



HAL
open science

Etudes et tests préliminaires à une mesure de la corrélation angulaire β - ν dans la désintégration du noyau ${}^6\text{He}$ à l'aide d'un piège de Paul

Pierre Delahaye

► **To cite this version:**

Pierre Delahaye. Etudes et tests préliminaires à une mesure de la corrélation angulaire β - ν dans la désintégration du noyau ${}^6\text{He}$ à l'aide d'un piège de Paul. Physique Nucléaire Expérimentale [nucl-ex]. Université Caen Normandie, 2002. Français. NNT: . tel-03182300

HAL Id: tel-03182300

<https://theses.hal.science/tel-03182300v1>

Submitted on 26 Mar 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

FRNC-TH--4886
Gestion INIS
Doc. Enreg. le ..4.12.2002...
N° TAN F.R. 20.99.40



FR0202940

UNIVERSITÉ
DE
CAEN

UNIVERSITÉ
DE

CAEN / BASSE-NORMANDIE

U.F.R. DE SCIENCES
ÉCOLE DOCTORALE : SIMEM
(Structure, Information, Matière Et Matériaux)

LABORATOIRE DE PHYSIQUE CORPUSCULAIRE
INSTITUT DES SCIENCES DE LA MATIÈRE ET DU RAYONNEMENT

THESE

présentée par

Monsieur DELAHAYE Pierre

et

soutenue

le 12 mars 2002

en vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE CAEN

Spécialités : Constituants élémentaires

(Arrêté du 30 Mars 1992)

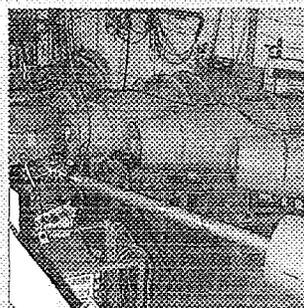
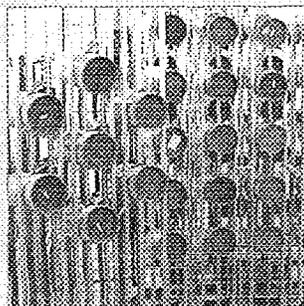
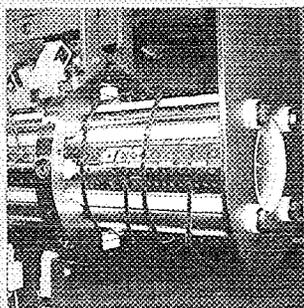
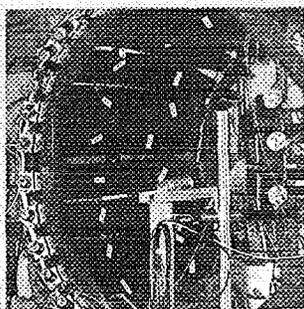
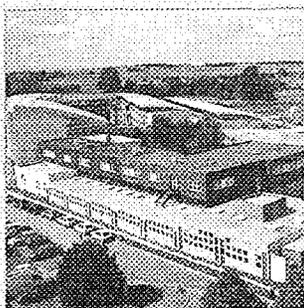
**ETUDES ET TESTS PRELIMINAIRES A UNE MESURE DE
LA CORRELATION ANGULAIRE β - ν DANS LA
DESINTEGRATION DU NOYAU ${}^6\text{He}$ A L'AIDE D'UN PIEGE
DE PAUL**

.. 33 / 41

JURY :

Directeur de thèse : Monsieur Oscar NAVILIAT

Monsieur Nathal SEVERIJNS, Professeur, Université Catholique de LOUVAIN
Monsieur David LUNNEY, Chargé de Recherche, CNRS, CSNSM ORSAY
Monsieur Christian LE BRUN, Directeur de Recherche, CNRS, ISN GRENOBLE
Monsieur Klaus KIRCH, Chercheur, Paul Scherrer Institut, VILLIGEN SUISSE
Monsieur Oscar NAVILIAT, Professeur, Université de CAEN



Remerciements

Tous mes remerciements à toutes les personnes du LPC, et plus particulièrement à:

- Gilles Ban, et Christian Le Brun, pour avoir supervisé la première moitié de mon travail de thèse
- Oscar Naviliat, pour avoir supervisé la partie certainement la plus rude de ce travail
- Etienne Liénard, Dominique Durand, Xavier Fléchar, François Mauger et Guillaume Darius, pour la bonne ambiance quotidienne de notre groupe
- Les membres de mon jury de thèse pour les remarques constructives et l'intérêt qu'ils ont porté à ce travail: David Lunney, Nathal Severijns, Klaus Kirch
- Les services électronique et détecteur, et Mécanique, pour les développements techniques indispensables aux progrès du projet "Piège" au sein du labo. Une mention spéciale à Philippe Vallerand, et à Frédéric Bocage, pour le développement de l'électronique de piègeage, qui n'était et n'est toujours pas une mince affaire
- Les personnes qui ont contribué à la bonne humeur au labo et en dehors, pendant ces trois années et demi de thèse, dont la liste ne saurait être exhaustive: les amis "trapnistes", les amis des vendredi soir passés chez Patrick, ou à apprendre les premiers pas de Salsa, un certain dénommé Mathieu, l'équipe de "Délire en tous genres", la troupe de théâtre de quartier de la Grâce de Dieu, ...

Table des matières

Introduction	i
1 La désintégration β nucléaire	1
1.1 L'étude des désintégrations β	2
1.1.1 L'Hamiltonien Standard de la désintégration β	3
1.1.2 La désintégration β au delà du Modèle Standard	4
1.1.3 Le spectre de désintégration β nucléaire	5
1.1.4 Recherche de physique au delà du Modèle Standard	6
1.2 La mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$	8
1.3 Historique des mesures du paramètre a	12
1.4 Les mesures en cours	17
2 Les pièges à atomes et à ions	21
2.1 Introduction	21
2.2 Les pièges électromagnétiques	23
2.2.1 Le piège de Paul	23
2.2.2 Le piège de Penning	34
2.3 Les pièges magnéto-optiques	38
2.3.1 La mélasse optique	39
2.3.2 Les pièges magnéto-optiques (MOT)	40
3 Dispositif expérimental	43
3.1 Présentation générale du dispositif expérimental	43
3.1.1 Choix de l'ion radioactif	44
3.1.2 Injection des ions	44
3.1.3 Piégeage et détection des ions	45
3.1.4 La figure de mérite sur l'espace cinématique	45
3.2 Le spectre de désintégration	47
3.2.1 Spectre complet en cinématique et spectre intégré	48
3.2.2 Spectres de détection simulés	51
3.3 Contraintes sur les constantes de couplages des interactions tensorielles	56
3.4 Le quadrupôle radiofréquence refroidisseur regroupeur	57
3.4.1 Présentation de l'ensemble RFQ	59

3.4.2	Principe de fonctionnement	61
3.4.3	Simulations du refroidissement du RFQ	64
3.5	Le piège de Paul	68
3.5.1	Transparence	69
3.5.2	Fonctionnement	70
3.6	Le dispositif de détection	72
3.6.1	Le détecteur de l'ion de recul	73
3.6.2	Le détecteur de l'électron	74
4	Expériences de piégeage d'ions	77
4.1	Tests de piégeage d'ions à partir d'un plasma laser	77
4.1.1	Dispositif expérimental	78
4.1.2	Les électrodes du piégeage et de l'extraction	81
4.1.3	Le cycle de mesure	81
4.1.4	Mesures et résultats	85
4.2	Tests de piégeage d'ions en ligne	91
4.2.1	Principe de l'expérience	91
4.2.2	La source d'ions	92
4.2.3	L'étalonnage de la galette de microsphères	94
4.2.4	La séquence de mesure	97
4.2.5	L'échec de la tentative de piégeage	99
5	Simulations de piégeage des ions	105
5.1	Présentation du code de simulation	105
5.1.1	Le calcul du potentiel électrique	106
5.1.2	Calcul des trajectoires d'ions	120
5.2	La simulation de la première expérience de piégeage	128
5.2.1	Le piège et la ligne de temps de vol	128
5.2.2	Résultats	128
5.3	Simulation de l'expérience de piégeage en ligne	132
5.3.1	La source et le guide d'ions	132
5.3.2	Résultats : efficacité de piégeage et d'extraction	133
6	Simulation de l'expérience	139
6.1	Simulation du piégeage d'ions ${}^6\text{He}^+$	139
6.1.1	Le refroidissement des ions	139
6.1.2	Injection des ions	140
6.1.3	Piégeage des ions	141
6.1.4	Les spectres de désintégration	148
6.1.5	Proposition du piège pour le dispositif expérimental	152
6.1.6	La méthode de reconstruction	152
6.2	Considérations statistiques	156

Conclusion	159
A Le Modèle Standard	3
A.1 Le Modèle Standard	3
A.1.1 Les particules élémentaires et leurs interactions	3
A.1.2 L'invariance espace-temps	4
A.1.3 L'invariance de jauge	5
A.2 Les interactions de symétrie de jauge	5
A.2.1 Le Lagrangien de QCD	8
A.2.2 <i>Interactions électrofaibles</i>	9
A.2.3 La brisure de symétrie spontanée	13
A.2.4 Le Lagrangien du Modèle Standard	15
A.2.5 Le calcul des observables	15
A.2.6 La Renormalisation	16
A.3 Les défauts du Modèle Standard	16
A.3.1 Les trois familles de fermions	17
A.3.2 Les problèmes de jauges	17
A.3.3 Le Higgs	18
A.4 Les extensions et nouveaux modèles	19
A.4.1 Différents champs d'investigations	19
B Une construction inductive du Lagrangien	27
B.1 Le Lagrangien de jauge et le Lagrangien de Higgs	27
B.1.1 La symétrie-espace temps	28
B.1.2 Les symétries de jauge	29
B.2 Le Lagrangien de jauge	30
B.2.1 Les dérivées covariantes	30
B.2.2 L'interaction $SU(3)$	31
B.2.3 Les interactions $U(1)$ et $SU(2)$	32
B.2.4 Le Lagrangien de jauge	35
B.3 La brisure de symétrie spontanée	36
B.4 Le lagrangien du Modèle Standard	40

**PLEASE BE AWARE THAT
ALL OF THE MISSING PAGES IN THIS DOCUMENT
WERE ORIGINALLY BLANK**

Introduction

Le Modèle Standard (\mathcal{MS}) est la théorie qui décrit actuellement le monde de la physique des particules élémentaires, les fermions, et de leurs interactions. Posés sur les bases solides de confirmations expérimentales réalisées depuis plus de 30 ans, il semblait résister à toutes ses mises à l'épreuve, jusqu'aux résultats récents de l'expérience de la collaboration Super-Kamiokande, qui mit en évidence l'oscillation de neutrinos. Les neutrinos seraient-ils massifs ? Contrairement aux prédictions du Modèle Standard, il semblerait qu'il en soit ainsi.

Ce n'est pas la première fois que le \mathcal{MS} fait l'objet d'expériences visant à le mettre en défaut. Celui-ci présente en effet plusieurs défaillances conceptuelles, qui ont poussé les physiciens des particules à développer d'autres théories ou extensions, les modèles au delà du \mathcal{MS} . Comme écueils conceptuels, citons par exemple la violation de parité des interactions faibles, le problème de hiérarchie des masses dans la description de l'apparition de celles-ci par le mécanisme de Higgs, l'annulation des anomalies de jauge, indispensable mais inexpliquée, et le non-traitement pur et simple de la force de gravitation. Ces différentes difficultés sont à l'origine des théories au delà du \mathcal{MS} , dont toutes ont pour point commun qu'elles s'attachent à obtenir la même description que celui-ci à basse énergie, tout en permettant d'éviter une partie au moins des écueils qu'il rencontre.

La mesure du paramètre de corrélation angulaire β - ν , dans la désintégration de l' ${}^6\text{He}$, décrite dans cette thèse, appartient au domaine de recherche de physique au delà du \mathcal{MS} . Historiquement, elle contribua d'abord à la genèse de ce dernier. Elle permit l'élaboration de la théorie de Fermi des interactions faibles, qui furent alors supposées violer la parité de façon maximale. Suivant la nature de la transition β observée, Fermi ou Gamow Teller, le paramètre de corrélation angulaire est sensible respectivement à l'existence de courants vectoriel et scalaire, ou axial et tensoriel. Actuellement, la théorie $V - A$ du \mathcal{MS} suppose que seules les interactions de type vecteur et axial existent, du moins au niveau du Lagrangien. L'expérience que nous préparons tente la mise en évidence une interaction exotique de type tensorielle, qui apparaît dans différents modèles au delà du \mathcal{MS} . L'existence d'une telle interaction implique l'existence d'un type nouveau de bosons de jauge : les leptosquarks, liant comme son nom l'indique les leptons et les quarks comme membres d'un même supermultiplet. A ce jour, la mesure du paramètre de corrélation angulaire la plus contraignante pour la constante de couplage de l'interaction tensorielle, est celle obtenue par Johnson et al. en 1963 ; une incertitude relative de $\sigma_a = 1\%$ fut extraite du spectre d'énergie des ions de recul de la désintégration du noyau ${}^6\text{He}$. Depuis lors, aucune mesure

ne l'a égalée.

L'expérience telle que nous la proposons, utilise un moyen élégant pour l'étude de la désintégration d'ions ${}^6\text{He}^+$: un piège de Paul, de structure transparente, qui permet de stocker les ions pratiquement au repos, au centre de celui-ci, au moyen de champs électriques relativement faibles par rapport aux énergies mises en jeu dans la désintégration. La reconstruction cinématique complète de certains événements du spectre de désintégration pourra alors être réalisée par la détection en coïncidence des particules chargées issues de la décroissance. Les énergies de l'ion de recul, de l'électron et l'angle relatif entre ces deux particules seront mesurées, événement par événement. Le paramètre de corrélation angulaire sera extrait du spectre expérimental, par l'étude minutieuse du dispositif : les effets de distorsion liés au piégeage des ions, et les fonctions de réponse des détecteurs sont à déterminer avec soin.

Dans le premier chapitre, les motivations théoriques de l'expérience sont présentées. L'intérêt de l'étude des désintégrations β , en regard des théories de physique au delà du MS sera montré dans toute sa diversité. L'historique de l'élaboration de la théorie de Fermi des interactions faibles, et des mesures du paramètre de corrélation angulaire seront conjointement retracés.

Le second chapitre est consacré à la description des principes de différents types de pièges électromagnétiques. Ceux-ci ont été à l'origine utilisés en physique atomique. Ce n'est que très récemment qu'ils ont trouvé différentes applications dans la manipulation de faisceaux d'ions radioactifs, avec le développement de ces derniers. Le principe de fonctionnement des pièges de Paul, dont deux prototypes sont utilisés dans notre expérience, sera expliqué en détail.

La présentation du dispositif expérimental fait l'objet du troisième chapitre. La figure de mérite de l'espace cinématique de la désintégration γ justifie les choix des emplacements des détecteurs autour du piège de Paul transparent. La statistique requise pour atteindre la précision recherchée sur le paramètre de corrélation angulaire est déterminée par l'étude de la sensibilité de différents spectres de désintégration. Les différents éléments composant le dispositif expérimental sont ensuite décrits. Le piège de Paul que nous avons testé est présenté. En plus de celui-ci, un autre type de piège de Paul est nécessaire au refroidissement et à la mise en forme du faisceau avant son injection dans le piège central : il s'agit d'un quadrupôle radiofréquence qui jouera le rôle de refroidisseur et de regroupement des ions ${}^6\text{He}^+$ en paquets. Ce dispositif a montré expérimentalement les premiers signes de refroidissement d'ions. Son principe de fonctionnement sera explicité, ses caractéristiques techniques et les résultats de sa simulation seront présentés.

Afin de nous familiariser avec les techniques de piégeage d'ions, deux expériences de piégeage avec le piège de Paul transparent ont été successivement réalisées. Leur description constitue le chapitre 4. La première consistait en l'injection d'ions stables issus d'un plasma laser, puis en l'éjection du nuage d'ions après différentes durées de piégeage vers une ligne de temps de vol. Le fonctionnement qualitatif du piège a été éprouvé. La seconde expérience de piégeage était l'injection en ligne d'ions ${}^4\text{He}^+$, à la sortie d'une source d'ionisation. Dans ce cas, du fait des caractéristiques modestes des tensions alors accessibles, appliqués sur les électrodes du piège pour les cycles d'injection, de piégeage et d'extrac-

tion des ions, la caractérisation du piégeage s'avéra bien plus délicate, en particulier pour des ions si légers. D'autre part, l'importance de l'échange de charge résonnant, et d'autres considérations techniques, nous interdit finalement toute chance d'obtenir une preuve de piégeage. Cependant, cette expérience a été réalisée de concert avec une simulation, et les difficultés que nous avons rencontrées ont pu être analysées, et des nouvelles exigences ont été définies quant au dispositif de piégeage des ions ${}^6\text{He}^+$.

Le cinquième chapitre concerne les simulations des deux expériences de piégeage d'ions réalisées. Pour celles-ci, un code de calcul de potentiels, et de trajectoires d'ions plongés dans les champs électriques associés a été élaboré. Ses performances et son utilité ont été éprouvées par l'étude de quelques systèmes simples, dont les solutions sont analytiques, et par la comparaison avec des codes commerciaux tels que SIMION ou Matlab. Ensuite nous présentons les simulations de chacune des expériences de piégeage, et nous les interprêtons. Les résultats expérimentaux de la première expérience sont comparés avec la simulation. Les exigences du piégeage en ligne d'ions légers, tels que l' ${}^6\text{He}^+$, sont tirés de la seconde simulation.

Confortés par la confrontation de l'expérience avec la simulation, une simulation de piégeage d'ions ${}^6\text{He}^+$ et de leur désintégration à l'intérieur du piège a été entreprise. L'utilisation d'un nouveau type de piège y est étudié, afin de minimiser les distorsions des spectres de variables cinématiques de la désintégration, causés par les différents effets inhérents au piégeage des ions. Une méthode de reconstruction du spectre de désintégration est proposée pour ce nouveau dispositif. Enfin, de dernières considérations statistiques montrent que l'obtention du paramètre de corrélation angulaire à la précision recherchée est réaliste en termes de temps nécessaire de faisceau d'ions radioactifs.

Chapitre 1

La désintégration β nucléaire

Le Modèle Standard est la théorie actuelle la plus aboutie pour décrire les interactions des particules élémentaires. Ce modèle, issu de la mécanique quantique relativiste et de la théorie des champs, a reçu une confirmation expérimentale magistrale en 1973 avec la découverte des courants neutres, puis a été reconfirmé en 1983 par la mise en évidence des bosons Z et W vecteurs des interactions faibles. Si ce modèle est encore la théorie la plus fiable pour décrire l'ensemble des interactions connues à ce jour, et avec des précisions remarquables, il est de plus en plus contesté du fait d'un nombre de postulats et de constantes introduits arbitrairement. De ce fait, divers champs se sont ouverts dans les deux dernières décennies pour l'investigation de nouvelle physique "au delà" du \mathcal{MS} , et suscitent un intérêt grandissant chez les physiciens des particules.

La situation actuelle de la théorie de la physique des particules est comparable, sous certains aspects, à celle du début de ce siècle avec l'électromagnétisme : la théorie représentait avec succès la grande majorité de l'ensemble des résultats expérimentaux, et semblait être achevée. Cependant elle présentait quelques défauts à expliquer certaines expériences qui mettaient en évidence le caractère quantique de la physique à petite échelle, ou la relativité restreinte : citons par exemple le rayonnement du corps noir et la mise en évidence du moment cinétique intrinsèque de l'électron (expérience de Stern et Gerlach), pour la relativité l'expérience de Michelson et Morley. Une grande réticence de la part des physiciens de l'époque vis à vis des bouleversements était alors de mise.

De nos jours, du fait même de la robustesse prouvée de la théorie du \mathcal{MS} , maintes et maintes fois vérifiée par l'expérience, tout résultat d'expérience qui s'écarte de ses prédictions est, de même, souvent examinée avec suspicion. La théorie, à nouveau, permet de refléter correctement la totalité des observations qui ont pu être réalisées jusqu'à maintenant dans le domaine des particules, ou peu s'en faut. Cependant, et en ce point la situation actuelle diffère totalement de celle du début du siècle, la théorie ne semble pas *achevée* : elle présente plusieurs points faibles, non satisfaisants du point de vue de sa justification profonde. Citons la violation de parité des interactions faibles ; le problème de l'apparition des masses et de leur hiérarchie ; l'annulation des anomalies de jauge ; etc. Pour ces multiples raisons, il semblerait que le \mathcal{MS} ne soit qu'un modèle effectif à basse énergie, décrivant les interactions des particules jusqu'aux énergies $E \simeq M_W$, accessibles actuellement dans les

différents accélérateurs.

De ce fait, les domaines de recherche de physique au delà du \mathcal{MS} sont très actifs, et de nombreuses extensions à celui-ci, ou nouveaux modèles, ont été élaborés. Les premiers pas vers la construction d'une théorie plus compacte, unifiée et essentielle sont, pour les plus connues, les hypothèses des théories des cordes et de la grande unification. Il existe outre ces hypothèses des théories plus frustrées, non unificatrices, mais qui permettent d'éviter les écueils conceptuels du \mathcal{MS} . Ces théories ont en commun qu'elles s'attachent à donner les mêmes résultats que le Modèle Standard dans la description du monde tel qu'on le connaît actuellement par l'expérience, mais se placent dans un cadre beaucoup plus général. Du côté expérimental, de nombreuses expériences tendent à mettre en défaut les prédictions ou les hypothèses du \mathcal{MS} , testant les différentes suppositions des nouveaux modèles. La mise en évidence récente d'oscillations de neutrinos, par la collaboration Super-Kamiokande [1], constitue le premier signe expérimental contraire à celles-ci : il suscite un renouvellement considérable de l'intérêt des recherches de théorie au delà du \mathcal{MS} .

Dans ce contexte, l'étude de la désintégration β , bien qu'ancienne et antérieure à la construction du \mathcal{MS} , reste d'actualité. Dans la suite de ce chapitre, nous allons présenter les multiples intérêts de l'étude de cette interaction à courants chargés, vis-à-vis des théories émergentes. L'accent sera ensuite porté sur les expériences de mesures du paramètre de corrélation angulaire. Un historique de celles-ci sera retracé. Enfin, les différentes expériences en cours, utilisant des techniques par certains points similaires à la nôtre, seront présentées.

1.1 L'étude des désintégrations β

L'étude des désintégrations β nucléaires a été le premier outil d'investigation de la force faible. C'est en particulier à elle que l'on doit la découverte de la violation de parité dans les interactions faibles, à la fin des années 1950 [2, 3, 4]. Ce fut un bouleversement pour le monde de la "physique moderne" de l'époque, pour laquelle la parité avait toujours été expérimentalement conservée! Cette découverte, et les autres qui en ont découlé, ont conditionné fortement par la suite la construction de la physique des particules que l'on connaît actuellement. Elles sont à l'origine de l'élaboration de la théorie des interactions de Fermi type "V-A" [5], c'est à dire d'une interaction faible de type essentiellement axial et vectoriel. L'interaction à courants chargés est supposée violer de façon maximale la parité, ce qui implique que seuls des neutrinos gauches existeraient. Ces hypothèses ont été formulées sur des évidences expérimentales.

De nos jours, l'étude des désintégrations β reste un moyen puissant de tester les hypothèses du \mathcal{MS} , et d'explorer de nouvelles voies de physique au delà de celui-ci. En particulier, une caractérisation fine de la désintégration β dans des expériences de précision, constitue l'opportunité unique d'avoir à la portée des énergies des accélérateurs de physique nucléaire, un petit laboratoire de la force électrofaible. Dans le cas de la mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$, elle permet la mise en évidence de nouveaux types d'interactions éventuels.

1.1.1 L'Hamiltonien Standard de la désintégration β

Le Lagrangien des interactions de jauge permet la description de trois des interactions fondamentales des quarks et des leptons :

$$\mathcal{L}_{jauge} = \mathcal{L}_{U(1)} + \mathcal{L}_{SU(2)} + \mathcal{L}_{SU(3)} \quad (1.1)$$

Les symétries de jauge $U(1)$ et $SU(2)$ sont les sources des interactions électromagnétique et faible par l'*unification des interactions électrofaibles*. La force forte est décrite par la symétrie de jauge $SU(3)$. Le lagrangien de jauge électrofaible peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{U(1) \otimes SU(2)} = & -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \sum_{m=1}^F \sum_{q=u,d;l=e,\nu} (\bar{q}_{mL}^0 i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu q_{mL}^0 \\ & + \bar{l}_{mL}^0 i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu l_{mL}^0 + \bar{u}_{mR}^0 i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu u_{mR}^0 + \bar{d}_{mR}^0 i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu d_{mR}^0 + \bar{e}_{mR}^{-0} i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu e_{mR}^{-0}) \end{aligned} \quad (1.2)$$

Une description complète de chacun des termes présentés dans cette équation peut être trouvée en annexe A. Le premier terme du membre de droite de l'équation 1.2 est un terme d'énergie associé aux champs de jauge : B_μ W_μ . Les suivants sont des termes d'interactions électrofaibles des leptons et des quarks ; les dérivées covariantes introduites permettent l'invariance du Lagrangien vis-à-vis des transformations de jauge $SU(2)$ et $U(1)$.

Les combinaisons linéaires adéquates des champs B_μ et W_μ engendrent les bosons A_μ et Z_μ , responsables respectifs de la force électromagnétique, et des forces à courant neutre et à courants chargés.

L'interaction à courants chargés, responsable de la désintégration β , tiré de l'équation précédente, peut alors s'exprimer sous la forme :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -\frac{g_2}{\sqrt{2}} (J_W^\mu W_\mu^- + J_W^{\mu\dagger} W_\mu^+) \\ J_W^{\mu\dagger} = & \sum_{m=1}^F (\bar{\nu}_m^0 \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} e_m^{-0} + \bar{u}_m^0 \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} d_m^0) \\ = & (\bar{\nu}_e \quad \bar{\nu}_\mu \quad \bar{\nu}_\tau) \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} \begin{pmatrix} e^- \\ \mu^- \\ \tau^- \end{pmatrix} + (\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t}) \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (1.3)$$

Nous voyons apparaître dans l'équation 1.3 le boson médiateur de l'interaction à courants chargés : le boson W .

L'Hamiltonien responsable de la désintégration β , en est déduit :

$$\mathcal{H} = \frac{G_F V_{ud}}{\sqrt{2}} J_W^\mu J_{W\mu}^\dagger = \frac{G_F V_{ud}}{\sqrt{2}} \bar{e} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \nu_e \bar{u} \gamma_\lambda (1 - \gamma^5) d + H.c. \quad (1.4)$$

Il s'agit ici d'une interaction Fermi, de type courant-courant : l'impulsion du boson mis en jeu est très inférieure à sa masse, le propagateur se réduit donc au carré de la masse du boson W . Le diagramme de Feynman peut alors se représenter sous la forme présentée sur la figure 1.1.

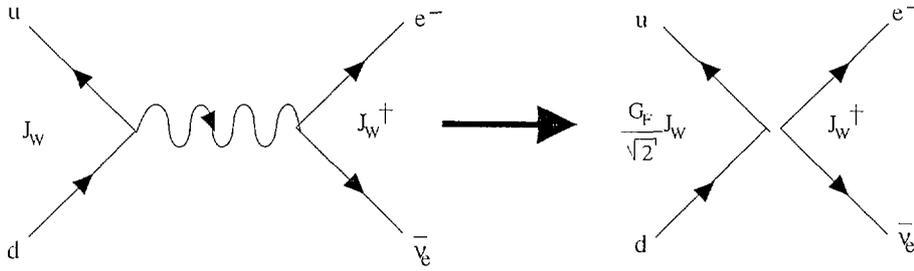


FIG. 1.1 – Graphe de Feynman correspondant à la désintégration β^- du quark d . Si l'impulsion du boson est très inférieure à sa masse, l'interaction est de type courant-courant, de portée nulle.

La constante de couplage de cette interaction est de ce fait :

$$G_F/\sqrt{2} = \frac{g_2^2}{8M_W^2} \quad (1.5)$$

L'élément de matrice de CKM, V_{ud} , a été introduit dans l'équation 1.4. La forme $V - A$ de cette interaction ainsi que l'hypothèse de violation maximale de parité sont exprimées à travers le produit de matrices de Dirac : $\gamma^\lambda(1 - \gamma^5)$. Rappelons que $(1 - \gamma^5)/2$ est le projecteur des spineurs sur leur état gauche. La désintégration β ne met en jeu théoriquement que des neutrinos gauches.

1.1.2 La désintégration β au delà du Modèle Standard

Cependant, dans un cadre bien plus général, l'Hamiltonien de l'interaction faible nucléaire peut s'écrire comme une somme, décrivant 5 interactions différentes avec différentes constantes de couplage :

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_{V,A} + \mathcal{H}_{S,T} + \mathcal{H}_P \quad (1.6)$$

où les lettres V, A, S, T, P désignent respectivement des interactions de type vectoriel, axial, scalaire, tenseur et pseudoscalaire. Cet Hamiltonien ne fait aucune hypothèse d'aucune sorte sur la forme de l'interaction faible, dans la mesure où l'on admet qu'elle est invariante suivant les transformations espace temps de Lorentz. L'hypothèse d'un Hamiltonien de ce type pour la désintégration β , mais incluant explicitement la possibilité d'une violation au moins partielle de parité, par le degré d'hélicité du neutrino, fut originellement introduite par Lee et Yang[2] en 1956 :

$$\mathcal{H} = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sum_{i=V,A,S,T,P} (\bar{\psi}_p O_i \psi_n) [\bar{\psi}_e O^i (C_i + C'_i \gamma^5) \psi_\nu] + H.c. \quad (1.7)$$

Les différentes interactions O_i peuvent être exprimées en fonction des matrices de Dirac :

$$\begin{aligned} O_V &= \gamma_\mu & O^V &= \gamma^\mu \\ O_A &= i\gamma_\mu \gamma^5 & O^A &= i\gamma^\mu \gamma^5 \\ O_S &= 1 & O^S &= 1 \\ O_T &= \frac{\sigma_{\lambda\mu}}{\sqrt{2}} & O^T &= \frac{\sigma^{\lambda\mu}}{\sqrt{2}} \\ O_P &= \gamma^5 & O^P &= \gamma^5 \end{aligned} \quad (1.8)$$

avec $\sigma^{\lambda\mu} = \frac{i}{2}[\gamma^\lambda, \gamma^\mu]$. Les constantes de couplage C_i et C'_i définissent ici l'état d'hélicité du neutrino. Dans le milieu nucléaire, du fait de l'interaction des quarks avec les autres quarks environnants, la force d'interaction est modifiée. Comme il s'agit ici de l'Hamiltonien de la désintégration β nucléaire, les constantes de couplages doivent tenir compte de cet effet. Par rapport à l'Hamiltonien de la désintégration au niveau des quarks, elles sont corrigées par les facteurs de forme $g_i(q^2)$ définis par la relation :

$$\langle p|\bar{u}O^i d|n \rangle = g_i(q^2)\bar{u}_p O^i d_n \quad (1.9)$$

où q est le moment transféré. En général, $g_i(q^2) \equiv g_i(0)$, du fait de la faiblesse des énergies mises en jeu dans ce processus.

Plusieurs contraintes sur les constantes de couplage apparaissent suivant les hypothèses appliquées :

- Dans l'hypothèse d'invariance par rapport au renversement du temps, les C_i et C'_i sont réels
- Dans l'hypothèse de violation maximale de parité (on ne retient que les neutrinos gauches) $C_i = -C'_i$
- Si l'on a à faire à une interaction de type purement $V - A$ alors seules les constantes de couplages C_V, C'_V et C_A, C'_A sont non nulles
- Dans l'hypothèse CVC (Conserved Vector Current), la renormalisation liée au milieu nucléaire ne s'applique pas à la force d'interaction vectorielle. Ainsi $g_V = 1$ et avec les hypothèses précédentes s'appliquant $C_V = g_V = 1$.

Nous retrouvons l'expression 1.4, valable dans le cadre du \mathcal{MS} au niveau des interactions des quarks et leptons, pour des valeurs de couplages : $C_V = -C'_V = 1, C_A = -C'_A = 1$, du fait l'expression des opérateurs O^i en fonction des matrices de Dirac. Dans le milieu nucléaire, C_A est légèrement différente de 1. Expérimentalement, $C_A = 1.2670 \pm 0.0035$ pour la désintégration du neutron [12].

1.1.3 Le spectre de désintégration β nucléaire

A partir de l'expression 1.7, Jackson, Treiman et Wyld[6] posèrent l'expression générale du spectre de désintégration β dans différents types d'expériences, suivant la polarisation éventuelle du noyau émetteur, et la mesure éventuelle de la polarisation de l'électron. Les observables qui y apparaissent, y dépendent toutes des constantes de couplages des différentes interactions.

En particulier le paramètre de corrélation angulaire $\beta - \nu$ (a), ainsi que le terme d'interférence de Fierz (b), interviennent dans la fonction de distribution du spectre de noyaux non polarisés. Dans le cas d'une expérience qui ne serait pas sensible à la polarisation de l'électron, la densité de probabilité du spectre prend la forme :

$$N(E_e, \Omega_{e\nu})dE_e d\Omega_{e\nu} = F(\pm Z, E_e)N_0(E_e)\left(1 + b\frac{m}{E_e} + a\frac{\vec{p}_e \vec{p}_\nu}{E_e E_\nu}\right)dE_e d\Omega_{e\nu} \quad (1.10)$$

où les termes d'espace de phase sont contenus dans le facteur $N_0(E_e)$:

$$N_0(E_e) = C p_e E_e (E^0 - E_e)^2 \quad (1.11)$$

C est une constante de normalisation du spectre. La fonction $F(\pm Z, E_e)$ est la fonction coulombienne de Fermi respectivement pour les positrons et les électrons.

Les paramètres de corrélation angulaire et d'interférence de Fierz, s'expriment en fonction des constantes de couplages des différentes interactions, et des éléments de matrices de type Fermi et Gamow Teller pour les transitions permises de la façon suivante :

$$\begin{aligned}
a\xi &= |M_F|^2 \{(-|C_S|^2 + |C_V|^2 - |C'_S|^2 + |C'_V|^2) \mp \frac{\alpha Z m}{p_e} 2\Im(C_S C_V^* + C'_S C_V'^*)\} \\
&\quad + \frac{|M_{GT}|^2}{3} \{(|C_T|^2 - |C_A|^2 + |C'_T|^2 - |C'_A|^2) \pm \frac{\alpha Z m}{p_e} 2\Im(C_T C_A^* + C'_T C_A'^*)\} \\
b\xi &= \pm 2\gamma \Re\{|M_F|^2(C_S C_V^* + C'_S C_V'^*) + |M_{GT}|^2(C_T C_A^* + C'_T C_A'^*)\} \\
\xi &= |M_F|^2(|C_S|^2 + |C_V|^2 + |C'_S|^2 + |C'_V|^2) + \\
&\quad |M_{GT}|^2(|C_T|^2 + |C_A|^2 + |C'_T|^2 + |C'_A|^2)
\end{aligned} \tag{1.12}$$

Dans ces équations, des termes de corrections coulombiennes apparaissent, en fonction de la constante de structure fine α , et du coefficient $\gamma = (1 - \alpha^2 Z^2)^{\frac{1}{2}}$. Notons que dans le coefficient de corrélation angulaire $\beta - \nu$, elles n'existent qu'à la condition d'une éventuelle violation du renversement du temps.

1.1.4 Recherche de physique au delà du Modèle Standard

A partir des mesures des paramètres définis dans la section 1.1.3, des contraintes ont été obtenues ou renforcées sur les différents types d'interaction ou de particules exotiques, susceptibles de se manifester à travers le spectre de désintégration. Remarquons que les constantes de couplages qui apparaissent à l'intérieur des précédents paramètres dépendent de la nature de la transition. Les constantes de couplages de type A et S sont uniquement présentes dans les transitions de type Fermi pure ($\Delta J = 0$) ou mixtes, tandis que C_A, C'_A et C_T, C'_T n'interviennent que dans les transitions de type Gamow Teller ($\Delta J = 0, \pm 1$) ou mixtes¹. Les différents intérêts de la mesure précise de ces paramètres sont les suivants :

– *L'existence de neutrinos droits*

Dans l'hypothèse d'interactions uniquement de type vectoriel et axial, des limites sur l'existence de neutrinos droits ont été posées ou renforcées. Les neutrinos droits ne peuvent se manifester dans la désintégration β nucléaire que s'ils sont suffisamment légers, ou dans le cas de neutrinos droitiers lourds de Majorana, qui se coupleraient avec les neutrinos gauches légers. Les neutrinos droits sont introduits dans de nombreux modèles de physique au delà du \mathcal{MS} . En particulier dans les modèles à symétrie gauche-droite, qui reposent pour les plus simples sur le groupe de jauge $SU(2)_R \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_{B-L} \otimes SU(3)$. Ce modèle prédit l'existence d'un nouveau boson, W' , responsable des interactions $SU(2)_R$. Une autre explication de ces neutrinos droits serait l'existence de fermions exotiques. Ces quarks et leptons exotiques seraient alors des doublets $SU(2)$, suffisamment lourds ($> 45 \text{ GeV}$) pour ne pas avoir été produits directement au LEP. Enfin les modèles qui introduisent l'échange de

¹Dans l'approximation non relativiste du nucléon [6], les interactions pseudoscalaires n'interviennent pas dans les observables de la désintégrations β .

nouveaux bosons entre quarks et leptons, les leptoquarks, peuvent aussi incorporer des neutrinos droits. C'est par exemple le cas des théorie grand-unifiées.

– *La violation de renversement du temps*

Un autre sujet d'intérêt est l'étude de la violation possible de renversement du temps, qui se manifesterait dans d'autres observables ² de la désintégration. Les paramètres étudiés sont en ce cas D et R [10], définis dans l'article de Jackson, Treinman et Wyld[6].

– *Les interactions exotiques*

Les interactions de type scalaire et tensorielle apparaissent dans différentes hypothèses. L'existence de bosons de Higgs chargés pourrait induire une interaction scalaire, existence supposée dans beaucoup d'extensions du Modèle Standard, par exemple dans le modèle à deux doublets de Higgs, ou à doublets de Higgs multiples[13]. Au delà du MS , les modèles supersymétriques prédisent aussi l'existence de deux doublets de Higgs. L'échange de leptoquarks peut être aussi à l'origine d'interactions scalaires. Dans le cas d'une interaction tensorielle, seule l'existence de leptoquarks peut expliquer son apparition. En toute rigueur, en dehors de cette explication, une interaction de type tensorielle, mais de force très faible, peut être observée dans le cadre du MS comme corrections d'ordre supérieur au lagrangien des interactions de jauge [10]. Cette correction est négligeable par rapport aux limites expérimentales obtenues sur les couplages tensoriels (équations 1.2). Pour l'instant, toutes les contraintes expérimentales obtenues sont en accord avec le Modèle Standard.

Les interactions de type tensoriel

Ainsi que nous l'avons précisé, les interactions tensorielles ne peuvent apparaître au niveau du Lagrangien de l'interaction de courant chargé, que dans le cas de l'existence de leptoquarks. Comme la mesure du paramètre de corrélation angulaire $\beta - \nu$ dans la désintégration du noyau 6He est sensible à ce type d'interaction exotique, nous allons expliquer ici un peu plus en détail l'apparition d'un tel terme.

En toute rigueur, une interaction tensorielle ne peut être introduite au niveau du Lagrangien de jauge sans briser la renormalisabilité de la théorie. Cependant, dans le cas où l'Hamiltonien effectif peut être réduit à un terme d'interaction de quatre fermions, ce qui est le cas de la désintégration β (équation 1.7), une transformation de Fierz peut faire apparaître une telle interaction, à partir d'autres types d'interactions.

La forme générale d'une interaction à quatre fermions est :

$$K_i(1, 2, 3, 4) = (\bar{\psi}_1 O_i \psi_2)(\bar{\psi}_3 O^i \psi_4) \quad (1.13)$$

avec les interactions O^i telles que nous les avons définies précédemment. Il est évident que l'on a la relation $K_i(1, 2, 3, 4) = K_i(3, 4, 1, 2)$. La transformation de Fierz permet un autre

²Le paramètre de corrélation angulaire y est peu sensible en comparaison.

réarrangement des fonctions d'onde ψ_1, ψ_2, ψ_3 et ψ_4 :

$$K_i(1, 4, 3, 2) = K_i(3, 2, 1, 4) = \sum_{j=1}^5 \lambda_{ij} K_j(1, 2, 3, 4) \quad (1.14)$$

Si l'on ordonne les indices de telle sorte que $i = S, V, T, A$ et P successivement, la matrice d'éléments λ_{ij} s'écrit alors

$$\Lambda = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 12 & -4 & 1 \\ 1 & -2 & 0 & -2 & -1 \\ \frac{1}{2} & 0 & -2 & 0 & \frac{1}{2} \\ -1 & -2 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & -4 & 12 & 4 & 1 \end{pmatrix} \quad (1.15)$$

Il est remarquable qu'une interaction de type $V - A$, avec $C_V = C_A$ est invariante suivant cette transformation. Une interaction de type scalaire effective, ou pseudoscalaire, peut apparaître si C_V n'est pas rigoureusement opposé à C_A .

Dans le cas d'une interaction de type tensorielle, seule l'existence d'interaction S ou P peut en être l'origine. Il s'agit alors d'une interaction effective mêlant exclusivement des leptons avec des quarks, dans les couples de fonctions d'onde $\{\psi_1, \psi_4\}$ et $\{\psi_2, \psi_3\}$. Le boson médiateur de ce type d'interaction est de fait un *leptoquark*.

Deux types de leptoquarks peuvent être envisagés : les leptoquarks de spin 1 et les leptoquarks de spin nul [10, 11, 14]. Deux charges électromagnétiques leur sont associées : $|Q| = 2/3$ ou $|Q| = 1/3$. Seuls les leptoquarks de spin nul interviennent dans l'interaction de type tensorielle. Les relations entre les constantes de couplages des interactions S, V, T, A, P [6], et les constantes de couplages associées aux différentes interactions liées à l'échange de leptoquarks [10], sont exprimées dans la référence [15].

L'existence de leptoquarks, de spin nul, à l'origine des interactions tensorielles, est introduite dans de nombreuses extensions du \mathcal{MS} .

1.2 La mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$

L'expression de la densité de probabilité de la désintégration β de noyaux non polarisés est donnée par l'équation 1.10.

La mesure du coefficient de corrélation angulaire a , extrait des spectres expérimentaux de désintégration, a permis l'amélioration des contraintes ou valeurs des constantes de couplages des différentes interactions, exotiques ou non, (le paramètre de corrélation en dépend quadratiquement), suivant de diverses hypothèses : invariance par renversement du temps (TRI), ou non (TRV) des interactions faibles, violation maximale de parité, ou non [8]. Elle est compétitive et complémentaire aux mesures du terme d'interférence de Fierz, qui lui dépend linéairement du rapport des constantes de couplage, mais est plus délicat à déterminer. La mesure de précision du paramètre a constitue une alternative et un complément aux expériences de haute énergie pour la recherche d'interactions exotiques :

en effet, d'après l'équation 1.5, une précision de 1% sur a_{GT} correspond à la recherche de nouveaux bosons avec une masse $M \simeq (0.01)^{-\frac{1}{4}} M_W \simeq 250 \text{ GeV}$, soit des masses typiques que peuvent atteindre les accélérateurs tel que le LHC, ou Fermilab, en production directe.

Le paramètre a est le coefficient d'assymétrie de la distribution des angles relatifs $\beta - \nu$ de la désintégration. Cette assymétrie est induite par la conservation du moment angulaire. Elle est intimement liée à la nature de l'interaction, et à l'hélicité des particules émises. Dans le cas d'une interaction de type $V - A$, les leptons émis doivent avoir une hélicité opposée, du fait des propriétés de commutation des matrices de Dirac. D'autre part, toujours dans cette hypothèse, les neutrinos mis en jeu sont exclusivement gauchers. Ces deux considérations sont suffisantes à la détermination univoque du paramètre a , telle que le \mathcal{MS} la suppose, en fonction du type de la transition étudiée. Les coefficients a prennent alors les valeurs $a_F = 1$ et $a_{GT} = -\frac{1}{3}$. Nous nous proposons de retrouver ces valeurs.

On définit les notations :

- \vec{u}_z , la direction de l'émission de l'antineutrino
- $\{|++\rangle, |+-\rangle, |-+\rangle, |--\rangle\}$, la base des états du couple de leptons dans l'espace de leur moment angulaire intrinsèque, projeté suivant l'axe \vec{u}_z . L'antineutrino et l'électron ayant tout deux un spin $\frac{1}{2}$, à chaque ket sont associées les projections successives des spins de l'antineutrino et de l'électron avec la convention $++ = +\frac{1}{2}$ et $-- = -\frac{1}{2}$.
- $P(++), P(+-), P(-+),$ et $P(--)$ les probabilités que l'on ait, lors de la désintégration, chacun des états précédents
- $P(\uparrow\uparrow)$, et $P(\uparrow\downarrow)$, les probabilités respectives que le spin de l'électron soit colinéaire à sa quantité de mouvement, et de même sens, ou de sens opposé.
- $P_L(e) = P(\uparrow\uparrow) - P(\uparrow\downarrow)$, la polarisation longitudinale de l'électron, et $P_L(\bar{\nu})$, la polarisation longitudinale de l'antineutrino.
- $P(\vec{u}_z)$, et $P(-\vec{u}_z)$, les probabilités respectives que la direction d'émission de l'électron soit orientée suivant \vec{u}_z ou $-\vec{u}_z$

La forme $V - A$ de l'interaction implique que l'électron doit être gaucher, et l'antineutrino droitier, ce qui revient à considérer que les polarisations longitudinales de ces particules sont respectivement égales à $P_L(e) = -\frac{v}{c}$ et $P_L(\bar{\nu}) = 1$, dans l'hypothèse où l'antineutrino n'est pas massif. Comme la direction d'émission de l'antineutrino est \vec{u}_z , et du fait de sa polarisation, la projection de son moment angulaire suivant cet axe est positive. Les probabilités $P(-+)$ et $P(--)$ seront donc toujours nulles, quelque soit le type de transition.

Les probabilités d'émission de l'électron suivant l'axe \vec{u}_z peuvent s'écrire de deux manières. La première en fonction de la distribution angulaire du spectre de désintégration :

$$P(\vec{u}_z) = (1 + a\frac{v}{c})/2 \quad (1.16)$$

$$P(-\vec{u}_z) = (1 - a\frac{v}{c})/2 \quad (1.17)$$

La seconde en fonction des probabilités des états de spin des leptons, et des probabilités

$P(\uparrow\uparrow)$ et $P(\uparrow\downarrow)$:

$$P(\vec{u}_z) = P(++) \times P(\uparrow\uparrow) + P(+-) \times P(\uparrow\downarrow) \quad (1.18)$$

$$P(-\vec{u}_z) = P(+-) \times P(\uparrow\uparrow) + P(++) \times P(\uparrow\downarrow) \quad (1.19)$$

Le paramètre a se déduit des équations 1.16 à 1.19 :

$$a \frac{v}{c} = P(++) \times (P(\uparrow\uparrow) - P(\uparrow\downarrow)) - P(+-) \times (P(\uparrow\uparrow) - P(\uparrow\downarrow)) \quad (1.20)$$

soit, en introduisant la polarisation de l'électron $P_L(e) = -\frac{v}{c}$:

$$a \frac{v}{c} = P(++) \times P_L(e) - P(+-) \times P_L(e) = (P(+-) - P(++)) \frac{v}{c} \quad (1.21)$$

et enfin :

$$a = (P(+-) - P(++)) \quad (1.22)$$

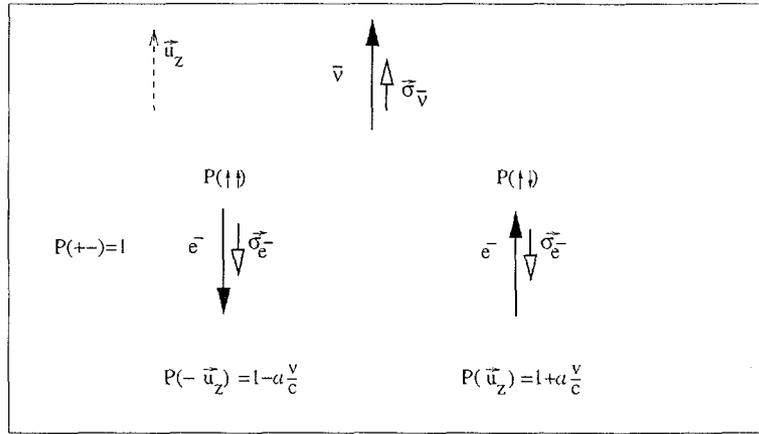


FIG. 1.2 – La conservation du moment cinétique dans les transition Fermi pures, dans le cas d'une interaction $V - A$.

Si la transition est de type Fermi pure (fig. 1.2), le moment angulaire emporté par les leptons doit être nul. L'état des leptons ne peut donc être représenté que par le ket $|+- \rangle$, et $P(+-) = 1$, $P(++) = 0$. Le paramètre a_F est de ce fait égal à 1, d'après l'équation 1.22.

Dans le cas d'une transition Gamow Teller (fig. 1.3), si le noyau n'est pas polarisé, l'état des leptons peut être représenté par un mélange équiprobable des kets $|11 \rangle$, $|10 \rangle$ et $|1-1 \rangle$, puisque le moment angulaire emporté est cette fois-ci $\Delta J = 1$. Soit l'état normalisé :

$$|\psi_{Leptons} \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|11 \rangle + |10 \rangle + |1-1 \rangle) \quad (1.23)$$

Il peut se décomposer sur la base des spins des leptons $\{|++ \rangle, |+- \rangle, |-+ \rangle, |-- \rangle\}$, par l'application des coefficients de Clebsh-Gordan adéquats :

$$|\psi_{Leptons} \rangle = \frac{1}{\sqrt{3}} (|++ \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} (|+- \rangle + |-+ \rangle) + |-- \rangle) \quad (1.24)$$

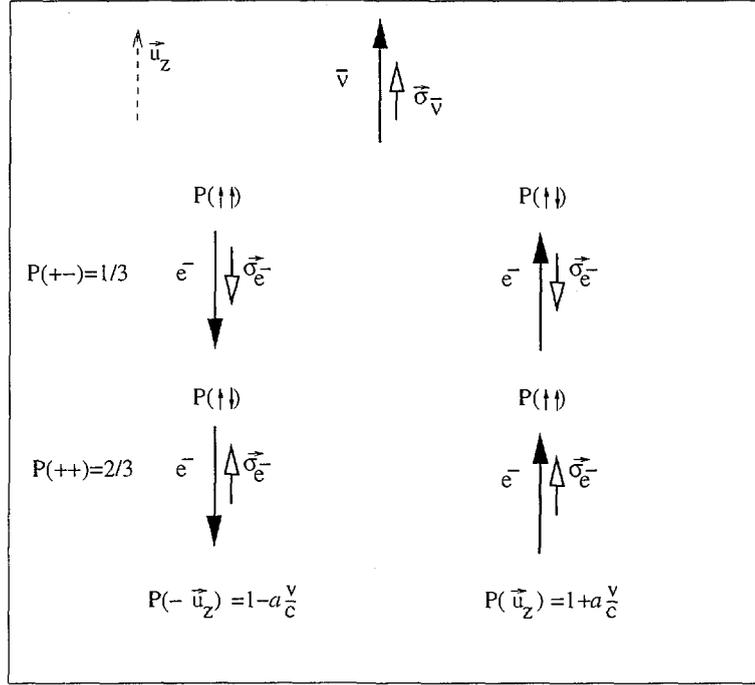


FIG. 1.3 – La conservation du moment cinétique dans les transition Gamow Teller pures, dans le cas d'une interaction $V - A$.

Si l'on suppose que l'émission de l'antineutrino est dirigée suivant l'axe défini par \vec{u}_z , alors il doit en être de même de son spin. L'état du système se réduit à

$$|\psi_{Leptons}\rangle = \frac{1}{\sqrt{3}}(\sqrt{2}|++\rangle + |+-\rangle) \quad (1.25)$$

et les probabilités $P(++)$ et $P(+-)$ sont égales à :

$$P(++)=2/3 \quad (1.26)$$

$$P(+-)=1/3 \quad (1.27)$$

Le paramètre a prend alors la valeur $a_{GT} = -\frac{1}{3}$, d'après l'équation 1.22.

Toute déviation observée par rapport aux valeurs de a , que nous venons de calculer, serait une preuve de l'existence d'interaction exotique. Dans le cadre de la mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$ d'une transition Fermi ou Gamow Teller pure, comme nous l'avons souligné précédemment, des termes de couplage d'interaction exotique soit S soit T interviennent respectivement. Contrairement aux interactions de type V et A , les interactions du type S et T coupleraient des leptons de même hélicité. Les coefficients de corrélation angulaire prennent la forme (dans l'hypothèse d'invariance par renversement

du temps) :

$$a_F = \frac{|C_V|^2 + |C'_V|^2 - |C_S|^2 - |C'_S|^2}{|C_V|^2 + |C'_V|^2 + |C_S|^2 + |C'_S|^2} \quad (1.28)$$

$$a_{GT} = \frac{1}{3} \frac{|C_T|^2 + |C'_T|^2 - |C_A|^2 - |C'_A|^2}{|C_T|^2 + |C'_T|^2 + |C_A|^2 + |C'_A|^2} \quad (1.29)$$

$$(1.30)$$

Alors que l'existence d'une interaction S a plusieurs explications possibles, nous avons remarqué que l'interaction tensorielle ne peut être engendrée que par l'existence de leptosquarks de spin nul [10, 11]. Donc toute déviation significative observée sur le paramètre a_{GT} induirait l'existence de leptosquarks de spin 0.

Les meilleures limites en date sur les contributions des interactions S et T provenant des mesures de la corrélation angulaire sont les suivantes [9, 16, 17] :

$$\begin{aligned} - |C_S| \leq 0.06 \text{ et } |C'_S| \leq 0.06 \text{ si } |C_V| = |C'_V| \\ - |C_T| \leq 0.13 \text{ et } |C'_T| \leq 0.13 \text{ si } |C_A| = |C'_A| \end{aligned}$$

Les limites sur ces interactions sont relativement peu contraignantes, surtout pour l'interaction de type tenseur, et il est remarquable que la meilleure mesure de a_{GT} date de 1963(!) [16]. Jusqu'à maintenant, les meilleures mesures du coefficient de corrélation angulaire $\beta - \nu$, dans les désintégrations β nucléaires, ont été extraites d'un spectre de l'ion de recul, sans coïncidence entre le positron ou l'électron. La méthode de mesure du coefficient a_{GT} , à partir du spectre de désintégration de l'ion ${}^6\text{He}^+$, telle que nous l'envisageons, est sensiblement différente de toutes celles utilisées jusqu'à maintenant. Nous allons donc, dans un premier temps, citer les principales expériences de mesure de a , et expliciter dans les grandes lignes le principe expérimental suivi. Ensuite nous verrons en quoi notre expérience est originale, au moins du point de vue technique, et enfin nous présenterons le dispositif expérimental que nous allons utiliser.

1.3 Historique des mesures du paramètre a

L'intérêt des mesures de la corrélation angulaire $\beta - \nu$ fut dès son origine, dans les années 1950, la détermination du type de l'interaction responsable de la désintégration β [18, 19]. La détection du neutrino étant très peu aisée, l'asymétrie angulaire entre les leptons n'a jamais été directement mesurée; le coefficient a a toujours été déduit de différents spectres de l'ion de recul, éventuellement en coïncidence avec la particule β^3 .

Les premières valeurs de a furent extraites de spectres de coïncidences, cette méthode devant permettre des mesures à bas bruit de fond. Cependant ces premières mesures conduisirent, à cause de biais expérimentaux, à la caractérisation d'une interaction essentiellement de type S et T !! Les spectres mesurés étaient soit des spectres de corrélation angulaire

³Le spectre en énergie de l'électron n'est pas sensible à la valeur de a , puisqu'il est par définition intégré suivant tous les angles électron-neutrino

β -ion de recul [19], soit des spectres d'énergie de l'ion de recul avec ou sans l'énergie du lepton chargé [20, 21], soit encore des spectres en énergie du lepton chargé à un angle β -ion de recul donné [22]. Les ions radioactifs étudiés étaient produits dans un état gazeux, par irradiation d'une cible appropriée, par un faisceau soit de particules provenant d'un cyclotron, soit de neutrons provenant d'un réacteur. Ils étaient ensuite acheminés au moyen d'un gaz porteur jusqu'à la chambre source, après avoir été nettoyés de toute impureté grâce à des pompes de vide, des fours et des pièges froids, et d'autres méthodes chimiques. Ensuite ces atomes (${}^6\text{He}$, ${}^{19}\text{Ne}$) étaient concentrés dans une source gazeuse, entourée de détecteurs constitués de scintillateurs et de photomultiplicateurs. Des spectromètres électrostatiques [20], ou de temps de vol [21] étaient employés pour la détermination de l'énergie de l'ion. Dans l'expérience de Rustad et Ruby[19], le détecteur de l'électron pouvait tourner autour de l'axe de symétrie cylindrique de la source.

Allen et al.[23, 24] furent les premiers à mettre en doute les résultats précédemment obtenus, sur la base de nouveaux résultats sur la décroissance de l'élément ${}^{35}\text{Ar}$, et la mesure de l'hélicité du neutrino par Goldhaber et al.[25], hélicité gauche qui laissait présumer une interaction de type plutôt axiale pour le spectre du noyau ${}^6\text{He}$. Ainsi mises en cause, les différentes mesures de corrélations furent reprises en 1959, avec cette fois-ci une nette préférence pour les mesures intégrées de spectre d'énergie de recul, sans coïncidence avec les électrons ou positrons [24]. Le grand avantage que présentait cette méthode était qu'elle permettait l'obtention d'une bonne statistique d'évènements, contrairement à la méthode des coïncidences, sans temps mort important ni de sélection drastique. Des mesures de grandes activités étaient de ce fait possibles. Le dispositif expérimental qu'utilisèrent Allen et al. pour cette nouvelle série de mesures, se rapprochait beaucoup de celui employé dans leurs expériences antérieures [20, 24], à certaines subtilités près : afin d'éviter un bruit de fond trop important, la géométrie de la source permettait de définir concrètement la séparation avec le spectromètre. Le gaz radioactif polluant était éliminé dans une première mesure par un pompage différentiel efficace. Un second étage au spectromètre fut rajouté afin de permettre le positionnement d'un autre étage de pompage avant le spectromètre d'ions de recul. Ainsi, pour la première fois dans les expériences de mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$, la nature de la force responsable de la désintégration β fut correctement déterminée, par l'étude de quatre éléments radioactifs : ${}^6\text{He}$, ${}^{19}\text{Ne}$, ${}^{23}\text{Ne}$ et ${}^{35}\text{Ar}$. Cette force semblait de nature essentiellement V et A . Les expériences suivantes le confirmèrent.

Bien que la technique de mesure intégrée du spectre de recul sans coïncidence semblait alors la plus adéquate à la détermination de a , Ridley[26] obtint enfin par la méthode des coïncidences, pour la première fois, une mesure correcte de a_{GT} pour l' ${}^6\text{He}$, après une expérience sans succès qui semblait montrer pour le ${}^{23}\text{Ne}$ un fort mélange A et T . L'incertitude sur le coefficient a ($a_{GT} = -0.353_{-0.053}^{+0.033}$) extrait de cette expérience était comparable à celle de l'expérience de Allen ($a_{GT} = -0.353 \pm 0.05$). Ridley montra que la mauvaise détermination de a dans leur mesure de la décroissance du ${}^{23}\text{Ne}$ était due à des problèmes de détermination de la taille effective de la source. Vise et Rustad firent de même la critique des précédentes mesures de a dans les méthodes de coïncidence [27]. Dans ce cas plusieurs problèmes de géométrie furent plus ou moins clairement mis en cause. Ils firent eux aussi une mesure correcte de a_{GT} pour l' ${}^6\text{He}$ avec succès : $a_{GT} = -0.319 \pm 0.028$. Dans ces deux

mesures successives de coïncidences, Ridley en 1961, puis Vise en 1963, utilisèrent des dispositifs expérimentaux en fait très peu dissemblables de ceux qu'ils avaient précédemment utilisés. En fait, la grande amélioration fut qu'ils déterminèrent de façon exhaustive les sources d'erreurs possibles sur la mesure de spectres de temps de vol. En particulier une mesure du bruit de fond précise fut entreprise.

Malgré les nombreux avantages que présente la mesure du spectre de désintégration β en coïncidence, comme le soulignèrent Vise et Ridley[26, 27], il est remarquable que les meilleures mesures de a_F et a_{GT} en date ont été extraites de spectres en énergie de l'ion de recul [9, 16], sans coïncidences. La technique des coïncidences permet, en principe, d'éliminer de façon drastique le bruit de fond lié aux activités des radionucléides polluants, ou aux désintégrations de l'élément radioactif étudié à l'extérieur de la source, et de discerner l'état de charge de l'élément fils⁴. D'autre part, la détermination de plusieurs des observables de la désintégration est en principe⁵ plus sensible à la valeur du coefficient de corrélation angulaire. Cependant, comme l'avait remarqué Allen[24], la mesure de spectre en énergie de recul est la façon la plus simple de déterminer a , avec la possibilité d'utiliser des sources de haute activité, donc une meilleure statistique. Cette méthode a en outre l'avantage de ne pas nécessiter une connaissance de la géométrie de la source aussi contraignante que celle nécessaire à la mesure de coïncidences [26]. C'est ce manque de contrôle qui fut fatal aux expériences antérieures à la détermination de a_{GT} par Ridley en 1961.

C'est en 1963 que la meilleure mesure de a_{GT} fut extraite d'un spectre de désintégration de l'⁶He [16]. La valeur de a_{GT} ainsi mesurée était $a_{GT} = -0.3343 \pm 0.0030$. Les éléments radioactifs ⁶He étaient produits au moyen d'une cible de BeO en poudre, irradiée par des neutrons provenant du réacteur de recherche de Oak Ridge, dans la réaction ${}^9\text{Be} + n \rightarrow {}^6\text{He} + \alpha$. Un flux de vapeur d'eau emmenait les éléments ainsi produits vers la source gazeuse, en passant par divers fours (Cu ou CuO chauffé) ou pièges froids à azote, afin d'éliminer l'eau et la plupart des contaminants radioactifs. Le pompage différentiel permettait d'obtenir une alimentation stable de la source en gaz ⁶He. Le volume de la source était conique, de large dimensions. Au bout de celle-ci se trouvait l'entrée du spectromètre d'ion de recul. Le spectromètre était constitué de deux étages, le premier était un dipôle magnétique et le second un déflecteur électrostatique. A chaque étage se trouvait des caissons de pompage, qui assuraient un faible bruit dû au gaz radioactif qui serait arrivé au bout de la ligne du spectromètre, au niveau du détecteur de l'ion de recul. Ce détecteur était constitué de grilles préaccélévatrices, d'une cathode puis d'un multiplicateur d'électrons secondaires. Les ions ⁶Li⁺, résultant de la désintégration de l'⁶He, étaient éventuellement accélérés de la source à laquelle était appliqué un potentiel, au spectromètre. Les tensions appliquées au spectromètre étaient délivrées par des alimentations stabilisées, le courant alimentant le solénoïde était régulé, les champs magnétique et électrique étaient mesurés par divers appareils de précision. Une série de 12 types de mesures de spectres d'ions de recul différentes furent prises, à différents points de fonctionnement des tensions

⁴Après la désintégration β , le cortège électronique de l'élément produit éventuellement excité peut réémettre un électron par le phénomène dit de shakeoff

⁵Ceci est l'objet d'une étude dans le chapitre 3

de préaccélération entre la source et le spectromètre, et entre les grilles positionnées devant le détecteur. Ceci permettait une évaluation de l'efficacité relative de l'ensemble du dispositif, en fonction de l'énergie des ions ${}^6\text{Li}$ émis. Une analyse très minutieuse de la fonction de réponse du spectromètre fut entreprise : des corrections en fonction de l'état de charges des ions de recul, une estimation de l'énergie maximale de l'électron $W_0 \simeq Q_\beta$, l'évaluation de l'effet des diffusions des ions dans le gaz résiduel, ainsi que la détermination des efficacités de transmission des spectromètres, et en énergie du détecteur furent menées en détails, avec beaucoup de précautions. L'analyse des données par la méthode du χ^2 incluait 4 paramètres libres, dont 3 étaient liés au spectre lui-même (Une constante de normalisation, le paramètre de corrélation angulaire et le terme d'interférence de Fierz), le dernier étant un paramètre d'efficacité du détecteur. Cette expérience permit la diminution des incertitudes antérieures sur le paramètre a , et sa précision n'a été jusqu'à présent jamais égalée. Le succès de cette expérience réside essentiellement dans la démarche méthodique appliquée : bien que le principe ne diffère pas des anciennes expériences de mesure de spectres de recul, le dispositif expérimental avait été clairement défini (deux étages au lieu d'un seul, tri des états de charges par l'utilisation d'un dipôle magnétique puis d'un défecteur) et les sources d'erreur avaient été clairement identifiées (l'analyse des données présentée dans l'article [16] est très complète, et montre une démarche absolument fouillée du contrôle du dispositif). D'autre part, une très bonne statistique d'évènements était assurée par le flux important de neutrons fourni par le réacteur, et par les dimensions importantes de la source. La mesure d'un spectre complet d'énergie d'ion de recul prenait quelques heures seulement. A cette détermination de $a_{GT} = -.3343 \pm .0030$, devait s'ajouter par la suite des corrections radiatives⁶ qui modifièrent la mesure de la sorte que : $a_{GT} = -.3308 \pm .0030$ [17].

Dans les désintégrations Fermi pures, il fallut attendre 1993 avant qu'une mesure de a_F atteigne une précision comparable à celle de a_{GT} . La difficulté d'une telle mesure réside dans le fait qu'il n'existe pas d'élément radioactifs β , de transition Fermi pure, si léger que le spectre de recul puisse être facilement mesuré. Dans les autres types de désintégrations, seules les désintégrations de l' ${}^6\text{He}$ et du neutron (transition mixte) présentent des énergies de recul suffisamment importantes pour que leur mesure soit aisée. Pour cette raison, une autre voie a été expérimentée dès 1958 : la mesure indirecte du spectre de recul au travers de la réémission très rapide de particule par le noyau fils excité (α, p, γ). Dans ce cas, le paramètre de corrélation angulaire $\beta - \nu$ est déduit des spectres d'énergie des particules retardées, sensibles au déplacement cinématique lié au recul du noyau fils de la désintégration. Eventuellement, l'énergie β et les angles entre la direction d'émission de l'électron et de la particule sont en outre mesurés, par une détection en coïncidence[30]. Cette méthode présente deux avantages de taille : l'énergie de la particule émise est souvent bien supérieure à celle du noyau de recul (typiquement de 100 eV à 1 keV), ce qui permet une détection facilitée. De plus, la durée de vie des états excités peuplés par la désintégration β est en général si petite que le noyau de recul n'a pas le temps de subir de collision avant l'émission

⁶Lors de la désintégration β , des photons de bremsstrahlung peuvent être en toute rigueur émis avec une très faible probabilité, ceci en même temps que l'électron et le neutrino [17]

retardée. Ainsi la source de noyaux radioactifs peut-elle être solide, et non obligatoirement gazeuse : la sensibilité des spectres de particules vis-à-vis des pertes et des diffusions dans les matériaux environnants, est bien moindre que dans le cas de la détection directe des noyaux de recul. Barnes et al. [29] furent dans les premiers à utiliser cette technique, pour prouver la nature V et A de la désintégration du ${}^8\text{Li}$, au travers du spectre alpha retardé. Booth et al. [28] observèrent l'effet Doppler dans le spectre des photons émis par le noyau fils de la désintégration du ${}^{23}\text{Ne}$, de type Gamow Teller. Mais ce n'est qu'en 1993 que la précision de la mesure de a_F se rapprocha de celle de a_{GT} , extraite d'une expérience de Schardt et Riisager[7] par Adelberger[8]. Le but originel de cette expérience était d'obtenir des informations spectroscopiques sur la désintégration des noyaux ${}^{32}\text{Ar}$ (figure 1.4) et ${}^{33}\text{Ar}$. Ces deux noyaux ont un mode de désintégration β^+ dont les transitions amènent à des états excités des noyaux ${}^{32}\text{Cl}$, qui se désexcitent eux-même par émission d'un proton.

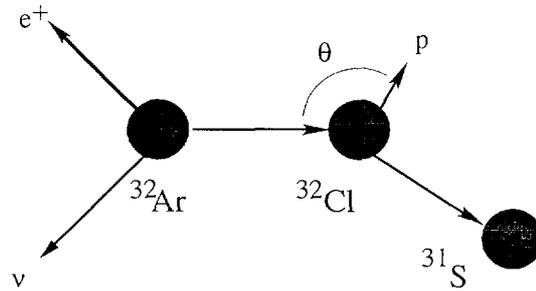


FIG. 1.4 – La désintégration du noyau ${}^{32}\text{Ar}$, suivie de l'émission d'un proton par le noyau fils. Le déplacement cinématique du proton engendré par le recul du noyau est au premier ordre égal à : $t = m_p v_p V \cos \theta$, où m_p , v_p , V et θ sont respectivement la masse du proton, sa vitesse, la vitesse du noyau ${}^{32}\text{Cl}$, et l'angle relatif entre la direction du noyau de recul et la direction d'émission du proton. v_p et θ sont à prendre dans le centre de masse du noyau ${}^{32}\text{Ar}$.

La transition du noyau ${}^{32}\text{Ar}$ étudiée était de type Fermi pure, tandis que celle de ${}^{33}\text{Ar}$ était mixte. Les deux noyaux étaient produits par des réactions de spallation de protons de 600 MeV sur une cible de CaO à ISOLDE (CERN), puis séparés en masse par ISOLDE II. Ils étaient ensuite collectés sur une fine feuille de carbone, derrière laquelle était placé un détecteur à silicium à barrière de surface, refroidi à -15°C . L'étalonnage de ce détecteur montrait une résolution typique de 8 keV FWHM, aux énergies des protons observées, ce qui permettait la détermination correcte de la dispersion du pic proton dû au déplacement cinématique ($\simeq 23 \text{ keV}$). Des sources alpha pouvaient remplacer la cible afin de recalibrer le détecteur pendant l'expérience. A partir de ces résultats, Adelberger obtint de nouvelles contraintes sur les couplages de type scalaire, utilisant les valeurs du coefficient d'asymétrie⁷ de la désintégration α pour 2 transitions des noyaux ${}^{33}\text{Ar}$ et ${}^{32}\text{Ar}$. La meilleure limite sur le couplage de l'interaction S, extraite des données et jamais atteinte jusqu'alors, était : $\frac{C_S}{C_V} \leq 0.167$, et $\frac{C'_S}{C'_V} \leq 0.167$.

Enfin, Adelberger et al.[9] entreprirent une nouvelle mesure du coefficient de corrélation angulaire, exactement sur le principe de l'expérience de Schardt et Riisager, avec cette

⁷Ce coefficient d'asymétrie est égal à a dans le cas d'une émission isotrope des particules alpha.

fois-ci une étude ciblée sur la transition Fermi pure $0^+ \rightarrow 0^+$ de l'élément ^{32}Ar , produit de nouveau à ISOLDE. Une grande précaution avait été prise pour l'étalonnage, mais aussi la thermalisation du détecteur de protons silicium. Celui-ci était maintenu à $(-11 \pm 0.02^\circ\text{C})$, et était entouré d'un anneau de cuivre refroidi à l'azote liquide afin de minimiser l'implantation de contaminants en surface. Les contaminants résiduels pouvaient être en outre éliminés par chauffage du détecteur à 27°C . Les amplificateurs étaient maintenus à une température constante de 20°C par des appareils thermoélectriques. Une résolution de 3 keV fut atteinte pour les énergies protons typiques des raies observées. Les coïncidences fortuites β et protons étaient éliminées par un champ magnétique de 3.5 T , dans lequel étaient plongés les détecteurs, déviant très fortement les électrons et ayant un effet négligeable sur les protons. Grâce à cette mesure très précise de l'énergie des protons, Adelberger et al. tirèrent la meilleure mesure de a , actuellement inégalée, pour une transition Fermi pure : $a_F = 0.9989 \pm 0.0065$. Des limites très contraignantes sur l'interaction S en furent déduites (1.2).

1.4 Les mesures en cours

Depuis 1999, de nouveaux projets de mesure de corrélation angulaire $\beta - \nu$ sont en préparation. Une amélioration de la mesure de a_F a été proposée par Ch. Briannon et al. [31], par l'étude un spectre de protons retardés de la désintégration de ^{132}Ar , en coïncidence avec les positrons. Cette méthode présente plusieurs avantages, dont certains ont déjà été évoqués : le bruit de fond est en principe réduit par la sélection des coïncidences ; le fait d'observer un déplacement cinématique plutôt qu'une dispersion du pic proton permet une sensibilité moindre à la réponse du détecteur proton. D'autre part, une source d'incertitude dans l'expérience d'Adelberger et al. était la méconnaissance du Q de réaction de désintégration β , à cause de la mauvaise précision sur la mesure de la masse de ^{132}Ar ($\pm 50\text{ keV}$). L'équation des multiplets isobariques fut utilisée afin de contourner ce problème. La méthode des coïncidences serait 5 fois moins sensible à la valeur de Q . Cette technique a cependant quelques défauts : elle nécessite un fort taux de désintégration ; l'extraction du paramètre a est très sensible à l'énergie et l'angle d'émission du β . La statistique requise apparaît cependant maintenant moins difficile à atteindre : l'accélérateur d'ions radioactifs SPIRAL/GANIL sera bientôt⁸ capable de délivrer une intensité en ions ^{32}Ar suffisante aux besoins de l'expérience [32].

Une nouvelle technique, émergente depuis ces trois dernières années pour la mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$, est l'utilisation de pièges électromagnétiques et optiques. Ceux-ci permettent le stockage des ions ou des atomes radioactifs, en vue de l'étude de leur désintégration. Ils présentent l'avantage de concentrer les ions ou atomes dans le vide, en leur centre, à de basses énergies, évitant l'utilisation de feuilles d'implantation. Différentes expériences de ce type sont en cours de préparation. Leur imagination n'a pu être conçue

⁸La source de test de SPIRAL, SIRa, a déjà produit $850\text{ }^{32}\text{Ar}$ par secondes, soit 8.5 fois plus qu'à ISOLDE [32]

qu'au moment de récents et importants progrès dans la maîtrise des différents types de pièges (chapitre 2), permettant leur réalisation.

Deux types d'expériences utilisant des pièges peuvent être distingués. Le premier est la mesure d'un spectre de coïncidences β -ion de recul, autour d'un piège suffisamment transparent aux particules émises lors de la désintégration, pour leur détection. Une expérience de mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$, dans la désintégration du ^{38m}K , utilisant la technique du piège magnéto-optique (MOT⁹), a déjà eu lieu à TRIUMF [34]. La technique du MOT présente de grands avantages pour l'étude du spectre cinématiquement complet d'une transition β : les atomes radioactifs sont piégés avec une énergie résiduelle très faible (de l'ordre de quelques dizaines de μK !), dans un volume très petit (inférieur au mm^3), et ouvert, défini par le croisement des faisceaux laser. Dans ces conditions, une mesure des coïncidences peut être réalisée presque rigoureusement dans le centre de masse de la désintégration, en plaçant les détecteurs autour du piège. Les atomes d'intérêt étaient produits à TRIUMF, sous forme d'ions, par la nouvelle ligne de faisceau radioactif ISAC, en bombardant une cible de CaO par un faisceau de protons de 500 MeV . La transition du ^{38m}K étudiée alors présentait l'intérêt d'être une transition Fermi pure reliant directement l'état isomère du potassium à l'état fondamental du noyau ^{38}Ar . Les ions étaient ensuite neutralisés, après séparation en masse, par une feuille conique de Zr portée à $900^\circ C$; un faible pourcentage des atomes sortant de cette feuille étaient piégés par un premier piège MOT, correspondant à la queue de basse énergie de leur distribution de Boltzmann. Les atomes non piégés étaient rethermalisés par une méthode dite de cellule de vapeur, qui consiste à placer un tube de Pyrex autour du piège, afin que les atomes rebondissent sur ses parois traitées. Une fois piégés dans le premier MOT, les atomes étaient envoyés grâce à un faisceau de poussée laser, et des tunnels magnéto optiques, vers un autre MOT, avec 75% d'efficacité. Une population de 5000 ions était maintenue à l'intérieur de ce MOT, propre de tout atome ^{38}K ou ^{38m}K non piégé, et où se trouvaient les détecteurs de l'ion de recul et du positron. Le positron était détecté par un télescope constitué d'un silicium à piste double face, suivi et entouré d'un grand scintillateur. Le détecteur de l'ion de recul était un empilement en Z de galettes de microcanaux, suivi d'une anode à localisation résistive. Les détecteurs étaient placés en vis-à-vis. La majorité des ions issus de la désintégration étaient redirigés vers leur détecteur au moyen d'un champ accélérateur uniforme de 800 V/cm . Plusieurs spectres de temps de vol furent alors mesurés, à différents états de charge de l'élément fils, et pour deux seuils en énergie β . Il apparut lors de l'expérience que les spectres en énergie du β étaient largement étalés vers les basses énergies, du fait d'un effet de rétrodiffusion des positrons sur le silicium, et donc inexploitable. D'autre part, le champ accélérateur des ions ayant été mal contrôlé, ce champ reste la principale source d'incertitude systématique sur les spectres de temps de vol des ions. Une première valeur de a_F fut donc extraite sans l'incertitude systématique : $a_F = 0.986 \pm 0.011(stat) \pm ?(syst)$ [34]. Une nouvelle mesure du champ accélérateur a été entreprise avec des atomes stables de ^{41}K , ionisés par un laser pulsé à l'intérieur du second piège MOT. Cette mesure de a n'est donc pas définitive, elle doit être corrigée, et l'évaluation de l'erreur systématique

⁹Magneto Optical Trap

doit inclure la réponse des détecteurs de l'ion de recul, et entre autres l'effet du champ accélérateur. Sa précision est encore peu compétitive avec la dernière mesure d'Adelberger (voir la section 1.2).

Le second type d'expérience est WITCH [33] : un spectromètre d'ion de recul à retardement devant se situer derrière un piège de Penning, piège essentiellement électrostatique et magnétostatique (chapitre 2). Les ions 1+ radioactifs seraient stockés dans le piège de Penning après un refroidissement sélectif en masse à REXTRAP/ISOLDE. Après leur désintégration, les ions de recul seraient envoyés en spiralant hors du piège de Penning, passant d'un champ magnétique intense à un champ faible à l'entrée du spectromètre. De cette façon, leur énergie radiale pourrait être transférée en énergie transverse, puis analysée par un spectromètre à retardement électrostatique, au bout duquel seraient placés la chambre des détecteurs. Ainsi un spectre intégral des ions de recul serait-il construit. En principe le piège de Penning étant capable de stocker n'importe quel ion, ce dispositif permet l'étude du spectre de recul de la désintégration de tout élément radioactif β . En pratique, l'ion $^{35}\text{Ar}^+$ produit en grande quantité à ISOLDE, de transition principalement Fermi, et dont le Q de réaction est très bien connu (c'est le noyau miroir du ^{35}Cl , élément stable) est un candidat idéal pour une première expérience pour la recherche d'interactions de type S.

L'expérience que nous préparons est elle-même une mesure de coïncidences β - ion de recul dans un piège de Paul [35], piège essentiellement électrique, et constitué d'électrodes de grande transparence pour l'étude de la désintégration β de différents types d'ions. Bien que le piège de Paul ne permette pas de piéger les ions dans un volume et une énergie aussi bien définis que la technologie MOT, il est plus simple à mettre en œuvre, et permet de piéger tous les types d'ions, contrairement au MOT qui ne piège que les atomes alcalins dont les transitions optiques peuvent être atteintes par les lasers. La taille de la source dans notre piège serait de l'ordre de 3 à 4 mm, les énergies résiduelles de l'ordre de l'eV, au plus, ce qui reste des ordres de grandeurs raisonnables en comparaison du piège magnéto optique, et des énergies de recul de la désintégration des éléments légers tel que l' ^6He , qui sera le premier candidat pour la mesure de a_{GT} . Les ions peuvent être injectés en ligne, et en grande quantité, grâce au développement récent de techniques de refroidissement rapide d'ions issus des nouvelles lignes de faisceaux radioactifs.

En conclusion, le développement récent des techniques de piégeages d'ions, associé aux progrès réalisés concernant les faisceaux d'ions radioactifs, permettent l'utilisation de nouveaux moyens, adéquats à l'étude de la désintégration β . Un meilleur contrôle de la source d'ions radioactifs est maintenant possible : d'une part les ions ne sont plus stockés sur une feuille d'implantation, mais contenus dans le vide, d'autre part le volume de la source est nettement défini par l'endroit où les champs forment la force de rappel. En outre, les intensités d'ions radioactifs d'intérêt à la sortie des nouvelles installations se sont grandement améliorées depuis ces dix dernières années, permettant de pallier au problème de statistique autrefois inhérent à la méthode des coïncidences. De ce fait, les techniques de coïncidences deviennent plus prometteuses qu'elles ne l'ont jamais été, offrant la possibilité d'un meilleur contrôle des effets systématiques.

