



HAL
open science

Extension de la DEM aux granulaires immergés pour l'étude des suspensions denses

Donia Marzougui

► **To cite this version:**

Donia Marzougui. Extension de la DEM aux granulaires immergés pour l'étude des suspensions denses. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Grenoble, 2014. Français. NNT : 2014GRENI101 . tel-03219880

HAL Id: tel-03219880

<https://theses.hal.science/tel-03219880v1>

Submitted on 6 May 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **IMEP2/Mécanique des fluides, Procédés, Énergétique**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

«Donia MARZOUGUI »

Thèse dirigée par « **Bruno CHAREYRE** » et
co-encadrée par «**Julien CHAUCHAT**»

préparée au sein du **Laboratoire 3SR**
dans l'**École Doctorale IMEP2**

Extension de la DEM aux granulaires immergés pour l'étude des suspensions denses

Thèse soutenue publiquement le **21/11/2014** ,
devant le jury composé de :

Mr Frédéric DUFOUR

Professeur à 3SR INP Grenoble, Président

Mr Jean Noël ROUX

Ingénieur des Ponts, chercheur (HDR) à Navier , Rapporteur

Mme Pascale AUSSILLOUS

Maître de conférence (HDR) à Polytech Marseille , Rapporteur

Mme Élisabeth LEMAIRE

Directeur de recherche, Examineur

Mr Guillaume CHAMBON

Chargé de recherche à IRSTEA Grenoble, Invité

Mr Bruno CHAREYRE

Maître de conférence (HDR) à 3SR INP Grenoble, Directeur de thèse

Mr Julien CHAUCHAT

Maître de conférence au LEGI INP Grenoble, Co-Encadrant de thèse



Dédicaces

A Mr Frédéric Dufour, Mme Elisabeth Lemaire, Mr Jean Noël Roux et Mme Pascale Aussillous d'avoir accepté de participer à mon jury de thèse...

A mes chers encadrants Bruno Chareyre et Julien Chauchat, pour leur compétence, confiance, sympathie, soutien, disponibilité, conseils et hospitalité durant ces trois années de thèse...

A mes parents qui n'ont pas manqué d'une seconde pour veiller à ce que ce moment soit réalisé... Merci d'avoir fait de moi ce que je suis aujourd'hui !

A ma sœur et mon frère, pour les paroles d'encouragement que vous avez su prononcées et pour le soutien extraordinaire que vous m'avez offert...

A mon chéri, pour sa patience, son encouragement, ses consolations...

A ma belle famille, pour son soutien, son encouragement et son attention...

Aux copains et copines, pour leurs présences, soutiens et bonnes humeurs...

Au laboratoire 3SR, pour m'avoir très bien accueillie...

Je dédie ce mémoire, fruit de trois années de travail.

Table des matières

Dédicaces	1
Table des matières	2
Principales notations et abréviations	14
Résumé	17
Abstract	20
Introduction générale	22
1 Etat de l'art sur les suspensions denses	27
1.1 Concepts et définitions	28
1.1.1 Compacité	28
1.1.2 Nature des interactions des particules	29
1.1.3 Nature et régime d'écoulement des suspensions	30
1.2 Rhéologie	33
1.2.1 Viscosité effective	34
1.2.2 Lois constitutives	35
1.2.3 Relation avec la microstructure	38
1.3 Aperçu des méthodes numériques	39
1.3.1 Dynamique stokésienne	39
1.3.2 Autres méthodes numériques	40
1.4 Objectifs de la thèse	41
2 Modèle couplé DEM-PFV	43
2.1 Modélisation de la phase solide	44
2.1.1 Cycle de calcul de la DEM	44
2.1.2 Lois de mouvement	45
2.1.3 Lois de contact	46
2.1.4 Conditions de stabilité	47

2.2	Modélisation de la phase fluide	48
2.2.1	Écoulement du fluide dans les pores	49
2.2.2	Forces appliquées par le fluide sur les particules	50
2.2.3	Conditions aux limites	51
2.3	Modèle couplé : DEM-PFV	52
2.4	Software : YADE	52
2.5	Exemple : Essai œdométrique	52
2.5.1	Simulations numériques	54
2.5.2	Résultats numériques	54
2.6	Extension du modèle DEM-PFV aux conditions aux limites périodiques	57
2.7	Validation : calcul de la perméabilité	58
3	Introduction de la lubrification dans le modèle DEM-PFV	61
3.1	Forces et couples de lubrification	62
3.2	Force de lubrification tangentielle et comparaison avec une solution éléments finis	65
3.3	Elasticité des contacts lubrifiés	66
3.4	Rugosité des surfaces des particules	68
3.5	Cycle de calcul du modèle DEM-fluide incluant les forces de lubrification	70
4	Rhéologie des suspensions denses	71
4.1	Configuration et conditions aux limites	72
4.2	Contrainte de cisaillement	73
4.3	Couplage poromécanique	76
4.4	Lois constitutives $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$	78
4.4.1	Contribution des efforts de lubrification à la contrainte de cisaillement et à la compacité	78
4.4.2	Contraintes de contact et contraintes de lubrification	81
4.5	Etude paramétrique	82
4.5.1	Densité initiale	82
4.5.2	Rugosité des particules	84
4.5.3	Contrainte normale imposée	87
4.5.4	Taux de cisaillement	90
4.6	Contraintes normales	93
4.7	Microstructure de la suspension	94
4.8	Conclusion	97

5	Avalanches sous-marines	99
5.1	Introduction	100
5.2	Configuration numérique	100
5.3	Résultats numériques	100
5.3.1	Sensibilité à la viscosité	101
5.3.2	Sensibilité à l'angle d'inclinaison	105
5.4	Conclusion	107
	Conclusions et perspectives	107
	Références bibliographiques	111

Table des figures

1.1	Distribution des particules en fonction de la compacité.	28
1.2	Diagramme $Re - Pe$	32
1.3	Cisaillement simple.	33
1.4	Viscosité effective η_s en fonction de la compacité ϕ	36
1.5	(a) : $\Phi(I)$ appelée aussi loi de dilatance, (b) : $\mu(I)$ appelée aussi loi de frottement pour des disques. Source : J.N.Roux et al. [RC10].	36
1.6	(a) : Dispositif expérimental d'un rhéomètre annulaire à contrainte normale imposée P_p . Source : Boyer et al. [BGP11].	37
1.7	(a) : $\phi(I_v)$ et $\mu(I_v)$. P^p est la contrainte normale imposée. Source : Boyer et al. [BGP11].	38
2.1	Cycle de calcul de la DEM	45
2.2	(a) : Définition du déplacement relatif normal (b) : Modèle de contact D'après Cundall	47
2.3	Triangulation régulière en 2D	49
2.4	Décomposition du volume pour le calcul des pressions dans les pores.	50
2.5	Décomposition du volume pour calculer les forces appliquées sur les particules.	51
2.6	Cycle de calcul du problème DEM-PFV.	53
2.7	Software YADE	53
2.8	Echantillon de simulation et conditions aux limites.	55
2.9	Pression interstitielle p à $z = \frac{H}{2}$ en fonction du temps.	56
2.10	Evolution du tassement en fonction du facteur temps T_v	57
2.11	Evolution de la pression interstitielle p le long de l'axe de compression.	57
2.12	(a) : cellule périodique en 2D, (b) : période de simulation de taille $\mathbf{S} = [s_1, s_2, s_3]$ dans le repère $[x, y, z]$	58

2.13	(a) : conditions aux limites, (b) : échantillon numérique dans le cas où $M = 0.5$, (c) : champs de pression appliquée. Source : Tong [Ton13]	59
2.14	Perméabilité d'un mélange de billes de verre calculée d'une part sur un échantillon avec parois rigides et d'autre part sur un échantillon soumis à des conditions aux limites périodiques (PBC).	60
3.1	Mouvements relatifs élémentaires entre deux particules en interaction.	63
3.2	Evolution des forces et couples de lubrification en fonction de la distance interparticulaire h normalisée par la taille des particules $2a$: (a) : force de lubrification normale et tangentielle, (b) : couple de lubrification tangentielle, (c) : couple de roulement, (d) : couple de torsion.	64
3.3	Configuration : réseau régulier de sphères en rotation (à gauche). Les champs de pression (couleurs) et de vitesse (flèches) autour de la particule (à droite).	65
3.4	Comparaison des couples de lubrification tangentielle pour le cas d'un réseau régulier de particules identiques en rotation. h est la distance entre les surfaces des particules de rayon a	67
3.5	Schéma viscoélastique.	67
3.6	Pression au niveau du gap séparant deux particules en interaction très proches l'une de l'autre.	68
3.7	Contact entre deux particules grâce à la rugosité de leurs surfaces de taille ε	69
3.8	Evolution de la force de contact et la force de lubrification normale normalisée en fonction de la distance entre les particules. ε définit la rugosité de la surface de la particule.	69
3.9	Cycle de calcul du modèle DEM-PFV incluant les forces de lubrification.	70
4.1	Cellule de simulation d'un écoulement de cisaillement simple et conditions aux limites.	73
4.2	Evolution de la contrainte de cisaillement $T_x[Pa]$, de la pression $p[Pa]$ du fluide et de la compacité ϕ en fonction de la déformation γ	74

4.3 Evolution de la contrainte de cisaillement $T_x[Pa]$, de la pression $p[Pa]$ du fluide et de la compacité ϕ en fonction de la déformation γ . T_x (*) est la somme de la contrainte de contact σ_{xy}^C (\times), la contrainte de lubrification normale σ_{xy}^{LN} (\bowtie) et la contrainte de lubrification tangentielle σ_{xy}^{LS} (+). 75

4.4 L'évolution de la contrainte de cisaillement $T_x[Pa]$ et la compacité ϕ en fonction de γ pour deux cas : un quand les forces de pression associées au couplage poromécanique sont appliquées (en trait continu) et un autre sans les forces de pression (en trait discontinu). 77

4.5 Contribution des forces et couples de lubrification au rapport de contraintes $\mu(I_v)$ et à la compacité $\phi(I_v)$. Les résultats numériques représentés par les symboles sont comparés aux lois phénoménologiques tirées des expériences de Boyer et al [BGP11] représentées par la ligne continue bleue. 79

4.6 Contribution de la contrainte de contact (\square), la contrainte de lubrification (*) somme de la contrainte de lubrification normale (\diamond) et la contrainte de lubrification tangentielle (\circ) à la loi $\mu(I_v)$. Les résultats numériques représentés par les symboles sont comparés aux lois phénoménologiques tirées des expériences de Boyer et al [BGP11] représentées par les lignes continues. 81

4.7 Evolution de [Haut/Gauche] : la contrainte totale de cisaillement $T_x[Pa]$, la contrainte de contact $\sigma_{xy}^C[Pa]$, la contrainte de lubrification normale $\sigma_{xy}^{LN}[Pa]$, la contrainte de lubrification tangentielle $\sigma_{xy}^{LS}[Pa]$, la pression du fluide $p[Pa]$ et la compacité ϕ (droite) en fonction de la déformation γ pour des états de densités initiaux différents. 83

4.8 Evolution de [Haut/Gauche] : la contrainte de cisaillement $T_x[Pa]$, la contrainte de contact $\sigma_{xy}^C[Pa]$, la contrainte de lubrification normale $\sigma_{xy}^{LN}[Pa]$, la contrainte de lubrification tangentielle $\sigma_{xy}^{LS}[Pa]$, la pression du fluide $p[Pa]$ et la compacité ϕ en fonction de la déformation γ pour des tailles de rugosité de surfaces de particules différentes. 85

4.9 (haut) : Contribution de la contrainte de contact et la contrainte de lubrification à la loi $\mu(I_v)$ pour différentes valeurs de rugosité ε . (Bas) : Loi $\phi(I_v)$ pour différentes valeurs de rugosité ε 86

4.10	Evolution de [Haut/Gauche] : la contrainte de cisaillement $T_x[Pa]$, la contrainte de contact $\sigma_{xy}^C[Pa]$, la contrainte de lubrification normale $\sigma_{xy}^{LN}[Pa]$, la contrainte de lubrification tangentielle $\sigma_{xy}^{LS}[Pa]$, la pression du fluide $p[Pa]$ et la compacité ϕ en fonction de la déformation γ pour des valeurs de contrainte normale imposée différentes.	88
4.11	Les lois $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$ obtenus en faisant varier la contrainte normale imposée (La viscosité du fluide et le taux de cisaillement sont constants). Ces résultats représentés par les grands symboles sont comparés à ceux obtenus en faisant varier la viscosité du fluide et représentés par les petits symboles. . . .	89
4.12	Evolution de [Haut/Gauche] : la contrainte de cisaillement $T_x[Pa]$, la contrainte de contact $\sigma_{xy}^C[Pa]$, la contrainte de lubrification normale $\sigma_{xy}^{LN}[Pa]$, la contrainte de lubrification tangentielle $\sigma_{xy}^{LS}[Pa]$, la pression du fluide $p[Pa]$ et la compacité ϕ (droite) en fonction de la déformation γ pour des valeurs de taux de cisaillement imposé différentes.	91
4.13	Les lois $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$ obtenus en faisant varier le taux de cisaillement (La viscosité du fluide et la contrainte normale imposée sont constantes). Ces résultats représentés par les grands symboles sont comparés à ceux obtenus en faisant varier la viscosité du fluide et représentés par les petits symboles.	92
4.14	Contribution des différentes contraintes à la contrainte normale.	93
4.15	Les distributions des différentes quantités normalisées dans le plan (x,y) pour le cas sec, le cas où $I_v = 0.025$ et le cas où $I_v = 0.2$ [haut/gauche] : PDF des orientations des contacts, vitesse relative normale, vitesse relative tangentielle, contrainte de lubrification somme de la contrainte de lubrification normale et contrainte de lubrification tangentielle, et la contrainte de contact.	95
5.1	Configuration du cisaillement sur plan incliné (à gauche). Cellule de simulation d'un écoulement de cisaillement sur plan incliné et conditions aux limites(à droite).	101
5.2	Evolution de la pression interstitielle $p[Pa]$ en fonction du temps $t[s]$ pour différentes valeurs de la viscosité du fluide η . $\theta = 30^\circ$	102
5.3	Profil de la fraction solide le long de la hauteur de l'échantillon $H[m]$ pour différentes valeurs de la viscosité du fluide η . $\theta = 30^\circ$.	103

5.4 Profil de la vitesse des particules $v^s[m.s^{-1}]$ le long de la hauteur de l'échantillon $H[m]$ pour différentes valeurs de la viscosité du fluide η . Les symboles représentent les résultats numériques et les lignes continues représentent les résultats théoriques. v_{max}^s est en m/s et η en $Pa.s$ 104

5.5 Evolution de la pression interstitielle $p[Pa]$ en fonction du temps $t[s]$ pour différentes valeurs de θ 105

5.6 Profil de la fraction solide pour différentes valeurs de θ pour $\eta = 50Pa.s$ 106

5.7 Profil de la vitesse des particules $v^s[m.s^{-1}]$ le long de la hauteur de l'échantillon $H[m]$ pour différentes valeurs de θ . Les symboles représentent les résultats numériques et les lignes continues représentent les résultats théoriques. v_{max}^s est en m/s et η en $Pa.s$ 107

Liste des tableaux

2.1	Essai œdométrique : propriétés des particules	55
2.2	Résultats numériques du test œdométrique.	56
4.1	Essai de cisaillement simple : propriétés des particules	72
5.1	Essai de cisaillement sur plan incliné : propriétés des particules	101

Notations et abréviations

Re_p	Nombre de Reynolds particulaire
St	Nombre de Stokes
Pe	Nombre de Péclet
\mathbf{v}^f	Vitesse de la phase fluide
\mathbf{v}^s	Vitesse de translation de la phase solide
$\boldsymbol{\omega}^s$	Vitesse de rotation de la phase solide
\mathbf{u}^s	Déplacement de la phase solide
ρ_p	Masse volumique des particules
ρ_f	Masse volumique du fluide
γ	Déformation du milieu
$\dot{\gamma}$	Taux de cisaillement
a	Rayon moyen des particules
p	Pression des pores au niveau de l'échantillon
ε	Rugosité de la surface de la particule
η	Viscosité dynamique du fluide
$\boldsymbol{\sigma}$	Champs de contraintes appliquées sur le milieu
$\boldsymbol{\sigma}'$	Champs de contraintes effectives appliquées sur le milieu
η_s	Viscosité effective de la suspension
ϕ	Fraction volumique de la suspension
ϕ_m	Fraction volumique maximale
\mathbf{V}	Vecteur vitesse de cisaillement
T_y	Composante verticale de la contrainte appliquée sur la suspension
I	Nombre inertiel
I_v	Nombre visqueux
k_B	Constante de Boltzmann
T	Température du milieu
τ_v	Temps de relaxation de la particule
DEM	Discrete Element Method

PFV	Pore-scale Finite Volume
SD	Stokesian Dynamics
FEM	Finite Element Method
\mathbf{E}	Champ de déformation
\mathbf{v}^∞	Vitesse de translation du champ moyen fluide
$\boldsymbol{\omega}^\infty$	Vitesse de rotation du champ moyen fluide
φ	Angle de frottement interne
h	Distance entre les surfaces solides des grains
δ_n	Déplacement relatif normal des particules
\mathbf{v}_k^s	Vitesse de translation de la particule k
$\mathbf{v}_{k'}^s$	Vitesse de translation de la particule k'
$\boldsymbol{\omega}_k^s$	Vitesse de rotation de la particule k
$\boldsymbol{\omega}_{k'}^s$	Vitesse de rotation de la particule k'
a_k	Rayon de la particule k
$a_{k'}$	Rayon de la particule k'
\mathbf{F}_n^L	Force de lubrification normale
\mathbf{F}_s^L	Force de lubrification tangentielle
\mathbf{C}^r	Couple de roulement
\mathbf{C}^t	Couple de torsion
\mathbf{v}_n^s	Vitesse relative normale de translation entre les deux particules en interaction
\mathbf{v}_t^s	Vitesse relative tangentielle de translation entre les particules en interaction
$\boldsymbol{\omega}_n^s$	Vitesse relative normale de rotation entre les deux particules en interaction
$\boldsymbol{\omega}_t^s$	Vitesse relative tangentielle de rotation entre les particules en interaction
$\nu_n(h)$	Viscosité instantanée du modèle fonction de la distance interparticulaire h
\mathbf{g}	Force de pesanteur
\mathbf{F}^L	Force de lubrification appliquée sur les particules
\mathbf{C}^L	Couple de lubrification appliqué sur les particules
m	Masse de la particule
Δt	Pas de temps du cycle de calcul
Δt_{crit}	Pas de temps critique du cycle de calcul
F^C	Force de contact
k_s	Raideur tangentielle des contacts
k_n	Raideur normale des contacts
V	Volume total de l'échantillon
\mathbf{n}	Vecteur normal sortant à la surface du solide
R_{ij}^h	Rayon hydraulique entre les pores i et j
K_{ij}	Conductance locale entre les pores i et j

L_{ij}	Distance entre les pores i et j
C_v	Coefficient de consolidation
K_d	Coefficient de conductivité hydraulique
E_{oed}	Module oedométrique
ω_n	Vitesse de rotation du repère local relié aux particules en interaction
θ	Angle d'inclinaison de l'avalanche sous-marine par rapport à l'horizontale
μ	Rapport de contraintes
R	Matrice de résistance
u_s^s	Déplacement tangentiel relatif entre les deux particules
F^b	Force d'Archimède
F^p	Force résultant de la perte de pression piézométrique
F^v	Force résultant de la contrainte tangentielle de cisaillement
T_v	Facteur temps
H	Hauteur de l'échantillon
N	Nombre de particules dans l'échantillon
ϵ	Déformation de l'échantillon lors de l'essai oedométrique
ϵ_f	Déformation finale de l'échantillon quand l'essai oedométrique est achevé
S	Matrice définissant la taille de la période
∇p	Gradient de pression appliqué sur l'échantillon
k	Perméabilité de l'échantillon
σ^C	Contrainte résultant des forces de contact
σ^L	Contrainte résultant des forces de lubrification
σ^{LN}	Contrainte résultant des forces de lubrification normale
σ^{LS}	Contrainte résultant des forces de lubrification tangentielle
σ^I	Contrainte résultant des effets inertiels
σ_{xy}	Contrainte totale de cisaillement appliquée moyennée sur toutes les particules du milieu
T_x	Composante tangentielle de la contrainte totale appliquée sur la paroi
Φ_0	Fraction solide initiale du milieu

Résumé

Le modèle numérique DEM-PFV (Discrete Element Method - Pore-scale Finite Volume) incluant la lubrification est utilisé pour simuler des expériences de rhéométrie à contrainte normale imposée sur des suspensions denses de particules sphériques. Le modèle décrit des contacts solides particule-particule par un modèle élastique plastique, des interactions hydrodynamiques à courte portée définies par des forces et des couples de lubrification, et des forces de pression résultant du couplage poromécanique calculées avec le modèle DEM-PFV. Une extension du modèle aux conditions aux limites périodiques est proposée afin d'étudier des milieux infinis. Des séries de simulations du cisaillement à contrainte normale imposée sont réalisées afin d'évaluer le comportement global de la suspension. Les résultats numériques sont comparés aux lois phénoménologiques $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$ décrites par les expériences de Boyer et al [BGP11]. La contribution à la contrainte totale des différents efforts appliqués sur les particules est examinée en fonction du nombre visqueux I_v . La composante tangentielle de la force de lubrification joue un rôle important dans la contrainte totale et la compacité. L'effet du couplage poromécanique est visible dans le régime transitoire. La contrainte de cisaillement totale est décomposée en contraintes de contacts et contraintes hydrodynamiques dont l'évolution en fonction du nombre visqueux I_v est étudiée. Les contacts jouent un rôle majeur pour tout I_v mais saturent à une valeur constante pour les grands I_v . Dans ce régime, les efforts de lubrification dominent. Cette interaction entre les contacts et les efforts hydrodynamiques est en accord avec la loi constitutive déduite des expériences de Boyer et al [BGP11]. Les variables de microstructure sont aussi examinées et mettent en évidence une interaction complexe entre les contacts et les interactions hydrodynamiques. Enfin, le comportement des avalanches sous-marines en fonction de la viscosité du fluide et de l'angle d'inclinaison du milieu par rapport à l'horizontale est analysé. Les résultats sont en accord avec les lois phénoménologiques décrites expérimentalement.

Mots clés : méthode des éléments discrets, volume fini, couplage poro-

mécanique, lubrification, suspensions denses, rhéologie.

Abstract

A numerical model is used to simulate rheometer experiments at constant normal stress on dense suspensions of spheres. The complete model includes sphere-sphere contacts using a soft contact approach, short range hydrodynamic interactions defined by frame-invariant expressions of forces and torques in the lubrication approximation, and drag forces resulting from the poromechanical coupling computed with the DEM-PFV technique. Series of simulations in which some of the coupling terms are neglected, are also performed to evaluate the impact of some approximations which are classical in the literature. It is found that the shear component of short range interactions plays a significant role in the magnitude of the bulk stress and it has a critical effect on the evolution of solid fraction. The effect of the poromechanical coupling is visible in the transient regime. The bulk shear stress is decomposed into contact stress and hydrodynamic stress terms whose dependency on the dimensionless shear rate I_v are examined. Both contributions are increasing functions of I_v . Statistics of microstructural variables are computed and highlight a complex interplay between contacts and hydrodynamic interactions. Finally, the dependance of the behavior of submarine avalanches function of the fluid viscosity η and of the angle θ of the material relative to the horizontal is studied. Results are in a good agreement with the phenomenological laws found experimentally.

Keywords : discrete element method, finite volume, poromechanical coupling, lubrication, dense suspensions, rheology.

Introduction générale

Malgré leurs diverses applications, les suspensions denses résistent encore à notre compréhension et elles font l'objet de nombreuses recherches [Bag54, FA67, JO84b, BGP11]. Une suspension granulaire est un milieu constitué d'un ensemble de particules immergées dans un fluide visqueux. Le couplage qui existe entre la phase solide et la phase liquide dans ce type de milieu rend l'analyse de son comportement très complexe. Les mélanges solide-liquide se rencontrent couramment dans les processus environnementaux (l'érosion, le transport des sédiments, le glissement de terrains et les avalanches sous-marines), les procédés industriels (les boues de forage, le béton en génie civil, les produits cosmétique, les médicaments en pharmaceutique) et la biologie (écoulement sanguin). Un des problèmes importants dans l'étude de ce type de milieux est leur comportement en cisaillement. Ce problème est certes difficile à étudier mais il a des implications pratiques très importantes. En effet, la résistance au cisaillement des géomatériaux est responsable de la stabilité de divers systèmes naturels : le glissement de terrain en est un exemple. Les suspensions granulaires sont des systèmes biphasiques complexes comportant une phase liquide continue et une phase solide discrète où les interactions solide-solide et les interactions solide-fluide contribuent de manière non triviale au comportement du milieu.

D'un point de vue analytique, la rhéologie des suspensions a été étudiée depuis le début du vingtième siècle. Einstein [Ein05] a obtenu la viscosité effective d'une suspension diluée en se basant sur les interactions hydrodynamiques à longue portée. Frankel et Acrivos [FA67] ont proposé une autre expression dans la limite des suspensions denses basée sur l'approximation de lubrification entre les particules. Les termes de lubrification sont singuliers et divergent quand les particules sont proches du contact.

Les expériences de rhéométrie classiques consistent à imposer le cisaillement simple d'une suspension à volume constant (type 1). Dans ce cas, l'interprétation de la contrainte de cisaillement effective en termes de viscosité

effective η_s suggère que η_s diverge à l'approche d'une certaine valeur de ϕ ($\phi = 0.6$ pour les sphères) [SP05]. Les expériences de rhéométrie à contrainte normale imposée ont été récemment réalisées [BGP11] (type 2). Ces deux types d'expériences ont permis d'établir un pont entre, d'une part, la rhéologie des suspensions classiques décrite en terme de viscosité effective normale et de viscosité effective tangentielle, et d'autre part, les écoulements granulaires décrits en terme de rapport entre la contrainte de cisaillement et la contrainte normale $\mu(I_v)$ et de fraction solide ϕ . A cet effet, un nombre sans dimension nommé *nombre visqueux* I_v a été introduit [BGP11]. Il permet de contrôler à la fois les contributions visqueuses et les contributions frictionnelles à la contrainte totale de cisaillement. Ces lois sont macroscopiques et présentent un certain nombre de limitations notamment en ce qui concerne le lien entre la microstructure et le comportement macroscopique. Une question fondamentale se pose alors : comment peut on définir la relation entre les propriétés microscopiques du milieu et les propriétés macroscopiques en réponse au cisaillement ? La réponse à cette question est extrêmement difficile à résoudre expérimentalement et l'évolution de l'informatique durant les dernières décennies a rendu possible l'étude de ce type de problème en utilisant *la simulation numérique discrète*.

Les premières simulations numériques discrètes des suspensions de particules ont été proposées dans le cadre de la *dynamique stokésienne* [BB85, BB84]. Celles-ci utilisent les matrices de résistance et de mobilité définies par Jeffrey et Onishi [JO84b, JO84a]. Les auteurs [BB85] ont été capables de reproduire quantitativement la divergence de la viscosité effective pour les grandes fractions solides. Plus récemment, d'autres méthodes numériques résolvant les équations de Stokes ou de Navier-Stokes pour le liquide interstitiel ont été introduites [LV01, YM10]. Afin de capturer la divergence des termes de lubrification quand le contact entre les particules a lieu, on a besoin de réduire le maillage en de très petits éléments autour de la zone de contact, ce qui est extrêmement coûteux en temps de calcul. Une approche pratique est de laisser le modèle numérique calculer les termes non singuliers et d'ajouter les termes de lubrification directement à l'aide des expressions analytiques [NL02, DA03].

Dans le cadre général, les forces hydrodynamiques développées pour la dynamique stokésienne comprennent les interactions à longue portée et les interactions à courte portée. Ces forces dépendent des vitesses du fluide et des vitesses des particules. Afin d'éviter quelques problèmes d'implémentation dans les codes de calcul, on suppose que le fluide suit le mouvement des particules en grandes déformations et sa vitesse est alors négligée

[BB84, BB85, DBB87, Lad89, Lad93, CH95, BM97a]. Cette hypothèse exclut certains termes de la dynamique stokésienne [BM97a]. Seuls les termes de lubrification sont conservés. Ces simplifications ont été vérifiées dans le cas d'un écoulement de cisaillement à volume constant (type 1) et elles ont donné de bons résultats. L'étude du deuxième type de configuration, *i.e.* le cisaillement à contrainte normale imposée, fera l'objet de ce travail de thèse. Par contre, le fait de supposer que le fluide suit le mouvement des particules présente une restriction sévère des modèles numériques basés sur la dynamique stokésienne. En effet la fraction solide devrait être constante dans le temps (type 1). Dans ce cas, la divergence des champs de vitesses à grandes échelles des deux phases, solide et liquide, s'équilibrent et donnent lieu à des couplages hydromécaniques à longues portées connus aussi sous le nom de *couplages poromécaniques* dans les milieux poreux [Cou04]. Ce type de couplage gouverne une gamme variée de phénomènes tels que la liquéfaction des matériaux lâches ou la transition solide-fluide dans les matériaux denses [PP09].

