

# Stratégie numérique pour l'analyse qualitative des interactions aube/carter

Yann Colaïtis

le 30 juillet 2021

Membres du jury :

S. Étienne	Polytechnique Montréal	président du jury
A. Batailly	Polytechnique Montréal	membre et directeur de recherche
A. Grolet	ENSAM Lille	membre externe
P. Almeida	Safran Helicopter Engines	membre
C. Cardinal	Polytechnique Montréal	représentant de la directrice des études supérieures



**POLYTECHNIQUE  
MONTRÉAL**

UNIVERSITÉ  
D'INGÉNIERIE



**LABORATOIRE  
D'ANALYSE  
VIBRATOIRE ET  
ACOUSTIQUE**



## Introduction

Contexte et enjeux  
industriels  
Interface aube/carter

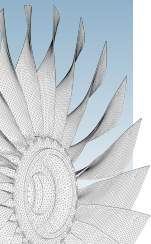
Standards  
industriels

RL-HBM

Industrialisation

Conclusion et  
perspectives

# 1 Introduction





## Introduction

Contexte et enjeux  
industriels

Interface aube/carter

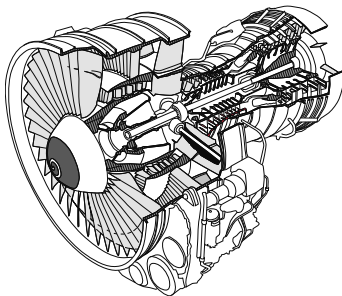
Standards  
industriels

RL-HBM

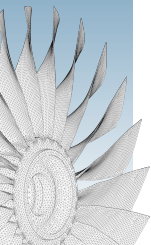
Industrialisation

Conclusion et  
perspectives

## Conception des turbomachines modernes :



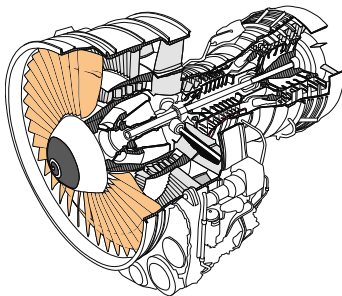
- réduction de l'empreinte environnementale
- augmentation des **performances** et de la **durée de vie**



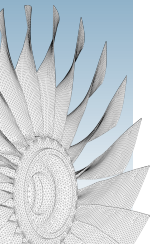


# Contexte et enjeux industriels

## Conception des turbomachines modernes :



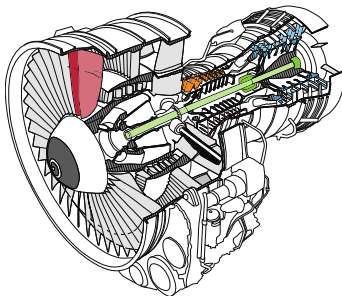
- réduction de l'empreinte environnementale
- augmentation des **performances** et de la **durée de vie**
  - ① développement de nouveaux matériaux/procédés de fabrication



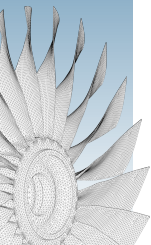


# Contexte et enjeux industriels

## Conception des turbomachines modernes :



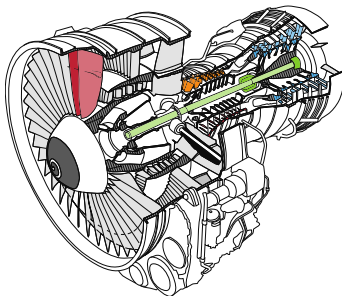
- réduction de l'empreinte environnementale
- augmentation des **performances** et de la **durée de vie**
  - ① développement de nouveaux matériaux/procédés de fabrication
  - ② **optimisation** des technologies existantes





# Contexte et enjeux industriels

## Conception des turbomachines modernes :



- réduction de l'empreinte environnementale
- augmentation des **performances** et de la **durée de vie**
  - 1 développement de nouveaux matériaux/procédés de fabrication
  - 2 **optimisation** des technologies existantes

Nécessité de prédire les niveaux vibra-  
toires dans un contexte **non-linéaire**



## Introduction

Contexte et enjeux  
industriels

Interface aube/carter

Standards  
industriels

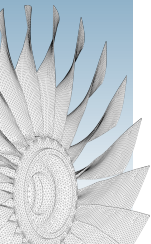
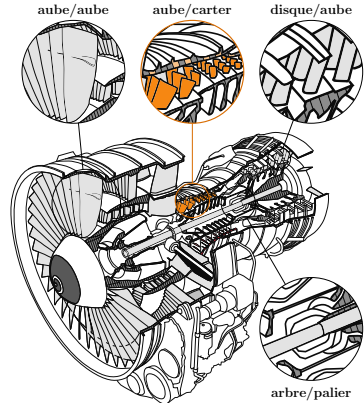
RL-HBM

Industrialisation

Conclusion et  
perspectives

# Interface aube/carter

- amélioration des performances via la réduction des jeux
- forte influence des jeux sur le rendement global
- interface caractérisée par :
  - ▶ vitesses relatives élevées
  - ▶ phénomènes multiphysiques
  - ▶ multiples non-linéarités
  - ▶ décalage des fréquences de résonances





## Introduction

Contexte et enjeux  
industriels

Interface aube/carter

Standards  
industriels

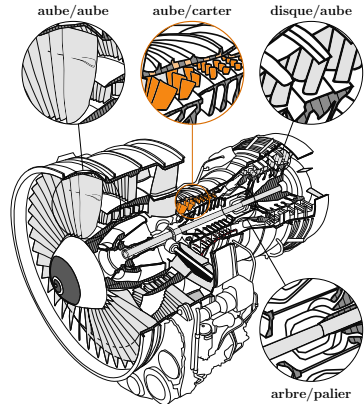
RL-HBM

Industrialisation

Conclusion et  
perspectives

# Interface aube/carter

- amélioration des performances via la réduction des jeux
- forte influence des jeux sur le rendement global
- interface caractérisée par :
  - ▶ vitesses relatives élevées
  - ▶ phénomènes multiphysiques
  - ▶ multiples non-linéarités
  - ▶ décalage des fréquences de résonances

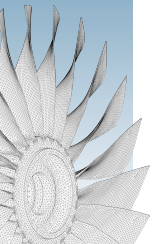


défi théorique et numérique (modélisation,  
gestion du contact, méthode de résolution...)





## ② Stratégie de référence pour l'étude des interactions aube/carter





# Modélisation

- cadre numérique : aube seule encastrée et réduction modale
- illustration sur l'aube NASA rotor 37<sup>1</sup>

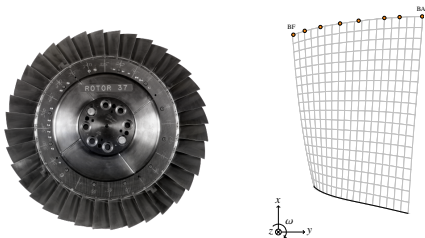


Fig. NASA rotor 37 : roue complète et maillage éléments finis

- modèle éléments finis 3D de l'aube de référence
- réduction modale via la méthode de Craig-Bampton<sup>2</sup>
  - ▶ interface de contact : 8 nœuds frontière  $\Rightarrow$  24 ddl physiques
  - ▶ + 10 ddl modaux
- amortissement modal

1. L. REID et al. Rapport technique. <https://ntrs.nasa.gov/citations/19780025165>, 1978 (accessed 2020-10-29). NASA Lewis Research Center Cleveland, OH, United States.

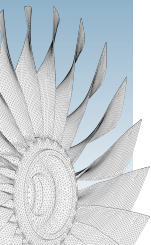
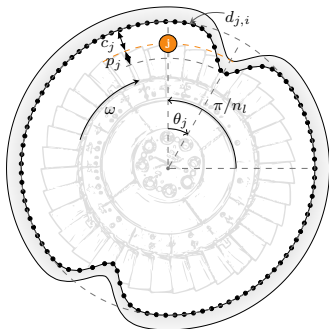
2. A. BATAILLY et al. *J. Sound Vib.* (2010). doi: 10.1016/j.jsv.2010.07.018 - oai: hal-00524762v1. ISSN : 0022-460X.

## Hypothèses

- pas de chargement aérodynamique<sup>3</sup>
- pas d'effets inertiels, thermiques, ou d'usure
- **interaction aube/carter**
  - ▶ contact unilatéral
  - ▶ frottement sec

## Déformation du carter

- carter parfaitement rigide
- deux zones de contacts privilégiées
- ⇒ **contacts à n'importe quelle vitesse**





# Intégration temporelle

## Plage de vitesses

- intersection entre le mode 1F et le quatrième régime moteur  $rm_4$

## Stratégie de référence<sup>4</sup>

- schéma explicite de différences finies centré et multiplicateurs de Lagrange<sup>5, 6</sup>
- 1 simulation = 1 vitesse angulaire  $\omega$  constante

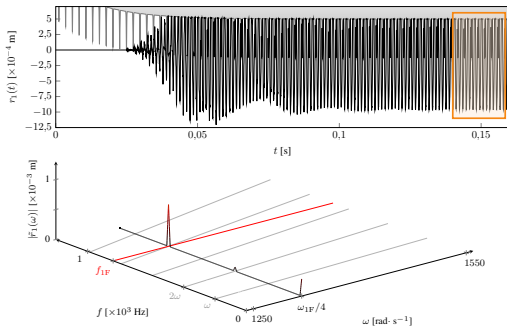


Fig. résultats obtenus pour  $\omega = \omega_{1F}/4$

4. A. BATAILLY et al. *J. Eng. Gas Turbines Power* (2012). doi : 10.1115/1.4006446 - oai: hal-00746632. ISSN : 0742-4795.
5. N. J. CARPENTER et al. *Int. J. Numer. Methods Eng.* (1991). doi: 10.1002/nme.1620320107 - oai: hal-01389918.
6. A. THORIN et al. *J. Eng. Gas Turbines Power* (2018). doi: 10.1115/1.4040857 - oai: hal-01989188. ISSN : 0742-4795.