Chapitre 2

Les pièges à atomes et à ions

L'instrument central de cette expérience est un piège de Paul. Deux structures différentes de ce type de piège sont utilisées dans cette expérience : comme dispositif de mise en forme du faisceau en tant que quadropôle radiofréquence refroidisseur - regroupeur d'ions, et comme dispositif de stockage des ions radioactifs au centre des détecteurs. 3 types de pièges seront présentés : les pièges électromagnétiques, de Paul et de Penning, puis les pièges à atomes froids, les pièges magnéto-optiques. Nous décrirons leur fonctionnement, de façon détaillée pour les pièges de Paul, succinctement pour les pièges de Penning et d'un point de vue plus qualitatif pour le piège magnéto-optique.

2.1 Introduction

Les pièges à ions sont apparus dès les années 1930 avec le piège de Penning[41], qui combine un champ électrique avec un champ magnétique. En 1958, un autre type de piège, uniquement électrique, était inventé par W. Paul[42]. Depuis, la plupart des pièges à ions fonctionnent suivant les mêmes principes. Leur première utilisation fut le piégeage d'un grand nombre d'ions, de l'ordre de quelques dizaines de milliers à quelques millions. Très tôt, l'application du piège de Paul en spectromètre de masse peu honéreux, et commode, puisqu'il ne nécessitait pas de champ magnétique, fut reconnue[43]. Plus récemment entreprises [44, 45], des expériences consistant en l'isolement d'un très petit nombre d'ions, pouvaient révéler la nature quantique du comportement optique des ions. Le saut quantique d'une énergie optique à une autre pouvait être rigoureusement observée, les lois d'émission et d'absorption décrite par Einstein au début du $XX^{\text{ème}}$ siècle pouvaient enfin être complètement vérifiées. Enfin, à la fin des années 1990, de nouvelles applications pour ces pièges à ions apparurent avec le développement des lignes de faisceaux radioactifs : il s'agissait d'étudier le plus rapidement possible, avec précision, les propriétés de noyaux radioactifs produits en faibles quantités relatives auprès des installations tels que SPIRAL/GANIL, ou ISOLDE. Afin de faciliter la manipulation des faisceaux d'ions radioactifs, l'idée d'un nouveau dispositif de refroidissement et de regroupement rapide, et efficace, des ions radioactifs d'intérêt fut conçue en 1997 [47]. Ce dispositif consiste en un piège de Paul linéaire

segmenté, rempli de gaz thermalisant. Initiés par l'amélioration de la maîtrise des faisceaux exotiques, des projets de mesure de précision autour des pièges virent le jour : c'est par exemple les mesures de masses entreprises à ISOLTRAP[77] grâce à un piège de Penning, le projet WITCH[33], ou notre expérience, dans laquelle un autre piège de Paul est le centre du dispositif de détection.

Un autre type de piège en plein développement depuis quelques années est le piège magnéto-optique. Le premier piège qui associait un champ magnétique à une mélasse optique fut conçu en 1987 dans les laboratoires Bell [49, 50]. Le grand intérêt physique d'un tel type de piège est qu'il concentre quelques dizaines de milliers d'atomes à des températures les plus faibles atteintes à ce jour. Dans le domaine de la physique atomique, cette réalisation technique remarquable permet d'accéder à une spectroscopie des niveaux atomiques de ultra haute résolution, ainsi qu'à des études de collision à très basse énergie. Du point de vue technique, des horloges atomiques basées sur le principe de la fontaine atomique, ainsi que divers interféromètres de précision ont pu être construits [50]. D'un point de vue plus fondamental, grâce à cet instrument, tout un domaine de la physique des atomes froids est accessible. Piégés à des énergies si faibles, les longueurs d'onde de De Broglie des atomes sont bien plus importantes qu'à température ambiante. Dans le piège magnéto-optique, les atomes sont concentrés dans un si petit volume que leurs longueurs d'ondes se superposent, et dans ce cas c'est l'aspect ondulatoire de la matière qui domine. C'est ce qui permet d'observer pour différents nuages d'atomes alcalins de spins nuls, une condensation de Bose Einstein [51].

Enfin, de la même façon que les pièges électromagnétiques, ces types de pièges sont utilisés dans quelques expériences de tests de symétries fondamentales. C'est par exemple le cas d'une expérience de Los Alamos de mesure de violation de parité de noyaux ^{82}Rb polarisés [52, 53]. C'est aussi le cas de l'expérience de mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$ entreprise à Triumf [34].

Le développement récent et fulgurant des applications des pièges à ions, ou à atomes, d'abord dans le domaine de la physique atomique puis dans les autres domaines de recherches, attestent de la jeunesse et du potentiel d'un tel outil de précision. Pour s'en convaincre, il suffit de considérer que 3 des prix Nobels des quinze dernières années furent dédiés au développement des deux techniques de piégeage précédemment citées : le prix Nobel de 1989 revint en particulier à H. G. Dehmelt et W. Paul, pour le développement du piège de ce dernier. Celui de 1997 revint à S. Chu, C. Cohen Tannoudji et à W. D. Phillips pour le développement des pièges d'atomes à laser. Enfin, il y a quelques mois, le prix Nobel 2001 a été décerné aux physiciens E. A. Cornell, W. Ketterle et C. E. Wieman pour leur travaux sur la condensation de Bose Einstein.

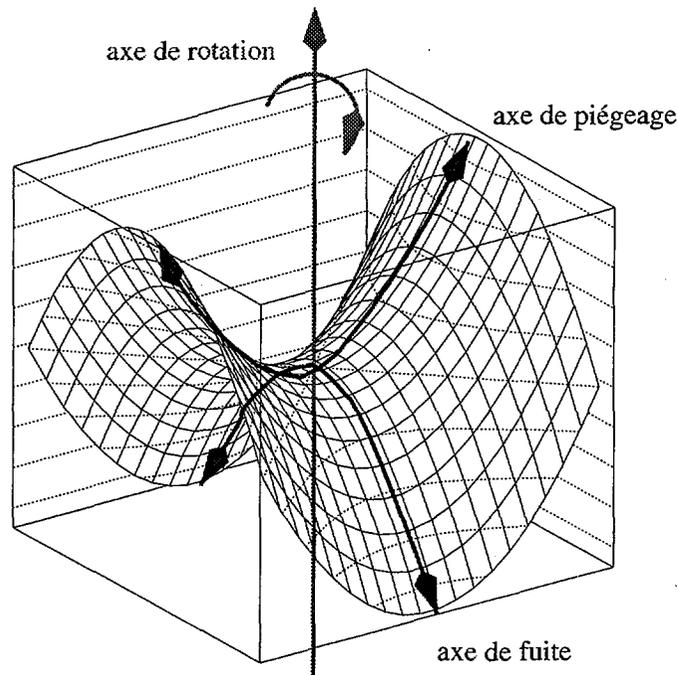


FIG. 2.1 – Le principe du piège de Paul. Les directions de piègeage et de fuite sont alternativement inversées dans le temps. Les conditions de stabilité de la trajectoire de l'ion à l'intérieur du piège correspondent à des régimes de fréquence et d'amplitude bien définis.

2.2 Les pièges électromagnétiques

2.2.1 Le piège de Paul

Le piège de Paul est un piège uniquement électrique. Rigoureusement, il est impossible d'après l'équation de Laplace de créer un puits de potentiel statique dans toutes les dimensions de l'espace. L'équation de Laplace en l'absence de charges :

$$\Delta\phi = \frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0 \quad (2.1)$$

implique que l'une des dérivées partielles secondes suivant une direction soit opposée à la somme des deux autres. Il existe donc toujours au moins une direction de fuite des ions dans tout potentiel statique. Afin de piéger les ions suivant toutes les dimensions, W. Paul et son équipe imaginèrent un dispositif constitué d'électrodes, permettant d'appliquer aux ions un potentiel quadrupolaire dont les directions de piègeage et de fuite serait alternativement inversés (fig. 2.1).

Il existe des pièges de Paul linéaires, dont le rôle est le piègeage radial des ions, et des pièges de Paul en 3 dimensions, qui piègent les ions dans toutes les directions.

Le piège de Paul linéaire

Le piège de Paul idéal est constitué d'électrodes hyperboloïdes infinies. L'application d'un potentiel statique sur ces électrodes crée un champ quadrupolaire parfait à l'intérieur de celles-ci. L'équation générique de ce potentiel quadrupolaire est :

$$\phi(x, y) = V_0(\lambda x^2 + \mu y^2) \quad (2.2)$$

Afin de satisfaire à l'équation de Laplace, les coefficients λ et μ doivent être de signes opposés. De ce fait on a à l'intérieur du piège de Paul linéaire idéal :

$$\phi(x, y) = \frac{V_0}{2} \left(\frac{x^2 - y^2}{r_0^2} \right) \quad (2.3)$$

où r_0 est la distance la plus petite séparant les électrodes hyperboliques du centre du piège, et V_0 la différence de potentiel appliquée. La figure 2.2 présente un tel potentiel pour une valeur de $r_0 = 25 \text{ mm}$.

Potentiel dans un plan du piège de Paul

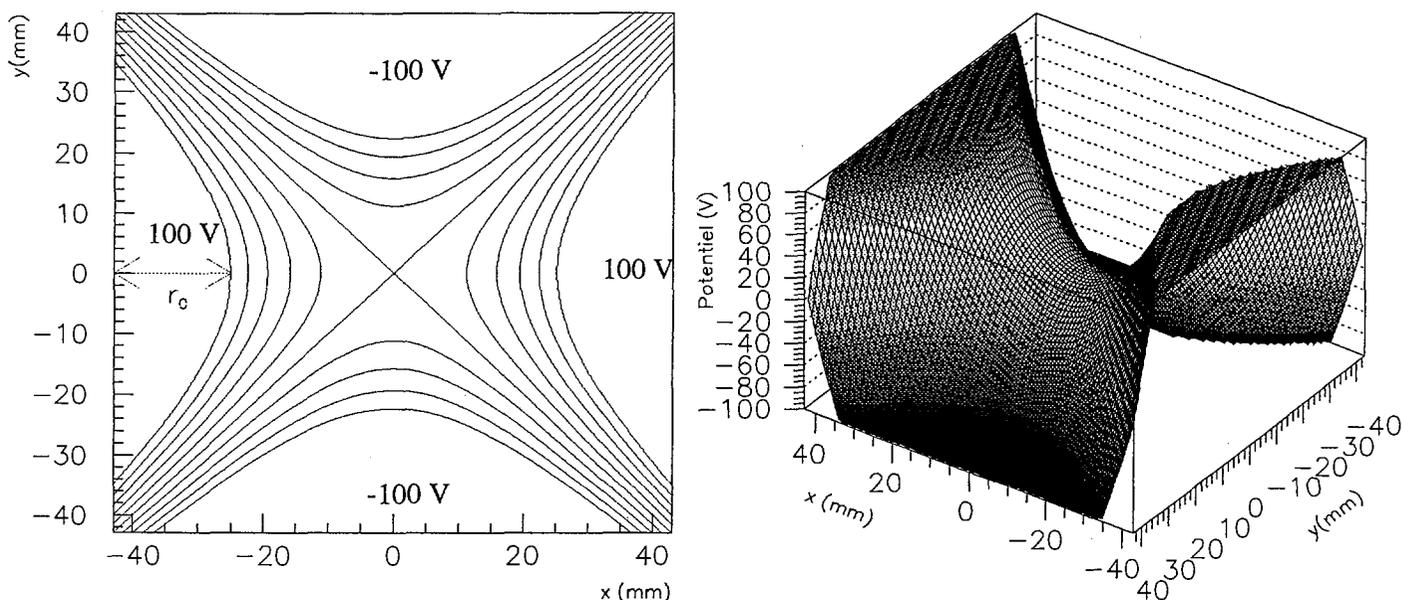


FIG. 2.2 – Potentiel quadrupolaire idéal créé par des électrodes hyperloïdes infinies dans un piège de Paul de paramètre $r_0=25 \text{ mm}$, pour une différence de potentiel de 200 V.

Afin d'inverser les axes de fuite et de piégeage au cours du temps, la tension appliquée se doit d'être au moins en partie alternative. Si l'on remplace la tension V_0 par $U - V_0 \cos(\Omega t)$,

l'équation 2.3 devient :

$$\phi(x, y) = (U - V \cos(\Omega t)) \frac{x^2 - y^2}{2r_0^2} \quad (2.4)$$

où Ω est la fréquence de la tension, U l'amplitude de la tension continue et V celle de la tension alternative. Les trajectoires d'un ion dans ce potentiel présentent des mouvements découplés suivant chacune des directions radiales $x - y$. Ces deux mouvements sont décrits par les équations de Mathieu[54] :

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -q(U - V \cos(\Omega t)) \frac{x}{r_0^2} \quad (2.5)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = q(U - V \cos(\Omega t)) \frac{y}{r_0^2} \quad (2.6)$$

Si l'on note :

$$a_r = \frac{4qU}{mr_0^2\Omega^2}; \quad q_r = \frac{2qV}{mr_0^2\Omega^2} \quad \text{et} \quad \zeta = \frac{\Omega t}{2} \quad (2.7)$$

les équations du mouvement de l'ion s'écrivent rigoureusement sous la forme des équations canoniques de Mathieu :

$$\frac{d^2 x}{d\zeta^2} + (a_r - 2q_r \cos 2\zeta)x = 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{d^2 y}{d\zeta^2} - (a_r - 2q_r \cos 2\zeta)y = 0 \quad (2.9)$$

Les solutions analytiques de la première équation s'expriment sous la forme d'une suite infinie de termes exponentiels [55] :

$$u(\zeta) = \alpha' e^{\mu\zeta} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_{2n} e^{2in\zeta} + \alpha'' e^{-\mu\zeta} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_{2n} e^{-2in\zeta} \quad (2.10)$$

α' et α'' sont des paramètres d'intégration qui dépendent des conditions initiales. Les constantes C_{2n} et μ dépendent du point de fonctionnement du piège, c'est à dire des variables (a_r, q_r) . Les solutions stables, des ions piégés, sont celles qui ne divergent pas lorsque $\zeta \rightarrow \infty$. De ce fait, différents domaines de stabilité des ions peuvent être déterminés, en fonction des paramètres de Mattheu a_r et q_r , au travers des constantes C_{2n} et μ .

Le diagramme de stabilité des ions

Dans le cas général, μ est complexe et peut s'écrire $\mu = \alpha \pm i\beta$. Dans la région de stabilité, α doit être nul, ce qui donne :

$$u(\zeta) = \alpha' \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_{2n} e^{(2n\pm\beta)i\zeta} + \alpha'' \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_{2n} e^{-(2n\pm\beta)i\zeta} \quad (2.11)$$

avec $\beta \in \mathbb{R}$. Une autre contrainte sur μ est que β ne doit pas être entier [55]; β pair correspond à une solution instable de périodicité π , et β impair de périodicité 2π . Les domaines de stabilité en x sont présentés sur la figure 2.3. Les différentes régions sont bornées par les valeurs entières de β ; seuls les domaines des premières valeurs de β sont représentés. La figure 2.4 représente la première zone de stabilité, la plus fréquemment

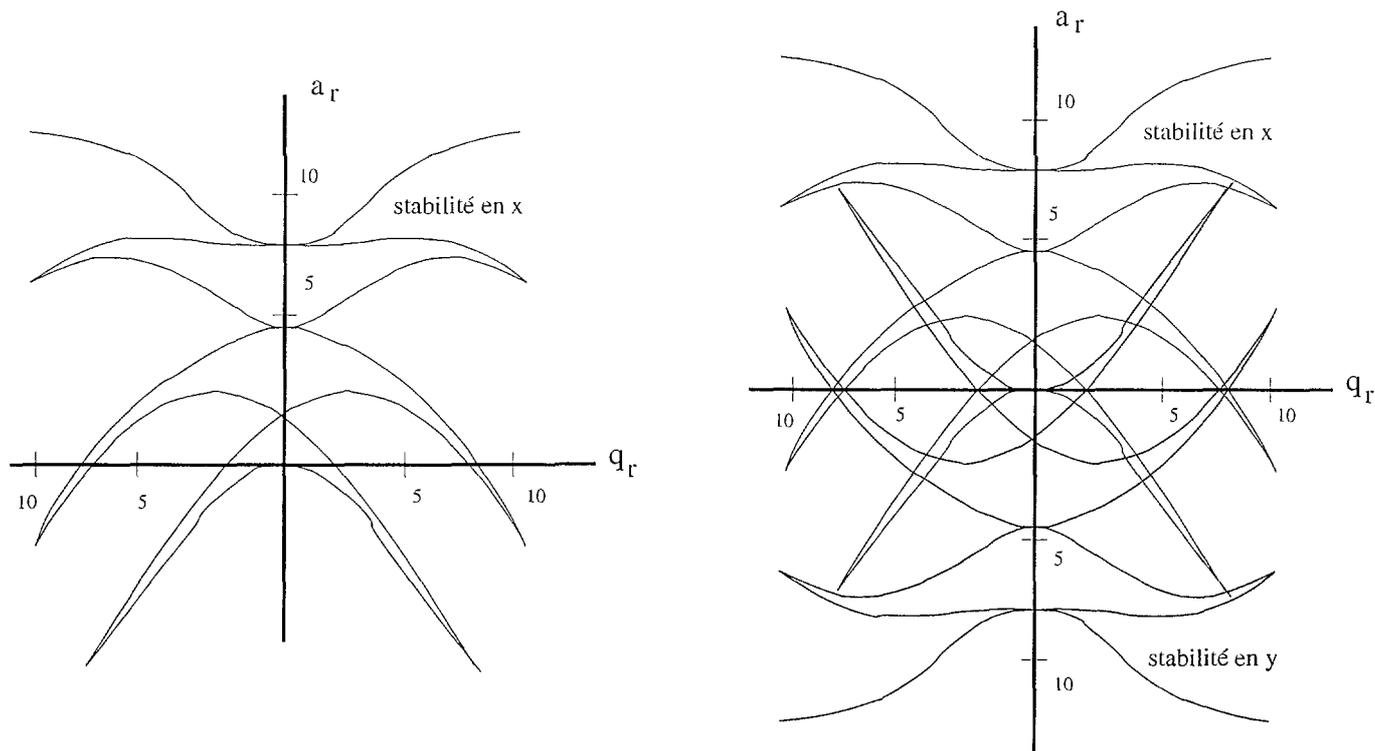


FIG. 2.3 – Allure des différents domaines de stabilité en a_r et q_r pour les premières valeurs de β . Le recouvrement des zones de stabilité en x et en y définit les domaines de stabilité des ions dans le piège de Paul linéaire.

utilisée pour les plus petites valeurs de a_r et q_r , plus facilement accessibles d'un point de vue technique.

Application en spectrométrie de masse

La forme du diagramme de stabilité suggère la possibilité de l'utilisation du quadropôle RF comme spectromètre de masse. Lorsque le paramètre a_r est nul, la valeur de q_r appartient à l'intervalle $[0, 0.908]$. D'après l'équation 2.7, la valeur du rapport $\frac{q}{m}$ des ions stables est alors limitée par une borne supérieure, correspondant à $q_r \simeq .908$. Lorsque a_r est extrême, le diagramme présente une pointe. Elle correspond à une valeur fixée de q_r , c'est à dire, dans la mesure où l'on contrôlerait de façon parfaite les paramètres a_r et q_r de la tension RF, à une valeur précise du rapport $\frac{q}{m}$. Pour $a_r \neq 0$, si l'on balaie la région de stabilité avec un rapport des paramètres $\frac{a_r}{q_r}$ constant, c'est à dire avec un rapport $\frac{U}{V}$

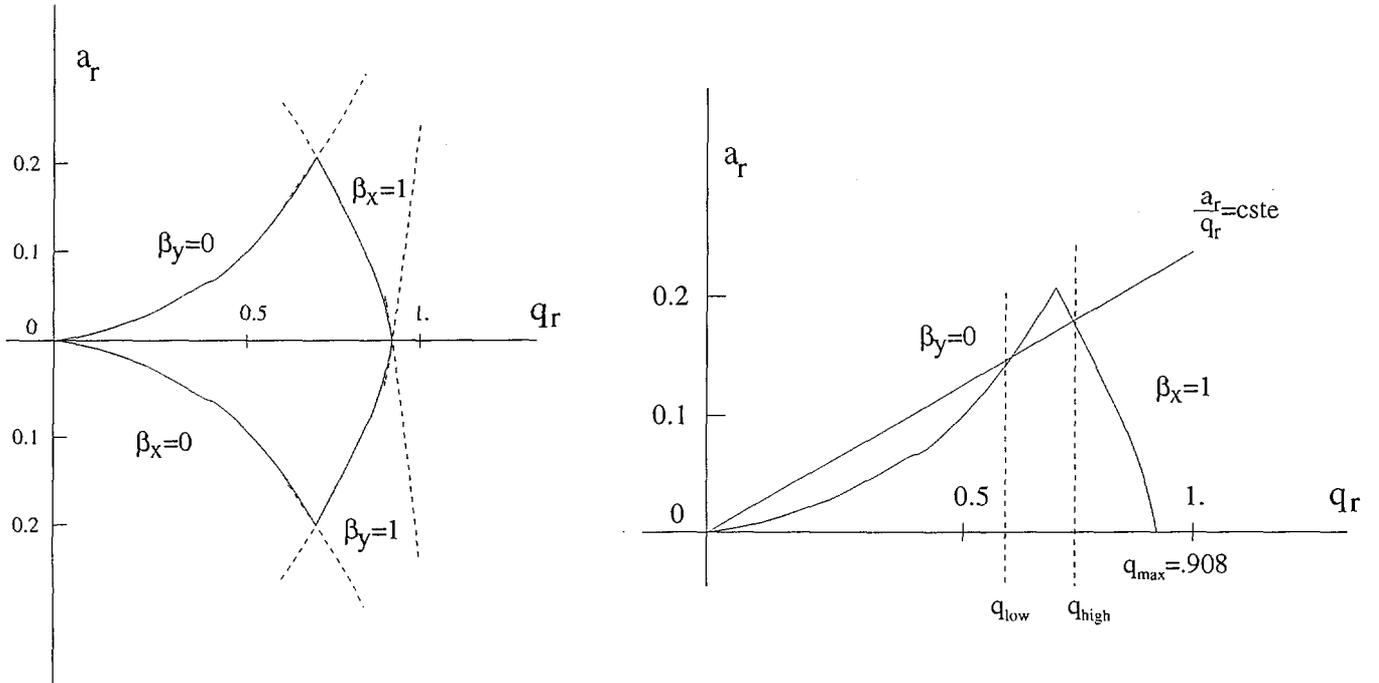


FIG. 2.4 - La première région de stabilité des ions dans le piège de Paul linéaire, pour $q_r > 0$. Elle s'étend de façon symétrique pour $q_r < 0$, elle est bornée par les lignes $\beta = 0$ et $\beta = 1$. Sur la figure de droite, le principe de fonctionnement de spectromètre de masse du quadrupôle RF est illustré.

constant, on définit une zone de stabilité des ions $q_r \in [q_{r\text{low}}, q_{r\text{high}}]$, qui définit une fenêtre $m \pm \Delta m$. La résolution du piège de Paul en spectromètre de masse dépend donc de l'accessibilité, par un balayage en $\frac{U}{V}$, de la pointe du diagramme. Dans le cas idéal, elle serait infinie en cet endroit précis.

Trajectoires des ions

Les solutions des équations de Mathieu (équation 2.11) présentent différentes harmoniques du mouvement :

$$u(\zeta) = \alpha' \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_{2n} e^{(2n \pm \beta)i\zeta} + \alpha'' \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} C_{2n} e^{-(2n \pm \beta)i\zeta} \quad (2.12)$$

Les fréquences des différentes harmoniques sont données par la formule :

$$\omega_n = \frac{(2n \pm \beta)\Omega}{2} \quad (2.13)$$

A l'ordre le plus bas, la fréquence du mouvement de l'ion est égale à $\beta \frac{\Omega}{2}$, aux ordres immédiatement supérieurs à $(1 - \frac{\beta}{2})\Omega$ et $(1 + \frac{\beta}{2})\Omega$. De ce fait, et comme le mouvement

est principalement dominé par les deux premières harmoniques, les trajectoires des ions, pour un point de fonctionnement de paramètre β faible, sont composées principalement de deux mouvements : le premier est appelé macromouvement, de fréquence $\beta\frac{\Omega}{2}$, le second micromouvement, de fréquence plus rapide égale à $(1 - \frac{\beta}{2})\Omega$. Différents types de trajectoires sont présentés sur la figure 2.5.

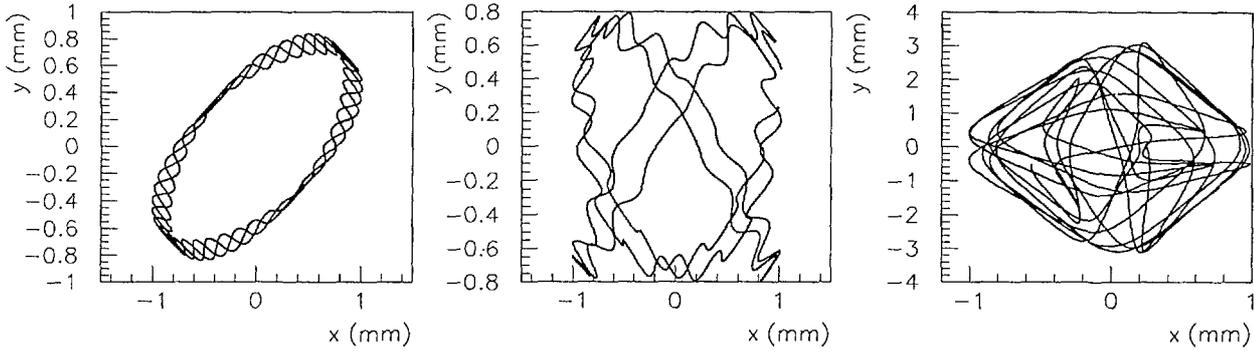


FIG. 2.5 – Différentes allures de la trajectoire d'un ion de masse 6 amu, de charge 1e, piégé dans un piège de Paul de rayon $r_0 = 12.5$ mm. La figure de gauche correspond à $V = 150$ V, $U = 0$ V soit $q_r = 0.196$, $a_r = 0$. La figure suivante correspond la situation précédente, mais avec une tension continue non nulle $U = 2$ V, soit $a_r = 5.22 \times 10^{-3}$. Dans ces deux premiers cas, β_x et β_y sont proches de 0. La trajectoire est donc composée essentiellement d'un macromouvement ou mouvement séculaire de l'ion, de fréquence $\beta\frac{\Omega}{2}$, et d'un micromouvement de fréquence proche de celle de la tension alternative $V : (1 - \frac{\beta}{2})\Omega$. La dernière figure représente la trajectoire d'un ion pour le point de fonctionnement $V = 650$ V, $U = 10$ V, soit $a_r = 2.61 \times 10^{-2}$, et $q_r = 0.848$.

Le piège de Paul en trois dimensions

De la même façon que le piège de Paul linéaire, le piège de Paul tridimensionnel est constitué d'électrodes qui appliquent un champ quadrupolaire à l'intérieur de celui-ci. Afin de piéger les ions, les directions de fuites et de piégeage sont à nouveau inversées par l'application d'une tension au moins en partie alternative. L'équation du potentiel quadrupolaire statique générique en 3 dimensions est :

$$\phi(x, y, z) = V_0(\lambda x^2 + \mu y^2 + \nu z^2) \quad (2.14)$$

L'équation 2.14, ainsi que l'équation de Laplace 2.1 impliquent que la somme des coefficients λ , μ et ν est nulle. On choisit par convention : $\lambda = \mu = -\frac{1}{2}\nu = 1$. L'équation du potentiel quadrupolaire statique est alors :

$$\phi(x, y, z) = \frac{V_0}{2} \left(\frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{r_0^2} \right) \quad (2.15)$$

Et le potentiel quadrupolaire alternatif est donné par l'équation :

$$\phi(x, y, z) = (U - V \cos(\Omega t)) \left(\frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{2r_0^2} \right) \quad (2.16)$$

Une représentation en coupe des électrodes hyperboliques est présentée sur la figure 2.6. Les trajectoires des ions à l'intérieur du potentiel quadrupolaire présentent un mouve-

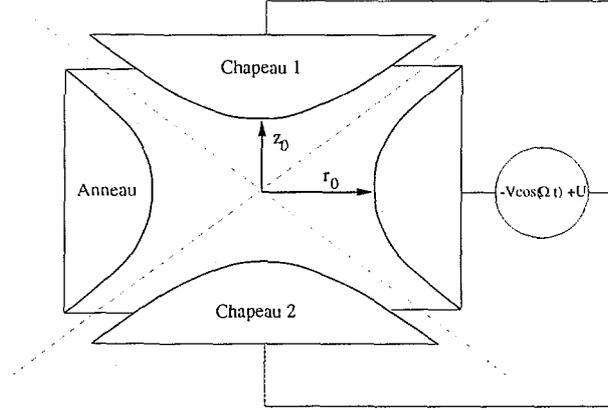


FIG. 2.6 – Les électrodes du piège de Paul à 3 dimensions. 2 chapeaux et un anneau de forme hyperbolique créent un champ quadrupolaire à l'intérieur du piège. La distance entre les chapeaux et le centre du piège est égale à $z_0 = \frac{r_0}{\sqrt{2}}$.

ment radial découplé du mouvement longitudinal, qui sont respectivement régis par les équations :

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = -q(U - V \cos(\Omega t)) \frac{r}{r_0^2} \quad (2.17)$$

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = q(U - V \cos(\Omega t)) \frac{z}{r_0^2} \quad (2.18)$$

Afin de retrouver les équations canoniques de Mathieu, on introduit les notations :

$$a_z = -2a_r = -\frac{8qU}{mr_0^2\Omega^2} \quad (2.19)$$

$$q_z = -2q_r = -\frac{4qV}{mr_0^2\Omega^2} \quad (2.20)$$

$$\zeta = \frac{\Omega t}{2} \quad (2.21)$$

Les équations 2.17 et 2.18 deviennent :

$$\frac{d^2 r}{d\zeta^2} + (a_r - 2q_r \cos 2\zeta)r = 0 \quad (2.22)$$

$$\frac{d^2 z}{d\zeta^2} + (a_z - 2q_z \cos 2\zeta)z = 0 \quad (2.23)$$

Les solutions en r, z se décomposent en harmoniques de la même façon que précédemment (équation 2.12). Les mêmes conditions de stabilité du mouvement sont extraites de cette équation (fig. 2.7). A nouveau, c'est le recouvrement des domaines de stabilité des variables en r et z qui définissent la zone de stabilité de l'ion dans le piège. Il faut cependant noter ici que les paramètres q_r, q_z et a_r, a_z ne sont pas égaux.

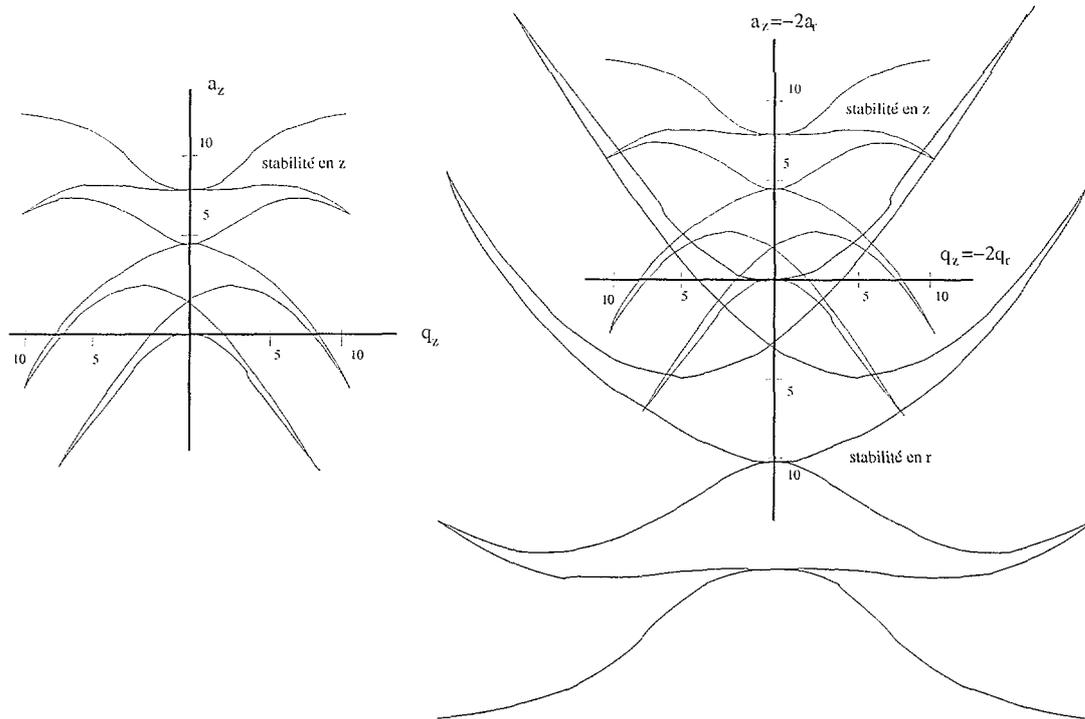


FIG. 2.7 – Le domaine de stabilité en r . Le recouvrement des régions de stabilité en r et z , pour $q_z = -2q_r$ et $a_z = -2a_r$.

La première zone de stabilité, la plus couramment utilisée, qui correspond à β compris entre 0 et 1, est présentée sur la figure 2.8. Les trajectoires des ions à l'intérieur du piège sont des trajectoires semblables à celles que l'on peut observer dans un piège de Paul linéaire. Quelques allures des trajectoires dans ce piège sont représentées sur la figure 2.9. A nouveau, pour des régimes où β est proche de 0, on observe le micromouvement et le macromouvement.

L'approximation du potentiel effectif

Afin de mieux cerner le fonctionnement du piège de Paul, un modèle fréquemment utilisé est celui du puits de potentiel effectif, ou pseudopotentiel. Ce modèle permet en

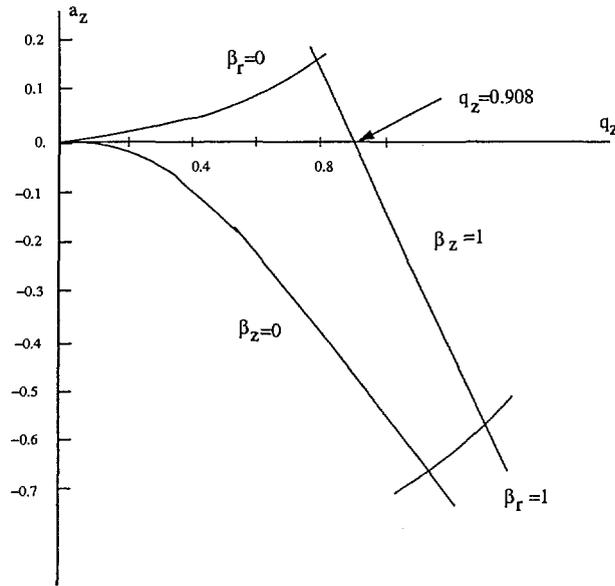


FIG. 2.8 – La première zone de stabilité.

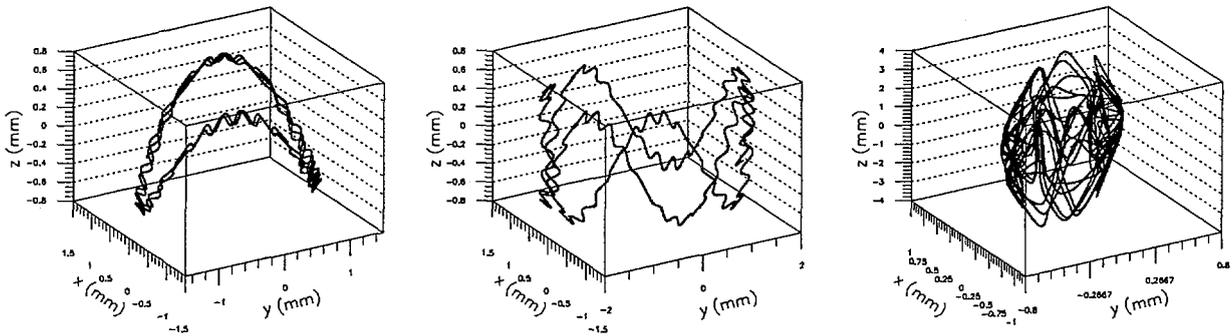


FIG. 2.9 – Trajectoires d'un ion de masse 6 amu dans un piège de Paul en trois dimensions, de rayon $r_0 = 12.5$ mm. Les trois trajectoires correspondent, de gauche à droite, à des points de fonctionnement ($q_z = 0.196$, $a_z = 0$), ($q_z = 0.196$, $a_z = 5.22 \times 10^{-3}$) et ($q_z = 0.848$, $a_z = 2.61 \times 10^{-2}$)

particulier de prédire quelle sera l'énergie résiduelle maximale des ions piégés, pour des régimes particuliers en fréquence et en amplitude.

L'équation du mouvement suivant la direction longitudinale est (équation 2.23) :

$$\frac{d^2z}{d\zeta^2} + (a_z - 2q_z \cos 2\zeta)z = 0 \quad (2.24)$$

On considère par la suite des régimes en β faibles, c'est à dire pour lesquels le mouvement se décompose en un macromouvement et un micromouvement. On peut alors poser :

$$z = Z + \delta \quad (2.25)$$

Avec les deux hypothèses : $\delta \ll Z$ et $\frac{d\delta}{dt} \gg \frac{dZ}{dt}$, l'équation 2.24 devient :

$$\frac{d^2\delta}{d\zeta^2} = -(a_z - 2q_z \cos 2\zeta)Z \quad (2.26)$$

Dans ce cas, et si l'on suppose $a_z \ll q_z$, et que Z est pratiquement constant pendant une période RF, l'équation précédente peut être intégrée de telle sorte que :

$$\delta = -\frac{q_z Z}{2} \cos 2\zeta \quad (2.27)$$

Alors on a :

$$z = Z - \frac{q_z Z}{2} \cos 2\zeta \quad (2.28)$$

On remplace z par cette expression dans l'équation 2.24. On obtient :

$$\frac{d^2 z}{d\zeta^2} = -a_z Z + \frac{a_z q_z Z}{2} \cos 2\zeta + 2q_z Z \cos 2\zeta - q_z^2 Z \cos^2 2\zeta \quad (2.29)$$

Calculons maintenant la valeur moyenne de $\frac{d^2 z}{d\zeta^2}$ sur une période RF, sachant que la valeur moyenne de $\frac{d^2 \delta}{d\zeta^2}$ est nulle sur cette période. On a :

$$\left\langle \frac{d^2 z}{d\zeta^2} \right\rangle = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \frac{d^2 z}{d\zeta^2} d\zeta \quad (2.30)$$

Intégrons maintenant le second membre de cette équation, en utilisant l'expression 2.29,

$$\frac{d^2 z}{d\zeta^2} = -(a_z + \frac{q_z^2}{2})Z \quad (2.31)$$

soit, avec $\zeta = \frac{\Omega t}{2}$:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -(a_z + \frac{q_z^2}{2})\frac{\Omega^2}{4}Z \quad (2.32)$$

La fréquence du mouvement séculaire étant égale à $\omega_z = \beta_z \frac{\Omega}{2}$, β_z peut être identifiée :

$$\beta_z = \sqrt{a_z + \frac{q_z^2}{2}} \quad (2.33)$$

L'équation 2.32 correspond au mouvement de l'ion dans un potentiel harmonique. Elle peut être réécrite sous la forme :

$$m \frac{d^2 Z}{dt^2} = -q \frac{dD_z}{dZ} \quad (2.34)$$

où

$$\frac{dD_z}{dZ} = \frac{m\beta_z^2\Omega^2}{4q}Z \quad (2.35)$$

Dans le cas où $a_z = 0$, on a $\beta_z = \frac{q_z}{\sqrt{2}}$, et avec q_z donné par l'équation 2.20 :

$$\frac{dD_z}{dZ} = \frac{qV^2}{2mz_0^4\Omega^2}Z \quad (2.36)$$

La profondeur du puits de pseudo-potential peut être extraite de l'intégration du gradient de potentiel :

$$\bar{D}_z = \int_{z=0}^{z=z_0} \frac{dD_z}{dZ} dZ = \frac{qV^2}{4mz_0^2\Omega^2} = \frac{mz_0^2\Omega^2q_z^2}{16q} \quad (2.37)$$

Pour le mouvement radial, le raisonnement est identique, il suffit de remplacer z_0 dans l'expression 2.37 par $r_0 = \sqrt{2}z_0$, soit

$$\bar{D}_r = \frac{qV^2}{4mr_0^2\Omega^2} = \frac{\bar{D}_z}{2} \quad (2.38)$$

Sous les conditions de toutes les hypothèses précédentes, qui se résument tous comptes faits uniquement au fait que β_z soit petit et a_z négligeable, le piège de Paul en 3 dimensions crée un puits de potentiel effectif dont la profondeur dans la direction longitudinale est le double de celle des directions radiales.

Si l'on ajoute un potentiel quadrupolaire statique, c'est à dire dans le cas où a_z est non nul, on diminue la profondeur du puits de potentiel suivant la direction d'application du potentiel. Par exemple, si l'on applique une tension $\frac{U}{2}$ sur l'anneau du piège tridimensionnel, et $-\frac{U}{2}$ sur les chapeaux, le puits de potentiel résultant sera égal à :

$$\bar{D}'_z = \bar{D}_z + \frac{U}{2} \quad (2.39)$$

Dans le cas où le mouvement de l'ion devient instable, le puits de potentiel est nul :

$$\bar{D}'_z = 0 = \frac{mz_0^2\Omega^2q_z^2}{16q} + \frac{mz_0^2\Omega^2a_z}{8q} \quad (2.40)$$

du fait de l'expression de a_z dans 2.19. Dans ce cas, on a

$$a_z = -\frac{q_z^2}{2} \Rightarrow \beta_z = 0 \quad (2.41)$$

ce qui correspond bien avec une des limites du premier domaine de stabilité des ions. Nous utiliserons le modèle du puits de potentiel effectif dans la partie consacrée au piège de Paul (section 3.5), et aux simulations du dispositif (chapitre 5).

Capacité du piège de Paul

Lorsqu'un grand nombre d'ions est piégé, la force de répulsion qui est associée à la charge d'espace du nuage d'ions ne peut plus être négligée. La capacité du piège, en termes de nombre de charges piégées, est de ce fait limitée.

Dans le cadre de l'approximation du potentiel effectif, il est possible d'évaluer cette capacité. Le potentiel effectif, dans l'espace délimité par les électrodes du piège, est donnée par l'équation :

$$\psi(x, y, z) = \frac{\bar{D}_r}{r_0^2}(x^2 + y^2) + \frac{\bar{D}_z}{z_0^2}z^2 \quad (2.42)$$

On note ϕ le potentiel électrique créée par le maximum du nombre de charges que peut contenir le piège. L'équation de Poisson s'écrit alors :

$$\Delta\phi = -\frac{\rho_{max}}{\epsilon_0} \quad (2.43)$$

Lorsque le nombre d'ions piégés est maximal, la somme des potentiels ϕ et ψ doit être nulle. De ce fait, on a l'équation :

$$\Delta(\psi + \phi) = -\frac{\rho_{max}}{\epsilon_0} + \frac{3\bar{D}_z}{z_0^2} = 0 \quad (2.44)$$

en utilisant le fait que $z_0 = r_0/\sqrt{2}$, et les équations 2.38 et 2.43. La densité de charges maximale est donc donnée par l'équation :

$$\rho_{max} = \frac{3\epsilon_0\bar{D}_z}{z_0^2} \quad (2.45)$$

Remarquons que cette densité ne dépend pas de la position.

En considérant que le volume de piégeage, pour lequel le potentiel est quadrupolaire, est de l'ordre¹ de $V = \frac{4}{3}\pi r_0^2 z_0$, le nombre d'ions maximal que peut contenir le piège est égal à :

$$N_{ions} = \frac{\rho_{max}}{q}V = 4\sqrt{2}\pi \frac{r_0\epsilon_0\bar{D}_z}{q} \quad (2.46)$$

Il ne s'agit ici bien sûr que d'un ordre de grandeur de la capacité du piège.

2.2.2 Le piège de Penning

A la différence du piège de Paul, le piège de Penning est à la fois un piège électrique et magnétique. Les champs appliqués en son centre sont de plus complètement statiques. Son invention est antérieure au piège de Paul, par Penning dans les années 1930.

¹C'est le volume d'une ellipsoïde de grands axes de longueur r_0 , et de petit axe de longueur z_0 . r_0 et z_0 sont les distances qui séparent le centre du piège des électrodes.

Le potentiel électrique d'un piège de Penning idéal est un potentiel statique quadrupolaire. Le piège de Penning présente de ce fait des électrodes identiques à celles du piège de Paul. Cependant, comme le potentiel est statique, il existe en permanence une direction de fuite des ions ; la direction radiale. Afin de garder les ions dans le piège, un champ magnétique statique et homogène, parallèle à la direction longitudinale, est appliqué au centre du piège. Les ions évoluent alors sur des orbites de fréquence cyclotron. En plus du mouvement d'oscillateur harmonique suivant la direction longitudinale, et du mouvement cyclotron suivant la direction radiale, la trajectoire présente un troisième mouvement d'amplitude plus faible dû au croisement des champs électrique et magnétique $\vec{E} \wedge \vec{B}$; le mouvement magnétron.

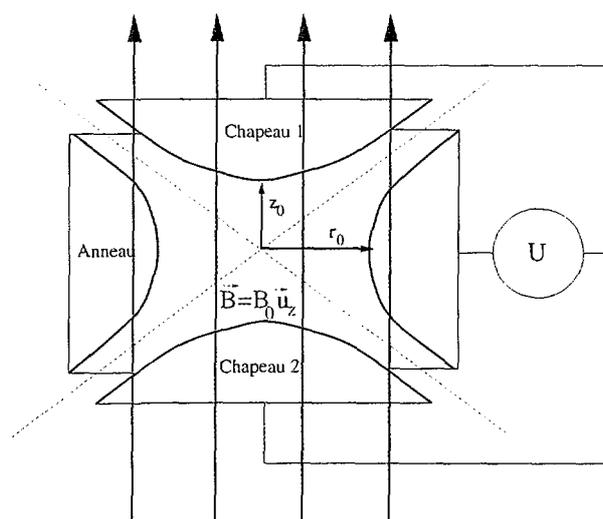


FIG. 2.10 - Piège de Penning.

Le principe de ce type de piège est illustré sur la figure 2.10. Afin de garder des ions positifs sur l'axe longitudinal du piège, la tension appliquée sur les chapeaux est $+\frac{U}{2}$, et sur l'anneau $-\frac{U}{2}$ avec $U > 0$. Elle crée un potentiel à l'intérieur du piège :

$$\phi(x, y, z) = \frac{U}{2r_0^2}(2z^2 - x^2 - y^2) \quad (2.47)$$

Un champ magnétique uniforme et homogène d'intensité B_0 est dirigé suivant l'axe des z . Les équations du mouvement sont alors :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = q \left(\frac{U}{r_0^2} x + \frac{dy}{dt} B_0 \right) \quad (2.48)$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = q \left(\frac{U}{r_0^2} y - \frac{dx}{dt} B_0 \right) \quad (2.49)$$

pour le mouvement radial des ions. On observe 2 équations couplées, qui donneront naissance au mouvement cyclotron et au mouvement magnétron.

Le mouvement en z est régi par l'équation plus simple :

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -q \frac{2U}{r_0^2} z \quad (2.50)$$

L'ion décrit des oscillations harmoniques suivant la direction longitudinale du piège. En introduisant les notations suivantes :

$$\omega_c = \frac{qB_0}{m} \quad (2.51)$$

$$\omega_{0z} = \sqrt{\frac{2qU}{mr_0^2}} \quad (2.52)$$

les équations du mouvement deviennent, pour les directions transversales :

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \omega_c \frac{dy}{dt} + \frac{\omega_{0z}^2}{2} x \quad (2.53)$$

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = -\omega_c \frac{dx}{dt} + \frac{\omega_{0z}^2}{2} y \quad (2.54)$$

et pour le mouvement axial :

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = -\omega_{0z}^2 z \quad (2.55)$$

où ω_{0z} est la pulsation du mouvement harmonique de l'ion suivant z :

$$z = z_0 \cos(\omega_{0z} t + \phi_{0z}) \quad (2.56)$$

ω_c correspond à la pulsation cyclotron d'un ion dans un champ magnétique homogène uniforme B_0 . Afin de résoudre les équations du mouvement radial, il est commode d'utiliser la notation :

$$u = x + iy \quad (2.57)$$

Dans ces conditions, les équations couplées 2.53 et 2.54 se simplifient, de telle sorte que si l'on multiplie la deuxième par i et qu'on l'additionne à la première, on a :

$$\frac{d^2 u}{dt^2} = -i\omega_c \frac{du}{dt} + \frac{\omega_{0z}^2}{2} u \quad (2.58)$$

L'équation caractéristique est :

$$r^2 + i\omega_c r - \frac{\omega_{0z}^2}{2} = 0 \quad (2.59)$$

Elle admet deux solutions imaginaires pures si $\omega_c^2 > 2\omega_{0z}^2$:

$$\lambda_{0\pm} = i \frac{1}{2} (\omega_c \pm \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_{0z}^2}) \quad (2.60)$$

Définissons les fréquences telles que :

$$\begin{aligned}\omega_{r1} &= \sqrt{\omega_c^2 - 2\omega_{0z}^2} \\ \omega_{r+} &= \frac{1}{2}(\omega_c + \omega_{r1}) \\ \omega_{r-} &= \frac{1}{2}(\omega_c - \omega_{r1})\end{aligned}\quad (2.61)$$

alors la solution générale des équations radiales 2.53 et 2.54 s'écrit :

$$u = A_+ e^{-i\omega_{r+}t} + A_- e^{i\omega_{r-}t} \quad (2.62)$$

Si l'on choisit les phases des constantes $A_+ = |A_+|e^{-i\alpha+}$ et $A_- = |A_-|e^{-i\alpha-}$, les solutions des mouvements en x et y sont :

$$\begin{aligned}x &= |A_+| \cos(-\omega_{r+}t - \alpha+) + |A_-| \cos(-\omega_{r-}t - \alpha-) \\ y &= |A_+| (\sin(-\omega_{r+}t - \alpha+) + |A_-| \sin(-\omega_{r-}t - \alpha-))\end{aligned}\quad (2.63)$$

La trajectoire des ions dans le piège de Penning est donc composée de deux mouvements de fréquences différentes : la fréquence ω_{r+} est la fréquence cyclotron *modifiée*, et ω_{r-} est la fréquence du mouvement magnétron. Les amplitudes respectives de ces mouvements sont $|A_+|$ et $|A_-|$.

Le rayon de la trajectoire suivant une direction transversale du piège est :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \{|A_+|^2 + |A_-|^2 + 2|A_+||A_-| \cos[(\omega_{r-} - \omega_{r+})t + (\alpha_- - \alpha_+)]\}^{\frac{1}{2}} \quad (2.64)$$

ce qui signifie que le rayon oscille entre les valeurs extrêmes $(||A_+| - |A_-||)$ et $(|A_+| + |A_-|)$. Des trajectoires typiques d'ions positifs dans un piège de Penning sont représentées sur la figure 2.11. Sur la dernière figure, on identifie clairement les mouvements cyclotron et magnétron : la trajectoire a une forme épicyclotroïque. Le mouvement de grande fréquence est le mouvement cyclotron ; le mouvement d'ensemble est le mouvement magnétron.

Avec les oscillations harmoniques suivant l'axe z , la trajectoire d'un ion à l'intérieur d'un piège de Penning est composée de trois mouvements indépendants. Il est à noter que, communément, les ordres de grandeurs des pulsations de chaque mouvement sont différents. Au vu des relations 2.51, 2.52 et 2.61 :

$$\omega_{r+} \simeq \omega_c \gg \omega_{0z} \gg \omega_{r-} \quad (2.65)$$

Par exemple, pour un ion de masse 6 uma , 1 fois chargé, dans un piège de taille $r_0 = 12.5 \text{ mm}$, avec $B_0 = 1 \text{ T}$, $U = 8 \text{ V}$ (figure 2.11 cas *c*) et *d*) : $\frac{\omega_{r+}}{2\pi} = 2.56 \times 10^3 \text{ kHz}$, $\frac{\omega_{0z}}{2\pi} = 204 \text{ kHz}$ et $\frac{\omega_{r-}}{2\pi} = 4.08 \text{ kHz}$. Nous n'en dirons pas plus sur le fonctionnement des pièges de Penning.

Dans l'expérience WITCH [33], ce type de piège est utilisé pour stocker les éléments radioactifs β dans un champ magnétique intense (9 T), dans l'attente de leur désintégration. La géométrie des électrodes est différente de celle présentée sur la figure 2.10. Afin de permettre la capture des ions radioactifs provenant du faisceau, et de laisser l'angle solide du spectromètre de retard ouvert aux ions de recul, une structure cylindrique du piège,

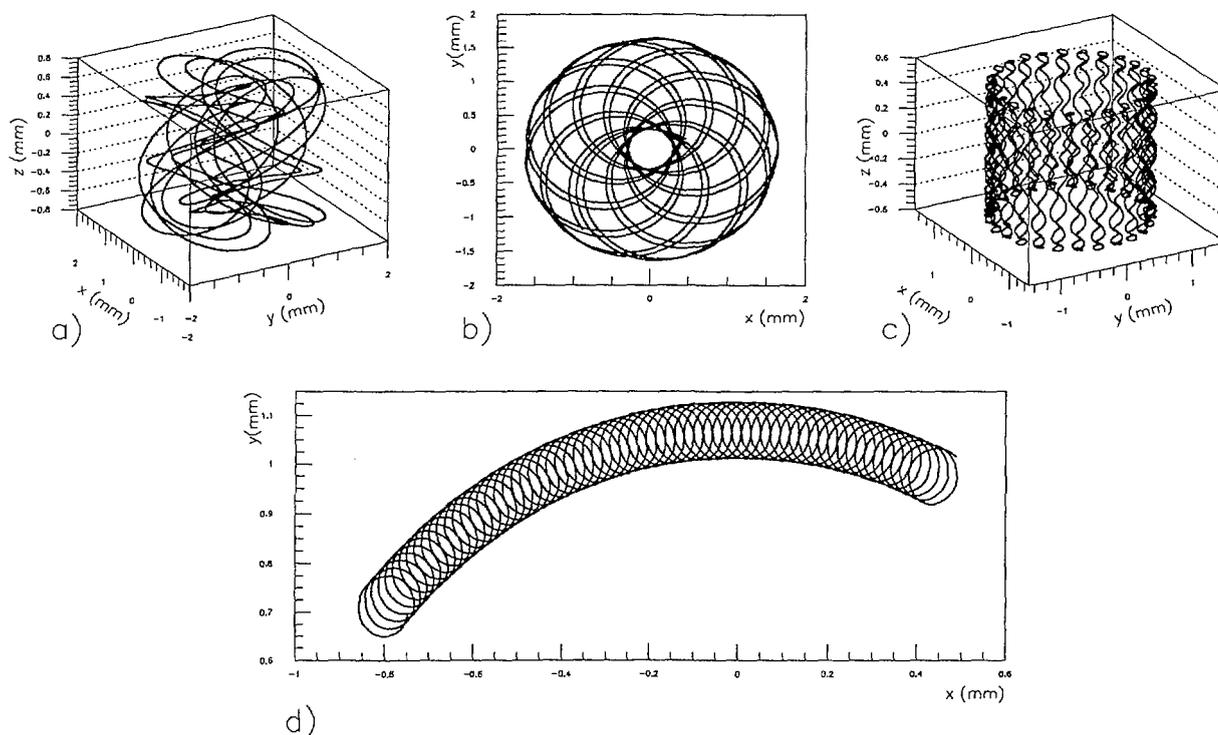


FIG. 2.11 – Différents types de trajectoires d'ion ${}^6\text{Li}^+$ dans un piège de Penning. Les figures a) et b) correspondent à un point de fonctionnement $B_0 = 7 \times 10^{-2} \text{ T}$, $U = 1 \text{ V}$ pour un piège de taille $r_0 = 12.5 \text{ mm}$. La trajectoire c) correspond à un point de fonctionnement $B_0 = 1 \text{ T}$, $U = 8 \text{ V}$ pour la même taille de piège. Un détail de la trajectoire du deuxième point de fonctionnement est montré en d), où l'on voit apparaître clairement le mouvement cyclotron et magnétron dans le plan radial du piège.

complètement ouverte aux deux extrémités, est utilisée. Après désintégration, les ions de recul émis vers le spectromètre traversent une zone de champ magnétique faible (0.1 T), et convertissent presque toute leur énergie radiale en énergie axiale. Ils sont ensuite sélectionnés en énergie par les électrodes sur lesquelles est appliqué le potentiel de retard. Les ions d'énergie supérieure au potentiel de retard sont détectés à l'extrémité du spectromètre.

2.3 Les pièges magnéto-optiques

Les pièges magnéto-optiques sont des outils apparus en physique atomique à la fin des années 1980. Les succès techniques obtenus récemment, ainsi que l'apparition d'expériences de précision de tests des symétries fondamentales [52, 53, 34], montrent que ce type de piège est un candidat concurrent intéressant pour la mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$.

Nous montrerons ici qualitativement son principe de fonctionnement.

2.3.1 La mélasse optique

Lorsqu'un atome absorbe un photon, sa quantité de mouvement est augmentée de celle du photon. De la même façon, lorsqu'un atome émet de la lumière, à son impulsion initiale s'ajoute une quantité de mouvement de recul, qui est égale en module, mais opposée en direction à celle du photon émis. L'action de la lumière sur les trajectoires d'atomes fut pour la première fois mise en évidence en 1933 par R. Frish[56] : un jet d'atomes de sodium, était défléchi par l'éclairage d'une lampe à décharge de Sodium. Les atomes subissaient alors une transition résonnante. La conservation de la quantité de mouvement ainsi observée, constituait une première étape de la confirmation des lois d'émission et d'absorption de la lumière, formulées par Einstein au début du siècle.

Plus tard, à l'époque de l'avènement des lasers, on a pu disposer d'une source de lumière intense, fine et cohérente, et de longueur d'onde éventuellement ajustable. De ce fait, la manipulation de jets atomiques par la lumière en fut grandement facilitée, et des techniques plus élaborées de contrôle du mouvement des atomes apparurent : dès 1970, des ralentisseurs d'atomes furent imaginés [57, 50]. Il s'agissait de deux faisceaux lasers l'un en face de l'autre, qui permettaient d'annuler la composante de vitesse qui leur était parallèle. En généralisant ce principe à trois dimensions, c'est-à-dire en plaçant 6 lasers croisés créant un espace bien délimité, où les vitesses des atomes sont ralenties, on crée ce qu'on appelle une mélasse optique. Dans cette mélasse optique, les vitesses des atomes tendent à s'annuler. La première mélasse optique fut réalisée en 1985 [58]. Enfin, le premier piège magnéto-optique, dont le principe est de plonger la mélasse optique dans un champ magnétique, apparut deux ans plus tard [49, 50].

Le principe du ralentissement des ions

Le principe de la mélasse optique utilise l'effet Doppler-Fizeau. Imaginons que l'on plonge un atome au milieu d'un faisceau laser, de fréquence d'onde légèrement en dessous de la fréquence de résonance de la transition atomique de celui-ci. Suivant le sens de la vitesse de l'atome dans la direction du faisceau, la probabilité d'absorption d'un photon sera très différente. L'atome absorbera un photon préférentiellement dans le cas où sa vitesse le dirigerait vers le laser, puisque dans ce cas la longueur d'onde qu'il voit est plus courte que celle du laser, et se rapproche de la longueur d'onde de résonance. Si l'atome absorbe un photon dans ce sens, il reculera de la quantité de mouvement du photon en sens inverse. Il sera donc ralenti suivant ce sens. Lors de la réémission du photon, il reculera dans une direction aléatoire, de façon isotrope. Au total, sur un grand nombre d'absorptions de photons, la vitesse de recul liée à l'émission s'annule. Pour une transition résonnante, le nombre d'absorptions est de l'ordre de plusieurs millions par seconde. Cependant, suivant l'autre sens, et bien qu'en moindre proportion (la probabilité d'absorption est plus faible), les atomes sont accélérés. Afin de les ralentir, il est nécessaire de placer à nouveau un laser

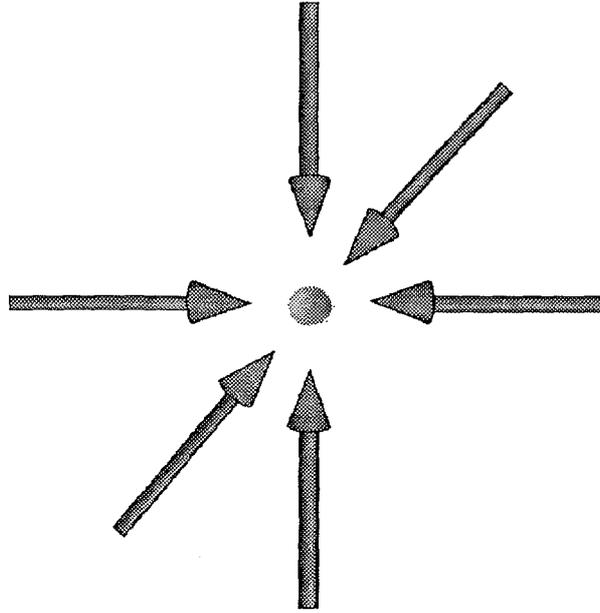


FIG. 2.12 – Le principe de la mélasse optique. 6 faisceaux lasers, représentés ici par des flèches, de fréquence légèrement inférieure à la fréquence de résonance de la transition des atomes d'intérêt, créent une mélasse optique en leur centre, où les atomes sont très fortement ralentis.

de même longueur d'onde en face du premier. Enfin, afin de les ralentir suivant les trois dimensions, il faut répéter ce dispositif suivant les trois directions (fig. 2.12).

2.3.2 Les pièges magnéto-optiques (MOT)

Bien que la technique de la mélasse optique puisse en principe amener les atomes à des énergies cinétiques très faibles, elle est insuffisante : à l'intérieur de celle-ci, les atomes, même à une énergie très faible, subissent une agitation cinétique liée à l'absorption ou l'émission aléatoire continue de photons. La zone de la mélasse n'excédant pas des volumes de quelques cm^3 , les atomes, dans leur mouvement brownien erratique, sont donc rejetés à un moment ou à un autre de celle-ci. Il est de ce fait impossible de garder un atome pendant plusieurs secondes.

Afin de garder les atomes de la mélasse plus longtemps, et ainsi de les refroidir plus efficacement encore, l'idée fut conçue de plonger les atomes de la mélasse optique dans un champ magnétique [50] (fig. 2.13). Ce champ est nul au centre de la mélasse, et augmente lorsque l'atome s'écarte de celui-ci. Dans cette configuration, les niveaux atomiques des atomes se divisent en sous niveaux Zeeman, et la probabilité de transition résonnante avec la lumière émise par les lasers dépend alors de la polarisation de celle-ci, et de l'intensité du champ magnétique. Tout se passe alors comme si l'on ajoutait à la force de friction de la mélasse optique, une force de rappel des atomes vers le centre du dispositif. On

a alors affaire à un véritable piège à atomes. Le principe que nous venons d'exposer est celui du piège magnéto-optique. Les caractéristiques d'un tel piège sont qu'il concentre de quelques centaines à plusieurs millions d'atomes alcalins, ou alcalino terreux, dans des mélasses de diamètre de l'ordre de grandeur du mm . Des atomes de gaz rares tels que l'Hélium ont pu aussi être piégés grâce à une excitation préalable de ceux-ci dans des états métastables, d'où ils pouvaient à nouveau être excités par des transitions optiques du visible. Les températures atteintes sont extrêmement basses, en particulier grâce à un mécanisme de refroidissement appelé "mécanisme Sisyphé" [59, 60], et sont de l'ordre de quelques centaines de μK .

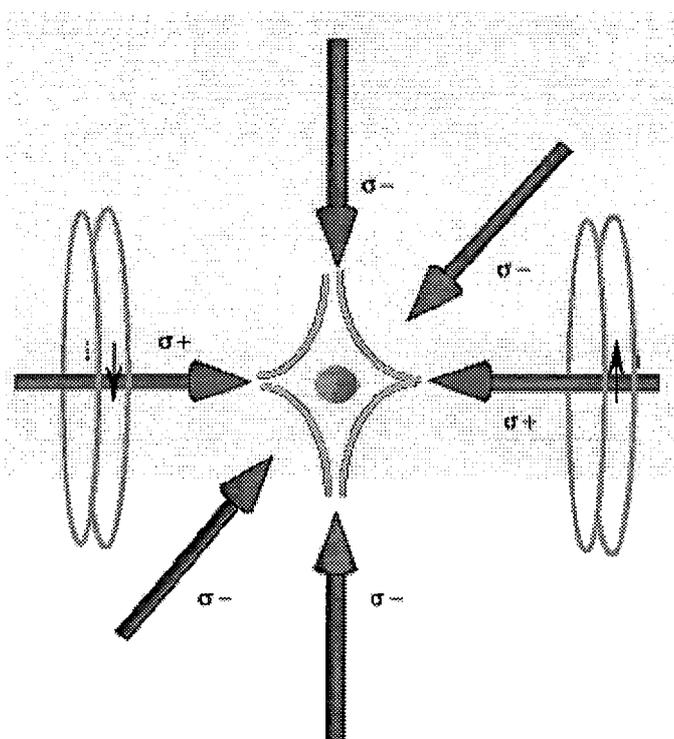


FIG. 2.13 – le principe du piège de magnéto-optique. La mélasse optique est plongée dans un champ magnétique créé par deux bobines, parcourues par des courants de sens opposés. Dans cette configuration le champ magnétique est nul au centre. Les lignes du champ sont représentées par les contours entourant la mélasse.

Chapitre 3

Dispositif expérimental

La première partie de ce chapitre est une présentation générale du dispositif expérimental que nous avons choisi d'adopter. Une justification de la géométrie du dispositif de détection sera donnée par l'observation de la figure de mérite de l'espace cinématique de la désintégration β .

La deuxième partie compare différents spectres de désintégration de l' ${}^6\text{He}$, intégrés ou complets en cinématique, en coïncidence ou non, du point de vue de la statistique requise pour l'extraction du paramètre de corrélation angulaire à la précision recherchée.

Enfin, la dernière partie est consacrée à la description de chacun des éléments du dispositif, et plus particulièrement des pièges que nous allons utiliser, et de leur mode de fonctionnement.

3.1 Présentation générale du dispositif expérimental

La figure 3.1 présente l'ensemble du dispositif expérimental.

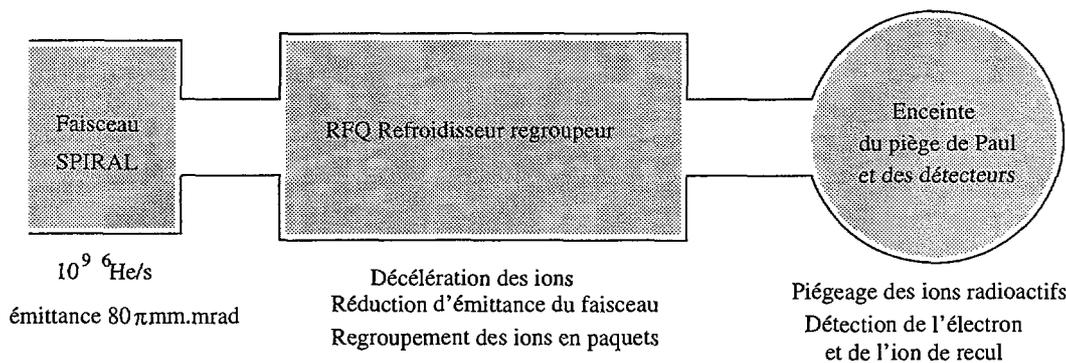


FIG. 3.1 – L'ensemble du dispositif expérimental. Les ions radioactifs sont d'abord injectés dans un dispositif de mise en forme du faisceau ("RFQ refroidisseur regroupueur"). Ensuite, les ions sont piégés au centre du piège de Paul autour duquel est placé le dispositif de détection.

3.1.1 Choix de l'ion radioactif

Le choix de l' ${}^6\text{He}$, comme candidat à la mesure du paramètre de la corrélation angulaire $\beta - \nu$, présente plusieurs avantages. D'abord, sa transition est de type Gamow Teller pure, elle relie directement les deux états fondamentaux 0^+ et 1^+ du noyau ${}^6\text{He}$ au noyau ${}^6\text{Li}$ stable, à 100% [38]. Le type de transition est bien déterminée, et la trajectoire de l'ion de recul n'est pas perturbée par une émission γ éventuelle. D'autre part, le Q de réaction, de $3.5078 \pm .0009 \text{ MeV}$ est bien connu. La masse de l'ion de recul ${}^6\text{Li}^{++}$ est légère, ce qui implique une énergie de recul maximale $T_{Rmax} \simeq 1.4 \text{ keV}$, plutôt élevée par rapport aux énergies typiques de recul, et relativement importante en comparaison des potentiels qui seront appliqués sur les électrodes du piège de Paul. Enfin, la demi-vie de l'état fondamental de l' ${}^6\text{He}$ est de 806.7 ms , ce qui est un temps suffisamment long pour pouvoir mettre en forme les ions du faisceau radioactif, et les piéger, et suffisamment court pour assurer la statistique nécessaire à la détermination du paramètre a à la précision recherchée (voir le chapitre 6). La figure 3.2 résume toutes les caractéristiques de la désintégration du noyau ${}^6\text{He}$.

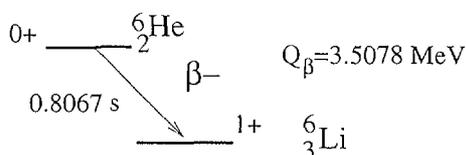


FIG. 3.2 – La désintégration β^- de l' ${}^6\text{He}$.

3.1.2 Injection des ions

Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2, les énergies typiques des ions piégés dans un piège de Paul correspondent à quelques eV . De ce fait, une précaution particulière doit être prise pour leur injection depuis la ligne de faisceaux radioactifs. Les derniers rapports sur la future ligne basse énergie de SPIRAL/GANIL, et les résultats obtenus sur la ligne de test de SPIRAL, SIRa, indiquent qu'une intensité en ${}^6\text{He}$ d'environ 10^9 ions par seconde, à une énergie de 30 keV , et avec une émittance typique de $80 \pi \cdot \text{mm} \cdot \text{mrad}$ sera disponible d'ici quelques mois. La décélération brutale des ions de 30 keV à moins d' 1 eV , sans soins particuliers, engendrerait une explosion du faisceau qui rendrait très inefficace la capture des ions à l'intérieur du piège. C'est pourquoi il est absolument nécessaire d'utiliser une méthode de refroidissement du faisceau, au moins pendant la fin de sa décélération. A cet effet, nous allons utiliser un quadrupôle radiofréquence (RFQ¹) refroidisseur regroupueur, qui permettra de refroidir les ions sur leur dernière étape de décélération, de 100 eV à l'énergie thermique du gaz. Les ions seront en outre regroupés sous forme de paquets, afin de synchroniser l'injection des ions avec les tensions permettant leur arrêt au centre du piège.

¹Pour RadioFrequency Quadrupole

3.1.3 Piégeage et détection des ions

Le piège de Paul dans lequel sont stockés les ions radioactifs est constitué d'électrodes tissées de fils. Cette structure permet d'assurer une grande transparence aux particules émises lors de la désintégration. Sa description fait l'objet de la section 3.5. Une fois les ions piégés, les électrons et ions de recul issus d'une même désintégration seront détectés en coïncidence par un dispositif de détecteurs en vis-à-vis décrit dans la section 3.6, sélectionnant les événements de désintégration pour lesquels les deux particules sont émises dans des directions opposées. La raison de cette sélection est justifiée dans la section suivante. Le dispositif de détection envisagé permettra la mesure de l'énergie de l'électron, du temps de vol de l'ion de recul et de l'angle relatif entre ces deux particules.

3.1.4 La figure de mérite sur l'espace cinématique

Afin de déterminer la zone de détection la plus sensible à la valeur de a_{GT} , dans l'espace cinématique de la désintégration, il est possible dans une première approche de construire une figure de mérite sur cet espace [37]. Cette figure de mérite donne une mesure de la sensibilité du taux d'évènements à la variation du paramètre a .

Dans le plan cinématique de la désintégration β , seuls 2 paramètres indépendants sont utiles à la reconstruction de la cinématique complète, du fait des relations de conservation de l'énergie et de l'impulsion (figure 3.3).

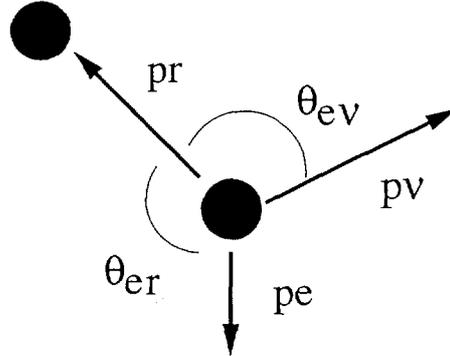


FIG. 3.3 – Espace cinématique de la désintégration β . 5 variables sont nécessaires à la description de la cinématique totale. Ces 5 variables se réduisent à 2 par les lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion (relation vectorielle à 2 dimensions dans le plan).

Seules les mesures de coïncidences peuvent fournir deux variables au moins de la désintégration, permettant ainsi une mesure du spectre complet en cinématique. Notre expérience consiste en la mesure de 3 variables de chaque désintégration, l'énergie des particules chargées et leur angle relatif. La donnée de seulement deux variables de la désintégration suffit à rejeter les événements qui ne sont pas cinématiquement permis. Avec trois variables, nous pouvons donc espérer avoir un contrôle supplémentaire des données par leur recoupement, ainsi réduire le bruit de fond et s'assurer de la consistance des spectres obtenus.

Ainsi que nous l'avons précédemment posé, le spectre de désintégration complet en cinématique, sans polarisation du noyau et sans mesure de polarisation de l'électron, est donné par l'équation 1.10 [6]. On y voit apparaître le terme d'interférence de Fierz b , et le paramètre de corrélation angulaire $\beta - \nu$, a . Nous négligerons dans la suite la fonction de Fermi de répulsion coulombienne : ses effets sont très faibles pour les noyaux de numéro atomique faible. Si nous raisonnons dans l'espace $T_e - t$, c'est à dire dans l'espace des variables mesurées : énergie cinétique de l'électron et temps de vol du noyau de recul, la fonction de distribution devient :

$$N(T_e, t)dT_e dt = C(p_\nu E_e + \frac{a}{2}(p_r^2 - p_e^2 - p_\nu^2)) \frac{p_r^2}{t} dT_e dt \quad (3.1)$$

où nous avons introduit l'impulsion de recul p_r . L'énergie de recul du noyau fils a été négligée dans l'équation de conservation de l'énergie. La contribution du paramètre de Fierz a été omise. Celle-ci n'apparaît que dans le cas de l'existence d'interaction exotique de type scalaire ou tensorielle, du fait de l'expression de b en fonction de C_S, C'_S , et C_T, C'_T (section 1.1.3). A cause des contraintes sur ces constantes de couplage (section 1.2), elle serait en proportion bien moins importante que celle du terme de densité d'espace de phase et de la corrélation angulaire $\beta - \nu$. Dans cette approche purement statistique de détermination du paramètre de corrélation angulaire, elle peut donc être négligée. Notons cependant que dans le cadre général d'une recherche de couplage exotique, elle devra être introduite en posant b comme paramètre libre de la distribution du spectre de la désintégration.

A partir de l'équation 3.1, nous pouvons déterminer la sensibilité K de la mesure du spectre à la valeur de a , sur l'espace des variables d'intérêt, telle que :

$$\frac{\Delta N}{N} = K \frac{\Delta a}{a} \quad (3.2)$$

La valeur de la sensibilité est alors, sur l'espace $T_e - t$:

$$K = \frac{p_r^2 - p_e^2 - p_\nu^2}{2.a.N(T_e, t)} \cdot \frac{p_r^2}{t} \quad (3.3)$$

Nous pouvons représenter le spectre de désintégration et sa figure de mérite $|K|$ (que l'on définira comme la valeur absolue de la sensibilité) sur l'espace (T_e, t) , afin de trouver les zones intéressantes pour la mesure de a . Nous prenons pour valeur de a au premier ordre la valeur prédite par le Modèle Standard : $a_{GT} = -\frac{1}{3}$.

Les isocontours représentés sur les figures 3.4 représentent les valeurs des angles relatifs entre l'électron et l'ion de recul (θ_{re}). Le spectre de désintégration Gamow Teller pur présente une plus grande statistique à fort angle relatif. Si nous nous intéressons maintenant à la figure de mérite, la région la plus sensible au paramètre a est nettement la zone pour laquelle θ_{re} est supérieur à 150° : la sensibilité aux bas temps de vol y est maximale. Le spectre de désintégration nous montre en outre que la statistique y est maximale. C'est donc la région d'intérêt que nous avons choisie, en utilisant un dispositif de détecteurs β^- - ion de recul en vis-à-vis. Les représentations du spectre se limitent aux temps de vol inférieurs à $2 \mu s$ sur une base de temps de vol de 10 cm : cette limite correspond à un seuil

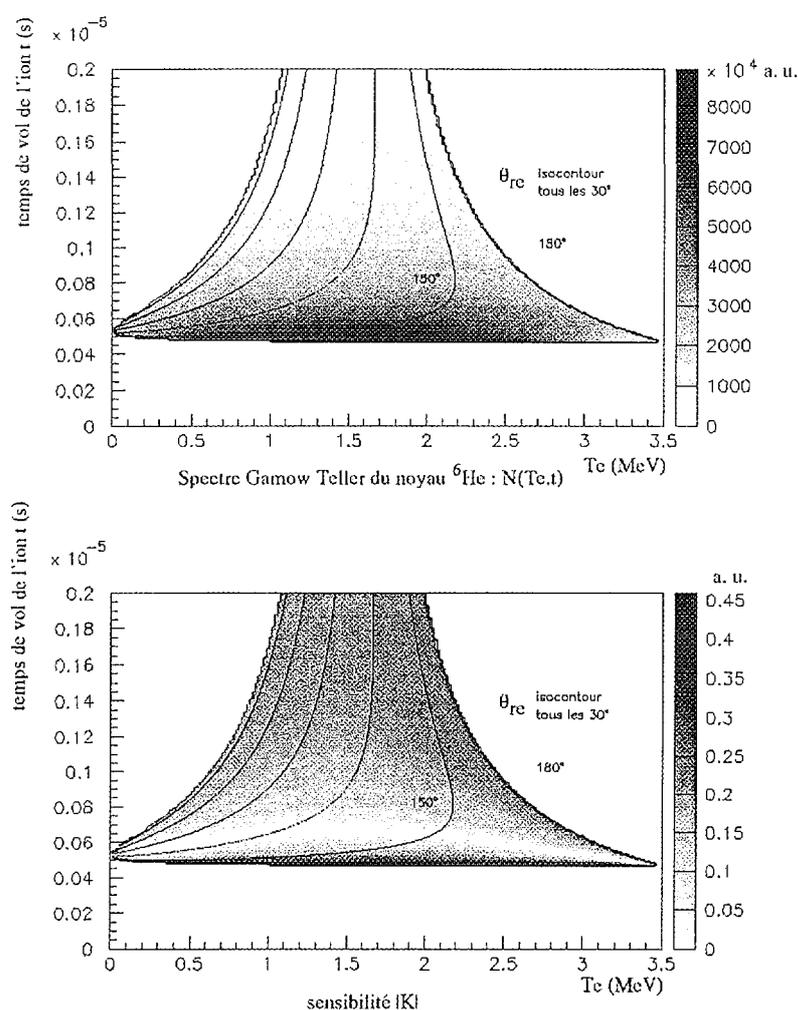


FIG. 3.4 – Le spectre de désintégration et la figure de mérite $|K|$ sur l'espace $Te-t$. Les isocontours représentent les angles relatifs électron - ion de recul, notés θ_{re} .

en énergie de l'ion de recul de 80 eV environ. Au dessus de ce seuil, donc aux temps de vol représentés, se trouve la majeure partie de la statistique de la désintégration (voir la section suivante).

3.2 Le spectre de désintégration

La figure de mérite présentée dans la section précédente, suggère qu'il n'est pas utile de connaître le spectre de désintégration sur tout l'espace cinématique de la désintégration, afin de déterminer le paramètre de corrélation angulaire à la précision recherchée. Cependant, la sélection de la région cinématique par le couple de détecteurs de l'électron

et de l'ion de recul, ne permet de conserver qu'une partie très réduite de l'ensemble des événements de désintégration qui ont lieu à l'intérieur du piège. Comme la majorité des mesures de coïncidences, une grande partie des événements intéressants est rejetée du fait de l'efficacité géométrique du système de détection. Ce n'est pas le cas des mesures de spectres β où seule l'énergie de l'ion de recul est mesurée, pour lesquelles une statistique importante est à priori plus aisée à obtenir (section 1.3).