Dans ce travail de thèse, les suspensions denses sont simulées en tenant compte de trois contributions : les contacts, les forces fluide résultant du couplage poromécanique et les interactions hydrodynamiques à courte portée. Les forces de contact sont calculées en utilisant la méthode des éléments discrets (DEM). Le couplage poromécanique est introduit selon le modèle couplé DEM-PFV développé récemment [CCCB12, CCB14]. Des conditions aux limites périodiques sont implémentées dans ce modèle afin d'étudier des problèmes infinis. Enfin, les forces de lubrification définies dans la littérature sont introduites dans le modèle. Comme les particules sont libres de bouger dans le fluide, leur mouvement relatif peut se décomposer en quatre mouvements relatifs élémentaires : mouvement normal, mouvement tangentiel, mouvement de roulement et mouvement de torsion. Tous ces mouvements engendrent différents efforts de lubrification. Ceux-ci sont parfois implémentés partiellement dans les modèles numériques, en supposant que certains d'entre eux ont des effets négligeables. Généralement, seules les forces de lubrification normale et tangentielle sont calculées [REG11, TAC12, NL02], ou parfois seule la force de lubrification normale est considérée [ACE99, LRC09, SMMD13]. Dans ce qui suit, nous considérons tous les termes de lubrification engendrés par un mouvement relatif quelconque entre les particules afin d'évaluer, à posteriori, leurs importances relatives.

Ce mémoire est organisé en cinq chapitres : dans le premier, nous définissons les suspensions et présentons leurs propriétés d'écoulement et lois de comportement. L'essai de cisaillement simple est ensuite étudié. Dans un se-

cond chapitre, nous présentons le modèle numérique couplé DEM-PFV que nous avons utilisé pour étudier le cisaillement des milieux granulaires immergés. Une extension du modèle aux conditions aux limites périodiques est proposée pour étudier des milieux infinis. Le troisième chapitre est dédié à l'étude des forces de lubrification implémentées dans le modèle DEM-PFV telles que définies dans la littérature. Nous nous intéressons dans le quatrième chapitre à l'étude des suspensions denses soumises à un écoulement de cisaillement à contrainte normale imposée. Les différents résultats en termes de contrainte effective et de lois constitutives $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$ sont présentés. Ces derniers sont comparés aux lois phénoménologiques obtenues à partir des expériences de Boyer et al [BGP11]. La relation entre la microstructure et la rhéologie du milieu est aussi présentée dans ce chapitre. Finalement, dans le cinquième chapitre les résultats préliminaires de simulations d'avalanches sous-marines réalisées par le modèle DEM-PFV incluant la lubrification sont présentées. Cette application a été réalisée en collaboration avec Paola Dutto, doctorante à l'université de Madrid.

Chapitre 1

Etat de l'art sur les suspensions denses

Dans ce chapitre, on définit une suspension à travers ses propriétés physiques et les différentes interactions mises en jeu entre les particules. Les diverses méthodes numériques utilisées pour étudier la rhéologie de la suspension sont présentées à la fin du chapitre.

Sommaire

1.1	Concepts et définitions	28
1.1.1	Compacité	28
1.1.2	Nature des interactions des particules	29
1.1.3	Nature et régime d'écoulement des suspensions	30
1.2	Rhéologie	33
1.2.1	Viscosité effective	34
1.2.2	Lois constitutives	35
1.2.3	Relation avec la microstructure	38
1.3	Aperçu des méthodes numériques	39
1.3.1	Dynamique stokésienne	39
1.3.2	Autres méthodes numériques	40
1.4	Objectifs de la thèse	41

1.1 Concepts et définitions

Une suspension granulaire est un mélange de grains immergés dans un fluide. Ces grains sont en interaction à travers les forces de frottement et les forces visqueuses. Plus la concentration des grains croît plus le comportement du mélange devient riche et complexe. En effet, le comportement de la suspension est affecté par des phénomènes intriqués combinant la viscosité de la phase liquide ainsi que les différentes interactions entre les particules solides.

1.1.1 Compacité

Une suspension est décrite localement par la densité et la diversité de taille des particules qui la constituent. Afin de caractériser ces empilements des particules, on introduit la *compacité* définie par le rapport entre le volume des grains et le volume total de la suspension. Ceci revient à considérer la phase granulaire comme un milieu continu.

$$\phi = \frac{\text{Volume des grains}}{\text{Volume total}} \quad (1.1)$$

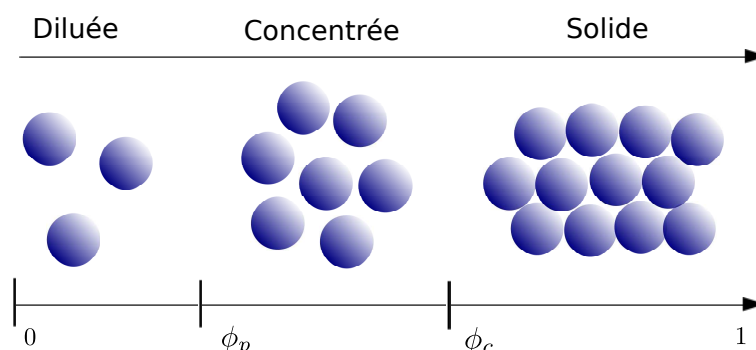


FIGURE 1.1 – Distribution des particules en fonction de la compacité.

On définit deux valeurs caractéristiques de compacité : une valeur de percolation ϕ_p à partir de laquelle le seuil d'écoulement devient sensible [PLK⁺12] et une valeur critique ϕ_c au-dessus de laquelle il est difficile de déplacer un grain de la suspension sans faire bouger les autres grains. Une autre valeur caractéristique apparaît dans les modèles rhéologiques qui est la compacité maximale ϕ_m correspondant à l'empilement optimal. Ces valeurs sont déterminées par l'expérience [Cou97, Che94] ou par les simulations numériques [BB88, OL90].

1.1.2 Nature des interactions des particules

Au sein d'une suspension dense, trois types d'interactions sont mises en jeu [ACE99] : interactions hydrodynamiques, frottement et collision.

Interactions hydrodynamiques

Lorsque la compacité est grande, des contacts indirects apparaissent entre les particules et se traduisent par le fait que les particules sont en contact à travers d'une couche très fine de fluide emprisonnée entre leurs surfaces solides. Ceci entraîne une dissipation d'énergie beaucoup plus grande que celle résultant du mouvement du fluide ailleurs. En effet, lors du mouvement relatif entre deux particules très proches, la force hydrodynamique de répulsion qui s'oppose au rapprochement des particules prédomine. La résolution des interactions hydrodynamiques se fait en fonction de la configuration instantanée des particules et dépend essentiellement de la distance de séparation des surfaces solides des particules. Pour les grandes distances de séparation (supérieur à la taille des particules), la méthode de réflexion est utilisée [HBM83]. Si la distance entre les particules est trop petite, l'écoulement au niveau de la région fine entre les deux surfaces domine et il est régi par les forces de lubrification. Les interactions hydrodynamiques se résument en une matrice de résistance qui relie les forces et couples appliqués sur les particules à leurs vitesses de translation et de rotation.

Interactions frictionnelles

Vu l'importance de la force de répulsion hydrodynamique, des contacts directs entre particules ne prennent place que si une force suffisamment grande tendant à les rapprocher est appliquée. Si ces nouveaux efforts appliqués sur les particules sont prolongés, on parle de *contact direct frictionnel* [Anc99] ; c'est le cas d'un écoulement lent sous gravité où les particules restent collées les unes contre les autres par frottement. Le temps caractéristique du contact pour ce type d'interaction est très grand par rapport à celui de l'écoulement.

Interactions collisionnelles

Si les particules sont suffisamment agitées dans la suspension, on parle de *contact collisionnel* où la force additionnelle normale tendant à rapprocher les particules résulte de la transmission de la quantité de mouvement entre elles [Anc99]. Le temps caractéristique du contact pour ce type d'interaction

est du même ordre que celui de l'écoulement.

1.1.3 Nature et régime d'écoulement des suspensions

La dynamique de la suspension est régie par une compétition de différentes interactions entre particules décrites ci-dessus. La comparaison entre la dominance de chacune de ces interactions au sein de la suspension est faite sur la définition de différents nombres adimensionnels :

Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds Re caractérise un régime d'écoulement. Il est le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. On définit ici un nombre de Reynolds particulaire Re_p qui prend le rayon des particules comme échelle de longueur et caractérise les forces inertielles à l'échelle des particules :

$$Re_p = \frac{\rho_f \dot{\gamma} a^2}{\eta}, \quad (1.2)$$

avec ρ_f est la masse volumique du fluide, $\dot{\gamma}$ est le taux de cisaillement, a est le rayon de la particule et η est la viscosité du fluide.

Le nombre de Reynolds permet de distinguer les différents régimes d'écoulement dans la suspension : du régime laminaire pour des Re_p faibles ($Re_p < 1$) au régime turbulent pour des Re_p grands.

Dans notre étude sur les suspensions, on travaillera en régime laminaire ($Re_p < 1$). Les équations de Navier-Stokes se simplifient alors et le régime est régi par les équations linéaires de Stokes [HBM83] :

$$\eta \nabla \cdot \mathbf{v}^f = \mathbf{grad} p - \rho_f \mathbf{g}, \quad (1.3)$$

avec \mathbf{v}^f est la vitesse du fluide, $\mathbf{grad} p$ est le gradient de pression et \mathbf{g} est le champ de gravité.

Nombre de Stokes

Par analogie au nombre de Reynolds qui caractérise l'inertie du fluide à l'échelle des particules, on définit le nombre de Stokes St qui caractérise l'inertie de la particule dans le fluide. Il est le rapport entre l'énergie cinétique

de la particule et l'énergie dissipée par frottement avec le fluide et peut s'écrire sous la forme :

$$St = \frac{\tau_v v^f}{2a}, \quad (1.4)$$

avec τ_v est le temps de relaxation de la particule, v^f est la vitesse du fluide et a est le rayon de la particule. Si $St \ll 1$, le temps de réponse de la particule est plus faible que le temps caractéristique associé au fluide et donc l'inertie des grains est négligée devant le terme visqueux.

Nombre de Péclet

Le nombre de Péclet Pe est, par définition, le rapport entre deux temps caractéristiques : le temps de transfert par convection et le temps de transfert par diffusion. Il quantifie l'importance du mouvement brownien sur le déplacement des particules.

$$Pe = \frac{6 \pi \eta a^3 \dot{\gamma}}{k_B T}, \quad (1.5)$$

avec η est la viscosité du fluide, a est le rayon de la particule, k_B est la constante de Boltzmann et T est la température.

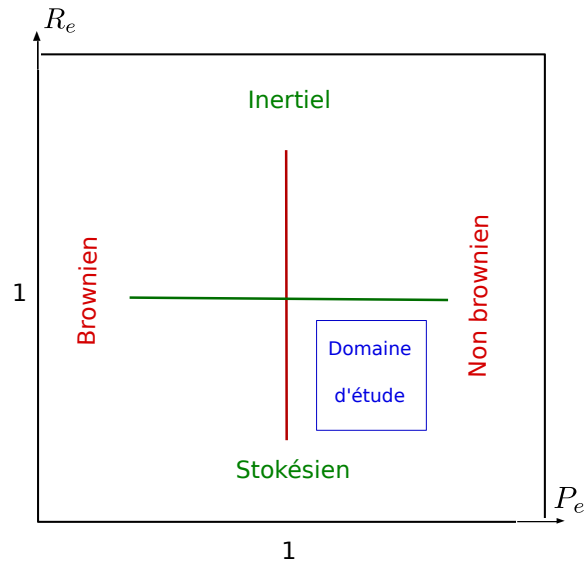
Le nombre Pe joue un rôle essentiel dans la rhéologie des suspensions. Il mesure l'importance relative des effets browniens ($Pe \ll 1$) et des effets hydrodynamiques ($Pe \gg 1$) dans la suspension. Dans ce qui suit, on ne s'intéresse qu'aux suspensions non-browniennes (Pe infini).

Nombre inertiel

Le nombre inertiel I caractérise l'importance des effets inertiels dans un écoulement granulaire dense [dCEP⁺05, IK04]. Il est défini comme le rapport entre un temps macroscopique de déformation $1/\dot{\gamma}$ et un temps microscopique de réarrangement $2a\sqrt{\rho_p/T_y}$ [Pou99].

$$I = 2a \dot{\gamma} \sqrt{\frac{\rho_p}{T_y}}, \quad (1.6)$$

avec a est le rayon de la particule, ρ_p sa densité volumique, $\dot{\gamma}$ est le taux de cisaillement appliqué et T_y est la contrainte normale imposée au milieu.

FIGURE 1.2 – Diagramme $Re - Pe$.

Le nombre inertiel définit le régime d'écoulement de la suspension. Quand $I \rightarrow 0$, le régime est quasistatique. Pour les grandes valeurs de I , l'écoulement est agité et le régime est gazeux [AFP13].

Nombre visqueux

Quand le milieu granulaire est immergé dans un fluide visqueux, on définit un paramètre adimensionnel I_v appelé *nombre visqueux* analogue au nombre inertiel défini dans les milieux granulaires secs. Si la suspension est soumise à un écoulement de cisaillement simple à contrainte normale T_y imposée, I_v peut être interprété comme le rapport entre le temps macroscopique d'écoulement $1/\dot{\gamma}$ et le temps microscopique (visqueux) de réarrangement η/T_y et s'écrit sous la forme :

$$I_v = \frac{\eta \dot{\gamma}}{T_y}, \quad (1.7)$$

avec η est la viscosité du fluide, $\dot{\gamma}$ est le taux de cisaillement appliqué et T_y est la contrainte normale imposée au milieu.

1.2 Rhéologie

Afin de définir le comportement mécanique de la suspension, le comportement en cisaillement, c'est à dire, la relation entre la contrainte et la vitesse de déformation est étudiée. Cette relation est appelée loi constitutive ou rhéologie de la suspension (figure 1.3).

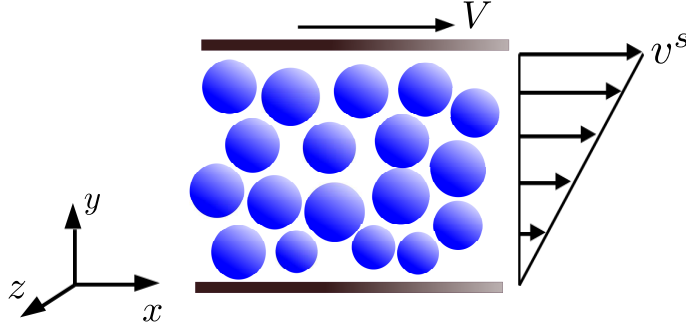


FIGURE 1.3 – Cisaillement simple.

En considérant une configuration telle que la vitesse de cisaillement est $\mathbf{V} = (V_x, 0, 0)$, le champ de vitesse solide v^s s'écrit :

$$v^s = v^s(y)\mathbf{x} \quad (1.8)$$

Dans ce cas là, le champ de déformation est :

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 0 & \frac{du^s}{dy} & 0 \\ \frac{du^s}{dy} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (1.9)$$

avec u^s est le déplacement de la particule solide. Le taux de déformation est alors défini par :

$$\dot{\gamma} = \sqrt{2\mathbf{E} : \mathbf{E}} = \frac{du^s}{dy} \quad (1.10)$$

En termes de contraintes, le champ de contraintes dans la configuration du cisaillement simple décrite dans la figure 1.3 s'écrit :

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & 0 \\ \sigma_{xy} & \sigma_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (1.11)$$

Le cisaillement simple des suspensions est décrit par une loi constitutive reliant la contrainte de cisaillement au taux de cisaillement :

$$\sigma_{xy} = f(\dot{\gamma}) \quad (1.12)$$

Il existe deux approches rhéologiques qui permettent d'interpréter le terme de la contrainte de cisaillement σ_{xy} :

- approche en termes de viscosité effective $\eta_s = \sigma_{xy}/\dot{\gamma}$ qui, à partir des expériences des rhéomètres à volume constant, montre que η_s diverge quand la compacité est grande ($\phi \simeq 0.6$) [SP05].
- approche en termes de rapport de contraintes $\mu = \sigma_{xy}/\sigma_{yy}$ et compacité ϕ qui, à partir des expériences à contrainte normale imposée, montre que μ atteint une valeur constante correspondant à la limite de Coulomb quand I_v diminue.

Ces deux approches sont décrites en détails dans les sections 1.2.1 et 1.2.2.

1.2.1 Viscosité effective

La présence des particules dans un fluide perturbe le champ de vitesse de l'écoulement et engendre une dissipation d'énergie supplémentaire et donc une augmentation de la viscosité du mélange.

Einstein, dans ses travaux sur la dissipation visqueuse produite par l'écoulement autour d'une sphère, a établi une formule simple de la viscosité d'une suspension diluée [Ein56] :

$$\eta_s = 1 + 2.5 \phi \quad (1.13)$$

où η_s est la viscosité effective de la suspension. Cette formule n'est valable que pour les suspensions diluées ($\phi < 0.3$) dans la mesure où le champ de vitesse autour d'une sphère n'influence pas la présence des autres sphères. En régime concentré, la microstructure et les interactions à courtes portées (en régime concentré, la distance interparticulaire devient de l'ordre du rayon de la particule, voire de l'ordre de la taille de sa rugosité) complexifient l'étude des équations constitutives d'une part et les expériences et les simulations numériques d'autre part dans la mesure où le nombre de paramètres de contrôle devient plus grand [Mor09]. A cet effet, plusieurs corrélations empiriques ont

été proposées afin de pouvoir décrire la rhéologie des suspensions denses. Krieger et Dougherty [KD59] ont proposé une formule semi-empirique de la viscosité (Eq. 1.14), représentant l'évolution de la viscosité en fonction de la compacité. Cette formule peut être même appliquée pour des concentrations élevées [ML94].

$$\eta_s = \left(1 - \frac{\phi}{\phi_m}\right)^{-2.5\phi_m} \quad (1.14)$$

D'autres formules de η_s existent telles que celle de Frankel & Acrivos [FA67]

$$\eta_s = \frac{9}{8} \frac{\left(\frac{\phi}{\phi_m}\right)^{\frac{1}{3}}}{1 - \left(\frac{\phi}{\phi_m}\right)^{\frac{1}{3}}} \quad (1.15)$$

qui est en concordance avec le résultat des expériences de Lenoble et al. [LSP05]. Aussi, la formule empirique de Boyer et al [BGP11]

$$\eta_s = \frac{\mu_1}{\left(\frac{\phi_m}{\phi} - 1\right)^2} + \frac{\mu_2 - \mu_1}{\left(\frac{\phi_m}{\phi} - 1\right)^2 + 0.05} + 1 + 2.5 \frac{\phi}{1 - \frac{\phi}{\phi_m}} \quad (1.16)$$

s'ajuste de manière satisfaisante avec l'équation de Krieger-Dougherty (figure 1.4). $\mu_1 = 0.32$ et $\mu_2 = 0.7$ sont déterminés expérimentalement par Boyer et al. [BGP11] et sont en accord avec la littérature [CNP05].

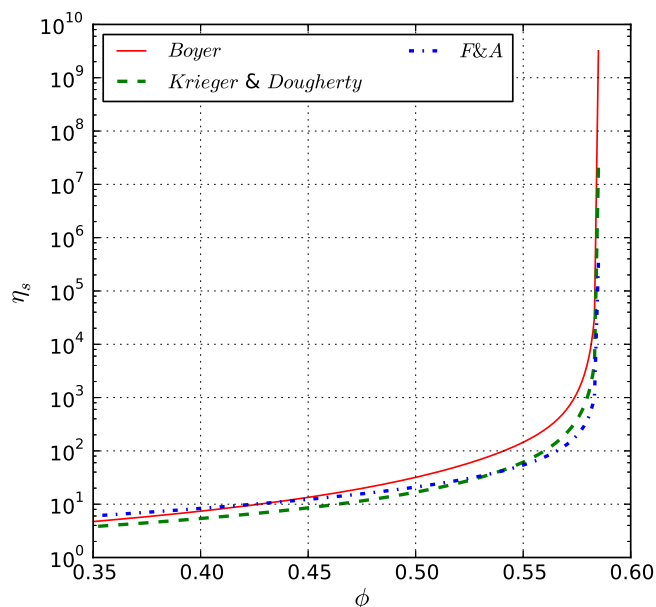
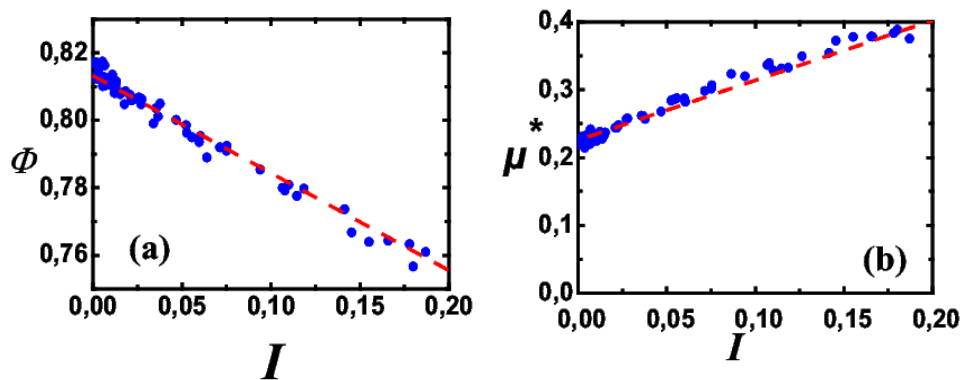
1.2.2 Lois constitutives

Milieux granulaires secs

Des lois constitutives simples ont été proposées afin d'étudier la rhéologie des milieux granulaires [JFP06, MiD04]. Le milieu étant soumis à une contrainte normale constante T_y et un taux de cisaillement $\dot{\gamma}$, le système est contrôlé par le nombre sans dimension I défini dans 1.1.3. La rhéologie du milieu est défini alors par deux lois constitutives : rapport de contraintes $\mu(I)$ et compacité $\phi(I)$ (figure 1.5) :

$$\sigma_{xy} = \mu(I) T_y \quad (1.17)$$

$$\phi = \phi(I) \quad (1.18)$$

FIGURE 1.4 – Viscosité effective η_s en fonction de la compacité ϕ .FIGURE 1.5 – (a) : $\Phi(I)$ appelée aussi loi de dilataance, (b) : $\mu(I)$ appelée aussi loi de frottement pour des disques. Source : J.N.Roux et al. [RC10].

D'après les résultats numériques et expérimentaux, des expressions empiriques des lois $\mu(I)$ et $\phi(I)$ ont été données [JFP05, PCJ⁺06] :

$$\mu(I) = \mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{I_0/I + 1} \quad (1.19)$$

$$\phi(I) = \phi_c - (\phi_c - \phi_m) I \quad (1.20)$$

Les valeurs de μ_1 , μ_2 , I_0 , ϕ_m et ϕ_c dépendent du type du matériau.

Milieux granulaires immergés

Par analogie avec les milieux granulaires secs [MiD04], la rhéologie de la suspension est régie par deux lois de comportement : une loi de rapport de contraintes $\mu(I_v)$ et une loi de compacité $\phi(I_v)$ [CNP05], fonctions du nombre visqueux défini dans 1.1.3 :

$$\tau = \mu(I_v) T_y \quad (1.21)$$

$$\phi = \phi(I_v) \quad (1.22)$$

Boyer et al [BGP11] ont été les premiers à faire des expériences de rhéométrie à contrainte normale imposée (figure 1.6). Ils ont pu définir des lois phénoménologiques $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$ à partir de leurs résultats expérimentaux (figure 1.7).

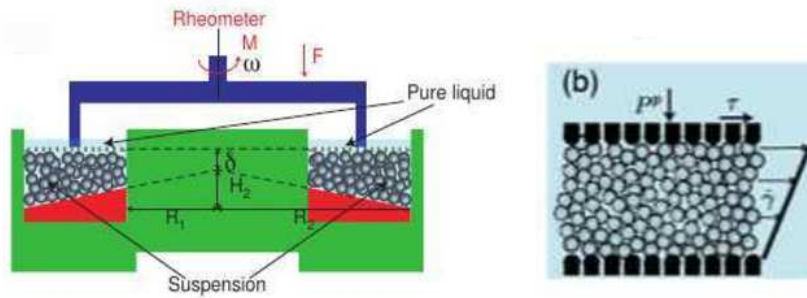


FIGURE 1.6 – (a) : Dispositif expérimental d'un rhéomètre annulaire à contrainte normale imposée P_p . Source : Boyer et al. [BGP11].

D'une manière similaire aux milieux secs, le rapport de contraintes $\mu(I_v)$ est une fonction croissante de I_v et admet une limite finie en $I_v = 0$ égale à

$\mu_1 = 0.3$. La compacité $\phi(I_v)$ est une fonction décroissante de I_v et représente la dilatation du milieu soumis à un écoulement de cisaillement à contrainte normale imposée. $\phi(I_v)$ admet une limite en $I_v = 0$ égale à $\phi_m = 0.585$ qui représente la compacité maximale de l'échantillon.

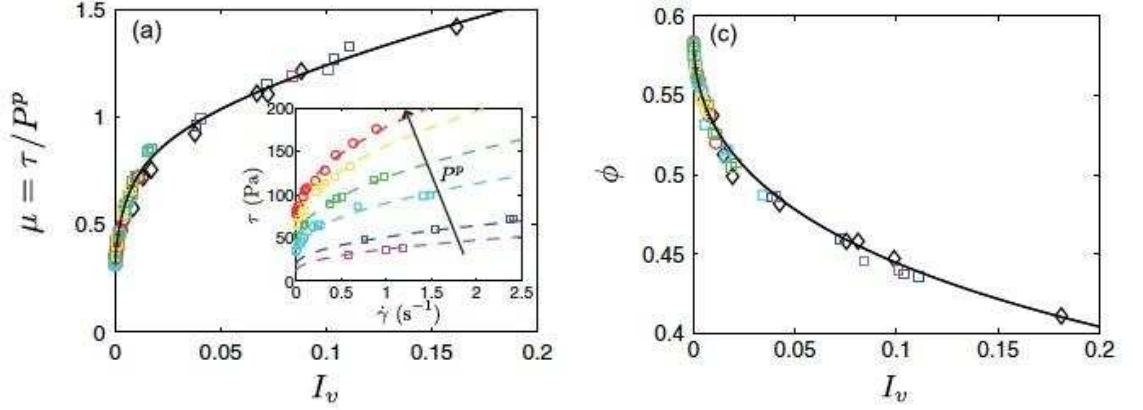


FIGURE 1.7 – (a) : $\phi(I_v)$ et $\mu(I_v)$. P^p est la contrainte normale imposée. Source : Boyer et al. [BGP11].

Boyer et al [BGP11] ont proposé une loi de comportement pour les milieux granulaires immergés inspirée de celle pour les milieux granulaires secs dans la mesure où la loi $\mu(I_v)$ peut s'écrire sous la forme d'une somme des contributions venant respectivement des contraintes de contact et des contraintes hydrodynamiques, telle que :

$$\mu(I_v) = \underbrace{\mu_1 + \frac{\mu_2 - \mu_1}{I_0/I_v + 1}}_{\mu^C} + \underbrace{I_v + \frac{5}{2} \phi_m I_v^{1/2}}_{\mu^H} \quad (1.23)$$

μ^C représente la même loi phénoménologique que celle des granulaires secs et μ^H définit une viscosité similaire à celle de Krieger-Dougherty. μ_1 , μ_2 , I_0 et ϕ_m sont déterminés expérimentalement dans [BGP11].

1.2.3 Relation avec la microstructure

Dans la littérature, plusieurs travaux expérimentaux [GMA80, BPL11], numériques [SB02] et théoriques [BM97b] ont montré que la rhéologie des suspensions dépend de la microstructure, c'est à dire de l'arrangement spatial des particules. Celui-ci dépend notamment des caractéristiques des particules, de leurs concentrations et du type d'écoulement considéré. Gadala-Maria et

Acrivos [GMA80] ont été les premiers à montrer ceci et ont expliqué cette dépendance en regardant la réponse de la suspension suite à l'inversion du sens du cisaillement. En effet, en inversant le signe de la vitesse, la viscosité diminue brusquement et augmente par la suite pour atteindre sa valeur juste avant l'inversion du sens du cisaillement. Ceci est probablement dû à la destruction de la microstructure au moment de l'inversion du cisaillement et à sa reconstitution. Cette hypothèse a fait l'objet de plusieurs travaux par la suite tels que ceux de Parsi et Gadala-Maria [PGM87] en regardant directement l'arrangement des particules dans une suspension concentrée cisailée dans une cellule de Couette. Leurs observations ont validé l'hypothèse de Gadala-Maria et Acrivos et ont montré que la fonction de distribution de paires (PDF) d'une suspension concentrée est anisotrope. Des simulations numériques tridimensionnelles ont été réalisées par la suite sur des suspensions concentrées soumises à un écoulement de cisaillement en utilisant la dynamique stokésienne [BB84] et la méthode de couplage par les forces (Force Coupling Method) [ACS07, YM10] et qui ont tous conclu à l'anisotropie de la microstructure.

1.3 Aperçu des méthodes numériques

Dans les dernières décennies, de nombreuses méthodes numériques ont été proposées pour étudier la rhéologie des suspensions. La principale méthode de calcul est la *dynamique stokésienne*.

1.3.1 Dynamique stokésienne

La dynamique stokésienne est une méthode de dynamique moléculaire considérée comme la méthode la plus adaptée pour l'étude de la dynamique des suspensions. Cette technique qui a fait l'objet d'une abondante littérature [DBB87, BB88, BB84, KK13], présente l'avantage de pouvoir décrire les interactions hydrodynamiques à N particules, à un coût de calcul raisonnable puisqu'il ne nécessite pas de calculer explicitement l'écoulement de fluide. Elle a été utilisée pour étudier divers problèmes comme les suspensions Browniennes [BRA96], le cisaillement des suspensions non colloïdales [BB85] et l'écoulement dans un milieu poreux [DBB87].

