



HAL
open science

Étude du caractère critique de la multifragmentation nucléaire

Josquin Marie

► **To cite this version:**

Josquin Marie. Étude du caractère critique de la multifragmentation nucléaire. Physique Nucléaire Théorique [nucl-th]. Université de Caen, 2004. Français. NNT : . tel-03182672

HAL Id: tel-03182672

<https://theses.hal.science/tel-03182672v1>

Submitted on 26 Mar 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



CAEN / BASSE-NORMANDIE

U.F.R. DE SCIENCES
ÉCOLE DOCTORALE : SIMEM
(Structure, Information, Matière Et Matériaux)

LABORATOIRE DE PHYSIQUE CORPUSCULAIRE

THESE

présentée par

Monsieur Josquin MARIE

et

soutenue

le 3 Juin 2004

en vue de l'obtention du

DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE CAEN

Spécialités : Constituants élémentaires

(Arrêté du 25 Avril 2002)

ÉTUDE DU CARACTÈRE CRITIQUE DE LA
MULTIFRAGMENTATION NUCLÉAIRE

JURY :

Directeur de thèse : Monsieur Rémi BOUGAULT

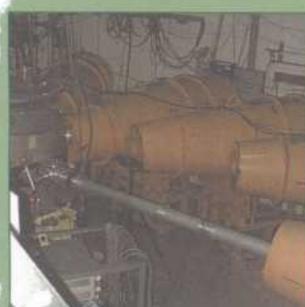
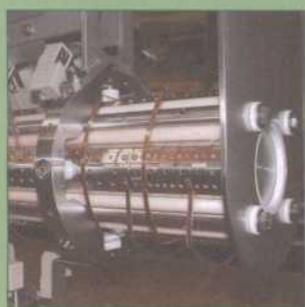
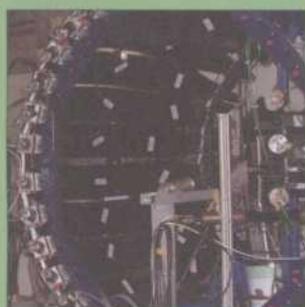
Monsieur Mauro BRUNO, Professeur de l'Université de Bologne (Italie)

Monsieur Philippe CHOMAZ, Chercheur CEA, GANIL Caen

Monsieur Daniel GUINET, Chargé de Recherche CNRS

Monsieur Jean-François LECOLLEY, Professeur de l'Université de Caen

Madame Marie-France RIVET, Directeur de Recherche CNRS



UNIVERSITÉ de CAEN/BASSE-NORMANDIE
U.F.R Sciences.
ÉCOLE DOCTORALE S.I.M.E.M.

THÈSE

présentée par

Josquin MARIE

et soutenue le

3 juin 2004

en vue de l'obtention du

DOCTORAT de l'UNIVERSITÉ de CAEN
Spécialité: Constituants élémentaires
(Arrêté du 25 Avril 2002)

Titre:

Etude du caractère critique de la multifragmentation nucléaire

Membres du jury

Rémi BOUGAULT, Directeur de Recherche CNRS (Directeur de thèse)
Mauro BRUNO, Professeur de l'Université de Bologne (Rapporteur)
Philippe CHOMAZ, Chercheur CEA
Daniel GUINET, Chargé de Recherche CNRS (Rapporteur)
Jean-François LECOLLEY, Professeur de l'Université de Caen
Marie-France RIVET, Directeur de Recherche CNRS

REMERCIEMENTS

Cette page est chronologiquement la dernière du document contrairement aux apparences (mais conformément à l'habitude). Elle marque par conséquent une transition non négligeable, la fin d'une période. Cette thèse m'a donc permis de côtoyer le milieu de la recherche pendant presque 4 ans en tant que thésard du LPC, après une brève incursion au GANIL.

Par ce biais, je tiens à exprimer ma profonde gratitude à mon directeur de thèse. Je voudrais également remercier le directeur du laboratoire pour son accueil, le personnel technique et administratif du LPC, ainsi que les membres de mon jury qui ont tous contribué d'une façon ou d'une autre à l'élaboration de ce travail.

Plus généralement, un merci chaleureux à tous les membres du laboratoire, avec une mention particulière pour les thésards (ex, actuels, et futurs).

Un grand merci également à la collaboration INDRA, qui m'a permis de voir un autre volet de ce que pouvait être la gestion d'un groupe de recherche à une autre échelle que celle du laboratoire.

Table des matières

1	THEORIE: STAUFFER	5
1.1	Rappels de mécanique statistique	5
1.2	Généralités sur les transitions de phase	6
1.2.1	Systèmes infinis	6
1.3	Caractéristiques générales des transitions de phase du second ordre	7
1.3.1	Limite thermodynamique	7
1.3.2	Grandeurs extensives ou intensives	7
1.4	Transitions de phase dans les systèmes finis	8
1.4.1	Considérations générales	8
1.4.2	Exemples d'ensembles statistiques	9
1.4.3	Non-équivalence des ensembles statistiques	10
1.4.4	Précision sur la notion d'équilibre	10
1.5	Modèle du gaz sur réseau	11
1.5.1	Présentation	11
1.5.2	Réalisation numérique	11
1.5.3	Ensemble isochore, ensemble isobare	12
1.5.4	Générer un ensemble microcanonique	13
1.5.5	Application: algorithme de Coniglio et Klein	14
1.6	Fragments: Choix des analyses	15
1.6.1	Loi d'échelle dans la distribution des fragments	16
1.6.2	Courbes caloriques et fluctuations d'énergie cinétique	17
1.7	Fragments: Méthode de détermination des exposants critiques	25
1.7.1	Distributions en masse	26
1.7.2	Détermination de τ	26
1.7.3	Détermination de l'énergie critique	31
1.7.4	Détermination de σ	31
1.7.5	Fonction d'échelle	33
1.8	Récapitulatif des résultats	36
2	THEORIE: FISHER	39
2.1	Fisher: Introduction	39
2.2	Fisher: le fit	40
2.2.1	Le code MINUIT	40
2.2.2	Formule de Fisher et initialisation	42
2.3	Tests du programme de référence, recherche d'un $\Delta\mu$ adéquat	42
2.3.1	Recherche de $\Delta\mu$	42
2.3.2	Premier type	44
2.3.3	Deuxième type	44
2.3.4	Troisième type	45

2.3.5	Quatrième type	48
2.3.6	Cinquième type	51
2.3.7	Sixième type	53
2.3.8	Septième type	56
2.3.9	Huitième type	59
2.3.10	Tableau récapitulatif et conclusions	61
2.4	Influence des masses	63
2.5	Conclusions	63
3	APPLICATION EXPERIMENTALE	67
3.1	Le multidétecteur INDRA	67
3.2	Stratégie	69
3.3	Sélection des données	69
4	FISHER: APPLICATION AUX DONNEES $Au + Au$	81
4.1	Données et résultats	81
4.2	Conclusion	99
5	FISHER: APPLICATION AUX DONNEES $Xe + Sn$	103
5.1	Données et résultats	103
5.2	Conclusion	116
6	ANNEXE: IDENTIFICATION AVEC INDRA	123
6.1	Introduction	123
6.2	Fonctionnelle de base	124
6.3	Spécialisation de la fonction f	124
6.4	Propriétés de la relation $\Delta E - E$	125
6.5	Fonctionnelle en loi de puissance	125
6.6	Fonctionnelle étendue	126
6.7	Réponse en lumière d'un cristal CsI	127
6.8	Exemples sur INDRA	128
6.8.1	Exemple sur un module d'une couronne avant	128
6.8.2	Exemple sur un module d'une couronne arrière	140
6.9	Conclusion	148

Table des figures

1	Correspondance volume- $\log(\lambda)$ pour la température critique (vision canonique)	13
2	Diagramme de phase température/pression; ensemble canonique isochore	15
3	Equation d'état $T - E - \lambda$ pour 216 particules	18
4	Haut: courbe calorique pour $\log(\lambda) = -7.09$. Bas: fluctuations cinétiques associées, normalisées au carré de la température.	21
5	Distribution d'énergie pour $T = 4.1MeV$, pour les masses $A = 1$	22
6	Correspondance volume- $\log(\lambda)$ pour l'énergie critique vision microcanonique)	23
7	Distribution en masse des fragments	25
8	Distribution en énergie des fragments par masse	27
9	Détermination de τ , ensemble canonique à λ constant	28
10	Détermination de τ , ensemble canonique à λ constant, masses 4 à 11 .	29
11	Détermination de τ , ensemble canonique à λ constant, masses 12 à 20	29
12	Détermination de τ , ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant, masses 4 à 11	30
13	Détermination de τ , ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant, masses 12 à 20	30
14	Détermination de σ , ensemble canonique à λ constant, masses 4 à 11 .	31
15	Détermination de σ , ensemble canonique à λ constant, masses 12 à 20	32
16	Détermination de σ , ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant, masses 4 à 11	32
17	Détermination de σ , ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant, masses 12 à 20	33
18	Fonction d'échelle, ensemble canonique à λ constant, masses 4 à 11 . .	34
19	Fonction d'échelle, ensemble canonique à λ constant, masses 12 à 20 .	34
20	Fonction d'échelle, ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant, masses 4 à 11	35
21	Fonction d'échelle, ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant, masses 12 à 20	35
22	Courbe calorique à $\lambda = \lambda_c$ constant	41
23	Taux de production des masses 4 à 20 dans l'ensemble canonique à $\langle V \rangle$ constant; en abscisse, température en MeV	43
24	Fonction d'échelle pour un polynôme en T^2	46
25	Fonctions d'excitation pour un polynôme en T^2	47
26	Fonction d'échelle pour un polynôme en T^3	49
27	Fonctions d'excitation pour un polynôme en T^3	50
28	Fonction d'échelle pour un polynôme en T^4	51
29	Fonctions d'excitation pour un polynôme en T^4	52

30	Fonction d'échelle pour un polynôme en T^4 avec un terme en T^{-1}	54
31	Fonctions d'excitation pour un polynôme en T^4 avec un terme en T^{-1} .	55
32	Fonction d'échelle pour un polynôme en T^5	57
33	Fonctions d'excitation pour un polynôme en T^5	58
34	Fonction d'échelle pour un polynôme en T^6	59
35	Fonctions d'excitation pour un polynôme en T^6	60
36	Charge totale détectée pour les réactions Ni+Au à 32 A.MeV (trait plein) et Xe+Sn à 50 A.MeV (ligne tiretée).	68
37	Distribution de la charge totale, sans condition de complétude	70
38	Distribution de la charge de la source (normalisée) en fonction de la charge totale détectée à l'avant du centre de masse, Au + Au à 80A.MeV	71
39	Distribution de la charge du plus gros fragment en fonction de l'énergie d'excitation	72
40	Distribution en énergie d'excitation, sans sélection (ligne continue) et avec la sélection sur la vitesse du plus gros fragment (ligne discontinue)	73
41	Quantité de mouvement du plus gros fragment; vitesse prise dans le centre de masse en ordonnée, dans le repère de la source en abscisse . .	74
42	Quantité de mouvement du plus gros fragment dans le centre de masse en fonction de la vitesse de la source	75
43	ACP sur les deux composantes principales	76
44	Distribution en énergie d'excitation; sans sélection (en ligne continue), évènements non retenus (alternance tirets/points), évènements retenus avec coupure ACP à -1 (tirets gras), évènements résultant d'une coupure ACP à -1.5 (tirets fins)	77
45	Fonction d'échelle pour le système Au + Au à 40A.MeV	82
46	Fonction d'échelle pour le système Au + Au à 60A.MeV	83
47	Fonction d'échelle pour le système Au + Au à 80A.MeV	84
48	Fonctions d'excitation théoriques (lignes) et expérimentales (points) pour le système Au + Au à 40A.MeV	85
49	Fonctions d'excitation théoriques (lignes) et expérimentales (points) pour le système Au + Au à 60A.MeV	86
50	Fonctions d'excitation théoriques (lignes) et expérimentales (points) pour le système Au + Au à 80A.MeV	87
51	Distributions en charge pour les trois énergies de bombardement: 40A.MeV (ronds pleins), 60A.MeV (ronds vides) et 80A.MeV (étoiles); énergies d'excitation de 1.0 – 1.5 (en haut à gauche) à 3.5 – 4.0A.MeV (en bas à droite)	88
52	Distributions en charge pour les trois énergies de bombardement: 40A.MeV (ronds pleins), 60A.MeV (ronds vides) et 80A.MeV (étoiles); énergies d'excitation de 4.0 – 4.5 (en haut à gauche) à 6.5 – 7.0A.MeV (en bas à droite)	89

53	Distributions en charge pour les trois énergies de bombardement: 40A.MeV (ronds pleins), 60A.MeV (ronds vides) et 80A.MeV (étoiles); énergies d'excitation de 7.0 – 7.5 (en haut à gauche) à 9.5 – 10.0A.MeV (en bas à droite)	90
54	Fonction d'échelle pour le système $Au + Au$ à 40A.MeV, Z de 8 à 20 et E^* de 3.0 à 8.5A.MeV	92
55	Fonction d'échelle pour le système $Au + Au$ à 60A.MeV, Z de 8 à 20 et E^* de 3.0 à 8.5A.MeV	93
56	Fonction d'échelle pour le système $Au + Au$ à 80A.MeV, Z de 8 à 20 et E^* de 3.0 à 8.5A.MeV	94
57	Fonctions d'excitation théoriques (lignes) et expérimentales (points); $Au + Au$ à 40A.MeV, Z de 8 à 20 et E^* de 3.0 à 8.5A.MeV	95
58	Fonctions d'excitation théoriques (lignes) et expérimentales (points); $Au + Au$ à 60A.MeV, Z de 8 à 20 et E^* de 3.0 à 8.5A.MeV	96
59	Fonctions d'excitation théoriques (lignes) et expérimentales (points); $Au + Au$ à 80A.MeV, Z de 8 à 20 et E^* de 3.0 à 8.5A.MeV	97
60	Vitesse des fragments de charge 8 à 20 dans le centre de masse, normalisée à la vitesse du projectile; 40A.MeV (en pointillés) et 80A.MeV (en trait plein)	98
61	Spectres en énergie d'excitation des évènements $Xe + Sn$, à 32, 39, 45 et 50A.MeV; l'énergie d'excitation moyenne est une fonction croissante de l'énergie de bombardement	103
62	Distributions en charges des collisions $Xe + Sn$ pour les énergies 32, 39, 45 et 50A.MeV pour l'énergie d'excitation la plus probable; le plus gros fragment de chaque évènement a été écarté	105
63	Fonction d'échelle (collisions $Xe + Sn$, 32, 39, 45 et 50A.MeV, charges 6 à 15) obtenue par l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement; plus gros fragment retiré	107
64	Fonctions d'excitation (collisions $Xe + Sn$ 32, 39, 45 et 50A.MeV, charges 6 à 15) obtenues par l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement; plus gros fragment retiré	108
65	Fonction d'échelle (collisions $Xe + Sn$, 32, 39, 45 et 50A.MeV, charges 6 à 15) obtenue par l'énergie SMM correspondant à l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement; plus gros fragment retiré	109
66	Fonctions d'excitation (collisions $Xe + Sn$ 32, 39, 45 et 50A.MeV, charges 6 à 15) obtenues par l'énergie SMM correspondant à l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement; plus gros fragment retiré	110
67	Distributions en charges des collisions $Xe + Sn$ pour les énergies 32, 39, 45 et 50A.MeV pour l'énergie d'excitation la plus probable	111

68	Fonction d'échelle pour les collisions $Xe + Sn$, 32, 39, 45 et 50A.MeV, charges 6 à 15, obtenue par l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement	112
69	Fonctions d'excitation pour les collisions $Xe+Sn$ 32, 39, 45 et 50A.MeV, charges 6 à 15, obtenues par l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement	113
70	Fonction d'échelle pour les collisions $Xe + Sn$, 32, 39, 45 et 50A.MeV, charges 6 à 15, obtenue par l'énergie SMM correspondant à l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement	114
71	Fonctions d'excitation pour les collisions $Xe+Sn$ 32, 39, 45 et 50A.MeV, charges 6 à 15, obtenues par l'énergie SMM correspondant à l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement	115
72	Carte Si /lumière totale (petit gain)	129
73	Première grille Si /lumière totale (grand gain)	130
74	Résultat du fit, première partie (grand gain)	131
75	Deuxième grille Si /lumière totale (petit gain)	132
76	Résultat du fit, partie médiane (petit gain)	133
77	Troisième grille Si /lumière totale (petit gain)	134
78	Résultat du fit, dernière partie (petit gain)	135
79	Raccord entre grand gain et petit gain	137
80	Raccord entre les deux petits gains	138
81	Projection des Z calculés	139
82	Carte $ChIo$ /lumière totale (petit gain)	140
83	Carte $ChIo$ /lumière totale (grand gain)	141
84	Première grille $ChIo$ /lumière totale (grand gain)	142
85	Résultat du fit, première partie (grand gain)	143
86	Deuxième grille $ChIo$ /lumière totale (petit gain)	144
87	Résultat du fit, deuxième partie (petit gain)	145
88	Raccord entre grand gain et petit gain	146
89	Projection des Z calculés	147

INTRODUCTION

La décroissance de noyaux hautement excités en un éclatement simultané en fragments et particules (phénomène de multifragmentation) constitue actuellement un sujet de grand intérêt dans l'étude des collisions noyau-noyau aux énergies intermédiaires, et même généralement en physique nucléaire. Un tel processus peut être directement relié aux phénomènes critiques ou sous-critiques, pleinement connectés à la nature de la transition de phase de la matière nucléaire que l'on attend de type liquide-gaz en raison de la forme caractéristique de l'interaction nucléon-nucléon.

Bien que la multifragmentation soit observée depuis plusieurs années, sa connaissance expérimentale s'est largement développée grâce à l'utilisation de puissants détecteurs 4π , tel INDRA. Des systèmes nucléaires multifragmentent (à partir d'environ 20 MeV/A d'énergie de bombardement), ou vaporisent (à partir d'une centaine de MeV/A d'énergie de bombardement); on étudie leurs propriétés de désexcitation, puis on les compare à des modèles théoriques.

Parmi les modèles actuels, certains décrivent l'évolution dynamique de systèmes résultant de collisions entre noyaux au moyen de la dynamique moléculaire [1] [2] [3] ou par des approches de champ moyen stochastique [4] [5] [6]. D'autres modèles sont basés sur des descriptions statistiques. Dans le cas dynamique, c'est l'ensemble de la collision qui est décrit et son évolution dans le temps, afin d'étudier la matière nucléaire, le processus de production de fragments et la formation éventuelle de noyaux excités. La seconde approche suppose l'équilibre statistique, elle repose essentiellement sur la description thermodynamique d'un système nucléaire défini, le processus qui a conduit à sa formation étant "oublié". Dans ce mémoire, c'est de cette dernière approche qu'il sera question.

Il est indispensable de noter que la quantité de matière nucléaire mise en jeu lors d'une collision nucléaire d'ions lourds est constituée au maximum de quelques centaines d'éléments, et n'est donc pas décrite de façon adéquate par les propriétés de la matière nucléaire infinie. Les transitions de phase peuvent être abordées, notamment, par deux cheminements distincts: la recherche de courbes caractéristiques [7] ("Pour un système fini, tout défaut de courbure dans le potentiel thermodynamique en fonction de la variable extensive signe la transition de phase") à partir de l'étude des courbes caloriques où les températures sont reliées aux énergies d'excitation [8], ou la modélisation statistique de la production de fragments. Cette dernière approche a été développée dans le cadre de ce que l'on a ensuite appelé le groupe de renormalisation [9] [10] [11] [12] [13] [14] sur la base des travaux de M.E.Fisher [16]. Des comportements en loi de puissance sont observés non loin du point critique avec des exposants critiques dont les valeurs ne dépendent que de la classe d'universalité. L'existence de ces lois d'échelle, au point critique en système infini mais également à l'intérieur de la zone de coexistence en système fini, caractérise des signaux concomittents de transition de phase du premier

et second ordres. Autrement dit, ces approches ne permettent pas à elles seules de conclure quant à l'ordre de la transition dans un système fini.

Ce simple paradoxe montre la sensibilité et la complexité extrêmes de cette question de la transition de phase dans les noyaux. C'est la raison pour laquelle de multiples signaux sont actuellement étudiés et des efforts considérables sont portés sur une tentative de mise en conjonction de ces signaux. On peut mentionner, entre autres, des travaux sur la décomposition spinodale [17] [18] [19] [20], ou sur les corrélations en charge de fragments [21] [22] [23] pour ce qui concerne l'aspect dynamique de la transition de phase. Du point de vue de la mécanique statistique, l'approche microcanonique permet d'observer l'apparition d'une branche négative de la capacité calorifique dans ces petits systèmes à partir de fluctuations d'énergie cinétique anormalement élevées, indiquant ainsi une transition de phase du premier ordre. Ce type de signal a été observé tant théoriquement [24] [25] [26] qu'expérimentalement [27] [28] [29] [30]. Citons encore une recherche plus spécifiquement basée sur la bimodalité des distributions d'événements suivant des variables interprétées comme paramètres d'ordre, chaque composante représentant une phase. Le paramètre d'ordre est alors défini comme la meilleure variable séparant les deux maxima d'une distribution (donc les deux phases) [31]. De même, une théorie des lois d'échelle universelles des fluctuations du paramètre d'ordre a récemment été développée [32]. Enfin, de nombreuses études sur les lois d'échelle en taille finie et le modèle de Fisher ont été menées. Les distributions en charge permettent d'accéder au point critique et de déterminer la zone de coexistence. C'est dans ce contexte que se situe cette thèse.

Dans cet environnement, il existe deux façons possibles de définir des fragments: soit directement par expérience, soit par construction à partir de modèles. Dans les deux cas, un certain nombre d'échantillons a été étudié: Des lois d'échelle ont été observées dans un modèle de multifragmentation microcanonique [33]. D'autres exemples montrent des comportements semblables avec un ensemble canonique [13] [34]. Expérimentalement, d'Agostino [35] montre une loi d'échelle de type Fisher à partir de collisions $Au + Au$ à 35 MeV/A, de même que les auteurs de [74] avec des collisions de $\pi + Au$ à 8 GeV/A. Le présent document montre l'existence de ces lois d'échelle sur des données théoriques, dans le cadre d'ensembles statistiques canoniques et microcanoniques. Nous traitons ensuite ces données de type "gaz sur réseau" par le modèle de Fisher en portant une attention particulière aux exposants critiques τ et σ ainsi qu'à la valeur critique obtenue pour l'énergie. Enfin, la théorie de Fisher est appliquée à d'autres échantillons expérimentaux (données INDRA).

Le premier chapitre est consacré à une revue détaillée du formalisme statistique permettant de tirer un maximum d'informations à partir de fragments construits par le modèle du gaz sur réseau. Ces distributions de fragments proviennent de la thermody-

namique du gaz sur réseau, dont les calculs, dans le cadre de la mécanique statistique, sont issus de la référence [7]. Les lois d'échelle prédites par le groupe de renormalisation sont étudiées à travers 4 échantillons d'évènements correspondant à autant d'ensembles statistiques différents. La pertinence du choix de ces ensembles sera également discutée. De plus, chacun de ces échantillons a été construit de manière à suivre la courbe calorique qui passe par le point critique d'après les contraintes thermodynamiques caractérisant l'ensemble en question.

Le chapitre 2 traite en détail un des ensembles statistiques utilisés dans le cadre de la théorie de Fisher. Nous montrons l'obtention d'une loi d'échelle en prenant en compte le potentiel chimique et le coefficient d'énergie de surface des fragments.

Le troisième chapitre, à caractère expérimental, porte sur des sélections d'échantillons. Un bref aperçu du multidétecteur INDRA y est également présenté.

Les chapitres 4 et 5 sont basés sur une application du modèle de Fisher à des données expérimentales de deux types différents: les systèmes $Au + Au$ et $Xe + Sn$. Le premier cas concerne les collisions dites "périphériques", le second s'apparente à des collisions dites "centrales". Ces systèmes forment des sources de même taille, mais par des processus différents. Enfin, nous discutons les valeurs des paramètres critiques découlant de ces analyses en Fisher en gardant constamment présent à l'esprit le fait que nous travaillons avec des systèmes finis.

On trouvera en annexe une présentation détaillée d'une nouvelle méthode d'identification des fragments. Cette fonctionnelle, basée sur la formule de Bethe, permet d'extrapoler la reconnaissance des fragments à des zones où la statistique est faible. Deux exemples sont présentés, avec les résultats obtenus lors de la 5^e campagne d'expériences INDRA effectuée au GANIL au printemps 2001.

1 THEORIE: STAUFFER

1.1 Rappels de mécanique statistique

B. Diu [43] écrit : " Depuis Gibbs, on remplace en mécanique statistique les moyennes temporelles sur les fluctuations d'un système déterminé par des moyennes d'ensemble faisant intervenir un grand nombre de systèmes identiques". La notion d'ensemble statistique apparaît alors avec toute son importance.

Prenons un système macroscopique et dupliquons-le plusieurs fois. Au bout d'un certain degré d'itération, à la limite des grands nombres, on obtient un ensemble statistique. Ces systèmes ne sont identiques qu'à l'échelle macroscopique (c'est de cette façon qu'ils sont définis). Mais à partir de l'instant où on les laisse évoluer dans l'unité "ensemble statistique" individuellement, ils se trouveront tous *a priori* à des stades différents de l'évolution microscopique. Autrement dit, les systèmes de l'ensemble suivent la même évolution "macroscopique" dès l'instant de leur préparation, mais se trouvent dans des états "microscopiques" différents.

La mécanique statistique permet ainsi d'examiner des systèmes formés d'un nombre fini de constituants. Dans ce cadre, nous travaillons sur une grande collection d'états, dont nous mesurons des grandeurs collectives seulement connues en moyenne. C'est à ce moment qu'est introduite la notion de thermodynamique, qui suppose un équilibre. Ce dernier est obtenu en maximisant l'entropie S sous les contraintes caractéristiques de l'ensemble statistique dans lequel on travaille.

En théorie de l'information, la formule de Shannon [44] est celle qui relie l'entropie S à la probabilité $p^{(n)}$ d'avoir l'état (n) . Pour M états, pourvu que la distribution des $p^{(n)}$ soit normalisée:

$$S = -k \sum_{n=1}^M p^{(n)} \ln(p^{(n)}) \quad (1)$$

où k est la constante de Boltzmann, que nous poserons égale à 1 dans la suite.

Il convient maintenant de préciser la probabilité $p^{(n)}$ afin d'explicitier la quantité S . Dans le cas général, nous avons L observables A_l sur l'ensemble des états R . La valeur moyenne $\langle A_l \rangle$ sur R s'obtient à partir de la mesure des A_l . L'ensemble des $\langle A_l \rangle$ détermine l'ensemble thermodynamique choisi pour décrire le système. Par exemple si seule l'observable *énergie* est mesurée, on obtient une valeur $\langle E \rangle$ sur tous les états, et par suite c'est l'ensemble canonique qui vient d'être caractérisé. C'est en maximisant l'entropie, sous la contrainte des A_l , que l'équilibre est atteint. Les probabilités des états (n) s'écrit ainsi [45]:

$$p^{(n)} = p_{\lambda_l}^{(n)} = \frac{1}{Z} \exp(-\sum_{l=1}^L \lambda_l A_l^{(n)}) \quad (2)$$

où λ_l est le multiplicateur de Lagrange associé à $\langle A_l \rangle$.

1.2 Généralités sur les transitions de phase

1.2.1 Systèmes infinis

Dans un fluide infini, deux composantes du système sont *a priori* possibles: une phase gazeuse et une phase liquide. L'énergie potentielle d'interaction des particules d'un gaz est très inférieure à leur énergie cinétique. Lorsque la température décroît ou que la densité croît, la part de cette énergie d'interaction dans l'énergie totale augmente jusqu'à devenir comparable à l'énergie cinétique. Il en résulte une condensation du gaz, qui traduit le début du processus de la transition de phase. Les deux caractéristiques d'une transition de phase, dans un système infini, sont:

- Un paramètre d'ordre reliant chaque phase.
- Une discontinuité de la dérivée n^{eme} des potentiels thermodynamiques par rapport aux variables usuelles ($V, T, P...$) spécifie une transition de phase d'ordre n .

En système infini, les composantes de chacune des deux phases sont facilement identifiables. En effet, pour une transition du 1^{er} ordre, le paramètre d'ordre est discontinu, de même que la dérivée 1^{ere} du potentiel thermodynamique (équation d'état reliant une variable extensive à une variable intensive). Par exemple

$$\frac{1}{T} = \frac{\partial S}{\partial E} \quad (3)$$

Dans le cas particulier qui nous intéresse, une transition liquide/gaz où le paramètre d'ordre est défini par la différence de densité entre ces deux phases, l'entropie du système total à l'énergie E s'écrit:

$$S(E) = \alpha(E)S_L(E_L) + (1 - \alpha(E))S_G(E_G) \quad (4)$$

à condition que l'énergie se répartisse linéairement entre une composante liquide et une composante gazeuse:

$$E = \alpha(E)E_L + (1 - \alpha(E))E_G$$

Dans cette notation, le système est constitué de α liquide et de $(1 - \alpha)$ gaz ($0 < \alpha < 1$). En mélangeant, l'entropie évolue linéairement entre E_L et E_G . Ainsi une transition du 1^{er} ordre correspond à une coexistence des deux phases. En revanche, une transition du 2nd ordre peut être caractérisée par un ensemble de coefficients critiques définis à partir du comportement singulier de certaines grandeurs physiques à l'approche de la zone de transition, notamment une longueur de corrélation infinie.

1.3 Caractéristiques générales des transitions de phase du second ordre

Lors d'une transition de phase du deuxième ordre, certaines dérivées secondes des potentiels thermodynamiques divergent (capacité calorifique, compressibilité). La chaleur latente n'est pas définie et il n'y a pas coexistence de phases. La classe d'universalité d'une transition de phase est définie par le type d'interaction et le paramètre d'ordre. L'analogie entre le modèle d'Ising et la transition liquide/gaz nous amène à attendre un comportement du type:

$$(\rho_l - \rho_g)(T) = (T - T_c)^\beta$$

où β est un exposant critique, T_c la température critique, et le paramètre d'ordre $(\rho_l - \rho_g)$, différence de densité entre les deux phases. Les fluctuations du paramètre d'ordre sont invariantes par changement d'échelle (la longueur de corrélation diverge), d'où un comportement en loi de puissance.

1.3.1 Limite thermodynamique

La notion de matière infinie n'est pas triviale. Il existe une limite, dite thermodynamique, définie comme suit: Considérons un système macroscopique composé de N particules, où $N \gg 1$, et une variable interne. La distribution de ses états microscopiques, dans la limite des grands nombres du théorème de la limite centrale, est gaussienne. L'écart quadratique moyen rapporté à sa valeur moyenne est de $N^{-1/2}$, il rend compte de l'ordre de grandeur des fluctuations de la variable interne. On dit qu'un système est à la limite thermodynamique lorsque sa taille N est suffisamment grande pour que les fluctuations des variables internes soient négligeables. Aucune différence ne subsiste alors entre valeur moyenne et valeur la plus probable. Dans le cas contraire, le système est dit de taille finie. Cette situation est vérifiée quel que soit l'ensemble statistique utilisé.

Le travail présenté ici se situe dans le cadre d'un système fini, cela signifie que la fonction de partition se calcule à partir d'un nombre fini de constituants, et par suite ne peut qu'être analytique. Il en résulte que les potentiels thermodynamiques associés ne peuvent présenter de divergences. Celles-ci, observées à la limite thermodynamique, deviennent au plus des pics dans un système fini, car la longueur de corrélation n'est plus infinie.

1.3.2 Grandeurs extensives ou intensives

Lorsque les effets de surface des systèmes macroscopiques sont considérés comme négligeables, les grandeurs physiques sont réparties en deux classes: les variables extensives et les grandeurs intensives.

Imaginons un système dont le nombre de particules est proche du nombre d'Avogadro. Si on divise ce système en quelque 10^5 ou 10^6 sous-parties identiques, on obtient des sous-systèmes de taille encore macroscopique, mais où les fluctuations (les énergies d'interaction) sont négligeables: $N \sim 10^{18}$ et donc $N^{-\frac{1}{2}} \sim 10^{-9}$. Autrement dit, leur énergie d'interaction est très largement inférieure à leur énergie propre et on peut considérer que l'énergie totale du système est la somme des énergies des sous-systèmes, chacune prenant sa valeur la plus probable.

En effectuant le même raisonnement sur l'absence d'influence des états microscopiques entre eux, on peut également conclure à l'additivité des entropies des sous-systèmes. Cette propriété d'additivité est valable plus généralement pour toute variable extensive comme le volume ou le nombre de particules.

En revanche, la température, la pression et le potentiel chimique sont des grandeurs intensives: lorsqu'on couple les sous-systèmes, les valeurs prises par chacun d'eux finissent toujours par s'égaliser. L'additivité n'est plus de mise.

1.4 Transitions de phase dans les systèmes finis

1.4.1 Considérations générales

Les transitions de phase sont des propriétés universelles de la matière en interaction. Elles ont été étudiées à la limite thermodynamique des systèmes infinis. Une transition de phase apparaît lorsqu'une phase devient instable dans des conditions thermodynamiques décrites par des variables intensives telles que la température ou la pression. Cependant, dans certaines situations comme l'étude des noyaux, la limite thermodynamique ne peut pas être atteinte, et la notion même de transition de phase doit être reconsidérée d'un point de vue plus général. Par conséquent, un travail théorique important a été initié il y a quelques années pour caractériser et proposer des signatures de transition de phase dans les petits systèmes comme en témoignent les références [25] [26] [46] [47] [48] [49] [50] [51] [52] [53] [54] [55] [56] [57] et [58]. Un système est considéré comme "petit" [50] lorsque sa dimension linéaire est du même ordre de grandeur que la portée de l'interaction. C'est le cas par exemple des clusters atomiques, mais aussi des systèmes astrophysiques à cause de la très longue portée de la force de gravitation. De tels systèmes sont même classés dans la catégorie des systèmes non-extensifs: s'ils subissent une transition de phase du premier ordre (coexistence de deux phases), leur entropie totale n'est pas la somme des entropies de chaque phase [48] [59].

La mécanique statistique représente le moyen le plus approprié pour étudier les transitions de phase dans les petits systèmes, elle constitue un pont entre une description microscopique de la matière et une description thermodynamique macroscopique à l'équilibre. La mécanique statistique est construite sur le résultat général suivant: les propriétés d'équilibre d'un système sont, en principe, connues, si les énergies de tous les microétats sont connues. Ainsi, c'est la fonction de partition, qui compte le nombre

de partitions possibles (ou la façon dont sont répartis les éléments d'un système) qui est utilisée pour déterminer les potentiels thermodynamiques.

1.4.2 Exemples d'ensembles statistiques

Trois ensembles différents sont généralement utilisés dans les modèles statistiques. L'ensemble grand-canonique correspond à la description où le système peut échanger à la fois des particules et de l'énergie avec un réservoir. Dans cet ensemble, la température et le potentiel chimique sont des variables fixées. L'énergie totale et le nombre total de nucléons fluctuent d'un événement à l'autre. Les contraintes concernent les seules valeurs moyennes de charge, de masse et d'énergie du système. Cet ensemble est généralement utilisé pour les systèmes infinis et les systèmes quantiques relativistes, où les particules sont créées et détruites. Il peut également constituer une bonne approximation lorsqu'on ne s'intéresse pas à une analyse événement par événement et que l'on veut calculer les valeurs moyennes à haute énergie d'excitation, où le nombre de particules associées est très grand [60] [61] [62] [63].

Un deuxième ensemble, l'ensemble canonique, est utilisé pour décrire un système où le nombre de particules est fixé, en contact avec un réservoir de chaleur à température fixée. L'énergie totale fluctue d'une partition à une autre, et seule la valeur moyenne de l'énergie totale est fixée. Beaucoup d'études ont déjà été réalisées avec ces deux ensembles statistiques, amenant à discuter des transitions de phase en termes de variables intensives (la température par exemple).

Le troisième, l'ensemble microcanonique, semble le plus pertinent pour étudier les systèmes isolés tels que les noyaux. On l'utilise pour décrire des systèmes dont l'énergie et le nombre de particules sont fixés comme les auteurs de [64] [65] [66] [67]. Dans cet ensemble, la température n'est plus un concept naturel, on peut introduire une température microcanonique par la relation thermodynamique:

$$\frac{1}{T_{micro}} = \frac{\partial S}{\partial E}$$

Un tel ensemble est pleinement approprié si on veut étudier les fluctuations d'énergie partielle, ou effectuer une analyse événement par événement.

Plusieurs modèles ont été développés par la physique des transitions de phase, en particulier dans des études de la matière condensée. Même schématiques, ils procurent une représentation utile des systèmes traités expérimentalement. Ces modèles sont tous basés sur une structure de réseau. Le plus simple est le modèle de percolation [9] comprenant un unique paramètre: la probabilité de brisure de lien ou de site. En mécanique statistique, les plus "populaires" sont les modèles d'Ising, de Potts, et du

gaz sur réseau. Jusqu'à présent, seules l'inclusion de la dépendance en isospin et l'influence de l'interaction coulombienne [58] [68] ont été étudiées, contrairement aux effets quantiques (blocage de Pauli). En relation avec ces transitions de phase, le modèle de Fisher [16], qui a été développé pour décrire la condensation d'un fluide près du point critique, est également utilisé en multifragmentation nucléaire: c'est celui dont il sera question ici dans le cadre du gaz sur réseau.

1.4.3 Non-équivalence des ensembles statistiques

Dans l'ensemble canonique, c'est T qui est fixé: on trie en température, autrement dit en une variable intensive. La distribution d'énergie canonique, *i.e.* la distribution de probabilité d'être à l'énergie E lorsque le système est à la température $\frac{1}{\beta}$ (constante de Boltzmann prise égale à 1), s'écrit:

$$P_{\beta}(E) = \frac{n_{\beta}(E)}{N_0} \quad (5)$$

N_0 est le nombre total d'évènements sur lesquels la distribution d'énergie est calculée. Cette distribution est gaussienne, et ne peut donc pas être assimilée à un pic de Dirac $\delta(\langle E \rangle)$ comme dans l'ensemble microcanonique, où les évènements sont précisément triés en énergie. Ce simple exemple suffit à démontrer la non-équivalence des ensembles statistiques dans un système fini. D'où la nécessité de choisir un ensemble particulier selon l'importance des informations extractibles.

1.4.4 Précision sur la notion d'équilibre

Les transitions de phase ne sont en rien limitées aux conditions d'équilibre. Expérimentalement, les collisions s'effectuant hors équilibre, il n'est pas abusif de parler de transition de phase. L'équilibre n'est pas une hypothèse de travail, mais plutôt un enjeu. On n'a jamais besoin de cette hypothèse pour chercher des signaux de transition de phase. En revanche, si celle-ci est vérifiée, par exemple si les contraintes imposées au système sont des variables d'état, alors ce qu'on apprend sur le phénomène en question peut être relié par la thermodynamique à la physique nucléaire. L'équilibre éventuel ne représente que l'ingrédient nécessaire à la relation entre transition de phase et équation d'état.

1.5 Modèle du gaz sur réseau

1.5.1 Présentation

Ce modèle, mis au point par Lee et Yang en 1952 [40] pour montrer l'existence de la transition de phase liquide/gaz, simule un ensemble de A particules en interaction entre plus proches voisins. Il permet de reproduire les propriétés d'un fluide de van der Waals. Soit un réseau cubique de taille $N = L^3$, où L représente la longueur du réseau correspondant à une dimension. Ce réseau est donc constitué de N entités élémentaires: les cases, caractérisées chacune par un nombre d'occupation et une impulsion. Le site i aura ainsi un nombre d'occupation $n_i = 1$ s'il est occupé par une particule, nul sinon. L'hamiltonien total du système s'écrit:

$$H = \sum_{i=1}^I \frac{(\vec{p}_i)^2}{2m} - \frac{\epsilon}{2} \sum_{i=1}^N \sum_j' n_i n_j$$

où la somme \sum_j' porte sur les j plus proches voisins du site i . Le signe " - " dans l'hamiltonien rend compte du caractère attractif de l'interaction, et la valeur prise par ϵ a été fixée à 5.5 MeV afin de reproduire l'énergie de saturation nucléaire. Dans toute la suite, l'interaction coulombienne ne sera pas prise en compte.

Le modèle ainsi défini permet de bien reproduire les propriétés d'un fluide de van der Waals:

- Potentiel infiniment répulsif à très courte portée: deux particules ne peuvent pas occuper la même case.
- Potentiel attractif à courte portée: si deux particules occupent deux cases voisines, alors elles appartiennent au même cluster.
- Potentiel nul à plus longue portée: dès que la distance entre deux particules est supérieure au pas du réseau, alors elles n'interagissent pas.

1.5.2 Réalisation numérique

Le système étant supposé à symétrie sphérique, si on note $r_i^{(n)}$ la distance du site i au centre du réseau dans la configuration (n) et A le nombre de particules, alors:

$$V^{(n)} = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^N \frac{4\pi}{3} n_i r_i^3$$

est une mesure du volume du système. Lorsque l'énergie moyenne et le volume moyen sont connus, l'ensemble statistique pertinent est l'ensemble isobare-isotherme. La probabilité d'un état microscopique (n) d'énergie $E^{(n)}$ s'écrit:

$$p^{(n)} = \frac{1}{Z_{\beta\lambda}} \exp(-\beta E^{(n)} - \lambda V^{(n)})$$

où β et λ sont les multiplicateurs de Lagrange respectifs de E et V .

