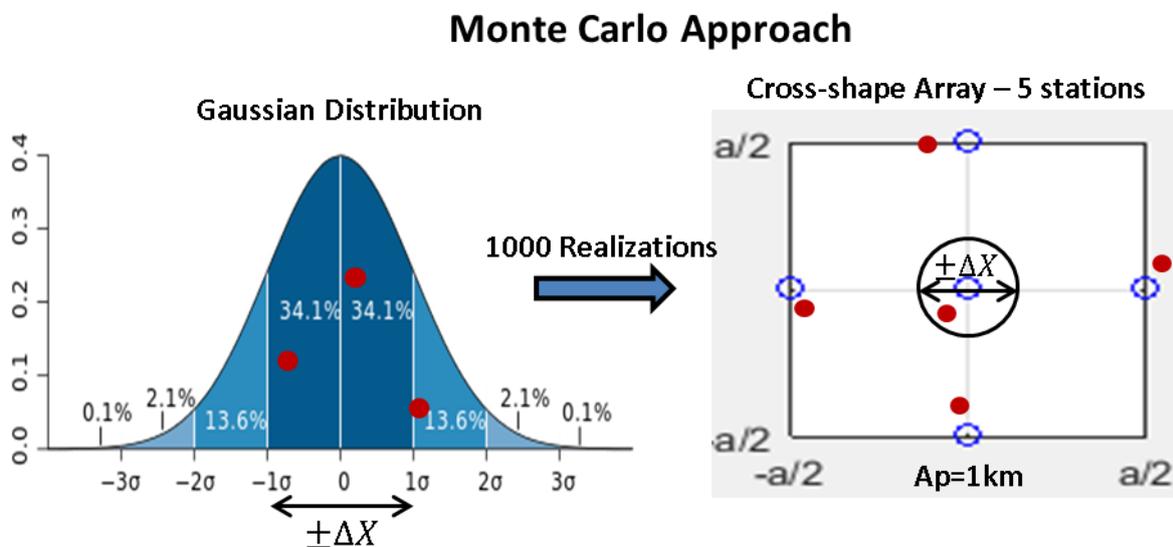


Figure 2.15 Array-derived rotation uncertainties as a function of normalized wavelengths caused by variations in sensors' alignment.

In the field, stations' coordinates are measured by Global Positioning System (GPS). GPS integrated in mobile phones or cars are accurate to ± 15 m while the GeoRM (www.georm.fr) is accurate between 2 cm to 40 cm. The differential GPS are even more accurate up to 10^{-3} m. To follow the orders of magnitude given by the different GPS referred above, the error models of Figure 2.16 were generated with $\pm \Delta X$ values of ± 10 m (GPS in

cars), ± 0.10 m (GeoRM) and ± 0.010 m (differential GPS). As the aperture of the cross-shaped array used is 1 000 m, these three variation values correspond to 1%, 0.01% and 0.001% of the array aperture respectively. ± 10 m and ± 0.010 m are considered the “high accuracy” and “standard accuracy” values.

In all three synthetic cases, the error models of Figure 2.16 can be separated into two parts. The first part is when the error models array-derived uncertainty decreases with increasing value of normalized wavelength (λ_{norm}). This part is caused by the array dimension limiting the short-period wavelengths. The second part starts when an normalized wavelength is reached (turning point) and from which on the array-derived rotation stops evolving while remaining flat over a single value. This second part is a consequence of sensors’ coordinates variations; it is due to the constant incertitude in sensors position. The value of this “turning point” increases as the variations in sensors’ coordinates decrease. It is noted that the second part of all error models associate an uncertainty that is lower than 10% to the array-derived rotations. In the “high accuracy” case (blue error models), the uncertainty associated to array-derived rotation is lower than 0.01%. Therefore, the uncertainty reached after the “turning points” is decreased by three orders of magnitude when going from error models generated from “standard accuracy” to “high accuracy” variations in sensor’ coordinates.

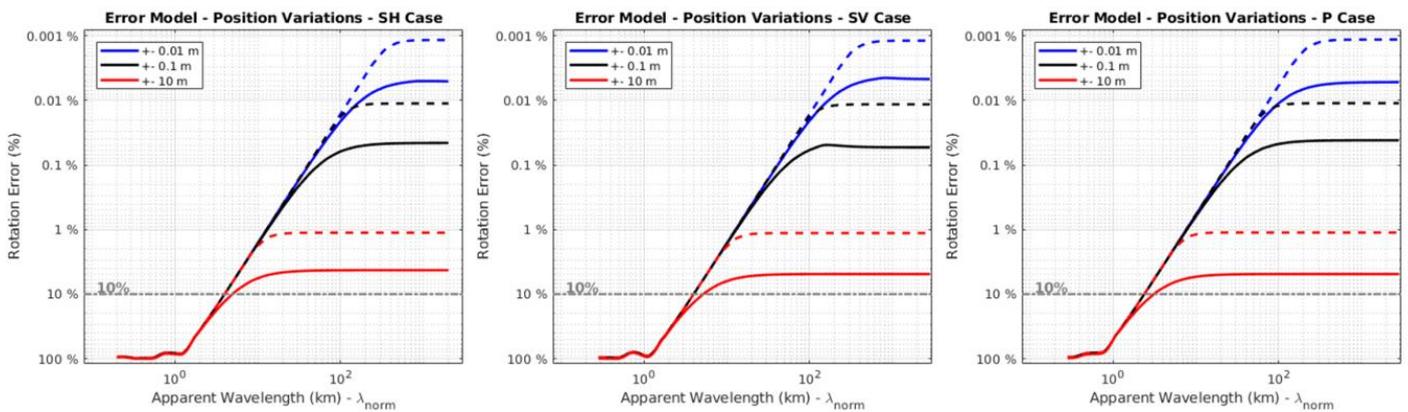


Figure 2.16 Array-derived rotation uncertainties as a function of normalized wavelengths caused by variations in the sensors’ coordinates.

In conclusion, compared to variation in sensors’ alignment, variations in sensors’ coordinates have less impact on array-derived rotation uncertainty for the cross-shaped array used in this Chapter 2 (Figure 2.16). It is recommended that GeoRM or differential GPS are used in order to reach uncertainty values that are less than 1% in this case. However, for smaller arrays, reaching uncertainty values lower than 1% will be more challenging and the type of instrument used to position the sensors will have to be carefully considered. For example, if an array with 10 m of aperture is used and the sensors are positioned using a GeoRM (± 0.10 m), then the corresponding error models will be those displayed in red in Figure 2.16 which variations correspond to 1% of the array aperture. Therefore, for an array with 10 m of

aperture, the only way to reach array-derived rotation uncertainty values lower than 1%, will be to use a differential GPS to position the sensors.

2.5.3. Variations in the instrumental response

The last source of uncertainty that is investigated in this Chapter 2 is the variation in the instrumental response of the sensors. This instrumental response is defined by the transfer function of the sensor and is composed of an amplitude and a phase. The uncertainty linked to variation in the amplitude of the instrumental response ($\pm \Delta A$) is expressed as the unawareness of the instrument scale factor also called sensor sensitivity. Meanwhile, the uncertainty caused by variations in the phase of the instrumental response ($\pm \Delta \varphi$) is considered to be expressed as time shifts between the different sensors of the array.

Seismic stations belonging to global seismic networks are certified if the variations in the amplitude and phase of the instrumental response do not exceed $\pm 5\%$ and $\pm 5^\circ$ respectively (Coyne et al., 2012). Whereas, according to the calibration sheet of STS2-type seismometer, the amplitude and phase of the instrumental response are accurate to $\pm 0.5\%$ and $\pm 0.5^\circ$ respectively. The error models displayed in Figure 2.17 and Figure 2.18 were generated based on variations in the amplitude and phase of the instrumental response cited above. $\pm 0.5\%$ and $\pm 0.5^\circ$ (blue error models) are considered to be the “high accuracy” variation values while $\pm 5\%$ and $\pm 5^\circ$ (red error models) are the “standard accuracy” variation values. Intermediate variation values of $\pm 1\%$ and $\pm 1^\circ$ were used to generate the error models in black displayed in Figure 2.17-18 as a function of normalized wavelengths (λ_{norm}).

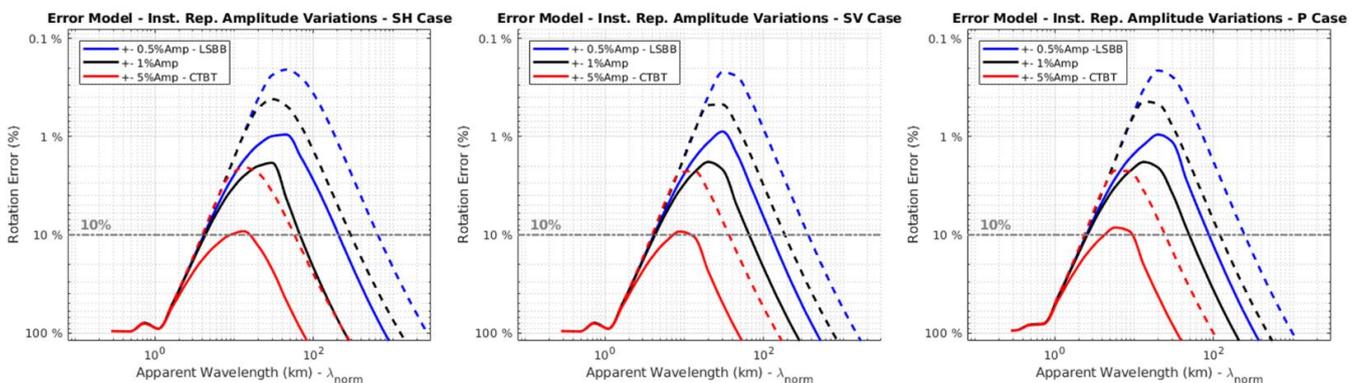


Figure 2.17 Array-derived rotation uncertainties as a function of normalized wavelengths caused by variations in the amplitude of the instrumental response.

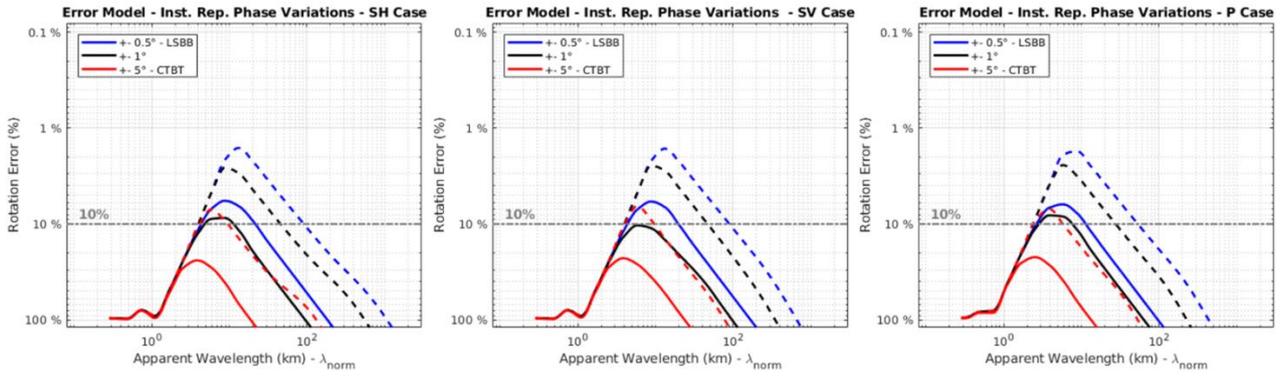


Figure 2.18 Array-derived rotation uncertainties as a function of normalized wavelengths caused by variations in the phase of the instrumental response.

Such as with variations in sensors' alignment, variations in the amplitude or phase of the instrumental response limit the estimation of array-derived rotation for long-period wavelengths.

The error models in Figure 2.17-18 illustrate the fact that variations in the phase of the instrumental response have a larger impact on uncertainty estimation than variations in the amplitude of the response instrumental. None of the error models accurate at σ_5 (strait lines) in Figure 2.18 (variations in the phase) associate uncertainties to array-derived rotation that are lower than 6% whereas this is only the case of the "standard accuracy" ($\pm 5\%$) error model accurate at σ_5 (red strait line) in Figure 2.17 (variations in the amplitude). The minimum of uncertainty reached by each error models accurate at σ_5 and their corresponding normalized wavelength are summarized in Table 2.6. From "standard accuracy" error models to "high accuracy" error models, the minimum of uncertainty goes from 9% to 0.9% and from 25% to 6% in the case of amplitude and phase variations respectively. These decreases amount to one order of magnitude.

Minimum uncertainty (R.E) & associated λ_{norm}	Amplitude variations		Phase variations	
	Standard accuracy $\pm 5^\circ - \sigma_5$	High accuracy $\pm 0.5^\circ - \sigma_5$	Standard accuracy $\pm 5^\circ - \sigma_5$	High accuracy $\pm 0.5^\circ - \sigma_5$
SH-wave case	$\lambda_{norm} = 13$ R.E = 9 %	$\lambda_{norm} = 45$ R.E = 0.9 %	$\lambda_{norm} = 4$ R.E = 25 %	$\lambda_{norm} = 8$ R.E = 6 %
SV-wave case	$\lambda_{norm} = 7$ R.E = 9 %	$\lambda_{norm} = 30$ R.E = 0.9 %	$\lambda_{norm} = 4$ R.E = 22 %	$\lambda_{norm} = 8$ R.E = 6 %
P-wave case	$\lambda_{norm} = 6$ R.E = 8 %	$\lambda_{norm} = 20$ R.E = 0.9 %	$\lambda_{norm} = 4$ R.E = 22 %	$\lambda_{norm} = 6$ R.E = 6 %

Table 2.6. : Summarizes the least amount or minimum of uncertainty that is reached in all cases (SH-, SV-, P wave cases) for error models accurate at 5 sigma for variation of in the amplitude and phase of the instrumental response.

The normalized wavelength bands over which 10% of uncertainty or lower is associated to array-derived rotation are summarized in Table 2.7 for all three cases. The normalized wavelength bands are inferred from the “standard accuracy” (red lines) and “high accuracy” (blue lines) error models accurate at 5 sigma (strait lines) displayed in Figure 2.17-18. It is observed that the normalized wavelength band is increased and encompasses to a greater extent the long-period normalized wavelengths when the sensors are calibrated in amplitude and phase to a level of “high accuracy”. At least one order of magnitude is gained and in the case of phase variation, 10% of uncertainty is reached. It is therefore very important that the sensors are well-calibrated and stable before being used in the field.

$\Delta\lambda_{norm}$ associated to 10% of uncertainty	Amplitude variations		Phase variations	
	Standard accuracy $\pm 5^\circ - \sigma_5$	High accuracy $\pm 0.5^\circ - \sigma_5$	Standard accuracy $\pm 5^\circ - \sigma_5$	High accuracy $\pm 0.5^\circ - \sigma_5$
SH-wave case	[10-15]	[4-200]	-----	[4-20]
SV-wave case	[7-12]	[4-120]	-----	[4-20]
P-wave case	[4-9]	[2.5-90]	-----	[2.5-11]

Table 2.7. : Summarizes the wavelength bands ($\Delta\lambda_{norm}$), associated to array-derived rotation measurements with less than 10% of uncertainty that are inferred from Figure 2.17-18.

In conclusion, variations in the phase have much more effect than variations in the amplitude on the uncertainty associated to array-derived rotation. In order to at least have an uncertainty value lower than 10%, the variations in the phase of the instrumental response have to be no more than $\pm 0.5^\circ$ in order to have a normalized wavelength band that is made of a several values. The “standard accuracy” variations value are in both cases not restrictive enough if the aim is to have array-derived rotation uncertainties lower than 10%. Using well-calibrated sensors with at least less than $\pm 0.5^\circ$ variations in the phase and $\pm 1\%$ of variations in the amplitude is highly recommended. As sensors calibration deteriorate with time, sensors in the field should therefore be checked routinely. Sensors stability should be one of the things to improve and develop in future instrument design.

After having studied the four different sources of uncertainty in this section, that impact the uncertainty associated to array-derived rotation, it can be concluded that variations in the phase of the instrumental response has the most impact. That is first followed by variations in the amplitude of the instrumental response and then by variations in sensors alignment. That is true except for the SH-wave case for which variations in sensors alignment have more impact than variations in the amplitude of the instrumental response. Variations in sensors’ coordinates or positions do not impact the amount of uncertainty associated to array-

derived rotation as much as the other sources of uncertainty because of the array aperture being of 1 km. This would not be true in the case of smaller arrays.

2.6. Total error

The effects of sources uncertainty on array-derived rotation have been investigated one by one and illustrated as error models as a function of apparent wavelengths. In the field, the error associated to array-derived rotation is the results of the effects of not one but several sources of uncertainty. These sources of uncertainty are independent of each other and not correlated. Keeping this in mind, a total rotation error taking all sources of uncertainty into account was generated following Equation 2.51.

$$Total\ Error\ (\lambda_{app_i}) = \sqrt{\Delta\theta_{err_i}^2 + \Delta X_{err_i}^2 + \Delta SNR_{err_i}^2 + \Delta A_{err_i}^2 + \Delta\phi_{err_i}^2}$$

(Equation 2.51)

with the error models generated by stations' misalignment - $\Delta\theta_{err}$, stations' coordinates - ΔX_{err} , incoherent noise - ΔSNR_{err} , amplitude - ΔA_{err} and phase - $\Delta\phi_{err}$ of the instrument response. The total rotation error is cumulative and has naturally higher values of error as a function of apparent wavelengths than the rotation errors based on a single source of uncertainty. Furthermore, in order to be a hundred percent sure of the total error, this one was generated using error models relaying σ_5 accuracy. The error models chosen as well as the total error generated from those models are displayed in Figure 2.19 that is defined as an exclusion diagram.

2.7. Conclusions

The methodology developed throughout this chapter leads to a total error (or uncertainty) that can be associated to array-derived rotation as a function of apparent wavelengths. This total error is quantified and independent of the array dimension, azimuth and incident angle of the incident wave propagating through the array. Thanks to this methodology, for a selected total rotation error, a reliable apparent wavelengths range can be determined. Alternatively, working within a specific apparent wavelength range will ascertain the total error value associated with array-derived rotations.

The influence of single sources of uncertainty on rotation uncertainty was first determined in order to characterize the sources' respective behaviors. In short, the two most influential sources of uncertainty are the instrumental phase response and the stations' misalignment. For those two sources of uncertainty, the standard guidelines are insufficient when applied to array-derived rotation. It is recommended to monitor the degradation of the instrument response over time and to use a gyrocompass in the field when aligning the stations to the north. If stations' misalignments are not known, correcting for it when processing the

signals, that is aligning all stations with a chosen station of reference, can be done (Donner et al., 2017). The stations will be aligned respective of each other's but not to the north. If the sensors have not been calibrated in a long time, comparing the amplitude and phase responses of the different sensors can at least remove the outliers. Because different types of sensors have different instrumental responses, this is only appropriate when the same type of sensors are used. The incoherent noise can be calculated by subtracting the coherent noise to the ambient noise while stations' coordinates accuracy becomes relevant for small arrays of less than 1 m.

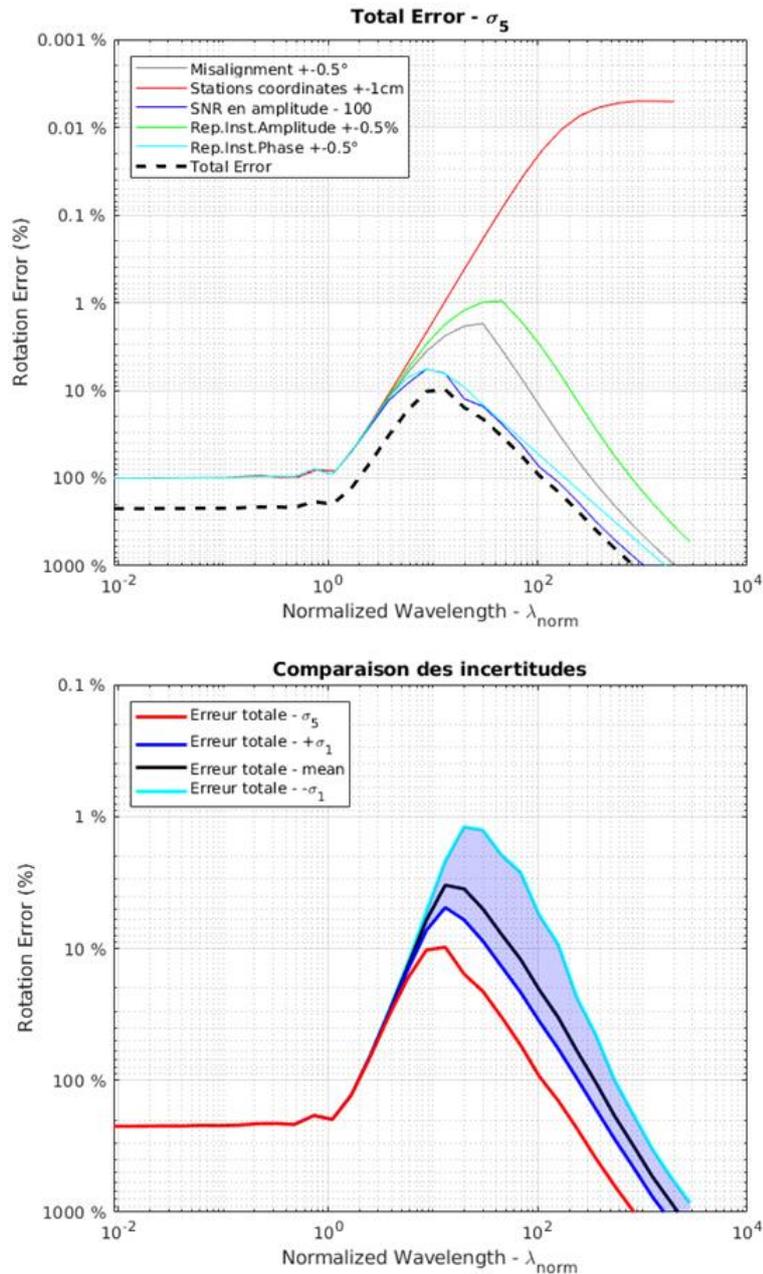


Figure 2.19: In a) is the total rotation error (bold dash black line) that was generated from the addition of the colored error models accurate at σ_5 . Those error models illustrate the effects of sources' uncertainty on array-derived rotation when the "high accuracy" values are used. The sources of uncertainty are $\pm 0.5^\circ$ in stations' misalignment (grey line), $\pm 0.01\text{ m}$ in stations' coordinates (red line), incoherent Gaussian noise with SNR of 100 (dark blue line), $\pm 0.5\%$ and $\pm 0.5^\circ$ of the amplitude (green line) and phase (light blue line) of the instrumental response respectively. In b) the same total rotation error (red line) as in a) as well as the corresponding total rotation errors accurate at $-\sigma_1$ (light blue line), $+\sigma_1$ (dark blue line) and for the mean (black line).

3. Représentation graphique de l'incertitude associée à la mesure de rotation : un cas d'application

Jusqu'à maintenant, les composantes de rotation ont été calculées à partir de signaux synthétiques pour un réseau en croix avec des stations en surface. Ce chapitre a pour but de calculer les composantes de rotation à partir de signaux réels enregistrés par l'antenne sismique du LSBB ainsi que d'associer une incertitude à cette mesure de rotation et de la représenter graphiquement sur les signaux de rotation. Connaissant les paramètres affectant cette incertitude, celle-ci sera calculée suivant la méthode développée dans le chapitre 2 mais appliquée à l'antenne sismique du LSBB. Un des réseaux de l'antenne du LSBB se situe en profondeur. De ce fait, la méthodologie développée dans le Chapitre 2 calculant l'incertitude associée à la mesure de rotation doit être étendue à un réseau de stations. Un cas d'application sera analysé dans ce chapitre. Celui-ci correspond au séisme italien d'Amatrice ayant eu lieu le 24 août 2016. Il a été choisi car plusieurs instruments mesurant directement le rotationnel étaient présents au LSBB au moment de ce séisme. Cela permet de comparer les rotations mesurées directement à celles calculées indirectement à partir de l'antenne du LSBB.

3.1. LSBB

3.1.1. Généralités

Le Laboratoire Souterrain à Bas Bruit (LSBB) se situe à l'intérieur du massif de la Grande Montagne (Figure 3.1.b) dans les environs de Rustrel au sud-est de la France (Figure 3.1.a). Il est positionné au sein des grandes failles sismogéniques de Provence (Baroux, 2003) et en bordure sud du bassin versant constituant le réservoir de l'aquifère de Fontaine-de-Vaucluse. Fort de son isolement vis-à-vis de toute perturbation d'origine anthropique, le LSBB permet de travailler dans des conditions qui mécaniquement et électromagnétiquement sont très bas bruit (Gaffet et al., 2003).

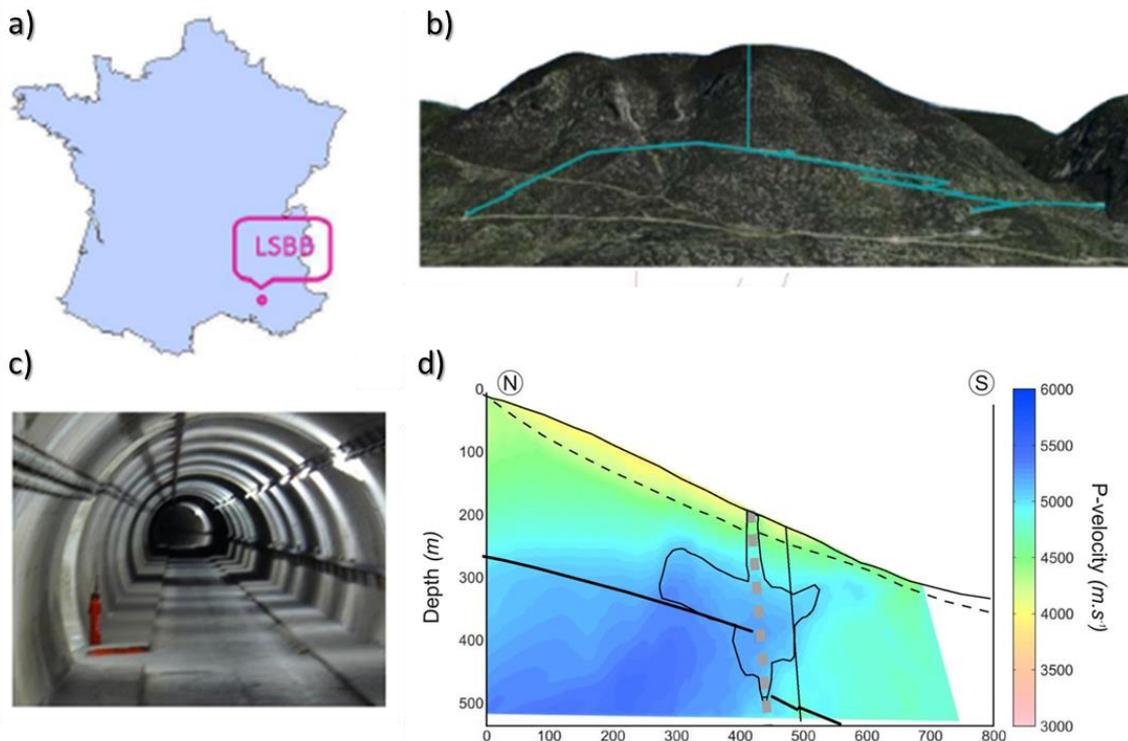


Figure 3.1. Présentation du LSBB. a) Positionnement du LSBB sur le plateau d'Albion dans le sud-est de la France. b) Photo du massif de la Grande Montagne dans lequel les galeries du LSBB (en bleues) ont été creusées. c) Photo d'une galerie souterraine de LSBB. d) Coupe N-S du massif calcaire avec les vitesses des ondes P (Maufroy et al. 2014).

3.1.2. Antenne sismique

3.1.2.1. Description

Les motivations pour l'installation de cette antenne sismométrique 3D (Figure 3.2) sont principalement :

- de surveiller et d'étudier les variations du bruit sismique au LSBB afin notamment de discriminer les sources de bruit pouvant perturber les expériences fonctionnant en LSBB (ex. changement de la saturation en eau et des vitesses de propagation des ondes).
- d'observer les événements de nature sismique afin de caractériser l'azimut d'arrivée des ondes et leur vitesse apparente.
- de permettre une comparaison à différentes échelles entre les rotations de la montagne environnante déduites du réseau sismométrique 3D et celles mesurées directement par les inclinomètres présents à l'intérieur de la montagne.
- de caractériser l'environnement de vibrations où se déroulent les observations et autres expériences au LSBB, notamment en hydrogéochimie, couplage magnéto-hydrosismique, dynamique des processus poroélastiques, tests et développements métrologiques.

L'antenne sismique 3D permanente du LSBB (Figure 3.2.a) est à ce jour composée de stations sismiques réparties en surface sur le plateau d'Albion et en profondeur dans les galeries du LSBB. Les stations en profondeur numérotées de 01 à 06 ont été déployées en 2014 à approximativement la même altitude entre 535 m et 549 m. Toutes ces stations sont composées d'un sismomètre STS2 sauf la station 02 qui est dotée d'un accéléromètre. La station 07 se situant à la verticale de la station 01 à une altitude de 1062 m et à 5 m de profondeur sous le sommet de la montagne, a elle aussi été déployée en 2014. Les autres stations en surface numérotées de 08 à 12 ont été installées en 2015. Celles-ci sont composées d'un sismomètre de type STS2.5. Lors des expériences temporaires, des stations viennent densifier le réseau 3D permanent du LSBB dans les galeries ou à la surface (Figure 3.2.b). Par exemple, de début juillet 2016 à mi-septembre 2016, dix sismomètres de type STS2.5 et CMG3ESP ont été ajoutés au réseau 2D permanent situé dans les galeries du LSBB (Thèse Claire Labonne, 2016a). Chaque sismomètre de l'antenne sismique 3D mesure les 3 C de translation des mouvements du sol. L'enregistrement en continu est assuré à une cadence de 125 échantillons par seconde suivant les 3 directions de l'espace (Z, N-S et E-O).