Les particules sont en interaction à travers les forces hydrodynamiques transmises par le fluide. Quand le nombre de Reynolds est faible, ces forces sont déterminées par les équations linéaires de Stokes (d'où le nom de la méthode); ce qui permet d'avoir des forces linéairement proportionnelles aux

vitesse des particules et du fluide. Les forces et couples hydrodynamiques appliqués sur les particules sont données par l'équation 1.24 [BB88] :

$$\begin{pmatrix} F \\ C \end{pmatrix} = -\mathbf{R} \begin{pmatrix} v^s - v^\infty \\ \omega^s - \omega^\infty \end{pmatrix} \quad (1.24)$$

avec F et C sont les forces et couples hydrodynamiques appliqués sur les particules, R est la matrice de résistance, v^s et ω^s sont respectivement les champ de vitesse de translation et de rotation des particules et v^∞ et ω^∞ sont respectivement les vitesses de translation et de rotation du champ moyen fluide. Les forces hydrodynamiques comprennent à la fois les interactions à longues portées et les interactions à courtes portées. Ces dernières sont les termes divergents que l'on trouve dans les approximations de lubrification.

Plusieurs méthodes de calcul ont été adoptées pour résoudre cette équation. *La méthode des réflexions* qui est une méthode asymptotique [HBM83, KK13], est très utilisée pour calculer les efforts hydrodynamiques sur des sphères éloignées qui ont une influence non négligeable l'une sur l'autre. Dès que les sphères deviennent de plus en plus proches, cette méthode devient inexacte. Dans ce cas, il y a d'autres méthodes qu'on peut utiliser comme celle des *développement en multipôles* [CF88, Lad90]. Les détails de cette méthode sont donnés dans le livre de Kim et Karilla [KK13]. Sierou, dans son article [Sie05], a précisé que plus la distance entre les particules est petite, plus cette méthode nécessite un développement d'ordre élevé en multipôles. Pour palier à ce problème, ces développements d'ordre élevé sont négligés et remplacés par une approximation de lubrification. Des forces de lubrification sont alors calculées entre les particules dans la suspension et ajoutées aux interactions à longues portées calculées à partir de la matrice.

1.3.2 Autres méthodes numériques

D'autres méthodes numériques ont été proposé pour simuler la rhéologie des suspensions. *La méthode des éléments frontières* (*Boundary Element Methods*) [Poz99] est une autre méthode de calcul qui résoud les équations de Stokes. Elle permet de réduire les dimension du problème étudié d'un volume (respectivement une surface) à une surface (respectivement une ligne) ce qui permet de gagner énormément de temps de calcul.

La méthode de couplage par les forces (*Force Coupling Method*, FCM) [MP01, LM03] a également été utilisée pour étudier la rhéologie des suspensions. Dans cette approche, la fonction de Dirac dans la méthode des *développe-*

ments en multipôles est remplacée par une enveloppe de force localisée. La FCM a été appliquée à plusieurs problèmes d'écoulement comme la sédimentation [DM03b], l'écoulement turbulent [XMK02], l'écoulement biologique [KM08a]... En termes de coût de calcul, la FCM dépend énormément du choix du solveur de Stokes. Dans un domaine périodique, les interactions hydrodynamiques à longue portée peuvent être calculées en $O(N_p \log N_p)$ en utilisant le spectre de Fourier où N_p est le nombre de particules. La FCM est une méthode de calcul assez performante dans la mesure où elle peut simuler la sédimentation des particules avec un nombre $N_p = 10000$ [DM03b]. Elle est capable aussi de modéliser des suspensions de particules ellipsoïdales [LKMK09]. Récemment, Dance et Maxey [DM03a] ont mis en œuvre les forces de lubrification dans le modèle FCM pour une compacité quelconque [YM10].

Enfin, La méthode de *Lattice Boltzmann* est très utilisée pour simuler les suspensions à faible nombre de Reynolds [NL05, VK06, KM08b] depuis que Nguyen et Ladd [NL02] ont proposé d'ajouter les forces de lubrification. Elle n'est pas très coûteuse en temps de calcul par rapport à la dynamique stokésienne. Cette méthode est assez différente des méthodes citées auparavant dans la mesure où elle est fondée sur la résolution de l'équation de Boltzmann et non sur l'équation de Navier Stokes. Le fluide est composé d'un ensemble de particules fictives qui se propagent et qui subissent des collisions sur les noeuds d'un réseau fixe. Cette méthode permet de résoudre les interactions hydrodynamiques à longue portée, les interactions à courte portée sont ajoutées à partir des solutions analytiques comme dans la dynamique stokésienne (lubrification). Cette méthode est valable tant que le temps caractéristique des collisions est faible devant le temps entre deux collisions successives, c'est à dire pour des concentrations faibles à modérées.

1.4 Objectifs de la thèse

Dans ce travail, on étudiera la rhéologie des suspensions denses non browniennes. On utilisera un modèle numérique DEM-fluide couplé incluant les forces de lubrification qui est capable de décrire les interactions hydrodynamiques entre les particules à longue et courte portée. La rhéologie de la suspension sera interprétée en termes de lois constitutives $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$ et les résultats numériques seront comparés aux lois empiriques tirées des expériences de Boyer et al [BGP11]. La relation entre la microstructure et la rhéologie de la suspension est aussi interprétée.

Chapitre 2

Modèle couplé DEM-PFV

Dans ce chapitre, nous présentons, le modèle couplé DEM-PFV introduit par E.Catalano [Cat12, CCCB12]. Ce modèle combine la méthode des éléments discrets DEM pour modéliser la phase solide à une formulation de volume fini à l'échelle des pores PFV pour résoudre la phase fluide. Nous présentons aussi une extension du modèle aux conditions aux limites périodiques afin de pouvoir traiter des problèmes infinis.

Sommaire

2.1	Modélisation de la phase solide	44
2.1.1	Cycle de calcul de la DEM	44
2.1.2	Lois de mouvement	45
2.1.3	Lois de contact	46
2.1.4	Conditions de stabilité	47
2.2	Modélisation de la phase fluide	48
2.2.1	Ecoulement du fluide dans les pores	49
2.2.2	Forces appliquées par le fluide sur les particules	50
2.2.3	Conditions aux limites	51
2.3	Modèle couplé : DEM-PFV	52
2.4	Software : YADE	52
2.5	Exemple : Essai œdométrique	52
2.5.1	Simulations numériques	54
2.5.2	Résultats numériques	54
2.6	Extension du modèle DEM-PFV aux conditions aux limites périodiques	57
2.7	Validation : calcul de la perméabilité	58

2.1 Modélisation de la phase solide

La Méthode des Eléments Discrets (DEM) présente l'une des méthodes les plus efficaces qui simulent un grand nombre de particules dans un volume fermé. Cette méthode est reconnue par sa performance de modéliser des millions de particules de forme complexe. La DEM, connue aussi sous le nom de Méthode des Eléments Distincts, a été initiée par Cundall et Strack en 1979 [CS79] pour résoudre des problèmes en mécanique des roches. Elle tient compte de l'interpénétration entre les particules en mouvement en utilisant des lois de contact simples. De nombreuses méthodes discrètes numériques ont été développées par la suite et qui apparaissent sous différentes dénominations comme RBSM (Rigid Block Spring Method), DDA (Discontinuous Deformation Analysis), NSCD (NonSmooth Contact Dynamics)... Ces méthodes peuvent être classifiées selon plusieurs critères comme le traitement des contacts qu'ils soient rigides ou déformables, la déformabilité des particules qu'elles soient rigides, élastiques, élasto-plastiques,..., le schéma d'intégration qu'il soit implicite ou explicite,... Grâce à sa performance de modéliser soigneusement le comportement physique et mécanique à l'échelle des grains, la DEM devient la méthode numérique la plus importante pour la modélisation des phénomènes complexes. La DEM est par conséquent utilisée dans plusieurs disciplines, comme la fabrication de produits pharmaceutiques, modélisation des écoulements en pétrochimie [OF99], l'étude des empilements en mathématiques appliquées [CKRB04], la rhéologie des granulaires en physique appliquée [SEG⁺01],...

2.1.1 Cycle de calcul de la DEM

Le cycle de calcul de la DEM est très simple. Une liste de contacts est détectée à un instant t donné entre les particules pouvant s'interpénétrer. Ces contacts sont modélisés par des ressorts pour les forces répulsives et par des amortisseurs pour la dissipation d'énergie. Deux particules sont en contact si la distance entre leurs centres est inférieure à la somme de leurs rayons. La loi de comportement est appliquée localement pour chaque contact afin de calculer les efforts d'interaction. Le principe fondamental de la dynamique est intégré par la suite suivant un schéma explicite aux différences finies pour calculer les nouvelles positions des particules. La figure 2.1 schématise le cycle de calcul de la DEM.

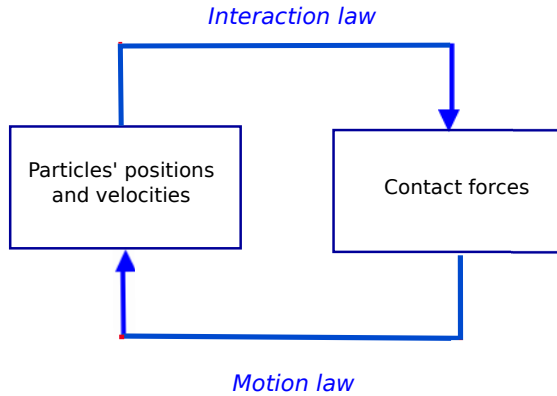


FIGURE 2.1 – Cycle de calcul de la DEM

2.1.2 Lois de mouvement

Le milieu granulaire est représenté par une assemblée de particules dont la forme est supposée être sphérique. Chaque particule i est caractérisée en un temps t par sa position x_i , sa vitesse de translation v_i^s et sa vitesse de rotation ω_i^s . Etant données les positions des particules, une liste de contacts peut être alors déterminée qui sert à son tour de calculer les forces d'interactions.

Soit m_i la masse de la particule et I_i son inertie ; les accélérations en translation et en rotation sont déterminées grâce au principe de la dynamique selon les équations 2.1 et 2.2.

$$\dot{v}_i^s = \frac{F_i}{m_i} \quad (2.1)$$

$$\dot{\omega}_i^s = \frac{M_i}{I_i} \quad (2.2)$$

F_i et M_i sont respectivement la force et le moment appliqués sur la particule i .

La position de la particule i change le long de la simulation. Cette position est relevée à chaque pas de temps Δt . Les accélérations \ddot{y}_i et \ddot{w}_i sont intégrées suivant le schéma en différences finies centrées du premier ordre et les vitesses à $t + \Delta t/2$ sont données par les équations 2.3 et 2.4.

$$[v_i^s]_{t+\Delta t/2} = [v_i^s]_{t-\Delta t/2} + [\dot{v}_i^s]_t * \Delta t \quad (2.3)$$

$$[\omega_i^s]_{t+\Delta t/2} = [\omega_i^s]_{t-\Delta t/2} + [\dot{\omega}_i^s]_t * \Delta t \quad (2.4)$$

La nouvelle position de la particule i à $t + \Delta t$ est alors donnée par l'équation 2.5.

$$[x_i]_{t+\Delta t} = [x_i]_t + [v_i^s]_{t+\Delta t/2} * \Delta t \quad (2.5)$$

Les forces de contact sont alors recalculées avec les nouvelles positions des particules.

Ainsi, se fait-il le cycle de calcul de la DEM dans le but de faire converger le système vers un état statique d'équilibre.

2.1.3 Lois de contact

Un des atouts de la DEM réside dans sa capacité de reproduire des phénomènes mécaniques très complexes en utilisant le moindre de paramètres possibles. Pour ce faire, il est nécessaire d'implémenter de simples lois d'interaction qui sont des fonctions simples reliant les forces de contact aux variables locales de la simulation.

Cundall et Strack ont modélisé le contact entre les particules par des ressorts dans les directions tangentielle et normale caractérisés par des raideurs tangentielle k_s et normale k_n respectivement. Les particules étant déformables, cette loi tient compte de cette éventuelle déformabilité et la définit par un déplacement relatif normal δ_n (figure 2.2) telle que :

$$\delta_n = \begin{cases} h & \text{si } h \leq 0 \\ 0 & \text{si } h > 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

h est la distance interparticulaire.

La force normale au contact est :

$$F_n^C = k_n \delta_n \quad (2.7)$$

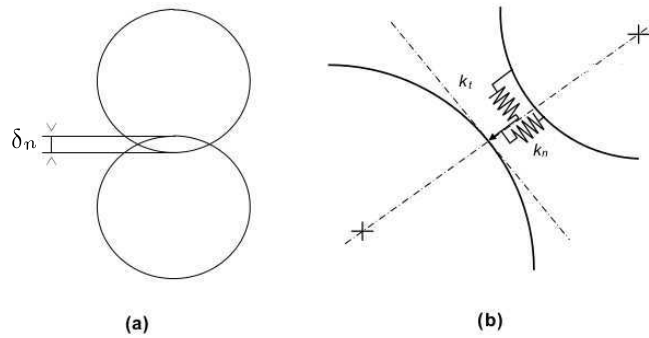


FIGURE 2.2 – (a) : Définition du déplacement relatif normal (b) : Modèle de contact D'après Cundall

alors que la force tangentielle au contact est définie par incréments à chaque pas de temps :

$$\Delta F_s^C = k_s \Delta u_s^s \quad (2.8)$$

avec u_s^s est le déplacement tangentiel relatif entre les deux particules.

La résistance au contact est définie par une loi de frottement dite loi de frottement de Coulomb telle que :

$$|F_s^C| \leq F_n^C * \text{tg}(\varphi) \quad (2.9)$$

φ est l'angle de frottement intergranulaire.

2.1.4 Conditions de stabilité

Le choix du pas de temps Δt de la simulation DEM est primordial. En effet, la convergence vers une solution stable est conditionnée par une valeur pas très importante du pas de temps. Un pas de temps critique est calculé au début de chaque cycle. Nous déterminons pour chaque degré de liberté i , la raideur équivalente k_i des contacts entourant la particule i .

$$\Delta t_{crit} = S * \min\left(\sqrt{\frac{m_i}{k_i}}\right) \quad (2.10)$$

S étant la fraction de la plus petite période propre obtenue sur l'ensemble des particules et définie par :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.11)$$

Si les interactions entre les différentes particules du système sont purement élastiques, alors il n'y a pas d'énergie dissipée et les ondes émises dans tout le système suite à l'application d'une action extérieure, sont piégées. Pour éviter ce problème ayant pour conséquence la perturbation du calcul, un amortissement visqueux, peut être introduit. Cundall propose un amortissement non visqueux appliqué indépendamment sur chaque grain et la force et moment d'amortissement sont définis alors par :

$$F_i^a = -D^a * |F_i| * \text{sign}(\dot{x}_i) \quad (2.12)$$

$$M_i^a = -D^a * |M_i| * \text{sign}(\dot{w}_i) \quad (2.13)$$

$$\begin{cases} \text{sign}(a) = -1 & \text{si } a < 0 \\ \text{sign}(a) = 1 & \text{si } a > 0 \\ \text{sign}(a) = 0 & \text{si } a = 0 \end{cases}$$

D^a est le coefficient d'amortissement purement numérique tel que $0 < D^a < 1$. Cet amortissement permet de réduire les forces motrices et augmenter les forces qui s'opposent au mouvement des particules. En cas de présence de fluide, cet amortissement n'est plus important dans la mesure où le fluide joue le rôle d'un amortissement visqueux.

2.2 Modélisation de la phase fluide

La phase fluide du matériau est définie par un modèle géométrique original et unique dans sa formulation qui présente un outil efficace pour analyser le comportement des milieux granulaires biphasiques. Le modèle PFV "*Pore-scale Finite Volume*" consiste à discrétiser l'espace poral par la méthode de triangulation régulière. Les cellules construites forment alors des tétraèdres dont les sommets sont les centres des particules.

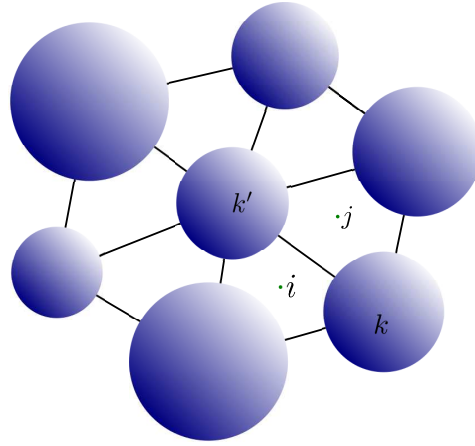


FIGURE 2.3 – Triangulation régulière en 2D

2.2.1 Ecoulement du fluide dans les pores

Soit l'équation de continuité pour un fluide incompressible :

$$\Delta \dot{V}_i + \int_S (\mathbf{v}^f - \mathbf{v}^s) \cdot \mathbf{n} \, ds = 0 \quad (2.14)$$

où V_i est le volume total du tétraèdre i , \mathbf{v}^s est la vitesse de la phase solide, \mathbf{v}^f est la vitesse de la phase fluide, \mathbf{n} est le vecteur normal extérieur.

Soit l'équation de conductance :

$$\int_{S_{ij}} (\mathbf{v}^f - \mathbf{v}^s) \cdot \mathbf{n} \, ds = K_{ij} (p_i - p_j) \quad (2.15)$$

p_i et p_j sont les pressions au niveau des pores i et j et S_{ij} est la surface de la facette intersection des deux tétraèdres i et j . K_{ij} est une fonction du rayon hydraulique R_{ij}^h qui définit la conductance locale :

$$K_{ij} = \frac{2 \pi R_{ij}^h}{\eta L_{ij}} \quad (2.16)$$

L_{ij} est la distance entre le pore i et le pore j .

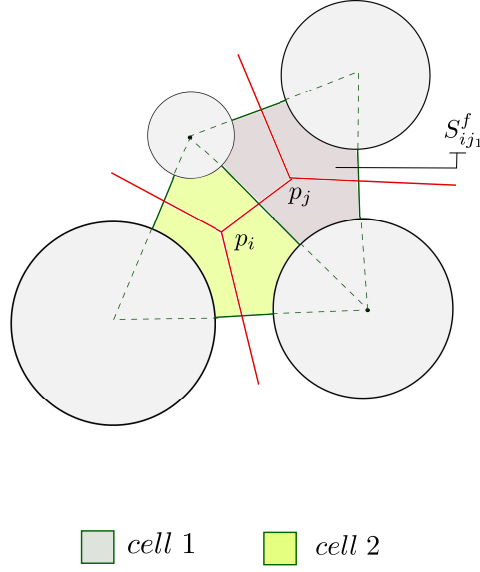


FIGURE 2.4 – Décomposition du volume pour le calcul des pressions dans les pores.

En combinant les équations 2.14 et 2.15, nous obtenons l'équation du couplage fluide-solide qui relie tout simplement le gradient de pression aux vitesses des particules :

$$\dot{V}_i = \sum_{j=j_1}^{j=j_4} \int_{S_{ij}^f} (\mathbf{v}^s - \mathbf{v}^f) \cdot \mathbf{n} \, ds = \sum_{j=j_1}^{j=j_4} K_{ij} (p_i - p_j) \quad (2.17)$$

Pour plus de détails sur le modèle, veuillez vous référer à [Cat12, CCCB12, CCB14].

2.2.2 Forces appliquées par le fluide sur les particules

La force totale $\mathbf{F}^{H,k}$ appliquée par le fluide sur une particule k est :

$$\mathbf{F}^{H,k} = \int_{\partial\Gamma_k} (p^a \mathbf{n} + \tau \mathbf{n}) \, ds \quad (2.18)$$

où p^a est la pression absolue et τ est la contrainte de cisaillement. Etant donnée la pression piézométrique de l'écoulement $p = p^a - \rho_f \Phi(x)$, la force

Dans le modèle PFV, les conditions aux limites du problème sont définies en termes de :

- condition de pression, si nous voulons étudier un problème à pression imposée.
- condition de flux, si nous voulons étudier un problème à flux imposé.

2.3 Modèle couplé : DEM-PFV

Le couplage entre la DEM et le modèle PFV est défini à l'échelle microscopique par deux équations :

- l'équation 2.17, où la variation du volume est fonction de la vitesse des particules.
- les équations 2.1 et 2.2, dans lesquelles nous introduisons les forces du fluide pour obtenir :

$$m_k \ddot{\mathbf{x}}_k = \mathbf{F}_k^C + m_k \mathbf{g} + \mathbf{F}_k^H \quad (2.21)$$

où F_k^C et F_k^H sont les forces de contact et de fluide respectivement. m_k est la masse de la particule k et $\ddot{\mathbf{x}}_k$ est son accélération.

Le cycle de calcul du problème couplé est résumé dans le schéma 2.6.

2.4 Software : YADE

Yade "Yet Another Dynamical Engine" [vC10], est un environnement Open-source écrit en C++ qui permet le développement des modèles numériques tridimensionnelles. La bibliothèque CGAL [BDTY00] est utilisée pour faire la triangulation du milieu.

Le code YADE, basé sur la méthode des éléments discrets, est le résultat du développement du code SDEC à l'université de Grenoble et est de plus en plus répandu de nos jours dans la communauté des chercheurs, à l'échelle nationale comme à l'échelle internationale.

2.5 Exemple : Essai œdométrique

La consolidation du sol saturé est définie par Terzaghi comme étant "*tout processus par lequel la teneur en eau d'un sol saturé diminue, sans remplacement de l'eau par l'air*". L'étude d'un tel problème est primordial dans la

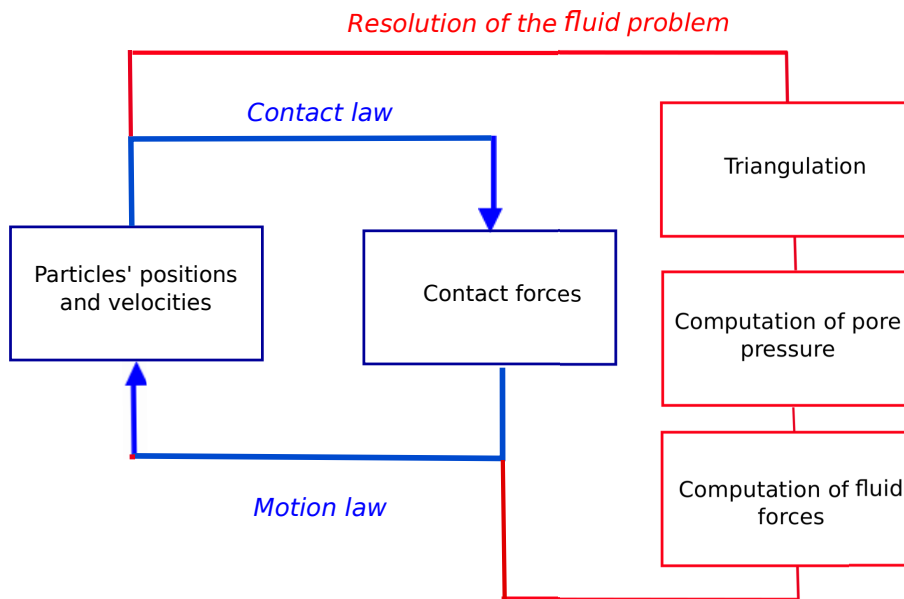


FIGURE 2.6 – Cycle de calcul du problème DEM-PFV.



FIGURE 2.7 – Software YADE

compréhension des phénomènes de tassement dans les constructions en génie civil. Pour ce faire, la méthode la plus classique, proposée par Terzaghi, est l'essai œdométrique.

Dans cette section, un essai œdométrique est généré avec le modèle DEM-PFV présenté ci-dessus et sera considéré comme un test d'évaluation. La consolidation est un problème hydromécanique classique qui dépend de la variation de l'état de contraintes couplé à la diffusion du fluide interstitiel.

Le sol étant saturé en eau, la phase solide et la phase liquide du milieu sont supposées incompressibles. En utilisant la loi de darcy et la loi de conservation

de masse des deux phases, l'équation de la consolidation monodimensionnelle s'écrit :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (2.22)$$

p est la pression du fluide interstitiel, z est la hauteur de l'échantillon et C_v est le coefficient de consolidation défini comme suit :

$$C_v = \frac{K_d E_{oed}}{\rho_f g} \quad (2.23)$$

K_d est le coefficient de conductivité hydraulique du sol, $E_{oed} = T_y / \Delta\epsilon$ est le module œdométrique, g est la gravité et ρ_f est la densité du fluide. Nous introduisons un facteur de temps adimensionnel T_v défini par :

$$T_v = \frac{C_v t}{H^2} \quad (2.24)$$

t est le temps effectif de consolidation et H est la hauteur de l'échantillon. Au début de la consolidation, $T_v = 0$. Quand la consolidation est réalisée à 100%, $T_v = 1$.

2.5.1 Simulations numériques

Nous génèrons un échantillon de particules sphériques soumis à un chargement vertical $T_y = 1kPa$. Les conditions aux limites sont illustrées dans la figure 2.8.

2.5.2 Résultats numériques

Les résultats numériques sont résumés dans le tableau 2.2. La figure 2.9 montre l'évolution de la pression interstitielle p à $z = \frac{H}{2}$ en fonction du temps. Quand la consolidation est terminée, toute l'eau est évacuée de l'échantillon et la pression est nulle.

La figure 2.10 montre l'évolution du tassement en fonction du facteur temps T_v calculé numériquement en utilisant le modèle DEM-PFV décrit ci-dessus et analytiquement à partir de la solution de Terzaghi définie par :

$$\frac{\epsilon}{\epsilon_f} = 1 - \sum_{k=0}^{\infty} \frac{8\pi}{(2k+1)^2} e^{-\left(\frac{(2k+1)^2}{4\pi^2}\right)T_v} \quad (2.25)$$

TABLE 2.1 – Essai œdométrique : propriétés des particules

Nombres	$N = 1000$
Rayon moyen	$a = 0.05m \pm 0.01$
Densité	$\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$
Angle de frottement	$\varphi = 30^\circ$
Rigidité normale des contacts	$k_n/a = 5e5 \text{ Pa}$
Rigidité tangentielle des contacts	$k_s/a = k_n/2$

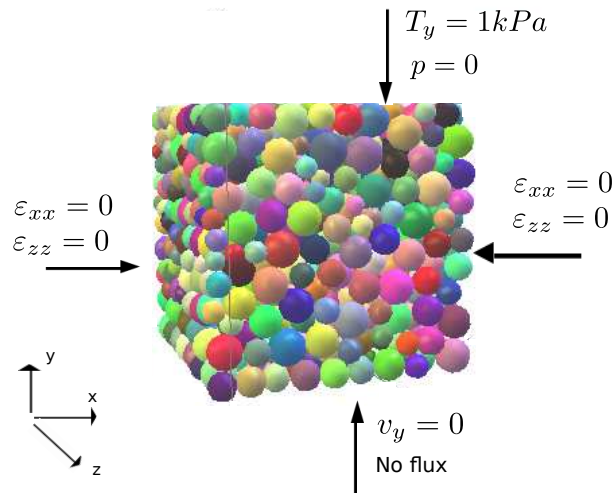


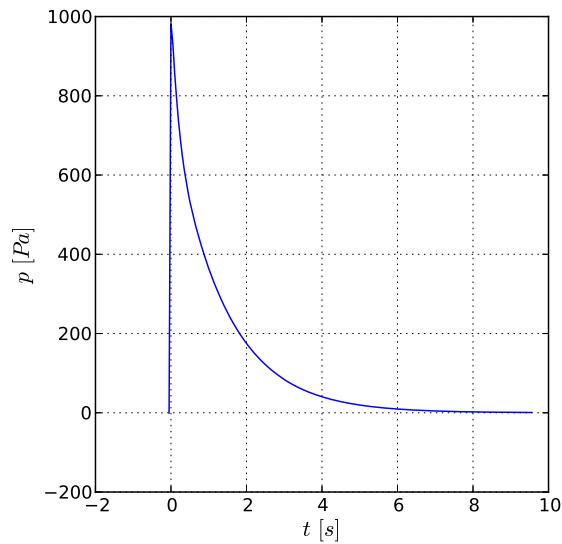
FIGURE 2.8 – Echantillon de simulation et conditions aux limites.

La courbe est croissante et converge vers la valeur du tassement final pour $T_v = 100\%$. Les deux courbes sont en bon accord. Le modèle DEM-PFV est donc capable de reproduire le comportement analytique.

La figure 2.11 montre l'évolution de la pression interstitielle en fonction

TABLE 2.2 – Résultats numériques du test œdométrique.

ϵ_f	0.0025 %
E_{oed}	395 kPa
K_d	0.00783 m/s

FIGURE 2.9 – Pression interstitielle p à $z = \frac{H}{2}$ en fonction du temps.

de la coordonnée z à différents instants de la consolidation. La pression est maximale et égale à la valeur imposée ($p = T_y = 1kPa$) pour $T_v = 0\%$. Au cours de la consolidation, T_v augmente et la pression diminue. Ceci est en parfait accord avec la théorie de Terzaghi.

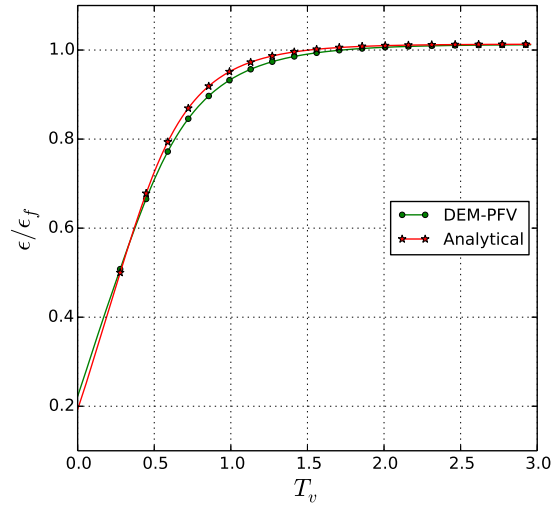


FIGURE 2.10 – Evolution du tassement en fonction du facteur temps T_v .