Pratiquement, les évènements sont générés par une méthode Metropolis [38], qui permet de produire un ensemble d'évènements d'après n'importe quelle loi de probabilité. Partant d'une configuration (1), une des particules est tirée au hasard (site i_1 , occupation n_{i_1}). Un site i_2 est ensuite choisi aléatoirement; les occupations n_{i_1} et n_{i_2} sont échangées afin de satisfaire à la conservation du nombre de particules, aboutissant à la configuration (2). On calcule alors le rapport

$$P = \frac{p^{(2)}}{p^{(1)}}$$

Dans l'exemple du paragraphe précédent, l'ensemble canonique contraint en volume:

$$P = \exp(-\beta(E^{(2)} - E^{(1)}) - \lambda(V^{(2)} - V^{(1)}))$$

Si $P > 1$, la configuration (2) est préférée à la configuration (1). Initialement, les A particules occupent de façon compacte le centre du réseau. En effet, cette configuration correspond au minimum d'énergie du système à basse température. On applique l'algorithme sur $A * 100000$ itérations, de façon préliminaire, afin d'initialiser Metropolis dans une région de l'espace de phase la plus proche possible de l'équilibre recherché. Dans un deuxième temps, pour minimiser le biais, on garde pour chaque itération un évènement Metropolis parmi $A * 30$ évènements. Ce paramètre est crucial, puisqu'il caractérise la qualité du tirage. Si ce nombre est trop petit, des évènements corrélés entre eux risquent d'être choisis: le paramètre important pour cette étape est le rapport entre le nombre de tirages sur le nombre de configurations possibles. Tous ces calculs donnent finalement un évènement, une configuration du réseau. Pour avoir un échantillon statistique robuste, on demande à Metropolis 100000 évènements, ce qui implique des temps de calcul extrêmement longs. C'est la troisième étape. Nous utilisons ici un réseau de dimension 20 (donc un cube dont l'arête est constituée de 20 cases), comprenant 216 particules. Le qualificatif "évènement" correspond à la manière dont sont réparties en fragments ces particules dans le réseau.

1.5.3 Ensemble isochore, ensemble isobare

Le volume est une variable particulièrement significative dans la mesure où il est relié à la densité ρ , paramètre d'ordre de la transition liquide/gaz. Mais on peut appréhender la notion de volume de plusieurs façons: il convient de bien différencier un

volume défini en moyenne, et un volume défini par les conditions aux bords du réseau. Dans les deux cas, nous aurons à traiter deux ensembles statistiques distincts. L'ensemble isochore se rapporte au volume, fixe, du réseau, tandis que l'ensemble isobare permet de laisser fluctuer la taille des partitions d'un événement à l'autre en imposant un volume moyen. Nous cherchons donc dans ce dernier cas à spécifier la relation $\langle V \rangle (\lambda)$. Pour cela, nous nous sommes basés sur toute une gamme de pressions λ , pour lesquelles, à chaque température, on a mesuré le volume moyen. Ainsi, par une série de régressions polynomiales, nous avons obtenu une relation entre $\langle V \rangle$ et λ pour chaque température.

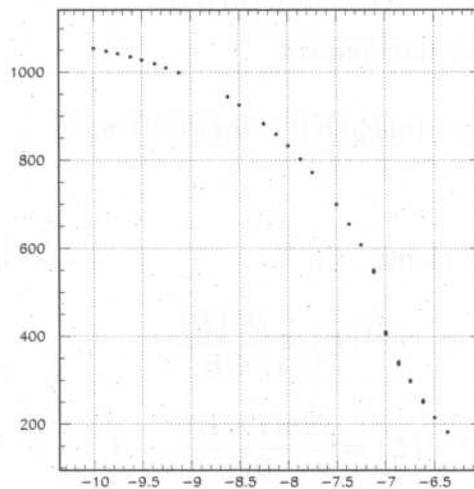


FIG. 1 – Correspondance volume- $\log(\lambda)$ pour la température critique (vision canonique)

La mécanique statistique nous permet donc d'étudier des systèmes ouverts avec une observable telle que le volume moyen. L'ensemble statistique correspondant à l'imposition de ce volume moyen est un ensemble isobare. La pression ainsi définie est équivalente à un champ externe contraignant le système.

1.5.4 Générer un ensemble microcanonique

Le lien étant effectué entre la thermodynamique des systèmes finis dans un ensemble où le volume est connu en moyenne et la mécanique statistique, il reste à préciser la thermodynamique microcanonique dans le modèle du gaz sur réseau à partir de l'ensemble

canonique. L'intérêt majeur de l'ensemble microcanonique est qu'il se rapproche le plus des conditions d'expérience dans la mesure où c'est à l'observable E (énergie) qu'on a accès. Il semble par conséquent tout à fait logique de se baser sur un tel ensemble statistique où tous les événements de même énergie E bien définie appartiennent à un même échantillon. Si on considère que la seule variable extensive mesurée est E , alors la probabilité canonique d'une configuration d'énergie E à la température $\frac{1}{\beta}$ est :

$$P_{\beta}(E) = \frac{W(E)}{Z(\beta)} \exp(-\beta E)$$

$W(E)$ est la densité d'états reliée à l'entropie microcanonique:

$$S(E) = \ln(W(E))$$

Ces deux équations donnent directement:

$$S(E) = \ln(P_{\beta}(E)) + \ln(Z(\beta)) + \beta E$$

En rappelant que $\beta = \frac{1}{T}$, il vient:

$$T^{-1}(E) = \frac{\partial S(E)}{\partial E}$$

$$T^{-1}(E) = \frac{\partial \ln(P_{\beta}(E))}{\partial E} - \beta$$

Cette dernière relation traduit le passage de la thermodynamique canonique à la description microcanonique. Pour chaque température canonique β , on obtient une courbe communément nommée *courbe calorique microcanonique* donnant la correspondance entre T et E .

1.5.5 Application: algorithme de Coniglio et Klein

Un ensemble de sites plus proches voisins occupés définit un fragment (fragment d'Ising). En l'absence de restriction, l'équation précédente n'est pas vérifiée au point critique thermodynamique. Cet incident est résolu par l'adjonction d'un algorithme, dit de Coniglio et Klein [41]. Ces auteurs ont démontré dans le modèle canonique d'Ising que les liens devaient être brisés avec une probabilité de Boltzmann $\exp(-\frac{\epsilon}{kT})$, où T est la température et ϵ l'énergie d'interaction entre deux plus proches voisins. Munis de ce terme cinétique, Pan et das Gupta [42] ont proposé une méthode pour implémenter cet algorithme. Dans la prescription canonique, la distribution d'énergie cinétique est boltzmannienne:

$$\langle E_c \rangle = \frac{1}{Z} \sum_l \exp\left(-\frac{E_l}{kT}\right) E_c$$

Ainsi, la condition de Coniglio et Klein revient à imposer l'appartenance de deux nucléons dans des sites adjacents à un même fragment si et seulement si leur énergie cinétique relative est inférieure à leur énergie de liaison:

$$\frac{p_r^2}{2\mu} + \epsilon < 0$$

μ est la masse réduite et ϵ la valeur de l'interaction de plus proches voisins.

Une interprétation de la contribution de ces énergies cinétiques relatives a été donnée: celles-ci peuvent libérer des particules par évaporation, phénomène bien connu en physique des noyaux chauds.

1.6 Fragments: Choix des analyses

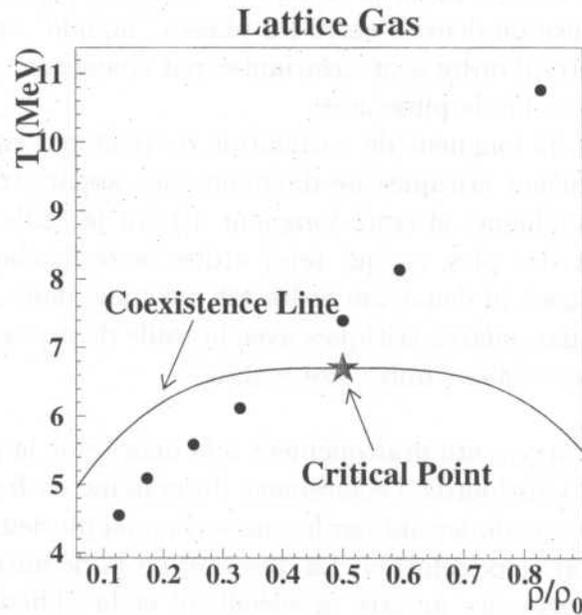


FIG. 2 – Diagramme de phase température/pression; ensemble canonique isochore

La figure 2 représente la zone de coexistence (trait plein) dans le cas d'un ensemble canonique à volume constant (isochore); les points montrent les lieux où des comportements critiques ont été observés. Le point critique est à $\frac{\rho_0}{2}$ et la courbe est exactement

symétrique par rapport à ce point en raison de la symétrie du rôle des occupations et des vacances. Kertész avait commencé à montrer la présence de comportements critiques au-dessus de la densité critique $0.5\rho_0$. En ces points, la loi d'échelle est respectée. En 1999, Chomaz et Gulminelli [13] montrent la continuité de cette ligne tout au long de la région sous-critique, dans la zone de coexistence. Cette découverte soulève un problème majeur: comment des phénomènes critiques, signant une transition du second ordre, peuvent-ils être observés dans la zone de coexistence? Y a-t-il compatibilité entre une transition du 1^{er} ordre et une transition du 2nd ordre? Ce type de comportement est imputable à la taille finie du système. C'est la raison invoquée par les auteurs de [13].

1.6.1 Loi d'échelle dans la distribution des fragments

Le lien entre les fragments et la thermodynamique n'est pas simple, sauf dans la région du point critique thermodynamique. Le groupe de renormalisation [14] a montré que ce point présente des propriétés spécifiques telles qu'une invariance d'échelle, se traduisant donc par une loi d'échelle. Cette loi est universelle et indépendante des caractéristiques de l'interaction, la longueur de corrélation devenant infinie au point critique. Cette longueur de corrélation, associée à la fonction de corrélation pour le paramètre d'ordre (différence de densité entre les phases "liquide" et "gaz"), diverge: les fluctuations du paramètre d'ordre sont invariantes par changement d'échelle, ce qui explique le comportement en loi de puissance.

Dans les systèmes finis, la longueur de corrélation ne peut pas rigoureusement diverger, et donc les phénomènes critiques ne devraient pas apparaître. Cependant on observe des phénomènes analogues si cette longueur atteint la taille du système. Les "divergences" sont en fait des pics, ce qui rend ardue la recherche de signaux critiques. La transition de phase du deuxième ordre est reconnue dans les systèmes finis en étudiant l'évolution de paramètres critiques avec la taille de ces systèmes. Ce cadre de travail est connu sous le vocable "finite size scaling".

Le paramètre d'ordre s'apparente pratiquement à la densité de la phase liquide. En effet, lors d'une collision d'ions lourds, l'éclatement du système en fragments et particules permet de définir une pseudodensité par la masse d'un ou plusieurs d'entre eux sur le pseudovolume occupé par ceux(celui)-ci. La question de la définition d'une densité dans un système fini de particules montre la spécificité et la difficulté du problème: quelle est alors la signification d'une phase liquide ou d'une phase gazeuse? Nous définissons ainsi intuitivement le pseudoliquide comme le plus gros fragment de chaque événement, le reste des amas et particules constituant le pseudogaz. Comme $\rho_l \gg \rho_g$, le paramètre d'ordre varie donc comme la taille du plus gros fragment.

Cette taille doit donc suivre une loi d'échelle autour du point critique thermodynamique. Les fragments peuvent être caractérisés dans un modèle percolatif. A chaque site d'un réseau est reliée une probabilité de liaison p avec un site voisin. On définit

alors un fragment comme un lot de sites plus proches voisins connectés. En faisant prendre à p des valeurs de plus en plus élevées, lorsqu'un fragment de taille infinie apparaît dans un réseau de taille infinie, alors on est à la probabilité critique $p = p_c$. Une observable intéressante est le nombre de fragments de taille A , $n(A,p)$, à la probabilité p . L'invariance de n par changement d'échelle permet d'écrire, à proximité du point critique:

$$n(A,p) \propto A^{-\tau} \exp(|p - p_c|^{-\frac{1}{\sigma}})$$

σ et τ sont les exposants critiques. Dans notre cas, c'est le modèle de Fisher qui est le plus approprié pour préciser cette criticité. Ce modèle décrit la fragmentation d'une goutte liquide jusqu'à l'état gazeux.

Dans l'ensemble canonique:

$$n(A,T) \propto \exp(f_1(\Delta\mu) + f_2(A, T - T_c))$$

où $\Delta\mu$ est la différence de potentiel chimique entre les états liquide et gazeux. A l'équilibre, dans la zone de coexistence, $\Delta\mu = 0$. On obtient:

$$n(A,T) \propto A^{-\tau} f(A^\sigma(T - T_c)) \quad (6)$$

où f est la fonction d'échelle. Dans un système infini, pour la classe d'universalité liquide/gaz, $\tau = 2.2$ et $\sigma = 0.64$. La taille finie déforme la validité de tous ces paramètres, c'est pourquoi on ne pourra trouver ici exactement ces mêmes valeurs.

1.6.2 Courbes caloriques et fluctuations d'énergie cinétique

Les calculs suivants sont basés sur les courbes caloriques. Nous disposons de celles-ci [7], toujours pour un système de 216 particules. Comme le montre la figure 3, sous forte pression la courbe est monotone, alors qu'on observe une inversion de pente pour les faibles valeurs de λ . Rappelons que λ est le paramètre de Lagrange associé au volume V , c'est donc à une pression qu'est associée cette entité. Autrement dit, un système fortement contraint présente un comportement surcritique, tandis qu'un système à faible contrainte subit une transition de phase du premier ordre.

Nous avons cherché la valeur critique de λ , correspondant à la courbe calorique présentant un point d'inflexion: c'est la courbe suivante qui en est le plus proche, courbe donnée pour $-7.26 < \log(\lambda) < -7.01$ (voir figure 4). Mais il a fallu affiner l'étude afin de particulariser beaucoup plus précisément la valeur critique $\log(\lambda_c)$. Cette étape repose sur le calcul des fluctuations d'énergie cinétique. La méthode de calcul est la suivante:

L'énergie E d'une configuration donnée peut être décomposée en deux entités E_1 (énergie cinétique) et E_2 (énergie potentielle), simplement reliées par la conservation

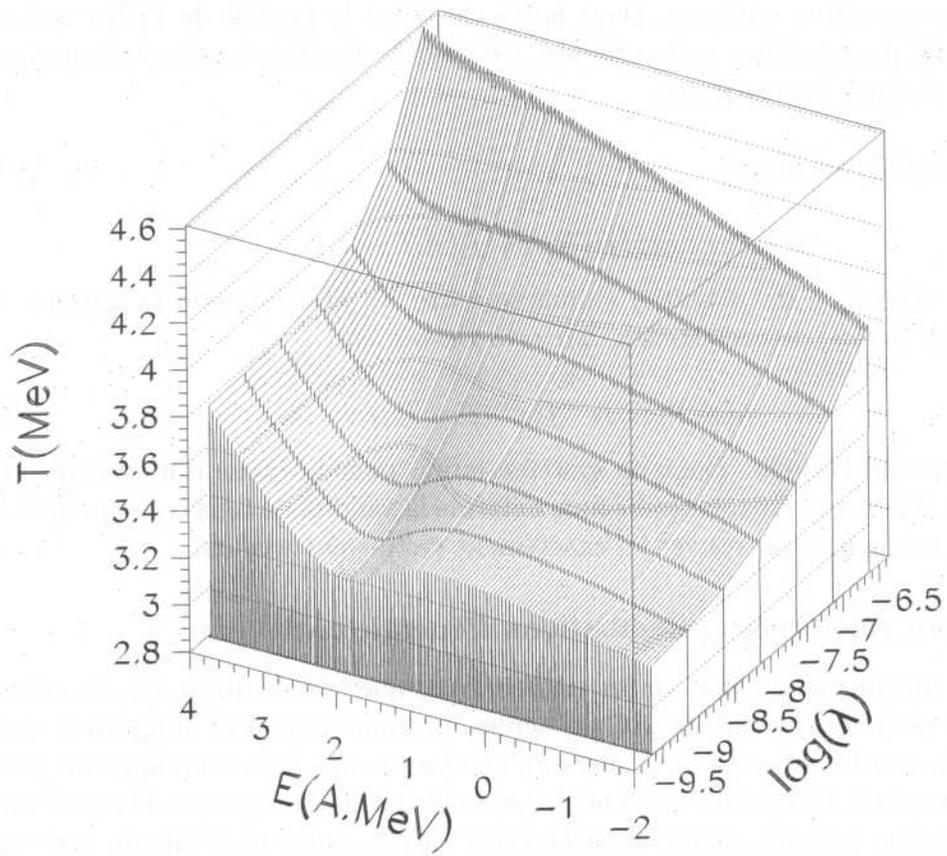


FIG. 3 - Equation d'état $T - E - \lambda$ pour 216 particules

de l'énergie totale (dans un système classique comme dans ce modèle, les interactions sont indépendantes des impulsions). La densité d'états totale s'écrit:

$$W(E) = e^{S(E)} = \int_0^E W_1(E_1)W_2(E - E_1)dE_1$$

On définit ainsi la distribution d'énergie cinétique pour une énergie totale donnée E :

$$P_E(E_1) = \frac{W_1(E_1)W_2(E - E_1)}{W(E)}$$

Dérivée à l'ordre 2, cette expression fournit la capacité calorifique:

$$\frac{\partial^2 \ln(P_E(E_1))}{\partial E_1^2} = T^2 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

Dans une approximation gaussienne, où σ_1^2 représente la largeur de la distribution $P_E(E_1)$, on montre [7] que $\sigma_1^2 = T^2 \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$. Les capacités calorifiques partielles valent $\frac{1}{C_i} = \frac{\partial T_i}{\partial E_i}$.

Par inversion de cette expression, on obtient:

$$C \sim C_1 + C_2 = \frac{T^2 C_1^2}{T^2 C_1 - \sigma_1^2}$$

Rigoureusement, la capacité calorifique totale C doit être corrigée de termes dûs aux fluctuations. Ces termes ont été calculés, dans l'approximation gaussienne [25]. La capacité calorifique totale devient néanmoins négative lorsque les fluctuations d'énergie cinétique prennent une trop grande ampleur:

$$\frac{\sigma_1^2}{T^2} > C_1 \implies C < 0$$

et surtout, elle diverge lorsque $\frac{\sigma_1^2}{T^2}$ se rapproche de C_1 . C'est la valeur de C_1 qui nous intéresse pour l'instant, car c'est elle qui permettra de déterminer la criticité, l'endroit où se situe la divergence. Il est relativement aisé d'obtenir C_1 : pour un système classique à $3N$ degrés de liberté, la densité d'états s'écrit:

$$W_1(E_1) = \int d\vec{p}_1 \dots d\vec{p}_n \delta(E_1 - \sum_{i=1}^n \frac{\vec{p}_i^2}{2m})$$

Il s'agit de la représentation d'une sphère à N dimensions et elle peut être calculée analytiquement [69]. Le résultat est l'équation d'état cinétique

$$T^{-1} = \frac{3(N-2)}{2E_1}$$

Autrement dit

$$C_1 = \frac{3(N-2)}{2(N)}$$

A la limite thermodynamique, on retrouve la valeur habituelle $C = \frac{3}{2}$, mais dans le cas d'un système fini il est nécessaire de prendre en compte ce facteur correctif puisqu'on cherche la position du point critique avec la meilleure précision possible. Nous travaillons avec un réseau contenant 216 particules, donc la valeur normalisée de $C_1 = \frac{3}{2} \frac{N-2}{N}$, est 1.495 et non 1.5 comme dans un système infini, ce qui montre que déjà pour ce nombre de constituants, l'approximation $C_1 \simeq 1.5$ est bonne.

Numériquement, nous avons effectué une série exhaustive de calculs statistiques dans cette zone en $\log(\lambda)$ où la criticité est attendue. Pour chaque valeur de $\log(\lambda)$, à 0.01 près, l'algorithme a exploré une zone autour de chaque température, sur toute une série de points en $\log(\lambda)$ (entre -7.26 et -7.01) autour de la transition. On obtient, dans ce calcul canonique, une distribution par couple (λ, T) . Les résultats sont ensuite moyennés: à chaque tirage Metropolis, l'énergie totale est calculée, et les distributions en énergie sont incrémentées (figure 5). La statistique est finie, donc seul un domaine d'énergie est exploré, et par conséquent nous avons seulement accès à une partie de la courbe calorique. Pour reconstruire l'ensemble de la courbe, plusieurs calculs canoniques sont indispensables. Les distributions d'énergie doivent se recouvrir, et donc le pas en température ne doit pas être trop grand. Quantitativement, dans l'analyse à λ constant, nous avons opté pour un pas de 0.02 MeV en température entre 3.84 et 4.62 MeV, c'est-à-dire autour de (et dans) la zone de transition (voir la courbe calorique correspondante).

A l'issue de ce raccord, on obtient une nouvelle courbe calorique, analogue à la précédente aux incertitudes numériques près. Il en résulte également la distribution des fluctuations cinétiques qui, normalisées au carré de la température, traduisent la proximité du point critique. Nous avons représenté sur la figure 4 la courbe calorique obtenue pour $\log(\lambda) = -7.09$, ainsi que la distribution des fluctuations d'énergie cinétique. La ligne horizontale symbolise la valeur critique (1.486) de la capacité calorifique pour un système classique de 216 particules indépendantes. Cette valeur n'est atteinte que pour une valeur critique de l'énergie, environ 2.8 MeV. Revenant à la courbe calorique obtenue (en haut), il apparaît que la température correspondante est d'environ 4.1 MeV. Autrement dit, dans ce système, le point critique se situe en $(-7.09; 4.1; 2.8)$ dans l'espace $(\log(\lambda), T, E)$. Le renseignement important est la valeur de λ_c : c'est celle que nous prendrons dans les ensembles à λ constant, canonique et microcanonique.

Munis de cette information, il reste à savoir quel est le volume correspondant. La technique consiste à tracer la dépendance $V(\lambda)$ pour l'énergie critique. La figure donne également la ligne verticale du λ critique, et la ligne horizontale qui coupe $V(\lambda)$

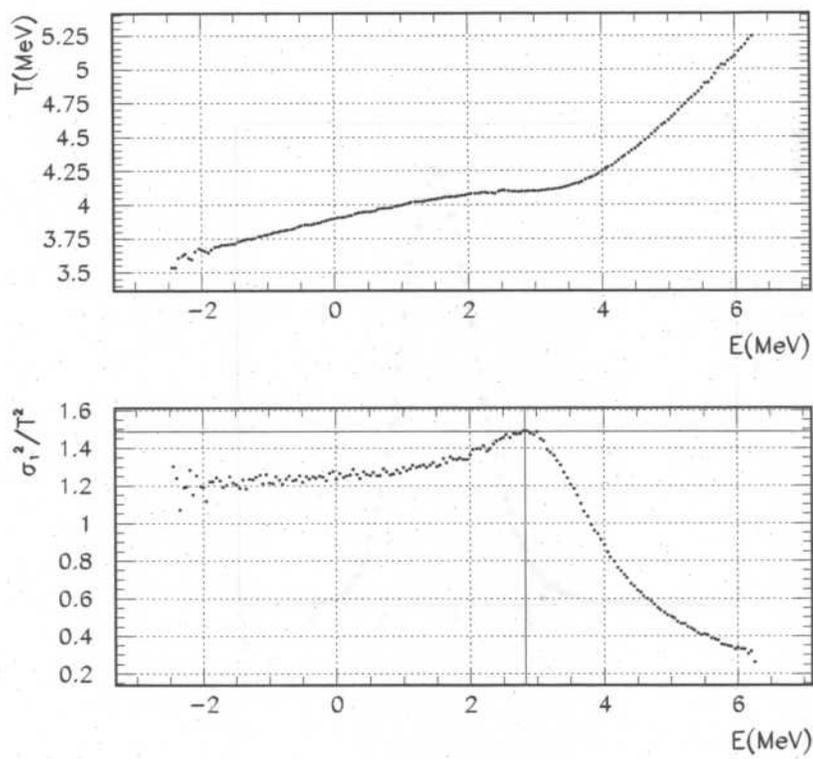


FIG. 4 – Haut: courbe calorique pour $\log(\lambda) = -7.09$. Bas: fluctuations cinétiques associées, normalisées au carré de la température.

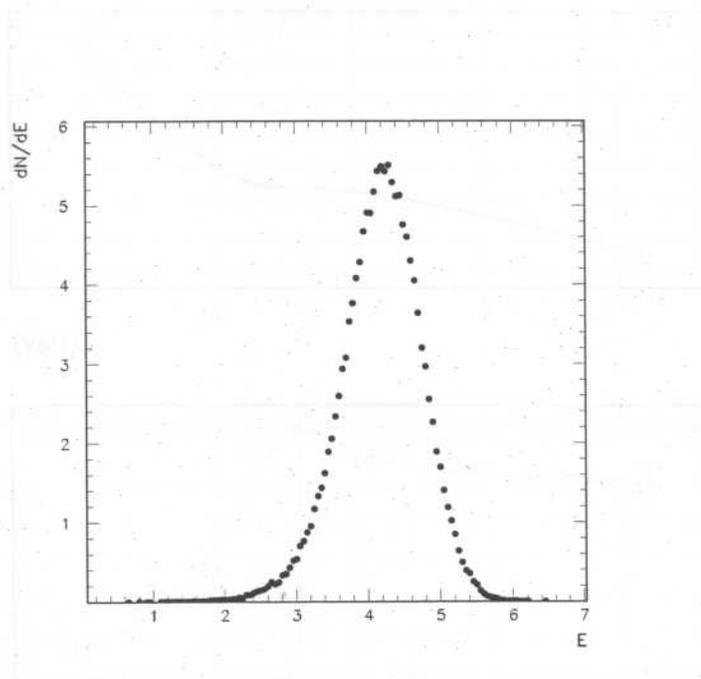


FIG. 5 - *Distribution d'énergie pour $T = 4.1 \text{ MeV}$, pour les masses $A = 1$.*

en $\lambda = \lambda_c = -7.09$. On trouve un volume de 485 environ. Les études canonique et microcanonique à $\langle V \rangle$ constant s'effectueront donc à $\langle V \rangle = 485$ (en unité de nombre de cases du réseau).

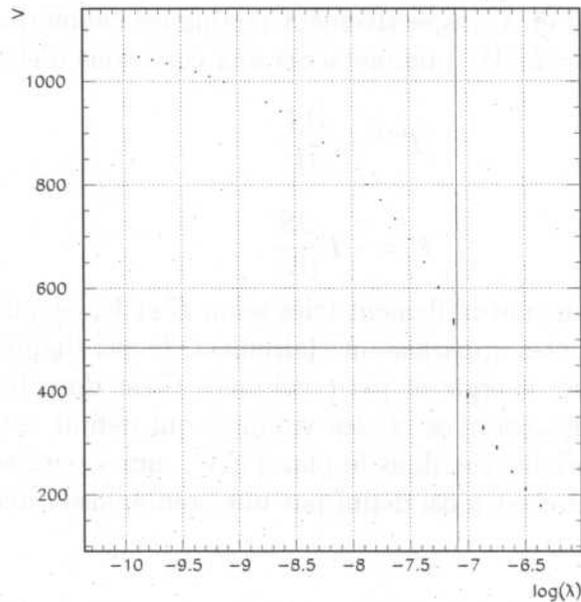


FIG. 6 – *Correspondance volume- $\log(\lambda)$ pour l'énergie critique vision microcanonique*

Nous avons donc effectué quatre séries d'analyses, de façon à mettre en évidence d'éventuels ensembles statistiques privilégiés. En particulier, la définition du volume revêt dans ce contexte toute son importance, comme cela a déjà été mentionné: dans le cas des systèmes ouverts, le volume est, dans le meilleur des cas, contraint en valeur moyenne. Il n'est pas défini par les conditions aux limites. Aucun élément ne permet par conséquent de conclure avec certitude à la validité de la loi d'échelle: quel est l'effet de la définition du volume sur cette loi? Et quand bien même elle ne subirait pas de déviation notable, les exposants critiques pourraient, eux, être fortement modifiés par rapport aux résultats obtenus dans la matière infinie. D'une part en raison de la taille finie proprement dite des systèmes, et d'autre part, par corollaire, à cause des différentes façons de trier, d'observer ces systèmes par le biais des différents ensembles.

Rappelons qu'un ensemble d'observables détermine un ensemble statistique: si nous

travaillons avec les observables E et V , la distribution de probabilité s'écrit:

$$P_{\beta\lambda}(E,V) = \frac{W(E,V)}{Z_{\beta\lambda}} \exp(-\beta E - \lambda V)$$

où $W(E,V)$ représente la densité d'états dont l'énergie est comprise entre E et $E + dE$, et le volume entre V et $V + dV$. $Z_{\beta\lambda}$ est la fonction de partition associée aux deux paramètres de Lagrange, β et λ , respectivement conjugués canoniques de E et V . La définition de l'entropie ($S = \ln(W)$) donne accès aux équations d'état:

$$T^{-1} = \frac{\partial S}{\partial E}$$

$$P = -T \frac{\partial S}{\partial V}$$

Les évènements sont donc naturellement triés selon E et V , ce qui donne la figure 2 de [57]. Deux régions distinctes apparaissent clairement: le gaz (haute énergie et grand volume), et le liquide (basse énergie et petit volume). C'est donc la projection de la densité d'états sur l'axe des énergies et des volumes qui définit cette bimodalité. Il existe bien une direction privilégiée, dans le plan (E,V) , qui sépare au mieux les deux phases. Le paramètre d'ordre est ainsi défini par une combinaison linéaire de E et V .

Les quatre études dont il est fait mention plus haut, correspondant donc à quatre ensembles statistiques différents, sont les suivantes:

- La première est à température et à λ constants: ensemble canonique à λ constant (T, λ)
- La deuxième est à énergie et à λ constants: ensemble microcanonique à λ constant (E, λ)
- La troisième est à température et à volume moyen constants: ensemble canonique isobare ($T, \langle V \rangle$)
- La quatrième est à énergie et à volume moyen constants: ensemble microcanonique isobare ($E, \langle V \rangle$)

On s'attend à des modifications sensibles de comportements entre les études microcanoniques et canoniques, puisque dans un cas c'est l'énergie qui est fixée, et dans l'autre la température. En revanche, la différence n'est pas aussi évidente entre les transformations à λ constant et à $\langle V \rangle$ constant, qui sont toutes deux isobares. Considérons chacune de ces transformations traversant la zone de coexistence: en reconstruisant la courbe calorique $T(E)$ microcanonique, on s'aperçoit que celle-ci présente une forte inversion de pente à λ constant, et reste constamment croissante à $\langle V \rangle$ constant.

La courbe calorique dépend donc du chemin suivi: il est ici question de spécifier les différences obtenues dans les distributions en masse, ainsi que les possibles déviations des exposants critiques, afin de vérifier la validité de la loi d'échelle.

1.7 Fragments: Méthode de détermination des exposants critiques

Toute cette étude repose sur les distributions en masse $n(A,E)$, taux de fragment de masse A obtenu pour une énergie E par un traitement microcanonique. Rappelons que dans la prescription canonique, nous aurions des distributions $n(A,T)$. Dans l'équation 6 (équation de la percolation p.18), la loi d'échelle, deux points sont essentiels:

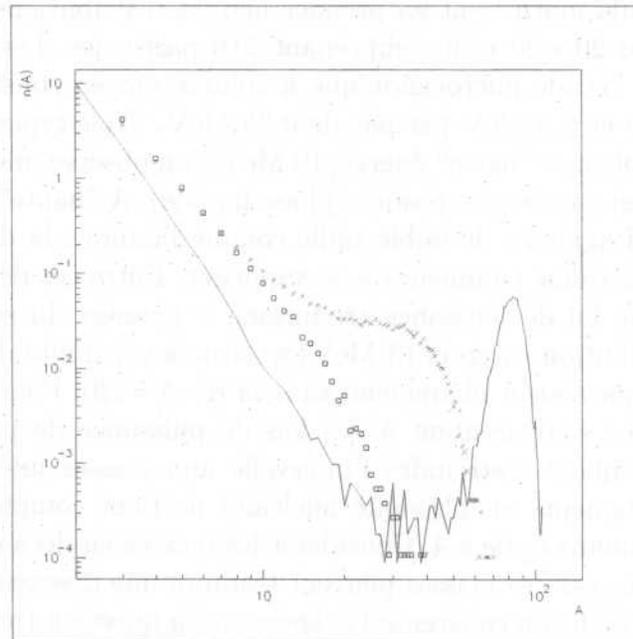


FIG. 7 – Distribution en masse des fragments

- Le point critique: pour $E = E_c$, $n(A) \propto A^{-\tau} f(0)$, autrement dit $n(A, E_c) \propto A^{-\tau}$, puisque f prend toujours la même valeur quelle que soit la masse au point critique.
- Le maximum de production du fragment de taille A . En ce point, $E = E_{max}(A)$ et $n(A, E_{max}) \propto A^{-\tau} f(A^\sigma(E_{max} - E_c))$. La fonction d'échelle f prend alors sa valeur maximum et $n(A, E_{max})$ est directement proportionnel à $A^{-\tau}$.

Les 3 exposants critiques sont obtenus après autant d'étapes d'après la méthode suivante:

- τ se déduit rapidement des maxima de production par la formule: $n(A, E_{max}) = A^{-\tau} f_{max}$. On le notera τ_{max} , *i.e.* la valeur de τ relative aux productions maximales.
- Muni du τ_{max} , nous pouvons facilement calculer l'énergie critique.
- Finalement, les données de τ_{max} et E_c conduisent à l'exposant σ d'après la position du maximum de la fonction d'échelle.

1.7.1 Distributions en masse

Les résultats du code fournissent en premier lieu les distributions en masse. Nous avons utilisé un réseau $20 * 20 * 20$ comprenant 216 particules. Les distributions de la figure 7 concernent l'étude microcanonique à volume moyen constant, les énergies s'échelonnant entre 0.0 et 5.0 MeV par pas de 0.25 MeV. Trois types de distributions sont obtenus: en trait plein, à "basse" énergie (0 MeV), on observe une grande quantité de petits fragments ainsi que de gros résidus (phase liquide). A "haute" énergie (5 MeV) ne subsistent que des fragments de faible taille comme l'indique la distribution exponentielle en carrés: le système commence à se vaporiser. Entre ces deux cas extrêmes, la distribution suit une loi de puissance traduisant le passage du système dans une zone critique. La distribution en croix (3 MeV) se situe à proximité de cette zone. Les effets de taille finie apparaissent clairement au-delà de $A = 20$. Pour des masses plus petites, les distributions s'apparentent à des lois de puissance de pentes différentes. Nous devons par conséquent restreindre l'intervalle aux masses inférieures à 20. De plus, la notion de "fragment" en physique nucléaire ne tient compte que d'amas de particules de taille au moins égale à 4. Considérer les masses en-deça de cette frontière constituerait une erreur, car ces masses peuvent traduire une désexcitation secondaire et ne signent donc pas de façon cohérente l'évènement en question (problème de dynamique). La gamme typique d'étude s'étendra donc arbitrairement des masses 4 à 20. Il s'agit du même ordre de grandeur que dans la référence [7], où le réseau était de $12 * 12 * 12$ pour 108 particules, gamme qui correspond pleinement aux caractéristiques dimensionnelles classiques des entités regroupées sous le vocable "fragment" en physique nucléaire. Les distributions de masse obtenues avec les trois autres ensembles statistiques sont qualitativement équivalentes.

1.7.2 Détermination de τ

Cette étape est axée sur la recherche des maxima de production: un maximum par valeur de A , à une énergie E_{max} . Dans ce cas, si le système est bien critique, alors $n(A, E_{max}) = A^{-\tau} f_{max}$, autrement dit $n_{max}(A) \propto A^{-\tau}$, les maxima suivent une loi de

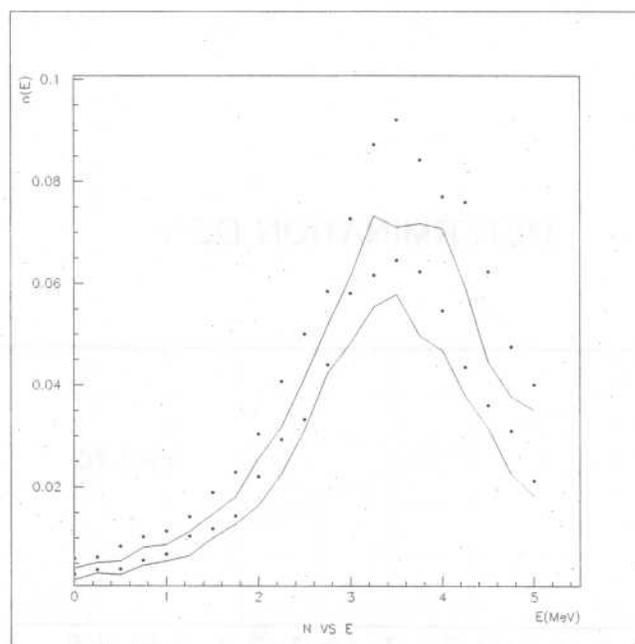


FIG. 8 – *Distribution en énergie des fragments par masse*

puissance de pente τ .

La figure 8 montre l'évolution de la production des fragments en fonction de E . Chaque courbe correspond à une masse pour laquelle on recherche les coordonnées du point culminant. Trois points sont sélectionnés: celui de production la plus élevée, et les deux points de part et d'autre. Par une régression parabolique sur ces trois points, on obtient précisément les coordonnées du point maximum.

Une fois repérés tous les maxima, il reste à représenter leur valeur en fonction de la masse. La représentation de ces maxima en fonction des masses, en coordonnées logarithmiques, fournit une droite de pente négative. Au signe près, τ_{max} s'apparente à la valeur de cette pente ($\tau \simeq 2.2$).

Comme le montre la figure 9, il paraît difficile d'obtenir un lissage linéaire de bonne qualité sur l'ensemble de la gamme de masses 4 à 20. Deux régimes semblent se distinguer, nous dédoublerons donc notre gamme en fragments de "petites tailles" (de masses 4 à 11) et fragments de "grandes tailles" (de masses 12 à 20). Nous ne présenterons les résultats que pour deux ensembles statistiques afin de ne pas surcharger inutilement ce chapitre, les résultats obtenus étant tout à fait comparables: l'ensemble canonique à λ constant, et l'ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant.

