



**HAL**  
open science

# Contribution à la caractérisation et la modélisation des matériaux magnétiques doux pour les machines électriques en associant les modèles Play et Loss Surface (LS)

Arnaud Cariou

## ► To cite this version:

Arnaud Cariou. Contribution à la caractérisation et la modélisation des matériaux magnétiques doux pour les machines électriques en associant les modèles Play et Loss Surface (LS). Energie électrique. Université Grenoble Alpes [2020-..], 2021. Français. NNT : 2021GRALT002 . tel-03223887

**HAL Id: tel-03223887**

**<https://theses.hal.science/tel-03223887>**

Submitted on 11 May 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

### DOCTEUR DE L'UNIVERSITE GRENOBLE ALPES

Spécialité : **GÉNIE ÉLECTRIQUE**

Arrêté ministériel : 25 mai 2016

Présentée par

**Arnaud CARIOU**

Thèse dirigée par **Afef KEDOUS-LEBOUC**, Directrice de recherche, et codirigée par **Christian CHILLET**, Chargé de recherche, Université Grenoble Alpes

Préparée au sein du **Laboratoire de Génie Électrique de Grenoble**  
dans l'**École Doctorale Électronique, Électrotechnique, Automatique et Traitement du Signal (EEATS)**

## **Contribution à la caractérisation et la modélisation des matériaux magnétiques doux pour les machines électriques en associant les modèles Play et Loss Surface (LS)**

Thèse soutenue publiquement le **28 janvier 2021**,  
devant le jury composé de :

**Madame Afef KEDOUS-LEBOUC**

Directrice de recherche, CNRS – Laboratoire G2Elab, Directrice de thèse

**Monsieur Fabien SIXDENIER**

Maître de conférence, Université de Lyon – Laboratoire AMPERE,  
Rapporteur

**Monsieur Daniel MATT**

Professeur, Université de Montpellier – Laboratoire IES, Rapporteur

**Monsieur Didier TRICHET**

Professeur des universités, Université de Nantes – Laboratoire IREENA,  
Examineur

**Monsieur Laurent ALBERT**

Docteur Ingénieur, IRT Saint-Exupéry, Examineur

**Monsieur Gérard MEUNIER**

Directeur de recherche, CNRS – Laboratoire G2Elab, Président

**Monsieur Christian CHILLET**

Chargé de recherche, CNRS, Invité Co-encadrant

**Monsieur Sergi RIBA SANMARTÍ**

Ingénieur, Safran et IRT Saint-Exupéry, Invité





# Résumé :

La transition énergétique et notamment de l'électrification des systèmes font apparaître deux problématiques. Celle des véhicules autonomes, où l'énergie est embarquée à bord et disponible en quantité limitée. Et celle de l'augmentation de la densité de puissance, où les systèmes sont miniaturisés tout en augmentant la puissance les traversant. Ces deux problématiques ont en commun de nécessiter un calcul précis et fiable des différentes pertes des systèmes dès la phase de conception. Ces travaux de thèse s'intéressent ainsi à la caractérisation et la modélisation des matériaux magnétiques doux, utilisés dans les machines électriques, afin de calculer précisément leurs pertes.

Dans le CHAPITRE 1 de cette thèse, le contexte actuel est présenté et un exemple concret : l'avion plus électrique, est détaillé. Puis, un bref rappel du magnétisme et des matériaux magnétiques est proposé aboutissant à un état de l'art des modèles de pertes magnétiques.

Dans le CHAPITRE 2, les différents appareils de mesure sont présentés. Tout d'abord, les moyens de mesure unidimensionnels et normalisés sont décrits. Puis, des appareils plus exploratoires permettant, dans un premier cas, de réaliser des mesures en champ tournant 2D et, dans un second cas, des mesures 1D en étuve à différentes températures. Enfin, une démarche de conception d'une maquette innovante, intermédiaire entre la mesure et la machine électrique, est proposée.

Le CHAPITRE 3 détaille la modélisation quasi-statique de l'hystérésis magnétique via le modèle Play. Diverses améliorations sont alors présentées. Puis, une nouvelle formulation de ce modèle a ensuite été proposée conduisant à améliorer significativement sa précision.

Le CHAPITRE 4 traite de la modélisation des effets dynamiques de l'hystérésis. Des formulations du modèle Play dynamique sont envisagées puis finalement le modèle Loss Surface (LS) est développé. Le modèle LS est ensuite amélioré pour permettre de prendre en compte l'inertie des effets dynamiques mis en évidence par une étude expérimentale.

Enfin, le CHAPITRE 5 propose deux extensions du modèle. La première par projection de l'induction 2D sur deux axes orthogonaux. L'erreur induite est alors estimée via une étude expérimentale. La seconde extension consiste à considérer l'influence de la température sur la modélisation des effets dynamiques via une loi d'évolution dépendant d'un coefficient thermique des effets dynamiques de l'hystérésis.

# Mots-clés :

Hystérésis magnétique statique et dynamique, Machines électriques, Caractérisation magnétique 1D & 2D, Pertes fer, Modèle Play, Modèle Loss Surface (LS)

# Abstract:

Energy transition and notably the electrification brings two issues. The first is that of autonomous vehicles where energy is embedded and limited. The second is that of the increase of power density where systems are miniaturized and power increased. Both problems require the accurate and reliable computation of losses from the design phase of systems. This thesis aims to characterize and model soft magnetic materials used in electrical machines to improve loss computation in those materials.

The 1st CHAPTER presents the global context and details the example of the more electrical electrical. Then, a brief reminder of magnetism and soft magnetic material is provided leading to a state of the art of magnetic loss models.

In the 2nd CHAPTER, all measurement apparatus are presented. First, standardized and uni-dimensional devices are described. Then, two more exotic devices are presented. The first to measure 2D magnetic properties and the second to measure 1D magnetic properties at different temperatures. Finally, a design of an innovative measurement device, intermediate between measurement and electrical machines, is proposed.

The 3rd CHAPTER deals with the modeling of quasi-static magnetic hysteresis thanks to the Play model. Some improvements are proposed. Then, a new continuous formulation was created leading to a meaningful improvement of the model's accuracy.

The 4th CHAPTER treats of the modeling of dynamic phenomenons of the flux density variation. Various formulations of dynamic Play model are proposed then, the Loss Surface (LS) model is developed. This model is also improved by taking into account the dynamic effects' inertia highlighted by an experimental study.

Finally, the 5th CHAPTER offers two extensions. The first to model 2D flux density waveform by projection on two orthogonal axis. The induced error is estimated by an experimental study. The second extension consists to take into account the effet on dynamic phenomenon by the temperature. This is done by defining an evolution law and calculating a temperature coefficient of the hysteresis dynamic effects.

## Key words:

Electrical machines, Magnetic hysteresis static and dynamic, 1D & 2D magnetic characterization, Iron losses, Play model, Loss Surface model (LS)

# Remerciements

Les travaux présentés dans ce manuscrit ont été réalisés à l'Institut de Recherche Technologique (IRT) St-Exupéry à Toulouse au sein du domaine A+E (Aéronef plus électrique) et au laboratoire G2Elab à Grenoble au sein du groupe MADEA+ (Matériaux, Machines et Dispositifs Électromagnétiques Avancés).

Tout d'abord, je tiens à remercier mes directeurs de thèse : Afef Kedous-Lebouc, directrice de recherche CNRS, ma directrice de thèse et Christian Chillet, Chargé de recherche CNRS, mon co-directeur de thèse. Afef, merci pour tout le temps que tu m'as accordé : les nombreuses explications que tu m'as données et le soutien de chaque instant que tu m'as apporté. Je te dois une grande partie du bon déroulé de ces trois années. Christian, merci à toi pour m'avoir toujours aiguillé et poussé à comprendre et expliquer clairement tout ce que j'entreprenais. Je te dois une grande partie de la rigueur de cette thèse. Merci à tous les deux de m'avoir accompagné à travers ces trois années.

Je tiens également à remercier mes encadrants à l'IRT : Laurent Albert et Sergi Riba Sanmartí. Laurent, tu as toujours su trouver du temps pour discuter avec moi et proposer de nombreuses idées. Merci pour toutes les discussions que nous avons eues, tes conseils ont toujours été judicieux. Sergi, merci de m'avoir guidé sur le côté industriel et applicatif de mes travaux. Tu m'as épaulé pendant ces trois années, j'ai pu constater tout le travail que tu as fait pour faciliter le mien et je t'en remercie grandement.

Je voudrais remercier Fabien Sixdenier, Daniel Matt, Gérard Meunier et Didier Trichet qui ont accepté de participer à mon jury de thèse. Merci de l'intérêt que vous avez montré pour mes travaux ainsi que pour vos remarques et questions qui ont fait de la soutenance un échange enrichissant. Plus particulièrement, merci à Fabien Sixdenier et Daniel Matt qui ont accepté de rapporter mon manuscrit. Vos commentaires m'ont beaucoup rassuré sur la qualité de mon travail. Merci également à toi Gérard d'avoir présidé la soutenance ainsi que pour le temps et les échanges que nous avons eu au cours de ces trois années.

Je voudrais ensuite remercier les personnes de l'IRT avec qui j'ai travaillé pendant ces trois ans. Alexandre F., Simon, Teodor, et Vincent d'avoir fait de notre bureau un endroit aussi agréable où travailler ; Aurore pour ton soutien et tous tes bons conseils lors des pauses café ; David et Hiba qui m'ont grandement aidé pendant leur stage ; Pascal, Sébastien et Gaétan de votre disponibilité et aide sur ce satané banc d'essai ; Stéphane et Caroline d'avoir tout fait pour me simplifier la vie ; à toute l'équipe informatique pour m'avoir toujours apporté un dépannage rapide dans la bonne humeur. Merci aussi à tous les autres pour les bons moments.

Un grand merci à Amin, Arthur et Antonin pour les bons moments qu'on a passé ensemble au bureau mais aussi à la pelote basque ou sur Smash Bros.

Je voudrais remercier également tout le personnel du G2Elab pour m'avoir toujours très bien accueilli et pour toutes les discussions intéressantes que j'ai pu avoir avec vous.

Merci également aux doctorants du G2Elab : Kathleen, Théo, Juliana, Zié, Amit, Yoann, Athar, Nicolas et Quentin pour leur accueil et pour tous les moments qu'on a passé ensemble. Et particulièrement, un grand merci à Anh Tuan pour l'aide que tu m'as apporté sur le banc d'essai du labo et toutes les discussions qu'on a pu avoir ensemble.

Un grand merci à Anne, Victor et Alexandre G. pour m'avoir ouvert la voie et averti de tous les dangers. J'en suis enfin sorti, il va falloir aller fêter ça !

Merci à mes amis d'être toujours là quand il y a besoin. Kanaky, mon frère de cœur toujours présent, aux plus anciens dont j'ai l'impression qu'ils ont toujours été là, à ceux de Pau, notamment Baptiste (courage à toi) et aux Toulousains. J'ai quelques tournées en retard et je compte bien les rattraper.

Merci ma Léa d'être à mes côtés, pour tous ces sacrifices que tu as fait pour moi et tout ce que tu m'apportes au quotidien.

Merci à ma famille qui m'a toujours soutenu et accompagné dans les mauvais et surtout les bons moments. Merci à mon grand-père de toujours t'intéresser à ce que je fais. Merci à ma mère et ma sœur pour vos encouragements de chaque instant.

*À ma famille,*

# Sommaire

Liste des figures .....	7
Liste des tableaux.....	11
Introduction générale.....	12
Chapitre I : Contexte de l'étude et physique des pertes fer.....	14
I.1 Contexte de l'étude.....	15
I.1.1 La transition énergétique.....	15
I.1.2 L'avion plus électrique.....	16
I.2 Le magnétisme.....	22
I.2.1 Les échelles du magnétisme .....	22
I.2.2 Les pertes magnétiques .....	26
Conclusion du chapitre .....	34
Chapitre II : Dispositifs expérimentaux et bancs de mesures mis en œuvre .....	35
II.1 La mesure magnétique .....	36
II.1.1 Principe de mesure .....	36
II.1.2 Circuit magnétique .....	36
II.1.3 Mesure du champ magnétique et de l'induction.....	37
II.1.4 Régulation.....	37
II.2 Moyens d'essai unidirectionnels .....	39
II.2.1 Alimentation de puissance .....	39
II.2.2 Le cadre Epstein .....	42
II.3 Autres moyens d'essais.....	46
II.3.1 Essais en température .....	46
II.3.2 Essais en champ bidirectionnel .....	49
II.4 Conception d'une maquette de mesure des pertes.....	53
II.4.1 Démarche de validation du modèle .....	53
II.4.2 Conception d'une nouvelle maquette .....	55
Conclusion du chapitre .....	60
Chapitre III : Exploitation et amélioration du modèle Play pour la reconstitution de l'hystérésis statique .....	61
III.1 Présentation du modèle Play statique et scalaire.....	62
III.1.1 Le modèle Play et ses évolutions .....	62
III.1.2 Amélioration du modèle Play discret .....	68
III.2 Proposition d'un modèle continu .....	84
III.2.1 Lissage des fonctions de forme discrètes.....	84

III.2.2 Formulation continue des fonctions de forme .....	85
III.2.3 Modification de la résolution .....	87
III.2.4 Gestion de la dérivée $\frac{dH}{dB}$ .....	88
Conclusion du chapitre .....	93
Chapitre IV : Mise en place d'un modèle pour la reconstitution des effets dynamiques dans l'hystérésis.....	94
IV.1 Un modèle Play dynamique.....	95
IV.1.1 Effets dynamiques sur l'hystérésis .....	95
IV.1.2 Création directe d'un modèle Play dynamique .....	96
IV.1.3 Coefficient dynamique appliqué au modèle Play.....	97
IV.2 Modélisation de la composante dynamique de l'hystérésis.....	104
IV.2.2 Modèle Loss Surface .....	105
IV.3 Extrapolation et résultats.....	113
Conclusion du chapitre .....	117
Chapitre V : Analyse des matériaux magnétiques sous champs tournants et en température.....	118
V.1 Propriétés magnétiques en champ bidirectionnel .....	119
V.1.1 Modèle d'hystérésis vectoriels .....	119
V.1.2 Étude expérimentale 2D .....	121
V.2 Étude thermique des propriétés magnétiques .....	129
V.2.1 Étude expérimentale thermique .....	129
V.2.2 Prise en compte de l'influence de la température dans le modèle dynamique .....	133
Conclusion du chapitre .....	137
Conclusion générale.....	138
Perspectives.....	139
Bibliographie.....	141

# Liste des figures

Figure I-1 : Évolution des ventes de véhicules électriques [2].....	15
Figure I-2 : Architecture énergétique d'un avion conventionnel (gauche) et plus électrique (droite).....	17
Figure I-3 : Préviation d'évolutions du nombre de passagers ramenés au kilomètre (RPK) [5] .	18
Figure I-4 : Objectif du programme CORSIA pour la neutralité carbone de l'aviation civile.....	19
Figure I-5 : Évolution de la puissance électrique embarquée sur quelques avions [6].....	19
Figure I-6 : Différentes configurations de domaines magnétiques [10] .....	24
Figure I-7 : Parois de Bloch – Transition progressive des moments magnétiques [9].....	24
Figure I-8 : Exemple de cycle d'hystérésis.....	25
Figure I-9 : Courbe univoque d'une tôle M330-35A à 10Hz (gauche) et 800Hz (droite) [11].....	26
Figure I-10 : Bascule élémentaire du modèle de Preisach.....	31
Figure II-1 : Schéma de principe d'une mesure magnétique.....	36
Figure II-2 : Armoire de puissance de Toulouse .....	39
Figure II-3 : Photo du banc de mesure au G2Elab.....	41
Figure II-4 : Schéma d'installation des bandes échantillons dans un cadre Epstein (gauche) Joint à double recouvrement (droite).....	43
Figure II-5 : Cadre Epstein 700 spires – Bobinage apparent (gauche) et cadre Epstein 200 spires avec échantillons insérés (droite) .....	44
Figure II-6 : Cadre Epstein du G2Elab – (gauche) : Cadre pour bandes 300x30 mm (droite) : Mini cadre Epstein.....	44
Figure II-7 : Exemple de cycles 1D mesurés – (haut) : Cycle 1.5 T / 200 Hz avec harmonique 3 - (bas) : Cycle 1.7 T / 2 Hz forme imposé quelconque .....	45
Figure II-8 : Évolution des pertes en fonction de l'induction à 50 et 100 Hz.....	45
Figure II-9 : Cadre SST avec tôle partiellement insérée.....	46
Figure II-10 : Cadre SST placé dans une étuve à 200 °C.....	47
Figure II-11 : Pertes en fonction de l'induction pour quelques températures .....	48
Figure II-12 : Influence de la température sur l'hystérésis.....	48
Figure II-13 : Cadre RPT .....	49
Figure II-14 : Cadre RPT – Zoom sur bobinage primaire et zone de mesure.....	50
Figure II-15 : Gauche : Dispositif de mesure d'une tôle percée bobinée / Droite : Dispositif « Pocket » pour tôle non percée .....	51
Figure II-16 : Pertes 1D en fonction de l'angle et en champ circulaire 2D.....	51
Figure II-17 : Représentation 2D du champ magnétique et de l'induction pour une induction circulaire.....	52
Figure II-18 : Photo et schéma de la maquette pertes fer v1 .....	54
Figure II-19 : Vue en coupe de la maquette pertes fer.....	56
Figure II-20 : Schéma de conception stator - Coupe.....	57
Figure II-21 : Schéma de conception rotor - Coupe.....	58
Figure II-22 : Forme d'onde simulée au niveau du rayon intérieur (gauche) – Forme d'onde simulée au niveau du rayon extérieur (droite) .....	59
Figure II-23 : Résultats de simulation de la maquette / Cartographie du module de l'induction, lignes de champ et flèches sur aimants à un instant donné.....	59
Figure III-1 : Opérateur Play ordinaire [34].....	62
Figure III-2 : Association série d'hystérons.....	63

Figure III-3 : Association série ressort-piston .....	64
Figure III-4 : Évolution du déplacement total en fonction de la force du système ressort-piston .....	65
Figure III-5 : Forme d'onde proposée dans [35] pour obtenir un FORC .....	69
Figure III-6 : Ensemble de mesure de caractérisation pour $M=4$ et $\varepsilon = 500$ A/m .....	69
Figure III-7 : Ensemble de mesure de caractérisation pour $M=4$ et $\varepsilon = 0.375$ T / Play inverse .....	71
Figure III-8 : Fonctions de forme pour 4 hystérons - Normal (trait plein) et sur-discrétisé (pointillé).....	74
Figure III-9 : Zoom sur cycle mineur de faible amplitude - Superposition mesure / modèle d'origine ( $M=10 / \varepsilon = 0.15$ T) / modèle sur-discrétisé ( $M=20 / \varepsilon = 0.075$ T).....	74
Figure III-10 : Erreur sur le champ magnétique H (19 %) due aux effets dynamiques en caractérisation sinus / 10 Hz.....	76
Figure III-11 : Nouveau signal de caractérisation : triangle + H3.....	76
Figure III-12 : Signal de caractérisation unique avec $dBdt$ constant.....	77
Figure III-13 : Résolution avec et sans pondération du modèle ( $M=20 / \varepsilon = 0.085$ T) - Zoom sur la zone linéaire du cycle majeur .....	79
Figure III-14 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 1.1 T, H5_0.6_100.....	81
Figure III-15 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 1.2 T, H7_0.4_0 .....	81
Figure III-16 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 0.8 T, H5_0.25_45.....	82
Figure III-17 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 0.22 T, H3_1_45 .....	82
Figure III-18 : Fonctions de forme pour le modèle sur-discrétisé $M=40$ et $\varepsilon = 0.0425$ T / Ligne continue pour hystérons 1 et 2 et échelle à gauche, pointillé pour les hystérons 3 à 40 et échelle à droite - Encart : zoom vertical sur les fonctions de forme des hystérons 3 à 40.	84
Figure III-19 : Fonctionnement et limites du modèle continu.....	86
Figure III-20 : Schéma de fonctionnement du modèle Play continu .....	87
Figure III-21 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 1.1 T, H5_0.6_100.....	90
Figure III-22 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 1.2 T, H7_0.4_0 .....	91
Figure III-23 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 0.8 T, H5_0.25_45.....	91
Figure III-24 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 0.22 T, H3_1_45 .....	92
Figure III-25 : Zoom sur le plus petit cycle mineur de la Figure III-23.....	92
Figure IV-1 : Effets dynamiques sur le cycle d'hystérésis $B_{max}=1.7$ T.....	95
Figure IV-2 : Schéma du modèle Play continu statique.....	96
Figure IV-3 : Schéma du modèle Play continu dynamique.....	97
Figure IV-4 : Mesures de caractérisation sur tôle FeSi M400-50A.....	98
Figure IV-5 : Évolution du coefficient dynamique .....	99
Figure IV-6 : Superposition des courbes montantes modèle statique et 500 Hz.....	100
Figure IV-7 : Évolution du coefficient dynamique en fonction de l'induction pour $B_{max}=1.7$ T	101
Figure IV-8 : Superposition mesure et modèle pour les courbes montantes à $B_{max}=1.7$ T - Zoom sur la partie linéaire.....	102
Figure IV-9 : Évolution des coefficients dynamiques des 5 premiers hystérons en fonction de $DtB$ .....	103
Figure IV-10 : Cycles de caractérisation utilisés pour le modèle LS - $B_{max} = 1.7$ T .....	105
Figure IV-11 : Calcul de la contribution dynamique du modèle LS.....	106
Figure IV-12 : Surface dynamique caractéristique du modèle LS.....	107
Figure IV-13 : Comparaison mesures trapèze et triangle pour $DtB = 960$ T/s.....	108
Figure IV-14 : Mise en évidence de la relaxation de la contribution dynamique .....	109

Figure IV-15 : Superposition des cycles B(H) triangles et trapèzes avec $B_{\max} = 1.2 \text{ T}$ et $0.6 \text{ T}$ pour $DtB = 960 \text{ T/s}$ .....	110
Figure IV-16 : Superposition des cycles de contributions dynamiques et contributions dynamiques corrigées.....	111
Figure IV-17 : Courbes de caractérisation de la contribution dynamique corrigée.....	112
Figure IV-18 : Surface dynamique obtenue après correction de l'inertie.....	112
Figure IV-19 : Cycle et pertes mesurées et modélisées – $1.5 \text{ T} / 200 \text{ Hz}$ , H7_0.7_45.....	115
Figure IV-20 : Cycle et pertes mesurées et modélisées – $1.4 \text{ T} / 80 \text{ Hz}$ , H5_0.2_90.....	115
Figure IV-21 : Cycle et pertes mesurées et modélisées – $1 \text{ T} / 400 \text{ Hz}$ , sinus.....	116
Figure IV-22 : Cycle et pertes mesurées et modélisées – $0.6 \text{ T} / 80 \text{ Hz}$ , H5_1.5_0.....	116
Figure V-1 : Pertes en fonction de l'induction maximale pour deux fréquences.....	119
Figure V-2 : Cycles mesurés sur les axes x et y du banc – Gauche : $B_{\max} = 1.5 \text{ T}$ et $f = 500 \text{ Hz}$ / Droite : $B_{\max} = 1 \text{ T}$ et $f = 500 \text{ Hz}$ .....	120
Figure V-3 : Cycles $B'(H')$ obtenus sous induction circulaire à $1.2 \text{ T}$ [47].....	120
Figure V-4 : Comportement 2D de l'opérateur Play [52] : (a) : $B - \pi i 0 \leq \varepsilon$ & (b) : $B - \pi i 0 > \varepsilon$ .....	121
Figure V-5 : Schéma de principe de la mesure RPT.....	122
Figure V-6 : Représentation des axes majeur et mineur sur une induction 2D quelconque.....	124
Figure V-7 : Cartographie instantanée de l'induction dans la simulation de la machine électrique de traction de la Toyota Prius. Les points verts correspondent aux d'inductions relevées.....	124
Figure V-8 : Représentation de l'induction à l'interface dent/culasse sur les axes majeur et mineur.....	125
Figure V-9 : Représentation de l'induction dans le pied de dent sur les axes majeur et mineur.....	125
Figure V-10 : Forme d'onde de la composante majeur de l'induction au milieu de la dent et cycle correspondant.....	126
Figure V-11 : Forme d'onde de la composante majeur de l'induction à l'interface dent/culasse et cycle correspondant.....	126
Figure V-12 : Forme d'onde de la composante mineur de l'induction à l'interface dent/culasse et cycle correspondant.....	127
Figure V-13 : Forme d'onde de la composante majeur de l'induction dans le pied de dent et cycle correspondant.....	127
Figure V-14 : Forme d'onde de la composante mineur de l'induction dans le pied de dent et cycle correspondant.....	128
Figure V-15 : Détermination du temps de stabilisation thermique – Pertes (gauche) & Variation relative absolue (droite).....	129
Figure V-16 : Polarisation magnétique à saturation en fonction de la température pour Fe, Co et Ni dans [53].....	130
Figure V-17 : Partie montante des cycles statiques mesurés aux différentes températures – Encart : Zoom à l'approche de la saturation.....	131
Figure V-18 : Cycles aux différentes températures pour deux points de mesure ( $1.6 \text{ T} / 2 \text{ kHz}$ et $1 \text{ T} / 2 \text{ kHz}$ ).....	132
Figure V-19 : Contributions dynamiques aux différentes températures pour deux points de mesure ( $1.6 \text{ T} / 2 \text{ kHz}$ et $1 \text{ T} / 2 \text{ kHz}$ ).....	133
Figure V-20 : Coefficient de la loi d'évolution relative de la contribution dynamique ( $\alpha$ ) en fonction de l'induction et de la température ( $1.6 \text{ T} / 2 \text{ kHz}$ et $1 \text{ T} / 2 \text{ kHz}$ ).....	135

Figure V-21 : Application de la loi d'évolution relative de la contribution en température ( $1.6 T / 2 \text{ kHz}$  et  $1 T / 2 \text{ kHz}$ ) .....135

# Liste des tableaux

Tableau I-1 : Classement des matériaux suivant leurs propriétés magnétiques [10].....	23
Tableau I-2 : Paramètres du modèle de Jiles-Atherton .....	30
Tableau II-1 : Composants du banc de mesure du G2Elab .....	41
Tableau II-2 : Données constructeur du couplemètre statique RT202.....	56
Tableau III-1 : Exemple d'identification pour quatre hystérons avec un seuil $\epsilon$ .....	67
Tableau III-2 : Identification avec courbes de renversement pour quatre hystérons .....	72
Tableau III-3 : Identification sur-discrétisée avec courbes de renversement pour quatre hystérons.....	73
Tableau III-4 : Identification avec une mesure unique.....	78
Tableau III-5 : Écart relatifs entre pertes fer mesurées et modélisées sur différents cas tests – Modèle discret.....	80
Tableau III-6 : Identification du modèle continu, exemple du cycle majeur à 4 hystérons.....	87
Tableau III-7 : Comparaison des modèles discret et continu en temps de calcul.....	89
Tableau III-8 : Écart relatifs entre pertes fer mesurées et modélisées sur différents cas tests – Version discrète vs continue .....	90
Tableau IV-1 : Écart relatifs du modèle complet répartis sur les composantes statiques et dynamiques à partir de signaux de tests.....	114
Tableau V-1 : Résultats de la campagne d'essais en champ 2D .....	123
Tableau V-2 : Pertes obtenues sur les formes d'onde machines .....	128
Tableau V-3 : Comparaison des variations de la conductivité et du champ dynamique maximal .....	134

# Introduction générale

En 1873, J.C. Maxwell propose une théorie d'unification des lois de l'électricité et du magnétisme. Ramenée à quatre lois, elles constituent une des avancées les plus importantes de la physique moderne. La compréhension et la maîtrise des champs électromagnétiques ont radicalement transformé nos sociétés et a permis l'émergence de nouveaux concepts comme les communications sans fil ou les machines électriques. Un siècle et demi plus tard, le défi écologique devient un enjeu majeur et doit être adressé. Dans ce contexte, la transition énergétique est une partie de la solution. Cette modification structurelle profonde de la production et de la consommation énergétique repose sur l'électrification massive des outils et systèmes de la société humaine pour limiter l'impact de l'homme sur son environnement. Parmi ces systèmes, les machines électriques permettent la transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique grâce à l'interaction de champs magnétiques entre eux ou directement avec la matière.

La chaîne électromécanique est un système composé de l'électronique de puissance, des filtres de compatibilité électromagnétique (CEM), de la machine électrique et des systèmes mécaniques. Ces systèmes et sous-systèmes se sont fortement développés pour atteindre des performances telles qu'il est alors envisageable de les utiliser en remplacement de systèmes pneumatiques, hydrauliques ou thermiques. De nombreux secteurs industriels ont alors modifié leurs besoins énergétiques et aujourd'hui l'électricité est omniprésente. Cependant, cette énergie possède un défaut majeur : son stockage est très limitant. Un domaine est particulièrement touché par cette problématique, le domaine des transports.

En effet, ce domaine, notamment les secteurs automobile et aéronautique, nécessite l'embarquement à bord de toute l'énergie dont disposera le véhicule. Il s'agit alors de systèmes autonomes. De plus, de nombreuses contraintes viennent s'ajouter sur les équipements électriques des véhicules : différents points de fonctionnement, contraintes CEM élevées, température, vieillissement, etc. À ces contraintes s'ajoute la miniaturisation des systèmes permettant un gain en volume ou en masse des appareils. Le besoin en énergie étant croissant, les objectifs en termes de densités d'énergie mais aussi de densités de puissance augmentent. Ainsi, à la contrainte de rendement énergétique s'ajoute la contrainte de gestion des pertes des systèmes afin d'assurer leur bon fonctionnement.

Au sein d'une machine électrique, les pertes sont généralement séparées suivant trois origines : électrique, mécanique et magnétique. Dans le cadre usuel de fonctionnement des machines électriques, les pertes magnétiques apparaissant dans les aimants, lorsqu'il y en a, ou dans les culasses ferromagnétiques ne sont généralement pas prédominantes. Cependant, les nouveaux objectifs de densités de puissance tendent à modifier cette répartition et imposent alors une bonne modélisation de ces phénomènes.

Ces pertes appelées pertes fer sont dues à la variation de l'induction dans le matériau. De plus, différents phénomènes présents dans une machine électrique influencent ces pertes : fréquence, champs tournants, température, contraintes mécaniques. Pour les estimer, des modèles empiriques de pertes existent. Cependant, ils deviennent peu précis ou très complexes lorsqu'ils sont appliqués aux cas de machines électriques. D'autres modèles essaient de rendre compte du comportement magnétique des matériaux afin d'en extraire directement les pertes par le biais du cycle d'hystérésis. Cependant, aucun modèle ne satisfait actuellement les exigences des industriels.

La problématique se formule donc : comment modéliser précisément le comportement magnétique d'un matériau ferromagnétique afin d'estimer avec les pertes fer générées au sein d'une machine électrique ?

Pour répondre à cette problématique, l'Institut de Recherche Technologique (IRT) Saint-Exupéry travaille au sein du département Aéronef plus électrique au développement d'un modèle de pertes fer qui satisferaient les exigences de ses partenaires industriels. Un premier modèle Play a déjà été initié dans le cadre de la thèse de Alexandre Giraud et constitue la base des travaux. De même le G2Elab, acteur majeur des sujets d'électrotechniques depuis plusieurs années, a développé le modèle Loss Surface pour modéliser avec précision ces phénomènes. Les travaux menés s'orientent alors vers une mise en commun de ces modèles tout en cherchant des améliorations de ceux-ci et en incluant de nouveaux paramètres comme les effets 2D ou encore la température.

Afin de comprendre les enjeux de ce problème, une contextualisation détaillée sera effectuée, tout d'abord sur la transition énergétique puis sur le cas particulier des véhicules électriques. L'exemple de l'avion plus électrique, bien que mis à mal par la situation actuelle, sera mis en avant. Cette contextualisation servira d'introduction à une description plus avancée des phénomènes liés aux pertes fer et des matériaux utilisés dans les machines d'un point de vue magnétique. Enfin, un état de l'art des modèles existants sera proposé, aussi bien des modèles de pertes empiriques que des modèles d'hystérésis. Ce travail constitue le premier chapitre de ce manuscrit.

Ce travail repose en grande partie sur l'exploitation de données expérimentales issues de mesures. Ainsi, une présentation du principe de mesure magnétique sera faite. Puis, les appareils de mesures permettant de caractériser un matériau en une dimension seront présentés avec une mise en avant des différences entre les appareils suivant les deux sites : G2Elab et IRT. Ensuite, une description de deux autres moyens de mesure encore moins conventionnels : le cadre de mesure en champ tournant et le cadre de mesure en température seront détaillés.

Le troisième chapitre s'articule autour des travaux menés sur l'amélioration du modèle Play scalaire et statique de l'IRT. Fondamentalement mathématique, une présentation détaillée du modèle sera effectuée afin de d'expliquer son fonctionnement. Puis, à partir de la présentation du modèle initial, les différentes améliorations développées dans ces travaux seront revues. Ces améliorations permettent un gain de précision vis-à-vis du modèle initial. Enfin, un nouveau modèle est proposé basé sur le même fonctionnement mathématique, il s'affranchit des limites du modèle précédent et améliore fortement la précision obtenue.

Les effets dynamiques sur les matériaux magnétiques engendrent des pertes supplémentaires. Le quatrième chapitre s'articule sur la prise en compte de ces effets. Tout d'abord, directement dans le modèle Play précédemment présenté. Puis, en utilisant différentes formulations dont le développement sera mis en avant. Dans un second temps, le modèle Loss Surface, issu des travaux du G2Elab, est considéré. Ce modèle est basé sur la décomposition du champ magnétique en deux composantes, l'une statique et l'autre dynamique. Seul le modèle associé à la contribution dynamique sera retenu, la contribution statique étant représentée par le modèle Play développé. Le modèle LS dynamique sera développé puis une amélioration sensible sera proposée permettant de mieux prendre en compte l'histoire du matériau.

Le dernier chapitre de ce manuscrit présente de nouveaux paramètres qui ne sont pas encore pris en compte dans la modélisation. Les champs bidirectionnels génèrent des modifications significatives du comportement du matériau. Un état de l'art de quelques modèles vectoriels sera effectué et une étude expérimentale sera menée. Ensuite, l'aspect thermique sera exposé au travers d'une étude expérimentale. Enfin, une première approche de modélisation sera proposée pour tenir compte de la température lors du calcul des effets dynamiques de l'hystérésis.

# ***Chapitre I : Contexte de l'étude et physique des pertes fer***

Le premier chapitre de cette thèse s'attache à présenter le contexte de cette thèse, ainsi que la problématique à laquelle elle va proposer une solution.

La première partie comporte des aspects assez généraux. Tout d'abord, elle décrit deux défis dus à la transition énergétique actuelle : les véhicules électriques, où l'énergie doit être embarquée, et l'augmentation des densités de puissance, où les systèmes se miniaturisent. Puis, un exemple significatif est détaillé : la problématique de l'avion plus électrique.

La seconde partie détaille la problématique qui est adressée dans cette thèse : la modélisation du comportement des matériaux magnétiques doux pour le calcul des pertes fer dans les machines électriques. Dans un premier temps, un rappel de l'origine physique des pertes fer dans les matériaux magnétiques sera fait avec le détail des différentes échelles que l'on peut considérer. Ensuite, quelques modèles de pertes et d'hystérésis existants seront présentés.

# I.1 Contexte de l'étude

## I.1.1 La transition énergétique

### I.1.1.1 Les véhicules électriques

La transition vers les véhicules électriques se traduit par le remplacement des vecteurs énergétiques historiques (pneumatique, hydraulique, thermique) par un vecteur unique énergie : l'électricité. Ce changement progressif se fait à différents niveaux et avec différents rythmes notamment suivant le contexte industriel. En effet même si la transition vers la voiture électrique reste encore un défi, elle est fortement boostée par la concurrence industrielle du secteur. Dans la Figure I-1, on peut constater que le nombre de ventes de véhicules électriques a été environ multiplié par 7 en 5 ans, BEV : Battery Electric Vehicle et PHEV : Plug-In Hybride Electric Vehicle. D'après [1], la proportion de véhicules thermiques dans le parc automobile mondial devrait diminuer à partir de 2030 au profit des véhicules électriques.

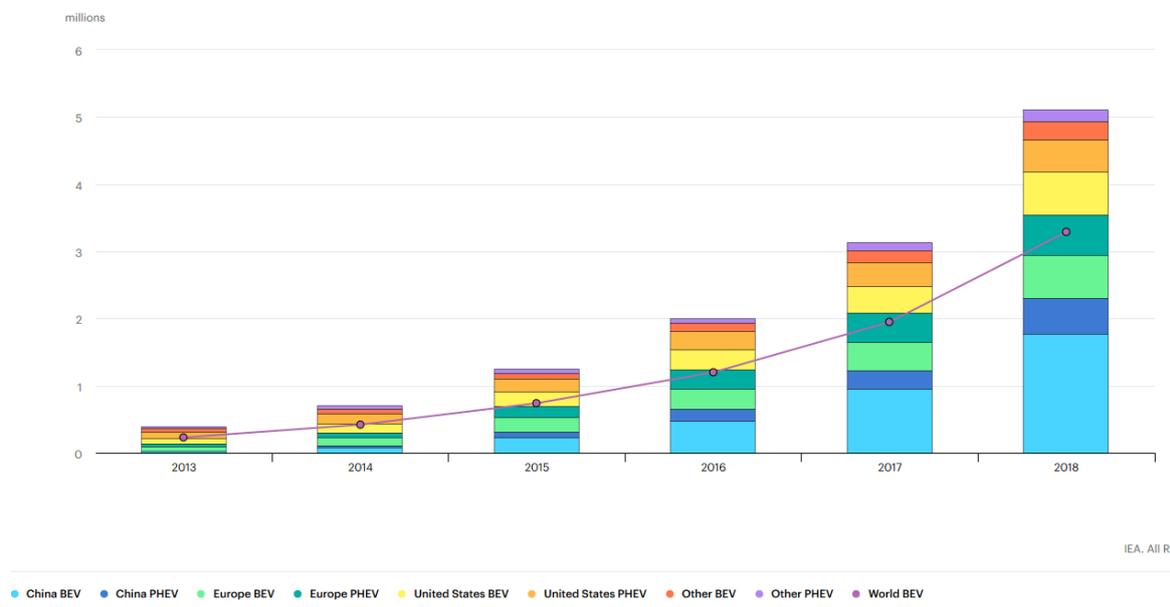


Figure I-1 : Évolution des ventes de véhicules électriques [2]

Pour l'aéronef plus électrique, la même motivation existe mais est fortement ralentie par les exigences de sûreté et de certification imposées par les organismes de contrôle de l'aviation. Dans le cas particulier des systèmes autonomes, un problème majeur est la réserve d'énergie : la batterie. Ainsi, la maturité technologique du stockage limite non seulement la quantité pouvant être embarquée mais aussi la puissance délivrée. Ces limites ont un fort impact sur l'autonomie de ces véhicules ainsi que sur la puissance maximale que peut produire un composant de ce système, par exemple le système de propulsion [3].

Un moyen pour augmenter l'autonomie de ces systèmes est d'améliorer l'efficacité des sous-systèmes, par exemple en limitant les pertes dans le moteur électrique de propulsion d'une voiture. Ces systèmes sont aussi fortement contraints, la masse en particulier est un paramètre déterminant, le gain de poids permettant de gagner en autonomie. L'encombrement est un autre paramètre impactant : la place embarquée étant limitée, il faut réduire le volume occupé tout en assurant les performances nécessaires au système.

### I.1.1.2 L'augmentation de la densité de puissance

De nombreux systèmes sont miniaturisés au fil du temps. Ce phénomène existe dans tous les domaines et s'applique aussi au génie électrique. En effet, on souhaite de plus en plus limiter l'encombrement et/ou la masse des systèmes tout en augmentant la puissance qu'ils délivrent en fonctionnement. On définit alors la densité de puissance volumique ( $W/m^3$ ) ou massique ( $W/kg$ ) afin de pouvoir comparer la compacité de différents systèmes. Cette grandeur est bien représentative de la miniaturisation et de l'augmentation du besoin en énergie. En effet, elle traduit le fait de faire transiter toujours plus de puissance dans un système toujours plus compact et/ou toujours plus léger.

D'après [4], les moteurs électriques commerciaux « hautes densités » actuels peuvent opérer aux environs de 5 kW/kg en régime continu. La densité de puissance maximale peut augmenter à plus de 10 kW/kg, la température augmentant rapidement, ce régime n'est pas viable sur de longues périodes et peut entraîner des dommages sur le moteur.

Par ailleurs, cette augmentation des densités de puissance implique aussi des problématiques de gestion thermique. En effet, à rendement égal, l'augmentation de la densité de puissance entraîne la génération de pertes dans un espace toujours plus restreint. Par exemple, un moteur de 60 kW avec un rendement de 95% produit 3 kW de pertes. Cette énergie doit être correctement évacuée pour ne pas endommager le système. Le calcul précis et la gestion des aspects thermiques s'ajoutent donc à la problématique d'augmentation de la densité de puissance. Dans la logique de la démarche environnementale et pour limiter ces contraintes thermiques, l'efficacité des systèmes doit aussi s'améliorer afin de réduire les pertes et limiter la consommation d'énergie. Une meilleure connaissance des sources de pertes et de leur localisation permet ainsi de concevoir des systèmes plus performants, plus robustes et mieux adaptés à leur fonctionnement.

Les problématiques de l'avion plus électrique et de la voiture électrique sont les exemples parfaits de systèmes autonomes où l'augmentation de densité de puissance est nécessaire. La partie suivante va se concentrer sur l'exemple de l'avion plus électrique afin de bien cerner les enjeux de notre étude.

## I.1.2 L'avion plus électrique

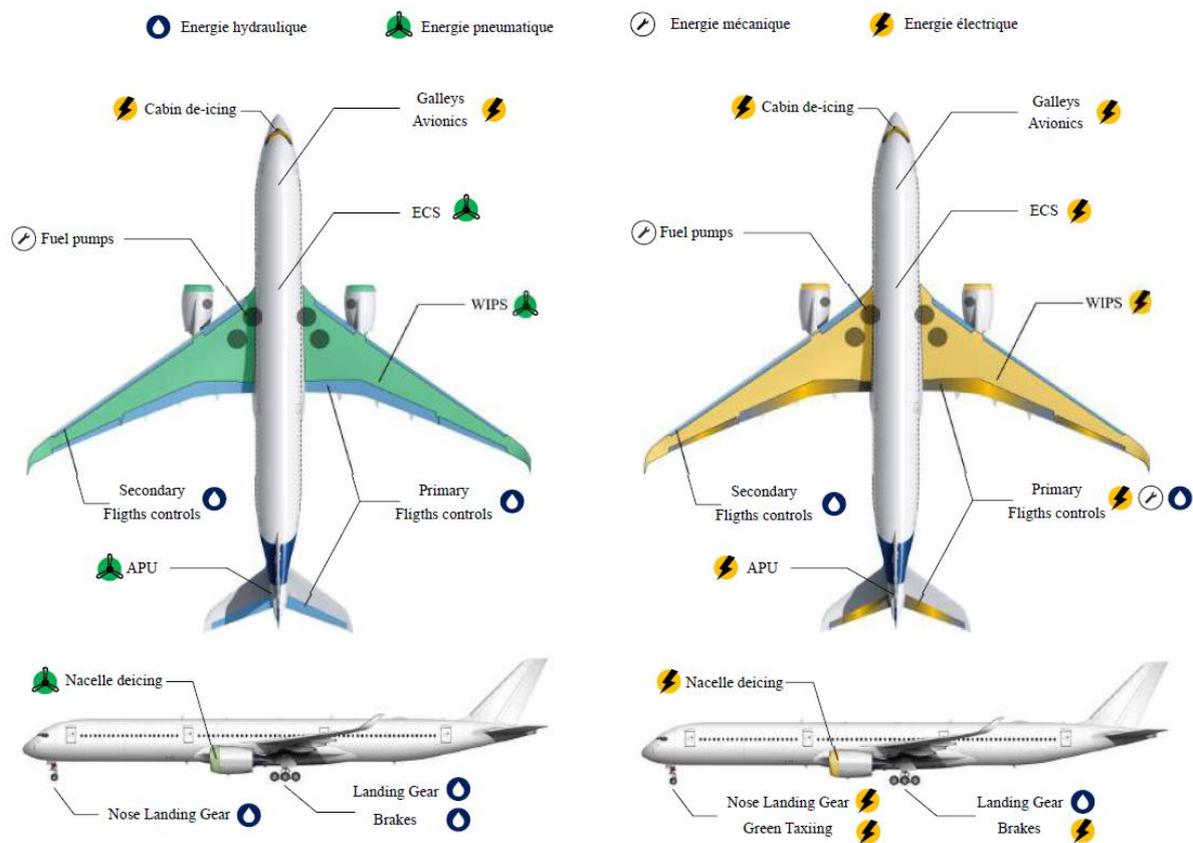
La transition énergétique dans l'aviation se traduit par le remplacement progressif des sources d'énergies auxiliaires par la seule énergie électrique. On définit ainsi l'avion plus électrique (MEA : More Electrical Aircraft) où les énergies non propulsives sont remplacées par l'énergie électrique. L'avion tout électrique (AEA : All Electrical Aircraft) où toute l'énergie à bord est électrique, propulsive et non propulsive, est un objectif plus lointain qui nécessite la levée de verrous technologiques partiellement adressés par le MEA.

### I.1.2.1 Énergies à bord des avions

L'avion traditionnel (l'A350 et le B787 étant considérés comme plus électrique) comporte différentes énergies pour remplir des fonctions spécifiques. La principale origine de ces énergies est le réacteur dont environ 3 à 5% de la puissance est prélevée pour générer ces énergies dites non propulsives. On les regroupe en quatre types :

- L'énergie mécanique : c'est une énergie difficilement transportable, elle est donc localisée au niveau des réacteurs et sert notamment pour l'alimentation des pompes de celui-ci.

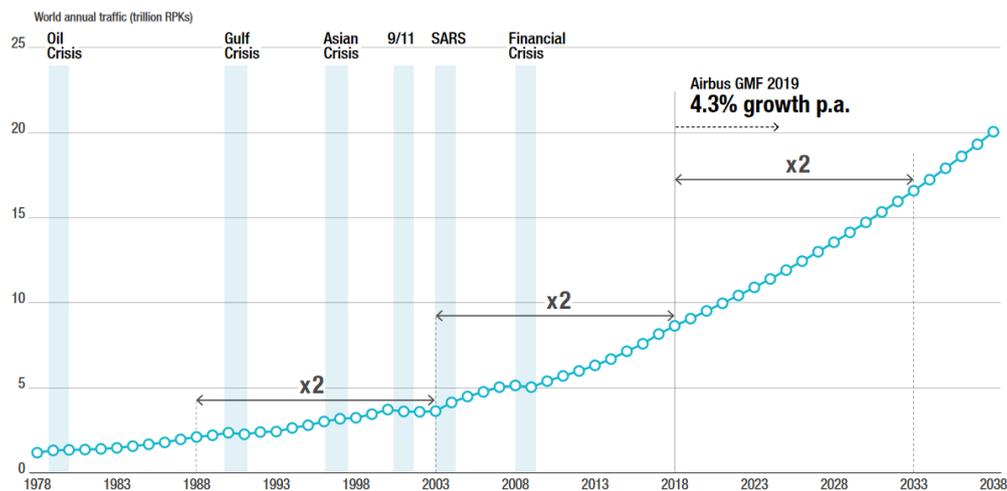
- L'énergie hydraulique : obtenue par la mise sous pression d'un fluide à l'aide d'une pompe mécaniquement entraînée par le réacteur. Ce fluide pressurisé est distribué dans l'appareil et sert notamment aux commandes de vol et au déploiement du train d'atterrissage.
- L'énergie pneumatique : obtenue par la mise sous pression d'un circuit d'air chaud prélevé sur l'étage haute pression du réacteur. Un circuit pneumatique la distribue dans l'avion, ses principales fonctions sont le conditionnement d'air pour la cabine, le dégivrage des ailes et le démarrage du réacteur via une turbine alimentée, à ce moment-là, par le groupe auxiliaire.
- L'énergie électrique : produite par des génératrices depuis l'énergie mécanique du réacteur. Elle est distribuée sur l'ensemble de l'avion par câbles et remplit plusieurs fonctions : alimentation des pompes à carburant, dégivrage du cockpit, ventilation du système de conditionnement d'air, alimentation des systèmes avioniques (calculateurs, ...) et alimentation de la cabine (divertissement, cuisine, éclairage, ...).



**Figure I-2 : Architecture énergétique d'un avion conventionnel (gauche) et plus électrique (droite)**

### I.1.2.2 Prévisions d'évolutions dans l'aéronautique

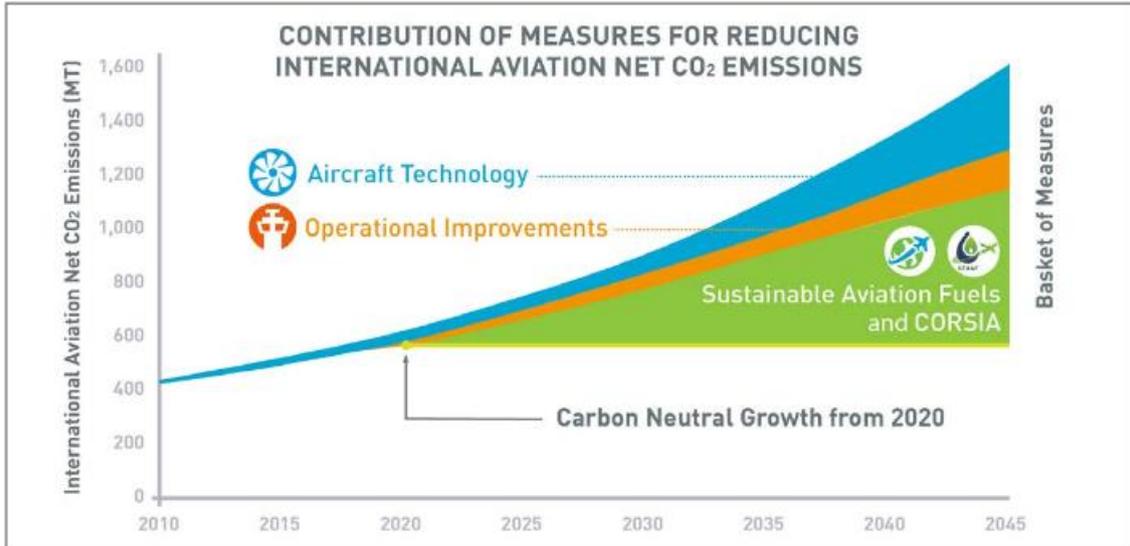
Le trafic aérien ne cesse d'augmenter, doublant tous les 15 ans depuis les années 1980 tel qu'illustré Figure I-3. Il est considéré responsable de 2 à 3% des émissions de CO<sub>2</sub> mondiales, la part du transport (voitures, bateaux, avions, ...) étant estimée à 24%. Le nombre d'avions de passagers en service fin 2018 est de 20 870, les prévisions pour 2038 estiment ce nombre à 44 862 soit plus du double actuel [5]. Ainsi, 23 992 avions viendront s'ajouter aux existants, mais il faut aussi prendre en compte le remplacement de 14 366 avions existants.



**Figure I-3 : Prévision d'évolutions du nombre de passagers ramenés au kilomètre (RPK) [5]**

Toutes ces prévisions doivent bien entendus être revues suite aux retombées économiques du SARS-CoV-2. Le secteur aéronautique a été fortement impacté et ralenti par cette crise. Le retour au trafic aérien d'avant la crise n'est prévu que dans plusieurs années. Cependant, l'avion plus électrique reste toujours d'actualité avec, par exemple, l'annonce d'un avion à hydrogène pour 2035 par Airbus.

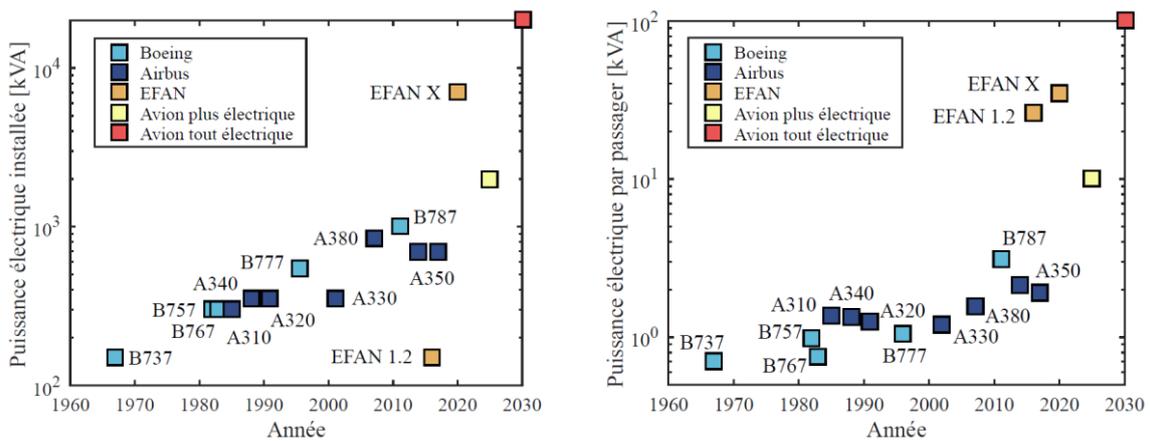
Pour réduire l'impact écologique de l'aviation, l'objectif est d'avoir une croissance carbone neutre en 2050 par rapport à 2020 tel qu'illustré sur la Figure I-4. Cette échéance, imposée par l'OACI (Organisation de l'Aviation Civile Internationale) via le programme CORSIA, est une priorité pour les constructeurs qui cherchent alors à rendre l'avion plus performant, plus respectueux de l'environnement et économiquement viable. Dans ce programme, initialement basé sur la volonté des états puis rendu obligatoire par l'OACI pour tous les vols internationaux à partir de 2027, l'objectif est d'imposer aux compagnies l'obligation d'achat de crédits carbone (financement de projet de réduction ou séquestration de CO<sub>2</sub>) pour compenser leurs propres émissions via le marché international de compensation du carbone.



**Figure I-4 : Objectif du programme CORSIA pour la neutralité carbone de l'aviation civile**

De plus, la course à la compétitivité entre les constructeurs américains et européens a été renforcée par l'émergence des constructeurs asiatiques. Les constructeurs cherchent notamment à alléger au maximum les avions.

La réduction de masse mais aussi la facilité de maintenance, la disponibilité et la fiabilité tend à rationaliser les énergies présentes à bord. Ainsi, la proportion d'énergie électrique embarquée n'a fait qu'augmenter. Par exemple la Caravelle embarquait moins de 100 kVA en 1960 contre plus de 1 MVA pour le B787. Cette augmentation est illustrée sur la figure suivante :



**Figure I-5 : Évolution de la puissance électrique embarquée sur quelques avions [6]**

### I.1.2.3 Défi de l'avion plus électrique

En plus de toutes les contraintes propres à tout véhicule électrique présentées en section I.1.1, l'avion électrique évolue dans un milieu particulièrement contraint comme décrit dans la section I.1.1.1. En effet, l'avion électrique évolue dans un environnement qui peut être fortement agressif : les températures peuvent varier entre -50 °C (haute altitude) et +70 °C (désert, au sol), la pression évolue d'environ de 1 bar au sol à environ 200 mbar en vol. Il est nécessaire de considérer toutes les contraintes d'humidité, de vibrations, de compatibilité électromagnétique, etc. Ainsi, tous les composants qui le constituent, doivent être certifiés par les autorités de l'aviation civile pour être embarqués et autoriser l'avion à décoller.

D'un point de vue électrique, les systèmes doivent répondre à des exigences de compatibilité électromagnétique, de fiabilité et de tolérances aux pannes. Un exemple significatif est le cas de l'actionneur de commande de vol :

- Un actionneur hydraulique en panne, par nature, se place au « point mort » et laisse la possibilité de manœuvrer via un système de redondance.
- Un actionneur électromécanique peut être soumis au grippage, c'est-à-dire qu'en cas de panne, sa position se bloque et empêche le mouvement.

Le milieu est aussi propice à l'apparition de décharges partielles. En effet, la diminution de pression abaisse leur seuil d'apparition, les isolants vieillissent alors prématurément et des défauts peuvent en résulter comme l'apparition d'un arc électrique. Celui-ci peut alors causer des dégâts importants aux équipements à proximité ou initier un incendie.

### I.1.2.4 Les moteurs électriques pour l'aéronautique

Les moteurs électriques comptent pour une partie importante des charges que doit remplir le réseau électrique de l'avion. Ils permettent de faire fonctionner toutes les charges mécaniques de l'avion comme les ventilateurs, les pompes, les actionneurs. Ils sont une composante importante de la transition vers l'avion plus électrique.

Bien qu'ils ne soient pas, statistiquement, la cause de défaut la plus probable de la chaîne électromécanique, leur taux de défaillance doit être évalué pour certifier l'équipement. Ainsi, le plus fréquemment, une panne d'une machine électrique est due à l'échauffement de celle-ci. Il convient donc de prendre en compte la gestion des différentes pertes thermiques du moteur dès sa phase de conception. Ces pertes sont de trois origines :

- Les pertes par effet Joule : elles sont localisées dans les bobinages de la machine et sont généralement bien calculées même si des efforts peuvent encore être faits pour tenir compte de tous les phénomènes très hautes fréquences (effet de peau, de proximité, mise en parallèle de brins...). Pour les machines BF, elles s'obtiennent à partir de la connaissance du volume de cuivre  $V_{\text{cuivre}}$ , de  $\rho$  : la résistivité du matériau, et  $j$  : la densité de courant à travers le conducteur, suivant la formule :

$$P_{\text{Joule}} = V_{\text{cuivre}} \cdot \rho \cdot j^2 \quad \text{I-1}$$

- Les pertes mécaniques : elles sont dues aux frottements de la partie mobile et de la partie fixe de la machine. On peut distinguer les pertes aérauliques des pertes dans les roulements. Dans le cas d'une machine tournante,
  - Les pertes aérauliques se calculent à partir de la densité de l'air  $\rho_{\text{air}}$ , d'un coefficient de frottement  $C_d$ , des données géométriques  $L$  (longueur) et  $R$  (rayon) du rotor et  $\Omega$  la vitesse de rotation, suivant :

$$P_a = \pi \cdot \rho_{air} \cdot C_d \cdot L \cdot R^4 \cdot \Omega^3 \quad \text{I-2}$$

- Les pertes dans les roulements se calculent à partir d'un coefficient de frottement  $K$ , du coefficient  $\alpha$  variant entre 1 et 2 et de la vitesse de rotation  $\Omega$  suivant :

$$P_r = K \cdot \Omega^\alpha \quad \text{I-3}$$

- Les pertes magnétiques regroupant les pertes dans les aimants et les pertes « fer ». Ces pertes « fer » sont le sujet principal de cette thèse. Elles sont causées par la variation de champ magnétique dans le circuit magnétique de la machine. La partie I.2 est dédiée à expliquer leurs origines et les différents modèles de calcul existants.

Lors du dimensionnement de la machine, la fonction à remplir est la création d'une puissance mécanique, généralement le couple à une vitesse donnée par la spécification.

Le couple dépend du courant absorbé par la machine, du nombre de pôles et des dimensions de la machine. Ces dimensions étant contraintes, il faut alors soit augmenter les ampères-tours, généralement via l'augmentation du courant, ce qui augmente les pertes Joule, soit augmenter le nombre de pôles ce qui augmente la fréquence électrique.

La vitesse de rotation de la machine est liée à la fréquence électrique. Pour une puissance donnée, augmenter la vitesse avec un réducteur mécanique permet de diminuer le couple à fournir. Cela permet alors une diminution des dimensions de la machine et donc de sa masse. Bien évidemment, il faut alors prendre en compte le réducteur dans le calcul et la fréquence est alors plus élevée.

Ainsi, l'augmentation de la puissance se traduit principalement par l'élévation de la fréquence électrique fondamentale de la machine. Dans [7], les auteurs regardent la proportion de pertes joule et de pertes fer en fonction de la fréquence en considérant un échauffement constant. On peut alors voir que les pertes cuivre sont prédominantes à basse vitesse, puis égales et finalement inférieures aux pertes fer quand la fréquence dépasse 220 Hz. Cette étude ainsi que l'augmentation continue de la fréquence de fonctionnement des machines montrent que le calcul des pertes fer devient un aspect important de la conception de machines.

La prochaine section va détailler l'origine des pertes fer ainsi que différents modèles de calculs avec leurs avantages et inconvénients.

## I.2 Le magnétisme

### I.2.1 Les échelles du magnétisme

Le magnétisme est un phénomène qui trouve son origine à l'échelle atomique et qui se répercute jusqu'à l'échelle macroscopique avec par exemple : le déplacement de charges électriques, l'apparition de forces répulsives et attractives, etc.

David Jiles [8] résume bien le concept de champ magnétique : lorsqu'un champ magnétique est généré dans un volume de l'espace, un gradient d'énergie apparaît dans ce volume provoquant une accélération des particules électriques chargées qui y sont présentes. De la même manière, une particule électrique chargée en mouvement fait apparaître un champ magnétique. Ainsi, le magnétisme est indissociable d'un déplacement de charges électriques. Ces liens entre magnétisme et électricité sont retranscrits dans les équations de Maxwell.

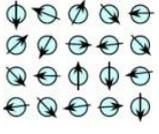
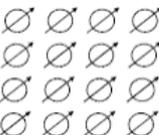
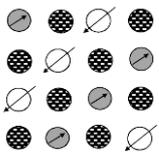
#### I.2.1.1 Le magnétisme à l'échelle atomique

Dans la matière, le magnétisme est issu du moment magnétique des atomes. En effet, les déplacements des électrons sur eux-mêmes mais aussi autour du noyau créent alors un moment magnétique orienté suivant le spin des électrons [9]. À partir, du moment magnétique de l'atome  $\vec{m}$ , on définit plusieurs grandeurs macroscopiques : l'aimantation  $\vec{M}$  et la polarisation  $\vec{J}$ .

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dV} \quad \text{I-4}$$

$$\vec{J} = \mu_0 \cdot \vec{M} \quad \text{I-5}$$

Différents comportements magnétiques peuvent être observés suivant les interactions entre les moments magnétiques atomiques et un champ magnétique extérieur. Le Tableau I-1 décrit trois états magnétiques qui sont les plus intéressants et qui sont exploités dans les matériaux constitutifs d'une machine électrique conventionnelle. Plus généralement, 3 autres états existent : le diamagnétique, l'antiferromagnétique et l'antiferromagnétique. Dans le premier, l'atome ne possède pas de moment magnétique intrinsèque mais en acquiert un très faible sous le champ magnétique extérieur. Les 2 derniers cas, on a des sous réseaux de moments magnétiques ayant des directions opposées et qui soit s'annulent soit se compensent partiellement. De ce fait l'aimantation résultante est très faible.

Comportement magnétique du matériau	Représentation des moments atomiques	Commentaires
Paramagnétique		<p>Les moments magnétiques existent naturellement mais sont orientés aléatoirement</p> <p>Sous l'action d'un champ, ils s'alignent faiblement dans la direction de celui-ci</p>
Ferromagnétique		<p>Les moments magnétiques sont parallèles naturellement au sein d'un domaine</p> <p>Sous l'effet d'un champ, les domaines s'alignent sur celui-ci</p>
Ferrimagnétique		<p>Les moments magnétiques sont antiparallèles au sein d'un domaine mais ne se compensent pas</p> <p>Sous l'effet d'un champ, les moments magnétiques s'alignent sur celui-ci</p>

**Tableau I-1 : Classement des matériaux suivant leurs propriétés magnétiques [10]**

Ainsi, le cuivre, l'eau et la majorité des isolants sont diamagnétiques. Le fer a un comportement ferromagnétique, il sert alors à « conduire » le flux magnétique de façon analogue au cuivre conduisant le courant électrique. Dans la suite de cette étude, seuls les phénomènes liés au comportement ferromagnétique vont être détaillés. Certains matériaux sont naturellement paramagnétiques comme le platine et l'aluminium, d'autres le deviennent sous l'effet de l'agitation thermique à partir d'une température critique, la température de Curie. C'est le cas des matériaux ferro et ferrimagnétiques.

