



HAL
open science

Concept de robot à tube concentrique magnétique : introduction et analyse : application aux interventions minimalement invasives

Quentin Peyron

► **To cite this version:**

Quentin Peyron. Concept de robot à tube concentrique magnétique : introduction et analyse : application aux interventions minimalement invasives. Automatique / Robotique. Université Bourgogne Franche-Comté, 2019. Français. NNT : 2019UBFCD050 . tel-03324848

HAL Id: tel-03324848

<https://theses.hal.science/tel-03324848v1>

Submitted on 24 Aug 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**THESE DE DOCTORAT DE L'ETABLISSEMENT UNIVERSITE BOURGOGNE FRANCHE-COMTE
PREPAREE A FEMTO-ST ET ICUBE**

Ecole doctorale n°37

Sciences Pour l'Ingénieur et Microtechniques (SPIM)

Doctorat en Automatique

Par

M. Peyron Quentin

**Concept de robot à tubes concentriques magnétique : Introduction et analyse
Application aux interventions minimalement invasives**

Thèse présentée et soutenue à Besançon, le 05/12/2019

Composition du Jury :

M. Duriez Christian	Directeur de recherche à l'INRIA de Lille, équipe DEFROST	Président
M. Szewczyk Jérôme	Professeur à Sorbonne Universités, ISIR	Rapporteur
M. Briot Sébastien	Chargé de recherche (HDR) au CNRS, LS2N	Rapporteur
M. Haddab Yassine	Professeur à l'université de Montpellier, LIRMM	Examineur
M. Boehler Quentin	Docteur à l'université ETH de Zürich, MSRL	Examineur
M. Andreff Nicolas	Professeur à l'université de Bourgogne Franche-Comté, FEMTO-ST	Directeur de thèse
M. Renaud Pierre	Professeur à l'INSA de Strasbourg, ICube	Directeur de thèse
M. Rabenorosoa Kanty	Professeur à l'ENSMM, FEMTO-ST	Encadrant

SOMMAIRE

Remerciements	1
A propos	3
Introduction	5
1 Robots continus pour la médecine	7
1.1 Robots médicaux pour les interventions minimalement invasives	7
1.1.1 Interventions minimalement invasives : limites actuelles et intérêt de la robotique	7
1.1.2 Types de robots médicaux	10
1.1.3 Discussion	17
1.2 Robots continus	18
1.2.1 Démarche d'analyse adoptée	18
1.2.2 Les robots continus à actionnement extrinsèque	19
1.2.3 Les robots continus à actionnement intrinsèque	25
1.2.4 Les robots continus à actionnement hybride	31
1.2.5 Discussion et proposition	33
1.3 Vers des robots à tubes concentriques magnétiques	37
1.3.1 Déploiement et stabilité des robots à tubes concentriques	37
1.3.2 Espace de travail et comportement des robots continus magnétiques	43
1.3.3 Démarche pour l'étude des RTC-m	45
2 Modélisation géométrico-statique de robot continu : formulation et résolu- tion numérique	47
2.1 État de l'art sur la modélisation des robots continus et sur les méthodes de résolution	47
2.1.1 Modélisation des robots continus	47
2.1.2 Méthodes de résolution	51
2.1.3 Discussion	52
2.2 Développement du modèle	53

2.2.1	Description du robot continu et hypothèses	53
2.2.2	Géométrie du robot continu	54
2.2.3	Équilibre mécanique	57
2.3	Résolution numérique	61
2.3.1	Application de la relaxation dynamique	61
2.3.2	Réglage des paramètres numériques	63
2.4	Évaluation du modèle et de la méthode de résolution	65
2.4.1	Le RTC à deux tubes	65
2.4.2	Le RC-m plan	69
2.4.3	Le RTC à trois tubes hélicoïdaux	73
2.4.4	Le RC-m spatial	74
2.5	Conclusion	75
3	Méthode numérique pour l'analyse des performances et du comportement des robots continus	77
3.1	Méthodes d'analyse existantes pour les RTC et les RC-m	77
3.2	Description de la méthode proposée	81
3.2.1	Approche générale	81
3.2.2	Simulation d'un déploiement	82
3.2.3	Évaluation de la cardinalité	84
3.2.4	Évaluation de la stabilité	85
3.3	Implémentation numérique	88
3.4	Validation	90
3.4.1	Le RTC à deux tubes	90
3.4.2	Le RC-m plan	95
3.5	Conclusion	100
4	Évaluation des capacités de déploiement et de l'espace de travail des RTC et des RC-m	103
4.1	Capacités de déploiement ALFI des RTC	103
4.1.1	État de l'art	103
4.1.2	Longueur d'interaction critique des tubes hélicoïdaux	105
4.1.3	Cardinalité pendant un déploiement ALFI du RTC à 3 tubes	108
4.2	Espace de travail du RC-m spatial	110
4.2.1	État de l'art	110
4.2.2	Prototype et dispositif expérimental	112

4.2.3	Étude numérique en champ homogène	114
4.2.4	Impact des inhomogénéités du champ magnétique	118
4.2.5	Validation expérimentale	121
4.3	Conclusion	123
5	Évaluation du concept de RTC-m	125
5.1	Structures possibles de RTC-m	125
5.2	Dispositif expérimental	128
5.2.1	Conception et fabrication des deux RTC-m proposés	128
5.2.2	Unité d'actionnement	130
5.2.3	Vue d'ensemble du dispositif et repères	132
5.3	Navigation en espace étroit et exploration	134
5.3.1	Description de l'expérience	134
5.3.2	Simulation numérique	137
5.3.3	Évaluation expérimentale	138
5.4	Orientation de l'extrémité autour du site d'opération	142
5.4.1	Description de l'expérience	142
5.4.2	Méthode numérique pour le calcul des variables articulaires pendant la tâche d'orientation	144
5.4.3	Simulation numérique	147
5.4.4	Évaluation expérimentale	152
5.5	Gestion des interactions avec les tissus	157
5.5.1	Description de l'expérience	157
5.5.2	Choix des champs magnétiques pour le contrôle de stabilité	158
5.5.3	Simulation numérique	161
5.5.4	Évaluation expérimentale	163
5.6	Conclusion	165
	Conclusions et Perspectives	167
	Liste des publications	175
I	Annexes	177
A	Développement du modèle géométrico-statique de robot continu par la formule d'Euler-Lagrange	179
A.1	Rappels	179

A.2 Calcul des équations d'équilibre	180
B Exemple de programme de simulation pour CL-MatCont	187

REMERCIEMENTS

Au cours de cette thèse, j'ai pu m'apercevoir que la recherche est une activité qui consiste à faire de la science, mais aussi à s'ouvrir au monde qui nous entoure. C'est un monde de partage, de collaboration et de travail en équipe ... adieu donc le stéréotype du chercheur exilé dans son bureau à gribouiller seul des feuilles de papier jaunies par le café et le temps. Ainsi, le travail présenté dans ce manuscrit a été rendu possible par plusieurs personnes, que j'aimerai maintenant remercier.

J'aimerais remercier tout d'abord les membres de mon jury de thèse, mes rapporteurs Sébastien Briot et Jérôme Szewczyk et mes examinateurs Yassine Haddab, Christian Duriez et Quentin Boehler, pour le temps qu'ils ont consacré à évaluer le travail de thèse et le manuscrit, ainsi que pour les discussions passionnantes et constructives menées durant la soutenance.

Ensuite, un grand merci à mon équipe de direction, composée de Pierre Renaud, Nicolas Andreff et de Kanty Rabenorosoa, pour m'avoir appris les rudiments du métier de chercheur, m'avoir permis de progresser sur de nombreux points, et pour m'avoir transmis le goût de la recherche. Et le tout dans une ambiance conviviale, bienveillante et studieuse.

Merci également à toutes les personnes avec qui j'ai pu travailler et qui ont rendu cette thèse possible. Je pense notamment à Quentin Boehler, qui a permis de monter la collaboration avec le laboratoire MSRL de l'ETH Zürich et dont le soutien technique a été indispensable, et à Bradley J. Nelson, qui m'a accueilli au sein de son laboratoire. Je pense également aux ingénieurs et techniciens du département AS2M, Patrick Rougeot, Pierre Roux et François Marionnet, sans qui mes prototypes n'auraient pas pu voir le jour.

Plus globalement, j'aimerais remercier l'ensemble des doctorants et des personnels de l'équipe AVR et du département AS2M, pour leur soutien, leur aide ponctuelle et la bonne ambiance qu'ils véhiculent, sans quoi le doctorat aurait été bien plus difficile.

Enfin, j'aimerais remercier de tout mon coeur ma famille pour leur soutien, et en particulier Cécile pour avoir été là pour moi dans les moments durs, et mes parents pour m'avoir soutenu moralement et financièrement, et pour m'avoir permis de réaliser aujourd'hui un rêve d'enfant.

A PROPOS

Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit sont le fruit d'une collaboration entre le département AS2M de l'institut FEMTO-ST à Besançon, et l'équipe Automatique Vision Robotique du laboratoire ICube à Strasbourg. L'équipe d'encadrement comprend Nicolas Andreff, professeur à l'Université de Bourgogne Franche Comté, Kanty Rabenoso, maître de conférences à l'école d'ingénieur ENSMM et Pierre Renaud, professeur à l'école d'ingénieur INSA de Strasbourg.

Les travaux de thèse ont été soutenus d'une part par le Labex CAMI (Computer Assisted Medical Interventions) qui rassemble 6 laboratoires en France autour du développement des gestes médico-chirurgicaux assistés par ordinateur, dont ICube à Strasbourg. Ils ont été soutenus d'autre part par la Région Bourgogne-France-Comté. La première moitié de la thèse s'est déroulée à Strasbourg dans les locaux de l'équipe AVR à l'IRCAD, ce qui a permis de bénéficier notamment de l'expertise disponible sur les robots à tubes concentriques et sur les outils d'analyse de mécanismes flexibles. La seconde moitié de la thèse s'est déroulée à Besançon dans les locaux de département AS2M à l'ENSMM. Cela a permis notamment de profiter des moyens de fabrication et de l'expérience de l'équipe concernant la réalisation de robots à tubes concentriques.

Une partie du travail de thèse a également été réalisé en collaboration avec le laboratoire Multi-Scale Robotics Lab de l'université ETH à Zürich, dirigé par Bradley J. Nelson, professeur à l'ETH Zürich, et plus particulièrement avec Quentin Boehler. Ils ont apporté leur savoir faire et leur expérience dans la conception, la fabrication et la commande de robots continus à actionnement magnétique. Ils ont également mis à disposition le système de navigation magnétique Cardiomag pour les expériences réalisées dans ce travail. Deux mobilités de 4 et 3 semaines ont été réalisées à Zürich. Elles ont été financées par le Labex ACTION et la graduate school EUR EIPHI de l'Université de Bourgogne-Franche-Comté.

INTRODUCTION

Durant une intervention médicale minimalement invasive, l'accès pour réaliser un geste médical est obtenu en cherchant à minimiser la taille des incisions requises dans le corps du patient. Différentes stratégies ont été proposées pour déployer les outils nécessaires au geste, impliquant de passer à travers des incisions ou une voie naturelle du corps. Ce type d'intervention induit de fortes contraintes sur le maniement des outils pour ce qui est de leur déploiement jusqu'au site d'opération, de leur manipulation autour de l'organe d'intérêt et du contrôle de leur interaction avec les tissus. Introduire des robots médicaux dans la salle d'opération peut permettre de gérer la manipulation complexe de ces outils, permettant au médecin d'améliorer ses performances tout en simplifiant les gestes qu'il doit réaliser.

L'évolution des robots médicaux et l'évolution des gestes médicaux sont deux processus qui vont de paire. La réduction de l'invasivité des gestes et les exigences des médecins en matière d'utilisation des outils motivent le développement de robots médicaux toujours plus performants. Dans l'autre sens, l'apparition de nouvelles technologies pour le déploiement et la manipulation d'outils rend possible des interventions qui sont impossibles ou très difficiles à réaliser manuellement. C'est le cas par exemple de l'inspection des cellules olfactives, qui nécessite de déployer une sonde en passant par le canal tortueux, étroit et fragile que constitue la fosse nasale. Cette intervention a été rendue envisageable en considérant dans [Girerd et al., 2018a] un type de robot continu appelé robot à tubes concentriques, qui est capable de se déployer en suivant parfaitement un chemin tortueux pré-déterminé sans contact avec les parois et qui peut être construit à de faibles diamètres.

Cette thèse s'inscrit dans cette recherche de robots médicaux performants visant à rendre faisable ou à faciliter des gestes médicaux minimalement invasifs. Nous nous focalisons en particulier sur les gestes qui imposent des contraintes fortes en terme d'accès au site d'opération, d'orientation et de positionnement de l'outil et de contrôle de ses interactions avec les tissus. La stratégie utilisée pour concevoir le robot consiste à étudier les différents types de robots médicaux existants, à sélectionner ceux qui semblent le plus correspondre à nos besoins et à les fusionner. Elle va nous amener à considérer deux types de robots continus, les robots à tubes concentriques (RTC) et les robot continus magnétiques (RC-m), qui ont des capacités de déploiement et des espaces de travail atteignable intéressants et complémentaires. Nous proposons alors un nouveau concept de robot continu, le RTC magnétique (RTC-m), pour les interventions minimalement invasives qui combine ces deux stratégies d'actionnement. Le comportement d'un tel type de robot n'est cependant pas trivial, du fait notamment de l'existence d'instabilités apportées par l'actionnement concentrique et l'actionnement magnétique. Ces phénomènes peuvent mener le robot à changer brutalement de forme au cours de son déploiement, et ainsi provoquer des interactions non-contrôlées entre le robot et les tissus environnants. L'objectif de cette thèse est donc d'étudier le concept de RTC-m afin de pouvoir profiter de ses performances accrues tout en assurant un comportement sûr et contrôlé vis à vis du patient.

Cette étude est réalisée en deux temps. Dans un premier temps, les performances des

deux robots continus à son origine sont évaluées en termes de capacité de déploiement et d'espace de travail. En effet, les connaissances de ces performances sont à notre sens limitées et insuffisantes, du fait notamment du manque d'outils numérique pour les évaluer en prenant en compte les phénomènes d'instabilité. L'évaluation des performances des RTC et des RC-m passe donc par l'établissement d'un modèle de comportement réaliste et le développement d'une méthode numérique qui est robuste à ces phénomènes et qui permet de les étudier. Dans un second temps, les performances apportées par le concept de RTC-m sont étudiées en suivant une approche expérimentale.

Le manuscrit de thèse est organisé en conséquence en cinq chapitres.

Nous commençons par réaliser un état de l'art des différents types de robots médicaux existants en **Chapitre 1**. Nous cherchons notamment à renseigner pour chacun leur capacité de déploiement, d'orientation et de positionnement des outils ainsi que de contrôle des interactions avec les tissus. Cela nous amène à considérer les robots continus, et parmi les différentes stratégies d'actionnement existantes, l'actionnement par tubes concentriques et l'actionnement magnétique. Le concept de RTC-m est alors introduit, en discutant de ses performances potentielles ainsi que des informations manquantes à obtenir pour envisager son utilisation.

Un modèle décrivant le comportement des robots continus et adapté à l'étude des phénomènes instables cités précédemment est construit en **Chapitre 2**. Nous choisissons de le résoudre avec la relaxation dynamique, accompagnée d'une méthode de réglage originale, qui nous semble pertinente au regard des méthodes habituellement utilisées dans la littérature. La mise en place du modèle et de la méthode numérique associée s'accompagne d'une phase de validation en prenant comme référence des solutions analytiques de modèle de RTC et de RC-m simples.

En **Chapitre 3**, la méthode numérique pour l'analyse des performances des robots continus est présenté. Elle s'appuie sur des algorithmes de continuation numérique, d'analyse de bifurcation et d'évaluation de stabilité élastique. Le principe de chaque algorithme est présenté, ainsi que son application au cas des RTC et des RC-m. Des informations concernant l'implémentation de l'outil numérique sont également fournies. Les résultats fournis par la méthode numérique sont ensuite validés en les comparant à des résultats de référence de la littérature, concernant notamment les RTC à deux tubes et les RC-m évoluant dans un plan.

Les capacités de déploiement des RTC et d'espace de travail des RC-m sont étudiées à l'aide de la méthode numérique dans le **Chapitre 4**. L'objectif est de fournir les informations manquantes sur les performances de ces robots, décrites plus en détail dans ce chapitre, pour des conceptions de robot déjà envisagées pour des interventions médicales. Les études réalisées portent notamment sur les RTC composés de tubes hélicoïdaux et sur les RTC composés de trois tubes. Elles portent également le RC-m spatial, pour lequel l'espace de travail et les phénomènes d'instabilité ont été très peu étudiés. Ces derniers résultats font de fait l'objet d'une validation expérimentale.

En **Chapitre 5**, le concept de RTC-m est finalement étudié expérimentalement. L'étude a pour objectif de mettre en évidence les capacités des RTC-m en terme de déploiement, d'orientabilité de l'extrémité et de gestion de stabilité élastique. En particulier, trois expériences sont mises en place, basées sur des scénarios inspirés des interventions minimalement invasives. L'étude a nécessité la conception et la fabrication d'un prototype. Elle s'accompagne également de simulations numériques réalisées avec les outils développés au cours de la thèse.

ROBOTS CONTINUS POUR LA MÉDECINE

1.1/ ROBOTS MÉDICAUX POUR LES INTERVENTIONS MINIMALEMENT INVASIVES

1.1.1/ INTERVENTIONS MINIMALEMENT INVASIVES : LIMITES ACTUELLES ET INTÉRÊT DE LA ROBOTIQUE

Les interventions médicales intra-corporelles peuvent consister en des interventions chirurgicales, des administrations de médicament ou des diagnostics. Elles nécessitent de la part des médecins ou des chirurgiens de se “frayer” un chemin à travers la peau, les muscles et les autres organes d’un patient avec ses outils pour accéder au site d’opération visé. Depuis plusieurs décennies, les techniques d’intervention ont évolué de manière à minimiser la taille des incisions requises pour obtenir cet accès. Cela permet de réduire les traumatismes causés sur le corps du patient, de réduire son temps de convalescence et de minimiser les risques de complications post-opératoires [Fuchs, 2002]. Ces pratiques médicales sont dites minimalement invasives, et ont prouvé leur intérêt clinique et scientifique tout d’abord pour des gestes au niveau de l’abdomen, avec une première opération sur patient humain en 1910 [Litynski, 1997], puis dans d’autres régions du corps comme le thorax [Schwartz et al., 1997, West, 2017] et la tête [Governale, 2015]. Cependant, l’évolution de ces pratiques s’accompagne aussi d’une complexification du geste médical pour ce qui est de l’accès au site d’opération, du positionnement et de l’orientation des outils dans le corps et du contrôle des interactions entre les outils et les tissus environnants. L’apport d’une intervention minimalement invasive dépend de la stratégie utilisée pour déployer les outils chirurgicaux jusqu’au site d’opération. On peut distinguer à l’heure actuelle trois stratégies différentes, qui sont représentées sur la Figure 1.1.

La première stratégie consiste à fixer les outils (4) à l’extrémité de tiges rigides (1) et à les insérer dans le corps à travers plusieurs ports d’entrée (3), comme c’est le cas en chirurgie laparoscopique [Fuchs, 2002] dont un schéma est présenté sur la Figure 1.1a. Les incisions réalisées sur la peau correspondent au diamètre de l’outil, et éventuellement du trocart utilisé pour stabiliser le port d’entrée. Cette approche permet d’atteindre des organes proches des parois extérieures du corps en minimisant la taille des incisions. Cependant, l’espace de travail en position et en orientation des outils est limité par la pré-

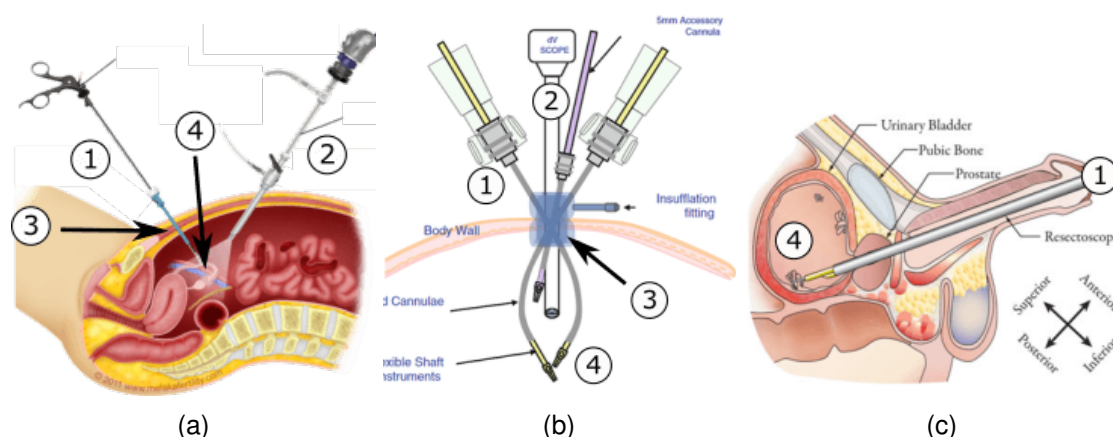


FIGURE 1.1 – Différentes stratégies pour accéder au site d'opération. a) chirurgie laparoscopique¹ : plusieurs outils sont insérés à travers plusieurs incisions. b) chirurgie par port unique : plusieurs outils sont insérés à travers un seul point d'incision [Kroh et al., 2011]. c) Intervention par voie naturelle : plusieurs outils sont passés à travers une voie naturelle (ici l'urètre) [Hendrick et al., 2015b]. 1 : Tige rigide. 2 : Endoscope. 3 : port d'entrée. 4 : Outil.

sence des ports d'entrée. De plus, il est difficile de contrôler et de percevoir de manière fine les efforts exercés sur les tissus pendant l'opération : les tiges rigides insérées dans le corps induisent un effet de bras de levier et des frottements au niveau du port d'entrée. Ces phénomènes déforment les mouvements du médecin et les efforts qu'il veut appliquer sur les tissus [Nisky et al., 2012]. La perception des efforts appliqués est aussi complexe. Comme il n'a pas une vision directe avec le site d'opération, le médecin doit se fier à des images provenant généralement d'endoscopes (2). Ces dispositifs d'imagerie fournissent une quantité limitée d'information, dépendant notamment du champ de vision et de la qualité des images obtenues.

La seconde stratégie consiste à déployer les outils à travers un port d'entrée unique, dont le diamètre peut atteindre jusqu'à 50 mm, réduisant le nombre d'incisions [Rao et al., 2011]. Elle est représentée sous la forme d'un schéma sur la Figure 1.1b. Les difficultés liées aux interventions à trocart unique sont de même nature que celles identifiées précédemment. Elles sont amplifiées par l'utilisation d'un seul port d'entrée. Les outils doivent être manipulés en évitant les collisions entre eux, ce qui ajoute des contraintes supplémentaires et réduit l'espace de travail atteignable avec les outils.

La troisième stratégie consiste à utiliser les voies naturelles du corps pour atteindre le site d'opération, comme présenté sur la Figure 1.1c dans le cas d'une opération transurétrale. Les outils sont donc déployés dans des zones comme la bouche, le nez, les oreilles, l'urètre, le vagin, l'anus ou encore le réseau sanguin de manière à atteindre l'organe d'intérêt dans le corps. Ces organes sont alors directement accessibles depuis la voie naturelle, ou bien il est nécessaire de réaliser une incision dans la paroi interne de cette dernière. On parle alors de NOTES, acronyme de *Natural Orifice Transluminal Endoscopic Surgery* en anglais. Cette dernière stratégie a l'avantage de réduire les risques d'infection post-opératoires, en grande partie dus à la flore bactérienne présente sur la peau [McGee et al., 2006]. De plus, les cicatrices ne sont plus visibles depuis l'extérieur

1. Laparoscopic Surgery. Causes, symptoms, treatment <http://dxline.info/diseases/laparoscopic-surgery>

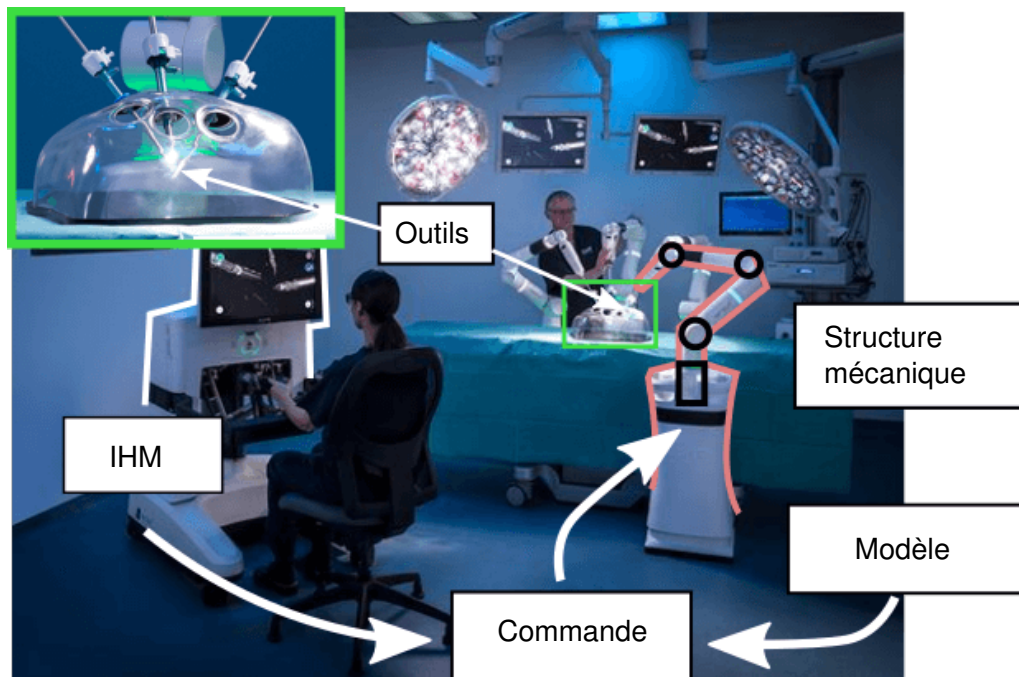


FIGURE 1.2 – Système robotique pour les interventions médicales minimalement invasives, intégré à une salle d’opération et manipulé par un médecin. Image modifiée tirée du site internet¹.

du corps. Les interventions par les voies naturelles sont complexes à plusieurs niveaux, et en particulier en terme d’accès au site d’opération. Les voies naturelles peuvent en effet être constituées de canaux étroits et/ou tortueux. Les intestins et le réseau sanguin sont deux exemples de voies naturelles tortueuses empruntées usuellement par les chirurgiens. Les intestins s’enroulent en effet plusieurs fois sur eux même le long du tube digestif [Javadzadeh et al., 2012]. Les artères du réseau sanguin constituent de leur côté un réseau complexe de canaux avec de nombreux embranchements [Jayender et al., 2008a]. Le nez et les oreilles constituent deux exemples de voies naturelles étroites, puisqu’ils sont composés de canaux dont le diamètre peut descendre jusqu’au millimètre suivant les régions [Dahroug et al., 2018, Girerd et al., 2018a]. Le médecin doit donc déployer ses outils de manière à suivre des trajectoires complexes et sans endommager les tissus de la voie naturelle en elle-même. Il a besoin pour cela de gérer un grand nombre de mobilités afin de contrôler à la fois la pose de leur extrémité et leur forme, ce qui est difficile à faire avec des outils manuels [Bell et al., 2012].

Du fait de ces difficultés, le développement des interventions minimalement invasives a demandé en parallèle de développer des outils plus performants. De nombreux travaux ont notamment proposé l’utilisation de structures robotiques pour assister les médecins [Peters et al., 2018]. L’architecture générale d’un système robotique pour le médical est présentée sur la Figure 1.2. Les outils nécessaires au geste médical sont portés par une structure mécanique, actionnée de manière à générer des mouvements et des efforts. Plusieurs types de capteurs peuvent être intégrés à cette structure, qui fournissent des informations sur la pose des outils et/ou sur les efforts générés sur l’environnement. L’actionnement de la structure est contrôlé par des boucles de commande, qui utilisent

1. Versius Robotic Surgical System Coming to U.S. <https://www.medgadget.com/2018/12/versius-robotic-surgical-system-coming-to-u-s-via-nicholson-center-training-program.html>

les informations fournies par les capteurs proprioceptifs et par des modèles décrivant le comportement géométrique, statique ou dynamique de la structure. Les consignes de ces boucles de commande, en terme par exemple de pose de l'outil autour du site d'opération, sont spécifiées par le médecin via une interface chirurgien-robot.

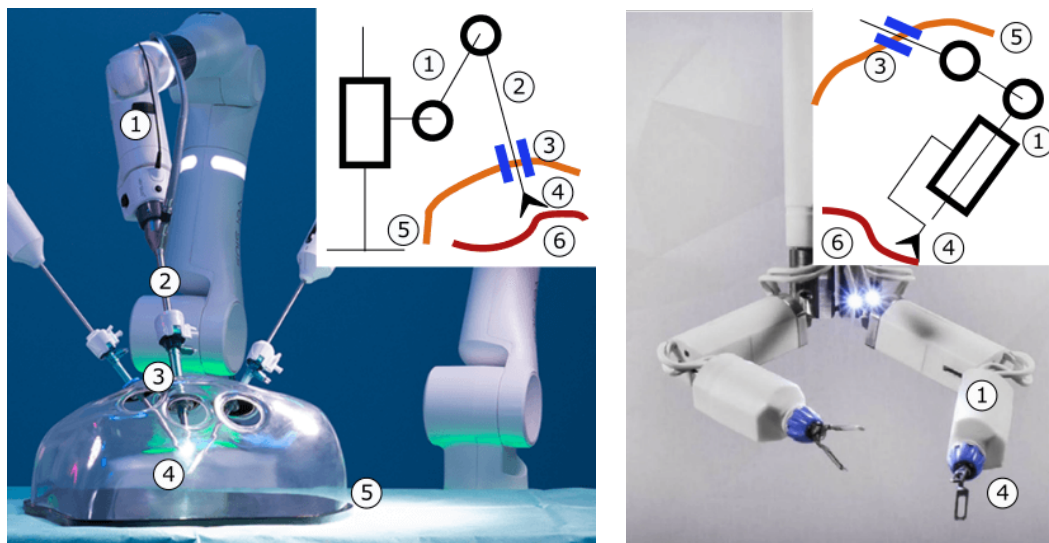
Les systèmes robotiques peuvent fournir plusieurs apports pour les interventions minimalement invasives. Premièrement, ils permettent d'assister le médecin pendant le déploiement des outils vers le site d'opération. Des trajectoires permettant d'atteindre le site d'opération à travers les voies naturelles peuvent être définies à partir d'images pré-opératoires et suivies de manière automatique [Li et al., 2018, Leibrandt et al., 2016]. Deuxièmement, ils permettent de gérer un nombre élevé de degrés de liberté et ainsi de gérer les contraintes liées au passage des outils. Cela permet de traduire le positionnement et l'orientation des outils en des commandes simples et intuitives à effectuer par le médecin, réduisant notamment le temps de formation de ces derniers au geste médical [Yohannes et al., 2002]. Troisièmement, ils peuvent assister le médecin dans le contrôle de ses interactions avec les tissus du corps pendant le déploiement et l'opération en elle-même. Des trajectoires spécifiques qui permettent d'atteindre le site d'opération en évitant les tissus sains et sensibles peuvent être parcourues automatiquement [Leibrandt et al., 2016, Girerd et al., 2018a]. De plus, les systèmes robotiques peuvent aussi permettre de contrôler les efforts exercés pendant le déploiement [Bajo et al., 2013] ou pendant l'opération lorsqu'une mesure de ces efforts est disponible.

La réalisation des gestes médicaux dépend en particulier de la stratégie de déploiement des outils dans le corps. Les systèmes robotiques développés ont donc été conçus en fonction du geste à réaliser. Ils diffèrent notamment au niveau de leur structure mécanique, qui définit la mobilité, l'espace de travail et l'encombrement du robot. Ces structures mécaniques peuvent être réparties en trois types que nous analysons en section suivante : des manipulateurs série composés d'éléments rigides [Peters et al., 2018], des robots hyper-redondants composés d'une multitude d'éléments rigides ou flexibles [Burgner-Kahrs et al., 2015], et des robots mobiles se déplaçant dans le corps pour atteindre le site d'opération [Shamsudhin et al., 2017]. Parmi les types de robots mobiles existants, nous écartons ici les micro-robots susceptibles d'évoluer dans un milieu aqueux [Martel et al., 2009, Nelson et al., 2010, Sitti et al., 2015]. Les efforts disponibles pour réaliser un geste ainsi que leur espace de travail sont en effet drastiquement différents et leur champ applicatif distinct de celui des autres systèmes.

1.1.2/ TYPES DE ROBOTS MÉDICAUX

MANIPULATEURS SÉRIE

Les manipulateurs série sont utilisés pour les interventions par ports d'entrée multiples et par port unique. Ce type est présent dans la littérature sous la forme de deux variantes. La première a pour but de manipuler les outils depuis l'extérieur du corps comme pendant une intervention manuelle. Les bras du médecin sont alors remplacés par un ou plusieurs manipulateurs série, qui permettent d'obtenir des mobilités similaires. Comme illustré sur la Figure 1.3a, chaque manipulateur est composé de segments rigides ① liés entre eux par des liaisons mécaniques, au bout desquels les outils nécessaires au geste médical ④ sont fixés. Les outils sont fixés à l'extrémité de tiges rigides ②, et



(a) Manipulateurs à l'extérieur du corps. Système *Versius* développé par *CMR Surgical*.

(b) Manipulateurs à l'intérieur du corps. Système de chirurgie à trocart unique développé par *Virtual Incision*.

FIGURE 1.3 – Types de manipulateur sériel. 1 : Segments rigides liés par des liaisons mécaniques, 2 : Tige rigide portant les outils, 3 : Port d'entrée, 4 : Outil médical, 5 : Paroi extérieure du corps, 6 : Tissu à traiter

sont introduits dans le corps à travers des incisions (3) dans la paroi extérieure (5) du corps. Chaque bras fournit en général 6 ou 7 degrés de liberté, permettant de positionner et d'orienter les outils pendant l'opération [Konietschke et al., 2009, Miroir et al., 2010, Varma et al., 2006, Karas et al., 2007, Peters et al., 2018].

Cette variante permet d'atteindre des sites d'opérations qui sont proches des parois extérieures du corps. Dans l'abdomen, les systèmes *Da Vinci* et *Versius* ont été utilisés pour opérer sur des organes comme le colon, la vésicule biliaire [Armijo et al., 2018] ou les parties génitales par exemple, qui sont facilement atteignables après avoir passé la paroi abdominale. Les systèmes de bras déployés à l'intérieur de l'abdomen et fixés à la paroi ne peuvent atteindre qu'un nombre limité d'organes. Dans la tête, les systèmes *NeuroMate* [Varma et al., 2006] et *Neurobot* [Karas et al., 2007] ont été utilisés pour opérer sur les zones du cerveau se trouvant au contact de la boîte crânienne. Le système *Robotol* [Miroir et al., 2010] a quant à lui été utilisé pour opérer dans l'oreille moyenne, qui est accessible depuis l'extérieur du corps en passant par le canal auditif. Du fait de son nombre limité de degrés de liberté, ce type structure ne peut adopter des formes complexes tout en gardant la faculté de contrôler la pose de outils. Il est donc en général difficile d'atteindre un site profondément dans le corps tout en évitant les zones sensibles et en réalisant l'opération. Mis à part l'accès au site d'opération, les manipulateurs sériel opérant depuis l'extérieur du corps permettent de gérer les mobilités requises pour réaliser des interventions laparoscopiques. On dispose par ailleurs de modèles de comportement précis décrivant la statique et la dynamique de ces robots, ce qui permet d'assurer le contrôle de leur comportement lors d'interactions avec l'environnement. Cependant, cette variante souffre des mêmes problèmes que pour les interventions manuelles. Les tiges rigides sont toujours contraintes par leur point d'entrée, réduisant ainsi leur espace de travail, et les phénomènes de bras de levier ou de frottements aux points de passage

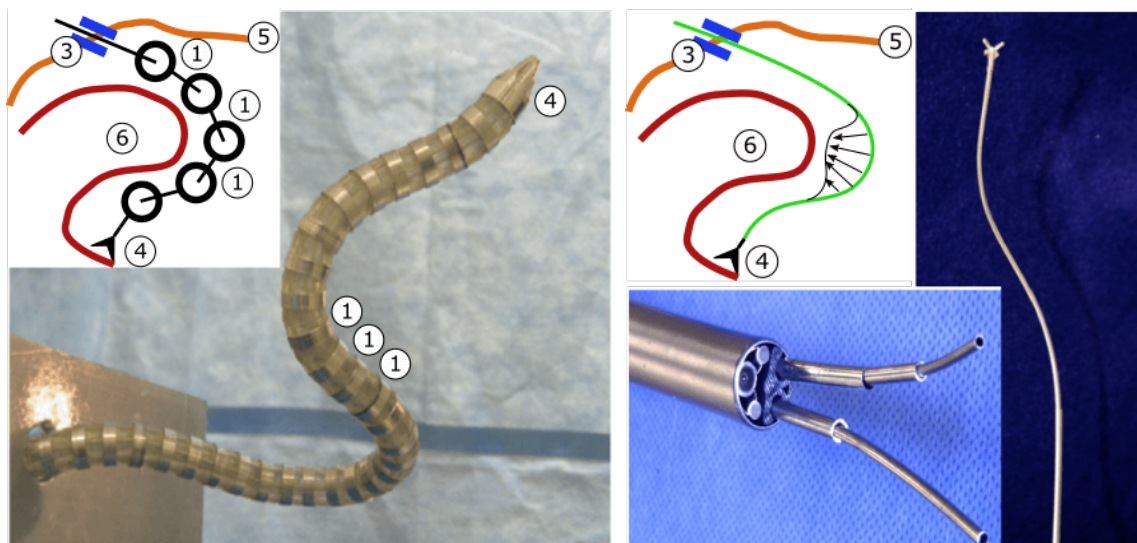
sont toujours présents.

La seconde variante de structure répond en partie à ces problèmes dans le cadre des interventions à trocart unique. Elle propose d'insérer les manipulateurs série à l'intérieur du corps directement [Piccigallo et al., 2010, Lehman et al., 2011, Sánchez et al., 2011, Choi et al., 2014, Leong et al., 2016], comme présenté sur la Figure 1.3b. La manipulation des outils n'est plus impactée par les contraintes au point d'entrée. Cela permet d'obtenir de meilleures performances en termes de positionnement, d'orientation des outils et de contrôle des efforts générés sur les tissus. Néanmoins, cela nécessite de miniaturiser le système robotique pour qu'il soit compatible avec l'approche chirurgicale souhaitée. Il faut notamment trouver des technologies d'actionnement suffisamment compactes pour être intégrées à la structure mécanique. Le système pour la chirurgie à port unique de *Virtual Incision* ainsi que les systèmes développés dans [Piccigallo et al., 2010, Lehman et al., 2011] utilisent des micro-moteurs électriques intégrés dans les segments rigides des bras. Le robot développé dans [Lehman et al., 2011] a en plus la particularité d'être fixé à la paroi abdominale via un principe d'ancrage magnétique. Il est composé d'aimants permanents que le médecin peut venir coller à la paroi en utilisant manuellement un aimant complémentaire depuis l'extérieur du corps. Cela permet de pouvoir déplacer le point d'ancrage du robot qui était jusqu'à présent défini par son point d'entrée, améliorant son espace de travail. L'actionnement magnétique a également été envisagé pour actionner les bras à l'intérieur du corps [Leong et al., 2016], en utilisant des paires d'aimants permanents de part et d'autre de la paroi abdominale pour générer des mouvements de translation et de rotation. Le système *da Vinci SP* pour la chirurgie par trocart unique et le système développé dans [Choi et al., 2014] utilisent quant à eux un actionnement par câbles, permettant de déporter les moteurs à l'extérieur du patient et ainsi réduire l'encombrement des bras à l'intérieur du corps.

ROBOTS HYPER-REDONDANTS

Les robots hyper-redondants possèdent une structure mécanique dont le nombre d'articulations passives est très élevé par rapport aux degrés de liberté actionnés, voir infini [Chirikjian et al., 1991]. Comme illustré sur la Figure 1.4, cette structure est élancée, avec des ratios longueur sur diamètre généralement supérieurs à 10, et porte les outils nécessaires au geste médical (4) à son extrémité. Les robots hyper-redondants ont été considérés dans les interventions minimalement invasives par voie naturelle et par trocart unique. Du fait du nombre élevé de mobilités, ils sont capables de se déployer dans des canaux tortueux tout en ayant la possibilité de positionner et d'orienter les outils. De plus, leurs mobilités passives leur permettent de se déformer au contact de leur environnement et donc de s'adapter à la géométrie de ce dernier plutôt que de l'endommager.

La conception des robots hyper-redondants a été envisagée de deux manières. Une première approche, représentée sur la Figure 1.4a, est de considérer des éléments rigides (1) liés entre eux par des liaisons mécaniques de même nature cinématique [Kim et al., 2014b, Kwok et al., 2013, Rivera-Serrano et al., 2012, Noonan et al., 2011, Degani et al., 2006]. Le nombre de degrés de liberté de la structure est fini et dépend du nombre d'éléments utilisés. Il est de 102 pour le robot décrit dans [Rivera-Serrano et al., 2012]. La construction de cette structure est similaire à celle des manipulateurs séries étudiés précédemment. La différence ici est que les liaisons, du fait de leur nature cinématique équivalente, pilotent les mêmes degrés de liberté de



(a) Robot hyper-redondant fournissant 102 degrés de liberté développé dans [Rivera-Serrano et al., 2012].

(b) Robot continu composé de tubes pré-courbés, dont l'assemblage concentrique crée des efforts qui déforment la structure [Burgner et al., 2011].

FIGURE 1.4 – Types de robots hyper-redondants. 1 : Éléments rigides liés par des liaisons mécaniques, 3 : Port d'entrée, 4 : Outil médical, 5 : Paroi extérieure du corps, 6 : Paroi du canal d'accès / tissu à traiter

la structure en termes de pose de l'extrémité. La structure cinématique est donc redondante, et est même qualifiée de hyper-redondante du fait du nombre élevé de liaisons.

La forme de la structure pendant son insertion dans le corps peut être contrôlée en utilisant une stratégie de commande particulière basée sur des contraintes anatomiques [Kwok et al., 2013] ou en utilisant un assemblage concentrique de robots hyper-redondants [Degani et al., 2006]. Cette dernière approche, où chaque robot est capable de se rigidifier pour servir de guide au second, est très intéressante car permet d'effectuer des déploiements dits "À la file indienne" (ALFI, ou *Follow the Leader* en anglais) où la forme du robot correspond à la trajectoire de son extrémité lors du déploiement (cf. Définition 1). Il est alors possible de se déployer dans des canaux sans contact avec les parois, et donc de respecter leur intégrité. De même que pour la seconde variante de manipulateurs séries, l'insertion de la structure dans le corps impose des contraintes fortes sur son encombrement. Plusieurs technologies d'actionnement ont été proposées pour répondre à cette problématique, comme l'actionnement par micro-moteurs électriques embarqués [Kwok et al., 2013] et par câbles [Kim et al., 2014b, Rivera-Serrano et al., 2012, Degani et al., 2006]. Le plus petit diamètre obtenu est de 10 mm.