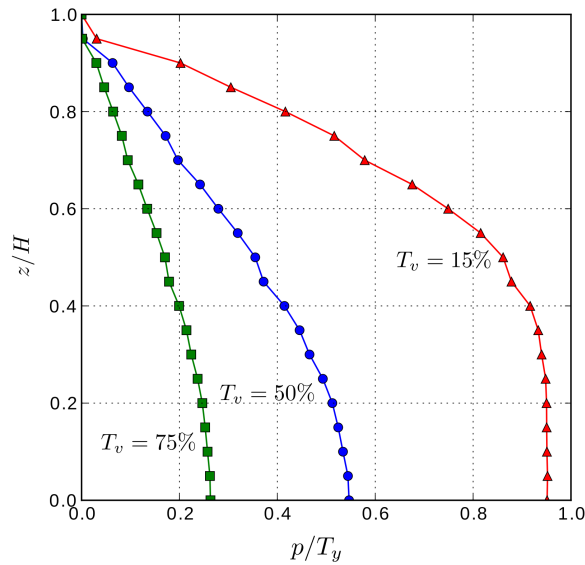


FIGURE 2.11 – Evolution de la pression interstitielle p le long de l'axe de compression.

2.6 Extension du modèle DEM-PFV aux conditions aux limites périodiques

Des conditions aux limites périodiques ont été implémentées dans le modèle DEM-PFV (figure 2.12). Si $\mathbf{S} = [s_1, s_2, s_3]$ est la matrice définissant la

taille de la période et $i \in \mathbb{N}^3$ définit le vecteur entre un point de coordonnées \mathbf{r} et son image périodique \mathbf{r}' tel que $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{S} \cdot \mathbf{i}$, alors :

$$p' = p + \nabla p \cdot \mathbf{S} \cdot \mathbf{i} \quad (2.26)$$

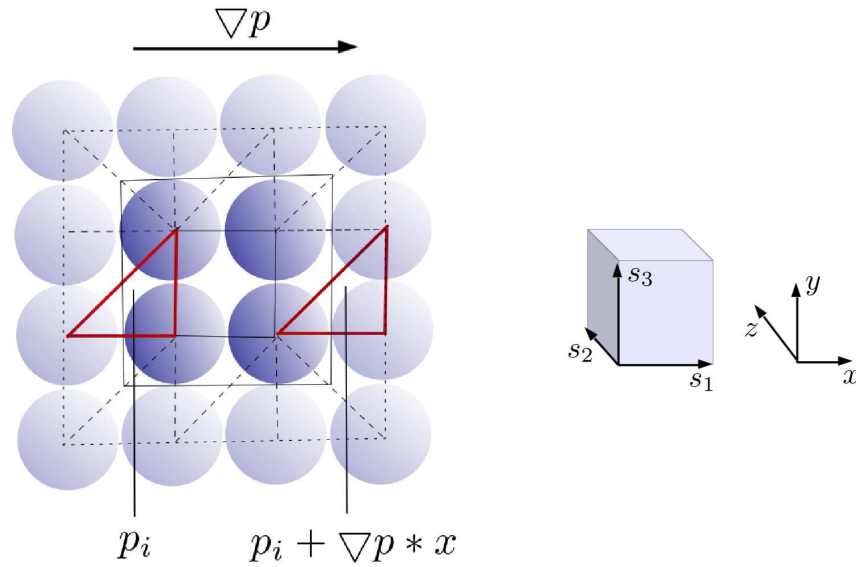


FIGURE 2.12 – (a) : cellule périodique en 2D, (b) : période de simulation de taille $\mathbf{S} = [s_1, s_2, s_3]$ dans le repère $[x, y, z]$

2.7 Validation : calcul de la perméabilité

La perméabilité d'un milieu correspond à son aptitude à laisser passer le fluide sous l'effet d'un gradient de pression. Cette perméabilité k s'exprime en fonction de la viscosité du fluide η ($Pa \cdot s$), le flux par seconde Q ($m^3 \cdot s^{-1}$), la surface de l'échantillon S (m^2), la hauteur de l'échantillon H (m) et le gradient de pression ∇p (Pa) telle que :

$$k = \eta \frac{Q}{S} \frac{H}{\nabla p} \quad (2.27)$$

La perméabilité k a été calculée par A.T.Tong dans [TCC12] par différentes méthodes :

- *les expériences* : faites sur un échantillon de billes de verre de forme sphérique et de deux tailles différentes. Les petites particules ont un diamètre entre 0.5 et 0.63 mm et les grosses particules ont un diamètre entre 2.8 et 3.15 mm. Les deux types de particules sont mélangés avec différents rapports de masse $M = m_1 / (m_1 + m_2)$, où m_1 et m_2 sont les masses des petites et grosses particules respectivement.
- *les relations analytiques* : nous nous limiterons à la formule de Slichter [Sli05], telle que $k = C n^{3.287} d_{10}^2$ ($C = 0.01$, d_{10} est la dimension du grain correspondant à 10% en poids ce qui passe à travers d'un tamis de 10, n est la porosité), la formule de Terzaghi [Ter96] telle que $k = C (n - 0.13 / \sqrt[3]{1 - n}) d_{10}^2$ ($C = 8.4 * 10^{-3}$ est une constante) et la formule de Kozeny-Carman [CI03] telle que $k = n^3 / (5 S_s^2 (1 - n)^2)$ (S_s est la surface spécifique des grains en m^{-1}).
- *le modèle DEM-PFV* : un échantillon de 5000 grains de deux tailles différentes est simulé dans un cube de parois rigides de taille l_0 . Les conditions aux limites sont illustrées dans la figure 2.13.

Pour plus de détails sur les résultats de la perméabilité calculée avec les différentes méthodes, veuillez vous référer à [TCC12, Ton13].

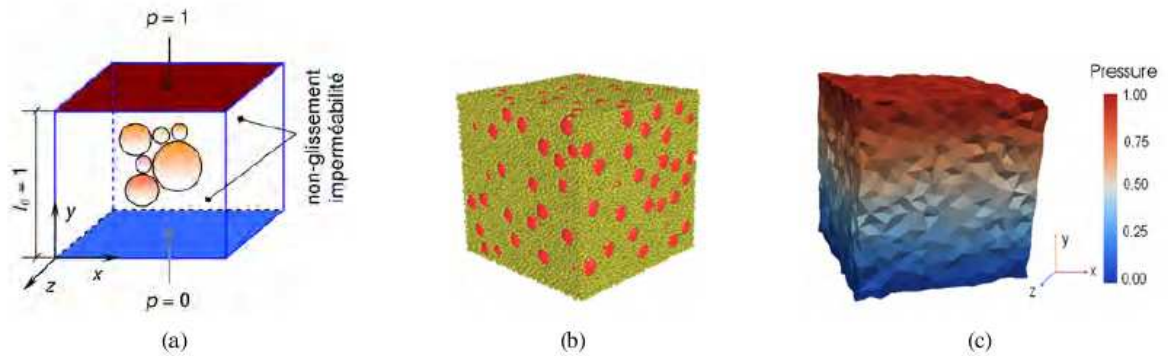


FIGURE 2.13 – (a) : conditions aux limites, (b) : échantillon numérique dans le cas où $M = 0.5$, (c) : champs de pression appliquée. Source : Tong [Ton13]

Ici, nous calculons la perméabilité du même échantillon simulé avec les conditions aux limites périodiques (PBC : Periodic Boundary Conditions) définies dans la section 2.6. Les résultats sont comparés à ceux trouvés dans [TCC12] en utilisant les différentes méthodes citées ci-dessus.

La figure 2.14 montre l'évolution de la perméabilité k en fonction du rapport des masses des particules de tailles différentes. Les résultats obtenus en utilisant le modèle DEM-PFV avec les conditions aux limites périodiques (PBC) sont très proches de ceux trouvés avec le modèle DEM-PFV de base.

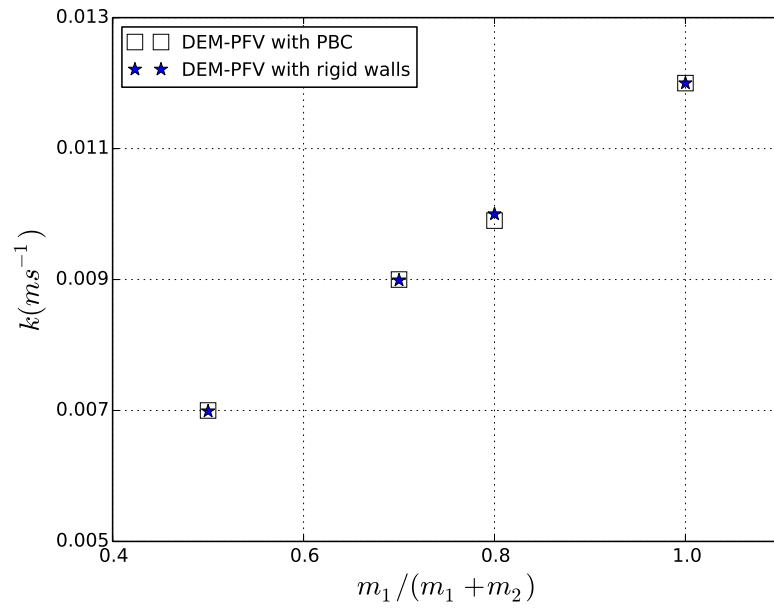


FIGURE 2.14 – Perméabilité d'un mélange de billes de verre calculée d'une part sur un échantillon avec parois rigides et d'autre part sur un échantillon soumis à des conditions aux limites périodiques (PBC).

Chapitre 3

Introduction de la lubrification dans le modèle DEM-PFV

Dans ce chapitre, les interactions à courtes portées, à savoir la lubrification, sont étudiées. Les différents efforts de lubrification qui sont générés par les éventuels mouvements relatifs entre les particules en interaction sont présentés. Le modèle complet DEM-PFV incluant la lubrification est exposé à la fin du chapitre.

Sommaire

3.1	Forces et couples de lubrification	62
3.2	Force de lubrification tangentielle et comparaison avec une solution éléments finis	65
3.3	Elasticité des contacts lubrifiés	66
3.4	Rugosité des surfaces des particules	68
3.5	Cycle de calcul du modèle DEM-fluide incluant les forces de lubrification	70

3.1 Forces et couples de lubrification

Soient deux particules k et k' en mouvement relatif arbitraire l'une par rapport à l'autre. Les particules k et k' de rayon a_k et $a_{k'}$ respectivement, sont en mouvement avec des vitesses de translation v_k^s et $v_{k'}^s$ et des vitesses de rotation ω_k^s et $\omega_{k'}^s$ respectivement. Soit a leur rayon moyen défini par $a = (a_k + a_{k'})/2$ et h est la distance entre les surfaces des particules. Le mouvement relatif entre les deux particules peut se décomposer en quatre mouvements relatifs élémentaires par rapport au repère local $(\mathbf{n}, \mathbf{t}, \mathbf{p})$ comme le montre la figure 3.1 :

- mouvement normal (n) dû au rapprochement des particules dans la direction normale.
- mouvement tangentiel (s) dû à la rotation des particules dans le même sens autour de l'axe tangentiel.
- mouvement de roulement (r) dû à la rotation des particules dans le sens contraire autour de l'axe tangentiel.
- mouvement de torsion (t) dû à la rotation des particules dans le sens contraire autour de l'axe normal.

Nous introduisons la vitesse de rotation du repère local ω_l reliée aux particules en interaction par $\omega_l = (v_{k'}^s - v_k^s) \times \mathbf{n} / (a_k + a_{k'} + h)$.

En supposant que les particules sont de tailles égales et de rayon a , les forces et couples de lubrification générés par les mouvements élémentaires définis ci-dessus sont développés analytiquement par Jeffrey et Onishi [JO84a] et Frankel et Acrivos [FA67] et définis par :

$$\mathbf{F}_n^L = \frac{3}{2} \pi \eta \frac{a^2}{h} \mathbf{v}_n^s \quad (3.1)$$

$$\mathbf{F}_s^L = \frac{\pi \eta}{2} \left(-2a + (2a + h) \ln \left(\frac{2a + h}{h} \right) \right) \mathbf{v}_t^s \quad (3.2)$$

$$\mathbf{C}^r = \pi \eta a^3 \left(\frac{3}{2} \ln \frac{a}{h} + \frac{63}{500} \frac{h}{a} \ln \frac{a}{h} \right) \omega_t^s \quad (3.3)$$

$$\mathbf{C}^t = \pi \eta a^2 h \ln \frac{a}{h} \omega_n^s \quad (3.4)$$

où $\mathbf{v}_n^s = ((\mathbf{v}_{k'}^s - \mathbf{v}_k^s) \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}$ est la vitesse relative normale de translation, $\mathbf{v}_t^s = (a_k(\omega_k^s - \omega_l) + a_{k'}(\omega_{k'}^s - \omega_l) \times \mathbf{n})$ est la vitesse relative tangentielle de translation entre k et k' , $\omega_t^s = ((\omega_k^s - \omega_{k'}^s) \cdot \mathbf{t}) \mathbf{t}$ est la vitesse relative tangentielle de rotation et $\omega_n^s = ((\omega_k^s - \omega_{k'}^s) \cdot \mathbf{n}) \mathbf{n}$.

Les forces de lubrification normale \mathbf{F}_n^L et tangentielle \mathbf{F}_s^L sont basées sur le modèle de Frankel et Acrivos [FA67] développé à partir de l'équation de

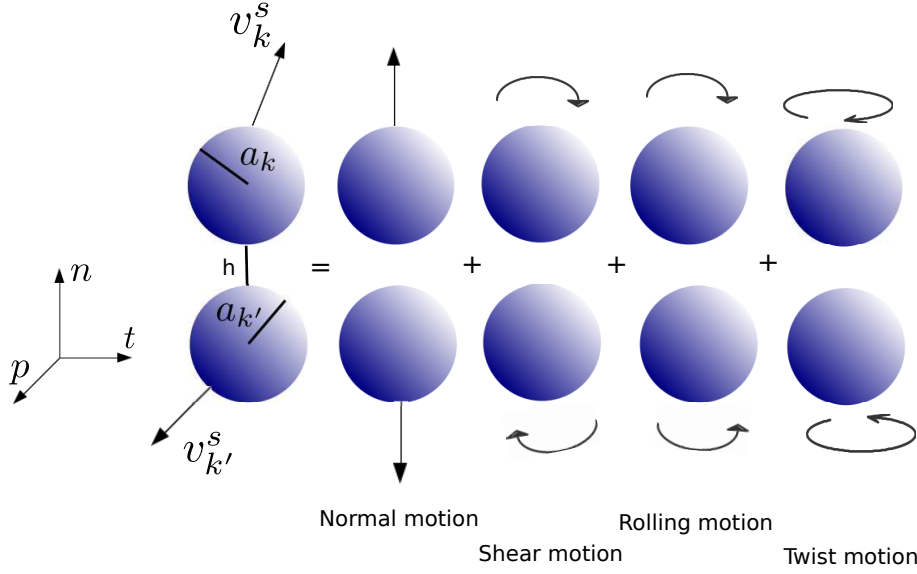


FIGURE 3.1 – Mouvements relatifs élémentaires entre deux particules en interaction.

conservation de l'énergie au niveau des petites distances entre les particules. Les couples de roulement \mathbf{C}^r et de torsion \mathbf{C}^t sont développés dans le modèle de Jeffrey et Onishi [JO84a] basé sur la dynamique stokésienne à courtes portées. La raison de ce choix sera expliquée par la suite.

La force de lubrification totale \mathbf{F}_k^L (respectivement $\mathbf{F}_{k'}^L$) appliquée par la particule k' sur la particule k (respectivement par la particule k sur la particule k') et le couple total \mathbf{C}_k^L (respectivement $\mathbf{C}_{k'}^L$) appliqué par la particule k' sur la particule k (respectivement par la particule k sur la particule k') par rapport au centre de la particule considérée s'écrivent :

$$\mathbf{F}_k^L = -\mathbf{F}_{k'}^L = \mathbf{F}_n^L + \mathbf{F}_s^L \quad (3.5)$$

$$\mathbf{C}_k^L = \left(\frac{a_k^2 - a_{k'}^2}{2(a_k + a_{k'} + h)} + \frac{a_k + a_{k'} + h}{2} \right) \mathbf{F}_s^L + \mathbf{C}^r + \mathbf{C}^t \quad (3.6)$$

$$\mathbf{C}_{k'}^L = \left(\frac{a_k^2 - a_{k'}^2}{2(a_k + a_{k'} + h)} - \frac{a_k + a_{k'} + h}{2} \right) \mathbf{F}_s^L - \mathbf{C}^r - \mathbf{C}^t \quad (3.7)$$

La figure 3.2 montre l'évolution de la composante tangentielle des forces et couples de lubrification en fonction de la distance interparticulaire h normalisée par la taille des particules.

Quand les deux particules en interaction sont très proches l'une de l'autre, les forces de lubrification normale F_n^L et tangentielle F_s^L et les couples de lu-

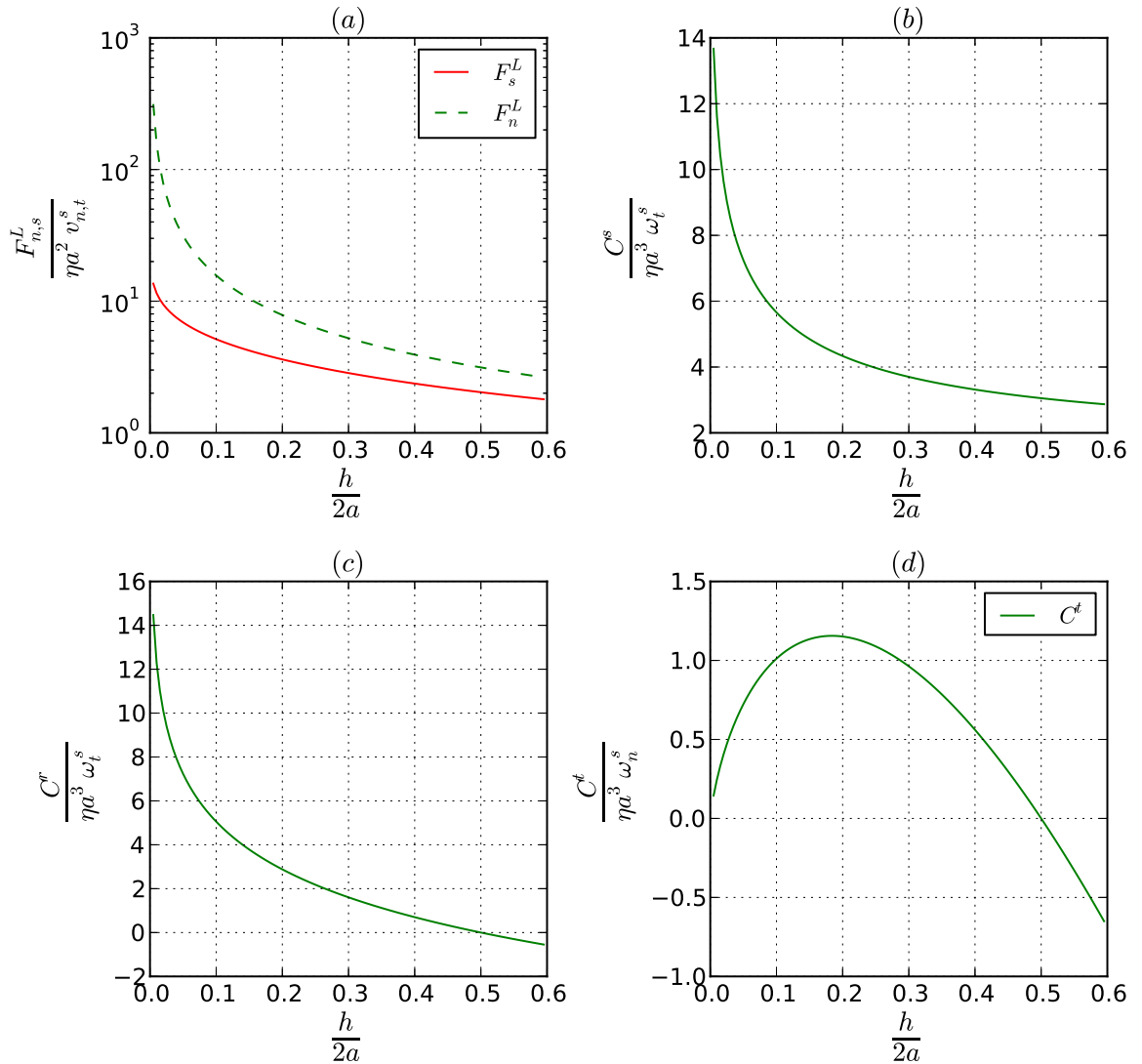


FIGURE 3.2 – Evolution des forces et couples de lubrification en fonction de la distance interparticulaire h normalisée par la taille des particules $2a$: (a) : force de lubrification normale et tangentielle, (b) : couple de lubrification tangentielle, (c) : couple de roulement, (d) : couple de torsion.

brification tangentielle C^s et de roulement C^r divergent. En augmentant h , les particules s'éloignent l'une de l'autre et ces forces et couples tendent vers 0. Le couple de torsion C^t ne suit pas la même évolution, il tend vers zéro quand les particules sont en contact.

3.2. FORCE DE LUBRIFICATION TANGENTIELLE ET COMPARAISON AVEC UNE SOLUTION

La figure (3.2.a) compare l'évolution de la force de lubrification normale F_n^L et celle de la lubrification tangentielle F_s^L . Nous remarquons que la divergence de la force de lubrification normale ($O(\frac{1}{h})$) est beaucoup plus importante que celle de la lubrification tangentielle ($O(\ln \frac{1}{h})$) quand les particules sont très proches l'une de l'autre. C'est pour cette raison que certains auteurs ne tiennent compte que de la force de lubrification normale et négligent la force de lubrification tangentielle [ACE99, LRC09, SMMD13].

3.2 Force de lubrification tangentielle et comparaison avec une solution éléments finis

Afin de vérifier la validité des différentes approximations des forces de lubrification pour différentes distances interparticulaires h , une comparaison avec la solution éléments finis (FEM) a été faite sur une simple configuration de particules tournant sur elles-même dans une assemblée régulière de particules identiques (figure 3.3).

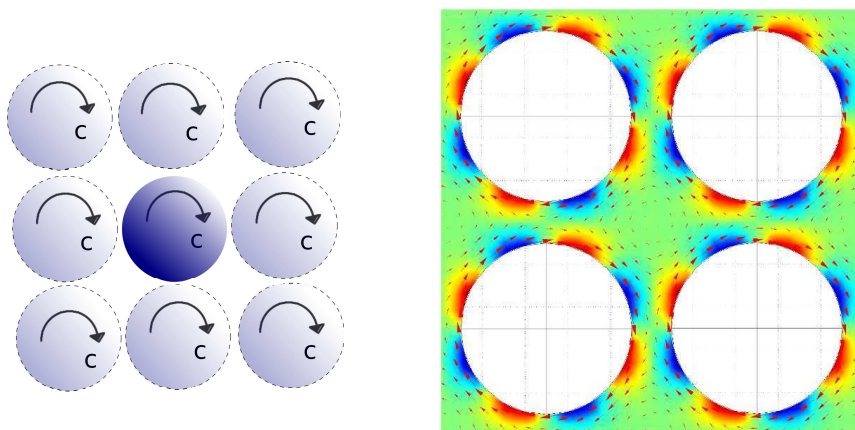


FIGURE 3.3 – Configuration : réseau régulier de sphères en rotation (à gauche). Les champs de pression (couleurs) et de vitesse (flèches) autour de la particule (à droite).

La figure 3.4 montre la comparaison entre la solution éléments finis pour le couple de lubrification tangentielle en fonction de la distance interparticulaire, la solution de Frankel et Acrivos [FA67] et celle de Jeffrey et Onishi

[JO84a] :

$$\mathbf{C}_s^{L,F\&A} = \frac{\pi}{2} \eta \left(-2a + (2a + h) \ln \frac{2a + h}{h} \right) \left(\frac{a_k^2 - a_{k'}^2}{2(a_k + a_{k'} + h)} + \frac{a_k + a_{k'} + h}{2} \right) \mathbf{v}_t^s \quad (3.8)$$

$$\mathbf{C}_s^{L,JO} = \pi \eta a \ln \frac{a}{h} \left(\frac{a_k^2 - a_{k'}^2}{2(a_k + a_{k'} + h)} + \frac{a_k + a_{k'} + h}{2} \right) \mathbf{v}_t^s \quad (3.9)$$

Les deux expressions de la force de lubrification tangentielle sont asymptotiquement équivalentes quand $h \rightarrow 0$. Mais les résultats montrent que l'expression développée par Frankel et Acrivos (équation 3.8) est en meilleure concordance avec la solution FEM pour les petites distances ($h/2a < 0.1$). Les deux expressions sous-estiment la solution FEM pour $h/2a > 0.1$, ce qui n'est pas surprenant dans la mesure où il s'agit d'expressions asymptotiques. La solution de Jeffrey et Onishi (équation 3.9) donne des valeurs négatives du couple C_s pour les grands h . Ceci peut affecter notamment la stabilité du modèle numérique. Ainsi, la solution développée par Frankel et Acrivos est appropriée pour être implémentée dans le modèle numérique.

3.3 Elasticité des contacts lubrifiés

L'interaction normale entre deux particules élastiques dans un fluide visqueux est décrite par le schéma visco-élastique de Maxwell (figure 3.5). Le couplage entre la lubrification et l'élasticité est similaire à celui adopté par Rognon [REG11].

Si k_n est la raideur normale des contacts et $\nu_n(h) = \frac{3}{2} \pi \eta \frac{a^2}{h}$ est la viscosité instantanée définie par l'équation 3.1 tel que $F_n^L = \nu_n(h) v_n^s$, la vitesse d'approche entre les deux surfaces est $\dot{h} = v_n^s - \dot{u}_n^e$. k_n est la même rigidité utilisée pour le modèle des contacts DEM et le modèle de lubrification visco-élastique et u_n^e est la déformation élastique donnée par $u_n^e = F_n^L / k_n$. L'évolution de la force de lubrification normale obéit à l'équation différentielle suivante :

$$F_n^L = \nu_n(h) \left(v_n^s - \frac{\dot{F}_n^L}{k_n} \right) \quad (3.10)$$

Cette equation est intégrée dans le temps en utilisant la forme suivante :

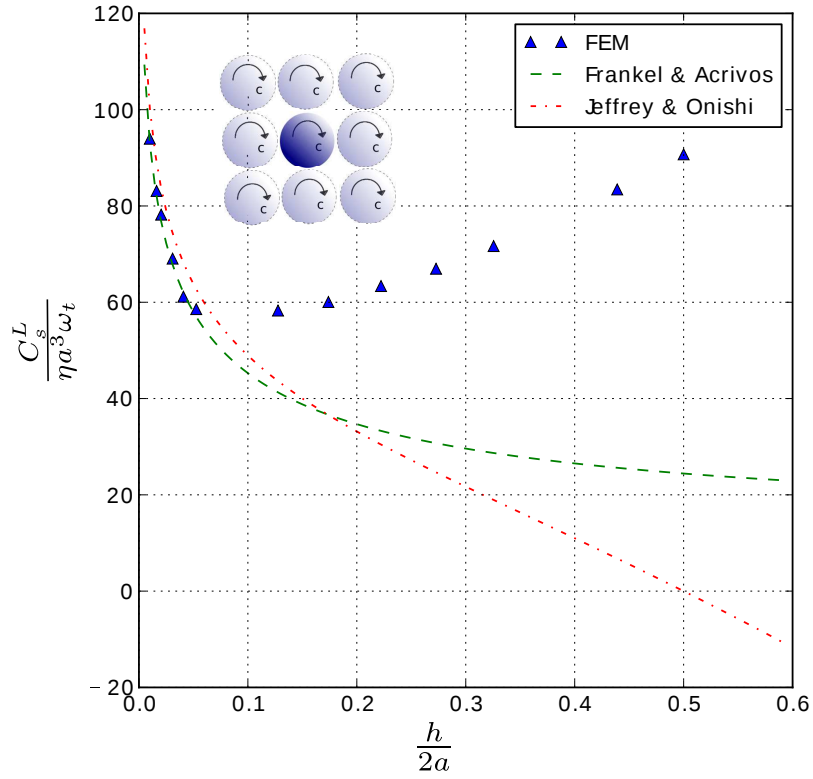


FIGURE 3.4 – Comparaison des couples de lubrification tangentielle pour le cas d’un réseau régulier de particules identiques en rotation. h est la distance entre les surfaces des particules de rayon a .

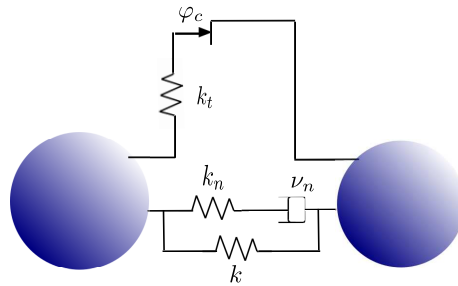


FIGURE 3.5 – Schéma viscoélastique.

$$\dot{F}_n^L = k_n \left(v_n^s - \frac{F_n^L}{\nu_n(h)} \right) \quad (3.11)$$

En utilisant la méthode des différences finies, la force normale F_n^L peut

être écrite sous la forme $\dot{F}_n^L = (F_n^{L,+} - F_n^{L,-})/\Delta t$ avec $F_n^{L,+} = F_n^L(t + dt)$ et $F_n^{L,-} = F_n^L(t)$. En substituant cette relation dans l'équation 3.11, nous obtenons :

$$F_n^L = F_n^{L,+} = \frac{\nu_n(h) \left(v_n^s + \frac{F_n^{L,-}}{k_n \Delta t} \right)}{1 + \frac{\nu_n(h)}{k_n \Delta t}} \quad (3.12)$$

3.4 Rugosité des surfaces des particules

Quand deux particules s'approchent l'une de l'autre, la distance entre leurs surfaces diminue et la pression au niveau du gap augmente et tend vers l'infini (figure 3.6). Ceci crée la force de lubrification qui pénalise le mouvement des particules et les empêche, théoriquement, de se toucher. Or, en réalité, il est évident que deux particules bougeant dans un fluide visqueux peuvent entrer en contact. Dans ce cas là, il est nécessaire de prendre en compte la rugosité des particules (figure 3.7) [REG11, MCC13].