DETERMINATION DE τ

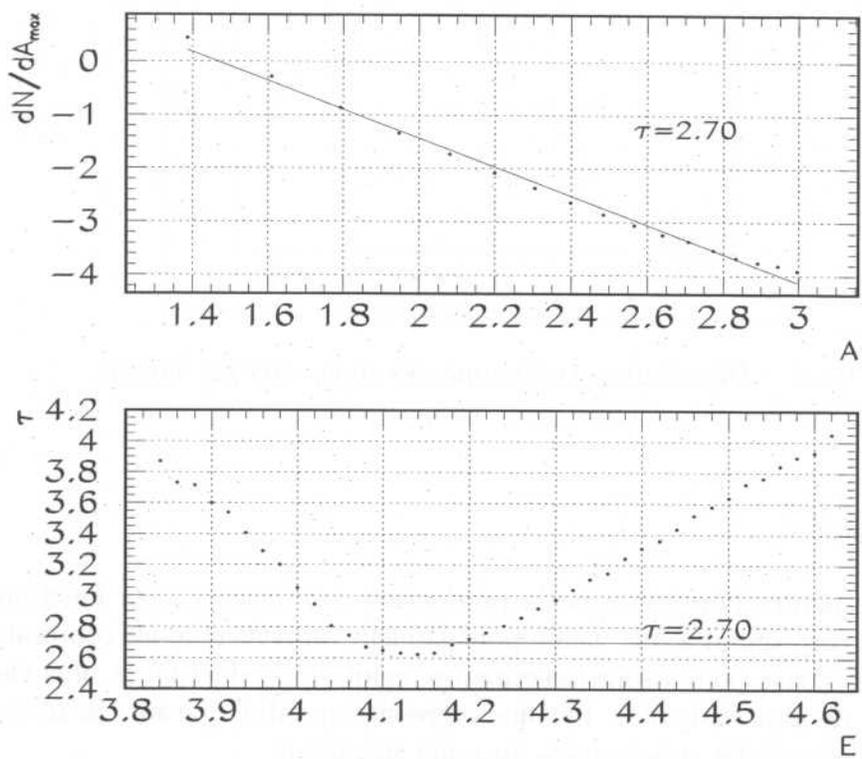


FIG. 9 – Détermination de τ , ensemble canonique à λ constant

DETERMINATION DE τ

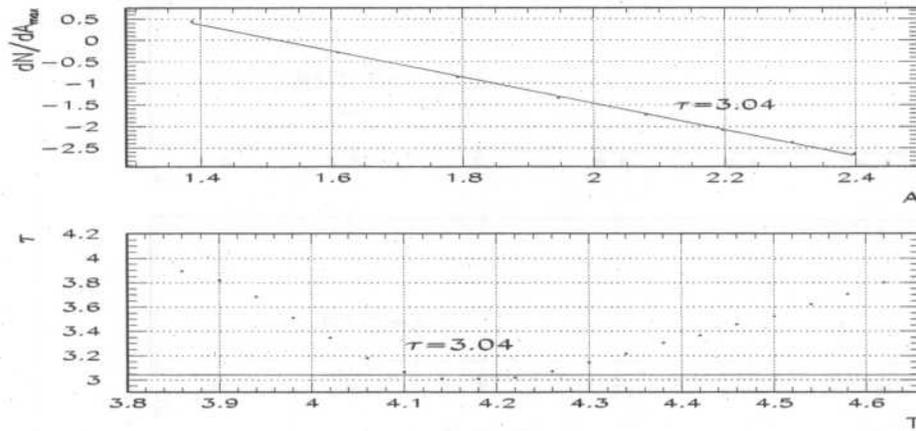


FIG. 10 – Détermination de τ , ensemble canonique à λ constant, masses 4 à 11

DETERMINATION DE τ

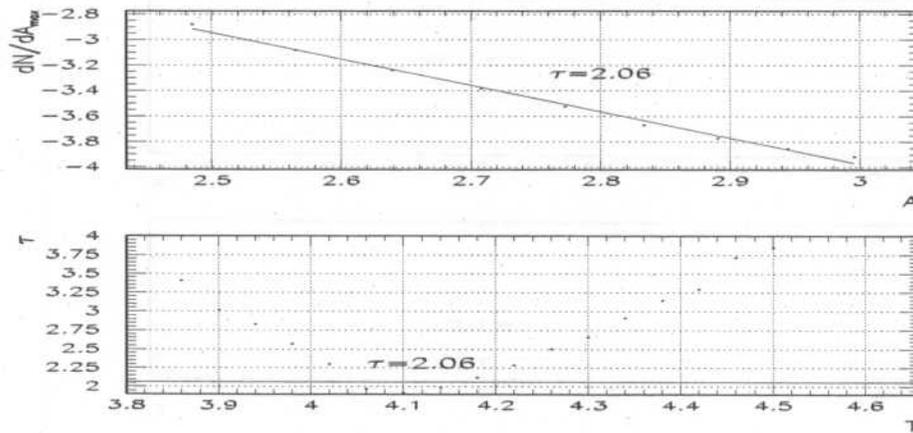


FIG. 11 – Détermination de τ , ensemble canonique à λ constant, masses 12 à 20

DETERMINATION DE τ

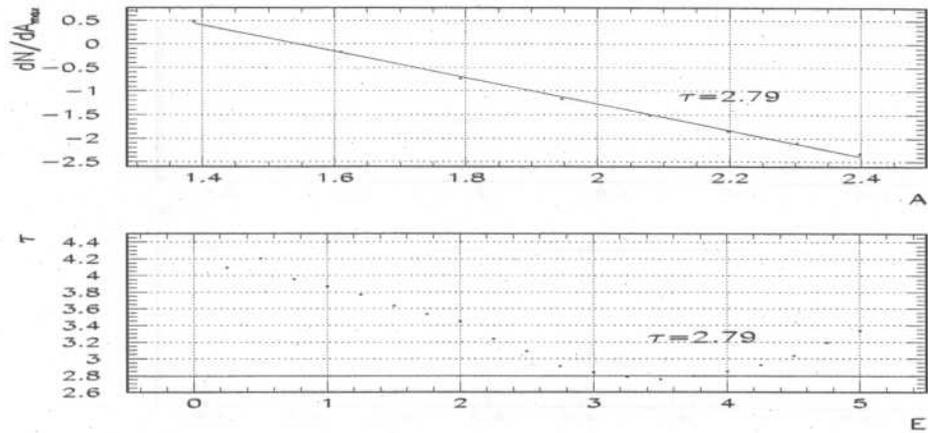


FIG. 12 - Détermination de τ , ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant, masses 4 à 11

DETERMINATION DE τ

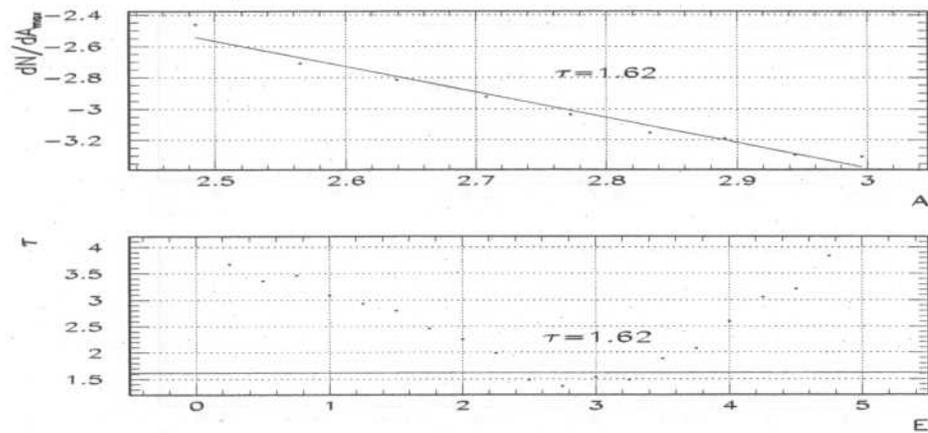


FIG. 13 - Détermination de τ , ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant, masses 12 à 20

1.7.3 Détermination de l'énergie critique

Comme nous l'avons précisé plus haut, c'est à l'énergie critique que la distribution en masse suit théoriquement le mieux une loi de puissance d'exposant τ . Afin de déterminer cette énergie, nous calculons la pente $\tau(E)$ pour chaque distribution en masse. L'intersection de $\tau(E)$ avec τ_{max} donne deux valeurs sensiblement différentes pour l'énergie critique. Il a été prouvé dans la référence [?] que la seconde valeur est à rejeter. Sur chacune des figures relatives à la détermination de τ , la partie du bas représente cette intersection entre la courbe $\tau(E)$ (ou $\tau(T)$ dans les cas canoniques) et la droite $\tau = \tau_{max}$. On aboutit à des valeurs voisines pour les quatre ensembles statistiques.

1.7.4 Détermination de σ

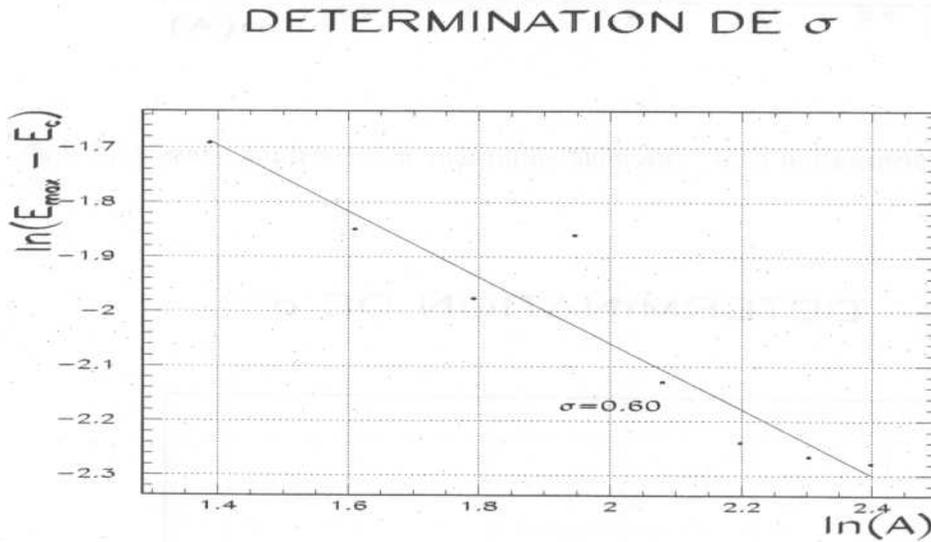


FIG. 14 – Détermination de σ , ensemble canonique à λ constant, masses 4 à 11

L'accès à σ s'effectue via le E_c . Pour chaque masse, nous représentons $(E_{max}(A) - E_c)$ en fonction de A . Si le système est bien critique, alors cette distance au point critique est une loi de puissance:

$$n(A, E_{max}) \propto A^{-\tau} f(A^\sigma (E_{max} - E_c))$$

$$A^\sigma (E_{max} - E_c) \propto f^{-1}(A^\tau n(A, E_{max}))$$

DETERMINATION DE σ

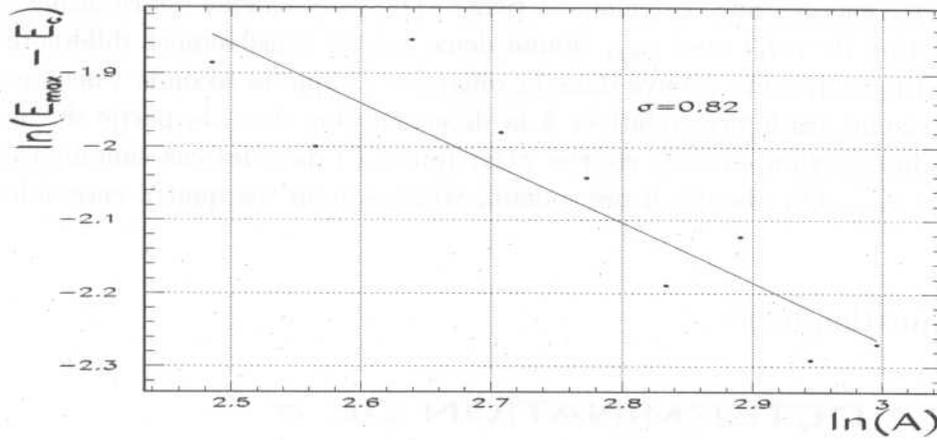


FIG. 15 – Détermination de σ , ensemble canonique à λ constant, masses 12 à 20

DETERMINATION DE σ

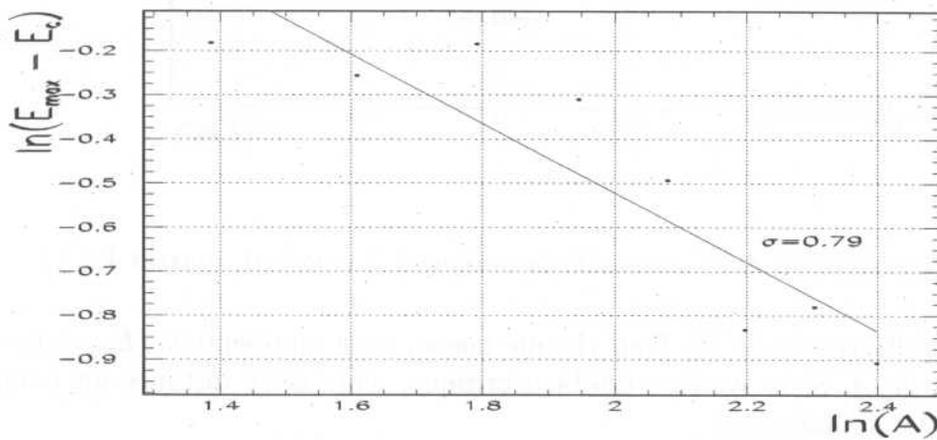


FIG. 16 – Détermination de σ , ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant, masses 4 à 11

DETERMINATION DE σ

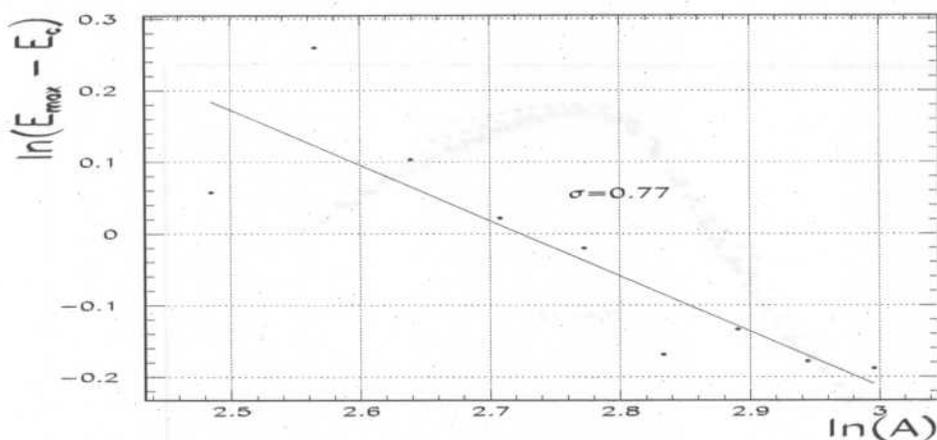


FIG. 17 – Détermination de σ , ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant, masses 12 à 20

Le second membre, une constante, est la valeur de la fonction inverse de f au point maximum. Par conséquent:

$$(E_{max} - E_c) \propto A^{-\sigma}$$

Il est impossible d'obtenir une aussi bonne qualité de régression pour σ que pour τ . Ceci est dû au positionnement du maximum, sur les distributions en E , qui est toujours situé sur une zone relativement plate et donc difficile à localiser avec une grande précision: il en résulte une erreur significative sur E_{max} . Deux solutions sont envisagées à l'avenir pour diminuer sensiblement cette imprécision: il faudrait soit chercher l'annulation de la dérivée première de $n(A, E)$, soit perfectionner la régression en augmentant le nombre de points pour la recherche des paramètres.

1.7.5 Fonction d'échelle

Le critère ultime de validité du comportement critique est ici la qualité de la fonction d'échelle: si tous les points se superposent sur une même courbe quel que soit A et quel que soit E , alors la fonction d'échelle est dite universelle et on peut conclure à la criticité du système.

La première remarque que l'on peut tirer de cette étude est que la criticité observée s'avère "intervalle en masse-dépendante". On ne peut donc réellement conclure

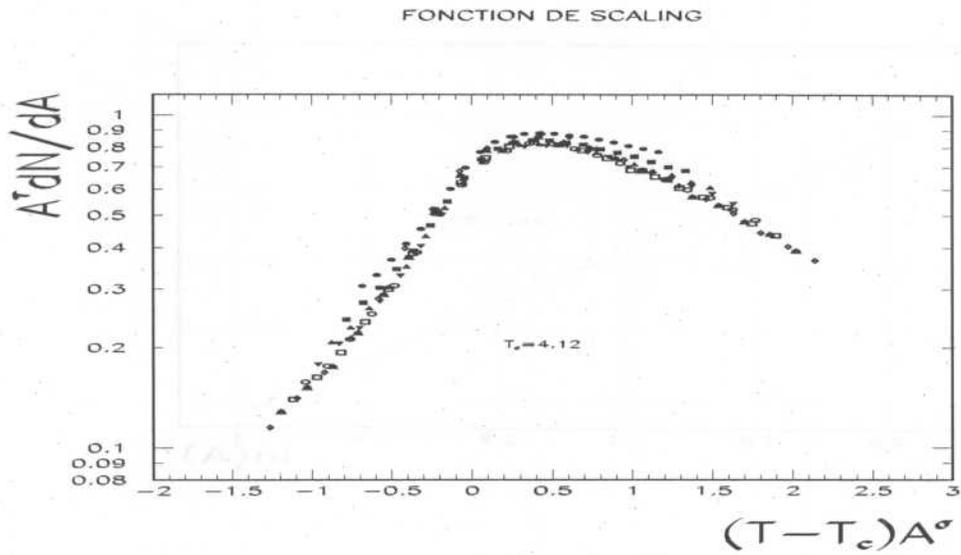


FIG. 18 – *Fonction d'échelle, ensemble canonique à λ constant, masses 4 à 11*

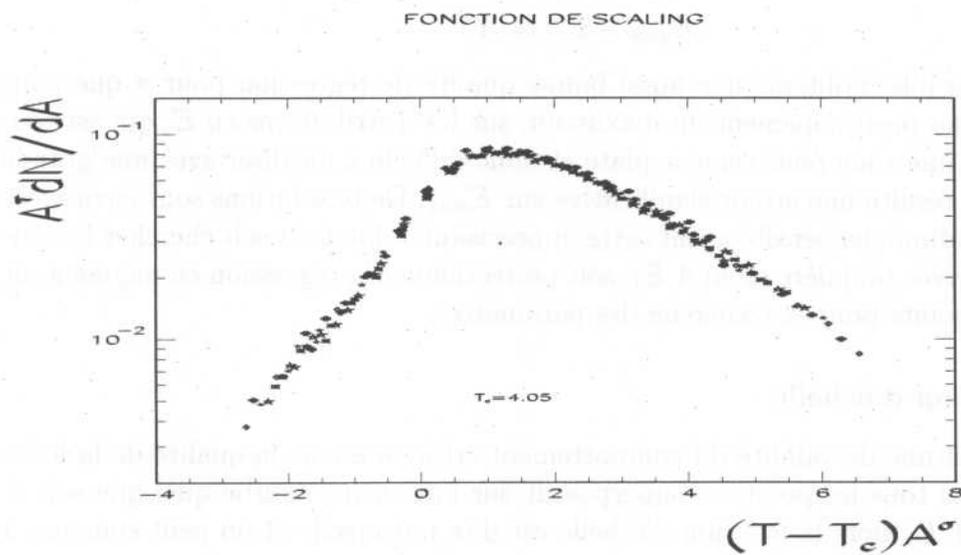


FIG. 19 – *Fonction d'échelle, ensemble canonique à λ constant, masses 12 à 20*

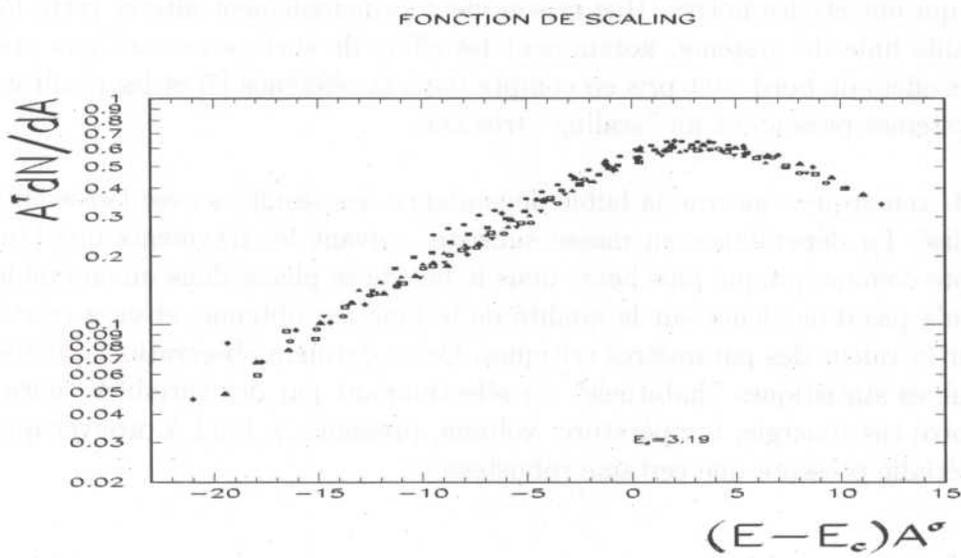


FIG. 20 – *Fonction d'échelle, ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant, masses 4 à 11*

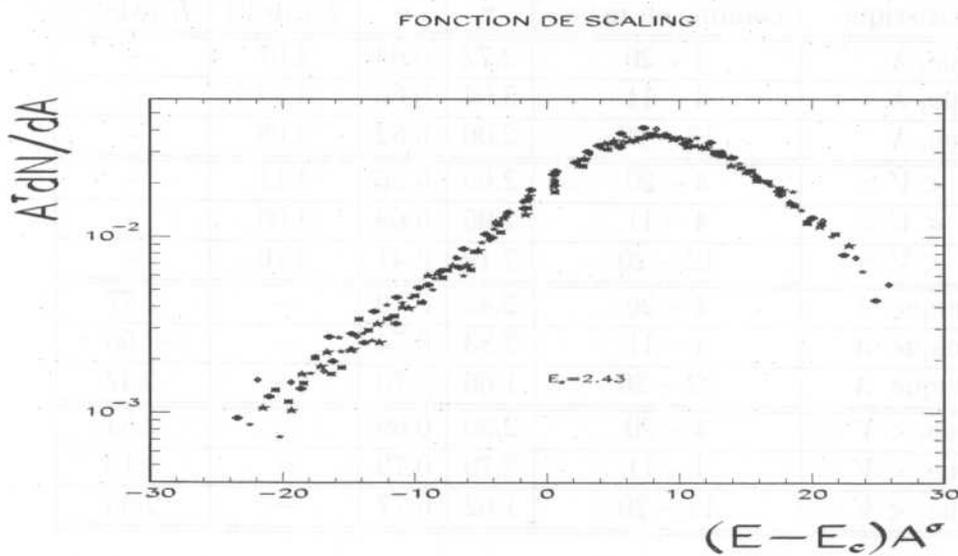


FIG. 21 – *Fonction d'échelle, ensemble microcanonique à $\langle V \rangle$ constant, masses 12 à 20*

à la validité de cette loi dans son acception universelle pour le système étudié dans les conditions qui ont été les nôtres. Une raison vient principalement altérer cette loi d'échelle: la taille finie du système, notamment les effets de surface ne sont pas pris en compte. Ces effets de bord sont pris en compte dans la référence [7] et les résultats pour de tels systèmes présentent un "scaling" très net.

Une seconde remarque concerne la faible dépendance des résultats avec l'ensemble statistique utilisé. La dépendance en masse subsiste, suivant les fragments que l'on prend en compte comme indiqué plus haut, mais le fait de se placer dans un ensemble en particulier n'a pas d'incidence sur la qualité de la fonction obtenue, et en a relativement peu sur la valeur des paramètres critiques. Cette dernière observation, valable pour les ensembles statistiques "habituels" ou sélectionnant par des variables "naturelles" dans notre cas (énergie, température, volume, pression...), tend à prouver que le phénomène étudié présente une certaine robustesse.

1.8 Récapitulatif des résultats

Le tableau ci-dessous résume les valeurs obtenues pour nos 4 ensembles statistiques. Selon qu'il s'agisse d'un ensemble canonique ou microcanonique, la variable de contrôle est la température ou l'énergie:

Ensemble statistique	Gamme en masse	τ	σ	$T_c(\text{MeV})$	$E_c(\text{MeV})$
canonique, λ	4 – 20	2.72	0.64	4.07	–
canonique, λ	4 – 11	3.04	0.60	4.12	–
canonique, λ	12 – 20	2.06	0.82	4.05	–
canonique, $\langle V \rangle$	4 – 20	2.65	0.56	4.11	–
canonique, $\langle V \rangle$	4 – 11	2.95	0.69	4.06	–
canonique, $\langle V \rangle$	12 – 20	2.12	0.41	3.70	–
microcanonique, λ	4 – 20	2.42	0.70	–	2.77
microcanonique, λ	4 – 11	2.83	0.74	–	3.06
microcanonique, λ	12 – 20	1.66	0.70	–	2.42
microcanonique, $\langle V \rangle$	4 – 20	2.36	0.69	–	2.84
microcanonique, $\langle V \rangle$	4 – 11	2.79	0.79	–	3.19
microcanonique, $\langle V \rangle$	12 – 20	1.62	0.77	–	2.43

Bien que placés au point critique thermodynamique (la densité critique nous a permis d'atteindre ce point), nous ne retrouvons que de manière approchée les valeurs attendues des paramètres τ et σ . En revanche, les valeurs critiques de l'énergie et de la température sont presque parfaitement reproduites avec une incertitude de

l'ordre de quelques %. Les effets de taille finie représentent un des arguments de cette déviation. Mais on peut également incriminer la variable critique dans chacun de nos échantillons: E et T ne sont peut-être pas les meilleures variables d'échelle, et donc on ne doit peut-être pas attendre un résultat optimal avec un ensemble purement canonique ou purement microcanonique. Le fait d'avoir testé cette loi sur 4 échantillons statistiquement différents et d'avoir obtenu de tels résultats indique néanmoins que l'énergie et la température ne sont pas des variables d'échelle totalement inappropriées.

2 THEORIE: FISHER

2.1 Fisher: Introduction

Une évolution logique de ce travail consistait à appliquer à ces données de gaz sur réseau une méthode plus "approfondie": le modèle de Fisher proprement dit, dont la loi utilisée précédemment était une généralisation, basée sur la théorie de la percolation. Ce modèle est supposé donner une bonne description du phénomène de multifragmentation nucléaire comme le montre la référence [74]: tandis que la percolation est un concept très général, le modèle de la goutte de Fisher est spécifiquement basé sur l'hypothèse d'un gaz parfait d'amas. Dans cette référence, Elliott applique pour la première fois le modèle de Fisher à des données nucléaires. Depuis plusieurs années, une transition de phase liquide/gaz des noyaux excités est supposée, et la clusterisation de ces derniers en phase gazeuse apporte une information directe sur l'équilibre liquide-vapeur d'après le modèle de la goutte de Fisher. Cette méthode permet donc d'apporter la preuve d'un signal supplémentaire de transition de phase liquide-gaz dans les noyaux.

En théorie de la percolation [9], pour des valeurs du paramètre de contrôle p proches de la valeur p_c , le nombre de fragments suit la loi d'échelle suivante: $n(A,p) = A^{-\tau} f[(p-p_c)A^\sigma]$ où A est la taille d'un fragment. La fonction d'échelle f a la propriété $f(0) = 1$, et une dépendance en loi de puissance n'est observée que pour $p = p_c$.

Cette équation générale a été particularisée dans le modèle de la goutte de Fisher:

$$n(A,T) = qA^{-\tau} \exp\left(\frac{A\Delta\mu - c_0\epsilon A^\sigma}{T}\right)$$

Cette formule contient beaucoup plus que les 3 paramètres de l'équation de percolation proposée par le groupe de renormalisation (τ, σ, T_c) : q est une constante de renormalisation et $\Delta\mu$ et c_0 sont paramétrisés comme des polynômes d'ordre 4 et 1 respectivement en T . En effet, il se trouve que la différence de potentiel chimique entre les deux phases et les coefficients d'énergie de surface sont en principe dépendants de la température.

Originellement, la volonté d'étudier la morphologie d'un fluide a été initiée par l'interprétation de la transition de phase thermodynamique liquide/gaz en termes d'amas [72]. En comprimant un gaz, à une température $T < T_c$ constante, une première goutte de liquide se forme lorsqu'on atteint, dans le diagramme de phases, la courbe de coexistence liquide/gaz à la densité de condensation $\rho_{cond}(T)$. Mayer [73] interprète en 1937 l'apparition de cette phase liquide comme une amas de taille macroscopique. Il suggère également que l'isotherme décrivant la phase gazeuse présente une singularité au point de condensation. En 1952, Lee et Yang [39] démontrent l'existence de cette

singularité de la fonction de partition au point de condensation à la limite thermodynamique. Frenkel [70] et Band [71] proposent indépendamment en 1939 une théorie phénoménologique de la condensation basée sur l'hypothèse d'un gaz parfait d'amas, le cadre de Mayer s'avérant insuffisant pour mettre en évidence cette singularité. Mais il faudra attendre 1967 pour que Fisher identifie le comportement d'une isotherme au point de condensation comme une singularité essentielle et propose une interprétation morphologique du point critique thermodynamique en termes d'amas. Par ce biais, des quantités géométriques peuvent être associées aux grandeurs thermodynamiques.

L'analyse suivante basée sur le modèle de Fisher a été appliquée à nos données tirées d'un ensemble canonique à volume moyen ($\langle V \rangle$) constant. Rappelons en quoi cet ensemble consiste: pour chaque température (rangement canonique), 100000 évènements sont répertoriés, c'est-à-dire 100000 façons, pas forcément toutes différentes, de ranger 216 particules d'après le formalisme décrit par Elliott [74]. Les températures en question s'échelonnent de 2.9 à 5.1 MeV par pas de 0.2 MeV. Cette gamme en T est petite, mais suffisante pour passer de la zone sous-critique à la région surcritique, autrement dit de la zone de coexistence liquide-gaz à la phase gazeuse comme le montre la courbe calorique, figure (22).

Nous avons donc 12 "groupes" de 100000 évènements. Pour chaque température également, le volume du système a été contraint de façon à ce que, en moyenne sur les 100000 évènements, le volume obtenu soit égal au volume critique pour ce système défini au paragraphe 1.5.3. C'est en ce sens que l'ensemble en question est dit "à $\langle V \rangle$ constant".

Nous disposons:

- des distributions en masse pour chaque température
- des fonctions d'excitation, autrement dit du taux de production de chaque masse en fonction de la température
- des paramètres de Stauffer, c'est-à-dire la valeur des triplets (τ, σ, T_c) obtenus par l'analyse précédente basée sur le formalisme du Groupe de Renormalisation ($\tau = 2.65$, $\sigma = 0.56$ et $T_c = 4.11\text{MeV}$).

Ces éléments représentent les ingrédients de départ pour le fit de Fisher, ou dans les deux premiers cas les résultats préliminaires auxquels seront comparés les calculs du fit.

2.2 Fisher: le fit

2.2.1 Le code MINUIT

Le calcul du fit "à la Fisher" est effectué par un code du CERN nommé MINUIT, et dont la structure est sensiblement la même que celle utilisée par Gulminelli [34] qui

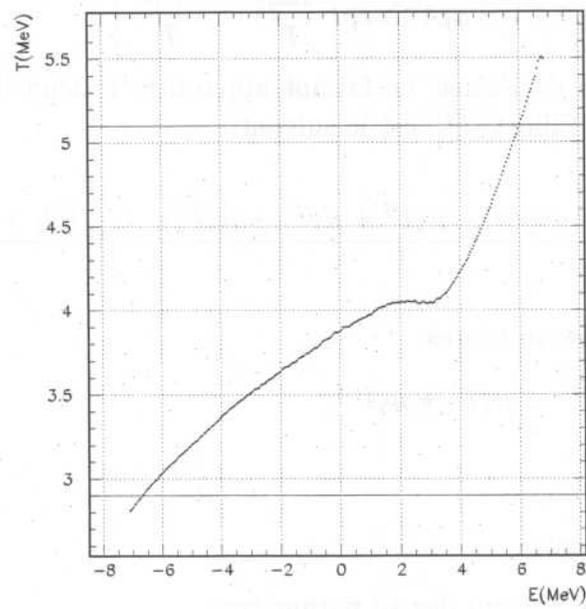


FIG. 22 - Courbe calorique à $\lambda = \lambda_c$ constant

a traité un ensemble canonique isodensité par le modèle de Fisher. Techniquement, MINUIT a été conçu pour trouver la valeur minimum d'une fonction multiparamétrique et pour analyser la forme de cette fonction autour du minimum. La principale application, qui est celle qui nous concerne, est prévue pour des analyses statistiques basées sur des fonctions de χ^2 , afin d'obtenir les valeurs multiparamétriques du meilleur fit et les incertitudes, en incluant les corrélations entre ces paramètres.

2.2.2 Formule de Fisher et initialisation

La loi de Fisher dans sa forme générale s'écrit:

$$n(A,T) = q_0 A^{-\tau} \exp \left[\frac{A \Delta \mu}{T} - \frac{C_0 \epsilon A^\sigma}{T} \right] \quad (7)$$

Le détail de la formule de Fisher, en faisant apparaître chacun des paramètres à partir de la prescription d'Elliott [74], est le suivant:

$$n(A,T) = q_0 A^{-\tau} \exp \left[\frac{A(\mu_1 + \mu_2 T + \mu_3 T^2 + \mu_4 T^3 + \mu_5 T^4)}{T} - A^\sigma \frac{(C_1 + C_2 T)(T_c - T)}{T_c T} \right] \quad (8)$$

avec les formes explicites suivantes:

- $\Delta \mu = \mu_1 + \mu_2 T + \mu_3 T^2 + \mu_4 T^3 + \mu_5 T^4$
- $C_0 = C_1 + C_2 T$
- $\epsilon = \frac{T_c - T}{T_c}$

Les ingrédients du fit sont:

- les valeurs initiales de chacun des 10 paramètres
- le pas de recherche de ces paramètres lors du fit
- deux bornes (limites inférieure et supérieure) par paramètre

2.3 Tests du programme de référence, recherche d'un $\Delta \mu$ adéquat

2.3.1 Recherche de $\Delta \mu$

Les fonctions d'excitation dont nous devons nous rapprocher, les données, sont celles de la figure 23. Elles ont une forme très classique, avec un accroissement de la production d'une masse donnée en fonction de la température jusqu'à une certaine limite, puis une diminution de cette production. Néanmoins, il n'est pas prouvé qu'un polynôme d'ordre 4 en température constitue une paramétrisation adéquate de $\Delta \mu$.

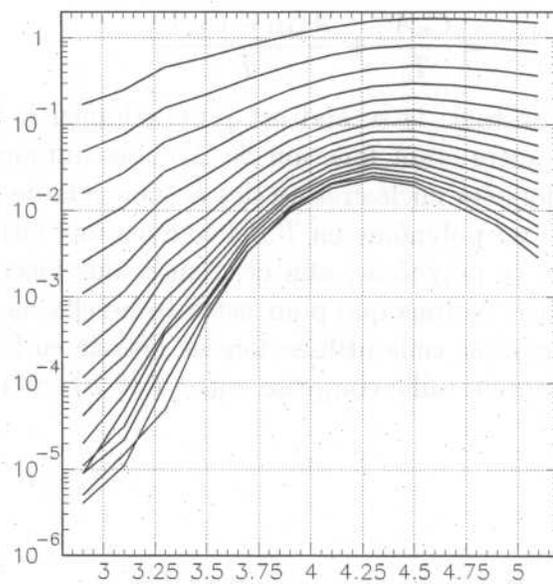


FIG. 23 – Taux de production des masses 4 à 20 dans l'ensemble canonique à $\langle V \rangle$ constant; en abscisse, température en MeV

Dans la formule de Fisher, la dépendance en T est celle de l'exponentielle:

$$n(A,T) = q_0 A^{-\tau} \exp \left[\frac{A\Delta\mu}{T} - A^\sigma C_0 \frac{T_c - T}{TT_c} \right]$$

Le terme C_0 étant pris constant, nous devons trouver une forme $\Delta\mu(T)$ permettant de se ramener à nos fonctions d'excitation $n_A(T)$.

Développons le terme exponentié que nous noterons f :

$$f = \frac{A\Delta\mu}{T} - \frac{C_0 A^\sigma}{T} + \frac{C_0 A^\sigma}{T_c}$$

$$f = \frac{C_0 A^\sigma}{T_c} + \frac{A\Delta\mu - C_0 A^\sigma}{T}$$

Le premier terme est constant, le second est proportionnel à $\frac{1}{T}$, avec une partie constante et négative, une autre étant fonction de $\Delta\mu$. Les auteurs qui ont appliqué le modèle de Fisher à des données nucléaires ou des événements de gaz sur réseau [34] [74] considèrent $\Delta\mu$ comme un polynôme en T . Cherchons une forme nécessaire mais pas forcément suffisante, de ce polynôme, afin de donner une facette analytique plus précise à l'équation de Fisher. Notons que pour cette recherche, la gamme de masses prises en compte est la même que celle utilisée lors de l'étude en Stauffer au chapitre précédent: seuls les fragments de taille comprise entre 4 et 20 rentrent en jeu dans le calcul.

2.3.2 Premier type

Si $\Delta\mu$ est une simple constante, alors le terme dans l'exponentielle s'écrit $\alpha + \frac{\beta}{T}$. La dépendance en T est donc strictement monotone quel que soit l'intervalle considéré.

2.3.3 Deuxième type

Si $\Delta\mu = \mu_0 + \mu_1 T$, alors:

$$- f = C^{te} + \frac{1}{T}(A\mu_0 + A\mu_1 T - C_0 A^\sigma)$$

$$- f = C^{te} + \frac{1}{T}(C^{te} + C^{te} T)$$

On se retrouve donc dans le même cas que précédemment, avec f de la forme $\alpha + \frac{\beta}{T}$. Il est donc clairement établi qu'un polynôme d'ordre supérieur ou égal à 2 en T est nécessaire pour obtenir une fonction d'excitation non monotone.

2.3.4 Troisième type

Si $\Delta\mu = \mu_0 + \mu_1 T + \mu_2 T^2$, alors:

$$\begin{aligned} - f &= C^{te} + \frac{1}{T}(A\mu_0 + A\mu_1 T + A\mu_2 T^2 - C_0 A^\sigma) \\ - f &= C^{te} + \frac{1}{T}(C^{te} + C^{te} T + C^{te} T^2) \\ - f &= \frac{C^{te}}{T} + C^{te} + C^{te} T \end{aligned}$$

Suivant la valeur des C^{te} , le polynôme f peut ne pas être monotone en T . Nous commençons donc par tester cette forme de $\Delta\mu$ en cherchant les coefficients de f permettant de se rapprocher au mieux de nos fonctions d'excitation. Ces coefficients doivent, rappelons-le, vérifier la relation $\Delta\mu = 0$ pour $T = T_c$. Plusieurs jeux de paramètres inclus à la main, comme par exemple celui dont le résultat se trouve sur la figure 25, ont montré que les distributions obtenues ne peuvent correctement simuler ces formes de fonctions d'excitation que si la gamme en T s'échelonne sur un minimum de 10 ou 15 MeV, comme dans la plupart des données expérimentales (c'est-à-dire $\frac{1}{T}$ entre 0.07 et 0.5 ou même 1.0). En effet, nous observons un bon accord entre la fonction d'ajustement et les données sur une certaine gamme en $\frac{1}{T}$, mais la courbure est trop importante dans notre échantillon pour être reproduite sur toute la gamme. Cet effet est d'autant plus marqué que la masse augmente. Nos fonctions varient beaucoup trop brusquement, avec une forte augmentation puis une forte diminution de la production entre 3 et 5 MeV, sur une gamme beaucoup plus restreinte que dans les données expérimentales de collisions d'ions lourds. Cette différence majeure provient de la thermodynamique que nous utilisons, propre au gaz sur réseau pour le système que nous étudions. Il est donc nécessaire d'utiliser un polynôme de plus haut degré afin de pouvoir rendre compte de cette brusque variation entre 3 et 5 MeV.

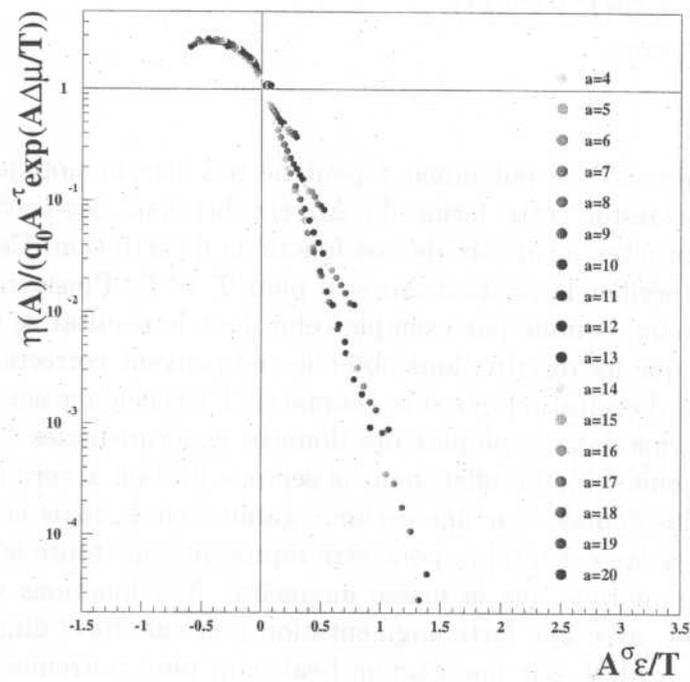


FIG. 24 – Fonction d'échelle pour un polynôme en T^2

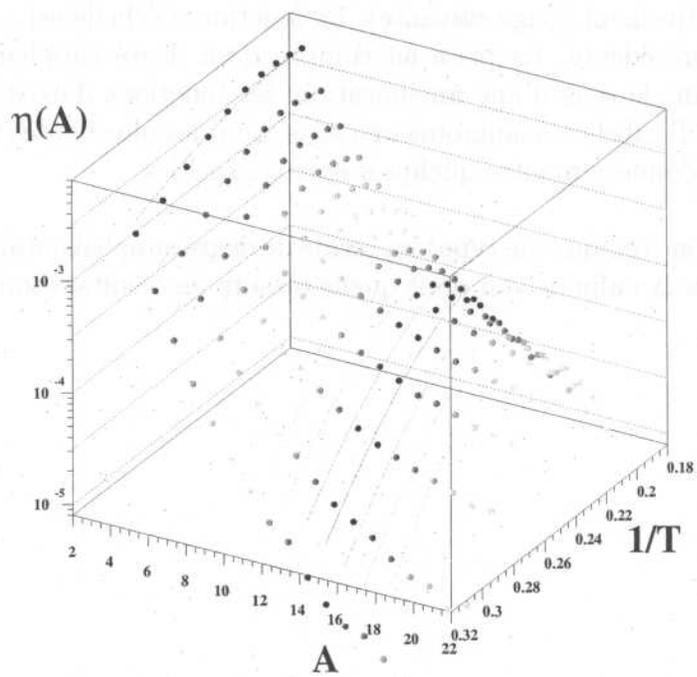


FIG. 25 – Fonctions d'excitation pour un polynôme en T^2

2.3.5 Quatrième type

Si $\Delta\mu = \mu_0 + \mu_1 T + \mu_2 T^2 + \mu_3 T^3$, alors:

$$- f = C^{te} + \frac{1}{T}(A\mu_0 + A\mu_1 T + A\mu_2 T^2 + A\mu_3 T^3 - C_0 A^\sigma)$$

$$- f = C^{te} + \frac{1}{T}(C^{te} + C^{te} T + C^{te} T^2 + C^{te} T^3)$$

$$- f = \frac{C^{te}}{T} + C^{te} + C^{te} T + C^{te} T^2$$

A nouveau, nous recherchons un jeu de paramètres satisfaisant $(\Delta\mu = 0)_{T=T_c}$. La fonction d'échelle et les fonctions d'excitation obtenues sont représentées sur les figures 26 et 27 respectivement (page suivante). La fonction d'échelle est nettement plus appréciable que la précédente. La prise en compte d'un degré supplémentaire en T va manifester dans le sens d'une amélioration: les fonctions d'excitation gagnent également en qualité. Il subsiste néanmoins une zone, pour les plus hautes températures, où l'ajustement aux données montre quelques écarts sensibles.