La seconde approche consiste à considérer un corps flexible, tracé en vert sur la Fi-

Définition 1 : Déploiement ALFI

Un déploiement est dit "A La File Indienne" (ALFI) le long d'un chemin donné si le corps du robot reste sur ce chemin à tout instant du déploiement.

gure 1.4b dont les déformations sont imposées par les efforts produits par des actionneurs et par les contacts avec l'environnement. Le nombre de degrés de liberté de la structure est alors infini, et cette dernière décrit une courbe continue dans l'espace. Ces robots hyper-redondants sont donc désignés dans la littérature comme des robots continus, dont la définition 2 est tirée de [Burgner-Kahrs et al., 2015]. Ils se différencient par la forme et les propriétés mécaniques de la structure élastique déformée ainsi que par la technologie d'actionnement utilisée [Burgner-Kahrs et al., 2015]. Par exemple, le système SPORT produit par la société *Titan Medical* est composé de deux robots continus actionnés par la traction ou la compression de tiges flexibles parcourant sa périphérie [Seeliger et al., 2019]. Il est destiné aux opérations à trocart unique dans l'abdomen, où les robots continus sont utilisés pour donner au médecin la mobilité requise dans un volume restreint, chaque bras ayant 4 degrés de liberté actionnés et un diamètre de 8 mm. Les cathéters magnétiques, utilisés principalement pour les opérations cardiaques, peuvent également être considérés comme des robots continus dont le corps est très long et flexible et au bout duquel des aimants permanents sont fixés [Filgueiras-Rama et al., 2013]. Cette flexibilité leur permet d'être déployés dans les artères et d'utiliser le contact avec les parois pour se diriger en minimisant le risque de les endommager. L'application d'un champ magnétique extérieur à l'aide d'un système de navigation magnétique, tel que le système NIOBE de Stereotaxis [Carpi et al., 2009], permet de piloter l'orientation de l'extrémité du robot pour se diriger dans le réseau artériel et réaliser un geste une fois arrivé au coeur.

Ces deux exemples illustrent les différentes caractéristiques des robots continus qui les rendent intéressants pour les interventions minimalement invasives. Tout d'abord, ils sont capables de se déployer en profondeur dans le corps, en espace libre comme en chirurgie abdominale ou en milieu liquide comme en chirurgie cardiaque. Leur forme peut être contrôlée par la commande pour satisfaire des contraintes définies par l'utilisateur [Leibrandt et al., 2016] ou pour effectuer des déploiements ALFI le long de trajectoires complexes [Garriga-Casanovas et al., 2018, Neumann et al., 2016]. Ensuite, du fait notamment de l'absence de liaisons mécaniques conventionnelles, ils peuvent être conçus à des diamètres inférieurs à 10 mm et pouvant aller jusqu'en dessous du millimètre pour les applications dans l'oeil [Lin et al., 2015]. Ils peuvent donc être déployés dans des canaux étroits, et fournir la mobilité requise pour réaliser le geste médical dans un volume faible autour du site d'opération. Enfin, ils permettent de limiter les risques de complication pendant l'opération du fait de leur flexibilité naturelle. Cette dernière permet également de lier la forme du robot aux efforts qu'il génère sur son environnement. Mesurer la forme permet alors de mesurer indirectement ces efforts et les contrôler [Bajo et al., 2013, Mahvash et al., 2011b, Xu et al., 2008].

En revanche, leur comportement est plus complexe puisqu'il fait intervenir des phénomènes de déformation élastique, ainsi que des phénomènes liés à la technologie d'actionnement utilisée comme le frottement induit par l'actionnement par câble, par tiges élastiques ou par tubes concentriques [Takahisa et al., 2016, Goldman et al., 2014,

Définition 2 : Robot continu

Un robot continu consiste en une structure flexible, qui se déforme sous l'action d'efforts créés par des actionneurs et en formant courbe le long de laquelle son vecteur tangent évolue de façon continue.

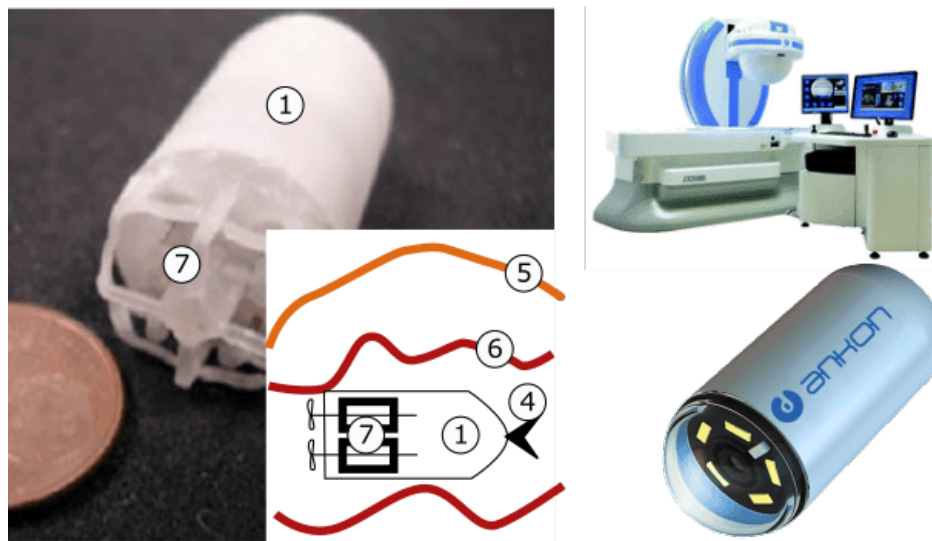


FIGURE 1.5 – Capsule robotisée. A gauche, prototype de [Tortora et al., 2009], propulsé dans l'estomac par des moteurs électriques et des hélices. 1 : Structure principale, 4 : Outil médical, 5 : Paroi extérieure du corps, 6 : Paroi du canal d'accès / tissu à traiter, 7 : Mécanisme de locomotion. A droite, capsule NaviCam de Ankon Technology (en bas) et le système générant le champ magnétique extérieur (en haut).

Lock et al., 2011]. Les modèles utilisés pour décrire ces comportements sont plus complexes et coûteux en terme de temps de calcul, et leur précision est délicate à maîtriser [Liu et al., 2016]. De plus, l'utilisation d'un robot continu nécessite de faire un compromis entre la profondeur jusqu'à laquelle il est capable de se déployer dans le corps et les efforts qu'il est capable de générer pour réaliser une opération. Ces deux capacités dépendent directement de la raideur du corps flexible. Une raideur faible permet de pouvoir rentrer au contact des tissus pendant le déploiement en minimisant les efforts de contact, mais réduit en même temps l'amplitude des efforts qu'il est possible de générer une fois arrivé au site d'opération.

Ces compromis ont motivé le développement de robots continus dont la raideur du corps flexible peut être modulée de manière active. Plusieurs technologies de modulation de raideur ont été proposées, qui ont fait l'objet d'un état de l'art dans [Blanc et al., 2017]. Parmi les technologies existantes, on peut citer par exemple l'assemblage antagoniste d'éléments élastiques [Ataollahi et al., 2016], l'agglomération de plaques [Kim et al., 2013] et de particules [Ranzani et al., 2016, Langer et al., 2018] ou le changement d'état de matériaux par des stimuli de température [Wang et al., 2018, Chautems et al., 2019]. Elles sont encore en cours de développement mais ont déjà permis d'obtenir des robots continus qui semblent plus performants en terme d'espace de travail ou d'efforts générés.

ROBOTS MOBILES

Une solution pour atteindre des zones difficiles d'accès sur le plan anatomique est de réaliser un robot mobile, introduit dans le corps par une voie naturelle ou une incision et étant capable de se déplacer jusqu'au site d'opération pour effectuer le geste médical. La structure du robot mobile doit permettre la réalisation d'une tâche de locomotion et des tâches nécessaires à l'intervention. Comme présenté sur la Figure 1.5, elle consiste

généralement en une structure ① dont la position et l'orientation dans le corps sont réalisées à l'aide d'un mécanisme de locomotion ⑦ et dans lequel sont intégrés les outils médicaux ④.

Le concept de robot mobile a été principalement considéré pour des interventions minimalement invasives sur le tube digestif [Shamsudhin et al., 2017]. Les systèmes proposés prennent l'apparence de capsules qui sont ingérées par le patient et qui sont capables de parcourir l'intégralité du tube en ressortant naturellement par la voie anale. Ces capsules permettent notamment d'atteindre et de parcourir l'intestin grêle malgré sa géométrie complexe. Les capsules robotisées commencent à être utilisées dans les hôpitaux et cliniques pour visualiser le tube digestif. L'outil consiste alors en une caméra endoscopique, dont les images sont envoyées en temps réel au médecin. La locomotion est réalisée en insérant un aimant permanent à l'intérieur de la structure, et en générant des efforts au niveau de cet aimant à l'aide d'un champ magnétique externe. Plusieurs capsules robotisées sont en test cliniques [Rey et al., 2010, Swain et al., 2010], et certaines sont d'ores et déjà commercialisées comme la capsule Navicam de ANKON Technologies Co [Liao et al., 2012].

Leur développement et leur utilisation sont cependant limités du fait de la difficulté d'assurer la mobilité de la capsule dans l'intégralité du tube digestif. Ce dernier est en effet localement rempli de liquide et une zone comme l'intestin est de forme complexe. Différentes technologies de locomotion ont donc été proposées, dont un état de l'art détaillé est fourni dans [Liu et al., 2015]. Pour un milieu rempli de liquide, des mécanismes de propulsion à l'aide d'hélices et de moteurs électriques [Tortora et al., 2009] ainsi que des mécanismes permettant de nager sous l'effet d'un champ magnétique extérieur [Morita et al., 2010] ont été introduits. Ils permettent effectivement de rendre la capsule mobile, mais pour des applications centrées sur l'estomac uniquement et avec un contrôle des déplacements difficiles du fait de la viscosité du fluide en présence [Simaan et al., 2018]. Pour les canaux dont la géométrie est complexe, des mécanismes permettant de ramper sur le modèle du ver de terre ont été proposés avec différentes technologies d'actionnement, comme des chambres pneumatiques dans [Phee et al., 2002], et des fils en alliage à mémoire de forme et des moteurs électriques dans [Kim et al., 2009]. Des mécanismes de marche ont également été proposés dans [Li et al., 2006, Valdastrì et al., 2009]. Le succès et la performance de la locomotion dépendent alors de la géométrie et des propriétés mécaniques des parois. En particulier, le principe de locomotion repose sur les frottements entre le châssis et les parois, qui sont difficilement contrôlables et qui augmentent les risques d'endommager les tissus pendant le déplacement. L'actionnement magnétique de la capsule en utilisant directement les couples et forces produits par un champ magnétique extérieur permet de répondre à ces deux problématiques [Shamsudhin et al., 2017]. Le mécanisme de locomotion consiste dans ce cas en un ou plusieurs aimants permanents embarqués dans le châssis. Changer l'orientation du champ magnétique extérieur par rapport à la capsule permet de générer des couples sur les aimants pour changer l'orientation du robot mobile, et appliquer un gradient de champ permet de générer des forces pour contrôler la position. Cette technologie permet de contrôler la position et l'orientation de la capsule à la fois dans un environnement aqueux et dans un canal à l'air libre, et est moins sensible aux propriétés des parois du tube digestif comme indiqué dans [Shamsudhin et al., 2017]. De plus, elle suggère de concevoir des capsules qui minimisent les frottements entre leur châssis et les parois du tube, diminuant les risques de blessure pendant le déplacement.

1.1.3/ DISCUSSION

Les robots hyper-redondants, et en particulier les robots continus, possèdent à notre sens des capacités intéressantes en ce qui concerne l'accès au site d'opération, l'espace de travail en position et en orientation et l'interaction avec l'environnement, comme introduit ci-après.

Premièrement, ils peuvent être conçus pour atteindre des sites d'opération proches des parois extérieures ou en profondeur dans le corps tout en minimisant les risques de blesser le patient. Pour ce faire, des séquences de déploiement particulières peuvent être utilisées pour que le corps du robot respecte les contraintes anatomiques. Lorsque la stratégie d'actionnement considérée le permet, ils peuvent notamment être déployés de manière ALFI de sorte à assurer que le robot suive un chemin sûr dans le corps. Les propriétés mécaniques du corps du robot peuvent également être choisies de manière à ce que le robot se déforme au contact de son environnement plutôt que de l'endommager. Le contact du robot avec les parois peut alors être utilisé pour le guider jusqu'au site d'opération. De plus, les robots continus peuvent être déployés en espace libre ou à travers des milieux aqueux comme les artères avec une même stratégie d'actionnement.

Deuxièmement, leur nombre élevé de degré de liberté permet de positionner et d'orienter les outils pendant le geste médical tout en respectant les contraintes imposées par le canal d'accès. Leur compacité leur permet de plus d'évoluer dans des canaux étroits ou dans des espaces confinés.

Troisièmement, ils offrent plusieurs possibilités pour gérer les interactions avec les tissus pendant le déploiement et l'opération. La capacité de déploiement ALFI et la conception de robots flexibles par rapport à leur environnement sont deux de ces possibilités. À cela s'ajoute leur flexibilité naturelle, qui permet d'évaluer les efforts appliqués sur leur environnement en mesurant leur forme. Il est alors envisageable de contrôler ces efforts par la commande.

Ces différents avantages ont motivé le développement des robots continus et leur intégration dans des salles d'opération, si bien que des systèmes sont déjà commercialisés à l'heure actuelle [Filgueiras-Rama et al., 2013, Seeliger et al., 2019]. Cependant, les robots continus n'ont pas tous les mêmes capacités et les mêmes performances selon la stratégie d'actionnement et les propriétés mécaniques utilisées. La conception d'une structure de robot continu qui permet d'optimiser les trois critères étudiés ici reste notamment un problème ouvert. Nous choisissons donc de développer cet aspect dans ce manuscrit, ce qui nécessite de réaliser un état de l'art plus approfondi des types de robot continu existants et d'identifier leurs avantages et inconvénients respectifs.

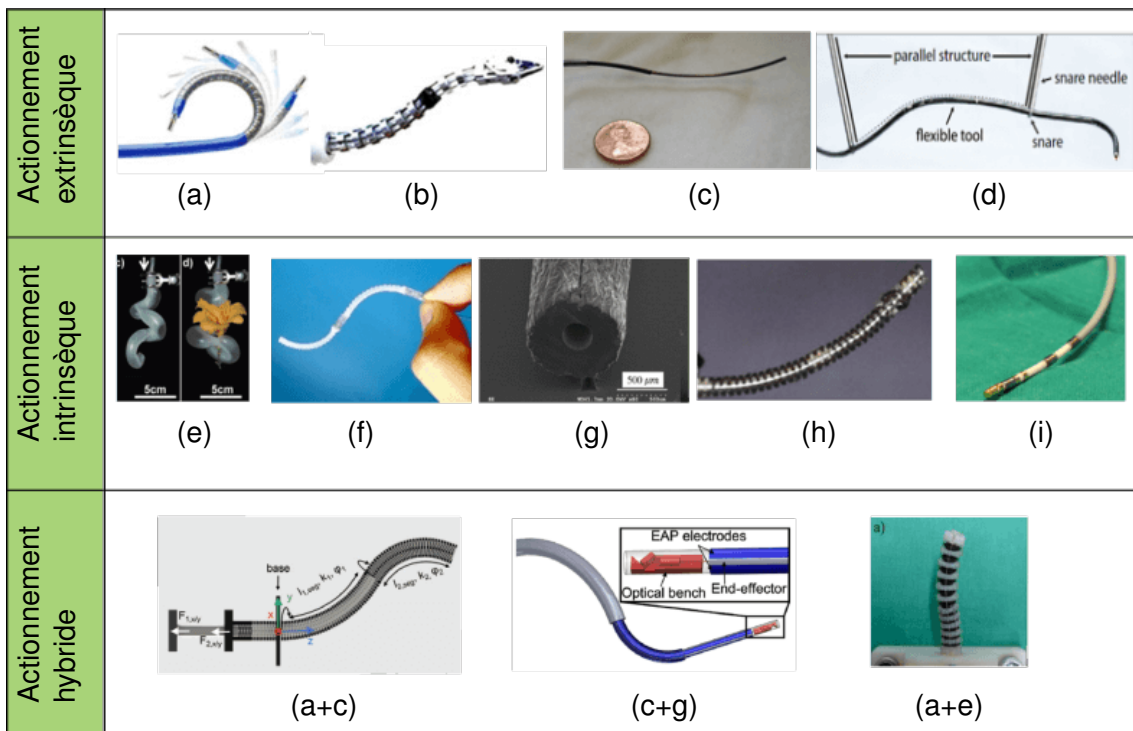


FIGURE 1.6 – Différents types de robot continu recensés à ce jour dans la littérature. Les types de robot sont classés en deux catégories suivant leur stratégie d'actionnement : a) à tendons, b) à colonnes multiples, c) à tubes concentriques, d) à points d'attaches multiples, e) pneumatique, f) hydraulique, g) à polymères électro-actifs, h) à alliages à mémoire de forme, i) magnétique.

1.2/ ROBOTS CONTINUS

1.2.1/ DÉMARCHE D'ANALYSE ADOPTÉE

La conception de robots continus a donné lieu à un nombre important de travaux, dans des contextes différents : dans l'aérospatial [Geng et al., 2018], pour les interventions en milieu sinistré [Tsukagoshi et al., 2001] et en contexte médical [Burgner-Kahrs et al., 2015]. Burgner-kahrs *et al*, menant plus loin la réflexion de Robinson et Davis [Robinson et al., 1999], ont proposé de classer les robots continus selon leur stratégie d'actionnement [Burgner-Kahrs et al., 2015]. Nous adoptons cette classification pour la suite. Elle est réalisée en considérant le lieu où l'énergie mécanique utilisée pour déformer le robot est produite. Ainsi, un robot continu est dit à actionnement intrinsèque si l'énergie mécanique est générée à l'intérieur de la structure flexible, et est dit à actionnement extrinsèque dans le cas contraire. Un robot continu n'est généralement pourvu que d'une seule stratégie d'actionnement. Cependant, des travaux récents ont cherché à combiner ces dernières pour faire évoluer les propriétés des robots continus. Cela permet d'obtenir des robots ayant des capacités uniques en termes d'espace de capacité de déploiement, d'espace de travail ou de raideur par exemple. Nous considérons que ces robots dits à actionnement hybride constituent une troisième catégorie de robots continus, que nous ajoutons à la classification existante. La Figure 1.6 présente les différents types de robots continus développés à ce jour et répartis suivant les trois

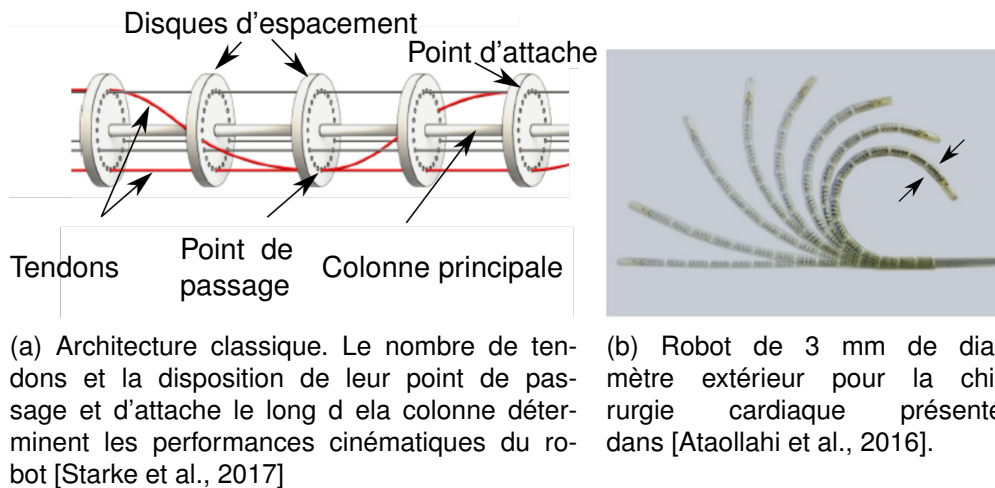


FIGURE 1.7 – Robot continu à tendon.

catégories.

Dans l'état de l'art ci-après, l'objectif est d'identifier la stratégie d'actionnement la plus adaptée pour gérer l'accès au site d'opération, le positionnement et l'orientation des outils sur le site chirurgical et les interactions avec l'environnement. Nous rassemblons donc les différents éléments développés dans la littérature sur ces trois critères pour chaque stratégie d'actionnement. La capacité des robots continus à orienter leur extrémité lorsque cette dernière se trouve au niveau du site d'opération est un critère de performance qui a été peu étudié. Des méthodes pour évaluer cette orientabilité ont été données dans [Wu et al., 2017, Li et al., 2017, Chikhaoui et al., 2016b], mais n'ont été appliquées qu'aux robots à tendons, à tubes concentriques et à actionnement électrique respectivement. Ces travaux ont montré qu'elle augmente avec le débattement angulaire maximal du robot continu. De plus, l'espace de travail en position augmente également avec le débattement angulaire maximal comme expliqué dans [Li et al., 2017]. Cette propriété des robots continus a été évaluée numériquement et expérimentalement à plusieurs reprises dans la littérature. On l'utilise donc ici comme indicateur de la capacité du robot à positionner et orienter son extrémité. Notons finalement que l'état de l'art qui suit est limité aux applications médicales, puisque les performances que l'on cherche à optimiser sont spécifiques à ce type d'application.

1.2.2/ LES ROBOTS CONTINUS À ACTIONNEMENT EXTRINSÈQUE

ROBOTS CONTINUS À TENDONS

Un robot continu à tendons consiste en une poutre élastique, qui constitue la colonne vertébrale du robot, le long de laquelle des tendons sont fixés. Nous utiliserons dans la suite le terme de colonne pour parler des poutres élastiques qui composent les robots continus. Tirer sur ces tendons permet de générer des forces sur la colonne et la déformer. Puisqu'ils ne fonctionnent qu'en traction, les tendons sont utilisés pour solliciter la colonne en flexion et en compression. Afin de pouvoir générer des couples de flexion, leur point d'attache est déporté de la fibre neutre de la colonne comme montré sur la Figure 1.7a. Pour une même tension, le couple de flexion est d'autant plus grand que le déport est important. Les tendons sont également guidés le long de

la colonne de façon à ce qu'ils restent perpendiculaires à sa section au niveau des points d'attache, ce qui permet de maximiser le couple de flexion produit. Le déport et le guidage sont réalisés soit par une succession de disques d'espacements rigides fixés sur la colonne [Takahisa et al., 2016, Kato et al., 2015, Dario et al., 2000], soit par des canaux réalisés dans la colonne elle-même [Ataollahi et al., 2016, Sganga et al., 2017, Donno et al., 2013, Kutzer et al., 2011]. Les perçages dans les disques d'espacement et les canaux déterminent des chemins de passage pour les tendons. Le nombre de degrés de liberté du robot et son espace de travail sont définis par le nombre de tendons, la localisation de leur point d'attache et les chemins de passage le long de la colonne [Rucker et al., 2011, Starke et al., 2017].

Les robots continus à tendons font partie des premiers robots continus à avoir été utilisés pour les interventions minimalement invasives, du fait notamment de leur similarité avec les endoscopes flexibles manuels. Ils ont été considérés dans des applications en chirurgie cardiaque [Ataollahi et al., 2016], en chirurgie gastroscopique [Donno et al., 2013], en chirurgie des sinus [Yoon et al., 2018], en ostéologie [Kutzer et al., 2011, Dario et al., 2000] et en neurochirurgie [Gao et al., 2019, Takahisa et al., 2016, Kato et al., 2015]. Certains robots à tendons sont d'ores et déjà arrivés sur le marché, comme par exemple le système robotique Sensei X produit par Hansen Medical [Kanagaratnam et al., 2008] ou le système Flex produit par Medtronic [Remacle et al., 2015].

Dans les applications médicales citées ci-dessus, les robots à tendons sont souvent utilisés comme poignets dextres fixés à l'extrémité d'un endoscope flexible ou d'un cathéter conventionnel. Ils sont donc déployés à l'intérieur des voies naturelles en s'appuyant sur leurs parois [Sganga et al., 2017, Ataollahi et al., 2016, Remacle et al., 2015, Donno et al., 2013, Kanagaratnam et al., 2008]. Lorsque suffisamment de tendons sont utilisés, en particulier lorsque les robots sont composés de 3 sections actionnées chacune par 3 tendons, ils sont également capables d'effectuer des déploiements ALFI [Gao et al., 2019, Neumann et al., 2016, Palmer et al., 2014] de manière approximée. Le déploiement peut être réalisé en utilisant une stratégie de commande qui minimise l'erreur entre le chemin à parcourir et le corps du robot [Palmer et al., 2014]. Cette erreur peut ensuite être réduite en considérant des sections à longueur variable, qui sont comprimées par l'action des tendons [Neumann et al., 2016].

La réduction du diamètre d'un robot à tendons n'est pas triviale. À couple constant, les efforts dans les tendons doivent augmenter s'ils sont localisés proche de la colonne. La résistance des tendons peut alors être délicate à assurer lorsque le diamètre du robot doit être minimisé en conservant les mêmes déflexions en sortie. Elle dépend en effet du diamètre des tendons qui impactent directement le diamètre extérieur du robot. Le robot à tendon le plus fin réalisé à ce jour atteint 3 mm de diamètre extérieur [Ataollahi et al., 2016].

Puisque générés à l'extérieur du corps, les efforts produits par l'actionnement à tendon permettent de faire varier l'orientation de l'extrémité du robot avec de grandes amplitudes. Par exemple, le robot à tendons pour la biopsie des sinus présenté dans [Yoon et al., 2018] est composé de deux sections, actionnées par 6 tendons pour la première et 3 tendons pour la seconde. Cela lui permet de faire varier l'orientation de chaque section de ± 180 degrés et ± 90 degrés respectivement, et ainsi de pouvoir couvrir une grande portion du sinus maxillaire, malgré les contraintes imposées par son point

d'entrée. Des variations d'orientation de ± 180 degrés et d'au moins ± 90 degrés ont aussi été observés dans [Ataollahi et al., 2016] et [Neumann et al., 2016, Sganga et al., 2017].

Les efforts générés par le robot à tendons sur son environnement peuvent être contrôlés de deux façons. Comme annoncé précédemment, un robot à tendons peut être commandé de manière à réaliser des déploiements ALFI approximés. Cela permet de minimiser les efforts générés par son extrémité et par sa colonne sur l'environnement pendant le déploiement. Ils peuvent aussi être commandés à l'aide de lois de commande spécifiques, comme la commande hybride position/force proposée par [Yip et al., 2016]. La pose et les efforts générés à l'extrémité sont contrôlés simultanément, ce qui permet d'assurer un effort maximal de contact avec des tissus. La loi de commande est basée sur un modèle cinématique de robot déterminé en temps réel à l'aide des mesures articulaires et opérationnelles. Cela permet d'avoir le contrôle des interactions malgré les incertitudes sur le contact avec les tissus ainsi que sur leurs propriétés mécaniques. Cependant, le contrôle du robot à tendons est rendu complexe par l'existence de frottements secs entre les tendons et les canaux dans lesquels ils sont guidés. Ces frottements induisent notamment un phénomène d'hystérésis qui a un impact significatif sur la forme du robot continu, comme l'ont montré [Kato et al., 2015] et [Takahisa et al., 2016] dans leurs travaux. Ils sont difficiles à modéliser de manière précise car ils sont dus à plusieurs phénomènes et peuvent être de différentes natures. Les auteurs distinguent notamment les frottements distribués le long de la colonne, dus à l'action des tendons sur cette dernière, et les frottements concentrés à l'extrémité des disques d'espacement. La modélisation des frottements distribués a permis d'améliorer significativement la précision du modèle du robot à tendons [Kato et al., 2015, Takahisa et al., 2016]. Des erreurs persistent, dues aux autres types de frottement qui ne sont pas pris en compte.

ROBOTS CONTINUS À COLONNES MULTIPLES

Le robot à colonnes multiples est composé d'une colonne principale sur la périphérie de laquelle sont fixés des tiges flexibles. Ces tiges flexibles, appelées colonnes secondaires, sont suffisamment raides pour leur permettre de transmettre des efforts lorsqu'elles sont sollicitées en traction et en compression. Elles fournissent donc chacune un degré de liberté en flexion qui est bi-directionnel. Elles sont maintenues entre elles à l'aide de disques d'espacement de manière à former une structure cylindrique de diamètre choisi, comme illustré sur la Figure 1.8a. Du fait de leur raideur, elles permettent également de s'affranchir de la colonne principale, et ainsi d'avoir un canal à l'intérieur du robot par lequel des outils médicaux peuvent être insérés [Xu et al., 2015]. Le corps du robot est alors composé des colonnes secondaires et des disques d'espacement uniquement. Les degrés de libertés et les performances cinématiques des robots à colonnes multiples dépendent du nombre de colonnes secondaires et de la localisation de leurs points d'attache le long de la colonne principale. Le robot présenté sur la Figure 1.8a est par exemple composé de deux sections, chacune étant actionnée par 6 et 3 colonnes.

Les robots continus à colonnes multiples ont été considérés dans des applications en chirurgie laparoscopique [Seeliger et al., 2019, Xu et al., 2015], en chirurgie de la gorge [Bajo et al., 2013, Simaan et al., 2009] et en chirurgie de la vessie [Goldman et al., 2013]. Le système SPORT, développé par l'entreprise Titan Medical, propose un outil de chirurgie minimallement invasive composé de deux robots, ayant 3 degrés de liberté chacun [Seeliger et al., 2019].

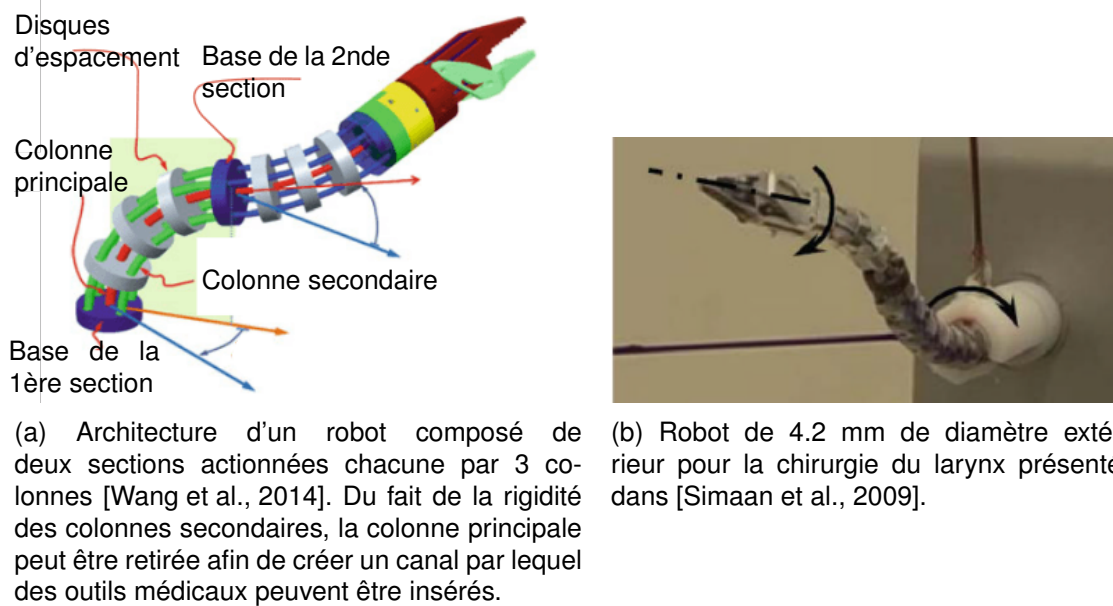


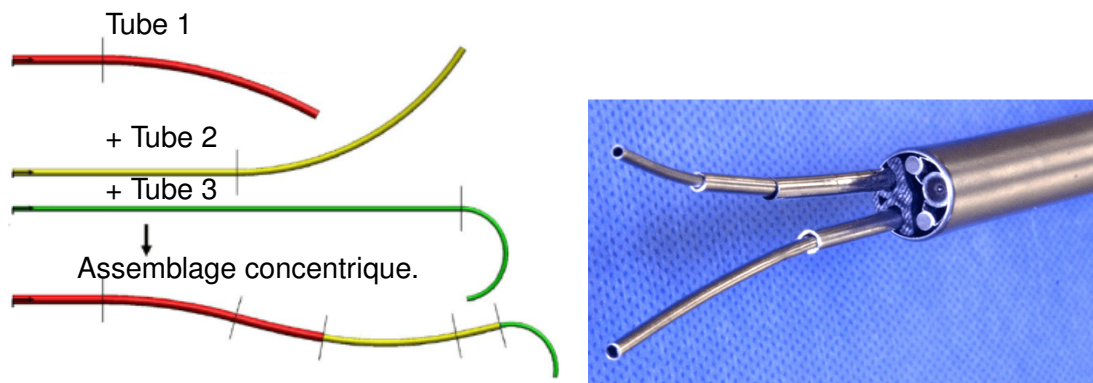
FIGURE 1.8 – Robots continus à colonnes multiples.

Ce type de robot a les mêmes possibilités de déploiement que les robots à tendons. Il peut être monté à l'extrémité d'un endoscope, ou être commandé de manière spécifique pour se déployer dans des environnements étroits et tortueux. Le déploiement ALFI approximé du robot n'a pas encore été réalisé par la commande. Cependant, une stratégie proche de l'assemblage concentrique de robots a été utilisée dans [Kang et al., 2016] pour réaliser un déploiement ALFI parfait. Les deux robots à colonnes multiples sont cette fois-ci entrelacés, chaque robot ayant la possibilité de se rigidifier pour servir de guide pour le déploiement de l'autre.

Du point de vue de l'encombrement, la miniaturisation des robots continus à colonnes multiples est limitée par l'assemblage des différentes colonnes et des disques d'espacement. On retrouve le même compromis entre couple d'actionnement généré et diamètre du robot que pour un robot à tendons. Les colonnes secondaires doivent en plus être suffisamment raides, et donc épaisses, pour transmettre des efforts en compression. Le robot le plus fin à notre connaissance est celui conçu pour la chirurgie du larynx représenté sur la Figure 1.8b, qui possède un diamètre extérieur de 4.2 mm.

L'actionnement par les colonnes secondaires permet de grands débattements en orientation à l'extrémité du robot. Le robot présenté dans [Simaan et al., 2009] pour la chirurgie du larynx, en particulier pour la réalisation de sutures, consiste en un endoscope flexible au bout duquel deux robots à colonnes multiples sont fixés. Chaque robot possède 4 degrés de liberté, et l'orientation de leur extrémité peut être modifiée de ± 90 degrés dans toutes les directions, malgré l'étroitesse du larynx qui atteint en moyenne 14 mm et la longueur à parcourir pour accéder au site d'opération qui peut atteindre 800 mm. Ce débattement a également été obtenu avec un robot pour la chirurgie de la vessie [Goldman et al., 2013], tout en se déployant dans l'urètre.

Si le déploiement ALFI n'a pas été appliqué aux robots continus à colonnes multiples dans les applications médicales, une autre stratégie de commande a été appliquée dans [Bajo et al., 2013] pour contrôler les efforts générés par le robot sur les parois de la voie respiratoire haute (nez et partie haute du larynx) pendant son insertion. Elle consiste



(a) Composition et principe d'un robot à tubes concentriques [Dupont et al., 2010]. Après assemblage, les tubes forment une colonne principale découpée en plusieurs sections, où le nombre de tubes en interaction et les courbures changent.

(b) Outil pour la chirurgie de la prostate présenté dans [Hendrick et al., 2015b], utilisant deux RTC comme manipulateurs, faisant tous deux 2 mm de diamètre extérieur.

FIGURE 1.9 – Robot à tubes concentriques.

à mesurer ces efforts au cours de l'insertion en observant la forme du robot comme décrit précédemment. La forme du robot est alors elle-même évaluée par le biais des efforts articulaires. La loi de commande vise ensuite à minimiser ces efforts en changeant la forme de la colonne principale. Les performances obtenues sont intéressantes mais limitées du fait de l'existence de frottements secs entre les colonnes secondaires et les disques d'espacement. Les auteurs dans [Goldman et al., 2014] proposent alors de compenser les perturbations dues aux frottements en appliquant une correction sur la consigne de la boucle de contrôle. Les perturbations sont évaluées expérimentalement, en mesurant la pose du robot et en la comparant à la pose prédite par un modèle sans frottement.

ROBOTS À TUBES CONCENTRIQUES

Un robot à tubes concentriques (RTC) consiste en un assemblage télescopique de tubes pré-courbés, qui forment une colonne principale composée de plusieurs sections comme présenté sur la Figure 1.9a. Lors de l'assemblage, l'interaction élastique entre les tubes induit des couples et des forces distribuées le long de la colonne, menant le robot vers une certaine forme à l'équilibre. Tourner et translater les tubes permet alors de changer et de contrôler la forme du robot ainsi que la position et l'orientation de son extrémité. Le nombre de degrés de libertés et les performances cinématiques d'un RTC dépendent du nombre de tubes utilisés, des propriétés mécaniques des tubes et de leur pré-courbure [Dupont et al., 2010].

Les RTC ont été considérés dans de nombreuses applications médicales. Ils ont été proposés pour des applications en chirurgie cardiaque [Vasilyev et al., 2013], en chirurgie abdominale [Burdette et al., 2010], en chirurgie de la prostate [Su et al., 2016, Hendrick et al., 2015b], en chirurgie foetale [Dwyer et al., 2017], en chirurgie de l'oeil [Lin et al., 2015], en neurochirurgie [Comber et al., 2016a, Burgner et al., 2014, Burgner et al., 2013], et pour l'exploration de fentes olfactives [Girerd et al., 2018a].

Ils sont particulièrement adaptés pour se déployer dans les canaux étroits et tortueux des voies naturelles pour trois raisons. Premièrement, ils sont capables d'effectuer des déploiements ALFI parfait pour des orientations relatives, des pré-courbures et des séquences de déploiement spécifiques des tubes [Garriga-Casanovas et al., 2018, Gilbert et al., 2015]. Les déploiements peuvent se faire le long de chemins composés de sections planes à courbure constante, en considérant des tubes dont la pré-courbure est incluse dans un plan, ou spatiales, en utilisant des tubes en forme d'hélice dits à pré-courbure hélicoïdale. Deuxièmement, la grande variété de pré-courbures et de propriétés mécaniques qu'il est possible de choisir pour les tubes permet de concevoir un RTC de manière à ce qu'il puisse atteindre spécifiquement un site d'opération tout en évitant des zones sensibles du corps ou en respectant des contraintes anatomiques particulières, comme expliqué dans [Morimoto et al., 2018, Bergeles et al., 2015]. Troisièmement, du fait notamment de l'absence de parties mobiles à assembler le long de la colonne, les RTC peuvent être fabriqués avec des diamètres extérieurs faibles. Un robot composé d'un tube droit, de diamètre 3.2 mm, et d'un tube à pré-courbure constante et plane, de diamètre 1.75 mm, a été utilisé pour atteindre les hémorragies intra-crâniennes dans le cerveau en suivant un chemin d'insertion qui évite les zones sensibles [Burgner et al., 2013]. Un robot à trois tubes, un tube extérieur droit, un tube intermédiaire à pré-courbure hélicoïdale et un tube intérieur droit muni d'un outil d'ablation radiofréquence, a été utilisé dans [Comber et al., 2016a] pour parcourir un chemin opératoire dans le cerveau pour l'ablation de l'hippocampe. Les tubes intérieurs et intermédiaires sont déployés dans l'hippocampe pour réaliser l'opération, l'ensemble atteignant un diamètre de 1.14 mm. Un robot à trois tubes a également été utilisé pour se déployer dans les fosses nasales, dans le but d'atteindre l'épithélium olfactif sans toucher les parois de la cavité [Girerd et al., 2018a]. Cela a été possible en utilisant un tube extérieur de diamètre 1.6 mm, et un tube intérieur de diamètre 0.65 mm.

La pré-courbure et les propriétés mécaniques des tubes ont été choisies dans plusieurs travaux de manière à assurer un certain espace de travail en position [Burgner et al., 2011, Burgner et al., 2013]. En revanche très peu de travaux se sont focalisés sur l'espace de travail des RTC en termes d'orientation. Pour une longueur de tube fixée, le débattement angulaire obtenu à l'extrémité du RTC est d'autant plus grand que la pré-courbure des tubes est grande. Or, cette pré-courbure est limitée dans les applications médicales par la présence de phénomènes d'instabilité élastiques inhérents à la physique des RTC [Dupont et al., 2010]. Du fait de l'interaction élastique entre les tubes, ces derniers sont sollicités en torsion et accumulent de l'énergie élastique. Cette énergie est susceptible de dépasser une valeur limite au cours du déploiement, menant le robot à sauter brutalement entre deux configurations d'équilibre. Ces mouvements sont dangereux pour le patient car non contrôlés, et doivent particulièrement être évités lors de la navigation dans les voies naturelles du corps. L'énergie élastique emmagasinée augmentant avec la pré-courbure des tubes mais aussi avec leurs longueurs d'interaction, l'utilisation des RTC nécessite de faire un compromis entre la longueur déployée du robot et son espace de travail en orientation.

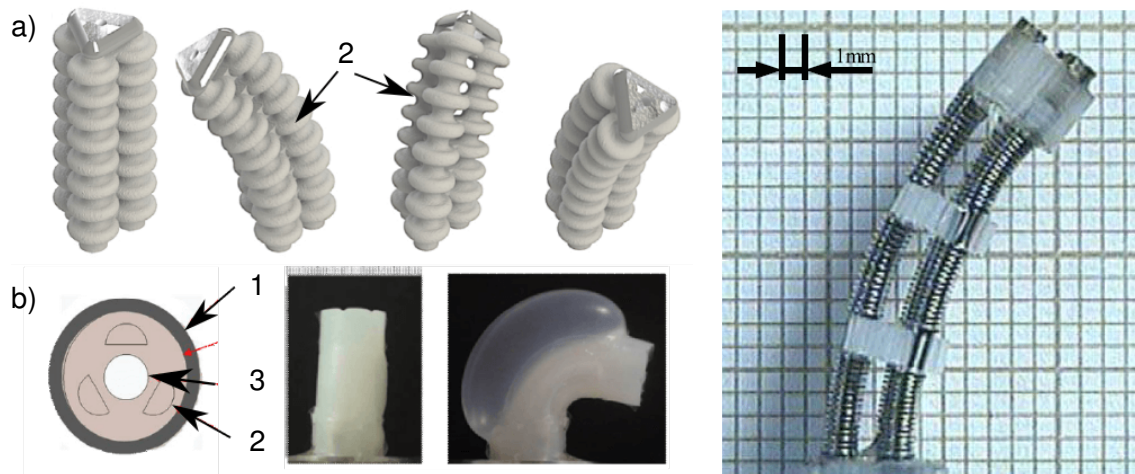
Les phénomènes d'instabilité élastique posent une difficulté supplémentaire dans le contrôle des interactions entre le robot et son environnement. Ces phénomènes ont été étudiés à plusieurs reprises afin de pouvoir les prédire et les éviter en jouant sur la conception des tubes [Ha et al., 2017, Ha et al., 2016, Gilbert et al., 2016, Lee et al., 2015]. Ils peuvent également être contrôlés en concevant des chemins particuliers à faire parcourir au RTC, qui permettent de plus d'éviter des zones sensibles du

patient pendant le déploiement [Leibrandt et al., 2016]. Outre les problèmes de stabilité, les RTC rencontrent les mêmes problématiques de contrôle des efforts générés à leurs extrémités que les autres robots continus décrits précédemment. Une loi de commande permettant de contrôler la raideur du robot vue depuis son extrémité a été développée dans [Mahvash et al., 2011a]. Comme pour les robots continus à colonnes multiples, l'estimation de la force générée par le robot sur les tissus est réalisée en observant la forme du robot dans l'espace articulaire. Les performances de la commande en raideur est impactée par la présence de frottements entre les tubes, répartis le long de la colonne et concentrés à l'extrémité des tubes. Un premier travail réalisé dans [Lock et al., 2011] a montré que la prise en compte des frottements concentrés à l'extrémité permet d'obtenir une amélioration significative de la précision. Les frottements distribués sont en revanche difficiles à modéliser, du fait du jeu entre les tubes qui produit des ruptures de contact entre ces derniers dépendant de leur configuration. Cet aspect a été exploré dans [Ha et al., 2019], où les auteurs proposent un modèle pour prendre en compte le jeu entre les tubes. Ils arrivent alors à évaluer plus précisément l'impact du frottement entre les tubes. Le modèle proposé est cependant gourmand en ressources de calcul, et ne peut donc pas être introduit dans une boucle de contrôle pour le moment.