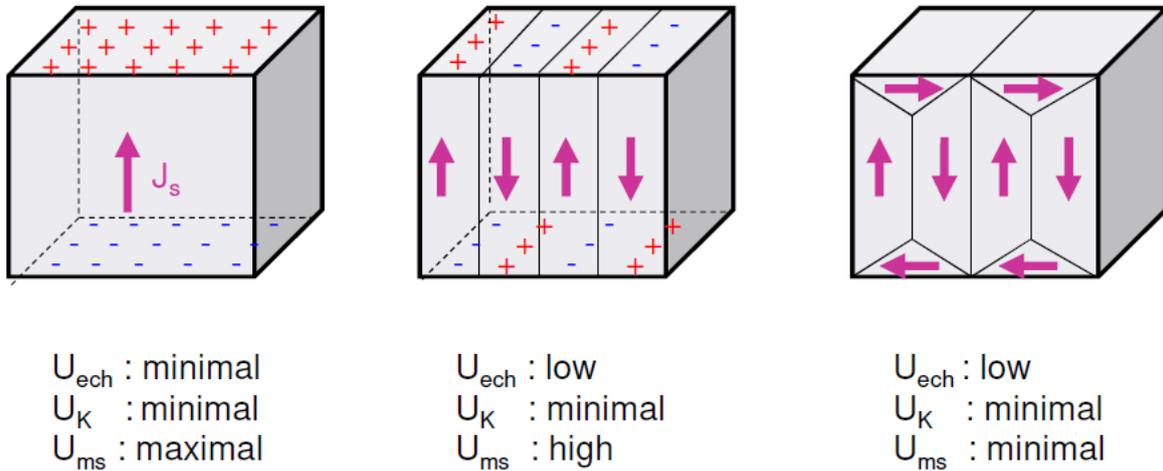
Le fer pur présente des propriétés magnétiques intéressantes : sa polarisation à saturation à température ambiante est de 2.16 T avec une température de Curie de 770 °C. L'ajout d'éléments comme le nickel, le cobalt ou le silicium permet d'ajuster ses propriétés pour remplir certaines fonctions comme augmenter sa tenue mécanique ou diminuer sa conductivité électrique. Plusieurs alliages de fer sont utilisés en construction électriques : FeCo, FeNi et FeSi, ces derniers constituant la majorité de la consommation. Dans ces alliages FeSi on distingue deux principales familles : les alliages à grains orientés, présents dans les transformateurs, et les alliages à grains non orientés, présents dans les machines tournantes. Ces deux familles se différencient par l'anisotropie imposée dans leurs propriétés. Les alliages à grains orientés ont une direction particulière où l'aimantation est facilitée tandis que les non orientés sont idéalement isotropes.

### 1.2.1.2 Échelle mésoscopique

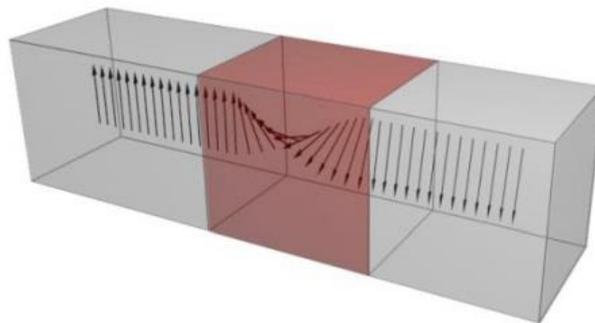
Au niveau mésoscopique, on observe l'apparition de domaines magnétiques, appelés domaines de Weiss, au sein de la matière. Ces domaines correspondent à des zones aimantées à saturation mais dans des directions différentes. Ils sont séparés par les parois de Bloch correspondant à une zone de transition dans laquelle les moments magnétiques tournent progressivement dans l'espace pour basculer de la direction initiale à la direction finale tel qu'illustré sur la Figure I-7. Cette configuration en domaines, illustrée Figure I-6, résulte de la minimisation du total des énergies présentes dans le matériau :

- L'énergie d'échange  $U_{ech}$
- L'énergie magnétostatique  $U_{ms}$

- L'énergie d'anisotropie magnétocristalline  $U_k$
- L'énergie magnétoélastique  $U_\lambda$
- L'énergie de Zeeman (interaction avec un champ extérieur)  $U_z$



**Figure I-6 : Différentes configurations de domaines magnétiques [10]**



**Figure I-7 : Parois de Bloch – Transition progressive des moments magnétiques [9]**

Les matériaux ferromagnétiques présentent l'avantage d'orienter le flux magnétique en alignant les moments magnétiques microscopiques. C'est pourquoi, ils sont très utilisés dans l'électrotechnique ou l'électronique. En effet, sous l'action d'un champ magnétique externe, deux phénomènes interviennent :

- Les parois de Bloch se déplacent pour maximiser les domaines alignés dans le sens du champ, il s'agit d'un phénomène irréversible entraînant des pertes. En effet, le déplacement est brusque, entraînant des courants induits microscopiques même à très basses fréquences. Ce phénomène est bien connu sous le nom de l'effet « Barkhausen » [8].
- Il y a une rotation cohérente des moments magnétiques dans le sens du champ, il s'agit d'un phénomène réversible n'entraînant pas de pertes.

Dans le cas des alliages FeSi, très utilisés en génie électrique, le déplacement des parois intervient en premier puis la rotation des moments vers la saturation. Dans le cas extrême de saturation, tous les domaines sont alignés, ils ne forment plus qu'une seule entité au sein du matériau et il n'y a plus de parois de Bloch.

### I.2.1.3 Niveau macroscopique : le cycle d'hystérésis

Sous l'effet d'un champ alternatif, le processus d'aimantation se décompose alors de la manière suivante :

- L'aimantation atteint sa valeur de saturation  $M_{sat}$ , tous les domaines ont alors fusionné pour n'en former qu'un seul aligné avec le champ extérieur (correspond à l'induction magnétique  $B_{sat}$ ) pour un champ magnétique  $H_{sat}$ . Notons que les désignations  $B_{sat}$  et  $H_{sat}$  restent un abus de langage.  $H_{sat}$  est une valeur suffisamment grande de H pour approcher la saturation et  $B_{sat}$  est la valeur de B correspondante.
- Le champ magnétique  $H$  décroît jusqu'à s'annuler, mais la valeur de l'induction n'est pas nulle, on l'appelle l'induction rémanente  $B_r$  (correspond également à l'aimantation rémanente  $M_r$ )
- Le champ magnétique devient négatif et aimante le matériau dans le sens inverse, annulant l'induction ou l'aimantation du matériau : il s'agit du champ coercitif  $H_c$
- Le matériau continue son aimantation inverse jusqu'à saturation, puis le champ s'inverse de nouveau et le processus décrit le cycle d'hystérésis

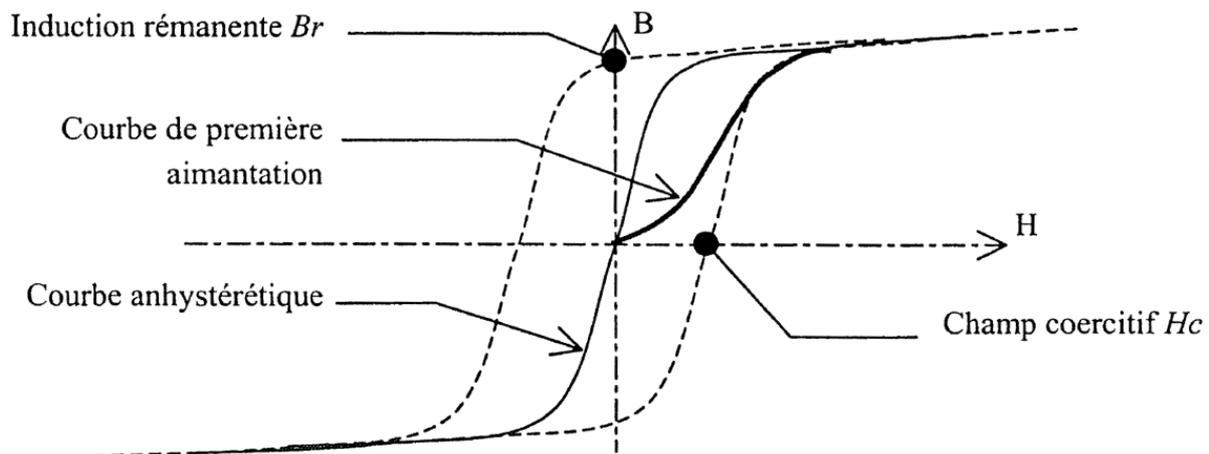


Figure I-8 : Exemple de cycle d'hystérésis

Ce cycle correspond à une moyenne macroscopique de l'ensemble des effets microscopiques. Sa forme peut fortement varier suivant les applications. Par exemple, l'apparition de cycles mineurs suite à un changement de sens de variation du champ magnétique conduira à l'apparition d'un cycle d'hystérésis interne au cycle majeur décrit, créant des pertes supplémentaires dans le matériau.

On définit aussi trois courbes particulières :

- La courbe de 1<sup>ère</sup> aimantation, qui correspond à la réponse du matériau lorsqu'il est soumis à un champ à partir de l'état neutre magnétique, il s'agit de la courbe partant de l'état désaimanté du point  $(0,0)$  et croissant jusqu'à  $(H_{sat}, M_{sat})$  sur la Figure I-8,
- La courbe anhystrétique qui correspond à la moyenne sur le champ magnétique à induction donnée d'un cycle majeur quasi-statique considéré. Cette courbe est illustrée sur la Figure I-8,
- La courbe univoque ou courbe normale qui est la courbe passant par le maximum des cycles majeurs centrés à induction maximale croissante. Cette courbe dépend alors de la fréquence à laquelle les cycles ont été mesurés comme illustré sur la Figure I-9. À basse fréquence cette courbe coïncide avec la courbe de 1<sup>ère</sup> aimantation.

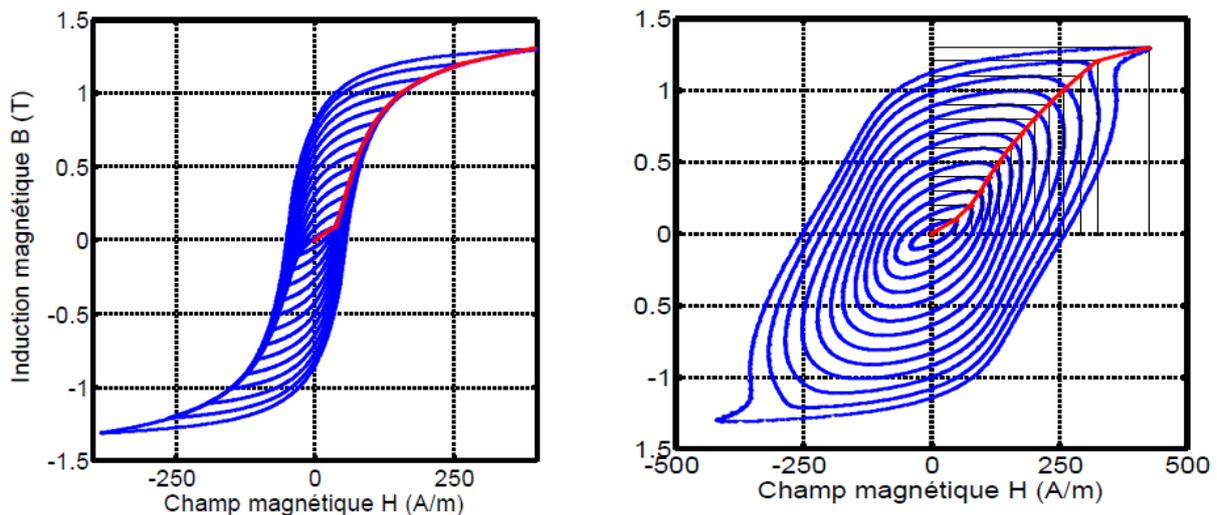


Figure I-9 : Courbe univoque d'une tôle M330-35A à 10Hz (gauche) et 800Hz (droite) [11]

## I.2.2 Les pertes magnétiques

Les pertes magnétiques dans le fer, plus souvent appelées pertes fer, sont causées par la variation du flux magnétique à travers un matériau conducteur électrique et les courants microscopiques qui se développent autour des parois de Bloch quand elles se déplacent. Les premiers modèles de calcul de pertes remontent à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle. Fortement non linéaire et dépendant de nombreux paramètres (température, stress mécanique, ...), c'est un phénomène difficile à modéliser. Elles sont généralement évaluées en post-traitement de simulations éléments finis lors de la conception de produits électrotechniques, quelques logiciels commencent à proposer des modèles les incluant lors de l'analyse [12], [13], [14], [15].

### I.2.2.1 L'induction magnétique et énergie dissipée

Lorsqu'un matériau est soumis à un champ magnétique, il est alors traversé par un flux magnétique. Ce flux magnétique dépend notamment de l'aimantation  $\vec{M}$  du matériau mais aussi du champ magnétique  $\vec{H}$  imposé. On définit alors l'induction  $\vec{B}$  d'un matériau comme étant la densité surfacique de flux magnétique à travers une surface. Ainsi dans un matériau :

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{S} \quad \text{I-6}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot (\vec{H} + \vec{M}) \quad \text{I-7}$$

Avec  $\mu_0$  la perméabilité du vide et  $S$  la section du matériau.

La perméabilité est définie comme le rapport entre l'induction et le champ magnétique :

$$\mu = \frac{B}{H} \quad \text{I-8}$$

Cette grandeur traduit la réponse d'un milieu à un champ magnétique.

On définit aussi la susceptibilité magnétique comme la capacité d'un matériau à s'aimanter sous l'effet d'un champ magnétique :

$$X = \frac{M}{H} \quad \text{I-9}$$

En posant alors la perméabilité relative :

$$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0} \quad \text{I-10}$$

D'où :

$$\mu_r = X + 1 \quad \text{I-11}$$

On en déduit une expression de l'induction en fonction du champ magnétique :

$$\vec{B} = \mu_0 \cdot \mu_r \cdot \vec{H} \quad \text{I-12}$$

Cette formulation, bien que simple, ne permet pas d'obtenir l'évolution de l'induction en fonction du champ. En effet, la perméabilité relative du matériau dépend de l'aimantation du matériau elle-même non linéaire vis-à-vis du champ. Ainsi, il est en réalité très difficile de calculer directement l'induction à partir du champ magnétique. Par ailleurs, l'évolution du champ magnétique dans le temps peut grandement varier, à l'image de la forme des courants qui le génèrent, cela va aussi influencer la forme de l'induction.

Nous avons montré dans le Tableau I-1 qu'un matériau ferromagnétique s'aimante sous l'effet d'un champ magnétique. Cette aimantation n'est pas complètement réversible et engendre de fait des pertes. Pour mesurer la différence entre l'énergie fournie au matériau lors de son aimantation et celle restituée lors de sa désaimantation, on calcule alors l'aire de la courbe d'aimantation moins l'aire de la courbe de désaimantation. Il s'agit de l'aire du cycle d'hystérésis. En considérant un circuit magnétique idéal excité uniformément par un bobinage parfait de longueur moyenne  $l$  et de section constante  $S$ , l'énergie fournie à ce circuit peut s'écrire :

$$E = \int_0^T U \cdot I \cdot dt = \int_0^T S \cdot \frac{dB}{dt} \cdot H \cdot l \cdot dt \quad \text{I-13}$$

Où  $U$  est la tension induite par l'induction  $B$  lorsque le flux magnétique traverse la section  $S$  du circuit magnétique et  $I$  le courant d'excitation créant le champ magnétique  $H$  circulant dans le circuit magnétique de longueur  $l$ .

En moyenne, sur une période électrique  $T$ , la puissance dissipée s'exprime alors :

$$\frac{P_{dissipée}}{V} = \frac{1}{T} \int_0^T H \cdot \frac{dB}{dt} \cdot dt \quad \text{I-14}$$

Avec  $V = S \cdot l$  le volume du circuit magnétique.

Lorsque le champ magnétique est alternatif de fréquence  $f$ , il suffit de multiplier par la fréquence pour obtenir les pertes fer. Dans l'industrie comme d'une manière générale en science, les pertes fer mesurées sont « spécifiques », c'est-à-dire ramenées au poids de l'échantillon via la densité  $\rho$ , on peut aussi trouver des expressions de pertes volumiques : ramenées au volume de l'échantillon considéré. On mesure donc des  $W/kg$  afin de pouvoir généraliser et comparer les pertes fer pour différents matériaux, quel que soit le poids des échantillons :

$$P_{spécifique} = \frac{f}{\rho} \cdot \oint H \cdot dB \quad I-15$$

Cette relation entre énergie et cycle d'hystérésis est à l'origine des modèles de pertes à reconstitution de cycles d'hystérésis.

Pour modéliser des machines électriques, on utilise souvent des logiciels de calculs par éléments finis. Ceux-ci discrétisent une géométrie 2D en éléments de surface élémentaire ou un modèle 3D en volumes élémentaires, il s'agit du maillage. Ils calculent ensuite le champ magnétique et l'induction sur chaque nœud à partir des équations de Maxwell et des équations constitutives des matériaux notamment I-12. Ils permettent ainsi de tenir compte de la géométrie pour calculer les interactions magnétiques dans toute la machine.

Cependant, les valeurs de champ et d'induction sont généralement calculées à partir d'une des courbes particulières évoquées en I.2.1.3 et ne tiennent donc pas compte de l'hystérésis. Par ailleurs, la prise en compte de phénomènes tels que la dynamique, la thermique ou la mécanique complexifie encore plus le problème.

### I.2.2.2 Modèles analytiques de pertes

Steinmetz proposa, à la fin du 19<sup>ème</sup> siècle, un modèle de pertes fer simple, facile à identifier et exploiter. En effet, il établit expérimentalement la dépendance des pertes en régime sinusoïdal en fonction de l'induction et de la fréquence [16] :

$$P_{fer} = c_{se} \cdot f^\alpha \cdot B^\beta \quad I-16$$

Où  $c_{se}$ ,  $\alpha$  et  $\beta$  représentent des coefficients empiriques à déterminer à partir de mesures expérimentales. Ce premier modèle a fortement évolué pour prendre en compte des formes d'ondes non sinusoïdales, du contenu harmonique important, des cycles mineurs ou des composantes continues d'induction. On trouve entre autres :

- Natural Steinmetz Extension (NSE) :

$$P_{fer} = \left(\frac{\Delta B}{2}\right)^{\beta-\alpha} \cdot \frac{C_{SE}}{T} \cdot \int_0^T \left|dB/dt\right|^\alpha dt \quad I-17$$

- Improved Generalized Steinmetz Equation (iGSE) :

$$P_{fer_x} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T C_{SE} \cdot \left|dB/dt\right|^\alpha \cdot |\Delta B|^{\beta-\alpha} dt \quad I-18$$

Où  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $C_{SE}$  correspondent à des coefficients qu'il faut déterminer expérimentalement,  $x$  correspond au cycle considéré.

À partir de l'équation de Steinmetz, Jordan différençia, en 1924, la dépendance en fréquence des pertes par hystérésis ( $k_h$ ) et des pertes par courants de Foucault ( $k_f$ ) [16]. Cette approche constitue le début des modèles de séparation des pertes :

$$P_{fer} = k_H \cdot f \cdot B^2 + k_F \cdot f^2 \cdot B^2 \quad I-19$$

Dans les années 1950, Pry et Bean furent les premiers à tenir compte de la structure en domaines du matériau. À partir de l'hypothèse d'une chaîne de domaines à 180° avec parois rigides, mouvement uniforme et sous champ sinusoïdal, ils firent évoluer la formulation de Jordan en séparant les pertes dites par excès, apparaissant à hautes fréquences [16], en corrigeant les pertes par courants de Foucault à l'aide d'un facteur  $\eta_{exc}$  :

$$P_{fer} = k_H f \cdot B^2 + \eta_{exc} \cdot k_F \cdot f^2 \cdot B^2 \quad \text{I-20}$$

Finalement, dans les années 80, Giorgio Bertotti établit un modèle statistique introduisant le concept des objets magnétiques : ensemble de domaines avec un comportement statistique corrélé. Il identifia plus précisément les pertes par excès à partir des courants induits microscopiques [17]. Il décompose les pertes en trois types ayant chacun une dépendance particulière vis-à-vis de la fréquence et de l'induction. La formulation en onde sinusoïdale :

$$P_{fer} = P_H + P_F + P_{exc} = k_H \cdot f \cdot B^2 + k_F \cdot f^2 \cdot B^2 + k_{exc} \cdot f^{1.5} \cdot B^{1.5} \quad \text{I-21}$$

Bertotti se concentra lors de ses travaux sur l'identification des coefficients en fonction du type de matériau utilisé. Cependant, une des limites de cette méthode de calcul des pertes est l'effet de peau qui apparaît à hautes fréquences. Dans les machines électriques, la formule fut adaptée [18] pour prendre en compte la forme de l'induction :

$$P_H = k_H \cdot \frac{d}{T} \cdot \int_{V_{fer}} B_m^\alpha \cdot \left( 1 + \sum_{i=1}^l \frac{\beta}{B_m} \cdot (\Delta B_i) \right) \cdot dV \quad \text{I-22}$$

$$P_F = \frac{k_F \cdot d}{T} \int_0^T \int_{V_{fer}} \left( \frac{dB}{dt} \right)^2 \cdot dV \cdot dt \quad \text{I-23}$$

$$P_{exc} = \frac{k_{exc} \cdot d}{T} \int_0^T \int_{V_{fer}} \left| \frac{dB}{dt} \right|^{1.5} \cdot dV \cdot dt \quad \text{I-24}$$

$d$  représente la densité du matériau,  $V$  son volume,  $T$  la période du signal d'amplitude,  $B_m$  et  $\alpha, \beta, k_H, k_F, k_{exc}$  sont des coefficients empiriques à déterminer. Dans la formulation I-22, les cycles mineurs sont pris en compte dans la composante statique via leur nombre  $l$ .

Cependant, cette décomposition ne prenait pas en compte les effets tournants apparaissant dans les machines électriques. Une autre évolution permit d'améliorer la précision du modèle dans ces cas-là :

$$P_{Fe} = C_1 \cdot P_a + C_2 \cdot P_{rot} + C_3 \cdot P_{hf} \quad \text{I-25}$$

Avec  $C_x$  des coefficients empiriques à déterminer.  $P_a, P_{rot}, P_{hf}$  représentant les pertes alternatives, rotationnelles et hautes fréquences [19].

Ces modèles de pertes sont très utilisés car faciles à mettre en œuvre et peu gourmands en temps de calcul. En effet, l'identification des paramètres se fait à partir de séries de mesures donnant les pertes en fonction de l'induction pour différentes fréquences, une optimisation permet alors de trouver les coefficients adéquats puis une interpolation ou extrapolation permet d'adapter ces coefficients à de nouvelles inductions et/ou fréquences. Par ailleurs, les formulations étant fortement liées à la forme d'induction, il faut alors prendre des hypothèses sur la forme qui ne sont souvent pas vérifiées dans une machine électrique.

### 1.2.2.3 Modèles d'hystérésis

Les modèles d'hystérésis ont pour objectif de reconstruire le cycle d'hystérésis propre à un signal  $B(t)$  ou  $H(t)$  d'entrée. Le calcul des pertes associées se fait à l'aide de l'équation I-14. Dans un premier temps, les modèles d'hystérésis ont été formulés en statique, indépendant de la fréquence de parcours du cycle. Ces modèles ont ensuite évolué pour prendre en compte les effets dynamiques et/ou 2D. Plus précis que les modèles analytiques, ils demandent aussi une caractérisation plus lourde.

#### 1.2.2.3.1 Modèle de Jiles et Atherton

Jiles et Atherton ont développé un autre modèle pour reconstituer l'hystérésis basé sur une approche du phénomène liée à l'évolution des domaines de Weiss. Ils proposent dans [8] et [20], de définir l'hystérésis comme la somme d'une aimantation réversible  $M_{rév}$  et d'une aimantation irréversible  $M_{irr}$ . Plusieurs paramètres sont impliqués, le Tableau I-2 les présente avec leur signification physique.

Paramètres	Corrélation physique
$\alpha$	Lié au couplage entre les moments magnétiques atomiques
$a$	Facteur de forme pour $M_{an}$
$c$	Coefficient de réversibilité des parois
$k$	Lié à l'irréversibilité du mouvement des parois (phénomène d'ancrage)
$M_s$	Aimantation à saturation

**Tableau I-2 : Paramètres du modèle de Jiles-Atherton**

Ce modèle se base sur la mesure de la courbe anhystérétique  $M_{an}(H)$ , présentée en 0, issue de la théorie de Langevin reliant le champ magnétique à l'aimantation puis corrigée par Weiss qui a établi la théorie du champ moléculaire, le champ appliqué sur l'électron au sein d'un matériau ferromagnétique.

$$M_{an}(H) = M_s \cdot \left( \coth\left(\frac{H_{eff}}{a}\right) - \frac{a}{H_{eff}} \right) \quad \text{I-26}$$

Avec :

$$H_{eff} = H + \alpha \cdot M \quad \text{I-27}$$

L'aimantation totale est alors répartie entre une composante réversible, liée à la rotation des domaines, et une composante irréversible, liée aux déplacements des parois :

$$M = M_{rev} + M_{irr} \quad \text{I-28}$$

Le développement mathématique réalisé par Jiles et Atherton dans [8] conduisent aux expressions des dérivées suivantes pour chaque composante :

$$\frac{dM_{irr}}{dH} = \frac{M_{an} - M_{irr}}{\delta \cdot k - \alpha \cdot (M_{an} - M_{irr})} \quad \text{I-29}$$

$$\frac{dM_{rev}}{dH} = c \cdot \left( \frac{dM_{an}}{dH} - \frac{dM_{irr}}{dH} \right) \quad \text{I-30}$$

On obtient finalement :

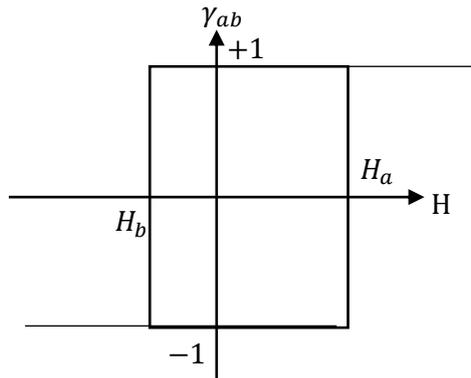
$$\frac{dM}{dH} = \frac{(1-c) \cdot \frac{dM_{irr}}{dH_{eff}} + c \cdot \frac{dM_{an}}{dH_{eff}}}{1 - \alpha \cdot c \cdot \frac{dM_{an}}{dH_{eff}} - \alpha \cdot (1-c) \cdot \frac{dM_{irr}}{dH_{eff}}} \quad \text{I-31}$$

Connaissant la dérivée de l'aimantation par rapport au champ, on peut alors reconstituer le cycle d'hystérésis magnétique complet.

Le principal inconvénient de ce modèle concerne l'identification des paramètres, en effet, ceux-ci sont interdépendants. Plusieurs méthodes ont été proposées : [20], [21]. Suivant la méthode choisie, l'identification sera plus ou moins rapide, généralement au détriment de la précision.

### I.2.2.3.2 Modèle de Preisach et Néel

Un premier modèle, établi en 1924 par Preisach et Néel, propose un modèle de reconstitution d'hystérésis scalaire et statique basé sur un opérateur mathématique appelé bascule élémentaire ou hystéron. Ces bascules peuvent être assimilées à des moments magnétiques (ou domaines) élémentaires.



**Figure I-10 : Bascule élémentaire du modèle de Preisach**

L'idée principale est de décrire l'hystérésis comme une somme d'hystérons. En présence d'un champ extérieur, les opérateurs basculent dans un état activé (+1) ou un état désactivé (-1), le calcul de la somme de ces bascules pondérées d'une fonction de distribution appelée fonction de distribution de Preisach permet de calculer l'aimantation correspondante :

$$M(t) = M_{sat} \cdot \iint_{h_a > h_b} \mu(h_a, h_b) \cdot \gamma_{h_a h_b} \cdot dh_a dh_b \quad \text{I-32}$$

Dans cette relation, l'état de la bascule est représenté par le facteur  $\gamma_{h_a h_b}$ , la pondération de chaque bascule à l'aide de la fonction de distribution de Preisach est  $\mu(h_a, h_b)$ . Ainsi, pour chaque variation de  $H(t)$  on peut déterminer l'état d'aimantation du matériau. En sommant toutes les contributions des bascules, il est possible de retrouver l'aimantation du matériau correspondante [22].

Une méthode d'identification du modèle a été possible via l'ajout d'une fonction d'aimantation réversible dans [23], conduisant à l'introduction de la fonction d'Everett définie comme suit :

$$E(\alpha, \beta) = \frac{M_{rev}(\alpha) - M_{rev}(\beta)}{2} + \int_{\beta}^{\alpha} \int_{\beta'}^{\alpha'} p(\alpha', \beta') \cdot d\alpha' \cdot d\beta' \quad \text{I-33}$$

Cette modification permet notamment d'éviter le calcul de la double intégrale, numériquement lourd et source d'erreurs. En effet, la fonction d'Everett est alors calculée lors de la caractérisation et une interpolation de celle-ci suffit pour remplacer la double intégrale.

D'autres méthodes d'identification existent : Mayergoyz, Biorci-Besseti, Gaussienne, ou encore Lorentzienne suivant le jeu de données expérimentales de départ, généralement des courbes de renversement du 1<sup>er</sup> ordre mais aussi des cycles centrés. Ce modèle est un des premiers à permettre la reconstitution d'un cycle d'hystérésis. Il est à l'origine d'un nombre important de modèles aussi bien physiques que mathématiques et a évolué afin de prendre en compte les effets dynamiques et vectoriel dans le comportement des matériaux magnétiques [24].

Cependant, il nécessite une puissance de calcul qui n'est souvent pas justifiée par l'amélioration de la précision en comparaison d'autres modèles. En effet, la double intégration numérique est une opération numériquement coûteuse et l'état de toutes les bascules doit être recalculé à chaque itération temporelle. Des travaux récents [25] ont proposé une méthode d'implémentation numérique rapide tout en conservant une précision intéressante.

### 1.2.2.4 Quelques évolutions

Les modèles de reconstitution de cycles présentés dans la partie précédente sont originellement statiques. Il a donc fallu les faire évoluer pour prendre en compte les effets dynamiques et/ou vectoriels. Plusieurs approches ont été développées.

#### 1.2.2.4.1 Modèles magnétodynamiques

Un modèle purement dynamique a été proposé dans [9] et [22]. Il est basé sur la résolution de l'équation de diffusion dans l'épaisseur de la tôle issue du couplage entre  $\vec{B}$  et  $\vec{H}$  des équations de Maxwell avec la loi d'Ohm locale :

$$\overrightarrow{rot}(\vec{H}) = \vec{j} \quad \text{I-34}$$

Et

$$\overrightarrow{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{I-35}$$

$$\overrightarrow{rot}(\overrightarrow{rot}(\vec{H})) = -\sigma \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{I-36}$$

On se ramène donc à un problème de magnétodynamique. La question qui apparaît alors est comment relier champ magnétique et induction, afin de projeter l'équation de diffusion dans un repère adapté et ainsi résoudre le système. Une option est d'utiliser directement les lois constitutives du champ magnétique, c'est à dire la relation linéaire qui relie  $\vec{H}$  à  $\vec{B}$  avec la perméabilité, solution retenue et détaillée dans [22] sous le nom de modèle magnétodynamique.

#### I.2.2.4.2 Modèle dynamique de déplacement des parois

Un modèle dynamique à partir du déplacement des parois a été développé. Il relie H et B par une contribution statique  $H_{stat}(B)$  directement issue du modèle de Jiles-Atherton, et une contribution dynamique propre au matériau via le champ H et un paramètre  $\beta$  relatif au mouvement des parois tel que :

$$\frac{dB}{dt} = \frac{1}{\beta} (H - H_{stat}(B)) \quad \text{I-37}$$

Ce modèle s'appelle DWM (Diffusion Wall Motion) et est détaillé dans [9]. D'autres approches similaires y sont également présentées. Ces modèles peuvent être considérés comme des modèles globaux ou locaux. Leur utilisation dans ce dernier cas nécessite des calculs par éléments finis ou par différences finies, également détaillés dans [9] et [22].

#### I.2.2.4.3 Modèle dynamique à partir de la variation de l'induction

Un modèle dynamique et vectoriel a été proposé dans [26]. Il se base sur l'expression du champ H en fonction de l'induction B, d'une matrice de rotation, liée au décalage entre B et H, de la perméabilité du matériau et de la dérivée temporelle de l'induction :

$$\begin{cases} H_x = v_{xr} \times B_x + v_{xi} \times \frac{\partial B_x}{\partial t} \\ H_y = v_{yr} \times B_y + v_{yi} \times \frac{\partial B_y}{\partial t} \end{cases} \quad \text{I-38}$$

Avec  $v_{xr}, v_{yr}$  des coefficients assimilés à l'inverse de la perméabilité statique et  $v_{xi}, v_{yi}$  des coefficients liés à l'opposition au champ des courants de Foucault.

De nouveau, on retrouve un modèle à deux composantes : la statique du modèle à travers la connaissance de l'évolution de  $v_{xr}, v_{yr}$  et la dynamique liée aux courants de Foucault à travers la connaissance de  $v_{xi}, v_{yi}$ .

L'évolution de ces coefficients est donnée par la surface mesurée pour tout couple  $(B, \theta)$  avec  $\theta$  l'angle entre B et H. Ce modèle a été initialement développé pour la modélisation des pertes dans les culasses magnétiques de transformateurs sur des tôles FeSi à grains orientés. C'est cette particularité : une forte anisotropie, qui a poussé les concepteurs à développer le modèle vectoriel. Cependant, il permet une modélisation statique, dynamique et tournante des pertes fer, il peut aussi parfaitement être utilisé pour les machines électriques.

## Conclusion du chapitre

La transition énergétique avec notamment l'augmentation de la densité de puissance et l'électrification des systèmes autonomes présente de nombreux défis qui doivent être adressés. Les exemples de la voiture électrique et de l'avion plus électrique sont au cœur de notre étude et représentent un enjeu industriel fort. Un des verrous de cette transition est la connaissance précise des sources de pertes et de leurs localisations au sein des machines électriques. Il est donc nécessaire de développer un modèle de pertes à la fois précis et rapide qui permettra de répondre aux contraintes fortes que subissent ces applications.

Les pertes fer étaient jusqu'alors peu significatives vis-à-vis des autres sources de pertes dans les machines électriques. Dans notre contexte d'étude, ces pertes peuvent non seulement devenir prépondérantes dans les machines électriques mais aussi doivent être mieux calculées afin d'optimiser la conception des chaînes électromécaniques.

Le magnétisme est un phénomène physique complexe. Il prend naissance dans la structure atomique de la matière et engendre des effets macroscopiques importants. Dans les matériaux du génie électrique, il est à l'origine de pertes d'énergie qui, bien qu'observées depuis longtemps, sont encore difficiles à modéliser. De nombreux modèles de pertes existent mais aucun ne semble à la fois précis, simple à mettre en place et rapide d'utilisation. En effet, de nombreux phénomènes non linéaires et fortement couplés interviennent, rendant la modélisation complexe.

Dans le prochain chapitre, une présentation des moyens d'essai utilisés pour la mesure des propriétés magnétiques des matériaux sera faite. Leurs spécificités seront mises en évidence et la démarche de conception d'un moyen de mesure innovant sera détaillée.

## ***Chapitre II : Dispositifs expérimentaux et bancs de mesures mis en œuvre***

Dans ce second chapitre, une présentation des différents moyens d'essai va être réalisée. Ces bancs de mesure ont été utilisés pour identifier le modèle, le valider mais aussi pour expérimenter le comportement des matériaux magnétiques sous des conditions particulières.

Dans une première partie, le principe de mesure et les capteurs utilisés lors de l'identification et la validation vont être présentés. Ils servent à déterminer les propriétés magnétiques et plus particulièrement le comportement hystérétique d'un matériau soumis à une excitation unidirectionnelle.

La seconde partie détaillera quelques bancs d'essai plus spécifiques qui ont servi pour explorer le comportement magnétique sous différentes conditions de températures ainsi que sous excitation bidirectionnelle.

La dernière partie présentera la démarche de conception d'une maquette innovante de mesure des pertes fer qui servira à valider le modèle sous des conditions plus proches de celles rencontrées dans une machine électrique.

## II.1 La mesure magnétique

### II.1.1 Principe de mesure

Dans cette thèse, la méthode utilisée pour calculer les pertes du matériau magnétique sous test est le calcul de l'aire de l'hystérésis du matériau considéré. En effet, comme montré dans I.2.2.1, l'aire du cycle d'hystérésis multipliée par la fréquence correspond aux pertes volumiques dans le matériau.

$$P_{vol} = f \cdot \int_0^T H \cdot dB \quad \text{II-1}$$

Cette mesure de l'hystérésis est primordiale car le modèle développé dans cette thèse s'attache à reconstruire cette caractéristique du matériau. Le schéma de principe est donné par la figure suivante :

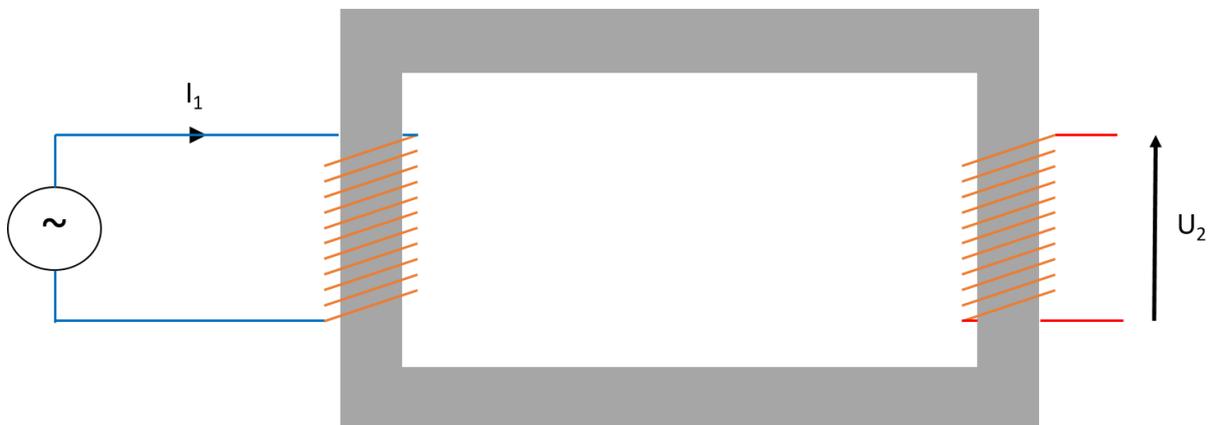


Figure II-1 : Schéma de principe d'une mesure magnétique

Sur le schéma, le courant  $I_1$  circulant dans la bobine primaire (circuit bleu à gauche) génère un champ magnétique  $H$ . Ce champ magnétique crée alors une induction magnétique  $B$  circulant au travers du circuit magnétique (gris). La variation d'induction au travers de la bobine secondaire (circuit rouge à droite) génère à son tour une tension  $U_2$  à ses bornes. Les équations correspondantes sont données en II.1.3.

### II.1.2 Circuit magnétique

Pour mesurer les propriétés magnétiques d'un matériau particulier, le plus pratique est d'avoir le circuit magnétique fermé constitué uniquement du matériau à tester. Ce sera le cas pour les capteurs comme le tore, présenté ci-après, ou le cadre Epstein présenté en II.2.2.

Le tore est un noyau magnétique fait du matériau à tester sur lequel deux enroulements sont bobinés. Ce type de mesure est très utilisé pour caractériser les noyaux magnétiques des inductances en électronique de puissance. Cette méthode présente certains avantages : le noyau magnétique correspond directement à l'inductance finale, il est possible d'adapter le bobinage au point de mesure.

La méthode a aussi certains inconvénients. Notamment, le ratio du rayon extérieur sur le rayon intérieur doit être le plus petit possible pour se rapprocher d'une induction uniforme dans le matériau. Le bobinage est à réaliser pour chaque échantillon ce qui nécessite du temps voire une machine spéciale. Cette méthode de mesure est définie par la norme IEC 60404-6 [27] qui détaille les différentes contraintes que doivent remplir l'échantillon et le système de mesure.

Cependant, un tel montage n'est pas toujours possible car il nécessite de pouvoir fabriquer ce circuit pour chaque matériau à tester ce qui peut être un processus onéreux. Une autre possibilité est alors d'avoir un échantillon plus petit du matériau à tester dont la fourniture sera plus facile et un circuit magnétique fixe constitué d'un matériau dont les propriétés sont bien connues comme par exemple le cadre à bande unique ou SST pour Single Sheet Tester qui sera présenté en II.3.1.

Les échantillons à tester subissent différents processus : découpe, assemblage, ... Il est donc fortement recommandé d'effectuer un recuit magnétique adapté au matériau avant de réaliser les mesures. Cette étape consiste à soumettre un échantillon à une montée contrôlée en température, suivi d'un temps de maintien de celle-ci avant de le ramener de manière contrôlée à température ambiante. Ce cycle thermique a pour objectif de relâcher les contraintes mécaniques qui peuvent subsister dans l'échantillon afin de ne pas dégrader la mesure des propriétés magnétiques.

### II.1.3 Mesure du champ magnétique et de l'induction

Dans la pratique, un amplificateur de puissance est relié à un bobinage primaire autour d'un circuit magnétique. Le champ magnétique généré est alors :

$$H(t) = \frac{N_1}{l_m} \cdot I_1(t) = \frac{N_1}{R \cdot l_m} \cdot U_r(t) \quad \text{II-2}$$

Avec  $H(t)$  : le champ magnétique généré,  $R$  : la résistance de mesure de courant de l'enroulement primaire,  $N_1$  : le nombre de spires de l'enroulement,  $l_m$  : la longueur moyenne du circuit magnétique et  $U_r(t)$  : la tension aux bornes de la résistance.

Un bobinage secondaire placé autour du circuit magnétique permet de calculer la polarisation du matériau à partir de la mesure de la tension à ses bornes suivant la formule :

$$B(t) = \frac{1}{N_2 \cdot S_m} \cdot \int_0^t U_2(t) \cdot dt \quad \text{II-3}$$

Avec  $B(t)$  : l'induction au sein du matériau,  $N_2$  : le nombre de spires de l'enroulement secondaire,  $S_m$  : la section du matériau et  $U_2(t)$  : la tension aux bornes de l'enroulement secondaire.

La bobine secondaire mesurant le flux dans toute sa section, il faut alors retrancher le flux circulant dans l'air ( $S_{air} - S_m$ ) pour se ramener à l'induction du matériau.

### II.1.4 Régulation

Une autre caractéristique importante de la mesure consiste à réguler une forme d'onde choisie que ce soit celle du champ magnétique ou de l'induction. Pour faire cela, un générateur de signal permet de contrôler la tension délivrée par l'amplificateur.

La régulation du champ magnétique se fait via la mesure du courant primaire. Il faut alors corriger la tension délivrée par l'amplificateur pour obtenir la forme d'onde désirée. Il faut signaler que les mesures avec régulation du champ ne sont pas très courantes, en effet les normes de mesure de pertes imposent le contrôle de l'induction dans le matériau.

La régulation de l'induction est beaucoup moins aisée car le contrôle nécessite l'estimation de l'hystérésis lors de la correction de la tension primaire. Ce type de régulation est le plus utilisé car les normes de mesure des pertes imposent une forme d'onde d'induction sinusoïdale [28].

Afin de pouvoir effectuer la mesure, de nombreuses données sont nécessaires. Il faut notamment indiquer les paramètres vus dans les équations II-1, II-2 et II-3 à savoir :

- Les caractéristiques du cadre : nombre de spires des enroulements primaire et au secondaire, longueur du circuit magnétique,
- Les données concernant le matériau à tester : la masse totale de l'échantillon, sa longueur, sa largeur, la masse volumique du matériau afin d'en déduire la section du circuit magnétique. En effet, cette dernière ne peut pas être déduite précisément à partir de la mesure de l'épaisseur. En précisant le nombre de tôles, on peut recalculer l'épaisseur et vérifier la cohérence des données.

## II.2 Moyens d'essai unidirectionnels

### II.2.1 Alimentation de puissance

#### II.2.1.1 Site de Toulouse

Sur le site de Toulouse, l'appareillage est fourni par Brockhaus Measurements. Tous les essais sont effectués à partir d'une armoire contenant tout le système de génération de puissance et de mesure :

- Deux amplificateurs linéaires capables d'opérer dans trois gammes de tension :  $\pm 30$  V,  $\pm 60$  V et  $\pm 90$  V. Ils délivrent alors jusqu'à 30 A dans l'enroulement primaire. Leurs bandes passantes permettent de réguler des signaux de fréquence fondamentale jusqu'à 20 kHz et contenant des harmoniques jusqu'à 1 MHz,
- Une carte de génération de signaux échantillonnée à 20 MHz permettant le contrôle de la tension délivrée des amplificateurs pour atteindre la valeur cible de champ magnétique ou d'induction mais aussi la forme d'onde souhaitée.
- Une carte d'acquisition échantillonnée à 20 MHz avec 14 bits de résolution permet de relever la tension et le courant du circuit primaire ainsi que la tension du circuit secondaire..
- Un fluxmètre pour les mesures quasi-statiques

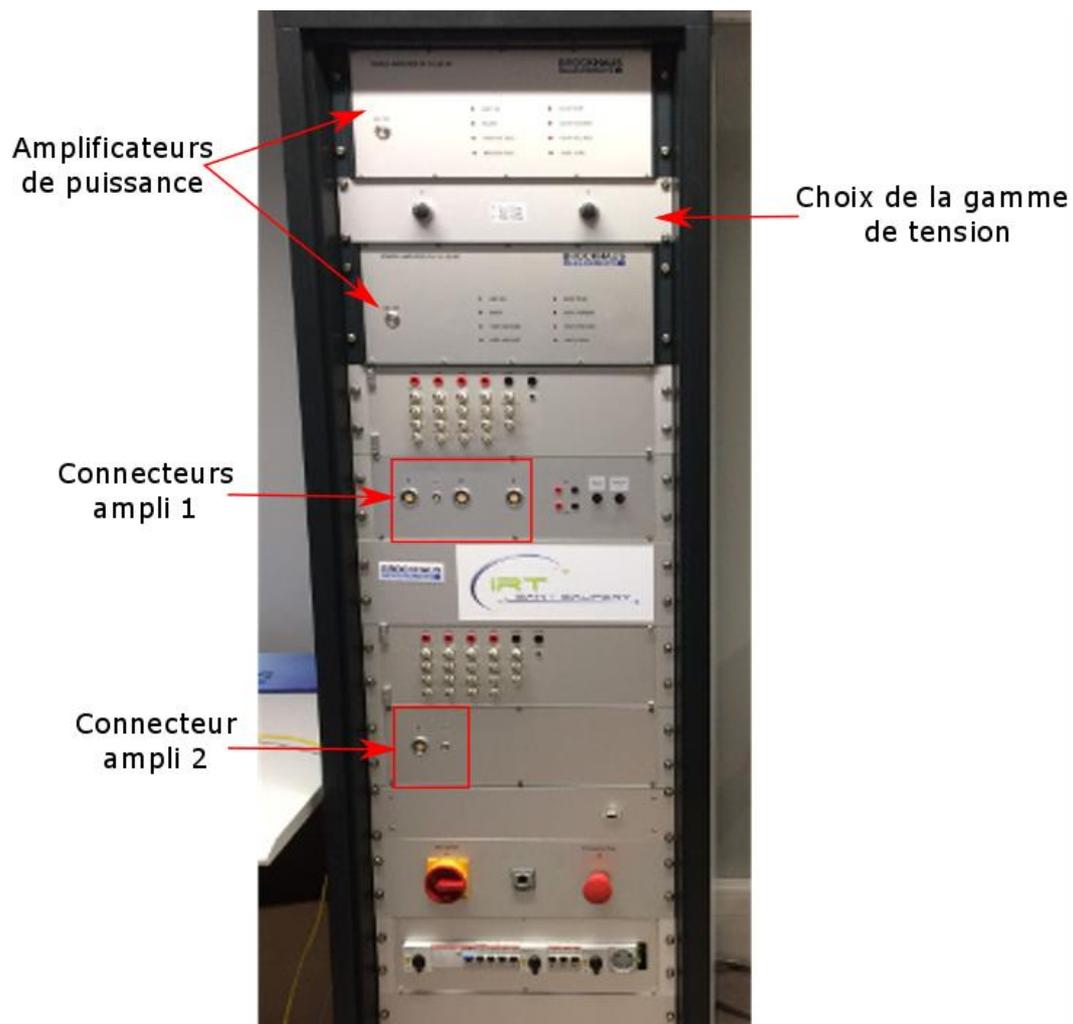


Figure II-2 : Armoire de puissance de Toulouse

Divers équipements permettent d'assurer la protection électrique de l'appareil. On note particulièrement des protections vis-à-vis des surtensions, surintensités, surchauffe et surcharge. Outre le choix de la gamme de tension qui doit être effectué a priori par l'utilisateur, l'appareil change automatiquement les résistances non inductives utilisées pour les mesures de courant.

Sur le banc d'essai de l'IRT, la régulation se fait via la décomposition harmonique de la forme d'onde désirée et mesurée. De plus, la régulation se fait en temps réel sans interruption de la mesure.

Ainsi, lors de la configuration d'un capteur (tore, cadre Epstein, SST), il faut renseigner un certain nombre de paramètres de régulation :

- Les coefficients proportionnels et intégraux de la régulation. Il y a deux régulateurs PI, un premier pour la tension secondaire et un second pour la polarisation,
- La valeur de seuil à partir duquel une harmonique doit être régulée,
- Soit le rang harmonique maximal, soit une limite en fréquence à réguler,
- Un dernier paramètre est le nombre de périodes servant à effectuer la mesure. Celle-ci est faite sur plusieurs périodes pour diminuer l'impact du bruit de mesure.

Une fois ces données renseignées, il faut indiquer les informations propres à la mesure souhaitée. Sur le site de Toulouse, l'appareil a besoin de connaître :

- Le système de bobinage et l'échantillon parmi ceux enregistrés avec les données précédemment décrites,
- Le type de signal à générer parmi les différentes possibilités de l'appareil. On retrouve notamment des signaux DC (quasi-statiques), sinusoïdaux, sinusoïdaux plus harmoniques, MLI et enfin générés à partir d'un fichier de points,
- La troisième étape consiste à choisir la fréquence du signal choisi. Celle-ci doit être choisie de façon à être un sous-multiple de la fréquence d'échantillonnage de l'appareil, ici 20 MHz. Le logiciel choisit alors le nombre de points par période au mieux pour respecter le choix de l'utilisateur sauf pour une forme générée à partir d'un fichier de points où le nombre est donc imposé.
- Enfin, il faut choisir une valeur cible d'induction ou de champ magnétique à atteindre. Ce choix fixe alors la régulation de la forme : une valeur d'induction impose la régulation de la forme de l'induction et inversement. Seul le signal généré à partir d'un fichier de points permet un contrôle différent : la régulation contrôle la forme soit de l'induction, soit de la tension secondaire.

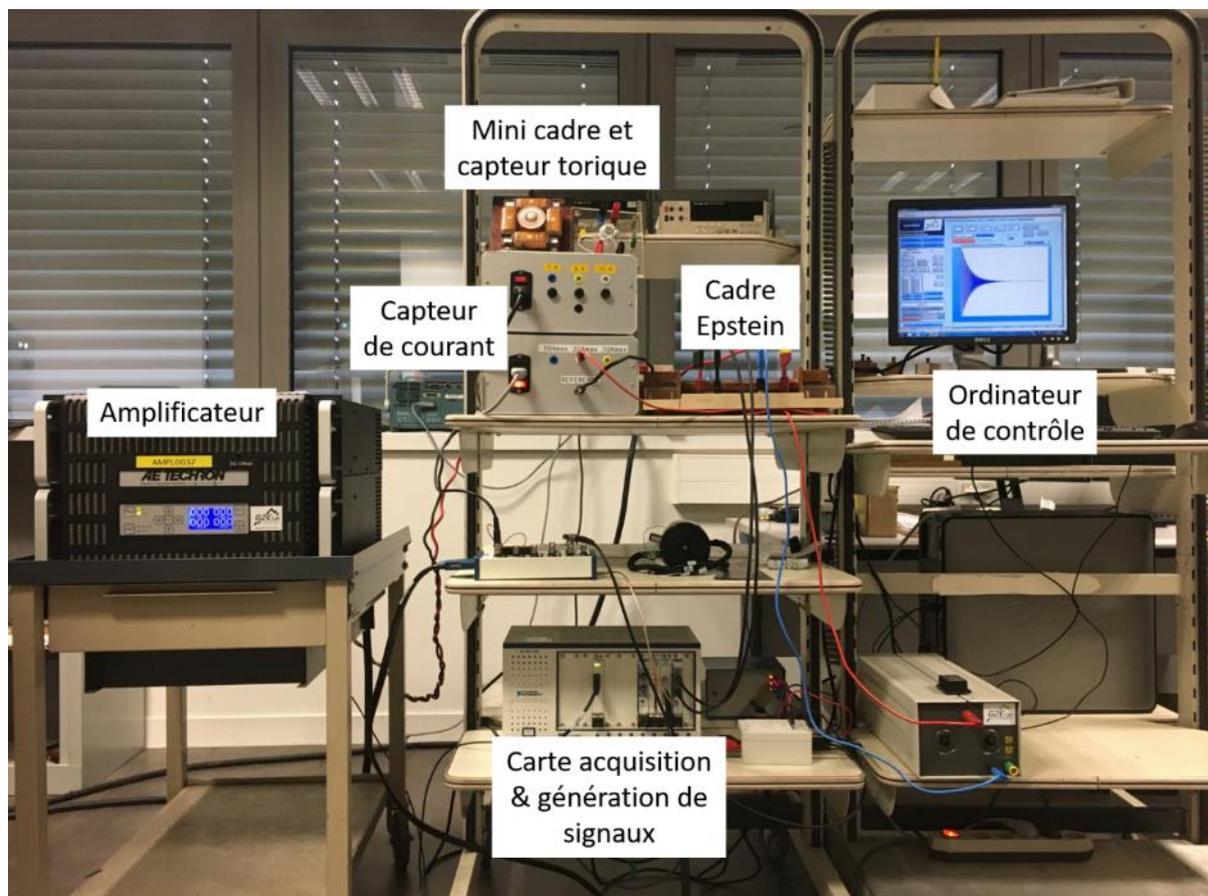
### II.2.1.2 Site de Grenoble

Au G2Elab, le banc de mesure a été conçu et réalisé pour être le plus versatile possible. Il est adapté à des mesures sur tore, les différents cadres Epstein du laboratoire et tout autre système basé sur le même principe de mesure. Les composants du banc sont regroupés dans le tableau suivant :

Composants	Référence	Détails techniques
Carte d'acquisition et de génération de signaux	NI PXIe-6124	- 4 entrées / sorties analogiques, - Échantillonnage à 4 MS/s, - Résolution 16 bits, - Vitesse de balayage : 20 V/μs
Capteur de courant configurable jusqu'à 60 A	LEM IT 60S Ultrastab	- Précision 0.02725% - Amplitude : 60 A - Bande passante : -3dB à 500 kHz
Carte de conditionnement de tension	TEGAM 4040A	- Amplitude 100 V AC - Bande-passante : -3 dB à 100 MHz - Atténuation : 1, $\frac{1}{10}$ , $\frac{1}{100}$ - Précision 0.15 dB
Amplificateur de puissance	AE Techtron 7796	- Puissance : 5 kW continu - Tension max : 150 V - Bande passante : -3 dB à 100 kHz - Précision 0.15 dB - Vitesse de balayage : 41 V/μs

**Tableau II-1 : Composants du banc de mesure du G2Elab**

Divers équipements permettent d'assurer la protection électrique. Cependant, dans sa version actuelle, l'utilisateur doit estimer a priori les niveaux de tension et de courant afin de choisir les facteurs d'atténuation adéquats. Toute la régulation se fait via LabVIEW sur un ordinateur dédié, le banc complet est illustré sur la figure suivante :



**Figure II-3 : Photo du banc de mesure au G2Elab**

La régulation a récemment fait l'objet d'une étude qui a largement amélioré sa capacité à réguler des formes d'ondes complexes aussi bien à très basses fréquences (<2 Hz) qu'à hautes fréquences (>1 kHz) [29].

La régulation se fait par itération, un train d'onde est envoyé sur le capteur, la mesure est effectuée et la régulation corrige la tension primaire pour obtenir l'induction souhaitée. Plusieurs paramètres sont alors à renseigner :

- Le nombre de périodes pour la montée en tension. Généralement assez faible, il faut s'assurer que la montée en tension ne génère pas un offset sur la mesure,
- Le nombre de périodes pour atteindre la stabilité. La stabilité consiste à atteindre un régime périodique bien défini où une éventuelle composante continue issue de la montée a disparu,
- Le nombre de périodes sur lesquelles la mesure est effectuée. Afin de limiter le bruit de mesure, il faut utiliser plusieurs périodes.

Une fois ces informations renseignées, il faut indiquer les données propres à la mesure :

- Le type de signal à générer parmi les différentes possibilités de l'appareil. On retrouve notamment sinusoïdal, sinusoïdal plus harmoniques, trapézoïdal, triangulaire et enfin généré à partir d'un fichier de points,
- La troisième étape consiste à choisir la fréquence et le nombre de points par période. Il faut alors s'assurer que le produit du nombre de points et de la fréquence soit un sous-multiple de la fréquence d'échantillonnage, ici 4 MHz,
- Enfin, il faut choisir une valeur cible d'induction ou de champ magnétique à atteindre.

## II.2.2 Le cadre Epstein

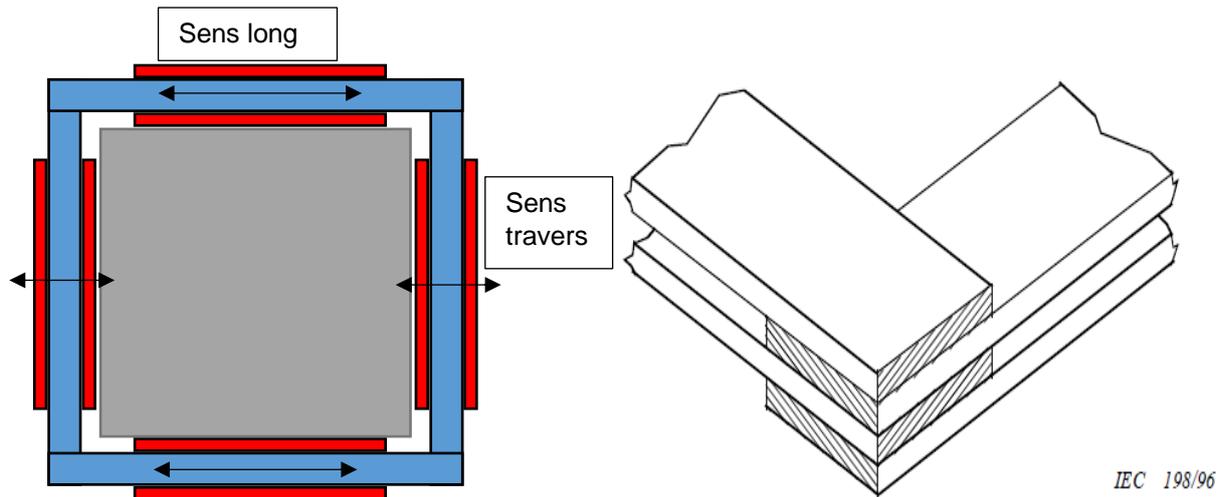
### II.2.2.1 Présentation générale

Les mesures normatives les plus répandues se font actuellement via l'utilisation de cadres Epstein. Un cadre Epstein est un système de bobinage faisant l'objet de deux normes [28] et [30]. Il s'agit de cadres carrés où les enroulements primaires et secondaires sont répartis sur les côtés afin d'obtenir une mesure homogène. L'objectif est de former un transformateur à vide dont le noyau est démontable et est constitué par le matériau à tester.

L'échantillon test est constitué de bandes rectangulaires de longueur comprise entre 280 et 320 mm et de largeur égale à 30 mm. Il faut impérativement que le même nombre de bandes soit inséré sur chaque côté du cadre. Pour la caractérisation des tôles FeSi à grains non orientés, on effectue en général une mesure moyenne en alternant des bandes dans le sens long : axe de laminage dans la longueur de la bande, et travers : axe de laminage dans la largeur de la bande.

Il est possible de réaliser la mesure selon une seule direction d'aimantation mais cette mesure ne correspond pas aux normes.

Le schéma de montage normatif est illustré sur la figure suivante :



**Figure II-4 : Schéma d'installation des bandes échantillons dans un cadre Epstein (gauche)  
Joint à double recouvrement (droite)**

Dans les bandes bleues qui représente l'échantillon test, la flèche indique la direction de laminage, les rectangles rouges sont les enroulements. Les coins sont des joints à double recouvrement, la norme demande qu'ils soient maintenus par des poids exerçant chacun 1 N sur le joint.

Le nombre de bandes à superposer sur chaque côté dépend des conditions de mesure. Il est recommandé de superposer un maximum de bandes afin d'obtenir une moyenne la plus représentative des échantillons, cependant il n'est pas toujours possible d'atteindre un point de mesure voulu avec un nombre de tôles élevé-. La norme impose toutefois un minimum de 12 bandes soit 3 par côté.

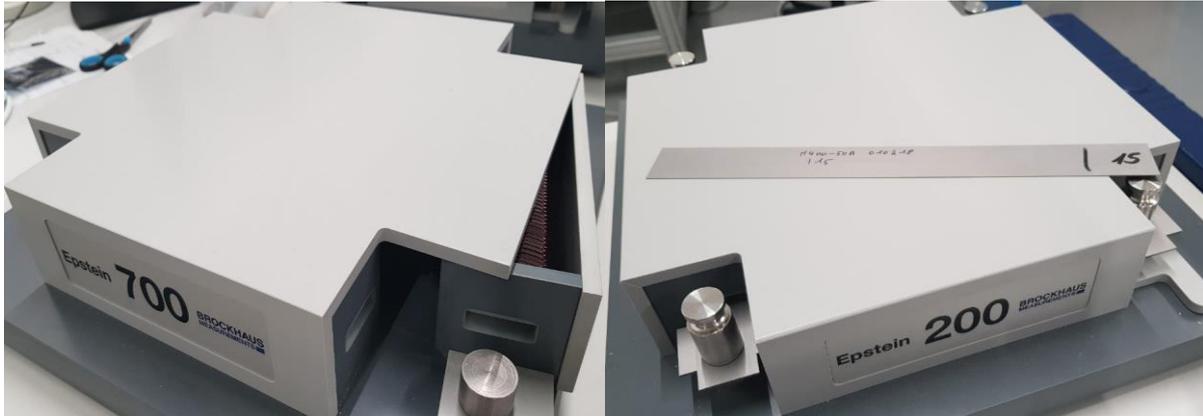
En effet, plus la variation de flux est faible, plus la tension est petite ; ajouter des bandes permet alors d'augmenter le flux embrassé par les bobines. Au contraire, une variation de flux trop élevée nécessite une forte tension qui peut dépasser la limite de l'alimentation de puissance du banc et peut endommager par mégarde l'enroulement d'excitation ou le capteur de courant.

### II.2.2.2 Site de Toulouse

L'IRT Saint Exupéry dispose de deux cadres Epstein fournis par Brockhaus Measurements et qui se distinguent par le domaine d'utilisation en fréquence :

- Un premier contient 700 spires dans chacun de ses enroulements, ce qui le rend plus adéquat pour la mesure à basse fréquence. Il répond à la norme IEC 60404-2 [28] et est adapté à une gamme de fréquence de 0 à 400 Hz,
- Le second est construit selon la norme IEC 60404-10 [30] et fonctionne sur une plage de fréquence allant de 400 Hz à 10 kHz. Les enroulements primaire et secondaire comportent chacun 200 spires permettant de faire des mesures à plus hautes fréquences tout en conservant une induction élevée

La Figure II-5 montre le cadre « basses fréquences » dont l'un des côtés est ouvert pour distinguer le bobinage et le cadre « hautes fréquences », l'échantillon sous test est des bandes de tôles comme celle posée au-dessus du cadre.