Nous rajoutons donc (cinquième type) un terme de degré supplémentaire en température dans le polynôme $\Delta\mu$ afin de voir dans quelle mesure les résultats sont perfectibles.

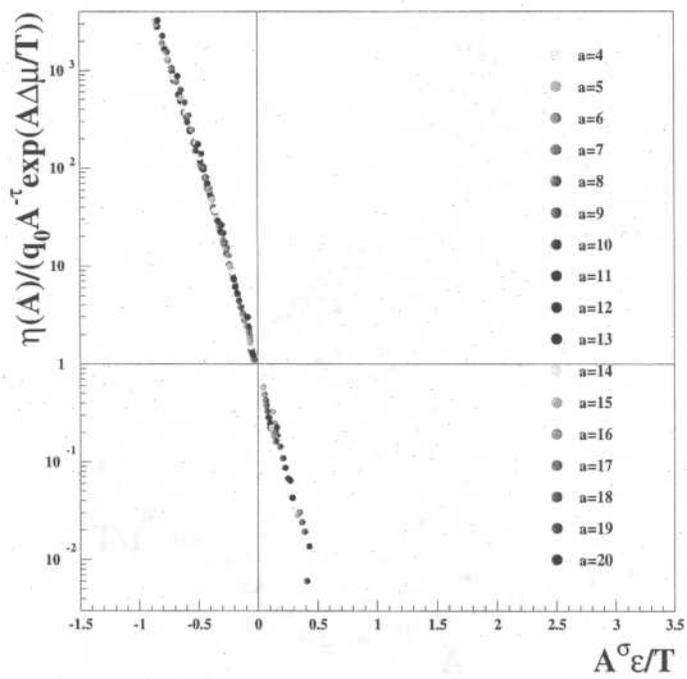


FIG. 26 – Fonction d'échelle pour un polynôme en T^3

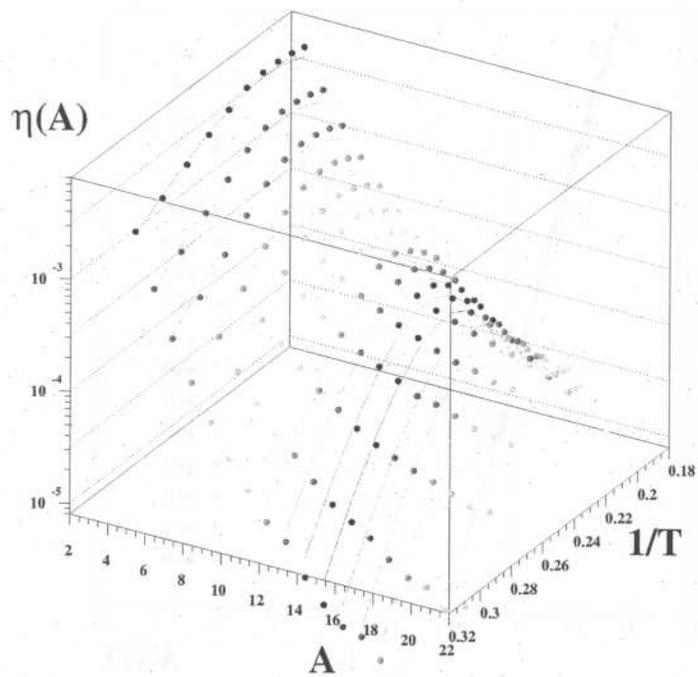


FIG. 27 – *Fonctions d'excitation pour un polynôme en T^3*

2.3.6 Cinquième type

Si $\Delta\mu = \mu_0 + \mu_1 T + \mu_2 T^2 + \mu_3 T^3 + \mu_4 T^4$, alors:

$$\begin{aligned} - f &= C^{te} + \frac{1}{T}(A\mu_0 + A\mu_1 T + A\mu_2 T^2 + A\mu_3 T^3 + A\mu_4 T^4 - C_0 A^\sigma) \\ - f &= C^{te} + \frac{1}{T}(C^{te} + C^{te} T + C^{te} T^2 + C^{te} T^3 + C^{te} T^4) \\ - f &= \frac{C^{te}}{T} + C^{te} + C^{te} T + C^{te} T^2 + C^{te} T^3 \end{aligned}$$

La qualité de la fonction d'échelle obtenue est tout à fait comparable au cas précédent, c'est-à-dire excellente. Quant aux fonctions d'excitation, elles sont encore plus convaincantes qu'avec le polynôme en T^3 . La convergence semble beaucoup moins difficile vers les hautes températures.

Nous effectuons un autre test (sixième type), en rajoutant cette fois un terme en $1/T$ au polynôme en T^4 .

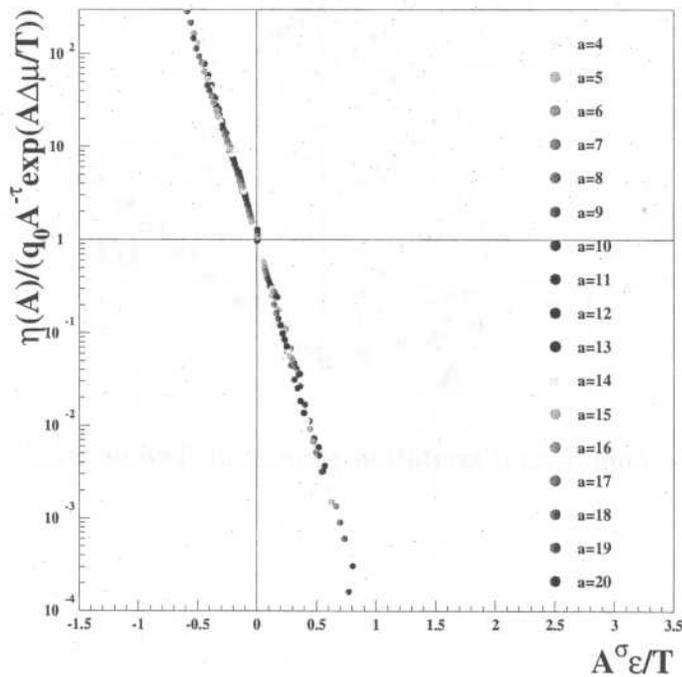


FIG. 28 – Fonction d'échelle pour un polynôme en T^4

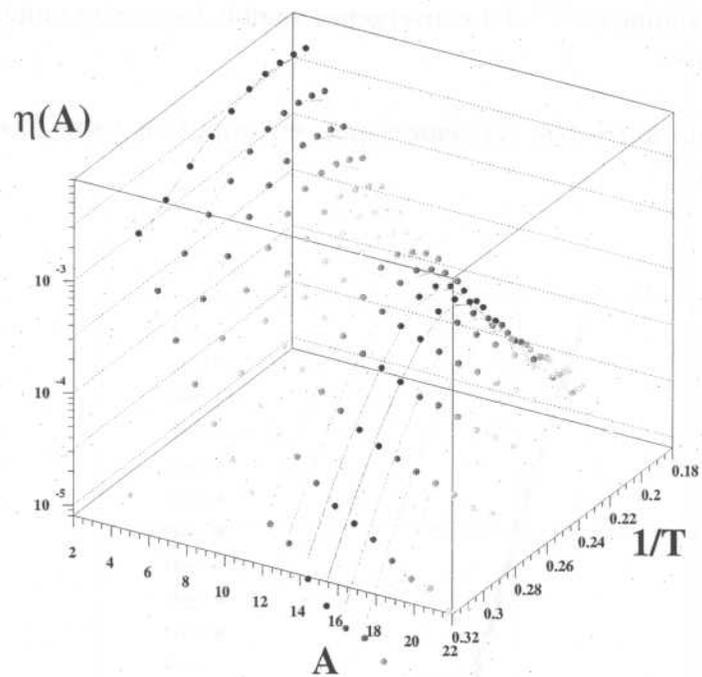


FIG. 29 – Fonctions d'excitation pour un polynôme en T^4

2.3.7 Sixième type

Si $\Delta\mu = \frac{\mu_0}{T} + \mu_1 + \mu_2 T + \mu_3 T^2 + \mu_4 T^3 + \mu_5 T^4$, alors:

$$- f = C^{te} + \frac{1}{T^2}(A\mu_0 + A\mu_1 T + A\mu_2 T^2 + A\mu_3 T^3 + A\mu_4 T^4 + A\mu_5 T^5 - C_0 A^\sigma)$$

$$- f = C^{te} + \frac{1}{T^2}(C^{te} + C^{te}T + C^{te}T^2 + C^{te}T^3 + C^{te}T^4 + C^{te}T^5)$$

$$- f = \frac{C^{te}}{T^2} + \frac{C^{te}}{T} + C^{te} + C^{te}T + C^{te}T^2 + C^{te}T^3$$

Sur la page suivante, nous voyons que la fonction d'échelle reste de très belle qualité. Mais les fonctions d'excitation ne gagnent pas sensiblement en justesse: les hautes températures, cette fois, sont très bien reproduites, mais du coup ce sont les plus faibles valeurs de T (donc plus grandes valeurs de $1/T$) qui ont du mal à être ajustées. Globalement, les résultats semblent de qualité à peu près comparable.

Dans le test suivant (septième type), nous avons écarté ce terme en $1/T$ et augmenté d'un degré le polynôme $\Delta\mu(T)$. Le terme de plus haut degré est donc maintenant en T^5 .

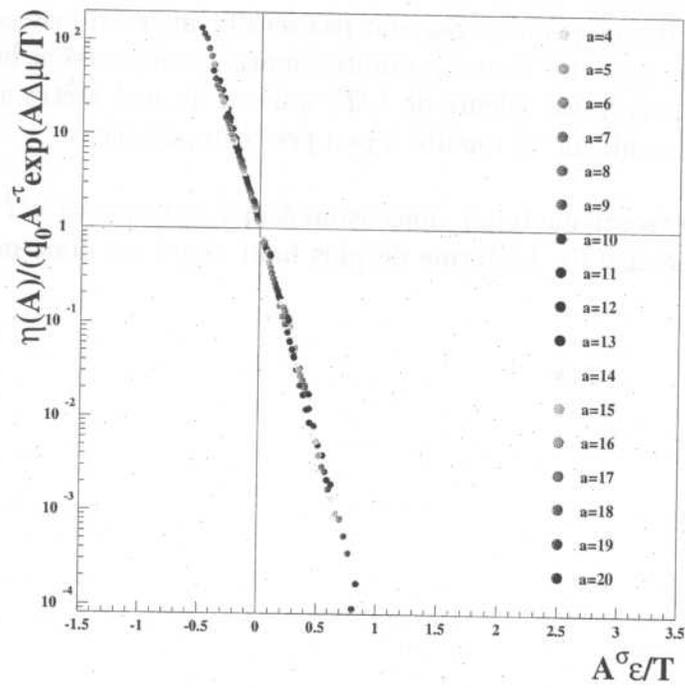


FIG. 30 – Fonction d'échelle pour un polynôme en T^4 avec un terme en T^{-1}

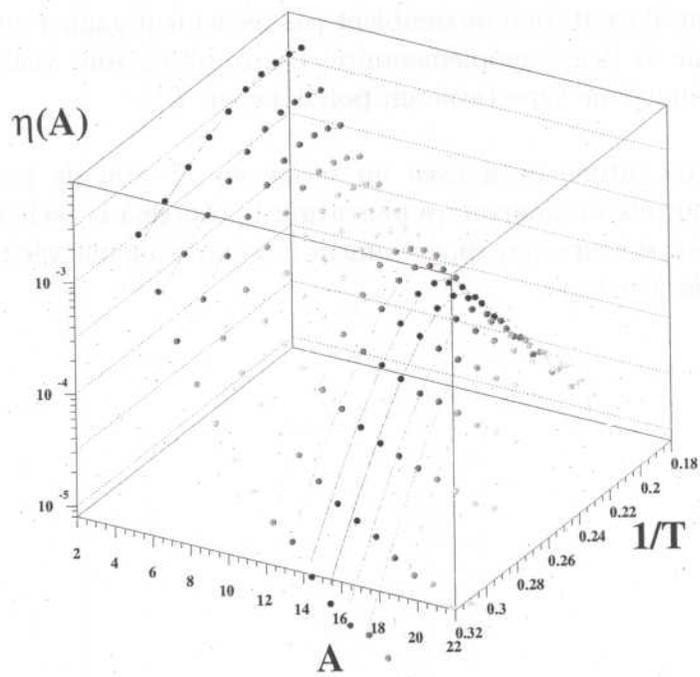


FIG. 31 – Fonctions d'excitation pour un polynôme en T^4 avec un terme en T^{-1}

2.3.8 Septième type

Si $\Delta\mu = \mu_0 + \mu_1 T + \mu_2 T^2 + \mu_3 T^3 + \mu_4 T^4 + \mu_5 T^5$, alors:

$$\begin{aligned} - f &= C^{te} + \frac{1}{T}(A\mu_0 + A\mu_1 T + A\mu_2 T^2 + A\mu_3 T^3 + A\mu_4 T^4 + A\mu_5 T^5 - C_0 A^\sigma) \\ - f &= C^{te} + \frac{1}{T}(C^{te} + C^{te} T + C^{te} T^2 + C^{te} T^3 + C^{te} T^4 + C^{te} T^5) \\ - f &= \frac{C^{te}}{T} + C^{te} + C^{te} T + C^{te} T^2 + C^{te} T^3 + C^{te} T^4 \end{aligned}$$

Encore une fois, aucun changement qualitatif n'est à noter dans la fonction d'échelle. De même, les fonctions d'excitation ne semblent pas réellement gagner en précision lors de l'ajout de ce terme de degré supplémentaire. Les résultats sont visuellement comparables à ceux du cinquième type (avec un polynôme en T^4).

Nous effectuons un ultime essai avec un terme en T^6 afin de nous convaincre définitivement de l'inutilité de poursuivre plus avant la course à la recherche de degrés trop importants en température, qui apparemment n'apporte aucune véritable amélioration: le huitième et dernier type.

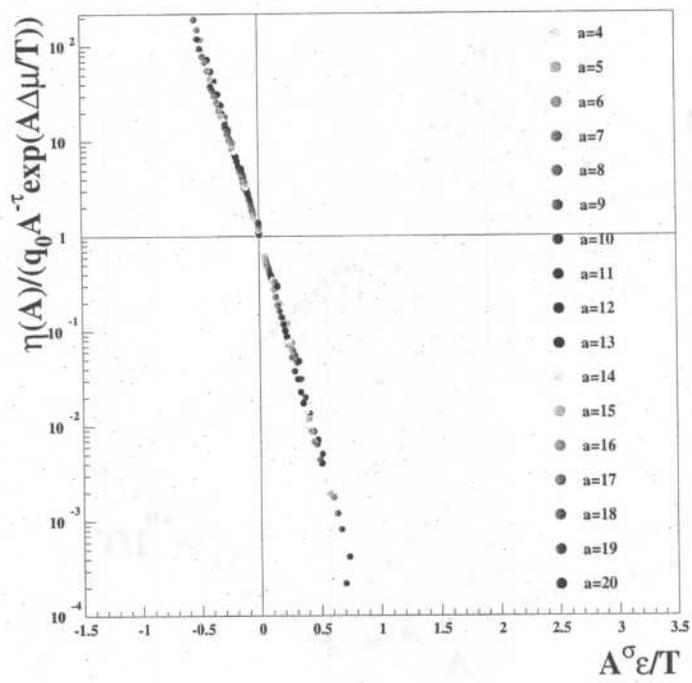


FIG. 32 – Fonction d'échelle pour un polynôme en T^5

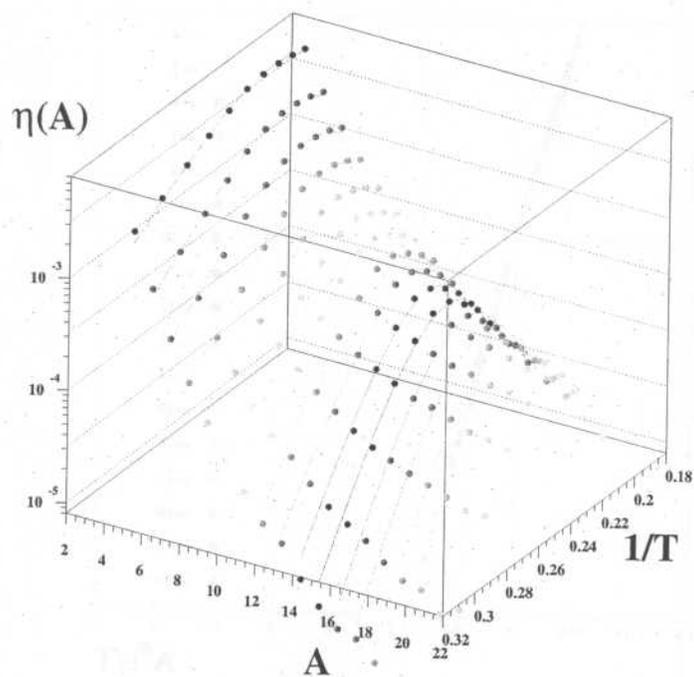


FIG. 33 – Fonctions d'excitation pour un polynôme en T^5

2.3.9 Huitième type

Si $\Delta\mu = \mu_0 + \mu_1 T + \mu_2 T^2 + \mu_3 T^3 + \mu_4 T^4 + \mu_5 T^5 + \mu_6 T^6$, alors:

$$\begin{aligned} - f &= C^{te} + \frac{1}{T}(A\mu_0 + A\mu_1 T + A\mu_2 T^2 + A\mu_3 T^3 + A\mu_4 T^4 + A\mu_5 T^5 + A\mu_6 T^6 - C_0 A^\sigma) \\ - f &= C^{te} + \frac{1}{T}(C^{te} + C^{te} T + C^{te} T^2 + C^{te} T^3 + C^{te} T^4 + C^{te} T^5 + C^{te} T^6) \\ - f &= \frac{C^{te}}{T} + C^{te} + C^{te} T + C^{te} T^2 + C^{te} T^3 + C^{te} T^4 + C^{te} T^6 \end{aligned}$$

Conformément à nos attentes, les résultats ne sont pas meilleurs que les précédents. Ils restent évidemment bons, mais les paramètres de trop haut degré en T sont manifestement inutiles. Notons que dans l'hypothèse du gaz de Fermi, où l'énergie est proportionnelle à la racine carrée de la température, la nécessité éventuelle de prendre en compte un terme en T^6 aurait signifié une dépendance en énergie à la puissance 12 du $\Delta\mu$! Il apparaît donc finalement que ce huitième type n'est pas nécessaire pour traiter nos données du point de vue de Fisher.

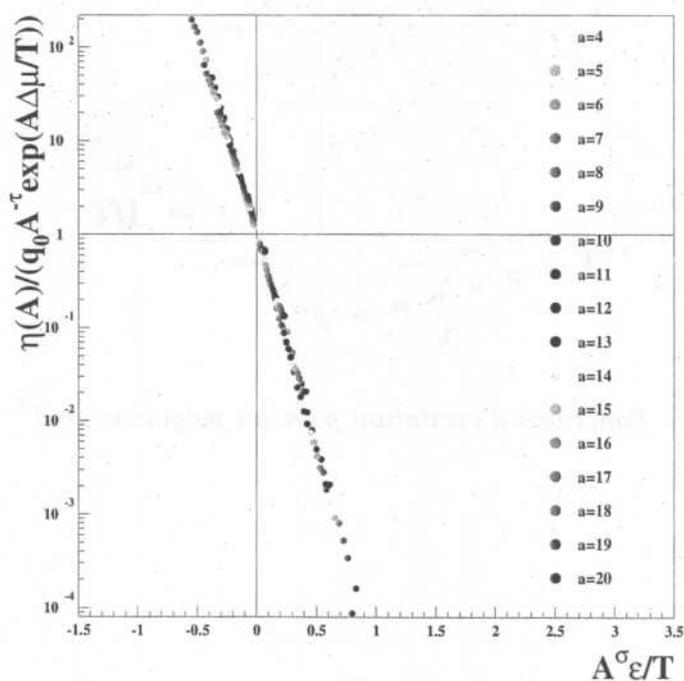


FIG. 34 – Fonction d'échelle pour un polynôme en T^6

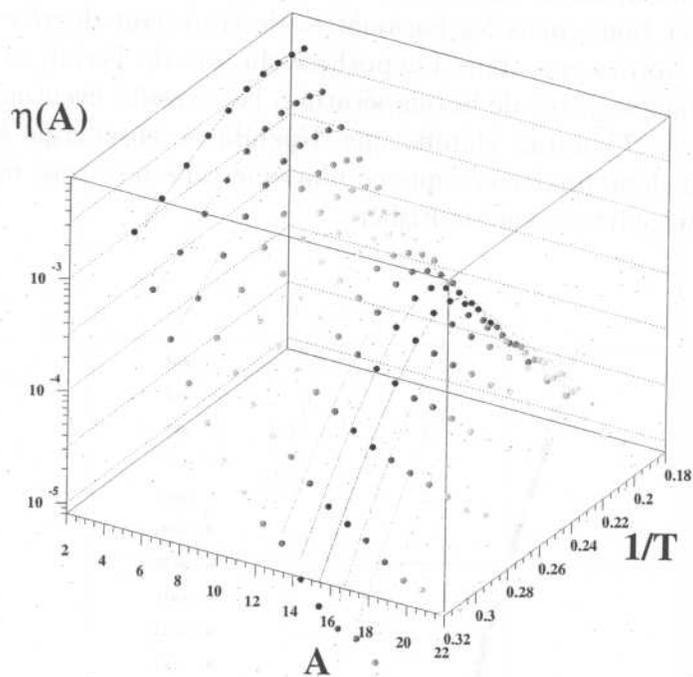


FIG. 35 – Fonctions d'excitation pour un polynôme en T^6

2.3.10 Tableau récapitulatif et conclusions

Une première remarque concerne les différentes fonctions d'échelle obtenues: hormis la première (polynôme en T^2), toutes sont de très bonne qualité et comparables. Elles ne varient pas toujours de la même façon autour de la ligne horizontale d'ordonnée 1 quantitativement, mais ces différences reflètent simplement les écarts parfois importants trouvés pour la valeur critique de la température dans chacun des cas.

Le second type de figures est plus particulièrement relié à la qualité du lissage: il est directement dépendant du χ^2 obtenu pour chaque type. Nous obtenons un accord relativement correct dans les deux premiers cas, puis un net accroissement de la qualité à partir du degré 4 en T . Cependant, il semble que l'inclusion progressive de termes de degrés supplémentaires en T dans $\Delta\mu$ n'améliore pas l'ajustement.

Plus généralement, par la seule analyse des fonctions d'échelle et des fonctions d'excitation, nous pouvons conclure qu'un polynôme de degré supérieur à 4 en T n'améliore pas de façon significative la représentation des données, mais qu'il semble insuffisant de s'arrêter à l'ordre 3.

Afin de poursuivre l'analyse de manière plus détaillée, il est nécessaire de regarder attentivement les valeurs des paramètres obtenues pour les différents calculs: les paramètres critiques τ et σ , la valeur critique de la température T_c , la différence de potentiel chimique liquide/gaz $\Delta\mu$, le coefficient d'énergie de surface C_0 , et le χ^2 dont la valeur est directement reliée à la fiabilité de l'accord entre l'ajustement et les données.

Le tableau de la page suivante reprend l'ensemble des formes proposées ci-dessus pour chercher un polynôme en T , à l'exception des deux premières: nous avons montré que celles-ci ne peuvent intrinsèquement mener à une représentation correcte de nos fonctions d'excitation. Rappelons également que la forme numéro 5 correspond à un polynôme de quatrième degré en T , forme la plus usitée dans la communauté des physiciens nucléaires pour étudier les collisions d'ions lourds aux énergies proches de l'énergie de Fermi par le modèle de Fisher, ce qui semble parfaitement cohérent avec nos précédentes remarques.

Une petite parenthèse s'avèrera probablement utile pour rappeler les valeurs que nous obtenions avec l'analyse en Stauffer pour cet échantillon:

- $\tau = 2.65$
- $\sigma = 0.56$
- $T_c = 4.11\text{MeV}$

Paramètres	Type 3	Type 4	Type 5	Type 6	Type 7	Type 8
τ	3.73 ± 0.01	3.94 ± 0.01	3.75 ± 0.01	3.68 ± 0.01	3.77 ± 0.01	3.70 ± 0.01
σ	0.98 ± 0.01	0.92 ± 0.01	0.87 ± 0.01	0.85 ± 0.01	0.84 ± 0.01	0.85 ± 0.01
$T_c(AMeV)$	4.38 ± 0.01	3.63 ± 0.01	4.10 ± 0.01	4.23 ± 0.01	4.09 ± 0.01	4.19 ± 0.01
$\Delta\mu(T = T_c)$	0.4 ± 0.1	0.0 ± 0.1	0.4 ± 0.1	0.4 ± 0.1	0.4 ± 0.1	0.4 ± 0.1
C_0	5.0 ± 0.1	9.8 ± 0.1	10.0 ± 0.1	10.0 ± 0.1	10.0 ± 0.1	10.0 ± 0.1
χ^2	349.3	55.6	34.4	33.4	34.4	35.0

L'évolution du paramètre τ en fonction des différents polynômes montre une stabilisation à partir de la forme 5 "habituelle". En revanche, la valeur absolue de ce τ est, elle, assez inhabituelle ou du moins trop élevée pour la classe d'universalité liquide-gaz. Néanmoins, il convient d'insister sur le fait qu'il s'agit ici de données théoriques, dans le cadre particulier d'un ensemble canonique à volume moyen constant, sans corrections coulombienne ni quantique, avec une gamme de masse de fragments un peu faible (4 – 20) par rapport aux analyses "standard" (autour de 10 – 35 environ).

Le σ semble également se stabiliser à partir du même point; à nouveau les valeurs sont légèrement supérieures à celles attendues. Il est possible que les variations assez nettes de ces deux exposants soient dues en partie à la correction en $\Delta\mu$ et en C_0 .

La température critique, encore une fois stabilisée à partir du polynôme en T^4 , est en bon accord avec celle que nous trouvons par l'analyse en Stauffer.

La valeur de $\Delta\mu$ varie très peu, et reste proche de 0: les potentiels chimiques de la partie "gaz" et de la partie "liquide" sont donc comparables, et par suite nous nous trouvons bien en pleine coexistence.

Le coefficient d'énergie de surface C_0 reste lui aussi très stable autour de sa valeur d'initialisation, sauf pour le polynôme en T^2 .

Enfin, pour trancher sur l'aspect quantitatif de ces fluctuations plus ou moins grandes en fonctions des divers polynômes, les qualités de lissage sont parfaitement résumées par la valeur du χ^2 obtenue dans chaque cas. Il est clairement établi que les deux premiers présentent des caractéristiques insuffisantes pour permettre un traitement *ad hoc* de nos données. Le χ^2 diminue jusqu'à la forme en T^4 , puis ne subit plus de variation notable. Cette dernière remarque permet d'affirmer que, pour nos

données également, la prise en compte d'un polynôme de degré 4 en température pour paramétriser la différence de potentiel chimique entre le quasi-gaz et le quasi-liquide est nécessaire et suffisante.

Il est vrai que les meilleurs χ^2 obtenus sont de mauvaise qualité en valeur absolue, mais l'intérêt de ce paragraphe consistait en une étude comparative entre les différentes formes de polynômes, en maintenant constant chaque élément dans le formalisme de calcul: les valeurs d'initialisation, les pas d'intégration, les limites supérieure et inférieure imposées aux paramètres, les gammes de masses et de températures à traiter. Le but n'étant pas d'obtenir, à chaque fois et en faisant varier ces divers éléments, le meilleur χ^2 , mais bien de rester dans des conditions exactement identiques afin de mettre en lumière les écarts chiffrés entre chaque cas.

Nous garderons donc par la suite la même forme que celle utilisée dans [74] pour le polynôme en T . Dans le prochain paragraphe, nous discutons les gammes de masses afin de voir l'influence des fragments pris en compte sur les résultats.

2.4 Influence des masses

Nous sommes partis des masses étudiées avec Stauffer, à savoir la gamme 4 – 20. Mais en physique nucléaire, la notion de "fragment" regroupe les produits de réaction à partir de l'élément Lithium, *i.e.* pour une masse au moins égale à 6. Beaucoup d'auteurs considèrent même que cette limite est trop basse, et ne prennent en compte que les fragments à partir de $Z = 5$ [35], ou même $Z = 6$ [29], soit des masses au moins égales à 10.

Toute la question est de savoir quelle est la gamme adéquate pour se trouver au mieux dans les conditions requises par le modèle de Fisher. Il est très ardu de répondre à cette interrogation, car tout dépend des conditions de pression, de volume, d'énergie, de la masse totale du système, mais surtout de la définition même d'un gaz et d'un liquide dans un système fini. Il faut donc trouver un certain compromis: les grandes masses ne doivent pas intervenir, car elles correspondent au "fragment infini" du système infini et biaisent donc l'analyse; mais les trop petites masses sont également très piégeuses, car elles peuvent avoir des significations très différentes: désexcitation secondaire, évaporation, provenance de la mi-rapacité... Nous devons donc nous affranchir au mieux de ces éléments.

2.5 Conclusions

Nous déduisons de ce chapitre que le polynôme $\Delta\mu(T)$ doit bien considérer la température jusqu'à l'ordre 4. Le calcul en Fisher sur ces données théoriques abou-

tit a une valeur très élevée de l'exposant τ : il reste à expliquer la signification de ce résultat. L'exposant σ est lui également surévalué par rapport à ce qu'on pouvait attendre. En revanche, la localisation de la température critique reste pleinement en accord avec l'analyse en Stauffer.

Mais la physique nucléaire est avant tout une science expérimentale. Il convient donc de confronter le modèle de Fisher également avec des données; c'est pourquoi nous avons considéré le multidétecteur INDRA. Le chapitre suivant décrit tout d'abord brièvement les caractéristiques de ce détecteur. Les données expérimentales recueillies font ensuite l'objet de sélections, afin de définir des lots d'évènements sur lesquels il est possible d'appliquer l'analyse de Fisher.

3 APPLICATION EXPERIMENTALE

3.1 Le multidétecteur INDRA

INDRA (Identification de Noyaux et Détection avec Résolution Accrue) est un multidétecteur utilisé pour identifier et caractériser le plus grand nombre de produits de réaction émis lors de collisions d'ions lourds aux énergies de Fermi. Il a été conçu essentiellement pour étudier la multifragmentation des noyaux excités formés dans les collisions centrales. Les caractéristiques d'INDRA, dont on trouvera une description en annexe, sont les suivantes:

- 90% d'efficacité géométrique dénotant ainsi une très grande couverture angulaire.
- Une granularité à 336 modules de détection indépendants qui permet de limiter la probabilité de comptages multiples, autrement dit les empilements, à quelques % suivant les systèmes étudiés.
- Des seuils de détection et d'identification faibles sur une large gamme en charge et en énergie. Cette polyvalence assure un traitement depuis des protons de 1 MeV jusqu'à des ions Uranium de 5 GeV.
- Une bonne séparation isotopique: INDRA est capable d'opérer cette séparation pour des noyaux de charge $Z = 1, 2, 3$ et 4.
- La détection des particules neutres n'est pas réalisée.

Pour une meilleure compréhension de la physique de la multifragmentation, il est nécessaire d'étudier plusieurs systèmes, plusieurs sources formées. Ainsi, la conception d'INDRA a reposé sur une large dynamique de détection, avec des charges de 1 à environ 80 ainsi qu'une gamme en énergie importante. Il s'est notamment avéré indispensable d'utiliser deux gains électroniques différents afin de balayer toute cette dynamique en charge. Un "petit gain" pour les grandes, un "grand gain" pour discriminer les petites. Les caractéristiques sont largement précisées dans [78]. INDRA fournit pour chaque ion détecté le numéro atomique (Z), la masse (A , pour $Z \leq 4$), l'énergie et la localisation dans l'espace.

Néanmoins, l'efficacité d'INDRA dépend quand même assez largement du système étudié. La figure 36 montre une distribution de la charge totale détectée pour deux systèmes différents: Ni+Au à 32A.MeV (en trait plein) et Xe+Sn à 50A.MeV (en ligne tiretée). Dans chacun des cas, 100000 événements ont été traités. La charge totale a été normalisée à la somme $Z_{proj} + Z_{cible}$. Pour le système Ni+Au, une quantité non négligeable de fragments n'atteint pas, par défaut d'énergie, les seuils de détection. On observe donc pour ce système une chute plus rapide du Z_{tot} détecté que pour Xe+Sn à 50 A.MeV, où les conditions expérimentales sont plus favorables.

Dans chaque cas, nous observons un pic. Pour la réaction Ni+Au, ce pic se situe vers

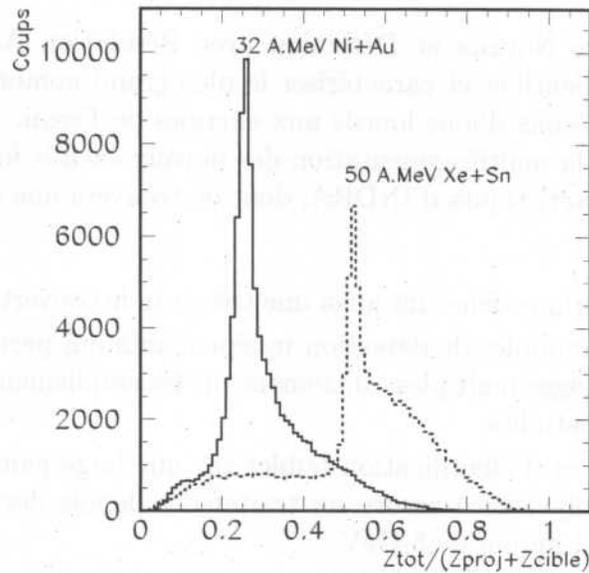


FIG. 36 – Charge totale détectée pour les réactions Ni+Au à 32 A.MeV (trait plein) et Xe+Sn à 50 A.MeV (ligne tiretée).

25% de $Z_{proj}+Z_{cible}$, ce qui correspond à une charge totale détectée de l'ordre de celle du Ni. Autrement dit, c'est le quasi-projectile (fragments et particules issus du projectile après désexcitation) qui a été bien détecté dans ces événements. Un raisonnement analogue appliqué à la réaction Xe+Sn permet de justifier le pic observé: la charge totale du système est de 104, le projectile Xe possède 54 protons, soit un pic théorique à 52%, en plein accord avec la figure. Pour une étude sur les taux de production concernant les sources formées, le critère de bonne détection est primordial. On voit ainsi que tous les systèmes étudiés par INDRA ne répondent pas de la même façon au critère de complétude. Dans les deux exemples cités plus haut (Ni+Au et Xe+Sn), on peut faire une étude sur les quasi-projectiles Ni et Xe, tandis que les collisions centrales en Ni+Au souffrent d'une inefficacité de détection. Dans les deux cas, la quasi-cible ne peut pas être étudiée.

Il apparaît donc sur ces deux exemples, Ni+Au et Xe+Sn, que toutes les études ne sont pas possibles avec INDRA, bien que nous disposions de plusieurs campagnes de mesure. INDRA est un bon détecteur avec ses limites expérimentales.

3.2 Stratégie

Dans la problématique qui nous intéresse, à savoir l'étude des taux de production de fragments, il s'avère au regard des résultats des chapitres précédents que les effets de taille finie sont cruciaux. Nous devons donc porter notre attention sur des tailles de source importantes. Parmi les données révélées par INDRA, notre choix s'est donc porté sur les réactions Au+Au 40, 60 et 80 A.MeV d'énergie de bombardement mesurées par INDRA au GSI (collaborations INDRA et ALADIN). La désexcitation de la source quasi-projectile formée dans les collisions périphériques sera le point de départ.

Dans un second temps, nous allons étudier la désexcitation de la source formée dans les collisions centrales Xe+Sn (INDRA@GANIL). Les événements ont été sélectionnés d'après la méthode décrite dans [29]. Dans cette référence, les collisions centrales Xe+Sn sont également traitées puis analysées par le modèle de Fisher. Quatre énergies de bombardement seront prises en compte, de 32 à 50 A.MeV et la taille de la source formée est voisine de celle d'un noyau d'or. L'intérêt de mettre en conjonction ces deux systèmes est la taille similaire de la source formée par deux mécanismes d'excitation a priori différents dont l'un révèle des effets de compression [29]. Le concept de densité réapparaît alors pour ces sources différemment formées. Quel est l'effet de la voie d'entrée sur la fragmentation d'une source d'Au du point de vue de Fisher?

3.3 Sélection des données

La sélection des données pour le système Xe+Sn est largement décrite par le Neindre [29]. Pour résumer, elle consiste à ne retenir que les événements complets (charge totale détectée supérieure à 80% ($Z_{proj} + Z_{cible}$)) dont la direction privilégiée d'émission énergétique est supérieure à 60 degrés.

Pour ce qui concerne les collisions Au+Au, la méthodologie est identique à celle utilisée dans [28] où des collisions Au+Au sont également étudiées dans le cadre du modèle de Fisher, à quelques variantes près que nous allons préciser.

La figure 37 représente la distribution en charge totale, sur tout l'espace couvert par INDRA, de 50000 événements pour les collisions Au+Au à 80 A.MeV d'énergie de bombardement. Le propos se focalisera sur 80 A.MeV mais toutes nos conclusions sont valables pour 40 et 60 A.MeV. Ici, la qualité globale de la détection est peu éloignée de celle de Xe+Sn (cf. figure précédente) et nous pouvons escompter une bonne détection des produits de la réaction à l'avant du centre de masse du système. L'étude du quasi-projectile est possible dans ce cas. Notre hypothèse de travail, pour le système Au+Au, est basée sur l'existence d'une source excitée dont la taille est celle du projectile (quasi-projectile) à l'avant du centre de masse.

La répartition de la charge totale est présentée à l'échelle de la charge totale dans la figure 37. On observe une distribution bimodale. Une première distribution est centrée sur une charge totale d'environ 40, et une seconde, plus importante, est centrée sur une charge totale d'environ 80. La distribution est plus étendue pour la charge totale de 80, ce qui est cohérent avec les observations de la figure 36.

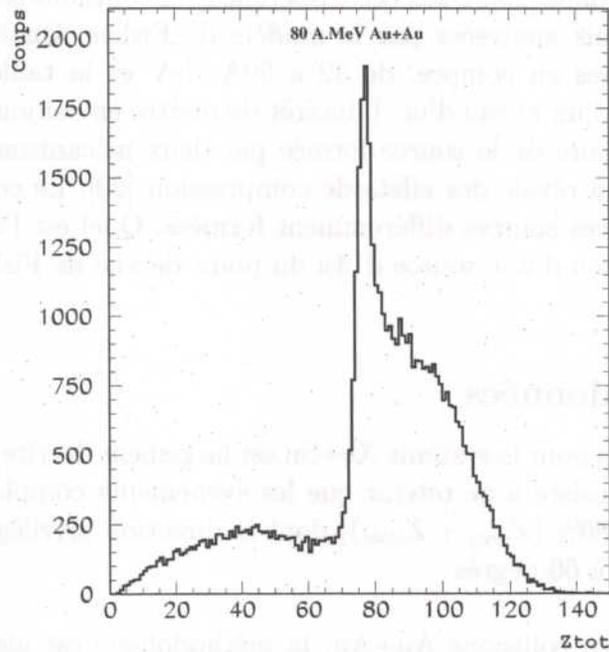


FIG. 37 - Distribution de la charge totale, sans condition de complétude

La répartition de la charge totale est présentée à l'échelle de la charge totale dans la figure 37. On observe une distribution bimodale. Une première distribution est centrée sur une charge totale d'environ 40, et une seconde, plus importante, est centrée sur une charge totale d'environ 80. La distribution est plus étendue pour la charge totale de 80, ce qui est cohérent avec les observations de la figure 36.

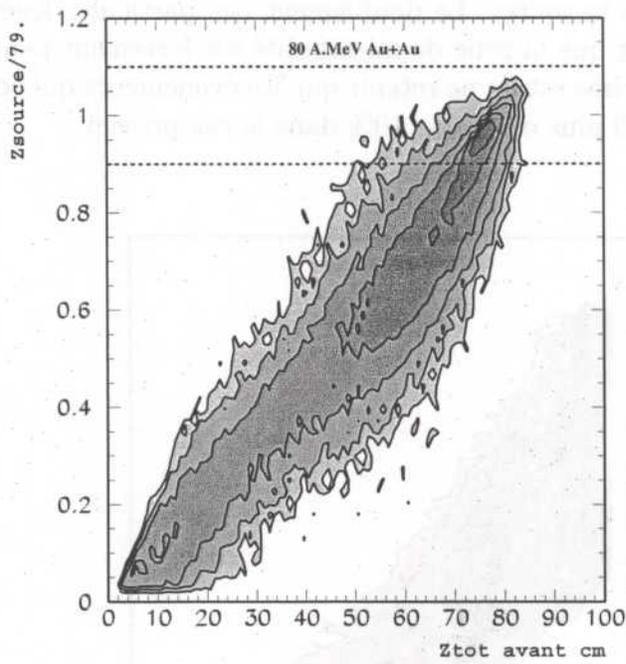


FIG. 38 – Distribution de la charge de la source (normalisée) en fonction de la charge totale détectée à l'avant du centre de masse, Au + Au à 80A.MeV

Pour tenir compte du fait que le processus de réaction entre le projectile et la cible peut conduire à des angles de diffusion non nuls suivant le paramètre d'impact, nous avons reconstruit la source (quasi-projectile) au moyen d'un ellipsoïde comme dans [28]. Cette reconstruction n'est ni plus ni moins qu'un moyen technique pour définir l'espace de diffusion lorsque le nombre de particules est élevé. Les particules légères ($Z=1$ et 2) ont été écartées de la reconstruction du fait d'un éventuel effet du pré-équilibre dans ces réactions. La reconstruction de la source est alors la suivante: (i) la vitesse de la source est donnée par la vitesse de recul des fragments émis à l'avant de l'ellipsoïde, (ii) la taille de la source est donnée par la somme des charges des fragments émis à l'avant de l'ellipsoïde plus deux fois la somme des charges des particules légères ($Z=1$ et 2) émises à l'avant de la source. Le doublement des particules légères est effectué pour tenir compte du fait que la zone de mi-rapacité est fortement peuplée par le pré-équilibre. La sélection ultime est de ne retenir que les événements qui conduisent à une taille de source égale à 79 plus ou moins 10% dans le cas présent.

