



**HAL**  
open science

# Modélisation de la mise en forme des renforts fibreux : Nouvelle Approche de coque spécifique et étude expérimentale

Renzi Bai

► **To cite this version:**

Renzi Bai. Modélisation de la mise en forme des renforts fibreux : Nouvelle Approche de coque spécifique et étude expérimentale. Matériaux. Université de Lyon, 2020. Français. NNT : 2020LYSEI108 . tel-03177728

**HAL Id: tel-03177728**

**<https://theses.hal.science/tel-03177728v1>**

Submitted on 23 Mar 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# INSA

N° d'ordre NNT : 2020LYSEI108

**THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON**  
opérée au sein de  
**L'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon**

Ecole Doctorale N° 162  
**Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique**

Spécialité de doctorat :  
**Génie Mécanique**

Soutenue publiquement le 04/12/2020, par :  
**Renzi BAI**

---

**Modélisation de la mise en forme des renforts fibreux : Nouvelle Approche de coque spécifique et étude expérimentale**

---

**Devant le jury composé de :**

POLIT, Olivier	Professeur (Université Paris Nanterre)	Rapporteur
BAHLOULI, Nadia	Professeur (Université de Strasbourg)	Rapporteur
ORGEAS, Laurent	Directeur de recherche au CNRS (Univ. Grenoble Alpes)	Examineur
COLMARS, Julien	Maitre de Conférences (INSA Lyon)	Examineur
BOISSE, Philippe	Professeur (INSA Lyon)	Directeur de thèse
NAOUAR, Naim	Chargé de Recherche – CNRS (INSA Lyon)	Co-Directeur de thèse

Laboratoire de recherche : **LAMCOS**

**Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2016-2020**

<b>SIGLE</b>	<b>ECOLE DOCTORALE</b>	<b>NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE</b>
<b>CHIMIE</b>	<b>CHIMIE DE LYON</b> <a href="http://www.edchimie-lyon.fr">http://www.edchimie-lyon.fr</a> Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage <a href="mailto:secretariat@edchimie-lyon.fr">secretariat@edchimie-lyon.fr</a> INSA : R. GOURDON	<b>M. Stéphane DANIELE</b> Institut de recherches sur la catalyse et l'environnement de Lyon IRCELYON-UMR 5256 Équipe CDFA 2 Avenue Albert EINSTEIN 69 626 Villeurbanne CEDEX <a href="mailto:directeur@edchimie-lyon.fr">directeur@edchimie-lyon.fr</a>
<b>E.E.A.</b>	<b>ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE</b> <a href="http://edeea.ec-lyon.fr">http://edeea.ec-lyon.fr</a> Sec. : M.C. HAVGOUDOUKIAN <a href="mailto:ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr">ecole-doctorale.eea@ec-lyon.fr</a>	<b>M. Gérard SCORLETTI</b> École Centrale de Lyon 36 Avenue Guy DE COLLONGUE 69 134 Écully Tél : 04.72.18.60.97 Fax 04.78.43.37.17 <a href="mailto:gerard.scorletti@ec-lyon.fr">gerard.scorletti@ec-lyon.fr</a>
<b>E2M2</b>	<b>ÉVOLUTION, ÉCOSYSTÈME, MICROBIOLOGIE, MODÉLISATION</b> <a href="http://e2m2.universite-lyon.fr">http://e2m2.universite-lyon.fr</a> Sec. : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 INSA : H. CHARLES <a href="mailto:secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr">secretariat.e2m2@univ-lyon1.fr</a>	<b>M. Philippe NORMAND</b> UMR 5557 Lab. d'Ecologie Microbienne Université Claude Bernard Lyon 1 Bâtiment Mendel 43, boulevard du 11 Novembre 1918 69 622 Villeurbanne CEDEX <a href="mailto:philippe.normand@univ-lyon1.fr">philippe.normand@univ-lyon1.fr</a>
<b>EDISS</b>	<b>INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTÉ</b> <a href="http://www.ediss-lyon.fr">http://www.ediss-lyon.fr</a> Sec. : Sylvie ROBERJOT Bât. Atrium, UCB Lyon 1 Tél : 04.72.44.83.62 INSA : M. LAGARDE <a href="mailto:secretariat.ediss@univ-lyon1.fr">secretariat.ediss@univ-lyon1.fr</a>	<b>Mme Sylvie RICARD-BLUM</b> Institut de Chimie et Biochimie Moléculaires et Supramoléculaires (ICBMS) - UMR 5246 CNRS - Université Lyon 1 Bâtiment Curien - 3ème étage Nord 43 Boulevard du 11 novembre 1918 69622 Villeurbanne Cedex Tel : +33(0)4 72 44 82 32 <a href="mailto:sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr">sylvie.ricard-blum@univ-lyon1.fr</a>
<b>INFOMATHS</b>	<b>INFORMATIQUE ET MATHÉMATIQUES</b> <a href="http://edinfomaths.universite-lyon.fr">http://edinfomaths.universite-lyon.fr</a> Sec. : Renée EL MELHEM Bât. Blaise PASCAL, 3e étage Tél : 04.72.43.80.46 <a href="mailto:infomaths@univ-lyon1.fr">infomaths@univ-lyon1.fr</a>	<b>M. Hamamache KHEDDOUCI</b> Bât. Nautibus 43, Boulevard du 11 novembre 1918 69 622 Villeurbanne Cedex France Tel : 04.72.44.83.69 <a href="mailto:hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr">hamamache.kheddouci@univ-lyon1.fr</a>
<b>Matériaux</b>	<b>MATÉRIAUX DE LYON</b> <a href="http://ed34.universite-lyon.fr">http://ed34.universite-lyon.fr</a> Sec. : Stéphanie CAUVIN Tél : 04.72.43.71.70 Bât. Direction <a href="mailto:ed.materiaux@insa-lyon.fr">ed.materiaux@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Jean-Yves BUFFIÈRE</b> INSA de Lyon MATEIS - Bât. Saint-Exupéry 7 Avenue Jean CAPELLE 69 621 Villeurbanne CEDEX Tél : 04.72.43.71.70 Fax : 04.72.43.85.28 <a href="mailto:jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr">jean-yves.buffiere@insa-lyon.fr</a>
<b>MEGA</b>	<b>MÉCANIQUE, ÉNERGÉTIQUE, GÉNIE CIVIL, ACOUSTIQUE</b> <a href="http://edmega.universite-lyon.fr">http://edmega.universite-lyon.fr</a> Sec. : Stéphanie CAUVIN Tél : 04.72.43.71.70 Bât. Direction <a href="mailto:mega@insa-lyon.fr">mega@insa-lyon.fr</a>	<b>M. Jocelyn BONJOUR</b> INSA de Lyon Laboratoire CETHIL Bâtiment Sadi-Carnot 9, rue de la Physique 69 621 Villeurbanne CEDEX <a href="mailto:jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr">jocelyn.bonjour@insa-lyon.fr</a>
<b>ScSo</b>	<b>ScSo*</b> <a href="http://ed483.univ-lyon2.fr">http://ed483.univ-lyon2.fr</a> Sec. : Véronique GUICHARD INSA : J.Y. TOUSSAINT Tél : 04.78.69.72.76 <a href="mailto:veronique.cervantes@univ-lyon2.fr">veronique.cervantes@univ-lyon2.fr</a>	<b>M. Christian MONTES</b> Université Lyon 2 86 Rue Pasteur 69 365 Lyon CEDEX 07 <a href="mailto:christian.montes@univ-lyon2.fr">christian.montes@univ-lyon2.fr</a>

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

---

# **Modélisation de la mise en forme des renforts fibreux : Nouvelle Approche de coque spécifique et étude expérimentale**

## **Résumé :**

La déformation des renforts composites textiles est fortement conditionnée par leur composition fibreuse. Les théories classiques des plaques et des coques sont basées sur des hypothèses cinématiques qui ne sont pas vérifiées pour les renforts textiles. Des expérimentations montrent que le glissement entre fibres (couche) dans l'épaisseur fait la spécificité des matériaux fibreux.

Le processus RTM (Resin Transfer Molding) est largement utilisé pour obtenir des pièces composites avec géométrie complexe. La mise en forme est une étape très importante. Afin d'optimiser la fabrication de produit (spécialement le tissu multicouche), des modèles numériques sont nécessaires. Par conséquent une approche de coque 3D spécifique aux renforts fibreux est proposée. Elle est basée sur deux spécificités : la quasi-inextensibilité des fibres et le glissement possible entre les fibres.

L'approche est développée dans le cadre « Continuum-based shells ». La nouvelle hypothèse basée sur la conservation d'épaisseur est appliquée dans l'équation cinématique. La forme de puissance virtuelle reflète les spécificités de la déformation des renforts fibreux. Il prend en compte la rigidité de traction et de flexion des fibres et aussi de cisaillement dans le plan. Le frottement entre fibres est pris en compte de manière simple en lien avec la flexion. La présente approche est basée sur la physique réelle de la déformation des renforts textiles. Il permet de simuler les déformations 3D des renforts textiles et fournit des déplacements et déformations pour tous les points dans l'épaisseur du tissu et les bonnes rotations du directeur matériel.

Enfin, les expérimentations et les simulations réalisées sur des renforts multicouches sont présentées dans ce travail, et une nouvelle méthode d'expérimentation est proposée.

**Mots-Clés :** Matériaux fibreux – Méthode élément finis – élément coque – Mise en forme



---

# Simulation of forming of fibrous reinforcement: New specific shell approach et experimental studies

## Abstract:

The deformation of textile composite reinforcements is strongly conditioned by their fibrous composition. Classic plate and shell theories are based on kinematic assumptions that are not verified for textile reinforcements. Experiments show that the slippage between fiber (layer) in the thickness makes the specificity of fibrous materials.

The RTM process (one of the forming process) is widely used to obtain composite parts with complex geometry is with great importance. In order to optimize the manufacturing of product, numerical models are necessary. Therefore, a 3D shell approach specific to fiber reinforcements is proposed which is based on two specificities: the quasi-inextensibility of the fibers and the possible sliding between the fibers.

This approach is developed in the frame of continuum-based shell, the new assumption who based on the conservation of the thickness is applied to the kinematic equation. The theory of virtual power reflects the specific deformation of the fibrous reinforcements. It considers the tensile and bending stiffness of the fibers and the in-plan shear stiffness. The friction between fibers is taken into account in a simple way in connection with bending. The present approach is based on the real physics of the deformation of textile reinforcements. It simulates the 3D deformations of textile reinforcements and provides displacements and deformations for all the points along the thickness of the fabric and simulates the correct rotations of the material director.

Finally, experiments and simulations performed on multilayer reinforcements are presented in this work, and a new method of experimentation is proposed.

**Keywords:** Fibrous material – Finite element method – shell element – Forming

---

## Acknowledgement

My study at the LAMCOS- INSA de Lyon will soon come to an end and, i wish to express my sincere appreciation to all those who have offered me invaluable help during the three years of my PHD studies here.

Firstly, I would like to express my heartfelt gratitude to my supervisor, Professor Philippe Boisse, for this opportunity to do this thesis, and for his constant encouragement and guidance. He has helped me through all the stages of my PHD adventure. In addition, he has taught me the qualities of a good scientist: curious, patient and preciseness. I would like to thank my co-supervisor, Naim Naouar for their suggestions, assistances, and encouragement. Then, I would like to thank Julien Colmars, he has helped me a lot in experiment and development of finite-element.

I would give my hearty thanks to all the other members of laboratory for their patient instructions in various courses. And show my thanks to colleagues with whom we work and worked together: Abderrahmen, Bo, Eduardo, Jie, Jin, Hu, Quentin, Tarek, Yvan and all other peoples.

Lastly, my thanks would go to my parents and family for their love, support, sacrifice, and great confidence in me, without them, it will be impossible for me to study in France during more than these five years, especially, during my last year of PHD student (COVID-19 pandemic).

---

# Table des matières

Table des matières.....	i
Table des figures.....	v
Table des tableaux.....	xi
<b>Introduction .....</b>	<b>1</b>
<b>Chapitre 1 Les matériaux composite et méthode numérique .....</b>	<b>3</b>
1.1 Introduction générale des matériaux composite .....	3
1.1.1 Renfort et matrice .....	4
1.1.2 Utilisation de matériaux composite .....	4
1.2 Les matériaux composé de fibre continu et matrice .....	5
1.2.1 Fibre .....	5
1.2.2 Mèche.....	7
1.2.3 Renfort .....	8
1.2.4 Matrice organique .....	9
1.2.5 Préimprégnés.....	10
1.3 Mise en forme des renforts tissés .....	10
1.3.1 Introduction générale de processus et modèle numérique .....	10
1.3.1.1 L'infusion sous vide.....	11
1.3.1.2 Resin transfer moulding (RTM).....	11
1.3.1.3 Etat de l'art sur la modélisation de RTM.....	12
1.3.2 Modèle en microscopique .....	12
1.3.3 Modèle en mésoscopique .....	13
1.3.4 Modèle en macroscopique .....	14
1.3.5 Modélisation en multi-échelle.....	16
1.3.6 Mise en forme des renforts épais .....	16
1.4 Bilan de Chapitre 1 .....	18
<b>Chapitre 2 Caractérisation mécanique de matériaux fibreux .....</b>	<b>19</b>
2.1 Les différents modes de déformation .....	20
2.1.1 Comportement en tension .....	20
2.1.2 Comportement en cisaillement dans le plan .....	21
2.1.3 Comportement en compression transverse .....	25
2.1.4 Comportement en cisaillement transverse .....	26
2.1.5 Comportement en flexion .....	27

2.2 Déformation spécifique .....	29
2.2.1 Matériel et protocole expérimentale .....	30
2.2.2 Mécanisme spécifique (Glissement entre couche).....	30
2.3 Discussion sur méthode existant.....	31
2.4 La nécessité d'appliquer un nouvel élément fini de coque.....	32
2.5 Bilan de chapitre 2 .....	35
<b>Chapitre 3 Elément finis pour matériaux fibreux (Continuum Based Shell).....</b>	<b>36</b>
3.1 Géométrie de l'élément 3D de coque fibreuse .....	38
3.2 Ahmad élément et théorie de coque classique.....	40
3.3 Elément finis spécifique et ses hypothèses.....	41
3.3.1 Hypothèses concerne renfort fibreux .....	41
3.3.2 Equation cinématique modifié .....	41
3.3.3 Interpolation de la variation d'épaisseur.....	44
3.4 Travail virtuel interne et schéma explicite .....	46
3.4.1 Travail virtuel interne .....	46
3.4.2 Stratégie générale pour multicouche (Définir différent couche) .....	48
3.4.3 Equation explicite dynamique.....	48
3.5 Calcul des forces internes .....	49
3.5.1 Tension.....	49
3.5.2 Cisaillement dans le plan .....	51
3.5.3 Flexion .....	52
3.6 Tests élémentaires du nouvel élément de coque fibreuse.....	56
3.6.1 Extension.....	56
3.6.2 Cisaillement pure .....	56
3.6.2.1 <i>Cisaillement Simple</i> .....	56
3.6.2.2 <i>Bias Test</i> .....	57
3.6.3 Flexion .....	58
3.6.4 Cisaillement transverse .....	59
3.7 Discussion sur l'importance de modifier l'équation cinématique .....	59
3.7.1 L'influence de l'équation cinématique .....	59
3.7.2 L'influence du pas de temps .....	62
3.8 Bilan de chapitre 3 .....	62
<b>Chapitre 4 Expérimentation et simulation de flexion .....</b>	<b>64</b>
4.1 Expérimentation classique et loi de comportement de flexion.....	66

4.1.1 Flexion 3 point .....	66
4.1.2 Flexion avec matériaux mince .....	68
4.2 Influence de frottement entre couche .....	69
4.2.1 Résultat expérimentale (En fonction de nombre de couche) .....	69
4.2.2 Déterminer l'influence de frottement entre couche .....	70
4.2.3 Prise en compte de l'influence de frottement .....	71
4.3 Comparaison entre simulation et expérimentation en 2D .....	72
4.3.1 Flexion de livre .....	72
4.3.1.1 Flambage de livre.....	72
4.3.1.2 Cantilever de livre.....	73
4.3.2 Flexion de renfort fibreux sans contact.....	74
4.3.2.1 Flambage de 20 couches G986.....	74
4.3.2.2 Cantilever de 20 couches G986 .....	75
4.3.2.3 Sensibilité de rigidité de flexion.....	76
4.3.3 Trois Points Flexion.....	77
4.3.3.1 11 couches de G1151 .....	77
4.3.3.2 Interlock 3D.....	79
4.4 Comparaison entre simulation et expérimentation en 3D .....	82
4.4.1 Dispositif expérimental en 3D .....	82
4.4.2 Flexion de livre avec des couches parallèles .....	84
4.4.2.1 Flexion due à un déplacement imposé d'un coin.....	84
4.4.2.2 Essai de flexion de flambage.....	85
4.4.2.3 Cantilever.....	86
4.4.3 Flexion de renfort fibreux .....	87
4.4.3.1 Flexion due à un déplacement imposé d'un coin.....	88
4.4.3.2 Essai de flexion de flambage.....	89
4.5 Bilan de Chapitre 4 .....	91
<b>Chapitre 5 Expérimentation et simulation de mise en forme.....</b>	<b>92</b>
5.1 Différentes expérimentations : Introduction.....	94
5.1.1 Vérification de cisaillement dans le plan .....	94
5.1.2 Mise en forme de 'Z' forme.....	94
5.2 Mise en forme hémisphérique .....	95
5.2.1 Dispositif expérimentale et analyse théorique .....	96
5.2.1.1 Installation de dispositif.....	96

---

5.2.1.2 Préparation d'échantillons .....	97
5.2.1.3 Analyse théorique concernant le cisaillement transverse dans la direction de fibres.....	98
5.2.2 Essais avec 4 couches de G1151 (0/90°).....	99
5.2.3 Essais avec 4 couches de G1151 ( $\pm 45^\circ$ ).....	102
5.3 Mise en forme tétraédrique.....	104
5.3.1 Une couche G1151 (700mm×700mm) sans serre-flanc .....	104
5.3.2 Deux couches G1151(300mm×300mm, orienté 90/0°) .....	105
5.3.3 Défaut-Flambage de mèche .....	108
5.4 Bilan de Chapitre 5 .....	111
<b>Conclusion et perspective .....</b>	<b>112</b>
<b>Annexe .....</b>	<b>114</b>
A.1 Matrice G avec des paramètres d'éléments spécifiées .....	114
A.2 La différence entre méthode 2D et 3D .....	115
A.3 Technique de EF .....	116
A.3.1 Le choix des points d'intégration.....	116
A.3.2 Dilatation d'épaisseur .....	118
A.4 Différentes conditions d'expérience pour mise en forme de 11 plis de G1151 .....	119
A.5 La publication concernant l'approche proposée .....	122
<b>Bibliographie.....</b>	<b>136</b>



---

# Table des figures

Fig. 1.1 Aube de moteur d'avion (Snecma, Groupe Safran) [MAT15].....	5
Fig. 1.2 Procédé de filage et d'assemblage des mèches de fibres en verre [CHA11b].....	6
Fig. 1.3 Procédé de fabrication des fibres (PAN-based) [DUP08] .....	7
Fig. 1.4. Machine de tissage pour fibre carbone [AIRBUS] .....	8
Fig. 1.5. Les différents types de tissage 2D (a) Taffetas (b) Sergé 2×2 (c) Satin .....	8
Fig. 1.6. Armures des renforts 3D [GU02] .....	9
Fig. 1.7. Renfort carbone G1151 <sup>®</sup> .....	9
Fig. 1.8. Fabrication de Prepregs [HEXCEL b] .....	10
Fig. 1.9. Schéma de l'infusion sous vide.....	11
Fig. 1.10. Procédé de RTM [MAT14].....	11
Fig. 1.11. Définition de différente échelle .....	12
Fig. 1.12. Modèle en microscopique (a) Zhou [ZHO04] (b) Durville [DUR18].....	13
Fig. 1.13. Modélisation d'un interlock (comparaison entre tomographie et modèle numérique). [NAO15].....	14
Fig. 1.14. Modélisation discrète (a) [BOU07] (b) [JAU10].....	15
Fig. 1.15. Résultat expérimentale et numérique d'un emboutissage (double dôme) [KHA10]15	
Fig. 1.16. L'emboutissage d'interlock et simulation [MAT15] .....	16
Fig. 1.17. (a) Contour expérimentale de différentes couches [SAD08] (b) Simulation de deux couches orientée différent [VAN10].....	16
Fig. 1.18. (a) Contour de simulation avec coefficient de frottement 0.5 [GUZ19] (b) Distribution de température dans chaque pli [WAN13].....	17
Fig. 1.19. (a) Mesure de la direction des fibres (Optical sensor of PROFACTOR GmbH) [LEU16] (b) Visualisation des données de balayage par courants de Foucault [BAR16].....	18
Fig. 2.1. Comportement en tension pour mèche [DUM03] .....	20
Fig. 2.2. Interaction entre les mèches et comportement non linéaire [BUE01] .....	21
Fig. 2.3. Dispositif expérimentale de traction biaxiale et donnée expérimentale [BUE98].....	21
Fig. 2.4. Courbe de cisaillement dans le plan et champ de déplacement [ZOU06] .....	22
Fig. 2.5. Picture Frame : Cinématique et dispositif expérimentale .....	23
Fig. 2.6. Bias-test : Cinématique [GUZ15] .....	24
Fig. 2.7. Compression transverse : cinématique et dispositif expérimentale .....	25
Fig. 2.8. Compaction (a) Section initiale (b) Section sous compaction [BAD08].....	25
Fig. 2.9. Cisaillement transverse : cinématique et dispositif expérimentale [ORL12] .....	26
Fig. 2.10. Force de cisaillement transverse (chaîne et trame) [CHA12].....	26
Fig. 2.11. Flexion-Cantilever : cinématique et dispositif expérimentale .....	27
Fig. 2.12. Kawabata flexion test - KES-FB2 et courbe expérimental [KAW80].....	28
Fig. 2.13. Dispositif expérimental de flexion 3 Points.....	28

Fig. 2.14. Calcul de moment – courbure .....	29
Fig. 2.15. Mise en place d'échantillon pour flexion 3Pts.....	30
Fig. 2.16. (a) Flambage (b) Flexion 3Pts (20mm).....	30
Fig. 2.17. Zone avec cisaillement transverse .....	33
Fig. 2.18. Flexion avec déplacement dans le coin (a) Expérience (b) Simulation Abaqus (S3) .....	34
Fig. 2.19. Flexion simple pour renfort mince.....	34
Fig. 3.1. Géométrie d'élément coque fibreux en 3D .....	38
Fig. 3.2. Définition de coordonnée naturel pour élément triangulaire .....	39
Fig. 3.3. Coordonnée locale définit dans nœud.....	39
Fig. 3.4. Schéma de géométrie déformé (a) Etat initiale (b) forme déformée dans le cas classique (c) forme déformée observé dans le cas avec hypothèses spécifiques imposées .....	42
Fig. 3.5. L'influence de variation d'épaisseur s'accumule sur interpolation de déplacement .	43
Fig. 3.6. Schéma de la mise à jour d'épaisseur (a) Grand rotation (b) Petite rotation .....	44
Fig. 3.7. Exemple de calcul d'épaisseur.....	45
Fig. 3.8. La détermination de vecteur normal [SU06] .....	45
Fig. 3.9. (a) Modes de déformation (membrane) (b) Modes de déformation (cisaillement transverse) .....	47
Fig. 3.10. Schéma de longueur de $NDir_{\alpha}$ mèches .....	50
Fig. 3.11. Moment produit par force interne dans point supérieur et inférieur.....	51
Fig. 3.12. Déplacement virtuelle et l'angle de cisaillement .....	51
Fig. 3.13. Définition de paramètre géométrique (a) élément triangulaire (b) éléments voisins .....	52
Fig. 3.14. Forme avant et après déformation pour deux éléments voisins.....	54
Fig. 3.15. Projection de deux élément adjacent le long d'axe y.....	54
Fig. 3.16. Tests élémentaires pour extension .....	56
Fig. 3.17. Tests élémentaires pour cisaillement dans le plan .....	57
Fig. 3.18. Validation élémentaire par Bias-test (a) Etat initial (b) Forme déformé (c) Angle de cisaillement - déplacement (d) Force de machine - déplacement .....	58
Fig. 3.19. Test élémentaire : Cantilever .....	58
Fig. 3.20. Test élémentaire pour cisaillement transverse .....	59
Fig. 3.21. Test flambage de fibre parallèle : (a) Expérience (b) Simulation par élément coque 2D [LIA17] (c) Angle entre directeur matériel et direction horizontale (d) Simulation par élément coque 3D basé sur équation cinématique classique.....	60
Fig. 3.22. Vérification de longueur de fibre dans différent position.....	60
Fig. 3.23. Déformation en variant $Coef_{\Delta t}$ .....	61
Fig. 3.24. Influence d'étape incrémentale temporel.....	62
Fig. 4.1. Mèche de G1151 (Hexcel).....	66

Fig. 4.2. Courbe de Force-Déplacement pour 1 couche de G1151 (210mm*55mm).....	67
Fig. 4.3. Flexion 3-points sur une couche de G1151 (a) Trame (b) Chaîne.....	67
Fig. 4.4. Flexion 3 points pour 1 couche G1151 (200mm*30mm) : (a) Force - déplacement dans les directions trame et chaîne (b) Moment - Courbure au point d'application de la force.....	67
Fig. 4.5. Flexion avec une seule extrémité encastée (a) 10 coches papiers (b) 20 coches papiers .....	68
Fig. 4.6. Flexion avec une seule extrémité encasté dans le cas de 2 couches G1151 (a) Trame (b) Chaîne.....	68
Fig. 4.7. Force-déplacement en fonction de nombre de couche.....	69
Fig. 4.8. Force-déplacement courbe (Avec grand nombre de couches).....	70
Fig. 4.9. Test de flexion 3 points sur 1 pli (gauche) et 20 plis (droit) de Hexcel G1151.....	70
Fig. 4.10. L'influence de frottement sur rigidité de flexion.....	71
Fig. 4.11. Flexion 3 points pour 11 couches G1151 (a) Force - déplacement (b) (b) Moment - Courbure au point d'application de la force.....	71
Fig. 4.12. Flexion de livre. (a) Condition limite. (b) Expérimentation [LIA17]. (c) Simulation. ....	72
Fig. 4.13. (a) Position de ligne moyenne. (b) Angle entre directeur matériel et direction horizontale. (c) Epaisseur dans la direction de directeur matériel. ....	73
Fig. 4.14. Test de cantilever sur livre. (a) Expérimentation. (b) Simulation.....	73
Fig. 4.15. (a) Position de ligne moyenne. (b) Angle entre directeur matériel et direction horizontale. (c) épaisseur dans la direction de directeur matériel. ....	74
Fig. 4.16. Test de flexion concerne renfort textile multicouche (a) Condition de test. (b) Expérience [LIA17]. (c) Simulation. (d) Position de ligne moyenne. (e) Angle entre directeur matériel et direction horizontale. (f) Epaisseur dans la direction de directeur matériel.....	75
Fig. 4.17. Cantilever pour renfort textile multicouche (a) Expérience [LIA17]. (b) Simulation. (d) Position de ligne moyenne.....	76
Fig. 4.18. Simulation de flexion avec différent rigidité de flexion. ....	76
Fig. 4.19. Cantilever de 20 couches G986 : Simulation sans pris en compte de l'influence de frottement. ....	77
Fig. 4.20. Flexion 3 points pour 11 couches de G1151 dans la direction de trame soumis de déplacement (a) 20mm. (b) 40mm. (c) 60mm. ....	78
Fig. 4.21. Flexion 3 points pour 11 couches de G1151 dans la direction de chaîne soumis de déplacement (a) 20mm. (b) 40mm. (c) 60mm. ....	78
Fig. 4.22. Flexion 3 points : Comparaison des lignes moyennes. ....	79
Fig. 4.23. Angle entre directeur matériel et direction horizontale pour (a) Déplacement 40mm (b) Déplacement 60mm. ....	79
Fig. 4.24. Comparaison entre l'expérience de 11 couches G1151 et Interlock (a) Déplacement 40mm. (b) Déplacement 60mm.....	80
Fig. 4.25. Expérience à $\pm 45^\circ$ : (a)11 couches de G1151 : 30mm. (b)Interlock 3D : 30mm.....	81

Fig. 4.26. Simulation de flexion 3Pts : (a) 11 couches G1151 ( $\pm 45^\circ$ ) (b) Avec condition limite supplémentaire dans l'extrémité de modèle. Angle de cisaillement dans le plan : (c) 11 couches G1151 ( $\pm 45^\circ$ ) (d) Avec condition limite supplémentaire dans l'extrémité de modèle. ....	82
Fig. 4.27. Flexion symétrique de dix plis Hexcel G1151® orienté à $\pm 45^\circ$ [HUA20] .....	82
Fig. 4.28. (a) Schéma d'expérimentation 3D (b) Condition limite de test 4.4.2.1 (c) Condition limite de test 4.4.2.2 .....	83
Fig. 4.29. Traitement d'image (a) Photo avec optimisation (b) Zone utile (c) marque de directeur matériel après reconnaissance (d) Interpolation de pixel .....	83
Fig. 4.30. Forme déformée le long du côté 1. (a) Expérimentation. (b) Simulation. Forme déformée le long du côté 2. (c) Expérimentation. (d) Simulation.....	84
Fig. 4.31. Surface moyenne de (a) côté 1 et (b) côté 2.....	84
Fig. 4.32. (a)(b) Angle entre directeur matériel et direction horizontale pour côté 1 et 2. (c)(d) épaisseur dans la direction de directeur matériel pour côté 1 et 2.....	85
Fig. 4.33. Forme déformée le long du côté 1. (a) Expérimentation. (b) Simulation. Forme déformée le long du côté 2. (c) Expérimentation. (d) Simulation.....	85
Fig. 4.34. Surface moyenne de côté 1 (a) et côté 2 (b).....	86
Fig. 4.35. (a)(b) Angle entre directeur matériel et direction horizontale pour côté 1 et 2. (c)(d) épaisseur dans la direction de directeur matériel pour côté 1 et 2.....	86
Fig. 4.36. Forme déformée le long du côté 1. (a) Expérimentation. (c) Simulation. Forme déformée le long du côté 2. (b) Expérimentation. (d) Simulation.....	87
Fig. 4.37. Position de surface moyenne en deux côtés.....	87
Fig. 4.38. Schéma d'expérimentation 3D pour renfort tissé (a) Condition limite de test 4.4.3.1 (b) Condition limite de test 4.4.3.2.....	88
Fig. 4.39. Forme déformée le long du côté 1. (a) Expérimentation. (b) Simulation. Forme déformée le long du côté 2. (c) Expérimentation. (d) Simulation.....	88
Fig. 4.40. Surface moyenne de côté 1 (a) et côté 2 (b).....	88
Fig. 4.41. (a)(b) Angle entre directeur matériel et direction horizontale pour côté 1 et 2. (c)(d) épaisseur dans la direction de directeur matériel pour côté 1 et 2.....	89
Fig. 4.42. Forme déformée de simulation pour (a) côté 1. (b) côté 2.....	89
Fig. 4.43. Forme déformée le long du côté 1. (a) Expérimentation. (b) Simulation. Forme déformée le long du côté 2. (c) Expérimentation. (d) Simulation.....	90
Fig. 4.44. Surface moyenne de (a)côté 1. (b)côté 2. ....	90
Fig. 4.45. (a)(b) Angle entre directeur matériel et direction horizontale pour côté 1 et 2. (c)(d) Epaisseur dans la direction de directeur matériel pour côté 1 et 2.....	90
Fig. 5.1. Courbe force VS déplacement de Bias-extension test pour G1151 .....	94
Fig. 5.2. Glissement relatif entre couches (a) Expérience (b) Simulation [SOU06] (c) Simulation par l'élément proposé.....	95
Fig. 5.3. Simulation de la mise en forme d'un composite stratifié (Géométrie 'Z') .....	95
Fig. 5.4. (a) Préforme multicouche (orienté $0/90^\circ$ et $\pm 45^\circ$ ) [LIU17] (b) Simulation de mise en forme avec multicouche [CHE11].....	96

Fig. 5.5. Dispositif d'essais mise en forme .....	97
Fig. 5.6. Préparation de renfort pour mise en forme hémisphère.....	97
Fig. 5.7. Schéma d'emboutissage hémisphérique (a) Cas idéal (b) Cas général.....	98
Fig. 5.8. Emboutissage hémisphérique pour 4 couches de G1151 : Simulation : (a) surface supérieure. (b) surface inférieure ; Expérience : (c) surface supérieure (d) surface inférieure	99
Fig. 5.9. Force de machine mesuré.....	100
Fig. 5.10. Mise en forme de 4 couches G1151.....	100
Fig. 5.11. (a) Déplacement absolue des marqueurs : expérience et simulation (4 Couches 0/90°). (b) Schéma concernant les mouvements possibles des mèches qui conduisent à la variation du déplacement selon la position .....	101
Fig. 5.12. Cisaillement transverse (a) Une couche de renfort G1151 [BEL11] (b) Simulation pour 4 couches de G1151. ....	102
Fig. 5.13. Emboutissage hémisphérique pour 4 couches de G1151 ( $\pm 45^\circ$ ). surface supérieure : (a) Simulation (c) Expérience ; surface inférieure (b) Simulation (d) Expérience.....	103
Fig. 5.14. Section transverse (a) Position 1, 2, 3 (b) Position 4, 5, 6. (c) Angle entre directeur matériel et direction horizontale (d) Schéma concernant les mouvements possibles des mèches dans les positions 1, 2, 3.....	103
Fig. 5.15. Condition de mise en forme tétraédrique et maillage de tissu .....	104
Fig. 5.16. Mise en forme tétraédrique : (a) Expérience [ALL11]. (b) Zone avec grand cisaillement. Simulation par élément proposé : (c) Géométrie global (d) Angle de cisaillement dans le plan.....	105
Fig. 5.17. Mise en forme tétraédrique : (a) (b) Condition et dimension de test. (c) Protocole expérimental .....	106
Fig. 5.18. Comparaison simulation et expérience (a) Position supérieur (b) Position inférieur .....	106
Fig. 5.19. Angle de cisaillement dans le plan.....	107
Fig. 5.20. Géométrie de couche supérieur et inférieur de simulation : Zone A .....	107
Fig. 5.21. Section dans le plan symétrique pour zone tétraédrique.....	108
Fig. 5.22. Flambage de mèche (90/0°).....	109
Fig. 5.23. Flambage dans la surface (a) intérieur et (b) extérieur .....	109
Fig. 5.24. Expérience sans serre flanc (90/0°).....	110
Fig. 5.25. Expérience avec orientation 0/90° (Gauche/Droit : Avec/Sans serre flanc) .....	110
Fig. A.1. Paramètres des éléments triangulaires .....	115
Fig. A.2. Une couche de fibre dans l'épaisseur (a) Schéma (b) Les modes de déformation calculés correspondants (c) Simulation correspondante .....	116
Fig. A.3. (a) Etat initial (b) Géométrie après déformation (Spurious zero energy) .....	116
Fig. A.4. Trois couches de fibre dans l'épaisseur (a) Schéma (b) Les modes de déformation calculés correspondants (c) Etat initial (d) Mode avec Spurious zero energy .....	117
Fig. A.5. (a)(b) Motif hourglass avec rigidité de flexion (c) Flexion avec dilatation d'épaisseur .....	118

---

Fig. A.6. L'emboutissage hémisphérique pour 11 couches de G1151 (CL-1) (a) 0/90° (b) ±45° .....	119
Fig. A.7. Condition d'expérience optimisé (CL-3) .....	120
Fig. A.8. L'expérience sous CL-3 (a) Surface supérieure (b) Surface intérieure .....	120
Fig. A.9. Déplacement absolue mesuré pour des marqueurs (11 Couches 0/90°). .....	121
Fig. A.10. Force - Déplacement (a) CL-1, (b) CL-2 ; (c) CL-3 .....	121



---

# Table des tableaux

Tableau 1.1 Propriété ou caractéristique de différents types de fibres de verre. [FRE01].....	6
Tableau 3.1 Test élémentaire concerne calcul d'épaisseur .....	46
Tableau 4.1 Propriété mécanique d'une couche de renfort G986 .....	74
Tableau 4.2. Propriété mécanique de 11 couches de renfort G1151 .....	87
Tableau 5.1. Les différents cas de la longueur des fibres .....	99

---

# Introduction

Au cours de ces dernières années, l'utilisation des matériaux composites a augmenté en raison de leur rapport résistance-masse élevé. L'utilisation de matériaux composites permet une réduction de masse et donc une diminution de la consommation de carburant dans l'industrie du transport. Les matériaux composites sont également utilisés dans des domaines de pointes comme l'aéronautique et l'aérospatiales qui demandent des matériaux à haut performance, ils sont par exemple utilisés pour les pièces de moteur d'avion et du fuselage d'avion.

Les caractérisations spécifiques des renforts fibreux sont données grâce à la quasi-inextensibilité de fibre et le glissement possible entre fibres. Spécialement, la structure stratifiée constituée de la superposition de différents plis conduit à un comportement mécanique différent de celui des matériaux continus. Elle sera étudiée dans ce contexte par les méthodes expérimentales et vérifiée par les simulations numériques.

Les composites peuvent être adaptés pour que leurs caractéristiques répondent aux applications prévues. Cependant, les procédés de fabrication pour obtenir ces matériaux sont complexes et l'obtention d'une pièce composite sans défaut est un défi difficile. Dans les procédés LCM (Liquid Composite Moulding), la fabrication des composites textile nécessite souvent le préformage d'un renfort textile sec et l'injection ultérieure d'une résine. Le composite peut également être réalisé par le thermoformage d'un préimprégné constitué d'un renfort textile incorporant la matrice non durcie. Dans les deux cas (LCM et Préimprégnés), le processus de formage d'une géométrie 3D est rendu possible par des mécanismes de déformation spécifique du renfort textile. La physique de base de la déformation est celle de la déformation du renfort textile en fibres continues. Pour permettre l'utilisation croissante des matériaux composites, il est nécessaire de remplacer le développement coûteux par des méthodes expérimentales basées sur les essais et erreurs en optimisant les paramètres de fabrication au moyen de simulation et de fabrication virtuelle.

Différentes approches ont été développées ces dernières années afin de modéliser la mise en forme des renforts textiles tissés. Les modèles de drapage cinématique ont été les premières approches développées, ces méthodes sont purement géométriques et rapides. Cependant, ils ne prennent pas en compte le comportement mécanique des matériaux ou les charges extérieures sur les renforts. Certaines approches membranaires ont été proposées qui négligent la rigidité en flexion. Et il existe également des approches de coque standard prenant en compte une rigidité en flexion qui dépend des rigidités de la membrane et de l'épaisseur. Des différentes méthodes permettent de découpler l'énergie de déformation de la membrane de l'énergie de flexion. Cependant ils ne fournissent pas les déplacements et les déformations pour les points dans l'épaisseur du tissu. Par conséquent, une nouvelle méthode numérique spécifique aux renforts textiles sera développée dans cette perspective.

Ce document est composé de cinq chapitres. Le premier chapitre présente les matériaux composites et en particulier les renforts textiles de composites. Ensuite, les modèles numériques à différentes échelles et en particulier les modèles pour renforts multicouches sont présentés. Le deuxième chapitre est consacré aux comportements de renfort fibreux (Tension, flexion, cisaillement dans le plan, cisaillement transverse, compression transverse) et les méthodes expérimentales associées. Nous allons mettre en évidence la déformation spécifique de ces

---

renforts multicouches qui ne correspond pas avec les théories de coque classiques, et souligner l'importance et la nécessité de proposer la nouvelle cinématique.

Dans le chapitre 3, nous allons commencer à partir d'élément de coque Ahmad et son hypothèse. Ensuite des nouvelles hypothèses concernant la déformation spécifique seront formulées, qui modifieront la cinématique et le comportement mécanique des coques développées par rapport à celles des approches de coques classiques. Le calcul de force interne et les tests élémentaires seront présentés. La modification de l'équation cinématique seront vérifié et la nécessité de cette modification sera mise en évidence.

Dans le chapitre 4, d'abord l'identification de comportement sur flexion est faite par l'essai de flexion 3 points. Ensuite, le glissement entre fibre est vérifié pour l'échantillon mince. L'influence de frottement entre les couches seront étudiée et prise en compte par une méthode simple. Plusieurs essais en 2D et 3D pour l'échantillons composés des fibres parallèles et pour des empilements des renforts fibreux seront introduit et comparés avec des résultats numériques, ils montrent une bonne concordance.

Le dernière chapitre 5 présente les expériences de mise en forme. Les différents échantillons avec un nombre de couche variable sont mis en forme avec différentes géométries de poinçon. Les conditions limites distinctes sont proposées afin de bien observer le cisaillement transverse entre fibre. Les simulations seront présentées pour mettre en évidence les zones soumis du glissement relatif.

---

# Chapitre 1 Les matériaux composite et méthode numérique

Dans ce premier chapitre, une présentation générale des matériaux composites sera faite. la grande utilisation de renfort dans industriel est montrée. Une brève description des composites à différentes échelles que ce soit de la fibre au produit final est réalisée. De plus, nous aborderons les procédés de mise en forme et l'importance de modéliser ces procédés. Les méthodes numériques sont présentées à trois échelles : Microscopique, mésoscopique et macroscopique. Par ailleurs, l'analyse multi-échelle est aussi un domaine avec un grand potentiel. Nous nous concentrons sur la modélisation de renfort épais/multicouche avec également une présentation de méthodes existantes.

Dans cette thèse, nous nous intéressons au développement d'un nouvel élément finis à l'échelle macroscopique aura pour objectif de simuler les comportements spécifiques de renfort textile.

## Sommaire :

<b>Chapitre 1 Les matériaux composite et méthode numérique .....</b>	<b>3</b>
1.1 Introduction générale des matériaux composite .....	3
1.1.1 Renfort et matrice .....	4
1.1.2 Utilisation de matériaux composite .....	4
1.2 Les matériaux composé de fibre continu et matrice .....	5
1.2.1 Fibre .....	5
1.2.2 Mèche.....	7
1.2.3 Renfort .....	8
1.2.4 Matrice organique .....	9
1.2.5 Préimprégnés.....	10
1.3 Mise en forme des renforts tissés .....	10
1.3.1 Introduction générale de processus et modèle numérique .....	10
1.3.1.1 <i>L'infusion sous vide</i> .....	11
1.3.1.2 <i>Resin transfer moulding (RTM)</i> .....	11
1.3.1.3 <i>Etat de l'art sur la modélisation de RTM</i> .....	12
1.3.2 Modèle en microscopique .....	12
1.3.3 Modèle en mésoscopique .....	13
1.3.4 Modèle en macroscopique .....	14
1.3.5 Modélisation en multi-échelle.....	16
1.3.6 Mise en forme des renforts épais .....	16
1.4 Bilan de Chapitre 1 .....	18

---

## 1.1 Introduction générale des matériaux composite

Un matériau composite est composé d'au moins deux composants différents (Non miscibles), généralement un renfort et une matrice. Donc les propriétés de composite peuvent satisfaire différentes utilisations en modifiant ses composants. Tous ces matériaux ont en commun le fait d'être constitués de deux phases principales : le renfort qui contrôle les caractéristiques mécaniques du produit final et la matrice qui apporte la cohésion de l'ensemble des fibres (ou poudre).

### 1.1.1 Renfort et matrice

Les renforts souvent utilisés peuvent être divisés en 3 catégories, en fonction de leur géométrie :

Les renforts particulières : la matrice est renforcée par une phase dispersée de particules avec ou sans orientation privilégiée. Il s'agit généralement d'inclusions granulaires, lamellaire (talc, mica) ou aciculaires (wallastonite, fibres courtes). Les composites à renfort particulière sont peu utilisés à des fins structurelles, mais plutôt pour des applications spécifiques ou des produits de grande consommation ; ce type de renforts est souvent utilisé avec matrice métallique.

Les renforts à fibre discontinues : Les fibres courtes sont utilisées (ratio entre longueur et diamètre est inférieur à 100). L'orientation de fibre et la longueur de fibre va influencer les propriétés de produit final. Différents types de fibre sont utilisés, les fibres verre et les fibres de carbone sont énormément utilisées. De plus, la fibre d'acier devient un nouveau composant utilisé qui combine des propriétés exceptionnelles de rigidité et de ductilité [LOM14].

Les renforts à fibre continues : La fibre continue est définie avec la longueur est proche de celle de la pièce finale. Les directions privilégiées des fibres confèrent à la pièce finale ses caractéristiques mécaniques principales. Dans ce type de renfort, la matrice n'est présente que pour assurer la cohésion de l'ensemble et apporter une résistance aux efforts appliqués dans des directions différentes de celles des fibres.

Les matrices utilisées actuellement sont classées en trois types :

Les matrices céramiques et métalliques : Les matrices céramiques (oxydes et carbures) et métalliques (aluminium, magnésium, fer, cobalt, cuivre) sont destinées à des applications de pointe. Par exemple dans un environnement qui demande la haute température, et la haute causticité. La fabrication de ce type de matériaux est complexe donc coûte chère. Ils sont souvent utilisés dans la secteur spatial, aéronautique, ou militaire.

Les matrices organiques : (polymères thermoplastiques, thermodurcissables et élastomères). Elles représentent la très grande majorité des matrices utilisées industriellement grâce à leur faible coût et le processus de fabrication relativement facile.

Dans cette thèse, nous nous intéresserons aux renforts à fibres continues. Les fibres utilisées peuvent être de différentes natures : verre, carbone, métaux, céramiques ou encore matériaux d'origines naturelles. Seules les fibres en carbone seront étudiées.

### 1.1.2 Utilisation de matériaux composite

Les matériaux composites aux fibres continues et matrice organique sont largement utilisés dans l'industrie, notamment dans les secteurs aéronautique et automobile. Les composites peuvent s'adapter pour que leurs caractéristiques répondent aux applications prévues. Les

---

matériaux composites ont été appelés la forme de l'avenir de l'aérospatiale avec leur compétence de haute résistance, de faible poids et de durabilité [AIRBUS].

Par exemple, l'emploi de renfort fibreux de carbone a atteint de nouvelles proportions avec l'A350 XWB, qui élève une application significative de composites partout. Par exemple, la majeure partie de l'aile de l'A350 XWB est composée de composites de carbone légers, y compris ses revêtements supérieur et inférieur. D'ailleurs, des préformes d'interlock peuvent être utilisés dans des pales de moteur d'avion (Fig. 1.1).



*Fig. 1.1 Aube de moteur d'avion (Snecma, Groupe Safran) [MAT15]*

## **1.2 Les matériaux composé de fibre continu et matrice**

La structure multi-échelle et multi-matériau d'une pièce composite conditionne son comportement final. Les fibres doivent être produites, puis assemblées en mèches. Les mèches seront liées ensemble en unie-direction ou par tissage selon différents schémas, soit 2D soit 3D. Ensuite on ajoute la matrice avant le formage. C'est le cas du procédé de thermoformage des Préimprégnés. Une autre méthode est de faire la mise en forme pour le renfort sec.

### **1.2.1 Fibre**

Pour les textiles, les mèches sont constituées d'une multitude de fibres de plusieurs dizaines de milliers de fibres (20k, 50k...). Les fibres peuvent être de différentes natures.

#### Fibres de verre :

Les fibres de verre sont les plus courantes de toutes les fibres renforcées pour les composites à matrice polymère. Elles donnent plusieurs avantages : Résistance à l'humidité, haute résistance, résistance au feu, résistance chimique, et un petit peu du prix. De plus, ces fibres possèdent de bonnes propriétés pour l'isolation électrique, et pour certaines d'entre elles, pour la transparence radioélectrique (L'utilisation pour fabrication de radômes) [HEXCEL].

Les deux types de fibres de verre couramment utilisés dans l'industrie sont le verre en série E et le verre en série S. Le verre E a le coût le plus bas de toutes les fibres de renfort disponibles dans le commerce, il représente plus de 95% du marché mondial des fibres de verre pour les applications de renforts conventionnels. Le verre S, développé à l'origine pour les composants



d'aéronefs et les carters de missiles, a la résistance à la traction la plus élevée parmi toutes les fibres utilisées. [FRE01].

Letter designation	Property or characteristic
E, electrical	Low electrical conductivity
S, strength	High strength
C, chemical	High chemical durability
M, modulus	High stiffness
A, alkali	High alkali or soda lime glass
D, dielectric	Low dielectric constant

Tableau 1.1 Propriété ou caractéristique de différents types de fibres de verre. [FRE01]

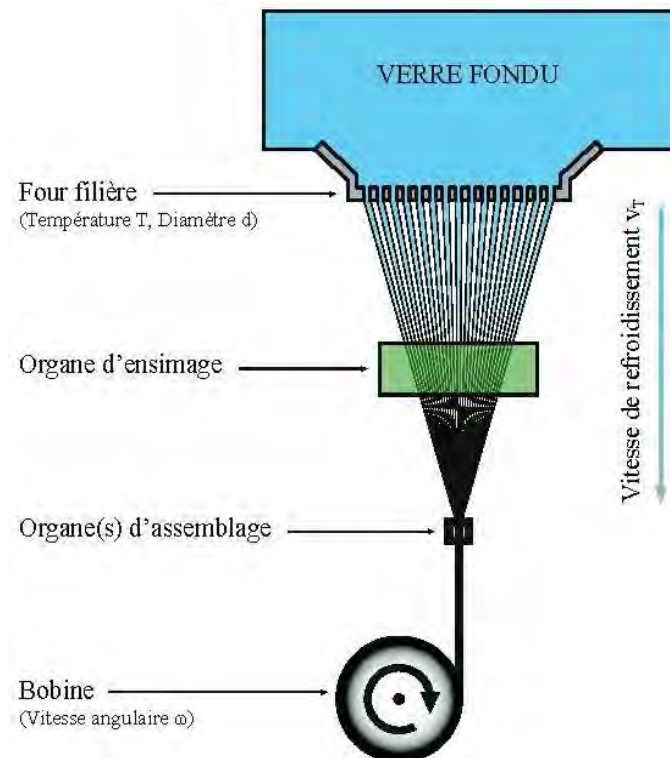


Fig. 1.2 Procédé de filage et d'assemblage des mèches de fibres en verre [CHA11b]

La Fig. 1.2 illustre le procédé de fabrication des fibres par filage. Dans ce procédé, le diamètre de filament obtenu dépend principalement de la géométrie de la filière, de la vitesse de filage et de la vitesse de refroidissement.

### Fibres de carbone :

Les fibres de carbone ont des résistances très élevées. Les pièces en composite à base de tissus en fibre de carbone peuvent atteindre la résistance et la rigidité élevée avec un gain de masse significatif grâce aux rapports poids / résistance.

Elles ont aussi une excellente tenue à la fatigue et la résistance chimique, ces caractères font qu'elles sont largement utilisées dans l'industrie aéronautique :

Bien qu'elles soient initialement plus coûteuses à produire que les pièces métalliques traditionnelles, les composants en CFRP peuvent faire économiser sur les coûts de maintenance futurs. Par exemple, un A350 XWB, nécessite moins de 50% de tâches de maintenance de la structure. [Donnée Publique de Airbus].

Les fibres de carbone sont fabriquées principalement par deux manières :

- a. à partir de fibres de polyacronitrile (dite PAN-based). La voie la plus courante grâce aux bonnes propriétés mécaniques obtenues tout en ayant un coût de fabrication modéré.
- b. à partir de fibres de brai produites par filage de résidus de pétrole ou de houille (dite pitch-based).

Généralement, les fibres de carbone sont fabriquées par pyrolyse contrôlée de fibres précurseurs stabilisées, les fibres précurseurs sont d'abord stabilisées à environ 200-400 °C dans l'air par un processus d'oxydation ; Les fibres stabilisées infusibles sont ensuite soumises à un traitement à haute température à environ 1000 °C dans une atmosphère inerte pour éliminer l'hydrogène, l'oxygène, l'azote et d'autres éléments non carbonés ; Les fibres carbonisées peuvent être graphitées à une température encore plus élevée jusqu'à environ 3000 °C pour obtenir une teneur en carbone plus élevée et un module de Young plus élevé dans le sens des fibres. [HUA09]

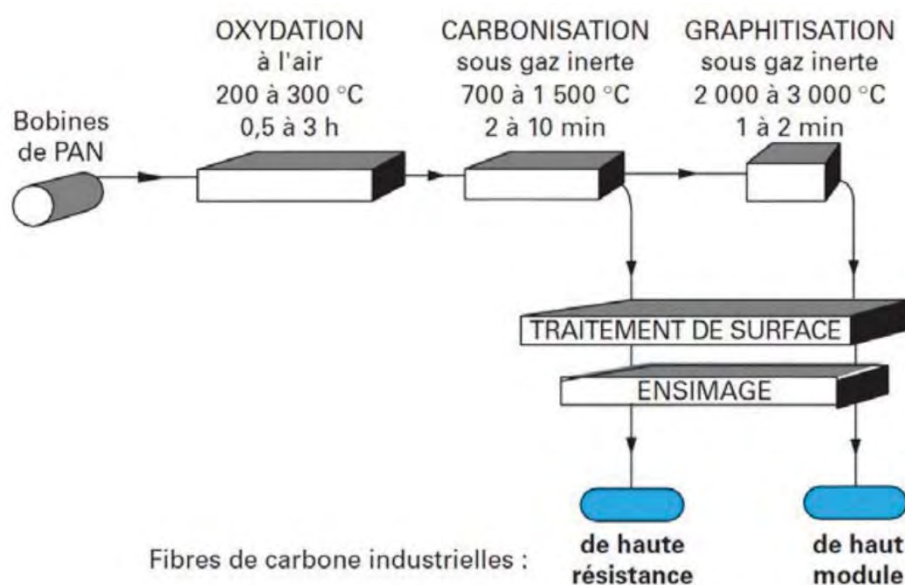


Fig. 1.3 Procédé de fabrication des fibres (PAN-based) [DUP08]

Les fibres sont souvent classifiées par le module de tension, il peut varier entre 33MSI et 85MSI. Chaque série de fibres correspond avec différents domaines d'application. Par exemple, les fibres de carbone à module standard peuvent être utilisées pour l'équipement sportif. Les fibres avec le module intermédiaire, par exemple, T800 de Toray®. Elle est la fibre de carbone qui a obtenu la certification de la FAA pour les composants de vol du Boeing 777 [TORAY].

### 1.2.2 Mèche

Les mèches sont obtenues par l'assemblage des fibres dont le diamètre nominal est généralement entre 5 et 24 microns, chaque mèche est composée de  $NK$  fibres, par exemple, 1000 fibres (1K). Et ils peuvent comporter entre 1K et 48K des fibres. Les différents traitements peuvent être appliqués afin d'obtenir des nouvelles propriétés de mèche.

- Le moulinage ou le retordage permet d'apporter une torsion aux fils continus afin d'améliorer leurs caractéristiques mécaniques et diminuer leur section et/ou assembler par torsion plusieurs fibres ;
- La texturation permet de donner au fils de l'élasticité et du gonflant ;

- Le guipage consiste à assembler un fil en âme avec un fil enroulé autour que l'on appelle enrobant. Cette technique est utilisée essentiellement avec les fils élastiques dans le cas des applications traditionnelles (par exemple bas et collant).

### 1.2.3 Renfort

Ce sont les mèches qui constituent le renfort par tissage. Les tissages peuvent être 2D, 2.5D, ou 3D. Les premiers correspondent à un entrecroisement de mèches selon deux directions perpendiculaires (orthogonales), la chaîne et la trame. Le nom de différents types de tissage se nomme armure du renfort.



Fig. 1.4. Machine de tissage pour fibre carbone [AIRBUS]

Pour le tissage 2D, on trouve classiquement 3 types de armures :

- La toile ou taffetas : l'armure la plus simple : chaque fil de chaîne passe alternativement au-dessus et en dessous de chaque fil de trame (Fig. 1.5a).
- Le sergé ( $M \times N$ ) : chaque mèche de trame passe au-dessus de  $M$  puis en dessous de  $N$  mèches de chaîne. (Exemple  $2 \times 2$  est montré Fig. 1.5b)
- Le satin : les points de croisement de la chaîne et de la trame sont disséminés de façon à atténuer l'effet de diagonale présent sur le sergé. Le fil de trame passe au-dessus de  $N$  fils de chaîne puis en dessous d'un fil de chaîne (Fig. 1.5c).

Si les mèches utilisées dans les directions chaîne et trame sont identiques, c'est marqué comme un renfort équilibre.

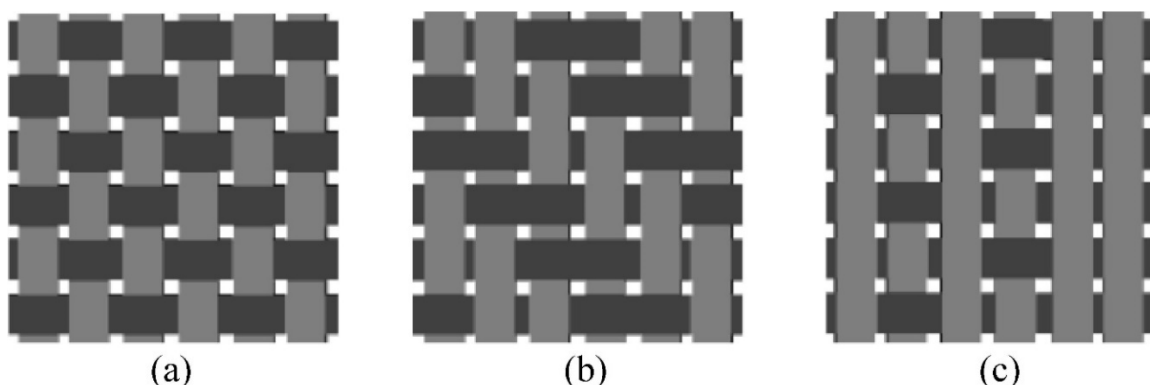


Fig. 1.5. Les différents types de tissage 2D (a) Taffetas (b) Sergé  $2 \times 2$  (c) Satin

Pour le cas 3D, une troisième direction de mèche est ajoutée dans l'épaisseur du renfort. Pour les tissages 2.5D qui se situent entre des renforts 2D et 3D. Des mèches de chaînes vont alors chercher dans les couches supérieures et inférieures de mèches de trame afin de connecter ensemble les couches donc les renforts épais sont possibles. Ça permet d'optimiser les caractéristiques mécaniques, par exemple, le délaminage entre des couches indépendantes.

La Fig. 1.6 montre les différents types de structure :

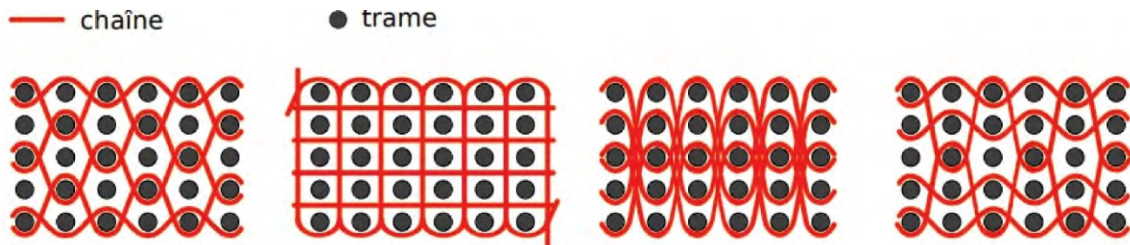


Fig. 1.6. Armures des renforts 3D [GU02]

Il sera utilisé dans cette thèse le G1151<sup>®</sup> qui est tissé en 2.5D (Interlock). (Fig. 1.7)

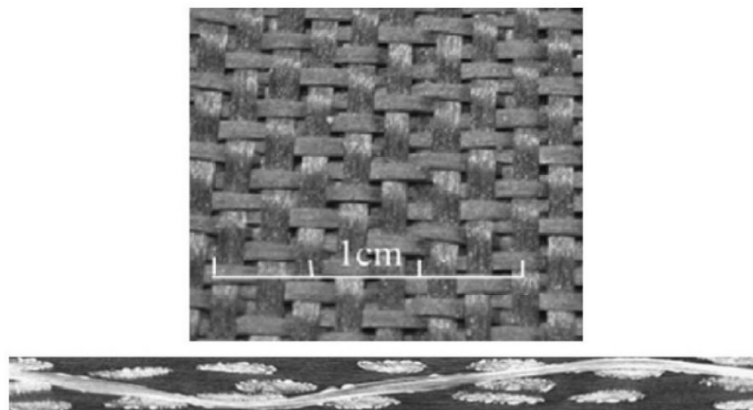


Fig. 1.7. Renfort carbone G1151<sup>®</sup>

A part du renfort tissé, les renforts NCF sont également avec grand intérêt pour l'industrie. Il est constitué de l'empilement de couches UD et lié entre eux par un fil cousu. NCF est pour objectif d'améliorer les méthodes de tissage et la connexion des couches de renforts composites donc afin d'améliorer les propriétés des matériaux [LOM02] [WAN02] et réduire le coût de production [BEL12].

## 1.2.4 Matrice organique

Le rôle de la matrice est de connecter les fibres ensemble dans un réseau ordonné et de les protéger de l'environnement. D'ailleurs, elle donne également aux composites une ténacité, une tolérance aux dommages et une résistance aux chocs. Les matrices organiques sont des matrices polymères classées principalement dans deux catégories : thermodurcissables et thermoplastiques.

Les CFRP thermodurcissables sont actuellement souvent utilisées dans l'industrie aéronautique, en même temps les thermoplastiques gagnent en popularité en raison de leur recyclabilité.

### *Thermodurcissables :*

Avant le traitement thermique, la résine se trouve sous forme liquide ou pâteux soluble à température ambiante, ce qui favorise sa manipulation et son imprégnation des fibres. Après le



cycle de durcissement, la résine devient solide irréversiblement. Par conséquent, les composites thermodurcissables sont formés qu'une unique fois.

### ***Thermoplastiques :***

Une différence clé entre les matériaux thermodurcissables et thermoplastiques est ce qui se passe pendant le processus de durcissement. Lorsqu'il est durci dans l'autoclave, le matériau thermodurcissable subit une réaction chimique qui change de façon permanente sa composition, le processus de transformation est réversible. Cependant, une pièce thermoplastique peut être refondue tout en conservant sa composition.

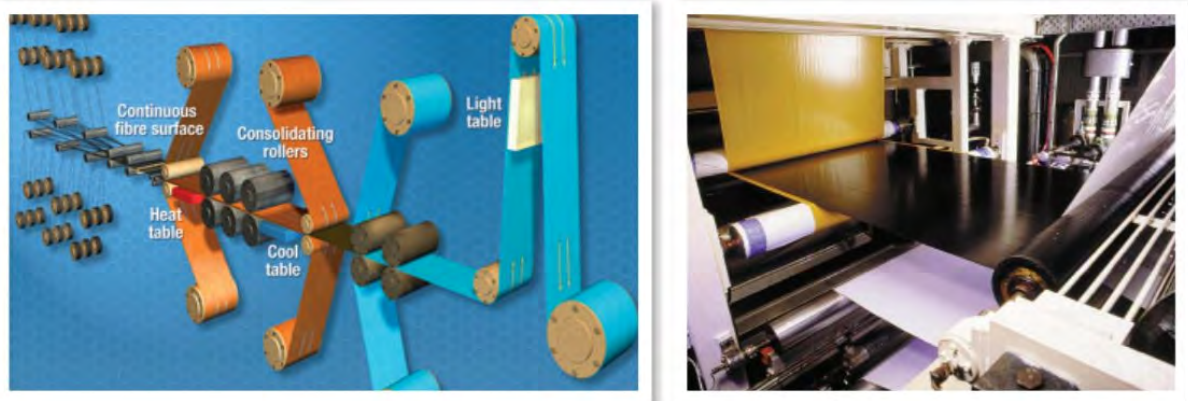
Ça donne l'attraction pour l'industrie, par exemple, ils produisent nombreux de déchets composites chaque année, mais déchets thermodurcissables ne sont plus utilisables.

### **1.2.5 Préimprégnés**

La combinaison d'un renfort et d'une matrice avant la mise en forme nous donne un préimprégné ou prepregs. Celui-ci est directement prêt à être utilisé dans le processus de fabrication. Deux types de matrice peuvent être utilisés, la différence principale entre les préimprégnés thermodurcissables et les préimprégnés thermoplastiques est que les Préimprégnés thermoplastiques sont stables à température ambiante et n'ont généralement pas de durée de conservation.

Les prepregs sont utilisés dans l'industrie car facilement manipulable.

Le processus de fabrication est montré dans l'image au-dessous, dans lequel toutes les couches sont passées entre deux rouleaux pendant toute la phase de chauffage et de refroidissement. Il existe également d'autres préimprégnés qui ne sont pas pré-consolidés mais en poudre.



*Fig. 1.8. Fabrication de Prepregs [HEXCEL b]*

## **1.3 Mise en forme des renforts tissés**

### **1.3.1 Introduction générale de processus et modèle numérique**

Les procédés de fabrication des matériaux composites sont nombreux. Depuis des procédés essentiellement manuels, les techniques n'ont cessé d'évoluer pour répondre à l'utilisation croissante de ces matériaux. En fonction de la qualité, des propriétés, de la quantité et du coût du produit, une méthode de traitement appropriée peut être sélectionnée.

Les opérations de formage décrites dans la suite sont basées sur le principe du moulage qui permet l'obtention des structures à géométrie non développable. les procédés de LCM (Liquid Composite Moulding) permettent de mettre en forme les renforts avec matrice injectée.

### 1.3.1.1 L'infusion sous vide

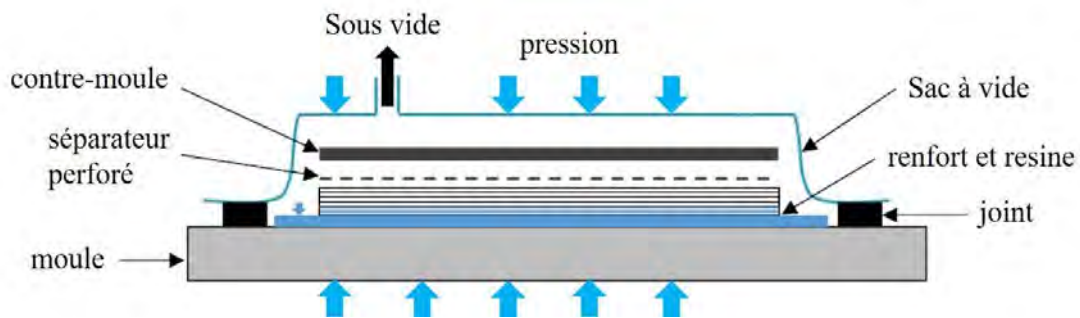


Fig. 1.9. Schéma de l'infusion sous vide

Les renforts secs sont placés entre un moule et une membrane fermée, en faisant le vide dans cette zone, la membrane va compresser le renfort contre le moule. Ce processus est plus facile à mettre en œuvre que le RTM mais il a quelques inconvénients. Par exemple, le contrôle de la géométrie (épaisseur) est difficile, et la membrane flexible conduit au taux volumique de fibre dépend beaucoup de paramètre de la compression sous-vide.

### 1.3.1.2 Resin transfer moulding (RTM)

Parmi les procédés LCM, le RTM (Resin Transfer Moulding, [POT99]) sont les plus utilisés. La première étape est la mise en forme (emboutissage) de renfort sec. L'avantage de ce procédé est de disposer de deux parties rigides qui vont permettre de mieux contrôler la compression du renfort pendant la mise en forme et donc la géométrie finale. Dès l'obtention de la préforme, l'injection de résine est alors faite. La pression force l'écoulement de la résine à diffuser dans tout l'espace à l'intérieur de la cavité. Finalement, lorsque la résine est consolidée, le moule est ouvert et la pièce est démoulée.

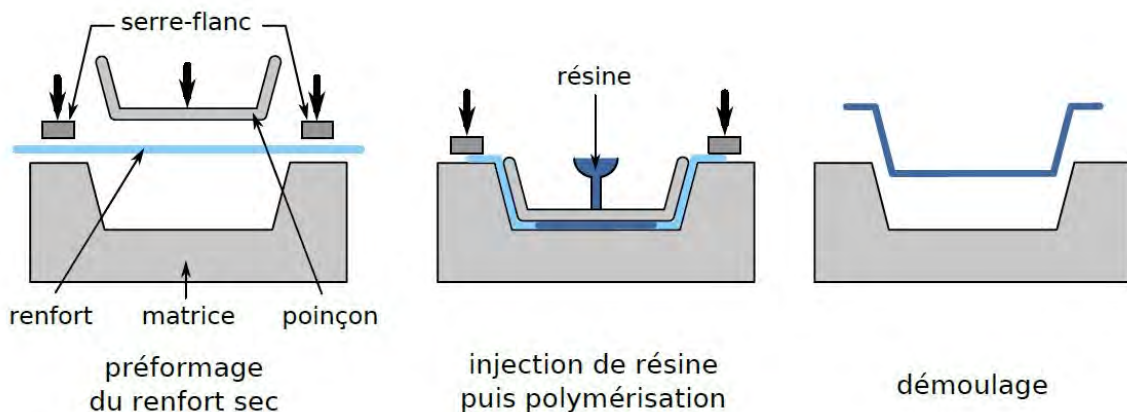


Fig. 1.10. Procédé de RTM [MAT14]

Cependant, malgré son utilisation dans l'industrie, ce procédé n'est pas totalement contrôlé pour des formes complexes. Les procédés de fabrication pour obtenir ces matériaux sont complexes et l'obtention d'une pièce composite sans défaut est un défi difficile. Par conséquent ces éléments conduisent aujourd'hui beaucoup de chercheur et industriels à porter un grand intérêt au développement et à la recherche associée au procédé RTM.



---

Considérant que la recherche par méthodes expérimentales basées sur les essais et les erreurs du procédé peut être coûteuse et longue, il est nécessaire d'utiliser des modèles numériques de la mise en forme qui permet d'optimiser le procédé en optimisant les paramètres de fabrication au moyen de simulation et de fabrication virtuelle.

### 1.3.1.3 Etat de l'art sur la modélisation de RTM

La modélisation et la simulation numérique du procédé de mise en forme sont deux étapes importantes pour prévoir la faisabilité des différentes géométries, et également pour optimiser le procédé. Comme mentionné précédemment, la qualité des pièces obtenues dépend grandement des réglages des paramètres qui contrôlent les opérations de formage.

Généralement, les phénomènes physiques associés au procédé RTM se basent sur la résolution de problèmes de mécanique des solides, de mécanique des fluides et de transferts thermiques. Avec ces domaines différents, une bonne modélisation peut prédire les caractéristiques géométriques et mécaniques susceptibles d'apparaître au cours de la mise en forme, par exemple :

- Les positions de mèches et direction de fibre après la déformation ;
- L'apparition de défauts : Plissement, flambage locale de fibre, rupture de fibre, zone sans résine ou sans fibre ;
- L'écoulement de résine.

Dans les sections suivantes, nous allons faire une synthèse des différents modèles mécanique lors de la première phase de RTM (avant l'injection de résine).

Les caractéristiques géométrique et mécanique du renfort ne sont pas tous définis à la même échelle. Par conséquent, la modélisation est séparée principalement en trois échelles (Fig. 1.11).

- L'échelle microscopique : Des fibres et leurs interactions sont étudiées ;
- L'échelle mésoscopique : Le comportement des mèches est étudié ;
- L'échelle macroscopique : La déformation globale de la structure est modélisée. Cette échelle est capable de simuler efficacement le plissement, la délamination, et le glissement des mèches.

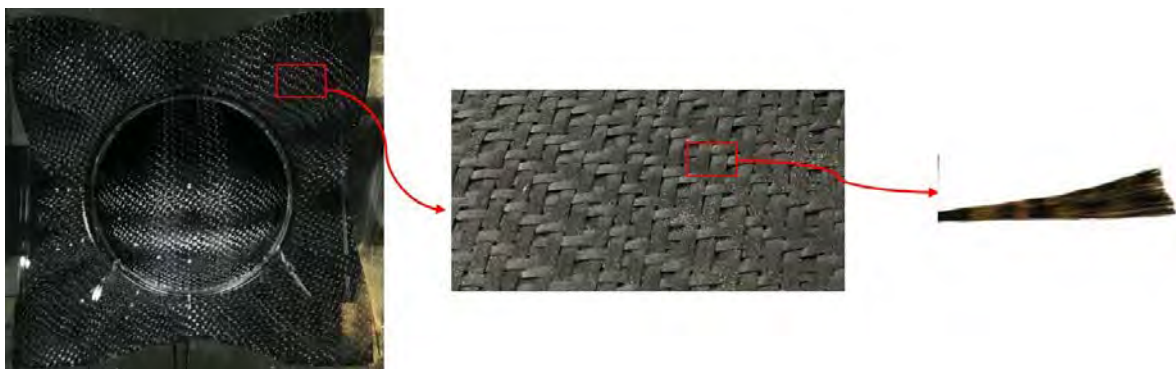


Fig. 1.11. Définition de différente échelle

## 1.3.2 Modèle en microscopique

Dans l'approche microscopique, le composant à modéliser est la fibre. L'objectif est de modéliser le comportement des fibres et de leurs interactions. Les fibres peuvent être considérées continues, et ils sont généralement modélisés par des éléments solides 3D ou

---

poutres. Le défi est le très grand nombre de contact entre fibres qui donnent souvent les problèmes numériques. Il existe de plusieurs études à cette échelle, on citera la modélisation du tissage développée par Zhou [ZHO04] et Durville [DUR10].

Dans le travail de Durville, les fibres constituant la structure tissée sont considérées comme de poutres 3D, et l'interaction contact-frottement entre les fibres est prise en compte. Il a aussi appliqué cette modélisation à des 3D interlocks [DUR18].

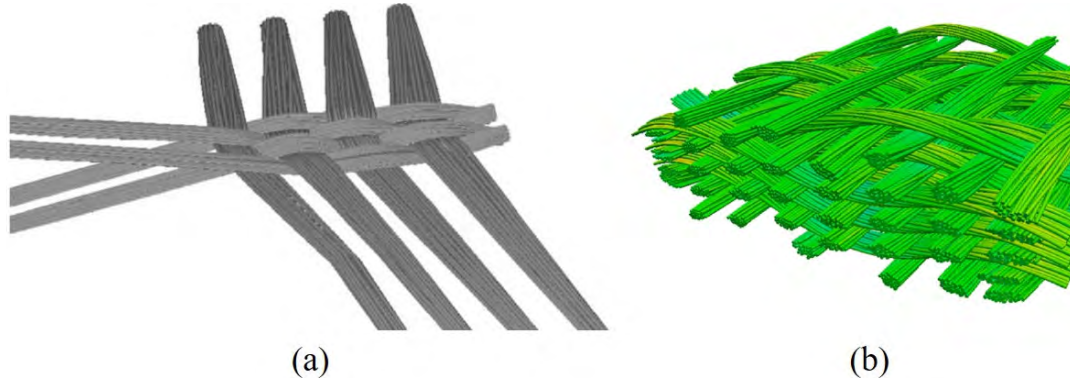


Fig. 1.12. Modèle en microscopie (a) Zhou [ZHO04] (b) Durville [DUR18]

La limite principale d'utilisation de ce type d'approche est le temps de calcul parce qu'il y a un grand nombre de fibres à modéliser. Pour cette raison, des groupes de fibres sont modélisés dans une mèche, réduisant le nombre de fibres virtuelles à quelques dizaines au lieu des milliers de fibres réelles. Dans le cas d'une structure de grande dimension, cette approche n'est pas envisageable.