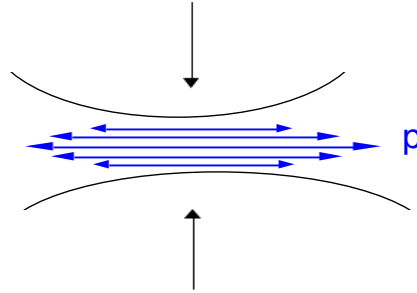


FIGURE 3.6 – Pression au niveau du gap séparant deux particules en interaction très proches l'une de l'autre.

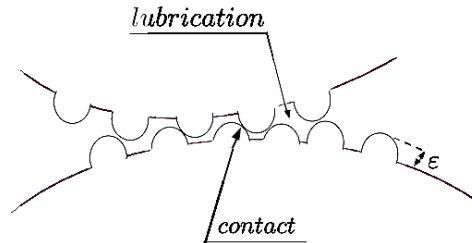


FIGURE 3.7 – Contact entre deux particules grâce à la rugosité de leurs surfaces de taille ε .

Les particules peuvent ainsi entrer en contact à travers leurs surfaces rugueuses de taille ε et la distance interparticulaire h est de l'ordre de ε (figure 3.8).

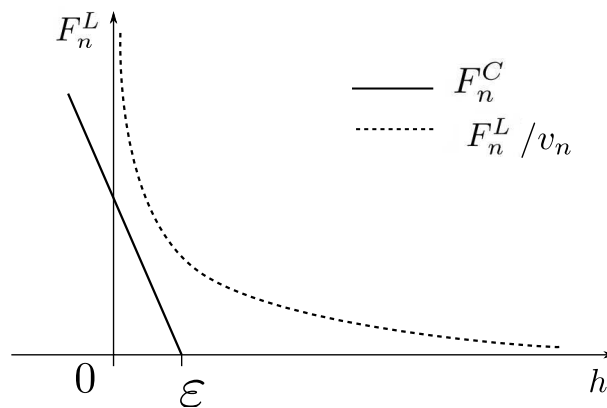


FIGURE 3.8 – Evolution de la force de contact et la force de lubrification normale normalisée en fonction de la distance entre les particules. ε définit la rugosité de la surface de la particule.

L'avantage numérique de la combinaison entre le modèle visco-élastique et la rugosité au contact est que, pratiquement, h ne va jamais atteindre la valeur zéro dans les simulations.

3.5 Cycle de calcul du modèle DEM-fluide incluant les forces de lubrification

Les expressions des forces et couples de lubrification sont implémentées dans le modèle DEM-PFV. Le cycle de calcul du modèle complet DEM-fluide est résumé par le schéma ci-dessous (figure 3.9).

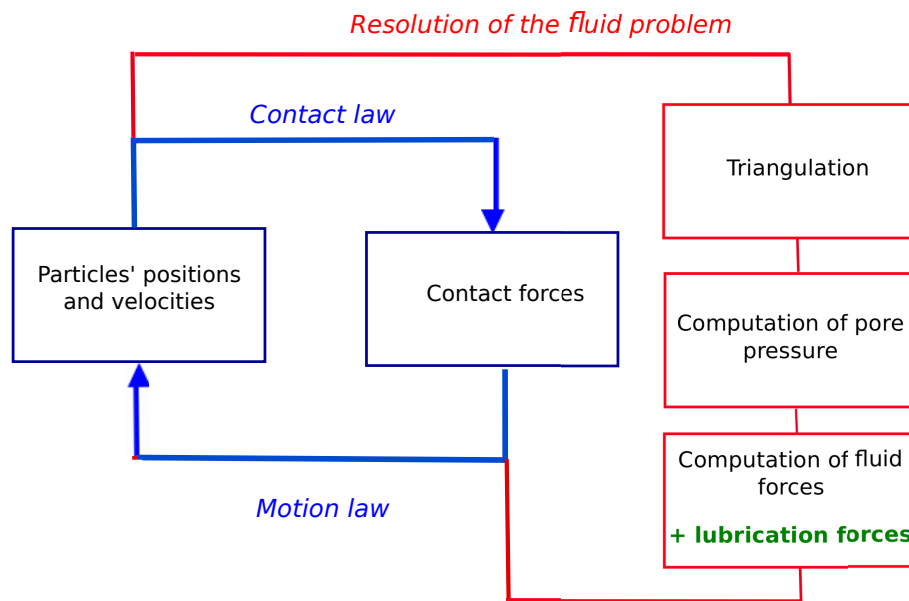


FIGURE 3.9 – Cycle de calcul du modèle DEM-PFV incluant les forces de lubrification.

Chapitre 4

Rhéologie des suspensions denses

Dans ce chapitre, nous appliquons le modèle DEM-fluide incluant la lubrification pour étudier la rhéologie d'une suspension dense soumise à un écoulement de cisaillement à pression imposée. Le rapport de contraintes μ et la compacité ϕ sont tracés en fonction du nombre visqueux I_v . La sensibilité aux différents paramètres imposés est étudiée par la suite en termes de $\mu(I_v)$. Celle-ci est comparée aux lois empiriques déduites des expériences, d'où le choix d'ordre de présentation des résultats. Les variables de la microstructure sont aussi étudiées et montrent l'existence d'un enjeu complexe entre les interactions de contact et les interactions hydrodynamiques.

Sommaire

4.1	Configuration et conditions aux limites	72
4.2	Contrainte de cisaillement	73
4.3	Couplage poromécanique	76
4.4	Lois constitutives $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$	78
4.4.1	Contribution des efforts de lubrification à la contrainte de cisaillement et à la compacité	78
4.4.2	Contraintes de contact et contraintes de lubrification	81
4.5	Étude paramétrique	82
4.5.1	Densité initiale	82
4.5.2	Rugosité des particules	84
4.5.3	Contrainte normale imposée	87
4.5.4	Taux de cisaillement	90
4.6	Contraintes normales	93
4.7	Microstructure de la suspension	94
4.8	Conclusion	97

4.1 Configuration et conditions aux limites

Nous générons un échantillon de grains sphériques. Les propriétés géométriques et mécaniques des particules immergées dans un fluide incompressible de viscosité dynamique $\eta = 200 Pa.s$ sont résumées dans le tableau 4.1.

TABLE 4.1 – Essai de cisaillement simple : propriétés des particules

Nombres	$N = 1000$
Rayon moyen	$a = 0.05m \pm 0.01$
Taille de rugosité des surfaces	$\varepsilon = 0.035 a$
Densité	$\rho_p = 2500 kg/m^3$
Angle de frottement	$\varphi = 30^\circ$
Rigidité normale des contacts	$k_n/a = 5e5 Pa$
Rigidité tangentielle des contacts	$k_s/a = k_n/2$

L'échantillon, de taille $12a \times 18a \times 12a$, est d'abord confiné sous une contrainte normale constante $T_y = 750 Pa$, puis soumis à un écoulement de cisaillement sans gravité entre deux plaques horizontales distantes de $H = 18a$. La vitesse de cisaillement est $V = \pm 1.5m/s$ et la plaque en $y = 0$ est imperméable alors que la plaque en $y = H$ est perméable pour que le fluide puisse sortir. Des conditions aux limites périodiques sont appliquées dans les directions x et z . Afin d'éviter le glissement contre les plaques, les sphères qui sont en contact avec les plaques sont fixées à celles-ci en appliquant des contacts cohésifs.

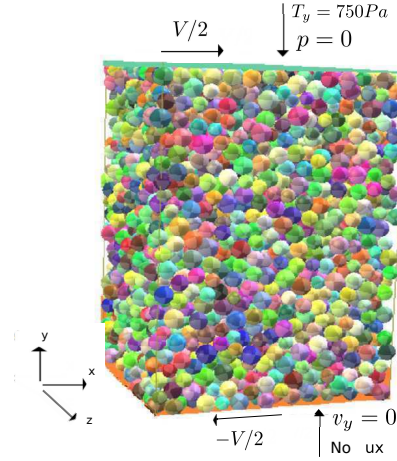


FIGURE 4.1 – Cellule de simulation d'un écoulement de cisaillement simple et conditions aux limites.

4.2 Contrainte de cisaillement

La contrainte totale appliquée sur l'échantillon est :

$$\mathbf{T} = \frac{\mathbf{F}}{S} \quad (4.1)$$

où \mathbf{F} est la force appliquée sur la plaque supérieure et S désigne sa surface. Dans cette section, on présentera les résultats pour un nombre inertiel $I = 0.14$ et un nombre visqueux $I_v = 0.223$.

La figure 4.2 montre l'évolution de la contrainte de cisaillement T_x en fonction de la déformation de l'échantillon $\gamma = \int_t \dot{\gamma} dt$ où $\dot{\gamma}$ est le taux de cisaillement défini par :

$$\dot{\gamma} = \frac{V}{H} \quad (4.2)$$

Quand la vitesse de cisaillement est appliquée, un régime transitoire est observé. Il est caractérisé par une augmentation puis une diminution de la contrainte de cisaillement, une diminution de la compacité et une dépression du fluide. Le milieu atteint un régime stationnaire pour les grandes déformations dans lequel la contrainte de cisaillement et la compacité sont approximativement constantes et la pression est à peu près nulle.

La contrainte de cisaillement peut être calculée différemment. Elle est la somme de la contrainte de contact σ^C , la pression p associée au couplage

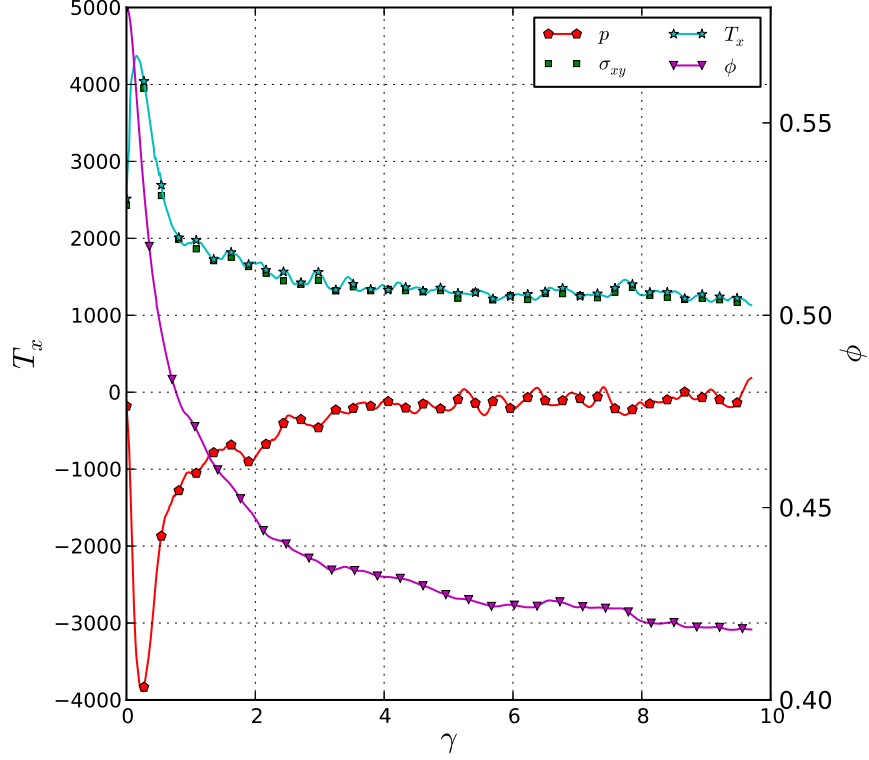


FIGURE 4.2 – Evolution de la contrainte de cisaillement T_x [Pa], de la pression p [Pa] du fluide et de la compacité ϕ en fonction de la déformation γ .

poromécanique [CCB14], la contrainte inertielle σ^I [SJ81] et la contrainte de lubrification σ^L . Cette dernière contribution peut être décomposée comme la somme de la contrainte de lubrification tangentielle σ^{LS} et de la contrainte de lubrification normale σ^{LN} [ACE99] :

$$\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}^C + \boldsymbol{\sigma}^L + p\mathbf{I} + \boldsymbol{\sigma}^I \quad (4.3)$$

Avec :

$$\boldsymbol{\sigma}^C = \frac{1}{V} \sum_i \mathbf{F}_i^C \otimes \mathbf{l}_i \quad (4.4)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^L = \frac{1}{V} \sum_i \mathbf{F}_i^L \otimes \mathbf{l}_i \quad (4.5)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^I = \sum_k m_k \mathbf{v}_k \otimes \mathbf{v}_k \quad (4.6)$$

F^C et F^L sont les forces de contact et les forces de lubrification respectivement telle que F^L est la somme de la force de lubrification normale F_n^L et de la force de lubrification tangentielle F_s^L . V est le volume de la suspension. m_k et v_k sont la masse et la vitesse de la particule k respectivement. Le symbole \otimes désigne le produit dyadique. Il peut être vérifié dans la figure 4.2 où T_x et σ_{xy} sont tracées, que les deux expressions sont en accord.

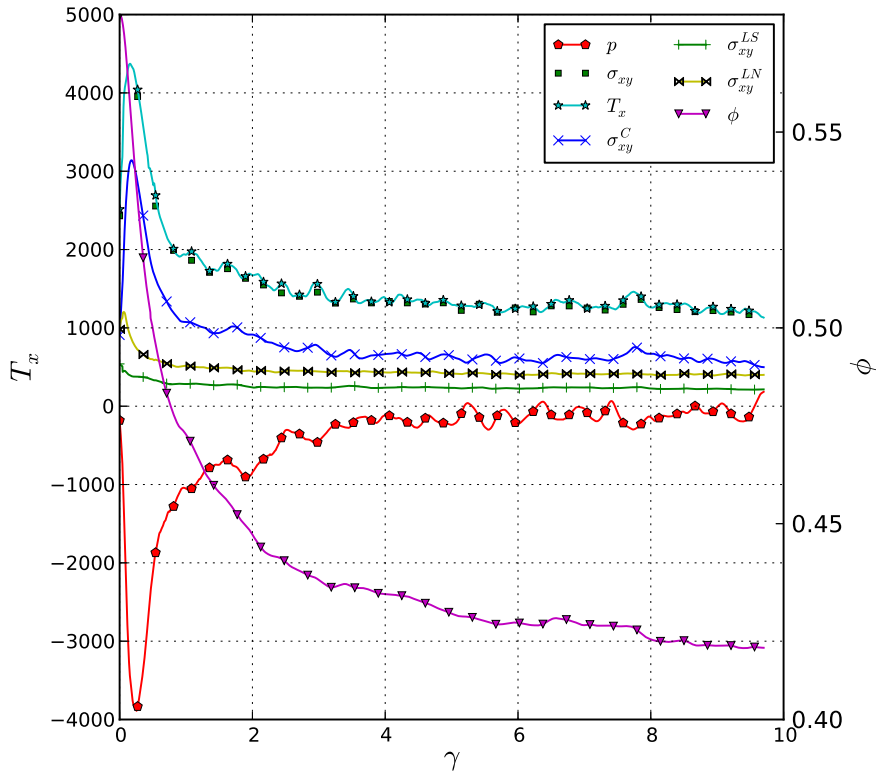


FIGURE 4.3 – Evolution de la contrainte de cisaillement T_x [Pa], de la pression p [Pa] du fluide et de la compacité ϕ en fonction de la déformation γ . T_x (*) est la somme de la contrainte de contact σ_{xy}^C (x), la contrainte de lubrification normale σ_{xy}^{LN} (x) et la contrainte de lubrification tangentielle σ_{xy}^{LS} (+).

La figure 4.3 montre l'évolution des différentes contributions des contraintes définies dans l'équation 4.3 dans la direction de cisaillement, en fonction de la déformation γ pour un nombre visqueux $I_v = 0.223$. La contrainte σ_{xy}^I , non représentée dans la figure, est faible et ne représente que 2.5% de la contrainte totale T_x . Ceci montre que le milieu est dominé par les contacts et les effets visqueux dans la gamme des paramètres étudiée. Ensuite, la contrainte de contact σ_{xy}^C contribue, d'environ cinquante pourcent à la contrainte totale ($\sigma_{xy}^C \simeq 50\% T_x$) et la contrainte de lubrification normale et tangentielle contribuent à la deuxième moitié telles que $\sigma_{xy}^{LN} \simeq 30\% T_x$ et $\sigma_{xy}^{LS} \simeq 20\% T_x$.

Ces résultats numériques montrent que pour $I_v = 0.223$ les contacts sont dominants et que la force de lubrification tangentielle ne peut pas être négligée devant la force de lubrification normale. Ces observations seront examinées en détails plus tard en variant la viscosité du fluide.

4.3 Couplage poromécanique

Nous génèrons deux simulations, une en appliquant les forces de pression associées au couplage poromécanique et une autre sans les forces de pression. La figure 4.4 montre l'évolution de la contrainte de cisaillement T_x et la compacité ϕ pour les deux cas en fonction de la déformation γ .

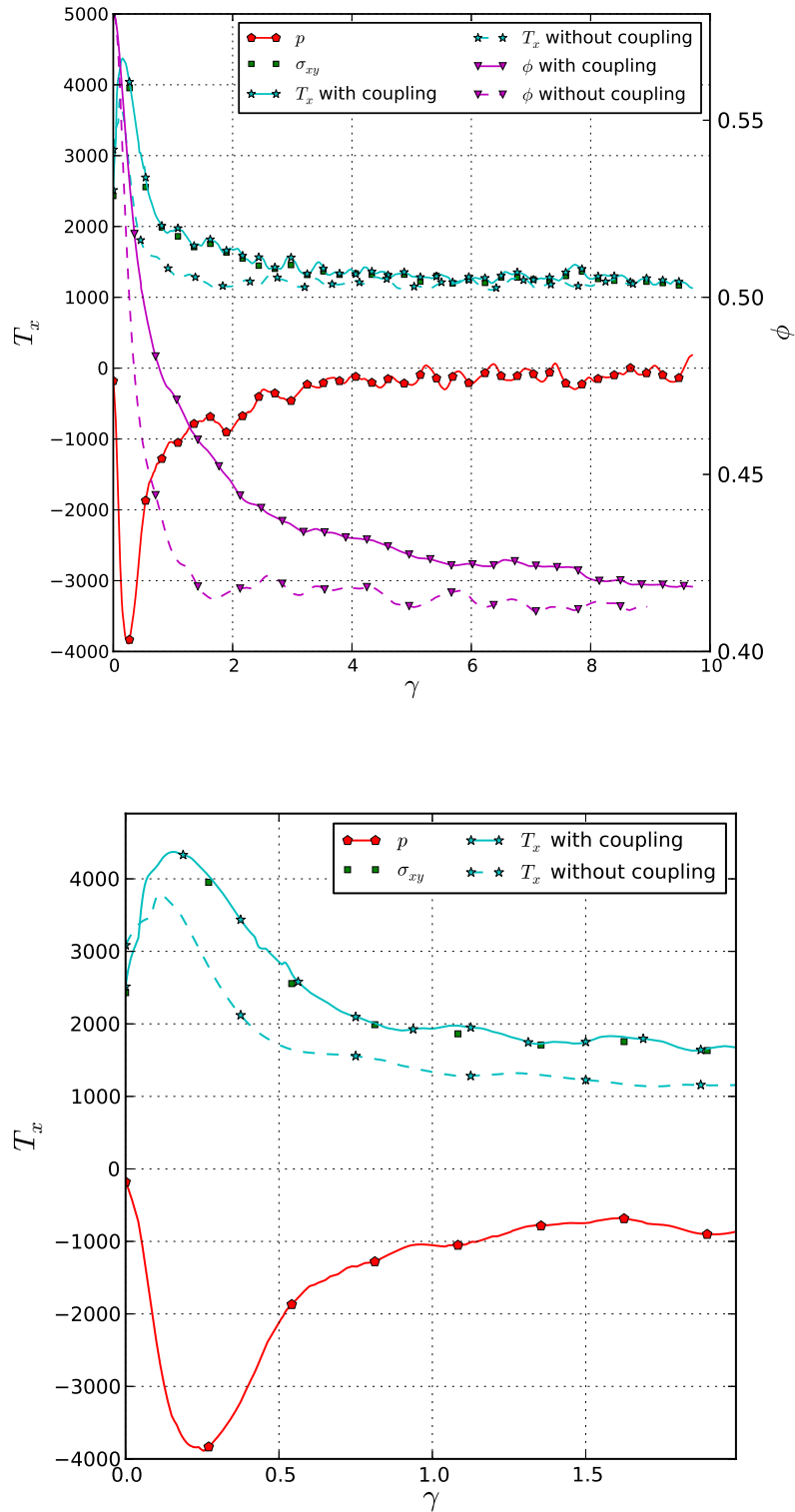


FIGURE 4.4 – L'évolution de la contrainte de cisaillement $T_x [Pa]$ et la compacité ϕ en fonction de γ pour deux cas : un quand les forces de pression associées au couplage poromécanique sont appliquées (en trait continu) et un autre sans les forces de pression (en trait discontinu).

Le régime transitoire est caractérisé par une augmentation puis une diminution de la contrainte de cisaillement, une diminution de la compacité et une dépression du fluide. Ce dernier effet engendre une contrainte effective plus grande dans le cas couplé. Le couplage poromécanique n'a aucun effet visible en régime permanent : la contrainte de cisaillement et la compacité atteignent des valeurs similaires dans les deux cas.

4.4 Lois constitutives $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$

L'évolution du rapport de contraintes $\mu = T_x / T_y$ et de la compacité ϕ en fonction du nombre visqueux I_v sont représentés dans la figure 4.5. Les contributions des forces et couples de lubrification au rapport de contraintes μ et à la compacité ϕ sont analysées pour différentes valeurs du nombre visqueux I_v . Celui-ci est défini par :

$$I_v = \frac{\eta |\dot{\gamma}|}{T_y} \quad (4.7)$$

4.4.1 Contribution des efforts de lubrification à la contrainte de cisaillement et à la compacité

La figure 4.5 compare les résultats numériques, représentés par les symboles, aux lois phénoménologiques proposées par Boyer et al [BGP11]. Les différentes valeurs reportées sur cette figure sont obtenues dans le régime permanent en augmentant la viscosité du fluide η et en gardant le taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ et la contrainte normale imposée T_y constants. Les courbes de la contrainte de cisaillement totale en fonction de la déformation macroscopique $T_x(\gamma)$ sont représentées dans l'encadré de la figure 4.5 pour différentes valeurs de viscosité du fluide.

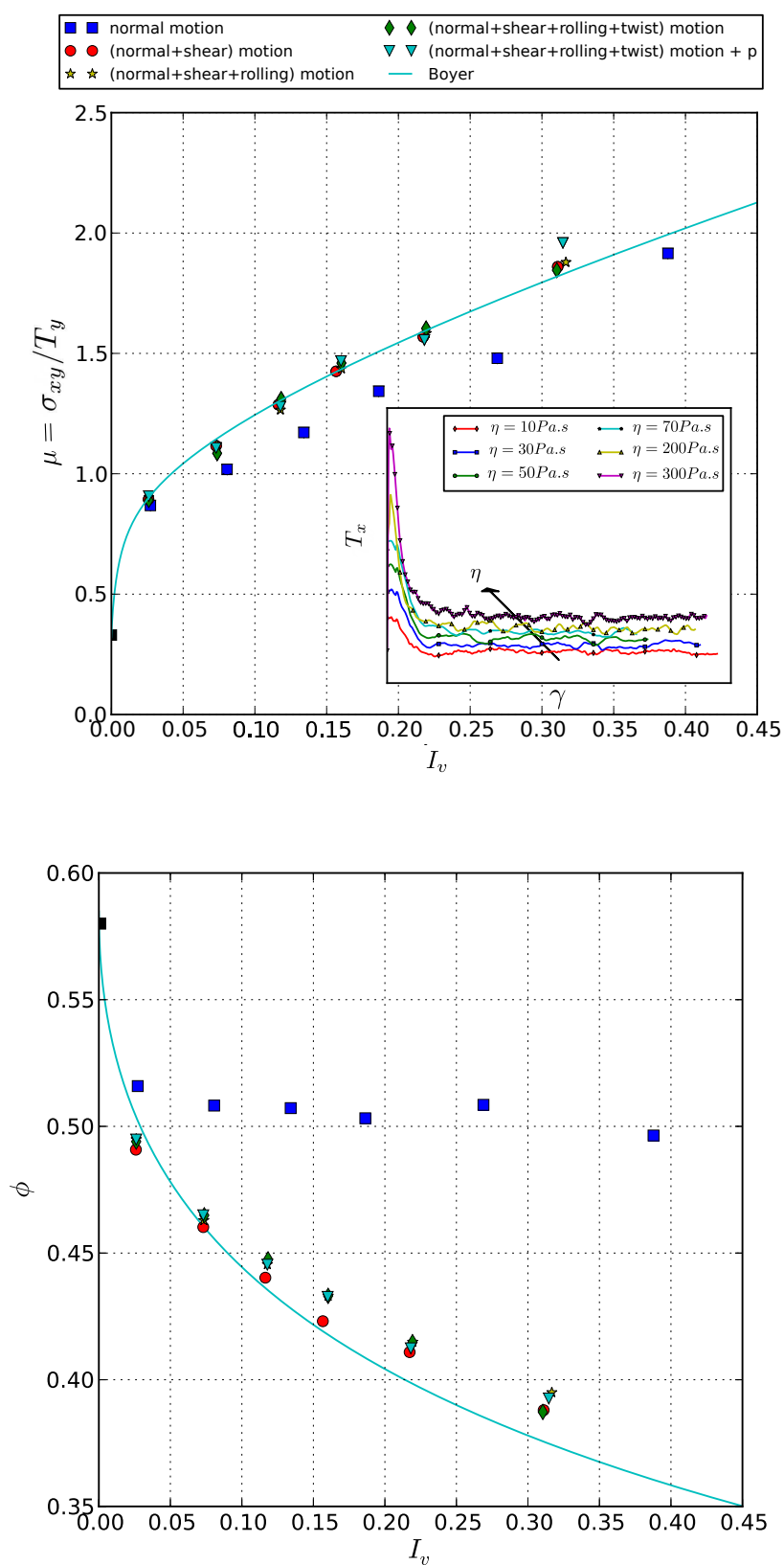


FIGURE 4.5 – Contribution des forces et couples de lubrification au rapport de contraintes $\mu(I_v)$ et à la compacité $\phi(I_v)$. Les résultats numériques représentés par les symboles sont comparés aux lois phénoménologiques tirées des expériences de Boyer et al [BGP11] représentées par la ligne continue bleue.

Plusieurs simulations incluant différentes combinaisons d'efforts hydrodynamiques définis dans 3.1 sont examinées. Le résultat pour $I_v = 0$ correspond au cas sec où les efforts hydrodynamiques sont nuls. Le coefficient de frottement et la compacité obtenus dans ce cas là s'harmonisent bien avec les valeurs trouvées dans les expériences de Boyer et al [BGP11], à savoir, $\mu_1 = 0.33$ et $\phi_{max} = 0.58$.

Dans une première série de simulations, nous ne considérons que la force de lubrification normale. Le résultat, représenté par les carrés bleus, montre que le rapport de contraintes est proche de celui trouvé expérimentalement. La force de lubrification normale contribue alors beaucoup à la contrainte de cisaillement appliquée sur l'échantillon. La courbe $\phi(I_v)$ avec lubrification normale seule, montre qu'en augmentant la viscosité du fluide, la compacité reste à peu près constante pour $I_v > 0.02$. La simulation de la force de lubrification normale seule donne un rapport de contraintes satisfaisant mais elle surestime la compacité du milieu.

Dans une deuxième série de simulations, la force de lubrification tangentielle est appliquée. La courbe $\mu(I_v)$ augmente légèrement pour s'approcher de la courbe expérimentale. La compacité, quand à elle, diminue beaucoup et la courbe $\phi(I_v)$ coïncide avec la courbe phénoménologique. La force de lubrification tangentielle contribue alors à la contrainte de cisaillement et joue un rôle très important dans la dilatance du milieu.

En appliquant le couple de roulement et le couple de torsion, le rapport de contraintes et la compacité ne changent pas beaucoup. Leurs effets sont très faibles sur le comportement de la suspension.

Les forces de pression associées au couplage poromécanique sont ajoutées dans une dernière série de simulations. Les résultats montrent que les forces de pression n'ont pas d'effet sur le rapport de contraintes ni sur la compacité en régime permanent.

Dans ce qui suit, les différents résultats analysés sont obtenus avec le modèle complet comprenant toutes les interactions hydrodynamiques présentées au chapitre 3.

4.4.2 Contraintes de contact et contraintes de lubrification

La figure 4.6 montre la contribution des différentes contraintes définies dans l'équation 4.3 à la loi $\mu(I_v)$ pour différentes valeurs de viscosité de fluide.