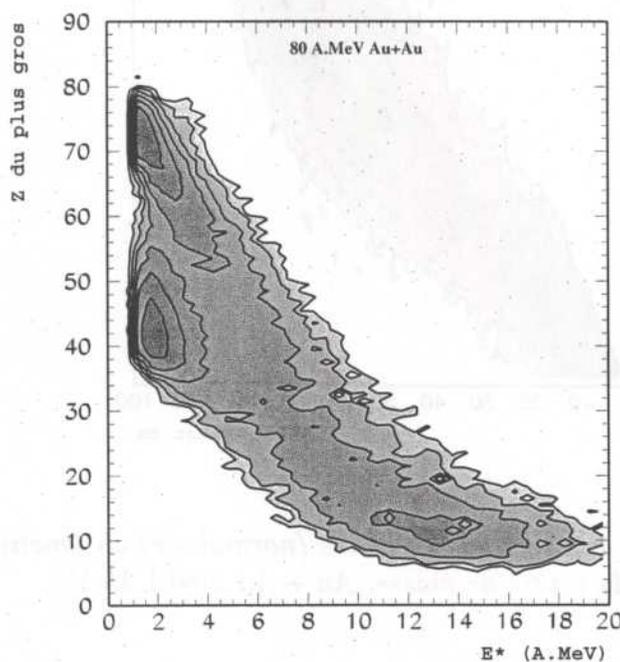


FIG. 39 – *Distribution de la charge du plus gros fragment en fonction de l'énergie d'excitation*

Cette procédure est identique à celle effectuée dans [28] et les mêmes hypothèses ont été adoptées pour ce qui concerne la masse atomique de la source (N/Z de l'or) et le calcul de l'énergie d'excitation par calorimétrie.

La figure 38 présente les évènements retenus parmi tous les évènements détectés par INDRA. On notera que la reconstruction de l'ellipsoïde, donc la taille de source, n'a de sens que pour une bonne détection à l'avant du centre de masse.

La figure 39 concerne les évènements retenus (entre les deux lignes de la figure 38). Elle présente la relation entre le numéro atomique du plus gros fragment de la source et l'énergie d'excitation. Dans la partie gauche (basse énergie d'excitation) on remarque la présence de résidus d'évaporation et de fragments de fission. Lorsque l'énergie d'excitation augmente, la taille du plus gros fragment diminue ce qui est en accord avec un processus statistique équilibré. Toutefois vers 8-9 A.MeV d'énergie d'excitation, il est à remarquer que la corrélation n'est plus claire, la taille du plus gros fragment reste sensiblement constante sur une large gamme en énergie d'excitation. Ces derniers évènements vont focaliser notre attention par la suite, ils correspondent à des évènements centraux où le plus gros fragment détecté à l'avant du centre de masse n'appartient pas à la source quasi-projectile.

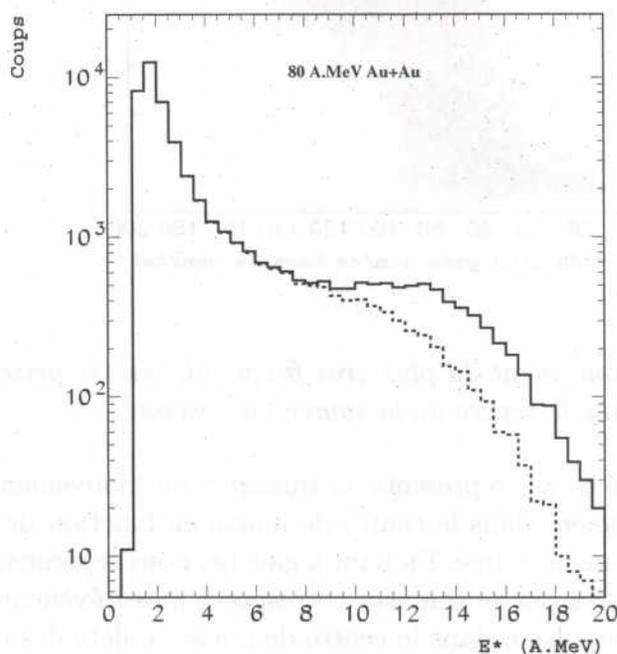


FIG. 40 – Distribution en énergie d'excitation, sans sélection (ligne continue) et avec la sélection sur la vitesse du plus gros fragment (ligne discontinue)

Dans [28], une sélection supplémentaire sur la vitesse du plus gros fragment est effectuée pour éliminer ces événements. Cette sélection s'est avérée inadaptée à notre cas. La figure 40 montre que la distribution en énergie d'excitation obtenue après la sélection supplémentaire effectuée dans [28] conduit à un spectre peu modifié. La différence des systèmes de détection explique ce fait et nous devons employer une autre méthode de sélection.

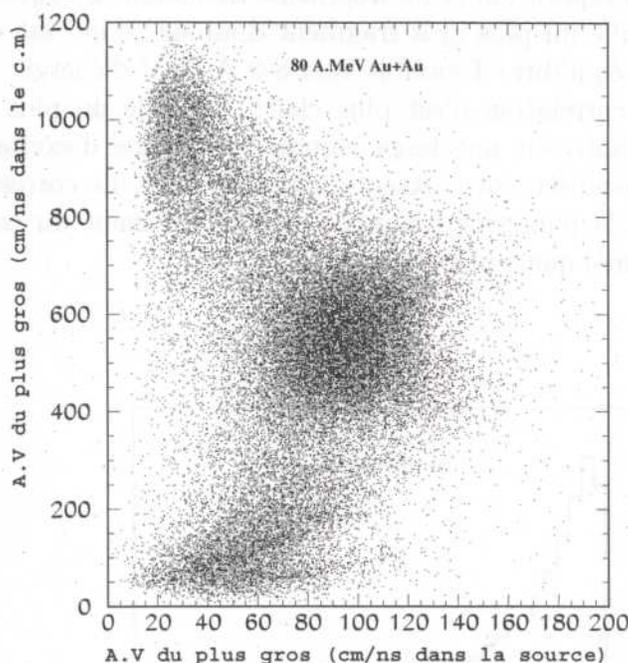


FIG. 41 – *Quantité de mouvement du plus gros fragment; vitesse prise dans le centre de masse en ordonnée, dans le repère de la source en abscisse*

Sur la figure 41, nous avons représenté la quantité de mouvement du plus gros fragment de chaque événement dans le centre de masse en fonction de sa quantité de mouvement dans le repère de la source. En haut à gauche, nous repérons les gros résidus qui constituent la source. La partie centrale correspond à des événements de fission. La zone du bas, à faible impulsion dans le centre de masse, reflète des caractéristiques du plus gros fragment incompatibles avec son appartenance au quasi-projectile: faible vitesse dans le centre de masse et trop grande impulsion dans le repère de la source. Pour ces événements, il semble bien que la vitesse de la source reconstruite soit incorrecte. C'est pourquoi on considère cette dernière sur la figure 42: Celle-ci présente la relation entre l'impulsion dans le centre de masse du plus gros fragment et la vitesse

de la source reconstruite. Les évènements à faible quantité de mouvement sont corrélés à des évènements où la vitesse de source est faible.

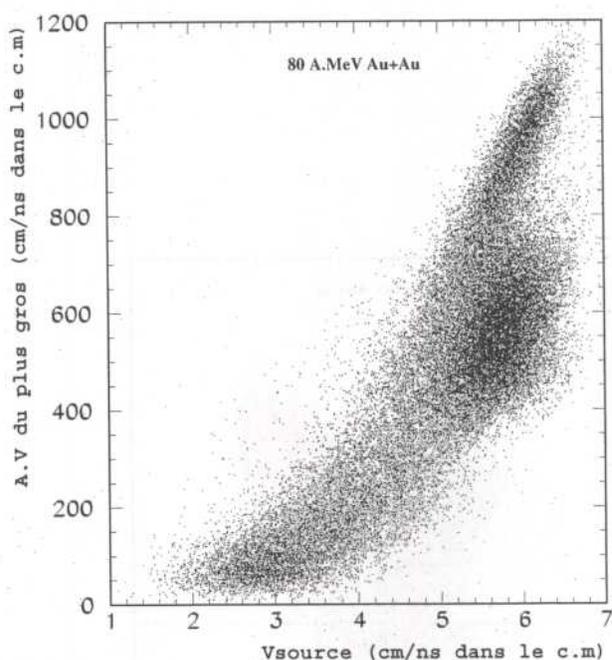


FIG. 42 – Quantité de mouvement du plus gros fragment dans le centre de masse en fonction de la vitesse de la source

C'est donc sur ces trois variables qu'il convient d'effectuer des sélections. Par une méthode ACP, nous espérons être capables de mieux séparer les évènements. L'ACP (Analyse en Composantes Principales) consiste en une analyse multidimensionnelle indépendante de tout modèle. On considère nos trois variables (quantité de mouvement dans le centre de masse, dans le repère de la source, vitesse de la source dans le centre de masse) décrivant les évènements expérimentaux. Par une combinaison linéaire de ces variables, on parvient à discriminer au mieux les évènements de façon à améliorer la sélection.

La figure 43 constitue ainsi un bilan des deux figures précédentes: nous retrouvons les évènements de fission au centre, les résidus relatifs au quasi-projectile en haut à droite, et les évènements "indésirables" dans notre sélection, en bas. Ainsi l'ACP montre que la famille d'évènements, pour lesquels la composante principale est inférieure à -1 , n'est pas prise en compte, les fragments ne correspondant pas à la source "quasi-projectile".

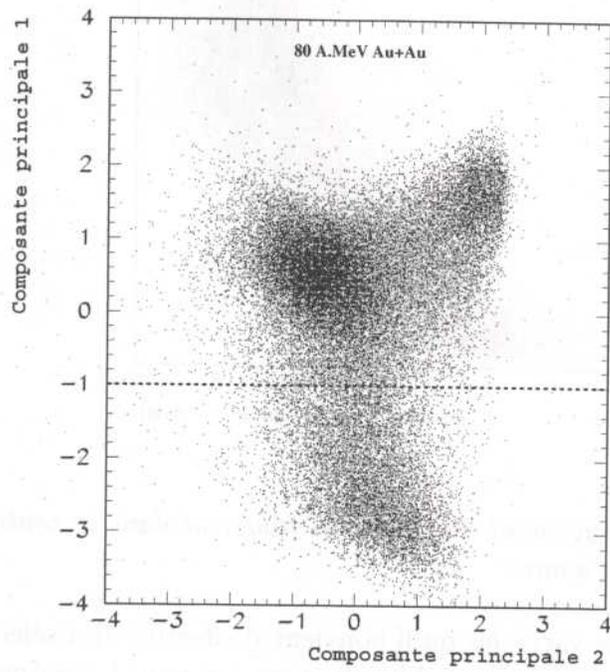


FIG. 43 – ACP sur les deux composantes principales

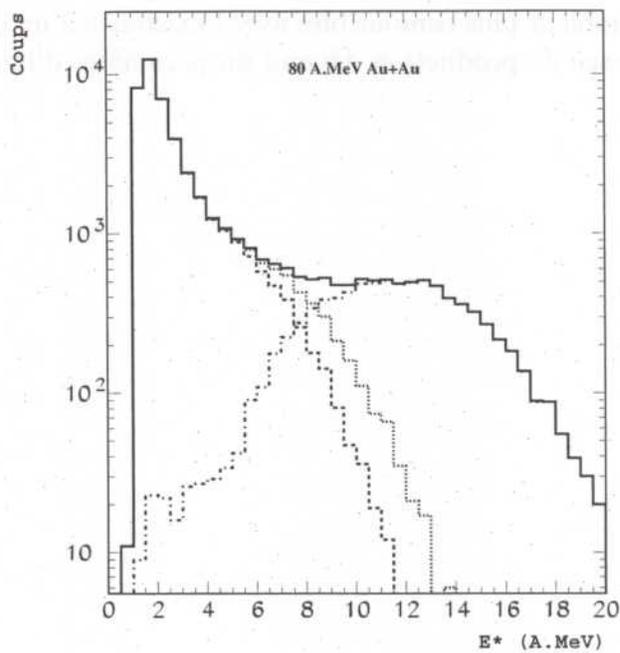
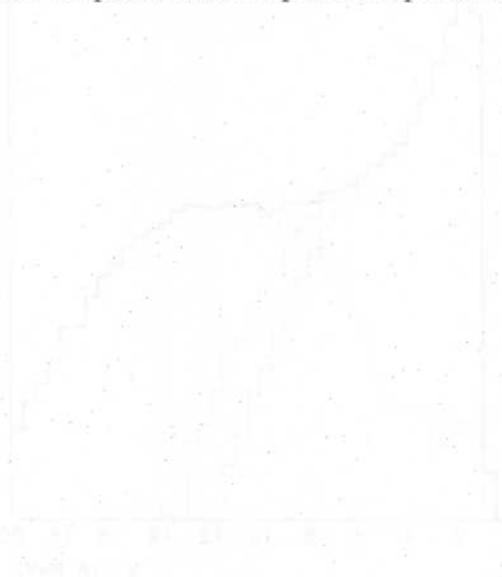


FIG. 44 - *Distribution en énergie d'excitation; sans sélection (en ligne continue), évènements non retenus (alternance tirets/points), évènements retenus avec coupure ACP à -1 (tirets gras), évènements résultant d'une coupure ACP à -1.5 (tirets fins)*

Le résultat de cette ultime coupure est traduit par la distribution en énergie d'excitation (figure 44). Avant cette sélection, nous obtenions la courbe en gras (ligne). L'alternance points/tirets correspond à des évènements que nous avons écarté. Restent donc deux distributions: en pointillés gras sont représentés les évènements pour lesquels la composante principale de la figure 43 est supérieure à -1 . Si la coupure est effectuée à -1.5 , nous obtenons la distribution en traits fins. Ces deux dernières distributions montrent une différence notable à partir d'environ $8A.MeV$. C'est la raison pour laquelle les énergies d'excitation supérieures à $8A.MeV$ sont directement dépendantes des coupures effectuées, et la prise en compte de ces évènements est donc discutable. La nécessité d'une coupure est en tout cas justifiée par le fait que nous ne devons garder que des évènements qui semblent plus compatibles avec l'existence d'un quasi-projectile excité dont la section efficace de production dépend du paramètre d'impact.



4 FISHER: APPLICATION AUX DONNEES $Au + Au$

4.1 Données et résultats

Nous nous plaçons dans le cas de collisions où un quasi-projectile est supposé exister. La sélection des données a été décrite précédemment. Le modèle de Fisher requiert la masse A des fragments et la température T . Avec le détecteur INDRA, nous avons accès expérimentalement à deux variables: la charge nucléaire Z et l'énergie déposée E^* . La charge permet de définir une masse moyenne d'après la formule de Charity [79] largement utilisée en physique nucléaire: $A = 2.08Z + 0.0029Z^2$. La transposition de E^* à T s'effectue grâce à l'hypothèse du gaz de Fermi d'après la relation $E^* = T^2/8$ MeV/A, ou $T = \sqrt{(8E^*)}$ MeV/A.

Les quasi-projectiles excités des collisions $Au + Au$, à trois énergies de bombardement différentes (40, 60 et 80A.MeV) seront étudiées. Nous comparons la production de fragments en termes d'analyse en Fisher en se plaçant exactement dans les mêmes conditions pour chaque énergie de bombardement:

- Même gamme de charges: Z de 5 à 24
- Même gamme d'énergies d'excitation E^* de 1 à 10A.MeV
- Dans chaque évènement, le plus gros fragment a été enlevé
- Les évènements correspondant à la fission n'ont pas été pris en compte

La troisième condition est requise par le modèle de Fisher. Le liquide et le gaz doivent cohabiter, mais le plus gros fragment correspond à la partie liquide, et c'est sur les autres (fragments "gazeux") que doit s'effectuer l'analyse (d'où la première condition).

Le processus de fission, déjà représenté par exemple sur la figure 39, est un mode de désexcitation qui est en compétition avec l'évaporation. Un moyen de l'isoler consiste à ne considérer que les évènements où le produit des charges des deux plus gros fragments est supérieur à 900. Ce mode particulier produit des tailles de fragments qui ne peuvent pas être décrites par le modèle de Fisher. Nous ne considérons donc pas ici les fragments de fission, ils sont éliminés au même titre que le plus gros fragment d'un évènement.

La méthode appliquée a été la suivante: nous avons repris le protocole des références [29] [74] [35]. Comme l'expliquent les résultats du chapitre 2 concernant la recherche du degré du polynôme $\Delta\mu$ (différence de potentiel chimique entre les phases "liquide" et "gaz"), un ordre 4 en T a été choisi pour ce dernier conformément à [29] [74] [35] ou encore [34]; le coefficient d'énergie de surface C_0 reste du premier degré en T . Il faut

rajouter à ces 7 paramètres (rendant compte de la dépendance en T de $\Delta\mu$ et C_0) les exposants critiques τ et σ ainsi que l'énergie critique E_c .

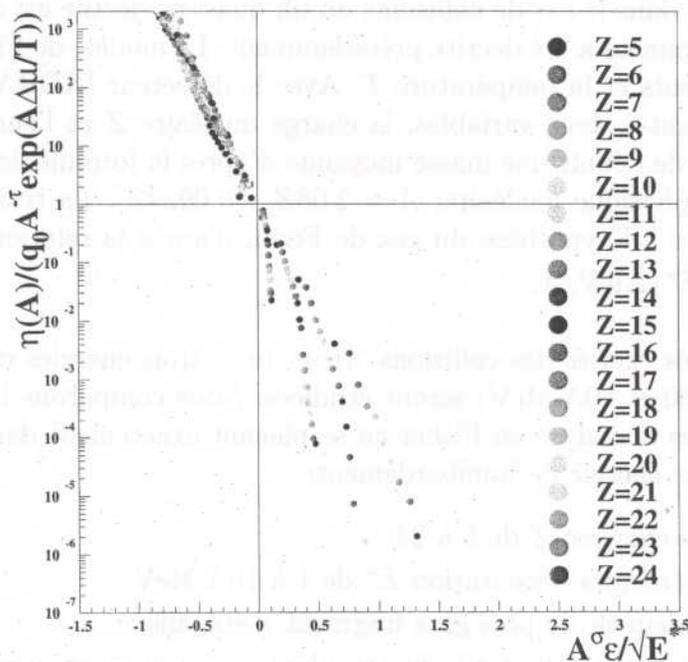


FIG. 45 – Fonction d'échelle pour le système $Au + Au$ à $40A.MeV$

Les résultats du lissage sont maintenant discutés à partir du tableau suivant et des figures 45 à 50. La tendance générale montre une amélioration des paramètres en fonction de l'énergie de bombardement: meilleure qualité de la fonction d'échelle et meilleur accord entre les fonctions d'excitation calculées et expérimentales. Le tableau suivant, récapitulatif des paramètres de Fisher corrobore ces résultats: τ est légèrement supérieur à 2 si on n'accorde qu'une confiance limitée à la valeur obtenue pour $40A.MeV$; σ reste à $\frac{2}{3}$ quelle que soit l'énergie de bombardement; l'énergie critique est proche de 4.5, si à nouveau on ne tient pas compte de la plus basse énergie de faisceau.

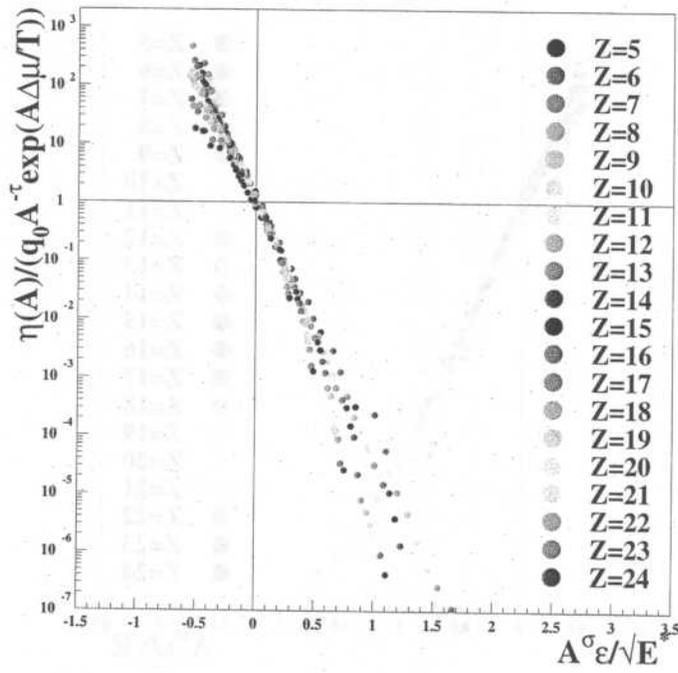


FIG. 46 – Fonction d'échelle pour le système Au + Au à 60 A.MeV

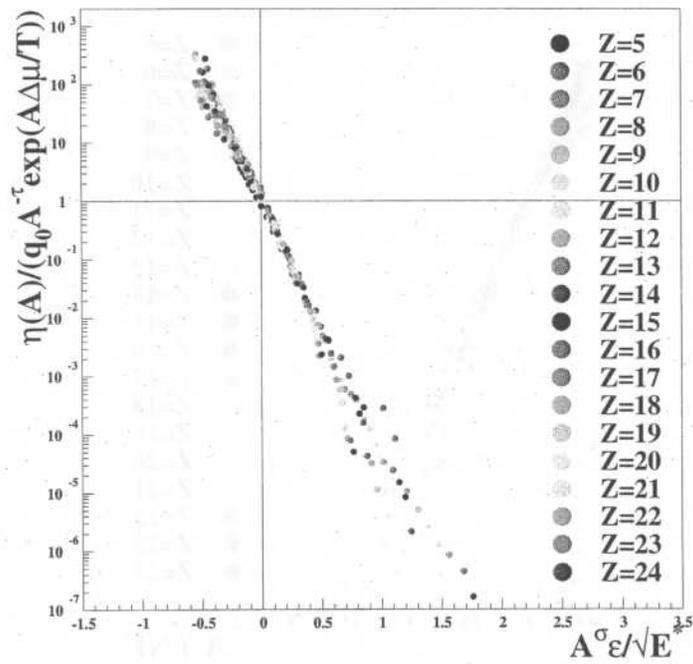


FIG. 47 – Fonction d'échelle pour le système Au + Au à 80A.MeV

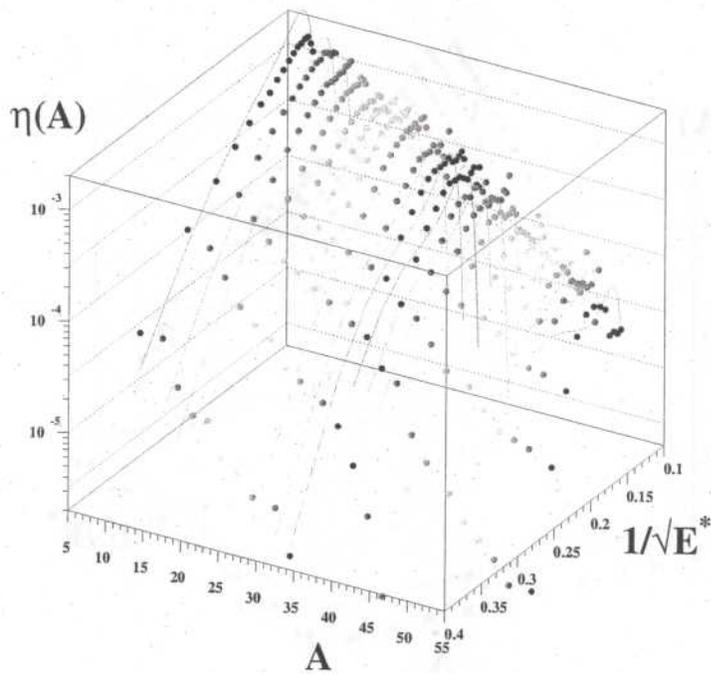


FIG. 48 - Fonctions d'excitation théoriques (lignes) et expérimentales (points) pour le système $Au + Au$ à $40A.MeV$

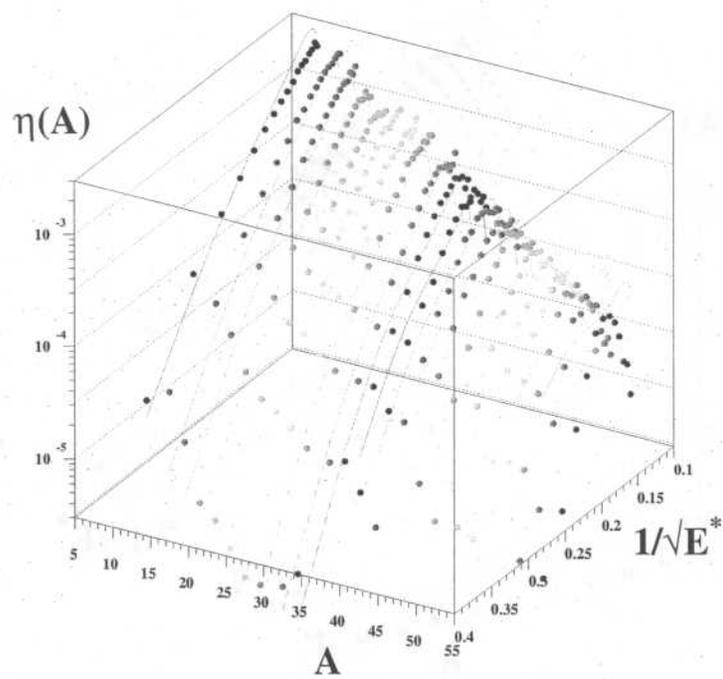


FIG. 49 – *Fonctions d'excitation théoriques (lignes) et expérimentales (points) pour le système Au + Au à 60A.MeV*

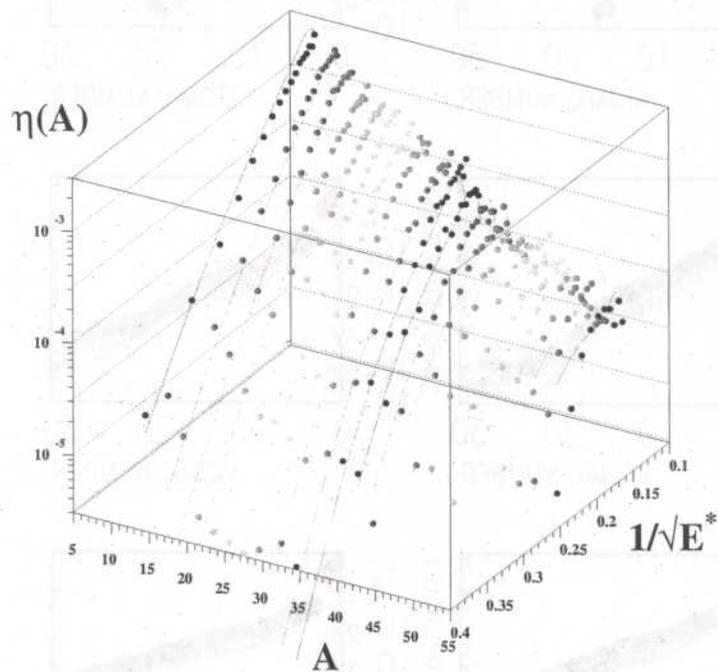


FIG. 50 - Fonctions d'excitation théoriques (lignes) et expérimentales (points) pour le système $Au + Au$ à $80A.MeV$

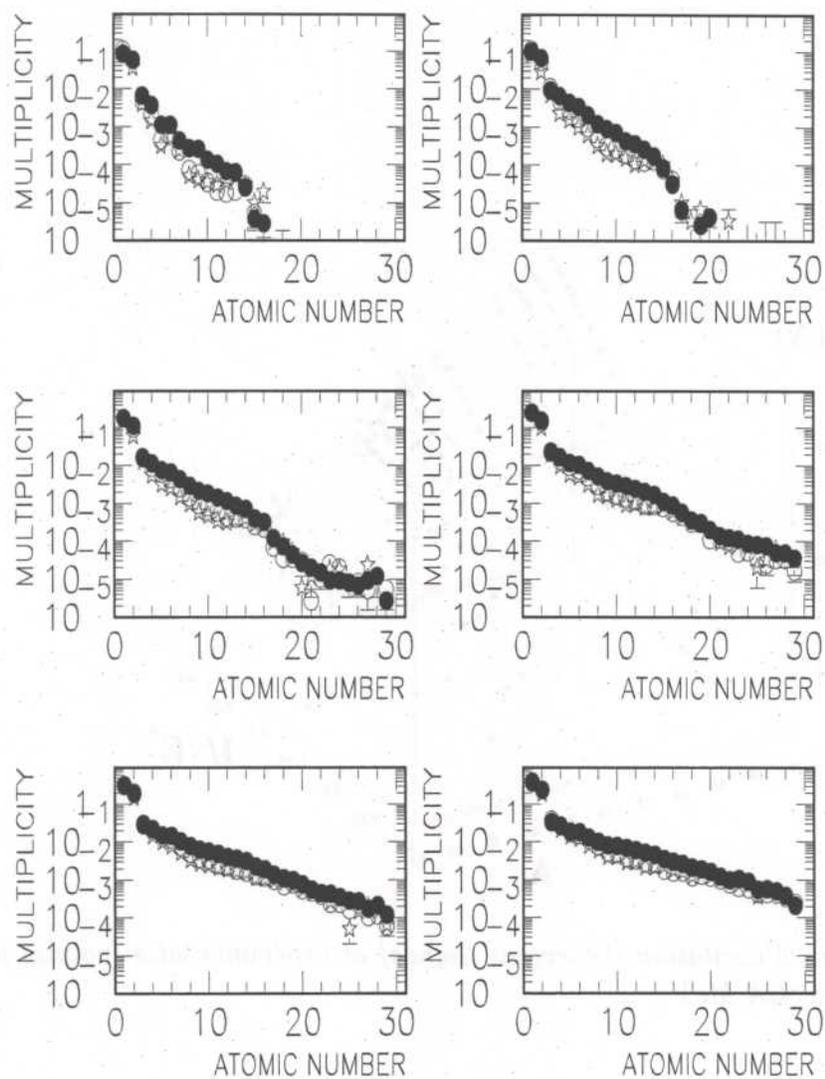


FIG. 51 - Distributions en charge pour les trois énergies de bombardement: 40A.MeV (ronds pleins), 60A.MeV (ronds vides) et 80A.MeV (étoiles); énergies d'excitation de 1.0 - 1.5 (en haut à gauche) à 3.5 - 4.0A.MeV (en bas à droite)

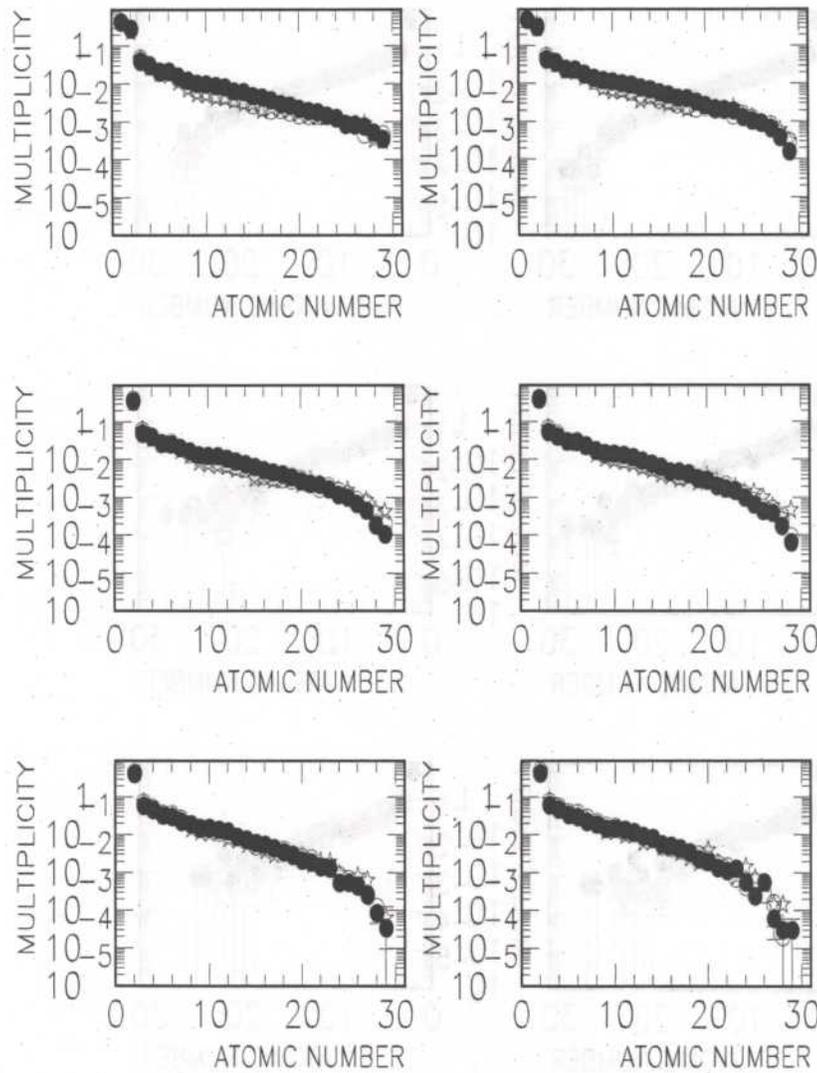


FIG. 52 - Distributions en charge pour les trois énergies de bombardement: 40A.MeV (ronds pleins), 60A.MeV (ronds vides) et 80A.MeV (étoiles); énergies d'excitation de 4.0 - 4.5 (en haut à gauche) à 6.5 - 7.0A.MeV (en bas à droite)

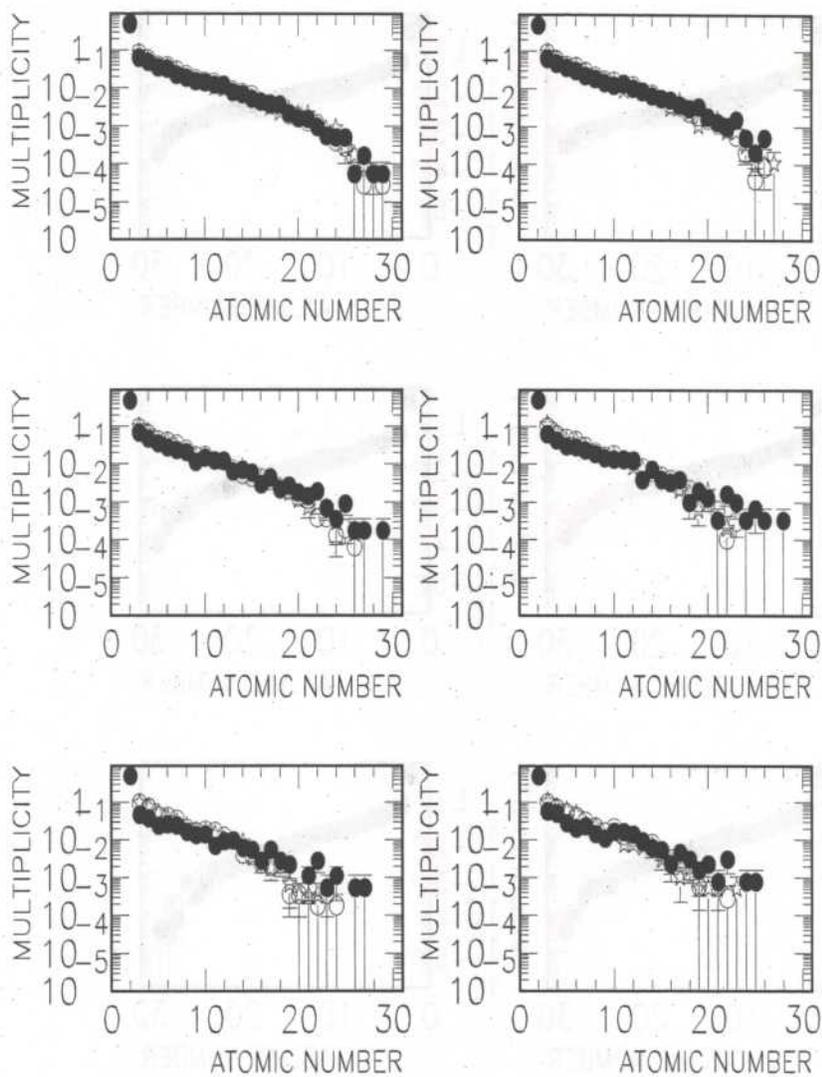


FIG. 53 — Distributions en charge pour les trois énergies de bombardement: 40A.MeV (ronds pleins), 60A.MeV (ronds vides) et 80A.MeV (étoiles); énergies d'excitation de 7.0 — 7.5 (en haut à gauche) à 9.5 — 10.0A.MeV (en bas à droite)

$E^*(A.MeV)$	τ	σ	$E_c(MeV)$	$\Delta\mu$	C_0	χ^2
40	1.95 ± 0.01	0.66 ± 0.01	2.69 ± 0.03	1.0 ± 0.1	9.98 ± 0.03	81.3
60	2.35 ± 0.01	0.66 ± 0.01	4.43 ± 0.05	1.2 ± 0.1	9.98 ± 0.03	28.2
80	2.22 ± 0.01	0.66 ± 0.01	4.47 ± 0.05	1.2 ± 0.1	9.98 ± 0.01	6.7

D'un point de vue quantitatif, toute la gamme en énergie d'excitation a été prise, ainsi qu'un large domaine en charge. Mais peut-être ces gammes doivent-elles être restreintes. Néanmoins cette restriction doit reposer sur des allégations plausibles. Nous avons par exemple représenté les distributions en charge pour chaque tranche d'énergie d'excitation, pour les trois systèmes (énergies de bombardement) superposés. De cette façon, certaines différences seront mises en évidence.

Les figures 51, 52 et 53 montrent ces distributions en charge entre 1.0MeV et 10.0MeV d'énergie d'excitation par nucléon, par pas de 0.5A.MeV.

Si, pour une même énergie d'excitation, les distributions ne se superposent pas, alors cela traduit une influence de la voie d'entrée. En effet, la désexcitation statistique du quasi-projectile excité ne devrait pas dépendre de l'énergie de bombardement pour une même énergie d'excitation. Dès lors, l'analyse en Fisher n'est pas pleinement appropriée. Notamment l'ensemble de la gamme en énergie ne doit pas être considérée. Nous voyons par exemple qu'à basse énergie d'excitation, les distributions ne sont pas pleinement superposables, ou alors seulement sur une courte gamme de charges (autour de $Z = 15 - 20$). Il faut donc soit se restreindre à ces valeurs de Z , soit écarter les événements à basse énergie d'excitation. La première possibilité est exclue, car la théorie de Fisher concerne les "petits fragments". On ne peut donc pas s'affranchir des charges inférieures à 15. Pour les grandes énergies d'excitation, nous observons également une mauvaise superposition, à nouveau due à une faible statistique à partir de 8.5 - 9A.MeV environ. En revanche, les distributions concordent pour des énergies d'excitation intermédiaires et pour des charges comprises entre 8 et 20. Aussi allons-nous restreindre notre gamme entre 3 et 8.5A.MeV en E^* (ce que corrobore l'ACP du chapitre précédent, des énergies d'excitation supérieures ont une signification floue) et entre 8 et 20 en Z .