### 1.3.3 Modèle en mésoscopique

Les modèles à l'échelle mésoscopique s'intéressent au comportement d'une maille élémentaire du renfort, la mèche est considérée comme un milieu continu. La simulation s'appuie alors sur une connaissance du comportement des mèches. Cela permet d'en déduire un comportement plus global à l'échelle macroscopique, et aussi la perméabilité locale du renfort en fonction de la déformation de la maille élémentaire.

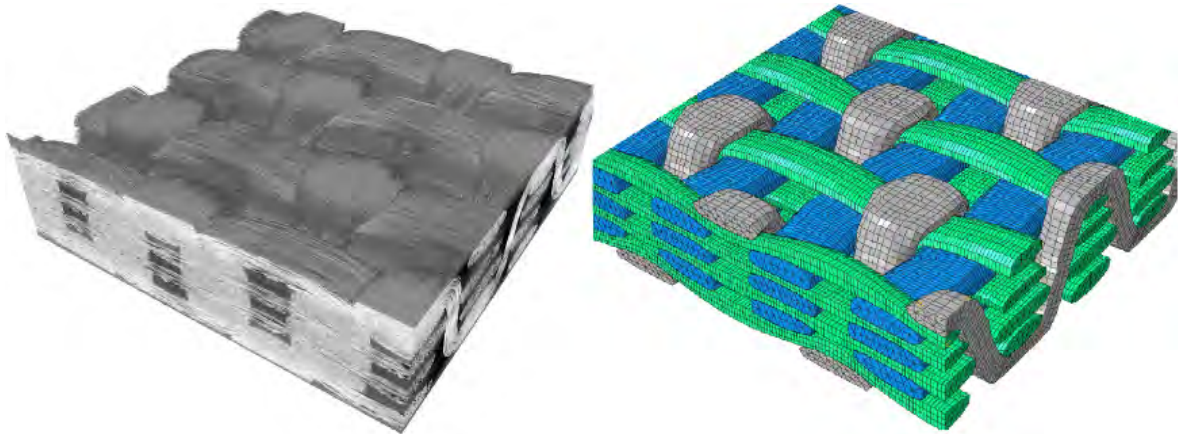
De nombreuses approches ont été développées (Deux types principaux : les approches analytiques et les modélisations par élément finis) et s'intéressent principalement aux trois aspects : la description de la modélisation géométrique, les conditions aux limites à appliquer et la loi de comportement de la mèche à définir.

Les approches analytiques fournissent des résultats cohérents dans la détermination du comportement mécanique des mèches en tension, mais sont plus limitées dans des applications plus complexes, par exemple, le cisaillement, contact, etc.

De nombreux modèles EF ont été développés afin d'obtenir la géométrie finale. On citera les modèles associés aux logiciels *WiseTex* développé à la KU Leuven [LOM00] [LOM05]. L'algorithme de simulation utilise le principe d'énergie minimale, calculant l'équilibre des interactions de fil, les différentes caractérisations mécaniques sont prises en compte : la tension, la flexion, la torsion, la compression des mèches et les contacts. Le logiciel est composé d'une série de modèles développés par les différents groupes.

---

Souvent, pour caractériser une petite partie de renfort, la tomographie est une des méthodes pour accéder expérimentalement à la géométrie d'une maille élémentaire, un exemple est montré [NAO14] [NAO15].



*Fig. 1.13. Modélisation d'un interlock (comparaison entre tomographie et modèle numérique). [NAO15]*

Une fois le modèle est discrétisé, la loi de comportement doit être assigné aux mèches. Pour cela on peut utiliser soit un modèle hypo-élastique [BAD08] ou soit hyper-élastique [CHA11] pour décrire ce comportement.

Néanmoins, il n'est pas envisageable de modéliser l'emboutissage pour la pièce de renfort complet à l'échelle mésoscopique spécialement quand la dimension est grande et que la géométrie est complexe. Afin d'appliquer méthode mésoscopique en diminuant le cout de calcul, [GAT13] a proposé le modèle coque avec degré de liberté réduit pour cellule unitaire.

### **1.3.4 Modèle en macroscopique**

La simulation à l'échelle macroscopique a pour objectif de simuler la mise en forme de renfort tissé à l'échelle de la pièce entière. En même temps, les caractérisations des renforts de composite sont hétérogènes, l'identification de ces paramètres se fait à une échelle plus petite, et une homogénéisation est faite à partir des données expérimentales.

Avec les bonnes lois de comportement et la discrétisation de renfort, nous arrivons à l'objectif final : l'étude de la mise en forme du renfort tissé. Elle concerne : la caractérisation de la déformation globale du tissu, l'étude de la formabilité de la pièce composite tissée, qui est visée à prédire l'apparition de défauts macroscopiques par exemple les plissements et les glissements entre les mèches ou les couches.

Deux types de modèle sont proposés : l'approche géométrique et l'approche mécanique. L'approche géométrique (cinématique) est basée sur des simplifications : l'inextensibilité des fibres ; sans rigidité de cisaillement, sans déformation spécifique pour renfort tissé. Dans ce cas avec l'absence de différent mode de déformation pour renfort tissé, les résultats identiques seront présentés pour le même procédé d'emboutissage bien que les matériaux utilisés soient différents.

Au sein de l'approche mécanique, il existe trois types d'approche : discrète, semi-discrète et continue.

Le model discrète considère chaque composant individuel du matériel, le modèle est un assemblage discontinu d'EF. Le renfort est modélisé par des nœuds reliés entre eux par des



barres, coque, et ressorts ayant pour but de modéliser la réponse en élongation, cisaillement, torsion et flexion. Cette méthode peut simuler le plissement, défaillance de renfort. Deux exemples sont montrés dans [BOU07] [JAU10].

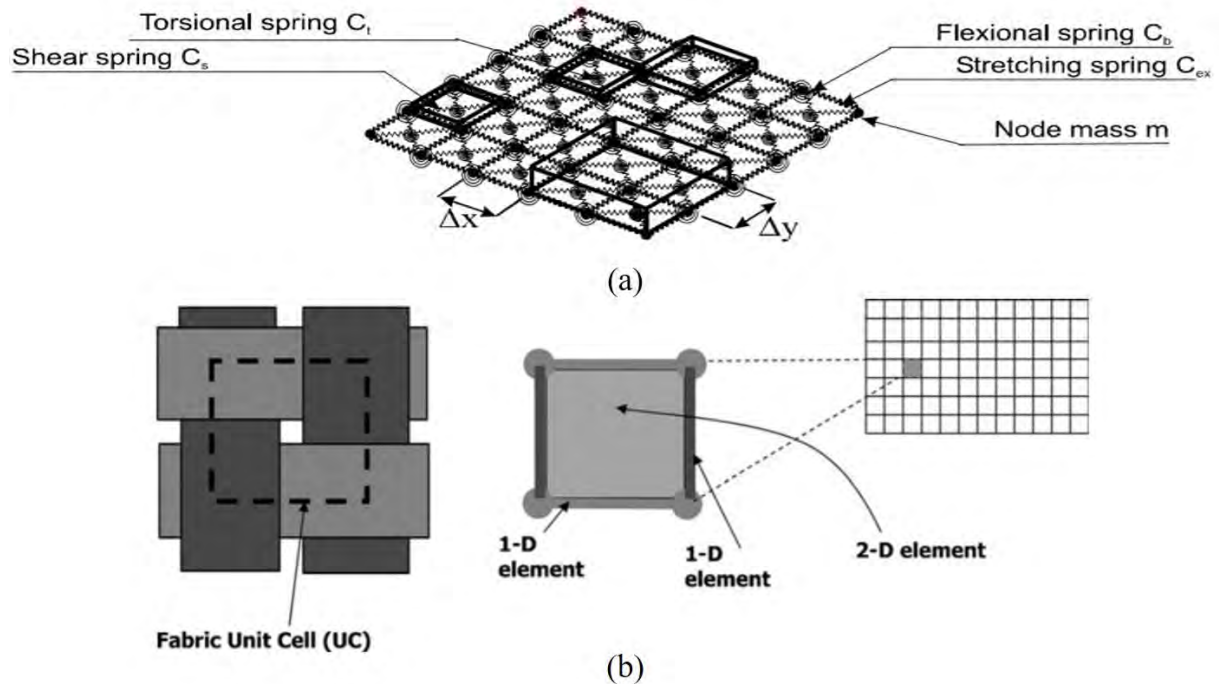


Fig. 1.14. Modélisation discrète (a) [BOU07] (b) [JAU10]

Le model continu est basé sur la mécanique des milieux continus et considère le renfort comme un continuum anisotrope. Le milieu est généralement discrétisé par éléments de coque ou de membrane ou par des éléments volumiques pour les tissus épais 3D et interlocks. Le choix de la loi de comportement est nécessaire. Les modèles Hypo-élastiques [KHA10] [PEN05 et 11] ou hyper-élastique [CHA12] ont donné des résultats satisfaisants. Pour la simulation d'emboutissage de préimprégnés, les bons résultats sont présentés dans [GUZ15 et 16].

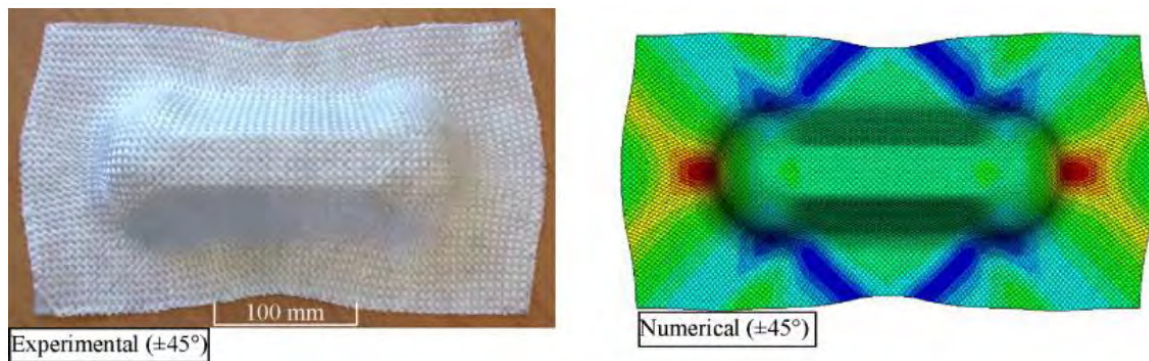


Fig. 1.15. Résultat expérimentale et numérique d'un emboutissage (double dôme) [KHA10]

L'approche semi-discrète combine les deux approches. Un élément fini spécifique est construit selon le comportement de la cellule élémentaire mésoscopique, le composite textile est vu alors comme un ensemble d'un nombre d'unités cellules discrètes tissées [BOI97] soumises à des charges membranaires [BOI06] [ZOU06] et de la flexion [HAM09]. L'utilisation de cette approche est étendue à NCF par [BEL12]. Et [LUY09] a déployé cette approche pour des renforts épais 3D.

### 1.3.5 Modélisation en multi-échelle

Les simulations à chaque échelle ont des avantages, mais également des inconvénients. Les résultats les plus aboutis de la simulation de mise en forme sont obtenus à l'échelle macroscopique. Cependant, il y a une perte d'information concernant la déformation des mèches et le déplacement relatif entre eux. Par conséquent, afin de balancer le temps de calcul et la précision de prédiction du mécanisme du renfort et de la mèche, quelques approches multi-échelle sont proposées [IWA19] [WAN20].

### 1.3.6 Mise en forme des renforts épais

Après l'introduction de modélisation à partir de différentes échelles, nous nous concentrons sur la modélisation de renfort épais. Il y a deux types de renfort nous intéresse, le premier est un renfort interlock 3D. Les mèches du renfort sont tissées en 3D (direction d'épaisseur incluse), ce type de matériaux est souvent utilisé dans le domaine aéronautique. La grande épaisseur demande la bonne caractérisation de déformation dans l'épaisseur, [CHA12] et [MAT15] ont proposé le modèle hyper-élastique basé sur un élément solide en utilisant différente méthode afin de prendre en compte la rigidité de flexion. Ce modèle a permis de simuler l'emboutissage et la flexion trois points d'un renfort 3D interlock et souligne l'influence du comportement en flexion sur la géométrie déformée à l'état finale.

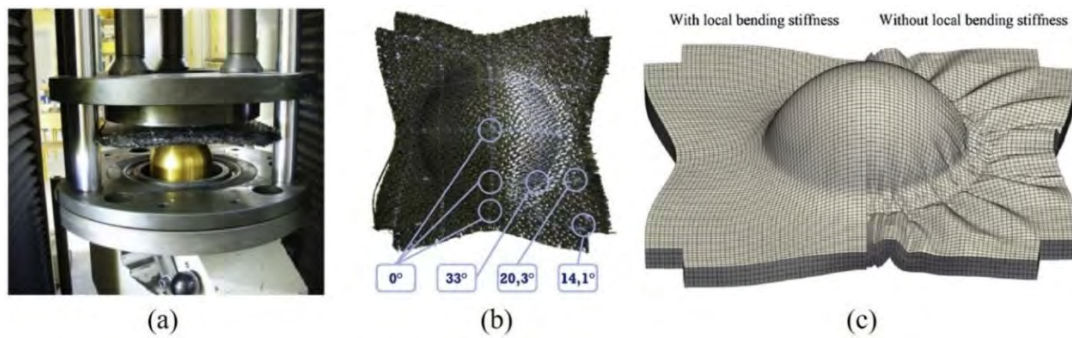


Fig. 1.16. L'emboutissage d'interlock et simulation [MAT15]

Nous nous intéressons également aux renforts multicouches, composés d'un empilement de plis. Ces plis peuvent présenter des orientations de fibres identiques ou différentes. Des études sont faites sur le mécanisme de renfort multicouche. [DE98] [SAD08] [VAN09] [VAN10] se concentrent sur l'effet du frottement entre les couches et sur l'influence de différentes orientations sur la forme déformée et sur la formation de plissement.

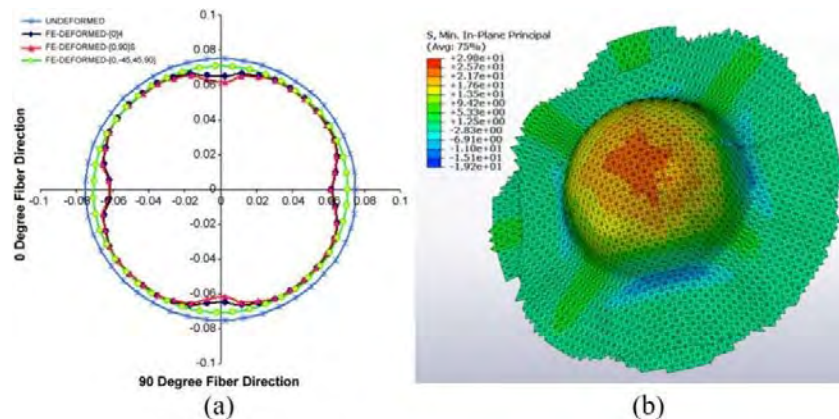


Fig. 1.17. (a) Contour expérimentale de différentes couches [SAD08] (b) Simulation de deux couches orientée différent [VAN10]

Toutes ces études montrent que la déformation spécifique est liée aux glissements possibles entre les couches. Une étude expérimentale plus approfondie est proposée dans [ALL15]. Ce travail expérimental a déterminé l'effet du frottement entre les plis sur l'apparition de défauts lors de la mise en forme de composite multicouche. Il existe plusieurs modèles pour décrire ce type de renfort multicouche : [THI09] propose un élément membrane, [HAA14] [ALS17] proposent une méthode qui combine un élément membrane et un élément coque. Sachant que l'orientation de fibre a de l'influence sur plissement, [GUZ19] a étudié l'influence du frottement sur l'apparition de plissement par expérience et aussi son influence sur le 'draw-in' de chaque couche. L'augmentation de pression sur un serre-flanc n'est plus la méthode parfaite pour réduire le plissement dû au frottement entre les couches. [WAN13] a utilisé un élément semi-discrète considérant le contact et la conduction thermique entre les couches pour simuler du thermoformage.

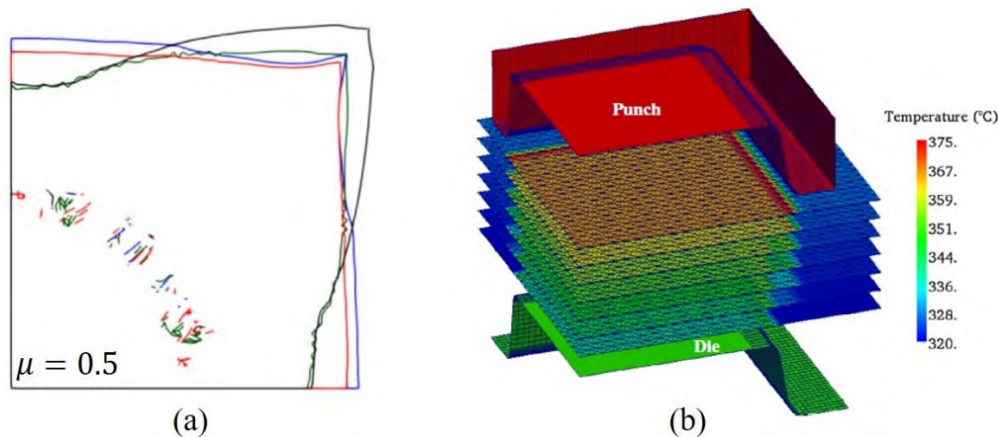


Fig. 1.18. (a) Contour de simulation avec coefficient de frottement 0.5 [GUZ19] (b) Distribution de température dans chaque pli [WAN13]

La majorité des modèles considère chaque couche de renfort comme une couche d'éléments finis où le contact entre les couches est pris en compte. Ces modèles sont performants pour un empilement avec le nombre de plis limité mais l'augmentation du nombre de plis pénalise les temps de calcul.

En finale, nous allons présenter des méthodes expérimentales avancées pour étudier les structures épaisses. La plus utilisée consiste à la prise et au traitement d'images de la surface du renfort, des marqueurs sont dessinées sur les plis inférieures ou supérieures. Cette méthode se limite à l'analyse de la déformation pour les plis intérieurs. Par exemple le champ de cisaillement dans le plan est impossible d'être mesuré et il est aussi difficile à prédire la rupture de fibre pour les plis internes. Dans les littératures, d'autres méthodes sont également utilisées, par exemple le tomographie (CT) [LEU16] et le balayage par courants de Foucault [BAR16] [BAR18] (Fig. 1.19). Le méthode CT permet de suivre les déformations de fibre internes à la structure du renforts multicouches donc le cisaillement transverse ou la délamination entre fibres peuvent être analysées. L'utilisation du courant Foucault aide à déterminer les trajectoires des fibres individuelles et les reconstruire sur la surface du tissu 3D, donc l'angle de cisaillement dans le plan et la courbure de fibre peuvent être visualisés directement.



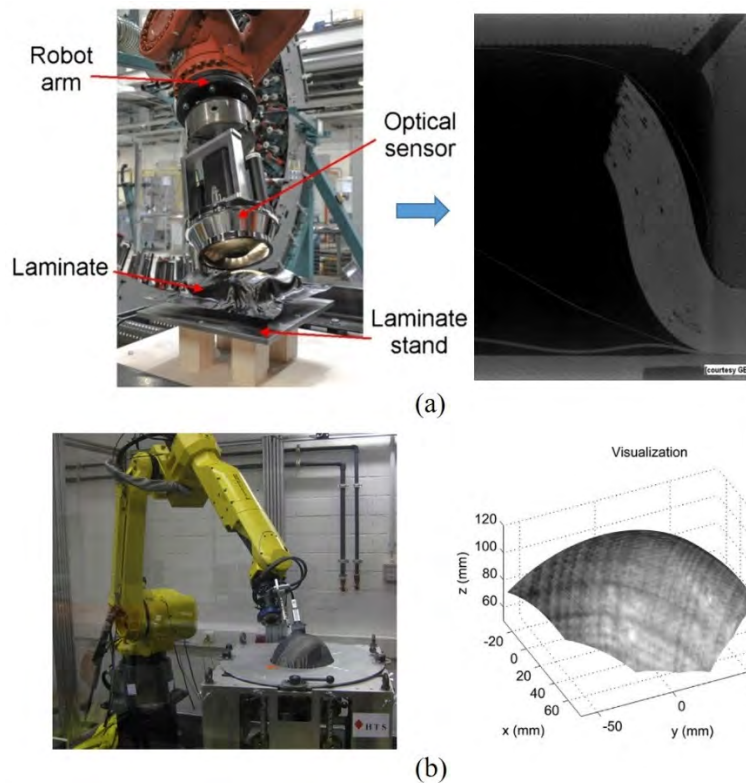


Fig. 1.19. (a) Mesure de la direction des fibres (Optical sensor of PROFACTOR GmbH) [LEU16] (b) Visualisation des données de balayage par courants de Foucault [BAR16]

Dans ce travail, afin d’observer le glissement entre les couches pendant la flexion et la mise en forme, nous avons optimisé la mise en place des dispositifs. Par la suite, on peut tracer le déplacement de marqueur sur la surface inférieure et supérieure de l’empilement.

## 1.4 Bilan de Chapitre 1

Les renforts textiles composites ont été présentés du point de vue de leurs composants aux différentes échelles : de la fibre, à la mèche jusqu’au renfort. L’utilisation des composites présente un intérêt pour des applications qui nécessitent un rapport performance–masse important. Ces études fondamentales nous ont permis de mieux comprendre les mécanismes de déformation du renfort. Ensuite, les différentes étapes de la mise en forme dans le procédé RTM ont été présentées en détail. L’importance d’appliquer les méthodes numériques est mise en évidence.

Un état de l’art de la simulation de la mise en forme des renforts tissés a été réalisé, présentant les modèles micro-, méso- et macroscopiques existant dans les littératures. Parmi ces approches, certains modèles ont pour objectif de simuler les matériaux épais (multicouches). Plusieurs études expérimentales et modèles développés dans cette perspective ont été introduits. Cependant toutes ces approches utilisent un grand nombre de degrés de liberté.

---

# Chapitre 2 Caractérisation mécanique de matériaux fibreux

Dans ce chapitre, nous allons étudier les comportements de matériaux composites et des méthodes expérimentales pour identifier les différentes lois de comportement correspondantes avec différents modes de déformation (Section 2.1). La section 2.2 montre le comportement mécanique spécifique, qui ne correspond pas avec comportement de matériaux continus issu de la théorie de coque classique. Des différents exemples expérimentaux seront présentés pour mettre en évidence les facteurs à l'origine de ce comportement. La Section 2.3 présente des modèles existants pour matériaux fibreux qu'il s'agisse des approches de membrane ou de coque, ou la combinaison de ces deux méthodes. Les inconvénients associés sont détaillés. La section 2.4 se concentre sur la théorie coque et en particulier les limites de la formulation d'un élément classique de coque dans le cas des renforts fibreux, les facteurs à l'origine de ce problème sont présentés.

## Sommaire :

<b>Chapitre 2 Caractérisation mécanique de matériaux fibreux .....</b>	<b>19</b>
2.1 Les différents modes de déformation .....	20
2.1.1 Comportement en tension .....	20
2.1.2 Comportement en cisaillement dans le plan .....	21
2.1.3 Comportement en compression transverse .....	25
2.1.4 Comportement en cisaillement transverse .....	26
2.1.5 Comportement en flexion .....	27
2.2 Déformation spécifique .....	29
2.2.1 Matériel et protocole expérimentale .....	30
2.2.2 Mécanisme spécifique (Glissement entre couche).....	30
2.3 Discussion sur méthode existant.....	31
2.4 La nécessité d'appliquer un nouvel élément fini de coque.....	32
2.5 Bilan de chapitre 2 .....	35



## 2.1 Les différents modes de déformation

Comme présenté dans le chapitre précédent, les renforts tissés peuvent être étudiés à multi-échelle donc le comportement mécanique peut être analysé dans ces différentes échelles. Nous continuons d'étudier des déformations dans l'échelle macroscopique qui est la condition qu'on va poursuivre dans cette thèse. Lors de la mise en forme, des matériaux fibreux présentent différents modes de déformation : l'élongation dans le sens de mèche, le cisaillement dans le plan, et la flexion hors plan, la compression transverse et le cisaillement transverse.

Avant de continuer la présentation des différents modes, il est nécessaire de définir l'hypothèse importante dans le cas idéal : le point de croisement entre chaîne et trame reste stationnaire dû aux connexions fortes par tissage. C'est le point important pour un modèle numérique de renfort textile basé sur un continuum. Néanmoins, dans le cas réel, le mouvement relatif au croisement de tissu est existant, il est détaillé dans [PAR13]. Il conduit à la modification de la capacité d'absorption d'énergie et la densité de fil du tissu souvent étudiée dans l'échelle mésoscopique.

### 2.1.1 Comportement en tension

Le comportement en tension des fibres est mesuré par l'essai de traction. L'élongation des renforts dans les directions des mèches a été négligée dans la plupart des modèles numériques, parce que les mèches montrent la haute rigidité de tension. Elles subissent un allongement à l'ordre de 1-3% avant la rupture des fibres. Par conséquent, des fibres sont supposées quasi-inextensibles qui est la caractéristique très importante. (Fig. 2.1)

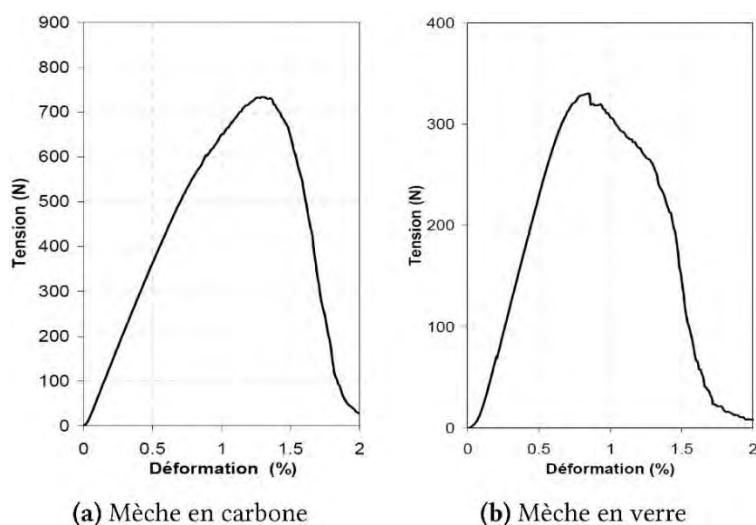


Fig. 2.1. Comportement en tension pour mèche [DUM03]

Concernant des renforts tissés, ils se comportent non linéairement pour des faibles sollicitations uniaxiales, malgré la réponse des mèches unique est linéaire (Fig. 2.2b). La rigidité du renfort tissé est très faible au début de l'essai car l'effort doit simplement réaligner les mèches dans la direction de sollicitation. Dans ce cas où les mèches sont entrelacées et ondulées (embuage), ils tendent à devenir droites avec la disparition de son ondulation sous l'effet des tensions uniaxiale (Fig. 2.2a), c'est la cause à l'origine de cette non-linéarité. Ensuite, la rigidité devient largement grande, et l'inclinaison de courbe pour renfort et mèche sont avec la même valeur.

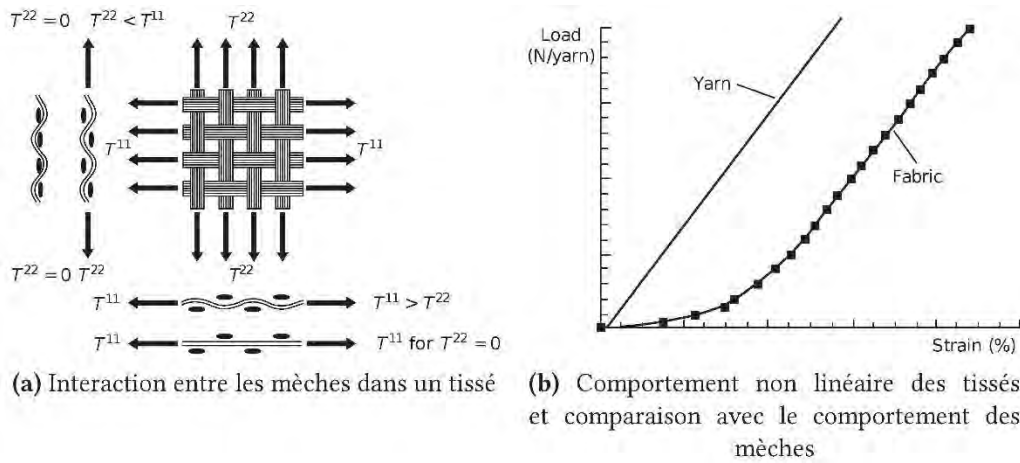


Fig. 2.2. Interaction entre les mèches et comportement non linéaire [BUE01]

Dans le cas extrême (pour  $T_{22} = 0$ ), les mèches parallèles au sens de la tension seront complètement droites, alors que les mèches dans le sens perpendiculaire (qui est sous tension nul avec bord libre) seront fortement ondulées (Fig. 2.2a). Le cas intermédiaire correspond à une sollicitation biaxiale, où les deux réseaux des mèches montreront une diminution de l'embuvage. Cette variation est liée directement aux tensions appliquées dans chaque direction.

On définit le coefficient de traction biaxiale  $k$  par le ratio de déformation dans la direction orthogonale  $\varepsilon_{ortho}$  et celle dans la direction étudiée  $\varepsilon_{étu}$  :

$$k = \frac{\varepsilon_{ortho}}{\varepsilon_{étu}} \quad (2.1)$$

Un coefficient  $k = 1$  signifie une sollicitation identique des deux réseaux, et quand la déformation dans la direction étudiée est deux fois plus faible que celle de l'autre direction, le coefficient devient  $k = 2$ , et de plus  $k = 0$  signifie une sollicitation uniaxiale. La Fig. 2.3a montre le dispositif expérimental de la traction biaxiale et la Fig. 2.3b montre les comportements en variant le coefficients  $k$  [BUE01, KAW73, WIL08].

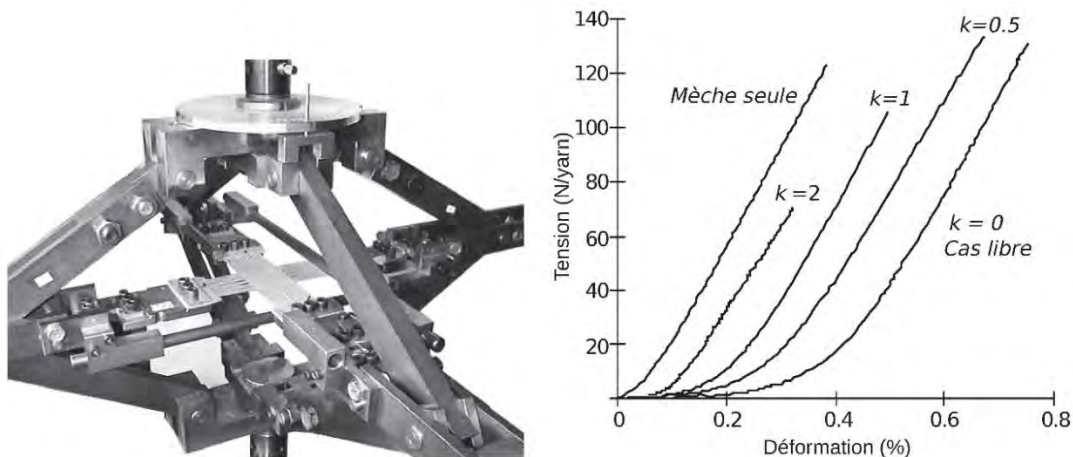


Fig. 2.3. Dispositif expérimentale de traction biaxiale et donnée expérimentale [BUE98]

### 2.1.2 Comportement en cisaillement dans le plan

Le glissement est possible entre deux directions de mèche, donc la rotation entre ces deux mèches autour du point de croisement est possible, elle est nommée par l'angle de cisaillement plan. Dans ce cas, l'hypothèse de non-glissement entre chaîne et trame est faite. Concernant

des matériaux tissés, le cisaillement dans le plan est la déformation principale lors de la mise en forme sur une géométrie non développable [BOI 06, 11].

Le comportement en cisaillement est non linéaire pendant la déformation. Dans la première phase de déformation, seul l'effort de frottement entre les deux mèches s'oppose à la rotation relative, ainsi donc l'angle de cisaillement devient de plus en plus grand. Puis, les mèches vont être contactées et se compresser, ce contact conduit à l'augmentation de frottement. Par conséquent l'effort monte progressivement.

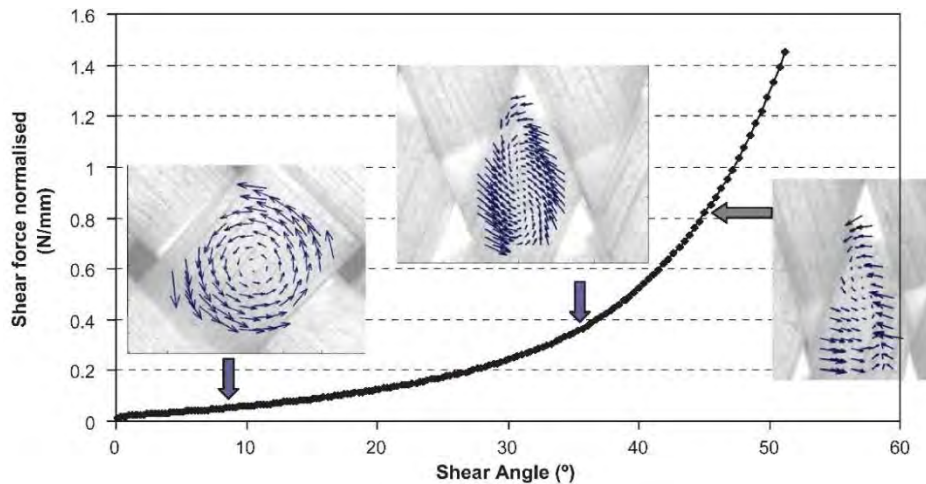


Fig. 2.4. Courbe de cisaillement dans le plan et champ de déplacement [ZOU06]

Finalement, il existe une limite de compaction des mèches, l'angle de cisaillement associé est nommé l'angle de blocage qui correspond avec la valeur d'angle de première phase à deuxième phase. Il n'existe pas une méthode explicite pour calculer cette valeur, car elle dépend directement de la géométrie du renfort, donc la courbe force-angle est souvent mesurée par l'expérience.

La détermination de loi de comportement de cisaillement dans le plan est souvent faite par deux méthodes : Picture Frame test et Bias extension test.

#### **Picture Frame Test (PFT) :**

Le Picture frame test est un test classique. Une éprouvette carrée est placée dans un cadre constitué de quatre barres rigides donc les directions des fibres sont en parallèles aux bords des barres rigides. Un déplacement est ensuite imposé dans la direction diagonale par une machine de traction (Fig. 2.5). Dans le cas idéal, l'éprouvette est soumise à un cisaillement pur qui est constant dans le plan du renfort. Théoriquement, l'angle de cisaillement ne dépend que du déplacement imposé  $d$  et de la géométrie du cadre  $L_c$  (Eq. 2.2).

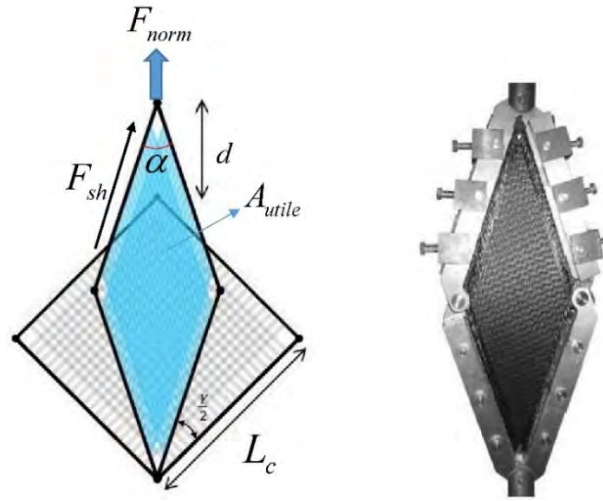


Fig. 2.5. Picture Frame : Cinématique et dispositif expérimentale

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 2 \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{2}L_c + d}{2L_c} \right) \quad (2.2)$$

Afin de déterminer la relation entre moments de cisaillement et angle, et faciliter la comparaison de cette relation entre différents laboratoires, la mesure indépendante de l'équipement est proposée. Le torque  $C$  pour une cellule unitaire est proposé dans la suite.

D'abord, la normalisation de force est calculée par Eq. 2.3 :

$$F_{norm} = \frac{F_c L_c}{A_{utile}^2} \quad (2.3)$$

Où  $F_c$  est la force mesurée par la machine,  $A_{utile}$  est l'aire de la zone utile.

La charge de cisaillement  $F_{sh}$  est donnée par :

$$F_{sh} = \frac{F_{norm}}{2 \cos(\alpha/2)} \quad \text{avec} \quad \alpha = \frac{\pi}{2} - \gamma \quad (2.4)$$

Par conséquent,

$$C = F_{sh} \cos \gamma \quad (2.5)$$

Grâce à la cinématique en cisaillement pur imposé dans l'expérience, le traitement des résultats du test Picture frame est simple. Mais en contraire, le test Picture frame pose également une difficulté. Sachant que la rigidité de cisaillement est petite face à la grande rigidité de tension, donc il doit supposer que la tension sur mèche reste petite lors de l'essai. Mais, c'est difficile de garantir que les fibres sont parallèles aux bords de cadre pendant essai. En réalité, les mèches désalignées vont être tendues au cours de l'essai, en créant des tensions supplémentaires. D'ailleurs, la tension est initialement appliquée sur la mèche quand on fait l'assemblage de dispositif. Toutes ces tensions vont perturber le résultat [LAU08].

**Bias extension test (BET) :** [CAO08] [BOI17]

Le Bias test résout le problème posé par le Picture Frame test, des mèches sont orientées à  $\pm 45^\circ$  par rapport à l'axe de déplacement imposé. Le schéma de la cinématique est montré au-dessous : (Fig. 2.6)

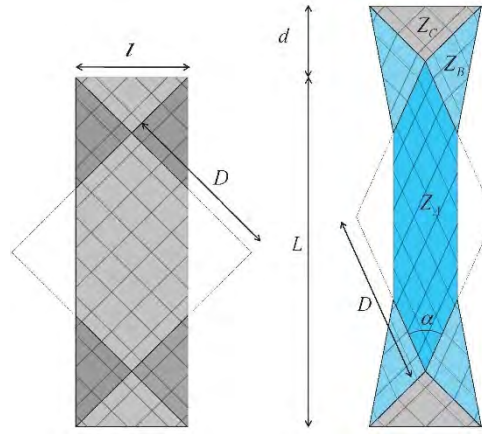


Fig. 2.6. Bias-test : Cinématique [GUZ15]

Où  $L$  est la longueur de l'éprouvette,  $l$  est la largeur, un cas souvent utilisé demande le rapport  $L/l$  est supérieur à deux. Un déplacement  $d$  est imposé dans une extrémité de l'éprouvette. Trois zones se développent :

Zone A : La zone sous cisaillement pur ( $\gamma$ )

Zone B : Les zones demi-cisaillées ( $\frac{\gamma}{2}$ )

Zone C : Les zones avec cisaillement nul aux extrémités de l'éprouvette ( $\gamma = 0$ )

Lorsque l'échantillon est étiré de  $L$  à  $L + d$ , en supposant que fibre est inextensible, l'angle théorique est en fonction du déplacement  $d$  et dépend des paramètres géométriques de l'éprouvette.

$$\gamma(d) = \frac{\pi}{2} - 2 \cos^{-1} \left( \frac{\sqrt{2}}{2} \left( 1 + \frac{d}{L-l} \right) \right) \quad (2.6)$$

Pendant, ce test pose également des inconvénients. D'abord, la mesure de force de machine est globale, mais le champ de cisaillement n'est pas constant. La zone A soit supposée sous cisaillement pur, mais il existe aussi les zones B. Le deuxième problème est le mouvement cinématique des mèches, l'hypothèse 'Non-glissement entre les réseaux chaîne et trame' n'est pas parfaitement satisfait au cours d'essai.

La puissance externe due aux efforts de la machine peut être liée à la puissance interne due aux efforts de cisaillement dans chaque zone donnée par :

$$Fd\dot{d} = \int_{S_A} C(\gamma)\dot{\gamma}dS + \int_{S_B} C\left(\frac{\gamma}{2}\right)\frac{\dot{\gamma}}{2}dS \quad (2.7)$$

Où  $C(\gamma)$  est le couple de la zone cisailée [LUY09], il est calculé à partir de la force de machine, et l'angle de cisaillement au centre de l'éprouvette.

Avec des paramètres géométriques :

$$C(\gamma) = \frac{1}{2L-3l} \left( \left( \frac{L}{l} - 1 \right) F \left( \cos \frac{\gamma}{2} - \sin \frac{\gamma}{2} \right) - lC\left(\frac{\gamma}{2}\right) \right) \quad (2.8)$$

$$C(\gamma) = F_{sh}(\gamma) \cos(\gamma) \quad \text{et} \quad C\left(\frac{\gamma}{2}\right) = F_{sh}\left(\frac{\gamma}{2}\right) \cos\left(\frac{\gamma}{2}\right) \quad (2.9)$$

Où  $F_{sh}$  est la force de cisaillement normalisé.

---

**Remarque :** La résolution de cette équation n'est pas directe et requiert l'application d'une méthode séquentielle.

D'ailleurs, dans certaines littératures, le Bias test est utilisé pour caractériser la loi de comportement en flexion [ALS17] [HAR18]. Il peut produire les plissements hors plan en macroscopique. L'apparition du verrouillage et du plissement, a souvent été expliquée par l'hypothèse de l'existence d'une certaine tension dans les mèches pendant la PFT et BET, et l'étude récente montre le cisaillement intra-mèche joue également un rôle important pour la production du plissement dans ces deux tests [HOS18].

### 2.1.3 Comportement en compression transverse

L'essai de compression transverse permet de caractériser la rigidité de matériau dans l'épaisseur (Fig. 2.7). Cette déformation est importante pour l'injection de résine (RTM) parce que la densité de fibre peut influencer la performance mécanique de renfort et l'écoulement de la résine entre fibres.

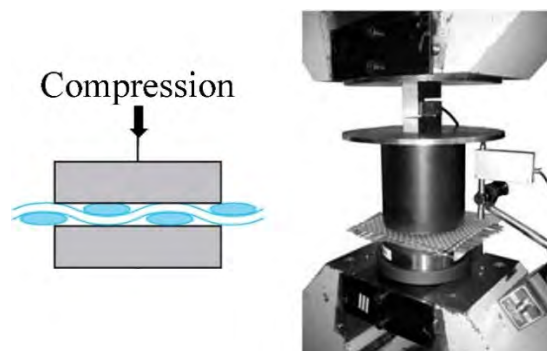


Fig. 2.7. Compression transverse : cinématique et dispositif expérimentale

Le comportement mécanique d'une mèche en compaction transverse est associé au changement d'aire de section (plan perpendiculaire à la direction des fibres). Lorsque la mèche est comprimée, les fibres dans cette mèche se rapprochent et les espaces entre fibres (mèche) sont remplis sous la compaction (Fig. 2.8). Donc la section transverse est modifiée, qui a une influence importante sur la perméabilité locale, et donc sur la qualité d'injection de résine dans l'étape d'injection à la suite de la mise en forme.

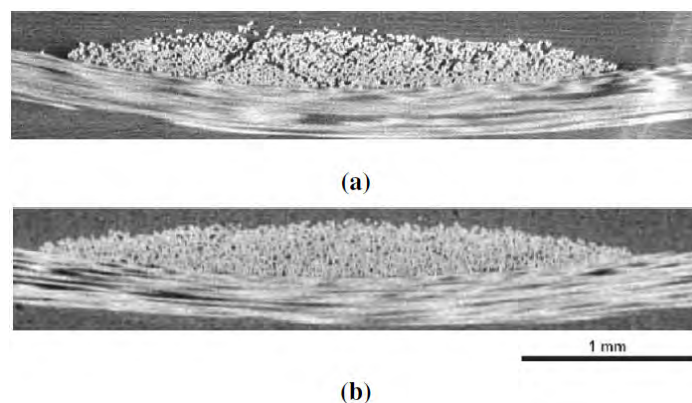


Fig. 2.8. Compaction (a) Section initiale (b) Section sous compaction [BAD08]

Dans le cas de compaction des préformes multicouches, la compressibilité de chaque type de matériau est différente donc chaque couche atteint une fraction volumique de fibre différente.



Et en fonction du changement de nombre de couches, la rigidité de l'empilement sera différente [ROB98].

### 2.1.4 Comportement en cisaillement transverse

Le cisaillement transversal reflète la variation angulaire de la section transverse dans le sens longitudinal. Il est un mode de cisaillement dans la direction des fibres. La Fig. 2.9 montre ce mode de déformation et le dispositif associé. Le dispositif est constitué de deux plaques fixées à chaque côté du renfort et l'effort imposé par la machine est appliqué sur les deux surfaces supérieure et inférieure de l'éprouvette. De plus, l'éprouvette ne peut pas être compacté parce que la distance entre plaques est constante.

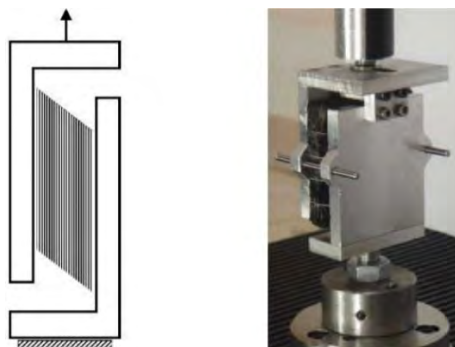


Fig. 2.9. Cisaillement transverse : cinématique et dispositif expérimentale [ORL12]

La Fig. 2.10 montre les résultats expérimentaux présentés dans [CHA12]. Le comportement peut être divisé en deux phases : une première pendant laquelle la rigidité initialement grande diminue significativement, et une seconde pendant laquelle la rigidité est constante. Dans un cas des interlocks 3D, la rigidité associée vient principalement de la structure tissée dans l'épaisseur. Dans un autre cas des matériaux multicouches, le frottement entre fibres est à l'origine de ce comportement.

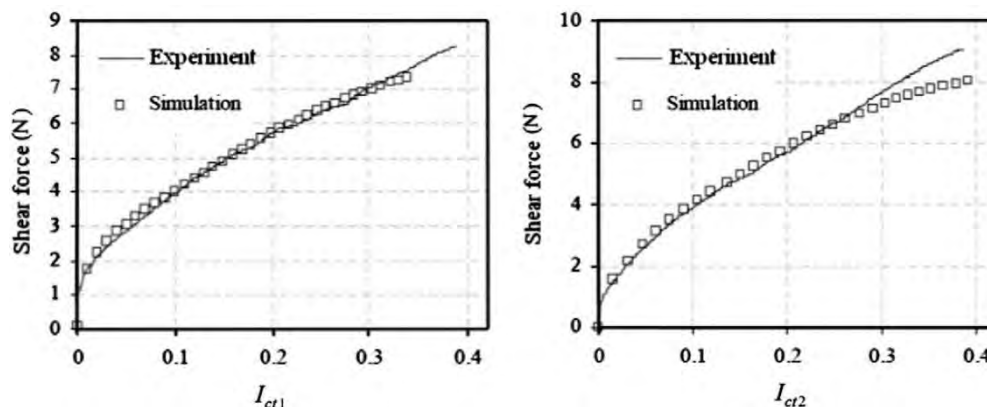


Fig. 2.10. Force de cisaillement transverse (chaîne et trame) [CHA12]

Cette déformation est spécifique pour matériaux fibreux spécialement quand l'épaisseur est relativement grande. La différence entre les matériaux fibreux et les matériaux classiques comme métal concernant cette mode sera détaillée dans la section 2.4. La théorie de Mindlin nous propose l'expression de cisaillement transverse dans l'épaisseur liée avec la déformation de flexion. Cependant, dans le cas des renforts fibreux, ce mode dépend du glissement possible entre fibre et la quasi-inextensibilité de fibre.

Il existe des modèles numériques qui permettent de représenter cette mode de déformation [CHA12] [HAA14]. Différent des modèles existants, l'auteur va décrire cette déformation avec l'équation cinématique où l'énergie de déformation associée est nulle. Des détails seront expliqués dans le chapitre 3.

### 2.1.5 Comportement en flexion

La rigidité de flexion hors plan est négligée dans la plupart des modèles à cause de sa valeur faible [LIN07] [THI09] [CHE15], néanmoins des études récentes montrent l'importance de prendre en compte la flexion pour déterminer la forme de modèle sous flexion spécialement dans le cas avec les plissements [BOI11] [ALL11]. Dans cette section, des dispositifs classiques seront proposés. L'objectif consiste à trouver une relation entre le moment et la courbure d'échantillon.

**Peirce cantilever machine** [PEI30] :

Le test consiste à faire glisser un tissu sur un plateau horizontal et soumis en porte-à-faux jusqu'à ce que (soumis à son propre poids), son extrémité atteigne un plan incliné à 41.5° (Fig. 2.11). Le module de flexion  $G$  est calculé en fonction de la distance de glissement parcourue par le tissu [BIL08] [SZA03], donné par :

$$G = \frac{l^3 \cos(\theta/2)}{8 \tan(\theta)} \frac{mg}{l} \quad (2.10)$$

Cette méthode donne la rigidité de flexion linéaire et constante qui correspond avec une norme standard ASTM D1388-96.

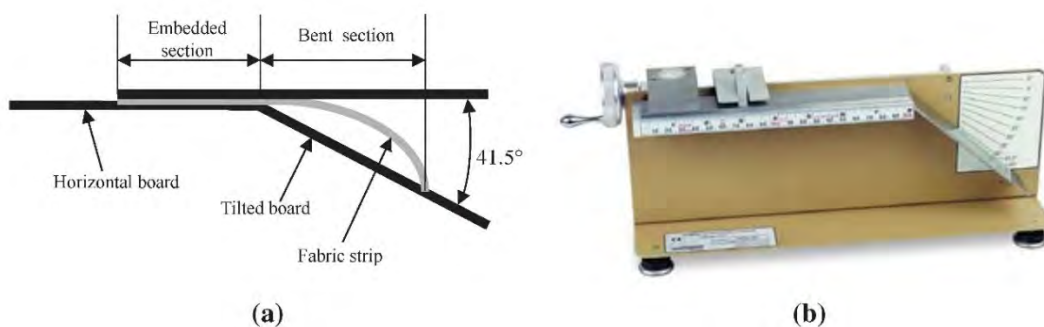


Fig. 2.11. Flexion-Cantilever : cinématique et dispositif expérimentale

Cependant, le comportement en flexion des renforts peut être non linéaire. Par conséquent, E de Bilbao et al [BIL10] ont proposé une optimisation de cette méthode associée à un système de mesure optique afin de prendre en compte la non-linéarité du comportement en flexion du renfort. Liang et al [LIA17b] ont proposé la méthode en utilisant B-Spline qui donne la courbure plus précisée.

**Kawabata flexion machine** :

Ce dispositif permet de mesurer la flexion lors de la circulation de charge (Fig. 2.12). Mais ce dispositif est initialement désigné pour des textiles minces, il n'est pas compatible pour des essais avec renfort fibreux et renfort multicouche.



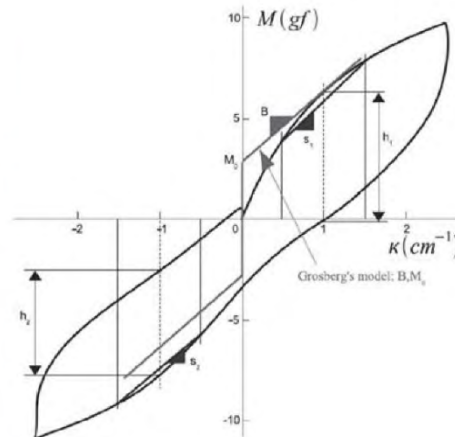
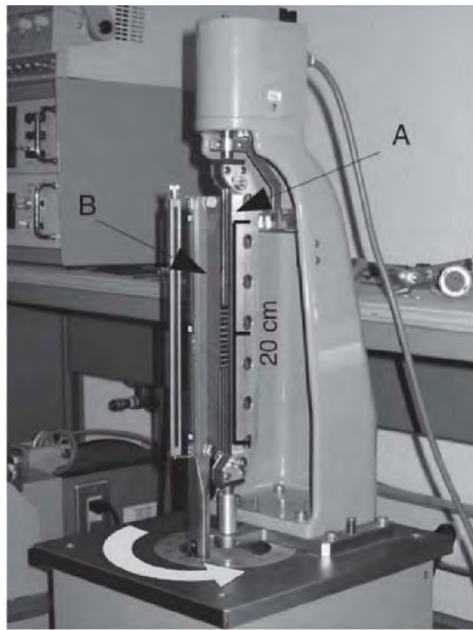


Fig. 2.12. Kawabata flexion test - KES-FB2 et courbe expérimental [KAW80]

**Flexion 3-points machine** [MAT15] [MIT16] :

Des échantillons avec une haute rigidité de flexion sont souvent caractérisées par des essais flexion 3-points, par exemple, des interlocks ou renfort multicouche épais. un échantillon sera placé sur 2 supports rigides et le déplacement est imposé par machine au centre d'échantillon (Fig. 2.13). Le capteur de force et une caméra vont acquérir des données de la force de machine et la géométrie déformée, puis la relation moment-courbure peut être obtenu.

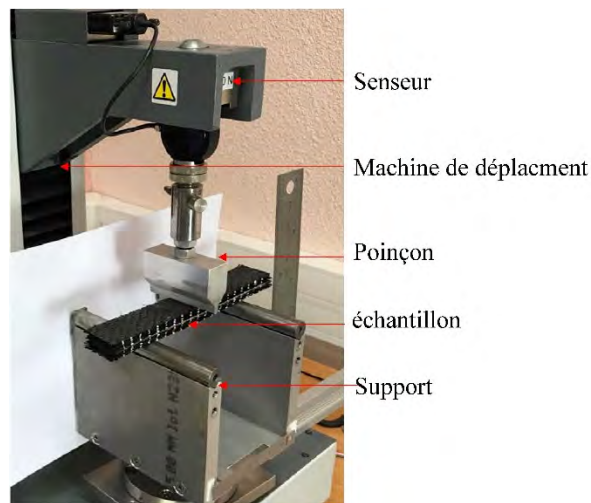


Fig. 2.13. Dispositif expérimental de flexion 3 Points

Le calcul de moment est donné par : (Fig. 2.14)

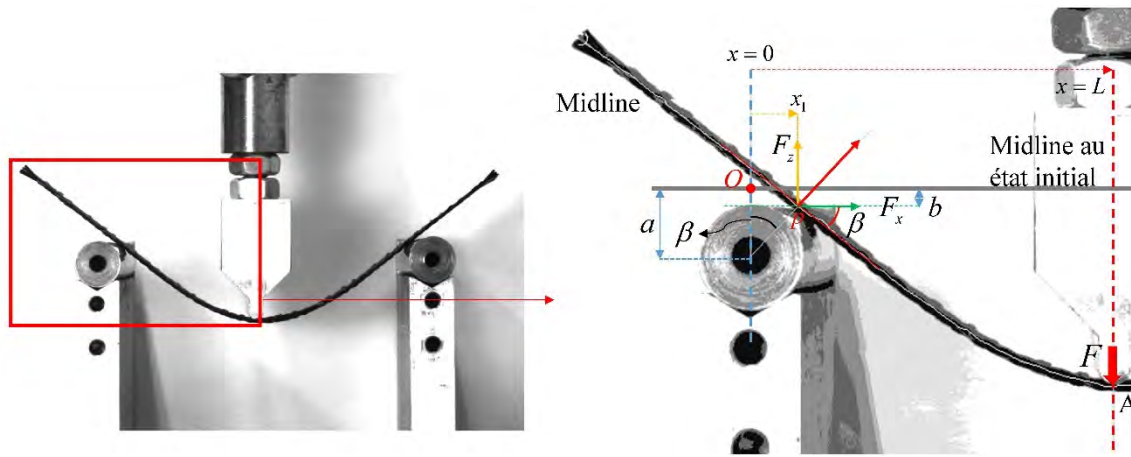


Fig. 2.14. Calcul de moment – courbure

D’abord, l’image de forme déformée est obtenue par caméra, et nous utilisons Image J pour retirer la ligne moyenne. Le calcul du moment s’effectue avec ces coordonnées de la ligne moyenne, les données sont traitées par la routine MATLAB pour faire l’adaptation de courbe. La courbure en position A peut être calculé  $\chi_A$ . Des paramètres géométriques sont définis, le point d’origine est  $O$ ,  $a$  est la somme du rayon du cylindre d’appui et la demi-épaisseur du renfort. Le point  $p$  est le point d’intersection de la ligne moyenne avec la direction d’appui.

Où  $f$  est la fonction de la ligne moyenne :

$$f(x_1) = -b \quad (2.11)$$

$$\beta = -\tan^{-1}(f'(x_1)) \quad (2.12)$$

$$b = q(1 - \cos \beta) \quad (2.13)$$

Avec la force en position A connu, nous avons donc  $F_z$  et  $F_x$  données par :

$$F_z = \frac{F}{\text{Width} \times 2} \quad (2.14)$$

$$F_x = F_z \tan \beta \quad (2.15)$$

Le moment de flexion dans la position A est donné par :

$$M(x) = -F_x(f(L) + b) + F_z(L - x_1) \quad (2.16)$$

Afin de trouver la relation entre le moment et la courbure, plusieurs images de forme déformée dans plusieurs instants seront traitées, donc nous pouvons obtenir une relation  $M(\chi_A)$ . On suppose que la loi de comportement est identique pour chaque position de l’éprouvette. Les applications de l’essai de flexion 3 points sont proposées dans le chapitre 4.

## 2.2 Déformation spécifique

La rigidité en flexion des matériaux fibreux, en particulier des renforts textiles, est faible face à la forte rigidité de fibres sous tension [BOI18]. D’abord, la rigidité de flexion faible est à cause du glissement possible entre les fibres. De plus, la quasi-inextensibilité des fibres pilote alors la cinématique de la rotation de directeur matériel qui donne la liaison entre la position supérieure et inférieure du renfort fibreux. Ces deux raisons conduisent à la déformation spécifique.

## 2.2.1 Matériel et protocole expérimentale

Afin de déterminer le caractère spécifique de flexion, des matériaux avec des couches parallèles sont appliqués. Des lignes à la direction de directeur matériel sont dessinées sur la section du modèle, ils sont perpendiculaires et droit en état initial (par exemple : la Fig. 2.15 montre l'état initial de test flexion 3 points pour le renfort multicouche.).

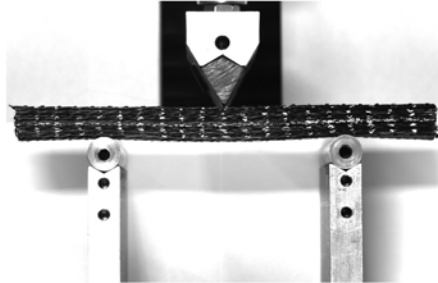


Fig. 2.15. Mise en place d'échantillon pour flexion 3Pts

Plusieurs expériences en 2D/3D sont faites, par exemple, le cantilever test et le flambage flexion. Durant l'expérience, il n'y a pas de restriction dans la direction d'épaisseur afin de laisser le glissement libre entre les couches et entre les fibres.

## 2.2.2 Mécanisme spécifique (Glissement entre couche)

La Fig. 2.16 montre des exemples des renforts fibreux à l'état déformé. On observe que les lignes dessinées sur les matériaux dans la direction du directeur matériel restent droites, mais ne sont pas perpendiculaires à la ligne moyenne. Cette déformation ne correspond pas avec la théorie de Kirchhoff. Les rotations des sections droites sont souvent importantes avec des angles éloignés de  $90^\circ$ .

De plus, l'épaisseur dans la direction du directeur matériel ne reste pas constante (la longueur de lignes dessinée varie fortement), ce qui est différent de la théorie classique.

- La Fig. 2.16a est la flexion 2D de 20 couches du renfort G986. En position 3, la courbure de surface moyenne n'est pas zéro, mais la rotation de directeur matériel (ligne blanche) est nulle. Les directeurs matériels ne restent pas perpendiculaires à la ligne moyenne.
- La Fig. 2.16b montre un essai de flexion trois points avec un déplacement au centre d'une éprouvette multicouche de 40mm. Le glissement entre fibres est mis en évidence de manière semblable aux observations de l'essai de la Fig.2.16a.
- La variation d'épaisseur est observée pour les deux cas présentés.

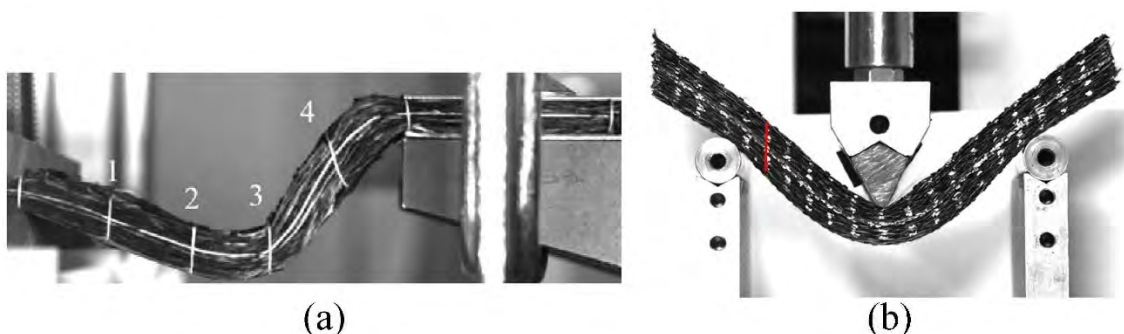


Fig. 2.16. (a) Flambage (b) Flexion 3Pts (20mm)

---

Les observations expérimentales mettent en évidence la quasi-inextensibilité des fibres. Notamment, dans le processus de mise en forme, les fibres n'élongent pas. D'ailleurs, un certain glissement peut se produire entre les fibres. Ces deux aspects constituent la base physique de la déformation de ces matériaux et sont spécifiques aux renforts textiles. Ils serviront de base à l'approche de coque proposée dans le chapitre 3.

## 2.3 Discussion sur méthode existant

Les modèles cinématiques ont été les premières approches développées pour la simulation de la mise en forme des renforts textiles tissés [VAN91] [LON94] [POT06] [HAN06]. Ces méthodes sont purement géométriques et rapides. Cependant, ils ne prennent pas en compte le comportement mécanique des matériaux ou les charges extérieures sur les renforts.

Compte tenu de la faible raideur en flexion des renforts textiles, certaines approches membranaires ont été proposées [CHE15] [CHE16] [LIN07] [THI07] [CHE01]. Ils négligent la rigidité en flexion et prennent en compte le comportement mécanique dans le plan du tissu en particulier le comportement au cisaillement dans le plan, qui est spécifique pour renfort fibreux et qui est très important pour la mise en forme.

La prise en compte de la rigidité en flexion n'est pas simple. Les méthodes coques (Plaques) sont souvent utilisées pour prendre en compte la flexion. Cependant, une approche standard de la coque donne une rigidité à la flexion qui dépend des rigidités de la membrane et de l'épaisseur. Il en résulte une raideur en flexion beaucoup trop grande pour un renfort textile. Ceci est dû à la composition fibreuse du renfort, la structure fibreuse permet un glissement entre les fibres. C'est un point important qui est pris en compte dans cette thèse. Plusieurs approches ont été proposées pour résoudre cette difficulté. Le renfort textile peut être considéré comme un matériau stratifié avec différentes propriétés d'épaisseur qui peuvent être ajustées pour obtenir à la fois une rigidité correcte de la membrane et de la flexion [LOM00] [YU05] [GER14] [NIS14] [YU20].

Les approches de coque résultant de la contrainte qui relie les forces résultantes le long d'une normale (forces de traction et de cisaillement, moments de flexion) à la membrane et aux contraintes de flexion découplent naturellement la membrane et les raideurs de flexion [HAM09] [DOR17]. Enfin, la combinaison d'un élément fini en flexion (par exemple DKT) avec un élément fini membrane est également utilisée [THI14] [DOR18]. Ces différentes méthodes permettent de découpler l'énergie de déformation membranaire de l'énergie de flexion. Cependant, certains aspects sont artificiels et ces méthodes ne sont pas basées sur la physique de la déformation d'un renfort textile. De plus, ils ne fournissent pas les déplacements et les déformations pour les points dans l'épaisseur du tissu. La vérification de l'inextensibilité des fibres n'est pas assurée et les rotations des normales des matériaux, liées à cette inextensibilité, ne sont pas connues correctement.

L'approche proposée dans cette thèse a pour objectif : définir une approche de coque 3D, spécifique au renfort fibreux, qui permet de donner les déplacements et les déformations en tout point du renfort textile ainsi que la rotation des normales du matériau (c'est ce que fait une théorie de coque). Cependant, il sera montré dans la section suivante que les approches de coque standard telles que Kirchhoff et Mindlin avec la théorie de coque classique ne sont pas pertinentes pour les renforts fibreux. La quasi-inextensibilité des fibres et le glissement possible entre fibres doivent être prises en compte. Ces deux points sont les spécificités majeures de la physique de la déformation d'un renfort fibreux.

## 2.4 La nécessité d'appliquer un nouvel élément fini de coque

Les approches (théories) plaques et coques concernent des solides dont la géométrie est proche de la surface moyenne et suffisamment mince pour simplifier la cinématique i.e. cela dépend d'un plus petit nombre de variables que les solides 3D. Dans un système des coordonnées orthogonales  $(x, y, z)$ , une plaque est considérée comme ayant une épaisseur  $h$  et une surface moyenne ( $z = 0$ ). Les déplacements le long de  $x, y, z$  et les composantes de la rotation du vecteur normal à la plaque sont notés respectivement par  $u, v, w$ , et  $\theta_x, \theta_y$ .

L'hypothèse est faite que les points le long d'un segment orienté par la normale, qui est initialement perpendiculaire à la surface moyenne restent sur un segment droit constitué de la normale déformée. Par conséquent :

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \theta_y \\ -\theta_x \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

Où  $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$  sont des déplacements de nœuds dans la surface moyenne. Les déformations sont données par :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{e} + z\boldsymbol{\chi} \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}\gamma_{xz} \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\gamma_{yz} \quad (2.18)$$

Où  $\mathbf{e}$  est la déformation membrane dans la surface moyenne,  $\boldsymbol{\chi}$  représente les courbures et  $\boldsymbol{\Gamma}$  sont les déformations de cisaillement transverse. [ZIE05] [TAY95]

$$\boldsymbol{\chi} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \\ -\frac{\partial \theta_x}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial y} - \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_y + \frac{\partial w}{\partial x} \\ -\theta_x + \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

Si la déformation de cisaillement transverse est nulle ou très faible, ce qui est souvent vérifié lorsque la plaque est assez mince, alors  $\boldsymbol{\Gamma} = 0$ . La théorie de Kirchhoff est donc obtenue où les directions initialement perpendiculaires à la surface moyenne restent perpendiculaires à la surface moyenne déformée.

Ces approches de plaques sont très efficaces pour l'analyse des structures minces car la cinématique de la déformation est donnée par un nombre réduit de variables  $(\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \theta_x, \theta_y)$  qui sont en fonction de  $(x, y)$ . Néanmoins, il est nécessaire de vérifier l'hypothèse cinématique sur laquelle ils sont basés afin de les utiliser dans différents cas. On verra que ce n'est pas le cas pour les renforts fibreux.

Le mécanisme spécifique présenté dans la section précédente montre que le glissement se produira entre des fibres (couches), ce mode de déformation possède la même forme que le cisaillement transverse (Fig. 2.17).

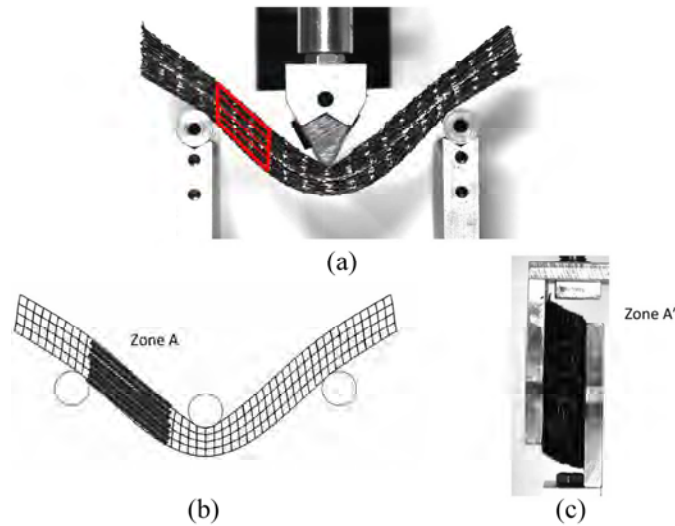


Fig. 2.17. Zone avec cisaillement transverse

Deux théories de coque sont souvent appliquées dans logiciel commercial : Kirchhoff et Mindlin. La différence entre eux est l'épaisseur de structure. Ainsi donc la méthode pour prendre en compte du cisaillement transverse est différente.

L'hypothèse de Kirchhoff qui reflète la physique de la déformation des matériaux standards, notamment lorsqu'ils sont minces, est abandonnée ici et remplacée par la contrainte d'inextensibilité des fibres.

Bien que la théorie de Mindlin ait proposé une possibilité de décrire ce cisaillement transverse  $\Gamma$  qui fait possible les vecteurs normaux de matériau ne restent pas perpendiculaires à la surface moyenne, il n'est pas compatible avec renfort fibreux (*Soit multicouche épais, Soit multicouche mince, soit une couche simple*). Dans le modèle de Mindlin, la déformation de flexion et de tension est couplée, la contrainte concerne différentes mesures de déformation sont liée à  $E$ ,  $\nu$  (Module de Young et Ratio de poisson). En même façon, la déformation de cisaillement transverse est définie par une loi de comportement qui la relie à la contrainte de cisaillement [BAT90] [TAY95] [ZIE05]. Des rigidités différentes sont montrées au-dessous.

D'abord, la rigidité de tension est :

$$\mathbf{B} = \frac{Eh}{1-\nu^2} \quad (2.20)$$

Cela de flexion est :

$$\mathbf{D}_b = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)} \quad (2.21)$$

Dans plusieurs articles, ces relations sont prouvées qu'ils ne sont pas compatibles avec matériaux composites, parce que la rigidité de flexion est relativement petite en comparant avec la rigidité de tension dans la direction de fibre. Ces relations aboutissent à une raideur en flexion beaucoup trop rigide pour le renfort textile. [LOM00] [YU05] [GER14] [NIS14] [YU20]

La loi de comportement de cisaillement transverse pour modèle Mindlin est :

$$\mathbf{D} = kGh \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ avec } G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2.22)$$



Où  $k$  est le coefficient, il est ajouté ici pour la raison que contraintes de cisaillement dans l'épaisseur ne sont pas constantes. Cela ne correspond pas à la physique de la déformation des renforts fibreux.

En réalité, la position des normales du matériau après déformation est définie par la quasi-inextensibilité des fibres et la possibilité de glissement entre elles. La Fig. 2.18a montre la déformation expérimentale de l'empilement composé de 11 couches de G1151 (Hexcel) où les normales des matériaux ont été marquées en blanche. D'après de cette déformation expérimentale, les rotations de directeur matériel mettent en évidence le glissement entre les plis. La Fig. 2.18b montre la simulation effectuée en utilisant l'élément fini de coque S3 du logiciel Abaqus, cet élément est basé sur Mindlin coque. Les propriétés de traction et de cisaillement transverse associées avec cette simulation ont été optimisées (définies comme élastique isotrope) pour que la surface moyenne soit en accord avec celle de l'expérience. L'épaisseur d'élément de coque est affichée afin de comparer la position de directeur matériel. Cependant, des écarts existent entre expérimentation et simulation, les normales matérielles obtenues par la simulation ne correspondent pas avec celles de l'expérience.

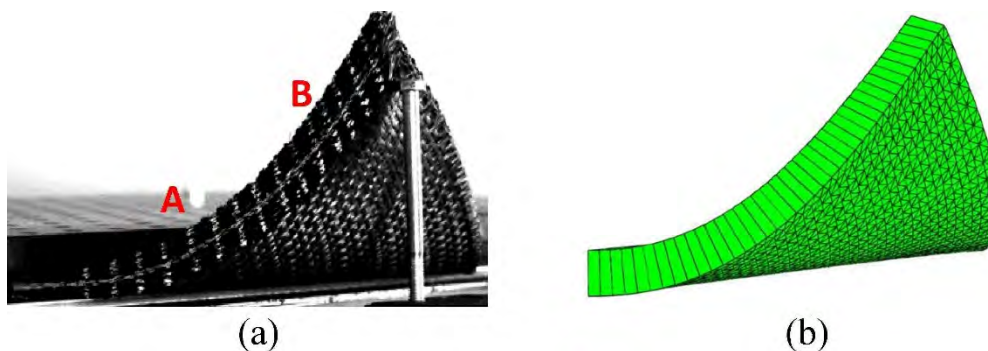


Fig. 2.18. Flexion avec déplacement dans le coin (a) Expérience (b) Simulation Abaqus (S3)

De plus, un exemple de flexion dans le cas du renfort textile assez mince (Fig. 2.19) montre que les normales n'ont pas tendance à rester perpendiculaires à la surface moyenne après la déformation. Contrairement aux coques Mindlin, les renforts textiles ne tendent pas vers la théorie de Kirchhoff lorsque l'épaisseur est faible.

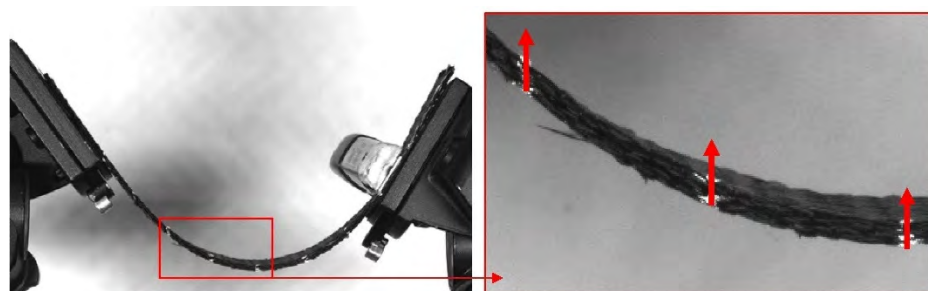


Fig. 2.19. Flexion simple pour renfort mince

Nous reprendrons l'expression de déformation de cisaillement transverse (En 2D) :

$$\gamma = \frac{du_z}{dx} - \theta_x \quad (2.23)$$

Sauf le découplage entre la loi de comportement de flexion et des autre paramètres liés avec tension, selon l'expression au-dessus, le cisaillement transverse dépend de ces deux composants. La première dérivée de première composant représente la courbure (par la définition de

---

courbure). En contraire, il n'existe pas la relation directe entre la courbure et le cisaillement transverse pour matériaux fibreux. Par exemple, dans la zone A' de l'essai de cisaillement transverse (Fig. 2.17), il n'y a pas de flexion pour l'éprouvette, mais le cisaillement transverse est observé.

L'objectif du chapitre suivant est de développer une approche de coque 3D adaptée à la physique de déformation des renforts fibreux. L'objectif de cette approche de coque est de déterminer toutes les cinématiques et contraintes dans toute l'épaisseur de renfort textile. C'est une alternative aux approches par éléments finis 3D (élément solide) développé à cet effet [CRE06] [MAT15] [PAZ15] [EL18 et 20] mais avec une meilleure efficacité numérique, le nombre de degrés de liberté étant beaucoup plus faible.