A opposer à cet aspect défavorable de la mesure de spectres de coïncidences, cette technique présente cependant un avantage important que nous avons déjà signalé, qui consiste en un meilleur contrôle du spectre à analyser. Par rapport à la mesure de spectre d'énergie de l'ion de recul, intégré sur toutes les énergies du β , et réalisée sans coïncidences, la mesure du spectre β par la technique des coïncidences permet en principe d'avoir un bruit de fond bien plus réduit. Comme nous l'avons vu dans la section précédente, elle donne en outre la possibilité de tester la consistance de chacun des événements enregistrés, dans le cas où au moins deux des observables cinématiques sont mesurées. Les hypothèses formulées sur le dispositif expérimental, comme par exemple le taux d'événements fortuits, la taille et la géométrie de la source d'ions ${}^6\text{He}^+$, les résolutions et efficacités des détecteurs, peuvent être contrôlées par l'analyse minutieuse des spectres.

D'autre part, la faiblesse statistique des spectres de coïncidences pourrait être compensée en partie par une meilleure sensibilité relative² au paramètre a . La première partie de cette section consiste en la comparaison de la précision avec laquelle le paramètre a est extrait d'un spectre de cinématique complète, sur tout l'espace de phase de la désintégration, et de celle avec laquelle il est extrait d'un spectre intégré d'énergie d'ion de recul, obtenu sans coïncidences. La seconde partie donne la précision attendue sur a , extrait de spectres de coïncidences intégrés ou de cinématique complète, avec sélection d'espace de phase de la désintégration par le dispositif de détection envisagé pour notre expérience. La comparaison des résultats de la première partie avec ceux de la seconde montreront l'effet de la sélection de l'espace de phase sur la sensibilité relative des spectres au paramètre a .

Afin que l'extraction expérimentale du paramètre a soit compétitive avec les mesures antérieures [16], la précision relative à obtenir doit être meilleure que le pour cent. Des résultats de la seconde partie, nous déduirons la statistique requise pour la détermination de a à la précision recherchée.

3.2.1 Spectre complet en cinématique et spectre intégré

La fonction de densité de probabilité du spectre de désintégration simplifiée, en fonction de l'énergie de l'électron et du temps de vol de l'ion, a été donnée dans l'équation 3.1. Dans le plan de l'impulsion de recul du noyau et de l'énergie de l'électron, la fonction de probabilité s'exprime simplement :

²C'est à dire qu'à statistique égale la précision atteinte sur la détermination du paramètre de corrélation angulaire $\beta - \nu$ est susceptible d'être meilleure pour un spectre de coïncidences que pour un spectre sans coïncidences, d'énergie de recul.

$$N(T_e, p_r) dT_e dp_r = C(p_\nu E_e + \frac{a}{2}(p_r^2 - p_e^2 - p_\nu^2)) p_r dT_e dp_r \quad (3.4)$$

La figure 3.5 montre le spectre correspondant à l'équation 3.4, sur les différentes variables de la désintégration. Le temps de vol des ions y est représenté pour une base constante de 10 cm , correspondant à la distance du centre du piège et du détecteur de l'ion de recul. Les différents spectres intégrés sont représentés en lignes pleines sur la figure 3.6. Afin d'obtenir la densité de probabilité analytique de chacun de ces spectres, chaque transformation de variables est accompagnée du calcul du jacobien correspondant.

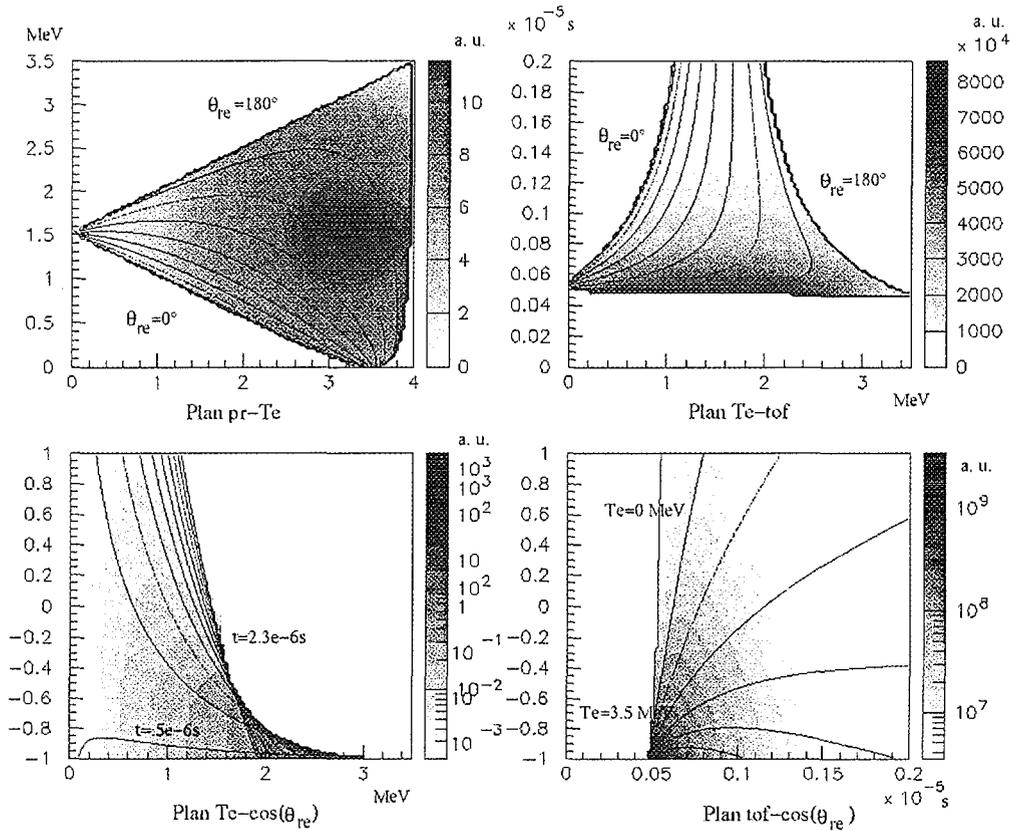


FIG. 3.5 – Les densités de probabilités (analytiques) de désintégration de ${}^6\text{He}$ suivant les différentes variables de la désintégration.

Les spectres de Monte Carlo ont tous été tirés aléatoirement par la méthode de réjection de Von Neumann sur le plan de l'impulsion de recul et de l'énergie de l'électron. Chaque évènement était stocké sous la forme d'un couple de flottants correspondant au point (p_r, T_e) sur cet espace. De cette façon, le changement de variables pour le remplissage des différents spectres ne nécessite pas l'application d'un jacobien.

Dans le but d'extraire le coefficient a de ces différents spectres, un code de minimisation du χ^2 a été élaboré. Il permettait en particulier la prise en compte des bins limites

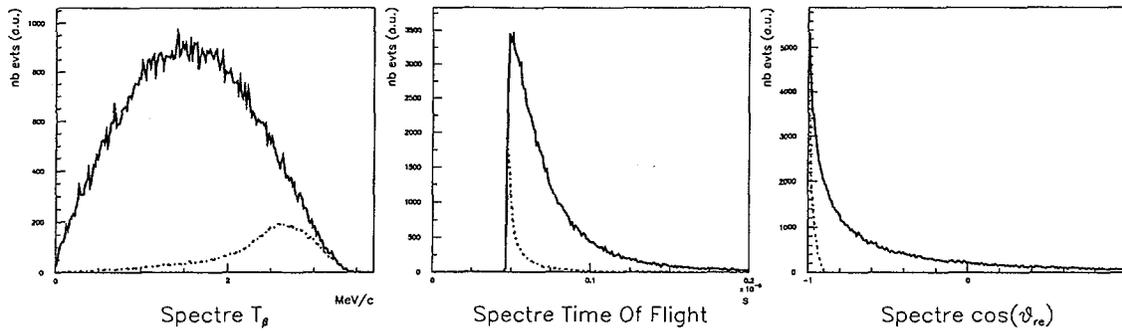


FIG. 3.6 – Spectres de Monte Carlo intégrés, fonctions de l'énergie β , du temps de vol et de l'angle relatif θ_{re} . En lignes pleines, les spectres de désintégration sur tout l'espace de phase de la désintégration. En pointillés, les spectres filtrés par l'efficacité géométrique du dispositif expérimental, pour des détecteurs de l'ion et de l'électron placés en vis-à-vis.

Résultats des minimisation du χ^2	
Spectre de désintégration en cinématique complète, sur tout l'espace de phase	
10^6 evts	$a = -0.3326 \pm 0.0018$
3×10^6 evts	$a = -0.33292 \pm 0.00097$
6×10^6 evts	$a = -0.33339 \pm 0.00073$
10^7 evts	$a = -0.33330 \pm 0.00056$
Spectre d'énergie de recul, intégré sur toutes les énergies β , sans coïncidences	
10^6 evts	$a = -0.3331 \pm 0.0018$
3×10^6 evts	$a = -0.33408 \pm 0.00100$
6×10^6 evts	$a = -0.33354 \pm 0.00076$
10^7 evts	$a = -0.33284 \pm 0.00057$

TAB. 3.1 – Les différentes valeurs et incertitudes de a extraites des différents spectres.

des spectres par une intégration de type Romberg, sur chacun des bins, de la fonction de densité. Ce développement s'est avéré nécessaire après plusieurs tentatives infructueuses de minimisation avec la routine MINUIT de la CERNLib. L'algorithme choisi fut tiré de l'ouvrage de D. Taupin[91], dénommé "non linear simplex algorithm". Celui-ci montra rapidement de bonnes dispositions vis-à-vis des problèmes demandés, une excellente rapidité et une grande stabilité de convergence.

Les résultats des différentes minimisation du χ^2 sont présentés sur le tableau 3.1.

Une conclusion tout à fait remarquable se dégage de ces résultats : la précision obtenue sur le paramètre a est comparable lorsqu'il est extrait de spectres en énergie de recul intégrés suivant l'énergie du β , ou d'un spectre complet en cinématique, de même statistique. Ce dernier présente pourtant une information supplémentaire, qui réside dans sa deuxième dimension : en fait ce surplus d'information ne semble pas jouer en faveur d'une meilleure

détermination du coefficient a . Cependant, sans entrer dans une démonstration rigoureuse, plusieurs raisons à ce phénomène peuvent être avancées.

D'abord, si l'on raisonne sur le plan (T_r, T_e) , la deuxième dimension, donnée par l'énergie de l'électron, est obligatoirement bien moins sensible que la première à la valeur du paramètre de corrélation angulaire, du fait que son spectre intégré n'en dépend pas du tout (l'intégration du cosinus, dans l'équation 1.10, sur tous les angles relatifs électron-neutrino est nulle).

Ensuite, la connaissance du spectre sur toutes les dimensions cinématiques n'est pas forcément utile dans chacune des régions de l'espace de phase de la désintégration : nous avons vu précédemment que la fonction de mérite de l'espace cinématique, pour la détermination de a , était fortement piquée sur les impulsions de recul maximales. Les autres zones de l'espace sont moins sensibles à la contribution du terme de corrélation angulaire ; dans celles-ci la statistique du spectre y est dominée par la densité d'espace de phase de la désintégration. Bien que la donnée du peuplement de telles régions pourrait en principe permettre d'acquérir une information utile à la normalisation du spectre, leur trop grande importance, en proportion de la zone de grande sensibilité, atténue la précision avec laquelle le paramètre a est extrait. Nous reviendrons sur ce point dans la section 3.2.2.

En première conclusion, au vu de ces résultats, la donnée d'un spectre complet en cinématique n'améliore pas la précision avec laquelle a est extrait de façon tangible, par rapport aux spectres intégrés en énergie de recul de statistique égale. Dans ce cas, son seul avantage, qui n'en reste pas moins appréciable, serait un meilleur contrôle de l'ensemble des paramètres cinématiques de chaque désintégration, par leur recoupement, et de ce fait de la validité du spectre expérimental. Cependant, dans cette première approche, nous avons considéré ici un spectre de désintégration sur tout l'espace de phase de la désintégration : ce ne sera pas le cas du spectre que nous envisageons de mesurer. La sélection de la zone sensible à la corrélation angulaire β - ν par la géométrie du dispositif de détection se doit d'être prise en compte : elle peut jouer un rôle sur la sensibilité du spectre au paramètre a . C'est ce que nous étudions dans la section suivante.

3.2.2 Spectres de détection simulés

Afin d'évaluer la statistique nécessaire à la détermination de a à la précision voulue, différents spectres ont été simulés, tenant compte de l'efficacité géométrique du dispositif expérimental, en supposant que le vertex des désintégrations était ponctuel, matérialisé par le centre du piège, et que les efficacités et résolutions des détecteurs étaient infiniment bonnes. Le dispositif expérimental envisagé est composé de deux détecteurs, placés de part et d'autre du piège transparent, l'un pour l'électron, et l'autre pour l'ion de recul. Ces deux détecteurs sont placés en vis-à-vis, de telle façon que la région de plus haute sensibilité au paramètre a , située dans les plus grands angles relatifs β -ion de recul (fig. 3.4) appartienne au spectre expérimentalement mesuré. Ce dispositif est représenté sur la figure 3.7.

Éventuellement, un second détecteur de l'ion de recul sera placé à un angle $\pi/2$ rad de l'axe des deux premiers détecteurs, de telle façon que l'on puisse mesurer la densité d'espace de phase de la désintégration, dans une région moins sensible à la corrélation

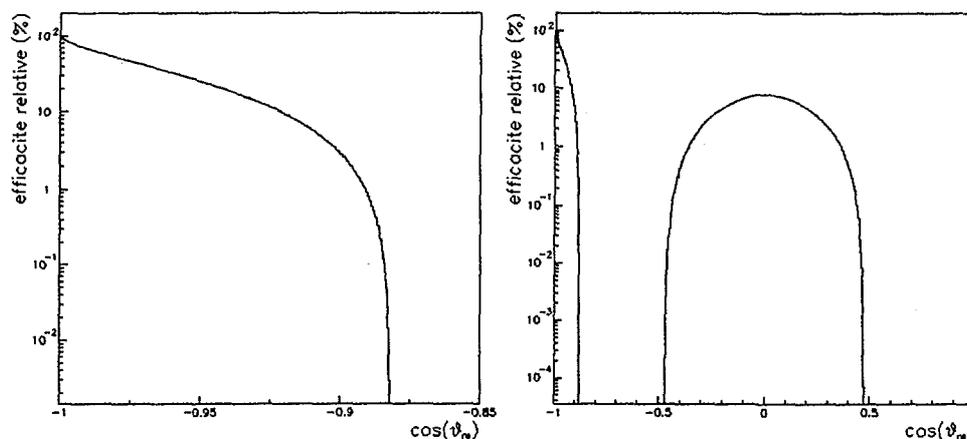


FIG. 3.8 – L'efficacité géométrique du dispositif expérimental, dans le cas de un ou deux détecteurs de l'ion de recul.

atteignait 11.7% des événements dont l'électron était détecté. L'ajout d'un détecteur placé à un angle $\pi/2$ de l'axe des deux premiers augmentait cette efficacité seulement de 0.662%.

Les résultats des minimisations du χ^2 des différents spectres de coïncidences, intégrés ou en cinématique complète, sont présentés sur le tableau 3.2. Deux remarques importantes se dégagent des résultats de minimisation des différents spectres. La première est que la précision avec laquelle est extraite le paramètre a est sensiblement meilleure, pour une statistique égale, que lorsque l'on raisonne sur les spectres sans sélection de la zone de grande sensibilité (tableau 3.1). Ceci n'est pas surprenant, du fait de la figure de mérite. Dans chacun des deux cas précédemment étudiés une incertitude réduite d'un facteur 1.3 à 1.4 est obtenue. D'autre part, l'ajout d'un détecteur supplémentaire, qui ajoute au spectre une région cinématique de faible sensibilité, en supplément d'information, n'améliore pas les résultats obtenus. Le spectre de désintégration de l' ${}^6\text{He}$ pour deux détecteurs de l'ion de recul est présenté sur la figure 3.10. Ceci appuie et complète la conclusion que nous avons tirée dans la section précédente : la connaissance des régions du spectre correspondant à de faibles sensibilités à la corrélation angulaire $\beta - \nu$ n'apporte pas d'informations utiles à la détermination de a , même par un effet de normalisation du spectre. Ainsi, l'information sur le paramètre a contenue dans le spectre de coïncidences présenté dans la section 3.2.1, était en quelque sorte noyée par la donnée des régions inutiles du spectre.

La deuxième remarque est qu'à nouveau les spectres intégrés donnent des incertitudes associées à a similaires à celles obtenues des spectres de cinématique complète. Ils bénéficient de la même façon que les spectres complets en cinématique d'une meilleure sensibilité au paramètre de corrélation angulaire $\beta - \nu$, obtenue au moyen de la sélection judicieuse de la zone d'espace de phase de la désintégration par le dispositif de détection.

En conclusion, du point de vue de la détermination de a , l'amélioration de la sensibilité relative des spectres de coïncidence par rapport aux spectres d'énergie d'ions de

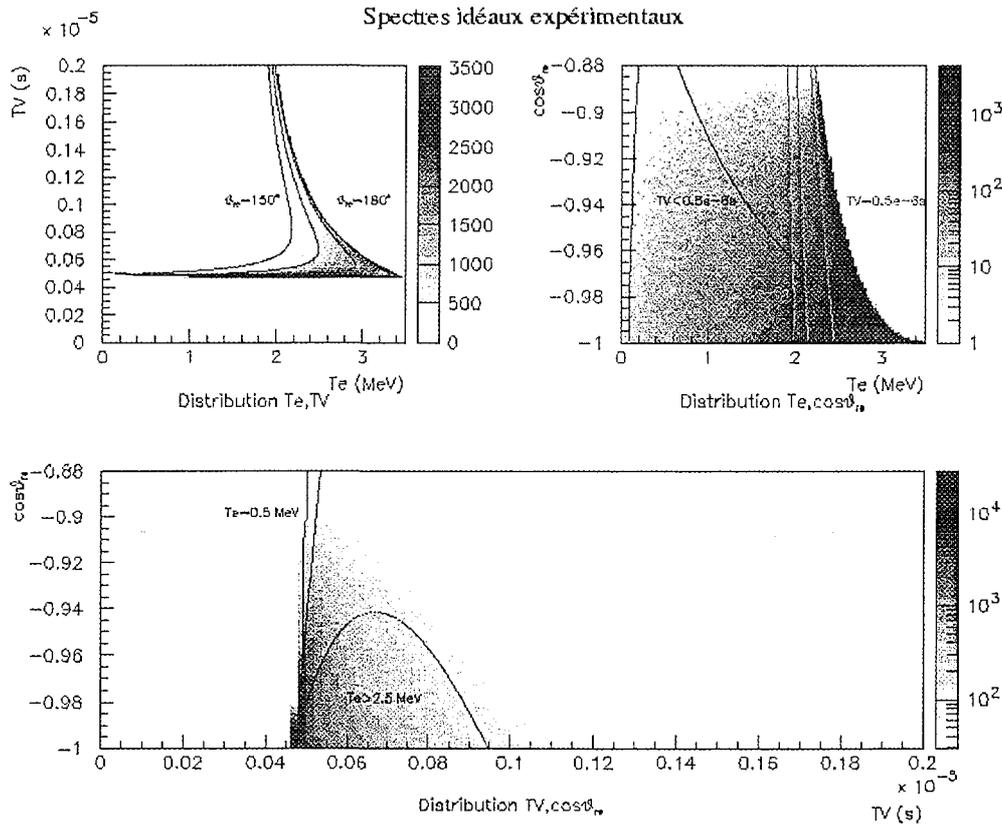


FIG. 3.9 – Les différents spectres de désintégration de ${}^6\text{He}$, que l'on obtiendrait dans le cas où le nuage d'ions piégés serait ponctuel et les résolutions et les efficacités des détecteurs idéales.

recul sans coïncidences, peut être réalisée par un choix judicieux de la sélection des régions cinématiques du spectre. En revanche, la complète connaissance de la cinématique de chaque désintégration n'apporte aucune amélioration. Du point de vue de la méthode, pourtant, la donnée de tous les paramètres cinématiques permet un contrôle accru des spectres expérimentalement mesurés.

D'un point de vue expérimental, il faudra donc environ 5×10^6 évènements pour obtenir une incertitude statistique de 0.5% sur le paramètre a , et ceci quel que soit le type de spectre mesuré (spectre de temps de vol, spectre d'angle relatif électron ion de recul ou spectre de cinématique complète). Les spectres les plus simples pour l'extraction du paramètre recherché sont celui du temps de vol, ou celui de l'angle relatif électron-ion de recul. Cependant, dans cette approche, il n'a pas été tenu compte des coupures expérimentales. Un seuil supérieur de temps de vol de $2 \mu\text{s}$ et un seuil inférieur en énergie de l'électron de 2 MeV ³, permettent de garder environ 74% des évènements des spectres de

³Il est possible, bien entendu, d'appliquer un seuil moins contraignant pour l'énergie du β , par exemple de l'ordre de 1 MeV [37]. Les conclusions que nous aurions tiré dans ce cas auraient été très similaires à celles qui sont présentées, puisqu'en fait relativement peu d'évènements de désintégration sont rejetés par cette coupure à 2 MeV (figure 3.11).

Résultats des minimisation du χ^2 , avec efficacité géométrique	
Spectre complet en cinématique, 1 détecteur de l'ion de recul	
10 ⁶ evts	$a = -0.3331 \pm 0.0014$
3 × 10 ⁶ evts	$a = -0.33309 \pm 0.00077$
6 × 10 ⁶ evts	$a = -0.33331 \pm 0.00055$
10 ⁷ evts	$a = -0.33340 \pm 0.00043$
Spectre complet en cinématique, 2 détecteurs de l'ion de recul	
10 ⁶ evts 1 ^{er} det. +5.7% 2 ^{ème} det.	$a = -0.3334 \pm 0.0014$
3 × 10 ⁶ evts 1 ^{er} det. +5.7% 2 ^{ème} det.	$a = -0.33279 \pm 0.00085$
6 × 10 ⁶ evts 1 ^{er} det. +5.7% 2 ^{ème} det.	$a = -0.33391 \pm 0.00047$
10 ⁷ evts 1 ^{er} det. +5.7% 2 ^{ème} det.	$a = -0.33346 \pm 0.00043$
Spectre d'énergie de recul, intégré sur l'énergie du β	
10 ⁷ evts	$a = -0.33300 \pm 0.00046$
Spectre de l'angle θ_{re} , intégré sur l'énergie du β	
10 ⁷ evts	$a = -0.33292 \pm 0.00048$

TAB. 3.2 – Les différentes valeurs et incertitudes de a extraites des différents spectres de Monte Carlo, qui tiennent compte de l'efficacité géométrique de détection.

coïncidences précédemment considérés, qui tiennent compte de l'efficacité géométrique de détection (figure 3.11). A statistique comparable, la minimisation du χ^2 des deux spectres intégrés coupés donne des incertitudes associées au paramètre a similaires (voir tableau 3.3) à celles présentées dans le tableau 3.2. Le nombre total d'évènements détectés en coïncidence sur de tels spectres, nécessaire pour l'obtention d'une incertitude de 5 pour mille sur a , s'élève alors à environ 7×10^6 .

Résultats des minimisations du χ^2 , avec coupures expérimentales	
Spectre intégré en temps de vol	
7.410 ⁶ evts	$a = -0.33341 \pm 0.00056$
Spectre intégré en angle θ_{re}	
7.410 ⁶ evts	$a = -0.33305 \pm 0.00056$

TAB. 3.3 – Valeurs et incertitudes associées au paramètre de corrélation angulaire β - ν , extraites des deux spectres intégrés de Monte Carlo, présentant des coupures en temps de vol de 2 μ s et en énergie du β de 2 MeV. L'efficacité du dispositif expérimental y a été prise en compte.

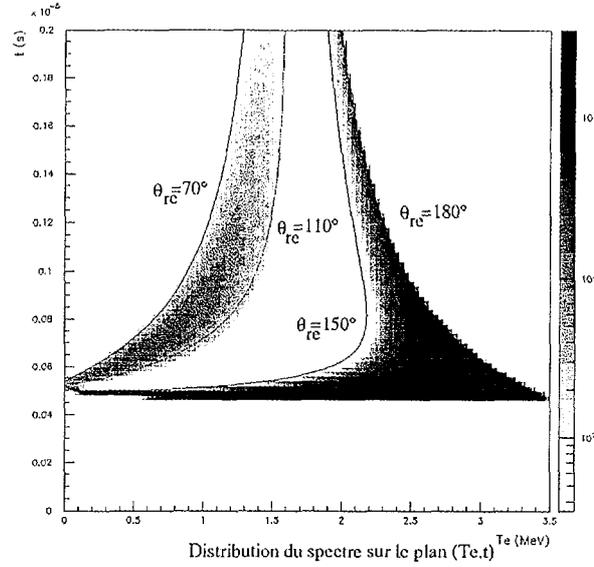


FIG. 3.10 – Le spectre complet en cinématique pour un dispositif de détection des ions composé de deux détecteurs. Les deux zones angulaires γ sont bien distinctes.

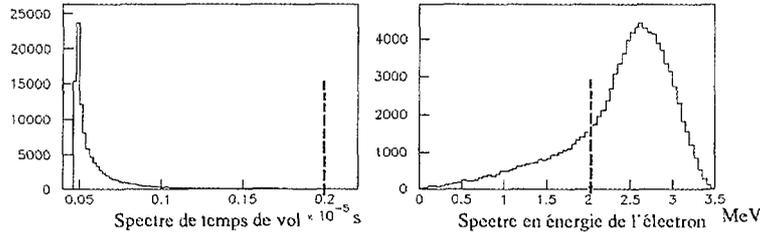


FIG. 3.11 – Les coupures expérimentales considérées sur les spectres de détection intégrés simulés. La coupure en temps de vol ne rejette que très peu d'événements, d'un nombre inférieur à 4% de la totalité du spectre. La coupure en énergie de l'électron représente 22% du spectre.

3.3 Contraintes sur les constantes de couplages des interactions tensorielles

La mesure du paramètre a_{GT} à une précision de 0.5% induirait des contraintes améliorées sur les constantes de couplage C_T et C'_T . En toute rigueur, la mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$ n'est pas sensible directement à a mais à une observable notée \tilde{a} [9], qui dépend du terme d'interférence de Fierz. En effet, la densité de probabilité du spectre de désintégration (équation 1.10) peut être réécrite sous la forme :

$$N(E_e, \Omega_{e\nu}) dE_e d\Omega_{e\nu} = F(\pm Z, E_e) N_0(E_e) \left(1 + b \frac{m}{E_e} + a \frac{\vec{p}_e \vec{p}_\nu}{E_e E_\nu} \right) dE_e d\Omega_{e\nu} \quad (3.7)$$

$$= N_1(E_e) \left(1 + \tilde{a} \frac{\vec{p}_e \vec{p}_\nu}{E_e E_\nu} \right) dE_e d\Omega_{e\nu} \quad (3.8)$$

avec

$$N_1(E_e) = F(\pm Z, E_e)N_0(E_e)\left(1 + b\frac{m}{E_e}\right) \quad (3.9)$$

$$\tilde{a} = \frac{a}{1 + b\frac{m_e}{E_e}} \quad (3.10)$$

L'assymétrie angulaire $\beta - \nu$ de la désintégration s'exprime donc au travers du facteur $(1 + \tilde{a}\frac{p_e \nu}{E_e E_\nu})$.

D'après les définitions du paramètre de corrélation angulaire, du paramètre de Fierz (section 1.1.3), et en supposant conformément au Modèle Standard les constantes de couplages axiales égales et réelles ($C_A = C'_A \in \mathbb{R}$) :

$$\tilde{a} = \frac{a}{1 + b\frac{m_e}{E_e}} \simeq -\frac{1}{3} \frac{1 - |\epsilon|^2 - |\epsilon'|^2 - \frac{\alpha Z m}{p_e} \Im(\epsilon + \epsilon')}{1 + \Re(\epsilon + \epsilon')\frac{m_e}{E_e}} \quad (3.11)$$

en posant :

$$\epsilon = \frac{C_T}{C_A} ; \quad \epsilon' = \frac{C'_T}{C_A} \quad (3.12)$$

L'expérience de mesure de la corrélation angulaire permet la détermination de $\langle \tilde{a} \rangle$. Sur l'ensemble du spectre expérimental, considéré sans seuil en énergie du β , sans coupure en temps de vol, avec un seul détecteur d'ion de recul :

$$\langle \frac{m_e}{E_e} \rangle \equiv 0.1906 ; \quad \langle \frac{m_e}{p_e} \rangle \equiv 0.1977 \quad (3.13)$$

et :

$$\langle \tilde{a} \rangle \equiv \frac{\langle a \rangle}{1 + 0.1906b} \quad (3.14)$$

Les contraintes sur les constantes de couplages C_T et C'_T déduites d'une mesure du paramètre $\langle \tilde{a} \rangle$ à une précision de 0.5% sont présentées sur la figure 3.12. On suppose dans ce cas que $\langle \tilde{a} \rangle$ prend la valeur prédite par le Modèle Standard : $\langle \tilde{a} \rangle = -\frac{1}{3}$.

3.4 Le quadrupôle radiofréquence refroidisseur regroupeur

Afin d'injecter avec une bonne efficacité les ions radioactifs dans le piège, il est préférable que leur dispersion énergétique ne dépasse pas quelques eV, sans quoi la profondeur du puits de potentiel effectif, correspondant aux caractéristiques de la tension RF que l'on peut appliquer au piège de Paul, ne serait pas suffisante (section 3.5). En outre, l'injection des ions doit être synchronisée avec les tensions d'arrêts et de piégeage appliquées aux électrodes du piège. Les ions doivent être de ce fait regroupés dans le temps et l'espace avant leur injection. Le rôle du RFQ refroidisseur regroupeur est donc, comme son nom l'indique, de refroidir, et de regrouper les ions en paquets, pendant leur décélération.

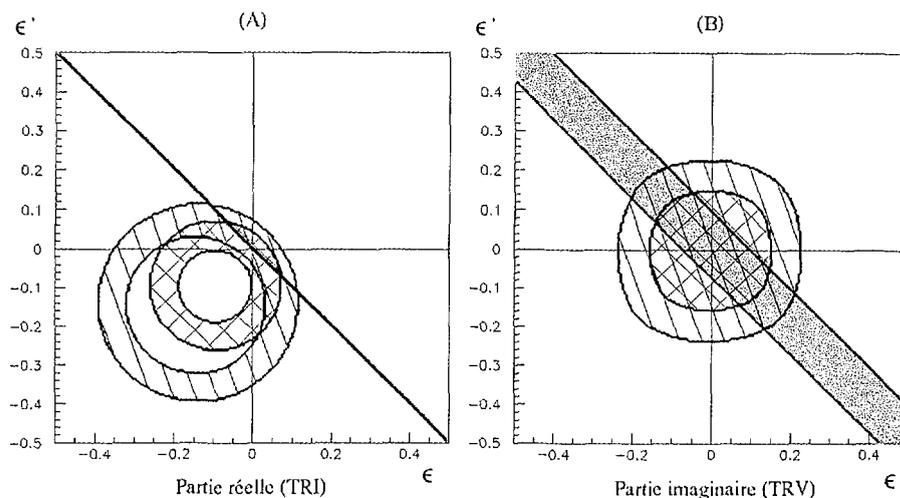


FIG. 3.12 – Contraintes (95 % C.L.) sur les constantes de couplage C_T et C_T^I . En simple hachure, les contraintes déduites de la mesure de a_{GT} par Johnson et al.[16]. Les zones quadrillées correspondent aux contraintes améliorées dans le hypothèse d'une mesure donnant $\langle \tilde{a} \rangle = -0.33333 \pm 0.00167$. (A) Contraintes dans l'hypothèse d'interaction tensorielle invariante par renversement du temps. La ligne noire représente les contraintes liées à la mesure de $b(^{22}\text{Na})$ [39]. (B) Contraintes sur la partie imaginaire des constantes de couplages, violant la symétrie T , toutes phases confondues. La bande diagonale grisée représente les contraintes liées à la mesure de $R(^8\text{Li})$ [40].

Il existe différentes façon de refroidir les ions : le refroidissement stochastique [65], et le refroidissement par électrons [66] sont utilisés dans les anneaux de stockage. Le refroidissement résistif [67], le refroidissement par laser [68] et par cellule de gaz [69] sont utilisés dans les pièges à ions. Alors que les deux premiers types de refroidissement ont des temps caractéristiques de l'ordre de la seconde, voire même de la minute, la dernière technique présente des temps de refroidissement de l'ordre de quelques millisecondes. Elle est donc la méthode tout particulièrement indiquée pour les ions radioactifs à temps de vie courts.

Il est possible de refroidir un faisceau par l'action thermalisante d'un gaz tampon ("buffer gas"), soit dans un piège de Penning, soit dans un piège de Paul. Dans les deux cas, le phénomène de diffusion des ions dans le gaz, qui induit un éclatement spatial du faisceau, est contrebalancé par les forces électromagnétiques de rappel des ions vers le centre du piège.

Le refroidissement du faisceau dans un piège de Penning est depuis longtemps utilisé à ISOLTRAP [74]. Dans ce type de fonctionnement, il est nécessaire de soumettre les ions à une excitation électrique azimutale à une fréquence $\omega_{r+} + \omega_{r-}$. En effet, l'introduction de gaz dans ce type de piège en fonctionnement normal, induirait un transfert d'énergie entre le mouvement cyclotron qui est amorti, et le mouvement magnétron dont l'amplitude augmente. L'excitation, réalisée au moyen de la segmentation de l'anneau du piège, permet d'amortir ces deux mouvements de concert, en les couplant. Cette technique présente un

grand avantage par rapport au refroidissement dans un piège de Paul. Elle est sélective en masse : des pouvoirs de résolution de 10^5 peuvent être atteints [75], l'élimination des contaminants y est très efficace. Cependant, lorsqu'une sélection isobarique rigoureuse des ions piégés n'est pas nécessaire, le piège de Paul est souvent une bonne alternative : sa mise en oeuvre est plus simple, moins honéreuse. Le refroidissement y est en outre plus rapide, son acceptation et sa transmission sont meilleures.

L'idée d'introduire du gaz dans un piège de Paul, afin de refroidir les ions piégés par collisions, fut pour la première fois formalisée par Dehmelt en 1967 [69]. C'est en 1974 que l'effet d'un gaz tampon dans un quadropôle radiofréquence fut mis en évidence [71]. En 1992, la réduction du mouvement transverse des ions grâce au buffer gaz fut étudié par Douglas et French [72], dans un quadropôle de spectrométrie de masse pour analyse chimique. Enfin, en 1998, R. B. Moore et D. Lunney [73] montrèrent l'intérêt d'un tel dispositif pour la manipulation des faisceaux d'ions radioactifs. Ils réalisèrent la simulation d'un quadropôle radiofréquence refroidisseur pour la ligne de faisceaux radioactifs d'ISOLDE.

Des exemples de RFQ refroidisseurs regroupeurs opérationnels se trouvent à ISOLDE [76, 77], à Argonne [80], et à Jyväskylä [78]. Les deux premiers sont utilisés pour l'injection d'ions stables ou radioactifs dans des pièges de Penning employés comme spectromètres de masses [74, 79] de haute résolution. Le dernier est couplé à la ligne IGISOL, afin d'injecter le faisceau refroidi dans un piège de Penning pour une purification isobarique, puis l'étude spectroscopique des noyaux d'intérêt, ou une spectroscopie collinéaire par laser. D'autres quadropôles refroidisseurs regroupeurs sont en tests, dont celui du projet MISTRAL [76] à ISOLDE, celui de SHIPTRAP [81] à GSI, ainsi que le nôtre. Il s'agit à nouveau, pour ces deux premiers projets, de mesures de masse de noyaux radioactifs. Le projet SHIPTRAP utilise le même procédé qu'à ISOLTRAP : un premier piège de Penning pour une purification isobarique, puis un second piège pour la mesure de masse. Le projet MISTRAL utilise un spectromètre à transmission radiofréquence. Le principe de ce dispositif consiste en la mesure de la transmission des ions, plongés dans un champ magnétique, et dont le mouvement cyclotron subit une excitation par une tension radiofréquence, à travers différentes fentes qui sont placées le long de leur trajectoire proche de l'hélicoïde [76]. Les progrès et résultats récemment obtenus par différents groupes, laissent espérer une très bonne efficacité de refroidissement des ions du dispositif RFQ refroidisseur regroupeur (10% d'après les simulations [36]).

3.4.1 Présentation de l'ensemble RFQ

Dans l'expérience présente, l'ensemble RFQ refroidisseur regroupeur réalisera la mise en forme du faisceau d'ions ${}^6\text{He}^+$ issu de la source ECR de SPIRAL, nécessaire à l'injection des ions radioactifs dans le piège de Paul. Il a dans ce but trois fonctions principales :

- la décélération des ions, de quelques dizaines de keV à des énergies thermiques
- le refroidissement du faisceau
- la mise en paquets du faisceau

L'ensemble RFQ refroidisseur regroupeur est représenté sur la figure 3.13.

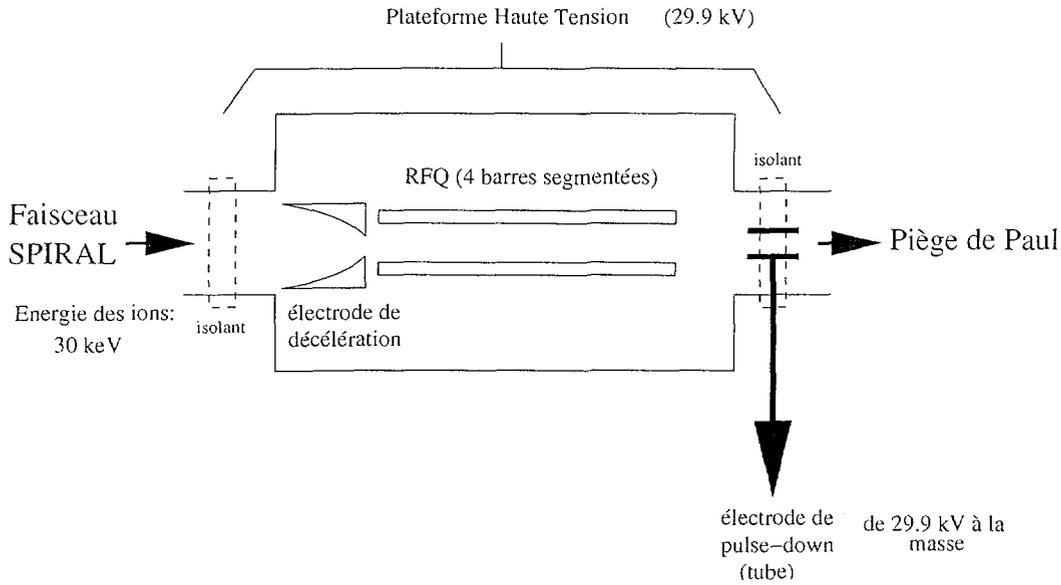


FIG. 3.13 – L'ensemble décélérateur, refroidisseur et regroupeur.

La décélération des ions du faisceau est réalisée par la cage haute tension. Le RFQ et l'électrode de décélération y sont contenues, ainsi que l'électronique de piégeage du RFQ pour que celle-ci soit protégée de tout claquage. La cage haute tension permet la réduction de l'énergie cinétique des ions de $T_K(eV)$ à $T'_K(eV)$, par l'application d'une tension $(T_K - T'_K)/e$ (V) sur l'électrode de décélération et l'ensemble des électrodes du RFQ. L'énergie T'_K des ions à leur injection dans le RFQ, de l'ordre d'une centaine d'eV, est ensuite perdue dans le gaz tampon par collisions. Nous expliquerons par la suite la raison de cette décomposition de la décélération en deux étapes. Afin que les ions ne soient pas à nouveau accélérés à la sortie de la cage haute tension, une électrode de "pulse down" permet la remise à la masse des ions lors de leur extraction. Ce tube joue le rôle d'une cage de Faraday vis-à-vis des ions qui y sont contenus. À la sortie du RFQ, les ions ont une énergie potentielle de l'ordre de la haute tension, par rapport à l'enceinte du piège de Paul transparent. Lorsque le paquet d'ions traverse le tube, le potentiel de ce dernier est brutalement abaissé de la haute tension à la masse, diminuant d'autant l'énergie potentielle des ions.

Le refroidissement des ions et leur regroupement en paquets est illustré sur la figure 3.14. Le RFQ refroidisseur regroupeur est un piège de Paul linéaire, dont chaque barreau est segmenté, et au milieu duquel l'injection du gaz tampon est pratiquée. Suivant l'axe du quadropôle, un champ de dérive des ions est réalisé, par l'application de tensions continues adéquates sur chacun des groupes de segments. Le gaz tampon et la tension RF appliquée sur le quadropôle permettent la thermalisation des ions tout en les gardant confinés au centre du RFQ. Les tensions continues appliquées sur les segments permettent de créer un puits de potentiel suivant la dimension longitudinale.

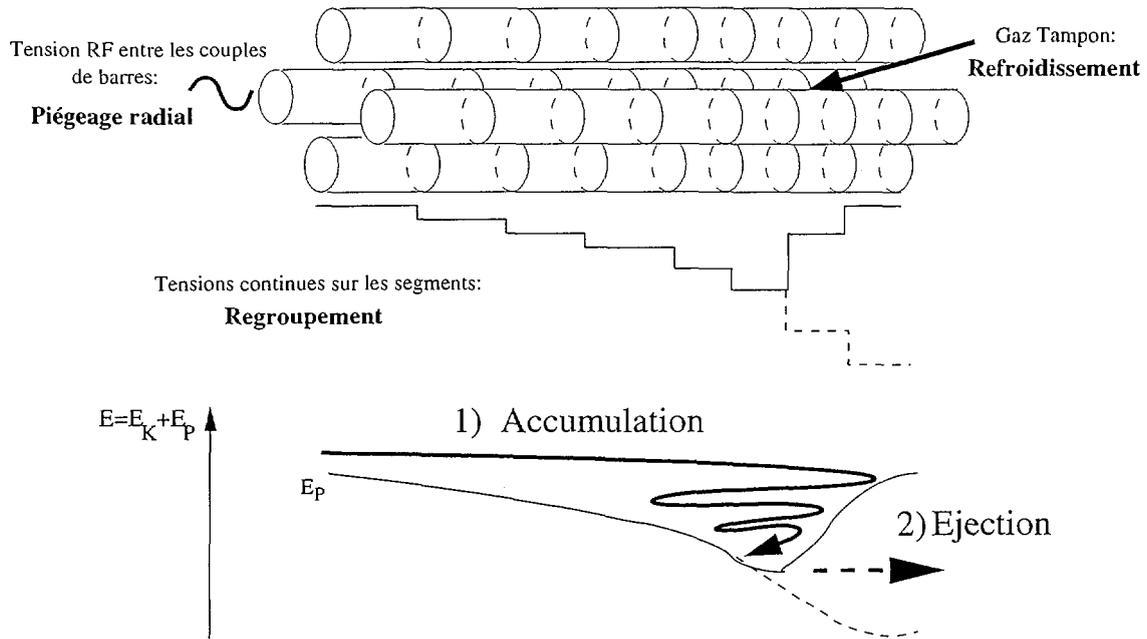


FIG. 3.14 – Principe du refroidissement et de la mise en paquets du faisceau par le RFQ refroidisseur regroupeur. Le gaz tampon permet la thermalisation des ions, pendant que la tension RF appliquée sur le quadrupôle permet le confinement de ceux-ci au centre du piège. La mise en paquets des ions est effectuée grâce aux tensions continues appliquées sur les segments du quadrupôle, qui créent un puits de potentiel suivant l'axe du piège. L'éjection des paquets est réalisée par l'abaissement des tensions continues des derniers segments.

L'extraction des ions est réalisée par l'abaissement des tensions continues des derniers segments.

3.4.2 Principe de fonctionnement

Afin de comprendre et d'évaluer quantitativement le refroidissement d'un faisceau d'ions, il est nécessaire d'introduire une notion très communément adoptée pour caractériser la qualité optique d'un faisceau : l'*émittance* [46]. L'émittance transverse et longitudinale sont des mesures du volume d'espace de phase occupé par le faisceau, à une énergie donnée.

Emittance d'un faisceau

La définition usuelle de l'émittance transverse est l'aire de la surface occupée par le faisceau, dans le plan position radiale - angle de déviation par rapport à l'axe. Son unité est de ce fait le *mm.mrad*. En général, les profils de faisceaux, à l'issue des sources ECR, ont une forme elliptique dans l'espace des phases associé à une direction transverse (fig. 3.15). Dans ce cas, à la sortie de la source, avec r le rayon du faisceau et p_r l'impulsion

transverse maximale, l'aire de la surface d'espace de phase s'exprime, suivant une direction transverse :

$$V_{sp} = \pi \cdot r \cdot p_r \quad (3.15)$$

si les axes principaux de l'ellipse sont ceux de l'impulsion et de la position. Avec α l'angle maximal de déviation par rapport à l'axe, $\alpha = p_r/p_z$, où p_z est l'impulsion longitudinale du faisceau, l'émittance transverse s'écrit alors :

$$\epsilon = \frac{V_{sp}}{\pi \cdot p_z} = r \cdot \alpha \quad (3.16)$$

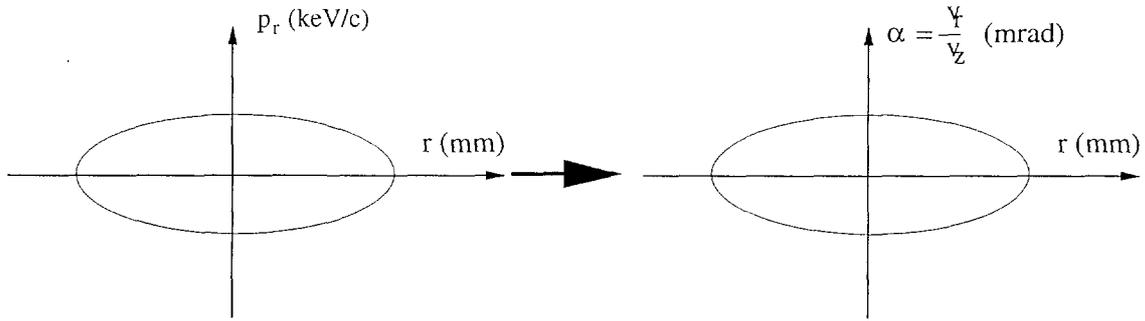


FIG. 3.15 – L'émittance d'un faisceau est l'aire qu'il occupe sur le plan position radiale - angle de déviation par rapport à l'axe. A la sortie d'une source ECR, le profil d'espace de phase du faisceau sur une direction transverse est en général une ellipse, dont les axes principaux sont les axes du plan.

D'après le théorème de Liouville, en l'absence de forces dissipatives, la surface d'espace de phase associée à chaque direction occupé par les ions est constant⁴. En fonction du temps, et de la tension radiofréquence à l'intérieur d'un piège de Paul linéaire, l'ellipse associée à l'émittance transverse va se distordre, par rotation de ses axes [46, 73]. Cependant, son aire restera constante à énergie constante (càd en dehors des phases d'accélération des ions). L'émittance transverse sera donc une quantité caractéristique du faisceau à une énergie donnée, puisqu'elle devra se conserver.

Lorsque le faisceau est pulsé, on définit l'émittance longitudinale comme le produit de la dispersion temporelle par la dispersion énergétique des ions. Elle s'exprime en $eV \cdot \mu s$. Elle est une mesure directe de l'espace de phase suivant la direction longitudinale. Dans l'hypothèse où la dispersion énergétique des ions est très petite devant la valeur centrale de l'énergie longitudinale :

$$\Delta E \Delta t \simeq v_{z0} \Delta p_z \times \frac{\Delta z}{v_{z0}} = \Delta z \Delta p_z \quad (3.17)$$

où l'on note ΔE la dispersion énergétique longitudinale, Δt la durée des pulses, v_{z0} la vitesse longitudinale moyenne des ions, et Δz la longueur spatiales des pulses.

⁴A condition que les équations du mouvement des ions soient découplées suivant chacune des directions. C'est le cas du champ quadrupolaire du piège de Paul linéaire (2.2.1).

Le refroidissement des ions

Si l'on veut refroidir le faisceau, c'est à dire réduire son espace de phase, il faut introduire des forces de friction dans l'équation du mouvement de l'ion. A cet effet, l'utilisation d'un gaz tampon permet de thermaliser les ions par collisions. Leur dispersion énergétique correspond alors à celle que l'on observe à des énergies thermiques; elle est réduite de quelques dizaines d'eV à la sortie des sources ECR, à quelques dizaines de meV. D'autre part, dans ce processus de thermalisation, l'effet des tensions de piégeage est celui d'une force de rappel des ions vers le centre du piège, qui s'oppose à l'éclatement du faisceau par phénomènes de diffusion. L'espace de phase est à nouveau réduit, cette fois-ci par diminution du volume où sont confinés les ions. La transmission d'un tel dispositif en est d'autant améliorée.

Deux processus limitent cependant l'efficacité de transmission et du refroidissement du RFQ : le premier est l'échange de charge, qui se traduit en une perte immédiate des ions qui le subissent. Le second est appelé chauffage radiofréquence ("RF Heating" [85]). Il consiste en l'augmentation de l'énergie d'un ion par une collision qui le déporte du centre du piège, sur une trajectoire plus énergétique. Il se traduit soit par un refroidissement plus long des ions considérés, soit par la perte de ceux-ci lorsqu'ils sortent de la zone de confinement radiofréquence, la zone où le potentiel est quadrupolaire. Ce dernier processus est d'autant plus important que la masse des atomes du gaz est grande vis-à-vis de celle des ions; il est minimisé lorsque le rapport $\frac{m_{\text{gaz}}}{m_{\text{ion}}}$ est très inférieur à 1.

En outre, d'un point de vue plus pratique, deux autres considérations techniques sont à prendre en compte. Il est en principe possible de stopper les ions directement dans le gaz, sans les décélérer, si la pression dans le RFQ est suffisante. De la même façon, le refroidissement est d'autant plus rapide que la pression du gaz est grande. En fait, la pression est limitée par la nécessité d'avoir de bons vides à l'extérieur de l'enceinte, dans la ligne de faisceau, et dans le cas de notre expérience, dans le piège de Paul tridimensionnel. De plus, l'arrêt direct des ions dans le gaz occasionnerait des perturbations importantes du potentiel radiofréquence vu par les ions à l'intérieur du quadrupôle, par ionisation des molécules du gaz. En conséquence, une première décélération est nécessaire à l'injection des ions dans le RFQ. C'est pourquoi le RFQ est contenu dans une plateforme haute-tension, portée à un potentiel légèrement inférieur d'une centaine d'eV à l'énergie cinétique qu'ils possèdent à la sortie de la source ECR. Dans ce cas, du fait des hautes tensions appliquées pour la décélération des ions, la pression est limitée par les risques de claquage, en particulier liés aux électrons secondaires créés lors de l'arrivée des ions dans le gaz. Des pressions de l'ordre de quelques Pa au maximum seront considérées au centre du RFQ.

La mise en paquets des ions

Le regroupement des ions implique leur piégeage dans la dimension axiale du piège. Pour cela, des tensions continues peuvent être appliquées sur les segments des barres du quadrupôle, créant un puits de potentiel suivant la direction longitudinale. Lorsque les ions subissent des collisions successives avec les molécules du gaz, ils perdent de leur énergie

cinétique et finissent par tomber au plus bas du puits de potentiel (fig. 3.14). Leur zone de piégeage a alors des dimensions légèrement inférieures à la longueur du segment de potentiel le plus bas.

3.4.3 Simulations du refroidissement du RFQ

Afin de l'adapter au mieux à l'injection des ions ${}^6\text{He}^+$, les caractéristiques du RFQ refroidisseur regroupeur ont été optimisées par simulation. Deux approches ont été successivement utilisées pour leur détermination [82] :

- L'approche macroscopique. Cette approche fait appel à la notion de mobilité, notée K , dans le gaz. A la force de confinement radiale du RFQ, s'ajoute une force de friction visqueuse d'amplitude égale à $-\frac{q}{m} \frac{\bar{v}_r}{K}$ [73]. L'ordre de grandeur de K est tel que $\frac{q}{mK} \simeq 10^4 \text{s}^{-1}$. Sa valeur peut être trouvée dans des tables [83]. Dans ce cas la trajectoire est celle d'un ion piégé dans un potentiel quadrupolaire, mais dont le mouvement serait amorti.
- L'approche microscopique. Dans ce cas on introduit un potentiel d'interaction du type (n,6,4) [83, 84] :

$$V(r) = \frac{B}{r^n} - \frac{C_6}{r^6} - \frac{C_4}{r^4} \quad (3.18)$$

avec n compris entre 8 et 16. Le refroidissement provient des termes attractifs à longue portée, en r^{-6} et r^{-4} . Les collisions sont traitées une à une dans un calcul de Monte Carlo, occasionnant des changements de direction des ions parfois radicaux. La trajectoire des ions est alors un mouvement erratique, dont la tendance serait de se rapprocher de l'axe du piège. Cette approche permet en outre de tenir compte des phénomènes d'échanges de charge en introduisant les sections efficaces d'interactions adéquates.

Aux énergies mises en jeu, seules les collisions élastiques entre les ions et les molécules de gaz sont considérées ; les collisions inélastiques sont négligeables. Les deux types de simulations ne considèrent donc que ce type de collision. D'autre part, la perte d'ions par phénomène d'échange de charge est calculée par le biais du libre parcours moyen dans l'approche macroscopique, alors qu'elle intervient sous la forme de section efficace d'interaction dans le calcul microscopique.

Le phénomène de chauffage radiofréquence n'est pris en compte que dans la simulation de Monte Carlo. Afin de minimiser la perte liée à ce phénomène, la masse du gaz tampon doit être largement inférieure à celle des ions, et la proportion de gaz contaminants lourds dans l'enceinte du piège doit être la plus basse possible.

Le champ électrique à l'intérieur du RFQ était soit calculé analytiquement, soit donné par le programme SIMION (voir chapitre 5).

Le premier type de simulation, dont le temps calcul était bien moins important que le second, a été utilisé en première approche pour optimiser les caractéristiques du RFQ refroidisseur regroupeur. Le second permettait un calcul plus fin des efficacités de transmission et des propriétés de refroidissement du faisceau.

Le quadropôle refroidisseur regroupeur

Des simulations précédentes, il fut tiré plusieurs conclusions :

- Le seul gaz tampon possible, pour le refroidissement d'un faisceau d'ions ${}^6\text{He}^+$, est l'hydrogène, moléculaire ou monoatomique. Le phénomène de chauffage RF restreint le choix du gaz tampon à des gaz He , H_2 ou H . Cependant, l'utilisation de gaz He fait tendre la transmission du RFQ dramatiquement vers zéro, du fait de l'échange de charge résonnant entre les ions ${}^6\text{He}^+$ et les atomes ${}^4\text{He}$.
- Avec un tel gaz tampon, il est possible d'atteindre des transmissions de l'ordre de 10% entre l'entrée du RFQ et sa partie regroupeur, avec 45% de pertes liées au chauffage radiofréquence et autant d'échange de charges. La durée du transport des ions est de l'ordre de 500 μs .
- Lorsque les ions sont stockés dans la partie regroupeur du RFQ, un temps moyen de pertes d'ions par échange de charge de 10 ms environ est attendu.
- La distribution des vitesses transverses des ions à la sortie du RFQ a un écart type moyen de l'ordre de 1000 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$, ce qui correspond à une température de 360 K , proche de celle du gaz tampon, ce qui est cohérent avec d'autres simulations [73].
- La dispersion en vitesse longitudinale⁵ des ions extraits est de l'ordre de 4 eV pour une tension d'extraction de 500 V .

Les caractéristiques du RFQ refroidisseur regroupeur sont les suivantes :

Élément	Description
Injection	
Electrode de décélération Trou d'injection	plaques parallèles de diamètres décroissants 30 26 et 18 mm diamètre 4 mm
RFQ refroidisseur regroupeur	
Quadropôle RF segments du refroidisseur segments du regroupeur isolants entre les segments	$r_0 = 15 \text{ mm}$, 26 segments de diamètre 17.3 mm 20 segments de 2 cm de long 6 segments de 1 cm de long canons d'alumine, 0.1 mm d'écart entre les segments
Extraction	
Electrode d'extraction Trou d'extraction Pulse-down	Plaque de fin du buncher diamètre 4 mm tube de 20 cm de long, diamètre 5 cm

La figure 3.16 présente une coupe des électrodes du RFQ.

Vide

L'introduction du gaz tampon au centre du RFQ, à des pressions de l'ordre du Pa , est une source éventuelle de problèmes, que nous avons pour certains déjà évoqués :

⁵Ceci est dû à la taille du paquet d'ions piégés à l'intérieur de la partie regroupeur du RFQ, suivant l'axe de ce dernier. Les ions ne sont pas accélérés de la même façon suivant l'endroit où ils se trouvent lors du pulse d'extraction.

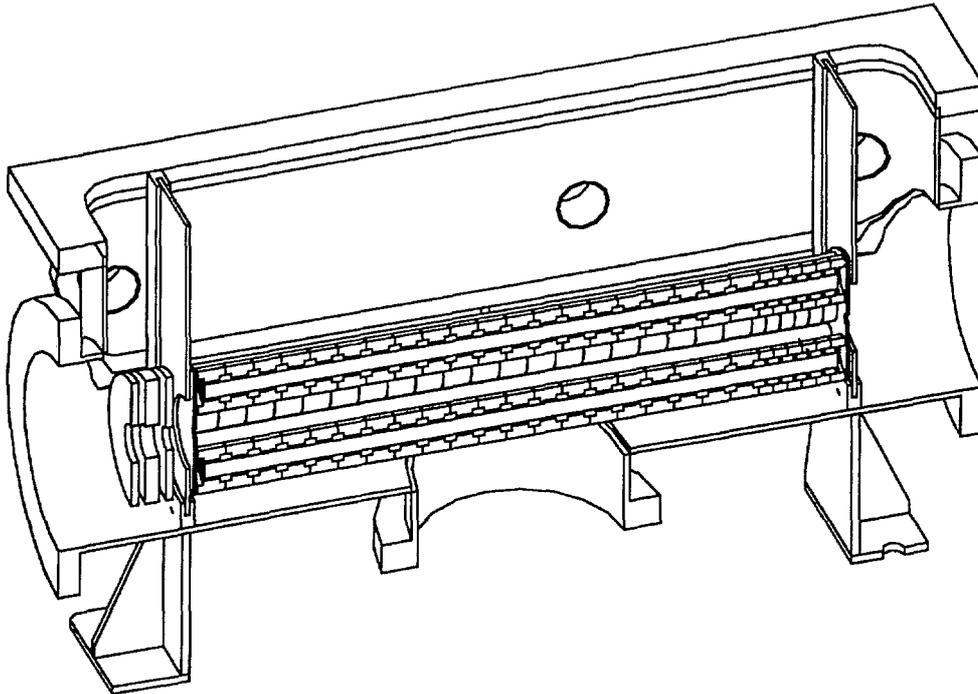


FIG. 3.16 – Coupe des électrodes du RFQ.

- claquages électriques dans l'enceinte du RFQ, entre les électrodes de décélération ou de pulse down, portées à la haute tension, et les éléments à la masse
- mauvaise pression à l'intérieur du piège de Paul, dont les conditions optimales de fonctionnement correspondent à des pressions inférieures à 10^{-7} Torr
- perte d'ions liée à des processus de recombinaisons chimiques

De ce fait, des contraintes sévères sur la qualité du vide ont été adoptées pour réduire les phénomènes que l'on vient de citer.

Des pressions de l'ordre de $3. \times 10^{-5}$ Torr à l'entrée et à la sortie ont été choisies comme pressions maximales acceptables [82]. Afin de descendre au dessous de cette limite, le quadropôle a une structure fermée, au moyen de barreaux isolants et de barreaux en acier mis à la masse, placés entre les quatre électrodes (fig. 3.17). Les trous d'injection et d'extraction ont un petit diamètre, de telle façon que le gaz tampon soit relativement confiné à l'intérieur de cette structure. Deux pompes turbo de 1000 ls^{-1} chacune, sont placées aux extrémités de l'enceinte du RFQ. Actuellement, en l'absence d'injection du gaz tampon, le vide atteint au niveau de ces deux caissons de pompage est de l'ordre de 4×10^{-8} Torr. Une pompe de 500 ls^{-1} placée dans le guide d'ions du RFQ vers le piège, ainsi qu'une pompe ionique dans l'enceinte du piège devraient permettre d'y atteindre sans problème l'ultravide. Afin d'éviter les problèmes liés aux réactions chimiques, le gaz tampon injecté (Hydrogène 9,5) est un gaz de grande pureté, la proportion d'éléments chimiques

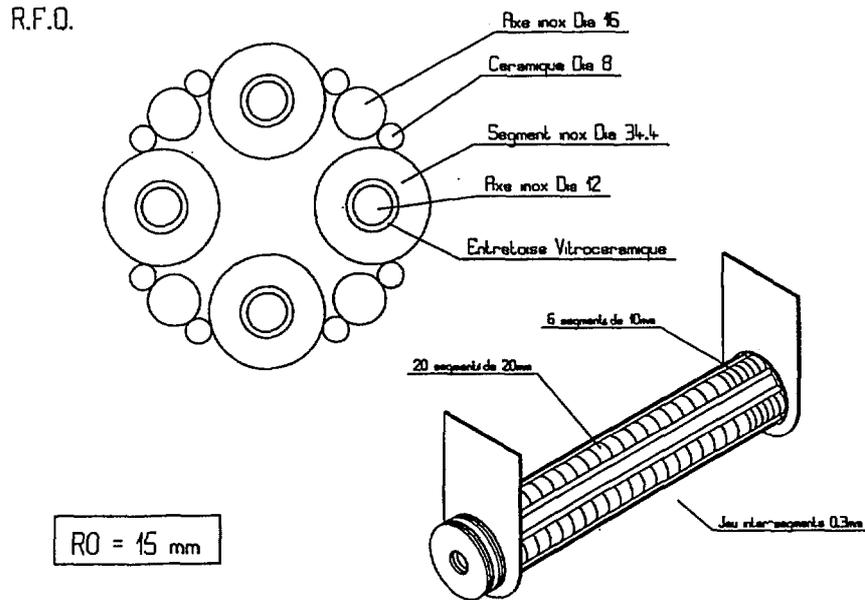


FIG. 3.17 – La structure fermée du RFQ.

étrangers est inférieure à 10 ppm.

La tension RF et les tensions continues

La figure 3.18 présente le puits de potentiel effectif du RFQ en fonction de la fréquence et de l'amplitude de la tension alternative appliquée entre les barreaux, pour des ions ${}^6\text{He}^+$.

A l'heure actuelle, un transformateur permet d'obtenir des tensions d'amplitude de l'ordre de 200 V à 2 MHz, qui correspondent à un point de fonctionnement $q = 0.18$ du piège linéaire. Des tensions continues, de 0 à 100 V, découplées de la RF, permettent de fixer les potentiels de 4 groupes de 5 segments solidaires. Prochainement, chacun des segments des groupes seront désolidarisés par un pont de résistances, afin d'appliquer un champ de dérive des ions plus uniforme.

Premiers tests de refroidissement d'ions

Les premiers tests de refroidissement d'ions, avec les caractéristiques des jeux de tensions telles que nous les avons décrites dans le paragraphe précédent, ont donné les premiers signes de refroidissement de faisceaux d'ions issus d'une source d'ionisation.

Des ions ${}^{40}\text{Ar}^+$, ${}^{14}\text{N}_2^+$ et très récemment ${}^4\text{He}^+$ (avec dans ce cas comme gaz tampon l'Hydrogène) ont pu être conservés pendant quelques ms dans la partie regroupeur du RFQ. Des signaux d'ions extraits furent détectés après leur stockage, au bout d'une ligne

Profondeur du puits de potentiel effectif (eV)

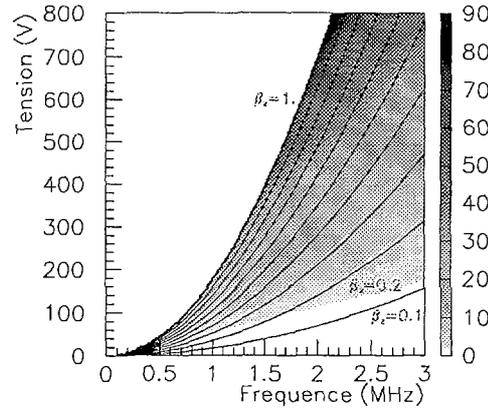


FIG. 3.18 – Le puits de potentiel effectif du RFQ pour des ions ${}^6\text{He}^+$.

d'un mètre de long environ, aux temps de vol correspondant à leurs masses. Pour chacun des ions, la largeur observée de la distribution en temps de vol était de l'ordre de 200 ns.

3.5 Le piège de Paul

Le piège de Paul utilisé pour les premières expériences de piégeage d'ions stables est un dispositif qui a été réalisé pour la première fois au laboratoire Aymé Cotton [61]. La géométrie transparente de l'anneau permettait une excitation des ions piégés par laser. Sa structure est présentée sur la figure 3.19.

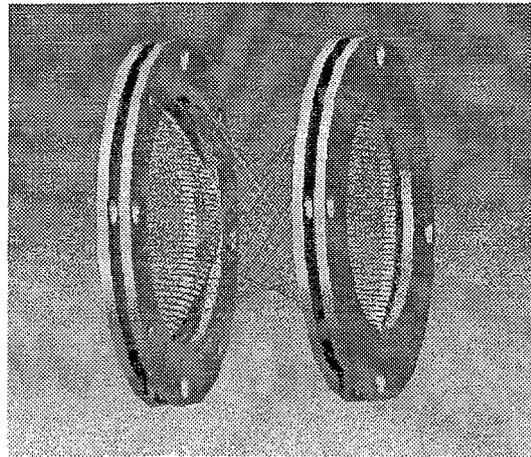


FIG. 3.19 – Le piège de Paul utilisé. Son anneau est constitué de fils, et est une génération mathématique exacte d'une hyperboloïde. Le rayon r_0 du piège est de 12.5 mm.

Dans l'expérience présente, le piège de Paul est censé permettre la détection des particules chargées provenant de la désintégration β de l'ion piégé. Il est au centre du dispositif expérimental ; il définit l'endroit de stockage des ions radioactifs, donc la taille et la géométrie de la source radioactive étudiée. La forme du spectre de désintégrations que l'on obtiendra dépend énormément des caractéristiques du piégeage d'ions, et dans ce sens, il sera l'objet d'une étude approfondie au chapitre 6. Pour des raisons que nous exposerons plus loin, il n'est pas du tout évident que la géométrie ci-dessus soit la géométrie définitive que nous utiliserons dans l'expérience de mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$. Une géométrie un peu plus exotique paraît en effet plus adéquate [64]. C'est cependant ce type de piège que nous avons testé, et dans ce cadre il est utile ici de présenter ses caractéristiques.

3.5.1 Transparence

La structure en fils du piège est de forme rigoureusement hyperboloïde. L'équation d'une hyperboloïde en 3 dimensions à une nappe (type de quadrique) est :

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \quad (3.19)$$

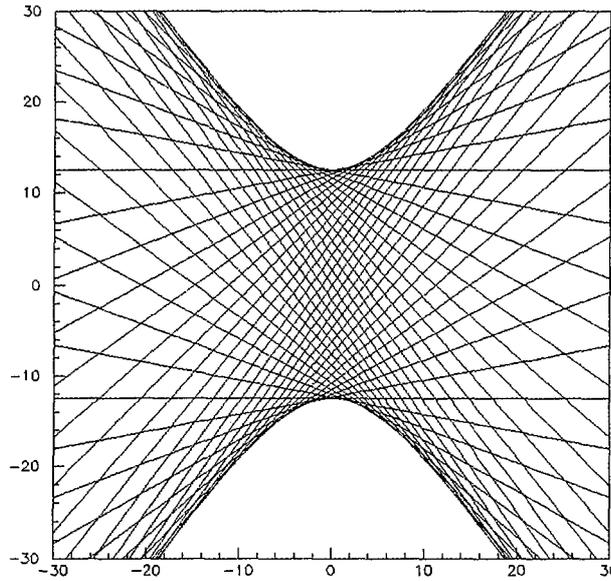


FIG. 3.20 – L'anneau du piège de Paul peut être composé par une série de fils dont une projection sur un plan est représenté sur cette figure. Cette série décrit une forme hyperboloïde parfaite. L'anneau a ici un rayon $r_0 = 12.5$ mm.

On retrouve l'équation des électrodes 2.15 en remplaçant les valeurs de a, b, c par 1, 1 et $-\frac{1}{2}$, respectivement. Cette dernière équation définit une surface dans l'espace qui a la propriété d'être doublement réglée : par chaque point de l'hyperboloïde passent deux droites qui lui appartiennent. Il est donc possible de décrire la surface de cette quadrique

par un jeu infini de droites, appelées génératrices, et qui se déduisent les unes des autres par rotation autour de l'axe de révolution de l'hyperboloïde. La structure de l'anneau du piège de Paul utilisé découle de cette propriété mathématique. Il est donc possible de tisser l'anneau de façon aérée, de façon à permettre une bonne transparence aux particules émises (fig. 3.20). Dans notre cas, l'anneau est composé de deux séries de 24 fils d'acier de $100 \mu\text{m}$ de diamètre, qui se répètent tous les 15° , et qui décrivent une hyperboloïde de rayon interne $r_0 = 12.5 \text{ mm}$. Les chapeaux, pleins et constitués de cuivre, sont situés à une distance $r_0/\sqrt{2}$ du centre, et ont une forme hyperboloïde approximée par deux cônes de pentes différentes. Des trous y ont été ménagés pour l'injection et l'extraction des ions. La géométrie de chacune de ces électrodes est présentée sur la figure 3.21. Le potentiel engendré par ce type de piège a été simulé, ainsi que sa transparence aux particules chargées.

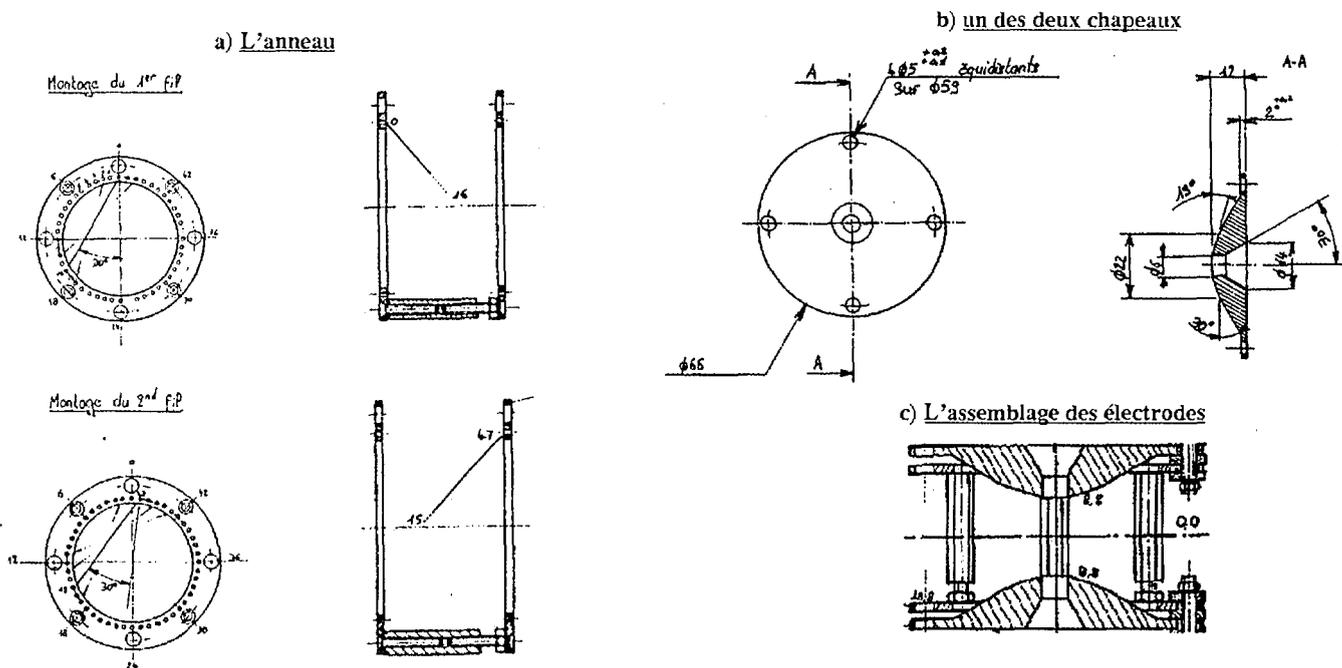


FIG. 3.21 – Représentation des différentes électrodes du piège. La figure a) présente le schéma du tissage de l'anneau. Les chapeaux sont représentés en b), et le montage des électrodes entre elles en c).

3.5.2 Fonctionnement

Ultravide

Afin de piéger les ions efficacement et pendant un temps suffisamment long, le piège est plongé dans un vide très poussé (ultravide, ou UHV) : l'enceinte dans laquelle est placé le piège est maintenue à une pression de l'ordre de $5 \times 10^{-9} \text{ Torr}$ par une pompe ionique de 400 l.s^{-1} . Ce vide permet d'éviter une perte trop rapide des ions piégés par collisions. Dans

l'approximation d'une section efficace de collision géométrique, la longueur de collision moyenne de l'ion, avec une molécule d'air résiduel, s'écrit simplement en fonction de la pression régnant dans l'enceinte :

$$\lambda = \frac{1}{n^o \sigma_{geom}} = \frac{1}{n^o \pi r^2} \quad (3.20)$$

et avec le nombre volumique de particules n^o , dans l'approximation de l'air comme gaz parfait $n^o = \frac{\mathcal{N}P}{RT}$, cette équation devient :

$$\lambda = \frac{RT}{\mathcal{N}P\pi r^2} \quad (3.21)$$

Le temps moyen de confinement d'un ion est alors égal, en fonction de sa vitesse, à $\tau = \frac{\lambda}{v}$. L'énergie typique des ions piégés étant de l'ordre de l'eV, nous pouvons estimer l'ordre de grandeur des temps de confinement pour différents types d'ions.

Temps moyen de collision des ions (s)				
Pression (Torr)	$\lambda(m)$	He (A=4)	Mo (A=96)	Hf (A=179)
10^{-5}	99.1	1.42×10^{-2}	6.98×10^{-2}	9.53×10^{-2}
5.10^{-9}	1.98×10^5	28.4	140	190

Le vide atteint à l'intérieur de l'enceinte permettait donc de garder les ions piégés pendant plusieurs secondes. Dans le cas du piégeage des ions ${}^6\text{He}^+$, un vide de l'ordre de 10^{-7} Torr sera suffisant pour que le temps moyen de collision des ions soit supérieur à $2.3 \times T_{1/2} = 1.85$ s, ce qui correspond au temps moyen pour lequel 90% des ions se seront désintégrés.

Tension Radiofréquence

Les caractéristiques de la tension radiofréquence appliquée au piège devaient correspondre aux diagrammes de stabilité des ions que nous désirions piéger. Un montage électronique à base de transistors permettait d'élever la tension d'un générateur de signaux programmable afin d'appliquer la tension excitatrice, nécessaire au piégeage des ions, sur l'anneau du piège. Il permettait, en outre, d'appliquer sur les chapeaux et l'anneau des fronts de tensions continues lors des cycles d'injection et d'extraction des ions, et le démarrage de la tension radiofréquence sur une phase précise de celle-ci.

Les caractéristiques de la tension radiofréquence étaient limitées par la puissance maximale qui pouvait être délivrée à la capacité créée par les électrodes du piège de Paul et par leurs câbles de connexion. La tension radiofréquence que nous pouvions appliquer sur l'anneau du piège avait les caractéristiques suivantes :

Fréquence	400 kHz	1 MHz	2MHz
Amplitude de la tension RF	120	80	45

La tension continue entre les chapeaux et l'anneau étant nulle, le paramètre de Matthieu a_z était de ce fait nul (équation 2.19). Le domaine de stabilité des ions dans le piège était donc défini par l'intervalle $q_z \in [0., 0.908]$.

Tension RF	Valeur de q_z en fonction du type d'ion			
	${}^4\text{He}^+$	${}^{27}\text{Al}^+$	${}^{96}\text{Mo}^+$	${}^{179}\text{Hf}^+$
120V 400 kHz	11.7	1.74	0.489	0.263
80V 1 MHz	1.25	0.186	0.052	0.028
45V 2 MHz	0.176	0.0261	0.007	0.004

Le modèle du potentiel effectif permet de tracer sur le diagramme de stabilité des ions, l'énergie cinétique maximale des ions piégés (équation 2.37). La figure 3.22 présente ici les diagrammes de stabilité des ions Hélium et Molybdène.

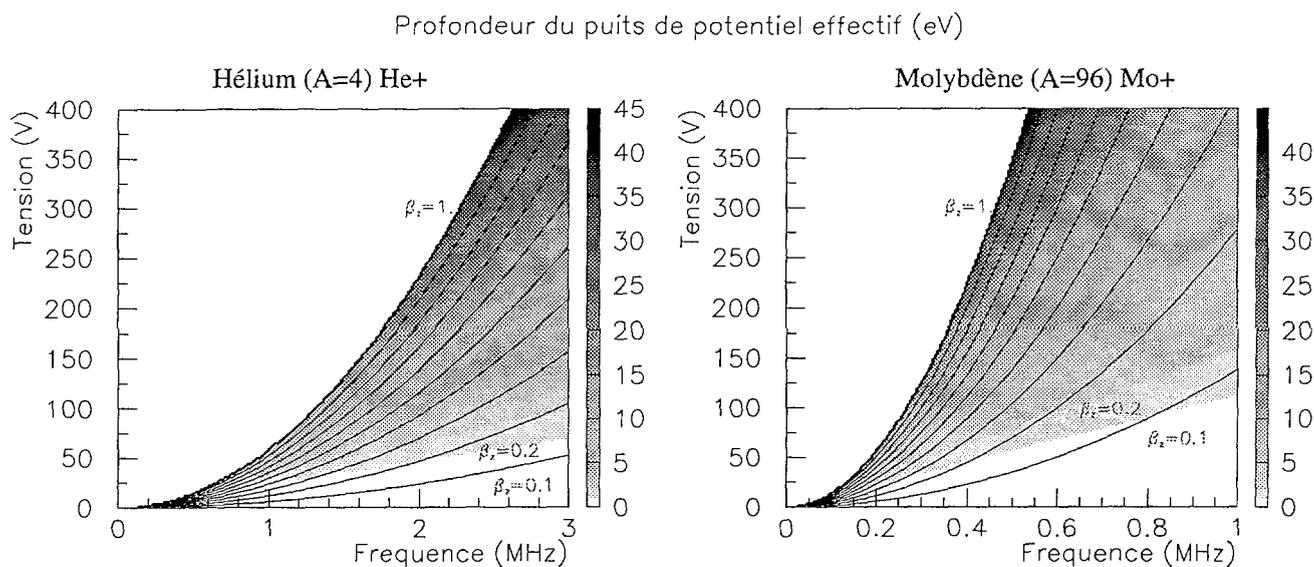


FIG. 3.22 – Les diagrammes de stabilité des ions ${}^4\text{He}^+$ et ${}^{96}\text{Mo}^+$. Le puits de potentiel effectif y est représenté (échelle sur la droite des figures, en eV). Les lignes sont des contours iso- β . Le domaine de validité du calcul du puits de potentiel correspond aux régions pour lesquelles β est faible ($\beta \ll 1$).

Pour un puits de potentiel effectif de l'ordre d'1 eV, la capacité du piège transparent est de l'ordre de 10^7 ions, d'après l'équation 2.46.

3.6 Le dispositif de détection

Le dispositif de détection n'est, à l'heure actuelle, pas encore complètement fixé. Nous ne donnons dans ce paragraphe que quelques indications concernant les différents types de détecteurs qui sont à l'heure actuelle envisagés, et en particulier les efficacités typiques qui sont attendues.

Le dispositif de détection, placé autour du piège, est présenté sur la figure 3.23. L'électron et l'ion de recul seront détectés en coïncidence, pour des angles relatifs maximaux.

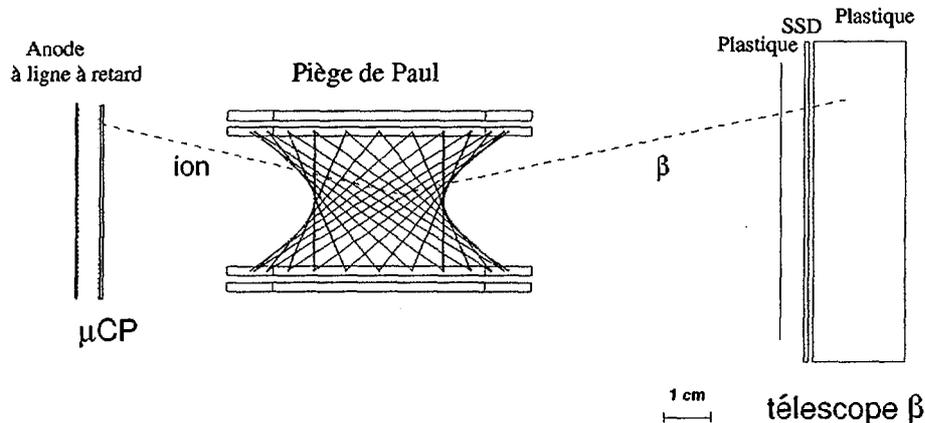


FIG. 3.23 – Le piège et le dispositif de détection. Le détecteur de l'électron est un télescope hybride. Les ions de recul sont détectés par un ensemble galette de microcanaux suivi d'une anode de lignes à retard.