Ces nouvelles gammes étant justifiées, nous effectuons une nouvelle analyse en Fisher. Les fonctions d'échelle sont nettement meilleures qu'auparavant, ainsi que les fonctions d'excitation théoriques obtenues (figures 54 à 59). De même, comme en atteste le tableau récapitulatif suivant, l'amélioration par rapport à l'analyse précédente est très sensible:

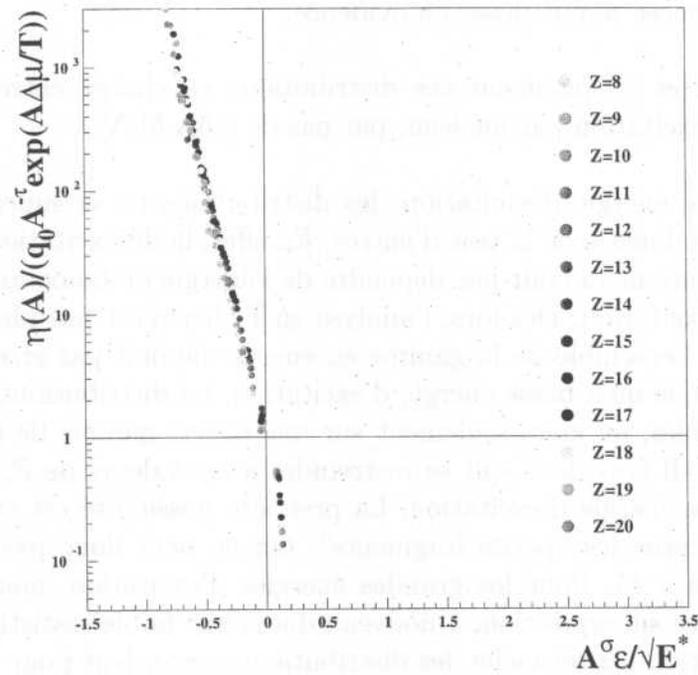


FIG. 54 – Fonction d'échelle pour le système Au + Au à 40A.MeV, Z de 8 à 20 et E^* de 3.0 à 8.5A.MeV

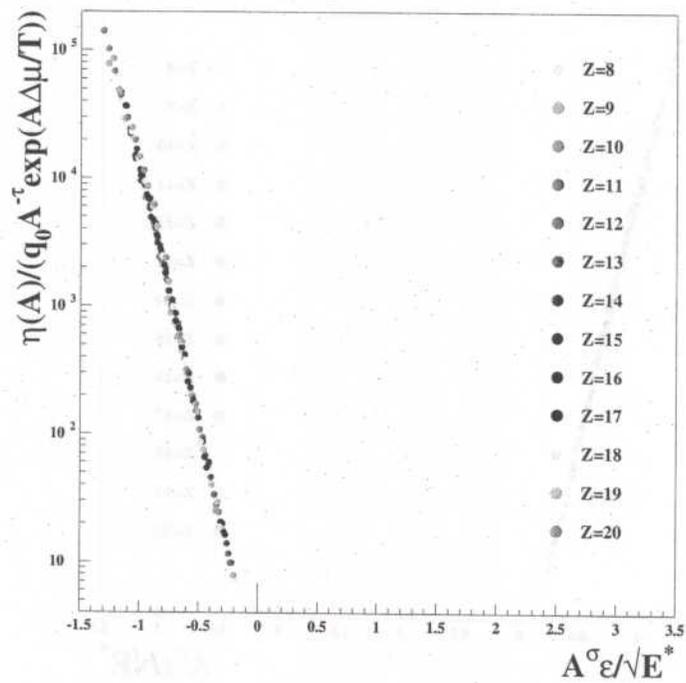


FIG. 55 – Fonction d'échelle pour le système Au + Au à 60A.MeV, Z de 8 à 20 et E^* de 3.0 à 8.5A.MeV

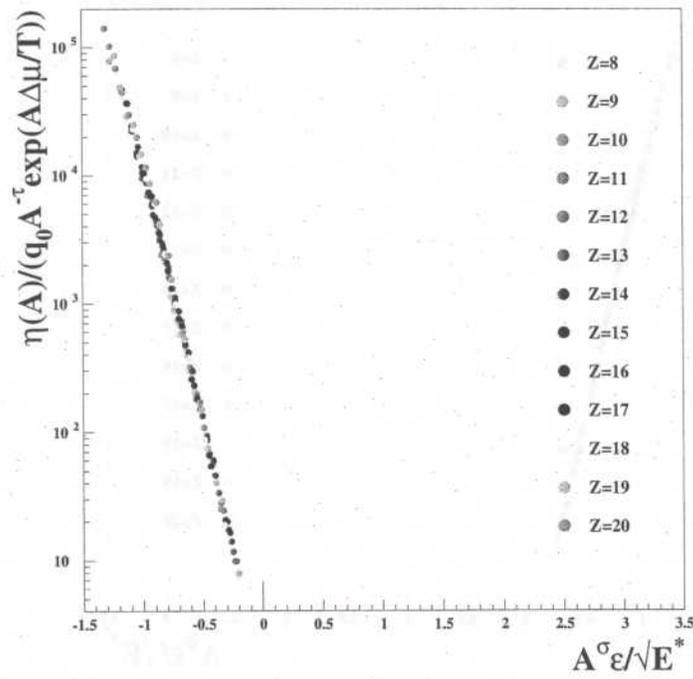


FIG. 56 – Fonction d'échelle pour le système Au + Au à 80A.MeV, Z de 8 à 20 et E^* de 3.0 à 8.5A.MeV

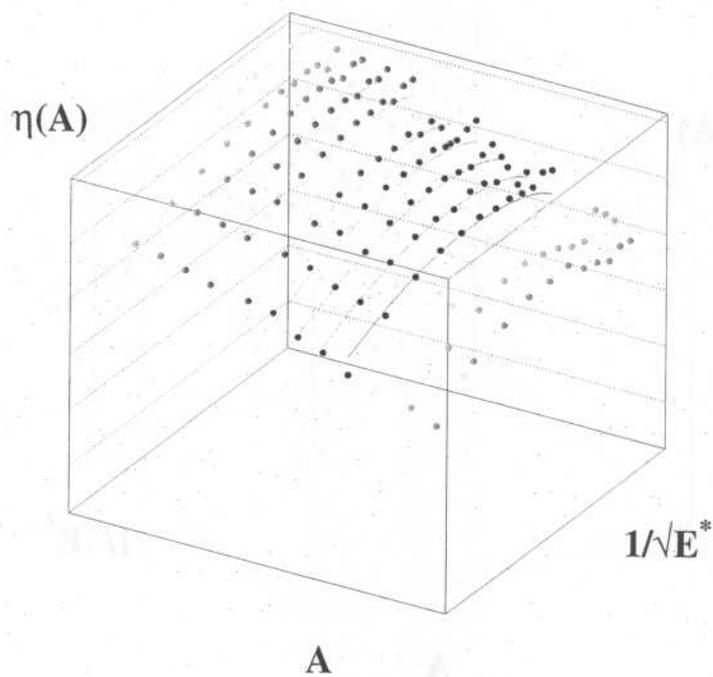


FIG. 57 – Fonctions d'excitation théoriques (lignes) et expérimentales (points); Au+Au à $40A.MeV$, Z de 8 à 20 et E^* de 3.0 à $8.5A.MeV$

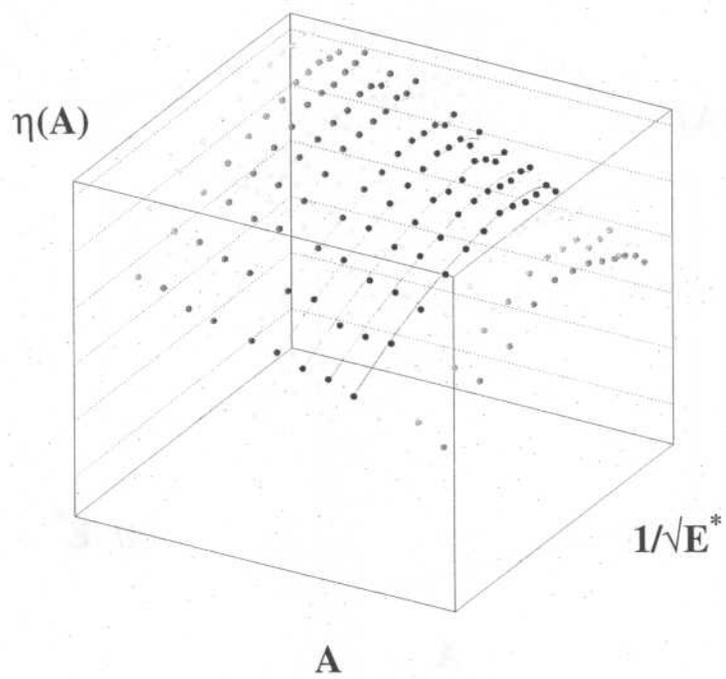


FIG. 58 – Fonctions d'excitation théoriques (lignes) et expérimentales (points); Au+Au à 60A.MeV, Z de 8 à 20 et E^* de 3.0 à 8.5A.MeV

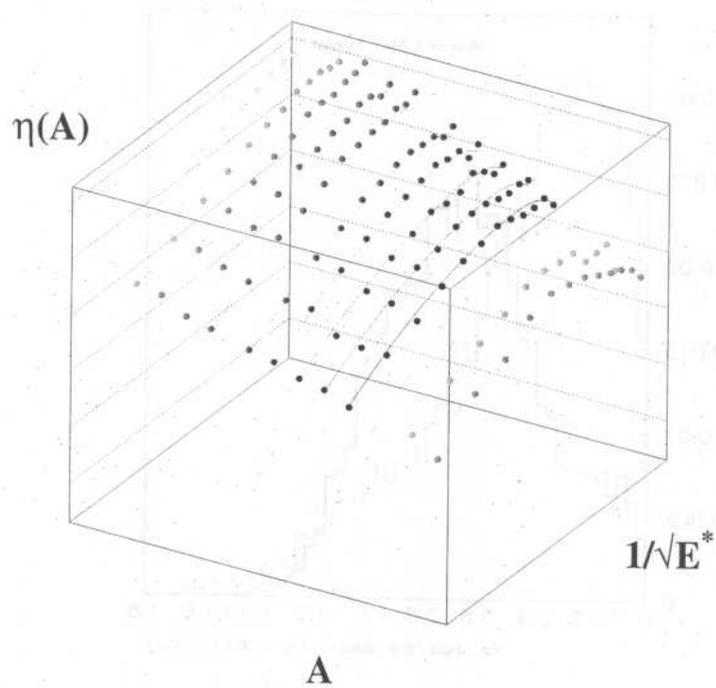


FIG. 59 - Fonctions d'excitation théoriques (lignes) et expérimentales (points); Au+Au à 80A.MeV, Z de 8 à 20 et E^* de 3.0 à 8.5A.MeV

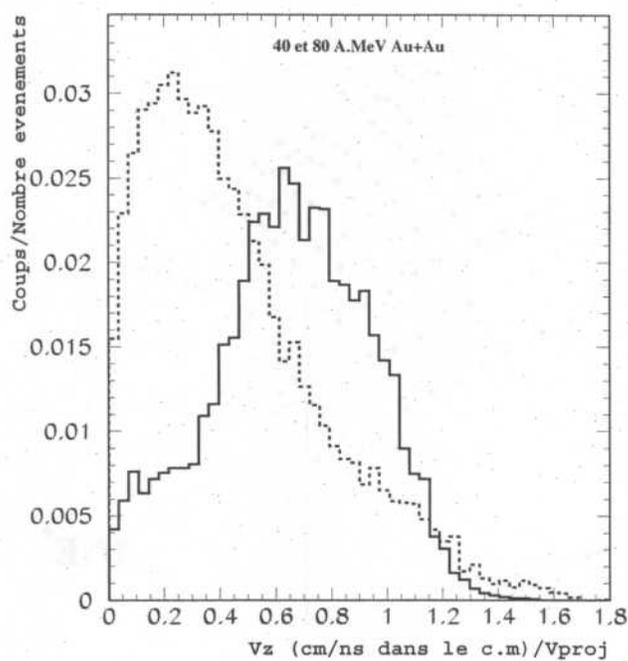


FIG. 60 – Vitesse des fragments de charge 8 à 20 dans le centre de masse, normalisée à la vitesse du projectile; 40A.MeV (en pointillés) et 80A.MeV (en trait plein)

$E^*(A.MeV)$	τ	σ	$E_c(MeV)$	$\Delta\mu$	C_0	χ^2
40	2.55 ± 0.01	0.66 ± 0.01	3.35 ± 0.04	0.8 ± 0.1	9.98 ± 0.03	12.0
60	2.10 ± 0.01	0.66 ± 0.01	3.63 ± 0.04	0.4 ± 0.1	9.98 ± 0.05	3.6
80	2.28 ± 0.01	0.66 ± 0.01	4.50 ± 0.05	0.9 ± 0.1	9.98 ± 0.01	1.1

L'exposant critique σ témoigne d'une très grande stabilité, de même que le coefficient d'énergie de surface C_0 . En revanche, le τ oscille autour de 2 – 2.5, avec d'assez grandes fluctuations, et l'énergie critique ne peut être donnée qu'à 1MeV près.

Les valeurs de χ^2 obtenues sont très nettement inférieures aux précédentes. Mais surtout, dans les deux cas, le χ^2 est directement relié à l'énergie de bombardement: les résultats sont bien meilleurs lorsque celle-ci est haute. Il faut mettre cette observation en parallèle avec les distributions en vitesse des fragments. Comme indiqué sur la figure 60, ces distributions sont très différentes à 40 et 80A.MeV d'énergie de faisceau. La distribution des vitesses de fragments considérés (Z entre 8 et 20) est piquée à proximité de la mi-rapidité à 40A.MeV d'énergie de bombardement, tandis qu'à 80A.MeV les fragments ont une vitesse beaucoup plus compatible avec l'existence d'une source équilibrée. On voit donc qu'à 40A.MeV d'énergie de bombardement, le processus de formation de ces fragments ne relève pas du processus de production à partir d'une source équilibrée: on est beaucoup plus "pollué" par la mi-rapidité à 40A.MeV qu'à 80A.MeV. Plus l'énergie de bombardement est élevée, plus la masse des fragments de mi-rapidité est faible (charges de 8 à 20). La mi-rapidité est donc une fonction décroissante de l'énergie de bombardement. On voit ainsi que le χ^2 constitue une mesure du taux de mi-rapidité dans les collisions. Le seul résultat totalement fiable est celui pour 80A.MeV dans le tableau précédent.

4.2 Conclusion

Les résultats de ce chapitre traduisent une forte influence de la voie d'entrée pour ces collisions périphériques. L'existence d'un "scaling" thermique était prévisible pour des sources équilibrées, c'est-à-dire dont la décroissance est indépendante de la façon dont elles ont été formées. Or, les distributions obtenues à 40A.MeV d'énergie de bombardement contiennent une forte composante d'évènements non-statistiques. Si l'on considère la qualité du lissage (χ^2) comme l'élément crucial de la procédure, il semble que le système $Au + Au$ à 80A.MeV nous indique des valeurs de paramètres cohérentes pour une gamme en Z restreinte.

Il a donc fallu regarder en détail les distributions en charge, pour chaque tranche en énergie d'excitation, afin de voir sur quelle gamme en charge les distributions pou-

vaient être considérées comme superposées. En effet, les énergies d'excitation pour lesquelles les distributions en charge ne se superposent pas montrent un regroupement d'événements issus de plusieurs mécanismes de réaction. Lorsqu'on décorrèle indirectement ces différents mécanismes, en se restreignant à des gammes en énergie d'excitation et en charge pour lesquelles la superposition est maintenue quelle que soit l'énergie de bombardement, alors l'analyse en Fisher s'avère beaucoup plus fructueuse. C'est la raison pour laquelle nous sommes passés d'une gamme de 5 – 24 en charge à une gamme de 8 – 20. De même, les "très hautes" et "très basses" énergies d'excitation ne fournissent pas de gamme satisfaisante: il a fallu s'affranchir de ces énergies en conservant une gamme de 3 à 8.5A.MeV d'énergie d'excitation. On retrouve ici la limite de la sélection en ACP et le fait que la source quasi-projectile soit difficile à sélectionner pour les énergies d'excitation qui dépassent 8 – 8.5A.MeV. On retrouve également de cette manière, avec de bien meilleurs χ^2 , des paramètres dont les valeurs sont comparables à ceux trouvés dans [35]: une énergie critique autour de 4A.MeV, τ de l'ordre de 2.2, σ très stable à 0.66 et C_0 proche de 10. La dépendance de la qualité des résultats en fonction de l'énergie de bombardement persiste, mais de façon plus atténuée. On peut donc se demander si le χ^2 ne constitue pas une mesure indirecte de la mi-rapidité pour la gamme de charge prise en compte.

Il est toutefois important de relever une analogie entre les résultats obtenus avec le détecteur MULTICS [35] en Au+Au à 35A.MeV et avec nos données INDRA à 80A.MeV d'énergie de bombardement. Contrairement à ce qu'on pouvait attendre, nos résultats à 40A.MeV sont plus éloignés de ceux qui proviennent des événements MULTICS, alors que l'énergie de bombardement est, dans ce cas, pratiquement identique. Nous retrouvons donc les mêmes résultats que ceux de la référence [35], mais pas pour la même gamme d'énergie de faisceau.

5 FISHER: APPLICATION AUX DONNEES $Xe + Sn$

5.1 Données et résultats

Sur la base des travaux de N.le Neindre [29], nous analysons maintenant, toujours par le modèle de Fisher, des évènements de type "collisions centrales": les collisions $Xe + Sn$. Nous nous intéressons ici à 4 énergies de bombardement différentes: 32, 39, 45 et 50A.MeV. Compte tenu de ces précédentes analyses [29], en moyenne la source multifragmentante obtenue est de taille similaire à un noyau d'environ 200 particules, *i.e.* à peu près un noyau d'or. Il convient d'insister sur ce parallèle avec le chapitre précédent: dans les deux cas, nous étudions des sources de taille comparable, formées de façon très différentes.

Nous reprenons donc les mêmes évènements que dans [29] sélectionnés en angle de flot. Les évènements équilibrés ont été conservés et la configuration de source excitée a été reconstruite par une analyse calorimétrique de ses produits de désexcitation, comme expliqué dans la référence [82].

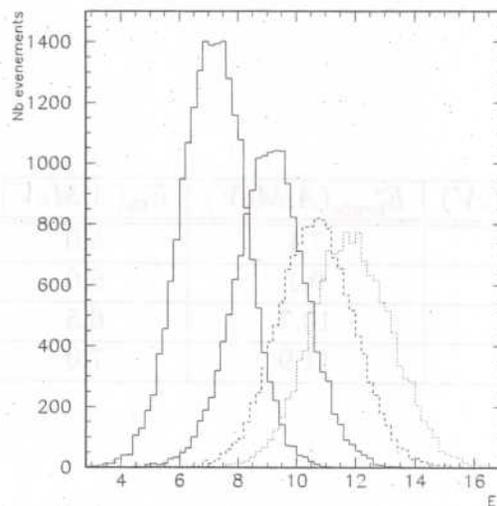


FIG. 61 – Spectres en énergie d'excitation des évènements $Xe + Sn$, à 32, 39, 45 et 50A.MeV; l'énergie d'excitation moyenne est une fonction croissante de l'énergie de bombardement

La figure 61 représente le spectre en énergie d'excitation des données $Xe + Sn$ pour

les 4 énergies de bombardement étudiées. Pour chacun de ces systèmes, la représentation du nombre d'évènements en fonction de l'énergie d'excitation possède un maximum. Jusqu'à présent, ce type d'analyse [29] [80] [81] a été effectué pour une énergie de bombardement donnée, en tenant compte de toutes les énergies d'excitation, au prorata du nombre d'évènements présents dans chacune des tranches (d'amplitude 0.5A.MeV généralement). La démarche que nous avons adoptée ici est différente: nous avons associé les 4 énergies de bombardement, mais pour chacune d'elles seule la tranche en énergie d'excitation la plus probable (plus ou moins 0.5A.MeV) a été conservée. Nous obtenons donc 4 distributions de charges pour une valeur d'énergie d'excitation égale à la moyenne des énergies de tous les évènements issus d'une énergie de bombardement donnée.

Cette énergie d'excitation brute mesurée par calorimétrie est constituée de plusieurs composantes. En effet, elle ne tient compte ni du caractère évolutif de la multifragmentation, ni d'une partie "collective" radiale E_{coll} nécessaire à la reproduction des énergies cinétiques des fragments. Dans la référence [29], cet écart est précisément quantifié. Pour estimer la partie thermique de l'énergie d'excitation, le code SMM a été utilisé: il s'agit de l'énergie d'implémentation nécessaire pour mimer en moyenne les données statiques expérimentales. Pour un système donné, nous avons donc une correspondance entre l'énergie d'excitation brute obtenue expérimentalement et sa composante thermique déduite de SMM. Le tableau suivant résume les valeurs d'énergie prises en compte:

$E_{bomb}(A.MeV)$	$E_{brute}^*(A.MeV)$	$E_{th}(A.MeV)$
32	7.1	5.0
39	9.1	6.0
45	10.7	6.5
50	11.9	7.0

Le plus gros fragment de chaque évènement a été retiré de l'analyse pour les raisons indiquées au chapitre précédent. Quant aux évènements de fission, ils sont marginaux pour ces systèmes.

La figure suivante représente les distributions en charges de ces 4 systèmes (32A.MeV (points noirs), 39A.MeV (étoiles vides), 45A.MeV (carrés vides) et 50A.MeV (étoiles noires)). A haute énergie de bombardement, les évènements sont plus excités, et la

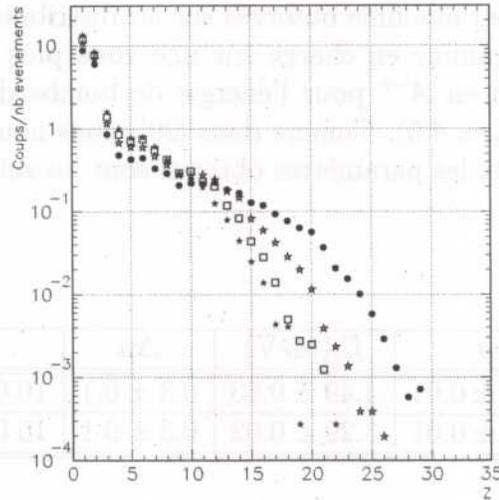


FIG. 62 – Distributions en charges des collisions $Xe + Sn$ pour les énergies 32, 39, 45 et 50 A.MeV pour l'énergie d'excitation la plus probable; le plus gros fragment de chaque évènement a été écarté

distribution correspondante chute rapidement. A l'inverse, à 32A.MeV d'énergie de bombardement, la présence de plus gros fragments est très nette. On constate que des effets de taille finie de la source sont visibles.

La procédure de lissage est identique à celle utilisée au chapitre précédent pour les collisions $Au + Au$. Le tableau suivant résume les valeurs obtenues pour les différents paramètres pour les charges comprises entre 5 et 24 et pour les deux hypothèses énergétiques:

E	τ	σ	$E_c(\text{MeV})$	$\Delta\mu$	C_0	χ^2
E^*	2.18 ± 0.01	0.66 ± 0.01	4.38 ± 0.02	0.3 ± 0.1	10.00 ± 0.01	49.2
E_{th}	—	0.66 ± 0.01	2.60 ± 0.01	0.3 ± 0.1	10.00 ± 0.05	41.0

Pour le tri en énergie E_{th} , énergies issues de SMM, le fit ne converge pas. Notam-

ment la valeur de τ , qui reste "bloquée" à la limite inférieure $\tau = 2.00$. Les χ^2 obtenus sont exécrables et le lissage ne marche absolument pas. Ce résultat est apparemment une conséquence des effets de taille finie observés sur les distributions de charge. Nous devons donc restreindre la gamme en charge sur une zone plus petite, où l'on peut s'attendre à une distribution en $A^{-\tau}$ pour l'énergie de bombardement la plus faible ($E_{th} = 5A \text{ MeV}$, voisin de $E_c \simeq 4.5$). Comme dans [29], nous nous sommes cantonnés aux charges 6 à 15. Cette fois, les paramètres obtenus sont les suivants:

E	τ	σ	$E_c(\text{MeV})$	$\Delta\mu$	C_0	χ^2
E^*	2.38 ± 0.01	0.66 ± 0.01	4.49 ± 0.03	0.3 ± 0.1	10.00 ± 0.01	20.4
E_{th}	2.44 ± 0.03	0.66 ± 0.01	3.29 ± 0.02	0.3 ± 0.1	10.00 ± 0.05	22.7

La fonction d'échelle et la reproduction des fonctions d'excitation sont représentées sur les pages suivantes: figures 63 et 64 pour l'énergie considérée comme l'énergie brute INDRA; figures 65 et 66 pour l'énergie thermique déduite de SMM.

Les fonctions d'échelle ne sont pas très convaincantes, et les fonctions d'excitation sont mal reproduites. Le calcul a bien convergé dans les deux cas, mais les résultats ne sont pas à la hauteur de nos espérances. Nous allons maintenant reconsidérer ces mêmes événements, mais en incluant cette fois le plus gros fragment qui avait été volontairement enlevé dans chacun d'eux. En effet, pour des collisions aussi violentes que les collisions centrales, les plus gros fragments obtenus ne sont pas de taille réellement supérieure aux autres. Autrement dit, la partie "quasi-liquide" correspond également à la partie "quasi-gaz". Dès lors, la raison d'écartier le plus gros fragment de chaque événement devient inutile, voire erronée. En incluant ce dernier, une amélioration des résultats est donc envisageable pour la gamme en Z considérée.

La figure 67 joue le même rôle que la figure 62: les distributions en charge y sont représentées pour la tranche d'énergie d'excitation correspondant à l'énergie la plus probable. La nomenclature est identique dans les deux cas.

Le tableau suivant regroupe les valeurs obtenues par chacun des paramètres pour les deux cas, selon que l'analyse soit faite sur les énergies d'excitation ou les énergies thermiques.

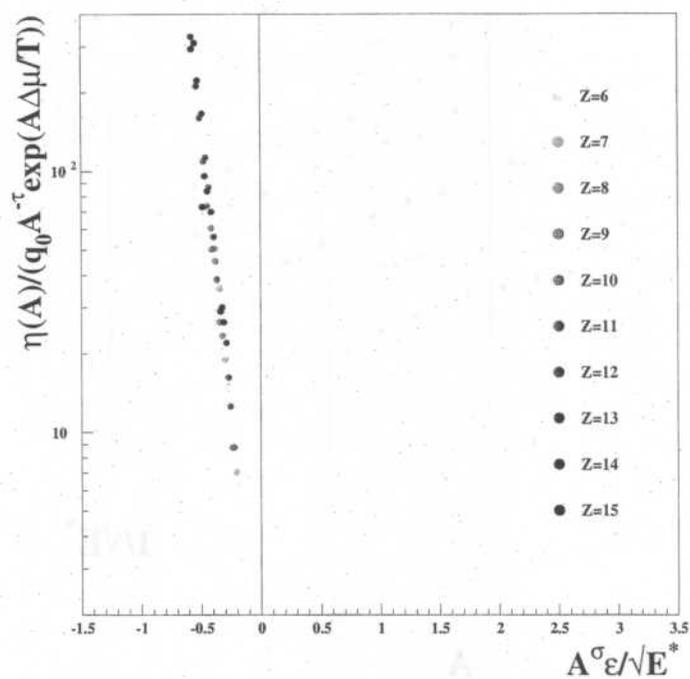


FIG. 63 – Fonction d'échelle (collisions Xe + Sn, 32, 39, 45 et 50 A.MeV, charges 6 à 15) obtenue par l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement; plus gros fragment retiré

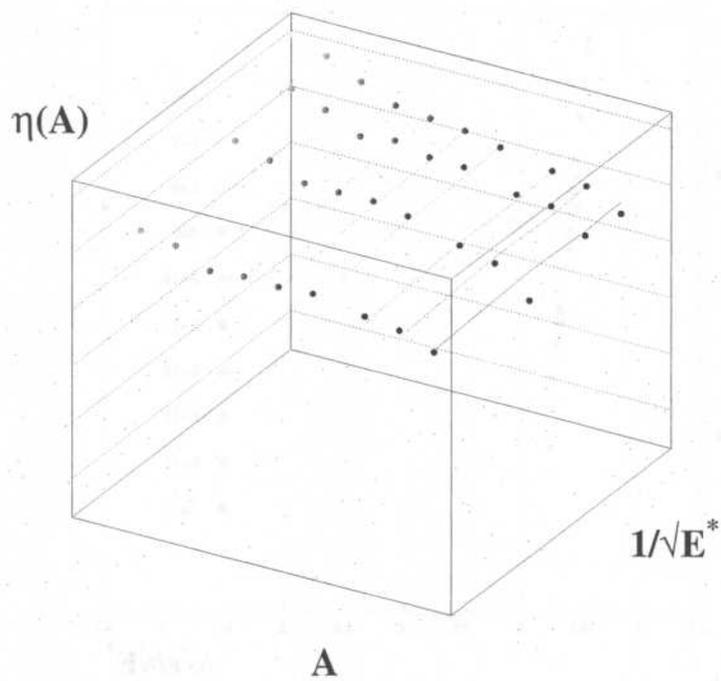


FIG. 64 - *Fonctions d'excitation (collisions Xe + Sn 32, 39, 45 et 50 A.MeV, charges 6 à 15) obtenues par l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement; plus gros fragment retiré*

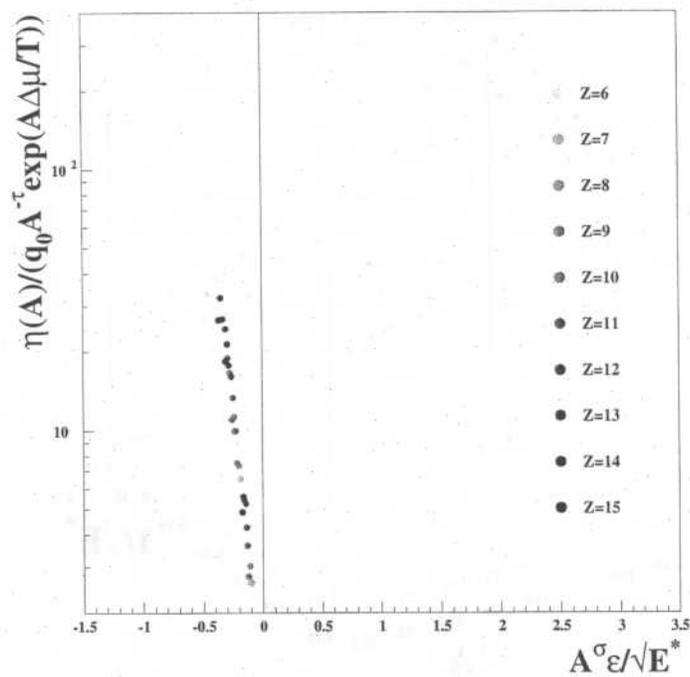


FIG. 65 – Fonction d'échelle (collisions Xe + Sn, 32, 39, 45 et 50 A.MeV, charges 6 à 15) obtenue par l'énergie SMM correspondant à l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement; plus gros fragment retiré

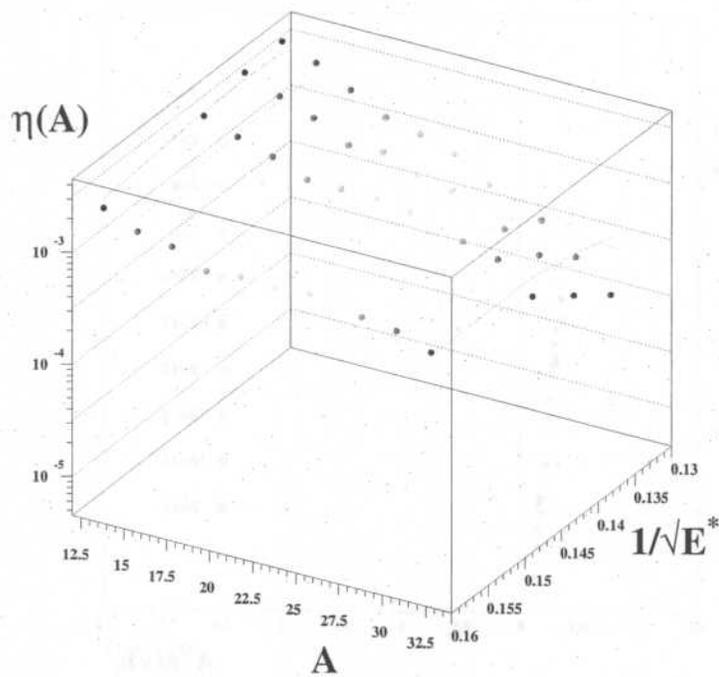


FIG. 66 – Fonctions d'excitation (collisions Xe+Sn 32, 39, 45 et 50 A.MeV, charges 6 à 15) obtenues par l'énergie SMM correspondant à l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement; plus gros fragment retiré

E	τ	σ	$E_c(\text{MeV})$	$\Delta\mu$	C_0	χ^2
E^*	2.10 ± 0.02	0.66 ± 0.01	4.50 ± 0.02	0.2 ± 0.1	10.00 ± 0.03	8.6
E_{th}	2.16 ± 0.02	0.66 ± 0.01	3.61 ± 0.03	0.3 ± 0.1	10.00 ± 0.05	8.8

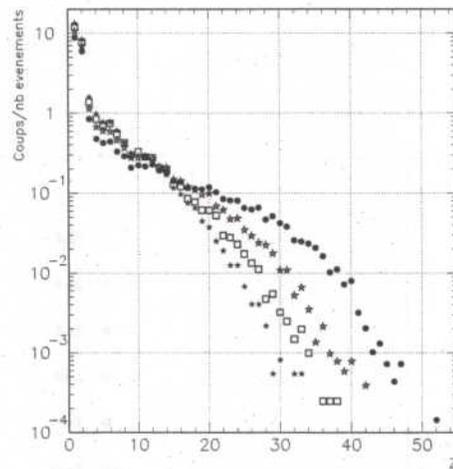


FIG. 67 – Distributions en charges des collisions $Xe + Sn$ pour les énergies 32, 39, 45 et 50A.MeV pour l'énergie d'excitation la plus probable

Les figures 68 à 71 résument les résultats concernant l'obtention d'une fonction d'échelle et les fonctions d'excitation, lorsque le plus gros fragment est présent, pour la gamme de charges 6 – 15.

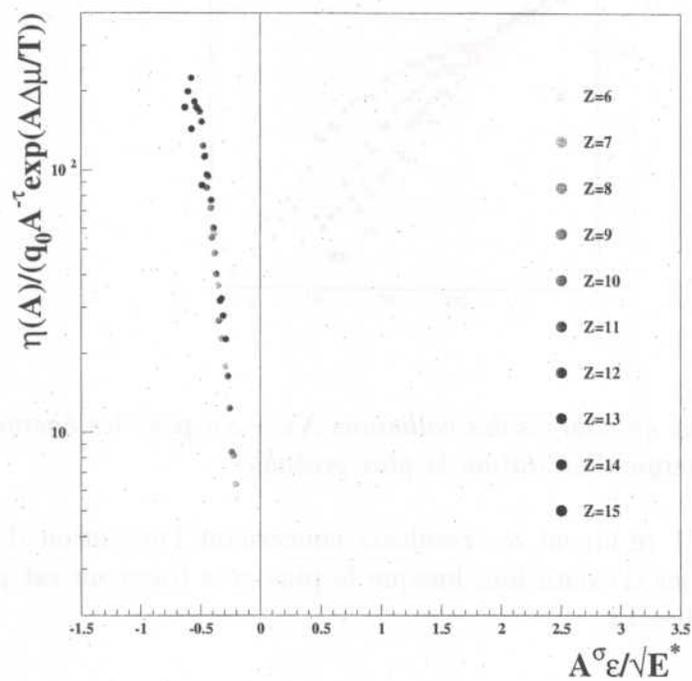


FIG. 68 – Fonction d'échelle pour les collisions Xe + Sn, 32, 39, 45 et 50A.MeV, charges 6 à 15, obtenue par l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement

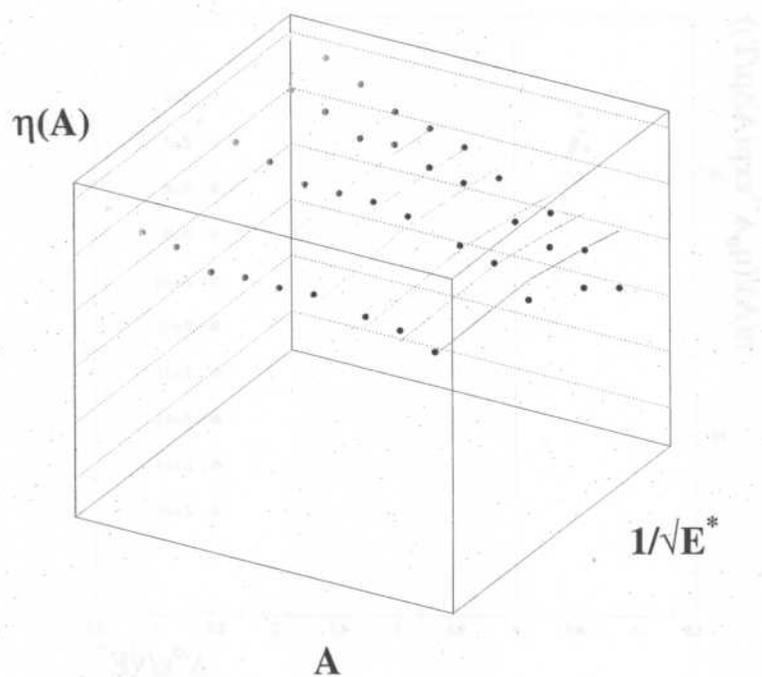


FIG. 69 – *Fonctions d'excitation pour les collisions Xe + Sn 32, 39, 45 et 50 A.MeV, charges 6 à 15, obtenues par l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement*

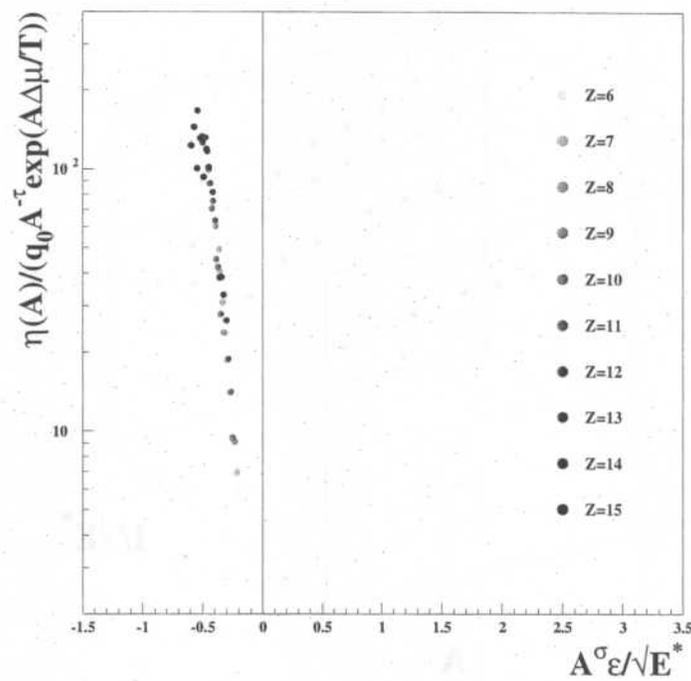


FIG. 70 – Fonction d'échelle pour les collisions $Xe + Sn$, 32, 39, 45 et 50 A.MeV, charges 6 à 15, obtenue par l'énergie SMM correspondant à l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement

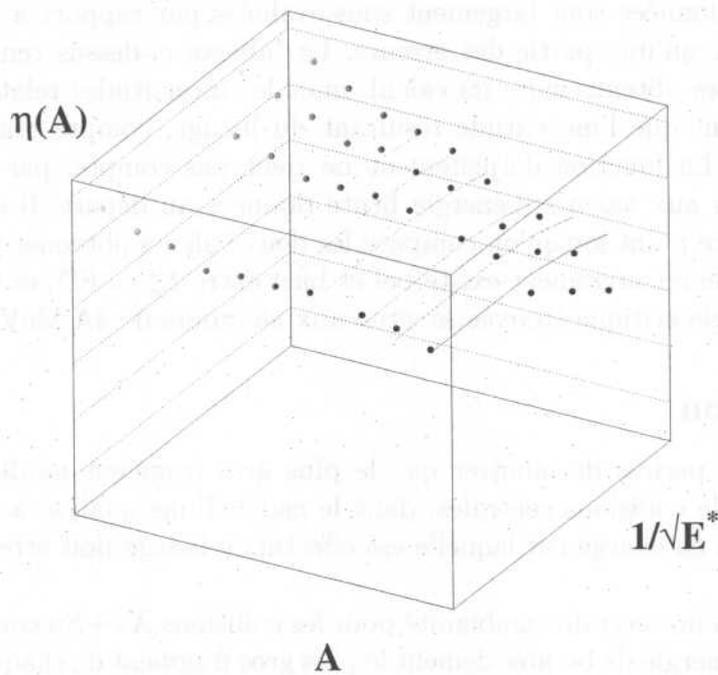


FIG. 71 - Fonctions d'excitation pour les collisions $Xe + Sn$ 32, 39, 45 et 50 A.MeV, charges 6 à 15, obtenues par l'énergie SMM correspondant à l'énergie d'excitation la plus probable prise pour chaque énergie de bombardement

Les fonctions d'échelle sont comparables pour E^* et E_{th} alors que les valeurs des énergies prises en compte sont très différentes. De même, les fonctions d'excitation sont assez bien reproduites dans les deux cas, et ce de façon presque similaire. Les ajustements fournissent des valeurs des paramètres critiques tout à fait cohérentes, que ce soit pour le τ , le σ , le $\Delta\mu$ ou le C_0 . Une petite différence subsiste cependant pour l'énergie critique. Mis à part ce petit écart, les deux analyses donnent donc des résultats assez semblables, et ce jusqu'à l'obtention de χ^2 comparables.

Il faut cependant bien garder à l'esprit, et cette remarque est valable pour l'ensemble des résultats présentés dans ce document pour les calculs de type Fisher, que les précisions mentionnées sont largement sous-évaluées par rapport à la réalité, car elles ne considèrent qu'une partie des erreurs. Le tableau ci-dessus rend compte des différents paramètres obtenus suite au calcul, mais les incertitudes relatives à chacun d'eux ne comportent que l'incertitude résultant du lissage, compte tenu des valeurs établies en entrée. La fonction d'ajustement ne tient pas compte, par exemple, des erreurs intrinsèques aux valeurs d'énergie brute données au départ. Il convient donc de bien considérer ce point lorsqu'on compare les deux valeurs obtenues pour l'énergie critique: une zone de recouvrement existe bel et bien entre E_c^* et E_c^{th} , et nous pouvons conclure que l'énergie critique trouvée se situe aux alentours de 4A.MeV.

