



HAL
open science

Dynamique d'adhésion : ménisques, films et ponts

Manon L'Estimé

► **To cite this version:**

Manon L'Estimé. Dynamique d'adhésion : ménisques, films et ponts. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Sorbonne Université, 2021. Français. NNT : 2021SORUS006 . tel-03253141

HAL Id: tel-03253141

<https://theses.hal.science/tel-03253141>

Submitted on 8 Jun 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT
DE SORBONNE UNIVERSITÉ

Spécialité : Physique
École doctorale n° 564 : Physique en Île de France

Dynamique d'adhésion : Ménisques, Films, et Ponts

réalisée au laboratoire de
Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes
sous la direction de
José BICO et Étienne REYSSAT

présentée par
Manon L'ESTIMÉ

pour obtenir le grade de :
Docteur de Sorbonne Université

Soutenue le 4 mars 2021

Devant le jury composé de :

Mme Marie-Caroline Jullien	Rapporteur
M. François Gallaire	Rapporteur
M. Hamid Kellay	Examinateur
Mme Emmanuelle Rio	Examinatrice
M. Arnaud Antkowiak	Examinateur
M. José Bico	Directeur de thèse
M. Étienne Reyssat	Directeur de thèse

Merci !

Le bon déroulement d'une thèse repose en grande partie sur le soutien de l'entourage, c'est donc avec grand plaisir que je tiens à remercier tous ceux qui m'ont accompagné de près ou de loin durant ces trois années.

Pour commencer, je remercie Marie-Caroline Jullien, François Gallaire, Emmanuelle Rio, Hamid Kellay et Arnaud Antkowiak pour avoir accepté de prendre part au jury. Vos remarques pertinentes et vos nombreux conseils nous seront d'une aide précieuse dans la suite du projet. Arnaud, je te remercie également pour mon stage à d'Alembert qui m'a donné envie de faire une thèse, et d'avoir pris part au comité de suivi avec Sylvain que je remercie également. Vos précieux conseils durant ces réunions, sûrement très denses pour vous, ont été grandement utiles.

Je remercie ensuite les chefs : Étienne, José et Laurent qui ont accepté de se lancer dans cette aventure avec moi et qui sont restés présents jusqu'au bout. Vous m'avez énormément appris et ce fut un réel plaisir de travailler avec vous ! La pédagogie et la fibre littéraire d'Étienne, les idées de manips de José, aussi foisonnantes qu'excellentes, et le point de vue de Laurent, plus théorique mais toujours réaliste vis à vis des manips ont constitué l'association idéale pour me guider à travers les méandres des diverses expériences. Merci pour les discussions devant le tableau puis celles plus compliquées par zoom, merci pour vos nombreux enseignements, votre patience et votre confiance immuable même en période de grand flou scientifique, marquée par des résultats bizarres et pas très clairs. Merci d'être aussi enclin à partager des moments en dehors de la salle de manip, avec un déjeuner, un apéro ou un dîner ; c'est toujours très agréable et il me semble que peu de chefs mangent aussi souvent avec leurs étudiants ! Pour résumer, merci pour tout !

À ces excellents chefs, s'ajoute Benoit le chef avec qui je n'ai pas eu l'occasion de travailler mais qui est toujours de bonne humeur, expert pour les achats d'appareils photo et champion des collaborations extérieures au monde de la recherche. Merci de nous avoir offert l'occasion de savourer des petits fours au pied de la tour Eiffel ! Et puis il y a tout le reste de l'équipe Mécawet qui évolue au fil des mois mais s'avère toujours être d'excellente compagnie ! Mes premiers mois au labo ont été guidés par Ludo, Hadrien, Marie et Manu qui m'ont tout de suite intégré. Grâce à vous j'ai pris mes marques, j'ai appris quelques mot de japonais et j'ai surtout bien rigolé ! Merci ! Manu on s'est retrouvé un peu perdu quand l'équipe s'est vidée et qu'il a fallu déménager mais tu as toujours été là pour discuter, faire des gâteaux dignes d'un chef pâtissier, et organiser des dîners Mécawet mémorables. Merci pour le week-end rando, c'était vraiment super (comme dirait José) et j'espère qu'on pourra en refaire d'autres ! Ensuite Tian et Maïka nous ont rejoints. Tian, thank you for the taste of chinese culture you showed me, from the red bean cakes to the dumpling, with in addition learning some colors in chinese ! (I must say I forgot everything, but I am sure Maïka did not). Maïka, merci pour tes conseils de manips (et de schémas !), nos discussions toujours chouettes, pour les challenges gâteaux et pour l'excellente organisation des cadeaux de thèse qui a dû te prendre beaucoup de temps ! PB est ensuite arrivé dans l'équipe, toujours prêt pour lancer une nouvelle manip ! Merci pour le temps passé sur le modèle des ponts (j'espère qu'on y arrivera !), les déjeuners poké, les coinches/bières aux arènes, les gâteaux qu'on t'a légèrement poussé à ramener et les diverses discussions entre deux manips ! Amandine et Benjamin les quelques mois mouvementés que nous avons partagés furent brefs mais très chouette, j'espère que nos chemins se croiseront

de nouveau ! Pour finir, je remercie les stagiaires qui sont passés par là, Hoai-Phuong, Valentin, Cyril, Nicolas, Ashraf, Aurélien, Pierre, Maud et bien d'autres. Avec vous tous j'ai passé de très bon moments aussi bien dans la salle de manips qu'en dehors ! Valentin et Cyril merci pour l'aide précieuse pendant le déménagement, et les situations cocasses qu'on a partagé (notamment une histoire de câble à brancher sous un bureau) ! Ashraf, Aurélien, et Pierre c'était super de travailler avec vous ! J'ai beaucoup appris et vous m'avez bien aidé à avancer dans la thèse, merci beaucoup ! Maud j'ai trouvé ce premier mois de collaboration très cool et je te remercie de te lancer dans la suite de ces manips compliquées ! On croise les doigts pour que tu restes en Mécawet !

Étroitement liée aux Mécawet, l'équipe des Quéré m'a également beaucoup apportée. Ambre, Martin, Pedro, Daniel, Lucette (qui n'est pas Quérette mais tout autant liée aux Mécawet) et Jojo, merci de m'avoir appris à jouer à la coinche (si si je vous promet, maintenant je sais compter les cartes !), d'avoir étendu mon savoir au CROUS et pour ces super moments passés en conf ou aux Marsouins. Je suis vraiment contente qu'on ne se soit pas perdus de vue malgré les distances et la non mobilité actuelle ! Jojo on a pu en plus profiter du bord de mer Danois et d'un passage à Grenoble dont je garde de très bons souvenirs !

Le reste du labo est tout aussi important à commencer par Fred et Claudette les gestionnaires les plus efficaces et gentilles que j'ai rencontré ! Merci pour votre rapidité et votre patience face à mes demandes administratives souvent en retard, merci pour l'organisation des divers événements du labo et merci pour votre bonne humeur ! Merci Damien et Philippe pour votre direction démocratique du labo, pour les moments conviviaux et pour les mémorables journées au moulin d'Andé. Vous vous donnez du mal pour qu'on se sente bien au labo et pour ma part ce fut le cas, merci !

Merci au « bureau » Benoît, Gaspard, Jean, Matthias et Hector pour les pauses de 16h, toujours essentielles pour finir la journée efficacement, pour les conseils, les encouragements et les super soirées Québeco-arénoises ! Saurabh thanks for scientific and political discussions that are always very enlightening, and thanks for the nice time we had in Denmark or elsewhere ! I hope your french experience will end with a nice pot de thèse ! Merci à la team CROUS 11h52 pour ces chouettes déjeuners et ce mug mémorable que vous m'avez offert ! Dr. Trosseille, merci d'avoir toujours été partant pour un déjeuner ou une bière, en discutant de tout et de rien pour se changer les idées et bien rigoler ! Réda, merci pour la super immersion dans Ramgritha, souvent pimentée par les idées saugrenues de Valentin (on se souvient des papillons !), merci à vous deux pour les chouettes discussions qu'on a pu avoir par ailleurs ! Merci Chloé et Magda pour vos super soirées ! Chloé, on se l'est souvent dit mais je pense qu'on est les seules à avoir vraiment profité de l'association filleule/marraine et je n'aurais pas pu espérer mieux ! On a moins eu l'occasion d'en profiter ces derniers mois mais je suis sûre qu'on pourra (bientôt ?) se rattraper ! Roméo merci pour ton investissement dans les petits déjs (meilleurs doodles du monde) et cette raclette mémorable pour laquelle tu as eu le courage de cuire mille kilos de patates et de les ramener malgré les bouchons ! Merci pour ton investissement dans la vie du labo qui mérite d'être souligné davantage ! Merci à Charly, Joachim et Lucas d'avoir partagé avec moi la joie d'être délégué des doctorants ! Charly merci de m'avoir montré les ficelles pour organiser les soirées labo et les séminaires ! Barbara, notre compatriote de St-Gobain, merci mille fois pour m'avoir aidé à me lancer dans l'analyse d'image avec Python ! Vincent, merci pour ces quelques jours à Cuba qui étaient très sympa et me semblent déjà si loin !

Merci à tous les autres thésard, post-doc, stagiaires et permanents dont j'ai croisé la route et qui contribuent à cette ambiance chaleureuse et bienveillante du PMMH, assez difficile à retrouver ailleurs si j'ai bien compris.

En partie au labo et en partie en dehors le gang du master Bruno, Jeanne, Julien, Martyna, et Thierry, présents depuis bientôt 10 ans avec des déjeuners, dîners, soirées, bref des retrouvailles toutes plus cools les unes que les autres! Merci pour tous ces super moments et ces rigolades! Merci de supporter mon côté casanier, d'avoir égaillé nos longues heures à la BU, et d'être restés soudés dans les moments difficiles! Vivement qu'on puisse enfin réaliser ce week-end prévu depuis maintenant plus d'un an! Martyna merci en plus de t'être occupé des cadeaux avec Maïka, j'ai du pain sur la planche pour te rendre la pareille!

Je remercie ma famille à qui j'ai souvent du mal à expliquer ce je fais mais qui est toujours prête à essayer de comprendre. Merci de m'avoir enseigné l'importance du savoir, de m'avoir donné cette curiosité et cette envie d'apprendre sans lesquelles je n'aurais jamais fait de thèse, et merci pour le soutien constant que vous m'apportez! Yassine, merci d'avoir éveillé mon attrait pour la physique, je n'en serais probablement pas au même point si tu n'avais pas été là!

Jo, Céline, Sam, Paul, Romain, Pauline, et Louise, même si on ne se voit pas souvent je sais que je peux compter sur vous et que vous serez là quoi qu'il arrive! Merci pour ces super moments qu'on partage, pour votre soutien et votre capacité à me changer les idées, et surtout merci pour cette belle amitié qui dure depuis tellement d'années que les compter exactement me filera un coup de vieux!

Pour finir merci PH, autant pitre que critique politique, tu réussis toujours à me remonter le moral, à me donner confiance et surtout à me faire rire (trop souvent par la méthode la plus simple que je ne peux pas contrer). Merci pour les belles évasions, nos longues discussions, et tes petites attentions. Bref, merci pour ces trois ans passés ensemble et le bonheur qu'ils m'ont apportés!

Table des matières

Introduction	i
1 Instabilité d'adhésion de films minces	1
1.1 Expérience	1
1.1.1 Dépôt, épaisseur et surface des films d'huile	1
1.1.2 Une expérience typique	2
1.1.3 Mécanisme de croissance des doigts	3
1.2 Résultats expérimentaux	6
1.2.1 Caractéristiques géométriques	6
Largeur des doigts d'huile	6
Largeur des canaux d'air	10
Longueur des doigts	14
1.2.2 Dynamique de l'instabilité	16
Positions des extrémités des doigts	16
Dynamique de l'interface	17
1.3 Modèle pour la dynamique de l'interface	22
1.4 Écrasement initial des films	25
1.5 "Cas limite" de l'angle $\alpha \simeq 0.3^\circ$	29
1.5.1 Géométrie	30
1.5.2 Dynamique	32
1.6 Conclusion	33
2 Croissance de ponts capillaires	35
2.1 Introduction	35
2.2 Pont capillaire sous un pont	37
2.3 Bain de grande profondeur	38
2.4 Bain peu profond	43
2.4.1 Influence du confinement	44
Résultats expérimentaux	44
Mécanisme qualitatif	47
Mouvement des particules fluides dans le volume	48
2.4.2 Variation continue des paramètres	56
Épaisseur d'air croissante	57
Largeur de pont croissante	59
2.5 Pourquoi le pont s'étend-il à vitesse constante?	61
2.6 Course de ponts	64
2.7 Conclusion	67
3 Ascension d'un ménisque	69
3.1 Introduction	69
3.2 Expérience	73
3.3 Modèle	76
3.3.1 Dynamique d'ascension	79

Réservoir infini	79
Ascension alimentée par un film mince	80
3.4 Conclusion	85
Conclusion	87
A Hauteur d'un pont capillaire	91
B Motion of Viscous Droplets in Rough Confinement : Paradoxical Lubrication	93
Bibliographie	99

Introduction

Une crêpe, une semelle et du carrelage

Quel est le point commun entre ces trois éléments ? Ils mettent tous en jeu l'adhésion de films visqueux ! En effet, une crêpe tartinée est souvent pliée en deux avant d'être savourée, et recoller une semelle ou poser du carrelage nécessite de mettre en contact des surfaces couvertes d'un film adhésif liquide. Nous rencontrons régulièrement ces situations, mais que sait-on exactement de l'adhésion de films visqueux ? Quelles sont les caractéristiques géométriques et dynamiques de la création du contact ? Est-ce qu'un front de collage se développe ? L'expérience pratique de l'utilisation d'auto-collants suggère que des bulles d'air sont susceptibles d'être piégées, ce qui est néfaste à la qualité du collage. Ceci est un problème industriel important, notamment dans la fabrication des doubles vitrages, où un film adhésif de polymère est intercalé entre deux vitres. Peut-on éviter ces bulles ?

Si nous en savons peu sur la dynamique d'adhésion entre deux surfaces, c'est parce qu'elle se produit souvent entre des surfaces opaques. Une expérience visuelle s'impose donc pour amorcer notre exploration du phénomène. Elle consiste tout simplement à mettre en contact des lames de verre enduites d'un film d'huile de silicone d'une centaine de microns d'épaisseur. La figure 1 présente des vues successives d'une expérience réalisée avec des plaques couvertes d'un film d'huile silicone, d'épaisseur $h \simeq 100 \mu\text{m}$ et de viscosité $\eta = 48 \text{ mPa}\cdot\text{s}$. L'expérience étant filmée en lumière réfléchie, l'image est claire aux endroits où une lame d'air est piégée entre les couches d'huile et foncée lorsque ces dernières ont adhéré. Le temps écoulé depuis le premier contact est précisé sur chaque image.

L'adhésion n'est évidemment pas immédiate et l'air doit être chassé pour que les films d'huile coalescent. Étonnamment, le front de collage n'est pas du tout uniforme mais présente des doigts d'huile séparés par des canaux d'air. Ces doigts, de forme et largeur similaires sur les deux premières images, présentent ensuite des aspects plus hétérogènes. Par ailleurs, la dynamique n'est pas linéaire. Les doigts commencent par progresser rapidement : durant les deux premières secondes, ceux à droite de l'image se déplacent à une vitesse d'environ $2 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$. Un brusque ralentissement survient ensuite, et les doigts n'avancent presque plus pendant une dizaine de secondes. Ils semblent même disparaître sur l'avant-dernière image, où le front de collage est beaucoup moins sinueux. Puis, soudainement, le front de collage se propage de nouveau et achève l'adhésion en fragmentant la lame d'air en une myriade de bulles.

Ainsi, une instabilité peut survenir lors de l'adhésion de films minces. Quel est le mécanisme à l'origine de ce phénomène ? Pour commencer à cerner la situation, nous pouvons comparer l'importance relative des forces inertielles et visqueuses, grâce au nombre de Reynolds $Re = Vh/\nu$, avec $h \simeq 100 \mu\text{m}$ l'épaisseur des films d'huile, $\nu = 50 \text{ cSt}$ la viscosité cinématique de l'huile, et $V \simeq 2 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ la vitesse maximale mesurée au cours de l'expérience préliminaire. On trouve $Re \sim 10^{-2}$, donc les forces d'inertie sont négligeables devant les forces visqueuses. Le nombre capillaire Ca , compare les forces visqueuses à la tension de surface, il est défini par $Ca = \eta V/\gamma$, avec

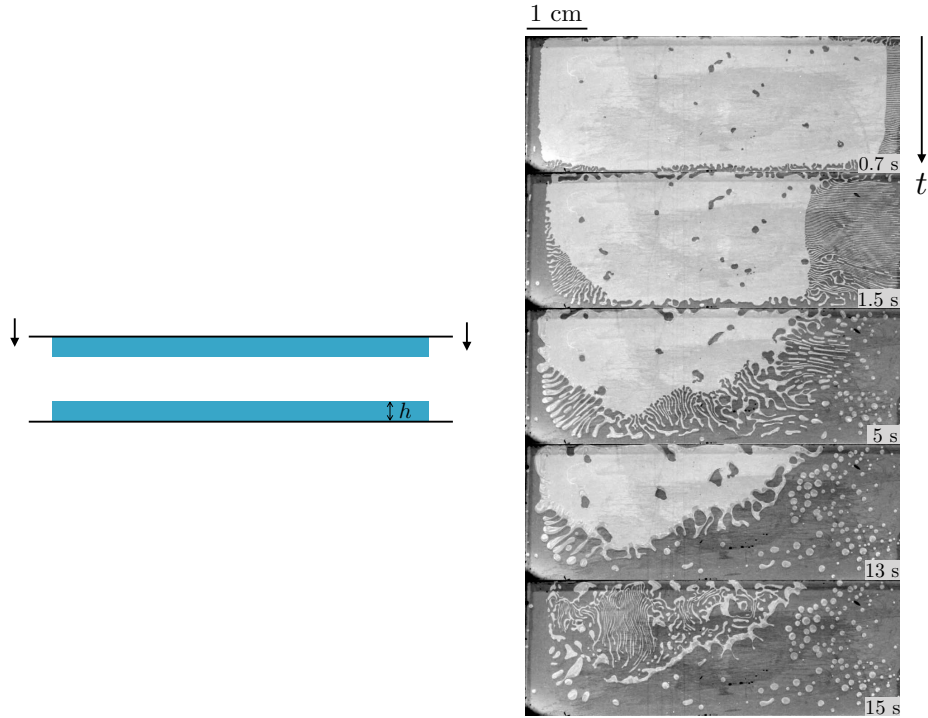


FIGURE 1: Vues successives d'une expérience réalisée avec un film d'huile silicone, d'épaisseur $h \simeq 100 \mu\text{m}$ et de viscosité $\eta = 48 \text{ mPa}\cdot\text{s}$. L'expérience est prise en vue de dessus et en lumière réfléchie : les régions où les films ont adhéré sont foncées tandis qu'elles sont claires si une lame d'air est piégée entre les couches. Le temps depuis le contact est indiqué sur chaque image.

$\eta = 48 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ la viscosité dynamique de l'huile, et $\gamma = 20 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$ la tension de surface, ce qui correspond à $\text{Ca} \sim 10^{-2}$. Nous sommes donc en présence d'une instabilité où les forces visqueuses sont négligeables devant les effets capillaires.

Nous proposons d'enquêter sur la littérature des instabilités de digitation, afin d'identifier les mécanismes potentiellement présents dans cette expérience préliminaire.

État de l'art

L'instabilité de Saffman-Taylor et quelques variantes

L'instabilité de digitation la plus célèbre est probablement celle que l'on dénomme "instabilité de Saffman-Taylor", en référence aux travaux réalisés par les deux chercheurs à partir de 1958. Toutefois, ce ne sont pas les premiers à s'intéresser au problème. En effet, le phénomène était connu depuis longtemps dans l'industrie du pétrole et c'est en fait Hill qui, en 1952, réalise la première étude scientifique [1], en étudiant le procédé de raffinage du sucre [2]. Une étape consiste à purifier du jus sucré avec de l'eau dans une colonne contenant des particules de noir animal (charbon d'os). Lorsque l'eau moins visqueuse pousse le jus plus visqueux vers le bas de la colonne, Hill remarque qu'au-delà d'une certaine vitesse, l'interface se déstabilise et des doigts se forment. Ces digitations se distinguent sur la figure 2 qui présente des vues successives d'une expérience où l'eau (en noir) pousse le jus (en blanc) vers le bas.

Les travaux de Hill ont ensuite été poursuivis simultanément aux Pays-Bas par Chuoke *et al.* [3] et en Angleterre par Saffman et Taylor [4]. Ces deux études présentent des expériences réalisées en injectant un fluide dans une cellule de Hele-Shaw repliée

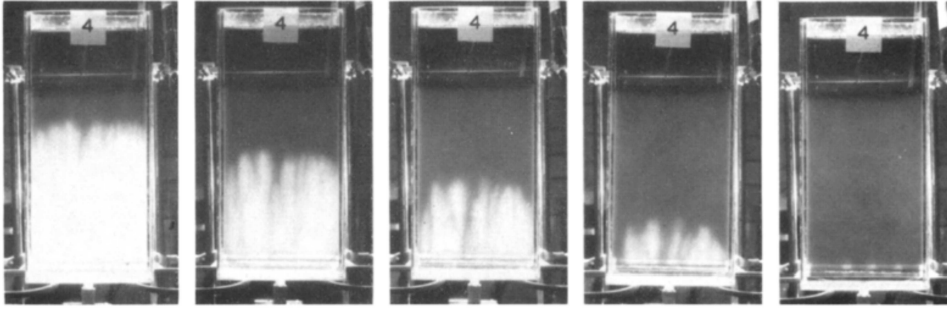


FIGURE 2: Expérience réalisée par Hill [2] dans une colonne verticale contenant des particules de noir animal. De l'eau (en noir) pousse du jus sucré, plus dense et visqueux vers le bas. Le seuil de vitesse critique est dépassé et le front s'est déstabilisé.

d'un second fluide de viscosité différente, et immiscible avec le premier. Dans cette configuration, le fluide est confiné entre deux plaques de verre parallèles et séparées d'une courte distance. Sa dynamique d'écoulement est dictée par une loi de type Darcy comme dans un milieu poreux. Les conclusions des études sont identiques : dans une cellule horizontale, l'interface reste stable si le fluide le plus visqueux chasse le moins visqueux. Dans la situation inverse, l'interface initialement plane se déstabilise sous forme de doigts. Examinons la situation présentée sur la figure 3, où de l'air (en blanc) est injecté à une vitesse V dans une cellule de Hele-Shaw d'épaisseur h , contenant un fluide plus visqueux (en bleu).

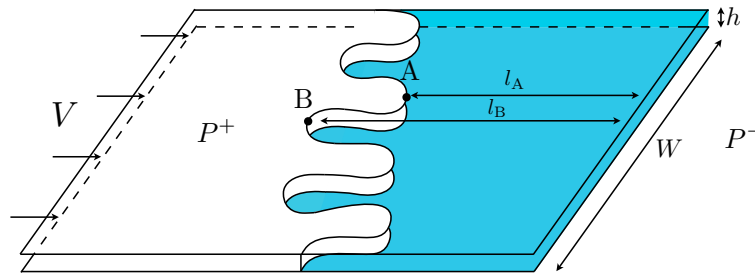


FIGURE 3: Mécanisme de l'instabilité de Saffman-Taylor. De l'air (en blanc) est injecté dans une cellule de Hele-Shaw contenant un fluide plus visqueux (en bleu). L'interface initialement plane se déstabilise. Lorsqu'on applique une pression P^+ en amont et une pression P^- en sortie de la cellule, le gradient de pression dans le fluide plus visqueux est donné par $(P^+ - P^-)/l$. Si l'interface présente une perturbation, ce gradient devient plus élevé dans les "bosses" (point A) que dans les "creux" (point B), ce qui tend à amplifier la perturbation.

Le gradient de pression exercé dans la phase visqueuse entre l'interface et l'amont de la cellule est plus élevé sur les pointes de l'interface qu'au niveau des creux. À mesure que le fluide se déplace, l'écart de gradient de pression entre les pointes et les creux s'accroît. La vitesse étant proportionnelle au gradient de pression, les pointes se déplacent alors de plus en plus vite par rapport aux creux, ce qui aboutit à la formation de doigts [5]. L'effet déstabilisant est donc le déplacement du fluide qui accentue le gradient de pression. Néanmoins, si on prend en compte la tension de surface, celle-ci tend à s'opposer aux déformations de l'interface pour minimiser l'énergie de surface. L'analyse de stabilité en présence de la tension de surface a été réalisée par Chuoke *et al.*. Elle établit que les doigts se développent au-delà d'une longueur d'onde critique $\lambda_c \sim h \sqrt{\frac{\gamma}{V(\eta_2 - \eta_1)}}$, avec h l'épaisseur de la cellule, γ la tension de surface, V la vitesse d'écoulement et η_1, η_2 , les viscosités du fluide le moins visqueux et du fluide

le plus visqueux, respectivement. Ainsi, plus la vitesse d'écoulement est élevée, plus la longueur d'onde est faible et les doigts sont nombreux. Cette tendance est mise en évidence sur la figure 4(a) qui montre trois images obtenues par Chuoke *et al.*, pour différentes vitesses d'écoulement, croissantes de gauche à droite. Les expériences sont réalisées avec un mélange coloré d'eau et de glycérine, injecté dans une cellule de Hele-Shaw inclinée à 45° et remplie d'une huile plus visqueuse.

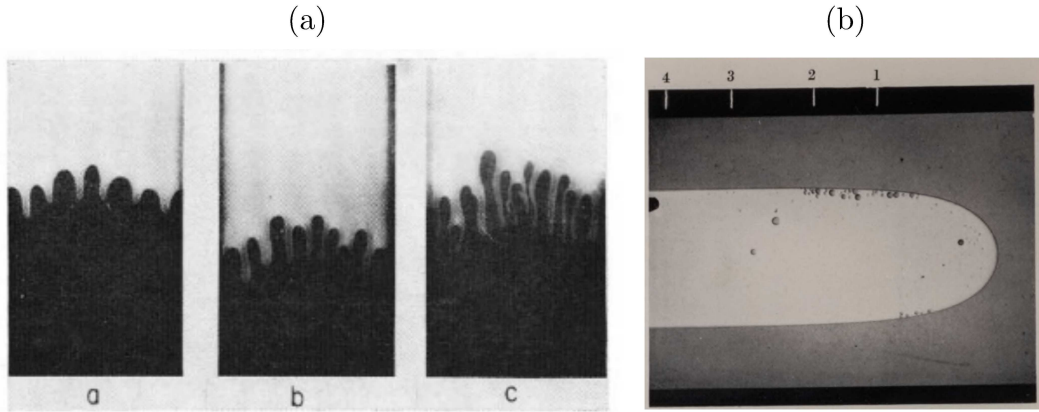


FIGURE 4: (a) Expériences réalisées par Chuoke *et al.* pour des vitesses d'écoulement de a : 0.41 cm/s, b : 0.87 cm/s et c : 1.66 cm/s. Les doigts sont plus nombreux et resserrés lorsque la vitesse d'écoulement augmente [3]. (b) Expérience de Saffman et Taylor réalisée avec de l'huile pénétrant dans une cellule de Hele-Shaw horizontale contenant de la glycérine plus visqueuse. L'instabilité conduit à la formation d'un doigt unique, deux fois moins large que la cellule [4].

Par ailleurs, Saffman et Taylor ont découvert qu'il existe une gamme de nombre capillaire pour laquelle un doigt devance les autres, et finit par être le seul à se propager. Il se déplace alors à vitesse constante, avec une forme stationnaire, caractérisée par le rapport w/W qui compare la largeur du doigt w à celle de la cellule W . Les forces capillaires ont tendance à élargir le doigt tandis que les forces visqueuses l'amincissent. Ainsi, lorsque le nombre capillaire augmente, le rapport w/W décroît rapidement et tend vers 0.5. Ce résultat remarquable est illustré sur la figure 4(b) qui présente un doigt d'huile de viscosité $\eta = 450$ mPa.s, pénétrant à une vitesse $V = 1$ mm/s dans la glycérine deux fois plus visqueuse. Le doigt occupe la moitié de la largeur de la cellule, ce que confirment les mesures des auteurs effectuées aux quatre positions indiquées. Néanmoins, Rabaud *et al.* ont montré qu'il était possible de créer un doigt de largeur inférieure en plaçant une petite bulle d'air sur la pointe du doigt. Sa largeur est alors déterminée par le rayon de courbure de sa pointe [6].

Une autre variante de l'expérience est introduite par Bataille [7] puis reprise, entre autres, par Paterson [8]. Elle consiste à injecter le fluide moins visqueux au centre de la cellule dans une géométrie radiale, illustrée sur la figure 5(a). Dans ce cas, les doigts se forment lorsque la circonférence du fluide injecté dépasse une valeur critique dépendant du débit, de la tension de surface et de la largeur de la cellule.

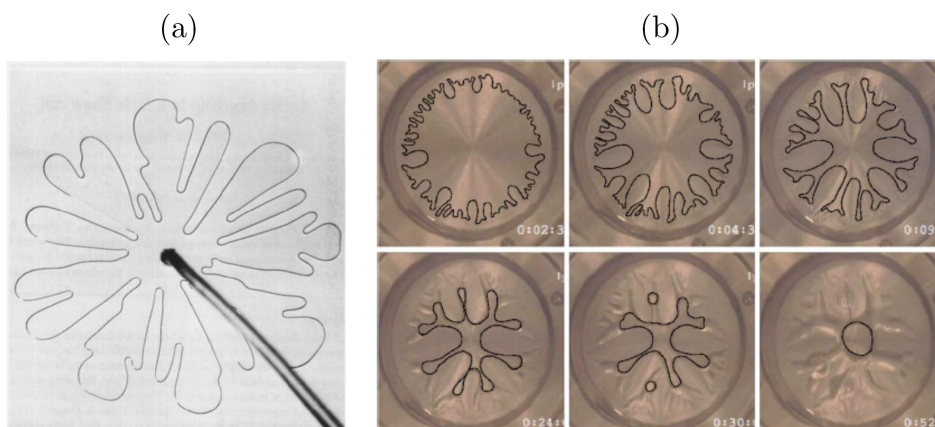


FIGURE 5: **(a)** Géométrie radiale observée par Paterson [8] en injectant de l'air au centre d'une cellule de Hele-Shaw remplie de glycérine. **(b)** Variante de l'expérience réalisée par Lindner *et al.* [9] avec une couche d'huile silicone initialement piégée entre deux plaques. En soulevant la plaque supérieure, l'air est contraint de pénétrer dans l'huile et forme des doigts.

Cette instabilité est également observée dans la vie de tous les jours : en séparant deux surfaces intercalées d'une couche de liquide visqueux, un motif ramifié apparaît. En effet, lorsque les plaques sont séparées, l'air est contraint de pénétrer dans le liquide, ce qui engendre la formation de doigts radiaux dont la pointe est dirigée vers le centre du film. Alors que leur amplitude croît au cours du temps, leur nombre diminue jusqu'à ce que l'interface air-liquide adopte une forme circulaire. Cette expérience a été réalisée par Lindner *et al.* [9], en séparant deux plaques de verre épaisses et intercalées d'un film d'huile de silicone d'épaisseur millimétrique. L'évolution du motif est présentée sur la figure 5(b). En imposant une séparation à vitesse constante, l'évolution temporelle de la force de levage peut être mesurée. Cette dernière décroît, et ce d'autant plus que les doigts sont ramifiés.

D'autres instabilités interfaciales sont décrites dans la littérature. Keiser *et al.* ont par exemple étudié un phénomène de détergence [10]. L'expérience, présentée sur la figure 6(a), consiste à piéger une nappe d'huile silicone (en gris) dans un coin horizontal formé par deux plaques de verre, puis à insérer une solution d'eau savonneuse (en bleu) entre les plaques. Cette solution migre par capillarité vers le coin, et forme alors une seconde nappe, adjacente à l'huile. Dans cette configuration, l'eau savonneuse est en mouillage total, tandis que l'huile est en mouillage nul, comme souligné par l'orientation des ménisques sur le schéma de droite. Ainsi, l'interface initialement plane, se déstabilise et des doigts apparaissent. Ces derniers se pincent progressivement, puis forment des gouttes qui s'éloignent de la région confinée. L'eau savonneuse plus mouillante finit par complètement envahir le coin et remplacer l'huile. La figure 6(b) montre des vues successives d'une expérience réalisée avec une huile (en blanc sur les images) de viscosité $\eta = 50$ mPa.s, insérée dans un coin d'angle 0.1° .

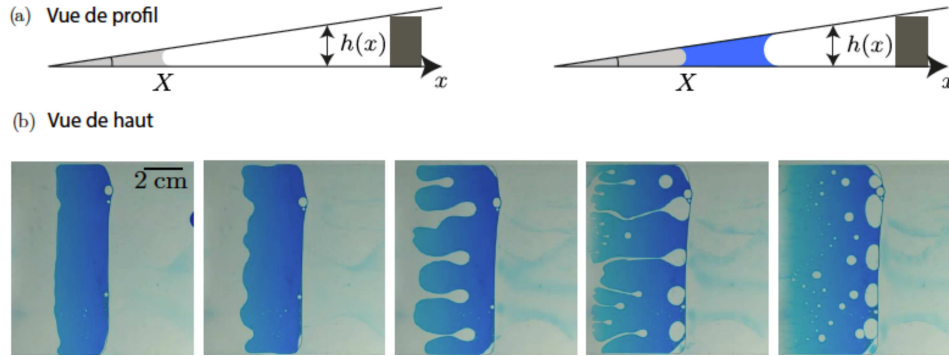


FIGURE 6: **(a)** Expérience de Keiser *et al.* [10] : un coin horizontal est initialement rempli d’huile silicone (gris). De l’eau savonneuse (bleu) est ensuite insérée entre les plaques et forme une nappe adjacente à l’huile. **(b)** Vues successives d’une expérience réalisée avec une huile de viscosité $\eta = 50$ mPa.s. Alors que l’eau savonneuse (en bleu) remplace progressivement l’huile, des digitations apparaissent. Les doigts finissent par se pincer et former des gouttes qui migrent vers les régions moins confinées, jusqu’à ce que l’huile soit entièrement remplacée par l’eau savonneuse.

Certaines études cherchent à retarder la formation de doigts. Pour cela, Al-Housseiny *et al.* [11] ont réalisé l’expérience en injectant le fluide moins visqueux dans une cellule dont l’épaisseur est fixe dans le temps, mais croît le long de la direction de l’écoulement, comme illustré sur la figure 7(a). Cette géométrie ralentit la propagation de l’interface ce qui retarde le déclenchement de l’instabilité.

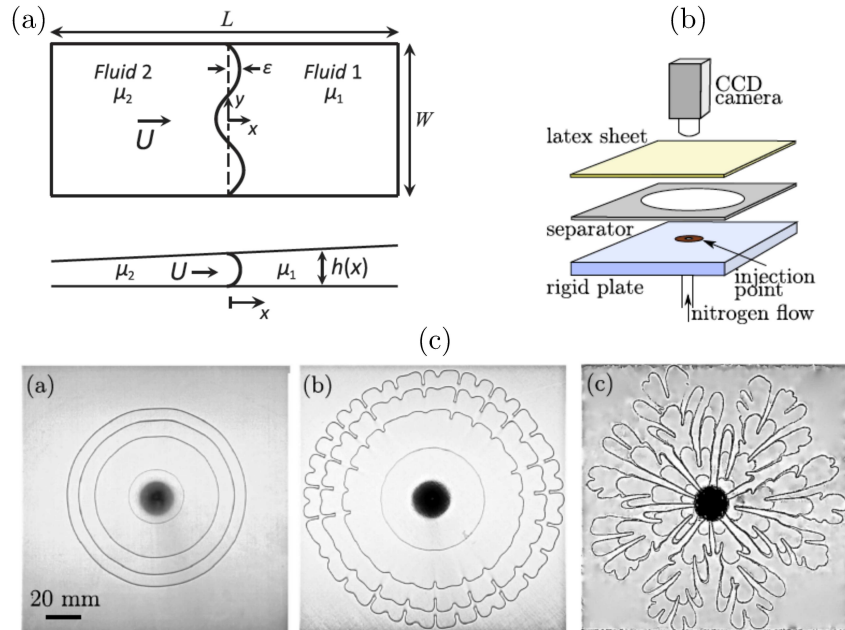


FIGURE 7: **(a)** Configuration employée par Al-Housseiny *et al.* [11]. La cellule présente un gradient d’épaisseur qui retarde le déclenchement de l’instabilité. **(b)** Dispositif expérimental utilisé par Juel *et al.* [12]. De l’azote est injecté dans une cellule de Hele-Shaw dont la paroi supérieure est une membrane élastique et qui contient de l’huile silicone. **(c)** Motifs observés dans les expériences réalisées par Juel *et al.*. Chaque image comprend quatre positions successives de l’interface et la paroi supérieure de la cellule est élastique ((a) et (b)) ou rigide (c). Les cas (a) et (c) sont réalisés avec un débit d’injection plus faible que celui du cas (b). La membrane permet de retarder le déclenchement de l’instabilité.

Une autre méthode, proposée par Juel *et al.* [12], reprend la géométrie radiale de Paterson mais remplace l'une des plaques par une membrane élastique comme présenté sur la figure 7(b). La déformation de la membrane réduit les effets déstabilisants de la pression en amont de l'interface, donc le déclenchement de l'instabilité survient à des débits beaucoup plus élevés que ceux du système classique. Ce comportement est démontré par la figure 7(c) qui présente des expériences réalisées en injectant de l'azote dans une cellule remplie d'huile silicone. Chaque image comprend quatre positions successives de l'interface. Les expériences (a) et (b) sont réalisées avec une membrane élastique tandis qu'une plaque rigide est utilisée pour la troisième (c). Le débit d'injection est identique dans les cas (a) et (c) et plus élevé pour le cas (b).

Dans l'ensemble des travaux que nous avons présentés, l'interface reste stable lorsque le fluide visqueux chasse l'autre. Bihi *et al.* [13] ont récemment proposé une expérience qui déroge au critère de stabilité du problème classique. Pour cela, ils adoptent la configuration radiale et injectent de l'eau au centre d'une cellule de Hele-Shaw en atmosphère libre, dont les parois sont recouvertes de microparticules hydrophiles. Au cours de la progression, le ménisque collecte peu à peu des particules afin d'abaisser son énergie de surface et l'interface grandit radialement tout en restant stable. Au bout d'un moment, l'interface se sature de particules, ce qui la contraint à se déformer pour collecter des particules tout en continuant de s'étendre. Des doigts d'eau apparaissent ainsi et s'étendent radialement. Les trajectoires sont moins rectilignes que celles des expériences classiques, comme le montre la figure 8 qui présente des images successives d'une expérience.

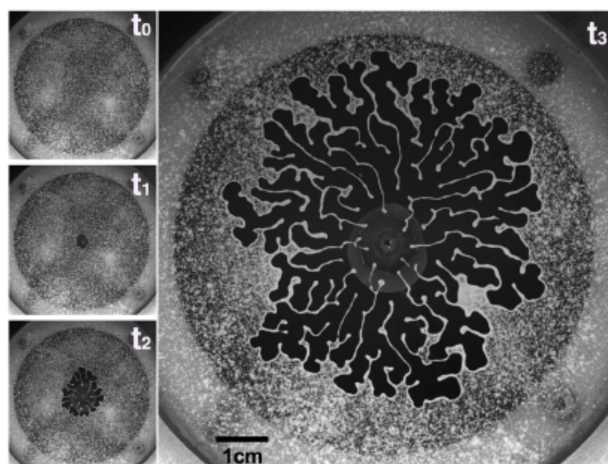


FIGURE 8: Images successives d'une expérience réalisée en injectant de l'eau dans une cellule de Hele-Shaw recouverte de microparticules hydrophiles. L'interface forme des doigts d'eau qui progressent dans l'air. Image tirée de [13]

À l'instar du mécanisme de Saffman-Taylor, notre expérience préliminaire conduit à la déstabilisation de l'interface entre deux fluides de viscosités différentes, dans une géométrie confinée. Cependant, dans notre système, c'est le liquide le plus visqueux qui forme des doigts progressant dans l'air. Cette situation devrait être stable du point de vue de Saffman-Taylor, ce qui suggère qu'un autre mécanisme est à l'origine de l'instabilité observée lors de la mise en contact de films visqueux. Nous continuons donc notre exploration des instabilités de digitation, afin de découvrir d'autres stratégies permettant de créer des doigts.

Instabilité d'adhésion élastique

Les digitations que nous avons présentées mettent en jeu l'écoulement de liquides visqueux. Cependant, Ghatak *et al.* ont montré que des films élastiques pouvaient également conduire à la formation de doigts, notamment lors de l'adhésion "solide" d'une feuille flexible sur un substrat rigide recouvert d'une couche d'élastomère souple [14]. La géométrie employée, dite en porte-à-faux, est présentée sur la figure 9(a) : le film est déposé sur un substrat horizontal, et la plaque le surplombe. Une des extrémités de la plaque est en contact avec le film tandis que l'autre repose sur une cale. Si le film est suffisamment mince et la plaque assez rigide, des doigts apparaissent, et forment des motifs statiques. Cette instabilité résulte d'une compétition entre la force de rappel du film élastique et la force d'adhésion exercée entre les surfaces. Les digitations se forment lorsque la contrainte élastique, due à l'extension de l'élastomère, dépasse une valeur seuil. Contrairement à l'instabilité de Saffman-Taylor, la longueur d'onde est indépendante de la vitesse de la ligne de contact et uniquement fixée par l'épaisseur du film. En revanche, la longueur des doigts dépend du module de cisaillement du film et de la rigidité en flexion de la plaque, comme le montre la figure 9(b). Ces images sont issues d'expériences réalisées avec des plaques de différentes rigidités et un film d'élastomère de $150\ \mu\text{m}$ d'épaisseur, ayant un module de cisaillement de $1\ \text{MPa}$. Les flèches rouges indiquent la direction dans laquelle la fente se ferme. La rigidité en flexion de la plaque de verre est comprise entre 0.02 et $1\ \text{Nm}$, et augmente de haut en bas.

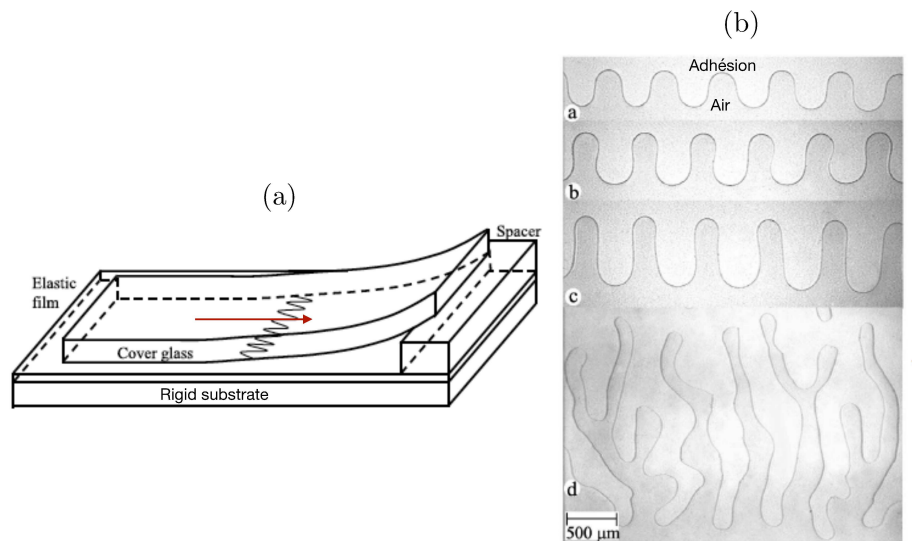


FIGURE 9: Instabilité de digitation qui se produit lors de l'adhésion entre une plaque de verre flexible et un élastomère. (a) Dispositif expérimental : une extrémité de la plaque de verre est en contact avec le film, et l'autre repose sur une cale. (b) Motifs observés pour des expériences réalisées avec des plaques de rigidité en flexion $0.02\ \text{Nm}$ (a), $0.09\ \text{Nm}$ (b), $0.2\ \text{Nm}$ (c) et $1\ \text{Nm}$ (d). Le film d'élastomère a un module de cisaillement de $1\ \text{MPa}$, et une épaisseur de $150\ \mu\text{m}$. Les flèches rouges précisent dans quelle direction la fente se ferme. Figure adaptée de [14].

Coalescence de films minces

Si les différentes configurations que nous avons décrites jusqu'à présent conduisent à la formation de digitations, aucune ne correspond directement à notre expérience préliminaire. À notre connaissance, l'apparition de doigts lors de la coalescence de

deux films visqueux n'a été décrite que dans des études pionnières, menées par Zeng *et al.* dans le groupe de J. Israelachvili, au début des années 2000 [15, 16]. Dans leurs expériences, des films de polymère liquide de quelques centaines de nanomètres d'épaisseur sont déposés sur des surfaces légèrement courbées en regard. Les quatre polymères utilisés, certains visco-élastiques, ont des viscosités différentes mais très élevées (entre 6 et 2800 Pa.s). L'expérience, présentée sur la figure 10(a), consiste à rapprocher les films jusqu'à ce qu'un contact s'établisse grâce aux interactions de Van der Waals. Dès lors, la surface de contact prend la forme d'un pont liquide cylindrique qui s'élargit. Des doigts d'air se forment sur sa circonférence et grandissent radialement. La figure 10(b) montre une image d'expérience réalisée avec un film de polystyrène visqueux (PS 800) de 210 nm d'épaisseur, et de viscosité $\eta \approx 2800$ Pa.s. Les rayons r_i et r_o correspondent respectivement aux rayons intérieur et extérieur des doigts d'air. Les auteurs ont réussi à figer les motifs et à les imager à l'aide d'un microscope électronique à balayage (MEB), ce qui permet de visualiser les doigts de très près comme le montre la figure 10(c).

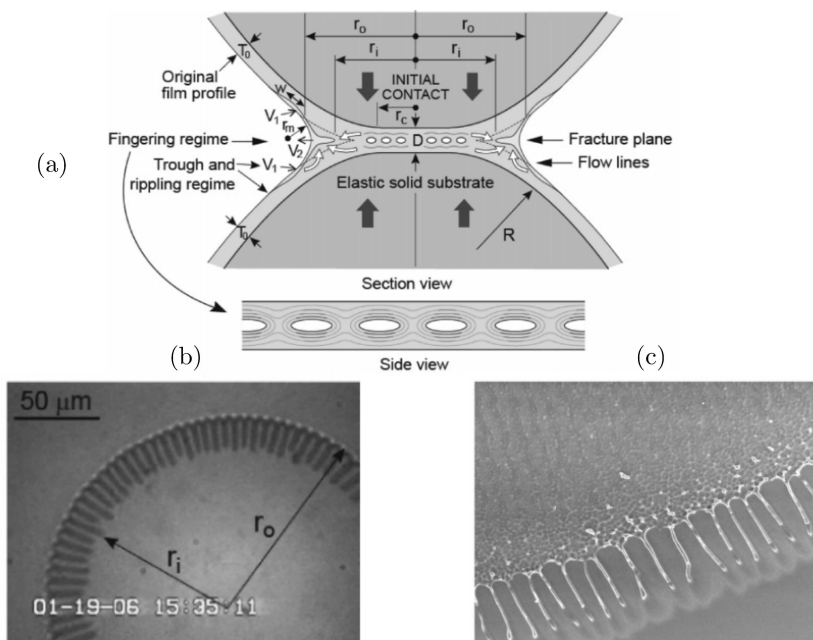


FIGURE 10: (a) Vue de coupe de l'expérience : deux films de polymère très visqueux et d'épaisseur nanométrique sont déposés sur des surfaces faiblement courbées, et entrent en contact via les interactions de Van der Waals. L'accroissement de la surface de contact conduit à la déstabilisation de l'interface : des doigts d'air apparaissent et se propagent vers le centre du front d'adhésion circulaire. (b) Instabilité observée avec des films de polystyrène visqueux (PS 800) de 210 nm d'épaisseur, et de viscosité $\eta \approx 2800$ Pa.s. (c) Zoom sur les doigts obtenus au MEB. L'expérience est réalisée avec un film de PS 1390 d'épaisseur 240 nm et de viscosité $\eta \approx 10^5$ Pa.s. Figure tirée de [16].

Si le contact est effectué pendant un temps suffisamment long, les doigts finissent par rétrécir et disparaître, laissant une interface lisse. Le temps mis par les doigts pour croître puis s'éclipser a été mesuré pour les différents polymères et évolue avec leur viscosité comme : $\tau \propto \eta^{3/2}$. Cette dépendance est assez étonnante pour un écoulement visqueux, mais provient peut-être de la visco-élasticité de certains des polymères. Le rayon moyen de la surface de contact a également été étudié. Qu'il y ait des doigts ou non, celui-ci évolue proportionnellement à t^n avec $n \sim 0.2 - 0.3$. Les auteurs attribuent l'apparition de ces doigts d'air à la structure complexe de l'écoulement dans cette géométrie. En effet, le confinement contraint le ménisque à être fortement

courbé, ce qui engendre une importante dépression dans le film d'huile (en V_1 et V_2 sur la figure 10(a)) et crée une aspiration de fluide vers le centre du pont liquide. Dans la région adjacente au pont, le film se creuse et, d'après les auteurs, l'air déplacerait le polymère visqueux, déclenchant ainsi l'instabilité de Saffman-Taylor. La présence des doigts n'entrave pas la progression du pont liquide qui continue de s'élargir. La courbure du ménisque diminue progressivement, atténuant ainsi la dépression jusqu'à ce que l'aspiration cesse et les doigts disparaissent. Ainsi, contrairement à notre intuition initiale, le mécanisme de Saffman-Taylor pourrait jouer un rôle dans l'adhésion de films minces. L'instabilité serait déclenchée par la dépression due à la courbure importante du ménisque, qui provoque un entraînement d'air déplaçant le polymère.

Néanmoins, la présence d'entraînement d'air dans ce système ne nous semble pas intuitive. Nous proposons un petit détour par des systèmes impliquant ce mécanisme, afin d'évaluer si cet effet peut jouer un rôle dans notre expérience préliminaire.

Entraînement d'air

L'entraînement d'air par un fluide visqueux a notamment été observé par Eggers lorsqu'un jet d'huile silicone impacte un bain du même liquide [17], et par Lorenceau *et al.* avec la rotation d'un rouleau cylindrique partiellement immergé dans un bain d'huile silicone [18]. Des images d'expériences sont présentées sur les figures 11(a) et 11(b).

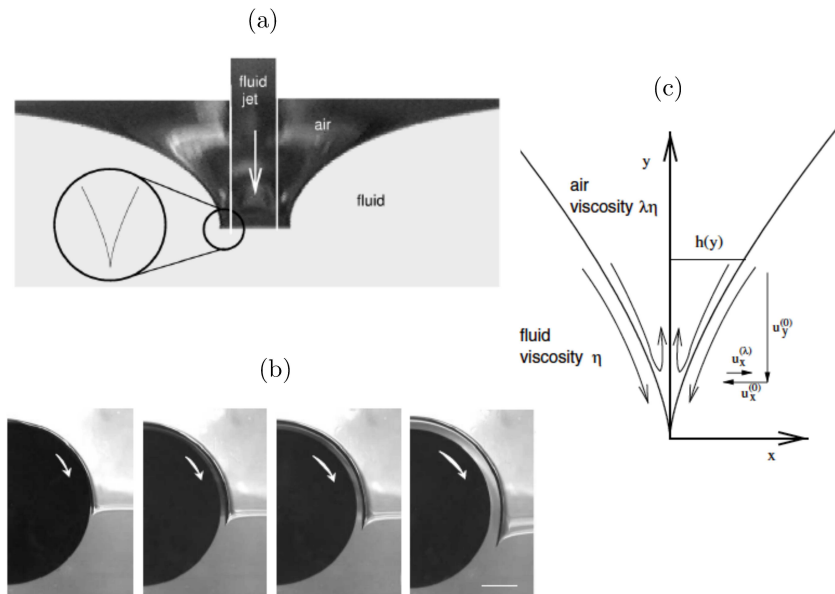


FIGURE 11: **(a)** Expérience d'Eggers : un jet d'huile silicone d'un millimètre de largeur est envoyé sur un bain du même liquide. L'interface forme une pointe (encerclée en noir) dans laquelle l'air est entraîné. **(b)** Expérience de Lorenceau *et al.* : un cylindre de rayon 2 cm, est mis en rotation alors qu'il est semi-immersé dans un bain d'huile silicone de viscosité $\eta \sim 1$ Pa.s. L'air est entraîné vers la pointe formée par l'interface. La vitesse de rotation est différente sur chaque image et vaut 6, 10, 17 et 30 cm/s. Sur la dernière image, la barre d'échelle blanche a une longueur d'un centimètre. Figure tirée de [18]. **(c)** Forme locale de la pointe en vue de coupe (réalisée par Eggers [17]). En dessous d'une vitesse critique, l'air entraîné vers le bas est bloqué et repart vers l'extérieur.

Lorsque la vitesse du jet ou du rouleau est suffisamment élevée, l'interface se creuse et forme une pointe stationnaire vers laquelle l'air extérieur est entraîné par cisaillement. Ce dernier ne peut rester dans cette région confinée, et s'échappe vers l'extérieur en suivant l'axe de symétrie de la pointe (cf. fig.11(c)). Une vue de coupe de la pointe est schématisée sur la figure 11(c). À des vitesses encore plus élevées, lorsque le nombre capillaire dépasse une valeur critique Ca_c , la forme stationnaire de la pointe est détruite et cette dernière disparaît, remplacée par une mince lame d'air entraînée dans le bain. Le nombre capillaire critique dépend du rapport des viscosités : $Ca_c \sim \ln(\eta/\eta_0)$, avec η_0 la viscosité de l'air.

Notre expérience préliminaire est réalisée avec une huile de viscosité $\eta = 48$ mPa.s, en prenant $\eta_0 = 18.5$ μ Pa.s pour la viscosité de l'air, on obtient $Ca_c \sim 8$. Dans notre expérience, le nombre capillaire est beaucoup plus faible, de l'ordre de 10^{-2} . Il semble donc que l'air ne puisse pas être entraîné par le mécanisme d'Eggers dans cette expérience préliminaire, ni dans l'adhésion de film minces de Zeng *et al.*. En effet, dans l'une de leurs expériences, réalisée avec du polystyrène PS 800, de viscosité $\eta = 2800$ Pa.s et tension de surface $\gamma = 33$ mN.m⁻¹, le rayon de contact croît à une vitesse d'environ 5 μ m.s⁻¹. Cela correspond à un nombre capillaire de l'ordre de 10^{-1} , tandis que le nombre capillaire critique vaut 18! D'ailleurs, Zeng *et al.* n'établissent pas de rapport avec les expériences d'Eggers, et Lorenceau. Ils attribuent la formation de doigts au mécanisme de Saffman-Taylor mais n'expliquent pas distinctement ce qui engendre le déplacement de polymère par l'air. De plus, ils soulignent que, dans son ensemble, le système se comporte davantage comme un fluide visqueux poussant un fluide moins visqueux, puisque la région de contact s'étend durant la coalescence. En outre, comme le rayon de contact évolue de la même manière en présence ou non de doigts, les auteurs assimilent plutôt cette expérience à des phénomènes classiques mettant en jeu l'accroissement d'un rayon de contact, comme l'étalement ou la coalescence de gouttes.

Étalement et coalescence de gouttes

La coalescence ou l'étalement de gouttes se fait par croissance d'un pont capillaire axisymétrique. Le rayon de ce pont augmente dans le temps comme une loi de puissance, dont l'exposant dépend des mécanismes physiques en jeu. Dans les expériences du groupe d'Israelachvili, la propagation des fronts semble suivre une dynamique en t^n (avec $n \sim 0.2 - 0.3$). Il nous paraît donc intéressant d'explorer ces deux configurations.

Biance *et al.* ont étudié les premiers instants de l'étalement capillaire d'une goutte d'eau sur une plaque de verre, en mouillage total [19]. La situation est présentée sur la figure 12(a). La goutte, initialement sphérique de rayon R , se déforme dès le contact établi : la partie en contact avec le verre forme un pont liquide de rayon r et de hauteur δ , qui s'étend rapidement. Des vues successives d'une expérience sont présentées sur la figure 12(b).