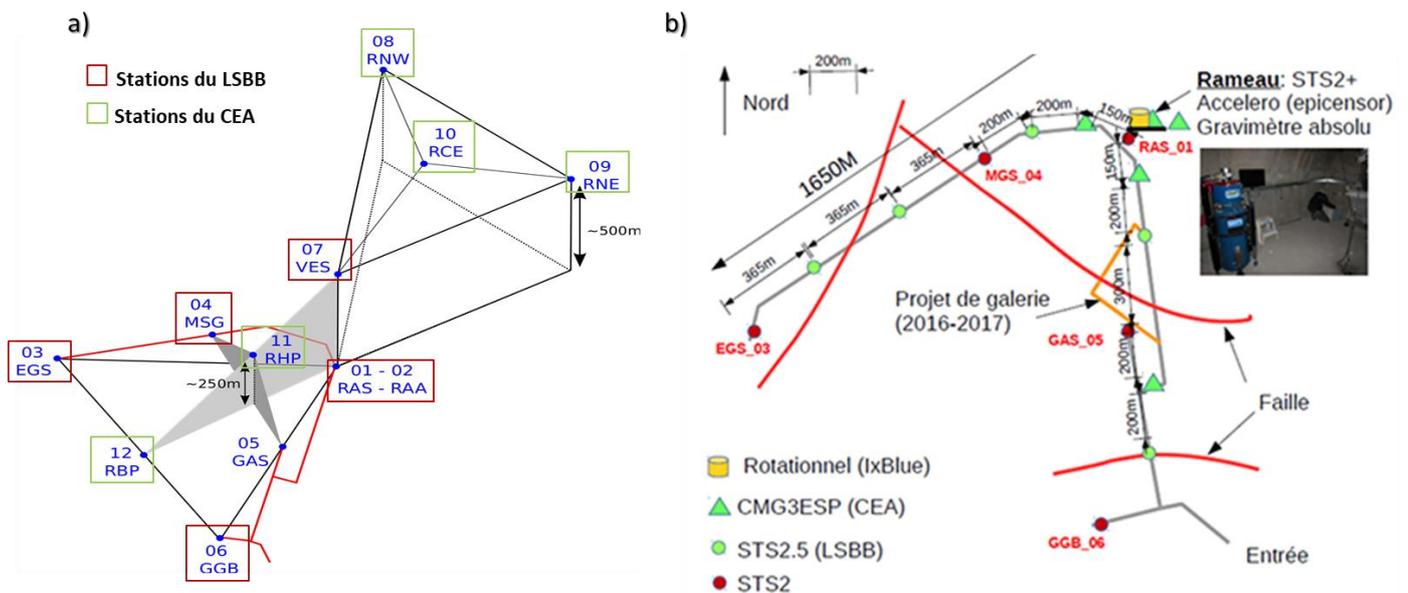


Figure 3.2. Réseaux sismiques présents au LSBB. a) Antenne sismique 3D permanente du LSBB composée de 11 stations avec un réseau 2D de 5 stations dans les galeries (lignes rouges) et 7 stations en surface. b) Réseaux sismiques permanent (stations en rouge) et temporaire (stations en vert) situés dans les galeries. Les capteurs sont de trois types : CMG3ESP, STS2.5 et STS2. Des prototypes de capteurs rotationnels IxBlue (en jaune) ont été présents sporadiquement sur site à partir de 2016.

Le LSBB avec qui le CEA collabore depuis plusieurs années, offre, par le biais de son antenne sismique multicomposante large bande, un outil unique permettant de calculer localement

les 3C du mouvement de rotation. Toutes les données utilisées dans ce manuscrit proviennent de cette antenne sismique 3D du LSBB. La méthodologie mise en place dans ce chapitre est appliquée à la composante verticale de rotation.

3.1.2.2. Mise en place des capteurs et erreur associée

Dans le chapitre précédent, il a été mis en évidence que certains paramètres liés à la mise en place des capteurs ainsi qu'à leurs caractéristiques impactent l'incertitude associée à la mesure de rotation. Afin de minimiser cet impact, les capteurs du LSBB ont été alignés à $\pm 1^\circ$ vers le nord à l'aide d'un gyrocompas (Quadrans ixBlue) ainsi que positionnés à $\pm 0,010$ m (1 cm). D'après les feuilles d'étalonnage fournies par les constructeurs des STS2, STS2.5 et CMG3ESP, l'amplitude et la phase de la réponse instrumentale des capteurs sont respectivement précises à $\pm 0,5\%$ et $\pm 0,5^\circ$. Pour comparaison, afin de valider la mise en place d'une station du réseau sismique mondial, l'alignement des capteurs ainsi que leur amplitude et phase de leur réponse instrumentale doivent être strictement inférieurs à $\pm 5^\circ$, $\pm 5\%$ et $\pm 5^\circ$ respectivement. Les capteurs de LSBB ont des précisions largement en deçà des normes imposées par un réseau de précision standard, jusqu'à dix fois en dessous dans le cas de l'amplitude et de la phase de la réponse instrumentale des capteurs. Le SNR (Signal-to-Noise Ratio), considéré comme étant du bruit incohérent, ne peut être fixé puisque celui-ci dépend de l'amplitude du signal étudié.

3.2. Extension du calcul de l'incertitude du chapitre 2 à un réseau en profondeur

3.2.1. Champ d'ondes de rotation pour des ondes SH dans un demi-espace

Contrairement au réseau 2D en surface utilisé dans le Chapitre 2, l'antenne sismique du LSBB contient des stations situées en profondeur. Afin d'associer une incertitude à la mesure de rotation calculée à partir de l'antenne du LSBB, il faut donc prendre en compte la profondeur de ces stations. Dans un premier temps, le comportement de l'amplitude de rotation en fonction de la profondeur sera étudié pour le cas SH décrit dans le Chapitre 2 puis pour un cas utilisant des ondes de Love. Ces deux cas ont été choisis, car ce sont ces deux types d'ondes qui génèrent de la rotation autour de l'axe vertical, composante de rotation sélectionnée sur laquelle la méthodologie développée dans ce chapitre sera appliquée sur les signaux du séisme d'Amatrice.

Comme développé au chapitre précédent, il est possible d'exprimer le champ d'ondes SH dans un demi-espace de la manière suivante :

$$u_x^{SH}(t, x, y, z) = A \cos(\omega t - k_y y - k_z z + \varphi) + A \cos(\omega t - k_y y + k_z z + \varphi) \quad (\text{Équation 3.1})$$

En considérant, pour simplifier les notations, qu'une onde incidente est d'amplitude A , polarisée dans la direction x et se propage dans le plan $[Y, Z]$. Le vecteur nombre d'onde incident \mathbf{k} est donc de la forme :

$$\mathbf{k} = [0, k_y, k_z] = [0, k \sin \theta, k \cos \theta] = \frac{\omega}{c} [0, \sin \theta, \cos \theta] = \frac{2\pi}{\lambda} [0, \sin \theta, \cos \theta]$$

(Équation 3.2)

Avec bien sûr $k = |\mathbf{k}|$, c la vitesse de l'onde, λ et ω correspondant à la longueur d'onde et leur pulsation respectivement.

Cette expression du champ d'ondes SH peut être factorisée de manière à dissocier un terme stationnaire avec la profondeur d'un terme de propagation le long de la surface :

$$u_x^{SH}(t, x, y, z) = 2A \cos(\omega t - k_y y + \varphi) \cos(k_z z) \quad (\text{Équation 3.3})$$

Le champ de rotation s'exprimant comme le rotationnel du champ de déplacements, il prend donc la forme suivante pour le cas des ondes SH :

$$\boldsymbol{\omega}^{SH}(t, x, y, z) = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\partial u_x}{\partial z} \\ -\frac{\partial u_x}{\partial y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -Ak_z \cos(\omega t - k_y y + \varphi) \sin(k_z z) \\ -Ak_y \sin(\omega t - k_y y + \varphi) \cos(k_z z) \end{bmatrix} \quad (\text{Équation 3.4})$$

Le champ de rotation d'une onde SH dans un demi-espace homogène comporte donc deux composantes non nulles : une composante radiale et une composante verticale présentant toute les deux une dépendance « stationnaire » avec la profondeur. En surface ($z=0$), il est intéressant de noter qu'en surface seule sa composante verticale est non nulle : la partie radiale disparaissant en raison du terme $\sin(k_z z)$.

En utilisant l'expression des composantes du vecteur d'onde (Equation 2.7) le champ de rotation SH peut s'exprimer en fonction des paramètres des courbes d'erreur présentées au Chapitre 2, c'est à dire l'incidence θ de l'onde et sa longueur d'onde λ :

$$\boldsymbol{\omega}^{SH}(t, x, y, z) = \begin{bmatrix} 0 \\ -A \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta \cos \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta y + \varphi \right) \sin \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta z \right) \\ -A \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta \sin \left(\omega t - \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta y + \varphi \right) \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta z \right) \end{bmatrix} \quad (\text{Équation 3.5})$$

Dans la suite de ce travail, la composante verticale du champ de rotation sera étudiée. L'expression de la composante radiale étant similaire à celle de la composante verticale, il sera très facilement possible d'y transposer les résultats obtenus.

Un exemple de représentation de l'amplitude de la composante verticale est proposé en Figure 3.1 pour différentes valeurs d'incidence et de longueur d'onde. La composante Z du champ de rotation se comporte de manière équivalente à une onde plane se propageant horizontalement, dont l'amplitude est modulée avec la profondeur par un terme de la forme : $\left| A \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta z \right) \right|$.

D'une part, l'amplitude de la composante verticale est donc caractérisée par une décroissance en $1/\lambda$ avec la longueur d'onde. D'autre part, le terme en cosinus, dû à

l'interférence des champ de rotation montant et descendant génère l'annulation du mouvement de rotation, pour une profondeur donnée z , à des valeurs d'onde régulières λ_n qui sont solutions de l'équation :

$$\frac{2\pi}{\lambda_n} \cos \theta z = \frac{\pi}{2} + n\pi \quad \text{avec } n \in \mathbb{N} \quad (\text{Équation 3.6})$$

C'est-à-dire telle que :

$$\lambda_n = \frac{2z}{\left(\frac{1}{2}+n\right)} \cos \theta \quad \text{avec } n \in \mathbb{N} \quad (\text{Équation 3.7})$$

Il s'agit d'une fonction décroissante de n avec une première annulation du champ d'ondes à λ_0 telle que :

$$\lambda_0 = 4z \cos \theta \quad (\text{Équation 3.8})$$

La Figure 3.3 ci-dessous illustre le comportement de l'amplitude du champ de rotation vertical généré par une onde SH en interaction avec la surface libre pour 4 profondeurs distinctes à 0, 50, 250 et 500 m. En surface ($z=0$), le terme en cosinus disparaît, la variation de l'amplitude du champ d'ondes avec la longueur d'onde est complètement caractérisée par un comportement décroissant en $1/\lambda$ (courbe asymptote). En profondeur (par exemple $z=500\text{m}$), l'amplitude du mouvement de rotation s'annule régulièrement pour différentes valeurs de n : $\lambda_0 = 4 * 500 * \cos(30^\circ) = 1732 \text{ m}$, $\lambda_1 = 577 \text{ m}$ et $\lambda_2 = 346 \text{ m}$. Afin d'être cohérent avec les courbes d'incertitude théoriques développées au Chapitre 2, les longueurs d'onde de la Figure 3.3 ont été normalisées par rapport à l'ouverture du réseau A_p , l'effet de l'incidence θ , et de l'azimut de propagation par rapport au réseau ϕ .

D'autre part, les nœuds d'annulation du champ d'ondes dépendant aussi de l'angle d'incidence de l'onde, il est intéressant de noter que lorsque l'onde incidente arrive avec une incidence rasante sur le réseau ($\theta = \pi/2$), $\lambda_n = 0 \forall n \text{ et } \forall z$, il n'y a donc plus d'annulation de l'amplitude du champ d'ondes : l'amplitude de la composante verticale de rotation se comporte comme si celle-ci avait été calculée par des stations en surface.

Hors ce cas particulier, pour une onde SH dont l'angle d'incidence est différent de 90° , l'amplitude de la composante verticale de rotation calculée à partir de stations en profondeur diffère donc de celle calculée par des stations de surface. Néanmoins, la Figure 3.3 montre que pour les grandes longueurs d'onde, supérieures à λ_0 , cette différence converge asymptotiquement vers 0. Cette Figure 3.3 montre par ailleurs que cette différence devient négligeable lorsque la longueur d'onde est de 20 à 40 fois supérieure à la profondeur z des stations. Par exemple, pour l'amplitude de rotation verticale calculée à partir de stations situées à une profondeur de 500 m (courbe bleue), celle-ci sera identique à l'amplitude de rotation calculée en surface pour des longueurs d'onde supérieures à 20 km.

Dans ce chapitre, le mouvement de rotation autour de l'axe vertical généré par le séisme d'Amatrice sur le site du LSBB sera étudié. D'ailleurs, l'enregistrement de ce séisme est

dominé par des fréquences autour de 0,1-0,2 Hz. En considérant des ondes de types SH avec une vitesse de l'ordre de 3500 m/s pour le LSBB, les longueurs d'ondes du signal d'Amatrice sont centrées autour de 17,5-35 km. Ainsi même pour la station la plus profonde du LSBB situé à 500 m de profondeur, les longueurs d'onde du signal observé étant 20 à 40 fois supérieures à la profondeur des stations, l'effet de la profondeur des stations sera donc négligeable sur l'estimation du mouvement de rotation.

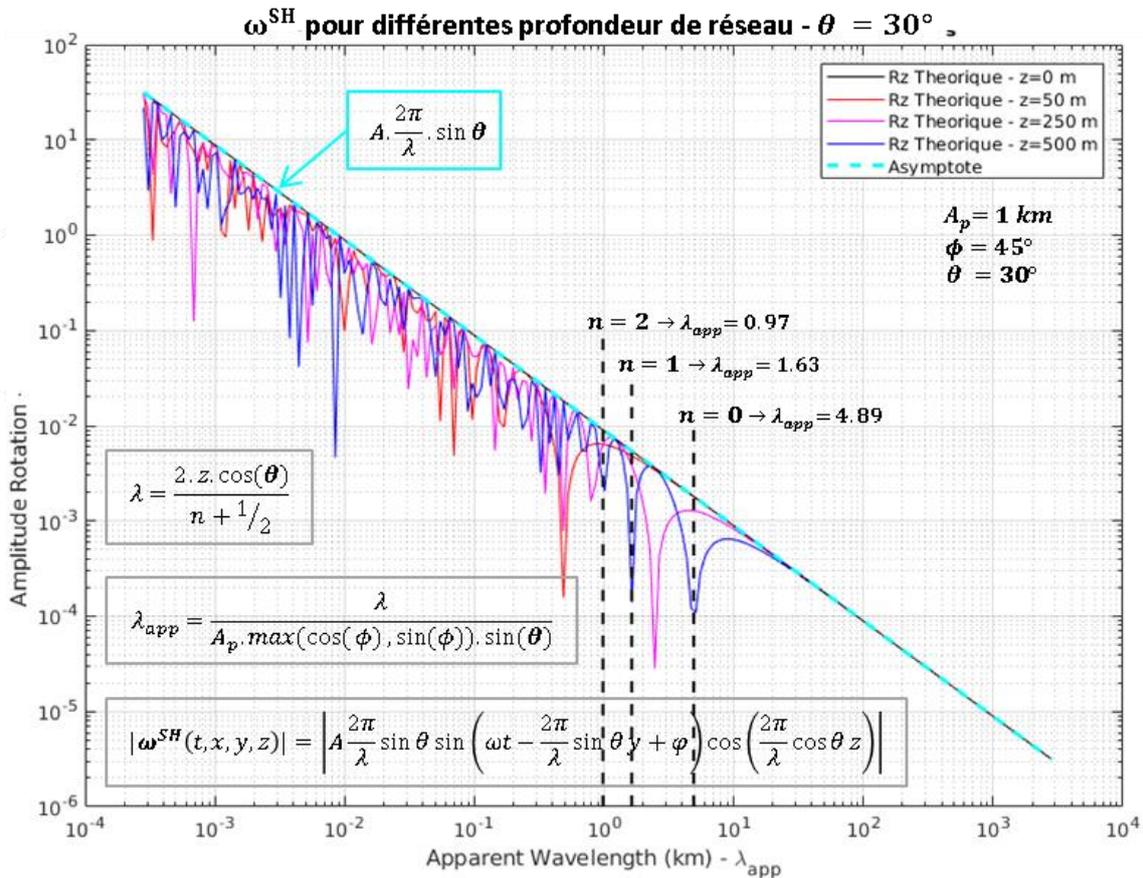


Figure 3.3. Amplitude de la composante verticale de rotation $|\omega_z^{SH}(t, x, y, z)|$ en fonction des longueurs d'onde. $|\omega_z^{SH}(t, x, y, z)|$ est calculée théoriquement à partir d'un réseau de 5 stations en croix situé à différentes profondeurs pour une onde SH avec un angle d'incidence de 30° et un azimut de 45° . Chaque courbe correspond à différentes profondeurs de réseau choisies entre 0 m (ligne noire) et 500 m de profondeur (courbe bleue). La courbe en bleu clair pointillé représente l'asymptote commune indépendamment de la profondeur associée à la décroissance en $1/\lambda$. Pour $z=500$ m, les longueurs d'onde générées pour les trois premiers nœuds sont affichées sur l'abscisse.

3.2.2. Cas des ondes de Love

Jusqu'à présent seul les modes de propagation en ondes de volume ont été étudiés. Cependant les signaux du séisme d'Amatrice sont dominés par l'effet des ondes de Love, notamment au niveau de la composante verticale du mouvement de rotation qui sera particulièrement étudiée dans la suite de ce travail. Dans ce paragraphe la validité des

approches présentées jusqu'à présent va être examinée dans le cadre d'ondes de surface de Love.

Comme décrit par Aki et Richards (Aki et Richards 2002, p249) l'existence de mode de surface de propagation de type Love nécessite a minima la présence d'une couche comprise entre la surface libre et un demi-espace homogène. La couche (1) ainsi que le demi-espace homogène (2) sont respectivement caractérisés, par les vitesses β_1, β_2 , les rigidités μ_1, μ_2 , les densités et l'épaisseur H de la couche de surface. Les modes propres de propagation en déplacement des ondes de Love sont résumés sous la forme suivante (Aki et Richards, 2002) :

$$u_x^n(t, y, z) = 2A \cos\left(\omega \sqrt{\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{c_n^2}} z\right) e^{i(\omega t - k_n y)} \quad \text{pour } 0 \leq z \leq H \quad (\text{Équation 3.9})$$

Et

$$u_x^n(t, y, z) = 2A \cos\left(\omega \sqrt{\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{c_n^2}} z\right) e^{\left(\omega \sqrt{\frac{1}{c_n^2} - \frac{1}{\beta_2^2}}(H+z)\right)} e^{i(\omega t - k_n y)} \quad \text{pour } z \leq -H$$

(Équation 3.10)

Où les vitesses de phase $c_n = \omega/k_n$ sont les solutions de l'équation :

$$\tan \omega H \sqrt{\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{c^2}} = \frac{\mu_2 \sqrt{\frac{1}{c^2} - \frac{1}{\beta_2^2}}}{\mu_1 \sqrt{\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{c^2}}} \quad (\text{Équation 3.11})$$

Si on se place à l'intérieur de la couche à faible vitesse (hypothèse compatible avec un modèle au premier ordre d'une croûte au-dessus d'un manteau à plus forte vitesse), l'équation du mouvement des ondes de Love est très similaires à celles des ondes SH, $u_x^{SH}(t, x, y, z)$, présentées dans le paragraphe précédent :

$$u_x^n(t, y, z) = 2A \cos\left(\omega \sqrt{\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{c_n^2}} z\right) \cos(\omega t - k_n y) \quad \text{pour } 0 \leq z \leq H \quad (\text{Équation 3.12})$$

Notamment en posant : $k_z = \omega \sqrt{\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{c_n^2}}$, comme pour le cas des ondes SH, on obtient donc l'expression suivante du mouvement de rotation associé aux ondes dans la couche :

$$\omega_n^{Loves}(t, x, y, z) = \begin{bmatrix} 0 \\ -Ak_z \cos(\omega t - k_n y + \varphi) \sin(k_z z) \\ -Ak_n \sin(\omega t - k_n y + \varphi) \cos(k_z z) \end{bmatrix} \quad (\text{Équation 3.13})$$

Le mouvement de rotation des ondes de Love se caractérise aussi par deux composantes non nulles, dans les directions radiales et verticales. La dépendance de l'amplitude du mouvement de rotation autour de l'axe vertical présente donc des modulations similaires avec des annulations régulières pour des longueurs d'ondes telles que:

$$\omega \sqrt{\frac{1}{\beta_1^2} - \frac{1}{c_n^2}} z = \frac{\pi}{2} + p\pi \quad \text{avec } p \in \mathbb{N} \quad (\text{Équation 3.14})$$

En utilisant l'expression de $k_n = 2\pi/\lambda_n = \omega/c_n$, cette équation s'exprime en fonction de la longueur d'onde comme suit :

$$\lambda_{p,n} = \frac{2z}{\frac{1}{2}+p} \sqrt{\frac{c_n^2}{\beta_1^2} - 1} \quad (\text{Équation 3.15})$$

Relation identique à l'expression dans le cas SH où le terme en $\cos \theta$ est remplacé par $\sqrt{\frac{c_n^2}{\beta_1^2} - 1}$. Pour le LSBB en considérant une vitesse du demi-espace de 4500 m/s et une vitesse des ondes S sur le site du LSBB de 3500 m/s, on obtient l'expression suivante pour λ :

$$\lambda_{p,n} \leq \frac{2z}{\frac{1}{2}+p} 0.81 \quad (\text{Équation 3.16})$$

En suivant une approche similaire à celle développée précédemment pour les longueurs d'ondes dominantes du signal (17,5-35 km), les longueurs d'ondes restent très largement supérieures à $\lambda_{p,n}$, ce qui permet comme pour le cas des ondes SH de négliger l'effet de la profondeur en ce qui concerne notre prochaine analyse des signaux du séisme d'Amatrice.

Pour conclure, il a été démontré que pour les ondes de Love ou les ondes SH, l'effet de la profondeur peut être négligé et l'incertitude de la composante verticale du mouvement de rotation de ces deux types de mode de propagation peut être analysée à partir d'une expression identique au cas des ondes SH enregistrées à la surface libre (Équation 2.13) de la forme :

$$\omega_z(t, x, y, z) = -Ak_y \sin(\omega t - k_y y + \varphi) \quad (\text{Équation 3.17})$$

3.3. Amatrice

Dans la partie précédente il a été montré que le calcul d'incertitude exposé dans le Chapitre 2 sur un réseau en croix avec des stations en surface pouvait être étendu aux différents réseaux du LSBB en profondeur et en surface pour les ondes SH et de Love. Un des buts de cette partie est d'arriver à une représentation graphique de l'incertitude associée à la mesure de rotation après que celle-ci a été validée. Dans les deux cas appliqués suivants, avant de calculer indirectement la composante verticale de rotation, les signaux en déplacement (3C de translations) seront traités et analysés. Une fiabilité de cette mesure de rotation sera ensuite estimée. L'incertitude associée à cette mesure de rotation sera calculée puis ajoutée graphiquement à celle-ci. Et pour finir, les mesures directe et indirecte de rotation seront comparées.

3.3.1. Calcul de R_z pour le séisme d'Amatrice à partir de l'antenne du LSBB

3.3.1.1. Métadonnées

Le cas d'application est le séisme d'Amatrice du 24 août 2016 à 01h36 de magnitude 6,2. Les métadonnées de cet événement sont résumées en Figure 3.4. La date et l'heure d'origine du séisme constituent le temps initial t_0 . Le mécanisme au foyer du séisme est représenté par une projection stéréographique (« beachball diagram ») située sur la carte de la Figure 3.4. Les deux plans nodaux (courbes en noires sur le diagramme) décrivent le type de faille en jeu, ici une faille normale. Toutes ces métadonnées à part l'azimut et la distance épacentrale sont issues du catalogue GCMT (Global Centroid Moment Tensor). L'azimut et la distance épacentrale sont calculés à partir des latitudes et longitudes de la source et de la station RUSF (LSBB). La distance épacentrale est la distance calculée, en kilomètres ou en degrés, entre la source du séisme et la station où ce séisme a été enregistré. L'azimut de cet événement est de $279,59^\circ$. Il correspond à l'angle entre le nord et le grand cercle rouge allant de la source au LSBB (Figure 3.4) qui représente la direction de propagation du séisme d'Amatrice.



Figure 3.4. Représentation cartographique du séisme d'Amatrice et résumé de ces métadonnées GCMT. Ce séisme en faille normale de magnitude 6,2 a eu lieu le 24 août 2016 à 1h36 UTC. RUSF est l'identifiant attribué au LSBB (triangle rouge) dans GCMT. Le back-azimut est représenté sur la carte par une courbe rouge tandis que le mécanisme au foyer est décrit par sa projection stéréographique.

3.3.1.2. Traitement des données

Avant de pouvoir analyser les signaux de translation et de calculer les composantes de rotation, les signaux sont sélectionnés et traités. Le logigramme en Figure 3.5 résume les étapes de traitement. Les éléments indispensables avant de pouvoir traiter les signaux et

calculer la composante verticale de rotation sont les métadonnées, les signaux bruts sous format MiniSeed et les coordonnées des stations du réseau suivant trois axes. Seules les étapes clés utilisées dans la préparation des signaux, telles que la sélection de la fenêtre d'intérêt, la correction de la réponse instrumentale, le filtrage et la correction liée au désalignement des capteurs, seront décrites dans cette partie.

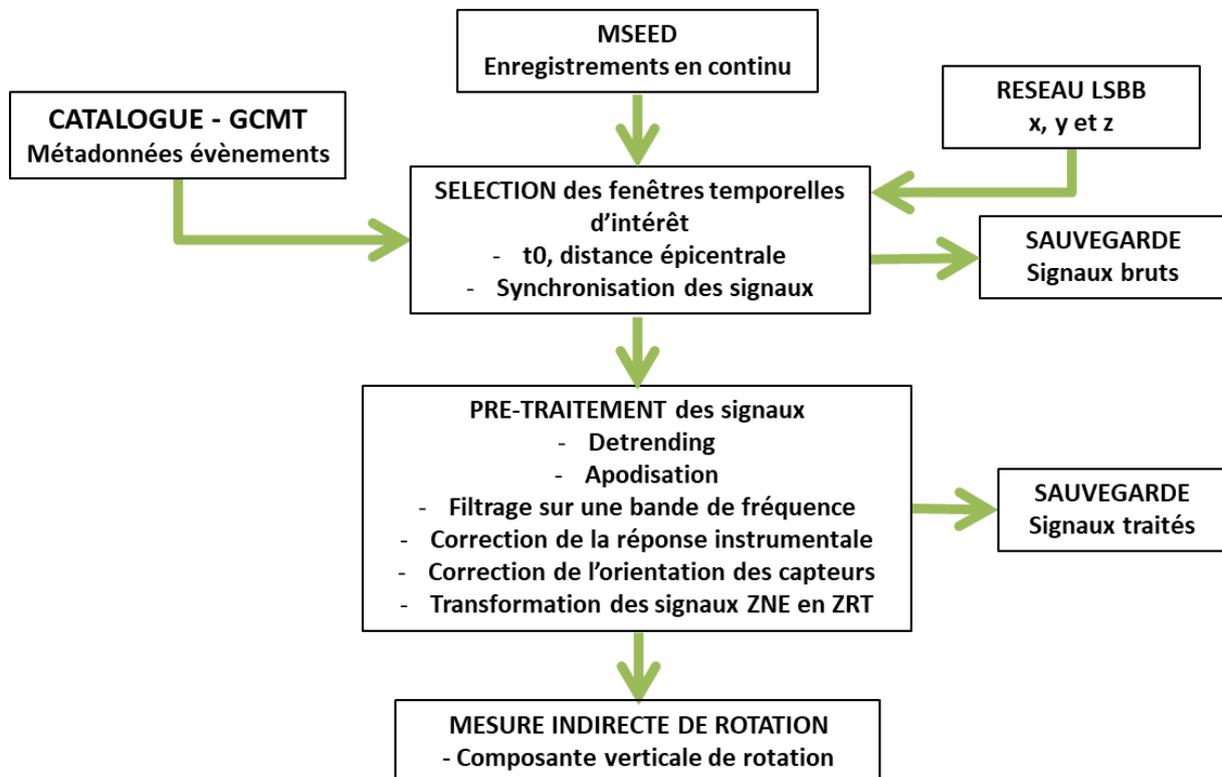


Figure 3.5. Logigramme décrivant les étapes de traitement effectuées avant l'analyse des signaux.

Les capteurs présents au LSBB enregistrent en continu, sur des années, les mouvements du sol. Ceux générés par le séisme d'Amatrice sont ponctuels et donc ne correspondent qu'à une infime partie des enregistrements en continu sauvegardés sous format MiniSEED.

Afin d'extraire les signaux générés par le séisme d'Amatrice des enregistrements MiniSEED en continu, une fenêtre temporelle d'intérêt est déterminée à partir du t_0 ainsi que de la distance épacentrale de l'évènement. Ce sont les signaux bruts enregistrés à chaque station, contenus dans cette fenêtre temporelle d'intérêt qui seront traités et analysés. Pour un séisme régional tel qu'Amatrice avec une distance épacentrale inférieure à 10 000 km, la fenêtre temporelle d'intérêt est fixée à cinq minutes avant t_0 et à une heure après t_0 .