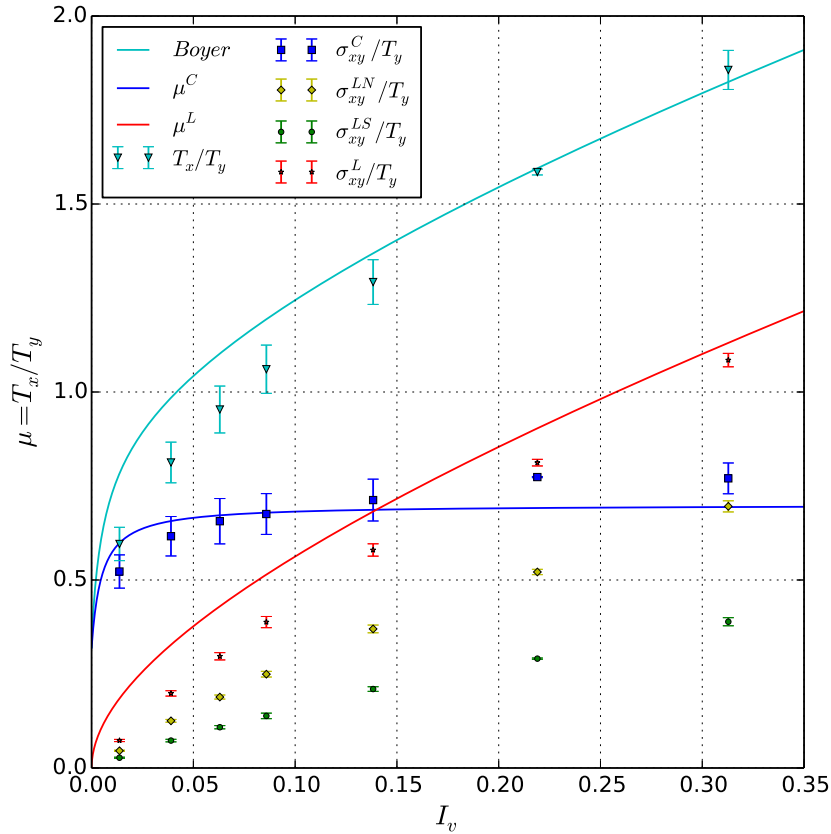


FIGURE 4.6 – Contribution de la contrainte de contact (\square), la contrainte de lubrification ($*$) somme de la contrainte de lubrification normale (\diamond) et la contrainte de lubrification tangentielle (\circ) à la loi $\mu(I_v)$. Les résultats numériques représentés par les symboles sont comparés aux lois phénoménologiques tirées des expériences de Boyer et al [BGP11] représentées par les lignes continues.

Les forces de contact jouent un rôle important quelle que soit la valeur de I_v . La contrainte de contact augmente légèrement pour $0 < I_v < 0,1$ et sature à une valeur à peu près constante pour les grands I_v . La contrainte de lubrification normale est plus importante que la contrainte de lubrification tangentielle et toutes les deux augmentent avec I_v . Les contraintes de lubrification normale et tangentielle, quant à elles, augmentent linéairement. La contrainte de lubrification normale représente deux fois celle de la lubrification tangentielle. Pour $I_v > 0.15$, la somme des deux contraintes de lubrification normale et tangentielle est supérieure à la contrainte de contact. Ce résultat met en évidence le fait que, selon la valeur de I_v , deux régimes sont observés : pour les faibles I_v , ce sont les contacts qui dominent alors que pour les grands I_v ce sont les effets hydrodynamiques qui dominent. Ceci est parfaitement compatible avec la loi constitutive déduite par Boyer et al [BGP11] définie dans l'équation 1.23. Cette loi est la somme de deux contributions : la première vient des contacts et elle est représentée par la même loi phénoménologique que pour les granulaires secs. La deuxième contribution vient des interactions hydrodynamiques et elle est modélisée par une viscosité effective qui diverge à la compacité maximale. Nos résultats numériques confirment bien le choix d'une telle rhéologie.

4.5 Etude paramétrique

4.5.1 Densité initiale

La figure 4.7 représente l'évolution de la contrainte de cisaillement T_x , la contrainte de contact σ_{xy}^C , la contrainte de lubrification normale σ_{xy}^{LN} , la contrainte de lubrification tangentielle σ_{xy}^{LS} , la pression du fluide p et la compacité ϕ en fonction de la déformation de l'échantillon pour trois états de densités initiaux différents : $\phi_0 = 0.57$, $\phi_0 = 0.60$ et $\phi_0 = 0.65$. Les courbes montrent que la densité initiale de l'échantillon joue un rôle en régime transitoire. En effet, plus l'échantillon est lâche, plus la contrainte est grande. Le régime permanent est, par contre, insensible à la densité initiale du milieu.

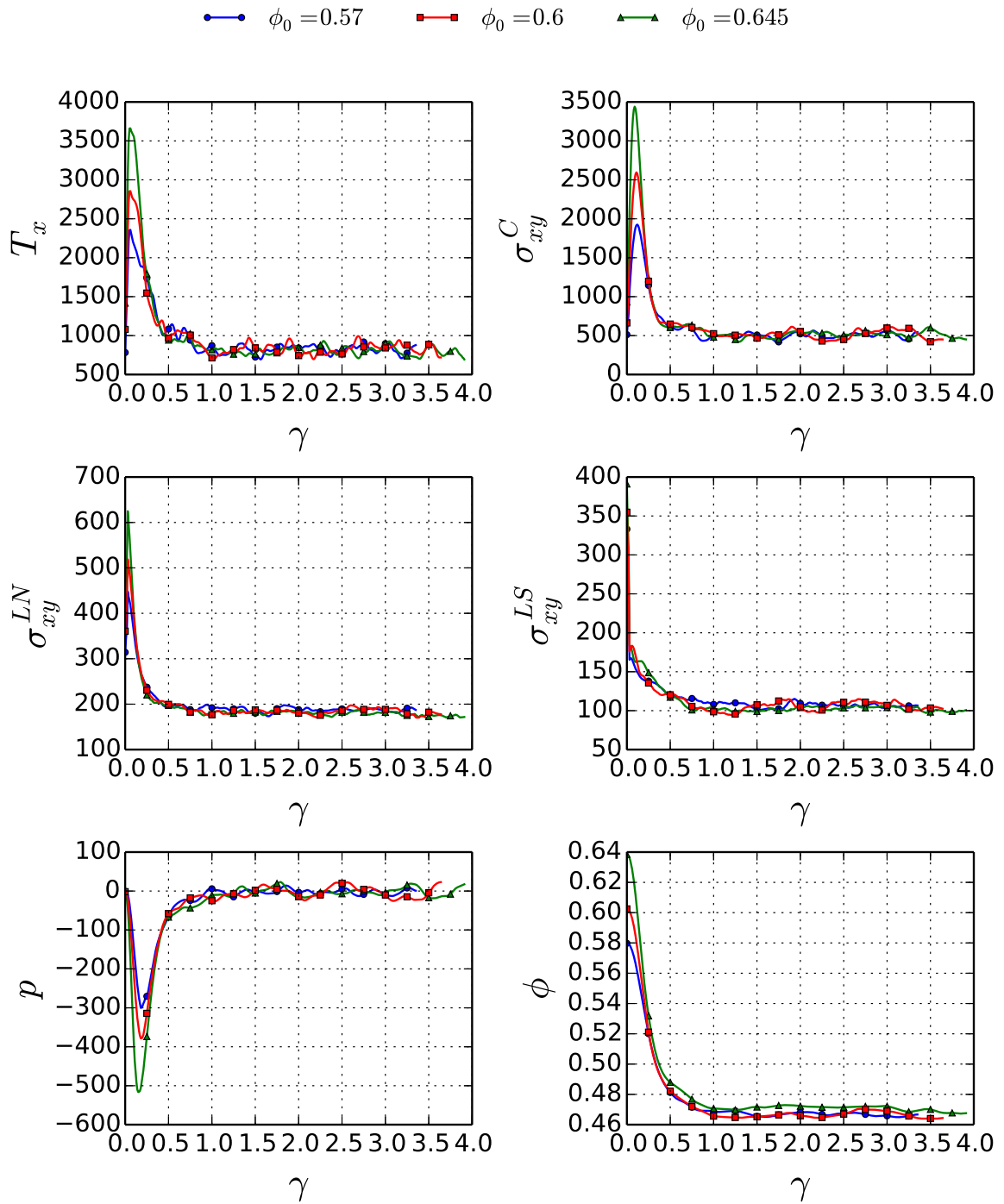


FIGURE 4.7 – Evolution de [Haut/Gauche] : la contrainte totale de cisaillement $T_x [Pa]$, la contrainte de contact $\sigma_{xy}^C [Pa]$, la contrainte de lubrification normale $\sigma_{xy}^{LN} [Pa]$, la contrainte de lubrification tangentielle $\sigma_{xy}^{LS} [Pa]$, la pression du fluide $p [Pa]$ et la compacité ϕ (droite) en fonction de la déformation γ pour des états de densités initiaux différents.

4.5.2 Rugosité des particules

La figure 4.8 représente l'évolution de la contrainte de cisaillement T_x , la contrainte de contact σ_{xy}^C , la contrainte de lubrification normale σ_{xy}^{LN} , la contrainte de lubrification tangentielle σ_{xy}^{LS} , la pression du fluide p et la compacité ϕ en fonction de la déformation de l'échantillon pour différentes valeurs de la taille de rugosité des surfaces des particules. Les valeurs atteintes au régime permanent de la compacité et des différentes contraintes sont étudiées dans la figure 4.9 en termes de $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$.

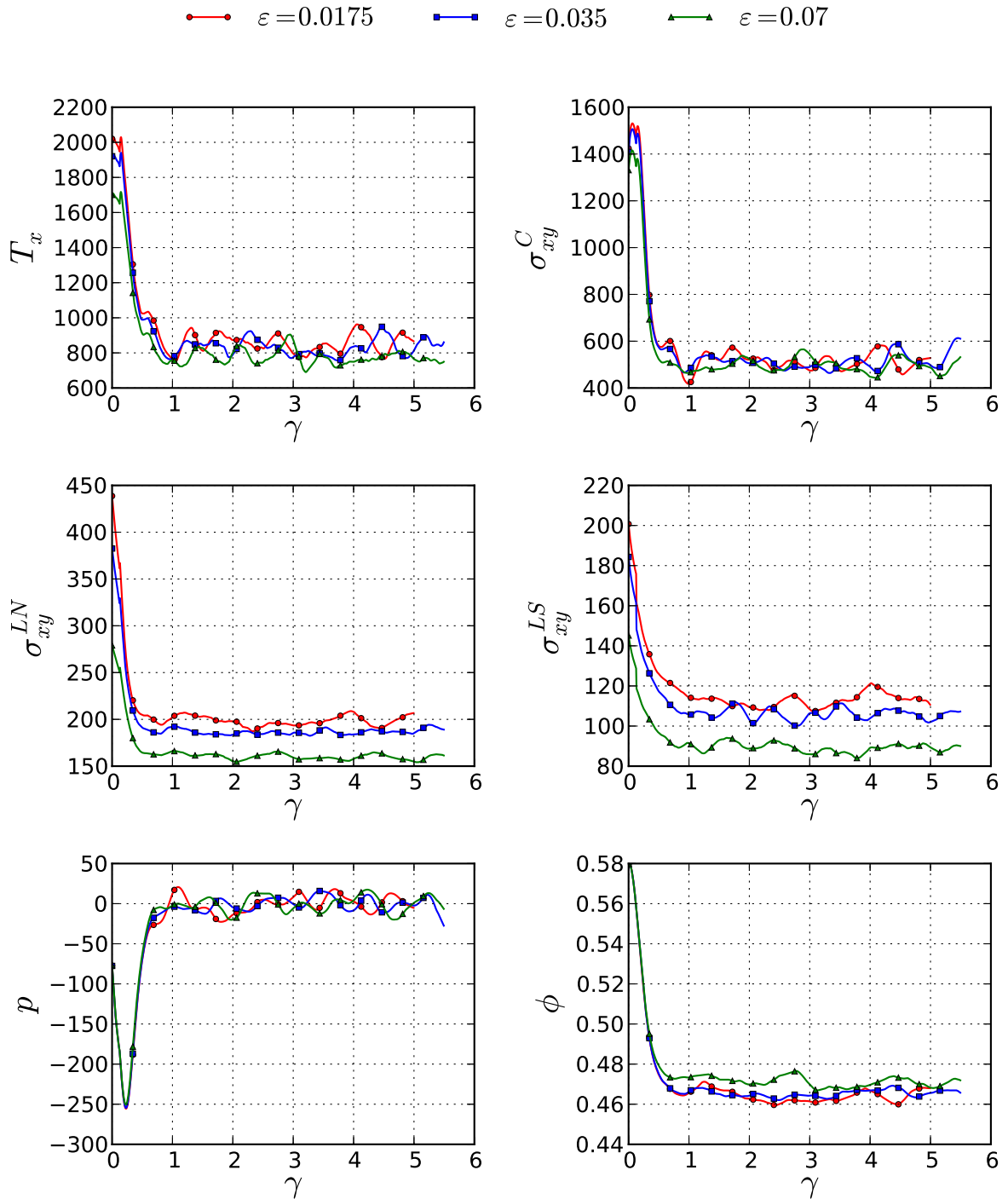


FIGURE 4.8 – Evolution de [Haut/Gauche] : la contrainte de cisaillement T_x [Pa], la contrainte de contact σ_{xy}^C [Pa], la contrainte de lubrification normale σ_{xy}^{LN} [Pa], la contrainte de lubrification tangentielle σ_{xy}^{LS} [Pa], la pression du fluide p [Pa] et la compacité ϕ en fonction de la déformation γ pour des tailles de rugosité de surfaces de particules différentes.

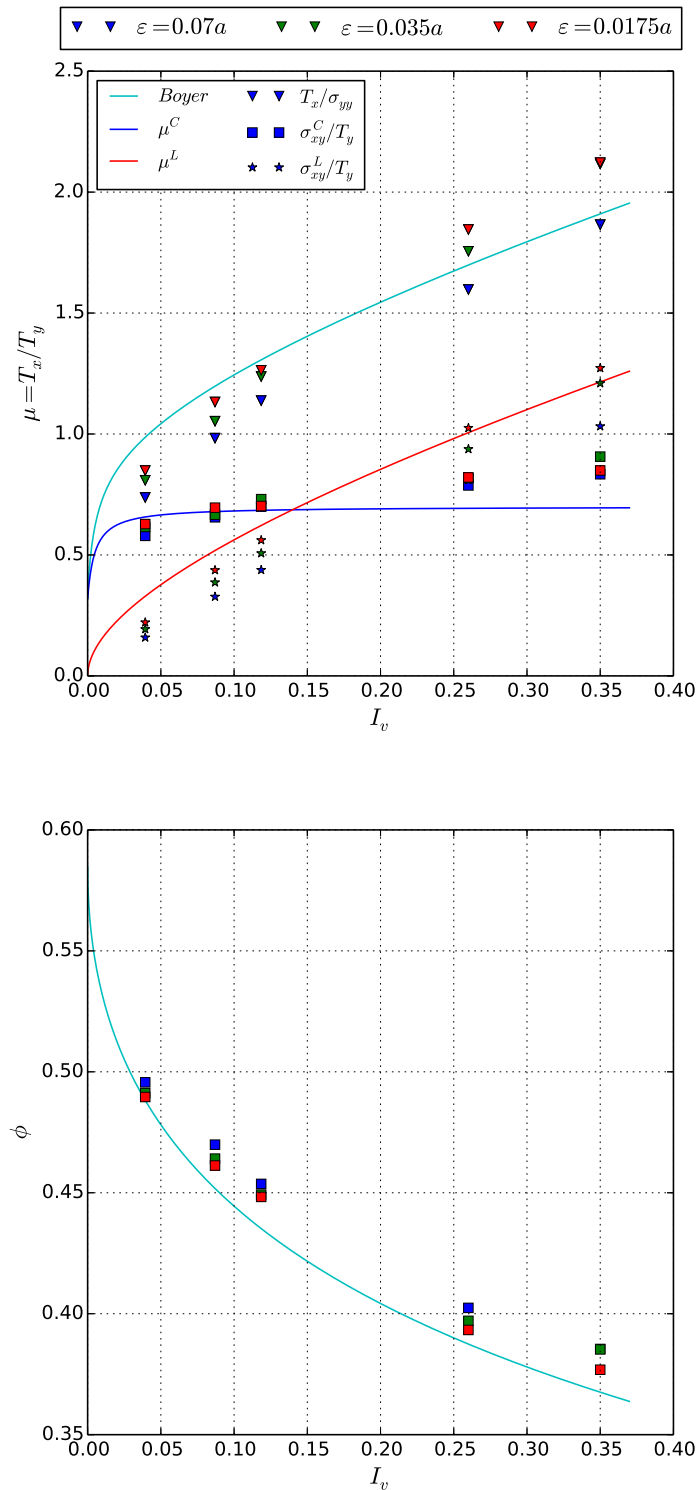


FIGURE 4.9 – (haut) : Contribution de la contrainte de contact et la contrainte de lubrification à la loi $\mu(I_v)$ pour différentes valeurs de rugosité ε . (Bas) : Loi $\phi(I_v)$ pour différentes valeurs de rugosité ε .

La figure 4.9 montre que la contrainte de contact ne varie quasiment pas avec la rugosité, ce qui n'est pas le cas pour la contrainte de lubrification. En effet, plus la rugosité est petite plus la contrainte de lubrification est importante. Ceci engendre bien évidemment la variation de la contrainte totale de cisaillement en fonction de ε . Ce résultat met en évidence que malgré la lubrification et quelque soit la valeur de la rugosité des particules, il y a toujours un contact solide entre les particules en interaction.

La fraction solide, quant à elle, varie faiblement avec ε .

4.5.3 Contrainte normale imposée

La figure 4.10 représente l'évolution de la contrainte de cisaillement T_x , la contrainte de contact σ_{xy}^C , la contrainte de lubrification normale σ_{xy}^{LN} , la contrainte de lubrification tangentielle σ_{xy}^{LS} , la pression du fluide p et la compacité ϕ en fonction de la déformation de l'échantillon γ pour des valeurs différentes de contrainte normale imposée T_y . Les résultats sont obtenus pour une valeur de viscosité du fluide $\eta = 70 Pa.s$ et une valeur du taux de cisaillement $\dot{\gamma} = 0.83 s^{-1}$.

Les valeurs atteintes au régime permanent de la compacité et des différentes contraintes sont étudiées dans la figure 4.11 en termes de $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$.

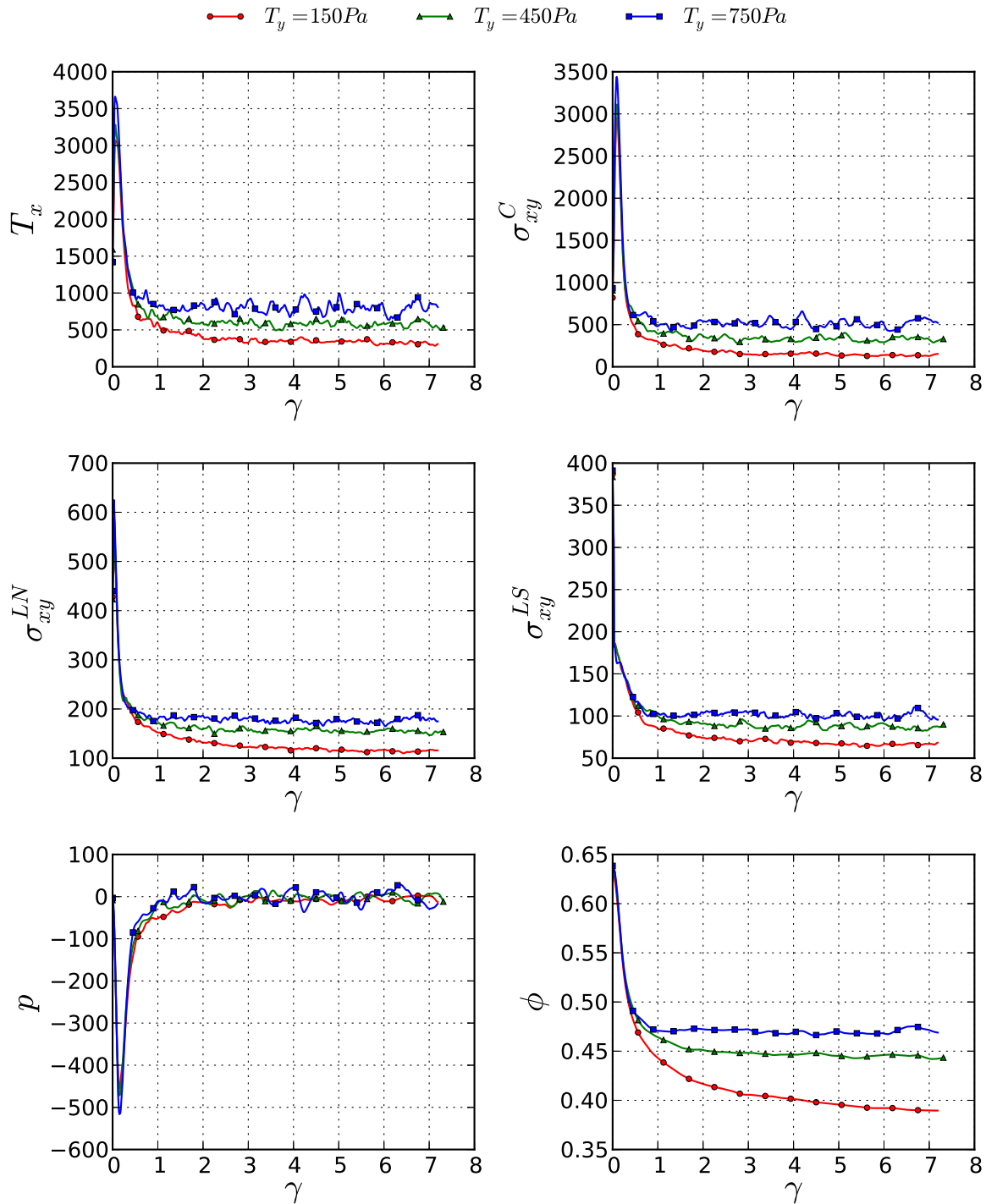


FIGURE 4.10 – Evolution de [Haut/Gauche] : la contrainte de cisaillement $T_x [Pa]$, la contrainte de contact $\sigma_{xy}^C [Pa]$, la contrainte de lubrification normale $\sigma_{xy}^{LN} [Pa]$, la contrainte de lubrification tangentielle $\sigma_{xy}^{LS} [Pa]$, la pression du fluide $p [Pa]$ et la compacité ϕ en fonction de la déformation γ pour des valeurs de contrainte normale imposée différentes.

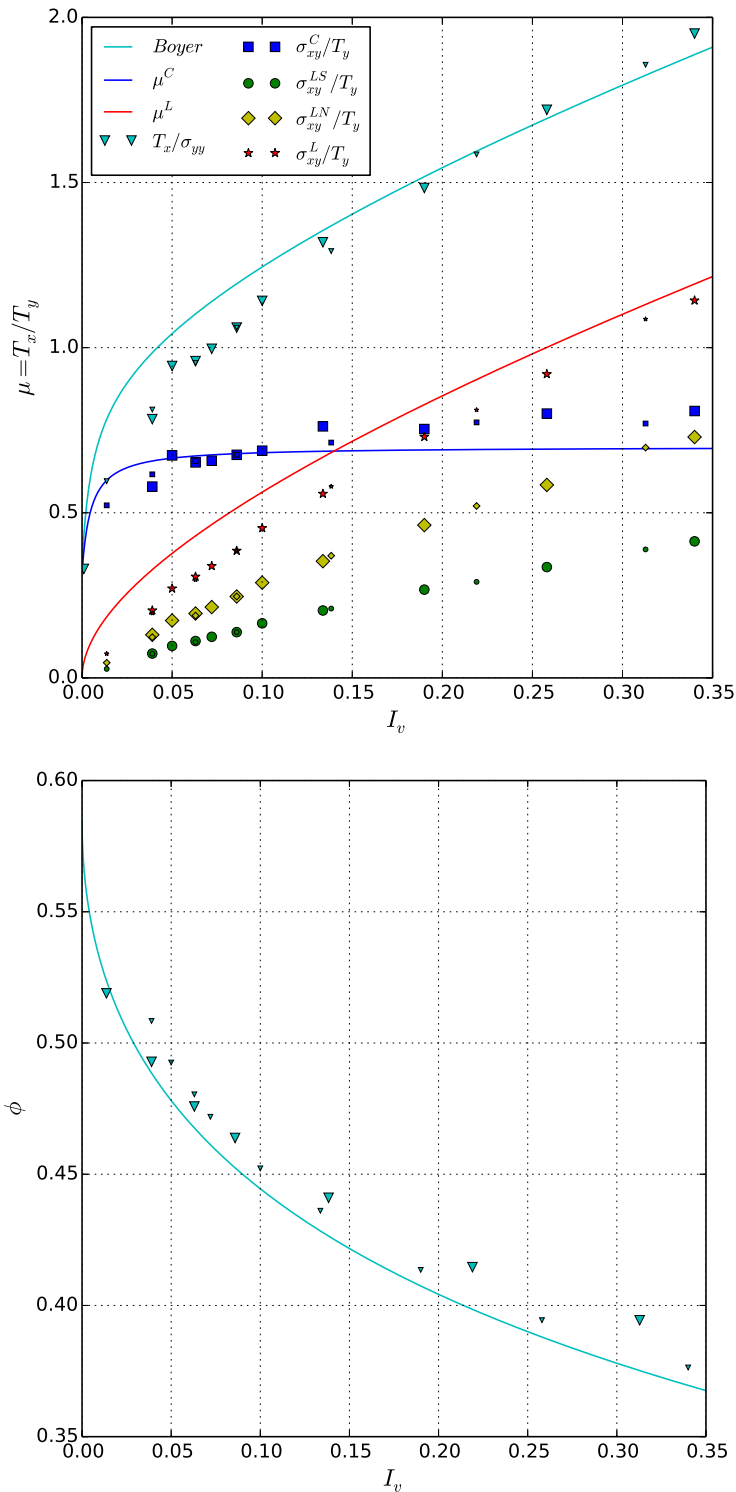


FIGURE 4.11 – Les lois $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$ obtenus en faisant varier la contrainte normale imposée (La viscosité du fluide et le taux de cisaillement sont constants). Ces résultats représentés par les grands symboles sont comparés à ceux obtenus en faisant varier la viscosité du fluide et représentés par les petits symboles.

La figure 4.11 montre que les deux séries de résultats (l'une en faisant varier η et l'autre en faisant varier T_y) sont en concordance. Les différents points satisfont une même loi $\mu(I_v)$ et une même loi $\phi(I_v)$ proches des lois empiriques déduites des expériences de Boyer.

La variation de T_y engendre, non seulement la variation de I_v mais aussi la variation du nombre inertiel I . Ce dernier varie sur l'intervalle $[0.09, 0.33]$. En calculant le rapport I/I_v (variant sur l'intervalle $[0.86, 2]$), l'écoulement de la suspension obéit toujours le régime visqueux caractérisé par $I/I_v < 10$ d'après les conclusions de Trulsson et al [TAC12].

4.5.4 Taux de cisaillement

La figure 4.12 représente l'évolution de la contrainte de cisaillement T_x , de la contrainte de contact σ_{xy}^C , de la contrainte de lubrification normale σ_{xy}^{LN} , de la contrainte de lubrification tangentielle σ_{xy}^{LS} , de la pression du fluide p et de la compacité ϕ en fonction de la déformation de l'échantillon γ pour des valeurs différentes de taux de cisaillement imposé $\dot{\gamma}$. Les résultats sont obtenus pour une valeur de viscosité du fluide $\eta = 70 Pa.s$ et une valeur de contrainte normale imposée $T_y = 750 Pa$.

Les valeurs atteintes au régime permanent de la compacité et des différentes contraintes sont étudiées dans la figure 4.11 en termes de $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$.

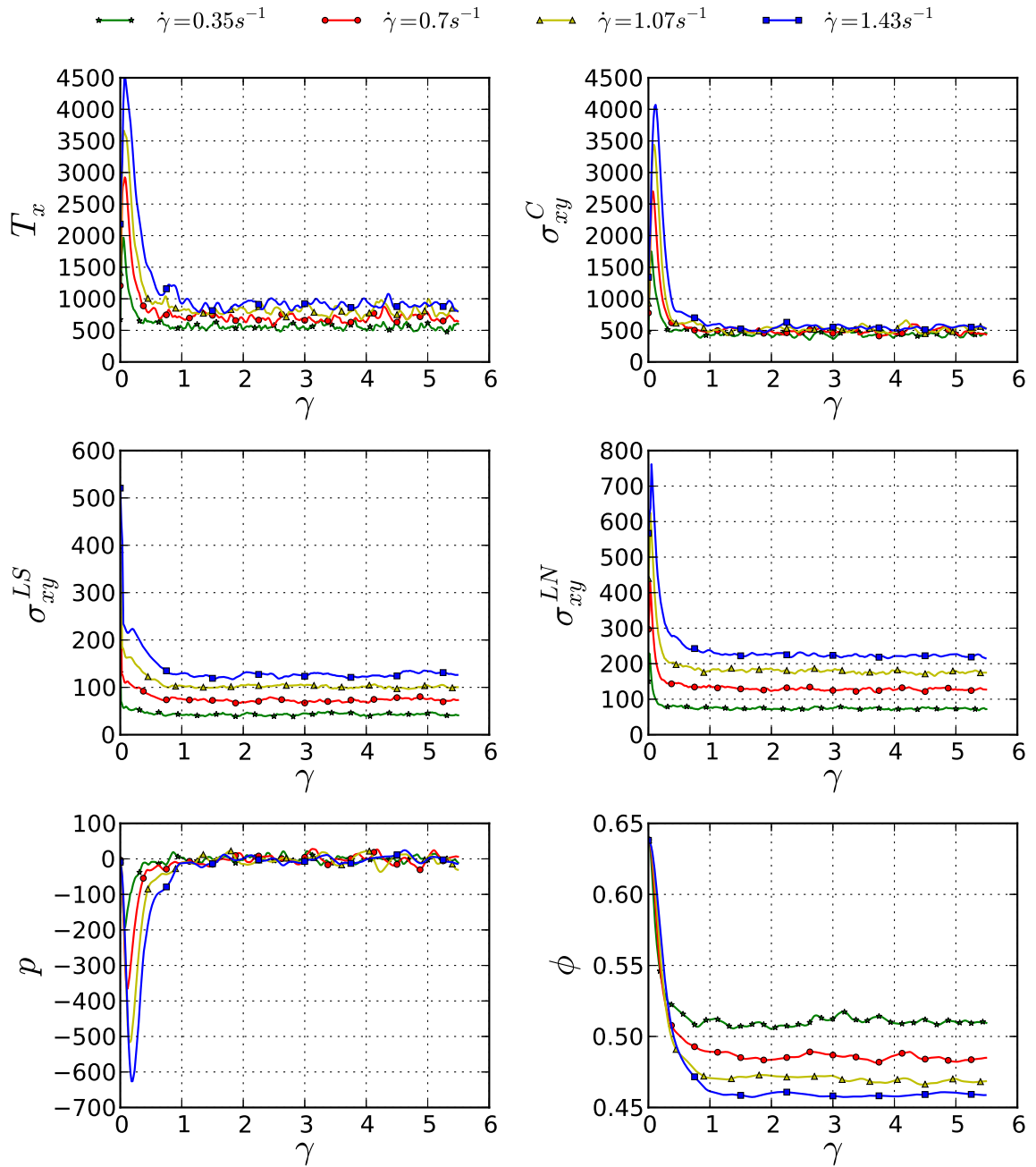


FIGURE 4.12 – Evolution de [Haut/Gauche] : la contrainte de cisaillement T_x [Pa], la contrainte de contact σ_{xy}^C [Pa], la contrainte de lubrification normale σ_{xy}^{LN} [Pa], la contrainte de lubrification tangentielle σ_{xy}^{LS} [Pa], la pression du fluide p [Pa] et la compacité ϕ (droite) en fonction de la déformation γ pour des valeurs de taux de cisaillement imposé différentes.