1.2.3/ LES ROBOTS CONTINUS À ACTIONNEMENT INTRINSÈQUE

ROBOTS CONTINUS À ACTIONNEMENT FLUIDIQUE

Les robots continus à actionnement fluide sont issus de l'assemblage de plusieurs chambres qui sont mises sous pression à l'aide d'un gaz ou d'un liquide afin de provoquer les déformations d'une colonne principale. La sollicitation recherchée est la plupart du temps la flexion de la colonne, puisqu'elle permet d'orienter l'extrémité du robot continu. Cette flexion est classiquement obtenue de deux manières, comme présenté sur la Figure 1.10a. La première méthode consiste à assembler une chambre fluide fonctionnant en extension (ou compression) de manière déportée par rapport à la colonne principale [Garbin et al., 2018, Devreker et al., 2015, Bailly et al., 2005]. De la même manière qu'un robot continu à colonnes multiples, l'actionnement de la chambre génère une force qui, du fait du déport, crée un moment à l'extrémité de la colonne et la fait fléchir. Trois chambres espacées de 120 degrés les unes des autres sont en général utilisées afin d'actionner la colonne suivant les deux directions de flexion, et d'avoir un degré de liberté d'extension supplémentaire. Les actionneurs fluidiques travaillant en extension peuvent prendre la forme de soufflets [Garbin et al., 2018, Bailly et al., 2005] ou de muscles de Mc Kibben [Devreker et al., 2015]. La seconde méthode consiste à intégrer la chambre fluide dans la colonne principale, et à créer une anisotropie de raideur entre des parois opposées à la chambre de sorte à ce que l'une s'étende plus que l'autre [Cianchetti et al., 2014, Haga et al., 2011, Wakimoto et al., 2009, Chen et al., 2008, Ikuta et al., 2006]. La différence d'extension entre les deux parois provoque alors la flexion de la colonne flexible. L'anisotropie de raideur peut être réalisée en déportant la chambre de l'axe principale de la colonne, créant des parois d'épaisseurs différentes de part et d'autre de la chambre. C'est le cas par exemple des colonnes proposées dans [Cianchetti et al., 2014], dans lesquelles trois chambres espacées de 120 degrés ont été réalisées. L'anisotropie peut être aussi obtenue en assemblant des matériaux avec des propriétés mécaniques différentes, comme le robot continu hydraulique présenté dans [Haga et al., 2011] qui est composé d'un co-



(a) Architectures d'un robot continu à actionnement fluide : a) composée de chambres pneumatiques (2) travaillant en élévation [Kalisky et al., 2017] b) chambres pneumatiques (2) fabriquées dans la colonne principale (1) [Cianchetti et al., 2014]. Lumière (3) pour le passage d'outils ou d'éléments à raideur variable.

(b) Robot continu proposé dans [Bailly et al., 2005] pour la réalisation de cathéters actifs.

FIGURE 1.10 – Robots continus à actionnement fluide

lonne élastique en Nitinol et d'une chambre pneumatique fabriquée dans un matériau élastomère.

Les robots continus à actionnement fluide ont été considérés dans le domaine médical dans des applications gastro-intestinales nécessitant de passer par l'anus et le colon [Garbin et al., 2018, Cianchetti et al., 2014, Wakimoto et al., 2009, Chen et al., 2008], pour la chirurgie vasculaire et cardiaque [Haga et al., 2011, Ikuta et al., 2006, Bailly et al., 2005] et pour la chirurgie foetale [Devreker et al., 2015].

Ils sont jusqu'à présent utilisés comme poignets dextres à l'extrémité d'endoscopes ou de cathéters flexibles standards. Ils sont donc déployés à travers les voies tortueuses du corps en étant insérés manuellement dans le corps du patient, en se dirigeant à l'aide de la flexion générée par les chambres fluidiques, et en s'aidant du contact des parois du canal parcouru. Les diamètres des prototypes réalisés dépendent du nombre de degrés de liberté souhaités. Un robot possédant les deux degrés de liberté de flexion, un degré d'élévation et un diamètre extérieur de 4.9 mm a été proposé dans [Bailly et al., 2005] et est représenté sur la Figure 1.10b. Lorsqu'un seul degré de liberté est nécessaire, des diamètres millimétriques peuvent être atteints en considérant des techniques de micro-fabrication spécifiques, comme expliqué dans [Haga et al., 2011].

Du fait des matériaux très flexibles utilisés pour leur fabrication ainsi que des efforts générés par l'actionnement fluide, ils permettent en général de grandes variations d'orientation de l'extrémité. Des débattements angulaires de ± 90 degrés et de ± 120 degrés ont été rapportés respectivement dans [Garbin et al., 2018, Wakimoto et al., 2009, Ikuta et al., 2006] et [Cianchetti et al., 2014, Chen et al., 2008, Bailly et al., 2005].

La flexibilité des matériaux utilisés permet également aux robots à actionnement fluidiques de se déformer au contact des parois des voies naturelles en leur appliquant un effort faible. Aucune stratégie particulière de contrôle actif des efforts appliqués par l'ex-

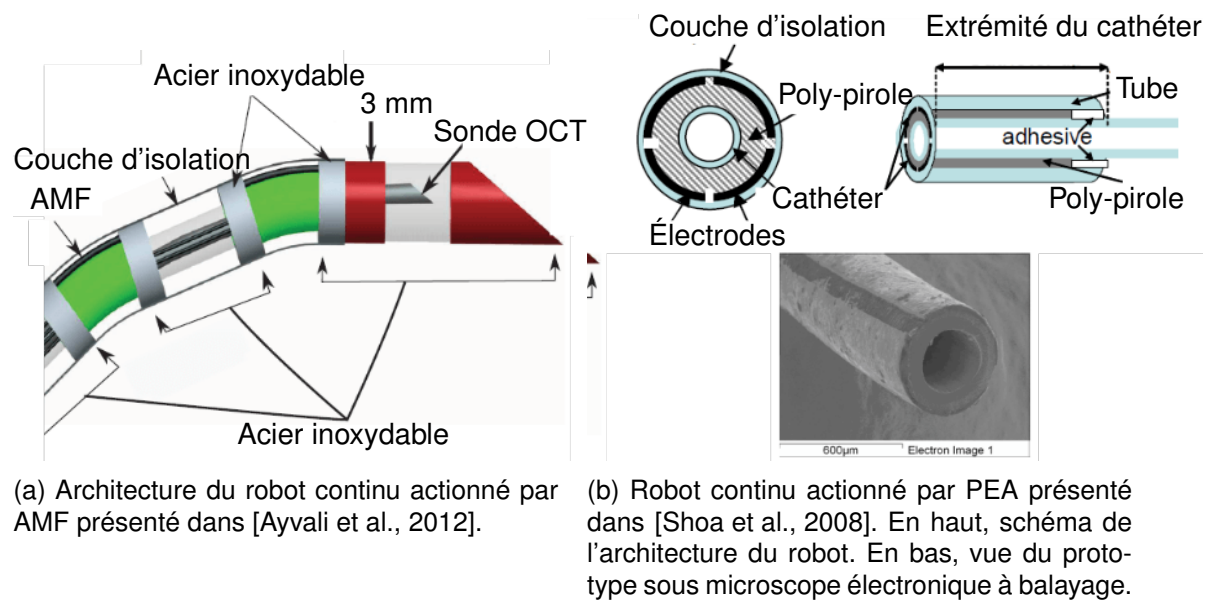


FIGURE 1.11 – Robots continus à actionnement électrique

trémité ou le corps du robot sur son environnement n'a été mise en place jusqu'à présent dans les applications médicales. De telles stratégies ont cependant été utilisées pour des mécanismes rigides actionnés par chambre fluide, où la force exercée sur l'environnement est estimée à partir de la pression à l'intérieur des chambres et de la pose du mécanisme [Zhang et al., 2010b, Bierbaum et al., 2009]. Ces stratégies pourraient a priori être appliquées aux robots continus pour les applications médicales. Cependant elles mettent aussi en avant plusieurs difficultés liées à l'utilisation de l'actionnement fluide. Le comportement du robot est notamment très non-linéaire dû au comportement du fluide, à la géométrie complexe des chambres et à leurs propriétés mécaniques.

ROBOTS CONTINUS À ACTIONNEMENT ÉLECTRIQUE

Les robots continus à actionnement électrique sont composés de matériaux électro-actifs qui déforment leur colonne vertébrale sous l'effet d'une tension ou d'un courant électrique. Deux types de matériaux ont été utilisés : les alliages à mémoire de forme (AMF) et les polymères électro-actifs (PEA). Le mécanisme de mémoire de forme repose sur l'utilisation de matériaux dont la structure cristalline varie en fonction de leur température. Le fil de Nitinol est un actionneur à mémoire de forme souvent considéré dans le domaine médical. Lorsque sa température est élevée au-delà d'une certaine température de transition, sa structure passe de l'état martensitique à l'état austénitique. Il est pré-formé dans l'état austénitique en le chauffant à plusieurs centaines de degrés et en le refroidissant brutalement. Il mémorise alors cette forme, et tend à la retrouver à chaque fois que sa température dépasse la température de transition. L'élévation de température est réalisée en parcourant le fil avec un courant électrique, ou en soudant dessus un fil conducteur avec une résistance plus élevée. Les efforts que le fil en Nitinol génère dépendent alors de la forme mémorisée et de la température imposée. Ces efforts, ainsi que la répartition des fils en AMF le long de la colonne du robot continu, déterminent les performances cinématiques de ce dernier.

Les actionneurs à base de PEA sont constitués d'une plaque de polymère électro-actif sur les faces de laquelle deux électrodes sont fixées. Lorsque le polymère est initialement chargé en ions, comme le poly-pirole utilisé dans [Shoa et al., 2008], l'application d'une différence de potentiel entre les électrodes de quelques Volts crée un déplacement de cations qui viennent alors s'agglutiner au niveau de l'anode. La zone au contact de l'anode tend donc à l'étendre, ce qui provoque une flexion de l'actionneur. La déformation de l'actionneur en polymère diélectrique peut également être obtenue par un phénomène d'électrostriction [Ganet et al., 2015]. Lorsque qu'il est soumis à un champ électrique fort, le polymère tend à s'étendre. De la même manière que précédemment, il peut alors être utilisé pour solliciter la colonne en flexion. Les performances cinématiques du robot continu à actionnement PEA dépendent alors du type de PEA utilisé et de sa répartition le long de la colonne.

Les robots continus à actionnement électriques ont été considérés pour des applications en chirurgie cardiaque [Jayender et al., 2009, Crews et al., 2012, Ganet et al., 2015, Sheng et al., 2018], en neurochirurgie [Guo et al., 1996, Shoa et al., 2008, Bousquet et al., 2013, Jun Sheng et al., 2015] et pour des gestes percutanés [Ayvali et al., 2012].

Ils ont été principalement utilisés à l'extrémité de cathéters pour leur permettre d'orienter leur extrémité pendant leur déploiement. Ils sont donc déployés jusqu'aux sites d'opération à travers le réseau artériel en rentrant en contact avec les parois des artères. Les plus petits robots continus actionnés par AMF et PEA ont des diamètres extérieurs de 1.67 mm et de 1 mm respectivement, ce qui leur permet d'être insérés dans des canaux étroits. Le robot continu actionné par AMF de [Jun Sheng et al., 2015] est une exception. Il a un diamètre extérieur plus élevé que la moyenne, de 6 mm, qui lui donne une rigidité suffisante pour pouvoir se déployer en espace libre. Il est notamment conçu pour parcourir les ventricules du cerveau.

Un des problèmes principaux des robots continus actionnés par AMF est la gestion de leur température d'actionnement et de leur comportement de manière à ce qu'ils interagissent de manière sûre avec leur environnement. Tout d'abord, la température de commande des actionneurs ne doit pas dépasser une certaine valeur critique pour ne pas endommager ou détruire les cellules vivantes au contact. Ensuite, cette température est perturbée par les échanges thermiques entre l'actionneur et l'environnement dans lequel se déploie le robot. Les dissipations thermiques sont d'autant plus importantes que la densité des milieux traversés est élevée. Elles sont significatives notamment dans le cas d'un robot se déployant dans une artère remplie de sang, comme montré dans [Jayender et al., 2008b]. De plus, il est difficile de prédire avec précision les propriétés thermiques du milieu. Enfin, le comportement des AMF présente des phénomènes d'hystérésis qui rendent son contrôle complexe. Du fait de ces difficultés, des stratégies de commande en boucle fermée ont été utilisées pour assurer un comportement sûr des robots continus actionnés par AMF. Un asservissement en température a été utilisé dans [Ayvali et al., 2012] pour contrôler les déformations des actionneurs AMF et pour assurer que la température ne dépasse pas le seuil critique. Un correcteur robuste aux incertitudes de dissipation thermique a été proposé dans [Jayender et al., 2008b] qui permet un contrôle satisfaisant des actionneurs qu'ils soient utilisés à l'air libre, dans de l'eau ou dans du sang. Hormis le contrôle de la température, les efforts d'insertion du robot continu ont été contrôlés en boucle fermée dans [Jayender et al., 2009] de manière à ne pas endommager les parois des artères.

Les difficultés liées au contrôle de la température limitent également l'espace de travail atteignable par ces robots continus. Afin de limiter les échanges thermiques avec l'environnement, les actionneurs AMF sont conçus avec des dimensions faibles et répartis de manière discrète le long de la colonne vertébrale du robot, comme présenté sur la Figure 1.11a. C'est le cas par exemple du cathéter présenté dans [Sheng et al., 2018], qui permet d'avoir un débattement angulaire de ± 33 degrés de l'extrémité. Les robots continus actionnés par EAP ne dégagent pas de chaleur et n'ont donc pas les mêmes limitations. Des débattements angulaires de ± 93 degrés ont été obtenus dans [Shoa et al., 2008], où la colonne vertébrale de 1 mm de diamètre est recouverte sur sa longueur de PEA à base de poly-pirole.

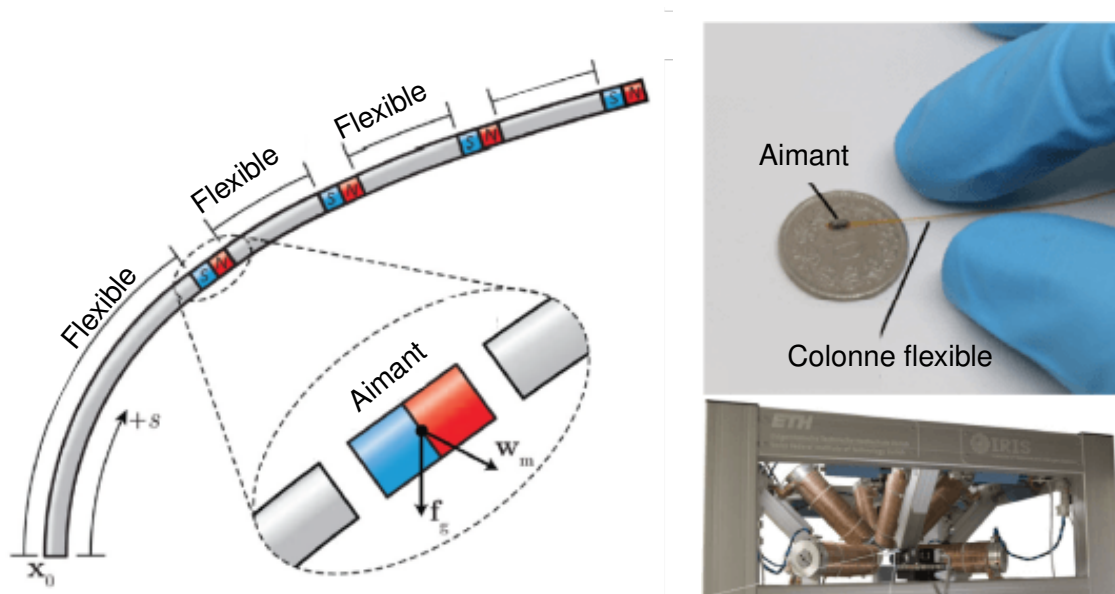
L'utilisation de PEA n'est pas dangereuse pour le patient lorsque le mécanisme de déplacement d'ions est utilisé. La différence de potentiel entre les deux électrodes nécessaire pour obtenir des déformations suffisante du robot est alors de quelques volts [Chikhaoui et al., 2016a]. Ce n'est pas le cas des PEA qui utilisent le principe d'électro-striction, nécessitant des tensions de plusieurs kilovolts [Ganet et al., 2015]. Ces derniers peuvent cependant être utilisés pour mesurer les efforts que le robot applique sur son environnement au travers d'un phénomène analogue à la piézoélectricité. Un contrôle de ces efforts est donc envisageable, comme suggéré dans [Ganet et al., 2015].

ROBOTS CONTINUS À ACTIONNEMENT MAGNÉTIQUE

Les robots continus magnétiques, que nous désignerons RC-m dans la suite, sont constitués d'une colonne principale flexible, le long de laquelle un ou plusieurs éléments magnétiques sont fixés, comme montré sur la Figure 1.12a. Le robot est plongé dans un champ magnétique externe. Les éléments magnétiques, qui peuvent consister en des aimants permanents ou des électro-aimants, ont une direction de magnétisation particulière et tendent à s'aligner avec ce champ. Cela produit des couples et des forces sur la colonne principale qui provoquent sa déformation. Contrôler le champ magnétique externe à l'aide d'un dispositif appelé système de navigation magnétique (SNM), où le courant parcourant les électro-aimants embarqués, permet alors de contrôler les déformations du robot. Les performances cinématiques des RC-m dépendent des propriétés mécaniques de la colonne flexible, du nombre, de la localisation et des propriétés des éléments magnétiques utilisés, et du SNM.

Les RC-m sont principalement connus dans le domaine médical sous le nom de cathéters magnétiques. Ils ont été utilisés pour des interventions en chirurgie cardiaque [Edelmann et al., 2017b, Chautems et al., 2018, Liu et al., 2014, Carpi et al., 2009] et en chirurgie de l'oeil [Charreyron et al., 2019, Ullrich et al., 2014].

Du fait de la simplicité de leur conception, les RC-m peuvent être fabriqués à des échelles réduites et donc être insérés dans le corps à travers des canaux et des incisions de petite taille. C'est par exemple le cas pour les robots utilisés pour la chirurgie de l'oeil, dont le plus fin, présenté sur la Figure 1.12b, atteint un diamètre extérieur de 0.8mm [Charreyron et al., 2019]. Dans le cas de la chirurgie de l'oeil, le RC-m est déployé à travers un trocart placé dans la paroi du globe oculaire. Dans le cas de la chirurgie cardiaque, les RC-m sont déployés comme des cathéters classiques. Ils sont insérés à travers les artères du corps et se dirigent à travers les canaux tortueux du système vasculaire grâce au champ magnétique et au contact avec les parois pour arriver jusqu'au



(a) Architecture d'un robot continu magnétique [Edelmann et al., 2017b]. Le robot est composé d'une colonne flexible, le long de laquelle des aimants permanents ou des électroaimants sont fixés. Le RC-m est déformé sous l'action des efforts magnétiques produits au niveau des aimants w_m et des forces dues à la gravité f_g .

(b) RC-m pour le traitement de la rétinopathie diabétique [Charreyron et al., 2019]. Le robot est commandé avec l'Octomag, présenté en bas, un SNM composé de 8 bobines fixes par rapport au patient.

FIGURE 1.12 – Robots continus magnétiques.

cœur.

Les capacités d'orientation de l'extrémité des RC-m dépendent de la raideur en flexion de la colonne principale, de l'amplitude du champ magnétique, du nombre d'éléments magnétiques et de leur moment dipolaire. Jouer sur ces grandeurs peut permettre d'obtenir de grands débattements angulaires à l'extrémité. Le RC-m présenté comme un fourreau magnétique dans [Chautems et al., 2018] est composé d'un tube en silicone avec une raideur en flexion faible, et permet un débattement angulaire de ± 150 degrés. Le robot présenté dans [Carpi et al., 2009], qui correspond au cathéter magnétique NaviStar (Bio-sense Webster, USA) commandé par le SNM Niobe (Stereotaxis, USA), est composé de trois aimants placés à son extrémité qui lui permet un débattement angulaire de ± 90 degrés.

Les RC-m sont en général réalisés dans un matériau très flexible, qui permet au robot de rentrer au contact des parois des artères sans les endommager. Aucune stratégie de commande des efforts générés par leur corps pendant leur déploiement n'a été proposée jusqu'à présent. Cela est notamment dû à la difficulté de contrôler la forme du robot dans l'espace. Le contrôle de forme requiert de pouvoir générer des efforts le long de la colonne principale. Placer plusieurs aimants le long de la colonne est possible, mais il est difficile de générer des champs magnétiques très différents pour chaque aimant du fait de leur proximité. Cela requiert de générer un champ magnétique avec un fort gradient dans l'espace, qui est d'autant plus difficile à obtenir que l'espace de travail de l'actionnement magnétique est grand. Ce problème est le sujet de travaux récents dans le domaine de la manipulation magnétique de micro-robots pour le domaine médical [Ongaro et al., 2019],

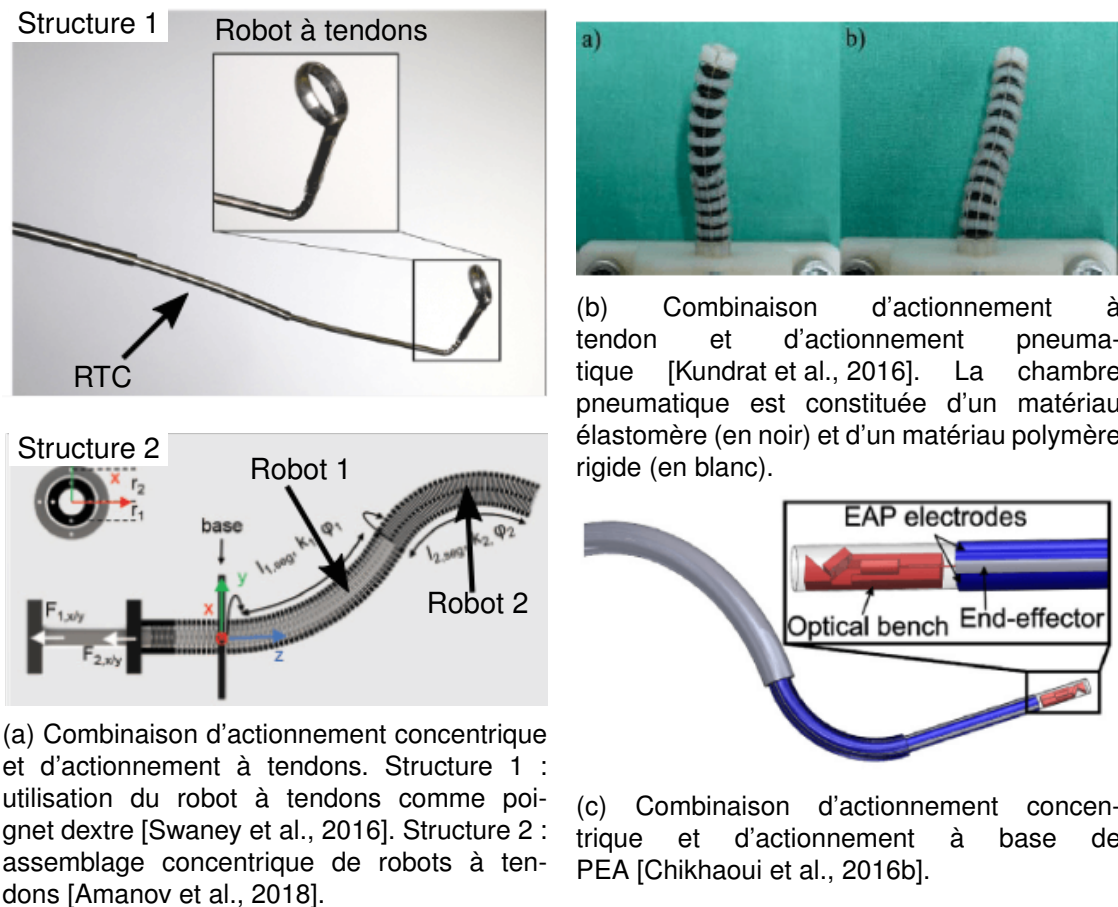


FIGURE 1.13 – Robots continus à actionnement hybride.

mais qui n'ont pas encore été appliqués aux RC-m.

1.2.4/ LES ROBOTS CONTINUS À ACTIONNEMENT HYBRIDE

Jusqu'à présent, trois combinaisons de stratégie d'actionnement ont été proposées pour construire un robot d'assistance aux interventions minimalement invasives.

La première combinaison, qui a été la plus étudiée, consiste à assembler des RTC et des robots continus à tendons et est présentée sur la Figure 1.13a. En particulier, deux structures ont été proposées. La première structure consiste à utiliser le robot à tendons comme poignet dextre à l'extrémité du RTC [Prasai et al., 2016, Swaney et al., 2016]. Le robot continu à tendons est alors fixé sur le tube intérieur, et est rétracté ou déployé dans l'assemblage concentrique de tubes. Elle permet de profiter des capacités de déploiement ALFI parfait des RTC lorsque le poignet est rétracté. Une fois ce dernier déployé, elle permet également de profiter des débattements angulaires importants fournis par l'actionnement à tendons. Le débattement à l'extrémité maximale a été obtenu avec le prototype présenté dans [Prasai et al., 2016] et s'élève à ± 164 degrés.

La seconde structure est basée sur l'assemblage de manière concentrique des robots à tendons et des tubes pré-courbés [Amanov et al., 2018, Wu et al., 2017, Butler et al., 2012]. Premièrement, l'approche permet d'avoir des performances supé-

rieures en termes de déploiement pour atteindre le site d'opération. Cette capacité à atteindre le site a été évaluée dans [Butler et al., 2012], qui propose d'utiliser un RTC à deux tubes inséré dans un robot à tendon pour des applications en neurochirurgie. Des cibles inatteignables avec un robot à tendons classique ont été atteintes avec le robot continu à actionnement hybride. De plus, l'assemblage concentrique de robots à tendons permet d'obtenir un robot composé de sections à courbure et de longueur variables, comme expliqué dans [Amanov et al., 2018]. Le robot continu est alors capable de se déployer ALFI le long d'un ensemble continu de chemins, contrairement aux RTC. L'erreur entre la forme du robot et le chemin à parcourir est généralement plus faible qu'avec un robot à tendons classique et n'augmente pas au cours du déploiement. Deuxièmement, cette structure permet d'améliorer l'orientabilité de l'extrémité du robot. Différentes combinaisons de tubes pré-courbés et de robots à tendons ont été étudiés dans [Wu et al., 2017] Elles permettent d'obtenir des débattements angulaires plus importants que pour un RTC ou un robot à tendons seul, dont l'orientabilité a été évaluée dans [Li et al., 2017].

La combinaison des stratégies d'actionnement concentrique et à tendons permet d'obtenir des robots continus avec des performances améliorées. Cependant, elles combinent des stratégies d'actionnement extrinsèques qui sont toutes deux sujettes à des phénomènes de frottements entre les tendons et la colonne principale et les tubes. Cela a pour effet en pratique de réduire la précision des modèles, et explique en partie les erreurs importantes de déploiement ALFI obtenues, comme expliqué dans [Amanov et al., 2018]. Les difficultés de conception de ce type de robot, notamment liées à ces problèmes de frottement, sont également discutées dans [Wu et al., 2017]. Le travail réalisé dans [Swaney et al., 2016] met aussi en avant la difficulté de réduire le diamètre du robot continu du fait de l'actionnement à tendons. Un poignet de 0.35 mm de diamètre est fabriqué dans le tube intérieur d'un RTC, mais le câble qui l'actionne doit passer à l'intérieur du tube. Il n'est donc a priori plus possible de laisser passer un outil à travers le robot, ce qui réduit son potentiel dans les applications médicales. Le robot présenté dans [Prasai et al., 2016] est donc celui qui a le plus petit diamètre extérieur tout en conservant un canal intérieur libre. Le diamètre extérieur du robot est de 2 mm.

La deuxième combinaison utilisée pour les robots continus médicaux est l'association d'actionnement par tendons et d'actionnement pneumatique [Maghooa et al., 2015, Kundrat et al., 2016]. Les robots sont composés d'une chambre fluïdique travaillant en extension, sur la périphérie de laquelle des tendons sont fixés de manière à la déformer en compression et en flexion suivant deux directions, comme présenté sur la Figure 1.13b. Tout d'abord, cette combinaison permet de profiter des débattements angulaires permis par l'actionnement à tendons. Le robot présenté dans [Maghooa et al., 2015] est par exemple capable d'effectuer des débattements de ± 90 degrés. Ensuite, le robot obtenu peut modifier sa courbure et sa longueur du fait des sollicitations en compression et en élongation. Cela lui permet d'avoir a priori des performances supérieures en termes de déploiement ALFI, ce qui est suggéré dans [Kundrat et al., 2016] mais qui n'a pas été vérifié. Enfin, cette combinaison bénéficie des capacités d'interaction sûre avec les tissus fournies par l'actionnement fluïdique. Les chambres fluïdiques sont réalisées dans un matériau plus flexible que ceux usuellement utilisés pour les robots à tendons, qui auront tendance à se déformer au contact des tissus plutôt que de les endommager. De plus, les tendons génèrent des efforts antagonistes à ceux produits par la chambre fluïdique lorsqu'ils la sollicitent

en compression. Cet actionnement antagoniste permet alors de faire varier de manière active la raideur du robot, ce qui permet de contrôler les efforts exercés sur l'environnement [Maghooa et al., 2015].

La troisième combinaison a été proposée dans [Chikhaoui et al., 2016b] et associe l'actionnement à tubes concentriques et l'actionnement par polymères électro-actifs. Des couches de PEA sont déposés sur les tubes pré-courbés afin de les déformer en flexion suivant une ou deux directions comme montré sur la Figure 1.13c. Les tubes sont réalisés en silicone, un matériau suffisamment flexible pour qu'un tube de 1 mm de diamètre puisse être déformé par l'actionnement électrique. Cette combinaison permet tout d'abord de déployer le robot ALFI de manière parfaite, et suivant un ensemble continu de chemins du fait de l'actionnement en courbure des tubes. Ensuite, l'association des différentes variables articulaires permet d'obtenir un espace de travail en position et en orientation plus large qu'avec un RTC ou un robot continu à actionnement électrique classique, ce qui a été étudié numériquement dans [Chikhaoui et al., 2016b]. Enfin, la redondance d'actionnement issue de la combinaison permet d'améliorer le contrôle du comportement intrinsèque du robot. Elle permet notamment de réduire le nombre de configurations singulières de la structure mécanique, dans lesquelles le médecin n'a plus de contrôle sur certains de ses degrés de liberté. L'utilisation de tubes flexibles permet également au robot de générer moins d'efforts sur les tissus en cas de contact involontaire. Cette combinaison est donc prometteuse. Cependant, l'intégration d'actionneurs à base de PEA sur des tubes, et en particulier sur des tubes pré-courbés, reste difficile à l'heure actuelle comme expliqué dans [Chikhaoui et al., 2016a, Chikhaoui et al., 2018]. Le prototype proposé est composé d'un tube intérieur dont la courbure et la longueur déployée son actionnées, et d'un tube extérieur passif et droit.

1.2.5/ DISCUSSION ET PROPOSITION

DISCUSSION SUR LES STRATÉGIES D'ACTIONNEMENT

L'état de l'art montre qu'il n'y a bien sûr pas un type de robot continu idéal pour les gestes médicaux minimalement invasifs. En premier lieu, il n'y a pas une stratégie d'actionnement, extrinsèque ou intrinsèque, qui prévaut sur l'autre. En second lieu, chaque stratégie d'actionnement a des avantages spécifiques, mais aussi des limitations. Les caractéristiques des robots continus en termes de déploiement, de débattement angulaire et d'encombrement sont résumés dans le Tableau 1.1.

L'actionnement extrinsèque est caractérisé par l'assemblage de pièces mobiles entre elles, comme des tubes, des tiges ou des tendons. Le frottement entre ces pièces influe de manière significative sur le comportement de ces systèmes, qui est alors difficile à modéliser de manière précise. Il a donc un effet néfaste sur la précision de déploiement du robot dans le corps et sur le contrôle de la pose de son extrémité. Il perturbe également le contrôle des efforts générés par le robot sur son environnement. Cependant, les parties mobiles sont relativement simples à produire à petite échelle et peuvent être intégrées dans des diamètres pouvant descendre en dessous de 3 mm. Puisqu'ils sont déportés de la colonne flexible, les actionneurs doivent respecter des contraintes d'encombrement beaucoup moins fortes que pour l'actionnement intrinsèque. Ils peuvent donc être choisis de manière à générer suffisamment d'efforts pour déformer la colonne

	Type d'actionnement	Déploiement ALFI	Débattement angulaire (degrés)	Diamètre extérieur (mm)
Actionnement extrinsèque	tendons	A	± 180	3
	colonnes multiples		± 90	4.2
	tubes concentriques	P		1.14
Actionnement intrinsèque	actionnement fluide		± 120	4.9
	actionnement électrique		± 33 (AMF) ± 93 (PEA)	1.67 (AMF) 1 (PEA)
	actionnement magnétique		± 150	0.8
Actionnement hybride	tendons et tubes concentriques	P-A	± 164	2
	à tendons et actionnement pneumatique	A	± 90	7.5
	à tubes concentriques et actionnement électrique	P		1

P : Parfait, A : Approximé

TABLE 1.1 – Capacités de déploiement, débattement angulaire et diamètre extérieur des robots continus en fonction de leur stratégie d'actionnement. Valeurs issues de la littérature.

principale, obtenir des débattements angulaires satisfaisants à l'extrémité du robot et ce tout en assurant une raideur minimale de la colonne. Cette raideur permet aux robots continus à actionnement extrinsèque de se déployer en espace libre malgré l'action de la gravité. L'approche a permis l'élaboration de stratégies de déploiement spécifiques pour atteindre le site d'opération, et notamment des déploiements ALFI. De plus, le fait que le robot soit déporté de ses actionneurs permet de pouvoir éventuellement le désolidariser et de gérer sa stérilisation, un point bien sûr important lors d'une intervention médicale.

Parmi les robots continus à actionnement extrinsèque, le RTC est particulièrement intéressant. L'interaction élastique entre les tubes crée des efforts distribués le long de la colonne vertébrale qui permettent de contrôler sa forme. Il est alors possible de contrôler les efforts générés par le corps du robot sur son environnement. Le RTC est notamment capable d'effectuer des déploiements ALFI de manière parfaite, pour naviguer dans un canal tortueux sans contact avec les parois. Il est également le seul robot à actionnement

extrinsèque dont le diamètre peut facilement atteindre le millimètre tout en conservant un canal intérieur pour le passage d'outils [Lin et al., 2015]. Cependant, il est sujet à des phénomènes d'instabilité élastique, potentiellement dangereux pour les tissus environnants et qui doivent être contrôlés. Ce contrôle passe aujourd'hui par l'introduction de limitations sur la pré-courbure des tubes, limitant de fait l'espace de travail en position et en orientation du robot.

Les stratégies d'actionnement intrinsèque requièrent des structures avec une géométrie particulière, ou un assemblage de matériaux avec des propriétés de raideur différentes, qui sont plus difficiles à fabriquer à petite échelle. Des techniques spéciales et peu accessibles de fabrication doivent être utilisées pour obtenir des robots continus à actionnement fluide et à mémoire de forme avec un diamètre inférieur à 3 mm, comme la gravure par laser femtoseconde [Haga et al., 2011], la lithographie de précision avec inclusion d'éléments extérieurs [Ikuta et al., 2006] ou encore la micro-soudure de tendons [Jayender et al., 2009]. Du fait des contraintes d'encombrement appliquées aux actionneurs embarqués sur la colonne, les efforts qu'ils génèrent pour déformer la colonne sont limités. Cependant, la colonne est généralement réalisée dans un matériau suffisamment flexible pour permettre au robot d'effectuer des débattements angulaires importants à son extrémité. Les seuls cas d'exceptions sont les robots actionnés par AMF, dont le débattement à l'extrémité est limité par l'élévation de température induite par la stratégie d'actionnement. Avoir une colonne dont la raideur en flexion est faible permet également aux robots continus de rentrer en contact avec les tissus en minimisant les risques de les endommager. Ils peuvent donc être insérés en profondeur dans le corps de la même manière que des cathéters, des dispositifs médicaux couramment utilisés. De plus, les stratégies d'actionnement intrinsèque ne font pas intervenir de phénomènes de frottement. Elles permettent donc un contrôle des déplacements de l'extrémité et des efforts générés a priori plus fins qu'avec un actionnement extrinsèque.

Parmi les robots continus à actionnement intrinsèque, les RC-m sont particulièrement intéressants. L'actionnement magnétique ne souffre pas des difficultés de miniaturisation citées précédemment lorsque des aimants permanents sont utilisés pour réaliser les éléments magnétiques. Ces aimants, ainsi que la colonne vertébrale flexible, peuvent être fabriqués facilement à petite échelle. Des diamètres extérieurs inférieurs au millimètre peuvent être atteints comme expliqué dans [Charreyron et al., 2019]. De plus, l'actionnement magnétique à l'aide d'aimants permanents est plus sûr que les autres stratégies d'actionnement intrinsèques. Il ne génère pas d'élévations de température ou de tensions potentiellement dangereuses pour le patient. Aucun fluide ne parcourt le robot. Il n'y a donc pas de risques de fuites dans le cas où le robot est endommagé. Cependant, les RC-m sont limités dans leur capacité à contrôler leur forme, à cause de la génération locale d'efforts magnétiques le long de la colonne et à la difficulté de générer des champs différents au niveau de plusieurs aimants proches.

PROPOSITION DE ROBOT POUR LES INTERVENTIONS MINI-INVASIVES

L'état de l'art a montré que des robots continus à actionnement hybride ont déjà été proposés pour obtenir des performances supérieures en termes d'accès au site d'opération, d'espace de travail et de contrôle des interactions. Cependant, le nombre de propositions formulées jusqu'à présent reste restreint. La combinaison de stratégies d'actionnement extrinsèques permet d'avoir de meilleures performances en termes de déploiement

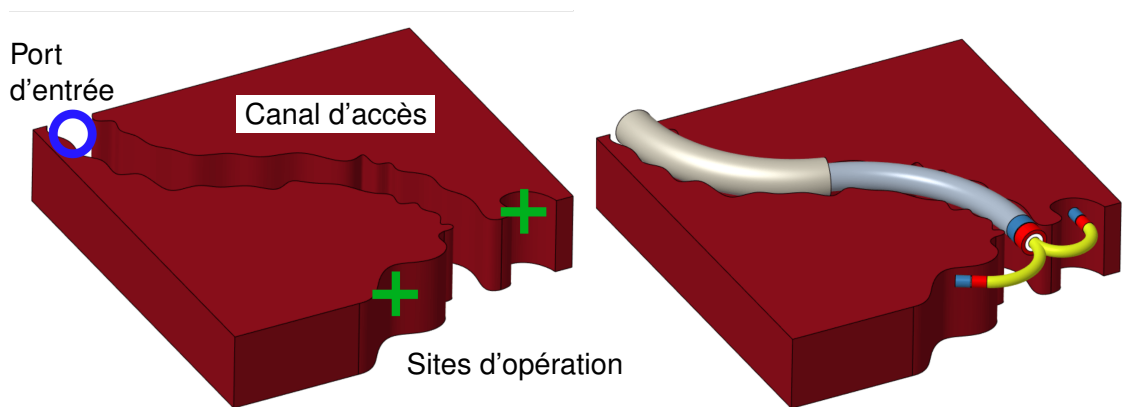


FIGURE 1.14 – Représentation du concept de RTC-m. Les tubes concentriques se déploient à travers le canal d'accès sans contact avec les parois. Un aimant permanent placé à leur extrémité permet de contrôler leur stabilité élastique. Un RC-m (en jaune) placé à l'extrémité des tubes permet d'atteindre le site d'opération.

et d'espace de travail, mais les phénomènes de frottement subsistent. La combinaison d'actionnement extrinsèque et intrinsèque semble plus intéressante de ce point de vue. Les RTC et les RC-m sont intéressants pour les interventions minimalement invasives et semblent avoir des avantages et des limitations complémentaires.

Nous proposons donc, et c'est notre contribution globale dans ce travail, de combiner ces stratégies d'actionnement pour concevoir un robot continu que nous appelons **Robot à Tubes Concentriques magnétique (RTC-m)**. Une représentation du concept de RTC-m est présentée sur la Figure 1.14. Tout d'abord, le RTC-m est capable de réaliser des déploiements ALFI afin d'atteindre un site d'opération en se déployant sans contact dans des canaux tortueux. En considérant des aimants permanents comme éléments magnétique, il peut de plus être fabriqué facilement à des diamètres de l'ordre ou en dessous du millimètre, et donc peut se déployer et évoluer dans des zones étroites. Ensuite, l'utilisation simultanée des degrés de liberté liés à l'actionnement concentrique et magnétique, et la possibilité de réaliser de larges débattements angulaires avec le RC-m, fournit un espace de travail large en position et en orientation de l'extrémité. Enfin, la combinaison de modes d'actionnement permet d'obtenir un robot continu actionné magnétiquement qui a la possibilité d'adopter des formes complexes grâce aux efforts distribués dus à l'interaction des tubes.

Cette description n'est qu'une projection des capacités que pourrait avoir un RTC-m. Pour les évaluer, nous étudions tout d'abord dans ce chapitre les forces des deux stratégies d'actionnement de manière plus précise, à savoir le déploiement ALFI pour le RTC et l'espace de travail pour le RC-m. Nous étudions également les difficultés liées au contrôle de leur comportement propre et donc de leurs interactions avec les tissus pendant un geste. Ces difficultés sont dues à des phénomènes d'instabilité élastique pour les RTC et à l'impact des inhomogénéités du champ magnétique pour le RC-m. Cet état de l'art a pour but de fournir un aperçu des capacités du RTC-m, et d'identifier les points clés à étudier par la suite pour rendre possible son exploitation.

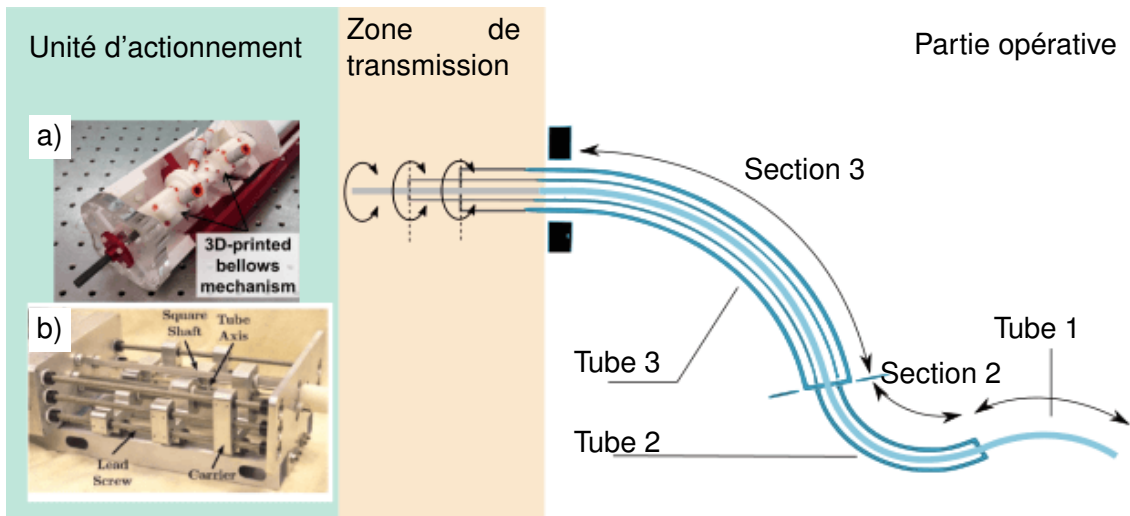


FIGURE 1.15 – Robot à tubes concentriques avec son unité d'actionnement : a) fonctionnant sous IRM [Comber et al., 2016b]. b) Porté et manipulé par le médecin [Hendrick et al., 2015b]

1.3/ VERS DES ROBOTS À TUBES CONCENTRIQUES MAGNÉTIQUES

1.3.1/ DÉPLOIEMENT ET STABILITÉ DES ROBOTS À TUBES CONCENTRIQUES

DESCRIPTION DÉTAILLÉE D'UN RTC

En pratique, un RTC se décompose généralement en deux parties comme montré sur la Figure 1.15 : la partie opérative et la zone de transmission qui fait le lien entre le robot et son unité d'actionnement. La partie opérative correspond à la portion du robot insérée dans le corps et bout de laquelle est fixé l'outil chirurgical. Sa forme dans l'espace ainsi que la position et l'orientation de son extrémité sont contrôlés par la rotation et la translation des tubes. Du fait de ces translations, les tubes se recouvrent plus ou moins pendant le déploiement du robot. La partie opérative peut alors être décomposée en plusieurs sections, chacune mettant en interaction un nombre différent de tubes comme montré sur la Figure 1.15. Sur ces figures, les sections y sont indexées de la section distale à la section proximale, un choix que nous conserverons dans la suite. La zone de transmission permet de faire la liaison mécanique entre la partie opérative et l'unité d'actionnement réalisant la rotation et la translation. Le long de cette zone, chaque tube est supposé droit sur la distance séparant le point de sortie du RTC de son point d'encastrement dans l'unité, appelée longueur de transmission. Les tubes ont généralement une section droite qui est dédiée à la transmission en plus de la section pré-courbée. De plus, ils sont en partie guidés et maintenus droits par l'unité d'actionnement. Plusieurs unités d'actionnement ont été proposées pour actionner les tubes tout en satisfaisant les contraintes imposées par les interventions médicales. Différents travaux ont été réalisés pour tâcher d'assurer la compatibilité avec des imageurs médicaux comme les scanners IRM [Comber et al., 2016b, Su et al., 2016] et les scanners [Walsh et al., 2011], en permettant au médecin de tenir le robot à la main ou de le monter sur le patient [Walsh et al., 2011, Hendrick et al., 2015b], et permettre l'utilisation de 2 à 4 RTC simultanément [Burgner et al., 2011, Swaney et al., 2012].