# Intégration temporelle

## Plage de vitesses

- intersection entre le mode 1F et le quatrième régime moteur  $rm_4$

## Stratégie de référence<sup>4</sup>

- schéma explicite de différences finies centré et multiplicateurs de Lagrange<sup>5, 6</sup>
- 1 simulation = 1 vitesse angulaire  $\omega$  constante

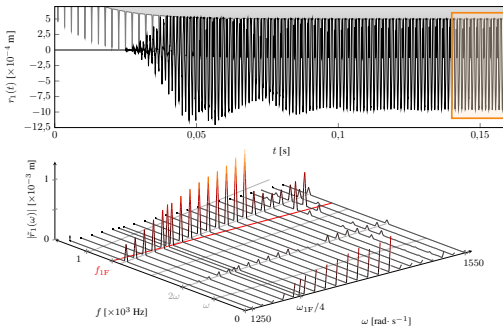


Fig. résultats obtenus pour la plage de vitesses

4. A. BATAILLY et al. *J. Eng. Gas Turbines Power* (2012). doi : 10.1115/1.4006446 - oai: hal-00746632. ISSN : 0742-4795.
5. N. J. CARPENTER et al. *Int. J. Numer. Methods Eng.* (1991). doi: 10.1002/nme.1620320107 - oai: hal-01389918.
6. A. THORIN et al. *J. Eng. Gas Turbines Power* (2018). doi: 10.1115/1.4040857 - oai: hal-01989188. ISSN : 0742-4795.



# Intégration temporelle

## Résultats au BA du rotor 37

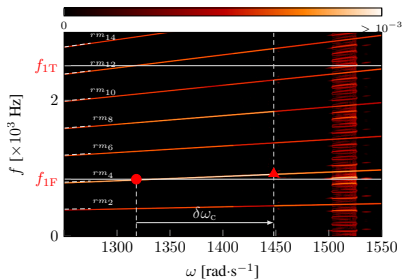


Fig. carte d'interaction

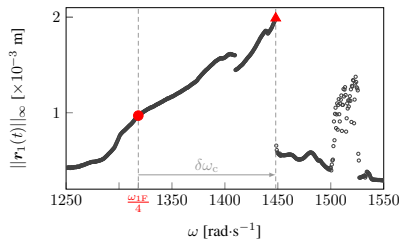


Fig. courbe de réponse en fréquence (CRF)

interaction linéaire (●) et résonance non-linéaire IT (▲)

## Observations

- raidissement au contact  $\delta\omega_c$
- sauts en amplitude
- aperçu **quantitatif** de la dynamique de l'aube



# Projet de recherche

## Problématique

- Comment obtenir des résultats **qualitatifs** relativement à la prédiction des interactions aube/carter ?

## Objectifs

implémentation de la HBM en Python



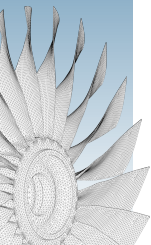
traitement des non-linéarités de contact



industrialisation de la méthodologie



analyse de stabilité





Introduction

Standards  
industriels

**RL-HBM**

HBM

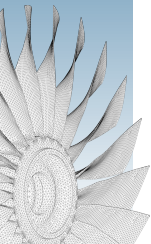
Regularisation

Filtrage

Industrialisation

Conclusion et  
perspectives

### 3 RL-HBM : HBM régularisée et filtrée







## Stratégies de résolution

- source d'excitation **synchrone**  $\Rightarrow$  hypothèse : réponse **périodique**
- **paradigme fréquentiel** : méthode de l'équilibrage harmonique,<sup>7</sup> collocation trigonométrique,<sup>8</sup> HDHB/*time spectral method*<sup>9</sup>...

---

7. G. VON GROLL et al. *J. Sound Vib.* (2001). doi : 10.1006/jsvi.2000.3298 - oai: hal-01333704. issn : 0022-460X.

8. M. KRACK et al. doi : 10.1007/978-3-030-14023-6. Springer, Cham, 2019.

9. L. SALLES et al. *J. Eng. Gas Turbines Power* (2012). doi : 10.1115/1.4004236 - oai: hal-00975699. issn : 0742-4795.

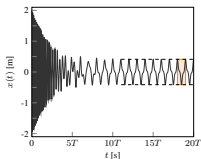
10. M. KRACK et al. en. ASME Turbo Expo - Tutorial of Basics, 2018.



# Stratégies de résolution

- source d'excitation **synchrone**  $\Rightarrow$  hypothèse : réponse **périodique**
- **paradigme fréquentiel** : méthode de l'équilibrage harmonique,<sup>7</sup> collocation trigonométrique,<sup>8</sup> HDHB/*time spectral method*<sup>9</sup>...

intégration temporelle (IT)



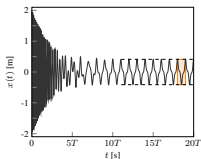
- 
7. G. VON GROLL et al. *J. Sound Vib.* (2001). doi : 10.1006/jsvi.2000.3298 - oai: hal-01333704. issn : 0022-460X.
  8. M. KRACK et al. doi : 10.1007/978-3-030-14023-6. Springer, Cham, 2019.
  9. L. SALLES et al. *J. Eng. Gas Turbines Power* (2012). doi : 10.1115/1.4004236 - oai: hal-00975699. issn : 0742-4795.
  10. M. KRACK et al. en. ASME Turbo Expo - Tutorial of Basics, 2018.



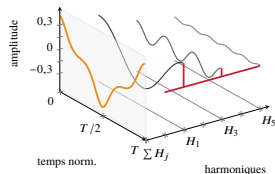
# Stratégies de résolution

- source d'excitation **synchrone**  $\Rightarrow$  hypothèse : réponse **périodique**
- **paradigme fréquentiel** : méthode de l'équilibrage harmonique,<sup>7</sup> collocation trigonométrique,<sup>8</sup> HDHB/*time spectral method*<sup>9</sup>...

intégration temporelle (IT)



équilibrage harmonique (HBM)



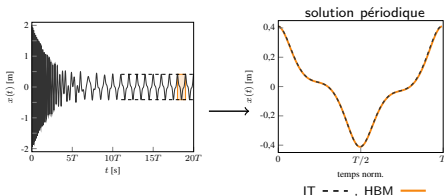
- 
7. G. VON GROLL et al. *J. Sound Vib.* (2001). doi : 10.1006/jsvi.2000.3298 - oai: hal-01333704. issn : 0022-460X.
  8. M. KRACK et al. doi : 10.1007/978-3-030-14023-6. Springer, Cham, 2019.
  9. L. SALLES et al. *J. Eng. Gas Turbines Power* (2012). doi : 10.1115/1.4004236 - oai: hal-00975699. issn : 0742-4795.
  10. M. KRACK et al. en. ASME Turbo Expo - Tutorial of Basics, 2018.



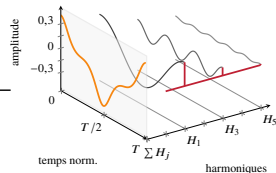
## Stratégies de résolution

- source d'excitation **synchrone**  $\Rightarrow$  hypothèse : réponse **périodique**
- **paradigme fréquentiel** : méthode de l'équilibrage harmonique,<sup>7</sup> collocation trigonométrique,<sup>8</sup> HDHB/*time spectral method*<sup>9</sup>...

intégration temporelle (IT)



équilibrage harmonique (HBM)



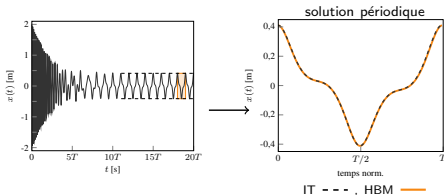
7. G. VON GROLL et al. *J. Sound Vib.* (2001). doi : 10.1006/jsvi.2000.3298 - oai : hal-01333704. issn : 0022-460X.
8. M. KRACK et al. doi : 10.1007/978-3-030-14023-6. Springer, Cham, 2019.
9. L. SALLES et al. *J. Eng. Gas Turbines Power* (2012). doi : 10.1115/1.4004236 - oai : hal-00975699. issn : 0742-4795.
10. M. KRACK et al. en. ASME Turbo Expo - Tutorial of Basics, 2018.