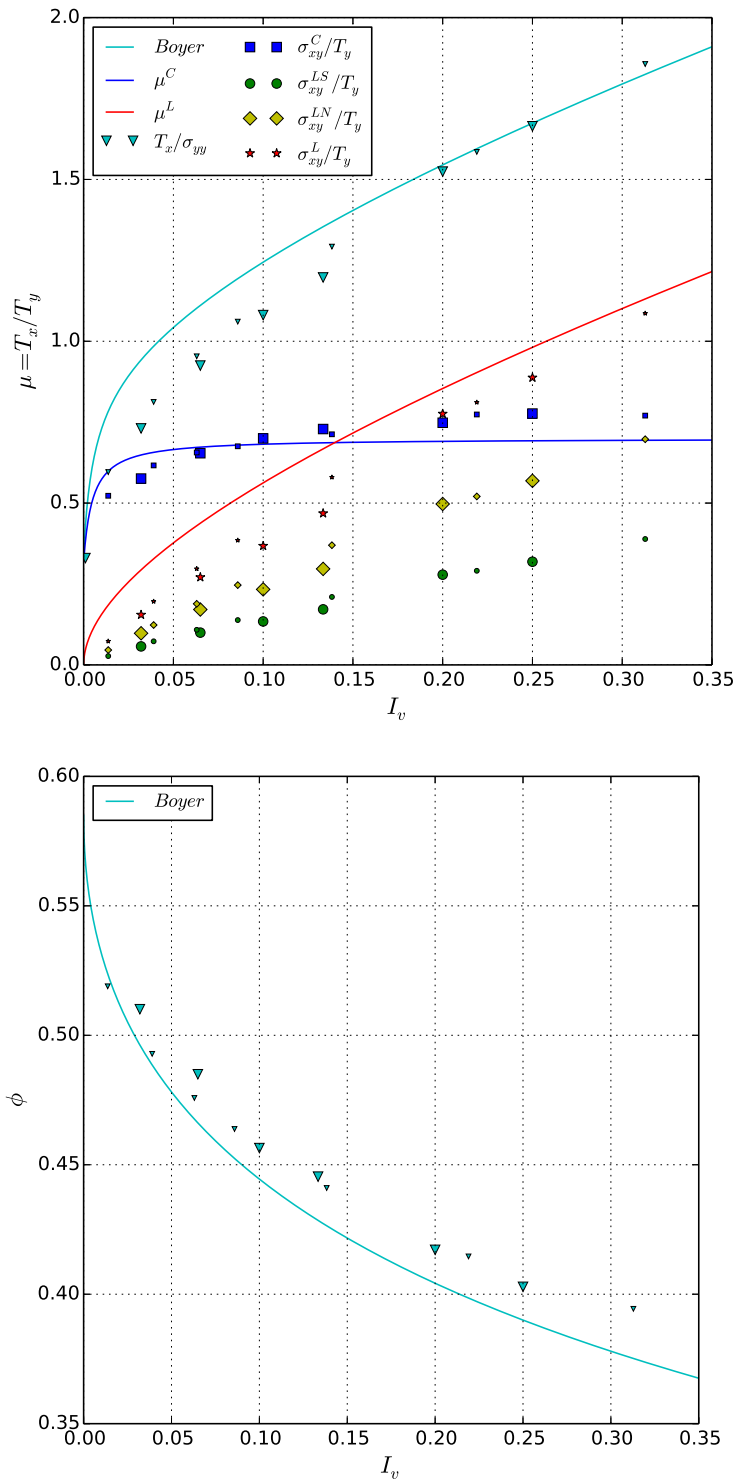


FIGURE 4.13 – Les lois $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$ obtenus en faisant varier le taux de cisaillement (La viscosité du fluide et la contrainte normale imposée sont constantes). Ces résultats représentés par les grands symboles sont comparés à ceux obtenus en faisant varier la viscosité du fluide et représentés par les petits symboles.

La figure 4.13 montre que les deux séries de résultats (l'une en faisant varier η et l'autre en faisant varier $\dot{\gamma}$) sont en concordance et proches des lois phénoménologiques déduites des expériences de Boyer. Par conséquent, en faisant varier la viscosité du fluide ou le taux de cisaillement ou la contrainte normale imposée, la rhéologie de la suspension est définie par deux lois constitutives μ et ϕ en fonction du nombre visqueux I_v .

La variation de $\dot{\gamma}$ engendre aussi la variation du nombre inertiel I qui varie sur l'intervalle $[0.05, 0.5]$. En calculant le rapport I/I_v (à peu près constant et égal à 1.92), l'écoulement de la suspension obéit toujours le régime visqueux caractérisé par $I/I_v < 10$ d'après les conclusions de Trulsson et al [TAC12].

4.6 Contraintes normales

Le rapport entre les contraintes normales et la contrainte normale imposée est tracé en fonction du nombre visqueux I_v dans la figure 4.14.

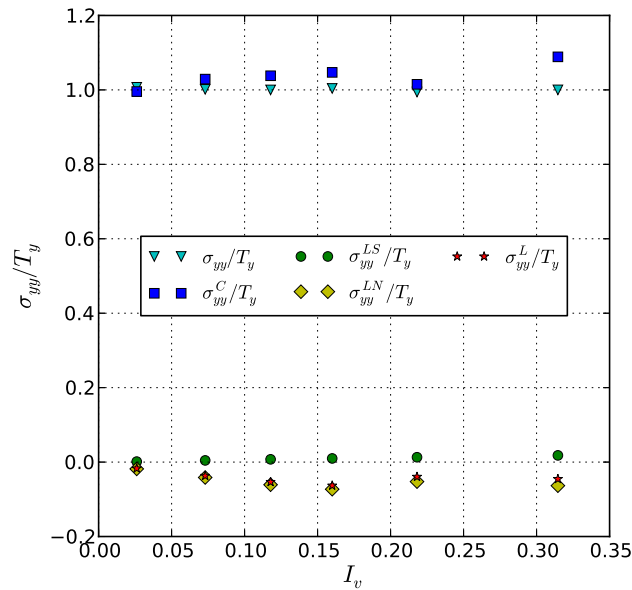


FIGURE 4.14 – Contribution des différentes contraintes à la contrainte normale.

La figure montre que les contraintes normales sont à peu près constantes en fonction de I_v . La contrainte de contact σ_{yy}^C contribue la plus, en valeur absolue, à la contrainte totale σ_{yy} avec à peu près 95%. La contrainte de lubrification, somme de la lubrification tangentielle et de la lubrification normale, est très négligeable par rapport à la contrainte de contact ($\sigma_{yy}^L = 5\% \sigma_{yy}$). Celle-ci, étant positive, joue un rôle dans la direction de compression.

4.7 Microstructure de la suspension

Afin de lier les variables macroscopiques étudiées précédemment aux différentes variables microscopiques, diverses quantités sont examinées en fonction de l'orientation des particules dans la figure 4.15. En se basant sur l'orientation du vecteur normal, chaque interaction correspond à une position sur la sphère unitaire. Pour un point quelconque M de la sphère unitaire, il est possible de calculer des moyennes de variables des interactions. La distance moyenne entre les sphères est définie par :

$$\bar{h}(M) = \sum_{\mathbf{n}_k \in dS} \frac{h(k)}{N_M}, \quad (4.8)$$

où dS est un petit secteur angulaire centré en M et N_M est le nombre d'interactions associées à dS . Cette valeur est normalisée, dans la figure 4.15.b, par le diamètre des particules $2a$. Les vitesses normale et tangentielle sont définies de la même manière et normalisées par $2a\dot{\gamma}$:

$$\bar{v}_n(M) = \sum_{\mathbf{n}_k \in dS} \frac{v_n(k)}{N_M} \quad (4.9)$$

$$\bar{v}_t(M) = \sum_{\mathbf{n}_k \in dS} \frac{v_t(k)}{N_M} \quad (4.10)$$

Les fonctions densité des contraintes de contact $\sigma^C(M)$ et de lubrification $\sigma^L(M)$ sont représentées aussi dans la figure 4.15 et sont définies par :

$$\sigma^L(M) = \frac{1}{V} \sum_{n_{ij} \in dS} \mathbf{F}_{ij}^L \otimes \mathbf{l}_{ij} \quad (4.11)$$

$$\sigma^C(M) = \frac{1}{V} \sum_{n_{ij} \in dS} \mathbf{F}_{ij}^C \otimes \mathbf{l}_{ij} \quad (4.12)$$

Ces quantités sont normalisées par la contrainte normale imposée T_y . La fonction densité des contacts, quant à elle, est définie par :

$$P(M) = \frac{N^c(M)}{dS N^s}, \quad (4.13)$$

avec $N^c(M)$ le nombre d'interactions sur dS quand $h < \varepsilon$ et N^s est le nombre total des particules.

Toutes ces fonctions définissent des surfaces dans l'espace 3D. Seules les valeurs pour un point M dans le plan (Oxy) sont reportées dans la figure 4.15. Les résultats sont donnés pour trois valeurs de I_v : $I_v = 0$ (cas sec), $I_v = 0.025$ et $I_v = 0.2$.

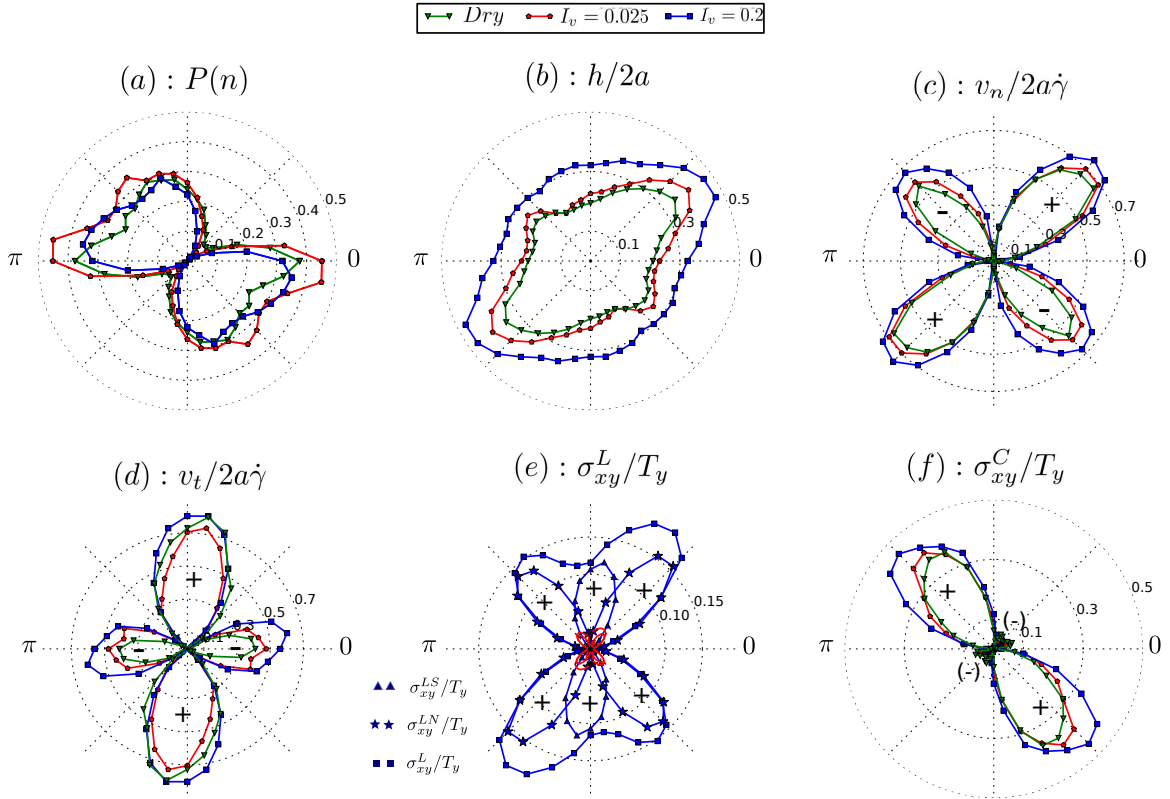


FIGURE 4.15 – Les distributions des différentes quantités normalisées dans le plan (x,y) pour le cas sec, le cas où $I_v = 0.025$ et le cas où $I_v = 0.2$ [haut/gauche] : PDF des orientations des contacts, vitesse relative normale, vitesse relative tangentielle, contrainte de lubrification somme de la contrainte de lubrification normale et contrainte de lubrification tangentielle, et la contrainte de contact.

La figure 4.15.a montre que la densité des contacts présente un minimum en $\theta = \pi/4$ quel que soit I_v et un maximum pour $3\pi/4 < \theta < \pi$. Nous remarquons que quand I_v augmente, $P(M)$ tend vers 0 pour $\theta = \pi/4$. Ceci permet de connaître clairement le régime visqueux du régime sec dans lequel $P(M)$ est toujours strictement positive.

La figure 4.15.b montre que plus I_v augmente plus la distance moyenne entre les particules augmente. Ceci n'est pas surprenant puisque la suspension est moins concentrée quand I_v est grand. La densité de la distance moyenne est anisotrope et présente un maximum pour $\theta = \pi/4$, ce qui est en accord avec le minimum de contacts dans cette région.

La vitesse relative normale dans la figure 4.15.c est positive dans l'intervalle $[0, \pi/2]$ et négative dans l'intervalle $[\pi/2, \pi]$. Les extrema sont du même ordre dans les deux intervalles, même si nous pouvons remarquer que la vitesse nécessaire pour approcher les particules (c'est à dire dans l'intervalle $[\pi/2, \pi]$) est légèrement inférieure. La vitesse relative tangentielle dans la figure 4.15.d est positive dans l'intervalle $[\pi/4, 3\pi/4]$ et négative dans $[0, \pi/4] \cup [3\pi/4, \pi]$. Elle présente un maximum autour de $\theta = \pi/2$. La distribution de la vitesse tangentielle n'est pas tout à fait symétrique (les valeurs maximales se trouvent un peu avant $\theta = \pi/2$). Ceci peut être expliqué par le fait qu'il y a un maximum de contacts (donc h petit) empêchant le glissement quand $\theta > \pi/2$. La vitesse relative normale et la vitesse relative tangentielle augmentent peu avec I_v . Ceci peut être expliqué par le fait que la distance h augmente aussi avec I_v .

La figure 4.15.e montre que les contraintes venant des forces de lubrification croissent avec I_v . Ces forces sont des fonctions décroissantes de h pour une vitesse relative donnée. D'après la figure 4.15.b, la distribution des contraintes de lubrification devrait alors présenter un minimum sur l'intervalle $[0, \pi/2]$. La figure 4.15.e montre le contraire. La densité des contraintes de lubrification normale suit la forme de la densité de la vitesse relative normale et elle est légèrement plus importante sur l'intervalle $[0, \pi/2]$. La contribution des forces de lubrification tangentielle est considérable autour de $\theta = \pi/2$. Ceci est cohérent avec la distribution des vitesses relatives tangentielles. La contrainte de lubrification totale, somme de la lubrification normale et tangentielle, présente une asymétrie. En effet, elle présente un maximum sur $[\pi/4, \pi/2]$, intervalle où il y a le moins de contacts solides (figure 4.15.a). L'asymétrie peut être ainsi due à une interaction complexe entre les contacts solides et les interactions hydrodynamiques.

La densité des contraintes de contact illustrée dans la figure 4.15.f est une fonction croissante de I_v et présente un minimum sur $[0, \pi/2]$, comme prévu sur la figure 4.15.a où il y a absence de contacts dans cet intervalle. Les contacts contribuent à la contrainte totale principalement par les forces de répulsion dans la direction $\theta = 3\pi/4$.

4.8 Conclusion

Nous avons examiné dans ce chapitre les différentes contributions à la contrainte totale de cisaillement. Celle-ci est la somme de la contrainte de contact, la contrainte qui vient des forces hydrodynamiques et la pression qui vient du couplage poromécanique. Les forces de contact et les forces hydrodynamiques jouent un rôle important dans la rhéologie des suspensions denses et leurs contributions augmentent avec le nombre visqueux I_v . Les forces et couples hydrodynamiques résultent des différents mouvements relatifs entre les particules en suspension. Nos résultats numériques montrent que les forces de lubrification normale jouent un rôle important dans le rapport de contraintes $\mu(I_v)$ et les forces de lubrification tangentielle contribuent beaucoup à la dilatance du milieu. Les couples de torsion et de roulement ont des contributions marginales.

Nous avons montré aussi que la rhéologie du milieu est définie par deux lois constitutives en fonction du nombre visqueux I_v . Celles-ci ont été étudiées en faisant varier le taux de cisaillement ou la contrainte normale imposée ou la viscosité du fluide.

L'étude de la microstructure du milieu montre qu'il y a une interaction complexe entre les contributions de contact et les contributions hydrodynamiques. La distribution des contacts est anisotrope et ceci est dû aux effets hydrodynamiques importants dans la suspension. Ces résultats ont fait l'objet d'une soumission d'un article dans *Granular Matter* [MCC].

Chapitre 5

Avalanches sous-marines

Dans ce chapitre, nous utilisons le modèle DEM-PFV incluant la lubrification pour étudier le comportement des avalanches sous-marines. Ce travail est toujours en cours et il est réalisé en collaboration avec P.Dutto, doctorante à UPM Madrid.

Sommaire

5.1	Introduction	100
5.2	Configuration numérique	100
5.3	Résultats numériques	100
5.3.1	Sensibilité à la viscosité	101
5.3.2	Sensibilité à l'angle d'inclinaison	105
5.4	Conclusion	107

5.1 Introduction

Les avalanches sous-marines présentent un des exemples d'évènements géophysiques mettant en jeu un mélange solide liquide. Elles peuvent entraîner la destruction d'ouvrages comme les câbles de télécommunication et les structures pétrolières. Elles peuvent aussi déstabiliser le front de mer en générant des raz de marée. Dans la littérature, nombreuses sont les études expérimentales [CNP05, PP09] faites sur les avalanches sous-marines mais peu sont numériques. Ici, nous étudions le comportement de l'avalanche sous-marine à l'état stationnaire en utilisant le modèle DEM-PFV incluant la lubrification. La rhéologie est étudiée en fonction de la viscosité du fluide et l'angle d'inclinaison de l'avalanche par rapport à l'horizontale. Ce travail a été fait dans le cadre d'un échange de compétences qui a duré quatre mois avec l'UPM Madrid et il n'est pas encore finalisé.

5.2 Configuration numérique

Nous générons un échantillon de grains sphériques immergés dans un fluide incompressible. Les propriétés géométriques et mécaniques des particules sont résumées dans le tableau 5.1.

L'échantillon est d'abord confiné sous une contrainte verticale constante $T_y = 750 Pa$ et soumis ensuite à un écoulement de cisaillement sur un plan incliné tel que l'angle d'inclinaison du plan est égal à $\theta = 30^\circ$ par rapport à l'horizontal. La plaque à $y = 0$ est imperméable. Des conditions aux limites périodiques sont appliquées dans les directions x et z . Afin d'éviter le glissement contre la plaque, les sphères qui sont en contact avec la plaque sont fixées à celle-ci en appliquant des contacts cohésifs. Les conditions aux limites appliquées sur l'échantillon sont résumées dans la figure 5.1.

5.3 Résultats numériques

Plusieurs simulations numériques ont été réalisées sur l'échantillon présenté ci-dessus en utilisant le modèle DEM-PFV incluant la lubrification. Dans la suite, le comportement des avalanches sous-marines en fonction de la viscosité du fluide η et de l'angle d'inclinaison θ est étudié.

TABLE 5.1 – Essai de cisaillement sur plan incliné : propriétés des particules

Nombres	$N = 1000$
Rayon moyen	$a = 0.05m \pm 0.01$
Taille de rugosité des surfaces	$\varepsilon = 0.035 a$
Densité	$\rho_p = 2500 \text{ kg/m}^3$
Angle de frottement	$\varphi = 30^\circ$
Rigidité normale des contacts	$k_n/a = 0.5 \text{ MPa}$
Rigidité tangentielle des contacts	$k_s/a = k_n/2$

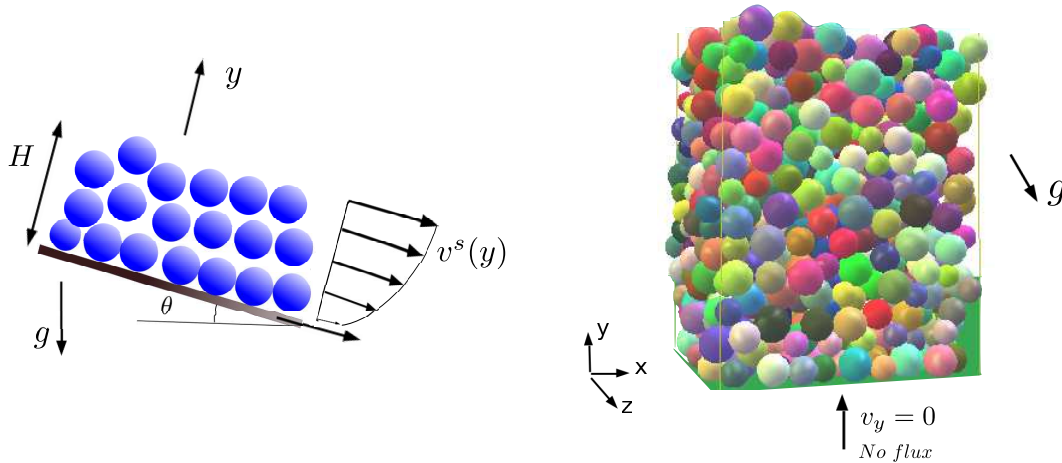


FIGURE 5.1 – Configuration du cisaillement sur plan incliné (à gauche). Cellule de simulation d'un écoulement de cisaillement sur plan incliné et conditions aux limites (à droite).

5.3.1 Sensibilité à la viscosité

Dans cette section, nous analysons le comportement de l'avalanche sous-marine en fonction de la viscosité du fluide. L'angle d'inclinaison θ est constant

et il est égal à 30° . Plusieurs simulations sont réalisées sur un échantillon initialement dense en variant la viscosité du fluide η . La figure 5.2 montre la variation de la pression interstitielle en fonction du temps. Le régime transitoire est caractérisé par des pressions négatives qui varient proportionnellement à la viscosité du fluide. Plus la viscosité est grande plus la pression interstitielle est grande en valeur absolue et plus l'état stationnaire est lent. Celui-ci est caractérisé par des pressions nulles.

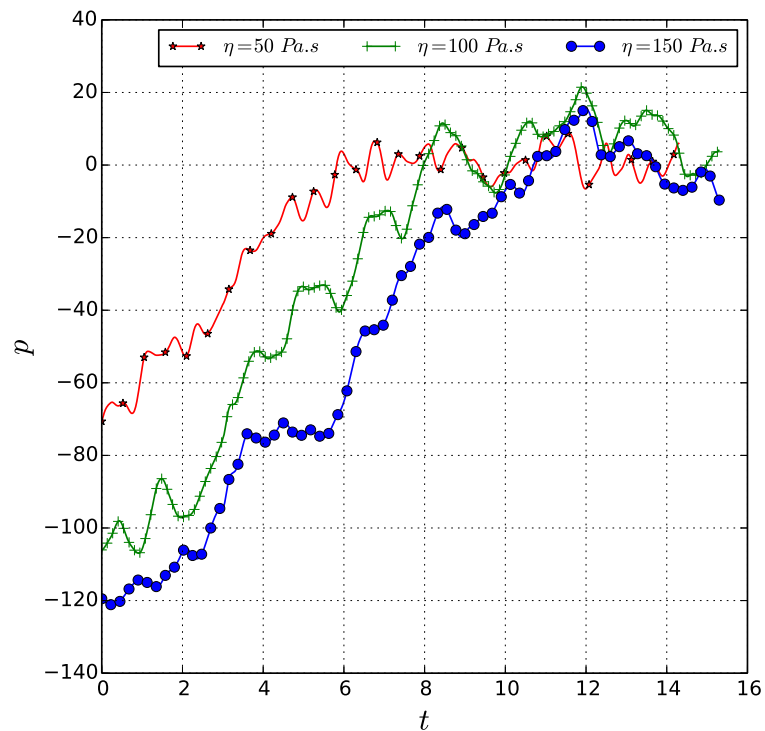


FIGURE 5.2 – Evolution de la pression interstitielle $p[Pa]$ en fonction du temps $t[s]$ pour différentes valeurs de la viscosité du fluide η . $\theta = 30^\circ$.

La figure 5.3 montre le profil de la fraction solide en fonction de la coordonnée y le long de l'échantillon pour différentes valeurs de viscosité du fluide η .

La fraction solide suit un profil constant le long de la hauteur de l'échantillon sauf à la surface libre. Cette valeur constante semble être indépendante de la viscosité du fluide η . Ce résultat confirme bien les lois phénoménolo-

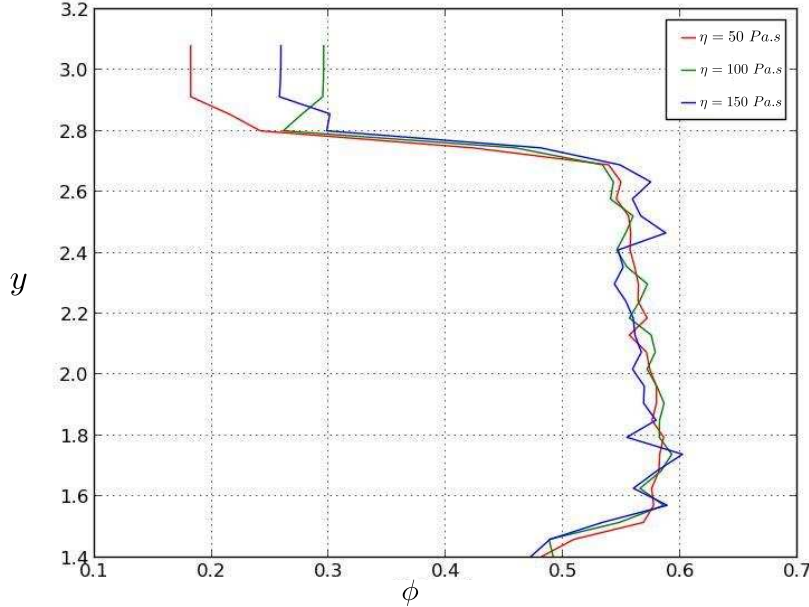


FIGURE 5.3 – Profil de la fraction solide le long de la hauteur de l'échantillon $H[m]$ pour différentes valeurs de la viscosité du fluide η . $\theta = 30^\circ$.

giques $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$. En effet, si on considère que la pression interstitielle est très négligeable à l'état stationnaire, alors la contrainte de cisaillement effective σ'_{xy} et la contrainte normale effective σ'_{yy} s'écrivent :

$$\sigma'_{xy} = \phi (\rho_p - \rho_f) g (H - y) \sin\theta \quad (5.1)$$

$$\sigma'_{yy} = \phi (\rho_p - \rho_f) g (H - y) \cos\theta \quad (5.2)$$

Le rapport entre la contrainte de cisaillement effective σ'_{xy} et la contrainte normale effective σ'_{yy} est donc constant le long de la hauteur de l'échantillon et il est égal à $\tan\theta$. Si le milieu est décrit par la loi phénoménologique $\mu(I_v)$, alors $\tan\theta = \mu(I_v)$. Par conséquent, $I_v(\theta) = \eta\dot{\gamma}/\sigma'_{yy}$ est constant le long de la hauteur de l'échantillon. La valeur de $I_v(\theta)$ est calculée à partir de l'équation empirique $\mu(I_v)$ définie dans 1.23. Le profil du taux de cisaillement $\dot{\gamma}$ s'exprime alors :

$$\dot{\gamma} = \frac{I_v(\theta)}{\eta} (\rho_p - \rho_f) g \phi \cos\theta (y - H) \quad (5.3)$$

Par intégration sur la hauteur de l'échantillon H , le profil de vitesse s'écrit :

$$v^s = \frac{I_v(\theta)}{\eta} \frac{(\rho_p - \rho_f) g H^2 \phi \cos \theta}{2} \left(1 - \left(1 - \frac{y}{H} \right)^2 \right) \quad (5.4)$$

Cette équation prédit que la vitesse des particules suit un profil parabolique en fonction de la hauteur H . Elle est nulle à $y = 0$ et elle est maximale à $y = H$. Ceci est très bien observé dans la figure 5.4.a dans laquelle les résultats de nos simulations numériques sont tracés pour différentes valeurs de viscosité de fluide. Ceux-ci sont comparés aux profils théoriques de la vitesse des particules définis dans l'équation 5.4. Les résultats sont en bon accord.