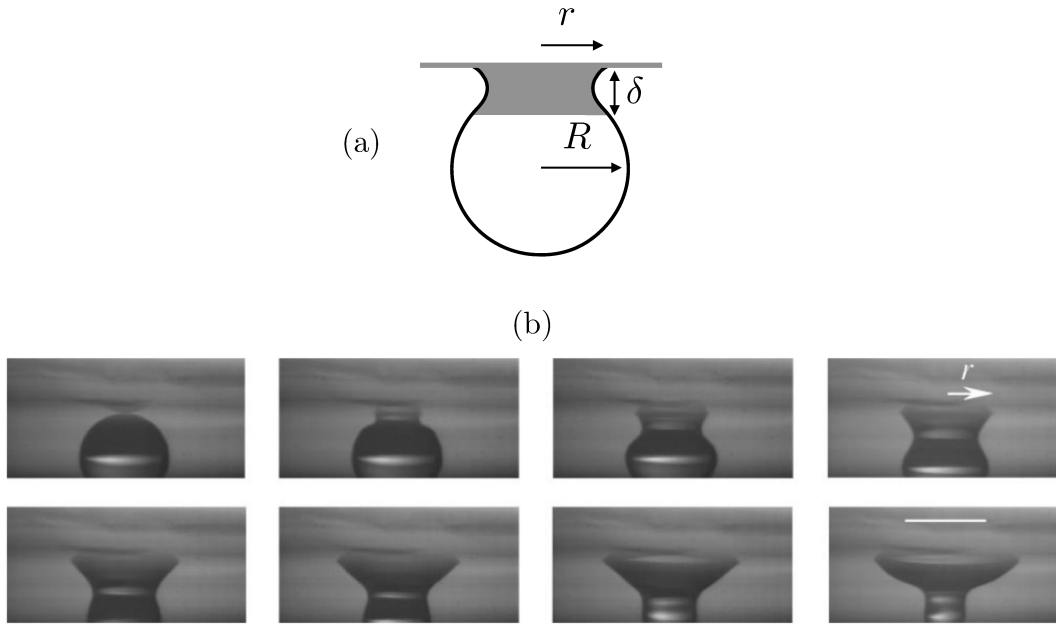


FIGURE 12: **(a)** Expérience de Bianco *et al.* : Une goutte de $5 \mu\text{L}$ repose sur une surface superhydrophobe. Lorsque son sommet est mis en contact avec une plaque de verre hydrophile, la goutte s'étale circulairement avec un rayon r . **(b)** Vues successives de l'expérience : les images sont séparées de 1.11 ms et la barre d'échelle blanche sur la dernière image indique 2 mm . Images tirées de [19].

Au début de l'étalement, les effets visqueux sont négligeables devant l'inertie. La force capillaire motrice $f_c \sim \gamma r$ équilibre l'inertie $ma \sim \rho r^2 \delta r / t^2$, et la hauteur du pont vérifie la relation géométrique suivante : $\delta \sim r^2 / 2R$. En combinant ces expressions, le rayon de contact s'écrit :

$$r \sim \left(\frac{\gamma R}{\rho} \right)^{1/4} t^{1/2}$$

Aux temps plus longs, l'inertie devient négligeable et les forces visqueuses dominent. La goutte prend la forme d'une calotte sphérique, formant un angle de contact dynamique θ avec la surface. L'énergie est dissipée au niveau de la ligne de contact, et la loi de Tanner relie l'angle dynamique à la vitesse d'étalement : $\theta^3 \sim \gamma r / \eta t$. La conservation du volume $r^3 \theta \sim R^3$, permet d'obtenir :

$$r \sim R \left(\frac{\gamma t}{\eta R} \right)^{1/10}$$

Ce système est toutefois assez éloigné de notre expérience, qui d'une part, ne comprend pas de régime inertiel, puisque le nombre de Reynolds est de l'ordre de 10^{-2} et d'autre part, n'implique pas de déplacement de ligne de contact, à priori.

Des régimes inertiels et visqueux gouvernent également la coalescence de deux gouttes, étudiée entre autres, par Eggers *et al.* [20]. Lorsque l'inertie domine, la dynamique de coalescence rejoint celle d'un étalement inertiel. Cependant, à l'inverse de l'étalement, le régime visqueux de coalescence survient aux temps courts et suit une dynamique différente. La situation est présentée sur la figure 13(a). Deux gouttes de rayon R coalescent, et sont reliées par un pont liquide de rayon r_m . Le ménisque peut ainsi être représenté comme un anneau de rayon r_m et de largeur Δ .

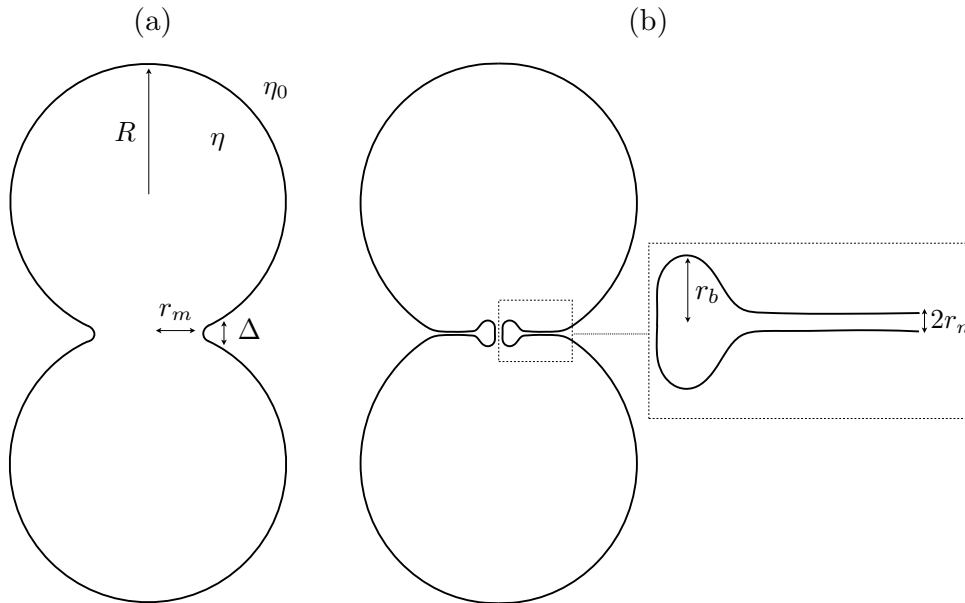


FIGURE 13: Configuration d'Eggers *et al.*. **(a)** Deux gouttes d'un liquide de viscosité η et de rayon R coalescent. Le fluide environnant a une viscosité η_0 égale ou inférieure à celle des gouttes. Le rayon de contact est noté r_m et Δ représente la largeur du ménisque. **(b)** Coalescence en environnement visqueux décrite par Eggers *et al.* : le ménisque enveloppe une poche d'air de rayon r_b reliée au milieu extérieur par un canal de rayon r_n .

Dans cette région fortement courbée, l'extension du pont liquide est engendrée par une force qui s'exerce à la périphérie du ménisque, sur une largeur Δ . La vitesse est donnée par γ/η à l'ordre 0, et les auteurs proposent des corrections logarithmiques qui sont difficiles à mettre en évidence expérimentalement. Par ailleurs, ils montrent que la dynamique dépend du rapport entre la viscosité des gouttes et celle du fluide extérieur. En effet, lorsque la coalescence s'effectue dans un environnement non visqueux, le ménisque forme une pointe. À l'inverse, si la viscosité du fluide extérieur est non négligeable, le ménisque progresse assez rapidement, et enveloppe le fluide extérieur dans une poche. Cette dernière, de forme toroïdale, est reliée à l'extérieur de la zone de coalescence par un canal long et étroit. La figure 13(c) illustre la situation en vue de coupe : le rayon r_b de la poche fixe la largeur Δ , et le rayon de coalescence évolue plus lentement que dans le cas non visqueux.

Cette poche piégée rappelle celle observée par Reyssat *et al.*, lorsqu'un film fluide de faible viscosité est percé dans un environnement visqueux [21]. Alors que le trou du film s'agrandit, le fluide s'accumule sur sa périphérie et forme un bourrelet similaire à celui décrit par Eggers. Cette structure est également adoptée par un film de polymère visqueux qui démouille alors qu'il est pris en sandwich entre deux couches d'un autre polymère moins visqueux [22]. Dans ces trois situations, le rayon de la poche emprisonnée impacte la dynamique. C'est aussi le cas dans l'adhésion de films minces qui développe une forme semblable. En effet, la courbure du ménisque engendre une dépression qui aspire du liquide et alimente la coalescence. Les films se creusent en périphérie du ménisque qui enveloppe ainsi une poche d'air. De nouveau, le rayon de la poche fixe la courbure et influe sur la dynamique.

Nous refermons cette parenthèse sur la structure particulière du ménisque pour revenir aux dynamiques en t^n mesurées lors de l'adhésion de films minces. Comme nous l'avons vu, les phénomènes d'étalement et de coalescence mettent en jeu la croissance

d'un pont liquide cylindrique, dont le rayon augmente au cours du temps comme une loi de puissance. Cependant, les exposants mesurés par Zeng *et al.* [15, 16] sont différents : ils sont supérieurs à celui d'une coalescence visqueuse et inférieurs à celui d'un étalement inertiel. Les auteurs expliquent cette différence par le fait que ce sont des films qui coalescent. Par conséquent, ce n'est pas vraiment un étalement et, à l'inverse des gouttes, la coalescence s'effectue avec un réservoir fini. Le mécanisme est donc limité par la quantité de liquide disponible, ce qui soulève une nouvelle interrogation : comment se propage un front lorsqu'il ne dispose pas d'un réservoir infini ?

Combustion

Un bel exemple de dynamique "rationnée" est proposé par Zik *et al.*, avec une situation, radicalement différente de la nôtre à première vue, mais qui conduit à la formation de doigts d'une ressemblance troublante à ceux de notre expérience préliminaire. Il s'agit de la combustion d'une feuille de papier confinée dans une cellule de Hele-Shaw [23, 24]. Dans l'expérience, présentée en figure 14(a), le front de combustion se propage face à un écoulement uniforme d'oxygène.

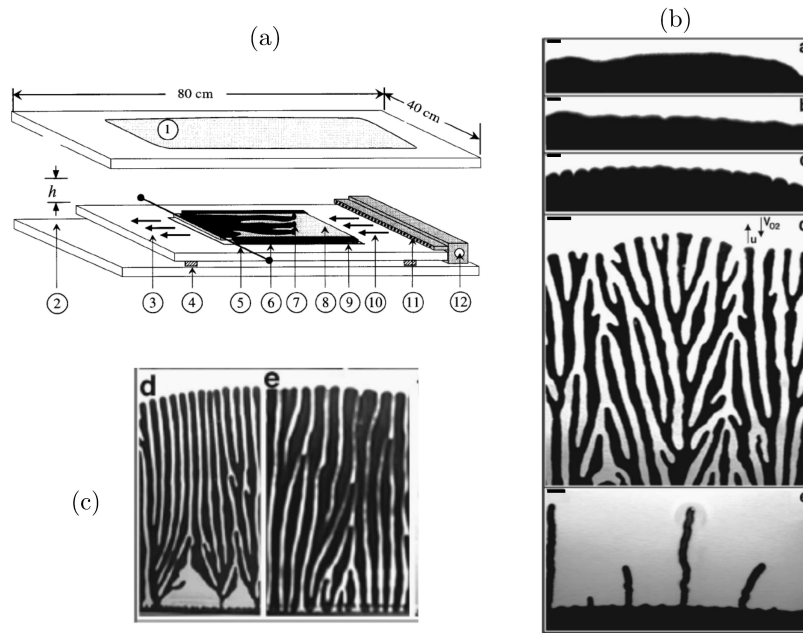


FIGURE 14: Combustion d'une feuille de papier [23, 24]. (a) Dispositif expérimental : (1), (9) plaque de verre, (3) écoulement des produits de combustion dégagés (5) câble de tungstène initiant la combustion, (7) front de combustion, (8) combustible, (10) écoulement uniforme d'oxygène/azote. (b) Motifs de la combustion d'une feuille de papier, face à un écoulement d'oxygène. La feuille est insérée entre deux plaques espacées de 0.5 cm. L'écoulement est dirigé vers le bas et la région carbonisée (en noir) se propage en sens inverse. Chaque image correspond à une vitesse d'écoulement d'oxygène, décroissante depuis l'image (a) vers l'image (e), et comprise entre 11.4 cm/s et 0.1 cm/s. La ligne en haut des images a une longueur d'un centimètre. (c) Impact de la capacité du front à dégager de la chaleur sur la largeur des doigts. L'écoulement de gaz est composé d'azote et d'oxygène (d) ou d'oxygène uniquement (e). Le front dégage davantage de chaleur en présence d'azote ce qui amincit les doigts.

Qualitativement, la formation de ces doigts peut s'expliquer de la manière suivante. La concentration en oxygène s'amointrit au voisinage du front de combustion qui consomme le réactif pour se propager. Ainsi, la propagation d'un front uniforme tend à épuiser l'oxygène en amont, ce qui empêche sa propagation. En formant des digitations, la combustion consomme l'oxygène présent entre les doigts, ce qui permet à ces derniers de continuer leur progression. L'instabilité résulte donc de la compétition entre la convection et la diffusion en oxygène, comparées par le nombre de Péclet $Pe = V_{O_2}h/D$ où V_{O_2} est la vitesse de l'écoulement d'oxygène, h la distance entre les plaques et D le coefficient de diffusion moléculaire. Les différents motifs observés en fonction du nombre de Péclet sont présentés sur la figure 14(b), où la région brûlée (en noir) se propage de bas en haut sur chaque image. Si à grand Péclet, le front est sensiblement uniforme, des motifs ramifiés sont observés en-dessous d'une valeur critique Pe_c . Comme on peut le voir, la distance entre les doigts dépend du nombre de Péclet. Par contre, leur largeur est déterminée par la capacité du front à libérer de la chaleur. Les auteurs n'ont pas modélisé ce comportement mais l'ont observé en réalisant des expériences où les pertes de chaleur sont plus importantes. Par exemple, si de l'azote (non réactif) est ajouté à l'écoulement d'oxygène, le front dégage davantage de chaleur et les doigts sont plus fins. Ce comportement est illustré sur la figure 14(c) : l'écoulement de gaz est composé d'un mélange d'azote de d'oxygène sur l'image de gauche tandis qu'il ne contient que de l'oxygène sur celle de droite où les doigts sont plus larges.

Dans cette expérience, le réservoir fini est donc l'élément déstabilisant : si il y a assez d'oxygène (Péclet au-dessus du seuil), les doigts ne se forment pas. Cette dynamique de combustion peut-elle nous aider à interpréter les digitations observées lors du collage de films minces ? Il est possible que le réservoir fini soit également responsable du déclenchement de l'instabilité observée dans l'expérience préliminaire ainsi que celles de Zeng *et al.* [15, 16]. Nous proposons une explication qualitative du mécanisme dans le prochain paragraphe.

Mécanisme qualitatif de l'instabilité d'adhésion de films minces

Notre interprétation du phénomène diffère de celle de Zeng *et al.*. En effet, nous pensons que le mécanisme de Saffman-Taylor est absent du système et que le réservoir fini est la clé des instabilités observées dans l'expérience préliminaire et par le groupe d'Israelachvili, qui résultent des mêmes mécanismes. Reprenons les premiers instants de l'expérience de Zeng *et al.*, où les deux films de polymère sont reliés par un pont liquide. Celui-ci s'étend radialement grâce à l'aspiration de liquide engendrée par le gradient de pression exercé sur le pourtour du ménisque. Pour avancer, le front d'adhésion se "nourrit" de liquide. Si le front reste droit, il va consommer rapidement le film présent en amont de l'interface. Ce film étant très mince, sa régénération est à priori très lente, si bien que rapidement le film ne pourra plus alimenter le front. En revanche, si le front se déstabilise sous la forme de doigts espacés, ces derniers pourront avancer efficacement en pompant le polymère qui les entoure. Le pourtour d'un doigt constitue donc une région pauvre en liquide, où l'adhésion des films est entravée. Un autre doigt ne peut se former qu'à une certaine distance du premier, ce qui explique que les doigts de liquide sont séparés par des doigts d'air, que Zeng *et al.* attribuaient au mécanisme de Saffman-Taylor. Afin d'éviter toute confusion, ces doigts d'air seront désignés par le terme de canaux d'air dans la suite du manuscrit.

Ce mécanisme soulève diverses questions que nous abordons au cours de cette thèse. Dans une première partie de ce manuscrit, une version mieux contrôlée de l'expérience préliminaire est explorée. Nous montrons que les motifs de l'instabilité sont déterminés par la géométrie du système, et portons ensuite notre attention sur la dynamique globale de l'interface. La seconde partie s'intéresse à la dynamique d'un doigt unique, modélisée par la croissance d'un pont capillaire reliant une surface solide à un bain liquide. Les variations de la hauteur du pont, de la profondeur du bain et des propriétés du liquide conduisent à différents régimes, qui révèlent parfois une relation complexe entre la dynamique d'extension et la géométrie du système. La dernière partie précise, par le biais d'une expérience modèle, le mécanisme d'aspiration rencontré au cours des deux premiers chapitres. Elle explore l'ascension d'un ménisque sur une surface solide, en contact avec un réservoir liquide. Nous montrons que la profondeur du réservoir détermine la dynamique et discutons des mécanismes susceptibles d'alimenter l'ascension lorsque le réservoir fini est un film liquide.

Chapitre 1

Instabilité d'adhésion de films minces

Une part importante des expériences figurant dans ce chapitre a été réalisée par Pierre Lalanne, au cours d'un stage de 3 mois.

1.1 Expérience

L'expérience préliminaire présentée sur la figure 1 ne permet pas de contrôler l'épaisseur de la lame d'air piégée dans l'huile, ce qui mène à une dynamique complexe et irrégulière. Afin de rendre les expériences reproductibles, nous adoptons la configuration schématisée sur la figure 1.1 où les plaques de verre, de dimensions 10 cm x 20 cm, sont disposées en coin grâce à une petite cale (en gris). Nous notons $\alpha \simeq 0.2^\circ$ l'angle entre les plaques, et $h \simeq 100 \mu\text{m}$ l'épaisseur du film d'huile déposée sur chacune d'elles.

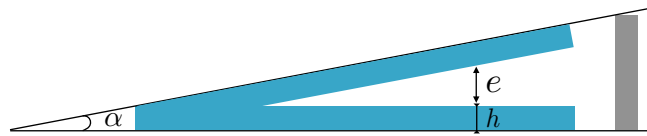


FIGURE 1.1: Version améliorée de l'expérience préliminaire : deux plaques enduites d'un film d'huile silicone (en bleu) d'épaisseur h forment un coin d'angle α .

1.1.1 Dépôt, épaisseur et surface des films d'huile

Ce dispositif expérimental très simple, comprend tout de même une étape de préparation assez délicate : le dépôt d'un film d'épaisseur contrôlée, et la mesure de cette épaisseur.

La création de couches minces et homogènes est souvent effectuée par enduction centrifuge, aussi connue sous le nom de *spincoating* en anglais. Cette méthode consiste à déposer un volume de liquide sur une surface puis à la mettre en rotation à vitesse élevée pour étaler le liquide de manière uniforme. Cependant, afin de limiter les effets de bords, nous avons opté pour des plaques de grandes dimensions, incompatibles avec notre spincoater. Nous avons donc adopté une méthode plus rustique : le raclage. Pour cela, deux cales parallèles de même épaisseur sont placées de chaque côté des plaques, puis un volume d'huile est déposé et étalé à vitesse constante avec un réglet glissant sur les cales. Avec un peu de pratique, la couche déposée est relativement homogène, avec une épaisseur toujours légèrement inférieure à celle des cales. Ce réglet, utilisé pour

les premières expériences réalisées avec des angles $\alpha \simeq 0.07^\circ$ et 0.3° , a ensuite été remplacé par une barre d'enduction striée, permettant un dépôt beaucoup plus homogène.

Une fois que le film est étalé, il faut mesurer son épaisseur. Pour cela, nous avons d'abord employé une méthode indirecte, basée sur la pesée d'un film de polymère réticulé. Pour commencer, une plaque de verre est enduite d'une couche de polyvinylsiloxane (PVS), un polymère initialement liquide, qui réticule en une dizaine de minutes en présence d'un catalyseur. Une fois le film solidifié, il est découpé en plusieurs morceaux que nous pesons. L'épaisseur de chaque morceau est alors déduite de sa masse et de son aire, ce qui donne une estimation de l'homogénéité de la couche et de son épaisseur. Néanmoins, cette méthode n'est pas très précise et ne permet pas de connaître l'épaisseur exacte des films que nous déposons pour chaque expérience. Nous avons donc investi dans un capteur de déplacement confocal (IFS2401-0,12 Confocal displacement sensor de Micro-Epsilon) qui permet de mesurer directement l'épaisseur d'un film transparent, par une méthode confocale polychromatique. Le principe est le suivant : le dispositif, placé au dessus du film, envoie une lumière polychromatique comprenant une vaste gamme de longueurs d'ondes. Un objectif diffractant permet ensuite de focaliser chaque longueur d'onde à une profondeur différente. Le capteur réceptionne la longueur d'onde qui correspond à la mise au point sur le film, et en déduit son épaisseur. Ce capteur possède deux grands avantages : tout d'abord il permet de mesurer des épaisseurs comprises entre 30 et 120 μm , une gamme difficilement mesurable par d'autres techniques, comme la pesée ou l'interférométrie optique. Par ailleurs, la mesure est possible même si le liquide et le substrat ont des indices optiques proches, ce qui est le cas de l'huile silicone et du verre. Grâce à ce capteur, les épaisseurs peuvent être mesurées à différents endroits du film avant chaque expérience, ce qui a été effectué pour une partie d'entre elles. Les mesures révèlent que l'épaisseur est relativement homogène sur une grande partie du film, avec une variation d'au plus 5 μm . En revanche, les bords du film sont souvent plus épais : leur épaisseur peut dépasser celle du film de 10 μm .

Une dernière précision technique concerne la surface couverte par les couches, qui est inférieure à celle des plaques et laisse deux zones sèches : la zone en contact avec la cale et la région du coin. En effet, si le coin est rempli de liquide, les deux plaques ne sont pas en contact direct et la compression du film d'huile proche du coin risque de modifier l'épaisseur de la lame d'air. Cette situation est difficile à éviter puisque les deux couches doivent être en contact pour initier l'adhésion, mais nous limitons l'effet en laissant une zone sèche large de 2 cm depuis le coin. Toutefois, nous n'avons pas trouvé cette astuce immédiatement, donc les couches d'huile s'étendent jusqu'au coin pour les premières expériences réalisées avec un angle $\alpha \simeq 0.07^\circ$.

1.1.2 Une expérience typique

La figure 1.2 présente des vues successives d'une expérience réalisée avec une huile colorée en bleu grâce au colorant silicone Silc Pig de Création Silicone. L'huile a une viscosité $\eta = 50 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ et forme une couche d'épaisseur $h \simeq 100 \mu\text{m}$ sur chaque plaque. La cale est située au-delà du bord supérieur des images et impose un angle $\alpha \simeq 0.07^\circ$. Le temps initial est défini comme l'instant où la plaque supérieure est déposée sur la cale, et le temps écoulé depuis est précisé en dessous de chaque image.

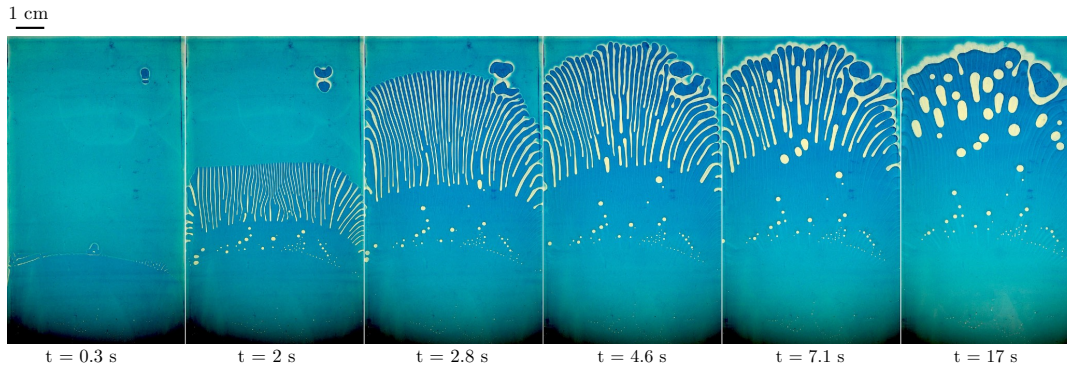


FIGURE 1.2: Vues successives d’une expérience réalisée avec une huile de viscosité $\eta = 50$ mPa.s, colorée en bleu, formant initialement une couche d’épaisseur $h \simeq 100$ μm sur chaque plaque. Ces dernières sont disposées en un coin d’angle $\alpha \simeq 0.07^\circ$, grâce à une cale située au-delà du haut des images. Le temps depuis l’instant initial est indiqué sous les images.

La coalescence des couches est immédiate dans le coin. L’interface progresse alors dans la direction d’épaisseur d’air croissante mais ne se déstabilise pas tout de suite. Les premières ondulations apparaissent au bout de 0.3 s, à une distance $x \simeq 3$ cm de l’arête du coin. Dès lors, comme pour l’expérience préliminaire, des doigts d’huile séparés par des canaux d’air se forment. Leur sommet et leur partie basse, que nous appelons respectivement le bout et la base, se déplacent vers la cale mais avec des vitesses différentes. Ainsi, la longueur des doigts double entre 2 s et 4.6 s, où elle atteint sa valeur maximale d’environ 4 cm. À partir de 7 s, le bout des doigts n’avance plus et semble même reculer. Seule leur base continue d’avancer alors que les canaux d’air se rétractent, jusqu’à ce que l’interface redevienne lisse. Dans cette dernière phase, la largeur des doigts, constante jusqu’à présent, se met à croître également. Toutefois, certains doigts très larges se distinguent sur l’avant-dernière image. Ils résultent de la coalescence de doigts adjacents : durant la progression, il arrive qu’une partie d’un doigt fusionne avec son voisin, créant ainsi un doigt de plus grande largeur. Le canal d’air qui séparait les deux doigts d’huile, pincé pendant la coalescence, se ferme et relaxe progressivement vers une forme circulaire. Les bulles d’air piégées entre les couches sont ainsi les témoins de ces contacts.

Ces images montrent que cette adhésion de films minces est très riche, nous l’explorons en variant trois paramètres : la viscosité de l’huile η variée entre 50 et 1000 mPa.s, l’épaisseur des couches h comprise entre 35 et 250 μm et l’angle α formé par les plaques compris entre 0.07° et 0.3° . Pour un angle donné, l’expérience ne peut être réalisée qu’avec une gamme restreinte d’épaisseurs d’huile. En effet, celle-ci doit être suffisamment grande pour que le contact entre les couches s’effectue, mais assez faible pour qu’une lame d’air les sépare. Ainsi, imposer un grand angle nécessite des couches épaisses et inversement.

Avant d’exposer les résultats expérimentaux, nous détaillons plus précisément le mécanisme à l’origine de l’extension des doigts, brièvement présenté dans l’introduction.

1.1.3 Mécanisme de croissance des doigts

Nous avons observé que les doigts s’allongeaient durant la phase d’avancée où le bout des doigts se déplace, quel est donc le mécanisme qui permet leur croissance ?

Pour le comprendre, schématisons l'expérience en vue de dessus sur la figure 1.3. Le coin est situé à gauche et la cale à droite (rectangle gris). Ainsi, l'adhésion des couches d'huile est achevée dans l'ensemble de la région située à gauche des doigts tandis qu'à leur droite, une fine lame d'air sépare toujours les deux couches d'huile. Si l'on effectue une coupe le long de la ligne en pointillés et que l'on regarde vers le coin, chaque doigt nous apparaît sous la forme d'un pont capillaire.

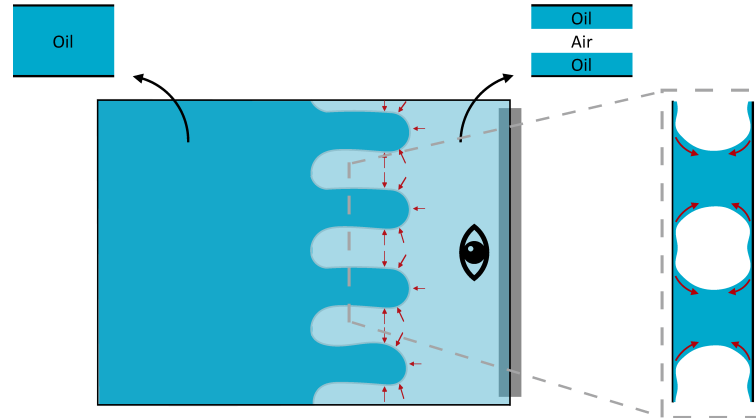


FIGURE 1.3: Explication qualitative de l'extension. Les doigts forment des ponts capillaires qui relient les deux films d'huile. Pour s'étendre, ils puisent l'huile dans les couches autour de leur extrémité, ce qui engendre la formation des canaux d'air.

Si les doigts s'allongent, cela signifie que leur volume augmente. Ils aspirent donc de l'huile, mais quelle est leur source ? L'huile pourrait être pompée dans la région en amont du bout des doigts. Cependant, l'aspiration s'accompagne d'un amincissement local de la couche, qui s'accroît au cours de la progression en raison de l'accroissement du volume à combler. La couche d'huile étant de plus en plus mince, le débit d'huile pompée diminuerait très rapidement. L'autre option consiste à aspirer l'huile de part et d'autre du bout des doigts. Ainsi, le volume disponible est plus important et l'amincissement local du film d'huile, engendré par cette aspiration latérale, ne gêne pas la progression des doigts.

Les expériences réalisées avec de l'huile colorée montrent que les doigts optent pour la seconde possibilité. La figure 1.4 présente deux images issues d'une expérience réalisée avec une huile colorée de viscosité $\eta = 50$ mPa.s. Les couches ont une épaisseur $h \simeq 50 \mu\text{m}$ et l'angle vaut $\alpha \simeq 0.07^\circ$. L'image de gauche est extraite de la phase d'avancée tandis que le bout des doigts est immobilisé sur celle de droite.

L'intensité de la couleur de l'huile est directement reliée à l'épaisseur de la couche. En effet, la région à gauche des doigts qui est remplie d'huile, apparaît très bleue. À l'inverse, les canaux d'air sont très clairs. Cela signifie que la fraction d'huile dans l'épaisseur entre les plaques est très faible, et prouve que les doigts ont puisé l'huile de cette zone. À l'avant des doigts, une ligne légèrement claire se distingue, mais reste beaucoup moins nette que les canaux. Ainsi, l'huile est aussi puisée à l'avant des doigts, mais en quantité plus faible. L'aspiration d'huile est donc majoritairement effectuée sur le pourtour du bout des doigts, principalement sur ses côtés latéraux.

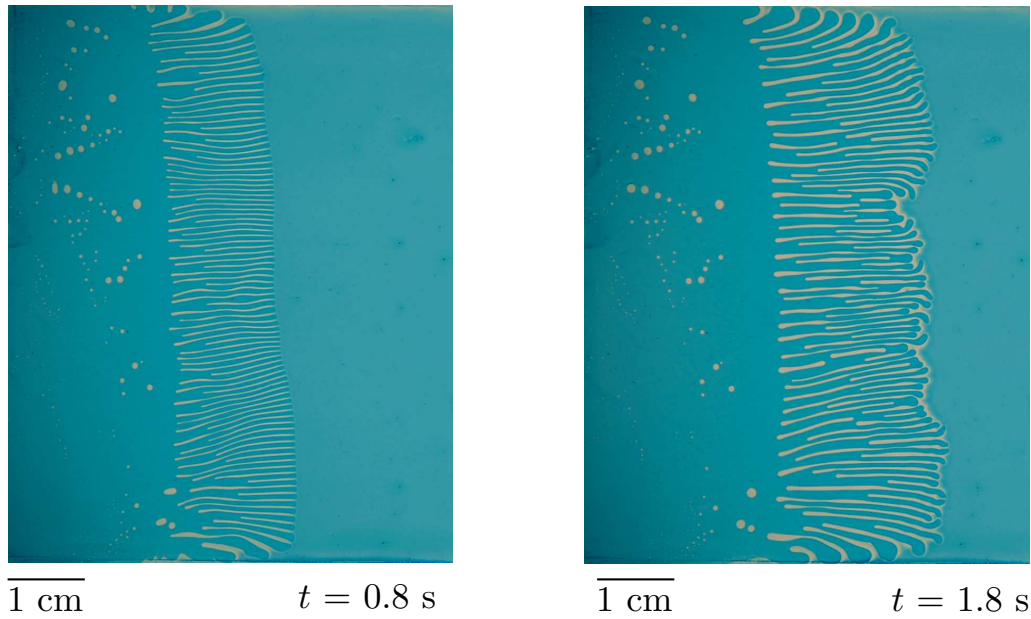


FIGURE 1.4: Images d'une expérience réalisée avec une épaisseur $h \simeq 50 \mu\text{m}$, un angle $\alpha \simeq 0.07^\circ$ et une huile colorée de viscosité $\eta = 50 \text{ mPa}\cdot\text{s}$. Les doigts progressent sur l'image de gauche, qui illustre, via la couleur claire des canaux, que l'aspiration s'effectue essentiellement dans les régions latérales au bout des doigts. Le bout des doigts est immobilisé sur l'image de droite qui montre que l'aspiration en amont des doigts survient davantage à la fin de l'expérience.

Ce mécanisme permet d'explicitier plus précisément la formation des doigts. Pour cela, appuyons-nous sur la série d'images de la figure 1.5 qui présente les premiers instants d'une expérience réalisée avec une huile colorée de viscosité $\eta = 50 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ formant des couches d'épaisseur $h \simeq 100 \mu\text{m}$ avec un angle $\alpha \simeq 0.07^\circ$.

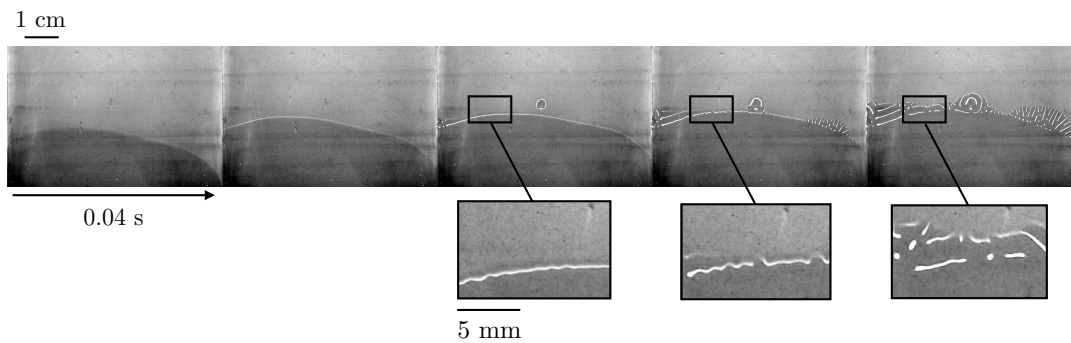


FIGURE 1.5: Vue successive des premiers instants d'une expérience réalisée avec une huile colorée de viscosité $\eta = 50 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, des couches d'épaisseur $h \simeq 100 \mu\text{m}$ et un angle $\alpha \simeq 0.07^\circ$.

Le contact vient d'être établi sur la première image. Le front de collage se situe dans une zone où la distance locale qui sépare les plaques est très faible. Les films d'huile sont comprimés et le front lisse se déplace rapidement. Il ralentit dès qu'il atteint une zone où l'épaisseur des couches ne suffit plus à combler l'espace entre les plaques. Un gradient de pression s'exerce alors à l'avant de l'interface et aspire du liquide. L'épaisseur des films est donc réduite localement comme le montre la démarcation claire visible sur la seconde image. Cependant le gradient n'est pas homogène

le long de l'interface. Certaines parties vont prendre de l'avance et engendrer les ondulations de l'interface, que l'on distingue sur la troisième image. Les sommets aspirent l'huile qui les entoure tandis que les creux peinent à rattraper leur retard, ce qui amène à la formation des premiers doigts, présents sur la dernière image.

La formation des doigts et leur extension repose donc sur une aspiration d'huile latérale localisée autour du bout des doigts. Ce chapitre se poursuit avec les résultats expérimentaux obtenus : la géométrie de l'instabilité est caractérisée dans un premier temps, puis la dynamique de l'interface est étudiée.

1.2 Résultats expérimentaux

Pour commencer, nous discutons des caractéristiques géométriques de ce motif de digitation. Nous examinons la largeur des doigts d'huile et des canaux d'air avant de nous intéresser à leur longueur. L'aspect dynamique est ensuite exploré. La position relative des fronts d'adhésion situés à l'avant et à l'arrière des doigts est mesurée au cours du temps, puis la dynamique globale de la frontière huile/air est étudiée.

1.2.1 Caractéristiques géométriques

Nous remercions chaleureusement Emmanuelle Guillard pour nous avoir aiguillé vers les algorithmes nécessaires et Barbara Bouteille, qui a réalisé les premières étapes essentielles à l'analyse d'image automatisée sous Python.

Largeur des doigts d'huile

Nous portons notre attention sur la largeur des doigts qui est mesurée de manière différente selon l'aspect des doigts ou la qualité des images de l'expérience. Lorsqu'ils sont très resserrés ou que l'interface n'est pas bien démarquée par rapport à l'arrière-plan, une méthode directe et visuelle est utilisée, et s'appuie sur les outils du logiciel ImageJ. Les images sont d'abord binarisées : les pixels apparaissent noirs dans la région où les couches ont coalescé, tandis qu'ils sont blancs lorsque les deux films sont séparés d'une lame d'air. Ensuite, le profil d'intensité des pixels est tracé sur une ligne perpendiculaire à direction de propagation des doigts. Les doigts sont parfois sinueux, mais leurs bouts restent relativement parallèles donc cette ligne est située légèrement en amont du bout des doigts, comme illustré en rouge sur la figure 1.6. La largeur moyenne sur l'image est obtenue en moyennant le nombre de pixels noirs, et le processus est répété pour l'ensemble des images de l'expérience. Cette méthode, est relativement simple mais assez lente puisqu'il faut toujours tracer le profil perpendiculairement à la direction des doigts et il arrive que ces derniers ne soient pas parallèles.

La seconde méthode, illustrée sur la figure 1.7, repose sur les algorithmes de traitement d'image développés sous Python par Emanuelle Guillard & van der Walt *et al.* dans le projet Scikit-image [25] ainsi que ceux du projet Astropy développés par Koch *et al.* [26]. Le processus consiste à séparer l'interface de l'arrière plan puis à fermer le contour de chaque doigt en reliant les bases des canaux d'air. Ensuite, une "squelettisation" est appliquée sur chaque doigt pour construire leur ligne centrale (en noir sur l'image 1.7(b)). Pour finir, la demi-largeur est calculée en déterminant pour chaque abscisse du squelette x_{curv} , la distance minimale qui la sépare du contour.

La figure 1.7(a) montre l'image originale d'une expérience réalisée avec une huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s, formant une couche d'épaisseur $h \simeq 123$ μm et un angle

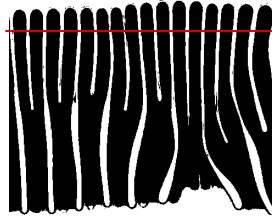


FIGURE 1.6: Exemple de traitement d'image avec le logiciel ImageJ : l'image est binarisée pour que la région où les couches ont coalescé apparaisse noire tandis qu'elle est blanche aux endroits où une lame d'air reste piégée entre les films. La largeur est mesurée grâce au profil d'intensité des pixels tracé le long de la ligne rouge. L'image est issue d'une expérience réalisée avec $\eta = 500$ mPa.s, $h \simeq 87$ μm et $\alpha \simeq 0.17^\circ$.

$\alpha \simeq 0.21^\circ$. Le résultat obtenu après le traitement est présenté sur la figure 1.7(b). Les doigts sont numérotés de 0 à 10, et leurs squelettes sont représentés par les lignes noires, caractérisées par une abscisse curviligne x_{curv} . La couleur des doigts, du blanc au bleu foncé, correspond à la distance normalisée entre la ligne centrale du doigt (en noir) et son contour (gris). Il arrive que la "squelettisation" ne s'effectue pas correctement, c'est le cas du doigt n°10 qui n'est donc pas pris en compte pour cette image. Grâce aux demi-largeurs calculées, la largeur W_d le long de la ligne centrale est représentée sur la figure 1.7(c). Chaque couleur est associée à un doigt et, pour faciliter la lecture, les graphiques de gauche et droite correspondent respectivement aux doigts numérotés de 0 à 4 et 5 à 9 sur la figure 1.7(b).

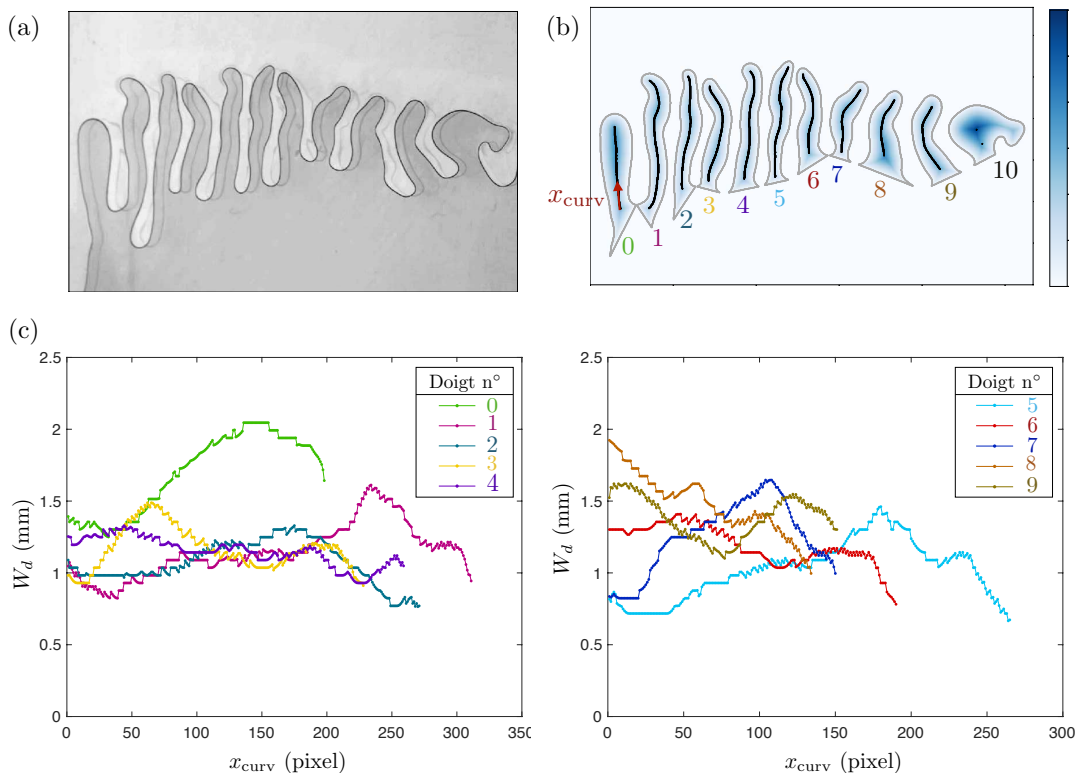


FIGURE 1.7: Exemple de traitement d'image par la méthode Python. (a) Image issue d'une expérience réalisée avec $\eta = 500$ mPa.s, $h \simeq 123$ μm et $\alpha \simeq 0.21^\circ$. (b) Résultat du traitement d'image : chaque doigt est isolé et sa largeur est calculée en évaluant la distance entre sa ligne centrale (en noir) et son contour (en gris). (c) Largeur le long de la ligne centrale des doigts n°0 à 4 (gauche) et n°5 à 9 (droite).

La largeur le long du doigt n°0 (vert) fluctue de 50 %, tandis que celle du doigt n°8 diminue de moitié entre les deux extrémités. À l'exception de ces doigts, les largeurs dépendent peu de x_{curv} , et sont donc assez homogènes. De plus, W_d dépend peu du doigt considéré, donc nous pouvons calculer une largeur moyenne W_{oil} pour chaque image, qui vaut environ 1.2 mm dans notre exemple.

Les deux méthodes sont comparées sur la figure 1.8 qui représente l'évolution temporelle de largeur moyenne W_{oil} calculée avec ImageJ (cercles pleins) et Python (cercles vides) pour différentes expériences. Chaque couleur correspond à un couple d'angle α et d'épaisseur h précisé dans la légende.

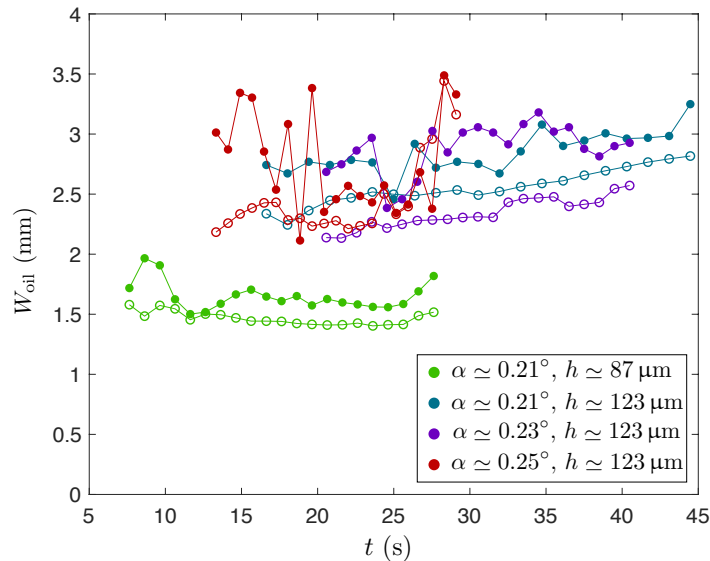


FIGURE 1.8: Largeur moyenne des doigts W_{oil} en fonction du temps t , mesurée par la méthode ImageJ (cercles pleins) ou Python (cercles vides). La couleur indique la combinaison d'angle α et d'épaisseur h utilisée. Les deux méthodes conduisent à des résultats similaires.

Les largeurs mesurées sous Python sont toujours légèrement inférieures à celles obtenues par ImageJ mais les deux méthodes aboutissent tout de même à des résultats assez proches. En effet, l'expérience réalisée avec un angle $\alpha \simeq 0.23^\circ$ et une épaisseur $h \simeq 123 \mu\text{m}$, donne les résultats les plus éloignés, pour lesquels les largeurs ne diffèrent que d'un demi-millimètre en moyenne, soit environ 20 % d'erreur. Ainsi, les deux méthodes concordent et nous utilisons l'une ou l'autre selon l'aspect des images pour déterminer les paramètres qui influent sur la largeur des doigts.

La figure 1.9 présente l'évolution temporelle de la largeur W_{oil} des doigts pour des expériences réalisées avec différentes épaisseurs d'huile $h \simeq 35$ (vert), 60 (bleu) et 80 μm (violet), pour des angles $\alpha \simeq 0.15^\circ$ (a) et $\alpha \simeq 0.21^\circ$ (b).

Dans les deux cas, pendant la phase de croissance des doigts, la largeur semble constante au cours du temps. Pour $\alpha \simeq 0.21^\circ$, les mesures sont poursuivies à temps long et comprennent la période où le bout des doigts cesse d'avancer. Dans ce régime, les canaux d'air se rétractent tandis que les doigts d'huile s'élargissent.

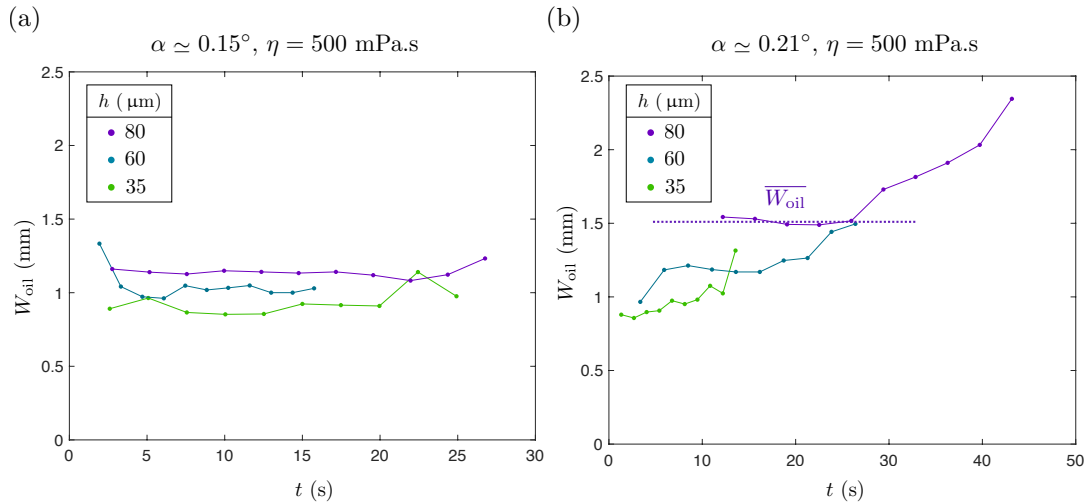


FIGURE 1.9: Largeur des doigts W_{oil} en fonction du temps pour des expériences réalisées avec $\eta = 500$ mPa.s, des épaisseurs d'huile $h \simeq 35$ (vert), 60 (bleu) et 80 μm (violet), et des angles $\alpha \simeq 0.15^\circ$ (a) et $\alpha \simeq 0.21^\circ$ (b).

Nous portons notre attention sur la phase de croissance où le bout des doigts se déplace, et calculons la largeur moyenne des doigts \overline{W}_{oil} durant cette période. La figure 1.10(a) présente l'évolution de la largeur moyenne en fonction de l'épaisseur d'huile h pour des expériences réalisées avec des huiles de viscosité $\eta = 50, 500$ et 1000 mPa.s, et des angles α compris entre 0.07 et 0.25° associés à une couleur. La droite en pointillés est un ajustement de pente 20.

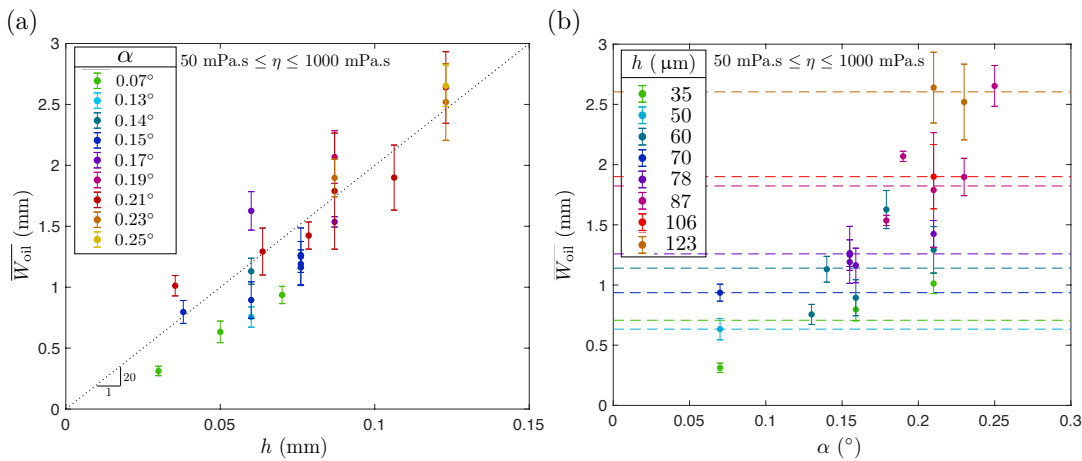


FIGURE 1.10: Influence de l'épaisseur d'huile (a) et de l'angle (b) sur la largeur moyenne \overline{W}_{oil} des doigts durant leur progression. Les mesures correspondent à des huiles de viscosité $\eta = 50, 500$ ou 1000 mPa.s, des épaisseurs d'huile h comprises entre 35 et 123 μm et des angles α allant de 0.07 à 0.25° . La droite en pointillés du graphique de gauche est un ajustement de pente 20 et les lignes en tirets du graphique de droite correspondent à la largeur moyenne pour une épaisseur d'huile donnée.

À l'exception des points mesurés pour $\alpha \simeq 0.17^\circ$ (violet), la largeur augmente avec l'épaisseur d'huile. Ainsi, pour un angle $\alpha \simeq 0.21^\circ$ (rouge), la largeur passe de 1 à 2 mm lorsque h varie de 35 à 100 μm . L'alignement des points sur la droite en pointillés, confirme que la largeur est déterminée par l'épaisseur.

Il s'agit maintenant d'évaluer si l'angle joue également un rôle dans la sélection de la largeur. Pour cela, $\overline{W}_{\text{oil}}$ est tracée en fonction de l'angle α sur la figure 1.10(b) pour des épaisseurs d'huile h comprises entre 35 et 123 μm et des huiles de viscosité $\eta = 50, 500$ et 1000 mPa.s. Chaque couleur correspond à une épaisseur précisée dans la légende. Les lignes en tirets correspondent à la largeur moyenne pour une épaisseur d'huile donnée.

À première vue, il est tentant de conclure que la largeur croît avec l'angle. En effet, pour $h \simeq 35 \mu\text{m}$ (vert), la largeur passe de 0.3 mm pour $\alpha \simeq 0.07^\circ$ à 1 mm pour un angle trois fois plus grand. Cependant, d'autres épaisseurs d'huile donnent des tendances plus incertaines. Prenons les expériences réalisées avec $h \simeq 60 \mu\text{m}$ (bleu canard), les largeurs mesurées pour $\alpha \simeq 0.14^\circ$ et $\alpha \simeq 0.17^\circ$ dépassent respectivement celles obtenues pour $\alpha \simeq 0.15^\circ$ et $\alpha \simeq 0.21^\circ$. De même, pour $h \simeq 87 \mu\text{m}$ (rose), les doigts sont plus larges pour $\alpha \simeq 0.19^\circ$ qu'avec $\alpha \simeq 0.21^\circ$ et $\alpha \simeq 0.23^\circ$. Un élargissement relativement grand survient tout de même entre $\alpha \simeq 0.23^\circ$ et $\alpha \simeq 0.25^\circ$, mais cet angle assez élevé s'approche d'un cas "limite" observé pour $\alpha \simeq 0.3^\circ$ que nous détaillerons par la suite.

En résumé, l'angle n'a pas d'influence prépondérante sur la largeur des doigts, qui semble être uniquement déterminée par l'épaisseur d'huile.

Qu'en est-il de la largeur des canaux d'air? Suit-elle la même évolution que celle des doigts d'huile? Afin de répondre à ces interrogations, nous étudions cette évolution dans le paragraphe suivant.

Largeur des canaux d'air

À l'inverse des doigts d'huile, la largeur d'un canal d'air varie le long de ce dernier. En effet, la trajectoire des doigts n'est pas parfaitement rectiligne et il est assez fréquent que les bouts de deux doigts voisins s'éloignent ou se rapprochent au cours de leur progression. Ainsi, l'une des extrémités d'un canal d'air peut être évasée tandis que l'autre est étranglée. Ces variations sont illustrées sur la figure 1.11, qui présente une succession d'images séparées de 1.6 s et issues d'une expérience réalisée avec une huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s, un angle $\alpha \simeq 0.21^\circ$ et une épaisseur $h \simeq 60 \mu\text{m}$.

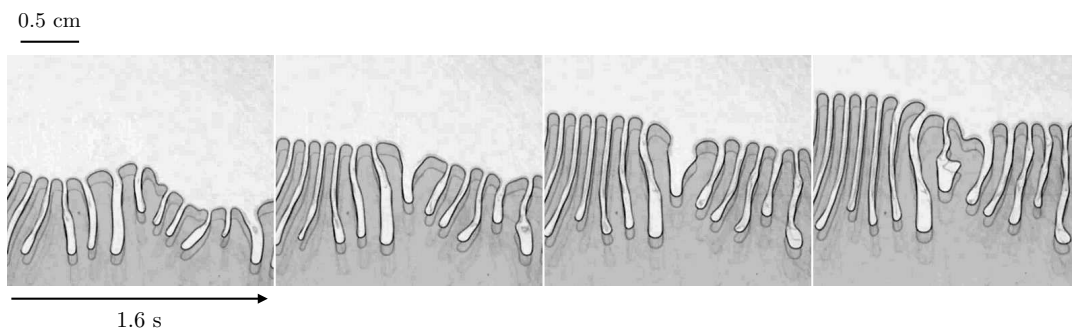


FIGURE 1.11: Exemple des différences de largeur qui peuvent s'établir le long d'un canal d'air. Le canal situé au centre des images subit d'importantes variations de largeur, tandis que la plupart des canaux sont plutôt rectilignes, avec une base un peu plus large. Ces vues successives, séparées de 1.6 s, sont issues d'une expérience réalisée avec $\eta = 500$ mPa.s, $\alpha \simeq 0.21^\circ$ et $h \simeq 60 \mu\text{m}$.

Observons le canal d'air situé au centre des images. Sur la première, sa largeur est relativement homogène, mais dès la seconde image, son extrémité s'est fortement évasée car les deux doigts l'entourant se sont écartés. L'écart s'accroît sur la troisième image, mais il est brusquement refermé sur la quatrième alors que le bout du doigt de droite s'est subitement déplacé vers la gauche. Une telle variation de largeur le long d'un canal d'air n'est toutefois pas la norme, comme le montrent les autres canaux présents sur ces images. Néanmoins, on constate que leur base (extrémité pointant vers l'huile), est généralement plus évasée que leur bout, notamment parce que les doigts d'huile tendent à s'ouvrir "en éventail". Afin de prendre en compte ces variations locales de largeur, nous utilisons uniquement la méthode Python, pour calculer la largeur moyenne le long d'un canal.

L'évolution temporelle de la largeur des canaux d'air W_{air} est présentée sur la figure 1.12(a) pour des expériences réalisées avec une épaisseur d'huile $h \simeq 60 \mu\text{m}$ et un angle α compris entre 0.14° et 0.21° . Chaque couleur correspond à une valeur de l'angle. À l'inverse des doigts, les canaux d'air s'élargissent constamment au cours de l'expérience. La croissance la plus importante est mesurée sur l'une des courbes obtenues pour l'angle le plus élevé $\alpha \simeq 0.21^\circ$ (rouge), avec une variation de 0.7 à 1.3 mm. Cependant, les largeurs mesurées pour différents angles sont assez proches et varient entre 0.3 et 1.21 mm. De plus, l'agencement des courbes ne semble pas corrélé avec la variation d'angle, ce qui suggère que ce dernier n'influe pas sur la largeur des canaux.