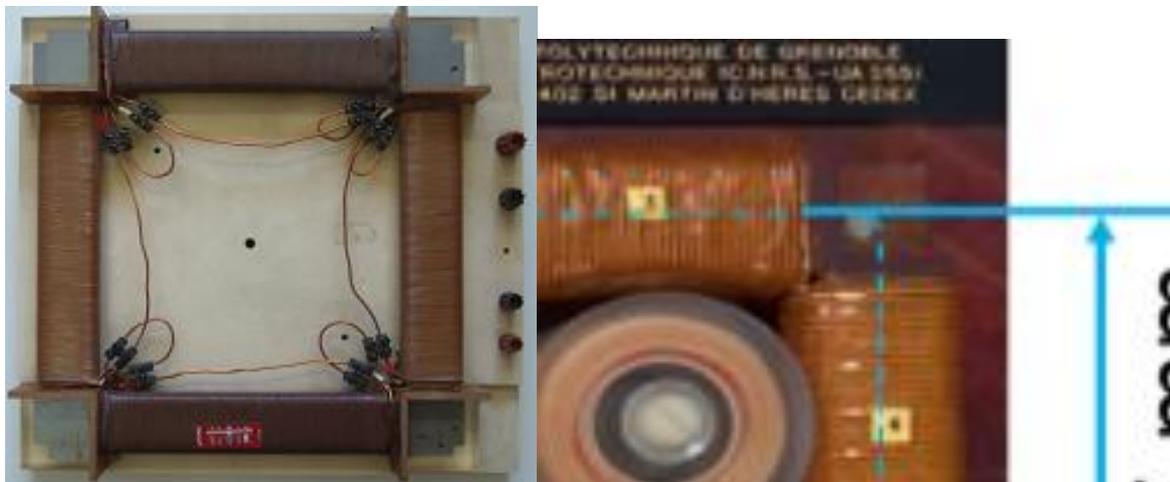


**Figure II-5 : Cadre Epstein 700 spires - Bobinage apparent (gauche) et cadre Epstein 200 spires avec échantillons insérés (droite)**

### II.2.2.3 Site de Grenoble

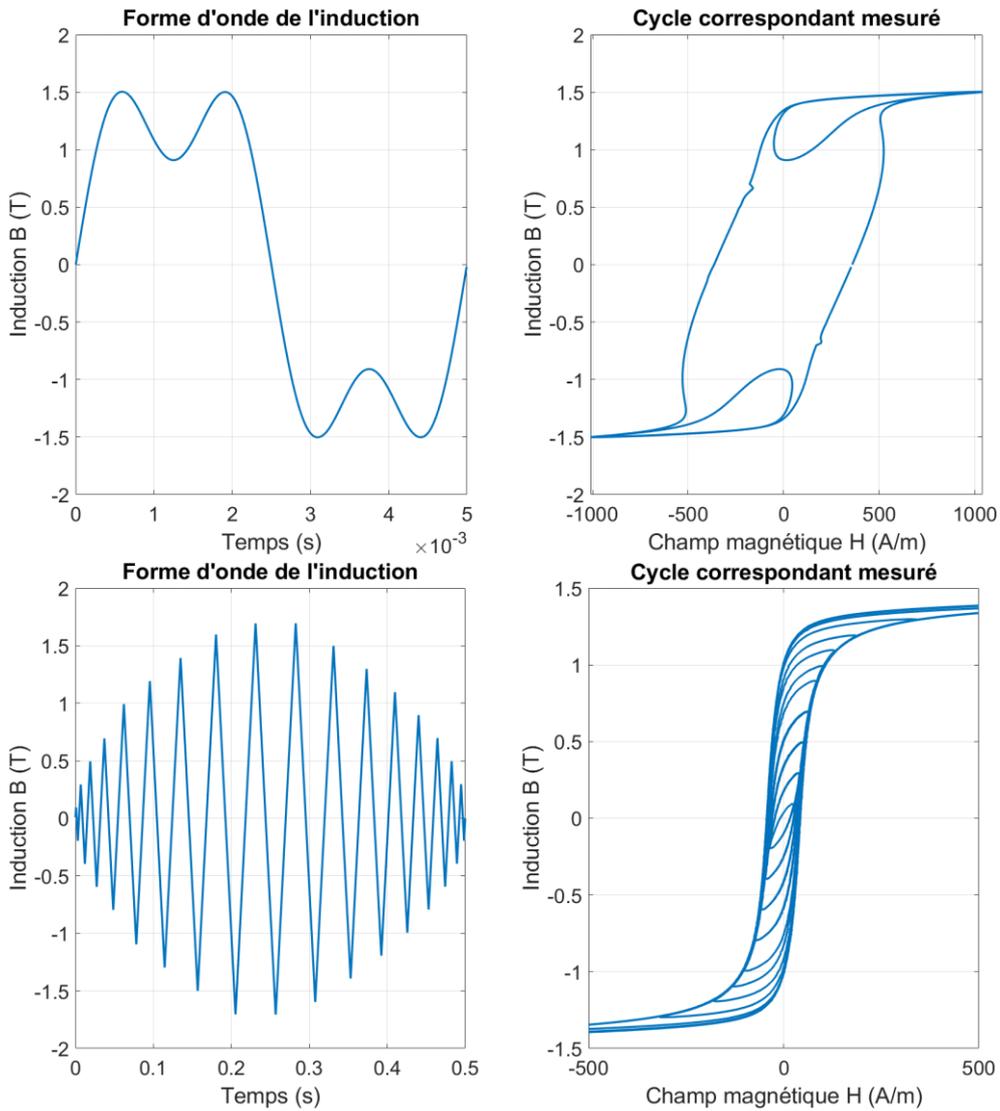
Le G2Elab s'est équipé de plusieurs cadre Epstein construits en interne selon les normes ou non. Le cadre, utilisé dans nos essais, a deux enroulements primaires de 200 et 402 spires qu'on peut utiliser séparément ou mettre en série. C'est cette dernière configuration qui a été considérée pour nos essais. Le bobinage secondaire comporte 200 spires. Ce cadre est utilisé pour faire des mesures à basse et à moyenne fréquence.

Le laboratoire dispose aussi d'un cadre Epstein plus petit adapté à des échantillons de laboratoire ou des moins conventionnels comme les matériaux amorphes ou nanocristallins. Le circuit magnétique à constituer est alors bien plus petit ce qui nécessite moins de matière.

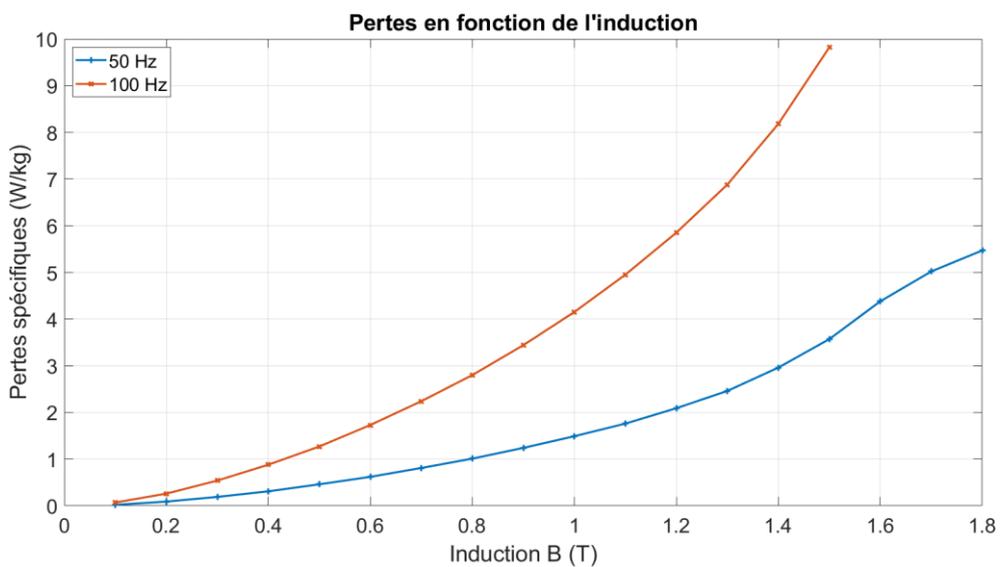


**Figure II-6 : Cadre Epstein du G2Elab - (gauche) : Cadre pour bandes 300x30 mm (droite) : Mini cadre Epstein**

Avec ces différents cadres, il est possible de réaliser des mesures unidimensionnelles depuis des fréquences de 1 Hz jusqu'à 20 kHz avec des formes d'onde complexes. La Figure II-7 illustre quelques exemples de mesure réalisables. La Figure II-8 illustre l'évolution des pertes pour une induction sinusoïdale suivant l'induction pour deux fréquences : 50 Hz et 100 Hz.



**Figure II-7 : Exemple de cycles 1D mesurés - (haut) : Cycle 1.5 T / 200 Hz avec harmonique 3 - (bas) : Cycle 1.7 T / 2 Hz forme imposé quelconque**



**Figure II-8 : Évolution des pertes en fonction de l'induction à 50 et 100 Hz**

## II.3 Autres moyens d'essais

### II.3.1 Essais en température

La température a une influence non négligeable sur les propriétés magnétiques des matériaux. Une caractéristique majeure est la température de Curie à partir de laquelle le matériau devient paramagnétique. L'IRT Saint-Exupéry est équipé d'un cadre SST, Single Sheet Tester, adapté pour une utilisation en étuve dans le cadre de mesures à différentes températures.

Le cadre SST correspond à un montage où une tôle est insérée entre deux noyaux magnétiques en forme de « U ». Les enroulements sont réalisés autour de la tôle à tester. Le fait d'avoir un circuit magnétique hétérogène (culasses, matériau test et un entrefer) va alors perturber la mesure. L'entrefer doit être minimiser lors de la conception et fabrication du cadre, l'influence de la culasse est diminuée notamment en assurant que la section de celle-ci soit très largement supérieure à celle de l'échantillon. À ce moment-là, il est possible de la négliger ou de la compenser.

Ainsi, la section des culasses magnétiques doit être largement supérieure à la section de l'échantillon à tester. La norme IEC 60404-3 [31] définit les conditions à remplir pour réaliser le cadre et les essais associés. Les annexes détaillent aussi des correspondances et équivalences avec les cadres Epstein pour comparaison.

Avec cette méthode, les échantillons normalisés sont des tôles de longueur 500 mm dont la largeur doit correspondre à celles des culasses. Cette technique de mesure est appréciée et préférée au cadre Epstein car elle simplifie grandement la manipulation des échantillons. Il faut cependant réaliser deux mesures, une première puis une seconde après rotation à 90° de la tôle, pour obtenir la valeur moyenne des pertes. Il est toutefois possible de réaliser des essais normatifs avec des échantillons de dimensions plus petites comme indiqué dans la norme.

Ainsi, il est intéressant de réaliser des mesures à différentes températures pour observer l'impact de celle-ci sur les cycles d'hystérésis ou les pertes. Pour cela, l'IRT St-Exupéry s'est doté d'un cadre SST qui a été adapté afin de pouvoir être placé en étuve. La Figure II-9 montre ce cadre SST ainsi qu'une tôle utilisée comme échantillon.

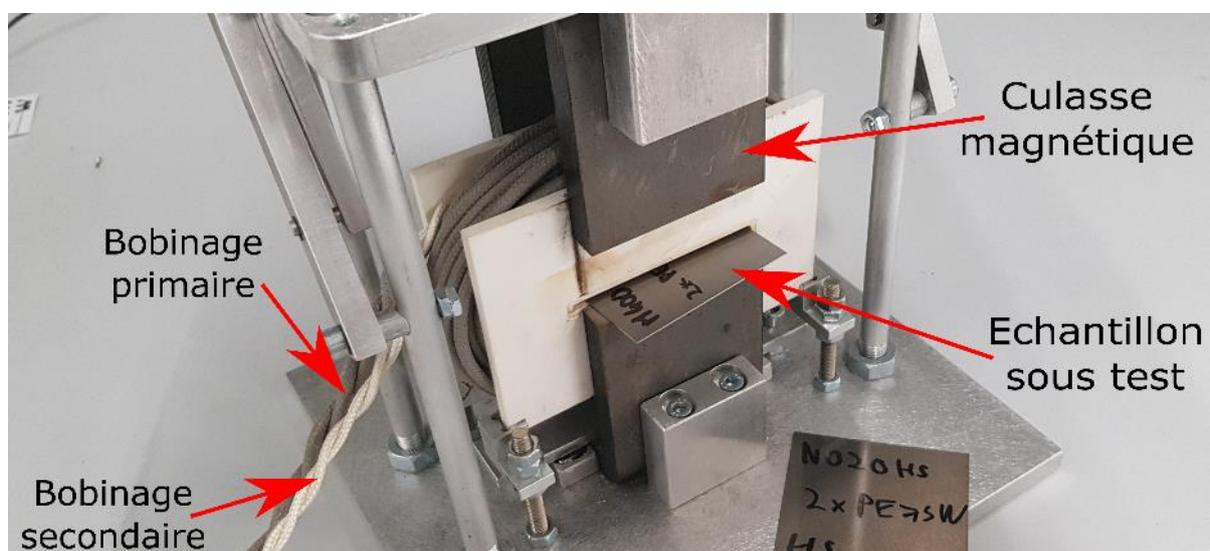


Figure II-9 : Cadre SST avec tôle partiellement insérée

Bien que beaucoup plus petit que celui proposé dans la norme [31], ce cadre permet de faire des mesures similaires à des mesures normalisées sur des échantillons carrés de 60 mm de côté.

Ce cadre possède les caractéristiques suivantes :

- Nombre de spires au primaire : 40,
- Nombre de spires au secondaire : 40,
- Longueur magnétique moyenne : 0.044 m,
- Plage de température de fonctionnement : 0 °C - 300 °C.

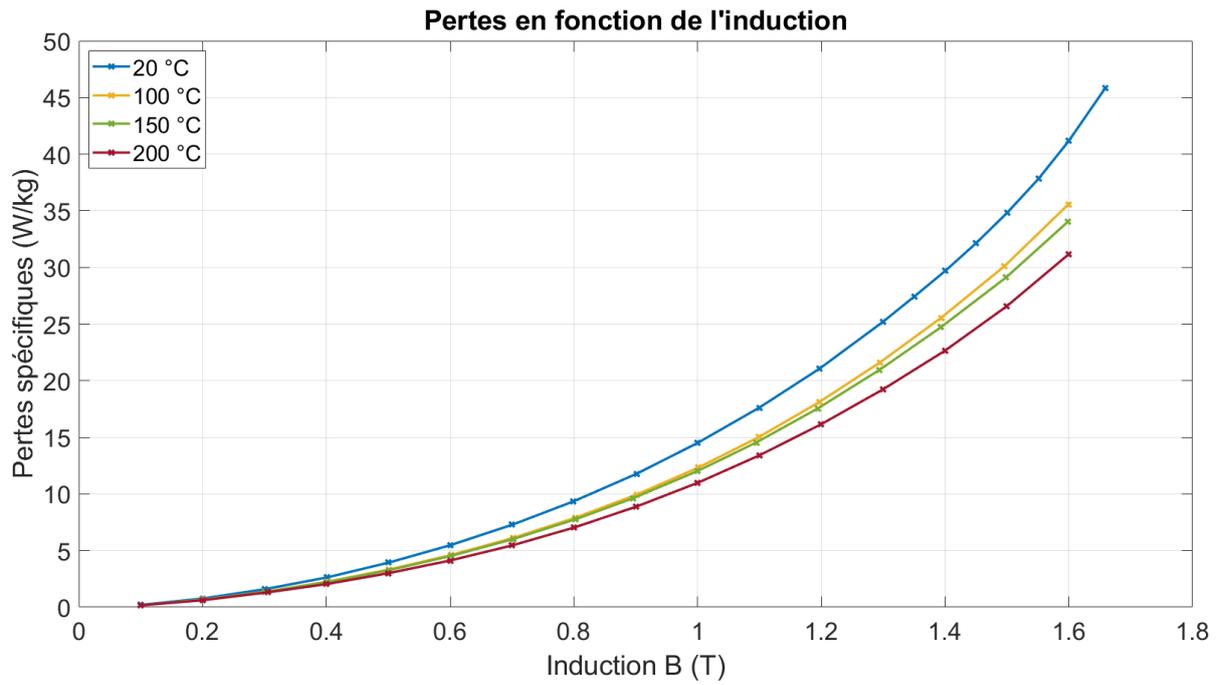
Ainsi, il permet de mesurer des champs magnétiques allant jusqu'à environ 27 kA/m. Le faible nombre de spires et la mesure sur tôle unique rend difficile les mesures à faible induction et faible fréquence. Dans la pratique, les mesures à des fréquences inférieures à 50 Hz sont difficiles à réaliser et nécessitent un paramétrage complexe de la régulation.

Lors des essais en température, le cadre contenant l'échantillon est donc placé dans une étuve permettant d'élever la température jusqu'à 300 °C comme illustré sur la Figure II-10. Il faut respecter après la première montée en température un temps d'attente suffisamment long afin que l'échantillon atteigne bien la température de consigne. La mesure doit être la plus rapide possible afin de minimiser l'élévation de température de l'échantillon. De plus, entre deux mesures, un temps d'attente doit aussi être respecté, notamment à haute fréquence, afin que l'échauffement causé par les pertes de la mesure précédente soit dissipé.

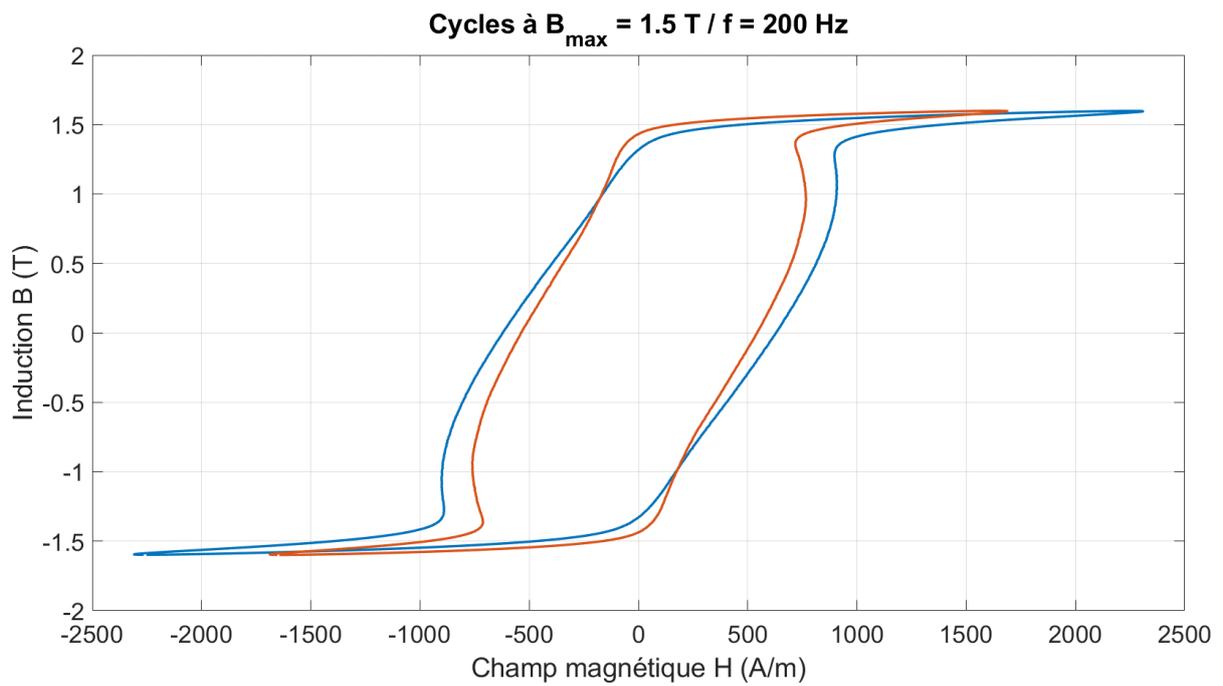


**Figure II-10 : Cadre SST placé dans une étuve à 200 °C**

Avec cet équipement, il est possible d'observer le comportement des matériaux à différentes températures. La Figure II-11 présente l'évolution des pertes en fonction de l'induction pour quelques températures. La Figure II-12 présente l'effet de la température sur les cycles d'hystérésis d'un même point de mesure.



**Figure II-11 : Pertes en fonction de l'induction pour quelques températures**



**Figure II-12 : Influence de la température sur l'hystérésis**

## II.3.2 Essais en champ bidirectionnel

Un autre phénomène exerçant une influence sur les propriétés magnétiques et les pertes est l'anisotropie du matériau qui engendre un comportement différent selon que l'on l'excite du matériau soit unidirectionnelle dans le plan de la tôle ou tournante (Fig.). En effet, des études ont montré que les pertes générées par une induction circulaire ne sont pas égales à la somme des pertes sur chaque axe [32]. Ainsi, sur des tôles à grains non orientés, la somme des pertes sur chaque axe surestime les pertes en induction circulaire d'environ 10 % aux basses inductions mais de plus de 40 % à hautes inductions.

Des mesures en champ bidirectionnel semblent donc nécessaires pour adapter un modèle 1D ou développer un modèle 2D. L'IRT St-Exupéry s'est équipé d'un cadre RPT : Rotational Power Tester, pour pouvoir réaliser de telles mesures. Il est illustré sur la Figure II-13 suivante :



**Figure II-13 : Cadre RPT**

Ce cadre consiste en un circuit magnétique composé d'un empilement de tôles faibles pertes avec une large section. Quatre bobines primaires, placées en quadrature deux à deux, permettent de générer un champ magnétique sur deux axes perpendiculaires dans un échantillon carré de 60 mm de côté placé au centre de l'appareil.

Dans ces conditions, il n'est pas possible de définir un chemin magnétique pour appliquer le théorème d'Ampère. Ainsi, des bobines de mesure de champ tangentiel sont placées sous l'échantillon pour évaluer localement le champ magnétique. La mesure repose sur la continuité du champ tangentiel au niveau de l'échantillon.

La Figure II-14 suivante montre plus en détail les bobinages et la zone de placement de l'échantillon où est réalisée la mesure :

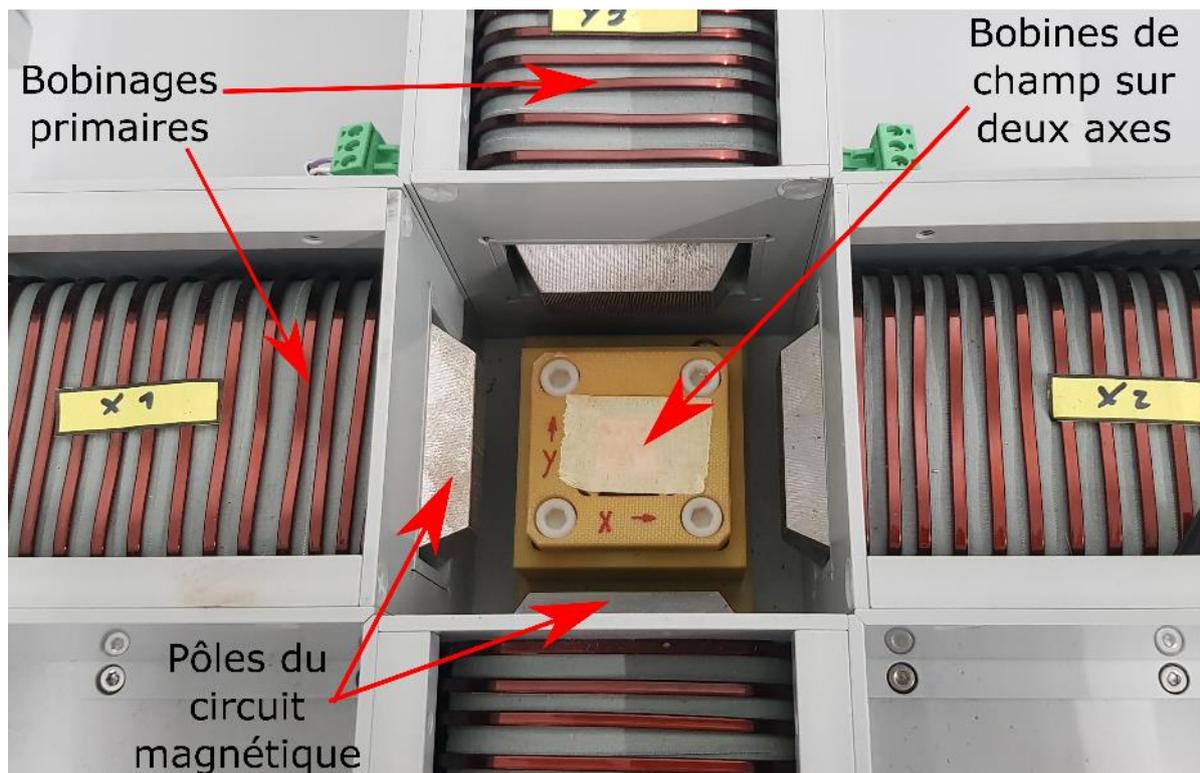


Figure II-14 : Cadre RPT - Zoom sur bobinage primaire et zone de mesure

Sur la Figure II-14, on peut observer que les bobines de champ sont localisées sur une zone assez restreinte. En effet, bien que l'échantillon soit de 60 mm de côté, l'induction et le champ magnétiques ne sont homogènes que dans une zone plus restreinte de 20 mm x 20 mm au centre de l'échantillon.

Pour la mesure de l'induction, il y a deux possibilités illustrées dans la Figure II-15 :

- Soit il faut percer la tôle en quatre points puis réaliser deux bobinages à même la tôle. Cette méthode présente l'avantage d'être très précise car la section de bobine est très proche de la section de la tôle et le bobinage peut être fait de façon à mesurer uniquement la zone où le flux est homogène. Néanmoins, cette méthode requiert une opération de perçage et de bobinage supplémentaire,
- Soit à l'aide d'un dispositif appelé « Pocket » où la tôle est insérée dans un conteneur plastique. Le conteneur est lui-même bobiné sur deux axes perpendiculaires permettant de mesurer l'intégralité du flux passant au travers. L'avantage est que la tôle peut immédiatement être caractérisée par cette méthode sans opération supplémentaire. Cependant, le flux mesuré correspond à l'intégralité du flux circulant dans la tôle ce qui entraîne des erreurs de mesure.

En comparant des mesures de la tôle percée avant bobinage via le « Pocket » et des mesures après bobinage, des écarts pouvant aller jusqu'à 20 % sur les pertes ont été constatés. Ainsi, la méthode de perçage et bobinage semble beaucoup plus précise que la mesure via le dispositif plastique.

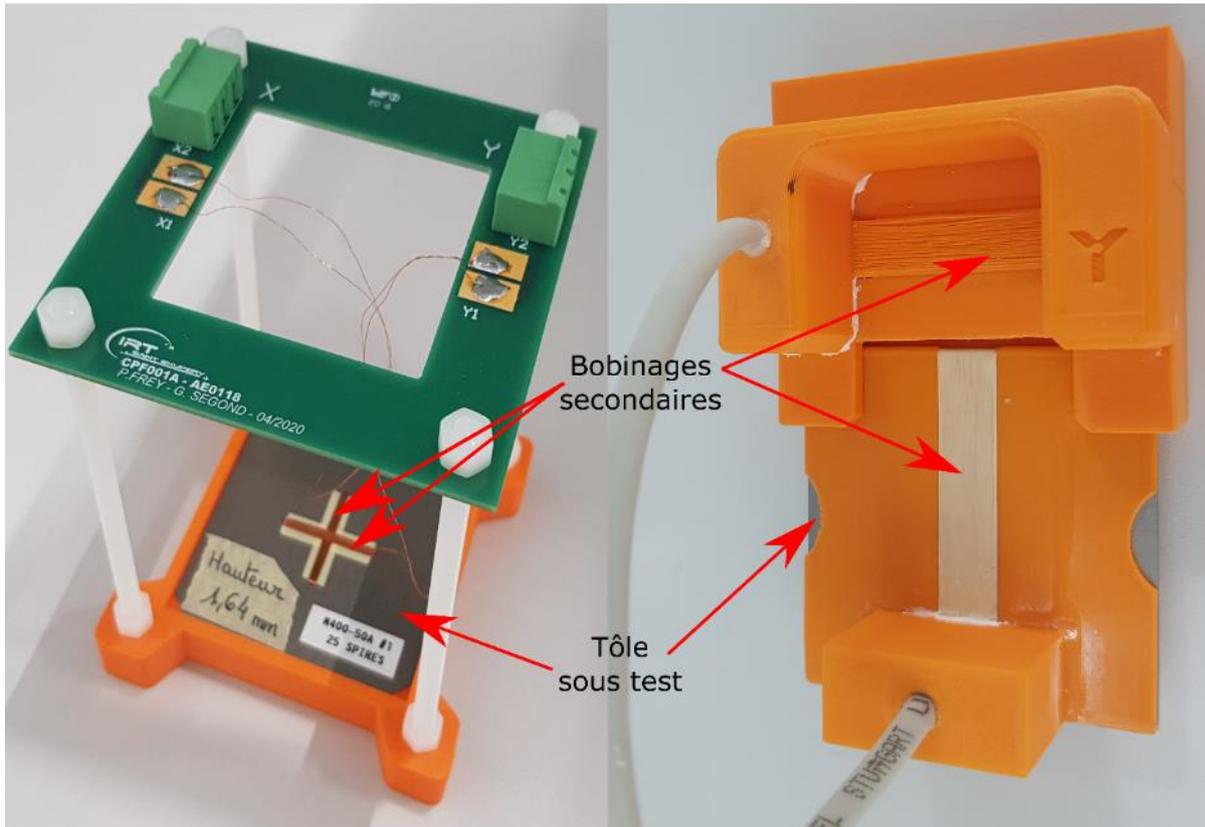


Figure II-15 : Gauche : Dispositif de mesure d'une tôle percée bobinée / Droite : Dispositif « Pocket » pour tôle non percée

Avec ce dispositif, il est possible d'observer le comportement d'une tôle en champ tournant. La Figure II-16 illustre l'évolution des pertes à 50 Hz en champ alternatif 1D en fonction de l'angle pour trois niveaux d'inductions : 0.5, 1 et 1.4 T ainsi que les pertes obtenues en champ circulaire 2D pour ces mêmes niveaux. La Figure II-17 présente la représentation 2D des champs  $H$  et  $B$  pour les trois inductions circulaires.

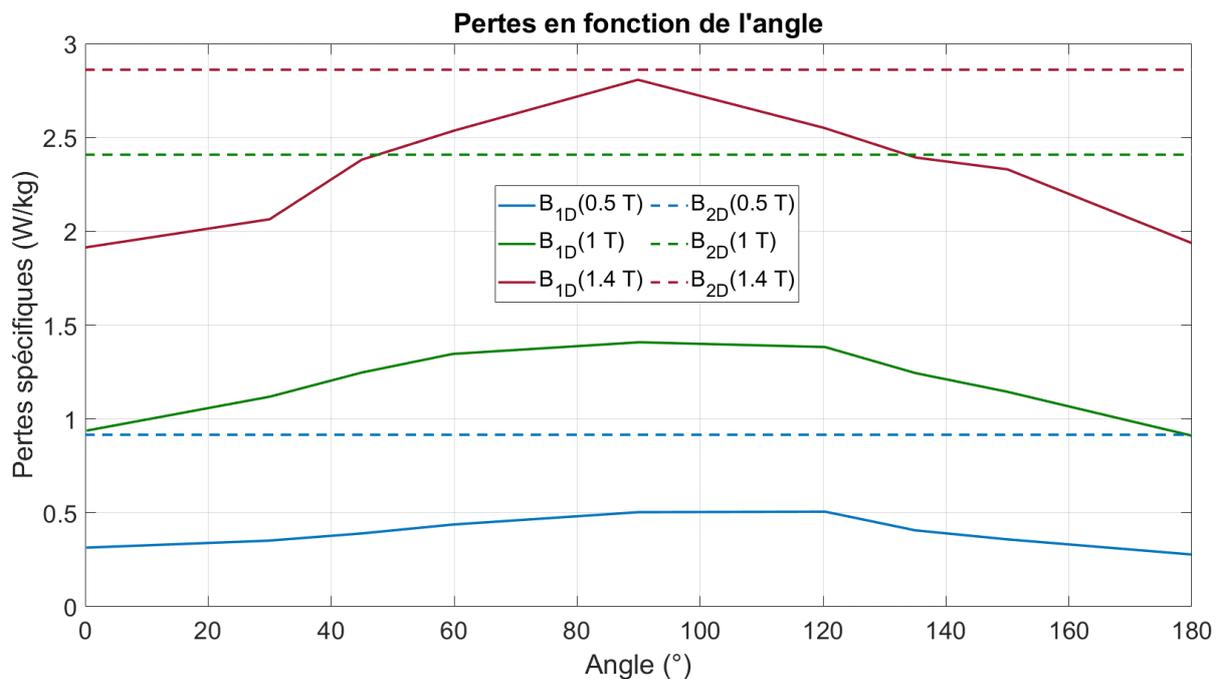
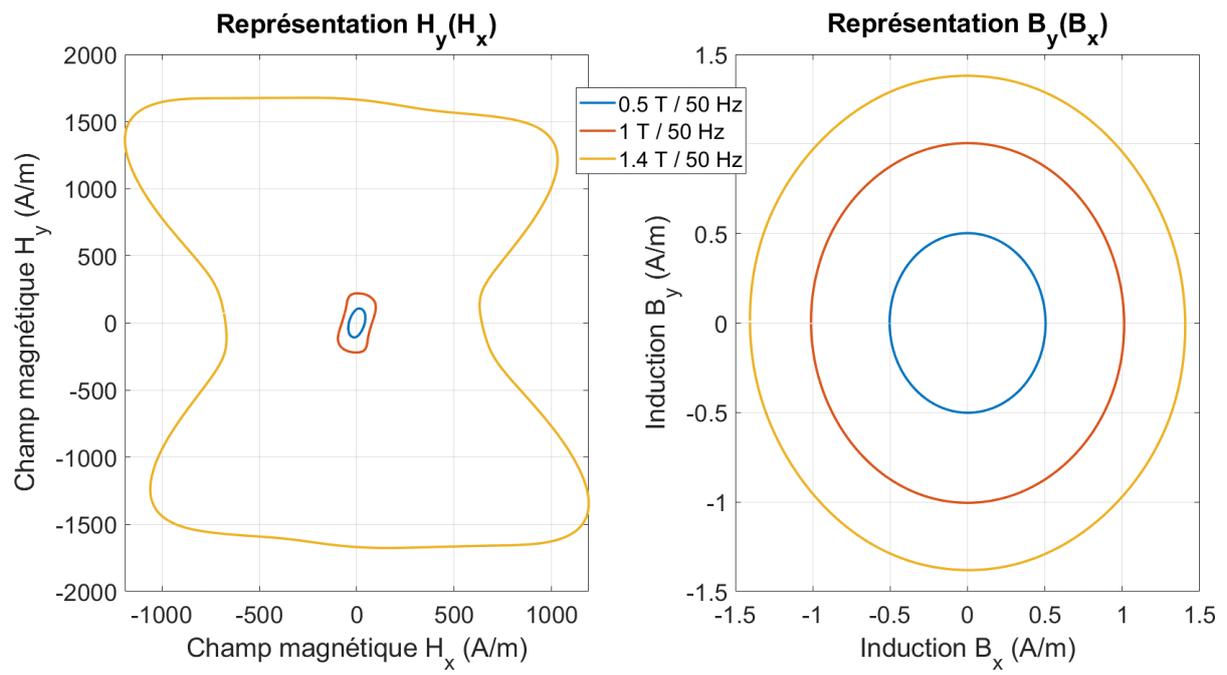


Figure II-16 : Pertes 1D en fonction de l'angle et en champ circulaire 2D



**Figure II-17 : Représentation 2D du champ magnétique et de l'induction pour une induction circulaire**

## II.4 Conception d'une maquette de mesure des pertes

### II.4.1 Démarche de validation du modèle

#### II.4.1.1 Validation sur cadre Epstein

L'objectif de cette thèse est de développer un modèle de pertes fer pour machines électriques. Une fois le modèle établi, il faut pouvoir le valider sur différents cas tests.

La toute première étape est la validation sur les mesures qui ont servi à caractériser le modèle. En effet, le modèle doit, à minima, pouvoir reproduire les mesures à partir desquelles il est créé. Cette première étape est primordiale car si un défaut est détecté à ce moment-là alors la démarche de modélisation doit être remise en cause.

Suite à cette étape, il faut procéder à un ensemble de tests pour observer le comportement du modèle face à des cas non issus de la caractérisation. Par exemple, il peut être intéressant de regarder le comportement du modèle face à des signaux de très faibles amplitudes ou possédant une composante continue. De même, il faut vérifier que le modèle se comporte correctement en extrapolation.

Ensuite, il est possible de tester le modèle sur des signaux quelconques afin d'observer la réponse du modèle et la comparer avec des mesures expérimentales pour juger de la précision mais aussi de la rapidité du modèle. Avec cette méthode, le modèle peut être testé avec des formes d'ondes contenant des harmoniques, une composante continue, etc.

Enfin, grâce à la possibilité des bancs de mesure de reproduire des formes d'ondes arbitraires, il est possible d'extraire des formes d'onde issues de simulations éléments finis de machines électriques et de les reproduire sur cadre Epstein. Ceci permet de valider le modèle sur des formes d'onde plus représentatives des conditions de leurs utilisations dans une machine. Cependant, il n'est pas toujours possible de reproduire expérimentalement exactement la forme d'onde simulée : limite matérielle du banc, composante continue, etc.

Il est intéressant de valider le modèle de la même manière que lors de son utilisation : en post-traitement d'une simulation éléments finis. Il est donc possible de comparer les résultats prédits par le modèle avec les résultats mesurés sur une machine électrique. Cette méthode comporte cependant plusieurs défauts :

- Il est nécessaire d'avoir des machines et de prendre le temps de les tester,
- Il faut pouvoir précisément séparer les pertes fer de l'ensemble des pertes,
- En comparant directement la mesure et le modèle, il est difficile d'identifier la source d'erreur du modèle car de nombreux phénomènes sont impliqués et seule une mesure moyenne peut être réalisée.

Entre des conditions de fonctionnement mal définies, comme celles que l'on peut retrouver dans les machines électriques (champ 2D / 3D, contenu harmonique, contraintes mécaniques, etc.) et les conditions de mesure parfaitement définies, il y a trop de différences. C'est pour cela qu'il serait intéressant de concevoir un dispositif de mesure adapté à des conditions de fonctionnement intermédiaires, c'est à dire plus complexe du point de vue magnétique mais avec des incertitudes de mesure faibles. Pour cela, une maquette a été conçue afin de valider le modèle dans de telles conditions.

### II.4.1.2 Maquette existante

La maquette a pour objectif de valider le modèle développé dans cette thèse. C'est une machine simplifiée permettant de reproduire la démarche d'application du modèle : le post-traitement d'une simulation éléments finis. Ainsi, plusieurs contraintes s'appliquent sur la maquette :

- Une première contrainte est donc de pouvoir simuler le plus précisément possible la maquette de validation. Effectivement, si la simulation de la maquette entraîne de fortes incertitudes sur la précision des résultats alors il sera difficile d'évaluer correctement le modèle,
- Une seconde contrainte concerne la précision de la mesure expérimentale. Il faut pouvoir réaliser une mesure très précise des pertes fer en les isolant de toutes autres sources de pertes que ce soit celles du dispositif ou du banc de mesure,
- Une dernière contrainte concerne le fonctionnement de la maquette. Il faut bien évidemment que les conditions opératoires ressemblent à des conditions de fonctionnement d'une machine électrique.

Dans un précédent projet, l'IRT avait conçu et fait fabriquer une maquette où un échantillon discoïde était entraîné en rotation au centre d'un circuit magnétique. Deux enroulements permettaient de générer un champ magnétique constant au travers de cet échantillon ce qui générait des pertes dans celui-ci et donc un couple résistant sur la machine d'entraînement. La figure suivante présente la maquette et son schéma d'alimentation :

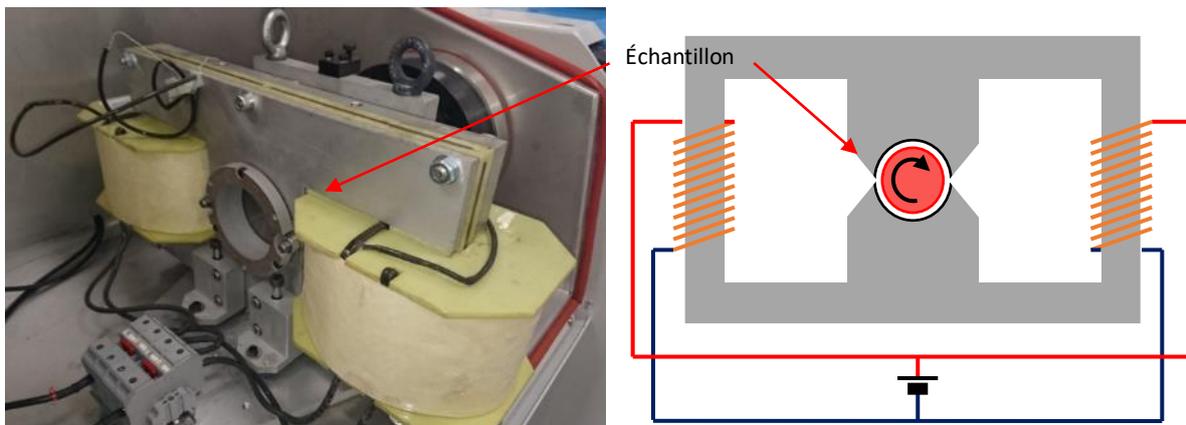


Figure II-18 : Photo et schéma de la maquette pertes fer v1

Cette première version de la maquette comportait de nombreux défauts :

- En 2D, l'hypothèse d'invariance selon l'axe de rotation était mise en défaut car les dimensions de l'échantillon sont de 80 mm de diamètre pour 5 mm de longueur axiale. En 3D, la simulation était plus complexe et des phénomènes de concentration de flux au niveau des pôles menaient à des valeurs aberrantes de l'induction localement,
- Les pertes fer générées dans l'échantillon variaient fortement suivant la vitesse de rotation. Ainsi, à basse vitesse il est difficile de mesurer un couple résistant et à haute vitesse, l'échantillon pouvait rapidement chauffer,
- L'échantillon étant entraîné en rotation, il est plus difficile de séparer les pertes mécaniques qui peuvent s'appliquer sur l'arbre de rotation. Il est possible de ne considérer que les pertes fer en soustrayant du couple mesuré le couple mesuré sans alimenter les bobines,

- Enfin, le banc de mesure ne permettait pas une mesure précise. En effet, l'arbre portant l'échantillon était monté sur paliers à air et accouplé magnétiquement à la machine d'entraînement. Tout d'abord, l'accouplement magnétique pouvait glisser lors de couple trop élevé et entraînait un effort axial sur l'arbre. De plus, les paliers à air fonctionnaient mal aux vitesses de mesure et ne possédaient pas de butée axiale. Ainsi, l'échantillon n'était pas toujours centré dans le circuit magnétique ce qui rendait les mesures non reproductibles.

Par ailleurs, cette maquette ne correspond pas à un fonctionnement générique d'une machine électrique : un échantillon tournant dans un champ magnétique fixe. Il a donc été décidé de concevoir une nouvelle maquette plus adaptée.

## II.4.2 Conception d'une nouvelle maquette

### II.4.2.1 Démarche de conception

Pour que la maquette soit la plus représentative des conditions de fonctionnement d'une machine électrique, la conception est partie de la machine pour ensuite la simplifier dans l'objectif de facilement la simuler et mesurer les pertes fer.

Une des principales difficultés de mesurer des pertes fer au sein d'une machine électrique est l'isolation de celles-ci par rapport à toutes les autres sources de pertes. Pour obtenir facilement les pertes fer, il faut alors supprimer dans la partie mesurée toutes les autres sources de pertes. Elle ne doit donc pas comporter de bobinage générant des pertes Joule et ne pas être entraînée en rotation pour éviter des pertes mécaniques.

La partie de la machine qui respecte le mieux ces deux contraintes est le stator de la machine qui doit donc être non alimenté, voir même non bobiné. Dans ce cas, la machine est plus semblable à un alternateur où un champ magnétique généré au rotor est entraîné en rotation.

La difficulté suivante est de mesurer des pertes fer dans le stator de la machine. En effet, le stator est généralement fixé à la masse mécanique du système et une mesure de l'échauffement sur sa paroi externe n'est pas suffisante en termes de précision de mesure. La première solution proposée consiste à placer le stator sur un coussin d'air pour qu'il soit libre en rotation. Dans ce cas, le champ tournant au rotor va entraîner le stator en rotation jusqu'à atteindre la vitesse de synchronisme. Pour en déduire les pertes fer au stator, il faut mesurer le couple que génère le rotor sur le stator.

Deux solutions ont alors été proposées :

- La première solution envisagée consiste à fixer une masse sur la carcasse autour du stator afin de créer un balourd. Lorsque le rotor est entraîné en rotation, le balourd va se décaler jusqu'à que le couple généré par celui-ci soit égal au couple dû aux pertes. Une mesure du décalage angulaire  $\alpha$  connaissant la distance du balourd à l'axe de rotation  $r$  et sa masse  $m$  permet de calculer précisément le couple  $C$  suivant la formule suivante avec  $g$  la constante de pesanteur terrestre :

$$C = r \cdot g \cdot m \cdot \sin(\alpha)$$

II-4

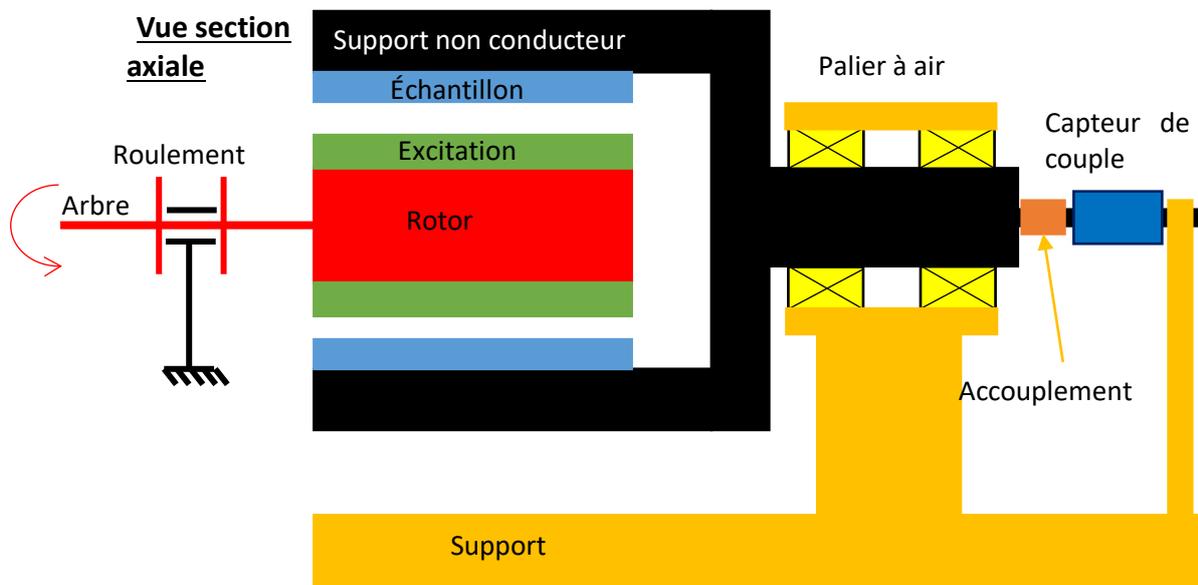
- La seconde consiste à effectuer une mesure statique du couple exercé sur le stator. Cette solution n'a pas été tout de suite explorée car elle nécessite un capteur capable de mesurer des couples très faibles et avec une très grande résolution. Cependant, elle a finalement été retenue suite aux échanges avec un fabricant car un capteur suffisamment précis a été proposé : MAGTROL série RT200 et cette installation facilite grandement le montage. Les caractéristiques techniques constructeurs sont données dans le tableau suivant :

Modèle	Couple statique nominal (N.m)	Erreur combinée (%)	Moment de flexion (N.m)	Rigidité en torsion (N.m/rad)	Charge axiale admissible (N)	Matériaux	Sortie du signal de couple (mV/VDC)
RT2020	0.2	0.05	0.2	48	90	Acier inoxydable	0.5

**Tableau II-2 : Données constructeur du couplemètre statique RT202**

La version finale de cette maquette a fait l'objet d'un dépôt de brevet sous la référence FR 1914866 au nom de l'IRT Saint-Exupéry le 19/12/19.

Dans la Figure II-19, le schéma final est illustré. L'échantillon correspond au matériau à tester tandis que l'excitation rotor permet de produire le champ magnétique. Comme le capteur de couple est très sensible et adapté à la mesure de très faibles valeurs, un accouplement permet de le détacher mécaniquement lors des manipulations sur le banc pour éviter la casse de celui-ci.



**Figure II-19 : Vue en coupe de la maquette pertes fer**

## II.4.2.2 Conception stator / rotor

### II.4.2.2.1 Échantillon stator

Dans un premier temps, les échantillons à tester sont donc des tores ferromagnétiques constitués de tôles assemblées. Cette géométrie du stator correspond à une culasse sans dent et permettra d'imposer des inductions non homogènes en termes d'amplitude et de forme d'onde. Pour éviter d'introduire de l'incertitude, le procédé de découpe et d'assemblage est contrôlé afin de minimiser les contraintes sur le paquet final. De plus, un recuit magnétique permet de relâcher ces contraintes.

Pour définir les dimensions des échantillons, différentes simulations éléments finis ont été réalisées. L'objectif était de parvenir à un compromis entre la masse totale du stator, en porte-à-faux, et les pertes estimées dans l'échantillon. Finalement, une tôle unitaire a les dimensions suivantes :

- Diamètre extérieur : 80 mm,
- Diamètre intérieur : 61 mm.

Les tôles ainsi découpées sont ensuite collées ensemble afin de former un tore de longueur axiale 40 mm dont le coefficient de foisonnement est supérieur à 97 %. Le tore est finalement collé dans une enveloppe PEEK de diamètre extérieur 110 mm et de longueur axiale 60 mm laquelle est fixé au banc côté stator. La figure suivante donne le schéma de conception d'un échantillon stator :

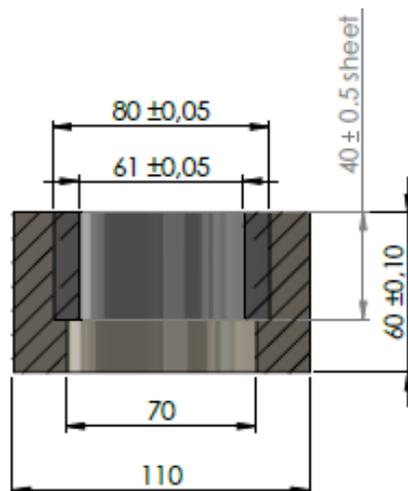


Figure II-20 : Schéma de conception stator - Coupe

Dans un second temps, il est possible de réaliser des encoches dans l'échantillon afin de modifier la répartition du flux dans celui-ci. Pour éviter la génération de pertes dans le rotor, il est possible de commencer par des encoches fermées qui auront alors moins d'impact sur la variation de réluctance du circuit. Des formes d'onde particulières peuvent alors être obtenues afin de valider le modèle en se rapprochant petit à petit de conditions opératoires machines.

Après avoir réalisé différentes mesures avec un échantillon, il est possible de l'instrumenter pour mieux confronter la simulation. Par exemple, l'ajout d'une bobine autour de celui-ci permet de connaître le flux circulant à l'intérieur et comparer avec celui obtenu par simulation.

#### II.4.2.2.2 Rotor

La première solution envisagée était l’approvisionnement d’un rotor bobiné. L’avantage principal était de pouvoir très facilement contrôler le champ magnétique produit et donc de pouvoir tester les échantillons sous plusieurs niveaux d’aimantation. Cependant, cette solution entraîne notamment la génération de chaleur au niveau du rotor ainsi qu’un poids supplémentaire alors que celui-ci est en porte-à-faux.

Cette première solution n’a finalement pas été retenue, un rotor à aimant ayant été jugé préférable pour générer le champ magnétique. En effet, il n’y a pas besoin d’alimentation électrique dans ce cas et il est plus facile d’atteindre des valeurs élevées de champ dans l’échantillon. Par ailleurs, l’IRT avait un double intérêt à travailler avec des aimants : se rapprocher des machines plus couramment utilisées par ses partenaires et permettre le futur développement et validation d’un modèle de pertes dans les aimants.

Avec cette solution d’un rotor à aimants, le réglage du niveau d’induction dans l’échantillon passe donc par la réalisation d’un nouvel échantillon de rayon intérieur plus grand ou la conception d’un nouveau rotor.

La figure suivante donne le schéma de conception du rotor :

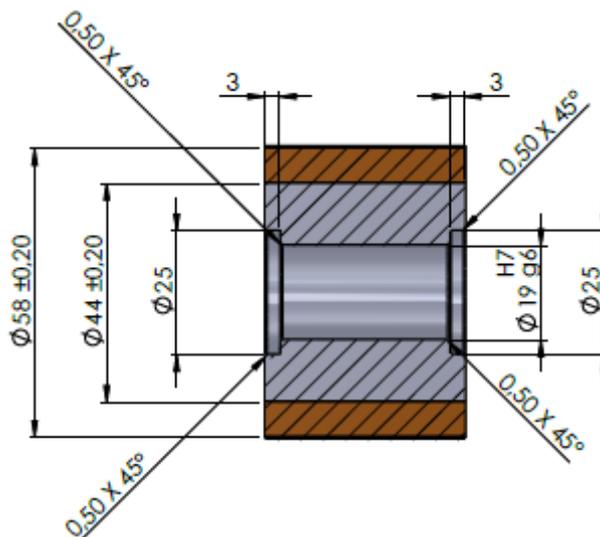


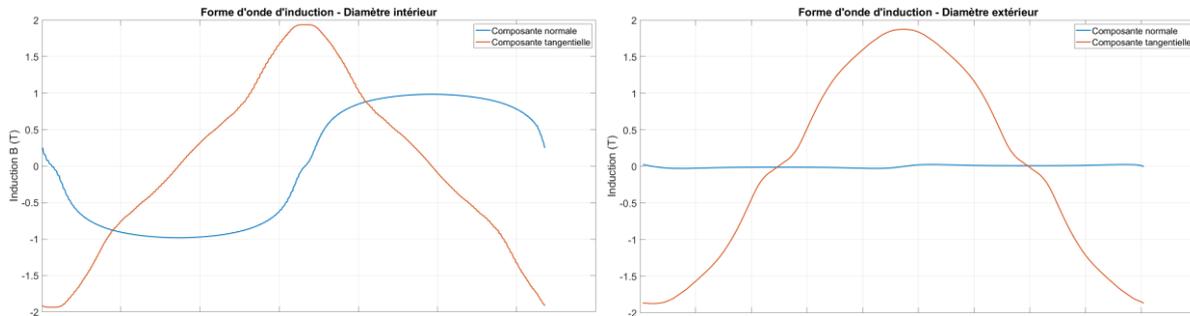
Figure II-21 : Schéma de conception rotor - Coupe

Le premier paramètre de conception rotor était le nombre de paires de pôles. Afin de pouvoir mesurer des fréquences élevées, il faut augmenter ce nombre et/ou que la vitesse de rotation du rotor. Pour éviter des problèmes de haute vitesse, un maximum de 24000 tr/min a été fixé. Le nombre de paires de pôles a finalement été fixé à 2 ce qui permet des mesures jusqu’à 800 Hz.

Les aimants ont un impact direct sur le niveau et la forme de l’induction au stator. Un compromis doit donc être trouvé. Pour rester, dans un premier temps, proche des conditions de caractérisation du modèle, l’objectif était d’obtenir une induction triangulaire de valeur maximale autour de 1.7 T.

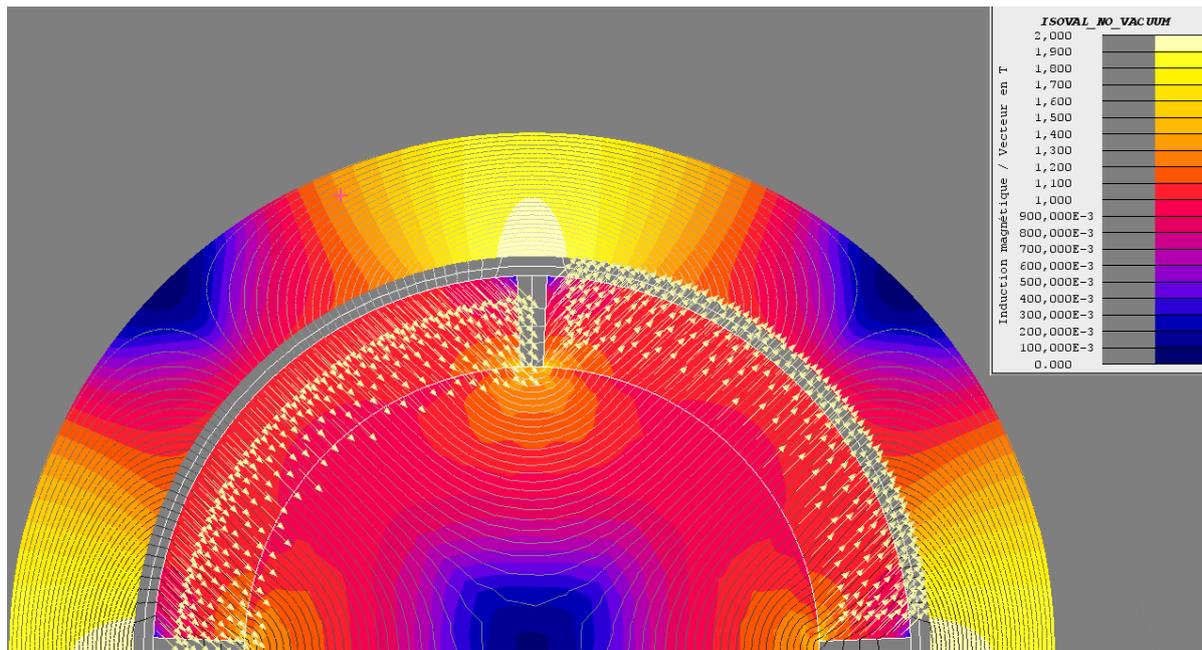
Cela a conduit à une conception avec aimants en surface. L’entrefer prévu est de 1 mm afin de laisser la place à une frette en carbone autour des aimants pour assurer leur maintien mécanique.

Pour augmenter l'induction, l'épaisseur des aimants doit être maximisé mais cela augmente aussi l'entrefer magnétique. De plus, la direction d'aimantation et l'angle polaire modifient la forme de l'induction dans l'échantillon. Un optimum d'épaisseur à 7 mm avec une répartition d'aimant à aimantation parallèle sur un arc polaire de 90° a ainsi permis d'obtenir en simulation les inductions illustrées sur la Figure II-22. Les maximums atteints sont 1.94 T (intérieur) et 1.87 T (extérieur).



**Figure II-22 : Forme d'onde simulée au niveau du rayon intérieur (gauche) – Forme d'onde simulée au niveau du rayon extérieur (droite)**

La figure suivante illustre le résultat de simulation de la maquette pour la M400-50A :



**Figure II-23 : Résultats de simulation de la maquette / Cartographie du module de l'induction, lignes de champ et flèches sur aimants à un instant donné**

Cette simulation nous a permis de valider la conception de la maquette. Cependant, elle ne pourra pas directement être utilisée pour valider le modèle.

En effet, une fois la maquette livrée, la simulation devra être corrigée afin de tenir des défauts dus à la fabrication, notamment l'orientation des aimants et l'induction rémanente. Pour cela, Une cartographie du champ créée par le rotor dans l'entrefer sera réalisée en 3D afin de déterminer et corriger ces deux paramètres.

Par la suite, il est possible de réaliser d'autres rotors afin de tester d'autres niveaux d'induction et/ou des formes d'ondes.

## Conclusion du chapitre

Ce chapitre présente l'ensemble des moyens d'essais disponibles au cours des travaux menés dans cette thèse. Ces bancs de mesure sont variés : certains sont normatifs tandis que d'autres sont plus exploratoires.

Tout d'abord, le principe de la mesure des propriétés magnétiques a été rappelé avec les différences rencontrées entre le site de Toulouse et le laboratoire de Grenoble notamment au niveau de la régulation de la forme d'onde.

Ensuite, les moyens de mesure unidirectionnels ont été mis en avant. Il s'agit de bancs de mesure normalisés et les plus couramment utilisés pour caractériser des matériaux magnétiques doux.

Par la suite, d'autres moyens d'essais plus innovants ont été présentés. Ils permettent notamment d'étudier l'influence d'autres paramètres : champ bidirectionnel et température, sur les propriétés magnétiques.

Enfin, la nécessité d'une maquette de validation a été mise en évidence. La démarche de conception d'une maquette innovante de mesure des pertes fer a alors été présentée. Cependant, cette maquette n'était pas disponible pour valider le modèle lors de la thèse. Ces travaux doivent normalement se poursuivre à l'IRT Saint-Exupéry.

# ***Chapitre III : Exploitation et amélioration du modèle Play pour la reconstitution de l'hystérésis statique***

Ce troisième chapitre se focalisera sur la reconstitution de l'hystérésis statique via le modèle Play. Ce modèle est purement mathématique et assez similaire au modèle de Preisach. Il repose sur l'utilisation d'opérateurs mathématiques : les hystérons.

Dans une première partie, un état de l'art de ce modèle sera présenté, depuis sa création jusqu'à ses dernières évolutions. Étant un modèle initialement statique, une justification de la séparation statique et dynamique de l'hystérésis sera proposée.

La seconde partie détaillera les différents développements réalisés pendant ces travaux sur la formulation discrète du modèle permettant de l'adapter à notre étude et d'améliorer sa précision et sa robustesse.

Enfin, une troisième partie décrira une nouvelle formulation du modèle, appelé modèle continu qui apporte de nombreux avantages par rapport à la version discrète. Ce nouveau format permet de contourner plusieurs limites du précédent modèle discret.

# III.1 Présentation du modèle Play statique et scalaire

## III.1.1 Le modèle Play et ses évolutions

### III.1.1.1 Distinction et similarité des modèles Preisach et Play

Dans [33], Bobbio propose une alternative au modèle de Preisach brièvement présenté dans le Chapitre I :. En effet, les deux modèles reposent sur l'utilisation d'opérateurs mathématiques élémentaires appelés hystérons :

- Le modèle de Preisach utilise l'opérateur « relais » qui est intrinsèquement hystérétique. La combinaison de ces opérateurs « en parallèle » donne une sortie  $Y(t)$  présentant alors elle-aussi un comportement hystérétique. L'inconvénient de cette méthode est que l'état de chaque bascule doit être calculé pour chaque valeur  $X(t)$  d'entrée,
- Le modèle Play, quant à lui, utilise l'opérateur Play associé à une fonction de forme. Cet opérateur n'a pas de comportement hystérétique intrinsèque. Cependant, l'association « en série » de plusieurs opérateurs conduit à l'apparition d'un comportement hystérétique de la sortie  $Y(t) = \sum Y_k(t)$ . L'avantage de cette combinaison est que si la sortie d'un hystéron ne change pas, alors les hystérons suivants n'ont pas à être recalculés. Cette différence avantage le modèle Play pour la rapidité de calcul de l'hystérésis par rapport au modèle de Preisach.