Pour l'électron, le détecteur envisagé est un télescope comportant un premier détecteur en plastique ΔE_1 d'épaisseur fine, suivi d'un silicium à piste double face ΔE_2 , puis d'un ou plusieurs silicium E d'épaisseur plus importante. Pour l'ion de recul, un détecteur constitué d'un empilement de galettes de microcanaux en chevrons, suivi d'une anode à lignes à retard, est ce moment en test. Les détecteurs seront éloignés d'environ 10 cm du centre du piège.

Immédiatement après chaque détection du β , la phase de la tension radiofréquence du piège sera éventuellement enregistrée, afin de pouvoir évaluer l'effet de perturbation de la trajectoire de l'ion de recul par les champs électriques. Le principe de cette évaluation sera présenté dans le chapitre 6. L'impulsion de l'ion de recul sera obtenue par temps de vol, le start étant donné par le premier plastique du télescope β , et le stop par les galettes de microcanaux. Notons que l'électron, relativiste, devrait atteindre son détecteur en approximativement en 0.33 ns , ce qui est négligeable par rapport au plus petit temps de vol de l'ion (typiquement 470 ns). L'angle relatif entre l'électron et l'ion de recul sera fixé par la localisation des particules sur leurs détecteurs respectifs, et la position du vertex de la désintégration donnée par le centre du piège.

3.6.1 Le détecteur de l'ion de recul

Du point de vue de la détection de l'ion, un détecteur à base de galette de microcanaux, suivi d'une anode à lignes à retard, de la firme ROENTDEK[94], est en test. Des résolutions de l'ordre d'une à deux centaines de μm ont été observées sur un spectre obtenu en plaçant une grille entre une source émettrice α et le détecteur. Le principe de fonctionnement de l'anode est illustré sur la figure 3.24. Le détecteur de l'ion de recul a un diamètre actif de 5 cm .

Les efficacités absolue et angulaire de détection des deux galettes disposée en chevron n'ont pas encore été mesurées. Cependant les travaux de Gao et al.[95], et Brehm et al.[96]

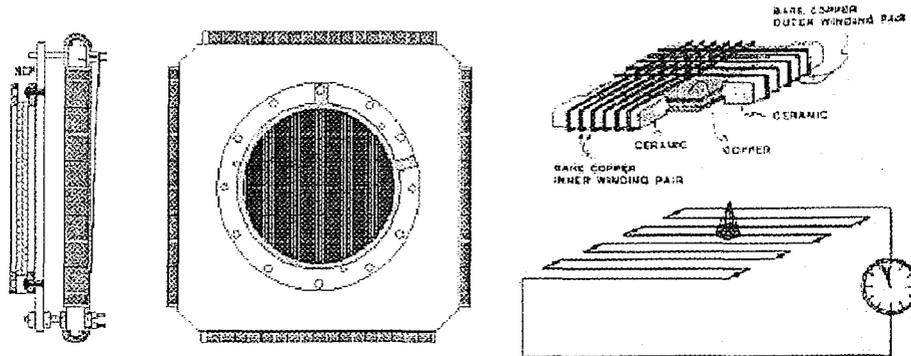


FIG. 3.24 – Détecteur de l'ion de recul. Le principe de fonctionnement est illustré sur les deux figures de droite. 2 bobinages de fils sont utilisés pour donner la position en X et Y de l'impact des électrons secondaires émis par l'empilement en Z des galettes de microcanaux. La différence entre les temps d'arrivée des signaux électriques à chaque bout d'un fil est directement proportionnelle à la coordonnée de l'impact [94].

montrent une efficacité absolue typique de l'ordre de 50%, lorsque les ions sont préaccélérés à des énergies supérieures à 3 keV . L'efficacité angulaire [95] dépend essentiellement de l'angle d'incidence des ions relativement à l'axe des tubes multiplicateurs de la galette de microcanaux. Elle est maximale et presque constante si l'incidence des ions est en moyenne normale à la surface du détecteur, sur une gamme d'angles $\theta \in [0^\circ, 5^\circ]$, θ étant l'angle de la direction d'incidence des ions avec la normale du détecteur.

De ce fait, une préaccélération de plusieurs keV des ions sera nécessaire avant leur arrivée sur leur détecteur, à la fois pour atteindre le plateau d'efficacité absolue, et afin de diminuer leur angle d'incidence avec la normale du détecteur.

Les mesures d'efficacités du détecteur de l'ion de recul seront bientôt réalisées au moyen d'une source d'ionisation, délivrant des ions He^+ , qui sera présentée dans le chapitre 4.

3.6.2 Le détecteur de l'électron

Ainsi que nous l'avons précédemment indiqué, le détecteur de l'électron sera un télescope composé d'un détecteur plastique, suivi d'un premier détecteur Silicium à piste, peu épais (quelques centaines de μm), et d'un deuxième voire même d'un troisième Silicium épais.

Le signal de start, nécessaire à la détermination du temps de vol de l'ion, sera acquis sur le détecteur plastique.

L'énergie de l'électron sera donnée par la somme des énergies déposées sur chacun des détecteurs du télescope. Une résolution typique de l'ordre du % devrait être atteinte.

La position de l'impact sera bien évidemment donnée par le premier Silicium fin. La surface active du détecteur β sera un carré de 50 mm de côté. La résolution du détecteur en position dépend de l'espacement des pistes de localisation. Une résolution typique de 1 mm sur la position de ce détecteur sera supposée dans le chapitre 6.

L'efficacité absolue du télescope sera proche de 100% pour les électrons.

Notons cependant que les effets de rétrodiffusions, importants pour des électrons de basse énergie, rendent difficile la détermination précise de l'énergie des particules, et devraient diminuer légèrement l'efficacité du détecteur β .

Chapitre 4

Expériences de piégeage d'ions

Dans ce chapitre seront présentées différentes expériences de piégeage d'ions, réalisées avec le piège de Paul transparent présenté dans la section 3.5. Le but de ces premières expériences était de se familiariser avec les techniques de piégeage d'ions, avec le piège de Paul. La première expérience consistait en l'injection de paquets d'ions issus d'un plasma laser, dont les caractéristiques, en quantité d'ions, et en espace de phase, étaient très favorables à un piégeage efficace. Cette première manipulation ayant donné des résultats tout à fait encourageants, nous avons testé dans un deuxième temps l'injection d'ions à partir d'une source d'ionisation. Cette manipulation était bien plus délicate, du fait de la faiblesse de l'intensité du faisceau injecté, et de sa dispersion en énergie. L'absence de dispositif de refroidissement des ions est apparue critique pour le succès de cette expérience, et de ce fait nous n'avons pas obtenu de signal de piégeage. Cependant, la conduite d'ions au travers de la ligne d'injection, et le fait que nous n'ayons pas pu piéger d'ions issus de la source, a été qualitativement bien comprise grâce aux simulations. C'est ce que nous montrerons au chapitre 5.

4.1 Tests de piégeage d'ions à partir d'un plasma laser

Le premier test avec le piège de Paul transparent, fut effectué avec différents types d'ions provenant d'un plasma laser. Cette technique était celle qui fut employée avec le même type de piège pour d'autres applications [63].

Le dispositif expérimental est présenté sur la figure 4.1. Un laser solide de puissance, de type Yag - Néodime, permettait de créer un plasma laser d'ions issus d'une feuille de métal placée au dessous de l'anneau du piège, au même potentiel. Les différentes cibles étaient des feuilles de 100 μm d'épaisseur de différents métaux : successivement une feuille de Molybdène, puis de Fer et d'Aluminium furent utilisées.

Afin d'avoir une information temporelle sur l'arrivée du pulse laser, et la création du plasma laser, une photodiode était placée devant un hublot de verre, en regard de la cible. Après leur piégeage, les ions pouvaient être extraits du piège de Paul, dans la direction d'une ligne de temps de vol, par l'application d'un pulse de tension sur l'un des chapeaux. Au bout

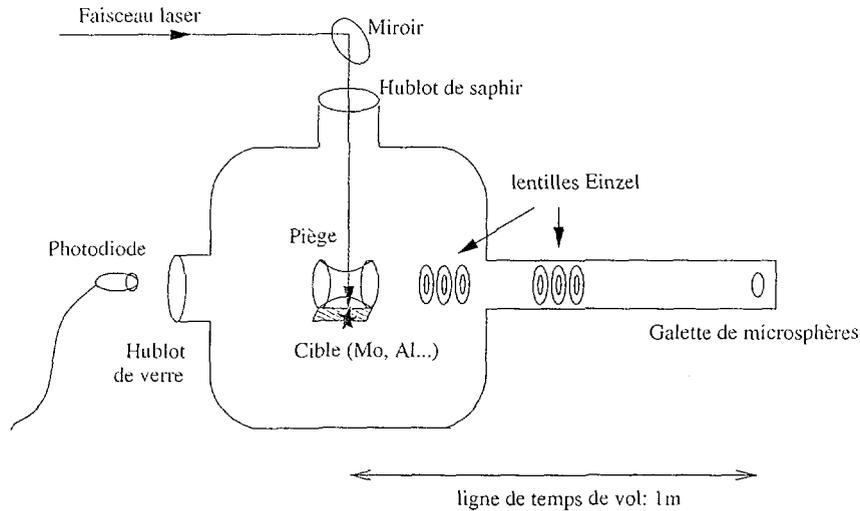


FIG. 4.1 – Le principe de la première expérience de piégeage. La source d'ions était créée par l'impact d'un laser de puissance sur une cible de métal placée sous l'anneau du piège.

de cette ligne de temps de vol, d'un mètre de long, était située une galette de microsphère, détecteur sensible à des particules chargées de basse énergie. Une discrimination en temps de vol rendait donc la discrimination en masse des ions chargés piégés possible.

4.1.1 Dispositif expérimental

Le laser

Le laser que nous avons utilisé est un laser solide pulsé, de type *Yag : Nd*, de la firme Quantel (YG481 de la série YG480). Il permettait, dans des conditions optimales, d'appliquer sur la cible de notre choix, un pulse laser de longueur d'onde 1064 nm , d'énergie 285 mJ , et de durée de $8 \text{ à } 15 \text{ ns}$ [86]. Le diamètre du faisceau à la sortie de la cavité laser était de 5 mm , le taux de répétition du pulse pouvait varier de $1, 5 \text{ à } 10 \text{ Hz}$.

Le faisceau était transporté au moyen d'un jeu de miroirs, et d'une lentille convergente pour atteindre la feuille de métal cible, en évitant les fils d'acier de l'anneau du piège, dans de bonnes conditions d'alignement.

L'intensité du pulse laser pouvait être modulée par une cellule Pockels. Le retard entre le début de l'amplification laser, signalée par un créneau de tension de 24 V par le boîtier laser, et la tension de Pockels, libérant l'impulsion laser, était réglable, de telle sorte que l'on pouvait décrire la totalité de la courbe de gain de l'amplification, en fonction de la durée du retard (voir figure 4.3).

La cible étant peu éloignée du piège de Paul par rapport à ses dimensions, le plasma laser ainsi créé fournissait une quantité d'ions d'intérêt largement supérieure à la capacité typique d'un piège de Paul de la taille de celui que nous utilisons ($\approx 10^7$ ions, cf section 3.5). L'angle solide du piège, vu de la cible, était de l'ordre de $\frac{1}{8} \cdot 2\pi$ stéradians (figure 4.2). Typiquement, le nombre de charges créées par un impact laser sur une cible métallique est

supérieur à la capacité d'au moins dix ordres de grandeurs (voir par exemple [87]). D'autre part, les énergies cinétiques des ions du plasma ainsi créé sont au maximum de quelques eV. De ce fait, la zone de piégeage, délimitée par l'anneau et les chapeaux, était remplie de plus d'ions d'énergies accessibles au piégeage qu'elle n'en pouvait au maximum garder.

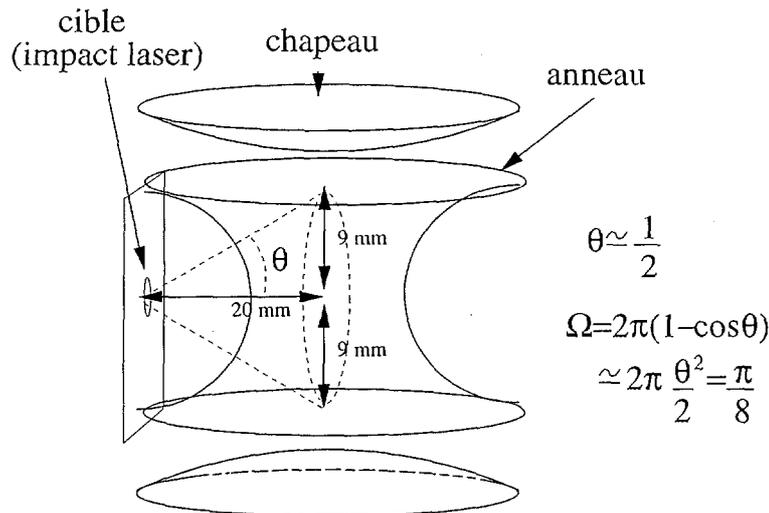


FIG. 4.2 - L'angle solide du piège vu de la cible.

La photodiode

La photodiode nous permettait à la fois d'obtenir une information sur le temps d'impact laser, et l'intensité du pulse laser. La référence de temps de la création du plasma laser nous était nécessaire pour sa synchronisation avec le début de l'excitation du piège. En outre, grâce à elle, la courbe de gain d'amplification laser en fonction du temps d'amplification, a pu être tracée (fig. 4.3). Elle correspond en forme et en temps à celle présentée par la notice constructeur [86].

La galette de microsphère

La galette de microsphère est un détecteur dont le principe de fonctionnement est semblable à celui de la galette de microcanaux : la multiplication des électrons secondaires est dans ce cas assurée par les collisions successives des électrons sur les parois des fines billes dont elle est constituée. Cette technologie est relativement récente, elle est développée par la firme El-Mul [97].

Les performances de celle-ci sont de fait similaires aux galettes de microcanaux [98], à quelques détails près :

- La galette de microsphère est plus robuste, et donc d'une manipulation plus aisée pour son montage. Elle peut en outre supporter des pressions plus élevées que la galette de microcanaux, de l'ordre de 10^{-4} Torr.

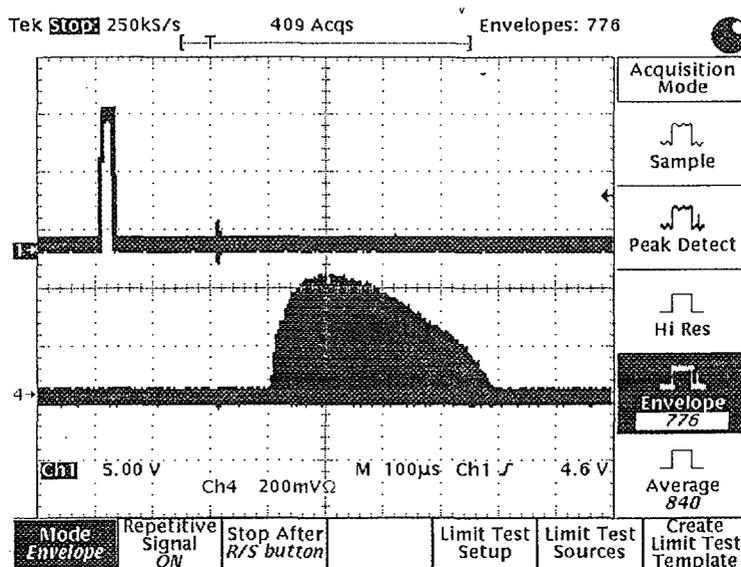


FIG. 4.3 – La courbe de gain du laser vue par la photodiode. Le créneau logique correspond au début de l'amplification, qui est signalée par un pulse de 24 V délivré par le boîtier électronique du laser. La courbe de gain présente un maximum pour un retard de 400 μ s entre ce signal et la tension appliquée à la cellule de Pockels pour la libération du faisceau laser.

- Son acceptance angulaire est meilleure, du fait de sa géométrie de surface.
- Elle présente cependant une résolution spatiale moindre, de l'ordre de 250 μ m.

Le type de galette de microsphère que nous avons utilisé était une galette d'épaisseur fine 0.7 mm et de diamètre 25 mm, plutôt préconisée pour la détection de groupes de particules. Le montage électrique employé est présenté sur la figure 4.4.

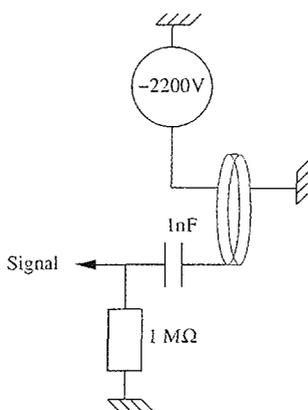


FIG. 4.4 – Le premier montage électrique de la galette de microsphère.

La face avant de la galette était polarisée négativement. Une grille placée à la masse de l'enceinte, devant le détecteur, permettait la préaccélération des ions à une énergie de 2.2 keV.

Du fait des caractéristiques techniques similaires des détecteurs galette de microsphères et galette de microcanaux, il est fortement probable que les efficacités que présentent ces détecteurs aux ions de basse énergie soient comparables. En particulier, il est remarquable que leur surface active ("Open Area") sont du même ordre de grandeur [97]. Les travaux de Brem et al. [96] sur les galettes de microcanaux, montrent une efficacité de l'ordre de 10% à 20% pour des ions légers de basse énergie, préaccélérés à 2 keV. La valeur de cette efficacité peut varier du simple au double, suivant que les électrons arrachés à la surface sont réaccélérés ou non vers la galette. Dans notre cas, cette réaccélération ne fut pas réalisée.

Le signal d'ions fut dans un premier temps pris sur la face polarisée de la galette, comme le montre la figure 4.4, et observé à l'oscilloscope directement, sans amplification pour cette expérience.

4.1.2 Les électrodes du piégeage et de l'extraction

Les électrodes du piège de Paul, l'anneau et les chapeaux, étaient contenues dans un tube au bout duquel se trouve une lentille Einzel (figure 4.5). Elles pouvaient être polarisées à une tension de notre choix par rapport à la masse du bâti. L'excitation radiofréquence était appliquée sur l'anneau. Les deux chapeaux étaient placés à la tension de polarisation du piège, hormis lors de la phase d'extraction où le chapeau opposé à la lentille et la ligne de temps de vol recevait en addition un pulse de tension de quelques centaines de volts au maximum. Dans cette configuration, les ions piégés étaient d'abord accélérés en dehors du piège par le pulse, puis par la tension de polarisation.

La ligne de temps de vol (fig. 4.6), d'un mètre de longueur, contenait en tout deux lentilles Einzel permettant la focalisation des ions extraits après la phase de piégeage. Ces lentilles étaient composées de trois électrodes annulaires. La focalisation du faisceau était réalisée par l'application d'une tension positive sur celle du milieu, tandis que les deux autres étaient à la masse du bâti. Au bout de cette ligne se trouvait la galette de microsphère que nous avons présenté précédemment.

Une photographie du tube où se trouvait le piège de Paul est présentée sur la figure 4.7.

4.1.3 Le cycle de mesure

Une électronique dédiée a été conçue pour cette expérience. La principale difficulté que présentait le cycle d'injection-piégeage-extraction, était que l'on devait être capable d'interrompre rapidement la tension radiofréquence, afin d'appliquer un créneau positif sur l'anneau pour focaliser les ions dans le trou du 2^{ème} chapeau lors de la phase d'extraction. L'action défocalisante du pulse d'extraction, suivant l'axe du piège, et focalisante d'un pulse de tension positif appliqué sur l'anneau, est illustrée sur la figure 4.8. De ce fait, un montage à base de transistors, et non un transformateur, fut développé par le service d'électronique du LPC, pour l'amplification de la tension radiofréquence délivrée par un générateur de signaux. Il permettait d'atteindre les caractéristiques de tensions d'excitation

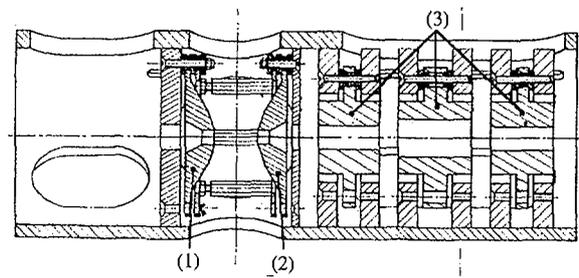


FIG. 4.5 – Les électrodes du piège et la première lentille d'extraction sur la ligne de temps de vol. L'ensemble du piège pouvait être polarisé. L'anneau recevait la tension excitatrice RF. Une tension accélératrice était appliquée sur le chapeau de gauche (1) lors de la phase d'extraction des ions. En dehors de cette phase, celui-ci était à la tension de polarisation, comme son homologue de droite (2). La focalisation des ions par la lentille Einzel (3) était réalisée par la mise à la masse des deux électrodes des extrémités, et l'application d'une tension positive adéquate sur l'électrode du centre.

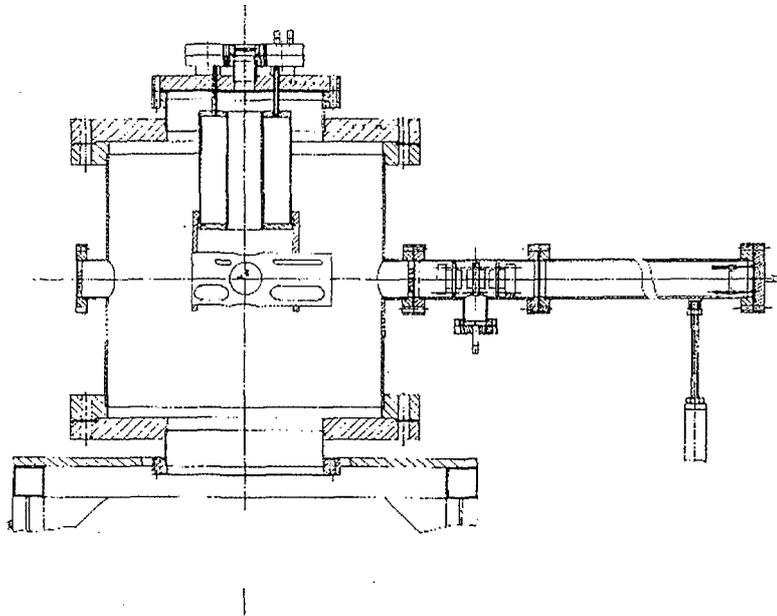


FIG. 4.6 – L'enceinte du piège et ses éléments. Le tube où se trouvait le piège de Paul est au milieu de l'enceinte. Au-dessus de celui-ci, un piège froid à Azote, permettait d'améliorer le vide à l'intérieur de l'enceinte, par solidification de l'eau contenue dans celle-ci. La ligne de temps de vol contenait deux lentilles de Einzel dont une qui se trouvait dans le tube (cf fig. 4.5). Au bout de celle-ci se trouvait le détecteur d'ions.

déjà mentionnées en 3.5.2, et l'application d'une tension supérieure à 150V lors de la phase d'extraction.

Le synoptique de l'expérience est présenté sur la figure 4.9. A chaque début d'amplification laser, le boîtier électronique du laser envoyait le pulse de 24 V surnommé "24 déclenche". Après un temps variable que l'on choisissait, l'impulsion laser était libérée par

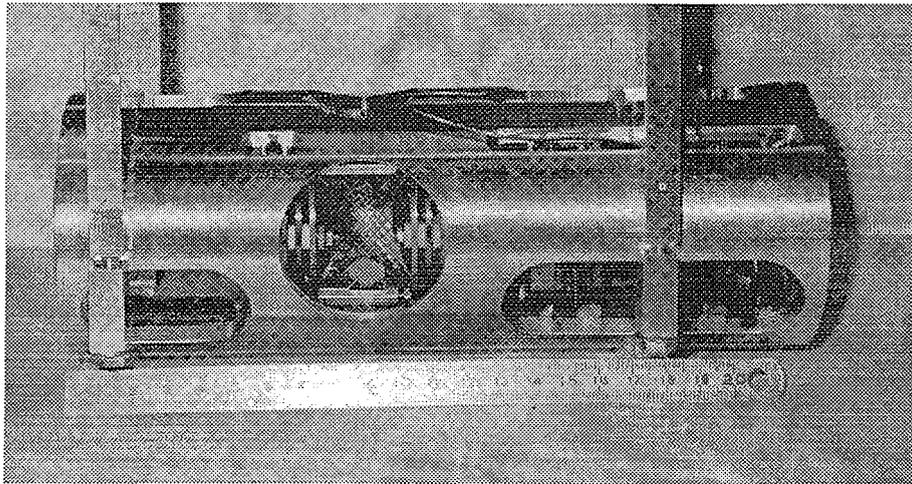


FIG. 4.7 – Photographie du tube du piège de Paul.

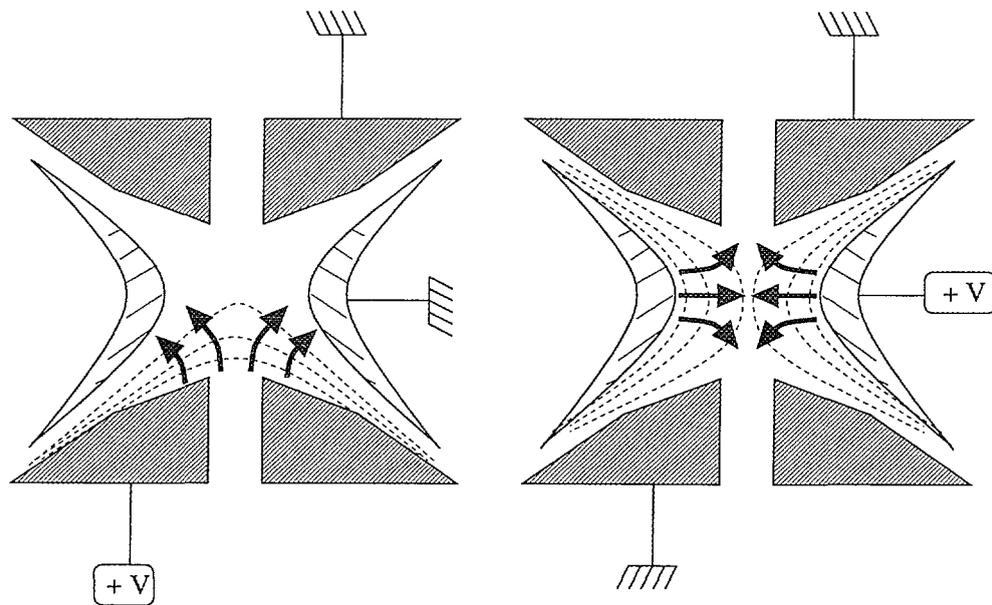


FIG. 4.8 – L'action défocalisante du pulse appliqué au chapeau d'extraction (a), suivant l'axe de révolution du piège, et l'action focalisante d'un pulse de tension positive appliqué sur l'anneau (b).

le signal de tir envoyé à la cellule de Pockels. Ce tir pouvait être synchronisé à la tension RF grâce au signal "synchro out" délivré par le générateur de signaux (fig. 4.10), la tension excitatrice étant toujours en action, sauf lors de la phase d'extraction.

Le chronogramme des tensions lors de la phase d'injection est présenté sur la figure 4.11. La tension RF amplifiée était en retard de phase par rapport à la tension délivrée par le générateur programmable. La phase de la tension RF à laquelle arrivait le pulse laser était choisie expérimentalement, correspondant à un piègeage optimal, c'est à dire un

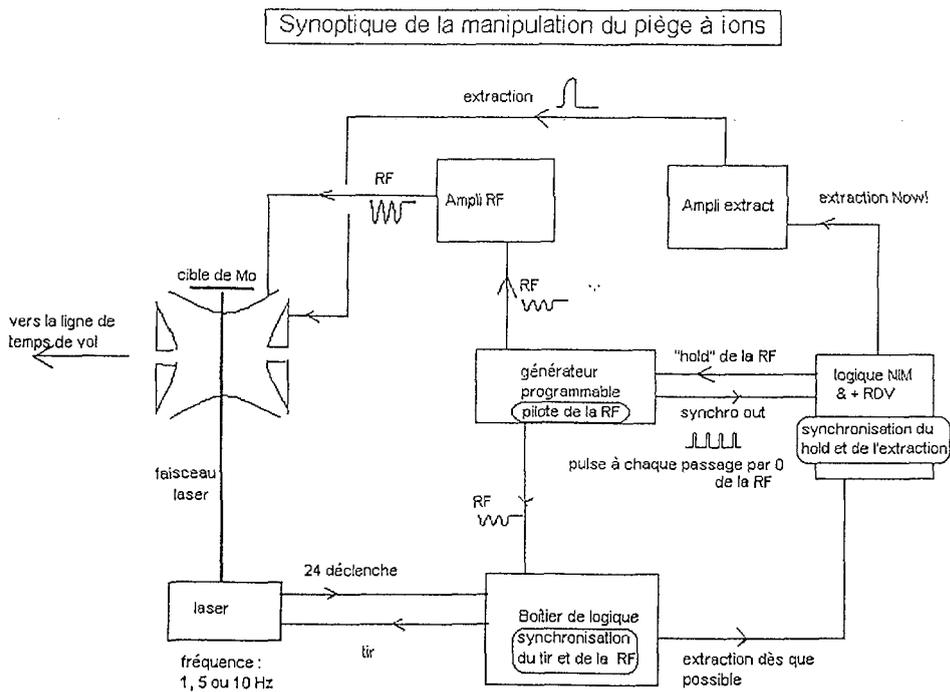


FIG. 4.9 – Le synoptique de l'expérience de piégeage.

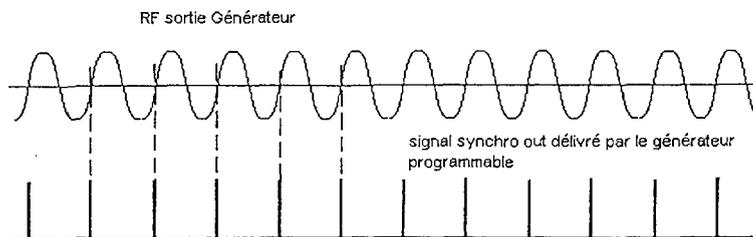


FIG. 4.10 – Le signal de synchro out délivré par le générateur de signaux programmable. Un signal NIM est délivré à chaque passage à zéro de la tension RF du générateur.

signal optimal du détecteur d'ions. Ainsi l'efficacité d'injection et de piégeage des ions du plasma y était maximale.

Après un retard dont le start était le signal de tir, que l'on choisissait, et dont la gamme était réglable sur le boîtier de logique ($0 - 700\mu s$, $0 - 1.5 s$ et plusieurs secondes en mode d'extraction manuel), les ions piégés étaient extraits par l'application d'un pulse de plusieurs centaines de volts sur le chapeau d'extraction. La figure 4.12 présente le chronogramme de la phase d'extraction des ions.

Le pulse d'extraction était synchronisé avec la phase haute de la tension RF du piège, de façon à concentrer les ions avant leur éjection : ainsi les ions étaient placés devant le trou du chapeau, en face de la ligne de temps de vol, avant d'être extraits du piège. La

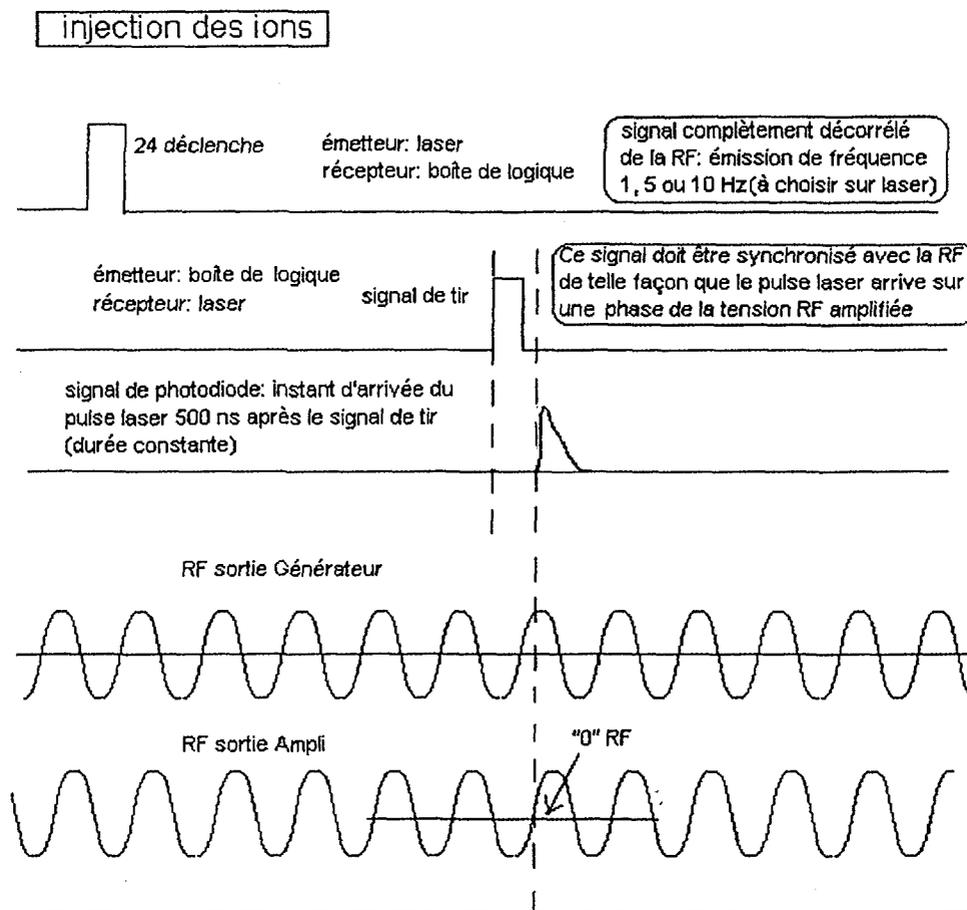


FIG. 4.11 – Le chronogramme de l'injection.

tension excitatrice était alors bloquée sur la phase haute ("Hold") sur une durée supérieure à la durée de l'extraction des ions, afin de réduire l'effet défocalisant du pulse d'extraction (figure 4.8). La synchronisation de ces signaux étaient à nouveau assurée grâce au signal de "synchro out" délivré par le générateur programmable.

4.1.4 Mesures et résultats

Dans les premières expériences de piégeage d'ions, une fine feuille de Molybdène constituait la cible-source du plasma laser. Lors de la phase d'extraction, l'accélération des ions par le chapeau d'extraction seul ne permettait pas la détermination fine du temps de vol des ions. En effet la géométrie des électrodes, qui n'étaient pas planes, ainsi que la position des ions au milieu de celles-ci, induisaient une dispersion en vitesse des ions considérable (environ $20 \mu s$ sur une base de temps de vol de $50 \mu s$, voir figure 4.15). C'est pourquoi, en plus du pulse d'extraction, une tension de polarisation était appliquée à l'ensemble du piège, de l'ordre de $300 V$ à $800 V$. Dans cette configuration, les ions étaient d'abord

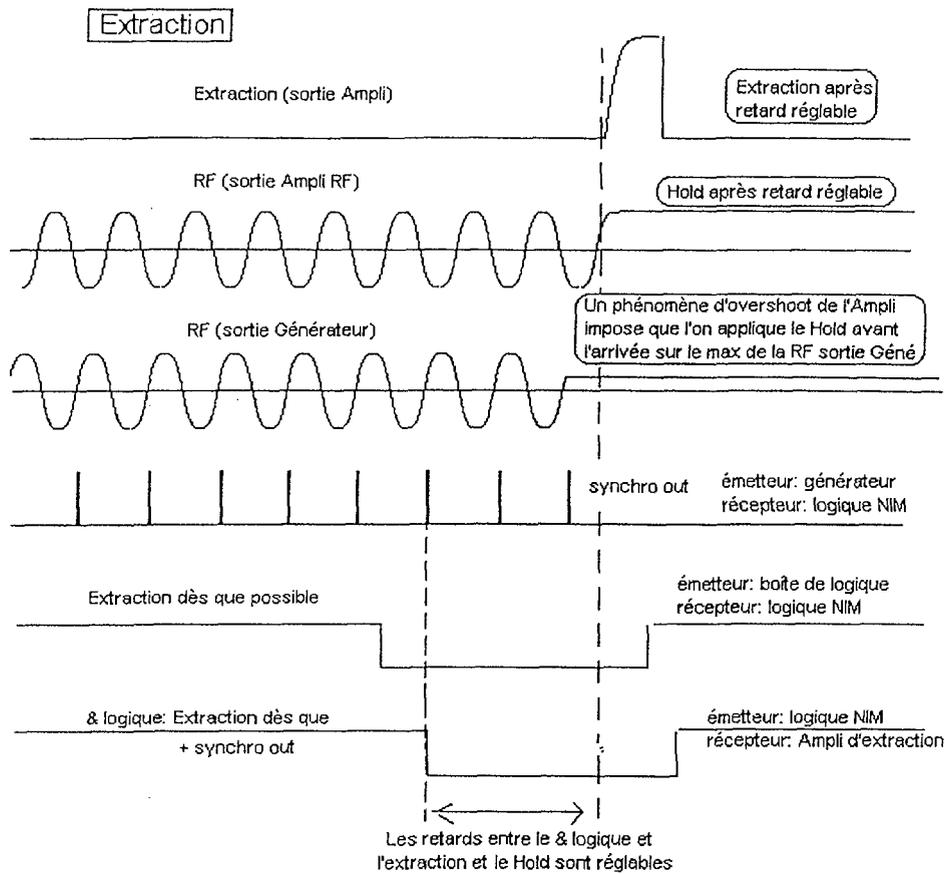


FIG. 4.12 – Le chronogramme de l'extraction.

extraits par le pulse de tension de l'ordre de 100 V , puis réaccélérés, de façon bien plus homogène, par la différence de potentiel régnant entre le dos du chapeau opposé à celui de l'extraction, et la première électrode de la lentille Einzel de la ligne de temps de vol. Ceci permet d'avoir pour la première fois un signal net d'ions piégés, de masse correspondante au Molybdène.

La figure 4.13 montre un des premiers signaux que nous avons obtenu sur la galette de microsphère, après piégeage des ions. Les paramètres du piégeage étaient les suivants : la tension RF avait une amplitude de 110 V , et une fréquence de 550 kHz . Cette tension correspondait aux paramètres de Mathieu $a_z = 0.$, et $q_z = 0.237$ dans le diagramme de stabilité des ions, et à une profondeur du puits de pseudo-potential de l'ordre de 3.3 eV (voir la figure 3.22). Le pulse d'extraction appliqué, déclenché $700\text{ }\mu\text{s}$ après le pulse laser, avait une amplitude de 300 V , et un temps de montée de l'ordre de $1.5\text{ }\mu\text{s}$. Sa durée était de $44\text{ }\mu\text{s}$. Sur une base de temps de vol de 1 m de longueur, un calcul montre que les ions monochargés doivent être attendus à $30\text{ }\mu\text{s}$ après le pulse d'extraction. Les ions Mo^+ ont une énergie moyenne de $\frac{300}{2} + 400 = 550\text{ V}$, puisqu'ils sont censés être à peu près au centre

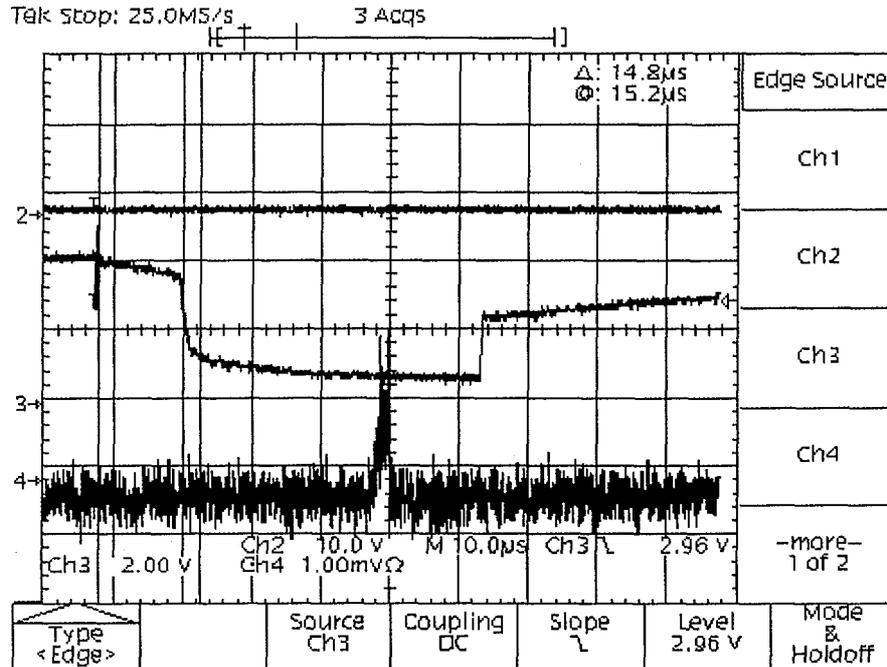


FIG. 4.13 – Un des premiers signaux sur la galette de microsphère d'ions Mo^+ piégés, observé à l'oscilloscope. La 3^{ème} voie représente le signal logique de l'extraction. Le signal galette est visible 30 μs après le début du pulse d'extraction, sur le canal 4.

du piège, au moment qui précède l'extraction. De ce fait, leur temps de vol devrait être :

$$t = 1/(13900\sqrt{\frac{E}{A}}) = 1/(13900\sqrt{\frac{450}{96}}) = 30.0 \mu s \quad (4.1)$$

C'est bien ce que nous observons sur la figure 4.13.

Il est à noter que nous n'avons ici qu'une information qualitative du piégeage, le signal observé étant très faible, il était de ce fait hors de propos de tirer des conclusions sur le nombre d'ions piégés. Nous pouvons simplement affirmer que nous avons piégés des ions Mo^+ , puisque ce signal était reproduit, de façon stable, après différents retards entre le pulse laser et l'extraction des ions, correspondant chacun à quelques centaines de périodes de la tension radiofréquence. Ce signal, bien que faible, est cependant très bien reproduit par la simulation (voir chapitre 5).

Afin d'observer quels types d'ions étaient présents dans le plasma laser, qui constituait notre source d'ions, nous avons procédé à une séquence ionisation-extraction sans la phase de piégeage : avec un retard de quelques microsecondes seulement entre le pulse laser et le signal d'extraction, alors que la tension radiofréquence du piège était coupée, les ions du plasma laser qui occupaient le centre du piège étaient extraits. Avec un retard de 7.4 μs , une tension de polarisation du piège de 800 V, et un pulse d'extraction de 400 V, on obtint le spectre de temps de vol présenté sur la figure 4.14. Sur cette figure, le signal d'ordre de

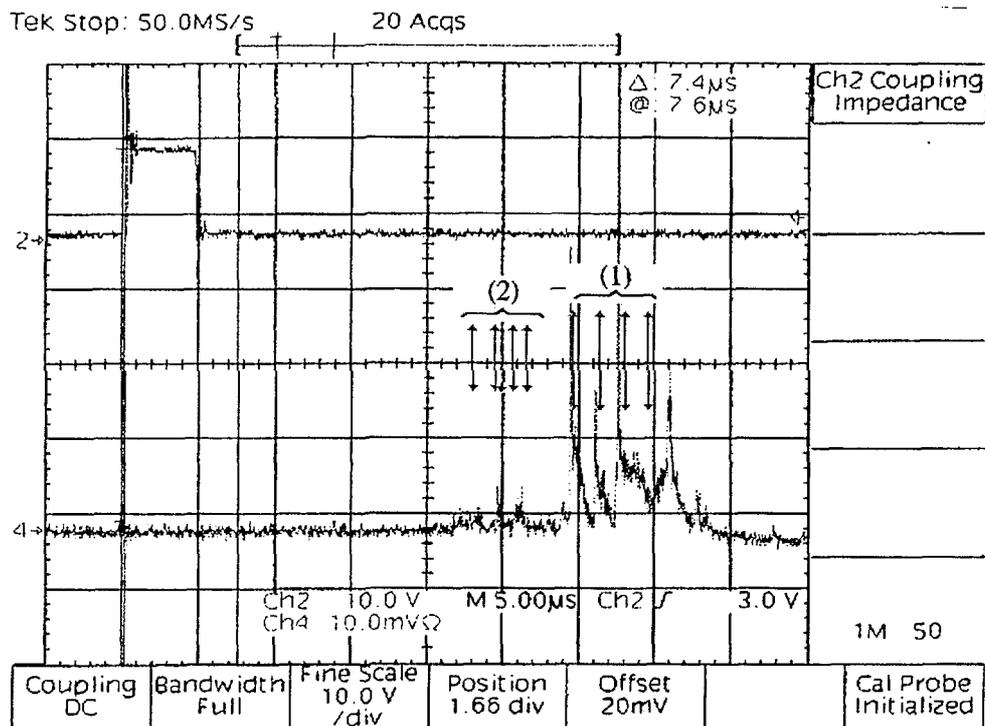


FIG. 4.14 – Le signal de temps de vol après l'impulsion laser suivie presque immédiatement (retard de $7.4 \mu\text{s}$) de l'extraction. Les deux séries de pics correspondent visiblement à des ions Mo , MoO , MoO_2 et MoO_3 chargés $1+$ (série 1) et $2+$ (série 2). Le pic de droite s'éloigne légèrement des valeurs calculées, et correspondrait à une masse 158 (Gd ?).

tir du laser, ou "24 déclenche", apparaît sur la voie 2. Le pulse d'extraction, qui n'y est pas représenté, débute $7.4 \mu\text{s}$ après celui-ci. Sur la voie 4 deux séries de pics sont visibles : de la gauche vers la droite les premiers correspondent à des ions chargés $2+$, les seconds $1+$. La seconde série de pics, d'amplitude bien plus importante, indique qu'en plus des ions Mo , les ions du plasma laser contiennent les 3 premiers oxydes du Molybdène. Les valeurs calculées du temps de vol, auxquelles chacune des deux séries d'ions Mo^+ , MoO^+ , MoO_2^+ et MoO_3^+ sont attendues, sont représentées par des flèches de petite taille pour les ions chargés $2+$, et de grande taille pour les ions chargés $1+$.

En principe, les ions oxydes de Molybdène auraient pu être piégés, de la même façon que les ions Mo^+ : puisqu'ils sont de masse plus importante, leur paramètre de Mathieu q_z doit être inférieur à 0.119 , et donc satisfait aux limites du diagramme de stabilité. Cependant, un seul pic est observé après piégeage et extraction des ions, sur la figure 4.13. Ceci peut s'expliquer principalement par deux raisons :

- Les ions oxydes étant très réactifs, leur temps de recombinaison avec les électrons du plasma doit être très faible. Ils doivent donc être perdus dans les premiers instants du piégeage.

- Du fait de leur masse plus lourde, la profondeur de leur puits de potentiel effectif, proportionnel à $\frac{1}{m}$, est de ce fait plus faible.

Afin d'améliorer le signal de piégeage très faible de ces premiers tests, nous avons dû fonctionner sans la tension de polarisation du piège. Différentes alimentations indépendantes appliquaient cette tension aux chapeaux et l'anneau. Leur stabilité était mise sérieusement en défaut, en particulier à cause des forts courants liés à la création du plasma laser. De ce fait, elles pouvaient éventuellement engendrer une différence de potentiel lentement variable entre les chapeaux et l'anneau, faisant ainsi sortir les ions de leur diagramme de stabilité, en rendant le paramètre de Mathieu a_z non négligeable. D'autre part, ainsi que la simulation le montrait, l'effet des masses environnantes, et les champs de fuite associés, rendait la distorsion du potentiel quadrupolaire importante au centre du piège, et ainsi limitait la capacité de piégeage.

C'est pourquoi nous avons procédé à des tests de piégeage avec le pulse d'extraction des ions seul, sans la postaccélération réalisée par la polarisation du piège, au détriment de l'information sur le temps de vol. Les signaux que nous avons observés étaient alors bien plus importants, l'un d'eux est représenté sur la figure 4.15.

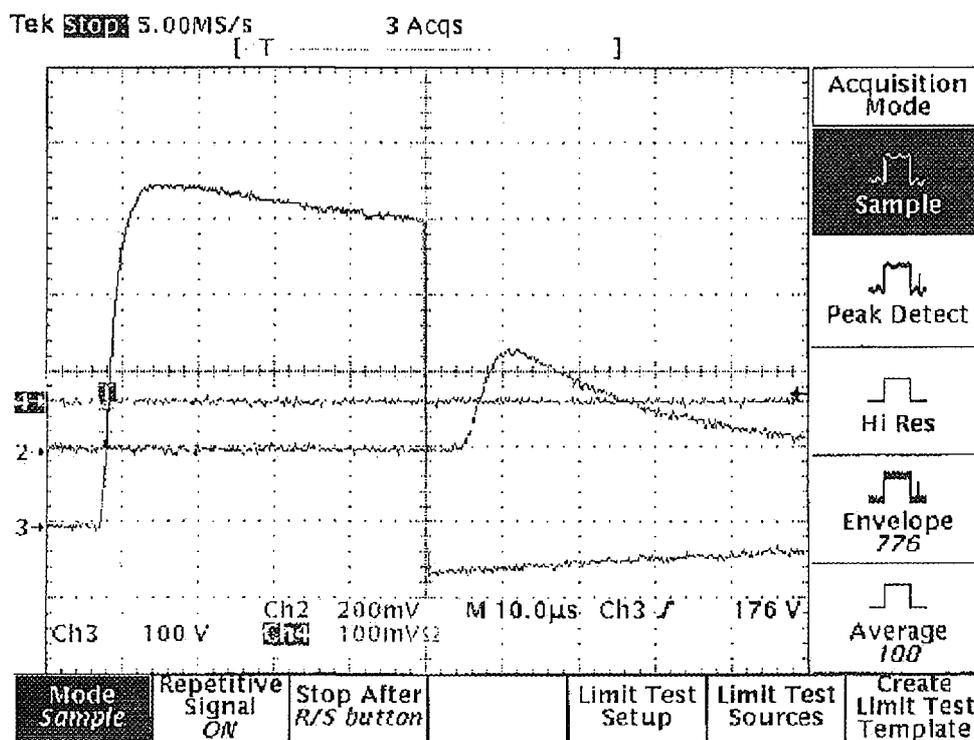


FIG. 4.15 – Signal d'ions Mo^+ (chaîne 2) obtenu sans polarisation du piège, et après 100 ms entre le pulse laser et l'extraction. Le pulse d'extraction, de 400 V d'amplitude, de temps caractéristique de montée de l'ordre de $1.5 \mu s$ est présenté sur la chaîne 3.

En plus de l'amélioration de l'efficacité du piégeage des ions liée à l'absence de polarisation du piège, l'injection de gaz Hélium à l'intérieur de l'enceinte, à des pressions de

l'ordre de 10^{-7} Torr, permettait de refroidir les ions Mo^+ , de telle sorte qu'ils soient à la fois piégés en plus grande quantité, mais aussi plus longtemps. Des signaux tels que celui présenté sur la figure 4.15, mais d'intensités différentes, furent observés pour des temps de piégeage de l'ordre d'une centaine de ms à quelques s . Des signaux d'amplitude $10 mV$ furent observés après $5 s$ de piégeage. Au delà, tout signal disparaissait. Deux autres types d'ions furent ensuite piégés avec succès : des ions Fe^+ et Al^+ , en changeant la cible du laser. Des signaux de temps de vol correspondant à leur masses respectives, similaires à ceux de la figure 4.15, furent observés. Les ions Fe^+ furent piégés avec les mêmes caractéristiques de tension radiofréquence que celles que nous avons utilisée pour les ions Mo^+ , donc un point de fonctionnement $q_z = 0.407$ dans le diagramme de stabilité des équations de Mathieu. Dans le cas de l'aluminium, un point de fonctionnement $q_z = 0.186$ avec $\Omega_{RF} = 1 MHz$ et $V_{RF} = 80 V$ fut choisi.

Bien que ces derniers signaux de piégeage aient une largeur temporelle importante, de l'ordre d'une dizaine de microsecondes, avec une ressemblance avec des signaux de décroissance capacitifs, qui seraient liés à l'utilisation d'un quelconque amplificateur relativement lent, il s'agit en fait bien de signaux temporellement consistants avec l'arrivée des ions extraits sur la galette de microsphères. Il n'en pouvait être autrement, puisque le signal galette était directement observé sans amplification d'aucune sorte sur l'oscilloscope, comme dans la mesure du temps de vol avec polarisation du piège. C'est aussi ce que nous montre la simulation. En outre, celle-ci semblerait nous indiquer même qu'il s'agit de signaux d'au moins plusieurs milliers d'ions piégés, au vu de la structure temporelle relativement lisse qu'elle présente, c'est-à-dire une distribution statistiquement bien représentée. Cet aspect sera étudié au chapitre 5. Nous avons donc certainement atteint, dans cette expérience de piégeage par source plasma laser, des taux de remplissage du piège supérieurs à quelques 10^4 ions, l'efficacité d'extraction des ions, par le pulse seul, étant relativement faible. Ceci n'est pas étonnant, puisque les sources plasma laser ont des caractéristiques d'espace de phase idéaux, comme nous l'avons déjà mentionné, pour un piégeage efficace, voire même un test de capacité du piège, capacité qui est limitée par la charge d'espace maximale qu'il peut contenir.

Cependant, notre but n'était pas ici d'évaluer la capacité du piège, mais l'apprentissage des techniques de piégeage. D'autre part, compte-tenu des caractéristiques attendues par simulation des paquets d'ions à la sortie du RFQ cooler buncher, le piégeage de 10^4 ions chargés est largement satisfaisant pour l'expérience de la mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$. Cette première expérience, qui nous permit de développer et de maîtriser les techniques de piégeage, nous conforta par ses résultats pour la continuation d'expérimentation dont le but ultime était l'injection d'ions radioactifs ${}^6He^+$ dans le piège de Paul transparent. Dans ce sens, une expérience de piégeage d'ions ${}^4He^+$ en ligne, issus d'une source d'ionisation, fut conçue.

4.2 Tests de piégeage d'ions en ligne

L'expérience de piégeage d'ions en ligne, extraits d'une source d'ionisation, fut réalisée avec le même matériel, pour le piégeage et l'extraction des ions, que celui que nous avons utilisé pour le piégeage à l'aide d'une source plasma laser. Les seules différences consistaient en la source de production des ions, et une ligne dont le but était de les guider dans le piège. Les potentiels des différents éléments de cette ligne pouvait être éventuellement synchronisés avec les tensions de piégeage des ions.

4.2.1 Principe de l'expérience

Le principe de l'expérience est présenté sur la figure 4.16. La ligne d'injection des ions contenait différents éléments, destinés à optimiser le transport des ions de la source d'ionisation au piège de Paul.

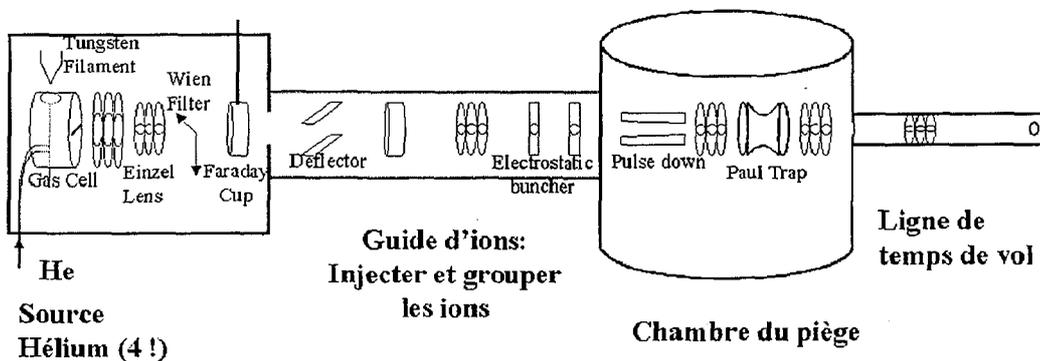


FIG. 4.16 – Schéma de principe de l'injection des ions issus de la source d'ionisation dans le piège. Les trois éléments principaux sont : la source d'ionisation, le guide d'ions, le piège de Paul.

La source d'ionisation pouvait délivrer de faibles intensités d'ions, de l'ordre de 1 nA . Ce faisceau continu pouvait être découpé en pulses de 100 ns à quelques dizaines de microsecondes par un déflecteur électrique, entre les plaques duquel on appliquait une différence de potentiel, de l'ordre d'une centaine de volts, pour la déflexion des ions vers les parois. À des fréquences réglables, de l'ordre de 1 Hz à 10 Hz , cette tension était ramenée à la masse par un interrupteur haute tension, pendant la durée choisie. À la suite de ce déflecteur se trouvait une cage de Faraday, connectée à un microampèremètre, qui nous donnait une information sur le courant débité par la source.

Cette cage de Faraday était escamotable, de telle façon à pouvoir laisser passer le faisceau jusqu'à une lentille Einzel focalisatrice, puis à un regroupeur électrique, constitué de deux plaques parallèles. La première était mise à la masse, et la seconde pouvait recevoir un pulse de tension positif, dont la durée était choisie de telle sorte que les ions d'un même paquet soient différemment ralentis suivant leur ordre chronologique d'arrivée. Les premiers subissaient la totalité du pulse décélérateur, tandis que les derniers n'en voyaient qu'une

partie. Une focalisation temporelle des ions à l'intérieur du piège était alors possible, au prix d'une dispersion supplémentaire en énergie.

Enfin, à l'entrée du piège étaient placées une électrode de "pulse down", et une deuxième lentille Einzel. La première électrode suivait le principe de celle, similaire, exposée pour le RFQ en 3.4.1 : le tube, auquel on appliquait une tension positive, diminuait d'autant l'énergie des ions entrant dans celui-ci, par l'abaissement brutal de son potentiel à la masse de l'enceinte, au moyen d'un interrupteur haute tension. Sa forme conique permettait une première focalisation des ions à l'intérieur du piège, renforcée par celle de la lentille Einzel. La disposition du piège et des lentilles de temps de vol était inchangée depuis l'expérience précédente.

4.2.2 La source d'ions

La première source d'ions que nous avons utilisée nous fut fournie par le laboratoire CIRIL. Sur le même principe, une nouvelle source d'ions, améliorée pour obtenir une plus grande intensité, fut redessinée au laboratoire LPC. Son schéma est représenté sur la figure 4.17.

Le gaz dont nous voulions produire un faisceau d'ions était injecté dans la cellule, autour de laquelle étaient placés deux filaments de tungstène (non représentés). En face de ceux-ci, des trous de diamètre 5 mm pratiqués dans les parois de la cellule, et recouverts de grille de grande transparence, permettaient le passage des électrons. Les électrons émis par les filaments étaient accélérés par la tension positive, de l'ordre de quelques centaines de volts, appliquée sur l'avant de la cellule ; l'arrière étant polarisé à une tension supérieure à la précédente. Par cette différence de potentiel entre l'arrière et l'avant de la cellule, les ions, créés par la collision des électrons avec les atomes du gaz, étaient accélérés vers de trou d'extraction.

A la sortie de la cellule, le faisceau d'ions était à nouveau accéléré, uniformément, et de façon homogène, par des plaques accélératrices parallèles dont les tensions appliquées variaient du potentiel de l'avant de la cellule à la masse de l'enceinte, au moyen d'un pont de résistance de valeur équivalente 1 M Ω . Enfin, une lentille Einzel permettait la focalisation des ions par l'application d'une tension positive sur l'électrode centrale. Une photographie de la source d'ions est présentée sur la figure 4.18. Tel que l'indique la figure 4.16, cette source était suivie d'un filtre de Wien, composé d'un aimant et d'un défecteur électrique, puis d'une cage de Faraday. L'intensité du champ magnétique, au centre de l'entrefer du filtre de Wien, était de l'ordre de 0.08 T, les plaques du défecteur électrique étaient distantes de 2.5 cm. De ce fait, la sélection en vitesse des ions ${}^4\text{He}^+$, de 450 eV d'énergie cinétique, se faisait par l'application d'une différence de potentiel de l'ordre de 300 V aux électrodes du filtre.

Pour un faisceau typique d'intensité 1 nA, mesurée sur la cage de Faraday à la sortie de la source, les caractéristiques de fonctionnement de la source étaient les suivants :

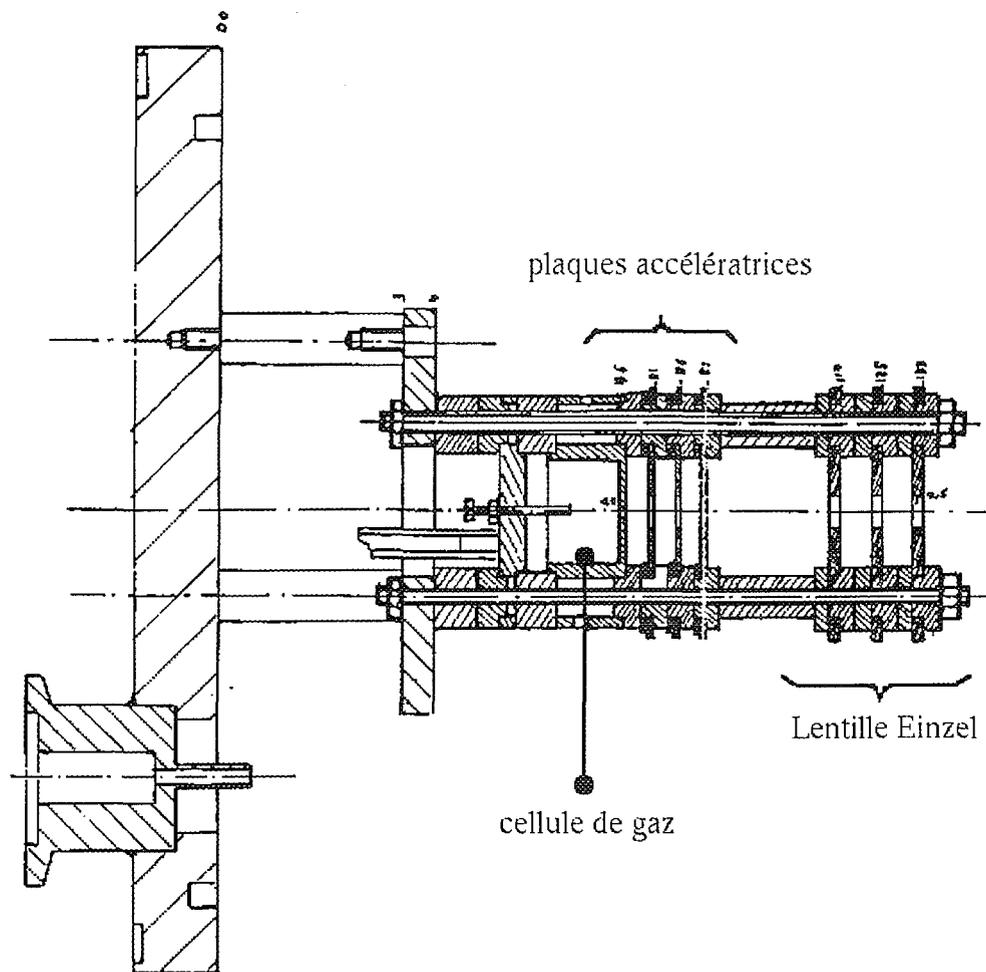


FIG. 4.17 – La source d'ionisation utilisée dans l'expérience d'injection d'ions en ligne dans le piège de Paul

Elément	Valeur
Pression du gaz He dans la cellule	1.10^{-3} Torr
Pression à l'extérieur de la cellule	1.10^{-5} Torr
Courant dans les filaments	2.35 A
Tension à l'arrière de la cellule	500 V
Tension sur la face avant de la cellule	404 V
Tension sur l'électrode centrale de la lentille	265 V
Tension sur les plaques du filtres de Wien	$\pm 150 \text{ V}$

Le but original de cette expérience étant de caractériser quantitativement l'efficacité du piégeage en ligne des ions, nous avons voulu étalonner la galette de microsphères, afin d'avoir une information sur le nombre d'ions piégés. La source fut donc dans un premier temps placée directement devant le détecteur, sans l'intermédiaire ni du guide d'ions, ni du piège et de la ligne de temps de vol.

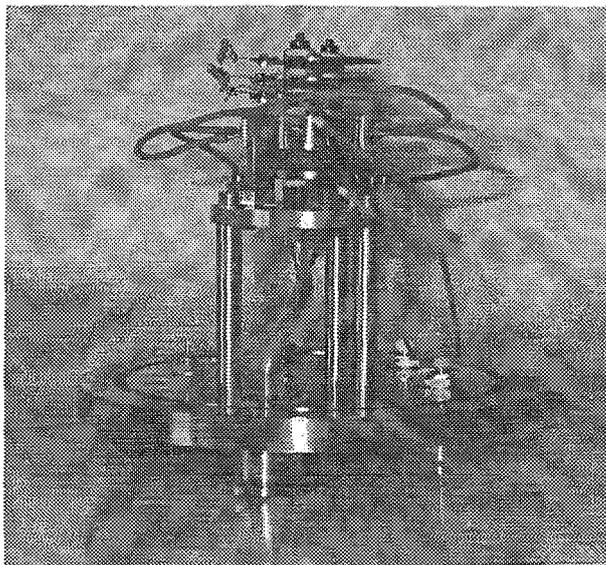


FIG. 4.18 – Photographie de la source d'ions

4.2.3 L'étalonnage de la galette de microsphères

Afin de quantifier le nombre d'ions d'un paquet incident sur la galette, d'une largeur temporelle pouvant à priori excéder plusieurs μs , ce qui était typiquement le cas des paquets observés dans l'expérience précédente (voir la figure 4.15), nous avons utilisé le faisceau de la source d'ionisation. Celui-ci était découpé, à différentes intensités, en tranches de 1 à 10 μs par un déflecteur électrique, placé pour l'occasion entre la lentille Einzel et le filtre de Wien. La quantité d'ions envoyés par la source, sur la galette de microsphères, était alors égale au produit du courant mesuré par la cage de Faraday, lorsque le faisceau n'était pas découpé, avec la largeur temporelle de chaque paquet¹. Avant et après chaque mesure du signal galette, le courant de la cage de Faraday était contrôlé pour un mode continu du faisceau.

A la sortie du détecteur, le signal d'un paquet d'ions était amplifié et intégré par un préamplificateur de charge, qui délivrait alors un signal d'amplitude proportionnelle à la charge totale déposée sur la galette. Ce signal était mis en forme au moyen d'un amplificateur TFA ORTEC 474, de telle façon que l'on obtienne à la sortie de ce dernier un signal de forme standard, mais d'amplitude proportionnelle à celle du signal d'entrée, malgré la largeur variable de celui-ci. Les constantes d'intégration et de différentiation choisies étaient de 0.2 ms et 4 ns respectivement, correspondant aux positions "OUT" des potentiomètres d'intégration et de différentiation, permettant le passage de signaux de fréquence de 1 kHz à 35 MHz [88].

Dans un premier temps, nous avons procédé à la mesure du signal amplifié, pour des courants issus de la source variant de 10 pA à 1 nA, des durées des paquets variant de 1 μs

¹Le nombre d'ions d'un paquet est égal à $n = i \times t/q$, avec i le courant reçu par la cage de Faraday en continu, t la largeur temporelle d'un paquet et q la charge portée par un ion.

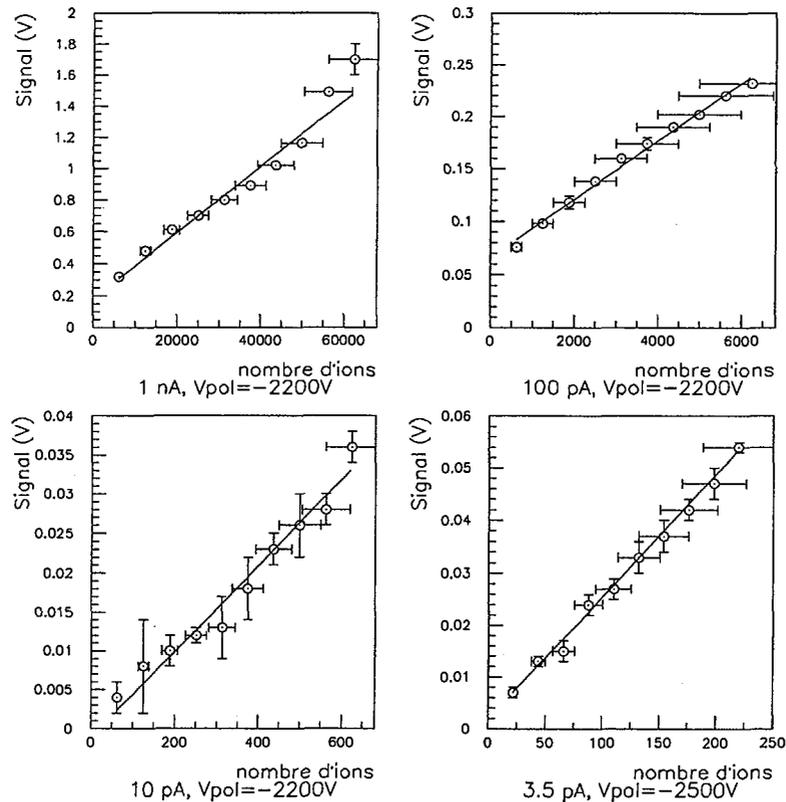


FIG. 4.19 – La calibration de la galette pour des paquets d'ions variant de 1 à 10 μs , et des intensités ioniques variant de 3.5 pA à 1 nA, soit un nombre d'ions variant de 62 à 62400.

à 10 μs , et avec une tension de polarisation de la galette de $-2200 V$. Pour cette première série de mesures, le nombre moyen d'ions que contenait chaque paquet variait donc de 62 à 62400. Celle-ci fut complétée par une seconde série, afin d'obtenir des signaux significatifs et exploitables en dessous de la limite inférieure d'une soixantaine d'ions par paquets : la mesure de signaux avec un courant ionique de 3.5 pA, de largeur à nouveau 1 – 10 μs , fut réalisée en augmentant le gain de la galette, par l'application d'une tension de polarisation de $-2500 V$. Une limite inférieure de 22 ions par paquets d'ions de la calibration de la galette, fut alors obtenue pour ce point de fonctionnement.

Pour chaque mesure du signal galette, à une intensité et à une durée du paquet d'ions donnée, l'incertitude associée à la mesure de l'amplitude était extraite des limites inférieures et supérieures observées sur celle-ci. De la même façon, les valeurs extrémales de l'intensité ionique, observées avant et après chaque mesure du signal, nous donnait une majoration de l'incertitude associée au nombre d'ions par paquet. Les courbes d'étalonnage obtenues sont présentées sur la figure 4.19. Une bonne linéarité entre l'amplitude du signal amplifié et le nombre d'ions des paquets est obtenue pour chacune des séries de mesure à courant ionique

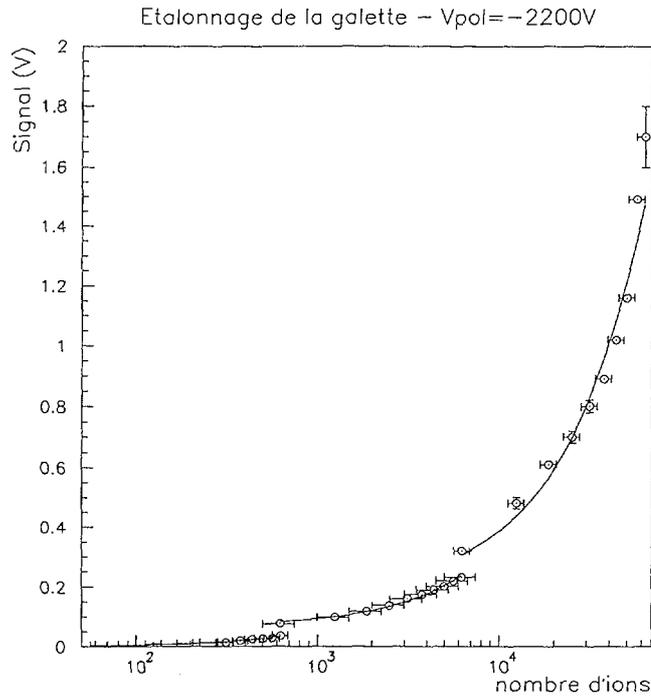


FIG. 4.20 - La courbe d'étalonnage de la galette de microsphère pour un nombre d'ions variant de 62 à 62400 par paquets, et une tension de polarisation de $-2200 V$ de la face avant du détecteur. Les décrochements observés entre chaque série sont dus au fait que les largeurs temporelles maximales de $10 \mu s$ des paquets ne sont pas négligeables par rapport à la constante de temps de décroissance du préamplificateur de charge, ce qui engendre une perte d'amplitude des signaux.

fixé. Cependant, entre chaque série de mesure de courant ionique différent, et pour une polarisation constante de la galette de $-2200 V$, un décrochage de la courbe d'étalonnage est observé : les largeurs maximales des paquets d'ions, de l'ordre de $10 \mu s$, ne sont pas négligeables par rapport au temps caractéristique de décroissance lié au préamplificateur de charge, de l'ordre de $50 \mu s$. Ceci explique que l'on observe une diminution du signal associé aux paquets d'ions de largeur importante. Ce phénomène, dit de "déficit ballistique" est illustré sur la figure 4.20, où l'axe associé au nombre d'ions, en échelle linéaire sur la figure 4.19, a été transformé en échelle logarithmique afin de rendre visible les trois ordres de grandeurs liées au trois intensités des séries de mesures.

De ce fait, l'étalonnage de la galette tel que nous l'avons réalisé, ne nous permettait de donner une information réellement précise et fiable sur le nombre d'ions, que sur des signaux de largeur temporelle faible par rapport au temps de décroissance du préamplificateur. Cependant, dans le cadre de cette seconde expérience de piégeage, comme il ne s'agissait ici que de donner un ordre de grandeur du nombre d'ions piégés, dans le cas où le piégeage aurait été assez efficace pour piéger un nombre d'ions important (supérieur à la centaine), l'étalonnage auquel nous avons procédé était largement satisfaisant. Il devait

nous permettre, au vu des courbes des figures 4.19, 4.20, et ayant un ordre de grandeur de la largeur temporelle du paquet d'ions incident sur la galette, d'évaluer le nombre d'ions piégés à mieux que 30%.

4.2.4 La séquence de mesure

L'ensemble des enceintes et des électrodes de la source, du guide d'ions, du piège et de la ligne de temps de vol sont présentés sur la figure 4.21. Les capacités de pompage étaient les suivantes : deux pompes turbo de 500 ls^{-1} , dont l'une était placée sous la source et l'autre sous le guide d'ions, permettaient, dans un régime de fonctionnement standard de la source, d'atteindre dans chacune des enceintes respectives des vides de l'ordre de $5 \times 10^{-5} \text{ Torr}$ et $1 \times 10^{-5} \text{ Torr}$. En dehors des tests de piégeage ou des mesures de spectres de temps de vol, la chambre du piège était isolée du guide d'ions par une vanne. Celle-ci permettait d'y conserver des pressions de l'ordre de $5 \times 10^{-9} \text{ Torr}$ atteintes au moyen de la pompe ionique, comme dans l'expérience précédente. Lorsque la vanne était ouverte, l'état du vide se dégradait : une pompe turbo de 1000 ls^{-1} fut ajoutée à la pompe ionique au cours des expériences de piégeage. Cet aménagement sera discuté dans la section 4.2.5.

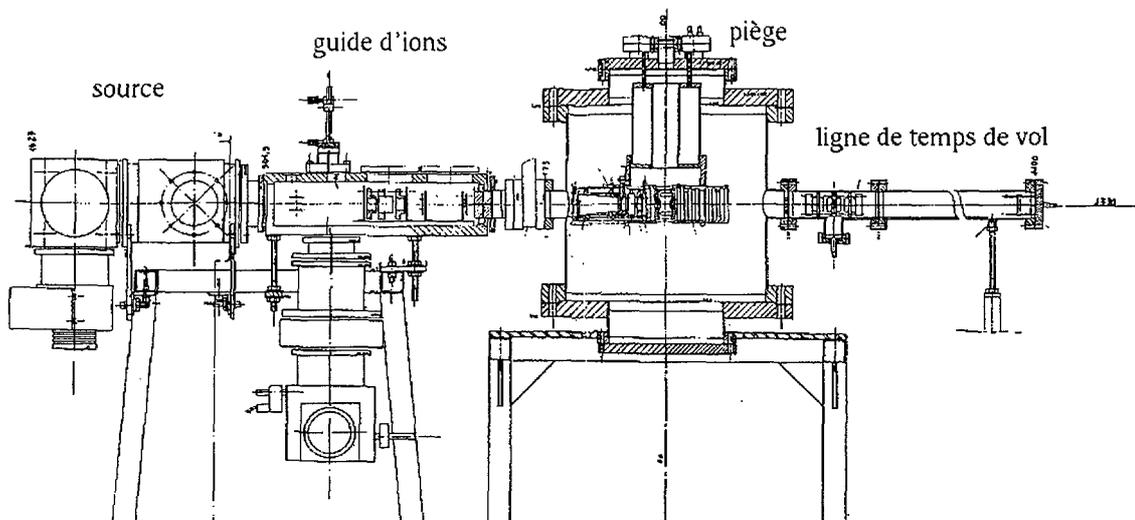


FIG. 4.21 - Le dispositif expérimental de la seconde expérience de piégeage d'ions. A gauche, le bloc source délivre les ions triés en vitesse au guide d'ions, dont les électrodes sont représentées.

Le chronogramme de l'ensemble des tensions du guide d'ions et des électrodes du piège est représenté sur la figure 4.22. La mise à la masse des plaques du déflecteur, correspondant au début de la formation du paquet d'ions injecté, donnait le temps start sur lequel étaient synchronisées les différentes tensions du guide d'ions. Après des retards réglables, la tension du regroupueur était d'abord coupée, puis celle du pulse down. Enfin, le chapeau opposé à la ligne d'injection numéroté 1 sur la figure 4.5 recevait un pulse positif, permettant l'arrêt des ions du paquets au centre du piège.

Chronogramme des tensions de l'expérience de piégeage en ligne

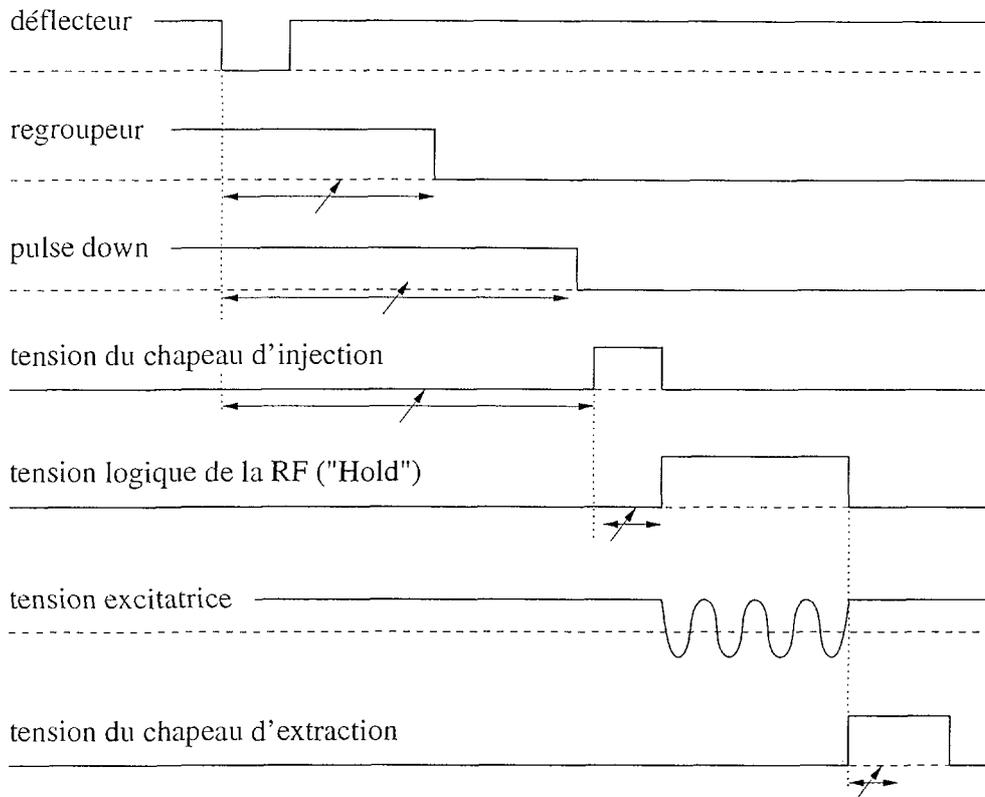


FIG. 4.22 – Le chronogramme des tensions du guide d'ions et des électrodes du piège

Afin de concentrer les ions dans l'axe du piège, la tension excitatrice de l'anneau était bloquée sur la phase haute lors des phases d'injection et d'extraction des ions, par une tension logique "Hold" envoyée au générateur programmable, pilote de la tension radio-fréquence, de la même façon que lors de la phase d'extraction des ions de l'expérience précédente. La phase d'extraction des ions suit le même déroulement que précédemment, avec un pulse de tension positif appliqué sur le chapeau d'extraction, numéroté 2 sur la figure 4.5.