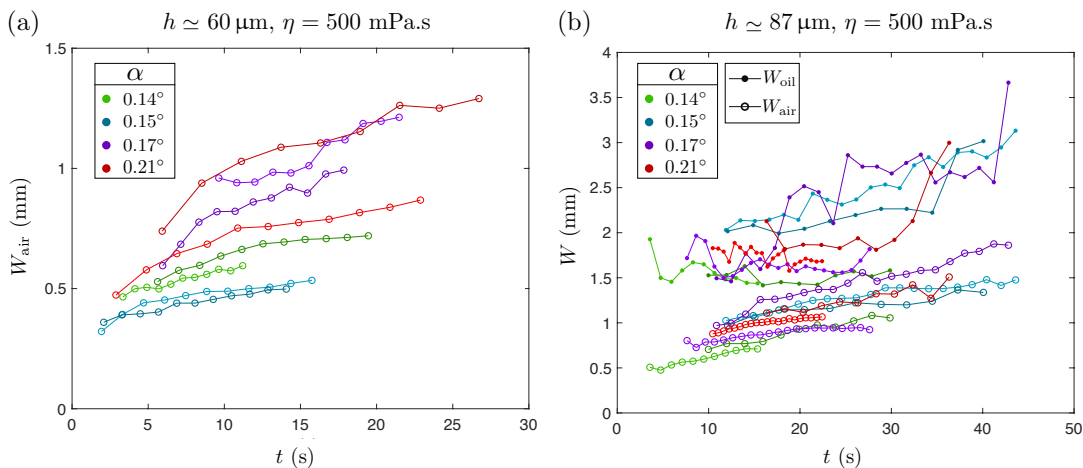


FIGURE 1.12: Largeur des canaux d'air W_{air} (cercles vides) en fonction du temps pour des expériences effectuées avec des angles α compris entre 0.14° et 0.21° et une épaisseur $h \simeq 60 \mu\text{m}$ (a) ou $h \simeq 87 \mu\text{m}$ (b). La figure (b) indique aussi la largeur W_{oil} des doigts d'huile (cercles pleins) mesurée sur les mêmes expériences.

Ces résultats sont similaires pour les autres épaisseurs d'huile, comme le montre la figure 1.12(b) qui présente l'évolution temporelle de la largeur des canaux (cercles vides) W_{air} pour des couches d'épaisseur $h \simeq 87 \mu\text{m}$ et des angles α variant de 0.17° à 0.21° . Ce graphique comprend également les largeurs de doigts d'huile (cercles pleins) mesurées pour les mêmes expériences. De nouveau, la largeur des canaux est croissante et indépendante de l'angle. Par ailleurs, pour un angle donné, les canaux sont toujours plus étroits que les doigts, avec une différence de 0.9 mm en moyenne.

L'impact de l'épaisseur d'huile est exposé sur la figure 1.13 qui représente la largeur des canaux W_{air} en fonction du temps pour différentes épaisseurs d'huile et des angles $\alpha \simeq 0.15^\circ$ (a) ou $\alpha \simeq 0.21^\circ$ (b). Chaque couleur se rapporte à une épaisseur, précisée par la légende. Pour $\alpha \simeq 0.15^\circ$, l'évolution temporelle de la largeur W_{oil} des doigts d'huile est également présente (cercles pleins).

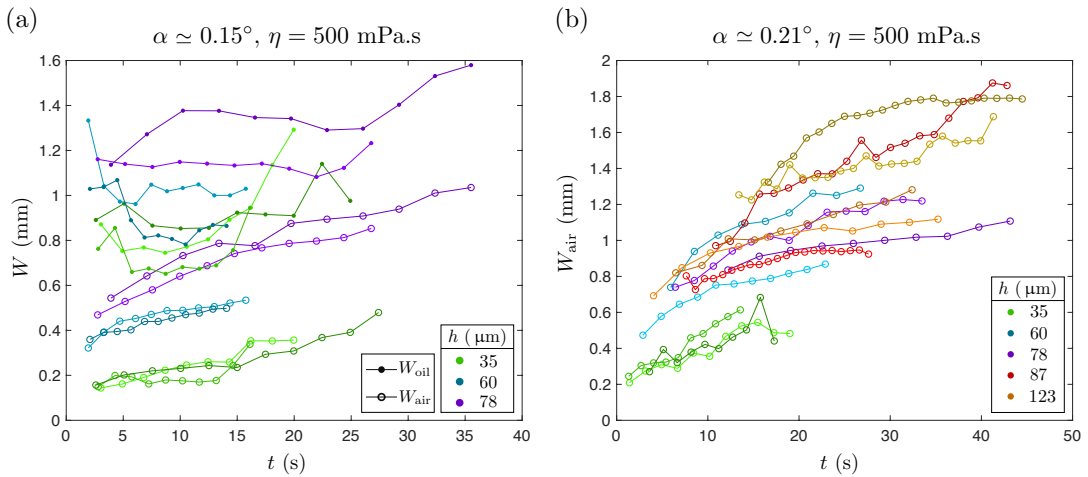


FIGURE 1.13: (a) Largeur des canaux d'air (cercles vides) et des doigts (cercles pleins) en fonction du temps pour un angle $\alpha \simeq 0.15^\circ$ et des couches d'épaisseurs $h \simeq 35$ (vert), 60 (bleu) et 80 μm (violet). (b) Largeur des canaux d'air en fonction du temps pour un angle $\alpha \simeq 0.21^\circ$ et des couches d'épaisseurs h comprises entre 35 et 123 μm .

La largeur des canaux augmente au cours du temps pour les deux angles, et comme précédemment, pour une épaisseur donnée, les doigts d'huile sont plus larges que les canaux. Pour $\alpha \simeq 0.15^\circ$, l'évolution avec l'épaisseur est identique à celle des doigts : la largeur des canaux augmente avec l'épaisseur d'huile et passe d'environ 0.2 mm pour la couche la plus fine à 0.75 mm pour la plus épaisse. Cependant, cette tendance est beaucoup moins claire pour $\alpha \simeq 0.21^\circ$. En effet, la plupart des courbes se mélangent avec des largeurs de canaux comprises entre 0.8 et 1.1 mm. Seules les courbes correspondant aux couches les plus minces et les plus épaisses sont bien situées aux extrémités.

Les mesures effectuées sur les canaux d'air concordent un peu moins que celles provenant des doigts. Néanmoins, ces mesures révèlent que la largeur des doigts et des canaux augmente avec l'épaisseur d'huile tandis que l'angle ne semble pas les modifier. De plus, pour une épaisseur d'huile donnée, les doigts sont toujours plus larges que les canaux d'air. Ces derniers s'élargissent au cours du temps, à l'inverse des doigts dont la largeur est constante durant la phase d'avancée. En effet, la quantité d'huile disponible dans les films doit combler un volume de plus en plus en grand, donc les canaux d'air s'élargissent et la trajectoire des doigts d'huile diverge légèrement.

L'élargissement des canaux serait donc engendré par la conservation du volume. Pour vérifier si nos mesures sont en accord avec cette hypothèse, nous allons comparer les volumes mis en jeu. Appuyons-nous sur la figure 1.14(a). Initialement les films d'huile occupent les régions d'épaisseur h , situées entre les lignes en pointillés et les plaques. Pour progresser, le doigt d'huile aspire l'huile située dans les parties grises dont le volume peut être approximé (par unité de longueur) comme : $2hW_{\text{air}}$. Ce volume aspiré comble ensuite la partie hachurée, dont le volume (par unité de longueur) est : eW_{oil} , où e est l'épaisseur d'air séparant initialement les deux films d'huile. Cette

épaisseur peut être estimée par $e \sim \alpha(x - x_0)$ où x correspond à la position du bout des doigts, et x_0 correspond à la position où se produit initialement la coalescence des deux couches d'huile.

La figure 1.14(b) compare ces deux volumes pour des expériences réalisées avec des angles α compris entre 0.14° et 0.25° , des épaisseurs d'huile h comprises entre 35 et 123 μm et des viscosités η comprises entre 50 et 1000 mPa.s. Chaque couleur est associée à un angle et la ligne continue a une pente 1.

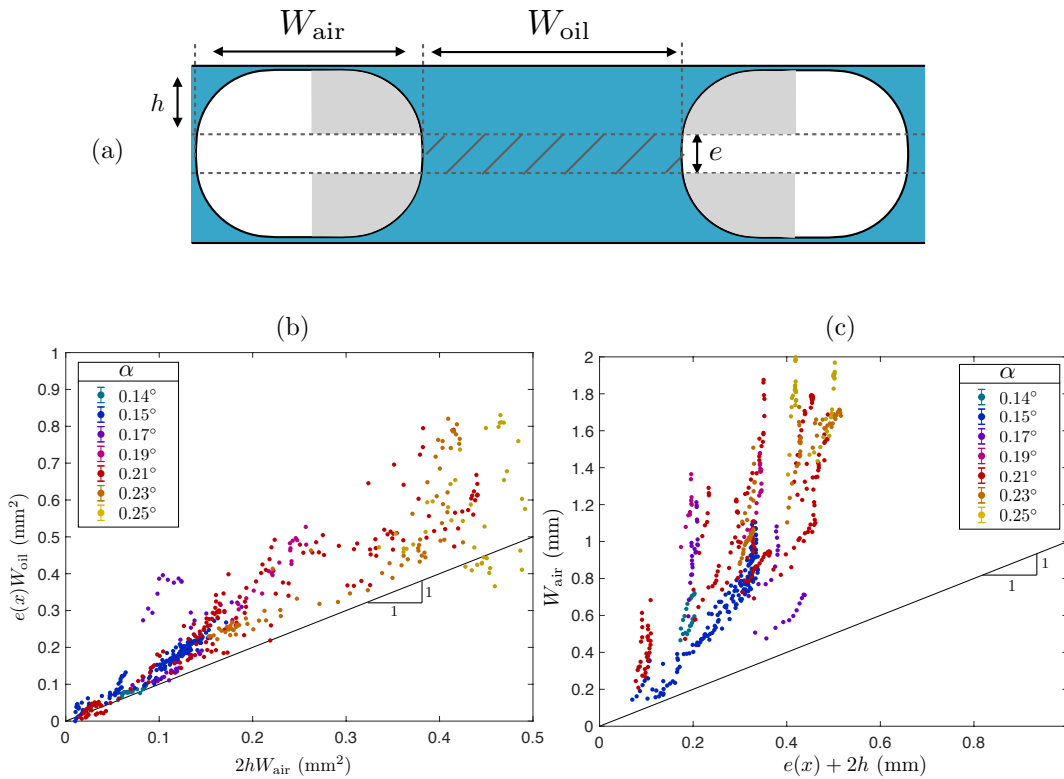


FIGURE 1.14: **(a)** Vue de coupe d'un doigt d'huile situé entre deux canaux d'air. Le doigt aspire l'huile située initialement dans les parties grises pour remplir la partie hachurée. **(b)** Volume eW_{oil} rempli par le doigt en fonction du volume aspiré, approximé par $2hW_{\text{air}}$. Les expériences sont réalisées avec $0.14^\circ \lesssim \alpha \lesssim 0.25^\circ$, $35 \mu\text{m} \lesssim h \lesssim 123 \mu\text{m}$ et $50 \text{ mPa.s} \lesssim \eta \lesssim 1000 \text{ mPa.s}$. La ligne continue de pente 1 correspond au cas hypothétique où les canaux ont une section rectangulaire et l'épaisseur minimale du film séparant les canaux des parois de la cellule est très faible. **(c)** Largeur des canaux d'air en fonction de la distance entre les plaques $\epsilon(x) + 2h$, pour les mêmes expériences que le graphique de gauche. Chaque couleur est associée à un angle. La ligne continue de pente 1 représente le cas où la section des canaux est circulaire.

Si les points s'alignaient sur la droite de pente 1, cela signifierait que le film d'huile séparant les canaux des parois de la cellule serait très mince et que les canaux auraient une section parfaitement rectangulaire, ce qui ne semble pas du tout favorable en termes de coût énergétique. Les canaux ont vraisemblablement une forme arrondie par la tension de surface. Ainsi, les surfaces en arcs de cercle entourant les parties hautes et basses des canaux d'air ne sont pas vidées et le volume aspiré devrait être inférieur au volume disponible $2hW_{\text{air}}$. Cependant, les points s'alignent au-dessus de la droite de pente 1, ce qui indique que le volume comblé par le doigt est supérieur au volume disponible. Ce résultat paradoxal provient vraisemblablement d'imprécisions

sur l'épaisseur d'air qui est déterminée à partir de la mesure de deux positions.

La conservation du volume soulève une interrogation : quelle est l'épaisseur de la couche d'huile résiduelle qui sépare les canaux d'air des parois de la cellule? Sur la vue de coupe 1.14(a), nous avons supposé qu'elle était très faible et que l'air occupait la quasi-totalité de l'espace entre les plaques de verre. Pour vérifier cette hypothèse, la largeur W_{air} des canaux est tracée en fonction de la distance entre les plaques $e(x) + 2h$ sur la figure 1.14(c). Les mesures sont issues d'expériences réalisées avec des angles α compris entre 0.14° et 0.25° , des épaisseurs d'huile h comprises entre 35 et $123 \mu\text{m}$ et des viscosités $\eta = 50, 500$ et 1000 mPa.s . Chaque couleur correspond à un angle. L'ensemble des largeurs mesurées est situé au-dessus de la droite de pente 1, confirmant ainsi que l'épaisseur d'huile séparant les canaux des plaques est très faible. De plus, les largeurs sont environ trois fois plus grandes que la distance séparant les plaques, donc la section des canaux est vraisemblablement fortement allongée.

Nous poursuivons notre examen des caractéristiques géométriques de l'instabilité, avec l'étude de la longueur des doigts.

Longueur des doigts

La longueur ℓ des doigts est définie sur la figure 1.15(a) et correspond à la distance entre la base d'un canal d'air et le bout d'un doigt. L'évolution temporelle de la longueur d'un doigt est présentée sur la figure 1.15(b) pour une expérience réalisée avec une huile de viscosité $\eta = 500 \text{ mPa.s}$, un angle $\alpha \simeq 0.15^\circ$ et des couches d'huile d'épaisseur $h \simeq 80 \mu\text{m}$. Les mesures ont été effectuées sur le doigt indiqué par la flèche ou le cercle rouge sur les images.

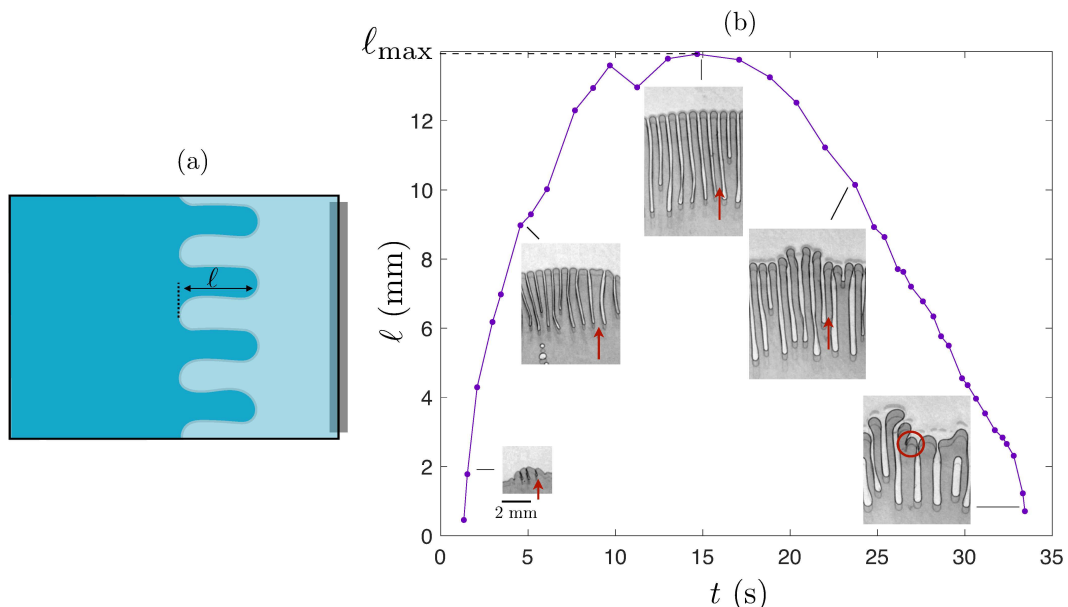


FIGURE 1.15: (a) La longueur des doigts correspond à la distance entre la base d'un canal et le bout d'un doigt. (b) Longueur d'un doigt au cours du temps, mesurée sur une expérience réalisée avec $\eta = 500 \text{ mPa.s}$, $\alpha \simeq 0.15^\circ$ et $h \simeq 80 \mu\text{m}$. Les mesures ont été effectuées sur le doigt indiqué par la flèche ou le cercle rouge sur les images.

La longueur augmente dans un premier temps, avec un allongement de 13 mm pendant les huit premières secondes. L'accroissement mesuré durant cette phase, signifie que la base des canaux d'air se déplace plus lentement que le bout des doigts. Un plateau apparaît ensuite : la longueur croît légèrement puis atteint son maximum $\ell_{\max} \approx 14$ mm vers 15 s, avant de commencer à diminuer. La décroissance est induite par le ralentissement du bout des doigts qui peine à progresser, tandis que la base des canaux d'air se rétracte sous l'effet de la tension de surface. Il est intéressant de remarquer que la décroissance de la longueur s'amorce vers 15 s, avant l'immobilisation du bout des doigts, vers 22 s. Le doigt que nous avons suivi est entouré en rouge sur la dernière image. Vers 33 s, il est sur le point de disparaître avec une longueur inférieure à un millimètre.

L'évolution temporelle de la longueur ℓ est comparée pour différentes épaisseurs d'huile $h \simeq 35$ (vert), 60 (bleu) et 80 μm (violet) avec un angle $\alpha \simeq 0.15^\circ$ sur la figure 1.16(a) et $\alpha \simeq 0.21^\circ$ sur la figure 1.16(b).

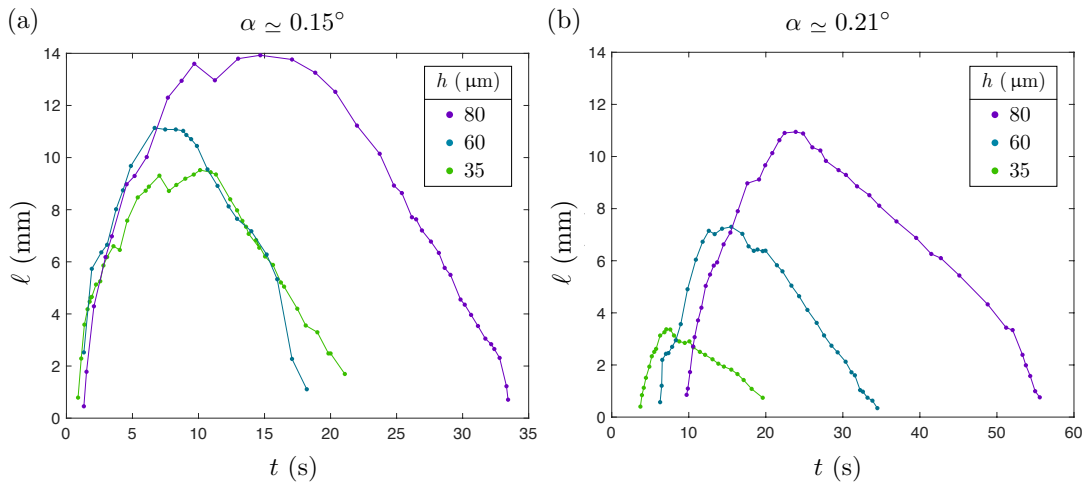


FIGURE 1.16: Longueur ℓ en fonction du temps pour des expériences effectuées avec $\eta = 500$ mPa.s, des épaisseurs $h \simeq 35$ (vert), 60 (bleu) et 80 μm (violet) et des angles $\alpha \simeq 0.15^\circ$ (a) et $\alpha \simeq 0.21^\circ$ (b)

Quel que soit l'angle, la longueur maximale ℓ_{\max} augmente avec l'épaisseur d'huile. Par exemple, entre $h \simeq 35$ et 80 μm , la longueur maximale est multipliée par 1.5 pour $\alpha \simeq 0.15^\circ$ et 2.9 avec $\alpha \simeq 0.21^\circ$. Ainsi, l'angle joue également un rôle sur la longueur des doigts. En effet, pour une épaisseur d'huile donnée, la longueur maximale diminue avec l'angle et ce d'autant plus que la couche est mince. La longueur maximale mesurée pour $h \simeq 35 \mu\text{m}$ varie de 6 mm entre les deux angles, contre seulement 3 mm pour $h \simeq 80 \mu\text{m}$.

Pour résumer, épaissir la couche allonge les doigts, tandis qu'augmenter l'angle les raccourcit. Puisque ces deux paramètres jouent des rôles antagonistes sur la longueur maximale, il convient d'étudier leur rapport h/α qui représente la longueur caractéristique le long de la direction de propagation sur laquelle l'épaisseur d'air varie de h .

La longueur maximale ℓ_{\max} est calculée pour l'ensemble des expériences, et représentée en fonction du rapport h/α sur la figure 1.17. Chaque couleur est associée à un angle et la ligne en pointillés est un ajustement de pente 0.5.

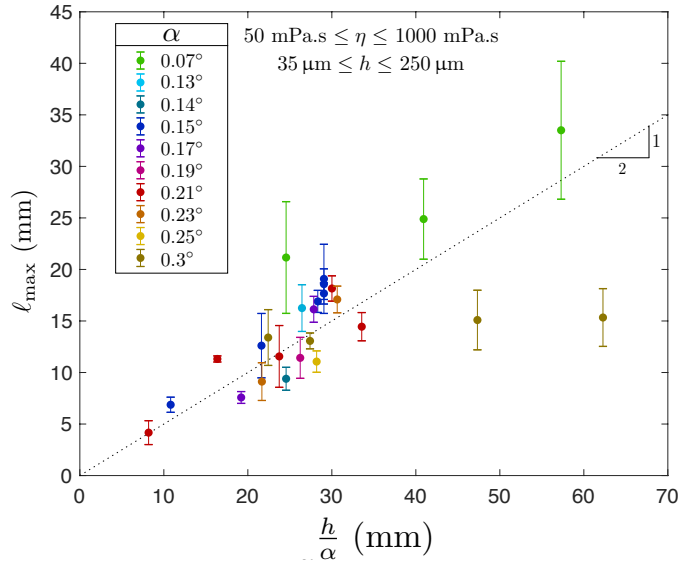


FIGURE 1.17: Longueur maximale ℓ_{\max} en fonction de la longueur caractéristique h/α , pour l'ensemble des expériences, soit des huiles de viscosité $\eta = 50, 500$ ou 1000 mPa.s , formant des couches d'épaisseur h comprises entre 35 et $250 \mu\text{m}$ et des angles α variant entre 0.07 et 0.3° . La droite en pointillés est un ajustement de pente 0.5 .

La longueur maximale ℓ_{\max} évolue linéairement avec la longueur caractéristique h/α , à l'exception des points mesurés pour le "cas limite", qui correspond à un angle $\alpha \simeq 0.3^\circ$ (jaune foncé).

Notre investigation de la géométrie des doigts révèle que l'épaisseur d'huile détermine leur largeur tandis que la longueur caractéristique h/α fixe leur extension maximale. Nous poursuivons notre exploration avec l'aspect dynamique de l'instabilité. Dans un premier temps, le déplacement relatif des fronts situés à l'arrière et à l'avant des doigts est étudié, puis la dynamique globale de la frontière huile/air est analysée.

1.2.2 Dynamique de l'instabilité

La coalescence des films ne déclenche pas immédiatement l'instabilité. Comme le montrent les vues successives de l'expérience présentée sur la figure 1.2, l'interface se déplace sur quelques centimètres avant de se déstabiliser. Par ailleurs, l'allongement des doigts indique que leurs parties arrière et avant ne progressent pas à la même vitesse. Nous commençons donc par étudier le déplacement relatif des extrémités des doigts avant d'examiner la dynamique globale de la frontière huile/air.

Positions des extrémités des doigts

La longueur des doigts résulte d'une différence dans la dynamique des fronts à l'avant et à l'arrière des doigts. Nous mesurons les positions moyennes x^{AV} et x^{AR} des extrémités des doigts, qui correspondent respectivement aux distances moyennes entre l'arête du coin et l'avant ou l'arrière des doigts, comme défini sur la figure 1.18(a). Les premières positions sont mesurées lorsque les doigts viennent d'apparaître. Cependant, la moindre inhomogénéité dans l'épaisseur des films d'huile favorise la formation de doigts, donc l'instabilité ne se déclenche pas exactement à la même position ni au même instant d'une expérience à l'autre. Pour comparer les trajectoires malgré ces écarts de positions initiales, la position moyenne $x^{\text{AV, AR}}$ des extrémités des doigts est tracée en fonction de \sqrt{t} sur la figure 1.18(b). Les mesures correspondent à des

expériences réalisées avec des angles $\alpha \simeq 0.15^\circ$ et 0.21° et des épaisseurs d'huile $h \simeq 60$ (violet) et $80 \mu\text{m}$ (bleu). La position de l'avant des doigts est représentée par les points, et celle de l'arrière par des carrés.

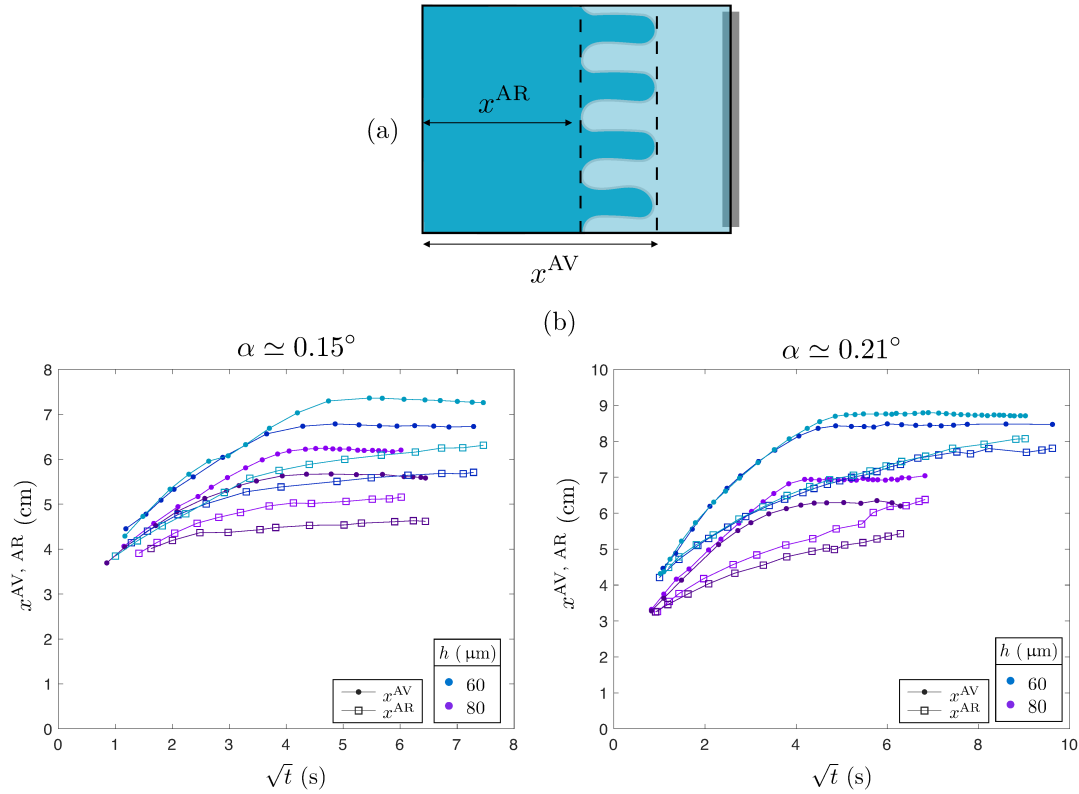


FIGURE 1.18: Positions moyennes x^{AV} et x^{AR} de l'avant et de l'arrière des doigts en fonction de \sqrt{t} . Les expériences sont réalisées avec $h \simeq 60$ (violet) et $80 \mu\text{m}$ (bleu) pour un angle $\alpha \simeq 0.15^\circ$ (a) ou 0.21° (b). Les points correspondent à l'avant des doigts et les carrés à l'arrière.

Quels que soient les paramètres, les extrémités des doigts ralentissent au cours de l'expérience. L'avant des doigts se déplace plus vite que l'arrière et semble évoluer comme \sqrt{t} lorsque les doigts s'allongent. Par la suite, l'avant décélère soudainement et devient presque immobile, tandis que l'arrière des doigts continue d'avancer pour rejoindre leur partie avant. Cette dernière phase est donc marquée par la rétraction des canaux d'air, dont la dynamique n'est pas bien comprise. En effet, l'épaisseur d'huile entre le canal d'air et les parois de la cellule est vraisemblablement très faible donc nous pensons que l'huile située dans les doigts adjacents au canal doit être aspirée pour permettre la rétraction des canaux d'air.

Dynamique de l'interface

Nous étudions la dynamique globale de la frontière huile/air, depuis la coalescence des films, et sans prendre les doigts en compte. La position x de la frontière, est définie sur la figure 1.19 et correspond à la distance entre l'arête du coin et l'avant de l'un des doigts. La figure 1.19 présente une trajectoire typique, mesurée sur une expérience réalisée avec une huile de viscosité $\eta = 50 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, un angle $\alpha \simeq 0.21^\circ$ et une épaisseur d'huile $h \simeq 80 \mu\text{m}$.

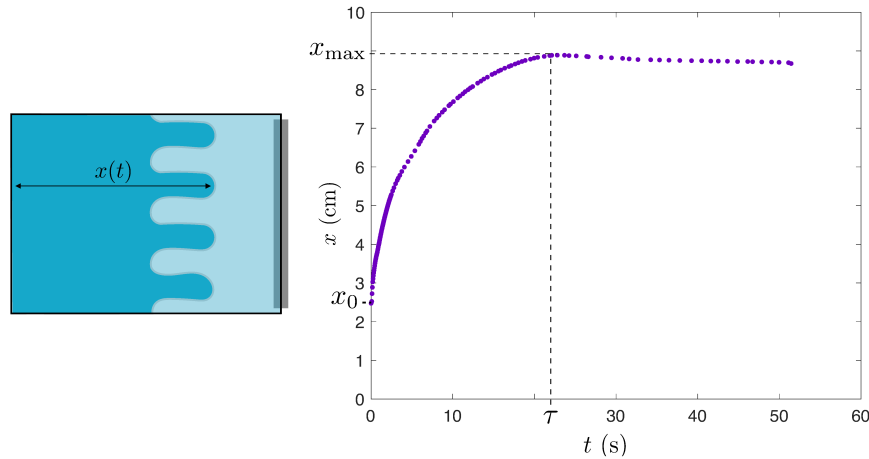


FIGURE 1.19: Position x de l'interface au cours du temps pour une expérience réalisée avec $\eta = 500$ mPa.s, $\alpha \simeq 0.21^\circ$ et $h \simeq 80$ μm . La position maximale x_{max} est atteinte au temps τ .

Après un départ rapide avec un centimètre parcouru en moins d'une demi-seconde, l'interface ralentit au cours de sa progression. L'apparition des doigts autour de 0.8 s ne semble pas modifier la dynamique, et l'interface poursuit sa traversée jusqu'à ce qu'elle atteigne une position maximale $x_{\text{max}} = 9$ cm au bout d'un temps $\tau = 22$ s. Dès lors, le bout des doigts est presque immobile et seuls les canaux d'air se rétractent. La tension de surface tend à lisser la frontière huile/air, et par conservation du volume, celle-ci recule de quelques millimètres avant de s'immobiliser.

Afin de comparer la dynamique pour différents paramètres, la position x_0 où se produit initialement la coalescence des deux couches d'huile doit être prise en compte. En effet, cette position est liée à l'écrasement des couches d'huile qui s'opère lorsqu'on les met en contact. Cette compression est limitée par la zone sèche située dans le coin mais reste tout de même présente. Les trajectoires sont donc comparées en représentant l'évolution temporelle de la position de l'interface x par rapport à sa valeur initiale x_0 sur la figure 1.20. L'angle vaut 0.15° sur le graphique de gauche, et 0.21° sur celui de droite. L'huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s forme une couche d'épaisseur $h \simeq 35$ (vert), 60 (bleu) ou 80 μm (violet). Les droites continues sont des ajustements de pente 0.5.

Pour chaque jeu de paramètres, l'interface se déplace rapidement au début puis évolue comme $t^{1/2}$ et finit par atteindre sa position maximale avant de reculer légèrement. La position maximale x_{max} et le temps correspondant τ augmentent avec l'épaisseur d'huile. En effet, pour les deux angles, les positions maximales mesurées pour $h \simeq 35$ μm et $h \simeq 80$ μm diffèrent d'environ 3 cm et sont atteintes à environ 12 s d'écart. Par ailleurs, ces grandeurs diminuent avec l'angle : pour une épaisseur $h \simeq 80$ μm , la position maximale obtenue avec $\alpha \simeq 0.21^\circ$ est atteinte 1 cm et 5 s avant celle mesurée pour $\alpha \simeq 0.15^\circ$.

Les positions maximales x_{max} et les temps τ associés diffèrent avec les paramètres. Nous allons étudier ces caractéristiques plus précisément, en commençant par la position maximale x_{max} .

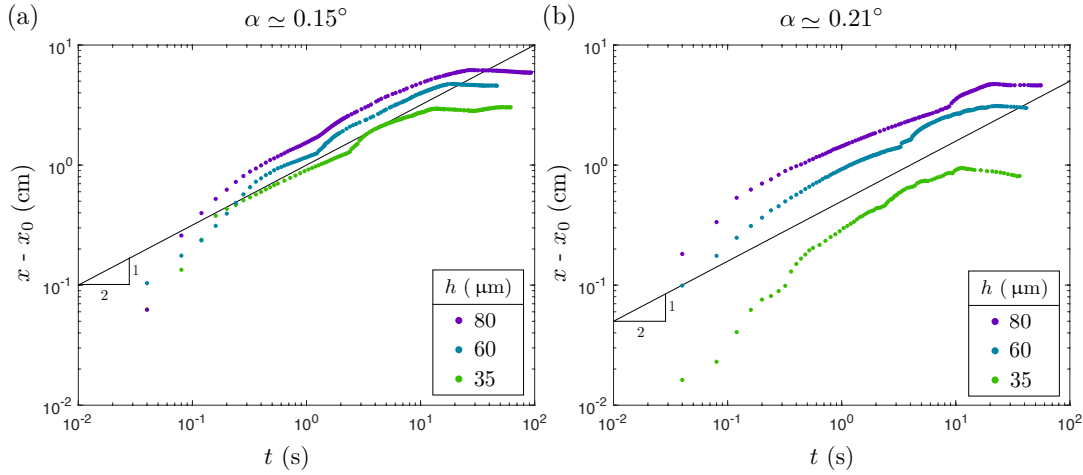


FIGURE 1.20: Position x de l'interface par rapport à sa position initiale x_0 en fonction du temps. L'huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s forme une couche d'épaisseur $h \sim 35$ (vert), 60 (bleu) ou 80 μm (violet) et l'angle α vaut 0.15° (a) ou 0.21° (b). Les droites continues sont des ajustements de pente 0.5.

Position maximale x_{\max}

Nous observons que la position maximale diminue avec l'angle α . Pour faciliter la lecture, la position maximale x_{\max} par rapport à la position initiale x_0 est représentée en fonction de $1/\alpha$ sur la figure 1.21(a). Les expériences ont été réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s, et différentes épaisseurs h comprises entre 35 μm et 250 μm , précisées par les couleurs. Pour une épaisseur donnée, la position maximale croît lorsque $1/\alpha$ augmente. Par exemple, lorsque $h \simeq 87$ μm (points roses), la position maximale mesurée avec $1/\alpha \simeq 3$ ($\alpha \simeq 0.3^\circ$) est de 38 mm contre 91 mm pour $1/\alpha \simeq 5.8$ ($\alpha \simeq 0.17^\circ$). Par ailleurs, la position maximale croît avec l'épaisseur : la droite reliant les points verts obtenus pour $h \simeq 35$ μm est située au-dessous de celle formée par les points turquoise mesurés pour $h \simeq 60$ μm .

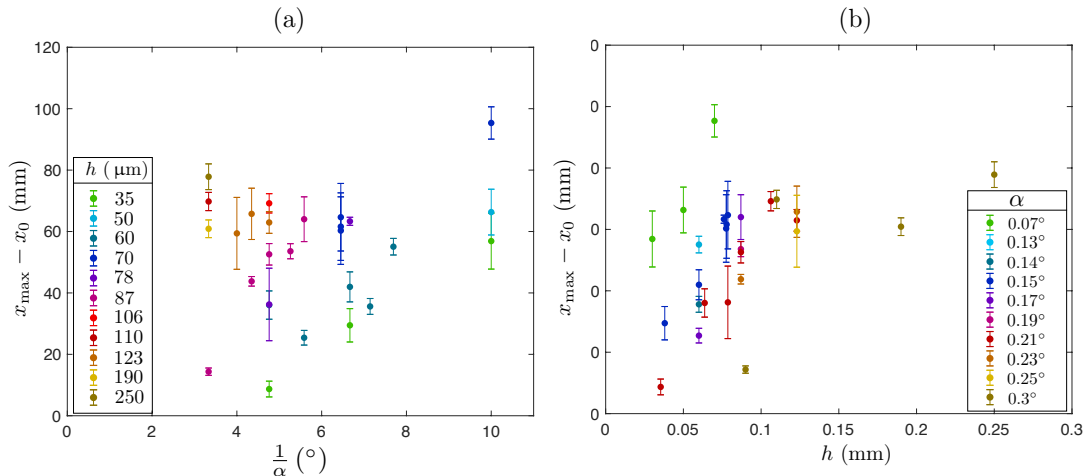


FIGURE 1.21: (a) Position maximale x_{\max} en fonction de $1/\alpha$ pour différentes épaisseur d'huile h comprises entre 35 et 250 μm , et des huiles de viscosité $\eta = 50, 500$, ou 1000 mPa.s. (b) Position maximale x_{\max} en fonction de l'épaisseur d'huile h pour des angles α variant entre 0.07° et 0.3° et des huiles de viscosité comprises entre 50 et 1000 mPa.s.

Cette croissance est confirmée par l'évolution de la position maximale avec l'épaisseur d'huile h présentée sur la figure 1.21(b). Chaque couleur est associée à un angle α compris entre 0.07° et 0.3° . Pour chaque angle, la position maximale augmente avec l'épaisseur d'huile. Ainsi, pour les expériences réalisées avec $\alpha \simeq 0.15^\circ$ (points bleus foncés), la position maximale passe de 29 mm pour $h \simeq 35 \mu\text{m}$ à environ 63 mm lorsqu'on double l'épaisseur. La position maximale est donc croissante avec l'épaisseur d'huile et décroissante avec l'angle. Ces deux paramètres ont de nouveau un rôle opposé. La position maximale est donc représentée en fonction de la longueur caractéristique h/α sur la figure 1.22. Chaque couleur correspond à un angle et la droite en pointillés a une pente 2.

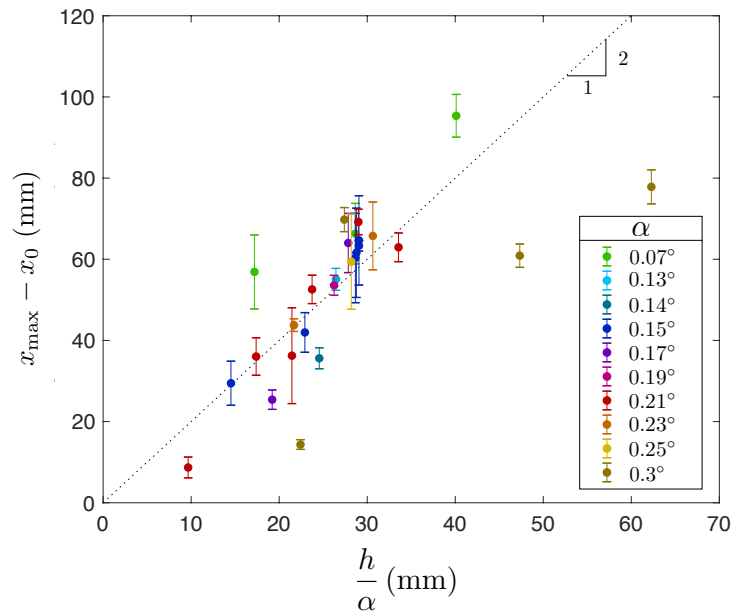


FIGURE 1.22: Position maximale x_{\max} en fonction de la longueur caractéristique h/α . L'huile de viscosité $\eta = 50, 500$ ou 1000 mPa.s, forme des couches d'épaisseur h comprises entre 35 et $250 \mu\text{m}$. Chaque couleur correspond à un angle α , compris entre 0.07° et 0.3° .

Les points expérimentaux tendent à s'aligner sur la droite en pointillés. Seules les mesures correspondant au "cas limite" observé pour $\alpha \simeq 0.3^\circ$ (points jaune foncé) s'en écartent. À partir de $\alpha \approx 0.3^\circ$, le front se déplace à peine. Nous détaillerons cette dynamique particulière par la suite.

La position maximale est donc fixée par la longueur caractéristique h/α , il s'agit maintenant d'étudier le temps τ mis pour atteindre ce maximum.

Temps de progression τ

Le temps τ défini sur la figure 1.15, correspond au temps nécessaire pour que l'interface atteigne sa position maximale x_{\max} . Les graphiques (a) et (b) de la figure 1.23, représentent respectivement le temps de progression τ en fonction de $1/\alpha$ et de l'épaisseur d'huile h pour des expériences réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s. Comme pour la position maximale, le temps de progression τ décroît avec l'angle et croît avec l'épaisseur. Son évolution avec la longueur caractéristique h/α est tracée sur le graphique (c) où les points s'alignent de nouveau sur une droite de pente de l'ordre de 1 s/mm. Le temps de progression le plus rapide, $\tau = 11.7$ s, est mesuré

pour $\alpha \simeq 0.21^\circ$ et $h \simeq 35 \mu\text{m}$ (rouge), tandis que le plus lent, de 58 s, est obtenu pour $\alpha \simeq 0.07^\circ$ et $h \simeq 70 \mu\text{m}$ (vert).

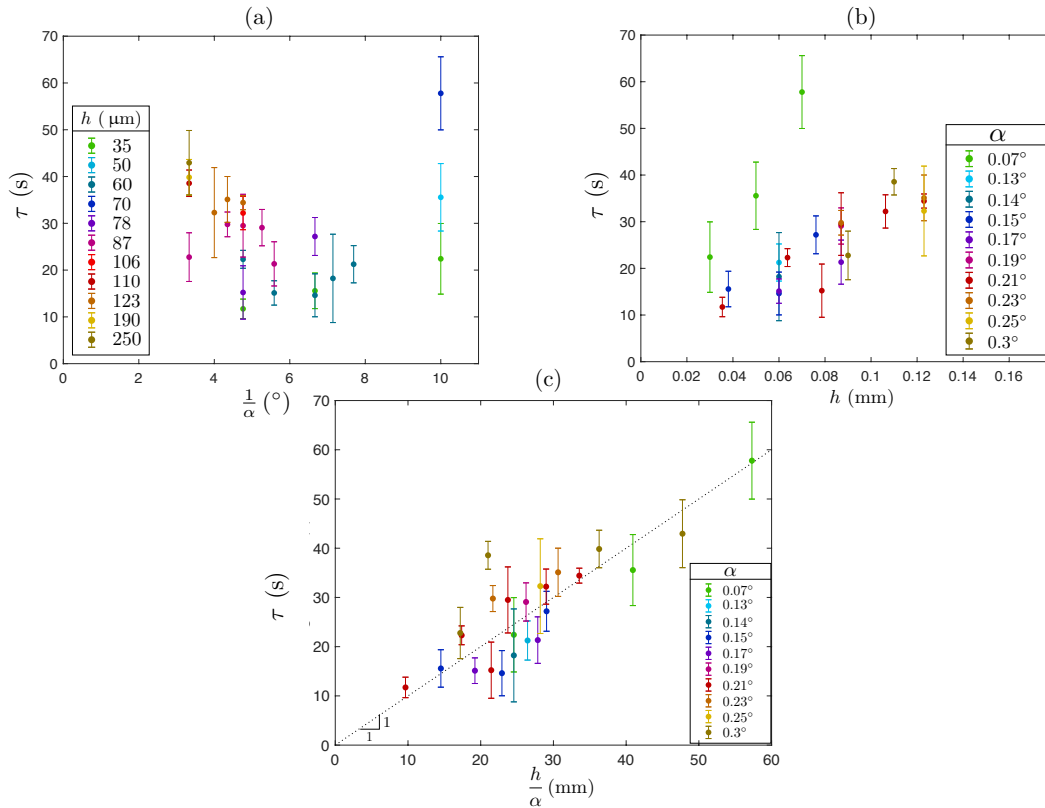


FIGURE 1.23: **(a)** Temps de progression τ en fonction de $1/\alpha$ pour des épaisseurs h comprises entre 35 et 250 μm et une huile de viscosité $\eta = 500 \text{ mPa}\cdot\text{s}$. **(b)** τ en fonction de h pour $\eta = 500 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ et des angles α compris entre 0.07° et 0.3° . **(c)** τ en fonction de la longueur caractéristique h/α pour l'ensemble des expériences réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 500 \text{ mPa}\cdot\text{s}$. La droite en pointillés est un ajustement de pente 1 s/mm.

La viscosité de l'huile n'a pas été mentionnée jusqu'ici. En effet, ce paramètre n'a aucune influence sur la géométrie des doigts mais l'on s'attend à ce qu'il impacte la dynamique. La figure 1.24(a) présente l'évolution temporelle de la position maximale de l'interface par rapport à sa position initiale pour des huiles de viscosité $\eta = 50$ (carrés), 500 (cercles) et 1000 mPa.s (triangles). L'angle vaut $\alpha \simeq 0.15^\circ$ et l'épaisseur est $h \simeq 80 \mu\text{m}$. La droite en pointillés est un ajustement de pente 1/2.

Les trois courbes suivent de nouveau une dynamique en $t^{1/2}$ et les positions maximales sont similaires pour les trois viscosités. Cependant, le temps caractéristique τ augmente avec la viscosité de l'huile. L'interface progresse donc plus lentement avec une huile visqueuse, signifiant qu'une dissipation visqueuse s'exerce au sein des couches d'huile.

La figure 1.24(b) présente l'évolution du temps τ en fonction de la viscosité de l'huile η . L'alignement des points sur la droite en pointillés de pente 1 met en évidence la relation de proportionnalité entre τ et η , qui suggère que la vitesse de l'interface est fonction de la vitesse capillaire γ/η .

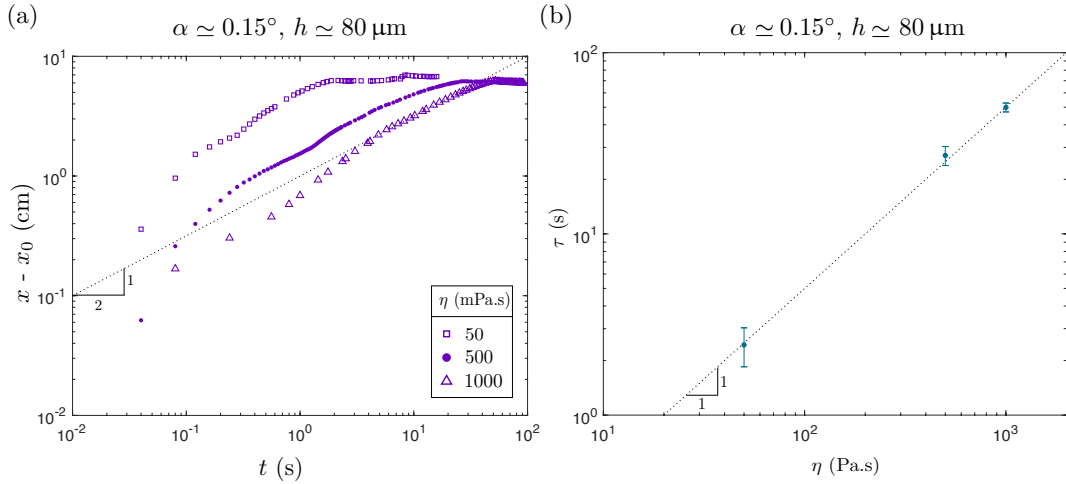


FIGURE 1.24: **(a)** Position de l'interface x par rapport à sa position initiale x_0 en fonction du temps pour trois viscosités $\eta = 50$ (carrés), 500 (cercles), et 1000 mPa.s (triangles). L'épaisseur des couches est $h \simeq 80 \mu\text{m}$ et l'angle α vaut 0.15° . La pente de la droite en pointillés est $1/2$. **(b)** Temps de progression τ en fonction de la viscosité de l'huile η , pour des expériences réalisées avec $h \simeq 80 \mu\text{m}$ et $\alpha \simeq 0.15^\circ$. La droite en pointillés est un ajustement de pente 1 .

Nous poursuivons ce chapitre en proposant un modèle pour la dynamique de la frontière huile/air, que nous confrontons ensuite aux résultats expérimentaux

1.3 Modèle pour la dynamique de l'interface

Les écoulements dans les films minces et visqueux se produisent dans un régime où l'inertie peut être négligée. L'équation de Navier-Stokes se ramène donc à l'équation de Stokes qui équilibre la dissipation visqueuse au gradient de pression, moteur de l'écoulement :

$$\eta \Delta \mathbf{V} = \nabla p$$

La dissipation s'exerce dans les couches d'huile d'épaisseur h , donc la force visqueuse volumique s'exprime en loi d'échelle par : $\eta \Delta \mathbf{V} \sim \eta V / h^2$.

Une expression pour la pression est fournie par la loi de Laplace, qui relie la différence de pression de part et d'autre de l'interface à la courbure \mathcal{C} du ménisque : $p \sim \gamma \mathcal{C}$ avec γ la tension de surface huile/air. Or la courbure du ménisque correspond à l'inverse de l'épaisseur d'air e qui sépare les deux couches d'huile. En supposant que la différence de pression s'exerce sur une distance horizontale h , le gradient de pression s'écrit : $\nabla p \sim \gamma / (eh)$. Ainsi, en loi d'échelle, l'équation de Stokes revient à :

$$\eta \frac{V}{h^2} \sim \frac{\gamma}{eh}$$

L'épaisseur d'air e est difficilement mesurable, mais peut être exprimée en fonction de la position relative de l'interface $x - x_0$ et de l'angle d'ouverture α . Pour cela, observons la figure 1.25, qui illustre la situation au début de l'expérience : lorsque la plaque supérieure est déposée sur la cale, un volume d'huile est écrasé sur une distance x_0 . Au-delà de x_0 , l'huile ne comble plus l'écart entre les plaques donc une lame d'air apparaît et son épaisseur e s'exprime : $e \sim \alpha(x - x_0)$.

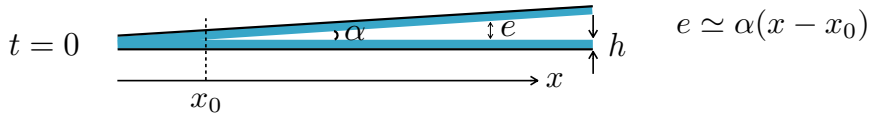


FIGURE 1.25: Situation aux premiers instants de l'expérience. Les couches sont mises en contact à $t = 0$, ce qui comprime l'huile sur une distance x_0 . Pour $x > x_0$, les couches ne se touchent plus et sont séparées par une mince lame d'air d'épaisseur $e \sim \alpha(x - x_0)$.

En injectant cette expression dans l'équation de Stokes et en considérant $V \sim \frac{d(x-x_0)}{dt}$, nous obtenons finalement :

$$\frac{\eta}{h^2} \frac{d(x-x_0)}{dt} \sim \frac{\gamma}{\alpha(x-x_0)h}$$

$$x - x_0 \sim \left(\frac{\gamma h}{\eta \alpha} t \right)^{\frac{1}{2}} \quad (1.1)$$

La figure 1.26(a) présente les trajectoires de l'ensemble des expériences, à l'exception du "cas limite" obtenu pour un angle $\alpha \simeq 0.3^\circ$. Chaque couleur est associée à un angle et la droite en pointillés a une pente 1.

Les courbes sont dispersées car les positions maximales diffèrent en fonction du rapport h/α , nous devons donc adimensionner les trajectoires afin de les comparer. Pour cela, l'équation (1.1) est divisée par la longueur caractéristique h/α , ce qui aboutit à :

$$X \sim T^{\frac{1}{2}} \quad (1.2)$$

avec $X = \frac{\alpha}{h}(x-x_0)$, $T = \frac{\gamma \alpha t}{\eta h}$

La position adimensionnée X est représentée en fonction du temps adimensionné T sur la figure 1.26(b). Deux ajustements sont représentés par les droites en pointillés. Les courbes s'alignent sur celle inclinée, de pente de 1/2, confirmant ainsi le modèle établi. L'autre droite est horizontale, d'ordonnée $2h/\alpha$. Cette valeur provient de la relation entre la position maximale et la longueur caractéristique h/α , obtenue expérimentalement sur la figure 1.22. Les plateaux des courbes devraient donc s'aligner sur cette ligne horizontale, mais sont pourtant assez dispersés. En effet, les positions maximales (adimensionnées) sont pour la plupart comprises entre 1 et 2.5, et les trois courbes les plus basses (en rouge) ont des maxima encore plus faibles. Ces trois courbes correspondent à des expériences réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s, un angle $\alpha \simeq 0.21^\circ$, et des couches d'épaisseur $h \simeq 35$ μm . Ces expériences sont en quelque sorte le cas limite opposé à celui obtenu pour $\alpha \simeq 0.3^\circ$. En effet, les couches sont très minces par rapport à la distance séparant les plaques, donc les doigts apparaissent à une faible distance du coin et ne progressent presque pas, avec un déplacement inférieur à un centimètre en moyenne.

Le modèle (1.2) n'explique pas l'arrêt de l'interface, mais uniquement la dynamique d'avancée. Nous pouvons donc nous affranchir de la dispersion des plateaux pour évaluer si les trajectoires suivent une dynamique en $t^{1/2}$. Pour cela, la figure 1.26(c) représente la position $x - x_0$ adimensionnée par la position maximale relative

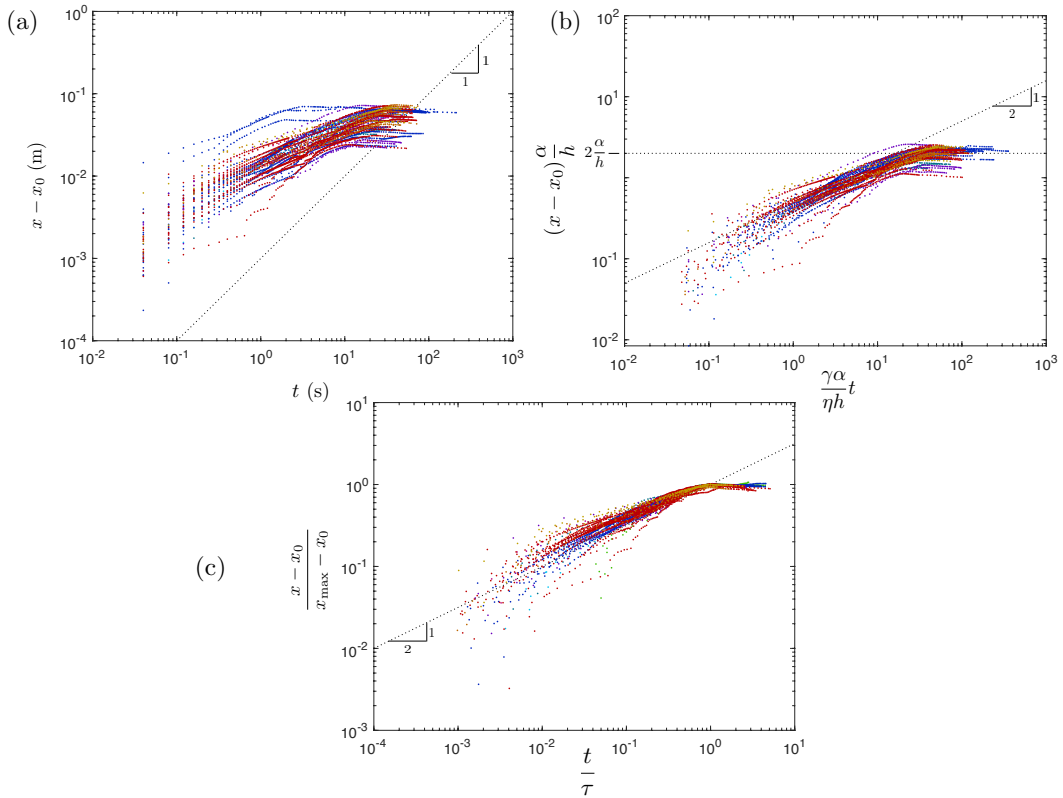


FIGURE 1.26: Confrontation du modèle pour des expériences réalisées avec des huiles de viscosité $\eta = 50, 500$ ou 1000 mPa.s, des angles α compris entre 0.07° et 0.25° et des couches d'épaisseur h comprise entre 35 et 123 μm . **(a)** Position x de l'interface par rapport à sa position initiale x_0 en fonction du temps. La droite en pointillés est un guide de pente 1. **(b)** Position adimensionnée en fonction du temps adimensionné. La droite inclinée en pointillés est un ajustement de pente $1/2$ et celle horizontale correspond à la position maximale du front, $x_{\max} \sim 2h/\alpha$, établie par les résultats expérimentaux de la figure 1.22. **(c)** Représentation des trajectoires sans influence de la dispersion des plateaux. La position relative $x - x_0$, adimensionnée par la position maximale relative $x_{\max} - x_0$, est tracée en fonction du temps t adimensionné par le temps de progression τ , nécessaire pour atteindre la position maximale. La droite en pointillés a une pente $1/2$.