Par conséquent, un continuum-based élément de coque 3D est développé. La cinématique associée à la forme du travail virtuel prise en compte reflète la spécificité des modes de déformation des renforts fibreux (la quasi-inextensibilité des fibres et le glissement possible entre fibres). Des exemples de déformation 3D des renforts textiles sont analysés expérimentalement et simulés avec un bon accord entre eux en utilisant l'approche proposée (Détaille en Chapitre 4).

*Remarque* : Les renforts fibreux considérés dans le mémoire sont composés de deux directions de fibres quasi-inextensibles. C'est une situation idéalisée. Dans la pratique, les renforts fibreux et leur empilement sont proches de cette situation. Le tissage crée un 'crimp' et la condition d'inextensibilité n'est pas strictement respectée. Néanmoins, d'une part, les géométries des renforts textiles sont plates afin de donner les bonnes caractéristiques mécaniques au composite, d'autre part, lors d'un processus, les déformations du renfort sont grandes et les tensions sont modérées. Par conséquent, en pratique, pour ces tissus composites des renforts, la condition de quasi-inextensibilité est une hypothèse correcte.

## 2.5 Bilan de chapitre 2

Dans ce chapitre, les caractérisations mécaniques des matériaux fibreux sont présentées. Les différents modes de déformation sont introduits : la tension, le cisaillement dans le plan, la compaction transverse, le cisaillement transverse et la flexion. La pris en compte de différents modes dépend de différents cas qu'on est intéressé. Notamment, dans notre travail, la compaction transverse n'est pas considérée dans le modèle.

Des résultats expérimentaux concernant la déformation en flexion sont présentés, ils montrent la déformation (mécanisme) spécifique : la rotation de directeur matériel est différente de matériaux continués classiques et donc ne correspond pas avec la théorie de coque classique. Il y a deux raisons conduisent à ce comportement : la quasi-inextensibilité de fibre et le glissement possible entre fibres.

Par conséquent, la nécessité de découpler la rigidité de flexion et de tension est soulevée. Les différents modèles existants dans le cas des renforts fibreux sont présentés, mais ils ne sont pas basés sur la physique de la déformation de renfort textile et ils manquent la capacité d'exprimer les déplacements et les déformations pour les positions suivant l'épaisseur.

Finalement, la nécessité de développer une nouvelle approche de coque est expliqué. L'approche proposée dans le mémoire est demandée de baser sur la spécificité des modes de déformation des renforts fibreux, et de montrer correctement la rotation de directeur matériel (cisaillement transverse), pour les modèle épais ou mince.



---

## Chapitre 3 Élément finis pour matériaux fibreux (Continuum Based Shell)

Plusieurs expérimentations de flexion sont réalisées dans le cas de renforts fibreux (simple couche ; Renfort multicouche ; Interlock) et le cas de milieux assimilés (papiers), à cause du manque de résine injecté dans le renfort, le glissement est possible entre des fibres. Ils montrent un comportement en flexion spécifique lié à l'inextensibilité des fibres qui les constituent. Ce comportement est différent de matériaux continus traditionnels. Ces phénomènes sont importants lors de la mise en forme.

La nécessité de développer un nouvel élément fini de coque pour la simulation de ces phénomènes a été mis en évidence au Chapitre 2. Les modèles membranaires ont été proposées qui négligent la rigidité en flexion. Une coque standard donne une rigidité à la flexion qui dépend des rigidités de la membrane et de l'épaisseur donc conduite à une raideur en flexion beaucoup grand pour le renfort textile. Il existe les différentes méthodes qui permettent de découpler l'énergie de déformation membranaire de l'énergie de flexion. Cependant, ces méthodes ne sont pas basées sur la physique de la déformation d'un renfort textile.

Ce chapitre est consacré au développement d'un nouvel élément finis de coque fibreuse. L'approche proposée a pour objectif : définir une approche coque 3D spécifique au renfort fibreux, qui permet de donner les déplacements et les déformations en tout point du renfort textile ainsi que la rotation des normales du matériau (c'est faite par la théorie des coques) et donc le calcul des champs de déformation 3D des renforts textiles. Il sera montré que les approches de coque classique telles que Kirchhoff et Mindlin ne sont pas pertinentes pour les renforts fibreux. L'approche de coque spécifique proposée est basée sur la quasi-inextensibilité des fibres et la possibilité de glissement entre les fibres (ou entre les couches dans le cas des multi-plies). Ces deux points sont les spécificités majeures de la physique de la déformation d'un renfort fibreux.

La faisabilité de l'approche en cas de matériau fibreux 2D dans un plan a été démontrée [LIA17]. Néanmoins, il ne peut pas simuler le cisaillement dans le plan, par conséquent, la simulation de la mise en forme sera impossible.

Les formulations de l'approche proposée sont implémentées dans le cadre des 'continuum-based' élément de coque [AHM70] [DVO84] [PAR95]. Il doit être capable de simuler la flexion hors plan mais aussi le cisaillement dans le plan qui est indispensable aux études de drapabilité des renforts. Cet élément proposé peut être utilisé pour des matériaux fibreux épais ou minces. Dans chaque condition, il y a un seul élément dans l'épaisseur, cela permet de réduire le nombre de degré de liberté et ainsi d'augmenter l'efficacité de calcul. L'élément est ensuite implémenté dans le code de calcul en dynamique explicite PlasFib (version en langage FORTRAN) développé au LaMCoS.

Dans ce chapitre, la géométrie d'élément sera présentée dans la section 3.1, l'équation cinématique de coque classique et cela adaptée aux milieux fibreux sera détaillée dans les sections 3.2 et 3.3 avec l'introduction de nouvelle hypothèse dans nouvelle modèle numérique. Dans la section 3.4, l'équation de travail virtuelle et méthode dynamique explicite sera déployées. La section 3.5 sera ensuite consacrée aux aspects liés à la formulation du comportement. Les rigidités membranaires et la rigidité en flexion sera calculé, l'expression de

---

force interne sera présentée. La section 3.6 montre les premiers calculs et les validations élémentaires. La section 3.7 montre l'importance et les nécessités d'appliquer la modification sur l'équation cinématique.

Les simulations de grandes déformations de renforts textiles dans des cas 3D sont présentées et validées par des comparaisons avec des expériences (Chapitre 4).

## Sommaire :

<b>Chapitre 3 Elément finis pour matériaux fibreux (Continuum Based Shell).....</b>	<b>36</b>
3.1 Géométrie de l'élément 3D de coque fibreuse .....	38
3.2 Ahmad élément et théorie de coque classique.....	40
3.3 Elément finis spécifique et ses hypothèses.....	41
3.3.1 Hypothèses concerne renfort fibreux .....	41
3.3.2 Equation cinématique modifié .....	41
3.3.3 Interpolation de la variation d'épaisseur.....	44
3.4 Travail virtuel interne et schéma explicite .....	46
3.4.1 Travail virtuel interne .....	46
3.4.2 Stratégie générale pour multicouche (Définir différent couche) .....	48
3.4.3 Equation explicite dynamique.....	48
3.5 Calcul des forces internes .....	49
3.5.1 Tension.....	49
3.5.2 Cisaillement dans le plan .....	51
3.5.3 Flexion .....	52
3.6 Tests élémentaires du nouvel élément de coque fibreuse.....	56
3.6.1 Extension.....	56
3.6.2 Cisaillement pure .....	56
3.6.2.1 Cisaillement Simple.....	56
3.6.2.2 Bias Test.....	57
3.6.3 Flexion .....	58
3.6.4 Cisaillement transverse .....	59
3.7 Discussion sur l'importance de modifier l'équation cinématique .....	59
3.7.1 L'influence de l'équation cinématique .....	59
3.7.2 L'influence du pas de temps .....	62
3.8 Bilan de chapitre 3 .....	62

### 3.1 Géométrie de l'élément 3D de coque fibreuse

L'élément développé dans la suite est un triangulaire à trois nœuds, représentant le plan moyen de la coque. Des points avec notation  $k^+, k^-$  sont définis dans la couche supérieure et inférieure qui joignent ces deux couches ensemble en passant par le nœud  $k$ , le vecteur de position pour point  $M$  est défini : ( $M$  est le point aléatoire dans l'élément)

$$\mathbf{x}(M) = \mathbf{x}(H) + \mathbf{y}(M) \quad (3.1)$$

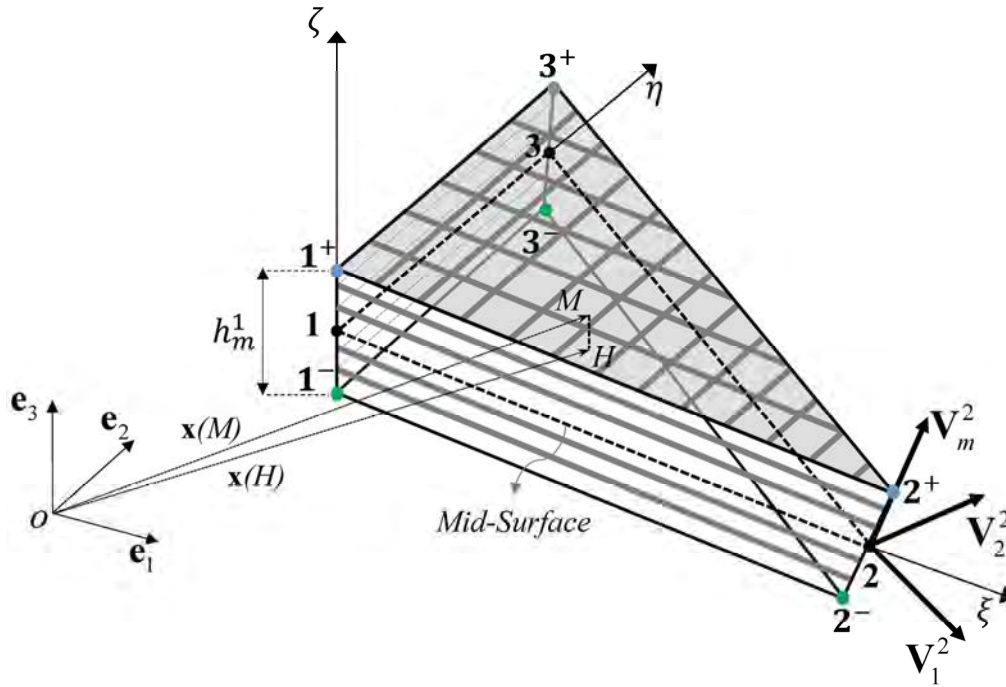


Fig. 3.1. Géométrie d'élément coque fibreux en 3D

Où  $H$  est la projection de  $M$  sur le plan moyen de la coque. Les coordonnées naturelles  $\xi, \eta, \zeta$  sont définies dans l'élément avec  $0 \leq \xi \leq 1, 0 \leq \eta \leq 1, -1 \leq \zeta \leq 1$ . Le point original est dans la position du nœud 1,  $\xi$  et  $\eta$  sont définis dans le bord d'élément qui correspond avec la direction de trame et chaîne, et ils sont dans le plan moyen.  $\zeta$  est dans la direction de directeur matérielle,  $\zeta = \pm 1$  correspond avec la position supérieure  $k^+$  et la position inférieure  $k^-$  dans l'épaisseur.

L'interpolation de position à l'intérieur de l'élément s'écrit :

$$\mathbf{x}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{k=1}^3 N_k \mathbf{x}_k + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\zeta}{2} h_m^k \mathbf{V}_m^k \quad (3.2)$$

$\mathbf{x}_k$  est le vecteur de position pour nœud  $k$ ,  $h_m^k$  est l'épaisseur défini dans nœud  $k$  à la direction de directeur matérielle.  $\mathbf{V}_m^k$  est le vecteur unitaire suivant la direction de matérielle dans nœud  $k$ .  $N_k$  est fonction de forme avec l'expression (Fig. 3.2) :

$$N_1 = 1 - \xi - \eta; \quad N_2 = \xi; \quad N_3 = \eta \quad (3.3)$$

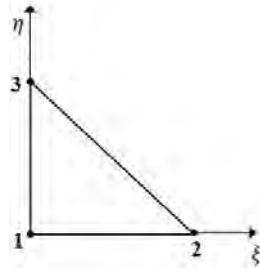


Fig. 3.2. Définition de coordonnée naturel pour élément triangulaire

Un repère orthogonale locale ( $\mathbf{V}_1^k, \mathbf{V}_2^k, \mathbf{V}_3^k$ ) est défini à chaque nœud :  $\mathbf{V}_m^k$  va être utilisé dans la suite pour représenter le vecteur matériel qui est égale à  $\mathbf{V}_3^k$ , il revêt une importance particulière : il sera appelé vecteur directeur matériel. (Fig. 3.3)

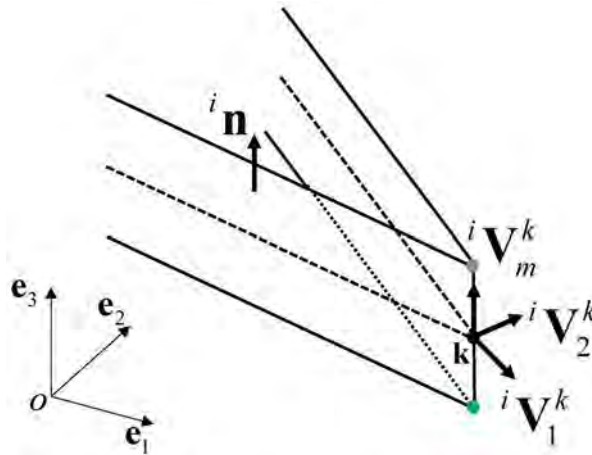


Fig. 3.3. Coordonnée locale définit dans nœud

L'expression de ces vecteur locale est :

$$\mathbf{V}_3^k = \mathbf{V}_m^k, \mathbf{V}_1^k = \frac{\mathbf{e}_2 \times \mathbf{V}_3^k}{|\mathbf{e}_2 \times \mathbf{V}_3^k|}, \mathbf{V}_2^k = \mathbf{V}_3^k \times \mathbf{V}_1^k \quad (3.4)$$

$\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  sont des vecteurs unitaires et globales, ils sont définis dans l'espace.  $\mathbf{n}$  est le vecteur unitaire défini perpendiculaire au plan moyen.

Cet élément est composé de plusieurs strates, appelées fibres ou couches suivant le matériau, donc il est appelé élément coque fibreux (La Fig. 3.1 montre les lignes grises qui représentent les mèches chaîne et trames, ces lignes différentes sont parfois matérialisées comme des fibres). La formulation ne dépend pas du taux de fibres, dans la mesure où seule l'inextensibilité des fibres et le glissement possible entre fibres pilotent la cinématique, c'est le point différent de coque classique. Le quasi-inextensibilité des fibres sera traitée numériquement par une rigidité élevée des fibres.

Le point avec vecteur de position  $\mathbf{x}$  nous donne les vecteurs covariants par rapport à coordonnées naturelles :

$$\mathbf{g}_1 = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi}, \quad \mathbf{g}_2 = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \eta}, \quad \mathbf{g}_3 = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \zeta} \quad (3.5)$$

Les deux covariants dans le plan sont :

$$\begin{aligned}\mathbf{g}_1 &= \sum_{k=1}^3 \frac{\partial N_k}{\partial \xi} \mathbf{x}_k + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial N_k}{\partial \xi} \frac{\zeta}{2} h_m^k \mathbf{V}_m^k, \\ \mathbf{g}_2 &= \sum_{k=1}^3 \frac{\partial N_k}{\partial \eta} \mathbf{x}_k + \sum_{k=1}^3 \frac{\partial N_k}{\partial \eta} \frac{\zeta}{2} h_m^k \mathbf{V}_m^k,\end{aligned}\tag{3.6}$$

Dans la thèse présente, afin d'éviter le verrouillage de tension liés à la quasi-inextensibilité de fibre, les vecteurs  $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$  définis dans les directions chaîne et trame doivent être toujours alignés avec le repère local de l'élément et les vecteurs  $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2$ , donc cet élément n'est plus à direction quelconque. [THI08] [HAM13]

$$\mathbf{g}_1 = \mathbf{k}_1, \mathbf{g}_2 = \mathbf{k}_2\tag{3.7}$$

Ici, la remarque importante doit être soulignée,  $h_m^k$  est l'épaisseur matérielle définit dans la direction de directeur matériel, il doit baser sur la configuration actuelle. Mais dans la majorité d'article, cette épaisseur reste constante. Il existe des approches de coque intégrant les variations d'épaisseur en ajoutant d'un nombre de paramètres souhaité afin de permettre une représentation exacte de prolongation d'épaisseur. Ils peuvent être des paramètres cinématiques indépendants ou des variables des déformations, ces élément finis soit un élément de coque, soit un élément solide-coque. Par exemple, [EI00] propose un élément avec un terme quadratique, donc avec sept DDLs, dans laquelle il y a deux DDLs concerne la variation d'épaisseur dans direction de directeur matériel et variation de déplacement quadratique. Par ailleurs, [BAS00] a proposé une modèle plus complexe basée sur le déplacement quadratique et théorie de multi-directeur (multicouche) cinématique donc il peut traiter déformation non linéaire entre lamina. L'étude sur variation d'épaisseur devient de plus en plus populaire, on pourra également citer des travaux récents [XIO18] [HOK19] [YAM20].

Néanmoins, nous ne sommes pas dans ce cas, les modèles précédents ne sont pas destinés aux renforts textiles et ne reflète pas la loi de déformation de directeur matérielle. La nouvelle méthode va être proposée dans la suivante. D'abord, le classique élément coque est proposé afin d'expliquer clairement la différence entre élément développé dans ce thèse et l'élément classique.

### 3.2 Ahmad élément et théorie de coque classique

Basé sur interpolation de position (Eq 3.2), l'interpolation de déplacement est obtenue, sous sa forme incrémentale, par l'équation suivante [AHM70] [DVO84] [PAR95] :

$$\Delta \mathbf{u}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{k=1}^3 N_k \Delta \mathbf{u}_k + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\zeta}{2} h_m^k (\Delta \alpha_k {}^i \mathbf{V}_1^k - \Delta \beta_k {}^i \mathbf{V}_2^k)\tag{3.8}$$

Où  $\Delta \mathbf{u}_k$  est l'incrément de déplacement aux nœuds sur un pas de temps. En supposant que la rotation de directeur matérielle est suffisamment faible au cours d'un pas de temps, nous pouvons considérer cette rotation composée par deux composants :  $\alpha$  et  $\beta$ .  $\Delta \alpha_k$  est l'angle de rotation incrémentale du directeur matériel autour de  $\mathbf{V}_2^k$ ,  $\Delta \beta_k$  est l'angle de rotation incrémentale du directeur matériel autour de  $\mathbf{V}_1^k$  de la configuration  ${}^i t$  à  ${}^{i+1} t$ . Cette méthode ne dépend pas de la théorie particulière (Mindlin ou Kirchhoff), et offre une méthode avec haute efficacité pour l'interpolation des déplacements.

---

Il y a deux hypothèses majeures dans les théories de coque classiques :

- La ligne droite dans la direction de directeur matérielle reste droite.
- La contrainte normale à la surface moyenne est zéro.

Pour élément coque mince, le comportement de coque classique va se rapprocher du comportement de Kirchhoff-Love, bien que cette contrainte ne soit pas imposée dans le modèle numérique.

Dans le cas avec grande déformation dont l'épaisseur peut varier, ce changement vient de la conservation de la masse. Il est reflété dans loi de comportement. Afin d'éviter une inertie insignifiante due aux changements d'épaisseur, le taux de changement pour l'épaisseur est négligé dans l'équation de mouvement.

### 3.3 Elément finis spécifique et ses hypothèses

#### 3.3.1 Hypothèses concerne renfort fibreux

Basée sur des résultats expérimentaux présentés au chapitre 2, nous avons trouvé que théorie de Mindlin et de Kirchhoff n'est pas vérifiée dans le cas avec renfort fibreux ou de multicouches papiers. Dans le cas d'un empilement multicouche soumis de grandes transformations, l'épaisseur dans la direction de directeur matériel peut être variée, en même temps, l'épaisseur dans la direction normale à la surface moyenne reste constante. La Fig. 2.17 montre que l'épaisseur normale reste constante dans zone A et A', mais ils correspondent avec différents cas de déformation : Les Fig. 2.17a et b correspondent avec la flexion pure et la Fig. 2.17c correspond avec le cisaillement transverse pur. Néanmoins, ces phénomènes viennent du même mouvement cinématique de fibre : le glissement possible entre les couches (entre les fibres) qui est spécifique pour matériaux fibreux.

Par conséquent, nous faisons les hypothèses suivantes :

- L'épaisseur dans la direction de directeur matériel ne reste pas constante. La variation de cette épaisseur est limitée par l'épaisseur dans la direction perpendiculaire au plan moyen qui est supposée constante pendant la déformation (cette valeur constante est dénotée par  $h$ ), et il est aussi contrôlé par quasi-inextensibilité de fibre. Remarque : La compression normale est négligée parce qu'il n'est pas significatif pendant la déformation de flexion, la Fig. 2.17, 2.18 montrent que l'épaisseur selon  $\mathbf{n}$  rester constante. D'ailleurs, comme pour les modèles de coques classiques, l'approche présentée concerne les cas où il n'y a pas de forces externes dans le sens de l'épaisseur ou celles-ci ne sont pas prises en compte.

$$h_m^k = \frac{h}{\mathbf{V}_m^k \cdot \mathbf{n}} \quad (3.9)$$

- La ligne initialement droite dans la direction de directeur matériel reste droite après la déformation, mais il n'est pas nécessaire de rester perpendiculaire au plan moyen.

Ces deux nouvelles hypothèses ont des influences très importantes sur l'équation cinématique. Ils nous ont conduits à modifier les équations générales afin de garantir la bonne interpolation de déplacement et la quasi-inextensibilité de fibre. C'est ce que nous développons dans la suite.

#### 3.3.2 Equation cinématique modifié

Basé sur élément coque CB (Continuum-Based), le déplacement incrémental est donné en forme :

$$\Delta \mathbf{u}(\xi, \eta, \zeta) = {}^{i+1} \mathbf{x} - {}^i \mathbf{x} \quad (3.10)$$

Mettre l'interpolation de position (Eq 3.2) dans Eq 3.10, on obtient :

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{u}(\xi, \eta, \zeta) &= \sum_{k=1}^3 N_k ({}^{i+1} \mathbf{x}_k - {}^i \mathbf{x}_k) + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\zeta}{2} ({}^{i+1} h_m^k {}^{i+1} \mathbf{V}_m^k - {}^i h_m^k {}^i \mathbf{V}_m^k) \\ &= \sum_{k=1}^3 N_k \Delta \mathbf{u}_k + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\zeta}{2} ({}^{i+1} h_m^k {}^{i+1} \mathbf{V}_m^k - {}^i h_m^k {}^i \mathbf{V}_m^k) \end{aligned} \quad (3.11)$$

En supposant que la rotation de directeur matérielle  $\mathbf{V}_m^k$  est suffisant petite dans une étape incrémentale temporelle, cette rotation peut être présentée par deux composants  $\alpha$  et  $\beta$ . ils correspondent avec celles de coque Ahmad. Entre  ${}^i t$  et  ${}^{i+1} t$ , la mise à jour de vecteur  $\mathbf{V}_m^k$  est :

$${}^{i+1} \mathbf{V}_m^k - {}^i \mathbf{V}_m^k = \Delta \alpha_k {}^i \mathbf{V}_1^k - \Delta \beta_k {}^i \mathbf{V}_2^k \quad (3.12)$$

**Remarque :** Nous mettons en évidence la différence. Dans le cas de Eq. 3.8,  ${}^{i+1} h_m^k = {}^i h_m^k$ , donc l'exposant  $i$  est supprimé. L'épaisseur dans la direction du directeur est souvent supposée constante qui est une hypothèse appliquée dans la majorité d'élément coque.

Contrairement, dans le cas des matériaux fibreux, le glissement est possible entre fibres. Nous n'allons pas négliger la variation d'épaisseur matérielle, et ainsi distinguer l'épaisseur matérielle :

$${}^{i+1} h_m^k \neq {}^i h_m^k \quad (3.13)$$

$$\frac{\zeta}{2} {}^i h_k (\Delta \alpha_k {}^i \mathbf{V}_1^k - \Delta \beta_k {}^i \mathbf{V}_2^k) \neq \frac{\zeta}{2} ({}^{i+1} h_k {}^{i+1} \mathbf{V}_m^k - {}^i h_k {}^i \mathbf{V}_m^k) \quad (3.14)$$

Afin de l'expliquer plus claire, la géométrie déformée spécifique est proposée (schéma en 2D) :

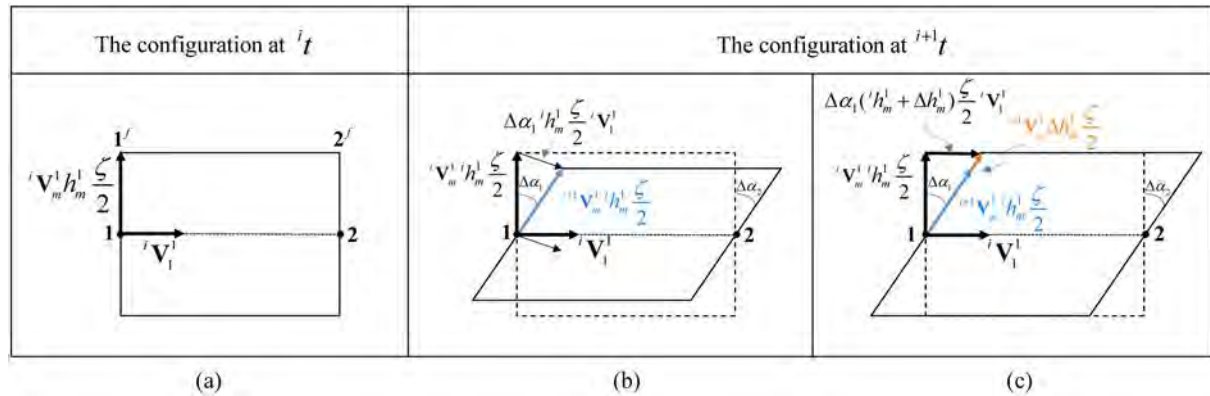


Fig. 3.4. Schéma de géométrie déformée (a) Etat initiale (b) forme déformée dans le cas classique (c) forme déformée observé dans le cas avec hypothèses spécifiques imposées

Bien que  $\Delta \alpha_1$  soit assez petite, quand l'épaisseur incrémentale  $\Delta h_m^1$  est de plus en plus grand, l'erreur de l'interpolation de déplacement (Vecteur en couleur orange) sera de plus en plus grande et cette erreur est cumulable. Par conséquent, quand nous utilisons vecteur bleu, le déplacement pour le point supérieur sera beaucoup moins que le déplacement réel (Fig. 3.4c). La quasi-inextensibilité ne peut pas être garantie. (Des simulations sont en détails à la section 3.7)



Nous déployons le cas avec le cisaillement transverse pur dans un cercle (Fig. 3.5). Avec l'augmentation de l'angle de rotation (assez petite pour chaque étape), la variation d'épaisseur devient plus grande, en conséquence, le déplacement incrémental du point d'extrémité de fibre (M) devient plus grand. Clairement, pour chaque incrément, l'angle de rotation est identique, mais à cause d'hypothèse Eq. 3.9, l'élongation d'épaisseur le long de la direction du directeur matérielle est non linéaire.

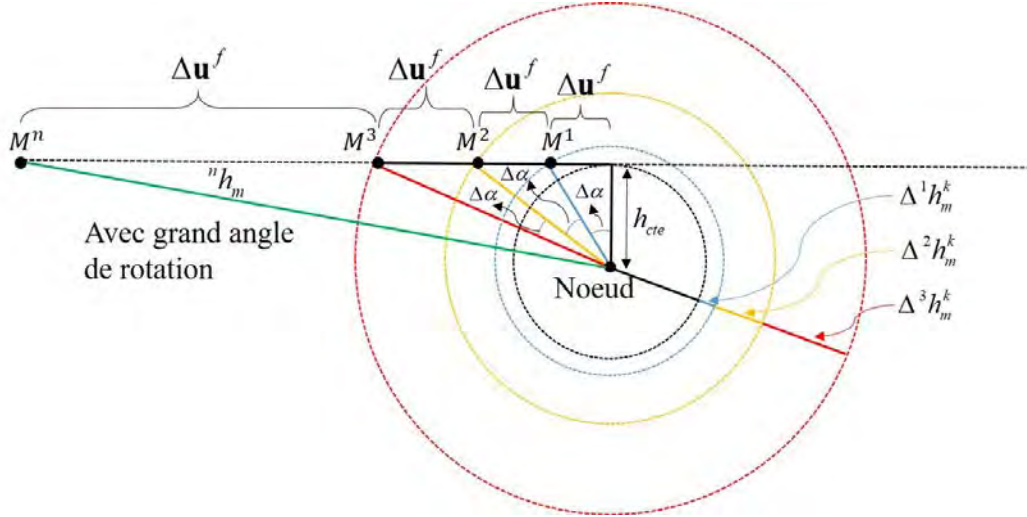


Fig. 3.5. L'influence de variation d'épaisseur s'accumule sur interpolation de déplacement

Donc, la mise à jour de l'épaisseur dans la direction de directeur matérielle est donnée par :

$$\Delta h_m^k = {}^{i+1}h_m^k - {}^i h_m^k = \frac{h}{{}^{i+1}\mathbf{n}({}^i\mathbf{V}_m^k + \Delta\alpha_k {}^i\mathbf{V}_1^k - \Delta\beta_k {}^i\mathbf{V}_2^k)} - \frac{h}{{}^i\mathbf{n} {}^i\mathbf{V}_m^k} \quad (3.15)$$

Dont l'expression de vecteur normale unitaire  ${}^{i+1}\mathbf{n}$  est :

$${}^{i+1}\mathbf{n} = \frac{{}^{i+1}\mathbf{g}_1 \times {}^{i+1}\mathbf{g}_2}{\|{}^{i+1}\mathbf{g}_1 \times {}^{i+1}\mathbf{g}_2\|} = \frac{({}^i\mathbf{g}_1 + \Delta\mathbf{u}_2 - \Delta\mathbf{u}_1) \times ({}^i\mathbf{g}_2 + \Delta\mathbf{u}_3 - \Delta\mathbf{u}_1)}{\|({}^i\mathbf{g}_1 + \Delta\mathbf{u}_2 - \Delta\mathbf{u}_1) \times ({}^i\mathbf{g}_2 + \Delta\mathbf{u}_3 - \Delta\mathbf{u}_1)\|} \quad (3.16)$$

Toutes les variables utilisées dans côté droit du signe égal sont connues dans l'étape d'interpolation. Ensuite, mettre Eq 3.12, 3.15 et 3.16 dans Eq. 3.11, nous avons la nouvelle forme d'équation cinématique :

$$\Delta\mathbf{u}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{k=1}^3 N_k \Delta\mathbf{u}_k + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\zeta}{2} ({}^i h_m^k + \Delta h_m^k) (\Delta\alpha_k {}^i\mathbf{V}_1^k - \Delta\beta_k {}^i\mathbf{V}_2^k) + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\zeta}{2} \Delta h_m^k {}^i\mathbf{V}_m^k \quad (3.17)$$

L'équation au-dessus aboutit à 5 degrés de liberté dont  $\Delta\mathbf{u}_k$  est la translation incrémentale de nœud, les autre deux DDLs sont rotations, ces variables est le rendement de solution EF. La configuration en  ${}^{i+1}t$  permet le calcul de la force interne en  ${}^{i+1}t$ .

**Remarque :** Malgré  $\Delta h_m^k$  est proposé dans l'équation cinématique, ça n'indique pas la nouvelle DDL, parce que la mise à jour de l'épaisseur dépend que des déplacements nodaux  $\Delta\mathbf{u}_k$ , deux rotations scalaires de directeur matérielle  $\Delta\alpha_k, \Delta\beta_k$  et l'hypothèse concerne l'épaisseur (Eq. 3.9) imposé par condition limite cinématique, en conséquence, la variation d'épaisseur n'est pas indépendante. Evidemment, quand  $\Delta h_m^k = 0$  est supposé dans Eq 3.17 nous pouvons obtenir Eq 3.8 avec la forme simplifiée.

### 3.3.3 Interpolation de la variation d'épaisseur

La variation d'épaisseur a été introduite comme une grandeur nodale, nous avons fait l'hypothèse qu'elle pouvait être déduite de la conservation de l'épaisseur normale de la coque, et montré qu'il ne s'agit pas d'un DDL supplémentaire. Or si l'épaisseur matérielle est calculée aux nœuds, elle peut varier suivant où on la calcule.

La Fig. 3.6 montre deux éléments dans le cas 2D, ils partagent le même nœud 2. D'abord l'épaisseur au nœud 2 est calculé à partir de la configuration de l'élément 1 ( $h_{m-1}^2$ ), ensuite l'épaisseur au nœud 2 pour l'élément 2 est calculé à partir de configuration de l'élément 2 ( $h_{m-2}^2$ ), deux valeurs d'épaisseur différents peuvent être obtenu.

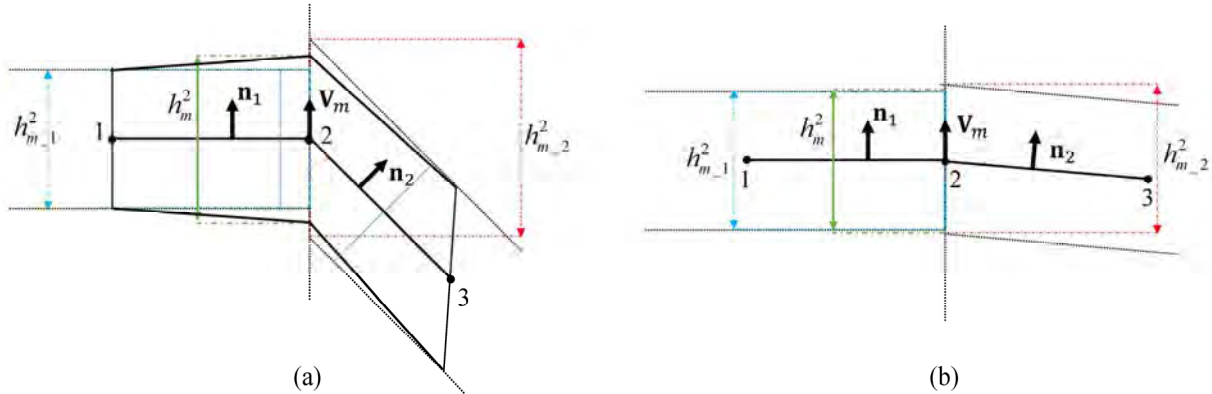


Fig. 3.6. Schéma de la mise à jour d'épaisseur (a) Grand rotation (b) Petite rotation

$$h_{m-1}^2 = \frac{h}{\mathbf{V}_m^2 \cdot \mathbf{n}_1}, \quad h_{m-2}^2 = \frac{h}{\mathbf{V}_m^2 \cdot \mathbf{n}_2} \quad (3.18)$$

Où  $h$  et  $\mathbf{V}_m^2$  sont identique pour ces deux éléments, mais  $\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2$  sont clairement différent, donc nous avons deux valeurs d'épaisseur nodal en nœud 2, cette différence est beaucoup plus évidente quand l'angle entre deux éléments est grand (Fig. 3.6a).

Pour des éléments coques classiques, l'épaisseur pour chaque nœud participe dans le calcul en prenant séparément la valeur pour différents éléments correspondantes. Et par ailleurs, l'épaisseur n'est jamais montrée pour la géométrie déformée dans les codes commerciaux (mais l'utilisateur peut le montrer manuellement), parce qu'élément coque est souvent utilisé pour le modèle mince.

Mais en contraire, l'élément finis proposé a besoin de montrer la rotation de directeur matériel qui est représenté par la ligne qui relie le point haut et le point bas. Par ailleurs l'approche proposée a besoin de garantir la quasi-inextensibilité de fibre qui est liée avec les coordonnées des points supérieurs et inférieurs. Ces valeurs doivent être identique dans différents éléments, si non, les fibres seront incontinue entre éléments voisins. Le choix de cette valeur de l'épaisseur aura l'influence sur ces coordonnées des points. Par conséquent, la continuité  $C^0$  est demandé pour l'épaisseur matérielle. Donc le moyenne de ces deux valeurs d'épaisseur est pris afin de visualiser le directeur matériel et garantir une valeur identique nodale pour différents éléments. Le calcul est sous forme :

$$h_m^2 = \frac{h_{m-1}^2 + h_{m-2}^2}{2} \quad (3.19)$$

Cette méthode marche bien quand l'angle entre deux éléments voisins est petit donc la différence entre deux valeurs de l'épaisseur est petite (Fig. 3.6b). Dans ce travail, la variation d'épaisseur à cause de l'hypothèse concernant l'épaisseur normal est définie par 'dilatation d'épaisseur'.

Par la même façon, en 3D, le calcul de moyenne de l'épaisseur est donné par :

$$h_m^k = \frac{1}{N_{Ele-junc}} \sum_{j=1}^{N_{Ele-junc}} \frac{h}{\mathbf{V}_m^k \mathbf{n}_j} \quad (3.20)$$

$N_{Ele-junc}$  est le nombre d'élément qui partage le même nœud  $k$ . La Fig. 3.7 montre un exemple : pour le nœud 2 and le nœud 5, il existe  $N_{Ele-junc} = 3$  et la direction du directeur matériel est identique (perpendiculaire au plan 1245), l'angle entre le plan 2356 et le plan horizontal est 45°. Les éléments sont triangulaires rectangle, l'épaisseur initiale est 10mm :

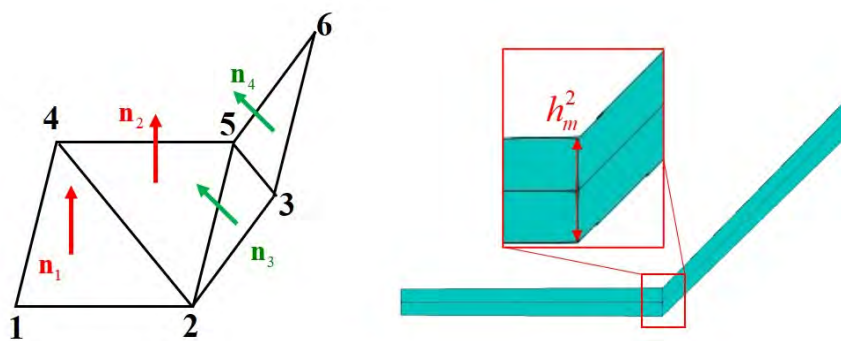


Fig. 3.7. Exemple de calcul d'épaisseur

L'épaisseur pour le nœud 2 et 5 sont données par :

$$h_m^2 = \frac{1}{3} \left( \frac{h}{\mathbf{V}_m^2 \mathbf{n}_1} + \frac{h}{\mathbf{V}_m^2 \mathbf{n}_2} + \frac{h}{\mathbf{V}_m^2 \mathbf{n}_3} \right)$$

$$h_m^5 = \frac{1}{3} \left( \frac{h}{\mathbf{V}_m^5 \mathbf{n}_2} + \frac{h}{\mathbf{V}_m^5 \mathbf{n}_3} + \frac{h}{\mathbf{V}_m^5 \mathbf{n}_4} \right) \quad (3.21)$$

Théoriquement, le nœud 2 et 5 doit posséder la même épaisseur, mais dans Eq 3.21,  $\mathbf{n}_1 \neq \mathbf{n}_4$  donc les deux épaisseurs sont différentes. Afin de l'optimiser, une méthode équivalente consiste à faire la moyenne des normales au nœud avant le calcul de l'épaisseur matérielle nodale. La moyenne des normales est pondérée par la méthode de [SU06]. (Fig. 3.8)

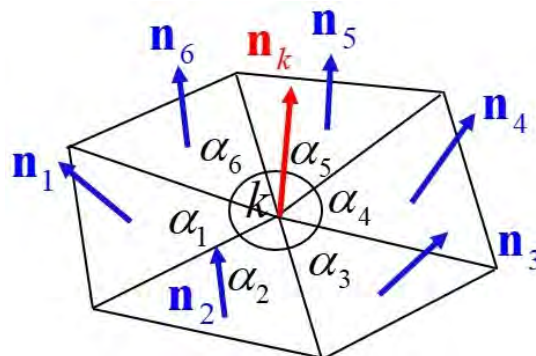


Fig. 3.8. La détermination de vecteur normal [SU06]

La normale moyenne est donnée par :

$$\mathbf{n}_k = \frac{\sum_j^{Ele-junc} \alpha_j \mathbf{n}_j}{\sum_j \alpha_j} \quad \text{et} \quad h_m^k = \frac{h}{\mathbf{V}_m^k \mathbf{n}_k} \quad (3.22)$$

De la même façon, l'épaisseur calculé pour l'exemple Fig. 3.7 est sous forme de Eq. 3.23 :

$$h_m^2 = \frac{h}{\mathbf{V}_m^2 \mathbf{n}_{k=2}} = h / \sqrt{\frac{\frac{\pi}{4} \mathbf{n}_1 + \frac{\pi}{4} \mathbf{n}_2 + \frac{\pi}{2} \mathbf{n}_3}{\pi}} \quad (3.23)$$

$$h_m^5 = \frac{h}{\mathbf{V}_m^5 \mathbf{n}_{k=5}} = h / \sqrt{\frac{\frac{\pi}{2} \mathbf{n}_2 + \frac{\pi}{4} \mathbf{n}_3 + \frac{\pi}{4} \mathbf{n}_4}{\pi}}$$

Les valeurs d'épaisseur calculées à partir de ces deux moyennes sont montrées dans tableau 3.1, ce résultat appuie que la moyenne pondérée optimise la dilatation d'épaisseur.

Epaisseur (mm)	Nœud 2	Nœud 5
Moyenne simple	11.38	12.76
Moyenne pondérée	10.83	10.82

Tableau 3.1 Test élémentaire concerne calcul d'épaisseur

## 3.4 Travail virtuel interne et schéma explicite

### 3.4.1 Travail virtuel interne

Avec un déplacement virtuel imposé, le principe des travaux virtuels s'écrit sous la forme :

$$\delta W_{\text{ext}} - \delta W_{\text{int}} = \delta W_{\text{acc}} \quad (3.24)$$

Avant de déterminer les composant de  $\delta W_{\text{int}}$ , les modes de déformation des renforts (élémentaire) sont présentées (Fig. 3.9). Ils correspondent à des modes de déformation du milieu fibreux que l'on suppose indépendants dans la suite : élongation de fibre (Fig. 3.9a : mode 1 et 2), cisaillement dans le plan (Fig. 3.9a : mode 3), et cisaillement transverse (Fig. 3.9b). Mais le mode de cisaillement transverse ne produit pas d'énergie,  $\varepsilon_{13}$  et  $\varepsilon_{23}$  est mis à zéro dans la base naturelle. Ce mode est lié cinématiquement avec la variation d'épaisseur matérielle et la rotation de directeur matériel.

Dans la suite, nous ne considèrerons pas le mode de compression car l'épaisseur dans la direction normale est supposée constante. Et on ajoutera ultérieurement un mode de flexion qui est basé sur une estimation de la courbure grâce aux éléments voisins.

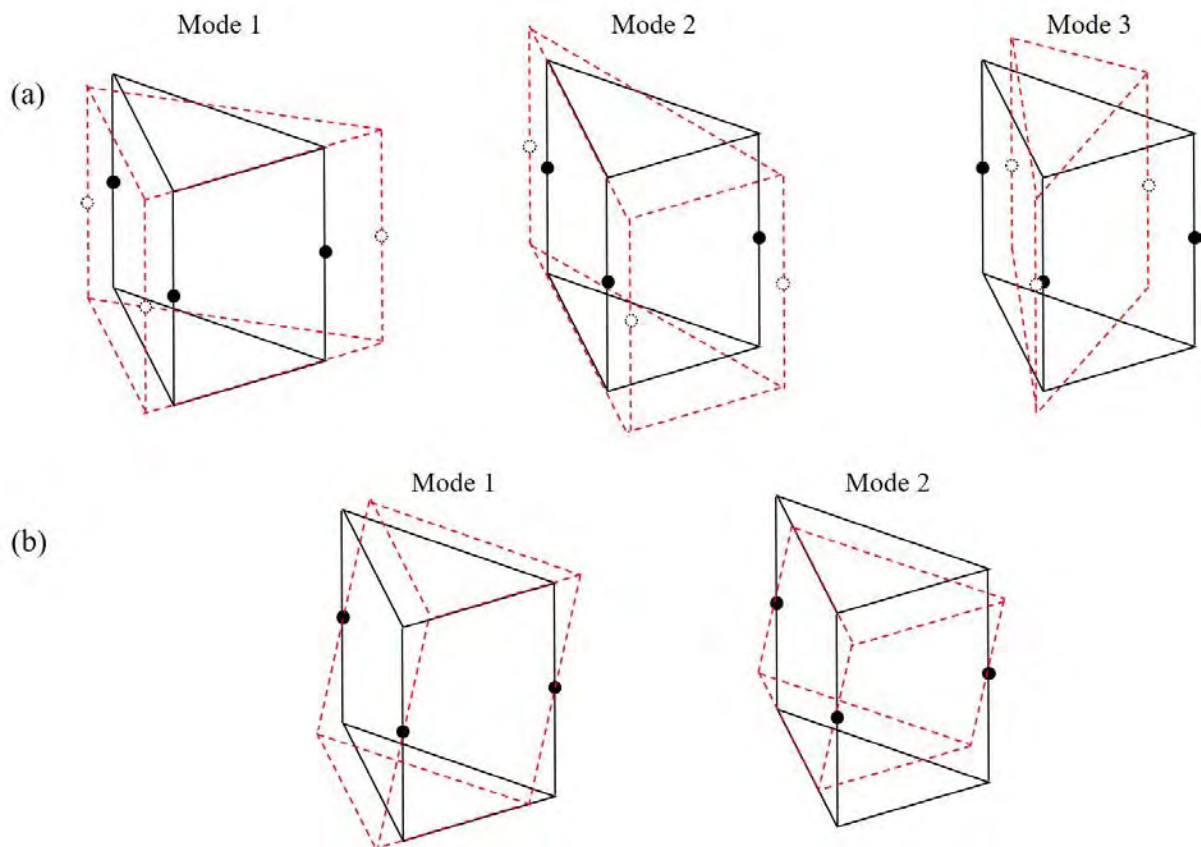


Fig. 3.9. (a) Modes de déformation (membrane) (b) Modes de déformation (cisaillement transverse)

Le renfort textile composite est vu comme un ensemble d'un nombre discret de cellules unitaires tissées sous charge de tension, cisaillement dans le plan et de flexion. Dans cette approche, chaque élément fini représente un ou plusieurs volumes élémentaires de renfort fibreux. Et un élément peut contenir plusieurs cellules élémentaires qui est composée de plusieurs couches. Le nombre de cellule est noté par :  $N_{cell}$ . Le nombre de fibre dans l'épaisseur sera quant à lui noté :  $N_{fibres}$ .

La puissance virtuelle interne est donc scindée à trois parties (afin de simplifier l'expression, les équations suivantes sont spécifiées pour une cellule) :

$$\delta W_{int} = \delta W_{int}^{Ten} + \delta W_{int}^{Bend} + \delta W_{int}^{Shear} \quad (3.25)$$

Dont,  $\delta W_{int}^{Ten}$ ,  $\delta W_{int}^{Bend}$ ,  $\delta W_{int}^{Shear}$  sont puissance virtuelle correspond avec tension, flexion et cisaillement dans le plan. Le mode de calcul de ces trois énergies est détaillé ci-dessous :

$$\delta W_{int}^{Ten} = \sum_{f=1}^{N_{fibres}} \int_{L^f} T^{11f} \delta \varepsilon_{11}^f dL + \sum_{f=1}^{N_{fibres}} \int_{L^f} T^{22f} \delta \varepsilon_{22}^f dL \quad (3.26)$$

$$\delta W_{int}^{Bend} = \sum_{f=1}^{N_{fibres}} \int_{L^f} M^{11f} \delta \chi_{11}^f dL + \sum_{f=1}^{N_{fibres}} \int_{L^f} M^{22f} \delta \chi_{22}^f dL \quad (3.27)$$

$$\delta W_{int}^{Shear} = \sum_{f=1}^{N_{fibres}} \int_{\Omega} M^{sf} \delta \gamma^f d\Omega \quad (3.28)$$

l'exposante  $f$  se rapporte au numéro de la couche de fibres dans l'épaisseur,  $T^{11}$ ,  $T^{22}$  sont les tensions dans les directions chaîne et trame,  $\delta\varepsilon_{11}$ ,  $\delta\varepsilon_{22}$  sont les déformations associées ;  $M^{11}$ ,  $M^{22}$  sont les moments de flexion dans les directions chaîne et trame,  $\delta\chi_{11}$ ,  $\delta\chi_{22}$  sont les courbures correspondantes ;  $M^s$  est le couple de cisaillement dans le plan,  $\delta\gamma$  est l'angle de cisaillement virtuel associé. La puissance virtuelle totale de la structure est obtenue par addition simple de la puissance virtuelle dans chaque position de fibres.

La forme Eq 3.25 correspond avec comportement mécanique spécifique de renfort fibreux. La puissance virtuelle de tension prend en compte la haute rigidité de tension pour fibre qui aboutit à la quasi-inextensibilité de fibre. Cela domine la déformation de médium fibreux. La quasi-inextensibilité des fibres à différentes altitudes dans l'épaisseur du renfort conduit à des déformations spécifiques de la normale comme ce qu'est montrée dans les différents exemples (Section 2.2). La puissance virtuelle de flexion considère la rigidité associée de toutes les fibres, ça fait possible de prendre en compte le frottement entre les couches de fibres, il sera intégré au comportement en flexion pour certains matériaux d'une manière simple. La rigidité de cisaillement dans le plan est prise en compte par la manière standard [HAM09]. Il n'y a pas des autres rigidités soient prises en compte qui donne la possibilité de libérer le glissement entre fibres qui est bloqué dans méthode coque classique.

### 3.4.2 Stratégie générale pour multicouche (Définir différent couche)

Suite de l'expression de travail virtuel, ces trois différentes déformations associées au milieu fibreuse doivent être calculées dans les différentes positions dans la direction d'épaisseur. Afin d'optimiser ce choix nous avons adapté le nombre de couches en fonction du mode de déformation considéré ( $N_{fibres}$  peut varier d'un mode à l'autre).

L'énergie de tension basé sur la quasi-inextensibilité (en imposant numériquement une grande rigidité des fibres) est appliquée dans toutes les fibres pour piloter la rotation de directeur matériel. L'inextensibilité pour fibres dans différentes altitudes produisent également le moment. En cas de la position de calcul est dans la surface moyenne, ce moment va être égale zéro. Par conséquent, les deux déformations membranes doivent être calculées en  $\zeta = 0, \pm 1$ , le choix de ces trois positions est basé sur les points de Lobatto, donc la quasi-inextensibilité pourra être satisfaite dans toutes les positions d'élément en prenant en compte les positions dangereuses. La déformation de flexion est que calculée dans la surface moyenne, avec  $\zeta = 0$ . Ce choix pour la flexion est à cause de plusieurs raisons : d'abord, l'utilisation de plusieurs points de calcul n'ont pas de sens physique, la caractérisation expérimentale associée est mesurée au plan moyen. Ensuite, plusieurs points pour la flexion conduisent à l'énergie superflu (Détailé dans section 3.8.2).

### 3.4.3 Equation explicite dynamique

Dans le domaine dynamique non-linéaire, les équations sont résolues souvent par méthode explicite dont les calculs sont déployés pas à pas (itératif).

Bien que le processus de mise en forme soit quasi-statique, la majorité des modèles numériques est basée sur la méthode explicite dynamique [BEL83] [GUG83] [CRI97]. Le principe de puissance virtuelle conduit à l'équation suivante :

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{int}} \quad (3.29)$$

Où  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{C}$  sont séparément la matrice de masse diagonale et la matrice d'amortissement ;  $\mathbf{F}_{\text{int}}$  et  $\mathbf{F}_{\text{ext}}$  sont les efforts nodaux interne et externe.  $\mathbf{F}_{\text{int}}$  est spécifique pour renfort fibreux qui est composé de trois parts en fonction des modes de déformation présentés précédemment :  $\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{Ten}}$ ,  $\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{Bend}}$ ,  $\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{Shear}}$ . Le schéma d'intégration est un schéma de différence centrée basé sur le pas de temps  ${}^i\Delta t = {}^{i+1}t - {}^i t$ , l'intégration temporelle de Eq 3.29 nous donne :

$${}^i\mathbf{a} = \mathbf{M}^{-1}({}^i\mathbf{F}_{\text{ext}} - {}^i\mathbf{F}_{\text{int}} - \mathbf{C}^{i-1/2}\dot{\mathbf{u}}_N) \text{ avec } {}^i\mathbf{F}_{\text{ext}}({}^i\mathbf{u}, {}^i t) \text{ et } {}^i\mathbf{F}_{\text{int}}({}^i\mathbf{u}, {}^i t) \quad (3.30)$$

D'abord, la vitesse est mise à jour au milieu du pas de temps :

$${}^{i+1/2}\dot{\mathbf{u}}_N = {}^{i-1/2}\dot{\mathbf{u}}_N + \frac{1}{2}({}^{i-1}\Delta t + {}^i\Delta t){}^i\mathbf{a} \quad (3.31)$$

On en déduit la mise à jour du déplacement :

$${}^{i+1}\mathbf{u}_N = {}^i\mathbf{u}_N + {}^{i+1/2}\dot{\mathbf{u}}_N {}^i\Delta t \quad (3.32)$$

L'ensemble de ces équations conduit au schéma suivant :

$${}^{i+1}\mathbf{u}_N = {}^i\mathbf{u}_N + ({}^{i-1/2}\dot{\mathbf{u}}_N + \frac{1}{2}({}^{i-1}\Delta t + {}^i\Delta t)\mathbf{M}^{-1}({}^i\mathbf{F}_{\text{ext}} - {}^i\mathbf{F}_{\text{int}} - \mathbf{C}^{i-1/2}\dot{\mathbf{u}}_N)){}^i\Delta t \quad (3.33)$$

La matrice de la masse à nœud  $k$  est mise sous forme diagonale :

$$[\mathbf{M}_k] = \begin{bmatrix} m_{kk} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{kk} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{kk} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{kk} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{kk} \end{bmatrix} \quad (3.34)$$

$$m_{ii} = \frac{\int_V \rho N_i(\xi, \eta)^T N_i(\xi, \eta) dV}{\sum_{k=1}^3 \int_V \rho N_k(\xi, \eta)^T N_k(\xi, \eta) dV} \int_V \rho dV \quad (3.35)$$

$$I_{ii} = \frac{m_{ii}}{4} (h_m^i)^2 \quad (3.36)$$

Où  $\rho$  est la densité de matériaux, et  $V$  le volume d'élément.

La matrice de masse  $\mathbf{M}$  diagonale permet d'accélérer le calcul. La matrice d'amortissement est calculée à partir de cette dernière expression de la matrice de masse en utilisant l'amortissement de Rayleigh :

$$\mathbf{C} = \alpha\mathbf{M} \quad (3.37)$$

## 3.5 Calcul des forces internes

### 3.5.1 Tension

La force interne  $\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{Ten}}$  dans élément est décomposé dans le code en deux contributions : la première est  $\mathbf{F}^{\text{Ten}}$  qui concerne les degrés de liberté de déplacement (translation). La deuxième partie  $\mathbf{M}^{\text{Ten}}$ , le moment résultant ramené sur le plan moyen qui est le dual de la rotation des directeurs matériels.



$$\mathbf{F}^{\text{Ten}} = N_{\text{cell}} \left( \sum_{f=1}^n \int_{L^f} (\mathbf{B}_{11}^{\text{Ten}})^{fT} T^{11f} dL + \sum_{f=1}^n \int_{L^f} (\mathbf{B}_{22}^{\text{Ten}})^{fT} T^{22f} dL \right) \quad (3.38)$$

Où  $(\mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{\text{Ten}})^f$  est la matrice de déformation-déplacement, dans lequel  $\alpha\alpha$  est le component dans la direction de fibre différente,  $\alpha$  varie entre 1 ou 2 qui correspond avec les directions chaîne et trame.  $L^f$  signifie la longueur de fibre dans différent couche  $f$ , et sa valeur est indépendante dans deux directions.  $n$  est le nombre de fibre dans l'épaisseur considéré dans le calcul numérique. Dans ce modèle présente,  $n = 3$ .

Avec  $N_{\text{cell}} L_{\alpha\alpha}^f = N_{\text{Dir-}\alpha} \frac{\|\mathbf{k}_\alpha\|^f}{2}$ ,  $N_{\text{Dir-}\alpha}$  est le nombre de mèche par unité de longueur (Fig. 3.10 montre un schéma correspondant). Afin de simplifier l'expression de force interne, on considère  $N_{\text{cell}} = 1$  dans chaque élément.

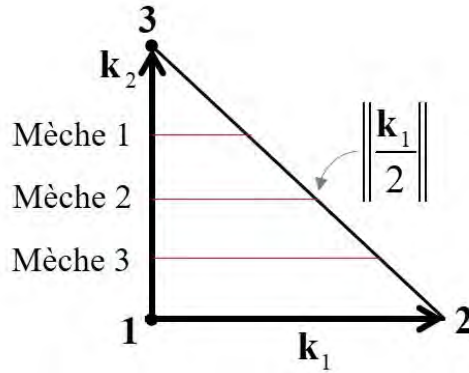


Fig. 3.10. Schéma de longueur de  $N_{\text{Dir-}\alpha}$  mèches

La déformation virtuelle dans la direction  $\alpha$  pour la fibre  $f$  s'écrit finalement :

$$(\delta\epsilon_{\alpha\alpha})^f = (\mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{\text{Ten}})^f \delta\mathbf{u}^f \quad (3.39)$$

Où  $\mathbf{u}^f$  est la matrice de déplacement des extrémités de la fibre  $f$  (nœud virtuels). Ces déplacements sont obtenus par interpolation à partir des déplacements nodaux et des rotations (nommé par  $\mathbf{u}$ ), en utilisant la nouvelle équation cinématique. Les bords d'élément sont en cohérence avec les directions des fibres, donc l'expression de  $(\delta\epsilon_{\alpha\alpha})^f$  est sous forme :

$$(\delta\epsilon_{\alpha\alpha})^f = \frac{\mathbf{g}_\alpha^f}{\|\mathbf{g}_\alpha^f\|^2} \cdot \left\langle \frac{\partial N_1(\xi, \eta)}{\partial \xi^\alpha} \quad \frac{\partial N_2(\xi, \eta)}{\partial \xi^\alpha} \quad \frac{\partial N_3(\xi, \eta)}{\partial \xi^\alpha} \right\rangle \begin{Bmatrix} \delta\mathbf{u}_1^f \\ \delta\mathbf{u}_2^f \\ \delta\mathbf{u}_3^f \end{Bmatrix} \quad (3.40)$$

La matrice  $(\mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{\text{Ten}})^f$  est donnée par :

$$(\mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{\text{Ten}})^f = \frac{\mathbf{g}_\alpha^f}{\|\mathbf{g}_\alpha^f\|^2} \cdot \left\langle \frac{\partial N_1(\xi, \eta)}{\partial \xi^\alpha} \quad \frac{\partial N_2(\xi, \eta)}{\partial \xi^\alpha} \quad \frac{\partial N_3(\xi, \eta)}{\partial \xi^\alpha} \right\rangle \quad (3.41)$$

La deuxième contribution aux forces internes de tension est le moment résultant des tensions des fibres en peau supérieure et inférieure (Fig. 3.11). Le moment pour nœud  $k$  calculé en différent position est sous forme de Eq 3.42, il est décomposé dans le repère nodal  $(\mathbf{V}_1^k, \mathbf{V}_2^k, \mathbf{V}_3^k)$ .

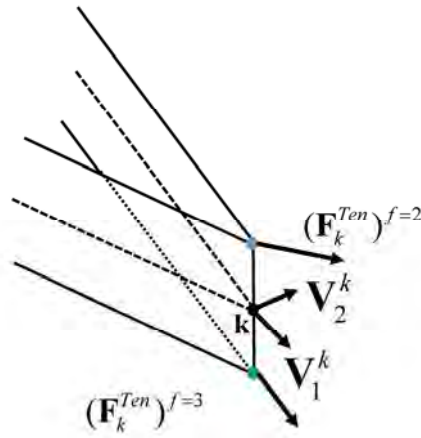


Fig. 3.11. Moment produit par force interne dans point supérieur et inférieur

$$M_{\alpha\_k}^{\text{Ten}} = \sum_{f=1}^n \frac{\zeta h_m^k}{2} ((\mathbf{F}_k^{\text{Ten}})^f \cdot \mathbf{V}_1^k), \quad M_{\beta\_k}^{\text{Ten}} = -\sum_{f=1}^n \frac{\zeta h_m^k}{2} ((\mathbf{F}_k^{\text{Ten}})^f \cdot \mathbf{V}_2^k) \quad (3.42)$$

$$\mathbf{M}^{\text{Ten}} = \begin{bmatrix} M_{\alpha}^{\text{Ten}} & M_{\beta}^{\text{Ten}} \end{bmatrix} \quad (3.43)$$

Ces deux moments nodaux correspondent avec les rotations  $\alpha, \beta$ . La force interne est l'assemble de ces deux parties.

### 3.5.2 Cisaillement dans le plan

Le cisaillement dans le plan est une caractéristique pour matériaux tissés fibreux qui permet la mise en forme sur les géométries à double courbure. L'angle de cisaillement  $\gamma^f$  dans la fibre  $f$  d'élément est donné par :

$$\delta\gamma^f = (\mathbf{B}^{\text{Shear}})^f \delta\mathbf{u}^f \quad (3.44)$$

$$\delta\mathbf{u}^f = \begin{bmatrix} u_{1x} & u_{1y} & u_{1z} & u_{2x} & u_{2y} & u_{2z} & u_{3x} & u_{3y} & u_{3z} \end{bmatrix}^{fT} \quad (3.45)$$

La variation d'angle  $\delta\gamma^f$  correspond à la variation d'angle entre les mèches (Fig. 3.12). Nous considérons la fibre dans la direction trame ( $\alpha=1$ ), l'angle entre  $d\mathbf{x}_1$  et  $\delta\mathbf{x}_1$  est nommé par  $\gamma_{11}$ . Par conséquent,  $\gamma_{22}$  est défini par la même façon qui représente l'angle entre  $d\mathbf{x}_2$  et  $\delta\mathbf{x}_2$ .

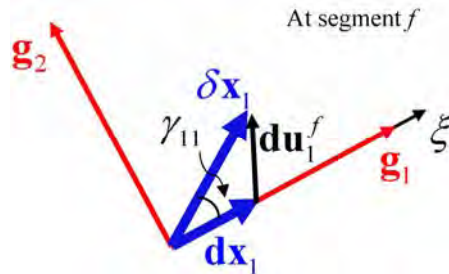


Fig. 3.12. Déplacement virtuelle et l'angle de cisaillement

L'angle virtuel entre chaîne et trame est donné par la combinaison de ces deux angles en forme :

$$\delta\gamma^f = \left( \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial \xi} \cdot \mathbf{k}_1 \right) \frac{\mathbf{k}^2 \cdot \mathbf{k}^1}{\|\mathbf{k}^2\| \|\mathbf{k}_1\|} + \left( \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial \eta} \cdot \mathbf{k}_1 \right) \frac{\|\mathbf{k}^2\|}{\|\mathbf{k}_1\|} - \left( \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial \eta} \cdot \mathbf{k}_2 \right) \frac{\mathbf{k}^1 \cdot \mathbf{k}^2}{\|\mathbf{k}^1\| \|\mathbf{k}_2\|} - \left( \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial \xi} \cdot \mathbf{k}_2 \right) \frac{\|\mathbf{k}^1\|}{\|\mathbf{k}_2\|} \quad (3.46)$$

Cette équation permet de remplir la matrice  $(\mathbf{B}^{Shear})^f$ .

En utilisant la même méthode détaillée en section précédent, la force interne  $\mathbf{F}_{int}^{Shear}$  est divisé en deux parties : un couple de cisaillement dans chaque couche calculée à partir de  $(\mathbf{B}^{Shear})^f$  et un moment résultant exprimé sur le plan moyen.

$$\mathbf{F}^{Shear} = \sum_{f=1}^n (\mathbf{B}^{Shear})^{fT} (\mathbf{C}_\gamma)^f \quad (3.47)$$

Le moment vient de la force  $(\mathbf{F}^{Shear})^f$  est sous forme :

$$\mathbf{M}_{\alpha-k}^{Shear} = \sum_{f=1}^n \frac{\zeta h_m^k}{2} ((\mathbf{F}_k^{Shear})^f \cdot \mathbf{V}_1^k), \quad \mathbf{M}_{\beta-k}^{Shear} = -\sum_{f=1}^n \frac{\zeta h_m^k}{2} ((\mathbf{F}_k^{Shear})^f \cdot \mathbf{V}_2^k) \quad (3.48)$$

En conséquence, les forces internes de cisaillement dans le plan sont  $\mathbf{F}^{Shear}$ ,  $\mathbf{M}^{Shear}$ .

### 3.5.3 Flexion

Dans la plupart des simulations, la rigidité en flexion peut être négligée. De nombreux travaux [BOI11] [DAN15] ont montré l'importance d'ajouter la rigidité de flexion dans les simulations de mise en forme, notamment pour décrire l'apparition de plissement. La mesure de déformation pour la flexion est définie par les courbures associées avec les différentes directions de fibres. Cette courbure est calculée à partir des positions des éléments voisins, ce qui est développé dans élément 'Rotation-free'. La formulation utilisée pour cet élément triangulaire proposé est définie dans élément S3 décrit dans [BRU06] [SAB06] [ONA00]. L'élément S3 a l'avantage de décrire la courbure avec moins de DDLs.

La courbure virtuelle dans direction de fibre est interpolée du déplacement nodal virtuel sous forme :

$$\delta\chi_{\alpha\alpha} = \mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{Bend} \delta\mathbf{u} \quad (3.49)$$

La Fig. 3.13 présente des paramètres définis dans élément. La hauteur de triangle passant par le nœud  $k$  est notée par  $h_k$  ;  $\mathbf{n}_{ck}$  est le vecteur normal sortant au côté opposé au nœud  $k$ . On note  $\theta_s$  l'angle formée entre les deux éléments autour du côté commun (le côté  $s$  dans l'élément courant).  $\mathbf{n}_s$  est le vecteur normal au plan moyen de l'élément courant (l'élément principal des deux éléments),  $\mathbf{n}_s'$  est la normale définit pour l'élément voisin. Ici  $s$  varie entre (1,2,3),  $s'$  varie entre (4,5,6). On note enfin  $\beta$  les angles sommets des différents triangles.

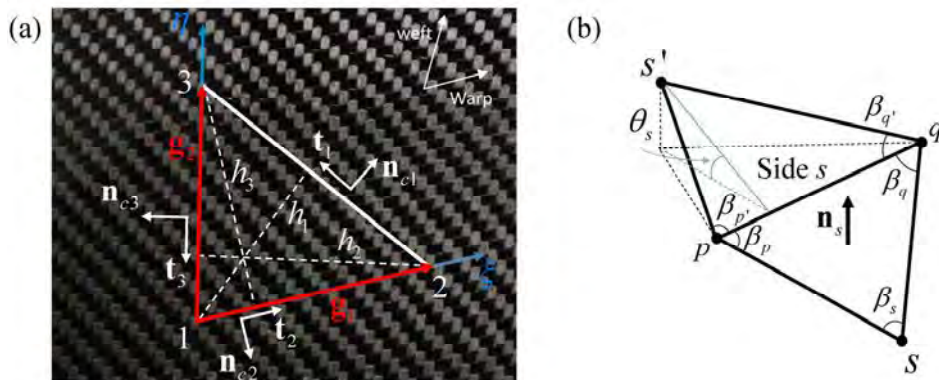


Fig. 3.13. Définition de paramètre géométrique (a) élément triangulaire (b) éléments voisins

Les composants du tenseur de courbure (2eme Ordre) pour le cas général est (sous forme de matrix) :

$$\boldsymbol{\chi} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ 2\chi_{xy} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w^b}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w^b}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w^b}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (3.50)$$

Où  $w^b$  est le déplacement normal. Les trois composants de courbure peuvent être représenté par des courbures dans les directions perpendiculaires aux bords des éléments (Méthode utilisé dans Morley élément). Ensuite ils sont présentés par des rotations autour du bord et par des paramètres géométriques d'élément triangulaire.

Il est alors possible de calculer la courbure dans les directions de fibres orientées par les vecteurs  $\mathbf{g}_\alpha$  (1ere ordre tenseur), donc la projection de courbure à la fibre est sous forme : ( $\hat{\mathbf{g}}_\alpha$  est le vecteur unitaire de  $\mathbf{g}_\alpha$ .)

$$\underline{\underline{\chi}} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} & \chi_{xy} \\ \chi_{yx} & \chi_{yy} \end{bmatrix} \quad (3.51)$$

$$\begin{aligned} \chi_{\alpha\alpha} &= \hat{\mathbf{g}}_\alpha \cdot \underline{\underline{\chi}} \cdot \hat{\mathbf{g}}_\alpha \\ &= g_{\alpha x}^2 \chi_{xx} + g_{\alpha y}^2 \chi_{yy} + 2g_{\alpha x} g_{\alpha y} \chi_{xy} \end{aligned} \quad (3.52)$$

En forme matricielle, ce qui donne finalement :

$$\chi_{\alpha\alpha} = - \left\langle \frac{2(\hat{\mathbf{g}}_\alpha \mathbf{n}_{c1})^2}{h_1} \quad \frac{2(\hat{\mathbf{g}}_\alpha \mathbf{n}_{c2})^2}{h_2} \quad \frac{2(\hat{\mathbf{g}}_\alpha \mathbf{n}_{c3})^2}{h_3} \right\rangle \begin{bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial \mathbf{n}_{c1}} \\ \frac{\partial w^b}{\partial \mathbf{n}_{c2}} \\ \frac{\partial w^b}{\partial \mathbf{n}_{c3}} \end{bmatrix} = [\mathbf{T}] \begin{bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial \mathbf{n}_{c1}} \\ \frac{\partial w^b}{\partial \mathbf{n}_{c2}} \\ \frac{\partial w^b}{\partial \mathbf{n}_{c3}} \end{bmatrix} \quad (3.53)$$

Dans laquelle  $(\partial w^b / \partial \mathbf{n}_c)$  sont les rotations relatives par rapport aux bords des éléments. Ces termes sont calculés à partir des angles  $\theta_s$  :

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial w^b}{\partial \mathbf{n}_{c1}} \\ \frac{\partial w^b}{\partial \mathbf{n}_{c2}} \\ \frac{\partial w^b}{\partial \mathbf{n}_{c3}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{h_1}{h_1 + h_5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{h_2}{h_2 + h_6} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{h_3}{h_3 + h_4} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} = [\mathbf{H}] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \end{bmatrix} \quad (3.54)$$

En forme simplifié, les deux équations au-dessus mènent à Eq 3.55.

$$\chi_{\alpha\alpha} = -\sum_{s=1}^3 \left( \frac{2(\hat{\mathbf{g}}_\alpha \mathbf{n}_{cs})^2}{h_s} \frac{h_s \theta_s}{h_s + h_{s'}} \right) \quad (3.55)$$

Avec le déplacement virtuel de nœud  $\delta \mathbf{u}$  imposé, le schéma de déformation est affiché la Fig. 3.14. Pour la raison de simplification, seuls 2 segments généraux sont présentés :

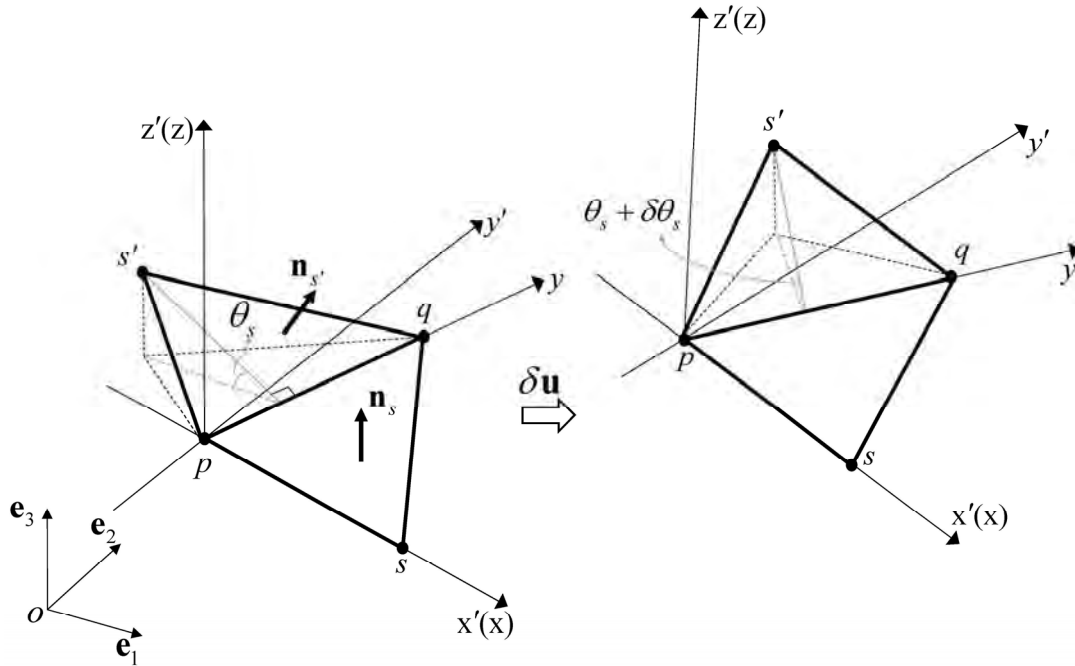


Fig. 3.14. Forme avant et après déformation pour deux éléments voisins

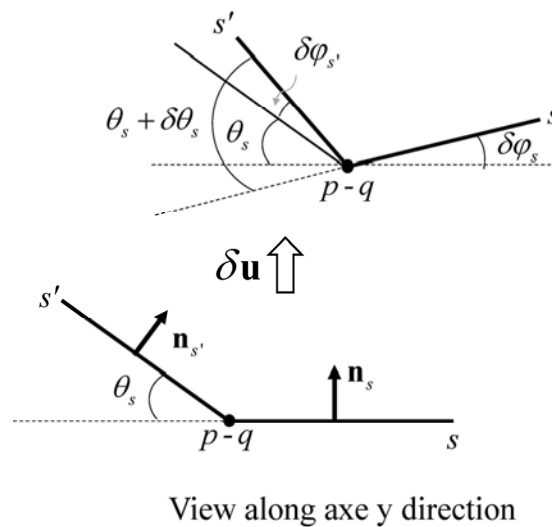


Fig. 3.15. Projection de deux éléments adjacents le long de l'axe y

Par conséquent, les angles de rotation  $\theta_s$  sont eux-mêmes déduits d'autres angles :

$$\delta \theta_s = \delta \varphi_{s'} + \delta \varphi_s \quad (3.56)$$

Où  $\varphi_s$  et  $\varphi_{s'}$  sont séparément l'angle de rotation d'élément principal et l'angle de rotation d'élément voisin autour du côté  $s$ . Ils sont calculés à partir des déplacements incrémentaux nodaux dans laquelle  $p$  et  $q$  sont les compléments de  $s$  (1,2,3) :

$$\delta\varphi_s = \frac{\delta\mathbf{u}_s \cdot \mathbf{n}_s}{h_s} - \frac{\cos \beta_q}{h_p} \delta\mathbf{u}_p \cdot \mathbf{n}_s - \frac{\cos \beta_p}{h_q} \delta\mathbf{u}_q \cdot \mathbf{n}_s \quad (3.57)$$

En même façon, en définissant  $s'$  est le numéro de nœud dans élément voisin qui correspond avec côté  $s$ .  $p'$  et  $q'$  sont les compléments de  $s$  (1,2,3), nous avons l'expression :

$$\delta\varphi_{s'} = \frac{\delta\mathbf{u}_{s'} \cdot \mathbf{n}_{s'}}{h_{s'}} - \frac{\cos \beta_{q'}}{h_{p'}} \delta\mathbf{u}_{p'} \cdot \mathbf{n}_{s'} - \frac{\cos \beta_{p'}}{h_{q'}} \delta\mathbf{u}_{q'} \cdot \mathbf{n}_{s'} \quad (3.58)$$

En conséquence,  $\theta_s$  peut être exprimé par le déplacement nodal  $\delta\mathbf{u}$ ,

$$\begin{bmatrix} \delta\theta_1 \\ \delta\theta_2 \\ \delta\theta_3 \end{bmatrix} = [\mathbf{G}] \delta\mathbf{u} \quad (3.59)$$

La taille de matrice  $[\mathbf{G}]$  est  $3 \times 18$ , la matrice de déplacement nodal est donnée par :

$$\delta\mathbf{u} = \begin{bmatrix} u_{1x} & u_{1y} & u_{1z} & u_{2x} & \cdots & u_{5z} & u_{6x} & u_{6y} & u_{6z} \end{bmatrix}^T \quad (3.60)$$

On obtient finalement l'expression de la matrice de déplacement-courbure  $\mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{Bend}$  :

$$\mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{Bend} = [\mathbf{T}][\mathbf{H}][\mathbf{G}] \quad (3.61)$$

Avec la spécification de paramètre de tous les éléments, matrix  $\mathbf{G}$  peut être précisé. (Annexe A.1)

L'expression de la force interne de flexion est finalement donnée par :

$$\mathbf{F}_{int}^{Bend} = \int_L (\mathbf{B}_{11}^{Bend})^T M^{11} dL + \int_L (\mathbf{B}_{22}^{Bend})^T M^{22} dL \quad (3.62)$$

Où  $M^{\alpha\alpha}$  est la fonction de courbure caractérisé expérimentalement [BIL10] [EI16] [LIA17b].