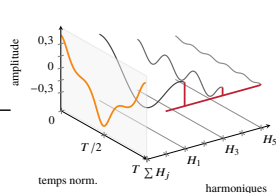
# Stratégies de résolution

- source d'excitation **synchrone**  $\Rightarrow$  hypothèse : réponse **périodique**
- **paradigme fréquentiel** : méthode de l'équilibrage harmonique,<sup>7</sup> collocation trigonométrique,<sup>8</sup> HDHB/*time spectral method*<sup>9</sup>...

intégration temporelle (IT)



équilibrage harmonique (HBM)



- efficace numériquement pour systèmes non-linéaires réguliers
- intérêt marqué pour la HBM dans le domaine des turbomachines<sup>10</sup>

7. G. VON GROLL et al. *J. Sound Vib.* (2001). doi : 10.1006/jsvi.2000.3298 - oai : hal-01333704. issn : 0022-460X.

8. M. KRACK et al. doi : 10.1007/978-3-030-14023-6. Springer, Cham, 2019.

9. L. SALLES et al. *J. Eng. Gas Turbines Power* (2012). doi : 10.1115/1.4004236 - oai : hal-00975699. issn : 0742-4795.

10. M. KRACK et al. en. ASME Turbo Expo - Tutorial of Basics, 2018.

# Méthode de l'équilibrage harmonique

## Principe

- approximation d'une solution  $T$ -périodique en série de Fourier

$$\mathbf{x}(t) \simeq \frac{1}{2} \mathbf{a}_0 + \sum_{j=1}^H [\mathbf{a}_j \cos(j\omega t) + \mathbf{b}_j \sin(j\omega t)]$$

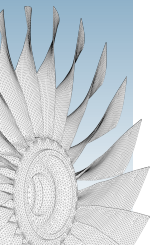
- projection de Fourier-Galerkin  $\Rightarrow$  système d'équations NL algébriques

$$\mathbf{R}(\bar{\mathbf{x}}, \omega) = \overbrace{\mathbf{Z}(\omega) \bar{\mathbf{x}}}^{\text{efforts linéaires internes}} + \underbrace{\tilde{\mathbf{f}}_{\text{nl}}(\bar{\mathbf{x}}, \omega)}_{\text{efforts NL internes}} - \overbrace{\tilde{\mathbf{f}}_{\text{ext}}}^{\text{efforts externes}} = \mathbf{0}$$

- résolution par annulation d'un résidu via méthode itérative de type Newton

## Combinée avec

- schéma Alternance Fréquence/Temps (AFT)
- continuation de type prédicteur/correcteur
- condensation non-linéaire exacte



# Méthode de l'équilibrage harmonique

## Principe

- approximation d'une solution  $T$ -periodique en série de Fourier

$$x(t) \simeq \frac{1}{2} a_0 + \sum_{j=1}^H [a_j \cos(j\omega t) + b_j \sin(j\omega t)]$$

- projection de Fourier-Galerkin  $\Rightarrow$  système d'équations NL algébriques

$$R(\tilde{x}, \omega) = \overbrace{Z(\omega) \tilde{x}}^{\text{efforts linéaires internes}} + \underbrace{\tilde{f}_{nl}(\tilde{x}, \omega)}_{\text{efforts NL internes}} - \overbrace{\tilde{f}_{ext}}^{\text{efforts externes}} = 0$$

- résolution par annulation d'un résidu via méthode itérative de type Newton

## Combinée avec

- schéma Alternance Fréquence/Temps <sup>11</sup> (AFT)
- continuation de type prédicteur/correcteur <sup>12</sup>
- condensation non-linéaire exacte <sup>13</sup>

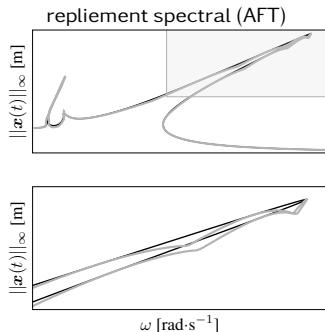
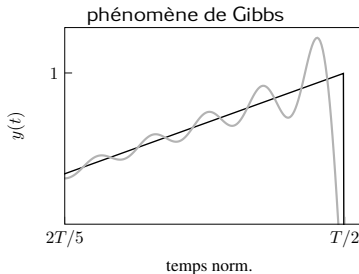
11. T. M. CAMERON et al. *J. Appl. Mech.* (1989). doi: 10.1115/1.3176036 - oai: hal-01333697.

12. R. SEYDEL. doi : 10.1007/978-1-4419-1740-9. Springer, New York, NY, 2009.

13. E. SARROUY et al. *Advances in Vibration Analysis Research*. Sous la direction de Farzad EBRAHIMI. doi : 10.5772/15638 - oai: hal-00730895. Rijeka : IntechOpen, 2011. Chapitre 21.

# Méthode de l'équilibrage harmonique

## Traitement des non-linéarités de contact



référence (—) et approximation Fourier / HBM (—)

- mauvaise convergence des séries de Fourier
- forte sensibilité de la résolution HBM au phénomène de Gibbs<sup>14</sup>





# Méthode de l'équilibrage harmonique

## Atténuation du phénomène de Gibbs : état de l'art

- procédure mixte tir-HBM<sup>15</sup>
- algorithmes *event-driven*<sup>16</sup>
- fonctions polynomiales discontinues<sup>17</sup>
- ondelettes<sup>18</sup>(Haar : Fourier)
- filtrage spectral<sup>19, 20</sup>

## Approche proposée : RL-HBM

- régularisation de la loi de contact
- filtrage de Lanczos des efforts de contact prédits

---

15. F. SCHREYER et al. *Arch. Mech. Eng.* (2016). doi: 10.1515/meceng-2016-0017 - oai: hal-01356796v1.

16. M. KRACK et al. *J. Sound Vib.* (2013). doi : 10.1016/j.jsv.2013.04.048. issn : 0022-460X.

17. W.-J. KIM et al. *J. Sound Vib.* (2003). doi: 10.1016/S0022-460X(02)00949-5 - oai: hal-01693093v1. issn : 0022-460X.

18. S. JONES et al. *Int. J. Numer. Methods Eng.* (2014). doi: 10.1002/nme.4807 - oai: hal-00806545.

19. R. DJEDDI et al. *Int. J. Comput. Fluid Dyn.* (2016). doi: 10.1080/10618562.2016.1242726.

20. A. BRAMBILLA et al. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications* (1996). doi : 10.1109/81.486431.



## Régularisation de la loi de contact

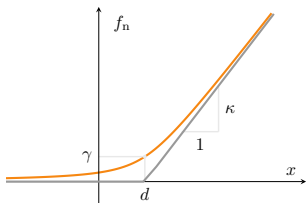
- loi de pénalité bilinéaire classique (—)

$$f_{n,j}(t) = \kappa \max(0, g_j(t))$$

où  $g_j(t) = x_j(t) - d(t)$  est la fonction de distance du  $j$ -ème nœud frontière

- régularisation polynomiale (—)

$$f_{n,j}(t) = \kappa \frac{g_j(t)}{2} + \sqrt{\left(\kappa \frac{g_j(t)}{2}\right)^2 + \gamma^2}$$



amélioration de la robustesse numérique du solveur HBM

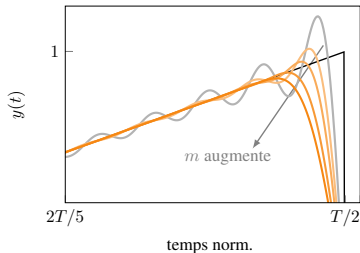
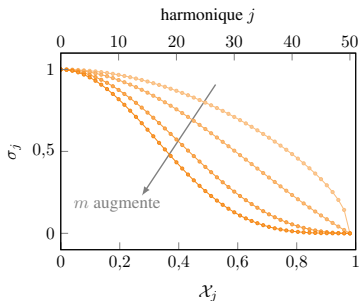


# Filtrage de Lanczos

- réduction des oscillations parasites
- utilisation d'un filtrage spectral

$$\mathbf{f}_{\text{nl}}(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) \simeq \frac{1}{2} \mathbf{a}_0^{\text{nl}} + \sum_{j=1}^H \sigma(\mathcal{X}_j) \left[ \mathbf{a}_j^{\text{nl}} \cos(j\omega t) + \mathbf{b}_j^{\text{nl}} \sin(j\omega t) \right]$$

- filtrage de Lanczos :  $\sigma(\mathcal{X}_j) = \text{sinc}(\mathcal{X}_j)^m$



amélioration de la convergence  
hors du voisinage des discontinuités



Introduction

Standards  
industriels

RL-HBM

**Industrialisation**

Validation rotor 37

Post-traitement

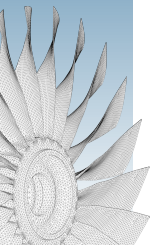
Stabilité

NASA rotor 67

Roue aubagée  
industrielle

Conclusion et  
perspectives

## 4 Industrialisation





# Validation

## Résultats aux BA/BF du rotor 37

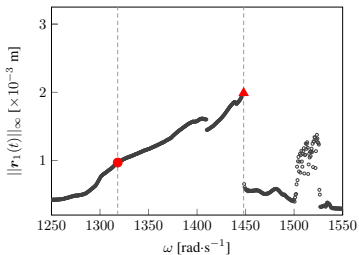


Fig. CRF IT au BA

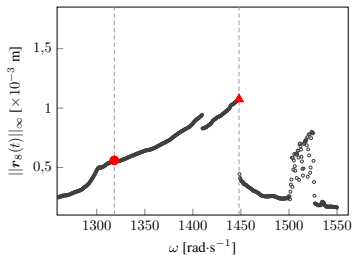
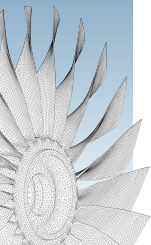


Fig. CRF IT au BF

interaction linéaire (●) et résonance non-linéaire IT (▲)