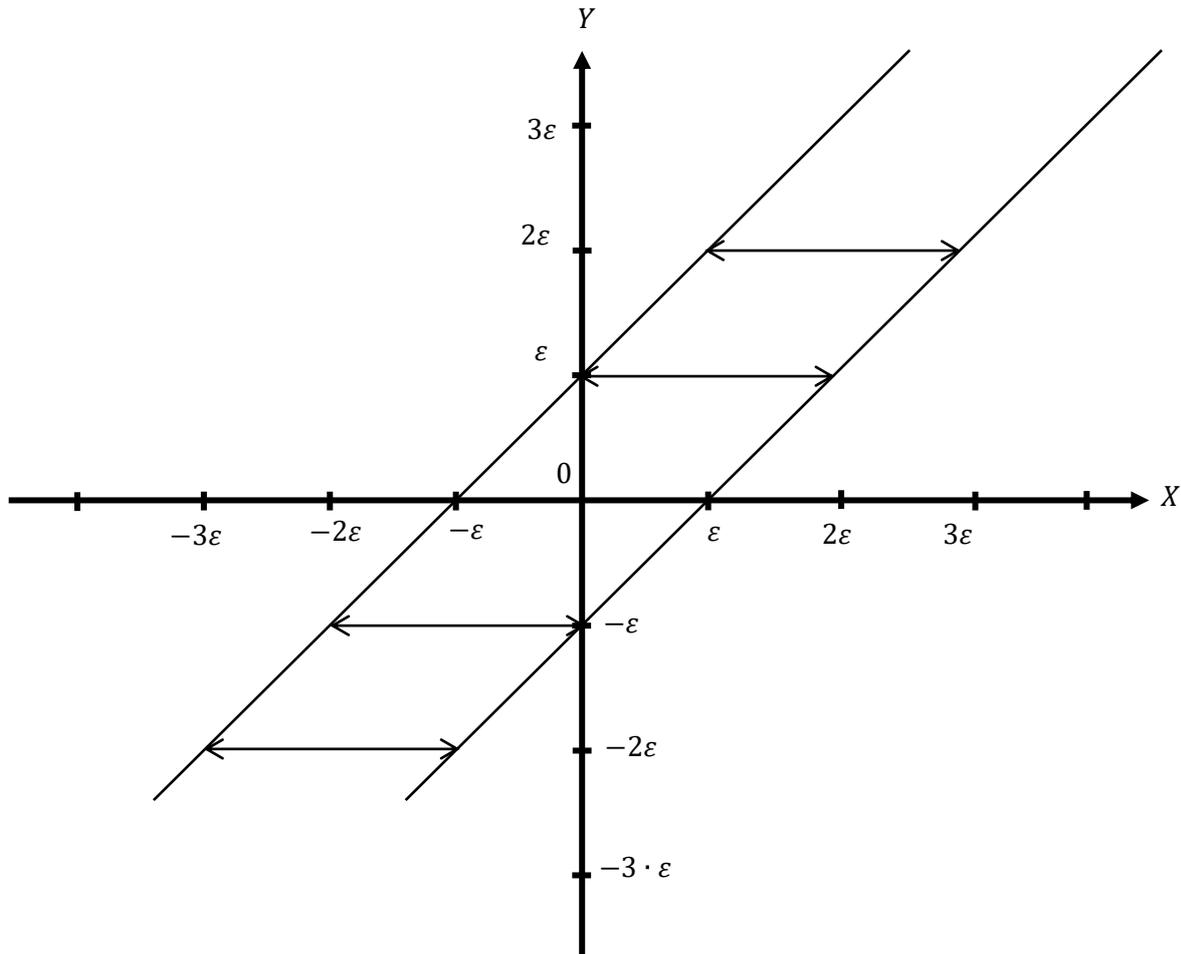


Figure III-1 : Opérateur Play ordinaire [34]

La Figure III-1 illustre le comportement de l'opérateur Play. Pour expliquer le fonctionnement de celui-ci, l'exemple en discret suivant est proposé :

- À partir du point (0,0), l'opérateur Play est dans l'état  $Y = 0$ , il est désactivé,
- Si l'entrée  $X$  augmente jusqu'à  $\varepsilon$ , la sortie de l'opérateur Play reste l'état  $Y = 0$ , l'hystéron est désactivé,
- Si  $X$  augmente encore jusqu'à  $2\varepsilon$ , la sortie de l'opérateur Play bascule jusqu'à l'état  $Y = \varepsilon$ , l'opérateur est activé dans l'état 1,
- Si  $X$  décroît alors, la sortie de l'opérateur Play reste activée dans l'état 1 jusqu'à que  $X = -\varepsilon$ , l'opérateur passe alors dans l'état 0.

On remarque alors que la sortie  $Y$  suit l'entrée  $X$  avec un « retard » de  $\varepsilon$ . Dans le modèle Play, les opérateurs sont associés comme suit :

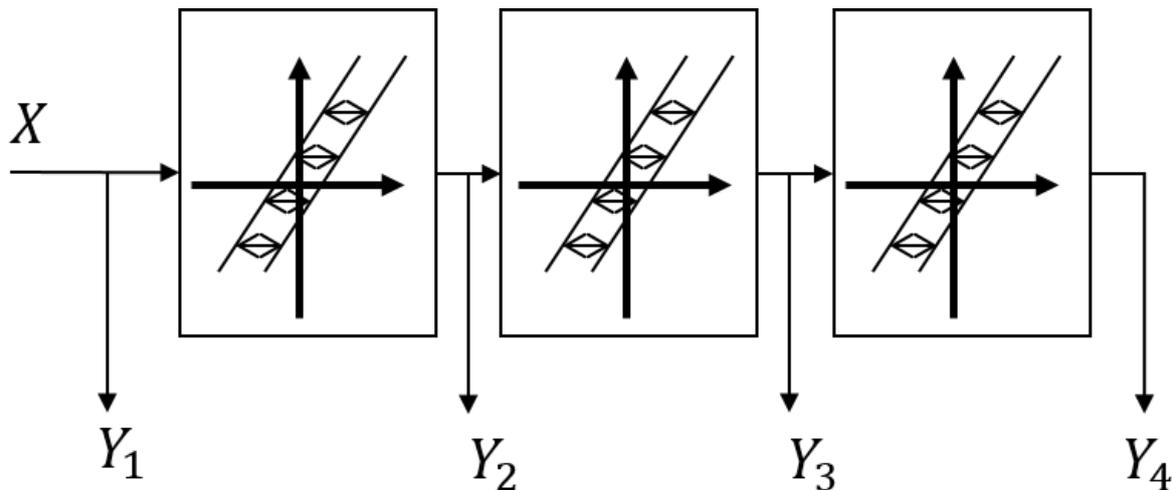


Figure III-2 : Association série d'hystérons

De plus, dans [33], Bobbio montre que le modèle Play possède les propriétés « d'effacement » et de « congruence » :

- La propriété d'effacement consiste à « oublier » la formation d'un cycle d'hystérésis mineur dès lors que celui-ci s'est refermé. Ainsi, la chaîne d'hystérons revient au même état que si le cycle mineur n'avait jamais eu lieu.
- La propriété de congruence consiste à former exactement la même amplitude de sortie  $\Delta Y$  pour une même amplitude d'entrée  $\Delta X$ . C'est-à-dire que lorsque l'entrée varie de  $X_1$  à  $X_2$  puis de  $X_2$  à  $X_1$ , la sortie  $Y$  part de  $Y(X_1)$  jusqu'à  $Y(X_2)$  puis revient à sa valeur  $Y(X_1)$  sans que le chemin de  $Y(X_1)$  à  $Y(X_2)$  ne soit le même à l'aller et au retour. Le cycle alors formé se referme sur lui-même.

Dans [24], Mayergoyz montre qu'un modèle possédant ces deux propriétés est alors mathématiquement équivalent au modèle de Preisach.

La propriété de congruence doit être vérifiée afin que les cycles se referment sur eux-mêmes. Cependant, il ne faut pas que la variation  $\Delta Y$  soit la même pour tout  $\Delta X$  et  $Y$ . C'est-à-dire que les cycles mineurs ne doivent pas se superposer par translation verticale. Afin que le modèle perde cette propriété mais garde la faculté de refermer sur eux-mêmes les cycles mineurs, la fonction de forme doit dépendre de la valeur  $Y$ .

### III.1.1.2 Analogie mécanique : système ressort-piston

Il est très difficile de donner une interprétation physique au modèle Play, contrairement au modèle de Preisach où les bascules peuvent être associés à des objets magnétiques. Ainsi pour illustrer le fonctionnement du modèle Play, une analogie avec un système mécanique a été proposée dans [33], elle est reprise ici :

- Soit  $M$  ressorts tous identiques dont la constante de raideur est  $k$ ,
- Soit  $M$  pistons dont  $M - 1$  sont soumis à un frottement sec, leur déplacement est alors possible uniquement si la force appliquée sur ceux-ci est supérieure à un seuil  $\varepsilon$ ,
- L'ensemble est associé en série comme illustré sur la figure suivante.

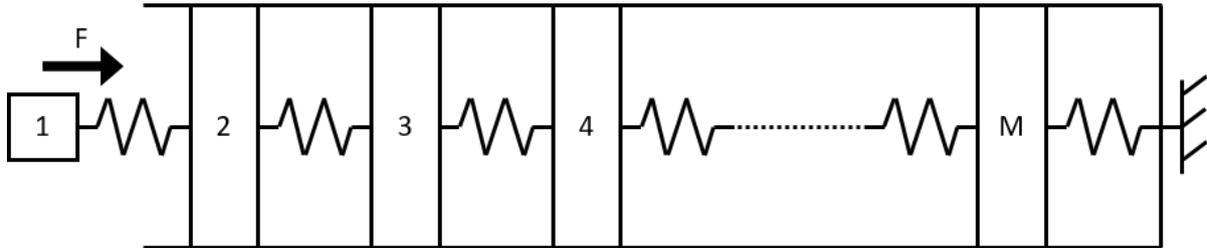


Figure III-3 : Association série ressort-piston

Ainsi, les  $M - 1$  pistons se déplacent uniquement si la somme des forces appliquées sur ceux-ci dépasse le seuil  $\varepsilon$ . On obtient ainsi l'équation pour le piston  $i$  :

$$Y_i(F_i(t), F_{i+1}(t)) = \begin{cases} \frac{1}{k} \cdot |F_i(t) - F_{i+1}(t)| & \text{si } |F_i(t) - F_{i+1}(t)| \geq \varepsilon \\ Y_i^0 & \text{sinon} \end{cases} \quad \text{III-1}$$

Avec  $Y_i$  : le déplacement du piston  $i$  par rapport à sa position de repos,  $F_i(t)$  : la force appliquée par le ressort  $i$  à l'instant  $t$  et  $Y_i^0$  : le déplacement du piston à l'instant précédent.

En appliquant une force extérieure sur le piston 1 libre, croissante à partir de l'état initial, on observe alors une évolution du déplacement total : somme des déplacements de tous les pistons. Un exemple est donné via la Figure III-4 en considérant trois pistons et 3 ressorts ayant une constante de raideur de 1 N/m.

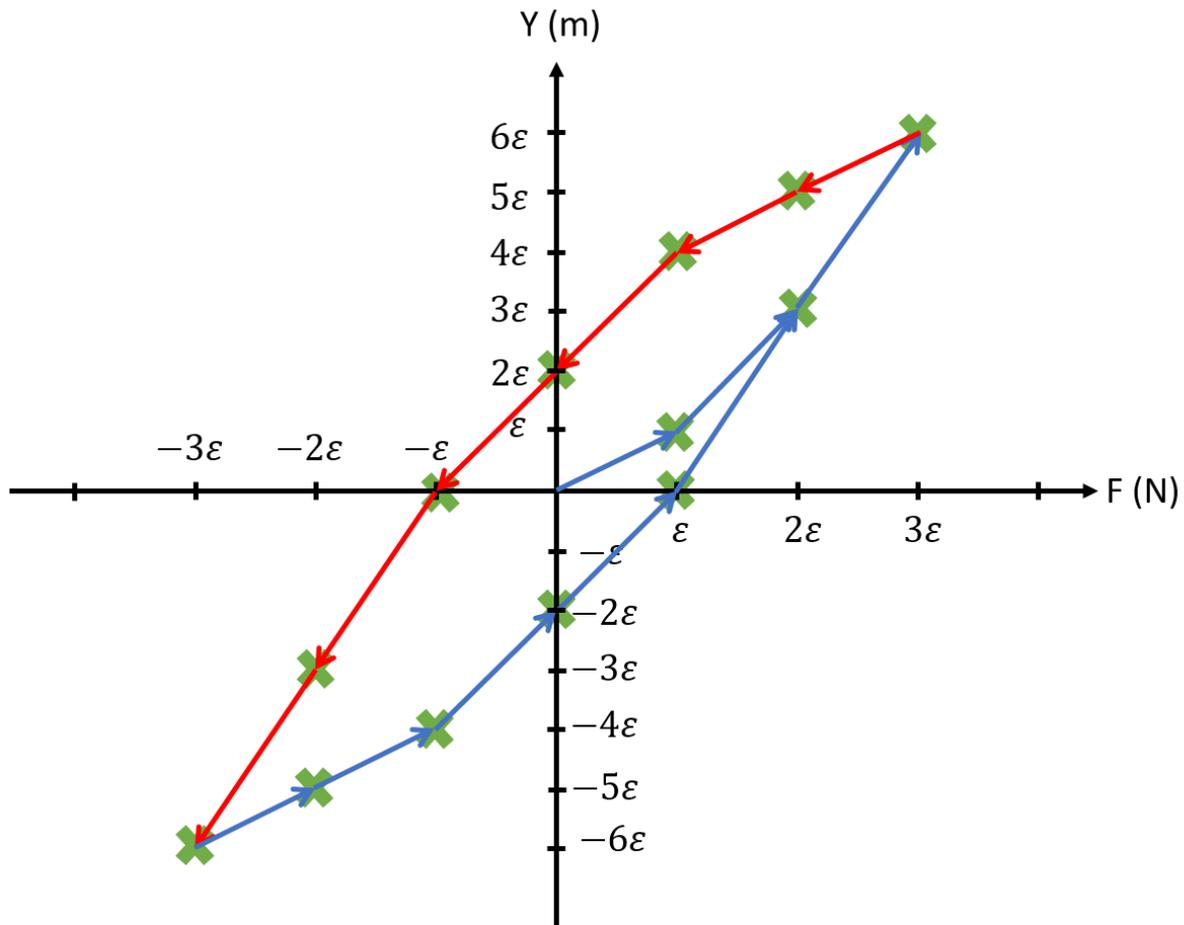


Figure III-4 : Évolution du déplacement total en fonction de la force du système ressort-piston

- Initialement, tout le système est au repos avec :

$$F = 0 ; Y = \sum_1^4 Y_k = 0$$

- On applique une force compressive sur le piston 1 de 0 à  $\varepsilon$ . Le piston 1 libre se déplace tel que :

$$Y = \frac{F}{k}$$

- À partir de  $F = \varepsilon$ , le ressort entre le piston 1 et 2 exerce une force  $F_{1,2} \geq \varepsilon$  sur le piston 2. Ainsi, lorsque  $F$  continue d'augmenter, les pistons 1 et 2 se déplacent, d'où :

$$Y = 2 \cdot \frac{F}{k}$$

- À  $F = 2\varepsilon$ , le ressort entre les pistons 2 et 3 exerce lui aussi une force  $F_{2,3} \geq \varepsilon$  sur le piston 3. Si  $F$  continue d'augmenter alors :

$$Y = 3 \cdot \frac{F}{k}$$

- Lors de la décompression, la force  $F$  décroît de  $3\varepsilon$  à  $2\varepsilon$ , les ressorts entre les pistons 1 et 2 et 2 et 3 exercent des forces  $F_{1,2} = F_{2,3} \leq \varepsilon$  sur les pistons 2 et 3. Ainsi, seul le piston 1 se déplace tel que :

$$Y = \frac{F}{k}$$

- À  $F = 2\varepsilon$ , le ressort entre les pistons 1 et 2 est au repos, le piston 1 est toujours le seul à se déplacer, d'où :

$$Y = \frac{F}{k}$$

- Lorsque  $F \leq \varepsilon$ , le ressort 2 exerce une force une force  $|F_{1,2}| \geq \varepsilon$ . Ainsi, les pistons 1 et 2 se déplacent entraînant :

$$Y = 2 \cdot \frac{F}{k}$$

- À partir de  $F = -\varepsilon$ , c'est le ressort 3 qui exerce une force une force  $|F_{2,3}| \geq \varepsilon$ . On retrouve alors un déplacement total :

$$Y = 3 \cdot \frac{F}{k}$$

Dans une version discrète du modèle, le déplacement « saute » de valeur en valeur lorsque les points  $\varepsilon, 2\varepsilon, 3\varepsilon, \dots$  sont atteints par la force  $F$ . Ces valeurs sont symbolisées par les croix vertes sur la figure.

À cause de la présence du frottement sec, on constate que le déplacement total ne suit pas la même variation lors d'une variation alternative de la force. Sur cet exemple, plusieurs points sont à souligner et vont impacter le modèle :

- On peut remarquer que lorsque la chaîne est au repos au point (0,0), il faut une variation de force d'au moins  $2 \cdot \varepsilon$  pour « enregistrer » une variation, c'est-à-dire commencer à solliciter le second hystéron. Lorsque la chaîne est complètement en extension ou compression, un rebroussement doit être d'amplitude supérieure à  $3 \cdot \varepsilon$  pour être « enregistré »,
- Une fois que tous les ressorts sont complètement comprimés (respectivement étirés) et que la compression continue (respectivement l'extension), la variation devient linéaire. Ainsi la chaîne de ressorts ne peut « enregistrer » qu'un certain nombre de variations. L'amplitude maximale de l'hystérésis en force que l'on peut reconstituer est alors  $M \cdot \varepsilon$ .

À l'aide de cet exemple simple, on peut distinguer deux paramètres constitutifs du modèle qui ont un impact direct sur sa performance :

- Le seuil  $\varepsilon$  : ce paramètre correspond à la valeur minimale de variation de l'entrée  $X$  nécessaire pour engendrer une variation sur la sortie  $Y$ . Il est donc nécessaire de le minimiser afin d'améliorer la résolution du modèle.
- Le second paramètre est  $M$  : le nombre de ressorts utilisés. Plus ce nombre est important, plus les variations seront finement prises en compte et plus grande sera la valeur maximale de l'hystérésis.

Hypothétiquement,  $\varepsilon$  est infinitésimal et  $M$  tend vers l'infini, le modèle tend alors vers une reconstitution parfaite de l'hystérésis.

### III.1.1.3 Identification du modèle : exemple à 4 hystérons

Le modèle Play décrit l'hystérésis des matériaux magnétiques considérant comme entrée le champ magnétique  $H(t)$  et comme sortie l'induction  $B(t)$ . Pour le représenter, une première étape de caractérisation ou d'identification est nécessaire. Cette étape consiste à identifier une fonction de forme, fonction de pondération associée à l'opérateur Play, qui va permettre d'ajuster le modèle pour représenter le plus fidèlement possible l'hystérésis du matériau considéré. Cette fonction de forme est initialement discrète car identifiée en des points particuliers.

Une interpolation permet alors d'obtenir les M fonction  $b_i$  pour toute valeur d'entrée  $p_i(H(t))$  du modèle où  $p_i$  représente l'opérateur Play et  $H_i^0$  : la valeur de l'hystéron au pas précédent. Le modèle s'exprime alors sous la forme :

$$B(t) = \sum_{i=1}^M b_i(p_i(H(t))) \quad \text{III-2}$$

Avec :

$$p_i(H(t)) = \max(\min(H_i^0, H(t) - \varepsilon), H(t) + \varepsilon) \quad \text{III-3}$$

Initialement, le modèle est identifié à partir de mesures de cycles majeurs centrés à différentes amplitudes similairement au modèle de Preisach. Pour illustrer cette méthode d'identification, un exemple à 4 hystérons va être détaillé.

L'identification se fait alors à partir des cycles d'amplitude  $H_{max}$  imposée :  $\varepsilon$ ,  $2\varepsilon$ ,  $3\varepsilon$  et  $4\varepsilon$ . La fonction de forme recherchée est discrète, impaire et définie pour certaines valeurs de chaque hystéron. Les chaînes d'hystérons correspondantes et les équations d'identification sont listées dans le Tableau III-1. Les chaînes en double et opposées l'une de l'autre ont été supprimées, sauf exemple sur le premier cycle d'amplitude  $\varepsilon$  maintenus pour illustration. Le premier point considéré sur chaque cycle correspond toujours au maximum du cycle ( $B_{max}, H_{max}$ ), les équations correspondent à la partie descendante du cycle.

La matrice d'incidence correspond à l'état activé positivement (+1), désactivé (0) ou activé négativement (-1) de la matrice symbolique :

$$[b_{1,4} \ b_{1,3} \ b_{1,2} \ b_{1,1} \ b_{2,3} \ b_{2,2} \ b_{2,1} \ b_{3,2} \ b_{3,1} \ b_{4,1}] \quad \text{III-4}$$

Cycle considéré	$H(t)$	Chaîne d'hystérons	Équation correspondante	Matrice d'incidence
Amplitude $\varepsilon$	$\varepsilon$	$\{\varepsilon; 0; 0; 0\}$	$b_{1,1} = B_1$	$[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$
	$0$	$\{0; 0; 0; 0\}$	$0 = 0$ (Valeur nulle)	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$
	$-\varepsilon$	$\{-\varepsilon; 0; 0; 0\}$	$-b_{1,1} = -B_1$ (symétrique)	$[0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]$
Amplitude $2\varepsilon$	$2\varepsilon$	$\{2\varepsilon; \varepsilon; 0; 0\}$	$b_{1,2} + b_{2,1} = B_2$	$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$
	$\varepsilon$	$\{\varepsilon; \varepsilon; 0; 0\}$	$b_{1,1} + b_{2,1} = B_3$	$[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$
	$0$	$\{0; \varepsilon; 0; 0\}$	$b_{2,1} = B_4$	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$
Amplitude $3\varepsilon$	$3\varepsilon$	$\{3\varepsilon; 2\varepsilon; \varepsilon; 0\}$	$b_{1,3} + b_{2,2} + b_{3,1} = B_5$	$[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$
	$2\varepsilon$	$\{2\varepsilon; 2\varepsilon; \varepsilon; 0\}$	$b_{1,2} + b_{2,2} + b_{3,1} = B_6$	$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$
	$\varepsilon$	$\{\varepsilon; 2\varepsilon; \varepsilon; 0\}$	$b_{1,1} + b_{2,2} + b_{3,1} = B_7$	$[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$
	$0$	$\{0; \varepsilon; \varepsilon; 0\}$	$b_{2,1} + b_{3,1} = B_8$	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0]$
	$-\varepsilon$	$\{-\varepsilon; 0; \varepsilon; 0\}$	$-b_{1,1} + b_{3,1} = B_9$	$[0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0]$
Amplitude $4\varepsilon$	$4\varepsilon$	$\{4\varepsilon; 3\varepsilon; 2\varepsilon; \varepsilon\}$	$b_{1,4} + b_{2,3} + b_{3,2} + b_{4,1} = B_{10}$	$[1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]$
	$3\varepsilon$	$\{3\varepsilon; 3\varepsilon; 2\varepsilon; \varepsilon\}$	$b_{1,3} + b_{2,3} + b_{3,2} + b_{4,1} = B_{11}$	$[0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]$
	$2\varepsilon$	$\{2\varepsilon; 3\varepsilon; 2\varepsilon; \varepsilon\}$	$b_{1,2} + b_{2,3} + b_{3,2} + b_{4,1} = B_{12}$	$[0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]$
	$\varepsilon$	$\{\varepsilon; 2\varepsilon; 2\varepsilon; \varepsilon\}$	$b_{1,1} + b_{2,2} + b_{3,2} + b_{4,1} = B_{13}$	$[0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1]$
	$0$	$\{0; \varepsilon; 2\varepsilon; \varepsilon\}$	$b_{2,1} + b_{3,2} + b_{4,1} = B_{14}$	$[0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1]$
	$-\varepsilon$	$\{-\varepsilon; 0; \varepsilon; \varepsilon\}$	$-b_{1,1} + b_{3,1} + b_{4,1} = B_{15}$	$[0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1]$
	$-2\varepsilon$	$\{-2\varepsilon; -\varepsilon; 0; \varepsilon\}$	$-b_{1,2} - b_{2,1} + b_{4,1} = B_{16}$	$[0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 0 \ 1]$

Tableau III-1 : Exemple d'identification pour quatre hystérons avec un seuil  $\varepsilon$

Dans cet exemple, la variable  $b_{i,j}$  correspond à la valeur de la  $i^{\text{ème}}$  fonction de forme pour la valeur de l'entrée  $j \cdot \varepsilon$ . À partir des équations issues des mesures d'identification, il est possible de former le système matriciel correspondant.

La résolution de ce système va permettre d'identifier les valeurs  $b_{i,j}$  des fonctions de forme du modèle.

$$C \cdot B_{i,j} = B_{mesuré} \quad \text{III-5}$$

Avec  $B_{mesuré}$  : le vecteur des valeurs d'induction mesurées,  $B_{i,j}$  : le vecteur des valeurs  $b_{i,j}$  des fonctions de forme et  $C$  : la matrice d'incidence correspondant aux équations issues des mesures expérimentales. La matrice  $C$  étant rectangulaire, la méthode usuelle est de résoudre au sens des moindres carrés :

$$\min_{B_{i,j}} \|C \cdot B_{i,j} - B_{mesuré}\| \quad \text{III-6}$$

Cette méthode d'identification via des cycles majeurs centrés présente toutefois quelques inconvénients qui ont été illustrés dans [35]. En effet, plusieurs chaînes identiques peuvent être identifiées à partir de cycles différents, cela engendre une augmentation de l'erreur quadratique moyenne :

$$\epsilon = \|C \cdot B_{i,j} - B_{mesuré}\| \quad \text{III-7}$$

Plusieurs études ont repris cette méthode d'identification en proposant notamment différentes fonctions de forme [36], [37]. Ces fonctions deviennent aussi dépendantes de la vitesse de variation de l'entrée afin de prendre en compte les effets dynamiques de l'hystérésis et d'étendre le modèle statique. D'autres études [38], [39] proposent aussi de considérer les effets 2D en superposant plusieurs modèles ou en considérant des données d'entrée vectorielles et un déphasage avec la sortie de celui-ci.

## III.1.2 Amélioration du modèle Play discret

### III.1.2.1 Modèle initial

Les travaux menés dans cette thèse font suite à ceux menés par Alexandre Giraud dans [35]. Le modèle initial correspond donc au modèle Play scalaire et statique prenant le champ magnétique  $H$  en entrée et donnant l'induction  $B$  en sortie. Pour limiter les erreurs d'extrapolation en saturation, l'idéal serait d'identifier le modèle en atteignant la saturation totale du matériau soit le champ  $H_{sat}$ . En effet, le modèle Play se comporte linéairement au-delà de ses états extrêmes, ce qui permettrait de ne pas avoir besoin d'extrapoler le modèle.

En pratique, le champ maximum sera celui atteignable par le banc de mesure  $H_{max}$ , généralement limité par des contraintes matérielles : limite de courant de la source de puissance, difficulté de régulation de la forme d'onde, etc. Une extrapolation devient donc nécessaire bien que l'erreur engendrée soit limitée : aire de la zone saturée du cycle négligeable, effet limité par la proximité de  $H_{max}$  et  $H_{sat}$ .

La première étape du modèle consiste à choisir un pas de discrétisation  $\epsilon$  et un nombre total d'hystérons  $M$ . Avec  $H_{max}$  fixé, il faut alors trouver un compromis entre une résolution fine, nécessitant un seuil  $\epsilon$  petit, et le nombre de mesures à réaliser pour l'identification. Dans le cas de cycles majeurs centrés, le nombre de cycles est égal au nombre d'hystérons. Dans les travaux [35], la méthode d'identification est particulièrement innovante, elle se fait à partir d'un cycle majeur et de courbes de renversements du premier ordre, ces courbes sont illustrées sur la Figure III-6.

Par la suite, les courbes de renversement du premier ordre seront appelées FORCs pour First Order Reversal Curves.

La méthode proposée pour générer ces courbes de renversement est la superposition d'un signal  $H$  sinusoïdal avec un harmonique 3 d'amplitude réglable comme illustré sur la Figure III-5.

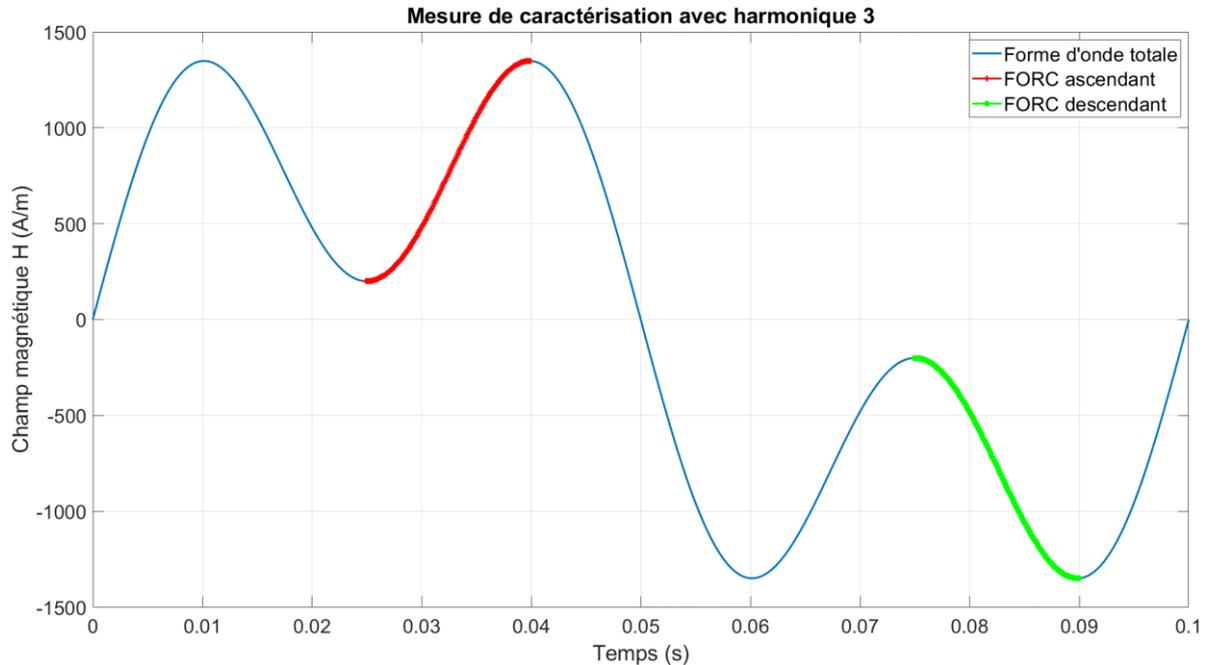


Figure III-5 : Forme d'onde proposée dans [35] pour obtenir un FORC

Les cycles d'hystérésis étant symétriques par rapport à l'origine, il est possible de travailler uniquement sur la partie montante ou descendante de celui-ci. L'ensemble des mesures de caractérisation utilisées est représenté sur la Figure III-6. Le nombre de mesures nécessaire à l'identification dans ce cas est :  $2 \cdot M - 2$ .

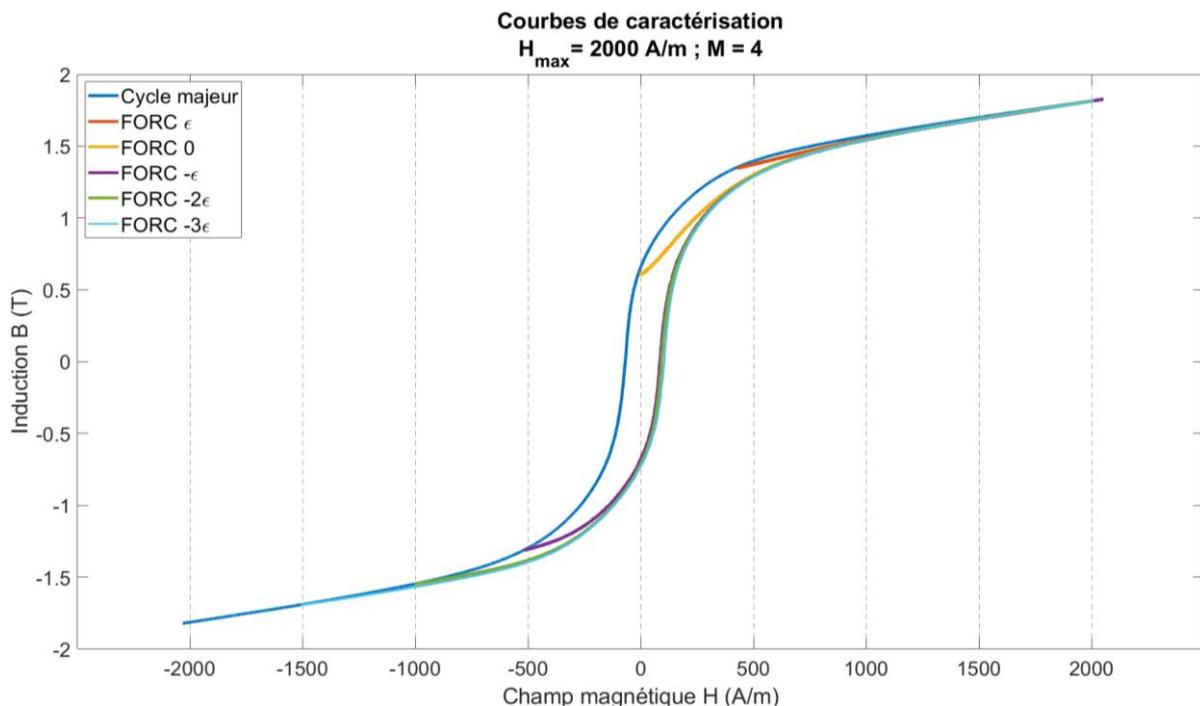


Figure III-6 : Ensemble de mesure de caractérisation pour  $M=4$  et  $\epsilon = 500$  A/m

Ces mesures sont réalisées à la plus faible fréquence possible pour limiter les effets dynamiques sur l'hystérésis. Une fois réalisées, il faut alors construire la matrice d'incidence des hystérons qui relie l'état de l'hystéron (activé positivement, activé négativement ou désactivé) et la variation temporelle du champ magnétique.

La matrice d'incidence  $C$  obtenue est finalement constituée de  $\frac{M \cdot (M+1)}{2}$  colonnes, représentant les valeurs pour lesquelles les fonctions de forme sont calculées :  $M$  valeurs pour le premier hystéron,  $M - 1$  pour le second, ... et 1 pour le dernier. L'inversion de cette matrice permet de résoudre le système III-6 et d'obtenir les fonctions de forme de chaque hystéron.

### III.1.2.2 Évolutions du modèle

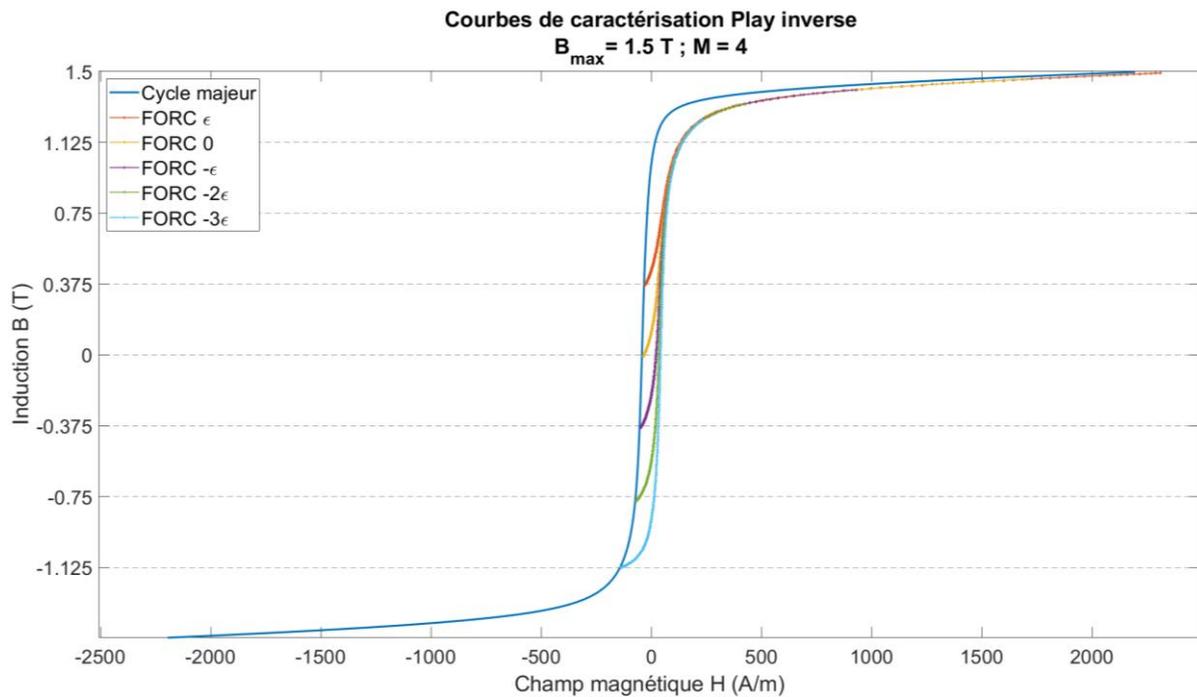
#### III.1.2.2.1 Modèle Play inverse

Cette première version donne des résultats intéressants et reste relativement simple à caractériser. Cependant, la version directe du modèle Play n'est pas cohérente avec la démarche habituelle de conception de machines électriques :

- Lors de la conception de machines électriques, la grandeur que l'on cherche à imposer est généralement l'induction  $B$ ,
- Lors de la prise en compte des effets dynamiques sur l'hystérésis, la création de courants induits est directement liée à la variation  $\frac{dB}{dt}$  dans le matériau. Il est donc plus judicieux de travailler directement avec un modèle statique  $H(B)$  au lieu d'un modèle  $B(H)$  que nous devons inverser systématiquement à chaque calcul,
- La variation  $\frac{dB}{dH}$  étant élevée dans la zone linéaire de l'hystérésis, le modèle discrétise peu cette partie, or elle représente la majorité de l'aire de l'hystérésis et influence donc beaucoup le calcul des pertes.

Ainsi, une première transformation a consisté à créer un modèle Play inverse qui prend l'induction  $B$  en entrée et calcule le champ magnétique  $H$  en sortie.

Cette première modification effectuée, l'avantage principalement attendu de la version inverse a été mis en évidence : la meilleure discrétisation de la zone linéaire. En contrepartie, la modélisation des zones saturées est bien moins précise, cependant, elle impacte moins le calcul des pertes. Les courbes de caractérisation nécessaires sont illustrées sur la Figure III-7.



**Figure III-7 : Ensemble de mesure de caractérisation pour  $M=4$  et  $\epsilon = 0.375 \text{ T / Play inverse}$**

À ce niveau de modélisation, le modèle possède encore plusieurs défauts qui diminuent sa précision :

- Lorsque l’amplitude maximale du cycle à reconstituer est inférieure à celui de la caractérisation, la précision diminue fortement car le nombre d’hystérons utilisé diminue,
- La reconstitution de cycles mineurs d’amplitude faible utilise très peu d’hystérons et devient de ce fait imprécise,
- La matrice d’incidence est creuse et mal-conditionnée. Ces deux caractéristiques conduisent à des erreurs de résolutions numériques.

Nous présentons dans la suite les solutions proposées et mises en œuvre pour améliorer l’identification du modèle et son exploitation ainsi que sa précision.

#### III.1.2.2.2 Sur-discrétisation

Un inconvénient majeur des modèles d’hystérésis qu’il soit statique ou dynamique est généralement le besoin de nombreuses caractérisations qui peut devenir rédhibitoire.

Des modèles comme Steinmetz ou Bertotti présentent deux avantages :

- Ils sont relativement simples à caractériser : une optimisation permet de trouver les coefficients de l’équation,
- Ils sont peu coûteux en temps de calcul lors de l’application comparativement aux modèles d’hystérésis.

Cependant, le nombre de mesures de caractérisation devient important si l’on souhaite atteindre une bonne précision, ainsi les modèles d’hystérésis semblent un bon compromis tant que le coût expérimental n’est pas trop élevé et que leur temps de calcul reste maîtrisé.

Dans le cas du modèle Play développé dans ces travaux, une opportunité offerte par la méthode de résolution via la méthode des moindres carrés a été exploitée. En effet, la matrice est rectangulaire, il n'y a donc pas besoin de maintenir une égalité entre le nombre de points de mesure et le nombre d'inconnus, ici les valeurs des fonctions de forme.

Il est alors possible de diminuer le seuil  $\varepsilon$  du modèle, ce qui augmente la résolution et la précision du modèle, sans ajouter de nouvelles mesures. Ainsi, le nombre d'équations mais aussi le nombre d'inconnues augmentent car plus de valeurs des fonctions de forme sont à identifier.

Pour illustrer cette partie, l'exemple simple à 4 hystérons va être repris, tout d'abord l'identification avec la méthode des FORCs puis en appliquant la sur-discrétisation.

Avec  $M = 4$ , le nombre de mesures à réaliser pour caractériser le modèle est :  $2 \cdot M - 2 = 6$  mesures. Il s'agit du cycle majeur et des FORCs aux points  $B = \varepsilon_0, 0, -\varepsilon_0, -2\varepsilon_0, -3\varepsilon_0$ .  $B_{max}$  étant choisi égal à  $1.5 T$ ,  $\varepsilon_0$  vaut  $0.375 T$ .

Les équations relevées et les lignes de la matrice d'incidence correspondante sont regroupées dans le Tableau III-2. Les équations en double ou opposées ont été éliminées. La notation  $\text{FORC}(B)$  correspond à la partie ascendante de la courbe de renversement du premier ordre dont le point de rebroussement a lieu au niveau d'induction  $B$ .

Seules les courbes FORCs ascendantes sont détaillées mais le calcul reste valable sur les courbes descendantes par symétrie. La partie descendante du cycle majeur est considéré.

Cycle considéré	$B(t)$	Équation correspondante	Matrice d'incidence $C$
Cycle majeur	$4\varepsilon$	$h_{1,4} + h_{2,3} + h_{3,2} + h_{4,1} = H_1$	$[1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1]$
	$3\varepsilon$	$h_{1,3} + h_{2,3} + h_{3,2} + h_{4,1} = H_2$	$[0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1]$
	$2\varepsilon$	$h_{1,2} + h_{2,3} + h_{3,2} + h_{4,1} = H_3$	$[0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1]$
	$\varepsilon$	$h_{1,1} + h_{2,2} + h_{3,2} + h_{4,1} = H_4$	$[0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1]$
	$0$	$0 + h_{2,1} + h_{3,2} + h_{4,1} = H_5$	$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1]$
	$-\varepsilon$	$-h_{1,1} + 0 + h_{3,1} + h_{4,1} = H_6$	$[0\ 0\ 0\ -1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1]$
	$-2\varepsilon$	$-h_{1,2} - h_{2,1} + 0 + h_{4,1} = H_7$	$[0\ 0\ -1\ 0\ 0\ 0\ -1\ 0\ 0\ 1]$
	$-3\varepsilon$	$-h_{1,3} - h_{2,2} - h_{3,1} + 0 = H_8$	$[0\ -1\ 0\ 0\ 0\ -1\ 0\ 0\ -1\ 0]$
FORC( $\varepsilon_0$ )	$2\varepsilon$	$h_{1,2} + h_{2,2} + h_{3,2} + h_{4,1} = H_9$	$[0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1]$
	$3\varepsilon$	$h_{1,3} + h_{2,2} + h_{3,2} + h_{4,1} = H_{10}$	$[0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1]$
FORC(0)	$\varepsilon$	$h_{1,1} + h_{2,1} + h_{3,2} + h_{4,1} = H_{11}$	$[0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1]$
	$2\varepsilon$	$h_{1,2} + h_{2,1} + h_{3,2} + h_{4,1} = H_{12}$	$[0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1]$
FORC( $-\varepsilon_0$ )	$0$	$0 + 0 + h_{3,1} + h_{4,1} = H_{14}$	$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1]$
	$\varepsilon$	$h_{1,1} + 0 + h_{3,1} + h_{4,1} = H_{15}$	$[0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1]$
	$2\varepsilon$	$h_{1,2} + h_{2,1} + h_{3,1} + h_{4,1} = H_{16}$	$[0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1]$
	$3\varepsilon$	$h_{1,3} + h_{2,2} + h_{3,1} + h_{4,1} = H_{17}$	$[0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1]$
FORC( $-2\varepsilon_0$ )	$-\varepsilon$	$-h_{1,1} - h_{2,1} + 0 + h_{4,1} = H_{18}$	$[0\ 0\ 0\ -1\ 0\ 0\ -1\ 0\ 0\ 1]$
	$0$	$0 - h_{2,1} + 0 + h_{4,1} = H_{19}$	$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ 0\ 0\ 1]$
	$\varepsilon$	$h_{1,1} + 0 + 0 + h_{4,1} = H_{20}$	$[0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1]$
	$2\varepsilon$	$h_{1,2} + h_{2,1} + 0 + h_{4,1} = H_{21}$	$[0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1]$
FORC( $-3\varepsilon_0$ )	$-2\varepsilon$	$-h_{1,2} - h_{2,2} - h_{3,1} + 0 = H_{23}$	$[0\ 0\ -1\ 0\ 0\ -1\ 0\ 0\ -1\ 0]$
	$-\varepsilon$	$-h_{1,1} - h_{2,2} - h_{3,1} + 0 = H_{24}$	$[0\ 0\ 0\ -1\ 0\ -1\ 0\ 0\ -1\ 0]$
	$0$	$0 - h_{2,1} - h_{3,1} + 0 = H_{25}$	$[0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ 0\ -1\ 0]$
	$\varepsilon$	$h_{1,1} + 0 - h_{3,1} + 0 = H_{26}$	$[0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ -1\ 0]$
	$2\varepsilon$	$h_{1,2} + h_{2,1} + 0 + 0 = H_{27}$	$[0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0]$
	$3\varepsilon$	$h_{1,3} + h_{2,2} + h_{3,1} + 0 = H_{28}$	$[0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0]$

Tableau III-2 : Identification avec courbes de renversement pour quatre hystérons

Dans cet exemple, la matrice  $C$  est rectangulaire de taille 26x10. Pour l'identification des valeurs des fonctions de forme  $h_i$ , il faut résoudre via la méthode des moindres carrés. Ainsi, le résidu  $\|r\|_2 = \|C \cdot h_i - B\|_2$  est minimal lorsque  $h_i$  est tel que :

$$(C^T C) \cdot h_i - C^T \cdot H_{mesuré} = 0 \quad \text{III-8}$$

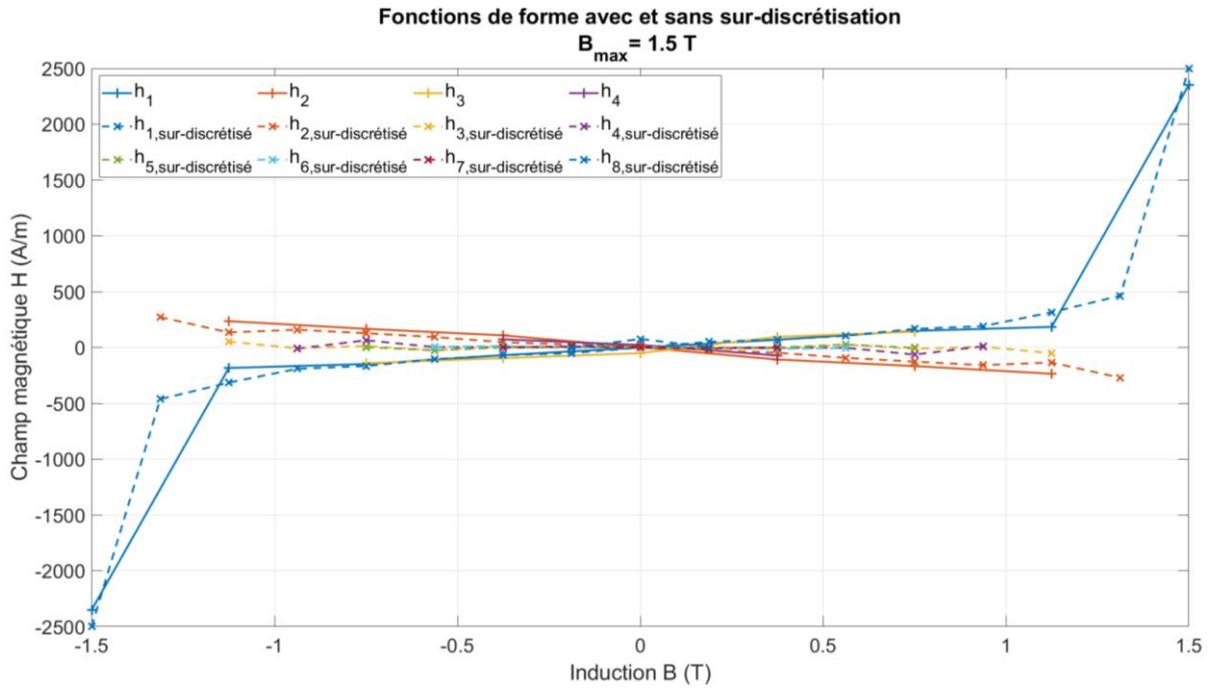
La sur-discrétisation consiste à diminuer le pas de discrétisation à partir des mêmes mesures. Ainsi, il y a plus d'équations à résoudre mais aussi cela permet de diminuer le seuil  $\varepsilon$ . La matrice  $C$  reste rectangulaire mais sa taille augmente alors.

Par exemple, si le pas de discrétisation est divisé par deux, le nombre d'hystérons est alors multiplié par deux. On obtient alors les équations présentées Tableau III-3. Pour alléger la lecture, seul les équations issues de la branche descendante du cycle majeur sont représentées.

Cycle considéré	Équation correspondante
Cycle majeur	$b_{1,8} + b_{2,7} + b_{3,6} + b_{4,5} + b_{5,4} + b_{6,3} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_1$
	$b_{1,7} + b_{2,7} + b_{3,6} + b_{4,5} + b_{5,4} + b_{6,3} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_2$
	$b_{1,6} + b_{2,7} + b_{3,6} + b_{4,5} + b_{5,4} + b_{6,3} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_3$
	$b_{1,5} + b_{2,6} + b_{3,6} + b_{4,5} + b_{5,4} + b_{6,3} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_4$
	$b_{1,4} + b_{2,5} + b_{3,6} + b_{4,5} + b_{5,4} + b_{6,3} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_5$
	$b_{1,3} + b_{2,4} + b_{3,5} + b_{4,5} + b_{5,4} + b_{6,3} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_6$
	$b_{1,2} + b_{2,3} + b_{3,4} + b_{4,5} + b_{5,4} + b_{6,3} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_7$
	$b_{1,1} + b_{2,2} + b_{3,3} + b_{4,4} + b_{5,4} + b_{6,3} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_8$
	$0 + b_{2,1} + b_{3,2} + b_{4,3} + b_{5,4} + b_{6,3} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_9$
	$-b_{1,1} + 0 + b_{3,1} + b_{4,2} + b_{5,3} + b_{6,3} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_{10}$
	$-b_{1,2} - b_{2,1} + 0 + b_{4,1} + b_{5,2} + b_{6,3} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_{11}$
	$-b_{1,3} - b_{2,2} - b_{3,1} + 0 + b_{5,1} + b_{6,2} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_{12}$
	$-b_{1,4} - b_{2,3} - b_{3,2} - b_{4,1} + 0 + b_{6,1} + b_{7,2} + b_{8,1} = H_{13}$
	$-b_{1,5} - b_{2,4} - b_{3,3} - b_{4,2} - b_{5,1} + 0 + b_{7,1} + b_{8,1} = H_{14}$
	$-b_{1,6} - b_{2,5} - b_{3,4} - b_{4,3} - b_{5,2} - b_{6,1} + 0 + b_{8,1} = H_{15}$
	$-b_{1,7} - b_{2,6} - b_{3,5} - b_{4,4} - b_{5,3} - b_{6,2} - b_{7,1} + 0 = H_{16}$

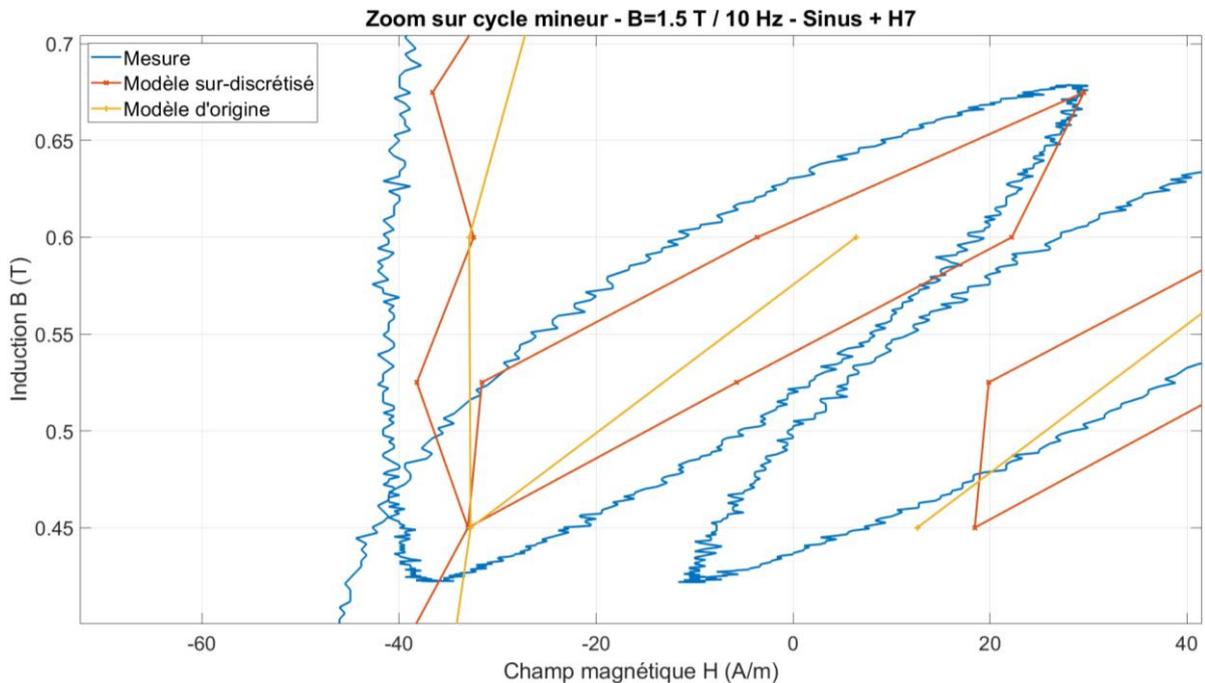
**Tableau III-3 : Identification sur-discrétisée avec courbes de renversement pour quatre hystérons**

Les fonctions de forme identifiées par la méthode classique et en utilisant la sur-discrétisation sont regroupées dans la figure suivante :



**Figure III-8 : Fonctions de forme pour 4 hystérons – Normal (trait plein) et sur-discrétisé (pointillé)**

Le modèle sur-discrétisé possède alors une résolution deux fois plus fine :  $h_i$  possède deux fois plus de valeurs. L'impact majeur est que le modèle sur-discrétisé permet de détecter et reconstituer des variations d'induction plus faible que le modèle d'origine. Cet avantage est mis en évidence sur la figure suivante où un cycle mineur de faible amplitude est reconstruit avec le modèle classique et sur-discrétisé :



**Figure III-9 : Zoom sur cycle mineur de faible amplitude – Superposition mesure / modèle d'origine ( $M=10 / \varepsilon = 0.15 \text{ T}$ ) / modèle sur-discrétisé ( $M=20 / \varepsilon = 0.075 \text{ T}$ )**

Dans cette figure, aucune interpolation, autre qu'entre deux points de reconstitution du modèle, n'est effectuée. Le modèle sur-discrétisé permet de reconstituer de petits cycles de recul, donc ajoute des pertes par comparaison au modèle d'origine. On remarque toutefois l'apparition d'oscillations sur le cycle majeur sur-discrétisé, cet aspect sera traité dans la partie III.2.

Ainsi, cette technique permet efficacement d'augmenter la précision du modèle obtenue tout en limitant le coût en caractérisation expérimentale. Pour diminuer le seuil, il est tout à fait possible de choisir arbitrairement le vecteur de discrétisation suivant le besoin, dans le cas du modèle développé dans cette thèse, deux méthodes sont proposées :

- En divisant le pas de discrétisation initial, cette méthode permet d'augmenter la précision du modèle notamment dans la zone linéaire,
- En imposant une limite maximale en champ magnétique  $\Delta H$  entre deux pas de discrétisation consécutifs, cette manière augmente sensiblement le nombre de pas dans la zone saturé.

La sur-discrétisation possède toutefois des limites car l'augmentation de la taille de la matrice d'incidence a un impact sur son rang et son conditionnement. Une augmentation trop importante de la résolution à partir d'un nombre réduit de mesures conduit rapidement à de fortes erreurs numériques lors de la résolution. En effet, la matrice étant creuse, ses valeurs singulières décroissent rapidement vers zéro ce qui rend le système fortement sensible aux erreurs d'arrondis et de zéro numériques. De plus, le conditionnement augmentant, le modèle devient alors plus sensible au vecteur de mesure  $B$ . Le bruit de mesure peut alors générer une erreur supérieure au gain de précision initialement souhaité.

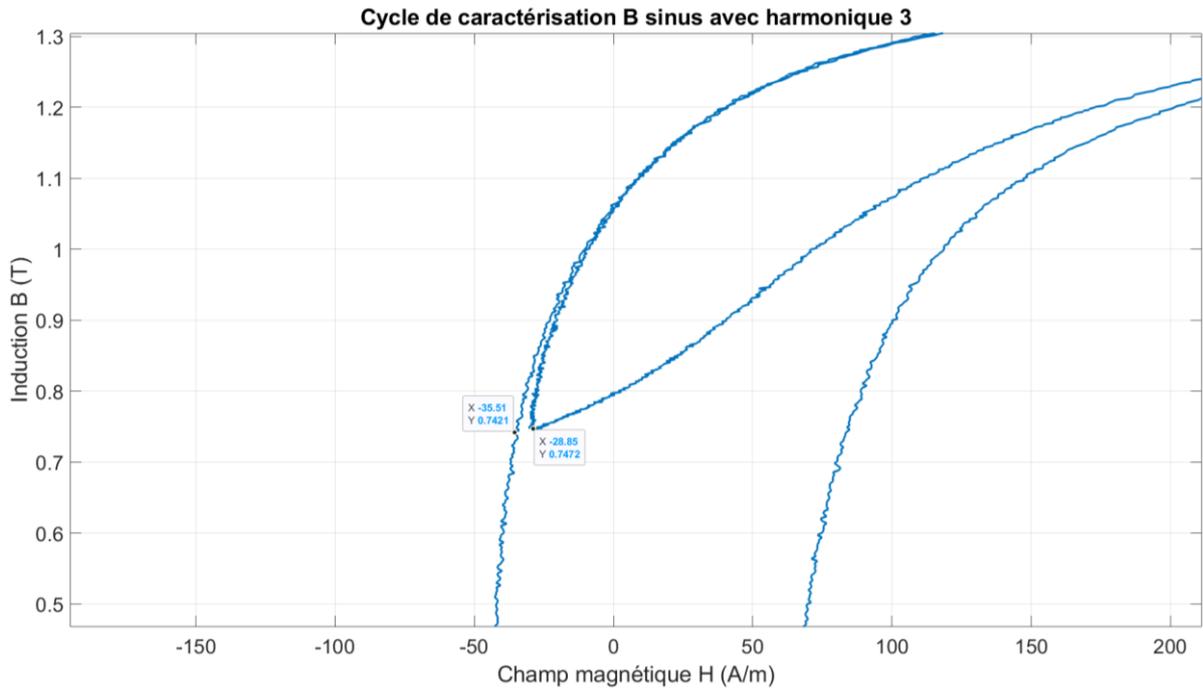
### III.1.2.2.3 Modification de la caractérisation

Comme détaillé dans III.1.2.1, l'identification du modèle se fait à partir du cycle majeur d'amplitude maximale et de courbes de renversement du premier ordre.

Ces courbes sont obtenues en partant du maximum et en descendant le long du cycle majeur jusqu'à un point de rebroussement choisi. La courbe de renversement correspond à la remontée depuis ce point de rebroussement jusqu'au maximum.

Pour obtenir ces courbes, la méthode proposée précédemment est d'utiliser un signal sinusoïdal dans lequel on injecte un harmonique 3. En contrôlant le ratio de l'amplitude de l'harmonique sur l'amplitude du fondamental, on peut choisir la valeur du point de rebroussement. Cette méthode est détaillée dans [35].

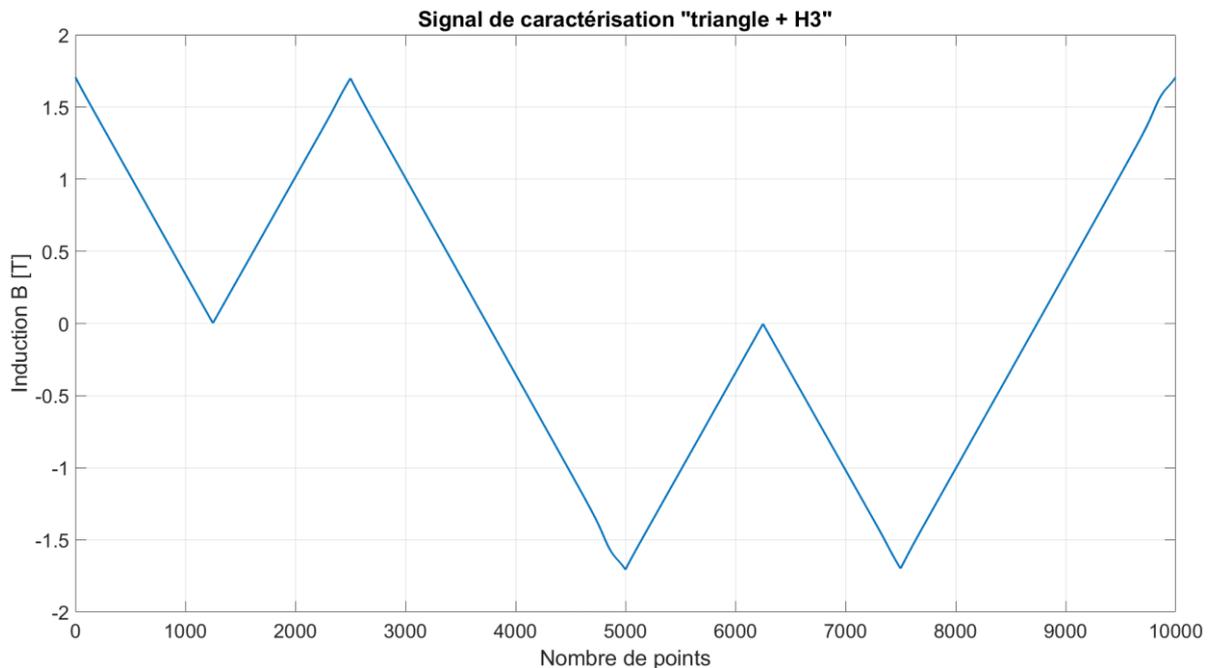
Cependant, cette technique entraîne une erreur notamment au niveau du point de rebroussement comme illustré dans la Figure III-10. En effet, bien que la mesure soit faite à très faible fréquence, la variation d'induction  $\frac{dB}{dt}$  n'est pas la même, notamment au point de rebroussement, entre le cycle majeur et la FORC ( $\frac{dB}{dt}$  négatif pour le cycle et 0 pour la FORC).



**Figure III-10 : Erreur sur le champ magnétique H (19 %) due aux effets dynamiques en caractérisation sinus / 10 Hz**

Pour remédier à cet inconvénient, la modification proposée est de remplacer la forme d'onde sinusoïdale par une forme d'onde triangulaire.

Par abus de langage, cette forme d'onde sera appelée triangle avec harmonique 3. Elle est illustrée sur la Figure III-11 suivante où nous reportons non pas le signal idéal de consigne mais celui mesuré de  $B(t)$ . Une légère déformation est observée car l'asservissement de la forme de  $B(t)$  même s'il est très performant n'arrive plus à corriger.



**Figure III-11 : Nouveau signal de caractérisation : triangle + H3**

Avec cette forme d'onde, chaque point  $B$  du signal possède la même variation  $\frac{dB}{dt}$ , ainsi les points de rebroussement sont superposés au cycle majeur. Cependant, plus l'harmonique 3 sera important, plus la variation  $\frac{dB}{dt}$  sera élevée (à fréquence fondamentale identique). Ainsi, l'utilisation de faibles fréquences pour limiter les effets dynamiques est toujours nécessaire.

Finalement, pour assurer que les FORCs soient incluses dans le cycle majeur, celui-ci est mesuré à une fréquence deux fois plus élevée que les courbes de renversement.

En revanche, l'inconvénient de cette nouvelle méthode est que la régulation de la forme d'onde est alors plus difficile lors des mesures. Via l'utilisation du cadre Epstein, il est possible de réaliser ces mesures à 5 et 10 Hz à l'IRT St-Exupéry, de récentes améliorations permettent de réaliser les mesures à 1 et 2 Hz au G2Elab avec notamment un contrôle très précis de la forme d'onde.