Remarque : Les formes générales du calcul de force interne pour les trois modes de déformations différentes sont montrées dans Eq. 3.63-3.65. Où,  $n_{warp}$  et  $n_{weft}$  est le nombre de mèche par unité de longueur dans les directions de chaîne et trame. La nombre de celle unitaire est :  $n_{celle} = n_{warp} n_{weft} S$  où  $S$  est l'aire d'élément courant.

$$\mathbf{F}^{Ten} = \sum_{f=1}^n n_{warp} \frac{\|\mathbf{k}_1\|^f}{2} (\mathbf{B}_{11}^{Ten})^{fT} T^{11f} + \sum_{f=1}^n n_{weft} \frac{\|\mathbf{k}_2\|^f}{2} (\mathbf{B}_{22}^{Ten})^{fT} T^{22f} \quad (3.63)$$

$$\mathbf{F}^{Shear} = \sum_{f=1}^3 n_{celle} (\mathbf{B}^{Shear})^{fT} (C_\gamma)^f \quad (3.64)$$

$$\mathbf{F}_{int}^{Bend} = n_{warp} \frac{\|\mathbf{k}_1\|}{2} (\mathbf{B}_{11}^{Bend})^T M^{11} + n_{weft} \frac{\|\mathbf{k}_2\|}{2} (\mathbf{B}_{22}^{Bend})^T M^{22} \quad (3.65)$$

### 3.6 Tests élémentaires du nouvel élément de coque fibreuse

Nous présentons à la suite un certain nombre de simulations élémentaires de validation de notre élément. Les paramètres utilisés sont : une densité de mèche de 1 mèche/mm ; une rigidité de tension  $T^{11f} = 34500 \text{Log}(L/l)$  ; une relation de cisaillement définie par :

$$(C_\gamma)^f = k_1 \gamma + k_2 \gamma^3 + k_3 \gamma^5$$

$$\text{Avec } k_1 = 0.37044 \quad k_2 = -0.841 \quad k_3 = 1.301$$

#### 3.6.1 Extension

Un carré (100 mm × 100 mm) où les chaînes (ou les trames) sont parallèles aux côtés du carré, est soumis à un allongement. Le modèle est discrétisé par deux éléments triangulaires. Le but du test est de montrer que l'élément fini décrit bien le comportement en tension. L'élément est composé de multicouche, la déformation de tension est dans le plan, donc tous les résultats montrés sont identiques dans différentes positions en épaisseur et l'indice  $f$  est négligé.

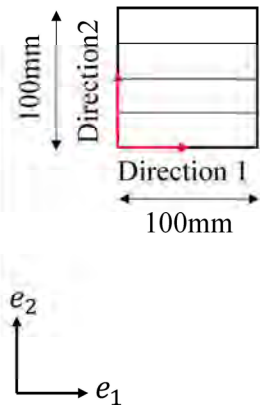
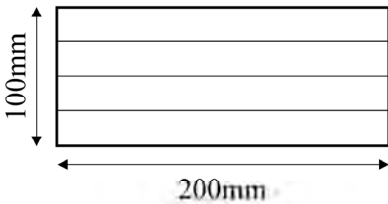
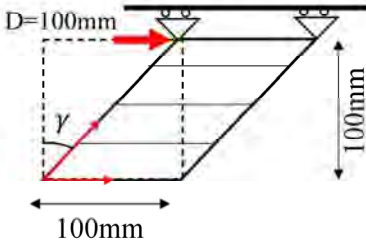
Initial state	Deformed state	Simulation variable
	<p>(a)</p> <p>With stretching in the direction 1; (<math>L/L_0 = 2</math>)</p> 	$\varepsilon_{11} = 0.693$ $T_{11} = 23912N$
	<p>(b)</p> <p>With imposed displacement</p> 	$\gamma = 45^\circ$ $\varepsilon_{11} = 0$

Fig. 3.16. Tests élémentaires pour extension

La Fig. 3.16a montre un test avec une élongation simple, la déformation et la tension obtenues correspondent avec les valeurs théoriques. La Fig. 3.16b montre que le cisaillement dans le plan simple n'a pas l'influence sur la valeur de tension, et le déplacement de fibre unidirection dans le plan ne produit pas de l'énergie supplémentaire.

#### 3.6.2 Cisaillement pure

##### 3.6.2.1 Cisaillement Simple

Le tissu carré avec la même dimension que le test précédent est utilisé pour faire des tests élémentaires du cisaillement. Les chaînes et les trames sont placées initialement perpendiculaire.



Un déplacement parallèle à la direction 1 est imposé dans un bord de carré, ce bord est supposé libre dans la direction 2 (Fig. 3.17a). L'objectif est de vérifier la cinématique de cisaillement est correct et la loi de comportement utilisé est bien déployée dans le code. De plus, dans ce cas, la quasi-inextensibilité doit être vérifiée. Le résultat obtenu montre la concordance entre la valeur théorique et la valeur numérique.

Ensuite, la condition limite est changé. DDLs dans direction 2 est encastrée (Fig. 3.17b). les résultats numériques montrent le calcul de cisaillement est correct et en même temps, le calcul de tension est correct.

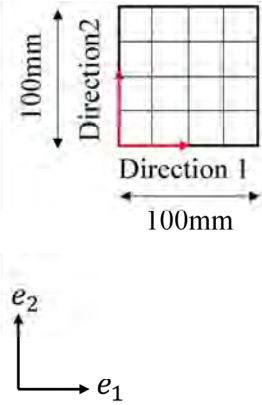
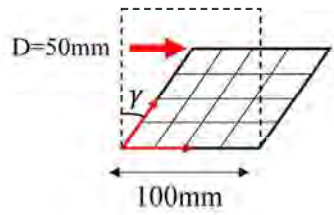
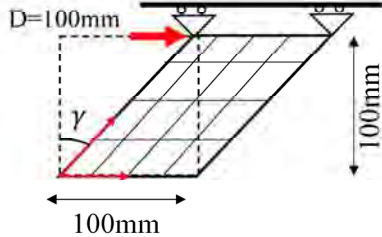
Initial state	Deformed state	Simulation variable
	(a) With imposed displacement 	$\gamma = 30^\circ$ $M(\gamma) = 0.1173$ $\varepsilon_{11} \varepsilon_{22}$ small enough  Fiber quasi-inextensibility is guaranteed.
	(b) With imposed displacement 	$\gamma = 45^\circ$ $M(\gamma) = 0.1968$ $\varepsilon_{22} = 0.3465$ $T_{22} = 11955N$

Fig. 3.17. Tests élémentaires pour cisaillement dans le plan

### 3.6.2.2 Bias Test

La mise en place de la bias extension test est déjà décrite en chapitre 2. Un test simple élémentaire sera présenté ici afin de vérifier le comportement du cisaillement.

Le tissu avec la dimension 30 mm × 10 mm est modélisé par 12 éléments en maillage CD, des fibres sont en orientation de  $\pm 45^\circ$ . Le déplacement imposé est 6mm, en utilisant la relation cinématique donnée par [CAO08], la variation d'angle et de chargement peut être calculé analytiquement. La Fig. 3.18a montre l'état initial du modèle. La Fig. 3.18b montre la forme déformée, et les Fig. 3.18c et d montrent que la courbe d'angle de cisaillement numérique et la courbe de chargement sont coïncidentes avec les courbes théoriques (analytiques). Les résultats numériques correspondent bien avec ceux théoriques.

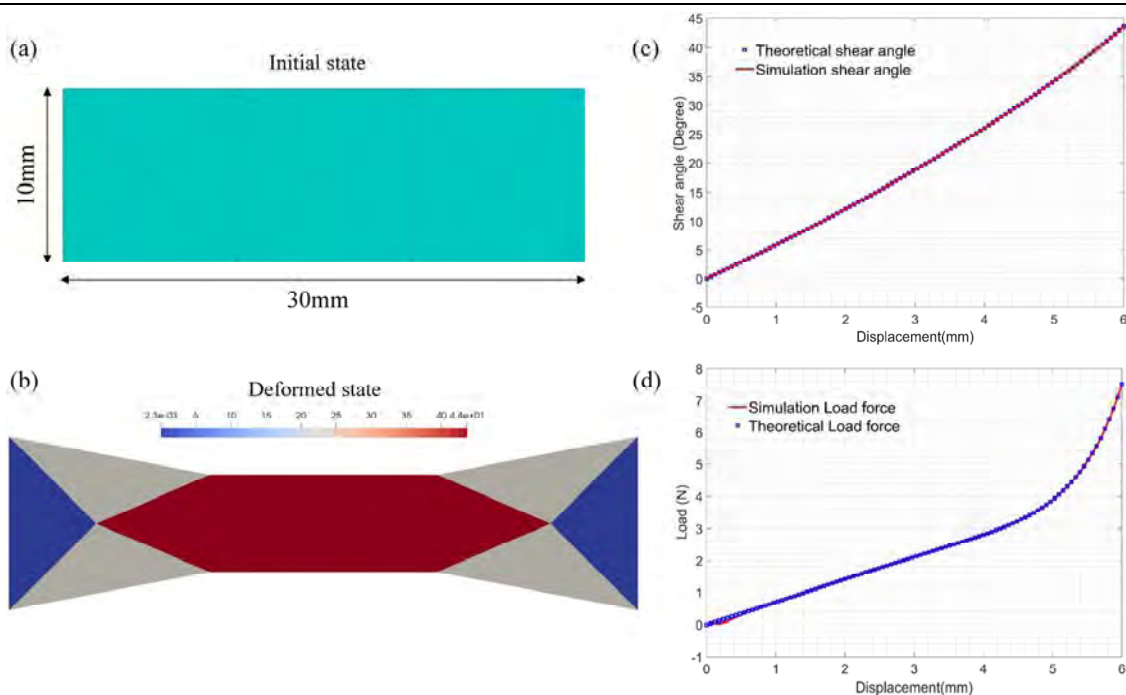


Fig. 3.18. Validation élémentaire par Bias-test (a) Etat initial (b) Forme déformée (c) Angle de cisaillement - déplacement (d) Force de machine - déplacement

### 3.6.3 Flexion

Le modèle a la longueur 180mm, l'épaisseur initiale est 1mm. La mèche est en forme CD, la densité volumique utilisée est  $4.2 \cdot 10^{-4} \text{g/mm}^3$ , la rigidité de flexion est  $6.54 \text{ N mm}$ . Le test est une flexion cantilever. Une autre simulation est faite avec l'élément semi-discrète triangulaire développé dans [HAM09] qui est déjà validée. La déflexion est identique et égale à 71.81mm, par ailleurs la force pour le parti encastré sont identiques aussi.

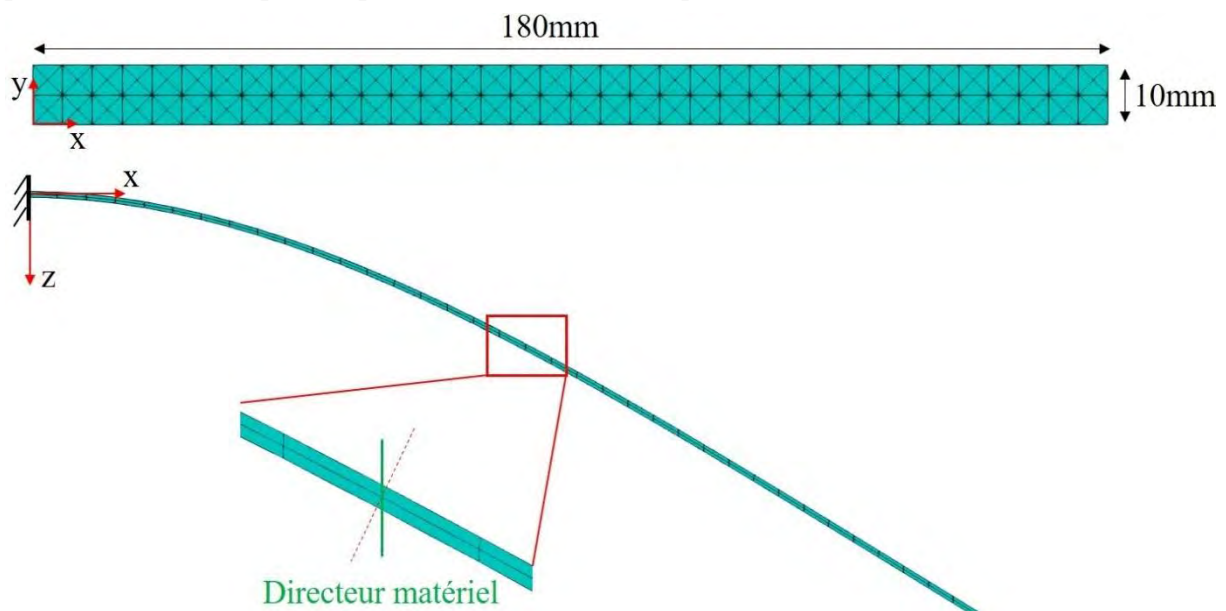


Fig. 3.19. Test élémentaire : Cantilever

Dans ce cas, les directeurs matériels restent normaux et n'ont pas la tendance de rester perpendiculaire à la surface moyenne même si le modèle est mince, ce qui est différent de l'approche classique.

### 3.6.4 Cisaillement transverse

Le tissu carré avec la même dimension que le test précédent est utilisé pour faire des tests élémentaires de cisaillement transverse. Une seule direction de fibre est utilisée. Une rotation égale  $45^\circ$  autour de nœud est imposée pour le directeur matériel dans la position de l'extrémité droite, la DDL concernant la rotation est libre dans l'autre côté (Fig. 3.20a). L'objectif est de vérifier la cinématique de cisaillement transverse et la quasi-inextensibilité dans notre approche. La forme finale montre la rotation dans le côté libre qui est égale  $45^\circ$  aussi, cela vérifie notre objectif. La Fig. 3.20b montre la même condition de rotation utilisée la Fig. 3.20a, par ailleurs, une elongation simple est appliquée. La déformation de l'extension correspond avec la valeur théorique. Les résultats numériques montrent que le test simple de cisaillement transverse ne modifie pas les valeurs de tension et cette mode de déformation ne produit pas de l'énergie supplémentaire.

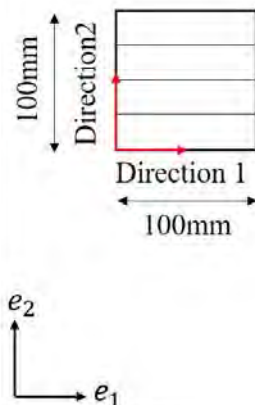
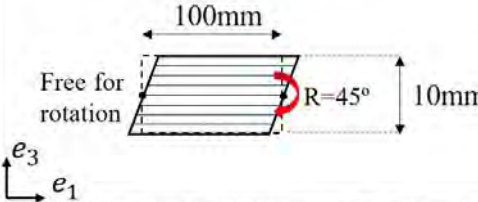
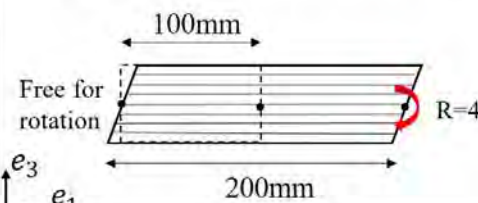
Initial state	Deformed state	Simulation variable
	<p>(a) With imposed rotation angle at one side, the other is free for rotation.</p> 	<p>The rotation angle at the free side is <math>45^\circ</math> too, and the tensile strain at all layers are small enough, so the quasi-inextensibility is satisfied.</p>
	<p>(b) With imposed rotation angle at one side, and With stretching in the direction 1; (<math>L/L_0 = 2</math>)</p> 	<p><math>\varepsilon_{11} = 0,693</math>  <math>T_{11} = 23912N</math></p> <p>Rotation angle at free side is <math>45^\circ</math></p>

Fig. 3.20. Test élémentaire pour cisaillement transverse

## 3.7 Discussion sur l'importance de modifier l'équation cinématique

Dans cette section, nous allons vérifier la nécessité de l'équation cinématique adaptée aux renforts fibreux. Deux problèmes seront étudiés en utilisant des exemples numériques :

- L'influence de la partie ajoutée dans l'équation cinématique sur la rotation de directeur matériel.
- L'influence du pas du temps incrémental sur la rotation de directeur matériel.

### 3.7.1 L'influence de l'équation cinématique

Au début, nous avons choisi la cinématique classique : Eq. 3.8. L'hypothèse concernant l'épaisseur normale au plan moyen est appliquée directement dans cette cinématique. Un exemple de simulation est présenté au-dessous : (Fig. 3.21)

La Fig. 3.21a montre le résultat expérimental, la Fig. 3.21b montre la simulation dans le cas de 2D en utilisant l'approche présenté dans [LIA17]. La Fig. 3.21d montre la simulation faite

par l'approche 3D en utilisant la cinématique classique. La Fig. 3.21c montre la comparaison de la direction de directeur matériel dans les différentes positions le long du plan moyen. Dans la zone A (correspond avec position 1, 2, 4, 5), la rotation de directeur matériel dans simulation 3D est plus petite que celle de l'expérimentation. Le facteur à l'origine de ce phénomène est que la quasi-inextensibilité de fibre n'est pas garantie.

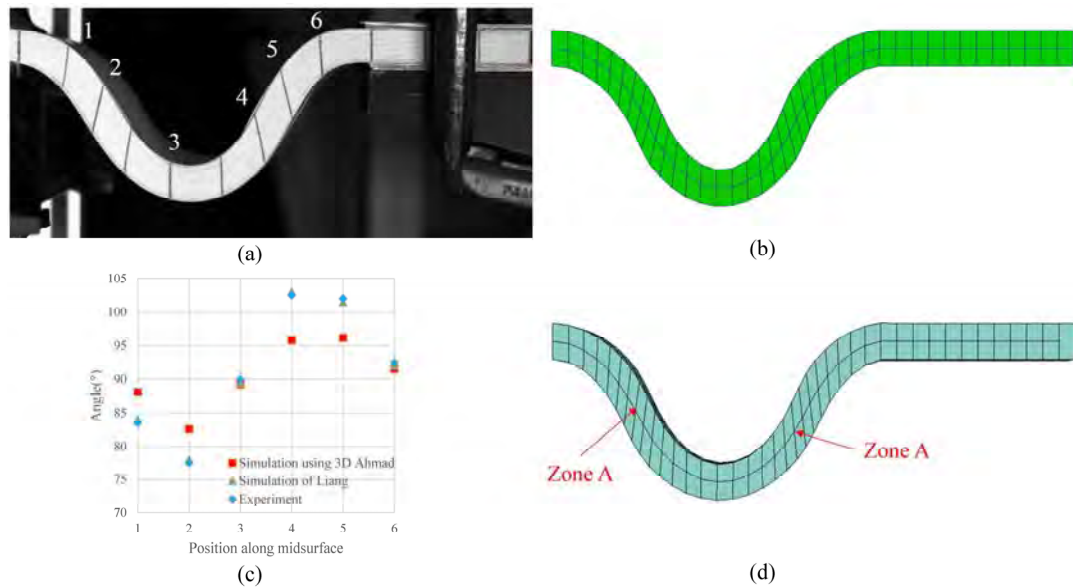


Fig. 3.21. Test flambage de fibre parallèle : (a) Expérience (b) Simulation par élément coque 2D [LIA17] (c) Angle entre directeur matériel et direction horizontale (d) Simulation par élément coque 3D basé sur équation cinématique classique

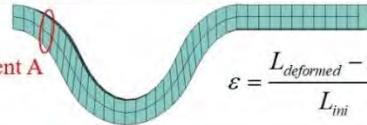
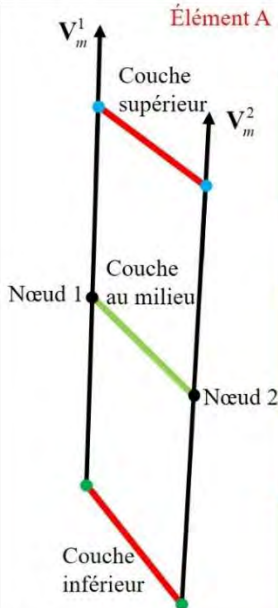
Données initial	$L_{ini} = 5.95mm$ $\delta\epsilon_{ini} = 0$	 $\epsilon = \frac{L_{deformed} - L_{ini}}{L_{ini}}$		
Schéma		Données de simulation	Longueur de fibre calculé basé sur déformation simulé	Conclusion
Couche supérieur	$\delta\epsilon^{f=2} = -7.79E-4$ $L_{simu}^{f=2} = 5.6411mm$	$L_{calcul}^{f=2} = 5.9453mm$	Quasi-inextensibilité n'est pas garanti	
Couche au milieu	$\delta\epsilon^{f=1} = -4.62E-4$ $L_{simu}^{f=1} = 5.9472mm$	$L_{calcul}^{f=1} = 5.9472mm$	Quasi-inextensibilité est bien garanti	
Couche inférieur	$\delta\epsilon^{f=3} = 1.22E-3$ $L_{simu}^{f=3} = 6.356mm$	$L_{calcul}^{f=3} = 5.9572mm$	Quasi-inextensibilité n'est pas garanti	

Fig. 3.22. Vérification de longueur de fibre dans différent position

Nous étudions un élément sélectionné (Fig. 3.22),  $\delta\epsilon$  signifie la déformation simulée qui satisfait la quasi-inextensibilité, mais la longueur de fibre simulée  $L^f$  ( $f = 2$  ou  $3$ ) ne



correspond pas avec cette déformation et les fibres sont allongées ou comprimées. Ces deux variables ne sont pas en correspondance.

La déformation au plan moyen est correcte et en bon accord avec l'élongation de fibre, cela indique que l'interpolation de déplacement n'est pas précise pour les nœuds virtuels. Cette vérification élémentaire est faite pour plusieurs éléments finis, ils montrent le même phénomène pour des fibres supérieures et inférieures.

Afin de déterminer l'influence de la terme  $\Delta h_m^k$  sur la rotation de directeur matériel, cette partie est multiplié par un coefficient  $Coef_{\Delta h}$  :

$$\Delta \mathbf{u}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{k=1}^3 N_k \Delta \mathbf{u}_k + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\zeta}{2} h_m^k (\Delta \alpha_k \mathbf{V}_1^k - \Delta \beta_k \mathbf{V}_2^k) + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\zeta}{2} \Delta h_m^k [\mathbf{V}_3^k + \Delta \alpha_k \mathbf{V}_1^k - \Delta \beta_k \mathbf{V}_2^k] \cdot Coef_{\Delta h} \quad (3.66)$$

En variant la valeur du coefficient entre 0 et 1, nous obtenons des formes déformées différentes (Fig. 3.23a). Il montre les rotations des directeurs matériels dans différents cas. Nous choisissons la position A pour observer cette différence, quand  $Coef_{\Delta h} = 0.1$ , la rotation de directeur matériel est petite, mais en variant le  $Coef_{\Delta h}$ , l'angle de rotation devient de plus en plus grand (Fig. 3.23b). Ensuite, les longueurs des fibres pour les couches supérieure et inférieure dans la position B en fonction du temps sont montrées (Fig. 3.23c). La courbe montre que la variation d'épaisseur a l'influence sur la quasi-inextensibilité de fibre, la modification de l'équation cinématique est très important pour garantir cette hypothèse fondamentale. La comparaison de l'angle de rotation de directeur matériel selon différentes positions du plan moyen est montrée Fig. 3.23d. Le résultat confirme que le modèle numérique avec la pris en compte de la variation d'épaisseur nous donne la bonne simulation par rapport l'expérience.

*Remarque* : la différence entre la méthode 2D et la méthode proposée est présentée dans l'annexe A.2.

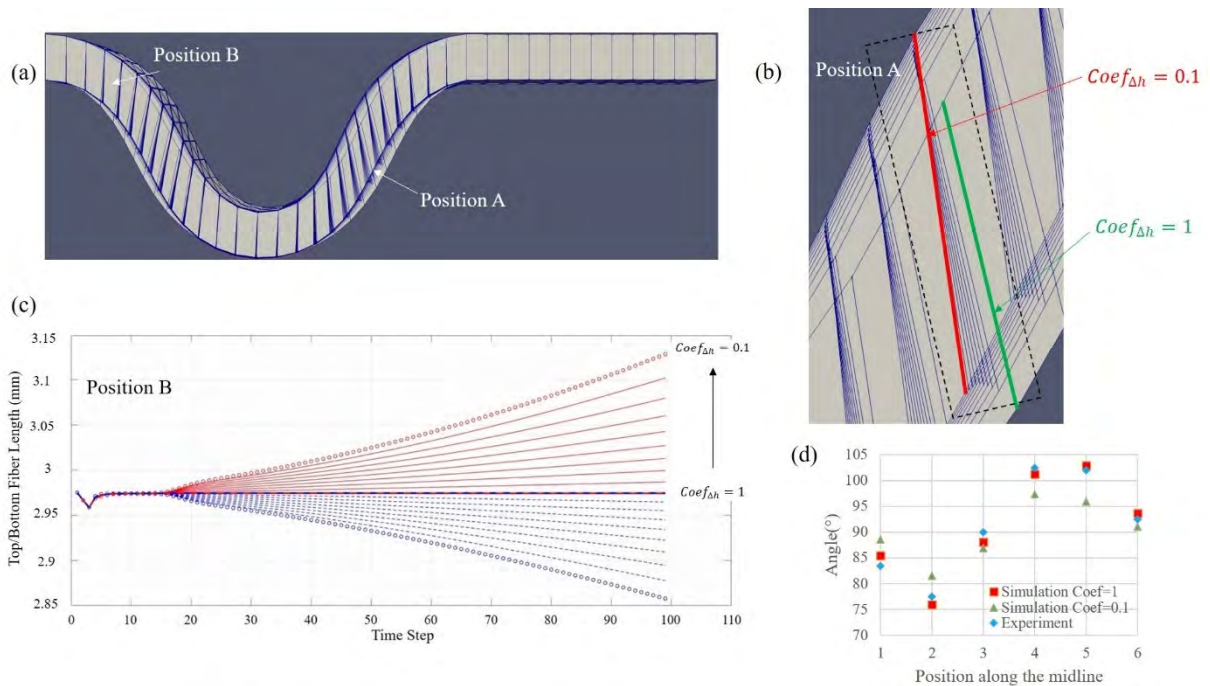


Fig. 3.23. Déformation en variant  $Coef_{\Delta h}$

### 3.7.2 L'influence du pas de temps

Afin de déterminer l'influence de la dimension du pas de temps, nous avons fait des simulations dans les cas avec  $\Delta t$ ,  $N_{\text{steps}}$  différentes. (Fig. 3.24)

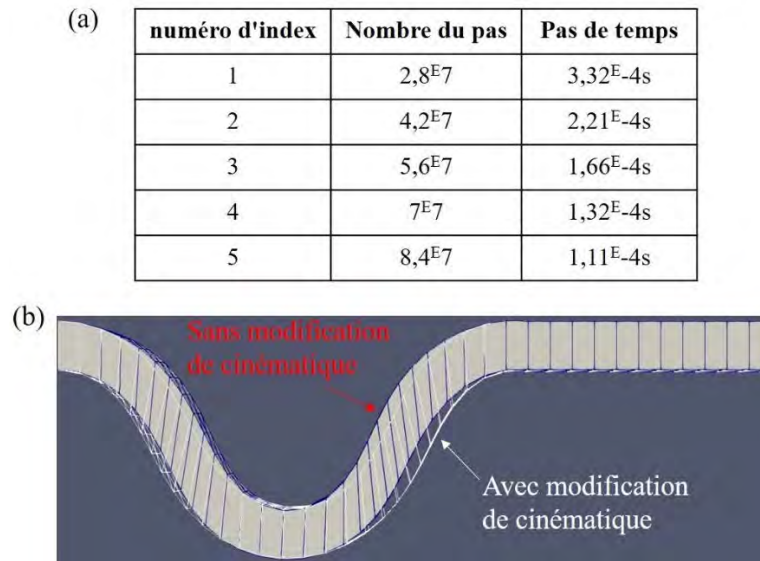


Fig. 3.24. Influence d'étape incrémentale temporel

Dans le cas de la cinématique sans la modification ajoutée, la variation des paramètres temporels ne peut pas améliorer les résultats obtenus par la simulation, à la fois la rotation de directeur matériel reste plus petite que celle de l'expérience. Dans le cas avec l'utilisation de l'équation cinématique adapté aux renforts fibreux, nous pouvons obtenir la forme déformée en cohérence avec l'expérience.

Ces deux sections mettent en évidence la nécessité de prendre en compte la variation d'épaisseur dans l'équation cinématique.

Dans l'annexe A.3, deux techniques numériques concernant le choix de point de fibre dans l'épaisseur et le problème de la conservation d'épaisseur sont présentées. (Annexe A.3)

## 3.8 Bilan de chapitre 3

Nous avons détaillé la formulation d'un nouvel élément de coque adapté à la mécanique des renforts fibreux, les théories classiques de coque ne permettent pas de reproduire de manière satisfaisante les rotations des directeurs matériels pilotées par l'inextensibilité des fibres. La déformation de ces tissus fibreux présente deux spécificités majeures : l'inextensibilité des fibres et le glissement possible entre des fibres.

Cet élément finis est développé dans le cadre d'élément de coque d'Ahmad en basant sur ces spécificités présentées. Donc il est enrichi de plusieurs manières pour l'adapter aux milieux fibreux :

- La présence des nœuds virtuels permet de suivre la position de fibres dans l'épaisseur de l'élément.
- L'équation cinématique adaptée aux matériaux fibreux basé sur le cadre de coque Ahmad est proposée. Cela permet d'assurer la quasi-inextensibilité de toutes les fibres dans différentes altitudes de l'épaisseur.

- 
- Les mesures de déformation membrane permet de piloter la rotation de directeur matériel.
  - Une hypothèse supplémentaire sur la conservation de l'épaisseur normal de coque est utilisée.

Dans cette approche, la tension, la flexion et cisaillement dans le plan sont découplés. Le glissement entre les couches est présenté cinématiquement et associé avec ces trois types de déformation. Donc la mode de cisaillement transverse est supposée à l'énergie nulle.

L'approche proposée permet de réduire fortement le coût des calculs par rapport aux approches où chaque couche est décrite par une couche de éléments finis en contact avec ses voisines.

Le chapitre suivant est consacré à des exemples d'applications sur des empilements fibreux.



---

# Chapitre 4 Expérimentation et simulation de flexion

La flexion est une déformation importante pour les matériaux fibreux, bien que la rigidité de flexion soit souvent relativement petite. Les études sur le sujet révèlent, suggèrent que l'influence de rigidité de flexion ne peut être négligée, les plissements se développent lorsque le théorème du travail virtuel conduit à des solutions hors plan. Quand le tissu est épais (ex : Interlock) ou composé de renfort fibreux multicouche, la valeur de la rigidité de flexion sera plus grande.

L'approche de coque spécifique développée a pour objectif de montrer correctement le comportement de renfort en particulier en flexion. Afin de vérifier sa capacité de simuler la déformation de flexion, nous allons proposer des essais expérimentaux et des simulations. Dans la section 4.1 et 4.2, plusieurs tests de flexion trois points concernant une couche ou plusieurs couches de renfort seront montrés, et un test cantilever sera également présenté. Ils sont importants pour déterminer les lois de comportement de flexion et l'influence de frottement entre les couches. La section 4.3 montre des expériences et des simulations de flexion en 2D, l'approche est appliquée sur l'empilement de papier qui est considéré comme l'échantillon avec des fibres parallèles et aussi appliquée sur les expériences pour les renforts fibreux. La section 4.4 introduit une nouvelle approche pour décrire la déformation 3D et pour tracer la rotation de directeur matériel. Les expériences 3D et les simulations correspondantes sont comparées.

Les résultats montrent que cette approche proposée s'adapte à la modélisation de déformation spécifique pour matériaux fibreux, la cinématique de cisaillement transverse est bien prédite.

## Sommaire :

<b>Chapitre 4 Expérimentation et simulation de flexion</b> .....	<b>64</b>
4.1 Expérimentation classique et loi de comportement de flexion.....	66
4.1.1 Flexion 3 point .....	66
4.1.2 Flexion avec matériaux mince .....	68
4.2 Influence de frottement entre couche .....	69
4.2.1 Résultat expérimentale (En fonction de nombre de couche) .....	69
4.2.2 Déterminer l'influence de frottement entre couche .....	70
4.2.3 Prise en compte de l'influence de frottement .....	71
4.3 Comparaison entre simulation et expérimentation en 2D .....	72
4.3.1 Flexion de livre .....	72
4.3.1.1 <i>Flambage de livre</i> .....	72
4.3.1.2 <i>Cantilever de livre</i> .....	73
4.3.2 Flexion de renfort fibreux sans contact.....	74
4.3.2.1 <i>Flambage de 20 couches G986</i> .....	74
4.3.2.2 <i>Cantilever de 20 couches G986</i> .....	75

---

4.3.2.3 Sensibilité de rigidité de flexion.....	76
4.3.3 Trois Points Flexion.....	77
4.3.3.1 11 couches de G1151 .....	77
4.3.3.2 Interlock 3D.....	79
4.4 Comparaison entre simulation et expérimentation en 3D .....	82
4.4.1 Dispositif expérimental en 3D .....	82
4.4.2 Flexion de livre avec des couches parallèles .....	84
4.4.2.1 Flexion due à un déplacement imposé d'un coin.....	84
4.4.2.2 Essai de flexion de flambage.....	85
4.4.2.3 Cantilever.....	86
4.4.3 Flexion de renfort fibreux .....	87
4.4.3.1 Flexion due à un déplacement imposé d'un coin.....	88
4.4.3.2 Essai de flexion de flambage.....	89
4.5 Bilan de Chapitre 4.....	91

## 4.1 Expérimentation classique et loi de comportement de flexion

### 4.1.1 Flexion 3 point

Avec le dispositif présenté (section 2.1.5), nous avons fait des tests afin de déterminer la loi de comportement de flexion pour le renfort des composites G1151 (Hexcel). Sachant que le renfort G1151 est un type d'interlock, il est plus rigide en flexion que d'autres tissus de carbone 2D par exemple (G986). Pour mesurer la rigidité de flexion de G1151, la flexion 3 points est le bon choix.

Le renfort G1151 a été étudié par plusieurs chercheurs [DE10] [ALL11] [GHA19], le tissu est produit par la société Hexcel, constitué d'un tissage interlock de fil de carbone T300JB 6K (630 g/m<sup>2</sup>, 7.5 mèche/cm), la cellule unitaire se compose de 6 fils en chaîne et de 15 fils en trame avec une construction nominale de 7,5 fils / cm pour la chaîne et 7,4 fils / cm pour la trame, la largeur en chaîne est de 2mm, et de 3mm en trame (Fig. 4.1). Toutefois, à cause des poudres de résines appliquées sur le carbone pendant la fabrication, la loi de comportement peut varier au cours du temps.

Afin de vérifier la caractérisation des matériaux que nous utilisons, une identification de rigidité de flexion est proposée.

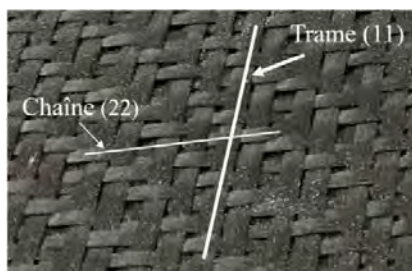


Fig. 4.1. Mèche de G1151 (Hexcel)

La Fig. 4.2 montre les courbes force-déplacement dans le cas des échantillons G1151 (1 couche) avec la dimension  $210\text{mm} \times 55\text{mm}$  où les fibres longues suivent la direction en trame. L'objectif est de vérifier la rigidité mesurée par Ghafour [GHA19]. La charge imposée est un déplacement de 60mm au point d'appui central. Nous pouvons remarquer que l'effort de réaction diminue lors d'un grand déplacement imposé, cela est à cause de la direction de force aux appuis qui a tendance à devenir horizontale.

Dans cet essai, plusieurs échantillons issus du même rouleau de G1151 sont testés afin de prouver que le test est réitérable. Un autre échantillon stocké depuis longtemps a été choisi comme référence et comparé avec des données existantes calculées par Ghafour [GHA19]. La Fig. 4.2 montre que la propriété de flexion du renfort G1151 peut être variée au fil du temps. Dans les sections suivantes, nous allons utiliser le renfort G1151 moins rigide.

Afin de mesurer précisément la relation moment-courbure, des différents échantillons avec différentes dimensions sont appliqués. La Fig. 4.3a représente l'essai du renfort G1151 en dimension  $200\text{mm} \times 30\text{mm}$  dans la direction en trame. La Fig. 4.3b représente l'essai du G1151 dans la direction en chaîne. Ils sont soumis d'un déplacement 60mm au centre d'échantillon.

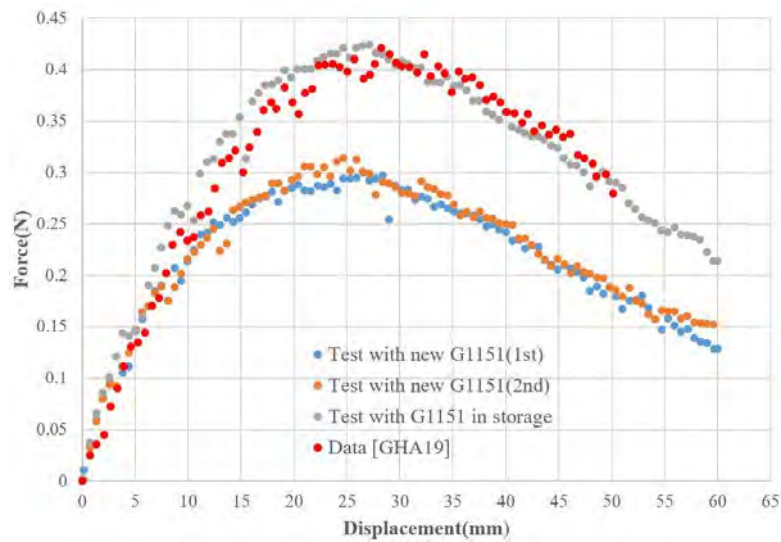


Fig. 4.2. Courbe de Force-Déplacement pour 1 couche de G1151 (210mm\*55mm)

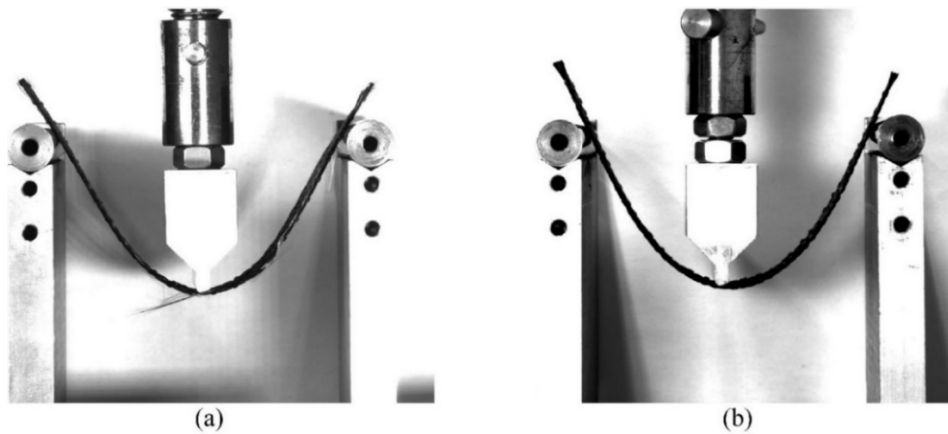


Fig. 4.3. Flexion 3-points sur une couche de G1151 (a) Trame (b) Chaîne

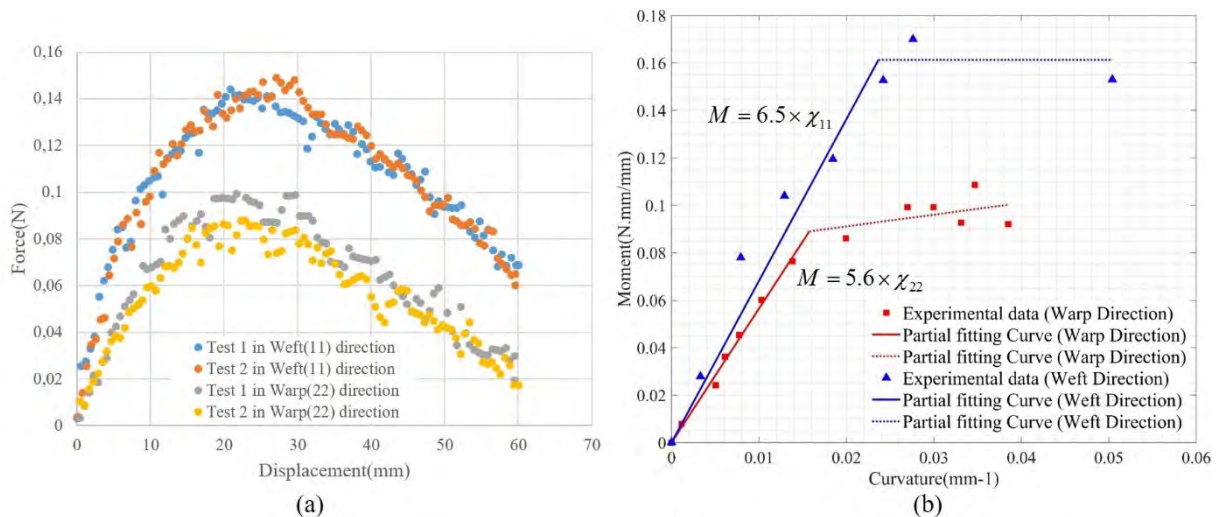


Fig. 4.4. Flexion 3 points pour 1 couche G1151 (200mm\*30mm) : (a) Force - déplacement dans les directions trame et chaîne (b) Moment - Courbure au point d'application de la force

La Fig. 4.4a montre la courbe de force-déplacement correspondante. En utilisant la méthode présentée dans le chapitre 2, nous obtenons les lois de comportement correspondantes (Fig. 4.4b). Les données expérimentales sont interpolées par 2 fonctions linéaires, ils montrent que la rigidité dans les deux directions de fibre n'est pas identique.

## 4.1.2 Flexion avec matériaux mince

Nous avons proposé des essais de flexion dans le cas des échantillons mince, afin d'analyser la déformation spécifique des matériaux fibreux correspondants.

D'abord, un empilement de papier multicouche avec un échantillon de longueur 297mm est montré. Une seule extrémité est encastree (longueur de la partie encastree : 50mm), une autre est libre à déformation, l'éprouvette est soumise à la flexion simple. La Fig. 4.5a, montre un échantillon composé de 10 couches de papier (épaisseur égale 1mm), La Fig. 4.5b montre 20 couches de papiers (épaisseur égale 2mm). Des marqueurs rouges représentent la rotation de directeur matériel qui ne correspond pas avec théorie de coque classique, à proximité du côté libre, le glissement entre les couches est évident, le sifflet est observé dans l'extrémité libre.



Fig. 4.5. Flexion avec une seule extrémité encastree (a) 10 couches papiers (b) 20 couches papiers

Ensuite, le même essai est fait pour le renfort carbone, Fig. 4.6a et b montrent des échantillons composés de deux couches de G1151 avec des orientations de fibres différentes, des points blancs sont désignés sur 2 couches, les lignes rouges qui relient les marqueurs ont pour objectifs de visualiser le mouvement relatif entre les plis et de montrer la rotation de directeur matériel, ces lignes dessinées sont initialement perpendiculaires à un plan moyen. Concernant le résultat, la rotation de Kirchhoff directeur matériel montre un comportement spécifique qui est loin de la théorie de Kirchhoff.



Fig. 4.6. Flexion avec une seule extrémité encastree dans le cas de 2 couches G1151 (a) Trame (b) Chaîne



## 4.2 Influence de frottement entre couche

### 4.2.1 Résultat expérimentale (En fonction de nombre de couche)

Afin de déterminer l'influence du nombre de couches sur la rigidité de flexion, nous avons fait des essais avec  $N$  couches, la dimension d'échantillon est  $200\text{mm} \times 30\text{mm}$  (par couche). La Fig. 4.7 montre la courbe de force en fonction de déplacement pour des essais de flexion 3 points en variant  $N$  entre 1 et 8.

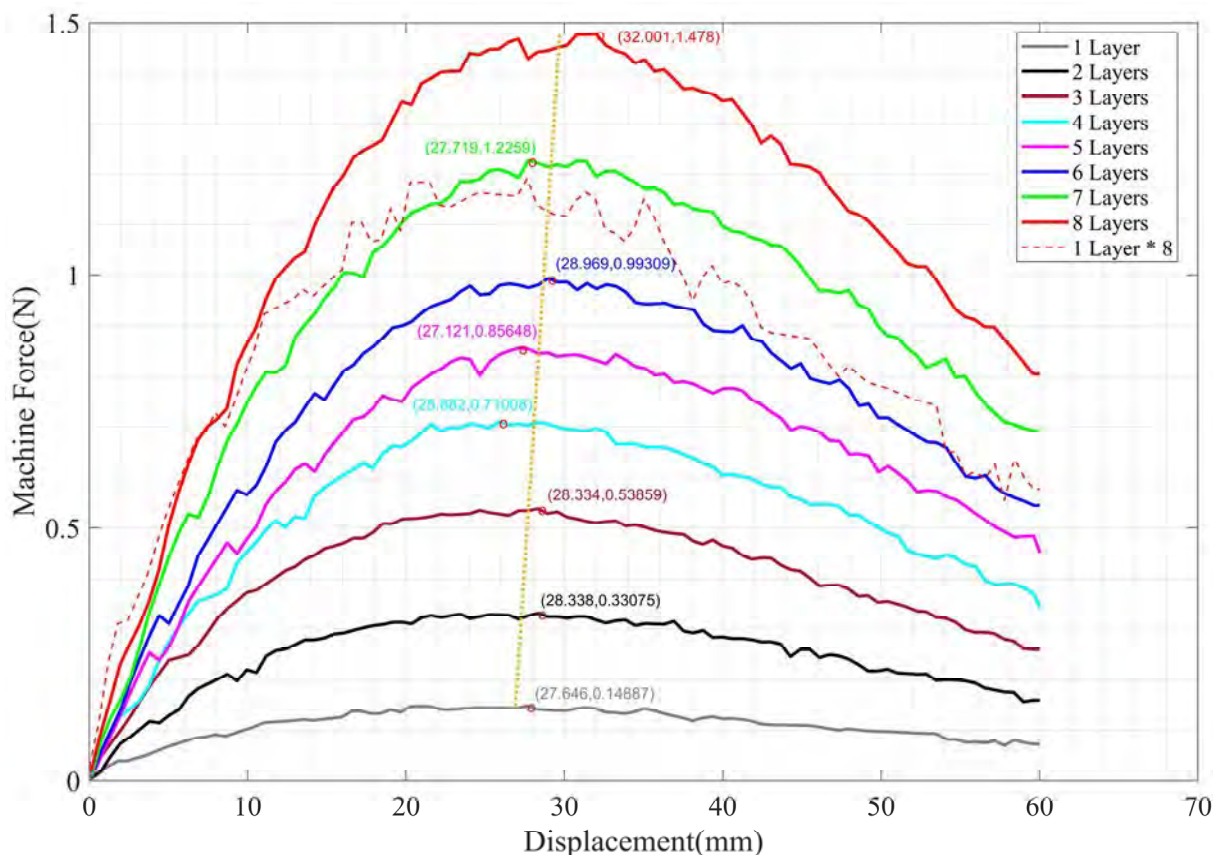


Fig. 4.7. Force-déplacement en fonction de nombre de couche

Nous avons remarqué que d'abord les courbes ont des inclinaisons positives et après le déplacement critique (Courbe jaune), les inclinaisons deviennent négatives. Cette tendance est coïncidée pour tous les essais de flexion trois points. L'ensemble des courbes passent par un maximum lié à la géométrie du test de flexion 3 points. Des valeurs du graphique montrent les forces maximales pendant les essais et montrent que le déplacement critique est de plus en plus grand en fonction d'augmentation de nombre de couches (vérifié également par la Fig. 4.8).

La comparaison est faite entre la rigidité de flexion dans le cas d'une couche qui est multiplié par 8 et la force mesurée pour l'empilement de 8 couches de renforts. Clairement, l'échantillon multicouche montre un comportement de flexion plus rigide que celui d'une couche fois 8.

Afin d'étudier l'origine de cette différence, un grand nombre de couche (jusqu'à 20 couches) est appliquée. Les données concernant 8, 11, 20 couches d'empilement sont montrées et comparées avec des données d'une seule couche.

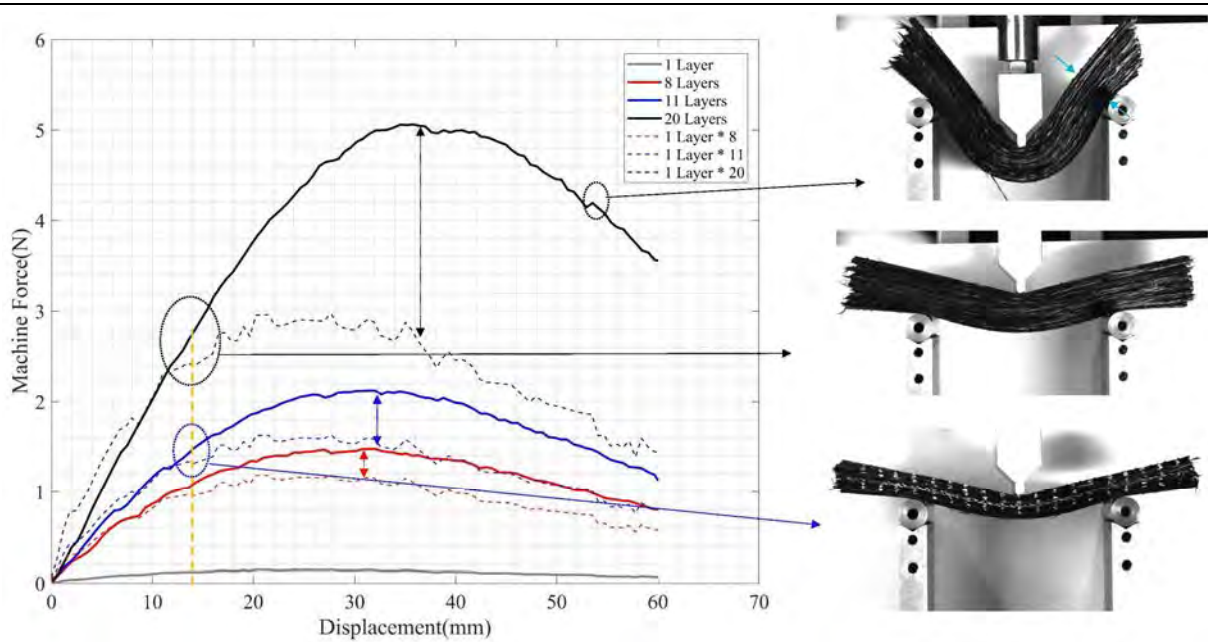


Fig. 4.8. Force-déplacement courbe (Avec grand nombre de couches)

Les résultats suggèrent que la discrimination entre les données expérimentales et les données basées sur superposition apparaît à partir d'environ 14mm de déplacement machine. Le comportement peut être divisé en deux phases : une première au cours de laquelle la force mesurée et la force calculée par multiplication peut être supposé proches ; et pour une seconde phase dont la force mesurée est beaucoup plus grande que la valeur calculée.

#### 4.2.2 Déterminer l'influence de frottement entre couche

Afin de déterminer exactement l'influence du frottement sur le comportement de flexion, la relation Moment-Courbure est déduite à partir de forme déformée (Fig. 4.9) et la force mesurée (Fig. 4.8), les échantillons sont avec orientations de fibre identiques.

La courbe moment-courbure pour un empilement des 20 couches de G1151 dans la direction de trame est mesurée (Fig. 4.10). Le frottement a changé la rigidité de flexion. Afin de vérifier cette influence dans des différents cas, un test cantilever est fait. Deux échantillons composés de 1 couche et de 11 couches de G1151 sont utilisés. La déflexion de l'échantillon multicouche est plus petite que celle d'une seule couche. Donc ce résultat confirme l'hypothèse concernant l'influence de frottement sur la rigidité de flexion.

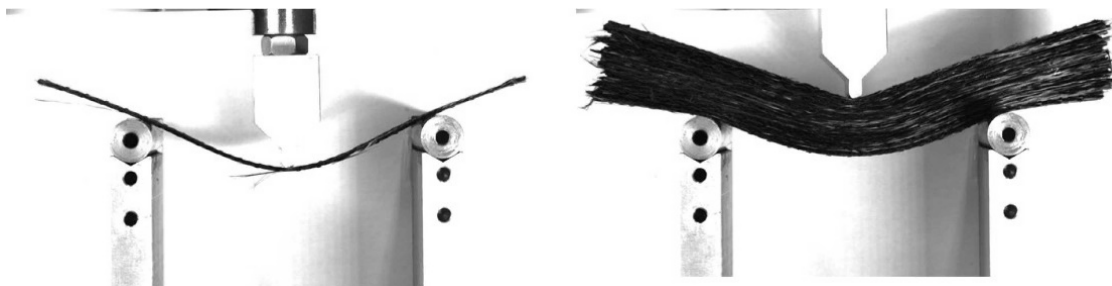


Fig. 4.9. Test de flexion 3 points sur 1 pli (gauche) et 20 plis (droit) de Hexcel G1151



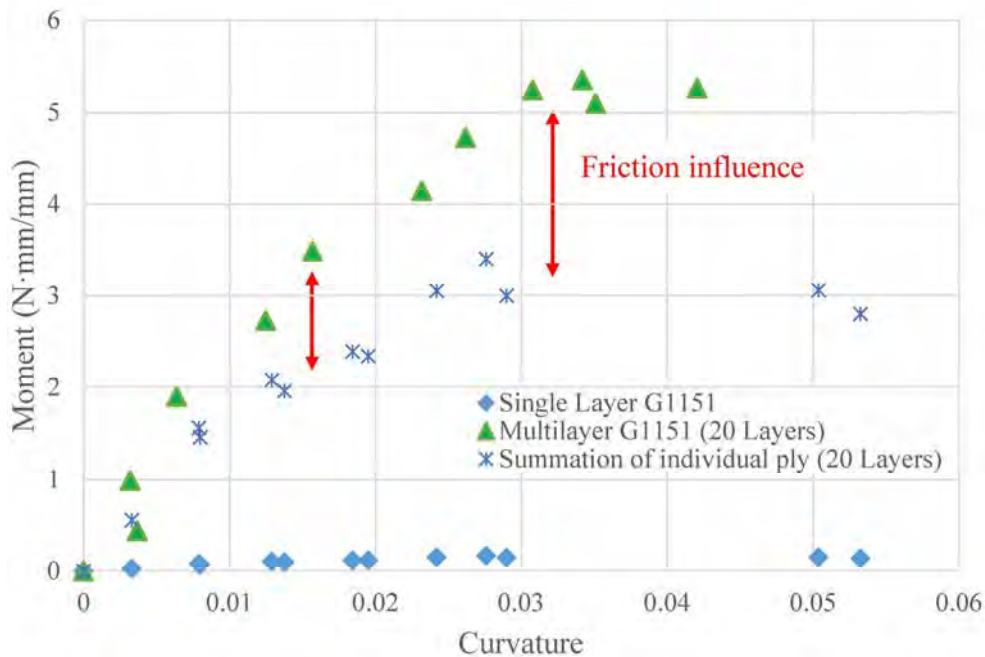


Fig. 4.10. L'influence de frottement sur rigidité de flexion

### 4.2.3 Prise en compte de l'influence de frottement

Dans le cas des renforts épais ou multicouches, la différence de rigidité dû au frottement ne peut être négligée. La prise en compte de cette influence par méthode numérique dépend souvent du contact entre modèles pour chaque couche, cette méthode demande le grand nombre d'éléments finis dans le cas de multicouche, le temps de calcul augmente. Et par ailleurs, la mesure du coefficient de frottement entre les couches sera difficile.

Par conséquent, afin d'optimiser l'efficacité de méthode, nous utilisons une méthode implicite simple pour prendre en compte le frottement. La rigidité de flexion prise en compte dans ce nouvel élément coque est celle de l'empilement global. Dans cette section, un échantillon de 11 couches G1151 est mesuré pour montrer l'exemple, les forces pour les directions chaîne et trame sont différentes (Fig. 4.11a), et la Fig.4.11b montre le moment en fonction de la courbure. La première partie linéaire sera utilisée dans les simulations suivantes.

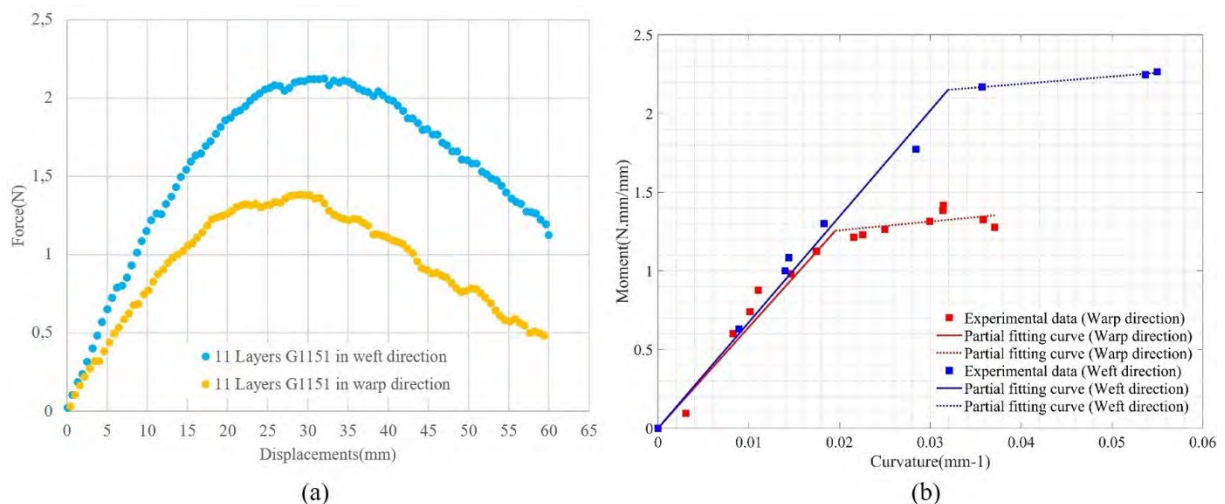


Fig. 4.11. Flexion 3 points pour 11 couches G1151 (a) Force - déplacement (b) Moment - Courbure au point d'application de la force

Le frottement au sein d'un empilement tissé est un problème complexe et dépend de plusieurs facteurs, notamment les forces de serrage appliquées lors du formage [CHA14]. Néanmoins, l'approche de coque proposée est macroscopique, avec un seul élément dans l'épaisseur du renfort ou de l'empilement du renfort. L'approche utilisée pour prendre en compte la friction entre les fibres permet de rester dans ce cadre et d'être efficace. Cette approche a ses limites, notamment dans le cas avec une condition limite complexe. Dans ce tel cas, il est nécessaire d'envisager une modélisation 3D ou mésoscopique.

## 4.3 Comparaison entre simulation et expérimentation en 2D

### 4.3.1 Flexion de livre

Les papiers peuvent être considérés comme un matériau constitué par des fibres parallèles. Dans cette section, les essais 2D proposés dans [LIA17] seront utilisés, les simulations faites par l'approche 3D proposée seront étudiées. L'échantillon est composé de 130 couches de papiers, la rigidité de tension est 230N/mm, la rigidité de flexion est  $B=0.4$  N.mm pour chaque couche.

#### 4.3.1.1 Flambage de livre

Une extrémité d'un empilement multicouche de papier est encastree, une autre extrémité est soumise du déplacement imposé, qui est horizontal. La Fig. 4.12 montre les formes déformées de l'expérience et de la simulation, ils sont en bonne cohérence.

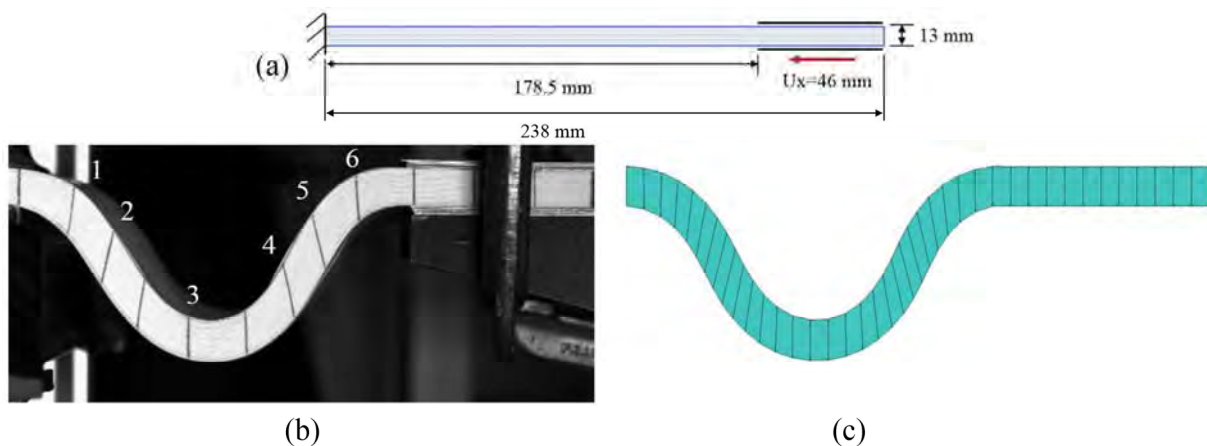
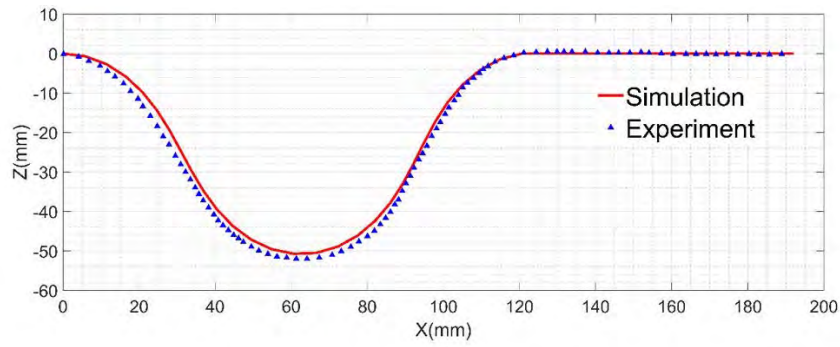
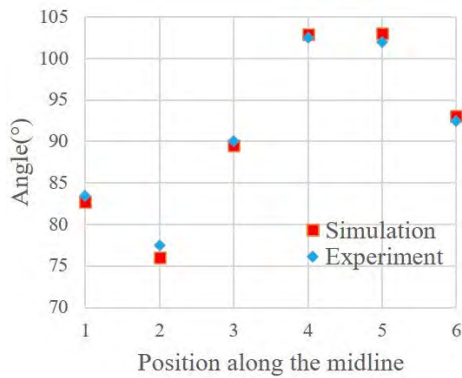


Fig. 4.12. Flexion de livre. (a) Condition limite. (b) Expérimentation [LIA17]. (c) Simulation.

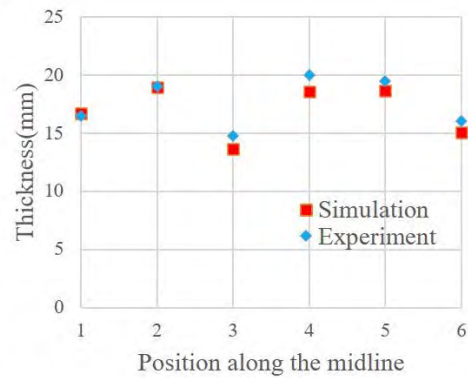
La Fig. 4.13 montre la comparaison pour la position de ligne moyenne, les rotations de directeur matériel et les variations d'épaisseur. Ils sont en bon accord.



(a)



(b)

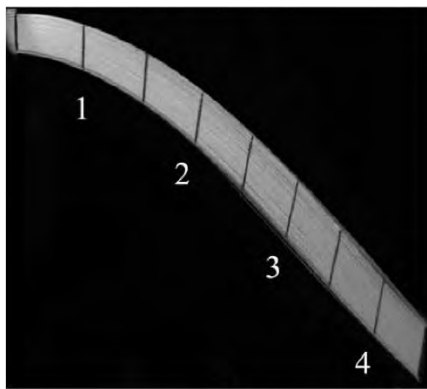


(c)

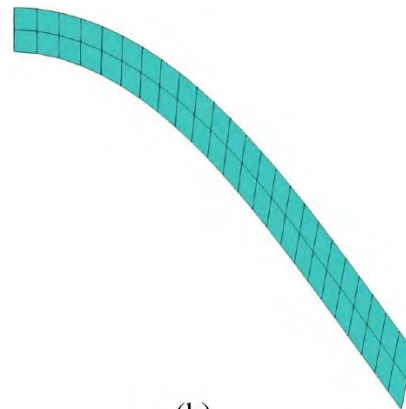
Fig. 4.13. (a) Position de ligne moyenne. (b) Angle entre directeur matériel et direction horizontale. (c) Epaisseur dans la direction de directeur matériel.

#### 4.3.1.2 Cantilever de livre

Le cantilever test dans le cas de 130 plis de papiers avec une longueur de 160mm est montré. La Fig. 4.14a montre les formes déformées de l'expérience et de la simulation, ils sont proches.



(a)



(b)

Fig. 4.14. Test de cantilever sur livre. (a) Expérimentation. (b) Simulation

La comparaison de ligne moyenne est montrée (Fig. 4.15a). Deux autres aspects importants sont l'angle entre le directeur matériel et la direction horizontale, et l'épaisseur dans la direction du directeur matériel après la déformation. La Fig. 4.15 montre la bonne cohérence entre l'expérience et la simulation.

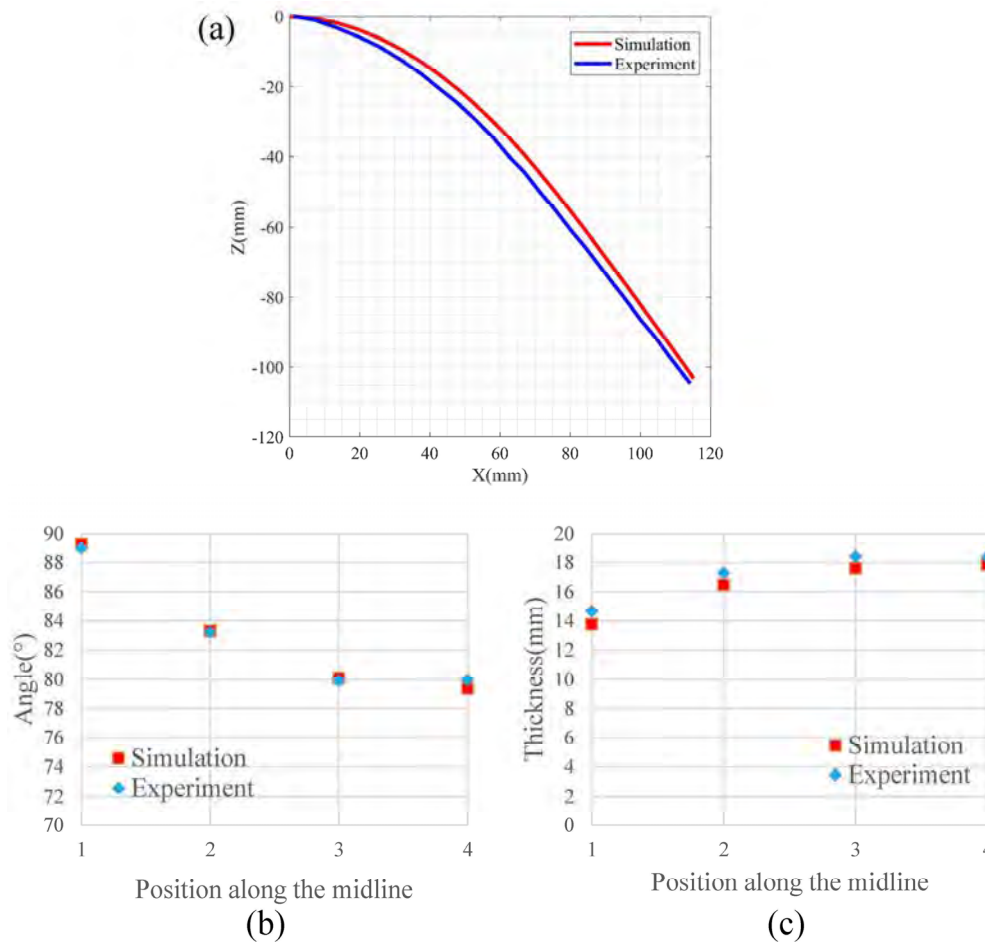


Fig. 4.15. (a) Position de ligne moyenne. (b) Angle entre directeur matériel et direction horizontale. (c) épaisseur dans la direction de directeur matériel.

### 4.3.2 Flexion de renfort fibreux sans contact

Le renfort stratifié utilisé dans la section présente est un empilement de 20 plis du renfort G986. Pour chaque couche, l'orientation de fibre est identique. Des paramètres mécaniques de G986 sont détaillés en Table 4.1 [LIA17].

Rigidité de tension (par unité de largeur)	1200 N/mm
	$B=7.5 \text{ N.mm}$ when $ \chi_{\alpha\alpha}  \leq 0.001$
	With $M^{\alpha\alpha} = B\chi_{\alpha\alpha}$
Rigidité de flexion (par unité de largeur)	0.5 N.mm when $\chi_{\alpha\alpha} \geq 0.001$
	With $M^{\alpha\alpha} = B\chi_{\alpha\alpha} + 0.0075$
	0.5 N.mm when $\chi_{\alpha\alpha} \leq -0.001$
	With $M^{\alpha\alpha} = B\chi_{\alpha\alpha} - 0.0075$

Tableau 4.1 Propriété mécanique d'une couche de renfort G986

#### 4.3.2.1 Flambage de 20 couches G986

La Fig. 4.16a montre la condition limite d'essai, une extrémité d'un empilement multicouche est encastree, une autre extrémité est soumise du déplacement imposé horizontal et vertical. La forme déformée expérimentale est représentée Fig. 4.16b. La simulation basée sur l'élément de coque proposé est illustrée à la Fig. 4.16c.

Les Fig. 4.16d, e et f montrent les comparaisons entre les résultats numériques et expérimentaux. La position de surface moyenne, la rotation du directeur matériel et la variation d'épaisseur le long du directeur matériel simulées sont en bon accord avec l'expérience.

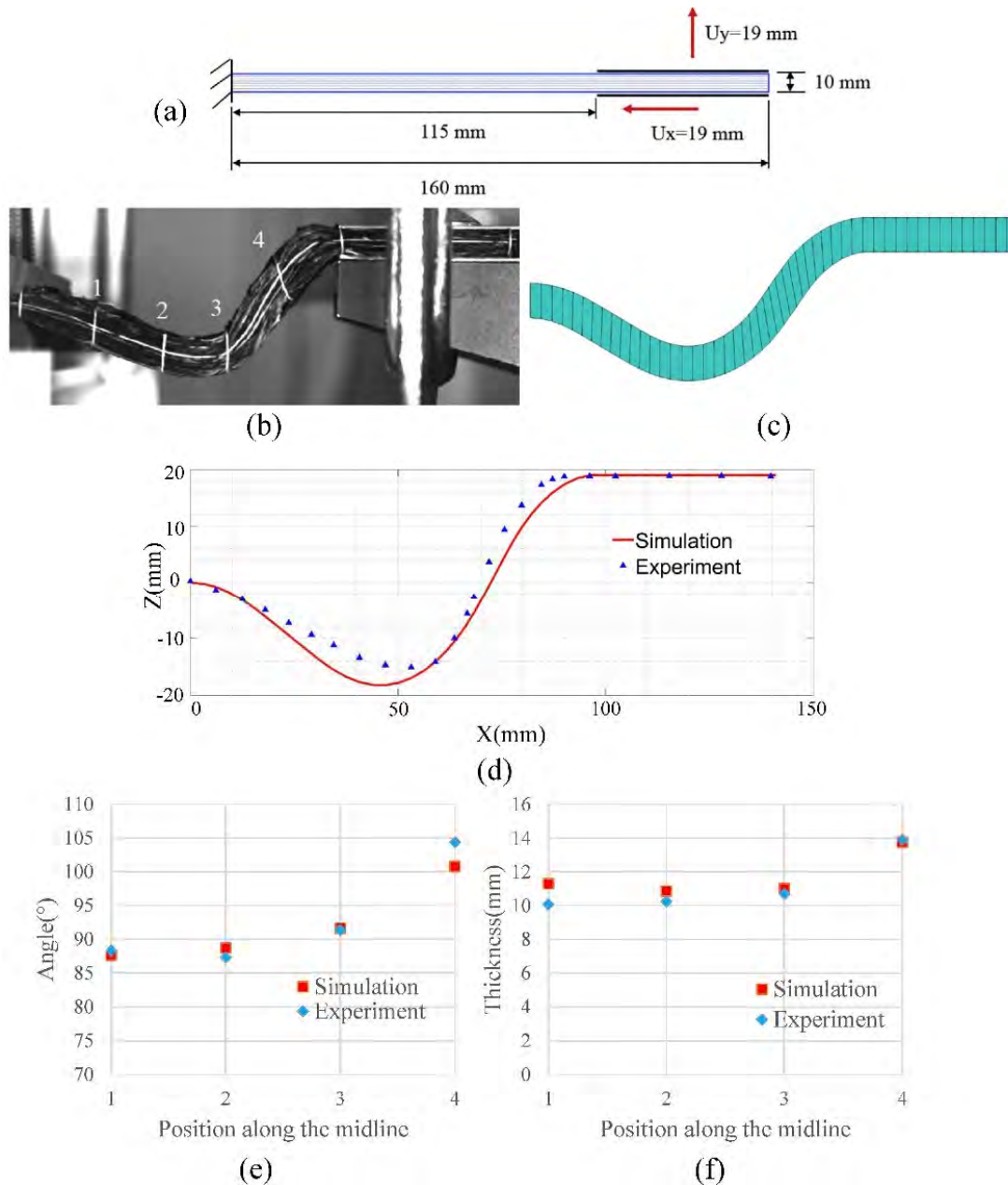


Fig. 4.16. Test de flexion concerne renfort textile multicouche (a) Condition de test. (b) Expérience [LIA17]. (c) Simulation. (d) Position de ligne moyenne. (e) Angle entre directeur matériel et direction horizontale. (f) Epaisseur dans la direction de directeur matériel.