## Validation

## Résultats aux BA/BF du rotor 37

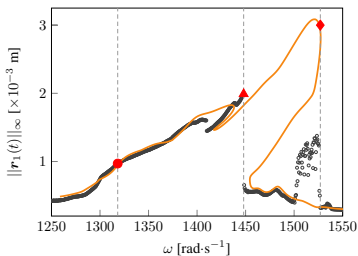


Fig. comparaison des CRF au BA

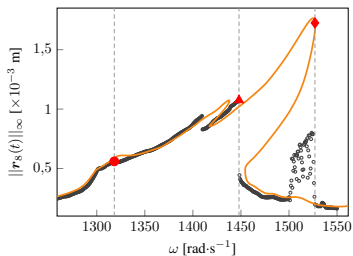


Fig. comparaison des CRF au BF

interaction linéaire (●) et résonance non-linéaire IT (▲) et HBM (◆)

- bon accord global entre IT et RL-HBM
- raidissement au contact  $\delta\omega_c$  par RL-HBM +61 %



## Validation

## Résultats aux BA/BF du rotor 37

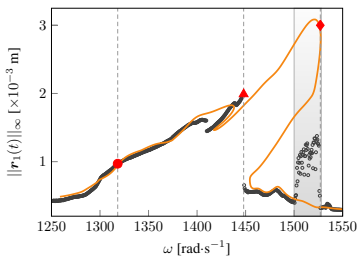


Fig. comparaison des CRF au BA

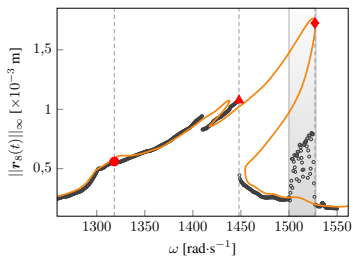


Fig. comparaison des CRF au BF

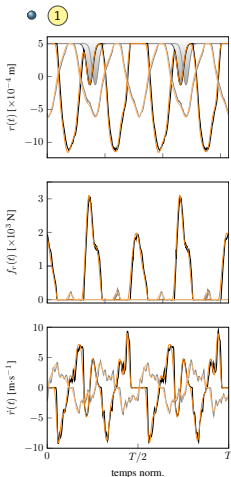
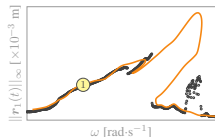
interaction linéaire (●) et résonance non-linéaire IT (▲) et HBM (◆)

- bon accord global entre IT et RL-HBM
- raidissement au contact  $\delta\omega_c$  par RL-HBM +61 %
- un écart significatif pour  $\omega \in [1500; 1525]$



# Validation

## Déplacements, efforts de contact et vitesses dans la direction radiale



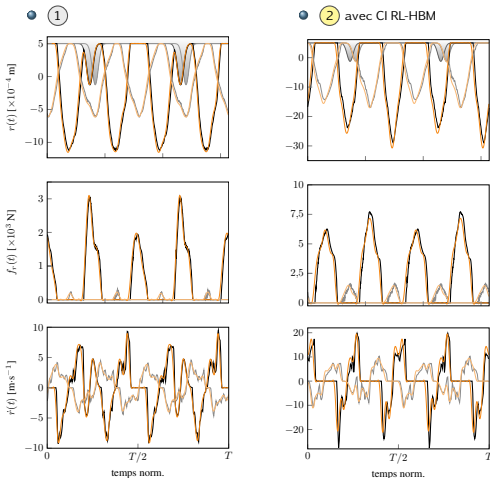
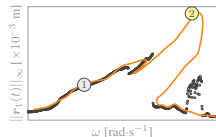
résultats RL-HBM/IT obtenus aux BA (—)/(—) et BF (—)/(—)





# Validation

## Déplacements, efforts de contact et vitesses dans la direction radiale

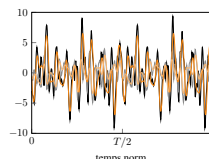
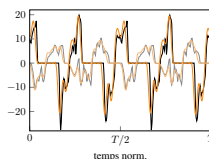
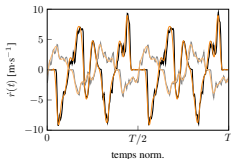
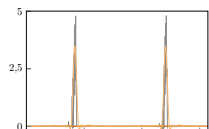
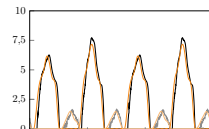
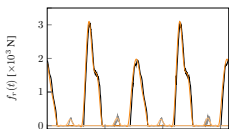
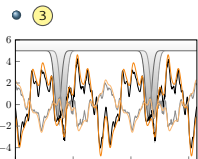
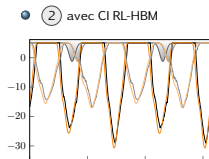
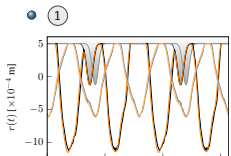
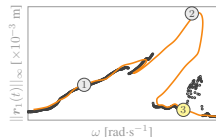


résultats RL-HBM/IT obtenus aux BA (—)/(—) et BF (—)/(—)



# Validation

## Déplacements, efforts de contact et vitesses dans la direction radiale

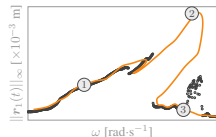


résultats RL-HBM/IT obtenus aux BA (—)/(—) et BF (—)/(—)



# Validation

## Contraintes de von Mises



①

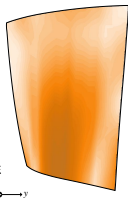
② avec CI RL-HBM

③

HBM

IT

$\sigma_{\max} = 0,777 \sigma_Y$



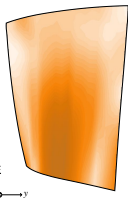
$\sigma_{\max} = 1,674 \sigma_Y$



$\sigma_{\max} = 0,406 \sigma_Y$



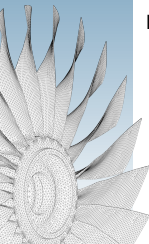
$\sigma_{\max} = 0,767 \sigma_Y$



$\sigma_{\max} = 1,587 \sigma_Y$



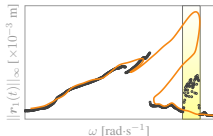
$\sigma_{\max} = 0,425 \sigma_Y$



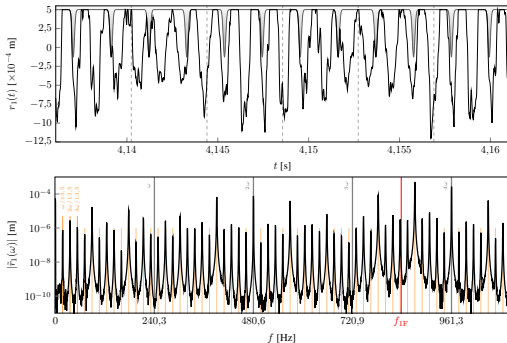


## Validation

## Zone de disparité



- solution IT à  $\omega = 1510 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$



- solution 13,5  $T$ -périodique
- $\Rightarrow$  réponse sous-harmonique

$$\mathbf{x}(t) \simeq \frac{1}{2} \mathbf{a}_0 + \sum_{j=1}^{\nu H} \left[ \mathbf{a}_{j/\nu} \cos\left(\frac{j\omega t}{\nu}\right) + \mathbf{b}_{j/\nu} \sin\left(\frac{j\omega t}{\nu}\right) \right] \quad \text{pour } \nu = 27$$



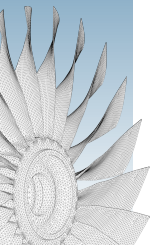
# Extension de la validation

Trois **enjeux** avec le développement de la méthodologie proposée :

**vérifier** sa robustesse

**augmenter** la représentativité physique des modèles

**optimiser** ses performances numériques





## Robustesse de la méthodologie

## Effet de la variation du jeu

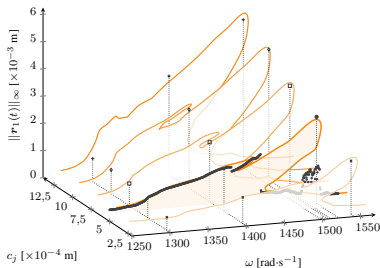
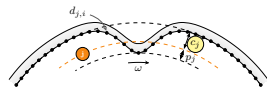


Fig. CRF obtenues par variation du jeu au BA

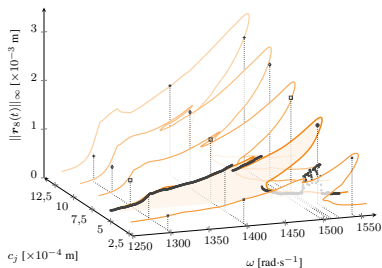


Fig. CRF obtenues par variation du jeu au BF

- bon comportement sur l'ensemble de la plage de vitesses
- autres paramètres étudiés : amortissement modal  $\xi$ , coefficient de frottement  $\mu$ , pénétration radiale du carter  $p_j$

# Enrichissement de la modélisation

## Prise en compte d'effets centrifuges

- développement polynomial en  $\omega$  de la matrice de raideur<sup>21</sup>

$$K(\omega) = K_0 + K_1 \omega^2 + K_2 \omega^4$$

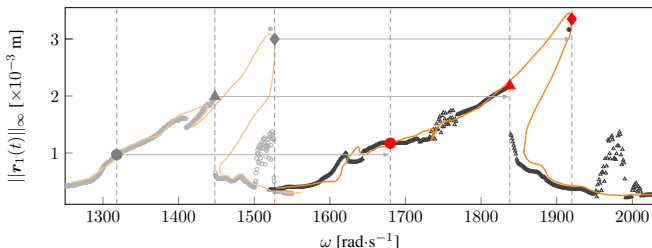


Fig. superposition CRF au BA sans (gauche) / avec (droite) effets centrifuges

- décalage des conditions d'interaction
- raidissement au contact  $\delta\omega_c = 240 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  (contre 209, soit +15%)
- plage d'interaction haute amplitude plus large