Dans le cas de séismes dont la distance épacentrale est supérieure à 10 000 km (téléséismes), la fenêtre temporelle d'intérêt sera allongée d'une heure. Les signaux bruts sont en COUNT et non en m/s comme les mouvements de translation du sol captés par les sismomètres. Cela découle du système d'enregistrement qui est composé de capteurs (sismomètres) et de numériseurs. Ce système d'enregistrement est causal, linéaire, invariant dans le temps et

transforme une grandeur physique (m/s) en grandeur normée (COUNT). Les sismomètres ($C(f)$) convertissent les m/s en volts avant que ceux-ci soient transformés en COUNT par le numériseur ($N(f)$) (Figure 3.6).

La dynamique de ce système (Equation 3.18) est caractérisée par une fonction de transfert ($H(f)$) qui correspond au ratio entre le signal de sortie ($S(f)$) en COUNT et celui d'entrée ($U(f)$) en m/s (Equation 3.19). Cette fonction de transfert peut être décrite à l'aide d'une amplitude et d'une phase (Équation 3.20). Cela correspond à la réponse instrumentale en amplitude et en phase du système d'enregistrement.

$$S(f) = C(f) * N(f) * U(f) = H(f) * U(f)$$

(Équation 3.18)

$$H(f) = \frac{S(f)}{U(f)}$$

(Équation 3.19)

$$H(f) = k_i * G_i(f) = k_i * A(f)e^{i\theta(f)}$$

(Équation 3.20)

avec k_i – la sensibilité, A – l'amplitude et θ – la phase de la fonction de transfert - $H(f)$.

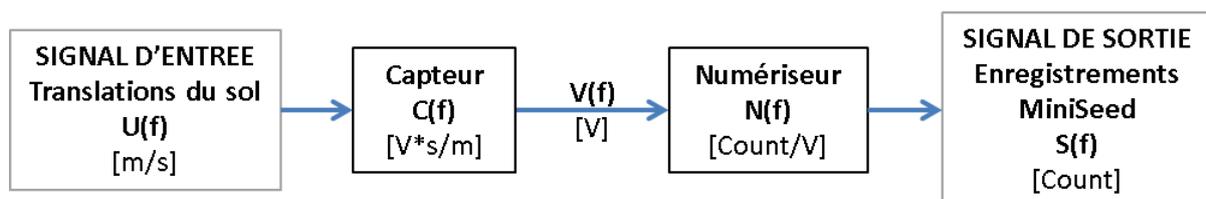


Figure 3.6. Schéma explicatif du système d'enregistrement mis en place au LSBB. Le capteur et numériseur convertissent les translations du sol de m/s en Count.

Ainsi, afin de travailler avec des signaux de translations en m/s, les signaux bruts sont corrigés de la réponse instrumentale en amplitude et en phase (Figure 3.7). Le réseau dense 2D utilisé pour analyser le séisme d'Amatrice compte trois types de sismomètres (Figure 3.2.b) : des STS2, STS2.5 et CMG3ESP. Cela implique une réponse instrumentale générique différente pour chaque type de sismomètre. Cependant même entre capteurs du même type, la réponse instrumentale donnée par les feuilles d'étalonnage des capteurs est légèrement différente. C'est pourquoi la correction de réponse instrumentale est spécifique à chaque station. La réponse instrumentale en amplitude et en phase associée à la composante Nord-Sud du capteur STS2 de la station RAS 01 est illustrée en Figure 3.7.a-b par la courbe bleue en trait plein.

Dans le même temps, le signal est filtré sur une large bande fréquentielle, entre 0.01 Hz et 8 Hz, afin de ne pas exclure une partie du signal par inadvertance. Le filtre Butterworth est représenté en pointillé rouge en Figure 3.7.a-b. La correction de la réponse instrumentale ainsi que le filtrage, discutés ci-dessus sont établis par une correction globale représentée par les courbes noires en Figure 3.7.a-b. Cette correction globale a été appliquée au signal en

Count de la Figure 3.7.c générant le signal en m/s affiché en Figure 3.7.d. Au besoin le signal de la Figure 3.7.d peut être représenté en m (déplacement) ou en m/s^2 (accélération). Le choix de l'unité sera reflété par la courbe bleu pointillé de la Figure 3.7.a. Pour des m/s, celle-ci est de valeur un tandis que pour des m et m/s^2 , celle-ci correspondra respectivement à l'intégrale et à la dérivée de la réponse instrumentale.

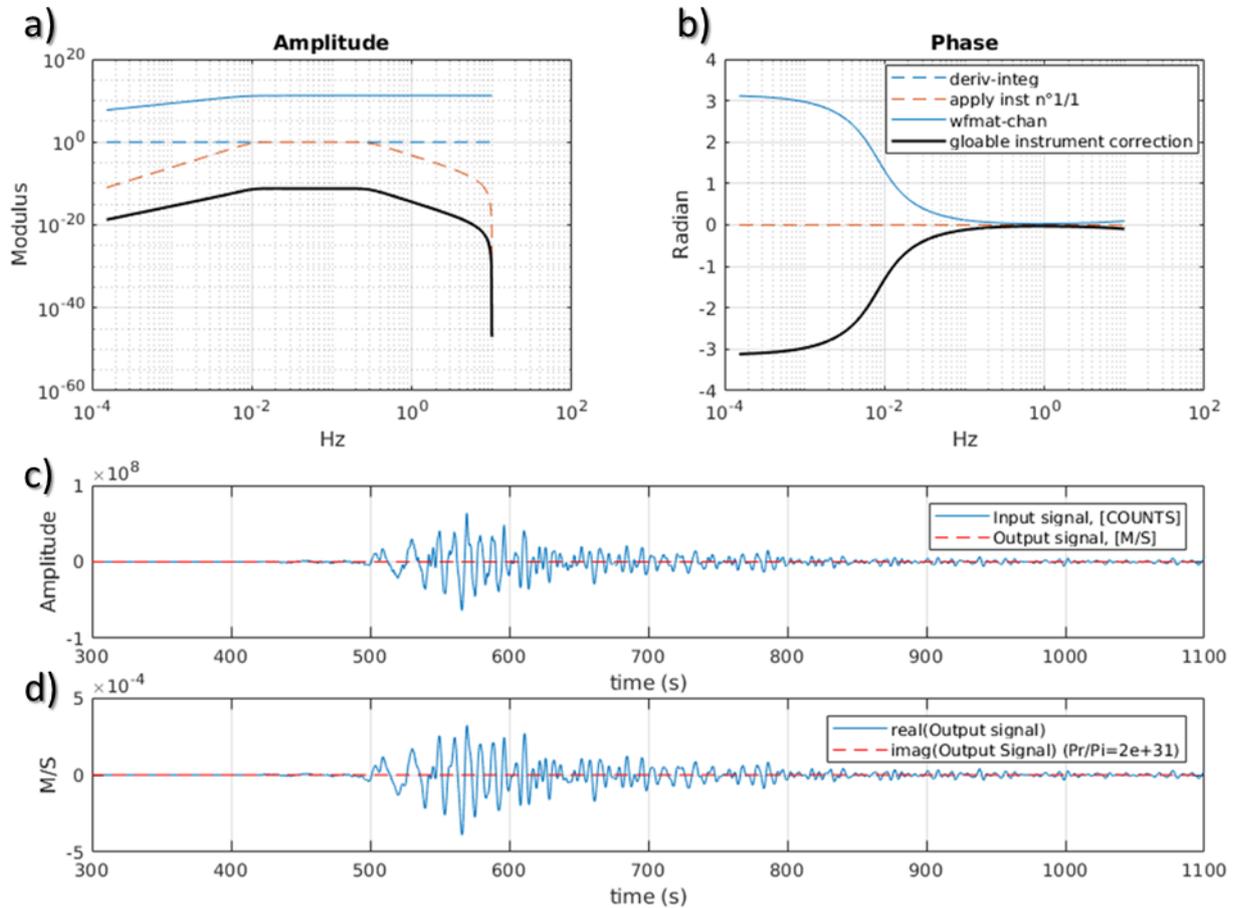


Figure 3.7. Conversion d'un signal de translation MiniSeed en Count c) à un signal de translation en m/s d) par l'application d'une correction globale représentée en amplitude a) et en phase b) par les courbes noires. La correction globale prend en compte la réponse instrumentale du capteur (courbes bleues) et le filtre [0,01 - 8 Hz] (traits rouges pointillés) appliqué au signal brut en c). Les parties réelle et imaginaire du signal converti sont représentées en d). La partie imaginaire est négligeable devant la partie réelle au vu des 31 ordres de grandeur de différence.

Après avoir corrigé de la réponse instrumentale et filtré les signaux, les composantes horizontales de translation (u_{Nord} , u_{Est}) sont corrigées du désalignement des capteurs avec le nord (θ). Les signaux sont corrigés (Équation 3.22) à l'aide d'une matrice de rotation (Équation 3.21).

$$MatriceRotation = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (\text{Équation 3.21})$$

$$\text{Correctionalignement} = \begin{pmatrix} u_{Nord} \\ u_{Est} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \quad (\text{Équation 3.22})$$

Les signaux de translations sont maintenant traités et prêts à être analysés et utilisés dans le calcul indirect de rotation.

3.3.1.3. Analyse des signaux de translation

En début de ce chapitre, l'extension du calcul d'incertitude établi dans le Chapitre 2 à un réseau en profondeur a été vérifiée dans les cas des ondes-SH ainsi que des ondes de Love. Ainsi l'incertitude peut être ajoutée au signal de rotation quand ce signal est généré par les ondes SH et de Love. Théoriquement, ces deux types d'ondes génèrent de la rotation seulement autour de l'axe vertical. Cette composante verticale de rotation est générée indirectement à partir des composantes horizontales de translation. Ces ondes SH et de Love se propagent perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde, dans le plan horizontal. De ce fait, elles seront exprimées sur la composante transverse de translation. Afin de mettre en évidence ces ondes, les composantes horizontales nord-sud et est-ouest sont converties en composantes transverse et radiale.

Lors du séisme d'Amatrice, un réseau dense constitué de treize stations était présent dans les galeries du LSBB (Figure 3.8.d). Avec trois composantes par stations, 39 signaux ont donc été enregistrés. Sur ces 39 signaux, les composantes horizontales au nombre de 26 sont affichées en Figure 3.8 pour les composantes transverses et en Figure 3.9 pour les composantes radiales. Les 13 composantes verticales restantes sont affichées en Figure 3.10. Comme expliqué plus haut, ces 39 signaux ont été filtrés sur une large bande fréquentielle, de 0,01 Hz à 8 Hz afin de ne pas exclure une partie du signal par inadvertance. Une couleur a été assignée à chaque station (Figure 3.8-10.d) et ce code couleur est repris pour représenter les signaux en Figure 3.8-10.b-c des 13 stations du réseau. Il est noté que les signaux affichés en Figure 3.8-10.c, sur une fenêtre d'une durée de mille secondes, sont si superposés qu'il est difficile de distinguer des différences. Les amplitudes, phases et formes d'onde des signaux sont quasi identiques pour chaque station.

Le réseau 2D dans les galeries du LSBB fournit une très bonne reproductibilité du signal sur les composantes horizontales et verticales de translation. Cette reproductibilité peut être utilisée pour détecter les stations qui n'auraient pas été corrigées de la bonne réponse instrumentale ou de la bonne orientation. Cela implique une maîtrise des erreurs liées à la mise en place du réseau (alignement, positionnement, réponse instrumentale des capteurs). Cette reproductibilité sur les composantes horizontales de translation est importante du fait que la composante verticale de rotation est estimée à partir de ces petites différences entre signaux de composantes horizontales des différentes stations. Pour disposer d'une mesure de rotation fiable et précise, il faut par conséquent soigner l'acquisition des données et donc la mise en place du réseau.

Afin d'appréhender l'énergie générée par le séisme d'Amatrice, le spectre de puissance pour le signal enregistré aux stations est affiché en temps-fréquence en Figure 3.8-10.a tandis que la densité spectrale de puissance des signaux est affichée en Figure 3.8-10.b. Le spectre en temps-fréquence permet également de repérer les arrivées des ondes de volume (ondes-P et -S) et celles de surface.

Comme déjà souligné, les ondes de Love seront exprimées sur la composante transverse de translation. Les ondes de Rayleigh, plus lentes que les ondes de Love, se propagent dans le plan vertical suivant la direction de propagation. Par conséquent, les ondes de Rayleigh seront exprimées sur les composantes verticale et radiale de translation. Les ondes de surface étant dispersives, leurs temps d'arrivées dépendront de leur fréquence. Pour une même distance parcourue, les ondes de surface à basses fréquences arriveront à la station avant celles à hautes fréquences.

Sur les trois composantes de translation, le spectre en temps-fréquence montre que l'énergie générée par le séisme d'Amatrice est concentrée sur des fréquences inférieures à 0,33 Hz. Cela est réaffirmé en Figure 3.8-10.b avec une densité spectrale supérieure à 3^E-10 (m/s²)/Hz pour la bande de fréquence 0,01-0,33 Hz. C'est sur cette bande de fréquences que la composante verticale de rotation sera indirectement calculée plus loin. Globalement, dans le cas de la composante transverse, l'énergie supérieure à 1^E-7 (m/s²)/Hz est concentrée entre 0,04 Hz et 0,2 Hz suivant le trait noir tracé en Figure 3.8.a qui ressemble fortement à la courbe de dispersion des ondes de Love.

Deux patchs ayant le même niveau d'énergie sont visibles à 0,1 Hz et 0,2 Hz sur les trois composantes. Le deuxième patch ressort principalement sur les composantes radiale et verticale. Pour la composante transverse (Figure 3.8.a), le maximum du spectre est atteint à 630 s pour une fréquence de 0,1 Hz tandis que pour la composante radiale (Figure 3.9.a), le maximum se trouve à 660 s pour une fréquence de 0,15 Hz. Le maximum de la composante radiale arrive 30 s plus tard que celui de la composante transverse, mais à approximativement la même fréquence. Aux temps de ces maximums en Figure 3.8-9.c se trouvent les maximums d'amplitude des signaux. Les paquets d'ondes incluant ces maximums arrivent entre 560 s et 690 s en Figure 3.9.c et entre 640 s et 690 s en Figure 3.9.c. Les amplitudes de ces paquets d'ondes sont supérieures à $1E-4$ m/s. En prenant une période pic-à-pic d'un des signaux de la Figure 3.8.c, celle-ci sera plus longue avant 600 s qu'après. Cela est indicatif de l'aspect dispersif des ondes de surface, puisque celles à haute fréquences arrivent après celles à basse fréquences. Cela est moins flagrant sur la Figure 3.9.c. En reliant ces observations aux caractéristiques des ondes de surface décrites plus haut, le paquet d'ondes sur la composante transverse est constitué d'ondes de Love tandis que celui sur la composante radiale arrivant plus tard est constitué d'ondes de Rayleigh. La composante verticale est similaire à la composante radiale, mais avec des amplitudes plus importantes, avec un maximum de $6,5E-4$ m/s atteint à 650 s pour une fréquence de 0,15 Hz

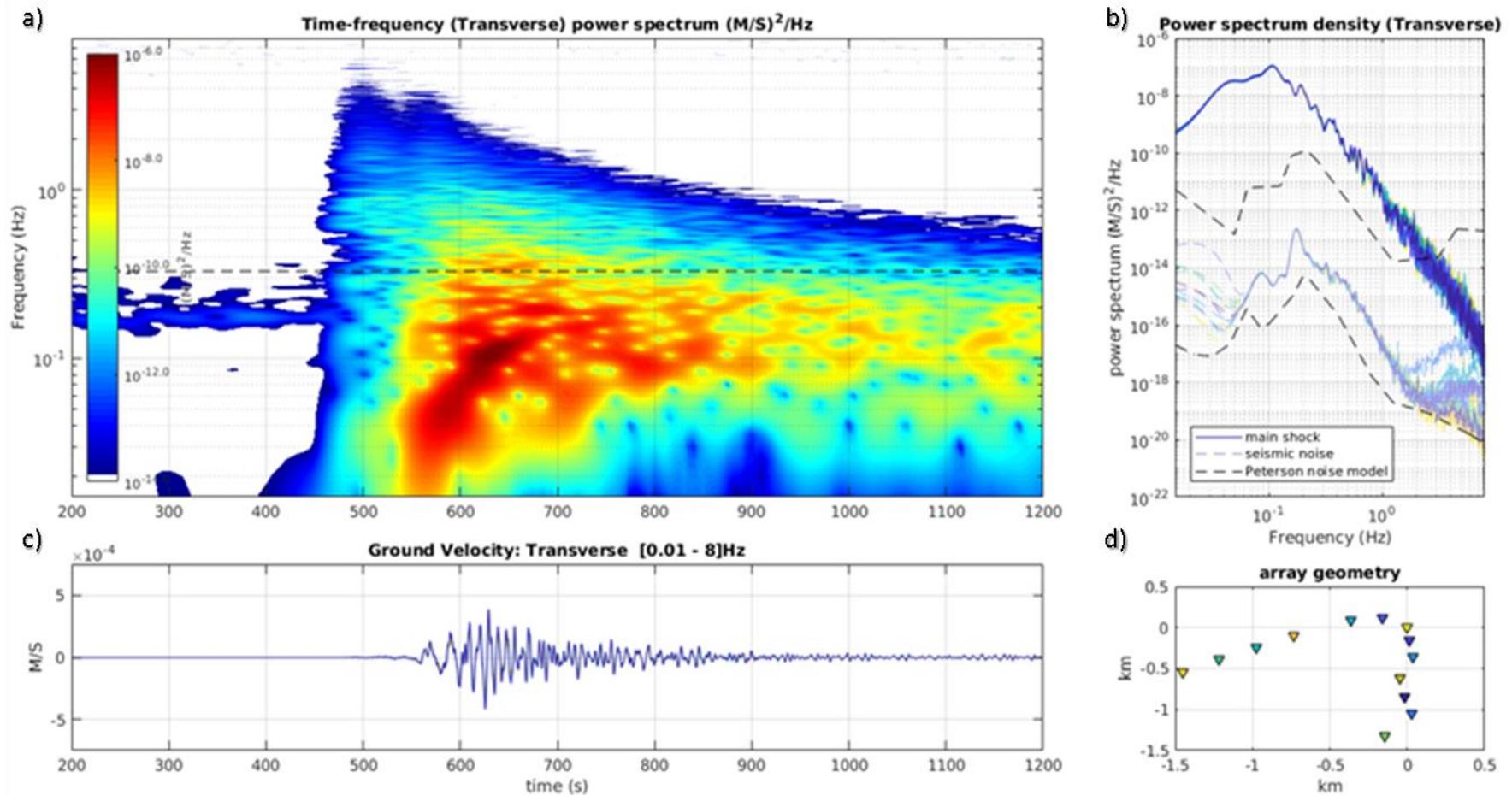


Figure 3.8. Représentation de la composante transverse des mouvements de translations générés par le séisme d'Amatrice filtrés sur une large bande de fréquence entre 0,01 Hz et 8 Hz. En a) est affiché le spectre en temps-fréquence tandis que b) est la densité spectrale de puissance. c) affiche le signal en temps de la composante radiale de translation enregistré à chacune des 13 stations du réseau du LSBB représenté en d).

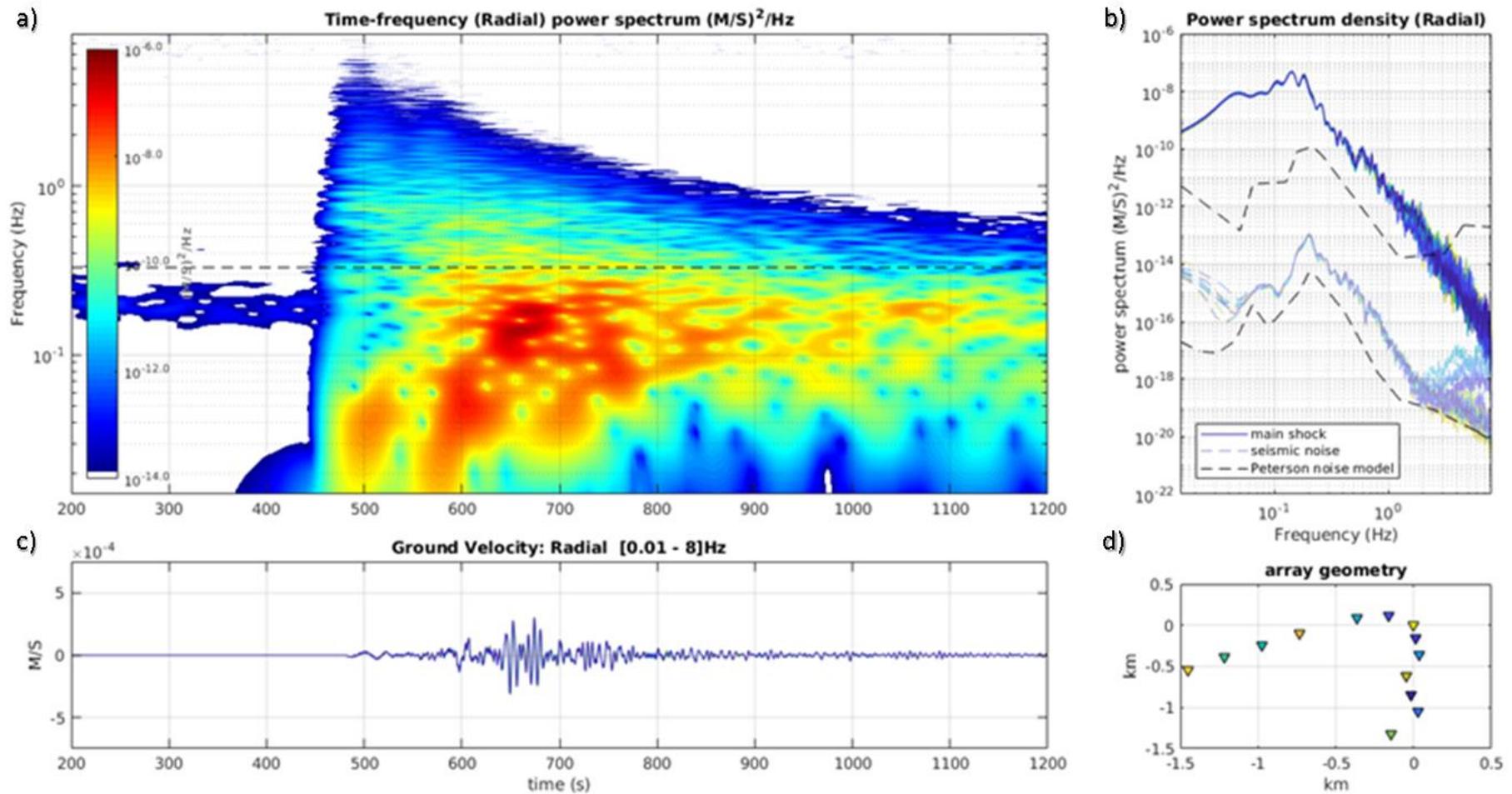


Figure 3.9. Représentation de la composante radiale des mouvements de translations générés par le séisme d’Amatrice filtrés sur une large bande de fréquence entre 0,01 Hz et 8 Hz. En a) est affiché le spectre en temps-fréquence tandis que b) est la densité spectrale de puissance. c) affiche le signal en temps de la composante radiale de translation enregistré à chacune des 13 stations du réseau du LSBB représenté en d).

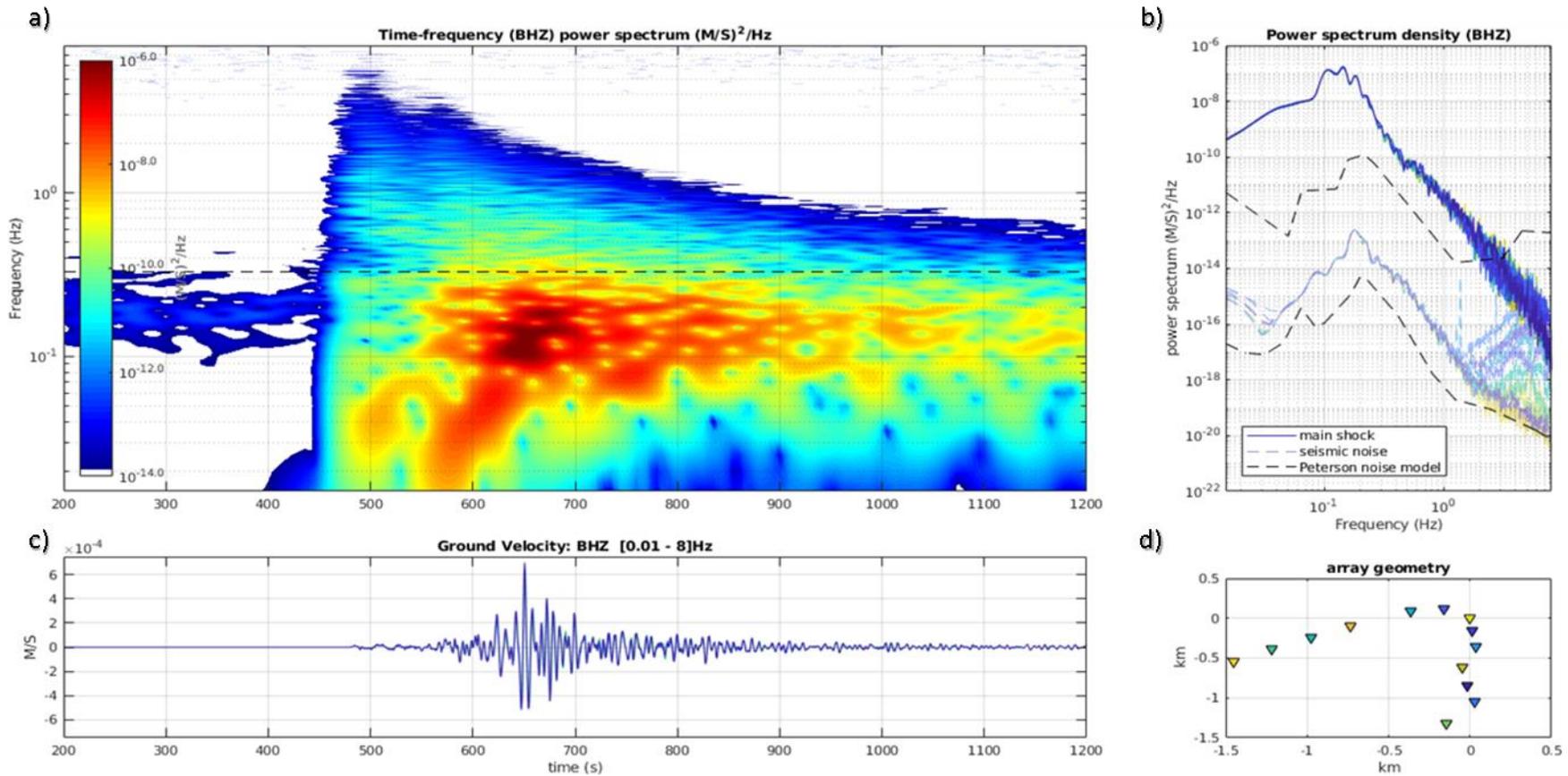


Figure 3.10. Représentation de la composante verticale des mouvements de translations générés par le séisme d’Amatrice filtrés sur une large bande de fréquence entre 0,01 Hz et 8 Hz. En a) est affiché le spectre en temps-fréquence tandis que b) est la densité spectrale de puissance. c) affiche le signal en temps de la composante verticale de translation enregistré à chacune des 13 stations du réseau du LSBB représenté en d).

La figure de densité spectrale de puissance (Figure 3.8-10.b) affiche la puissance spectrale du signal (trait plein) ainsi que du bruit de fond (trait pointillé) associés à chaque station.

Le modèle de bruit de Peterson (traits pointillés gris) est ajouté à ces Figures 3.8-10.b afin de visualiser le bruit de fond par rapport à un référentiel. Plus le bruit de fond des stations se rapproche de la limite basse de ce modèle et moins la station est bruitée. Il est noté qu'entre 0,06 Hz et 1,5 Hz, le bruit de fond de chaque station est similaire tandis qu'il diffère à plus basses et plus hautes fréquences. D'après Wielandt (2002), ces différences seraient induites par le couplage au sol des capteurs pour les basses fréquences et par l'environnement local dans le cas des hautes fréquences. Le ratio entre signal et bruit de fond qui constitue le rapport signal sur bruit (SNR) en fonction de la fréquence est de ce fait spécifique à chaque station.

Un SNR global en fonction de la fréquence, prenant en compte toutes les stations du réseau sans en favoriser une par rapport aux autres, est calculé et affiché en Figure 3.11 pour chacune des trois composantes de translation. Le SNR global moyen (Equation 3.23) est généré à partir des SNR de chaque station et prend la moyenne de ceux-ci (courbes noires). Pour comparaison, des SNR globaux précis à cinq sigmas (Equation 3.24-25) sont calculés afin de visualiser le pire et le meilleur des cas possibles de SNR en fonction des fréquences (courbes rouges).

$SNR_{Global_{moyen}}(f) = \frac{\sum_{i=1}^{Nsta} SNR_i(f)}{Nsta}$, avec $Nsta$ le nombre de stations et f la fréquence
(Équation 3.23)

$$SNR_{Global_{-5\sigma}}(f) = \min(SNR_i(f)) \quad (\text{Équation 3.24})$$

$$SNR_{Global_{+5\sigma}}(f) = \max(SNR_i(f)) \quad (\text{Équation 3.25})$$

$SNR_{Global_{-1\sigma}}(f) = \frac{\sum_{i=1}^{Nsta} SNR_i(f)}{Nsta} \pm std(f)$, avec std la déviation standard
(Équation 3.26)

Il est noté qu'entre 0,08 Hz et 0,2 Hz, les deux courbes de SNR sont identiques. Cela signifie que la valeur du SNR est la même à chaque station du réseau sur cette bande de fréquences. Par ailleurs, cela confirme que la réponse instrumentale a bien été corrigée à chaque station. Sur la bande de fréquence d'intérêt (0,01-0,33 Hz), entre 0,2 Hz et 0,33 Hz la différence entre les deux types de SNR est faible tandis qu'entre 0,01 Hz et 0,08 Hz cette différence peut atteindre deux ordres de grandeur pour la composante transverse et un ordre de grandeur pour les composantes radiale et verticale. Néanmoins le SNR minimum reste supérieur à 1^E4 en puissance ce qui équivaut à un SNR de 100 en amplitude. Cette valeur de SNR sera utilisée afin de calculer l'incertitude associée à la mesure de rotation.