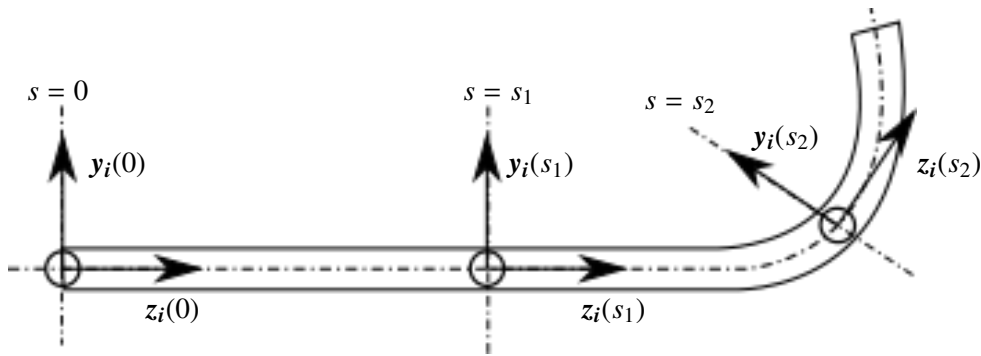


FIGURE 1.16 – Paramétrage de la courbure d'un tube

CAPACITÉS DE DÉPLOIEMENT ALFI

Le déploiement ALFI des RTC a fait l'objet de deux travaux principaux [Garriga-Casanovas et al., 2018, Gilbert et al., 2015]. Des conditions spécifiques à respecter y ont alors été identifiées concernant la pré-courbure et le déploiement des tubes, qui comprend leur rotation et leur translation, afin de pouvoir suivre un chemin de manière parfaite. Pour décrire les cas possibles de déploiement ALFI, il est nécessaire de mettre en place un paramétrage de RTC.

La pré-courbure d'un tube est usuellement définie en attachant un repère à la section du tube, qui va évoluer le long de la fibre neutre comme montré sur la Figure 1.16. Les sections sont localisées le long de la fibre neutre par une abscisse curviligne, mesurée par rapport à une des extrémités du tube. Pour une section localisée à l'abscisse curviligne s sur un tube indexé i , le repère noté $\mathcal{R}_i = (O_i, x_i, y_i, z_i)$ est construit de manière à ce que O_i soit sur la fibre neutre en s et z_i reste tangent à cette dernière. La pré-courbure décrit alors l'évolution de \mathcal{R}_i en terme de rotation le long de la fibre neutre. Elle est paramétrée par un vecteur de Darboux, notée $\hat{\mathbf{u}}_i = [\hat{u}_{ix} \ \hat{u}_{iy} \ \hat{u}_{iz}]$, qui donne le taux de variation angulaire d'une section à une autre selon les trois axes de \mathcal{R}_i . Une rotation des sections autour de x_i ou y_i et autour de z_i implique respectivement une flexion et une torsion du tube. Les grandeurs \hat{u}_{ix} et \hat{u}_{iy} sont donc appelées pré-courbures de flexion, et \hat{u}_{iz} est appelée pré-courbure en torsion.

Les tubes permettant un déploiement ALFI parfait sont soit droits, donc sans pré-courbure, soit ont une pré-courbure constante ou variant de manière exponentielle le long du tube [Garriga-Casanovas et al., 2018, Gilbert et al., 2015]. En particulier, deux types de pré-courbure ont été identifiés, la pré-courbure plane et la pré-courbure hélicoïdale. La pré-courbure plane, définie par (1.3.1) et illustrée sur la Figure 1.17a, n'est composée que d'une composante en flexion non nulle, qui peut être portée par x_i ou par y_i :

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \begin{bmatrix} \hat{u}_{ix} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.3.1)$$

La pré-courbure hélicoïdale, illustrée sur la Figure 1.17b, a elle été définie de deux façons dans la littérature. Elle est obtenue soit en considérant l'effet conjugué d'une composante en torsion et d'une composante en flexion, comme montré par la relation (1.3.2), soit en considérant des pré-courbures en flexion variant de manière sinusoïdale et déphasés de

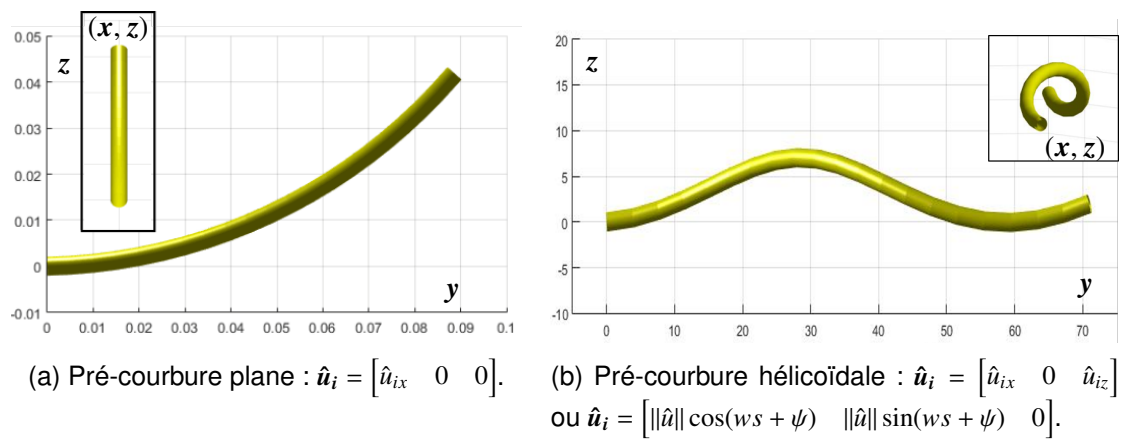


FIGURE 1.17 – Formes de tube permettant le déploiement ALFI parfait de RTC.

$\pi/2$ radians.

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \begin{bmatrix} \hat{u}_{ix} \\ 0 \\ \hat{u}_{iz} \end{bmatrix} \quad (1.3.2)$$

Dans ce dernier cas, la pré-courbure est paramétrée par un pas d'hélice w et un angle proximal ψ pour former la relation (1.3.3). Pour que deux tubes à pré-courbure hélicoïdale se déploient de manière ALFI, il faut qu'ils aient la même pré-courbure en torsion ou les mêmes valeurs de w et ψ . La courbure en flexion peut être choisie de manière arbitraire.

$$\hat{\mathbf{u}}_i = \begin{bmatrix} \|\hat{u}\| \cos(ws + \psi) \\ \|\hat{u}\| \sin(ws + \psi) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.3.3)$$

En plus de devoir respecter des contraintes de forme pour les tubes, ces derniers doivent aussi être commandés suivant une séquence spécifique. D'une part, leur orientation relative déterminée par la rotation à leur base, doit rester fixe pendant le déploiement. En particulier, les tubes doivent être assemblés soit en alignant leur pré-courbure, soit en les opposant. Sachant que lors de l'assemblage concentrique, la fibre neutre des deux tubes et donc leur axe z_i sont confondus, ces configurations correspondent au cas où l'orientation relative des tubes autour de z_i est égale à 0 et à 180 degrés respectivement sur toute la longueur du robot. Dans la suite, on parlera de tubes alignés et de tubes en opposition (cf. Définition 3) pour faire référence à ces deux configurations. D'autre part, les tubes doivent être actionnés en translation de sorte à ce que les sections qu'ils composent le long du RTC se déploient de manière séquentielle, de la base vers l'extrémité du robot. Pour les tubes à pré-courbure hélicoïdale, ce déploiement implique de contrôler de manière synchronisée la rotation et la translation des tubes, de manière à assurer une orientation relative des tubes constante comme expliqué

Définition 3 : Tubes en opposition

On dit que deux tubes sont en opposition lorsque leur orientation axiale relative est égale à 180 degrés sur toute leur longueur.

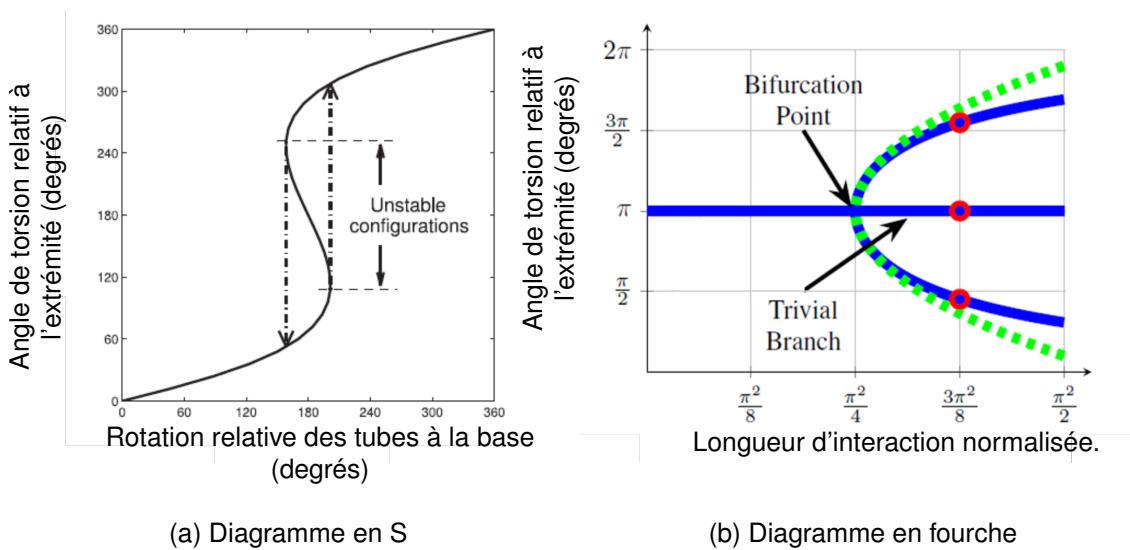


FIGURE 1.18 – Diagrammes tracés dans [Ha et al., 2016, Hendrick et al., 2015a] afin d’analyser la cardinalité des RTC.

dans [Pitt et al., 2016].

De par ces contraintes, un RTC peut effectuer des déploiements ALFI parfaits le long de chemins composés de sections à courbures constantes ou exponentielles, planes ou en forme d’hélice. Lors de leur déploiement dans le corps, par une petite incision pour une voie naturelle, un tel chemin doit donc être défini. Cette étape de planification de chemin est réalisée à partir d’images médicales du canal à traverser, comme expliqué dans [Burgner et al., 2013, Comber et al., 2016a, Girerd et al., 2018a] pour la neurochirurgie et l’exploration de fosses nasales. Les géométries de tubes les plus utilisées jusqu’à présent sont les tubes droits et les tubes à pré-courbures planes et hélicoïdales, constantes le long du tube. Elles permettent de parcourir des chemins dans le plan ou dans l’espace, suffisamment complexes alors pour les applications médicales considérées.

STABILITÉ ET CARDINALITÉ

Plusieurs travaux se sont concentrés sur l’étude des phénomènes d’instabilité élastique des RTC et sur la réduction ou la suppression de ces phénomènes [Ha et al., 2016, Gilbert et al., 2016, Dupont et al., 2010]. Ils ont été mis en évidence dans [Dupont et al., 2010] en assemblant deux tubes pré-courbés et en changeant progressivement leur orientation relative. Pendant la rotation des tubes, ces derniers sont sollicités en torsion et accumulent de l’énergie élastique. Pour une certaine rotation critique, cette énergie est telle que le RTC se reconfigure brusquement vers une configuration de plus basse énergie. On dit alors que le RTC était initialement dans une configuration instable, et a “sauté” vers une configuration stable. Comme il est dû à la sollicitation en torsion des tubes, ce phénomène peut être visualisé en affichant l’évolution de l’orientation distale relative des tubes en fonction de leur rotation à leur base. Le graphe correspondant est présenté sur la Figure 1.18a. La courbe en forme de S obtenue

nue montre que pour une augmentation constante de l'orientation proximale, l'orientation distale augmente jusqu'à atteindre un point de rebroussement au-delà duquel l'orientation saute vers la branche supérieure de la courbe. En plus d'illustrer les changements de stabilité, cette courbe montre que le RTC peut avoir plusieurs configurations d'équilibres différentes pour les mêmes variables articulaires, c.à.d pour une même rotation des tubes. En particulier pour la Figure 1.18a, pour une rotation de la base comprise entre 160° et 200° environ, le robot peut avoir jusqu'à deux configurations stables et une configuration instable. On parlera par la suite de cardinalité (c.f. Définition 4) pour désigner le nombre de configurations d'équilibre que le robot peut avoir pour une même jeu de variables articulaires pendant un déploiement.

Définition 4 : Cardinalité d'un robot continu

La cardinalité d'un robot continu correspond au nombre de configurations d'équilibre qu'il peut avoir pour un même jeu de variables articulaires.

Puisque lié l'interaction élastique entre les tubes, le phénomène d'instabilité dépend de la pré-courbure de ces derniers, de leurs propriétés mécaniques et de leur longueur d'interaction. Il dépend également de la longueur de transmission de chaque tube, puisqu'ils sont sollicités et emmagasinent de l'énergie en torsion le long de la partie de transmission. Plus la longueur d'interaction est faible, plus la section sur laquelle ils sont sollicités en torsion est petite. La courbe en S évolue alors en tendant vers une droite, passant par une valeur critique de longueur d'interaction pour laquelle la courbe n'a plus de points de rebroussement. Le RTC devient stable pour n'importe quelle rotation à la base des tubes. Il est alors qualifié de globalement stable (c.f. Définition 5) par rapport à cette rotation.

Définition 5 : Stabilité globale

Un robot continu est qualifié de globalement stable par rapport à une variable articulaire, s'il reste stable pour toutes valeurs de cette variable.

De manière complémentaire, le RTC est qualifié de stable localement si la configuration dans laquelle il se trouve est stable. La stabilité globale, locale et la cardinalité des RTC sont trois informations qu'il est nécessaire d'avoir pour contrôler le déploiement du robot de manière sûre. L'établissement d'un critère de stabilité globale, qui donne une relation entre les paramètres géométriques et mécaniques des tubes lorsque le robot est à la limite de stabilité, permet de concevoir des robots globalement stables en jouant sur la pré-courbure des tubes [Ha et al., 2017, Hendrick et al., 2015a] ou sur leurs propriétés mécaniques [Luo et al., 2018, Lee et al., 2015, Kim et al., 2014a, Azimian et al., 2014]. Dans ce dernier cas, le but est de maximiser la raideur en torsion des tubes par rapport à leur raideur en flexion, de sorte à limiter les sollicitations en torsion. Ensuite, avoir une mesure de la stabilité locale permet d'éviter des configurations instables pendant le déploiement, en planifiant un chemin stable à parcourir a posteriori [Gilbert et al., 2016, Ha et al., 2016] ou en régulant la stabilité du robot pendant le déploiement [Leibrandt et al., 2016]. Enfin, identifier les différentes configurations que peut avoir un RTC au cours de son déploiement est nécessaire pour pouvoir planifier les chemins à faire parcourir au robot.

Obtenir ces informations n'est cependant pas une tâche facile pour un nombre arbitraire de tubes dont les propriétés sont quelconques, et lorsque des efforts extérieurs sont appliqués sur le robot. Des critères de stabilité globale ont été dérivés

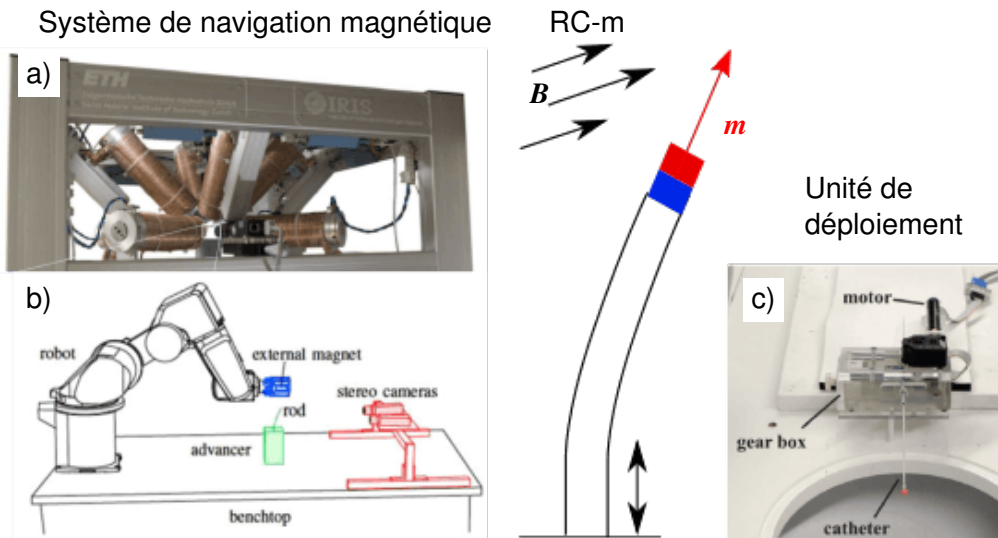


FIGURE 1.19 – Actionnement de RC-m. Systèmes de navigation magnétique : a) Octomag [Kummer et al., 2010]. b) Aimant permanent à l'extrémité d'un manipulateur série [Kratchman et al., 2017]. c) Système de déploiement de RC-m [Edelmann et al., 2017b].

pour un RTC composé de deux tubes à pré-courbure plane et sans efforts extérieurs dans [Dupont et al., 2010, Hendrick et al., 2015a]. Pour ce faire, le RTC est tout d'abord placé dans la configuration la plus défavorable d'un point de vue énergétique, qui correspond au cas où les tubes sont en opposition. La stabilité locale du RTC en fonction de la longueur d'interaction des tubes est ensuite étudiée. Pour une valeur de longueur d'interaction suffisamment faible, le robot est stable, et devient instable au-delà d'une certaine valeur critique. Cette longueur d'interaction critique marque la limite de stabilité globale. De plus, après le changement de stabilité, deux nouvelles configurations stables apparaissent pour former un diagramme en forme de fourche, représenté en termes d'angles de torsion sur la Figure 1.18b. Ces configurations ont été identifiées dans [Hendrick et al., 2015a], et montrent qu'au-delà de la longueur d'interaction critique, le RTC peut avoir deux configurations stables et une configuration instable pour le même jeu de paramètres articulaires. La cardinalité du RTC passe donc de 1 à 3 à partir de la longueur d'interaction critique.

Des critères de stabilité globale [Hendrick et al., 2015a] et locale [Gilbert et al., 2016] ont aussi été développés pour des robots composés de plus de 2 tubes, à pré-courbure plane et sans efforts extérieurs. A ce jour, seul un travail a cherché à prendre en compte un nombre et une géométrie arbitraire des tubes, ainsi que l'application d'efforts extérieurs sur le robot [Ha et al., 2016]. Il ne se concentre que sur l'évaluation de la stabilité locale du RTC, et montre notamment l'effet stabilisateur et déstabilisateur que peuvent avoir différents types d'efforts extérieurs, répartis le long du robot ou concentrés à son extrémité.

1.3.2/ ESPACE DE TRAVAIL ET COMPORTEMENT DES ROBOTS CONTINUS MAGNÉTIQUES

DESCRIPTION DÉTAILLÉE DES RC-M

Comme présenté précédemment, la déformation d'un RC-m est contrôlée en générant des efforts sur ses éléments magnétiques à l'aide d'un champ magnétique extérieur. Ces efforts dépendent du moment dipolaire des éléments magnétiques, qui peut être représenté par un vecteur noté \mathbf{m} comme représenté sur la Figure 1.19, du champ magnétique \mathbf{B} et de son gradient $\nabla\mathbf{B}$ au centre de l'élément magnétique. Les couples et forces magnétiques, notés τ_m et f_m respectivement, sont alors donnés par :

$$\begin{aligned}\tau_m &= \mathbf{m} \wedge \mathbf{B} \\ f_m &= \nabla(\mathbf{m} \cdot \mathbf{B})\end{aligned}\tag{1.3.4}$$

où les opérateurs \wedge et \cdot désignent respectivement le produit vectoriel et le produit scalaire. Deux approches ont été proposées jusqu'à présent pour contrôler ces efforts magnétiques et la forme du RC-m [Heunis et al., 2018]. La première approche consiste à considérer le champ magnétique extérieur comme constant et à modifier activement l'amplitude de \mathbf{m} . Elle a été appliquée pour concevoir des cathéters fonctionnant dans un IRM, qui a la capacité de générer des champs magnétiques d'amplitude importante (de 1.5 T à 5 T) mais suivant l'axe du tunnel principalement [Liu et al., 2014, Hetts et al., 2013]. Ces RC-m embarquent des électroaimants en guise d'éléments magnétiques, constitué de bobines, dont l'amplitude du moment dipolaire est proportionnelle au courant qui les traverse.

La seconde approche consiste à considérer un RC-m composé d'éléments magnétiques avec un moment dipolaire constant, comme des sphères ferromagnétiques ou des aimants permanents, et à contrôler de manière active le champ magnétique externe à l'aide d'un SNM. Plusieurs types de ces systèmes ont été considérés à ce jour. Le champ magnétique externe peut être généré à l'aide de bobines fixes par rapport au patient [Ongaro et al., 2019, Edelmann et al., 2017b, Chautems et al., 2018, Charreyron et al., 2019, Ullrich et al., 2014] ou d'aimants permanents ou de bobines positionnés et orientés à l'aide d'une architecture robotique [Sikorski et al., 2019a, Kratchman et al., 2017, Véron et al., 2013, Carpi et al., 2009].

En plus de l'actionnement magnétique, des unités d'actionnement permettant le déploiement du RC-m dans le corps ont aussi été proposés pour fournir un degré de liberté supplémentaire, comme par exemple le système Sensei X de Hansen Medical ou encore le dispositif fonctionnant sous champ magnétique de [Edelmann et al., 2017b].

ESPACE DE TRAVAIL ET ENCOMBREMENT

L'espace de travail et la faculté de miniaturisation des RC-m dépendent des éléments magnétiques et, le cas échéant, du SNM utilisé.

Pour un RC-m fonctionnant sous champ magnétique externe constant, le nombre de degrés de liberté et l'espace de travail en orientation dépendent du nombre d'électroaimants embarqués le long de la colonne principale, de leur orientation et du courant les traversant. En particulier, l'espace de travail est d'autant plus grand que le nombre de bobines est élevé, puisque cela implique des efforts magnétiques plus importants ou selon des

directions différentes. La conception et la fabrication à petite échelle de bobines n'est cependant pas facile et nécessite des procédés spécifiques. Le RC-m de [Liu et al., 2014] est composé de deux bobines axiales et d'une bobine radiale qui lui permet de s'orienter de ± 47 degrés dans un IRM de 1.5 T et en alimentant les bobines avec un courant de 110 mA. Les bobines sont fabriquées en enroulant un fil de cuivre de 42 Gauge, soit de diamètre 0.063 mm, ce qui a pour effet de doubler le diamètre extérieur du cathéter de base qui vaut initialement 0.83 mm. Une technique de fabrication pour limiter cette augmentation du diamètre final du robot est de fabriquer les bobines sur la surface de la colonne principale à l'aide d'un procédé de photo-lithographie, comme expliqué dans [Hetts et al., 2013]. Le nombre de spires de la bobine est alors limité par la surface disponible sur la périphérie de colonne et par le courant maximal qui doit les traverser. Cela limite la déflexion maximale du cathéter, dont l'orientation de l'extrémité atteint environ 15 degrés pour un courant dans les bobines de 100mA, pour un cathéter de base équivalent à [Liu et al., 2014] et sous un IRM de 1.5 T.

Les RC-m qui utilisent des aimants permanents comme éléments magnétiques souffrent moins de ce compromis entre encombrement et espace de travail. Ce dernier dépend de l'amplitude du champ magnétique créé par le SNM, qui dépend lui-même du nombre, de l'orientation, de la position et des propriétés magnétiques des bobines par rapport au robot. L'utilisation d'au moins 8 bobines fixes [Petruska et al., 2015], ou d'une bobine fixée sur un manipulateur à 6 degrés de liberté [Kratchman et al., 2017], permet en théorie de pouvoir contrôler le champ magnétique et son gradient en un point de l'espace, et donc de fournir 6 degrés de liberté pour le contrôle du RC-m. La position et l'orientation des bobines fixes peut alors être optimisée de manière à maximiser le champ magnétique ou son gradient dans l'espace de travail [Ongaro et al., 2019, Pourkand et al., 2018]. Cependant, en pratique, les forces magnétiques produites par les gradients de champ n'impactent pas de manière significative la forme des RC-m. Cela est dû à la raideur de leur colonne qui est en général suffisamment faible pour se déformer largement sous l'action des couples magnétiques, mais trop élevée par rapport aux forces magnétiques [Chautems et al., 2018]. De plus, il n'est pas possible de générer de couples magnétiques selon la direction de l'aimant d'après l'équation (1.3.4). Les RC-m sont donc en pratique contrôlés à l'aide de deux degrés de liberté, ce qui permet de contrôler leur orientation ou leur position dans l'espace lorsque la longueur déployée du robot est actionnée [Edelmann et al., 2017b]. L'impact des forces est donc d'autant plus important que la raideur de la colonne est faible. Le contrôle d'un RC-m par les gradients du champ magnétique a été permis dans [Chautems et al., 2017a] en considérant pour la colonne un fil très flexible.

IMPACT DES INHOMOGÉNÉTÉS DU CHAMP ET STABILITÉ

Deux phénomènes peuvent rendre le comportement des RC-m difficile à prévoir et donc à contrôler lorsque le champ magnétique est généré par un SNM. Premièrement, il est difficile en pratique d'appliquer un champ et un gradient de champ précis au niveau des éléments magnétiques. Cela est dû d'une part au champ magnétique généré qui n'est généralement pas homogène mais varie de manière continue dans l'espace de travail [Petruska et al., 2017]. Un modèle est proposé pour décrire l'évolution du champ créé par un ensemble de bobines fixes dans l'espace dans [Petruska et al., 2017]. La complexité du comportement des bobines nécessite d'étalonner ce modèle à l'aide de mesures expérimentales. L'étalonnage est réalisé de manière à être le plus précis au

centre de l'espace de travail. D'autre part, il est difficile en pratique de localiser la position des éléments magnétiques dans le corps d'un patient et donc d'appliquer le champ précisément au niveau de ces éléments. Comme expliqué dans [Shi et al., 2017], embarquer des capteurs de déformation comme des réseaux de Bragg ne permet pas de reconstituer précisément la pose de l'outil lorsque la raideur du robot continu est faible. Il n'est pas possible d'utiliser des traqueurs électromagnétiques à cause de l'actionnement magnétique en lui-même, et il est difficile de localiser précisément le RC-m via des imageurs médicaux à cause du manque de précision et de la présence d'artefacts dans l'image. De ce fait, un RC-m est commandé en pratique avec des champs magnétiques différents des champs désirés. L'erreur entre ces deux champs crée des perturbations en couple et force magnétique, qui impactent directement le comportement du robot.

Deuxièmement, les RC-m peuvent devenir instables pendant la manipulation magnétique. Ces instabilités ont été identifiées pour un robot plan composé d'un corps flexible au bout duquel un aimant est fixé dans [Tunay, 2004]. Au cours de la rotation du champ magnétique externe, l'orientation relative entre le champ et l'aimant peut passer au-delà d'une orientation critique pour laquelle le robot devient instable. Le RC-m saute alors brusquement vers une configuration stable. Ces instabilités sont dues à un phénomène de flambement magnéto-élastique, qui a été étudié dans [Singh et al., 2013] pour un RC-m plan également. Le RC-m est soumis à un champ magnétique opposé au moment dipolaire de son aimant permanent. Dans cette configuration, d'après la relation (1.3.4), le couple magnétique est nul. De plus, le champ magnétique est supposé homogène dans le plan, réduisant son gradient et les forces magnétiques à zéro. Par conséquent, le RC-m ne se déforme pas pour des valeurs faibles d'amplitude $\|B\|$. Lorsque cette amplitude augmente, $\|B\|$ passe éventuellement par une valeur critique au-delà de laquelle la colonne du robot flambe dans une direction. Cette direction dépend des défauts d'alignement entre l'aimant et le champ et des propriétés mécaniques du corps flexible, dont l'impact sur la forme du RC-m est initialement négligeable.

Bien que de potentielles sources de risque pour le patient lors d'une intervention, ces phénomènes d'instabilité n'ont jamais été étudiés pour des RC-m évoluant dans l'espace. Ces derniers constituent pourtant l'essentiel des prototypes utilisés à l'heure actuelle. De plus, de la même manière que les défauts d'alignement et de propriétés mécaniques, les perturbations de couple et de force magnétique dues à l'inhomogénéité du champ magnétique peuvent avoir une influence significative dans ces situations de flambement magnéto-élastique.

1.3.3/ DÉMARCHE POUR L'ÉTUDE DES RTC-M

L'intérêt du concept de RTC-m dépend des performances et propriétés apportées par les deux stratégies d'actionnement qui le composent. L'état de l'art détaillé sur les RTC et les RC-m permet d'avoir un aperçu des performances attendues en termes de capacité de déploiement et d'espace de travail. Il a aussi permis de mettre en évidence que ces performances sont limitées par des phénomènes de changement de cardinalité et de stabilité élastique. Dans le cas des RTC, ces phénomènes interviennent notamment dans les cas où les tubes sont placés en opposition et actionnés en translation, qui constituent une partie non négligeable des cas de déploiement ALFI connus à ce jour. Dans le cas des RC-m, ils interviennent au cours de la rotation du champ magnétique et donc de l'exploration de l'espace de travail. Dans les deux cas, ils induisent des changements

brutaux de configuration au cours desquels le comportement des robots vis à vis de leur environnement n'est pas contrôlé et dangereux. Il semble donc important d'étudier les performances de ces robots continus en considérant les potentiels changements de cardinalité et de stabilité. Cette tâche n'est cependant pas facile, et il manque à ce jour des outils pour la réaliser. Dans le cas général, un robot continu peut être soumis à des efforts extérieurs et évoluant dans l'espace. Dans ce cas, l'analyse est trop complexe pour être réalisée analytiquement. Le seul outil d'analyse qui traite ce cas général a été développé dans [Ha et al., 2016], mais il se concentre uniquement sur l'évaluation de stabilité élastique du robot.

Nous proposons donc de développer une méthode numérique pour analyser les performances et le comportement des RTC, RC-m et finalement des RTC-m. Évaluer les capacités de déploiement et l'espace de travail de ces robots nécessite de faire varier leurs coordonnées articulaires. Dans la suite, nous emploierons le terme de déploiement pour désigner le parcours d'un chemin particulier dans l'espace articulaire. La méthode numérique doit donc permettre de simuler des déploiements de robot et fournir des informations de stabilité et de cardinalité au cours de ces déploiements.

Ceci suppose de pouvoir modéliser le comportement géométrique et statique de ces robots, et en particulier les phénomènes physiques qui sont à l'origine des changements de cardinalité et de stabilité. Nous commençons donc par développer un modèle géométrico-statique de robot continu qui permet d'obtenir les informations de stabilité élastique. Il est développé dans le **Chapitre 2**. Nous proposons également une méthode originale de relaxation dynamique pour résoudre ce modèle. Les performances de la relaxation dynamique sont évaluées en termes de précision, de vitesse de calcul et de robustesse par rapport à des variations de coordonnées articulaires.

La méthode numérique est ensuite développée en **Chapitre 3**. Elle s'appuie sur le modèle géométrico-statique, auquel sont appliquées des méthodes de continuation et d'analyse de bifurcation dédiées à la simulation de déploiement et à l'analyse de changements de cardinalité. Elle intègre également un critère de stabilité pour fournir des informations de stabilité élastique.

L'étude du concept de RTC-m est ensuite réalisée en deux temps. Dans un premier temps, les performances des RTC et des RC-m sont évaluées en termes de capacité de déploiement et d'espace de travail dans le **Chapitre 4**. L'objectif de cette partie est de fournir les informations manquantes sur ces deux types de robot, qui sont rendues accessibles grâce à la méthode numérique. Les résultats concernant l'espace de travail des RC-m sont également validés expérimentalement.

Dans un second temps, une première étude expérimentale est effectuée sur un prototype conçu et fabriqué à cet effet dans le **Chapitre 5**. L'accent est notamment mis sur les trois critères de performance pour les interventions mini-invasives considérés ici que sont l'accès au site d'opération, l'espace de travail en position et en orientation des outils et l'interaction avec l'environnement. Nous considérons une approche expérimentale pour réaliser l'étude. Nous proposons en particulier trois expériences, basées sur des scénarios inspirés des interventions minimalement invasives, qui mettent en valeur les capacités du RTC-m.

MODÉLISATION GÉOMÉTRICO-STATIQUE DE ROBOT CONTINU : FORMULATION ET RÉSOLUTION NUMÉRIQUE

Dans ce chapitre, notre objectif est de disposer d'un modèle de robot continu, et d'une méthode de résolution de ce modèle, afin de simuler le déploiement et d'évaluer les performances des RTC, RC-m et RTC-m pendant les interventions médicales. Les performances que l'on souhaite évaluer sont les facultés de déploiement, l'espace de travail en considérant la pose complète de l'extrémité du robot et la stabilité élastique. Le comportement statique de ces robots nous intéresse ici pour trois raisons. Tout d'abord, les interventions médicales considérées jusqu'à présent pour les RTC et les RC-m consistent à utiliser ces derniers de manière quasi-statique. Ensuite, l'évaluation des performances choisies peut poser des difficultés dans le cas statique, qui doivent être surmontées avant de considérer le comportement dynamique du robot. Enfin, comme aucun travail n'existe sur les RTC-m dans la littérature, il est logique de se concentrer dans un premier temps sur leur comportement statique. Le modèle recherché doit fournir la géométrie du robot continu en fonction de ses variables articulaires et des efforts extérieurs qui lui sont appliqués, puisqu'ils le déforment également. Il est appelé de fait modèle géométrico-statique par la suite. La méthode de résolution doit elle être adaptée au comportement non-linéaire d'un robot continu.

2.1/ ÉTAT DE L'ART SUR LA MODÉLISATION DES ROBOTS CONTINUS ET SUR LES MÉTHODES DE RÉSOLUTION

2.1.1/ MODÉLISATION DES ROBOTS CONTINUS

Plusieurs modèles géométrico-statiques ont été proposés pour décrire le comportement des robots continus. Nous les décrivons ici avant d'engager une discussion et un choix en section 2.1.3. Ils ont fait l'objet d'un état de l'art dans [Burgner-Kahrs et al., 2015]. On peut en particulier discerner deux types de modèle : les modèles de connaissance et les modèles de représentation. Les modèles de connaissance sont développés à partir des lois de la physique et sont composés de paramètres qui ont de fait un sens physique.

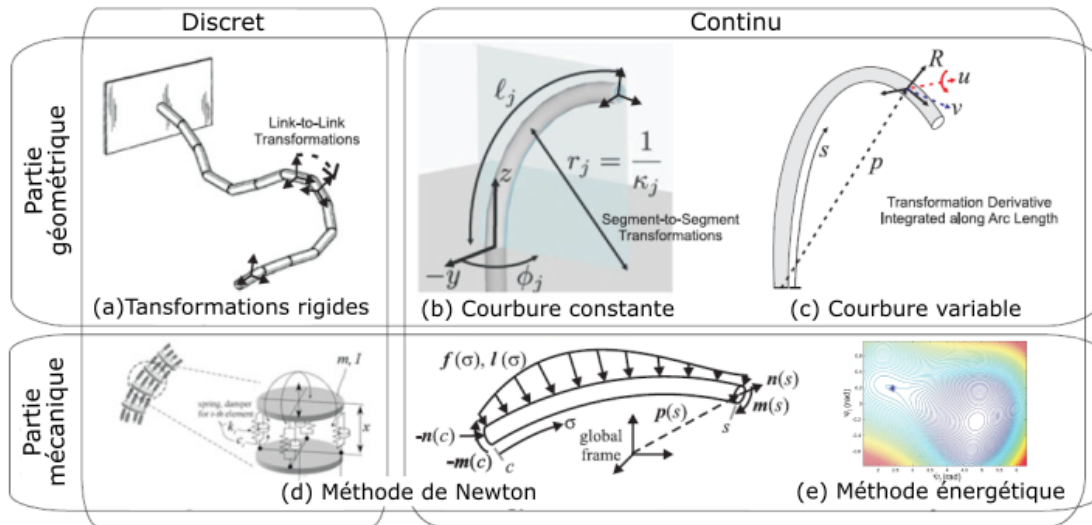


FIGURE 2.1 – Différents types de modèles développés pour les robots continus. L'image est adaptée de l'état de l'art réalisé dans [Burgner-Kahrs et al., 2015].

Le modèle de robot continu utilisé dans [Tunay, 2004] est par exemple développé à l'aide de la théorie des poutres d'Euler-Bernoulli, et fait intervenir la longueur, la raideur de la colonne et les efforts d'actionnement. Les modèles de représentation visent à approximer le comportement du robot par un modèle mathématique. Des séries de Fourier tronquées ont été par exemple utilisées dans [Dupont et al., 2010], et des réseaux de neurones dans [Grassmann et al., 2018]. Les paramètres numériques de ces modèles n'ont alors pas de signification physique.

L'analyse numérique des RTC, RC-m et RTC-m et l'explication physique des résultats obtenus ne peut se faire qu'à partir d'un modèle de connaissance. Comme expliqué dans [Burgner-Kahrs et al., 2015], ce modèle est composé de deux parties, une partie géométrique et une partie mécanique, présentés sur la Figure 2.1. Plusieurs modèles ont été proposés pour ces deux parties, qui diffèrent par les hypothèses considérées pour leur établissement.

Le modèle géométrique consiste à lier la courbure de la fibre neutre du robot à sa pose dans l'espace. Trois méthodes ont été envisagées comme montré sur la Figure 2.1. La première méthode consiste à approximer le robot continu par un nombre fini d'éléments rigides assemblés en série [Ganji et al., 2009, Kutzer et al., 2011]. Les méthodes de modélisation géométrique classique des manipulateurs séries, comme celles basées sur le paramétrage de Denavit-Hartenberg ou la théorie des torseurs, peuvent être alors utilisés. Elles permettent d'obtenir une expression analytique du modèle géométrique, qui est de fait rapide à calculer.

La deuxième méthode considère que le robot continu peut être décomposé en un ensemble de sections le long desquelles la courbure de la fibre neutre est constante. La forme de chaque section d'indice j peut alors être définie par la longueur de la section l_j , sa courbure κ_j et l'orientation de son plan de courbure Φ_j comme présenté sur la Figure 2.1.(b). Une expression analytique du modèle géométrique direct et du modèle cinématique du robot peut être obtenue, qui a par exemple été utilisée pour réaliser une commande cartésienne de RTC dans [Webster et al., 2009b]. Elle fournit de plus une approximation satisfaisante du comportement géométrique des RTC lorsqu'ils

sont composés de tubes à pré-courbure plane et constante, sans sollicitation en torsion et qui ne sont pas soumis à des efforts extérieurs. Elle a donc été utilisée pour réaliser des analyses cinématiques en considérant plusieurs indices de performance dans [Chikhaoui et al., 2016b, Li et al., 2017] afin de donner des éléments de dimensionnement.

Le troisième méthode consiste à considérer la courbure comme variant de manière continue le long de la colonne vertébrale du robot, qui forme alors une courbe continue dans l'espace paramétrée par une abscisse curviligne s . Cette courbe est appelée la fibre neutre de la colonne vertébrale par la suite, et est représentée par une ligne pointillée sur la Figure 2.1.(c). Un repère local est attaché en tout point de la fibre neutre, dont l'origine et l'orientation varient avec s . La courbure représente alors le taux de variation de l'orientation du repère local. De manière analogue au paramétrage de la pré-courbure des tubes en Chapitre 1, elle est représentée à l'aide d'un vecteur de Darboux à trois composantes noté $\mathbf{u}(s)$. La vitesse linéaire par rapport à s de l'origine du repère locale est notée $\mathbf{v}(s)$. Ces deux vecteurs sont usuellement exprimés dans le repère local et représentent les déformations de la colonne en flexion/torsion et en élongation/cisaillement respectivement. La position et l'orientation de la fibre neutre dans l'espace peuvent être calculées à partir de ces deux vecteurs à l'aide de notions de géométrie différentielle. Leur expression dépend alors du formalisme utilisée pour décrire l'orientation. Dans le domaine des robots continus, cette dernière est classiquement décrite à l'aide de la matrice de rotation $\mathbf{R}(s)$ permettant de passer du repère fixe au repère local [Rucker et al., 2010a]. La position $\mathbf{p}(s)$ de la fibre neutre dans le repère fixe, l'orientation $\mathbf{R}(s)$ et la courbure sont alors liées par les relations :

$$\begin{cases} \mathbf{R}'(s) = [\mathbf{u}]_{\times} \mathbf{R} \\ \mathbf{p}'(s) = \mathbf{R} \mathbf{v} \end{cases} \quad (2.1.1)$$

où $[\mathbf{u}]_{\times}$ désigne la matrice de pré-produit vectoriel de \mathbf{u} et où \mathbf{R}' désigne la dérivée de \mathbf{R} par rapport à s . Des quaternions ont également été utilisés dans un cadre robotique dans [Edelmann et al., 2017b]. Les autres représentations de l'orientation ont été utilisées dans les travaux portant sur la modélisation de poutres au sens large. Les représentations par angles d'Euler et par axe et angle ont été utilisées par exemple dans [Cao et al., 2008] et [Boyer et al., 2004] respectivement. Rien n'empêche a priori de les utiliser dans le cadre des robots continus.

La courbure de la fibre neutre est calculée à partir des efforts articulaires et produits par l'environnement via la partie mécanique du modèle géométrico-statique. Comme montré sur la Figure 2.1, deux méthodes permettent de l'obtenir.

La première méthode consiste à faire le bilan des forces et des couples appliqués sur la colonne vertébrale du robot et à écrire les équations d'équilibre par les formules de Newton. Ces équations d'équilibre font intervenir les efforts appliqués et les propriétés mécaniques de la colonne, dont la modélisation dépend de la manière de représenter la forme du robot continu. Le robot est considéré comme un ensemble fini d'éléments liés entre eux par des masses, des ressorts et des amortisseurs dans [Jung et al., 2014, Zheng et al., 2012]. Les efforts dus à l'actionnement et aux interactions avec l'environnement sont alors appliqués ponctuellement sur ces éléments. Cette méthode permet d'obtenir simplement un modèle statique et même dynamique de robot continu. Elle permet de plus de prendre en compte différents types d'efforts extérieurs, y compris des efforts de frottement dus par exemple au passage de tendons le long de la colonne [Jung et al., 2014]. Elle a également été utilisée pour un RC-m

dans [Liu et al., 2014] afin de pouvoir considérer un ensemble de segments dont les déformations sont faibles, et ainsi de pouvoir les modéliser simplement comme étant un assemblage de poutres d'Euler-Bernoulli. La colonne du robot continu est considérée comme décrivant une courbe dans l'espace dans les modèles mécaniques présentés dans [Dupont et al., 2010, Edelmann et al., 2017b, Kratchman et al., 2017]. Les sommes des forces et des moments s'écrivent alors en chaque point de la colonne vertébrale sous la forme d'équations différentielles par rapport à s . Cette approche est notamment à l'origine des équations de Cosserat, qui permettent de calculer les moments fléchissants m et les efforts tranchants n le long de la colonne en fonction de couples τ et de forces f distribuées et concentrées à son extrémité. Ces différentes grandeurs sont représentées sur la Figure 2.1.(d). Les équations de Cosserat peuvent prendre deux formes différentes, selon si les moments et forces sont exprimées dans le repère fixe ou le repère local. Elles s'écrivent respectivement :

$$\begin{cases} m' + \tau + [p']_x n = 0 \\ n' + f = 0 \end{cases} \quad (2.1.2)$$

$$\begin{cases} m' + \tau + [u]_x m + [v]_x n = 0 \\ n' + f + [u]_x n = 0 \end{cases} \quad (2.1.3)$$

Le lien entre m , n et les vecteurs de déformation u et v est donné par la loi constitutive du matériau utilisé pour réaliser le robot continu.