# Optimisation des performances numériques

## Quelques exemples

- optimisation des opérations matricielles
- calcul analytique des jacobienes par rFFT
- utilisation d'un compilateur juste-à-temps
- recyclage systématique des factorisations LU

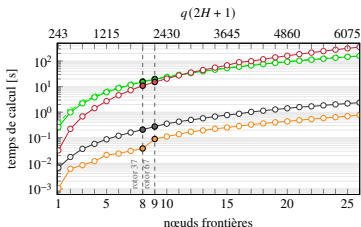


Fig. AFT, calcul de la jacobienne fréquentielle  
matrice DFT pleine (—) (rouge)  
matrice DFT creuse (—) (vert)  
rFFT (—) (noir)  
rFFT localisée (—) (orange)

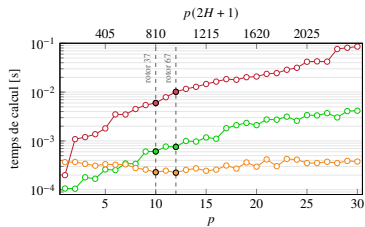


Fig. condensation NL, résolution d'un système linéaire  
LU classique (—) (rouge)  
LU découplée (—) (vert)  
LU découplée parallélisée (—) (orange)

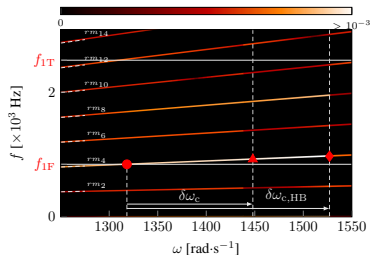
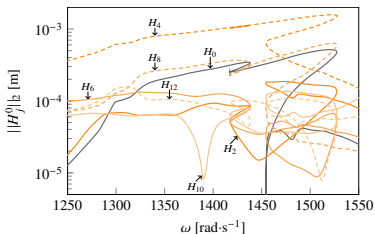




## Post-traitement

## Contributions harmoniques / carte(s) d'interaction

$$\|H_j^i\|_2 = \begin{cases} |a_0^i|/2 & \text{pour } j = 0 \\ \sqrt{a_j^i{}^2 + b_j^i{}^2} & \text{pour } j \in \llbracket 1..H \rrbracket \end{cases}$$

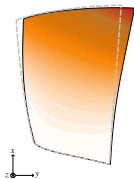
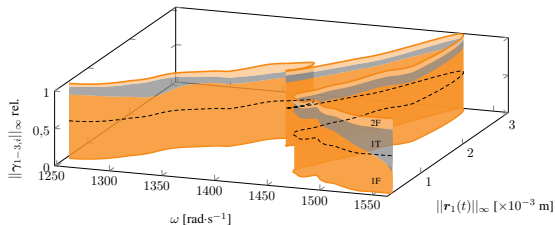




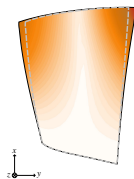
# Post-traitement

## Contributions modales

$$\|\gamma_{j,i}\|_{\infty} = \max_{i \in \llbracket 0..N-1 \rrbracket} (|\phi_j^T \mathbf{M} \mathbf{x}(\tau_i)|)$$



1 : 1F



2 : 1T



3 : 2F



# Analyse de stabilité

## Théorie de Floquet

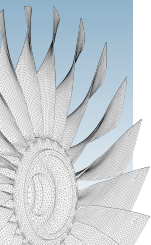
- ajout d'une petite perturbation à une solution périodique
- détection de **bifurcations**
- quantités caractéristiques : **multiplicateurs / exposants de Floquet**

## Résolution numérique

- **temporelle** : intégration  $2n$ -passes, exponentielle de matrice, ondelette-Galerkin, Newmark simple passe...
- **fréquentielle** : méthode de Hill avec tri sur les valeurs / vecteurs propres, méthode des moyennes...

## Défis

- les études portent essentiellement sur des systèmes phénoménologiques
- peu d'applications sur systèmes avec NL de contact ...
- ...et encore moins sur des systèmes issus d'une technique de synthèse modale





# Analyse de stabilité

## Théorie de Floquet

- ajout d'une petite perturbation à une solution périodique
- détection de bifurcations
- quantités caractéristiques : multiplicateurs / exposants de Floquet

## Résolution numérique

- **temporelle** : intégration  $2n$ -passes, exponentielle de matrice, ondelette-Galerkin, Newmark simple passe...
- **fréquentielle** : méthode de Hill avec tri sur les valeurs / vecteurs propres, méthode des moyennes...

## Défis

- les études portent essentiellement sur des systèmes phénoménologiques<sup>22, 23</sup>
- peu d'applications sur systèmes avec NL de contact<sup>24...</sup>
- ...et encore moins sur des systèmes issus d'une technique de synthèse modale<sup>25, 26</sup>

---

22. A. LAZARUS et al. *Comptes Rendus Mécanique* (2010). doi : 10.1016/j.crme.2010.07.020 - oai: hal-01452004v1. issn : 1631-0721.

23. L. XIE et al. *Mech. Syst. Sig. Process.* (2017). doi : 10.1016/j.ymssp.2016.09.037 - oai: hal-01402109. issn : 0888-3270.

24. H. JIANG et al. *Int. J. Mech. Sci.* (2017). doi : 10.1016/j.ijmecsci.2017.02.001. issn : 0020-7403.

25. E. P. PETROV. *J. Eng. Gas Turbines Power* (2017). doi: 10.1115/1.4034353. issn : 0742-4795.

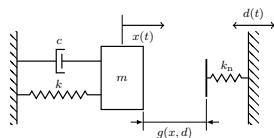
26. E. P. PETROV. *J. Eng. Gas Turbines Power* (2018). doi : 10.1115/1.4040850. issn : 0742-4795.



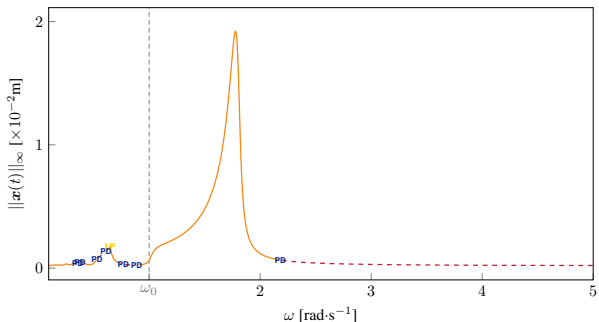
## Analyse de stabilité

## Cas de validation

- NL de contact à seuil variable<sup>27</sup>



$$d(t) = c(1 + \cos(\omega t)) - p$$



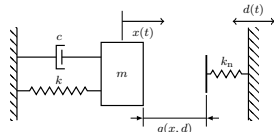
solutions : stables (—) et instables (---)

bifurcations : point de retourment (LP) et doublement de période (PD)



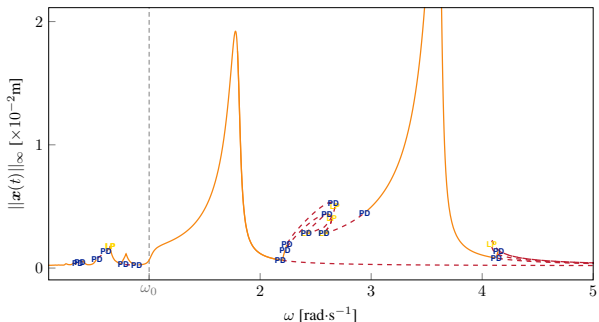
## Analyse de stabilité

## Cas de validation



$$d(t) = c(1 + \cos(\omega t)) - p$$

- NL de contact à seuil **variable**<sup>27</sup>



solutions : stables (—) et instables (---)

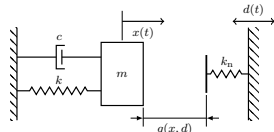
bifurcations : point de retour (LP) et doublement de période (PD)

- complexité accrue de la dynamique par rapport à un seuil de contact fixe



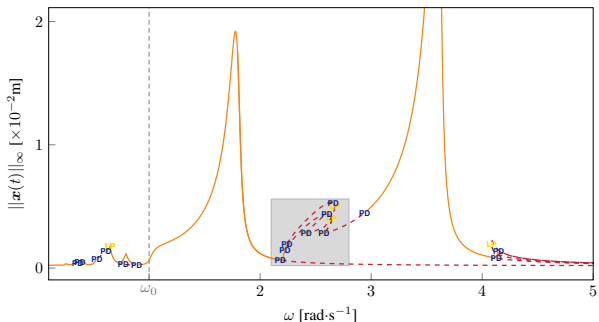
## Analyse de stabilité

## Cas de validation



$$d(t) = c(1 + \cos(\omega t)) - p$$

- NL de contact à seuil **variable**<sup>27</sup>



solutions : stables (—) et instables (---)

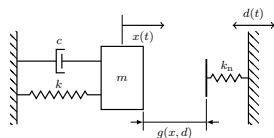
bifurcations : point de retourment (LP) et doublement de période (PD)