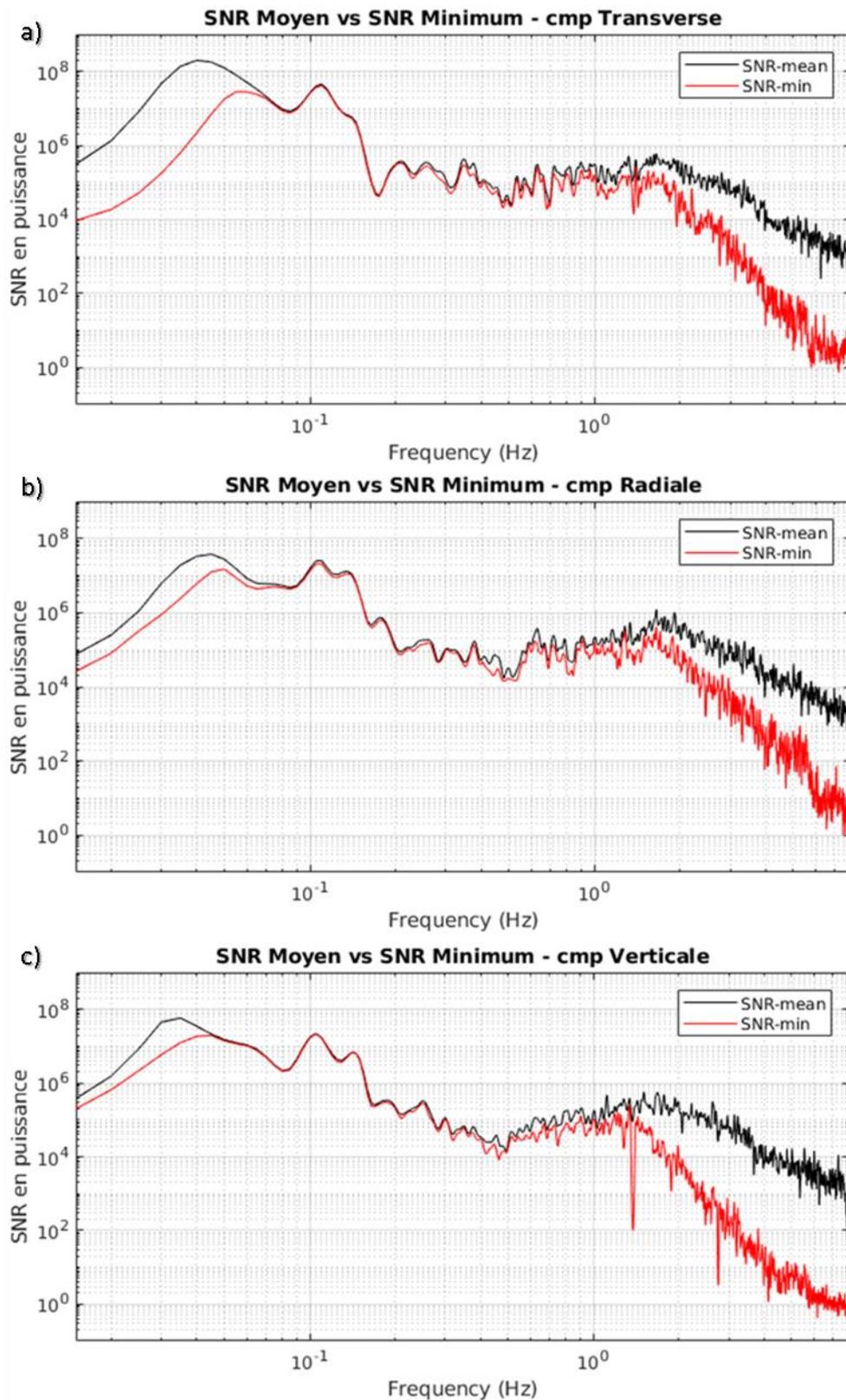


Figure 3.11. Comparaison des SNR globaux moyen (en noir) et minimum (en rouge) dans le cas de : a) la composante transverse, b) la composante radiale de translation et c) la composante verticale. La fenêtre d'intérêt se situe entre 0,01 Hz et 0,33 Hz. De 0,08 Hz à 0,2 Hz, les deux types de SNR sont identiques sur a), b) et c) indiquant des SNR égaux à chaque station. Le SNR minimum reste supérieur à 10^4 en puissance (ou 10^2 en amplitude).

3.3.1.4. Calcul et analyse de la composante verticale de rotation

À partir des composantes horizontales de translations filtrées sur la fenêtre des fréquences d'intérêt, entre 0,01 Hz et 0,33 Hz, la composante verticale de rotation (Figure 3.12) a été indirectement calculée, en utilisant les 13 stations du réseau 2D en profondeur du LSBB (Figure 3.12.d), suivant la méthode sismogéodésique décrite dans les Chapitres 1-2 (Spudich et al., 1995).

Il a été démontré que pour ce réseau situé en profondeur, l'amplitude de la composante verticale de rotation est identique à celle calculée avec un réseau en surface pour des fréquences basses. Par conséquent le réseau 2D en profondeur du LSBB peut être considéré comme étant à la surface et faisant office de surface libre. À la surface libre, Sollberger et al., (2018) démontre que la composante verticale de rotation est générée par les ondes-SH et les ondes de Love. La Figure 3.8 révèle que l'énergie libérée par le séisme d'Amatrice associée aux ondes de Love est bien plus conséquente que l'énergie associée aux ondes-SH (six ordres de grandeur de différence – 10^6 (m/s)²/Hz)).

Tout comme dans les Figures 3.8-10, la Figure 3.12 ci-dessous affiche le spectre en temps-fréquence, la densité spectrale de puissance, le signal et le réseau de stations utilisé. Les stations du réseau sont de même couleur, à l'inverse des stations en Figure 3.8-10.d, car toutes ces stations génèrent ensemble un unique signal (Figure 3.12.c) de rotation. L'amplitude de ce signal de rotation est d'environ 10^{-8} rad/s, avec une amplitude maximale de 5×10^{-8} rad/s atteint à 630 s ainsi qu'à 680 s. Cette différence de fréquence est illustrée sur le signal de rotation (Figure 3.12.c) par une période pic-à-pic plus longue autour du premier pic entre 610 s et 650 s qu'autour du deuxième pic entre 660 s et 700 s. Ces deux paquets d'ondes paraissent mono fréquentiels. Cet aspect sera examiné dans la partie suivante. Le deuxième maximum à 0,2 Hz était absent de la Figure 3.8.a-b, sur la composante transverse de translation. Afin de comprendre ce phénomène, il est rappelé en Équation 3.27 (Igel et al., 2005) que la composante verticale de rotation est reliée à l'accélération transverse (m/s²) qui est la dérivée de la vitesse de déplacement (m/s). En utilisant la transformée de Fourier (TF) pour passer dans le domaine fréquentiel, cela donne l'Équation 3.28.

$$R_z(t) = \Omega_z(t) = \frac{a_T(t)}{2c} = \frac{1}{2c} \dot{v}(t) \quad (\text{Équation 3.27})$$

$$TF[R_z(t)] = \frac{1}{2c} \cdot 2\pi f \cdot TF[v(t)] \quad (\text{Équation 3.28})$$

Pour une même fréquence, l'énergie sur la composante verticale de rotation (Figure 3.12.a) sera amplifiée à hautes fréquences et diminuée à basses fréquences par rapport à l'énergie présente sur la composante transverse de translation (Figure 3.8.a). C'est pourquoi ce maximum ressort en rotation et non en translation. Le premier maximum fait partie de la courbe de dispersion des ondes de Love. Le deuxième maximum pourrait aussi faire partie de cette courbe de dispersion des ondes de Love ou il pourrait se référer à un mode supérieur des ondes de Love. Dans les deux cas, ce deuxième maximum est causé par les

ondes de Love. Au sein d'un même évènement, plusieurs fréquences attribuées à un seul type d'onde (ici ondes de Love) peuvent dominer le signal de rotation. Cela implique que l'analyse de signaux de rotation soit faite par type d'onde et non de manière générale.

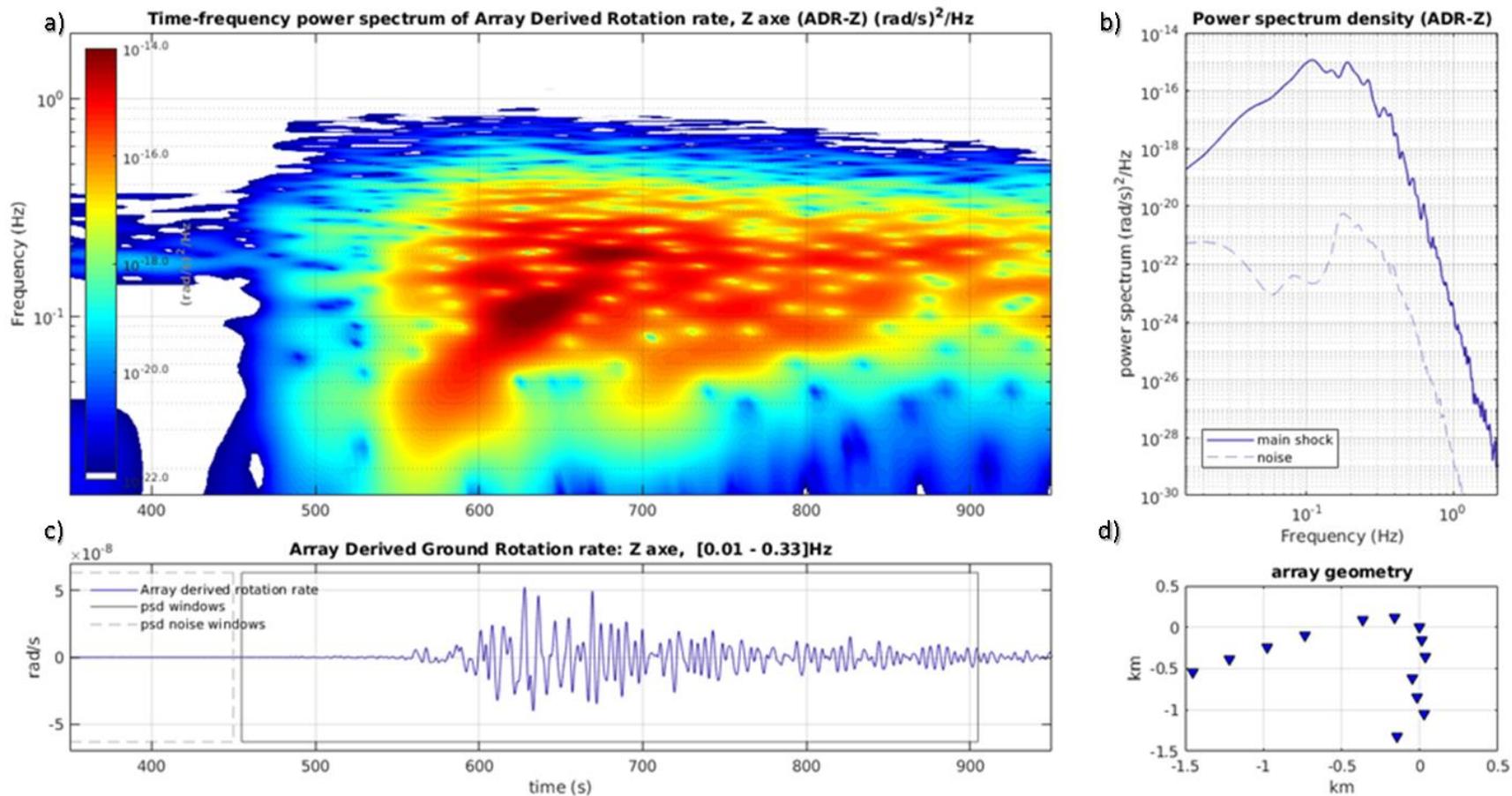


Figure 3.12. Amplitude du signal en rad/s généré par la composante verticale de rotation (R_z) calculée indirectement à partir des signaux de translations filtrés entre 0,01 Hz et 0,33 Hz. Le réseau utilisé est le réseau 2D en profondeur du LSBB représentée en d). A contrario de la Figure 3.8, les stations en d) sont de même couleur puisque toutes les stations sont utilisées pour calculer l'unique signal de rotation affiché en c). En a) le spectre de puissance de R_z en temps-fréquence et en b) la densité spectrale de puissance du signal de rotation et du bruit pris sur les fenêtres de signal et de bruit définies en c). En a) et b), deux pics d'énergies ressortent à 0,1 Hz et 0,2 Hz.

La Figure 3.13 illustrant le SNR du signal de rotation en fonction des fréquences, indique qu'aux fréquences des deux maximums, le SNR varie de plus de deux ordres de grandeur. Le SNR est de 5^{E7} à 0,1 Hz et de 3^{E5} à 0,2 Hz en puissance, ce qui respectivement équivaut à des SNR de 7071 et 547 en amplitude. En Chapitre 2, il a été montré que le SNR est un des paramètres impactant l'incertitude associée à la mesure de rotation. De par ce fait, représenter un signal de rotation comme fait en Figure 3.12.c ne prend pas en compte l'incertitude associée à cette mesure. L'analyse seule de ce signal serait donc biaisée. Une représentation graphique de l'incertitude associée à la mesure de rotation est présentée plus loin. Avant cela la fiabilité de la mesure de rotation affichée en Figure 3.12 est déterminée dans la partie suivante.

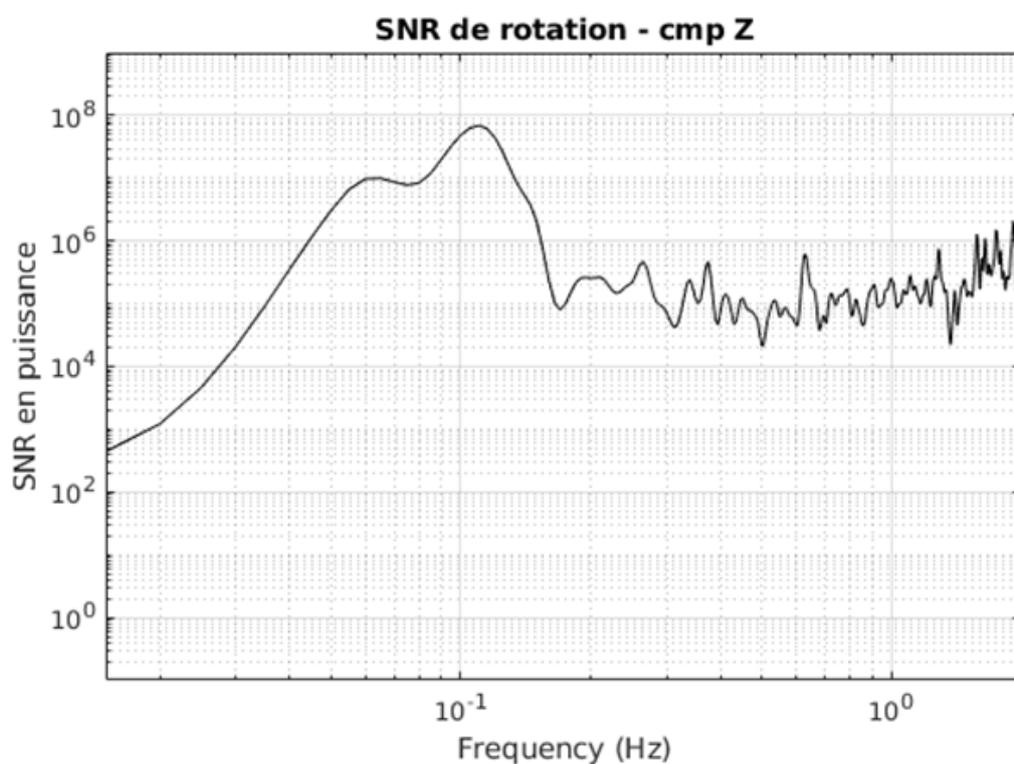


Figure 3.13. SNR calculé pour la composante verticale de rotation.

3.3.2. Raccordement entre l'accélération transverse (AccT) et Rz

Comme décrit par l'Équation 1.10 du chapitre 1 et rappelé en Équation 3.29 ci-dessous, l'amplitude de la composante verticale de rotation est proportionnelle à l'accélération transverse divisée par deux fois la vitesse de phase des ondes (Cochard et al., 2006).

$$a_T(x, t) = 2c\Omega_z(x, t) \quad (\text{Équation 3.29})$$

À partir de cette relation, il est possible (Figures 3.15-17) :

- d'estimer le coefficient de corrélation entre l'accélération transverse et la composante verticale de rotation afin de déterminer la fiabilité de la composante verticale de rotation calculée indirectement à partir de l'antenne du LSBB.
- de calculer la vitesse de phase ainsi que la direction de propagation des ondes SH et de Love.

Estimer le coefficient de corrélation entre l'amplitude de la composante verticale de rotation et l'accélération transverse revient à estimer la similarité de ces deux signaux (Figures 3.14 et 3.15). Avoir une bonne similitude entre ceux-ci reviendrait à confirmer le calcul indirect de la composante verticale de rotation à partir de l'antenne du LSBB. Ce coefficient de corrélation (Figure 3.15.a) est calculé sur une fenêtre de temps glissante d'une durée supérieure au minimum à la période du signal. Normaliser ce coefficient de corrélation par la déviation standard des signaux permet d'avoir ce coefficient de corrélation entre 0 et 1. Un coefficient de corrélation à 0 signifie qu'il n'y a aucune corrélation tandis que 1 correspond à une corrélation maximale. Le seuil de corrélation est fixé à 0,75 tel que fait dans Hadziioannou et al. (2012) au-dessus duquel la mesure de rotation, les valeurs de vitesses de phase et de direction de propagation sont déterminées comme étant suffisamment fiable. Après 520 s (temps d'arrivée des ondes S visible en Figure 3.8.a), le seuil de corrélation est dépassé entre 540 s et 770 s puis entre 810 s et 900 s.

Afin de calculer la vitesse de phase des ondes, l'Équation 3.30 issue de l'Équation 3.29 est utilisée. Les étoiles rouges sur la Figure 3.15.b indiquent les vitesses de phase générées par des valeurs d'accélération transverse et de rotation verticale dont le coefficient de corrélation est supérieur à 0,75. Ces vitesses de phase sont considérées comme fiables. Les vitesses de phase des ondes de Love n'ont pas la même vitesse, ici elles ont tendance à décroître avec le temps de 4000 m/s à 2000 m/s. Ces vitesses sont crédibles pour des ondes de Love. La décroissance de vitesse observée concorde avec l'aspect dispersif de ces ondes. Une diminution de la vitesse de phase indique un signal à plus haute fréquence.

$$c = \frac{a_T(x,t)}{2\Omega_z(x,t)} \quad (\text{Équation 3.30})$$

Le signal associé à la rotation verticale multiplié par deux fois la vitesse de phase (en rouge) ainsi que le signal de l'accélération transverse (en bleu) sont affichés en Figure 3.15.c. L'accélération transverse est dérivée de la composante transverse de translation générée par le séisme d'Amatrice. La vitesse de phase, c , est fixée à 3500 m/s. Il est noté que ces deux signaux sont en phase et ont une amplitude d'autant plus similaire que le coefficient de corrélation est proche de 1.

Pour ce qui est de la direction de propagation des ondes, une multitude de signaux d'accélération transverse est calculée pour des valeurs d'azimut variant de 0° à 360°. Ces signaux sont ensuite corrélés un à un avec la composante verticale de rotation produisant la Figure 3.15.d avec un coefficient de corrélation de -1 (en bleu foncé) à +1 en jaune. Le coefficient de corrélation maximum trouvé dans chaque fenêtre glissante est représenté par

une étoile noire. Cette étoile indique l'azimut pour lequel il y a la meilleure corrélation entre accélération transverse et composante verticale de rotation. Les étoiles sont en rouge quand le coefficient de corrélation est supérieur au seuil de 0,75. Sur la durée du signal d'Amatrice affiché en Figure 3.15.c, l'azimut trouvé par corrélation de l'accélération transverse et la rotation verticale correspond à l'azimut théorique (ligne en pointillé) associé aux métadonnées de l'évènement (Figure 3.4). Avant l'arrivée des signaux associés au séisme d'Amatrice, un azimut à 120° ($\pm 180^\circ$) est déduit du bruit corrélé. Le LSBB capterait une source provenant du nord-ouest générant des fréquences entre 0,1 Hz et 0,2 Hz avant de détecter le séisme d'Amatrice. Cela correspondrait à la houle de l'atlantique nord.

Il a été noté plus haut que le signal de rotation était dominé par deux maximums, respectivement à 0,1 Hz et 0,2 Hz. Afin de déterminer la fiabilité de ces deux maximums, le signal de rotation a été filtré une première fois entre 0,01 Hz et 0,15 Hz à l'aide d'un filtre passe-bas et une deuxième fois entre 0,15 Hz et 0,33 Hz à l'aide d'un filtre passe-haut. Dans les deux cas, un filtre d'ordre 4 de type « butterworth » a été utilisé avec une fréquence coin fixée à 0,15 Hz. La procédure décrivant la Figure 3.15 a été réitérée pour chacun des deux maximums séparés en fréquence pour les Figures 3.16-17.

Le spectre temps-fréquence ainsi que la densité spectrale des signaux sont rappelés en Figures 3.15-17.e-f. Cette séparation augmente la corrélation entre les signaux de la composante verticale de rotation et de l'accélération transverse (Figures 3.16-17.a). Filtrer le signal entre les deux pics permet de retrouver la courbe de dispersion des ondes de Love en Figure 3.17.b.

L'aspect monofréquentiel du signal, abordé plus haut est mis en exergue par les Figures 3.16-17.c. Cet aspect du signal de rotation est peu commun aux signaux de translations. Ce serait par conséquent un aspect associé à la rotation ou à l'évènement étudié en question. En traitant les deux maximums séparément, l'estimation de l'azimut reste la même et celle-ci correspond à l'azimut théorique donné par GCMT. Au temps des deux maximums, le coefficient de corrélation est supérieur au seuil fixé. Cela confirme leur fiabilité : les deux maximums font bien partie du signal de rotation et ne sont pas des artefacts. La différence de SNR (Figure 3.13) entre les fréquences associées aux maximums n'affecte pas ce résultat.

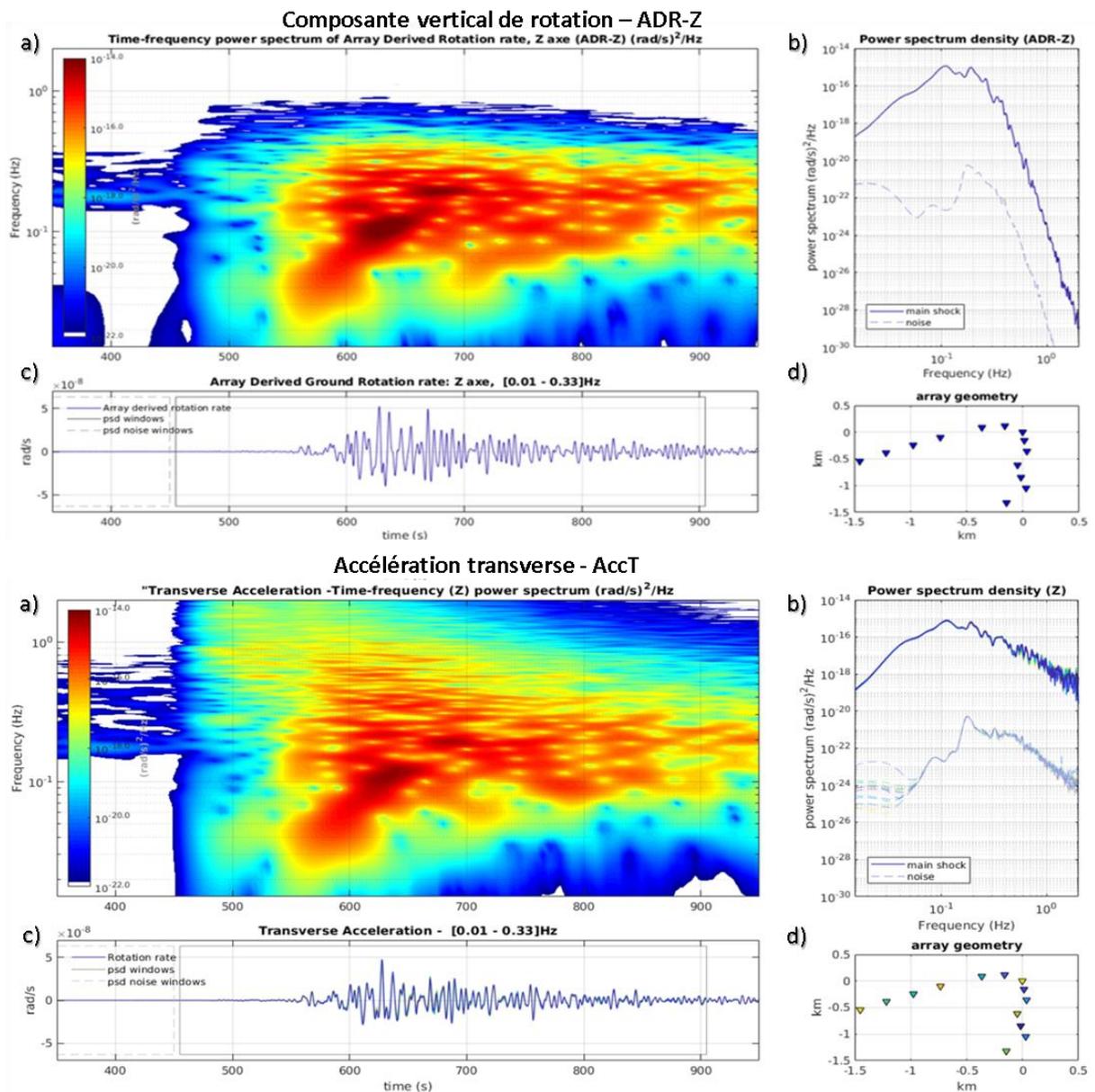


Figure 3.14. Comparaison entre la composante verticale de rotation (ADR-Z) et l'accélération transverse (AccT). Dans les deux cas, les a), b), c) et d) sont respectivement le spectre en temps-fréquence, la densité spectrale de puissance, le signal en temps et les 13 stations du réseau du LSBB utilisées. Les deux maximums sont visibles dans les deux cas. L'amplitude du signal est globalement plus grande pour ADR-Z qu'AccT.

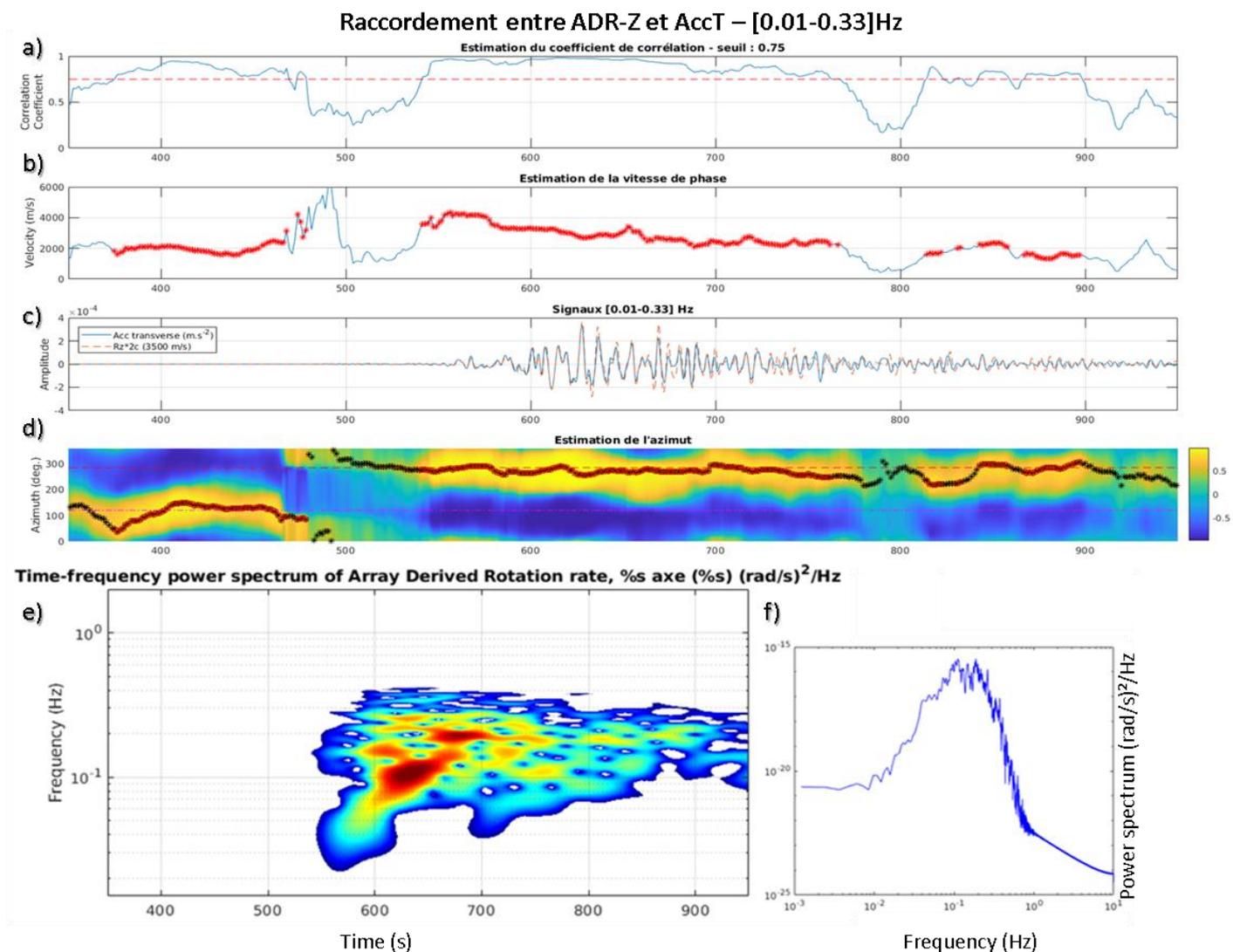


Figure 3.15. Raccordement entre ADR-Z et AccT avec signaux filtrés entre [0,01-0,33] Hz. En a) est représenté le coefficient de corrélation entre accélération transverse et composante verticale de rotation. Celui-ci est normalisé entre 0 et 1. Le seuil de corrélation fixé à 0,75 est représenté par un trait pointillé rouge. Suivant l'Équation 3.30, les vitesses de phase sont estimées en b) avec en rouge celles dont le coefficient de corrélation associé est supérieur au seuil de 0,75. En c) sont les signaux d'accélération transverse en rouge et de la composante verticale de rotation en bleu. En d) sont représentés les azimuts associés. L'azimut théorique du séisme d'Amatrice est représenté par un trait rouge pointillé tandis que l'azimut de 120° attribué au bruit de fond microsismique est marqué par le trait magenta pointillé. Le spectre de puissance en temps fréquence du signal ainsi que la densité spectrale de puissance sont rappelés en e) et f).