$x_{\max} - x_0$ en fonction du temps t adimensionné par le temps de progression τ , nécessaire pour atteindre cette position. Les courbes sont relativement bien alignées sur la droite de pente $1/2$, validant ainsi la dynamique établie par le modèle.

À l'exception des expériences qui s'approchent d'un "cas limite", nous présumons un meilleur alignement des plateaux sur la figure 1.26(b). La source de cette dispersion pourrait provenir de la compression du film par la plaque supérieure. Nous avons mentionné cet effet via la position initiale, sans vraiment évaluer son impact. Le prochain paragraphe propose donc quelques éléments qui tentent de préciser cette compression.

1.4 Écrasement initial des films

Nous avons réalisé, malheureusement assez tardivement, que le poids de la plaque supérieure pouvait jouer un rôle non négligeable dans l'instabilité. Les films d'huile étant comprimés, il est possible que les deux arêtes des plaques ne soient pas réellement en contact. La plaque supérieure repose vraisemblablement sur le film d'huile et s'affaisse progressivement au cours de l'expérience.

Pour vérifier cette hypothèse, nous avons réalisé une expérience en plaçant des poids de 100 g sur chaque extrémité de la plaque supérieure afin d'accentuer la compression du film. Cette expérience, réalisée avec une huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s, un angle $\alpha \simeq 0.15^\circ$, et des couches d'épaisseur $h \simeq 80$ μm , est ensuite comparée à celles réalisées avec les mêmes paramètres mais sans poids. Les positions initiales x_0 sont identiques dans les deux cas, et de l'ordre de 2.9 cm. Cependant les positions maximales diffèrent : dans les expériences sans poids, l'interface s'arrête environ 5 mm avant la position maximale atteinte lorsque la compression est plus importante. De plus, la présence des poids élargit légèrement les doigts, comme illustré sur la figure 1.27 qui compare le motif observé avec ou sans poids. En présence de poids, la largeur moyenne vaut environ 1.8 mm contre 1.2 pour les expériences faites sans poids.

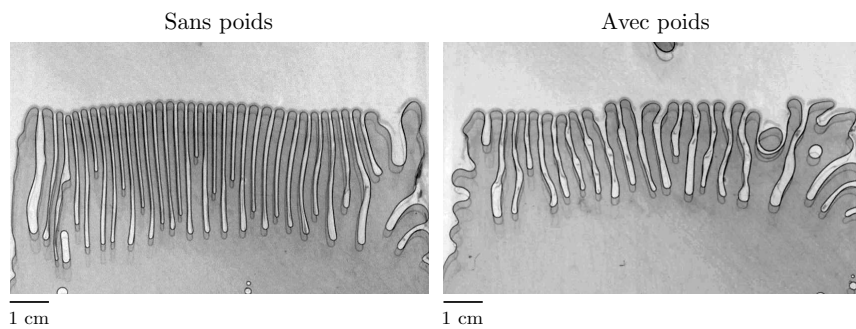


FIGURE 1.27: Influence de la compression des films sur le motif de l'instabilité. Sur l'image de gauche, les films sont uniquement comprimés par le poids de la plaque tandis qu'ils supportent un poids plus important sur celle de droite. Les expériences ont été réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s, un angle $\alpha \simeq 0.15^\circ$, et des couches d'épaisseur $h \simeq 80$ μm .

Nous avons essayé de réaliser l'expérience différemment afin de limiter au maximum la compression. Pour cela, nous utilisons la configuration quasi-parallèle présentée sur la figure 1.28. Une cale de 150 μm est placée entre les deux plaques, au niveau du coin, tandis que l'extrémité opposée de la plaque supérieure repose sur une platine pouvant translater verticalement.

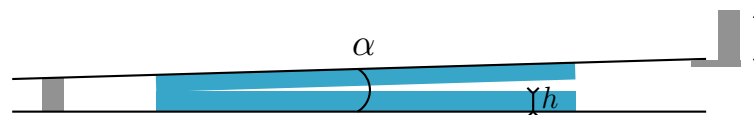


FIGURE 1.28: Configuration quasi-parallèle : l'un des côtés de la plaque supérieure repose sur une cale (à gauche), et l'autre sur une platine (à droite) translatant verticalement.

Les plaques sont enduites d'un film d'épaisseur $h \simeq 80$ μm , mais comprennent, comme précédemment, une zone sèche de 2 cm depuis la cale. Le contact est de nouveau initié en abaissant la plaque supérieure, mais la compression est réduite puisque les plaques sont davantage parallèles, donc la coalescence survient dans une

région moins confinée. Des vues successives issues d'expériences réalisées avec des angles compris entre $\alpha \simeq 0.015^\circ$ et 0.09° sont présentées sur la figure 1.29. Chaque colonne correspond à une expérience : le temps écoulé depuis le contact est précisé sur les images et augmente de haut en bas.

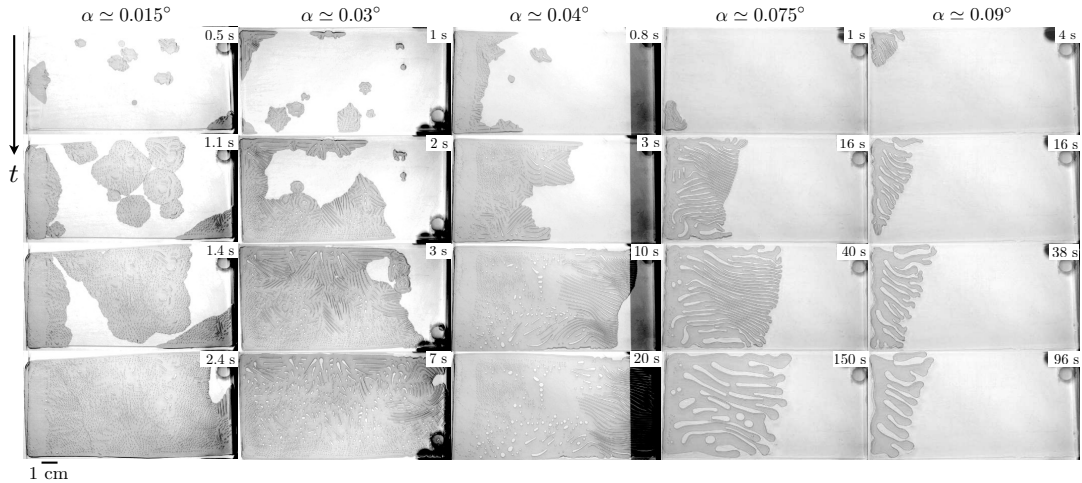


FIGURE 1.29: Vues successives d'expériences réalisées dans la nouvelle configuration, avec une huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s, une épaisseur $h \simeq 80$ μm et des angles α compris entre 0.0015° et 0.09° . Chaque colonne se rapporte à une expérience, et se lit de haut en bas.

Les motifs de l'instabilité varient considérablement avec les différents angles. Pour $\alpha \simeq 0.015^\circ$, les doigts sont tellement fins et courts que l'on observe surtout une myriade de petites bulles, témoins de la présence des canaux. Cette expérience n'est pas bien contrôlée : la lame d'air piégée entre les couches est si mince que la coalescence, initiée par la moindre inhomogénéité d'épaisseur d'huile, s'effectue simultanément à plusieurs endroits. L'adhésion est très rapide et se propage dans différentes directions, de manière similaire aux expériences préliminaires. Cette adhésion incontrôlée survient également pour l'angle $\alpha \simeq 0.03^\circ$, mais cette fois, certains doigts sont assez longs pour qu'on puisse les distinguer. Sur la dernière image de cette série, on constate que les bulles d'air piégées ont des tailles variées. Elles attestent des différentes longueurs de doigts, induites par les variations d'épaisseur de la lame d'air qui sépare les couches. L'adhésion est plus lente par rapport à l'angle précédent et s'effectue en 7 s environ. Pour l'angle $\alpha \simeq 0.04^\circ$, la coalescence des couches est plus régulière et s'effectue comme dans la configuration en coin que nous avons décrite dans les parties précédentes. Les doigts sont assez longs, avancent dans la direction d'épaisseur d'air croissante et finissent par atteindre l'extrémité des films en 20 s. Cependant, leurs extrémités n'ont pas ralenti, et ils auraient sûrement poursuivi leur course si les films s'étendaient davantage. Avec les angles les plus élevés de 0.075° et 0.09° , la coalescence débute sur un coin de la couche et les doigts se forment immédiatement. Ils auraient probablement pu apparaître dans une région plus proche de la cale si les films d'huile s'étendaient jusque là, mais cela aurait alors accentué la compression. La progression est similaire aux expériences faites dans la première configuration : les doigts se déplacent dans la même direction et atteignent une position maximale qui, comme précédemment, décroît avec l'angle. La dynamique est beaucoup plus lente que celle observée pour des angles plus faibles.

Ces expériences sont difficilement exploitables car elles présentent toutes un défaut : soit l'épaisseur d'air est mal contrôlée, soit les films d'huile sont trop courts ou mal positionnés. Néanmoins, il est tout de même possible d'étudier la géométrie des doigts.

Nous commençons par présenter, sur la figure 1.30, l'évolution temporelle de leur longueur ℓ pour les différents angles, spécifiés par les couleurs des courbes. Les échelles de temps varient avec l'angle, donc l'abscisse est en échelle logarithmique.

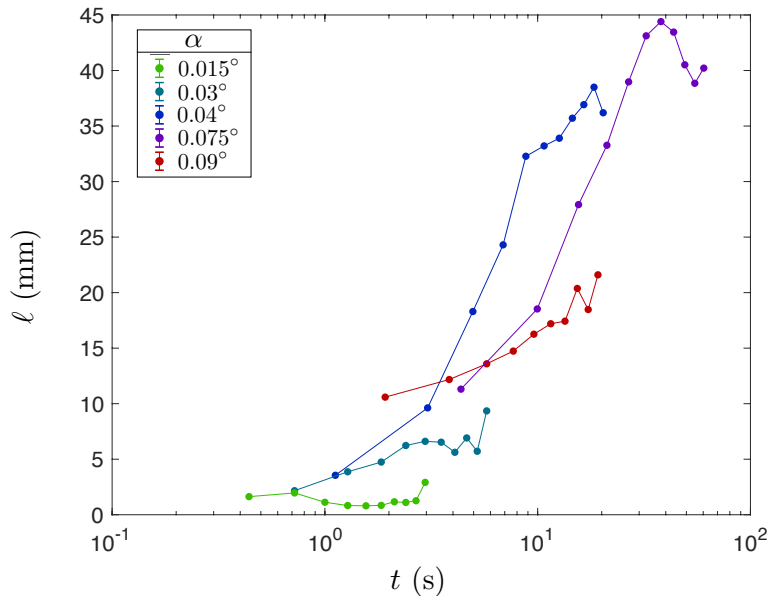


FIGURE 1.30: Longueur des doigts ℓ en fonction du temps, pour différents angles $\alpha \simeq 0.015^\circ$ (vert), 0.03° (bleu canard), 0.04° (bleu), 0.075° (violet) et 0.09° (rouge). Les expériences sont réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s, formant une couche d'épaisseur $h \simeq 80$ μm .

La longueur des doigts évolue de façon non monotone avec l'angle. En effet, pour l'angle $\alpha \simeq 0.015^\circ$, elle est constante au cours du temps et extrêmement faible avec 1 mm en moyenne et un maximum de 3 mm. Pour $\alpha \simeq 0.03^\circ$ elle augmente au cours de l'adhésion et atteint 9 mm à la fin de l'expérience. L'extension est considérable pour $\alpha \simeq 0.04^\circ$, où la longueur est multipliée par 10 au cours de la progression. Un record inégalé par les autres expériences est atteint pour $\alpha \simeq 0.075^\circ$, avec une longueur maximale de 44.4 mm ! Les doigts sont subitement raccourcis lorsque $\alpha \simeq 0.09^\circ$ avec un maximum de 21.6 mm seulement.

Ces aspects variés de doigts et l'étonnante évolution de la longueur avec l'angle suggèrent qu'il existe bien une différence entre les configurations en coin et quasi-parallèle. Nous mesurons ensuite la largeur W_{oil} des doigts, afin de la comparer aux expériences précédentes. La figure 1.31(a) présente son évolution temporelle pour les différents angles, chacun associé à une couleur.

À l'exception de l'angle $\alpha \simeq 0.09^\circ$, les largeurs sont constantes au cours du temps et semblent augmenter légèrement avec l'angle. Les largeurs moyennes sont tracées en fonction de l'angle sur la figure 1.31(b). Pour $\alpha \simeq 0.09^\circ$, la moyenne est calculée sur la phase où le bout des doigts avance. Nous avons également inclus les largeurs moyennes mesurées dans la configuration en coin, avec une même épaisseur d'huile $h \simeq 80$ μm

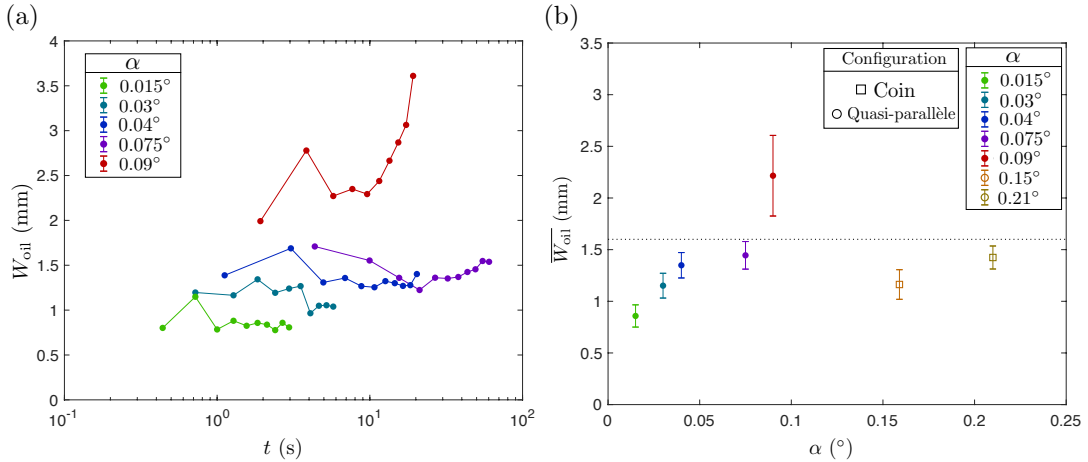


FIGURE 1.31: **(a)** Largeur des doigts d'huile W_{oil} en fonction du temps, pour différents angles α compris entre 0.015° et 0.09° . Les expériences sont réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s, et une couche d'épaisseur $h \simeq 80 \mu\text{m}$. **(b)** Largeur moyenne \overline{W}_{oil} en fonction de l'angle α . Les largeurs mesurées dans la nouvelle configuration sont représentées par les cercles, tandis que les carrés correspondent à celles obtenues dans la disposition en coin. La ligne en pointillés correspond à la relation $\overline{W}_{oil} = 20h$, obtenue expérimentalement sur la figure 1.10.

et des angles $\alpha \simeq 0.15^\circ$ (carré orange) et $\alpha \simeq 0.21^\circ$ (carré jaune). Les expériences réalisées avec les plaques disposées en coin ont montré que la largeur dépend peu de l'angle. Elle est essentiellement déterminée par l'épaisseur d'huile, et évolue comme $\overline{W}_{oil} \simeq 20h$. Dans cette nouvelle configuration quasi-parallèle, la largeur semble dépendre davantage de l'angle, et passe ainsi de 0.8 mm pour $\alpha \simeq 0.015^\circ$ à 2.2 mm pour un angle six fois plus grand. Néanmoins, les largeurs mesurées pour $\alpha \simeq 0.03^\circ$, 0.04° et 0.075° sont très proches de celles obtenues dans la configuration en coin. Il est donc difficile d'établir une conclusion concernant l'impact de la compression sur la largeur des doigts.

Nous analysons maintenant la dynamique de l'interface, en mesurant sa position au cours du temps. Dans les expériences réalisées avec les angles les plus faibles $\alpha \simeq 0.015^\circ$ et 0.03° , le front d'adhésion se propage dans plusieurs directions donc elles n'ont pas été prises en compte. La figure 1.32 présente l'évolution temporelle de la position x du front par rapport à sa position initiale x_0 pour les expériences réalisées dans la configuration quasi-parallèle avec une épaisseur $h \simeq 80 \mu\text{m}$, des angles $\alpha \simeq 0.04^\circ$ (points rouges), 0.07° (points oranges) et 0.09° (points jaunes). Nous avons ajouté les trajectoires mesurées dans la configuration en coin (carrés oranges) pour un angle $\alpha \simeq 0.07^\circ$ et une épaisseur $h \simeq 70 \mu\text{m}$. La ligne continue a une pente 1.

Comme dans la configuration en coin, la position maximale x_{max} et le temps de progression τ diminuent avec l'angle. Pour les courbes oranges, réalisées avec un même angle mais des épaisseurs d'huile légèrement différentes, le temps de progression est relativement similaire dans les deux configurations. On mesure $\tau \simeq 50$ s dans la configuration quasi-parallèle contre 60 s en moyenne dans celle en coin. Cependant, les positions maximales sont plus élevées dans la configuration en coin, et valent 10 cm en moyenne contre 6.6 cm dans la nouvelle configuration. La différence d'épaisseur d'huile pourrait expliquer cet écart, mais la position maximale augmente avec l'épaisseur d'huile et devrait donc être plus grande dans la configuration quasi-parallèle. Pour finir, la dynamique semble évoluer linéairement en temps, contrairement aux

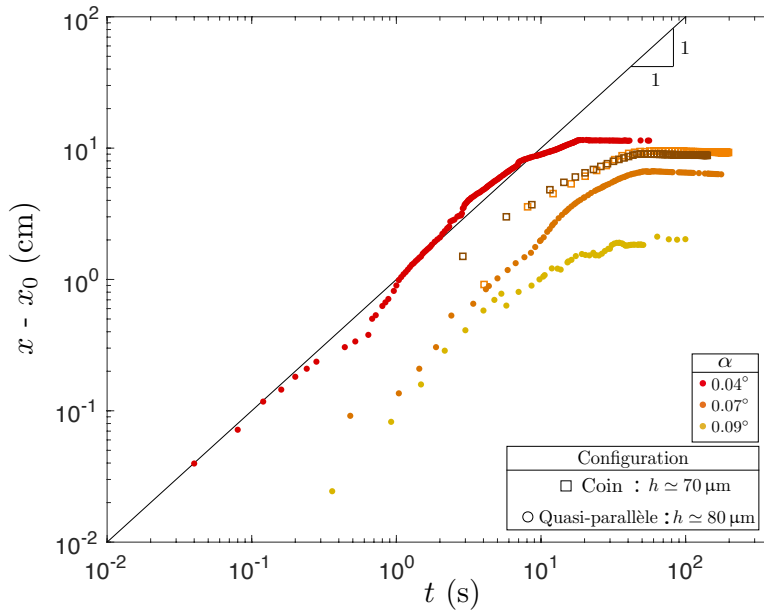


FIGURE 1.32: Position relative $x - x_0$ de l'interface en fonction du temps pour des expériences réalisées avec $h \simeq 80 \mu\text{m}$ dans la configuration quasi-parallèle ou avec $h \simeq 70 \mu\text{m}$ dans la configuration en coin (carrés oranges). Chaque couleur est associée à un angle et la ligne continue a une pente 1.

expériences précédentes. Toutefois, ces trajectoires doivent être considérées avec précaution. En effet, dans certains cas les doigts auraient progressé plus loin que le bout du film d'huile et dans d'autres, ils seraient apparus avant le début de la couche, donc les positions initiales x_0 sont vraisemblablement inexacts.

Cette expérience a permis d'approcher une situation quasi-parallèle qui s'avère complexe à contrôler, mais présente de belles variations de longueur avec l'angle, méritant d'être étudiées plus précisément. Il serait toutefois préférable de réaliser les expériences avec des épaisseurs d'huile plus faibles pour éviter que la taille de la couche n'entrave la progression des doigts. L'influence de la compression du film n'a pas vraiment été élucidée par cette configuration, il serait sûrement plus simple de l'étudier dans la géométrie en coin, en variant le poids des plaques.

Nous terminons ce chapitre en présentant un second régime particulier, observé dans la configuration en coin pour un angle plus grand et des films épais.

1.5 "Cas limite" de l'angle $\alpha \simeq 0.3^\circ$

Les expériences réalisées dans la configuration en coin ont débuté en imposant des angles de 0.07° et 0.03° . Pour ce dernier, le motif de l'instabilité semblait moins régulier, donc nous avons poursuivi notre exploration en réalisant des expériences avec des angles plus faibles. Ce régime particulier marque en quelque sorte, la limite des dynamiques observées pour des angles plus faibles, mais il ne correspond pas à un seuil au-delà duquel l'instabilité ne survient plus. En effet, des digitations ont également été observées avec un angle $\alpha \simeq 0.4^\circ$. Le déclenchement de l'instabilité est conditionné par la combinaison entre l'épaisseur d'huile et l'angle. Il devrait donc survenir pour

n'importe quel angle, à condition d'imposer l'épaisseur d'huile favorable à la déstabilisation de l'interface. Toutefois, au-delà d'une certaine épaisseur d'huile, l'homogénéité du film sera vraisemblablement altérée par l'effet de la gravité.

Nous présentons dans cette dernière partie, ce "cas limite" observé pour des expériences réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 500$ mPa.s, un angle $\alpha \simeq 0.3^\circ$ et des films d'huile d'épaisseur h comprise entre 90 et 250 μm . La figure 1.33 présente des vues successives d'expériences réalisées avec l'angle $\alpha \simeq 0.3^\circ$ et les différentes épaisseurs d'huile h . Chaque colonne d'images est issue d'une même expérience. Le temps écoulé entre le contact initial des films et l'image est précisé sur chacune d'entre elles, et augmente de haut en bas.

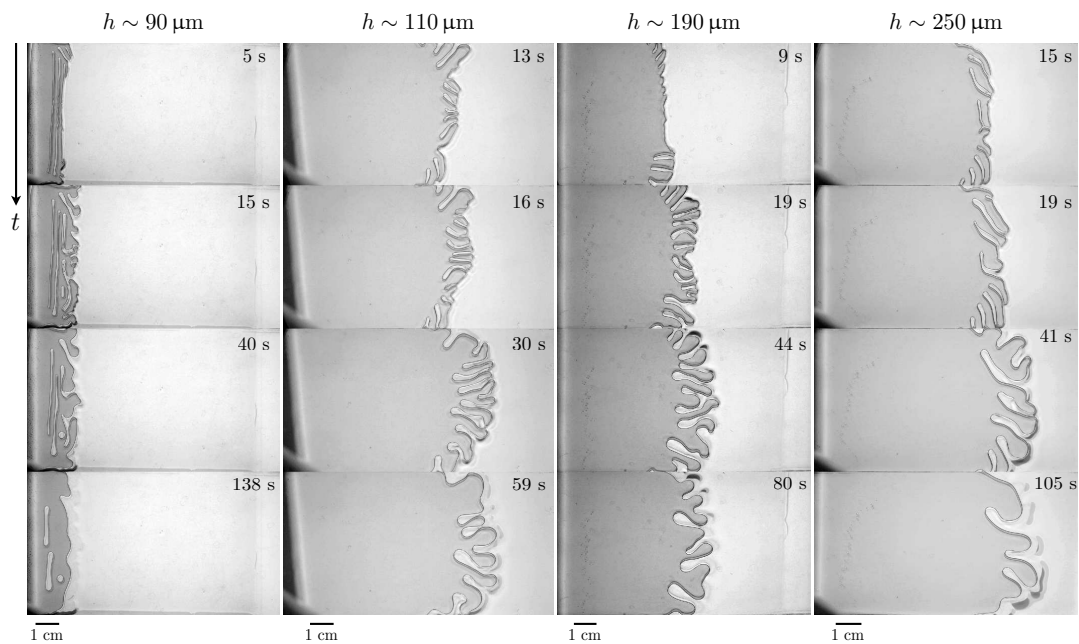


FIGURE 1.33: Images successives d'expériences réalisées avec $\eta = 500$ mPa.s, $\alpha \simeq 0.3^\circ$ et une épaisseur h comprise entre 90 et 250 μm .

L'aspect des doigts est assez différent de celui observé pour des expériences réalisées avec un angle plus faible. En effet, les doigts sont larges, courts, et zigzaguent davantage au long de l'expérience. Par ailleurs, ils se déplacent sur une distance plus courte, qui semble indépendante de l'épaisseur. Pour $h \simeq 90 \mu\text{m}$, la situation est complètement différente de ce que nous avons observé précédemment : aux premiers instants, deux doigts se forment sur les bords de la couche puis se déplacent latéralement vers son centre. Ce processus est répété, puis vers 15 s, l'interface forme des sortes de doigts siamois qui ne progressent quasiment pas. Les canaux d'air commencent rapidement à se rétracter et l'interface se lisse.

Nous caractérisons ce "cas limite" en examinant la géométrie des doigts avant d'étudier la dynamique de l'interface.

1.5.1 Géométrie

Nos expériences réalisées avec la couche la plus mince $h \simeq 90 \mu\text{m}$ ne conduisent qu'à quelques digitations qui se déplacent dans le sens de la largeur. Nous ne les avons donc pas analysées.

Comme le montrent les images de la figure 1.33, la largeur des doigts et des canaux varie sur leur longueur. Nous la déterminons par la méthode Python pour l'ensemble de ces expériences. La figure 1.34 présente la largeur des doigts d'huile (cercles pleins) et des canaux d'air (cercles vides) en fonction du temps pour trois expériences réalisées avec des épaisseurs $h \simeq 110$ (vert), 190 (bleu) et $250 \mu\text{m}$ (violet).

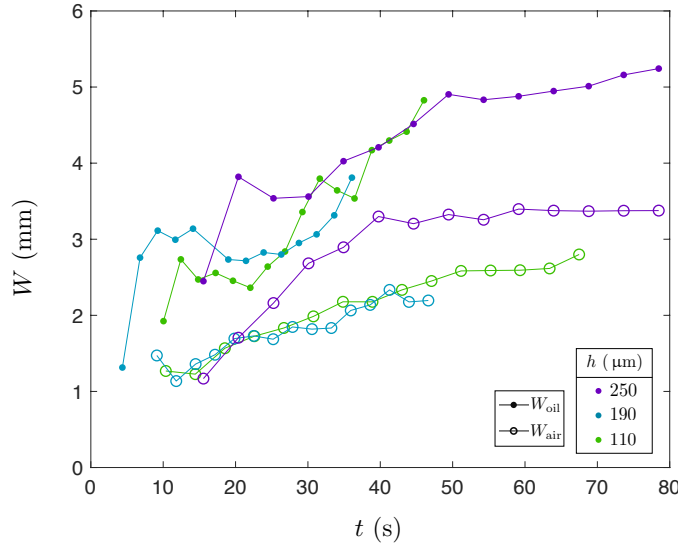


FIGURE 1.34: Largeur des doigts (cercles pleins) et des canaux d'air (cercles vides) en fonction du temps pour des expériences réalisées avec $\eta = 500 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, $\alpha \simeq 0.3^\circ$ et différentes épaisseurs $h \simeq 110$ (vert), 190 (bleu) et $250 \mu\text{m}$ (violet).

Les doigts s'élargissent considérablement au cours de la progression : pour $h \simeq 110 \mu\text{m}$, ils sont larges de 2 mm au début de l'expérience contre plus du double à la fin avec 4.8 mm ! Contrairement aux expériences précédentes, l'épaisseur d'huile n'impacte pas la largeur des doigts. En effet, les trois courbes sont superposées et leurs maxima ne semblent pas dépendre de l'épaisseur d'huile. Comme pour les angles plus faibles, pour une épaisseur d'huile donnée, la largeur des canaux d'air est inférieure à celle des doigts et augmente au cours de la progression. La largeur de canal mesurée pour $h \simeq 250 \mu\text{m}$ est un peu plus grande que celles obtenues pour $h \simeq 110$ et $190 \mu\text{m}$, qui sont très proches. Malgré cette différence, l'impact de l'épaisseur d'huile sur la largeur des canaux semble moins prononcé dans cette configuration. On remarque toutefois que la largeur des doigts et des canaux sature à la fin de l'expérience réalisée avec $h \simeq 250 \mu\text{m}$. Cette saturation est observée lorsque les canaux d'air se rétractent et qu'il ne reste que quelques gros doigts. Ces derniers sont visibles sur la dernière image de la colonne correspondant à $h \simeq 250 \mu\text{m}$, sur la figure 1.33.

Pour ces "cas limites", l'aspect des doigts semble donc indépendant de l'épaisseur d'huile, ce que confirme la figure 1.35(a) qui présente l'évolution temporelle de la longueur des doigts pour des épaisseurs $h \simeq 110$ (vert), 190 (bleu), et $250 \mu\text{m}$ (violet). Ces derniers n'étant pas rectilignes, leur longueur a été calculée par segments.

La longueur augmente rapidement durant environ 30 s, puis atteint un maximum avant de diminuer progressivement, alors que les canaux d'air se rétractent. Les longueurs maximales ne semblent pas suivre l'épaisseur d'huile, avec une valeur de 11.7 mm pour $h \simeq 190 \mu\text{m}$ contre 17.3 mm pour $h \simeq 110 \mu\text{m}$. La courbe mesurée pour la plus grande épaisseur présente deux maxima qui témoignent de l'oscillation du bout du doigt, lorsqu'il est sur le point de s'arrêter. La longueur maximale ℓ_{max} est

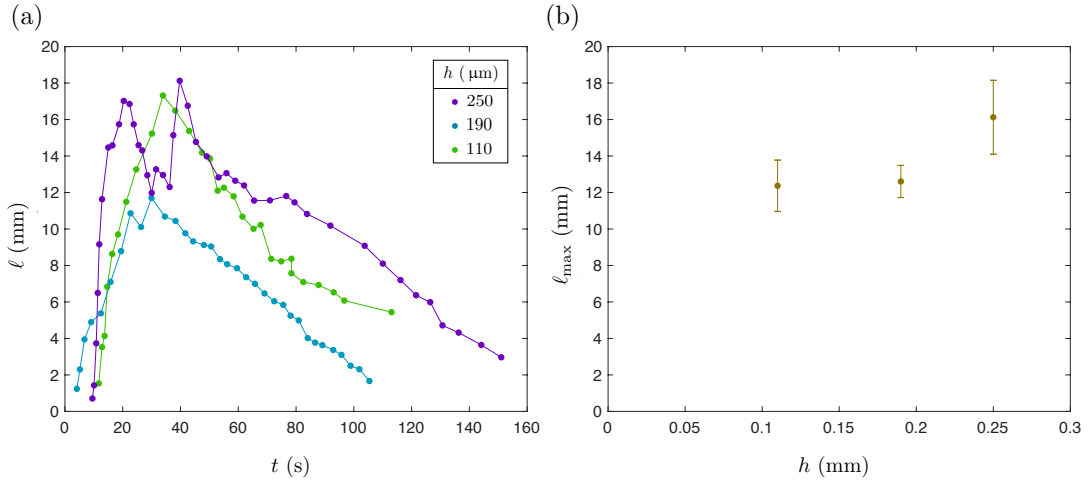


FIGURE 1.35: **(a)** Longueur des doigts en fonction du temps pour des expériences réalisées avec des épaisseurs $h \simeq 110$ (vert), 190 (bleu), et 250 μm (violet). L'huile a une viscosité $\eta = 500$ mPa.s et l'angle est $\alpha \simeq 0.3^\circ$. **(b)** Longueur maximale ℓ_{max} en fonction de l'épaisseur d'huile h pour les mêmes expériences.

calculée pour les différentes expériences et tracée en fonction de l'épaisseur d'huile h sur la figure 1.35(b). De nouveau, les résultats diffèrent des expériences précédentes, avec des longueurs maximales proches pour les trois épaisseurs.

Les aspects géométriques de ce "cas limite" diffèrent des expériences précédentes, et sont indépendants de l'épaisseur d'huile. Nous allons maintenant étudier la dynamique et la comparer à la situation précédente.

1.5.2 Dynamique

L'évolution temporelle de la position x de l'interface par rapport à sa position initiale x_0 est représentée sur la figure 1.36 pour des épaisseurs d'huile $h \simeq 90$ (vert), 110 (bleu), 190 (violet) et 250 μm (rouge). Les droites en pointillés ont des pentes 1/3 et 1/2.

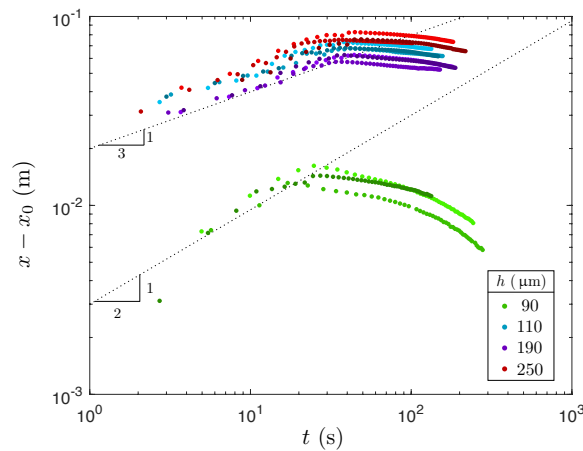


FIGURE 1.36: Position x de l'interface par rapport à sa position initiale x_0 en fonction du temps, pour des épaisseurs h comprises entre 90 et 250 μm . L'huile a une viscosité $\eta = 500$ mPa.s, et l'angle est $\alpha \simeq 0.3^\circ$. Les droites en pointillés ont des pentes 1/3 et 1/2.

Pour l'épaisseur la plus faible $h \simeq 90 \mu\text{m}$, la dynamique est proche de celle observée jusqu'ici, avec une évolution en $t^{1/2}$ sur une partie de l'expérience. Cependant, après avoir atteint sa position maximale, l'interface se rétracte de manière plus prononcée. Ce recul provient du déplacement d'huile vers la région du coin, plus confinée, qui abaisse ainsi l'énergie de surface du système. Ce processus débute pendant la progression des doigts mais s'accroît à la fin de l'expérience, alors que l'interface s'est lissée. Lorsque $h \simeq 90 \mu\text{m}$, l'interface se déplace très peu et ce processus survient rapidement. Les dynamiques mesurées pour les autres épaisseurs sont plus lentes, avec une évolution en $t^{1/3}$, qui met en évidence le nouveau régime observé pour ces couches épaisses. De plus, à l'inverse des expériences précédentes, les positions maximales et temps caractéristiques τ semblent identiques pour les trois épaisseurs. Nous confirmons cette observation en traçant ces deux grandeurs en fonction de l'épaisseur d'huile sur les figures 1.37(a) et 1.37(b) respectivement.

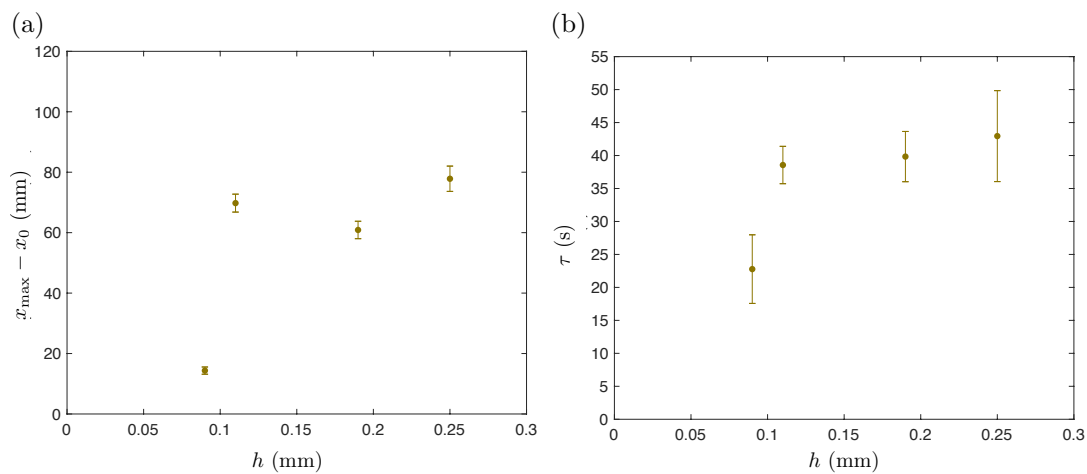


FIGURE 1.37: Position maximale relative $x_{\max} - x_0$ et temps caractéristique τ en fonction de l'épaisseur d'huile h .

Pour les films épais, la position maximale x_{\max} , mesurée par rapport à la position initiale x_0 , est bien indépendante de l'épaisseur d'huile et vaut en moyenne 70 mm. Pour les expériences réalisées avec $h \simeq 90 \mu\text{m}$, l'interface se déplace beaucoup moins, et n'atteint que 14 mm en moyenne. Le temps caractéristique τ suit la même évolution : il est de 22 s pour $h \simeq 90 \mu\text{m}$ contre 40 s en moyenne pour les couches plus épaisses.

Ainsi, au-delà d'une certaine épaisseur d'huile, celle-ci n'influe plus sur la dynamique ni la géométrie de l'instabilité. Il serait intéressant d'étudier davantage ce comportement étonnant, en réalisant des expériences avec des couches épaisses et d'autres angles.

1.6 Conclusion

Nous avons exploré une instabilité originale qui peut survenir lors de l'adhésion de films visqueux et engendre la formation de doigts d'huile progressant dans l'air. Nous avons découvert que la croissance des doigts s'effectue grâce à une aspiration d'huile, essentiellement située dans les couches latérales au bout des doigts. Dans une géométrie en coin, et pour des angles relativement faibles, la largeur des doigts est déterminée par l'épaisseur d'huile, tandis que leur longueur maximale est fixée par

la longueur caractéristique h/α . La dynamique présente deux grandeurs caractéristiques : la position maximale x_{\max} et le temps τ mis pour l'atteindre. Tous deux sont déterminés par le rapport h/α , mais le temps τ est également proportionnel à la viscosité de l'huile. Cette dépendance souligne l'influence de la vitesse capillaire γ/η sur la dynamique qui évolue en $t^{1/2}$, lors de la progression des doigts. Le "cas limite" observé pour un angle $\alpha \simeq 0.3^\circ$ et des films épais, conduit à un régime différent de l'instabilité pour lequel la géométrie est indépendante de l'épaisseur d'huile et la dynamique évolue plus lentement.

Cette configuration en coin permet de réaliser des expériences reproductibles, où les couches d'huile sont séparées par une lame d'air d'épaisseur contrôlée, mais semble imposer une compression des films d'huile. Des expériences réalisées en variant le poids de la plaque supérieure permettraient de quantifier ce processus et d'évaluer son impact sur l'instabilité.

Nous terminons ce chapitre en présentant une variante de l'expérience, dans laquelle une seule plaque est enduite d'huile. La figure 1.38 présente une succession d'images issues d'une expérience réalisée avec un film d'huile déposé sur la plaque inférieure. L'huile colorée en bleu est 50 fois plus visqueuse que l'eau, elle forme une couche d'épaisseur $h \simeq 50 \mu\text{m}$, et un angle $\alpha \simeq 0.07^\circ$ est imposé.

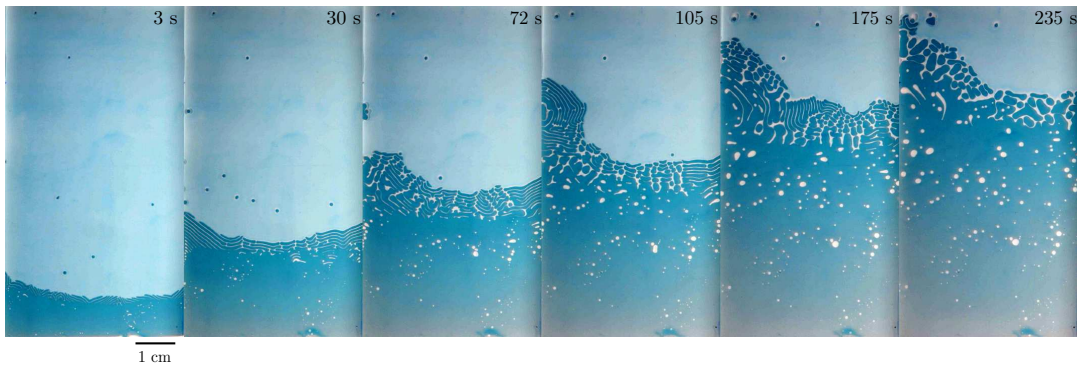


FIGURE 1.38: Vues successives d'une expérience réalisée avec une plaque sèche mise en contact avec une plaque couverte d'un film d'huile de viscosité $\eta = 50 \text{ mPa}\cdot\text{s}$. Le film a une épaisseur $h \simeq 50 \mu\text{m}$, et l'angle vaut $\alpha \simeq 0.07^\circ$.

L'interface se déstabilise de nouveau et le front d'adhésion se propage vers la cale. Sur la première image, les doigts sont similaires à ceux observés jusqu'ici, mais se transforment ensuite en boudins! En effet, dans la région juste en amont du front d'adhésion, le film d'huile adhère ponctuellement à la plaque de verre en formant des ponts liquides cylindriques. Ces derniers commencent ensuite à s'étendre latéralement et prennent alors l'apparence de boudins qui s'allongent jusqu'à ce qu'ils rencontrent l'extrémité d'autres boudins. L'adhésion est effectuée en aspirant l'huile latéralement. Cette surprenante propagation des digitations semble être la signature d'une dissipation singulière exercée au voisinage de la ligne de contact.

Ce comportement étonnant souligne l'intérêt d'étudier la dynamique d'extension de ponts capillaires. Ce mécanisme est examiné dans le prochain chapitre, avec une expérience modèle qui explore la dynamique de croissance d'un doigt unique.

Chapitre 2

Croissance de ponts capillaires

2.1 Introduction

Les grenouilles arboricoles, telle la rainette que l'on peut rencontrer dans nos jardins, vivent essentiellement dans les arbres, ainsi leurs pattes ont évolué pour adhérer aussi bien à l'écorce qu'aux feuilles. Le mécanisme à l'origine de cette exceptionnelle adhésion a longtemps été débattu. Des expériences réalisées par Green [27] ont prouvé que leur capacité provient d'un mécanisme d'adhésion humide : les coussinets des pattes de ces grenouilles sont constitués d'une couche de cellules cylindriques séparées par des canaux où s'ouvrent les glandes muqueuses [28]. Ainsi, lorsque la grenouille pose une patte sur une surface, un pont de liquide de forme concave joint le coussinet à la surface et confère l'adhésion de la grenouille.

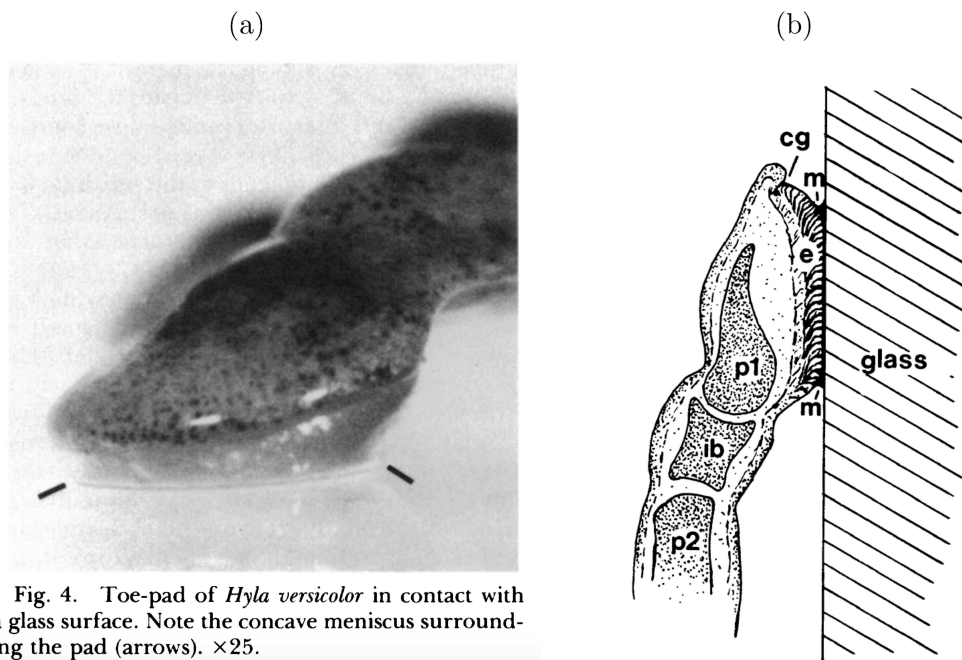


Fig. 4. Toe-pad of *Hyla versicolor* in contact with a glass surface. Note the concave meniscus surrounding the pad (arrows). $\times 25$.

FIGURE 2.1: (a) Pont capillaire reliant le coussinet d'une grenouille à une surface de verre. (b) Vue de coupe du coussinet : **cg** Rainure entourant le coussinet, **e** épiderme adhésif, **m** ménisque, **p1**, **p2** premières et secondes phalanges, **ib** cartilage [27]

Ces ponts liquides, aussi appelés ponts capillaires, peuvent également relier deux surfaces solides, telles des grains de sable, et entraîner leur adhésion. Il n'est pas nécessaire d'être sur une plage pour observer ces ponts, on peut tout simplement ouvrir un robinet! En effet, comme le montre la figure 2.2(a), un cylindre liquide peut se déstabiliser en une série de gouttes reliées par de minces ponts capillaires,

qui finissent par adopter la forme de filaments avant de se fragmenter. Ce phénomène a été décrit par Joseph Plateau, qui a répertorié les différentes formes que peuvent adopter les cylindres liquides [29], illustrées sur la figure 2.2(b).

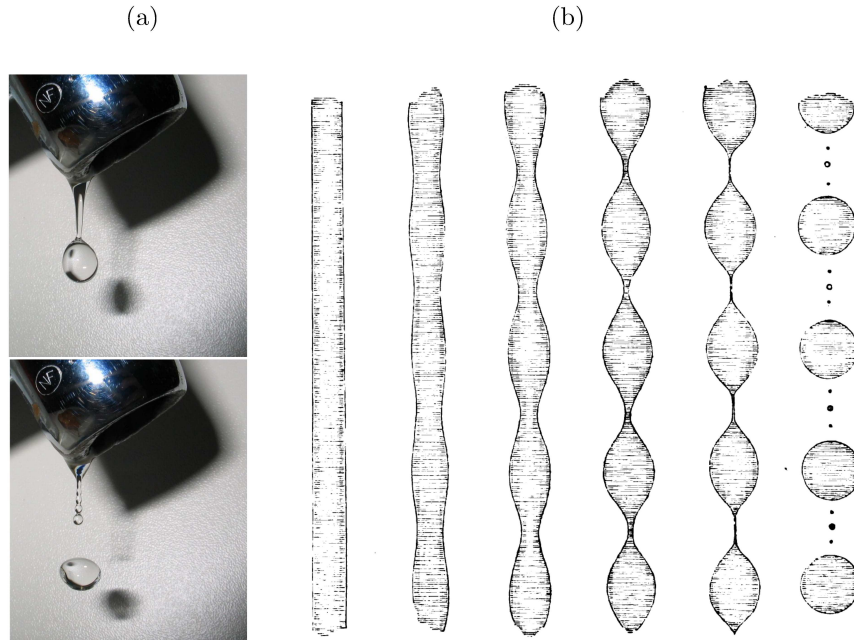


FIGURE 2.2: (a) Exemple d'un jet de robinet qui se déstabilise. Crédit photo : Roger McLassus. (b) Illustrations de Joseph Plateau décrivant les formes successives adoptées par un cylindre liquide lorsqu'il se déstabilise [29].

De nombreux travaux ont été réalisés sur ces différents profils statiques. Orr, Scriven et Rivas ont par exemple déterminé l'expression analytique du profil d'un pont reliant une surface plane à une sphère, en prenant en compte le cas où l'angle de contact est différent sur chaque surface [30]. La force totale exercée par le pont sur la sphère et la plaque provient de la tension de surface et de la pression de Laplace induite par le ménisque courbé. Orr *et al.* ont montré que cette force est toujours attractive en mouillage total tandis qu'elle peut être répulsive si les deux angles de contact sont non nuls. Lorsque le pont relie deux surfaces planes, De Souza *et al.* ont montré que la force est attractive si l'angle de contact est inférieur à 90° et majoritairement répulsive sinon [31].

Plateau ne s'est pas contenté de décrire les formes des profils. Il a également étudié leur stabilité et observé qu'un cylindre liquide se déstabilisait si le rapport entre sa longueur et son diamètre excédait π . Par la suite, diverses études ont mis la stabilité des ponts cylindriques à l'épreuve, comme celles de Debregeas *et al.* et Perales *et al.* qui ont respectivement déterminé le volume minimum pour qu'un pont relie une plaque à un bain [32] ou à une autre plaque [33]. Le volume maximal pour lequel le cylindre reste axisymétrique a également été examiné par Russo *et al.* [34] et Bezdeneznyk *et al.* [35].

Les recherches sur la rupture de ponts lorsqu'ils sont étirés ou cisailés ont, entre autres, été motivées par l'amélioration des processus d'impression [36]. Puisqu'il s'agit de transférer du liquide d'une surface à l'autre, contrôler la quantité restante sur chaque surface après la rupture est essentiel. Ces études sont souvent réalisées sur des cylindres liquides dont les lignes de contact sont accrochées aux bords de deux disques

coaxiaux [37], mais certaines portent sur des géométries plus excentriques comme la cavité trapézoïdale étudiée par Dodds *et al.* [38]. L'impact du mouvement éventuel des lignes de contact sur le transfert a aussi été exploré par Dodds *et al.* [39] et Qian *et al.* [40].

Nos collègues D. Beilharz [41] et J. Delannoy [42] ont étudié la dynamique d'étalement d'un pont capillaire axisymétrique reliant une surface solide et un bain liquide de grande profondeur. C'est une des rares situations où le mouvement des lignes de contact n'est pas induit par une force extérieure appliquée au cylindre liquide. Par ailleurs, dans la plupart des travaux, les géométries étudiées sont axisymétriques sauf dans quelques cas, dont l'étude de Broesch *et al.* [43] pour laquelle le pont relie deux surfaces planes rectangulaires et élancées. Le rapport d'aspect du pont varie avec le volume de liquide et la distance entre les surfaces, menant à des profils concaves, rectangulaires ou convexes.

Nous adoptons une géométrie similaire dans ce chapitre qui explore la dynamique d'avancée spontanée d'un pont capillaire reliant un bain liquide à une surface plane et rectangulaire. Dans un premier temps, nous étudions l'influence de la géométrie du système sur la dynamique, notamment comment le rapport entre la profondeur du bain et la longueur capillaire détermine la dissipation dominante. Certains cas révèlent une relation complexe entre les dimensions du pont et la vitesse d'extension, qui nous amène ensuite à réaliser des expériences en variant des paramètres de manière continue. Pour finir, nous présentons des résultats préliminaires sur l'extension simultanée de plusieurs ponts.

2.2 Pont capillaire sous un pont

Le montage expérimental présenté sur la figure 2.3 est constitué d'une cuve partiellement remplie d'huile silicone, de tension de surface $\gamma = 20.6 \text{ mN}\cdot\text{m}^{-1}$, de viscosité η comprise entre 10 et 10000 mPa.s, qui forme une couche d'épaisseur h . Une gouttelette d'huile est déposée au milieu de l'un des rebords de la cuve. Une baguette parallélépipédique en Plexiglas, de largeur W comprise entre 5 et 20 mm, est disposée en travers du bain de manière à ce que l'une de ses extrémités écrase la gouttelette tandis que l'autre repose sur le milieu du rebord opposé. L'huile silicone est en mouillage total sur le Plexiglas donc, dès que la gouttelette est en contact avec la baguette, un pont liquide se forme en reliant la surface du bain à la baguette. Ce pont capillaire s'étend à vitesse constante V , jusqu'à atteindre l'extrémité opposée de la cuve. La dynamique est d'abord étudiée avec un bain de grande profondeur (devant la longueur capillaire). Nous nous intéresserons ensuite au cas où la profondeur du bain est proche ou inférieure à la longueur capillaire.

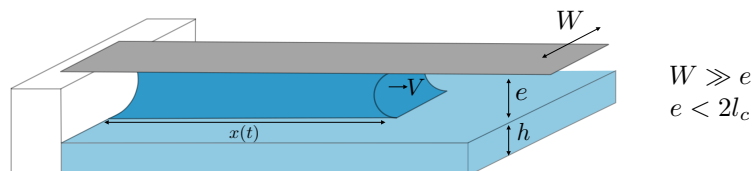


FIGURE 2.3: Montage expérimental : un pont capillaire relie la surface d'un bain d'huile silicone d'épaisseur h à une surface solide de largeur W située au-dessus de la surface, à une distance $e \lesssim 2l_c$.

2.3 Bain de grande profondeur

L'expérience est réalisée dans une boîte de pétri d'une dizaine de centimètres de diamètre et de profondeur $H \simeq 1.4$ cm. Ces dimensions assurent que le pont doit toujours combler une couche d'air dont l'épaisseur e est faible devant l'épaisseur h de l'huile : $e \ll h$. Trois paramètres sont étudiés : la viscosité de l'huile η , comprise entre 10 et 10000 mPa.s, la largeur de la baguette W de 5, 10 ou 20 mm et l'épaisseur d'air e comprise entre 100 μm et 1.7 mm.

La figure 2.4 présente des vues de dessus successives d'expériences réalisées avec une baguette sèche (à gauche) et prémouillée par un film d'épaisseur $\varepsilon \simeq 50$ μm (à droite). Pour les deux expériences, l'huile a une viscosité $\eta = 48$ mPa.s, le pont doit combler une épaisseur d'air $e \simeq 1.7$ mm et la baguette a une largeur $W = 10$ mm. Les images sont séparées de 0.8 s.

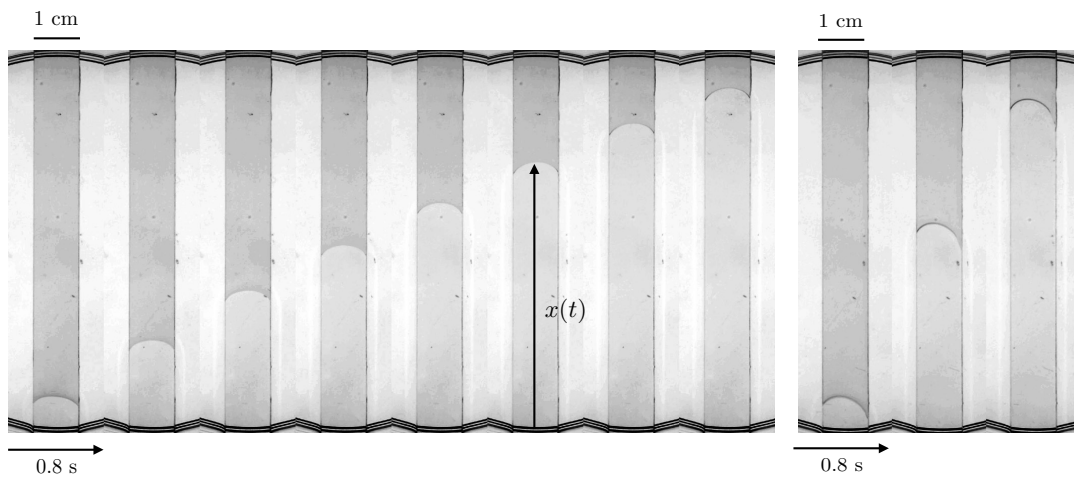


FIGURE 2.4: Vues successives séparées de 0.8 s et réalisées avec une baguette sèche (gauche) et prémouillée par un film d'épaisseur $\varepsilon \simeq 50$ μm (droite). La baguette a une largeur $W = 10$ mm, l'huile a une viscosité de 48 mPa.s et l'épaisseur d'air vaut $e \simeq 1.7$ mm. L'épaisseur d'huile est $h \simeq 1.2$ cm à gauche et $h \simeq 1.19$ cm à droite.

Le pont s'étend à vitesse constante dans les deux situations mais nettement plus lentement lorsque la baguette est sèche. Nous confirmons ces observations en traçant la position du ménisque au cours du temps pour ces deux expériences, sur la figure 2.5.

Avec une vitesse $V = 4.4$ cm.s^{-1} , l'extension est quatre fois plus rapide lorsque la baguette est prémouillée. Pour éviter que des ponts se forment aux deux extrémités de la baguette, celle-ci n'est pas entièrement recouverte de film prémouillant. Un brusque ralentissement survient donc aux derniers instants de l'extension, alors que le ménisque quitte la région prémouillée. Ces différences de vitesse montrent que la friction est considérablement réduite lorsqu'on supprime la ligne de contact. Ce mécanisme de dissipation semble donc jouer un rôle majeur que nous allons étudier en variant les autres paramètres, avec une baguette sèche uniquement.