Pour l'application et la synchronisation des différentes tensions du guide d'ions, ainsi que les pulses d'injection et d'extraction des chapeaux du piège, un boîtier électronique fut à nouveau développé par le service électronique du LPC. A nouveau, la synchronisation des pulses d'extraction et d'injection avec la phase haute de la RF, était réalisée au moyen du signal de "synchro out" délivré par le générateur programmable. Les tensions du guide d'ions étaient, pour leur part, totalement décorrélées de la tension délivrée par le générateur. La figure 4.23 présente le nouveau synoptique de l'expérience.

Avec ce nouveau montage mécanique et électronique, nous avons donc tenté de piéger les ions des paquets issus de la source d'ionisation. Cependant, plusieurs problèmes techniques

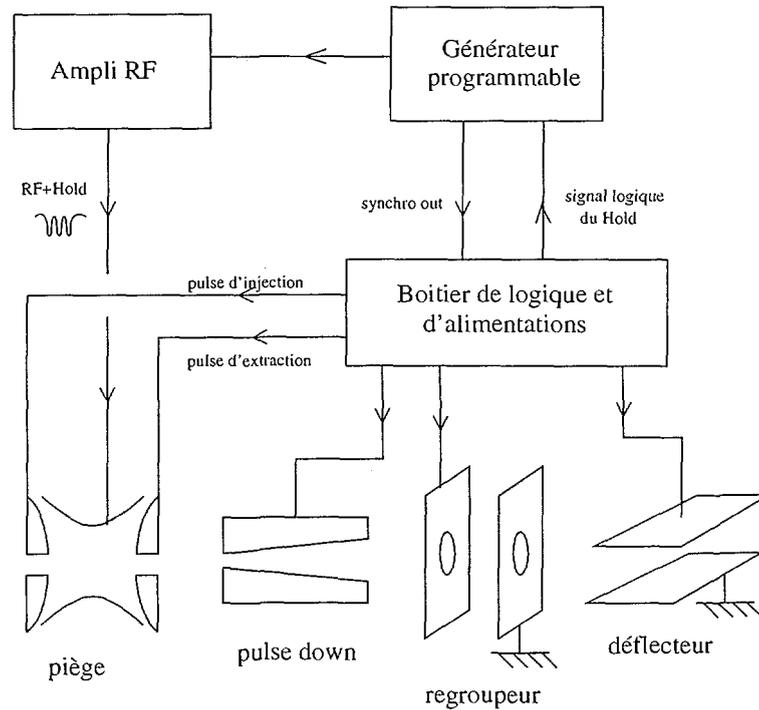


FIG. 4.23 – Le synoptique de l'expérience d'injection des ions en ligne.

ont rendu la réalisation du piégeage bien plus délicate que nous l'avions envisagé.

4.2.5 L'échec de la tentative de piégeage

L'expérience de piégeage en ligne fut effectuée de concert avec les simulations associées, afin de déterminer quels étaient les points de fonctionnement valables, en termes de jeux de tensions à appliquer sur la ligne d'injection et sur le piège. Il fut conclu de celles-ci, que l'efficacité totale d'injection et de piégeage ne pouvait jamais excéder 0.4% des ions des paquets. De même, l'efficacité d'extraction ne pouvait excéder 0.04% des ions piégés. Les résultats des simulations, et chacun des aspects des difficultés que nous avons rencontrés, et que nous allons mentionner dans la suite, seront réanalysés dans le chapitre 5.

La faiblesse de l'efficacité de piégeage tenait, en grande partie, au fait que le puits de pseudo-potentiel que l'on pouvait atteindre par les caractéristiques de la tension RF n'était pas suffisamment profond : pour un point de fonctionnement typique de 1 MHz, 30 V, le paramètre de Mathieu est égal à $q_z \simeq 0.47$ et la profondeur du puits de pseudo-potentiel de l'ordre de $D_z = 2.D_r = 1.76 \text{ eV}$. Au vu de la dispersion énergétique des ions à l'injection dans le piège, prédite par la simulation, cette profondeur paraissait bien faible. Une autre raison invoquée pour la difficulté du piégeage, était que les potentiels appliqués lors de l'injection favorisaient un éclatement du paquet suivant la direction transverse à l'axe du piège (fig. 4.8). Lors de la phase d'injection, l'application seule de la phase haute de la tension radiofréquence sur l'anneau ne permettait pas de contrebalancer suffisamment

l'effet fortement défocalisant du pulse appliqué au chapeau d'injection.

Lors de la phase d'extraction, la simulation montre de la même façon que le pulse appliqué au chapeau d'extraction avait un pouvoir défocalisant supérieur à celui, focalisant, de la tension de phase haute appliquée sur l'anneau. Dans ces deux cas, c'étaient la faiblesse de la tension de l'anneau par rapport aux pulses des chapeaux qui était mise en cause. Cette difficulté aurait pu être résolue par l'application d'un pulse supplémentaire sur la tension RF phase haute, mais cet ajout compliquait singulièrement l'électronique d'amplification de la tension excitatrice, et ne fut donc pas réalisé.

Ayant obtenu les premiers résultats des simulations, et malgré la faiblesse annoncée de l'efficacité totale de notre dispositif expérimental, nous avons tenté d'obtenir un signal net d'ions piégés. Notre objectif était l'enregistrement d'un spectre de temps de vol, bien que statistiquement peu peuplé, qui aurait prouvé de façon incontestable l'existence de piégeage d'ions, sans pour autant le quantifier de façon précise.

Dans le but de nous donner de meilleures chances, l'escamotage du filtre de Wien nous apparut bientôt nécessaire, au détriment du tri des ions envoyés vers le piège : des courants estimés de 10 nA en ions ${}^4\text{He}^+$ pouvaient alors être obtenus. Un spectre de temps de vol, montrant toute la gamme d'ions émis par la source sans filtre de Wien est présenté sur la figure 4.24.

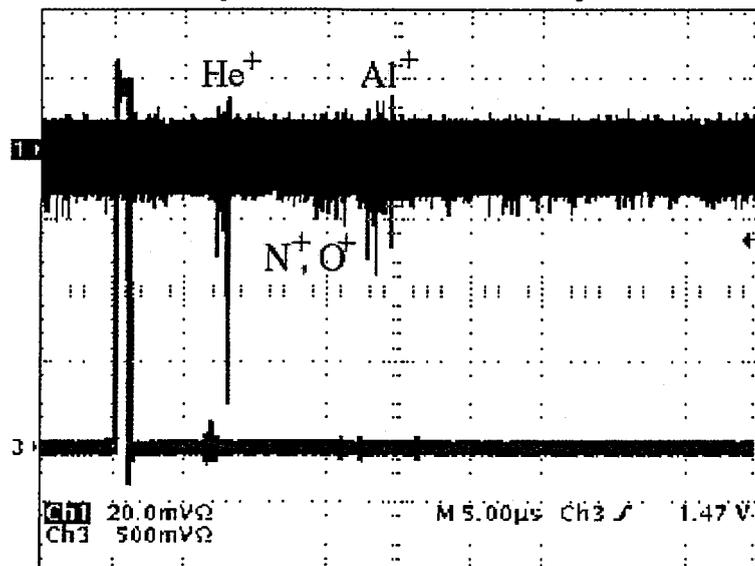


FIG. 4.24 – Spectre de temps de vol obtenu à l'oscilloscope à l'issue de la source sans Filtre de Wien, au bout de la ligne contenant le guide d'ions, et le piège. Le pulse du déflecteur est représenté sur la chaîne 3. L'énergie moyenne des ions étant de 575 V , la simulation indique que le pic de gauche de la chaîne 1 correspondait aux ions ${}^4\text{He}^+$, le groupe du milieu à des ions ${}^{14}\text{N}^+$ et/ou ${}^{16}\text{O}^+$ et celui de l'extrême droite à des ions ${}^{27}\text{Al}^+$. Le montage galette correspondait à celui de la figure 4.25.

La largeur temporelle d'un paquet d'ions injecté dans le piège, était limitée par la

durée maximale de la phase d'injection : au delà d'une μs , les ions arrivés trop tôt ou trop tard dans le piège, par rapport à la fin de la tension d'injection appliquée sur le chapeau d'injection, étaient invariablement perdus. De ce fait, le nombre d'ions maximal par paquet injecté s'élevait à $10^{-9} \times 10^{-6} / 1.6 \times 10^{-19} \simeq 62400$. Le nombre moyen d'ions piégés et attendus à chaque cycle sur le détecteur d'ions de recul était alors au maximum de l'ordre de 0.1 (!), du fait des valeurs des efficacités simulées d'injection, de piégeage et d'extraction. En outre, du fait de l'efficacité de détection de la galette de microsphère, que l'on peut supposer de l'ordre de 10% (voir 4.1.1), la probabilité de détection totale d'un ion tombait à 1%.

Le boîtier électronique présenté dans la section 4.2.4 permettait de reproduire le cycle *injection-piégeage-extraction* à une fréquence maximale de 15 *Hz*. Dans cette configuration, le temps d'apparition moyen d'un ion piégé devait être de l'ordre de 6.7 s, et la montée d'un spectre de 1000 ions devait prendre environ 1h 50mn.

Durant les multiples tentatives d'observation de spectres de temps de vol, dont aucune n'arriva au succès espéré, différentes difficultés techniques sont survenues, auxquelles nous avons dû, dans la mesure de nos possibilités, trouver une solution.

La première fut liée à l'introduction du gaz de la source dans l'environnement du piège, malgré le collimateur de diamètre 5 mm et de 40 mm de long séparant le guide d'ions de l'enceinte ultravide. Le vide y remontait après une demie heure à quelques 10^{-6} Torr, occasionnant des claquages sur les connexions de la galette de microsphère. Le montage mécanique du détecteur d'ions fut alors amélioré par des contacts plus francs et écartés les uns des autres. Le montage électrique du détecteur, présenté sur la figure 4.4, fut lui aussi modifié afin d'éviter les risques d'endommagement de l'oscilloscope, ou des préamplificateurs, le cas échéant. Le signal galette était pris sur la face arrière, non polarisée, du détecteur. Le nouveau montage électrique est présenté sur la figure 4.25. C'est celui qui fut utilisé pour l'obtention du spectre 4.24.

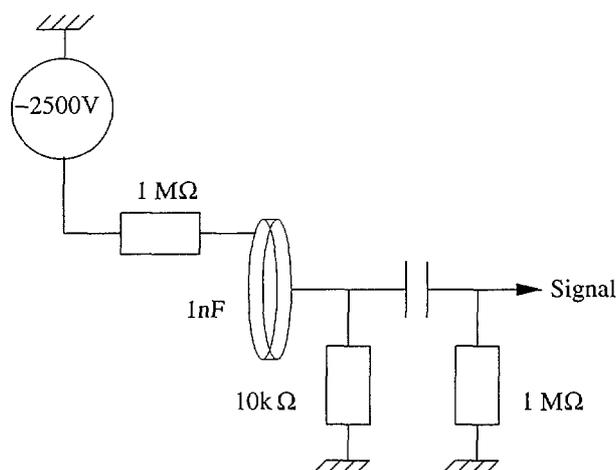


FIG. 4.25 – Le montage galette de microsphère modifié. Le signal est pris sur la face non polarisée du détecteur.

En dehors du problème lié aux claquages du montage galette, l'introduction de gaz Hélium sous de trop fortes pressions dans la cellule de la source, provoquait la perte d'intensité faisceau par recombinaisons de charges résonnantes le long de l'ensemble de la ligne. Cette perte était observée de deux manières, et à deux localisations distinctes de la ligne d'ions. Le premier signe net était le déficit considérable d'intensité observé entre la cage de Faraday de la source, et la cage de Faraday du guide d'ions, séparées seulement d'une vingtaine de *cm* : la seconde cage indiquait un courant correspondant à 10% du courant initial. La seconde évidence de cette perte d'intensité, fut l'observation minutieuse de spectres de temps de vol directs, sans phase de piégeage, qui montrait une diminution significative de l'amplitude du signal galette lorsque le vide de l'enceinte du piège s'était détérioré. La pression y augmentait de 5×10^{-9} Torr juste après ouverture de la vanne, à quelques 10^{-6} Torr après quelques dizaines de minutes. Afin d'éviter la détérioration de la pompe ionique, qui se trouvait alors en vide limite, il était nécessaire de l'éteindre, tout le temps que durait l'injection d'ions dans l'enceinte.

Pour remédier à ce problème, les capacités de pompage de l'enceinte du piège furent renforcées : une pompe turbo de 1000 ls^{-1} fut ajoutée en support de la pompe ionique du piège. Le résultat fut la stabilisation du vide à quelques 10^{-7} Torr dans l'enceinte du piège pour des fonctionnements usuels de la source d'ions, et l'amélioration du vide à l'intérieur même du guide d'ions, lorsque la vanne était ouverte, qui passa de 10^{-5} Torr à quelques 10^{-6} Torr. Malgré ces améliorations, il n'en restait pas moins que la seconde cage de Faraday donnait une indication de courant de 70 à 80% inférieure à celle de la source. Enfin, une efficacité totale de transmission et de détection de la ligne de l'ordre de 10^{-4} , depuis la seconde cage de Faraday, fut mesurée grâce à un compteur.

Un autre problème qui se posait était la stabilité de la source d'ions. L'intensité du faisceau était très sensible à deux facteurs prépondérants : la variation de la pression du gaz à l'intérieur de la cellule, et les courants ioniques initiés par les émissions électroniques des filaments qui perturbaient les alimentations appliquant la tension d'extraction des ions de la source. Tandis que la première cause d'instabilité pouvait être simplement maîtrisée par un réajustement régulier de la pression à l'intérieur de la cellule de gaz, la seconde était beaucoup plus délicate à contrôler. Après un temps de fonctionnement de la source de l'ordre d'une dizaine de minutes, l'alimentation qui appliquait la polarisation de la face avant de la cellule, irradiée par les filaments, délivrait une forte intensité qui allait parfois jusqu'à dépasser ses capacités de puissance, occasionnant alors une chute de tension. Afin de remédier à ce problème, l'alimentation, de marque Silena et de courant maximal 1 mA, fut remplacée par une alimentation Ortec, de courant maximal 20 mA. Malgré ce changement, le courant débité finissait toujours par dépasser très rapidement le seuil de capacité de l'appareil. Il apparut en outre que lors des phases d'augmentation rapide de courant, le faisceau issu de la source présentait dans ses spectres de temps de vol des taux d'éléments polluants largement plus importants qu'à la normale. En particulier s'y trouvaient des ions Al^+ en grand nombre, correspondant au matériau du support des filaments. Afin d'éliminer cet effet, des mesures se sont imposées : la surface de la cellule de gaz devait être régulièrement nettoyée, et les filaments écartés de la paroi de la cellule, dans le but de limiter les courants ioniques engendrés auparavant en particulier par l'aluminisation des

pièces environnant le filament. Des supports en acier inox furent réalisés pour soutenir les filaments. Malgré toutes ces modifications, une seule mesure réellement efficace permit de remédier à la création de courants ioniques : la limitation du courant d'alimentation des filaments, limitant de fait l'intensité du faisceau de la source.

A cause des différentes limitations évoquées précédemment, en pression du gaz injecté dans la cellule, et en intensité alimentant les filaments, un faisceau stable ne fut obtenu que pour des intensités ne dépassant pas 1 nA . D'autre part, même à cette intensité, les performances de la source étaient poussées à l'extrême. La durée de vie des filaments était singulièrement basse, puisqu'ils étaient parcourus par des intensités de l'ordre de 2.35 A , excédant leur alimentation maximale de 2 A , préconisée par le constructeur, et qu'ils étaient plongés dans un environnement de pression variable et relativement riche en gaz. En moyenne, cette durée de vie était de l'ordre d'une vingtaine d'heures, occasionnant des interventions rapprochées pour le changement d'un des filaments de la source. Chaque intervention durait environ 3h , avant de pouvoir reprendre la tentative de piégeage : cette durée correspondait au temps de remplacement du filament, mais surtout au temps qu'il fallait attendre pour atteindre un vide suffisant à l'intérieur de la ligne.

Ces difficultés techniques, liées au contrôle de l'intensité du faisceau de la source, et associées au fait que les effets de recombinaisons des ions par échange de charges résonnant tout au long de la ligne, à cause du gaz Hélium résiduel se répandant dans le guide d'ions et dans l'enceinte, étaient visiblement importantes. Elles ne nous laissèrent que peu de chances d'avoir un signal net de piégeage. Avec une intensité de 1 nA de la source d'ions, et une efficacité totale de transmission et de détection des ions au maximum de 10^{-4} , le temps moyen de détection d'un ion, après son piégeage, atteignait alors 18h ! Après six mois de tests de piégeage, interrompus fréquemment par la recherche de solution aux diverses difficultés mentionnés précédemment, nous n'avons obtenu aucun spectre de temps de vol correspondant à un piégeage d'ions évident. Rétrospectivement, plusieurs conclusions peuvent être tirées de l'échec de cette expérience. Le succès de sa réalisation aurait nécessité plusieurs conditions que l'on peut résumer ici :

- un meilleur vide dans l'ensemble de la ligne. Afin d'éviter les échanges de charges résonnants, une capacité de pompage bien plus importante aurait été nécessaire, et ceci dès la sortie de la source. Comme nous l'avons indiqué, le faisceau transporté jusqu'au piège, lors de son injection, ne représentait qu'une fraction très réduite de celui qui était mesuré par la première cage de Faraday.
- un pulse focalisant sur l'anneau. Lors des phases d'injection et d'extraction, l'application de pulses sur l'anneau, en plus de la phase haute de la RF, aurait permis une meilleure efficacité de piégeage et d'extraction.
- un potentiel effectif de piégeage plus important. L'application d'une tension radiofréquence adéquate sur le piège, correspondant à un puits de potentiel effectif plus profond que celui que nous pouvions atteindre par les caractéristiques de celle-ci, aurait de la même façon pu augmenter de façon considérable l'efficacité de piégeage. Le diagramme de stabilité des ions dans le piège, présenté sur la figure 3.22, montre que les hautes fréquences sont plus propices à la création d'un potentiel effectif efficace. Ainsi, l'application d'une tension radiofréquence de caractéristiques 100 V , 2 MHz

aurait donné, d'après les simulations, une efficacité de 1% d'injection et de piégeage. D'autre part, l'application d'une tension "Hold" largement plus élevée que dans le cas de notre expérience, aurait permis une efficacité d'extraction des ions de l'ordre de 14%.

- une dispersion énergétique des ions plus faible. La dispersion énergétique des ions, de plusieurs eV lors de l'injection, engendrait une efficacité de piégeage très faible. Elle aurait pu être améliorée par un dispositif de refroidissement des ions, tel que le RFQ refroidisseur regroupeur.

Bien que cette expérience n'eut pas mené à la caractérisation du piégeage d'ions en ligne, elle nous fut utile dans le sens où elle constituait le premier pas vers l'expérience finale, qui consiste en l'injection en ligne d'ions radioactif ${}^6\text{He}^+$ à l'intérieur du piège transparent. Elle nous permit de mettre à jour les difficultés liées à la manipulation et au piégeage d'ions de masse légère, à basse énergie.

Les caractéristiques de la tension RF du piège, et des tensions d'injection des ions furent réévaluées. A la suite de cette expérience, un amplificateur de tension RF pouvant délivrer au piège un signal d'amplitude 200V, et de fréquence 2MHz fut mis à l'étude, ainsi qu'un montage électronique permettant d'appliquer les pulses de tensions nécessaires à l'injection sur les chapeaux, et l'anneau du piège.

Un dispositif de refroidissement des ions était apparu crucial, même pour une source dont l'émittance, compte tenu de l'énergie des ions, était relativement faible. De ce fait, le RFQ apparaissait comme un élément encore plus décisif pour le succès de l'injection d'ions ${}^6\text{He}^+$ dans le piège de Paul transparent.

Chapitre 5

Simulations de piégeage des ions

Les simulations des deux expériences de piégeage d'ions, avaient pour but de permettre un meilleur contrôle du dispositif expérimental, et de fixer les multiples paramètres dont dépendait la réalisation du piégeage d'ions injectés en ligne à la sortie de la source d'ionisation. Elles permirent en outre une analyse et une meilleure compréhension de la première expérience de piégeage d'ions, issus d'un plasma laser.

Ces simulations sont constituées de deux parties principales : le calcul du potentiel électrique créé par différentes géométries et dispositions d'électrodes, et le calcul du transport des ions à l'intérieur de ce dernier. La première partie de ce chapitre présente les méthodes numériques utilisées. La validité de la simulation du potentiel, ainsi que la validité de l'intégration du mouvement des ions dans les champs électriques associés, sont éprouvées. Les potentiels calculés pour le RFQ, et pour la structure du piège de Paul transparent, sont présentés.

La seconde partie de ce chapitre présente les résultats des simulations des deux expériences de piégeage. Ceux-ci ont montré de bonnes adéquations avec les observations expérimentales. Au delà des simulations de ces deux premières expériences, le code développé nous a permis de construire une première simulation de l'expérience de mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$, qui fera l'objet du chapitre 6.

5.1 Présentation du code de simulation

Le développement d'un code pour le calcul des champs électriques et des trajectoires était judicieux à cause de plusieurs raisons :

- les logiciels commerciaux les plus abordables, tels que SIMION, sont peu adaptés aux géométries complexes des électrodes que nous avons eu à représenter. D'autre part, ces logiciels présentent des temps de calcul bien trop lents pour permettre une étude quantitative approfondie de la manipulation de paquets d'ions, telle que nous avons eu à réaliser. Ceci est dû en grande partie aux visualisations graphiques des trajectoires des ions.

- les routines " libre service " de calcul des champs électriques en 3D sont rares, (uniquement en 2D pour la CERNlib " POISCR "), souvent difficilement utilisables et frustrés (la version bêta de Kaskade , calcul des potentiels en 3D est soit disant portable, EMAP3D n'est valable que pour les systèmes simples)
- la mise en œuvre du calcul des champs électriques, par la méthode des différences finies, et des trajectoires par des méthodes d'intégration numériques communément utilisées est aisée
- la constitution d'un code unique de simulation, en particulier pour l'ensemble de l'expérience de mesure de la corrélation angulaire $\beta-\nu$, présente de grands avantages. A l'inverse d'une simulation composite, qui ferait appel à des routines extérieures, elle permet d'avoir un contrôle accru sur tous les paramètres de la simulation, et présente une structure qui peut être simplifiée et optimisée suivant la spécificité du problème.

Dans la suite, nous exposerons les méthodes utilisées pour le calcul des potentiels et des trajectoires, et nous les éprouverons par deux moyens :

- l'étude de quelques systèmes simples, pour lesquels les solutions sont analytiques. Les résultats du code développé sont comparés aux solutions exactes.
- l'étude de systèmes plus compliqués. Les résultats sont comparés aux solutions données par des logiciels commerciaux. Ces derniers tests seront faits pour des systèmes d'électrodes se rapprochant du système que l'on veut étudier, le piège de Paul, dispositif central de notre expérience. Ce sera donc une étude des potentiels et des trajectoires d'ions dans un champ quadrupolaire. Le système privilégié pour cette étude est le champ quadrupolaire du RFQ.

5.1.1 Le calcul du potentiel électrique

Le calcul du potentiel électrique créé par des électrodes et en l'absence de charges obéit à l'équation de Laplace :

$$\Delta V = 0 \quad (5.1)$$

càd l'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (5.2)$$

avec conditions aux limites sur les électrodes :

$$V(x, y, z) = V_{\text{électrode}} \quad (5.3)$$

Cette équation aux dérivées partielles (dite de type " elliptique ") se résout numériquement principalement par deux méthodes, comme toutes les équations aux dérivées partielles :

- la méthode des différences finies, avec un maillage cubique de la carte de potentiel et un pas constant pour chaque région

- la méthode des éléments finis, plus élaborée, qui maille l'espace suivant la géométrie des électrodes et la variation du potentiel.

Cette deuxième méthode, qui n'est pas toujours adéquate au problème que l'on se pose (voir plus loin), est compliquée à mettre en œuvre et demande un investissement de plusieurs mois, voire d'une année pour un programmeur averti. Elle peut faire éventuellement l'objet d'une thèse lorsqu'on la raffine. Il n'était pas possible ici de consacrer un temps trop précieux à son développement, la première méthode (et on le montrera dans cette partie) étant suffisamment précise pour la majorité des problèmes que l'on s'est posé avec les pièges à ions.

A) La méthode des différences finies

Cette méthode est utilisée dans les programmes commerciaux les plus abordables tel que SIMION ou MAFIA, logiciels de simulation de trajectoires d'ions dans des champs électriques et magnétiques. C'est celle que nous utiliserons dans toutes les simulations. La méthode consiste à créer un maillage à pas constant suivant chacune des directions de l'espace, et d'appliquer l'algorithme de résolution de l'équation de Laplace au 3^{ème} ordre.

Notons dx , dy et dz la longueur des pas suivant les trois directions respectives x , y , z . Le développement limité du potentiel au 3^{ème} ordre suivant la direction x donne :

$$V(x + dx, y, z) = V(x, y, z) + dx \frac{\partial V}{\partial x} + \frac{dx^2}{2!} \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{dx^3}{3!} \frac{\partial^3 V}{\partial x^3} + \Theta(dx^4) \quad (5.4)$$

La dérivée seconde de V peut alors s'écrire, en négligeant les termes du 4^{ème} ordre dans l'équation 5.4 :

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = \frac{V(x + dx, y, z) + V(x - dx, y, z) - 2V(x, y, z)}{dx^2} \quad (5.5)$$

L'équation de Laplace s'écrit alors, au 3^{ème} ordre :

$$\Delta V = \frac{2dy^2 dz^2}{dx^2 dy^2 dz^2} (V(x + dx, y, z) + V(x - dx, y, z) - 2V(x, y, z)) + perm.circ. = 0 \quad (5.6)$$

Soit i , j et k les indices associés aux directions x , y et z (fig. 5.2). On obtient alors

$$V_{i j k} = a_1 \times (V_{i-1 j k} + V_{i+1 j k}) + a_2 \times (V_{i j-1 k} + V_{i j+1 k}) + a_3 \times (V_{i j k-1} + V_{i j k+1}) \quad (5.7)$$

Il s'agit de l'algorithme de résolution de l'équation de Laplace au 3^{ème} ordre. Les coefficients a_1 , a_2 et a_3 sont donnés par les équations :

$$\begin{cases} a_1 = \frac{dy^2 \cdot dz^2}{2(dx^2 \cdot dy^2 + dy^2 \cdot dz^2 + dx^2 \cdot dz^2)} \\ a_2 = \frac{dx^2 \cdot dz^2}{2(dx^2 \cdot dy^2 + dy^2 \cdot dz^2 + dx^2 \cdot dz^2)} \\ a_3 = \frac{dx^2 \cdot dy^2}{2(dx^2 \cdot dy^2 + dy^2 \cdot dz^2 + dx^2 \cdot dz^2)} \end{cases} \quad (5.8)$$

Lorsque les pas dx , dy et dz sont constants, on a une simple formule de moyenne :

$$V_{i j k} = \frac{1}{6} \times (V_{i-1 j k} + V_{i+1 j k} + V_{i j-1 k} + V_{i j+1 k} + V_{i j k-1} + V_{i j k+1}) \quad (5.9)$$

A.1) Conditions aux limites

La résolution de l'équation de Laplace n'est possible que si les potentiels des électrodes et des bords de la zone d'intérêt sont connus. Ils sont posés comme conditions aux limites. En général, les potentiels des bords sont fixés comme étant nuls, représentant physiquement, dans un cas idéal, la masse de l'enceinte où sont placés les électrodes. Cependant, si l'on est limité par la taille mémoire, les surfaces délimitant la carte de potentiel pourront être placées loin des masses réelles : on utilisera dans ce cas l'effet de blindage électrostatique des électrodes, si leur géométrie est suffisamment fermée. La validité du potentiel calculé à l'intérieur de celles-ci y sera alors peu perturbée.

A.2) Superposition des potentiels

Lorsque les potentiels appliqués aux électrodes ne dépendent pas du temps, ou sont complètement fixés au moins les uns en proportion des autres, alors la résolution de l'équation de Laplace dans l'espace d'intérêt ne nécessite que le calcul d'une seule carte de potentiels. Dans le cas contraire, autant de cartes que d'électrodes devront être calculées. Tout potentiel, correspondant à un jeu quelconque de tensions appliqué sur les électrodes, pourra être alors déterminé par l'application du théorème de superposition des potentiels (voir la figure 5.1).

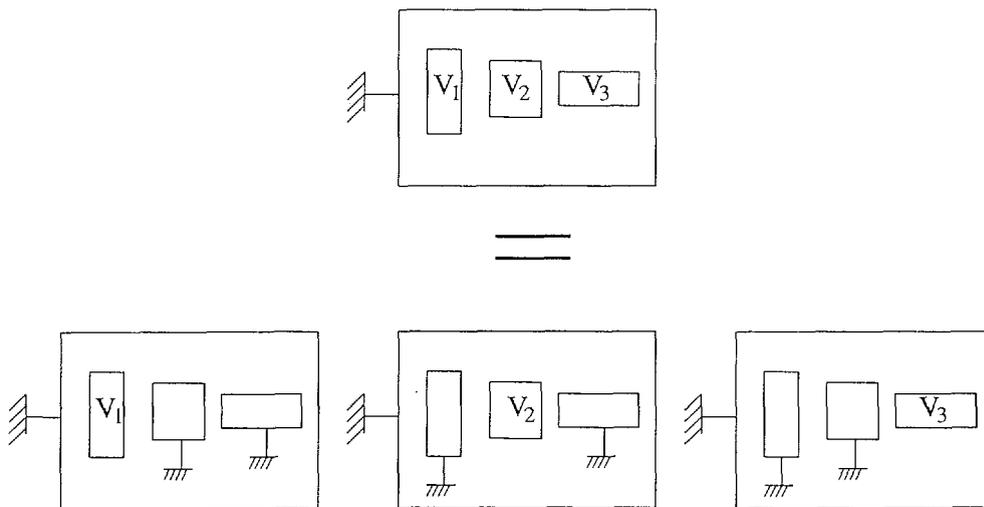


FIG. 5.1 – Exemple du théorème de superposition appliqué à 3 électrodes.

A.3) Méthode de balayage de la carte de potentiel

La méthode de balayage la plus simple est celle d'incrémenter successivement i , j et k ! La convergence de la méthode n'en souffre pas, et elle reste rapide : pour calculer le potentiel d'une carte de dimensions $166 \times 166 \times 2$ (55000 points), 1200 itérations sont nécessaires (voir la carte de potentiel du RFQ sur la figure 5.4). Le critère de convergence était que la différence relative du potentiel calculé en un point loin des électrodes entre

deux balayages successif diffère moins que 10^{-7} . Le nombre d'itérations nécessaires avant une convergence fixée dépend des dimensions de la carte. Il varie comme le facteur [89] :

$$N \propto \frac{\dim x^2 \cdot \dim y^2 \cdot \dim z^2}{\dim x^2 + \dim y^2 + \dim z^2} \quad (5.10)$$

A.4) Raffinements de la méthode des différences finies :

A.4.a) convergence

On peut accélérer de façon considérable la convergence de la méthode en partant d'une carte estimée du potentiel.

Un moyen d'estimation est par exemple appliquer une formule de barycentre pour le potentiel de chaque point compris entre deux électrodes. Dans ce cas, la convergence n'est pas rendue beaucoup plus rapide cependant.

On peut surtout calculer le potentiel pour des maillages de pas 2 fois ou 4 fois inférieurs, et recopier cette carte sur le maillage final. Le gain de temps observé est dans ce cas considérable : à peu près un facteur 3!

A.4.b) mémoire

Le gros problème de la méthode des différences finies est qu'elle utilise beaucoup de ressources mémoires, d'autant plus si l'on a de petites électrodes vis-à-vis de grosses électrodes. Il est donc parfois crucial d'utiliser les symétries du système que l'on étudie. Elles interviennent sur le calcul des conditions aux limites sur les bords de la carte de potentiel. Par exemple si l'on a une symétrie plane suivant le plan $x = 0$, alors on utilisera l'algorithme suivant, pour le calcul du plan de symétrie :

$$V_{0 \ j \ k} = \frac{1}{5} \cdot (V_{1 \ j \ k} + V_{0 \ j-1 \ k} + V_{0 \ j+1 \ k} + V_{0 \ j \ k-1} + V_{0 \ j \ k+1}) \quad (5.11)$$

puisque $V_{0 \ j \ k}$ entre à nouveau dans le second membre de l'équation 5.9.

A.4.c) précision

Une façon rapide d'augmenter la précision sur la détermination des potentiels, est d'appliquer après la convergence souhaitée du précédent algorithme, un second algorithme qui résout numériquement l'équation de Laplace au 6^{ème} ordre, pour un nombre limité d'itérations (typiquement une centaine). Dans cet algorithme on utilise les quatorze points autour du point où l'on cherche le potentiel (voir la figure 5.2).

B) La méthode des éléments finis

Cette méthode est utilisée dans des codes de simulation numérique plus évolués. Matlab permet de résoudre les équations aux dérivées partielles en 2D grâce à cette méthode ("pdetool"). Il existe sur Internet des codes gratuits qui permettent la résolution le plus souvent en 2D, très rarement en 3D (comme "kaskade", ou "EMAP3D") mais qui sont

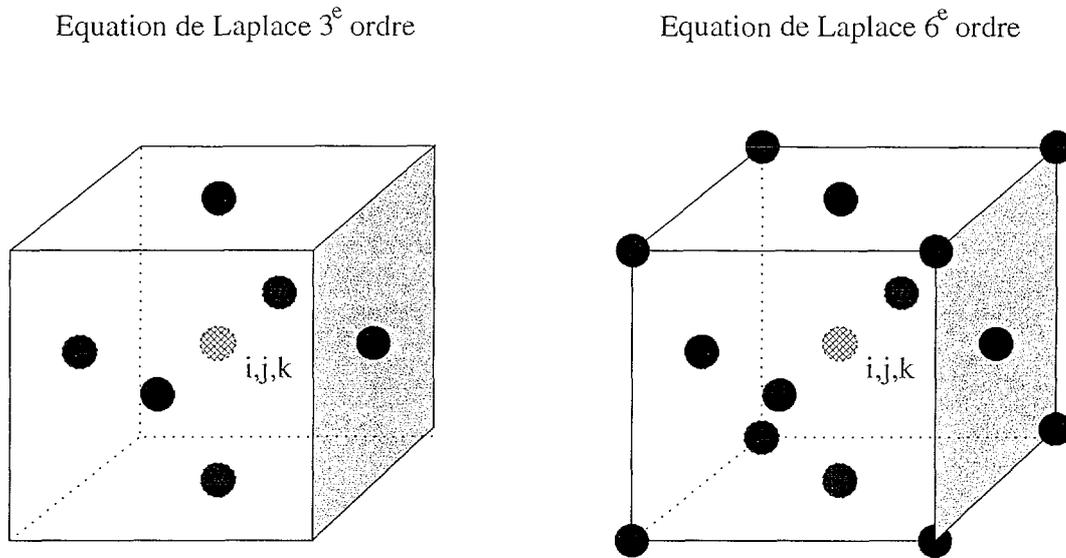


FIG. 5.2 – Les différents points du maillage utilisés pour le calcul potentiels $V_{i,j,k}$, par les algorithmes de résolution au 3^e ordre et au 6^e ordre.

difficiles à installer sur toutes les plateformes, et la plupart du temps encore en version de test. Des exemples de logiciels commerciaux les plus communs pour résoudre ces équations en 3D sont "VectorField" et "FlexPDE", et sont onéreux. L'avantage de cette méthode est qu'elle nécessite en principe moins d'espace mémoire que la précédente, puisqu'elle maille l'espace suivant la géométrie des électrodes et les régions où le potentiel est susceptible de varier beaucoup. Elle permet donc d'obtenir de bonnes précisions sur le potentiel dans les zones où il varie beaucoup, sans avoir énormément de points à calculer. En contrepartie, l'inconvénient est qu'elle a tendance à délaissier les zones où le potentiel varie peu : en particulier dans les différents pièges, la zone où le champ est quadrupolaire est plutôt mal représentée (C'est en cet endroit que les ions passent le plus de temps !!). Pour obtenir une meilleure précision sur le potentiel dans les zones à faibles gradients, il faut serrer le maillage de la carte au maximum et augmenter les ressources mémoires. Ce sera cependant une des méthodes de référence, sur laquelle nous allons nous appuyer pour valider le programme de simulations de champs, en particulier dans le cas de la simulation de pièges électriques.

C) Validité de la carte de potentiel calculée

La façon la plus simple de tester le code écrit est de comparer sa solution avec un problème que l'on peut résoudre analytiquement. Prenons l'exemple d'un condensateur cylindrique. Si le rayon de fil interne est noté r_0 et celui du tube r_1 , le potentiel $V(r)$ s'écrit sous la forme :

$$V(r) = V(r_0) + (V(r_1) - V(r_0)) \cdot \frac{\ln(r/r_0)}{\ln(r_1/r_0)} \quad (5.12)$$

La comparaison entre la formule théorique et le potentiel calculé par la méthode des

différences finies est représentée sur la série de figures 5.3, pour un condensateur cylindrique qui a les caractéristiques suivantes : $V(r_0) = 1 \text{ V}$, $V(r_1) = -1 \text{ V}$, $r_0 = 10 \text{ mm}$ et $r_1 = 100 \text{ mm}$, avec un pas de la maille de $250 \mu\text{m}$.

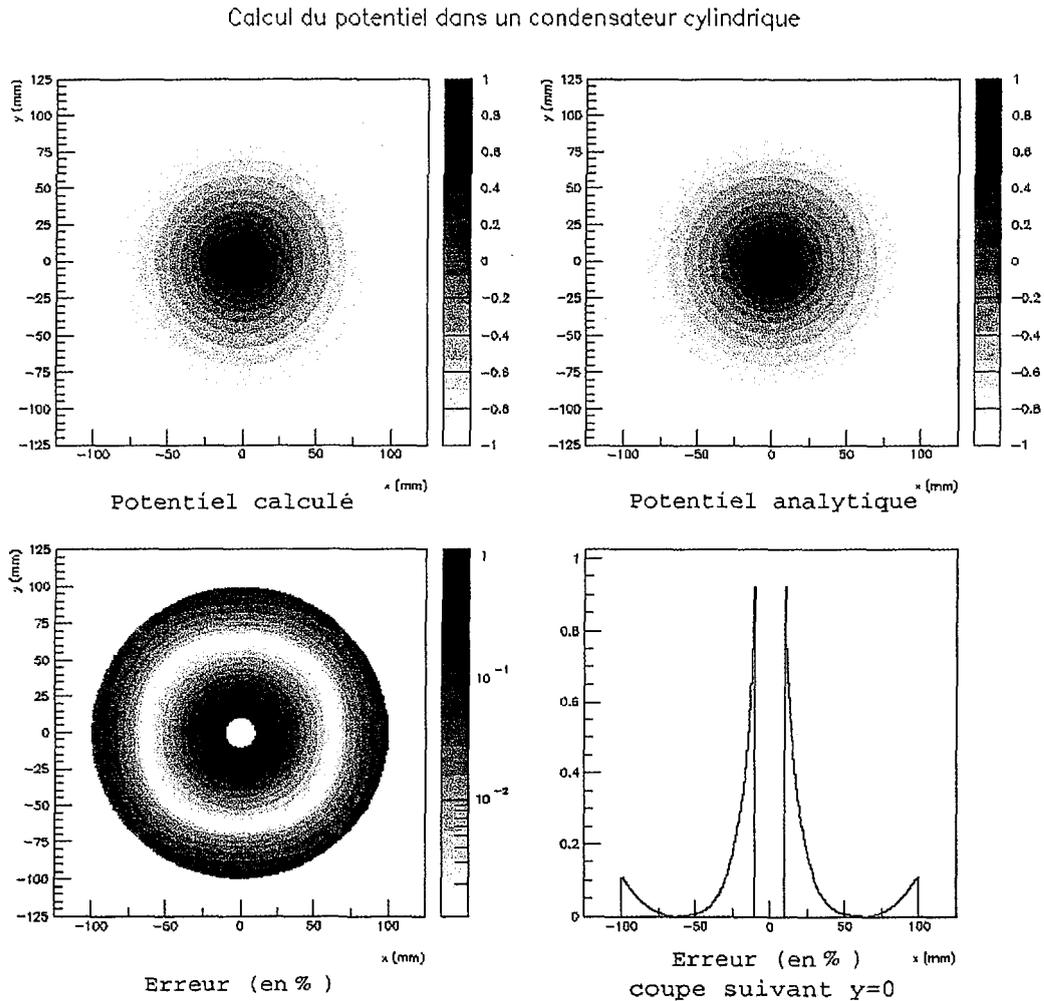


FIG. 5.3 – Le potentiel d'un condensateur cylindrique calculé analytiquement et numériquement. Les différences relatives sont représentées sur les figures du bas.

L'erreur du calcul numérique, relative à la tension appliquée entre les électrodes, est représentée sur les figures du bas. Le calcul du potentiel en tous points est effectué à une précision meilleure que 1%. Le critère de convergence était de 10^{-7} sur le potentiel d'un point. Il est à noter que les zones les moins précises se trouvent près des électrodes et en particulier sur les bords du fil intérieur : l'algorithme de calcul du potentiel lisse les grandes variations de potentiel sur ces zones. Ce n'est pas le cas pour la méthode des éléments finis puisqu'elle maille plus finement les endroits où le champ est important. Par contre les zones éloignées des électrodes sont très précisément reproduites (incertitude inférieure au

millième).

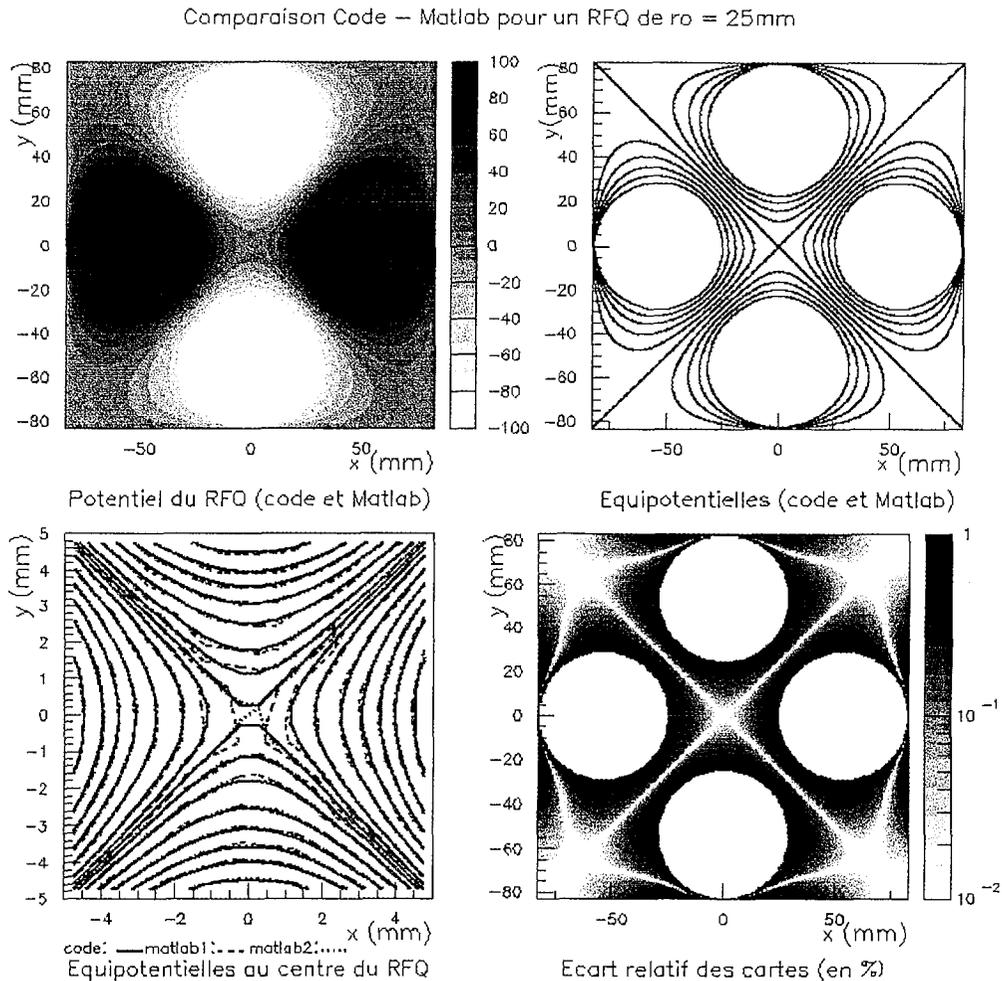


FIG. 5.4 – Potentiels du quadropôle radiofréquence calculés au moyen de Matlab et du code. Les différences relatives sont représentées sur la figure droite du bas.

La deuxième façon de tester le code est de comparer avec le potentiel calculé par un logiciel du commerce qui utilise la méthode des éléments finis. Le potentiel et les équipotentielles représentées sur la planche de figures 5.4, sont celles d'un quadropôle radiofréquence, calculés à la fois par Matlab et par le code. Sur les deux premières figures les différences entre les deux calculs sont difficiles à décèler à l'œil nu, c'est pourquoi n'est représenté ici que le potentiel du code. Il s'agit de cartes en 2D. Pour Matlab, deux calculs ont été effectués : l'un avec un maillage de 33536 triangles et 17789 nœuds ("matlab1", sur la figure du bas à gauche), l'autre avec 134114 triangles et 69117 nœuds ("matlab2"). Le premier maillage utilisé est présenté sur la figure 5.5. La carte calculée au moyen du code (méthode des différences finies) est une carte 166×166 , pour un pas d'un demi millimètre,

qui correspond à deux demi barreaux (un quart de la carte représentée sur la figure 5.4) et à laquelle on applique deux symétries suivant les plans $x = 0$ et $y = 0$. Le nombre de points calculés est alors de 27556.

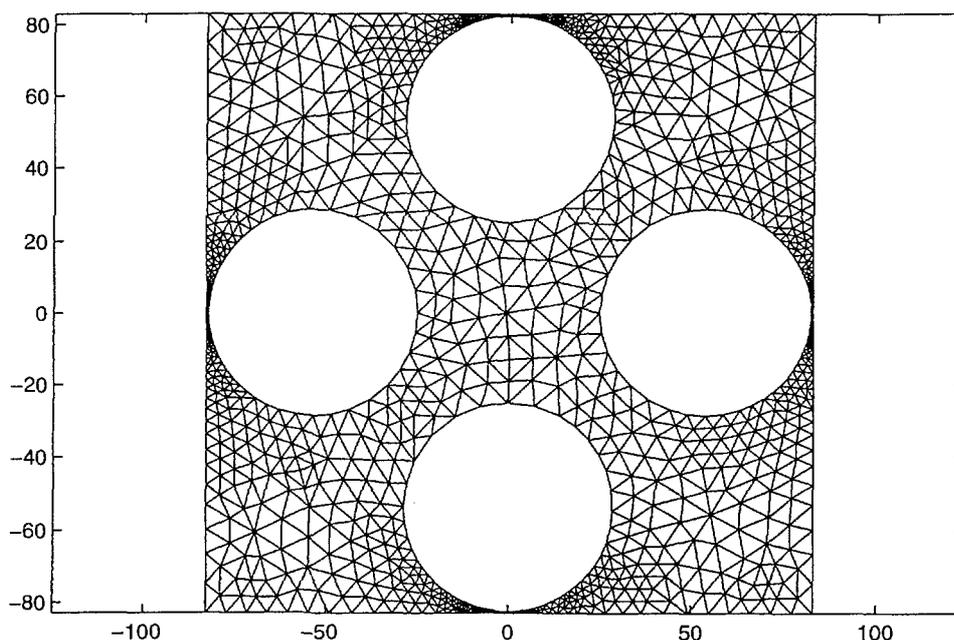


FIG. 5.5 – Le maillage utilisé par Matlab.

Même s'il est vrai au premier coup d'œil que les lignes équipotentielles des deux méthodes semblent se recouvrir partout parfaitement, on remarque cependant des différences en détaillant l'étude de la carte. En particulier des discontinuités apparaissent pour Matlab en plein milieu du RFQ, dans la région justement où le potentiel doit être quadrupolaire(!) sur la figure en bas à gauche de la série 5.4. La finesse du maillage importe sur ces discontinuités; elles semblent légèrement gommées pour le calcul de Matlab à maillage fin. La raison de ces discontinuités est que la méthode des éléments finis traite minutieusement les zones où le gradient de champ scalaire est maximal, mais dédaigne les zones où il est faible. Il faut donc, pour cette méthode, un nombre considérable de points pour obtenir un damage du potentiel au centre du RFQ, qui permette un calcul du potentiel dans cette région d'une qualité environ équivalente à celui du code. Ceci n'est pas sans nous rappeler le problème d'espace mémoire lié à la méthode des différences finies! En effet, le calcul du potentiel du second maillage de Matlab utilise 203261 réels (134144 triangles + 69117 nœuds), à comparer avec $4 \times 166 \times 166 = 110224$ points pour le code (4 fois le nombre de points de la carte du fait des symétries). La dernière figure représente la différence relative en pour cents entre la méthode de Matlab (maillage fin - 134144 triangles) et la méthode des différences finies. Les simulations diffèrent au maximum d'un pour cent, le maximum étant atteint auprès des électrodes, là où Matlab est plus précis.

En général, il a été observé par Moore et al.[46] que le calcul des potentiels par la méthode des éléments finis fait apparaître des discontinuités dans la région centrale des

potentiels quadripolaires, ce qui rend son emploi délicat pour la simulation de trajectoires d'ions dans les pièges électromagnétiques. Ces mêmes auteurs conseillent l'utilisation de la méthode des différences finies pour ce type de problème. L'étude de l'exemple précédent montre en effet que cette technique numérique est appropriée au problème de simulation des trajectoires d'ions dans les différents pièges : on atteint de très bonnes précisions sur le potentiel loin des électrodes, de l'ordre du pour mille, dans la zone où le champ est quadripolaire et les ions sont piégés. En outre les distorsions du potentiel aux frontières des électrodes sont bien présentes, mais sont très locales. C'est cette méthode qui est de ce fait employée dans le code pour le calcul du potentiel où évoluent les ions.

Le calcul des trajectoires des ions dans le potentiel fait d'abord appel au calcul de la force électrique que subit l'ion, force que l'on va intégrer deux fois suivant le temps afin d'obtenir la position des ions à tout temps. Il est donc utile d'étudier la précision avec laquelle la force est déduite du potentiel.

D) Validité de la Force

Le but de la simulation de potentiel est d'estimer en tout point de l'espace la force électrique que subit un ion dans un champ quadripolaire.

Dans le cas d'un condensateur cylindrique, l'intensité de la force obtenue est donnée par l'équation :

$$\|\vec{F}\| = \frac{V(r_1) - V(r_0)}{r \cdot \ln(r_1/r_0)} \quad (5.13)$$

L'intensité de la force est représentée sur les deux figures du haut de la série 5.6, dans le cas analytique puis déduite du potentiel calculé, pour le condensateur cylindrique précédemment simulé. L'erreur relative obtenue sur la force est représentée dans le bas de la série de figures, en pour cent de la force maximale. Elle est de l'ordre de quelques millièmes au centre du condensateur, et très près des électrodes elle s'accroît énormément : elle est de 45% sur le dernier " bin " avant l'électrode centrale . Ceci était prévisible : les potentiels loin des électrodes sont mieux représentés dans la méthode des différences finies.

Dans le cas du piège de Paul transparent, nous avons effectivement des structures de fils à traiter. Cependant nous ne sommes pas dans le cas critique du condensateur cylindrique. Il s'agit ici d'une série de fils au même potentiel, supposés représenter une électrode pleine, constituant l'anneau du piège. La variation du potentiel autour de ceux-ci ne sera pas aussi importante que dans le cas du condensateur, et la force sera mieux calculée. Nous allons le montrer dans la section suivante.

E) Le potentiel à l'intérieur des différents pièges

E.1) Le potentiel du RFQ

La géométrie des électrodes du RFQ n'étant pas hyperbolique mais cylindrique, le potentiel créé à l'intérieur de celles-ci n'est pas rigoureusement quadripolaire. Afin que les

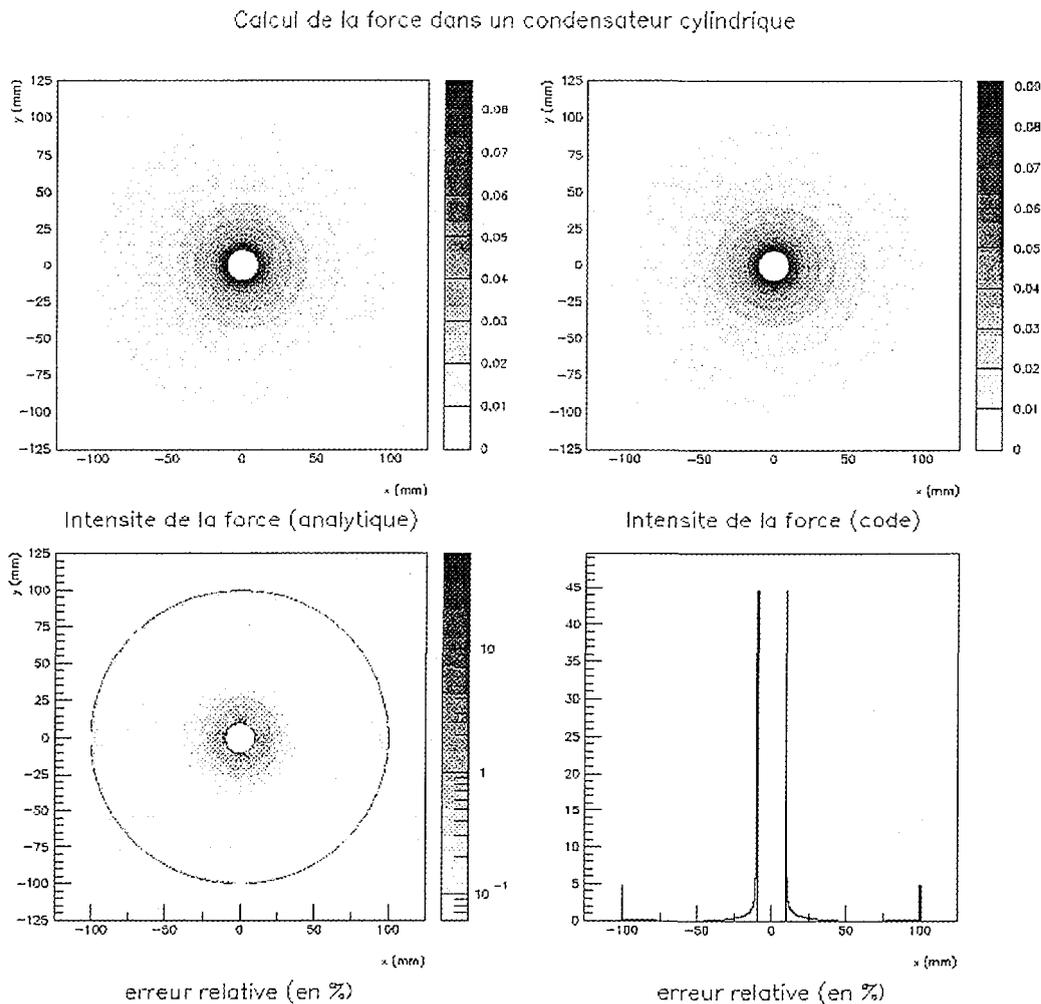


FIG. 5.6 – Intensité de la force électrique associé au cas du condensateur cylindrique.

équipotentiels de l'intérieur du piège correspondent au mieux à des équipotentiels hyperboliques, le rayon des barreaux a été fixé à $1.148r_0$ [64]. Sur la série de figures 5.7, sont représentés successivement le potentiel quadrupolaire analytique et le potentiel calculé par le code pour un RFQ de rayon interne $r_0 = 25 \text{ mm}$. L'approximation du champ quadrupolaire à l'intérieur du RFQ est d'autant plus justifiée que l'on considère des régions de l'espace proches du centre de celui-ci. La déviation relative du potentiel calculé par rapport au potentiel quadrupolaire, représentée sur l'histogramme "déviaton" en bas à gauche, y est de l'ordre du millièrne au maximum. Sur la figure suivante on observe que les équipotentiels des deux champs se recouvrent presque parfaitement dans la zone de piégeage.

La distorsion du champ quadrupolaire qui résulte de l'utilisation d'électrodes cylindriques plutôt qu'hyperboliques est l'apparition d'une harmonique du potentiel du 6^{ème}

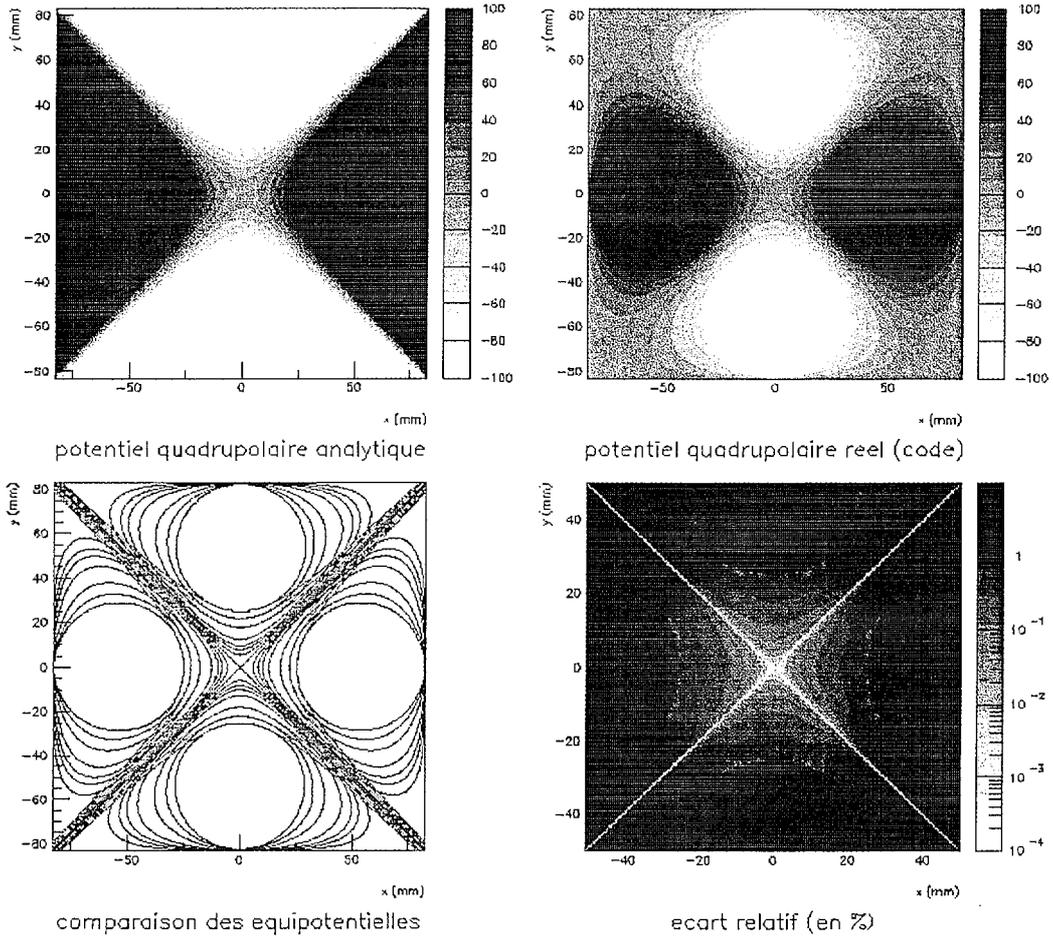


FIG. 5.7 – Comparaison du potentiel réel du RFQ, créé au moyen barreaux cylindriques, avec le potentiel quadrupolaire analytique.

ordre [64]. Un ajustement de la carte de potentiel créée par le code montre effectivement l'existence d'une telle harmonique. Au centre du RFQ, le potentiel est de la forme :

$$V(x, y) = a_2 \times (x^2 - y^2) + a_6 \times (x^6 - 15x^4y^2 + 15x^2y^4 - y^6) \quad (5.14)$$

Pour une différence de potentiel de 100 V, et un rayon interne du RFQ de 25 mm, l'ajustement donne les valeurs des coefficients des harmoniques a_2 et a_6 :

$$\begin{cases} a_2 = 0.49456 \pm 0.00013 \\ a_6 = 0.1909 \times 10^{-2} \pm 0.0082 \times 10^{-2} \end{cases} \quad (5.15)$$

Si d'autres harmoniques d'ordre n compris entre 3 et 5 sont introduites dans l'expression

du potentiel 5.14, l'ajustement donne des coefficients associés d'incertitude supérieure à leur valeur. Leur contribution est donc négligeable.

E.2) Le potentiel créé par le piège de Paul transparent

E.2.a) Calcul du potentiel du piège transparent

Dans le cas du piège de Paul transparent réel, il se posait un problème de calcul du potentiel, spécifique à sa géométrie. Les fils constituant l'anneau étant de diamètre $100 \mu m$, un pas de la maille suffisamment fin était nécessaire pour pouvoir estimer correctement le potentiel régnant au milieu de celui-ci. Le piège de Paul n'ayant pas de symétrie triviale, dans un premier temps des maillages cubiques, sans symétries, ont été simulés pour différents pas de $1 mm$, $500 \mu m$, et $250 \mu m$. Dans ce dernier cas, la carte représentant l'anneau avait pour dimensions $288 \times 288 \times 184$, occupant $61 Mo$ d'espace mémoire. Les fils simulés avaient alors un diamètre égal au pas de la maille, représentés par une série de "bins", soit dans le meilleur des cas un facteur 2.5 supérieur à la réalité.

Afin de limiter la taille des matrices utilisées, et d'obtenir des fils de diamètres plus fins, les symétries particulières que présente la géométrie du piège, furent alors utilisées. Le piège possède une symétrie de rotation discrète, d'angle 15° suivant son axe, liée au nombre de fils qui constituent l'anneau (figure 3.21). Si l'on suppose l'axe z confondu avec l'axe du piège, comme sur la figure 5.8, on a alors les relations $V(-x, y, z) = V(y, x, z)$, et $V(x, -y, z) = V(y, x, z)$. Il est de plus remarquable que la structure du piège de Paul pour les z négatifs, peut se déduire de celle des z positifs, par application d'une transformation de symétrie plane suivant le plan $z = 0$, suivie d'une rotation d'un angle $\frac{\pi}{2}$ autour de l'axe z . On a de ce fait $V(x, y, -z) = V(y, x, z)$. Du fait de ces trois relations de symétrie, la connaissance du potentiel dans tout l'espace du piège peut être réduit à la seule donnée de celui-ci pour x , y et z positifs. L'utilisation de ces relations nous permet alors de diminuer les dimensions des cartes d'un facteur 8, et la carte de potentiel avec un pas de $125 \mu m$ fut simulée. En fait, les résultats obtenus montrèrent que la différence entre deux cartes de pas suffisamment fins était relativement faible. La planche de figures 5.9 présente deux coupes (fig. 5.8) du potentiel du piège associées :

- à un plan passant par l'axe de révolution du piège z
- au plan $z = 0$

Sur les figures du haut, sont représentées les coupes du potentiel calculé pour un pas de $125 \mu m$. En bas, les histogrammes montrent que la différence relative entre les cartes de pas $125 \mu m$ et $250 \mu m$, obtenue en faisant la moyenne du potentiel sur 4 cases adjacentes pour la carte de maillage fin, n'excède pas 1% au centre de l'anneau, et est très localement de l'ordre de 10% à l'emplacement des fils. La carte utilisée dans les simulations de piégeage d'ions des deux expériences que nous avons présentées était celle du pas le plus fins et parfois de celui de $250 \mu m$, constituant une bonne approximation du potentiel réel.

Pour la réalisation de l'expérience de mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$, un anneau constitué de fils de dimensions très petites, de diamètres de l'ordre de $50 \mu m$ ou inférieur,

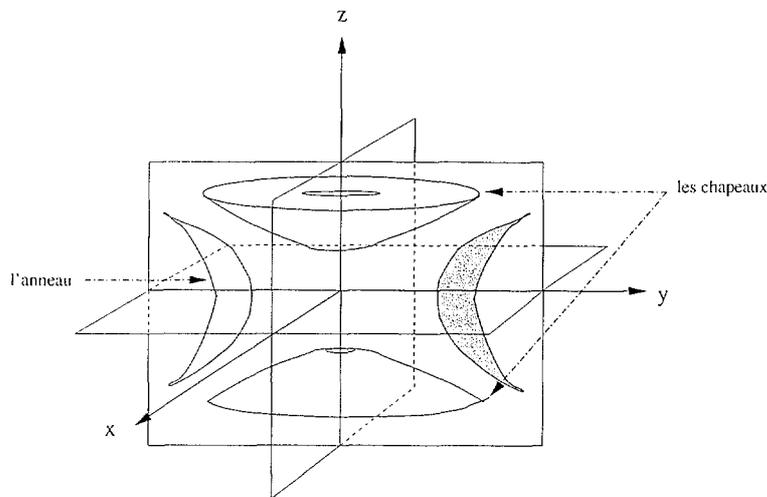


FIG. 5.8 – Les plans de représentation du piège de Paul transparent.

est à l'étude, afin de lui donner une transparence maximale, diminuant ainsi les diffusions d'électrons et les pertes d'ions. La simulation de tels fils est difficile à envisager pour un pas d'une maille aussi petit : environ 500 Mo seraient nécessaires pour stocker la carte de potentiel (carte de dimensions $576 \times 576 \times 368 = 122. \times 10^6$ réels !). Bien que la construction d'une maille de cette taille est a priori possible, tant que l'on dispose d'un ordinateur ayant suffisamment de mémoire vive, sa manipulation dans le code d'intégration du mouvement des ions allongerait considérablement le temps de calcul, phénomène qui est déjà observé entre la maille de $250 \mu m$ et $125 \mu m$. Cependant, au vu des résultats précédents, il est toujours possible dans une première approximation d'utiliser un maillage plus grossier, qui suffit à représenter avec une bonne précision le potentiel réel d'un tel anneau, lorsque l'ion évolue au centre de celui-ci.

Afin d'évaluer plus précisément l'effet de distorsion du potentiel dû à la taille du pas de la maille, et de la géométrie cubique des fils représentés par des bins, intervenant essentiellement dans leur environnement immédiat, une autre simulation a été réalisée. Elle est illustrée sur les figures 5.10. On se place ici dans un cas similaire à la coupe transverse du piège de Paul. Un plan de fils a été simulé avec une électrode cylindrique à la masse au centre qui représente l'effet des chapeaux : le potentiel est nul au centre du piège s'il est appliqué une tension $-V/2$ sur ceux-ci, et une tension $+V/2$ sur l'anneau. Le potentiel de la figure 5.10 a été simulé par le code et par Matlab, Matlab permettant de simuler correctement des fils cylindriques de rayon $200 \mu m$. Le pas de la maille du code a été choisi supérieur à celui du diamètre des fils, soit $500 \mu m$. A nouveau, ce n'est que localement que le potentiel et la force sont distinctes, à proximité des électrodes. Nous verrons dans la section consacrée au calcul des trajectoires, quel est l'impact de ces différences sur les trajectoires d'ions émis au travers de l'anneau.

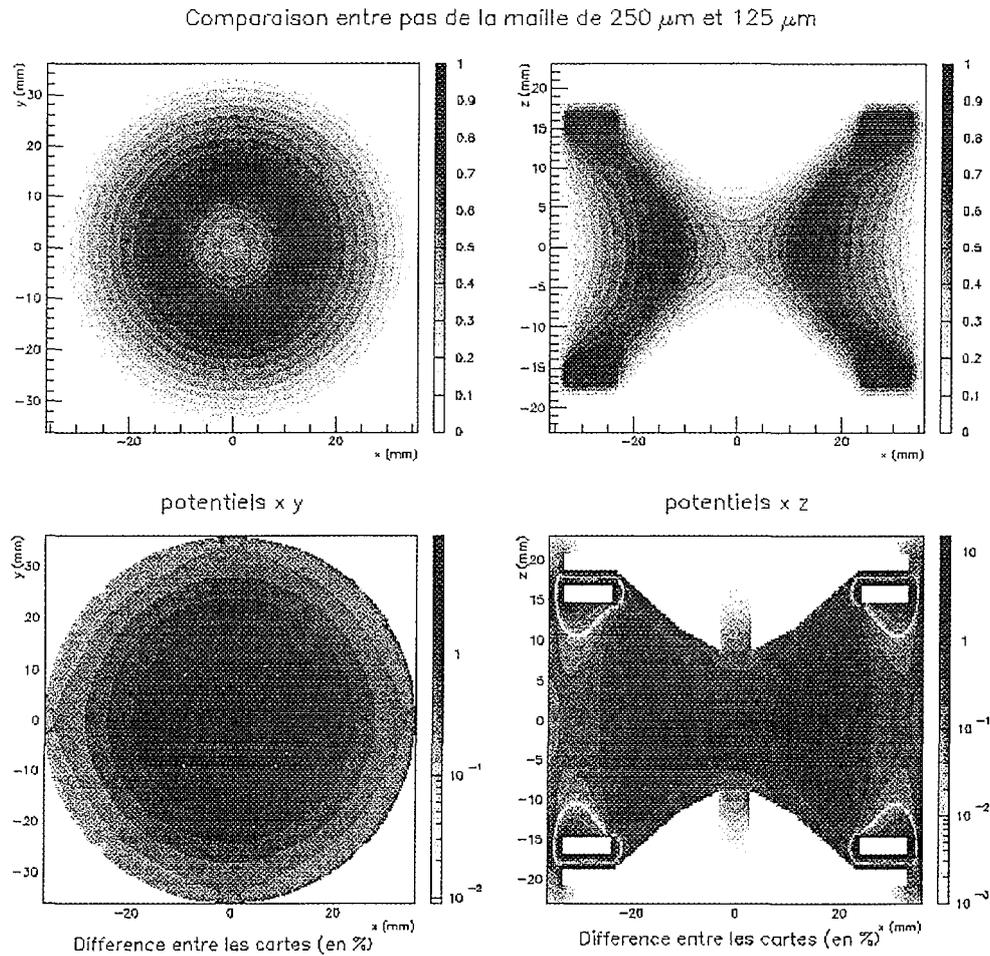


FIG. 5.9 – Le potentiel du piège de Paul transparent. Les figures du haut représentent le potentiel de deux coupes du piège, pour un pas de $125 \mu\text{m}$. Les figures du bas sont la comparaison entre deux cartes consécutives.

E.2.b) Comparaison du potentiel calculé du piège transparent avec un potentiel quadrupolaire

La planche 5.11 montre l'adéquation de la carte de pas de $125 \mu\text{m}$ avec le potentiel quadrupolaire analytique. Au centre du piège, une déviation du même ordre de grandeur que précédemment pour le RFQ, de l'ordre du pour mille par rapport au champ quadrupolaire exact, est observée.

A partir du calcul de la carte de champs et des forces associées, il est possible de calculer les trajectoires des ions dans les potentiels associés aux différents pièges et dans la ligne d'injection du piège de Paul.

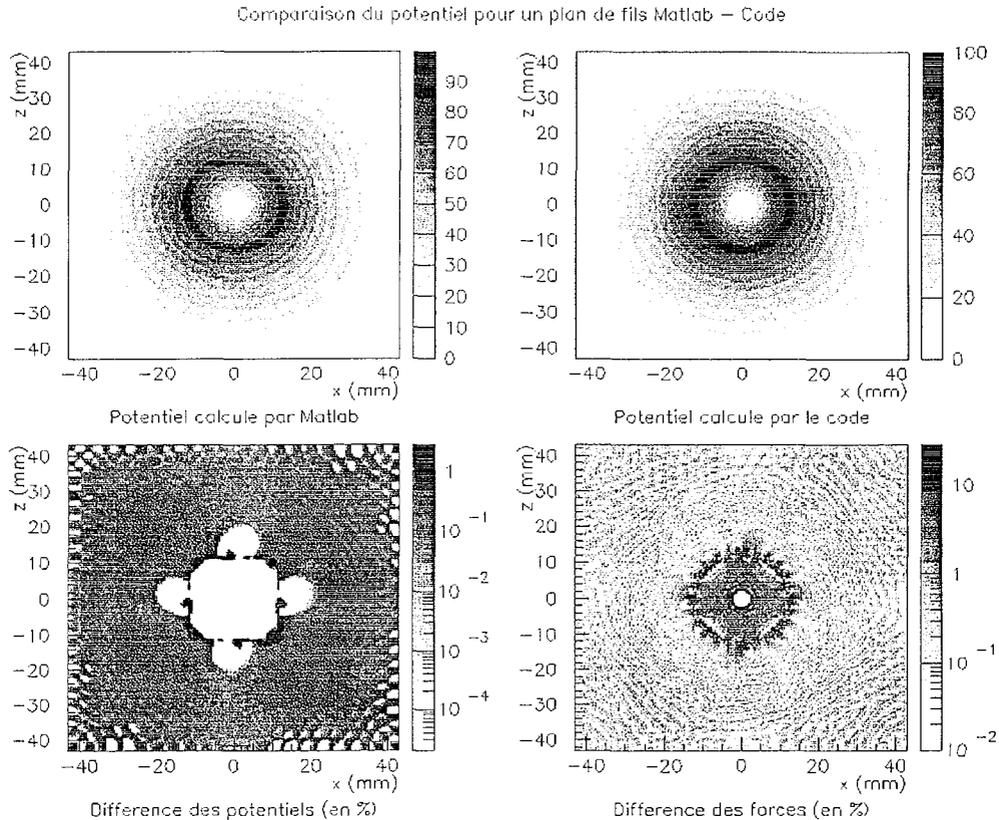


FIG. 5.10 – Comparaison du potentiel d'un plan de l'anneau calculé par Matlab, et par le code. Le diamètre des fils était de $200\ \mu\text{m}$, le pas de la maille du code de $0.5\ \text{mm}$.

5.1.2 Calcul des trajectoires d'ions

Les trajectoires des ions dans un potentiel sont calculés par une simple intégration de la loi fondamentale de la dynamique. Il suffit d'intégrer deux fois la force électrique. Deux méthodes d'intégration ont été utilisées et comparées : La méthode de Runge Kutta à l'ordre 4 (RK4) et la méthode dite du "prédicteur - correcteur" (P-C). Ces deux méthodes sont très couramment utilisées, toutes deux au 4^{ème} ordre. RK4 est utilisée par SIMION. La méthode P-C est plus rapide et réputée plus précise que RK4 lorsqu'on l'utilise au même ordre [90]. Elle a en effet l'avantage de faire moins d'appels à la fonction à intégrer à chaque pas d'intégration, mais elle est légèrement plus difficile à implémenter, d'autant plus qu'elle nécessite une autre méthode d'intégration, par exemple RK4 pour démarrer puisque chaque point est calculé à partir des points précédents. Pour calculer les trajectoires par ces deux méthodes, nous avons utilisé des réels de 4 octets ("float" sur station alpha Unix), considérant qu'il était inutile de chercher plus de précision en utilisant des réels ("double") de 8 octets du fait de l'incertitude associée à la technique de calcul des champs et à la technique même d'intégration.

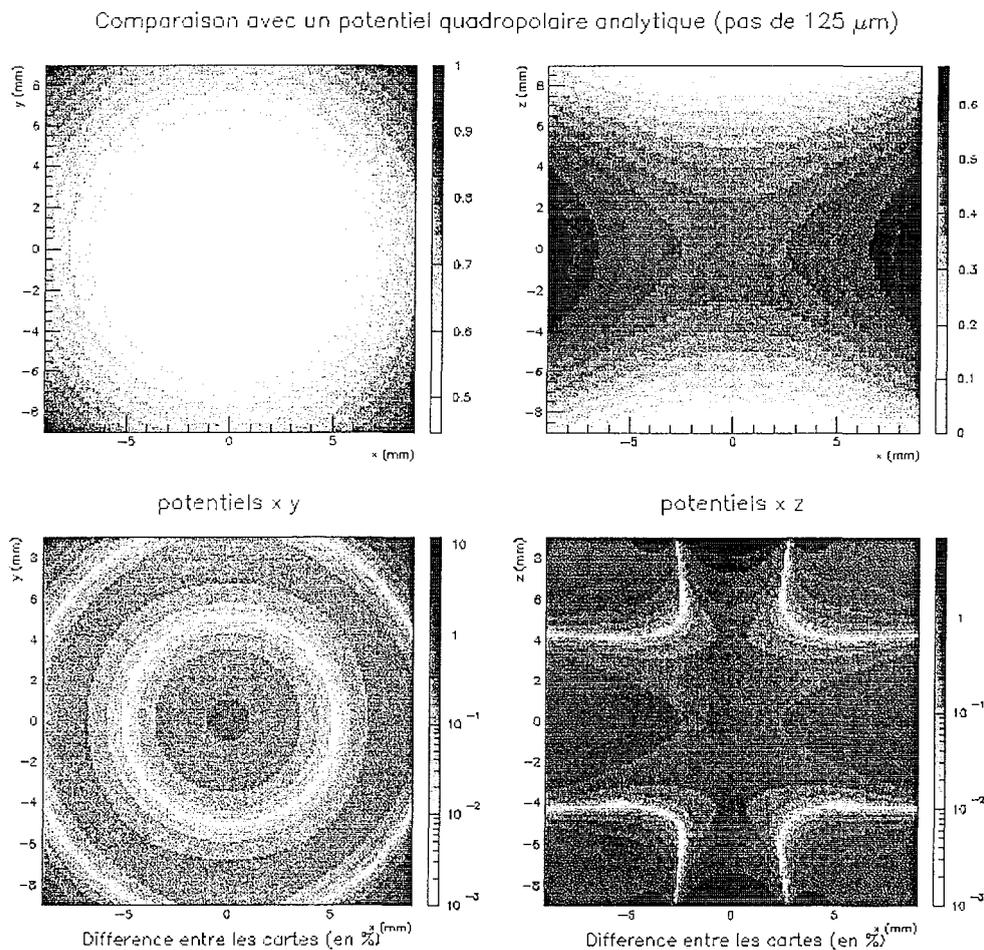


FIG. 5.11 – Comparaison du potentiel du piège avec le potentiel quadropolaire analytique pour la région centrale du piège.

Dans un premier temps, nous devons calculer la force électrique. Le calcul de la force, lorsque l'on utilise la méthode des différences finies est simple. On note i , j et k les indices des bins suivants les directions respectives x , y et z . La formule suivante est utilisée pour le calcul des composantes en x , y et z en chaque milieu de bin (ici calcul de la composante en x) :

$$\vec{F} = -q \cdot \text{grad}(V) \rightarrow F_x(x = i + 0.5, y, z) = \frac{q(V_{i j k} - V_{i+1 j k})}{dx} \quad (5.16)$$

La force en tout point est alors interpolée linéairement, dans les directions x , y et z . Pour la composante en x (fig. 5.12) :

$$F_x(x, y, z) = ((i + 0.5) - x/p) \times F_x(i - 0.5, y, z) + (x/p - (i - 0.5)) \times F_x(i + 0.5, y, z) \quad (5.17)$$

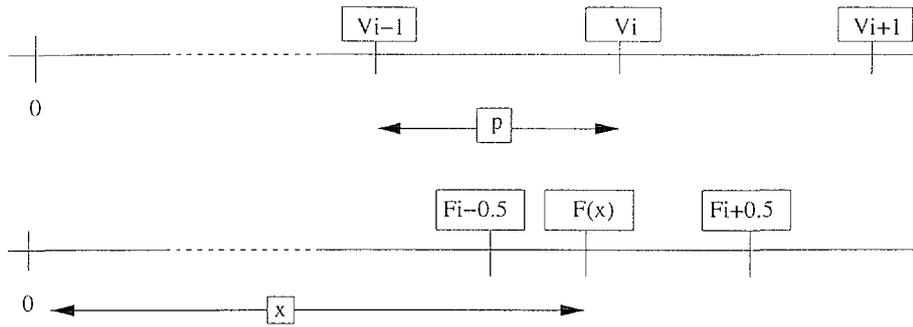


FIG. 5.12 – Principe de détermination de la force électrique. Une interpolation linéaire de F_x est réalisée.

Ensuite nous utilisons les différentes techniques d'intégration. Elles ont été testées de deux manières, de la même façon que le calcul des potentiels : au moyen d'un cas d'école dont on connaît la solution analytique, et au moyen d'un autre code qui permet d'estimer la solution d'un problème plus compliqué.

A) Tests du calcul des trajectoires des ions

A.1) Trajectoire dans un condensateur plan

Un des problèmes les plus simples que l'on puisse imaginer est la conduite d'ions à l'intérieur d'une capacité plane, aux bornes de laquelle on applique un champ alternatif. La figure 5.13 illustre le dispositif simulé.