La figure 5.4.b montre l'évolution de la vitesse maximale en fonction de η . La courbe $v_{max}^s = f(\eta)$ montre que v_{max}^s est inversement proportionnelle à la viscosité η . Par conséquent $I_v(\theta)$ est constant et la fraction solide ϕ est constante quelle que soit la viscosité du fluide.

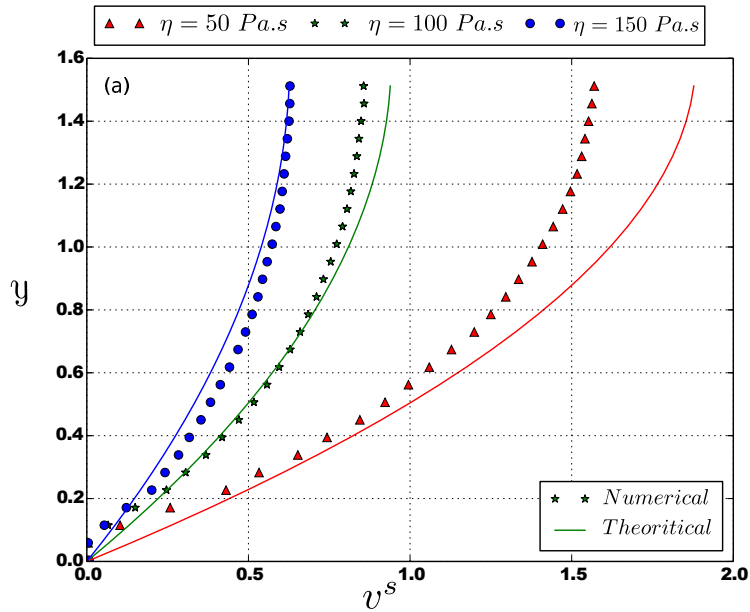


FIGURE 5.4 – Profil de la vitesse des particules $v^s [m \cdot s^{-1}]$ le long de la hauteur de l'échantillon $H [m]$ pour différentes valeurs de la viscosité du fluide η . Les symboles représentent les résultats numériques et les lignes continues représentent les résultats théoriques. v_{max}^s est en m/s et η en $Pa.s$.

5.3.2 Sensibilité à l'angle d'inclinaison

Dans cette deuxième partie du chapitre, nous étudions l'influence de l'angle d'inclinaison de l'avalanche θ par rapport à l'horizontale sur le comportement du milieu. La viscosité du fluide est constante et elle est égale à $\eta = 50 Pa.s$. Plusieurs simulations sont réalisées sur un échantillon initialement dense pour différentes valeurs de l'angle d'inclinaison η de l'avalanche par rapport à l'horizontale. La figure 5.5 montre la variation de la pression interstitielle en fonction du temps. Le régime transitoire est caractérisé par des pressions négatives qui varient proportionnellement à θ . Plus l'inclinaison est importante plus la pression interstitielle est grande en valeur absolue et plus l'état stationnaire est rapide. Celui-ci est caractérisé par des pressions nulles.

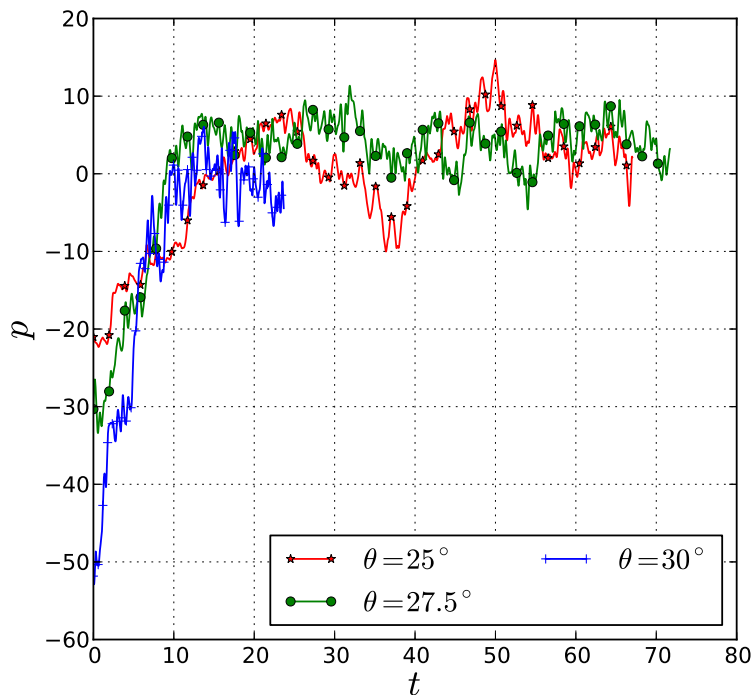


FIGURE 5.5 – Evolution de la pression interstitielle $p[Pa]$ en fonction du temps $t[s]$ pour différentes valeurs de θ .

La figure 5.6 montre le profil de la fraction solide en fonction de la hauteur de l'échantillon pour différentes valeurs de θ .

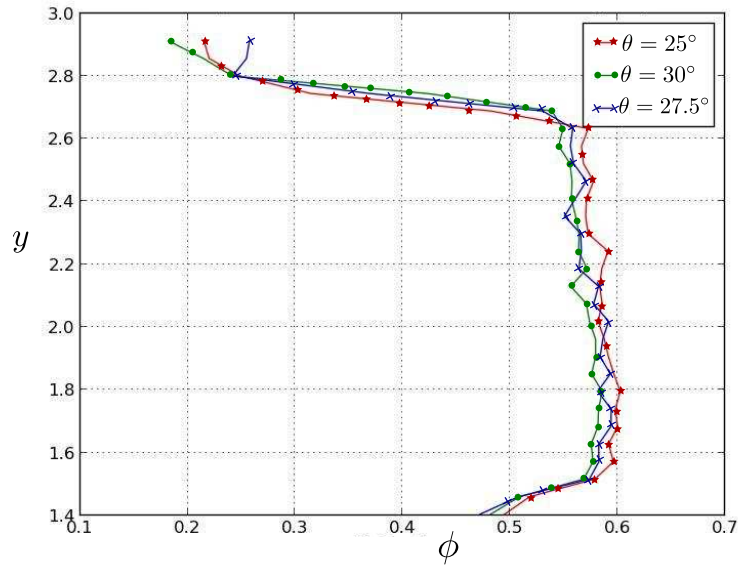


FIGURE 5.6 – Profil de la fraction solide pour différentes valeurs de θ pour $\eta = 50Pa.s$.

La fraction solide est constante le long de la hauteur de l'échantillon et elle ne varie pas beaucoup en fonction de l'angle d'inclinaison θ . En effet, d'après la loi $\mu(I_v)$, I_v , étant faible, varie peu avec θ . Par conséquent, d'après la loi $\phi(I_v)$, la fraction solide ϕ varie peu avec θ . Ceci est dû au fait que nous sommes restreints à des valeurs d'inclinaisons assez proches. Dans une étude ultérieure, nous étudierons le comportement de l'avalanche sur un intervalle de θ plus grand.

La figure 5.7 montre le profil de la vitesse des particules en fonction de la coordonnée y le long de l'échantillon pour différentes valeurs de θ .

La vitesse des particules v^s suit un profil parabolique et elle est maximale à la surface de l'échantillon. v^s varie linéairement avec l'angle d'inclinaison. Plus θ est grand plus l'écoulement de l'avalanche est rapide.

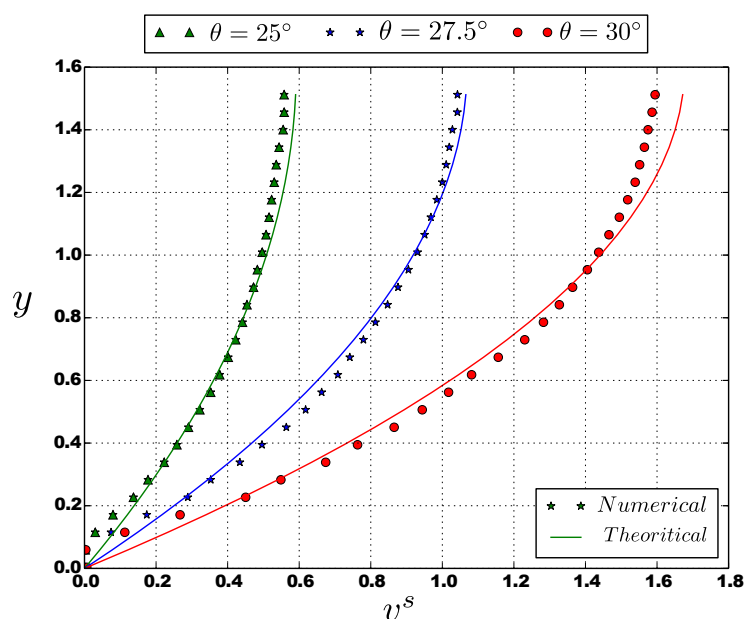


FIGURE 5.7 – Profil de la vitesse des particules $v^s[m.s^{-1}]$ le long de la hauteur de l'échantillon $H[m]$ pour différentes valeurs de θ . Les symboles représentent les résultats numériques et les lignes continues représentent les résultats théoriques. v_{max}^s est en m/s et η en $Pa.s$

5.4 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre les résultats préliminaires sur les avalanches sous-marines basés sur le modèle complet DEM-PFV. La sensibilité à la viscosité du fluide et à l'angle d'inclinaison de l'avalanche par rapport à l'horizontale a été examinée. Nos résultats numériques sont qualitativement en accord avec la théorie. Une étude quantitative plus détaillée du comportement macroscopique et microscopique de l'avalanche est en cours.

Conclusions et perspectives

Dans le cadre de cette thèse, nous avons défini un modèle numérique complet pour simuler des suspensions denses. Ce modèle décrit les contacts solides entre les particules par un modèle élastique plastique, les interactions hydrodynamiques à courte portée définies dans l'approximation de lubrification et le couplage poromécanique résolu en utilisant le modèle DEM-PFV. Le modèle hydrodynamique repose sur des approximations identiques à celles utilisées dans le cadre de la dynamique stokésienne et choisies au terme d'une analyse détaillée et de comparaisons avec des solutions numériques par éléments finis. Une extension du couplage DEM-PFV en conditions aux limites périodiques a été proposée. Cette extension est adaptée au cas général où le gradient de pression est non-nul, même si l'application principale dans le cadre de cette thèse n'introduit pas cette situation.

Des simulations numériques de cisaillement simple à pression imposée ont été générées dans le but de reproduire des expériences de rhéomètre classique sur des sphères. Les simulations sont en excellent accord avec les données expérimentales en termes de contrainte de cisaillement et de compacité à l'état stationnaire pour des $0 < I_v < 0.45$.

Les résultats obtenus en négligeant certains des termes de lubrification conduit aux conclusions suivantes. Tout d'abord, le terme de lubrification normale est le terme prépondérant pour modéliser la contrainte de cisaillement mais il ne permet pas de reproduire la loi de dilatance de la suspension, *i.e.* la loi $\phi(I_v)$. La prise en compte du terme de lubrification tangentielle est essentielle pour reproduire cette loi de dilatance comme le montre le bon accord obtenu avec les lois phénoménologiques de Boyer [BGP11]. En outre, la prise en compte des termes associés au roulement et à la torsion ne donne que des améliorations marginales. Le couplage poromécanique a un effet important dans le régime transitoire quand le milieu commence à se déformer. Par contre, aucun effet significatif de ce couplage n'a été observé à l'état stationnaire pour la gamme de paramètres investigués.

Nous avons introduit une décomposition de la contrainte totale. Cette dernière est la somme des contributions de forces de contact, de forces hydrodynamiques et de la pression du fluide. En régime transitoire, le couplage poromécanique résulte en une pression négative (suction) qui a tendance à augmenter les forces de contact. La résistance au cisaillement est à son tour augmentée. La pression du fluide est égale à zéro quand le milieu atteint le régime stationnaire. La contribution des contacts à la contrainte totale en régime permanent est une fonction croissante de I_v . Ce résultat semble être paradoxal. En effet, en augmentant I_v , la compacité ϕ diminue, et on s'attendait donc à ce que la contribution des contacts diminue avec I_v . Ensuite, l'hypothèse selon laquelle les interactions hydrodynamiques empêcheraient les particules d'entrer en contact a souvent été invoquée dans les modèles théoriques et numériques sans pour autant être vérifiée à notre connaissance. Nos simulations numériques présentées ici suggèrent le contraire : la contrainte de contact augmente en même temps que la contribution hydrodynamique et elle représente une part significative de la contrainte totale (plus de 50%).

La distribution des variables de microstructure a montré une interaction complexe entre les contacts et les interactions hydrodynamiques. L'anisotropie de l'orientation des contacts est plus importante dans les suspensions que dans les matériaux granulaires secs à cause de l'effet des interactions hydrodynamiques. Ceci peut au moins expliquer l'augmentation de la contribution des contacts à la contrainte totale de cisaillement. Cette contrainte de contact peut-elle atteindre un maximum et disparaître par la suite pour les grands I_v ? Ceci reste une question ouverte et est actuellement au-delà de notre étude.

Le modèle DEM-PFV incluant la lubrification a été appliqué à l'étude des avalanches sous-marines. En effet, imposer la contrainte de cisaillement revient à imposer le nombre visqueux I_v . Ainsi, la fraction volumique est imposée par la pente indépendante de la viscosité du fluide. Ce résultat est en accord avec les lois phénoménologiques $\mu(I_v)$ et $\phi(I_v)$. Ces travaux de recherche sont toujours en cours et font l'objet d'une collaboration avec l'université de Madrid.

Les résultats numériques obtenus avec le modèle couplé DEM-PFV incluant la lubrification ouvrent de nombreuses perspectives d'applications. Dans la continuité de l'étude des avalanches sous-marines, il nous semble nécessaire d'étudier l'effet de la compacité initiale de l'avalanche sur le comportement transitoire. L'analyse de la répartition des différentes contributions

à la contrainte de cisaillement totale fera l'objet d'une étude plus détaillée. Le transport par charriage présente aussi une des perspectives d'application au modèle numérique et il fait l'objet d'une future étude. D'un point de vue numérique, il est nécessaire d'améliorer les performances de calcul et la consommation en temps CPU pour pouvoir simuler des domaines fluides plus grands avec un nombre de grains plus important.

Bibliographie

- [ACE99] C. Ancey, P. Coussot, and P. Evesque. A theoretical framework for granular suspensions in a steady simple shear flow. *Journal of Rheology*, 43 :1673, 1999.
- [ACS07] M. Abbas, E. Climent, and O. Simonin. Fully coupled simulations of non-colloidal monodisperse sheared suspensions. *Chemical Engineering Research and Design*, 85(6) :778–791, 2007.
- [AFP13] B. Andreotti, Y. Forterre, and O. Pouliquen. *Granular media : between fluid and solid*. Cambridge University Press, 2013.
- [Anc99] C. Ancey. *Rhéophysique des pâtes et des suspensions*. EDP Science, 1999.
- [Bag54] R.A. Bagnold. Experiments on a gravity-free dispersion of large solid spheres in a newtonian fluid under shear. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, 225(1160) :49–63, 1954.
- [BB84] G. Bossis and J.F. Brady. Dynamic simulation of sheared suspensions. i. general method. *The Journal of chemical physics*, 80(10) :5141–5154, 1984.
- [BB85] J.F. Brady and G. Bossis. The rheology of concentrated suspensions of spheres in simple shear flow by numerical simulation. *Journal of Fluid Mechanics*, 155 :105–29, 1985.
- [BB88] J.F. Brady and G. Bossis. Stokesian dynamics. *Annual review of fluid mechanics*, 20 :111–157, 1988.
- [BDTY00] J. Boissonnat, O. Devillers, M. Teillaud, and M. Yvinec. Triangulations in cgal. In *Proceedings of the sixteenth annual symposium on Computational geometry*, pages 11–18. ACM, 2000.
- [BGP11] F. Boyer, É. Guazzelli, and O. Pouliquen. Unifying suspension and granular rheology. *Physical Review Letters*, 107(18) :188301, 2011.

- [BM97a] R.C. Ball and J.R. Melrose. A simulation technique for many spheres in quasi-static motion under frame-invariant pair drag and brownian forces. *Physica A : Statistical Mechanics and its Applications*, 247(1) :444–472, 1997.
- [BM97b] J.F. Brady and J.F. Morris. Microstructure of strongly sheared suspensions and its impact on rheology and diffusion. *Journal of Fluid Mechanics*, 348 :103–139, 1997.
- [BPL11] F. Blanc, F. Peters, and E. Lemaire. Local transient rheological behavior of concentrated suspensions. *arXiv preprint arXiv :1111.6795*, 2011.
- [BRA96] J.F. BRADY. Self-diffusion in sheared suspensions. *J. Fluid Mech.*, 312, 1996.
- [Cat12] E. Catalano. *A pore-scale coupled hydromechanical model for biphasic granular media*. PhD thesis, PhD Thesis, 2012.
- [CCB14] E. Catalano, B. Chareyre, and E. Barthélemy. Pore-scale modeling of fluid-particles interaction and emerging poromechanical effects. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 38(1) :51–71, 2014.
- [CCCB12] B. Chareyre, A. Cortis, E. Catalano, and E. Barthélemy. Pore-scale modeling of viscous flow and induced forces in dense sphere packings. *Transport in Porous Media*, 92(2) :473–493, 2012.
- [CF88] B. Cichocki and B.U. Felderhof. Short-time diffusion coefficients and high frequency viscosity of dilute suspensions of spherical brownian particles. *The Journal of chemical physics*, 89 :1049, 1988.
- [CH95] B. Cichocki and K. Hinsen. Stokes drag on conglomerates of spheres. *Physics of Fluids*, 7(2) :285–291, 1995.
- [Che94] DCH Cheng. Measurements on the effect of normal pressure on shear stress in the shearing of dense suspensions. *Proceedings of Progress and Trend in Rheology*, pages 453–472, 1994.
- [CI03] W.D. Carrier III. Goodbye, hazen; hello, kozeny-carman. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 129(11) :1054–1056, 2003.
- [CKRB04] J. Choi, A. Kudrolli, R.R. Rosales, and M.Z. Bazant. Diffusion and mixing in gravity-driven dense granular flows. *Physical review letters*, 92(17) :174301, 2004.
- [CNP05] C. Cassar, M. Nicolas, and O. Pouliquen. Submarine granular flows down inclined planes. *Physics of fluids*, 17 :103301, 2005.

- [Cou97] P. Coussot. *Mudflow rheology and dynamics*. AA Balkema Rotterdam, 1997.
- [Cou04] O. Coussy. *Poromechanics*. John Wiley & Sons, 2004.
- [CS79] P.A. Cundall and O.D.L. Strack. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 29(1) :47–65, 1979.
- [DA03] E.J. Ding and C. Aidun. Extension of the lattice-boltzmann method for direct simulation of suspended particles near contact. *Journal of Statistical Physics*, 112(3-4) :685–708, 2003.
- [DBB87] L. Durlofsky, J.F. Brady, and G. Bossis. Dynamic simulation of hydrodynamically interacting particles. *Journal of fluid mechanics*, 180(1) :21–49, 1987.
- [dCEP⁺05] F. da Cruz, S. Emam, M. Prochnow, J.N. Roux, and F. Chevoir. Rheophysics of dense granular materials : Discrete simulation of plane shear flows. *Physical Review E*, 72(2) :021309, 2005.
- [DM03a] S.L. Dance and M.R. Maxey. Incorporation of lubrication effects into the force-coupling method for particulate two-phase flow. *Journal of computational physics*, 189(1) :212–238, 2003.
- [DM03b] S.L. Dance and M.R. Maxey. Particle density stratification in transient sedimentation. *Physical Review E*, 68(3) :031403, 2003.
- [Ein05] A. Einstein. Über die von der molekularkinetischen theorie der wärme geforderte bewegung von in ruhenden flüssigkeiten suspendierten teilchen. *Annalen der physik*, 322(8) :549–560, 1905.
- [Ein56] A. Einstein. *Investigations on the Theory of the Brownian Movement*. DoverPublications. com, 1956.
- [FA67] N.A. Frankel and A. Acrivos. On the viscosity of a concentrated suspension of solid spheres. *Chemical Engineering Science*, 22(6) :847–853, 1967.
- [GMA80] F. Gadala-Maria and A. Acrivos. Shear-induced structure in a concentrated suspension of solid spheres. *Journal of Rheology (1978-present)*, 24(6) :799–814, 1980.
- [HBM83] J. Happel, H. Brenner, and R.J. Moreau. Low reynolds number hydrodynamics : with special applications to particulate media (mechanics of fluids and transport processes). *The Hague*, 1983.
- [IK04] I. Iordanoff and M.M. Khonsari. Granular lubrication : toward an understanding of the transition between kinetic and quasi-fluid regime. *Journal of tribology*, 126(1) :137–145, 2004.

- [JFP05] P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen. Crucial role of sidewalls in granular surface flows : consequences for the rheology. *Journal of Fluid Mechanics*, 541 :167–192, 2005.
- [JFP06] P. Jop, Y. Forterre, and O. Pouliquen. A constitutive law for dense granular flows. *Nature*, 441(7094) :727–730, 2006.
- [JO84a] D.J. Jeffrey and Y. Onishi. Calculation of the resistance and mobility functions for two unequal rigid spheres in low-reynolds-number flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 139 :261–290, 1984.
- [JO84b] D.J. Jeffrey and Y. Onishi. The forces and couples acting on two nearly touching spheres in low-reynolds-number flow. *Zeitschrift für angewandte Mathematik und Physik ZAMP*, 35(5) :634–641, 1984.
- [KD59] I.M. Krieger and T.J. Dougherty. A mechanism for non-newtonian flow in suspensions of rigid spheres. *Journal of Rheology*, 3 :137, 1959.
- [KK13] S. Kim and S.J. Karrila. *Microhydrodynamics : principles and selected applications*. Courier Dover Publications, 2013.
- [KM08a] E.E. Keaveny and M.R. Maxey. Interactions between comoving magnetic microswimmers. *Physical Review E*, 77(4) :041910, 2008.
- [KM08b] P.M. Kulkarni and J.F. Morris. Pair-sphere trajectories in finite-reynolds-number shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 596 :413, 2008.
- [Lad89] A.J.C. Ladd. Hydrodynamic interactions and the viscosity of suspensions of freely moving spheres. *Journal of Chemical Physics*, 90(2) :1149–1157, 1989.
- [Lad90] A.J.C. Ladd. Hydrodynamic transport coefficients of random dispersions of hard spheres. *The Journal of Chemical Physics*, 93 :3484, 1990.
- [Lad93] A.J.C. Ladd. Dynamic simulations of sedimenting spheres. *Physics of Fluids A-Fluid Dynamics*, 5(2) :299–310, 1993.
- [LKMK09] D. Liu, E.E. Keaveny, M.R. Maxey, and G.E. Karniadakis. Force-coupling method for flows with ellipsoidal particles. *Journal of Computational Physics*, 228(10) :3559–3581, 2009.
- [LM03] S. Lomholt and M.R. Maxey. Force-coupling method for particulate two-phase flow : Stokes flow. *Journal of Computational Physics*, 184(2) :381–405, 2003.

- [LRC09] A. Lemaître, J.N. Roux, and F. Chevoir. What do dry granular flows tell us about dense non-brownian suspension rheology? *Rheologica acta*, 48(8) :925–942, 2009.
- [LSP05] M. Lenoble, P. Snabre, and B. Pouligny. The flow of a very concentrated slurry in a parallel-plate device : Influence of gravity. *Physics of Fluids*, 17 :073303, 2005.
- [LV01] A.J.C. Ladd and R. Verberg. Lattice-boltzmann simulations of particle-fluid suspensions. *Journal of Statistical Physics*, 104(5-6) :1191–1251, 2001.
- [MCC] D. Marzougui, B. Chareyre, and J. Chauchat. Microscopic origins of shear stress in dense fluid-grain mixtures. *Granular Matter*.
- [MCC13] D. Marzougui, B. Chareyre, and J. Chauchat. Numerical simulation of dense suspension rheology using a dem-fluid coupled model. In Onate, E. and Owen, D.R.J., editor, *Particle-based methods III : Fundamentals and Applications*, 2013.
- [MiD04] GDR MiDia. On dense granular flows. *Eur. Phys. J. E*, 14 :341–365, 2004.
- [ML94] C.W. Macosko and R.G. Larson. Rheology : principles, measurements, and applications. 1994.
- [Mor09] J.F. Morris. A review of microstructure in concentrated suspensions and its implications for rheology and bulk flow. *Rheologica acta*, 48(8) :909–923, 2009.
- [MP01] M.R. Maxey and B.K. Patel. Localized force representations for particles sedimenting in stokes flow. *International journal of multiphase flow*, 27(9) :1603–1626, 2001.
- [NL02] N.Q. Nguyen and A.J.C. Ladd. Lubrication corrections for lattice-boltzmann simulations of particle suspensions. *Physical Review E*, 66(4) :046708, 2002.
- [NL05] N.Q. Nguyen and A.J.C. Ladd. Sedimentation of hard-sphere suspensions at low reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 525 :73–104, 2005.
- [OF99] R.M. O’Connor and J.T. Fredrich. Microscale flow modelling in geologic materials. *Physics and Chemistry of the Earth, Part A : Solid Earth and Geodesy*, 24(7) :611–616, 1999.
- [OL90] G.Y. Onoda and E.G. Liniger. Random loose packings of uniform spheres and the dilatancy onset. *Physical Review Letters*, 64(22) :2727, 1990.

- [PCJ⁺06] O. Pouliquen, C. Cassar, P. Jop, Y. Forterre, and M. Nicolas. Flow of dense granular material : towards simple constitutive laws. *Journal of Statistical Mechanics : Theory and Experiment*, 2006(07) :P07020, 2006.
- [PGM87] F. Parsi and F. Gadala-Maria. Fore-and-aft asymmetry in a concentrated suspension of solid spheres. *Journal of Rheology*, 31(8) :725–732, 1987.
- [PLK⁺12] A. Perrot, T. Lecompte, H. Khelifi, C. Brumaud, J. Hot, and N. Roussel. Yield stress and bleeding of fresh cement pastes. *Cement and Concrete Research*, 42(7) :937–944, 2012.
- [Pou99] O. Pouliquen. Scaling laws in granular flows down rough inclined planes. *Physics of Fluids (1994-present)*, 11(3) :542–548, 1999.
- [Poz99] C. Pozrikidis. A spectral-element method for particulate stokes flow. *Journal of Computational Physics*, 156(2) :360–381, 1999.
- [PP09] M. Pailha and O. Pouliquen. A two-phase flow description of the initiation of underwater granular avalanches. *Journal of Fluid Mechanics*, 633 :115–135, 2009.
- [RC10] J.N. Roux and F. Chevoir. Influences des paramètres micromécaniques dans la simulation numérique discrète des matériaux granulaires : assemblage, déformation quasi-statique,écoulements. *arXiv preprint arXiv :1011.1087*, 2010.
- [REG11] P.G. Rognon, I. Einav, and C. Gay. Flowing resistance and dilatancy of dense suspensions : lubrication and repulsion. *Journal of Fluid Mechanics*, 689 :75–96, 2011.
- [SB02] A. Sierou and J.F. Brady. Rheology and microstructure in concentrated noncolloidal suspensions. *Journal of Rheology (1978-present)*, 46(5) :1031–1056, 2002.
- [SEG⁺01] L.E. Silbert, D. Ertas, G.S. Grest, T.C. Halsey, D. Levine, and S.J. Plimpton. Granular flow down an inclined plane : Bagnold scaling and rheology. *Physical Review E*, 64(5) :051302, 2001.
- [Sie05] A. Sierou. Stokesian dynamics simulations for particle laden flows. In *Handbook of Materials Modeling*, pages 2607–2617. Springer, 2005.
- [SJ81] S.B. Savage and D.J. Jeffrey. The stress tensor in a granular flow at high shear rates. *Journal of Fluid Mechanics*, 110 :255–272, 1981.
- [Sli05] C.S. Slichter. Field measurements of the rate of movement of underground waters. *United States Geological Survey Water-Supply and Irrigation Paper*, 140, 1905.

- [SMMD13] R. Seto, R. Mari, J.F. Morris, and M.M. Denn. Discontinuous shear thickening of frictional hard-sphere suspensions. *Physical review letters*, 111(21) :218301, 2013.
- [SP05] J.J. Stickel and R.L. Powell. Fluid mechanics and rheology of dense suspensions. *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 37 :129–149, 2005.
- [TAC12] M. Trulsson, B. Andreotti, and P. Claudin. Transition from the viscous to inertial regime in dense suspensions. *Physical review letters*, 109(11) :118305, 2012.
- [TCC12] A.T. Tong, E. Catalano, and B. Chareyre. Pore-scale flow simulations : model predictions compared with experiments on bi-dispersed granular assemblies. *Oil & Gas Science and Technology–Revue d’IFP Energies nouvelles*, 67(5) :743–752, 2012.
- [Ter96] K. Terzaghi. *Soil mechanics in engineering practice*. John Wiley & Sons, 1996.
- [Ton13] A.T. Tong. *Modélisation micromécanique des couplages hydro-mécaniques et des mécanismes d’érosion interne dans les ouvrages hydrauliques*. PhD thesis, PhD Thesis, 2013.
- [vC10] V. Šmilauer and B. Chareyre. Yade DEM Formulation. 2010. <http://yade-dem.org/doc/>.
- [VK06] R. Verberg and D.L. Koch. Rheology of particle suspensions with low to moderate fluid inertia at finite particle inertia. *Physics of Fluids*, 18 :083303, 2006.
- [XMK02] J. Xu, M.R. Maxey, and G.E. Karniadakis. Numerical simulation of turbulent drag reduction using micro-bubbles. *Journal of Fluid Mechanics*, 468 :271–281, 2002.
- [YM10] K. Yeo and M.R. Maxey. Simulation of concentrated suspensions using the force-coupling method. *Journal of computational physics*, 229(6) :2401–2421, 2010.