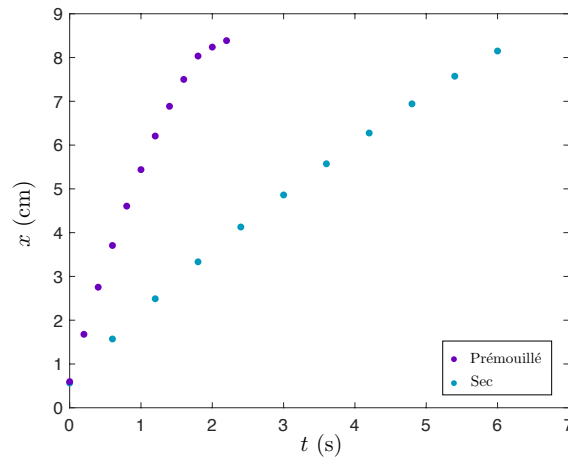


FIGURE 2.5: Trajectoires du ménisque pour une baguette prémouillée (violet) ou sèche (bleu). Les vitesses sont constantes et respectivement égales à 4.4 cm.s^{-1} et 1.2 cm.s^{-1} , suggérant une importante dissipation au voisinage de la ligne de contact. Dans le cas prémouillé, le ralentissement à la fin de l'extension est dû à l'absence volontaire de film liquide sur une partie de la baguette.

Résultats expérimentaux

L'effet de la viscosité de l'huile est étudié en mesurant la vitesse du front pour des viscosités comprises entre 9.3 et 9710 mPa.s. Les résultats sont présentés sur la figure 2.6 et correspondent à des expériences réalisées avec une baguette de largeur $W = 10 \text{ mm}$ et une épaisseur d'air $e \simeq 1.2 \text{ mm}$. La vitesse est inversement proportionnelle à la viscosité, ce qui montre que les forces de friction qui s'opposent à la force capillaire ont une origine visqueuse.

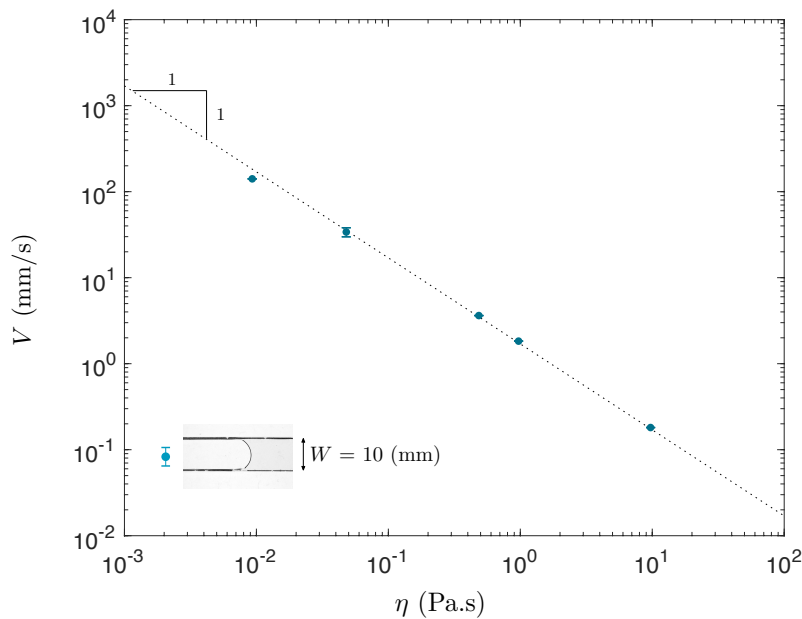


FIGURE 2.6: Vitesse du front en fonction la viscosité de l'huile pour une baguette de largeur $W = 10 \text{ mm}$. La cuve de profondeur $H \simeq 1.4 \text{ cm}$ contient une couche d'huile d'épaisseur $h \simeq 1.25 \text{ cm}$, et l'épaisseur d'air vaut $e \simeq 1.2 \text{ mm}$.

Les paramètres géométriques sont ensuite variés pour évaluer leur impact sur la dynamique. La figure 2.7 représente la vitesse d'extension en fonction de l'épaisseur de la couche d'air. Les expériences ont été réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 970$ mPa.s et pour des largeurs de baguette $W = 5, 10$ et 20 mm.

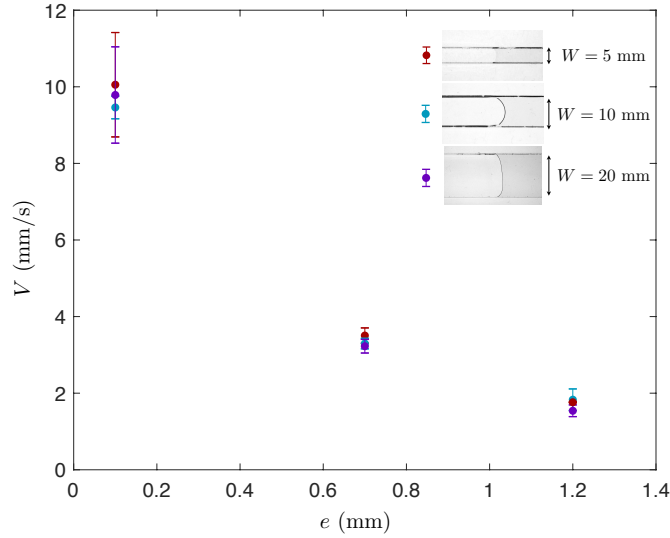


FIGURE 2.7: Vitesse V du front en fonction de l'épaisseur d'air e pour des baguettes de largeur $W = 5$ mm (points rouges), 10 mm (points bleus) et 20 mm (points violets). L'huile a une viscosité de 970 mPa.s

Nous constatons que la vitesse décroît avec l'épaisseur d'air. En effet, les vitesses mesurées pour une épaisseur $e \simeq 1.2$ mm sont environ cinq fois plus faibles que celles pour $e \simeq 0.1$ mm. Cette tendance est assez intuitive : plus la couche d'air est épaisse, plus le volume d'huile nécessaire pour l'extension est grand, donc la vitesse est faible. Par ailleurs, la vitesse est indépendante de la largeur de la baguette. Ce résultat est une signature de la dissipation locale de ligne de contact, ce que nous décrivons dans le paragraphe suivant.

Modèle

Étudions la situation schématisée sur la figure 2.8, où la ligne de contact se déplace à une vitesse V sous la baguette. Au cours du mouvement, l'interface forme un angle de contact dynamique θ_d , supérieur à l'angle statique θ_s (qui est nul ici).

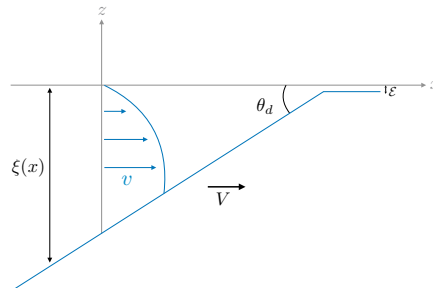


FIGURE 2.8: Coin liquide avançant à une vitesse V sur la baguette. Un film précurseur d'épaisseur ε s'établit à l'avant du ménisque, dont l'interface forme un angle θ_d avec la surface de la baguette. Dans le coin liquide de hauteur ξ , le profil de vitesse $v(z)$ est parabolique.

Elisabeth Dussan a étudié la translation de deux fluides immiscibles dans un tube capillaire. La coloration de l'un des fluides a mis en évidence l'existence d'un mouvement de "chenille" rotatif, dans le coin situé entre la paroi et la ligne de contact, qui engendre de la friction visqueuse [44]. Huh et Scriven ont ensuite modélisé cet écoulement par un coin de liquide avançant avec une vitesse et un angle de contact θ_d constants [45]. La situation a été simplifiée par de Gennes en considérant le cas de petits angles, et une interface presque plane [46]. Les lignes suivantes reprennent ce raisonnement pour l'appliquer à notre problème.

L'approximation de lubrification appliquée sur un coin de liquide de hauteur locale $\xi(x)$ amène à un profil de vitesse parabolique. En appliquant la condition d'adhérence à la paroi et une contrainte nulle sur l'interface liquide/gaz, le profil de vitesse s'exprime en fonction de la vitesse de la ligne de contact V :

$$v(z) = \frac{3V}{2\xi^2} (-z^2 + 2z\xi) \quad (2.1)$$

Dans l'approximation des petits angles de contact où $\xi \approx \theta_d x$, la contrainte visqueuse à la paroi s'exprime comme :

$$\eta \left. \frac{dv}{dz} \right|_{z=0} = \frac{3\eta V}{\xi} \approx \frac{3\eta V}{\theta_d x}$$

La contrainte diverge au voisinage de la ligne de contact ($x \rightarrow 0$). Ce paradoxe, mis en évidence par Huh et Scriven, provient des conditions limites à la paroi : la viscosité du fluide η impose une vitesse nulle tandis que le mouvement de la ligne de contact nécessite une condition de glissement. Plusieurs mécanismes permettent de lever ce paradoxe [47]. De Gennes *et al.* évoquent par exemple l'existence d'un film précurseur de quelques nanomètres d'épaisseur, qui s'établit en amont du ménisque, ou une possibilité de glissement sur une échelle moléculaire [48]. Pour obtenir la force visqueuse résultante, de Gennes [46] introduit deux longueurs de coupure afin d'intégrer la contrainte visqueuse : l_μ de taille moléculaire et L de la taille du système (typiquement la longueur capillaire) :

$$f_\eta = \int \eta \left. \frac{dv}{dz} \right|_{z=0} dx = \frac{3\eta V}{\theta_d} \int_{l_\mu}^L \frac{dx}{x}$$

L'intégration aboutit à l'expression suivante pour la force de friction (par unité de longueur) :

$$f_\eta = \frac{3\eta V}{\theta_d} \ln \frac{L}{l_\mu}$$

En prenant une longueur de coupure haute centimétrique et une longueur de coupure basse nanométrique, la valeur du logarithme est de l'ordre 10 à 15 pour une huile avançant sur une surface sèche. Cette force de friction s'oppose à la force capillaire f_γ que l'on peut également simplifier lorsque $\theta_d \ll 1$:

$$f_\gamma = \gamma(1 - \cos \theta_d) \approx \frac{\gamma \theta_d^2}{2}$$

L'équilibre de ces forces amène à la relation de Tanner :

$$\theta_d^3 = 6Ca \ln \left(\frac{L}{l_\mu} \right)$$

Les forces visqueuse et capillaire étant proportionnelles à la longueur de la ligne de contact, celle-ci n'intervient pas dans cette relation. La vitesse d'extension est donc indépendante de W , ce que nous avons obtenu expérimentalement sur la figure 2.7.

Cette démonstration de la loi de Tanner est cependant contestable : l'hypothèse d'une interface plane près de la ligne de contact est en désaccord avec le profil de vitesse parabolique (2.1), qui nécessite un gradient de pression, donc une interface courbe. Une approche différente est proposée par Cox [49] et Voinov [50], afin de prendre en compte cet effet. Pour cela, la courbure du ménisque est exprimée en fonction de la variation d'angle de contact dynamique le long de l'interface. Ensuite, la contrainte normale exercée sur la surface libre est reliée à l'angle de contact dynamique. L'équilibre entre cette contrainte et la pression de Laplace, due à la courbure du ménisque, aboutit à l'expression suivante pour l'angle de contact dynamique :

$$\theta_d^3 = \theta_s^3 + 9Ca \ln \left(\frac{L}{l_\mu} \right)$$

En mouillage total $\theta_s = 0$, à un préfacteur numérique près nous retrouvons la loi de Tanner et la vitesse d'extension est donnée par :

$$V = \frac{\gamma}{\eta} \frac{\theta_d^3}{9 \ln(L/l_\mu)} \quad (2.2)$$

La région dynamique, de petite taille, se raccorde à un ménisque statique d'épaisseur proche de e , et correspondant à un angle de contact statique θ_s . En équilibrant la pression de Laplace avec la pression hydrostatique (voir annexe A), la hauteur d'équilibre d'un ménisque statique s'écrit :

$$e = l_c \sqrt{2(1 + \cos \theta_s)}$$

où $l_c = \sqrt{\gamma/\rho g}$ est la longueur capillaire. En inversant cette relation, nous obtenons l'angle de contact statique, correspondant à un ménisque de hauteur e et identique à l'angle de contact dynamique.

$$\theta_s = \theta_d = \arccos \left(\frac{e^2}{2l_c^2} - 1 \right) \quad (2.3)$$

En combinant les équations 2.2 et 2.3, la vitesse s'exprime comme :

$$V = \frac{\gamma}{\eta} \frac{1}{9 \ln(L/l_\mu)} \left(\arccos \left(\frac{e^2}{2l_c^2} - 1 \right) \right)^3 \quad (2.4)$$

où nous avons choisi $\ln(L/l_\mu) = 15$. Le modèle prédit donc une vitesse indépendante de la largeur W et de l'épaisseur d'huile h . La vitesse est ainsi déterminée par les propriétés du liquide η et γ , et par l'épaisseur de la couche d'air e .

La figure 2.9 représente les vitesses mesurées expérimentalement en fonction de la vitesse théorique obtenue ci-dessus. Les mesures correspondent à des expériences réalisées dans une cuve de profondeur H centimétrique (cercles vides) pour les trois largeurs de baguettes, avec des huiles de viscosité η comprise entre 9.3 et 9710 mPa.s.

Les épaisseurs d'air sont $e = 100, 700$ et $1200 \mu\text{m}$, soit des couches d'huile d'épaisseurs $h = 1.25, 1.3$ et 1.36 cm respectivement. Nous avons, par ailleurs, ajouté les vitesses mesurées dans une cuve d'un millimètre de profondeur (cercles pleins), pour des huiles de viscosité $\eta = 48, 970$ et $9710 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ formant une couche d'épaisseur $h \simeq 900 \mu\text{m}$, et imposant une épaisseur d'air $e \simeq 100 \mu\text{m}$. Ces expériences ont été effectuées avec les trois largeurs de baguette et, comme pour une cuve centimétrique, les vitesses sont indépendantes de ce paramètre.

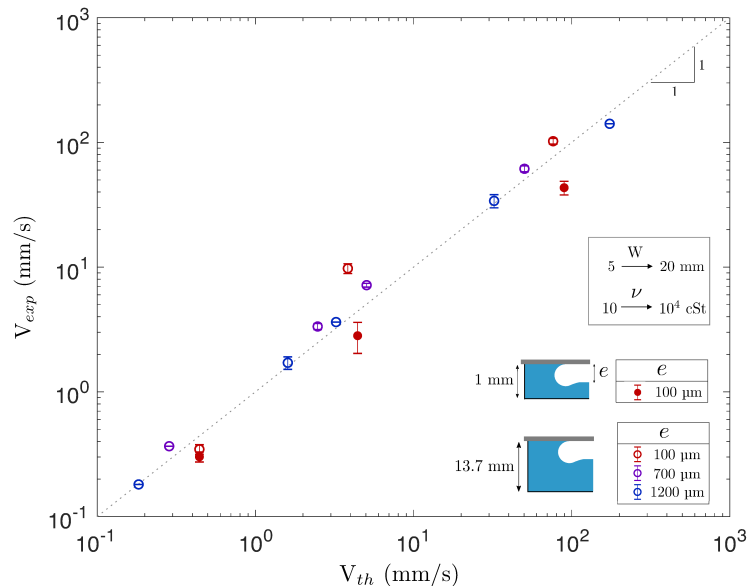


FIGURE 2.9: Vitesse du front V_{exp} mesurée expérimentalement en fonction de la vitesse théorique V_{th} obtenue par l'équation 2.4 pour des expériences faites dans une cuve centimétrique (cercles vides) et millimétrique (cercles pleins). L'épaisseur d'air e est de $100 \mu\text{m}$ (rouge), $700 \mu\text{m}$ (violet) ou $1200 \mu\text{m}$ (bleu). Les mesures comprennent des viscosités de 9.3 à $9710 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ et des baguettes de largeur $W = 5, 10$ et 20 mm . La droite en pointillés correspond à la courbe $V_{exp} = V_{th}$.

Les vitesses mesurées dans la cuve centimétrique s'alignent sur la droite en pointillés, indiquant un bon accord entre le modèle et les expériences. Pour la cuve millimétrique, en revanche, la vitesse est légèrement inférieure à la prédiction du modèle. Dans ce cas, la dissipation visqueuse s'effectue aussi dans le film d'huile, de plus faible épaisseur.

Ainsi, pour ces expériences réalisées avec une grande profondeur d'huile, la dissipation dans le bain est bien négligeable devant la friction au niveau de la ligne de contact. La dynamique est déterminée localement. Elle est ainsi indépendante de la longueur de la ligne de contact, donc de la largeur de la baguette.

2.4 Bain peu profond

Nous étudions la situation inverse, où le réservoir d'huile est un film mince. Nous réduisons progressivement la profondeur de la cuve afin d'évaluer l'impact du confinement sur la dynamique. Les paramètres sont ensuite variés de manière continue en réalisant l'expérience avec une baguette inclinée, imposant ainsi une épaisseur d'air croissante, puis avec une baguette de largeur croissante spatialement.

2.4.1 Influence du confinement

Les expériences sont réalisées dans des cuves carrées, de côté $L = 10$ cm et de profondeur $H = 0.29, 0.49, 1$ et 2 mm. Les cuves de profondeur millimétrique ont été usinées en Plexiglas par Olivier Brouard, à l'aide d'une fraiseuse conventionnelle. Il aurait été compliqué de fabriquer les deux autres de cette manière. Nous avons pensé à utiliser une imprimante 3D mais cela aurait créé des rugosités sur le fond de la cuve. Finalement, ces cuves ont été confectionnées à partir de bandes adhésives disposées en carré de 10 cm de côté sur une plaque de verre. Les bandes sont déposées avec précaution pour éviter d'emprisonner des bulles d'air sous l'adhésif. Les interstices entre chaque bande sont ensuite comblés avec du polyvinyl siloxane (PVS), un silicone liquide qui réticule en présence d'un catalyseur. Les cuves obtenues ont des fonds lisses grâce au verre et des bords presque identiques avec des fluctuations de hauteur inférieures à 5 microns.

Comme précédemment, nous utilisons des baguettes de largeur $W = 5, 10$ et 20 mm. Les cuves contiennent de l'huile silicone de viscosité η comprise entre 48 et 970 mPa.s, formant une couche d'épaisseur h comprise entre 80 et 1800 μm . Les épaisseurs d'air correspondantes varient entre 90 et 1550 μm . Nous procédons de la même manière : le pont est initié d'un côté de la cuve et s'étend à vitesse constante.

Une horizontalité ardue : La vitesse n'est constante que si l'épaisseur e de la couche d'air est homogène. Deux critères permettent d'assurer cette condition. D'une part, il faut que la profondeur de la cuve soit identique en tout point. Ceci est très difficile à réaliser avec une fraiseuse manuelle, donc les cuves de profondeur millimétrique comportent de petits défauts de dimensions, notamment un fond un peu incliné et des bords de hauteurs légèrement inégales. D'autre part, il faut que le support de la cuve soit parfaitement horizontal. Nous nous en sommes assurés à l'aide d'un niveau à bulle réglable, outil qui semblait plus précis qu'un inclinomètre numérique. Néanmoins, pour que l'épaisseur soit précise à 100 μm près sur 10 cm, il faut que le support soit incliné d'au plus 10^{-3} rad soit 0.06° . Ceci est assez délicat à réaliser, surtout parce qu'il faut effectuer l'expérience après chaque réglage pour s'assurer de l'horizontalité et recommencer jusqu'à ce que l'on mesure une vitesse constante. Par ailleurs, la procédure doit être effectuée au moindre mouvement du support. Malheureusement, ce dernier a été légèrement déplacé à plusieurs reprises, dérégulant l'horizontalité. Une fois le support réaligné, nous avons comparé les vitesses à celles du précédent réglage. Les valeurs n'étaient pas exactement identiques, avec certaines mesures 1.5 fois plus grandes que précédemment. Cet écart est probablement dû à la difficulté de régler l'horizontalité du support de manière identique, sachant que le fond de la cuve est légèrement penché. L'ensemble des mesures a été pris en compte dans les résultats puisqu'il est impossible d'affirmer qu'un des réglages était plus précis que les autres.

Résultats expérimentaux

Afin d'étudier l'effet du confinement sur la dynamique, l'expérience est réalisée pour différentes épaisseurs d'huile et profondeurs de cuve. La figure 2.10 présente l'évolution de la vitesse en fonction de l'épaisseur d'huile h dans des cuves de profondeur $H = 0.49$ (bleu), 1 (violet) et 2 mm (rouge). L'huile a une viscosité $\eta = 48$ mPa.s et la baguette a une largeur $W = 10$ mm.

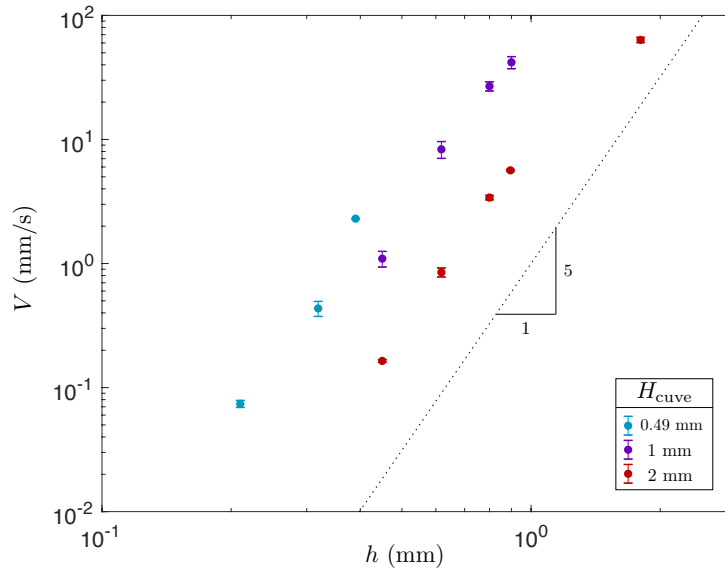


FIGURE 2.10: Vitesse du front V en fonction de l'épaisseur d'huile h pour des cuves de profondeur $H = 0.49$ mm (points bleus), 1 mm (points violets) et 2 mm (points rouges). La baguette a une largeur $W = 10$ mm et la viscosité de l'huile est $\eta = 48$ mPa.s.

Quelle que soit la profondeur de la cuve, la vitesse est d'autant plus élevée que l'épaisseur d'huile est grande. Ce paramètre influe beaucoup sur la vitesse qui semble varier comme h^5 pour les trois cuves. Ainsi pour $H = 2$ mm, la vitesse passe de $160 \mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ à $6.3 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ lorsqu'on quadruple l'épaisseur d'huile. Nous constatons donc que les forces visqueuses qui s'exercent dans le bain sont considérablement réduites lorsque l'on augmente l'épaisseur d'huile.

L'impact de la largeur du pont est ensuite étudié en réalisant l'expérience avec une huile de viscosité $\eta = 48$ mPa.s, pour des baguettes de largeur $W = 5, 10$ et 20 mm. Les mesures ont été effectuées dans des cuves de différentes profondeurs, et pour plusieurs épaisseurs d'huile, ce qui a permis de varier l'épaisseur d'air entre 90 et $1550 \mu\text{m}$. La figure 2.11 présente la vitesse du front V en fonction de la largeur de la baguette W pour les différentes épaisseurs d'air e , dans les cuves de profondeur millimétrique à gauche et submillimétrique à droite. Les symboles indiquent la profondeur H de la cuve, de 0.29 mm (carrés), 0.49 mm (triangles), 1 mm (points) ou 2 mm (cercles vides). Chaque couleur correspond à un couple d'épaisseur huile/air et les lignes en pointillés sont des ajustements de la forme $V \sim W^{-a}$ où la valeur de a est précisée dans les légendes. Les données sont tracées en échelle logarithmique avec l'espoir de trouver des lois de puissance dans certains régimes. Nous regardons donc l'évolution de l'exposant a (la pente) avec les différents paramètres.

Les vitesses varient avec la largeur de la baguette, à l'exception des expériences réalisées avec $e \simeq 100 \mu\text{m}$ et $h \simeq 900 \mu\text{m}$ (points rouges), pour lesquelles la pente est presque nulle. Ainsi, la dissipation de ligne de contact domine pour les épaisseurs d'air inférieures à $100 \mu\text{m}$ alors qu'au-delà, même si l'épaisseur d'huile est doublée (cercles oranges), les vitesses diminuent avec la largeur. Cependant, l'écart entre les vitesses est plus ou moins marqué selon les épaisseurs, avec une évolution différente entre les cuves de profondeurs millimétriques et submillimétriques. En effet, sur le graphique de gauche, la pente est faible pour les petites épaisseurs d'air e et élevée pour les plus grandes. L'évolution est inverse sur le graphique de droite où la pente est plus faible pour les grandes épaisseurs d'air.

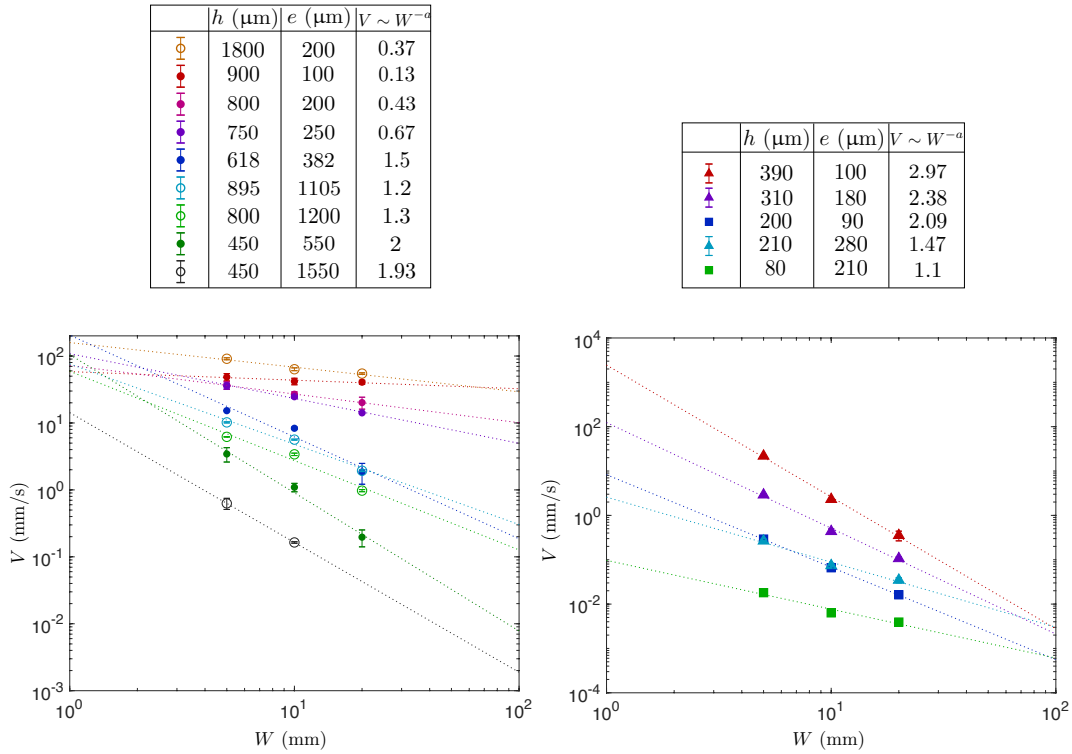


FIGURE 2.11: Vitesse V en fonction de la largeur de la baguette W dans les cuves de profondeur H millimétrique (gauche) et submillimétrique (droite), précisée par les symboles : $H = 2$ mm (cercles vides), 1 mm (points), 0.49 mm (triangles) et 0.29 mm (carrés). Les mesures comprennent différentes paires d'épaisseurs d'huile h et d'air e associées à une couleur. Les lignes en pointillés sont des ajustements en loi de puissance, dont l'exposant a est indiqué dans la légende.

Malheureusement les vitesses ne sont pas directement déterminées par l'épaisseur d'air, l'épaisseur d'huile ou leur rapport, donc il est difficile de déterminer ce qui fixe la valeur de la pente, mais quelques tendances apparaissent. Sur le graphique de gauche, la pente croît avec l'épaisseur d'air lorsqu'elle est inférieure à $300 \mu\text{m}$. Au-delà de cette épaisseur d'air, il semble que la couche d'huile soit déterminante, avec une pente d'autant plus grande que la couche est mince, à l'exception de $h \simeq 618 \mu\text{m}$ (points bleus foncés). Ainsi, pour les deux expériences réalisées avec $h \simeq 450 \mu\text{m}$ (points verts foncés et gris), les pentes obtenues sont très proches alors que les épaisseurs d'air diffèrent d'un millimètre. Sur le graphique de droite, la pente semble également suivre l'épaisseur d'huile mais de manière moins évidente. En effet, les expériences réalisées avec des couches d'huile d'épaisseur $h \simeq 200 \mu\text{m}$ aboutissent à des pentes assez différentes de -1.5 et -2 .

Ces résultats montrent que rechercher une loi de puissance simple entre la vitesse et les différents paramètres était quelque peu illusoire. En effet, la relation entre la vitesse et la largeur n'est pas toujours fixée par le même paramètre, et varie en fonction de la friction dans le bain. Pour une faible dissipation dans le bain l'épaisseur d'air est déterminante, tandis que c'est l'épaisseur d'huile qui gouverne la relation entre vitesse et largeur lorsque la friction dans le bain est importante.

Mécanisme qualitatif

Ces résultats expérimentaux suggèrent qu'en bain peu profond, il existe une relation intriquée entre la vitesse d'extension et les paramètres géométriques de l'expérience. Il convient donc de préciser le mécanisme à l'origine de l'extension. Pour cela, nous réalisons l'expérience avec de l'huile colorée. La figure 2.12 présente une succession de vues de dessus d'une expérience réalisée avec une couche d'huile d'épaisseur $h \simeq 450 \mu\text{m}$ et de viscosité $\eta = 485 \text{ mPa}\cdot\text{s}$. L'épaisseur d'air correspondante vaut $e \simeq 550 \mu\text{m}$ et la baguette a une largeur $W = 10 \text{ mm}$. Le temps écoulé depuis le début de l'extension est indiqué en dessous de chaque image.

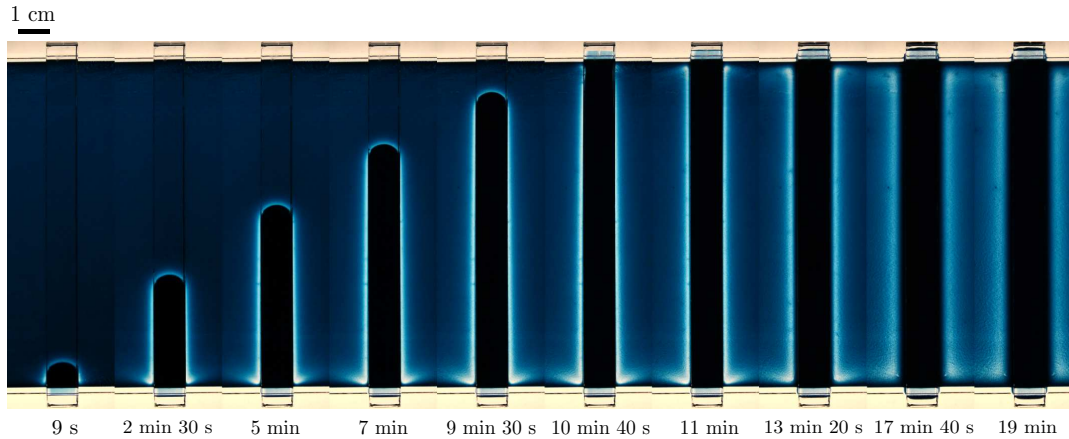


FIGURE 2.12: Vues de dessus d'une expérience réalisée avec une huile de viscosité $\eta = 485 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, colorée en bleu. L'épaisseur de la couche d'huile est $h \simeq 450 \mu\text{m}$, ce qui correspond à une épaisseur d'air $e \simeq 550 \mu\text{m}$ entre la surface du bain et la baguette. Un halo clair entoure le pont, signe d'une épaisseur d'huile réduite dans cette zone. À temps long, l'épaisseur d'huile autour de la baguette redevient homogène.

La coloration de l'huile met en évidence des différences d'épaisseur au sein du système. En effet, sous la baguette, la couche d'huile est plus épaisse et apparaît plus foncée que le reste du bain. À l'opposé, le pourtour du ménisque est très clair, et indique que la couche est plus mince à cet endroit. Ceci montre visuellement le mécanisme régissant l'extension du pont. Pour se former sous la baguette, le pont doit aspirer l'huile dans le film. L'épaisseur d'huile est réduite localement ce qui aboutit à cette démarcation très claire sur les images. Nous pouvons remarquer que cette aspiration s'effectue aussi bien à l'avant que sur les côtés du pont. Une fois l'extension achevée, la dépression autour du ménisque s'estompe, donc la zone appauvrie en huile se remplit de nouveau : le pourtour du ménisque devient plus foncé ce qui donne l'impression que le pont s'élargit. L'interface se lisse, et les deux lignes blanches, témoins d'une faible épaisseur, s'écartent petit à petit. Loin du pont, la différence de teinte entre la première et la dernière image met en évidence l'amincissement de la couche d'huile induit par la formation du pont. Ces observations permettent de schématiser les vues de coupes de la figure 2.13.

La tête du pont est entourée par un gradient de pression capillaire, qui creuse l'interface et engendre une aspiration d'huile sur une longueur ℓ . Ceci permet de combler l'épaisseur d'air e qui sépare la baguette de la surface, et accroît la longueur du pont à une vitesse V .

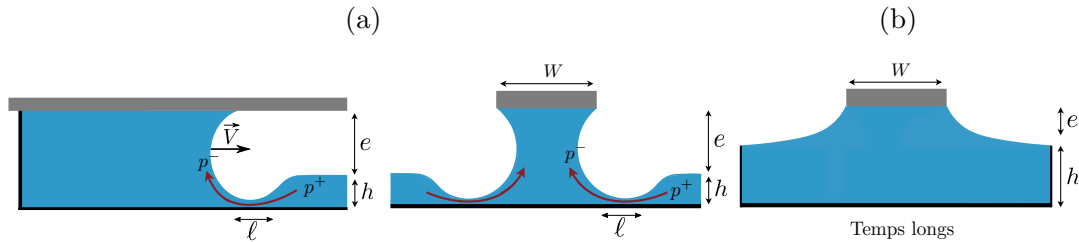


FIGURE 2.13: **(a)** Vues de côté et de face de l'expérience (à gauche et à droite respectivement). Un gradient de pression capillaire s'exerce au voisinage du ménisque, creusant l'interface sur une longueur ℓ . L'huile du bain est aspirée (flèches rouges) vers le pont, ce qui permet son extension à une vitesse V . **(b)** Vue de face aux temps longs : le ménisque est à l'équilibre de part et d'autre de la baguette.

Grâce à ces différentes teintes, l'épaisseur d'huile pourrait être mesurée dans l'ensemble de la cuve et au cours du temps. Nous avons donc essayé de réaliser une courbe d'étalonnage, mais malheureusement le colorant se dissout assez mal dans l'huile de silicone. Les agrégats sont trop visibles pour obtenir une teinte homogène et permettre une mesure fiable de l'épaisseur correspondante. Or, ce sont les épaisseurs les plus faibles, situées autour du ménisque, qui nous intéressent. Cette méthode de mesure n'a donc pas été mise en œuvre. Des expériences avec des traceurs ont été réalisées afin d'en apprendre davantage sur les écoulements du fluide, et sont présentées dans le paragraphe suivant.

Mouvement des particules fluides dans le volume

Il est intuitif qu'une baguette plus large nécessite d'aspirer davantage de liquide mais comment expliquer ces évolutions différentes selon les épaisseurs? Plusieurs points doivent être éclaircis pour préciser la dynamique au sein du fluide et tenter de répondre à cette question. Par exemple, est-ce que le gradient de pression qui engendre l'aspiration est identique d'une épaisseur d'huile à l'autre? Est-ce qu'il s'effectue sur une même longueur? De manière isotrope? Afin de répondre à ces interrogations, des expériences ont été réalisées avec des particules dans les cuves de profondeur millimétrique pour caractériser le mouvement au sein du fluide grâce à la vélocimétrie par image de particules (PIV).

Les particules doivent être suffisamment petites pour ne pas perturber l'écoulement, et bien contrastées par rapport à l'huile silicone. De plus, pour mesurer la vitesse maximale des particules, celles-ci doivent flotter à la surface. Nous n'avons malheureusement pas trouvé de particules qui flottent (l'huile de silicone est particulièrement mouillante ce qui ne permet pas le piégeage des particules à l'interface par capillarité). Nous avons utilisé du poivre tamisé de diamètre compris entre 75 et 200 μm , qui a l'avantage d'être bien contrasté et sédimente plutôt lentement.

L'expérience est réalisée en saupoudrant la cuve de poivre avant d'initier le pont. Les images sont ensuite analysées sur Matlab avec le programme PIVlab créé par William Thielicke [51]. Le traitement de PIV commence par découper les images en plusieurs petites zones. Deux images successives sont ensuite corrélées pour calculer le vecteur déplacement de chaque zone, dont la vitesse est déduite. Ce traitement est appliqué à l'ensemble des images de l'expérience pour déterminer le champ de vitesse à chaque instant. Afin d'éviter des effets de bords, le traitement n'est pas effectué près des parois de la cuve, sur une distance d'un centimètre. Il arrive que la corrélation entre deux images ne s'effectue pas correctement et mène à des vitesses

beaucoup trop élevées. Par ailleurs, les particules prises dans la ligne de contact ne sont pas représentatives de la dynamique dans le volume et doivent être ignorées dans l'analyse. Un seuil pour la vitesse des particules doit donc être déterminé.

Pour cela, des mesures préliminaires de vitesses sont effectuées sur la configuration la moins confinée avec une épaisseur d'huile $h \simeq 800 \mu\text{m}$, une épaisseur d'air $e \simeq 200 \mu\text{m}$ et une baguette de largeur 5 mm. À l'aide du logiciel ImageJ, nous mesurons les positions successives des particules les plus rapides, situées à différents endroits le long de la baguette. Nous les avons sélectionnées pour leur déplacement important mais elles ne sont pas représentatives de l'ensemble des particules qui sont généralement plus lentes. Ces vitesses mesurées à la main, valent en moyenne 2.6 mm.s^{-1} . Pour cette expérience, la vitesse V du pont vaut environ 4 cm.s^{-1} . Nous décidons de fixer la vitesse seuil à la moitié de la vitesse du front, pour l'ensemble des expériences.

Nous allons présenter la démarche d'analyse des résultats obtenus par PIV sur une expérience réalisée avec huile de viscosité $\eta = 48 \text{ mPa.s}$, une baguette de largeur $W = 10 \text{ mm}$ et des épaisseurs d'huile et d'air respectives de $h \simeq 800$ et $e \simeq 1200 \mu\text{m}$. Le pont s'étend à une vitesse $V \sim 3.5 \text{ mm.s}^{-1}$.

Afin d'éliminer les données aberrantes, nous commençons par filtrer les vitesses mesurées par PIV en ôtant celles qui dépassent la moitié de la vitesse du front, soit 1.7 mm.s^{-1} . La figure 2.14 présente les champs de vitesse obtenus, qui comprennent donc des zones vides au voisinage du front. Les deux traits verticaux au centre des images correspondent aux bords de la baguette et la flèche bleu foncée représente la vitesse du ménisque mesurée en analysant les images avec ImageJ. Les vitesses des particules sont représentées par les petites flèches et associées à une couleur précisée sur l'échelle à droite des images. En raison du retrait des vitesses supérieures au seuil, la vitesse du front semble disproportionnée par rapport à celle des particules. Néanmoins, si nous traçons les données brutes, les particules au niveau du front se déplacent bien à la même vitesse que ce dernier.

Autour du ménisque, les particules semblent être aspirées sur une même longueur, aussi bien à l'avant que sur les côtés. Les particules les plus rapides (flèches vertes) sont situées près des bords de la baguette, plutôt vers l'avant du pont. Étonnamment, un déplacement latéral semble persister après le passage du ménisque, puisqu'on distingue sur le troisième champ des flèches vert clair sur une grande distance le long de la baguette. À partir de ces mesures, nous allons essayer de déterminer la longueur ℓ sur laquelle les particules sont aspirées et la longueur L^{longi} du flux latéral au voisinage de la tête du pont.

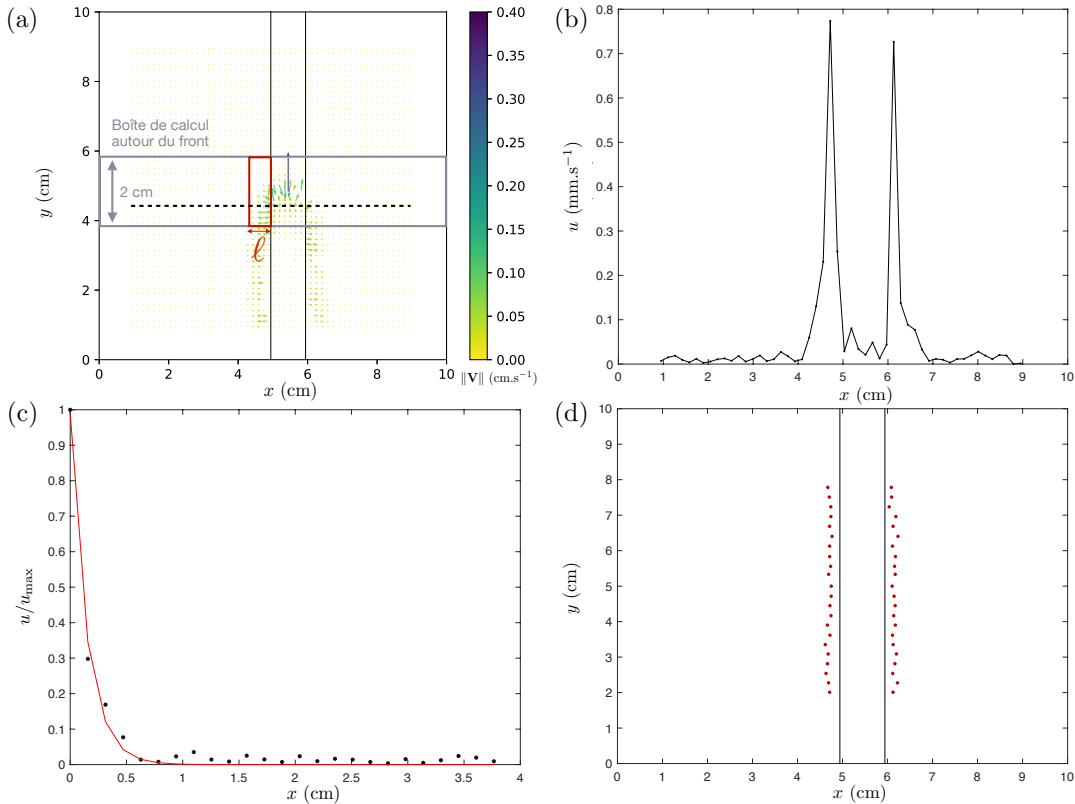


FIGURE 2.15: Méthode de mesure de la longueur d'aspiration ℓ . **(a)** Champ de vitesse obtenu par PIV. **(b)** Évolution de la composante horizontale de vitesse u le long de la ligne en pointillés. Deux maxima de vitesse sont présents sur les bords de la baguette. **(c)** Partie gauche de la vitesse normalisée par son maximum et ajustée par une exponentielle décroissante. La constante de décroissance est $\ell = 1.5$ mm. **(d)** Longueurs calculées pour l'ensemble de l'expérience : chaque point rouge représente la distance d'aspiration depuis le bord de la baguette, et calculée sur une image. La longueur est constante au cours de l'extension et vaut en moyenne 2.4 mm à gauche de la baguette et 2.2 mm à droite.

du front (en gris sur la figure 2.15(a)). En effet, nous voulons uniquement exploiter l'aspiration effectuée autour de la tête du pont, qui contribue réellement à l'extension. Comme le montrent les champs de vecteurs de la figure 2.14, un déplacement latéral s'opère toujours bien après le passage du front. Pour nous affranchir de cette aspiration résiduelle, nous avons été contraints de choisir arbitrairement une taille de boîte de calcul. Toutefois, quelques essais ont été effectués avec des boîtes de 3 ou 4 cm et donnaient des résultats similaires. Les longueurs calculées sur chaque ligne sont ensuite moyennées et nous obtenons deux valeurs de ℓ pour chaque image. L'ensemble des valeurs mesurées pour une expérience est reporté sur la figure 2.15(d) : la longueur est similaire de part et d'autre de la baguette et constante au cours du mouvement.

Nous procédons ainsi sur plusieurs expériences réalisées avec les trois largeurs de baguette, et des épaisseurs d'air de 200, 382 et 1200 μm . Comme la longueur d'aspiration est relativement constante au cours de l'extension, sa valeur moyenne $\bar{\ell}$ sur y est calculée pour chaque expérience. Les longueurs moyennes obtenues pour différents paramètres sont ensuite comparées. La figure 2.16(a) représente la longueur d'aspiration moyenne en fonction de la largeur de la baguette pour les trois épaisseurs d'air.

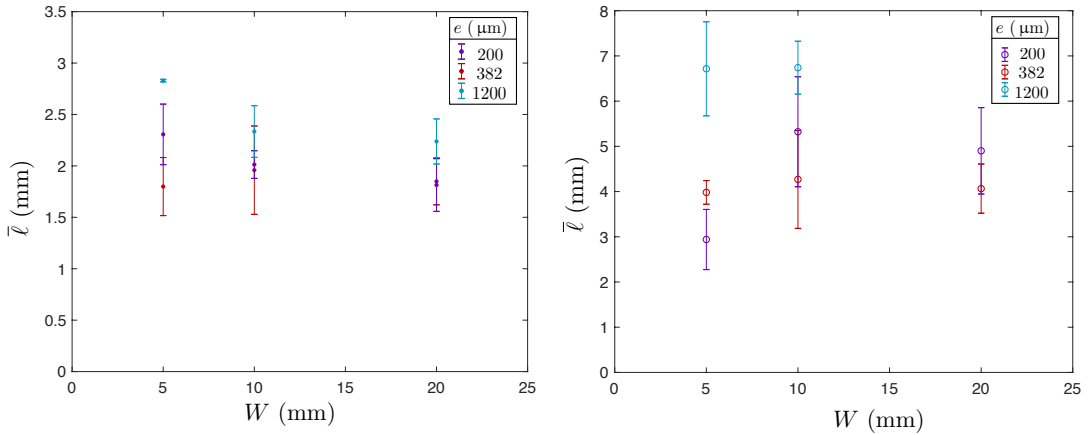


FIGURE 2.16: Longueur d’aspiration moyenne en fonction de la largeur W pour des épaisseurs d’air e de 1200 μm (points bleus), 382 μm (points rouges) et 200 μm (points violets). La longueur est mesurée à partir de résultats de PIV **(a)** ou avec des diagrammes spatio-temporels **(b)** (voir figure 2.17).

La longueur varie entre 1.8 et 2.8 mm et semble indépendante de la largeur de la baguette et de l’épaisseur d’air. Cette méthode de mesure repose sur la fiabilité du calcul de PIV et de l’ajustement exponentiel. Afin de confirmer les résultats, la longueur d’aspiration a été mesurée d’une manière moins précise mais plus directe. Cette méthode consiste à utiliser le logiciel ImageJ pour créer les diagrammes spatio-temporels des lignes successives d’un film. Un exemple de diagramme est donné sur la figure 2.17(a). Le temps est dirigé de haut en bas et l’espace de gauche à droite. Le passage du ménisque est repéré par le changement de teinte entre les deux traits verticaux au centre de l’image. Chaque ligne indique la position d’une particule : la ligne est verticale tant que la particule est immobile mais se courbe dès qu’un mouvement s’opère. L’ensemble des diagrammes est ensuite superposé pour mesurer la distance entre la baguette et la dernière ligne courbe. Pour différentes épaisseurs d’air, la longueur mesurée est tracée en fonction de la largeur sur la figure 2.16(b).

La tendance est similaire à celle obtenue par PIV, la longueur ne dépend ni de l’épaisseur d’air ni de la largeur. Cependant, les longueurs mesurées avec ImageJ varient entre 3 et 7 mm, et sont donc deux fois plus grandes que les précédentes. Cela pourrait s’expliquer par l’absence de moyenne dans cette méthode : la dernière ligne courbe représente la trajectoire d’une seule particule et n’est pas forcément représentative de l’ensemble du mouvement. Par ailleurs, les lignes courbes sont difficiles à distinguer ce qui rend la mesure assez imprécise. Néanmoins, cette méthode a l’avantage de s’effectuer sans paramètre ajustable, et sa simplicité assure de pas commettre d’erreur qui pourrait fausser les résultats. Malgré leur écart, les deux mesures indiquent que la longueur d’aspiration est indépendante des paramètres étudiés et vaut quelques millimètres.

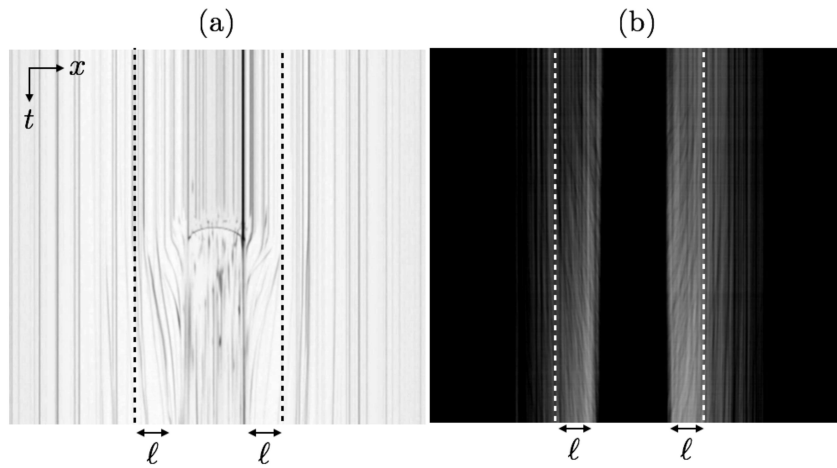


FIGURE 2.17: **(a)** Diagramme spatio-temporel d'une ligne de la séquence d'images d'une expérience réalisée avec $\eta = 48$ mPa.s, $W = 10$ mm, $h \simeq 800$ μm et $e \sim 1200$ μm . Le temps est dirigé de haut en bas, et la baguette se distingue au centre de l'image. Chaque trait correspond aux positions successives d'une particule : le trait est vertical si la particule est immobile, tandis qu'il se courbe dès qu'un mouvement s'opère. **(b)** Image créée en sommant les diagrammes spatio-temporels des lignes successives d'une séquence d'image. La délimitation entre les traits verticaux et courbes permet d'estimer la longueur d'aspiration ℓ .

Longueur du flux latéral Les particules sont aspirées sur quelques millimètres le long de l'axe x , mais sur quelle distance longitudinale à la baguette cette aspiration est-elle effectuée? Intuitivement, on peut penser que l'aspiration est isotrope et localisée. Dans ce cas, l'aspiration s'effectue sur un demi-cercle de rayon $\ell + W/2$ et les vitesses diminuent rapidement après le passage du front. Cependant, les champs de vitesse de la figure 2.14 suggèrent que ce n'est pas le cas. Sur l'image centrale on constate clairement que la distance longitudinale L^{longi} est centimétrique et bien plus grande que la distance latérale ℓ , de quelques millimètres. Par ailleurs, les particules ne sont pas immobiles en aval du front.

Nous allons tenter de déterminer cette longueur en étudiant le déplacement latéral des particules. Plaçons-nous sur une bande comprenant deux rangées de flèches et située un peu à gauche de la baguette, vers $x = 4.5$ cm. Dans cette bande, surlignée en rouge sur la figure 2.18(b), le déplacement horizontal des particules vers le pont est maximal. Pour chaque position y , nous moyennons les deux composantes horizontales u de la vitesse, et obtenons ainsi une composante horizontale moyenne \bar{u} . Cette dernière varie le long de la bande mais présente des fluctuations. Nous effectuons donc une moyenne glissante de \bar{u} sur plusieurs valeurs de y , que nous représentons le long de cette bande et à différents instants sur la figure 2.18(a). Ces graphiques sont issus de la même expérience que les champs de vitesses de la figure 2.14, réalisée avec une baguette de 10 mm de large, et une épaisseur d'air $e \simeq 1200$ μm . Chaque graphique est séparé de 8 s, et la ligne verticale bleue représente la position du front. Pour faciliter la lecture, nous avons rajouté sur la figure 2.18(b), les champs de vitesses correspondants, orientés dans le sens de lecture du graphique. Les variations de vitesses observées sur les graphiques sont ainsi illustrées par les tailles de flèche dans la bande surlignée en rouge sur les champs de vitesses. Il faut être vigilant avec les couleurs qui sont associées à la norme de la vitesse et non sa composante horizontale.

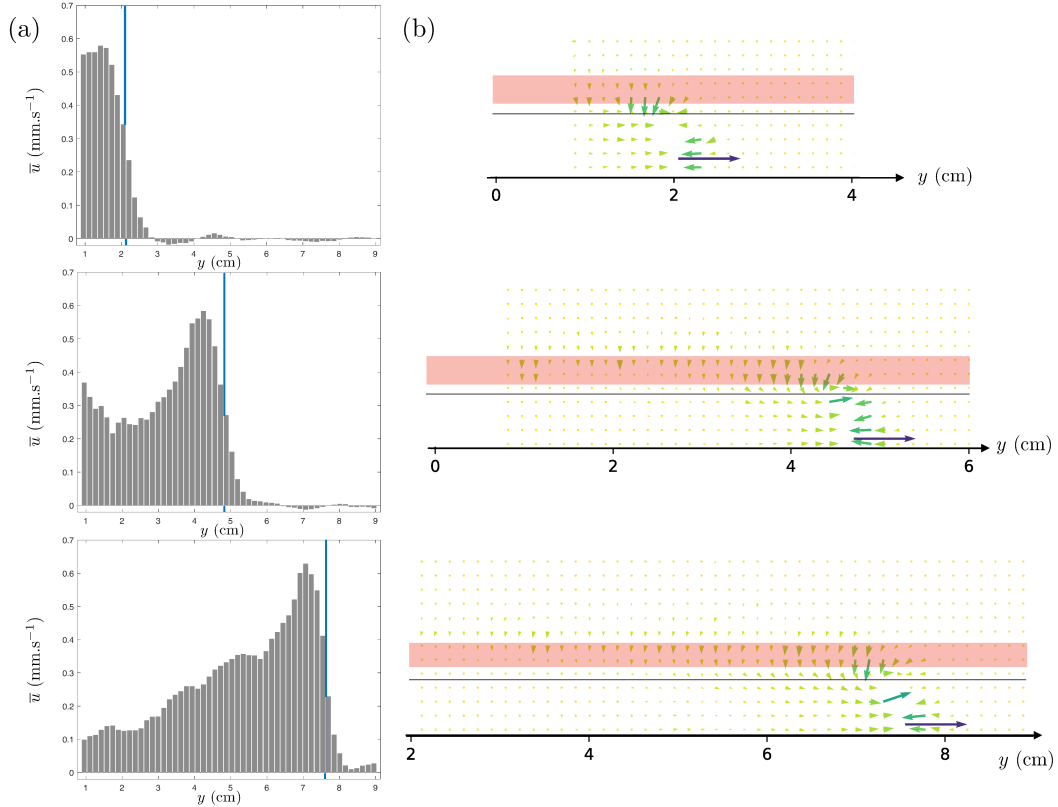


FIGURE 2.18: **(a)** Composante horizontale moyenne \bar{u} de la vitesse le long de la baguette à trois instants d'une même expérience réalisée avec $\eta = 48$ mPa.s, $h \simeq 800$ μm , $e \simeq 1200$ μm et $W = 10$ mm. Les graphiques sont séparés de 8 s et la ligne bleue indique la position du front. **(b)** Champs de vitesses aux mêmes instants. \bar{u} a été calculée en moyennant, pour chaque position y , les deux composantes horizontales situées dans la bande rouge.

Observons les graphiques depuis le bord opposé à la formation du ménisque ($y = 9$ cm), en nous déplaçant vers la gauche. À l'avant du front, les vitesses sont extrêmement faibles voire négatives. En observant le film, on constate que ces mesures ne sont que du bruit et les particules sont immobiles jusqu'à environ 1 cm du front. À partir de là, la vitesse augmente jusqu'à atteindre un maximum légèrement en aval du front. Elle diminue ensuite lorsqu'on s'éloigne du front mais reste non nulle longtemps après le passage de la tête du pont. Sur le dernier graphique où l'extension est presque achevée, les particules les plus éloignées du front se déplacent encore avec une vitesse d'environ 100 $\mu\text{m.s}^{-1}$.

Il est concevable que la globalité du flux à l'arrière du front contribue à l'extension. Néanmoins, cela signifie que la longueur longitudinale L^{longi} augmente progressivement, donc que le flux latéral uhL^{longi} est croissant. Or, ce dernier doit équilibrer le flux sous la baguette eWV qui est constant. Puisque la conservation du flux ne peut être respectée si le flux latéral prend en compte l'ensemble du mouvement, alors l'extension doit être induite par un flux constant, localisé autour du ménisque. Le mouvement persistant loin derrière le front peut être interprété comme un second flux latéral, qui vient remplir la zone vidée par l'aspiration du pont.