En vue de réduire le coût de caractérisation du modèle mais aussi d'assurer la continuité de la mesure et une valeur  $\frac{dB}{dt}$  constante, une autre forme d'onde a été étudiée. Elle est illustrée sur la figure suivante :

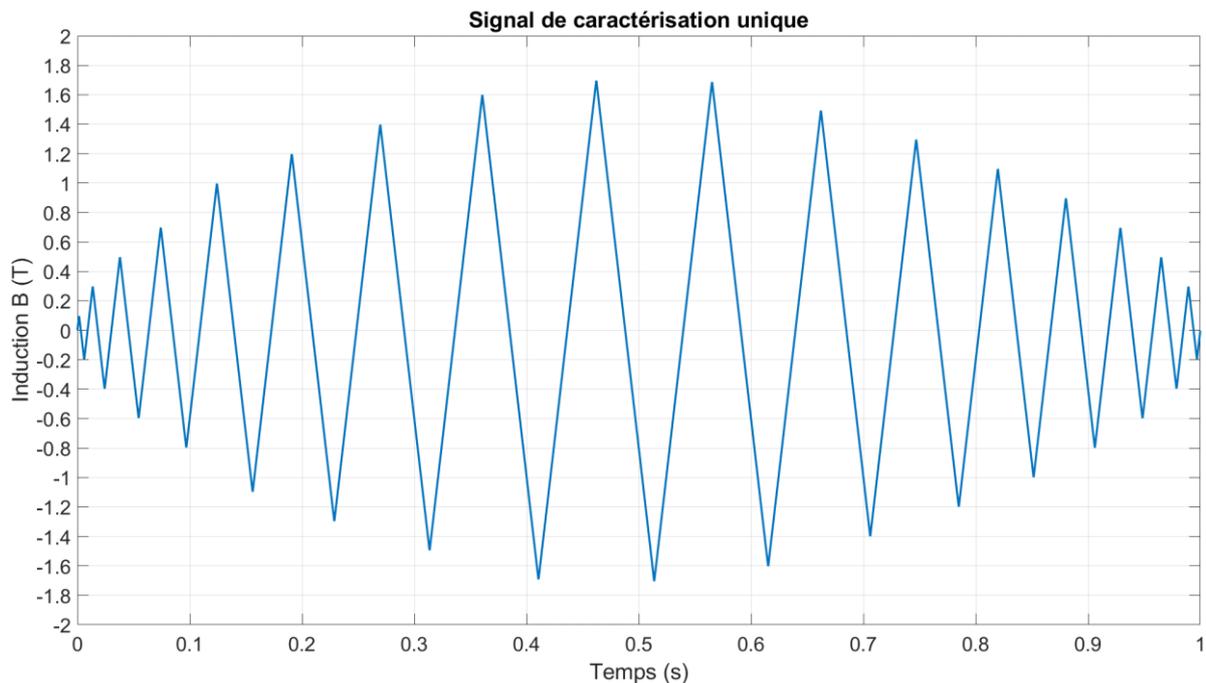


Figure III-12 : Signal de caractérisation unique avec  $\frac{dB}{dt}$  constant

Bien que complexe à réguler, cette forme d'onde possède un avantage important : elle permet d'identifier très facilement les valeurs des fonctions de forme du modèle et réduit le besoin en caractérisation à une unique mesure.

En considérant un exemple à quatre hystérons possédant alors des points de rebroussement :  $\pm \varepsilon, \pm 2 \cdot \varepsilon, \pm 3 \cdot \varepsilon, \pm 4 \cdot \varepsilon$ , on obtient alors, après suppression des doublons et opposées, les chaînes d'hystérons regroupées dans le tableau suivant :

Partie de la mesure considérée	$B(t)$	Chaîne d'hystérons
$0 T \rightarrow \varepsilon T$	$\varepsilon$	$\{\varepsilon; 0; 0; 0\}$
$\varepsilon T \rightarrow -2\varepsilon T$	$-2\varepsilon$	$\{-2\varepsilon; -\varepsilon; 0; 0\}$
$-2\varepsilon T \rightarrow 3\varepsilon T$	$-\varepsilon$	$\{-\varepsilon; -\varepsilon; 0; 0\}$
	$0$	$\{0; -\varepsilon; 0; 0\}$
	$3\varepsilon$	$\{3\varepsilon; 2\varepsilon; \varepsilon; 0\}$
$3\varepsilon T \rightarrow -4\varepsilon T$	$2\varepsilon$	$\{2\varepsilon; 2\varepsilon; \varepsilon; 0\}$
	$\varepsilon$	$\{\varepsilon; 2\varepsilon; \varepsilon; 0\}$
	$0$	$\{0; \varepsilon; \varepsilon; 0\}$
	$-\varepsilon$	$\{-\varepsilon; 0; \varepsilon; 0\}$
	$-4\varepsilon$	$\{-4\varepsilon; -3\varepsilon; -2\varepsilon; -\varepsilon\}$
$-4\varepsilon T \rightarrow 4\varepsilon T$	$-3\varepsilon$	$\{-3\varepsilon; -3\varepsilon; -2\varepsilon; -\varepsilon\}$
	$-2\varepsilon$	$\{-2\varepsilon; -3\varepsilon; -2\varepsilon; -\varepsilon\}$
	$-\varepsilon$	$\{-\varepsilon; -2\varepsilon; -2\varepsilon; -\varepsilon\}$
	$0$	$\{0; -\varepsilon; -\varepsilon; -\varepsilon\}$
	$\varepsilon$	$\{\varepsilon; 0; -\varepsilon; -\varepsilon\}$
	$2\varepsilon$	$\{2\varepsilon; \varepsilon; 0; -\varepsilon\}$

**Tableau III-4 : Identification avec une mesure unique**

La matrice d'incidence obtenue dans ce cas est de taille 15x10. En comparaison, la matrice créée par la caractérisation détaillée en Tableau III-2 était de 26x10.

Pour 20 hystérons, la matrice  $C$  « classique » est de taille 696x210 et son conditionnement vaut 939. La matrice  $C$  « unique » est de taille 603x210 pour un conditionnement de 562.

Pour rappel, le conditionnement de la matrice donne une mesure de la sensibilité du problème aux données. Ainsi une erreur sur  $H_{mesuré}$  de  $\Delta H$  entraînera une erreur  $\Delta h_i$  sur  $h_i$  majorée suivant :

$$\frac{\|\Delta h_i\|}{\|h_i\|} \leq \text{cond}(C) \cdot \frac{\|\Delta H\|}{\|H_{mesuré}\|} \quad \text{III-9}$$

Cette nouvelle méthode permet donc de réduire la taille de la matrice qui est alors plus proche d'une matrice carrée. Le conditionnement diminue lui aussi ce qui amène le système à être moins sensible aux bruits expérimentaux.

Néanmoins, cette nouvelle méthode de caractérisation n'a pas permis un gain significatif sur les performances. En effet, les cycles mesurés correspondent plutôt à des cycles de désaimantation parcourus à l'envers. Les cycles majeurs ou des courbes de renversement ne sont alors pas toujours bien reconstruits par le modèle ce qui le pénalise pour la validation.

#### III.1.2.2.4 Méthodes de résolution

La résolution du système  $C \cdot h_i = H_{mesuré}$  est l'étape finale d'identification du modèle. Dans le cas de l'identification du modèle, la matrice  $C$  est rectangulaire, une matrice de cette forme implique que le système est soit :

- Sous-déterminé : il n'y a pas suffisamment d'équations pour définir exactement chaque variable, on peut donc choisir arbitrairement les valeurs de certaines variables,
- Sur-déterminé : il y a plus d'équations indépendantes que de variables, le système n'a alors pas de solution exacte.

Dans notre cas, le système est surdéterminé et donc sans solution. La méthode de résolution consiste à trouver une solution approchée qui minimise l'erreur entre les valeurs calculées par le modèle :  $C \cdot h_i$  et la solution exacte :  $H_{mesuré}$ . Cette méthode correspond à une résolution au sens des moindres carrés comme discuté précédemment.

La méthode des moindres carrés comporte un biais : elle minimise l'erreur absolue entre le modèle et la mesure. Ici, la mesure correspond à des valeurs de champ magnétique variant, en valeur absolue, de 0 A/m à environ 10000 A/m. Ainsi, l'erreur absolue étant plus importante pour des valeurs de champ élevées, la résolution favorise alors la précision du modèle sur les zones saturées de l'hystérésis.

Or, c'est la surface de la zone « linéaire » non saturée qui contribue majoritairement aux pertes. La méthode mise en place pour mieux répartir l'erreur a été de pondérer la résolution décrite par l'équation III-10. En effet, une normalisation du champ ne suffisait pas à améliorer significativement la précision. Ainsi, chaque équation constitutive de la matrice est affectée d'un poids qui sert à augmenter ou diminuer son erreur absolue apparente. Les poids de chaque équation sont calculés à partir de la valeur de champ mesuré correspondante par l'équation III-11. Cette formulation consiste à affecter un poids à l'équation d'autant plus grand que la valeur de  $|H_{mesuré}|$  correspondante est faible.

$$\min_{h_i} \|W \cdot (C \cdot h_i - H_{mesuré})\| \quad \text{III-10}$$

$$W(i) = \max(|H_{mesuré}|) + 1 - |H_{mesuré}(i)| \quad \text{III-11}$$

En appliquant cette pondération, la répartition de l'erreur est mieux redistribuée sur les différents points de mesure. La Figure III-1 illustre l'erreur relative du modèle par rapport à la mesure en fonction de l'induction pour le cycle majeur. Comme la zone linéaire est mieux modélisée, on observe alors un gain de précision sur le calcul de l'aire du cycle, donc les pertes.

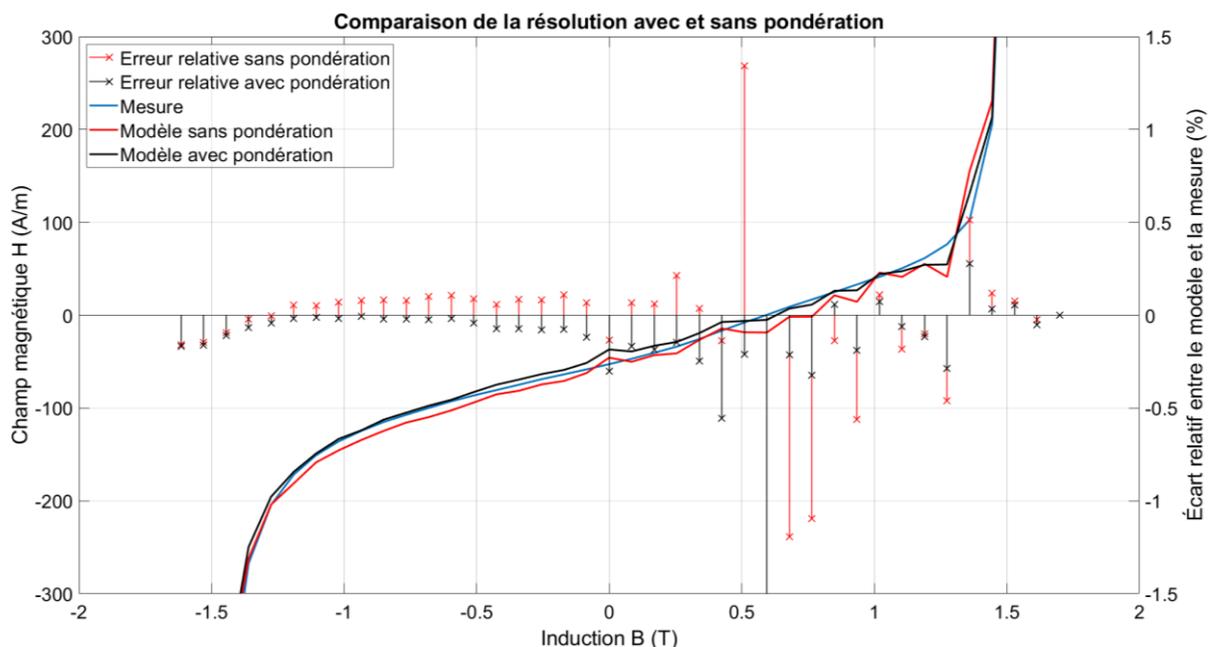


Figure III-13 : Résolution avec et sans pondération du modèle ( $M=20 / \epsilon = 0.085 T$ ) - Zoom sur la zone linéaire du cycle majeur

Le modèle a été validé sur une série de mesures dont les résultats sont regroupés dans le Tableau III-5. Le matériau considéré est un alliage FeSi à grains non-orienté M400-50A. La caractérisation a été réalisée sur cadre Epstein à une fréquence de 2 Hz. Les mesures de validation ont été réalisées sur le même appareil et à la même fréquence. Les mesures contenant des harmoniques sont identifiées sous le nom :  $HX\_Y\_Z$ . Cela signifie que le signal d'induction est sinusoïdal contenant un harmonique de rang  $X$  ayant une amplitude de  $Y\%$  du fondamental et déphasé de  $Z$  degrés.

Les conditions d'identifications du modèle et les paramètres associés sont :

- Induction maximale  $B_{max}$  : 1.7 T
- Nombre de mesures : 38
- Seuil de discrétisation initial :  $\varepsilon_i = 0.085$  T
- Sur-discrétisation :  $\frac{\varepsilon_i}{2}$
- Nombre d'hystérons final  $M$  : 40
- Seuil après sur-discrétisation  $\varepsilon$  : 0.0425 T

Pour chaque cycle mesuré ou reconstitué, les pertes sont calculées via la fonction « *polyarea* » de Matlab qui calcule l'aire d'un polygone défini par les coordonnées de ces sommets  $(x_i, y_i)$  sous réserve que celui-ci soit fermé :  $(x_1, y_1) = (x_{final}, y_{final})$ .

Signal de test (validation)		Écart relatif $\frac{Pertes_{modèle} - Pertes_{mesure}}{Pertes_{mesure}}$
Amplitude	Forme d'onde	
1 T	Sinus	0.3 %
1.7 T	Sinus	-2 %
1.7 T	H9_0.3_90	-8.1 %
1.2 T	H7_0.4_0	-8.2 %
1.7 T	H3_0.6_0	-3.1 %
1.3 T	Trapèze	0.3 %
1.2 T	H7_0.4_0	-8.2 %
1.2 T	H3_1.5_0	-3.3 %
1.1 T	H5_0.6_100	-2.6 %
0.34 T	Sinus	-0.6 %
0.22 T	H3_1_45	-20 %
0.8 T	H5_0.25_45	-2.6 %
0.8 T	H5_0.4_45	-7.6 %
0.6 T	H7_0.4_0	-9 %

**Tableau III-5 : Écart relatif entre pertes fer mesurées et modélisées sur différents cas tests – Modèle discret**

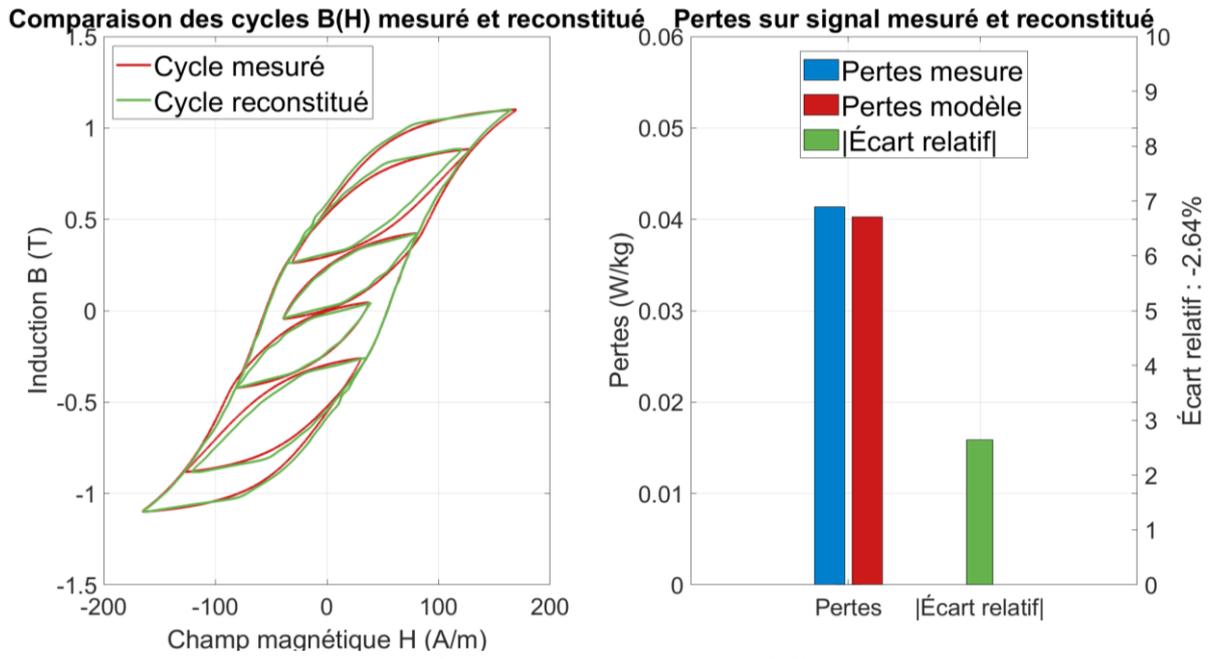


Figure III-14 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 1.1 T, H5\_0.6\_100

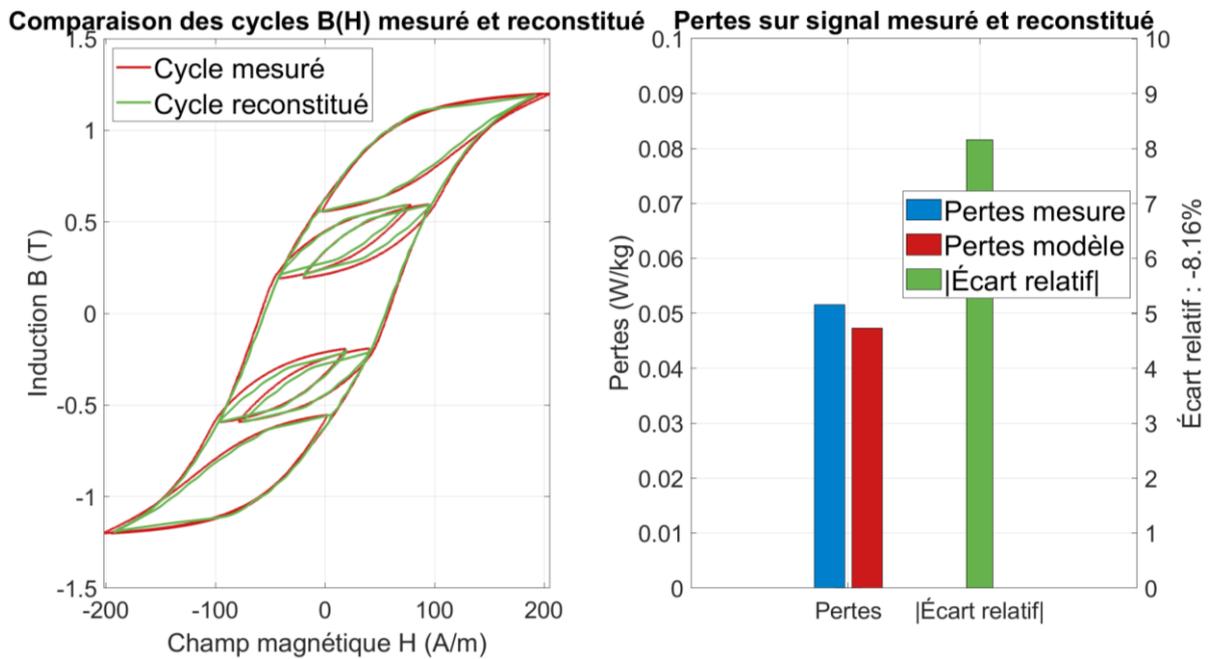


Figure III-15 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 1.2 T, H7\_0.4\_0

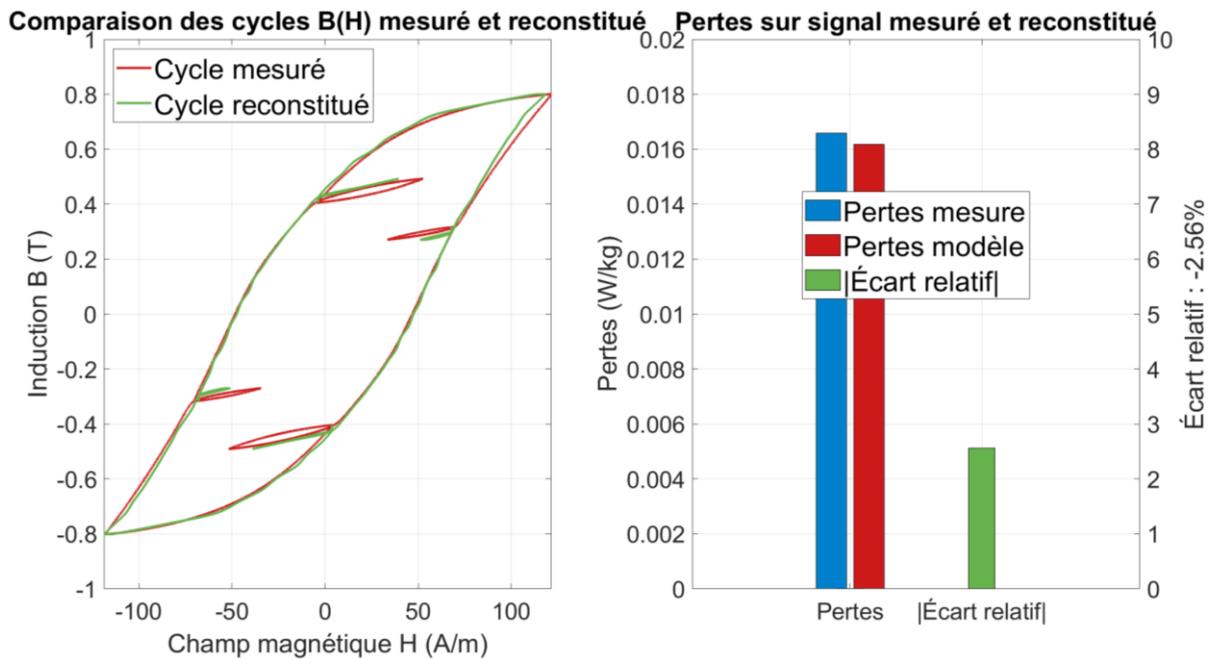


Figure III-16 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 0.8 T, H5\_0.25\_45

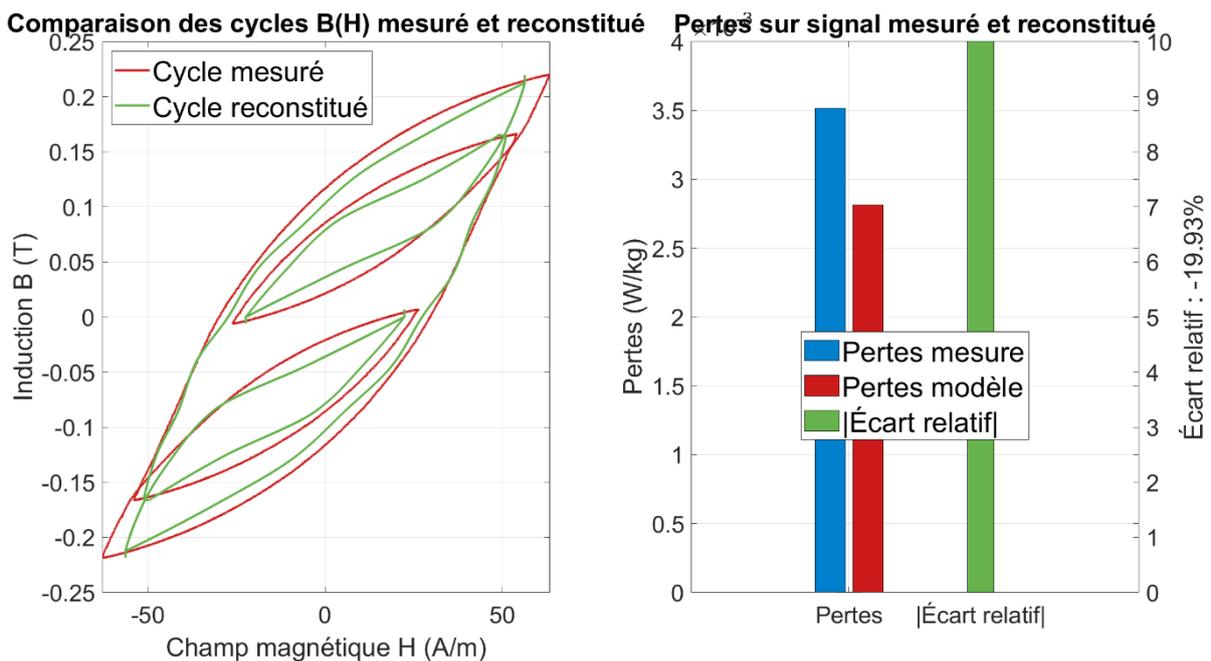


Figure III-17 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 0.22 T, H3\_1\_45

Sur les Figure III-14 et Figure III-15, on observe que le modèle reconstruit bien les cycles autant le majeur que les mineurs. Sur les cycles de plus faible amplitude, Figure III-16 et Figure III-17, le modèle a plus de difficultés : les cycles mineurs sont moins bien reconstruits, voir seulement représentés par une variation linéaire ne créant pas de pertes.

À ce stade, le modèle montre globalement de bonnes performances. Il peut reconstruire différents signaux complexes avec peu d'erreur sur l'aire calculée. Pourtant plusieurs caractéristiques propres au modèle limitent sa performance :

- Premièrement, la discrétisation du signal peut poser un problème. En effet, seule une série de valeurs d'induction est identifiée en entrée du modèle, il faut alors interpoler les valeurs intermédiaires,

- Deuxièmement, le modèle commet une erreur à chaque pas de discrétisation, cette erreur pouvant être positive ou négative comme illustré sur la Figure III-13, il est possible d'obtenir localement des valeurs négatives de la perméabilité différentielle  $\frac{dB}{dH}$ . Or, cela ne correspond pas à la physique de l'hystérésis statique.

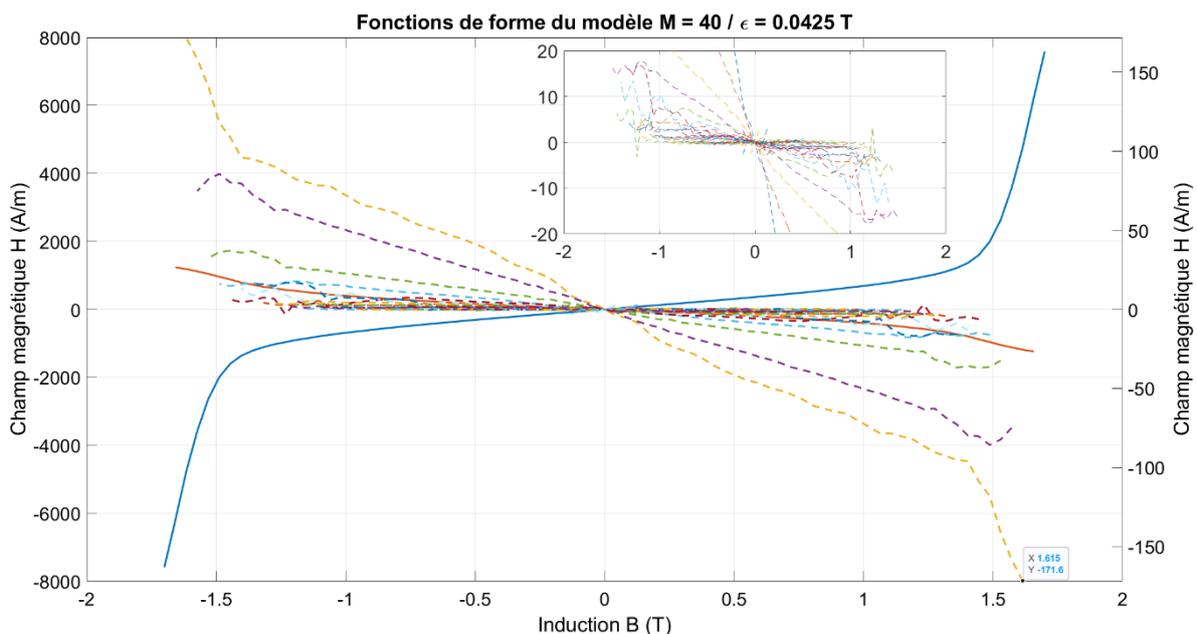
## III.2 Proposition d'un modèle continu

### III.2.1 Lissage des fonctions de forme discrètes

Une première étape pour améliorer le modèle discret précédent consiste à créer un support d'interpolation à partir des valeurs discrètes de chaque fonction de forme. Le plus simple consiste à interpoler linéairement entre chaque valeur identifiée. Ainsi, un modèle continu capable de faire correspondre une sortie  $Y$  pour toute entrée  $X$  est créé. Cette première solution permet déjà un gain significatif car il n'y a plus besoin de discrétiser l'entrée  $B(t)$  sur les valeurs multiples de  $\varepsilon$ . On obtient alors des fonctions de forme continues par morceaux.

Bien que cette première étape permette d'améliorer le modèle, il peut être intéressant de lisser les courbes afin d'éliminer le second défaut du modèle, à savoir la perméabilité locale négative. Cette solution permettrait non seulement d'améliorer la précision de calcul des pertes mais aussi d'obtenir un modèle physiquement cohérent et utilisable via des routines d'optimisation nécessitant le calcul de la dérivée.

La Figure III-18 donne une idée des fonctions de forme discrètes obtenues pour chaque hystéron dans le cas d'un modèle à 20 hystérons, sur-discrétisé à 40.



**Figure III-18 : Fonctions de forme pour le modèle sur-discrétisé  $M=40$  et  $\varepsilon = 0.0425$  T / Ligne continue pour hystérons 1 et 2 et échelle à gauche, pointillé pour les hystérons 3 à 40 et échelle à droite – Encart : zoom vertical sur les fonctions de forme des hystérons 3 à 40**

On remarque que les fonctions de forme obtenues sont assez lisses pour les premiers hystérons (lignes continues), qui forment l'allure globale du cycle. Les fonctions des derniers hystérons sont, quant à elles, anarchiques car elles ajustent localement le champ magnétique pour minimiser l'erreur.

La première possibilité consiste à lisser ces fonctions de forme continues par morceaux. Bien que cela n'assure pas la continuité de la perméabilité, cette étape permettra d'éliminer les oscillations que l'on peut constater sur les cycles. Néanmoins, cette étape est très difficile à mettre en œuvre, notamment pour les derniers hystérons car il n'est pas possible de déterminer une tendance générale ou de s'appuyer sur un comportement physique lié à l'hystéron.

Plusieurs tentatives ont été réalisées dans ce sens mais aucune n'a permis d'obtenir un résultat satisfaisant. En effet, les hystérons se compensent mutuellement et le lissage vient alors perturber ce fonctionnement. Pour que le lissage soit efficace, il devrait alors tenir compte de toutes les possibilités de combinaison de l'hystéron dans tous ses états ce qui complique démesurément le problème pour qu'il présente un intérêt.

Une dernière possibilité consiste à calculer à partir d'un point de rebroussement  $(H_{reb}, B_{reb})$  le chemin jusqu'à  $(H_{max}, B_{max})$  si  $B$  est croissant (respectivement  $-(H_{max}, B_{max})$  si  $B$  est décroissant). Ce chemin peut alors être lissé et assurer une perméabilité non seulement positive mais aussi continue. Cette méthode semble alors très intéressante. Elle nécessite cependant le calcul du chemin virtuel complet jusqu'à la saturation pour chaque point de rebroussement. Par exemple, un signal sinusoïdal avec un harmonique trois nécessite de calculer six fois le chemin d'un point de rebroussement jusqu'au  $B_{max}$ . Elle devient donc rapidement extrêmement coûteuse en temps de calcul ce qui la rend rédhibitoire.

En conséquence, le modèle discret, même avec les fonctions de forme continues par morceaux, comporte plusieurs limites qui ne semblent pas pouvoir être repoussées. Notamment, la résolution du modèle, sa capacité à détecter une variation, et ses discontinuités locales dues à la formulation discrète du problème.

### III.2.2 Formulation continue des fonctions de forme

Une nouvelle version a donc été implémentée. Celle-ci repose sur une formulation continue de la fonction de forme des hystérons, elle supprime les problèmes de la formulation discrète mais en imposant d'autres contraintes.

Cette méthode consiste à imposer, dès l'identification, une fonction de forme prédéfinie à chaque hystéron dont les paramètres sont alors à déterminer. Dans les travaux menés ici, le choix de la formulation des fonctions de forme s'est porté sur des polynômes car ils possèdent des caractéristiques intéressantes :

- L'identification des paramètres est linéaire, ce qui n'engendre pas un coût de calcul trop important,
- En imposant que chaque monôme soit de degré impair, la fonction résultante est impaire,
- des polynômes permettent de lisser correctement les fonctions représentatives des premiers hystérons observées dans la Figure III-18.

Ainsi, les fonctions de forme imposées sont :

$$Y_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \text{ impair}}}^{N_i} a_{i,j} \cdot X_i^j \quad \text{III-12}$$

L'expression du champ magnétique en sortie du modèle devient alors :

$$H(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \text{ impair}}}^{N_i} a_{i,j} \cdot p_i(B(t))^j \quad \text{III-13}$$

Avec,  $M$  : le nombre d'hystérons,  $N_i$  : le degré du polynôme de l'hystéron  $i$ , l'opérateur Play déjà défini en III-3.

Avec cette formulation, plusieurs modifications du modèle sont possibles. Notamment, il est possible de choisir arbitrairement le nombre d'hystérons et le pas de discrétisation. Il faut néanmoins tenir compte qu'une diminution trop forte du pas de discrétisation ou une trop forte augmentation du nombre d'hystérons entraîne une perte de précision lors de l'identification du modèle, car on retrouve alors les problèmes de rang et de conditionnement de la matrice du système comme évoqué précédemment.

Il faut aussi faire attention en fixant ces deux paramètres qu'une variation de l'entrée de  $2 \cdot M \cdot \varepsilon$  réinitialise complètement la chaîne d'hystérons. Ces limites sont illustrées sur la Figure III-19 suivante. Par exemple, dans le cas où la variation totale est inférieure à  $M \cdot \varepsilon$  (courbe bleu), un certain nombre  $M_b$  d'hystérons resteront inchangés et donc constants tout au long de la variation. Dans celui où la variation est supérieure à  $2 \cdot M \cdot \varepsilon$  (courbe rouge), la chaîne d'hystéron sera complètement réinitialisée, cela correspond donc au retour sur le cycle majeur.

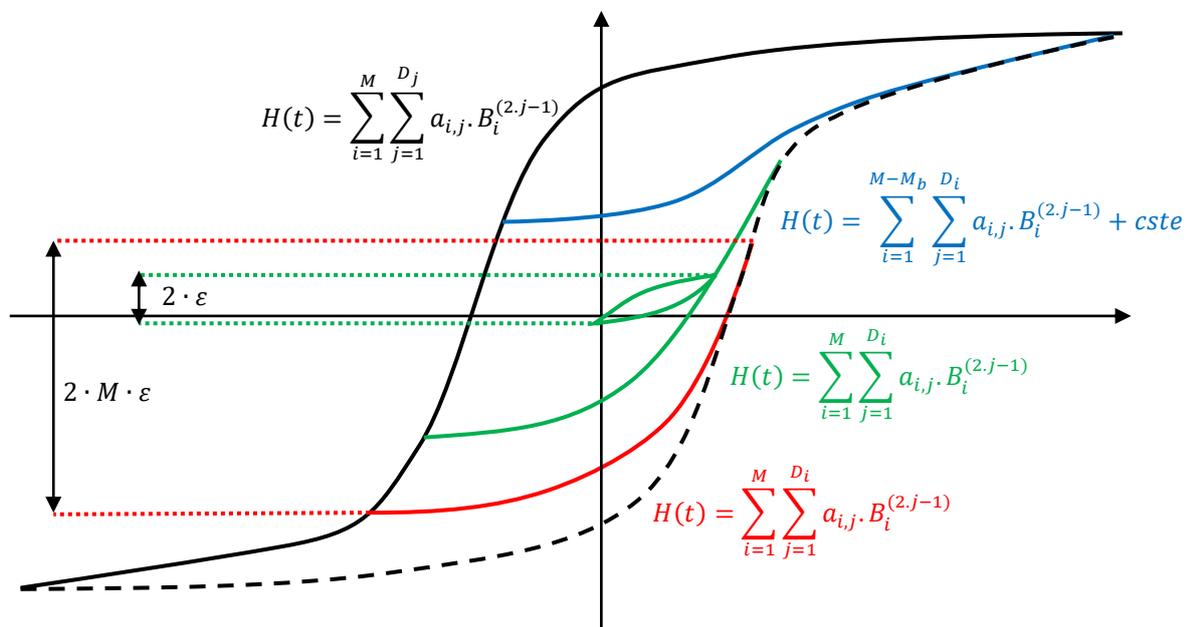


Figure III-19 : Fonctionnement et limites du modèle continu

Le schéma suivant explique comment fonctionne le modèle avec cette nouvelle formulation.

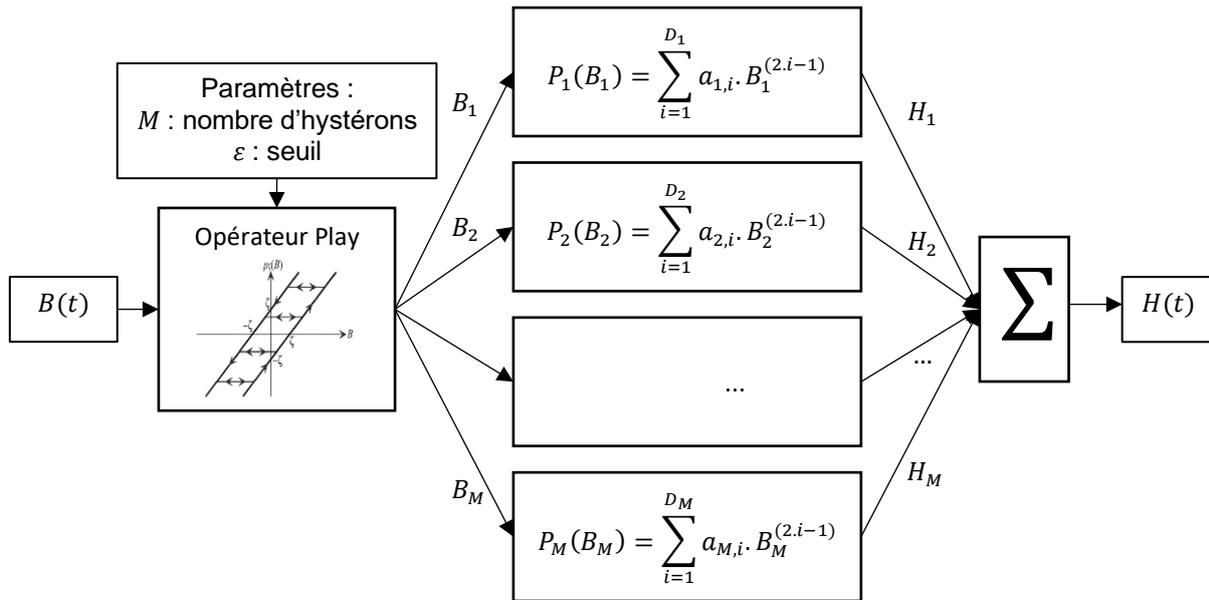


Figure III-20 : Schéma de fonctionnement du modèle Play continu

À partir d'un signal  $B(t)$  quelconque, l'opérateur Play associe un signal  $B_i(t)$  à chaque hystéron du modèle via l'équation III-3 exprimée pour le modèle  $H(B)$ . Chaque hystéron est constitué d'une fonction de forme polynomiale  $P_i$  qui associe un signal  $H_i(t)$  à l'entrée  $B_i(t)$ . Le signal  $H(t)$  en sortie du modèle résulte de la somme des  $H_i(t)$  de tous les hystérons.

### III.2.3 Modification de la résolution

Cette nouvelle formulation du modèle oblige à modifier l'expression du système pour son identification. L'avantage essentiel est que la résolution matricielle reste linéaire et donc relativement simple. Dans un premier temps, il faut construire la matrice des chaînes d'hystérons du système.

En reprenant l'exemple donné pour 4 hystérons au Tableau III-3, les équations issues de l'identification sont regroupées dans le Tableau III-6. Seul le cycle majeur est donné pour alléger la lecture. La matrice d'incidence devient la matrice  $B_i$ , elle est divisée en bloc pour une meilleure compréhension.

Cycle considéré	Équation correspondante	Matrice $B_i$ correspondante			
		Bloc $B_1$	Bloc $B_2$	Bloc $B_3$	Bloc $B_4$
Cycle majeur	$b_{1,4} + b_{2,3} + b_{3,2} + b_{4,1} = H_1$	$b_{1,4}^{N_1} \ b_{1,4}^{N_1-2} \ \dots \ b_{1,4}$	$b_{2,3}^{N_2} \ \dots \ b_{2,3}$	$b_{3,2}^{N_3} \ \dots \ b_{3,2}$	$b_{4,1}^{N_4} \ \dots \ b_{4,1}$
	$b_{1,3} + b_{2,3} + b_{3,2} + b_{4,1} = H_2$	$b_{1,3}^{N_1} \ b_{1,3}^{N_1-2} \ \dots \ b_{1,3}$	$b_{2,3}^{N_2} \ \dots \ b_{2,3}$	$b_{3,2}^{N_3} \ \dots \ b_{3,2}$	$b_{4,1}^{N_4} \ \dots \ b_{4,1}$
	$b_{1,2} + b_{2,3} + b_{3,2} + b_{4,1} = H_3$	$b_{1,2}^{N_1} \ b_{1,2}^{N_1-2} \ \dots \ b_{1,2}$	$b_{2,3}^{N_2} \ \dots \ b_{2,3}$	$b_{3,2}^{N_3} \ \dots \ b_{3,2}$	$b_{4,1}^{N_4} \ \dots \ b_{4,1}$
	$b_{1,1} + b_{2,2} + b_{3,2} + b_{4,1} = H_4$	$b_{1,1}^{N_1} \ b_{1,1}^{N_1-2} \ \dots \ b_{1,1}$	$b_{2,2}^{N_2} \ \dots \ b_{2,2}$	$b_{3,2}^{N_3} \ \dots \ b_{3,2}$	$b_{4,1}^{N_4} \ \dots \ b_{4,1}$
	$0 + b_{2,1} + b_{3,2} + b_{4,1} = H_5$	0    0    ...    0	$b_{2,1}^{N_2} \ \dots \ b_{2,1}$	$b_{3,2}^{N_3} \ \dots \ b_{3,2}$	$b_{4,1}^{N_4} \ \dots \ b_{4,1}$
	$-b_{1,1} + 0 + b_{3,1} + b_{4,1} = H_6$	$-b_{1,1}^{N_1} \ -b_{1,1}^{N_1-2} \ \dots \ -b_{1,1}$	0 ... 0	$b_{3,2}^{N_3} \ \dots \ b_{3,2}$	$b_{4,1}^{N_4} \ \dots \ b_{4,1}$
	$-b_{1,2} - b_{2,1} + 0 + b_{4,1} = H_7$	$-b_{1,2}^{N_1} \ -b_{1,2}^{N_1-2} \ \dots \ -b_{1,2}$	$-b_{2,1}^{N_2} \ \dots \ -b_{2,1}$	0 ... 0	$b_{4,1}^{N_4} \ \dots \ b_{4,1}$
	$-b_{1,3} - b_{2,2} - b_{3,1} + 0 = H_8$	$-b_{1,3}^{N_1} \ -b_{1,3}^{N_1-2} \ \dots \ -b_{1,3}$	$-b_{2,2}^{N_2} \ \dots \ -b_{2,2}$	$-b_{3,1}^{N_3} \ \dots \ -b_{3,1}$	0 ... 0

Tableau III-6 : Identification du modèle continu, exemple du cycle majeur à 4 hystérons

On obtient ainsi :

$$B_i \cdot A_{i,j} = \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \text{ impair}}}^{N_i} a_{i,j} \cdot p_i(B(t))^j \quad \text{III-14}$$

Avec  $A_{i,j}$  : le vecteur contenant les coefficients de chaque polynôme.

Le système à résoudre devient alors :

$$\min_{A_{i,j}} \|W \cdot (B_i \cdot A_{i,j} - H_{mesuré})\| \quad \text{III-15}$$

L'inversion de ce système comporte les mêmes difficultés que celui du modèle discret, à savoir les problèmes de rang et de conditionnement de la matrice  $B_i$ . Néanmoins, ce modèle donne d'excellents résultats et permet de tenir compte de variations très faibles de l'induction. De plus, son application a un coût en calcul modéré. Il consiste, dans un premier temps, à former la matrice  $B_i$  à partir du signal  $B(t)$ , de l'opérateur Play et de l'ordre des polynômes de chaque hystéron. Puis à réaliser le produit matriciel de façon à obtenir le signal  $H(t)$  correspondant.

À ce stade, le modèle possède toujours un des défauts précédemment évoqués : celui du comportement non physique de la dérivée  $\frac{dB}{dH}$  localement. Une solution à ce problème a donc été développée. Elle est présentée dans la partie suivante.

### III.2.4 Gestion de la dérivée $\frac{dH}{dB}$

Cette formulation présente un autre avantage : la possibilité de contrôler la dérivée  $\frac{dH}{dB}$ . En effet, il est très facile de calculer la dérivée de la fonction  $H(B)$  et on peut alors imposer certains comportements. Dans le cas où la caractérisation se fait sur les courbes de montée, il est intéressant d'obliger la fonction à être croissante sur tout son intervalle de définition, on impose alors une contrainte d'inégalité sur la dérivée.

On a alors :

$$\frac{d(B_i \cdot A_{i,j})}{dB} = \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \text{ impair}}}^{N_i} j \cdot a_{i,j} \cdot p_i(B(t))^{j-1} \geq 0 \quad \text{III-16}$$

Le système à résoudre devient alors :

$$\begin{aligned} & \min_{A_{i,j}} \|W \cdot (B_i \cdot A_{i,j} - H_{mesuré})\| \\ & \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \text{ impair}}}^{N_i} j \cdot a_{i,j} \cdot p_i(B(t))^{j-1} \geq 0 \end{aligned} \quad \text{III-17}$$

Avec cette contrainte lors de la résolution, le modèle ne reconstruit plus de cycles dont la perméabilité change de signe. On observe cependant des variations brusques de la perméabilité sur le cycle reconstitué. Ce phénomène n'est pas bloquant, dans notre cas, où l'objectif est de calculer les pertes à posteriori d'une simulation éléments finis, cependant cela est rédhibitoire pour une intégration dans le calcul éléments finis où le calcul de la dérivée est nécessaire.

Ainsi, une autre possibilité a été explorée : elle consiste à borner la dérivée modélisée  $\frac{d(B_i \cdot A_{i,j})}{dB}$  autour de la valeur de la dérivée mesurée  $\frac{dH_{mesuré}}{dB}$ . Par exemple, il est possible de contraindre la dérivée modélisée à plus ou moins un certain pourcentage  $X$  de la dérivée mesurée.

On obtient ainsi le système à résoudre suivant :

$$(1 - X) \cdot \frac{dH_{mesuré}}{dB} \leq \min_{\substack{A_{i,j} \\ M}} \|W \cdot (B_i \cdot A_{i,j} - H_{mesuré})\| \leq (1 + X) \cdot \frac{dH_{mesuré}}{dB} \quad \text{III-18}$$

$$\sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \text{ impair}}}^{N_i} j \cdot a_{i,j} \cdot p_i(B(t))^{j-1}$$

Cette contrainte modifiée permet tout d'abord de limiter les variations de la dérivée bien que cela ne soit pas suffisant pour l'intégration dans une routine d'optimisation. Par ailleurs, cette contrainte renforcée permet aussi de gagner du temps de calcul par rapport à la contrainte inégalité précédente. En effet, la contrainte limite d'autant plus les solutions que le pourcentage  $X$  est faible. Il faut toutefois trouver un compromis car un pourcentage trop faible empêche de trouver une solution.

En comparaison de la version discrète, l'identification est alors plus coûteuse car l'inversion de la matrice avec les contraintes d'inégalités nécessitent plus de temps de calcul, cependant cette version montre des caractéristiques très avantageuse :

- La résolution est particulièrement fine et permet de prendre en compte des variations très faibles d'induction,
- les fonctions de forme sont connues et continues, il n'y a donc pas besoin d'interpoler les nouvelles valeurs d'induction lors de l'application du modèle,
- Le calcul du modèle reste rapide malgré un coût plus important que le modèle continu. une première étape est la création de la matrice dont une partie est détaillée en Tableau III-6, puis du produit matriciel avec les coefficients obtenus lors de l'identification.

À partir des mêmes mesures que celles utilisées pour le modèle discret, un modèle a été identifié avec les paramètres suivants :  $B_{max} = 1.7 T$ , nombre de mesures = 36, nombre d'hystérons final  $M = 80$  et pas de discrétisation  $\varepsilon = 0.01 T$ . Nous avons, dans ce cas, contraint la dérivée en imposant  $X = 20 \%$ .

La version continue du modèle Play a, elle aussi, fait l'objet d'une validation. Pour pouvoir comparer les deux versions, les mêmes mesures de caractérisation et les mêmes mesures de validation ont été utilisées. Les résultats sont regroupés dans le Tableau III-8, les écarts relatifs de la version continue sont colorés en rouge si baisse de précision, ou en vert si gain de précision par rapport au modèle discret.

Une comparaison en termes de temps de calcul entre les versions discrètes améliorée et continue a aussi été réalisée sur la configuration suivante : Intel i5-8265U @1.65GHz. Le tableau suivant regroupe les résultats :

Test	Modèle discret amélioré	Modèle continu
10000 points	0.17 s	0.74 s
1000 points	0.074 s	0.13 s

**Tableau III-7 : Comparaison des modèles discret et continu en temps de calcul**

Signal de test		Écart relatif – modèle discret	Écart relatif – modèle continu
Amplitude	Forme d'onde		
1 T	Sinus	0.3 %	6.2 %
1.7 T	Sinus	-2.0 %	2.1 %
1.7 T	H9_0.3_90	-8.1 %	-3.5 %
1.2 T	H7_0.4_0	-8.2 %	-1.4 %
1.7 T	H3_0.6_0	-3.1 %	-0.7 %
1.3 T	Trapèze	0.3 %	6.2 %
1.2 T	H7_0.4_0	-8.2 %	-1.4 %
1.2 T	H3_1.5_0	-3.3 %	1.9 %
1.1 T	H5_0.6_100	-2.6 %	0.8 %
0.34 T	Sinus	-0.6 %	1.3 %
0.22 T	H3_1_45	-20 %	5.8 %
0.8 T	H5_0.25_45	-2.6 %	5.1 %
0.8 T	H5_0.4_45	-7.6 %	3.9 %
0.6 T	H7_0.4_0	-9.0 %	-0.2 %

Tableau III-8 : Écart relatif entre pertes fer mesurées et modélisées sur différents cas tests - Version discrète vs continue

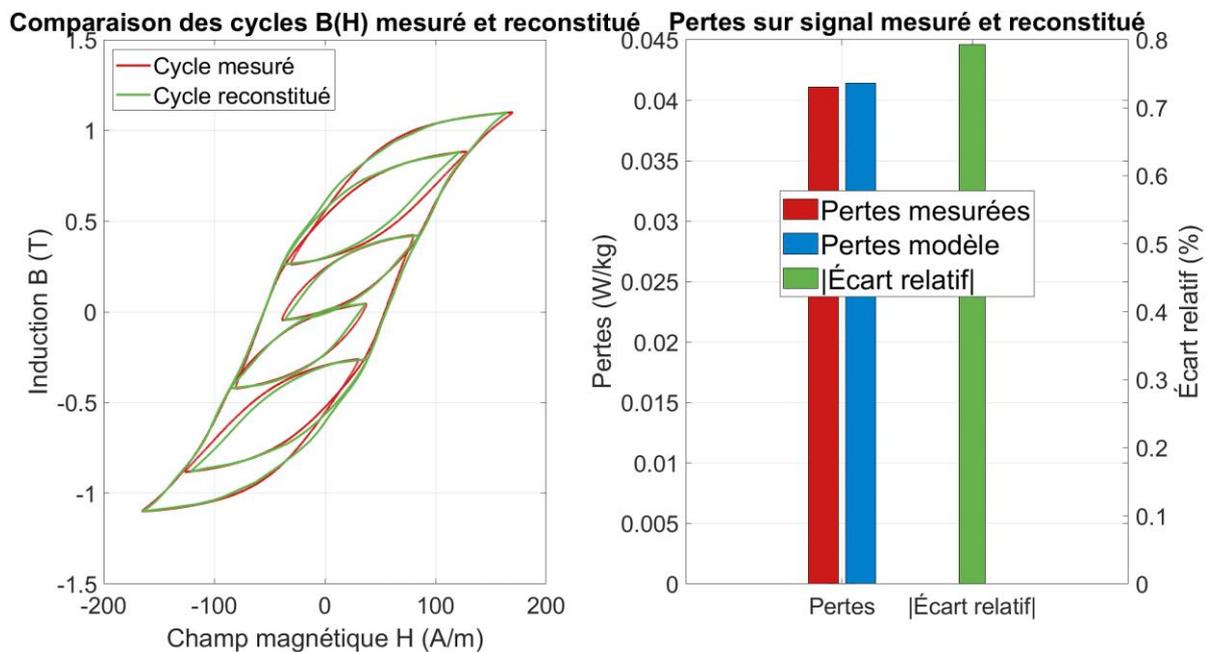


Figure III-21 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 1.1 T, H5\_0.6\_100

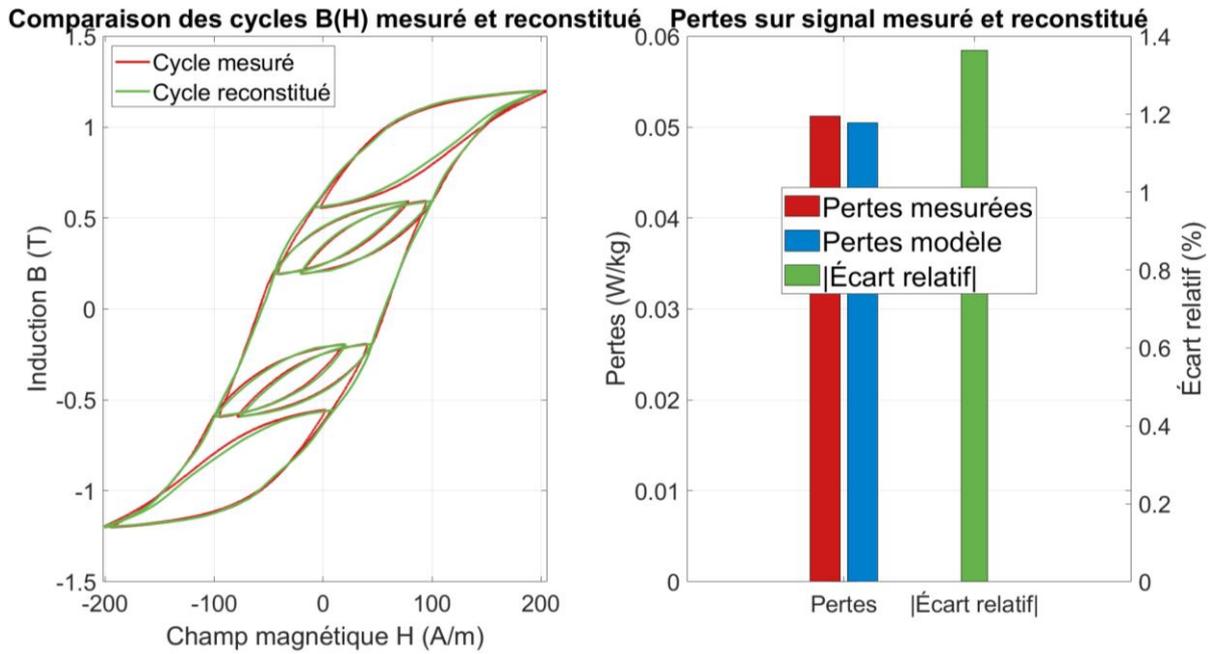


Figure III-22 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 1.2 T, H7\_0.4\_0

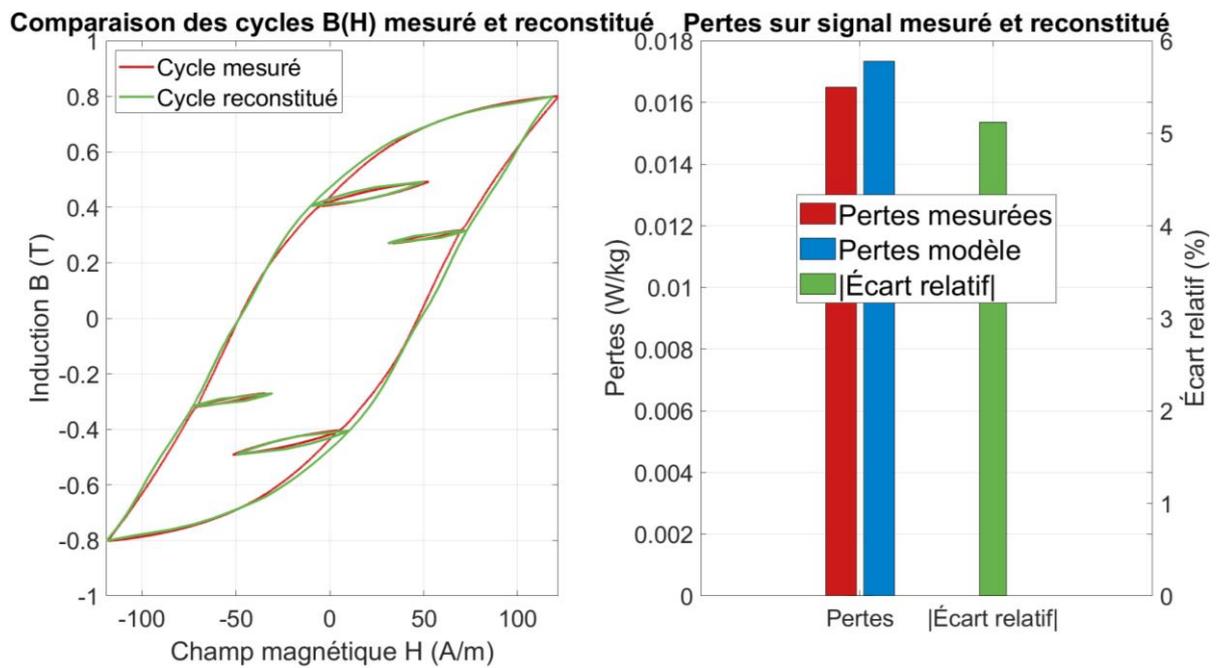
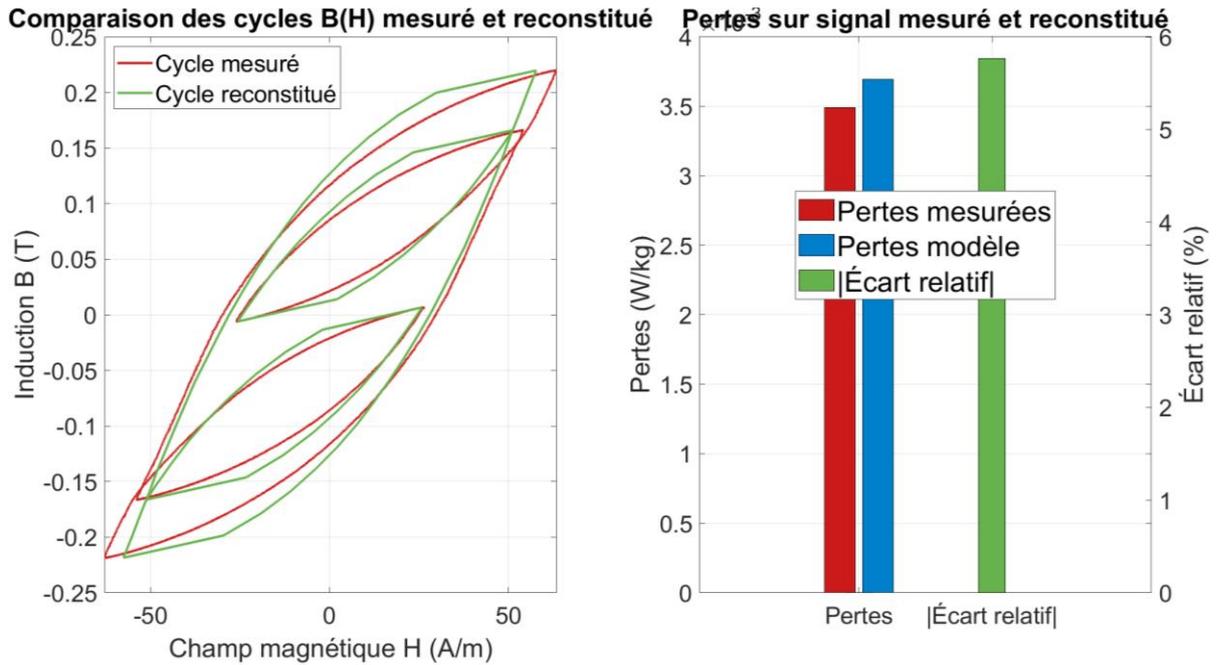
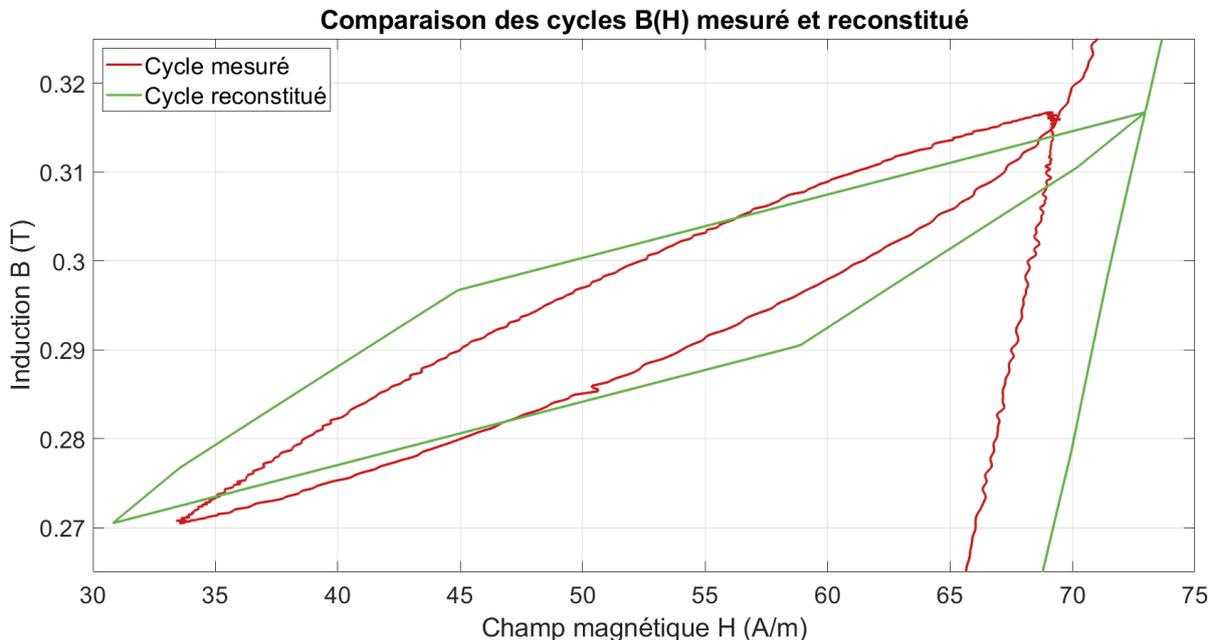


Figure III-23 : Cycle et pertes mesurés et modélisés - 0.8 T, H5\_0.25\_45



Sur les Figure III-21 et Figure III-22, on peut observer que les cycles sont correctement modélisés, l'erreur de calcul sur les pertes est faible. Par rapport au modèle discret, les cycles reconstruits sont plus lisses.

Sur les Figure III-23 et Figure III-24, l'intérêt de la version continue est bien plus impactant. Le calcul des pertes est beaucoup plus précis et même les cycles mineurs de très faible variation sont détectés et estimés comme illustré sur la figure suivante :



Sur cette figure, le cycle considéré est d'amplitude inférieure à 0.05 T. La résolution du modèle permet de le prendre en compte et de générer un cycle. On peut remarquer un comportement linéaire tant que le recul n'atteint pas  $2 \cdot \epsilon$ .

## Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre est présenté un modèle de reconstitution de l'hystérésis statique et scalaire : le modèle Play. Ce modèle repose sur l'association en série d'hystérons : association de l'opérateur Play et d'une fonction de forme.

Tout d'abord, une première partie a mis en évidence les similitudes mais aussi les différences avec le modèle de Preisach. L'analogie avec un système mécanique, proposé par Bobbio, a été reprise afin d'éclairer le fonctionnement du modèle.