Ces équations ont été utilisées pour décrire le comportement mécanique des RTC, sans efforts extérieurs [Dupont et al., 2010] puis en leur présence [Rucker et al., 2010a, Lock et al., 2010]. Elles ont permis de fournir de premiers modèles de l'impact du frottement entre les tubes [Lock et al., 2011]. Elles ont également été utilisées pour les RC-m afin de calculer leur courbure en fonction des actions du champ magnétique et de la gravité, dans le but de réaliser une commande cartésienne [Edelmann et al., 2017b, Kratchman et al., 2017].

La seconde méthode consiste à dériver les équations d'équilibre en partant de l'énergie potentielle du robot continu. Le robot est en équilibre lorsque sa forme minimise son énergie potentielle. Cette forme peut être paramétrée par la courbure, la position ou l'orientation de la fibre neutre. La méthode a deux avantages principaux. Premièrement, elle permet de prendre facilement en compte un assemblage de plusieurs corps flexibles. Elle a donc été utilisée avec succès pour modéliser le comportement des RTC [Webster et al., 2009a, Rucker et al., 2010b] et des robots à colonnes multiples [Xu et al., 2008]. Il s'agit là pour nous d'un avantage essentiel étant donné notre souhait de construire un modèle de RTC-m. Deuxièmement, elle implique de calculer au préalable l'énergie potentielle qui est nécessaire pour étudier la stabilité élastique des poutres [Kumar et al., 2010, Lazarus et al., 2013] et des robots continus [Tunay, 2004, Ha et al., 2016]. Le robot est en effet stable si la dérivée seconde de l'énergie par rapport aux variables paramétrant la forme du robot est définie positive. La méthode énergétique a donc fourni un formalisme uniforme pour déterminer le modèle mécanique ainsi que la stabilité de RTC soumis à des efforts extérieurs [Ha et al., 2016] et de RC-m plan [Tunay, 2004]. Elle suppose par contre que les efforts appliqués sur le robot continu sont conservatifs, c-à-d qu'il est possible de leur associer une énergie potentielle. Elle ne permet donc pas de prendre en compte des efforts non conservatifs comme les frottements.

2.1.2/ MÉTHODES DE RÉOLUTION

Les modèles basés sur la représentation du robot continu en un nombre fini de sections, rigides et droites ou à courbure constante, consistent en un jeu d'équations non-linéaires. Suivant la stratégie d'actionnement du robot utilisée, ces équations peuvent avoir une solution analytique. C'est le cas par exemple pour les RTC décrits dans [Webster et al., 2009a] et [Chikhaoui et al., 2016b], dont la courbure et l'orientation du plan de courbure peuvent être décrits directement comme des fonctions de la rotation et de la translation des tubes. Une telle solution n'existe pas pour les RC-m plans soumis à un champ magnétique dont l'orientation est fixe dans l'espace, comme montré dans [Tunay, 2004, Liu et al., 2014, Sikorski et al., 2019a]. Le système d'équations non-linéaires doit donc être résolu numériquement, ce qui peut être fait avec une méthode de Gauss-Newton ou une méthode de bisection [Tunay, 2004].

Lorsque la courbure de la colonne est considérée variable, le modèle devient plus complexe et consiste en un système d'équations différentielles contraintes par des conditions limites aux deux extrémités du robot. En général, il est difficile voire impossible de trouver une solution analytique à ce problème aux conditions limites. Une solution analytique pour un RTC composé de deux tubes à pré-courbures constantes et planes et sans efforts extérieurs a été développée dans [Dupont et al., 2010]. Une solution a aussi été trouvée pour un RC-m plan, en considérant des efforts magnétiques et une force extérieure à l'extrémité et en négligeant l'action de la gravité dans [Tunay, 2004]. Notons cependant que cette solution n'a été validée ni numériquement ni expérimentalement. En dehors de ces cas très restrictifs sur le plan applicatif, une résolution numérique du modèle géométrico-statique est nécessaire. Des méthodes numériques ont donc été proposées pour calculer la configuration du robot, et notamment pour gérer les conditions limites le long de la colonne et aux extrémités.

Les conditions limites initiales et finales sont gérées indépendamment en deux étapes à l'aide d'une méthode de tir dans [Lock et al., 2010]. Ainsi, dans un premier temps, les équations différentielles sont intégrées de la base jusqu'à l'extrémité du robot en ne considérant que les conditions limites initiales. L'état final obtenu est ensuite comparé avec les conditions finales souhaitées. Dans un deuxième temps, l'erreur obtenue est annulée en calculant la valeur initiale correcte à l'aide d'une méthode de résolution d'équations non-linéaires comme par exemple la méthode de Newton-Raphson (NR) ou de Levenberg-Marquardt (LM).

Des méthodes de collocation ont été utilisées dans [Gilbert et al., 2016, Girerd et al., 2018a] pour les RTC et dans [Edelmann et al., 2017b, Kratchman et al., 2017] pour les RC-m. Elles consistent à discrétiser le robot continu le long de sa colonne en un nombre fini de noeuds. Les dérivées constituant les équations différentielles sont écrites sous la forme de différences finies, et sont évaluées en chaque noeud. Le problème aux conditions limites est alors transformé en un jeu d'équations non-linéaires qu'il est possible de résoudre avec les méthodes de NR et LM. Les noeuds sont placés automatiquement le long de la colonne de manière à optimiser la précision de la méthode et son temps d'exécution. La discrétisation du RC-m le long de sa colonne est également considéré dans [Tunay, 2011]. Dans [Tunay, 2011], le placement des noeuds et la résolution des équations sont réalisés via le logiciel de calcul par éléments finis COMSOL, qui implémente la méthode de Newton. Dans [Baek et al., 2016], les tubes du RTC sont représentés à l'aide d'un modèle 3D par éléments finis. Les dynamiques du robot sont ensuite intégrées à l'aide d'un schéma d'intégration de Bathe pour obtenir la

configuration d'équilibre du robot.

2.1.3/ DISCUSSION

L'état de l'art réalisé dans cette section nous permet de faire tout d'abord un choix de modèle géométrico-statique. Considérer une courbure variable le long de la colonne vertébrale semble nécessaire pour décrire et analyser le comportement des RTC et RC-m. Cela permet de pouvoir prendre en compte les sollicitations en torsion dans les tubes, qui sont responsables des phénomènes d'instabilité élastique des RTC. De plus, l'hypothèse de courbure constante n'est pas valide pour les RC-m puisqu'ils sont déformés à la fois par les efforts magnétiques et par la gravité. Concernant le modèle mécanique, nous choisissons de le développer à partir de l'énergie potentielle du robot. Cela permettra de pouvoir facilement prendre en compte un nombre arbitraire de tubes en interactions et d'obtenir des informations de stabilité élastique. Cela implique de ne pas prendre en compte l'effet des frottements entre les tubes, qui auront une influence sur le comportement du robot. Cependant, nous avons vu en section 1.2.2 qu'il est difficile à l'heure actuelle de modéliser de manière précise ces frottements [Lock et al., 2011, Ha et al., 2019]. Même dans le cas où les modèles de frottement sont inclus dans le modèle géométrico-statique de robot continu, une étude expérimentale est nécessaire pour vérifier la validité des résultats. L'impact des frottements sera donc observé expérimentalement dans ce travail.

Du fait des hypothèses considérées pour notre modèle géométrico-statique, ce dernier consiste en un problème aux conditions limites qu'il n'est pas possible de résoudre analytiquement. Il n'y a pas aujourd'hui de consensus sur la méthode numérique à utiliser pour résoudre ce type de modèle dans le cadre des robots continus. L'ensemble des méthodes de résolution reposent sur des méthodes de résolution d'équations non-linéaires dont les performances dépendent de la configuration de départ qui leur est fournie et qui est prédite par l'utilisateur. Le comportement non-linéaire des RTC et des RC-m, ainsi que les phénomènes d'instabilité élastique et de changement de cardinalité, peuvent rendre cette tâche de prédiction complexe et mettre en défaut la résolution. Il est donc d'intérêt de proposer d'autres méthodes numériques pour calculer la configuration des RTC-m. Les méthodes numériques pour résoudre ces problèmes aux conditions limites reviennent toutes à discrétiser le robot le long de sa colonne, que ce soit au cours de l'intégration numérique des équations différentielles ou l'élaboration d'un modèle par éléments finis. Cette étape de discrétisation permet de prendre en compte des conditions aux limites placées ponctuellement le long de la colonne. Elle permet également de construire des critères de stabilité élastique. Comme expliqué dans [Lazarus et al., 2013, Kumar et al., 2010] dans le cadre des poutres élancées, la matrice Hessienne de l'énergie potentielle élastique peut alors être exprimée de manière analytique. Nous proposons donc de discrétiser le robot continu le long de son abscisse curviligne. La discrétisation est faite manuellement dans un premier temps afin de pouvoir contrôler la position des noeuds. Cela nous permettra d'exprimer des conditions limites appliquées sur le robot en des positions données le long de la colonne. Nous montrons dans la suite qu'après la discrétisation, le problème de calcul de la configuration du robot continu est similaire à celui de la recherche de forme d'une structure élastique discrète comme une tensegrité [Barnes, 1999, Lewis et al., 1984]. La relaxation dynamique est une méthode numérique qui a été utilisée avec succès pour résoudre de tels problèmes. Elle a de plus déjà été considérée pour des modèles par éléments finis de poutres et de coques [Rezaiee-Pajand et al., 2010]. Nous proposons donc de l'utiliser pour calculer la configuration de RTC et de RC-m. Dans la suite, nous

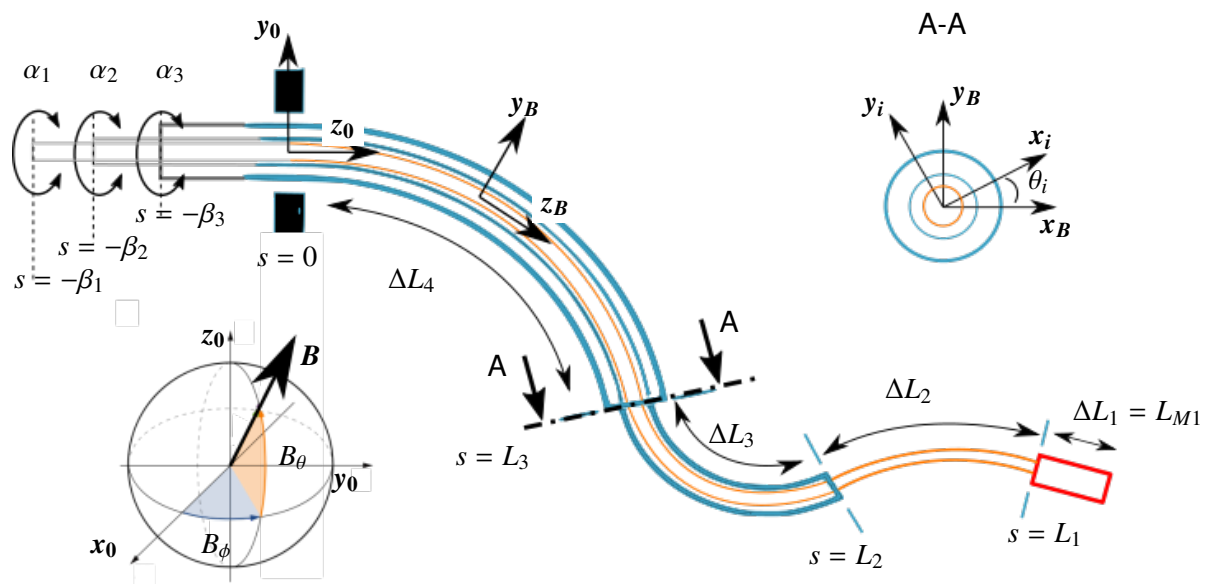


FIGURE 2.2 – Schéma présentant le paramétrage utilisé pour la modélisation des RTC, RC-m et RTC-m. Il représente un RTC à trois tubes, dont le tube intérieur est constitué d'un matériau flexible et au bout duquel est fixé un aimant permanent.

commençons par dériver un modèle géométrico-statique adapté aux RTC et RC-m par une méthode énergétique. La méthode de discrétisation est ensuite expliquée, pour pouvoir finalement appliquer la relaxation dynamique. La justesse du modèle et les performances de la méthode de résolution sont enfin évaluées en les comparant à des résultats de référence de la littérature.

2.2/ DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE

2.2.1/ DESCRIPTION DU ROBOT CONTINU ET HYPOTHÈSES

Comme présenté sur la Figure 2.2, on considère un robot continu consistant en un assemblage concentrique de n tubes, constitués de Nitinol (en bleu) ou de matériaux plus flexibles (en jaune) et de n_M aimants permanents (en rouge). Cette architecture générale permet en particulier de décrire un RTC en ne considérant que des tubes en Nitinol, et un RC-m en ne considérant qu'un seul tube flexible et un aimant permanent à son extrémité. Les tubes sont numérotés de l'intérieur à l'extérieur de l'assemblage télescopique. La longueur déployée du tube i , qui correspond à son degré de liberté en translation, est notée L_i . Les notations utilisées dans la suite pour développer le modèle géométrico-statique sont rassemblées dans le Tableau 2.1. Elle est mesurée par rapport à la configuration initiale du robot où les extrémités des tubes sont toutes localisées à l'abscisse curviligne $s = 0$. Le degré de liberté en rotation du tube i est paramétré par l'angle α_i . Les tubes sont actionnés en rotation et en translation à l'abscisse curviligne $s = -\beta_i$ où les tubes sont saisis, avec β_i la longueur de transmission du tube i . Les aimants permanents sont considérés comme fixés à l'extrémité des tubes. Il peut donc y avoir au maximum $n_M = n$ aimants. La longueur de l'aimant fixé sur le tube i est notée L_{Mi} . Les efforts magnétiques sont produits au niveau de ces aimants par un champ magnétique \mathbf{B} . Nous ne faisons pas d'hypothèses sur l'homogénéité du champ. Son orientation et son amplitude varient

de manière continue dans l'espace de travail du robot. L'orientation de \mathbf{B} dans \mathcal{R}_0 est paramétrée par deux angles notés B_ϕ et B_θ représentés sur la Figure 2.2. L'assemblage des tubes concentriques et des aimants forment un robot composé de $n + n_M$ sections, le long desquelles on suppose le nombre de tubes et d'aimants en interaction constant. Les sections sont numérotées de la section distale à la section proximale du robot. La longueur de la section j est notée ΔL_j . Dans le cas où la section ne comporte pas d'aimant, sa longueur est liée à la longueur déployée des tubes par la relation $\Delta L_j = L_i - L_{i+1}$. Dans le cas où la section j comporte l'aimant du tube i , sa longueur est liée à la longueur de l'aimant par la relation $\Delta L_j = L_{Mi}$.

On considère que le robot continu est déformé par l'interaction élastique entre les tubes pré-courbés, et par deux types d'efforts extérieurs : des forces et des couples répartis le long de la colonne, notés $f(s)$ et $\tau(s)$ respectivement, et des forces et des couples concentrés à l'extrémité notés respectivement \mathbf{F} et \mathbf{T} . Ils nous permettent par la suite de prendre en compte les efforts magnétiques ainsi que l'action de la pesanteur. Bien que cette dernière soit classiquement négligée dans le cas des RTC du fait de la rigidité des tubes en Nitinol, elle a en effet un impact significatif sur la forme des RC-m. Nous supposons par la suite que ces efforts sollicitent les tubes en flexion et en torsion uniquement. En effet, les sollicitations en cisaillement et en traction/compression sont négligeables pour les robots continus composés de tubes longs et fins comme c'est le cas ici [Rucker et al., 2010a, Kratchman et al., 2017]. Cela revient à considérer le robot comme étant un assemblage concentrique de poutres de Kirchhoff.

2.2.2/ GÉOMÉTRIE DU ROBOT CONTINU

La forme du robot continu est décrite à l'aide de la courbure, de la position et de l'orientation de sa fibre neutre dans l'espace, qui sont définis par rapport à différents repères. Un repère fixe dans l'espace $\mathcal{R}_0 = (O, x_0, y_0, z_0)$ est attaché à la base du robot, représentée en noir sur la Figure 2.2. La fibre neutre du robot décrit une courbe dans \mathcal{R}_0 composée de points de coordonnées $\mathbf{p}(s)$. La configuration locale du robot peut alors être définie à l'aide d'un repère de Bishop $\mathcal{R}_B = (\mathbf{p}(s), x_B, y_B, z_B)$, obtenu en faisant glisser \mathcal{R}_0 le long de la colonne sans rotation autour de z_B . Le repère $\mathcal{R}_i = (\mathbf{p}(s), x_i, y_i, z_i)$, dans lequel la pré-courbure des tubes a été définie dans le Chapitre 1, est ensuite attaché à la section du tube i à l'abscisse curviligne s . La pré-courbure du tube i est notée $\hat{\mathbf{u}}_i(s)$. Puisque l'on néglige les sollicitations en cisaillement, les axes z_B et z_i sont colinéaires. Le passage de \mathcal{R}_B à \mathcal{R}_i revient alors à réaliser la rotation $(\theta_i(s), z_B)$, où $\theta_i(s)$ est l'angle de torsion du tube i à l'abscisse s . Dans la suite de ce chapitre, on utilisera au besoin les indices $(0, B$ and $i)$ pour indiquer dans quel repère les différents vecteurs d'intérêt sont exprimés.

En considérant les repères utilisés ici, le vecteur de courbure \mathbf{u}_B rassemble les taux de variation angulaires du repère \mathcal{R}_B en fonction de s . Il représente donc la vitesse angulaire de \mathcal{R}_B le long de la fibre neutre. Les composantes de \mathbf{u}_B suivant x_B et y_B sont les courbures en flexion. L'assemblage télescopique des tubes leur impose de partager la même courbure en flexion. Les vecteurs de Darboux de chaque tube, projetés dans le repère \mathcal{R}_B , sont donc égaux. En remarquant de plus que la projection de \mathbf{u}_B sur l'axe z_B est nulle par construction de \mathcal{R}_B , la contrainte liée à l'assemblage télescopique s'écrit :

$$\mathbf{u}_B = {}^B \mathbf{R}_i \begin{bmatrix} u_{ix} \\ u_{iy} \\ 0 \end{bmatrix} \quad i = 1 \dots n \quad (2.2.1)$$

Notation	Description
s	Abscisse curviligne mesurée le long du robot. $s = 0$ correspond au point d'insertion des tubes.
i	Numéro du tube.
n, n_M	Nombre de tubes et nombre d'aimants.
$\mathcal{R}_0, \mathcal{R}_B, \mathcal{R}_i$	Repère fixe, repère de Bishop, repère attaché au tube i
${}^0\mathbf{R}_B$	Matrice de rotation permettant de passer de \mathcal{R}_B à \mathcal{R}_0
β_i	Longueur de transmission du tube i
α_i	Angle d'actionnement du tube i en $s = -\beta_i$
L_i	Longueur déployée du tube i
ΔL_j	Longueur de la section j
$\hat{\mathbf{u}}_i(s)$	Vecteur de pré-courbure du tube i , contenant les pré-courbures en flexion et en torsion portées par les axes de \mathcal{R}_i
$\mathbf{u}_i(s)$	Vecteur contenant les courbures en flexion et en torsion portées par les axes de \mathcal{R}_i à l'abscisse curviligne s , nommées $u_{ix}(s)$, $u_{iy}(s)$ et $u_{iz}(s)$
$\theta_i(s)$	Angle de torsion du tube i
$\mathbf{p}(s)$	Position de la colonne vertébrale dans l'espace, exprimée dans \mathcal{R}_0
$\mathbf{a}(s)$	Orientation de la colonne vertébrale dans l'espace, représentée à l'aide d'angles d'Euler selon une séquence ZY'X"
$\mathbf{p}_0, \mathbf{a}_0$	Position et orientation de la colonne vertébrale du robot en $s = 0$
K_i	Matrice de raideur du tube i , contenant les raideurs en flexion k_{ix}, k_{iy} et en torsion k_{iz} exprimées par rapport à \mathcal{R}_i
$\boldsymbol{\tau}_m, \mathbf{f}_m$	Couples et forces magnétiques exprimés dans \mathcal{R}_B .
\mathbf{f}_g	Forces de pesanteur exprimées dans \mathcal{R}_0 .
$(\boldsymbol{\tau}_{ext}, \mathbf{f}_{ext})$	Couples et forces appliqués par l'environnement extérieur de manière distribuée le long de la colonne, exprimés dans \mathcal{R}_B et \mathcal{R}_0 resp.
$(\mathbf{T}_B, \mathbf{F}_0)$	Couple et force appliqués par l'environnement extérieur à l'extrémité de la colonne, exprimés dans \mathcal{R}_B et \mathcal{R}_0 resp.
$(\lambda_a(s), \lambda_p(s))$	Multiplicateurs de Lagrange correspondant aux moments fléchissant et aux efforts tranchants, exprimés dans \mathcal{R}_B et \mathcal{R}_0 resp.

TABLE 2.1 – Description des paramètres utilisés dans le modèle géométrico-statique de robot continu.

où ${}^B\mathbf{R}_i$ est la matrice de rotation décrivant la rotation de \mathcal{R}_i par rapport à \mathcal{R}_B , et où u_{ix} et u_{iy} sont les coordonnées de \mathbf{u}_i le long de x_i and y_i . La composante de \mathbf{u}_i suivant z_i correspond à la vitesse de variation de l'angle de torsion θ_i le long de la colonne, notée θ'_i . Elle apparaît dans la relation de projection de \mathbf{u} entre les repères \mathcal{R}_i et \mathcal{R}_B , qui s'écrit :

$$\mathbf{u}_i = {}^i\mathbf{R}_B \mathbf{u}_B + \theta'_i \mathbf{e}_z \quad i = 1 \dots n \quad (2.2.2)$$

où $[\dots]'$ représente l'opération de dérivation par rapport à l'abscisse curviligne s et $\mathbf{e}_z = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$.

Calculer l'orientation de la colonne dans l'espace revient à déterminer l'orientation de \mathcal{R}_B par rapport à \mathcal{R}_0 pour tout s . Les angles d'Euler sont choisis ici pour paramétrer cette orientation. Malgré le fait qu'ils présentent des singularités de représentation, ils fournissent un paramétrage minimal qui facilite l'écriture des équations d'équilibre. On verra de plus par la suite que la dérivation de l'énergie potentielle par rapport à ces angles d'Euler permet de conserver un sens physique aux termes intervenant dans le modèle,

contrairement à ce que l'on obtient avec des quaternions ou des matrices de rotation par exemple. Plusieurs variantes d'angles d'Euler existent, qui correspondent à différentes séquences de rotation. Pour passer du repère \mathcal{R}_0 à \mathcal{R}_B , la séquence de rotation ZY'X" est choisie. Une première rotation d'axe z_0 et d'angle a_z est effectuée pour passer de \mathcal{R}_0 au repère $\mathcal{R}_Z = (x_Z, y_Z, z_Z)$. Ce dernier est ensuite transformé par une rotation d'axe y_Z et d'angle a_y pour donner le repère $\mathcal{R}_{Y'} = (x_{Y'}, y_{Y'}, z_{Y'})$. Le repère \mathcal{R}_B est enfin obtenu en appliquant une rotation d'axe $x_{Y'}$ et d'angle a_x sur $\mathcal{R}_{Y'}$. Les trois angles sont rassemblés dans un vecteur noté $\mathbf{a}(s) = [a_x(s) \ a_y(s) \ a_z(s)]^T$. On ne mentionnera plus la dépendance à s dans la suite par souci de simplicité. La matrice de rotation permettant de passer de \mathcal{R}_0 à \mathcal{R}_B a alors pour expression :

$$\begin{aligned} {}^0\mathbf{R}_B(\mathbf{a}) &= {}^0\mathbf{R}_Z(a_z) {}^Z\mathbf{R}_{Y'}(a_y) {}^{Y'}\mathbf{R}_B(a_x) \\ {}^{Y'}\mathbf{R}_B(a_x) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(a_x) & -\sin(a_x) \\ 0 & \sin(a_x) & \cos(a_x) \end{bmatrix} \quad {}^Z\mathbf{R}_{Y'}(a_y) = \begin{bmatrix} \cos(a_y) & 0 & \sin(a_y) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(a_y) & 0 & \cos(a_y) \end{bmatrix} \\ {}^0\mathbf{R}_Z(a_z) &= \begin{bmatrix} \cos(a_z) & -\sin(a_z) & 0 \\ \sin(a_z) & \cos(a_z) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

La courbure, la position et l'orientation de la colonne vertébrale fournissent un paramétrage surabondant de la forme du robot. Ces grandeurs sont liées par les relations géométriques (2.1.1). La première équation, qui lie l'orientation de la fibre neutre à la courbure \mathbf{u}_B , est dérivée en considérant les angles d'Euler \mathbf{a} à l'aide de la formule donnée dans [Cao et al., 2008] :

$$\mathbf{u}_B = \sum_{j=1}^3 \frac{\partial d_{2j}}{\partial s} d_{3j} \mathbf{d}_1 + \frac{\partial d_{3j}}{\partial s} d_{1j} \mathbf{d}_2 + \frac{\partial d_{1j}}{\partial s} d_{2j} \mathbf{d}_3 \quad (2.2.4)$$

où les $(d_{ij})_{i,j}$ sont les composantes de ${}^0\mathbf{R}_B(\mathbf{a})$ et où les \mathbf{d}_k sont ses lignes. Les dérivées par rapport à s font apparaître le vecteur \mathbf{a}' tel que $\frac{\partial d_{ij}}{\partial s} = \frac{\partial d_{ij}}{\partial \mathbf{a}}^T \mathbf{a}'$. Sachant de plus que $\frac{\partial d_{2i}}{\partial s}$ est scalaire, on peut écrire :

$$\mathbf{u}_B = \sum_{j=1}^3 d_{3j} \mathbf{d}_1 \frac{\partial d_{2j}}{\partial \mathbf{a}}^T \mathbf{a}' + d_{1j} \mathbf{d}_2 \frac{\partial d_{3j}}{\partial \mathbf{a}}^T \mathbf{a}' + d_{2j} \mathbf{d}_3 \frac{\partial d_{1j}}{\partial \mathbf{a}}^T \mathbf{a}' \quad (2.2.5)$$

En considérant la séquence d'angle d'Euler ZY'X" et en factorisant par \mathbf{a}' , l'équation (2.2.4) devient :

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_a &= \mathbf{u}_B - \mathbf{M} \mathbf{a}' = 0 \\ \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\sin(a_y) \\ 0 & \cos(a_x) & \sin(a_x) \cos(a_y) \\ 0 & -\sin(a_x) & \cos(a_x) \cos(a_y) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

où \mathbf{C}_a est le vecteur de contrainte dû à la relation entre \mathbf{a} et \mathbf{u}_B . Les angles d'Euler sont connus pour apporter des singularités de représentation dont il faut tenir compte lors de leur utilisation. Ces singularités apparaissent ici lorsque $|a_y| = \pi/2$, qui correspond au cas où la matrice \mathbf{M} n'est plus inversible.

Le calcul de la seconde équation, qui lie l'orientation à la position de la fibre neutre, nécessite de connaître le vecteur de déformation en élongation/cisaillement \mathbf{v} . Puisque

l'on fait l'hypothèse que les sollicitations en élongation et en cisaillement sont négligées, on a $\mathbf{v} = [0 \ 0 \ 1]^T$. La relation entre la position de la fibre neutre et son orientation s'écrit alors à l'aide d'un second vecteur de contrainte \mathbf{C}_p tel que :

$$\mathbf{C}_p = \mathbf{p}' - {}^0\mathbf{R}_B(\mathbf{a}) [0 \ 0 \ 1]^T = 0 \quad (2.2.7)$$

La position et l'orientation du robot en $s = 0$, notées \mathbf{p}_0 et \mathbf{a}_0 , interviennent comme des conditions initiales pour les équations différentielles (2.2.6) et (2.2.7) qui s'écrivent :

$$\begin{cases} \mathbf{p}(0) = \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{a}(0) = \mathbf{a}_0 \end{cases} \quad (2.2.8)$$

2.2.3/ ÉQUILIBRE MÉCANIQUE

Les équations d'équilibre sont maintenant mises en place en partant de l'énergie potentielle totale du robot continu. On s'intéresse dans un premier temps aux équations d'équilibre de la section j , le long de laquelle n_j tubes sont en interaction. L'énergie potentielle de la section j est la somme de l'énergie accumulée lors de la déformation élastique des tubes, et de l'énergie induite par les efforts extérieurs. L'énergie potentielle due à la déformation élastique, notée E_e , dépend de la déformation du robot et de ses propriétés mécaniques. On suppose que les matériaux composant les tubes ont un comportement élastique linéaire, une hypothèse qui est classiquement faite pour les RTC et les RC-m. Il est alors possible de définir les raideurs en flexion et en torsion des tubes, notées $k_{fi}(s)$ et $k_{ti}(s)$ pour le tube i , qui sont indépendantes de leur déformation. On fait l'hypothèse que ces propriétés mécaniques peuvent être des fonctions arbitraires de s . L'énergie potentielle de déformation s'écrit alors :

$$E_e = \frac{1}{2} \int_{L_{j+1}}^{L_j} \sum_{i=1}^{n_j} (\mathbf{u}_i - \hat{\mathbf{u}}_i)^T \mathbf{K}_i (\mathbf{u}_i - \hat{\mathbf{u}}_i) ds \quad (2.2.9)$$

où $\mathbf{K}_i = \text{diag}(k_{fi}, k_{fi}, k_{ti})$ est la matrice de raideur du tube i le long de la section j .

On fait l'hypothèse que les efforts extérieurs, distribués et concentrés à l'extrémité, sont conservatifs. C'est le cas notamment pour les forces de pesanteur, et pour les efforts magnétiques [Tunay, 2004]. Ils induisent donc une densité d'énergie w_f et une énergie potentielle W_f respectivement. On considère que ces densités d'énergie dépendent de la position et de l'orientation du robot dans l'espace. Cela permet notamment de prendre en compte la dépendance des efforts magnétiques à l'orientation des aimants le long de la colonne, et la variation du champ magnétique dans l'espace de travail. L'énergie potentielle totale produite par les efforts extérieurs, que l'on note E_f s'écrit alors :

$$E_f = \frac{1}{2} \int_{L_{j+1}}^{L_j} w_f(\mathbf{a}, \mathbf{p}) ds + W_f(\mathbf{a}, \mathbf{p}) \quad (2.2.10)$$

L'énergie potentielle totale de la section j est la somme de (2.2.9) et de (2.2.10). En exprimant de plus tous les vecteurs de courbure dans le même repère \mathcal{R}_B à l'aide de

l'équation (2.2.2), l'énergie potentielle totale du robot continu s'écrit :

$$\begin{aligned}
 E &= \int_{L_{j+1}}^{L_j} w ds + W_f \\
 w &= \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^{n_j} (\mathbf{u}_B + \theta'_i \mathbf{e}_z - {}^B \mathbf{R}_i \hat{\mathbf{u}}_i)^T \mathbf{K}_i (\mathbf{u}_B + \theta'_i \mathbf{e}_z - {}^B \mathbf{R}_i \hat{\mathbf{u}}_i) \right) + w_f
 \end{aligned} \tag{2.2.11}$$

De manière similaire au travail réalisé dans [Lazarus et al., 2013], la configuration d'équilibre du robot est obtenue en trouvant $\mathbf{x}_g = [\theta_1 \dots \theta_n \ u_{Bx} \ u_{By} \ \mathbf{p} \ \mathbf{a}]$ qui minimise (2.2.11). On ne considère pas la troisième composante de \mathbf{u}_B suivant \mathbf{z}_B puisqu'elle est nulle par construction de \mathcal{R}_B . Ces variables d'état sont liées par les deux équations de contraintes (2.2.6) et (2.2.7). On utilise donc la formule de Lagrange avec multiplicateurs pour trouver le minimum de l'énergie. Elle implique d'introduire deux vecteurs de multiplicateurs pour les deux relations de contraintes, notés λ_a et λ_p . Elle fournit ensuite un système d'équations d'équilibre qui se construit à partir de chaque variable géométrique $x_{g,k}$ par la formule :

$$\frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial w}{\partial x'_{g,k}} - \frac{\partial w}{\partial x_{g,k}} + \frac{\partial}{\partial s} \left\langle \frac{\partial \mathbf{C}_a}{\partial x'_{g,k}}, \lambda_a \right\rangle - \left\langle \frac{\partial \mathbf{C}_a}{\partial x_{g,k}}, \lambda_a \right\rangle + \frac{\partial}{\partial s} \left\langle \frac{\partial \mathbf{C}_p}{\partial x'_{g,k}}, \lambda_p \right\rangle - \left\langle \frac{\partial \mathbf{C}_p}{\partial x_{g,k}}, \lambda_p \right\rangle = 0 \tag{2.2.12}$$

Le développement des équations est donné en Annexe A. Les équations d'équilibre du robot le long de la section j consistent alors en un système d'équations différentielles, qui s'écrit :

$$\begin{cases}
 k_{it} \theta'_i - \hat{\mathbf{u}}'_i + k'_{it} (\theta'_i - \hat{\mathbf{u}}_i) - \mathbf{u}_B^T \frac{\partial {}^B \mathbf{R}_i(\theta_i)}{\partial \theta_i} \mathbf{K}_i \hat{\mathbf{u}}_i = 0 \\
 - \sum_{i=1}^{n_j} k_{fi} \begin{bmatrix} u_{Bx} \\ u_{By} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n_j} {}^B \mathbf{R}_i(\theta_i) \mathbf{K}_i \hat{\mathbf{u}}_i - \lambda_a \end{bmatrix}_{xy} = \mathbf{0} \\
 \mathbf{M}^T \lambda'_a + \mathbf{M}^T \boldsymbol{\tau}_B + \mathbf{S}_a \lambda_a + \mathbf{S}_p \lambda_p = \mathbf{0} \\
 \lambda'_p + \mathbf{f}_0 = \mathbf{0}
 \end{cases} \tag{2.2.13}$$

où $\mathbf{S}_a = \frac{\partial \mathbf{M}^T}{\partial s} - \left[\frac{\partial \mathbf{M} \mathbf{a}'}{\partial a} \right]^T$, $\mathbf{S}_p = - \left[\frac{\partial \mathbf{R}(\mathbf{a}) \mathbf{e}_z}{\partial \mathbf{a}} \right]^T$ et où l'indice $[\mathbf{a}]_{xy}$ indique que l'on sélectionne les deux premières composantes de \mathbf{a} . Les deux dernières équations du système obtenu sont proches des équations de Cosserat (2.1.2-2.1.3). Par identification, nous en déduisons que les multiplicateurs λ_a et λ_p correspondent aux moments fléchissants exprimés dans \mathcal{R}_B et aux efforts tranchants exprimés dans \mathcal{R}_0 respectivement. Ils ont donc une signification physique, permise par l'utilisation d'angles d'Euler pour la représentation de l'orientation, contrairement par exemple aux multiplicateurs obtenus en utilisant des quaternions dans [Lazarus et al., 2013].

Ces équations différentielles sont munies de conditions aux limites, qui varient suivant la section du robot considérée. La rotation du tube i influe sur son angle de torsion en $s = 0$, et donc intervient sur la section $n + n_M$. On suppose que la courbure en torsion du tube le long des longueurs de transmission est constante, comme introduit dans [Dupont et al., 2010]. De plus, la courbure en torsion à l'extrémité du tube i est supposée égale à sa pré-courbure en torsion. On a de ce fait :

$$\begin{cases}
 \theta_i(0) = \alpha_i - \beta_i \theta'_i(0) \\
 \theta'_i(L_i) = \hat{\mathbf{u}}_{iz}
 \end{cases} \tag{2.2.14}$$

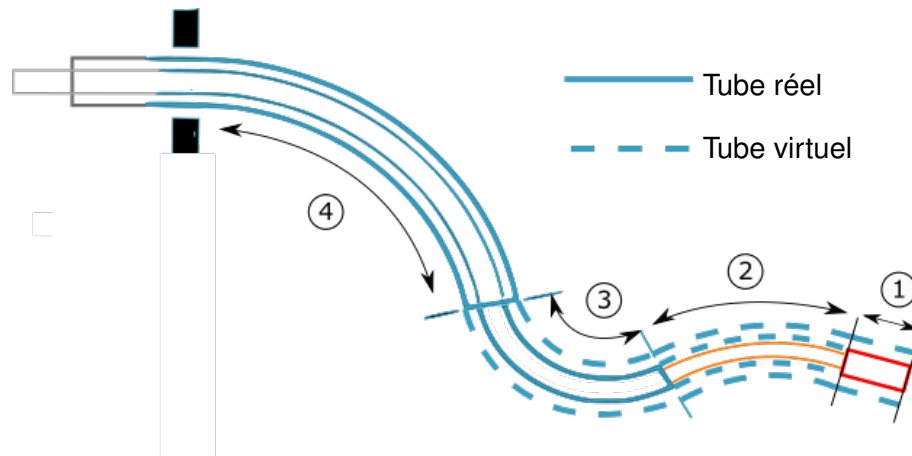


FIGURE 2.3 – Introduction de tubes virtuels le long des différentes sections, qui sont numérotées sur la figure, pour simplifier l'écriture des équations d'équilibre. Cas d'un robot composé de trois tubes et d'un aimant permanent fixé à l'extrémité du tube 1.

Les efforts extérieurs concentrés à l'extrémité agissent eux sur la section 1 du robot. Comme expliqué dans [Jung et al., 2011], ils interviennent comme conditions aux limites dans les équations différentielles régissant les moments fléchissant et les efforts tranchants. Ces conditions aux limites s'écrivent dans notre cas :

$$\begin{cases} \lambda_a(L) = T_B \\ \lambda_p(L) = F_0 \end{cases} \quad (2.2.15)$$

Les efforts de pesanteur et les efforts magnétiques appliqués sur le robot changent aussi en fonction des sections. La force de pesanteur crée des forces distribuées f_g le long de la section j qui s'écrivent dans \mathcal{R}_0 tel que :

$$\begin{aligned} f_g &= \rho g \Delta L_j e_z \\ \rho &= \sum_{i=1}^{n_j} \rho_i \end{aligned} \quad (2.2.16)$$

où ρ est la masse linéique du robot le long de la section j , ρ_i est la masse linéique du tube i et g est l'accélération de pesanteur. Les efforts magnétiques ne sont quant à eux appliqués qu'au niveau des aimants permanents. Supposons que la section j comporte un aimant permanent. On considère que les efforts magnétiques sont distribués le long de la section. On considère de plus que les efforts sont générés par le champ évalué au centre de l'aimant, et on néglige les variations du champ le long de l'aimant. D'après (1.3.4), les couples et les forces magnétiques s'écrivent alors dans \mathcal{R}_B tel que :

$$\begin{cases} \tau_m = (1/\Delta L_j) (m_B \wedge {}^B R_0 B_0) \\ f_m = (1/\Delta L_j) (\nabla (m_B \cdot {}^B R_0 B_0)) \end{cases} \quad (2.2.17)$$

Les efforts distribués utilisés dans (2.2.13) s'écrivent alors :

$$\begin{cases} \tau_B = \tau_m \\ f_0 = f_g + {}^0 R_B f_m \end{cases} \quad (2.2.18)$$

Paramètres	Section			
	1	2	3	4
$k_{1f}(s)$	k_{1M}	k_{1f}	k_{1f}	k_{1f}
$k_{2f}(s)$	0	0	k_{2f}	k_{2f}
$k_{3f}(s)$	0	0	0	k_{3f}
$\rho(s)$	ρ_M	ρ_1	$\rho_1 + \rho_2$	$\rho_1 + \rho_2 + \rho_3$
$m_B(s)$	m_B	0	0	0

TABLE 2.2 – Paramètres mécaniques, massiques et magnétiques le long des sections.

L'utilisation d'équations d'équilibre différentes d'une section à une autre rend complexe leur résolution du fait des conditions limites aux deux extrémités du robot. Pour simplifier l'écriture du modèle et sa résolution, il est préférable de pouvoir exprimer les équations d'équilibre sur toute la longueur de la colonne. Cela a été réalisé dans [Ha et al., 2016] en prolongeant virtuellement les tubes sans affecter l'équilibre du robot. Cette technique consiste à introduire $n - n_j$ tubes dans une section où n_j tubes sont présents, comme présenté sur la Figure 2.3. Tout d'abord la raideur en flexion des tubes virtuels est fixée à 0. Ensuite, leur raideur en torsion est considérée comme constante au passage du tube réel au tube virtuel, puisque sa dérivée par rapport à s intervient dans (2.2.13). La masse linéique des tubes virtuels est considérée nulle. Enfin, le moment dipolaire est considéré comme nul le long des sections qui ne comportent pas d'aimant. Les raideurs en flexion et en torsion des tubes, la masse linéique et le moment dipolaire du robot deviennent des fonctions continues par morceaux et définies sur toute la longueur de la colonne. Ils sont détaillés pour l'exemple du robot présenté sur la Figure 2.3 dans le Tableau 2.2. Les équations d'équilibres (2.2.13) peuvent donc être aussi exprimées le long du robot avec un nombre constant de tubes en interaction égale à n .

Les équations (2.2.6-2.2.8) et (2.2.13-2.2.18) constituent notre modèle géométrico-statique de robot continu. La configuration d'équilibre du robot est composée au final de $n + 14$ états, qui sont des fonctions de l'abscisse curviligne s et que l'on rassemble dans le vecteur d'état \mathbf{x} tel que :

$$\mathbf{x} = [\theta_i \quad u_{Bx} \quad u_{By} \quad \lambda_a \quad \lambda_p \quad \mathbf{a} \quad \mathbf{p}]^T. \quad (2.2.19)$$

La configuration d'équilibre varie en fonction des $2n + 3$ variables articulaires, que l'on rassemble dans un vecteur d'actionnement \mathbf{q} tel que :

$$\mathbf{q} = [\alpha_i \quad \Delta L_i \quad B_r \quad B_\phi \quad B_\theta]^T. \quad (2.2.20)$$

Comme prévu, le modèle géométrico-statique consiste en un système d'équations différentielles munies de conditions initiales et finales. Il n'a pas de solution analytique dans le cas général, d'où la nécessité de le résoudre numériquement.