Afin de distinguer ces deux contributions, il faut déterminer la distance sur laquelle le flux local s'applique. Se baser sur la largeur de la courbe en cloche est tentant mais celle-ci n'est pas toujours bien délimitée comme le montre la dernière courbe de la

figure 2.18. Une méthode pour la calculer de manière systématique consiste à chercher le minimum local qui précède le pic de vitesse proche du front. La longueur longitudinale L^{longi} est alors définie comme la distance entre ce minimum et le front. Sur chaque côté de la baguette, nous déterminons la longueur L^{longi} et calculons le flux correspondant en sommant les vitesses sur cette longueur.

Les distributions de vitesses ne sont pas identiques d'une image à l'autre et sont parfois assez chaotiques. Par conséquent, le flux et la longueur calculés fluctuent, mais sont relativement constants au cours de l'extension. La valeur moyenne de la longueur est donc calculée et représentée en fonction de l'épaisseur d'air sur la figure 2.19, pour les trois largeurs de baguette.

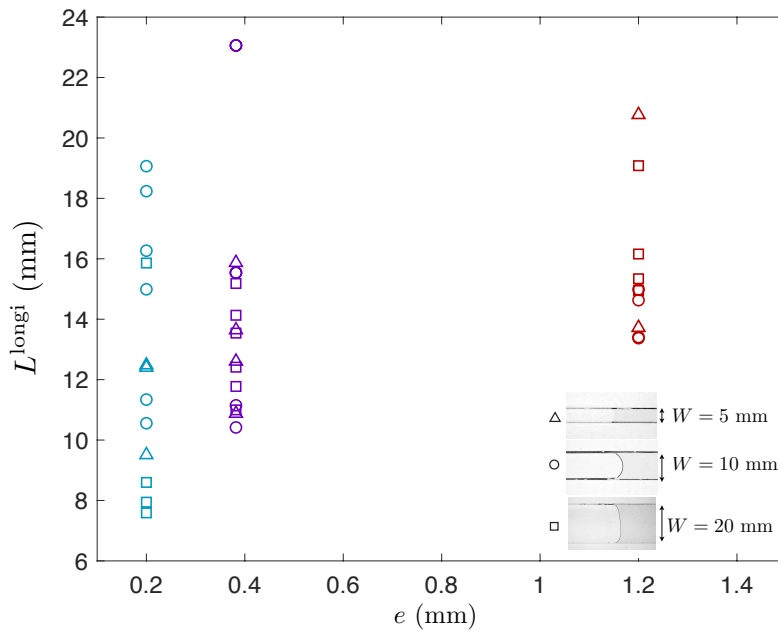


FIGURE 2.19: Longueur longitudinale L^{longi} en fonction de l'épaisseur d'air e , pour des baguettes de largeur $W = 5$ mm (triangles), 10 mm (cercles) et 20 mm (carrés).

Les valeurs, comprises entre 8 mm et 23 mm, laissent soupçonner une croissance avec l'épaisseur d'air mais les résultats très dispersés ne permettent pas d'établir une conclusion solide. En revanche, la largeur de baguette ne semble pas du tout influencer sur L^{longi} . Ce n'est donc pas ce paramètre qui détermine l'évolution, plus ou moins marquée selon les épaisseurs d'air et d'huile, de la vitesse du front avec la largeur de la baguette. Le mystère persiste !

Il reste à vérifier que le flux latéral corresponde bien au flux sous la baguette eWV , directement lié à l'extension du pont. Pour chaque expérience, les flux de part et d'autre de la baguette sont sommés pour obtenir le flux latéral total. Ce dernier étant constant, sa valeur moyenne est calculée et tracée en fonction du flux sous la baguette sur la figure 2.20.

Ce graphique comprend l'ensemble des expériences réalisées avec des particules de poivre. La viscosité n'a pas été variée et vaut 48 mPa.s. Trois épaisseurs d'air de 200, 382 et 1200 μm ont été imposées et correspondent à des épaisseurs d'huile respectives de 600 et, pour les deux dernières, 800 μm . Les points s'alignent grossièrement sur une droite de pente 1 avec un pré-facteur de 0.2, signifiant que le flux latéral mesuré ainsi est inférieur au flux sous la baguette. Ce désaccord provient sûrement de la

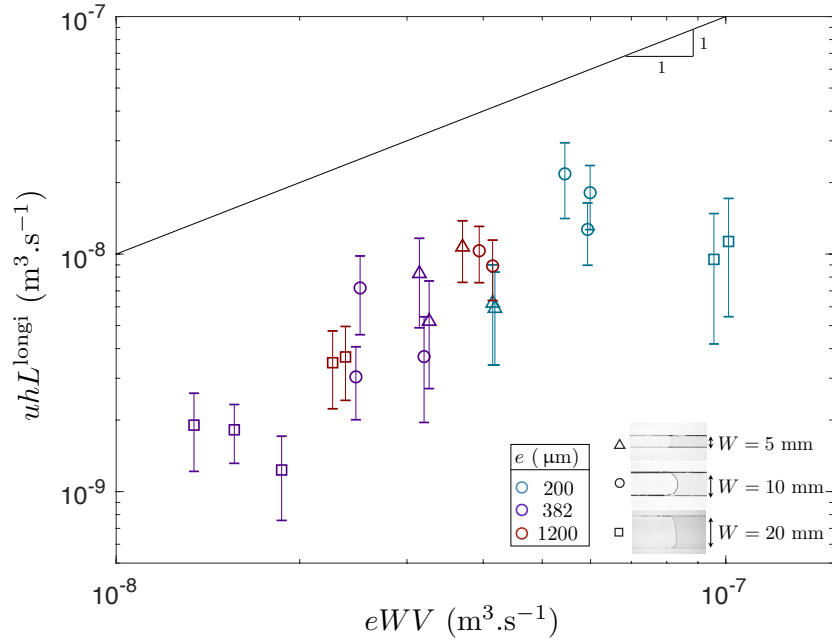


FIGURE 2.20: Flux latéral $u_h L^{\text{longi}}$ en fonction du flux sous la baguette $e W V$ pour des baguettes de largeur $W = 5$ mm (triangles), 10 mm (cercles) et 20 mm (carrés). L'épaisseur d'air est $e = 200$ (bleu), 382 (violet) et 1200 μm (rouge). La ligne continue a une pente 1.

sédimentation des particules dans l'huile : en pénétrant dans le volume, les particules acquièrent une vitesse plus faible qu'à la surface. Sur certaines images, l'évolution de la vitesse le long de la baguette est assez irrégulière et il est parfois difficile de distinguer le flux local. C'est probablement ce qui cause les fluctuations dans la mesure du flux, dont sont issues les grandes barres d'erreurs de la figure 2.20. Ainsi, la mesure du flux est assez imprécise à cause du flux persistant et de la profondeur inconnue des particules au moment de la mesure. Ces résultats obtenus par PIV ne sont donc pas valables quantitativement mais constituent néanmoins un appui qualitatif pour expliquer le phénomène. Malgré les imprécisions, ces mesures ont établi que, de manière générale, une particule fluide se déplace plus lentement que le front, et ont confirmé qu'un flux local alimente l'extension. De plus, nous avons découvert l'existence d'un flux résiduel qui remplit la région appauvrie en huile après le passage du front. Ce flux est vraisemblablement engendré à la fois par la tension de surface qui tire l'interface pour la lisser et par la gravité qui pousse un volume de fluide afin de combler le creux.

2.4.2 Variation continue des paramètres

L'ensemble des expériences présentées par la suite ont été réalisées par Aurélien Schaff au cours d'un stage de 3 mois

Intrigués par ces comportements inattendus, nous nous sommes demandés si l'on trouverait des tendances similaires en variant continûment les paramètres. Nous explorons cette situation dans les deux prochaines expériences, qui consistent à fixer l'épaisseur d'huile et à imposer une largeur de baguette ou une épaisseur d'air variable spatialement.

Épaisseur d'air croissante

L'expérience est schématisée sur la figure 2.21 : la baguette est inclinée verticalement et le pont comble une couche d'air d'épaisseur croissante à mesure qu'il progresse.

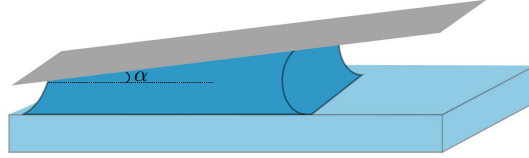


FIGURE 2.21: Montage expérimental. L'inclinaison de la baguette d'un angle α , impose une épaisseur d'air e croissante.

En présence de ce gradient, l'extension du pont ne s'effectue plus à vitesse constante mais ralentit, ce que montrent les images successives de la figure 2.22 et la trajectoire correspondante. Ces images séparées de 6 s, proviennent d'une expérience réalisée avec une baguette d'un centimètre de large et inclinée de $\alpha \sim 0.94^\circ$. L'huile de viscosité 50 mPa.s, forme une couche d'épaisseur 618 μm . L'épaisseur d'air e varie entre 380 μm ($x = 0$ cm) et 2 mm ($x = 10$ cm).

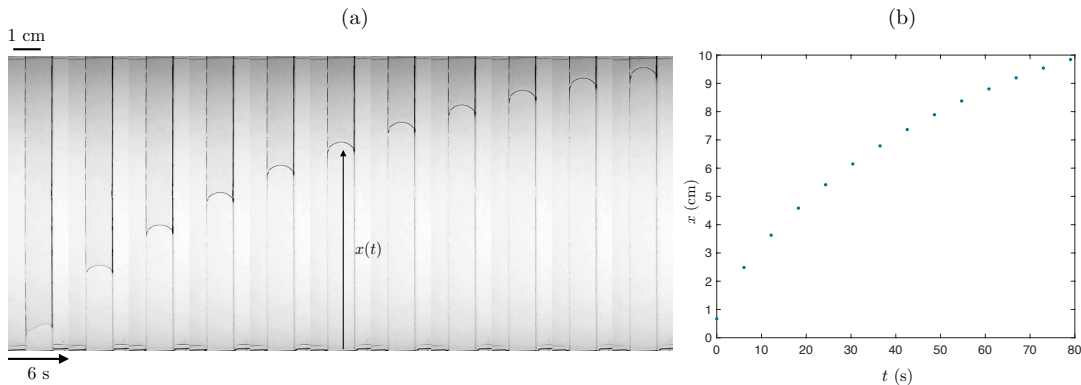


FIGURE 2.22: **(a)** Vues de dessus d'une expérience réalisée avec une huile de viscosité $\eta = 50$ mPa.s. La baguette de largeur $W = 10$ mm est inclinée de $\alpha \sim 0.94^\circ$ et l'épaisseur d'huile vaut 618 μm . L'intervalle entre deux images est de 6 s. **(b)** Trajectoire correspondante.

Cette expérience a été réalisée avec les trois largeurs de baguette, pour des épaisseurs d'huile de 450, 620 et 800 μm en inclinant la baguette de $\alpha \sim 0.47^\circ$, 0.94° et 1.48° .

Au cours de l'extension, nous mesurons la position du front, dont est déduite la vitesse instantanée. Pour regrouper les mesures obtenues avec différentes inclinaisons de baguette et épaisseurs d'huile, la vitesse est tracée en fonction de l'épaisseur locale e de la couche d'air sur la figure 2.23, et comparée aux résultats obtenus sur une baguette horizontale avec une épaisseur d'air fixée.

Les mesures réalisées avec une baguette inclinée sont représentées par des points, tandis que les cercles pleins correspondent aux vitesses constantes, mesurées pour une épaisseur d'huile identique mais avec une baguette horizontale. Les tendances sont similaires dans les deux cas : la vitesse décroît avec l'épaisseur d'air et la largeur de la baguette. Par ailleurs, les vitesses chutent rapidement pour la plus grande inclinaison,

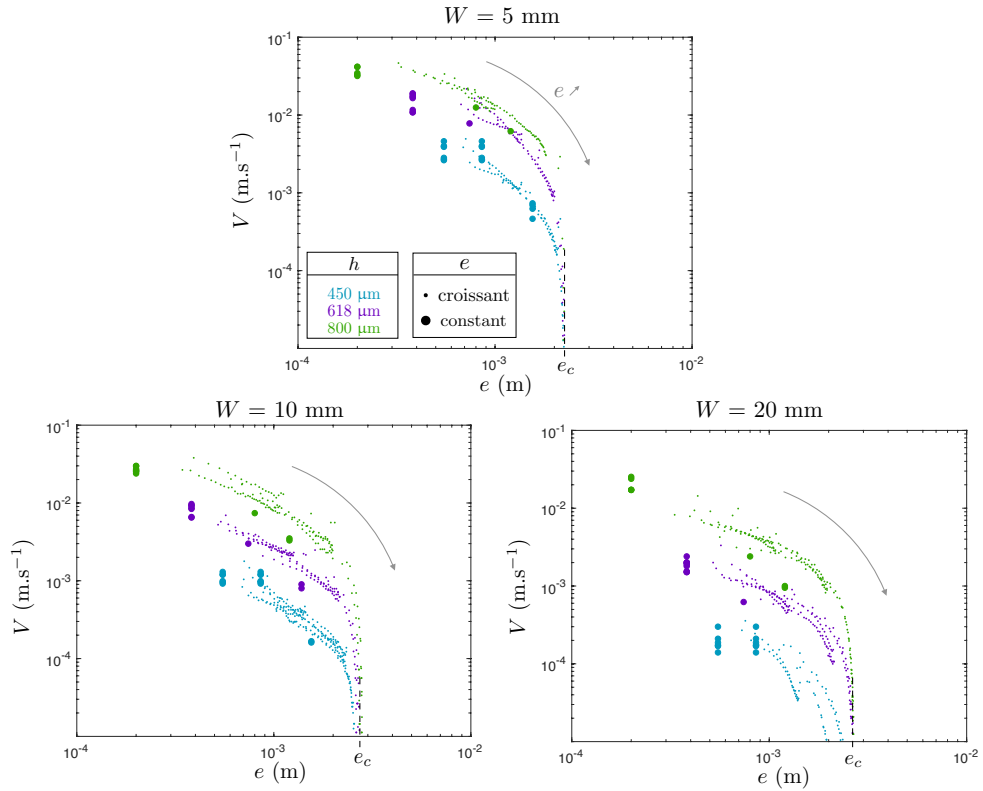


FIGURE 2.23: Vitesse V en fonction de l'épaisseur d'air e , pour une baguette inclinée (points) ou horizontale (cercles pleins), et des épaisseurs d'huile $h \simeq 450$ (bleu), 618 (violet) et $800 \mu\text{m}$ (vert). Pour chaque graphique, la largeur W de la baguette est fixe et vaut 5, 10 ou 20 mm.

et dans la plupart des cas, le pont arrête de s'étendre dès que $e \simeq 2.5$ mm. Cependant, les vitesses mesurées avec une épaisseur fixe semblent plus faibles.

L'ajout de ces points suscite une interrogation : pour une épaisseur d'air donnée, s'attend-on à ce que la vitesse mesurée avec une baguette horizontale soit identique au cas où elle est inclinée ? Autrement dit, la configuration du système en amont du ménisque influence-t-elle sur sa vitesse d'avancée ? La réponse n'est pas évidente. En effet, les expériences avec des particules montrent que l'aspiration s'effectue sur environ un centimètre le long de la baguette (cf. Fig. 2.19). Pour une baguette inclinée, la vitesse en un point ne serait donc pas uniquement déterminée par l'épaisseur d'air locale, mais également par le flux à l'arrière de la tête du pont, sur une distance typique d'un centimètre dans la configuration étudiée. La variation d'épaisseur sur cette distance s'exprime comme $\Delta e_{1 \text{ cm}} = \alpha \Delta x$, avec ici $\Delta x = 1$ cm soit $\Delta e \simeq 100 \mu\text{m}$ pour l'inclinaison la plus faible et environ $300 \mu\text{m}$ pour la plus grande ! Il est donc probable que la vitesse en un point de la figure 2.23 corresponde à une épaisseur plus faible, ce qui explique pourquoi les vitesses mesurées avec une baguette inclinée sont généralement plus grandes que celles obtenues avec une épaisseur fixe.

Pour vérifier cette hypothèse, une nouvelle expérience est réalisée en imposant une épaisseur d'air décroissante. Les deux situations sont comparées sur la figure 2.24, qui représente la vitesse en fonction du temps (gauche) et de l'épaisseur d'air (droite), lorsque cette dernière augmente ou diminue au cours de l'extension. L'huile de viscosité $\eta = 48$ mPa.s a une épaisseur $h \simeq 618 \mu\text{m}$ et la baguette une largeur $W = 10$ mm.

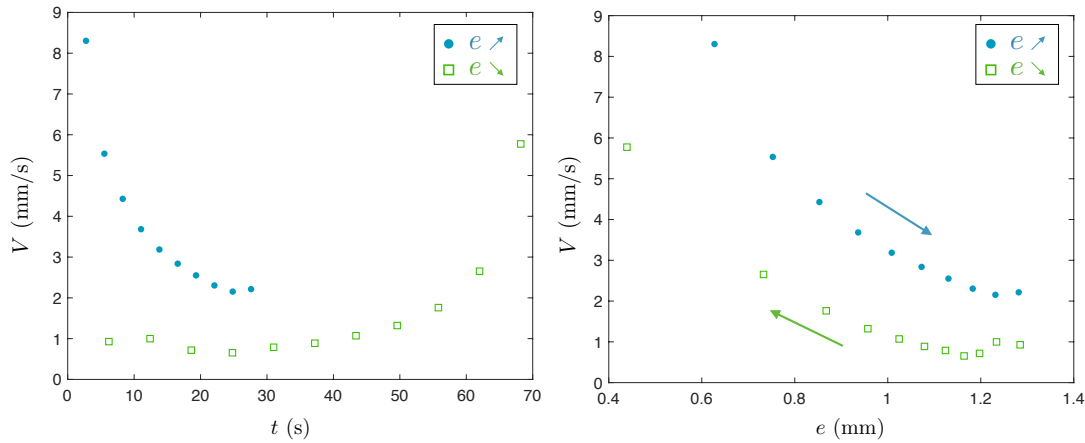


FIGURE 2.24: Comparaison entre une épaisseur d'air croissante (points bleu) ou décroissante (vert). Pour chaque cas, la vitesse d'extension est représentée en fonction du temps (à gauche) et en fonction de l'épaisseur d'air (à droite). Les expériences sont réalisées avec une épaisseur d'huile $h \simeq 618 \mu\text{m}$, une viscosité $\eta = 48 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, une baguette de largeur $W = 10 \text{ mm}$ et $\alpha \simeq 0.47^\circ$.

Le pont ralentit lorsque l'épaisseur d'air croît et accélère dans le cas inverse. Ainsi, pour les deux situations, les vitesses les plus élevées sont mesurées pour les petites épaisseurs. Cependant, l'extension est plus rapide lorsque l'épaisseur d'air est croissante, avec une vitesse deux fois plus grande pour une épaisseur donnée. Ceci peut s'expliquer par le volume d'air à combler plus important lorsque l'épaisseur d'air est élevée, et par le gradient de pression qui est inversement proportionnel à l'épaisseur d'air e . Si e diminue, l'aspiration à l'avant du pont est engendrée par le gradient imposé pour une épaisseur plus grande, il est donc légèrement trop faible. À l'inverse, si l'épaisseur d'air croît, l'aspiration est un peu plus importante que celle fixée par l'épaisseur à l'avant du front, ce qui engendre une extension plus rapide.

La variation continue ou discrète de l'épaisseur d'air aboutit à la même évolution : la vitesse augmente lorsque la couche s'amincit. Néanmoins, les vitesses diffèrent pour une épaisseur donnée, ce qui suggère que la dynamique n'est pas uniquement déterminée par la situation à l'avant du front et dépend également des conditions à l'arrière de la tête du pont.

Largeur de pont croissante

Il s'agit maintenant de varier continûment la largeur W de la baguette tout en imposant une épaisseur d'air constante. Pour cela, deux baguettes en forme de trapèze isocèle sont découpées dans une plaque en Plexiglas. L'une a des extrémités de largeur $W = 5.1 \text{ mm}$ et 9.3 mm et l'autre de largeur $W = 11$ et 34 mm . Les expériences sont réalisées avec une huile de viscosité $48 \text{ mPa}\cdot\text{s}$, pour des épaisseurs d'air $e \simeq 200, 382$ et $1200 \mu\text{m}$. Le pont est initié sur l'extrémité la plus mince donc il doit aspirer un volume croissant à chaque instant, ce qui ralentit son extension. Les positions successives du front sont mesurées, et la vitesse instantanée correspondante (petits points) est tracée en fonction de la largeur sur la figure 2.25, où nous avons rajouté les vitesses obtenues avec les mêmes paramètres mais une largeur constante (gros points).

Comme dans le cas discret, une largeur plus élevée se traduit par une vitesse d'extension réduite. Ainsi, la vitesse est au moins réduite de moitié à la fin de la traversée pour les trois épaisseurs d'huile. Par ailleurs, on retrouve la tendance précédente, où

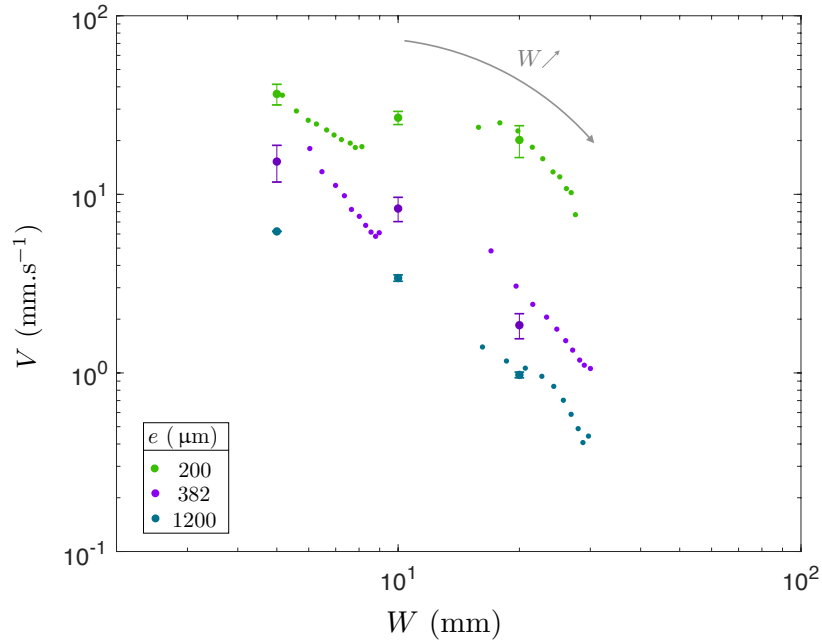


FIGURE 2.25: Vitesse en fonction de la largeur du pont lorsqu'elle varie continûment (petits points) ou lorsqu'elle est fixe (gros points avec barres d'erreurs). Les résultats comprennent trois épaisseurs d'air $e \simeq 200$ (vert), 382 (violet) et 800 μm (bleu).

les vitesses sont plus élevées lorsque la couche d'air est mince. Cependant, comme pour les expériences avec les gradients d'épaisseur, les cas discrets et continus ne concordent pas tout à fait. En effet, pour $W = 20$ mm, les vitesses mesurées avec une baguette rectiligne sont légèrement inférieures à celles mesurées avec la baguette trapézoïdale. De plus, l'extension ralentit davantage lorsque la largeur augmente de manière continue. Ainsi, pour $e \simeq 382$ μm (point violets), lorsque la largeur augmente continûment, et passe de 6 à 9 mm, la vitesse à la fin de l'extension est trois fois plus lente qu'au début. Si l'on compare au cas discret pour la même épaisseur d'air, la vitesse mesurée pour $W = 5$ mm vaut environ 15 mm/s contre 8 mm/s pour $W = 10$ mm.

L'effet non local pourrait de nouveau expliquer les écarts de vitesse entre les cas discrets et continus. En variation continue, le volume aspiré à un instant correspond à celui nécessaire pour une largeur plus faible. Ce volume est insuffisant pour que le pont s'étende, donc pour une largeur donnée, la vitesse est inférieure à celle mesurée dans le cas discret. Si l'effet non local est responsable de ces écarts, alors pour une largeur donnée, la vitesse devrait être différente selon qu'une largeur croissante ou décroissante est imposée. Nous réalisons donc les expériences en initiant le pont sur le côté le plus large des baguettes, pour des épaisseurs d'air $e \simeq 200$ et 382 μm . Nous comparons les cas d'une largeur croissante ou décroissante sur la figure 2.26, qui présente la vitesse d'extension en fonction de la largeur dans quatre configurations : chaque ligne correspond à une épaisseur d'air et chaque colonne à une baguette trapézoïdale.

Comme précédemment, l'extension sur une baguette de largeur croissante ralentit. Les mesures effectuées avec une baguette de largeur décroissante sont plus incertaines et assez surprenantes. En effet, la vitesse diminue dans les deux expériences réalisées avec une épaisseur d'air $e \simeq 382$ μm (bas), tandis que l'extension ralentit puis accélère pour $e \simeq 200$ μm . Même si la plupart des vitesses mesurées diffèrent entre les cas croissants et décroissants, il est difficile de conclure sur l'effet non local avec ces évolutions différentes. La diminution de la vitesse lorsque la largeur décroît est assez

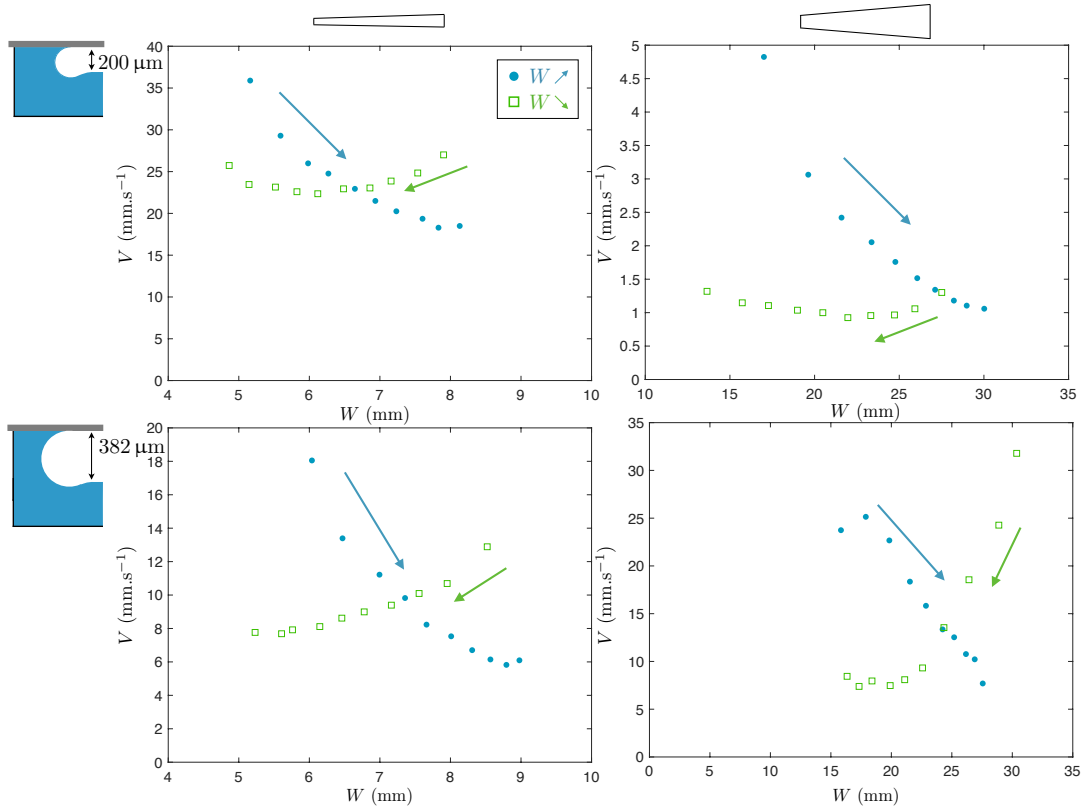


FIGURE 2.26: Vitesse en fonction de la largeur du pont croissante (bleu) ou décroissante (vert), pour les deux baguettes trapézoïdales (gauche et droite) et des épaisseurs d'air $e \simeq 200$ (haut) et $382 \mu\text{m}$ (bas).

contre-intuitive et reste inexpliquée. Ces expériences n'étaient pas complètement la compréhension du phénomène, mais soulignent de nouveau la relation complexe entre la vitesse d'extension, la largeur du pont et l'épaisseur d'air. Toutefois, il faudrait étoffer les données expérimentales. En variant davantage l'épaisseur d'air et la largeur de baguette, une tendance pourrait émerger et éclairer le phénomène.

Ces expériences en bain peu profond révèlent un phénomène physique complexe, où l'entremêlement des paramètres mène à différentes dynamiques. Il semble que la vitesse ne soit pas uniquement déterminée par l'épaisseur d'air ou la largeur locale du ménisque comme on aurait pu l'imaginer, mais dépend également de la situation à l'arrière de la tête du pont.

Les dynamiques ne suivent pas de loi d'échelle, ce qui complexifie leur modélisation. Nous n'avons donc malheureusement pas de théorie complète à proposer pour expliquer ces résultats expérimentaux. Le paragraphe suivant explique tout de même ce qui engendre l'extension du pont et précise les conditions pour qu'elle s'effectue à vitesse constante.

2.5 Pourquoi le pont s'étend-il à vitesse constante ?

Tout système physique tend à minimiser son énergie. Nous montrons que l'extension du pont ne déroge pas à la règle, puis déterminons les caractéristiques géométriques qui assurent une vitesse constante.

La force capillaire : moteur de l'écoulement

La moteur de la formation du pont est d'origine capillaire : en progressant, le pont recouvre la surface inférieure de la baguette ainsi qu'une surface équivalente sur le bain. En outre, de la surface huile/air est formée sur les côtés de la baguette, ce qui limite l'extension du pont. Enfin, le liquide prélevé dans le film est soulevé en formant le pont : la gravité est donc limitante.

Lors d'un allongement infinitésimal dx , l'interface solide/air sous la baguette perd une surface Wdx qui est gagnée par l'interface solide/liquide. De plus, l'interface liquide/air du réservoir situé sous la baguette se réduit de Wdx . Sur les côtés de la baguette, un ménisque de hauteur e et d'extension latérale $l_c \gg e$ se forme. Si le ménisque est faiblement courbé, sa section peut être approximée par un triangle rectangle dont l'hypoténuse vaut : $\sqrt{e^2 + l_c^2}$. La variation de longueur est :

$$\sqrt{e^2 + l_c^2} - l_c \simeq l_c \left(1 + \frac{e^2}{l_c^2}\right)^{1/2} - l_c \propto \frac{e^2}{l_c}$$

donc la surface liquide/air augmente proportionnellement à $\frac{e^2}{l_c}dx$. Pour finir, l'énergie potentielle augmente de $\rho g e \frac{(e+h)}{2} W dx$.

La variation d'énergie totale du système s'écrit :

$$dE = W(\gamma_{SL} - \gamma - \gamma_{SV})dx + 2\frac{e^2}{l_c}\gamma dx + \frac{1}{2}\rho g e(e+h)W dx$$

où γ_{SL} , γ_{LV} et γ_{SV} représentent respectivement les tensions de surface des interfaces solide/liquide, liquide/vapeur et solide/vapeur.

En utilisant la loi de Young dans le cas d'un mouillage total nous obtenons :

$$dE = 2\gamma\left(\frac{e^2}{l_c} - W\right)dx + \frac{1}{2}\rho g e(e+h)W dx$$

Dans notre configuration $e \ll W$ donc l'extension du pont abaisse l'énergie de surface du système.

Assèchement du réservoir

Dans l'ensemble des expériences que nous avons présentées, la vitesse est constante si la largeur et l'épaisseur d'air imposées le sont également. Cependant, ce n'est pas toujours le cas. En effet, l'extension ralentit si elle s'accompagne d'une importante variation de volume du bain, engendrée par un pont trop volumineux. Afin d'établir la condition pour une extension à vitesse constante, nous comparons ces deux volumes en distinguant la différence de géométrie entre les cuves millimétriques de côté L et la cuve centimétrique de diamètre D .

Dans les cuves millimétriques, utilisées pour les expériences en bain peu profond, le volume à combler pour former toute la longueur du pont est eWL tandis que la variation de volume du bain s'exprime par $L\Delta h(L - W)$. Nous équilibrons ces expressions pour déterminer la variation relative d'épaisseur d'huile $\Delta h/h$, due à l'extension :

$$\frac{\Delta h}{h} \sim \frac{e}{h\left(\frac{L}{W} - 1\right)}$$

Ainsi, la vitesse est constante si la variation relative d'épaisseur d'huile reste faible. Afin de vérifier ce résultat, la trajectoire du pont est ajustée par une droite, dont le coefficient d'ajustement R_{fit} est extrait. Ce dernier caractérise la qualité de l'ajustement : plus il est proche de 1, plus la vitesse est constante. La figure 2.27(a) présente le coefficient d'ajustement en fonction de la variation relative d'épaisseur d'huile pour l'ensemble des expériences réalisées en bain peu profond.

Le coefficient d'ajustement diminue avec la variation relative d'épaisseur d'huile et l'extension ralentit sensiblement lorsqu'il est inférieur à 0.9, soit $\Delta h/h \gtrsim 0.75$. Pour les deux expériences réalisées avec des épaisseurs d'huile très faible $h \simeq 90$ et $166 \mu\text{m}$, $\Delta h/h > 1$ donc le pont n'a pu s'étendre sur toute la longueur de la cuve.

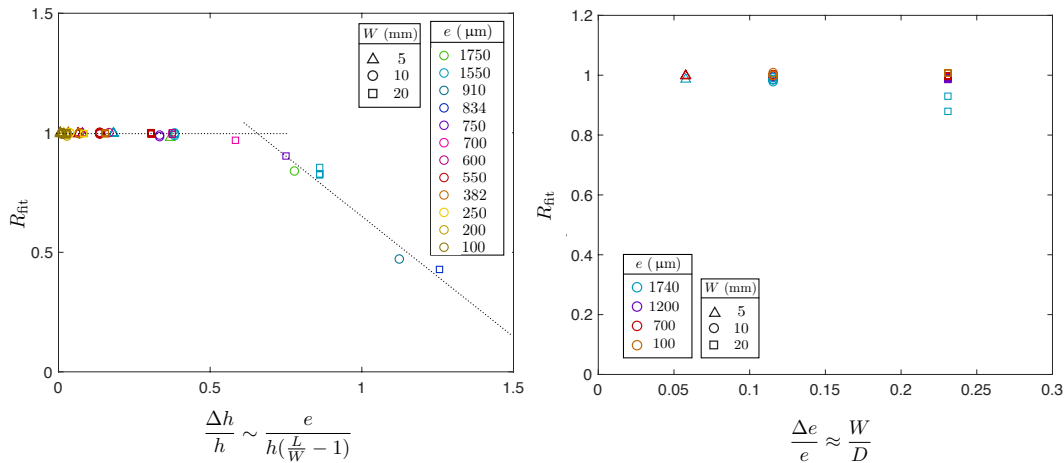


FIGURE 2.27: Coefficient R_{fit} d'ajustement des trajectoires par une droite en fonction de la variation relative d'épaisseur d'huile $\Delta h/h$ (a) ou d'air $\Delta e/e$ (b), pour des expériences réalisées respectivement en bain peu profond ou profond.

Les expériences en bain profond sont réalisées dans une cuve circulaire de diamètre D . L'équilibre entre le volume du pont eWD et la variation de volume du bain $D\Delta e(W - D)$ permet exprimer la variation relative d'épaisseur d'air :

$$\frac{\Delta e}{e} \sim \frac{1}{\frac{D}{W} - 1}$$

or $D \gg W$, donc :

$$\frac{\Delta e}{e} \sim \frac{W}{D} \ll 1$$

Le coefficient d'ajustement est tracé en fonction de la variation relative d'épaisseur d'air sur la figure 2.27(b). Une variation importante n'est attendue que si $W/D \rightarrow 1$. Dans nos expériences, $W/D \lesssim 0.23$, si bien que la vitesse d'un pont donnée est pratiquement constante, à l'exception des expériences réalisées avec une baguette de largeur $W = 20$ mm et une épaisseur d'air $e \simeq 1740 \mu\text{m}$ (carrés bleus), pour lesquelles l'extension ralentit légèrement. Il faudrait probablement une largeur de baguette proche du diamètre de la cuve pour que l'extension ralentisse considérablement.

Ces expériences d'avancée spontanée d'un pont capillaire ont révélé de riches phénomènes physiques, notamment l'aspiration locale qui engendre l'extension. Une question découle de ce mécanisme : comment plusieurs ponts interagissent lorsqu'ils

s'étendent côte à côte? C'est l'objet de la fin de ce chapitre qui s'engage dans un marathon de ponts capillaires.

2.6 Course de ponts

L'aspiration d'huile étant la clef de ce système, que se passe-t-il si plusieurs ponts progressent simultanément? Vont-ils s'étendre à la même vitesse? Vont-ils interagir? Une amorce de réponse est présentée dans cette dernière partie qui explore l'extension simultanée de plusieurs ponts d'huile silicone, forcés de remplir une épaisseur d'air constante pour progresser. Nous étudions leurs interactions en variant le nombre de ponts et la distance qui les sépare lorsqu'ils s'étendent dans une cuve de profondeur millimétrique.

Pour fixer précisément la distance entre les ponts et assurer qu'ils soient bien parallèles les uns aux autres, nous avons usiné un peigne en plexiglas. Les tiges de 5 mm de large sont séparées de 5 mm également. Des gouttelettes de volumes similaires sont préalablement déposées sur le peigne, créant ainsi des ponts de même longueur aux premiers instants. La figure 2.28 présente les vues successives d'une expérience réalisée avec une huile colorée, de viscosité 48 mPa.s, formant une couche d'épaisseur $h \simeq 618 \mu\text{m}$, et imposant une épaisseur d'air $e \sim 382 \mu\text{m}$. Les ponts, numérotés de gauche à droite, engagent rapidement une course : les n°1 et n°6, avantagés par leur unique voisin, partent en tête. Ils limitent ainsi l'extension des n°2 et n°5 qui peinent à progresser sur la seconde image. Le pont central n°4 profite de ce retard pour prendre de l'avance et termine son parcours avec les ponts périphériques. Mais les retardataires n°2 et n°5 ne s'avouent pas vaincus et rattrapent leur retard par rapport au n°3 sur la troisième image. Ils finissent la course devant celui-ci, qui termine dernier.

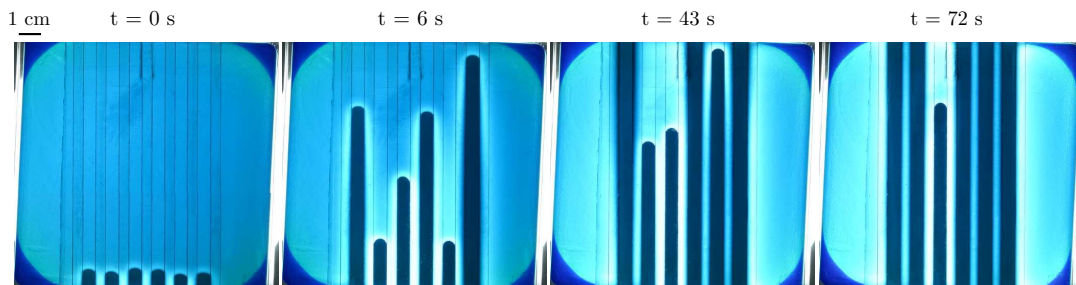


FIGURE 2.28: Vues de dessus d'une expérience réalisée avec une huile colorée de viscosité $\eta = 48 \text{ mPa.s}$, d'épaisseur $h \sim 618 \mu\text{m}$. Plusieurs ponts formés au même instant progressent en compétition.

Ce dépassement inattendu repose sur une aspiration importante, localisée à la base des ponts. En effet, les trois premiers ponts sont suffisamment espacés pour progresser indépendamment en aspirant l'huile autour d'eux, réduisant alors fortement l'épaisseur d'huile sous le peigne. Ainsi, pour terminer la course, les ponts doivent aspirer le liquide provenant des régions latérales au peigne, riches en huile. Ils semblent accéder à ce réservoir en aspirant le liquide à travers les ponts vainqueurs, mais également en exploitant la géométrie de la ligne de départ. Entre les bases des ponts, le ménisque monte légèrement sur le rebord de la cuve, créant une zone un peu plus épaisse où l'aspiration est moins laborieuse. Les ponts semblent utiliser ces ménisques pour aspirer le liquide situé dans les régions extérieures au peigne. Les n°2 et n°5, plus proches de ces régions, arrivent ainsi devant le n°3 qui doit faire passer l'huile par plusieurs ponts pour s'étendre.

L'arrivée proche des ponts vainqueurs n° 1, 4 et 6 suggère qu'il existe bien une distance à partir de laquelle les ponts n'interagissent plus. À deux reprises, nous avons refait cette expérience sans colorer l'huile pour éviter tout effet causé par le colorant qui se dissout assez mal. Nous avons par ailleurs utilisé un nouveau peigne, capable d'accueillir dix ponts au total. Les positions des ponts sont mesurées au cours du temps et tracées en fonction de la racine du temps $t^{1/2}$ sur la figure 2.29. Chaque graphique correspond à une expérience et chaque couleur à un dossard de pont sur le peigne, comme indiqué sur le schéma.

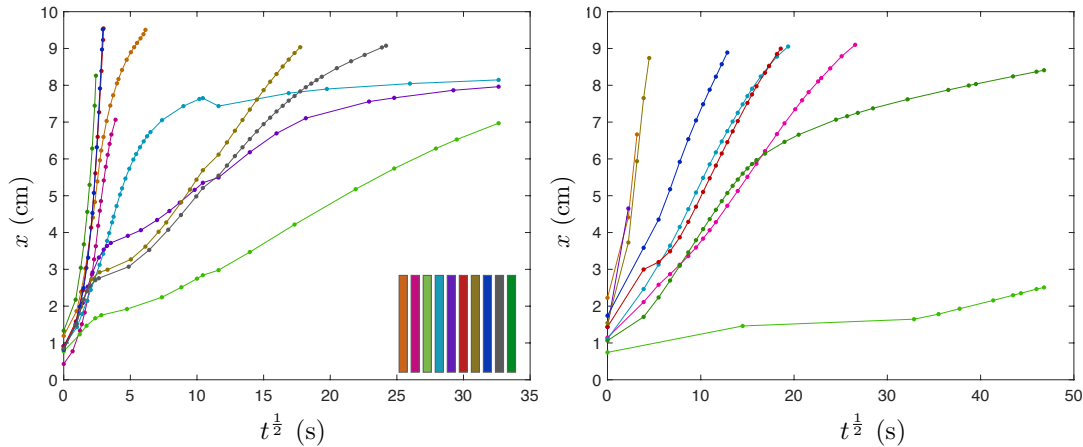


FIGURE 2.29: Position x des dix ponts qui progressent simultanément, en fonction de la racine du temps \sqrt{t} . Les deux expériences sont réalisées avec le même peigne et un film d'huile de viscosité $\eta = 48$ mPa.s, d'épaisseur $h \simeq 618$ μm , et $e \simeq 382$ μm . Chaque couleur correspond à une position sur le peigne, indiquée sur le schéma du graphique de gauche.

Les résultats des deux expériences sont assez différents : tout d'abord, les courbes du graphique de gauche ne suivent pas de tendance générale contrairement au second graphique où les courbes semblent relativement parallèles et suivent l'évolution en $t^{1/2}$ qui rappelle les dynamiques mesurées pour l'adhésion de films visqueux du chapitre 1. Ensuite, la seconde expérience comprend moins de trajectoires, car certains ponts ont été plus rapides que les 5 secondes d'intervalle entre deux prises de vues. En outre, l'un des ponts a cessé d'avancer sans achever son extension. Cet arrêt est un peu étonnant. Il résulte peut-être d'un défaut sur lequel le ménisque s'est accroché. Finalement, dans une grande partie de la seconde expérience, le nombre de ponts était inférieur à dix. Est-ce pour cela que les courbes s'accordent ? Ou bien est-ce que l'une des deux expériences était mal effectuée ? Il est difficile de trancher. Étudier autant de ponts simultanément semble un peu ambitieux pour comprendre leurs interactions. Nous simplifions donc le système en réduisant le nombre de ponts et en variant la distance qui les sépare, tout en gardant la même viscosité de 48 mPa.s et la même épaisseur d'huile $h \simeq 618$ μm .

Quatre configurations sont comparées : la première présente l'extension d'un pont unique au centre du peigne, les deux suivantes comportent deux ponts espacés respectivement de 0.5 et 1.5 cm, et dans la dernière, trois ponts séparés de 1.5 cm s'étendent. Pour chaque situation, l'expérience est répétée deux fois et la position du front est mesurée au cours de l'extension. La figure 2.30, présente l'ensemble des trajectoires mesurées : chaque symbole correspond aux mesures d'une même expérience tandis que la couleur renvoie à la position du pont sur le peigne, précisée par le schéma

inséré dans le graphique. Lorsque l'extension s'effectue à vitesse constante, celle-ci est précisée.

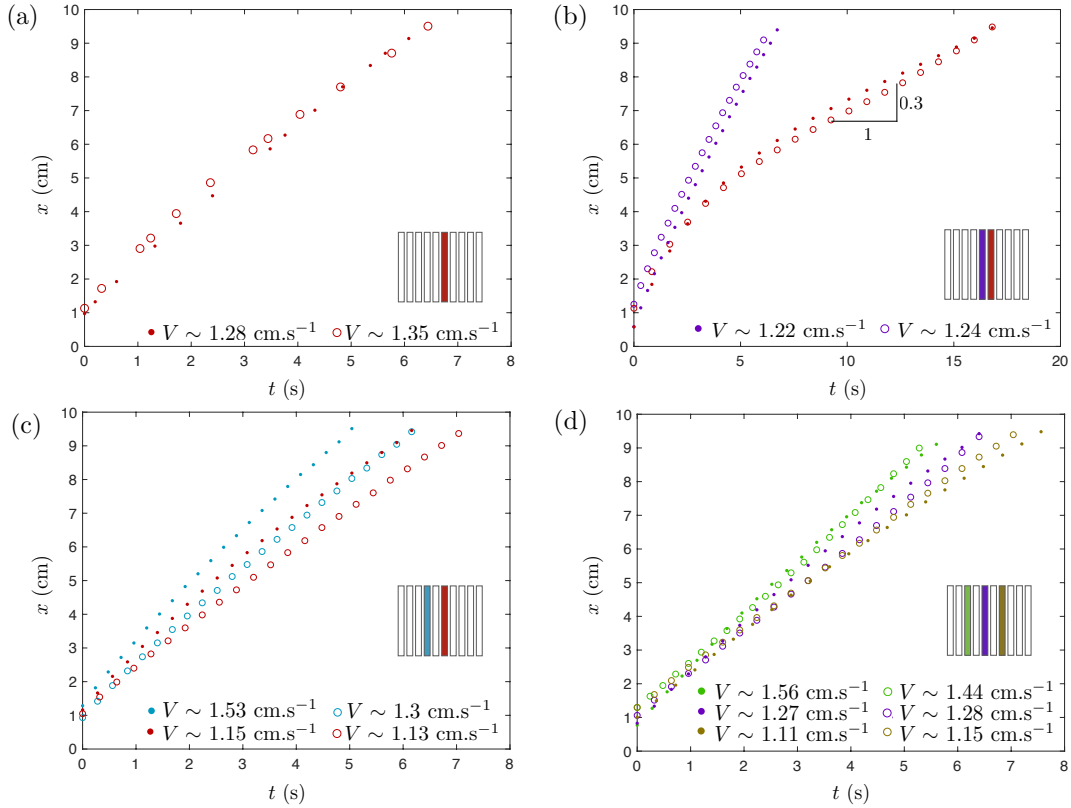


FIGURE 2.30: Trajectoires des ponts pour différentes configurations selon leur nombre et la distance qui les sépare. Les expériences sont réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 48$ mPa.s, d'épaisseur $h \simeq 618$ μm et $e \simeq 382$ μm . Chaque couleur correspond à une position sur le peigne, indiquée sur le schéma. Les mesures effectuées dans une expérience sont représentées par le même symbole.

Dans la configuration **(a)**, le pont unique s'étend à vitesse constante, comprise dans la gamme mesurée avec une baguette unique, qui varie entre 1.1 cm.s^{-1} et 1.9 cm.s^{-1} . Les cercles rouges ne forment pas une droite parfaite, probablement à cause d'une légère inclinaison du support. La situation **(b)** est la plus intéressante : seul l'un des ponts se déplace à vitesse constante, et c'est toujours celui situé en position violette. Néanmoins, les trajectoires des deux ponts sont quasiment identiques lorsque l'expérience est répétée, ce qui n'est pas forcément attendu puisque le système est symétrique. Il est possible que le pont rouge s'étende à vitesse constante si on répète davantage l'expérience, mais cela peut également provenir d'un défaut dans la largeur des rails ou d'une faible variation dans l'épaisseur d'huile qui favorise l'avancée du pont violet. Une dernière observation peut être faite sur ces trajectoires : il semble que la rouge devienne rectiligne à partir de 5 s, lorsque la longueur du pont violet atteint 7.5 cm. Les deux dernières configurations sont similaires : les ponts séparés de 1.5 cm progressent à vitesse constante. Comme pour le cas **(b)**, l'extension est d'autant plus rapide que le pont est situé à gauche, ce qui confirme la présence d'un léger défaut dans l'épaisseur d'huile. Cette variation d'épaisseur modifie probablement les vitesses donc il est difficile de savoir si elles sont influencées par le nombre de ponts. En effet, l'extension d'un pont supplémentaire pourrait ralentir un ou plusieurs ponts, mais ce n'est pas ce que nous mesurons. Il faudrait plus de résultats pour conclure sur

un effet quelconque du nombre de ponts lorsqu'ils sont suffisamment éloignés.

Ces expériences préliminaires ont mis en évidence que les ponts entrent en compétition lorsqu'ils sont séparés de 0.5 cm, ce qui est en accord avec la longueur d'aspiration ℓ de quelques millimètres mesurée avec les particules. Réaliser des expériences dans une cuve parfaitement symétrique permettrait d'étudier précisément l'influence du nombre de ponts sur les vitesses ainsi que l'impact des épaisseurs d'air et d'huile. Par ailleurs, il serait intéressant de se pencher sur l'aspiration à la base des ponts observée avec le colorant. Est-ce que l'aspiration est toujours plus importante à cet endroit ? Est-elle réduite si les ponts sont davantage espacés ?

2.7 Conclusion

L'avancée spontanée d'un pont capillaire reliant un bain à une surface solide a été étudiée dans ce chapitre. Nous avons caractérisé expérimentalement le mécanisme à l'origine de l'extension, qui repose sur une aspiration de liquide localisée à l'avant du pont. Dans une cuve de grande profondeur, la dissipation de ligne de contact gouverne la dynamique, menant à un régime indépendant de la largeur du pont. À l'inverse, dans une cuve de faible profondeur, l'énergie est principalement dissipée dans le volume du réservoir, avec des régimes différents selon les épaisseurs d'huile et d'air. Nous avons mis en évidence une relation complexe entre la vitesse et la largeur du pont, qui demeure inexplicée. Des variantes de l'expérience ont été réalisées en imposant une épaisseur d'air ou une largeur de pont croissante, et aboutissent aux mêmes tendances que l'expérience initiale. Le phénomène est donc robuste mais pas encore complètement élucidé. Il reste un élément clé que nous n'avons pas pu mesurer : la courbure du ménisque, directement liée au gradient de pression qui induit l'aspiration. Son évolution le long du ménisque et au cours du temps pourrait peut-être compléter notre compréhension du système. Par ailleurs, cela permettrait de connaître précisément l'épaisseur d'huile sous le creux de l'interface, dans laquelle la friction est la plus importante.

Nous avons également exploré l'interaction entre plusieurs ponts lorsqu'ils s'étendent simultanément. Les résultats préliminaires montrent que leur progression est entravée s'ils sont espacés de 5 mm, tandis qu'ils se déplacent à vitesse constante pour une séparation de 1.5 cm. Il convient de faire des expériences supplémentaires en variant davantage le nombre de ponts, la distance qui les sépare ainsi que les épaisseurs d'huile et d'air pour comprendre ce qui détermine la vitesse d'extension.

Chapitre 3

Ascension d'un ménisque

L'amincissement local d'un film liquide en présence d'un ménisque a été observé au cours des deux premiers chapitres, notamment en réalisant des expériences avec de l'huile colorée. L'aspiration engendrée par le ménisque s'avère être un élément clé des dynamiques étudiées : elle participe au déclenchement de l'instabilité de films minces et suscite l'extension de ponts capillaires. Une caractéristique du phénomène a brièvement été abordée dans le chapitre précédent, lorsque nous avons estimé la largeur ℓ du creux entourant le ménisque, mais plusieurs aspects restent à préciser. En effet, les expériences avec les traceurs, ont révélé la présence d'un flux résiduel qui persiste après le passage du front, et atténue progressivement la dépression de l'interface, jusqu'à ce que la région adjacente au ménisque se lisse. Quel est donc le mécanisme à l'origine de ce lissage ? Nous essayons de l'identifier dans ce chapitre qui s'intéresse à la dynamique d'amincissement d'un film en présence d'un ménisque.

3.1 Introduction

Il n'est pas nécessaire d'être sur une paillasse de laboratoire pour observer l'aspiration d'un film liquide engendrée par un ménisque. En effet, McDonald *et al.* [52] ont mis en évidence la présence de ce mécanisme dans nos yeux. Comme illustré sur la figure 3.1(a), la cornée est recouverte d'un film de liquide lacrymal relié aux paupières par des ménisques. Lorsque l'œil est ouvert et les paupières immobiles, les ménisques exercent une dépression qui aspire le liquide et amincit la région du film adjacente aux paupières [53]. En colorant le liquide lacrymal d'un œil avec de la fluorescéine, les auteurs ont observé cet amincissement qui se distingue par la ligne foncée, indiquée par les flèches, sur la figure 3.1(b).

L'aspiration engendrée par un ménisque se manifeste également au bord d'un film de savon maintenu par un cadre. En effet, une dépression s'exerce dans les bords de Plateau et aspire du liquide depuis le centre du film vers la périphérie. Ainsi, comme illustré sur la figure 3.2(a), le film se pince entre la région des bords de Plateau, d'épaisseur macroscopique, et la région centrale de faible épaisseur [54]. En étudiant cette situation, Aradian *et al.* ont montré que la transition abrupte entre les régions pincée et plate perturbe le film à l'entrée de la région centrale, de courbure nulle. Un écoulement s'établit alors vers le centre du film pour relaxer la courbure engendrée par le pincement. Le film aminci près du bord de Plateau est plus "léger" que le film épais qui se trouve au-dessus. Ce contraste de densité conduit au processus de régénération marginale illustré sur la figure 3.2(b) : des portions de film plus minces s'étendent et migrent depuis le bord de Plateau vers le centre du film [55]. Comme illustré sur la figure 3.2(c), l'envol de ces panaches semblables à des montgolfières, peut même conduire à l'apparition d'ouragans sur la surface d'une bulle de savon lorsqu'elle repose sur une surface chauffée [56].

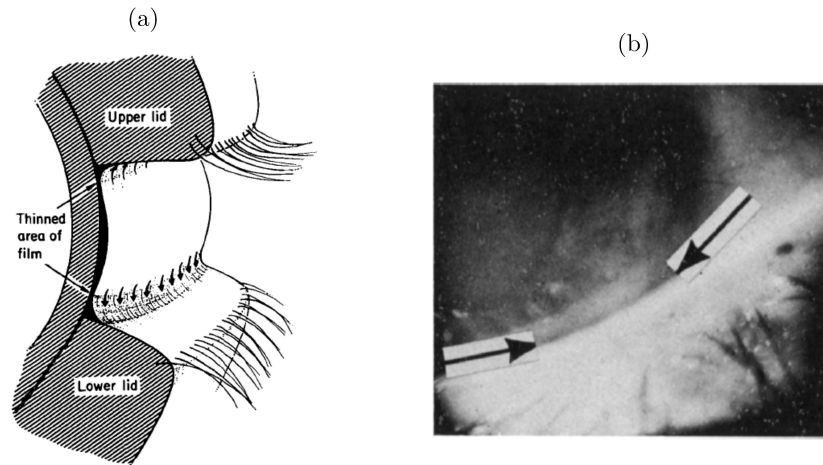


FIGURE 3.1: (a) Lorsque l'œil est ouvert, une dépression exercée par les ménisques engendre une aspiration qui amincit le film lacrymal à proximité des paupières. (b) Film lacrymal coloré par de la fluorescéine : la ligne foncée indiquée par les flèches reflète l'amenuisement du film à proximité des ménisques.