5.2 Conclusion

Cette analyse a permis de montrer que le plus gros fragment ne devait pas être écarté dans le cas de collisions centrales, dans le cadre d'une analyse à la Fisher. En revanche, la gamme en charge sur laquelle est effectué le lissage doit être restreinte.

Ceci traduit bien une certaine ambiguïté pour les collisions $Xe+Sn$ considérées. Autant à 32A.MeV d'énergie de bombardement le plus gros fragment de chaque événement a une distribution en taille propre par rapport aux autres fragments, autant à 50A.MeV ce même plus gros fragment se comporte comme les autres. Divers essais en incluant le plus gros fragment à haute énergie et non à basse énergie ont été effectués. Mais les résultats ne sont pas concluants en terme de χ^2 . Ce problème n'est pas apparu crucial pour les collisions périphériques $Au + Au$, tellement la production à basse énergie est prépondérante. Ce phénomène se traduit par des χ^2 obtenus pas aussi bons pour les collisions centrales que dans le cas $Au + Au$ périphérique. On pourrait incriminer la gamme $Z = 6 - 15$, toutefois la restreindre encore ferait perdre en validité le résultat du lissage. Le fait est ici sans doute lié à la présence de flot collectif. Ce phénomène dynamique influence la production de fragments et détériore le χ^2 .

Il faut toutefois insister sur le fait suivant: Dans tous les cas de figures, que ce soit avec ou sans le plus gros fragment, que l'on enlève ou non la partie "flot" de l'énergie,

les résultats sont inchangés: l'énergie critique trouvée se situe toujours dans une même fourchette autour de 4A.MeV, compatible avec l'étude sur les collisions périphériques.

Il est difficile de voir dans ce livre un ouvrage de référence. Il est plutôt un ouvrage de vulgarisation. Les auteurs ont fait un effort pour rendre le texte accessible à un large public. Les exemples sont bien choisis et les explications sont claires. Cependant, le livre manque de profondeur et de rigueur scientifique. Les données sont souvent simplifiées et les conclusions sont parfois trop générales. Malgré ces défauts, le livre reste une lecture intéressante pour ceux qui s'intéressent à la biologie et à l'évolution.

CONCLUSION

Le point de départ de cette thèse a été fourni par des simulations numériques de systèmes finis multifragmentant dans le cadre du modèle du gaz sur réseau, dont la thermodynamique a été définie du point de vue de la mécanique statistique. L'interaction coulombienne n'a pas été prise en compte, de même que les effets quantiques et l'isospin.

Des phénomènes critiques (fonction d'échelle et paramètres critiques) ont été observés dans la zone de coexistence. L'étude, détaillée pour un ensemble canonique à λ (multiplicateur de Lagrange associé au volume) constant et un ensemble microcanonique pour lequel l'observable "volume" a été contrainte en moyenne, montre des résultats cohérents avec d'autres ensembles statistiques. Les quatre ensembles *canonique/microcanonique* à $\langle V \rangle / \lambda$ constant ont été traités. Une fonction d'échelle est trouvée pour chaque ensemble statistique, sans que la qualité de l'une (discutable, notamment à cause des effets de taille finie) semble prédominer par rapport à une autre. Nous retrouvons, dans ce cas du modèle du gaz sur réseau, des valeurs critiques relativement proches d'une transition de phase de type liquide-gaz. L'énergie critique est trouvée avec une incertitude inférieure à 10%. En revanche, les deux exposants critiques τ et σ sont plus difficiles à reproduire. Nos valeurs s'éloignent parfois de 20% des valeurs attendues. Deux raisons majeures peuvent être invoquées pour comprendre ces écarts: les effets de taille finie sont importants, mais également la variable de scaling, dont la définition exacte est inconnue. Concernant le modèle de Fisher, ce dernier est basé sur une hypothèse de "clusters" indépendants. Autrement dit ce modèle n'est rigoureusement applicable qu'à basse densité et haute température. Il est par conséquent normal d'obtenir des résultats de qualité plus discutable au point critique thermodynamique. Le modèle de Stauffer n'est pas adapté cependant à une étude expérimentale: il faudrait que nous ayons accès au maximum de production de chaque masse en fonction de l'énergie d'excitation, ce qui n'est pas aisé dans les collisions d'ions lourds.

Nous avons donc élargi l'analyse pour l'un de ces ensembles par le biais du modèle de Fisher afin de valider ces phénomènes critiques: ces derniers subsistent dans ce modèle de gaz parfait d'amas où, cette fois, sont pris en compte un coefficient d'énergie de surface et la différence de potentiel chimique entre le quasi-liquide et le quasi-gaz. Aucune conclusion fiable n'a été possible sur les paramètres critiques étant donné les trop grandes valeurs de χ^2 obtenues. Notons toutefois que l'on retrouve une température critique similaire dans les deux analyses (Stauffer, Fisher). Un autre point doit également être souligné: le fait de trouver une loi de puissance dans la distribution en masses des fragments ne permet pas de conclure que le point critique thermodynamique a été atteint.

Ces résultats théoriques ont par la suite été confrontés à des données expérimentales. Une telle étude est plus compatible avec le modèle de Fisher grâce à la non-nécessité de considérer toute la gamme de production des masses. Des échantillons provenant des campagnes de mesures INDRA, pour lesquels une nouvelle méthode d'identification des fragments est détaillé en annexe, ont été analysés. Après l'évocation de certains modes de sélection des événements, nous élargissons l'étude des fragments à deux types de systèmes: les collisions centrales, et les collisions périphériques. Les premières sont représentées par le système $Xe + Sn$, à quatre énergies de bombardement différentes (de 32 à 50A.MeV). Ici, l'étude porte sur le mode de désexcitation de la source formée en collisions centrales. L'analyse en quasi-projectile a été effectuée à partir de collisions $Au + Au$, à 40, 60 et 80A.MeV d'énergie de bombardement. La taille de la source formée est approximativement la même dans tous les cas. Toutefois le processus de formation est différent. Tous les échantillons étudiés convergent vers une énergie d'excitation critique de l'ordre de 4 – 4.5A.MeV, gamme d'énergie pour laquelle les distributions en taille sont le mieux ajustées par une loi de puissance.

Pour $Au + Au$, les résultats obtenus dépendent qualitativement de l'énergie de bombardement: à trop basse énergie, l'influence de la mi-rapidité est très importante et éloigne l'évènement de l'équilibre thermodynamique. Par exemple pour les collisions $Au + Au$, l'accord entre les données et l'ajustement est de bien meilleure qualité à 80A.MeV qu'à 40A.MeV.

Nous avons également montré que les résultats correspondant aux collisions centrales sont moins bons que pour les collisions périphériques. Ici, les effets de voie d'entrée se traduisent par la présence d'un flot collectif qui tend à casser le système plus violemment. Notons également que pour ces collisions, nous n'avons pas accès à une distribution en énergie d'excitation de $\simeq 1$ jusqu'à $\simeq 10$ A.MeV ce qui rend l'étude compliquée. De plus nous avons montré l'ambiguïté de prendre en compte ou non le plus gros fragment dans l'analyse. Pour les collisions centrales, si l'on considère que le système formé à haute énergie d'excitation est entré dans la phase gazeuse, il n'y a pas de raison de considérer le plus gros fragment comme étant un fragment particulier. Il est donc difficile d'avoir un équilibre au sens de Fisher, dont le modèle d'évaporation suppose par définition la coexistence des phases liquide et gazeuse. Ce point n'est pas apparu dans l'étude du quasi-projectile, tant la statistique à basse énergie d'excitation est dominante.

Il serait intéressant à l'avenir de poursuivre l'étude sur une analyse systématique en taille de système afin de dégager quantitativement avec précision les effets de taille finie. Expérimentalement, plusieurs facteurs se recouvrent lorsque la taille du système varie: la qualité de détection, les effets coulombiens, les énergies accessibles, les sections

efficaces de réaction...il n'est donc pas aisé de décorréler ces divers phénomènes. Un effort supplémentaire doit notamment être porté sur les effets d'isospin, que ce soit sur les données théoriques ou les échantillons expérimentaux: une meilleure précision sur les masses et les charges représente un enjeu important dans la conception des nouveaux détecteurs; d'un point de vue théorique, une confrontation de ces résultats avec un modèle de gaz sur réseau prenant en compte la différenciation neutron/proton serait probablement fructueuse.

L'inattendue stabilité de l'énergie critique trouvée dans l'analyse des données quel que soit le cas de figure constitue un résultat intéressant. Rappelons qu'il en était de même avec les données théoriques, où nous obtenions une même température critique avec l'analyse en Stauffer et celle en Fisher. Ce résultat peut paraître anodin dans les données théoriques, car par essence, nous nous sommes placés au point critique thermodynamique: le calcul était donc centré sur la densité critique. Mais dans les collisions nucléaires, nous ne savons pas quelle est la densité. Il n'est pas du tout évident que la multifragmentation s'effectue systématiquement à la densité critique. Nous retrouvons cependant la bonne valeur critique avec ces événements. La connaissance de la densité ne semble donc pas être une condition nécessaire à l'extraction de la bonne valeur critique de la variable d'échelle. Cette étonnante constance amène deux interprétations possibles: soit l'énergie critique n'a pas de signification particulière, soit elle n'est que le reflet d'une distribution de fragments en loi de puissance et correspond donc directement au maximum de fluctuations de l'énergie cinétique. Ces distributions en charge sont une mesure indirecte des fluctuations d'énergie, et la zone de fluctuations maximales correspond à la gamme dans laquelle se situe l'énergie critique extraite, ce que corroborent plusieurs auteurs [35].

Enfin, l'analyse en Fisher représente une façon d'accéder à un signal. Relier ce signal à un point critique est discutable. Toutefois, la constance de l'énergie critique trouvée expérimentalement ajoute une pierre supplémentaire à l'édifice constitué par un faisceau de résultats trouvés par la biais d'études très différentes (fluctuations anormales d'énergie cinétique menant à une capacité calorifique négative, corrélations en charge ou en taille, fluctuations universelles...). Ces résultats tendent à affirmer qu'un phénomène de transition "de phase", à spécifier plus précisément, est présent dans les données.

6 ANNEXE: IDENTIFICATION AVEC INDRA

6.1 Introduction

Il s'agit d'une méthode appliquée pour la première fois aux données INDRA, en voici donc une présentation assez large [83]. Cette fonctionnelle est basée sur la formule de Bethe, permettant une bonne interpolation (ou extrapolation) dans des régions où la statistique est faible. Appliquée à des télescopes constitués de détecteurs fournissant une réponse linéaire, comme les chambres d'ionisation (*ChIo*) ou les détecteurs Silicium (*Si*), on obtient une bonne identification à la fois en Z et en A . Pour d'autres détecteurs comme les *CsI* en dernier étage, on obtient également une bonne précision, sauf dans la région de basse énergie résiduelle. Une identification très correcte est cependant atteinte, même pour une dépendance en E non linéaire.

Des étages de détecteurs, nommés télescopes, mesurant la perte d'énergie et l'énergie résiduelle des particules chargées, sont largement utilisés pour connaître l'identification en charge et en masse de telles particules.

Pour INDRA, nous avons 9 couronnes "avant" composées chacune de 24 modules (télescopes) à 3 étages: *ChIo*, *Si*, *CsI*. 8 couronnes constituent l'arrière, avec 12 télescopes par couronne. Ces derniers contiennent deux étages: *ChIo* puis *CsI*.

L'identification est obtenue en reproduisant la perte d'énergie dans un ou plusieurs constituants de ces télescopes en fonction de l'énergie résiduelle libérée dans le détecteur dans lequel la particule s'arrête. Dans une telle représentation, les événements de fragments de charge et masse données se situent sur des lignes. Deux méthodes peuvent alors être implémentées pour extraire l'information:

Soit un traçage de lignes au sommet de crêtes correspondant à une charge et une masse données, soit les contours autour de ces crêtes (dans les vallées), un événement étant identifié par sa distance aux lignes de crêtes. L'identification étant obtenue par inversion de la fonctionnelle pour un ΔE et un E donnés afin d'extraire Z et A .

Alors que la première méthode est probablement plus puissante et permet d'appréhender toutes les situations, elle souffre deux inconvénients majeurs: elle ne permet pas d'extrapoler dans des régions où la statistique est faible, et est extrêmement coûteuse en temps dans la mesure où chaque ligne d'identification doit être dessinée très précisément. Ce dernier aspect devient primordial dans le cas de multidétecteurs constitués de très nombreux télescopes. La seconde méthode a l'avantage de s'affranchir de ces deux inconvénients à condition (et c'est le cas comme on va le voir pour la 5^e campagne INDRA) que les données soient bien reproduites. Des fonctionnelles d'identification ont déjà été utilisées par le passé [84] et celles-ci ont été successivement améliorées ([85] puis [83]).

6.2 Fonctionnelle de base

On suppose que le pouvoir d'arrêt d'un fragment d'énergie ε , de masse A et de charge Z dans un détecteur prend la forme suivante, directement dérivée de la formule de Bethe lorsque l'état de charge à l'intérieur du milieu stoppeur est strictement équivalent à la charge nucléaire Z :

$$\frac{d\varepsilon}{dX} = \frac{Z^2}{f(\varepsilon/A)} \quad (9)$$

La zone de Bragg, par exemple, n'est pas concernée par cette formule, car l'état de charge moyen n'est plus constant.

On définit F , l'intégrale de f :

$$F(x) = \int_0^x f(t) dt \quad (10)$$

Par intégration de (9), on obtient la relation entre la distance d'arrêt et l'énergie:

$$F(\varepsilon/A) = \frac{Z^2}{A} X \quad (11)$$

Cette dernière relation peut être appliquée au cas de télescopes constitués d'un premier détecteur d'épaisseur ΔX . Le fragment incident perd une partie ΔE de son énergie dans ce détecteur, et son énergie résiduelle dans le dernier détecteur au bout d'un parcours X .

Appliquée à l'énergie totale ($E + \Delta E$), la relation 11 devient:

$$\begin{cases} \frac{Z^2}{A}(X + \Delta X) = F\left(\frac{E + \Delta E}{A}\right) \\ \frac{Z^2}{A}X = F\left(\frac{E}{A}\right) \end{cases}$$

Ainsi, par élimination de X , on obtient la relation $\Delta E - E$:

$$\Delta E = A \left\{ F^{-1} \left[F\left(\frac{E}{A}\right) + \frac{Z^2}{A} \Delta X \right] - \frac{E}{A} \right\} \quad (12)$$

Cette formule est rigoureuse dès que le pouvoir d'arrêt prend la forme (9). Mais d'un point de vue pratique, nous avons besoin de spécifier f : nous considérons une forme proche de celle de Bethe, quelque peu simplifiée de façon à obtenir une forme analytique de F^{-1} .

6.3 Spécialisation de la fonction f

Dans le cas de la formule de Bethe dans le domaine non relativiste, $f(\varepsilon/A)$ est presque proportionnel à ε/A à cause du terme logarithmique (ce dernier peut être

considéré comme constant). D'où la nécessité de prendre une dépendance en loi de puissance:

$$f\left(\frac{\varepsilon}{A}\right) = \left(\frac{\varepsilon}{A}\right)^\mu \quad (13)$$

avec $\mu \approx 1$. Cette forme de f est très avantageuse car elle conduit à une forme analytique de ΔE , qui se réduit à:

$$\Delta E = \left[E^{\mu+1} + (\mu + 1) Z^2 A^\mu \Delta X \right]^{\frac{1}{\mu+1}} - E \quad (14)$$

6.4 Propriétés de la relation $\Delta E - E$

La dérivée de (14) par rapport à E en $E = 0$ donne la pente au point initial de la ligne d'identification qui est presque égale à -1 (puisque $\mu \approx 1$). Si on prend $E = 0$ dans (14), on obtient les points d'intersection des lignes d'identification avec l'axe des pertes d'énergie:

$$\Delta E_0 = \left[(\mu + 1) \Delta X \right]^{\frac{1}{\mu+1}} Z^{\frac{2}{\mu+1}} A^{\frac{\mu}{\mu+1}} \quad (15)$$

En particulier pour $\mu = 1$, ces pertes d'énergie sont proportionnelles à $Z\sqrt{A}$. A haute énergie, le deuxième terme entre les crochets dans l'équation (14) devient petit par rapport au premier, et une approximation au premier ordre permet d'écrire

$$\Delta E_\infty = \Delta X \frac{Z^2}{(E/A)^\mu} \quad (16)$$

où la proportionnalité à la distance d'arrêt est mise en valeur.

6.5 Fonctionnelle en loi de puissance

Si on fait l'hypothèse que la réponse du détecteur est linéaire, et que les données satisfont à la relation (14), alors celles-ci doivent être ajustées par la fonction suivante:

$$\Delta E = \left[(gE)^{\mu+1} + \left(\lambda Z^{\frac{2}{\mu+1}} A^{\frac{\mu}{\mu+1}} \right)^{\mu+1} \right]^{\frac{1}{\mu+1}} - gE \quad (17)$$

Trois éléments sont des paramètres:

- g , rapport des gains électroniques
- λ inclut l'épaisseur du premier détecteur
- μ est proche de 1

E et ΔE sont des signaux desquels les piédestaux ont été soustraits. On obtient donc une formule à 3 paramètres, ou à 5 paramètres si on fitte aussi sur les piédestaux.

Pour garantir la convergence du lissage dans toutes les situations, on doit partir de valeurs "raisonnables" et imposer des contraintes sur la gamme des paramètres. En particulier, μ doit être compris entre 0.5 et 1.5, avec une valeur de départ égale à 1; la valeur initiale λ_0 de λ doit être déterminée à partir du point de départ d'une ligne d'identification; g_0 doit être obtenu à partir de la pente au même point. Pour plus de détails sur cette procédure, voir l'appendice de l'article [83].

Une fois que les paramètres ont été calculés, la fonction (17) peut être utilisée pour extraire les Z et éventuellement les A associés à un couple $\Delta E - E$. On y aboutit par une inversion analytique de (17) qui procure la quantité $Z^2 A^\mu$. Si on s'intéresse uniquement à l'identification en Z , alors A est fixé par défaut de façon dépendante à Z , la prescription la plus simple étant $A = 2Z$. L'équation (17) est alors résolue pour Z , et la solution est projetée sur l'entier le plus proche Z_i . De plus, si l'identification en masse est requise, la valeur Z_i est prise pour Z et l'équation est résolue pour A .

La procédure de construction de la fonctionnelle de base étant décrite, il reste à perfectionner celle-ci. En effet, la première fonctionnelle reproduit difficilement les données sur toute la gamme.

6.6 Fonctionnelle étendue

C'est le paramètre μ qui détermine l'ordonnée des points initiaux des lignes d'identification. Une fois que μ a été ajusté pour reproduire ces données, la rapidité de la transition entre les basses énergies (domaine dominé par $\lambda Z^{\frac{2}{\mu+1}} A^{\frac{\mu}{\mu+1}}$) et les hautes énergies (E proportionnelle au pouvoir d'arrêt) est fixée. La solution idéale exige les prescriptions suivantes: une variation indépendante en Z et A dans les domaines de hautes et basses énergies, et un comportement asymptotique correct à haute énergie. Cette solution est accessible grâce à la présence de nouveaux termes phénoménologiques. On définit la fonctionnelle étendue comme:

$$\Delta E = \left[(gE)^{\mu+\nu+1} + (\lambda Z^\alpha A^\beta)^{\mu+\nu+1} + \xi Z^2 A^\mu (gE)^\nu \right]^{\frac{1}{\mu+\nu+1}} - gE \quad (18)$$

Cette formule se réduit à la fonctionnelle de base (17) si on substitue μ à $\mu + \nu$, et en posant $\alpha = \frac{2}{\mu+1}$, $\beta = \frac{\mu}{\mu+1}$ et $\xi = 0$, ou plus simplement $\nu = 0$ et $\xi = 0$.

Le paramètre g représente toujours les pentes des lignes d'identification à $E = 0$, égales pour toutes les lignes comme pour la formule en loi de puissance. La valeur de la perte d'énergie en ces points s'écrit $\Delta E_0 = \lambda Z^\alpha A^\beta$. C'est donc les paramètres λ , α et β qui sont essentiellement déterminés par cette série de points. Aux plus hautes énergies, une approximation de (18) au premier ordre conduit à:

$$\Delta E_{\infty} = \frac{1}{\mu + \nu + 1} \frac{1}{\left(\frac{gE}{A}\right)^{\mu}} \left[\xi Z^2 + \frac{(\lambda Z^{\alpha})^{\mu+\nu+1} A^{\beta(\mu+\nu+1) - (\mu+\nu)}}{(gE/A)^{\nu}} \right]$$

Cette formule étendue possède donc 9 paramètres ($\lambda, \alpha, \beta, \mu, \nu, \xi, g$ et les deux derniers correspondant aux piédestaux de E et ΔE). Contrairement à la formule en loi de puissance, la formule étendue ne peut être analytiquement inversée pour extraire Z et A . L'identification s'effectue numériquement.

Nous avons donc testé cette méthode sur les télescopes d'INDRA afin d'identifier les fragments en Si/CsI à l'avant et en ChI_0/CsI à l'arrière. Sur les 9 premières couronnes, c'est le Si qui joue le rôle du détecteur où la perte d'énergie vaut ΔE , et le CsI arrête totalement les fragments. A l'arrière (couronnes 10 à 17), la ChI_0 prend ΔE aux fragments, ces derniers laissant E dans le CsI . Dans les deux cas, la réponse en lumière n'est pas proportionnelle à l'énergie déposée dans les CsI et dépend de la nature de la particule. De plus, comme le signal CsI n'a été que partiellement intégré sur deux intervalles de temps, afin de délivrer une composante dite "rapide" et une autre dite "lente", nous n'avons pas à disposition une réelle mesure du signal total en lumière, intégré sur toute la durée d'un "pulse". Nous devons donc reconstruire ce signal total, h , par combinaison des composantes "rapide" et "lente" d'après une procédure décrite dans [86]. A nouveau, cette situation est perfectible, car dans la région de basse énergie résiduelle l'accord entre l'ajustement et les données ne peut être totalement satisfaisant: en effet, dans cette région la réponse en lumière est pratiquement quadratique donc loin d'être linéaire. Il faut donc, pour finir, tenir compte de cette non-linéarité.

6.7 Réponse en lumière d'un cristal CsI

L'idée de la nouvelle extension des formules (17) et (18) est de substituer à E son évaluation à partir de la lumière obtenue, afin d'en déduire les dépendances directes de la perte d'énergie avec la lumière. La majeure partie de la portion "non-linéaire" reposant sur la relation lumière-énergie.

Soit h la quantité de lumière calculée après soustraction du piédestal, sa dépendance avec l'énergie déposée s'écrit, avec η un nouveau paramètre:

$$h = E - \rho h \left(1 + \frac{E}{\rho} \right) \quad \text{où} \quad \rho = \eta Z^2 A \quad (19)$$

Il n'est pas nécessaire d'ajouter une constante multiplicative, car le facteur d'échelle est déjà inclus dans le paramètre g de la fonctionnelle, ce qui équivaut à considérer E et h comme mesurées avec la même unité. Cette formule n'est pas la plus sophistiquée [86] mais son existence permet de tenir compte raisonnablement des non-linéarités à basse énergie et haut Z . Il apparaît cependant une difficulté: l'équation (19) ne peut

pas être analytiquement inversée pour exprimer E en fonction de h . C'est pourquoi nous adoptons finalement une formule légèrement différente en imposant les mêmes comportements asymptotiques, à haute et basse énergie:

$$\begin{cases} E \rightarrow 0 & \Rightarrow & h \rightarrow \frac{E^2}{2\rho} \\ E \rightarrow \infty & \Rightarrow & h \rightarrow E - \rho \ln\left(\frac{E}{\rho}\right) \end{cases}$$

On retrouve ainsi la dépendance quadratique à basse énergie. En inversant ces relations:

$$\begin{cases} h \rightarrow 0 & \Rightarrow & E \rightarrow \sqrt{2\rho h} \\ h \rightarrow \infty & \Rightarrow & E \rightarrow h + \rho \ln\left(\frac{h}{\rho}\right) \end{cases}$$

Il est aisé de vérifier que la formule suivante satisfait à ces deux conditions:

$$E = \sqrt{h^2 + 2\rho h \left[1 + h \left(1 + \frac{h}{\rho} \right) \right]} \quad (20)$$

En combinant cette relation avec (18), on obtient une nouvelle fonctionnelle à 10 paramètres, parmi lesquels les piédestaux en h et en ΔE . C'est cette dernière formule qui nous a servi pour ajuster les données.

6.8 Exemples sur INDRA

6.8.1 Exemple sur un module d'une couronne avant

La figure 72 représente une carte $\Delta E - E$ de fragments détectés dans un module de la 1^{ère} couronne d'INDRA. Chaque ligne représente un Z , en partant du bas pour les plus petites charges. Nous avons réparti cette carte en 3 zones de fit pour des raisons de qualité obtenue. D'une seule traite le résultat est exécrable; en deux morceaux, ce n'est pas encore suffisant.

La première zone d'intérêt est relative au signal grand gain du S_i . De cette façon, la qualité de détection est même parfois telle que nous arrivons à identifier en masse jusqu'au carbone (couronnes 6 à 9). Suivant les couronnes, cette zone concerne les fragments de charge inférieure ou égale à 10. La partie centrale regroupe les fragments compris entre 11 et 35, et le dernier lissage s'effectue sur les gros fragments de charge supérieure à 35.

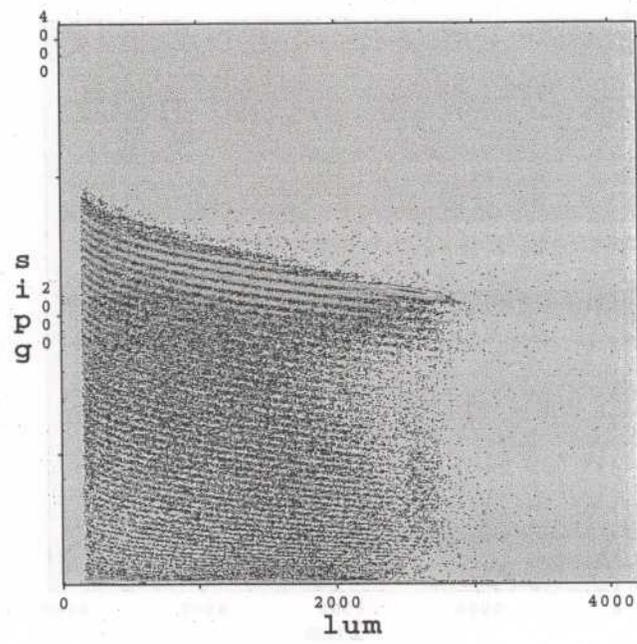


FIG. 72 - Carte Si/lumière totale (petit gain)

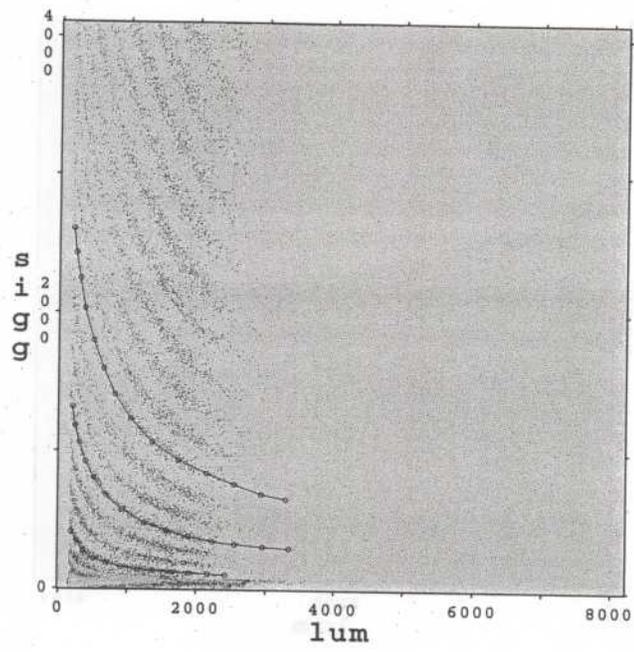


FIG. 73 – Première grille Si/lumière totale (grand gain)

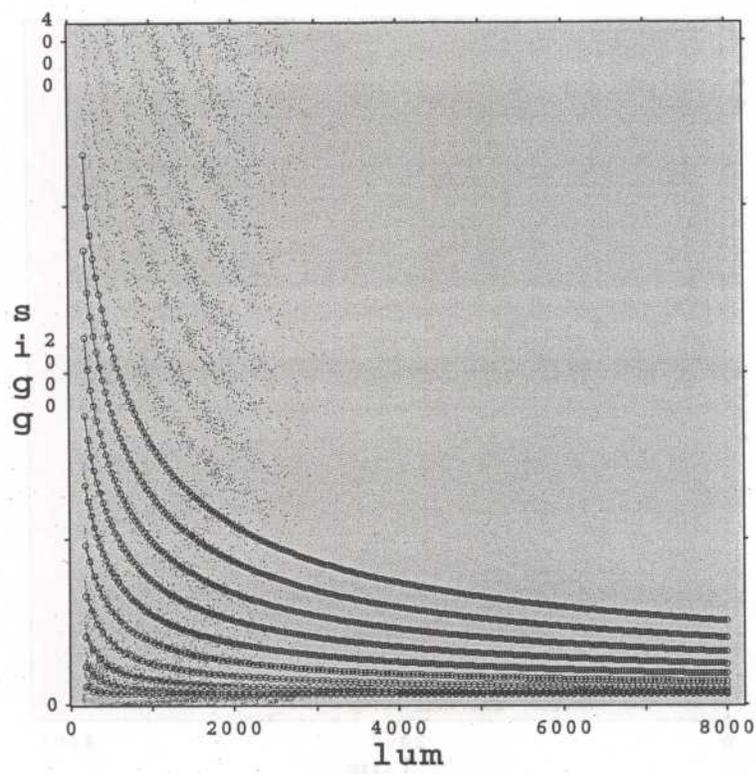


FIG. 74 - *Résultat du fit, première partie (grand gain)*

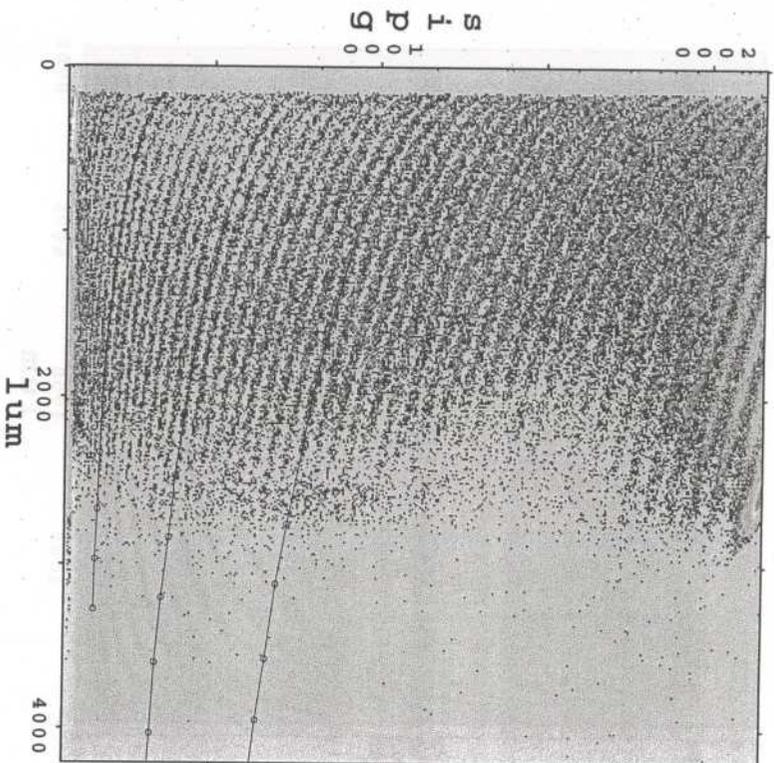


FIG. 75 - Deuxième grille Si/lumière totale (petit gain)

Plus on va vers les couronnes "arrière", plus l'amplitude en Z diminue. Typiquement, on ne voit plus de quasi-projectile à partir de la 3^e couronne. Ou plus exactement, on récolte des points synonymes de quasi-projectiles, mais pas suffisamment pour que leur représentation soit visualisable par une ligne d'identification. Par exemple, la dernière ligne identifiable sur la couronne 9 est la représentation des $Z = 13$. Par conséquent, les valeurs limites de ces 3 zones sont fonction de la couronne, et de surcroît au-delà de la couronne 2, il n'est plus nécessaire que de réaliser 2 fits: un en signal grand gain, l'autre en S_i petit gain.

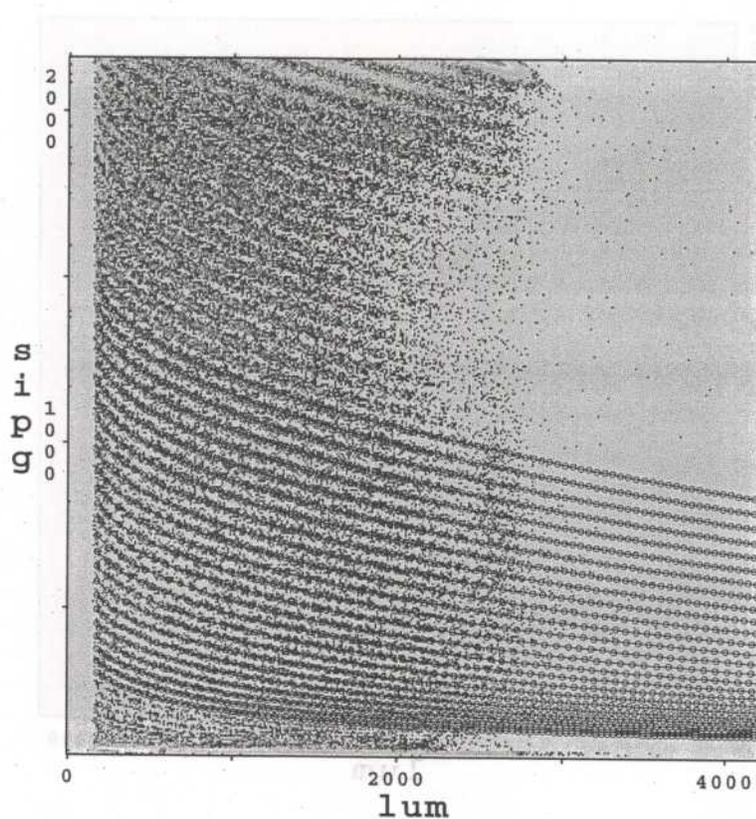


FIG. 76 - Résultat du fit, partie médiane (petit gain)

Dans l'exemple pris sur la figure 72, (1^{ère}) couronne, nous avons donc 3 fits à effectuer. Le premier, en S_i grand gain, s'échelonne sur les 10 premières charges. Nous avons tracé 3 lignes à la main (figure 73): $Z = 3,6,9$. Le résultat est donné sur la figure 74. On jugera de la bonne qualité de ce fit, excepté peut-être pour les $Z = 1$ et 2, mais ces deux cas particuliers font l'objet d'une identification spécifique et sortent du cadre de notre travail. La 2^e gamme à ajuster regroupe les fragments de charge comprise

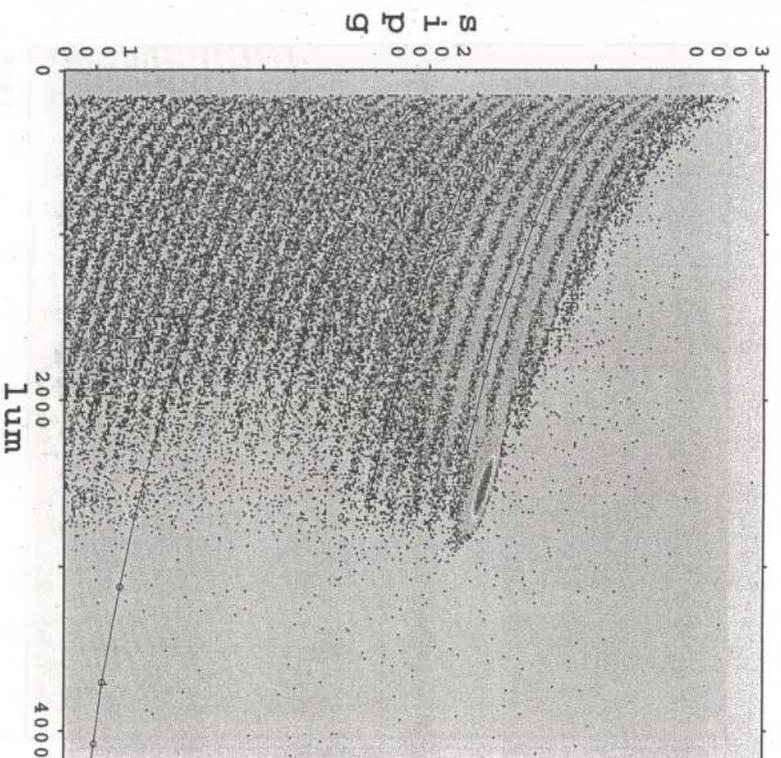


FIG. 77 - Troisième grille Si/lumière totale (petit gain)

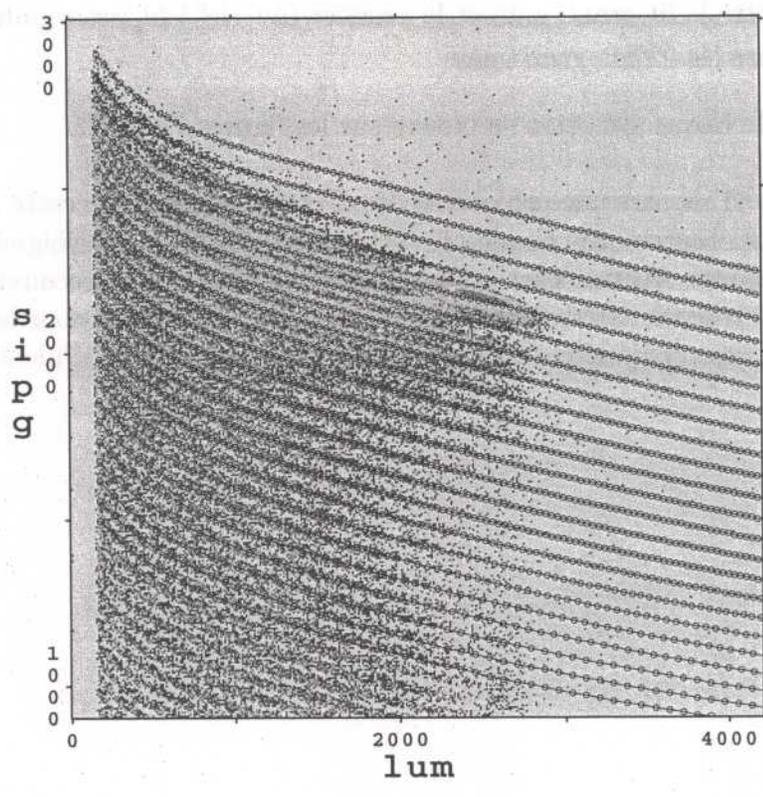


FIG. 78 - Résultat du fit, dernière partie (petit gain)

entre 11 et 35. A nouveau, nous traçons 3 pleines lignes afin de constituer la grille qui servira pour le lissage (figure 75). Le résultat du fit est visible sur la figure 76. Encore une fois, la qualité obtenue est remarquable. Enfin, pour les $Z > 35$, nous avons effectué un 3^e fit avec une dernière grille de 3 lignes (figure 77), le résultat se trouvant sur la figure 78. Même pour les charges les plus grandes, la qualité obtenue est satisfaisante.

Une procédure de raccord entre les fits, pour chaque module de chaque couronne, a également été mise en place. Ces raccords sont de 2 types:

- Jonction entre le fit grand gain et le premier (ou "le") fit petit gain
- Jonction entre les 2 fits grand gain

Un exemple de chaque situation se trouve sur les figures 79 et 80.

Enfin, la figure 81 montre une projection des Z réels calculés par cette fonctionnelle d'identification. On observe que chaque pic est associé à un Z , peu éloigné de la valeur entière correspondante. Aucun écart n'est à noter: si des cas de recouvrement entre les pics avaient été relevés, alors on aurait eu une indétermination pour les charges en question. Mais ici, ces projections témoignent d'une bonne qualité d'identification.