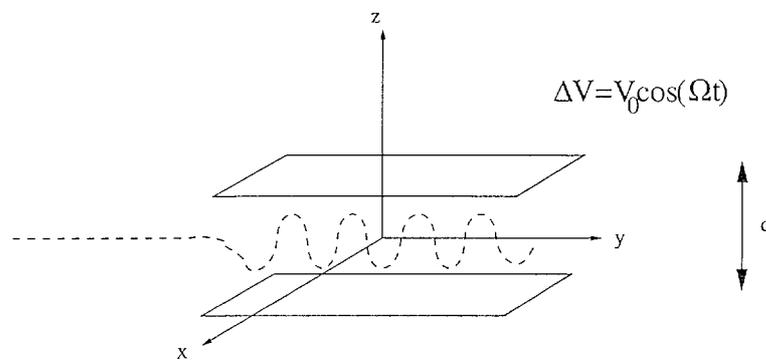


FIG. 5.13 – La trajectoire d'un ion à l'intérieur d'un condensateur plan.

Si la tension entre les électrodes, séparées de la distance d , est de la forme :

$$\Delta V = V_0 \cos(\Omega t) \quad (5.18)$$

alors l'équation du mouvement s'écrit :

$$z(t) = z(t_0) + v_z(t_0)t + \frac{q \cdot V_0 \cdot \cos(\Omega t)}{m \cdot d \cdot \Omega^2} \quad (5.19)$$

L'amplitude du mouvement d'oscillation est :

$$z_m = \frac{q \cdot V_0}{m \cdot d \cdot \Omega^2} \quad (5.20)$$

Pour un condensateur infini, les deux conditions de stabilité de la trajectoire sont :

$$\begin{cases} v_z(t_0) = 0 \\ z_m = \frac{q \cdot V_0}{m \cdot d \cdot \Omega^2} < d/2 \end{cases} \quad (5.21)$$

On cherche ici à retrouver l'amplitude du mouvement de l'ion à partir des caractéristiques du condensateur et de la tension appliquée. Nous allons comparer la valeur calculée de cette amplitude à la valeur prédite par le code. Avec $\Delta V = 1 \text{ V}$, $\nu = 36875 \text{ Hz}$, $q = 1$, $m = 6 \text{ uma}$, et $d = 60 \text{ mm}$, l'amplitude vaut $z_m = 5 \text{ mm}$.

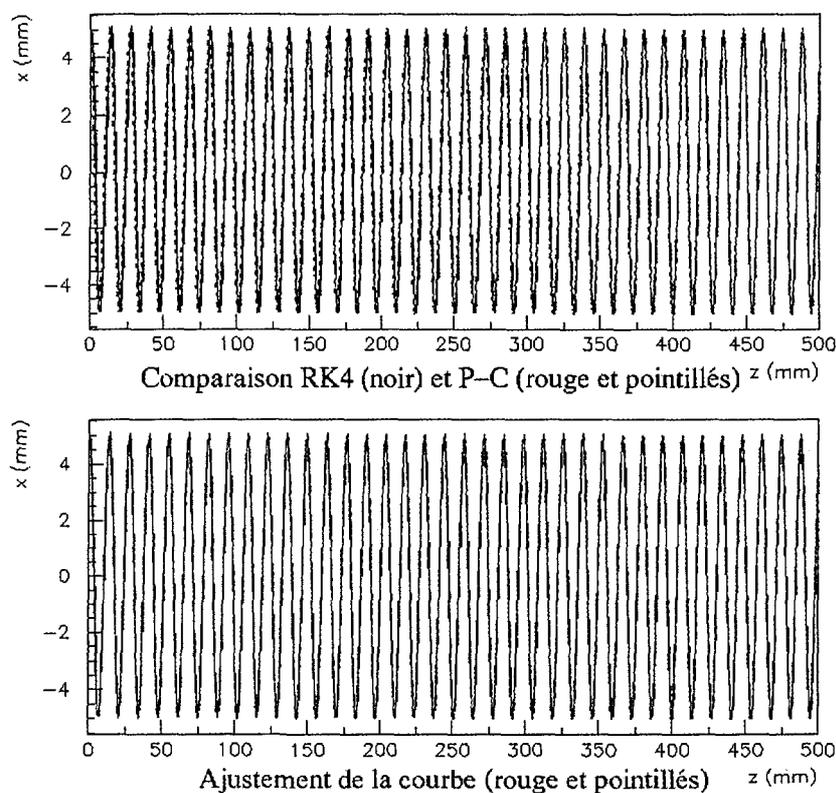


FIG. 5.14 – Trajectoire calculée d'un ion monochargé de masse $m = 6 \text{ uma}$ dans le condensateur plan.

La figure du haut des deux figures 5.14 présente les trajectoires des ions calculées par les deux méthodes RK4 et PC. Il est remarquable que les courbes se recouvrent presque

parfaitement ! La différence observée entre ces trajectoires et l'ajustement sinusoïdal est de quelques μm ($5 \mu m$ au maximum) sur les $500 mm$ de la trajectoire, à comparer avec les $5 mm$ d'amplitude de mouvement. L'ajustement sinusoïdal de la courbe donne une fréquence de $36920 Hz$ et une amplitude de $4.98 mm$. Les deux méthodes convergent donc vers la même solution, très proche elle-même de la solution analytique : on observe une erreur de 4 pour mille sur l'amplitude du mouvement.

A.2) Trajectoires dans un quadrupôle radiofréquence

Le deuxième test de validité est de comparer les résultats obtenus au moyen de SIMION et ceux du code pour la trajectoire d'un ion dans un quadrupôle radiofréquence. On pourra comparer les fréquences et les amplitudes des deux mouvements. En particulier on s'intéressera à la décomposition en harmoniques de la trajectoire, qui est très bien prédite par la théorie (voir 2.2.1). La trajectoire qui a été simulée correspond aux caractéristiques suivantes :

- un ion de masse $6 uma$, monochargé
- un RFQ de $r_0 = 25 mm$
- une tension alternative de caractéristiques : $100 V$ à $1 MHz$
- conditions initiales : le départ de l'ion se situe à $2 mm$ en x et $2 mm$ en y du centre du RFQ, l'ion est sans vitesse initiale suivant ces directions et a une énergie de $0.01 eV$ suivant la direction longitudinale du RFQ

La comparaison des résultats (figure 5.15) montre qu'une fois encore les trajectoires pour les méthodes RK4 et P-C se recouvrent avec une différence maximale de $5 \mu m$, à comparer avec les $4 mm$ d'amplitude. Cependant l'accord avec SIMION n'est pas aussi bon, bien que globalement les 2 courbes aient les mêmes amplitudes et pratiquement les mêmes fréquences. Cette différence peut provenir en partie des définitions des constantes de masses et constantes numériques entre les 2 codes.

La théorie de l'équation de Mathieu prédit précisément les différentes harmoniques que l'on doit retrouver dans le mouvement de l'ion (chapitre 2). Les fréquences angulaires des harmoniques du mouvement s'expriment toutes sous la forme :

$$\omega_{n\pm} = (n \pm \frac{\beta}{2})\Omega \quad (5.22)$$

où $n \in [-\infty, +\infty]$ est un entier relatif, Ω est la pulsation de la tension RF, et $\beta \simeq \frac{q_r}{\sqrt{(2)}}$ si $q_r \ll 1$. q_r est le paramètre de Mathieu donné par l'équation 2.7.

La pulsation du macromouvement est :

$$\omega_{macro} = \beta \frac{\Omega}{2} \quad (5.23)$$

La fréquence angulaire du micromouvement est de :

$$\omega_{micro} = (1 - \frac{\beta}{2})\Omega \quad (5.24)$$

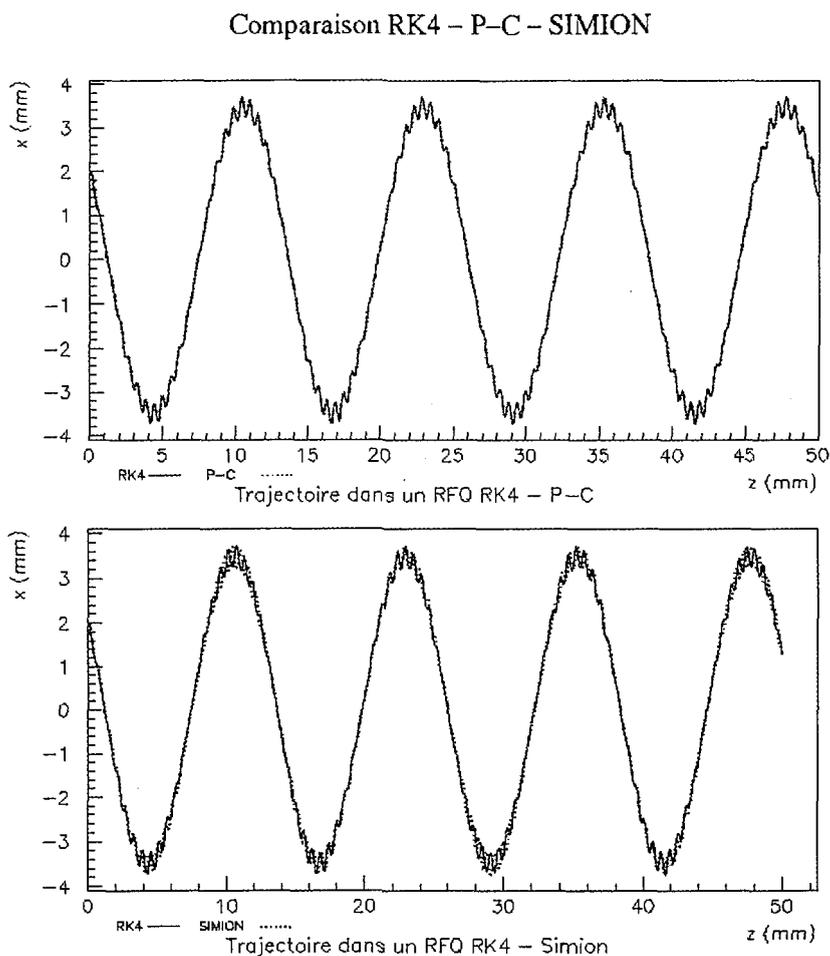


FIG. 5.15 – Trajectoire d'un ion $m = 6 \text{ uma}$, $q = 1$, dans un RFQ de taille $r_0 = 25 \text{ mm}$, avec une tension RF : 100 V à 1 MHz. Différentes méthodes d'intégration du mouvement sont utilisées et comparées : RK4, PC et SIMION.

Les pulsations les plus importantes à β faibles sont les deux ci-dessus, plus l'harmonique correspondant à la fréquence angulaire :

$$\omega_{1+} = \left(1 + \frac{\beta}{2}\right)\Omega \quad (5.25)$$

Dans le cas présent le calcul de q_r nous donne les différentes valeurs approchées¹ des fréquences angulaires des harmoniques du mouvement :

- macromouvement : $46.1 \times 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$
- micromouvement : $953.9 \times 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$

¹En effet on a utilisé dans leur calcul l'approximation $\beta \simeq \frac{q_r}{\sqrt{(2)}}$ si $q_r \ll 1$, ce qui correspond à l'hypothèse que le micromouvement et le macromouvement sont nettement distincts.

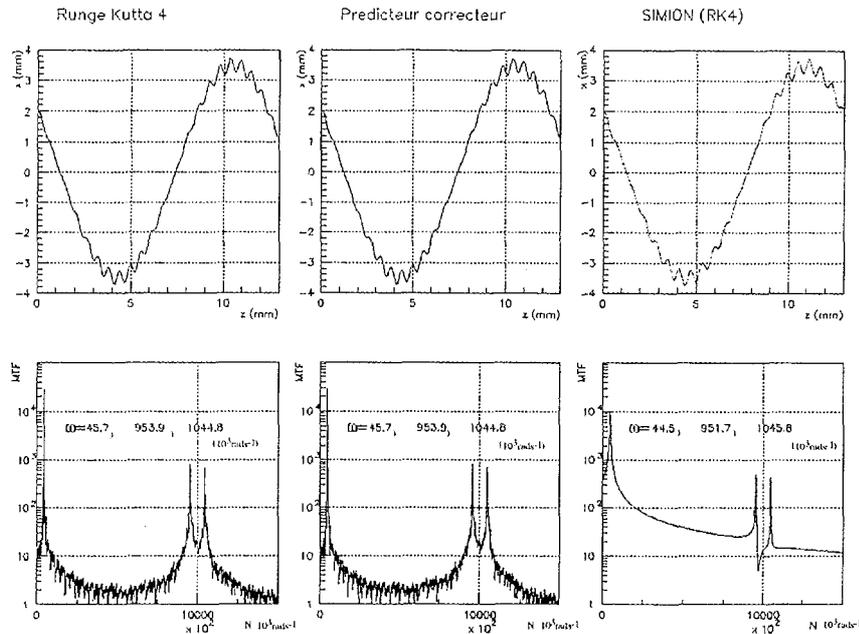


FIG. 5.16 – Transformées de Fourier des trajectoires prédites par intégration RK4, PC et par SIMION. Les fréquences observées sont en bon accord avec la théorie de Matthieu, qui prédit la décomposition des harmoniques du mouvement.

– 3^{ème} harmonique : $1046.1 \times 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$

La décomposition en fréquence du mouvement de l'ion (figure 5.16) donne pour tous les types de calculs les valeurs des fréquences approchées ci-dessus à mieux que $2 \times 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$ près. L'erreur est de l'ordre du % sur le macromouvement, et inférieure à ± 2 pour mille pour les fréquences des deux autres harmoniques. Il est remarquable que le spectre de décomposition fréquentiel est plus lisse pour SIMION, avec un bruit de fond beaucoup plus élevé.

Les deux méthodes d'intégration numériques testées sont concluantes : elles convergent vers la même solution dans différents types de systèmes, dont le piège de Paul linéaire, et sont en très bonne adéquation avec la théorie et la simulation de trajectoires par un code commercial commun (SIMION). Nous utiliserons donc la méthode du Prédicteur - Correcteur dans la suite des simulations, méthode qui comme nous l'avons souligné précédemment, est plus rapide que RK4.

A.3) Trajectoires d'ions dans le piège de Paul

Nous avons vu dans la section précédente, que la géométrie exacte du piège de Paul transparent ne pouvait pas être rigoureusement reproduite pour la simulation du potentiel, du fait de la finesse des fils qui composent l'anneau. Au mieux, des diamètres de fils de l'ordre de $100 \mu\text{m}$ peuvent être pris en compte, alors que des dimensions au moins deux fois

plus petites sont à l'étude. Nous avons alors comparé les cartes de potentiel obtenues avec Matlab pour un plan de fils de $200 \mu m$ de diamètre, et de $500 \mu m$ pour le code (figure 5.10), afin d'évaluer les différences qu'elles présentaient. Nous avons observé que ces dernières étaient plus importantes principalement auprès des électrodes. Voyons maintenant quel est l'impact de ces différences sur le calcul des trajectoires d'ions dans le piège, en particulier pour des ions qui traversent les électrodes, et qui doivent de ce fait passer dans les zones où les cartes de potentiel divergent le plus.

Considérons des ions ${}^6Li^{++}$, issus de la désintégration d'ions ${}^6He^+$ piégés. Leur énergie varie de 0 à $1.4 keV$. Si on fixe un seuil maximum de temps de vol, par exemple de $2 \mu s$, sur une base de temps de vol de $10 cm$, nous ne retenons que ceux dont l'énergie est supérieure à $80 eV$ environ. Il est intéressant de comparer les trajectoires de ces ions dans les deux cartes, pour des ions de basse énergie puisque ce sont ceux-ci qui seront le plus affectés par le potentiel appliqué aux fils. La figure 5.17 illustre les différences que l'on peut observer sur des trajectoires d'ions en utilisant les deux cartes calculées par Matlab et par le code. Les trajectoires d'ions ${}^6Li^{++}$ ont été calculées pour une tension de $50 V$ appliquée aux fils, et des énergies d'ions variant de 100 à $200 eV$. Les trajectoires ont été calculées au moyen d'une méthode d'intégration Prédicteur - Correcteur et des différentes cartes de champs. Les trajectoires pleines sont celles de la carte du code, les trajectoires en pointillés sont celles de Matlab. Les déviations des trajectoires ne diffèrent pas plus de 1 degré suivant

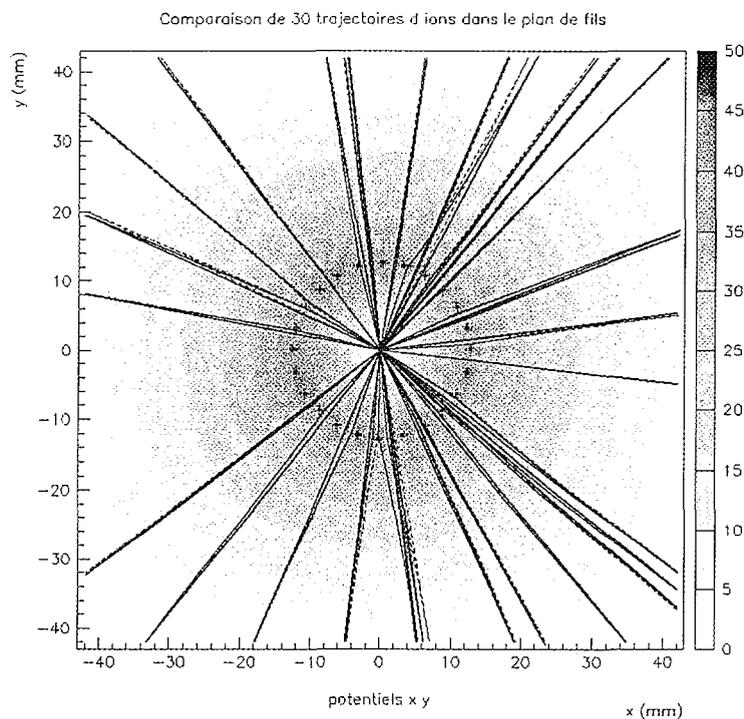


FIG. 5.17 – Comparaison des trajectoires des ions ${}^6Li^{++}$ pour la carte de potentiel créée par Matlab et celle du code.

les cartes, sauf pour les cas extrêmes : ion d'énergie 100 V et/ou émis pratiquement vers le milieu d'un fil. On peut donc dire que dans la grande majorité des cas les codes sont équivalents, et si parfois ils ne le sont pas, leurs résultats ne sont pas absurdes. La collision coulombienne d'un ion avec un fil à très faible paramètre d'impact dévie l'ion suivant la carte d'un même angle mais de valeur opposée. Du fait de ces résultats, ce fut la maille de pas 125 μm qui fut utilisée pour les simulations de l'expérience de mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$.

5.2 La simulation de la première expérience de piégeage

La première expérience, décrite dans la section 4.1, consistait en l'injection et le piégeage d'ions, produits par un pulse laser sur une cible de métal.

5.2.1 Le piège et la ligne de temps de vol

La carte de potentiel de la ligne de temps de vol a été créée en symétrie cylindrique, de pas 250 μm (fig. 5.18). Deux représentations distinctes du piège de Paul ont été utilisées. Lors de la phase de piégeage, l'anneau seul recevant la tension excitatrice, la carte du piège de Paul de pas 125 μm , de maillage cubique, a été utilisée. Lors de l'extraction, l'action des tensions des différentes électrodes du piège était simulée par une représentation de symétrie cylindrique du piège, incluse sur la matrice de la ligne de temps de vol. Bien que le piège ne présente pas rigoureusement de symétrie cylindrique, des comparaisons de simulation de piégeage des ions, alternativement avec l'une et l'autre des cartes, montra que cette représentation constituait une excellente approximation. Afin de simuler l'injection des ions issus du plasma laser, des paquets d'ions Mo^+ ont été introduits dans la zone de potentiel quadrupolaire, avec une distribution spatiale uniforme, et une dispersion énergétique délibérément légèrement supérieure à la profondeur du puits de potentiel effectif créé par le piège. La simulation ainsi entreprise nous permit de retrouver et de comprendre les résultats obtenus lors de l'expérimentation du piégeage.

5.2.2 Résultats

A) Les mesures de temps de vol

Au cours de celle-ci, deux types de mesures de temps de vol d'ions Mo^+ piégés ont été obtenus, dont des spécimens sont représentés sur les figures 4.13 et 4.15 (chapitre précédent). Le premier correspondait à un signal de temps de vol d'ions, envoyés vers la ligne au moyen d'un pulse d'extraction et de la tension de polarisation des électrodes du piège. Dans le second, la tension de polarisation était nulle. Une comparaison directe des signaux expérimentaux de temps de vol, avec les temps de vol simulés est présentée sur les figures 5.19 et 5.20. Pour chacun des cas, les jeux de tensions appliquées sur les électrodes sont présentés sur le tableau 5.1.

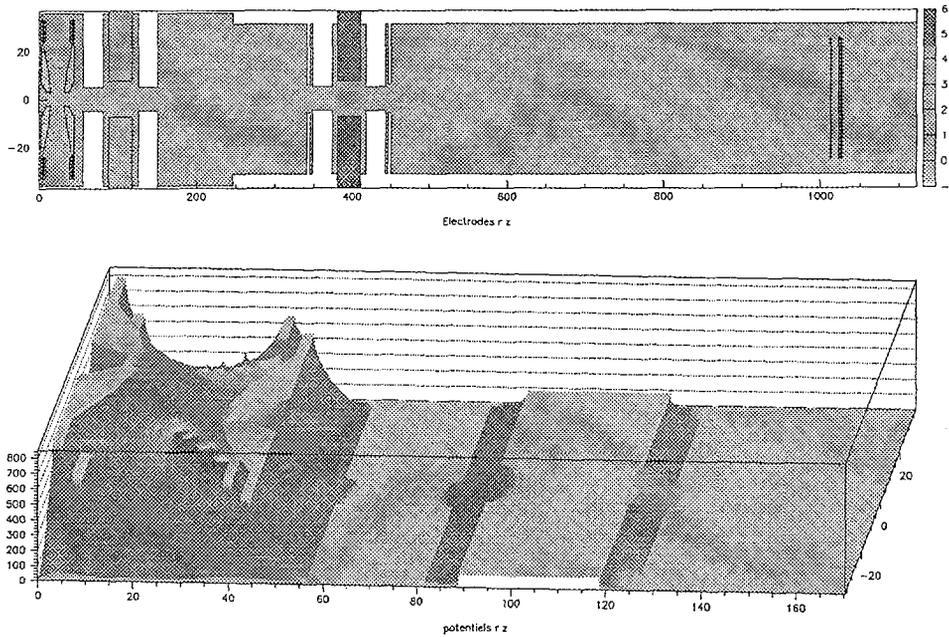


FIG. 5.18 – La matrice de potentiels de la ligne de temps de vol. Les électrodes de la ligne de temps de vol, en symétrie cylindrique, sont représentées sur la figure du haut. En bas, une représentation en 3D montre les potentiels appliqués lors de la phase d'extraction des ions, sur le piège et la première lentille de temps de vol. Le piège est polarisé à 500 V. Le chapeau d'extraction reçoit en plus de la polarisation un pulse de 350 V et l'anneau la phase haute de la RF de 110 V. La première lentille de la ligne de temps de vol, visible à droite de la figure, est polarisée à une tension de 80 V.

Jeux de tensions appliquées aux différentes électrodes		
Electrode	avec polarisation du piège	sans polarisation du piège
anneau	Tension RF 110 V, 1 MHz, ou 110 V (Hold)	
Chapeau d'extraction	Pulse de 350 V	Pulse de 450V
Ensemble des électrodes du piège	Polarisation à 500 V	Pas de polarisation
Première lentille de temps de vol	80 V	
Deuxième lentille de temps de vol	40 V	

TAB. 5.1 – Les points de fonctionnements du piège et de la ligne pour l'obtention des signaux de temps de vol présentés aux figures 5.19 et 5.20.

Le puits de potentiel effectif du piège, pour le point de fonctionnement indiqué dans le tableau 5.1, avait une profondeur radiale $D_r = 1.6 \text{ eV}$ et longitudinale $D_z = 3.2 \text{ eV}$. Les résultats de la simulation présentés sur les figures 5.19 et 5.20 correspondent à des paquets

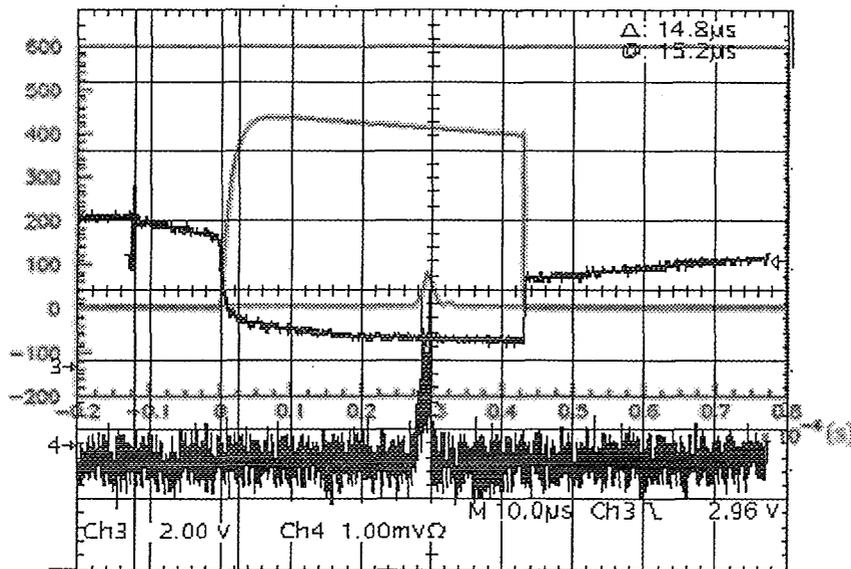


FIG. 5.19 – Le signal de temps de vol des ions Mo^+ , pour une extraction avec polarisation du piège. Les résultats de la simulation sont superposés en couleur/grisé au signal expérimental.

d'ions de distribution en vitesse gaussienne d'écart-type $\sigma_r = 1.5 eV$ suivant la direction radiale, et $\sigma_z = 3.0 eV$ suivant la direction de l'axe d'injection. La totalité de la distribution excédait donc les capacités du piège, comme nous l'avons indiqué précédemment. La simulation de spectres de temps de vol pour des dispersions énergétiques supérieures ne présentait aucune modification statistiquement significative. La distribution spatiale était uniforme sur $1 cm^3$, centrée sur l'anneau. Avec ces caractéristiques, la simulation a délivré, outre les signaux présentés sur les figures 5.19 et 5.20, des informations quantitatives sur l'efficacité du piège dans l'une et l'autre des situations envisagées lors de l'expérience.

B) L'efficacité de piégeage

L'efficacité de piégeage était, dans le cas où l'on polarisait le piège, et pour des paquets d'ions générés aléatoirement avec les caractéristiques précédemment indiquées, bien inférieure à celle de la seconde configuration, sans polarisation. Du fait de la distorsion des potentiels due aux champs de fuite engendrés par les masses environnantes, seuls 0.043% des ions des paquets étaient piégés. Dans la seconde configuration, l'efficacité atteignait 13.3%. Cette faible efficacité de piégeage était en partie compensée par une meilleure efficacité d'extraction : 6.6% à opposer à 1.3%. Malgré ceci, l'efficacité totale de la ligne, consistant dans le piégeage et l'extraction des ions, était environ trente fois inférieure à celle obtenue lorsque le piège n'était pas polarisé. Ce phénomène explique la faiblesse du

signal observé dans les premières mesures de temps de vol (fig. 4.13), en comparaison de ceux qui furent observés plus tard (fig. 4.15) lorsque l'ensemble des électrodes du piège étaient placées à la masse du bâti.

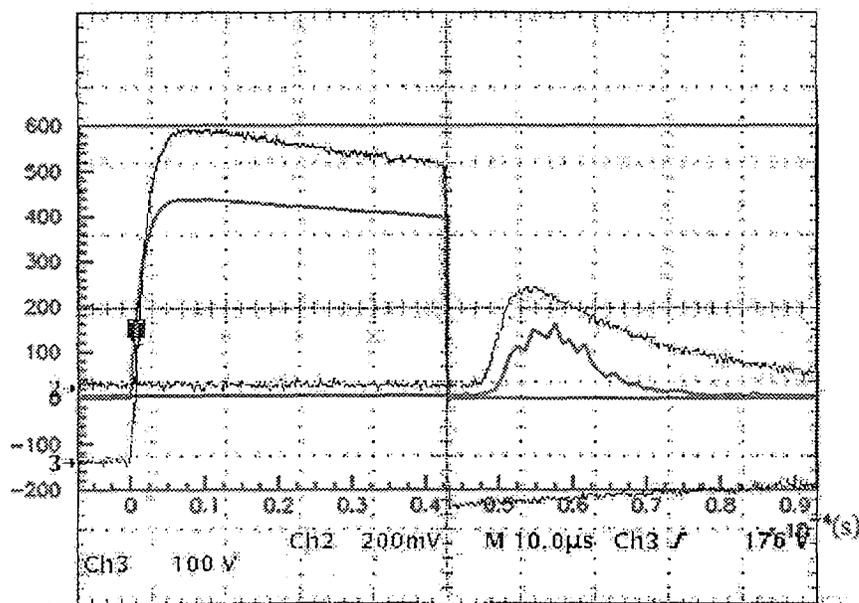


FIG. 5.20 – Le signal de temps de vol des ions Mo^+ , pour une extraction sans polarisation du piège. Les résultats de la simulation sont superposés en couleur/grisé au signal expérimental, en noir.

Une autre information quantitative a été tirée de la comparaison entre la simulation et la mesure, dans le cas d'une extraction sans polarisation. La figure 5.20 montre une structure bien plus irrégulière du signal simulé que celle du spectre expérimental. Les temps de montée des signaux issus directement de la galette, étant largement inférieurs (de l'ordre de 5 ns) à la largeur temporelle du "pic" observé (de l'ordre de $15\text{ }\mu\text{s}$), le peuplement statistique de celui-ci devait donc être supérieur au pic tiré des simulations. Le spectre d'ions extraits dans le cadre des simulations, présenté sur la figure 5.20, étant constitué de 873 événements. Il ne pouvait donc s'agir dans le cadre de l'expérience que d'un pic d'au moins plusieurs milliers d'ions piégés et extraits. Au vu de l'efficacité d'extraction tirée de la simulation, de l'ordre du %, le spectre expérimental indiquait donc un nombre d'ions piégés d'au moins de l'ordre de quelques 10^5 . Ce nombre n'était pas négligeable vis-à-vis de la capacité du piège de Paul, de l'ordre de 10^7 ions (section 3.5). Ainsi que nous l'avons souligné précédemment, ce n'était pas étonnant : le plasma laser constitue un bon moyen de tester les capacités du piège, puisque l'on dispose alors d'une source d'ions de basse énergie très intense, dont le nombre d'ions susceptibles d'être piégés est supérieur à la capacité de

plusieurs ordres de grandeur.

5.3 Simulation de l'expérience de piégeage en ligne

La simulation de cette expérience, décrite dans la section 4.2, était basée sur le même principe que la première, hormis le fait qu'il fallait y inclure la source et le guide d'ions.

5.3.1 La source et le guide d'ions

Une nouvelle carte de potentiels a donc été créée pour le guide d'ions. Sa représentation a été choisie en symétrie cylindrique, bien que le déflecteur était de symétrie plane. Le regroupeur d'ions fut escamoté au cours de l'expérience, parce qu'il était la source d'une dispersion énergétique des paquets d'ions trop importante, empêchant tout piégeage efficace. C'est pourquoi il n'apparaît pas sur la figure 5.21.

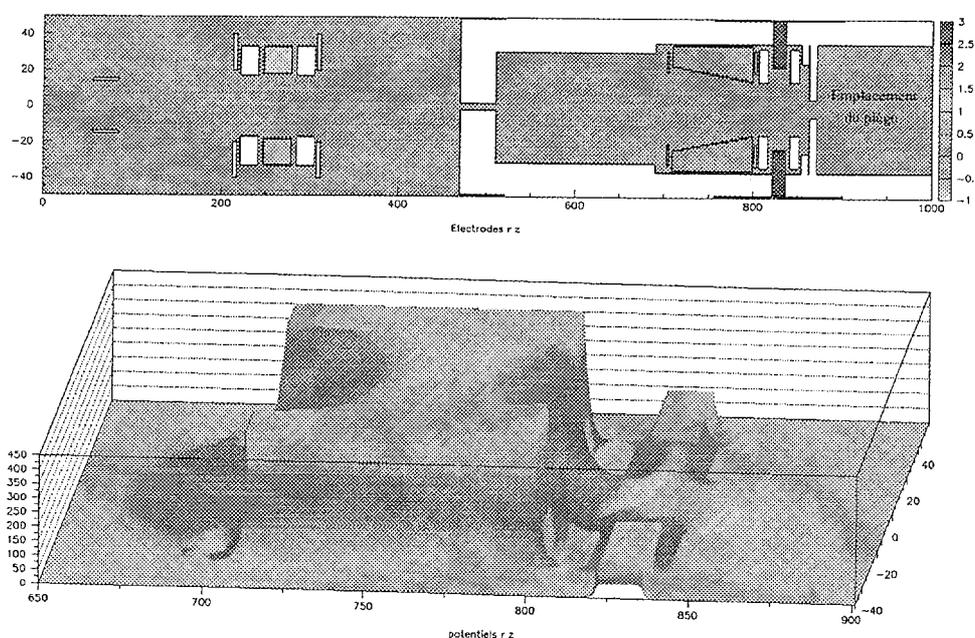


FIG. 5.21 – La représentation des électrodes du guide d'ions. La figure du bas représente les potentiels de l'électrode du pulse down et de la lentille d'injection.

Le raccord entre les cartes du guide et de la ligne de temps de vol était réalisé lors du passage des ions derrière le collimateur situé à droite de la figure 5.21. Une bonne définition des potentiels dans cette zone était ainsi assurée par la présence de la masse du collimateur à la jointure des cartes. Comme précédemment, le maillage fin du piège a été utilisé pour le calcul des trajectoires des ions pendant la phase de piégeage.

Afin de simuler les paquets d'ions ${}^4\text{He}^+$ issus de la source d'ionisation, une distribution temporelle uniforme d'ions, de largeur $1 \mu\text{s}$, était engendrée entre les plaques du déflecteur. Des dispersions spatiales et énergétiques typiques, de largeur de gaussienne respectives 0.5 mm et 2000 ms^{-1} suivant la direction radiale, et 3000 ms^{-1} suivant la direction longitudinale, pour une énergie moyenne de 500 V , caractérisaient les paquets d'ions. La distribution en vitesse radiale correspondait à une distribution thermique des ions, dont la température caractéristique était supérieure à la température ambiante ($T_{\text{effective}} \simeq 1000 \text{ K}$, $E_K = 0.08 \text{ eV}$), de telle façon de tenir compte du "chauffage" radial des ions, dû à une accélération non linéaire des ions causée par les effets de bord des électrodes planes de la source. Ce phénomène d'élargissement de la distribution radiale des vitesses a été l'objet d'une simulation relativement frustrante d'éjection d'ions thermiques (à la température ambiante), à la sortie des électrodes de la source, dont une carte a été construite. La distribution en vitesse longitudinale correspondait à une dispersion sur l'énergie des ions d'environ 50 V , ceci étant dû au fait que l'énergie des ions variait suivant leur endroit de création à l'intérieur de la cellule de gaz, où régnait une différence de potentiel de l'ordre de 100 V . La simulation précédente de l'éjection des ions, montra un tel effet de dispersion énergétique. A 500 V , l'émittance de la source telle qu'elle a été simulée était alors de l'ordre de $35 \pi \cdot \text{mm} \cdot \text{mrad}$.

5.3.2 Résultats : efficacité de piégeage et d'extraction

Les simulations ont d'abord été utilisées pour l'optimisation des jeux de tensions du piège, de la ligne d'injection et de temps de vol. Ces paramètres étaient tirés aléatoirement, autour d'un premier point de fonctionnement établi après plusieurs tentatives. Un moyen efficace de trouver ce premier point, en particulier pour la phase de piégeage, était de visualiser le profil en énergie d'un des ions en fonction du temps. Le piégeage ne pouvant être réalisé que lorsque l'ion considéré était pratiquement au repos, lors du lancement de la tension radiofréquence, il s'agissait d'annuler son énergie au centre du piège de Paul. Un exemple de profil en énergie d'un ion piégé est présenté sur la figure 5.23. La figure 5.22 montre une trajectoire d'un ion injecté, piégé et extrait dans les cartes de potentiels du guide d'ions et de la ligne de temps de vol.

Suivant ce principe, les points de fonctionnement présentés sur les tableaux 5.2 et 5.3, ont été obtenus pour des fréquences respectives de la tension radiofréquence de 1 MHz et 2 MHz . Une durée arbitraire du temps de piégeage de $10 \mu\text{s}$ et de $16 \mu\text{s}$, correspondant respectivement à 10 et 32 périodes de la tension radiofréquence, ont été choisies pour chacune des simulations, considérant que si un ion était piégé à un instant donné, il le resterait a priori pendant un temps macroscopique, voire infiniment long.

De la comparaison de ces tables, plusieurs remarques se dégagent. La première est que les tensions appliquées sur les lentilles, l'électrode de pulse down, et les chapeaux d'injection et d'extraction, sont pratiquement identiques dans les deux cas. Ceci n'est pas surprenant : les énergies des ions étant sensiblement les mêmes lors de l'injection et lors de l'extraction, les paramètres de la mise en forme des paquets restent sensiblement les mêmes. Une légère différence apparaît cependant sur l'amplitude de la tension de l'électrode de pulse down,

Point de fonctionnement de la ligne, $\Omega_{RF} = 1 \text{ MHz}$		
Electrode	Tension appliquée	Temps d'application par rapport au début du paquet d'ions
Première lentille du guide	290 V	
Electrode de pulse down	Créneau de 465 V	$t_{stop} = 4.6 \mu s$
Deuxième lentille du guide	95 V	
Chapeau d'injection	Pulse de 150 V	$t_{stop} = 8.1 \mu s$
Anneau	30 V, 1 MHz ou 30 V (Hold)	$t_{start} = 8 \mu s, t_{stop} = 18.1 \mu s$
Chapeau d'extraction	Pulse de 200 V	$t_{start} = 18 \mu s$
Première lentille ligne de temps de vol	60 V	
Deuxième lentille ligne de temps de vol	45 V	
Point de fonctionnement $q_z = 0.47$, Puits de potentiel effectif $D_z = 2.D_r = 1.76 \text{ eV}$		
Efficacités relatives		
injection 22.7%	piégeage : 1.9%	Extraction : 0.04%

TAB. 5.2 – Les point de fonctionnement de la ligne d'injection et de temps de vol des ions pour une tension d'excitation du piège de fréquence 1 MHz.

Point de fonctionnement de la ligne, $\Omega_{RF} = 2 \text{ MHz}$		
Electrode	Tension appliquée	Temps d'application par rapport au début du paquet d'ions
Première lentille du guide	290 V	
Electrode de pulse down	Créneau de 450 V	$t_{stop} = 4.6 \mu s$
Deuxième lentille du guide	95 V	
Chapeau d'injection	Pulse de 170 V	$t_{stop} = 8. \mu s$
Anneau	100 V, 2 MHz ou 100 V (Hold)	$t_{start} = 7.9 \mu s, t_{stop} = 24 \mu s$
Chapeau d'extraction	Pulse de 180 V	$t_{start} = 24.1 \mu s$
Première lentille ligne de temps de vol	50 V	
Deuxième lentille ligne de temps de vol	45 V	
Point de fonctionnement $q_z = 0.39$, Puits de potentiel effectif $D_z = 4.89 \text{ eV}$		
Efficacités relatives		
injection 26.8%	piégeage : 4.1%	Extraction : 14.4%

TAB. 5.3 – Les point de fonctionnement de la ligne d'injection et de temps de vol des ions pour une tension d'excitation du piège de fréquence 2 MHz.

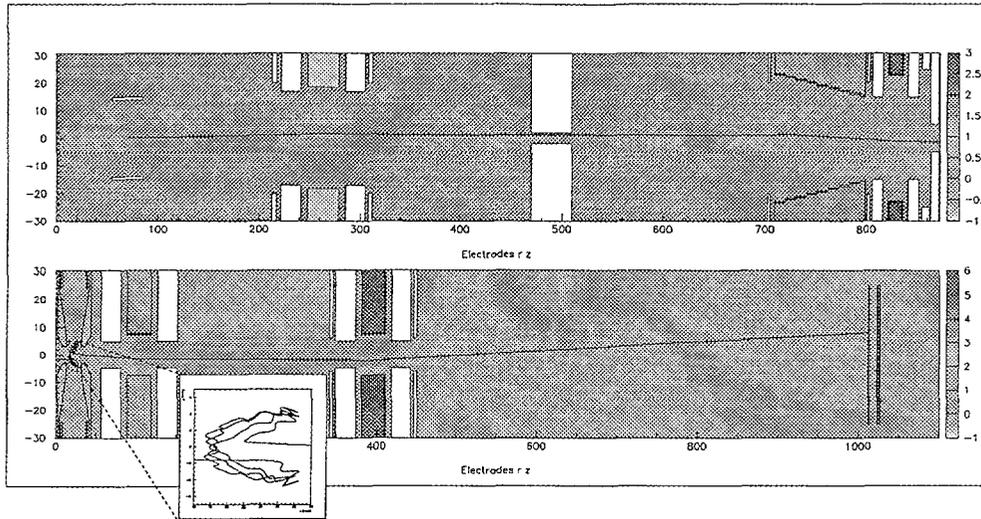


FIG. 5.22 – Exemple de trajectoire d'ion ${}^4\text{He}$ piégé et extrait.

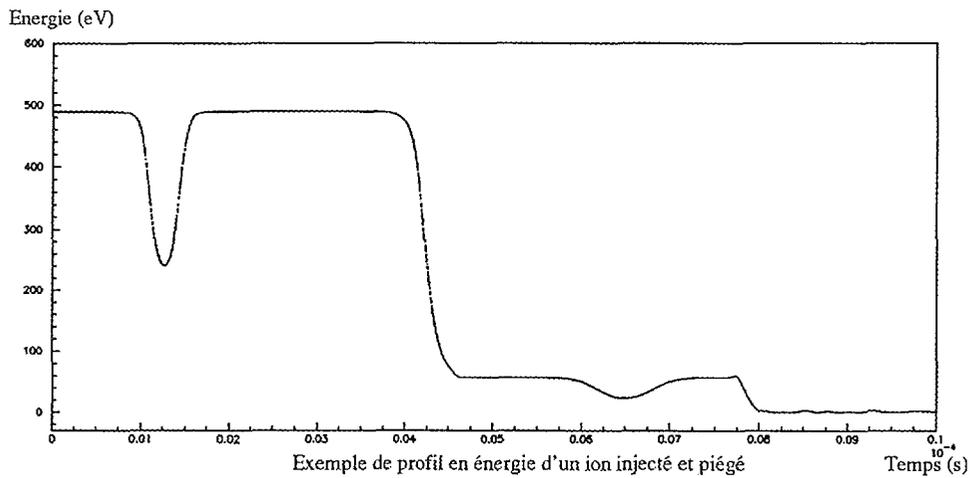


FIG. 5.23 – La courbe d'énergie des ions en fonction du temps. On y observe successivement l'action décelatrice temporaire de la première lentille du guide d'ions, puis la décelération des ions par l'électrode de pulse down pour leur injection, après la seconde lentille, à une énergie de l'ordre de 50 V dans le piège. Enfin, l'ion est arrêté par les actions combinées de la phase haute de la RF et du chapeau d'injection, et piégé à une énergie de l'ordre de l'eV.

et sur celle du pulse du chapeau d'injection : à 2 MHz, le puits de potentiel effectif étant environ 3 fois plus profond qu'à 1 MHz, la nécessité d'avoir des ions de dispersion énergétique faible, lors de leur arrêt dans le piège, est donc moins cruciale dans ce cas. La phase d'arrêt des ions se fait en deux étapes. La première est la décelération des ions dans l'électrode de pulse down. Si celle-ci est trop importante par rapport à l'énergie des ions, elle provoque l'éclatement du faisceau avant le piège, au détriment de l'efficacité d'injection

des paquets dans le piège. Cependant, elle permet d'obtenir un ralentissement bien plus uniforme que celui qui est réalisé dans le piège, qui constitue la dernière décélération, et qui dépend de l'instant d'arrivée des ions, puisque le pulse du chapeau d'injection est par définition limité dans le temps. De ce fait, un compromis existe concernant l'importance relative de l'amplitude de la tension de pulse down, vis-à-vis de celle du pulse du chapeau d'injection. Un puits de potentiel effectif plus profond, dans le cas de la fréquence de 2 MHz , permet alors de favoriser l'efficacité d'injection par rapport à l'uniformité du ralentissement des ions, ce qui explique que dans ce cas la tension appliquée au pulse down soit de plus faible amplitude.

Une autre remarque concerne la profondeur du puits de potentiel, et le point de fonctionnement optimal du piège. Contrairement à ce qu'on aurait pu penser, ce n'est pas en appliquant une tension radiofréquence maximale sur le diagramme de stabilité des ions que l'efficacité de piégeage est optimale. Rappelons ici que l'approximation du potentiel effectif n'est valable que pour des points de fonctionnement de $\beta \simeq q_z/\sqrt{2}$ faibles. Plus l'on s'approche des bords du diagramme de stabilité, plus l'efficacité de piégeage diminue. Un point de fonctionnement $q_z \simeq 0.45$ semble être optimal pour les 2 fréquences.

Enfin, notre dernière remarque concerne l'efficacité d'extraction des ions dans les deux cas étudiés. A 2 MHz , elle est largement supérieure au premier cas simulé (plus de 300 fois!). Ceci tient au fait que la tension du "Hold" de la radiofréquence est alors suffisamment importante pour un regroupement efficace des ions suivant l'axe, dans l'instant précédant l'éjection des ions. La faiblesse de l'amplitude de la tension excitatrice de l'anneau, à 1 MHz , rend l'extraction des ions suivant cet axe dramatiquement difficile. Il faut pour cela que ceux-ci soient par hasard dans les bonnes conditions spatiales et de vitesses à l'instant de l'éjection. Une solution qui semblerait naturelle serait alors de diminuer l'énergie d'extraction des ions, afin de rééquilibrer les effets des forces mises en jeu : l'action défocalisante suivant l'axe du piège du pulse du chapeau d'extraction, et l'action focalisante du "Hold" de l'anneau (fig. 4.8). Pourtant, il n'est pas possible de diminuer l'énergie d'extraction des ions sans diminuer nécessairement la transmission de ceux-ci vers la ligne de temps de vol, du fait des caractéristiques intrinsèques des paquets d'ions piégés, notamment en dispersion de vitesse radiale. Il est remarquable que les énergies d'extraction soient de fait sensiblement les mêmes dans les deux cas étudiés.

Au cours de cette seconde expérience de piégeage, ainsi que nous l'avons précisé au chapitre 4, nous ne pouvions espérer atteindre une efficacité totale d'injection, du piégeage et de l'extraction supérieure à 2×10^{-6} , sans considérer les effets d'échange de charge des ions, et compte tenu des caractéristiques optimales de la tension radiofréquence. Cette efficacité aurait pourtant pu être notablement améliorée par l'application d'une tension radiofréquence adéquate. Avec une tension RF de 100 V à 2 MHz , la simulation montre qu'elle aurait été de l'ordre de 1.5×10^{-3} , soit environ 1000 fois plus importante que dans l'expérience. Une autre solution aurait été l'application d'un pulse supplémentaire sur l'anneau lors de l'extraction, en plus du "Hold", afin d'améliorer son action focalisatrice lors de l'éjection des ions.

Il est remarquable que des simulations antérieures d'injection d'ions issus d'une source extérieure dans des pièges de Paul [103, 104] présentent des efficacités de piégeage d'ions

de masses supérieures à 100 *amu* bien supérieures à celle qui a été calculée pour l'injection d'ions He^+ issus de la source d'ionisation. Dans ces simulations, les ions pénétraient dans le piège avec une énergie de quelques *eV* et subissaient alors directement la tension radiofréquence du piège. Le facteur déterminant était la phase de la tension excitatrice lors de l'entrée des ions dans le piège; l'efficacité de piégeage des ions pouvait être alors de 100% à condition de pouvoir injecter les ions à une phase optimale fixe de la tension radiofréquence. Dans le cas de l'expérience présente, à une tension radiofréquence et un pulse d'injection fixés, l'efficacité de piégeage dépend de la synchronisation des pulses d'injection afin la fin du "Hold" de la tension radiofréquence. Cette synchronisation a été optimisée par la simulation, et des efficacités de piégeage de 1.9% à 4.1% ont été obtenues, suivant le point de fonctionnement. Cette faiblesse d'efficacité relative est essentiellement due aux difficultés techniques qui proviennent de la légèreté de l'ion ${}^4He^+$. Les caractéristiques de la tension radiofréquence étant limitées techniquement par des considérations de puissance (voir la section 3.5), la profondeur du puits de potentiel effectif est elle-même limitée à quelques *eV*, alors que des profondeurs de l'ordre de quelques dizaines d'*eV* sont couramment considérées pour des ions de masse supérieure à 100 *amu*. Cette profondeur apparaît dramatiquement faible devant la dispersion énergétique longitudinale initiale des ions, de l'ordre de 50 *eV*, liée à l'emploi de la source d'ionisation décrite en section 4.17. D'autre part, la largeur des paquets d'ions, d'une μs , était considérable par rapport au temps caractéristique de la synchronisation des tensions d'injection, c'est à dire 100 *ns* entre le début de la tension radiofréquence et la fin des pulses d'injection. Cet aspect est d'autant plus critique que la vitesse des ions ${}^4He^+$ est importante du fait de leur faible masse. Notons qu'un ion ${}^4He^+$ d'énergie 1 *eV* parcourt 7 *mm* en une μs . De ce fait, les conditions expérimentales de l'expérience d'injection d'ions ${}^4He^+$, prises en compte dans la simulation, étaient bien plus défavorables que celles qui pouvaient être envisagées dans les simulations de piégeage d'ions relativement lourds.

Bien que l'expérience n'ait pas donné de résultats significatifs du piégeage d'ions, la simulation, et son analyse, a permis le discernement des éléments déterminants pour le piégeage d'ions ${}^6He^+$, issus d'une source ECR, puis du refroidisseur RFQ. La simulation de l'expérience finale de l'injection des ions a été réalisée en prenant compte tous ces paramètres. Elle est décrite au chapitre suivant.

Chapitre 6

Simulation de l'expérience

Ce dernier chapitre présente la simulation de l'expérience. Il y est question du piégeage des ions ${}^6\text{He}^+$, et de la reconstruction du spectre de désintégration à travers la détection des différentes particules émises au centre du piège. L'utilisation d'un nouveau type de piège de Paul est discutée. Enfin, quelques considérations statistiques sont données, et le temps de faisceau d'ions radioactifs nécessaire à l'obtention de la précision recherchée sur le paramètre de corrélation angulaire est estimé en fonction des différentes efficacités de refroidissement, de piégeage et de détection typiques.

6.1 Simulation du piégeage d'ions ${}^6\text{He}^+$

Dans un premier temps, nous allons montrer comment et avec quelles hypothèses cette simulation fut réalisée. Les différentes étapes de l'injection, et du piégeage des ions dans différentes structures du piège de Paul sont décrites. Ensuite, les distorsions induites par le piégeage des ions ${}^6\text{He}^+$ dans les spectres de temps de vol et d'angle relatif électron - ion de recul sont étudiées. Enfin une méthode qui permet de traiter ces distorsions dans l'analyse des spectres est proposée.

6.1.1 Le refroidissement des ions

La simulation du piégeage d'ions ${}^6\text{He}^+$, à partir d'une source de type ECR, refroidis et mis en paquets par le RFQ, a été entreprise sur le même principe que celle du piégeage en ligne des ions issus de la source d'ionisation d'ions ${}^4\text{He}^+$, présentée dans le chapitre 5. Les caractéristiques des paquets d'ions, à l'issue du RFQ, furent tirées des simulations de ce dispositif [36], et des premiers résultats expérimentaux obtenus (section 3.4).

L'énergie d'extraction des paquets fut fixée à 500 V, de telle façon que les jeux de tensions adéquats pour le guidage et le piégeage des ions, soient proches paramètres optimisés de la ligne définis par la simulation de l'expérience de piégeage d'ions ${}^4\text{He}^+$, présentée en 5.3. A cette énergie, les ions extraits ont une dispersion en énergie longitudinale de l'ordre de 4 eV ; la largeur temporelle des paquets a été estimée à 200 ns. Les ions ${}^6\text{He}^+$ étant

thermalisés à l'intérieur du gaz tampon, une distribution gaussienne de vitesses radiales d'écart-type de 900 ms^{-1} , correspondant à une énergie caractéristique de 0.025 eV , fut supposée. Le diamètre du trou d'extraction des paquets du RFQ étant de 4 mm , une distribution spatiale des ions de largeur à mi hauteur de 3 mm , et bornée par les limites du diaphragme fut adoptée. Avec ces caractéristiques des paquets d'ions, présentés sur la figure 6.1, l'émittance transverse de sortie du RFQ simulée était de l'ordre de $10 \pi \cdot \text{mm} \cdot \text{mrad}$, l'émittance longitudinale de $0.8 \text{ eV} \cdot \mu\text{s}$.

Les paquets d'ions ainsi définis furent utilisés pour la simulation de l'injection des ions, suivie par celle du piégeage, et enfin de celle du spectre de désintégration. Nous allons maintenant décrire dans l'ordre chacune de ces étapes.

6.1.2 Injection des ions

Dans le dispositif d'injection des ions du RFQ vers le piège de Paul, les deux enceintes sont reliées par un isolant contenant en partie l'électrode de pulse down, afin d'annihiler l'énergie potentielle des ions, et le guide d'ions qui met les paquets en forme avant leur piégeage (voir la section 3.4.1). La simulation de l'injection des ions dans le piège a alors été réalisée en deux phases : une phase de dérive simple des ions dans le tube de pulse down et l'isolant, considérant que les ions sont isolés de tout gradient de potentiels. La distance de dérive des ions est de 650 mm . La seconde phase est la conduite des ions par le guide à l'intérieur du piège. La carte de potentiel du guide est exactement la même que celle que nous avons utilisée dans la simulations de l'expérience de piégeage en ligne d'ions ${}^4\text{He}^+$.

Ensuite vient la phase de piégeage des ions. Différentes géométries de pièges ont été testées, elles seront présentées dans le paragraphe suivant. Cependant, pour chacun des types de pièges considérés, les mêmes paramètres des tensions du guide d'ions furent adoptés : ils font l'objet du tableau 6.1. Les caractéristiques communes des paquets d'ions, après leur transport dans la ligne d'injection, à l'entrée des trois pièges considérés constituent les figures du bas de la planche 6.1.

Point de fonctionnement de la ligne d'injection des ions ${}^6\text{He}^+$		
Electrode	Tension appliquée	Temps d'application par rapport au début de l'extraction du paquet d'ions ${}^6\text{He}^+$
Première lentille du guide	270 V	
Electrode de pulse down	Créneau de 400 V	$t_{stop} = 11.7 \mu\text{s}$
Deuxième lentille du guide	160 V	

TAB. 6.1 – Le point de fonctionnement de la ligne d'injection des ions ${}^6\text{He}^+$ dans les différentes géométries du piège de Paul.

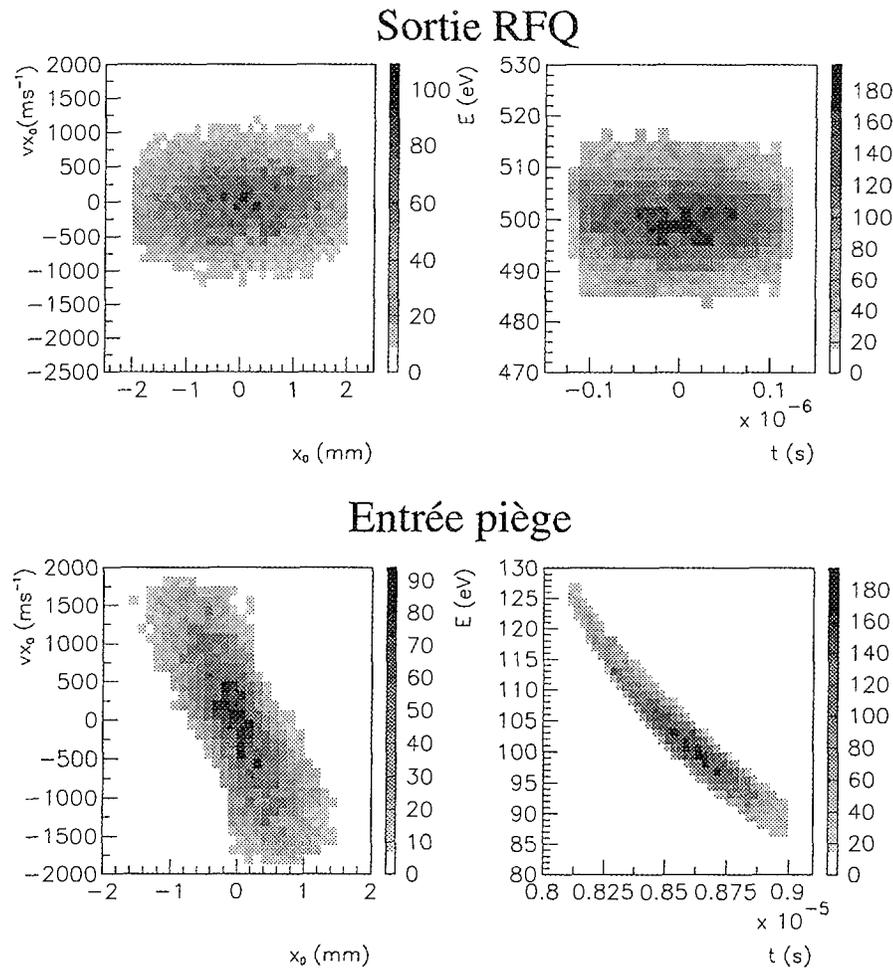


FIG. 6.1 – Les émittances transverses et longitudinales caractéristiques des paquets d'ions simulés, à la sortie immédiate du RFQ, et à l'entrée du piège de Paul. Juste avant ce dernier, les ions sont ralentis par l'électrode de pulse down à une énergie de 100 eV.

6.1.3 Piégeage des ions

Les différentes géométries du piège de Paul

A la sortie du guide d'ions, les trajectoires sont calculées dans les différentes cartes du piège de Paul. Ainsi que nous l'avons précédemment indiqué, différentes géométries furent testées, et ceci afin d'étudier les effets de distorsion des spectres de désintégrations liés au piégeage. Les origines éventuelles de ces effets sont :

- l'espace de phase du nuage d'ions piégés, qui induit une distorsion du temps de vol de recul, et de l'angle relatif ion de recul - électron.
- La perturbation de la trajectoire de l'ion de recul par les potentiels de piégeage, provoque encore une fois des déviations du temps de vol de recul, et de l'angle relatif ion de recul - électron, par rapport à leur valeur originelle

- Enfin, les diffusions des électrons sur les structures du piège peuvent être la cause de mesures erronées d'énergie β et de l'angle relatif d'émission des particules chargées.

Une façon immédiate de réduire les deux premiers phénomènes de distorsion est de diminuer la taille caractéristique r_0 du piège. Les dimensions du nuage, et l'énergie résiduelle des ions piégés sont alors restreintes, la profondeur du puits de pseudo-potential étant proportionnelle à r_0^2 (équation 2.37). De même, l'amplitude de la tension radiofréquence à appliquer pour un point de fonctionnement de Matthieu fixé, est largement diminuée puisque $q_z \propto \frac{1}{r_0^2}$ (équation 2.20). Mais, dans ce cas, la capacité du piège en espace de phase est de fait réduite. Un compromis existe donc entre l'efficacité de piégeage, et la réduction des dimensions du piège. Afin de jauger ces considérations, la géométrie du piège transparent fut utilisée dans les simulations avec deux dimensions distinctes, l'une correspondant à sa taille actuelle ($r_0 = 12.5 \text{ mm}$), et l'autre à sa taille moitié ($r_0 = 6.25 \text{ mm}$). En outre de leur réduction possible, nous verrons par la suite que ces deux premiers effets peuvent être contrôlés par le biais de la simulation, et se traduisent par une déviation et un élargissement des distributions de temps de vol et d'angle.

Ce n'est malheureusement pas le cas de la dernière cause de distorsion du spectre : les phénomènes de diffusions coulombiennes multiples des électrons, en particulier dans les fils de l'anneau du piège transparent, induisent des déviations très importantes de leurs directions d'émission, suivant la profondeur de fil qu'il traversent. Une modélisation de ce processus demanderait une connaissance parfaite de la géométrie des fils du piège, vis-à-vis des détecteurs, et une grande statistique d'évènements. Des simulations réalisées avec GEANT [92] donnent avec une source ponctuelle d'électrons au centre de l'anneau transparent de rayon $r_0 = 12.5 \text{ mm}$, tissé avec une série de 48 fils de diamètres $10 \mu\text{m}$, environ 1% d'évènements de diffusion, leur probabilité variant à peu près linéairement avec le diamètre des fils. L'utilisation de fils aussi fins serait mécaniquement difficile, et il est aussi à objecter que dans ce cas les simulations de carte de potentiel du piège ne pourraient être complètement réalistes : le contrôle des perturbations de temps de vol des ions et de l'angle relatif en serait donc incertain. C'est pourquoi une géométrie plus ouverte du piège a été mise à l'étude. Elle est inspirée de l'ouvrage de Dawson[64], il s'agit d'un piège constitué de 6 bagues représentant les chapeaux et l'anneau du piège. La disposition et la taille de ces électrodes a été déterminée par la simulation de son potentiel, afin que celui-ci impose en son centre un champ quadrupolaire correspondant au mieux à l'équation 2.15 :

$$\phi(x, y, z) = \frac{V_0}{2} \left(\frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{r_0^2} \right) \quad (6.1)$$

Sa géométrie simulée exacte, et l'adéquation de son potentiel avec un potentiel quadrupolaire sont présentés sur la figure 6.2.

Remarquons que la zone où le potentiel quadrupolaire est correctement reproduit est largement réduite par rapport au piège transparent de même dimensions ($r_0 = 6.25 \text{ mm}$) : dans ce dernier cas son volume est de l'ordre du cm^3 (figure 5.11), à comparer avec quelques mm^3 dans le piège à géométrie ouverte.

Cette nouvelle géométrie du piège permet de garder les angles solides des détecteurs vis-à-vis du centre du piège complètement ouverts, si ceux-ci sont placés en face des bagues

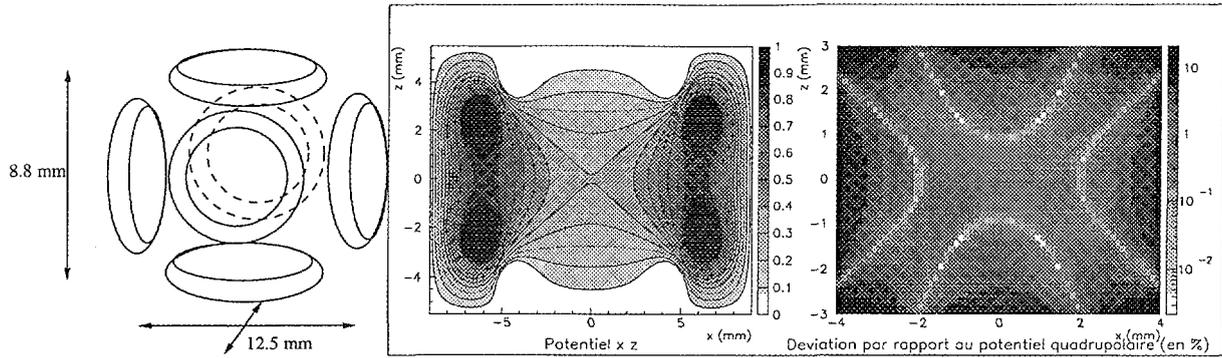


FIG. 6.2 – Le piège de Paul ouvert, constitué de bagues. Afin de correspondre à un piège de taille $r_0 = 6.25 \text{ mm}$, les bagues constituant l'anneau sont espacées de deux fois cette longueur, et les bagues représentant le chapeau de la distance $r_0/\sqrt{2}$. Le diamètre des bagues de l'anneau est de 4.85 mm , et de celles des chapeaux de 8.5 mm . Le diamètre de leurs sections droites est de 2 mm . Ces dimensions ont été ajustées afin que le potentiel créé par une différence de potentiel appliquée entre l'anneau et les chapeaux corresponde au mieux à un potentiel quadrupolaire. La figure de droite présente la déviation du potentiel simulé avec le potentiel quadrupolaire exact : au centre du piège, dans la zone $x, y \in [-1.; 1.]$, elle est de l'ordre du pour mille.

des chapeaux, mais non des anneaux. La fraction de 4π que représente l'angle solide ouvert des bagues des chapeaux est donné par l'équation :

$$\frac{\Omega_{\text{chapeaux}}}{4\pi} = \frac{1 - \cos \theta_{\text{chapeaux}}}{2} \quad (6.2)$$

L'angle θ_{chapeaux} est donné par la relation :

$$\tan \theta_{\text{chapeaux}} = \frac{r}{d} \quad (6.3)$$

où $r = \frac{8.5-2}{2} = 3.25 \text{ mm}$ est le rayon du disque intérieur ouvert présenté par une bague des chapeaux, et $d = 6.25/\sqrt{2} = 4.41 \text{ mm}$ la distance entre le centre du piège et le disque ouvert. On obtient alors :

$$\frac{\Omega_{\text{chapeaux}}}{4\pi} = 9.75\% \quad (6.4)$$

ce qui est largement supérieur à la fraction d'angle solide des détecteurs de l'électron et de l'ion de recul, si l'on considère le dispositif expérimental présenté dans la section 3.2.2 (fig. 3.7) :

$$\frac{\Omega_{\text{det}}}{4\pi} = 1.494\% \quad (6.5)$$

Pour les bagues de l'anneau, un calcul similaire à celui des bagues des chapeaux donne :

$$\frac{\Omega_{\text{anneau}}}{4\pi} = 1.25\% \quad (6.6)$$

Efficacité d'injection et de piégeage

Les efficacités d'injection et de piégeage ont été testées pour chacune des géométries du piège présentées ci dessus. L'injection des ions dans les deux pièges transparents s'effectuait au travers du chapeau d'injection, comme dans l'expérience de piégeage d'ions ${}^4\text{He}^+$. Dans le cas du piège à géométrie ouverte, l'injection fut réalisée au travers d'une des bagues de l'anneau.

Les tensions nécessaires à l'arrêt des ions sont présentées pour chacune des géométries des pièges dans le tableau 6.2. La fin des créneaux t_{stop} coïncide avec le début de la tension radiofréquence. Ainsi que nous l'avons remarqué dans le chapitre 5, le piégeage d'ions légers tels que l'Hélium, requiert l'application d'une tension d'excitation du piège de relative haute fréquence, afin de pouvoir créer un puits de potentiel effectif de profondeur suffisante par rapport à la dispersion énergétique des ions. Une fréquence de 2 MHz fut donc adoptée pour la tension d'excitation des anneaux.

Tensions d'arrêt des ions ${}^6\text{He}^+$		
Electrode	Tension appliquée	Temps d'application par rapport au début de l'extraction du paquet d'ions ${}^6\text{He}^+$
Pièges transparents $r_0 = 12.5\text{ mm}$ et $r_0 = 6.25\text{ mm}$		
Chapeau d'injection $r_0 = 12.5\text{ mm}$ $r_0 = 6.25\text{ mm}$	Créneau de 150 V	$t_{stop} = 14.3\mu\text{s}$
	Créneau de 145 V	$t_{stop} = 14.1\mu\text{s}$
Anneau $r_0 = 12.5\text{ mm}$ $r_0 = 6.25\text{ mm}$	Créneau de 140 V	$t_{stop} = 14.3\mu\text{s}$
		$t_{stop} = 14.1\mu\text{s}$
Chapeau d'extraction	0 V	
Efficacité d'injection		
$r_0 = 12.5\text{ mm} \rightarrow P_{inj} = 85.7\%$; $r_0 = 6.25\text{ mm} \rightarrow P_{inj} = 55.4\%$		
Piège ouvert $r_0 = 6.25\text{ mm}$		
Bague d'entrée des ions	0 V	
Autres bagues	créneau de 130 V	$t_{stop} = 14.2\mu\text{s}$
Chapeau d'extraction	0 V	
Efficacité d'injection		
$P_{inj} = 78.6\%$		

TAB. 6.2 – Les tensions d'arrêt des ions appliquées sur les différents pièges de Paul.

Remarquons que la structure ouverte, pour des dimensions du même ordre que le piège transparent de taille $r_0 = 6.25\text{ mm}$, présente une efficacité d'injection supérieure : le trou d'injection y est plus large. Pour chacune des structures du piège de Paul, 8 points

de fonctionnement q_z furent testés, variant de $0.908/8$ à 0.908 (limite du diagramme de stabilité). Ceci correspondait à des tensions variant de 43 V à 350 V pour le grand piège de Paul, et de 11 V à 87 V pour les deux géométries de taille $r_0 = 6.28\text{ mm}$.

Le temps de piégeage des ions était tiré aléatoirement, suivant une loi exponentielle décroissante de désintégration. La période radioactive choisie était de l'ordre de $500\ \mu\text{s}$, soit une valeur bien inférieure à la période radioactive de ${}^6\text{He}^+$, mais largement supérieure à la période de la tension radiofréquence. Elle permettait d'obtenir un espace de phase d'ions piégés indépendant de sa valeur : il fut observé que son allongement, même de plusieurs ordres de grandeur, ne provoquait pas de changements significatifs des caractéristiques du nuage d'ions de désintégration. Par contre, une loi de désintégration trop rapide aurait pu occasionner de trop fortes corrélations entre l'espace de phase des ions à l'injection, et l'espace de phase à la désintégration. Pour des soucis de temps calcul, la durée maximale du piégeage fut fixée à dix fois cette constante de temps.

Les figures 6.3, 6.4 et 6.5 présentent une superposition de "photographies" de l'emplacement de chacun des ions piégés, et de leur énergie cinétique, aux différents instants de leurs désintégrations, pour les différents pièges considérés : elles présentent la densité d'espace de phase du nuage de désintégration des ions, pour un point de fonctionnement $q_z = 0.568 = 0.908/8 \times 5$.

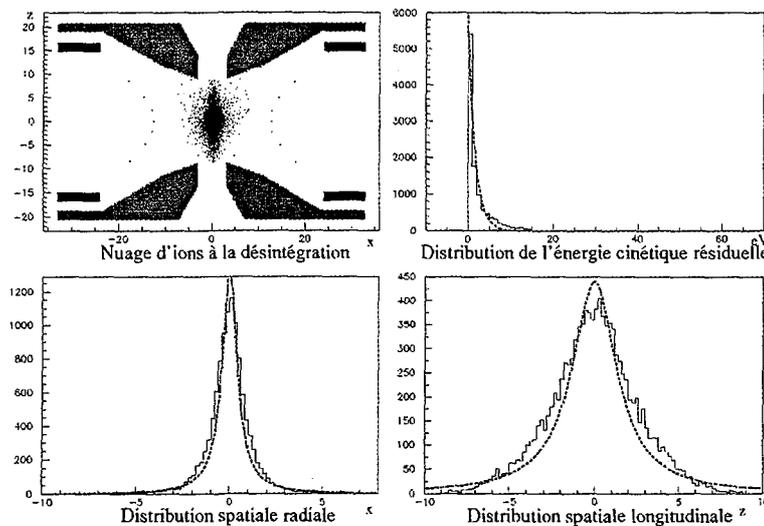


FIG. 6.3 – Distributions caractéristiques du nuage d'ions piégés dans le piège de Paul transparent, avec $r_0 = 12.5\text{ mm}$ et $q_z = 0.568$ ($D_z = 15.4\text{ eV}$).

Ce sont ces distributions d'espace de phase, du nuage d'ions à la désintégration, qui détermineront, avec l'amplitude de la tension radiofréquence, les distorsions observées sur le spectre de temps de vol de recul et le spectre de l'angle relatif électron - ion de recul. On observe sur les figures 6.3, 6.4, 6.5 que les distributions spatiales des ions peuvent être représentées en bonne approximation par des distributions Lorentziennes, et que la distribution en énergie cinétique ressemble fortement à une distribution exponentielle. Des systématiques des largeurs à mi hauteur des distributions spatiales, et de la constante

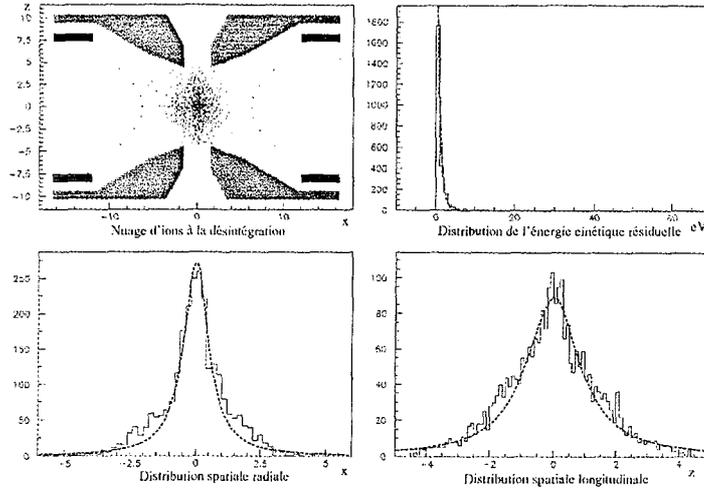


FIG. 6.4 – Distributions caractéristiques du nuage d'ions piégés dans le piège de Paul transparent, avec $r_0 = 6.25 \text{ mm}$ et $q_z = 0.568$ ($D_z = 3.8 \text{ eV}$).

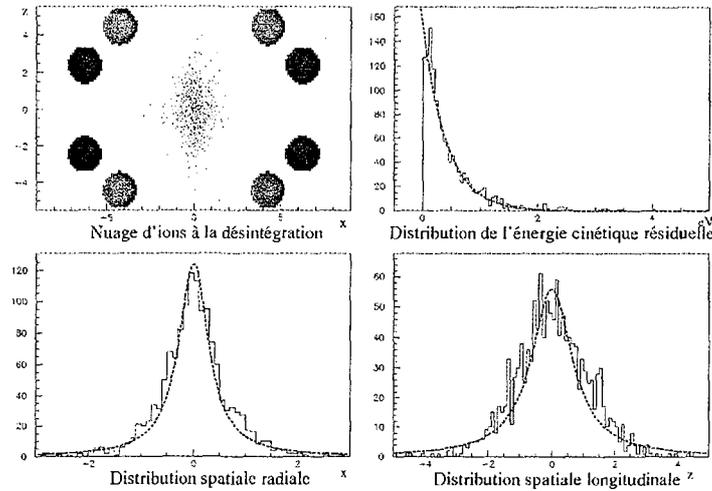


FIG. 6.5 – Distributions caractéristiques du nuage d'ions piégés dans le piège de Paul ouvert, avec $r_0 = 6.25 \text{ mm}$ et $q_z = 0.568$ ($D_z = 3.8 \text{ eV}$).

d'énergie de la loi exponentielle sont présentées, en fonction de q_z , et de la géométrie du piège, sur la figure 6.6. Ces caractéristiques du nuage furent obtenues par ajustement des différentes distributions.

Sur cette figure apparaît aussi l'efficacité de piégeage des ions : elle est au maximum de 71% pour le piège transparent de rayon $r_0 = 12.5 \text{ mm}$; de 28.9% pour le piège transparent de rayon $r_0 = 6.25 \text{ mm}$, et enfin de 7.2% pour le piège ouvert.

Pour chacune des géométries testées, l'allure des différentes courbes est similaire : l'ef-

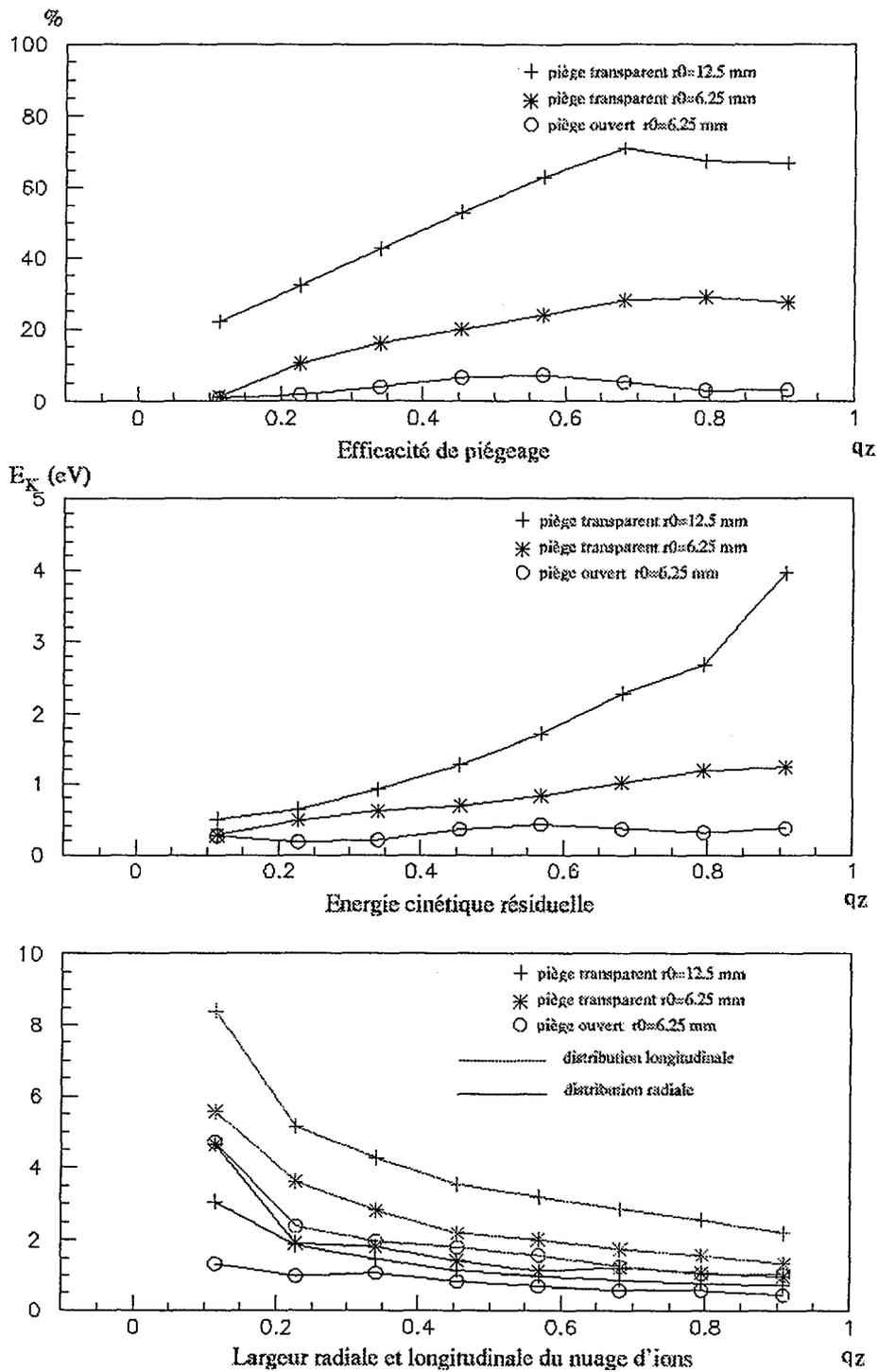


FIG. 6.6 – L'efficacité de piégeage et les caractéristiques du nuage d'ions piégés dans les différentes structures du piège de Paul.

efficacité de piégeage passe par un maximum vers $q_z \simeq 0.6$, puis diminue pour des points de fonctionnement se rapprochant des limites du diagramme de stabilité. L'énergie caractéristique du nuage augmente avec q_z , coïncidant avec la diminution des largeurs spatiales, la force de rappel effective des ions augmentant avec la tension radiofréquence appliquée.

Malgré la faiblesse de son efficacité de piégeage, remarquons que la dernière géométrie présente des dispersions spatiales radiales, longitudinales, et des dispersions énergétiques plus faibles. Ceci va évidemment de pair avec une faible efficacité de piégeage : on a réalisé ici en quelque sorte un refroidissement évaporatif du nuage d'ions, qui consiste en l'éjection d'ions trop énergétiques ou trop loin du centre du piège, par la taille réduite de la zone de potentiel quadrupolaire créée par les électrodes d'une telle structure.

6.1.4 Les spectres de désintégration

Après la phase de piégeage, la cinématique de chacune des désintégrations des ions ${}^6\text{Li}^{++}$ était tiré aléatoirement, suivant la densité de probabilité présentée dans la formule 3.4. La direction de l'électron était tirée de façon isotrope dans l'angle solide de son détecteur, représentant 1.5% de l'espace angulaire total. Les figures 6.7, 6.8 et 6.9 présentent des exemples de distorsion du temps de vol détecté de l'ion, et de l'angle relatif électron - recul, pour un point de fonctionnement $q_z = 0.568$ de chacune des géométries du pièges. Les barres d'erreur correspondent à l'écart type des distributions des variables détectées. En lignes pleines, seul l'effet de distorsion lié à l'espace de phase du nuage de désintégration, c'est à dire la taille du nuage et l'énergie résiduelle des ions, est considéré. En lignes pointillées, y est ajoutée la perturbation de la trajectoire de recul par la tension d'excitation de l'anneau.