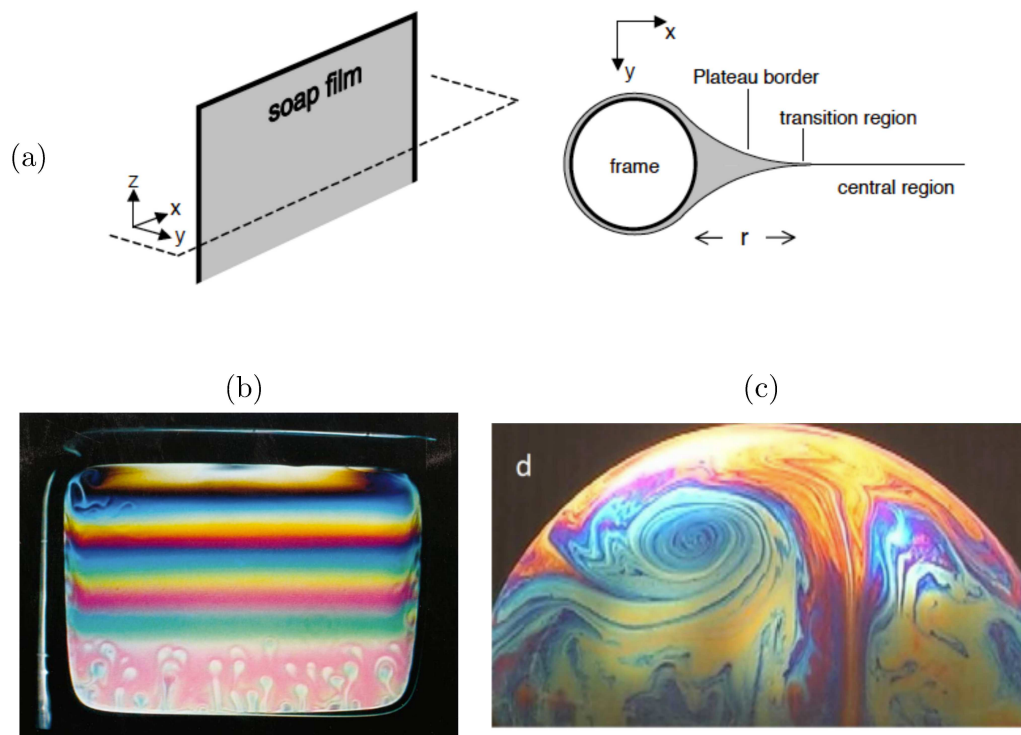


FIGURE 3.2: (a) Pincement d'un film de savon étudié par Aradian *et al.*. Un écoulement s'établit vers la région centrale pour relaxer la courbure engendrée par le raccord entre la région de transition et la région centrale de courbure nulle. Figure tirée de [54] (b) Régénération marginale observée sur un film vertical de surfactants mobiles. Figure tirée de [55]. (c) Bulle de savon chauffée à son équateur. L'envol de panaches des régions amincies peut conduire à la formation d'ouragans sur la surface de la bulle. Image tirée de [56].

Comme l'illustrent ces deux exemples, lorsqu'ils ne sont pas à l'équilibre, les ménisques sont assoiffés ! Toutefois, ces configurations ne sont pas les plus simples pour

étudier l'amincissement d'un film liquide. Nous avons donc opté pour une expérience plus classique d'ascension d'un ménisque sur une surface solide en contact avec un réservoir de liquide.

Plusieurs travaux portent sur la dynamique d'établissement d'un ménisque, notamment lorsqu'il est alimenté par un réservoir infini. En effet, Quéré et Clanet ont étudié la dynamique d'ascension d'un ménisque sur un cylindre en contact avec un bain d'huile silicone ou d'hexane de grande profondeur (devant le rayon r_0 du cylindre et la longueur capillaire l_c) [57]. Ils ont réalisé des expériences dans différents régimes, caractérisés par un couple de nombres sans dimension : le nombre de Bond $Bo = r_0/l_c$ qui compare l'effet de la gravité et les forces de tension superficielle, et le nombre de Kapitsa qui compare les effets de la viscosité à ceux de l'inertie pour un écoulement induit par la tension de surface. Ce nombre est défini par $Ka = (\gamma^3/(\rho^3 g \nu^4))^{\frac{1}{2}}$ où γ est la tension de surface, ρ la masse volumique du liquide et ν sa viscosité cinématique. Le nombre de Kapitsa sépare les dynamiques inertielles et visqueuses, on peut l'interpréter comme un nombre de Reynolds construit avec la vitesse capillaire γ/η et la longueur capillaire $\sqrt{\gamma/\rho g}$. Dans un écoulement induit par capillarité, l'inertie l'emporte lorsque $Ka \gg 1$ tandis que la dissipation visqueuse domine si $Ka \ll 1$. Ainsi, les dynamiques observées se répartissent dans les quatre domaines présentés sur la figure 3.3(a) et sont illustrées par la figure 3.3(b), qui présente l'évolution de l'interface depuis le contact jusqu'à l'équilibre. Chaque colonne d'images est associée à un domaine, tandis que chaque ligne correspond à une hauteur de ménisque $z(t)$ normalisée par sa hauteur maximale z_e .

L'équilibre est atteint sur la dernière ligne où l'on observe une similarité entre les formes des domaines n°1 et 4 ($Bo \gg 1$) ainsi qu'entre celles des domaines n°2 et 3 ($Bo \ll 1$). Ainsi, pour un angle de contact donné, le nombre de Bond détermine la forme statique du ménisque, indépendamment de la viscosité du liquide. Comparons maintenant les dynamiques : lorsque l'ascension est inertielle (domaines n°3 et 4), l'interface est perturbée à l'avant du ménisque, et forme une "onde de dépression". Par ailleurs, l'extension radiale et verticale du ménisque s'effectue sur une échelle de temps similaire lorsque $z/z_e \leq 0.5$ mais diverge ensuite. Dans ces deux domaines, la viscosité est négligeable donc les forces capillaires motrices équilibrent les forces inertielles et gravitationnelles. Sur un mur plan (domaine n°4), la hauteur du ménisque évolue comme $z \sim (\gamma t^2/\rho)^{1/3}$ et sa forme statique est obtenue pour $t_e \sim \sqrt{\rho l_c^3/\gamma}$, soit environ 10 ms pour l'eau. L'ascension sur une fibre de rayon $r_0 \ll l_c$ (domaine n°3) mène à une dynamique différente. En effet, le ménisque forme un cône axisymétrique donc l'expression de la masse de liquide est modifiée, et la hauteur varie avec le rayon de la fibre : $z \sim (\gamma r_0 \rho)^{1/4} t^{1/2}$. L'équilibre est atteint après un temps $t_e \sim \sqrt{\rho r_0^3/\gamma}$, de l'ordre de 10 μ s pour l'eau !

Pour les ascensions visqueuses des domaines n°1 et 2, l'interface ne forme pas "d'onde de dépression". Le ménisque s'étend plus vite radialement que verticalement et adopte une forme quasi-statique associée à un angle de contact dynamique. La force capillaire est cette fois compensée par la dissipation visqueuse exercée au voisinage de la ligne de contact, ce qui aboutit à la loi de Tanner : $\theta^3 = C \frac{\eta}{\gamma} \frac{dz}{dt}$, où $C = 9 \ln\left(\frac{L}{l_\mu}\right) \approx 80$ est une constante qui fait intervenir deux longueurs de coupure introduites pour intégrer la contrainte visqueuse : l_μ de taille moléculaire et L de la taille du système (typiquement la longueur capillaire). L'ascension quasi-statique fournit une relation supplémentaire entre l'angle de contact et la hauteur du ménisque

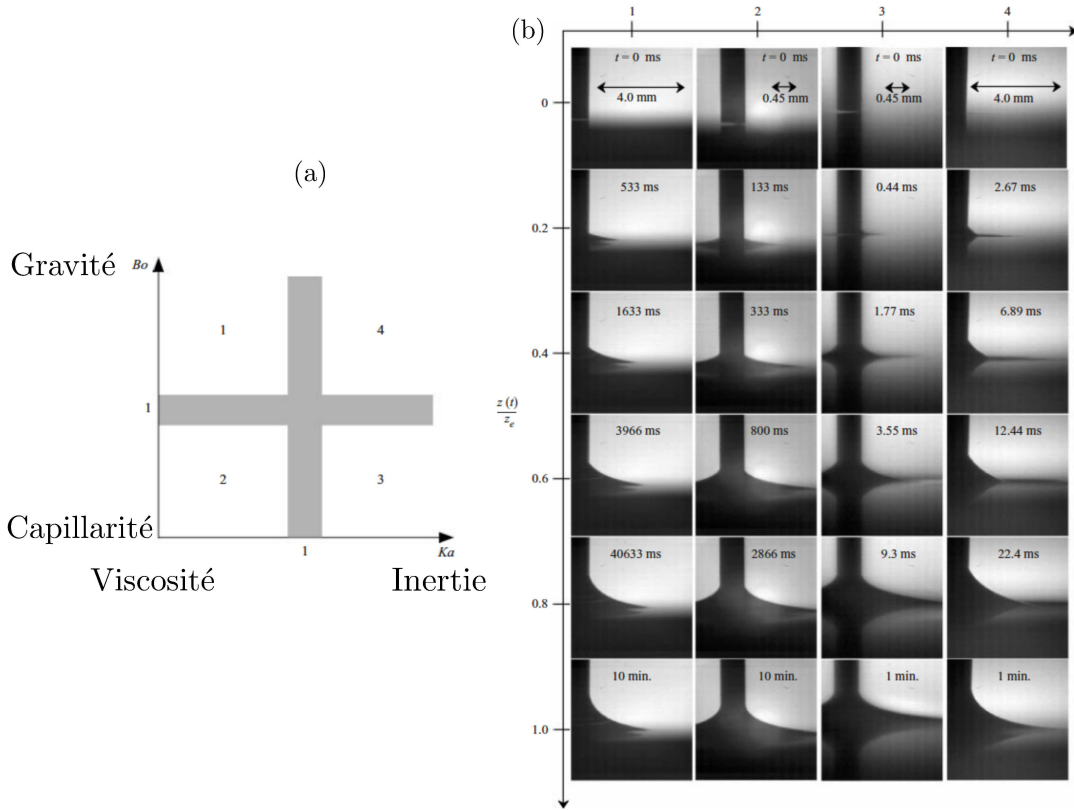


FIGURE 3.3: (a) Espace de paramètres (Ka, Bo) définissant les domaines étudiés par Clanet & Quéré [57]. (b) Vues successives de l'ascension du ménisque depuis le contact jusqu'à l'équilibre pour les quatre domaines. Chaque colonne correspond à un domaine et chaque ligne à une position $z(t)$ du ménisque par rapport à sa hauteur d'équilibre z_e . Figure tirée de [57].

$z(t) = z_e(\theta(t))$, qui diffère entre un mur plan et une fibre. Par conséquent, les trajectoires correspondantes dépendent du rayon du cylindre : l'équilibre est atteint au bout d'un temps $t_e \sim 80\eta l_c/\gamma$ sur un mur plan et $t_e \sim 80\eta r_0/\gamma$ sur une fibre. Pour une huile silicone mille fois plus visqueuse que l'eau, l'équilibre est atteint après $t_e \approx 8$ s sur un mur plan contre $t_e \approx 40$ ms sur une fibre de $10 \mu\text{m}$ de rayon. Ainsi, une ascension visqueuse alimentée par un réservoir infini est freinée par la dissipation exercée au voisinage de la ligne de contact.

La dynamique en réservoir fini a été explorée par Guo *et al.* [58], avec l'ascension d'un ménisque sur une fibre de verre de rayon $r_0 = 1 \mu\text{m}$, en contact avec un film de savon de viscosité $\eta \approx 1$ mPa.s et d'épaisseur h_∞ . Si cette dernière est supérieure au diamètre de la fibre ($h_\infty \gg 2r_0$), l'écoulement dans le film est peu confiné et la dynamique rejoint celle observée par Quéré & Clanet pour une ascension visqueuse avec un petit nombre de Bond. Par contre, si l'épaisseur du film est inférieure au diamètre de la fibre ($h_\infty \ll 2r_0$), la géométrie confinée engendre une importante dissipation dans le film. L'ascension du ménisque est considérablement ralentie et sa hauteur z évolue comme $z \sim \ln((\gamma/\eta r_0)(h_\infty/r_0)^2 t)$. Cette situation est illustrée sur la figure 3.4 qui présente des vues successives d'une expérience réalisée avec une fibre de rayon $r_0 = 9 \mu\text{m}$ en contact avec un film de savon de viscosité $\eta = 1.65$ mPa.s et d'épaisseur $h_\infty \sim 100$ nm.

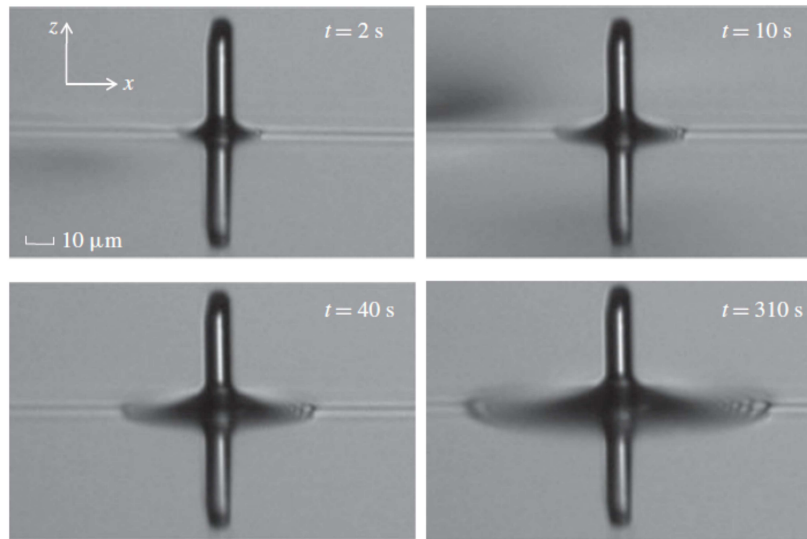


FIGURE 3.4: Ascension d'un ménisque induite par le contact entre une fibre de rayon $r_0 = 9 \mu\text{m}$ et un film de savon de viscosité $\eta = 1.65 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ et d'épaisseur $h_\infty \sim 100 \text{ nm}$. L'épaisseur du film de savon est faible devant le rayon de la fibre donc la dynamique est très lente [58].

La suite de ce chapitre combine en quelque sorte les deux situations précédentes, en étudiant l'ascension d'un ménisque visqueux sur une surface peu courbée, lorsqu'elle est alimentée par réservoir infini ou un film d'épaisseur faible devant la longueur capillaire.

3.2 Expérience

Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est présenté sur la figure 3.5 : un cylindre métallique, de rayon $R = 5 \text{ mm}$, surplombe verticalement un bain ou un film d'huile de viscosité $\eta = 48 \text{ mPa}\cdot\text{s}$. Le bain d'huile de profondeur $h_\infty = 1 \text{ cm}$ est contenu dans une boîte de pétri d'environ 8 cm de diamètre, tandis que les films d'épaisseur h_∞ comprise entre 66 et 400 μm sont formés en versant un volume d'huile dans une cuve fabriquée à partir de bandes adhésives. Ces bandes, épaisses de 570 μm , sont disposées en un carré de 6 cm de côté sur une plaque verre. L'étanchéité de cette cuve est assurée en comblant l'interstice entre chaque bande avec du polyvinyl siloxane (PVS). L'épaisseur d'huile est estimée en pesant le volume d'huile déposé dans le contenant, ou mesurée avec le capteur de déplacement confocal présenté au chapitre 1, lorsque l'épaisseur est assez faible ($h_\infty < 150 \mu\text{m}$).

L'expérience consiste à abaisser doucement le cylindre jusqu'à ce qu'il entre en contact avec la surface d'huile. Dès lors, un ménisque se développe et monte progressivement sur le cylindre, puis s'arrête lorsqu'il atteint sa hauteur d'équilibre z_e .

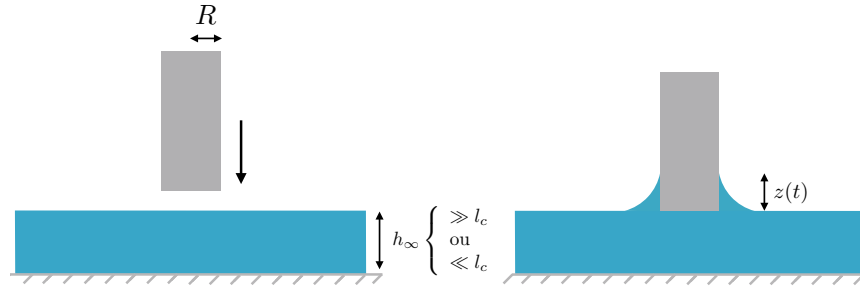


FIGURE 3.5: Dispositif expérimental : un cylindre vertical de rayon $R = 5$ mm surplombe initialement la surface d'un réservoir d'huile silicone de viscosité $\eta = 48$ mPa.s, d'épaisseur h_∞ comprise entre $66 \mu\text{m}$ et 1 cm. Lorsque le cylindre entre en contact avec l'huile, un ménisque de hauteur z se forme et progresse sur le cylindre jusqu'à atteindre une hauteur d'équilibre.

Expériences typiques

La figure 3.6 présente des vues successives de deux expériences réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 48$ mPa.s. L'une est alimentée par un bain de profondeur $h_\infty = 1$ cm (a) et l'autre par un film d'épaisseur $h_\infty \simeq 300 \mu\text{m}$ (b). Pour les deux expériences, les hauteurs $z(t)$ atteintes successivement par la partie gauche du ménisque correspondent aux fractions suivantes de la hauteur d'équilibre z_e : $z_e/4$, $z_e/2$, $3z_e/4$ et z_e . Le temps écoulé depuis le contact est indiqué sur chaque image et augmente de haut en bas.

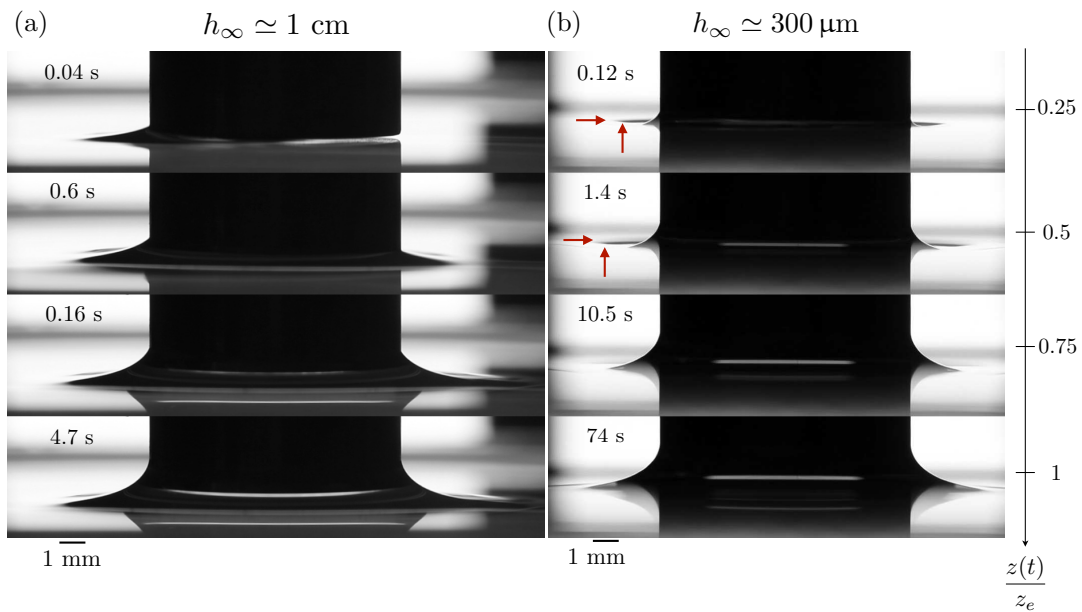


FIGURE 3.6: Vues successives d'expériences réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 48$ mPa.s, formant une couche d'épaisseur $h_\infty \simeq 1$ cm (a) et $h_\infty \simeq 300 \mu\text{m}$ (b). Sur chaque ligne, la partie gauche du ménisque est située à une hauteur $z(t)$ précisée sur l'axe situé à droite des images. Les flèches rouges indiquent la région du film creusée par la formation du ménisque.

Dans les deux configurations, le ménisque progresse rapidement au début de l'ascension puis ralentit. Toutefois, la dynamique en réservoir infini est bien plus rapide : le temps nécessaire pour effectuer le quart de l'ascension est trois fois plus court en réservoir infini que sur un film. De plus, la hauteur d'équilibre est atteinte en moins

de 5 s en réservoir infini, contre plus d'une minute pour l'ascension alimentée par un film.

Par ailleurs, l'aspect du ménisque aux temps courts diffère entre les deux expériences. En effet, sur les premières images de la série de gauche (bain profond), le ménisque est peu courbé et se déploie davantage radialement que verticalement. La courbure croît ensuite au cours de l'ascension, et le ménisque relaxe vers la forme d'équilibre. Sur le film mince (d'huile), l'ascension débute avec un ménisque en arc de cercle qui semble s'étendre autant radialement que verticalement. Pendant ce début d'ascension, une onde de dépression (indiquée par les flèches rouges) se distingue et forme une ligne foncée au pied des ménisques. Par la suite, cette onde s'atténue progressivement et n'est plus visible sur la troisième image où, par ailleurs, le ménisque commence à tendre vers sa forme d'équilibre, plus étendue radialement. Les formes statiques sont similaires pour les deux expériences, avec des hauteurs maximales $z_e = 1.7$ et 1.72 mm sur les séries de gauche et droite respectivement.

Ces deux expériences suggèrent que la dynamique d'ascension diffère entre un réservoir infini et un film mince. La profondeur d'huile semble jouer un rôle majeur que nous explorons en réalisant l'expérience avec différentes épaisseurs initiales h_∞ d'huile.

Résultats expérimentaux

Pour chaque expérience, la hauteur $z(t)$ du ménisque est mesurée au cours du temps. L'évolution temporelle de cette hauteur est présentée sur la figure 3.7 pour différentes épaisseurs initiales h_∞ d'huile comprises entre $66 \mu\text{m}$ et 1 cm . Les expériences sont réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 48 \text{ mPa.s}$. Chaque couleur est associée à une épaisseur h_∞ précisée dans la légende.

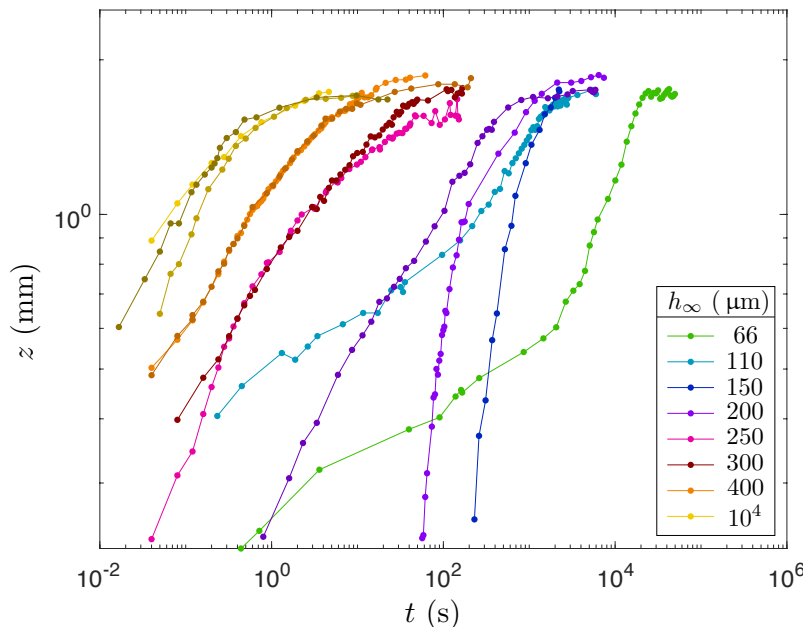


FIGURE 3.7: Hauteur z du ménisque au cours du temps pour différentes épaisseurs initiales h_∞ d'huile comprises entre $66 \mu\text{m}$ et 1 cm , chacune associée à une couleur.

Les films les plus minces, correspondant à $h_\infty \simeq 66$ (vert) et $110 \mu\text{m}$ (bleu clair), présentent une dynamique étonnante : l'ascension démarre lentement sur un demi-millimètre environ, puis progresse soudainement plus rapidement de manière similaire aux expériences réalisées avec des films plus épais. Deux autres courbes présentent une évolution singulière : celles correspondant à $h_\infty \simeq 150$ (bleu foncé) et $200 \mu\text{m}$ (violet clair), pour lesquelles l'ascension s'effectue plus rapidement sur le premier millimètre, en comparaison des autres courbes. Pour ces deux expériences, des effets électrostatiques, ont déformé la surface du bain à distance, et engendré un contact prématuré avec le cylindre. La dynamique de formation du ménisque s'est trouvée perturbée par cette condition initiale mal contrôlée.

Les autres expériences ne présentent pas de changement brusque de dynamique, l'ascension ralentit au cours du temps jusqu'à ce que le ménisque atteigne sa position d'équilibre comprise entre 1.6 et 1.9 mm. Le temps mis pour atteindre cette position décroît avec l'épaisseur initiale h_∞ d'huile : l'équilibre est atteint après 1 ou 2 s pour $h_\infty \simeq 1$ cm contre environ 7 h lorsque $h_\infty \simeq 66 \mu\text{m}$! Ces temps d'équilibre très différents soulignent l'impact considérable de l'épaisseur d'huile sur la dynamique.

3.3 Modèle

Nous commençons par déterminer la forme d'un ménisque statique sur une surface peu courbée. La dynamique d'ascension est ensuite modélisée, lorsqu'elle est alimentée par un réservoir infini ou par un film d'épaisseur faible devant la longueur capillaire.

Ménisque statique

Afin de déterminer le profil d'un ménisque statique sur une surface courbée, nous suivons le cheminement présenté, entre autres, par Huh & Scriven [45]. La configuration étudiée est présentée sur la figure 3.8 : un ménisque est à l'équilibre sur un cylindre vertical, de rayon r_0 . L'angle entre l'axe horizontal et l'interface est noté θ .

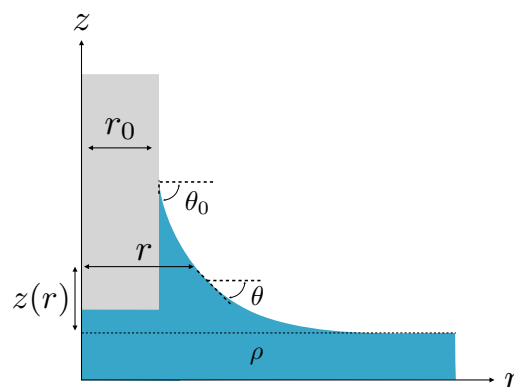


FIGURE 3.8: Ménisque à l'équilibre sur un cylindre de rayon r_0 . La hauteur de l'interface à une distance r de l'axe de symétrie est notée z , et l'angle entre l'axe horizontal et l'interface est noté θ . Sur la paroi, $\theta(r_0) = \theta_0$.

La forme statique d'un ménisque résulte de l'équilibre entre la pression hydrostatique $P_a - \rho g z$ et la pression de Laplace $P_a + \gamma \mathcal{C}$ en tout point de l'interface, ce qui aboutit à l'égalité suivante :

$$\gamma \mathcal{C} = \rho g z$$

où la courbure de l'interface s'exprime par

$$C = \frac{z''}{(1+z'^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{z'}{r(1+z'^2)^{\frac{1}{2}}}$$

où $z(r)$ correspond à hauteur du ménisque à une distance r de l'axe de symétrie. Les conditions aux limites associées sont :

$$\begin{aligned} \left. \frac{dz}{dr} \right|_{r=r_0} &= \tan \theta_0 \\ \left. \frac{dz}{dr} \right|_{r \rightarrow \infty} &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

En adimensionnant r et z par la longueur capillaire l_c , tels que $x \equiv r/l_c$ et $y \equiv z/l_c$, l'équation précédente devient :

$$\frac{d^2y/dx^2}{(1+(dy/dx)^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{dy/dx}{x(1+(dy/dx)^2)^{\frac{1}{2}}} - y = 0 \quad (3.1)$$

avec :

$$\begin{aligned} \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x=\frac{r_0}{l_c}} &= \tan \theta_0 \\ \left. \frac{dy}{dx} \right|_{x \rightarrow \infty} &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

On peut alors remplacer dy/dx par $\tan \theta(x)$, pour obtenir le système suivant :

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \tan \theta(x) \\ \cos \theta \frac{d\theta}{dx} + \frac{\sin \theta}{x} - y &= 0 \end{aligned}$$

En mouillage total, $\theta_0 = -\frac{\pi}{2}$ et $\tan \theta_0 \xrightarrow[r \rightarrow r_0]{} -\infty$, ce qui peut aboutir à des difficultés dans la résolution numérique de la forme du ménisque.

Pour pallier à ce problème, Princen et Mason [59] ont introduit une abscisse curviligne s , qui amène au système d'équations paramétriques suivant :

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{ds} &= y - \frac{\sin \theta}{x} \\ \frac{dx}{ds} &= \cos \theta \\ \frac{dy}{ds} &= \sin \theta \end{aligned} \quad (3.2)$$

Si le rayon du cylindre est grand devant la longueur capillaire, le terme $\frac{\sin \theta}{x}$ peut être négligé. Le système se résout aisément et aboutit à la relation classique $z = l_c \sqrt{2(1 - \cos \theta_0)}$, dont est déduite la hauteur z_e du ménisque à l'équilibre sur un mur vertical. Dans nos expériences, le mouillage est total et la longueur capillaire vaut $l_c = 1.5$ mm, soit une hauteur maximale $z_e = l_c \sqrt{2} = 2.06$ mm. Or, les hauteurs maximales

mesurées expérimentalement sont toutes inférieures à 2 mm. Cette déviation provient de la courbure du cylindre : son rayon de 5 mm est comparable à la longueur capillaire. L'ensemble du système 3.2 est donc résolu numériquement par une méthode de tir.

La figure 3.9 compare le profil théorique obtenu aux profils statiques extraits des expériences en binarisant les images. Ces derniers sont tracés en couleur, et leur hauteur maximale est soulignée par un gros point en $x = 0$ mm. Le profil théorique est représenté par la courbe en pointillés noirs et la ligne horizontale correspond à sa hauteur maximale $z_e^{\text{th}} = 1.83$ mm.

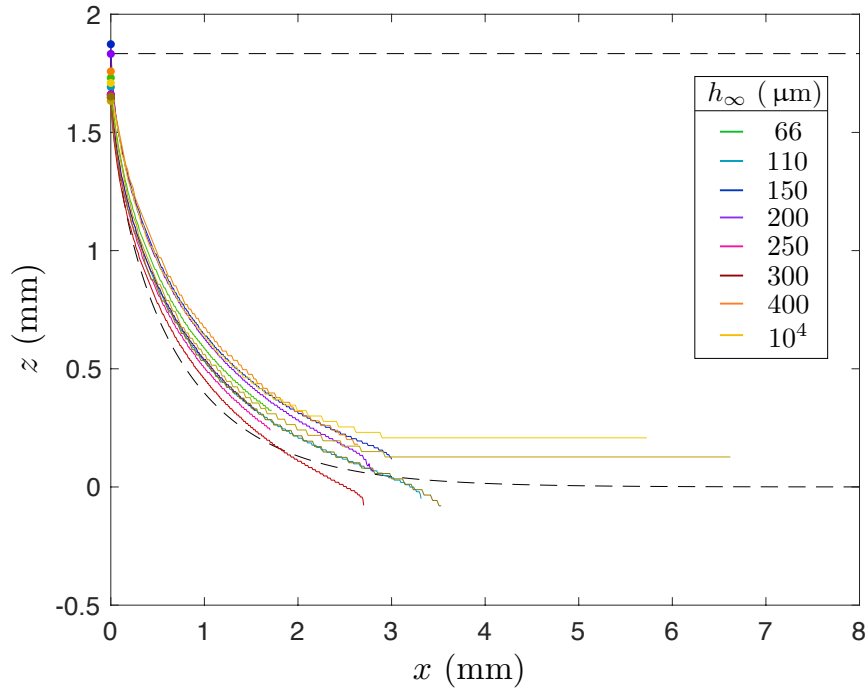


FIGURE 3.9: Profil du ménisque statique sur un cylindre de 5 mm de rayon. La ligne en pointillés noirs correspond au profil théorique calculé pour un ménisque en contact avec un cylindre de rayon $r_0 = 5$ mm. Les courbes colorées sont extraites des expériences réalisées avec différentes épaisseurs initiales d'huile h_∞ , chacune associée à une couleur précisée dans la légende. Les hauteurs maximales des profils expérimentaux sont accentuées par les gros points situés en $x = 0$ mm, tandis que la ligne horizontale indique la hauteur maximale théorique $z_e^{\text{th}} = 1.83$ mm.

Toutes les expériences dévient plus ou moins du profil théorique avec des hauteurs maximales z_e comprises entre 1.63 et 1.87 mm. Ces écarts résultent de la manière dont l'expérience est visualisée et du traitement des images. En effet, la mise au point peut être effectuée légèrement en avant ou en arrière du plan de symétrie du cylindre, résultant sur une vue du profil en biais. De plus, le seuil d'intensité utilisé pour binariser les images peut rajouter ou ôter des pixels au ménisque, modifiant ainsi la position de l'interface mais également sa forme lorsque l'éclairage n'est pas uniforme, ce qui est souvent le cas.

Ces défauts de visualisation sont à priori à l'origine de l'écart entre les expériences et le profil théorique. Vraisemblablement, les hauteurs de ménisque mesurées au cours du temps sont sujettes au même problème. Elles n'ont pas été mesurées en binarisant les images, mais l'interface est tangente à la paroi du cylindre, donc déterminer la position exacte du sommet du ménisque est délicat. Toutefois, la déviation entre les

hauteurs maximales expérimentales et théoriques reste modérée : $|\frac{z_{th}-z_e}{z_e}| \lesssim 15\%$. Nos mesures, doivent ainsi refléter assez fidèlement la dynamique d'ascension.

Avant de modéliser la dynamique d'ascension, vérifions si le volume de liquide disponible est suffisant pour que le ménisque atteigne la hauteur d'équilibre théorique $z_e^{th} = 1.83$ mm. Le volume du ménisque à l'équilibre $2\pi r_0 l_c z_e^{th}$ doit en effet être inférieur au volume du bain $L^2 h_\infty$, où $L = 6$ cm est la longueur d'un côté de la cuve carrée. L'épaisseur critique h_∞^c en-deçà de laquelle il n'y a pas assez de liquide est donnée par :

$$h_\infty^c = \frac{2\pi r_0 l_c z_e^{th}}{L^2}$$

avec $r_0 = 5$ mm, on trouve $h_\infty^c \simeq 18.5 \mu\text{m}$, soit moins du tiers de l'épaisseur la plus faible $h_\infty \simeq 66 \mu\text{m}$. Le volume est suffisant pour alimenter l'ascension, et nous modélisons sa dynamique dans le paragraphe suivant.

3.3.1 Dynamique d'ascension

L'ascension du ménisque s'accompagne d'une dissipation visqueuse exercée au voisinage de la ligne de contact et dans le volume d'huile. Comme pour l'extension du pont capillaire étudiée au chapitre 2, la dissipation dans ces régions est plus ou moins importante selon la quantité d'huile mise en jeu. Dans un premier temps, nous présentons le modèle d'une dynamique en réservoir infini, puis nous portons notre attention sur l'ascension alimentée par un film de faible épaisseur devant la longueur capillaire.

Réservoir infini

Lorsque l'épaisseur initiale d'huile h_∞ est suffisamment grande, la dissipation dans le volume d'huile est négligeable devant celle exercée au voisinage de la ligne de contact. Ainsi, la force capillaire motrice équilibre la friction exercée dans le coin de liquide qui monte sur le cylindre, ce qui aboutit à la loi de Tanner :

$$\theta^3 \sim \frac{C\eta}{\gamma} \frac{dz}{dt} \quad (3.3)$$

avec θ l'angle de contact dynamique et $C = 9 \ln\left(\frac{L}{l_\mu}\right) \approx 80$. Comme souligné par Quéré & Clanet, pour chaque angle de contact dynamique, le ménisque est quasi-statique. La relation entre l'angle de contact et la hauteur du ménisque est donc nécessaire pour résoudre cette équation. Malheureusement, le rayon du cylindre est assez proche de la longueur capillaire, donc il n'existe pas d'expression analytique pour la relation $z_e(\theta)$. Cependant, les solutions statiques déterminées en résolvant le système (3.2) peuvent être injectées dans l'équation (3.3) pour obtenir une solution numérique. Ce modèle théorique est confronté aux résultats expérimentaux sur la figure 3.10 qui présente la hauteur du ménisque adimensionnée par la longueur capillaire z/l_c en fonction du temps adimensionné $(\sqrt{2}/C)(\gamma/\eta l_c)t$. Les points colorés correspondent aux expériences réalisées avec une épaisseur d'huile $h_\infty \simeq 1$ cm tandis que la solution théorique est représentée par la ligne noire et continue.

Un bon accord est obtenu entre les expériences et la solution numérique, confirmant ainsi que l'ascension en réservoir infini est freinée par la dissipation exercée au voisinage de la ligne de contact.

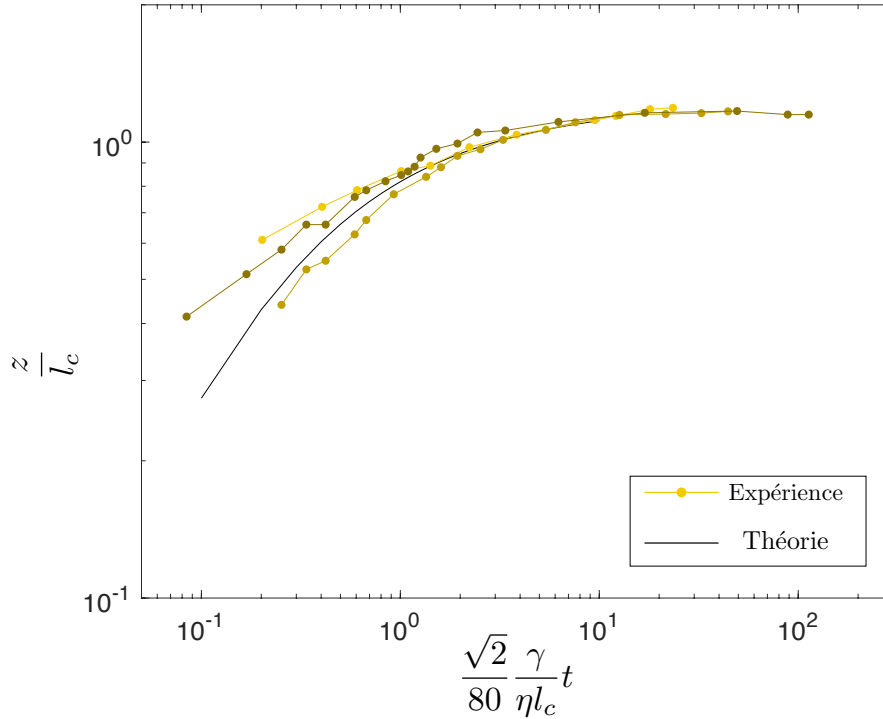


FIGURE 3.10: Comparaison entre la solution de l'équation (3.3) (ligne continue noire) et les trajectoires expérimentales mesurées pour une épaisseur d'huile initiale $h_\infty \simeq 1$ cm (courbes jaunes).

L'ascension sur un film mince est gouvernée par une dynamique différente que nous présentons dans le paragraphe suivant.

Ascension alimentée par un film mince

Lorsque le ménisque est alimenté par un film d'huile d'épaisseur faible devant la longueur capillaire, l'ascension assèche rapidement le film au voisinage du ménisque. Dès lors, l'ascension est limitée par les écoulements dans le réservoir, qui se font sous l'influence de la capillarité ou de la gravité. Nous proposons de déterminer la dynamique de formation du ménisque selon que l'un ou l'autre des mécanismes domine. Pour cela, considérons la situation présentée sur la figure 3.11 : le ménisque forme un arc de cercle de hauteur z , alimenté par l'écoulement qui traverse avec une vitesse V la région amincie du film, où l'interface se creuse sur une longueur $\ell \gg z$. Loin du ménisque, l'interface est plane et située à une hauteur h_∞ .

Afin d'identifier le mécanisme qui gouverne l'écoulement, nous modélisons la dynamique lorsqu'elle est dominée par un approvisionnement capillaire, puis considérons l'ascension alimentée par un effet gravitaire avant de confronter les deux modèles aux résultats expérimentaux.

Approvisionnement capillaire

L'approvisionnement capillaire met en jeu la pression de Laplace qui exprime la différence de pression p à travers une interface courbe. Le ménisque pompe du liquide dans le film avec une dépression capillaire de l'ordre de $\gamma\mathcal{C}$, où $\mathcal{C} \sim h_\infty/\ell^2$ est la courbure du ménisque. Le gradient de pression s'exerce sur la longueur ℓ , que nous pouvons exprimer avec la conservation du volume : le liquide situé dans la région bleu

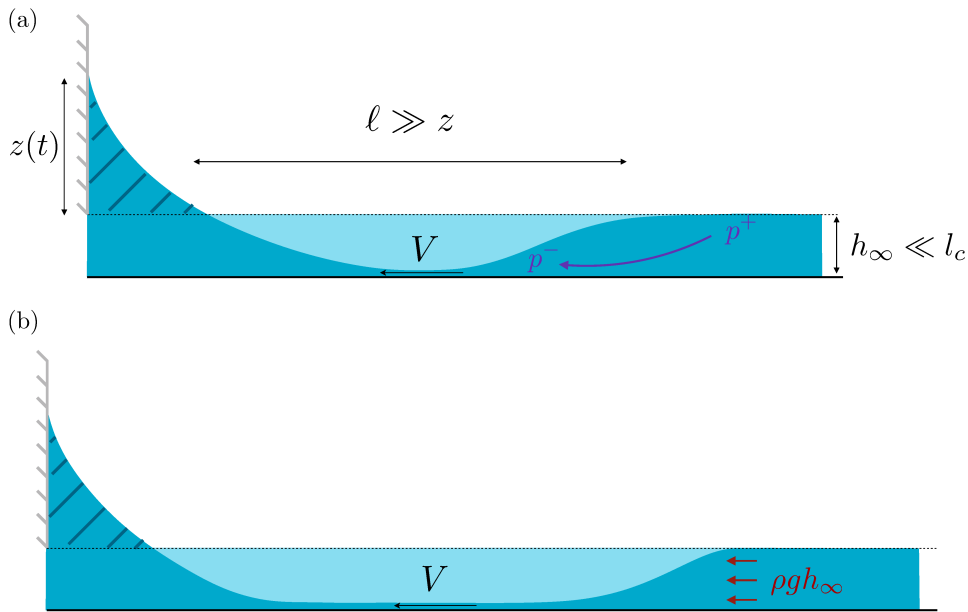


FIGURE 3.11: Ascension d'un ménisque alimenté par un film d'épaisseur initiale h_∞ : l'aspiration de liquide à vitesse V , creuse l'interface sur une longueur ℓ . **(a)** Écoulement dominé par la capillarité. Un gradient de pression de Laplace (violet) alimente l'ascension. **(b)** Écoulement dominé par la gravité. L'ascension est principalement alimentée par un gradient de pression hydrostatique (rouge).

clair de surface ℓh_∞ est aspiré pour remplir la région hachurée ayant une superficie de l'ordre de z^2 . Ainsi, la longueur ℓ de film "consommé" s'exprime par :

$$\ell \sim \frac{z^2}{h_\infty} \quad (3.4)$$

ce qui aboutit au gradient de pression suivant :

$$\nabla p \sim \frac{\gamma h_\infty}{\ell^3} \sim \frac{\gamma h_\infty^4}{z^6}$$

L'écoulement est quasi-parallèle et s'effectue à faible nombre de Reynolds, donc l'équation de Navier-Stokes se réduit à l'équation de Stokes. Autrement dit, l'inertie est négligeable et le gradient de pression équilibre la dissipation visqueuse exercée dans le film sur une hauteur h_∞ . Dans la limite de l'approximation de lubrification, nous obtenons :

$$\frac{\gamma h_\infty^4}{z^6} \sim \frac{\eta V}{h_\infty^2} \quad (3.5)$$

Par ailleurs, la conservation du débit Q impose :

$$Q \sim V h_\infty \simeq \frac{d(z^2)}{dt} \sim z \frac{dz}{dt} \quad (3.6)$$

En injectant cette relation dans l'équation de Stokes (3.5), on obtient :

$$z^7 \frac{dz}{dt} \sim \frac{\gamma}{\eta} h_\infty^7$$

Ainsi, la hauteur évolue en $t^{\frac{1}{8}}$:

$$\frac{z}{h_\infty} \sim \left(\frac{\gamma}{\eta} \frac{t}{h_\infty} \right)^{\frac{1}{8}} \quad (3.7)$$

Le temps d'équilibre vérifie $z(t_e) = z_e \sim l_c$, donc il est donné par :

$$\frac{l_c^8}{h_\infty^8} \sim \frac{\gamma}{\eta} \frac{t_e}{h_\infty}$$

Soit,

$$t_e \sim \frac{\eta}{\gamma} \frac{l_c^8}{h_\infty^7}$$

Dans les expériences, $\eta = 48$ mPa.s, $\gamma = 20$ mN.m⁻¹, et la longueur capillaire vaut $l_c = 1.5$ mm. On trouve $t_e \sim 10^7$ s (soit 4 mois!) pour la plus faible épaisseur $h \simeq 66$ μ m contre $t_e \simeq 30$ s pour l'épaisseur $h \simeq 400$ μ m la plus grande. Ces valeurs sont beaucoup plus élevées que celles mesurées expérimentalement pour les mêmes épaisseurs initiales, qui valent respectivement $t_e \approx 7$ h et $t_e \approx 1$ s.

Approvisionnement gravitaire

Dans cette configuration, l'écoulement au sein du film mince est dominé par la gravité. L'ascension est alimentée par un gradient de pression hydrostatique exercé entre la région loin du ménisque et le creux de l'interface. Cette différence de pression s'exprime par : $p \sim \rho g h_\infty$ où ρ est la masse volumique du liquide. Les conservations du volume et du débit sont identiques au cas précédent, donc les équations (3.4) et (3.6) restent valides. Le gradient de pression est donné par :

$$\nabla p \sim \frac{\rho g h_\infty}{\ell} \sim \frac{\rho g h_\infty^2}{z^2}$$

donc l'équation de Stokes revient à :

$$\frac{\rho g h_\infty^2}{z^2} \sim \frac{\eta z \dot{z}}{h_\infty^3}$$

et sa résolution indique que la hauteur évolue cette fois en $t^{\frac{1}{4}}$:

$$\frac{z}{h_\infty} \sim \left(\frac{\rho g h_\infty}{\eta} t \right)^{\frac{1}{4}} \quad (3.8)$$

Ce qui correspond au temps d'équilibre suivant :

$$t_e \sim \frac{\eta}{\rho g} \frac{l_c^4}{h_\infty^5} \quad (3.9)$$

Pour nos paramètres expérimentaux, nous obtenons $t_e \approx 8$ h pour $h \simeq 66$ μ m et $t_e \approx 2$ s pour $h_\infty \simeq 400$ μ m. Ces temps d'équilibre sont semblables à ceux mesurés expérimentalement, ce qui suggère que le modèle d'approvisionnement par gravité correspond davantage aux expériences.

Comparaison des modèles

Avant de confronter les modèles aux résultats expérimentaux, nous déterminons la hauteur z_c du ménisque à partir de laquelle l'écoulement est dominé par la gravité.

Équilibrons les deux gradients de pression :

$$\frac{\gamma h_\infty^4}{z_c^6} \sim \frac{\rho g h_\infty^2}{z_c^2}$$

La gravité domine l'écoulement dès que la hauteur du ménisque dépasse une valeur critique z_c , donnée par :

$$z_c \sim (l_c h_\infty)^{\frac{1}{2}} \quad (3.10)$$

Ainsi, la portion d'ascension dominée par gravité est d'autant plus grande que le film est mince. Ce résultat est assez intuitif, puisqu'un film d'épaisseur faible est plus rapidement aminé. La hauteur critique vaut $z_c \simeq 300 \mu\text{m}$ lorsque $h_\infty \simeq 66 \mu\text{m}$, contre $750 \mu\text{m}$ pour les films les plus épais, de hauteur $h_\infty \simeq 400 \mu\text{m}$. Les expériences que nous avons réalisées seraient donc principalement alimentées par la gravité.

Nous vérifions cette hypothèse en confrontant la théorie aux résultats expérimentaux. La figure 3.12 compare les lois de puissance déterminées par les modèles à l'évolution temporelle de la hauteur du ménisque mesurée expérimentalement. La droite noire a une pente 1/8 et correspond à la loi de puissance du modèle capillaire tandis que la droite rouge, de pente 1/4, correspond à celle du modèle gravitaire. Chaque couleur correspond à une épaisseur initiale d'huile h_∞ .

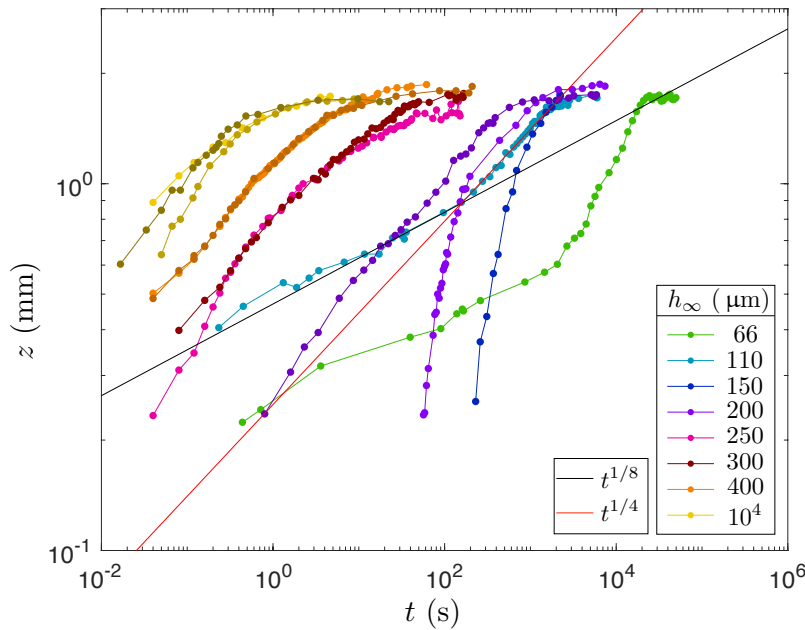


FIGURE 3.12: Confrontation des lois de puissance déterminées par les modèles aux trajectoires expérimentales. Les points représentent la hauteur $z(t)$ du ménisque mesurée expérimentalement en fonction du temps, pour des épaisseurs h_∞ comprises entre $66 \mu\text{m}$ et 1 cm . Chaque couleur correspond à une épaisseur h_∞ . La ligne noire de pente 1/8 est associée au modèle capillaire et la ligne rouge de pente 1/4 au modèle gravitaire. On observe peut-être les deux régimes pour les épaisseurs les plus faibles ($h_\infty \simeq 66$ et $110 \mu\text{m}$).

Pour $h_\infty \simeq 66$ et $110 \mu\text{m}$, les deux épaisseurs initiales les plus faibles, on observe un changement de dynamique. La première partie de l'ascension semble être dominée par la capillarité, et la seconde par l'effet gravitaire. La transition s'effectue vers 2 min pour $h_\infty \simeq 110 \mu\text{m}$ contre 35 min environ lorsque $h_\infty \simeq 66 \mu\text{m}$. Ainsi, il semble que

la transition survient d'autant plus rapidement que l'épaisseur initiale d'huile est grande.

Les dynamiques mesurées pour les épaisseurs $h_\infty > 110 \mu\text{m}$, semblent être dominées par la gravité. La transition est vraisemblablement survenue très rapidement et n'a donc pas été mesurée.

Les modèles sont comparés aux résultats expérimentaux sur la figure 3.13 qui présente la hauteur $z(t)$ du ménisque mesurée expérimentalement en fonction de la hauteur théorique $z^{\text{th}}(t)$ déterminée pour un approvisionnement capillaire (a) ou gravitaire (b). Les expériences ont été réalisées avec une huile de viscosité $\eta = 48 \text{ mPa}\cdot\text{s}$ et des épaisseurs initiales h_∞ comprises entre 66 et 400 μm , associées à une couleur précisée dans la légende. La ligne noire est un guide de pente 1.

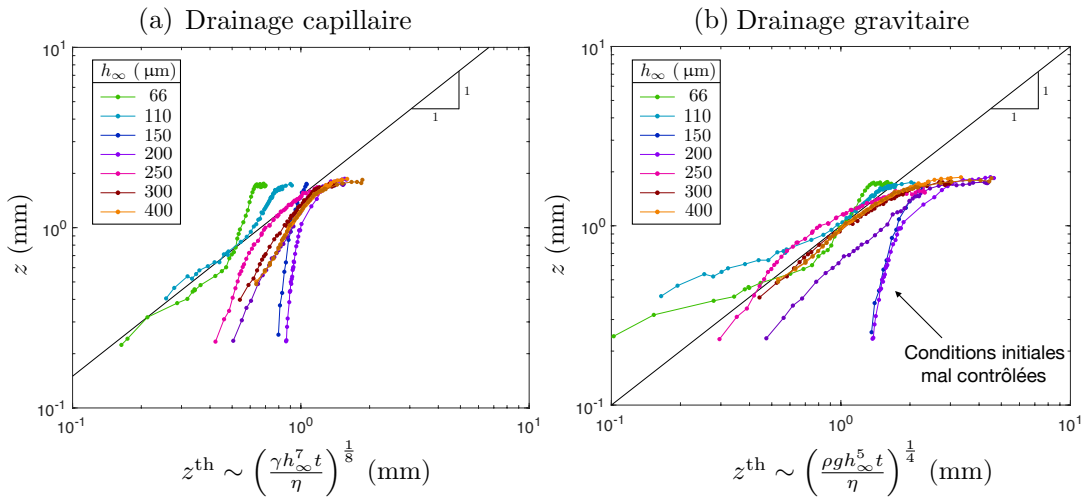


FIGURE 3.13: Hauteur du ménisque $z(t)$ mesurée expérimentalement en fonction de la hauteur théorique $z^{\text{th}}(t)$, dans le cas d'un approvisionnement capillaire (a) ou gravitaire (b). Chaque couleur correspond à une épaisseur d'huile initiale h_∞ précisée dans la légende, et la ligne noire est un guide de pente 1.

Le modèle capillaire concorde bien avec le début des expériences réalisées avec $h_\infty \simeq 66$ (bleu clair) et 110 μm (vert), ainsi qu'avec une partie de celle réalisée avec $h_\infty \simeq 250 \mu\text{m}$ (rose), ce qui est assez surprenant. Néanmoins, le modèle capillaire s'accorde assez mal avec les résultats expérimentaux des autres épaisseurs. À l'inverse, le modèle gravitaire semble être en relativement bon accord avec les expériences. En effet, à l'exception des deux expériences pour lesquelles la condition initiale était mal contrôlée ($h_\infty \simeq 150$ (bleu foncé) et 200 μm (violet clair)), la plupart des courbes se regroupent et suivent la dynamique décrite par le modèle.

Ainsi, nos expériences suivent vraisemblablement le scénario suivant : juste après le contact, le gradient de pression de Laplace engendre une dépression qui creuse l'interface. L'ascension est alimentée par capillarité jusqu'à ce que l'interface soit suffisamment creuse pour que l'approvisionnement gravitaire surpasse les effets capillaires. La transition entre ces deux effets semble survenir d'autant plus rapidement que l'épaisseur initiale h_∞ est grande. Ainsi, il n'est vraisemblablement pas toujours possible de capturer l'approvisionnement capillaire avec un appareil photo, mais des expériences réalisées avec une caméra rapide permettraient d'évaluer la validité du scénario proposé.

3.4 Conclusion

Nous avons exploré l'ascension d'un ménisque initiée par le contact entre un cylindre peu courbé et une couche d'huile. La hauteur d'équilibre du ménisque, d'environ 1.8 mm pour nos expériences, est fixée par le rayon du cylindre et les propriétés du liquide. Ces dernières influent également sur la dynamique, qui est par ailleurs déterminée par le volume de liquide disponible. Lorsque le réservoir est infini, l'ascension, engendrée par un gradient de pression de Laplace au sein du ménisque, est freinée par la dissipation visqueuse exercée au voisinage de la ligne de contact. À l'inverse, l'ascension sur un film assèche rapidement le réservoir à proximité du ménisque. Elle est limitée par l'écoulement dans le réservoir qui s'effectue principalement sous l'effet de la gravité, et la dissipation visqueuse exercée au sein du film est dominante. Nous pensons toutefois que l'ascension est amorcée par un approvisionnement capillaire, surpassé ensuite par l'effet gravitaire lorsque l'interface est suffisamment creuse. Cette hypothèse reste à vérifier en réalisant, par exemple, des expériences avec une caméra rapide ou en déterminant la force capillaire à partir du poids du ménisque, mesuré avec une balance de Wilhelmy. De plus, pour valider les modèles avec certitude, davantage d'expériences devraient être réalisées, en variant notamment la viscosité de l'huile. Par ailleurs, nous avons utilisé un cylindre de rayon proche de la longueur capillaire, il serait intéressant de comparer les dynamiques avec celles d'une fibre et d'un mur plan pour parfaire cette étude. En outre, une méthode de striescopie pourrait être utilisée en imageant l'expérience en vue de dessus, afin d'estimer la hauteur du film au niveau du creux de l'interface, sous lequel la dissipation visqueuse est à son apogée.

Pour finir, une modélisation numérique serait également un bon outil pour approfondir la compréhension du phénomène. En collaboration avec Laurent Duchemin, nous avons amorcé une étude numérique qui s'appuie sur la méthode des différences finies. Des résultats préliminaires sont donnés sur la figure 3.14(a) qui présente le profil adimensionné z/h_∞ en fonction de x/h_∞ pour un nombre de Bond $Bo = (h_\infty/l_c)^2 = 10^{-2}$ et différents temps adimensionnés $t^* = t/\tau$ où $\tau = \eta h_\infty/\gamma$. La ligne rouge correspond au profil du ménisque statique.