Dans une deuxième partie, plusieurs évolutions du modèle sont proposées. Ces évolutions consistent à améliorer la précision du modèle tout en limitant le coût en caractérisation nécessaire à l'identification. Ces améliorations concernent la réduction du seuil  $\varepsilon$  du modèle ainsi que des modifications de la résolution et des formes d'onde pour les mesures de caractérisation.

Enfin, la troisième partie propose une formulation innovante des fonctions de forme des hystérons permettant de s'affranchir des limites de la formulation discrète et montre un intérêt particulier notamment grâce à la possibilité de contrôler la dérivée modélisée.

La dernière version du modèle obtenue montre des résultats très satisfaisants aussi bien sur le coût de calcul que sur la précision obtenue.

Néanmoins, il ne convient pas encore à une modélisation de l'hystérésis incluse dans une analyse en temps réel nécessitant un calcul d'optimisation avec la dérivée à cause de la variation toujours brusque de celle-ci.

# ***Chapitre IV : Mise en place d'un modèle pour la reconstitution des effets dynamiques dans l'hystérésis***

Précédemment, un modèle de reconstitution de l'hystérésis statique a été proposé. Ce modèle ne décrit qu'une composante du cycle global d'hystérésis. En effet, il est nécessaire de le compléter afin de prendre en compte les effets de la variation temporelle de l'induction sur l'hystérésis. Dans ce chapitre, plusieurs méthodes de prise en compte des effets dynamiques sont proposées.

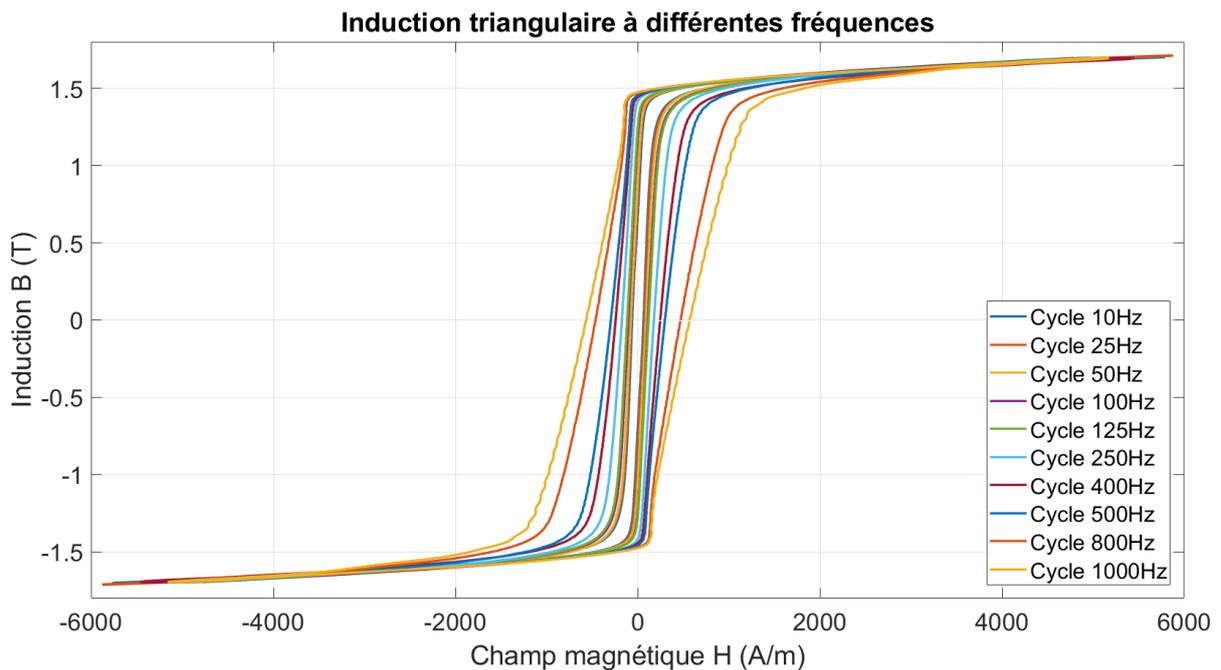
Tout d'abord, différentes formulations seront envisagées et détaillées pour prendre en compte ces effets dynamiques directement via le modèle Play. Ces formulations sont issues de la formulation continue du modèle Play que nous avons développée et présentée au Chapitre III .:

Enfin, une modélisation dynamique basée sur l'ajout d'une composante dynamique, soit analytique soit expérimentale sera détaillée. Plus spécifiquement, la partie dynamique du modèle Loss Surface (LS) sera présentée. Puis, une modification de cette caractérisation est proposée pour considérer l'histoire du matériau via l'inertie des effets dynamiques.

## IV.1 Un modèle Play dynamique

### IV.1.1 Effets dynamiques sur l'hystérésis

Lorsque l'induction varie au sein d'un matériau ferromagnétique, il génère alors des pertes. Celles-ci sont représentés au niveau macroscopique par le cycle d'hystérésis. Cependant, lorsque l'induction varie rapidement dans le temps, des pertes supplémentaires apparaissent ce qui modifie l'hystérésis. La Figure IV-1 présente des cycles triangulaires de même  $B_{max}$  mesurés à différentes fréquences. Le modèle, tel que développé, ne prend pas en compte cette modification de l'hystérésis. Il faut alors le modifier pour modéliser ces phénomènes.



**Figure IV-1 : Effets dynamiques sur le cycle d'hystérésis  $B_{max}=1.7$  T**

Comme présenté dans le Chapitre III :, le modèle statique, dans sa version continue, peut être représenté par l'équation IV-1 et le schéma de la Figure IV-2 :

$$H_{stat}(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \text{ impair}}}^{N_i} a_{i,j} \cdot p_i(B(t))^j \quad \text{IV-1}$$

$$H_{stat}(t) = \sum_{i=1}^M H_{i,stat}$$

Avec  $M$  : le nombre d'hystérons,  $N_i$  : le degré du polynôme de la forme de forme de l'hystéron  $i$ ,  $a_{i,j}$  : les coefficients issus de l'identification statique et  $p_i$  : l'opérateur Play

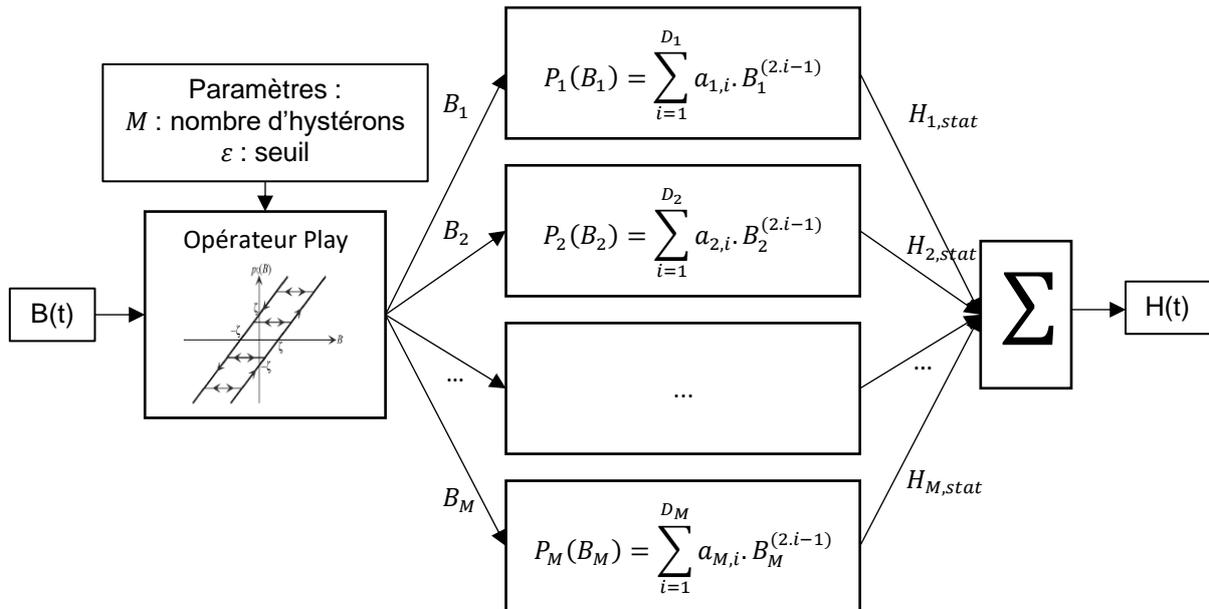


Figure IV-2 : Schéma du modèle Play continu statique

Cette formulation ne dépend alors que de l'induction  $B$  à l'instant  $t$  et de l'histoire du matériau contenue dans la chaîne d'hystérons  $\{B_1; \dots; B_M\}$ .

Des travaux précédents [32] ont montré que les effets dynamiques sont directement liés à la variation d'induction  $\frac{dB}{dt}$ , notée  $D_t B$  par la suite dans le texte. Cette dépendance est aussi observée directement dans les équations de Maxwell. Il faut alors trouver une formulation incluant ce paramètre pour tenir compte de l'accroissement du champ magnétique.

Dans cette première partie, différentes formulations sont proposées pour essayer d'inclure cette dépendance au sein du modèle Play précédemment développé.

## IV.1.2 Création directe d'un modèle Play dynamique

Une première solution pour prendre en compte la dépendance à la variation de l'induction  $D_t B$  consiste à réaliser le même procédé d'identification que pour le modèle statique. Pour cela, il faut réaliser le même jeu de mesure : cycle majeur et FORCs en s'assurant que toutes les mesures ont bien le même  $D_t B$ .

On obtient alors le modèle suivant :

$$H(t) = \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \text{ impair}}}^{N_i} a_{i,j} \left(\frac{dB}{dt}\right) \cdot p_i(B(t))^j$$

Les coefficients obtenus lors de l'identification sont dépendants de la variation de l'induction. Les fonctions de forme obtenues sont donc définies pour certaines valeurs de  $D_t B$  comme illustrées sur la Figure IV-3 suivante :

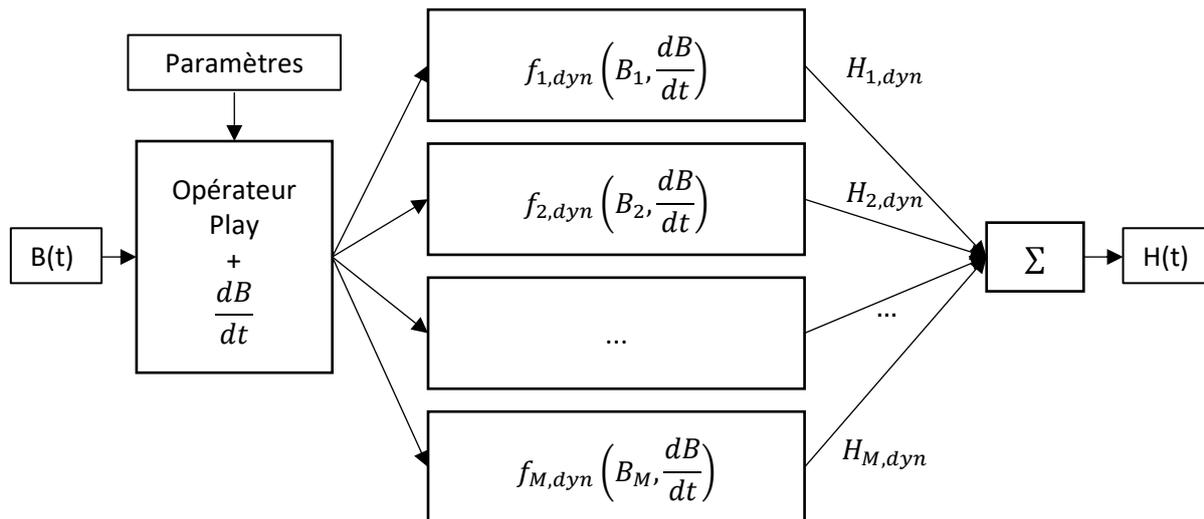


Figure IV-3 : Schéma du modèle Play continu dynamique

Après avoir caractérisé plusieurs modèles pour différentes valeurs de  $D_t B$ , il est possible d'interpoler les modèles pour n'importe quelle valeur de  $D_t B$ , on obtient donc un modèle global d'hystérésis capable de prendre en compte des effets dynamiques.

Néanmoins, ce modèle présente beaucoup de défauts. Notamment il nécessite de faire la même identification que le modèle statique, qui est relativement longue. De plus, il n'est pas toujours possible de conserver le même  $D_t B$  pour toutes les mesures. En effet, cette condition ne peut pas toujours être vérifiée, l'équation donnant la fréquence de mesure est :

$$f_0 = \frac{\frac{dB}{dt}}{4 \cdot B_{max} \cdot a} \quad \text{IV-2}$$

Avec  $D_t B$  : la variation d'induction choisie,  $B_{max}$  : la valeur d'induction maximale pour l'identification et  $1 \leq a \leq 3$  : le paramètre donnant la valeur du point de rebroussement des FORCs :  $a = 1 \rightarrow$  Cycle majeur,  $a = 2 \rightarrow$  FORC à 0 T,  $a = 3 \rightarrow$  Cycle majeur à  $2 \cdot f_0$ .

Pour réaliser un jeu de mesure complet, il faut alors trouver les fréquences sous-multiples de la fréquence d'échantillonnage pour différentes valeurs de  $a$  avec  $D_t B$  et  $B_{max}$  fixés.

La création directe d'un modèle Play dynamique est donc difficile et coûteuse en nombre de caractérisations. De plus, il est difficile d'assurer une interpolation aisée des fonctions de forme en fonction de  $D_t B$ . C'est pourquoi nous n'avons pas retenu cette approche même si elle pourrait être pour l'esprit plus élégante et plus satisfaisante.

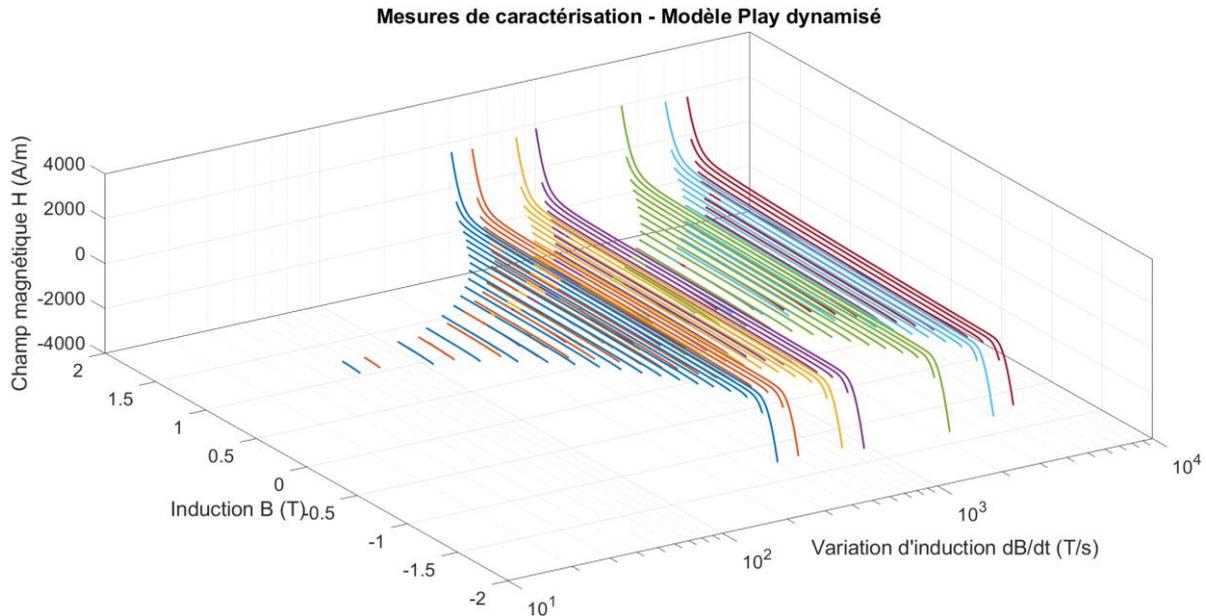
### IV.1.3 Coefficient dynamique appliqué au modèle Play

Une deuxième possibilité pour prendre en compte les effets dynamiques consiste à adapter le précédent modèle statique en lui rajoutant un coefficient dépendant de  $D_t B$ . Pour identifier le coefficient dynamique à appliquer, une caractérisation est réalisée. Celle-ci consiste à mesurer des cycles centrés à différentes amplitudes en régime d'inductions triangulaires.

Un exemple de mesures de caractérisation est illustré sur la Figure IV-4. Les cycles centrés sont mesurés pour des amplitudes variant de 0.1 T à 1.7 T, pour tester l'identification du modèle, les fréquences de mesure ont été limitées à :

- Bleu foncé : 40 Hz,
- Orange : 50Hz,

- Jaune : 80 Hz,
- Violet : 100 Hz,
- Vert : 250 Hz,
- Bleu clair : 400 Hz,
- Rouge : 500 Hz.



**Figure IV-4 : Mesures de caractérisation sur tôle FeSi M400-50A**

Pour faciliter l'identification des modélisations proposées, les différentes formulations proposées sont :

- coefficient fonction de  $D_t B$  appliqué au modèle Play statique,
- coefficient fonction de  $D_t B$  et  $B$  appliqué au modèle Play statique,
- coefficients fonction de  $D_t B$  appliqué à chaque hystéron.

#### IV.1.3.1 Coefficient fonction de $D_t B$ appliqué au modèle Play statique

Une première possibilité simple pour prendre en compte la composante dynamique est d'appliquer un coefficient multiplicateur sur le modèle. Cette formulation est donnée par l'équation suivante :

$$H(t) = \left( \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \text{ impair}}}^{N_i} a_{i,j} \cdot p_i(B(t))^j \right) \cdot k \left( \frac{dB}{dt} \right) \quad \text{IV-3}$$

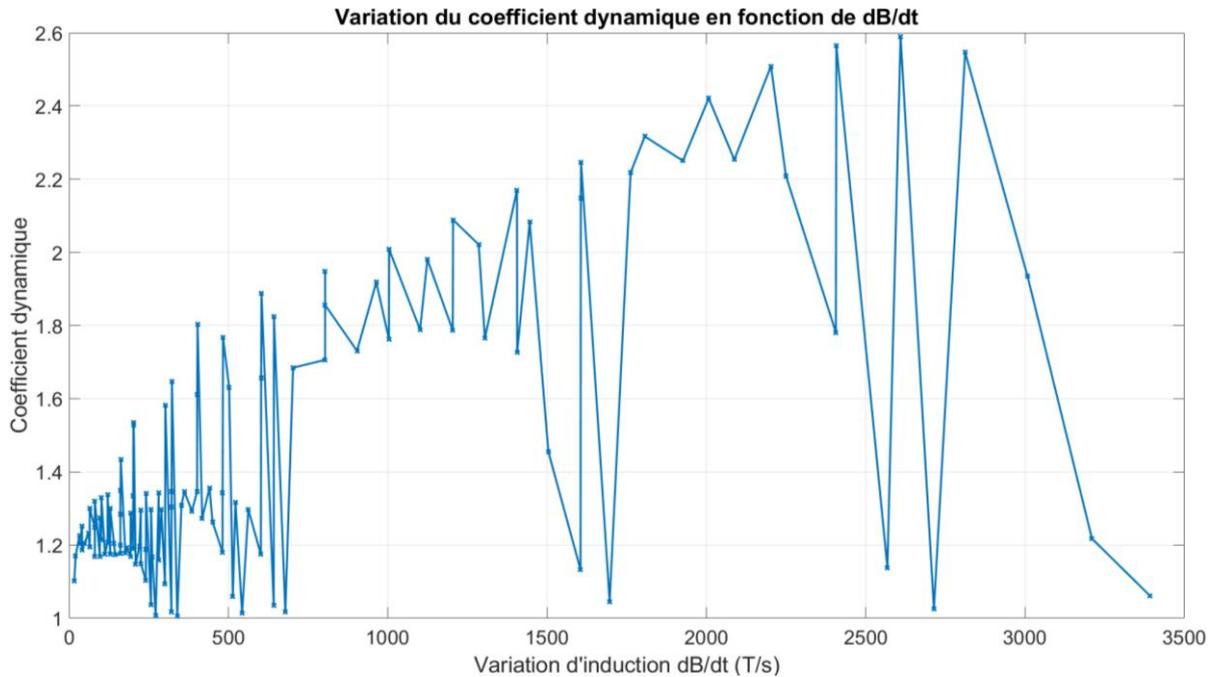
$$H(t) = H_{stat}(B(t)) \cdot k \left( \frac{dB}{dt} \right)$$

Avec  $H$  : le champ magnétique total et  $k \left( \frac{dB}{dt} \right)$  : le coefficient dynamique dépendant uniquement de  $D_t B$ . L'identification de  $k$  se fait à partir des mesures précédentes par la résolution du système suivant pour chaque valeur de  $D_t B$  :

$$k \left( \frac{dB}{dt} \right) = \frac{H_{mesuré} \left( B, \frac{dB}{dt} = cste \right)}{H_{stat}(B)} \quad \text{IV-4}$$

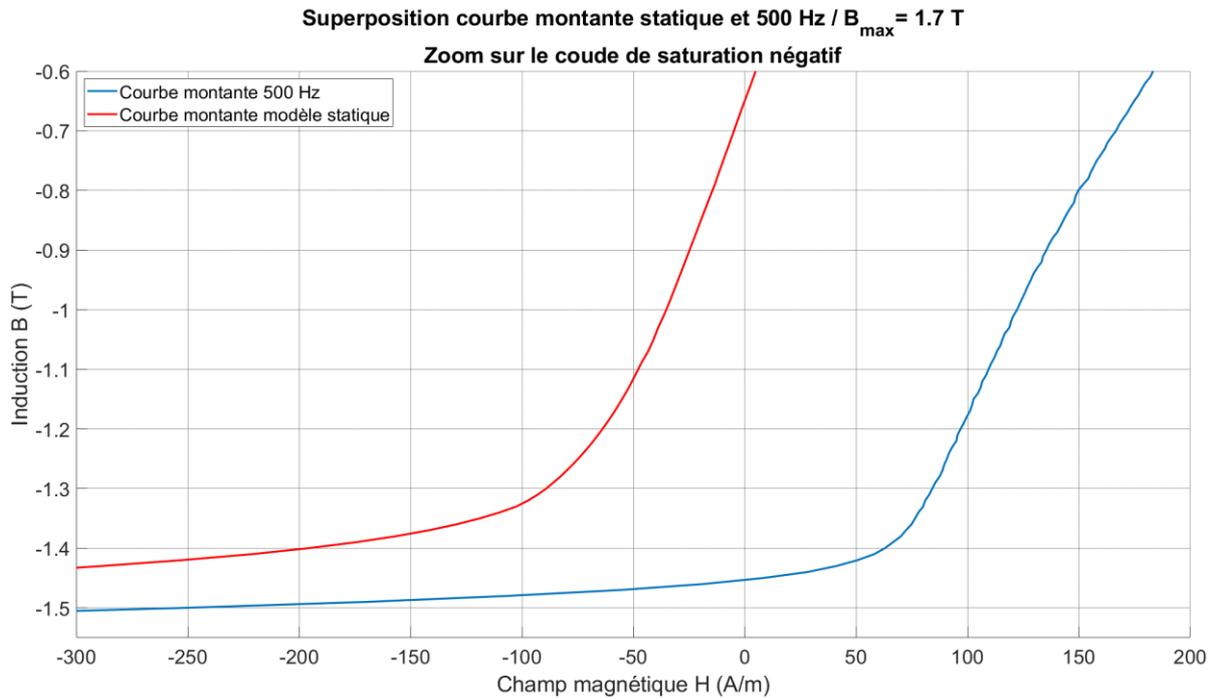
Avec  $k\left(\frac{dB}{dt}\right)$  : le coefficient à identifier,  $H_{stat}(B)$  : le vecteur contenant les valeurs de champ magnétique reconstitué par le modèle statique pour chaque valeur de  $B$  et  $H_{mesuré}(B, \frac{dB}{dt} = cste)$  : le vecteur contenant les valeurs de champ magnétique mesurées pour chaque valeur de  $B$  à  $D_t B$  constant.

Cette première formulation permet simplement de considérer les effets dynamiques mais ne donne pas des résultats satisfaisants. Notamment, l'évolution du coefficient en fonction de  $D_t B$  ne permet pas de dégager une tendance particulière comme illustrée sur la Figure IV-5 suivante :



**Figure IV-5 : Évolution du coefficient dynamique**

De plus, on peut rapidement remarquer que cette formulation ne suffit pas à traduire l'accroissement du cycle. Notamment, lorsque le champ statique est négatif et  $D_t B > 0$ , le facteur multiplicatif doit être inférieur à 1 voire négatif, et ce même facteur doit être supérieur à 1 lorsque le champ statique est positif et  $D_t B > 0$ . Ce problème est illustré sur la Figure IV-6 où  $0 < k < 1$  tant que les champs magnétiques des deux courbes sont négatifs,  $k < 0$  lorsqu'ils sont de signe différent et  $k > 1$  lorsqu'ils sont positifs. Ce coefficient ne pouvant prendre qu'une valeur, il est impossible de correctement représenter les effets dynamiques.



**Figure IV-6 : Superposition des courbes montantes modèle statique et 500 Hz**

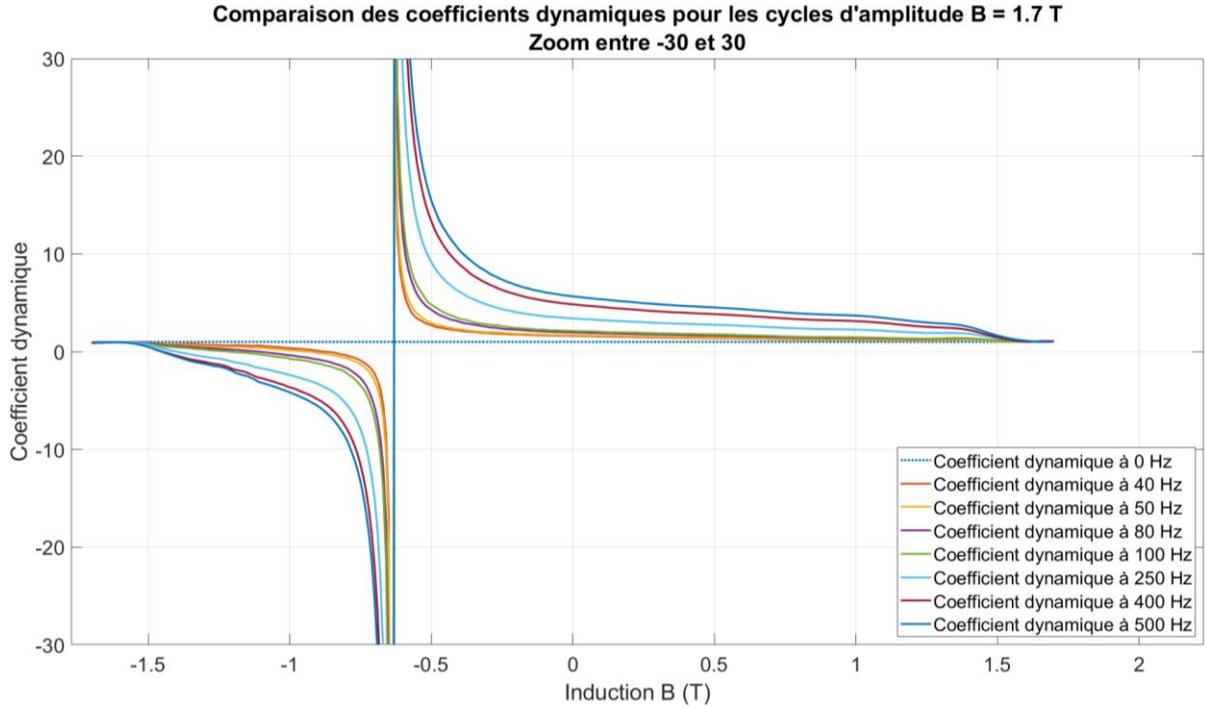
#### IV.1.3.2 Coefficient fonction de $(D_t B, B)$ appliqué au modèle Play statique

Le problème intrinsèque de la formulation précédente était que le coefficient était le même pour toute valeur de l'induction  $B$ . Cela entraîne obligatoirement une erreur de modélisation. Une nouvelle formulation simple consiste à considérer le coefficient dynamique  $k$  dépendant de  $D_t B$  et de  $B$ . Le nouveau système à résoudre devient alors :

$$k\left(B, \frac{dB}{dt} = cste\right) = \frac{H_{mesuré}\left(B, \frac{dB}{dt} = cste\right)}{H_{stat}(B)} \quad \text{IV-5}$$

Avec cette formulation,  $k\left(B, \frac{dB}{dt} = cste\right)$  correspond aux coefficients dynamiques définis pour un couple de valeur  $(B, D_t B)$  et  $H_{stat}(B)$  à la matrice diagonale contenant les valeurs de champ magnétique reconstitué par le modèle statique pour chaque valeur de  $B$ .

Cette nouvelle formulation donne des résultats bien plus intéressants. La Figure IV-7 illustre la variation du coefficient dynamique en fonction de  $B$  pour les cycles d'amplitudes  $B_{max} = 1.7 T$  à différents  $D_t B$ .



**Figure IV-7 : Évolution du coefficient dynamique en fonction de l'induction pour  $B_{max}=1.7 T$**

Avec cette formulation, il est facile non seulement de représenter les effets dynamiques mais aussi d'interpoler les valeurs des coefficients dynamiques. Cependant, un défaut majeur est remarquable sur la figure précédente : le passage par 0 A/m de l'hystérésis statique.

En effet, la valeur d'induction rémanente est différente entre le modèle statique et la mesure dynamique. Ainsi, lorsque  $B = B_{rémanent,statique}$ , le coefficient dynamique tend vers l'infini.

#### IV.1.3.3 Coefficient fonction de $D_t B$ appliqué à l'hystéron

Il ne semble pas possible de définir un coefficient applicable au modèle permettant de prendre en compte les effets dynamiques. L'autre méthode proposée consiste donc à appliquer un coefficient dynamique à chaque hystéron suivant :

$$H(t) = \sum_{i=1}^M \left( \sum_{\substack{j=1 \\ j \text{ impair}}}^{N_i} a_{i,j} \cdot p_i(B(t))^j \cdot k_i \left( \frac{dB}{dt} \right) \right) \quad \text{IV-6}$$

$$H(t) = \sum_{i=1}^M \left( H_{i,stat}(B(t)) \cdot k_i \left( \frac{dB}{dt} \right) \right)$$

Avec  $H_{i,stat}(B(t))$  correspondant à la fonction de forme statique du  $i^{\text{ème}}$  hystéron et  $k_i \left( \frac{dB}{dt} \right)$  le coefficient dynamique dépendant de  $D_t B$  associé au  $i^{\text{ème}}$  hystéron.

Le système à résoudre devient alors pour chaque valeur de  $D_t B$  :

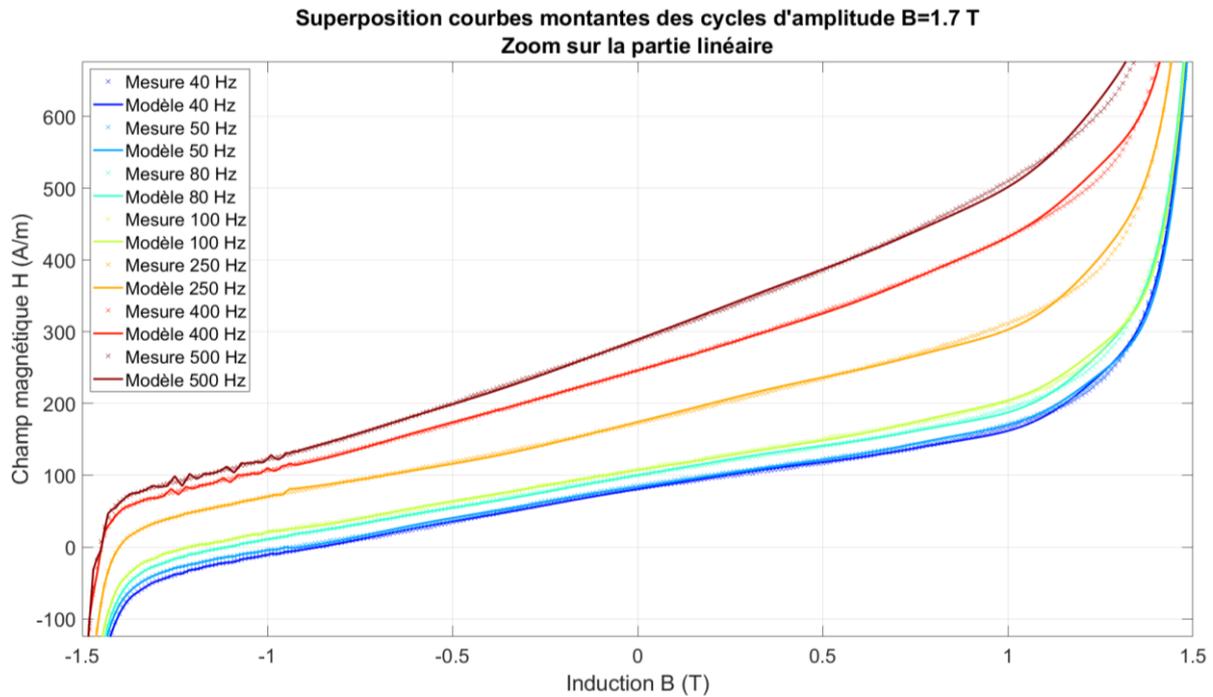
$$k_i \left( \frac{dB}{dt} \right) = \frac{H_{mesuré} \left( B, \frac{dB}{dt} = cste \right)}{H_{i,stat}(B)} \quad \text{IV-7}$$

Où :

$$H_{i,stat}(B) = \begin{bmatrix} H_{stat,1}(B(t_0)) & \dots & H_{stat,M}(B(t_0)) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{stat,1}(B(t_{final})) & \dots & H_{stat,M}(B(t_{final})) \end{bmatrix} \quad \text{IV-8}$$

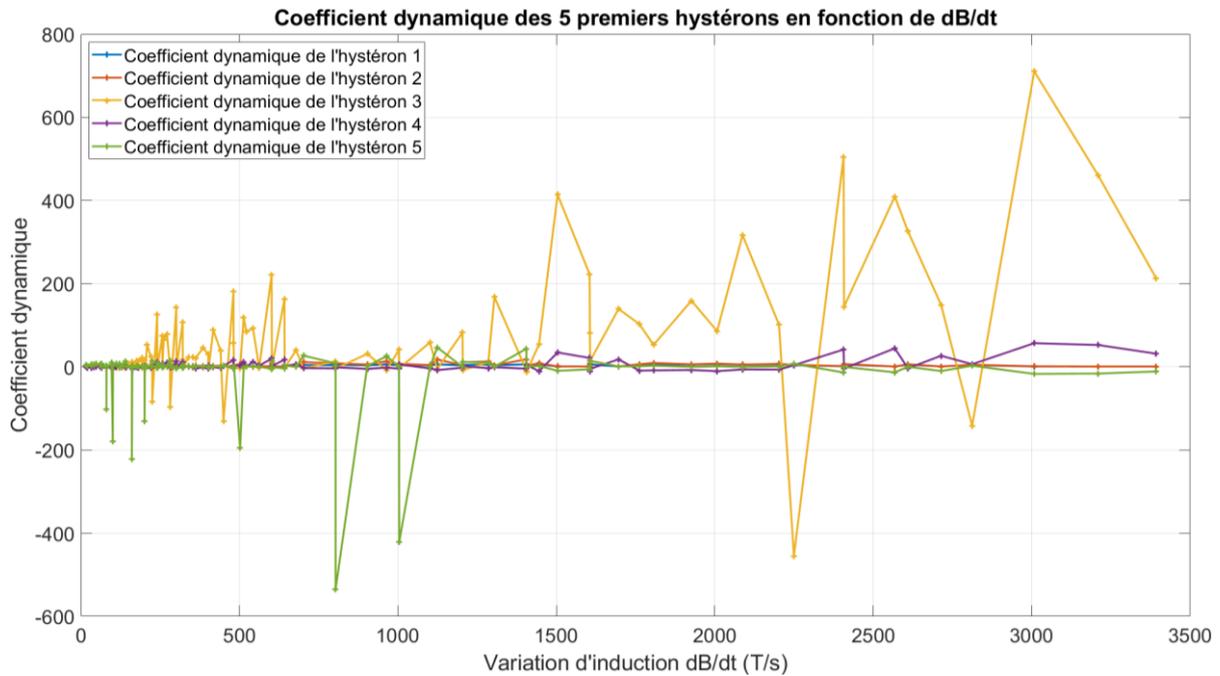
Avec  $k_i(\frac{dB}{dt})$  correspondant au vecteur des coefficients dynamiques de chaque hystéron à  $D_t B$  donné et  $H_{i,stat}(B)$  à la matrice définie en IV-8.

Cette première résolution donne des résultats assez satisfaisants comme illustrés sur la figure suivante :



**Figure IV-8 : Superposition mesure et modèle pour les courbes montantes à  $B_{max}=1.7$  T - Zoom sur la partie linéaire**

Avec cette formulation, un problème similaire à celui rencontré en IV.1.3.1 se retrouve au niveau de chaque hystéron. En effet, chaque fonction de forme est multipliée par un coefficient constant tout au long de son évolution en  $B$ . Pour compenser mutuellement chaque fonction de forme aux différents niveaux d'induction, les coefficients dynamiques prennent alors des valeurs très importantes et varient chaotiquement en fonction de  $D_t B$  comme illustré sur la Figure IV-9. De plus, le conditionnement de la matrice  $H_{i,stat}$  est très élevé ce qui engendre une forte dépendance aux mesures et qui peut causer des erreurs numériques lors de la résolution.



**Figure IV-9 : Évolution des coefficients dynamiques des 5 premiers hystérons en fonction de  $D_t B$**

Cette formulation ne convient donc pas non plus afin de prendre en compte l'évolution dynamique de l'hystéron. Pour corriger ce problème, une possibilité est celle utilisée en IV.1.3.2. Elle consiste à considérer le coefficient dépendant de l'induction et de sa variation.

Cependant, ce système conduit à une infinité de solutions car il y a beaucoup plus d'inconnues que d'équations. La méthode utilisée conduit à une solution particulière :

$$k_1 \left( B \neq 0, \frac{dB}{dt} = cste \right) = \frac{H_{mesuré} \left( B \neq 0, \frac{dB}{dt} = cste \right)}{H_{stat,1}(B \neq 0)} \quad \& \quad k_{i \neq 1} = 0$$

$$k_2 = \frac{H_{mesuré} \left( B, \frac{dB}{dt} = cste \right)}{H_{stat,2}(B)} \quad \& \quad k_{i \neq 2} = 0$$

IV-9

Il ne semble donc pas possible de tenir compte des effets dynamiques directement à partir du modèle Play. Une autre approche a alors été développée en séparant la composante statique et la composante dynamique, elle est détaillée dans la section suivante.

## IV.2 Modélisation de la composante dynamique de l'hystérésis

Une autre possibilité pour prendre en compte les effets dynamiques consiste à ajouter, au modèle statique, une composante dynamique dépendant, à minima, de  $\frac{dB}{dt}$ . On obtient alors la formulation suivante :

$$H(t) = \left( \sum_{i=1}^M \sum_{\substack{j=1 \\ j \text{ impair}}}^{N_i} a_{i,j} \cdot p_i(B(t))^j \right) + H_{dyn} \left( \frac{dB}{dt}, \dots \right) \quad \text{IV-10}$$

$$H(t) = H_{stat}(t) + H_{dyn} \left( \frac{dB}{dt}, \dots \right)$$

Cette formulation nécessite donc la mise en place d'un modèle dynamique de champ magnétique.

Une première possibilité consiste à modéliser analytiquement les effets dynamiques de l'hystérésis. Différentes formulations ont été proposées : par exemple, il est possible de modéliser l'effet des courants induits classiques en utilisant la formule analytique suivante comme décrit dans [40]. Avec les hypothèses que l'induction est homogène dans l'épaisseur, on obtient :

$$H_{dyn} \left( \frac{dB}{dt} \right) = k_e \cdot \frac{\sigma \cdot e^2}{12} \cdot \left( \frac{dB}{dt} \right)^2 \quad \text{IV-11}$$

Avec  $k_e$  correspondant au facteur d'anomalie issu du modèle développé dans [41],  $\sigma$  à la conductivité du matériau et  $e$  à l'épaisseur de celui-ci. Cette première modélisation est relativement simple et permet de rendre compte de l'impact des effets dynamiques.

D'autres formulations peuvent être utilisées notamment, on retrouve l'expression suivante dans [9] correspondant au modèle DWM (Diffusion Wall Motion) :

$$H_{dyn}(t) = \gamma \cdot \frac{dB_m(t)}{dt} \quad \text{IV-12}$$

$$\gamma = \beta + \frac{\sigma \cdot e^2}{12}$$

Avec  $B_m(t)$  correspondant à l'induction moyenne dans le matériau et  $\gamma$  un paramètre lié, d'une part, aux courants de Foucault ( $\frac{\sigma \cdot e^2}{12}$ ) et, d'autre part, au comportement dynamique des parois ( $\beta$ ).

Ces formulations analytiques sont très intéressantes car elles permettent de donner une signification physique aux phénomènes dynamiques : courants induits microscopiques, courants de Foucault, déplacements de parois, etc. Cependant, tous ces phénomènes ne sont pas parfaitement modélisés et leurs interactions non plus. Ainsi, il semble préférable de considérer les effets dynamiques comme un ensemble non défini.

## IV.2.2 Modèle Loss Surface

Dans le cas où elle n'est pas directement définie, l'identification de la fonction  $H_{dyn}$  peut se faire à partir d'une caractérisation expérimentale. Un modèle proposant une telle caractérisation a été développé au G2Elab [42] et amélioré jusqu'à récemment [43]. Il s'agit du modèle Loss Surface noté LS.

### IV.2.2.1 Principe

Le modèle LS repose sur une décomposition du champ magnétique en deux contributions :

- Une statique prenant en compte l'induction  $B$  et l'histoire de l'aimantation,
- Une dynamique dépendante de l'induction  $B$  et la variation d'induction  $D_t B$ .

$$H = H_{statique}(B, Histoire(B)) + H_{dyn}(B, \frac{dB}{dt}) \quad \text{IV-13}$$

Avec  $H$  correspondant au champ magnétique total,  $H_{statique}$  au champ statique et  $H_{dyn}$  à la contribution dynamique du champ.

Ces deux composantes sont totalement indépendantes l'une de l'autre. Dans notre cas, seule la partie dynamique va être détaillée et le modèle Play statique sera utilisé comme modèle pour calculer le champ statique.

La contribution dynamique du modèle LS repose sur l'identification d'une surface caractéristique dynamique. Cette surface est obtenue expérimentalement à partir de mesures de cycles d'hystérésis réalisées à différentes fréquences. Idéalement, ces mesures sont réalisées avec une induction triangulaire dont l'amplitude est la plus élevée possible. La Figure IV-10 illustre les courbes utilisées pour la caractérisation à partir de la tôle FeSi M400-50A. Il a été choisi pour toute la suite des travaux  $B_{max} = 1.7 T$ .

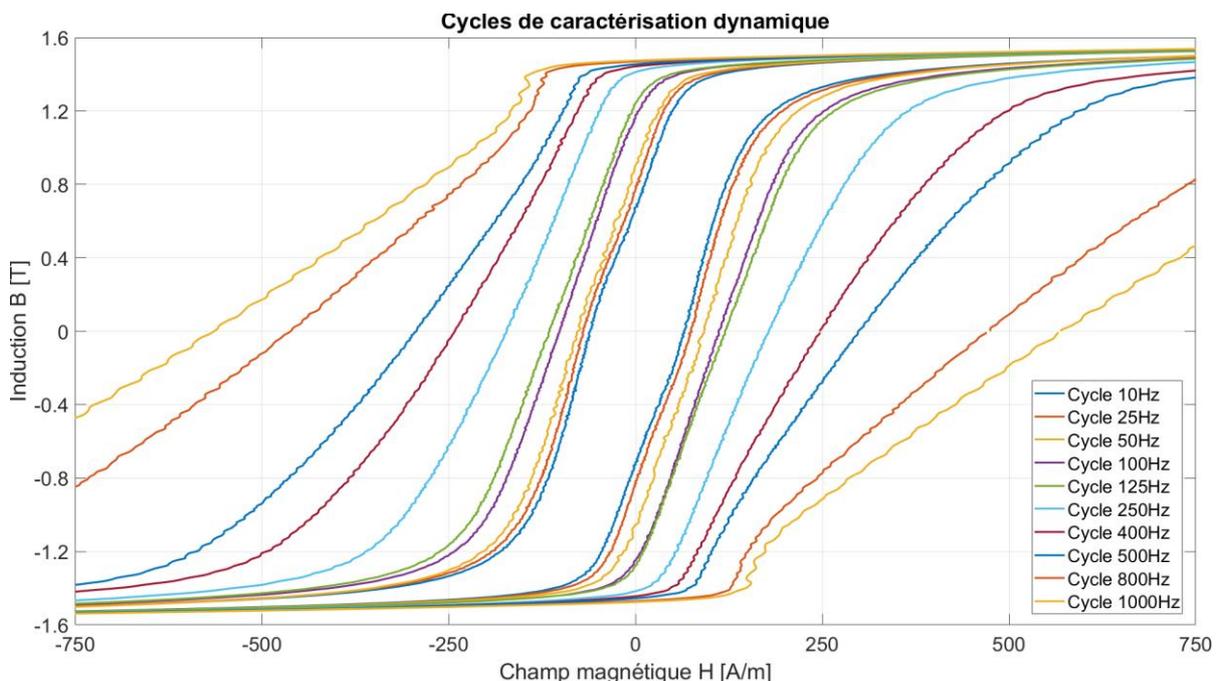


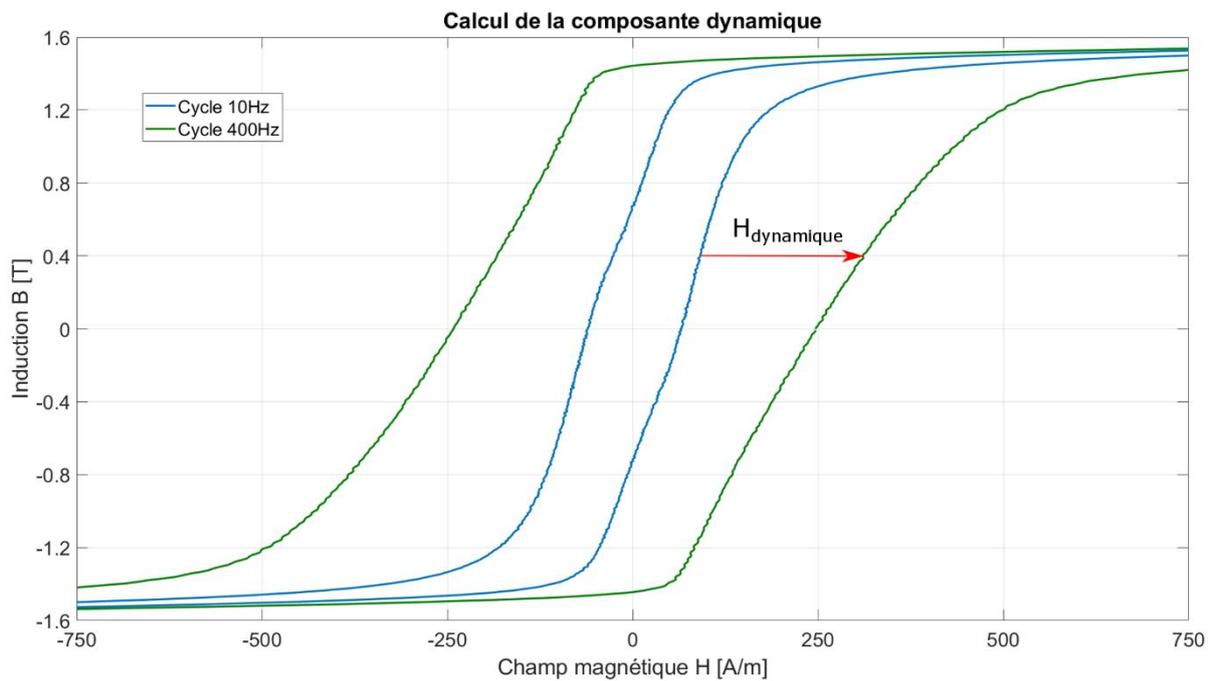
Figure IV-10 : Cycles de caractérisation utilisés pour le modèle LS -  $B_{max} = 1.7 T$

Une fois ces mesures réalisées, il faut isoler la contribution dynamique, cela se fait par une des équations suivantes :

$$H_{dyn}\left(B, \frac{dB}{dt}\right) = H_{mesuré}\left(B, \frac{dB}{dt}\right) - H_{statique}(B) \quad \text{IV-14}$$

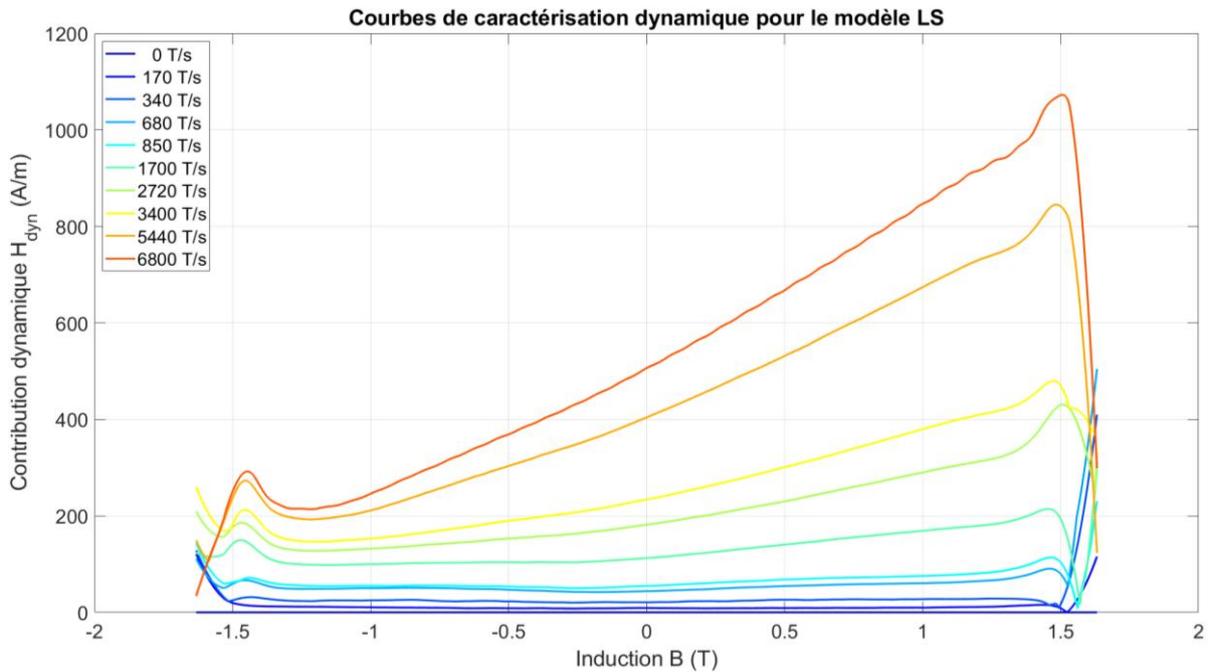
$$H_{dyn}\left(B, \frac{dB}{dt}\right) = H_{mesuré}\left(B, \frac{dB}{dt}\right) - H_{mesuré}\left(B, \frac{dB}{dt} \approx 0\right) \quad \text{IV-15}$$

Dans la pratique, la caractérisation utilisera la mesure  $H_{mesuré}\left(B, \frac{dB}{dt} \approx 0\right)$  pour obtenir l'identification la plus précise possible. L'application du modèle se réalisera toujours via le champ statique obtenu par le modèle statique. Pour l'identification de la surface dynamique, on retire de la surface totale mesurée la contribution du cycle statique déterminée en pratique en régime quasi-statique à très faible  $D_t B$ . La Figure IV-11 illustre ce calcul, où la contribution dynamique d'un cycle à 400 Hz est obtenue en retranchant la composante statique d'une mesure réalisée à 10 Hz.



**Figure IV-11 : Calcul de la contribution dynamique du modèle LS**

À l'issue de cette identification, une surface caractéristique, illustrée sur la Figure IV-12, est obtenue permettant de lier la contribution dynamique du champ magnétique.



**Figure IV-12 : Surface dynamique caractéristique du modèle LS**

Cette modélisation est certes plus couteuse en caractérisation mais est aussi plus précise qu'un modèle de courants de Foucault car elle englobe tous les effets dynamiques.

La principale limite de ce modèle réside dans le fait que pour simplifier l'identification de la contribution dynamique une seule surface est considérée en s'appuyant sur des mesures des cycles majeurs à  $B_{max}$  fixe et  $D_t B$  variable. Ceci rend cette contribution indépendante de l'histoire de l'aimantation et introduit une surestimation des cycles mineurs dans certains cas. Dans [11], deux études ont été réalisées :

- La première consistait à vérifier l'impact du  $B_{max}$  sur la contribution dynamique,
- La seconde consistait à vérifier l'impact de la forme d'onde, i.e. l'histoire.

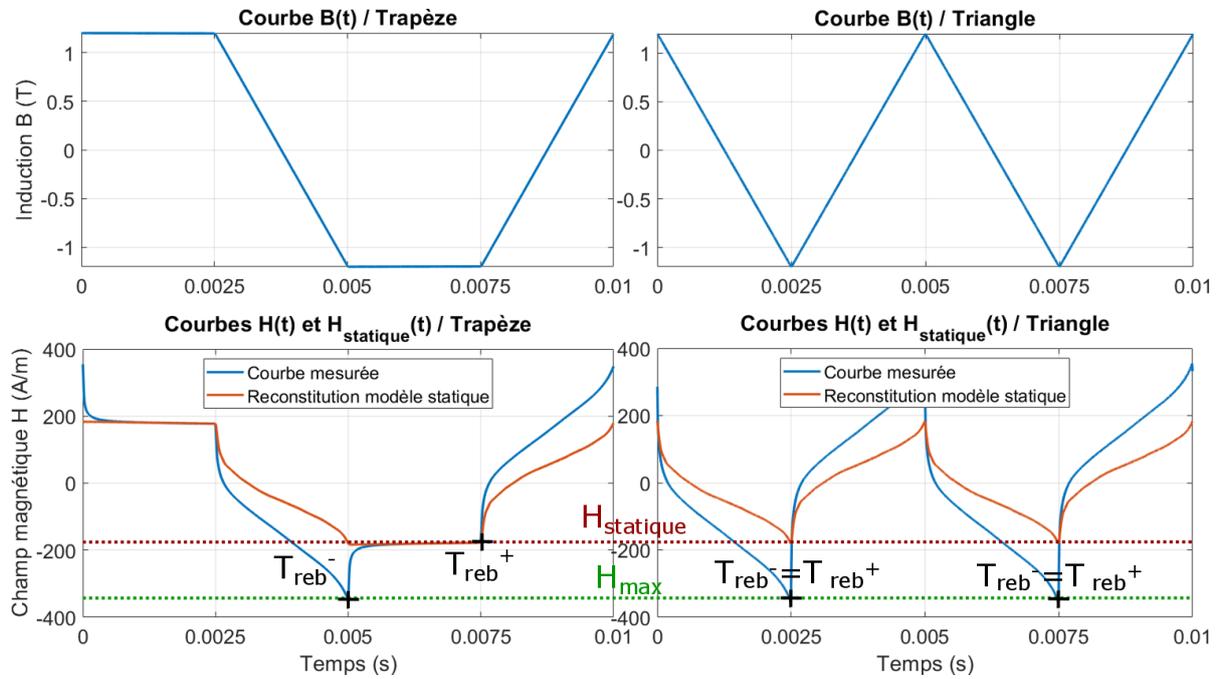
Ces études ont montré que, pour le matériau et les fréquences testés, ces deux paramètres ont une faible influence sur la contribution dynamique. Nous avons mené une étude similaire et l'avons élargie à d'autres matériaux et d'autres conditions d'excitation pour vérifier cela et mettre en évidence cette limitation comportementale de ce modèle.

#### IV.2.2.2 Mise en évidence de l'inertie dynamique

L'influence de l'histoire a été observée et discutée par le passé [44] mais pas vraiment analysée de manière approfondies et prise en compte. C'est ce que nous avons fait lors de notre étude. Ainsi pour comparer les effets dynamiques, de façon la plus précise possible en minimisant le nombre de paramètres variables, la campagne expérimentale suivante a été menée :

- Des mesures en induction triangulaire sont réalisées aux inductions et fréquences suivantes :
  - o  $B_{max}$  : 0.2 → 1.6 T par pas de 0.1 T,
  - o  $f$  : 100, 200, 400, 1000 Hz.
- Des mesures en induction trapézoïdale sont réalisées aux inductions et fréquences suivantes :
  - o  $B_{max}$  : 0.2 → 1.6 T par pas de 0.1 T,
  - o  $f$  : 50, 100, 200, 500 Hz.

Avec ce choix particulier de forme de trapèze : plateau équivalent à un quart de période, il est possible de comparer des cycles possédant les mêmes valeurs de  $D_t B$  pour différentes inductions et fréquences. La Figure IV-13 illustre le résultat obtenu pour deux cycles à  $B_{max} = 1.2 T$ . La fréquence est de 200 Hz pour la mesure triangle et de 100 Hz pour la mesure trapèze, cela correspond à  $D_t B = 960 T/s$ . Deux périodes temporelles sont affichées pour le triangle afin de conserver la même échelle de temps.



**Figure IV-13 : Comparaison mesures trapèze et triangle pour  $D_t B = 960 T/s$**

Sur cette figure, on peut observer deux particularités :

- Lors du plateau d'induction, dans la mesure trapèze, le champ mesuré tend vers le champ statique. Il s'agit du phénomène de relaxation,
- À l'instant où l'induction est maximale, respectivement minimale, les valeurs du champ mesuré sont égales dans les deux mesures.

Ainsi, les contributions dynamiques du trapèze et du triangle sont :

- égales à l'instant  $T_{reb}^-$  : correspondant à  $B = -B_{max}$  et  $D_t B < 0$  (également valable pour  $B = B_{max}$  et  $D_t B > 0$ ),
- différentes à l'instant  $T_{reb}^+$ , correspondant à  $B = -B_{max}$  et  $D_t B > 0$  (également valable pour  $B = B_{max}$  et  $D_t B < 0$ ).

Ces points sont illustrés sur la Figure IV-13. En effet, il faut un certain temps avant que la différence entre les deux contributions devienne négligeable.

Ce phénomène se retrouve sur toutes les mesures réalisées et confirme le fait que la contribution dynamique dépend en réalité de l'histoire du matériau.

Par ailleurs, une observation peut être faite sur la relaxation du champ magnétique lors du plateau d'induction dans les mesures trapèzes. En isolant la contribution dynamique, on remarque alors une ressemblance avec un signal de sortie d'un filtre du premier ordre comme illustrée sur la figure suivante :

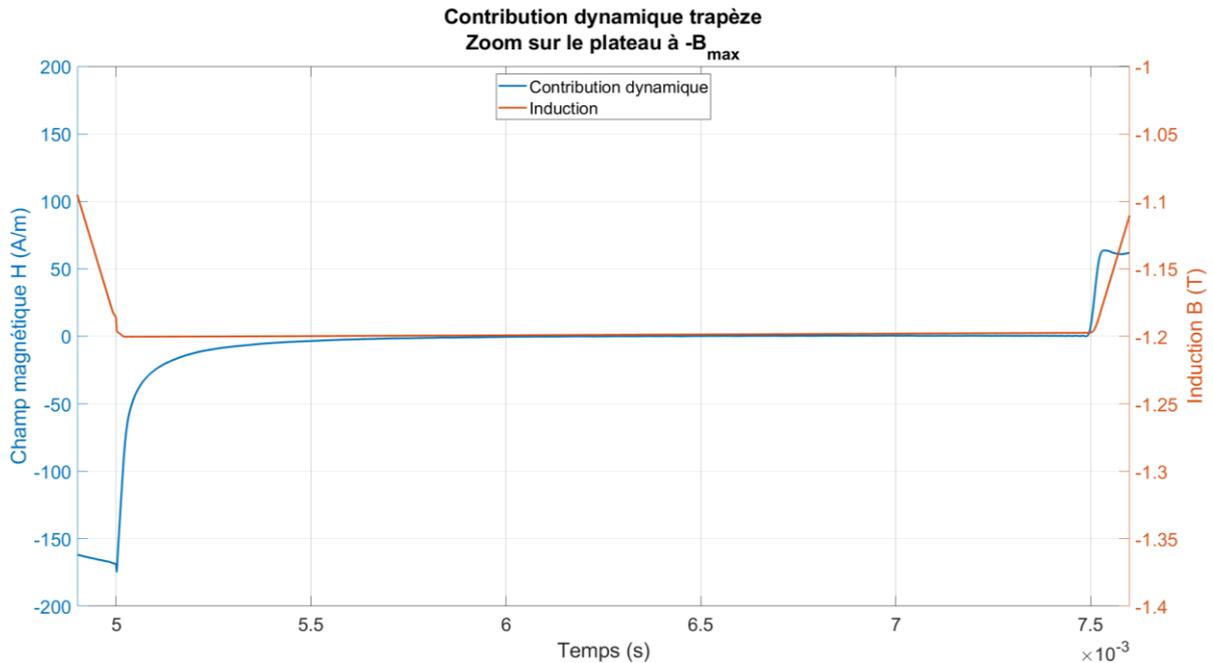


Figure IV-14 : Mise en évidence de la relaxation de la contribution dynamique

En s'appuyant sur cette observation, nous allons proposer une solution de modélisation de celle-ci.

#### IV.2.2.3 Prise en compte de l'inertie de la contribution dynamique

À partir des observations précédentes, nous avons pris l'hypothèse que la contribution dynamique possède une inertie qui peut se représenter comme la sortie d'un filtre passe-bas de constante de temps  $\tau$  issue d'une entrée, notée  $H_{dyn,corrigée}$ . Cette nouvelle grandeur sera appelée la contribution dynamique corrigée. On pose alors :

$$\tau \cdot \frac{dH_{dyn,mesurée}(t)}{dt} + H_{dyn,mesurée}(t) = H_{dyn,corrigée}(t) \quad \text{IV-16}$$

Lors de la mesure, il est uniquement possible de mesurer la contribution dynamique  $H_{dyn,mesurée}$ . De plus, la mesure obtenue est numérique, ainsi nous disposons alors d'une mesure  $H_{dyn,mesurée}(t_i)$  discrète. Pour obtenir l'entrée  $H_{dyn,corrigée}(t_i)$ , il faut alors mettre en place un schéma numérique. Cela revient à faire l'approximation de la dérivée. Deux solutions simples sont proposées :

$$\begin{aligned} \text{Euler explicite : } \frac{dH_{dyn}(t-1)}{dt} &= \frac{H_{dyn}(t) - H_{dyn}(t-1)}{\delta t} \\ \text{Euler implicite : } \frac{dH_{dyn}(t)}{dt} &= \frac{H_{dyn}(t) - H_{dyn}(t-1)}{\delta t} \end{aligned} \quad \text{IV-17}$$

Avec  $\delta t$  correspondant à l'intervalle de temps entre deux points successifs.

Ces deux schémas numériques se distinguent par leur stabilité : le schéma explicite est inconditionnellement instable tandis que le schéma implicite est inconditionnellement stable. Ce dernier sera donc préféré pour la suite.