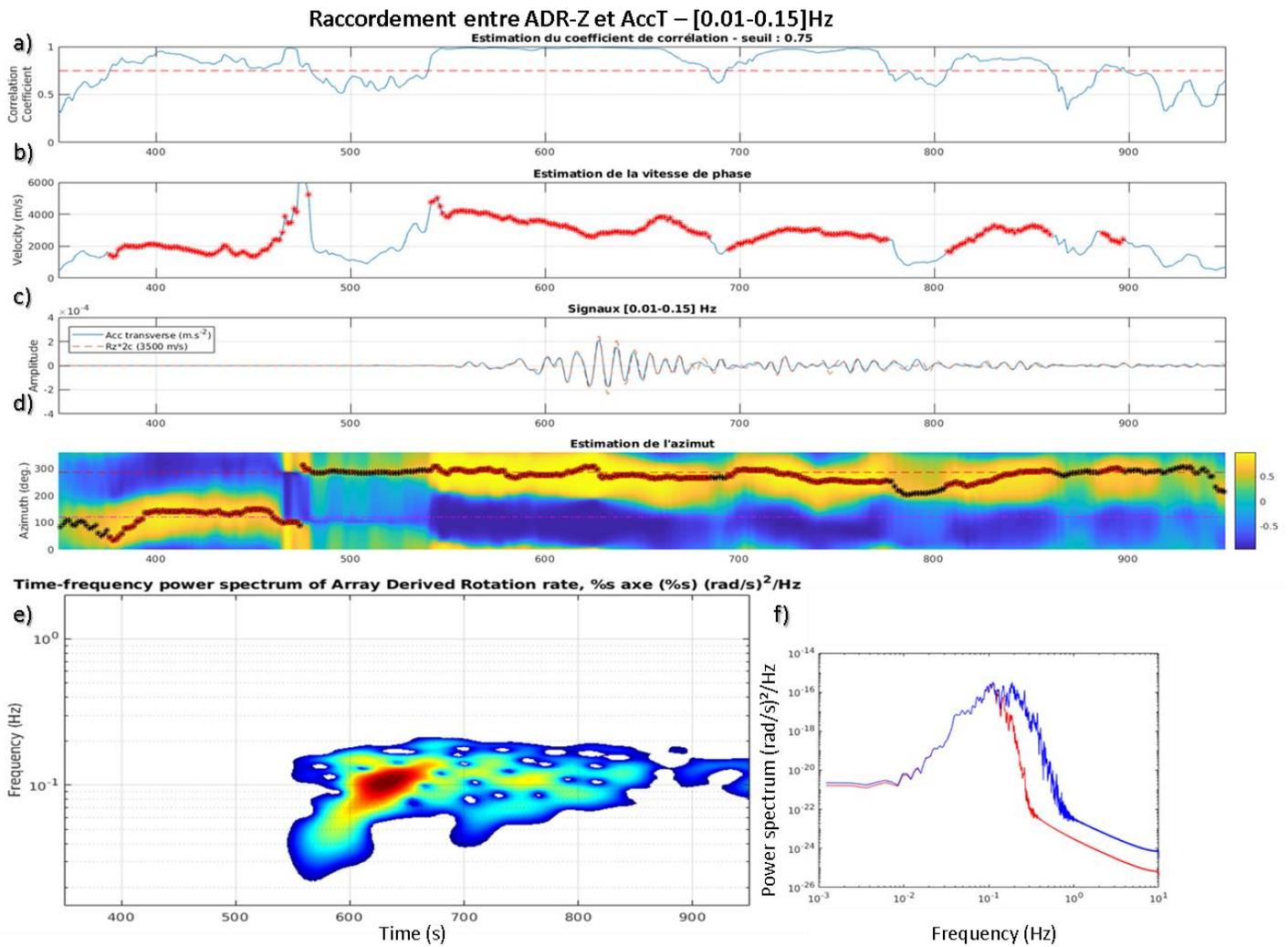


Figure 3.16. Raccordement entre ADR-Z et AccT avec signaux filtrés entre [0,01-0,15] Hz. En a) est représenté le coefficient de corrélation entre accélération transverse et composante verticale de rotation. Les vitesses de phase sont estimées en b) avec en rouge celles dont le coefficient de corrélation associé est supérieur au seuil de 0,75. En c) sont les signaux d'accélération transverse en rouge et de la composante verticale de rotation en bleu. En d) sont représentés les azimuts associés. Le spectre de puissance en temps fréquence du signal ainsi que la densité spectrale de puissance sont rappelés en e) et f). En f) en rouge montre le filtre [0,01-0,15] Hz qui a été appliqué pour ne prendre que le premier maximum à 0,1 Hz.

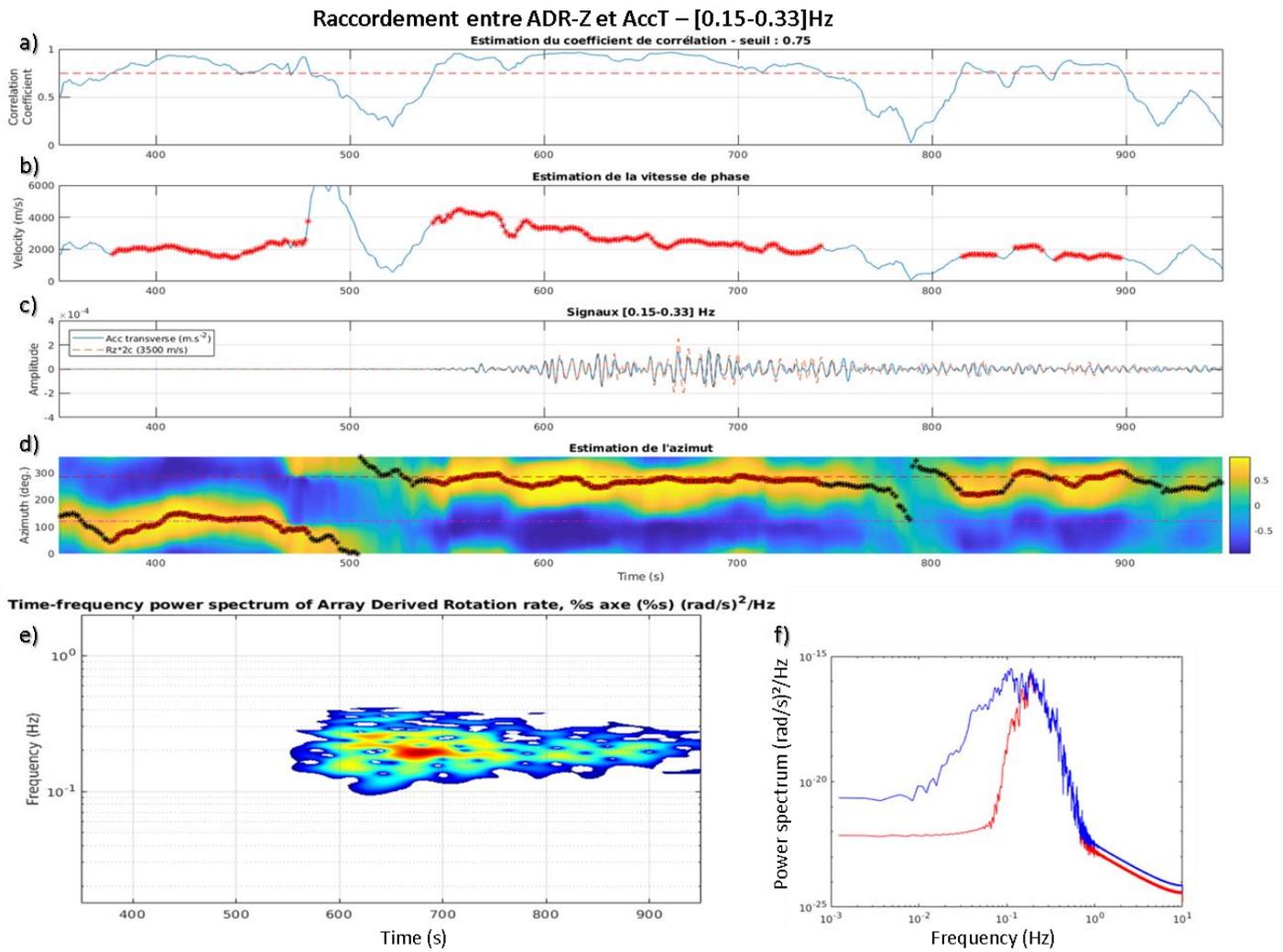


Figure 3.17. Raccordement entre ADR-Z et AccT avec signaux filtrés entre [0,15-0,33] Hz. En a) est représenté le coefficient de corrélation entre accélération transverse et composante verticale de rotation. Les vitesses de phase sont estimées en b) avec en rouge celles dont le coefficient de corrélation associé est supérieur au seuil de 0,75. En c) sont les signaux d'accélération transverse en rouge et de la composante verticale de rotation en bleu. En d) sont représentés les azimuts associés. Le spectre de puissance en temps fréquence du signal ainsi que la densité spectrale de puissance sont rappelés en e) et f). En f) en rouge montre le filtre [0,15-0,33] Hz qui a été appliqué pour ne prendre que le deuxième maximum à 0,2 Hz.

3.3.3. Estimations et comparaison des incertitudes

Maintenant que la mesure de rotation calculée par une approche indirecte a été confirmée, une incertitude va y être ajoutée afin de déterminer le domaine d'incertitude de la mesure. Suivant la méthode développée dans le chapitre 2, une incertitude sera calculée en fonction des longueurs d'onde et associée à la mesure de rotation. Il est rappelé que cette approche est déterministe, basée sur des signaux synthétiques et que les paramètres suivants doivent être connus : l'alignement et les coordonnées des capteurs, la réponse instrumentale des capteurs en amplitude et en phase ainsi que le bruit incohérent qui est considéré comme étant le SNR attribué au séisme d'Amatrice. Dans le cas où tous ou certains de ces paramètres sont méconnus, une incertitude s'appuyant sur une approche statistique peut tout de même être calculée à partir des signaux réels enregistrés par un réseau dense de stations sismiques. Pour le séisme d'Amatrice, les deux approches citées ci-dessus sont possibles de par la connaissance des caractéristiques des capteurs (approche déterministe) et de par le réseau dense composé de 13 stations (Figure 3.2) situé dans les galeries du LSBB (approche statistique). Ces deux estimations de l'incertitude seront comparées afin de valider l'approche développée dans le Chapitre 2 sur un cas réel. Une représentation graphique de l'incertitude sera ajoutée au signal de rotation.

3.3.3.1. Estimation statistique de l'incertitude

La méthode de Jackknife (Tukey, 1958) est utilisée pour estimer statistiquement l'incertitude associée à la mesure de rotation. Cette méthode utilise la redondance d'informations enregistrée par les capteurs sismiques afin de quantifier la variabilité de la mesure de rotation obtenue par l'approche géodésique (Spudich et al. 1995). L'application de cette technique nécessite donc un réseau dense de stations. À partir du réseau 2D de 13 stations dans les galeries du LSBB, la composante verticale de rotation est calculée sur tous les sous-réseaux de combinaison de stations composée de sous-ensemble comprenant entre 3 et 12 stations. Les 3 stations placées aux extrémités du réseau seront toujours utilisées pour calculer la rotation afin de maintenir une ouverture de réseau inchangée. À ces 3 stations est ajouté aléatoirement un nombre de stations. Ce nombre de stations génère plus ou moins de combinaisons de stations différentes et par conséquent plus ou moins de mesures indirectes de rotation.

Le nombre de combinaisons, associé au nombre de stations utilisé lors du calcul de rotation, sont résumés par l'histogramme de la Figure 3.18. Un nombre maximum de 100 combinaisons est atteint lorsque 8 stations sont utilisées pour calculer indirectement la rotation. Une valeur moyenne de rotation (rond rouge) de la composante verticale ainsi que les déviations standards associées sont calculées pour chaque sous ensemble de (3 à 15) stations sélectionné. Pour un nombre de 3 ou 12 stations, une seule combinaison existe et par conséquent, la valeur moyenne de rotation est équivalente à la mesure de rotation calculée par l'approche géodésique sans qu'il soit possible de calculer l'écart-type de cette estimation. Toutes les valeurs moyennes affichent des rotations autour de 1^E-8 rad/s. Une

petite diminution de la valeur moyenne de rotation (de l'ordre de $0,5 \times 10^{-9}$ rad/s) apparaît lorsque le nombre de stations sélectionnées augmente. Les déviations standard varient entre 2×10^{-10} et 3×10^{-10} rad/s. Le ratio entre déviation standard (*std*) et valeur moyenne de rotation (*rms(Rz)*) permet d'estimer une incertitude statistique moyenne entre 2 % et 3 % sur la mesure indirecte de rotation verticale (Equation 3.31).

$$Incertitude_{statistique} = \frac{std}{rms(Rz)} \quad (\text{Équation 3.31})$$

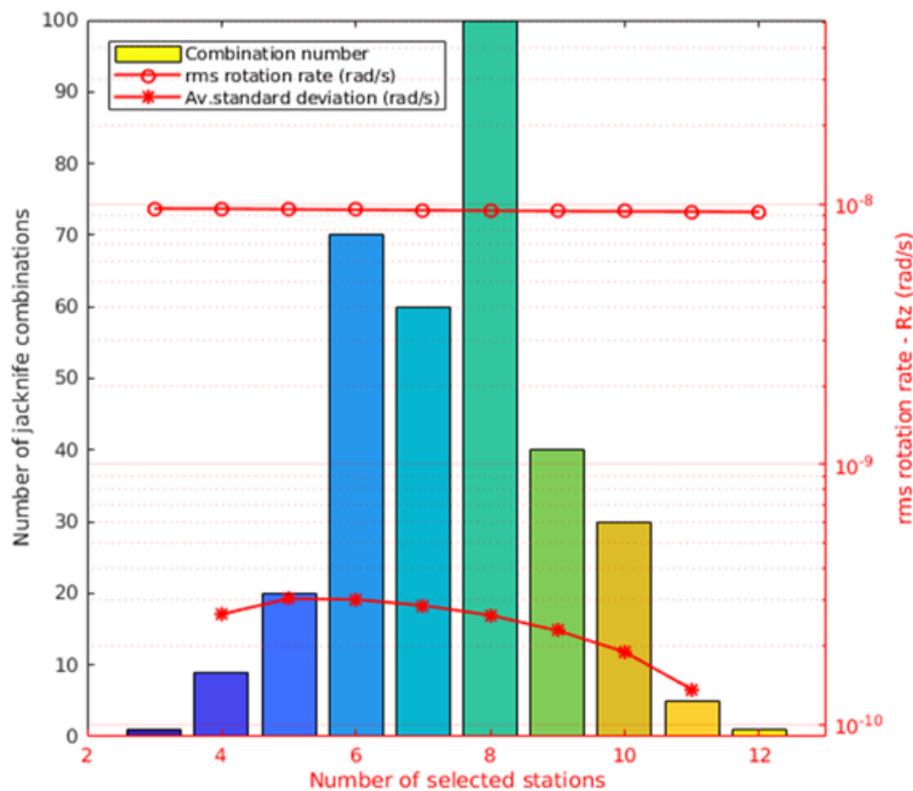


Figure 3.18. Représentation de la méthode de Jackknife. L'histogramme résume le nombre de combinaisons possibles en fonction du nombre de stations sélectionnées. Les deux courbes noire et rouge sont les valeurs moyennes d'amplitude de rotation en rad/s ainsi que les écart-types calculés sur les valeurs de rotation pour chacune des barres de l'histogramme. Les valeurs moyennes de rotation sont autour de 10^{-8} rad/s tandis que les valeurs des déviations standards varient entre 10^{-10} rad/s et 3×10^{-10} rad/s. L'incertitude correspond au ratio de la valeur de déviation standard sur la valeur moyenne de rotation.

3.3.3.2. Estimation théorique de l'incertitude de mesure

L'estimation de l'incertitude suivant l'approche théorique (déterministe) développée dans le Chapitre 2 est appliquée aux enregistrements du séisme d'Amatrice à partir des propriétés de l'antenne sismique du LSBB et du SNR des signaux associés. Le signal de rotation verticale d'Amatrice, calculé à partir d'un réseau dense 2D de 13 stations se situant dans les galeries du LSBB, est dominé par l'effet des ondes de Love (Figure 3.12). Comme indiqué en début de ce chapitre, le champ d'ondes associé aux ondes de Love peut être assimilé au premier ordre

et sous certaines conditions au champ d'ondes généré par une onde SH en interaction avec la surface libre.

L'incertitude théorique associée aux enregistrements d'Amatrice a donc été estimée à partir du modèle SH présenté au Chapitre 2. Un azimut de $99,59^\circ$ a par ailleurs été utilisé pour prendre en compte la direction de propagation de l'onde. Il est aussi à rappeler que comme pour les ondes SH, la profondeur des stations du LSBB qui varie de quelques dizaines de mètres à plus de 500 m n'a pas d'effet au premier ordre sur la mesure de rotation par analyse géodésique et son incertitude en raison de la longueur d'onde considérée (de l'ordre de 30 km).

Suivant la méthodologie développée dans le Chapitre 2, l'incertitude qui sera graphiquement ajoutée au signal vertical de rotation, aussi nommée erreur totale, est calculée à partir de l'ensemble des modèles d'erreur illustrant l'influence de différents paramètres sur l'erreur associée à la mesure de rotation. Pour Amatrice, les valeurs de ces paramètres ont été données lors de la mise en place des capteurs du réseau du LSBB. Le SNR, présenté en Figure 3.13, n'est quant à lui jamais inférieur à 100 en amplitude sur la bande 0,01-0,33 Hz. Les incertitudes des paramètres environnementaux pour deux niveaux d'installation dits « haute précision » (type LSBB) ou « standard » sont récapitulées dans le Tableau 3.1 ci-dessous :

	Alignement capteurs	Positionnement capteurs	Amplitude réponse instrumentale	Phase réponse instrumentale	SNR
Haute Précision (LSBB)	$\pm 0,5^\circ$	± 0.01 m	$\pm 0,5$ %	$\pm 0,5^\circ$	100
« Standard »	$\pm 5^\circ$	-----	± 5 %	$\pm 5^\circ$	-----

Tableau 4.1. : Récapitule les valeurs de variation des paramètres impactant l'erreur associée à la mesure de rotation pour le LSBB et les réseaux standards.

La Figure 3.19 affiche des erreurs totales en fonction d'une bande de longueur d'onde ($\Delta\lambda$) allant de 10 m à 1000 km. La différence entre ces erreurs totales est leur précision. La courbe rouge de la Figure 3.20 décrit l'erreur totale la plus exclusive ayant une précision de 5 sigmas. Elle indique la valeur de l'incertitude maximale par le modèle théorique présenté en Chapitre 2. Les erreurs totales représentées par des courbes bleues ont des précisions de ± 1 sigma tandis que la courbe noire correspond à l'incertitude moyenne estimée. Le carré présent sur cette Figure 3.18 correspond aux incertitudes statistiques (erreur moyenne) de 2-3% calculées précédemment pour les fréquences dominantes (0,04 Hz à 0,2 Hz) du signal de rotation. Pour une vitesse de Love de 3500 m/s (Figure 3.16-18), les longueurs d'onde attribuées pour la bande de fréquence de 0,04 Hz à 0,2 Hz sont comprises entre 17,5 km et 87,5 km. Cette zone est située au-dessus des erreurs totales précises à +5 sigmas et +1

sigma, au niveau de l'erreur totale moyenne. À partir des deux approches, déterministe et statistique, les incertitudes moyennes associées à la mesure verticale de rotation sont les mêmes. Ce résultat confirme l'usage de la méthode de calcul d'incertitude développée dans le Chapitre 2, ainsi que sa cohérence avec une estimation de la rotation sur des données réelles.

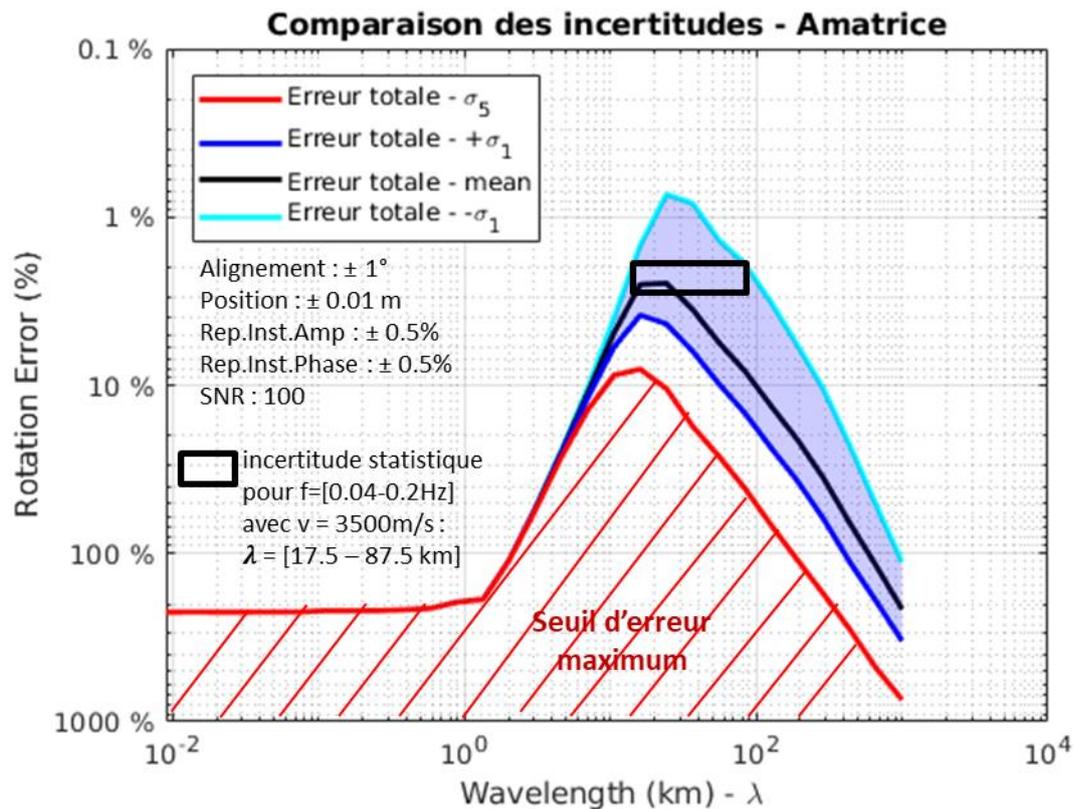


Figure 3.19. Représentation des erreurs totales, associées à la composante verticale de rotation, calculées suivant la méthode décrite dans le Chapitre 2 pour le séisme d'Amatrice. Les erreurs totales sont générées à partir de modèles d'erreur dont les variables sont celles associées au réseau du LSBB. La couleur des courbes représente la précision associée à l'erreur totale calculée (bleu - ± 1 sigma, noir - moyenne, rouge - $+5$ sigmas). En rouge l'erreur totale à $+5$ sigmas est une courbe d'exclusion. Une mesure de rotation avec une incertitude se situant en dessous de ces courbes d'exclusion rendent la mesure de rotation invalide. Le carré noir positionne les incertitudes statistiques calculées en Figure 3.18 par rapport aux incertitudes déterministes.

Afin d'illustrer l'importance de la qualité des paramètres « environnementaux » liés à l'installation de l'antenne sismique, une comparaison des erreurs totales moyennes et à 5 sigmas calculées à partir des paramètres (Tableau 3.1) pour une installation « Haute Précision » (LSBB) (courbes en pointillées) et ceux d'une installation « standard » (courbes pleines) a été représentée en Figure 3.20. Le SNR et la variation de positionnement de capteurs restent les mêmes. Les trois autres paramètres (positionnement, orientation et réponse instrumentale) varient plus largement dans le cas d'une installation standard, il en résulte des erreurs totales plus importantes en fonction de la longueur d'onde considérée.

Par exemple, pour des longueurs comprises entre 18 km et 87 km, les incertitudes associées sont de [8-12] % et de [70-150] % pour les erreurs totales précises à +5 sigmas (courbes rouges) pour des installations « Haute Précision » et « standard » respectivement. L'erreur totale moyenne d'une configuration « standard » (courbe noire pleine) est environ équivalente à l'erreur totale à +5 sigmas du LSBB (courbe noire en pointillée). A contrario si on considère l'erreur totale moyenne pour la configuration « standard », celle-ci est quasiment un ordre de grandeur en dessous de l'incertitude statistique (carré noir) et illustre par la même occasion l'inadéquation des paramètres d'une installation standard pour une estimation précise du mouvement de rotation. Le calcul de mesure indirecte de rotation doit être fait à partir d'un réseau soigné avec des paramètres de mise en place plus précis que ceux acceptables classiquement.

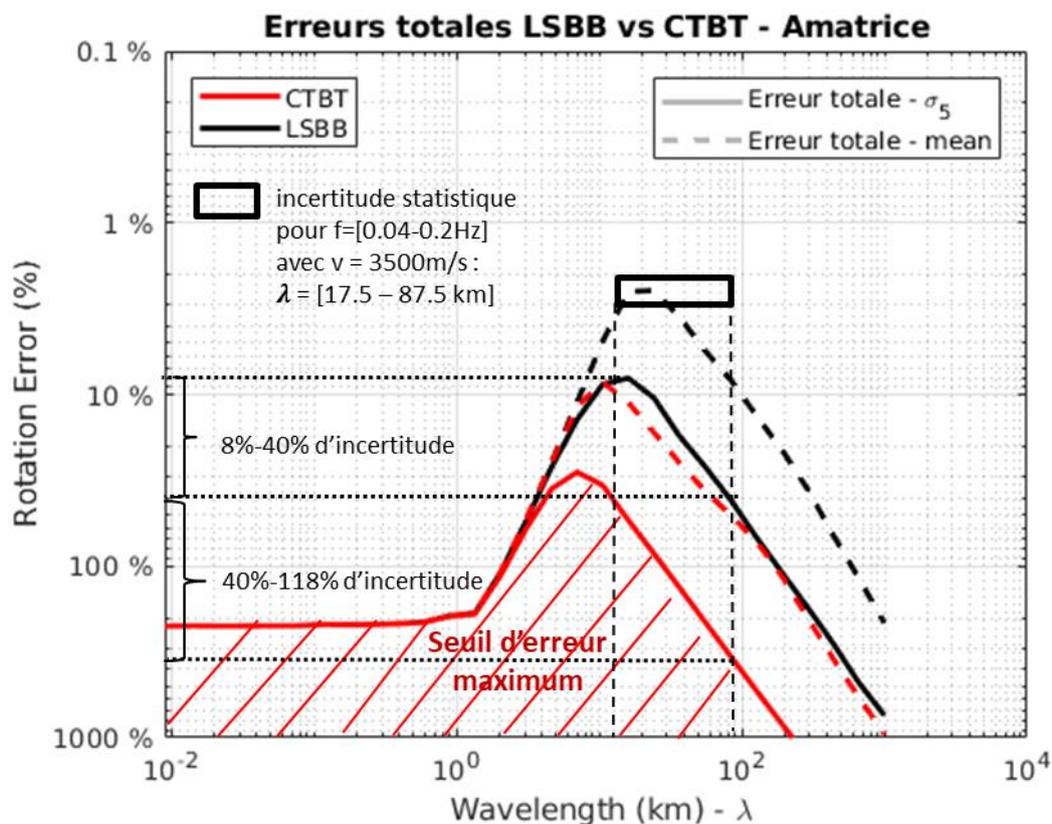


Figure 3.20. Comparaison des erreurs totales, associées à la composante verticale de rotation, générées à partir des variables associées au réseau du LSBB (traits en pointillés) ou celles associées à un réseau standard (traits pleins). Pour les courbes rouges la précision associée à l'erreur totale est de 5 sigmas (courbes d'exclusion), tandis que c'est une précision moyenne qui est associée aux courbes noires. Une mesure de rotation avec une incertitude se situant en dessous de ces courbes d'exclusion rendent la mesure de rotation invalide. Le carré noir positionne les incertitudes statistiques calculées en Figure 3.18.