- complexité accrue de la dynamique par rapport à un seuil de contact fixe



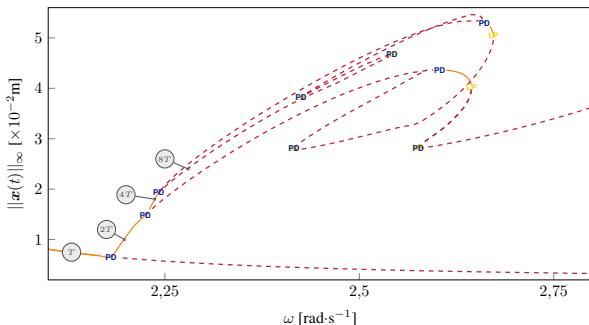
## Analyse de stabilité

## Cas de validation



$$d(t) = c(1 + \cos(\omega t)) - p$$

- NL de contact à seuil variable<sup>27</sup>



solutions : stables (—) et instables (---)

bifurcations : point de retournement (LP) et doublement de période (PD)

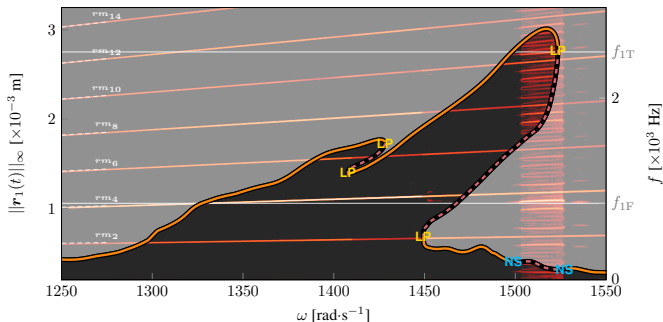
- mise en évidence d'un phénomène de cascade de doublements de période





## Analyse de stabilité

## Résultats au BA du rotor 37



CRF RL-HBM au BA : solutions stables (—) et instables (---)  
 bifurcations : point de retournement (LP) et Neimark-Sacker (NS)

- solutions de haute amplitude stables
- bifurcations détectées autour de la branche 13,5  $T$ -periodique prévue par l'IT
- identification de zones d'intérêt



## Aube de soufflante : rotor 67

- **extension** de la méthodologie à d'autres composantes de la turbomachine
- premier étage d'une soufflante à deux étages composé de 22 aubes<sup>28</sup>
- aube plus flexible  $\Rightarrow$  dynamique plus riche

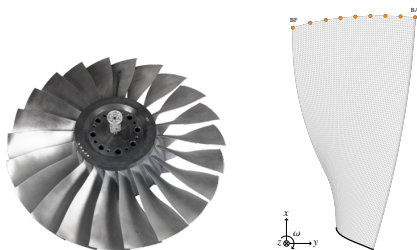


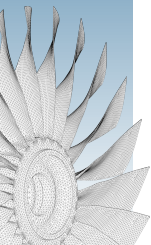
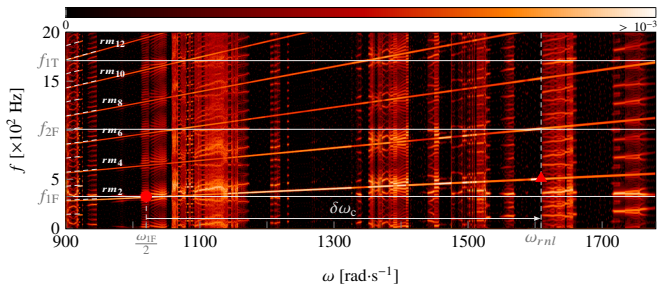
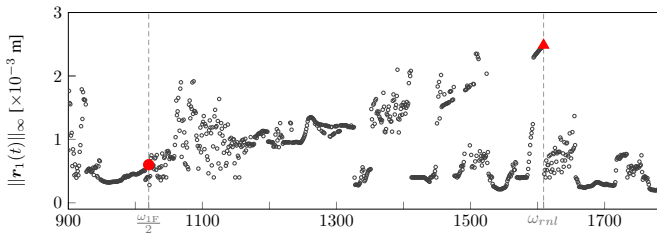
Fig. NASA rotor 67 : roue complète et maillage éléments finis

- modèle éléments finis 3D de l'aube de référence
- réduction modale via la méthode de Craig-Bampton
  - ▶ interface de contact : 9 nœuds frontière  $\Rightarrow$  27 ddl physiques
  - ▶ + 12 ddl modaux
- scénario de contact et amortissement modal équivalents



# Aube de soufflante : rotor 67

## Résultats de référence : intégration temporelle





Introduction

Standards  
industriels

RL-HBM

**Industrialisation**

Validation rotor 37

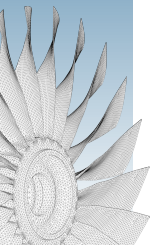
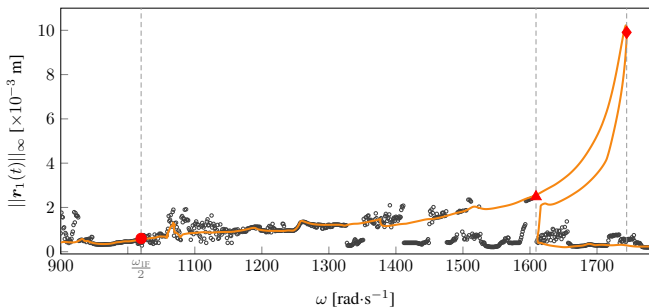
Post-traitement

Stabilité

**NASA rotor 67**Roue aubagée  
industrielleConclusion et  
perspectives

# Aube de soufflante : rotor 67

## Comparaison IT/RL-HBM au BA du rotor 67





Introduction

Standards  
industriels

RL-HBM

**Industrialisation**

Validation rotor 37

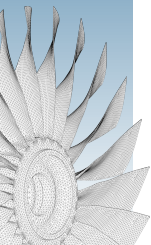
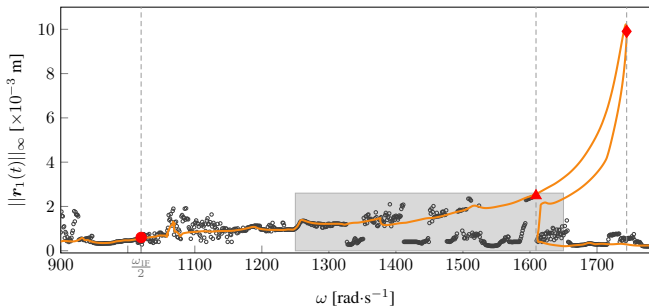
Post-traitement

Stabilité

**NASA rotor 67**Roue aubagée  
industrielleConclusion et  
perspectives

# Aube de soufflante : rotor 67

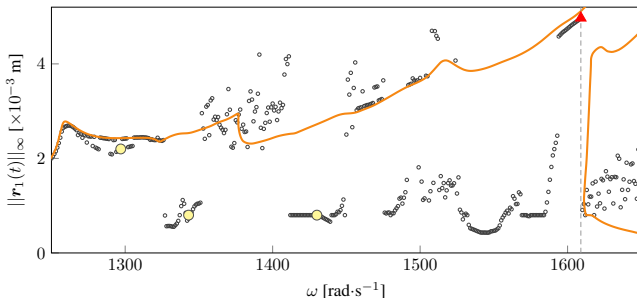
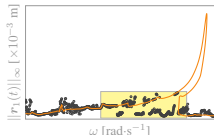
## Comparaison IT/RL-HBM au BA du rotor 67



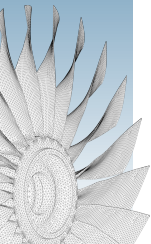


# Aube de soufflante : rotor 67

## Comparaison IT/RL-HBM au BA du rotor 67



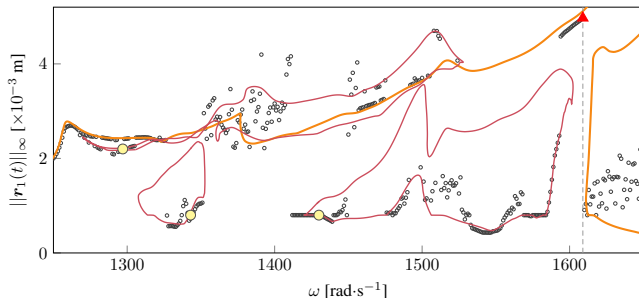
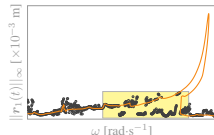
- disparités observées, présence de branches périodiques isolées





## Aube de soufflante : rotor 67

## Comparaison IT/RL-HBM au BA du rotor 67



- disparités observées, présence de branches périodiques isolées
- solutions IT  $\Rightarrow$  itérés initiaux RL-HBM  $\Rightarrow$  détection de 3 isolats (—)
- à nouveau, bon accord global entre l'approche IT et RL-HBM
- $\Rightarrow$  complémentarité des approches



Introduction

Standards  
industriels

RL-HBM

**Industrialisation**

Validation rotor 37

Post-traitement

Stabilité

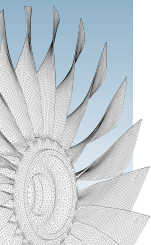
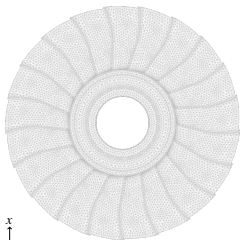
NASA rotor 67

**Roue aubagée  
industrielle**

Conclusion et  
perspectives

# Roue aubagée industrielle

- vers le développement d'un outil industriel...