À partir du schéma numérique, il est alors possible de calculer le champ  $H_{dyn,corrigée}$  pour les différentes mesures précédentes à partir de l'équation suivante :

$$H_{dyn,corrigée}(t) = \frac{H_{dyn,mesurée}(t) \left(1 + \frac{\delta t}{\tau}\right) - H_{dyn,mesurée}(t-1)}{\frac{\delta t}{\tau}} \quad \text{IV-18}$$

Une étape nécessaire pour réaliser ce calcul consiste à estimer la valeur de  $\tau$  : la constante de temps du système. Initialement, celle-ci sera obtenue à partir de la formule suivante :

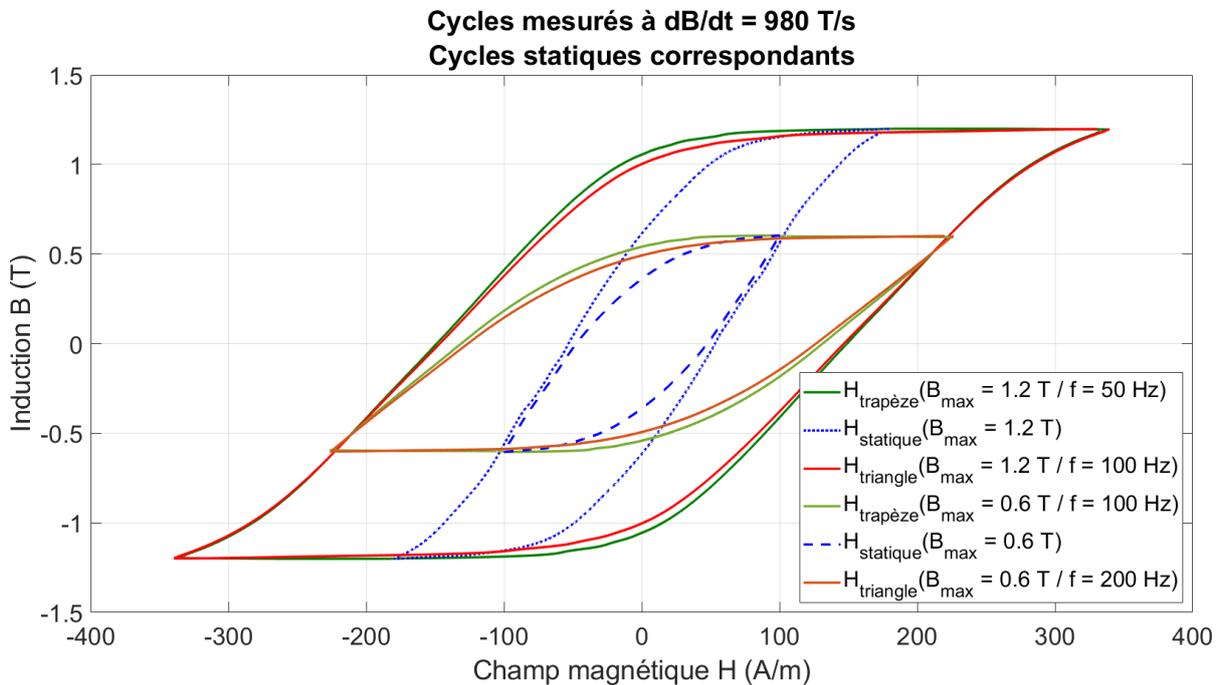
$$\tau = \frac{\sigma \cdot \mu_{statique} \cdot e^2}{12} \quad \text{IV-19}$$

Avec  $\mu_{statique} = \frac{dB(t)}{dH_{statique}(t)}$

Cette formulation est issue du calcul classique des courants de Foucault dans une tôle fine de conductivité  $\sigma$ , d'épaisseur  $e$  et de perméabilité  $\mu_{statique}$  constante soumis à un échelon de champ d'excitation ou encore de forme quelconque.

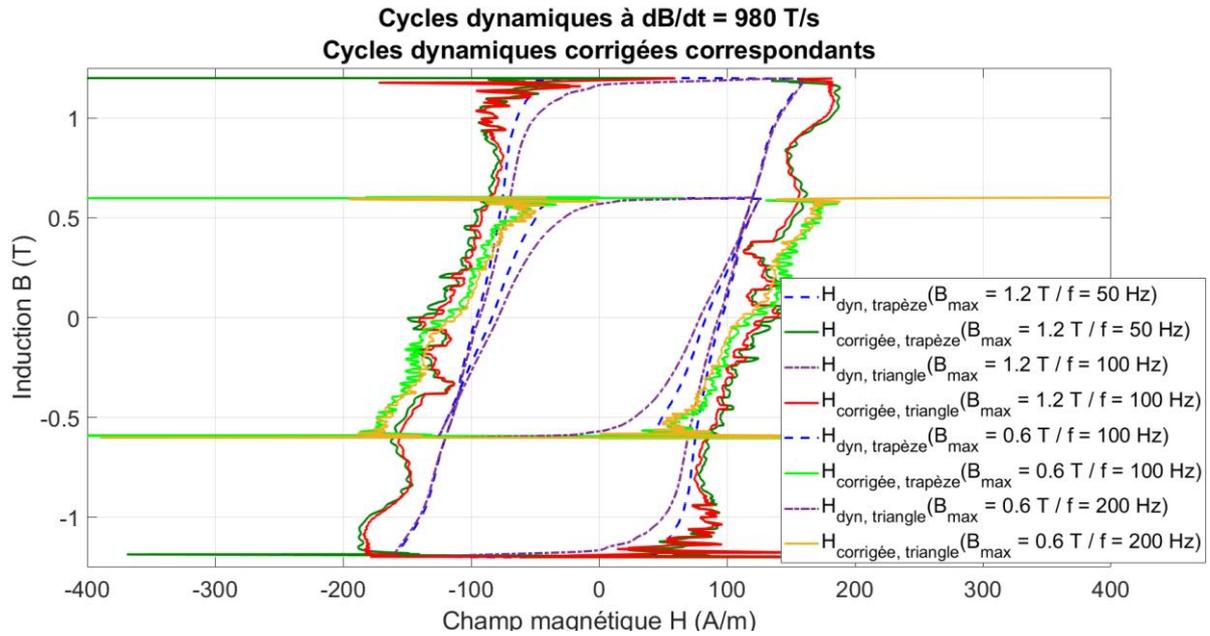
La Figure IV-15 montre quatre cycles possédant la même valeur  $D_t B = 960 \text{ T/s}$  et les deux cycles statiques correspondants. Il s'agit des cycles :

- Induction triangulaire,  $B_{max} = 1.2 \text{ T}$  et  $f = 100 \text{ Hz}$ ,
- Induction trapézoïdale,  $B_{max} = 1.2 \text{ T}$  et  $f = 50 \text{ Hz}$ ,
- Induction triangulaire,  $B_{max} = 0.6 \text{ T}$  et  $f = 200 \text{ Hz}$ ,
- Induction trapézoïdale,  $B_{max} = 0.6 \text{ T}$  et  $f = 100 \text{ Hz}$ ,
- Reconstitution statique,  $B_{max} = 1.2 \text{ T}$ ,
- Reconstitution statique,  $B_{max} = 0.6 \text{ T}$ .



**Figure IV-15 : Superposition des cycles  $B(H)$  triangles et trapèzes avec  $B_{max} = 1.2 \text{ T}$  et  $0.6 \text{ T}$  pour  $D_t B = 960 \text{ T/s}$**

À partir de ces mesures, il est possible d'extraire la composante dynamique de ces cycles et d'appliquer la correction issue de IV-18. Les cycles obtenus sont regroupés dans la :



**Figure IV-16 : Superposition des cycles de contributions dynamiques et contributions dynamiques corrigées**

La première remarque est que les contributions dynamiques corrigées obtenues sont fortement bruitées avec notamment des points singuliers au niveau des rebroussements. Cela est dû au bruit de la mesure auquel s'ajoute l'erreur de modélisation lors du calcul de la perméabilité statique notamment le calcul lorsque  $dH_{statique} \rightarrow 0$ . Ce point fera l'objet d'un traitement particulier dans la section suivante.

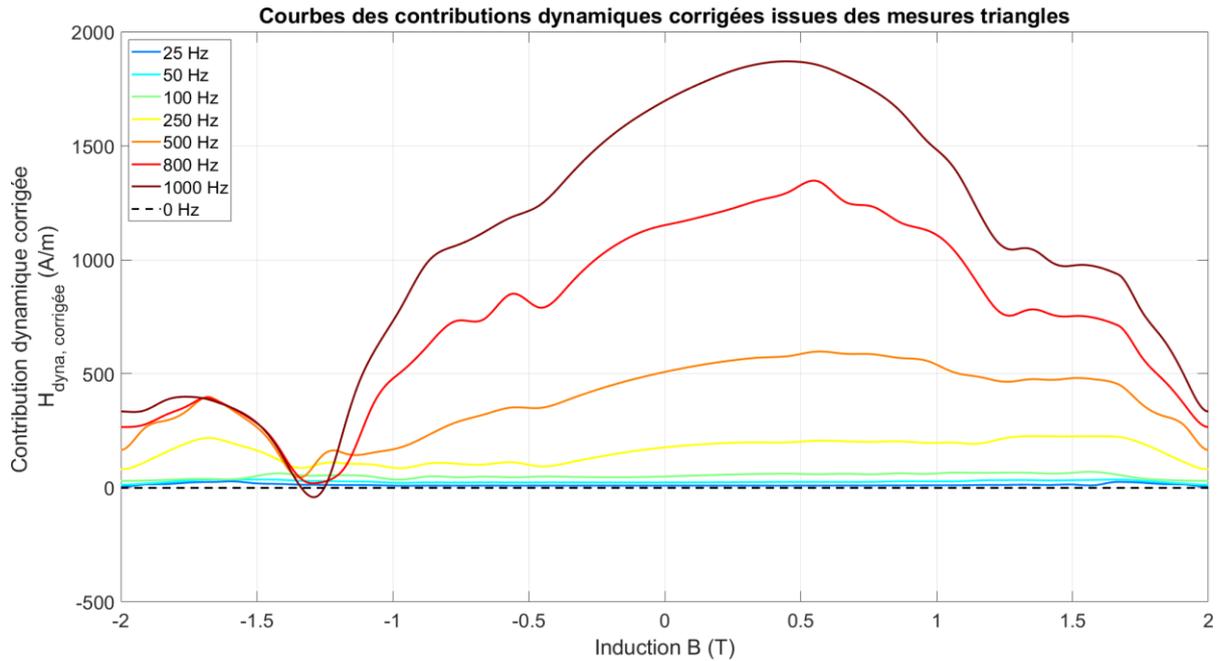
La deuxième remarque très intéressante est que la contribution dynamique corrigée semble ne pas dépendre pas de l'histoire du matériau (triangle / trapèze). De plus, les contributions dynamiques corrigées se recoupent pour les différentes valeurs de  $B_{max}$ .

À partir de ces observations, il semble alors intéressant de caractériser la surface dynamique à partir de la contribution dynamique corrigée soit  $H_{dyn,corrigée}(B, D_t B)$ . Cependant, cette nouvelle formulation de la surface dynamique implique alors le calcul itératif du champ via l'équation suivante :

$$H_{dyn}(t) = \frac{H_{dyn,corrigée}(t) \cdot \frac{\delta t}{\tau} + H_{dyn}(t-1)}{1 + \frac{\delta t}{\tau}} \quad \text{IV-20}$$

Il faut alors procéder à une étape d'initialisation. La solution adoptée consiste à choisir une valeur de champ dynamique nulle à  $t = 0$  s puis à reconstituer, à minima, deux périodes. La dernière étant alors périodique.

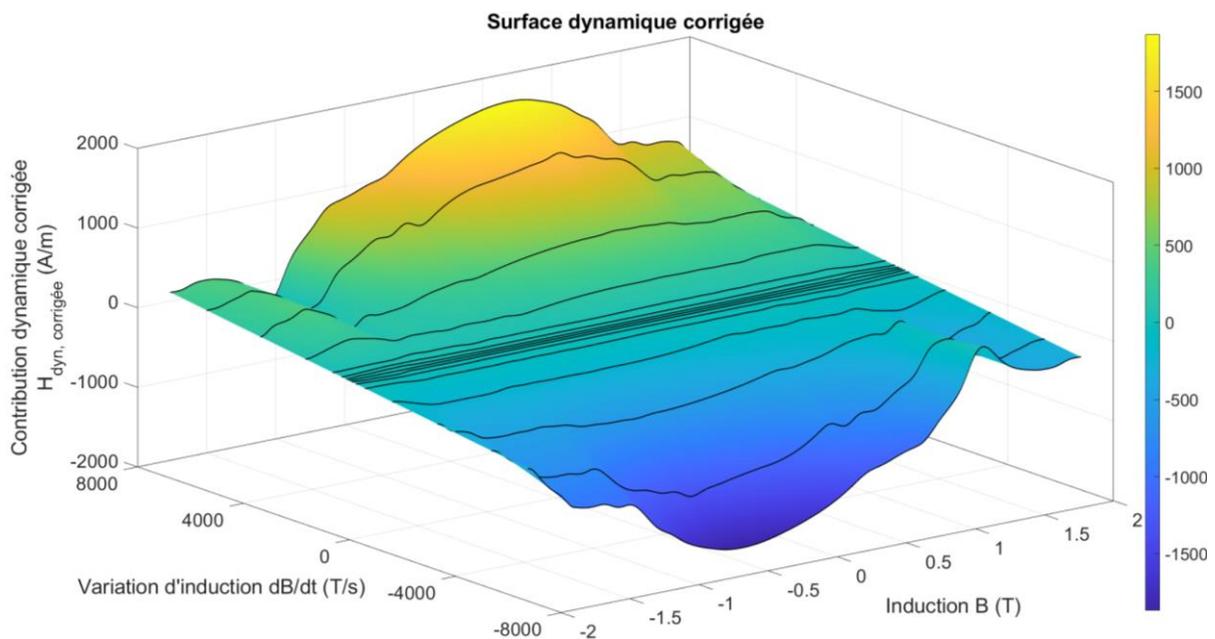
À partir des mesures réalisées pour le modèle LS précédent, il est possible d'identifier les contributions dynamiques corrigées pour les différentes fréquences de mesure. La Figure IV-17 illustre ces courbes pour le cas  $D_t B > 0$  :



**Figure IV-17 : Courbes de caractérisation de la contribution dynamique corrigée**

En considérant la symétrie  $H_{dyn,corrigée}(B, D_t B) = -H_{dyn,corrigée}(-B, -D_t B)$ , il est possible d'obtenir une valeur de  $H_{dyn,corrigée}(B, D_t B)$  pour tout couple de valeurs  $(B, D_t B)$ .

On obtient alors la surface dynamique caractéristique illustrée sur la Figure IV-18. Sur celle-ci, les courbes noires observées correspondent aux courbes de la Figure IV-17 pour les parties ascendantes et leurs courbes descendantes correspondantes. Une courbe donnant  $H_{dyn,corrigée}(B, D_t B = 0) = 0$  est ajoutée pour assurer la continuité de la surface.



**Figure IV-18 : Surface dynamique obtenue après correction de l'inertie**

La partie suivante propose une méthode d'extrapolation du modèle pour les valeurs de  $B$  et de  $D_t B$  non atteinte par la caractérisation ainsi que des résultats de validation sur des signaux de tests.

## IV.3 Extrapolation et résultats

Un fait remarquable sur les Figure IV-17 et Figure IV-18 est que les courbes sont extrapolées jusqu'à  $B_{sat} = 2T$ . Cette extrapolation est issue de travaux récents menés par Anh-Tuan Vo dans le cadre de sa thèse [45] dans laquelle il a proposé une méthode d'extrapolation du modèle LS basée sur la décomposition de la courbe  $H_{dyn}(B, D_t B = cste)$  en deux composantes :

$$\begin{aligned}
 H_{dyn}\left(B, \frac{dB}{dt} = cste\right) &= H_{dyn,réversible}\left(B, \frac{dB}{dt} = cste\right) + H_{dyn,enveloppe}\left(B, \frac{dB}{dt} = cste\right) \\
 H_{dyn,réversible}\left(B, \frac{dB}{dt} = cste\right) &= \frac{1}{2} \cdot \left( H_{dyn}\left(B, \frac{dB}{dt} = cste\right) - H_{dyn}\left(B, -\frac{dB}{dt} = cste\right) \right) \\
 H_{dyn,enveloppe}\left(B, \frac{dB}{dt} = cste\right) &= \frac{1}{2} \cdot \left( H_{dyn}\left(B, \frac{dB}{dt} = cste\right) + H_{dyn}\left(B, -\frac{dB}{dt} = cste\right) \right)
 \end{aligned}
 \tag{IV-21}$$

La courbe  $H_{dyn,réversible}$  est alors une fonction impaire modélisant le comportement réversible de l'hystérésis, il s'agit de l'équivalent de la courbe anhystérétique pour la contribution dynamique.

La courbe  $H_{dyn,enveloppe}$  est une fonction paire modélisant le comportement irréversible de l'hystérésis. Ces deux courbes ont l'avantage de présenter peu de variations en fonction de  $B$ , il est alors facile de les lisser et de les interpoler. De plus, leur extrapolation est simplifiée, en effet, il est possible de montrer que :

$$\begin{aligned}
 H_{dyn,réversible}\left(B, \frac{dB}{dt}\right) &\rightarrow 0 \text{ lorsque } B \rightarrow B_{sat} \\
 H_{dyn,enveloppe}\left(B, \frac{dB}{dt}\right) &\rightarrow \frac{e^2 \cdot \sigma}{12} \cdot \frac{dB}{dt} \text{ lorsque } B \rightarrow B_{sat}
 \end{aligned}
 \tag{IV-22}$$

Ces fonctions sont alors exprimées en fonction de différents paramètres dont certains dépendants de  $D_t B$ . Il est alors possible d'extrapoler la contribution dynamique corrigée suivant  $B$  et  $D_t B$ .

Le modèle complet (statique et dynamique) a fait l'objet d'une validation sur une série de mesures. La même notation qu'au Chapitre III : est conservée. Afin de souligner l'impact de la correction sur le modèle, le modèle corrigé est comparé avec le modèle LS non corrigé issu de la même caractérisation. Afin de donner une meilleure représentation du modèle, des mesures statiques ont été effectuées pour les mêmes formes d'onde. La partie statique du modèle est alors évaluée pour donner une estimation de la part d'erreur de celui-ci. Les modèles dynamiques, corrigé et non corrigé, sont alors évalués sur les pertes « dynamiques » :

$$P_{dyn,X} = P_X - P_{statique,X} \tag{IV-23}$$

Avec  $P_{dyn}$  correspondant aux pertes « dynamiques »,  $P$  aux pertes totales et  $P_{statique}$  aux pertes du modèle statique.  $X$  correspond soit à la mesure, soit au modèle considéré (LS corrigé et LS).

Le tableau suivant regroupe les différentes formes d'ondes évaluées avec la fréquence fondamentale correspondante, l'écart relatif du modèle statique par rapport à la mesure statique ainsi que les écarts relatifs des pertes « dynamiques » de chaque modèle  $P_{dyn,modèle}$  par rapport aux pertes dynamiques mesurées  $P_{dyn,mesure}$  :

$$\text{Écart relatif statique} = \frac{P_{\text{statique,modèle}} - P_{\text{statique,mesure}}}{P_{\text{statique,mesure}}}$$

$$\text{Écart relatif dynamique} = \frac{P_{\text{dyn,modèle}} - P_{\text{dyn,mesure}}}{P_{\text{dyn,mesure}}}$$

IV-24

Signal de test			Écart relatif statique – modèle statique	Écart relatif dynamique – modèle LS corrigé	Écart relatif dynamique – modèle LS non corrigé
Amplitude	Fréquence	Forme d'onde			
1 T	400 Hz	Sinus	9.9 %	1.2 %	12 %
1 T	40 Hz	H9_0.6_65	-5.6 %	5.6 %	4.1 %
1.7 T	400 Hz	Sinus	8 %	-1.2 %	4.2 %
1.7 T	100 Hz	Sinus	8 %	-6.8 %	-6.7 %
1.5 T	200 Hz	H7_0.7_45	-8.4 %	3.3 %	33.2 %
1.5 T	200 Hz	H3_0.4_0	-2.8 %	-5.6 %	2.4 %
1.4 T	80 Hz	H5_0.2_90	2 %	-15.9 %	-1.6 %
1.4 T	40 Hz	H9_0.6_65	-8.7 %	4.7 %	10.2 %
1.2 T	100 Hz	Sinus	8.4 %	5.7 %	-7.8 %
1.1 T	80 Hz	H5_1.5_0	-2 %	4.8 %	16.7 %
0.35 T	400 Hz	Sinus	8.3 %	7.2 %	9.7 %
0.8 T	100 Hz	Sinus	8.2 %	-6.6 %	-15.3 %
0.6 T	80 Hz	H5_1.5_0	-2.9 %	10.6 %	11.5 %

**Tableau IV-1 : Écart relatif du modèle complet répartis sur les composantes statiques et dynamiques à partir de signaux de tests**

Les cases vertes indiquent que le modèle corrigé a une erreur relative absolue plus faible que le modèle LS non corrigé, les cases oranges indiquent le contraire.

Quelques cycles sont illustrés dans les figures suivantes :

- En haut à gauche, le cycle mesuré et les cycles reconstitués par les modèles LS avec et sans correction,
- En bas à gauche, le cycle mesuré (2 Hz) et le cycle reconstitué en quasi-statique avec le modèle Play,
- En haut à droite, les pertes mesurées (rouge), calculées via le modèle LS avec correction (vert) et sans (bleu) ainsi que les écarts relatifs dynamiques correspondants. Les cadres noirs représentent la part des pertes « dynamiques »,
- En bas à gauche, les pertes mesurées et calculées et l'écart relatif statique du modèle statique.

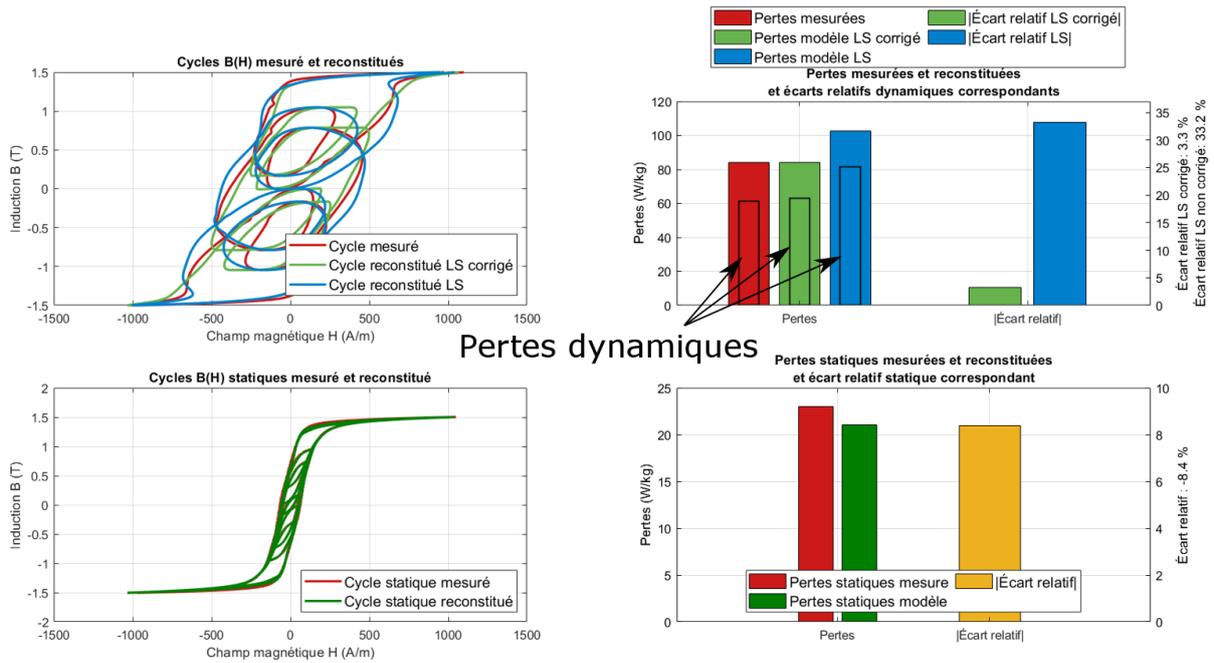


Figure IV-19 : Cycle et pertes mesurées et modélisées – 1.5 T / 200 Hz, H7\_0.7\_45

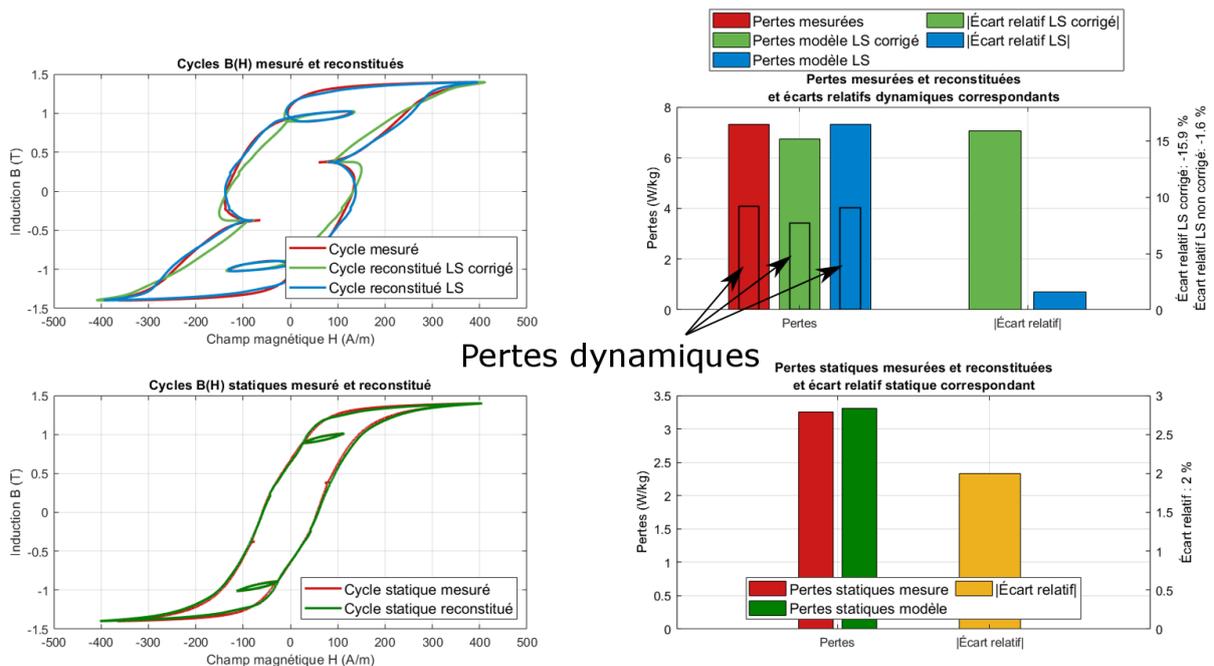


Figure IV-20 : Cycle et pertes mesurées et modélisées – 1.4 T / 80 Hz, H5\_0.2\_90

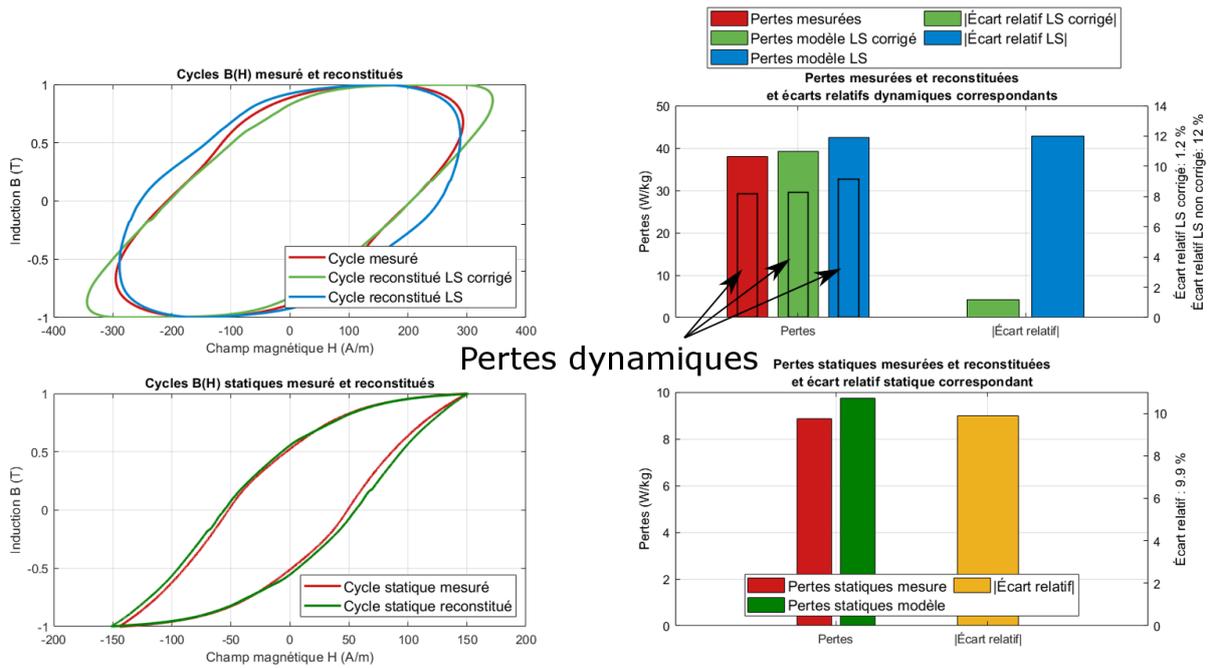


Figure IV-21 : Cycle et pertes mesurées et modélisées – 1 T / 400 Hz, sinus

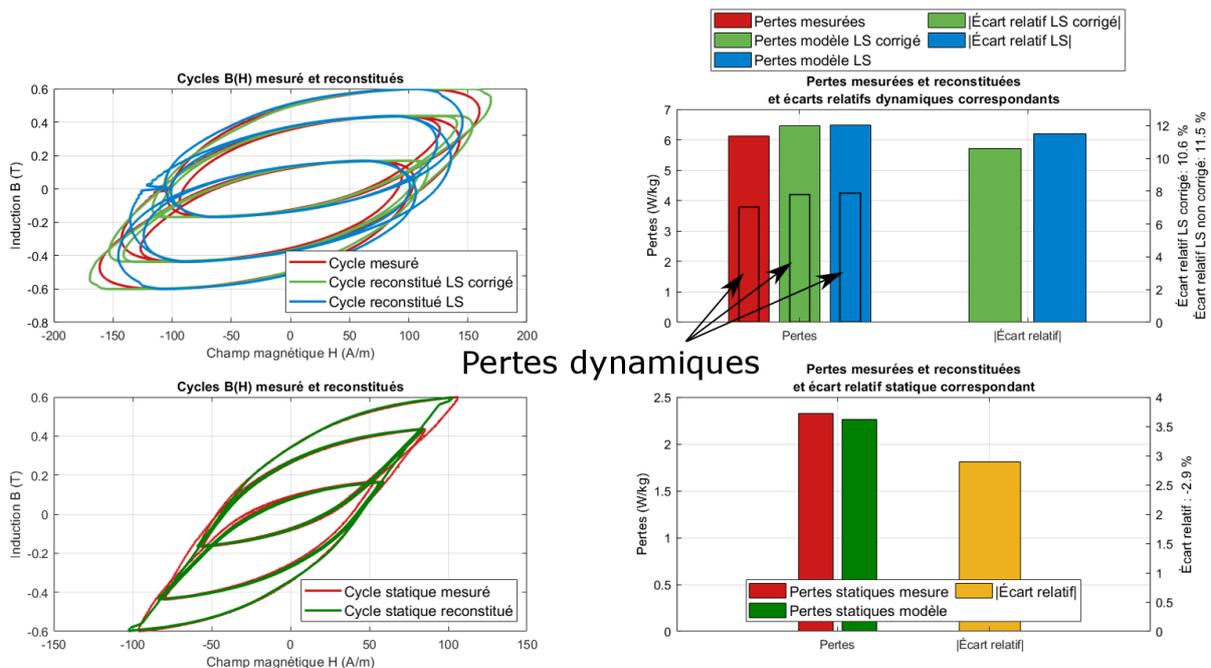


Figure IV-22 : Cycle et pertes mesurées et modélisées – 0.6 T / 80 Hz, H5\_1.5\_0

Le modèle avec la correction montre une bonne précision sur l'ensemble des mesures réalisées. Sur les figures précédentes, un léger défaut de ce modèle peut être observé : le champ magnétique est mal évalué au niveau des points de rebroussement.

Une explication possible de ce phénomène est que la perméabilité différentielle est beaucoup plus faible que la perméabilité statique. Or, la constante de temps  $\tau$  est calculée à partir la perméabilité statique, elle est donc surestimée ce qui ralentit l'évolution de la contribution dynamique  $H_{dyn}$ . Le champ total est donc surestimé à l'approche du rebroussement et sous-estimé à l'éloignement de celui-ci. Ce phénomène est particulièrement visible sur la Figure IV-20.

## Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, une modélisation des effets dynamiques de l'hystérésis a été proposée. Pour cela deux méthodes ont été investiguées.

Tout d'abord, différentes formulations permettant de prendre en compte la dynamique directement dans le modèle Play ont été étudiées. Ces formulations reposent sur la multiplication du modèle statique existant par un facteur dépendant de la variation d'induction. Cependant, celles-ci ne permettent pas de rendre compte de ces phénomènes de manière satisfaisante.

Ainsi, une seconde formulation a été considérée en séparant la contribution statique et dynamique avec une prédiction de cette dernière grâce au modèle Loss Surface. Ce dernier est basé sur une surface caractéristique unique déterminée expérimentalement. Une analyse approfondie de la surface dynamique a montré la nécessité de la corriger pour la rendre indépendante des conditions de mesure en prenant mieux compte l'inertie des effets dynamiques. La correction, ainsi proposée, couple la contribution statique et dynamique et permet de reconstruire des cycles avec une meilleure prise en compte de l'histoire du matériau.

# ***Chapitre V : Analyse des matériaux magnétiques sous champs tournants et en température***

Les chapitres précédents ont permis de proposer un modèle d'hystérésis magnétique qui reconstitue le champ magnétique en fonction de l'induction, de sa variation temporelle et de l'histoire du matériau. Ce modèle constitue donc un modèle dynamique et scalaire. Dans ce chapitre, deux études vont être menées afin d'observer l'impact de deux paramètres supplémentaires : une excitation bidirectionnelle et la température.

Dans une première partie, l'influence des champs tournants en deux dimensions sera étudiée. Un bref état de l'art donnera un aperçu de quelques méthodes de modélisation de ce phénomène puis, une étude expérimentale sera menée afin d'observer les modifications induites par ce phénomène sur l'hystérésis.

Dans un second temps, une étude expérimentale visant à mettre en évidence l'influence de la température sera détaillée. L'influence de la température sera prise en compte via une première approche de modélisation. Celle-ci repose sur une loi d'évolution de la caractéristique dynamique du modèle.

# V.1 Propriétés magnétiques en champ bidirectionnel

## V.1.1 Modèle d'hystérésis vectoriels

Comme précisé dans le Chapitre II :, les propriétés magnétiques sont influencées par l'anisotropie du matériau et l'aspect multidirectionnel du champ magnétique et de l'induction. Dans [32], une étude a montré que les pertes en champ tournant ne sont pas forcément égales à la somme des pertes associées aux composantes du champ sur deux axes orthogonaux. Notamment, l'observation des pertes en fonction de l'induction pour une induction 2D circulaire, montre un écart de celles-ci par rapport au double des pertes 1D quand l'induction augmente tel qu'illustré sur la Figure V-1.

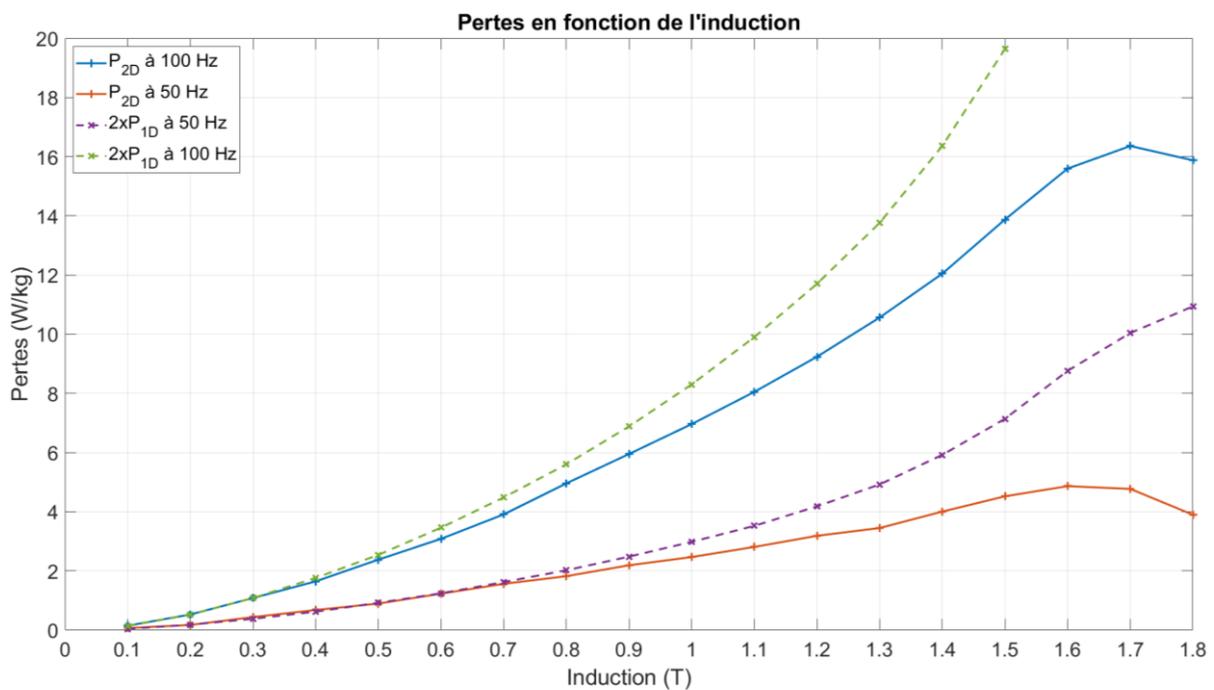
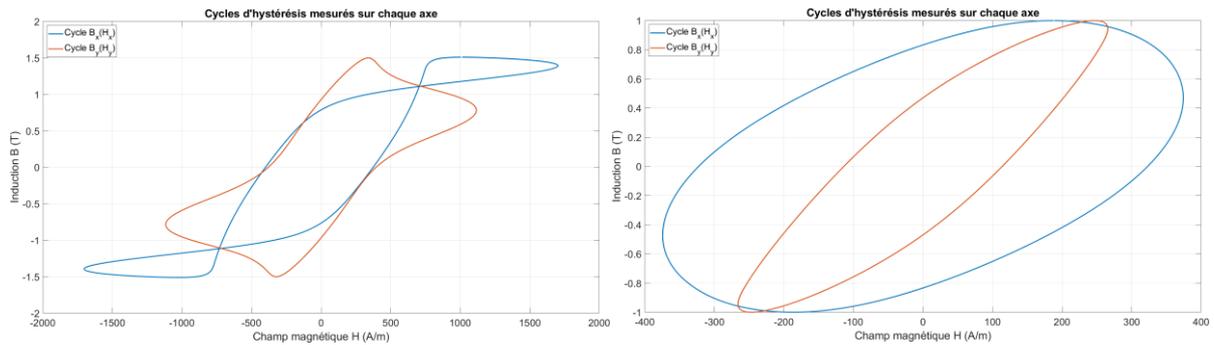


Figure V-1 : Pertes en fonction de l'induction maximale pour deux fréquences

De façon quasi générale dans les machines électriques, des parties du circuit magnétique sont soumises à des champs tournants. Dans toutes ces zones, un modèle scalaire commettra donc inévitablement une erreur lors de l'estimation des pertes.

Plusieurs solutions ont été proposées pour prendre en compte ce phénomène. Des formulations analytiques proposent par exemple l'introduction d'un facteur de pertes dépendant du ratio des deux axes dans le cas d'une induction tournante suivant une ellipse [46]. Il semble, cependant, plus intéressant et cohérent de prendre en compte l'aspect 2D dans la reconstitution de l'hystérésis.

La Figure V-2 suivante illustre les cycles  $B_x(H_x)$  et  $B_y(H_y)$  obtenus lors de la mesure d'une induction circulaire :



**Figure V-2 : Cycles mesurés sur les axes x et y du banc - Gauche :  $B_{max} = 1.5 T$  et  $f = 500 Hz$  / Droite :  $B_{max} = 1 T$  et  $f = 500 Hz$**

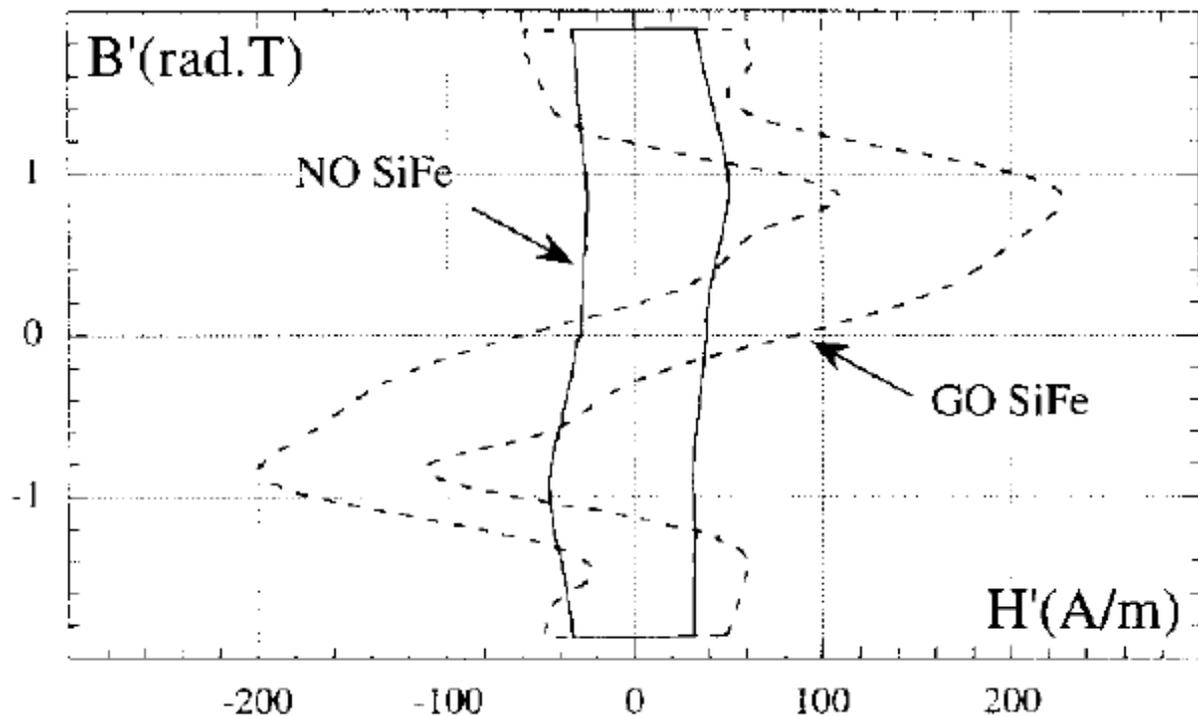
Ces cycles n'ont pas de signification physique. Ils correspondent uniquement au processus de mesure des pertes. En effet, la somme des aires de chacun correspond aux pertes totales.

Dans [47], une nouvelle formulation a été proposée pour représenter de manière à avoir une image des pertes et de l'anisotropie du matériau. Elle consiste à exprimer le cycle d'hystérésis  $B'(H')$  avec :

$$B' = \overline{B'(t)} \cdot \overline{u_{dB}} = \int \frac{d\overline{B}}{dt} \cdot dt \cdot \overline{u_{dB}} \quad V-1$$

$$H' = \overline{H'(t)} \cdot \overline{u_{dB}} = |\overline{H}| \cdot \cos(\theta_{dB} - \theta_H) \cdot \overline{u_{dB}}$$

Avec  $\overline{u_{dB}}$  correspondant au vecteur unitaire dans la direction de  $\overline{dB}$ ,  $\theta_{dB}$  l'angle entre l'axe x et le vecteur  $\overline{dB}$  et  $\theta_H$  l'angle entre l'axe x et le vecteur  $H$ . La Figure V-3 illustre les cycles obtenus pour deux tôles FeSi, l'une à grains non-orientés (NO) et l'autre à grains orientés (GO).



**Figure V-3 : Cycles  $B'(H')$  obtenus sous induction circulaire à 1.2 T [47]**

Cette formulation est très intéressante car comme en 1D le cycle obtenu correspond alors exactement aux pertes générées dans la tôle.

Plusieurs modèles existent pour reconstituer les cycles vectoriels. Notamment un modèle a été développé directement pour modéliser ce phénomène, il s'agit du modèle d'E&S proposé par Enokizono dans [48] et amélioré en E&SS [49]. Il repose sur une formulation matricielle de la réductivité (inverse de la perméabilité) :

$$\begin{cases} H_x = v_{xr} \cdot B_x + v_{xi} \cdot \int B_x d\theta \\ H_y = v_{yr} \cdot B_x + v_{yi} \cdot \int B_y d\theta \end{cases} \quad \text{V-2}$$

Avec  $v_{xr}$  et  $v_{yr}$  correspondant à la réductivité sur les axes x et y et  $v_{xi}$  et  $v_{yi}$  correspondant à un coefficient d'hystérésis sur les axes x et y. Bien qu'intéressant, ce modèle repose sur une caractérisation lourde et complexe en 2D qui nécessite d'identifier chaque paramètre  $v$ .

Le modèle de Preisach, équivalent au modèle Play, a lui aussi été amélioré pour tenir compte de l'aspect vectoriel du champ [24]. Des travaux récents ont continué le développement de ce modèle [25] en 2D et 3D.

Une formulation est particulièrement intéressante : le modèle Play vectoriel. Dans [50], [51], l'aspect vectoriel est pris en compte à partir de la superposition de deux modèles scalaires et d'une évolution 2D de l'opérateur. Cela conduit ensuite à une formulation vectorielle de l'opérateur Play dans [52].

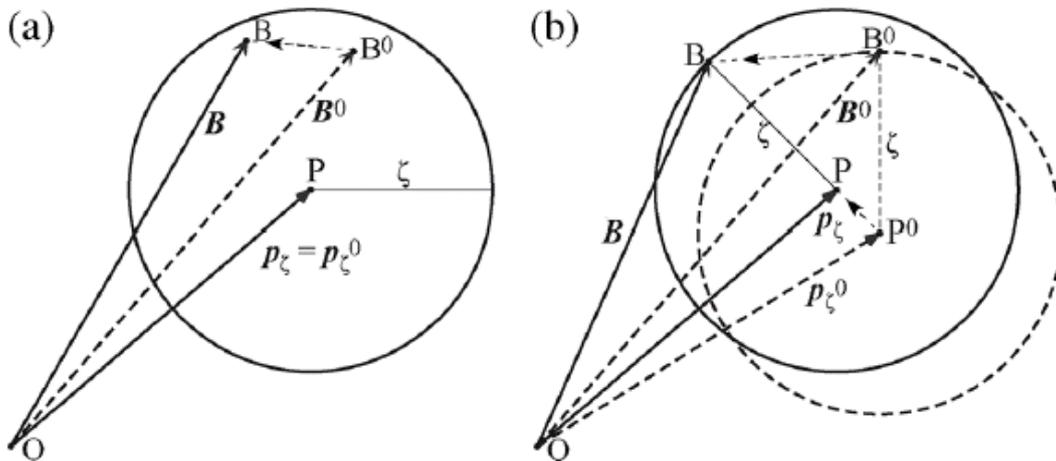


Figure V-4 : Comportement 2D de l'opérateur Play [52] : (a) :  $|B - p_i^0| \leq \varepsilon$  & (b) :  $|B - p_i^0| > \varepsilon$

## V.1.2 Étude expérimentale 2D

Pour observer l'impact des champs bidirectionnels une étude expérimentale a été menée à l'aide du capteur RPT détaillé au Chapitre II :. Ce capteur permet de réaliser des mesures de champ en 2D et mesure les pertes à partir du calcul de l'aire des hystérésis sur les deux axes orthogonaux.

Le schéma suivant donne un aperçu du mode de fonctionnement du cadre dans le cas où l'on souhaite imposer une induction elliptique tournant à vitesse constante :

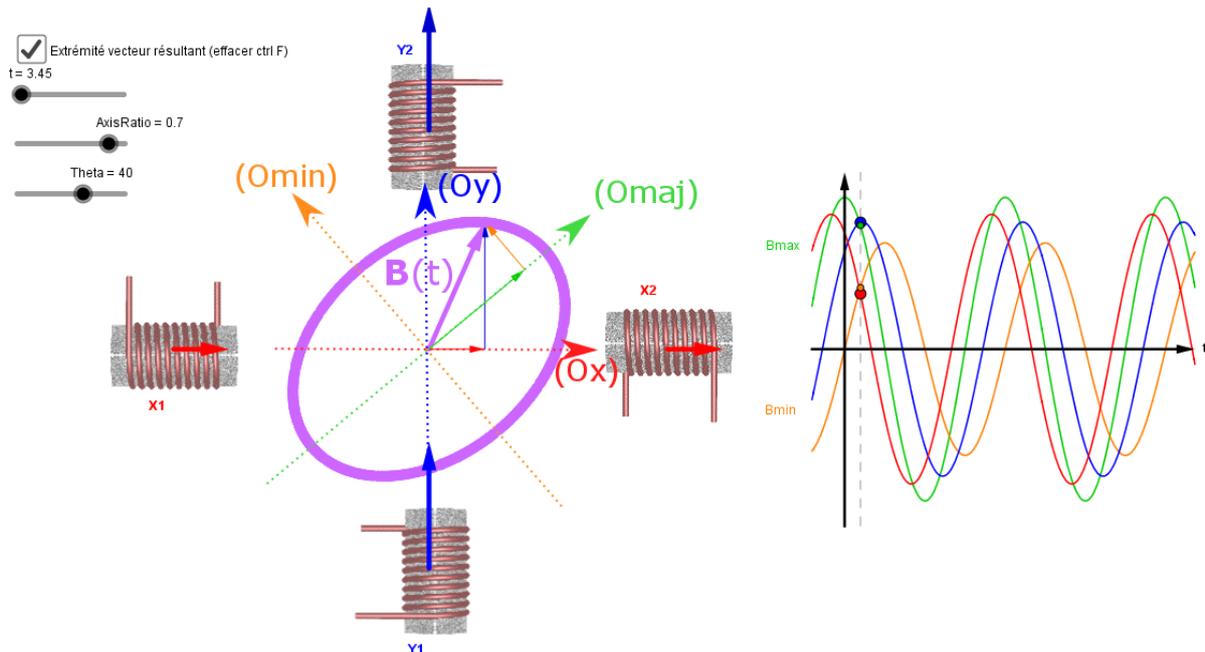


Figure V-5 : Schéma de principe de la mesure RPT

Sur cette figure, les axes (Ox) et (Oy) sont ceux des bobines générant le champ magnétique et correspondant généralement en pratique à la direction de laminage et la direction transverse de la tôle respectivement. La mesure décompose l'induction et le champ magnétique sur ces axes x et y pour obtenir les cycles correspondants et donc les pertes. Les cycles obtenus par projection sur l'axe majeur et mineur de l'ellipse formée, respectivement (Omaj) et (Omin), sont utiles pour l'application du modèle, détaillée par la suite.

Le champ magnétique est donc généré à partir de deux paires de bobines qui contrôlent chaque axe. Deux paramètres de réglage permettent de contrôler l'ellipse générée :

- Le paramètre « Axis Ratio ». Ce paramètre correspond au rapport du petit axe de l'ellipse sur le grand axe de celle-ci. Il varie de -1 à 1, la valeur 0 correspond à un champ alternatif pur tandis que la valeur 1, respectivement -1, correspond à un champ circulaire dans le sens horaire, respectivement antihoraire,
- Le paramètre « Thêta ». Ce paramètre correspond à l'angle entre l'axe x et le grand axe de l'ellipse. Il varie de -180 à 180 °.

Avec ces deux paramètres auxquels s'ajoutent une valeur d'induction maximale  $B_{max}$  et de fréquence, un point de mesure peut être défini. Dans un premier temps, les points de mesure suivants ont été réalisés :

- Induction B : 0.5, 1 et 1.5 T,
- Fréquence f : 50, 100 et 500 Hz,
- Ratio / Angle : 0 avec 0° et 90°, 1 et -1,

Cette campagne de tests a été réalisée sur une tôle M400-50A de 60 mm de côté.  $P_Y$  correspond aux pertes en champ 1D dans l'axe de laminage,  $P_X$  aux pertes dans l'axe perpendiculaire,  $P_{2D+}$  aux pertes en induction circulaire dans le sens horaire,  $P_{2D-}$  aux pertes dans le sens antihoraire, la notation  $\langle \rangle$  correspond à la moyenne de ces deux valeurs. Cette opération permet de minimiser les erreurs inhérentes à des faibles désalignements entre les bobines de mesures. La pertinence de la décomposition des pertes est évaluée en comparant ces pertes  $\langle P_{2D} \rangle$  mesurées en 2D avec la somme des pertes mesurées en 1D suivant chacun des deux axes, x et y. L'écart relatif est calculé comme suit :

$$Ecart\ relatif = \frac{(P_X + P_Y) - \langle P_{2D} \rangle}{\langle P_{2D} \rangle} \cdot 100$$

Les résultats obtenus sont regroupés dans le tableau suivant :

Cycle considéré		Pertes (W/kg)						Écart relatif
$B_{max}$ (T)	F (Hz)	$P_X$	$P_Y$	$P_{2D+}$	$P_{2D-}$	Somme $P_X + P_Y$	$\langle P_{2D} \rangle$	
0.5	50	0.53	0.35	1.11	0.69	0.88	0.9	-2.2 %
1	50	1.59	1.02	3.36	1.47	2.61	2.42	7.9 %
1.5	50	3.34	1.9	1.22	6.47	5.24	3.85	36 %
0.5	100	1.43	0.83	2.74	1.9	2.26	2.32	-2.6 %
1	100	4.52	2.56	8.67	4.79	7.08	6.73	5.2 %
1.5	100	9.94	5.06	7.69	20.5	15	14.1	6.4 %
0.5	500	16.6	8.9	26.4	23.6	25.5	25	2 %
1	500	61.2	31.4	105	87	92.6	96	-3.5 %
1.5	500	164	77.1	219	235	241	227	-6.2 %

**Tableau V-1 : Résultats de la campagne d'essais en champ 2D**

On retrouve dans cette étude des résultats similaires à ceux déjà publiés dans la littérature : un écart inférieur à 10 % pour les inductions moyennes et basses qui devient plus important à l'approche de la saturation.

Ce comportement s'explique physiquement dans le cas des aciers FeSi par les considérations suivantes :

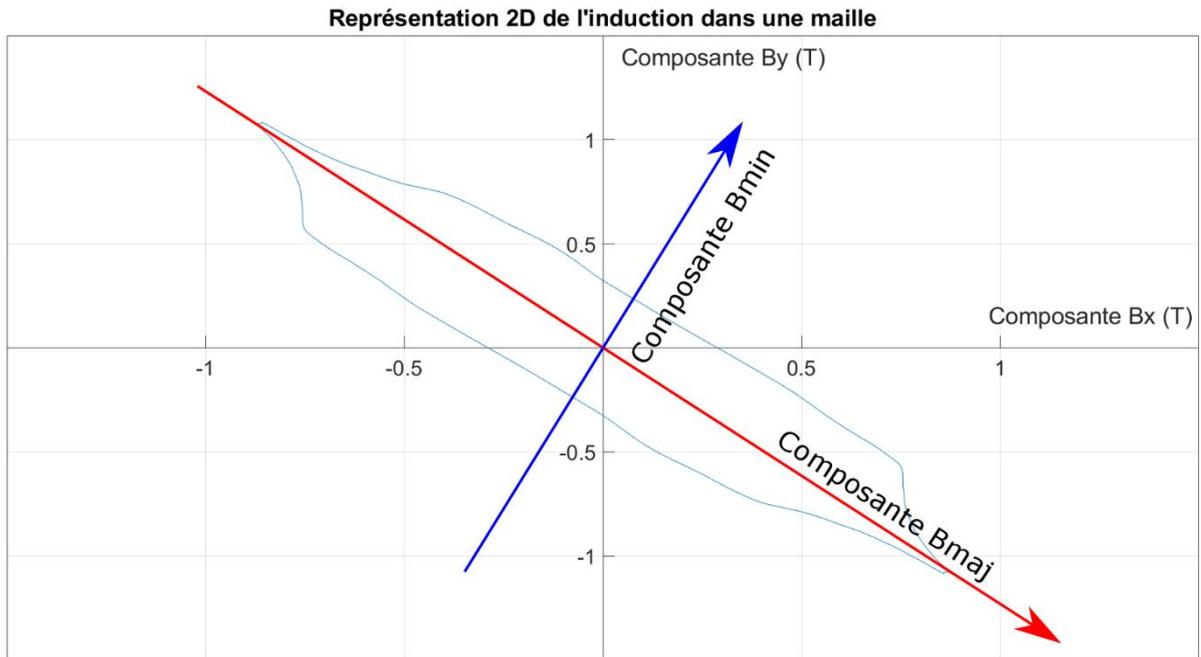
- À faible induction : c'est le mécanisme des déplacements des parois qui prédomine. Ces domaines sont de types domaines 180 ° répartis sur les directions de laminage et direction transverse et évoluent de manière quasiment indépendante. On peut dire appliquer le théorème de superposition et décrire les pertes en induction tournante comme la somme des pertes en induction alternative appliqués aux deux composantes de  $B$ ,

- Au fur et à mesure que l'amplitude du vecteur  $B$  augmente, on s'approche de la saturation, les domaines disparaissent progressivement. Les mécanismes de rotation prennent la relève et l'anisotropie intervient. Les pertes vont diminuer progressivement et la superposition n'est plus valable.

En dynamique, cet effet tend à s'atténuer. Une possibilité est que les pertes soient majoritairement dues à des courants de Foucault macroscopiques ce qui rend l'erreur sur le comportement des parois négligeable.

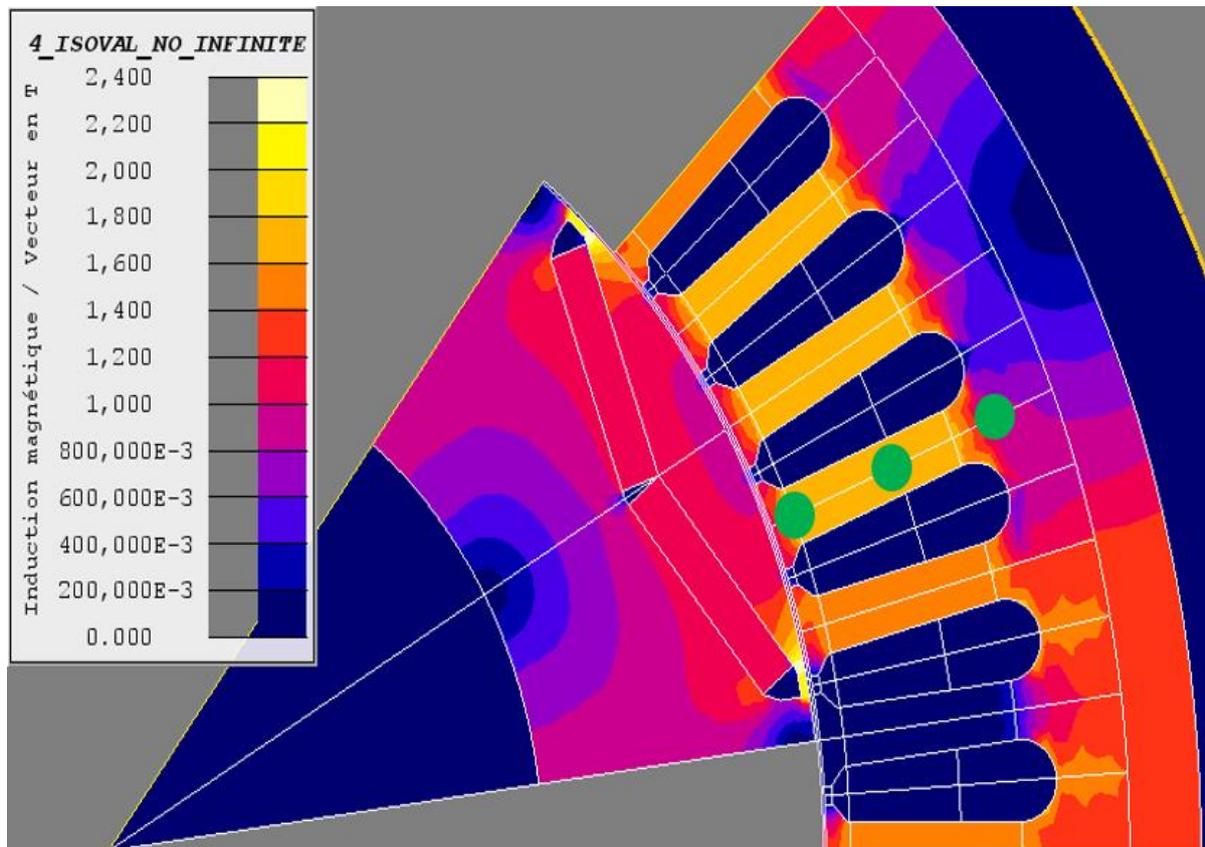
Plusieurs approches de modélisation des pertes dans les machines en particulier le modèle LS et le modèle de Bertotti implantés dans Flux en mode post-traitement utilisent ce théorème de superposition pour estimer les pertes en champ tournant. Cette hypothèse reste forte mais permet de dérouler simplement le calcul.