Le résultat précédent est obtenu pour un SNR de 100 en amplitude, mais est-il fiable pour des SNR inférieurs ou supérieurs ? La Figure 3.21 met en évidence les erreurs totales moyennes (courbes en pointillée) et à +5 sigmas (courbes pleines) calculées à partir des paramètres spécifiques à la mise en place du LSBB sauf pour le SNR qui équivaut à des valeurs de 10 (courbes rouges), 100 (courbes noires) et 1000 (courbes vertes) en amplitude. Dans les cas où le SNR est de 100 ou 1000, les erreurs totales restent dominées par la variation de phase de la réponse instrumentale et sont quasi identiques. Cela n'est cependant pas le cas des erreurs totales calculées avec un SNR de 10 en amplitude. Comparant les erreurs totales moyennes, celle calculée à partir d'un SNR à 10 (courbe rouge pointillée) est la seule des trois qui ne correspond pas à l'incertitude statistique (carré noir). Pour des longueurs d'onde de 18 km et 87 km, l'erreur totale de SNR 10 est de 10 % et 100 % au lieu des 2 % à 10 % donnés par les erreurs totales de SNR 100 à 1000. Cela témoigne du fait que l'incertitude associée à des mesures de rotation dont le SNR est inférieur à 100 sera gouvernée par le SNR spécifique à l'évènement étudié pour des paramètres de mise en place de réseau identiques à ceux du LSBB. Par ailleurs l'incertitude moyenne associée à ces mesures de rotation (SNR < 100) sera supérieure à 3 % pour n'importe quelles longueurs d'onde. En ce qui concerne l'évènement d'Amatrice, le SNR calculé en Figure 3.13 est strictement supérieur à 100 sur la bande de longueurs d'onde d'intérêt (18-87 km) amenant à une incertitude strictement inférieure à 10 %. La différence de SNR de 1000 à 0,1 Hz (35 km) et de 100 à 0,2 Hz (18 km) fait passer l'incertitude moyenne de 3 % à 2 %.

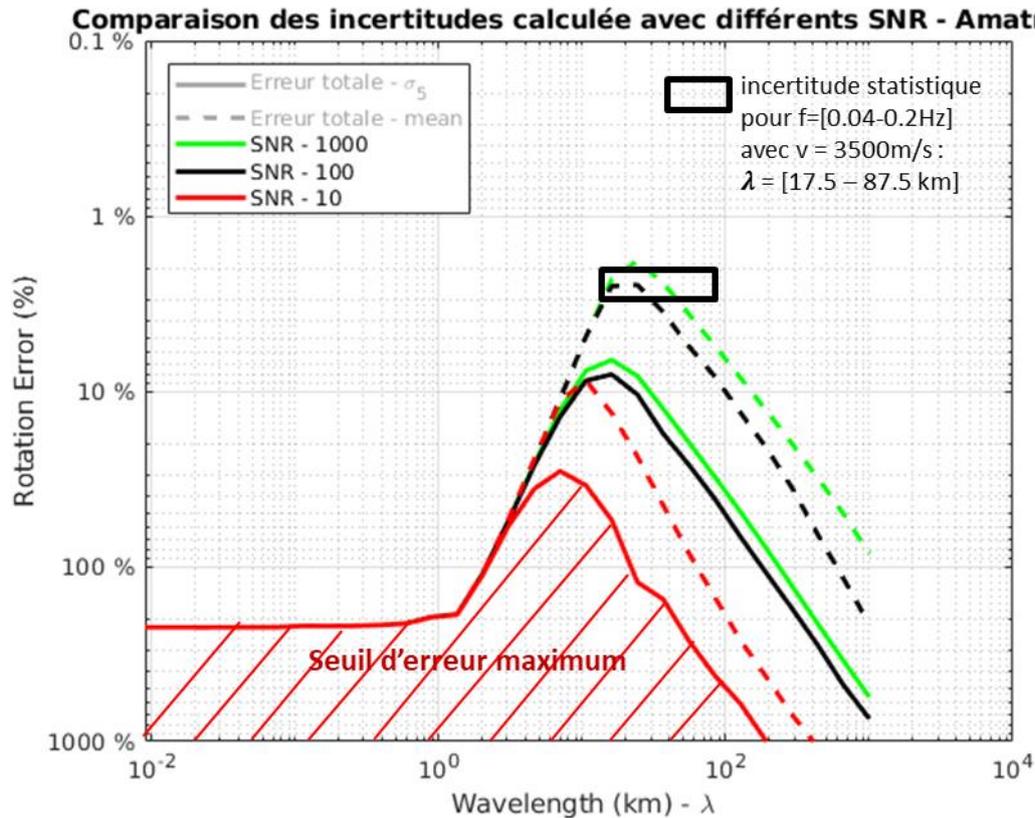


Figure 3.21. Comparaison des erreurs totales générées à partir de différentes valeurs de SNR. Pour les courbes pleines la précision associée à l'erreur totale est de 5 sigmas (courbes d'exclusion), tandis que c'est une précision moyenne qui est associée aux courbes en pointillées. Une mesure de rotation avec une incertitude se situant en dessous de ces courbes d'exclusion rendent la mesure de rotation invalide. Le carré noir positionne les incertitudes statistiques calculées en Figure 3.18.

Pour conclure, cette étude a permis de mettre en évidence :

- La cohérence de l'incertitude fournie par l'approche théorique développée au Chapitre 2, sur la mesure géodésique de rotation avec la précision directement estimée sur les données réelles.
- La sensibilité de la précision de la mesure géodésique du mouvement de rotation en fonction des caractéristiques de l'antenne sismique et des longueurs d'onde analysées.
- Le niveau d'exigence nécessaires en termes de qualité d'installation de l'antenne et de précision de mesure sismique afin d'obtenir une mesure de qualité du mouvement de rotation par analyse géodésique, c'est-à-dire avec une erreur d'estimation de l'ordre de quelques pourcents seulement.

3.3.4. Représentation de l'incertitude

Il a été montré que l'incertitude associée à la mesure de rotation calculée suivant la méthodologie développée dans le Chapitre 2 est applicable à l'évènement du séisme d'Amatrice dans le sens où les niveaux d'incertitude sont en accord avec l'incertitude mesurée sur les données réelles. En se basant sur cette approche théorique, il est donc possible de systématiquement fournir une estimation de l'incertitude de la mesure géodésique du mouvement de rotation mesuré sur l'antenne du LSBB. Ainsi, les étapes utilisées afin de représenter graphiquement cette incertitude associée au signal de rotation sont les suivantes :

- À partir du spectre de puissance en temps-fréquences (Figure 3.22, 3.23.a, 3.24.a et 3.25.a), une fréquence est associée au maximum d'énergie (croix noires) généré par le signal (signal présent sur la durée de fenêtre du signal – psd window) à chaque pas de temps ($\Delta t = 5$ s).
- Chaque fréquence est convertie en longueur d'onde (nommées longueurs d'onde converties) en utilisant une vitesse constante de 3 500 m/s.
- La Figure 3.22 donne une valeur d'incertitude pour 40 valeurs de longueur d'onde réparties entre 10 m et 1000 km. Puisqu'il est peu probable que les longueurs d'onde converties correspondent aux 40 valeurs de longueurs d'onde utilisées dans la Figure 3.22, une interpolation a été effectuée afin d'avoir 4 000 valeurs de longueurs d'onde. La valeur de longueur d'onde la plus proche de celles converties est sélectionnée. L'incertitude associée à ces longueurs d'onde proches est celle attribuée aux longueurs d'onde converties associées. Les croix noires sont retranscrites sur la courbe d'erreur totale moyenne pour des valeurs du LSBB (Tableau 3.1). Par conséquent, une incertitude est associée au signal de rotation à chaque pas de temps tel que défini dans le spectre temps-fréquence. Ces incertitudes correspondent à un pourcentage.
- À chaque pas de temps, ces incertitudes sont appliquées à la valeur d'amplitude du signal de rotation. Par exemple une incertitude de 1 % appliquée à une valeur d'amplitude de rotation de 1^E-8 rad/s est égale à une valeur d'incertitude en amplitude de 1^E-10 rad/s.
- À chaque pas de temps, la valeur d'incertitude en amplitude est ajoutée et soustraite à l'enveloppe analytique du signal. Cela revient à avoir trois valeurs d'amplitude à chaque pas de temps : l'amplitude du signal, l'amplitude du signal plus l'incertitude et l'amplitude du signal moins l'incertitude.
- Le pas de temps utilisé dans la création du spectre temps-fréquence et celui du signal de rotation sont différents. Afin d'avoir deux courbes équivalentes à plus ou moins l'incertitude encadrant le signal de rotation et non des points associés à chaque pas de temps, une interpolation de type « spline » (la valeur d'interpolation en un temps donné est basée sur l'interpolation cubique des valeurs associées aux temps adjacents) a été utilisée.

Les Figures 3.23-25 ont été générées en suivant la procédure décrite ci-dessus amenant à une représentation graphique de l'incertitude associée à la mesure de rotation. Les Figures 3.24-25 présentent la composante verticale de rotation filtrée respectivement de [0,01-0,15] Hz et de [0,15-0,33] Hz séparant les deux maximums qui dominent le signal de la composante verticale de rotation (Figure 3.13).

Les Figures 3.23-25 affichent les signaux en amplitude de la composante verticale de rotation et les incertitudes associées. Ces incertitudes correspondent aux erreurs totales affichées en Figure 3.20. Les incertitudes représentées graphiquement correspondent aux erreurs totales moyennes et à +5 sigmas pour les valeurs LSBB (Tableau 3.1) suivies de celles basées sur les valeurs standards (Tableau 3.1). En Figures 3.23-25, il est graphiquement noté que les incertitudes associées à la composante verticale de rotation sont plus importantes pour les grandes longueurs d'onde (basses fréquences) que pour les courtes longueurs d'onde (hautes fréquences). Ces différences de valeur d'incertitude sont quantifiées en Figure 3.22. Par exemple en Figure 3.22.d, une incertitude haute précision à $+\sigma_5$ (trait noir plein) varie entre 7% et 40% pour des longueurs d'onde de 10 km et 80 km respectivement. Lorsque le signal de rotation est filtré sur les basses fréquences entre [0,01-0,15] Hz (Figure 3.22.e-f), l'incertitude haute précision à $+\sigma_5$ (trait noir plein) varie entre 8% et 45% tandis que pour le signal de rotation filtré sur les hautes fréquences entre [0,15-0,33] Hz (Figure 3.22.g-h), l'incertitude varie entre 8% et 10%.

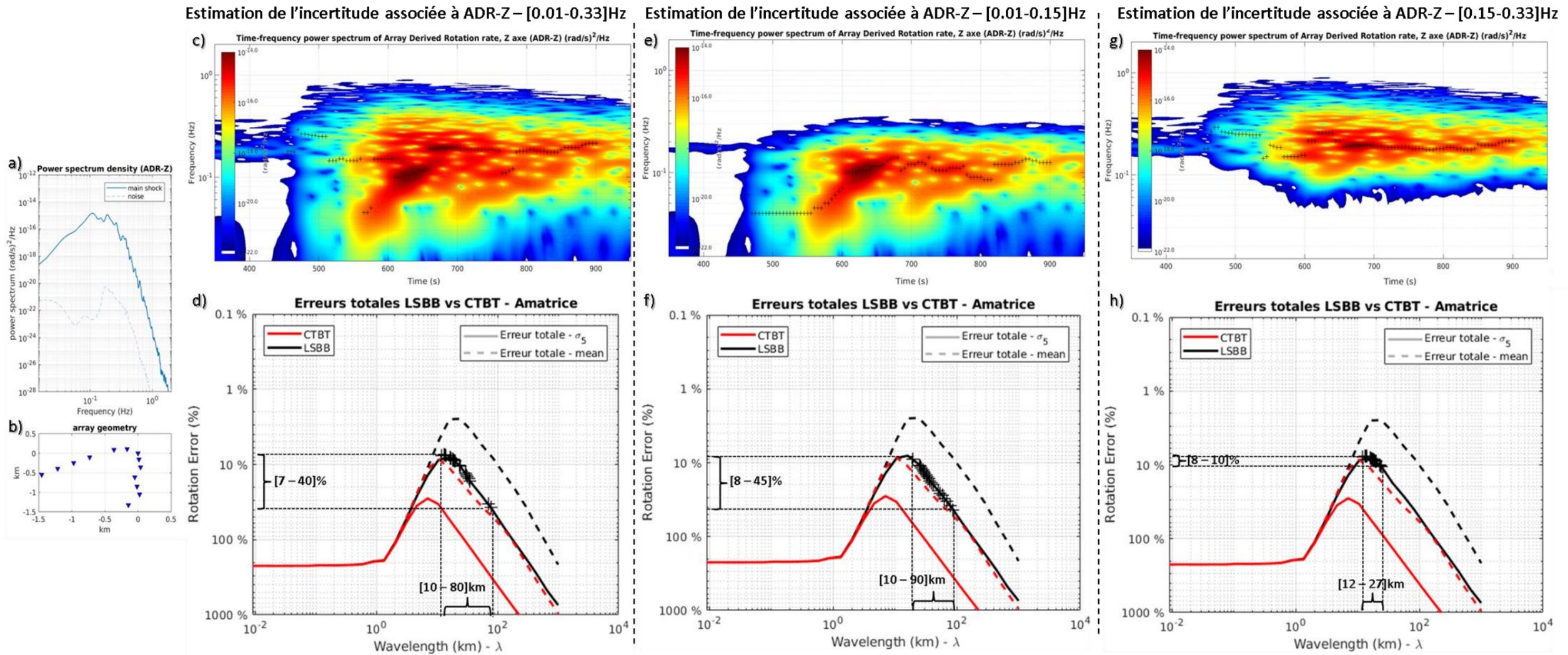


Figure 3.22. Représentation des étapes pour arriver à une représentation graphique des incertitudes moyennes et à +5 sigmas associées au signal de la composante verticale de rotation. Une valeur d'incertitude est estimée pour chaque fréquence associée aux puissances maximales calculée à un instant t du signal toute les 5 s. Cela est illustré par des croix noires sur les spectres temps-fréquences en c), e) et g). Afin d'associer une valeur d'incertitude à chacune des fréquences, celles-ci ont été converties en longueurs d'onde en prenant une vitesse des ondes S de 3500 m/s et placées sur la courbe noire présente en d), f) et h) qui représente les incertitudes à +5 sigma estimée à partir de paramètres (Tableau 3.1) haute précision utilisé au LSBB. En a) et b) sont des rappels de la densité spectrale de puissance ainsi que le réseau de stations utilisé pour estimer la composante verticale de rotation. e) et f) ainsi que g) et h) sont l'équivalent de c) et d) mais pour une composante verticale de rotation filtrée entre [0,01-0,15] Hz et [0,15-0,33] Hz respectivement.

Représentation graphique des incertitudes associées à ADR-Z – [0.01-0.33]Hz

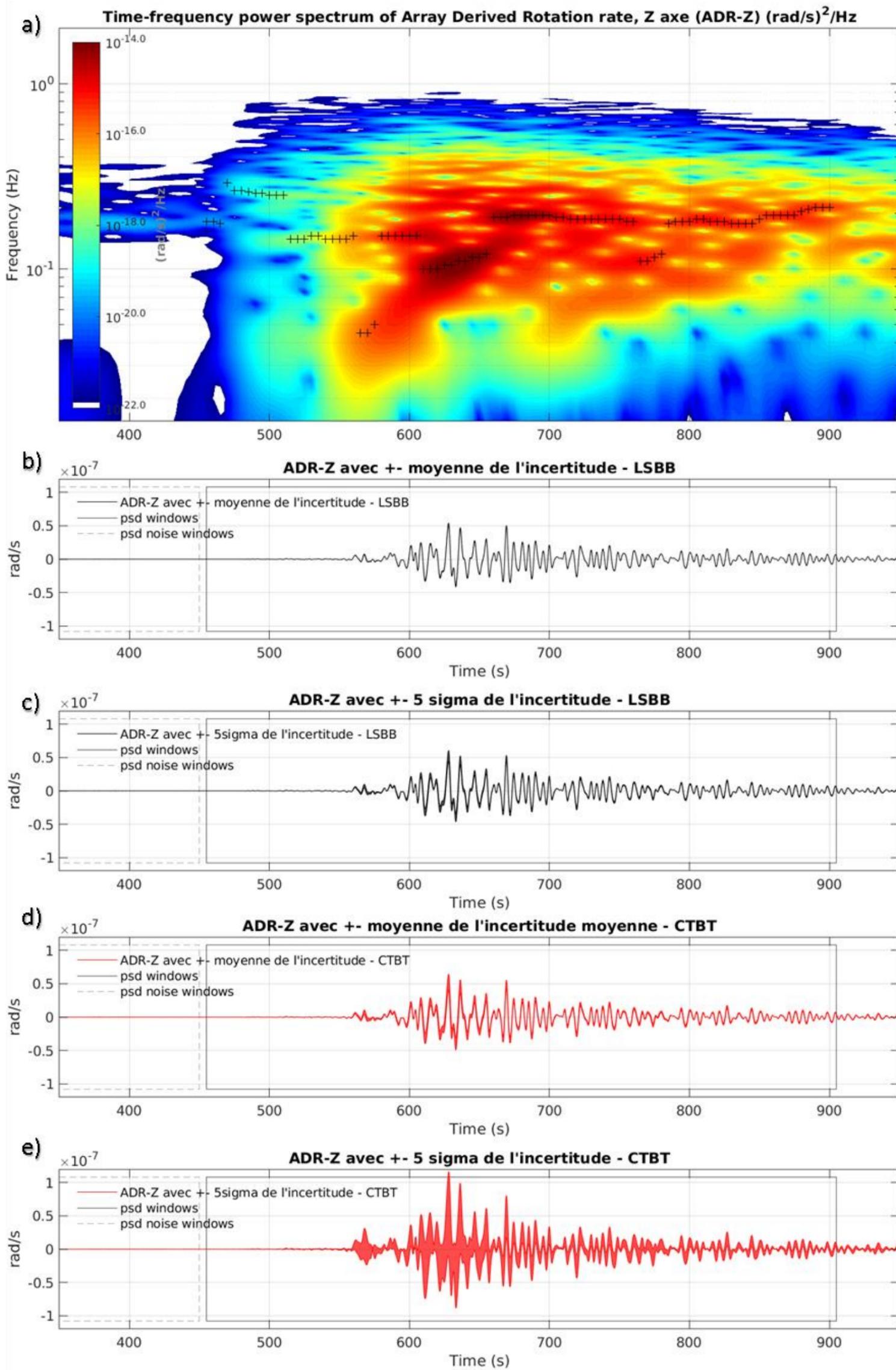


Figure 3.23. Représentation graphique des incertitudes, moyennes en b) et d) et à +5 sigma en c) et e), associées à la composante verticale de rotation filtrée entre [0,01-0,33] Hz et estimée à partir de paramètres (Tableau 3.1) haute précision (tel qu'au LSBB) en b) et c) ou à précision standard (tel que pour le CTBT) en d) et e). Une valeur d'incertitude est associée à l'énergie maximale (croix noires) du spectre temps-fréquence en a). Les valeurs de l'incertitude utilisées sont celles de la Figure 3.22.d.

Représentation graphique des incertitudes associées à ADR-Z – [0.01-0.15]Hz

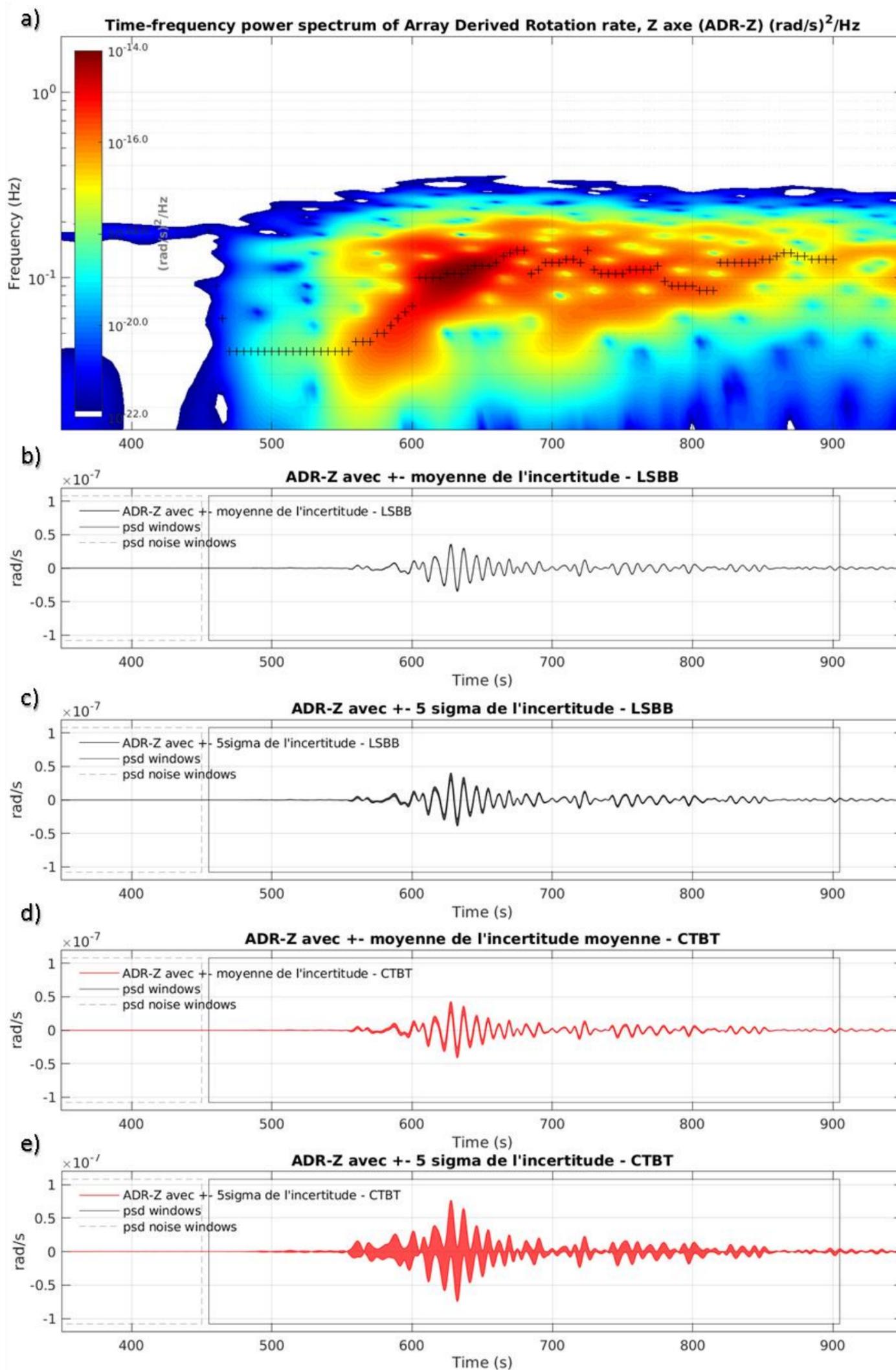


Figure 3.24. Représentation graphique des incertitudes, moyennes en b) et d) et à +5 sigma en c) et e), associées à la composante verticale de rotation filtrée entre [0,01-0,15] Hz et estimée à partir de paramètres (Tableau 3.1) haute précision (tel qu'au LSBB) en b) et c) ou à précision standard (tel que pour le CTBT) en d) et e). Une valeur d'incertitude est associée à l'énergie maximale (croix noires) du spectre temps-fréquence en a). Les valeurs de l'incertitude utilisées sont celles de la Figure 3.22.f

Représentation graphique des incertitudes associées à ADR-Z – [0.15-0.33]Hz

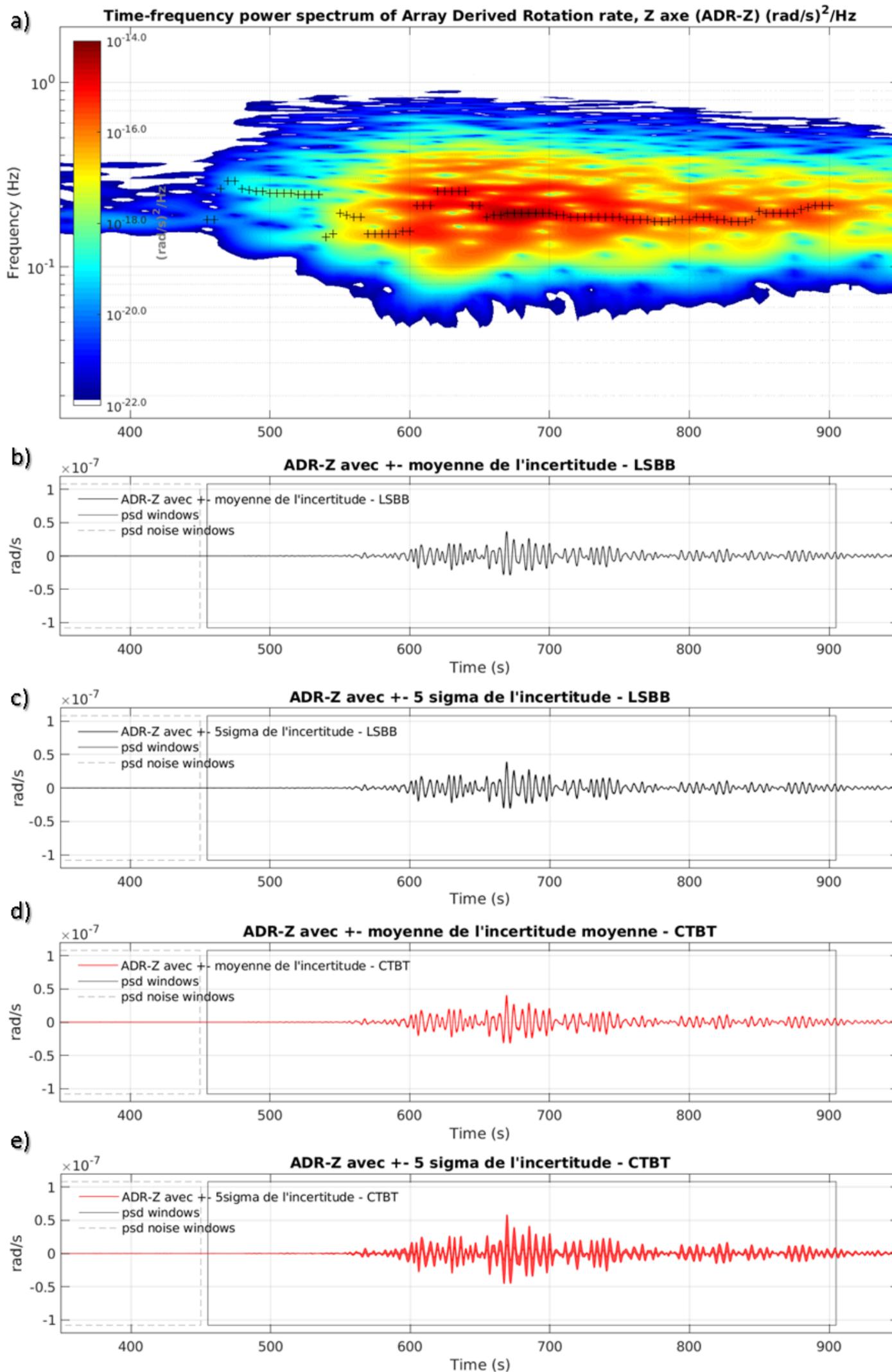


Figure 3.25. Représentation graphique des incertitudes, moyennes en b) et d) et à +5 sigma en c) et e), associées à la composante verticale de rotation filtrée entre [0,15-0,33] Hz et estimée à partir de paramètres (Tableau 3.1) haute précision (tel qu'au LSBB) en b) et c) ou à précision standard (tel que pour le CTBT) en d) et e). Une valeur d'incertitude est associée à l'énergie maximale (croix noires) du spectre temps-fréquence en a). Les valeurs de l'incertitude utilisées sont celles de la Figure 3.22.h.

En conclusion, une méthodologie a été développée afin de représenter l'incertitude associée à la composante verticale de rotation. Cette incertitude est illustrée par l'épaisseur de trait du signal. Plus cette incertitude est importante et plus l'amplitude ainsi que la forme d'onde du signal de rotation s'éloignent de leur vraie valeur. Ce phénomène est très distinct en Figures 3.23.e, 3.24.e et 3.25.e où l'incertitude de précision standard à $+\sigma_5$ (traits rouges pleins) associée au signal de rotation est supérieure à 30% (Figure 3.22). Dans le cas du séisme d'Amatrice, le signal de rotation est entaché d'une incertitude plus importante au niveau des basses fréquences que des hautes fréquences. Le réseau haute précision du LSBB (Tableau 3.1) permet de garder une incertitude à $+\sigma_5$ (trait noir plein) inférieure à 40% et une moyenne d'incertitude (trait noir en pointillé) inférieure à 10% (Figure 3.22.d) pour le signal de rotation généré par le séisme d'Amatrice.

3.3.5. Comparaison de la mesure indirecte avec la mesure directe de rotation

Lors du séisme d'Amatrice, en plus du réseau dense de 13 stations, trois prototypes FOG (Figure 3.26.a) mesurant directement la composante verticale de rotation étaient positionnés au niveau de la station RAS-01 située dans les galeries du LSBB (Figure 3.2). Ces instruments sont des prototypes de la composante verticale des BlueSeis3A (Tableau 1.1). Cela fournit une rare opportunité de comparer la composante verticale de rotation mesurée directement avec celle mesurée indirectement à partir du réseau du LSBB (Figure 3.26.b).

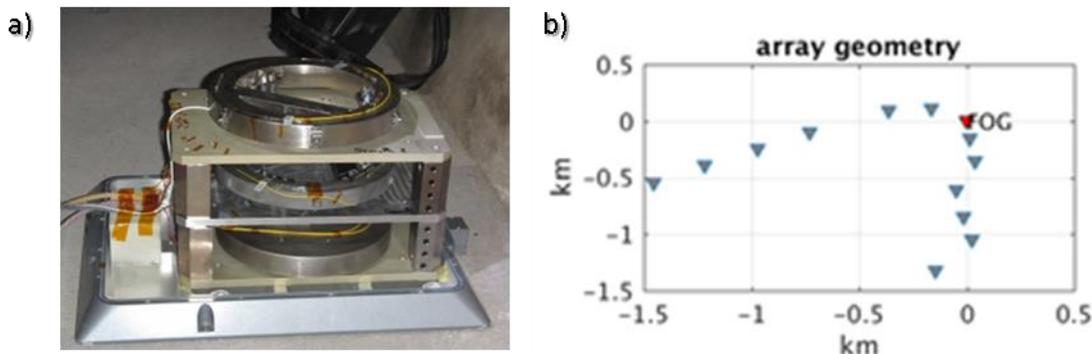


Figure 3.26. Photographie des 3 prototypes FOG en a) et leur position par rapport au réseau dense composé de 13 stations du LSBB en b).