Introduction

Standards  
industriels

RL-HBM

**Industrialisation**

Validation rotor 37

Post-traitement

Stabilité

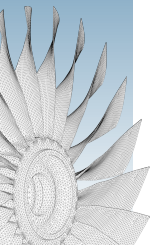
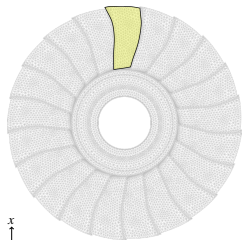
NASA rotor 67

Roue aubagée  
industrielle

Conclusion et  
perspectives

# Roue aubagée industrielle

- vers le développement d'un outil industriel...





Introduction

Standards  
industriels

RL-HBM

**Industrialisation**

Validation rotor 37

Post-traitement

Stabilité

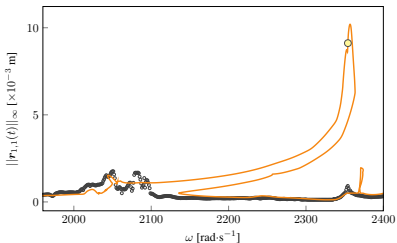
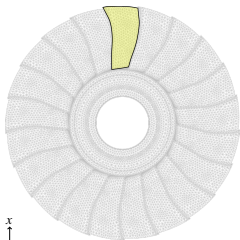
NASA rotor 67

Roue aubagée  
industrielle

Conclusion et  
perspectives

# Roue aubagée industrielle

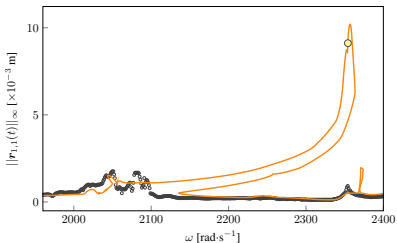
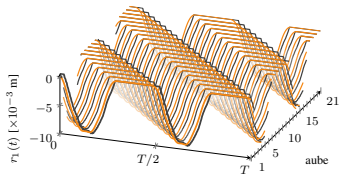
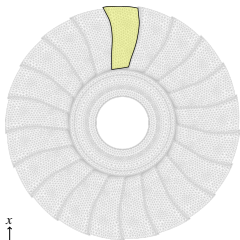
- vers le développement d'un outil industriel...



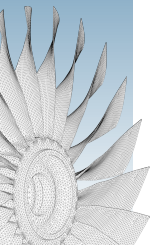


# Roue aubagée industrielle

- vers le développement d'un outil industriel...



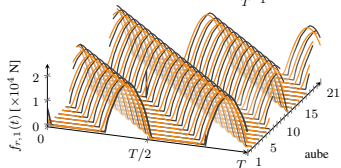
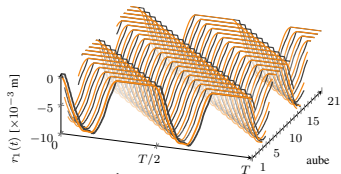
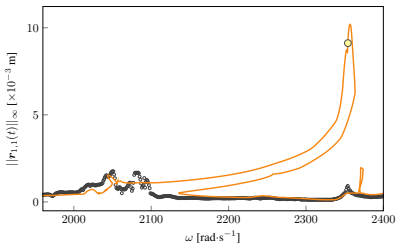
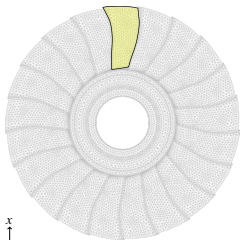
- validation de la résonance non-linéaire



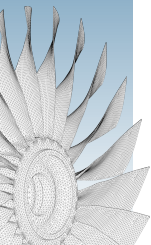


# Roue aubagée industrielle

- vers le développement d'un outil industriel...



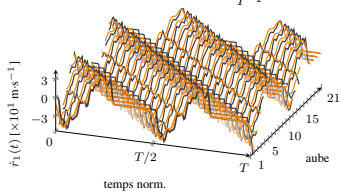
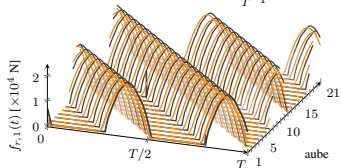
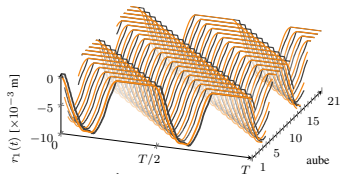
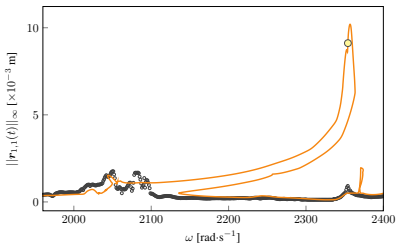
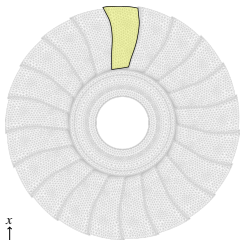
- validation de la résonance non-linéaire



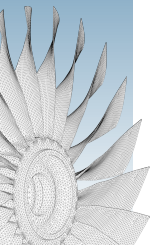


# Roue aubagée industrielle

- vers le développement d'un outil industriel...



- validation de la résonance non-linéaire





Introduction

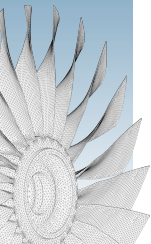
Standards  
industriels

RL-HBM

Industrialisation

Conclusion et  
perspectives

## 5 Conclusion et perspectives

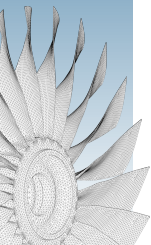




# Conclusion

## Synthèse

- développement d'une approche fréquentielle pour la prédiction des interactions aube/carter + analyse de stabilité
- validation et application sur de nombreux systèmes
- aucune restriction de modélisation par rapport à la stratégie IT de référence
  - ▶ grand nombre de nœuds frontières
  - ▶ gestion tridimensionnelle du frottement
  - ▶ prise en compte des effets inertiels
  - ▶ tout type de déformation du carter
- implémentation haute performance
- compatibilité des entrées/sorties des deux méthodologies
- les paradigmes de résolution temporel et fréquentiel sont nécessaires pour saisir toutes les interactions potentiellement dangereuses





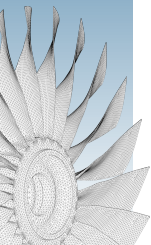
# Conclusion

## Synthèse

- développement d'une approche fréquentielle pour la prédiction des interactions aube/carter + analyse de stabilité
- validation et application sur de nombreux systèmes
- aucune restriction de modélisation par rapport à la stratégie IT de référence
  - ▶ grand nombre de nœuds frontières
  - ▶ gestion tridimensionnelle du frottement
  - ▶ prise en compte des effets inertiels
  - ▶ tout type de déformation du carter
- implémentation haute performance
- compatibilité des entrées/sorties des deux méthodologies
- les paradigmes de résolution temporel et fréquentiel sont nécessaires pour saisir toutes les interactions potentiellement dangereuses

## Perspectives

- gestion de l'usure d'un revêtement abrasable
- développement d'un module d'analyse modale non-linéaire
- intégration dans un processus de conception industriel







## Publications scientifiques

### Articles de revue

- article publié dans le *Journal of Sound and Vibration* en mars 2021<sup>29</sup>
- article accepté dans le *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*<sup>30</sup>

### Actes de conférence

- acte pour le *Joint Congress of the Canadian Society for Mechanical Engineering and CFD Society of Canada* de 2019
- acte pour *ASME Turbo Expo 2021*

---

29. Y. COLAÏTIS et al. *J. Sound Vib.* (2021). doi : 10.1016/j.jsv.2021.116070 - oai: hal-03163560. issn : 0022-460X.

30. Y. COLAÏTIS et al. *J. Eng. Gas Turbines Power, In press.* (2021). issn : 0742-4795.

Introduction

Standards  
industriels

RL-HBM

Industrialisation

Conclusion et  
perspectives

Merci pour votre attention!