#### 4.3.2.2 Cantilever de 20 couches G986

Le test cantilever est fait pour le même type d'échantillon dans le cas avec 118mm de longueur de flexion. La Fig. 4.17 montre les résultats expérimentaux et numériques. La forme



déformée de simulation correspond bien avec l'expérience. La rotation de directeur matériel est assez faible et les directeurs restent normaux à la direction horizontale, ces spécificités de renfort fibreux sont bien modélisées par l'approche proposée.

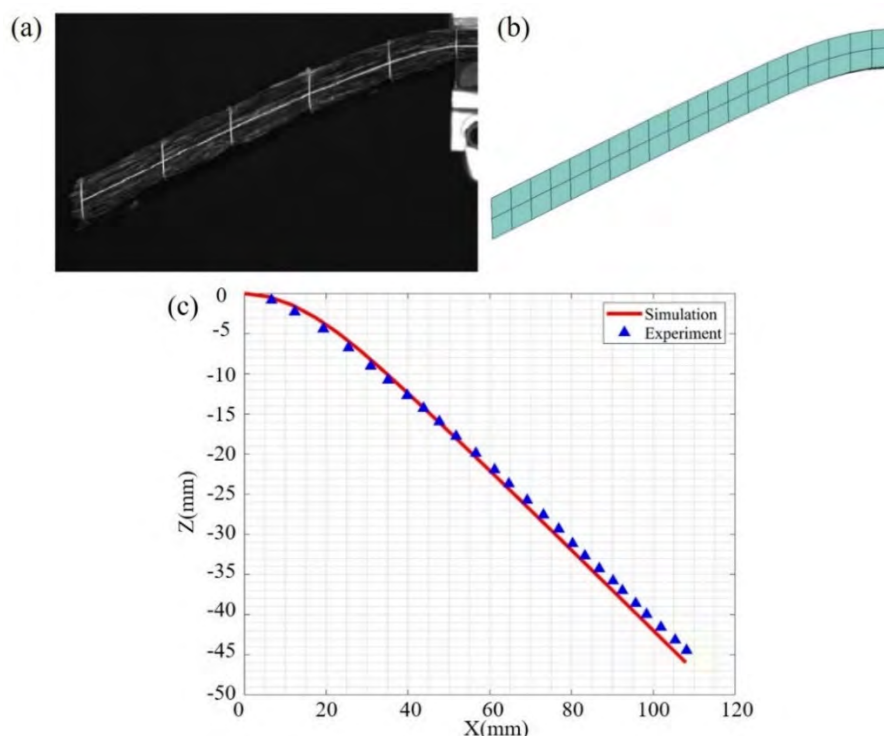


Fig. 4.17. Cantilever pour renfort textile multicouche (a) Expérience [LIA17]. (b) Simulation. (c) Position de ligne moyenne.

#### 4.3.2.3 Sensibilité de rigidité de flexion

Afin de déterminer l'influence de rigidité de flexion sur simulation numérique, nous avons proposé deux tests simples.

D'abord, un test similaire à test 4.3.2.1 est proposé, deux simulations sont faites avec différentes rigidités de flexion (Test 1 : 52 N.mm ; Test 2 : 5.2 N.mm). Les plissements résultant des différentes rigidités de flexion du modèle sont indiqués (Fig. 4.18). La taille des plissements augmente en utilisant la rigidité en flexion plus grande. Le modèle est très sensible à la compression dans le sens de la mèche.

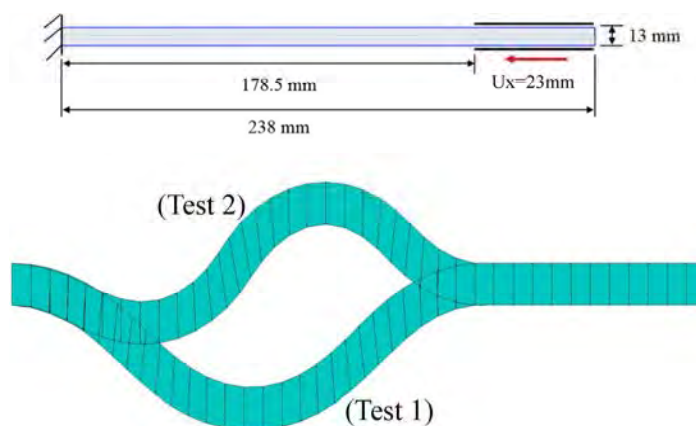
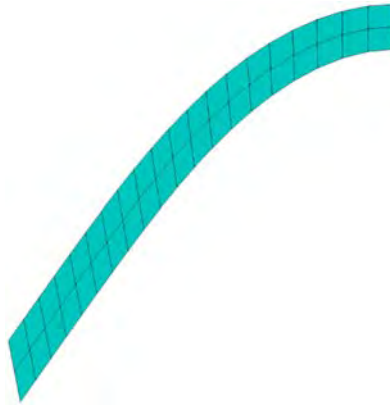


Fig. 4.18. Simulation de flexion avec différent rigidité de flexion.

---

Ensuite, la Fig. 4.19 montre une simulation dans le cas avec 20 couches G986. La rigidité de flexion utilisée est 11 N.mm qui est la somme de la rigidité dans le cas d'une couche du renfort G986 (0.55 N.mm). Dans ce cas, l'influence de frottement entre fibres n'est pas prise en compte. La déflexion obtenue est 76.5mm qui est beaucoup plus grande que celle de l'essai et de la simulation avec la bonne rigidité de flexion (Fig. 4.17a et b). Par conséquent, l'influence de frottement sur la rigidité de flexion est importante, et la bonne valeur de raideur en flexion est essentielle pour obtenir le bon résultat.



*Fig. 4.19. Cantilever de 20 couches G986 : Simulation sans pris en compte de l'influence de frottement.*

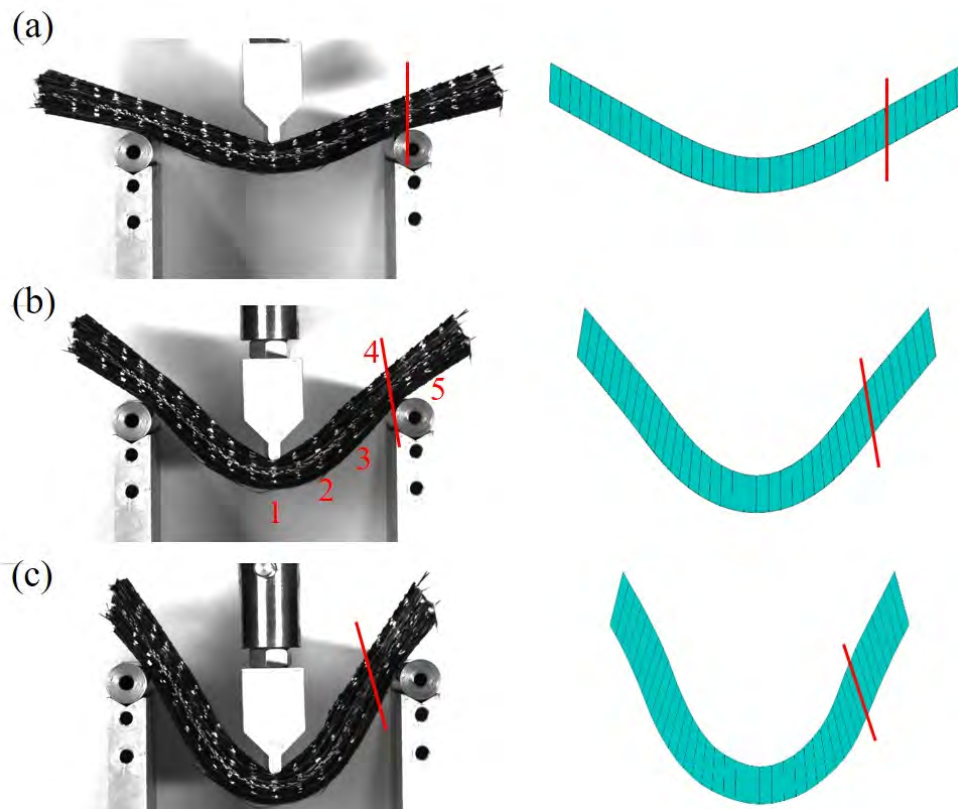
### **4.3.3 Trois Points Flexion**

#### *4.3.3.1 11 couches de G1151*

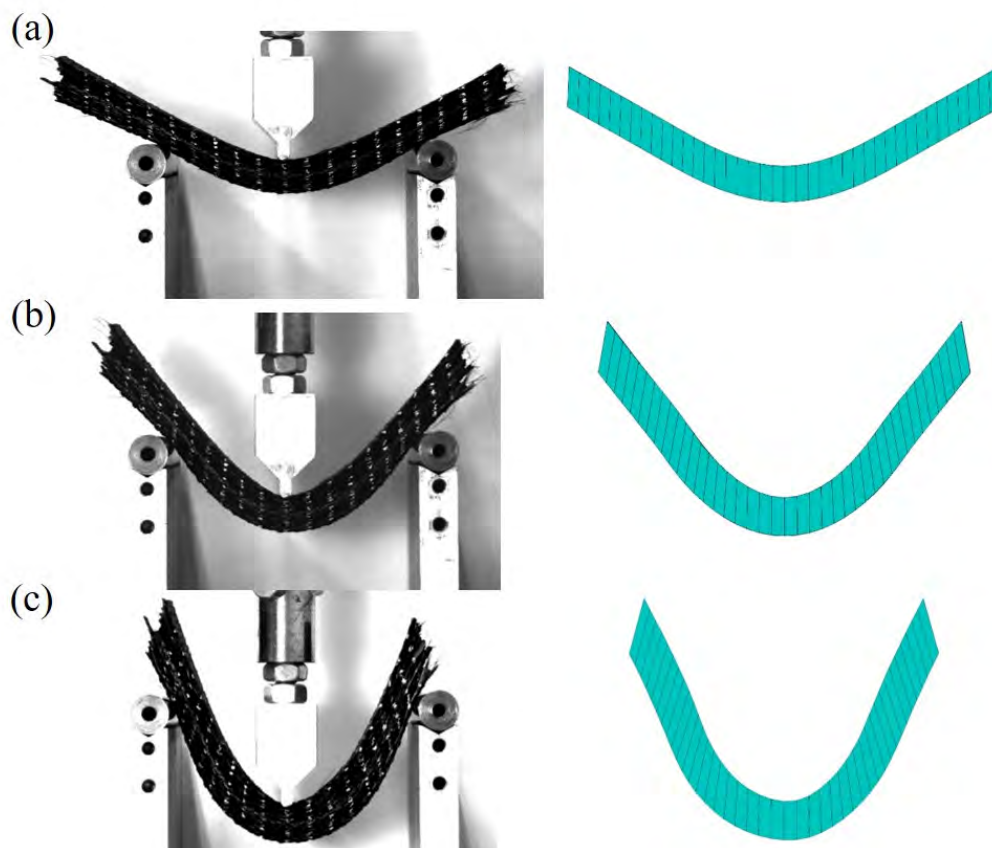
Un test de flexion trois points est faite pour onze couches du renfort G1151 ( $200 \times 30 \times 15 \text{ mm}$ ). Les deux échantillons avec orientations différentes sont appliqués. Les rotations de directeur matériel dans la Fig. 4.20 et la Fig. 4.21 montrent le glissement possible entre les fibres qui est spécifique pour les matériaux fibreux. Les formes déformées de simulation sont montrées à côté de l'expérience correspondante, ils sont en cohérence.

La Fig. 4.22 montre la comparaison de la position de surface moyenne. L'expérience et la simulation sont en bon accord, que ce soit pour la courbure de la zone au centre ou pour les bords libres d'efforts.





*Fig. 4.20. Flexion 3 points pour 11 couches de G1151 dans la direction de trame soumis de déplacement (a) 20mm. (b) 40mm. (c) 60mm.*



*Fig. 4.21. Flexion 3 points pour 11 couches de G1151 dans la direction de chaîne soumis de déplacement (a) 20mm. (b) 40mm. (c) 60mm.*

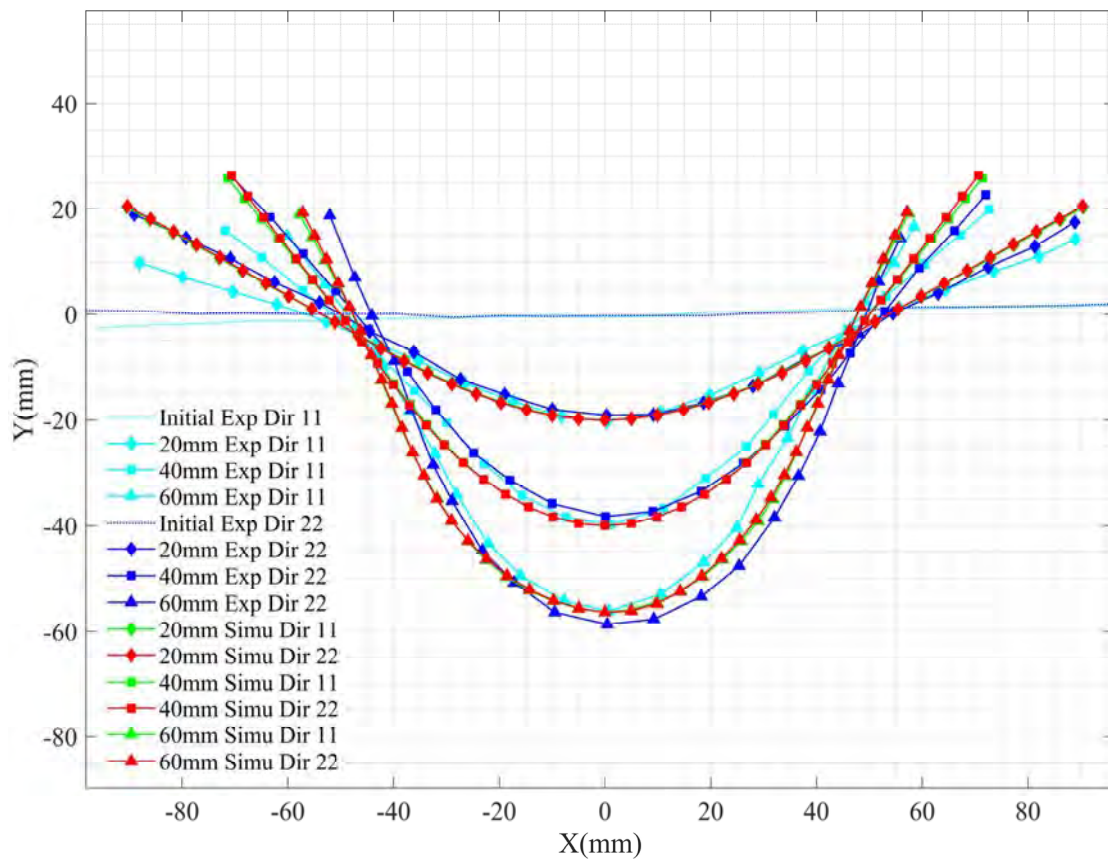


Fig. 4.22. Flexion 3 points : Comparaison des lignes moyennes.

La Fig.4.23 montre la comparaison de l'angle de rotation de directeur matériel entre l'essai et la simulation correspondante. L'expérience dans la direction de trame est choisie. Les valeurs numériques correspondent avec celles de l'expérience.

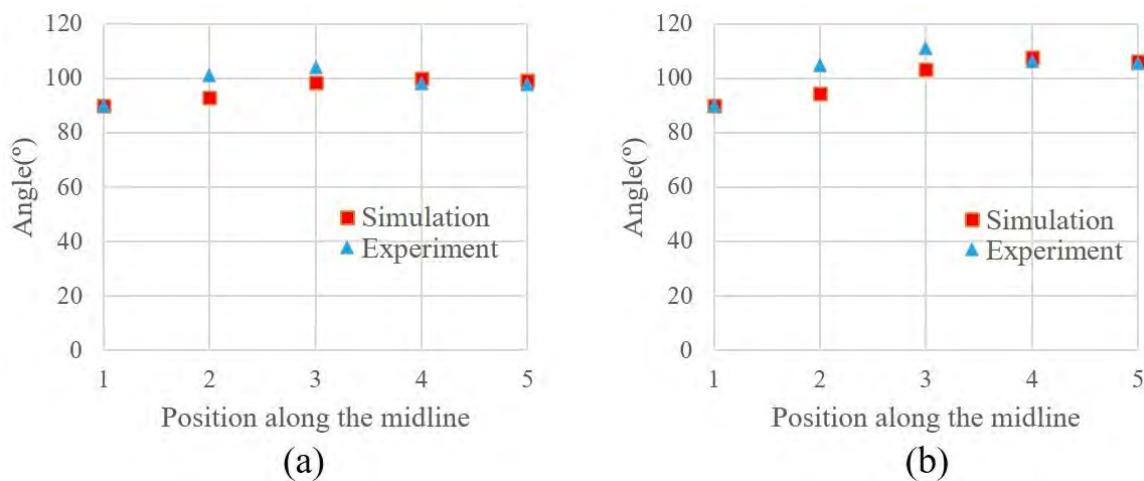


Fig. 4.23. Angle entre directeur matériel et direction horizontale pour (a) Déplacement 40mm (b) Déplacement 60mm.

#### 4.3.3.2 Interlock 3D

Une éprouvette de  $200 \times 30 \times 15 \text{ mm}$  est sollicitée en flexion 3 points [CHA12]. La Fig. 4. 24 montre la comparaison de déformation entre le renfort multicouche et le tissu épais 3D ( $0/90^\circ$ ), la forme déformée entre eux est similaire, la position de plan moyen est proche, et les sections initialement perpendiculaires au plan moyen ne correspondent pas avec les théories de coque

classiques. Cependant, l'angle de rotation de directeur matériel montre la différence entre ces deux types d'éprouvettes où le glissement entre les couches pour l'empilement multicouche de G1151 est plus évident que celui d'interlock. Les facteurs à l'origine de ce comportement sont la connexion entre les couches. Cet interlock 3D est tissé dans la direction de l'épaisseur donc le mouvement relatif entre les fibres est limité, mais l'empilement du renfort G1151 n'a pas de limite dans la direction de l'épaisseur.

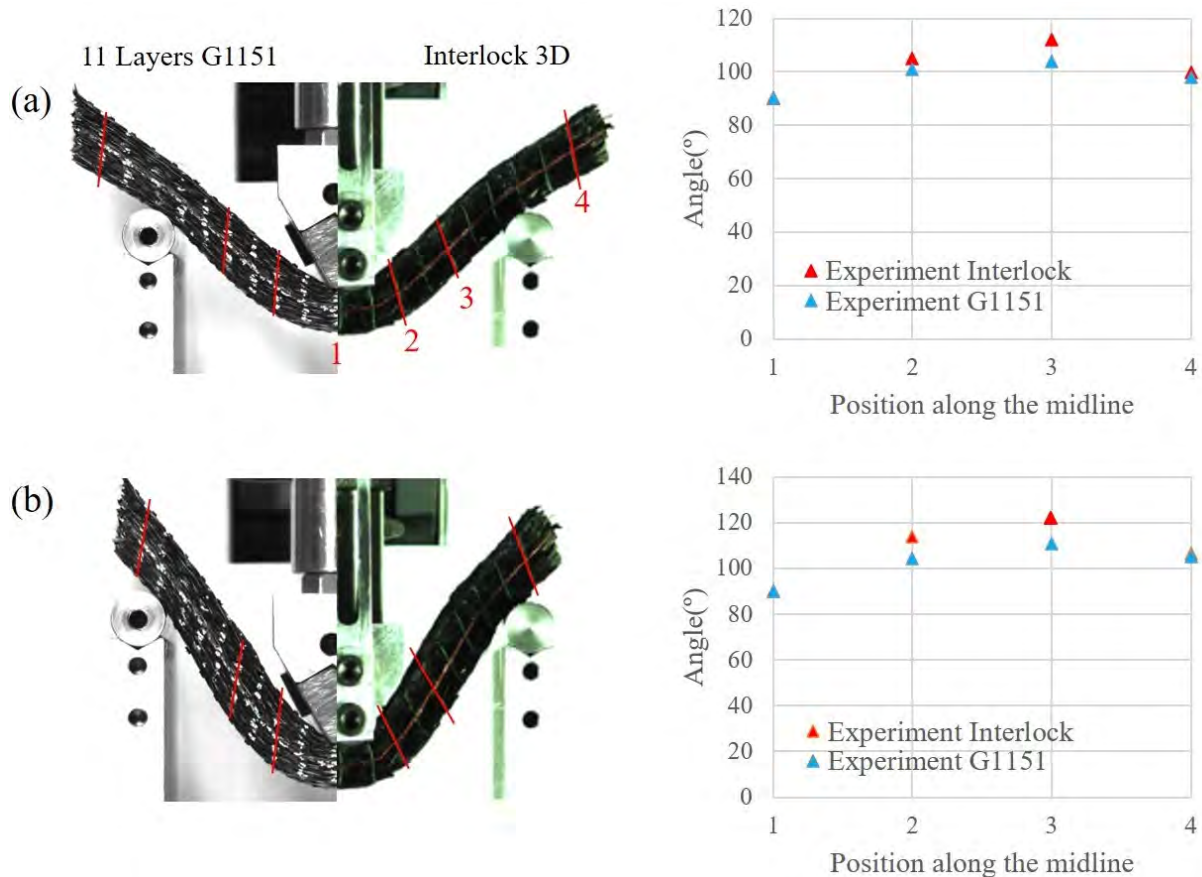


Fig. 4.24. Comparaison entre l'expérience de 11 couches G1151 et Interlock (a) Déplacement 40mm. (b) Déplacement 60mm.

Une seconde comparaison est faite pour l'échantillon avec des fibres orientées  $\pm 45^\circ$ . Le dispositif expérimental utilisé est le même que celui pour la flexion 3 points à  $0/90^\circ$ . La Fig. 4.25 présente les formes déformées expérimentales, les sections transverses restent presque orthogonales à la ligne moyenne pour interlock 3D (Fig. 4.25b), qui s'approche à la théorie de coque Kirchhoff. La cause de ce comportement est la faible raideur en cisaillement dans le plan qui permet à l'éprouvette de se comprimer dans le pli supérieur et de s'allonger dans le pli inférieur [CHA12] [MAD15]. Donc l'échantillon d'interlock 3D présente la déformation exclusivement en cisaillement dans le plan et en conséquence, les directeurs respectent la théorie de Kirchhoff.

Au contraire, les rotations de directeur matériel pour l'empilement de G1151 (Fig. 4.25a) montrent le glissement entre les plis. Les directeurs restent proches de la direction verticale lors de la déformation. Cette différence entre deux types de matériaux est en raison de la connexion différente dans la direction d'épaisseur. Dans ce cas d'un empilement G1151, la déformation en cisaillement dans le plan est plus difficile que la déformation de cisaillement transverse

(Glissement) parce que le mouvement entre les plis est relativement libre, celui-ci est différent de l'interlock 3D.

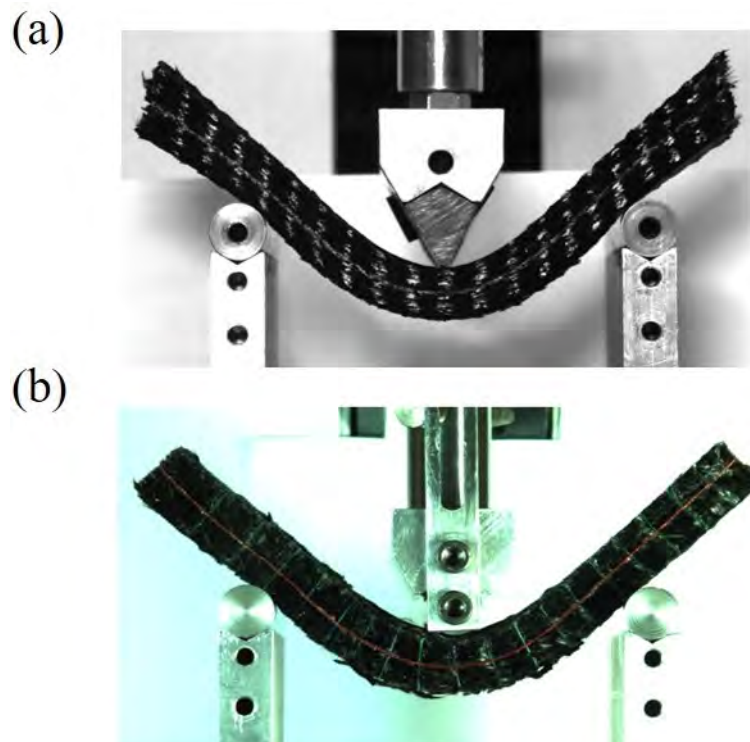


Fig. 4.25. Expérience à  $\pm 45^\circ$  : (a) 11 couches de G1151 : 30mm. (b) Interlock 3D : 30mm.

La simulation pour l'empilement de G1151 est montrée (Fig. 4.26a), le maillage est en type CD. Dans ce cas, la simulation décrit correctement la loi de comportement concernant la rotation de directeur matériel associée avec le glissement entre fibres. Les directeurs matériels montrent la tendance de rester proches de la direction verticale.

Mais cette approche n'est pas capable de montrer parfaitement la section transverse de l'interlock proposé, la rotation de directeur calculée est toujours plus petite que celle de l'expérience. Sachant que cette déformation avec la tendance de Kirchhoff dépende de la compétence entre l'énergie de cisaillement dans le plan et l'énergie en cisaillement transverse. Néanmoins, dans l'approche proposée, la déformation de cisaillement transverse est représentée cinématiquement par la rotation de directeur matériel qui est contrôlée par la tension, qui elle est calculée dans l'épaisseur. Par conséquent, l'énergie de cisaillement transverse est supposée à l'énergie nulle, ainsi, la connexion forte entre mèches ne peut être prise en compte. Une alternative est proposée dans la suite.

La Fig. 4.26b montre une simulation pour l'interlock 3D en ajoutant la condition limite complémentaire : le directeur matériel dans l'extrémité reste perpendiculaire au plan moyen. Les Fig. 4.26c et d montrent les champs de cisaillement plan correspondants. La Fig. 4.26c montre l'angle de cisaillement dans le plan nul. Une autre simulation montre le champ de cisaillement plan dans les différentes couches, l'éprouvette se comprime dans le pli supérieur et s'allonge dans le pli inférieur [MAD15].



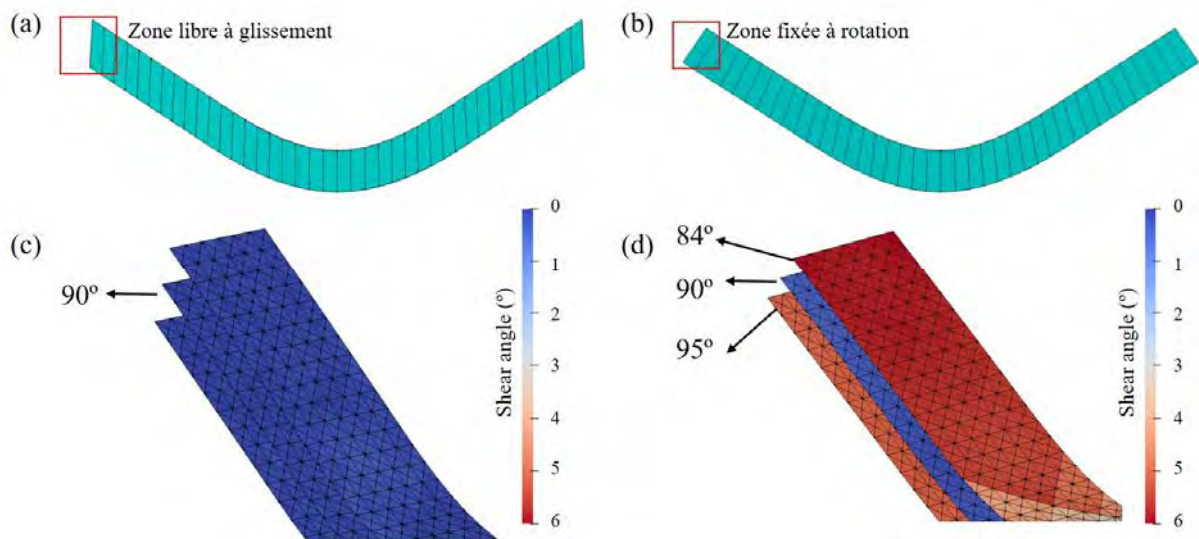


Fig. 4.26. Simulation de flexion 3Pts : (a) 11 couches G1151 ( $\pm 45^\circ$ ) (b) Avec condition limite supplémentaire dans l'extrémité de modèle. Angle de cisaillement dans le plan : (c) 11 couches G1151 ( $\pm 45^\circ$ ) (d) Avec condition limite supplémentaire dans l'extrémité de modèle.

Après l'étude du principe concernant ce phénomène et la détermination de l'influence de la condition limite sur la rotation de directeur matériel, nous allons montrer un test de flexion simple manipulé par Huang [HUA20] afin de vérifier cette influence. La Fig. 4.27 montre un empilement composé de 10 couches du renfort G1151 orientées  $\pm 45^\circ$ , les deux côtés sont encastres, le modèle est soumis à la flexion simple. Les directeurs matériels marqués par les lignes blanches sont perpendiculaires au plan moyen ce qui est différent de la Fig. 4.25a. Ces deux expériences utilisent le même type de renfort et leur orientation est identique, la différence est la condition limite d'extrémité. En cas de l'encastrement, le glissement entre les plis est limité donc l'énergie de cisaillement plan est relativement faible face à la limite de glissement entre les plis. En conséquence, l'empilement de G1151 présente la déformation en cohérence avec la théorie de Kirchhoff.

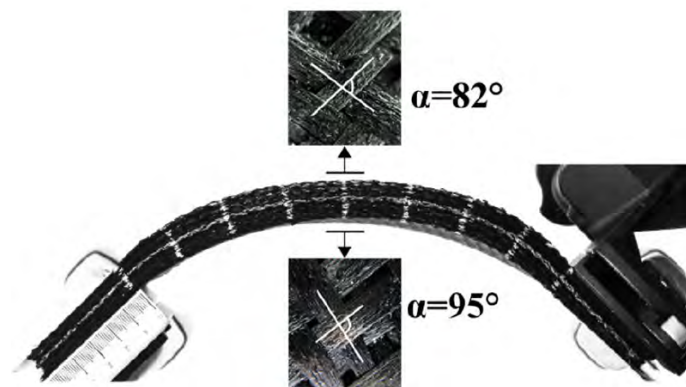


Fig. 4.27. Flexion symétrique de dix plis Hexcel G1151® orienté à  $\pm 45^\circ$  [HUA20]

## 4.4 Comparaison entre simulation et expérimentation en 3D

### 4.4.1 Dispositif expérimental en 3D

Dans cette section, l'approche proposée est appliquée dans le cas avec les déformations 3D. La nouvelle méthode expérimentale est proposée afin de capturer la déformation de flexion et la caractérisation spécifique pour matériaux fibreux.

Le schéma de la condition d'expérience 3D est montré (Fig. 4.28). La partie au-dessus du diagonal 1-3 est encastrée et les différents types de charge sont appliqués dans la partie 1-2-3. Deux caméras sont mises en place dans les deux côtés d'échantillons, l'axe de caméra est perpendiculaire au bord en état initial (Fig. 4.28a). Certaines lignes droites sont dessinées dans les deux côtés de la direction de l'épaisseur, elles sont initialement normales au plan moyen. Elles montrent les directeurs matériels et leurs rotations. L'échantillon choisi est en forme rectangle.

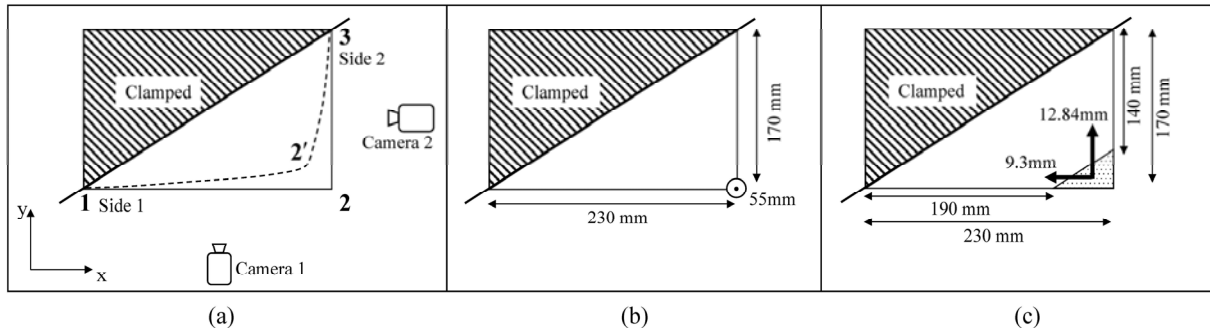


Fig. 4.28. (a) Schéma d'expérience 3D (b) Condition limite de test 4.4.2.1 (c) Condition limite de test 4.4.2.2

L'image prise par la caméra montre la projection de section transverse de chaque côté, la rotation de directeur matériel et la variation d'épaisseur seront calculées à partir de cette projection à l'aide de post-traitement avec la routine Matlab (Fig. 4.29).

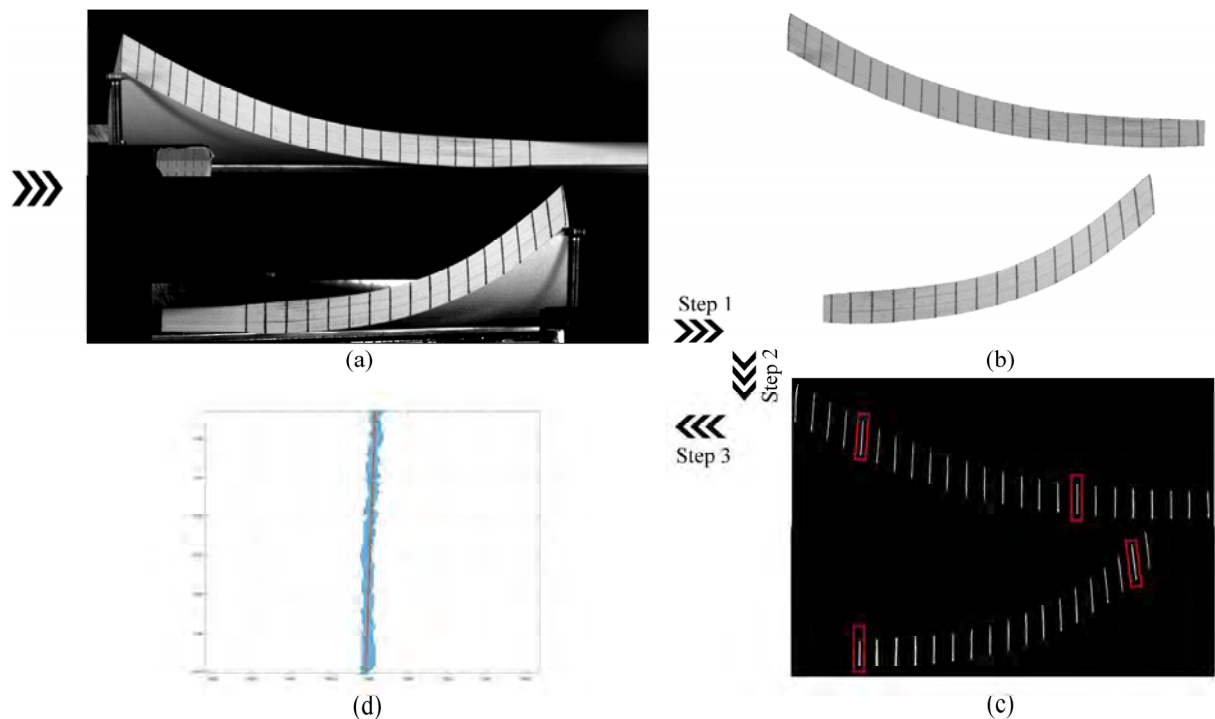


Fig. 4.29. Traitement d'image (a) Photo avec optimisation (b) Zone utile (c) marque de directeur matériel après reconnaissance (d) Interpolation de pixel

**Préparation** : Faire la calibration et optimiser la qualité d'image en utilisant ImageJ, définir la relation entre pixel-longueur.

**Etape 1** : Utiliser *Image labeler* pour choisir la zone utile et transformer les parties inutiles à blanche ;

Etape 2 : Convertir l'image en image binaire et filtrer les bruits ; Ensuite, traverser tous les pixels afin de chercher les pixels en blanche (Directeur Matériel). Étiqueter les composants connectés dans une image binaire 2D ;

Etape 3 : Collecter les coordonnées de pixel blanc et faire interpolation linéaire pour obtenir l'équation de ligne interpolé.

Etape 4 : Calculer l'angle de directeur matériel et la position de surface moyenne

#### 4.4.2 Flexion de livre avec des couches parallèles

L'éprouvette utilisé est un empilement de 130 plis de papier. Il ne s'agit pas exactement d'un renfort composite textile mais d'un matériau qui concerne la flexion, correspond au problème considéré. La rigidité au cisaillement dans le plan est assez grande et les feuilles de papier ne se déforment pas avec le cisaillement dans le plan.

##### 4.4.2.1 Flexion due à un déplacement imposé d'un coin

Un support rigide impose un déplacement vertical au coin de l'éprouvette rectangle (Fig. 4.28b). La configuration déformée expérimentale des deux côtés est montrée Fig. 4.30a et c. Les Fig. 4.30b et d montrent les résultats des simulations correspondantes en utilisant l'approche de coque proposée.

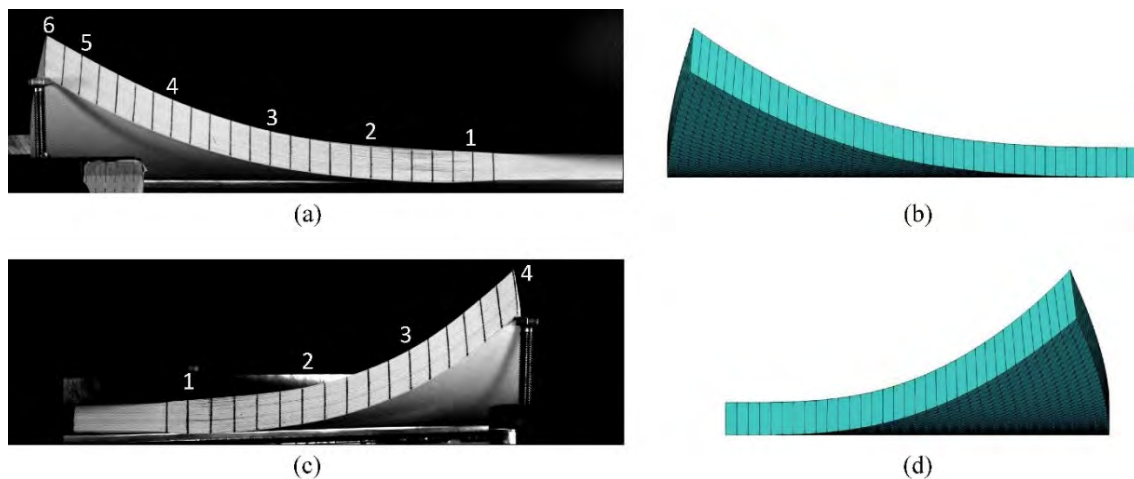


Fig. 4.30. Forme déformée le long du côté 1. (a) Expérimentation. (b) Simulation. Forme déformée le long du côté 2. (c) Expérimentation. (d) Simulation.

La Fig. 4.31 compare les positions de la surface moyenne déformée entre l'expérimentation et la simulation, la rotation et l'épaisseur du directeur matériel sont comparés aussi (Fig. 4.32). La simulation et l'expérience sont en bon cohérence. Dans ce test, la courbure de la coque est non-zéro, cependant, les directeurs matériels restent quasiment parallèles. Ce n'est pas conforme à la théorie de coque classique.

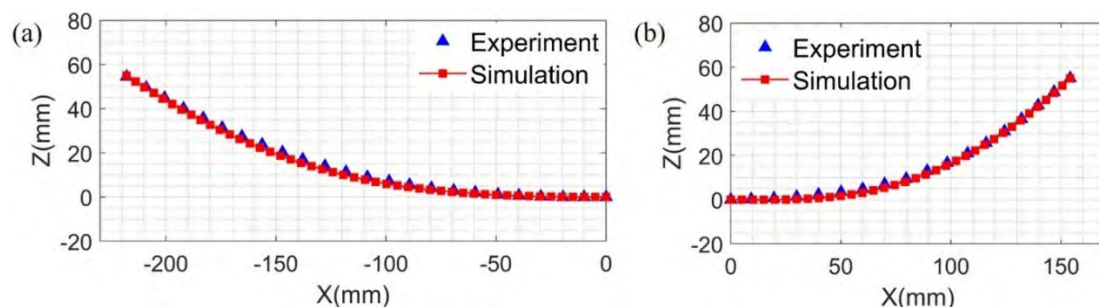


Fig. 4.31. Surface moyenne de (a) côté 1 et (b) côté 2



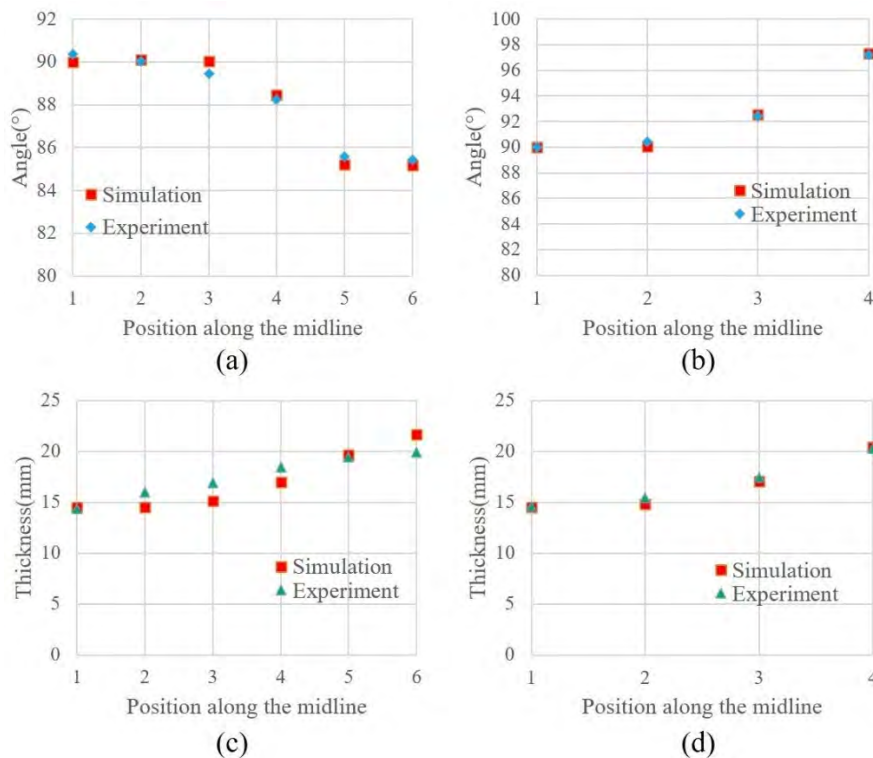


Fig. 4.32. (a)(b) Angle entre directeur matériel et direction horizontale pour côté 1 et 2. (c)(d) épaisseur dans la direction de directeur matériel pour côté 1 et 2.

#### 4.4.2.2 Essai de flexion de flambage

La diagonale de l'échantillon est encastree, un déplacement dans le plan est imposé au coin de l'éprouvette rectangulaire (Fig. 4.28c). La Fig. 4.33 montre la configuration déformée.

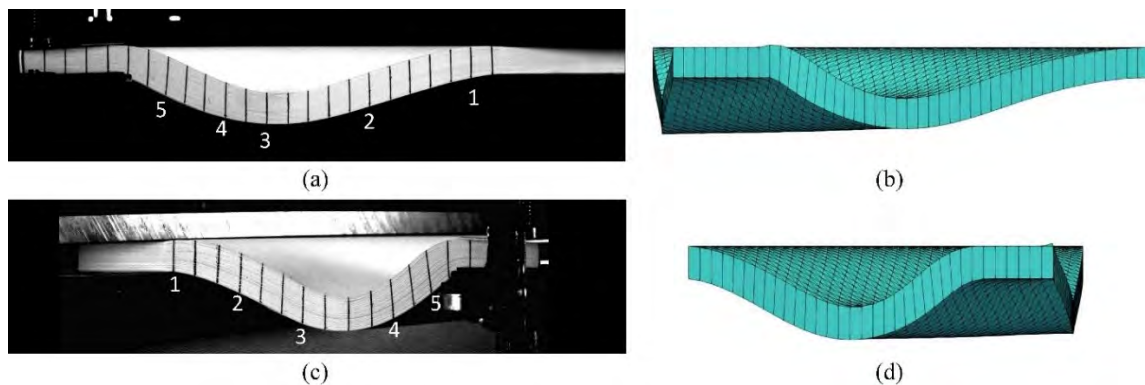


Fig. 4.33. Forme déformée le long du côté 1. (a) Expérimentation. (b) Simulation. Forme déformée le long du côté 2. (c) Expérimentation. (d) Simulation

La Fig. 4.34 compare les formes déformées expérimentales et numériques en ce qui concerne la position de surface moyenne. La rotation de directeur matériel et l'épaisseur dans la direction de directeur sont comparées Fig. 4.35. La correspondance entre la simulation et l'expérience est plutôt bonne.

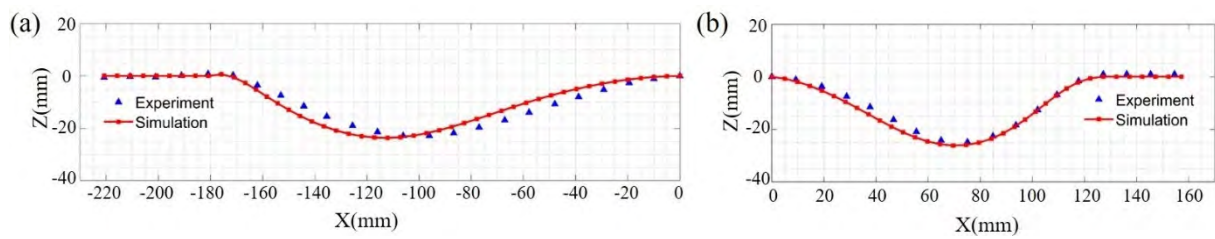


Fig. 4.34. Surface moyenne de côté 1 (a) et côté 2 (b)

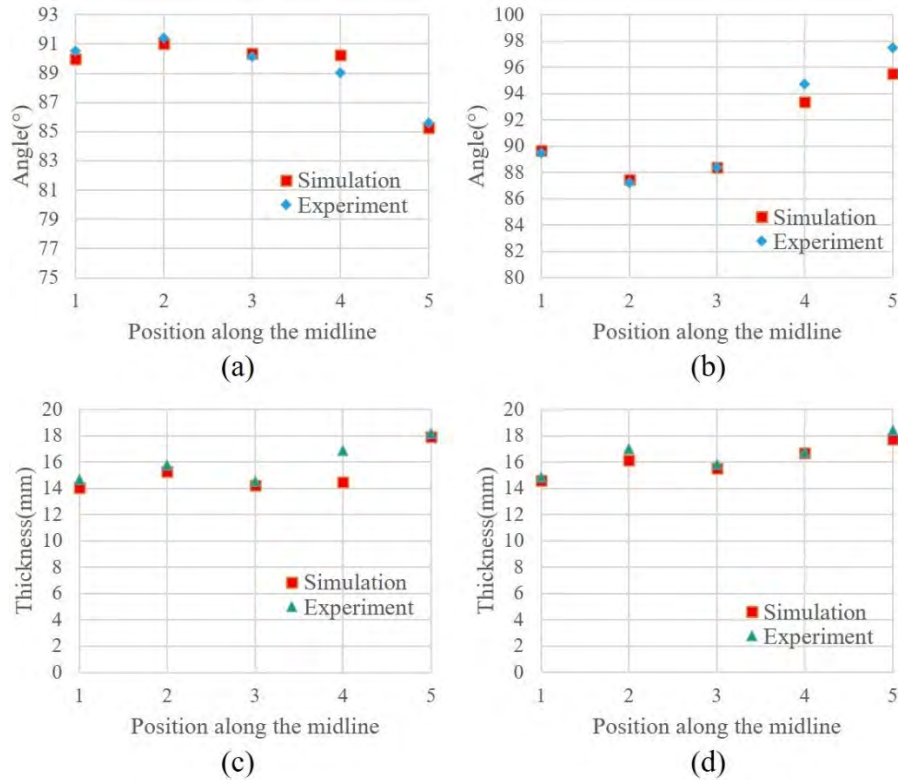


Fig. 4.35. (a)(b) Angle entre directeur matériel et direction horizontale pour côté 1 et 2. (c)(d) épaisseur dans la direction de directeur matériel pour côté 1 et 2.

#### 4.4.2.3 Cantilever

L'essai de flexion cantilever modifié est réalisé en 3D en utilisant la même éprouvette. La Fig. 4.36 montre la forme déformée de l'expérience et de la simulation, les directeurs matériels restent normaux à la direction horizontale. D'après la Fig. 4.37, la position de la surface moyenne pour l'expérience et la simulation sont comparées, et montrent la bonne cohérence.

Remarque : Les résultats expérimentaux de l'essai cantilever sont obtenus par trois expériences différentes. La différence maximale entre trois déflexions est de 12%, par conséquent, l'expérience est répétable.

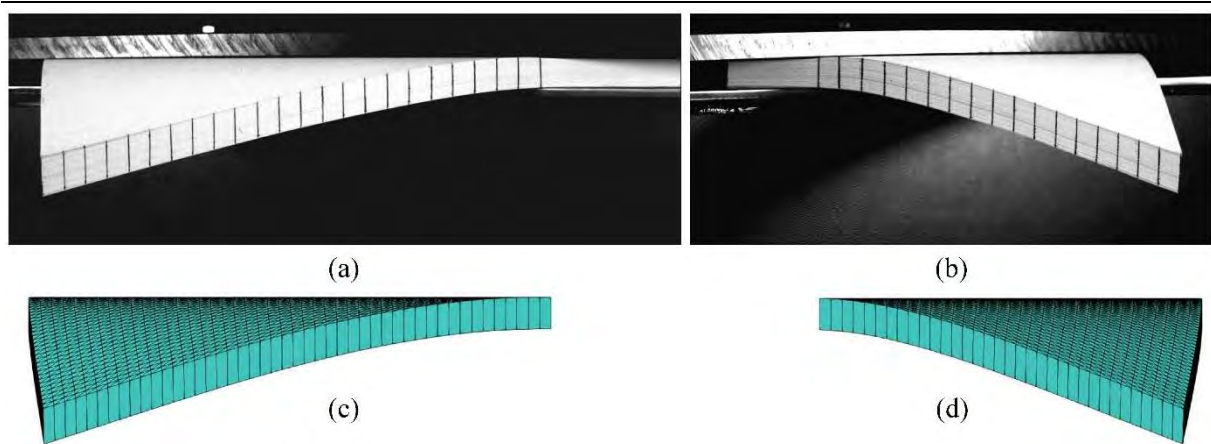


Fig. 4.36. Forme déformée le long du côté 1. (a) Expérimentation. (c) Simulation. Forme déformée le long du côté 2. (b) Expérimentation. (d) Simulation

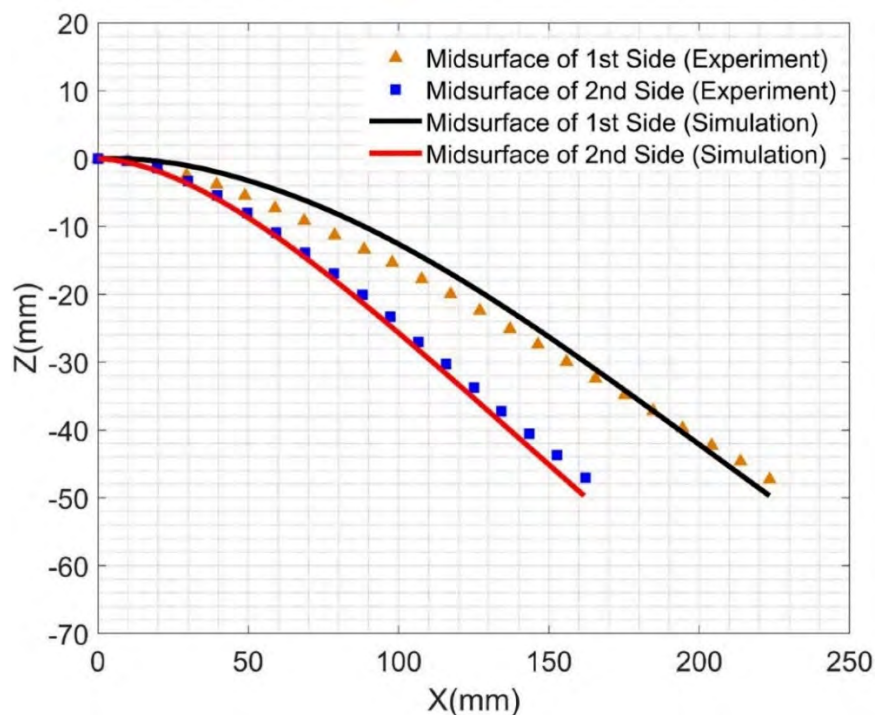


Fig. 4.37. Position de surface moyenne en deux côtés

#### 4.4.3 Flexion de renfort fibreux

L'empilement multicouche considéré est composé de 11 couches de tissu de carbone : Hexcel G1151. La dimension de l'empilement est  $200\text{mm} \times 150\text{mm} \times 15\text{mm}$ , Les propriétés mécaniques du G1151 ont été déterminées dans plusieurs études antérieures [DE10] [ALL11] [GHE16]. La rigidité en flexion de cette éprouvette multicouche est mesurée par les tests de flexion trois points, l'influence du frottement est prise en compte. (Table 4.2)

Rigidité de tension (par unité de largeur)	2300 N/mm
Rigidité de flexion (par unité de largeur)	Chaine B=72 N.mm Trame B=68 N.mm

Tableau 4.2. Propriété mécanique de 11 couches de renfort G1151

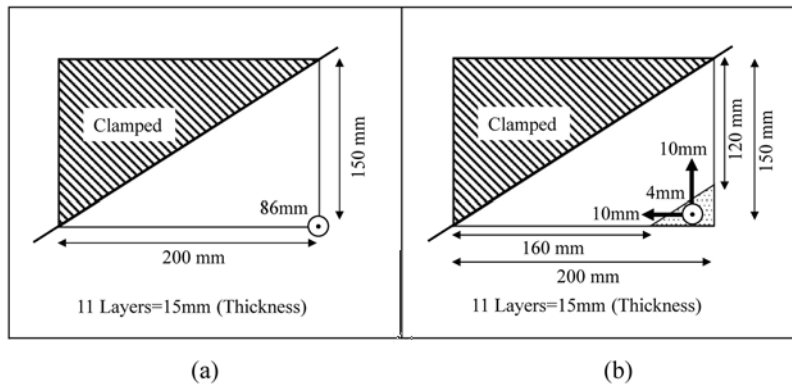


Fig. 4.38. Schéma d'expérimentation 3D pour renfort tissé (a) Condition limite de test 4.4.3.1  
(b) Condition limite de test 4.4.3.2

#### 4.4.3.1 Flexion due à un déplacement imposé d'un coin

L'empilement du renfort G1151 est soumis d'un déplacement imposé d'un coin (Fig. 4.38a). Les Fig. 4.39a et c montrent les configurations expérimentales déformées pour les deux côtés, les Fig. 4.39b et d affichent les résultats de la simulation correspondante.

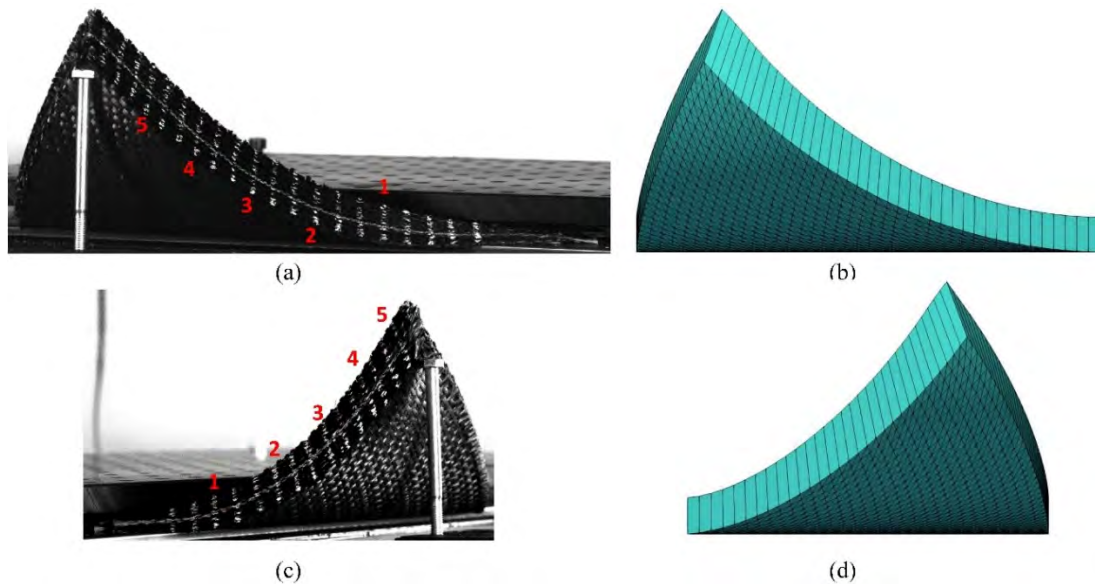


Fig. 4.39. Forme déformée le long du côté 1. (a) Expérimentation. (b) Simulation. Forme déformée le long du côté 2. (c) Expérimentation. (d) Simulation

La position de la surface moyenne, la direction du directeur matériel et l'épaisseurs dans la direction de directeur sont illustrées (Fig. 4.40 et 4.41). La simulation montre un bon accord avec l'expérience qui n'a pas été obtenu avec l'élément de coque Abaqus S3 Mindlin (Fig. 4.42).

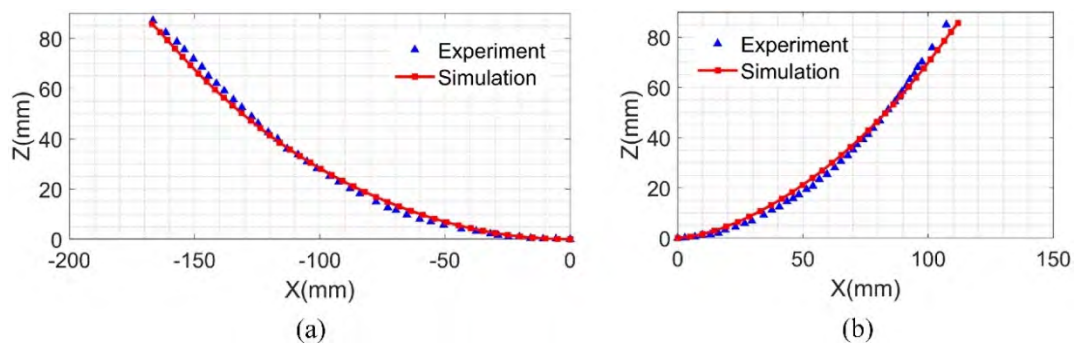


Fig. 4.40. Surface moyenne de côté 1 (a) et côté 2 (b)



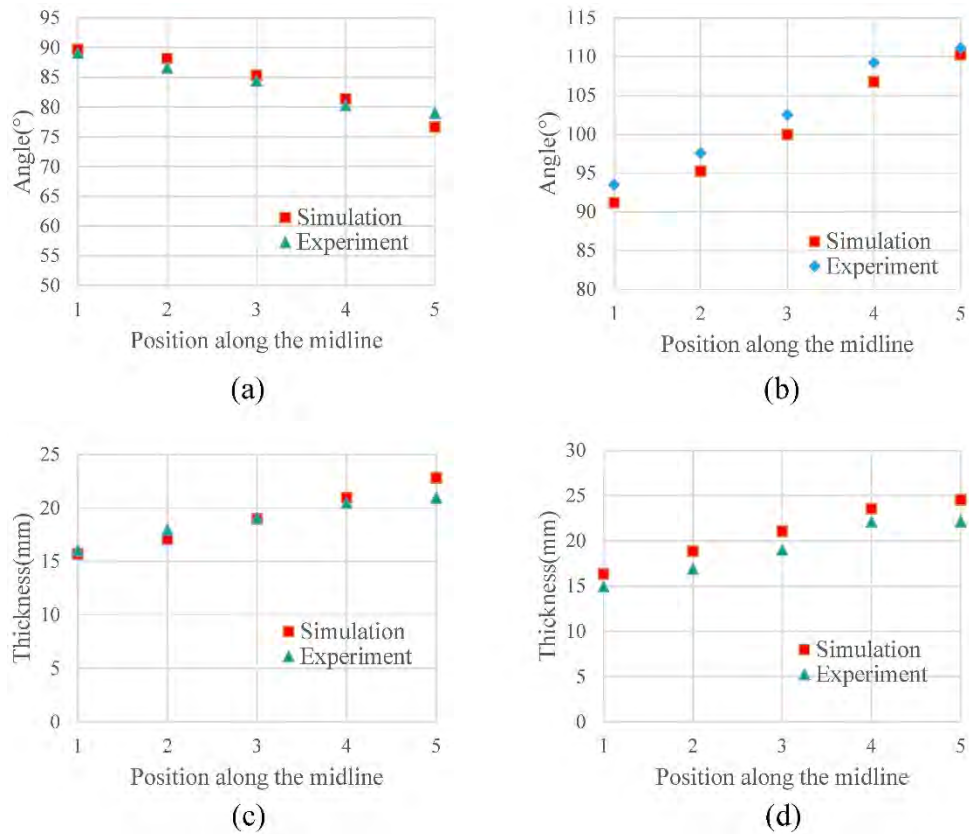


Fig. 4.41. (a)(b) Angle entre directeur matériel et direction horizontale pour côté 1 et 2. (c)(d) épaisseur dans la direction de directeur matériel pour côté 1 et 2.

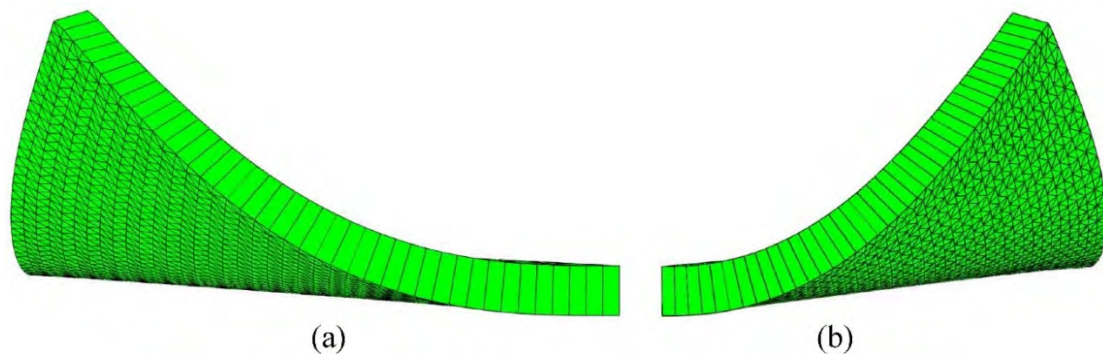


Fig. 4.42. Forme déformée de simulation pour (a) côté 1. (b) côté 2.

#### 4.4.3.2 Essai de flexion de flambage

Un déplacement dans le plan est imposé au coin du rectangle de l'empilement stratifié du renfort G1151, la partie diagonale est encastree (Fig. 4.38b). Les Fig. 4.43a et c montrent les configurations déformées, la simulation correspondante est présentée (Fig. 4.43b et d).

La surface moyenne déformée sont illustrées à la Fig. 4.44a et b. La Fig. 4.45 montre les directions et les épaisseurs du directeur matériel. La simulation montre une assez bonne cohérence avec l'expérience.

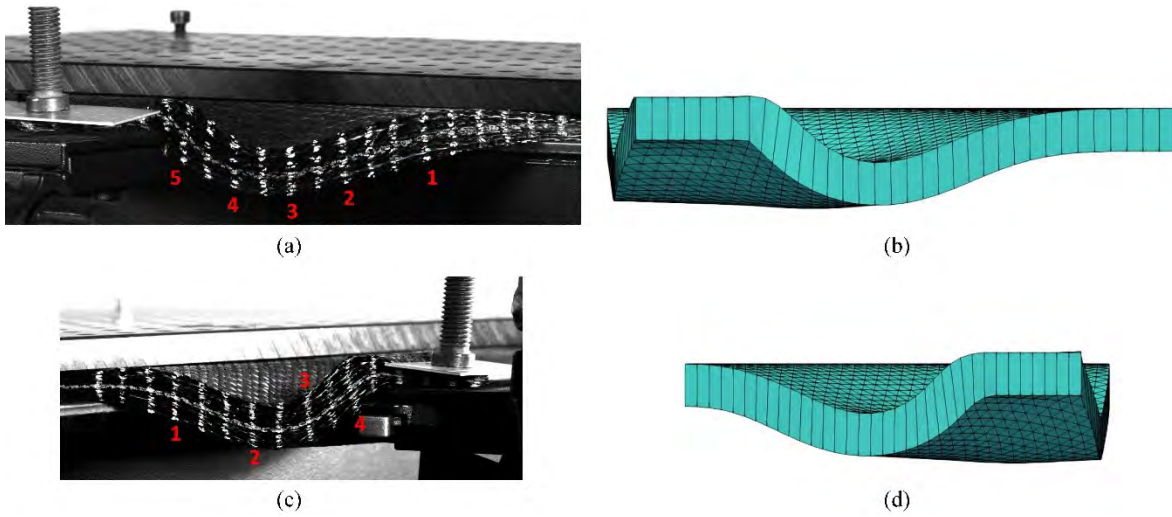


Fig. 4.43. Forme déformée le long du côté 1. (a) Expérimentation. (b) Simulation. Forme déformée le long du côté 2. (c) Expérimentation. (d) Simulation

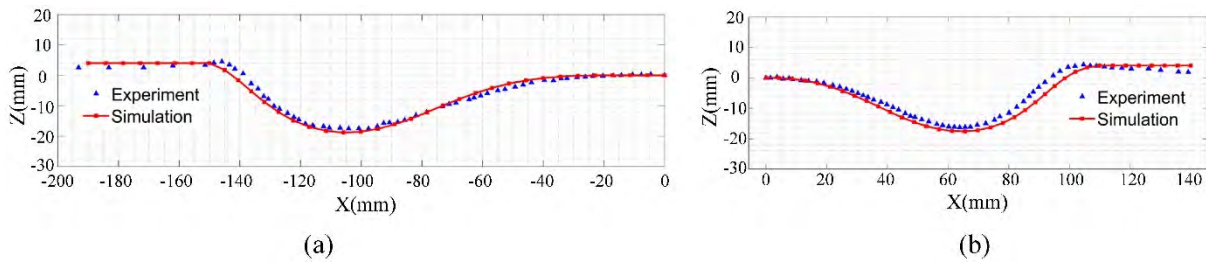


Fig. 4.44. Surface moyenne de (a)côté 1. (b)côté 2.

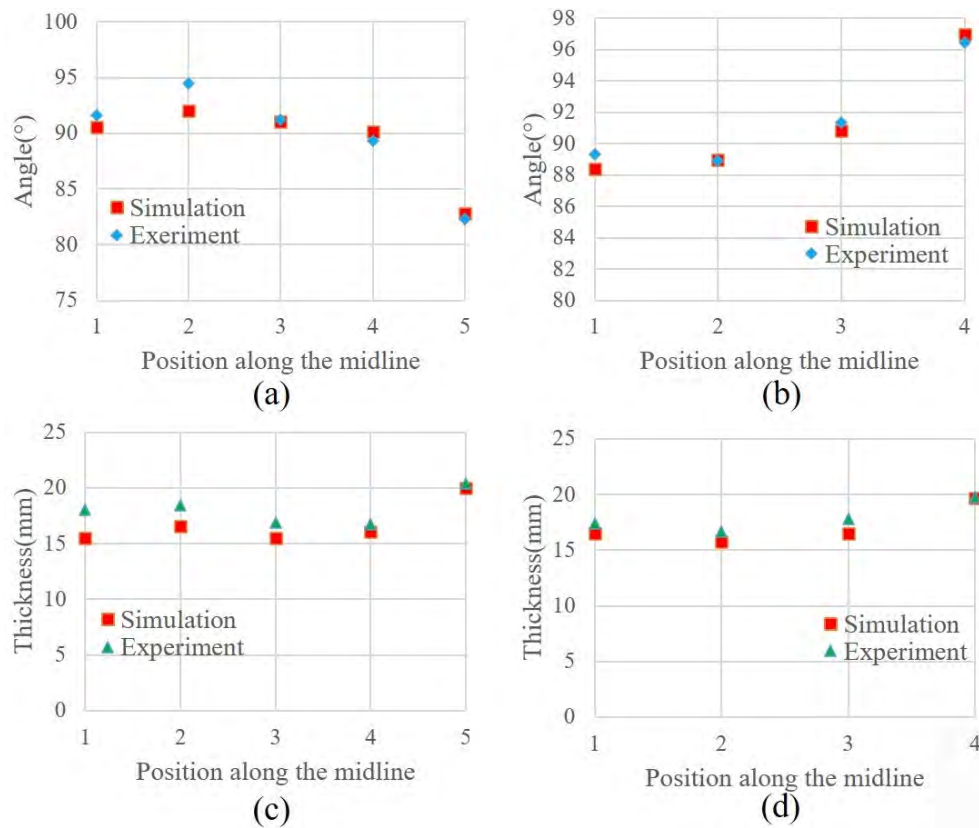


Fig. 4.45. (a)(b) Angle entre directeur matériel et direction horizontale pour côté 1 et 2. (c)(d) Epaisseur dans la direction de directeur matériel pour côté 1 et 2.

---

## 4.5 Bilan de Chapitre 4

Dans ce chapitre, nous avons identifié les propriétés de flexion dans les directions en chaîne et en trame pour le renfort G1151. L'influence de frottement est déterminée par le test flexion 3 points qui peut augmenter la rigidité de flexion, donc elle ne peut pas être négligée. Une approche simple a été proposée pour prendre en compte le frottement entre les couches : La rigidité de flexion sera mesurée sur l'empilement global. Ensuite, l'influence de nombre de couches est étudiée, les courbes force-déplacement sont comparées dans différents cas avec les empilements différents. De plus, les résultats suggèrent que la discrimination entre les données expérimentales et les données basées sur superposition apparaît à partir d'un déplacement critique.

Des expériences 2D proposées sont utilisées pour valider cette approche. La position de surface moyenne, la rotation de directeur matériel et la variation d'épaisseur matérielle sont comparées. Les résultats de simulation correspondent bien avec les expériences. La sensibilité d'élément sur la rigidité de flexion est montrée, ce qui est important pour déterminer la déformation de flexion. De plus, les tests de flexion 3D sont proposées dans cette section, la nouvelle approche expérimentale correspondante est montrée. La comparaison entre les simulations et les essais indiquent l'approche proposée permet de déterminer le déplacement, la déformation en tous points dans l'épaisseur et la rotation des normales du matériau. Les résultats numériques sont en bonne cohérence avec les expériences.

Finalement, la portée et les limites de l'approche proposée sont montrées en prenant la comparaison entre l'essai de flexion trois points pour l'empilement G1151 et celui de l'interlock 3D. Elle montre des formes déformées différentes, la rotation de directeur matériel pour l'empilement de G1151 est plus petite que celle dans le cas de l'interlock épais, cette différence signifie un glissement différent. La cause de ce comportement est le tissage dans la direction d'épaisseur. Cet élément coque ne considère pas l'énergie de cisaillement transverse donc ne peut pas modéliser précisément le glissement entre les plis, dans le cas du renfort contenant des câbles dans le sens d'épaisseur.

Le chapitre suivant est consacré à des exemples d'applications sur des mises en forme des empilements fibreux.



---

# Chapitre 5 Expérimentation et simulation de mise en forme

La mise en forme est un procédé très important lors du RTM. Sachant que la géométrie de préforme devient de plus en plus complexe, ce qui conduit à la difficulté de fabrication. Par conséquent, des modèles numériques sont nécessaires afin d'optimiser le procédé de la mise en forme.

L'approche de coque spécifique développée a pour objectif de montrer correctement les déformations du renfort fibreuse lors de l'emboutissage. La comparaison entre les simulations et les expériences pour la flexion est déjà présentée dans le chapitre 4 et montre la bonne cohérence entre eux.

Dans ce chapitre, les différentes expériences de mise en forme seront présentées. Les éprouvettes d'une couche de renfort ou des renforts multicouches seront utilisées. Deux types de poinçon : hémisphérique et tétraédrique seront utilisées. Nous donc étudions la différence entre ces expériences et déterminons le cisaillement transverse entre les couches (le glissement possible entre les couches). Le dispositif expérimental modifié est proposé pour observer ce phénomène spécifique (la section 5.2.1). Les simulations correspondantes seront proposées.

Les résultats montrent que l'approche proposé est capable de modéliser la mise en forme des renforts fibreux.

Dans la dernière section, nous allons montrer le flambage local des mèches observé lors de la mise en forme tétraédrique.