Nous avons envisagé dans le cadre de cette thèse de réaliser une étude plus poussée avec une modélisation 2D plus élaborée pour calculer finement les pertes au sein d'une machine électrique. Cependant, cette étude n'a pas pu être menée et une substitution par projection sur deux axes a été mise en place. Les axes de projection sont l'axe majeur et mineur, respectivement le grand axe et le petit axe de la trajectoire de  $B$  calculée par la représentation  $B_y(B_x)$ . Le schéma suivant illustre cette décomposition :



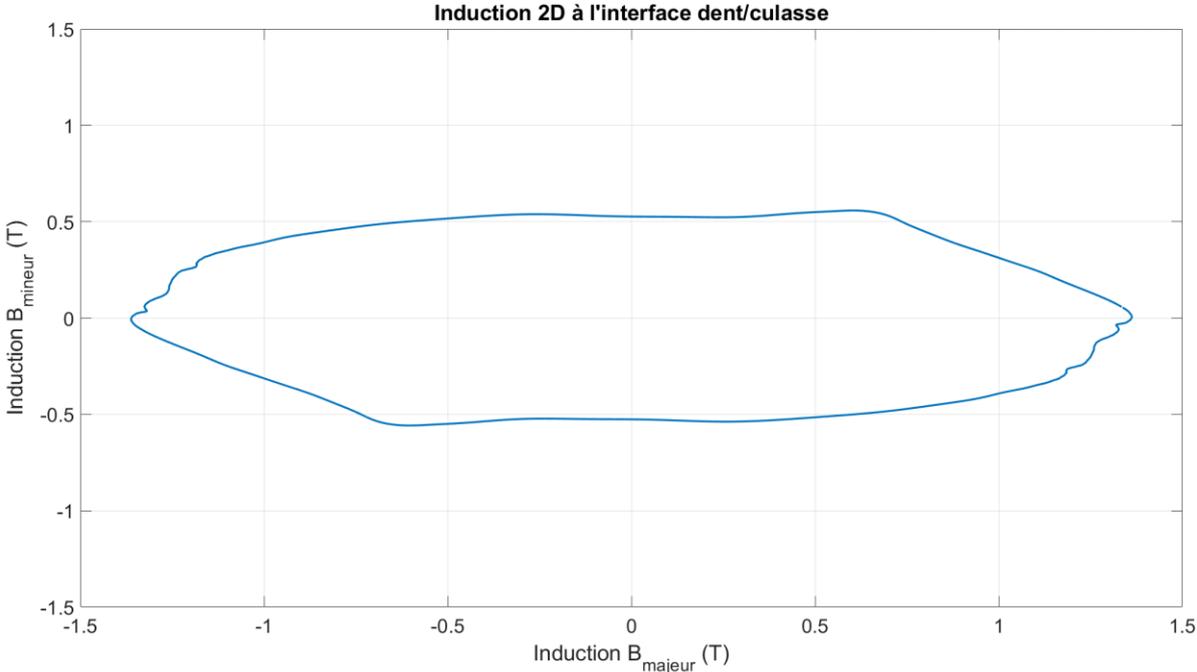
**Figure V-6 : Représentation des axes majeur et mineur sur une induction 2D quelconque**

Pour illustrer ce fonctionnement, trois inductions ont été relevés à partir de la simulation éléments finis du moteur électrique de traction de la Toyota Prius disponible dans la bibliothèque d'exemple de Flux2D. Ces points sont illustrés dans la figure suivante :

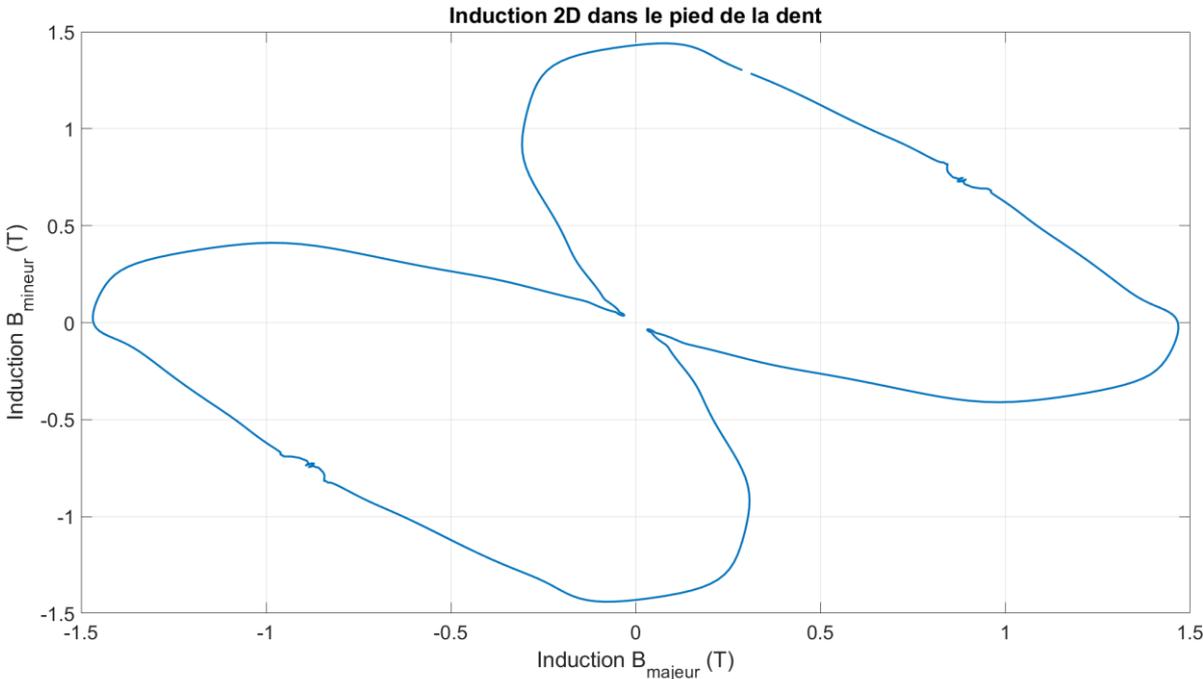


**Figure V-7 : Cartographie instantanée de l'induction dans la simulation de la machine électrique de traction de la Toyota Prius. Les points verts correspondent aux d'inductions relevées**

Les formes d'onde de l'induction relevées sont ensuite reproduites sur le cadre RPT de l'IRT et les pertes mesurées à fréquence fondamentale de 200 Hz. Les formes d'onde relevées sont illustrées dans les Figure V-8 et Figure V-9 suivantes, l'induction dans la dent étant unidirectionnelle :

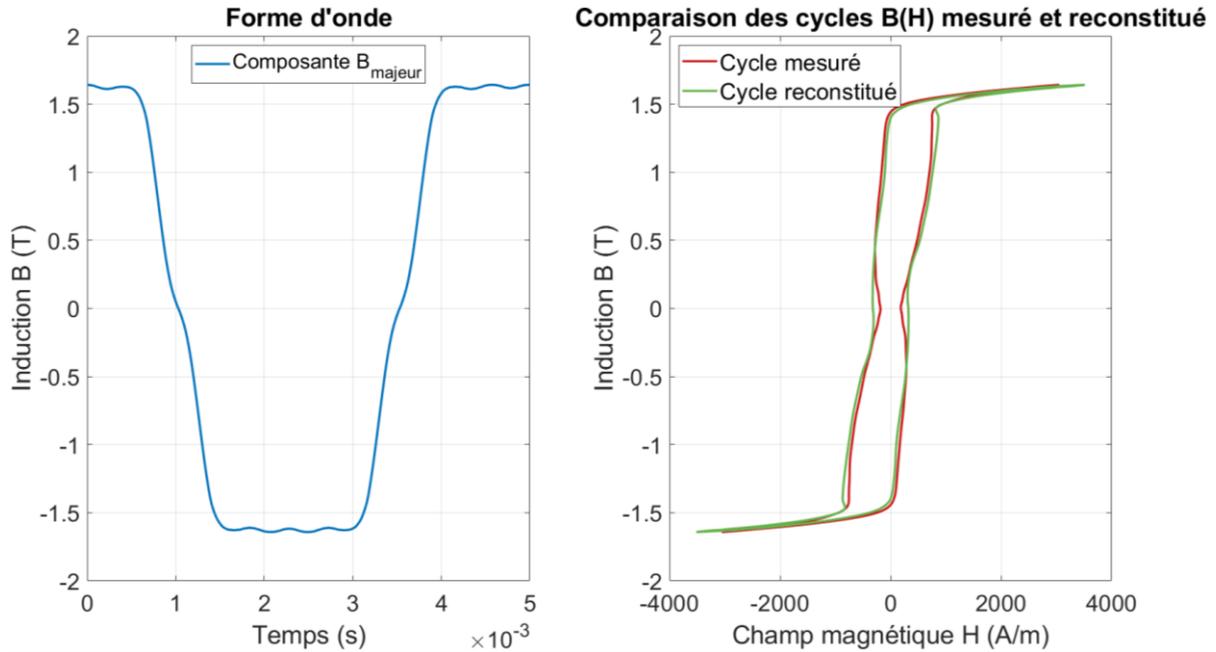


**Figure V-8 : Représentation de l'induction à l'interface dent/culasse sur les axes majeur et mineur**

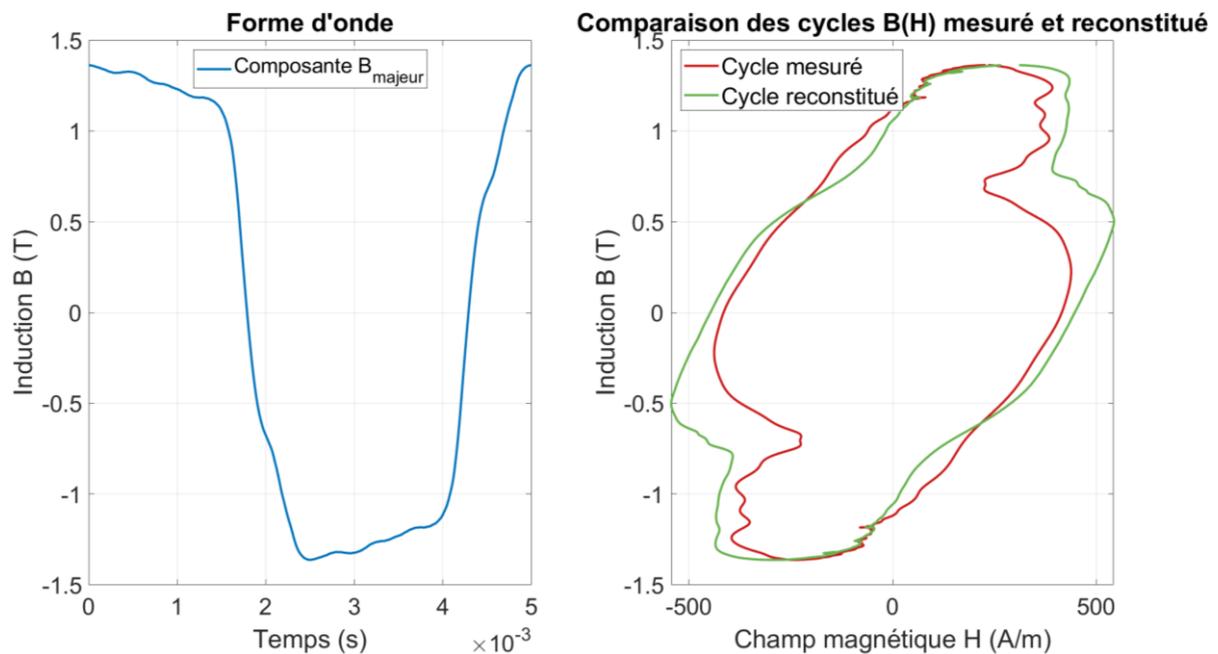


**Figure V-9 : Représentation de l'induction dans le pied de dent sur les axes majeur et mineur**

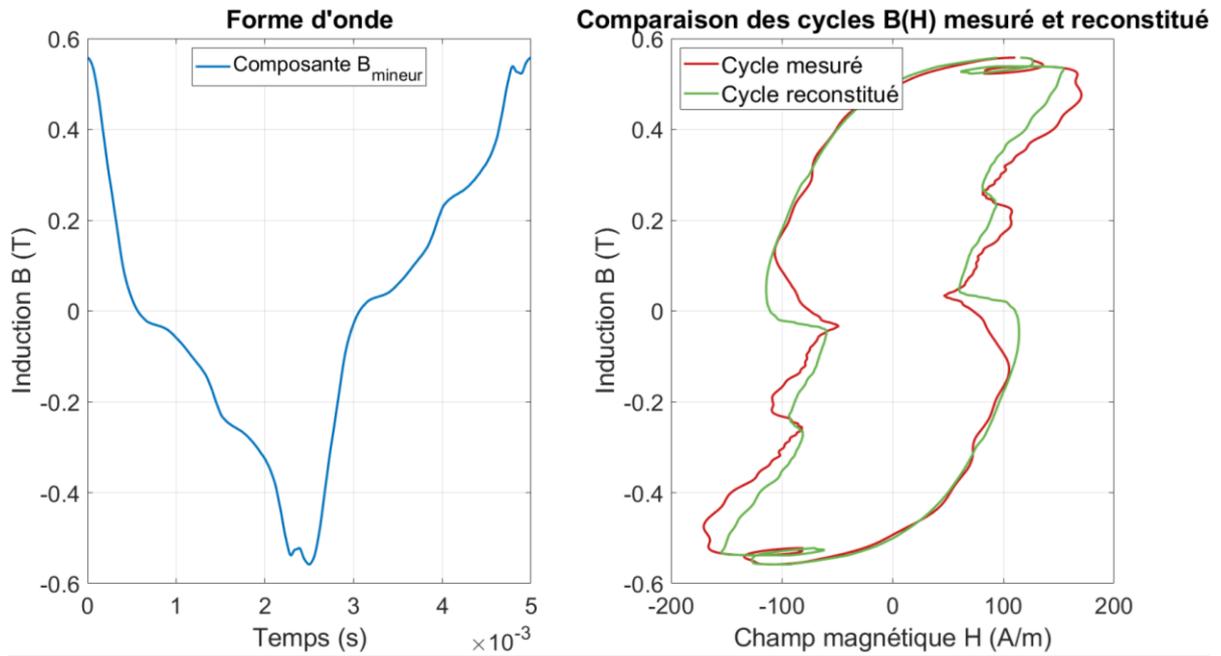
Les inductions 2D sont aussi décomposées sur les axes majeur et mineur. Chaque composante est alors reproduite sur le cadre Epstein. La fréquence fondamentale pour ces mesures a alors été choisie à 200 Hz. Les inductions mesurées servent alors de données d'entrée du modèle. Les Figure V-10, Figure V-11, Figure V-12, Figure V-13 et Figure V-14 comparent les inductions mesurées en 1D avec les reconstitutions du modèle :



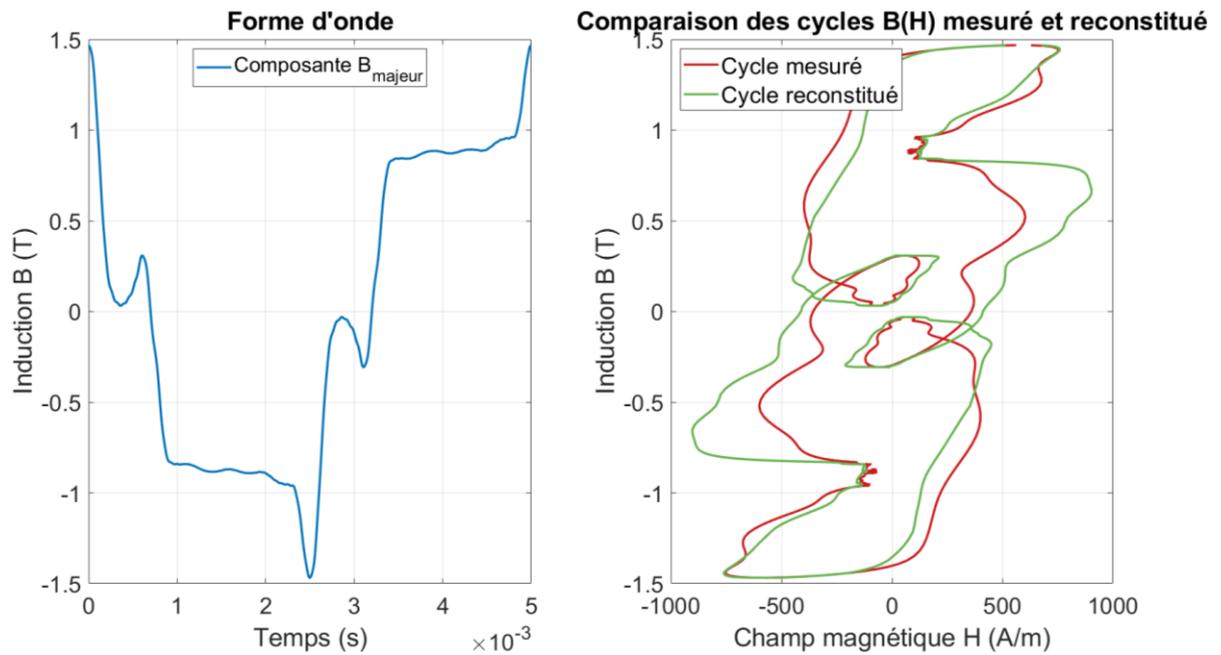
**Figure V-10 : Forme d'onde de la composante majeur de l'induction au milieu de la dent et cycle correspondant**



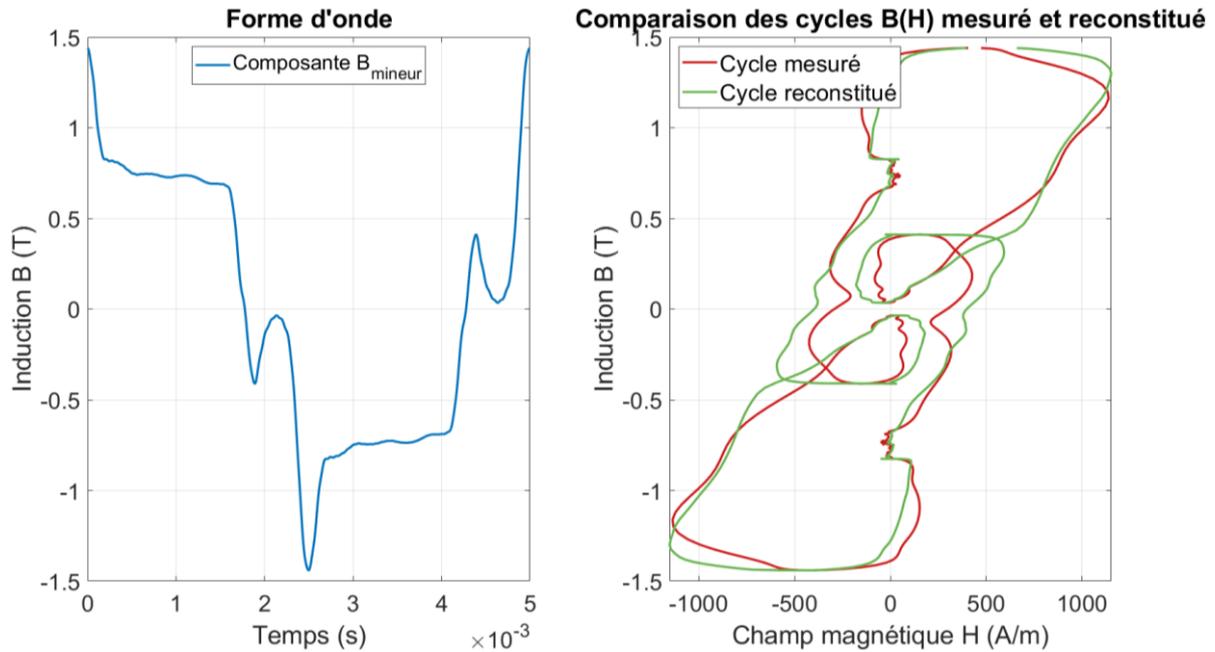
**Figure V-11 : Forme d'onde de la composante majeur de l'induction à l'interface dent/culasse et cycle correspondant**



**Figure V-12 : Forme d'onde de la composante mineur de l'induction à l'interface dent/culasse et cycle correspondant**



**Figure V-13 : Forme d'onde de la composante majeur de l'induction dans le pied de dent et cycle correspondant**



**Figure V-14 : Forme d'onde de la composante mineur de l'induction dans le pied de dent et cycle correspondant**

À partir de ces mesures et des reconstitutions du modèle, il est possible de comparer les pertes mesurées en 2D (cadre RPT), la somme des pertes mesurées en 1D (cadre Epstein) et la somme des pertes calculées via le modèle. Ces résultats sont regroupés dans le tableau suivant :

Localisation de l'induction	Pertes en 2D (cadre RPT) (W/kg)	Somme des pertes 1D mesurées (cadre Epstein) (W/kg)	Somme des pertes 1D modélisées (W/kg)
Dent	61.2	61.2	65
Interface dent/culasse	44.2	43.4	49.8
Pied de dent	93.4	128	144

**Tableau V-2 : Pertes obtenues sur les formes d'onde machines**

Ces résultats montrent que le modèle permet de prendre en compte les inductions 2D et que des formes d'onde issues d'une machine électrique sont bien reconstituées. Le modèle commet inévitablement une erreur, celle-ci est particulièrement marquée sur l'induction issue du pied de dent où l'écart relatif par rapport aux pertes sur cadre RPT est de 54.2 %. Cette erreur vient à la fois du modèle en lui-même mais aussi de la décomposition sur deux axes à haute induction.

## V.2 Étude thermique des propriétés magnétiques

L'impact de la température sur les propriétés magnétiques est un phénomène connu. Le point de Curie, un effet majeur mis en évidence par Pierre Curie en 1895, correspond à la température à laquelle un matériau ferromagnétique ou ferrimagnétique perd ses propriétés magnétiques et devient paramagnétique. Cet effet se traduit par une diminution de la polarisation magnétique à saturation  $J_{sat}$  avec l'élévation de la température.

De plus, la température a aussi une influence sur la conductivité électrique du matériau. Celle-ci diminuant avec la température, moins de courants induits apparaissent lors de la variation d'induction. Cela se traduit par un cycle d'hystérésis plus fin ce qui correspond à moins de pertes.

Il semble donc intéressant de prendre en compte la température lors de la modélisation des pertes d'autant plus que les machines ne fonctionnent pas à température ambiante et toutes les pertes qui s'y développent y sont très sensibles.

### V.2.1 Étude expérimentale thermique

De manière analogue à l'étude des champs 2D, une campagne d'essais exploratoires a été menée pour observer l'influence des propriétés magnétiques en fonction de la température. L'échantillon inséré dans le cadre ne peut pas être instrumenté pour réaliser une mesure de la température en surface. Ainsi, la mesure n'est réalisée qu'après stabilisation thermique. Ce temps d'attente a été déterminée indirectement comme suit :

À  $t = t_0$ , le four reçoit une consigne en température et une mesure est réalisée. Toutes les 10 min, cette même mesure est réalisée jusqu'à la stabilisation des pertes. La mesure à réaliser doit générer le minimum de pertes mais permettre d'observer l'évolution de celles-ci. Ainsi, la mesure choisie correspond à une induction sinusoïdale à  $B_{max} = 0.2 T$  et  $f = 500 Hz$ .

La Figure V-15 suivante illustre les pertes mesurées pour ce point en fonction du temps et leur variation relative par rapport au point précédent calculée comme suit :

$$Variation\ relative = \left| \frac{P(t) - P(t - 10\ min)}{P(t - 10\ min)} \right| \cdot 100 \quad V-4$$

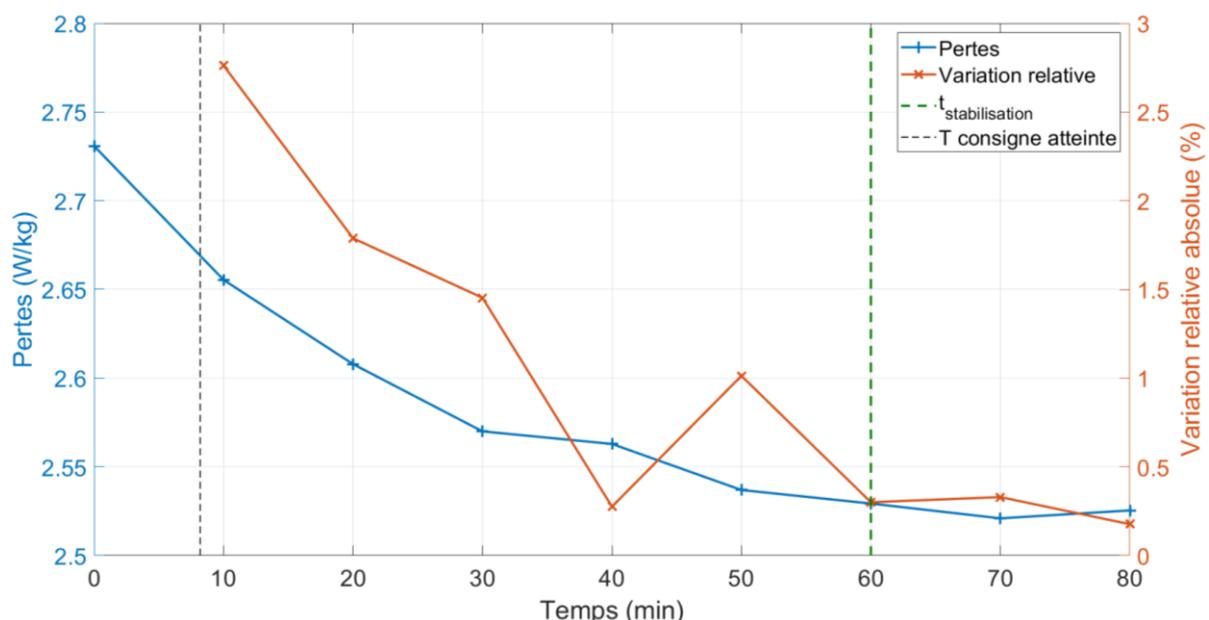


Figure V-15 : Détermination du temps de stabilisation thermique – Pertes (gauche) & Variation relative absolue (droite)

Sur cette figure, on observe que la variation relative absolue sur les pertes est inférieure à 0.5 % à partir d'une heure d'attente. Or, cette valeur correspond à la précision de mesure sur les pertes. Ainsi, le temps de stabilisation de la température de l'échantillon correspond à une heure. Dans la pratique, nous avons choisi de faire commencer le délai après l'atteinte de la température consigne au sein de l'étuve, illustré par la ligne noire verticale sur la figure.

La campagne d'essais suivante a alors été réalisée. Les réglages de chaque mesure sont prédéfinis pour atteindre le point de mesure le plus rapidement possible et chaque mesure dynamique est espacée de plusieurs minutes.

Les mesures suivantes ont été réalisées sur une tôle M400-50A de 60 mm de côté :

- Induction  $B$  sinusoïdale : 0.5, 1 et 1.6 T,
- Fréquence  $f$  : DC, 200, 500, 1000 et 2000 Hz,
- Température  $\theta$  : 20, 100, 150, 200 °C.

La limitation en température de notre capteur à 300 °C limite les observations possibles. En effet, sur cette plage de température, l'aimantation à saturation des trois éléments ferromagnétiques utilisés classiquement dans les machines électriques varie peu comme illustrée sur la Figure V-16. Il n'est donc pas possible de réaliser une étude complète de ce phénomène. Cependant, à l'exception de machines spécifiques dédiées à haute température, il est rare que la température des machines électriques dépasse cette valeur. Les cycles statiques mesurés aux différentes températures, illustrés sur la Figure V-17, permettent toutefois d'observer la tendance de ce phénomène.

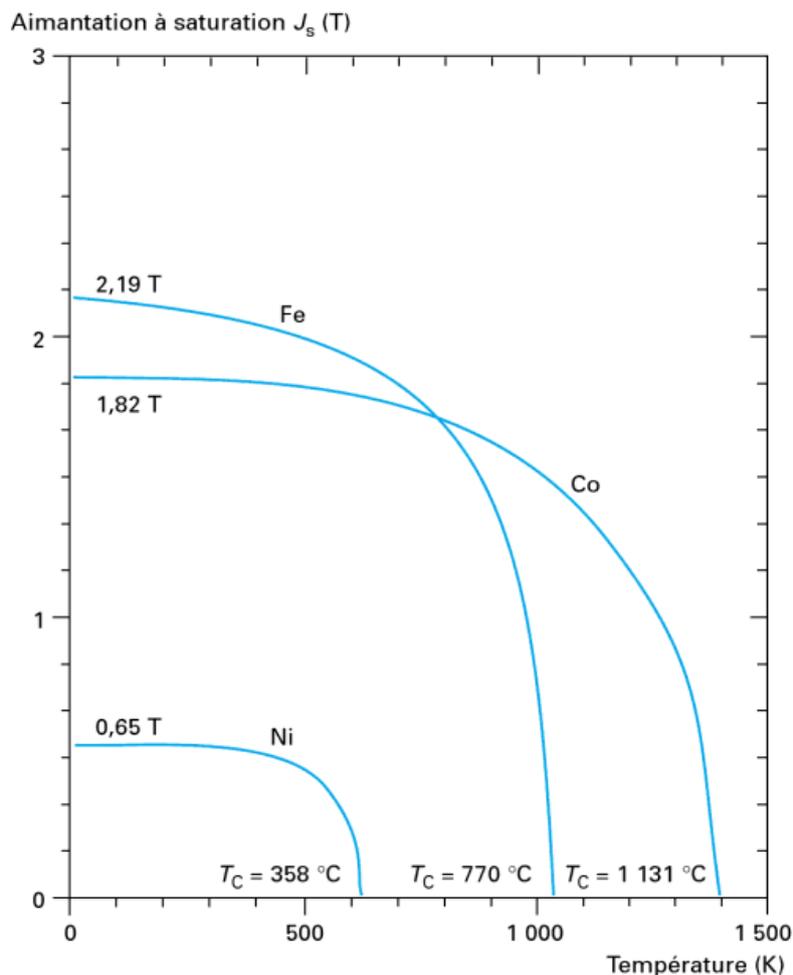
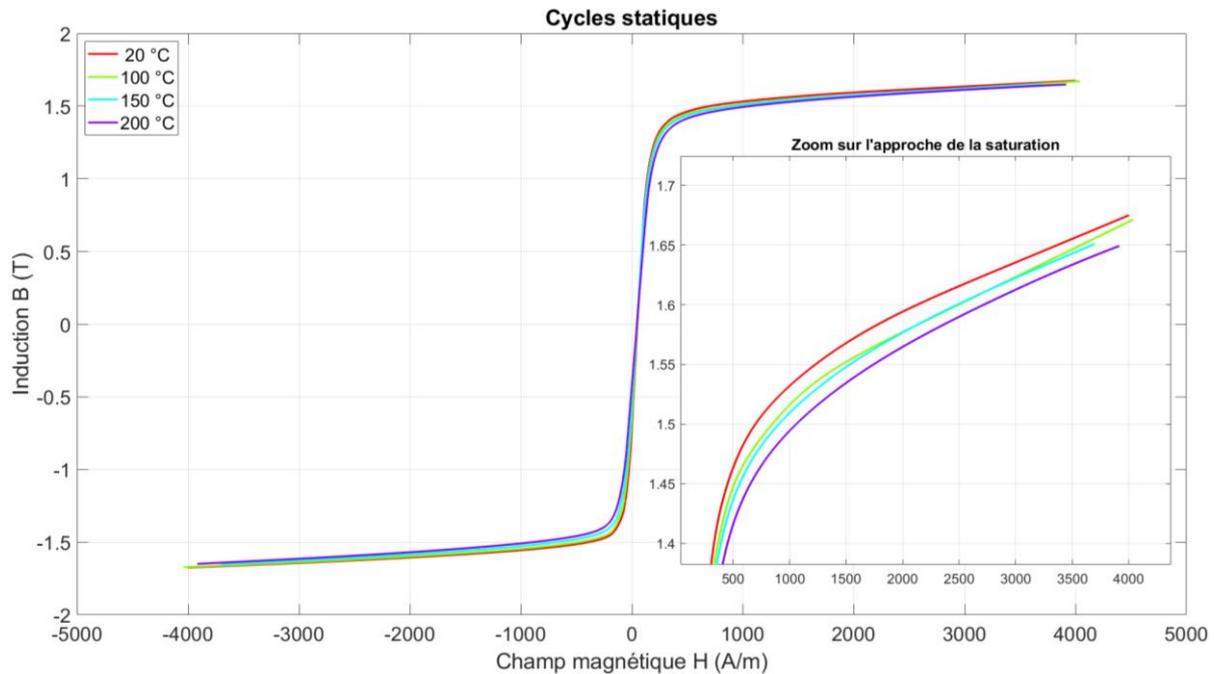


Figure V-16 : Polarisation magnétique à saturation en fonction de la température pour Fe, Co et Ni dans [53]



**Figure V-17 : Partie montante des cycles statiques mesurés aux différentes températures – Encart : Zoom à l’approche de la saturation**

Pour représenter approximativement l’évolution de la polarisation magnétique à saturation, la formule suivante, issue de [54], peut être utilisée :

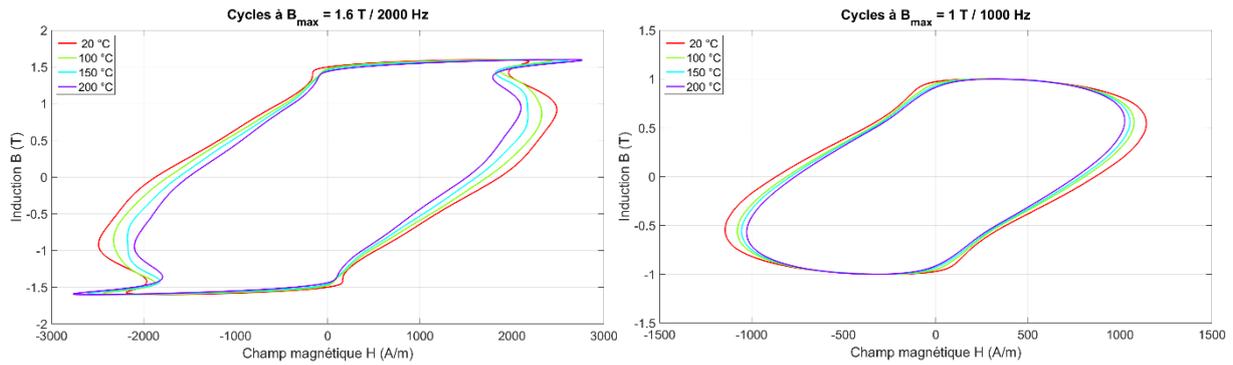
$$J_{sat}(\theta) = J_{sat}(\theta_{amb}) \cdot \left(1 - e^{-\frac{\theta - \theta_c}{\theta_0}}\right) \quad \text{V-5}$$

Avec  $J_{sat}(\theta)$  correspondant à la polarisation magnétique à saturation à la température  $\theta$ ,  $J_{sat}(\theta_{amb})$  à la polarisation magnétique à saturation à température ambiante,  $\theta_c$  à la température de Curie et  $\theta_0$  à une constante expérimentale identifiée à partir de la courbe  $J_{sat}(\theta)$ .

Le second phénomène, dû aux effets dynamiques, est largement visible dans nos mesures notamment à hautes fréquences : l’affinement du cycle avec l’élévation de la température. En effet, la conductivité diminue lorsque la température augmente. Ainsi, lorsque la fréquence est élevée, on observe alors des cycles plus fins pour les mêmes valeurs de  $(B, D_t B)$ .

En théorie, nous avons aussi l’effet de la variation des constantes d’anisotropie et de magnétostriction avec la température qui influence les mécanismes d’aimantation et le comportement magnétique. Dans le cas des aciers FeSi cette influence est faible et légèrement favorable mais elle sera supposée négligeable dans notre étude.

Les cycles mesurés aux différentes températures pour  $B_{max} = 1 \text{ T} / f = 2000 \text{ Hz}$  et  $B_{max} = 1.5 \text{ T} / f = 2000 \text{ Hz}$  sont illustrés sur la Figure V-18 suivante :



**Figure V-18 : Cycles aux différentes températures pour deux points de mesure (1.6 T / 2 kHz et 1 T / 2 kHz)**

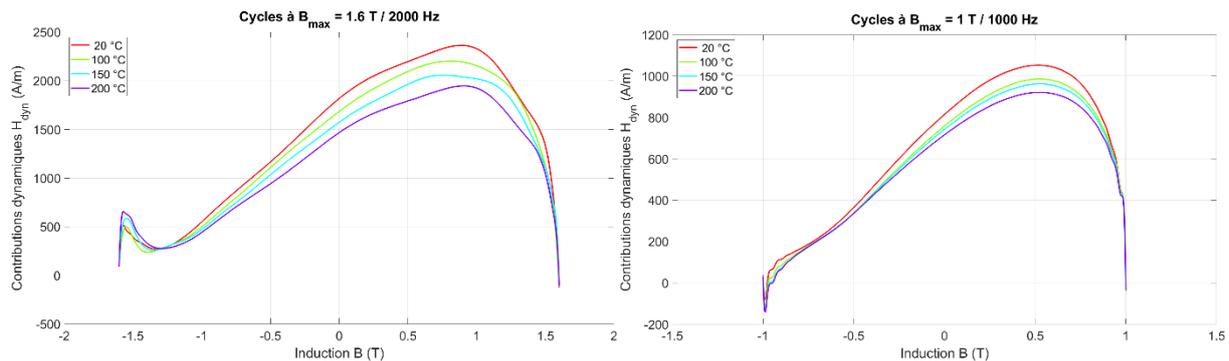
Sur ces courbes, on observe globalement des cycles de plus en plus fin au fur et à mesure que la température augmente, comportement qui peut être attribué naturellement à la diminution de la conductivité électrique. Sur les sommets des cycles à 1.6 T, on constate, au contraire, une augmentation du  $H(B_{max})$  avec la température. Ce comportement est expliqué par la diminution de la polarisation magnétique à saturation. En effet, sur la Figure V-17, les cycles statiques tendent à s'écraser verticalement légèrement, de plus, les effets dynamiques sont très faibles car l'induction étant sinusoïdale, le  $D_t B$  tend vers 0 à l'approche du  $B_{max}$ .

## V.2.2 Prise en compte de l'influence de la température dans le modèle dynamique

Dans les choix de modélisation de l'hystérésis effectués, une partie statique dépendant de  $B$  et de l'histoire couplée à une partie dynamique dépendant de  $B, D_t B$  et de l'histoire via une constante de temps  $\tau$ , la conductivité électrique a un impact significatif sur la composante dynamique du modèle. En effet, elle intervient directement dans le calcul de la constante de temps  $\tau$ . L'étude a donc été concentrée sur les effets thermiques de la partie dynamique du modèle proposé.

Pour cette étude, la contribution dynamique  $H_{dyn}(B, D_t B)$  est calculée à partir des cycles mesurés et du cycle quasi-statique mesuré aux mêmes températures présentés en Figure V-17. La régulation du banc ne permettant pas de faire des mesures dynamiques en régime d'induction triangulaires, ces mesures sont réalisées en régime sinusoïdal. Pour limiter l'influence du cycle quasi-statique, seules les fréquences 2000 Hz pour les inductions 1 T et 1.6 T sont illustrées.

Tout d'abord, la contribution dynamique  $H_{dyn}(B)$  a été observée. Les résultats attendus ont été retrouvés : la contribution dynamique diminue à mesure que la température augmente pour les parties montantes des cycles et réciproquement. Les courbes expérimentales obtenues à partir des parties montantes sont données dans la figure suivante :



**Figure V-19 : Contributions dynamiques aux différentes températures pour deux points de mesure (1.6 T / 2 kHz et 1 T / 2 kHz)**

On retrouve globalement le comportement attendu : la diminution de la contribution dynamique avec l'élévation de température. Il semble alors intéressant de considérer cet effet dans le modèle dynamique précédemment développé.

### V.2.2.1 Prise en compte via l'évolution de la conductivité

Pour modéliser l'effet de la température, une première possibilité naturelle est de partir d'une unique surface  $H_{dyn,corrigée}(B, D_t B)$  obtenue à température ambiante et d'obtenir la contribution dynamique  $H_{dyn}(B, D_t B)$  à la température de fonctionnement à partir de la conductivité à cette température.

La première étape consiste donc à recalculer la conductivité pour chaque température de mesure via l'équation suivante :

$$\sigma(\theta) = \frac{\sigma(\theta_{amb})}{(1 + k \cdot (\theta - \theta_{amb}))} \quad V-6$$

Avec :  $k_{Fe} = 6.51e^{-3} K^{-1}$  et  $\sigma(\theta_{amb}) = 2.381e^6 S/m$

Avec  $\sigma(\theta)$  qui correspond à la conductivité calculée à la température  $\theta$ ,  $\sigma(\theta_{amb})$  à la conductivité à température ambiante (20 °C) et  $\alpha$  au coefficient thermique lié à la variation en température de la conductivité. La valeur donnée pour le fer est utilisée.

À partir de l'évolution de la conductivité, il est possible de donner une estimation de l'évolution des pertes. En effet, en considérant une formulation dynamique comme détaillée dans [40], on obtient la formulation suivante précédemment évoquée dans IV.2.2 :

$$H_{dyn} = k_e \frac{\sigma \cdot e^2}{12} \cdot \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \quad V-7$$

En supposant alors que seule la conductivité varie en fonction de la température, on peut alors estimer la variation de la contribution dynamique. Le tableau suivant permet de comparer les ratios des conductivités et les ratios des contributions maximales pour différentes températures de mesure. Deux mesures, moyennes et basse fréquence, sont testées.

Température (°C)	Ratio $\frac{\sigma(\theta)}{\sigma(\theta_{amb})}$	Ratio $\frac{\max(H_{dyn}(\theta))}{\max(H_{dyn}(\theta_{amb}))}$ $B_{max} = 1 T / f = 500 Hz$	Ratio $\frac{\max(H_{dyn}(\theta))}{\max(H_{dyn}(\theta_{amb}))}$ $B_{max} = 1.6 T / f = 2 kHz$
20	1	1	1
100	0.66	0.93	0.96
150	0.54	0.92	0.94
200	0.46	0.87	0.9

**Tableau V-3 : Comparaison des variations de la conductivité et du champ dynamique maximal**

On remarque que la variation de la contribution maximale n'est pas directement proportionnelle à la variation de conductivité. Cette modélisation ne suffit donc pas à rendre compte de l'évolution en température.

### V.2.2.2 Loi d'évolution relative de la contribution dynamique

Une autre approche également simple consiste à établir une loi de variation de la contribution dynamique en fonction de la température. Ainsi, à partir la surface dynamique corrigée  $H_{dyn,corrigée}$  obtenue à température ambiante, le calcul de la contribution dynamique  $H_{dyn}$  à la température ambiante est réalisée puis une loi d'évolution permet d'obtenir la contribution dynamique à la température  $\theta$  souhaitée.

La loi envisagée, et appelée loi d'évolution relative, est équivalente à celle de la conductivité. Elle relie la variation de température à la variation relative de la contribution dynamique :

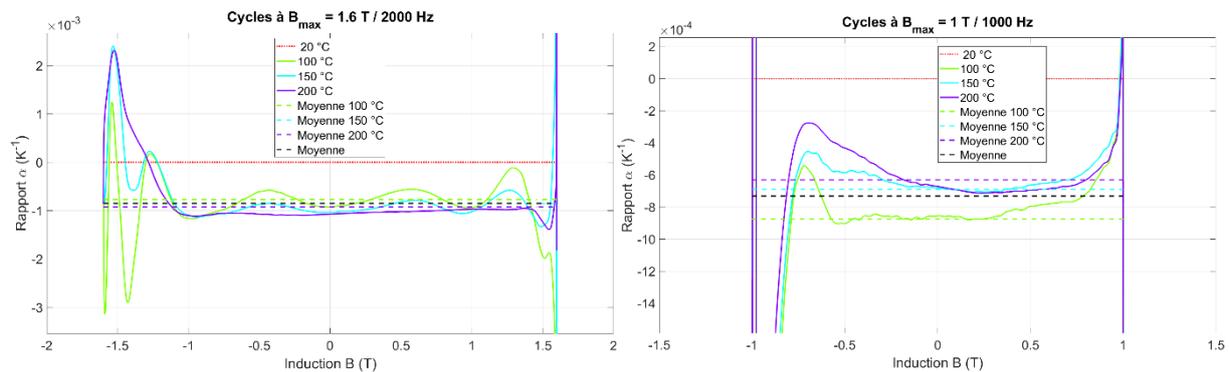
$$H_{dyn}(\theta) = H_{dyn}(\theta_{amb}) \cdot (1 + \alpha \cdot (\theta - \theta_{amb})) \quad V-8$$

Le paramètre  $\alpha$  est alors obtenu par :

$$\alpha = \frac{H_{dyn}(\theta) - H_{dyn}(\theta_{amb})}{H_{dyn}(\theta_{amb}) \cdot (\theta - \theta_{amb})} \quad V-9$$

Pour que la loi d'évolution puisse être valide sur la plage de températures étudiées, le coefficient recherché doit être constant pour toutes les températures. De plus, il devrait être idéalement indépendant de l'induction et de sa variation temporelle.

Les différentes valeurs du coefficient  $\alpha$  obtenues pour les différentes températures sont représentées sur la Figure V-19 suivante :

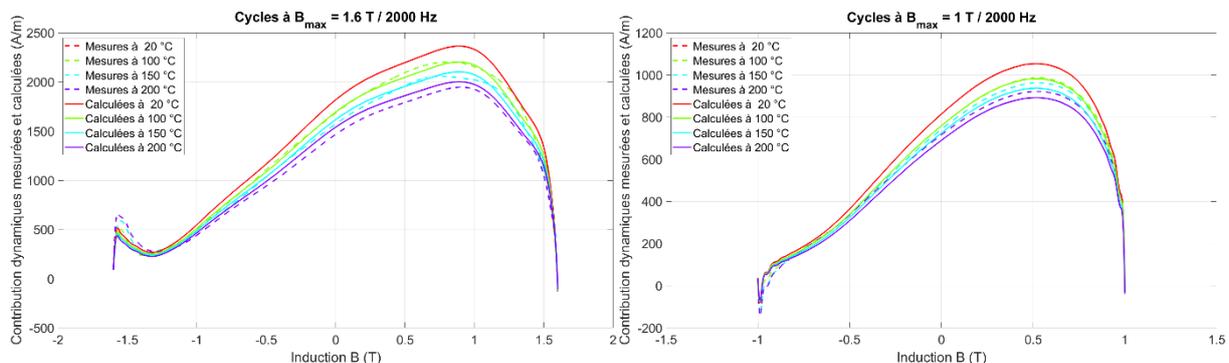


**Figure V-20 : Coefficient de la loi d'évolution relative de la contribution dynamique ( $\alpha$ ) en fonction de l'induction et de la température (1.6 T / 2 kHz et 1 T / 2 kHz)**

Dans ces figures, les moyennes sont calculées en excluant les valeurs proches de l'induction maximale (90 % de  $B_{max}$ ) pour limiter les effets du passage à zéro responsable des fortes variations visibles sur les extrémités.

Cette loi de variation semble très intéressante. Notamment à haute induction, on observe que les coefficients dynamiques varient peu en fonction de l'induction. À plus basse induction, cette loi n'est pas aussi satisfaisante, le coefficient variant alors plus fortement en fonction de l'induction.

Par ailleurs, les deux valeurs moyennes obtenues sont  $\alpha = -8.5 \cdot 10^{-4} K^{-1}$  pour le point à 1.6 T et  $\alpha = -7.31 \cdot 10^{-4} K^{-1}$  pour le point à 1 T. Il y a donc aussi une variation en fonction du  $B_{max}$  et/ou  $D_t B$ . La Figure V-21 présente les contributions dynamiques calculées avec la loi d'évolution relative à partir de  $H_{dyn}(B, D_t B, )$  à température ambiante et le coefficient  $\alpha$  obtenu à 1.6 T :



**Figure V-21 : Application de la loi d'évolution relative de la contribution en température (1.6 T / 2 kHz et 1 T / 2 kHz)**

Bien que les courbes calculées ne se superposent pas parfaitement avec les courbes mesurées, cette loi permet de donner une bonne approximation du comportement dynamique en fonction de la température. Ainsi, le calcul de la contribution dynamique à une température quelconque  $\theta$  est obtenu à partir d'une caractérisation à température ambiante  $\theta_{amb}$  et par les équations suivantes :

$$H_{dyn}(t, \theta_{amb}) = \frac{H_{dyn,corrigée}(t) \cdot \frac{\delta t}{\tau(\theta_{amb})} + H_{dyn}(t-1, \theta_{amb})}{1 + \frac{\delta t}{\tau(\theta_{amb})}}$$

$$H_{dyn}(\theta) = H_{dyn}(\theta_{amb}) \cdot (1 + \alpha \cdot (\theta - \theta_{amb}))$$

V-10

## Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, deux phénomènes ont été étudiés. Le premier concerne les effets d'une excitation tournante bidirectionnel et le second l'influence de la température sur les propriétés magnétiques.

Un état de l'art des modèles 2D a été réalisé de manière très succincte. Celui-ci a montré que plusieurs formulations peuvent être utilisées pour prendre en compte les effets des champs tournants. Les solutions les plus rapides reposent sur une formulation analytique des pertes comportant un terme dépendant de la rotation. D'autres modèles plus complexes reposent sur la représentation vectorielle de l'hystérésis. Une étude expérimentale a alors été menée pour observer l'influence des champs tournants. Des résultats, cohérents avec la littérature, ont été retrouvés permettant d'estimer l'erreur de l'exploitation d'un modèle scalaire et l'application du théorème de superpositions avec une projection sur deux axes orthogonaux.

La température d'un matériau a deux effets connus sur ses propriétés magnétiques. La diminution de son aimantation à saturation, conduisant à un comportement paramagnétique à partir de la température de Curie, et la réduction des pertes en dynamique dû à l'augmentation de la résistivité. Pour modéliser ces deux effets, une étude expérimentale a été menée. La limite en température du matériel nous a alors empêché d'observer correctement l'évolution de l'aimantation à saturation. Le travail de modélisation s'est alors concentré sur les effets dynamiques. Une modélisation a été proposée pour prendre en compte la température à partir de la connaissance de la contribution dynamique via une loi d'évolution. Cette modélisation donne de bons résultats et permet une première approche de ce phénomène.

# Conclusion générale

Ce manuscrit a présenté les travaux effectués pour répondre à la problématique : comment modéliser précisément le comportement magnétique d'un matériau ferromagnétique afin d'estimer avec les pertes fer générées au sein d'une machine électrique ?

Dans le premier chapitre, la transition énergétique a été détaillée avec les deux défis qu'elle engendre. Le premier est celui des véhicules électriques entraînant des contraintes de rationalisation et de rendement. Le second est la miniaturisation des systèmes qui vise une augmentation de la densité d'énergie et/ou de puissance. Pour illustrer ces défis, l'exemple de l'avion plus électrique a été détaillé avec un focus sur les machines électriques et les pertes fer. Ce phénomène a ensuite été présenté en détail suivi d'un état de l'art des modèles de pertes fer. Il se dégage alors une nécessité de modéliser le comportement magnétique des matériaux doux utilisés dans les machines électriques.

Le second chapitre de ce manuscrit détaille les différents dispositifs de mesure qui ont été utilisés. Tout d'abord, la mesure magnétique a été présentée avec les paramètres nécessaires à sa réalisation. Ensuite, la présentation des moyens disponibles sur les sites de Toulouse et de Grenoble a été faite. Les premiers sont des moyens de mesure unidirectionnels permettant des mesures normalisées ou non. Puis, des moyens plus exploratoires ont été présentés, ils permettent des mesures en champ bidirectionnel et en température. Enfin, une nouvelle maquette a été conçue pour valider le modèle développé sur un cas d'application intermédiaire entre les moyens de mesure et la machine électrique.

Le troisième chapitre se concentre sur la modélisation de l'hystérésis statique via le modèle Play. Pour expliquer le fonctionnement du modèle, une analogie a été présentée puis la version précédemment développée à l'IRT Saint-Exupéry a alors été détaillée. Différentes améliorations ont été proposées et mises en œuvre permettant de lever les limitations du modèle initial et d'accroître sensiblement sa précision. Finalement, une approche originale basée sur une formulation continue du modèle a été développée. Cette nouvelle formulation permet d'assurer des propriétés physiques notamment sur la perméabilité différentielle. Finalement, ce nouveau modèle permet un gain conséquent sur la résolution et la précision.

Le quatrième chapitre vise à prendre en compte les effets dynamiques sur l'hystérésis dépendants de la variation temporelle de l'induction. Une identification dynamique directe du modèle Play est impossible due aux limites matérielles et au nombre d'essais gigantesque qu'elle requiert. Différentes formulations sont envisagées, tout d'abord, via un coefficient appliqué sur le modèle statique et, finalement, via un coefficient sur chaque hystéron. Cependant, ces formulations ne donnent pas de résultats satisfaisants. Une modélisation basée sur le modèle Loss Surface développé au G2Elab a été alors proposée. Une étude expérimentale sur la composante dynamique a mis en évidence sa dépendance à l'histoire du matériau. Une correction a alors permis de caractériser une nouvelle surface indépendante de celle-ci pour la considérer dans le calcul de la contribution dynamique. Ce nouveau modèle montre de bons résultats par rapport au modèle non corrigé.

Finalement, le dernier chapitre présente les effets des champs bidirectionnels et de la température. Un état de l'art présente deux moyens de considérer les effets 2D, par une formulation analytique ou par un modèle vectoriel d'hystérésis. Par manque de temps, l'approche hystérésis vectoriel n'a pas pu être considérée et nous avons retenu l'approche simple de la décomposition des pertes. Une étude expérimentale a été menée pour observer les effets de ceux-ci sur les pertes. Leur prise en compte est effectuée par la projection sur deux axes orthogonaux du vecteur  $B(t)$ . La température a deux effets principaux sur l'hystérésis, la diminution de l'aimantation à saturation et la réduction des effets dynamiques. Une étude expérimentale a permis d'observer ces phénomènes. La modélisation s'est portée sur les effets dynamiques. Une loi d'évolution de la contribution dynamique en fonction de la température a été proposée, celle-ci permet ainsi d'obtenir des résultats intéressants.

Ces travaux ont donc permis d'établir un modèle d'hystérésis précis pouvant être appliqué en post-traitement d'une simulation éléments finis magnéto-transitoire d'une machine électrique. Ainsi, en parallèle de ce travail de modélisation, un outil permettant d'extraire les données de simulation du logiciel Flux2D puis d'y appliquer le modèle a été développé. Une procédure dédiée à la caractérisation du modèle a été aussi créée, permettant d'enrichir la bibliothèque de matériaux de celui-ci.

## Perspectives

Cette thèse a permis de développer un modèle d'hystérésis pour les tôles minces constituées d'un alliage ferromagnétique doux. Ce modèle prend en compte différents phénomènes impactant le cycle d'hystérésis et montre de bons résultats sur cadre Epstein.

La prochaine étape consiste à le valider sur la maquette conçue lors de cette thèse et actuellement en cours de fabrication. Cette validation repose sur des mesures expérimentales et la confrontation avec la simulation éléments finis couplée à l'outil d'application du modèle brièvement évoqué précédemment. Une fois validé, différents points d'améliorations peuvent être envisagés :

- Le premier point concerne le modèle statique, en effet, sa formulation entraîne mécaniquement une discontinuité de la perméabilité différentielle. Ce problème empêche alors toute inclusion du modèle dans l'analyse d'un logiciel éléments finis. Pour résoudre cela, une possibilité pourrait être de modéliser non pas le champ magnétique en fonction de l'induction mais la réductivité en fonction de l'induction. La continuité est alors assurée et une intégration permet de calculer le champ magnétique.
- Le second point concerne la modélisation dynamique. Le modèle actuel tend à ralentir les variations dynamiques au niveau des rebroussements. Ce comportement est lié au calcul de la constante de temps de la formulation inertielle. Pour résoudre ce problème, une étude théorique pourrait permettre de retrouver le comportement inertiel de cette composante via une équation et d'améliorer alors le calcul de la constante de temps.

- Le troisième point concerne les travaux sur les champs tournants et sur la température. Ils constituent une première approche et devraient faire l'objet d'une modélisation plus avancée. En effet, la décomposition sur deux axes proposés engendre une erreur sur le calcul des pertes. Un modèle d'hystérésis vectoriel pourrait améliorer la précision du calcul des pertes dans une machine. De plus, l'émergence de la fabrication additive semble indiquer un besoin de modèle 3D. Par ailleurs, la loi d'évolution en température semble une bonne approche. Sa validité devrait être confortée via une étude expérimentale plus avancée. De même, l'évolution de l'aimantation à saturation non prise en compte actuellement semble nécessaire pour modéliser les pertes dans des machines fonctionnant à hautes températures.
- Enfin, les contraintes mécaniques ont aussi un impact important sur les propriétés magnétiques. Leur étude n'a pas fait l'objet de ces travaux. Cependant une machine électrique est soumise à ce type de contrainte via le processus d'usinage des tôles, de découpe, d'assemblage ou encore de fixation du paquet de tôle. Leur étude semble nécessaire pour aboutir à un modèle complet de machine.

# Bibliographie

- [1] Bloomberg New Energy Finance, «Electric vehicle outlook 2019,» 2019. [En ligne]. Available: <https://about.bnef.com/electric-vehicle-outlook/#toc-viewreport>. [Accès le 6 Avril 2020].
- [2] IEA (International Energy Agency), «Electric car deployment in selected countries 2013-2018,» 2019. [En ligne]. Available: <https://www.iea.org/data-and-statistics/charts/electric-car-deployment-in-selected-countries-2013-2018>. [Accès le 6 Avril 2019].
- [3] A. S. Gohardani, G. Doulgeris et S. Riti, «Challenges of future aircraft propulsion: A review of distributed propulsion technology and its potential application for the all electric commercial aircraft,» *Progress in Aerospace Sciences*, vol. 47, n° %15, pp. 369-391, 2011.
- [4] D. C. Deisenroth et M. Ohadi, «Thermal Management of High-Power Density Electric Motors for Electrification of Aviation and Beyond,» *Energies*, vol. 12, n° %119, p. 3549, 2019.
- [5] Airbus GMF, «Airbus Global Market Forecast 2019-2038,» 2019. [En ligne]. Available: <http://gmf.airbus.com/>. [Accès le 6 Avril 2019].
- [6] V. Dos Santos, Modélisation des émissions conduites de mode commun d'une chaîne électromécanique. Optimisation paramétrique de l'ensemble convertisseur filtres sous contraintes CEM, 2019.
- [7] S. Jiand, «A New Thermal Protection Approach for Permanent Magnet Synchronous Motor,» chez *Future Energy electronics Conference*, 2013.
- [8] D. Jiles, Introduction to magnetism and magnetic materials, Chapman and Hall, First Edition, 1991.
- [9] R. Marion, Contribution à la modélisation du magnétisme statique et dynamique pour le génie électrique, Lyon: Université de Lyon, 2010.
- [10] A. Lebouc-Kedous, *Electromagnetism & soft magnetic materials for Electrical Engineering*, Grenoble, 2015.
- [11] A. Frias, «Minimisation des pertes fer des machines électriques de traction par la modélisation et l'optimisation,» 2015.
- [12] CADFEM, «Simulation of Electric Machines with ANSYS - Simulation-of-Electric-Machines-with-ANSYS\_WEBINAR\_V2.pdf,» 2017. [En ligne]. Available: [https://www.cadfemukandireland.com/wp-content/uploads/2017/05/Simulation-of-Electric-Machines-with-ANSYS\\_WEBINAR\\_V2.pdf](https://www.cadfemukandireland.com/wp-content/uploads/2017/05/Simulation-of-Electric-Machines-with-ANSYS_WEBINAR_V2.pdf). [Accès le 6 Avril 2020].
- [13] JSOL Corporation, «JSOL Activity Report,» JSOL Corporation, [En ligne]. Available: <http://www.jmag-international.com/newsletter/201403/06.html>. [Accès le 6 avril 2020].
- [14] Dassault systems, «Realistic and efficient finite element simulation hysteresis effects magnetic devices | OperaFEA,» 2 Avril 2013. [En ligne]. Available: <https://operafea.com/general/realistic-efficient-finite-element-simulation-hysteresis-effects-magnetic-devices/>. [Accès le 6 Avril 2020].
- [15] Altair, «Electromagnetic, Electric and Thermal anaysis - Altair Flux,» 2019. [En ligne]. Available: <https://www.altair.com/flux/new-features/>. [Accès le 6 Avril 2020].
- [16] K. Andreas et J. Soulard, «Overview and comparison of iron loss models for electrical machines,» *Journal of Electrical Engineering*, vol. 10, n° %13, pp. 162-169, 2010.
- [17] G. Bertotti, «General Properties of Power Losses in Soft Ferromagnetic Materials,» *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 24, n° %11, 1988.

- [18] K. Yamakazi, «Iron-Loss Modeling for Rotating Machines: Comparison Between Bertotti's Three-Term Expression and 3-D Eddy-Current Analysis,» *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 46, n° 18, 2010.
- [19] L. Michalowski et J. Schneider, *Magnettechnik: Grundlage, Werkstoffe, Anwendungen*, Vulkan-Verlag, 2006.
- [20] D. Jiles, «Theory of ferromagnetic hysteresis: Determination of model parameters from experimental hysteresis loop,» *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 25, n° 15, 1989.
- [21] C. P. Benabou, «Comparison of Preisach and Jiles–Atherton models to take into account hysteresis phenomenon for finite element analysis,» *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, pp. 139-160, 2003.
- [22] E. A. Dlala, «Magnetodynamic Vector Hysteresis Models for Steel Laminations of Rotating Electrical Machines,» University of technology, Helsinki, 2008.
- [23] D. H. Everett, «A general approach to hysteresis. Part 4. An alternative formulation of the domain model,» *Transactions of the Faraday Society*, vol. 51, pp. 1551-1557, 1955.
- [24] I. D. Mayergoyz, *Mathematical models of hysteresis and their applications*, New York: Elsevier, 2003.
- [25] M. Tousignant, *Modélisation de l'hystérésis et des courants de Foucault dans les circuits magnétiques par la méthode des éléments finis*, Grenoble: Université Grenoble-Alpes, 2019.
- [26] F. Enokizono, «Improvement of E&S modeling for eddy-current magnetic field analysis,» *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 38, n° 12, pp. 881-884, 2002.
- [27] International Electrotechnical Commission, *Magnetic materials – Part 6: Methods of measurement of the magnetic properties of magnetically soft metallic and powder materials at frequencies in the range 20 Hz to 200 kHz by the use of ring specimens*, Genève: International Electrotechnical Commission, 2003.
- [28] International Electrotechnical Commission, *Magnetic materials – Part 2: Methods of measurement of the magnetic properties of electrical steel strip and sheet by means of an Epstein frame*, Genève: International Electrotechnical Commission, 2008.
- [29] A.-T. Vo, M. Fassenet, A. Kedous-Lebouc, F. Blache, C. Boudinet et M.-P. Vaillant, «Novel Adaptive Controller for Effective Magnetic Measurement Under Arbitrary Magnetization,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 67, n° 11, pp. 9841-9850, 11/2020.
- [30] International Electrotechnical Commission, *Magnetic materials – Part 10: Methods of measurement of magnetic properties of electrical steel strip and sheet at medium frequencies*, Genève: International Electrotechnical Commission, 2016.
- [31] International Electrotechnical Commission, *Magnetic materials – Part 3: Methods of measurement of the magnetic properties of electrical steel strip and sheet by means of a single sheet tester*, Genève: International Electrotechnical Commission, 2010.
- [32] N. Nencib, S. Spornic, A. Kedous-Lebouc et B. Cornut, «Macroscopic anisotropy characterization of SiFe using a rotational single sheet tester,» *IEEE Transactions on Magnetism*, vol. 31, n° 16, pp. 4047-4049, 11/1995.
- [33] S. Bobbio et G. Marrucci, «A possible alternative to Preisach's model of static hysteresis,» *Il Nuovo Cimento D*, vol. 15, n° 15, pp. 723-733, 1993.
- [34] S. Bobbio, G. Milano, C. Serpico et C. Visone, «Models of magnetic hysteresis based on play and stop hysteresis,» *IEEE Transactions on magnetics*, vol. 33, n° 16, pp. 4417-4426, 1997.
- [35] A. Giraud, D. Matt, N. Sadowski, Y. Lefevre, J.-F. Llibre, A. Bernot, L. Albert et A. Kedous-Lebouc, «Caractérisation des matériaux magnétiques et calcul des pertes fer dans le stator des machines électriques fonctionnant à haute fréquence,» Toulouse, 2017.

- [36] T. Matsuo, D. Shimode, Terada, Y. et M. Shimasaki, «Application of stop and play models to the representation of magnetic characteristics of silicon steel sheet,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39, n° 13, pp. 1361-1364, 2003.
- [37] T. Matsuo et M. Shimasaki, «An identification method of play model with input-dependent shape function,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 41, n° 110, pp. 3113-3114, 2005.
- [38] T. Matsuo, «Rotational Saturation Properties of Isotropic Vector Hysteresis Models Using Vectorized Stop and Play Hysteron,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, n° 111, pp. 3185-3188, 2008.
- [39] T. Matsuo, «Anisotropic Vector Hysteresis Model Using an Isotropic Vector Play Model,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, n° 18, pp. 3041-3044, 2010.
- [40] T. Matsuo et M. Shimasaki, «Simple modeling of the AC hysteretic property of a grain-oriented silicon steel sheet,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 42, n° 14, pp. 919-922, 2006.
- [41] R. Pry et C. Bean, «Calculation of the Energy Loss in Magnetic Sheet Materials Using a Domain Model,» *Journal of Applied Physics*, vol. 29, n° 13, pp. 532-533, 1958.
- [42] C. Cester, Étude des pertes magnétiques supplémentaires dans les machines asynchrones alimentées par onduleur à modulation de largeur d'impulsion, Grenoble, 1992.
- [43] H. Dhahbi, Caractérisation et modélisation de matériaux magnétiques pour capteurs de courant., Grenoble, 2018.
- [44] A. Marino, Caractérisation et modélisation des pertes magnétiques d'une machine asynchrone fonctionnant en charge, Grenoble, 2003.
- [45] A.-T. Vo, A. Kedous-Lebouc et M. Fassenet, Matériaux magnétiques non conventionnels pour application à moyenne fréquence. Caractérisation, modélisation et intégration effective dans une machine électrique, Grenoble, 2021.
- [46] C. Hernandez-Aramburo, T. Green et A. Smith, «Estimating rotational iron losses in an induction machine,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39, n° 16, pp. 3527-3533, 2003.
- [47] A. Kedous-Lebouc, N. Nencib, B. Cornut et S. Spornic, «A new hysteresis loop for rotational losses,» *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, vol. 160, pp. 45-46, 1996.
- [48] N. Soda et M. Enokizono, «Improvement of T-joint part constructions in three-phase transformer cores by using direct loss analysis with E&S model,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, n° 14, pp. 1285-1288, 2000.
- [49] H. Shimoji, M. Enokizono, T. Todaka et T. Honda, «A new modeling of the vector magnetic property,» *IEEE transactions on magnetics*, vol. 38, n° 12, pp. 861-864, 2002.
- [50] T. Matsuo et M. Shimasaki, «Isotropic vector hysteresis represented by superposition of stop hysteron models,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, n° 15, pp. 3357-3361, 2001.
- [51] T. Matsuo et M. Shimasaki, «Correction to 'Isotropic vector hysteresis represented by superposition of stop hysteron models',» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, n° 16, pp. 3995-3995, 2001.
- [52] T. Matsuo et M. Shimasaki, «Two Types of Isotropic Vector Play Models and Their Rotational Hysteresis Losses,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, n° 16, pp. 898-901, 2008.
- [53] G. Couderchon, Alliages magnétiques doux, Techniques de l'ingénieur, 1998.
- [54] A.-T. Bui, Caractérisation et modélisation du comportement des matériaux magnétiques doux sous contrainte thermique, Lyon, 2011.