Sur chacune des courbes de dispersion des différentes géométries, il apparaît que ce sont les ions d'énergie faible qui sont les plus perturbés par le champ électrique régnant dans le piège : les longs temps de vol sont les plus déviés de leur valeur originelle. C'est le cas aussi des angles faibles, pour lesquelles les énergies des ions sont en moyenne les plus petites (voir la figure 3.5). Cette perturbation est évidemment d'autant plus importante que l'amplitude du potentiel radiofréquence est élevée, ceci est observé par la comparaison des courbes des pièges transparents de dimensions différentes : à q_z constant, le doublement de la dimension r_0 du piège correspond à un quadruplement de l'amplitude de la tension radiofréquence.

Dans un premier temps, afin de minimiser l'effet de la radiofréquence sur la trajectoire de l'ion de recul, l'idée de couper les potentiels radiofréquence immédiatement après la détection de l'électron fut envisagée [37]. A cause de considérations techniques, telles que le temps de réponse typique de l'électronique de traitement du signal derrière le détecteur de l'électron, et le temps de la remise à la masse de l'anneau, la rapidité de cette coupure devrait être au mieux de l'ordre de 100 ns. Avant cette coupure, la majorité des ions auraient alors le temps de passer au travers de l'anneau (un ion ${}^6\text{Li}^{++}$ de 1 keV parcourt 1.8 cm en 100 ns), et les dispersions des variables détectées de la désintégration sont similaires à celles obtenues sur les spectres présentés sur les figures précédentes. Cette idée est donc pour l'instant abandonnée, la coupure des potentiels entraînant alors plutôt une complexification

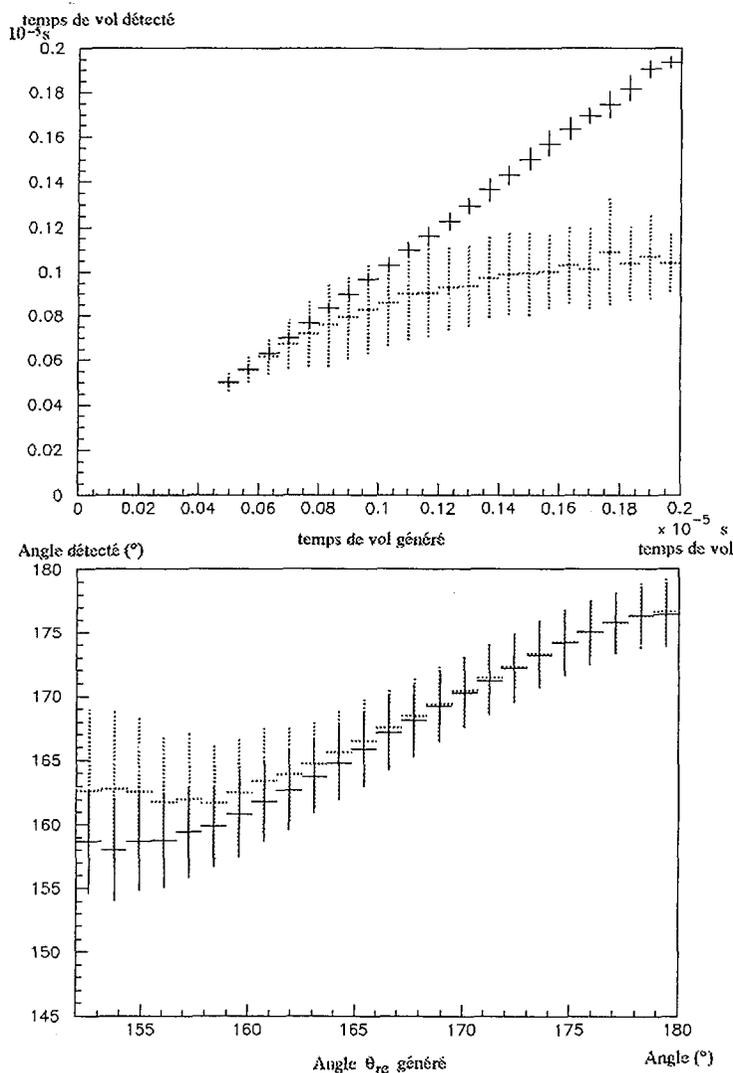


FIG. 6.7 – Distorsions du temps de vol de l'ion et de l'angle relatif électron recul dans le cas du piège de Paul transparent de $r_0 = 12.5 \text{ mm}$, avec $q_z = 0.568$. En noir (lignes pleines), seul l'effet de l'espace de phase du nuage est considéré.

du dispositif expérimental. Remarquons cependant que dans le cas des spectres présentés sur les figures 6.7, 6.8 et 6.9, pour lesquels aucune coupure temporelle des potentiels n'a été considérée, la sortie des ions de recul de la carte créée pour chacune des géométries des pièges les libère de l'influence de tout champ électrique. Les ions ne sont donc pas perturbés par la tension radiofréquence tout le long de leur trajet jusqu'au détecteur. Les bords des cartes pourront éventuellement être matérialisés expérimentalement par des grilles de haute transmission, placées à la masse du bâti.

Dans le cas du piège ouvert, l'injection des ions est pratiquée par l'anneau, qui est

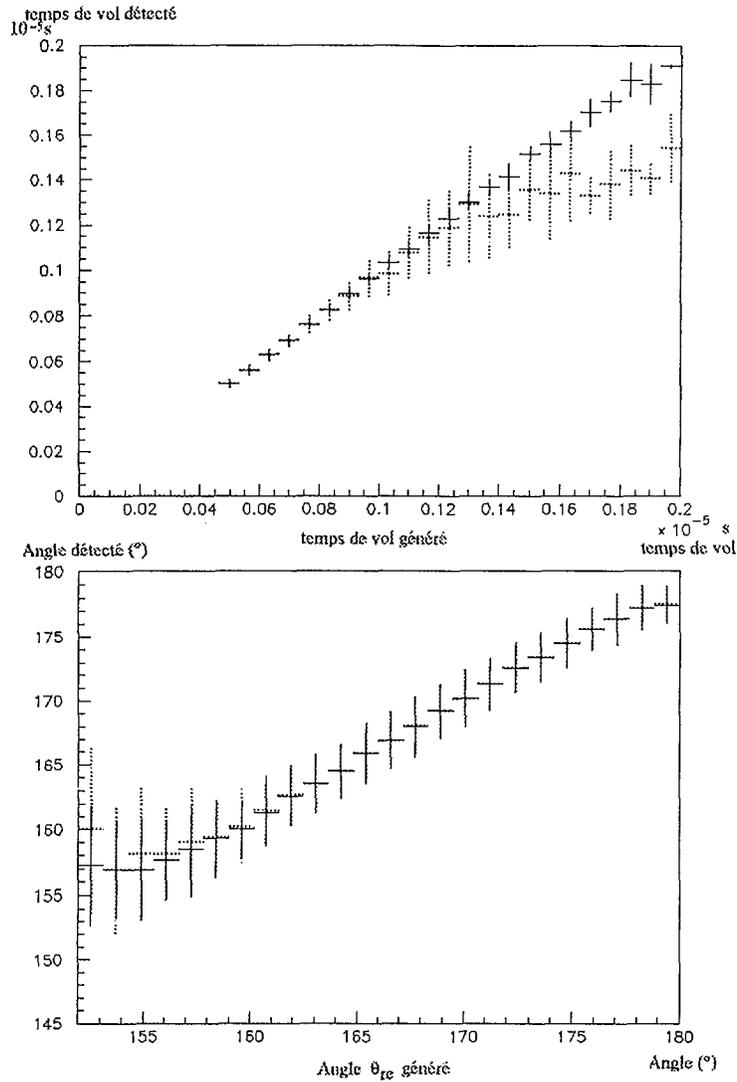


FIG. 6.8 – Distorsions du temps de vol de l'ion et de l'angle relatif électron recul dans le cas du piège de Paul transparent de $r_0 = 6.25$ mm, avec $q_z = 0.568$. En noir (lignes pleines), seul l'effet de l'espace de phase du nuage est considéré.

ensuite excité par la tension radiofréquence. La détection des particules émises est réalisée au travers des bagues des chapeaux¹ du piège, à la masse de l'enceinte. Sur la figure 6.9, il est remarquable que les deux différentes dispersions représentées sont très proches les unes des autres, aussi bien pour les spectres de temps de vol que pour les spectres angulaires. La distorsion de ces observables est donc due essentiellement à l'espace de phase initial du nuage de désintégration, et non à la perturbation des trajectoires de l'ion de recul par le

¹Notons que seuls les bagues des chapeaux permettent d'avoir un angle solide de détection complètement ouvert.

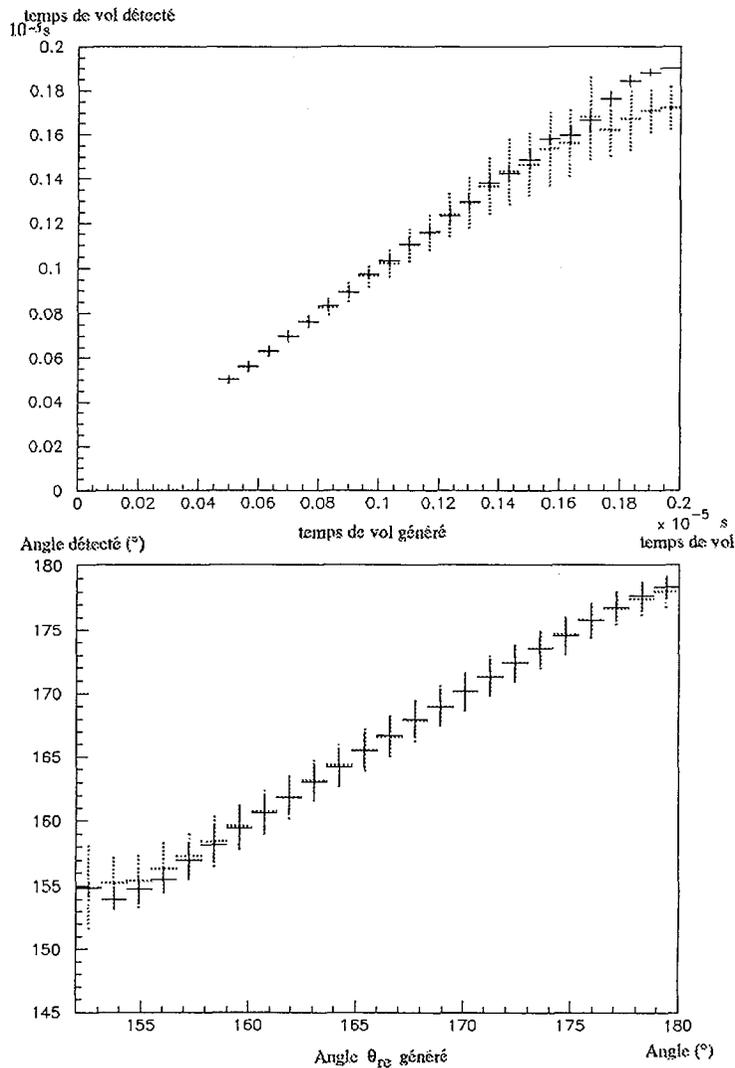


FIG. 6.9 – Distorsions du temps de vol de l'ion et de l'angle relatif électron recul dans le cas du piège ouvert, avec $q_z = 0.568$. En noir (lignes pleines), seul l'effet de l'espace de phase du nuage est considéré.

potentiel quadripolaire radiofréquence. Pour des temps de vols inférieurs à $1 \mu\text{s}$, le rapport de la dispersion la plus grande (celle qui tient compte et de la perturbation des trajectoires par la tension RF et de l'espace de phase du nuage d'ions piégés) sur la plus petite (celle qui ne tient compte que de l'espace de phase du nuage d'ions) varie de 1.08 à 1.5. Pour des angles supérieurs à 160° , le rapport de ces deux dispersions varie de 2 pour 160° à 1.07 pour les angles maximaux.

Nous retiendrons comme conclusion de ce chapitre cette géométrie dispositif expérimental final : c'est celle pour laquelle l'espace de phase du nuage est le plus restreint, et

les phénomènes de diffusion des électrons les plus réduits, puisque sa structure est complètement ouverte pour les angles solides de détection. Sa structure en bague permet une grande modularité. La détection des ions de recul étant pratiquée par les chapeaux placés à la masse de l'enceinte, la perturbation des trajectoires d'ions de recul est minimisée. La taille réduite de l'espace de phase du nuage, implique que les dispersions en temps de vol et en angle soient les plus bas observés sur la totalité des spectres de détection de chacune des structures : des écarts types relatifs de l'ordre de 3 à 6% sur le temps de vol de l'ion, pour des temps de vol variant de $0.47 \mu s$ à $1 \mu s$, et de l'ordre de 2% pour l'angle relatif électron-recul sont attendus.

6.1.5 Proposition du piège pour le dispositif expérimental

Comme nous l'avons indiqué précédemment, le piège que nous allons considérer est le piège à structure ouverte. Les ions ${}^6\text{He}^+$ sont injectés par une des bagues de l'anneau, l'ion de recul et l'électron sont détectés en vis-à-vis au travers des chapeaux. Le meilleur point de fonctionnement du piège, en terme d'efficacité de piégeage, $q_z = 0.57$, sera adopté. Le dispositif expérimental ainsi considéré est représenté sur la figure 6.10.

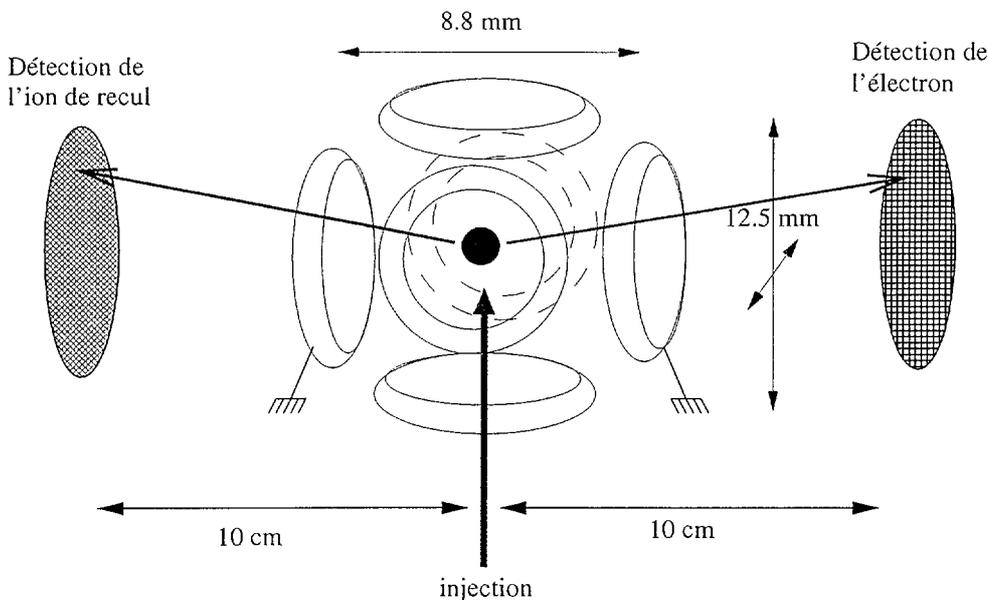


FIG. 6.10 – Le piège pour le dispositif expérimental.

6.1.6 La méthode de reconstruction

Les distributions du temps de vol et de l'angle de détection, pour un tel type de dispositif, présentent respectivement un écart type de 4 à 6% du temps de vol, qui varie de $0.47 \mu s$ à $1 \mu s$, et de 2% de l'angle relatif électron-recul, qui est proche de 180° . Qu'en sera-t-il des fonctions de réponse des détecteurs ? Bien que nous n'ayons pas encore testé ceux-ci, au

moins de façon complète, nous pouvons d'hors et déjà avoir une idée de leurs résolutions (voir la section 3.6). D'abord la résolution spatiale : le détecteur de l'ion de recul, de type galette de microcanaux en chevrons, suivi d'une anode de lignes à retard, sera capable de déterminer la position de l'impact de l'ion de recul à une précision typique de 0.5 mm . Quant au détecteur silicium à pistes de l'électron, une résolution équivalente, de l'ordre du mm est attendue, suivant le nombre de pistes dont il sera composé. Ainsi, du fait même des résolutions spatiales des détecteurs, et des bases de temps de vol de l'électron et de l'ion, de 100 mm par rapport au centre du piège, l'angle relatif électron-recul ne pourra-t-il être mesuré avec une meilleure précision que :

$$\sigma_{\theta_{re}} \simeq \frac{1 + .5}{100} = 0.015\text{ rad} = 0.86^\circ \quad (6.7)$$

soit une précision relative d'environ 0.5% (voir la figure 6.11).

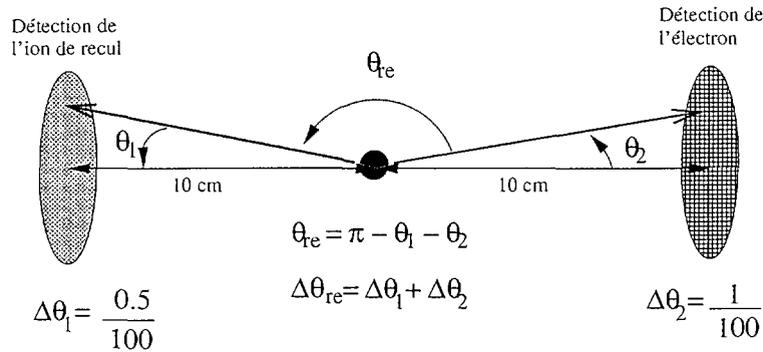


FIG. 6.11 – La précision attendue sur la mesure de l'angle relatif électron - ion de recul, du fait des résolutions spatiales des détecteurs.

Ensuite, du point de vue de la résolution temporelle des deux détecteurs, que l'on pourra prendre typiquement de l'ordre de la nanoseconde (temps de montée des signaux), la précision avec laquelle on mesurera le temps de vol sera de l'ordre de 2 ns . La précision relative variera alors entre 0.1% et 0.5% .

Nous voyons donc que l'écart type des distributions relatives en temps de vol et en angle, liées au piégeage des ions, n'est éloigné des résolutions des détecteurs au maximum que d'un ordre de grandeur pour les temps de vol. L'idée de la méthode de la reconstruction du spectre, est de traiter les distributions de temps de vol et d'angle comme des fonctions de réponse du dispositif de piégeage, à l'instar des fonctions de réponse des détecteurs. Cette fonction de réponse pourrait être donnée par simulation, si le dispositif expérimental simulé est correctement reproduit dans l'expérience (en particulier la structure des électrodes du piège). Du fait que les largeurs des spectres simulés sont comparables aux résolutions des détecteurs, on peut justement penser que l'incertitude liée aux calculs de trajectoires d'ions constituerait alors un second ordre, par rapport à ces dernières. Un moyen de déterminer plus finement encore les fonctions de réponses liées au piégeage, serait d'enregistrer la phase de la tension radiofréquence au moment de la désintégration : nous voyons sur la figure 6.12 qu'il existe une corrélation certaine entre celle-ci et les variables de la désintégration.

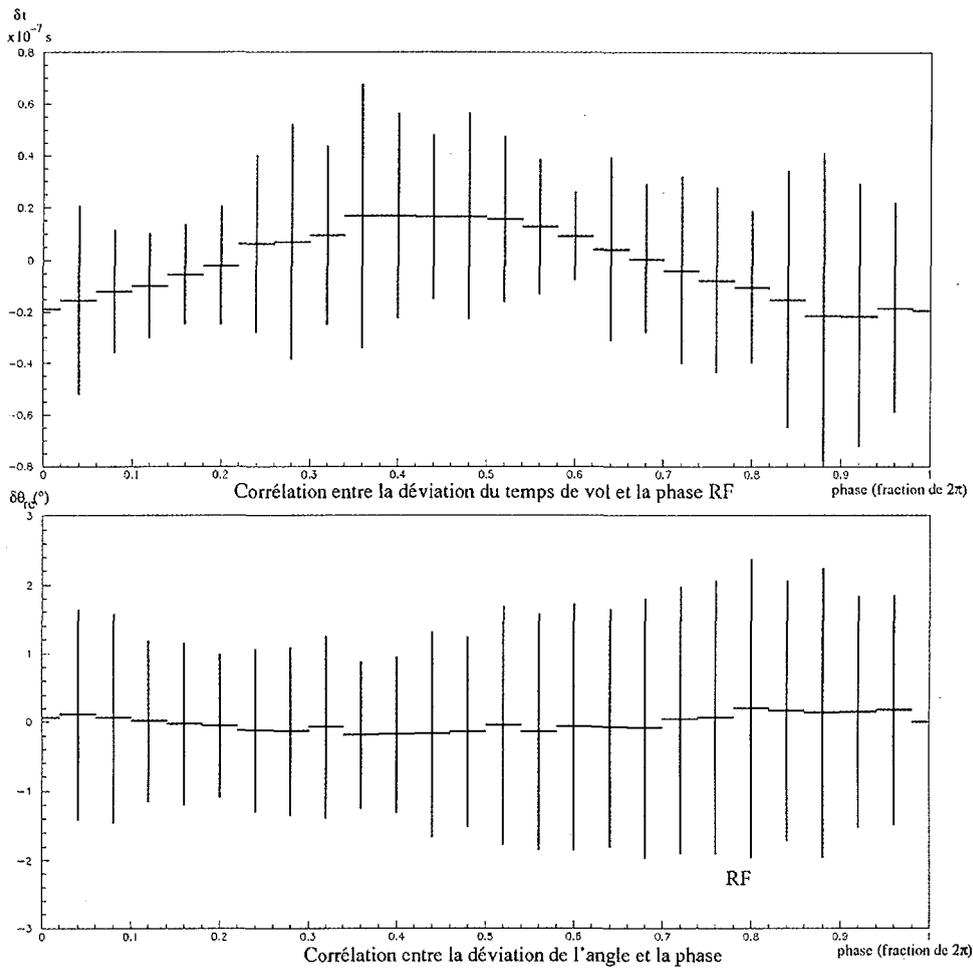


FIG. 6.12 – Les déviations de temps de vol et d'angle en fonction de la phase de la radiofréquence à la désintégration.

Cette corrélation est fortement marquée pour le temps de vol. Nous pouvons espérer alors diminuer la largeur des distributions associées en intégrant cette nouvelle variable aux fonctions de réponse. Nous observons en effet sur la figure 6.13 que c'est le cas : les écarts-type des distributions de temps de vol sont diminués d'un facteur 2 à 4 pour les longs temps de vol, qui sont les plus perturbés par la tension d'excitation de l'anneau (au moins jusqu'à $1.4 \mu\text{s}$, au delà les écarts-type et les déviations sont mal représentés statistiquement) lorsque la phase de la radiofréquence est fixée. Notons de même que la déviation observée entre les deux courbes, a tendance à s'accroître avec la longueur du temps de vol.

La reconstruction du spectre de désintégration nécessite donc le calcul des différentes fonctions de réponse du dispositif de piégeage, suivant les résultats de la simulation. Pour les spectres intégrés en angle et particulièrement en temps de vol, elles se devront d'être échantillonnées en fonction de la phase radiofréquence. Elles pourront éventuellement, en

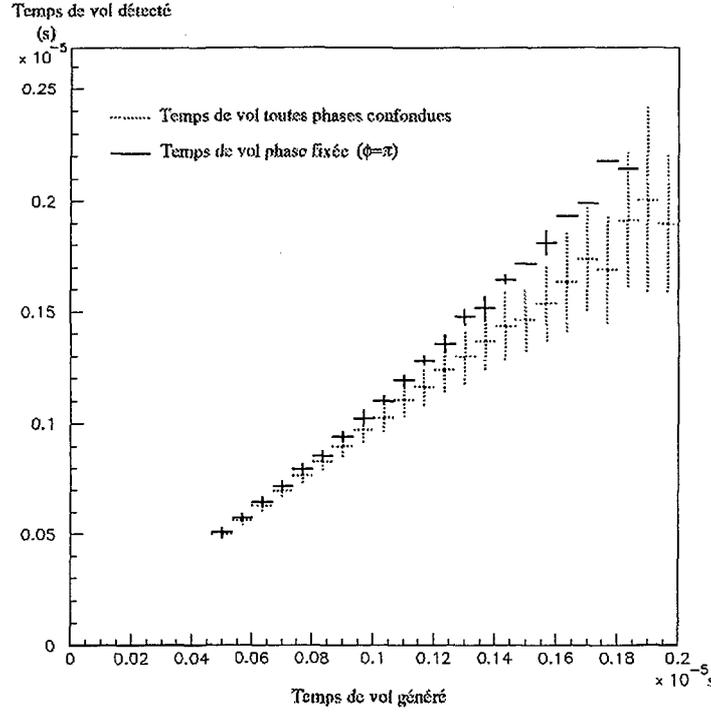


FIG. 6.13 – Comparaison des écarts-type de la distribution de temps de vol pour une phase radio-fréquence fixée, et toutes phases confondues.

outre, dépendre de la variable cinématique dont le spectre intégré ne dépend pas. Si nous notons ces fonctions respectivement $f_{\phi_{rf},\theta_{re}}(t)$, et $f_{\phi_{rf},t}(\theta_{re})$ pour les spectres de temps de vol et angulaires, alors la forme expérimentale de ces spectres suivra les équations :

$$N_{exp}(t) = \int_{\phi_{rf}=0}^{2\pi} \int_{\theta_{re}=0}^{\pi} N(\theta_{re}, t) \otimes_t f_{\phi_{rf},\theta_{re}}(t) \cdot d\theta_{re} \cdot d\phi_{rf} \quad (6.8)$$

pour le spectre de temps de vol, et

$$N_{exp}(\theta_{re}) = \int_{\phi_{rf}=0}^{2\pi} \int_{t=0}^{t=+\infty} N(\theta_{re}, t) \otimes_{\theta_{re}} f_{\phi_{rf},t}(\theta_{re}) \cdot dt \cdot d\phi_{rf} \quad (6.9)$$

pour le spectre angulaire. Enfin, le spectre de cinématique complète sera exprimé simplement par l'équation :

$$N_{exp}(t, \theta_{re}) = \int_{\phi_{rf}=0}^{2\pi} N(\theta_{re}, t) \otimes_{\theta_{re}} f_{\phi_{rf},\theta_{re}} \otimes_t f_{\phi_{rf},t}(\theta_{re}) \cdot d\phi_{rf} \quad (6.10)$$

Notons que la fonction d'efficacité géométrique du dispositif expérimental est implicitement contenue dans les fonctions de réponses. La densité de probabilité $N(\theta_{re}, t)$ est tirée de la formule 3.1, avec l'application du jacobien adéquat. Nous n'avons, bien sûr, pas tenu compte dans cette approche des fonctions de réponses des détecteurs. Elles devront être intégrées par la suite, lorsqu'elles seront déterminées, aux équations 6.8, 6.9 et 6.10.

6.2 Considérations statistiques

Nous venons de suggérer une méthode de reconstruction du spectre expérimental. A partir de celle-ci, le paramètre de corrélation angulaire pourra être extrait par minimisation du χ^2 .

Dans le chapitre 3, nous avons étudié les nécessités statistiques d'une telle expérience : environ 7×10^6 évènements de désintégration sont requis pour l'obtention d'une incertitude de l'ordre de 0.5% sur le paramètre a . Maintenant que nous avons défini un dispositif expérimental, voyons quelles peuvent être les exigences en terme de temps de faisceau radioactif.

A la sortie d'une source ECR de noyaux radioactifs, telle que SPIRAL, l'intensité attendue en ions ${}^6\text{He}^+$ est de 10^9 particules par seconde. Les simulations du RFQ montrent une transmission de 10% des ions depuis leur injection jusqu'à leur stockage dans la partie regroupeur de celui-ci, et un temps moyen de perte d'approximativement 10 *ms* par échange de charge avec le gaz tampon. Le nombre d'ions maximal par paquet suit donc l'équation :

$$dN_{paquet} = P_t \cdot f \cdot dt - \lambda_{loss} \cdot N \cdot dt \quad (6.11)$$

où $P_t = 0.1$, est la probabilité de transmission des ions de l'entrée du RFQ à la partie regroupeur, $\lambda_{loss} = \frac{1}{\tau_{loss}} = 10^2 \text{ s}^{-1}$ est la probabilité de perte des ions par échange de charge, et $f = 10^9 \text{ s}^{-1}$ l'intensité du faisceau d'ions radioactifs. Dans ce cas, le nombre d'ions par paquet tend vers un régime d'équilibre :

$$N_{paquet} = \frac{P_t \cdot f}{\lambda_{loss}} (1 - e^{-\lambda_{loss} t}) \rightarrow_{t \gg \tau_{loss}} \frac{P_t \cdot f}{\lambda_{loss}} = 10^6 \quad (6.12)$$

Considérons que l'on attende alors à peu près une période de désintégration des ions ${}^6\text{He}^+$ à l'intérieur du piège, soit $T_{1/2} \simeq 0.8 \text{ s}$, après l'injection de chaque paquet ; la partie regroupeur a le temps de se remplir presque complètement ($T_{1/2} \gg \tau_{loss}$). Dans ce cas le nombre d'ions injecté est constant, de l'ordre de 10^6 ions.

L'efficacité de piégeage simulée du piège ouvert étant de 7%, 7×10^4 sont donc piégés en attente de leur désintégration. Au bout d'une demi-période, la moitié d'entre eux se sont désintégrés, mais seul une fraction de ceux là auront été détectés, du fait de l'efficacité géométrique du dispositif expérimental, et de la densité de probabilité du spectre de décroissance. L'angle solide du détecteur β correspond à 1.5% de 4π , elle est peu modifiée par la la largeur spatiale du nuage d'ions. La probabilité de détection de l'ion de recul,

l'électron étant détecté, dépend alors de la densité de probabilité. Pour le point de fonctionnement $q_z = 0.568$ du piège ouvert, elle est égale à 9.5%, soit légèrement inférieure à celle que nous avons calculé pour une source ponctuelle d'ions radioactifs (qui était de 11.7%, voir la section 3.2.2). Ceci est essentiellement dû à la distribution spatiale du nuage d'ions piégés, et au fait que nous avons exclu les évènements dont le temps de vol ou l'énergie β sont supérieurs à leur seuil respectifs. A ceci, il faut ajouter une efficacité typique de détection du détecteur de l'ion de recul, qu'on prendra égale à 50% dans de bonnes conditions d'utilisation. De ce fait, le nombre moyen d'évènements détectés par paquets injectés est approximativement égal à : $N_{evts} = ((10^6 \times 0.07)/2) \times 1.5 \times 10^{-2} \times 9.3 \times 10^{-2} \times 0.5 \simeq 25$. Le temps moyen de détection d'un ion est alors de 40 *ms* environ. Afin d'obtenir une statistique de 7×10^7 évènements détectés, il faut donc environ 78*h*, soit 3 jours et quart.

Conclusion

L'expérience de mesure du paramètre de corrélation angulaire, dans la désintégration β de l' ${}^6\text{He}$, constitue une alternative intéressante, comme nous l'avons vu, aux expériences de physique des particules à haute énergie : la mise en évidence de nouveaux bosons d'interaction, les leptoquarks, peut être tirée de l'étude minutieuse du spectre de coïncidences de la désintégration. Elle nécessite des moyens qui sont plus familiers au monde de la physique nucléaire, comme par exemple le faisceau d'ions radioactifs de basse énergie, ou même de la physique atomique, pour les pièges à ions, que de celui des particules.

La préparation de cette expérience a été initiée il y a maintenant un peu plus de trois ans, correspondant à une phase de développement croissant et rapide des techniques de manipulation et en particulier de piégeage et de refroidissement des faisceaux d'ions radioactifs. La collaboration avec le réseau européen EXOTRAP, nous fut particulièrement utile pour le développement de l'ensemble RFQ refroidisseur regroupeur.

La première étape de notre projet consistait en l'acquisition de la maîtrise du piégeage d'ions dans le piège de Paul transparent, dispositif central de notre expérience. Après avoir éprouvé son fonctionnement de façon concluante par l'injection d'ions issus d'une source plasma laser, nous avons voulu tester l'injection d'ions très légers, en ligne. La manipulation du faisceau d'ions ${}^4\text{He}^+$, issus d'une source d'ionisation, nous est apparue bien plus ardue : les caractéristiques de la tension radiofréquence du piège ont été jugées insuffisantes pour un cycle d'injection-piégeage-extraction efficace, et les problèmes d'échange de charges observés, combinés à la faiblesse des tensions appliquées aux électrodes du piège, ne nous ont pas permis l'obtention d'une preuve irréfutable de piégeage.

Cependant, par le moyen de la simulation complète du dispositif expérimental, les exigences d'une bonne injection et efficacité de piégeage ont pu être réévaluées. En particulier, une tension radiofréquence de caractéristiques 2 MHz et d'amplitude maximale 200 V, à laquelle on pourrait ajouter un pulse de tension d'une centaine de volt, pour l'excitation de l'anneau, a été requise.

Les simulations des trajectoires d'ions dans des potentiels électriques ont été éprouvées, par leur comparaison avec des cas simples, dont les solutions étaient analytiques, et avec des codes commerciaux communs. Elles ont montré un excellent accord avec les résultats de la première expérience de piégeage. Elles ont permis l'interprétation plus fine des difficultés rencontrées lors de la seconde expérience de piégeage. La fiabilité du code de calculs des trajectoires dans les différents potentiels étant prouvée, sa rapidité de traitement a rendu alors possible une étude quantitative et souple de chacun des systèmes des deux

expériences, ce qui n'était pas du tout évident des logiciels commerciaux utilisés, tel que SIMION. De ce fait, ce code nous a permis de réaliser une simulation détaillée du dispositif expérimental, afin de déterminer quels étaient les effets de distorsion des spectres de désintégration inhérents au piégeage des ions.

Les simulations d'ions ${}^6\text{He}^+$ piégés, qui se désintégraient au milieu de différentes structures du piège de Paul, ont été réalisées. Un nouveau type de piège, de géométrie complètement ouverte dans les angles solides des détecteurs, a été mis à l'étude. Celui-ci a montré de bien meilleures caractéristiques d'espace de phase des ions piégés au moment de leur désintégration, que chacune des deux dimensions testées du piège de Paul transparent, de même géométrie que celui que nous avons testé dans les expériences de piégeage. En utilisant les caractéristiques modulaires de ce piège ouvert, l'injection des ions au travers de l'anneau a été simulée, ainsi que la détection des ions et des électrons au travers des chapeaux placés à la masse de l'enceinte. Ainsi les trajectoires des ions étaient moins perturbées par le potentiel créé par l'excitation de l'anneau. Des spectres de temps de vol simulés, nous avons obtenu les dispersions attendues sur le temps de vol des ions, de l'ordre de 5% et sur l'angle relatif entre l'électron et l'ion, de l'ordre de 2%.

C'est ce dispositif de piégeage qui a été choisi comme étant le dispositif adéquat à notre expérience. Une méthode de reconstruction du spectre de désintégration a été suggérée. Au vu de la faiblesse des dispersions simulées de temps de vol et d'angle, comparables aux résolutions attendues des détecteurs sur ces variables de la désintégration, l'idée de les traiter les distorsions des spectres liées au piégeage comme une fonction de réponse du dispositif a été formulée. Ces fonctions de réponse seront déterminées par le biais de la simulation, et sont en cours de calcul.

La simulation de Monte Carlo des différents spectres de désintégration, dans un premier temps sans faire intervenir les potentiels de piégeage, a montré que la sensibilité des spectres de coïncidence vis-à-vis de la précision avec laquelle le paramètre de corrélation angulaire était extrait, pouvait être optimisée par le choix judicieux de la sélection de la zone cinématique de la désintégration. Par la simulation des spectres tenant compte de l'efficacité géométrique du dispositif de détection, la statistique nécessaire à l'expérience pour l'obtention d'une incertitude de l'ordre de 0.5% sur le paramètre a a été estimée : environ 7×10^6 événements de désintégration détectés seront requis pour atteindre la précision recherchée.

Enfin, les efficacités de refroidissement du RFQ ayant été simulées, et l'efficacité de piégeage et de détection des ions ${}^6\text{He}^+$ ayant été tirées des dernières simulations de spectres de désintégration, une estimation du temps de faisceau nécessaire pour l'obtention de la statistique requise donne une durée d'environ 78h, représentant 10 *shifts* de 8h chacun.

Annexe A

Le Modèle Standard

Le but de cette annexe est de donner un aperçu général de l'état actuel de la théorie des particules, afin de situer l'expérience de mesures de corrélations angulaires au milieu des différentes branches de recherche du Modèle Standard et au delà. Dans un premier temps, nous rappellerons quels sont les grandes idées de la théorie du Modèle Standard, en explicitant tous les termes du Lagrangien décrivant la nature des interactions des fermions entre eux. Nous verrons alors quelles sont les limites de cette théorie. Nous passerons ensuite en revue les thèmes de recherches principaux de physique dans ce domaine, soit pour compléter ou raffiner le modèle, soit pour mettre en évidence une nouvelle physique, au delà du Modèle Standard. Cette annexe s'appuie en grande partie sur les références [100],[101] et [102].

En complément de cette première annexe, une méthode de construction du Lagrangien, par analogie avec celui de l'électromagnétisme, est présentée dans le chapitre annexe suivant. Celui-ci permet une compréhension plus profonde des fondements du Modèle Standard, que l'approche qui en donnée ici.

A.1 Le Modèle Standard

A.1.1 Les particules élémentaires et leurs interactions

Le Modèle Standard traite des particules élémentaires, fermions et leptons, et des forces qui les font interagir. Ces interactions peuvent être représentées dans un diagramme de Feynman comme l'échange de particules d'interaction, les bosons.

Il existe dans la représentation du monde tel qu'on le connaît à présent trois générations de fermions et leptons, la première famille étant la plus courante et la plus stable, composant le monde que chacun appréhende tous les jours. Le tableau A.1 présente les familles de particules. Il en existe un identique pour les antiparticules ($\bar{u}, \bar{d}, \bar{e}, \bar{\nu}_e$ pour la première famille), ces antiparticules ont la même nature que les premières, mais sont de charges opposées.

Pour la description des interactions des particules élémentaires entre elles et les diffé-

génération	fermions	leptons
1 ^{ère}	quarks up et down (u, d)	électron et neutrino (e, ν_e)
2 ^{ème}	quarks charm et strange (s, c)	muon et neutrino muonique (μ, ν_μ)
3 ^{ème}	quarks top et beauty (t, b)	tauon et neutrino taunique (τ, ν_τ)

TAB. A.1 – Les différentes familles de fermions. Les différents types de quarks sont aussi appelés saveurs.

rents champs, les physiciens des particules ont l'habitude d'utiliser le Lagrangien plutôt que l'Hamiltonien du système étudié. Dans la description classique : $\mathcal{L} = T - V$ ou T représente l'énergie cinétique et V l'énergie potentielle. L'action $S = \int_{t_1}^{t_2} \mathcal{L} dt$ se doit d'être minimale : $dS = 0$. Dans le principe de moindre action se trouve tous les aspects physiques du système étudié (équations d'Euler-Lagrange). En particulier l'action doit être invariante suivant certaines transformations (par exemple la transformation espace temps de Lorentz); il doit présenter de ce fait certaines symétries, qui contraignent la nature profonde de celui-ci. Le Lagrangien doit donc suivre les mêmes symétries. C'est un résultat qui servira intensivement dans la formulation du Lagrangien du Modèle Standard, et qui définit de lui-même le cadre et la classification des particules élémentaires et des interactions. Deux types de symétries sont à retenir : la symétrie d'espace-temps, et les symétries de jauge locales et globales qui correspondent à des symétries d'espaces internes aux particules. Nous aborderons successivement l'une puis l'autre, et enfin nous poserons l'ensemble du Lagrangien, en commentant les différents termes qui y apparaissent. Une justification plus complète est disponible dans l'annexe B, où le Lagrangien du MS est construit très simplement sur des arguments de symétrie.

A.1.2 L'invariance espace-temps

Comme dans toute théorie relativiste, le lagrangien qui décrit les interactions se doit d'être invariant dans les transformations espace temps de Lorentz. Ainsi le Lagrangien s'exprime-t-il en fonction des matrices de Dirac, notées γ_μ , et des vecteurs espaces-temps ou quadrvecteurs qui représentent l'état des particules ou des champs de jauge. La notion de spineurs et anti-spineurs est introduite naturellement en mécanique quantique relativiste, et l'on voit apparaître les antiparticules.

On se placera toujours dans la métrique suivante et on définira les gradients d'espace-temps de telle sorte que :

- Les quadrvecteurs $V^\mu = \begin{pmatrix} V^0 \\ V^1 \\ V^2 \\ V^3 \end{pmatrix}$ et $V_\mu = \begin{pmatrix} V_0 \\ -V_1 \\ -V_2 \\ -V_3 \end{pmatrix}$
- Le produit scalaire : $V_{1,\mu} V_2^\mu = V_1^0 V_2^0 - V_1^1 V_2^1 - V_1^2 V_2^2 - V_1^3 V_2^3$

- Le tenseur métrique $g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}$
- les gradients : $\partial^\mu = (\frac{\partial}{\partial t} \quad \frac{-\partial}{\partial x} \quad \frac{-\partial}{\partial y} \quad \frac{-\partial}{\partial z})$ et $\partial_\mu = (\frac{\partial}{\partial t} \quad \frac{\partial}{\partial x} \quad \frac{\partial}{\partial y} \quad \frac{\partial}{\partial z})$
- Les matrices γ_μ (matrices 4×4) seront définies telles que :
 $\gamma_0 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $\gamma_\mu = \begin{pmatrix} 0 & -\sigma_i \\ \sigma_i & 0 \end{pmatrix}$ avec $i = 1...3$ et σ_i les matrices de Pauli
- on définira : $\gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$
- Principales propriétés des matrices de Dirac : avec $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma_0$:
 - $\gamma^\mu\gamma^\nu + \gamma^\nu\gamma^\mu = 2g_{\mu\nu}$
 - $\bar{\psi}\gamma^\mu\psi$ vecteur et $\bar{\psi}\gamma_5\gamma^\mu\psi$ vecteur axial de Lorentz.

Afin que le Lagrangien du MS soit invariant par toute transformation d'espace-temps, il faudra que ce soit un scalaire de Lorentz.

A.1.3 L'invariance de jauge

Le deuxième type de symétrie est la symétrie de jauge : on différencie les jauges globales des jauges locales. La jauge globale est l'application d'un facteur de phase constant à la fonction d'onde représentant la particule. Cette transformation $\psi' = e^{i\theta}\psi$ est une transformation générale qui est valable aussi bien en Mécanique quantique non relativiste qu'en physique des particules, puisqu'elle est une transformation unitaire et que l'Hamiltonien quantique du système s'y voit inchangé. La symétrie de jauge locale appliquée à la fonction d'onde un facteur de phase qui peut dépendre des variables espace-temps : $\psi' = e^{i\theta(\vec{r},t)}\psi$. Cette transformation n'est valable en mécanique quantique non relativiste que s'il on admet qu'il existe un champ électromagnétique¹. D'autres champs que celui de l'électromagnétisme seront de ce fait introduits dans le Modèle Standard, chacun correspondant à une symétrie interne des particules élémentaires considérées. A chacune de ces symétries de jauge correspondra un courant conservé ; comme l'on conservait le courant de probabilité et le courant électrique en mécanique quantique, d'autres courants pourront être conservés. Ce résultat est appelé théorème de Noether.

A.2 Les interactions de symétrie de jauge

3 groupes de symétries internes sont introduits dans le cadre du Modèle Standard : $U(1)$, $SU(2)$ et $SU(3)$. Le fait qu'il existe trois symétries bien spécifiques reste inexplicé, et rien n'exclut qu'il y en ait d'autres. Les deux premières $U(1) \otimes SU(2)$ correspondent aux

¹L'équation d'une particule libre en mécanique quantique non relativiste : $\frac{1}{2m}\Delta\psi(\vec{r},t) = i\frac{\partial}{\partial t}\psi(\vec{r},t)$ n'est pas invariante sous la transformation $\psi' = e^{i\theta(\vec{r},t)}\psi$ du fait des dérivées du facteur de phase $e^{i\theta(\vec{r},t)}$ qui ne se compensent pas. Cependant si l'on introduit un champ scalaire V et un champ vecteur \vec{A} pour l'électromagnétisme, l'équation : $\frac{1}{2m}(\Delta + e\vec{A})\psi(\vec{r},t) = (i\frac{\partial}{\partial t} + eV)\psi(\vec{r},t)$ est bien invariante sous la transformation de jauge globale.

interactions électromagnétique et faible (les courants neutres et chargés), la dernière aux interactions fortes. Les champs associés à ces symétries peuvent être pensés comme des particules vecteurs de l'interaction : les bosons. L'interaction gravitationnelle n'est décrite

interaction	participants (de la 1 ^{ère} famille)	boson
électromagnétisme	quarks (u, d), leptons chargés (e^-)	photon γ
interaction faible	tous (quarks et leptons)	W_{\pm}^+ et Z_0
interaction forte	les quarks (u, d)	les gluons g
gravitation	quarks (u et d) et leptons massifs (e^-)	graviton ?

TAB. A.2 – Les interactions des fermions

comme l'échange d'un graviton entre deux particules massiques que par souci d'analogie avec le mécanisme des autres interactions. Il n'existe aucune preuve expérimentale du graviton. La table A.2 présente tous ces types d'interaction, avec le boson de jauge associé.

Le Lagrangien de jauge

Le Lagrangien se doit d'être invariant sous les transformations de jauge locales $U(1)$, $SU(2)$ et $SU(3)$ définies ci-dessus. Ces transformations sont des transformations unitaires spéciales (SU) d'ordre différents (1, 2 ou 3). En théorie des groupes, ces transformations appartiennent à l'ensemble des groupes de Lie, qui sont des groupes dont tous les éléments sont différentiables ; elles peuvent toutes alors s'écrire sous la forme :

$$U = \exp\left(\sum_{i=1}^{n^2} \theta_i H_i\right) \quad (\text{A.1})$$

où les θ_i sont $n^2 - 1$ paramètres réels quelconques, les H_i sont $n^2 - 1$ matrices hermitiques $n * n$ appelées les générateurs du groupe. n est l'ordre du groupe de symétrie unitaire spécial : $SU(n)$. En fait, le nombre de paramètres variables et de générateurs se déduit simplement des équations $U^\dagger U = 1$ et $\det(U) = +1$.

Le générateur pour l'interaction $U(1)$ est l'hypercharge faible Y et dépend du fermion auquel il s'applique. Les générateurs de $SU(2)$ sont simplement les matrices de Pauli, qu'on notera σ_i . Enfin pour $SU(3)$ ce sont les matrices que l'on notera λ_i . Il est à noter que ni les matrices σ_i ni les λ_i ne commutent entre elles. On parlera alors pour toute transformation $SU(2)$ ou $SU(3)$ de transformation de jauge non abélienne. Les matrices λ_i peuvent se représenter sous la forme :

$$\lambda_i \text{ avec } i = 1, 2, 3 : \begin{pmatrix} \sigma_i & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; \lambda_4 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \lambda_5 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\lambda_6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; \lambda_7 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}; \lambda_8 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

A chaque générateur correspond un boson échangé dans l'interaction de jauge : chaque champ associé au boson est mathématiquement le paramètre variable du groupe de Lie correspondant. Comme l'on avait le champ A^μ en mécanique quantique qui correspondait à un champ de photons, on aura de même pour $U(1)$ $2^1 - 1 = 1$ boson B^μ et pour $SU(2)$ $2^2 - 1 = 3$ bosons W_\pm^μ et Z_0 vecteurs de l'interaction électrofaible, pour l'interaction forte 8 gluons que l'on notera G_α^μ . On s'apercevra par la suite que les champs associés à $U(1)$ et $SU(2)$ forment de façon liée le champ électromagnétique, et les champs de courant neutre et chargé.

De la même façon que Q est la charge électromagnétique d'une particule, on définira pour chaque fermion un ensemble de charges pour les symétries de jauge $U(1)$, $SU(2)$ et $SU(3)$. En fait chaque fermion est valeur propre des différents opérateurs générateurs des symétries. Cette valeur propre correspond à leur charge : toutes les charges des particules sont donc quantifiées, définies par les opérateurs des symétries. Ceci explique qu'au niveau macroscopique elles puissent s'annuler si bien. Dans le cas de $U(1)$, le générateur est un nombre réel : il peut prendre toute valeur non nulle. Ce n'est pas sans poser de problèmes conceptuels, puisque $U(1)$ intervient dans la force électromagnétique, dont on sait que la charge est quantifié. Nous verrons cela plus loin.

$U(1)$ étant de dimension 1, il est normal que tous les fermions soit des singulets d'hypercharges. $SU(3)$ ne s'applique qu'aux quarks et pas aux leptons, les quarks sont à fortiori des triplets de $SU(3)$, et les leptons des singulets. On parle pour les quarks de triplets de couleurs : ils ont trois états "blue", "green" ou "red". Les gluons, vecteurs de l'interaction forte, peuvent changer la couleur d'un quark, alors que le photon ne peut pas changer la charge électrique d'une particule. Cependant, à l'intérieur du nucleon toutes les couleurs s'arrange de façon à ce que l'ensemble soit incolore ($b + g + r = blanc$). La couleur se conserve, malgré les changements perpétuels de couleurs entre nucléons (ex. le gluon $r\bar{r} + b\bar{b} + g\bar{g}$). Dans le cas de $SU(2)$ les choses se compliquent. Les quarks et les leptons peuvent interagir par le biais de $SU(2)$, mais il apparaît que la nature traite différemment les particules d'hélicité droite ou gauche, alors que l'hélicité n'a rien d'un bon nombre quantique. L'hélicité d'une particule est définie comme le produit du spin de la particule et de sa quantité de mouvement sur son énergie : $h = \frac{\vec{\sigma}\vec{p}}{p_0}$. En particulier, il semblerait que le neutrino droit n'existe pas ($h > 0$). Les doublets et singulets d'isospins s'arrangent comme suit :

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix}_L, \begin{pmatrix} e^- \\ \nu \end{pmatrix}_L, (u)_R, (d)_R, (e^-)_R \quad (\text{A.2})$$

Voyons ce qu'implique le fait qu'il n'existe que des singulets droits sur la nature de l'interaction $SU(2)$. La projection d'un état ψ sur son état droit ou gauche s'obtient par l'application des opérateurs respectifs : $\frac{1+\gamma_5}{2}$ et $\frac{1-\gamma_5}{2}$. On a alors défini deux spineurs qui représentent l'état ψ : $\begin{pmatrix} \psi_R \\ \psi_L \end{pmatrix}$. Dans le cas d'une particule libre, sans champs d'interaction l'équation de Dirac s'écrit : $(\gamma^\mu p_\mu - m)\psi = 0$. Ce qui peut se transformer en le jeu

d'équations :

$$\begin{cases} -m\psi_R + (p_0 + \vec{\sigma}\vec{p})\psi_L = 0 \\ (p_0 - \vec{\sigma}\vec{p})\psi_R - m\psi_L = 0 \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Si l'énergie de la particule est positive ($p_0 > 0$) et sa masse nulle alors ces deux équations se séparent suivant l'hélicité :

$$\begin{aligned} \vec{\sigma}\vec{p} > 0 &\Rightarrow \psi_R > \psi_L \\ \vec{\sigma}\vec{p} < 0 &\Rightarrow \psi_L > \psi_R \end{aligned}$$

Par contre si $m \neq 0$ on obtient un mélange d'hélicité. La masse de la particule peut être considérée comme une interaction entre les deux hélicités de la particule : $m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R)$. Ce résultat implique que si le neutrino droit n'existe pas, la masse du neutrino est nécessairement nulle(!). Dans un type d'interaction uniquement gauche - gauche, telle que l'on a pour le doublet $SU(2)$ $\begin{pmatrix} e^- \\ \nu \end{pmatrix}_L$, le lagrangien sera composé d'un terme de la forme : $\bar{\psi}_L\gamma^\mu\psi_L = \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1-\gamma^5}{2}\psi$. Ce type d'interaction est appelé Axial - Vecteur : en effet comme l'on avait défini les propriétés de γ^5 : γ^μ est un vecteur polaire et $\gamma^\mu\gamma^5$ est un vecteur axial ou pseudo-vecteur. Il est alors évident que dans un changement de coordonnées d'espace l'interaction $SU(2)$ n'est pas invariante : elle viole la parité. La théorie $V - A$ posent les hypothèses suivantes : l'interaction n'est de type uniquement Axial ou Vecteur, et la violation de parité est maximale. Nous reviendrons sur ce point.

A.2.1 Le Lagrangien de QCD

Le Lagrangien lié à l'interaction forte, c'est à dire la symétrie $SU(3)$, s'écrit :

$$\mathcal{L}_{SU(3)} = -\frac{1}{4}G_{\mu\nu}^i G^{i\mu\nu} + \sum_{q=u,d;r=1,F} \bar{q}_r i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu q_r \quad (\text{A.4})$$

La somme porte sur les doublets $SU(2)$ de quarks de toutes les saveurs. Ce Lagrangien est bien hermitien. C'est de plus un scalaire de Lorentz. Les G_i^μ sont les 8 champs de gluons responsables de la force forte, g_s est l'intensité associée à cette interaction de jauge. Le tenseur $G_{\mu\nu}^i$ est défini par :

$$G_i^{\mu\nu} = \partial^\mu G_i^\nu - \partial^\nu G_i^\mu + g_s f_{ijk} G_j^\mu G_k^\nu \quad (\text{A.5})$$

Le premier terme du Lagrangien correspond à l'énergie liée au champ de jauge.

Les \mathcal{D}_μ sont appelées dérivées covariantes ; ce sont elles qui garantissent l'invariance du Lagrangien par rapport aux transformations de jauge $SU(3)$. Elles s'expriment en fonction des opérateurs différentiels et des champs de gluons :

$$\mathcal{D}^\mu = \partial^\mu - ig_s \frac{G_i^\mu}{2} L_i \quad (\text{A.6})$$

Les matrices L_i sont les charges $SU(3)$ des fermions, par convention elles sont reliées aux générateurs $SU(3)$ par la relation : $L_i = \frac{\lambda_i}{2}$. Nous en déduisons la partie du Lagrangien

correspondant à l'interaction fermion - champ de jauge :

$$\mathcal{L}'_{SU(3)} = \frac{g_s}{2} \sum_{q=u,d;r=1,F} \bar{q}_{r\alpha} \gamma^\mu G_\mu^i \lambda_{\alpha\beta}^i q_{r\beta} \quad (\text{A.7})$$

où α, β sont les indices correspondant aux couleurs des quarks. Remarquons que puisque les matrices λ_i ne sont pas diagonales, les gluons peuvent à la fois changer la quantité de mouvement des quarks, mais aussi leur couleur, contrairement au photon qui ne change pas la charge électromagnétique des particules qui interagissent.

Les symétries de jauge $U(1)$ et $SU(2)$ n'ont pas encore été interprétées.

A.2.2 Interactions électrofaibles

L'ensemble des interactions de jauge $U(1) \otimes SU(2)$ sont appelés les interactions électrofaibles. Le fait qu'elles soient intimement mêlées constitue ce qu'on appelle l'unification des forces faibles et électromagnétiques. Les champs associés à $U(1)$ et $SU(2)$ sont appelés respectivement B^μ et W_i^μ . Leur mélange définit les champs électromagnétiques et faibles :

$$A_\mu = \frac{g_2 B_\mu - g_1 Y_L W_\mu^0}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \quad (\text{A.8})$$

$$Z_\mu = \frac{g_1 Y_L B_\mu + g_2 W_\mu^0}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \quad (\text{A.9})$$

Le boson A_μ est associé au champ magnétique, Z_μ est associé à l'interaction dite de courant neutre. Nous voyons apparaître les intensités des forces $U(1)$ et $SU(2)$: respectivement g_1 et g_2 , qui doivent être évaluées expérimentalement. L'angle de mélange électrofaible peut être maintenant défini :

$$\sin \theta_W = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \quad \cos \theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \quad (\text{A.10})$$

En fonction de l'intensité de la force électromagnétique : $e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}$

$$g_1 = \frac{e}{\sin \theta_W}, \quad g_2 = \frac{e}{\cos \theta_W} \quad (\text{A.11})$$

La valeur expérimentalement mesurée de l'angle de mélange électrofaible est : $\sin \theta_W \simeq 0.23$.

L'ensemble du Lagrangien de jauge $U(1) \otimes SU(2)$ est, en utilisant les dérivées covariantes, de forme analogue à celui de $SU(3)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{U(1) \otimes SU(2)} = & -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \sum_{m=1}^F \sum_{q=u,d;l=e,\nu} (\bar{q}_{mL}^0 i \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu q_{mL}^0 \\ & + \bar{l}_{mL}^0 i \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu l_{mL}^0 + \bar{u}_{mR}^0 i \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu u_{mR}^0 + \bar{d}_{mR}^0 i \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu d_{mR}^0 + e_{mR}^{-0} i \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu e_{mR}^{-0}) \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

où la somme porte sur l'ensemble des familles. Les indices R désignent les singulets $SU(2)$ droits, et L les doublets $SU(2)$ gauches. L'énergie liée aux champs de jauge est définie par les tenseurs :

$$\begin{aligned} B^{\mu\nu} &= \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu \\ W^{\mu\nu} &= \partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu + g_2 \epsilon_{ijk} W_j^\mu W_k^\nu \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Les dérivées covariantes qui garantissent l'invariance du Lagrangien par rapport aux transformations de jauge s'expriment :

$$D^\mu = \partial^\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B^\mu - ig_2 \frac{\tau_i}{2} W_i^\mu \quad (\text{A.14})$$

De cette expression découle chacun des Lagrangiens d'interaction des fermions avec les bosons de jauge, qu'on peut exprimer en fonction des courants conservés dans chacune des interactions, faisant apparaître les champs électromagnétique et de courant neutre. Rappelons qu'à chaque symétrie, correspond un courant conservé, d'après le théorème de Noether. Nous avons dans $U(1) \otimes SU(2)$ l'équivalent de trois symétries de jauge globale, nous devons donc trouver 3 courants conservés de type différent.

Le courant électromagnétique :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_Q &= e J_Q^\mu A_\mu \\ J_Q^\mu &= \sum_{m=1}^F (Q_u \bar{u}_m \gamma^\mu u_m + Q_d \bar{d}_m \gamma^\mu d_m - Q_e \bar{e}_m \gamma^\mu e_m) \\ &= \sum_{m=1}^F \left(\frac{2}{3} \bar{u}_m \gamma^\mu u_m - \frac{1}{3} \bar{d}_m \gamma^\mu d_m - \bar{e}_m \gamma^\mu e_m \right) \end{aligned} \quad (\text{A.15})$$

où les charges électromagnétiques de chaque particule ont été remplacées par leurs valeurs (tableau A.3).

quarks		leptons	
u	d	e^-	ν
$\frac{2}{3}$	$-\frac{1}{3}$	-1	0

TAB. A.3 – Les charges électriques des différentes particules de la première famille

Ce lagrangien d'interaction est celui de QED, qui décrit avec beaucoup de succès la force électromagnétique. Le Lagrangien du Modèle Standard l'introduit naturellement. Il n'y a pas pour l'électromagnétisme de violation de parité ou de conjugaison de charges ; l'interaction est de type vecteur. Un exemple d'interaction électromagnétique est donné sur la figure A.1.

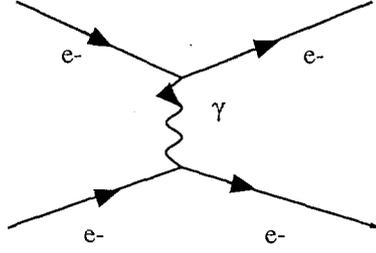


FIG. A.1 – Un exemple typique d'interaction électromagnétique : la diffusion de deux électrons

Le courant neutre :

$$\mathcal{L}_Z = \frac{g_2}{2 \cos(\theta_W)} J_Z^\mu Z^\mu$$

$$J_Z^\mu = \sum_{m=1}^F (T_u^3 \bar{u}_{mL} \gamma^\mu u_{mL} + T_d^3 \bar{d}_{mL} \gamma^\mu d_{mL} + T_\nu^3 \bar{\nu}_{mL} \gamma^\mu \nu_{mL} + T_{e^-}^3 \bar{e}_{mL}^- \gamma^\mu e_{mL}^-) - \sin(\theta_W)^2 J_Q^\mu$$

$$J_Z^\mu = \sum_{m=1}^F \frac{1}{2} (\bar{u}_{mL} \gamma^\mu u_{mL} - \bar{d}_{mL} \gamma^\mu d_{mL} + \bar{\nu}_{mL} \gamma^\mu \nu_{mL} - \bar{e}_{mL}^- \gamma^\mu e_{mL}^-) - \sin(\theta_W)^2 J_Q^\mu \quad (\text{A.16})$$

où T_f^3 est la troisième composante de l'isospin faible des doublets $SU(2)$ (tableau A.4).

quarks		leptons	
u_L	d_L	e_L^-	ν_L
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$

TAB. A.4 – 3^{eme} composante de l'isospin faible des doublets $SU(2)$ de la première famille

Cette interaction est à la fois de type axial et vecteur (comme l'était J_Q^μ). On a alors une interaction qui viole la parité, mais pas de façon maximale puisqu'elle concerne aussi les singulets droits $SU(2)$. La conjugaison de charge est bien invariante dans ce lagrangien. Les quarks états propres des opérateurs des interactions électromagnétique et de courant neutre peuvent être indifféremment des états purs ou des mélanges de saveurs. En effet, toutes les charges $U(1)$, $SU(2)$ sont les mêmes de famille en famille, en particulier pour l'isospin faible.

Un exemple typique d'interaction de courant neutre est l'interaction d'un neutrino avec un quark (figure A.2).

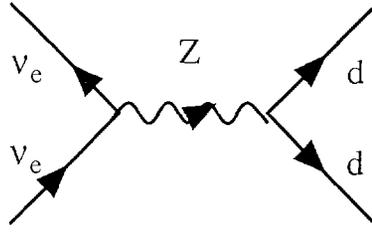


FIG. A.2 – Un exemple d'interaction de courant neutre : interaction entre un quark et un neutrino

type de charge	1 ^{ère} famille	2 ^{ème} famille	3 ^{ème} famille
$T_f^3 = \frac{1}{2}$	u	c	t
$T_f^3 = -\frac{1}{2}$	d	s	b
$Q = \frac{2}{3}$	u	c	t
$Q = -\frac{1}{3}$	d	s	b

TAB. A.5 – Les doublets $SU(2)$ des différentes familles

Le courant chargé :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} &= -\frac{g_2}{\sqrt{2}}(J_W^\mu W_\mu^- + J_W^{\mu\dagger} W_\mu^+) \\
 J_W^{\mu\dagger} &= \sum_{m=1}^F (\bar{\nu}_m^0 \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} e_m^{-0} + \bar{u}_m^0 \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} d_m^0) \\
 &= (\bar{\nu}_e \quad \bar{\nu}_\mu \quad \bar{\nu}_\tau) \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} \begin{pmatrix} e^- \\ \mu^- \\ \tau^- \end{pmatrix} + (\bar{u} \quad \bar{c} \quad \bar{t}) \gamma^\mu \frac{(1-\gamma^5)}{2} V \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}
 \end{aligned} \tag{A.17}$$

L'exemple le plus connu de l'interaction faible est la désintégration β (figure A.3).

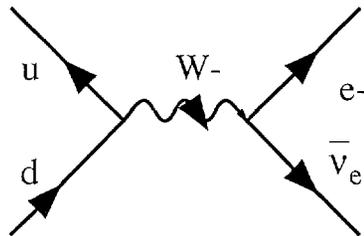


FIG. A.3 – Un exemple d'interaction de courant chargé : la désintégration β

Cette interaction viole de façon maximale la parité; elle n'implique que des fermions gauches. D'autre part, elle n'est pas invariante sous la conjugaison de charge, elle viole donc de façon maximale la conjugaison de charge. Sa nature est vecteur et axiale avec des intensités égales. C'est ce qu'on appelle la théorie V-A. Les états des quarks sont ici des

états mélangés de saveurs bien particuliers. La matrice V , appelée la matrice de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa (CKM) est l'opérateur de mélange de saveur des quarks. Très souvent on ne considère que les deux premières familles ; la dernière étant la plus exotique et difficile à produire (leurs masses sont très élevées). Dans ce cas :

$$V = \begin{pmatrix} \cos \theta_c & \sin \theta_c \\ -\sin \theta_c & \cos \theta_c \end{pmatrix} \quad (\text{A.18})$$

où l'on a $\sin \theta_c \simeq 0.22$ l'angle de Cabibbo. En toute rigueur la matrice CKM doit s'écrire :

$$V = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \quad (\text{A.19})$$

bien que les couplages entre les deux premières familles et la troisième soient très faibles. La raison de ce mélange vient de la définition de la masse des particules. Retenons simplement que les doublets $SU(2)$ ne sont pas forcément vecteurs propres de masse.

Ceci nous amène à un problème ardu du Modèle Standard : jusqu'à maintenant nous n'avons pas vu des termes de masse pour les particules, du type $m\bar{\psi}\psi$, dans le Lagrangien de jauge. De même, les bosons Z et W sont connus pour avoir une masse. De ce fait, le Lagrangien devrait contenir des termes de masse, par exemple pour B^μ , de la forme : $\frac{1}{2}m_B^2 B^\mu B_\mu$. Cependant ces termes sont interdits par l'invariance de jauge ! En effet pour le premier, si l'on décompose ψ sur les états droit et gauche, alors $m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R)$. La masse apparaît comme une interaction de mélange d'hélicité. Le produit $\bar{\psi}_R\psi_L$ est indéfini et ne peut donc être un scalaire $SU(2)$ si l'on admet que les particules droites sont des singulets de $SU(2)$ et les particules gauches des doublets de $SU(2)$. Le second terme brise l'invariance de jauge ; il n'est pas invariant dans la transformation $B^\mu = B^\mu - \partial^\mu \chi/g$. Pour remédier à ce problème, le Modèle Standard fait appel à un artifice : le boson de Higgs. Ce boson est censé donner la masse à toutes les particules, y compris tous les bosons par interaction avec ceux-ci.

A.2.3 La brisure de symétrie spontanée

Afin d'introduire des termes de masses dans le Lagrangien, le MS introduit un nouveau boson, le boson de Higgs dont les particularités sont les suivantes : le champ de Higgs n'est pas orthogonal à l'état du vide, le champ de Higgs est de ce fait un champ scalaire et complexe en toute généralité. Ayant une charge $U(1)$ et $SU(2)$ non nulle (mais une charge électromagnétique nulle), il brise les symétries de jauge $U(1)$ et $SU(2)$ pour l'état fondamental du système uniquement. Cette façon subtile de briser les symétries électrofaibles, appelée brisure de symétrie spontanée, permet de garder la théorie invariante par rapport aux symétries de jauge au delà du fondamental, et renormalisable (voir prochain paragraphe). Ce boson explique techniquement l'apparition des masses, mais sa compréhension physique est loin d'être aisée, d'autant qu'il n'a pas encore été clairement mis en évidence expérimentalement. Il est de ce fait le centre d'intérêt principal des recherches actuelles

dans le domaine de la Physique des Particules. Le LHC devrait participer activement à la recherche du Higgs.

Le Lagrangien associé au Higgs est composé de trois parties essentielles :

- le potentiel de Higgs, dans lequel évolue le Higgs et qui crée sa masse

$$V(\phi) = -\frac{\mu^4}{4\lambda} - \mu^2 H^2 + \lambda v H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4 \quad (\text{A.20})$$

avec $\mu^2 < 0 \in \mathcal{R}$, $\lambda > 0$, et $v = (-\frac{\mu^2}{\lambda})^{\frac{1}{2}}$ l'état fondamental du potentiel de Higgs. Dans ce cas le terme de masse du Higgs est le terme en H au carré : $M_H = \sqrt{-2\mu^2} = \sqrt{2\lambda}v$. Les termes en H^3 et H^4 sont des interactions triple et quadruple du Higgs avec lui-même. Les constantes λ et μ n'étant pas prédites par la théorie, il en résulte que la masse du boson de Higgs théorique n'est pas connue. Une limite expérimentale de production au LEP a été cependant acquise : $M_H \geq 60 \text{ GeV}$.

- les termes d'interaction avec les champs de jauge, d'où proviennent les masses des bosons de jauge

$$(\mathcal{D}_\mu \phi)^\dagger \mathcal{D}^\mu \phi = M_W^2 W^{+\mu} W_\mu^- + \frac{M_Z^2}{2} Z^\mu Z_\mu + \text{termes en } H \quad (\text{A.21})$$

avec :

$$M_W = \frac{g_2 v}{2} \quad (\text{A.22})$$

et

$$M_Z = \sqrt{g_1^2 + g_2^2} \frac{v}{2} = \frac{M_W}{\cos(\theta_W)} \quad (\text{A.23})$$

A partir du temps de vie du muon (A.2.5), la valeur de $v = \frac{2M_W}{g_2}$ a été mesurée : $v \simeq 246 \text{ GeV}$. Les masses des bosons de jauge de l'interaction faible déduites sont $M_W \simeq 78 \text{ GeV}$ et $M_Z \simeq 89 \text{ GeV}$, les bosons furent découverts en 1983 au CERN avec des masses proches des valeurs attendues.

- les termes d'interaction avec les fermions, de type Yukawa, qui introduit les masses des leptons

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = \sum_i \bar{\psi}_i (-m_i - \frac{g_2 m_i}{2M_W} H) \psi_i \quad (\text{A.24})$$

A part pour le quark top, les couplages du boson de Higgs avec les fermions sont négligeables, ainsi les masses sont elles données directement par les éléments de matrices M_{mn}^u . Les masses des fermions sont des paramètres libres de la théorie : elles ne sont donc pas prédites.

Le Lagrangien de Higgs peut donc se mettre sous la forme :

$$\mathcal{L}_{Higgs} = (D^\mu \phi)^\dagger D_\mu \phi - V(\phi) + \mathcal{L}_{Yukawa} \quad (\text{A.25})$$

Bien que la masse des bosons Z et W aient été prédites aux bonnes valeur grâce au mécanisme de Higgs, le boson de Higgs reste un point obscur du MS. Comme nous l'avons dit il n'a toujours pas été clairement observé, et son interprétation physique est difficile. Il amène d'autre part des problèmes conceptuels quant à l'énergie du vide, et aux masses des particules. Nous verrons cela plus en détail dans la section A.3.

A.2.4 Le Lagrangien du Modèle Standard

Le lagrangien complet du Modèle Standard s'écrit donc :

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{jauge} + \mathcal{L}_{Higgs} \quad (\text{A.26})$$

Le Lagrangien du MS est donc composé d'une partie invariante de jauge, et d'une autre, brisant les symétries $U(1)$ et $SU(2)$. Portons maintenant, très simplement, quelques commentaires sur la façon dont on peut se servir de ce Lagrangien pour en déduire les observables physiques, telles que la section efficace d'une réaction ou le temps de vie d'une particule. Le calcul des observables d'une interaction implique le calcul des diagrammes de Feynmann, qui correspondent à la représentation des vertex des interactions.

A.2.5 Le calcul des observables

A partir du Lagrangien que nous venons de poser, il est possible de calculer les différentes observables physiques, liées aux différentes interactions qu'il décrit. En particulier, les calculs des taux de transition, ou de section efficace de réaction, nécessitent toujours le calcul de l'élément de matrice M_{fi} du Lagrangien correspondant à l'interaction. Par exemple, la probabilité de transition s'exprime sous la forme :

$$d\Gamma = V(2\pi)^4 \delta^4(\vec{P}_f - \vec{P}_i) |M_{fi}|^2 \prod_{f,i} \frac{1}{2E_{f,i}V} \prod_f \frac{V d^3 p_f}{(2\pi)^3} \quad (\text{A.27})$$

où l'on conserve l'énergie et l'impulsion dans l'état final et initial au moyen de la distribution de Dirac. De même, la section efficace d'une réaction $A + B \rightarrow C + D$ peut s'écrire :

$$d\sigma = \frac{(2\pi)^4 \delta^4(\vec{P}_C + \vec{P}_D - \vec{P}_A - \vec{P}_B)}{4 \sqrt{(\vec{P}_A \cdot \vec{P}_B)^2 - m_A^2 m_B^2}} \frac{d^3 P_C}{2E_C (2\pi)^3} \frac{d^3 P_D}{2E_D (2\pi)^3} \quad (\text{A.28})$$

Afin de comprendre le mécanisme général du calcul de l'élément de matrice M_{fi} , nous allons prendre un exemple : la désintégration du muon. Le graphe de Feynmann en est présenté sur la figure A.4. L'amplitude M est égale à :

$$M = \frac{g_2^2}{2} (\bar{\nu}_\mu \gamma^\lambda P_L \mu) \frac{1}{Q^2 - M_W^2} (\bar{e} \gamma_\lambda P_L \nu_e) \quad (\text{A.29})$$

On voit ici que les vertex $\frac{g_2}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_\mu \gamma^\lambda P_L \mu)$ et $\frac{g_2}{\sqrt{2}} (\bar{e} \gamma_\lambda P_L \nu_e)$ sont reliés par ce qu'on appelle le propagateur du boson de jauge W : $\frac{1}{Q^2 - M_W^2}$. Si le boson de jauge a une impulsion négligeable par rapport à sa masse, on a affaire à une interaction de Fermi ; le propagateur est égal à $-\frac{1}{M_W^2}$. Le taux de transition est de ce fait proportionnel à $\frac{g_2^2}{2M_W^2}$.

Dans la désintégration β nucléaire (figure A.5), qui est l'exemple qui nous intéresse dans l'expérience de mesures de corrélations angulaires, cette contraction est toujours correcte, du fait de la faiblesse du Q de réaction vis-à-vis de l'énergie de masse du boson W :

$$M = \frac{g_2^2}{2} (\bar{u} \gamma^\lambda P_L d) \frac{1}{Q^2 - M_W^2} (\bar{e} \gamma_\lambda P_L \nu_e) \simeq \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{u} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) d) (\bar{e} \gamma_\lambda (1 - \gamma^5) \nu_e) \quad (\text{A.30})$$

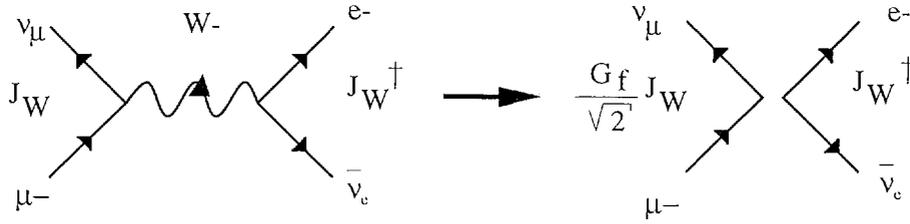


FIG. A.4 – La désintégration du muon. Lorsque $Q^2 \ll M_W^2$, l'interaction est de type Fermi. L'élément de matrice de l'interaction de jauge s'écrit alors : $M \simeq \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_\mu \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) \mu) (\bar{e} \gamma_\lambda (1 - \gamma^5) \nu_e)$, avec $\frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g_2^2}{8M_W^2}$

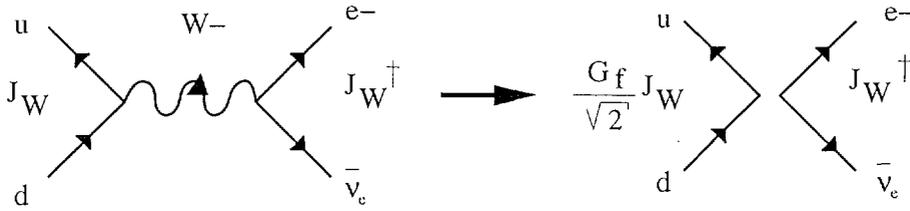


FIG. A.5 – La désintégration β du quark d . $M \simeq \frac{G_F}{\sqrt{2}} (\bar{u} \gamma^\lambda (1 - \gamma^5) d) (\bar{e} \gamma_\lambda (1 - \gamma^5) \nu_e)$.

On parle aussi dans ce cas d'interaction de type courant-courant.

A.2.6 La Renormalisation

Dans l'objectif d'être complet sur le sujet du Modèle Standard, il serait nécessaire d'introduire le mécanisme de renormalisation. Un développement détaillé de ce mécanisme serait bien au delà de la portée de cette introduction, c'est pourquoi nous ne dirons à nouveau que deux mots de ce mécanisme. Dans le cadre du Modèle Standard, les taux de transitions et les sections efficaces des interactions sont évaluées grâce au calcul des graphes de Feynman des interactions aux différents ordres des perturbations. Cela ne va pas sans problèmes : au delà du premier ordre des perturbations, les calculs de sections efficaces divergent en général. Afin d'éviter un tel phénomène, bien évidemment non physique, on introduit un artifice mathématique qui consiste à renormaliser les différentes constantes de couplages et les champs de jauge. En toute rigueur, les constantes de couplages des différentes interactions dépendent donc de la gamme d'énergie étudiée.

En fait, pour les mêmes raisons, toute théorie des perturbations se doit d'être renormalisable. C'est le cas du Modèle Standard, et cela doit être à fortiori le cas des théories au delà du Modèle Standard.

A.3 Les défauts du Modèle Standard

Le Modèle Standard est actuellement la théorie des interactions entre particules élémentaires qui correspond le mieux à la description du monde à l'échelle de 10^{-16} cm (si l'on

prend en compte la relativité générale pour la gravitation). Il n'y existait pas de preuve expérimentales suffisamment précise pour mettre en doute cette théorie, jusqu'à la découverte très récente d'oscillation de neutrinos par la collaboration SuperKamiokande, qui constitue la première indication forte de physique au delà du Modèle (les neutrinos seraient en effet massifs!). Les grands succès de cette théorie sont en particulier : une description unifiée de la force faible et électromagnétique ; la découverte des courants neutres et des bosons Z et W aux masses attendues ; l'incorporation naturelle de QED à l'ensemble des autres interactions ; l'élaboration et l'incorporation de QCD par l'introduction d'une autre symétrie de jauge $SU(3)$. Les interactions des trois générations de fermions sont toutes prédites, des interactions de mélange de familles sont naturellement introduites dans la force de courant chargé (matrice CKM). Ce modèle est renormalisable, ce qui garantit la validité physique du calcul des perturbations.

Cependant, du point de vue fondamental, le Modèle Standard rencontre plusieurs écueils, dont les plus importants :

A.3.1 Les trois familles de fermions

Le modèle Standard ne prédit en aucun cas pourquoi il existe trois générations de fermions portant les mêmes charges, mais dans une gamme de masse très différentes. La masse du quark u est de l'ordre du MeV et celle du top de l'ordre de $170 GeV$!! D'autre part rien ne nous dit qu'il n'existe pas d'autres familles. Il est à noter que jusqu'à présent aucune théorie au delà du Modèle Standard n'explique de manière précise l'existence de ces trois familles. L'unitarité de la matrice CKM est un test sensible de l'existence d'une autre génération de fermions.

A.3.2 Les problèmes de jauges

Le lagrangien de jauge du Modèle Standard est composé de trois symétries internes aux particules $U(1)$, $SU(2)$ et $SU(3)$. De la même façon que pour les familles de fermions, rien n'interdit l'existence d'autres sous groupes de symétries. Ceci est un thème cher aux théories grand-unifiées, qui permettent en principe d'expliquer ces symétries en les incluant comme sous groupes d'un groupe de symétrie plus large que les trois premiers. Outre ce problème se posent les questions suivantes :

$U(1) \otimes SU(2)$: Chiralité et quantification de charges

Rien n'explique pourquoi seule la partie $U(1) \otimes SU(2)$ est chirale (différentiations des leptons gauches et droits impliquant une violation de parité), et pourquoi la charge électromagnétique ($Q = T_3^f + \frac{Y}{2}$) est quantifiée².

²En effet Y est le générateur de $U(1)$ et est donc un réel arbitraire !

$SU(3)$: violation de CP forte

On peut en principe introduire un terme dans $SU(3)$ qui brise la parité et le renversement du temps (T,P, et CP). Rien ne l'interdit. Il existerait alors un dipôle électrique pour le neutron. Les limites sur ce dipôle sont très contraignantes pour l'existence de ce terme, qui semblerait presque nul. Le Modèle Standard l'a tout simplement ignoré. La question suivante se pose alors : pourquoi cette hypothèse semble valable ?

La gravité : graviton et constante cosmologique

La gravité n'est pas une théorie quantique, mais il est possible de poser artificiellement et à la main une interaction qui correspond à la gravitation, et dont le vecteur est appelé graviton. Cependant aucune évidence expérimentale du graviton n'existe, ce n'est que par analogie aux autres forces que l'on a formulé l'hypothèse de l'existence d'un nouveau boson pour la gravité. En outre, la densité d'énergie du vide aussi appelé "constante cosmologique", et qui a été mesurée par les astrophysiciens, est très lointaine de celle prédite par le Modèle Standard. La brisure spontanée de symétrie du Higgs introduirait une densité d'énergie de 50 ordres de grandeur supérieure à celle que l'on observe ! Nous allons expliciter ce point dans le prochain paragraphe.