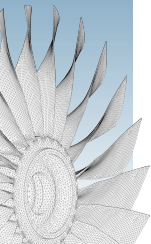
## Annexes

Validation

Stabilité

GUI

## ⑥ Annexes





# Robustesse de la méthodologie

## Effet de la pénétration radiale

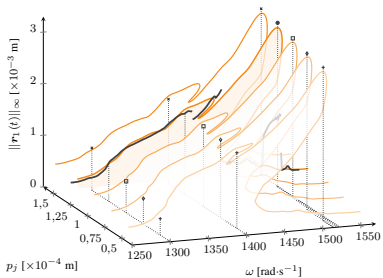


Fig. CRF obtenues par variation de la pénétration radiale au BA

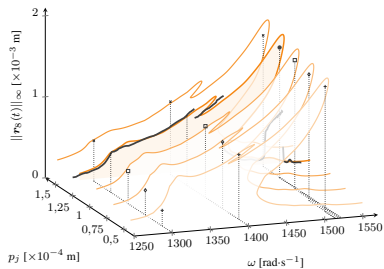
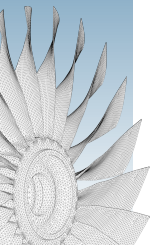


Fig. CRF obtenues par variation de la pénétration radiale au BF





# Robustesse de la méthodologie

## Effet de l'amortissement

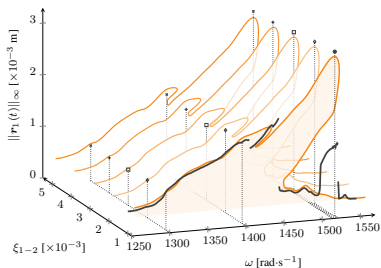


Fig. CRF obtenues par variation de l'amortissement au BA

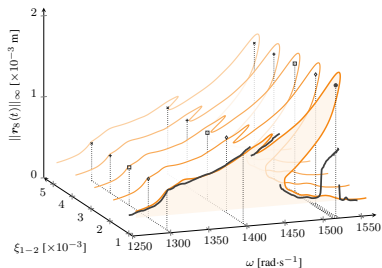
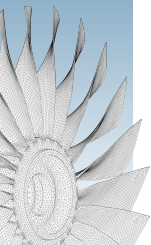


Fig. CRF obtenues par variation de l'amortissement au BF





# Robustesse de la méthodologie

## Effet du coefficient de frottement

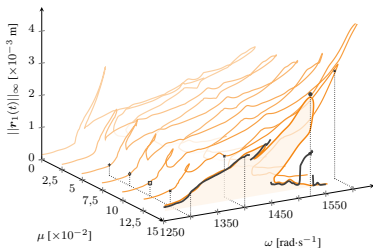


Fig. CRF obtenues par variation du coeff. de frottement au BA

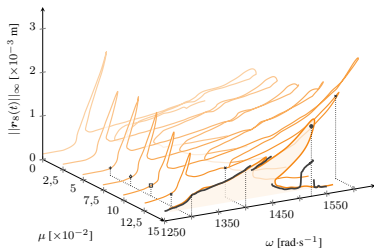
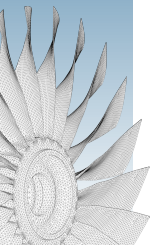


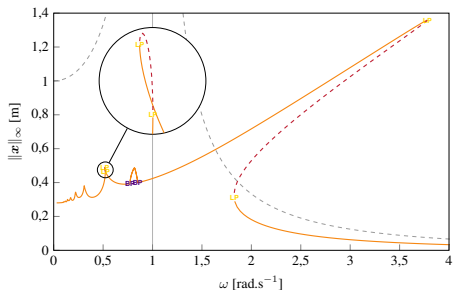
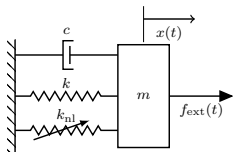
Fig. CRF obtenues par variation du coeff. de frottement au BF



# Analyse de stabilité

## Cas de validation

- Non-linéarité géométrique : oscillateur de Duffing  
*cf. A harmonic-based method for computing the stability of periodic solutions of dynamical systems - A. Lazarus, O. Thomas. 2010 - CRM*

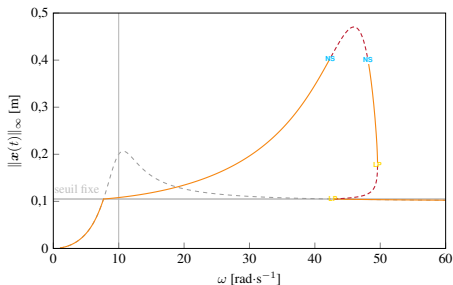
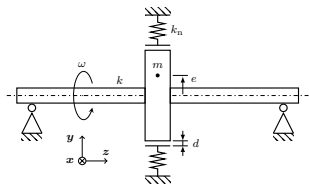




# Analyse de stabilité

## Cas de validation

- Non-linéarité de contact (+ frottement) à seuil fixe : rotor de Jeffcott  
*cf. Bifurcation tracking by Harmonic Balance Method for performance tuning of nonlinear dynamical systems - L. Xie et al. 2016 - MSSP*



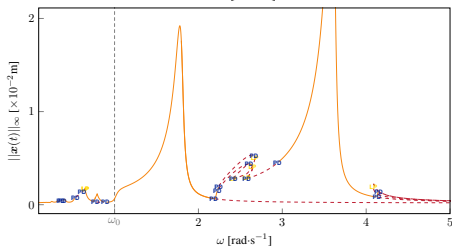
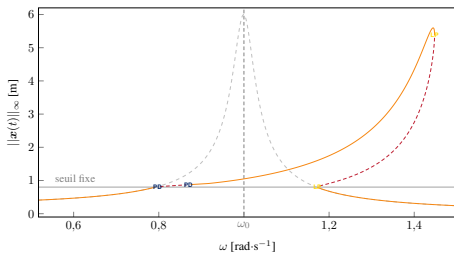




# Analyse de stabilité

## Cas de validation

- Comparaison impacteur à seuil fixe et variable

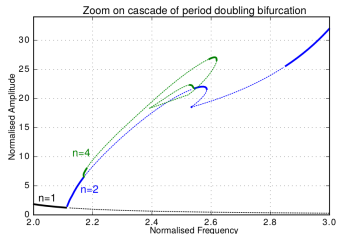
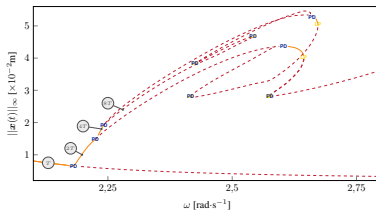
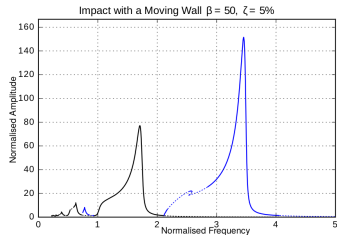
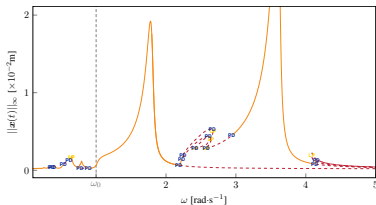




# Analyse de stabilité

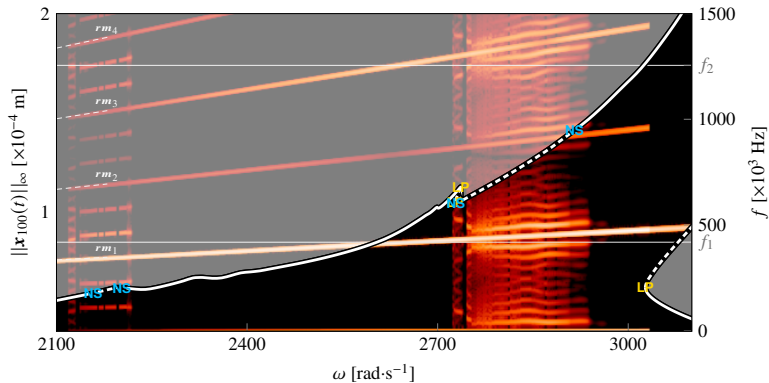
## Validation

- Non-linéarité de contact à seuil **variable** : impacteur  
*cf. Solution techniques for large non-linear vibration - L. Salles. 2018*  
présentation FORced Response Suite



## Analyse de stabilité

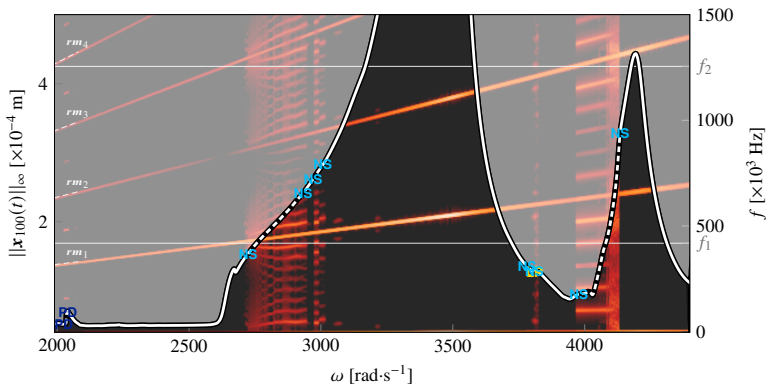
## Barre EF à seuil fixe





## Analyse de stabilité

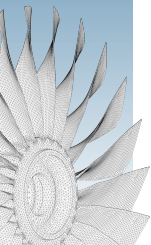
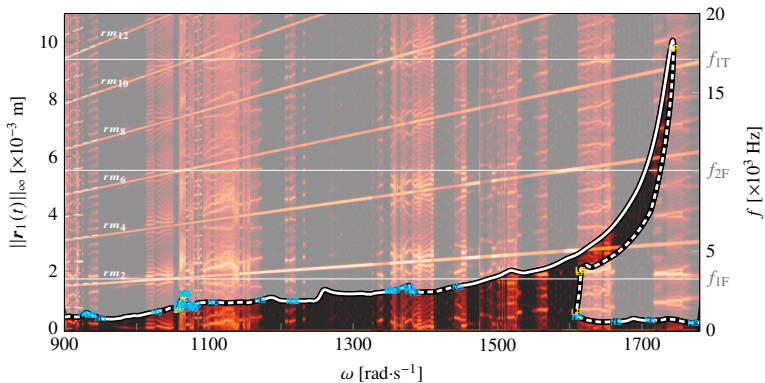
## Barre EF à seuil variable





## Analyse de stabilité

## Rotor 67





# Facilitation du post-traitement

## Interface graphique