## Sommaire :

<b>Chapitre 5 Expérimentation et simulation de mise en forme.....</b>	<b>92</b>
5.1 Différentes expérimentations : Introduction.....	94
5.1.1 Vérification de cisaillement dans le plan.....	94
5.1.2 Mise en forme de 'Z' forme.....	94
5.2 Mise en forme hémisphérique.....	95
5.2.1 Dispositif expérimentale et analyse théorique.....	96
5.2.1.1 Installation de dispositif.....	96
5.2.1.2 Préparation d'échantillons.....	97
5.2.1.3 Analyse théorique concernant le cisaillement transverse dans la direction de fibres.....	98
5.2.2 Essais avec 4 couches de G1151 (0/90°).....	99
5.2.3 Essais avec 4 couches de G1151 ( $\pm 45^\circ$ ).....	102
5.3 Mise en forme tétraédrique.....	104
5.3.1 Une couche G1151 (700mm×700mm) sans serre-flanc.....	104

---

5.3.2 Deux couches G1151(300mm×300mm, orienté 90/0°) .....	105
5.3.3 Défaut-Flambage de mèche .....	108
5.4 Bilan de Chapitre 5 .....	111

## 5.1 Différentes expérimentations : Introduction

### 5.1.1 Vérification de cisaillement dans le plan

Avant de présenter l'ensemble des simulations de la mise en forme, il est nécessaire de présenter les résultats du bias-extension test. Cette étape est importante pour vérifier l'algorithme de l'approche numérique et pour identifier des paramètres du cisaillement dans le plan. Plusieurs essais sont réalisés, et la relation moment-angle est mesurée par [GHA19] sur l'éprouvette avec la dimension 213mm×68mm. La Fig. 5.1 montre la courbe déplacement-force de machine correspondante, la comparaison est faite entre la simulation et l'expérience. Ils sont en bon accord.

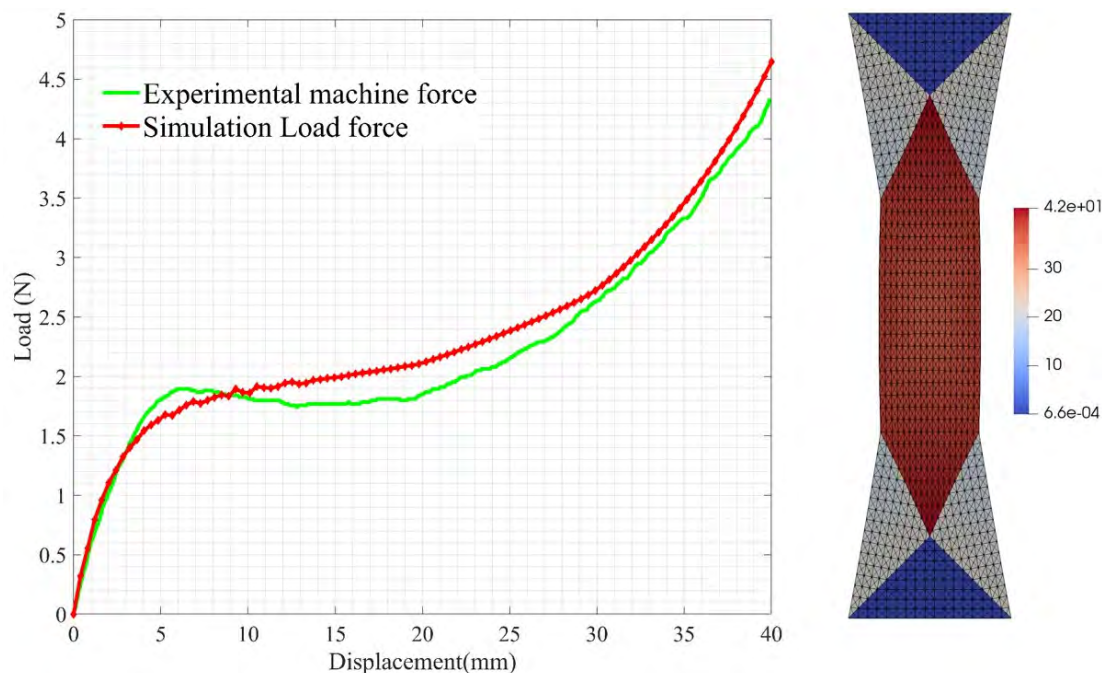


Fig. 5.1. Courbe force VS déplacement de Bias-extension test pour G1151

A cause du manque de donné expérimental pour bias-extension test multicouche, nous avons négligé l'influence de frottement sur la rigidité de cisaillement dans le plan.

### 5.1.2 Mise en forme de 'Z' forme

L'essai de mise en forme avec la géométrie 'Z' est proposé dans travaux de [SOU06]. La plaque stratifiée est composée de plusieurs plis qui glissent relativement entre eux pendant la mise en forme. La Fig. 5.2a montre le glissement inter-ply spécifique. La Fig. 5.2b montre la simulation correspondante, dans laquelle chaque couche est décrite par une couche de éléments finis de coque en contact avec ses voisins.

La Fig. 5.2c montre la simulation correspondante faite par l'approche proposée. Le sifflet dans le côté libre est en bon accord avec l'expérience. D'ailleurs, l'approche proposée utilise qu'un seul élément dans la direction d'épaisseur qui permet d'augmenter l'efficacité de la simulation.

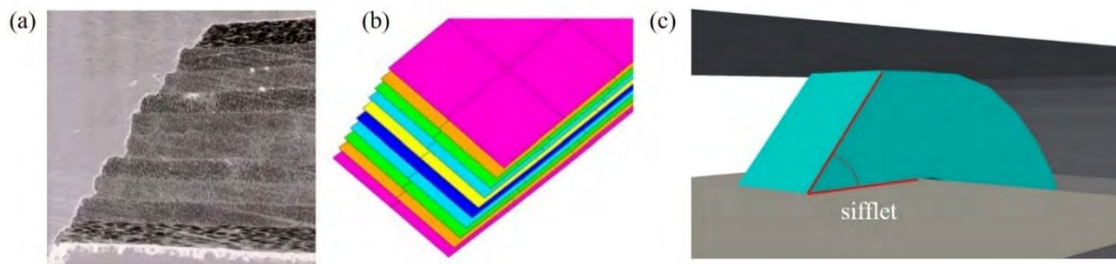


Fig. 5.2. Glissement relatif entre couches (a) Expérience (b) Simulation [SOU06] (c) Simulation par l'élément proposé

Par ailleurs, la Fig. 5.3 montre la structure globale où les rotations de directeur matériel respectent les spécificités présentées dans les chapitres précédentes.

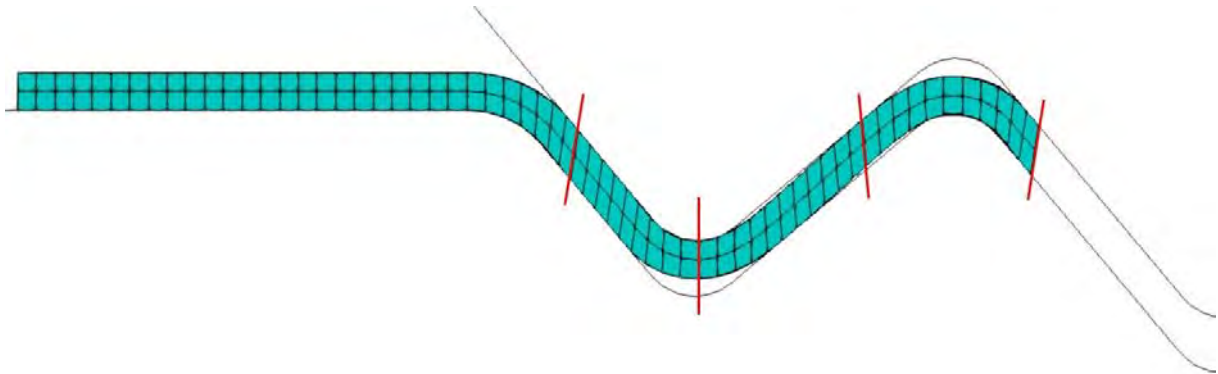


Fig. 5.3. Simulation de la mise en forme d'un composite stratifié (Géométrie 'Z')

Les sections suivantes sont consacrées à des exemples de mise en forme sur des empilements fibreux. Les géométries en double courbures seront appliquées.

## 5.2 Mise en forme hémisphérique

Dans cette partie, nous allons présenter des expériences de l'emboutissage hémisphérique pour matériaux fibreux. Le poinçon donne la courbure bidirectionnelle qui permet d'évaluer la drapabilité d'un renfort. La compétition entre les énergies de flexion et de cisaillement est à la cause des plissements. Donc l'utilisation de serre-flanc peut limiter les effets de flexion, et donc permet d'obtenir les résultats sans plissement.

Le cisaillement transverse est le point avec grand intérêt, il existe des littératures concernant cette déformation spécifique, par exemple : la Fig. 5.4a montre la mise en forme hémisphérique pour 4 couches de E-glass avec l'orientation de fibre identique ( $0/90^\circ$  ou  $\pm 45^\circ$ ) [LIU17]. La Fig. 5.4b montre la simulation de mise en forme pour 4 couches de prepreps en haute température [CHE11], où le glissement relatif entre les couches est observé. On cite aussi [ALS17b] et [GUZ19].

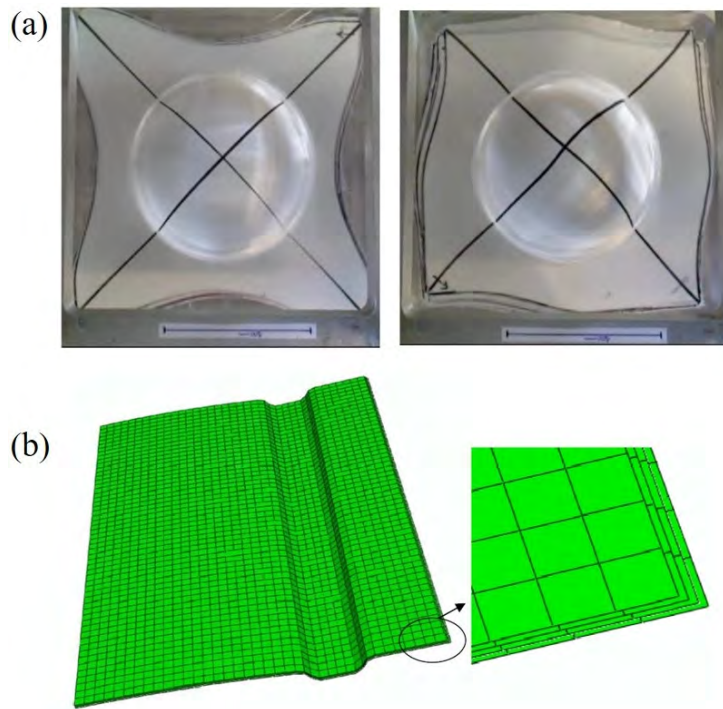


Fig. 5.4. (a) Préforme multicouche (orienté  $0/90^\circ$  et  $\pm 45^\circ$ ) [LIU17] (b) Simulation de mise en forme avec multicouche [CHE11]

Dans cette section, nous allons étudier le cisaillement transverse entre les couches lors de la mise en forme hémisphérique. Les expériences et les simulations seront présentées.

### 5.2.1 Dispositif expérimentale et analyse théorique

La mise de forme d'empilement multicouche est différente de celle pour une seule couche. Les tissus multicouches produisent une grande force de flexion qui est le facteur à l'origine des plissements, donc un serre-flanc avec les pressions extérieures sera utilisé pour obtenir les préformes sans produit de plissement.

#### 5.2.1.1 Installation de dispositif

La géométrie de la forme déformée pour la surface supérieure et inférieure est avec grand intérêt. Afin de visualiser la déformation de l'empilement et étudier le cisaillement transverse le long d'épaisseur, un serre-flanc transparent et un support de renfort transparent sont appliqués. L'empilement constitué par  $N$  couches de renfort tissé est placé entre le serre-flanc et le support. Deux caméras sont utilisées, une est placée en haut de la machine, il peut capturer un quart carré d'échantillon (la caméra est fixée avec la barre de la machine qui ne déplace pas), une autre caméra est placée loin de machine et en l'orientation horizontale, il permet d'obtenir les photos la surface inférieure de l'éprouvette à l'aide d'un miroir qui est disposé à  $45^\circ$  sous l'outillage transparent. La machine de traction est Zwick 100KN, il peut piloter le déplacement du poinçon ( $R=65\text{mm}$ ). (Fig. 5.5)

Avant la mise en forme, la calibration de la caméra est nécessaire. Une grande épaisseur de l'empilement va changer le ratio longueur / pixel dans la surface supérieure et inférieure, donc deux cibles d'étalonnage seront placées dans la position supérieure et inférieure de l'empilement pour le post-traitement.

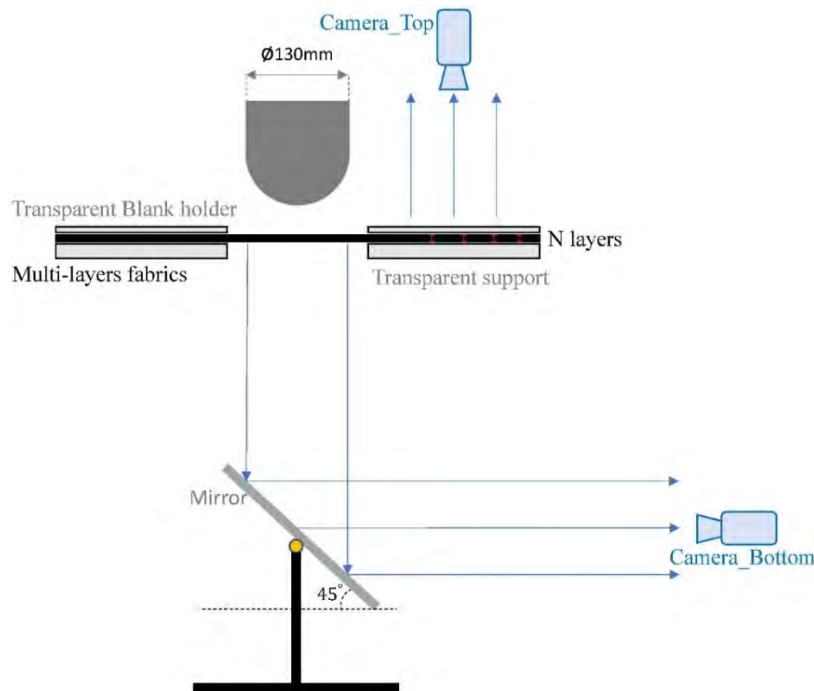


Fig. 5.5. Dispositif d'essais mise en forme

### 5.2.1.2 Préparation d'échantillons

L'échantillon utilisé est 4 couches du renfort de G1151 avec la dimension  $300\text{mm} \times 300\text{mm}$ , l'épaisseur correspondant est 5mm. L'éprouvette est initialement en forme carré et placé sur le support rigide. Toutes les couches de l'empilement sont orientées dans la même direction. Des marqueurs blancs sont dessinés sur la couche inférieure et supérieure, la Fig. 5.6 montre les positions des différents points. Pour chaque position, il existe trois points blancs (point externes, point milieu, et point interne suivi la décroissance de rayon). Dans les différents essais, les déplacements concernant différents points seront étudiés. Les lignes blanches sont marquées dans le contour d'éprouvette afin de visualiser le cisaillement traverse.

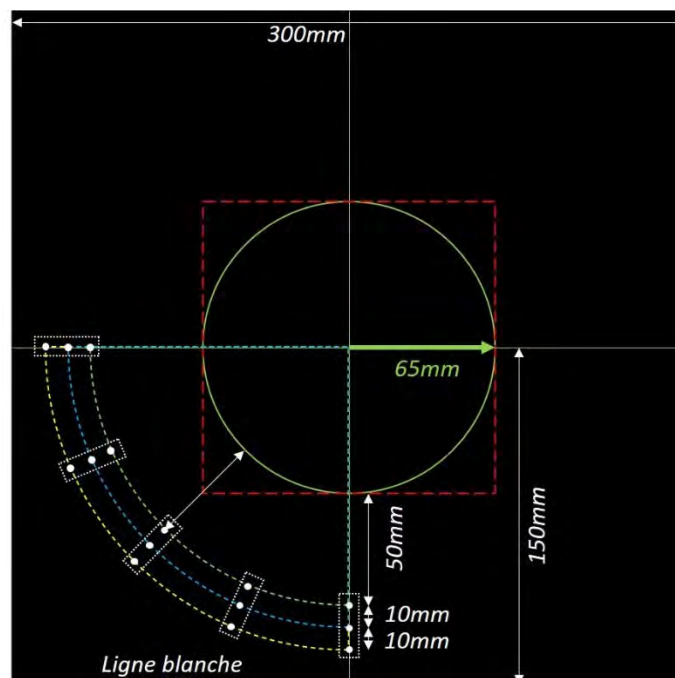


Fig. 5.6. Préparation de renfort pour mise en forme hémisphère



### 5.2.1.3 Analyse théorique concernant le cisaillement transverse dans la direction de fibres

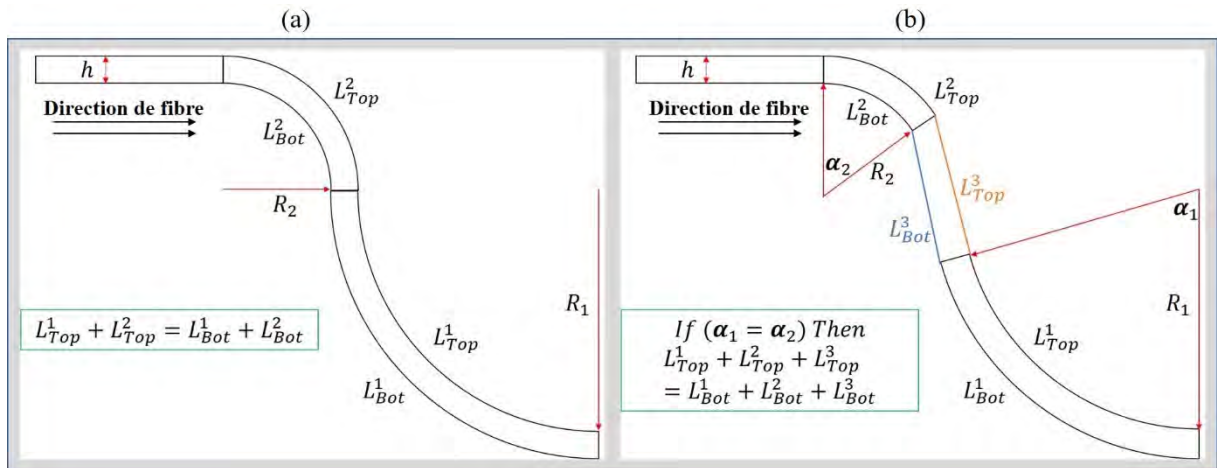


Fig. 5.7. Schéma d'emboutissage hémisphérique (a) Cas idéal (b) Cas général

La Fig. 5.7 montre deux cas concernant la géométrie de la section transverse déformée où la direction de fibre marquée par les flèches. l'épaisseur normale de l'empilement est  $h$ .

Dans le cas (a), le schéma Fig. 5.7a montre la condition idéale, dans laquelle l'angle associé avec l'arc de cercle égale  $\pi/2$ . Donc la longueur du fibre dans les couches supérieure et inférieure est  $L_{Top/Bot}^{Fibre}$  définie par :

$$L_{Top}^{Fibre} = L_{Top}^1 + L_{Top}^2 ; L_{Bot}^{Fibre} = L_{Bot}^1 + L_{Bot}^2 \quad (5.1)$$

Où  $L_{Top/Bot}^{1\text{ ou }2}$  sont les longueurs de courbe dans les différentes parties de la géométrie, ils sont calculés à partir des paramètres géométriques :

$$\begin{aligned} L_{Top}^1 &= \pi R_1/2 ; L_{Top}^2 = \pi(R_2 + h)/2 \\ L_{Bot}^1 &= \pi(R_1 + h)/2 ; L_{Bot}^2 = \pi R_2/2 \end{aligned} \quad (5.2)$$

Mettre Eq. 5.2 dans Eq. 5.1, nous obtenons la relation :

$$L_{Top}^{Fibre} = L_{Bot}^{Fibre} \quad (5.3)$$

Dans le cas (b), le schéma Fig. 5.7b montre le cas général où il existe la distance entre le poinçon et l'outil donc la géométrie n'est pas constituée par les arcs de cercle. Donc la trajectoire de fibre est composée de trois parties : deux courbes et une partie de transition.

$$L_{Top}^{Fibre} = L_{Top}^1 + L_{Top}^2 + L_{Top}^3 ; L_{Bot}^{Fibre} = L_{Bot}^1 + L_{Bot}^2 + L_{Bot}^3 \quad (5.4)$$

L'angle associé avec l'arc de cercle est défini par  $\alpha$  qui est exprimé en radians, le calcul de longueur conduit aux équations suivantes :

$$L_{Top}^1 + L_{Top}^2 = R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2 + h\alpha_2 ; L_{Bot}^1 + L_{Bot}^2 = R_1\alpha_1 + R_2\alpha_2 + h\alpha_1 \quad (5.5)$$

Les longueurs pour la partie de la transition nous conduisent à :

$$L_{Top}^3 - L_{Bot}^3 = \sin(\alpha_1 - \alpha_2)h \quad (5.6)$$

La relation entre les longueurs des fibres dépend des valeurs des angles (Tableau 5.1) :

Cas 1	$\alpha_1 - \alpha_2 \approx ou = 0$	$L_{Top}^{Fibre} \approx ou = L_{Bot}^{Fibre}$
Cas 2	$\alpha_1$ loin de $\alpha_2$	$L_{Top}^{Fibre} \neq L_{Bot}^{Fibre}$

Tableau 5.1. Les différents cas de la longueur des fibres

Par conséquent, d'après de la Fig. 5.7b, l'apparition du cisaillement transverse est possible et dépend de la géométrie de préforme déformée.

### 5.2.2 Essais avec 4 couches de G1151 (0/90°)

La Fig. 5.8 montre un essai dans le cas de 4 couches du renfort G1151. La forme expérimentale après la déformation est montrée Fig. 5.8c et d. Elles sont comparées avec les résultats de la simulation (Fig. 5.8a et b), ils sont en bon accord. Les angles de cisailement pour les deux surfaces sont proches. L'angle obtenu par la simulation est comparé avec l'expérience, ils sont en bon accord. De plus, les valeurs d'angle de cisaillement de simulation montrent la différence entre les positions supérieures et inférieures, cette différence est petite. Néanmoins, ça nous permet d'étudier le comportement dans l'altitude différente de l'épaisseur.

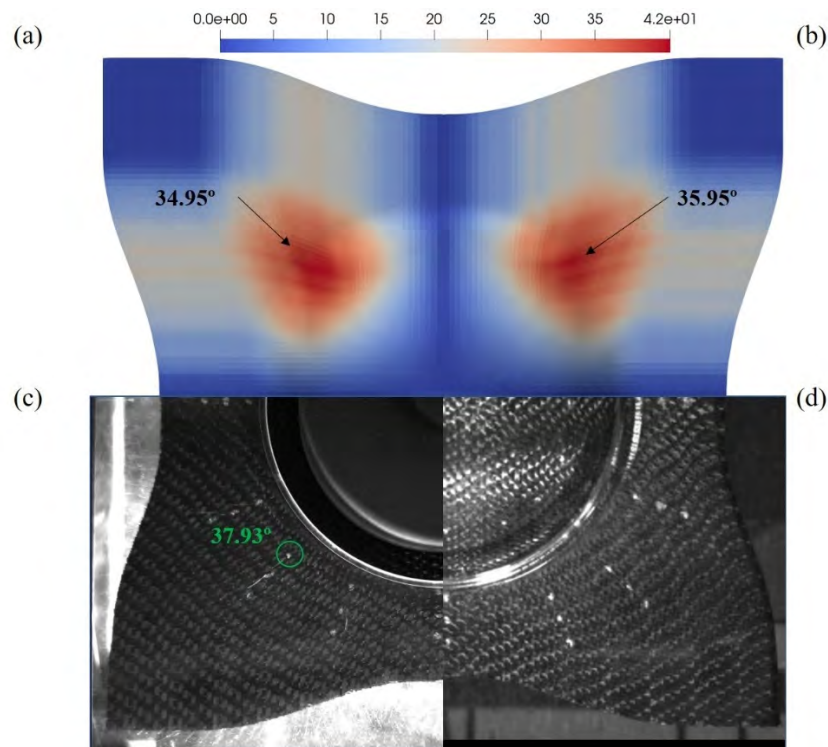


Fig. 5.8. Emboutissage hémisphérique pour 4 couches de G1151 : Simulation : (a) surface supérieure. (b) surface inférieure ; Expérience : (c) surface supérieure (d) surface inférieure

La Fig. 5.9 montre la courbe force-déplacement lors de la mise en forme, la valeur maximum de la force de machine arrive à 170N. En libérant la condition limite imposé par un serre-flanc, la force peut diminuer à 72N, cette variation met en évidence l'importance de frottement entre les plis et entre les outils et les tissus.

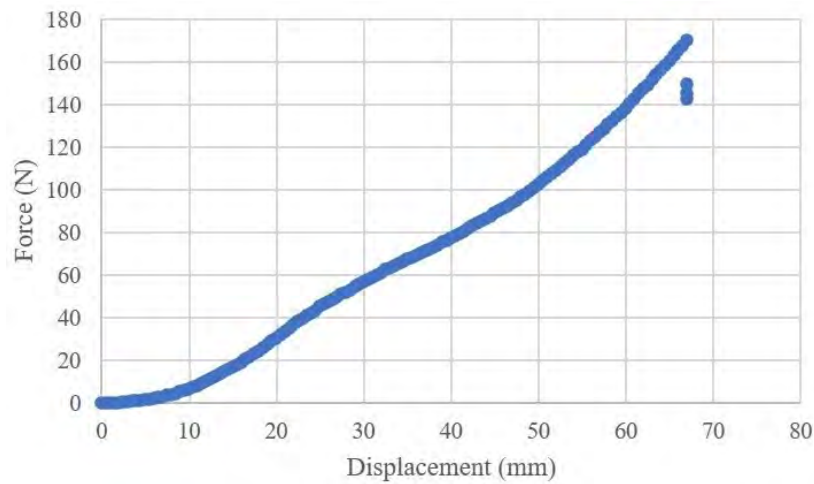


Fig. 5.9. Force de machine mesuré.

La Fig. 5.10 montre le bord d'échantillon et la comparaison avec la simulation. Nous pouvons voir que dans la zone rouge, le glissement entre les couches est très faible (Fig. 5.10a), ce qui correspond avec l'analyse théorique présentée dans la section 5.2.1.3. Dans la simulation avec l'approche proposé, un petit déplacement relatif entre les plis supérieur et inférieur est montré (Fig. 5.10b). La différence de 'draw-in' est de 0.05mm qui est très petite en comparant avec la dimension de l'éprouvette de 300mm.

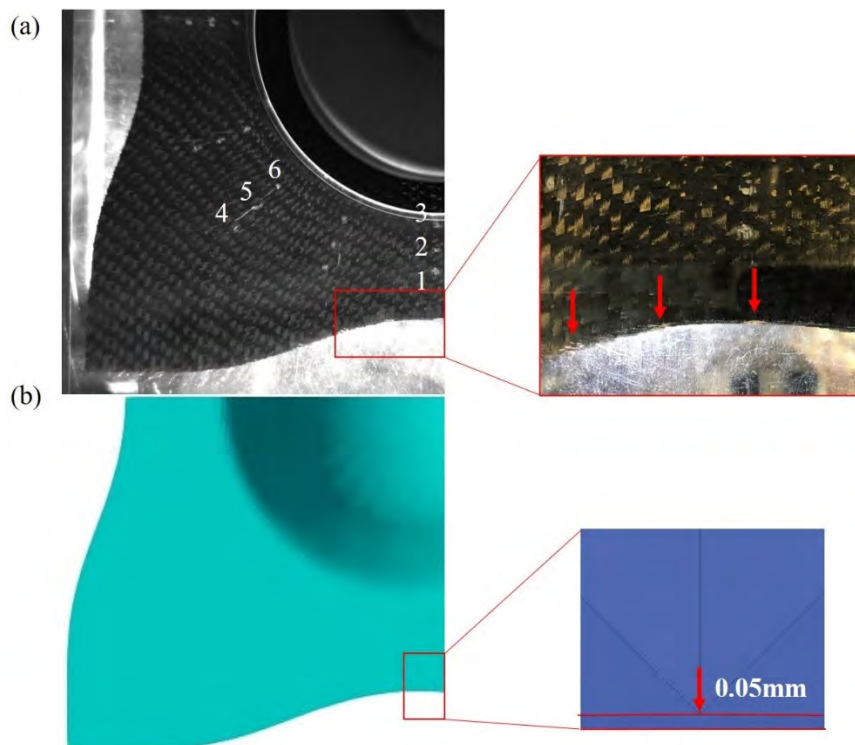


Fig. 5.10. Mise en forme de 4 couches G1151.

Ensuite, nous allons étudier les marqueurs blancs dessinés dans deux surfaces (la Fig. 5.10a montre les positions à étudier marquée par numéro 1-6). Les positions 1, 2, 3 sont dans la direction de fibre et donc respectent la quasi-inextensibilité. Le post-traitement d'image permet de tracer leurs déplacements lors de la mise en forme en comparant les images de l'état initial et l'état final.

Les déplacements absolus dans différentes positions sont montrés (Fig. 5.11a). Dans chaque position, il y a deux points situés dans le plan supérieur et inférieur. Ces points couplés sont initialement dans la même position. Après la déformation, la différence entre ces deux marqueurs permet de montrer le déplacement relatif entre eux.

Les données expérimentales sont présentées avec les barres d'erreur qui vient de la mesure optique. Les déplacements obtenus par la simulation correspondante sont comparés avec l'expérience, les valeurs sont en bon accord. Dans les positions 1, 2, 3, les données de l'expérience montrent la différence de 'draw-in' entre la couche supérieure et celle inférieure, elle est très faible (inférieur à 0.5mm), donc le cisaillement transverse mesuré est supposé assez petit. La simulation montre la même tendance qui correspond avec la cinématique pilotée par la quasi-inextensibilité de fibre.

De la position 4 à la position 6, les déplacements montrent la tendance de devenir plus grand. Le facteur à l'origine de ce phénomène est l'angle du cisaillement plan et la quasi-inextensibilité de fibre (Fig. 5.11b). Les valeurs simulées mettent en évidence la même tendance.

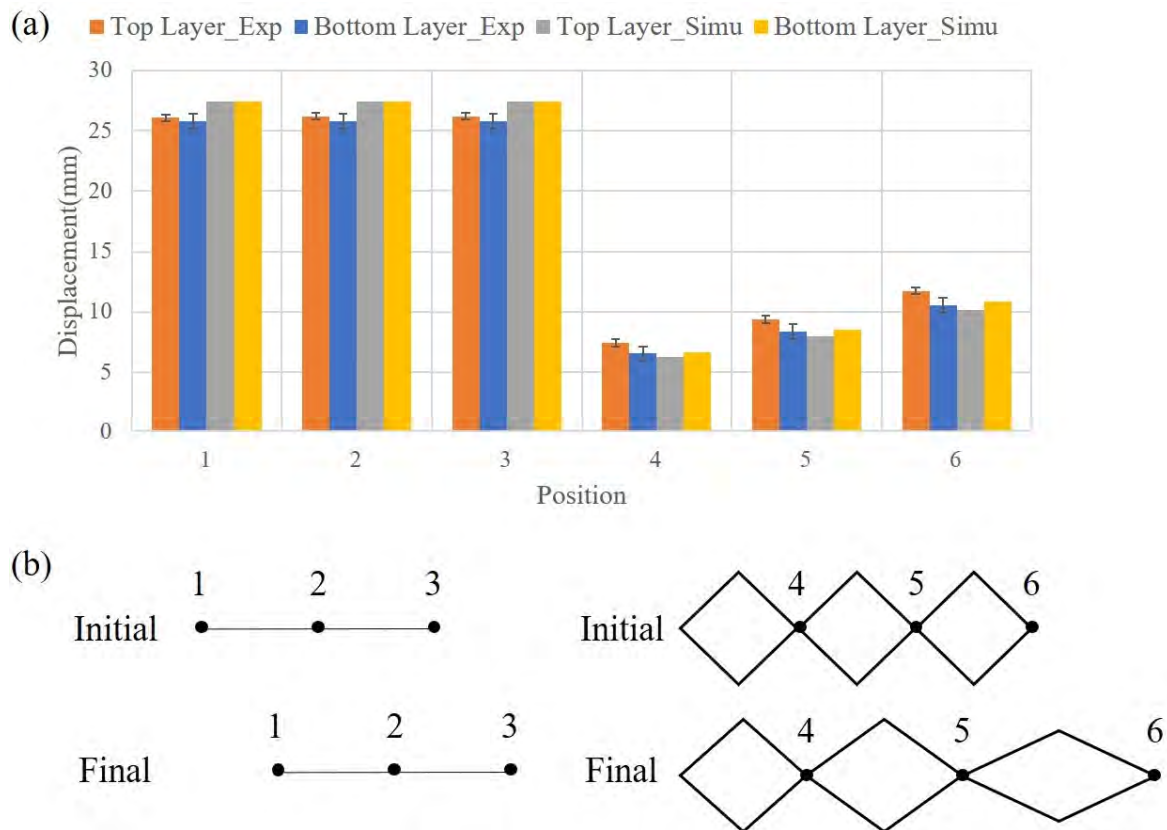


Fig. 5.11. (a) Déplacement absolue des marqueurs : expérience et simulation (4 Couches 0/90°). (b) Schéma concernant les mouvements possibles des mèches qui conduisent à la variation du déplacement selon la position

Dans les travaux de S. Bel [BEL11] au sein du notre équipe, la mesure de glissement dans la section symétrique de l'échantillon est proposée pour 1 couche de G1151 dans le cas de l'emboutissage hémisphérique (Fig. 5.12a). Les marqueurs représentent la rotation de directeur matériel, il reflète le glissement (cisaillement transverse) entre fibres qui fait que la déformation de matériaux fibreux ne correspond pas avec la théorie de coque classique. Dans le cas d'essai multicouche, il n'est pas faisable de déplacer l'échantillon déformée pour le post-traitement

optique. Cependant, dans notre approche, le cisaillement transverse est vérifié et supposé de rester linéaire donc l'empilement multicouche doit montrer la déformation semblable.

Par conséquent, nous présentons la déformation de la zone hémisphérique obtenue par la simulation. La Fig. 5.12b montre la section symétrique de la simulation en utilisant l'approche proposée. Dans la zone A et B, la rotation de directeur matériel montre la cinématique spécifique dû au glissement entre les couches qui correspond avec celle de l'expérience dans le cas d'une couche de G1151. De plus, la partie planaire de la simulation correspond avec les positions 1, 2, 3. Les directeurs matériels rester perpendiculaires au plan moyen montrent un cisaillement transverse assez petit. Ce qui est en bon cohérence avec l'expérience.

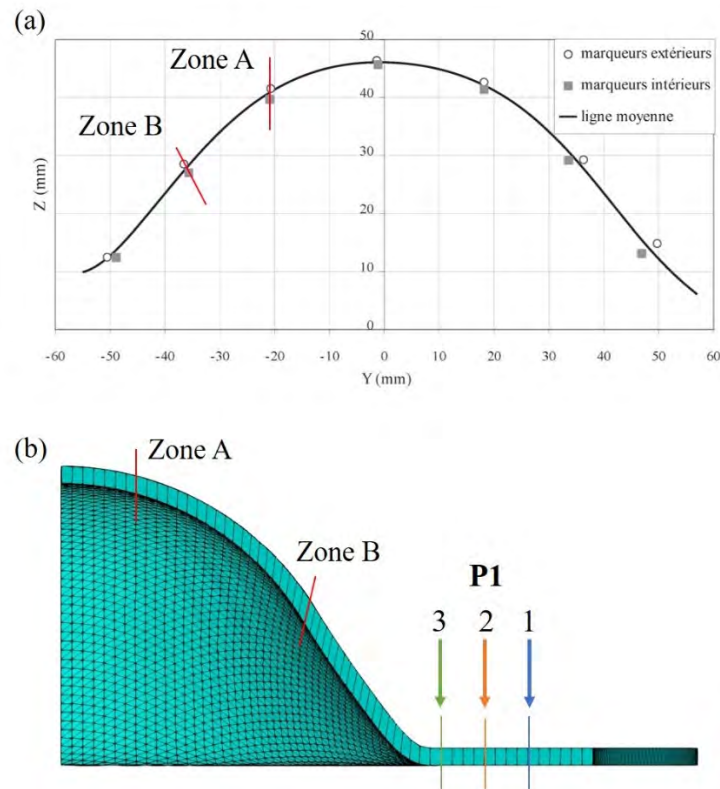


Fig. 5.12. Cisaillement transverse (a) Une couche de renfort G1151 [BEL11] (b) Simulation pour 4 couches de G1151.

En conclusion, les résultats indiquent en effet, le cisaillement transverse pour l'expérience de l'empilement composé de 4 couches du renfort G1151 est très faible. Dans la section le long de la direction de fibre, la cinématique de toutes les fibres dans l'épaisseur est pilotée par la quasi-inextensibilité. Dans la partie soumise du cisaillement plan, la variation du glissement est influencée par le couplage entre l'angle de cisaillement plan et la quasi-inextensibilité. L'approche proposée est capable de simuler la mise en forme et de garantir la dans la quasi-inextensibilité de fibre.

### 5.2.3 Essais avec 4 couches de G1151 ( $\pm 45^\circ$ )

La Fig. 5.13 montre un essai de l'empilement constitué par 4 couches du renfort G1151 orientés  $\pm 45^\circ$ . La géométrie à l'état déformé et les angles de cisaillement dans le plan sont comparés entre l'expérience et la simulation, ils sont en bon accord. L'angle de cisaillement dans le plan montre la différence entre la surface supérieure et la surface intérieure dans le cas de la simulation.



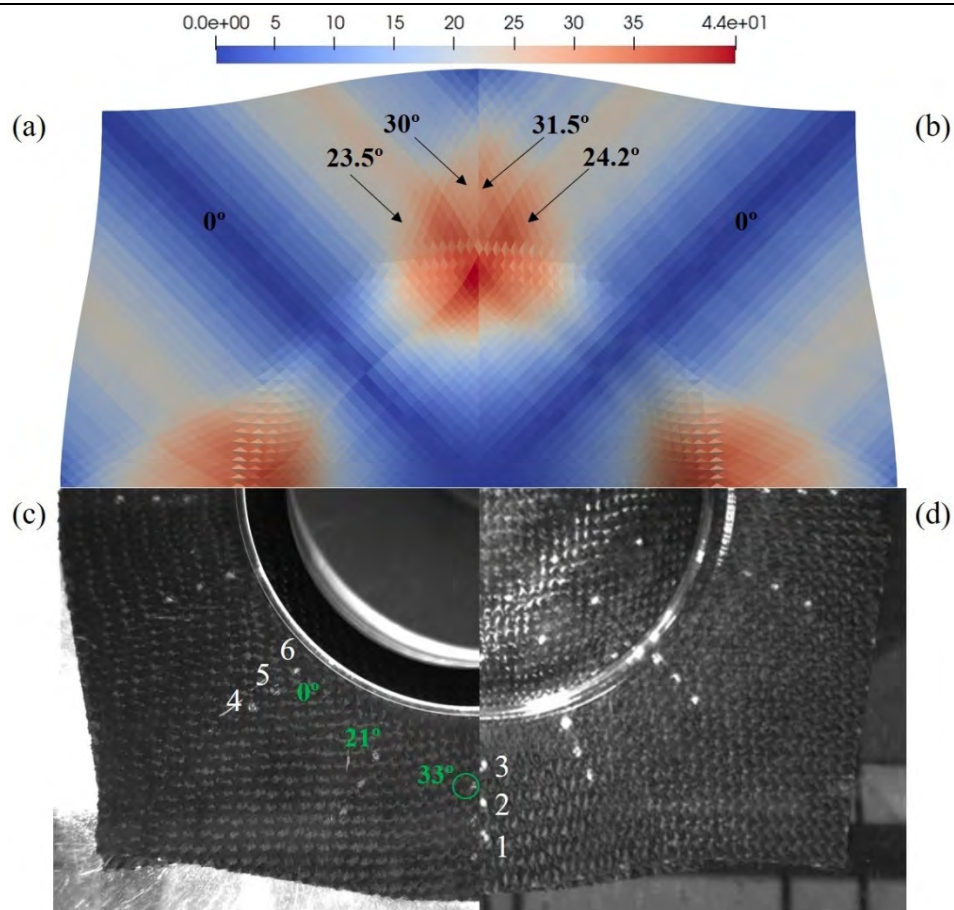


Fig. 5.13. Emboutissage hémisphérique pour 4 couches de G1151 ( $\pm 45^\circ$ ). surface supérieure : (a) Simulation (c) Expérience ; surface inférieure (b) Simulation (d) Expérience.

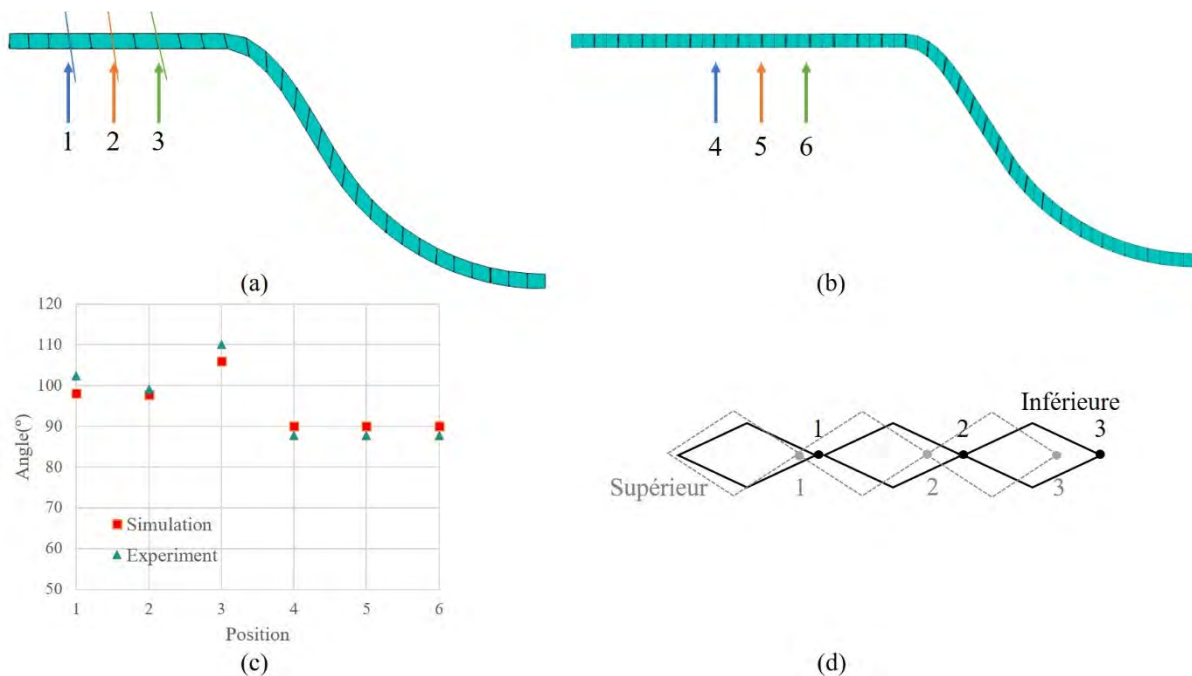


Fig. 5.14. Section transverse (a) Position 1, 2, 3 (b) Position 4, 5, 6. (c) Angle entre directeur matériel et direction horizontale (d) Schéma concernant les mouvements possibles des mèches dans les positions 1, 2, 3



A partir des marqueurs blancs, nous pouvons calculer les déplacements dans chaque position correspondante. Les Fig. 5.14a et b montrent séparément les sections transverses associées avec les différentes positions. Dans les positions 1, 2, 3, le glissement relatif entre les fibres supérieure et inférieure est négatif (*La définition de négatif : le déplacement de point supérieur est plus petit que celui de point inférieur*). Et dans les positions 4, 5, 6, les ‘draw-in’ pour les points supérieurs et les points inférieurs sont proches, le cisaillement transverse est très faible. La Fig. 5.14c montre la comparaison de la rotation de directeur matériel entre l’expérience et la simulation en fonction des positions différentes, ils sont en bon accord.

Cet essai met en évidence l’influence du couplage entre le cisaillement dans le plan et la quasi-inextensibilité de fibre. Dans les positions 1, 2, 3, la structure est soumise du grand cisaillement plan où la rotation de directeur matériel est contrôlée par l’angle de cisaillement dans les deux surfaces (Fig. 5.14d). La quasi-inextensibilité n’est pas observé dans la section transverse associé. Les positions 4, 5, 6 sont dans la direction de fibre, donc la section transverse correspondante doit être satisfait de la quasi-inextensibilité. La rotation des directeurs matériels de l’expérience et la simulation sont en bon accord

*Remarque* : Les expériences pour l’empilement des 11 couches du renfort G1151 sont faites. Les détails correspondants sont présentés dans l’Annexe A.4, dans laquelle, l’influence de la condition limite imposée par un serre-flanc est étudiée.

### 5.3 Mise en forme tétraédrique

Dans cette section, on étudie l’emboutissage d’un renfort tissé dans le cas d’un poinçon tétraédrique. C’est d’une forme à double courbures, plus difficile à former qu’une géométrie hémisphérique. Les zones avec un grand angle de cisaillement sont observées dans le coin du tétraèdre.

#### 5.3.1 Une couche G1151 (700mm×700mm) sans serre-flanc

Le renfort G1151 initialement carré avec la dimension de 700 mm × 700 mm est utilisé dans ce cas. La Fig. 5.15 montre la condition limite de l’essai [ALL11] [PAZ14]. Les fibres sont en orientation 0/90°.

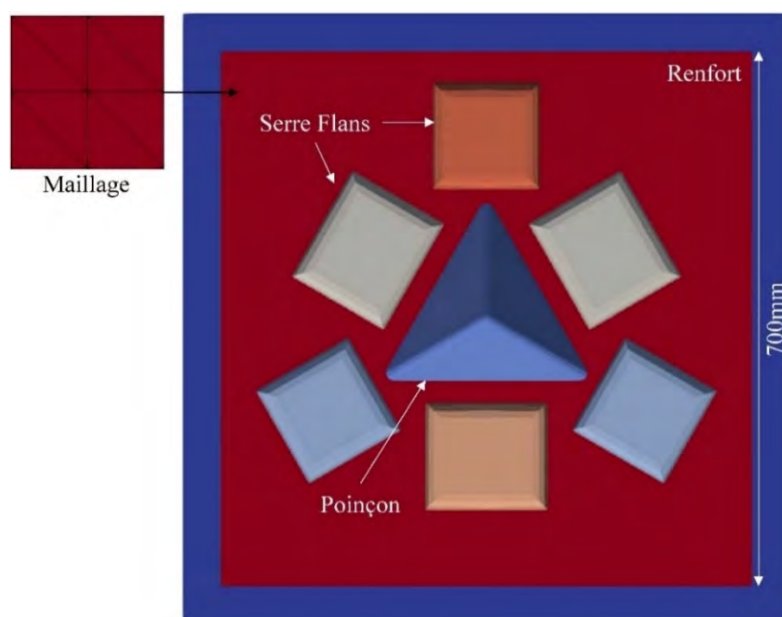


Fig. 5.15. Condition de mise en forme tétraédrique et maillage de tissu

Les renforts G1151 sont modélisés par l'élément finis 3D proposé et le maillage associé est en type A (Parce que la direction de fibre est demandée de respecter la direction de bord d'EF afin d'éviter le verrouillage de tension). Le poinçon et le serre-flanc sont modélisés par EF rigide. Les paramètres utilisés sont identiques que ceux utilisés dans [GHA19].

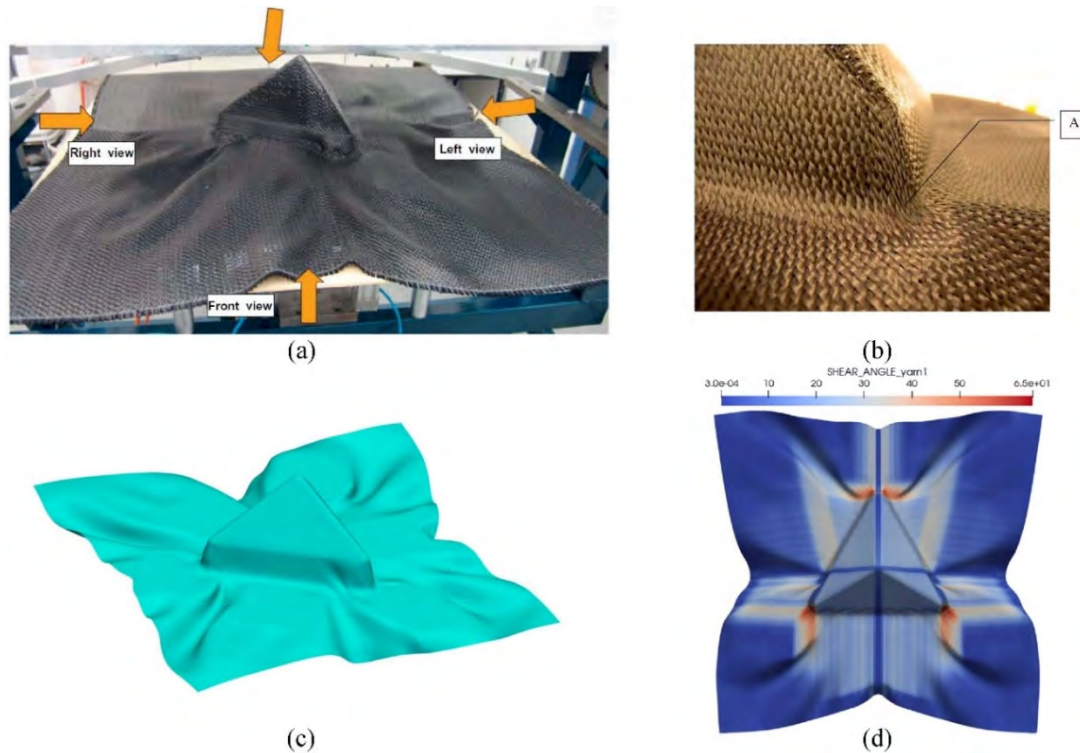


Fig. 5.16. Mise en forme tétraédrique : (a) Expérience [ALL11]. (b) Zone avec grand cisaillement. Simulation par élément proposé : (c) Géométrie global (d) Angle de cisaillement dans le plan

La simulation est en bon accord avec l'expérience. L'angle de cisaillement maximal pour l'essai arrive à  $60^\circ$ , c'est vérifié dans la simulation. De plus, la forme du plissement global est en cohérence celle obtenue par l'expérience. En particulier, il n'y avait pas de plissement dans la partie tétraédrique du renfort pour l'essai et la simulation.

### 5.3.2 Deux couches G1151(300mm×300mm, orienté 90/0°)

Une nouvelle expérience est faite pour le renfort G1151. Le renfort est en dimension 300 mm × 300 mm, les deux couches de G1151 sont superposées ensemble dans le cas avec l'orientation de fibre identique. Un serre-flanc transparent est mis en place sur l'éprouvette. Le déplacement imposé par le poinçon est 90mm. La Fig. 5.17 montre la condition de l'expérience. Les marqueurs ne sont pas dessinés sur les différents plis comme précédemment, nous allons étudier principalement le bord de l'empilement, donc les contours extérieurs du renfort sont marqués par une ligne blanche.

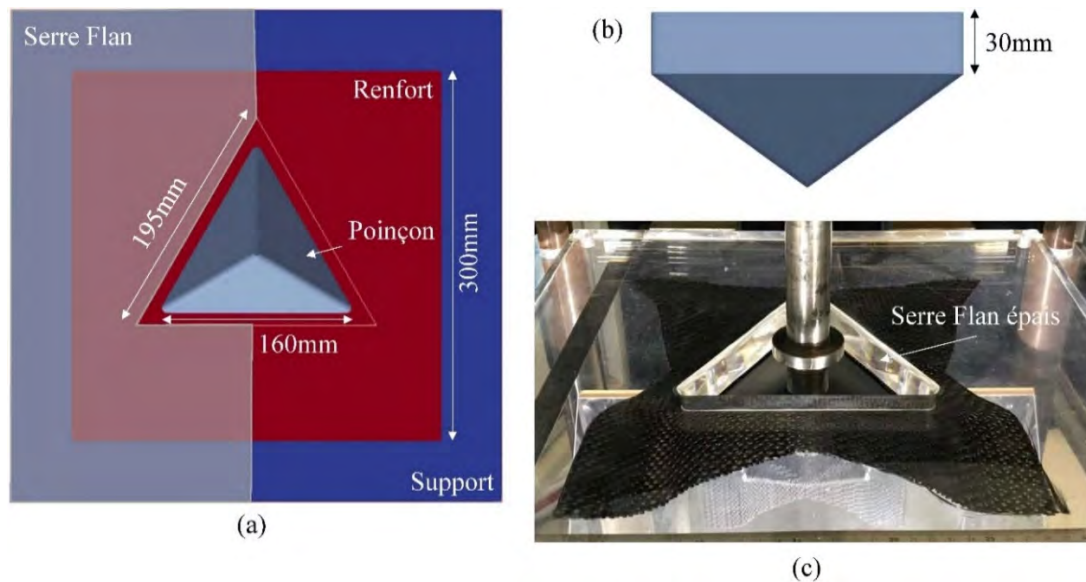


Fig. 5.17. Mise en forme tétraédrique : (a) (b) Condition et dimension de test. (c) Protocole expérimental

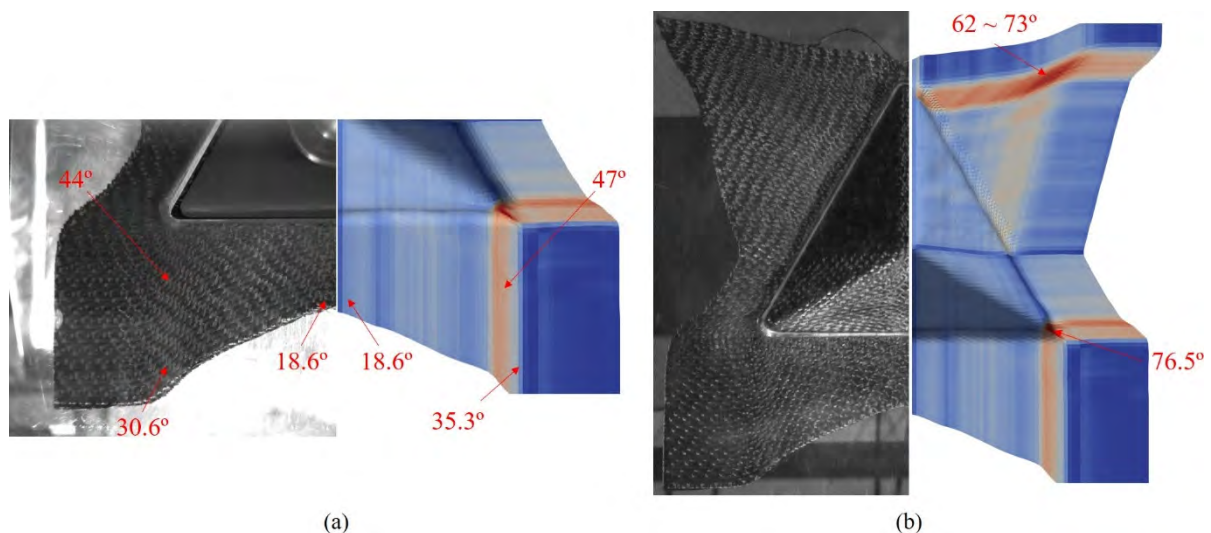


Fig. 5.18. Comparaison simulation et expérience (a) Position supérieur (b) Position inférieur

La forme déformée expérimentale pour la surface supérieure et inférieure est montrée (Fig. 5.18), et apparaît à première vue symétrique, donc seulement la partie symétrique est montrée. Dans le cas avec un serre-flanc, il n'existe pas de plissement dans la zone tétraédrique et dans la zone planaire. La simulation de l'emboutissage a été effectuée afin de mettre en évidence que le modèle est capable de simuler le procédé de mise en forme concernant une géométrie complexe. Les résultats de la simulation sont comparés avec l'expérience, la déformation globale des renforts simulés est relativement proche de la mise en forme expérimentale. Pour la surface supérieure et inférieure, les angles de cisaillement plan et ceux obtenus par la simulation sont en bon accord.

La Fig. 5.19a montre la comparaison du champ de cisaillement dans le plan entre la couche supérieure et inférieure, la différence est faible. A cause d'une grande tension sur les fibres, l'angle de cisaillement maximal arrive à  $76^\circ$  se trouve dans le coin de tétraèdre sans produire de plissement, malgré que cet angle soit supérieur à l'angle de verrouillage. Dans la simulation,



ce grand cisaillement dans le plan est obtenu. Le champ de cisaillement pour deux plis montre la différence faible (Fig. 5.19b).

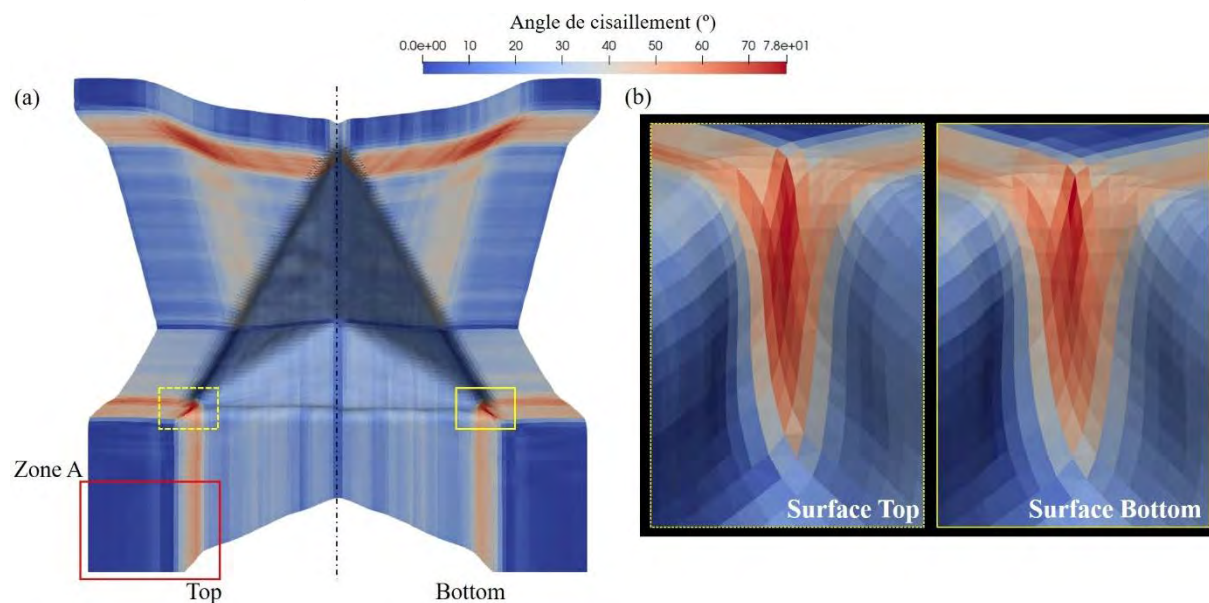


Fig. 5.19. Angle de cisaillement dans le plan

Dans l'expérience, la forme globale des deux plis est très proche en observant l'allure de contour extérieur, le grand cisaillement transverse entre les couches n'est pas observé. Mais dans la zone A, en comparant image de l'état initial et de l'état final, nous trouvons un petit glissement relatif entre deux couches pour environ 1mm (Fig. 5.20a). La simulation correspondante présente la forme finale pour zone A où les contours extérieurs affichent une légère différence de 'draw-in' (0.43mm) entre les plis (Fig. 5.20b), ce résultat correspond avec l'expérience.

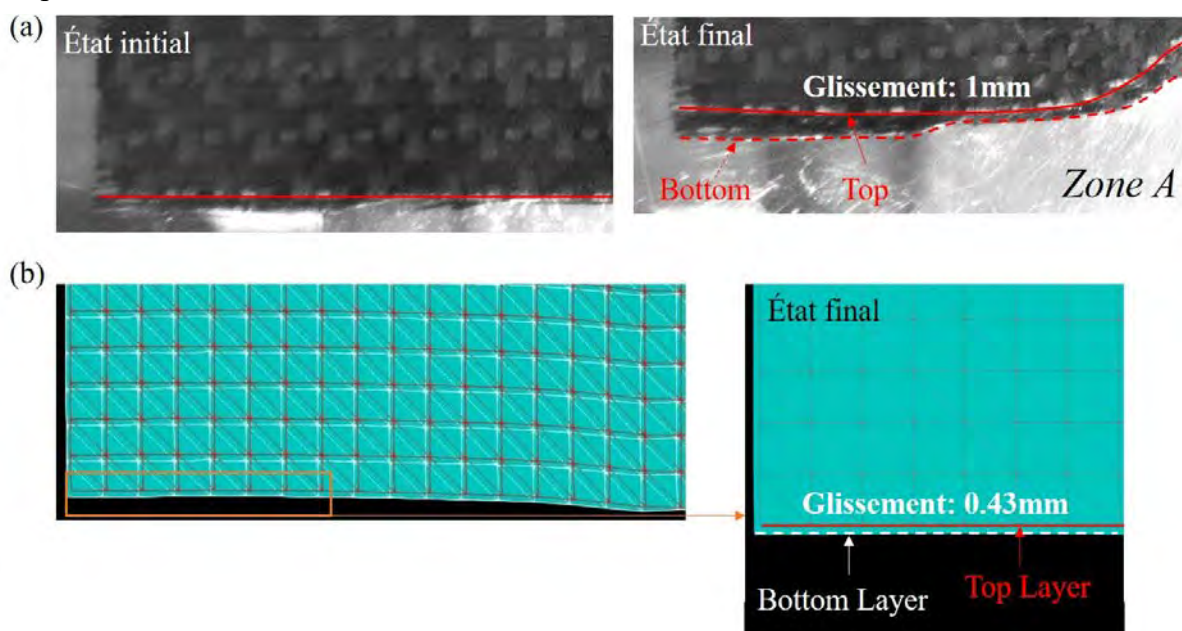


Fig. 5.20. Géométrie de couche supérieure et inférieure de simulation : Zone A

D'autre part, ce cisaillement transverse obtenu par la simulation et par l'expérience montre les valeurs très petites. Pour un essai, l'erreur ne peut pas être négligé, donc ce glissement relatif est difficile à définir comme un cisaillement transverse lié avec la cinématique du renfort

fibreuse. Mais, sachant que le champ de cisaillement plan a l'influence sur le 'draw-in', nous disons que la zone A obtenu par la simulation est raisonnable.

Dans la zone tétraédrique, à cause de la limite de dispositif expérimentale, nous n'arrivons pas à tracer le glissement entre fibres. Mais à l'aide de l'approche numérique, nous obtenions la section symétrique (Fig. 5.21) où la rotation de directeur matériel sort la théorie de coque classique. Cela nous permet d'étudier le glissement entre fibres numériquement.

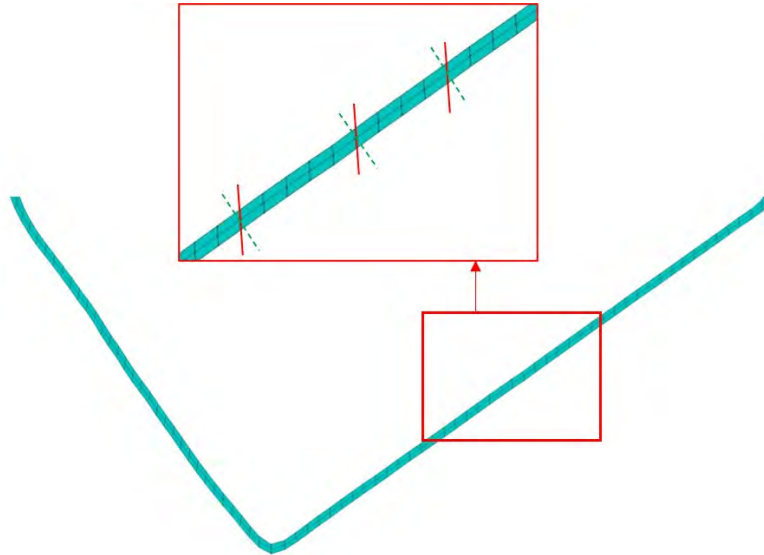


Fig. 5.21. Section dans le plan symétrique pour zone tétraédrique

### 5.3.3 Défaut-Flambage de mèche

Dans cette section, nous allons présenter des flambages de mèche observés pendant les expériences. Plusieurs études concernant ce phénomène sont déjà présentées [OUA13] [ALL14], ils montrent des facteurs à l'origine de ce comportement. Ces facteurs sont le mode de tissage, la tension de fibre et la pression de serre-flanc.

Au niveau du renfort, les flambages locaux sont un défaut. Il peut être comparé avec phénomène de plissement mais celui-ci se déroule à l'échelle du tissu, alors que le flambage a lieu à l'échelle de mèche. Nous allons présenter les différents essais tétraédriques avec différents empilements du renfort G1151, ils seront soumis de différentes conditions limite. Le dispositif utilisé est la même que celui présentée dans la section 5.3.2. La Fig. 5.22 deux surfaces en bas dans différents cas. Deux échantillons avec l'orientation de fibre  $90/0^\circ$  sont utilisés, une éprouvette est de dimension  $400\text{mm} \times 400\text{mm}$ , composé d'une couche de G1151, une autre est de  $300\text{mm} \times 300\text{mm}$  constituée de deux couches G1151.

D'après de la zone P1 affichée dans la surface de tétraèdre, les deux éprouvettes montrent des déformations similaires. Les défauts signalés par des boucles de mèche hors plan apparaissent, de plus un glissement relatif des mèches de trame et de chaîne conduit à une densité de mèche locale modifiée. D'après la Fig. 5.22, des flambages se trouvent dans des autres positions, par exemple, dans le coin de tétraèdre et dans la position P2 sous serre-flanc. Tous ces flambages correspondent avec les mèches dans la direction de trame.



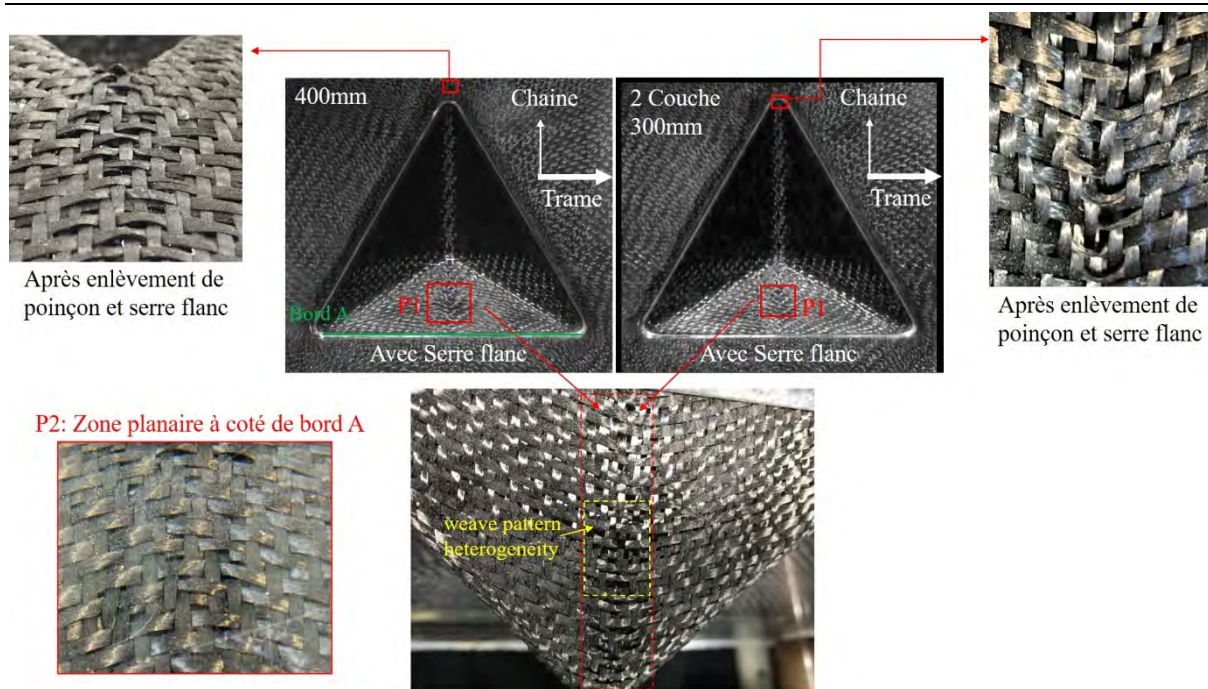


Fig. 5.22. Flambage de mèche (90/0°)

La Fig. 5.23a montre des flambages de mèche pour couche intérieure dans la même position P1, ils corrompent avec la surface extérieure.

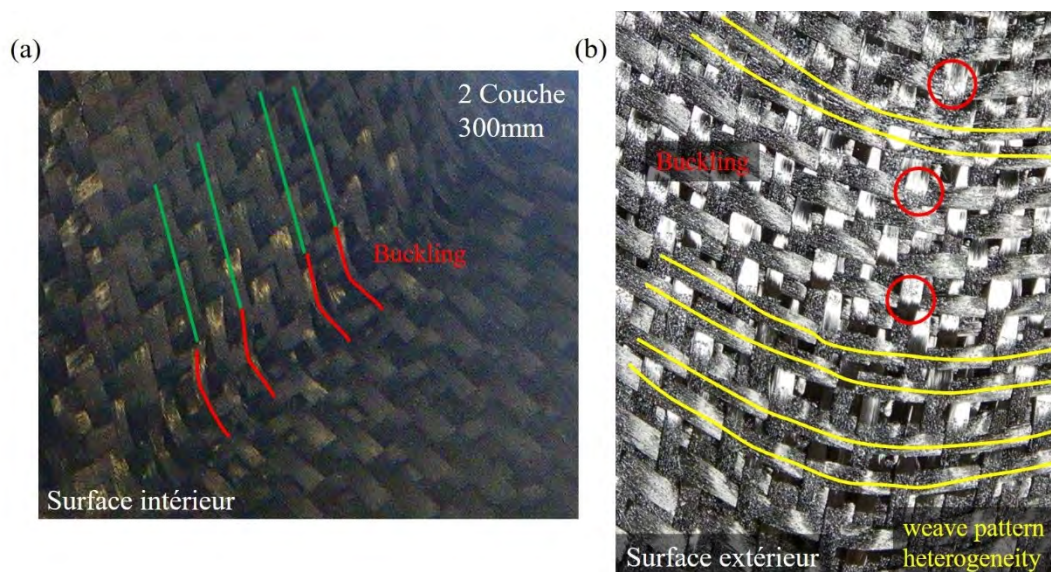


Fig. 5.23. Flambage dans la surface (a) intérieur et (b) extérieur

Ensuite, nous avons fait un essai sans serre-flanc (Fig. 5.24), donc la tension sur fibre est petite. Dans la même zone P1, des flambages et “Weave pattern heterogeneity” ne sont pas observés. Ce résultat montre que la production des flambages dépend de la condition limite sur mèche qui est liée avec la pression de serre-flanc.



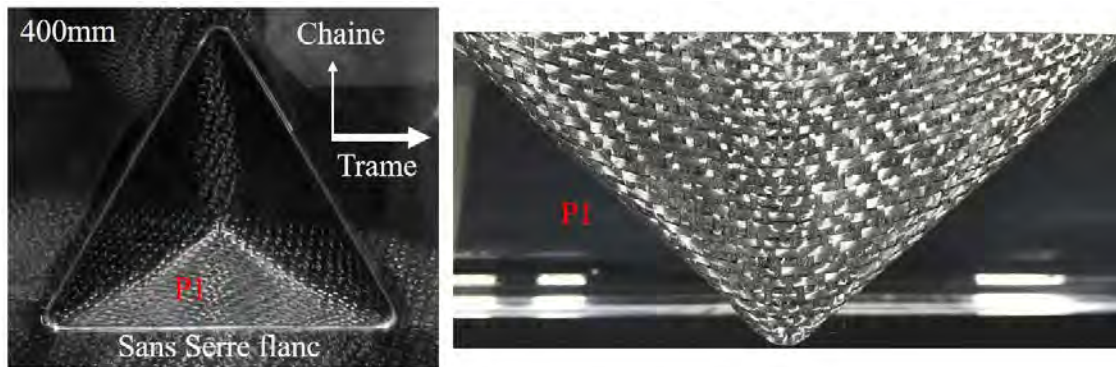


Fig. 5.24. Expérience sans serre flanc (90/0°)

Les fibre orientées 0/90° sont utilisé pour le test suivant (Fig. 5.25). Dans le cas avec un serre-flanc, il n'existe pas de flambage dans la zone P1 et P2 (Fig. 5.25a) ce qui est différent de l'échantillon orienté 90/0° (Fig. 5.22). La seule différence entre ces deux expériences est l'orientation de la fibre qui fournit les rigidités de flexion de mèche différentes, sachant que le renfort G1151 a deux directions de mèche non-identique, la mèche de trame est plus rigide que celle de chaîne.

Dans le cas sans serre-flanc, la Fig. 5.25b montre le "Weave pattern heterogeneity" dans la position P1 ou la densité de mèche locale dans la direction de chaîne est modifiée. Ce défaut est limité dans une petite zone. Celui-ci est différent du résultat montré sur la Fig. 5.24 où l'orientation de fibre pour ces deux éprouvettes est différente.

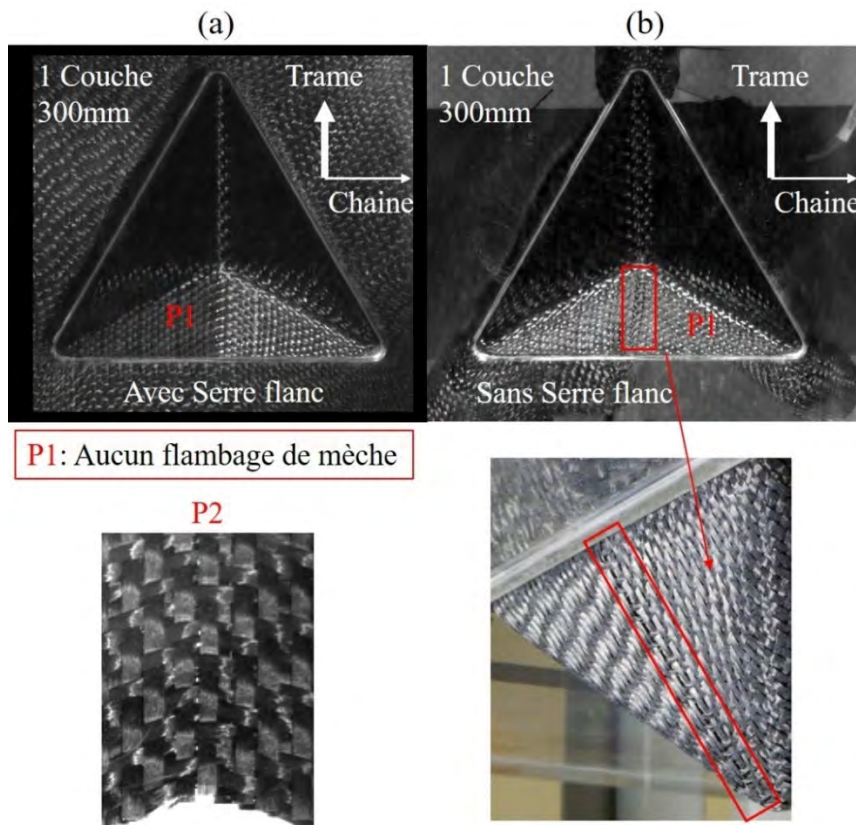


Fig. 5.25. Expérience avec orientation 0/90° (Gauche/Droit : Avec/Sans serre flanc)

Par conséquent, nous voyons que les paramètres mécaniques de mèche contribuent fortement à la production des défauts tels que le flambage de la mèche et le changement de la densité locale. Notamment, pour le renfort non-balance, l'orientation de fibre a l'influence sur

---

la qualité du produit final. Néanmoins les mécanismes à l'origine du flambage de mèche et de “Weave pattern heterogeneity” ne sont pas entièrement clairs, ils sont la conséquence de phénomènes combinés de la pression de serre-flanc, la rigidité de flexion de mèche, l'orientation de fibre, etc. Ils doivent être approfondis.