On peut remarquer que le modèle géométrico-statique que nous proposons fait preuve d'une certaine généralité pour décrire le comportement des robots continus, pour trois raisons. Premièrement, il permet de considérer des conceptions arbitraires de RTC et de RC-m. La prise en compte d'un nombre arbitraire de tubes sans hypothèses sur leur pré-courbure permet de modéliser le RTC à deux tubes à pré-courbure plane de [Dupont et al., 2010] comme les RTC à trois tubes hélicoïdaux de [Comber et al., 2016a], comme montré dans la suite de ce chapitre. La prise en compte de propriétés mécaniques et magnétiques variables entre les sections permet

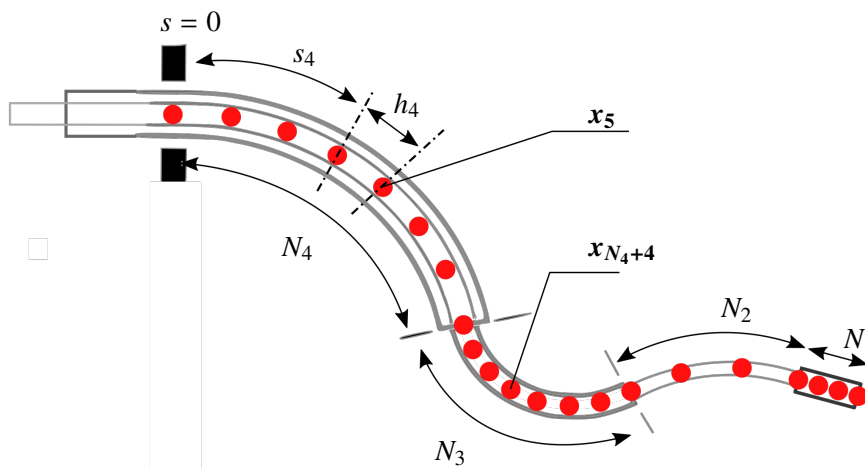


FIGURE 2.4 – Exemple de représentation du robot continu après discrétisation. Ici, $n = 3$ et $[N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4] = [4 \ 3 \ 7 \ 7]$.

de modéliser les RC-m de [Edelmann et al., 2017b] composés de plusieurs aimants rigides répartis le long d'un tube flexible. Il est également possible de prendre en compte différentes directions de moment dipolaire pour chaque aimant, comme ce qui a été fait dans [Liu et al., 2014]. Deuxièmement, il permet de considérer les autres stratégies d'actionnement de robots continus qui produisent des efforts distribués le long de la colonne ou concentrés à son extrémité. C'est par exemple le cas de l'actionnement par tendons, dont l'action sur la colonne est modélisée dans [Rucker et al., 2011] à l'aide de forces réparties et des forces ponctuelles appliquées aux points d'attache des tendons. Troisièmement, il permet de prendre en compte facilement des efforts générés par l'environnement sur le robot en cas de contact. Les forces et les couples appliqués de manière distribuée le long de la colonne peuvent être ajoutés à f_0 et τ_B respectivement. Les forces et couples appliqués à l'extrémité du robot peuvent être eux ajoutés à F_0 et T_B .

2.3/ RÉOLUTION NUMÉRIQUE

2.3.1/ APPLICATION DE LA RELAXATION DYNAMIQUE

L'application de la relaxation dynamique pour résoudre le modèle géométrico-statique de robot continu s'effectue en trois temps. Dans un premier temps, le robot est discrétisé le long de sa colonne en un nombre fini N de noeuds entre $s = 0$ et $s = L$, comme présenté sur la Figure 2.4. Les noeuds sont indexés en partant de la base du robot jusqu'à son extrémité distale, le noeud k étant situé à l'abscisse curviligne s_k . Plus précisément, chaque section j est discrétisée avec un nombre N_j de noeuds, tel que $N = \sum_{j=1}^{n+n_M} N_j$. On note h_k la distance en abscisse curviligne entre les noeuds k et $k + 1$. Le vecteur d'état x est évalué en chaque noeud, comme illustré sur la figure pour les noeuds 5 et $N_4 + 4$.

Dans un second temps, les dérivées par rapport à s présentes dans les équations différentielles du modèle sont exprimées à l'aide de différences finies. Des différences finies vers l'arrière sont utilisées pour les équations (2.2.6-2.2.7) afin de pouvoir prendre en compte la position et l'orientation initiale du robot en $s = 0$. Des différences finies vers

l'avant sont utilisées pour les dérivées des multiplicateurs λ_a et λ_p , de manière à pouvoir prendre en compte les efforts extérieurs appliqués à l'extrémité du robot. Des différences finies centrées du premier et du second ordre sont utilisées pour les équations régissant l'évolution des angles de torsion, qui possèdent des conditions limites à la fois initiales et finales.

Les équations différentielles (2.2.6-2.2.7) et (2.2.13) s'écrivent alors respectivement :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{B,k} - \mathbf{M}_k \frac{\mathbf{a}_k - \mathbf{a}_{k-1}}{h_{k-1}} = \mathbf{0} \\ \frac{\mathbf{p}_k - \mathbf{p}_{k-1}}{h_{k-1}} - {}^0\mathbf{R}_B \mathbf{e}_z = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.3.1)$$

$$\begin{cases} k_{ti,k} \frac{h_{k-1}\theta_{i,k+1} - (h_k + h_{k-1})\theta_{i,k} + h_k\theta_{i,k-1}}{h_k h_{k-1}^2} - g_{\theta_{i,k}} = 0 \\ \text{avec } g_{\theta_{i,k}} = k_{ti,k} \frac{\hat{u}_{i,k+1} - \hat{u}_{i,k-1}}{2h_k} - \frac{k_{ti,k+1} - k_{ti,k-1}}{2h_k} \left(\frac{\theta_{i,k+1} - \theta_{i,k-1}}{2h_k} + \hat{u}_{ik} \right) - \mathbf{u}_{B,k}^T \frac{\partial {}^B \mathbf{R}_i(\theta_{i,k})}{\partial \theta_{i,k}} \mathbf{K}_{i,k} \hat{\mathbf{u}}_{i,k} \\ \sum_{i=1}^n k_{fi,k} \begin{bmatrix} u_{Bx,k} \\ u_{By,k} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n {}^B \mathbf{R}_i(\theta_{i,k}) k_{fi,k} \hat{\mathbf{u}}_{i,k} - \lambda_{a,k} \end{bmatrix}_{xy} = \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_k^T \frac{\lambda_{a,k+1} - \lambda_{a,k}}{h_k} + \mathbf{M}_k^T \boldsymbol{\tau}_{B,k} + \mathbf{S}_{a,k} \lambda_{a,k} + \mathbf{S}_{p,k} \lambda_{p,k} = \mathbf{0} \\ \frac{\lambda_{p,k+1} - \lambda_{p,k}}{h_k} + \mathbf{f}_{0,k} = \mathbf{0} \end{cases} \quad (2.3.2)$$

où $i = 1 \dots n_N$, $k = 2 \dots N - 1$ et où l'indice k indique une évaluation de la variable correspondante au noeud k . Les dérivées partielles contenues dans $\mathbf{S}_{a,k}$ et $\mathbf{S}_{p,k}$ sont calculées analytiquement et évaluées à partir des angles d'Euler \mathbf{a}_k au noeud k . Les conditions limites (2.2.8), (2.2.14) et (2.2.15) s'écrivent respectivement :

$$\begin{cases} \mathbf{p}_1 = \mathbf{p}_0 \\ \mathbf{a}_1 = \mathbf{a}_0 \end{cases} \quad (2.3.3)$$

$$\begin{cases} k_{it,1} \frac{\beta_i \theta_{i,2} - (\beta_i + h_1) \theta_{i,1} + h_1 \alpha_i}{h_1 \beta_i^2} - g_{\theta_{i,1}} = 0 \\ k_{it,N} \frac{\theta_{i,Nf} - 2\theta_{i,N} + \theta_{i,N-1}}{h_N^2} - g_{\theta_{i,N}} = 0 \\ \theta_{i,Nf} = \hat{u}_{iz,N} h_N + \theta_{i,N} \\ i = 1 \dots n \end{cases} \quad (2.3.4)$$

$$\begin{cases} \lambda_{a,N} = \mathbf{T}_B \\ \lambda_{p,N} = \mathbf{F}_0 \end{cases} \quad (2.3.5)$$

Rassemblant tous les vecteurs d'état x_k dans un même vecteur noté $\mathbf{X} = [x_1^T \ x_2^T \ \dots \ x_N^T]^T$, le modèle géométrico-statique du robot discrétisé consiste alors en

un système d'équations non linéaires formé par (2.3.1-2.3.5), à $N(n + 14)$ équations et autant d'inconnues. Le modèle peut se mettre sous la forme d'une fonction implicite des états discrets et du vecteur d'actionnement q de la forme :

$$G(X, q) = \mathbf{0} \quad (2.3.6)$$

Cette forme de modèle est similaire à celles utilisées pour déterminer la forme de structures élastiques discrètes, comme les mécanismes à tenségrité [Barnes, 1999, Lewis et al., 1984]. L'application d'une méthode numérique dédiée à ces systèmes comme la relaxation dynamique nous semble donc avoir du sens.

Dans un troisième temps, les variables d'état sont considérées artificiellement comme dépendantes du temps. Le robot est initialement contraint dans une configuration de départ, proposée par l'utilisateur, et est ensuite virtuellement relâché jusqu'à ce qu'il atteigne sa configuration d'équilibre. Les dynamiques des variables d'état par rapport au temps virtuel sont imposées de sorte à ce qu'elles suivent une équation différentielle du second ordre amortie dont le régime permanent est une solution de (2.3.6). Cette équation différentielle s'écrit :

$$J\ddot{X} + D\dot{X} + G(X, q) = \mathbf{0} \quad (2.3.7)$$

où l'opérateur [...] désigne la dérivée par rapport à un temps virtuel, et où J et D sont appelées les matrices d'inertie et d'amortissement virtuelles respectivement. Ces deux matrices sont usuellement choisies de manière à assurer la stabilité du système dynamique et à optimiser son temps de réponse [Rezaiee-Pajand et al., 2010]. Leur réglage est expliqué en section 2.3.2.

Le système d'équations différentielles du second ordre (2.3.7) peut également être écrit sous la forme d'un système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre, qui est plus efficace à résoudre et à analyser numériquement. On utilise pour cela le vecteur d'état $Y = [X^T \dot{X}^T]^T$. Le calcul de la configuration d'équilibre du robot continu passe donc par la résolution d'un système composé de $2(n + 14)N$ équations différentielles du premier ordre de la forme :

$$\dot{Y} = A(Y, q) \quad (2.3.8)$$

avec

$$A(Y, q) = \begin{bmatrix} \mathbb{O} & \mathbb{I} \\ \mathbb{O} & -J^{-1}D \end{bmatrix} Y + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -J^{-1}G(X, q) \end{bmatrix} \quad (2.3.9)$$

et où \mathbb{O} et \mathbb{I} sont respectivement des matrices carrées nulles et des matrices carrées identité de taille $(n + 14)N$. La configuration d'équilibre du robot continu calculée par relaxation dynamique est notée Y^0 dans la suite.

2.3.2/ RÉGLAGE DES PARAMÈTRES NUMÉRIQUES

Les matrices J et D doivent être choisies de manière à assurer la stabilité de la méthode numérique, qui comprend la stabilité du système dynamique (2.3.7) et la stabilité numérique de l'intégration, tout en minimisant son temps de calcul. Elles sont choisies de sorte à ce que (2.3.7) se comporte comme le système linéaire du second ordre suivant :

$$\bar{J}\ddot{X} + \bar{D}\dot{X} + X = 0 \quad (2.3.10)$$

Les matrices $\bar{J} = \text{diag}(\frac{1}{\omega_{0,k}^2})$ et $\bar{D} = \text{diag}(\frac{2\xi_k}{\omega_{0,k}})$, $k = 1 \dots (n + 14)N$ sont les matrices d'inertie et d'amortissement désirées, où $\omega_{0,k}$ et ξ_k sont la pulsation et le facteur d'amortissement de la k -ième équation linéaire respectivement. Plusieurs méthodes ont été proposées pour déterminer ces deux paramètres de réglage. La matrice J , et donc la pulsation $\omega_{0,k}$, est classiquement choisie afin de maximiser le pas d'intégration tout en assurant la stabilité de la méthode numérique. Lorsqu'une méthode numérique d'intégration avec un pas d'intégration fixe est utilisée, les auteurs dans [Lewis et al., 1984, Barnes, 1999, Olsson, 2012] proposent de calculer les coefficients diagonaux de J en fonction du pas d'intégration et des composantes diagonales de la matrice de raideur du système élastique discret. Dans notre cas où le système à résoudre est non-linéaire, cette matrice de raideur est obtenue en calculant la matrice jacobienne par rapport à X , notée G_X . Lorsque le pas d'intégration est automatiquement optimisé par la méthode d'intégration, J peut être choisie de manière arbitraire comme expliqué dans [Rushton, 1968]. La matrice d'amortissement virtuelle est quant à elle choisie de manière à ce que le système dynamique converge le plus rapidement possible vers la configuration d'équilibre recherchée. Ses coefficients diagonaux sont calculés en choisissant un facteur d'amortissement $\xi_k = 1, \forall k$, et en prenant comme pulsation propre la pulsation fondamentale du système dynamique sans amortissement. La pulsation fondamentale a été obtenue dans [Rushton, 1968, Lewis et al., 1984] en intégrant une première fois le système (2.3.7) sans amortissement et en calculant numériquement la transformée de Fourier de la réponse obtenue. Elle a également été calculée dans [Zhang et al., 1989] à l'aide du quotient de Rayleigh, et ce à chaque pas d'intégration.

Ces différentes méthodes pour déterminer J et D sont difficilement applicables au modèle géométrico-statique de robot continu développé. Elles supposent en effet de choisir ces matrices comme étant diagonales, et donc de négliger le couplage entre les différentes équations composant (2.3.6). Ce couplage n'est pas négligeable dans notre cas du fait du caractère non-linéaire du système à résoudre, ce qui met en défaut les méthodes de réglage comme nous avons pu le constater après avoir tenté de les exploiter. Par exemple, résoudre le système dynamique sans amortissement ne mène pas à une réponse oscillante critique mais divergente au cours du temps, ce qui empêche de déterminer ω_0 . Nous proposons donc une nouvelle méthode de réglage qui prend en compte le couplage entre les équations de $G(X, q)$. Comme les méthodes existantes, elle se base sur la linéarisation du système dynamique autour d'une configuration donnée, que l'on considère comme étant la configuration du robot à l'équilibre et que l'on note X^* . Le système dynamique linéarisé s'écrit alors :

$$J\ddot{X} + D\dot{X} + G_X(X^*, q)(X - X^*) = \mathbf{0} \quad (2.3.11)$$

où la matrice $G_X(X^*, q)$ contient les informations de couplage recherchées au voisinage de X^* . Cependant, le calcul de $G_X(X^*, q)$ n'est pas possible puisque X^* est inconnu. Nous faisons donc l'hypothèse que le comportement du robot est linéaire au cours de la relaxation dynamique, c'est à dire lorsque le robot part de sa configuration initiale, notée X^0 , et converge vers X^* . Cette hypothèse implique alors que $G_X(X^*, q) = G_X(X^0, q)$. Nous posons ensuite $X = X - X^*$. Comme X^* est constant par rapport au temps virtuel, nous avons :

$$J\ddot{X} + D\dot{X} + G_X(X^0, q)X = \mathbf{0} \quad (2.3.12)$$

Les matrices d'inertie et d'amortissement virtuelles J et D sont ensuite calculées en

posant :

$$\mathbf{J} = \mathbf{G}_X(\mathbf{X}^0, \mathbf{q})\bar{\mathbf{J}} \quad \mathbf{D} = \mathbf{G}_X(\mathbf{X}^0, \mathbf{q})\bar{\mathbf{D}} \quad (2.3.13)$$

L'équation (2.3.12) devient alors $\mathbf{G}_X(\mathbf{X}^0, \mathbf{q})(\bar{\mathbf{J}}\ddot{\mathbf{X}} + \bar{\mathbf{D}}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{X}) = 0$. Comme $\mathbf{G}_X(\mathbf{X}^0, \mathbf{q}) \neq \mathbf{0}$, hors de configurations singulières que nous n'avons jamais rencontrées dans les différentes implémentations réalisées, le système linéarisé (2.3.11) est équivalent à (2.3.10). Ainsi, nous pouvons déterminer les matrices \mathbf{J} et \mathbf{D} de manière à obtenir une convergence rapide et stable de la relaxation dynamique. Ces matrices ne sont plus diagonales, et dépendent à la fois de $\mathbf{G}_X(\mathbf{X}^0, \mathbf{q})$ et des pulsations et des facteurs d'amortissement désirés $\omega_{0,k}$ et ξ_k . Il est à noter que l'hypothèse de linéarité du comportement du robot au cours de la relaxation n'est valide que si \mathbf{X}^* est choisi suffisamment proche de \mathbf{X}^* . Le réglage des coefficients, et donc les performances de la relaxation dynamique, sont donc sensibles au choix de \mathbf{X}_0 . Cependant, cette hypothèse nous permet d'obtenir des performances satisfaisantes lors de l'application de la méthode aux cas d'études considérés dans la suite. Nous revenons sur son impact par la suite.

De manière analogue aux méthodes existantes, nous choisissons d'intégrer (2.3.7) à l'aide d'une méthode numérique gérant le pas d'intégration automatiquement en fonction de $\omega_{0,k}$, $k = 1 \dots (n + 14)N$. Nous choisissons d'utiliser le solveur ode45 de Matlab (The MathWorks Inc., Natick, USA), qui implémente la méthode de Runge-Kutta à l'ordre 4. La pulsation $\omega_{0,k}$ peut donc être choisie arbitrairement comme unitaire. De même, le facteur d'amortissement ξ_k est choisi égal à 1 de manière à optimiser le temps virtuel au bout duquel le système dynamique atteint son régime permanent.

2.4/ ÉVALUATION DU MODÈLE ET DE LA MÉTHODE DE RÉOLUTION

Modèle et méthode de résolution étant mis en place, nous nous attachons maintenant à en valider l'usage. Pour ce faire, nous proposons dans un premier temps d'évaluer leur précision et leur temps de calcul. Nous considérons les cas de référence de RTC et de RC-m identifiés en section 2.1, à savoir le RTC à deux tubes et le RC-m plan. Pour chaque cas, nous évaluons la précision et la vitesse de calcul de la relaxation dynamique, ainsi que la robustesse de la méthode de réglage par rapport à des variations de coordonnées articulaires. Dans un second temps, nous nous servons de cette méthode pour calculer des configurations de RTC et de RC-m plus complexes et d'intérêt pour la suite de notre étude.

2.4.1/ LE RTC À DEUX TUBES

Le RTC étudié dans [Dupont et al., 2010] est composé de deux tubes pré-courbés comme illustré sur la Figure 2.5. La pré-courbure des tubes est plane et constante le long de la colonne. Leurs propriétés mécaniques sont également considérées comme constantes. Les tubes sont dits en recouvrement total, c'est à dire que la longueur de la section 1 est strictement nulle. Aucun effort extérieur ne s'applique sur le robot. Les paramètres géométriques et mécaniques des tubes sont résumées dans le Tableau 2.3. Ils correspondent au RTC à deux tubes étudié dans [Ha et al., 2016], qui peut avoir plusieurs configurations d'équilibre, dont une instable, pour une même rotation des tubes. Cela nous permet par la suite de tester la robustesse de la relaxation dynamique par

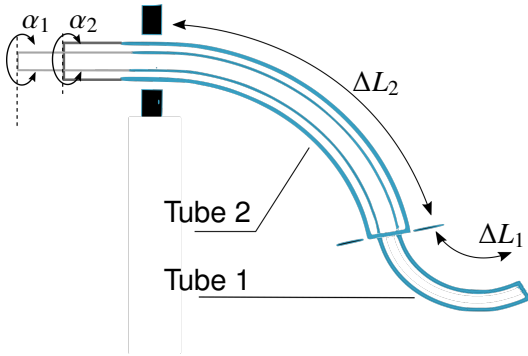


FIGURE 2.5 – Représentation du RTC à deux tubes.

	Tube 1	Tube 2
α_i (rad)	$\pi/4$	0
L_i (mm)	101	100
β_i (mm)	0	0
\hat{u}_{ix} (mm ⁻¹)	1/60	1/60
k_{if} (N.mm ²)	1	1
k_{it} (N.mm ²)	1/1.3	1/1.3

TABLE 2.3 – Propriétés géométriques et mécaniques des deux tubes.

rapport à d'éventuels changements de stabilité. La longueur de la section 1 est fixée à 1% de celle de la section 2 pour se ramener à un cas proche de tubes en recouvrement total. Notre modèle ne permet effectivement pas de prendre en compte des longueurs de section strictement nulles.

Dans ce cas particulier, le modèle géométrico-statique devient :

$$\left\{ \begin{array}{l} k_{1t}\theta_1' = \hat{u}_1 k_{f1} (-u_{Bx} \sin(\theta_1) + u_{By} \cos(\theta_1)) \\ k_{2t}\theta_2' = \hat{u}_2 k_{f2} (-u_{Bx} \sin(\theta_2) + u_{By} \cos(\theta_2)) \\ \sum_{i=1}^n k_{fi} u_B = \sum_{i=1}^n \mathbf{R}_z(\theta_i) \mathbf{K}_i \hat{u}_i \\ \mathbf{M} \mathbf{a}' = \mathbf{u}_B \\ \mathbf{p}' = {}^0 \mathbf{R}_B(\mathbf{a}) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \end{array} \right. \quad (2.4.1)$$

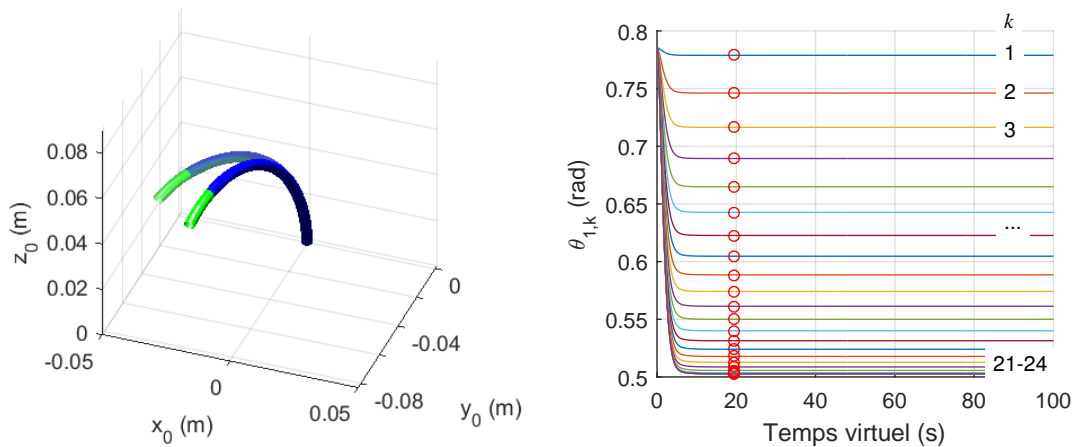
La configuration d'équilibre du robot peut alors être représentée par ses angles de torsion θ_1 et θ_2 . Les auteurs dans [Dupont et al., 2010] s'appuient sur cela pour fournir une solution analytique du modèle. Cette solution permet de calculer l'angle de torsion relatif $\theta_{2-1} = \theta_2 - \theta_1$ au point d'abscisse curviligne s en fonction de l'angle relatif distal de la section en $s = \Delta L_2$. Elle s'écrit :

$$\theta_{2-1}(s) = 2 \arctan \frac{\sin(\theta_{2-1}(\Delta L_2)/2) nd((\Delta L_2 - s) \sqrt{c} \mid \cos(\theta_{2-1}^2(\Delta L_2)/2))}{\cos(\theta_{2-1}(\Delta L_2)/2) cd((\Delta L_2 - s) \sqrt{c} \mid \cos(\theta_{2-1}^2(\Delta L_2)/2))} \quad (2.4.2)$$

$$c = (1 + \nu) \|\hat{u}_1\| \|\hat{u}_2\|$$

où $nd(u|m)$ et $cd(u|m)$ sont des fonctions de Jacobi elliptiques, décrites dans [Byrd et al., 1971], et où ν est le coefficient de poisson du Nitinol composant les tubes. La solution analytique pour une rotation des tubes données se calcule tout d'abord en déterminant l'angle relatif distal en fonction de l'angle relatif à la base des tubes, puis en appliquant (2.4.2).

Précision : La précision du modèle et de la relaxation dynamique est évaluée en calculant la configuration d'équilibre du robot lorsque les tubes sont tournés à leur base de $\alpha_1 = \pi/4$ rad et $\alpha_2 = 0$ rad. La précision de la méthode numérique dépend du nombre de noeuds considérés le long du robot pendant la phase de discrétisation, puisqu'ils déterminent la précision des différences finies présentes dans (2.4.1). Dans ce cas d'étude



(a) Configurations du RTC à $t = 0$ s, affichée en transparent, et en régime permanent. Les tubes 1 et 2 sont affichés en vert et en bleu respectivement.

(b) Évolution des angles de torsion du tube 1 pendant la relaxation dynamique. Le régime permanent est marqué par des cercles rouges, et est atteint pour un temps virtuel de 64.6 s.

FIGURE 2.6 – Calcul de la configuration d'équilibre du RTC à deux tubes par relaxation dynamique.

N_2	10	20	40	60	80	100
$\epsilon(\%)$	5.04	2.62	1.34	0.89	0.61	0.64

TABLE 2.4 – Erreur relative entre les angles de torsion calculés numériquement et analytiquement en fonction du nombre de noeuds utilisés pour discrétiser la section 2.

de RTC, la configuration d'équilibre du robot est déterminée par la configuration de la section 2, où les deux tubes sont en interaction. Le modèle est donc résolu pour plusieurs valeurs de N_2 , en fixant arbitrairement $N_1 = 4$ du fait de la longueur faible de la section 1. Les matrices d'inertie et d'amortissement virtuelles sont calculées à l'aide de la méthode de réglage en choisissant de manière arbitraire $\omega_k = 1 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$ et $\xi_k = 1$. La matrice jacobienne G_X est calculée numériquement pour la configuration du robot à $t = 0$ s. Cette configuration est choisie en négligeant les sollicitations en torsion dans les tubes, i.e en choisissant $\theta_{i,k} = \alpha_i, \forall k$ pour le tube i . Les valeurs correspondantes de $\mathbf{u}_{B,k}$ sont calculées à partir de leur expression dans le système (2.3.2). Les valeurs de \mathbf{p}_k et \mathbf{a}_k sont calculées en intégrant numériquement les équations (2.2.6) et (2.2.7) et en évaluant le résultat de l'intégration aux différents noeuds. Le système dynamique est ensuite intégré à l'aide de ode45 sur un intervalle de temps virtuel dans lequel il atteint son régime permanent. Cet intervalle est déterminé itérativement par essais-erreurs dans la suite. La configuration à $t = 0$ s du RTC est choisie en négligeant les sollicitations en torsion, i.e en choisissant $\theta_{i,k} = \alpha_i, \forall k$ pour le tube i . La forme correspondante du robot dans l'espace est affichée en transparent sur la Figure 2.6a. Le régime permanent est considéré comme atteint lorsque $\|G(\mathbf{X}, \mathbf{q})\|$ devient inférieur à un seuil que l'on fixe à 1.10^{-6} pour tous les résultats qui suivent.

Le système de relaxation dynamique converge bien vers son régime permanent pour chaque valeur de N_2 . Le résultat de l'intégration au cours du temps virtuel du système dynamique en termes des angles de torsion le long du tube 1 est présenté sur la Figure 2.6b dans le cas particulier où $N_2 = 20$. Le même type de réponse sans dépassement est ob-

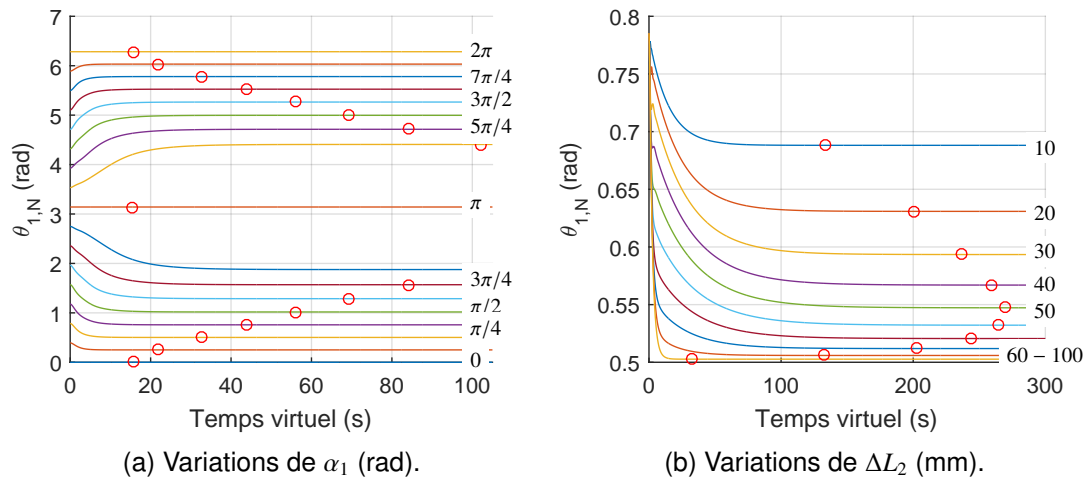


FIGURE 2.7 – Évolution de la réponse du système par rapport au temps virtuel obtenue avec la relaxation dynamique pour plusieurs valeurs des paramètres articulaire α_1 et de ΔL_2 . Les instants où le régime permanent est atteint sont localisés par un rond rouge sur chaque courbe. Les valeurs du paramètre articulaire sont écrites sur les courbes.

tenue pour les autres valeurs de nombre de noeuds, ce qui est cohérent avec le choix du facteur d'amortissement $\xi_k = 1, \forall k$. L'évolution de la précision du calcul de configuration du RTC en fonction du nombre de noeuds est présentée sur le Tableau 2.4. L'erreur affichée correspond à l'erreur relative maximale entre l'angle relatif θ_{2-1} analytique et l'angle obtenu numériquement le long de la colonne vertébrale du robot. Lorsque $N_2 = 100$, le régime permanent est atteint sur un intervalle de temps virtuel de 1.10^6 s environ. Pour ce nombre de noeuds, l'erreur relative avec la solution analytique est de 0.64%, ce qui valide la capacité du modèle et de la relaxation dynamique à calculer de manière précise la configuration d'équilibre du RTC.

Vitesse de calcul : Le temps de calcul de la méthode numérique dépend à la fois du nombre de noeuds considéré, du réglage de l'inertie et de l'amortissement virtuels. Le nombre de noeuds est choisi de manière à avoir une précision semblable à la précision des modèles géométrico-statiques utilisés dans la littérature, qui varient entre 3% et 5% dans [Rucker et al., 2010a], tout en ayant un nombre minimal de noeuds. Choisir $[N_1, N_2] = [4, 20]$ permet d'obtenir une erreur relative de 2.62% et donc satisfait ces contraintes. Les matrices \mathbf{J} et \mathbf{D} sont ensuite réglées avec la méthode décrite en section 2.3.2. La matrice jacobienne \mathbf{G}_X est calculée numériquement pour la configuration du robot à $t = 0$ s. Le régime permanent est indiqué par des cercles rouges sur la Figure 2.6b pour chaque noeud. Le système dynamique converge en un temps virtuel de 19.7 s. Ce temps virtuel est obtenu après 2.2 s de simulation sur un processeur Intel Core I5-6300HQ tournant à 2.3 GHz. Le temps de calcul de la configuration du RTC obtenu après réglage des coefficients est donc raisonnable.

Robustesse de la méthode de réglage : Nous souhaitons dans la suite du travail utiliser le modèle géométrico-statique pour étudier le comportement des RTC, RC-m et RTC-m, et en particulier pour simuler leur déploiement. Dans le cas du RTC à deux tubes, cela revient à calculer la configuration d'équilibre du robot pour un ensemble de jeux de

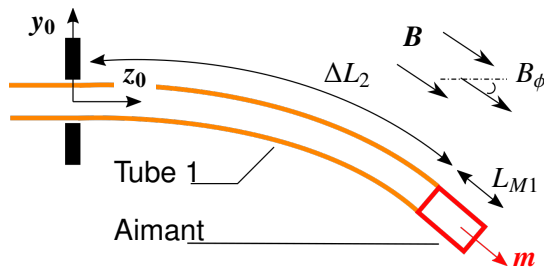


FIGURE 2.8 – Schéma représentant le RC-m plan.

	Tube 1	Aimant
ΔL_2 (m)	0.084	×
L_{M1} (m)	×	0.003
m_z (N.m.T ⁻¹)	0	0.0263
k_f (N.m ²)	$1.82e^{-5}$	$4.88e^{-1}$
B_ϕ (rad)	$\pi/4$	
B_r (T)	0.08	

TABLE 2.5 – Propriétés géométriques et mécaniques et magnétiques du tube et de l'aimant.

coordonnées articulaires $(\alpha_1, \alpha_2, \Delta L_1, \Delta L_2)$. Nous étudions donc maintenant la possibilité de calculer un ensemble de configurations d'équilibres avec la relaxation dynamique. Nous regardons particulièrement la robustesse de la méthode de réglage proposée par rapport aux variations de coordonnées articulaires. Par robustesse, nous entendons sa capacité à fournir une méthode numérique stable et rapide malgré ces variations. Pour ce faire, nous réglons dans un premier temps les matrices J et D arbitrairement en fixant $[\alpha_1 \ \alpha_2 \ \Delta L_1 \ \Delta L_2] = [0 \ 0 \ 1e^{-3} \ 100e^{-3}]$. Dans un second temps, nous calculons la configuration du RTC pour plusieurs valeurs d'angle de rotation α_1 et de longueur déployée ΔL_2 . La Figure 2.7a montre que la méthode numérique est capable de résoudre le modèle pour toutes les valeurs de α_1 , même pour la configuration instable où les tubes sont placés en opposition. Le temps virtuel au bout duquel le régime permanent est atteint est égal à 108 s pour $\alpha_1 = \pi \pm \pi/8$ rad et à 22 s pour $\alpha_1 = \pm \pi/8$ rad. On remarque notamment qu'il augmente à mesure que la valeur de α_1 s'éloigne de la valeur pour laquelle J et D ont été réglées. Cette observation est logique puisque ces deux matrices sont calculées en linéarisant le modèle géométrico-statique autour de la configuration où $\alpha_1 = 0$. Lorsque α_1 s'éloigne de cette valeur, la matrice $G_X(X^0, q)$ ne décrit plus à elle seule le comportement du robot. Les matrices J et D ne permettent alors pas d'obtenir les pulsations et les facteurs d'amortissements désirés. La Figure 2.7b montre la capacité de la méthode à calculer la configuration du robot pour toutes les valeurs de ΔL_2 moyennant une augmentation du temps de réponse. Comme précédemment, le temps de réponse est minimal pour $\Delta L_2 = 100e^{-3}$ m, valeur pour laquelle les matrices J et D ont été réglées. On observe cependant que le temps de calcul reste raisonnable et vaut au maximum 7 s pour $\Delta L_2 = 10e^{-3}$ m.

2.4.2/ LE RC-M PLAN

Le RC-m plan étudié dans [Tunay, 2004] est composé d'un corps flexible et d'un aimant rigide fixé à son extrémité, comme illustré sur la Figure 2.8. Il est donc composé d'un tube unique au bout duquel un aimant est fixé, l'ensemble formant deux sections de longueur ΔL_2 et L_{M1} respectivement. Le plan (y_0, z_0) est choisi dans cette étude. L'orientation de la colonne vertébrale du robot dans ce plan est paramétrée par l'angle d'Euler α_x . La position de la colonne est, elle, décrite par les coordonnées de p suivant y_0 et z_0 , appelées respectivement p_y et p_x . Le champ magnétique utilisé pour déformer le robot est considéré comme homogène dans l'espace de travail. Son amplitude B_r et son orientation B_ϕ dans le plan sont constantes. L'aimant permanent est un aimant axial, dont le moment dipolaire est porté par la tangente du robot à son extrémité. Le moment dipolaire m_B n'a

N_2	10	20	40	60	80	100
$\epsilon(\%)$	9.79	4.9	2.45	1.63	1.23	0.98

TABLE 2.6 – Erreur relative entre la position de la colonne calculée numériquement et analytiquement en fonction du nombre de noeuds utilisés pour discrétiser la section 2.

donc qu'une seule composante non nulle selon $z_B(L)$, que l'on appelle m_z . Les propriétés mécaniques du robot sont constantes le long des deux sections. Les paramètres utilisés sont rassemblés dans le Tableau 2.5. Ils correspondent aux paramètres du prototype de RC-m étudié plus tard dans le Chapitre 4.

Considérons maintenant le modèle géométrico-statique associé à ce robot. Parmi les différents cas d'étude envisagés dans [Tunay, 2004], on considère le cas où aucun effort extérieur n'est exercé à l'extrémité du robot. Dans ce cas, la courbure du RC-m est constante le long de sa section flexible et sa dépendance au champ magnétique est régie par une équation non-linéaire qui a été utilisée et validée dans la littérature [Chautems et al., 2018]. Soit u la courbure du robot dans le plan. Elle est régie par l'équation non-linéaire suivante :

$$k_{f1}u = m_z B_r \sin(B_\phi - \Delta L_2 u) \quad (2.4.3)$$

Cette équation doit être résolue numériquement. Dans la suite, nous utiliserons la méthode de région de confiance implémentée dans la fonction `fsolve` de Matlab.

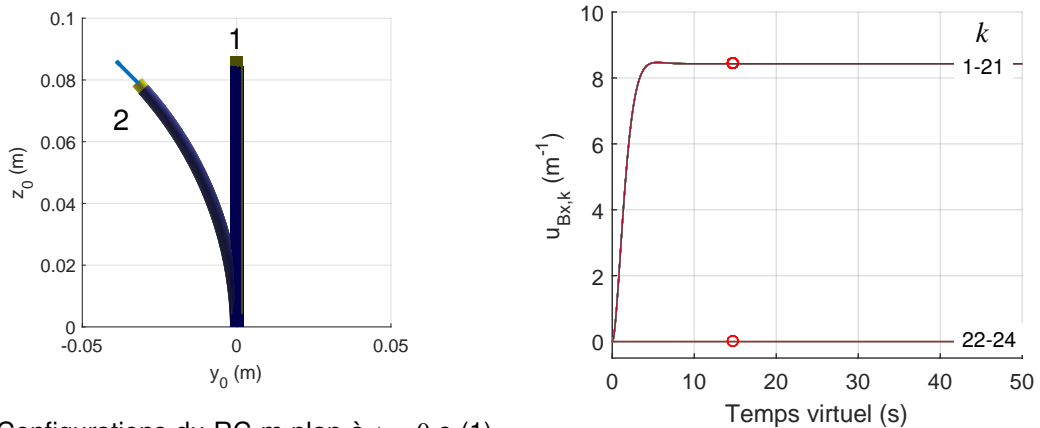
Du fait de la magnétisation axiale de l'aimant, la colonne du RC-m ne peut pas être sollicitée en torsion, comme l'indique l'équation (1.3.4) du chapitre 1. Dans ce cas, la configuration d'équilibre du robot est entièrement définie par l'orientation a_x et la courbure u_{Bx} de sa colonne. En considérant que tous les autres états de (2.2.13) sont nuls, le modèle géométrico-statique de RC-m plan s'écrit :

$$\begin{cases} \lambda'_{ax} = -\frac{m_z B_r}{L} \sin(B_\phi - a_x) \\ k_{f1}u_{Bx} = \lambda_{ax} \\ a'_x = u_{Bx} \\ p'_y = -\sin(a_x) \\ p'_z = \cos(a_x) \end{cases} \quad (2.4.4)$$

où $L = \Delta L_2$ pour $s \in [0, \Delta L_2]$ et $L = L_{M1}$ pour $s \in [\Delta L_2, \Delta L_2 + L_{M1}]$.

Ce modèle est résolu par relaxation dynamique en utilisant des inerties et amortissement virtuels optimisés via la méthode de réglage. On choisit comme configuration à $t = 0$ s la configuration du robot sans champ magnétique, dont la forme est alors portée par l'axe z_0 comme montré sur la Figure 2.9a.

Précision : La configuration d'équilibre du RC-m plan est calculée une première fois par relaxation dynamique en fixant arbitrairement $[N_1, N_2] = [4, 20]$, par reproduction du choix effectué en paragraphe 2.4.1 pour le RTC à deux tubes. Le nombre de noeuds N_1 le long de l'aimant est choisi plus faible que N_2 puisque que la longueur de l'aimant est très inférieure à celle de la section flexible. Le résultat de la relaxation dynamique est présenté sur la Figure 2.9b en terme de courbure dans le plan. On peut voir que comme prévu, les $u_{Bx,k}$ évalués le long de la section flexible convergent vers une même valeur au cours



(a) Configurations du RC-m plan à $t = 0$ s (1), et une fois que le régime permanent est atteint (2). Le tube flexible est affiché en bleu, tandis que l'aimant est affiché en jaune. La direction du champ magnétique est indiquée par un trait bleu à l'extrémité du robot.

(b) Évolution de la courbure de la colonne vertébrale aux différents noeuds pendant la relaxation dynamique. Le régime permanent est marqué par des cercles rouges, et est atteint pour un temps virtuel de 13.5 s.

FIGURE 2.9 – Calcul de la forme du RC-m plan par relaxation dynamique pour $B_r = 0.08$ T et $B_\phi = \pi/4$.

du temps virtuel. Cette valeur est comparée au résultat donné par l'équation (2.4.3). L'erreur relative est de $1.4e^{-3}\%$. Notons qu'en fait, cette erreur ne dépend pas du nombre de noeuds pris sur la section flexible N_2 puisque 2 noeuds seulement suffisent pour décrire exactement une fonction constante le long de s . On observe le même phénomène pour l'orientation a_x , qui est une fonction linéaire le long de s . En revanche, la précision de calcul de p dépend de la discrétisation. Étudier l'évolution de cette précision en fonction du nombre de noeuds est d'autant plus importante qu'en pratique, le champ magnétique n'est pas homogène et dépend de la position de l'aimant dans l'espace de travail. Une erreur dans le calcul de la position peut donc mener à ne pas appliquer les champs corrects sur le RC-m en simulation, et donc à étudier de manière erronée son comportement. La position calculée par relaxation dynamique est comparée à la valeur analytique de la position donnée dans [Tunay, 2004] pour plusieurs valeurs de N_2 . Nous calculons en particulier l'erreur relative maximale entre les coordonnées $p_{y,k}$ et $p_{z,k}$ évaluées aux différents noeuds. La discrétisation de la section 2 est en effet la principale source d'imprécision puisque la section 2 est 20 fois plus longue que la section 1. L'évolution de l'erreur obtenue en fonction de N_2 est affichée dans le Tableau 2.6. On en conclut que le modèle géométrico-statique et la relaxation dynamique permettent de calculer précisément la configuration d'équilibre du RC-m, avec une erreur qui descend en dessous de 1% à partir de $N_2 = 100$. Par rapport au cas du RTC à deux tubes, on valide notamment ici la capacité du modèle et de la méthode de résolution numérique à prévoir la forme de robots continus soumis à des efforts extérieurs magnétiques.

Vitesse de calcul : Comme précédemment, la vitesse de calcul de la méthode numérique pour les RC-m est évaluée après avoir choisi un nombre minimal de noeuds qui assure une précision satisfaisante. L'étude sur la précision du calcul de position (Tableau 2.6) montre que prendre $N_2 = 20$ permet d'avoir une précision entre 3% et 5%. Avec ce nombre de noeuds, le régime permanent est atteint au bout d'un temps virtuel de

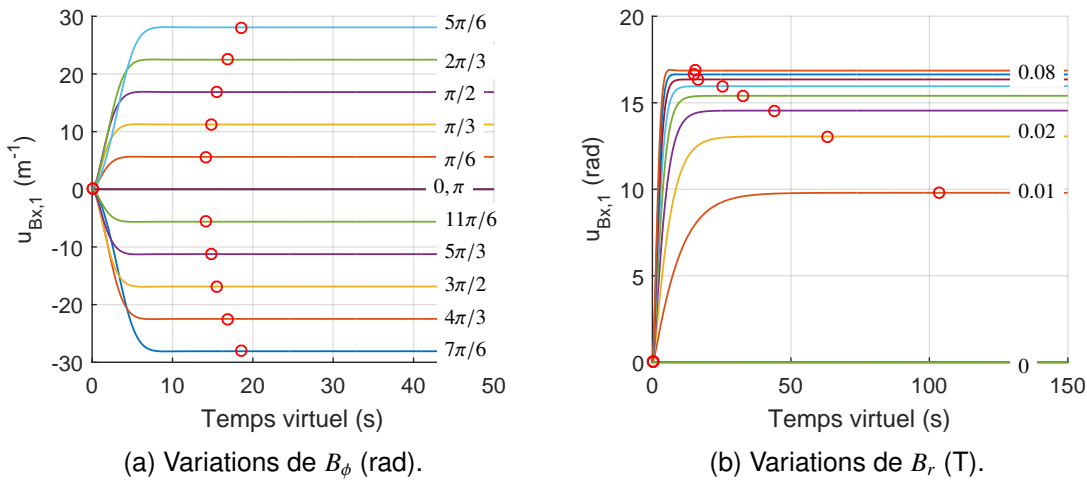


FIGURE 2.10 – Évolution de la réponse du système par rapport au temps virtuel avec la relaxation dynamique pour plusieurs valeurs de paramètres articulaires B_r et B_ϕ . Les instants où le régime permanent est atteint sont localisés par un rond rouge sur chaque courbe. Les valeurs du paramètre articulaire sont écrites sur les courbes.