Cour=1 Mod=1

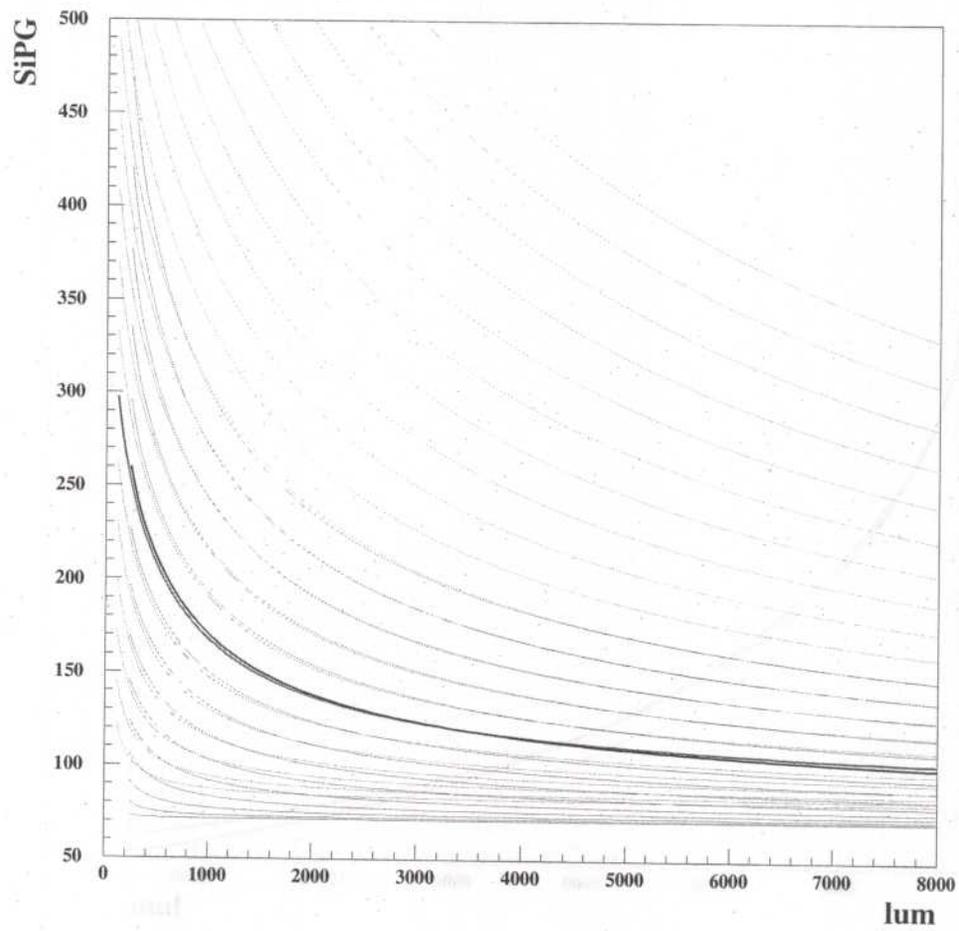


FIG. 79 - Raccord entre grand gain et petit gain

Cour=1 Mod=1

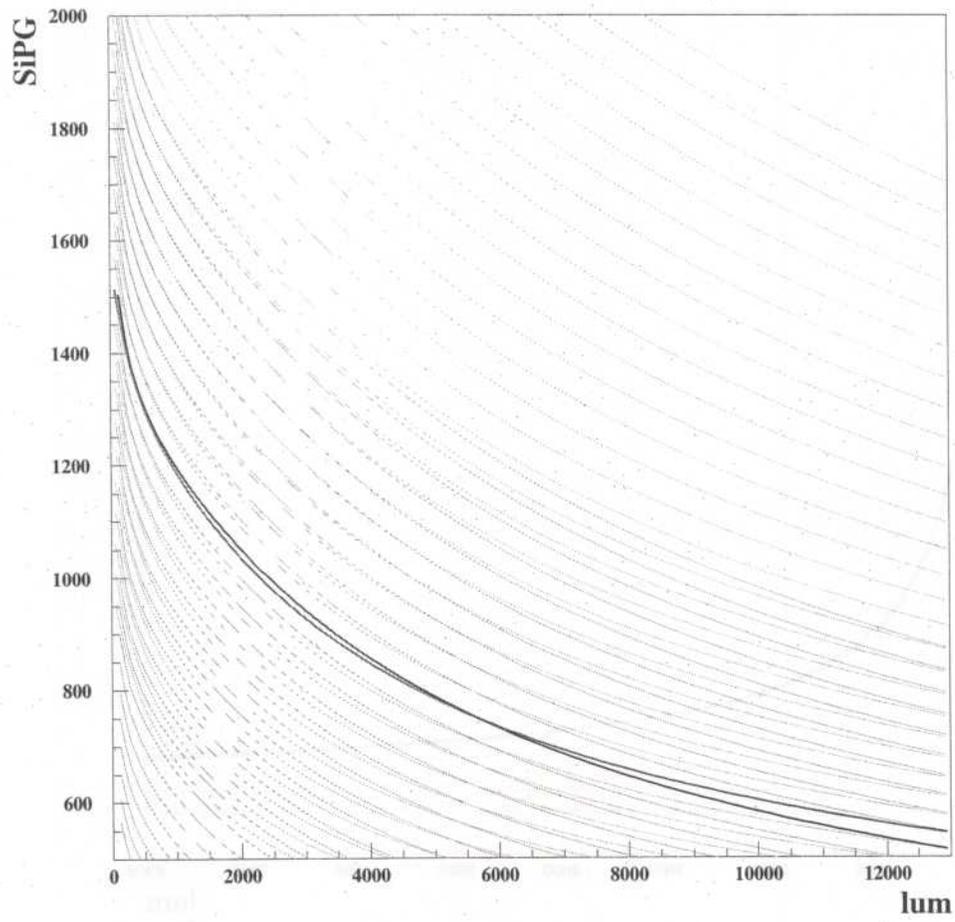


FIG. 80 - *Raccord entre les deux petits gains*

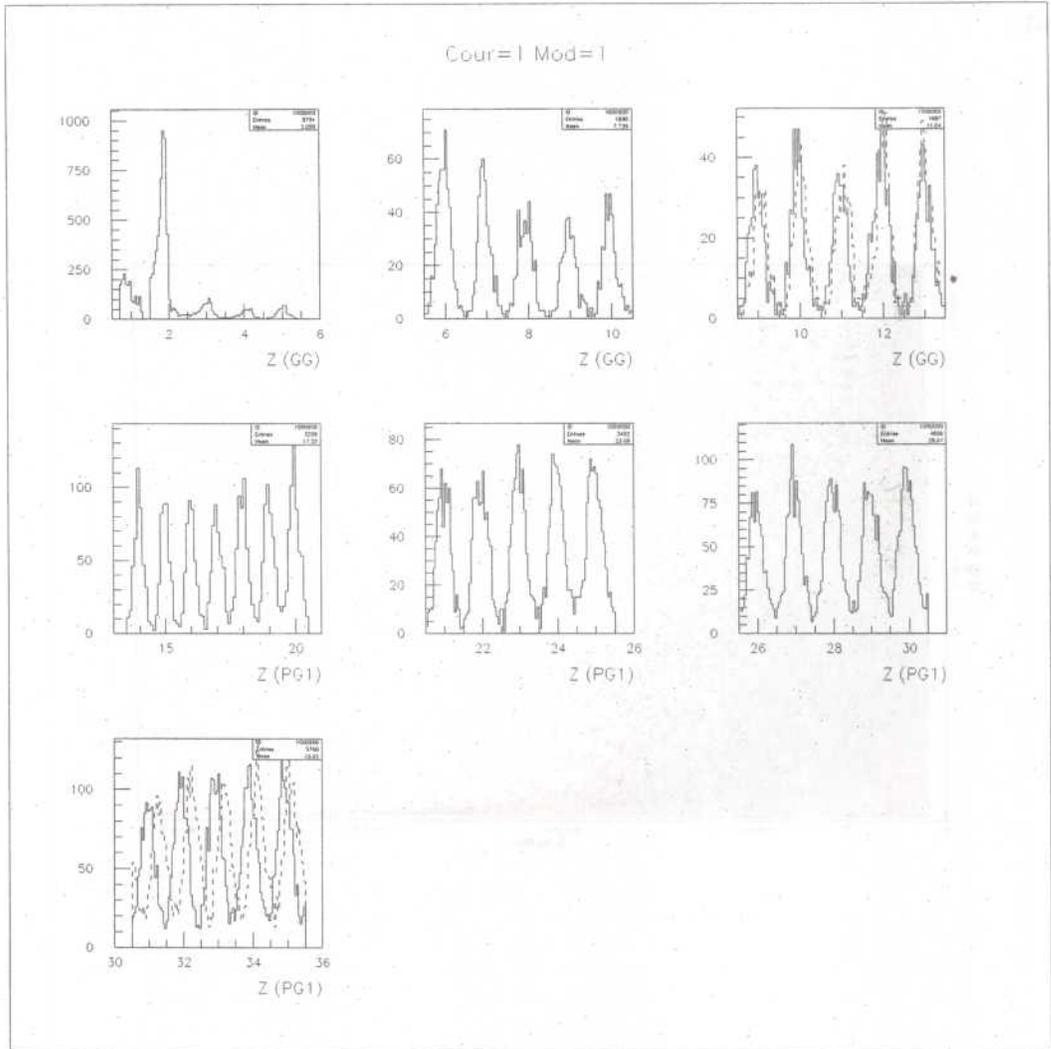


FIG. 81 - Projection des Z calculés

6.8.2 Exemple sur un module d'une couronne arrière

Le protocole est sensiblement identique à celui d'une couronne avant. Néanmoins, nous n'avons plus que des télescopes à deux étages, ChIo et CsI. Nous cherchons donc à identifier les fragments sur une carte où l'énergie déposée dans la ChIo d'un module est représentée en fonction de la lumière totale émise dans le scintillateur CsI correspondant.

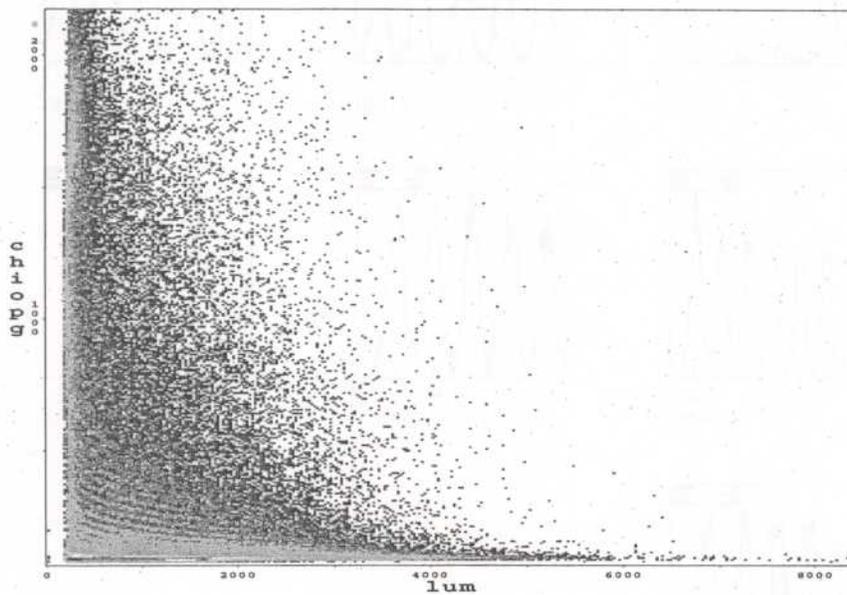


FIG. 82 - Carte ChIo/lumière totale (petit gain)

De la même façon que sur la figure 72, la figure 82 représente des lignes de Z assez bien identifiables. Plus une couronne est située à l'arrière, plus faible est la gamme de Z puisque les fragments sont majoritairement émis à l'avant. Pour les couronnes arrière, deux ajustements par carte se sont avérés suffisants. Un premier en grand gain, et un autre en petit gain concernant les gammes respectives $Z = 1 - 10$ et $Z = 10 - 30$ pour l'exemple choisi du module 15 de la couronne 11.

La figure 83 est une représentation de signal ChIo en fonction de la longueur d'onde en grand gain. On observe une bande de signal qui s'étend de 0 à environ 15000 Å, avec une intensité qui diminue progressivement en fonction de la longueur d'onde.

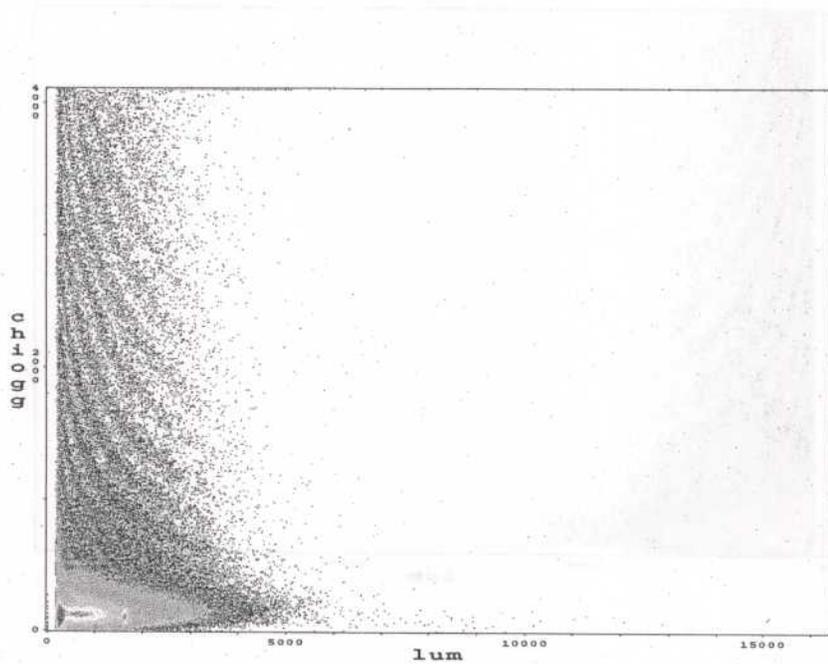


FIG. 83 - Carte ChIo/lumière totale (grand gain)

La carte est une représentation de signal ChIo en fonction de la longueur d'onde en grand gain. On observe une bande de signal qui s'étend de 0 à environ 15000 Å, avec une intensité qui diminue progressivement en fonction de la longueur d'onde.

La carte est une représentation de signal ChIo en fonction de la longueur d'onde en grand gain. On observe une bande de signal qui s'étend de 0 à environ 15000 Å, avec une intensité qui diminue progressivement en fonction de la longueur d'onde.

La figure 83 est une représentation du signal ChIo en fonction du signal CsI en grand gain. Pour réaliser un fit sur les dix premiers Z , nous traçons trois lignes comme pour les couronnes avant (figure 84), et un résultat typique obtenu est visible sur la figure 85.

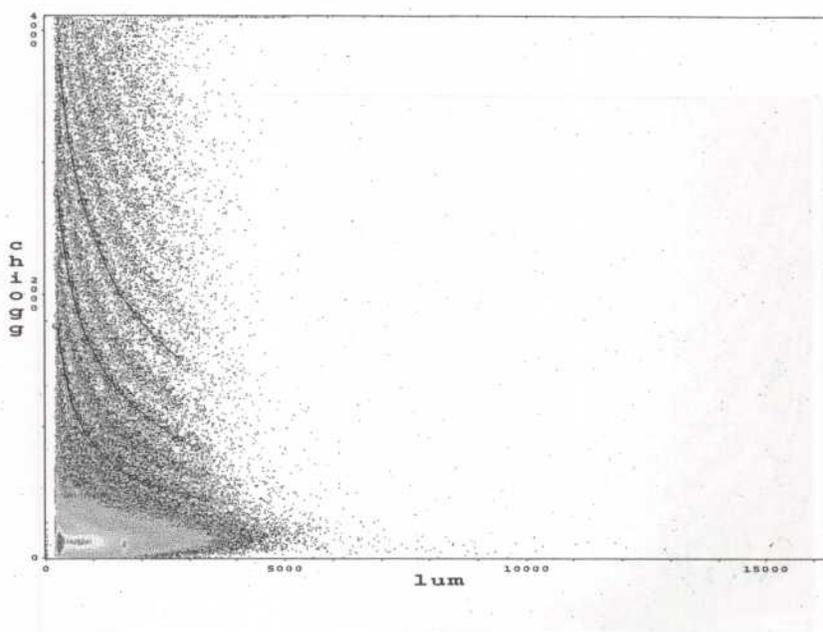


FIG. 84 – Première grille ChIo/lumière totale (grand gain)

La carte servant à identifier les fragments en petit gain est donnée sur la figure 82. Il est nécessaire d'appliquer un zoom sur le bas de la carte, là où les lignes de Z sont encore à peu près identifiables, afin de tracer de nouveau trois lignes (figure 86). Celles-ci fournissent, à l'issue du calcul d'ajustement, la carte ajustée figure 87.

L'accord entre le fit et les données est grossomodo de la même qualité que pour une couronne avant, et pour s'en convaincre, nous effectuons les mêmes vérifications par la procédure de raccord d'une part, et les projections des charges d'autre part (figures 88 et 89).

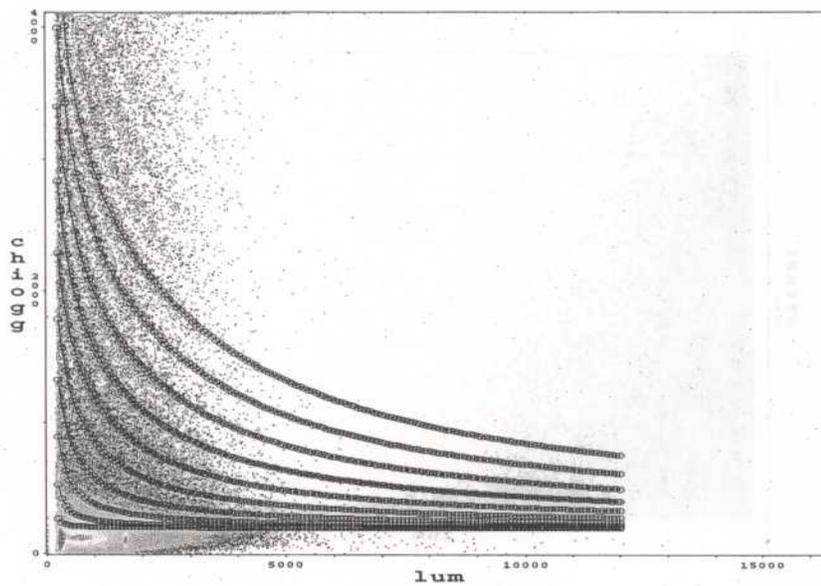


FIG. 85 – *Résultat du fit, première partie (grand gain)*

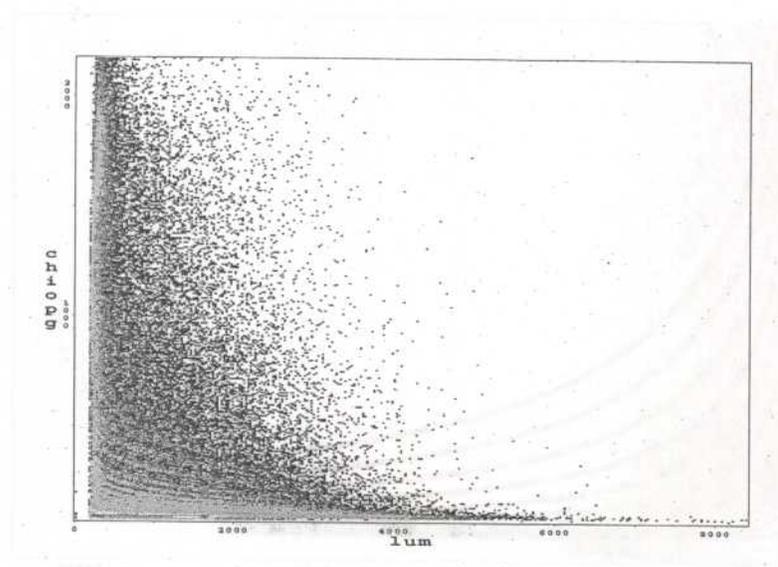


FIG. 86 - Deuxième grille ChI0/lumière totale (petit gain)

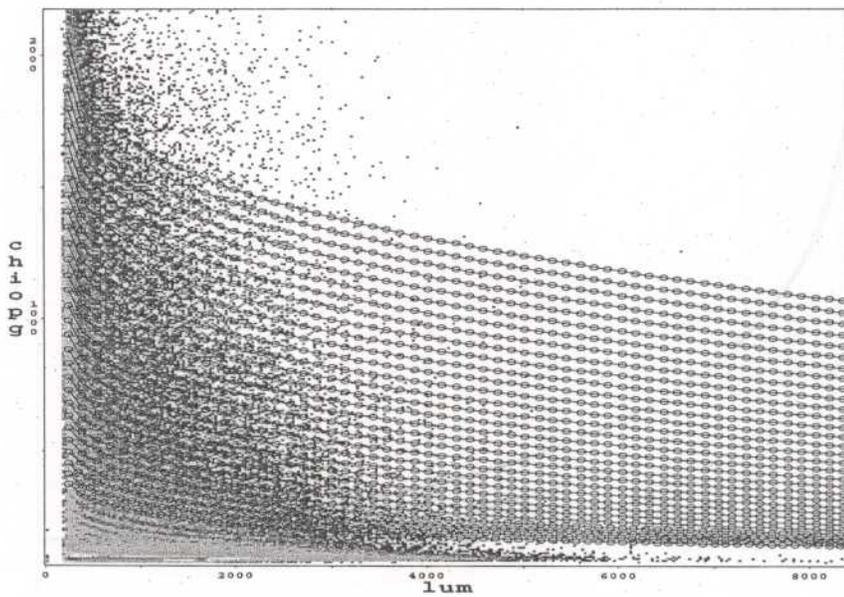


FIG. 87 - *Résultat du fit, deuxième partie (petit gain)*

Cour=10 Mod=1

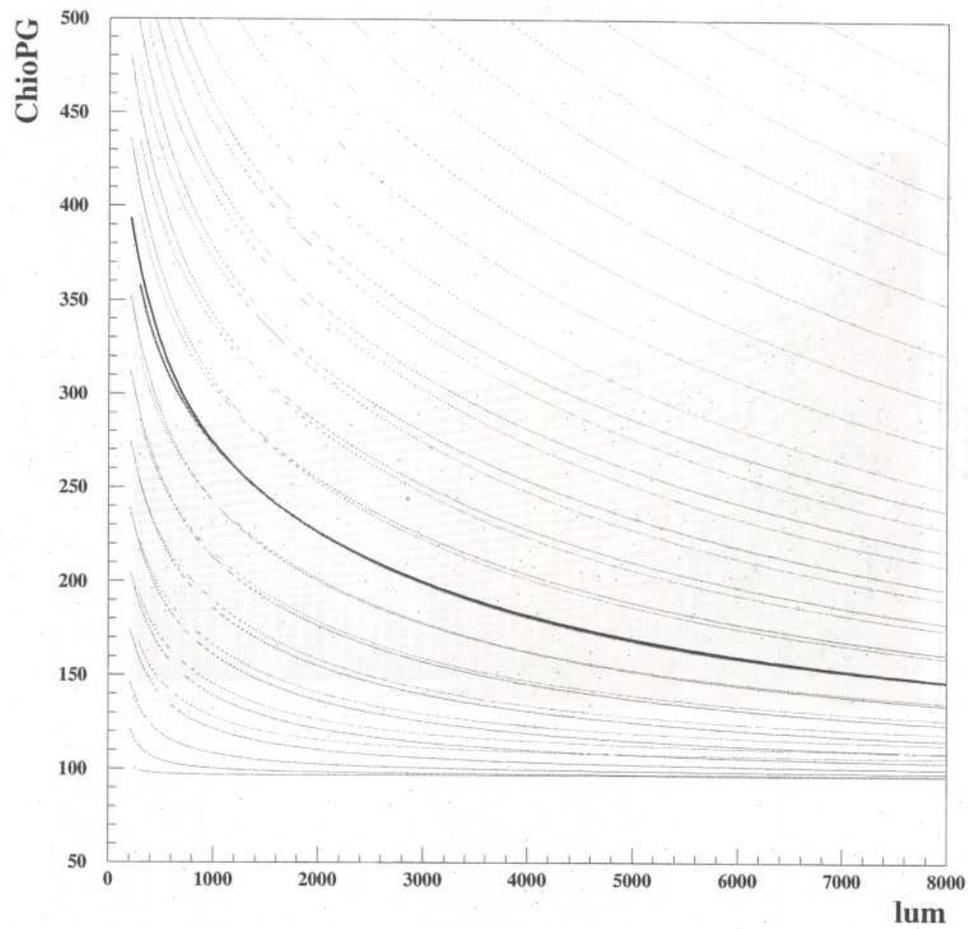


FIG. 88 - Raccord entre grand gain et petit gain

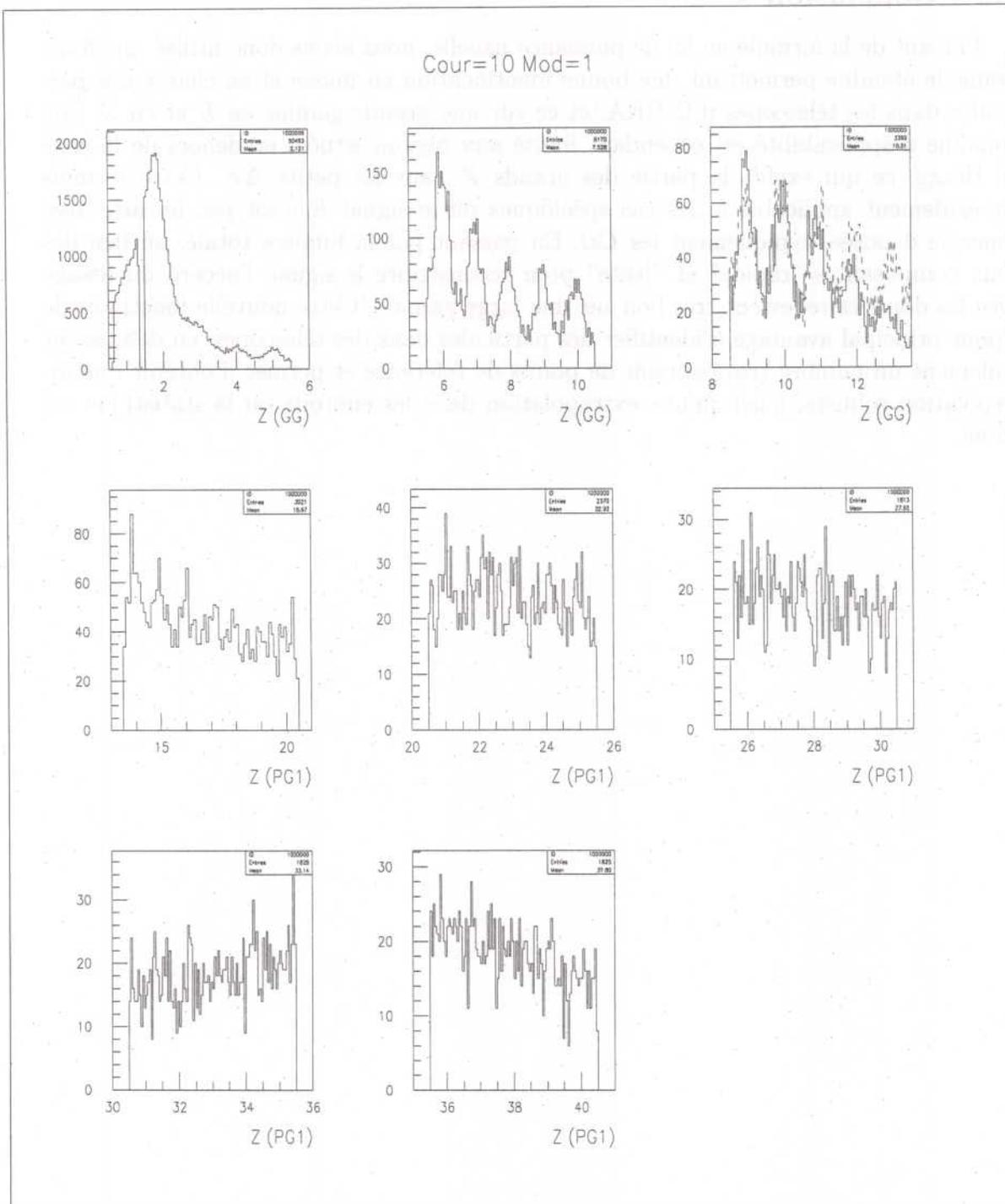


FIG. 89 – Projection des Z calculés

6.9 Conclusion

Partant de la formule en loi de puissance usuelle, nous avons donc utilisé une fonctionnelle étendue permettant une bonne identification en masse et en charge des particules dans les télescopes d'INDRA, et ce sur une grande gamme en E et en Z . Son domaine d'applicabilité est cependant limité aux régions situées en-dehors de la zone de Bragg, ce qui exclut la partie des grands Z dans les petits ΔE . Cette formule est également applicable à des cas spécifiques où le signal E n'est pas linéaire avec l'énergie déposée, typiquement les CsI . En passant par la lumière totale, au lieu des deux composantes "rapide" et "lente" pour reconstruire le signal, l'accord du lissage avec les données redevient très bon sur une large gamme. Cette nouvelle fonctionnelle a pour principal avantage d'identifier des particules dans des télescopes, en définissant seulement un nombre très restreint de points de référence et permet d'obtenir une interpolation robuste, ainsi qu'une extrapolation dans les endroits où la statistique est faible.

Références

- [1] H.Feldmeier *Nucl.Phys.* A 515 147 (1990)
- [2] A.Ono, H.Horiuchi and T.Maruyama *Phys.Rev.* C 47 2652 (1993)
- [3] R.Nebauer and J.Aichelin (INDRA Collaboration) *Nucl.Phys.* A 658 67 (1999)
- [4] S.Ayik and C.Gregoire *Nucl.Phys.* A 513 187 (1990)
- [5] J.Randrup and B.Remaud *Nucl.Phys.* A 514 339 (1990)
- [6] A.Guarnera, M.Colonna and P.Chomaz *Phys.Lett.* B 254 340 (1996)
- [7] V.Duflot-Flandrois, *Signaux de transition de phase des systèmes finis*, thèse de l'Université de Caen (2001)
- [8] J.Pochodzalla (ALADIN collaboration) *Phys.Rev.Lett.* 75 1040 (1995)
- [9] D.Stauffer and A.Aharony *Introduction to percolation theory* éd. Taylor & Francis (1992)
- [10] J.C. and P. Tolédano *The Landau theory of phase transitions - Application to structural, incommensurate, magnetic and liquid crystal systems* World scientific (1987)
- [11] R.Balian *Du microscopique au macroscopique. Cours de physique statistique de l'Ecole Polytechnique* éd. Ellipses (1982)
- [12] D.H.E.Gross *Straight way to thermo-statistics, phase transitions, second law of thermodynamics, but without thermodynamic limit* cond-mat/0105313
- [13] F.Gulminelli and P.Chomaz *Phys.Rev.Lett.* 82 1402 (1999)
- [14] M.Le Bellac *Des phénomènes critiques aux champs de jauge* Intereditions/Editions du CNRS (1988)
- [15] Ph.Chomaz, F.Gulminelli, *Int. Journ. Mod. Phys.E* 8 6 (1999)
- [16] M.E. Fisher *The theory of equilibrium critical phenomena* Rep.Prog.Phys.30 p.615 (1967)
- [17] M.Colonna, P.Chomaz, and A.Guarnera *Nucl.Phys.A* 613 165 (1997)
- [18] B.Jacquot, S.Ayik, P.Chomaz and M.Colonna *Phys.Lett.B* 383 247 (1996)
- [19] W.Nörenberg, G.Papp and P.Rozmej *Eur.Phys.J.A* 9 327 (2000)
- [20] B.Jacquot *Thèse de Doctorat*, Université de Caen GANIL T 96-05 (1996)
- [21] L.G.Moretto *et al.* *Phys.Rev.Lett.* 77 2634 (1996)
- [22] B.Borderie (INDRA collaboration) *Phys.Rev.Lett.* 86 3252 (2001)
- [23] P.Désésquelles *Phys.Rev.C* 65 034604 (2002)
- [24] D.Gross *Phys.Rep.* 279 119 (1997)
- [25] P.Chomaz and F.Gulminelli *Nucl.Phys.A* 647 153 (1999)
- [26] F.Gulminelli, P.Chomaz and V.Duflot *Europhys.Lett.* 50 434 (2000)
- [27] F.Gulminelli, P.Chomaz *Phys.Lett.B* 473 219 (2000)

- [28] M.D'Agostino *et al.* *Nucl.Phys.A* 699 795 (2002)
- [29] N.Le Neindre (INDRA collaboration) *Proc. XXXVIII Int. Winter Meeting on Nuclear Physics (Bormio, Italy)* ed I.Iori and A.Moroni (Ricerca scientifica ed educazione permanente) p404 (2000)
- [30] O.Lopez (INDRA collaboration) *Proc. XXXIX Int. Winter Meeting on Nuclear Physics (Bormio, Italy)* ed I.Iori and A.Moroni (Ricerca scientifica ed educazione permanente) p61 (2001)
- [31] P.Chomaz, F.Gulminelli and V.Duflot *Phys.Rev.E* 64 046114 (2001)
- [32] R.Botet and M.Ploszajczak *Phys.Rev.E* 62 1825 (2000)
- [33] Al.H.Raduta, Ad.R.Raduta *et al.* *Phys.Rev.C* 65 034606 (2002)
- [34] Gulminelli *et al.* *Phys.Rev.C* 65 051601 (2002)
- [35] M.d'Agostino *et al.*, *Nucl.Phys.A*724 455 (2003)
- [36] *Nucl.Instr.and Meth.* B194 503 (2002)
- [37] M.D'Agostino *et al.* *Nucl.Phys.A*650 329 (1999)
- [38] N.Metropolis *et al.*, *J.Chem.Phys.*21 1087 (1953)
- [39] C.N.Yang, T.D. Lee, *Phys. Rev.* 87 404 (1952)
- [40] C.N.Yang, T.D. Lee, *Phys. Rev.* 87 410 (1952)
- [41] A.Coniglio, W.Klein, *J.Phys.A*13, p.2775 (1980)
- [42] J.Pan, S.das Gupta, *Phys.Rev.C* 51 p.1384 (1995)
- [43] B.Diu, C.Guthmann, D.Lederer, B.Roulet, *Physique Statistique*, Hermann (1989)
- [44] C.E.Shannon, *A mathematical theory of communication*, The Bell System Technical Journal, vol.27, p.379-423, 523-656 (1948)
- [45] R.Balian, *Du microscopique au macroscopique. Cours de physique statistique de l'Ecole Polytechnique*, éd. Ellipses (1982)
- [46] D.H.E.Gross *Microcanonical Thermodynamics-Phase Transitions in 'Small' Systems* (Singapore: World Scientific) (2001)
- [47] D.H.E.Gross, P.A.Hervieux, *Z.Phys.D* 35 27 (1995)
- [48] D.H.E.Gross, *Phys.Rep.*279 119 (1997)
- [49] F.Gulminelli, Ph.Chomaz, *Critical behavior in the coexistence region of finite systems*, *Phys Rev.Lett.*82, nb 7, p.1402 (1999)
- [50] D.H.E.Gross, E.V.Votyakov, *Eur.Phys.J, B* 15 115 (2000)
- [51] P.Borrmann, O.Mülken, J.Harting, *Phys.Rev.Lett.* 84 3511 (2000)
- [52] Ph.Chomaz, V.Duflot, F.Gulminelli, *Phys.Rev.Lett.* 85 3587 (2000)
- [53] R.Botet, M.Ploszajczak, *Phys.Rev.E* 62 1825 (2000)
- [54] J.Jellinek, A.Goldberg, *J.Chem.Phys.* 113 2570 (2000)
- [55] O.Mülken, P.Borrmann, *Phys.Rev.C* 63 024306 (2001)
- [56] X.Campi, H.Krivine, N.Sator, *Nucl.Phys.A* 681 458c (2001)

- [57] Ph.Chomaz, F.Gulminelli, V.Duflot, *Topology of event distributions as a generalized definition of phase transitions in finite systems*, Phys.Rev.E 64 (2001)
- [58] J.M.Carmona, J.Richert, P.Wagner, *Eur.Phys.J A* 11 87 (2001)
- [59] Ph.Chomaz, *Proc.Int.Conf. on Structure of the Nucleus at the Dawn of the Century (Bologna, Italy)* ed G.Bonsignori, M.Bruno, A.Ventura, D.Vretenar (Singapore: World Scientific) Nucleus-nucleus collisions p.209 (2001)
- [60] D.Hahn, H.Stöcker, *Phys.Rev.C* 37 1048 (1988)
- [61] D.Hahn, H.Stöcker, *Nucl.Phys.A* 476 718 (1988)
- [62] J.Konopka *et al.*, *Phys.Rev.C* 50 2085 (1994)
- [63] F.Gulminelli, D.Durand, *Nucl.Phys.A* 615 117 (1997)
- [64] D.H.E.Gross, *Rep.Prog.Phys.* 53 605 (1990)
- [65] J.Bondorf *et al.*, *Phys.Rep.* 257 133 (1995)
- [66] A.H.Raduta, A.R.Raduta, *Phys.Rep.C* 55 1344 (1997)
- [67] S.Koonin, J.Randrup, *Nucl.Phys.A* 474 173 (1987)
- [68] Ph.Chomaz, F.Gulminelli, *Phys.Lett.B* 447 221 (1999)
- [69] K.Huang, *Statistical Mechanics*, Wiley, New York (1963)
- [70] J.Frenkel, *J.Chem.Phys.* 7, 200, 538 (1939)
- [71] W.Band, *J.Chem.Phys.* 7, 324 (1939)
- [72] N.Sator, *Thèse de Doctorat à l'Université d'Orsay* (2002)
- [73] J.E.Mayer, *J.Chem.Phys.* 5, 67 (1937)
- [74] J.B.Elliott, *The liquid to vapor phase transition in excited nuclei*, Phys.Rev.Lett.88, 042701 (2002)
- [75] J.A.Nelder and R.Mead *A simplex method for function minimization*, Comput.J.7, 308 (1965)
- [76] A.Ouatizerga, thèse de doctorat, université de Paris XI, R2271 (1995)
- [77] G.F.Knoll, *Radiation detection and measurement*, John Wiley and sons (1979)
- [78] J.Pouthas *et al.*, *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, A357, 418 (1995)
- [79] Charity *et al.*, *Nucl.Phys.A* 483 371 (1988)
- [80] D'Agostino *et al.*, nucl-ex/0205003
- [81] Elliott *et al.*, *Phys.Rev.C* 024609 (2003)
- [82] N.Le Neindre, *Thèse de Doctorat de l'Université de Caen* (1999)
- [83] L.Tassan-Got, nucl-ex/0103004 (2001)
- [84] F.S.Goulding *et al.*, *Nucl.Instr.and Meth.* 31 1 (1964)
- [85] G.W.Butler *et al.*, *Nucl.Instr.and Meth.* 89 189 (1970)
- [86] M.Parlog and INDRA collaboration, *Nucl.Instr.and Meth.* A482 674-692 (2002)

101. J. Chabot, F. Chagnac, H. V. Lachin, Technology of renal dialysis as a general and application of these techniques to their practice, *Proc. Soc. Exp. Biol. Med.* 64 (1981).

102. J. Chabot, J. Lachin, P. Wagner, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

103. G. Chagnac, Proc. Nat. Conf. on Structure of the Nucleus at the Point of the Cell, (Tel Aviv, 1981), G. Chagnac, M. Baroni, A. Verman, D. Weisman, (eds.), *World Scientific, Cellular-membrane relations*, p. 309 (1981).

104. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

105. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

106. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

107. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

108. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

109. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

110. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

111. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

112. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

113. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

114. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

115. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

116. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

117. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

118. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

119. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

120. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

121. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

122. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

123. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

124. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

125. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

126. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

127. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

128. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

129. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

130. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

131. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

132. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

133. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

134. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

135. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

136. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

137. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

138. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

139. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

140. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

141. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

142. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

143. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

144. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

145. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

146. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

147. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

148. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

149. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

150. D. Chagnac, *Am. J. Physiol.* 241 (1981).

RESUME: Partant de la mécanique statistique, cette thèse prospecte un signal de transition de phase dans les noyaux atomiques. Par le biais d'observables thermodynamiques, nous tentons de décrire des aspects critiques de la multifragmentation nucléaire via les distributions en masse/charge des fragments dans ces systèmes finis. La théorie de la percolation est tout d'abord appliquée à des échantillons purement statistiques construits à partir du modèle du gaz sur réseau au point critique thermodynamique. Les fonctions d'échelle obtenues sont de qualité semblable pour les 4 lots d'événements étudiés, et nous retrouvons des exposants critiques proches de la classe d'universalité liquide-gaz. La prise en compte du potentiel chimique et du coefficient d'énergie de surface par le modèle de Fisher permet d'affiner l'étude pour l'un de ces ensembles, la température critique trouvée est cohérente avec celle de la percolation. Nous analysons ensuite des événements expérimentaux issus de collisions périphériques (Au+Au) et centrales (Xe+Sn). Des effets de voie d'entrée sont nettement dégagés dans les premières. Les résultats sont néanmoins meilleurs que pour les collisions centrales, dans lesquelles le flot collectif semble nous éloigner des conditions d'application du modèle de Fisher. L'énergie critique trouvée est cependant indépendante des échantillons, et cette étonnante stabilité doit faire l'objet d'études spécifiques.

TITLE: Critical aspects of the nuclear multifragmentation

ABSTRACT: From statistical mechanics, this thesis looks for a phase transition signal in nuclei. We try to describe critical aspects of the nuclear multifragmentation. Thermodynamical observables as fragment mass/charge distributions are used in those finite systems. The percolation theory is first applied to strictly statistical events from the lattice gas model framework at the thermodynamical critical point. The scaling functions obtained are quantitatively comparable for every sample. Critical exponents are almost the same as the liquid/gas universality class ones. The second part is devoted to Fisher's model framework taking into account for the chemical potential and the surface energy coefficient. The extracted critical temperature is compatible with the percolation one. Experimental samples are then studied from peripheral (Au+Au) and central (Xe+Sn) heavy ion collisions. Entrance channel memory effects are evidenced in peripheral events. The presence of collective flow make the central ones far away from the conditions required by Fisher's model. Nevertheless, the critical energy found is independant of the data characteristics. This curious stability has to be studied.

MOTS-CLES: Interaction d'Ions Lourds, Transition de Phases, Température de Transition, Gaz Réticulaires, Groupe de Renormalisation

DISCIPLINE: Constituants élémentaires

LPC Caen (ENSICAEN/Université et IN2P3/CNRS), F-14050 Caen Cedex, France