C'est le signal moyen de ces 3 FOG (Figure 3.26.a) qui est comparé en Figure 3.29 avec le signal de rotation verticale calculé indirectement à partir du réseau affiché en Figure 3.26.b. Néanmoins avant de pouvoir les comparer, le signal moyen des 3 FOG (FOG-av) est analysé en Figure 3.27.

Les deux maximums observés sur la mesure indirecte de rotation sont pareillement constatés à 0,1 Hz et 0,2 Hz sur le spectre temps-fréquence et la densité spectrale de puissance de la Figure 3.27.a-b. Sur cette dernière (Figure 3.27.b), il est noté que pour des fréquences inférieures à 0,08 Hz et supérieures à 0,3 Hz, il est difficile de différencier le signal moyen, du bruit moyen intrinsèque aux FOG. Pour ces fréquences, le SNR est autour de un (Figure 3.28). Cela restreint la bande de fréquence sur lequel le signal direct de rotation peut être analysé. Pour le reste des fréquences entre 0,08 Hz et 0,3 Hz, le SNR en amplitude est systématiquement

inférieur à 10 avec un maximum de SNR à 5,5 atteint pour une fréquence de 0,11 Hz. Comparé au SNR (courbe noire en Figure 3.28) générée pour la mesure indirecte de rotation, le SNR du FOG-av (courbe bleue) peut être jusqu'à trois ordres de grandeur en dessous en amplitude (six ordres de grandeur en puissance). Le bruit intrinsèque du FOG devra être amélioré avant que celui-ci n'atteigne un SNR semblable à celui associée à la mesure indirecte.

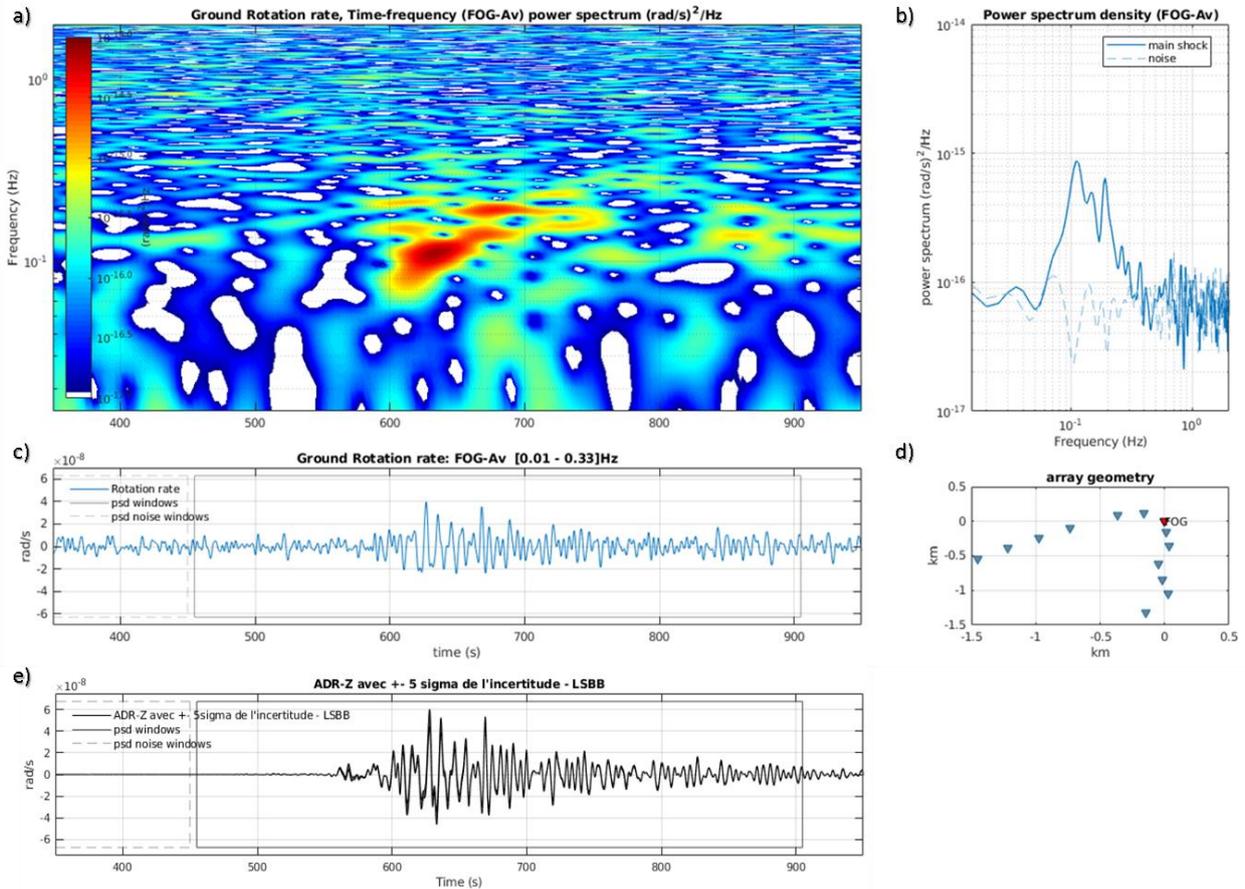


Figure 3.27. Présentation du signal moyen de rotation (FOG-av) généré à partir des trois prototypes FOG. Ces signaux ont été filtrés entre 0,01 Hz et 0,33 Hz. Les sous parties a), b), c) et d) ont les mêmes fonctions que celles de la Figure 3.13. Afin de faciliter l'analyse, le signal indirect de rotation précis à 5sigma (Figure 3.2.c) a été ajouté en e). Dans d), la position des FOGs est indiquée par un triangle rouge. Les pics d'énergie notés en Figure 3.13 sont aussi présents sur a) et b) à 0,1 Hz et 0,2 Hz. À partir des densités spectrales du signal moyen et du bruit moyen, le SNR a été calculé et est présenté en Figure 3.28.

Afin de raccorder la mesure directe de rotation à la mesure indirecte de rotations, les signaux directs et indirects de rotations seront filtrés sur la bande de fréquences 0,09-0,22 Hz pour laquelle le SNR en amplitude du FOG-av est supérieur à 2 (SNR en puissance >4E0). Pour ce qui est du signal de rotation du FOG-av (Figure 3.27.c), l'amplitude de celui-ci est du même ordre de grandeur (1E-8 rad/s) que l'amplitude de la composante verticale de rotation calculée indirectement à partir du réseau du LSBB récapitulée en Figure 3.27.e mais un peu moins grande globalement. Le premier maximum à 630 s atteint par exemple une amplitude de 4E-8 rad/s pour la mesure directe (Figure 3.27.c) comparée à une amplitude de 5E-8 rad/s pour la mesure indirecte (Figure 3.27.e). Il semble donc y avoir une différence d'amplitude entre les deux

signaux de rotation (Figure 3.27.c-e). Par ailleurs, la forme et la phase des deux signaux semblent être similaires.

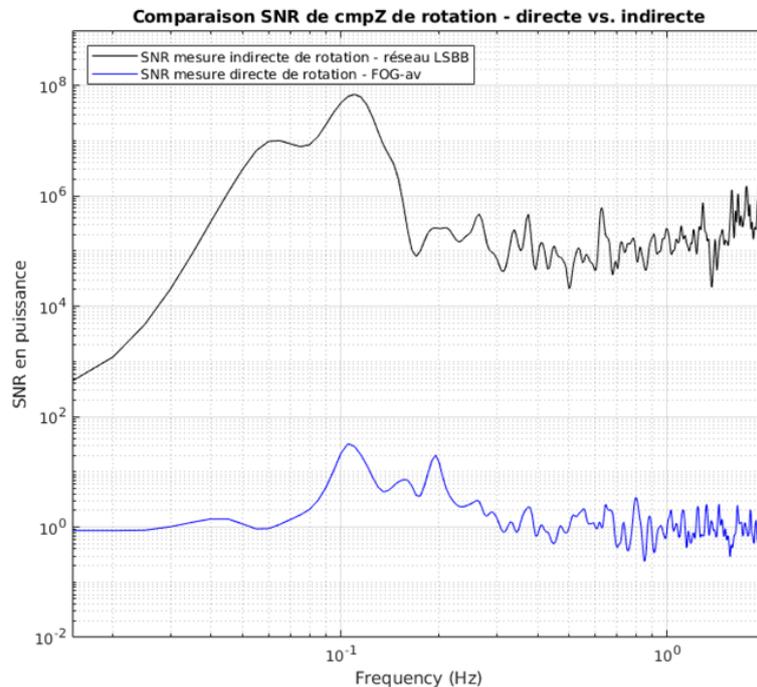


Figure 3.28. Comparaison des SNR de rotation calculés à partir des densités spectrales de puissance de la composante verticale de rotation mesurée indirectement à partir du réseau du LSBB (courbe noire) et mesurée directement à partir du FOG-av.

Pour en être certain, les mesures directe et indirecte sont comparées en Figure 3.29. Les signaux en amplitude sont affichés en Figure 3.29.a-b tandis que les densités spectrales de puissance des signaux et bruits associés sont affichés en Figure 3.29.c. En Figure 3.29.a, la composante verticale de rotation représentée avec une incertitude moyenne calculée à partir des paramètres LSBB (en bleue) est comparée à la composante verticale de rotation mesurée par le FOG (en rouge). Il est confirmé que ces deux signaux de rotation sont en phase et ont la même forme d'onde. Par contre leurs amplitudes sont différentes.

Cet aspect est également visible sur la densité spectrale de puissance en Figure 3.29.c. Par ailleurs il est noté qu'avant l'arrivée du signal de rotation, c'est-à-dire avant 550 s, l'amplitude de la mesure indirecte (signal bleu) semble en deçà de 10^{-9} rad/s et par conséquent n'est pas visible avec l'échelle utilisée. Par contre, le signal de rotation mesuré directement par le FOG-av présente des ondes périodiques dont l'amplitude maximum pic-à-pic est de 2×10^{-8} rad/s. Cela est probablement le bruit intrinsèque du FOG-av. Afin de vérifier si ce bruit n'a pas été corrigé du signal entraînant une diminution des amplitudes de celui-ci, il a été ajouté au signal direct de rotation présent dans la fenêtre de signal (psd windows) en Figure 3.29.b. Prenant en compte ce bruit ajouté à la mesure directe de rotation lors du calcul de l'amplitude du signal, celles-ci correspondent alors aux amplitudes générées par le signal indirect de rotation.

Les composantes verticales de rotation générées à l'aide de deux approches différentes, directe et indirecte, sont par conséquent comparables entre 0,09 Hz et 0,22 Hz pour ce qui est de

l'amplitude, de la phase et de la forme d'onde des signaux. Cela permet de co-valider les deux approches quant à la crédibilité de la mesure de rotation générée à partir de celles-ci.

Raccordement entre mesure directe (FOG-av) et indirecte (ADR-Z) de rotation – [0.09-0.22]Hz

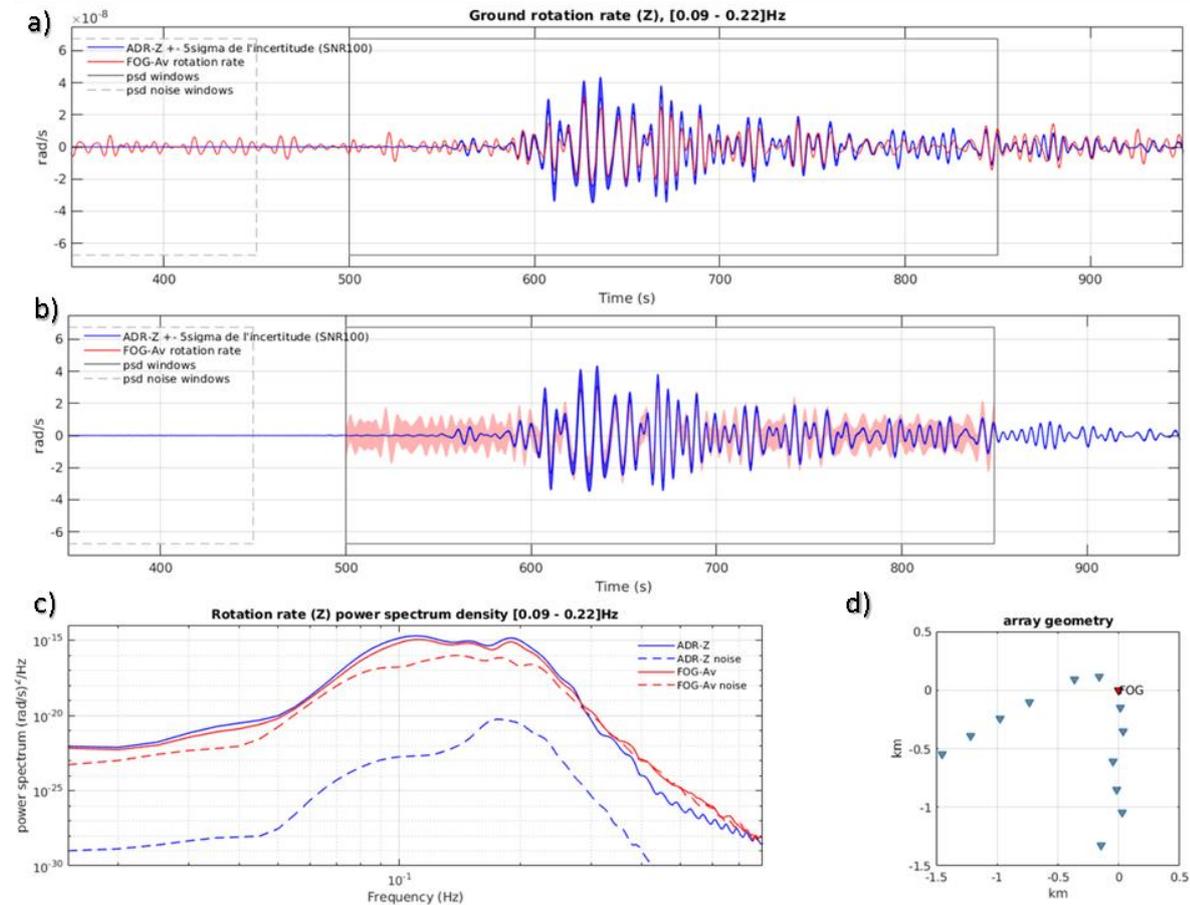


Figure 3.29. Raccordement de la mesure directe de rotation en rouge et de la mesure indirecte de rotation en bleu. Le réseau utilisé pour la mesure indirecte ainsi que le FOG sont affichés en d) tandis que leurs densités spectrales respectives sont affichées en c). La composante verticale de rotation mesurée directement (FOG-av) et estimée indirectement (ADR-Z) sont superposés en a). ADR-Z est entachée d'une incertitude à 5sigma estimée à partir des paramètres haute précision (Tableau 3.1). En b) sont superposés le même signal de rotation indirect (ADR-Z) qu'en a) mais avec le signal direct de rotation (FOG-av) entaché du bruit intrinsèque au FOG. Chacun des signaux comparés en a) et b) ont été mesurés ou estimés de 0,09 Hz à 0,22 Hz.

3.4. Conclusion

En conclusion, ce chapitre étend le calcul d'incertitude au réseau du LSBB pour le cas d'Amatrice. L'incertitude théorique estimée à partir de la méthode développée dans le Chapitre 2 est similaire à celle directement déduite des signaux réels (incertitude statistique). La composante verticale de rotation calculée indirectement à partir du réseau 2D en profondeur du LSBB est estimée. Cette composante se raccorde à l'accélération transverse ainsi qu'à la mesure directe du FOG.

4. Conclusions et perspectives

4.1. Conclusions

- En se basant sur l'étude des principaux modes de propagation des ondes sismique (P, SV, SH), l'incertitude associée à la mesure géodésique (Spudich et al 1995) du mouvement de rotation (i.e estimé à partir d'une antenne sismique) a été quantifiée en fonction de la longueur d'onde pour deux types de géométries : un réseau en croix et une antenne de 13 capteurs sismiques déployée temporairement dans les galeries du LSBB. Ainsi en utilisant une approche de type Monte-Carlo, .Il a été identifié au Chapitre 2 que cette incertitude dépend de deux types de paramètres :
 - o Des paramètres dits « géométriques » tels que l'ouverture du réseau et l'azimut et l'angle d'incidence de l'onde
 - o Des paramètres dits « environnementaux » liés aux conditions locales d'installation telles que la l'alignement, le positionnement des capteurs, la variabilité de leur réponse instrumentale en termes de phase et d'amplitude ainsi que du niveau de bruit incohérent ou SNR.

- Il a été montré qu'il était possible de s'affranchir de la dépendance des paramètres « géométriques » (Chapitre 2) en utilisant un coefficient de normalisation prenant en compte d'une part l'ouverture du réseau et d'autre part la longueur d'onde apparente associée à l'azimut et à l'incidence du champ d'ondes se propageant à travers le réseau.

- Cette étude a permis de mettre en évidence une forme quasi-systématique de « courbe en cloche » de la variation de l'incertitude de la mesure de rotation avec la longueur d'onde du champ incident. Cette forme en cloche permet de définir une longueur d'onde optimale pour laquelle l'erreur sur la mesure de rotation est minimale. Il a par ailleurs été montré qu'elle est la conséquence de deux effets « opposés » :
 - o La diminution de l'erreur d'estimation avec l'augmentation du ratio « longueur d'onde/ouverture du réseau » à associer à une meilleure approximation de la différentiation du champ d'ondes par différences finies (partie croissante de la courbe en cloche) ;
 - o L'augmentation de l'erreur d'estimation de la rotation avec l'augmentation du ratio « longueur d'onde/ouverture du réseau » en raison de l'augmentation relative de la variabilité spatiale intrinsèque aux différents points de mesures de l'antenne vis-à-vis de la similarité a priori plus importante du champ d'ondes tandis que la longueur d'onde devient grande par rapport à la distance inter-capteur. L'origine de cette variabilité intrinsèque peut être par ailleurs multiple, tels qu'un faible SNR ou la méconnaissance de la variabilité relative d'alignement ou de réponse instrumentale des capteurs composant l'antenne de mesure.

- L'étude paramétrique sur l'influence respective des variables « environnementales » a permis de mettre en évidence la prépondérance sur la précision de la mesure géodésique de rotation de la variabilité ou/et de la méconnaissance de trois paramètres :
 - La réponse instrumentale et notamment de sa phase.
 - L'alignement des différents capteurs composant l'antenne de mesure.
 - Le rapport signal sur bruit (SNR).

Mise à part le SNR qui reste relatif à l'événement étudié et à son énergie, les deux autres paramètres exerçant le plus d'influence sur l'incertitude de la mesure géodésique de rotation sont liés à la qualité de l'instrumentation et sa mise en œuvre sur le terrain.

L'étude de type Monte-Carlo présentée au Chapitre 2 a montré que pour atteindre une précision optimale d'estimation de l'ordre de quelques pourcents, il est nécessaire de garantir une précision d'alignement des capteurs de l'antenne inférieure à $0,5^\circ$, une précision de positionnement de l'ordre de 0.3% de l'ouverture de l'antenne, ainsi qu'une connaissance de la réponse instrumentale de chaque capteur avec une précision de 0,5-1% en amplitude et bien inférieure à $0,5^\circ$ en phase (Chapitre 2).

Le rapport signal sur bruit (SNR) correspond, quant à lui, à l'influence sur la mesure de signaux sismiques « parasites », pouvant être locaux au sismomètre, autres que le signal d'intérêt. Son impact sur la mesure de rotation dépend donc d'une part des caractéristiques du signal étudié mais aussi des autres signaux enregistrés par les différents capteurs de l'antenne de mesure. Même si son influence précise devra donc être étudiée au cas par cas, elle reste fondamentale comme en témoigne la Figure 2.7 qui indique notamment que pour un réseau en croix une précision de mesure du mouvement de rotation de l'ordre de quelques pourcents nécessite un SNR d'au moins 100.

- Enfin, la combinaison de l'ensemble des effets de ces différents paramètres a permis de proposer un diagramme « d'erreur totale » d'une antenne sismique pour la mesure géodésique de la rotation et d'identifier une « zone d'exclusion » (à σ_5) où la mesure de rotation n'est plus valable pour le modèle utilisé.
- Dans un deuxième temps, les résultats de cette approche théorique d'estimation de l'incertitude sur la mesure de rotation par la méthode géodésique (Spudich et al. 1995) ont été confrontés à la mesure de rotation R_z (autour de l'axe vertical) effectuée par l'antenne du LSBB lors du séisme d'Amatrice (2016/08/24). La qualité de cette mesure de rotation à partir d'une antenne sismique a été examinée (Chapitre 3) sous trois angles distincts :
 - Par comparaison du mouvement de rotation « vertical » avec l'accélération transverse du champ d'ondes sismiques.
 - À partir de la comparaison de l'incertitude théorique obtenue par l'approche présentée au Chapitre 2 avec une mesure d'incertitude estimée par une analyse statique des signaux enregistrés par l'antenne du LSBB.

- Une comparaison avec une mesure directe du mouvement de rotation vertical effectué grâce à des gyroscopes sismiques à fibre optique, prototype installés temporairement par Ixblue.
- Il a été respectivement mis en évidence les points suivants :
 - Une bonne corrélation entre accélération transverse du signal sismique et permettant d'une part d'identifier une vitesse des ondes de Love en accord avec le modèle de vitesse local sur le site du LSBB, d'autre part, de fournir une estimation de la direction de propagation des ondes sismiques en accord avec le back-azimut de l'événement (Figure 3.15).
 - La similarité de l'incertitude estimée à partir de l'approche théorique développée au Chapitre 2, avec celle directement déduite de l'analyse des signaux du séisme d'Amatrice. En plus de conforter la pertinence de cette approche d'estimation de l'incertitude, cela nous a permis de développer une représentation originale de cette incertitude directement sur le signal de rotation estimé, en croisant à chaque instant les caractéristiques de longueurs d'onde du signal dominant avec les courbes d'incertitude théorique proposées au Chapitre 2.
 - Une très bonne cohérence des signaux estimés par analyse géodésique des sismogrammes de l'antenne du LSBB avec la mesure directe effectuée par gyroscope à fibre optique, dans la bande de fréquence comparable, en prenant en compte le niveau de bruit intrinsèque de ce nouveau type de capteur (Figure 3.29).
- En plus d'appuyer la cohérence globale des différentes approches proposées dans cette étude, ce travail a permis de préciser le niveau de qualité nécessaire en termes d'installation et de précision de la mesure sismique afin d'obtenir une mesure de rotation dont il est possible de maîtriser le niveau d'incertitude.
- A partir du réseau du LSBB, la composante verticale de rotation est entachée d'une incertitude à σ_5 qui est inférieure ou égale à 10% pour les longueurs d'onde de 8 km à 30 km (Figure 3.22). Pour la moyenne d'incertitude, les longueurs d'ondes vont de 8 km à 100 km. Afin d'avoir 10% au plus d'incertitude associée à la mesure de rotation pour des longueurs d'ondes inférieures à 8 km ou supérieures à 100 km, la dimension du réseau devra être plus petite ou plus grande. Cela serait possible avec des réseaux multi-échelles. Une installation d'antenne plus réduite (~10 m) est en cours depuis 2019 dans les galeries du LSBB.

4.2. Perspectives

4.2.1. Extension de l'application à des cas réels du calcul de rotation pour les composantes horizontales

Dans le cas de l'application analysé en Chapitre 3, les ondes de Love dominant la composante verticale de rotation. Une extension de ce travail serait d'analyser les deux composantes

horizontales de rotation. Les composantes transverse et radiale de rotation pour le séisme d'Amatrice sont présentées en Figure 4.2-3. Pour comparaison, la composante verticale de rotation est rappelée en Figure 4.1.

Il est noté une fois de plus que ce sont les ondes de surface, dans ce cas les ondes de Rayleigh, qui dominent les composantes horizontales de rotations en Figure 4.2-3. Ces ondes de Rayleigh sont visualisées entre 640 s et 700 s de signal. L'énergie générée par ces ondes de Rayleigh est concentrée entre 0,1 Hz et 0,2 Hz. Les ondes de Rayleigh génèrent plus de vitesse de rotation (rad/s) sur la composante transverse de rotation que sur la composante radiale ou composante verticale.

Au vu d'amplitudes plus importantes sur les composantes horizontales, celles-ci doivent être prises en compte. Analyser les 3C de rotation permettrait d'obtenir des informations complémentaires. Suivant la méthodologie du Chapitre 3, la fiabilité des composantes horizontales de rotation devrait être estimée dans un premier temps avant de calculer une incertitude associée à ces composantes de rotation qui serait ajoutée graphiquement aux signaux de rotation.

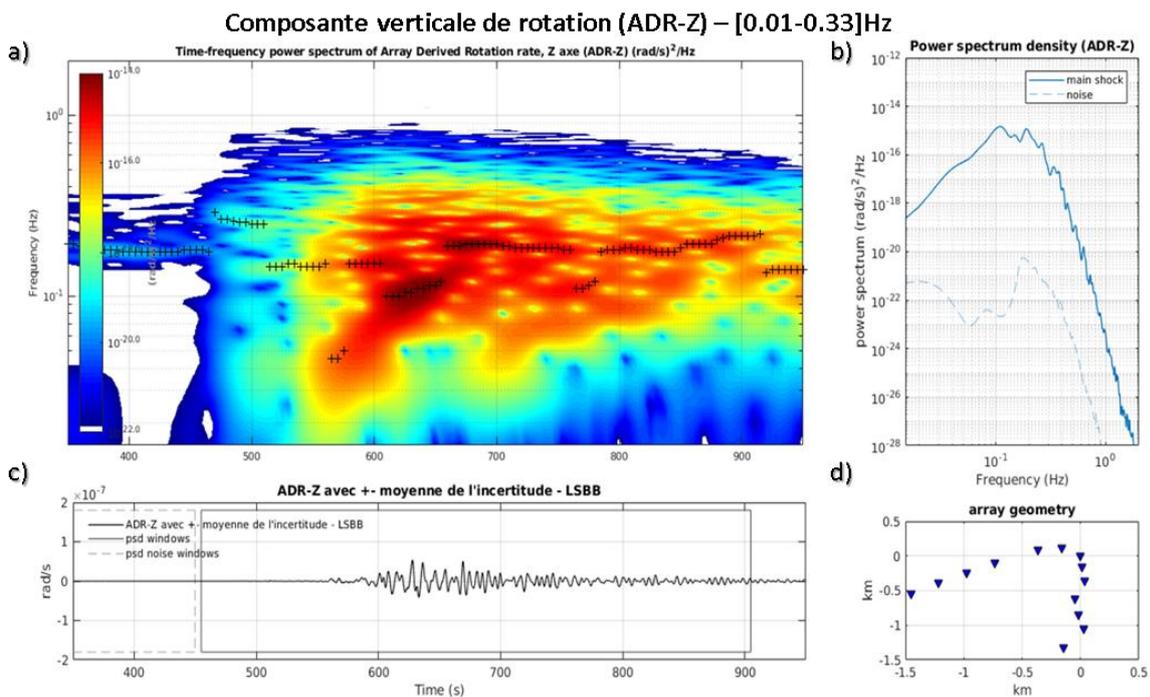


Figure 4.1. : Composante verticale de rotation pour le séisme d'Amatrice entachée d'une incertitude haute précision à σ_5 . En a) est affiché le spectre temps-fréquence, en b) la densité spectrale de puissance, en c) la composante verticale de rotation et en d) le réseau de stations utilisé.

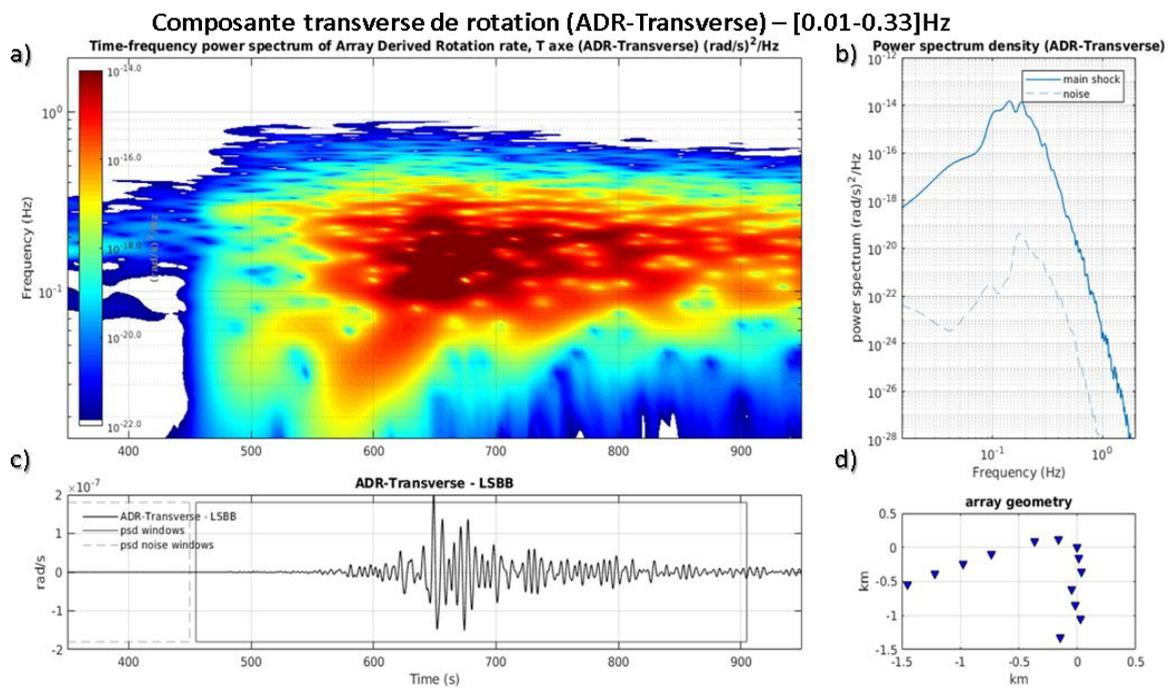


Figure 4.2. : Composante transverse de rotation pour le séisme d’Amatrice entachée d’une incertitude haute précision à σ_5 . En a) est affiché le spectre temps-fréquence, en b) la densité spectrale de puissance, en c) la composante verticale de rotation et en d) le réseau de stations utilisé.