## 5.4 Bilan de Chapitre 5

Dans ce dernier chapitre, tout d'abord, le modèle soumis du test bias-extension est montré afin de valider le calcul de déformation de cisaillement dans le plan. Ensuite, la mise en forme en ‘Z’ forme est présentée, elle montre le glissement entre les plis et le sifflet apparaît dans l'extrémité d'éprouvette.

Les expériences de mise en forme avec double courbures sont présentées. Le protocole expérimental est optimisé afin de capturer les déformations dans la surface supérieure/inférieure pour renfort épais (l'empilement multicouche). Deux types de poinçon sont utilisées : l'hémisphère fournit une géométrie avec double courbure forte ; Le tétraèdre produit les points triples et l'angle de cisaillement plan grand. Toutes les expériences sont faites pour l'empilement multicouche, ils montrent l'existence du glissement entre les couches lors de la mise en forme bien qu'il soit assez faible. Dans le cas d'une mise en forme avec un serre-flanc, le mouvement entre les plis est sous l'influence du contact entre les renforts et l'outil. Spécialement, le frottement va influencer le cisaillement dans le plan et donc la direction de fibre pour les plis supérieurs et inférieurs. L'essai avec les fibres orientées  $\pm 45^\circ$  met en évidence ce influence sur la rotation de directeur matériel. Les simulations correspondantes sont proposées. Les comparaisons entre les expériences et les simulations sont faites, ils montrent une bonne cohérence entre eux.

Par ailleurs, les expériences avec les plissements globaux sont montrées dans le cas sans serre-flanc, ils sont beaucoup étudiés et donnent la méthode de vérifier une approche numérique. Les simulations proposées montrent une bonne cohérence avec les expériences.

Finalement, les défauts observés lors de la mise en forme tétraédrique sont pris en discussion, le flambage de mèche et le changement de densité locale de mèche apparaît dans différents cas d'expérimentation. L'influence de la rigidité de mèche pour un renfort non-équilibre est mise en évidence.

Pour conclusion, il faudrait souligner que la mesure du glissement entre les plis lors de la mise en forme est difficile, il est petit conduit donc à une erreur relativement grande. Cependant, l'approche proposée nous montre la prépondérance de décrire la déformation du renfort fibreux. Elle permet de décrire la variation de déformation le long de l'épaisseur et permet de réduire le temps des calculs dû au faible nombre de DDLs.

Le chapitre suivant est consacré à des conclusions et perspectives sur ce sujet de recherche.

---

## Conclusion et perspective

Le travail présenté dans ce mémoire de thèse poursuit les travaux du LaMCoS sur la modélisation de renfort fibreux et la simulation de mise en forme.

Les études expérimentales sur le renfort tissé et l'éprouvette construite par les fibres parallèles montrent la déformation spécifique. La rotation de directeur matériel ne dépend pas de la théorie de coque classique, les directeurs matériels ne restent pas perpendiculaires au plan moyen (Kirchhoff) mais montrent un grand cisaillement transverse. Bien que la théorie de Mindlin ait proposé une possibilité de la décrire (Théorie de Mindlin fait possible le normal de matériaux ne restent pas perpendiculaire à la surface moyenne), il n'est pas compatible avec renfort fibreux. Le couplage entre flexion et tension fait la déformation de cisaillement transverse définie par une loi de comportement qui la relie à la contrainte de cisaillement. Dans notre étude, cette déformation est représentée cinématiquement par le cisaillement transverse qui est reflété par la rotation de directeur matériel.

La déformation des tissus fibreux présente deux spécificités majeures : La quasi-inextensibilité de fibre et le glissement possible entre fibres. Basé sur ces spécificités principales, un élément fini de coque 3D spécifique a été développé. Cet élément triangulaire de coque en se basant sur les hypothèses suivantes : Non-glissement des réseaux de fibres à l'échelle macroscopique ; La ligne dans la direction de directeur matériel reste droite ; L'épaisseur dans la direction normale au plan moyen reste constante.

Il était constitué des fibres le long d'épaisseur. Différentes rigidités sont assignées aux fibres qui sont en différentes altitudes d'épaisseur, le choix des positions représentatives de fibre est basé sur la physique de renfort fibreux et les techniques numériques. L'interpolation de déplacement est optimisée en ajoutant le terme de correction dans le cadre d'élément Ahmad, elle est liée avec la variation d'épaisseur matérielle produit par la conservation d'épaisseur dans la direction normale. L'importance de cette modification pour garantir la quasi-inextensibilité de fibre dans l'épaisseur est mise en évidence.

Plusieurs simulations de flexion ont été effectués avec cet élément de coque spécifique et ont été comparés avec les résultats expérimentaux. Les résultats ont montré que cet élément permet de déterminer le déplacement, les contraintes en tous points de l'épaisseur et la rotation des normales du matériau qui sont en bonne cohérence avec les expériences. Dans les expériences, l'influence de frottement sur flexion est déterminée, elle est considérée simplement dans la rigidité de flexion qui a été mesurée sur l'empilement global. Par conséquent, le frottement augmente la rigidité de flexion, cette influence est prise en compte dans le modèle numérique. La sensibilité de modèle numérique concerne raideur de flexion est vérifié.

L'approche proposée permet de réduire considérablement le coût des calculs par rapport à une approche où chaque couche est décrite par une couche d'éléments finis de coque en contact avec ses voisins.

Les expériences de mise en forme ont été effectuées pour l'empilement multicouche du renfort fibreux, ils confirment l'existence du cisaillement transverse en utilisant le nouveau dispositif expérimental qui est capable de mesurer le déplacement pour les fibre supérieures et inférieures. Les zones avec un glissement relatif dépendent de la géométrie de poinçon et le

---

nombre de couches utilisé. Le glissement entre fibre et le champ de cisaillement plan sont aussi sous l'influence de serre-flanc, le frottement entre fibre et outil change fortement la forme déformée. Avec le mode de cisaillement dans le plan pris en compte dans l'approche proposée, elle peut simuler le procédé de mise en forme avec double courbure et décrire les déformations dans la direction d'épaisseur. Les comparaisons entre les expériences et les simulations sont en bonne cohérences.

Quelques perspectives s'ouvrent à l'issue du travail présenté dans ce manuscrit :

- L'influence de frottement est prise en compte implicite, et ajouté dans la rigidité de flexion pour l'empilement de renfort, les études sur le principe de glissement entre fibres et le contact entre fibre peuvent être approfondis.
- La rotation de directeur matériel est contrôlée par quasi-inextensibilité de fibre dans les positions supérieure et inférieure. En conséquence, le glissement entre fibres est considéré libre et sans résistance pour cette déformation, en même temps, le frottement entre les fibres est pris en compte dans flexion. Toutefois, concernant les modèles avec connexion forte (tissage) dans l'épaisseur, le glissement entre fibres ne peut plus être considéré libre, la grande rigidité pour la déformation de cisaillement transverse est observée, qui montre le glissement mais beaucoup plus petit que l'empilement multicouche. Par conséquent, dans les études à la future, l'énergie de déformation pour cisaillement transverse est avec grand intérêt.
- La dilatation d'épaisseur sera étudiée à la future. L'optimisation sur hypothèse cinématique est envisageable.
- L'algorithme de contact peut être optimisé, la force de contact doit avoir des effets pour position supérieure/inférieure, donc le frottement outil/renfort peut être étudié, qui a grande influence sur glissement entre les plis.
- Différentes orientations de fibre et différentes lois de comportement pour différentes fibres seront intéressantes pour la future.

# Annexe

## A.1 Matrice G avec des paramètres d'élément spécifiées

La matrice G est définie dans la section 3.5.3 pour objectif de transformer le déplacement nodal à  $\theta_s$ .

$$G^T = \begin{bmatrix} \frac{n_{1x}}{h_1} & -\frac{\cos \beta_3}{h_1} n_{2x} - \frac{\cos \phi_3}{r_1} n_{6x} & -\frac{\cos \beta_2}{h_1} n_{3x} - \frac{\cos \varphi_2}{p_1} n_{4x} \\ \frac{n_{1y}}{h_1} & -\frac{\cos \beta_3}{h_1} n_{2y} - \frac{\cos \phi_3}{r_1} n_{6y} & -\frac{\cos \beta_2}{h_1} n_{3y} - \frac{\cos \varphi_2}{p_1} n_{4y} \\ \frac{n_{1z}}{h_1} & -\frac{\cos \beta_3}{h_1} n_{2z} - \frac{\cos \phi_3}{r_1} n_{6z} & -\frac{\cos \beta_2}{h_1} n_{3z} - \frac{\cos \varphi_2}{p_1} n_{4z} \\ -\frac{\cos \beta_3}{h_2} n_{1x} - \frac{\cos \gamma_3}{q_2} n_{5x} & \frac{n_{2x}}{h_2} & -\frac{\cos \beta_1}{h_2} n_{3x} - \frac{\cos \varphi_1}{p_2} n_{4x} \\ -\frac{\cos \beta_3}{h_2} n_{1y} - \frac{\cos \gamma_3}{q_2} n_{5y} & \frac{n_{2y}}{h_2} & -\frac{\cos \beta_1}{h_2} n_{3y} - \frac{\cos \varphi_1}{p_2} n_{4y} \\ -\frac{\cos \beta_3}{h_2} n_{1z} - \frac{\cos \gamma_3}{q_2} n_{5z} & \frac{n_{2z}}{h_2} & -\frac{\cos \beta_1}{h_2} n_{3z} - \frac{\cos \varphi_1}{p_2} n_{4z} \\ -\frac{\cos \beta_2}{h_3} n_{1x} - \frac{\cos \gamma_2}{q_3} n_{5x} & -\frac{\cos \beta_1}{h_3} n_{2x} - \frac{\cos \phi_1}{r_3} n_{6x} & \frac{n_{3x}}{h_3} \\ -\frac{\cos \beta_2}{h_3} n_{1y} - \frac{\cos \gamma_2}{q_3} n_{5y} & -\frac{\cos \beta_1}{h_3} n_{2y} - \frac{\cos \phi_1}{r_3} n_{6y} & \frac{n_{3y}}{h_3} \\ -\frac{\cos \beta_2}{h_3} n_{1z} - \frac{\cos \gamma_2}{q_3} n_{5z} & -\frac{\cos \beta_1}{h_3} n_{2z} - \frac{\cos \phi_1}{r_3} n_{6z} & \frac{n_{3z}}{h_3} \\ 0 & 0 & \frac{n_{4x}}{h_4} \\ 0 & 0 & \frac{n_{4y}}{h_4} \\ 0 & 0 & \frac{n_{4z}}{h_4} \\ \frac{n_{5x}}{h_5} & 0 & 0 \\ \frac{n_{5y}}{h_5} & 0 & 0 \\ \frac{n_{5z}}{h_5} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{n_{6x}}{h_6} & 0 \\ 0 & \frac{n_{6y}}{h_6} & 0 \\ 0 & \frac{n_{6z}}{h_6} & 0 \end{bmatrix}$$

La Fig. A.1 montre les paramètres spécifiés, les composants de matrix G sont présentées au-dessus.

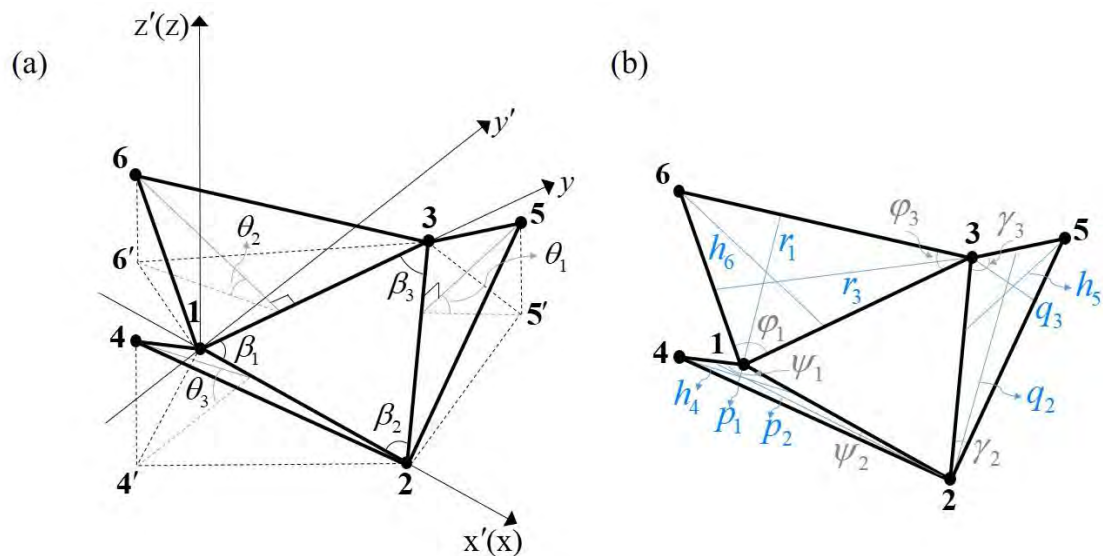


Fig. A.1. Paramètres des éléments triangulaires

## A.2 La différence entre méthode 2D et 3D

L'approche 2D pour matériaux fibreux (sous la condition de déformation planes) a été présenté dans [LIA17]. Cet élément utilise la fonction de forme en première ordre et l'interpolation de déplacement linéaire, donc les coordonnées pour chaque point au sein de l'élément sont calculées à partir de l'interpolation proposée.

$$\Delta \mathbf{u}(\xi, \zeta) = \sum_{k=1}^2 N_k \Delta \mathbf{u}_k - \sum_{k=1}^2 N_k \frac{\zeta}{2} h_m^k \Delta \alpha_k^i \mathbf{V}_1^k$$

Le calcul de l'énergie de tension dans les fibres fait l'objet d'une attention particulière. La déformation de tension est décomposée de deux parties :

$$\delta \varepsilon = \delta \varepsilon^1 + \delta \varepsilon^2$$

La première partie est la déformation calculée à partir de matrix  $\mathbf{B}$  et le déplacement nodal incrémentale en utilisant l'expression de cinématique classique. Dans ce cas, le terme concernant la variation d'épaisseur est négligé.

La deuxième partie  $\delta \varepsilon^2$  représente un terme correctif dû à la courbure des fibres. Elle est basée sur la construction d'une courbe cubique en utilisant les nœuds des éléments voisins. Et l'estimation de la courbure de chaque courbe permet de mieux rendre compte la cinématique des coques fibreuse en continuant d'assurer la quasi-inextensibilité des fibres.

Il existe des différences entre la méthode 2D et la méthode proposée dans cette thèse :

- L'approche 3D ne construit pas la courbe de fibre qui utilise les éléments voisins. Donc le calcul est simplifié.
- L'approche 3D utilise le terme concernant la variation d'épaisseur selon le directeur matériel, ce terme est pris en compte dans l'équation cinématique.
- La déformation du cisaillement dans le plan est prise en compte, ainsi donc la simulation de mise en forme est possible.



## A.3 Technique de EF

### A.3.1 Le choix des points d'intégration

L'importance du choix de la position de calcul dans la direction d'épaisseur est mise en évidence dans la section 3.4.2. Le nombre de couches utilisé est en fonction du mode de déformation considéré. Dans cette section, les différents cas associés seront présentés.

D'abord, nous avons utilisé un point dans l'épaisseur ( $\zeta = 0$ ). Les trois modes de déformation de renfort fibreux seront calculés dans le point P1. Nous reprenons le test de flambage dans le cas d'un empilement de 130 plis de papier.

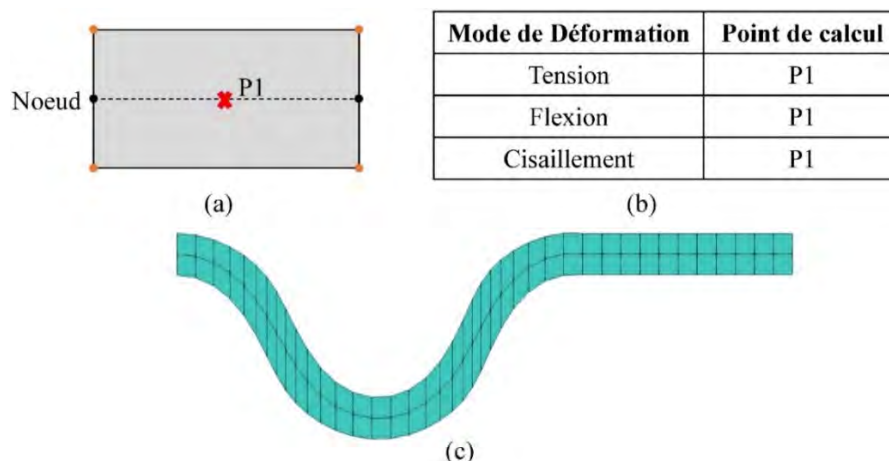


Fig. A.2. Une couche de fibre dans l'épaisseur (a) Schéma (b) Les modes de déformation calculés correspondants (c) Simulation correspondante

D'après la Fig. A.2c, on observe que la simulation ne permet pas de montrer correctement la déformation spécifique de matériaux fibreux. Les directeurs matériels restent normaux au plan horizontal, les rotations associées sont nulles. La déformation de tension est vérifiée à différent altitude d'épaisseur. La quasi-inextensibilité de fibre dans la couche moyenne est bien garantie, mais elle n'est pas satisfaite dans les autres position le long d'épaisseur. L'énergie de tension selon l'épaisseur est nulle, en conséquence, il n'existe pas de moment autour du nœud.

La Fig. A.3 montre un mode de 'spurious zero energy' où la fibre  $1^2$  s'allonge, l'angle entre les mèches chaîne et trame dans la surface supérieure et inférieure est varié. Cependant, ils ne produisent pas de l'énergie de déformation.

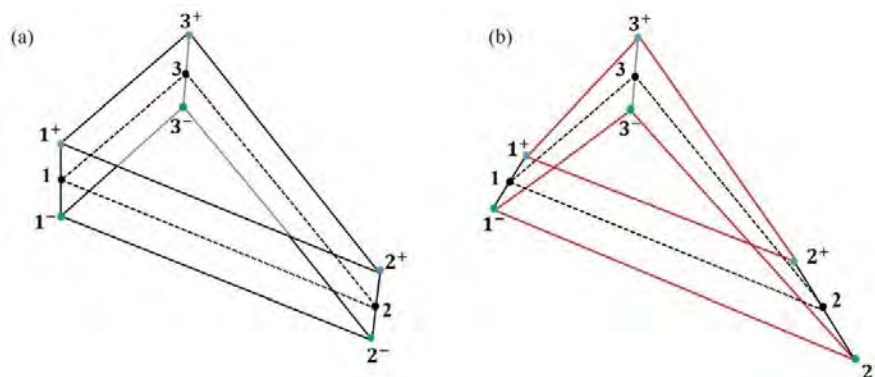


Fig. A.3. (a) Etat initial (b) Géométrie après déformation (Spurious zero energy)

Ensuite, les trois fibres sont mises en place dans les positions P1 P2 et P3. La Fig. A.4b montre les modes de déformation associés à différentes positions.

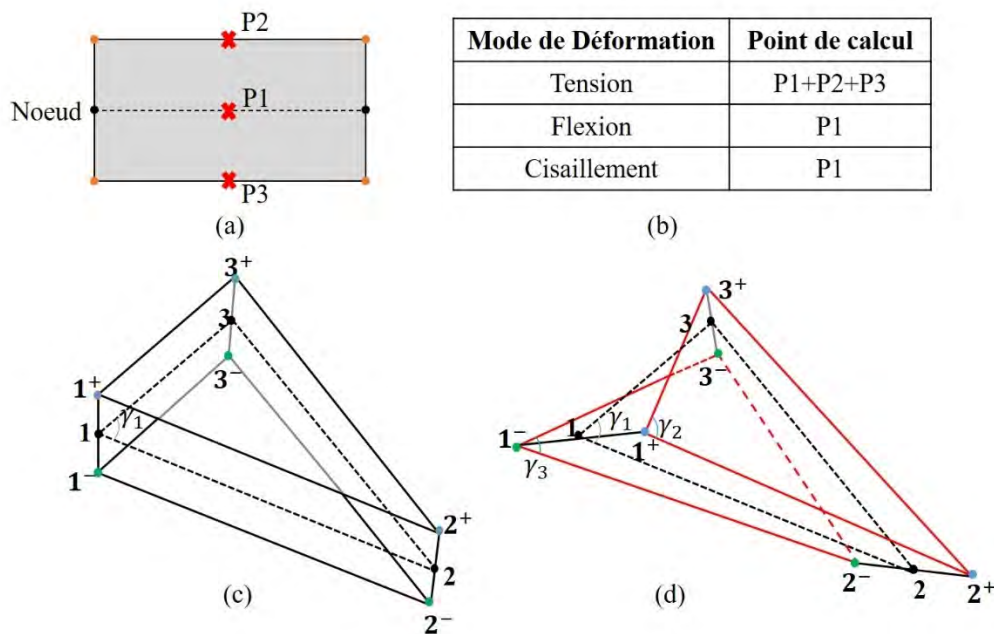


Fig. A.4. Trois couches de fibre dans l'épaisseur (a) Schéma (b) Les modes de déformation calculés correspondants (c) Etat initial (d) Mode avec Spurious zero energy

La Fig. A.4c (état initial) et la Fig. A.4d (état déformé) montrent un mode de déformation en cisaillement plan, les trois angles de cisaillement pour différentes couches sont marqués. Dans le plan moyen,  $\gamma_1$  reste constant lors de la déformation. Cependant,  $\gamma_2$  et  $\gamma_3$  sont énormément variés, mais l'énergie de cisaillement plan correspondante est nulle et conduit au mode faux, bien que la quasi-inextensibilité de fibre soit garantie dans ces deux positions.

Pour conclusion, les déformations membranes doivent être calculées dans les trois positions de fibre, ça permet de garantir la quasi-inextensibilité pour tous les points dans la direction de l'épaisseur et piloter la rotation de directeur matériel.

### A.3.2 Dilatation d'épaisseur

Les Fig. A.5a et b montrent le développement des modes hourglass dans l'épaisseur du renfort tissé à cause de la forte anisotropie de tissu [MAT16]. Dans le cas d'un point d'intégration le mode de déformation en flexion, il existe toujours ce mode parasite, donc deux points d'intégration sont utilisés afin de produire la résistance de ce mode.

Dans l'approche proposée, nous avons rencontré le problème similaire (Fig. A.5c), la variation d'épaisseur normal sans aucune réalité physique a été observés. Néanmoins, dans ce cas, il n'existe pas la compression transversale donc la cause de ce comportement est différente de [MAT16]. La dilatation d'épaisseur est à cause de l'hypothèse sur le calcul d'épaisseur dans la direction de directeur, ce problème se pose automatiquement en cas de discrétisation régulière d'une géométrie courbe.

L'équation Eq. 3.22 décrit la méthode de calcul d'épaisseur, le vecteur normal unitaire  $\mathbf{n}$  est dominé par l'orientation du plan moyen qui est associé avec la rigidité en flexion sur le plan moyen. D'ailleurs, le directeur matériel dans chaque nœud est contrôlé par le moment autour du nœud produit par la quasi-inextensibilité de fibre. Dans le cas avec plusieurs couches dans l'épaisseur pour la déformation en flexion, les moments de flexion n'ont pas de sens physique.

Par conséquent, il n'est pas obligé d'utiliser deux fibres (supérieure et inférieure) pour la flexion.

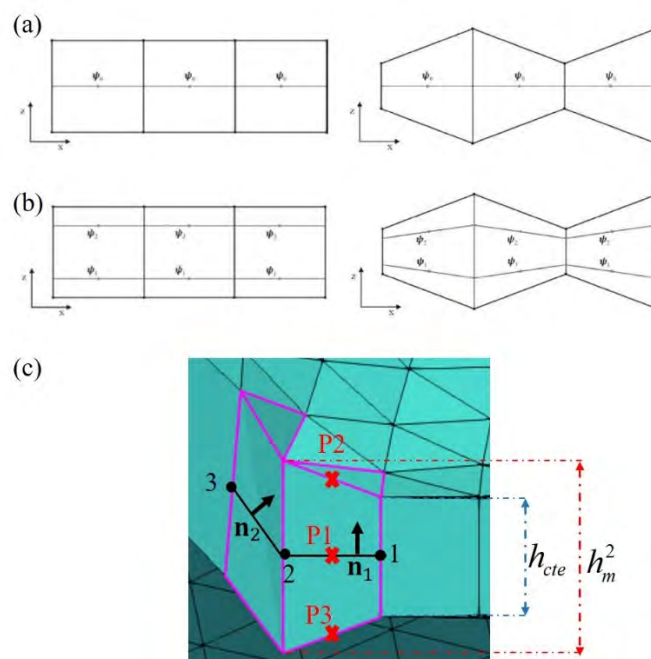


Fig. A.5. (a)(b) Motif hourglass avec rigidité de flexion (c) Flexion avec dilatation d'épaisseur

## A.4 Différent condition d'expérience pour mise en forme de 11 plis de G1151

L'empilement de 11 couches du renfort G1151 (l'épaisseur égale 13mm pour 11 plis) produit la grande rigidité en flexion donc conduit aux plissements dans la zone planaire. Afin de trouver la bonne forme déformée avec moins de plissement, nous avons testé plusieurs conditions d'expérience.

### Condition Limite 1 :

Un serre-flanc est mise sur l'empilement du renfort, sans la pression extérieure supplémentaire. La Fig. A.6 montrent les formes déformées correspondantes. A cause de la grande rigidité en flexion de l'éprouvette et la pression faible sur serre-flanc, les plissements se produisent. Donc les marqueurs ne sont pas dans la condition planaire et les déplacements correspondants sont incapables d'être mesurés.

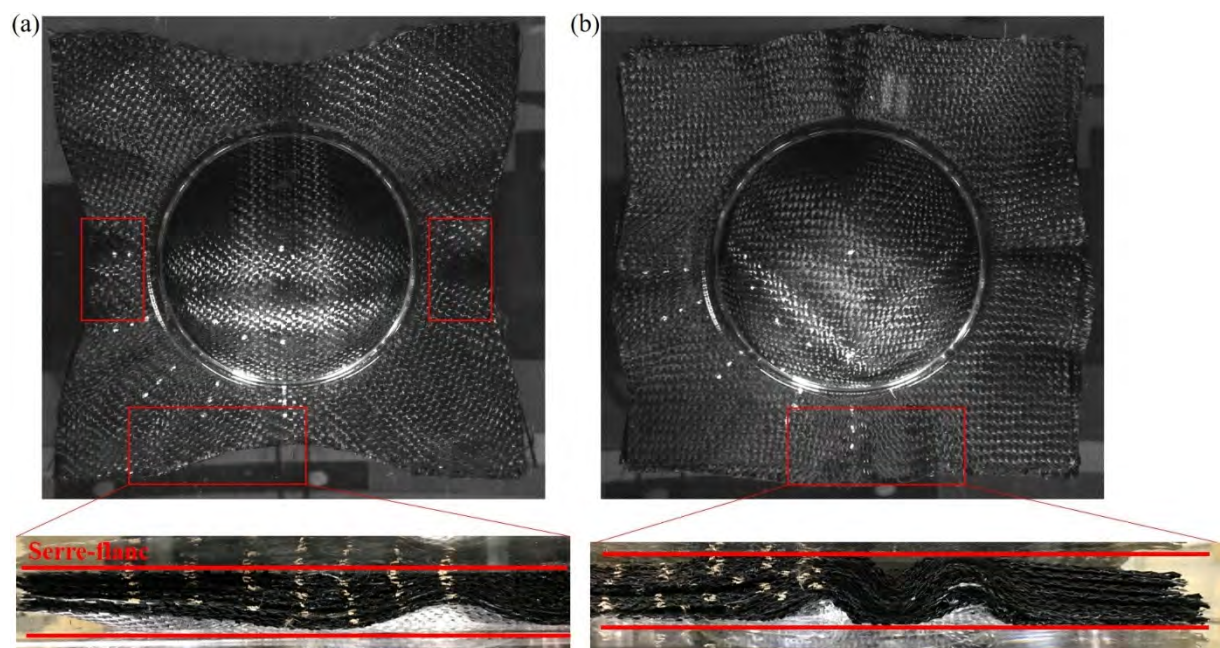


Fig. A.6. L'emboutissage hémisphérique pour 11 couches de G1151 (CL-1) (a) 0/90° (b) ±45°

### Condition Limite 2 :

Un serre-flanc est mis sur l'éprouvette, la pression extérieure supplémentaire est exercée sur le serre-flanc. Donc le mouvement de serre-flanc conduit par la flexion de renfort sera limité et le renfort est sous la compaction transversale. Le glissement libre entre fibres (couches) sera limité à cause de haute valeur de frottement. Cette méthode a modifié l'influence de frottement sur la rigidité de flexion, et le frottement entre l'outil et le renfort impose des restrictions au glissement.

### Condition Limite 3 :

Un serre-flanc est placée sur l'empilement, la pression extérieure supplémentaire est exercée sur la serre flanc. En même temps, entre le serre-flanc et le support rigide, nous avons mis une pièce rigide avec l'épaisseur constante qui est proche d'épaisseur de l'empilement (Fig. A.7).



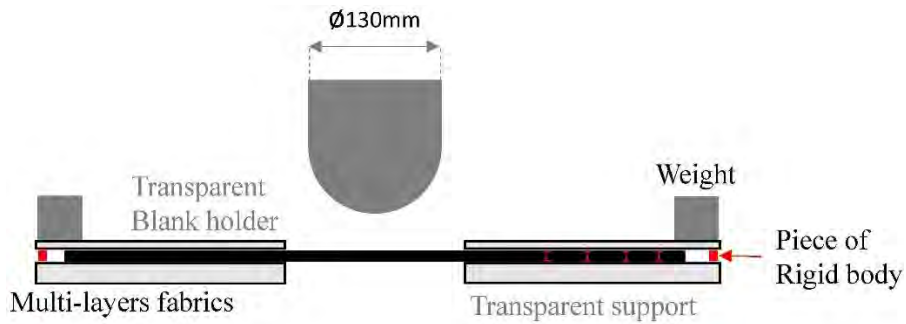


Fig. A.7. Condition d'expérience optimisé (CL-3)

Cette méthode permet de diminuer les plissements globaux et diminuer la force normale sur l'éprouvette à l'aide de la distance constante entre le serre-flanc et le support rigide qui ne produit pas de compaction transverse.

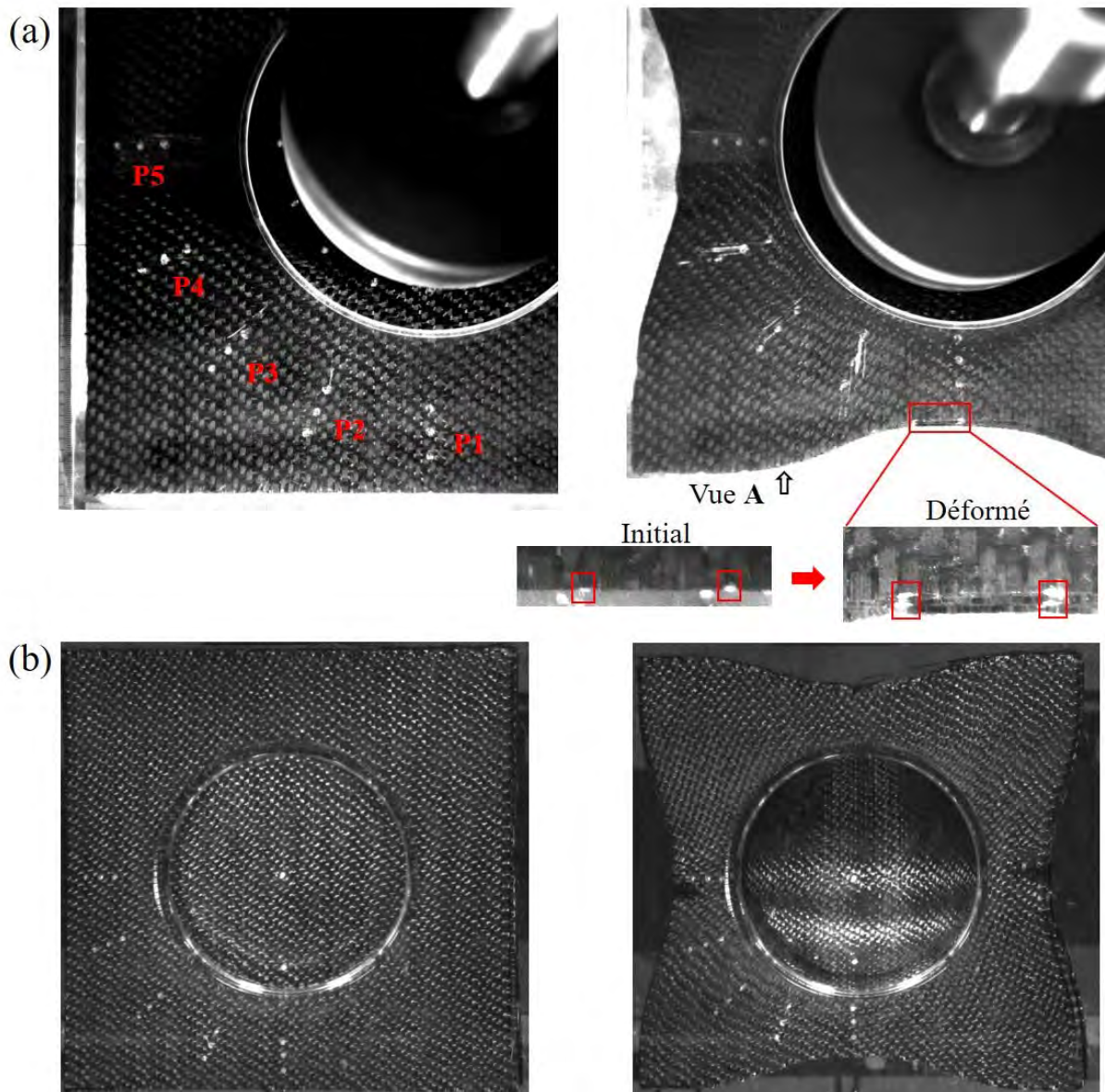


Fig. A.8. L'expérience sous CL-3 (a) Surface supérieure (b) Surface intérieure

La Fig. A.8 montre la géométrie de l'empilement en état initial et final, le plissement ne se produit pas dans la zone d'étude. Le cisaillement transversal très faible est observé dans le contour de l'empilement, ce qui correspond avec l'analyse théorique (Section 5.2.1.3).

La Fig. A.9 montre les déplacements expérimentaux des marqueurs, ils indiquent les mouvements relatifs entre les points supérieurs et inférieurs.

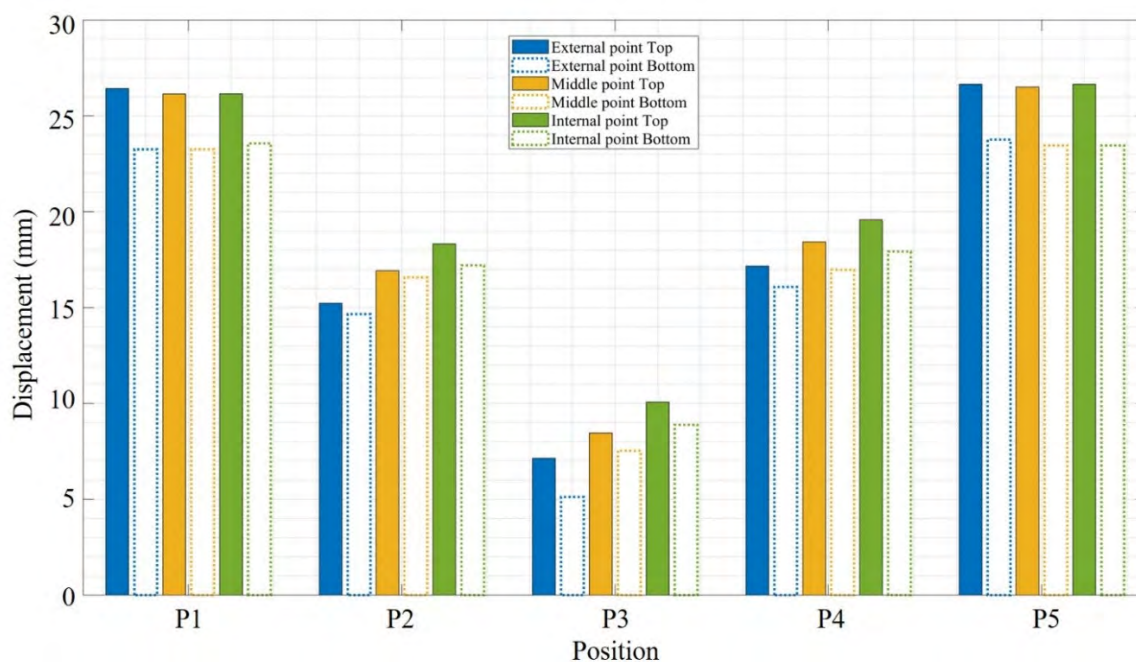


Fig. A.9. Déplacement absolue mesuré pour des marqueurs (11 Couches 0/90°).

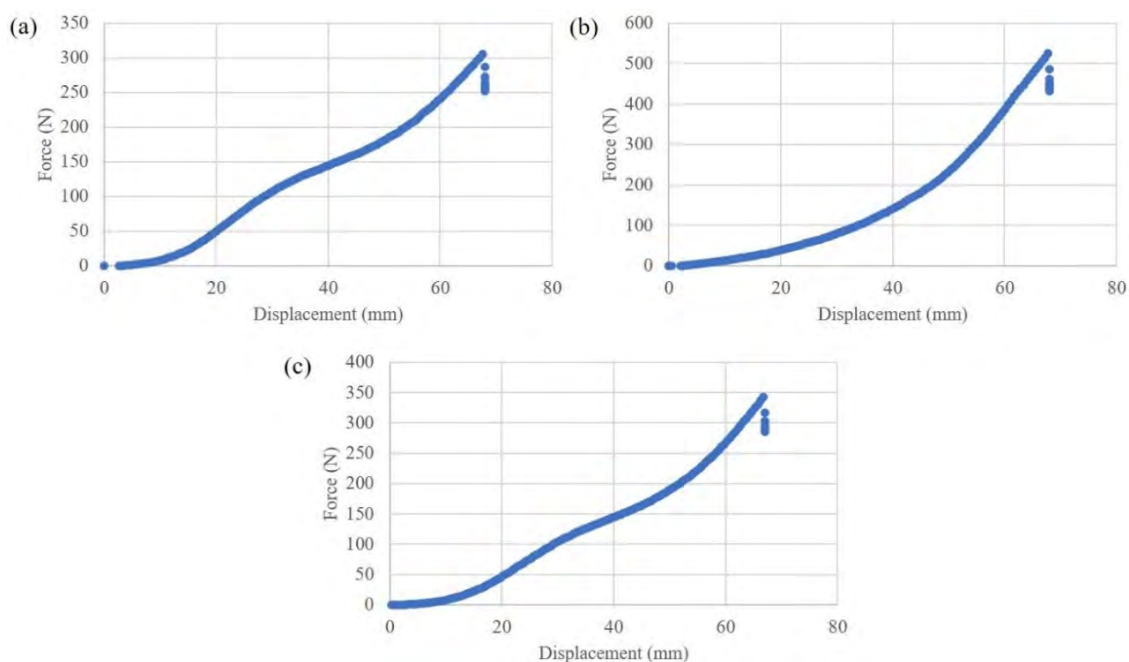


Fig. A.10. Force - Déplacement (a) CL-1, (b) CL-2 ; (c) CL-3

Les trois types de condition d'expérience représentent différents cas de frottement, les forces de machine mesurées pour ces trois conditions sont montrées :

Fig. A.10a : CL-1, un serre-flanc est placé simplement sur renfort, la force maximum est 305N ;

Fig. A.10b : CL-2, une grande force est appliqué sur serre-flanc, donc l'empilement est sous compaction, la force maximum est supérieure à 500N ;

Fig. A.10c : CL-3, la distance entre le serre-flanc et le support transparent est 11mm qui reste constant lors de mise en forme. La force mesurée est plus grand que CL-1 et plus petite que CL-2, la force maximum est 350N.



---

La Fig. A.10 met en évidence l'influence de serre-flanc sur la force de machine et sur le frottement entre les plis.

En conclusion, l'empilement multicouche de 11 couches du renfort G1151 nous montre les différentes valeurs de 'draw-in' pour la couche supérieure et la couche inférieure. Ces déformations sont fortement influencées par le contact fibre-fibre et fibre-outil. Notamment, le champ de cisaillement plan dans différents plis a influence sur la rotation de directeur matériel, qui est pilotée par la tension sur fibre produit par serre-flanc. Donc le contact calculé dans la surface supérieure et inférieure sera avec grand potentiel pour mieux présenter le comportement de renfort multicouche. L'étude expérimentale sera nécessaire dans le futur.

## **A.5 La publication concernant l'approche proposée**

*'A specific 3D shell approach for textile composite reinforcements under large deformation'*

Accepté par *Composites Part A : Applied Science and Manufacturing*.

Le proof est montré dans cette section.



## A specific 3D shell approach for textile composite reinforcements under large deformation

Renzi Bai, Julien Colmars, Naim Naouar, Philippe Boisse\*

Université de Lyon, LaMCoS, CNRS, INSA-Lyon, F-69621, France

### ARTICLE INFO

#### Keywords

A. Fabrics/textiles  
A. Layered structures  
C. Finite element analysis (FEA)  
E. Forming  
Fibrous shell

### ABSTRACT

The deformation of textile composite reinforcements is strongly conditioned by their fibrous composition. Standard plate and shell theories are based on kinematic assumptions that are not verified for textile reinforcements. A 3D shell approach specific to fibrous reinforcements is proposed. It is based on two specificities: the inextensibility of the fibres and the possible slippage between the fibres. The approach is developed in a continuum-based shell element. The form of the virtual work reflects the specificities of the deformation of the fibrous reinforcements. It takes into account the tensile and bending stiffness of the fibres. Friction between fibres is taken into account in a simple way in connection with bending. The present approach is based on the actual physics of the deformation of the textile reinforcements. It makes it possible to simulate the 3D deformations of textile reinforcements and provides displacements and strains for all points in the fabric thickness and the proper rotations of the material normal.

### 1. Introduction

The use of composite materials has led to weight reductions and consequently decrease in fuel consumption in the transport industry, particularly in the aeronautical and automotive sectors. Composites can be adapted so that their characteristics meet the intended applications. However, the manufacturing processes to obtain these materials are complex and achieving a defect-free composite part is a difficult challenge. To enable the increasing use of composite materials, it is necessary to replace costly development with experimental methods based on trial and error by optimising manufacturing parameters by means of simulations and virtual manufacturing. The manufacture of textile-reinforced composites often requires the preforming of a dry textile reinforcement and the subsequent injection of a resin in LCM processes (Liquid Composite Moulding) [1–3]. The composite can also be produced by thermoforming a prepreg consisting of a textile reinforcement incorporating the unhardened matrix, so that the composite can be formed [4–8]. In both cases (LCM and prepreg), the forming process is driven by the deformation of the textile reinforcement. The basic physics of the deformation is the same and is that of the deformation of textile reinforcement made of continuous fibres.

Kinematic drape models were the first approaches developed for the simulation of the forming of woven textile reinforcements [9–12]. These methods are purely geometric and are fast. However, they do not take into account the mechanical behaviour of the materials or the ex-

terior loads on the reinforcements. In view of the low bending stiffness of textile reinforcements, some membrane approaches have been proposed [13–17]. They neglect the bending stiffness. They take into account the in-plane mechanical behaviour of the fabric, in particular the in-plane shear behaviour which is specific and has a major importance in draping. Nevertheless, it has been shown that bending stiffness has an important role during draping. In particular, it conditions the onset of wrinkling and the size of the wrinkles [18,19]. Taking bending stiffness into account is not straightforward. A standard shell approach gives a bending stiffness that depends on the membrane rigidities and the thickness. This leads to a bending stiffness that is much too large for the textile reinforcement. This is due to the fibrous composition of the reinforcement, which makes slippage possible between the fibres. This is an important point that is taken into account in this article. Several approaches have been proposed to address this difficulty. Textile reinforcement can be considered as a laminate material with different thickness properties that can be adjusted to achieve both correct membrane and bending stiffnesses [20–24]. Stress resultant shell approaches that relate the resulting forces along a normal (Tensile and shear forces, bending moments) to membrane and bending strains naturally decouple membrane and bending stiffnesses [25,26]. Finally, the combination of a bending finite element (e.g. DKT) with a membrane finite element is also used [27,28].

These different methods make it possible to decouple the membrane deformation energy from the bending energy. However, some aspects

\* Corresponding author.

E-mail address: [philippe.boisse@insa-lyon.fr](mailto:philippe.boisse@insa-lyon.fr) (P. Boisse)

<https://doi.org/10.1016/j.compositesa.2020.106135>

Received 5 July 2020; Received in revised form 17 September 2020; Accepted 19 September 2020

Available online xxx

1359-835/© 2020.

are artificial, and these methods are not based on the physics of the deformation of a textile reinforcement. Moreover, they do not provide the displacements and strains for points in the thickness of the fabric. Verification of the inextensibility of the fibres is not assured and the rotations of the material normals, which are related to this inextensibility, are not known correctly. The approach that is proposed in this article has this objective: to define a 3D shell approach, specific to fibrous reinforcement, which gives the displacements and strain in any point of the textile reinforcement as well as the rotation of the material normals (This is what a shell theory does). It will be shown that standard shell approaches such as Kirchhoff and Mindlin are not relevant for fibrous reinforcements. The proposed specific shell approach is based on the quasi-inextensibility of the fibres and the possibility of slippage between the fibres. These two points are the major specificities of the physics of the deformation of a fibrous reinforcement. The feasibility of the approach in the case of a 2D two node fibrous element in the plane has been presented in [29]. The aim of the present article is to develop an approach to simulate all cases of 3D deformation of textile reinforcements. The formulation is implemented in the framework of the 3D continuum-based shell elements [30–32]. It concerns both thin and thick textile reinforcements. Simulations of large deformations of textile reinforcements in 3D cases are presented and validated by comparisons with experiments.

## 2. Specificities of the mechanical behaviour of fibrous materials

Plate and shell approaches concern solids whose geometry is close to a middle surface and thin enough to simplify the kinematics i.e. it depends on a smaller number of variables than 3D solids. In an orthogonal coordinate system of  $x, y, z$  coordinates, a plate is considered to have a thickness  $h$  and a middle surface  $z = 0$ . The displacements along  $x, y, z$ , and the components of the rotation from the normal to the plate are noted  $u, v, w$ , and  $\theta_x, \theta_y$  respectively. The hypothesis is made that the points along a segment oriented by the normal initially perpendicular to the middle surface remain on a straight segment that consists of the deformed normal. Consequently:

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{u} \\ \bar{v} \\ \bar{w} \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} \theta_y \\ -\theta_x \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Here  $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}$  are the displacements of the point of the middle surface. The strains are as follows:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{e} + z\boldsymbol{\chi} \quad \varepsilon_{xz} = \frac{1}{2}\gamma_{xz} \quad \varepsilon_{yz} = \frac{1}{2}\gamma_{yz} \quad (2)$$

where  $\boldsymbol{e}$  is the membrane strain in the mean surface,  $\boldsymbol{\chi}$  is the curvature and  $\boldsymbol{\Gamma}$  is the transverse shear strain [33,34].

$$\boldsymbol{\chi} = \begin{bmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ \chi_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \theta_y}{\partial x} \\ -\frac{\partial \theta_x}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_y}{\partial y} - \frac{\partial \theta_x}{\partial x} \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_y + \frac{\partial w}{\partial x} \\ -\theta_x + \frac{\partial w}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (3)$$

If the transverse shear strain is zero or very low, which is often verified when the plate is very thin, then  $\boldsymbol{\Gamma} = 0$ . The Kirchhoff theory is thus obtained where the directions initially perpendicular to the middle surface remain perpendicular to the deformed middle surface.

These plate approaches are very efficient for the analysis of thin structures because the kinematics of the deformation is given by a reduced number of variables ( $\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}, \theta_x, \theta_y$ ) that are function of  $(x, y)$ . Nevertheless, in order to use them, it is necessary that the kinematic hypothesis on which they are based is verified. It will be seen that this is not the case for fibrous reinforcements.

Fig. 1 shows examples of deformation of composite fibre reinforcements. It can be seen from all the examples that the material normals

(direction initially perpendicular to the middle surface and fixed to the material) do not remain perpendicular to the middle surface of the textile reinforcement. The deformations do not correspond to Kirchhoff's theory. The angle between the material normals and the middle surface is often very different from  $90^\circ$ . The deformation of the fibrous reinforcements has two main features. The fibres of which they are composed (carbon fibres in the examples in Fig. 1) are almost inextensible. Especially during a forming process, the fibres practically do not elongate. Besides, some slippage may occur between the fibres. These two aspects form the physical basis for the deformation of these materials and are specific to textile reinforcements. They are the basis of the proposed specific shell approach.

Kirchhoff's hypothesis (the material normal remains perpendicular to the middle surface) which reflects the physics of the deformation of standard materials, in particular when they are thin, is abandoned here and replaced by the constraint of inextensibility of the fibres. The Mindlin approach, by the transverse shear  $\boldsymbol{\Gamma}$  (Eq. (3)) makes it possible that the material normal does not remain necessarily perpendicular to the middle surface. In Mindlin's model, the transverse shear strain is defined by a constitutive law that relates it to the shear stress [33–35]. This does not correspond to the physics of fibre reinforcement deformation. The position of the material normals after deformation is defined by the quasi inextensibility of the fibres and the possibility of slippage between them. Fig. 1c and d shows the deformation of a textile reinforcement composed of 11 layers of carbon reinforcement G1151 (Hexcel). Fig. 1c shows the experimental deformation where the material normals were marked and Fig. 1d shows the simulation performed using the Mindlin S3 shell finite element of Abaqus software. The tensile and transverse shear properties have been optimized so that the middle surface is in agreement with the experiment. However, the material normals obtained by simulation do not correspond to the experiment. Furthermore, an example of bending of thin textile reinforcement (Fig. 1e) shows that the normals do not tend to be perpendicular to the middle surface after deformation when the thickness is small. Unlike Mindlin shells, textile reinforcements do not tend towards Kirchhoff's theory when the thickness is small.

The objective of the present work is to develop a 3D shell approach that is tailored to the deformation physics of the fibre reinforcements. The objective of this shell approach is to determine all the kinematics and stresses in the entire thickness of the textile reinforcement. It is an alternative to the 3D finite element approaches (solid elements) that have been developed for this purpose [36–39] but with a better numerical efficiency, the number of degrees of freedom being much lower.

Therefore, a continuum mechanics-based 3D shell element is developed. The kinematics associated with the form of the virtual work taken into account reflect the specificity of the deformation modes of the fibre reinforcements (quasi inextensibility of the fibres and the possibility of slippage between fibres). Examples of 3D deformation of textile reinforcements are analysed both experimentally and simulated with good agreement using the proposed approach.

The fibre reinforcements under consideration are composed of two directions of quasi inextensible fibres. This is an idealized situation. In practice, woven composite fibre reinforcements and their stacking are close to this situation. The weaving creates a crimp and the condition of inextensibility is not strictly observed. Nevertheless, on the one hand the geometries of the textile reinforcements are very flat in order to give good mechanical characteristics to the composite, on the other hand, during a process, the deformations of the reinforcement are large and the stresses are moderate. Consequently, in practice, for these composite woven reinforcements, the condition of inextensibility is a correct assumption. This can be verified in all the tests presented in this article, in particular Fig. 1.

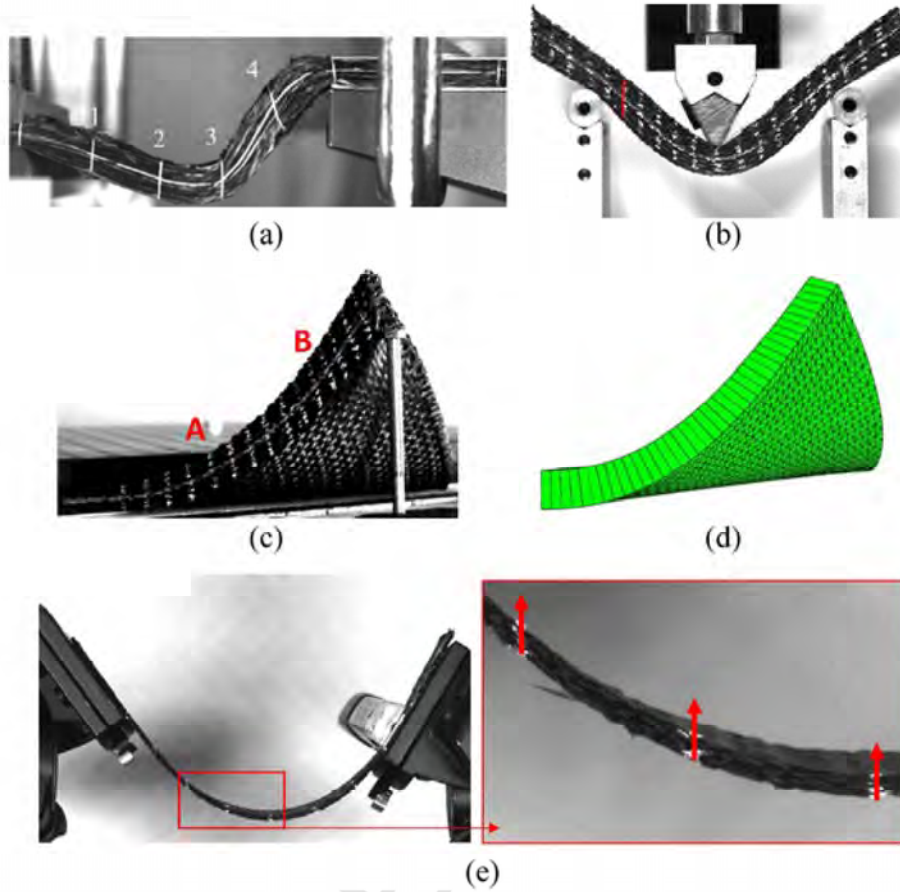


Fig. 1. (a) Bending experiment of multilayer reinforcements; (b) 3 points bending test of multilayer reinforcement; (c) 3D Bending due to an imposed displacement at the corner; (d) Simulation using Mindlin shell S3 element in Abaqus; (e) Bending of a thin reinforcement. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

### 3. Continuum mechanics-based 3D shell element for fibrous reinforcement

#### 3.1. Geometry of the 3D shell element

The proposed shell is developed within the framework of continuum-based shell elements which was widely used to define effective shell elements [30–32]. In this article, this fibrous triangular shell element possesses 3 nodes, the geometry is shown in Fig. 2, the position vector of a point  $M(\xi, \eta, \zeta)$  is defined as:

$$\mathbf{x}(M) = \mathbf{x}(H) + y(M) \quad (4)$$

$H$  is a point defined at the middle surface.  $\xi, \eta, \zeta$  are the element natural coordinates (Fig. 2) with  $0 \leq \xi \leq 1$ ,  $0 \leq \eta \leq 1$ ,  $-1 \leq \zeta \leq 1$ . The coordinates  $\xi, \eta$  give the in-plane position. The element edges coincide with warp and weft directions,  $\zeta$  is along the material normal direction which joints the top-bottom layer.

The position interpolation in the element is given by:

$$\mathbf{x}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{k=1}^3 N_k \mathbf{x}_k + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\zeta}{2} h_m^k \mathbf{V}_m^k \quad (5)$$

where  $\mathbf{x}_k$  is the position vector of node  $k$ ,  $h_m^k$  is the thickness along the

direction of material director  $\mathbf{V}_m^k$  which is the unit material director defined at each node  $k$ .  $N_k$  is the shape function at node  $k$ .

$$N_1 = 1 - \xi - \eta ; \quad N_2 = \xi ; \quad N_3 = \eta \quad (6)$$

A local orthogonal frame  $(\mathbf{V}_1^k, \mathbf{V}_2^k, \mathbf{V}_3^k)$  is defined at each node  $k$  (Fig. 2).  $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3$  is the global unit base vector,  $\mathbf{n}$  is the unit vector normal to the element's mid-surface.

$$\mathbf{V}_3^k = \mathbf{V}_m^k, \quad \mathbf{V}_1^k = \frac{\mathbf{e}_2 \times \mathbf{V}_3^k}{|\mathbf{e}_2 \times \mathbf{V}_3^k|}, \quad \mathbf{V}_2^k = \mathbf{V}_3^k \times \mathbf{V}_1^k \quad (7)$$

A point with position  $\mathbf{x}$  in the element gives the covariant vectors with respect to natural coordinates:

$$\mathbf{g}_1 = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \xi}, \quad \mathbf{g}_2 = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \eta}, \quad \mathbf{g}_3 = \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial \zeta} \quad (8)$$

In order to avoid locking due to fibre inextensibility, the vector along the direction of the warp and weft fibres  $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$  are equal to the covariant vectors  $\mathbf{g}_1, \mathbf{g}_2$  [40, 41].

$$\mathbf{g}_1 = \mathbf{k}_1, \quad \mathbf{g}_2 = \mathbf{k}_2 \quad (9)$$

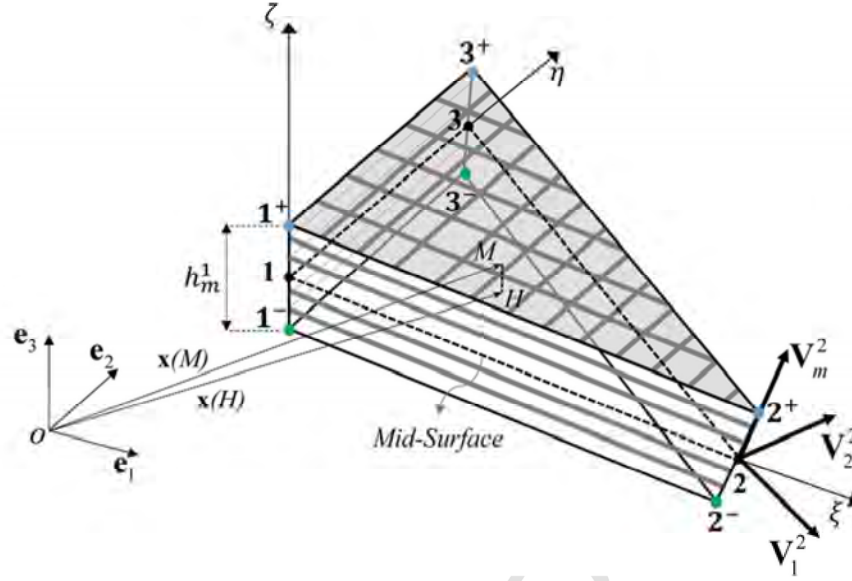


Fig. 2. Geometry of the 3D fibrous shell element. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

### 3.2. Conservation of the thickness in the direction of the normal

As in the classic shell models, the approach presented is for cases where there are no external forces in the thickness direction or where these are not taken into account. The thickness of the reinforcement in the direction of the normal to its mean surface is the sum of the thicknesses of the fibres which are assumed to be in contact. This thickness in the direction of the normal remains constant during deformation. It can be seen, especially in Fig. 1, that this hypothesis is verified in the experiments. This assumption complete the kinematics. Consequently:

$$h_m^k = \frac{h}{\mathbf{V}_m^k \cdot \mathbf{n}} \quad (10)$$

where  $h$  is the thickness along the direction normal to the mid-surface of the shell,  $h_m^k$  is the thickness along the material director  $\mathbf{V}_m^k$  at node  $k$ .

### 3.3. Kinematics of the fibrous shell

By considering the kinematic equation of continuum-based element, the expression of the incremental displacement for each point in the element between the geometry at time  $t$  and  $t+\Delta t$  is developed:

$$\Delta \mathbf{u}(\xi, \eta, \zeta) = {}^{t+\Delta t} \mathbf{x} - {}^t \mathbf{x} \quad (11)$$

Taking Eq. (5) into account:

$$\Delta \mathbf{u}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{k=1}^3 N_k ({}^{t+\Delta t} \mathbf{x}_k - {}^t \mathbf{x}_k) + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\xi}{2} ({}^{t+\Delta t} h_m^k {}^{t+\Delta t} \mathbf{V}_m^k - {}^t h_m^k {}^t \mathbf{V}_m^k) \quad (12)$$

The rotation of material director is given by two rotation components  $\alpha$  and  $\beta$ . On the time step from  $t$  to  $t+\Delta t$ :

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{V}_m^k - {}^t \mathbf{V}_m^k = \Delta \alpha_k {}^t \mathbf{V}_1^k - \Delta \beta_k {}^t \mathbf{V}_2^k \quad (13)$$

The update of thickness along material director direction is:

$$\Delta h_m^k = {}^{t+\Delta t} h_m^k - {}^t h_m^k = \frac{h}{{}^{t+\Delta t} \mathbf{n} \cdot ({}^t \mathbf{V}_m^k + \Delta \alpha_k {}^t \mathbf{V}_1^k - \Delta \beta_k {}^t \mathbf{V}_2^k)} - \frac{h}{{}^t \mathbf{n} \cdot {}^t \mathbf{V}_m^k} \quad (14)$$

where the expression of the updated unit normal vector  ${}^{t+\Delta t} \mathbf{n}$  is.

$${}^{t+\Delta t} \mathbf{n} = \frac{{}^{t+\Delta t} \mathbf{g}_1 \times {}^{t+\Delta t} \mathbf{g}_2}{\| {}^{t+\Delta t} \mathbf{g}_1 \times {}^{t+\Delta t} \mathbf{g}_2 \|} = \frac{({}^t \mathbf{g}_1 + \Delta \mathbf{u}_2 - \Delta \mathbf{u}_1) \times ({}^t \mathbf{g}_2 + \Delta \mathbf{u}_3 - \Delta \mathbf{u}_1)}{\| ({}^t \mathbf{g}_1 + \Delta \mathbf{u}_2 - \Delta \mathbf{u}_1) \times ({}^t \mathbf{g}_2 + \Delta \mathbf{u}_3 - \Delta \mathbf{u}_1) \|} \quad (15)$$

Taking Eqs. (13)–(15) into Eq. (12), the displacement increment is:

$$\Delta \mathbf{u}(\xi, \eta, \zeta) = \sum_{k=1}^3 N_k \Delta \mathbf{u}_k + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\xi}{2} ({}^t h_m^k \Delta \mathbf{u}_k + \Delta h_m^k (\Delta \alpha_k {}^t \mathbf{V}_1^k - \Delta \beta_k {}^t \mathbf{V}_2^k) + \sum_{k=1}^3 N_k \frac{\xi}{2} \Delta h_m^k {}^t \mathbf{V}_m^k) \quad (16)$$

The above formulation results in five degrees of freedom per node.  $\Delta \mathbf{u}_k$  is the nodal incremental translation displacement vector, the other two DOFs are two rotations components. The configuration at  $t+\Delta t$  enable the calculation of the internal nodal loads at  $t+\Delta t$ .

## 4. Internal virtual work of the textile reinforcement

For any virtual displacement equal to zero on the boundary with prescribed displacement, the virtual work theory is written:

$$\delta W_{\text{ext}} - \delta W_{\text{int}} = \delta W_{\text{acc}} \quad (17)$$

The internal virtual work is separated into three parts:

$$\delta W_{\text{int}} = \delta W_{\text{int}}^{\text{Tension}} + \delta W_{\text{int}}^{\text{Bending}} + \delta W_{\text{int}}^{\text{Shear}} \quad (18)$$

In Eq. (18),  $\delta W_{\text{int}}$  denotes internal virtual work,  $\delta W_{\text{int}}^{\text{Tension}}$ ,  $\delta W_{\text{int}}^{\text{Bending}}$ ,  $\delta W_{\text{int}}^{\text{Shear}}$  are the tension, bending, in-plane shear internal virtual works

respectively,

$$\delta W_{\text{int}}^{\text{Ten}} = \sum_{f=1}^{N_{\text{fibres}}} \int_{L^f} T^{1f} \delta \epsilon_{11}^f dL + \sum_{f=1}^{N_{\text{fibres}}} \int_{L^f} T^{22f} \delta \epsilon_{22}^f dL \quad (19)$$

$$\delta W_{\text{int}}^{\text{Bend}} = \sum_{f=1}^{N_{\text{fibres}}} \int_{L^f} M^{1f} \delta \chi_{11}^f dL + \sum_{f=1}^{N_{\text{fibres}}} \int_{L^f} M^{22f} \delta \chi_{22}^f dL \quad (20)$$

$$\delta W_{\text{int}}^{\text{Shear}} = \sum_{f=1}^{N_{\text{fibres}}} \int_{\Omega} M^s \delta \gamma^f d\Omega \quad (21)$$

The superscript indicates the fibre in consideration.  $T^{11}, T^{22}$  are the tensions in the fibres in the warp and weft direction,  $\delta \epsilon_{11}, \delta \epsilon_{22}$  are virtual tensile strain;  $f M^{11}, M^{22}$  are the bending moment on the fibres in warp and weft directions,  $\delta \chi_{11}, \delta \chi_{22}$  are the virtual curvature;  $M^s$  is the in-plane shear moment,  $\delta \gamma$  is the virtual in-plane shear angle.

The form (Eqs. (19)–(21)) of the internal virtual work corresponds to the specific mechanical behaviour of the fibrous reinforcements. The virtual tension work takes into account the high tensile rigidity of the fibres and leads to the quasi-inextensibility of the fibres. It controls the deformation of the fibrous medium. The quasi-inextensibility of the fibres at different altitudes in the thickness of the reinforcement leads to specific positions of the normals as shown in the different examples (e.g. Fig. 1). The virtual bending work considers the bending stiffness of each fibre. It will also be shown in Section 5.2 that it makes it possible to take into account the friction between the fibres for certain materials. The in-plane shear stiffness in the plane is taken into account in a standard manner for textiles [42–46]. No other stiffness is taken into account thus making it possible for the fibres to slip between the fibres whereas it is not possible in a standard shell approach.

Although most forming processes are quasi-static, the simulation is often based on an explicit dynamic approach. [47–49]. The principle of virtual work and the finite element approximation leads to:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} = \mathbf{F}_{\text{ext}} - \mathbf{F}_{\text{int}} \quad (22)$$

$\mathbf{M}$  and  $\mathbf{C}$  are the mass and damping matrices respectively.  $\mathbf{F}_{\text{int}}$  and  $\mathbf{F}_{\text{ext}}$  are the internal and exterior nodal loads.  $\mathbf{F}_{\text{int}}$  is specific to the textile reinforcements and is composed of three parts: the tensile nodal loads  $\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{Ten}}$ , the bending nodal loads  $\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{Bend}}$  and the in-plane shear nodal loads  $\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{Shear}}$ . The calculation of  $\mathbf{F}_{\text{int}}$  for the specific form of virtual works given in Eqs. (17)–(19) is a main point of the approach presented and is the subject of Section 4.1 below.

The central difference scheme on a time step  ${}^i\Delta t = {}^{i+1}t - {}^i t$  gives the nodal displacement increment:

$${}^{i+1}\mathbf{u}_N = {}^i\mathbf{u}_N + ({}^{i-1/2})\dot{\mathbf{u}}_N + \frac{1}{2}({}^{i-1}\Delta t + {}^i\Delta t)\mathbf{M}^{-1}({}^i\mathbf{F}_{\text{ext}} - {}^i\mathbf{F}_{\text{int}}){}^i\Delta t \quad (23)$$

$\mathbf{M}$  is the lumped matrix for node  $k$  of the shell. It is given in appendix A [50].

#### 4.1. Calculation of internal nodal force

##### 4.1.1. Tension

The nodal tensile internal loads  $\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{Ten}}$  for the element consists of two parts. The first part denoted by  $\mathbf{F}^{\text{Ten}}$  concerns the displacement degrees of freedom. The second part denoted by  $\mathbf{M}^{\text{Ten}}$  concerns the rotation degrees of freedom.

$$\mathbf{F}^{\text{Ten}} = \sum_{f=1}^n \int_{L^f} (\mathbf{B}_{11}^{\text{Ten}})^{fT} T^{1f} dL + \sum_{f=1}^n \int_{L^f} (\mathbf{B}_{22}^{\text{Ten}})^{fT} T^{22f} dL \quad (24)$$

Here  $(\mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{\text{Ten}})^f$  matrix is the fibre tension strain interpolation matrix, in which the right subscript  $\alpha\alpha$  represent the component in different fibre directions,  $\alpha$  takes value 1 or 2.  $n$  is the number of fibres in the thickness considered for numerical integration. In the present work  $n = 3$ . The tensile virtual strain in direction  $\alpha$  for the fibre  $f$  is consequently:

$$(\delta \epsilon_{\alpha\alpha})^f = (\mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{\text{Ten}})^f \delta \mathbf{u}^f \quad (25)$$

$\mathbf{u}^f$  is the single column displacement matrix for fibre end points of the segment  $f$ . It is obtained from nodal displacements and rotations matrix  $\mathbf{u}$  by using Eq. (16). With the Eq. (9), assigning the fibre direction as the direction of element edge, the virtual strain is shown (Eq. (26)) with

$$\xi^1 = \xi \quad ; \quad \xi^2 = \eta \quad ; \quad \xi^3 = \zeta \quad (\delta \epsilon_{\alpha\alpha})^f = \frac{\mathbf{g}_{\alpha}^f}{\|\mathbf{g}_{\alpha}^f\|^2} \cdot \left\langle \frac{\partial N_1(\xi, \eta)}{\partial \xi^{\alpha}} \quad \frac{\partial N_2(\xi, \eta)}{\partial \xi^{\alpha}} \quad \frac{\partial N_3(\xi, \eta)}{\partial \xi^{\alpha}} \right\rangle \begin{Bmatrix} \delta u_1^f \\ \delta u_2^f \\ \delta u_3^f \end{Bmatrix} \quad (26)$$

The  $(\mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{\text{Ten}})^f$  is given as:

$$(\mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{\text{Ten}})^f = \frac{\mathbf{g}_{\alpha}^f}{\|\mathbf{g}_{\alpha}^f\|^2} \cdot \left\langle \frac{\partial N_1(\xi, \eta)}{\partial \xi^{\alpha}} \quad \frac{\partial N_2(\xi, \eta)}{\partial \xi^{\alpha}} \quad \frac{\partial N_3(\xi, \eta)}{\partial \xi^{\alpha}} \right\rangle \quad (27)$$

The second part is the load provided by the force at top and bottom fibre (Fig. 3). The tensile force in the different fibres in the thickness generate moments at node  $k$ :

$$\mathbf{M}_{\alpha k}^{\text{Ten}} = \sum_{f=1}^n \frac{\zeta_{\text{hm}}^k}{2} ((\mathbf{F}_k^{\text{Ten}})^f \cdot \mathbf{V}_1^k), \quad \mathbf{M}_{\beta k}^{\text{Ten}} = - \sum_{f=1}^n \frac{\zeta_{\text{hm}}^k}{2} ((\mathbf{F}_k^{\text{Ten}})^f \cdot \mathbf{V}_2^k) \quad (28)$$

$$\mathbf{M}^{\text{Ten}} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{\alpha}^{\text{Ten}} & \mathbf{M}_{\beta}^{\text{Ten}} \end{bmatrix} \quad (29)$$

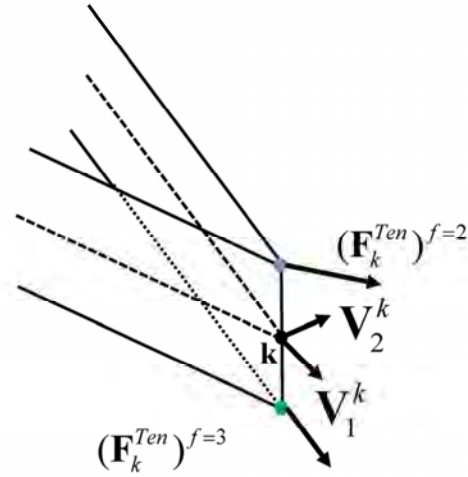


Fig. 3. Moment produced by internal force at top-bottom position of node  $k$ . (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)



Eq. (28) shows the two nodal moment components corresponding with rotations  $\alpha$ ,  $\beta$ . The tensile internal load is obtained by assembling two parts  $\mathbf{F}^{\text{Ten}}$ ,  $\mathbf{M}^{\text{Ten}}$ .

#### 4.1.2. In-plane shear

The shear angle  $\gamma^f$  for the element at position  $f$  is:

$$\delta\gamma^f = (\mathbf{B}^{\text{Shear}})^f \delta\mathbf{u}^f \quad (30)$$

In Fig. 4, considering the fibre in direction  $\alpha = 1$  for example, the angle between  $\mathbf{dx}_1$  and  $\delta\mathbf{x}_1$  is denoted by  $\gamma_{11}$ . Consequently  $\gamma_{22}$  will represent the angle between  $\mathbf{dx}_2$  and  $\delta\mathbf{x}_2$ . The virtual angle between warp and weft direction is given as the combination of these two angles [25] in form of Eq. (31) which gives  $(\mathbf{B}^{\text{Shear}})^f$ :

$$\delta\gamma^f = \left( \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial \xi} \cdot \mathbf{k}_1 \right) \frac{\mathbf{k}^2 \cdot \mathbf{k}^1}{\|\mathbf{k}^2\| \|\mathbf{k}_1\|} + \left( \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial \eta} \cdot \mathbf{k}_1 \right) \frac{\|\mathbf{k}^2\|}{\|\mathbf{k}_1\|} - \left( \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial \eta} \cdot \mathbf{k}_2 \right) \frac{\mathbf{k}^1 \cdot \mathbf{k}^2}{\|\mathbf{k}^1\| \|\mathbf{k}_2\|} - \left( \frac{\partial \mathbf{u}^f}{\partial \xi} \cdot \mathbf{k}_2 \right) \frac{\|\mathbf{k}^1\|}{\|\mathbf{k}_2\|} \quad (31)$$

By using the same method as described in Section 4.1.1 for tension, the internal loads  $\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{Shear}}$  will also be divided into two parts, and they could be calculated from matrix  $(\mathbf{B}^{\text{Shear}})^f$  and the thickness along material director.

$$\mathbf{F}^{\text{Shear}} = \sum_{f=1}^n (\mathbf{B}^{\text{Shear}})^f{}^T (C_f) \gamma^f \quad (32)$$

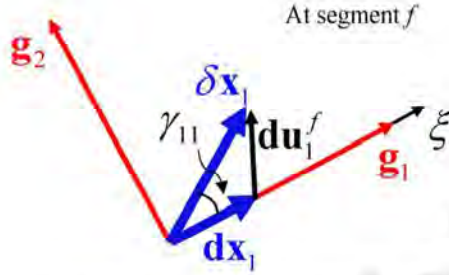


Fig. 4. In plane shear angle and virtual displacement. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

The moment produced by force  $(\mathbf{F}^{\text{Shear}})^f$  at different position in the thickness is:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_{\alpha_k}^{\text{Shear}} &= \sum_{f=1}^n \frac{\zeta h_m^k}{2} ((\mathbf{F}_k^{\text{Shear}})^f \cdot \mathbf{V}_1^k), \quad \mathbf{M}_{\beta_k}^{\text{Shear}} \\ &= - \sum_{f=1}^n \frac{\zeta h_m^k}{2} ((\mathbf{F}_k^{\text{Shear}})^f \cdot \mathbf{V}_2^k) \end{aligned} \quad (33)$$

The internal in-plane shear nodal internal loads are  $\mathbf{F}^{\text{Shear}}$ ,  $\mathbf{M}^{\text{Shear}}$ .