Pour $t^* = 9.10^5$, on observe l'assèchement du film au voisinage du ménisque. Sur la figure 3.14(b), la hauteur adimensionnée $z(t)/h_\infty$ du ménisque est représentée en fonction du temps adimensionné t^* , pour différents nombres de Bond compris entre 10^{-3} , et 10^{-1} , indiqués sur les courbes. Pour les petits nombres de Bond, deux régimes se distinguent. Dans le premier, la courbe semble présenter une sorte de palier où l'ascension est très lente. Un second régime survient par la suite, avec une montée plus rapide du ménisque qui atteint alors sa hauteur d'équilibre. Ces deux dynamiques pourraient correspondre aux régimes de drainage capillaire et gravitaire observés expérimentalement pour les films les plus minces. Cette étude reste cependant très préliminaire et doit être approfondie pour comparer quantitativement les résultats numériques et expérimentaux.

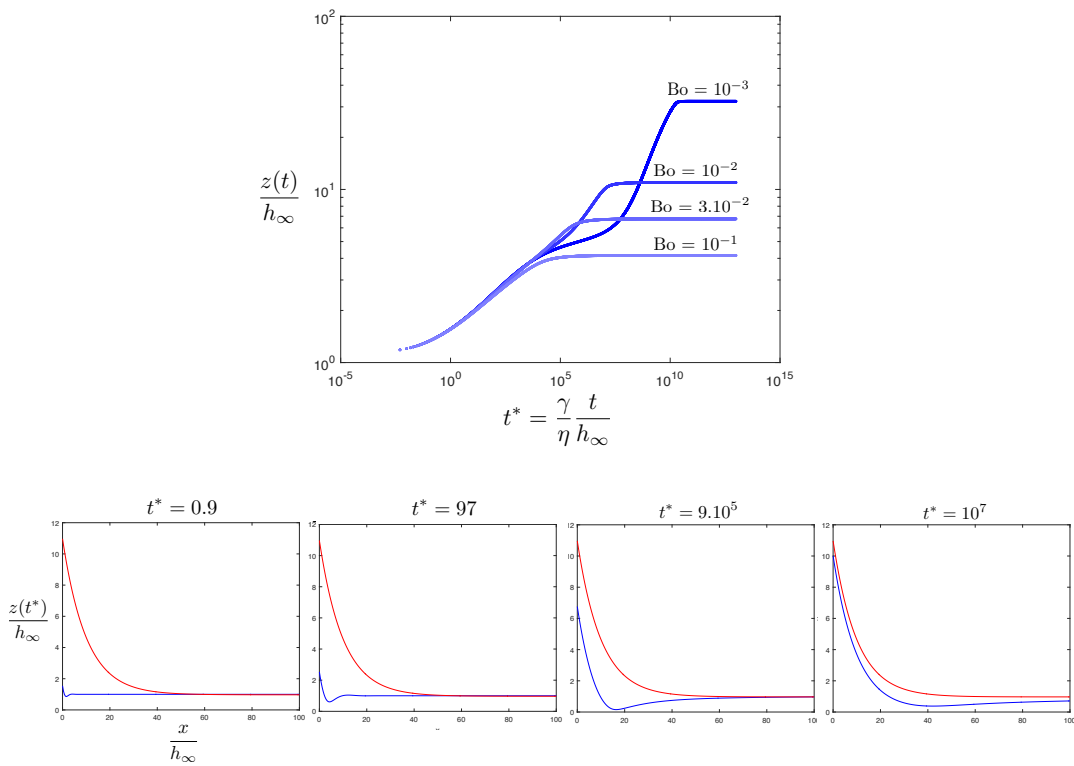


FIGURE 3.14: Résultats préliminaires d'une étude numérique. **(a)** Hauteur adimensionnée $z(t)/h_\infty$ du ménisque en fonction du temps adimensionné t/τ pour différents nombres de Bond. **(b)** Profil adimensionné du ménisque, déterminé pour un nombre de Bond $Bo = 10^{-2}$ et à différents instants de l'ascension.

Conclusion

Au cours de cette thèse, nous avons étudié diverses situations qui mettent en jeu la formation d'un ménisque nourri par un réservoir de liquide.

Notre exploration a débuté avec l'adhésion de films minces déposés sur des plaques rigides, qui conduit dans certains cas à un phénomène de digitation. Dans la plupart des expériences réalisées, les plaques sont disposées en coin et les films doivent combler une épaisseur d'air croissante pour coalescer. Alors que le front d'adhésion initialement lisse se déstabilise rapidement, une dépression exercée sur le pourtour des crêtes de l'interface aspire le liquide des régions latérales avoisinantes. Des doigts d'huile séparés par des canaux d'air se forment ainsi, et progressent dans la direction d'épaisseur d'air croissante. Au cours de cette progression, le front avant des doigts se déplace plus vite que l'arrière et les doigts s'allongent. Leur largeur est constante et déterminée par l'épaisseur initiale des films déposés, tandis que les canaux d'air s'élargissent constamment. Après avoir parcouru une certaine distance, le bout des doigts s'immobilise. La phase de croissance cesse, les canaux d'air se rétractent et les doigts raccourcissent, jusqu'à ce que l'interface devienne lisse.

Nous avons montré que la longueur maximale ℓ_{\max} des doigts d'huile, ainsi que la position maximale x_{\max} atteinte par leur bout, et le temps τ mis pour atteindre cette position dépendent de h/α , la longueur caractéristique le long de la direction de propagation sur laquelle l'épaisseur d'air varie de h . L'étude de la dynamique globale de l'interface a révélé que la position relative entre la frontière huile/air et la position x_0 où se produit initialement la coalescence des films évolue comme $t^{1/2}$. À partir de loi d'échelles, nous avons montré que la dynamique est fixée par la vitesse capillaire γ/η et la longueur caractéristique h/α . Cependant, la théorie proposée n'explique pas les caractéristiques géométriques mesurées expérimentalement. Un modèle analogue à la propagation d'un front de combustion permettrait peut-être de décrire à la fois la dynamique et la géométrie de l'instabilité. Par ailleurs, des expériences réalisées avec un grand angle d'ouverture et des films épais ont révélé une dynamique différente et un motif plus irrégulier. Il faudrait explorer davantage ce régime particulier pour identifier l'origine de ces différences.

La compréhension de l'instabilité serait également enrichie par l'étude plus détaillée de la dynamique des canaux d'air, notamment dans la phase où ils se rétractent. De plus, il serait intéressant de préciser les circonstances qui conduisent à leur fragmentation. Au cours de l'adhésion, certains canaux d'air sont pincés par la coalescence de deux doigts d'huile. Des portions de canaux restent alors piégées dans les films et relaxent progressivement vers une forme circulaire. Si nous commençons à comprendre comment ces bulles sont formées, nous ne savons pas encore comment les éviter. Une possibilité que nous avons brièvement explorée au cours d'un stage effectué par Ashraf Kasmî, consiste à utiliser des plaques flexibles couvertes d'un film d'huile et disposées verticalement. Une cale sépare le haut des feuilles, tandis que le contact est initié sur leurs parties basses, de manière à ce que le front d'adhésion remonte. L'instabilité ne se déclenche pas systématiquement, et les premières observations suggèrent que

les digitations apparaissent lorsque les feuilles sont très espacées, peu flexibles et/ou larges.

L'écrasement des films est un autre aspect qu'il faudrait examiner. En effet, la disposition en coin des plaques présente un défaut : la plaque supérieure s'affaisse progressivement et comprime les films d'huile au long de l'expérience. Pour réduire l'écrasement, une configuration quasi-parallèle a été employée mais n'a pas été très concluante. Pour évaluer plus simplement l'influence de l'écrasement sur l'instabilité, des expériences pourraient être réalisées dans la configuration en coin avec des plaques de différents poids.

Ainsi, ce phénomène pourrait être éclairé par ces expériences complémentaires, mais il ouvre également diverses perspectives à explorer. Pour commencer, il serait intéressant d'étudier l'adhésion d'autres matériaux. En effet, les expériences réalisées, entre autre, par Ghatak *et al.* [14] ont montré que l'adhésion entre une surface élastique et une plaque rigide peut conduire à l'apparition de digitations. Qu'en est-il de l'adhésion de deux surfaces élastiques ? L'instabilité se déclencherait-elle ? Quels sont les ingrédients qui déterminent la dynamique du front d'adhésion ? L'utilisation d'adhésifs visco-élastiques comme une solution de polymères ou une suspension est une autre possibilité. Comment la rhéologie affecte-t-elle la dynamique du front d'adhésion ? Que se passe-t-il si un changement de phase s'opère ? Existe-t-il une rhéologie particulière qui empêche la formation de doigts ?

Par ailleurs, un processus de collage s'effectue généralement en déposant une couche adhésive sur l'une des surfaces tandis que l'autre reste sèche. Il serait enrichissant d'explorer l'expérience réalisée avec une plaque sèche et une plaque recouverte d'un film mince, présentée sur la figure 1.38 dans la conclusion du chapitre 1. Nous avons observé que le déplacement de la ligne de contact modifie considérablement la dynamique et le motif de l'instabilité. Identifier le rôle de la dissipation de ligne de contact permettrait ainsi d'en apprendre davantage sur les situations usuelles d'adhésion.

Pour finir, l'influence de la topographie de la surface pourrait être étudiée. En effet, la plupart des surfaces solides sont plus ou moins rugueuses, et plusieurs travaux ont révélé que la présence de textures modifie les propriétés de mouillage [60]. Peut-on guider le front d'adhésion avec une surface rainurée ? Comment évolue l'instabilité si l'une des surfaces est parsemée de petites bosses ? L'adhésion sera initiée simultanément à plusieurs endroits, ce qui conduira vraisemblablement à une compétition féroce entre les digitations. La figure 3.15 illustre ce qui pourrait peut-être survenir : deux plaques couvertes de films d'huile d'environ $50\ \mu\text{m}$ d'épaisseur et de viscosité $50\ \text{mPa}\cdot\text{s}$ sont séparées par une courte distance. L'épaisseur des films n'est pas homogène et des ponts capillaires se forment à plusieurs endroits. Alors qu'ils aspirent l'huile environnante, ils s'étendent en "gigotant". Certains ponts se ramifient et leurs différentes branches luttent pour l'accès aux régions intactes des films.

La seconde partie de ce travail s'intéresse à la dynamique d'un doigt unique en étudiant la croissance non axisymétrique d'un pont capillaire, reliant la surface plane et sèche d'une baguette à un réservoir liquide. Nous avons montré que la dynamique de croissance dépend de la proportion relative entre la profondeur du réservoir et la longueur capillaire.

En bain profond, les frottements visqueux au sein du réservoir sont négligeables devant la dissipation exercée au voisinage de la ligne de contact. La vitesse de croissance est déterminée par la vitesse capillaire γ/η , la longueur capillaire et l'épaisseur d'air à combler, mais ne dépend pas de la largeur de la baguette. À l'inverse, lorsque le

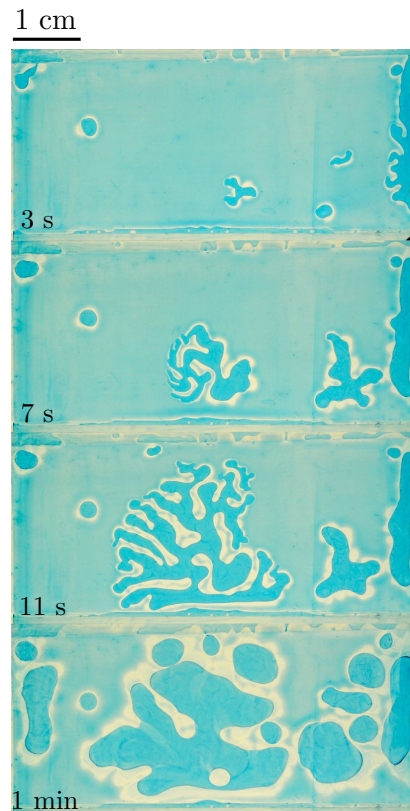


FIGURE 3.15: Motifs observés dans une cellule de Hele-Shaw lorsque plusieurs régions des films adhèrent simultanément. L'expérience est réalisée avec des films d'huile colorée, d'épaisseur $50\ \mu\text{m}$ et de viscosité $50\ \text{mPa}\cdot\text{s}$.

réservoir est un film mince, pour un couple d'épaisseurs huile/air donné, la dynamique est d'autant plus lente que la baguette est large. Les résultats expérimentaux ont révélé une relation complexe entre la vitesse de croissance, la largeur de la baguette et les épaisseurs d'huile et d'air. En particulier, l'évolution de la vitesse avec la largeur varie selon les épaisseurs d'huile et d'air.

Ce comportement inattendu nous a conduit à réaliser des expériences avec des traceurs, qui ont montré que le liquide est principalement aspiré sur les côtés latéraux de l'avant du pont, depuis une distance ℓ . Il s'avère que cette longueur, ne dépend pas des épaisseurs d'huile et d'air, ni de la largeur de la baguette. Bien que qualitatifs, les résultats suggèrent qu'elle vaut quelques millimètres. La croissance simultanée de plusieurs ponts semble corroborer ce résultat : les ponts entrent en compétition si ils sont espacés d'un demi-centimètre, tandis que leur progression n'est pas entravée si $1.5\ \text{cm}$ les sépare. Par ailleurs, nous avons découvert que le mouvement des traceurs n'est pas localisé sur une ligne à l'avant du pont mais s'étend sur une certaine distance L^{longi} le long de la baguette. Cette aspiration étendue est illustrée par les expériences réalisées en imposant une épaisseur d'air qui varie continûment. En effet, pour une épaisseur d'air donnée, la vitesse est différente si le pont doit combler une épaisseur d'air croissante ou décroissante. Cela suggère que la vitesse n'est pas déterminée par la seule l'épaisseur à la tête du pont en formation, mais que la croissance est influencée par un voisinage un peu plus étendu à l'arrière du front. La dynamique des traceurs a précisé certains points du mécanisme, mais n'a pas permis d'éclaircir la relation complexe entre la vitesse de croissance et la largeur du pont. Les expériences réalisées avec une baguette dont la largeur varie continûment n'ont pas eu plus de succès, mais mériteraient d'être poursuivies pour établir une tendance plus claire. Par

ailleurs, la courbure du ménisque n'a pas été mesurée et pourrait peut-être expliquer ces évolutions étonnantes.

En outre, les traceurs ont mis en évidence une aspiration résiduelle persistant après le passage du pont. Nous avons supposé que cet écoulement s'établissait afin de remplir la région vidée rapidement au passage de la tête du pont, ce qui nous a conduit à étudier ce mécanisme plus précisément.

Dans la dernière partie, nous avons exploré la dynamique de formation d'un ménisque limitée par l'amincissement du film liquide qui le nourrit. Pour cela, nous avons étudié l'ascension d'un ménisque sur un cylindre de rayon de l'ordre de la longueur capillaire. La dynamique est déterminée par le rayon de cylindre, la viscosité du liquide et la profondeur du réservoir. Lorsqu'il est infini, la dissipation visqueuse exercée au voisinage de la ligne de contact s'oppose au gradient de pression de Laplace qui engendre l'ascension. À l'inverse, lorsque le réservoir est un film mince, la dynamique de formation du ménisque est ralentie de manière spectaculaire. Le film est rapidement asséché au pied du ménisque en formation, et la dynamique est pilotée par le drainage capillaire et gravitaire de cette mince couche liquide. Les résultats expérimentaux pourraient être étoffés en variant la viscosité du liquide et le rayon du cylindre. Par ailleurs, il serait intéressant de poursuivre l'étude numérique amorcée. D'une part cela permettrait d'évaluer la validité des modèles établis expérimentalement. D'autre part, certaines grandeurs pourraient être déterminées numériquement comme l'épaisseur minimale du film et la longueur d'aspiration au cours du temps, ce qui pourrait aider dans l'interprétation des résultats.

Annexe A

Hauteur d'un pont capillaire

Nous calculons la hauteur d'équilibre d'un pont capillaire reliant une surface plane à un bain de liquide. L'interface forme un angle de contact θ_s avec la surface.

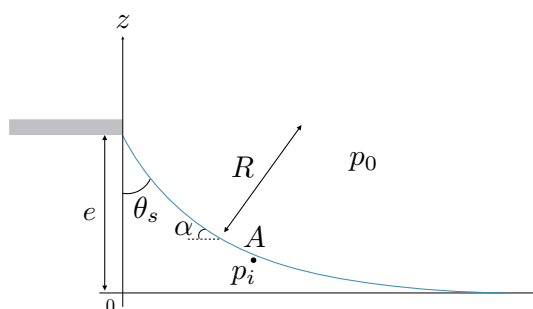


FIGURE A.1: Profil d'un pont capillaire à l'équilibre, reliant une surface plane à un bain liquide.

La courbure de l'interface indique une différence de pression entre l'air extérieur à la pression atmosphérique p_0 , et le liquide où règne une pression $p_i = p_0 - \rho g z$. La loi de Laplace relie ce saut de pression à la courbure \mathcal{C} :

$$p_0 - p_i = \gamma \mathcal{C} = \frac{\gamma}{R}$$

où R est le rayon de courbure de l'interface. En introduisant l'abscisse curviligne s et α l'angle entre l'axe horizontal et l'interface, le rayon vaut :

$$R = \frac{d\alpha}{ds} = \frac{\sin \alpha d\alpha}{dz}$$

Au point A juste en-dessous de la surface, la pression est égale à la pression extérieure. La pression intérieure en ce point, d'altitude z , vaut : $p_i = p_0 - \rho g z$.

La loi de Laplace devient alors :

$$\gamma \sin \alpha d\alpha = \rho g z dz$$

L'interface plane en $z = 0$ impose $\alpha = 0$, tandis qu'en $z = e$, $\alpha = \pi - \theta_s$

$$\int_0^{\pi - \theta_s} \gamma \sin \alpha d\alpha = \int_0^e \rho g z dz$$

L'intégration aboutit à :

$$e = \kappa^{-1} \sqrt{2(1 + \cos \theta_s)}$$

Annexe B

Motion of Viscous Droplets in Rough Confinement : Paradoxical Lubrication


L'article qui suit a été motivé par les résultats de Ludovic Keiser obtenus au cours de sa thèse. J'ai eu l'opportunité de participer à la fin de ce projet qui s'intéresse à la sédimentation de gouttes confinées dans une cellule de Hele-Shaw immergée dans un bain, et comportant des parois texturées. Selon la vitesse de sédimentation, deux régimes se distinguent. À faible vitesse, la goutte est empalée dans les textures, et sa mobilité est considérablement réduite. À l'inverse, si la vitesse dépasse une valeur critique, la friction exercée à l'avant de la goutte déforme suffisamment le ménisque pour qu'un film de lubrification se dépose entre la goutte et le sommet des textures. La vitesse de sédimentation est alors semblable à celle mesurée dans une cellule de Hele-Shaw lisse. Un comportement contre-intuitif découle de ce mécanisme : la vitesse de la goutte est d'autant plus élevée que le bain est visqueux ! En effet, la friction exercée à l'avant de la goutte augmente avec la viscosité du bain, ce qui conduit au dépôt d'un film de lubrification plus épais.

Motion of Viscous Droplets in Rough Confinement: Paradoxical Lubrication

Ludovic Keiser,^{1,2,*} Armelle Keiser,¹ Manon L'Estimé,¹ José Bico,¹ and Étienne Reyssat^{1,†}

¹Laboratoire de Physique et Mécanique des Milieux Hétérogènes (PMMH), Sorbonne Université, barre Cassan A, 7 quai Saint-Bernard, 75005 Paris, France—CNRS UMR 7636, ESPCI Paris-PSL Research University, Univ. Paris Diderot

²Total S.A., Pôle d'Études et de Recherche de Lacq, BP47 64170 Lacq, France

 (Received 11 May 2018; published 19 February 2019)

We study the sedimentation of highly viscous droplets confined inside Hele-Shaw cells with textured walls of controlled topography. In contrast with common observations on superhydrophobic surfaces, roughness tends here to significantly increase viscous friction, thus substantially decreasing the droplets mobility. However, reducing confinement induces a jump in the velocity as droplets can slide on a lubricating layer of the surrounding fluid thicker than the roughness features. We demonstrate that increasing the viscosity of the surrounding liquid may counterintuitively enhance the mobility of a droplet sliding along a rough wall. Similarly, a sharp change of the droplet mobility is observed as the amplitude of the roughness is modified. These results illustrate the nontrivial friction processes at the scale of the roughness, and the coupling between viscous dissipation in the drop, in the front meniscus, and in the lubricating film. They could enable one to specifically control the speed of droplets or capsules in microchannels, based on their rheological properties.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.122.074501

Numerous interfacial instabilities induce the emulsification of petroleum in porous media such as snap off [1], viscous fingering [2–4], or pure capillary phenomena [5]. The displacement of the generated droplets in the porous network leads to complex rheology [6]. More generally, the transport of droplets in confined environments is crucial for medical and chemical engineering applications, as illustrated by the fast development of digital microfluidics [7,8]. This problem stimulated numerous studies on the dynamics of confined drops in ideal geometries that demonstrated the major contribution of lubricating films, but remained focused on smooth confining walls [9–17]. In practice however, walls present natural or engineered roughness. Although important works focus on the reduced friction on superhydrophobic surfaces [18–23] and on the reduced adhesion on liquid-infused surfaces of controlled topography [24–26], the impact of roughness on the dynamical properties of the lubricating film has not been extensively studied.

In this Letter, we analyze the sedimentation dynamics of nonwetting oil droplets confined in Hele-Shaw cells filled with a less viscous surfactant solution. By comparing droplets moving in smooth and rough confinements, we highlight the impact of roughness on the mobility of the droplets. Our experimental setup (Fig. 1) is composed of two parallel glass plates covered with a square array of micropillars of square cross section (height h , width w , separation s) cast in a layer of transparent resin (NOA from Thorlabs) using photolithography techniques (details in the Supplemental Material [27]). The walls are separated by a gap e ranging from 300 to 1500 μm , much larger than the

micrometric height h of the textures, as sketched in Fig. 1. The cell is immersed in a bath of a surfactant solution, containing 5% in mass of a commercial soap (PAIC, from Colgate-Palmolive) of dynamic viscosity $\mu_w = 1$ mPa.s.

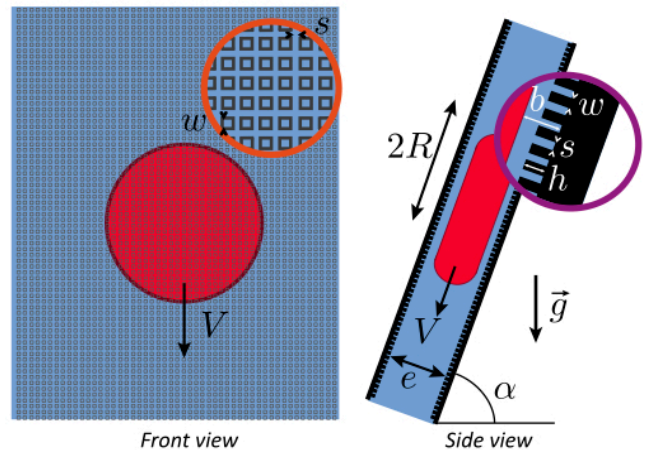


FIG. 1. Experimental setup. A drop of fluorinated oil (red) is confined between the rough walls of a Hele-Shaw cell filled with a surfactant solution (blue). The cell is inclined by an angle α with respect to the horizontal. The thickness e of the gap ranges from 300 to 1500 μm . The cell walls are covered with a lattice of micropillars of square cross section of height $h \ll e$, width w , and separation s . The denser drop (radius R and volume $\Omega = \pi R^2 e$) falls under gravity with a steady velocity V . A lubricating film of surfactant solution separates the drop from the walls, with an average thickness b between the drop and the bottom of the roughness.

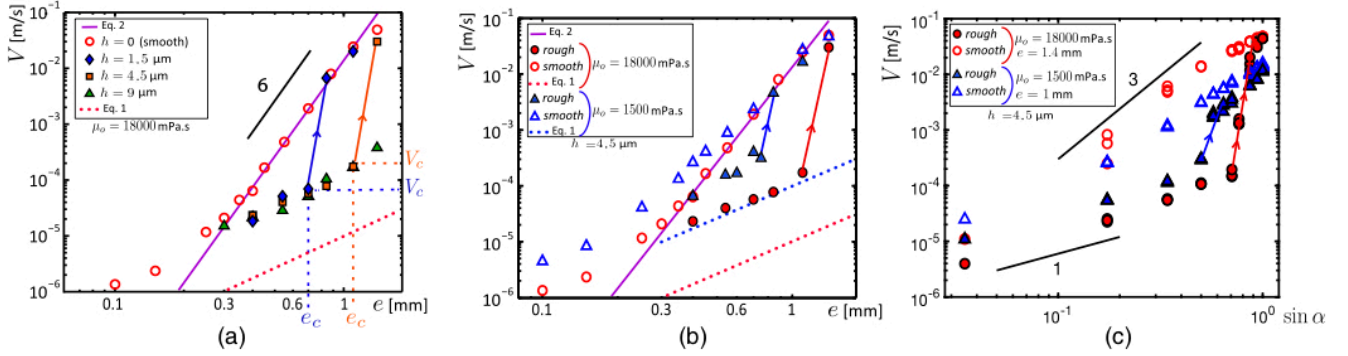


FIG. 2. (a) Falling velocity V in vertical cells vs the gap e for different pillar heights h , for $\mu_o = 18\,000$ mPa.s, texture width $w = 180\ \mu\text{m}$ and spacing $s = 35\ \mu\text{m}$. For smooth walls (empty red circles), V increases as e^6 [Eq. (2), solid magenta line]. In rough cells and below a critical velocity V_c , V grows as e^2 as expected for a classical Poiseuille flow (dotted red line), but with a significantly higher prefactor, a signature of the slip introduced by the roughness. For $e > e_c$, or equivalently $V > V_c$, a “jump” of velocity is observed (indicated by arrows and illustrated in the Supplemental Material [27], movie 1) and V is captured by Eq. (2), as for smooth cells. The critical velocity V_c increases with the textures height h , and for $h = 9\ \mu\text{m}$ (green triangles), we do not observe any jump in velocity within the explored gaps. (b) Influence of oil viscosity on drop dynamics in a vertical cell. In smooth cells, the velocity barely depends on μ_o [Eq. (2)]. Conversely, in rough cells and below V_c , the velocity decreases as μ_o increases, reflecting that viscous dissipation localizes inside the drop in the weakly lubricated regime. (c) Falling velocity in Hele-Shaw cells tilted by an angle α with respect to the horizontal, for two configurations (e, μ_o) : (1 mm, 1500 mPa.s) and (1.4 mm, 18000 mPa.s). A sharp velocity transition is also observed as α exceeds a critical value. The drops smoothly fall even at the lowest inclinations ($\alpha = 2.5^\circ$), highlighting the absence of pinning on the top of the pillars, which would result in a vanishing velocity at a finite value of α .

Drops of fluorinated silicone oil (*poly(3,3,3)-trifluoropropylmethylsiloxane*, from Gelest) of volume Ω and viscosity μ_o ranging from 180 to 18 000 mPa.s are inserted at the top of the cell. The interfacial tension between both liquids $\gamma = 5\text{--}6$ mN/m (depending on the oil viscosity) is measured with the pendant drop method. As the oil density $\rho_o = 1230\text{--}1250$ kg/m³ is larger than the density of water ($\rho_w = 997$ kg/m³), drops fall under gravity. This configuration ensures a controlled driving force, enabling a thorough characterization of the dissipation mechanisms [14,16]. As the surfactant solution completely wets the surface of the cell walls, no adhesion hinders the motion of the oil drops. The vertical trajectory of the drops is monitored with a digital camera.

The drops reach a constant velocity V after a few millimeters of descent. For fixed values of μ_w , μ_o , and e , V is independent of the volume within the limit of confined drops ($R > e$). Because of the high contrast in viscosity between the drops and the surrounding solution, we expect V to markedly depend on the thickness b of the lubricating film, as shown by recent studies [14,16].

In a cell with *smooth* walls, b follows the classical Bretherton’s law [28] $b \sim e/2\text{Ca}^{2/3}$, for capillary numbers $\text{Ca} = \mu_w V/\gamma$ ranging from 10^{-5} to 10^{-2} , as confirmed by recent experiments [11,17]. In this configuration, the dimensionless parameter $m = \mu_w e/\mu_o b$ characterizes the efficiency of the lubrication process. For $m \gg 1$, the thin films of water cannot lubricate efficiently the motion. The flow in the volume of the drop thus follows a Poiseuille profile, which corresponds to the friction force $F_f = 12\pi\mu_o VR^2/e$. Balancing F_f with the apparent weight

of the “pancake” drop $F_g = \pi(\rho_o - \rho_w)gR^2e$ leads to the sedimentation velocity

$$V = \frac{(\rho_o - \rho_w)g \sin \alpha}{12\mu_o} e^2. \quad (1)$$

However, in the present experimental conditions, the large inner-to-outer viscosity ratio ($\mu_o/\mu_w > 180$) favors the opposite limit $m \ll 1$. In this regime, viscous drops tend to slide on the water films as solids. Viscous dissipation is now localized in the lubricating film, which results in the sublinear friction force $F_f \sim \mu_w VR^2/b \sim \gamma R^2 \text{Ca}^{1/3}/e$ and leads to a strong dependence of the velocity on the gap,

$$V = \beta \frac{(\rho_o - \rho_w)^3 g^3 \sin^3 \alpha}{\mu_w \gamma^2} e^6, \quad (2)$$

where $\beta = 4.3 \times 10^{-2}$ is determined experimentally in a previous work [16]. This regime, represented by open circles and full lines in Figs. 2(a) and 2(b) is hereafter called “strongly lubricated” and corresponds to velocities independent of the drop viscosity μ_o (within the limit $m \ll 1$).

In a cell with *rough* walls, the dynamics is dramatically altered, and the velocity is strongly reduced, as shown in Fig. 2. Although V displays a square dependence with e , its magnitude is about ten times larger than expected from a basic Poiseuille flow in the drop [Eq. (1) and dotted lines in Fig. 2]. We interpret this shift as a consequence of an effective slip due to the presence of water atop and between the pillars [19,21]. The origin of this “weakly lubricated” regime is discussed hereafter. Above a critical gap

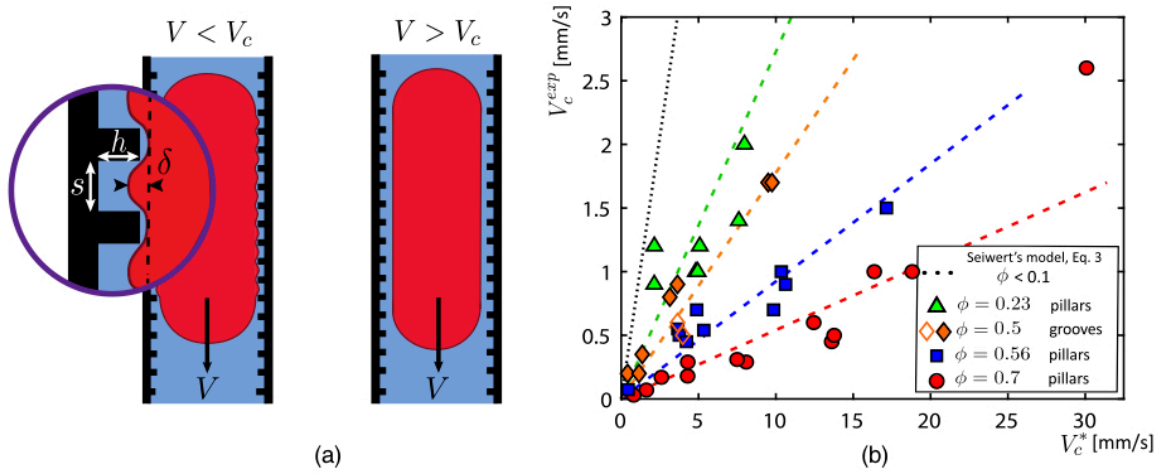


FIG. 3. (a) At small velocity ($V < V_c$), the roughness-induced reduction of the viscous stress at the front meniscus of the drop hinders the deposition of a lubricating film. The drop is compressed in the pillars by the capillary pressure and its interface is corrugated. Furthermore, a thin nanometric film of water, stabilized by disjoining pressure, isolates the drop from the top of the pillars. Viscous dissipation localizes in the viscous drop, which strongly reduces its mobility. For $V > V_c$, the strong viscous stress at the front meniscus deforms the interface and allows the deposition of an efficient lubricating film. The dynamics of the case of smooth confinement is recovered. (b) Experimental critical velocity as a function of V_c^* [Eq. (3)], for different oil viscosities μ_o , pillar heights h , and pillar densities and geometries: $\phi = 0.23$ (green triangles, pillars), $\phi = 0.50$ (full and open orange diamonds, grooves perpendicular and parallel to the trajectory of the droplets) $\phi = 0.56$ (blue squares, pillars), $\phi = 0.70$ (red circles, pillars). The large variations of V_c mainly originate from variations of h , ranging from 1.5 to 9 μm . The variations of μ_o from 180 to 18 000 mPa s only slightly alters V_c , due to the change of e_c , as shown in Fig. 2.

thickness e_c , corresponding to a critical speed V_c , we observe an abrupt jump in velocity, represented by arrows in Fig. 2 (see also movie 1, Supplemental Material [27]). For $e > e_c$, the sedimentation velocities match the velocities obtained in a smooth cell. The strongly lubricated regime is thus recovered and the velocity increases by more than 2 orders of magnitude at the jump. We carried out experiments with various texture heights h for a given pattern ($w = 200 \mu\text{m}$, $s = 25 \mu\text{m}$). Figure 2(a) illustrates that as h is increased from 1.5 to 9 μm , the critical gap and critical velocity also increase. For the largest height ($h = 9 \mu\text{m}$), the V_c is even not reached within the explored range of parameters. This spectacular effect is also observed for droplets of smaller viscosity, as plotted in Fig. 2(b). In the weakly lubricated regime ($V < V_c$), the velocity of the drops increases as the oil viscosity μ_o is decreased (from 18 000 to 1500 mPa s), which reflects that viscous dissipation localizes in the drop. For $\mu_o = 1500 \text{ mPa s}$ (blue triangles) the velocity jump is also observed and for $e > e_c$, all velocities collapse on the same curve corresponding to the strongly lubricated regime [Eq. (2)]. The transition is also observed in cells of given thickness but tilted with respect to the horizontal with an angle α [Fig. 2(c)]. At small α , weakly lubricated drops move slowly but still smoothly, indicating the absence of pinning on the textures. Increasing effective gravity by tilting the cell, one recovers the sharp transition to the high velocity regime where drops do not feel the roughness. For a given texture pattern, the critical velocity V_c is the same

as the one measured in experiments where the gap has been varied.

The massive reduction of mobility of nonwetting drops with the wall roughness strongly contrasts with the common behavior of water confined in superhydrophobic channels, where the roughness-induced slippage at the walls promotes higher mobility in comparison with smooth walls [18–23]. We interpret this paradox as a consequence of the role of the surrounding fluid as a lubricant. Analogous results were observed by Seiwert *et al.* in a recent study on the coating of a textured plate removed from a bath of liquid [29]. Below a critical withdrawal velocity V_c , the liquid invades the textures (a dilute array of pillars), but the authors do not observe any coating above the height of the pillars. However, a coating film is deposited as the withdrawing velocity is increased above V_c . Applied to our configuration, this scenario leads to the two regimes sketched in Fig. 3(a). For $V < V_c$, the surrounding solution only fills the textures. The friction of the droplet on the textured walls is thus complex. Because of molecular interactions, a thin film of the solution may be present on the top of the pillars. The thickness of such a thin film is of the order of tens of nanometers [11,25,30], which limits its lubricating properties [16]. Furthermore, due to the strong confinement, Laplace pressure induces the formation of bumps between pillars of amplitude $\delta \sim s^2/e \sim 500 \text{ nm}$, which results in additional friction localized in the viscous drop [21,31]. The overall dissipation in this weakly lubricated regime should thus depend on

the topography of the texture and more specifically on the pillar density $\phi = [w/(w+s)]^2$. Describing in detail these processes would deserve a dedicated study and is beyond the scope of this Letter. In the opposite condition $V > V_c$, a lubricating layer of the solution covers the textures and dramatically reduces friction, as viscous dissipation localizes in the lubricating film of low viscosity. Modeling the impregnated textures as an effective viscous liquid layer in Bretherton's derivation, Seiwert *et al.* estimate the evolution of the deposited layer in their coating process [29]. As V is increased, the thickness quickly reaches the classical prediction from Bretherton [29] in agreement with the sudden jump observed in our experiments and with different derivations accounting for wall slip [32,33]. The transition between both regimes in the experiments of Seiwert is smooth: the thickness varies continuously with the imposed coating velocity. In contrast, our experiment is performed at a controlled driving force, which leads to a discontinuity in the velocity. V_c can be estimated as the velocity required to obtain a coating film of thickness h in a standard smooth situation [29]

$$V_c^* \sim \left(\frac{h}{e_c/2} \right)^{3/2} \frac{\gamma}{\mu_w}. \quad (3)$$

However, we also expect the pillar density ϕ to play a major role in setting the transition. In Fig. 3(b), we plot the evolution of the critical velocity V_c^{exp} as a function of V_c^* for different values of ϕ . Each set of measurements corresponds to different oil viscosities and pillar heights. Although experimental data display some scattering, V_c^{exp} is proportional to V_c^* , confirming the scaling. In addition, the prefactor is rather low for high values of ϕ (of the order of 0.05 for $\phi = 0.7$). In the limit $\phi \rightarrow 1$, corresponding to smooth walls, we expect V_c^{exp} to vanish. Conversely, the prefactor approaches unity as ϕ decreases. The result from Seiwert *et al.*, represented with a dotted line was experimentally obtained within the limit $\phi < 0.1$ [29]. V_c^* is inversely proportional to μ_w , meaning that increasing the outer viscosity favors the abrupt velocity jump. This dependence leads to counter-intuitive results when viscous glycerol is added to the outer aqueous solution (50% in volume of glycerol, as detailed in the Supplemental Material [27]). In Fig. 4 we compare the falling velocity of droplets in solutions of viscosity $\mu_w = 1$ and 8 mPa s. In the case of smooth surfaces, the droplets move faster in the solution of lower viscosity, in agreement with Eq. (2) and common intuition. However, the case of rough surfaces is more surprising. For high confinement, the velocity is low and does not display a strong dependence on μ_w . The jump appears first with the viscous solution, leading to a sharp increase of the velocity as expected from Eq. (3). Within a certain range of confinement (green region in Fig. 4), droplets move faster when surrounded by a more viscous solution (Supplemental Material [27], movie 2). Provided

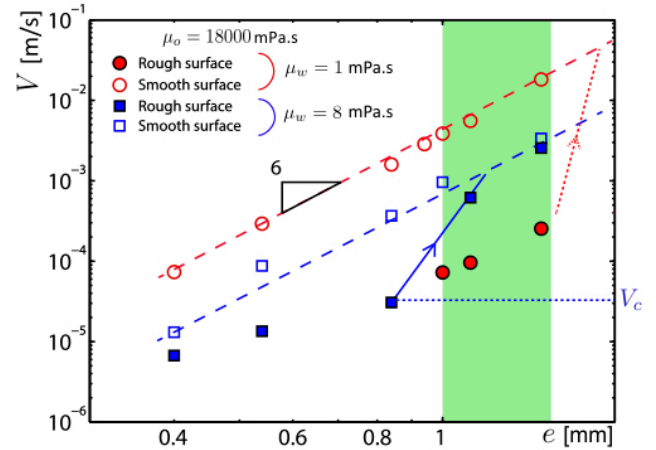


FIG. 4. V vs e for drops of $\mu_o = 18\,000$ mPa s in smooth and rough confinements (open and full symbols, respectively). The blue squares correspond to droplets advancing in vertical cells filled with a viscous water-glycerol mixture ($\mu_w = 8$ mPa s), the red circles to droplets in cells filled with water ($\mu_w = 1$ mPa s) inclined by 30° with respect to the horizontal. This inclination compensates for the change of density ρ_w of the aqueous solution upon addition of dense glycerol and guarantees a similar driving force between both experiments (see Supplemental Material [27] for details). In the green-colored region, much larger velocities are counterintuitively obtained for drops evolving in a more viscous environment ($\mu_w = 8$ mPa s, see also Supplemental Material [27], movie 2). The red dashed arrow represents the velocity jump expected if larger gaps e could be tested.

higher gap thicknesses could be tested, one would also expect the data for $\mu_w = 1$ mPa s to exhibit an abrupt velocity jump (dashed arrows in Fig. 4), and the intuitive behavior would be restored: the more viscous the outer phase, the slower the drops.

This Letter illustrates the intricate dissipation mechanisms acting at the vicinity of rough surfaces. Below a critical velocity, roughness decreases the friction at the front meniscus of the drop. As an illustration, we show in the Supplemental Material [27] that buoyant confined air bubbles tend to rise faster in textured Hele-Shaw cells than between smooth walls. In this configuration, the outer fluid is more viscous than the inner air and the motion is mainly resisted by friction in the vicinity of the peripheral menisci [34,35]. The higher mobility observed at small Ca highlights the role of roughness in reducing friction in these menisci. In the case of viscous drops, the impact of roughness is dramatically different. The reduced viscous friction at the front meniscus of the drop hinders the deformation of the interface and the formation of an efficient lubricating film. This results in a corrugated interface [Fig. 3(a)] and in the localization of dissipation in the viscous drop. We finally showed that by increasing the viscosity of the outer fluid, the viscous friction at the periphery is increased and a thick lubricating layer is restored, therefore leading to faster drops.

Depending on the inner-to-outer viscosity ratio μ_o/μ_w , we showed that the apparent roughness-induced reduction of friction in the vicinity of the meniscus can accelerate air bubbles or, as a paradox, substantially slow down highly viscous droplets. A direct observation of the structure of the lubricating film would enable one to accurately describe the configurations qualitatively represented in Fig 3(a), using, for instance, Reflection Interference Contrast Microscopy (RICM) [11,17] or confocal microscopy [36].

The results of our sedimentation experiment fully apply to drops entrained by a surrounding fluid in a confined environment, such as microfluidic channels [7,8] or porous media [6]. In practice, controlling the friction of viscous droplets through a designed texture might constitute an efficient tool to probe the rheological properties of droplets, vesicles or biological cells, and possibly achieve specific sorting.

The authors thank K. Jaafar for his initial contribution to the project. They also acknowledge funding from Total S.A. and support from Institut Pierre-Gilles de Gennes, “Investissements d’avenir,” program ANR-10-EQPX-34.

*ludovic.keiser@espci.org

†etienne.reyssat@espci.fr

- [1] T. C. Ransohoff, P. A. Gauglitz, and C. J. Radke, Snap-off of gas bubbles in smoothly constricted noncircular capillaries, *AIChE J.* **33**, 753 (1987).
- [2] P. G. Saffman and G. I. Taylor, The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid, *Proc. R. Soc. A* **245**, 312 (1958).
- [3] T. T. Al-Housseiny, P. A. Tsai, and H. A. Stone, Control of interfacial instabilities using flow geometry, *Nat. Phys.* **8**, 747 (2012).
- [4] C. Odier, B. Levaché, E. Santanach-Carreras, and D. Bartolo, Forced Imbibition in Porous Media: A Fourfold Scenario, *Phys. Rev. Lett.* **119**, 208005 (2017).
- [5] L. Keiser, R. Herbaut, J. Bico, and É. Reyssat, Washing wedges: Capillary instability in a gradient of confinement, *J. Fluid Mech.* **790**, 619 (2016).
- [6] A. Z. Zinchenko and R. H. Davis, Motion of deformable drops through porous media, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **49**, 71 (2017).
- [7] C. Baroud, F. Gallaire, and R. Danga, Dynamics of microfluidic droplets, *Lab Chip* **10**, 2032 (2010).
- [8] R. Seemann, M. Brinkmann, T. Pfohl, and S. Herminghaus, Droplet based microfluidics, *Rep. Prog. Phys.* **75**, 016601 (2012).
- [9] A. de Lózar, A. L. Hazel, and A. Juel, Scaling Properties of Coating Flows in Rectangular Channels, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 234501 (2007).
- [10] S. Jakiela, P. M. Korczyk, S. Makulska, O. Cybulski, and P. Garstecki, Discontinuous Transition in a Laminar Fluid Flow: A Change of Flow Topology Inside a Droplet Moving in a Micron-Size Channel, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 134501 (2012).
- [11] A. Huerre, O. Theodoly, A. M. Leshansky, M.-P. Valignat, I. Cantat, and M.-C. Jullien, Droplets in Microchannels: Dynamical Properties of the Lubrication Film, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 064501 (2015).
- [12] L. Zhu and F. Gallaire, A pancake droplet translating in a Hele-Shaw cell: Lubrication film and flow field, *J. Fluid Mech.* **798**, 955 (2016).
- [13] Y. Ling, J.-M. Fullana, S. Popinet, and C. Josserand, Droplet migration in a Hele-Shaw cell: Effect of the lubrication film on the droplet dynamics, *Phys. Fluids* **28**, 062001 (2016).
- [14] M. Yahashi, N. Kimoto, and K. Okumura, Scaling crossover in thin-film drag dynamics of fluid drops in the Hele-Shaw cell, *Sci. Rep.* **6**, 31395 (2016).
- [15] G. Balestra, L. Zhu, and F. Gallaire, A viscous droplet in a capillary tube: From Bretherton’s theory to empirical models, *Microfluid. Nanofluid.* **22**, 67 (2018).
- [16] L. Keiser, K. Jaafar, J. Bico, and É. Reyssat, Dynamics of non-wetting drops confined in a Hele-Shaw cell, *J. Fluid Mech.* **845**, 245 (2018).
- [17] B. Reichert, A. Huerre, O. Théodoly, M.-P. Valignat, I. Cantat, and M.-C. Jullien, Topography of the lubrication film under a pancake droplet traveling in a Hele-Shaw cell, *J. Fluid Mech.* **850**, 708 (2018).
- [18] O. I. Vinogradova, Slippage of water over hydrophobic surfaces, *Int. J. Miner. Process.* **56**, 31 (1999).
- [19] É. Lauga and H. A. Stone, Effective slip in pressure-driven Stokes flow, *J. Fluid Mech.* **489**, 55 (2003).
- [20] C.-H. Choi and C.-J. Kim, Large Slip of Aqueous Liquid Flow over a Nanoengineered Superhydrophobic Surface, *Phys. Rev. Lett.* **96**, 066001 (2006).
- [21] C. Ybert, C. Barentin, C. Cottin-Bizonne, P. Joseph, and L. Bocquet, Achieving large slip with superhydrophobic surfaces: Scaling laws for generic geometries, *Phys. Fluids* **19**, 123601 (2007).
- [22] J. P. Rothstein, Slip on superhydrophobic surfaces, *Annu. Rev. Fluid Mech.* **42**, 89 (2010).
- [23] D. Schäffel, K. Koynov, D. Vollmer, H. J. Butt, and C. Schönecker, Local Flow Field and Slip Length of Superhydrophobic Surfaces, *Phys. Rev. Lett.* **116**, 134501 (2016).
- [24] J. D. Smith, R. Dhiman, S. Anand, E. Reza-Garduno, R. E. Cohen, G. H. McKinley, and K. K. Varanasi, Droplet mobility on lubricant-impregnated surfaces, *Soft Matter* **9**, 1772 (2013).
- [25] D. Daniel, J. Timonen, R. Li, S. Velling, and J. Aizenberg, Oleoplaning droplets on lubricated surfaces, *Nat. Phys.* **13**, 1020 (2017).
- [26] A. Keiser, L. Keiser, C. Clanet, and D. Quéré, Drop friction on liquid-infused materials, *Soft Matter* **13**, 6981 (2017).
- [27] See Supplemental Material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.122.074501>, for the description of the movies, details on experimental methods, and additional experimental results on the gravity-driven motion of bubbles confined between textured walls.
- [28] F. P. Bretherton, The motion of long bubbles in tubes, *J. Fluid Mech.* **10**, 166 (1961).
- [29] J. Seiwert, C. Clanet, and D. Quéré, Coating of a textured solid, *J. Fluid Mech.* **669**, 55 (2011).
- [30] J. N. Israelachvili, *Intermolecular and Surface Forces*, 3rd ed. (Elsevier, New York, 2011).

PHYSICAL REVIEW LETTERS **122**, 074501 (2019)

- [31] D. Einzel, P. Panzer, and M. Liu, Boundary Condition for Fluid Flow: Curved or Rough Surfaces, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 2269 (1990).
- [32] Y.-C. Liao, Y.-C. Li, and H.-H. Wei, Drastic Changes in Interfacial Hydrodynamics due to Wall Slippage: Slip-Intensified Film Thinning, Drop Spreading, and Capillary Instability, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 136001 (2013).
- [33] Y.-C. Li, Y.-C. Liao, T.-C. Wen, and H.-H. Wei, Breakdown of the Bretherton law due to wall slippage, *J. Fluid Mech.* **741**, 200 (2014).
- [34] I. Cantat, Liquid meniscus friction on a wet plate: Bubbles, lamellae, and foams, *Phys. Fluids* **25**, 031303 (2013).
- [35] É. Reyssat, Drops and bubbles in wedges, *J. Fluid Mech.* **748**, 641 (2014).
- [36] F. Schellenberger, J. Xie, N. Encinas, A. Hardy, M. Klapper, P. Papadopoulos, H.-J. Butt, and D. Vollmer, Direct observation of drops on slippery lubricant-infused surfaces, *Soft Matter* **11**, 7617 (2015).

Bibliographie

- [1] G. M. HOMSY, *Annual review of fluid mechanics* **1987**, *19*, 271-311.
- [2] S. HILL et al., *Chemical Engineering Science* **1952**, *1*, 247-253.
- [3] R. CHUOKE, P. VAN MEURS, C. van der POEL et al., *Transactions of the AIME* **1959**, *216*, 188-194.
- [4] P. G. SAFFMAN, G. I. TAYLOR, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* **1958**, *245*, 312-329.
- [5] P. PELCÉ, *Théorie des formes de croissance*, EDP Sciences, **2012**.
- [6] M. RABAUD, Y. COUDER, N. GERARD, *Phys. Rev. A* **1988**, *37*, 935-947.
- [7] BATAILLE, J., *Revue de l'Institut Français du Pétrole et Annales des Combustibles Liquides* **1968**, *23*, 1349.
- [8] L. PATERSON, *Journal of Fluid Mechanics* **1981**, *113*, 513-529.
- [9] A. LINDNER, D. DERKS, M. SHELLEY, *Physics of Fluids* **2005**, *17*, 072107.
- [10] L. KEISER, R. HERBAUT, J. BICO, E. REYSSAT, *Journal of Fluid Mechanics* **2016**, *790*, 619-633.
- [11] T. T. AL-HOUSSEINY, H. A. STONE, *Physics of Fluids* **2013**, *25*, 092102.
- [12] D. PIHLER-PUZOVIĆ, P. ILLIEN, M. HEIL, A. JUEL, *Physical review letters* **2012**, *108*, 074502.
- [13] I. BIHI, M. BAUDOIN, J. E. BUTLER, C. FAILLE, F. ZOUESHTIAGH, *Physical review letters* **2016**, *117*, 034501.
- [14] A. GHATAK, M. K. CHAUDHURY, V. SHENOY, A. SHARMA, *Physical Review Letters* **2000**, *85*, 4329.
- [15] H. ZENG, B. ZHAO, Y. TIAN, M. TIRRELL, L. G. LEAL, J. N. ISRAELACHVILI, *Soft Matter* **2007**, *3*, 88-93.
- [16] H. ZENG, Y. TIAN, B. ZHAO, M. TIRRELL, J. ISRAELACHVILI, *Macromolecules* **2007**, *40*, 8409-8422.
- [17] J. EGGERS, *Physical review letters* **2001**, *86*, 4290.
- [18] E. LORENCEAU, F. RESTAGNO, D. QUÉRÉ, *Physical review letters* **2003**, *90*, 184501.
- [19] A.-L. BIANCE, C. CLANET, D. QUÉRÉ, *Physical Review E* **2004**, *69*, 016301.
- [20] J. EGGERS, J. R. LISTER, H. A. STONE, *arXiv preprint physics/9903017* **1999**.
- [21] É. REYSSAT, D. QUÉRÉ, *EPL (Europhysics Letters)* **2006**, *76*, 236.
- [22] M. S. CHEBIL, J. D. MCGRAW, T. SALEZ, C. SOLLOGOUB, G. MIQUELARD-GARNIER, **2018**, *21*.
- [23] O. ZIK, E. MOSES, **1998**, *27*, 2815-2820.
- [24] O. ZIK, E. MOSES, *Physical Review E* **1999**, *60*, 518.

- [25] S. VAN DER WALT, J. L. SCHÖNBERGER, J. NUNEZ-IGLESIAS, F. BOULOGNE, J. D. WARNER, N. YAGER, E. GOUILLART, T. YU, *PeerJ* **2014**, *2*, e453.
- [26] E. W. KOCH, E. W. ROSOLOWSKY, *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society* **2015**, *452*, 3435-3450.
- [27] D. M. GREEN, *Copeia* **1981**, 790-796.
- [28] G. HANNA, W. JON, W. J. BARNES, *Journal of Experimental Biology* **1991**, *155*, 103-125.
- [29] J. A. F. PLATEAU, *Statique expérimentale et théorique des liquides soumis aux seules forces moléculaires, t. 2*, Gauthier-Villars, **1873**.
- [30] F. ORR, L. SCRIVEN, A. P. RIVAS, *Journal of Fluid Mechanics* **1975**, *67*, 723-742.
- [31] E. DE SOUZA, M. BRINKMANN, C. MOHRDIECK, E. ARZT, *Langmuir* **2008**, *24*, 8813-8820.
- [32] G. DEBREGEAS, F. BROCHARD-WYART, *Journal of colloid and interface science* **1997**, *190*, 134-141.
- [33] J. PERALES, J. MESEGUER, I. MARTINEZ, *Journal of crystal growth* **1991**, *110*, 855-861.
- [34] M. J. RUSSO, P. H. STEEN, *Journal of colloid and interface science* **1986**, *113*, 154-163.
- [35] N. BEZDENEJNYKH, J. MESEGUER, J. PERALES, *Physics of Fluids A : Fluid Dynamics* **1992**, *4*, 677-680.
- [36] S. KUMAR, *Annual Review of Fluid Mechanics* **2015**, *47*, 67-94.
- [37] S. GAUDET, G. MCKINLEY, H. A. STONE, *Physics of Fluids* **1996**, *8*, 2568-2579.
- [38] S. DODDS, M. d. S. CARVALHO, S. KUMAR, *Physics of Fluids* **2009**, *21*, 092103.
- [39] S. DODDS, M. S. CARVALHO, S. KUMAR, *Journal of fluid mechanics* **2012**, *707*, 521-540.
- [40] B. QIAN, K. S. BREUER, *arXiv preprint arXiv :1010.2562* **2010**.
- [41] D. BEILHARZ, thèse de doct., Paris Saclay, **2018**.
- [42] J. DELANNOY, thèse de doct., Sorbonne université, **2019**.
- [43] D. J. BROESCH, J. FRECHETTE, *Langmuir* **2012**, *28*, 15548-15554.
- [44] E. DUSSAN V, *AIChE Journal* **1977**, *23*, 131-133.
- [45] C. HUH, L. E. SCRIVEN, *Journal of colloid and interface science* **1971**, *35*, 85-101.
- [46] P.-G. DE GENNES, *Reviews of modern physics* **1985**, *57*, 827.
- [47] D. BONN, J. EGGERS, J. INDEKEU, J. MEUNIER, E. ROLLEY, *Reviews of modern physics* **2009**, *81*, 739.
- [48] H. HERVET, P.-G. DE GENNES, *Comptes-rendus des séances de l'Académie des sciences. Série 2 Mécanique-physique chimie sciences de l'univers sciences de la terre* **1984**, *299*, 499-503.
- [49] R. COX, *Journal of Fluid Mechanics* **1986**, *168*, 169-194.
- [50] O. VOINOV, *Fluid dynamics* **1976**, *11*, 714-721.
- [51] W. THIELICKE, E. STAMHUIS, *Journal of open research software* **2014**, *2*.

-
- [52] J. E. MCDONALD, S. BRUBAKER, *American journal of ophthalmology* **1971**, *72*, 139-146.
- [53] H. WONG, I. FATT, C. RADKE, *Journal of colloid and interface science* **1996**, *184*, 44-51.
- [54] A. ARADIAN, E. RAPHAEL, P.-G. DE GENNES, *EPL (Europhysics Letters)* **2001**, *55*, 834.
- [55] V. A. NIERSTRASZ, G. FRENS, *Journal of colloid and interface science* **1999**, *215*, 28-35.
- [56] T. MEUEL, Y. L. XIONG, P. FISCHER, C.-H. BRUNEAU, M. BESSAFI, H. KEL-LAY, *Scientific Reports* **2013**, *3*, 3455.
- [57] C. CLANET, D. QUÉRÉ, *Journal of Fluid mechanics* **2002**, *460*, 131.
- [58] S. GUO, X. XU, T. QIAN, Y. DI, M. DOI, P. TONG, *Journal of Fluid Mechanics* **2019**, *865*, 650-680.
- [59] H. PRINCEN, S. MASON, *Journal of Colloid Science* **1965**, *20*, 246-266.
- [60] J. BICO, U. THIELE, D. QUÉRÉ, *Colloids and Surfaces A : Physicochemical and Engineering Aspects* **2002**, *206*, 41-46.