A.3.3 Le Higgs

La constante cosmologique

Le potentiel de Higgs, après la brisure spontanée de symétrie prend la forme de l'équation A.20 :

$$V(\phi) = -\frac{\mu^4}{4\lambda} - \mu^2 H^2 + \lambda v H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4 \quad (\text{A.31})$$

L'énergie du vide est donc égale à $\langle 0|V|0 \rangle = -\frac{\mu^4}{4\lambda} = -\frac{\lambda v^4}{4}$, la masse du Higgs $\sqrt{-2\mu^2} = \sqrt{2\lambda}v$. La constante cosmologique s'écrit :

$$\Lambda_{cosm} = \Lambda_{bare} + \Lambda_{SSB} \quad (\text{A.32})$$

où Λ_{bare} est l'énergie du vide sans brisure de symétrie spontanée (mise arbitrairement à 0 dans l'équation A.31) et Λ_{SSB} l'énergie du vide du potentiel de Higgs. Comme nous l'avons vu lors de l'étude du potentiel de brisure de symétrie, la valeur de v a été mesurée par le temps de vie du muon, et sa valeur est de l'ordre de $v \simeq 246 \text{ GeV}$. Par contre on ne sait rien de λ , qui peut varier a priori arbitrairement de 0 à l'infini. Cependant nous avons à l'heure actuelle des limites sur la masse du Higgs qui contraignent la valeur de λ . Il semblerait que la masse du Higgs soit comprise entre 60 GeV et 1 TeV . La première limite est une limite expérimentale, elle correspond à la limite accessible du LEP. La limite supérieure est une limite théorique : au delà de 1 TeV , la largeur de désintégration du boson de Higgs est supérieure à sa masse (la théorie devient fortement couplée), et le potentiel de Higgs diverge (contribution en λH^4). Sans entrer dans trop de détails, si l'on considère que Λ qui

est l'ordre de grandeur pour lequel la théorie du Modèle Standard n'est plus valable, pour laquelle la brisure spontanée de symétrie du Higgs disparaît, est de l'ordre de l'énergie de Planck, on démontre que :

$$\begin{aligned} \Lambda \sim M_P = G_N^{-\frac{1}{2}} \sim 10^{19} GeV \Rightarrow M_H < O(200) GeV \\ |\Lambda_{SSB}| = 8\pi G_N | \langle 0|V|0 \rangle | \sim 10^{50} |\Lambda_{obs}| \end{aligned} \quad (A.33)$$

Un moyen de se tirer de ce mauvais pas est d'ajuster finement Λ_{bare} de telle façon à annuler la contribution de Λ_{SSB} . Mais un tel ajustement à 50 ordres de grandeurs, totalement injustifié est bien sûr très peu satisfaisant !!

Le problème de hiérarchie

Comme nous venons de le voir, la masse du boson de Higgs ne doit pas dépasser 1 TeV . En fait, cette masse effective du boson est corrigée de la masse "nue" par des interactions du boson avec lui-même, avec les fermions et bosons de jauge. Ces corrections sont en général faibles pour les autres particules. Il se trouve que pour le boson de Higgs, elles sont énormes et de l'ordre de grandeur de l'énergie d'ordre supérieure, c'est à dire la masse de Planck $M_P \sim 10^{19} GeV$ ou pour les Modèles grand-unifiés $M_{GUT} \sim 10^{14} GeV$.

$$M_H^2 = (M_H^2)_{bare} + O(1)\Lambda^2 \quad (A.34)$$

Pour obtenir une masse conforme aux prédictions, il faut donc qu'il y ait une compensation entre les deux termes de gauche. Il s'agit encore d'un ajustement peu satisfaisant !!

A.4 Les extensions et nouveaux modèles

Afin de palier aux différents problèmes conceptuels du Modèle Standard, la communauté des physiciens des particules a imaginé différentes hypothèses, qui gardent toutes comme contrainte d'être cohérentes avec les prédictions du Modèle Standard, du moins dans la gamme des basses énergies accessibles à ce jour ($E \sim M_W$). Nous allons faire un inventaire des principaux axes de recherche de physique au delà du Modèle Standard, qui s'attachent tous avec plus ou moins de réussite (au niveau théorique !!) à aplanir les difficultés que nous avons citées ci-dessus. La mise en évidence expérimentale de la validité de chaque théorie sera brièvement explicitée.

A.4.1 Différents champs d'investigations

Nul ne doute que les prochains accélérateurs de particules seront dédiés à la recherche dans le secteur du Higgs : c'est en majeure partie dans ce secteur que se trouvent les écueils de la théorie du Modèle Standard : la brisure de symétrie $SU(2)$, le problème de hiérarchie, de la constante cosmologique, sont des sujets de grands questionnements pour les physiciens des particules. Avant donc de parler des différents modèles au delà du M. S., il semble nécessaire d'introduire la recherche dans le domaine du Higgs, et quels sont les hypothèses et extensions de ce domaine.

Le domaine du Higgs

D'après des arguments théoriques et expérimentaux précédemment cités, la masse du Higgs serait comprise entre 60 GeV et 1 TeV . Dans cette gamme d'énergie, deux régions sont à considérer. Le calcul des graphes de Feynman des différentes interactions possibles du Higgs ($U(1) \otimes SU(2)$) montre qu'il existe deux domaines d'énergies distincts qui correspondent à des types de désintégrations différentes du Higgs. Jusqu'à 140 GeV le type de désintégration privilégié est une désintégration en deux quarks b . Au delà c'est la désintégration en deux bosons W qui occupe le devant de la scène (figure A.6). C'est pourquoi on parle d'hypothèse de boson de Higgs léger et de boson de Higgs lourd. D'autres types de désintégrations interviennent, mais avec des intensités bien moins importantes. Dans les

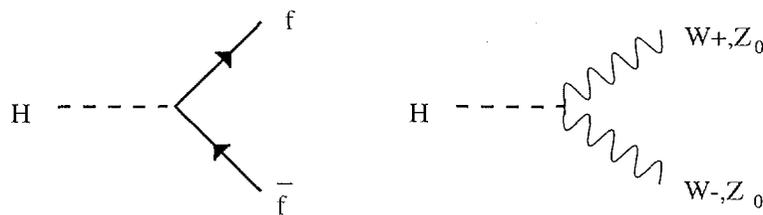


FIG. A.6 – Les deux types principaux de désintégrations du Higgs

années futures, le LHC (CERN) devrait permettre de tester l'existence du Higgs lourd, par collisions hadroniques pp ou $p\bar{p}$. Ces collisions ont une section efficace non négligeable de production du Higgs par une fusion de deux gluons grâce au graphe de Feynman présenté sur la figure A.7. Si le Higgs est lourd, alors il se désintégrera avec les bosons de jauge W et Z_0 , dont la signature expérimentale est bien définie et sort du bruit de fond. Ce n'est pas le cas pour le Higgs léger, puisque le quark b sera produit en quantité non négligeable dans ce type d'accélérateur. Afin de détecter le Higgs léger, des accélérateurs de particules de types leptoniques sont à l'étude aux Etats Unis, en Europe et au Japon.

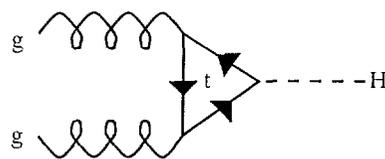


FIG. A.7 – La formation du Higgs par collision hadronique

Les mécanismes de production mis en oeuvre dans les collisionneurs leptoniques sont le Higgsstrahlung et la fusion de W (figure A.8). Dans le cas d'un collisionneur leptonique, le bruit de fond attendu sur la désintégration du Higgs est faible. Il est possible de discriminer très précisément le signal du quark b par une reconstruction de sa masse invariante (" b tagging"). Cependant, pour des raisons de faiblesse de section efficace de production, la limite de masse que l'on peut atteindre compte tenu de la luminosité attendue d'un tel type d'accélérateur est de 350 GeV .

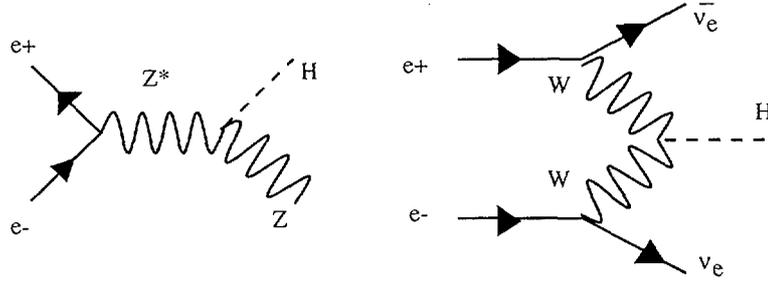


FIG. A.8 – Le Higgstrahlung et la fusion de deux W

Une extension intéressante du domaine de Higgs est l'hypothèse de l'existence de plusieurs doublets de Higgs. Cette hypothèse est très contrainte par les mesures précises que l'on a des masses des bosons de jauge, à savoir la relation :

$$\rho = \frac{M_W^2}{M_Z^2 \cos^2 \theta_W} = 1.001 \pm 0.002 \quad (\text{A.35})$$

Une bonne solution pour cette contrainte, outre le doublet de Higgs unique est l'existence de deux doublets de Higgs. L'hypothèse de deux doublets de Higgs est relativement complexe parce qu'elle introduit d'autres paramètres dans la description du potentiel de Higgs. Mais elle n'est pas à exclure, elle est d'ailleurs utilisée dans les modèles supersymétriques.

Le Modèle de symétrie gauche-droite

Ce Modèle tente de rétablir la symétrie chirale des interactions électrofaibles, en supposant l'existence d'une symétrie $SU(2)_R$ à haute énergie, et qui serait alors absente à basse énergie. Il existerait alors trois générateurs de la nouvelle symétrie, donc trois nouveaux bosons. Par analogie avec la symétrie $SU(2)_L$, ces bosons sont appelés W' et Z' . Les forces élémentaires peuvent être alors représentées par le groupe :

$$G = SU(3) \otimes SU(2)_L \otimes SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L} \quad (\text{A.36})$$

On voit apparaître deux nouvelles symétries : $SU(2)_R$ qui est la symétrie électrofaible pour les particules droites, et $U(1)_{B-L}$, qui est la transformation nécessaire de $U(1)_Y$ lorsqu'on introduit une symétrie droite. Cette dernière symétrie est censée conserver le nombre baryonique et leptonique. La symétrie droite se doit d'être brisée à un certain niveau afin d'être cohérente avec les prédictions du modèle Standard : un nouveau type de boson de Higgs est introduit, qui brise la nouvelle symétrie $SU(2)_R \otimes U(1)_{B-L}$. Ce modèle a comme grande particularité qu'il prévoit l'existence de neutrinos droits, et donc une masse pour les neutrinos. Les neutrinos droits auraient pour masse $\sqrt{2} * \lambda v$, c'est à dire une masse énorme puisque égale à un facteur près à la valeur de l'énergie du vide après brisure de symétrie spontanée. Une des implications de ce résultat est qu'il devrait exister une double désintégration β sans neutrino, et des oscillations de saveurs entre ces

neutrinos. Ces évidences expérimentales de la symétrie gauche droites sont intensivement recherchées dans différentes expériences.

De la même façon qu'un angle de mélange électrofaible θ_W était introduit dans le sous groupe $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, il existe une relation entre les forces de couplages $SU(2)_R$ et $U(1)_{B-L}$, on introduit à nouveau un angle de mélange appelé communément θ_S . Une autre preuve de la symétrie gauche-droite serait la découverte des bosons de jauge W' et Z' , avec leurs masses et l'intensité de la force associée. Deux modes de production communs aux bosons Z et Z' respectivement dans les collisionneurs $p\bar{p}$ et e^-e^+ sont présentés sur la figure suivante. Ce sont ces mécanismes qui ont été utilisés pour la production et la découverte du boson Z en 1983.

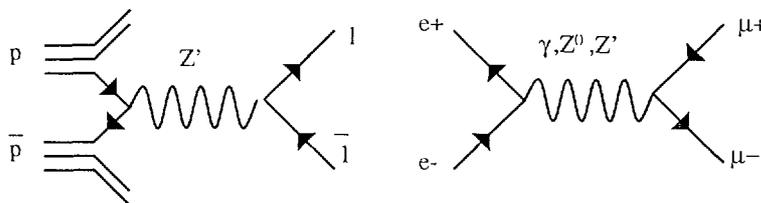


FIG. A.9 – Les modes de production de Z' au plus bas ordre dans les collisionneurs $p\bar{p}$ et e^-e^+ . Le premier graphe de Feynman est une production de leptons par un processus dit de Drell-Yan. Le deuxième processus est une création de paire de muons dans la collision e^-e^+ .

La grande unification

Le Modèle Standard fait appel à un nombre de postulats et de constantes fondamentales important, sans oublier les masses des particules. D'une part l'ensemble des symétries de jauge, et d'autre part les constantes de couplages de ces symétries sont introduites dans la théorie sans justification aucune ; elles découlent de l'expérience, de leur mesure. C'est un point bien insatisfaisant de cette théorie.

L'hypothèse d'une théorie grand unifiée est la suivante : les symétries de jauge du M.S. ($SU(3) \otimes U(1) \otimes SU(2)$) font partie intégrante d'un groupe de symétrie plus général. Il n'existe donc qu'une constante de couplage d'une même interaction, dont les interactions électrofaibles et fortes découlent³. Ceci n'est possible que si on introduit une brisure de symétrie générale à une énergie donnée bien plus élevée que M_W : on sait qu'à des énergies de l'ordre de la masse du W (les énergies accessibles dans les collisionneurs actuels!), les constantes g_1 , g_2 et g_s sont différentes. En dessous de l'énergie de brisure de symétrie, les constantes de couplages évoluent suivant les lois de la renormalisation, et doivent prendre

³On voit ici que par unification des forces on sous entend "même constante de couplage pour toutes les interactions". Lorsqu'on parle d'unification électrofaible du Modèle Standard, c'est un abus de langage : cela signifie uniquement que les interactions des bosons B et W se "mélangent" afin d'obtenir l'interaction électromagnétique et faible. Il est à remarquer par ailleurs que dans le modèle symétrique gauche-droite, les symétries $SU(2)_R$ et $SU(2)_L$ ne sont pas unifiées au sens que nous venons de donner : les constantes de couplage de ces interactions sont a priori indépendantes

les valeurs que l'on connaît aux énergies accessibles actuellement. En particulier, l'angle de mélange électrofaible doit prendre la valeur $\sin \theta_W = 0.2315 \pm 0.0004$ lorsque $E \sim M_W$. A l'énergie $E \sim M_{GUT} \sim 2 \cdot 10^{14} \text{ GeV}$, $\sin \theta_W \sim 0.375$.

Les groupes de symétrie candidats à la grande unification sont peu nombreux, du fait des restrictions de conformité au Modèle Standard. Les principaux groupes sont $SU(5)$ pour le plus simple, $SO(10)$ et E_6 .

Un des grands succès de cette théorie est qu'elle prédit la quantification des charges électromagnétiques, et de ce fait explique pourquoi les objets composites comme les atomes peuvent avoir une charge totale nulle. En effet, les symétries de jauge sont toutes des groupes de Lie. Les générateurs de ces groupes définissent mathématiquement les différentes charges des particules, associée à type d'interaction. On démontre en théorie des groupes que les valeurs propres de ces générateurs sont discrètes et que leur somme (la trace) est nulle, donc il en est de même à fortiori pour le générateur représentant l'hypercharge!

Malgré ses bonnes caractéristiques (unification des forces, prédiction de la quantification des charges), ce modèle n'est pas sans poser certains problèmes fondamentaux. Si l'on s'attache à une représentation minimaliste de la théorie grand unifiée, avec le groupe $SU(5)$ comme groupe général de symétrie, on peut faire l'hypothèse qu'il n'y a pas d'interaction nouvelle entre la gamme d'énergie explorée ($E \sim M_Z$) et la gamme d'énergie de la grande unification ($E \sim M_{GUT}$). Dans cette hypothèse, appelée "hypothèse du désert", la valeur de l'angle électrofaible serait de l'ordre de $\sin \theta_W = 0.214$, ce qui est en désaccord léger mais significatif avec la valeur mesurée $\sin \theta_W = 0.2315 \pm 0.0004$. D'autre part, le fait que l'on ait un groupe plus général de symétrie induit de nouvelles interactions, en particulier des interactions entre leptons et quarks. Les bosons de jauge associées sont appelés leptoquarks. Ces nouveaux bosons, très lourds (de l'ordre de M_{GUT}) ne pourraient pas être mis en évidence aux énergies actuellement accessibles, cela va sans dire! Cependant, ils peuvent se manifester à basse énergies, par exemple dans la désintégration du proton, ou bien même dans la désintégration β nucléaire. En particulier, pour la désintégration du proton, le temps de vie prédit grâce au calcul du graphe de Feynman associé (figure A.10) est de l'ordre de grandeur de $\tau_p \sim \frac{1}{\alpha^2} \frac{M_{GUT}^4}{M_p^5} \sim 10^{29}$ années. Bien que ce temps soit énormément long, il est possible de considérer une masse énorme de matière (1000 tonnes de fer contiennent par exemple 10^{32} protons). La limite obtenue expérimentalement sur le temps de désintégration du proton est de $\tau_p > 10^{32}$ ans, ce qui est en contradiction avec la théorie!!

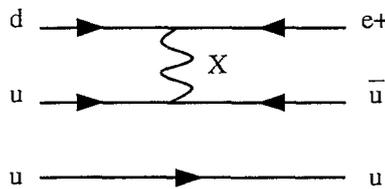


FIG. A.10 – Un exemple de graphe de Feynman décrivant la désintégration du proton : échange d'un leptoquark X entre un quark u et un quark d donnant naissance à un positron et à un méson

Un dernier problème, dont nous avons déjà parlé, est celui de la hiérarchie. Le premier est relativement simple : nous avons vu qu'il y avait deux brisures de symétries. L'une à "basse" énergie M_W , l'autre à très haute énergie puisqu'il s'agit de la brisure de symétrie de la grande unification (M_{GUT}). À chacune correspond un boson de Higgs. Il se pose évidemment la question : pourquoi un tel décalage d'ordre de grandeur des masses des deux Higgs (12 ordres de grandeur environ) ? D'autre part, et comme nous l'avons signalé en A.3.3, les corrections à la masse du Higgs sont en divergence quadratique par rapport au terme de masse M_{GUT} . Il se pose à nouveau le problème de hiérarchie.⁴ En fait ces différents problèmes peuvent être résolus grâce à un modèle supersymétrique en plus du modèle de grande unification. C'est ce que nous nous proposons de voir dans le prochain paragraphe.

Le modèle supersymétrique

La supersymétrie introduit des interactions de jauge entre fermions et bosons de jauge. Un terme d'interaction entre fermions et bosons implique le changement d'un état dans l'autre : ce modèle implique donc l'existence de bosons de jauge en même temps que des fermions. Le Lagrangien invariant sous une transformation d'un supermultiplet de bosons et de fermions est nécessairement d'un autre type que celui du MS. Il s'agit ici du Lagrangien de Wess-Zumino. Voyons maintenant comment la théorie supersymétrique évite l'écueil du problème de hiérarchie. Du fait que les fermions et bosons sont au même titre des composantes d'un supermultiplet, il n'y a pas de raison de traiter différemment le calcul de leur masse. Comme dans le calcul des masses des fermions il n'existe aucune correction qui diverge quadratiquement, on suppose qu'il doit exister un mécanisme dans toute théorie supersymétrique qui annule les corrections divergentes pour les bosons. Ainsi, la masse du boson de Higgs responsable de la brisure de symétrie à basse énergie ne pose-t-elle plus le problème de hiérarchie ! C'est ce qui s'appelle le théorème de non renormalisation. Cependant ceci n'explique toujours pas pourquoi les masses M_{GUT} et M_W sont si différentes.

Si les fermions et les bosons sont parties intégrantes d'un même supermultiplet, on démontre qu'il doit y avoir bien plus de degrés de libertés bosoniques que ce que l'on dénombre actuellement. Il faut introduire à nouveau une brisure de symétrie supersymétrique à basse énergie, qui ne produit pas à nouveau un problème de hiérarchie. Cette brisure de symétrie se traduirait par l'introduction de termes de brisure "molle" de symétrie, qui lèverait la dégénérescence de masse des supermultiplets. Ceci expliquerait l'absence de partenaires des multiplets dans les expériences aux énergies usuelles. Les masses des partenaires supersymétriques non observés ne devraient pas dépasser le TeV , sous peine de quoi les corrections divergeraient à nouveau. Cette énergie correspond typiquement aux masses que l'on pourra atteindre dans les collisionneurs du début de ce siècle, ce qui pourra donc confirmer ou non l'hypothèse de supersymétrie. Pour l'instant, aucun supermultiplet n'a été observé.

⁴Pour s'en persuader il suffit de remplacer la masse de Planck par M_{GUT} dans l'expression de l'équation A.34. Cette fois-ci un ajustement de 12 ordres de grandeurs est nécessaire pour obtenir une masse du Higgs responsable de la brisure de symétrie à basse énergie de l'ordre de M_W , ce qui reste évidemment très peu satisfaisant !!

Un des grands défauts de ce modèle est qu'il dépend de 110 paramètres au total (termes de masse de brisure molle, angles de mélange et phases complexes...)!! Malgré ce grand nombre de paramètres il permet d'affirmer l'existence d'un boson de Higgs à basse énergie (Higgs léger) sous les hypothèses de supersymétrisation $M_H \sim 140 \text{ GeV}$. Cependant le nombre de paramètres peut être réduit drastiquement à 5 si l'on incorpore la théorie grand unifiée $SU(5)$ au modèle supersymétrique.

La grande unification supersymétrique

La grande unification supersymétrique bénéficie des atouts des deux modèles précédemment présentés : il est compact, puisqu'il n'introduit qu'un groupe de symétrie ($SU(5)$) et une seule constante de couplage, le problème de hiérarchie s'est estompé grâce à la théorie supersymétrique. En fait le mécanisme de brisure de symétrie électrofaible est devenu un mécanisme dynamique. D'autre part, le temps de vie du proton et l'angle de mélange électrofaible calculés dans le cadre de la grande unification peuvent être en concordance avec l'expérience. L'ajout d'un seuil supersymétrique à 1 TeV (au delà duquel la supersymétrie n'est plus brisée) permet de définir à partir de toutes les mesures que l'on a faites, dont l'angle de mélange électrofaible, un seuil pour la grande unification ($M_{GUT} \sim 10^{16} \text{ TeV}$). Ce seuil correspond à l'égalité de toutes les constantes de couplages. Le temps de désintégration du proton maintenant recalculé est supérieur à 10^{35} ans, ce qui vérifie la condition $\tau_p > 10^{32}$ ans. Il a changé du fait du peuplement en bosons de la gamme d'énergie M_W à la gamme M_{GUT} . L'hypothèse du désert est devenue caduque. Le processus dynamique de la brisure électrofaible permet d'expliquer la forme caractéristique du potentiel de Higgs : en dessous du seuil de grande unification, la masse d'un des scalaires de Higgs au carré évolue grâce à la brisure de symétrie molle jusqu'à devenir négative. On ne peut plus parler réellement de masse et le potentiel de Higgs acquiert le terme en $\mu^2 < 0$.

Ce modèle est le plus prometteur pour la suite des découvertes de la physique des particules. En plus de correspondre complètement au Modèle Standard aux basses énergies, il présente des caractéristiques idéales pour l'ébauche d'une théorie au delà du Modèle.

Quelques autres modèles populaires

La compositivité fait l'hypothèse que les constituants élémentaires de la matière que l'on connaît actuellement sont constitués eux-mêmes d'autres particules plus élémentaires : les préons. De cette façon on pourrait expliquer l'existence des trois familles de fermions. Le problème de hiérarchie du Higgs serait réglé. La force liant les préons est appelée hypercouleur, par analogie avec la force forte confinant gluons et quarks à l'intérieur du noyau. Une preuve de ce modèle serait de ce fait l'observation d'états excités des fermions et des leptons à une échelle d'énergie Λ , correspondant à la dimension du confinement des préons.

La technicouleur est une force d'interaction $SU(N)_T$ dont l'échelle d'énergie est de l'ordre du TeV . La brisure de symétrie de la technicouleur est à l'origine de l'apparition de bosons de Goldstone, les technipions. Ces bosons permettrait d'expliquer les masses des particules du Modèle Standard, et sont une hypothèse concurrente au mécanisme de Higgs.

Il ne se poserait plus dans ce cas le problème de hiérarchie du Higgs.

Enfin, la théorie des cordes suppose que les fermions et bosons, à l'échelle de l'énergie de Planck, ne peuvent être représentés que sous forme de "cordes" de 10 dimensions d'espace-temps plutôt que sous forme de particules, ainsi que l'admet la théorie quantique des champs. Les modes excités de cette corde correspondraient aux différentes particules que l'on a observé. Ce modèle permet d'expliquer les forces élémentaires de façon très élégante : les six dimensions supplémentaires à l'espace dans lequel nous vivons se regrouperaient à la dimension de Planck pour former les interactions de jauge. Il introduirait de manière naturelle le graviton, de masse nulle et de spin 2. Cependant, il se trouve que ce modèle pose un problème de fond : il est capable de donner naissance à une infinité d'interactions et de particules élémentaires. D'autre part, sa vérification expérimentale est très mal-aisée voir impossible puisque son échelle est de l'ordre des dimensions de Planck. Mais ses succès conceptuels lui garantissent un bel avenir.

Annexe B

Une construction inductive du Lagrangien

Le but de cette annexe est de justifier plus amplement la forme du lagrangien du Modèle Standard, par une démarche inductive, et de permettre ainsi un meilleur discernement des fondements du Modèle Standard, et de ses écueils. Il ne s'agit en aucun cas ici d'une approche historique, mais plutôt d'une approche théorique, où l'on introduira un à un les termes du Lagrangien. La construction du Lagrangien sera basée sur des arguments de symétrie, et d'analogie avec le Lagrangien de l'électromagnétisme. Un formalisme trop lourd sera ainsi évité. La lecture de cette annexe vient naturellement se placer en complément de la lecture de l'annexe A, l'agrémentant de démonstrations très utiles à la compréhension de la structure générale du Modèle Standard, et montrant l'élégance de la formulation de cette théorie.

B.1 Le Lagrangien de jauge et le Lagrangien de Higgs

Comme il a été indiqué en A.1, le Lagrangien qui décrit les interactions des particules élémentaires, se doit d'être invariant suivant 2 types de symétries principales : la symétrie d'espace temps (invariance suivant toute transformation de Lorentz), et les symétries de jauge ($U(1) \otimes SU(2) \otimes SU(3)$ dans le cadre du Modèle Standard), qui correspondent aux symétries internes des particules.

Cependant, la nécessité d'introduire un terme de masse pour les particules dans le Lagrangien, implique l'existence d'un terme brisant la symétrie $U(1) \otimes SU(2)$. Ce terme est introduit dans le Modèle Standard par le mécanisme du Higgs, boson scalaire, qui permet l'explication des masses tout en gardant la théorie renormalisable, et invariante suivant les symétries de jauge à un certain niveau. Ce mécanisme est connu aussi sous le nom de brisure de symétrie spontanée, du fait qu'il ne brise la symétrie $U(1) \otimes SU(2)$ que pour l'état fondamental du système, état non orthogonal au vide.

Le Lagrangien du MS est donc la somme de deux termes, l'un correspondant au La-

grangien de jauge, l'autre à l'interaction introduite par le Higgs :

$$\mathcal{L}_{MS} = \mathcal{L}_{jauge} + \mathcal{L}_{Higgs} \quad (\text{B.1})$$

Nous allons dans la suite expliciter de manière inductive chacun des termes du Lagrangien, en nous intéressant, comme il est logique, d'abord au Lagrangien de jauge, puis au Lagrangien de Higgs. Mais avant cela, nous aurons besoin de porter quelques considérations générales sur l'effet des différentes symétries sur le Lagrangien.

B.1.1 La symétrie-espace temps

La première symétrie implique l'écriture du Lagrangien des fermions en fonction de scalaires d'espace-temps, au moyen des matrices de Dirac γ_λ . La fonction d'onde s'exprime de fait en spineurs et antispineurs ; les antiparticules sont alors introduites. Dans le cas de particules libres, l'équation de Dirac s'écrit :

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0 \quad (\text{B.2})$$

ce qui se contracte pour des fermions de masse nulle en :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial t} = \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \psi \quad (\text{B.3})$$

L'équation A.3, présentée dans l'annexe A, montre que les fonctions d'onde des particules peuvent être décomposées en deux spineurs d'hélicité $\vec{\sigma} \hat{p}$ différentes. Dans le cas de fermions massifs, la fonction d'onde est un mélange d'hélicité. Dans le cas de fermions non massifs, la fonction d'onde est dans un état déterminé d'hélicité. Pour une particule massive, il est possible de changer d'hélicité en appliquant une transformation de Lorentz adéquate, en inversant par exemple le signe de sa quantité de mouvement : l'hélicité n'est donc pas un bon nombre quantique. Cependant, il est notable que la nature traite différemment les particules d'hélicité différente : en particulier il n'existerait que des neutrinos gauchers.

De ce point découle deux résultats conceptuellement très importants dans le cadre du Modèle Standard :

- Par l'opération de parité, l'hélicité change de signe. La violation de parité est donc induite dans les interactions faibles par le fait que l'on ne peut pas transformer un doublet $SU(2)$ gauche en un doublet $SU(2)$ droit, les doublets $SU(2)$ droits n'existant pas. C'est un fait remarquable, dont la découverte expérimentale [2, 3, 4] marqua l'histoire de la construction de la théorie des interactions électrofaibles[5].
- Les termes de masse des fermions peuvent être considérés comme des termes d'interaction de mélange d'hélicité :

$$m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R) \quad (\text{B.4})$$

Ceci n'est pas sans problème pour l'introduction des termes de masse dans le Lagrangien : en effet nous verrons que ces termes brisent l'invariance $SU(2)$, le produit de doublets $SU(2)$ gauches et de singulets droits n'étant pas un scalaire $SU(2)$. Nous verrons plus tard, dans la section consacrée au mécanisme de Higgs, comment le Modèle Standard se tire de ce mauvais pas.

Voyons maintenant l'effet des symétries de jauge sur le lagrangien, sans se préoccuper plus avant de l'introduction des termes de masse, qui sera étudiée dans la section concernant le mécanisme du Higgs.

B.1.2 Les symétries de jauge

Les trois symétries internes des particules dans le lagrangien du Modèle Standard sont les symétries $U(1)$ et $SU(2)$ et $SU(3)$. La première est une transformation unitaire de rang 1, les deux dernières des transformations spéciales et unitaires de rang 2 et 3 respectivement. Comme nous l'avons déjà indiqué en A.2, ces symétries de type $U(n)$ et $SU(n)$, appartiennent à l'ensemble groupe de Lie, dont tous les éléments sont différentiables.

Les éléments d'un groupe associés à une algèbre de Lie peuvent de fait tous s'écrire :

$$U = \exp\left(\sum_{i=1}^{2n^2} \theta_i H_i\right) \quad (\text{B.5})$$

Les $\theta_i \in (\mathbb{R})$ sont les paramètres de l'élément U , et les H_i sont les générateurs du groupe d'algèbre de Lie, de rang n . Il existe en tout $2n^2$ générateurs H_i linéairement indépendants, dans le cas où leurs éléments de matrice sont complexes. Le fait que les transformations soient unitaires ($U^\dagger U = 1$), spéciales ($\det(U) = +1$), et que les générateurs H_i soient hermitiques, réduit leur nombre à $n^2 - 1$ matrices. Dans le cas de $U(1)$, qui n'est pas une transformation spéciale, 1 seul générateur est nécessaire : il s'agit évidemment d'un facteur de phase global à appliquer à la fonction d'onde. Ce générateur peut donc prendre n'importe quelle valeur réelle non nulle. Dans le cas de $SU(2)$ et $SU(3)$, il s'agit des respectivement des matrices de Pauli et des matrices λ_i , définies en A.2. Ces matrices ne commutent pas entre elles, de ce fait les transformations de jauge unitaires $SU(2)$ et $SU(3)$ non plus. On parle donc de transformations de jauge non abéliennes, pour ces deux dernières.

Nous venons de définir les objets mathématiques que représentent les transformations $U(1)$, $SU(2)$ et $SU(3)$. Qu'en est-il de leur interprétation physique ? Nous verrons plus loin que les paramètres θ_i peuvent être assimilés à des champs de jauge : il s'agit des bosons vecteurs des différentes interactions. De la même façon, nous verrons qu'aux générateurs de chaque transformation correspondent différents états de charges de type $U(1)$, $SU(2)$ et $SU(3)$: il s'agit de fait des états de charges des fermions. Un résultat très important ressort de cette équivalence : les valeurs des charges des différents fermions sont donc a priori complètement fixées par un jeu donné de générateurs des transformations $SU(2)$ et $SU(3)$: elles sont naturellement quantifiées, ce qui explique qu'au niveau macroscopique elles puissent si bien s'annuler. Cependant un écueil important est découvert ici : ce n'est pas vrai de la charge $U(1)$, dont dépend d'ailleurs la charge électromagnétique, qui, elle, est clairement quantifiée ! Ce problème conceptuel évident n'est pas réglé dans le Modèle Standard, où l'on donne au générateur de $U(1)$ une valeur de 1 ou 2, suivant la valeur des charges expérimentalement mesurées de chaque fermion. C'est un problème que règle très élégamment les théories grandes unifiées, en supposant l'existence d'un groupe de symétrie

d'ordre supérieur englobant les autres symétries (voir la section annexe A.4.1), et associant ainsi un générateur quantifié à $U(1)$ comme sous groupe de $SU(5)$.

À ce stade, nous sommes encore incapables de trouver la correspondance entre les trois symétries internes des particules, et les forces observées expérimentalement. C'est ce que nous allons découvrir dans la suite, en connectant la théorie à l'expérience par l'explicitation de tous les termes de jauge intervenant dans le lagrangien.

B.2 Le Lagrangien de jauge

Ayant maintenant, et au moins mathématiquement, correctement défini tous les types d'interaction de jauge, nous pouvons commencer à construire une partie du lagrangien du Modèle Standard. Le Lagrangien associé aux champs de jauge s'écrit :

$$\mathcal{L}_{jauge} = \mathcal{L}_{SU(3)} + \mathcal{L}_{SU(2)} + \mathcal{L}_{U(1)} \quad (\text{B.6})$$

Par analogie avec le Lagrangien de l'électromagnétisme, nous allons construire chacun des Lagrangiens de jauge. En électrodynamique relativiste (QED), le Lagrangien s'écrit :

$$\mathcal{L} = i\gamma^\mu(\partial_\mu - ieA^\mu) - \frac{1}{4}A^{\mu\nu}A_{\mu\nu} \quad (\text{B.7})$$

où l'on définit :

- le champ électromagnétique $A^\mu : \begin{pmatrix} V \\ \vec{A} \end{pmatrix}$
- Le tenseur $A^{\mu\nu} : \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$

Dès maintenant, il est utile d'introduire un outil du formalisme qui sera très utilisé pour la formulation du Lagrangien : les dérivées covariantes. Il facilite grandement la formulation du Lagrangien, bien que n'étant pas rigoureusement nécessaire.

B.2.1 Les dérivées covariantes

Si l'on définit les dérivées covariantes de telle façon que :

$$\mathcal{D}^\mu = \partial^\mu - ieA^\mu \quad (\text{B.8})$$

alors la forme du Lagrangien de QED se simplifie :

$$\mathcal{L} = i\gamma^\mu\mathcal{D}_\mu - \frac{1}{4}A^{\mu\nu}A_{\mu\nu} \quad (\text{B.9})$$

Une propriété très intéressante des dérivées covariantes est qu'elles sont invariantes par transformation de jauge locale (et globale à fortiori) : $\mathcal{D}^\mu(\psi e^{i\theta(\vec{r},t)}) = e^{i\theta(\vec{r},t)}\mathcal{D}^\mu\psi$. Ce sont donc elles qui garantissent l'invariance du Lagrangien par rapport aux symétries de jauge. On les utilisera de fait intensivement dans la suite, et à chaque nouvelle interaction

introduite, il suffira d'ajouter un nouveau terme de champ, en gardant une forme totalement analogue à l'équation B.8 pour définir les dérivées covariantes, invariantes par toutes les symétries de jauge. Dans le cadre des groupes de Lie, les champs de jauge correspondent aux paramètres θ_i^μ , les charges des fermions sont définies par les générateurs, que l'on notera par convention $g_i \frac{H_i}{2}$. Ainsi, de façon générale :

$$\mathcal{D}^\mu = \partial^\mu - i \sum_i g_i \frac{H_i}{2} \theta_i^\mu \quad (\text{B.10})$$

la somme courant sur tous les types de champs de jauge. Si les dérivées covariantes assurent l'invariance par rapport aux symétries de jauge, le lagrangien se devra donc d'être exprimé en fonction des dérivées covariantes, de même façon qu'il doit s'exprimer en fonction de scalaires de Lorentz, afin de garantir l'invariance espace temps. Remarquons à ce propos que l'invariance par rapport aux transformations espace-temps est bien observée dans l'équation B.9.

Nous pouvons maintenant construire le Lagrangien de jauge. Pour commencer, nous allons nous intéresser à la symétrie $SU(3)$, qui est plus aisément transposable au cas que nous venons de voir. Cette symétrie engendre l'interaction forte, qui lie les quarks grâce à des bosons appelés gluons. Nous verrons ensuite $U(1)$ et $SU(2)$, qui donnent lieu par leur mélange à la force faible et électromagnétique. Ce cas est un peu plus délicat à traiter.

B.2.2 L'interaction $SU(3)$

Intéressons nous maintenant au Lagrangien associé à $SU(3)$. De la même façon que précédemment, il suffit d'introduire les dérivées covariantes pour garantir l'invariance de jauge. Elles s'écrivent :

$$\mathcal{D}^\mu = \partial^\mu - ig_s \frac{G_i^\mu}{2} L_i \quad (\text{B.11})$$

g_s est l'intensité de la force forte. Elle n'est pas fixée par le Modèle Standard : c'est une constante qui est à mesurer expérimentalement. Le champ d'interaction est le champ de gluons G^μ ; il est pondéré par les éléments des matrices $L_i = \lambda_i/2$, génératrices du groupe de symétrie $SU(3)$. Il existe de fait autant de gluons que de générateurs, soit 8 gluons. L'énergie associée au champ de gluons est contenu dans le produit des tenseurs $G_{\mu\nu}$ et $G^{\mu\nu}$. Ce tenseur a pour formulation :

$$G_i^{\mu\nu} = \partial^\mu G_i^\nu - \partial^\nu G_i^\mu + g_s f_{ijk} G_j^\mu G_k^\nu \quad (\text{B.12})$$

avec f_{ijk} correspondant aux coefficients de structure du commutateur $[\lambda_i, \lambda_j] = 2i f_{ijk} \lambda_k$.

Les dérivées covariantes, qui sont des quadrivecteurs, doivent se trouver en produit scalaire à l'intérieur du Lagrangien afin qu'il soit invariant dans les transformations espace-temps. Ainsi, le Lagrangien de $SU(3)$ doit s'exprimer sous la forme :

$$\mathcal{L}_{SU(3)} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^i G^{i\mu\nu} + \sum_r \bar{q}_r i \gamma^\mu \mathcal{D}_\mu q_r \quad (\text{B.13})$$

Il s'agit exactement de la même formulation que le Lagrangien de QED. r représente les différentes saveurs des quarks. Les leptons étant des singulets $SU(3)$, il est normal qu'ils n'interviennent pas dans l'équation B.13. Si nous ne nous intéressons maintenant qu'à la partie du Lagrangien correspondante à l'interaction entre les fermions et le champ de jauge :

$$\mathcal{L}'_{SU(3)} = \frac{g_s}{2} \sum_r \bar{q}_{r\alpha} \gamma^\mu G_\mu^i \lambda_{\alpha\beta}^i q_{r\beta} \quad (\text{B.14})$$

α et β sont les indices des couleurs des quarks. Les couleurs sont *bleu*, *vert* et *rouge*, souvent notées b, g et r respectivement : les quarks sont des triplets de couleurs, du fait de la dimension de l'espace interne associé à la symétrie. Comme les matrices λ_i ne sont pas diagonales, les quarks qui échangent un gluon peuvent à la fois changer de couleur et d'impulsion, contrairement à la force électromagnétique où le photon ne change pas la charge des particules interagissant.

Nous venons d'écrire le Lagrangien de la force forte, par des arguments d'analogie pure et simple avec le Lagrangien de QED. L'écriture du Lagrangien correspondant aux symétries de jauge $U(1)$ et $SU(2)$ est plus délicate du fait de 2 raisons essentielles :

- C'est leur mélange qui forme les interactions de courants neutres, de courants chargés, et électromagnétique,
- Nous avons à faire à la fois à des particules gauches qui sont des doublets de $SU(2)$, et des particules droites qui se transforment comme des singulets.

B.2.3 Les interactions $U(1)$ et $SU(2)$

Dans le cadre des symétries $U(1)$ et $SU(2)$, les dérivées covariantes s'écrivent :

$$\mathcal{D}^\mu = \partial^\mu - ig_1 \frac{Y}{2} B^\mu - ig_2 \frac{\tau_i}{2} W_i^\mu \quad (\text{B.15})$$

Les constantes g_1 et g_2 sont les intensités des forces liées à $U(1)$ et $SU(2)$. Elles ne sont pas prédites par la théorie du Modèle Standard, de la même façon que g_s . Elles doivent être déterminées par l'expérience. L'énergie des champs de jauges s'écrit à l'aide des tenseurs $B^{\mu\nu}$ et $W^{\mu\nu}$:

$$\begin{aligned} B^{\mu\nu} &= \partial^\mu B^\nu - \partial^\nu B^\mu \\ W^{\mu\nu} &= \partial^\mu W^\nu - \partial^\nu W^\mu + g_2 \epsilon_{ijk} W_j^\mu W_k^\nu \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Alors :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{U(1) \otimes SU(2)} &= -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W^{i\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} + \sum_{m=1}^F \sum_{q=u,d;l=e,\nu} (\bar{q}_{mL}^0 i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu q_{mL}^0 + \bar{l}_{mL}^0 i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu l_{mL}^0 \\ &\quad + \bar{u}_{mR}^0 i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu u_{mR}^0 + \bar{d}_{mR}^0 i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu d_{mR}^0 + e_{mR}^{-0} i\gamma^\mu \mathcal{D}_\mu e_{mR}^{-0}) \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

La somme porte sur l'ensemble des familles de fermions. Les doublets $SU(2)$ de quarks et de leptons gauches ont été notés respectivement q_{mL}^0 et l_{mL}^0 . Les singulets de quarks et leptons droites ont été notés u_{mR}^0 , d_{mR}^0 et e_{mR}^{-0} . Ces états correspondent à des vecteurs

propres de l'interaction faible $SU(2)$; en toute généralité il peuvent être des mélanges d'états de saveurs différentes.

Nous venons de construire le Lagrangien de jauge $U(1) \otimes SU(2)$, cependant, nous n'avons toujours pas fait apparaître les interactions électromagnétique, de courant neutre et de courant chargé, de façon explicite. Afin de les extraire de cette expression générale, nous allons différencier soigneusement chacun des termes du Lagrangien par la nature des particules qu'ils mettent en relation : tout particulièrement, du point de vue de la charge électromagnétique, nous observons qu'il y a des interactions entre particules neutres uniquement, entre particules neutres et chargées, et entre particules chargées uniquement.

Les interactions électromagnétiques, de courants neutres et de courants chargés

Pour simplifier le raisonnement, attachons nous aux interactions $U(1) \otimes SU(2)$ de type leptonique de la première famille, avec les champs de jauge :

Le Lagrangien $U(1)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{U(1)}^{leptons} &= -\bar{l}_L i\gamma^\mu (ig_1 \frac{Y_L}{2} B_\mu) l_L + \bar{e}_R i\gamma^\mu (ig_1 \frac{Y_R}{2} B_\mu) e_R \\ &= \frac{g_1}{2} [Y_L (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L + \bar{e}_L \gamma^\mu e_L) - Y_R \bar{e}_R \gamma^\mu e_R] B_\mu \end{aligned} \quad (B.18)$$

On voit ici que Y , l'hypercharge, le générateur de $U(1)$, dépend de l'hélicité de la particule.

Le Lagrangien $SU(2)$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{SU(2)}^{leptons} &= \bar{l}_L i\gamma^\mu (ig_2 \frac{\tau_3}{2} W_\mu^i) l_L \\ &= \frac{g_2}{2} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L W_\mu^0 - \sqrt{2} \bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L^- W_\mu^+ + \sqrt{2} \bar{e}_L^- \gamma^\mu \nu_L W_\mu^- - \bar{e}_L^- \gamma^\mu e_L^- W_\mu^0) \end{aligned} \quad (B.19)$$

Le Lagrangien de l'électromagnétisme est de la forme :

$$\mathcal{L} = QA_\mu (\bar{e}_L^- \gamma^\mu e_L^- + \bar{e}_R^- \gamma^\mu e_R^-) \quad (B.20)$$

Remarquons le terme d'interaction entre particules de charges électriques nulles dans $\mathcal{L}_{U(1) \otimes SU(2)}$. Il est plus facile pour cette interaction d'extraire sa formulation : le champ associé est proportionnel à $\frac{g_1}{2} Y_L B_\mu + \frac{g_2}{2} W_\mu^0$. Il s'agit de l'interaction de courant neutre. Du fait de sa nature radicalement opposée, le champ A^μ doit être orthogonal au champ de courant neutre. Si l'on considère que B^μ et W^μ sont orthonormés, on obtient :

$$A^\mu \propto g_2 B_\mu - g_1 Y_L W_\mu^0 \quad (B.21)$$

On en tire les expressions des champs vecteurs normalisés des courants neutre et électromagnétique :

$$A_\mu = \frac{g_2 B_\mu - g_1 Y_L W_\mu^0}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \quad (B.22)$$

$$Z_\mu = \frac{g_1 Y_L B_\mu + g_2 W_\mu^0}{\sqrt{g_2^2 + g_1^2 Y_L^2}} \quad (B.23)$$

la valeur de g_1 n'étant pas à priori fixée dans le Modèle Standard, il est possible d'attribuer à Y_L une valeur arbitraire. La valeur choisie par convention est $Y_L = 1$, ce qui implique, puisque la force électromagnétique est la même pour les électrons droits que les électrons gauchers, que $Y_R = 2$.

Si l'on compare l'expression du Lagrangien de l'électromagnétisme avec celui dont nous venons d'extraire le champ, la charge électrique élémentaire peut s'écrire : $e = \frac{g_1 g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}$. Si l'on note :

$$\sin \theta_W = \frac{g_1}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}}, \quad \cos \theta_W = \frac{g_2}{\sqrt{g_1^2 + g_2^2}} \quad (\text{B.24})$$

alors

$$g_1 = \frac{e}{\sin \theta_W}, \quad g_2 = \frac{e}{\cos \theta_W} \quad (\text{B.25})$$

θ_W est de ce fait nommé l'angle de mélange électrofaible. Sa valeur observée expérimentalement est $\sin^2 \theta_W = .23$.

Nous n'avons pas tout à fait fini avec le Lagrangien de jauge électrofaible. Il reste des termes d'interactions entre électrons et neutrino dans le lagrangien $\mathcal{L}_{U(1) \otimes SU(2)}$. C'est le dernier type d'interaction : le courant chargé. Ce type d'interaction est de la forme :

$$\mathcal{L}_{SU(2), e^- - \nu} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu e_L^- W_\mu^+ + \bar{e}_L^- \gamma^\mu \nu_L W_\mu^-) \quad (\text{B.26})$$

L'hermiticité de ce Lagrangien est bien observée (somme de 2 hermitiens conjugués). Cette interaction ne concerne que les leptons gauchers. Dans une formulation plus explicite, l'interaction pourrait être écrite :

$$\mathcal{L}_{SU(2), e^- - \nu} = \frac{g_2}{\sqrt{2}} (\bar{\nu}_L \gamma^\mu \frac{1 - \gamma_5}{2} e_L^- W_\mu^+) + \text{herm. conj.} \quad (\text{B.27})$$

où l'on a utilisé le projecteur sur les états gauches : $P_L = \frac{1 - \gamma_5}{2}$. Cette interaction est de toute évidence de type Axial et Vecteur. On a de fait une violation de parité dans l'interaction de courant chargé.

Le fait que les symétries $U(1)$ et $SU(2)$ se réunissent afin de former 3 interactions de type différent, constitue ce que l'on appelle l'unification électrofaible. Cependant, il s'agit ici d'un abus de langage, puisqu'une véritable unification des forces serait de trouver une force plus générale d'où découleraient les autres, avec de ce fait la même intensité. Ce n'est évidemment pas le cas ici, g_1 et g_2 sont différents, l'angle de mélange électrofaible expérimentalement mesuré étant différent de $\frac{\pi}{4}$.

Nous sommes maintenant en mesure d'écrire pour la première famille le Lagrangien de jauge, tous ses termes ayant été explicités.

B.2.4 Le Lagrangien de jauge

Afin de compiler les résultats obtenus, nous pouvons écrire le Lagrangien de jauge $U(1) \otimes SU(2) \otimes SU(3)$ sous la forme (en ne s'occupant que de la première famille) :

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{jauge} = & \sum_{f=\nu_e, e, u, d} eQ_f(\bar{f}\gamma^\mu f)A_\mu \\
& + \frac{g_2}{\cos\theta_W} \sum_{f=\nu_e, e, u, d} [\bar{f}_L\gamma^\mu f_L(T_f^3 - Q_f \sin^2\theta_W) + \bar{f}_R\gamma^\mu f_R(-Q_f \sin^2\theta_W)]Z_\mu \\
& + \frac{g_2}{\sqrt{2}} [(\bar{u}_L\gamma^\mu d_L + \bar{\nu}_{eL}\gamma^\mu e_L)W_\mu^+ + h. c.] \\
& + \frac{g_3}{2} \sum_{q=u, d} \bar{q}_\alpha\gamma^\mu\lambda_{\alpha\beta}^i q_\beta G_\mu^i
\end{aligned} \tag{B.28}$$

Dans cette équation nous avons introduit la charge électromagnétique des fermions, Q_f , et la troisième composante de l'isospin faible T_f^3 . Nous remarquons des propriétés différentes des interactions électrofaibles suivant la transformation de parité : alors que la parité n'est pas violée dans les interaction électromagnétiques, elle l'est en partie dans l'interaction de courants neutres, et de façon maximale dans l'interaction de courants chargés : dans ce cas seules les particules gauches interagissent, la force est essentiellement Axiale et Vecteur.

Nous n'avons considéré ici que les interactions des fermions de la première famille. Pour étendre la validité de cette équation aux trois familles, il suffit d'élargir la somme de l'équation B.28 à toutes les saveurs des particules, en introduisant la matrice de CKM pour les interactions de courant chargés. Seule l'interaction de courants chargés permet l'échange de saveurs. Après cette simple transformation, il est alors facile de retrouver chacune des formulations des Lagrangiens des interactions faibles, exprimées en fonction des courants conservés, dans la section annexe A.2.2.

Pendant, comme nous l'avons souligné précédemment, les termes de masses ne sont pas introduits dans le Lagrangien de jauge, ni pour les fermions, ni pour les bosons. Nous pourrions les y ajouter à priori, "à la main". Il est en fait impossible d'introduire des termes de masses dans le Lagrangien sans briser la symétrie $SU(2)$. Pour les fermions, nous avons vu que les termes de masses s'écrivent (B.4) :

$$m\bar{\psi}\psi = m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R) \tag{B.29}$$

ce qui n'est pas un scalaire $SU(2)$.

D'autre part, nous avons vu que les bosons W et Z sont des bosons massifs. Le terme de masse d'un boson B^μ massif est de la forme :

$$\frac{1}{2}m_B^2 B^\mu B_\mu \tag{B.30}$$

Ces termes n'étant pas invariants sous la transformation : $B^\mu \rightarrow B'^\mu = B^\mu - \frac{\partial^\mu \chi}{g}$, ils brisent eux même la symétrie $SU(2)$. Pour se sortir de cette situation problématique, le Modèle Standard use d'un artifice : le boson de Higgs.

B.3 La brisure de symétrie spontanée

Afin d'obtenir des termes de masse dans le lagrangien du Modèle Standard, il est nécessaire d'introduire une brisure de symétrie. Ceci est contraire aux symétries de jauge définies précédemment. Un moyen de s'en tirer est de briser la symétrie de jauge pour l'état fondamental du Lagrangien $\mathcal{L} = T - V$, l'état du vide. Ainsi les symétries de jauge restent valables au moins à un certain niveau ; au delà du fondamental. Le boson de Higgs est un boson scalaire (invariant de Lorentz) qui n'est pas perpendiculaire à l'état du vide, et est chargé $U(1)$ et $SU(2)$. Il rompt la symétrie de jauge $U(1) \otimes SU(2)$ pour l'état fondamental du Lagrangien : on parle de brisure spontanée de symétrie. Voyons quel est le mécanisme qui fait apparaître les termes de masses via le boson de Higgs.

En toute généralité le champ de l'état du vide peut s'écrire $v = \langle 0|\phi|0 \rangle$. Cet élément est un champ complexe, constant pour garantir l'invariance espace-temps. D'autre part si la symétrie $SU(2)$ est brisée spontanément, ce doit être un doublet $SU(2)$, il doit porter une charge électrofaible non nulle.

$$\phi = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 - i\phi_2) \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_3 - i\phi_4) \end{pmatrix} \quad (\text{B.31})$$

où les champs ϕ_i sont quatre champs hermitiens. Le potentiel de Higgs s'écrit de façon générale¹ comme suit :

$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\left(\sum_{i=1}^4 \phi_i^2\right) + \frac{1}{4}\lambda\left(\sum_{i=1}^4 \phi_i^2\right)^2. \quad (\text{B.32})$$

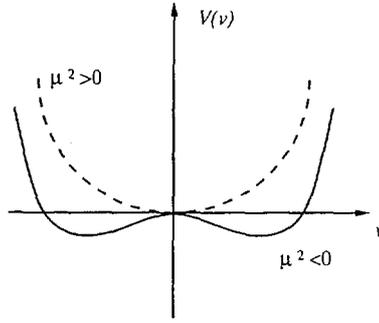
avec $\lambda > 0$ et μ complexes, qui sont des constantes à déterminer. L'état fondamental du vide est celui pour lequel v minimise $V(\phi)$, comme en mécanique classique. Ce potentiel est de toute évidence invariant par rapport à une rotation dans l'espace des $\{\phi_i\}$: $O(4)$. Il est alors possible de choisir une direction dans cet espace : par convention on prendra pour les composantes de ϕ $\langle 0|\phi_i|0 \rangle = 0$ $i = 1, 2, 4$ et $\langle 0|\phi_3|0 \rangle = v$. Dans ce cas le potentiel devient :

$$V(\phi = v) = \frac{1}{2}\mu^2 v^2 + \frac{1}{4}\lambda v^4 \quad (\text{B.33})$$

v étant l'état qui minimise $V(\phi)$, il se pose deux cas différents : soit $\mu^2 > 0$ soit $\mu^2 < 0$. Si $\mu^2 > 0$ l'état qui minimise V est $v=0$. Dans cette hypothèse le vide ne brise pas la symétrie $SU(2) \otimes U(1)$. Si $\mu^2 < 0$, deux solutions minimales existent ($v = 0$ étant une solution instable) : $v = \pm\left(-\frac{\mu^2}{\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}$. On ne retiendra que la solution positive, la solution négative se déduisant par rotation dans l'espace des $\{\phi_i\}$.

Dans ce cas, l'état du vide porte des charges $SU(2)$ et $U(1)$; c'est un doublet de $SU(2)$ dont seule la composante du bas est non nulle, donc $T_v^3 = -\frac{1}{2}$. Cet état ne doit pas porter de charge électromagnétique ($Q = T_v^3 + \frac{Y_v}{2}$), de ce fait il porte une hypercharge non nulle,

¹Ce potentiel a une forme générale dans le sens où l'introduction de termes de puissance supérieure à ϕ^4 le ferait diverger

FIG. B.1 – Le potentiel de Higgs en fonction de μ^2

$Y_v = Y_L = 1$. $SU(2)$ et $U(1)$ sont donc brisées : l'état fondamental du système porte une charge $U(1)$ et $SU(2)$ non nulle. Il s'agit donc bien ici de brisure de symétrie spontanée.

Il reste maintenant à explorer l'espace de jauge autour du vide afin de trouver les états excités et faire apparaître les champs de Higgs $\phi = v + \phi'$. ϕ' s'exprime en toute généralité comme une combinaison linéaire des ϕ_i , mais si on lui fait subir une transformation dans cet espace, dite de Kibble, ϕ prend la forme suivante :

$$\phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(i \sum \theta_i F_i) \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} \quad (\text{B.34})$$

où θ_i et F_i sont respectivement les paramètres et les générateurs de la transformation. Il existe 3 générateurs puisqu'il s'agit d'une transformation unitaire $SU(2)$. Celle-ci fait apparaître le champ de Higgs H .

Arrêtons nous ici pour faire une remarque importante. Lorsqu'une symétrie globale est brisée dans le lagrangien, on démontre qu'il doit apparaître en toute rigueur un nouveau boson, nouveau champ médiateur. Ce boson est appelé boson de Goldstone. Ici 2 symétries de jauge sont brisées, ce qui équivaut à la brisure de $1(U(1)) + 2(SU(2)) = 3$ symétries globales. 3 bosons de Goldstone devraient alors apparaître, les champs θ_i associés aux générateurs briseurs de symétrie F_i . En fait ce n'est pas le cas dans une théorie de jauge. Nous allons le voir.

Plaçons nous dans la jauge unitaire de Kibble :

$$\phi \rightarrow \phi' = \exp(-i \sum \theta_i F_i) \phi \frac{1}{\sqrt{2}} = \begin{pmatrix} 0 \\ v + H \end{pmatrix} \quad (\text{B.35})$$

Dans cette expression les champs θ_i , les bosons de Goldstone, disparaissent. A partir de cette expression de l'état du vide, du potentiel d'interaction du Higgs, nous allons pouvoir déterminer les derniers termes qui manquaient au Lagrangien du Modèle Standard :

$$\mathcal{L}_{MS} = \mathcal{L}_{jauge} + \mathcal{L}_{Higgs}.$$

Voyons maintenant les interactions de jauge avec le boson de Higgs. Ces interactions sont uniquement de type $U(1) \otimes SU(2)$ puisque le boson de Higgs n'est chargé que $U(1)$ ou $SU(2)$. Sachant que le lagrangien d'un champ scalaire complexe libre et massif est de

la forme : $\mathcal{L}_{scalairre} = (\partial_\mu \phi)^\dagger \partial^\mu \phi - m^2 \phi^\dagger \phi$, le Lagrangien du Higgs en l'absence de fermions s'écrit :

$$\mathcal{L}_\phi = (\mathcal{D}_\mu \phi)^\dagger \mathcal{D}^\mu \phi - V(\phi) \quad (\text{B.36})$$

La masse du Higgs apparaîtra dans le potentiel $V(\phi)$. Le Lagrangien d'interaction avec les champs de jauge s'écrit :

$$\begin{aligned} & (\mathcal{D}_\mu \phi)^\dagger \mathcal{D}^\mu \phi = \\ & (0 \ v) (ig_1 \frac{Y}{2} B_\mu + ig_2 \frac{\tau_i}{2} W_\mu^i)^\dagger (ig_1 \frac{Y}{2} B^\mu + ig_2 \frac{\tau_i}{2} W^{\mu i}) \begin{pmatrix} 0 \\ v \end{pmatrix} + \text{termes en } H \end{aligned} \quad (\text{B.37})$$

On voit apparaître des termes de champs au carré : il s'agit ici des masses des champs. Ces termes de masse sont apparus grâce à la brisure spontanée de symétrie introduite par le champ scalaire de Higgs, chargé $U(1)$ et $SU(2)$. Si l'on identifie les champs W^μ et B^μ aux champs A^μ , Z^μ et W^μ , on obtient :

$$(\mathcal{D}_\mu \phi)^\dagger \mathcal{D}^\mu \phi = M_W^2 W^{+\mu} W_\mu^- + \frac{M_Z^2}{2} Z^\mu Z_\mu + \text{termes en } H \quad (\text{B.38})$$

avec :

$$M_W = \frac{g_2 v}{2} \quad (\text{B.39})$$

et

$$M_Z = \sqrt{g_1^2 + g_2^2} \frac{v}{2} = \frac{M_W}{\cos(\theta_W)} \quad (\text{B.40})$$

On voit dans cette équation la masse des bosons W et Z clairement apparaître. Le champ électromagnétique n'a pas de masse associée : le photon a une masse nulle. On peut donc interpréter la formation des masses des bosons de jauge comme l'interaction de ceux-ci avec le champ de Higgs, similairement à un photon qui se propagerait dans un plasma. Dans cette équation, les bosons de Goldstone sont absents, comme nous l'avions laisser entendre. Ils sont en fait présents dans les 3 nouveaux degrés de liberté que sont la polarisation longitudinale des bosons massifs. Ceci est une propriété des symétries de jauge.

La théorie du Higgs prédit correctement la masse des bosons de l'interaction faible (équation B.40). C'est d'autant plus remarquable que les bosons W, Z sont des particules élémentaires, ponctuelles, mais qu'elle pèsent aussi lourd qu'un noyau de Strontium. Nous allons cependant voir que le mécanisme du Higgs est encore loin d'être conceptuellement satisfaisant, et que c'est de ce fait un secteur de recherche très actif de la physique des particules, tant au niveau du Modèle Standard que de ses extensions.

Passons au potentiel de Higgs. De ce potentiel nous tirons l'expression de la masse du Higgs. Le potentiel de Higgs s'écrit, avec la définition de ϕ précédemment donnée :

$$V(\phi) = -\frac{\mu^4}{4\lambda} - \mu^2 H^2 + \lambda v H^3 + \frac{\lambda}{4} H^4 \quad (\text{B.41})$$

Les termes en H^3 et H^4 sont des interactions triples et quadruples du scalaire Higgs avec lui même. Le second terme est la masse du Higgs $M_H = \sqrt{-2\mu^2} = \sqrt{2\lambda}v$. Elle reste pourtant

indéterminée puisque l'on ne connaît ni μ ni λ . Le premier terme correspond à l'énergie fondamentale du vide, sans interaction du champ de Higgs.

Nous venons de déterminer chacun des termes du Lagrangien du Higgs en l'absence de fermions : $\mathcal{L}_\phi = (\mathcal{D}_\mu \phi)^\dagger \mathcal{D}^\mu \phi - V(\phi)$. Afin d'obtenir le Lagrangien complet de Higgs, il faut ajouter un terme d'interaction entre les fermions et le Higgs, d'où proviennent toutes les masses des quarks et leptons. Ce terme est appelé \mathcal{L}_{Yukawa} , du fait que l'interaction est de type Yukawa avec une portée correspondant à la masse du boson de Higgs.

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = - \sum_{m,n=1}^F (\Gamma_{mn}^u \bar{q}_{mL}^0 \tilde{\phi} u_{nR}^0 + \Gamma_{mn}^d \bar{q}_{mL}^0 \phi d_{nR}^0 + \Gamma_{mn}^e \bar{l}_{mL}^0 \phi e_{nR}^0) + Herm. conj. \quad (B.42)$$

Le vecteur $\tilde{\phi}$ défini tel que $\tilde{\phi} = i\tau^2 \phi^\dagger = \begin{pmatrix} -\frac{v+H}{2} \\ 0 \end{pmatrix}$ est une rotation de ϕ dans l'espace $SU(2)$. Son hypercharge est opposée à celle de ϕ : $Y_{\tilde{\phi}} = -1$. La somme porte à nouveau sur toutes les générations de familles, $\Gamma_{\mu\nu}^f$ sont les matrices de couplage de Yukawa. En toute généralité les états propres de masse des fermions peuvent être des mélanges de saveurs.

Avec $\phi = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{v+H}{2} \end{pmatrix}$, \mathcal{L}_{Yukawa} peut s'écrire :

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = - \sum_{m,n=1}^F (\bar{u}_{mL}^0 M_{mn}^u + h_{mn}^u) u_{nR}^0 + (termes en e et d) + Herm. Conj. \quad (B.43)$$

où $M_{mn}^u = \Gamma_{mn}^u \frac{v}{\sqrt{2}}$, et $h_{mn}^u = \frac{M_{mn}^u}{v}$. Dans un modèle beaucoup plus simple les états de masse et de saveurs sont les mêmes. La matrice M^u est donc diagonale, et ses éléments diagonaux sont les différentes masses des quarks des différentes familles :

$$M^u = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_c & 0 \\ 0 & 0 & m_t \end{pmatrix} \quad (B.44)$$

$$\mathcal{L}_{Yukawa} = \sum_i \bar{\psi}_i (-m_i - \frac{g_2 m_i}{2M_W} H) \psi_i$$

La somme porte sur l'ensemble des fermions. Le couplage entre le boson de Higgs et les fermions sont négligeables ($\frac{gm_i}{2M_W}$) sauf pour le quark top.

Le boson de Higgs fait donc apparaître les termes de masse des bosons et des fermions, en brisant de façon spontanée la symétrie $U(1) \otimes SU(2)$. Comme il se doit, la masse du photon est nulle, et les masses des bosons W et Z correspondent à leur valeur expérimentale. Cependant, conceptuellement, l'introduction du boson de Higgs pose plusieurs problèmes :

- Bien que le mécanisme de Higgs soit techniquement valable pour décrire la réalité expérimentale de la physique des particules d'aujourd'hui, le boson de Higgs n'a pas encore été clairement mis en évidence. En fait, l'interprétation physique d'un boson scalaire, dans un tel potentiel, reste relativement obscure.
- La masse des fermions, bien qu'introduite par le mécanisme de Higgs, n'est pas prédite. Cela supposerait qu'il y ait de fait autant de constantes fondamentales que de

fermions, ce qui est très peu satisfaisant pour une théorie dont le rôle est de régler d'une façon plus générale la physique des particules élémentaires.

- Enfin le boson de Higgs introduit un état du vide peuplé de particules scalaires : de ce fait l'énergie du vide est non nulle (le premier terme de l'équation B.41 nous le montre). Cependant, le calcul montre que l'énergie du vide serait alors supérieure de 10^{54} fois à la constante cosmologique mesurée par les astrophysiciens (voir la section annexe A.3.3).

il n'est donc pas étonnant que le secteur de Higgs soit la priorité des recherches dans le domaine de la physique des particules (section annexe A.4). Le LHC devrait en particulier y contribuer de façon importante.

B.4 Le lagrangien du Modèle Standard

Nous sommes maintenant en mesure d'écrire le lagrangien complet du Modèle Standard. Le Lagrangien complet de Higgs, brisant la symétrie $U(1) \otimes SU(2)$, s'écrit :

$$\mathcal{L}_{Higgs} = \mathcal{L}_\phi + \mathcal{L}_{Yukawa} \quad (\text{B.45})$$

avec \mathcal{L}_ϕ le lagrangien du scalaire de Higgs. Le Lagrangien du Modèle Standard est la somme des Lagrangiens de jauge, invariants par les symétries $U(1)$, $SU(2)$ et $SU(3)$, et le Lagrangien de Higgs, de brisure spontanée de symétrie $U(1) \otimes SU(2)$ (équation B.1) :

$$\mathcal{L}_{MS} = \mathcal{L}_{jauge} + \mathcal{L}_{Higgs} \quad (\text{B.46})$$

où les deux lagrangiens sont définis respectivement dans les équations B.28 et B.45.

Bibliographie

- [1] Y. Fukuda et al., Phys. Rev. Let. 81(1998)1562
- [2] T. D. Lee et C. N. Yang, Phys. Rev. 104(1956)254
- [3] C. S. Wu et al., Phys. Rev. 105(1957)1413
- [4] T. D. Lee et C. N. Yang, Phys. Rev. 105(1957)1671
- [5] R. P. Feynman et Gell-Mann, 109(1958)193
- [6] J.D. Jackson, S.B. Treiman et H.W. Wyld Jr, Nucl. Phys. 4(1957)206
- [7] D. Schardt, K. Riisager, Z. Phy. A345(1993)265
- [8] E. G. Adelberger, Phys. Rev. Let. 70(1993)2856
- [9] E. G. Adelberger et al., Phys. Rev. Let. 83(1999)1299
- [10] P. Hergzeg, dans *Precision tests of the Standard Electroweak Model*, Editions World Scientific, 1998, p.786
- [11] P. Hergzeg, Hyp. Int. 75(1992)127
- [12] D. E. Groom et al. (Particle Data Group), Eur. Phys. Jour. C15, 1 (2000)
- [13] B. McWilliams et L.-F. Li, Nucl. Phys. B179(1981)62
- [14] O. Shanker, Nucl. Phys. B204(1982) 375
- [15] B. Vereecke, *Testing the Standard Model via a positron polarization measurement on oriented ^{118}Sb* , p.21, thèse de physique nucléaire de l'Université de Leuven, 2001
- [16] C. H. Johnson, F. Pleasonton et T. A. Carlson, Phys. Rev. 132(1963)1149
- [17] F. Glück, Nucl. Phys. A628(1998)493
- [18] J. S. Allen et W. K. Jentschke, Phys. Rev. 83(1953)902
- [19] B. M. Rustad et S. L. Ruby, Phys. Rev. 97(1954)991
- [20] D. R. Maxson, J. S. Allen et W. K. Jentschke, Phys. Rev. 97(1955)109
- [21] M. L. Good et E. J. Lauer, Phys. Rev. 105(1957)213
- [22] W. P. Alford et D. R. Hamilton, Phys. Rev. 105(1957)673
- [23] W. B. Herrmannsfeldt et al., Phys. Rev. 107(1957)641
- [24] J. S. Allen et al., Phys. Rev. 116(1959)134
- [25] M. Goldhaber et al., Phys. Rev. 109(1958)1015

- [26] B. W. Ridley, Nucl. Phys. 25(1961)483
- [27] J. B. Vise et B. M. Rustad Phys. Rev. 132(1963)2573
- [28] N. E. Booth et al., Nucl. Phys. 11(1959)341
- [29] C. A. Barnes et al. Phys. Rev. Let. 1(1958)328
- [30] E. T. H. Clifford et al., Nucl. Phys. A493(1989)293
- [31] Ch. Briançon et al., Ganil Letter of Intent E341S, Novembre 1998
- [32] J. C. Angélique et al., Addendum to the Ganil Letter of Intent E341S, Décembre 1999
- [33] D. Beck et al., Proposal to the ISOLDE scientific committee, CERN/ISC 99-13, ISC/P111, Avril 1999
- [34] A. Gorelov et al., Hyp. Int. 127(2000)373
- [35] P. Delahaye et al., to be published in Hyp. Int.
- [36] J. Szerypo et al., LPC Caen report LPCC-99-18 (1999) (unpublished)
- [37] G. Ban et al., LPC Caen report LPCC-99-16 (1999)
- [38] R. B. Firestone et V. S. Shirley, *Table of isotopes*, 8th edition, 1996, John Wiley & Sons Inc., vol. 1, p.3
- [39] H. Wenninger, J. Stiewe, H. Leutz, Nucl. Phys. A 109(1968)561
- [40] M. Allet et al., Phys. Rev. Let. 68(1992)572
- [41] F. M. Penning, Physica 3(1936)873
- [42] W. Paul et al., *Ein Ionenkäfig*, Forschungsberichte des Wirtschafts und Verkehrsministeriums Nordrhein-Westfalen (1958)415
- [43] W. Paul, H. Steinwedel, "A new mass spectrometer without a magnetic field", Z. Naturforsch., 8a(1953)448
- [44] W. Neuhauser et al., Phys. Rev. A 1137(1980)22
- [45] W. Quint, W. Schleich et H. Walther, *La Recherche* Octobre 1989, 1194-1203
- [46] R. B. Moore et al., Physica Scripta T59(1995)93
- [47] R. B. Moore, *Buffer Gas Cooling of Ion Beams*, Mars 1998, non publié
- [48] A. Kellerbauer et al., NIM A 469(2001)276
- [49] E. Raab et al., Phys. Rev. Let. 48(1985)55
- [50] A. Aspect et J. Dalibard, *La Recherche* Janvier 1994, 30-37
- [51] F. Pereira Dos Santos et al., Phys. Rev. Lett. 86(2001)3459
- [52] S. G. Crane et al., Phys. Rev. Let. 86(2001)2967
- [53] D. J. Vieira et al., Hyp. Int. 127(2000)387
- [54] R. Campbell, *Théorie générale de l'équation de Mathieu*, Masson, 1955
- [55] P. K. Ghosh, *Ion Traps*, Oxford Science Publications, International Series of Monographs on Physics, 1995

- [56] R. Frish, Z. Phys. 86(1933)42
- [57] A. Ashkin, Phys. Rev. Lett. 24(1970)156
- [58] S. Chu et al., Phys. Rev. Lett. 55(1985)48
- [59] J. Dalibard et C. Cohen-Tannoudji, JOSA, B6(1989)2023
- [60] P. J. Ungar et al. JOSA B6(1989)2058
- [61] Jacques Pinard, communication personnelle
- [62] W. Z. Zhao et al., NIM B108(1996)354
- [63] W. Z. Zhao et al., Hyp. Int. 108(1997)483
- [64] Peter H. Dawson *Quadrupole Mass Spectrometry and its Application*, Editions American Vacuum Society Classics 1976
- [65] D. Möhl et al., Phys. Rep. 58(1980)73
- [66] H. Poth, Phys. Rep. 196(1990)135
- [67] D. A. Church et H. G. Dehmelt, J. Appl. Phys. 40(1969)3421
- [68] F. Diedrich et al., Phys. Rev. Lett. 59(1987)2931
- [69] H. G. Dehmelt, Adv. At. Mol. Opt. Phys. 3(1967)53
- [70] G. Savard et al., Phys. Lett. A 158(1991)247
- [71] E. Teloy et D. Gerlich, Chem. Phys. 4(1974)417
- [72] D. Douglas et J. B. French, J. Am. Soc., Mass Spec. 3(1992)398
- [73] M. D. Lunney et R. B. Moore, Int. J. Mass Spec. 190(1999)153
- [74] G. Bollen et al., NIM A 368(1996)675
- [75] H. Raimbault-Hartmann et al., NIM B 126(1997)378
- [76] D. Lunney et G. Bollen, Hyp. Int. 129(2000)249
- [77] F. Herfurth et al., NIM A 469(2001)254
- [78] A. Nieminen et al., NIM A 469(2001)244
- [79] G. Savard et al., Nucl. Phys. A 626(1997)353c
- [80] G. Savard et al., Proceedings de la conférence APAC 2000, Cargèse, Septembre 2000, à paraître dans Hyp. Int.
- [81] G. Marx et al., *GSI Scientific Report 2000*
- [82] J. Szerypo et al., rapport d'activités annuel du LPC, LPCC-99-18
- [83] L. A. Viehland et E. A. Mason, Atomic data and nuclear data tables 60(1995)37
- [84] E. W. McDaniel et E. A. Mason, *The Mobility and Diffusion of Ions in Gases*, John Wiley & Sons, New York, 1973
- [85] F. G. Major et H. G. Dehmelt, Phys. Rev. 170(1968)91
- [86] Notice des lasers Quantel série YG480

- [87] S. Siano et al., *Optics Comm.* 154(1998)319
- [88] Notice EG&G Ortec du Timing Filter Amplifier 474
- [89] E. Durand, *Electrostatique et Magnétostatique*, Editions Masson 1953
- [90] J. P. Nougier, *Méthodes de calcul numérique*, Editions Masson, 1991
- [91] D. Taupin, *probabilities, data reduction and error analysis in the physical sciences*, Les éditions de physiques, 1988, Monographies de physique
- [92] Oscar Naviliat-Cuncic, communications personnelles
- [93] S. Henry, thèse de doctorat, *Université Louis Pasteur*, Strasbourg, 2001
- [94] Manuel d'utilisation ROENTDEK de l'anode de lignes à retard, Version 2.1.1
- [95] R. S. Gao et al., *Rev. Sci. Instr.* 55(1984)1756
- [96] B. Brehm et al., *Meas. Sci. Tech.* 6(1995)953
- [97] El-Mul Technologies Ltd, <http://www.el-mul.com>
- [98] K. Kruglov et al., *NIM A*441(2000)595
- [99] A. S. Tremsin et al., *NIM A*368(1996)719
- [100] P. Langacker et al., *Precision tests of the Standard Electroweak Model*, seconde édition, Editions World Scientific, 1998, Advanced series on Directions in High Energy Physics, vol.ř14
- [101] G. Kane, *Modern Elementary Particle Physics*, Editions Addison - Wesley Publishing Company, 1987
- [102] F. Cuypers, *Au delà du Modèle Standard*, cours de DEA deonné à l'Université de Nantes, 1997, non publié
- [103] H. A. Schuessler et Chun-Sing O, *NIM* 186(1981)219
- [104] S. Schwartz, Thèse de doctorat, *Université de Mainz*, GSI, Darmstadt, 1998

Résumé

Le sujet de cette thèse est la préparation d'une mesure du coefficient de corrélation angulaire $\beta - \nu$, dans la désintégration du noyau ${}^6\text{He}$, à l'aide d'un piège de Paul. Son principe consiste à étudier la désintégration d'ions radioactifs piégés dans un petit volume, pratiquement au repos, au milieu d'un piège électrique transparent. Les trajectoires des particules émises lors de la désintégration sont alors peu perturbées. La détection en coïncidence de l'électron et de l'ion de recul de chaque désintégration permet la mesure de 3 observables : les énergies des particules et leur angle relatif. Le paramètre de corrélation angulaire $\beta - \nu$ déduit du spectre de coïncidences est sensible à l'existence d'interactions exotiques exclues par la théorie $V - A$ des interactions faibles. Dans le cas de la désintégration du noyau ${}^6\text{He}$ une déviation observée sur la valeur prédite impliquerait l'existence d'interactions de type tensoriel, due à l'échange de *leptoquarks*, bosons de jauge présents dans de nombreuses extensions du Modèle Standard. Les travaux présentés ici concernent la mise en œuvre d'un piège de Paul transparent. Les caractéristiques de ce piège ont été testées d'abord avec des ions issus d'un plasma laser (Mo^+ , Fe^+ , Al^+), puis avec ceux délivrés par une source d'ionisation (${}^4\text{He}^+$). Ces expériences ont été réalisées de concert avec leurs simulations, nécessitant l'élaboration d'un code de calcul du potentiel électrique dans différentes géométries, et d'un code de transport d'ions dans les champs associés. Ces simulations ont montré un bon accord avec l'expérience. Une simulation de Monte Carlo du dispositif expérimental, pour la mesure de la corrélation angulaire $\beta - \nu$, a alors été réalisée. Les effets de distorsion des spectres associés aux champs électriques variables dans le voisinage du piège et à la taille du nuage d'ions ont été estimés pour différentes géométries. Les besoins statistiques de l'expérience ont été évalués afin d'atteindre la précision recherchée.

Abstract

The subject of this thesis is the preparation of a measurement of the $\beta - \nu$ angular correlation coefficient, in ${}^6\text{He}$ nuclear β - decay, using a Paul trap. Its principle consists in studying the decay of radioactive ions trapped in a small volume, practically at rest in the center of a transparent electric trap. The trajectories of the particles emitted in the decay are weakly disturbed. The detection in coincidence of the electron and the recoil ion in each decay allows the measurement of 3 observables: the energies of the particles and their relative angle. The $\beta - \nu$ angular correlation parameter deduced from the coincidence spectrum is sensitive to the existence of exotic interactions excluded by the $V - A$ theory of the weak interactions. In the case of ${}^6\text{He}$ decay a deviation observed on the predicted value would imply the existence of tensor type interactions, which might be due to the exchange of *leptoquarks*. These are gauge bosons present in many extensions of the Standard Model. The work presented here concerns the tests of a transparent Paul trap. The performance of the trap has been tested with ions created in a laser plasma source (Mo^+ , Fe^+ , Al^+), and also with ions delivered by an ionization source (${}^4\text{He}^+$ ions). These experiments were carried out in parallel with their simulations which required the development of a computer code of the electrical potential in various geometries, and of a code of ions transport in the associated fields. These simulations showed a good agreement with the experiment. A Monte Carlo simulation of the experimental setup, for the $\beta - \nu$ angular correlation measurement, was then carried out. The distortions of the spectra associated with the varying electric fields in the vicinity of the trap and with the ion cloud size were estimated for various geometries. The statistical needs for the experiment were evaluated in order to reach the required precision.

Mots Clefs

désintégration β
Interactions faibles (Physique nucléaire)
Symétrie (Physique)
Interactions fondamentales
Ions piégés ** Refroidissement
Différences finies

keywords

β decay
Weak Interactions
Symmetry (Physics)
Fundamental Interactions
Trapped ions ** Cooling
Finite differences

Laboratoire de Physique Corpusculaire - U.M.R. 6534
ISMRA - 6 bvd du Maréchal Juin
14050 CAEN Cedex - FRANCE