#### 4.1.3. Bending

The curvature is calculated from the position of the neighbouring elements. This method has been developed to obtain rotation free shell element [51–53].

The virtual curvature in warp and weft direction is interpolated from the nodal virtual displacement:

$$\delta\chi_{\alpha\alpha} = \mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{\text{Bend}} \delta\mathbf{u} \quad (34)$$

Fig. 5 shows some parameters defined in the element. The height from node  $k$  is denoted as  $h_k$ ,  $\mathbf{n}_c$  is the exterior normal to side in the element's plane, the relative rotation angle between the principal element plane and neighbour element around the side  $s$  is denoted by  $\theta_s$ ,  $s$  vary in (1,2,3),  $s'$  is the corresponding node number in neighbour element. Denoting  $\hat{\mathbf{g}}_\alpha$  the unit vector of  $\mathbf{g}_\alpha$ , the curvature in the fibre direction is obtained [25]:

$$\begin{aligned} \chi_{\alpha\alpha} &= - \sum_{s=1}^3 \left( \frac{2(\hat{\mathbf{g}}_\alpha \cdot \mathbf{n}_{cs})^2}{h_s} \frac{h_s \theta_s}{h_s + h_{s'}} \right) \text{ with } \delta\theta_s \\ &= \delta\varphi_{s'} + \delta\varphi_s \end{aligned} \quad (35)$$

$\varphi_s$  and  $\varphi_{s'}$  are respectively the rotation angle of the principal element and the neighbour element around side  $s$ . They are represented by the incremental nodal displacements where  $p$  and  $q$  are the complements of  $s$  in (1,2,3): (Fig. 5)

$$\delta\varphi_s = \frac{\delta\mathbf{u}_s \cdot \mathbf{n}_s}{h_s} - \frac{\cos \beta_q}{h_p} \delta\mathbf{u}_p \cdot \mathbf{n}_s - \frac{\cos \beta_p}{h_q} \delta\mathbf{u}_q \cdot \mathbf{n}_s \quad (36)$$

Thus  $\theta_s$  can be given by the nodal displacements  $\delta\mathbf{u}$ , this gives the bending strain interpolation matrix  $\mathbf{B}_{\alpha\alpha}^{\text{Bend}}$ , consequently, the nodal bending internal loads are:

$$\mathbf{F}_{\text{int}}^{\text{Bend}} = \int_L (\mathbf{B}_{11}^{\text{Bend}})^T M^{11} dL + \int_L (\mathbf{B}_{22}^{\text{Bend}})^T M^{22} dL \quad (37)$$

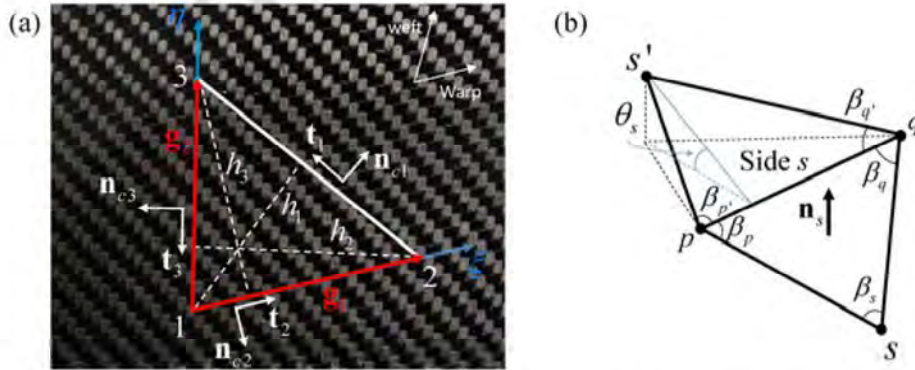


Fig. 5. (a) Triangular element mid-surface (b) Parameters defined in two neighbouring elements. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

$M^{\alpha\alpha}$  is a function of the curvature measured in bending experiment [54]. The detail of the calculation of the bending nodal internal loads can be found in [25,52].

## 5. Numerical simulations and experimental comparisons in 2D

### 5.1. Bending test on a multilayer textile reinforcement

The specimen consists of 20 plies of Hexcel G986® carbon twill weave stacked in the same orientation (Fig. 6). The horizontal and vertical displacements are imposed at the right end of specimen, meanwhile the other is clamped. The experimental deformed shape is shown in Fig. 6b. The simulation based on the proposed shell element is shown in Fig. 6c. The material properties of Hexcel G986 are given in Table 1 [55]. Comparisons between numerical and experimental results is given in Fig. 6d, e and f. The deflection, the rotation of the material director and the change in thickness along material director are in good agreement with experiment.

Furthermore, some other tests like cantilever bending test, have also been carried out and simulated by the 2D approach presented in [29] with a good agreement between tests and simulations. The 3D shell approach proposed in this paper leads to strictly identical results in these cases.

### 5.2. Influence of friction between fibres

In the approach proposed above in Sections 3 and 4, friction does not appear explicitly. Nevertheless, the friction between the fibres exists and has an influence that may not be negligible [56–58]. In order to highlight the influence of friction on bending stiffness, 3-point bending tests are carried out Fig. 7 on two specimens consisting of a single carbon fabric layer (Hexcel G1151®), and twenty layers of the same reinforcement respectively.

The measured bending moment versus curvature is shown in Fig. 7b. The measured bending stiffness of the stack made of twenty G1151 layers is larger than the summation of the bending rigidities of twenty

individual fabrics. This difference is due to friction between the plies and is far from negligible. In order to take friction into account in a simple way in the simulations, the bending stiffness taken into account in the proposed shell element is that of the overall stack (and not the sum of the stiffness of the individual plies or fibres). From the point of view of experimental identification, the measurement of the stiffness of the global stack is no more complex and sometimes simpler than that of each ply.

Friction within a woven reinforcement is a complex problem and depends on a number of factors, in particular the clamping forces applied during forming [59]. Nevertheless, the proposed shell approach is macroscopic with only one element in the thickness of the reinforcement or reinforcement stack. The approach used to take into account the friction between the fibres makes it possible to remain within this framework and to be quite effective. Furthermore, measuring the bending stiffness of the reinforcement is quite simple. This approach has its limitations, especially in the case of complex boundary conditions during a process. In such cases, it may be necessary to consider 3D or mesoscopic modelling.

## 6. Numerical simulations and experimental comparisons in 3D

In this section, the proposed approach is applied to 3D deformation cases. The part above the diagonal 1–3 of a rectangular fibrous specimen is clamped and the lower part is subject to bending (Fig. 8). The deformation of the two sides are captured by two cameras (Figs. 8a and 9). Some straight lines are drawn on both two sides in the through-thickness direction, they are initially normal to the mid-surface. They show the material directors and their rotations.

### 6.1. Bending test of a fibrous specimen

The specimen is a stack of 130 sheets of paper. It is not exactly a textile composite reinforcement but a model material which, with regard to bending, corresponds to the problem under consideration. The in-plane shear stiffness is large and the sheets of paper do not deform in in-plane shear.

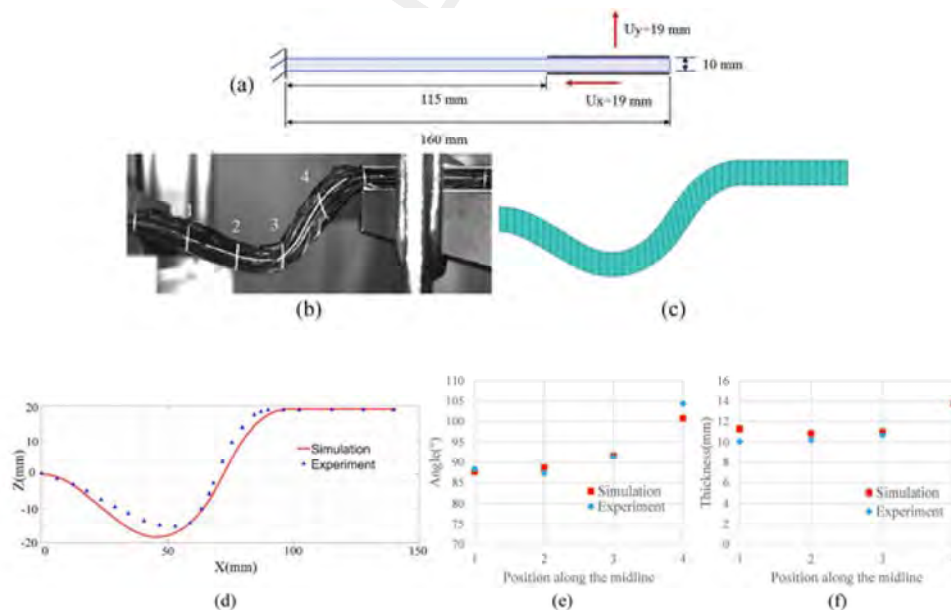


Fig. 6. Bending test on a multilayer textile reinforcement (a) Test condition (b) Experiment (c) Simulation by 3D shell element. (d) Position of mid-surface. (e) Angles between material directors and horizontal direction. (f) Thickness along material director. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

**Table 1**  
Mechanical properties of single layer in multilayer reinforcement (Section 5.1).

Tension stiffness (per unit width)	1200 N/mm
Bending stiffness (per unit width)	$B = 7.5 \text{ N-mm}$ when $ \chi_{aa}  \leq 0.001$ With $M^{aa} = B\chi_{aa}$ $0.5 \text{ N-mm}$ when $\chi_{aa} \geq 0.001$ With $M^{aa} = B\chi_{aa} + 0.0075$ $0.5 \text{ N-mm}$ when $\chi_{aa} \leq -0.001$ With $M^{aa} = B\chi_{aa} - 0.0075$

### 6.1.1. Bending due to an imposed displacement of a corner

A rigid support imposes a vertical displacement at the corner of the rectangle specimen (Figs. 8b and 9). The experimental deformed configuration of the two sides are shown in Fig. 9a and c and the results of the corresponding simulations using the proposed shell approach are displayed in Fig. 9b and d.

Fig. 10 compares the experimental and numerical deformed middle surface positions, material director rotation and thickness. The correspondence between the simulation and the experiment is pretty good. In this test, the curvature of the shell is non-zero and yet the material directors remain almost parallel. This is not in accordance with standard shell theory.

### 6.1.2. Buckling bending test

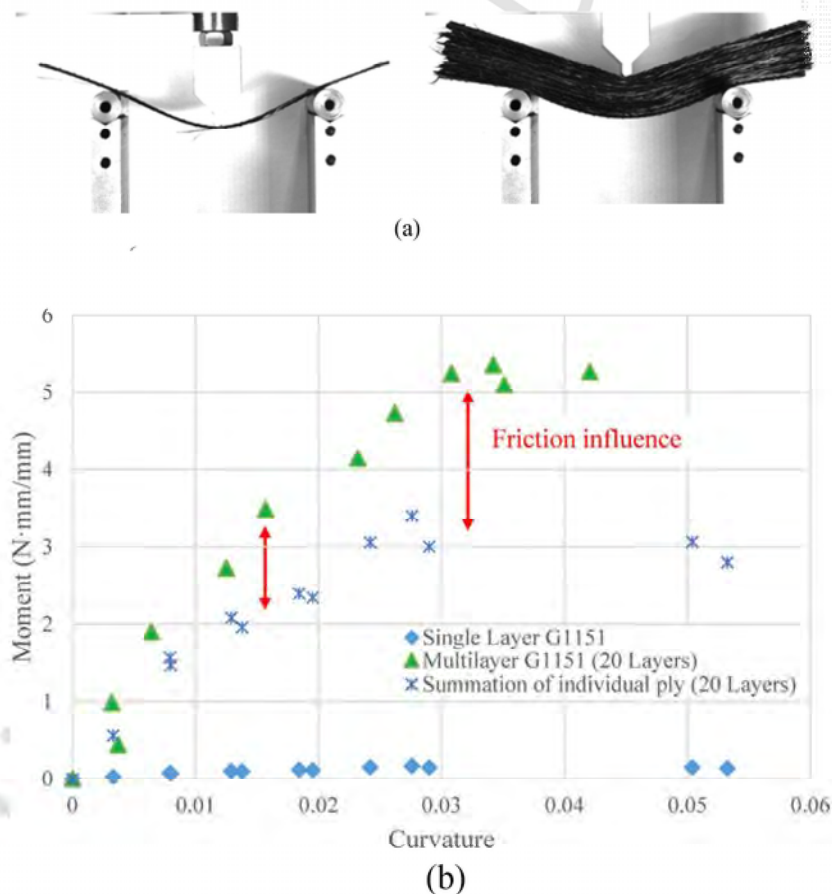
The diagonal of the specimen is clamped (Fig. 8). An in-plane displacement is imposed at the corner of the rectangle specimen (see Figs. 8c and 11). The deformed configuration is shown in Fig. 11. Fig. 12 compares the experimental and numerical deformed shapes with regard to mean surface position, material director rotation and thickness. The correspondence between the simulation and the experiment is pretty good.

### 6.2. Bending of a carbon textile reinforcement

The considered multilayer reinforcement is made up by 11 layers of G1151 carbon weaves. The dimension of the laminate is  $200\text{mm} \times 150\text{mm} \times 15\text{mm}$ . The mechanical properties of G1151 have been determined in several previous studies [60–62]. The bending stiffness of this multilayer specimen is measured in three point bending test, the influence of friction is taken into account (Table 2).

#### 6.2.1. Bending due to an imposed displacement of a corner

The G1151 laminate reinforcement is subjected to an imposed displacement of a corner (Figs. 8b and 13). The experimental deformed configuration captured on two sides are shown in Fig. 13a and c, the corresponding simulation result is shown in Fig. 13b and d. The position of the mid-surface, the material director directions and thicknesses



**Fig. 7.** (a) 3-Points bending test on a single ply and twenty plies of Hexcel G1151 (b) Moment-curvature data for multilayer reinforcement. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

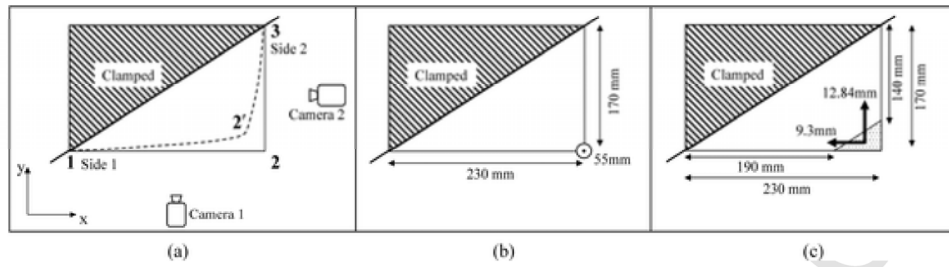


Fig. 8. (a) Schema of 3D experiment (b) Boundary condition of Test 6.1.1 (c) Boundary condition of Test 6.1.2. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

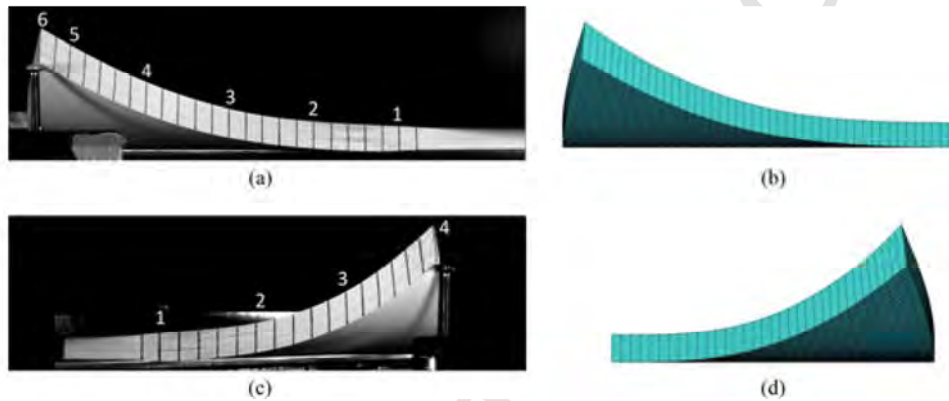


Fig. 9. Deformed shape along side 1. (a) Experiment. (b) Simulation. Deformed shape along side 2. (c) Experiment. (d) Simulation. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

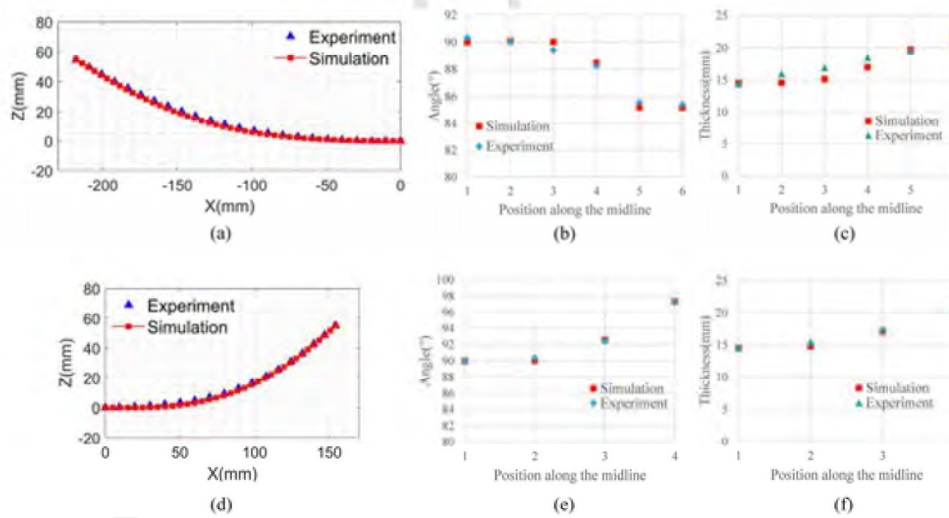


Fig. 10. (a) (d) Mid-surface along side 1 and side 2 (b) (e) Angles between the material directors and the horizontal direction along side 1 and side 2 (c) (f) Thickness along with material director along side 1 and side 2. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

are shown in Fig. 14. The simulation shows a good agreement with experiment, which was not obtained with the Abaqus S3 Mindlin shell element.

6.2.2. Buckling bending test

An in-plane displacement is imposed at the corner of the rectangle G1151 laminate reinforcement with a clamped diagonal (Figs. 8c and 15). The deformed configuration is shown in Fig. 15a and c, the corresponding simulation is presented (Fig. 15b and d). The deformed mid-



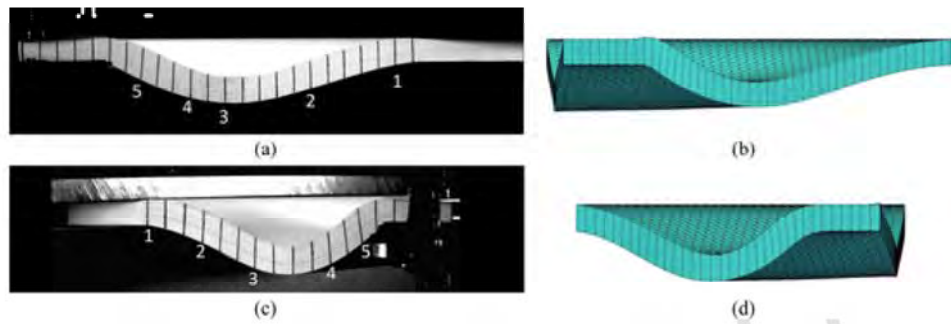


Fig. 11. Deformed shape along side 1. (a) Experiment (b) Simulation. Deformed shape along side 2. (c) Experiment (d) Simulation. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

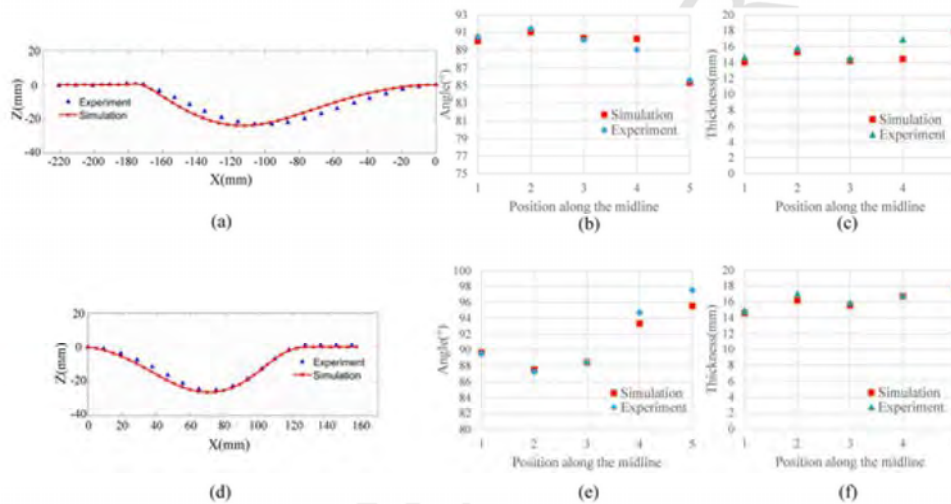


Fig. 12. (a) (d) Mid-surface along side 1 and side 2 (b) (e) Angles between the material directors and the horizontal direction along side 1 and side 2 (c) (f) Thickness along with material director along side 1 and side 2. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

**Table 2**  
Mechanical properties of G1151 multilayer reinforcement (Section 6.2).

Tension stiffness (per unit width)	2300 N/mm
Bending stiffness (per unit width)	Warp B = 72 N-mm Weft B = 68 N-mm

dle surface, the material director directions and thicknesses are shown in Fig. 16. The simulation shows a fairly good agreement with experiment.

6.3. Scope and limits of the approach

The proposed approach is developed for fibrous reinforcements with two directions of inextensible fibres in the plane of the reinforcement. This is an idealized situation. A real reinforcement, more or less deviates from this situation. Simulations based on this approach will be more relevant if one is close to this situation. Deformations of woven reinforcements and stacks of woven reinforcements are simulated in this paper with a correct agreement with the experiments (Figs. 6, 13, 15). The modelling can be satisfactorily extended to more complex reinforcements, e.g. thick interlocks [29]. However, the deformation of some 3D reinforcements containing tows in the thickness direction cannot be simulated with the proposed shell approach.

7. Conclusion

A shell approach specific to fibrous reinforcements is necessary because classical theories such as Kirchhoff and Mindlin are based on kinematic assumptions that are not verified for textile reinforcements. The deformation of these fibrous fabrics has two major features: the inextensibility of the fibres and the possible slippage between the fibres. A shell approach has been developed to take these specificities into account. An Ahmad shell finite element has been developed. This element has been validated on some 3D deformation tests where it has been shown that it allows determining the displacement, the strains at all points in the thickness and the rotation of the material normals in good coherence with the experiments. A simple approach was used to take into account friction between layers. The bending stiffness was measured on the overall reinforcement, and friction increases the bending stiffness, which is taken into account. Other ways can be considered to take friction into account, for example by adding a specific term in the virtual work. The proposed approach makes it possible to greatly reduce the cost of the calculations compared to an approach where each layer is described by a layer of shell finite elements in contact with its neighbours. Some aspects remain to be studied and modelled, in particular the case of the different orientations of the fibre plies in the textile reinforcement and the consideration of thickness variations during consolidation.

CRedit authorship contribution statement

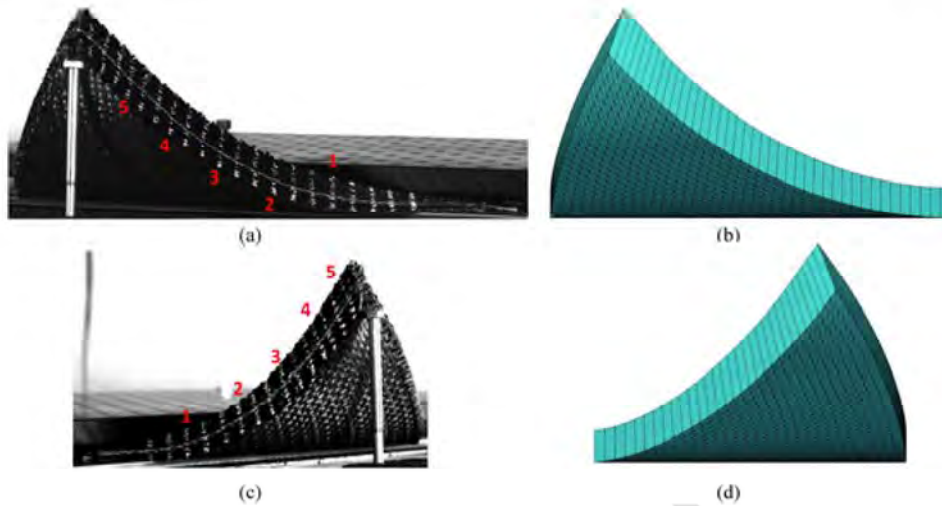


Fig. 13. G1151 laminate. Deformed shape along side 1. (a) Experiment. (b) Simulation. Deformed shape along side 2. (c) Experiment. (d) Simulation. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

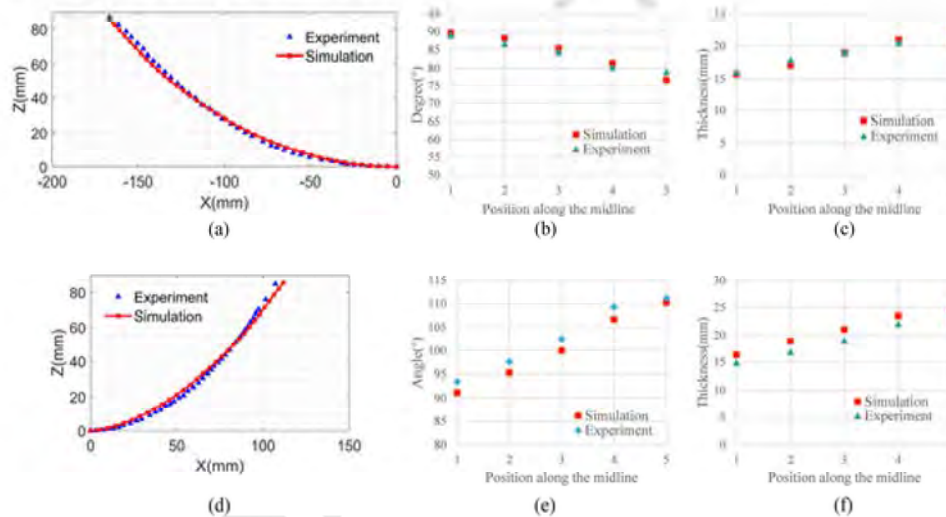


Fig. 14. G1151 laminate. (a) (d) Mid-surface along side 1 and side 2 (b) (e) Angles between the material directors and the horizontal direction along side 1 and side 2 (c) (f) Thickness along with material director along side 1 and side 2. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

**Renzi Bai:** Investigation, Methodology, Software, Validation, Visualization, Writing - original draft. **Julien Colmars:** Investigation, Methodology, Supervision. **Naim Naouar:** Supervision. **Philippe Boisse:** Conceptualization, Methodology, Supervision.

**Declaration of Competing Interest**

The authors declare that they have no known competing financial interests or personal relationships that could have appeared to influence the work reported in this paper.

**Acknowledgements**

This work was supported by the French Ministry of Higher Education and Research.

**Appendix A.**

The lumped matrix for node  $k$  of the shell is given below, where  $k$  is the index number of node,  $\rho$  is the mass density of the element material,  $V$  is the volume of the element [50].



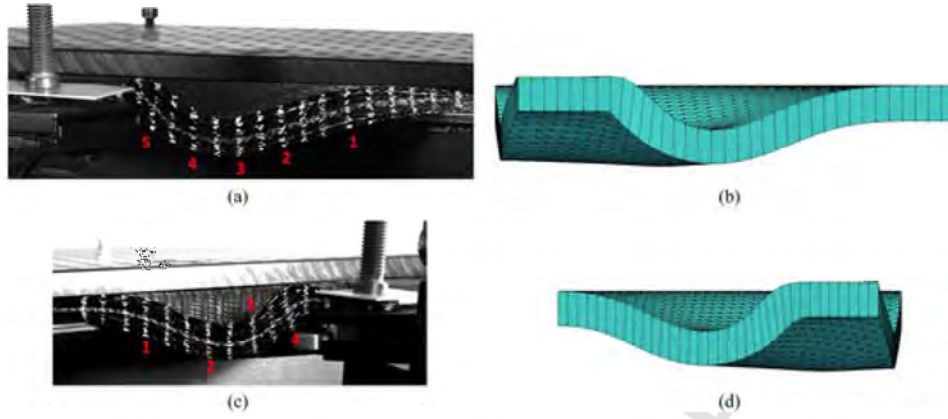


Fig. 15. G1151 laminate. Deformed shape along side 1. (a) Experiment. (b) Simulation. Deformed shape along side 2. (c) Experiment. (d) Simulation. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

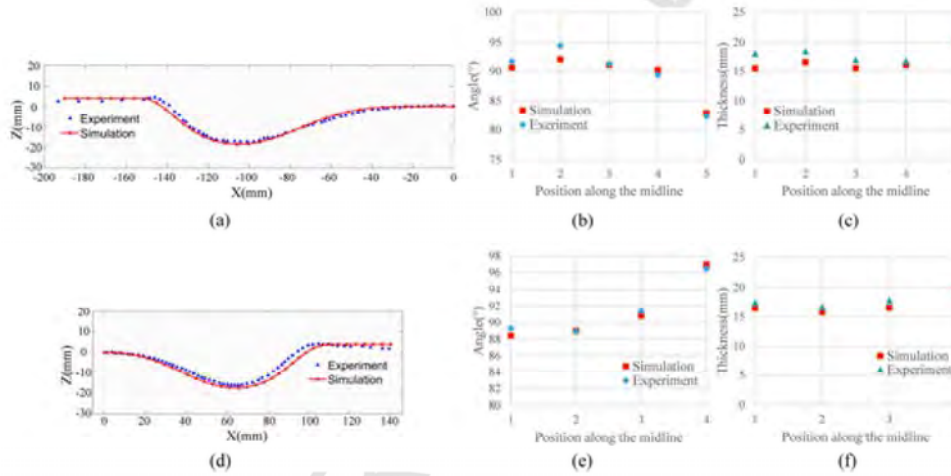


Fig. 16. G1151 laminate. (a) (d) Mid-surface along side 1 and side 2 (b) (e) Angles between the material directors and the horizontal direction along side 1 and side 2 (c) (f) Thickness along with material director along side 1 and side 2. (For interpretation of the references to colour in this figure legend, the reader is referred to the web version of this article.)

$$[M_k] = \begin{bmatrix} m_{kk} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{kk} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{kk} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{kk} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{kk} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$m_{ii} = \frac{\int_V \rho N_i(\xi, \eta)^T N_i(\xi, \eta) dV}{\sum_{k=1}^3 \int_V \rho N_k(\xi, \eta)^T N_k(\xi, \eta) dV} \int_V \rho dV \text{ and } I_{ii} = \frac{m_{ii}}{4} (h'_m)^2 \quad (39)$$

## References

- [1] R. Arbter, J.M. Beraud, C. Binetruy, L. Bizet, J. Bréard, S. Comas-Cardona, et al. Experimental determination of the permeability of textiles: a benchmark exercise. *Compos A Appl Sci Manuf* 2011;42(9):1157–1168.
- [2] E.M. Sozer, P. Simacek, S.G. Advani Resin transfer molding (RTM) in polymer matrix composites. *Manufacturing techniques for polymer matrix composites (PMCs)*. Woodhead Publishing; 2012. p. 245–309.
- [3] B. Caglar, L. Orgéas, S.R. Du Roscoat, E.M. Sozer, V. Michaud Permeability of textile fabrics with spherical inclusions. *Compos A Appl Sci Manuf* 2017;99:1–14.

- [4] D.J. Lukaszewicz, K.D. Potter The internal structure and conformation of prepreg with respect to reliable automated processing. *Compos A Appl Sci Manuf* 2011;42(3):283–292.
- [5] E. Guzman-Maldonado, N. Hamila, P. Boisse, J. Bikard Thermomechanical analysis, modelling and simulation of the forming of pre-impregnated thermoplastics composites. *Compos A Appl Sci Manuf* 2015;78:211–222.
- [6] H. Lessard, G. Lebrun, A. Benkaddour, X.T. Pham Influence of process parameters on the thermostamping of a [0/90] 12 carbon/polyether ether ketone laminate. *Compos A Appl Sci Manuf* 2015;70:59–68.
- [7] A. Levy, P. Hubert Vacuum-bagged composite laminate forming processes: Predicting thickness deviation in complex shapes. *Compos A Appl Sci Manuf* 2019;126.
- [8] F. Henning, L. Kärger, D. Dörr, F.J. Schirmaier, J. Seuffert, A. Bernath Fast processing and continuous simulation of automotive structural composite components. *Compos Sci Technol* 2019;171:261–279.
- [9] F. Van Der Weeën Algorithms for draping fabrics on doubly-curved surfaces. *Int J Numerical Methods Eng* 1991;31(7):1415–1426.
- [10] A.C. Long, C.D. Rudd A simulation of reinforcement deformation during the production of preforms for liquid moulding processes. *Proc Inst Mech Engineers, Part B: J Eng Manufacture* 1994;208(4):269–278.
- [11] P. Potluri, D.P. Ciurezu, R.B. Ramgulam Measurement of meso-scale shear deformations for modelling textile composites. *Compos A Appl Sci Manuf* 2006;37(2):303–314.
- [12] S.G. Hancock, K.D. Potter The use of kinematic drape modelling to inform the hand lay-up of complex composite components using woven reinforcements. *Compos A Appl Sci Manuf* 2006;37(3):413–422.
- [13] A. Cherouat, J.L. Billoët Mechanical and numerical modelling of composite manufacturing processes deep-drawing and laying-up of thin pre-impregnated woven fabrics. *J Mater Process Technol* 2001;118(1–3):460–471.

- [14] R.H.W. Ten Thije, R. Akkerman, J. Huétink Large deformation simulation of anisotropic material using an updated Lagrangian finite element method. *Comput Methods Appl Mech Eng* 2007;196(33-34):3141-3150.
- [15] H. Lin, J. Wang, A.C. Long, M.J. Clifford, P. Harrison Predictive modelling for optimization of textile composite forming. *Compos Sci Technol* 2007;67(15-16):3242-3252.
- [16] S. Chen, L.T. Harper, A. Endruweit, N.A. Warrior Formability optimisation of fabric preforms by controlling material draw-in through in-plane constraints. *Compos A Appl Sci Manuf* 2015;76:10-19.
- [17] S. Chen, O.P.L. McGregor, L.T. Harper, A. Endruweit, N.A. Warrior Defect formation during preforming of a bi-axial non-crimp fabric with a pillar stitch pattern. *Compos A Appl Sci Manuf* 2016;91:156-167.
- [18] P. Boisse, N. Hamila, E. Vidal-Sallé, F. Dumont Simulation of wrinkling during textile composite reinforcement forming. Influence of tensile, in-plane shear and bending stiffnesses. *Compos Sci Technol* 2011;71(5):683-692.
- [19] L.M. Dangora, C.J. Mitchell, J.A. Sherwood Predictive model for the detection of out-of-plane defects formed during textile-composite manufacture. *Compos A Appl Sci Manuf* 2015;78:102-112.
- [20] S.V. Lomov, A.V. Truetzhev, C. Cassidy A predictive model for the fabric-to-yarn bending stiffness ratio of a plain-woven set fabric. *Text Res J* 2000;70(12):1088-1096.
- [21] W.R. Yu, M. Zampaloni, F. Pourboghra, K. Chung, T.J. Kang Analysis of flexible bending behavior of woven preform using non-orthogonal constitutive equation. *Compos A Appl Sci Manuf* 2005;36(6):839-850.
- [22] O. Döbrich, T. Gereke, O. Diestel, S. Krzywinski, C. Cherif Decoupling the bending behavior and the membrane properties of finite shell elements for a correct description of the mechanical behavior of textiles with a laminate formulation. *J Ind Text* 2014;44(1):70-84.
- [23] M. Nishi, T. Hirashima, T. Kurashiki Dry fabric forming analysis considering the influence of tensions on in-plane shear behavior. *J Soc Mater Sci, Japan* 2014;63(5):380-385.
- [24] F. Yu, S. Chen, J.V. Väisänen, M.P.F. Sutcliffe, L.T. Harper, N.A. Warrior A macroscale finite element approach for simulating the bending behaviour of biaxial fabrics. *Compos Sci Technol* 2020:191.
- [25] N. Hamila, P. Boisse, F. Sabourin, M. Brunet A semi-discrete shell finite element for textile composite reinforcement forming simulation. *Int J Numer Meth Eng* 2009;79(12):1443-1466.
- [26] F.J. Schirmaier, D. Dörr, F. Henning, L. Kärger A macroscopic approach to simulate the forming behaviour of stitched unidirectional non-crimp fabrics (UD-NCF). *Compos A Appl Sci Manuf* 2017;102:322-335.
- [27] S.P. Haanappel, R.H.W. Ten Thije, U. Sachs, B. Rietman, R. Akkerman Formability analyses of uni-directional and textile reinforced thermoplastics. *Compos A Appl Sci Manuf* 2014;56:80-92.
- [28] D. Dörr, F. Henning, L. Kärger Nonlinear hyperviscoelastic modelling of intra-ply deformation behaviour in finite element forming simulation of continuously fibre-reinforced thermoplastics. *Compos A Appl Sci Manuf* 2018;109:585-596.
- [29] B. Liang, J. Colmars, P. Boisse A shell formulation for fibrous reinforcement forming simulations. *Compos A Appl Sci Manuf* 2017;100:81-96.
- [30] S. Ahmad, B.M. Irons, O.C. Zienkiewicz Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements. *Int J Numer Meth Eng* 1970;2(3):419-451.
- [31] E.N. Dvorkin, K.J. Bathe A continuum mechanics based four-node shell element for general non-linear analysis. *Eng Computations* 1984;1:77-88.
- [32] H. Parisch A continuum-based shell theory for non-linear applications. *Int J Numerical Methods Eng* 1995;38(11):1855-1883.
- [33] F. Auricchio, R.L. Taylor A triangular thick plate finite element with an exact thin limit. *Finite Elem Anal Des* 1995;19(1-2):57-68.
- [34] O.C. Zienkiewicz, R.I. Taylor, The finite element method for solid and structural mechanics, Elsevier, 2005.
- [35] J.L. Batoz, G. Dhatt, Modélisation des structures par éléments finis: Volume 2 : Poutres et plaques, Presses Université Laval, 1990.
- [36] G. Creech, A.K. Pickett Meso-modelling of non-crimp fabric composites for coupled drape and failure analysis. *J Mater Sci* 2006;41(20):6725-6736.
- [37] J. Pazmino, S. Mathieu, V. Carvelli, P. Boisse, S.V. Lomov Numerical modelling of forming of a non-crimp 3D orthogonal weave E-glass composite reinforcement. *Compos A Appl Sci Manuf* 2015;72:207-218.
- [38] S. Mathieu, N. Hamila, F. Bouillon, P. Boisse Enhanced modeling of 3D composite preform deformations taking into account local fiber bending stiffness. *Compos Sci Technol* 2015;117:322-333.
- [39] B. El Said, F. Daghia, D. Ivanov, S.R. Hallett An iterative multiscale modelling approach for nonlinear analysis of 3D composites. *Int J Solids Struct* 2018;132:42-58.
- [40] R.H.W. Ten Thije, R. Akkerman Solutions to intra-ply shear locking in finite element analyses of fibre reinforced materials. *Compos A Appl Sci Manuf* 2008;39(7):1167-1176.
- [41] N. Hamila, P. Boisse Locking in simulation of composite reinforcement deformations. Analysis and treatment. *Compos A Appl Sci Manuf* 2013;53:109-117.
- [42] P. Harrison, M.J. Clifford, A.C. Long Shear characterisation of viscous woven textile composites: a comparison between picture frame and bias extension experiments. *Compos Sci Technol* 2004;64(10-11):1453-1465.
- [43] P. Boisse, B. Zouari, J.L. Daniel Importance of in-plane shear rigidity in finite element analyses of woven fabric composite preforming. *Compos A Appl Sci Manuf* 2006;37(12):2201-2212.
- [44] J. Cao, R. Akkerman, P. Boisse, J. Chen, H.S. Cheng, E.F. De Graaf, et al. Characterization of mechanical behavior of woven fabrics: experimental methods and benchmark results. *Compos A Appl Sci Manuf* 2008;39(6):1037-1053.
- [45] W. Na, H. Ahn, S. Han, P. Harrison, J.K. Park, E. Jeong, et al. Shear behavior of a shear thickening fluid-impregnated aramid fabrics at high shear rate. *Compos B Eng* 2016;97:162-175.
- [46] N. Hamila, P. Boisse A meso-macro three node finite element for draping of textile composite preforms. *Appl Compos Mater* 2007;14(4):235-250.
- [47] T. Belytschko, An overview of semidiscretization and time integration procedures, *Computational methods for transient analysis*(A 84-29160 12-64), Amsterdam, North-Holland, 1983, pp. 1-65.
- [48] T.J.R. Hughes, T. Belytschko A precis of developments in computational methods for transient analysis. *ATJAM* 1983;50:1033-1041.
- [49] M.A. Crisfield, Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures: Advanced Topics, Bol. 2, John Wiley & Sons, 1997.
- [50] K.S. Surana Lumped mass matrices with non-zero inertia for general shell and axisymmetric shell elements. *Int J Numer Meth Eng* 1978;12(11):1635-1650.
- [51] E. Onate, F. Zárate Rotation-free triangular plate and shell elements. *Int J Numerical Methods Eng* 2000;47(1-3):557-603.
- [52] F. Sabourin, M. Brunet Detailed formulation of the rotation-free triangular element "S3" for general purpose shell analysis. *Eng Computations* 2006.
- [53] M. Brunet, F. Sabourin Analysis of a rotation-free 4-node shell element. *Int J Numerical Methods Eng* 2006;66(9):1483-1510.
- [54] P. Boisse, J. Colmars, N. Hamila, N. Naouar, Q. Steer Bending and wrinkling of composite fiber preforms and prepregs. A review and new developments in the draping simulations. *Compos B Eng* 2018;141:234-249.
- [55] N. Naouar, E. Vidal-Sallé, J. Schneider, E. Maire, P. Boisse Meso-scale FE analyses of textile composite reinforcement deformation based on X-ray computed tomography. *Compos Struct* 2014;116:165-176.
- [56] K. Vanclooster, S.V. Lomov, I. Verpoest Simulation of multi-layered composites forming. *Int J Mater Form* 2010;3(1):695-698.
- [57] K.A. Fettsidis, D. Jauffrès, J.A. Sherwood, J. Chen Characterization of the tool/fabric and fabric/fabric friction for woven-fabric composites during the thermostamping process. *Int J Mater Form* 2013;6(2):209-221.
- [58] E. Guzman-Maldonado, P. Wang, N. Hamila, P. Boisse Experimental and numerical analysis of wrinkling during forming of multi-layered textile composites. *Compos Struct* 2019;208:213-223.
- [59] N.D. Chakladar, P. Mandal, P. Potluri Effects of inter-tow angle and tow size on carbon fibre friction. *Compos A Appl Sci Manuf* 2014;65:115-124.
- [60] E. De Bilbao, D. Soulat, G. Hivet, A. Gasser Experimental study of bending behaviour of reinforcements. *Exp Mech* 2010;50(3):333-351.
- [61] S. Allaoui, P. Boisse, S. Chatel, N. Hamila, G. Hivet, D. Soulat, et al. Experimental and numerical analyses of textile reinforcement forming of a tetrahedral shape. *Compos A Appl Sci Manuf* 2011;42(6):612-622.
- [62] A. Gherissi, F. Abbassi, A. Ammar, A. Zghal Numerical and experimental investigations on deep drawing of G1151 carbon fiber woven composites. *Appl Compos Mater* 2016;23(3):461-476.

---

## Bibliographie

- [AHM 70] Ahmad, S., Irons, B. M., & Zienkiewicz, O. C. (1970). Analysis of thick and thin shell structures by curved finite elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 2(3), 419-451.
- [AIRBUS] <https://www.airbus.com/newsroom/news/en/2017/08/composites--airbus-continues-to-shape-the-future.html>
- [ALS 70] Alshahrani, H., & Hojjati, M. (2017). Bending behavior of multilayered textile composite prepregs: Experiment and finite element modeling. *Materials & Design*, 124, 211-224.
- [ALS 17] Alsayednoor, J., Lennard, F., Yu, W. R., & Harrison, P. (2017). Influence of specimen pre-shear and wrinkling on the accuracy of uniaxial bias extension test results. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 101, 81-97.
- [ALS 17b] Alshahrani, H., & Hojjati, M. (2017). Bending behavior of multilayered textile composite prepregs: Experiment and finite element modeling. *Materials & Design*, 124, 211-224.
- [ALL 11] Allaoui, S., Boisse, P., Chatel, S., Hamila, N., Hivet, G., Soulat, D., & Vidal-Salle, E. (2011). Experimental and numerical analyses of textile reinforcement forming of a tetrahedral shape. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 42(6), 612-622.
- [ALL 14] Allaoui, S., Hivet, G., Soulat, D., Wendling, A., Ouagne, P., & Chatel, S. (2014). Experimental preforming of highly double curved shapes with a case corner using an interlock reinforcement. *International Journal of Material Forming*, 7(2), 155-165.
- [ALL 15] Allaoui, S., Cellard, C., & Hivet, G. (2015). Effect of inter-ply sliding on the quality of multilayer interlock dry fabric preforms. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 68, 336-345.
- [BAD 08] Badel, P., Vidal-Sallé, E., Maire, E., & Boisse, P. (2008). Simulation and tomography analysis of textile composite reinforcement deformation at the mesoscopic scale. *Composites Science and Technology*, 68(12), 2433-2440.
- [BAR 16] Bardl, G., Nocke, A., Cherif, C., Pooch, M., Schulze, M., Heuer, H., ... & Klein, M. (2016). Automated detection of yarn orientation in 3D-draped carbon fiber fabrics and preforms from eddy current data. *Composites Part B: Engineering*, 96, 312-324.
- [BAR 18] Bardl, G., Nocke, A., Hübner, M., Gereke, T., Pooch, M., Schulze, M., ... & Cherif, C. (2018). Analysis of the 3D draping behavior of carbon fiber non-crimp fabrics with eddy current technique. *Composites Part B: Engineering*, 132, 49-60.
- [BAS 00] Başar, Y., Itskov, M., & Eckstein, A. (2000). Composite laminates: nonlinear interlaminar stress analysis by multi-layer shell elements. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 185(2-4), 367-397.

- 
- [BAT 90] Batoz, J. L., & Dhatt, G. (1990). Modélisation des structures par éléments finis: Volume 2 : Poutres et plaques, Presses Université Laval.
- [BEL 83] Belytschko, T. (1983). An overview of semidiscretization and time integration procedures. Computational methods for transient analysis(A 84-29160 12-64). Amsterdam, North-Holland, 1983, 1-65.
- [BEL 11] Sylvain BEL, Thèse: Analyse et simulation de la mise en forme des renforts de composites NCF, Section 5.3, 2011, INSA de Lyon
- [BEL 12] Bel, S., Hamila, N., Boisse, P., & Dumont, F. (2012). Finite element model for NCF composite reinforcement preforming: Importance of inter-ply sliding. Composites Part A: Applied science and manufacturing, 43(12), 2269-2277.
- [BIL 08] de Bilbao, E., Soulat, D., Hivet, G., Launay, J., & Gasser, A. (2008). Bending test of composite reinforcements. International Journal of Material Forming, 1(1), 835-838.
- [BIL 10] De Bilbao E, Soulat D, Hivet G, et al. Experimental study of bending behaviour of reinforcements. Experimental Mechanics, 2010, 50(3): 333-351.
- [BOI 97] Boisse, P., Borr, M., Buet, K., & Cherouat, A. (1997). Finite element simulations of textile composite forming including the biaxial fabric behaviour. Composites Part B: Engineering, 28(4), 453-464.
- [BOI 06] Boisse, P., Zouari, B., & Daniel, J. L. (2006). Importance of in-plane shear rigidity in finite element analyses of woven fabric composite preforming. Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 37(12), 2201-2212.
- [BOI 11] Boisse P, Hamila N, Vidal-Sallé E, et al. Simulation of wrinkling during textile composite reinforcement forming. Influence of tensile, in-plane shear and bending stiffnesses. Composites Science and Technology, 2011, 71(5): 683-692.
- [BOI 17] Boisse, P., Hamila, N., Guzman-Maldonado, E., Madeo, A., Hivet, G., & Dell'Isola, F. (2017). The bias-extension test for the analysis of in-plane shear properties of textile composite reinforcements and prepregs: a review. International Journal of Material Forming, 10(4), 473-492.
- [BOU 07] Boubaker, B. B., Haussy, B., & Ganghoffer, J. F. (2007). Discrete models of woven structures. Macroscopic approach. Composites Part B: Engineering, 38(4), 498-505.
- [BRU 06] Brunet, M., & Sabourin, F. (2006). Analysis of a rotation - free 4 - node shell element. International Journal for Numerical Methods in Engineering, 66(9), 1483-1510.
- [BUE 98] Buet-Gautier K. Analyse et simulation du comportement mécanique des renforts composites tissés. Thèse de doctorat, Université d'Orléans, 1998.
- [BUE 01] Buet-Gautier K., Boisse P. Experimental analysis and modeling of biaxial mechanical behavior of woven composite reinforcements, Experimental Mechanics, vol. 41, n° 3, 2001, p. 260-269.
-

- 
- [CAO 08] Cao, J., Akkerman, R., Boisse, P., Chen, J., Cheng, H. S., De Graaf, E. F., ... & Lee, W. (2008). Characterization of mechanical behavior of woven fabrics: experimental methods and benchmark results. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 39(6), 1037-1053.
- [CHA 11] Charmetant, A., Vidal-Sallé, E., & Boisse, P. (2011). Hyperelastic modelling for mesoscopic analyses of composite reinforcements. *Composites Science and Technology*, 71(14), 1623-1631.
- [CHA 11b] Charmetant, A. *Approches hyperélastiques pour la modélisation du comportement mécanique de préformes tissées de composites*. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2011.
- [CHA 12] Charmetant, A., Orliac, J. G., Vidal-Sallé, E., & Boisse, P. (2012). Hyperelastic model for large deformation analyses of 3D interlock composite preforms. *Composites Science and Technology*, 72(12), 1352-1360.
- [CHA 14] Chakladar, N. D., Mandal, P., & Potluri, P. (2014). Effects of inter-tow angle and tow size on carbon fibre friction. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 65, 115-124.
- [CHE 01] Cherouat, A., & Billoët, J. L. (2001). Mechanical and numerical modelling of composite manufacturing processes deep-drawing and laying-up of thin pre-impregnated woven fabrics. *Journal of materials processing technology*, 118(1-3), 460-471.
- [CHE 11] Chen, Q., Boisse, P., Park, C. H., Saouab, A., & Bréard, J. (2011). Intra/inter-ply shear behaviors of continuous fiber reinforced thermoplastic composites in thermoforming processes. *Composite Structures*, 93(7), 1692-1703.
- [CHE 15] Chen S, Harper L T, Endruweit A, et al. Formability optimisation of fabric preforms by controlling material draw-in through in-plane constraints[J]. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2015, 76: 10-19.
- [CHE 16] Chen, S., McGregor, O. P. L., Harper, L. T., Endruweit, A., & Warrior, N. A. (2016). Defect formation during preforming of a bi-axial non-crimp fabric with a pillar stitch pattern. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 91, 156-167.
- [CRE 06] Creech, G., & Pickett, A. K. (2006). Meso-modelling of non-crimp fabric composites for coupled drape and failure analysis. *Journal of materials science*, 41(20), 6725-6736.
- [CRI 97] Crisfield, M. A. (1997). *Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures: Advanced Topics*. Bol. 2. John Wiley & Sons.
- [DAN 15] Dangora, L. M., Mitchell, C. J., & Sherwood, J. A. (2015). Predictive model for the detection of out-of-plane defects formed during textile-composite manufacture. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 78, 102-112.
- [DE 98] De Luca, P. L. A. P. P., Lefébure, P., & Pickett, A. K. (1998). Numerical and experimental investigation of some press forming parameters of two fibre reinforced thermoplastics: APC2-AS4 and PEI-CETEX.
-



- 
- Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, 29(1-2), 101-110.
- [DE 10] De Bilbao, E., Soulat, D., Hivet, G., & Gasser, A. (2010). Experimental study of bending behaviour of reinforcements. *Experimental Mechanics*, 50(3), 333-351.
- [DUP 08] Dupupet G. Fibre de carbone. *Techniques de l'Ingénieur*, Vol. AM5134, 2008.
- [DOR 17] Schirmaier, F. J., Dörr, D., Henning, F., & Kärger, L. (2017). A macroscopic approach to simulate the forming behaviour of stitched unidirectional non-crimp fabrics (UD-NCF). *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 102, 322-335.
- [DOR 18] Dörr, D., Henning, F., & Kärger, L. (2018). Nonlinear hyperviscoelastic modelling of intra-ply deformation behaviour in finite element forming simulation of continuously fibre-reinforced thermoplastics. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 109, 585-596.
- [DUM 03] DUMONT F. Contribution à l'expérimentation et à la modélisation du comportement mécanique de renforts de composites tissés. Thèse de doctorat, Université Paris 6, 2003.
- [DUR 10] Durville, D. (2010). Simulation of the mechanical behaviour of woven fabrics at the scale of fibers. *International journal of material forming*, 3(2), 1241-1251.
- [DUR 18] Durville, D., Baydoun, I., Moustacas, H., Périé, G., & Wielhorski, Y. (2018). Determining the initial configuration and characterizing the mechanical properties of 3D angle-interlock fabrics using finite element simulation. *International Journal of Solids and Structures*, 154, 97-103.
- [DVO 84] Dvorkin, E. N., & Bathe, K. J. (1984). A continuum mechanics based four-node shell element for general non-linear analysis. *Engineering computations*, 1, 77-88
- [El 00] El-Abbasi, N., & Meguid, S. A. (2000). A new shell element accounting for through-thickness deformation. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 189(3), 841-862.
- [EI 16] El Said, B., Ivanov, D., Long, A. C., & Hallett, S. R. (2016). Multi-scale modelling of strongly heterogeneous 3D composite structures using spatial Voronoi tessellation. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 88, 50-71.
- [EI 18] El Said, B., Daghia, F., Ivanov, D., & Hallett, S. R. (2018). An iterative multiscale modelling approach for nonlinear analysis of 3D composites. *International Journal of Solids and Structures*, 132, 42-58.
- [FRE 01] FREDERICK T. WALLENBERGER, JAMES C. WATSON, AND HONG LI. Glass fibers. *ASM Handbook*, Vol. 21: Composites, 2001.
- [GAT 13] Gatouillat, S., Bareggi, A., Vidal-Sallé, E., & Boisse, P. (2013). Meso modelling for composite preform shaping—simulation of the loss of cohesion of the woven fibre network. *Composites Part A: Applied science and manufacturing*, 54, 135-144.
-

- 
- [GER 14] Döbrich, O., Gereke, T., Diestel, O., Krzywinski, S., & Cherif, C. (2014). Decoupling the bending behavior and the membrane properties of finite shell elements for a correct description of the mechanical behavior of textiles with a laminate formulation. *Journal of Industrial Textiles*, 44(1), 70-84.
- [GHA 19] Ghafour, T. A., Colmars, J., & Boisse, P. (2019). The importance of taking into account behavior irreversibilities when simulating the forming of textile composite reinforcements. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 127, 105641.
- [GHE 16] Gherissi, A., Abbassi, F., Ammar, A., & Zghal, A. (2016). Numerical and experimental investigations on deep drawing of G1151 carbon fiber woven composites. *Applied Composite Materials*, 23(3), 461-476
- [GRA 15] Gras, R., Leclerc, H., Hild, F., Roux, S., & Schneider, J. (2015). Identification of a set of macroscopic elastic parameters in a 3D woven composite: Uncertainty analysis and regularization. *International Journal of Solids and Structures*, 55, 2-16.
- [GU 02] Gu, H., & Zhili, Z. (2002). Tensile behavior of 3D woven composites by using different fabric structures. *Materials & Design*, 23(7), 671-674.
- [GUZ 15] Guzman-Maldonado, E., Hamila, N., Boisse, P., & Bikard, J. (2015). Thermomechanical analysis, modelling and simulation of the forming of pre-impregnated thermoplastics composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 78, 211-222.
- [GUZ 16] Guzman-Maldonado, E., Hamila, N., Naouar, N., Moulin, G., & Boisse, P. (2016). Simulation of thermoplastic prepreg thermoforming based on a visco-hyperelastic model and a thermal homogenization. *Materials & Design*, 93, 431-442.
- [GUZ 19] Guzman-Maldonado, E., Wang, P., Hamila, N., & Boisse, P. (2019). Experimental and numerical analysis of wrinkling during forming of multi-layered textile composites. *Composite Structures*, 208, 213-223.
- [HEXCEL] <https://www.hexcel.com/Products/Fabrics-Reinforcements/Glass-Fiber-Reinforcements>
- [HEXCEL b] HexPly® Prepreg Technology. <http://www.hexcel.com>.
- [HAA 14] Haanappel, S. P., Ten Thije, R. H. W., Sachs, U., Rietman, B., & Akkerman, R. (2014). Formability analyses of uni-directional and textile reinforced thermoplastics. *Composites Part A: Applied science and manufacturing*, 56, 80-92.
- [HAM 09] Hamila, N., Boisse, P., Sabourin, F., & Brunet, M. (2009). A semi - discrete shell finite element for textile composite reinforcement forming simulation. *International journal for numerical methods in engineering*, 79(12), 1443-1466.
- [HAM 13] Hamila, N., & Boisse, P. (2013). Locking in simulation of composite reinforcement deformations. Analysis and treatment. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 53, 109-117.
- [HAN 06] Hancock, S. G., & Potter, K. D. (2006). The use of kinematic drape modelling to inform the hand lay-up of complex composite components
-

- 
- using woven reinforcements. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 37(3), 413-422.
- [HAR 18] Harrison, P., Alvarez, M. F., & Anderson, D. (2018). Towards comprehensive characterisation and modelling of the forming and wrinkling mechanics of engineering fabrics. *International Journal of Solids and Structures*, 154, 2-18.
- [HOK 19] Hokkanen, J., & Pedroso, D. M. (2019). Isogeometric thickness stretchable shell: Efficient formulation for nonlinear dynamic problems. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 119(2), 105-127.
- [HOS 18] Hosseini, A., Kashani, M. H., Sassani, F., Milani, A. S., & Ko, F. K. (2018). Identifying the distinct shear wrinkling behavior of woven composite preforms under bias extension and picture frame tests. *Composite Structures*, 185, 764-773.
- [HUA 09] Huang, X. (2009). Fabrication and properties of carbon fibers. *Materials*, 2(4), 2369-2403.
- [HUA 20] Huang, J., Boisse, P., Hamila, N., & Zhu, Y. (2020). Simulation of Wrinkling during Bending of Composite Reinforcement Laminates. *Materials*, 13(10), 2374.
- [HUG 83] Hughes, T. J. R., & Belytschko, T. (1983). A precis of developments in computational methods for transient analysis. *ATJAM*, 50, 1033-1041.
- [IWA 19] Iwata, A., Inoue, T., Naouar, N., Boisse, P., & Lomov, S. V. (2019). Coupled meso-macro simulation of woven fabric local deformation during draping. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 118, 267-280.
- [JAU 10] Jauffrès, D., Sherwood, J. A., Morris, C. D., & Chen, J. (2010). Discrete mesoscopic modeling for the simulation of woven-fabric reinforcement forming. *International journal of material forming*, 3(2), 1205-1216.
- [KAW 73] Kawabata S., Niwa M., Kawai H. The finite-deformation theory of plain-weave fabrics part I: the biaxial-deformation theory. *The Journal of The Textile Institute*, vol. 64, 1973, p. 21-46.
- [KAW 80] Kawabata S. The standardization and analysis of hand evaluation. Osaka: The Textile Machinery Society of Japan; 1980.
- [KHA 10] Khan, M. A., Mabrouki, T., Vidal-Sallé, E., & Boisse, P. (2010). Numerical and experimental analyses of woven composite reinforcement forming using a hypoelastic behaviour. Application to the double dome benchmark. *Journal of materials processing technology*, 210(2), 378-388.
- [LAU 08] Launay, J., Hivet, G., Duong, A. V., & Boisse, P. (2008). Experimental analysis of the influence of tensions on in plane shear behaviour of woven composite reinforcements. *Composites science and technology*, 68(2), 506-515.
- [LEU 16] Leutz, D., Vermilyea, M., Bel, S., & Hinterhölzl, R. (2016). Forming simulation of thick AFP laminates and comparison with live CT imaging. *Applied Composite Materials*, 23(4), 583-600.
-

- 
- [LIA 17] Liang, B., Colmars, J., & Boisse, P. (2017). A shell formulation for fibrous reinforcement forming simulations. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 100, 81-96.
- [LIA 17b] Liang B, Chaudet P, Boisse P. Curvature determination in the bending test of continuous fibre reinforcements. *Strain*, 2017, 53(1): e12213.
- [LIN 07] Lin H, Wang J, Long A C, et al. Predictive modelling for optimization of textile composite forming. *Composites Science and Technology*, 2007, 67(15-16): 3242-3252.
- [LIU 17] Thèse: Development and optimization of the tufting process for textile composite reinforcement, Lingshan LIU 2017, Université de Lille 1.
- [LUY 09] De Luycker, E., Morestin, F., Boisse, P., & Marsal, D. (2009). Simulation of 3D interlock composite preforming. *Composite Structures*, 88(4), 615-623.
- [LOM 00] Lomov, S. V., Gusakov, A. V., Huysmans, G., Prodromou, A., & Verpoest, I. (2000). Textile geometry preprocessor for meso-mechanical models of woven composites. *Composites Science and Technology*, 60(11), 2083-2095.
- [LOM 02] Lomov, S. V., Belov, E. B., Bischoff, T., Ghosh, S. B., Chi, T. T., & Verpoest, I. (2002). Carbon composites based on multiaxial multiply stitched preforms. Part 1. Geometry of the preform. *Composites Part A: Applied science and manufacturing*, 33(9), 1171-1183.
- [LOM 05] Verpoest, I., & Lomov, S. V. (2005). Virtual textile composites software WiseTex: Integration with micro-mechanical, permeability and structural analysis. *Composites Science and Technology*, 65(15-16), 2563-2574.
- [LOM 14] Abdin, Y., Lomov, S. V., Jain, A., Van Lenthe, G. H., & Verpoest, I. (2014). Geometrical characterization and micro-structural modeling of short steel fiber composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 67, 171-180.
- [LON 94] Long, A. C., & Rudd, C. D. (1994). A simulation of reinforcement deformation during the production of preforms for liquid moulding processes. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 208(4), 269-278.
- [MAD 15] Madeo, A., Ferretti, M., Dell'Isola, F., & Boisse, P. (2015). Thick fibrous composite reinforcements behave as special second-gradient materials: three-point bending of 3D interlocks. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik*, 66(4), 2041-2060.
- [MAT 14] Mathieu, S. Modélisation du comportement mécanique lors du procédé de mise en forme et pyrolyse des interlocks CMC. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2014.
- [MAT 15] Mathieu, S., Hamila, N., Bouillon, F., & Boisse, P. (2015). Enhanced modeling of 3D composite preform deformations taking into account local fiber bending stiffness. *Composites Science and Technology*, 117, 322-333.
- [MIT 16] Mitchell C, Dangora L, Bielmeier C, et al. Investigation into the changes in bending stiffness of a textile reinforced composite due to in-plane
-

- 
- fabric shear: Part 1—Experiment. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2016, 85: 94-102.
- [NAO 14] Naouar, N., Vidal-Sallé, E., Schneider, J., Maire, E., & Boisse, P. (2014). Meso-scale FE analyses of textile composite reinforcement deformation based on X-ray computed tomography. *Composite structures*, 116, 165-176.
- [NAO 15] Naouar, N., Vidal-Salle, E., Schneider, J., Maire, E., & Boisse, P. (2015). 3D composite reinforcement meso FE analyses based on X-ray computed tomography. *Composite Structures*, 132, 1094-1104.
- [NIS 14] Nishi, M., Hirashima, T., & Kurashiki, T. (2014). Dry fabric forming analysis considering the influence of tensions on in-plane shear behavior. *Journal of the Society of Material Science, Japan*, 63(5), 380-385.
- [ONA 00] Onate, E., & Zárate, F. (2000). Rotation - free triangular plate and shell elements. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 47(1 - 3), 557-603.
- [ORL 12] Orliac J.-G. Analyse et simulation du comportement anisotrope lors de la mise en forme de renforts tissés interlock. Thèse de doctorat, INSA de Lyon, 2012.
- [OUA 13] Ouagne, P., Soulat, D., Moothoo, J., Capelle, E., & Gueret, S. (2013). Complex shape forming of a flax woven fabric; analysis of the tow buckling and misalignment defect. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 51, 1-10.
- [PAR 95] Parisch, H. (1995). A continuum-based shell theory for non-linear applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 38(11), 1855-1883.
- [PAR 13] Parsons, E. M., King, M. J., & Socrate, S. (2013). Modeling yarn slip in woven fabric at the continuum level: Simulations of ballistic impact. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 61(1), 265-292.
- [PAZ 14] Pazmino, J., Carvelli, V., & Lomov, S. V. (2014). Formability of a non-crimp 3D orthogonal weave E-glass composite reinforcement. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 61, 76-83.
- [PAZ 15] Pazmino, J., Mathieu, S., Carvelli, V., Boisse, P., & Lomov, S. V. (2015). Numerical modelling of forming of a non-crimp 3D orthogonal weave E-glass composite reinforcement. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 72, 207-218.
- [PEI 30] Peirce F T. 26—The “handle” of cloth as a measurable quantity. *Journal of the Textile Institute Transactions*, 1930, 21(9): T377-T416.
- [PEN 05] Peng, X. Q., & Cao, J. (2005). A continuum mechanics-based non-orthogonal constitutive model for woven composite fabrics. *Composites part A: Applied Science and manufacturing*, 36(6), 859-874.
- [PEN 11] Peng, X., & Rehman, Z. U. (2011). Textile composite double dome stamping simulation using a non-orthogonal constitutive model. *Composites Science and Technology*, 71(8), 1075-1081.
-



- 
- [POT 99] Potter, K. D. (1999). The early history of the resin transfer moulding process for aerospace applications. *Composites Part A: applied science and manufacturing*, 30(5), 619-621.
- [POT 06] Potluri, P., Ciurezu, D. P., & Ramgulam, R. B. (2006). Measurement of meso-scale shear deformations for modelling textile composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 37(2), 303-314.
- [ROB 98] Robitaille, F., & Gauvin, R. (1998). Compaction of textile reinforcements for composites manufacturing. I: Review of experimental results. *Polymer composites*, 19(2), 198-216.
- [SAB 06] Sabourin, F., & Brunet, M. (2006). Detailed formulation of the rotation - free triangular element “S3” for general purpose shell analysis. *Engineering computations*.
- [SAD 08] Sadighi, M., Rabizadeh, E., & Kermansaravi, F. (2008). Effects of laminate sequencing on thermoforming of thermoplastic matrix composites. *Journal of materials processing technology*, 201(1-3), 725-730.
- [SOU 06] Soulat, D., Cheruet, A., & Boisse, P. (2006). Simulation of continuous fibre reinforced thermoplastic forming using a shell finite element with transverse stress. *Computers & structures*, 84(13-14), 888-903.
- [SU 06] Su, Y., & Senthil Kumar, A. (2006). Templated refinement of triangle meshes using surface interpolation. *International journal for numerical methods in engineering*, 65(9), 1472-1494.
- [SZA 03] Szablewski, P., & Kobza, W. (2003). Numerical analysis of Peirce's cantilever test for the bending rigidity of textiles. *Fibres and textiles in Eastern Europe*, 11(4), 54-57.
- [TAY 95] Auricchio, F., & Taylor, R. L. (1995). A triangular thick plate finite element with an exact thin limit. *Finite Elements in Analysis and Design*, 19(1-2), 57-68.
- [THI 07] Ten Thije, R. H. W., Akkerman, R., & Huétink, J. (2007). Large deformation simulation of anisotropic material using an updated Lagrangian finite element method. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 196(33-34), 3141-3150.
- [THI 08] Ten Thije, R. H. W., & Akkerman, R. (2008). Solutions to intra-ply shear locking in finite element analyses of fibre reinforced materials. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 39(7), 1167-1176.
- [THI 09] Ten Thije R H W, Akkerman R. A multi-layer triangular membrane finite element for the forming simulation of laminated composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2009, 40(6-7): 739-753.
- [THI 14] Haanappel, S. P., Ten Thije, R. H. W., Sachs, U., Rietman, B., & Akkerman, R. (2014). Formability analyses of uni-directional and textile reinforced thermoplastics. *Composites Part A: Applied science and manufacturing*, 56, 80-92.
- [TORAY] <https://www.toraycma.com/page.php?id=661>
-

- 
- [VAN 91] Van Der Weeën, F. (1991). Algorithms for draping fabrics on doubly - curved surfaces. *International journal for numerical methods in engineering*, 31(7), 1415-1426.
- [VAN 09] Vanclooster, K., Lomov, S. V., & Verpoest, I. (2009, July). On the formability of multi-layered fabric composites. In *Proc 17th Int Conf Compos Mater* (pp. 1-10).
- [VAN 10] Vanclooster, K., Lomov, S. V., & Verpoest, I. (2010). Simulation of multi-layered composites forming. *International Journal of Material Forming*, 3(1), 695-698.
- [WAN 02] Wang, Y. (2002). Mechanical properties of stitched multiaxial fabric reinforced composites from manual layup process. *Applied Composite Materials*, 9(2), 81-97.
- [WAN 13] Wang, P., Hamila, N., & Boisse, P. (2013). Thermoforming simulation of multilayer composites with continuous fibres and thermoplastic matrix. *Composites Part B: Engineering*, 52, 127-136.
- [WAN 20] Wang, J., Wang, P., Hamila, N., & Boisse, P. (2020). Mesoscopic analyses of the draping of 3D woven composite reinforcements based on macroscopic simulations. *Composite Structures*, 112602.
- [WIL 08] Willems A., Lomov S. V., Verpoest I., Vandepitte D. Optical strain fields in shear and tensile testing of textile reinforcements. *Composites Science and Technology*, vol. 68, n° 3-4, 2008, p.807-819.
- [XIO 18] Xiong, H., Maldonado, E. G., Hamila, N., & Boisse, P. (2018). A prismatic solid-shell finite element based on a DKT approach with efficient calculation of through the thickness deformation. *Finite Elements in Analysis and Design*, 151, 18-33.
- [YAM 20] Yamamoto, T., & Yamada, T. (2020). A quadrilateral shell element incorporating thickness - stretch for nearly incompressible hyperelasticity. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 121(9), 2001-2032.
- [YU 05] Yu, W. R., Zampaloni, M., Pourboghrat, F., Chung, K., & Kang, T. J. (2005). Analysis of flexible bending behavior of woven preform using non-orthogonal constitutive equation. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 36(6), 839-850.
- [YU 20] Yu, F., Chen, S., Viisainen, J. V., Sutcliffe, M. P. F., Harper, L. T., & Warrior, N. A. (2020). A macroscale finite element approach for simulating the bending behaviour of biaxial fabrics. *Composites Science and Technology*, 191, 108078.
- [ZIE 05] Zienkiewicz, O. C., & Taylor, R. L. (2005). *The finite element method for solid and structural mechanics*. Elsevier.
- [ZOU 06] Zouari, B., Daniel, J. L., & Boisse, P. (2006). A woven reinforcement forming simulation method. Influence of the shear stiffness. *Computers & Structures*, 84(5-6), 351-363.
- [ZHO 04] Zhou, G., Sun, X., & Wang, Y. (2004). Multi-chain digital element analysis in textile mechanics. *Composites science and Technology*, 64(2), 239-244.
-



## FOLIO ADMINISTRATIF

### THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : BAI  
(avec précision du nom de jeune fille, le cas échéant)

DATE de SOUTENANCE : 04/12/2020

Prénoms : RENZI

TITRE : Modélisation de la mise en forme des renforts fibreux : Nouvelle Approche de coque spécifique et étude expérimentale

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2020LYSEI108

Ecole doctorale : Ecole Doctorale N° 162 Mécanique, Energétique, Génie civil, Acoustique

Spécialité :  
Génie Mécanique

#### RESUME :

La déformation des renforts composites textiles est fortement conditionnée par leur composition fibreuse. Les théories classiques des plaques et des coques sont basées sur des hypothèses cinématiques qui ne sont pas vérifiées pour les renforts textiles. Des expérimentations montrent que le glissement entre fibres (couche) dans l'épaisseur fait la spécificité des matériaux fibreux.

Le processus RTM (Resin Transfer Molding) est largement utilisé pour obtenir des pièces composites avec géométrie complexe. La mise en forme est une étape très importante. Afin d'optimiser la fabrication de produit (spécialement le tissu multicouche), des modèles numériques sont nécessaires. Par conséquent une approche de coque 3D spécifique aux renforts fibreux est proposée. Elle est basée sur deux spécificités : la quasi-inextensibilité des fibres et le glissement possible entre les fibres.

L'approche est développée dans le cadre « Continuum-based shells ». La nouvelle hypothèse basée sur la conservation d'épaisseur est appliquée dans l'équation cinématique. La forme de puissance virtuelle reflète les spécificités de la déformation des renforts fibreux. Il prend en compte la rigidité de traction et de flexion des fibres et aussi de cisaillement dans le plan. Le frottement entre fibres est pris en compte de manière simple en lien avec la flexion. La présente approche est basée sur la physique réelle de la déformation des renforts textiles. Il permet de simuler les déformations 3D des renforts textiles et fournit des déplacements et déformations pour tous les points dans l'épaisseur du tissu et les bonnes rotations du directeur matériel.

Enfin, des expérimentations et simulations réalisées sur des renforts multicouches sont présentées dans ce travail, et une nouvelle méthode d'expérimentation est proposée.

#### MOTS-CLÉS :

Matériaux fibreux – Méthode élément finis – élément coque – Mise en forme

Laboratoire (s) de recherche :  
Laboratoire de Mécanique des Contacts et des Structures (LAMCOS), INSA-Lyon

Directeur de thèse : Philippe BOISSE, Naim NAOUAR

Président de jury : ORGEAS Laurent

Composition du jury : POLIT Olivier, BAHLOULI Nadia, ORGEAS Laurent, COLMARS Julien, BOISSE Philippe, NAOUAR Naim