13.4s. Le temps de calcul nécessaire pour atteindre le régime permanent est de 0.98 s, dans les conditions matérielles et logicielles déjà décrites, ce qui est raisonnable dans notre contexte d'analyse.

Robustesse de la méthode de réglage : Les RC-m sont classiquement déployés en faisant varier leur longueur ainsi que l'amplitude et l'orientation du champ magnétique. L'impact d'un changement de longueur déployée sur les performances de la relaxation dynamique a déjà été étudié pour le RTC à deux tubes dans la section précédente. On se focalise donc ici sur l'impact de la variation du champ magnétique sur ces performances lorsque le réglage de l'inertie \mathbf{J} et de l'amortissement \mathbf{D} n'est fait qu'une seule fois. Les matrices \mathbf{J} et \mathbf{D} sont réglées pour une configuration initiale de robot où l'amplitude du champ est $B_r = 0.08$ T et son orientation est $B_\phi = 0$ rad. Dans un premier temps, l'orientation du champ est incrémentée par pas de $\pi/6$ rad jusqu'à atteindre 2π . La relaxation dynamique est appliquée pour chaque valeur d'orientation. Les réponses dynamiques obtenues pour la courbure de la section 2 sont représentées sur la Figure 2.10a. On peut voir que, la relaxation dynamique converge malgré l'absence de réglage spécifique à chaque orientations. On observe de plus que la relaxation dynamique est capable de calculer la configuration instable où le champ magnétique se retrouve opposée à l'aimant, i.e. pour $B_\phi = \pi$ rad. Le temps virtuel nécessaire pour atteindre le régime permanent varie légèrement, atteignant une valeur maximale de 21.6 s pour $B_\phi = 5\pi/6$ et $B_\phi = 7\pi/6$. Dans un second temps, l'orientation du champ est fixée à $\pi/2$ rad et l'amplitude B_r est variée de 0 T à 0.08 T par pas de 0.01 T. Les réponses dynamiques obtenues pour la courbure $u_{Bx,1}$ sont présentées sur la Figure 2.10b. Plus le champ s'éloigne de l'amplitude pour laquelle les coefficients ont été réglés, plus le temps virtuel nécessaire pour atteindre le régime permanent est élevé. Ce dernier atteint la valeur maximale de 118.7 s virtuelles pour $B_r = 0.01$ T. Le temps de calcul physique reste cependant toujours raisonnable et vaut 3.24 s.

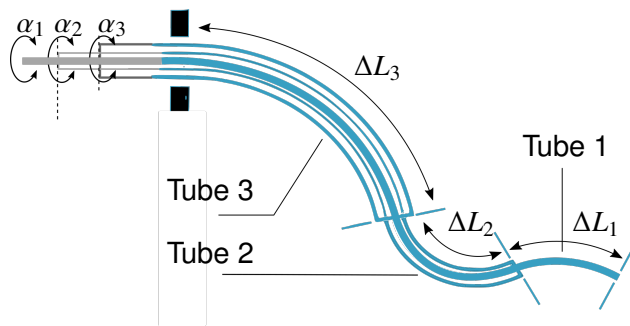


FIGURE 2.11 – Représentation du RTC à trois tubes.

	Tube 1	Tube 2	Tube 3
α_i (rad)	0	$\pi/2$	π
L_i (mm)	45.8	31.6	17
β_i (mm)	0	0	0
\hat{u}_{ix} (mm^{-1})	0.059	0.136	0.066
\hat{u}_{iz} (mm^{-1})	0.05	0.05	0.05
k_{if} (N.mm ²)	$5.79e^3$	$1.01e^4$	$5.17e^4$
k_{it} (N.mm ²)	$4.34e^3$	$7.58e^3$	$3.87e^4$

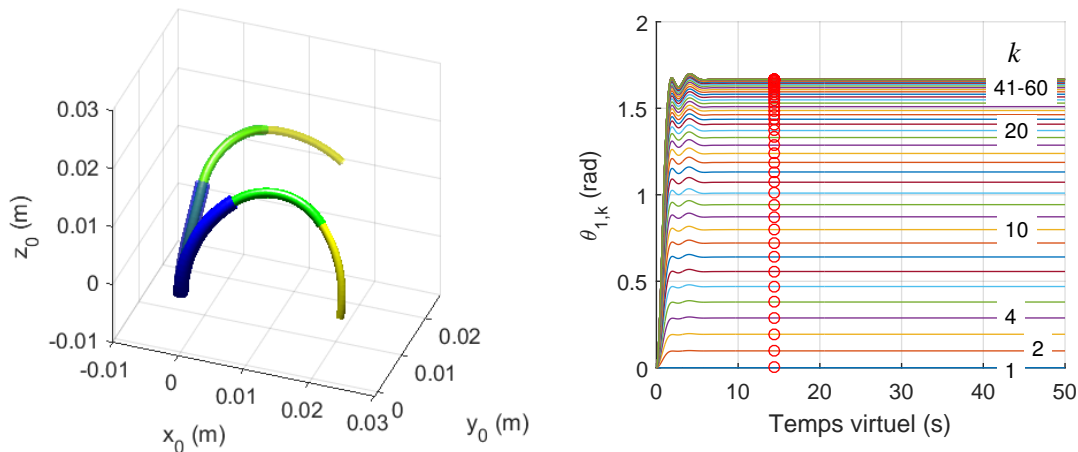
TABLE 2.7 – Propriétés géométriques et mécaniques des trois tubes.

2.4.3/ LE RTC À TROIS TUBES HÉLICOÏDAUX

On veut utiliser le modèle géométrico-statique pour pouvoir évaluer les performances de déploiement à la file indienne (ALFI) des RTCs d'une part et l'espace de travail des RC-m d'autre part. Comme expliqué dans la suite, optimiser ces performances peut bien sûr amener à considérer des conceptions de robot continu plus complexes que les deux cas utilisés précédemment pour la validation. Le modèle géométrico-statique et la relaxation dynamique doivent donc être capables de fournir les configurations d'équilibres de ces robots, ce que nous vérifions dans les deux prochaines sections.

Comme expliqué en Chapitre 1, une des particularités des RTC est leur capacité à parfaitement suivre ALFI un chemin dans l'espace. Pour ce faire, le robot doit être composé de tubes hélicoïdaux, alignés ou en opposition les uns par rapport aux autres. Plus le nombre de tubes est élevé, plus le chemin suivi peut être par ailleurs complexe. Le cas du RTC à trois tubes hélicoïdaux fait donc partie des cas à étudier pour appréhender les capacités de déploiement ALFI des RTCs. Du fait de la pré-courbure des tubes, le robot peut avoir des formes complexes dans l'espace, difficiles à prédire. Nous utilisons donc notre modèle et la relaxation dynamique pour retrouver ces formes. Le modèle géométrico-statique résolu est similaire au modèle (2.4.1) présenté en section 2.4.1. Un troisième tube est ajouté au RTC. On obtient alors un robot continu composé de trois sections où le nombre de tubes en interaction est constant, comme illustré sur la Figure 2.11. Les paramètres géométriques et mécaniques des tubes sont présentés dans le Tableau 2.7. La pré-courbure en torsion \hat{u}_{iz} du tube i est, elle, choisie empiriquement de façon à observer des formes complexes de robot tout en satisfaisant la condition de déploiement ALFI.

Lors de l'application de la relaxation dynamique, la configuration du robot à $t = 0$ s est choisie comme précédemment en négligeant la sollicitation en torsion des tubes. La forme résultante du robot dans l'espace est affichée en transparence sur la Figure 2.12a. Les trois sections sont discrétisées avec les nombres de noeuds $[N_1, N_2, N_3] = [20, 20, 20]$. La relaxation dynamique est ensuite appliquée en utilisant les matrices d'inerties et d'amortissement optimisées. L'évolution au cours du temps virtuel des angles de torsion du tube 1 aux différents noeuds est présentée sur la Figure 2.12b. La méthode numérique converge bien vers un régime permanent, donnant une forme de RTC qui semble physiquement cohérente. Le régime transitoire ne correspond pas exactement à celui d'un système du second ordre du fait du comportement non-linéaire du RTC. Pendant le réglage de \mathbf{J} et de \mathbf{D} , le comportement du robot avait été considéré comme linéaire dans un voisinage proche de la configuration à $t=0$. S'éloigner de cette configuration, comme



(a) Configurations du RTC à trois tubes hélicoïdaux à $t = 0$ s, affichée en transparent, et une fois que le régime permanent est atteint. La configuration est obtenue pour $[\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3] = [0, \pi/2, 0]$.

(b) Évolution de l'angle de torsion du tube 1 aux différents noeuds pendant la relaxation dynamique. Le régime permanent est marqué par des cercles rouges et est atteint pour un temps virtuel de 14.4 s.

FIGURE 2.12 – Calcul de la forme du RTC à trois tubes hélicoïdaux pour $[\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3] = [0\pi/2\pi]$.

c'est le cas ici, mène donc la réponse du système dynamique à ne pas avoir exactement la pulsation et l'amortissement désirés. Cependant, le temps de calcul reste satisfaisant. Le régime permanent est atteint au bout d'un temps virtuel de 14.4 s, ce qui correspond à un temps de calcul de 2.9 s.

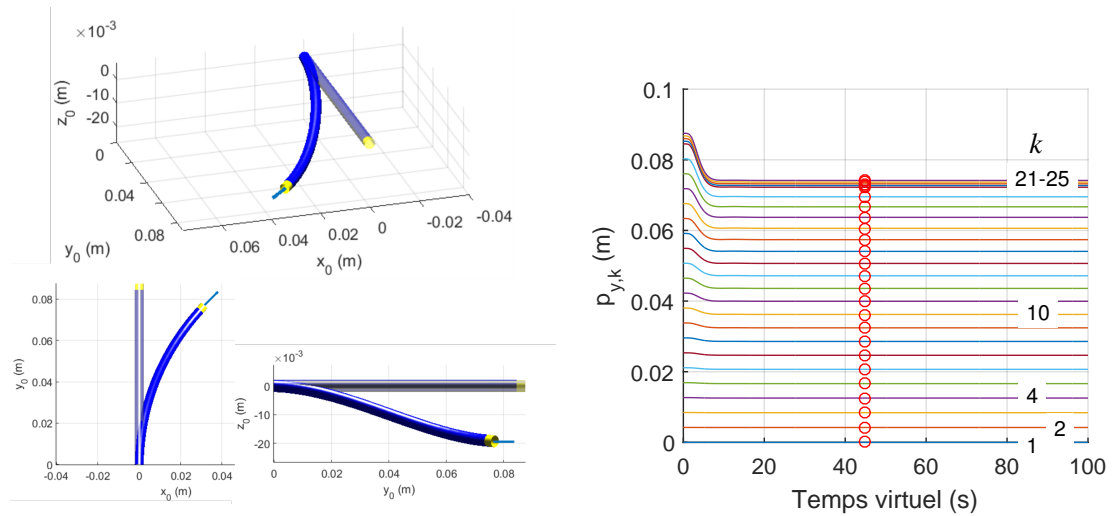
2.4.4/ LE RC-M SPATIAL

Comme expliqué dans le Chapitre 1, l'essentiel des prototypes de RC-m présentés dans la littérature et utilisés pour les gestes médicaux sont des RC-m évoluant dans l'espace. De plus, leur raideur est suffisamment faible pour que leur comportement dans leur espace de travail soit impacté de manière significative par la gravité. Pouvoir prendre en compte les forces produites par la gravité ainsi que les déformations du robot dans l'espace est donc nécessaire pour étudier son espace de travail. Le modèle géométrico-statique et la relaxation dynamique sont utilisés pour calculer la configuration d'équilibre d'un RC-m spatial. Les éléments constituant le robot, et les propriétés géométriques et magnétiques de ces éléments, sont identiques au RC-m plan étudié précédemment. On considère en plus leurs propriétés massiques, qui sont répertoriées dans le Tableau 2.8. La gravité produit alors des forces distribuées le long de la colonne vertébrale du robot. Le modèle géométrico-statique du RC-m spatial est donc identique au modèle complet de robot continu soumis à des efforts extérieurs (2.2.13), mises à part les équations de torsion qui valent 0 du fait de l'utilisation d'un aimant axial.

La configuration à $t = 0$ s est choisie tel que la forme du RC-m est une droite portée par l'axe y_0 , comme illustré sur la Figure 2.13a. Cela est notamment réalisé en choisissant l'orientation proximale du robot $\mathbf{a}_0 = [-\pi/2 \ 0 \ 0]$. Un champ \mathbf{B} est ensuite appliqué au niveau de l'aimant de manière à ce qu'il soit compris dans le plan (x_0, y_0) , i.e. en choisissant

	Tube 1	Aimant
ΔL_2 (m)	0.080	\times
L_{M1} (m)	\times	0.003
m_z (N.m.T ⁻¹)	0	0.0263
k_f (N.m ²)	$1.82e^{-5}$	$4.88e^{-5}$
ρ (kg.m ⁻¹)	$8.2e^{-3}$	$7.03e^{-2}$
(B_ϕ, B_θ) (rad)	$(\pi/4, 0)$	
B_r (T)	0.08	

TABLE 2.8 – Propriétés géométriques, mécaniques, massiques et magnétiques du tube et de l'aimant.



(a) Configurations du RC-m spatial à $t = 0$ s, affichée en transparence, et une fois que le régime permanent est atteint. La configuration est obtenue pour $(B_\phi, B_\theta) = (\pi/4, 0)$. La direction du champ magnétique est indiquée par un trait bleu à l'extrémité du robot.

(b) Évolution de la position suivant l'axe y_0 de chaque noeud le long de la colonne. Le régime permanent est marqué par des cercles rouges et est atteint pour un temps virtuel de 55.2 s.

FIGURE 2.13 – Calcul de la forme du RC-m spatial pour $(B_\phi, B_\theta) = (\pi/4, 0)$.

$(B_\phi, B_\theta) = (\pi/4, 0)$. Le résultat de la relaxation dynamique est présenté sur la Figure 2.13b en termes de positions des différents noeuds le long de la colonne suivant y_0 . La méthode numérique converge bien pour le RC-m spatial. Comme pour le cas du RTC, le régime transitoire ne correspond pas exactement à un comportement du second ordre pur. Le régime permanent est atteint pour un temps virtuel de 55.2 s, qui correspond à un temps de calcul de 4.6 s. La configuration d'équilibre obtenue est présentée sur la Figure 2.13a et semble physiquement cohérente. Le robot est déformé dans le sens de la gravité, selon $-z_0$, et son extrémité tend à s'aligner avec le champ magnétique.

2.5/ CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons développé un modèle géométrico-statique original de robot continu permettant de décrire le comportement à la fois des RTC et des RC-m. Il est

obtenu en considérant pour la première fois l'association d'une approche énergétique et des angles d'Euler pour décrire l'orientation du robot. Cette association permet d'obtenir des équations d'équilibre dont les états, et notamment les multiplicateurs de Lagrange, ont un sens physique. Cela va faciliter l'interprétation physique des résultats numériques par la suite.

Nous avons également proposé de résoudre ce modèle pour la première fois à l'aide de la relaxation dynamique en donnant une méthode de réglage robuste pour les matrices d'inertie et d'amortissement virtuelles. Le modèle ainsi que la méthode de résolution numérique ont été validés en retrouvant de manière précise les configurations d'équilibre de RTC et RC-m simples pour lesquels des solutions analytiques existent. Des configurations de robots plus complexes comme le RTC à trois tubes hélicoïdaux et le RC-m spatial ont été calculées avec succès. Les robots considérés correspondent à des cas réalistes qui doivent être pris en compte lors de l'évaluation des performances des RTC et des RC-m. De plus, les temps de calcul nécessaires pour obtenir les configurations d'équilibre sont raisonnables dans notre contexte d'analyse. La relaxation dynamique semble donc adaptée pour déterminer ponctuellement une configuration d'équilibre d'un robot continu. Son application dans des contextes de commande requiert d'améliorer son temps de calcul. En effet, il n'est possible de l'utiliser actuellement qu'à des fréquences inférieures à 1Hz, alors que les commandes proposées jusqu'à présent pour les RTC et les RC-m affichent des fréquences de l'ordre de quelques Herz [Dupont et al., 2010] à 250Hz [Kim et al., 2015, Edelmann et al., 2017b]. Le temps de calcul de la relaxation dynamique pourrait être réduit en considérant un schéma d'intégration explicite comme proposé dans ... Le nombre et le placement des noeuds le long du robot pourraient également être optimisés pour atteindre une précision donnée. Dans un contexte de commande, cette précision pourrait notamment être vue à la baisse en considérant que les erreurs du modèle seront compensés par l'utilisation de capteurs et de boucles de rétroaction.

Nous avons également envisagé l'utilisation de la relaxation dynamique pour calculer un ensemble de configurations de robot. La nouvelle méthode de réglage proposée permet d'obtenir un système dynamique stable malgré les variations de paramètres articulaires, et malgré l'existence de configurations élastiquement instables dans le cas du RTC. N'utiliser la méthode de réglage qu'une seule fois entraîne une dégradation du temps de calcul de la relaxation dynamique lorsque les variables articulaires s'éloignent des valeurs pour lesquelles J et D ont été réglées. Les temps de calcul restent néanmoins satisfaisant dans notre contexte d'analyse, ce qui valide la robustesse de la méthode de réglage.

L'utilisation de la relaxation dynamique pour résoudre le modèle géométrico-statique de robot continu pourrait être investiguée plus en profondeur. Cependant, son niveau de maturité nous permet de l'exploiter en l'état dans la suite du travail. Les perspectives relatives au développement de cette méthode numérique sont discutées à la fin du manuscrit.

MÉTHODE NUMÉRIQUE POUR L'ANALYSE DES PERFORMANCES ET DU COMPORTEMENT DES ROBOTS CONTINUS

Dans ce chapitre, nous développons maintenant une méthode numérique devant nous aider à réaliser deux objectifs. Le premier objectif est d'évaluer les performances des RTC et des RC-m en termes de capacité de déploiement et d'espace de travail, en étant robustes à leurs potentiels changements de cardinalité et de stabilité. Le second objectif est de caractériser le comportement du robot lorsque ces changements interviennent. Ces informations semblent en effet nécessaires afin d'assurer le contrôle des interactions entre le robot et le patient pendant une intervention. Dans la suite du chapitre, nous commençons donc par réaliser un état de l'art des différentes méthodes proposées jusqu'à présent pour analyser la cardinalité et la stabilité des robots continus. La méthode numérique que nous proposons est ensuite décrite en détail. Elle se base sur le modèle géométrico-statique de robot continu développé dans le chapitre précédent. Elle est composée de plusieurs étapes de mise en forme du modèle, de calcul numérique, d'analyse numérique et de programmation. La méthode numérique est validée en fin de chapitre en considérant les deux cas d'étude de référence que sont le RTC à deux tubes et le RC-m plan.

3.1/ MÉTHODES D'ANALYSE EXISTANTES POUR LES RTC ET LES RC-M

La cardinalité et la stabilité élastique sont des notions qui n'ont été étudiées en robotique continue que pour des RTC et des RC-m. Comme expliqué en Chapitre 1, étudier la stabilité élastique des RTC revient à étudier leur stabilité globale et/ou leur stabilité locale. Hors la stabilité globale des robots continus peut être définie comme étant un changement de cardinalité. Dans le cas d'un RTC à deux tubes, on a vu que la limite de stabilité globale peut être observée sur un diagramme en fourche représenté sur la Figure 3.1a. En particulier, elle se situe au niveau de la longueur déployée où la cardinalité du robot passe de 1 à 3. Nous observons la même correspondance entre stabilité et cardinalité pour les RC-m dans la suite. Nous nous focalisons sur la cardinalité et la stabilité locale

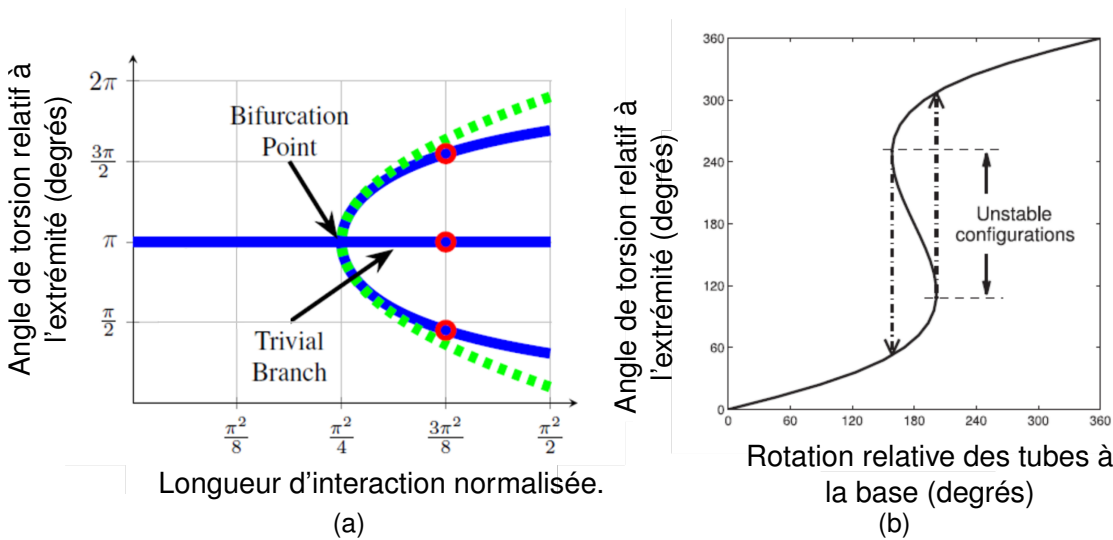


FIGURE 3.1 – Différents graphes permettant d'évaluer la cardinalité d'un RTC à deux tubes dans la littérature. A gauche, extrait de [Ha et al., 2016], à droite extrait de [Hendrick et al., 2015a].

des robots continus. Plusieurs méthodes, analytiques et numériques, ont été proposées pour les évaluer, que nous discutons tout d'abord ici.

L'évaluation de la cardinalité est une tâche d'autant plus difficile que l'architecture du robot est complexe. Par architecture, nous entendons notamment le nombre, la géométrie des tubes et le nombre d'éléments magnétiques. Il est possible de la réaliser analytiquement sur des cas simples de robots continus pour lesquels le modèle géométrico-statique peut être résolu analytiquement. C'est le cas par exemple du RTC à deux tubes, dont le modèle et sa solution analytique ont été développés dans [Dupont et al., 2010]. Les auteurs exploitent alors cette solution et montrent que le robot peut avoir jusqu'à trois configurations d'équilibres différentes pour une même rotation proximale des tubes. Une méthode de perturbation a également été utilisée dans [Hendrick et al., 2015a] pour identifier les trois configurations possibles de ce RTC. Elle consiste à linéariser le modèle géométrico-statique au voisinage de la configuration où les tubes sont en opposition, et à résoudre le modèle linéaire pour obtenir les différentes solutions possibles. Les solutions du modèle linéarisé sont représentées en pointillés pour le cas étudié en Figure 3.1a.

Lorsque le robot est composé de plus de deux tubes, il devient difficile d'explicitier le nombre de solutions analytiquement. Aucun résultat dans la littérature n'apporte d'éléments sur le sujet.

Il est cependant possible de dériver des critères pour détecter des changements de cardinalité en considérant des propriétés géométriques, mécaniques et magnétiques spécifiques pour les tubes composant le robot. Deux méthodes ont été considérées. La première consiste à linéariser les équations d'équilibre du robot continu, à trouver une solution analytique au modèle linéaire et à analyser cette dernière pour trouver les conditions menant à des solutions multiples. Elle a été appliquée aux RTC dans [Xu et al., 2014, Hendrick et al., 2015a, Gilbert et al., 2016]. Elle a permis d'établir des critères pour des robots composés d'un nombre arbitraire de tubes à pré-courbures planes et en prenant en compte leurs longueurs de transmission. La résolution du modèle linéarisé conduit à la construction d'une matrice, qui subit une perte de rang lorsque

plusieurs solutions existent. Le changement de cardinalité est alors détecté en calculant le rang de cette matrice. Cette méthode a aussi été utilisée dans [Singh et al., 2013] dans le cas d'un RC-m plan soumis à un champ magnétique et à la gravité. Lorsque la masse de la section flexible est négligée, le modèle linéarisé peut être résolu et une condition de solution multiple peut être trouvée. Comme la masse de l'aimant est usuellement prédominante par rapport à la masse de la colonne, cette condition peut s'appliquer au cas où la masse de la colonne est prise en compte.

La deuxième méthode pour détecter le changement de cardinalité est spécifique aux RTC. Elle consiste à détecter les points de rebroussement le long des courbes en S, qui représentent l'évolution de l'orientation relative des tubes à leur extrémité en fonction de leur rotation relative, comme illustré en Figure 3.1b. Chaque point de rebroussement indique en effet l'apparition d'une nouvelle configuration d'équilibre pour une même rotation des tubes, et marque donc un changement de cardinalité. Les points de rebroussement sont définis comme étant les points où la tangente à la courbe est verticale. L'expression analytique de cette tangente est développée dans [Ha et al., 2014, Ha et al., 2017] pour établir des critères analytiques de stabilité globale, prenant en compte des pré-courbures de tube constantes ou variables le long de leur fibre neutre.

L'évaluation de la stabilité locale pour les RTC et les RC-m s'appuie sur l'analyse de la matrice Hessienne de l'énergie potentielle élastique stockée dans le robot. Cette matrice doit être définie positive pour que le robot soit stable. L'exemple le plus représentatif est le cas simple du RC-m plan sans gravité [Tunay, 2004]. La configuration du robot est alors définie par la courbure qui est constante le long de sa colonne. L'expression de la dérivée seconde de l'énergie potentielle par rapport à cette courbure est donc scalaire et peut être obtenue analytiquement. Cela permet notamment à l'auteur d'obtenir la valeur critique de l'orientation de l'extrémité pour laquelle le robot devient instable lors de l'application d'un champ tournant. Dans le cas d'un RC-m spatial, Edelmann *et al.* ont également proposé une expression analytique de cette dérivée seconde sous la forme d'une matrice de raideur [Edelmann et al., 2017b]. Elle est calculée en exprimant la relation entre les déplacements de l'extrémité et les efforts résultants qui lui sont appliqués. Ils construisent alors une matrice de taille 6×6 qui doit être définie négative pour que le robot soit stable. Comme le couple magnétique et les forces dues à la gravité sont introduits comme des éléments appliqués à l'extrémité, cette matrice permet effectivement d'évaluer la stabilité locale du RC-m sous l'action du champ magnétique. En revanche, elle ne peut pas être appliquée aux RTC puisque les efforts dus à l'interaction élastique entre les tubes sont répartis le long de la colonne.

L'évaluation de la stabilité locale pour les RTC est donc plus difficile que pour les RC-m car les efforts dus à l'interaction élastique entre les tubes sont répartis le long de la colonne. Dans le cas simple de RTC à deux tubes étudié en chapitre 2, les variables d'état qui définissent la configuration du robot varient alors de manière continue le long de la colonne. Hors le calcul d'une matrice Hessienne nécessite de travailler avec un vecteur d'état de dimension finie. Le calcul consiste en effet à perturber chacun des états, et à observer la variation d'énergie qui en résulte. L'expression directe d'une matrice Hessienne par rapport aux variables d'état du robot n'est donc pas possible. Pour contourner ce problème, la stratégie utilisée jusqu'à présent est d'introduire des perturbations d'état sous la forme de fonctions continues dépendant de l'abscisse curviligne s [Gilbert et al., 2016, Ha et al., 2016]. Il est alors possible de calculer la variation d'énergie due à ces perturbations grâce à la théorie du calcul des variations, et à vérifier qu'elle reste bien définie positive. Après plusieurs manipulations analytiques, l'applica-

tion de cette condition de stabilité mène à la construction d'équations différentielles qui font intervenir les fonctions de perturbation. Leur résolution permet d'obtenir les informations de stabilité recherchées. Cette stratégie a été utilisée dans [Gilbert et al., 2016] pour évaluer la stabilité locale de RTC composés de n tubes. Elle a également été utilisée dans [Ha et al., 2016] en utilisant la théorie du contrôle optimal et en l'appliquant à des RTC soumis à des efforts extérieurs. La condition de Legendre-Clebsch est utilisée comme condition de stabilité.

En résumé, les méthodes pour évaluer la cardinalité des RTC et des RC-m se basent à l'heure actuelle sur des manipulations analytiques des modèles géométrico-statiques, qui ne sont possibles qu'en considérant des hypothèses restrictives sur la conception de ces robots. En particulier, il n'existe pas d'outil qui permette d'évaluer la cardinalité des RTC en prenant en compte une conception arbitraire des tubes ou la présence d'efforts extérieurs. Les outils existants ne permettent donc pas de prendre en compte des tubes hélicoïdaux, qu'il est nécessaire de pouvoir étudier pour appréhender les facultés de déploiement des RTC, ainsi que les efforts magnétiques inhérents au fonctionnement des RTC-m. Il n'existe pas non plus d'outil permettant d'évaluer la cardinalité de RC-m évoluant dans l'espace, qui constituent l'essentiel des prototypes proposés dans la littérature. Concernant la stabilité locale, seul [Ha et al., 2016] propose une méthode pour analyser des conceptions arbitraires de RTC soumises à des efforts extérieurs. Les outils existants d'analyse des RC-m prennent en compte les déformations du robot dans l'espace mais nécessitent de négliger les efforts répartis le long de la colonne flexible. Cela implique de négliger la masse de cette dernière et empêche de prendre en compte des efforts distribués dus par exemple à l'interaction élastique de tubes. Ils ne permettent donc pas d'évaluer la stabilité locale d'un RTC-m.

Nous cherchons donc une méthode, si possible unifiée, pour simuler le déploiement et analyser le comportement des RTC et des RC-m. L'approche dans [Hendrick et al., 2015a] et [Singh et al., 2013] pour détecter des changements de cardinalité est intéressante pour trois raisons. Premièrement, elle s'appuie sur le calcul des ensembles de configurations d'équilibres correspondant à des variations de coordonnées articulaires. En particulier, elle revient à simuler des déploiements où une variable articulaire est variée à la fois. Le diagramme en fourche présenté dans [Hendrick et al., 2015a] est obtenu en faisant varier la longueur déployée des deux tubes composant le RTC, et celui de [Singh et al., 2013] en faisant varier l'amplitude du champ magnétique. Ces branches d'équilibre peuvent être calculées analytiquement lorsque le robot continu étudié est suffisamment simple, comme un RTC à pré-courbure plane en espace libre. Lorsque le robot est discrétisé le long de sa fibre neutre, les branches peuvent être calculées numériquement à l'aide de méthodes de continuation [Singh et al., 2013], indépendamment des propriétés géométriques, mécaniques et magnétiques des tubes. Deuxièmement, elle repose sur la détection de bifurcations qui marquent des changements de cardinalité pour les RTC et pour les RC-m. Troisièmement, l'utilisation couplée des méthodes de continuation et d'analyse de bifurcation a déjà été prouvée comme étant efficace pour analyser le flambement de poutres élastiques, sollicitées en torsion et en flexion et sujettes à différents types d'efforts extérieurs [Lazarus et al., 2013]. Elles ont également montré leur intérêt en robotique pour analyser l'espace de travail de robots séries et parallèles dans [Jo et al., 1989] et [Peyron et al., 2017] par exemple. Concernant la stabilité locale, elle est classiquement évaluée en représentant la configuration d'équilibre du robot continu soit par des fonctions continues le long de la colonne, soit par un ensemble discret d'états. L'utilisation

de fonctions continues implique de réaliser des manipulations analytiques pour obtenir une évaluation indirecte des propriétés de la matrice Hessienne de l'énergie. A contrario, utiliser un nombre discret d'états pour décrire cette configuration permet d'exprimer cette matrice Hessienne de manière analytique et de pouvoir en retirer directement les informations de stabilité.

Nous proposons donc de développer une méthode numérique se basant sur le modèle géométrico-statique générique de robot continu proposé au Chapitre 2, et sur l'utilisation couplée de la continuation, de l'analyse de bifurcation et l'analyse de la matrice Hessienne de l'énergie potentielle. Cette méthode numérique est développée dans la suite, et est validée en reproduisant des résultats de référence des RTC et des RC-m.

3.2/ DESCRIPTION DE LA MÉTHODE PROPOSÉE

3.2.1/ APPROCHE GÉNÉRALE

La méthode que nous proposons est composée de 4 étapes, à savoir la reformulation du modèle et le calcul d'une configuration initiale, qui correspond au travail réalisé dans le Chapitre 2, la simulation du déploiement, l'évaluation de la cardinalité et l'évaluation de la stabilité. Chaque étape est décrite brièvement ici avant d'être développée dans les sections suivantes.

Le modèle géométrico-statique de robot continu développé dans le chapitre 2 consiste en un problème aux conditions limites initiales et finales, qui est non seulement difficile à résoudre mais aussi à analyser. Nous avons vu que la résolution de ce modèle nécessite de discrétiser le robot le long de sa fibre neutre. Le modèle géométrico-statique peut alors être reformulé à l'aide de différences finies, et devient un système d'équations non-linéaires qui peut être résolu numériquement. La première étape de notre méthode consiste donc à utiliser la même stratégie de reformulation du modèle afin qu'il puisse être traité par des outils numériques d'analyse. La relaxation dynamique est utilisée pour déterminer la configuration initiale du robot au début du déploiement. Nous avons en effet montré qu'elle est adaptée dans ce contexte, puisqu'elle est robuste aux non-linéarités et à la stabilité du robot. Le modèle géométrico-statique est alors écrit sous la forme d'un système d'équations différentielles du premier ordre comme expliqué en section 2.3.1.

La simulation du déploiement du robot continu est réalisée dans une seconde étape à l'aide d'une méthode de continuation. Pour ce faire, on considère que le robot se déploie de manière quasi-statique le long d'un chemin défini dans l'espace articulaire. La méthode de continuation est utilisée pour parcourir ce chemin, et pour calculer la branche d'équilibre du robot continu correspondante de proche en proche. Elle est effectivement applicable aux systèmes EDO du premier ordre, et a montré une bonne robustesse au comportement non-linéaire et à la stabilité de poutres élastiques dans [Lazarus et al., 2013].

Comme indiqué précédemment, les changements de cardinalité sont classiquement détectés en repérant les configurations d'équilibre pour lesquelles la tangente à la branche de solution est verticale, ou au niveau desquelles deux branches se croisent. Ces configurations d'équilibre correspondent respectivement aux objets mathématiques appelés bifurcation de type "Limit Point" (LP) et de type "Branch Point" (BP), introduits et étudiés dans la théorie des bifurcations [Kuznetsov, 2004c, Kuznetsov, 2004b]. Nous proposons

donc dans une troisième étape d'utiliser les connaissances disponibles sur ces types de bifurcation pour détecter des changements de cardinalité. La théorie de la bifurcation fournit notamment des estimateurs génériques pour détecter et localiser les bifurcations, directement applicables au modèle géométrico-statique reformulé. Lorsque ces estimateurs sont utilisés conjointement avec le calcul des branches de solution, ils constituent une méthode numérique pour évaluer la cardinalité du robot continu sans considérer d'hypothèse restrictive sur les tubes.

Le modèle géométrico-statique après discrétisation et reformulation est proche du modèle utilisé par Lazarus *et al.*. Dans ce travail, l'étape de discrétisation permet d'établir simplement un critère de stabilité basé sur la matrice Jacobienne du modèle géométrico-statique discret. Nous proposons donc de suivre cette approche pour fournir une méthode numérique générique pour évaluer la stabilité du robot continu.

Les différentes étapes de reformulation du modèle géométrico-statique et d'application d'outils numériques forment une méthode numérique que l'on utilise par la suite pour évaluer la cardinalité et la stabilité des robots continus pendant leur déploiement. La première étape est décrite en détail dans le Chapitre 2. Les trois autres étapes sont décrites plus en détail dans les sections suivantes afin de faciliter la compréhension du fonctionnement de la méthode et son utilisation.

3.2.2/ SIMULATION D'UN DÉPLOIEMENT

Comme décrit précédemment, le chemin le long duquel le robot continu se déploie est défini dans son espace articulaire. Il est donc défini par des variations de $\mathbf{q} = [\alpha_i \ \Delta L_i \ B_r \ B_\phi \ B_\theta]^T$ dont l'évolution dépend d'une variable de chemin. Faire varier cette variable de chemin mène à calculer une succession de configurations d'équilibre du robot, que nous appelons branche d'équilibre par la suite. Nous souhaitons calculer cette branche d'équilibre par une méthode de continuation. Il existe principalement deux méthodes de continuation permettant de réaliser cette tâche : la méthode prédicteur correcteur (MPC) [Kuznetsov, 2004b] et la méthode asymptotique numérique [Najah et al., 1998]. La méthode asymptotique numérique peut être une méthode efficace en terme de précision et de vitesse de calcul si les équations composant le modèle géométrico-statique de robot discrétisé sont écrites sous forme quadratique. Son utilisation requiert donc une nouvelle étape de mise en forme dont la difficulté peut varier selon le robot continu considéré. Comme montré pour des structures élastiques dans [Lazarus et al., 2013] et [Chen et al., 2014], différentes variables intermédiaires et techniques de mise en forme doivent être utilisées, qui dépendent du paramétrage géométrique et des équations constitutives utilisés. Nous proposons donc d'utiliser la MPC puisqu'elle ne requiert pas de telles étapes de mise en forme. La pertinence de l'utilisation de la MPC pour simuler le déploiement de robots continus sera évaluée en section 3.4 en termes de précision et de vitesse de calcul.

Pour illustrer le fonctionnement de la MPC, considérons la situation où le robot continu est déployé en faisant varier la i -ème variable articulaire uniquement, notée q_i . Nous considérons pour cela l'expression du modèle géométrico-statique de robot continu discrétisé donnée par l'équation 2.3.8. La modification continue de q_i conduit alors au calcul de la

branche \mathcal{B} d'équilibres \mathbf{Y}^* définie par :

$$\begin{aligned} \mathcal{B} : \mathbb{R} &\rightarrow \mathbb{R}^{2(n+14)N} \\ q_i &\rightarrow (\mathbf{Y}^* = \mathcal{B}(q_i) | \mathbf{A}(\mathbf{Y}^*, q_i) = \mathbf{0}) \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

où n est le nombre de tubes composant le robot et N est le nombre de noeuds utilisés pour discrétiser le robot le long de sa colonne.

La MPC fournit une représentation de la branche \mathcal{B} discrétisée par un nombre N_p de points de passage. Ces points sont calculés de manière itérative par un procédé composé d'une étape de prédiction suivie d'une étape de correction. Afin de les décrire, on note $(\mathbf{Y}_{k-1}^*, q_{i,k-1})$ la configuration d'équilibre à l'itération k , avec $k = 2, \dots, N_p$. Lors de la première étape, la variable articulaire $q_{i,k-1}$ est incrémentée par un pas de continuation δ_c . La configuration d'équilibre correspondant à la nouvelle valeur obtenue est prédite en suivant la tangente de la branche par rapport à q_i , tel que :

$$\begin{cases} q^P = q_{i,k-1} + \delta_c \\ \mathbf{Y}^P = \mathbf{Y}_{k-1}^* + \delta_c \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial q_i}(q_{i,k-1}) \end{cases} \quad (3.2.2)$$

Lors de la seconde étape, le point prédit (\mathbf{Y}^P, q^P) est corrigé jusqu'à ce qu'une nouvelle configuration soit déterminée de manière précise, donnant le nouveau point de la branche $(\mathbf{Y}_k^*, q_{i,k})$. Cette étape est réalisée ici en utilisant un algorithme de Newton-Raphson, comme suggéré dans [Kuznetsov, 2004b], partant de (\mathbf{Y}^P, q^P) et appliqué au système d'équations suivant :

$$\begin{cases} \mathbf{A}(\mathbf{Y}, q_i) = \mathbf{0} \\ \left\langle \mathbf{Y} - \mathbf{Y}^P, \frac{\partial \mathcal{B}}{\partial q_i}(q_{i,k-1}) \right\rangle = 0 \end{cases} \quad (3.2.3)$$

où l'opérateur $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ désigne le produit scalaire de \mathbf{a} par \mathbf{b} . La première équation permet de trouver le nouveau point la nouvelle configuration de la branche d'équilibre. La seconde équation permet de chercher cette configuration dans la direction orthogonale à la tangente de \mathcal{B} , et ainsi de minimiser les itérations de correction.

Ces deux étapes requièrent que les équations traitées soient des fonctions de classe C^1 au moins et que leur matrice Jacobienne soit de rang plein. La première condition est vérifiée ici puisque le modèle géométrico-statique de robot continu résolu par relaxation dynamique est composé de fonctions de classe C^1 . Dans le cas où la matrice Jacobienne devient singulière, [Kuznetsov, 2004b] fournit des méthodes numériques alternatives pour l'étape de correction de sorte à ce que la MPC reste fonctionnelle.

Du fait du comportement non-linéaire du robot continu, la courbure de la branche d'équilibre peut varier au cours du processus de continuation. Cela peut détériorer la qualité de l'étape de prédiction, et de fait la stabilité numérique de l'algorithme de Gauss-Newton. La MPC est donc utilisée avec un algorithme de contrôle de pas de continuation décrit dans [Kuznetsov, 2004b], qui réduit automatiquement δ_c en cas de perte de stabilité numérique. Autrement, le pas de continuation est augmenté jusqu'à atteindre une valeur maximale définie par l'utilisateur, de sorte à optimiser la longueur de la branche calculée. En définitive, le pas de continuation varie au cours du parcours de la branche d'équilibre. Sa valeur au k -ième point de la branche est noté $\delta_{c,k}$.

Une caractéristique de la MPC très intéressante dans notre contexte est qu'elle est indépendante de la stabilité élastique du robot. Son développement ne se base en effet

sur aucune hypothèse de stabilité. Cette méthode de continuation peut donc être utilisée pour calculer des branches composées de configurations d'équilibre instables. Cela permet notamment de trouver des configurations d'équilibre stables dans la continuité d'équilibres instables, qui auraient été difficiles à trouver en partant d'une configuration initiale stable plus éloignée. Cette propriété sera mise en valeur dans les différents cas d'étude considérés dans la suite du chapitre.

Pour résumer, la MPC possède trois avantages qui en font une méthode numérique efficace pour simuler le déploiement de robot continu. Premièrement, l'utilisation d'un algorithme de contrôle de pas permet d'obtenir une méthode robuste numériquement aux comportements non-linéaires du robot. Deuxièmement, la MPC est insensible aux changements de stabilité élastique. Troisièmement, l'utilisation de méthodes alternatives pour l'étape de correction permet de la rendre robuste aux potentielles singularités du modèle géométrico-statique.

3.2.3/ ÉVALUATION DE LA CARDINALITÉ

Notre approche pour évaluer la cardinalité est de détecter des bifurcations LP et BP le long de branches de solution, comme introduit en section 3.2.1. Le terme de "bifurcation" a été employé dans [Hendrick et al., 2015a, Gilbert et al., 2016] pour les RTC et dans [Singh et al., 2013] pour décrire des configurations d'équilibres particulières où deux branches de solution se croisent. Nous étendons ici la notion de bifurcation en utilisant la définition donnée dans [Kuznetsov, 2004a], où elle désigne de manière générale une configuration d'équilibre le long de la branche pour lequel le comportement du robot change. Il y a donc différents types de bifurcation qui sont classés suivant les changements de comportement observés. Nous considérons cette classification dans la suite.