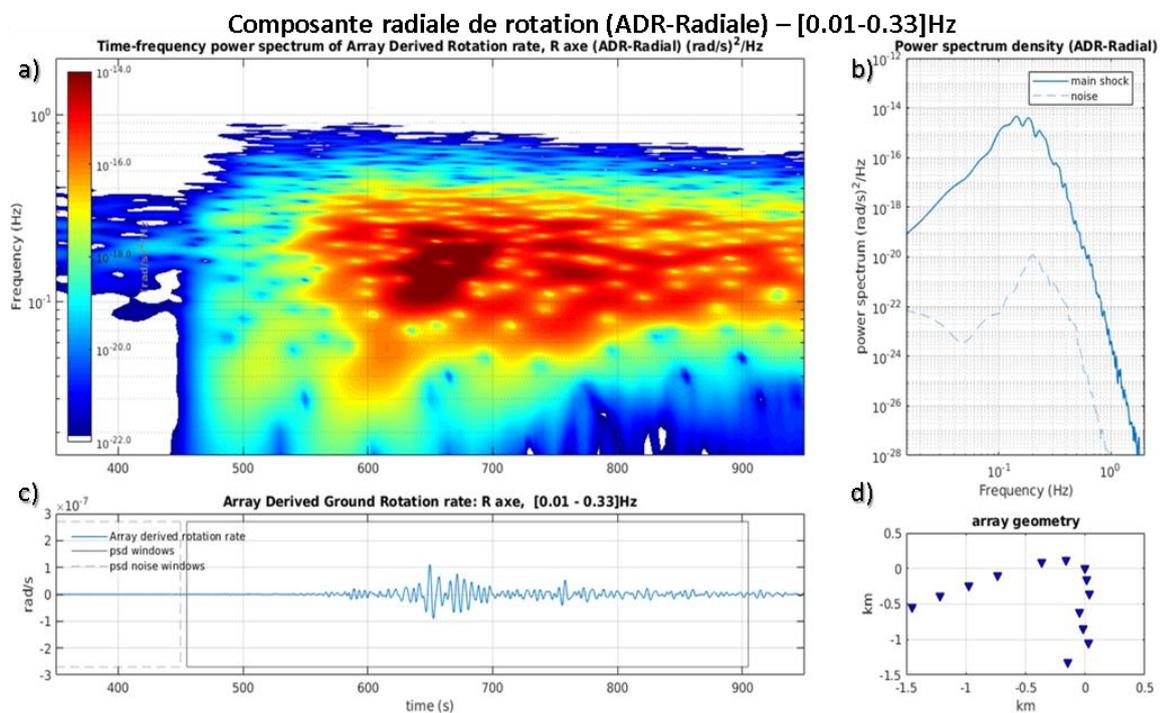


Figure 4.3. : Composante radiale de rotation pour le séisme d’Amatrice entachée d’une incertitude haute précision à σ_5 . En a) est affiché le spectre temps-fréquence, en b) la densité spectrale de puissance, en c) la composante verticale de rotation et en d) le réseau de stations utilisé.

Afin de confirmer la mesure de rotation pour la composante transverse, celle-ci pourra être comparée à la composante verticale d'accélération du fait de la relation exposée en Equation 4.1 (Yuan et al., 2019).

$$R_T = a_z / v_{Rayleigh} \quad (\text{Équation 4.1})$$

A l'instar de ce qui a été fait dans le Chapitre 3, un coefficient de corrélation ainsi que la vitesse de phase des ondes pourront être calculés et l'azimut donné par GCMT pourra être retrouvé.

Travailler avec les 3C de rotation permettrait théoriquement de séparer et d'isoler les ondes de Love des ondes de Rayleigh ce qui est compliqué avec les 3C de translations même avec une analyse de polarisation (Labonne, 2016a ; Labonne et al., 2016c).

L'incertitude associée aux composantes horizontales de rotation sera calculée suivant la méthodologie développée dans les chapitres 2 et 3 en prenant des ondes de Rayleigh comme ondes incidentes. Puisque le réseau du LSBB est composé de stations en profondeur, le calcul de cette incertitude devra être effectué pour un réseau en profondeur. Il est bien possible que cette incertitude soit impactée par la profondeur des stations car les ondes de Rayleigh génèrent des mouvements de rotation autour des axes horizontaux à partir entre autres de leur mouvement vertical de translation.

Du fait de cette caractéristique, il est probable qu'une antenne 3D telle que le LSBB avec des stations en profondeur et en surface permettent de mieux appréhender les composantes horizontales de rotation qu'un réseau 2D plan.

Lorsqu'il aura été vérifié que le calcul indirect des 3C de rotation est fiable à partir de l'antenne du LSBB, trois axes supplémentaires de recherches sont identifiés. Deux des trois sont liés à la systématisation du calcul indirect des trois composantes de rotation entachées d'une incertitude. Le troisième vise à affiner le calcul de l'incertitude associée à la mesure indirecte de rotation afin de se rapprocher des cas réels.

4.2.2. Mise en place d'un catalogue de rotation

La systématisation du calcul indirect des 3C de rotation consisterait à calculer les 3C de rotation pour un catalogue d'évènements sismiques à l'aide d'un code systématique. Pour chaque évènement, ce catalogue présenterait les 3C de rotation et estimerait l'azimut et la vitesse de phase des ondes. Les données enregistrées par l'antenne du LSBB depuis 2006 permettraient de mettre en place un catalogue s'étalant sur presque 15 ans. Ce catalogue serait une première car à ce jour le catalogue existant (observatoire de Wettzell) (Salvermoser et al., 2017) présente la composante verticale de rotation mesurée directement par le G-Ring (Figure 1. 12) sans incertitude. Le catalogue issu des données du LSBB inclurait les incertitudes pour chaque évènement.

4.2.3. Loi de magnitude basée sur la composante verticale de rotation

A partir d'une base de données 3C de rotation, il sera possible de développer des lois empiriques sur les signaux disponibles. Par exemple Chow et al., (2019) basé sur Igel et al., (2007) ont élaboré une loi de magnitude basée sur la composante verticale de rotation. Celle de Chow et al., (2019) prend en compte l'atténuation spatiale des amplitudes.

4.2.4. Discrimination des sources à partir des composantes de rotation

Il sera probablement possible de relier certaines caractéristiques des signaux de rotation telle que le maximum, la forme d'onde, à la source de l'évènement sismique. Cela pourrait amener à discriminer entre différents types de sources sismiques ou encore entre source naturelles et artificielle (mécanisme au foyer, profondeur)

4.2.5. Perturbations non abordées à la mesure indirecte de rotation

Le Chapitre 2 de ce manuscrit développe une méthode déterministe qui calcule à partir des modes fondamentaux de propagation des ondes, l'incertitude associée à la mesure indirecte de rotation. Les trois cas synthétiques étudiés utilisent des ondes mono-fréquentielles comme ondes incidentes. Afin de se rapprocher au plus d'un cas réel, les simulations doivent être complexifiées. Un aspect intéressant à inclure dans les simulations serait l'effet des structures locales sur la mesure de rotation. Singh et al., (2020) concluent sur le fait que des hétérogénéités locales de petites tailles ont un effet important sur les gradients du champ d'ondes et donc sur la mesure de rotation. L'antenne du LSBB étant située dans un massif calcaire fracturé, prendre en compte ses nombreuses hétérogénéités locales est par conséquent probablement nécessaire.

Un dernier point serait de prendre en compte l'effet de la topographie et l'effet 3D sur les données de l'antenne du LSBB. En effet, dans le chapitre 3, le calcul de l'incertitude a seulement été validé pour un réseau dont les stations sont situées à une même profondeur et dont la géométrie était équivalente à celle du réseau 2D des galeries du LSBB.

5. Bibliographie

Achenbach, J. D. (1973), *Wave propagation in elastic solids*, vol. 16, 425 pp., Elsevier Science Publishers B.V., Amsterdam, DOI: 10.1002/zamm.19920720607.

Aki, K., & Richards, P. G. (2002). *Quantitative seismology*.

Barak, O., Herkenhoff, F., Dash, R., Jaiswal, P., Giles, J., de Ridder, S.,... & Ronen, S. (2014). Six-component seismic land data acquired with geophones and rotation sensors: Wave-mode selectivity by application of multicomponent polarization filtering. *The Leading Edge*, 33(11), 1224-1232.

Baroux, E., Pino, N. A., Valensise, G., Scotti, O., & Cushing, M. E. (2003). Source parameters of the 11 June 1909, Lambesc (Provence, southeastern France) earthquake: A reappraisal based on macroseismic, seismological, and geodetic observations. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 108(B9).

Bath, M. (2013). *Introduction to seismology* (Vol. 27). Birkhäuser.

Bernauer, M., Fichtner, A., & Igel, H. (2014). Reducing nonuniqueness in finite source inversion using rotational ground motions. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 119(6), 4860-4875.

Bernauer, F., Wassermann, J., Guattari, F., Frenois, A., Bigueur, A., Gaillot, A., ... & Igel, H. (2018). BlueSeis3A: Full characterization of a 3C broadband rotational seismometer. *Seismological Research Letters*, 89(2A), 620-629.

Bernauer, F., Wassermann, J., & Igel, H. (2012). Rotational sensors—A comparison of different sensor types. *Journal of seismology*, 16(4), 595-602.

Bernauer, M., Fichtner, A., & Igel, H. (2009). Inferring earth structure from combined measurements of rotational and translational ground motions. *Geophysics*, 74(6), WCD41-WCD47.

Bouchon, M., & Aki, K. (1982). Strain, tilt, and rotation associated with strong ground motion in the vicinity of earthquake faults. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 72(5), 1717-1738.

Bowers, D., & Selby, N. D. (2009). Forensic seismology and the comprehensive nuclear-test-ban treaty. *Annual Review of Earth and Planetary Sciences*, 37, 209-236.

Cansi, Y. (1995). An automatic seismic event processing for detection and location: The PMCC method. *Geophysical research letters*, 22(9), 1021-1024.

Castellani, A., & Boffi, G. (1986). Rotational components of the surface ground motion during an earthquake. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 14(5), 751-767.

Cecchi F (1875) Sismografo elettrico a carte affumicate scorrevoli. In : *Bullettino meteorologico dell' Osservatorio del R. Collegio Carlo Alberto in Moncalieri*, vol X, n 9, 30 September 1875, Turin.

Chow, B., Wassermann, J., Schuberth, B. S., Hadziioannou, C., Donner, S., & Igel, H. (2019). Love wave amplitude decay from rotational ground motions. *Geophysical Journal International*, 218(2), 1336-1347.

Clinton, J. F., & Heaton, T. H. (2002). Potential advantages of a strong-motion velocity meter over a strong-motion accelerometer. *Seismological Research Letters*, 73(3), 332-342.

Cochard, A., Igel, H., Schuberth, B., Suryanto, W., Velikoseltsev, A., Schreiber, U.,... & Vollmer, D. (2006). Rotational motions in seismology: theory, observation, simulation. In *Earthquake source asymmetry, structural media and rotation effects* (pp. 391-411). Springer, Berlin, Heidelberg.

Coyne, J., Bobrov, D., Bormann, P., Duran, E., Grenard, P., Haralabus, G., ... & Starovoit, Y. (2012). CTBTO: Goals, networks, data analysis and data availability. In *New Manual of Seismological Observatory Practice 2 (NMSOP-2)* (pp. 1-41). Deutsches GeoForschungsZentrum GFZ.

D'Alessandro, A., & D'Anna, G. (2014). Retrieval of ocean bottom and downhole seismic sensors orientation using integrated MEMS gyroscope and direct rotation measurements. *Advances in Geosciences*, 40, 11.

Donner, S., Lin, C. J., Hadziioannou, C., Gebauer, A., Vernon, F., Agnew, D. C., ... & Wassermann, J. (2017). Comparing direct observation of strain, rotation, and displacement with array estimates at Piñon Flat Observatory, California. *Seismological Research Letters*, 88(4), 1107-1116.

Donner, S., Bernauer, M., & Igel, H. (2016). Inversion for seismic moment tensors combining translational and rotational ground motions. *Geophysical Journal International*, 207(1), 562-570.

Edme, P., Daly, M., Muyzert, E., & Kragh, E. (2013, November). Side scattered noise attenuation using rotation data. In *First EAGE West Africa Workshop 2013-Subsurface Challenges in West Africa* (pp. cp-348). European Association of Geoscientists & Engineers.

Eentec (2017). High Resolution Rotational Seismometer Model R-1 [Internet]. Available from: www.eentec.com/R-1_data_new.htm [Accessed: August 24, 2017]

Ferrari, G. (2006). Note on the historical rotation seismographs. In *Earthquake Source Asymmetry, Structural Media and Rotation Effects* (pp. 367-376). Springer, Berlin, Heidelberg.

Forbes, J. D. (1844). XIII. On the Theory and Construction of a Seismometer, or Instrument for Measuring Earthquake Shocks, and other Concussions. *Earth and Environmental Science Transactions of The Royal Society of Edinburgh*, 15(1), 219-228.

- Gaffet S., Guglielmi Y., Virieux J., Waysand G., Chwala A., Stolz R., Emblanch C., Auguste M., Boyer D. and Cavallou A. (2003), Simultaneous seismic and magnetic measurements in the Low-Noise Underground Laboratory (LSBB) of Rustrel, France, during the 2001 January 26 Indian earthquake. *Geophys. J. Int.* (2003) 155, 981–990
- Galitzin, B. B. (1912). *Lectures on seismology*. St Petersburg, Russia: Russian Academy of Sciences.[In Russian.].
- Hadziioannou, C., Gaebler, P., Schreiber, U., Wassermann, J., & Igel, H. (2012). Examining ambient noise using colocated measurements of rotational and translational motion. *Journal of seismology*, 16(4), 787-796.
- Hoffmann, F. (1838). *Geschichte der Geognosie und Schilderung der vulkanischen Erscheinungen: Vorlesungen gehalten an der Universität zu Berlin in den Jahren 1834 und 1835*. Nicolaischen Buchhandlung.
- Huang, B. S. (2003). Ground rotational motions of the 1999 Chi-Chi, Taiwan earthquake as inferred from dense array observations. *Geophysical Research Letters*, 30(6).
- Huang, H., Agafonov, V., & Yu, H. (2013). Molecular electric transducers as motion sensors: A review. *Sensors*, 13(4), 4581-4597.
- Igel, H., Bernauer, M., Wassermann, J., Schreiber, K. U., & Meyers, R. A. (2014). Seismology, rotational, complexity. *Encyclopedia of complexity and systems science*, 1-26.
- Igel, H., Cochard, A., Wassermann, J., Flaws, A., Schreiber, U., Velikoseltsev, A., & Pham Dinh, N. (2007). Broad-band observations of earthquake-induced rotational ground motions. *Geophysical Journal International*, 168(1), 182-196.
- Igel, H., Schreiber, U., Flaws, A., Schuberth, B., Velikoseltsev, A., & Cochard, A. (2005). Rotational motions induced by the M8. 1 Tokachi-oki earthquake, September 25, 2003. *Geophysical research letters*, 32(8).
- Igel, H. (2017), The ROMY project: ROtational ground Motions: A new observable for seismology [Internet]. Available from: www.rotational-seismology.org/events/workshops/Presentations_2016/presentations/Igel_talk [Accessed: August 3, 2020]
- Jaroszewicz, L. R., Kurzych, A., Krajewski, Z., Marć, P., Kowalski, J. K., Bobra, P., ... & Jankowski, R. (2016). Review of the usefulness of various rotational seismometers with laboratory results of fibre-optic ones tested for engineering applications. *Sensors*, 16(12), 2161.
- Kozák, J. T. (2009). Tutorial on earthquake rotational effects: Historical examples. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 99(2B), 998-1010.
- Kurrle, D., Igel, H., Ferreira, A. M., Wassermann, J., & Schreiber, U. (2010). Can we estimate local Love wave dispersion properties from colocated amplitude measurements of translations and rotations?. *Geophysical research letters*, 37(4).

Labonne, C. (2016a) Analyse de la polarisation de données multi-composantes à partir d'une seule station ou d'une antenne : méthodes et applications à la caractérisation du champ d'ondes sismiques. Thèse en Sciences de la Terre. Université Côte d'Azur.

Labonne C., Sèbe O. and Gaffet S. (2016b). Seismic wavefield polarization – Part I: Describing an elliptical polarized motion, a review of motivations and methods, E3S Web of Conference, Vol 12.

Labonne C., Sèbe O., Gaffet S, Schindelé F., Boyer D., Decitre J.B. and Cavaillou A. (2016c). Seismic wavefield polarization – Part II: Definition of a parameter system in three-dimensional (3D) space, example case review using LSBB seismic station data, E3S Web of Conference, Vol 12.

Langston, C. A. (2018). Calibrating dense spatial arrays for amplitude statics and orientation errors. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 123(5), 3849-3870.

Langston, C. A. (2007). Wave gradiometry in two dimensions. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 97(2), 401-416.

Laouami, N., & Labbe, P. (2002). Experimental analysis of seismic torsional ground motion recorded by the LSST-Lotung array. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 31(12), 2141-2148.

Lawson, A. C., & Reid, H. F. (1908). The California Earthquake of April 18, 1906: Report of the State Earthquake Investigation Commission. (No. 87). Carnegie institution of Washington.

Lee, W. H., Huang, B. S., Langston, C. A., Lin, C. J., Liu, C. C., Shin, T. C., ... & Wu, C. F. (2009a). Progress in rotational ground-motion observations from explosions and local earthquakes in Taiwan. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 99(2B), 958-967.

Lee, W. H., Igel, H., & Trifunac, M. D. (2009b). Recent advances in rotational seismology. *Seismological Research Letters*, 80(3), 479-490.

Lee, V. W., & Trifunac, M. D. (1987). Rocking strong earthquake accelerations. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 6(2), 75-89.

Lee, V. W., & Trifunac, M. D. (1985). Torsional accelerograms. *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 4(3), 132-139.

Li, Z., & van der Baan, M. (2017). Tutorial on rotational seismology and its applications in exploration geophysics. *Rotational seismology for exploration. Geophysics*, 82(5), W17-W30.

Liang, C., & Langston, C. A. (2009). Wave gradiometry for USArray: Rayleigh waves. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 114(B2).

Lin, C. J., Huang, H. P., Liu, C. C., & Chiu, H. C. (2010). Application of rotational sensors to correcting rotation-induced effects on accelerometers. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 100(2), 585-597.

- Lindner, F., Wassermann, J., Schmidt-Aursch, M. C., Schreiber, K. U., & Igel, H. (2017). Seafloor ground rotation observations : Potential for improving signal-to-noise ratio on horizontal OBS components. *Seismological Research Letters*, 88(1), 32-38.
- Mallet, R. (1849). On vorticose shock and case of twisting. In *Admiralty Manual, Meeting Brit. Assoc (Vol. 33)*.
- Mallet, R. (1862). *Great Neapolitan Earthquake of 1857: The First Principles of Observational Seismology as Developed in the Report to the Royal Society of London of the Expedition Made by Command of the Society Into the Interior of the Kingdom of Naples, to Investigate the Circumstances of the Great Earthquake of December 1857 (Vol. 2)*. Chapman and Hall.
- Maufroy, E., Gaffet, S., Operto, S., Guglielmi, Y., & Boyer, D. (2014). Travel time inversion from ground level to gallery: protocol for the characterization of P-wave seismic signature in a fractured-porous Urgonian platform at hectometric scale. *Near Surface Geophysics*, 12(6), 697-708.
- Niazi, M. (1986). Inferred displacements, velocities and rotations of a long rigid foundation located at El Centro differential array site during the 1979 Imperial Valley, California, earthquake. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 14(4), 531-542.
- Nigbor, R. L., Evans, J. R., & Hutt, C. R. (2009). Laboratory and field testing of commercial rotational seismometers. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 99(2B), 1215-1227.
- Nigbor, R. (1994). Six-degree-of-freedom ground-motion measurement, *Bull. seism. Soc. Am.*, 84, 1665–1669.
- Nuttli O. and Whitmore J.D. (1961). An Observational Determination of the variation of the angle of incidence of P-waves with epicentral distance. *BSSA*, 51, N 2, 269-276
- Oldham, R. D. (1899). *Report of the great earthquake of 12th June, 1897*. Office of the Geological survey.
- Oliveira, C. S., & Bolt, B. A. (1989). Rotational components of surface strong ground motion. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 18(4), 517-526.
- Oldroyd, D., Amador, F., Kozák, J., Carneiro, A., & Pinto, M. (2007). The study of earthquakes in the hundred years following the Lisbon earthquake of 1755. *Earth Sciences History*, 26(2), 321-370.
- Pancha, A., Webb, T. H., Stedman, G. E., McLeod, D. P., & Schreiber, K. U. (2000). Ring laser detection of rotations from teleseismic waves. *Geophysical Research Letters*, 27(21), 3553-3556.
- Pierson, B., Laughlin, D., & Brune, R. (2016). Advances in rotational seismic measurements. In *SEG Technical Program Expanded Abstracts 2016 (pp. 2263-2267)*. Society of Exploration Geophysicists.

- Poppeliers, C., & Evans, E. V. (2015). The effects of measurement uncertainties in seismic-wave gradiometry. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 105(6), 3143-3155.
- Reid, H. F. (1910). The mechanism of the earthquake, the California earthquake of April 18, 1906, Report of the state earthquake investigation commission, Vol. 2. Washington DC : Carnegie Institution.
- Reinwald, M., Bernauer, M., Igel, H., & Donner, S. (2016). Improved finite-source inversion through joint measurements of rotational and translational ground motions: a numerical study.
- Robertsson, J. O., & Muzyert, E. (1999). Wavefield separation using a volume distribution of three component recordings. *Geophysical Research Letters*, 26(18), 2821-2824.
- Richter, C. F. (1958). *Elementary Seismology*, WH Freeman and Company, San Francisco.
- Ringler, A. T., Steim, J. M., van Zandt, T., Hutt, C. R., Wilson, D. C., & Storm, T. L. (2016). Potential improvements in horizontal very broadband seismic data in the IRIS/USGS component of the Global Seismic Network. *Seismological Research Letters*, 87(1), 81-89.
- Rotational Seismometers R-2, R3. AST LLC. In: Data Sheet Presented at 4th International Working Group on Rotational Seismology Meeting; 20-23 June 2016; Tutzing. 2016
- Sagnac G. (1913) La démonstration de l'existence de l'éther lumineux à travers les mesures d'un interféromètre en rotation. *Comptes Rendus de L'Académie des Sciences* 157, 708-718
- Sarconi, M. (1784). *Istoria de fenomeni del tremoto avvenuto delle Calabrie, e nel Valdemone nell'anno 1783*. Campo.
- Salvermoser, J., Hadziioannou, C., Hable, S., Krischer, L., Chow, B., Ramos, C.,... & Igel, H. (2017). An event database for rotational seismology. *Seismological Research Letters*, 88(3), 935-941.
- Sbaa, S., Imtiaz, A., Hollender, F., Perron, V., Mariscal, A., & Bard, P. Y. (2016, August). Analysis of rotation sensor data from the Sinaps@ Kefalonia post-seismic experiment. In Proc. of the 5th IASPEI/IAEE International Symposium.
- Schreiber, K. U., Velikoseltsev, A., Carr, A. J., & Franco-Anaya, R. (2009). The application of fiber optic gyroscopes for the measurement of rotations in structural engineering. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 99(2B), 1207-1214.
- Schreiber, K. U., Stedman, G. E., Igel, H., & Flaws, A. (2006). Ring laser gyroscopes as rotation sensors for seismic wave studies. In *Earthquake source asymmetry, structural media and rotation effects* (pp. 377-390). Springer, Berlin, Heidelberg.
- Schmelzbach, C., Donner, S., Igel, H., Sollberger, D., Taufiqurrahman, T., Bernauer, F., ... & Robertsson, J. (2018). Advances in 6C seismology: Applications of combined translational and rotational motion measurements in global and exploration seismology. *Advances in 6C seismology*. *Geophysics*, 83(3), WC53-WC69.

- Schmidt (1986). Multiple emitter location and signal parameter estimation. *IEEE transactions on antennas and propagation*, vol. 34, no. 3, pages 276– 280, 1986.
- Singh, S., Capdeville, Y., & Igel, H. (2020). Correcting wavefield gradients for the effects of local small-scale heterogeneities. *Geophysical Journal International*, 220(2), 996-1011
- Sollberger, D., Greenhalgh, S. A., Schmelzbach, C., Van Renterghem, C., & Robertsson, J. O. (2018). 6-C polarization analysis using point measurements of translational and rotational ground-motion: theory and applications. *Geophysical Journal International*, 213(1), 77-97.
- Sollberger, D., Schmelzbach, C., Van Renterghem, C., Robertsson, J., & Greenhalgh, S. (2017, October). Automated, six-component, single-station ground-roll identification and suppression by combined processing of translational and rotational ground motion. In 2017 SEG International Exposition and Annual Meeting. Society of Exploration Geophysicists.
- Sollberger, D., Schmelzbach, C., Robertsson, J. O., Greenhalgh, S. A., Nakamura, Y., & Khan, A. (2016). The shallow elastic structure of the lunar crust: New insights from seismic wavefield gradient analysis. *Geophysical Research Letters*, 43(19), 10-078.
- Spudich, P., Steck, L. K., Hellweg, M., Fletcher, J. B., & Baker, L. M. (1995). Transient stresses at Parkfield, California, produced by the M 7.4 Landers earthquake of June 28, 1992: Observations from the UPSAR dense seismograph array. *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, 100(B1), 675-690.
- Spudich, P., & Fletcher, J. B. (2008). Observation and prediction of dynamic ground strains, tilts, and torsions caused by the M w 6.0 2004 Parkfield, California, earthquake and aftershocks, derived from UPSAR array observations. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 98(4), 1898-1914.
- Stedman G.E. (1997) Ring-laser tests of fundamental physics and geophysics. *Rep. Prog. Phys.* 60, 615-688
- Suryanto, W., Igel, H., Wassermann, J., Cochard, A., Schuberth, B., Vollmer, D.,... & Velikoseltsev, A. (2006). First comparison of array-derived rotational ground motions with direct ring laser measurements. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 96(6), 2059-2071.
- Suryanto, W. (2006). *Rotational Motions in Seismology, Theory and Application*. PhD. Dissertation, LMU Munich (<http://edoc.ub.uni-muenchen.de/7850/>).
- Takeo, M. (1998). Ground rotational motions recorded in near-source region of earthquakes. *Geophysical Research Letters*, 25(6), 789-792.
- Tavernier, P. (1996). L'adoption du traité d'interdiction complète des essais nucléaires. *Annuaire Français de Droit International*, 42(1), 118-136.
- Teisseyre, R., Minoru, T., & Majewski, E. (2006). *Earthquake source asymmetry, structural media and rotation effects*. Springer.

- Trifunac, M. D. (1982). A note on rotational components of earthquake motions on ground surface for incident body waves. *International Journal of Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 1(1), 11-19.
- Tukey, J.W. (1958) « Bias and confidence in not quite large samples », *Annals of Mathematical Statistics*, vol. 29, 1958, p. 614
- Van Camp, M., Camelbeeck, T., & de Belgique, O. R. (2004). Histoire des stations sismiques belges : de la station «Solvay» au réseau national de surveillance sismique. *Ciel et Terre*, 120(6), 162-176.
- Van Driel, M., Wassermann, J., Pelties, C., Schiemenz, A., & Igel, H. (2015). Tilt effects on moment tensor inversion in the near field of active volcanoes. *Geophysical Journal International*, 202(3), 1711-1721.
- Van Renterghem, C., Schmelzbach, C., Sollberger, D., & Robertsson, J. O. (2018). Spatial wavefield gradient-based seismic wavefield separation. *Geophysical Journal International*, 212(3), 1588-1599.
- Wassermann, J., Wietek, A., Hadziioannou, C., & Igel, H. (2016). Toward a single-station approach for microzonation: Using vertical rotation rate to estimate Love-wave dispersion curves and direction finding. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 106(3), 1316-1330
- Wassermann, J., Lehndorfer, S., Igel, H., & Schreiber, U. (2009). Performance test of a commercial rotational motions sensor. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 99(2B), 1449-1456.
- Wielandt E (2002) Seismic sensors and their calibration, chapter 5. In: Bormann P (ed) *New manual of seismological observatory practice*, vol 1. GeoForschungsZentrum, Potsdam
- Wu, C. F., Lee, W. H., & Huang, H. C. (2009). Array deployment to observe rotational and translational ground motions along the Meishan fault, Taiwan: A progress report. *Bulletin of the Seismological Society of America*, 99(2B), 1468-1474.
- Yuan, S., Igel, H., Wassermann, J., Bernauer, F., Gebauer, A., & Schreiber, U. (2019, January). Six degrees of freedom analysis of point ground motions: application to G-ring and ROMY data. In *Geophysical Research Abstracts* (Vol. 21).
- Zembaty Z, Kokot S, Bobra P (2013). Application of rotation rate sensors in an experiment of stiffness 'reconstruction'. *Smart Materials and Structures*. 2013;22(7):077001. DOI:10.1088/0964-1726/22/7/077001