Pour détecter les bifurcations le long des branches, nous utilisons les estimateurs fournis dans [Kuznetsov, 2004a], aussi appelée fonctions de localisation. Ces fonctions consistent en des fonctions mathématiques qui s'annulent en changeant de signe au passage d'une bifurcation. Elles sont obtenues dans [Kuznetsov, 2004a] en paramétrant la branche d'équilibre par une abscisse curviligne c , qui est définie en chaque point de la branche par la relation $c_k = \sum_{i=1}^k \delta_{c,i}$. Lorsque la variable q_i est variée par continuation, elle varie le long de la branche d'équilibre et dépend donc de c . Les fonctions de localisation des bifurcations LP et BP s'écrivent alors dans notre contexte :

$$\phi_{LP} = \frac{dq_i(c)}{dc} \quad (3.2.4)$$

$$\phi_{BP} = \det \left(\begin{bmatrix} \mathbf{A}_Y & \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial q_i} \\ \frac{d\mathcal{B}^T}{dq_i} \frac{dq_i(c)}{dc} & \frac{dq_i(c)}{dc} \end{bmatrix} \right) \quad (3.2.5)$$

où \mathbf{A}_Y est la matrice Jacobienne de $\mathbf{A}(\mathbf{Y}, \mathbf{q})$ par rapport à \mathbf{Y} . La fonction de localisation (3.2.4) détecte les points particuliers pour lesquels q_i change de sens de variation le long de la branche. Pour trouver son interprétation, il est possible de l'exprimer sous la forme du produit suivant :

$$\frac{dq_i(c)}{dc} = \left[\frac{d\mathcal{B}\mathbf{e}_1}{dc} \right]^{-1} \frac{d\mathcal{B}\mathbf{e}_1}{dq_i} \quad (3.2.6)$$

où $\mathbf{e}_1 = \left[1 \quad \mathbb{O}_{1 \times 2(n+14)N-1} \right]^T$. Lorsque $\phi_{LP} = 0$, un des deux termes du produit s'annule. Ainsi, une bifurcation LP peut apparaître dans deux cas. Si le terme de gauche s'annule, la bifurcation LP indique que la tangente de la branche d'équilibre devient verticale. De plus, si ϕ_{LP} change de signe, elle indique un point de rebroussement tels que ceux identifiés sur la courbe en S du RTC en section 3.1. Si le terme de droite s'annule, la bifurcation indique alors que la configuration d'équilibre du robot n'évolue plus malgré l'ajout du pas de continuation à q_i . Cela peut indiquer notamment que le robot a atteint le bord de son espace de travail, puisqu'il n'existe pas de configurations d'équilibres au-delà d'une valeur limite de q_i . La fonction de localisation (3.2.5) détecte quant à elle les points pour lesquels la solution au modèle géométrico-statique n'est plus unique, ce qui se traduit par une perte de rang de A_Y . De plus il est démontré dans [Kuznetsov, 2004a] qu'un changement de signe de cette fonction indique l'intersection d'une seconde branche, et donc un potentiel changement de cardinalité.

La détection et la localisation des changements de cardinalité est ensuite intégrée au processus de continuation en suivant la méthode donnée dans [Kuznetsov, 2004b]. Les fonctions de localisation sont évaluées pour chaque configuration d'équilibre calculée par la MPC. Un changement de signe d'une des deux fonctions entre deux points (Y^*, q_i) de la branche indique l'existence de la bifurcation correspondante. Cette dernière est ensuite localisée de manière précise entre ces deux points en résolvant le système suivant :

$$\begin{cases} A(Y) = \mathbf{0} \\ \phi_{BP} = 0 \text{ ou } \phi_{LP} = 0 \end{cases} \quad (3.2.7)$$

La matrice Jacobienne de (3.2.7) peut devenir singulière au voisinage de la bifurcation. C'est typiquement le cas pour la bifurcation BP, dont la fonction de localisation (3.2.5) s'annule lorsque A_Y est singulière. Cela empêche l'utilisation de la méthode de Newton-Raphson pour la localisation. Nous utilisons donc la méthode de la sécante multi-variables pour résoudre (3.2.7), puisqu'elle ne repose pas sur l'inversion de A_Y [Press et al., 2002] et a été utilisée avec succès dans [Kuznetsov, 2004b] pour localiser des bifurcations.

Pour résumer les avantages de notre approche pour évaluer la cardinalité, la MPC et l'analyse de bifurcation sont utilisées ici sur le modèle géométrico-statique générique de robot continu développé en chapitre 2. La configuration du robot au début du déploiement est tout d'abord calculée par relaxation dynamique. Nous construisons ensuite un diagramme composé des branches d'équilibre obtenues par continuation et des bifurcations détectées, appelé diagramme de bifurcation. La cardinalité du robot continu pendant son déploiement est évaluée automatiquement à l'aide de ce diagramme. L'association de la MPC et de l'analyse de bifurcation, appliquées au modèle géométrico-statique, constitue donc une méthode numérique pour l'évaluation de la cardinalité qui est applicable aux robots continus quelles que soient leurs propriétés géométriques, mécaniques et magnétiques. Cette généralité n'a jamais été proposée jusqu'à présent.

3.2.4/ ÉVALUATION DE LA STABILITÉ

CHOIX ET APPLICATION DU CRITÈRE DE STABILITÉ

L'approche utilisée dans [Lazarus et al., 2013] et [Kumar et al., 2010] pour évaluer la stabilité de poutres élastiques est intéressante. Elle consiste à discrétiser la poutre élastique

le long de sa fibre neutre. Sa forme est alors décrite par la position et l'orientation de chaque nœud dans l'espace, qui forment un ensemble discret de variables géométriques. Comme expliqué en section 3.1 cela permet d'exprimer analytiquement la matrice Hessienne de l'énergie potentielle de la poutre par rapport à ces variables. Ils établissent alors un critère de stabilité basé sur la matrice Hessienne analytique.

Nous choisissons d'utiliser le critère de [Lazarus et al., 2013] pour évaluer la stabilité locale des robots continus pour trois raisons. Premièrement, le modèle de poutre élastique discrète sur lequel se base le critère est proche du modèle géométrico-statique de robot continu discret développé en Chapitre 2. Le modèle de poutre est en effet dérivé via une approche énergétique en considérant des états qui sont liés entre eux par des relations de contrainte. De plus, il est exprimé à l'aide de différences finies après avoir discrétisé la poutre le long de sa fibre neutre. Le critère peut donc être appliqué à notre modèle. Deuxièmement, Lazarus *et al* et Kumar *et al* ont prouvé que ce critère permet effectivement d'obtenir l'information de stabilité élastique en considérant différents types de chargements [Kumar et al., 2010, Lazarus et al., 2013]. Troisièmement, nous verrons par la suite qu'il s'intègre bien au processus de continuation.

Le modèle de poutre élastique de [Lazarus et al., 2013] diffère du nôtre sur trois aspects. Tout d'abord, il considère une poutre de Cosserat, dont les sollicitations en traction et en cisaillement sont prises en compte. Les variables géométriques ne sont donc pas liées par les mêmes relations de contrainte. En particulier, la contrainte entre l'orientation et la position de la fibre neutre $C_p = \mathbf{0}$ (2.2.7) n'existe pas. Ensuite, la forme de la poutre n'est décrite que par l'orientation q de la fibre neutre sous forme de quaternions et sa position p . Dans notre cas, nous considérons les angles d'Euler a pour la représentation de l'orientation, ainsi que la courbure du robot u_B et l'angle de torsion θ_i de chaque tube i . Enfin, il ne prend donc pas en compte l'interaction élastique de plusieurs tubes pré-courbés lors de leur assemblage concentrique. Nous proposons donc d'appliquer ce critère de stabilité au modèle géométrico-statique de robot continu.

Comme expliqué dans Lazarus [Lazarus et al., 2013], la première étape pour obtenir le critère est d'exprimer la matrice Hessienne de l'énergie potentielle sans prendre en compte les relations entre les différentes variables géométriques. Les variables géométriques évaluées en chaque nœud sont rassemblées dans un vecteur noté $X_g = [\theta_{i,k} \ u_{B,k} \ a_k \ p_k]$, $i = 1..n$, $k = 1..N$. La matrice Hessienne dépend des multiplicateurs de Lagrange évalués en chaque nœud, que l'on regroupe dans deux vecteurs Λ_a et Λ_p de longueur $3N$. Elle s'écrit alors :

$$L(X_g) = \nabla^2(E(X_g)) + \sum_{k=1}^{3N} \Lambda_{a,k} \nabla^2 C_{a,k}(X_g) + \sum_{k=1}^{3N} \Lambda_{p,k} \nabla^2 C_{p,k}(X_g) \quad (3.2.8)$$

avec

$$\Lambda_a = \begin{bmatrix} \lambda_{ax,1} & \dots & \lambda_{ax,N} & \lambda_{ay,1} & \dots & \lambda_{ay,N} & \lambda_{az,1} & \dots & \lambda_{az,N} \end{bmatrix}$$

$$\Lambda_p = \begin{bmatrix} \lambda_{px,1} & \dots & \lambda_{px,N} & \lambda_{py,1} & \dots & \lambda_{py,N} & \lambda_{pz,1} & \dots & \lambda_{pz,N} \end{bmatrix}$$

où l'opérateur $\nabla^2(E(X_g))$ désigne la matrice Hessienne de la fonction scalaire E par rapport à X_g . La seconde étape est de prendre en compte les relations de contrainte entre les différentes variables géométriques. D'après [Lazarus et al., 2013], la matrice Hessienne de l'énergie potentielle L_M , est alors donnée par la relation :

$$L_M(X_g) = \ker \left(\nabla \begin{bmatrix} C_{a,k} & C_{p,k} \end{bmatrix} \right) L(X_g) \ker \left(\nabla \begin{bmatrix} C_{a,k} & C_{p,k} \end{bmatrix} \right)^T \quad (3.2.9)$$

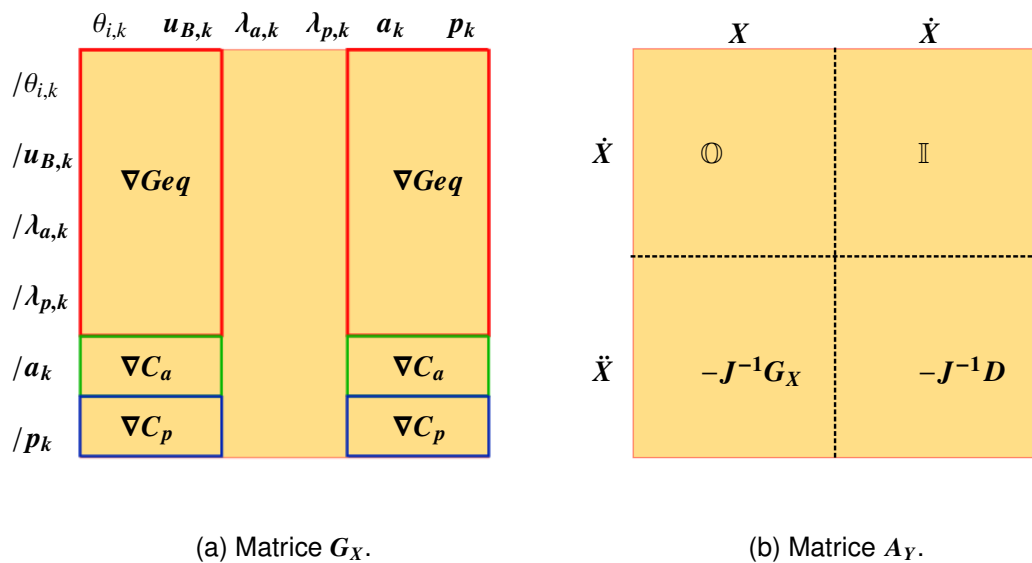


FIGURE 3.2 – Structure des matrices Jacobiennes utilisées pour construire la matrice Hessienne de l'énergie potentielle élastique totale du robot.

où l'opérateur $\nabla(a)$ désigne la matrice Jacobienne de a par rapport à X_g , et où $\ker(M)$ désigne le noyau de la matrice M . La troisième étape est de construire le critère de stabilité. Une configuration d'équilibre X_g est stable si L_M est définie positive, ce qui s'écrit :

$$L_M(X_g) > 0 \quad (3.2.10)$$

INTÉGRATION AU PROCESSUS DE CONTINUATION

Ce critère est intéressant dans notre cas puisqu'il s'intègre bien dans le processus de continuation. En particulier, il est possible de le construire majoritairement à l'aide de la matrice Jacobienne du modèle géométrico-statique, notée G_X , qui est de toute façon calculée pour les étapes de prédiction et de correction. Pour trouver la relation entre $L(X_g)$ et G_X , nous exprimons l'énergie potentielle totale du robot après discrétisation et calculons sa dérivée par rapport à X_g . L'énergie potentielle élastique prenant en compte les multiplicateurs de Lagrange s'écrit :

$$E = \sum_{i=1}^N h_k (w_k + \lambda_{a,k}^T C_{a,k} + \lambda_{p,k}^T C_{p,k}) \quad (3.2.11)$$

où w_k est la densité d'énergie donnée par la relation (2.2.11) évaluée au nœud k . Sa dérivée première ∇E par rapport à X_g est ensuite calculée. Soient $\mathbf{h} = [h_1 \dots h_N]$ et $\mathbf{h}^{\times 3} = [\mathbf{h} \ \mathbf{h} \ \mathbf{h}]$, on obtient la relation :

$$\nabla E = \text{diag}(-\mathbf{h}^{\times(8+n)}) Geq \quad (3.2.12)$$

où $Geq = \mathbf{0}$ désigne les équations d'équilibre du modèle géométrico-statique données par la relation (2.2.13). Cette relation simple existe du fait des équations d'équilibre qui

ont été dérivées à partir de l'énergie potentielle dans le Chapitre 2. On en conclut que la matrice Hessienne $L(X_g)$ peut s'écrire simplement à partir de Geq tel que :

$$L(X_g) = \text{diag}(-h^{(8+n)})\nabla Geq \quad (3.2.13)$$

La matrice ∇Geq est contenue dans la matrice Jacobienne du modèle géométrico-statique G_X comme illustré sur la Figure 3.2a. On peut voir également que les matrices ∇C_a et ∇C_p sont également contenus dans G_X , puisque les relations de contraintes géométriques sont résolues en même temps que les équations d'équilibre. On peut donc construire la matrice Hessienne de l'énergie potentielle sous contrainte (3.2.9) en utilisant les informations contenues dans G_X . Il est facile de démontrer que cette matrice est contenue dans la matrice Jacobienne A_Y , dont la structure est présentée sur la Figure 3.2b. Par conséquent, la détermination de G_X , et donc de ∇Geq , ∇C_a et ∇C_p , est directe puisque A_Y est déjà calculé au cours de l'étape de correction de la PCM et de la localisation des bifurcations BP. Le critère de stabilité locale (3.2.10) s'intègre donc bien aux méthodes de continuation et d'analyse de bifurcation, et peut être évalué avec un minimum de ressources de calcul. L'algorithme QR est utilisé pour calculer les valeurs propres de L_M puisque cette matrice est carrée et non-symétrique.

3.3/ IMPLÉMENTATION NUMÉRIQUE

Les sections précédentes ont montré que la simulation d'un déploiement et les informations de cardinalité et de stabilité d'un robot continu peuvent être obtenues en appliquant des méthodes de continuation et d'analyse de bifurcation à un modèle de robot discrétisé le long de sa fibre neutre, résolu initialement par relaxation dynamique. Les différentes étapes constituent notre proposition de méthode numérique, qui est implémentée dans la suite en suivant le diagramme de flux présenté sur la Figure 3.3.

Les méthodes de continuation et d'analyse de bifurcation ont déjà été implémentées dans des programmes tels que AUTO [Doedel, 1981] ou la boîte à outil Matlab appelée CL-MatCont [Dhooge et al., 2006]. Ces deux programmes utilisent la MPC et l'algorithme de contrôle automatique de pas de continuation pour calculer des branches de solution, et fournissent des fonctions de localisation pour les bifurcations LP et BP. CL-MatCont fournit l'analyse de bifurcation la plus complète pour les systèmes statiques et dynamiques, comme expliqué dans [Gurumoorthy et al., 2011]. Il permet de plus d'inclure des fonctions de test personnalisées, évaluées pendant le processus de continuation, qui peuvent être utilisées pour intégrer le critère de stabilité élastique défini par (3.2.10). Par conséquent, CL-MatCont répond à nos besoins en termes de simulation de déploiement, d'analyse de cardinalité et de stabilité. Son utilisation dans notre méthode numérique est entourée d'un bloc en lignes pointillées mixtes sur la Figure 3.3.

Pour simuler et analyser un déploiement, l'utilisateur doit au préalable réaliser deux étapes de programmation à l'aide des fonctions composant la boîte à outil CL-MatCont, entourées par une ligne pleine sur le diagramme de flux. Premièrement, le modèle de robot continu discret reformulé sous la forme d'un système d'EDO doit être écrit dans un fichier Matlab appelé *Système*. Ce fichier doit être également complété avec les fonctions d'initialisation et les fonctions de test personnalisées qui calculent la configuration initiale du robot par relaxation dynamique et le critère de stabilité respectivement. Deuxièmement, l'utilisateur doit réaliser un programme de simulation à l'aide des fonctions de la

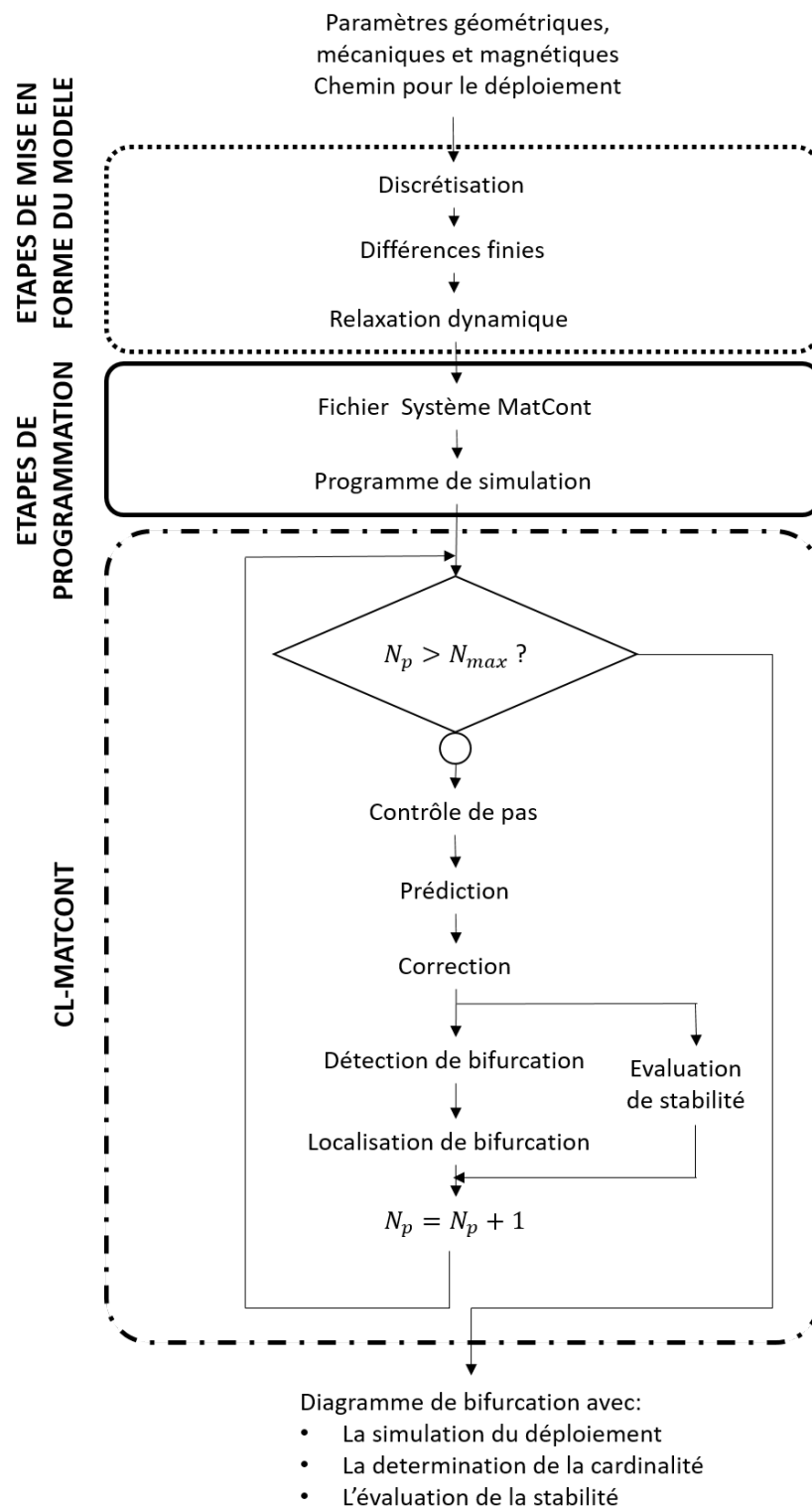


FIGURE 3.3 – Diagramme de flux représentant la méthode numérique proposée. Les étapes développées dans ce document sont entourées par une ligne pointillée. Les étapes qui doivent être réalisées par l'utilisateur sont entourées par une ligne pleine. Les étapes réalisées automatiquement par CL-MatCont sont entourées par un trait mixte.

boîte à outil pour spécifier le chemin à parcourir et pour fixer les paramètres de continuation. Un exemple de programme de simulation est donné en Annexe B. L'exécution de ce programme mène au calcul d'un jeu de variables composé des branches d'équilibre calculées, de la stabilité des configurations d'équilibre et de la nature et la localisation des bifurcations détectées le long des branches.

Pour résumer, notre proposition de méthode numérique pour évaluer la cardinalité et la stabilité des robots continus pendant leur déploiement demande peu d'implémentation de la part de l'utilisateur. La reformulation du modèle géométrico-statique (Discrétisation, Différence finie, Relaxation dynamique) est réalisée dans ce document de thèse pour un modèle générique de robot continu. Le calcul des branches de solution (Contrôle de pas de continuation, Prédiction, Correction) et la détection de bifurcation (Détection/ Localisation des bifurcations) sont déjà implémentés dans- et réalisés automatiquement par- CL-MatCont. La simulation d'un déploiement le long d'un chemin, l'évaluation de la cardinalité et de la stabilité requièrent de suivre deux étapes simples de programmation sous Matlab (Fichier Système MatCont, Programme de Simulation).

Dans la suite de ce chapitre, les capacités de la méthode numérique à prédire de manière précise le comportement des RTC et des RC-m pendant leur déploiement sont évaluées. Pour ce faire, deux cas de référence pour ces deux types de robot sont étudiés, à savoir le RTC à deux tubes et le RC-m plan.

3.4/ VALIDATION

3.4.1/ LE RTC À DEUX TUBES

Comme expliqué en section 3.1, le RTC à deux tubes est un cas de référence dont la cardinalité et la stabilité élastique ont été étudiées à plusieurs reprises. Nous utilisons donc ici pour valider nos développements méthodologiques et logiciels. Les résultats de l'état de l'art ont été obtenus en simulant deux types de déploiement : la translation simultanée des deux tubes placés en opposition, et la rotation relative des tubes. Ces deux déploiements sont simulés et analysés ici à l'aide de l'outil numérique. Cela nous permettra de reproduire en particulier deux types de résultats : l'estimation de la longueur d'interaction critique [Hendrick et al., 2015a, Gilbert et al., 2016] et la "courbe en S" [Dupont et al., 2010, Ha et al., 2016] décrivant l'orientation relative des tubes à l'extrémité du robot par rapport à leur orientation à la base.

LONGUEUR D'INTERACTION CRITIQUE

Le critère de stabilité globale établi dans [Hendrick et al., 2015a] impose des conditions sur la longueur d'interaction, la raideur et la pré-courbure des deux tubes tel que :

$$\frac{-\cot(\lambda)}{\sqrt{\lambda}} < \beta_{\sigma} \quad (3.4.1)$$

avec

$$\lambda = \Delta L_2^2 \hat{u}_{1x} \hat{u}_{2x} \frac{k_{1b} k_{2b} (k_{1t} + k_{2t})}{k_{1t} k_{2t} (k_{1b} + k_{2b})} \quad (3.4.2)$$

	Tube 1	Tube 2
α_i (rad)	$\pi/4$	0
L_i (mm)	101	100
β_i (mm)	0	0
\hat{u}_{ix} (mm ⁻¹)	1/60	1/60
k_{if} (N.mm ²)	1	1
k_{it} (N.mm ²)	1/1.3	1/1.3

TABLE 3.1 – Propriétés géométriques et mécaniques des deux tubes.

Paramètre	Valeur
N_1	20
N_2	20
N_p	100
<i>MaxStepSize</i>	10

TABLE 3.2 – Paramètres numériques pour l'analyse du RTC à deux tubes.

où β_σ est la longueur de transmission normalisée définie par :

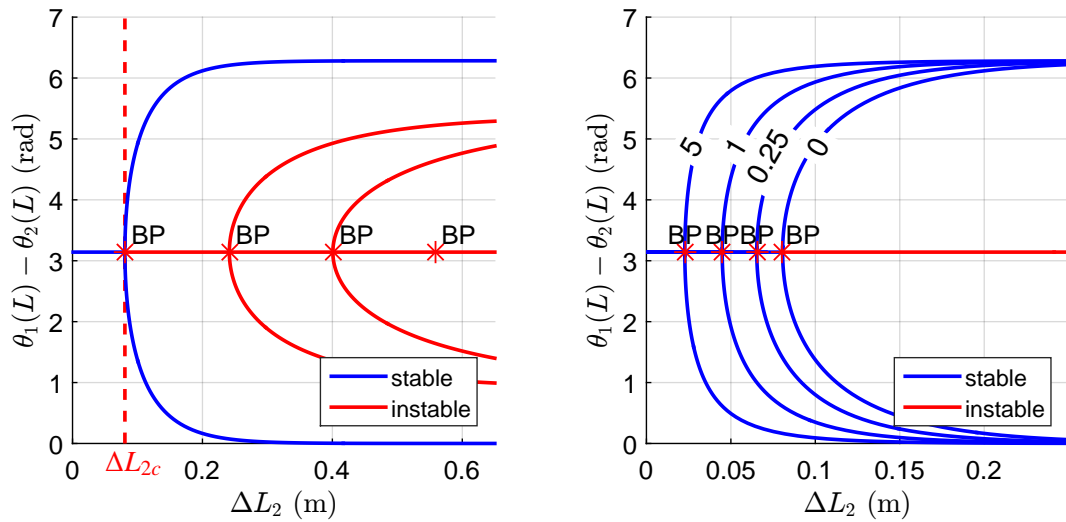
$$\beta_\sigma = \frac{\beta_1 k_{2t} + \beta_2 k_{1t}}{\Delta L_2 (k_{1t} + k_{2t})} \quad (3.4.3)$$

Si la pré-courbure et les propriétés mécaniques des tubes sont fixées, l'équation (3.4.1) suggère qu'il existe une valeur critique de longueur d'interaction ΔL_2 , notée ΔL_{2c} dans la suite, au-delà de laquelle la cardinalité du RTC change. Cette longueur d'interaction critique a aussi été mise en évidence en traçant les diagrammes en fourche résultant de la translation des deux tubes en opposition. Elle se situe à l'intersection des deux branches de solution.

Nous proposons donc de calculer ΔL_{2c} à l'aide de notre outil numérique en reproduisant ce diagramme en fourche. Nous proposons de plus de retrouver l'évolution des diagrammes en fourche en fonction de β_σ présentée dans [Hendrick et al., 2015a]. Les propriétés géométriques et mécaniques des tubes considérées sont identiques à celles utilisées dans le Chapitre 2 et sont rappelées dans le Tableau 3.1. Le modèle géométrico-statique de robot continu résolu par relaxation dynamique est écrit dans un fichier Système de CL-MatCont. Les longueurs de transmission des tubes sont considérées comme égales entre elles et constantes au cours du déploiement, ce qui permet d'étudier plus facilement l'évolution du diagramme en fourche par rapport à β_σ comme expliqué dans [Hendrick et al., 2015a]. La valeur de longueur de transmission est calculée à l'aide de l'équation (3.4.3).

Le chemin résultant de la translation simultanée des deux tubes est paramétré par ΔL_2 . Pour simuler le déploiement du robot le long de ce chemin, nous écrivons donc un programme de simulation qui définit cette longueur de section comme la variable articulaire à faire varier au cours du processus de continuation. Le programme initialise le RTC dans la configuration où les deux tubes sont en opposition, i.e. pour $(\alpha_1, \alpha_2) = (0, \pi)$. La valeur initiale de ΔL_2 est choisie proche de 0, puisque le modèle géométrico-statique utilisé ici ne permet pas de prendre en compte des longueurs de section strictement nulles. Les paramètres numériques de la MPC et de l'algorithme de contrôle du pas de continuation utilisés lors des simulations qui suivent sont rassemblés dans le Tableau 3.2. Le nombre de points calculés par continuation N_p est déterminé empiriquement de manière à simuler le déploiement des tubes jusqu'à atteindre une longueur de $\Delta L_2 = 500$ mm. Pour les paramètres numériques non spécifiés dans le tableau, nous utilisons les valeurs par défaut de CL-MATCONT qui sont données dans [Dhooge et al., 2006].

Les diagrammes de bifurcation fournis par l'outil numérique sont présentés sur la Figure 3.4. Partant de la configuration où $\Delta L_2 \approx 0$, la branche d'équilibre calculée est stable (tracée en bleu) jusqu'à ce qu'une bifurcation BP soit détectée. La branche devient



(a) Diagramme en fourche obtenu avec l'outil numérique pour $\beta_\sigma = 0$.

(b) Évolution du diagramme en fourche pour plusieurs valeurs de β_σ . Les valeurs de longueur de transmission sont écrites en bleu sur les courbes.

FIGURE 3.4 – Diagramme de bifurcation suite à une variation de ΔL_2 .

N_2	20	40	60	80	100
ΔL_{2c} (mm)	80.60	81.87	82.16	82.60	82.67
ϵ_{rel} (%)	2.45	1.00	0.65	0.12	0.03

TABLE 3.3 – Longueur de transmission critique en fonction du nombre de nœuds utilisés pour discrétiser la section 2 et erreur relative par rapport au critère analytique de [Hendrick et al., 2015a].

ensuite instable (tracée en rouge) le long de laquelle d'autres bifurcations BP sont détectées. Partant de chaque bifurcation, CL-MatCont permet de tracer automatiquement la seconde branche qui crée ce point d'intersection. La branche secondaire au premier BP est stable, tandis que les branches secondaires aux BP suivants sont instables. Au-delà de la première bifurcation, le RTC peut donc avoir deux configurations stables et une configuration instable pour la même longueur d'interaction comme illustré sur la Figure 3.4a. A chaque nouveau BP rencontré par la suite, il gagne deux configurations d'équilibre instables supplémentaires. La cardinalité est donc de 1 avant le premier BP, de 3 après le premier BP, de 5 après le second BP et ainsi de suite. Ce diagramme en fourche peut être facilement calculé pour différentes valeurs de β_σ avec notre méthode. Les différents diagrammes obtenus sont superposés sur la Figure 3.4b, où la première bifurcation et la première branche secondaire seulement sont affichées par souci de lisibilité. L'évolution des branches de solution en fonction des longueurs d'interaction et de transmission est donc identique à celle présentée dans [Hendrick et al., 2015a].

La longueur d'interaction à la première bifurcation BP correspond à une estimation numérique de la longueur d'interaction critique. Puisque la précision des configurations d'équilibre dépend du nombre de nœuds utilisés pour discrétiser le robot (cf. Chapitre 2), cette estimation dépend également de ce nombre de nœuds. De la même manière que précédemment, plus N_2 est grand, plus le calcul des branches et la localisation des bifurcations

doivent être précis. Une augmentation de N_2 doit aussi impliquer une augmentation du temps de calcul, puisque les outils de continuation et d'analyse de bifurcation nécessitent d'inverser la matrice A_Y . Pour vérifier cela, l'estimation numérique de la longueur d'interaction critique est comparée à la valeur théorique donnée par la relation (3.4.1) pour différentes valeurs de N_2 et dans le cas où $\beta_\sigma = 0$. La valeur théorique de la longueur d'interaction critique vaut 82.70 mm. Les résultats de l'étude sont présentés dans le Tableau 3.3. L'erreur relative est de 2.45% pour $N_2 = 20$ et chute à 0.03% pour $N_2 = 100$. Le temps de calcul augmente comme prévu de 20 s à 370 s respectivement, qui restent des valeurs raisonnables. Nous observons de plus que lorsque $N_2 \geq 20$, le nombre de nœuds ne semble pas avoir d'impact sur l'évaluation de stabilité et de cardinalité. Ce nombre de nœuds, qui avait déjà été repéré dans le Chapitre 2 comme assurant une précision suffisante du modèle géométrico-statique discret, permet donc d'optimiser le temps de calcul sans mettre en défaut l'évaluation de cardinalité et de stabilité locale. Il est choisi dans les simulations qui suivent.

COURBE EN S

La courbe en S représente l'évolution de l'orientation relative distale des tubes par rapport à leur rotation relative. Une expression analytique de cette évolution a été développée dans [Dupont et al., 2010] pour des RTC à deux tubes, qui s'écrit :

$$\alpha_2 - \alpha_1 = 2 \arctan \frac{\sin(\theta_{2-1}(\Delta L_2)/2)nd(\Delta L_2 \sqrt{c} \cos^2(\theta_{2-1}(\Delta L_2)/2))}{\cos(\theta_{2-1}(\Delta L_2)/2)cd(\Delta L_2 \sqrt{c} \cos^2(\theta_{2-1}(\Delta L_2)/2))} \quad (3.4.4)$$

$$c = (1 + \nu) \|\hat{\mathbf{u}}_1\| \|\hat{\mathbf{u}}_2\|$$

où $nd(u|m)$ et $cd(u|m)$ sont des fonctions de Jacobi elliptiques, décrites dans [Byrd et al., 1971], et où ν est le coefficient de poisson du Nitinol composant les tubes.

Nous proposons ici de reproduire cette courbe en S grâce à notre méthode numérique, ainsi que l'évolution de cette courbe par rapport à la longueur d'interaction présentée dans [Dupont et al., 2010]. La courbe en S est le diagramme de bifurcation correspondant à la rotation complète d'un des tubes par rapport à l'autre. Afin de simuler ce déploiement la rotation α_1 du tube intérieur 1 est définie comme étant la variable articulaire à faire varier au cours de la continuation. La rotation du tube extérieur 2 est fixée tel que $\alpha_2 = 0$. Nous considérons le même RTC à deux tubes que précédemment, dont les paramètres sont rassemblés dans le Tableau 3.1. La longueur d'interaction ΔL_2 est fixée à 100mm, donc est supérieure à la longueur d'interaction critique obtenue précédemment. Les paramètres de continuation utilisés sont rassemblés dans le Tableau 3.2.

Le diagramme de bifurcation obtenu à l'aide de notre méthode numérique est présenté sur la Figure 3.5a. Partant de la configuration initiale où $\alpha_1 = 0$, une branche stable est calculée jusqu'à atteindre une bifurcation LP. Les configurations d'équilibre au-delà de cette bifurcation sont tout d'abord instables, puis redeviennent stables après avoir passé une nouvelle bifurcation LP. Le RTC peut donc avoir trois différentes configurations d'équilibre pour la même rotation du tube 1, deux de ces configurations étant stables et la dernière instable. Cela est cohérent avec le choix de la longueur d'interaction des tubes $\Delta L_2 > \Delta L_{2c}$, qui implique que la cardinalité du robot est de 3. Afin de pouvoir évaluer la précision de calcul de la courbe en S, les branches d'équilibre calculées à l'aide de la MPC sont comparées à l'expression analytique (3.4.4). La Figure 3.5b montre

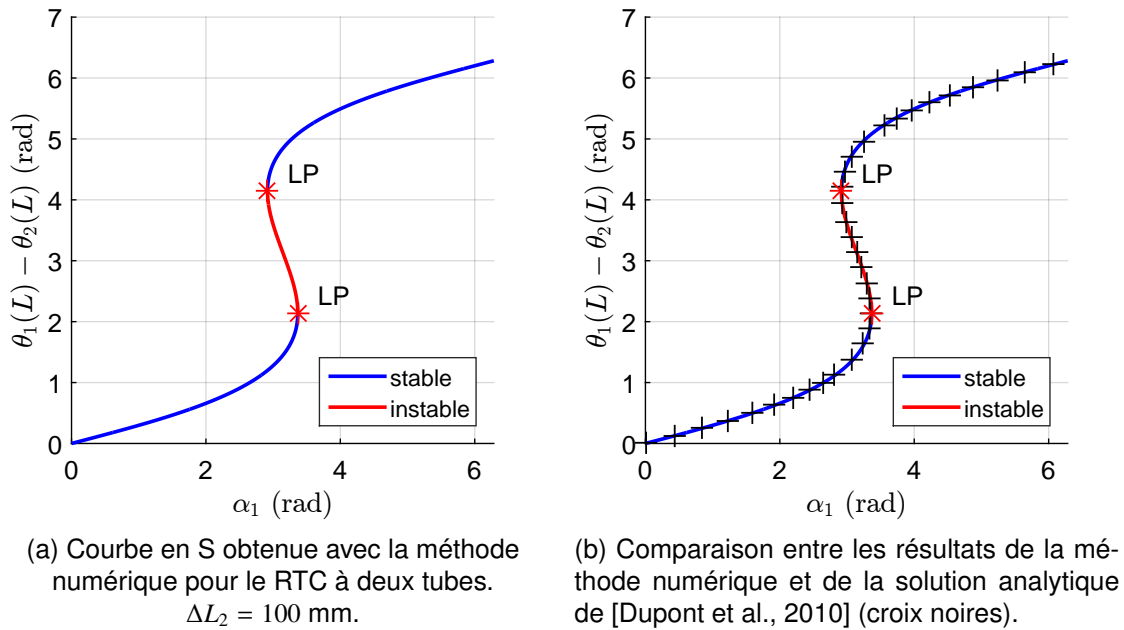


FIGURE 3.5 – Simulation de la rotation relative des deux tubes composant le RTC.

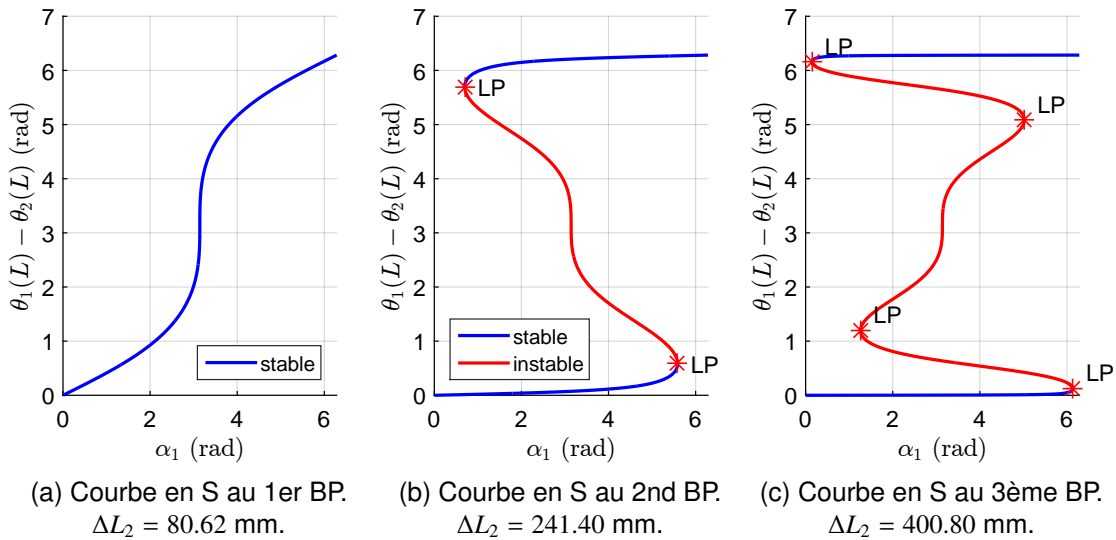


FIGURE 3.6 – Tracés de la courbe en S aux différentes bifurcations BP détectées sur le diagramme en fourche du RTC à deux tubes.

la corrélation entre les deux courbes pour $N_2 = 100$. L'erreur relative est de 0.9%, validant de fait notre capacité à simuler de manière précise la rotation relative des tubes.

La courbe en S peut facilement être calculée pour différentes valeurs de longueur d'interaction. La Figure 3.6 présente des courbes en S calculées pour des longueurs correspondant aux trois premières bifurcation BP de la Figure 3.4a. Au-delà de chaque nouveau BP, deux bifurcations LP apparaissent lors de la rotation du tube 1, menant à l'imbrication de plusieurs courbes en S. On retrouve ainsi que pour chaque nouveau BP, le RTC a deux configurations d'équilibres instables pour une même rotation du tube. L'évolution de

la courbe en S par rapport à la longueur d'interaction est à nouveau identique à celle présentée dans [Dupont et al., 2010]. On observe également que l'évolution de la stabilité locale le long de ces courbes est identique à celle observée dans la littérature.

En plus de nous permettre de valider notre méthode numérique, ce cas d'étude démontre la capacité de cette dernière à calculer des configurations d'équilibre en étant indépendant de la stabilité locale du RTC. La seconde branche stable est obtenue automatiquement dans la continuation de la branche instable, sans nécessiter de connaissance *a priori* sur son existence ou sur sa localisation.

3.4.2/ LE RC-M PLAN

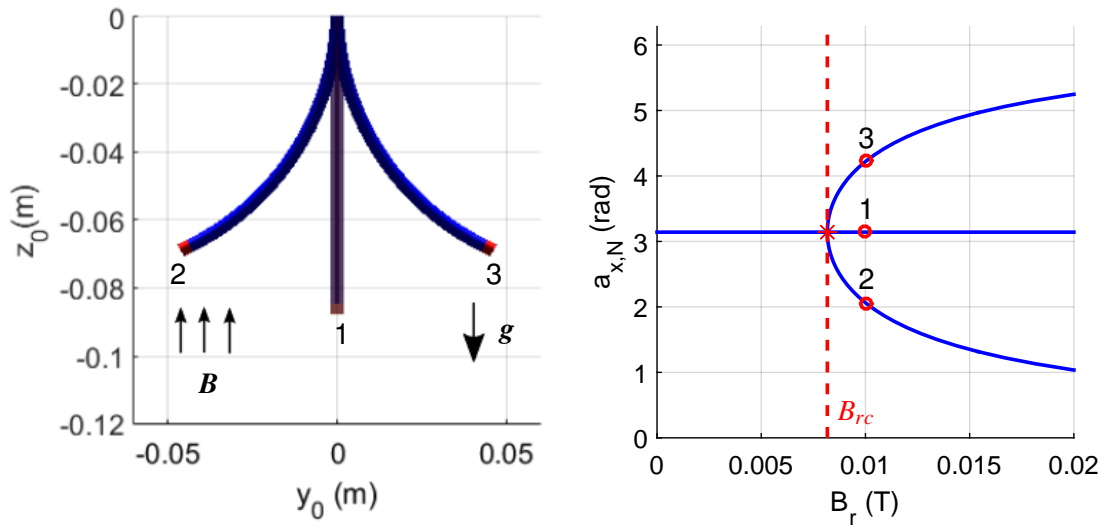
Les cas de RC-m dont les changements de cardinalité et la stabilité ont été étudiés se limitent aux cas de RC-m plan, sujets ou non à la gravité. En effet, le critère de stabilité établi pour les RC-m spatiaux dans [Edelmann et al., 2017b] n'est pas utilisé à des fins d'analyse mais à des fins de commande. Les auteurs ne génèrent pas de résultats particuliers sur le comportement des RC-m qu'il nous serait possible de reproduire ici. Nous nous considérons donc le cas plan pour valider notre méthode numérique dans le cas des RC-m. Nous cherchons en particulier à reproduire deux résultats : l'amplitude de champ magnétique critique [Singh et al., 2013], avec et sans gravité, et l'angle dit de retournement ("flipping angle" en anglais) [Tunay, 2004]. Nous considérons dans un premier temps un RC-m non-soumis à la gravité. Pour ce cas d'étude, on s'attend à ce que la méthode nous fournisse les l'amplitude de champ critique et l'angle de retournement avec précision et indépendamment de l'étape de discrétisation, comme expliqué dans le chapitre 2. Dans un second temps, la gravité est prise en compte puisqu'elle a généralement une influence significative sur la forme du RC-m. L'objectif est notamment de fournir des informations qualitatives concernant son impact sur le comportement du robot.

AMPLITUDE DE CHAMP CRITIQUE

Les changements de cardinalité des RC-m plan ont été étudiés dans [Singh et al., 2013] en plaçant le robot dans une configuration de flambement magnéto-élastique. Le RC-m est tout d'abord mis dans la configuration où sa colonne est alignée avec la direction de la gravité. La forme du robot reste donc droite dans le plan. Le champ magnétique, supposé homogène, est ensuite appliqué dans la direction opposée au moment dipolaire de l'aimant, lui-même aligné avec l'extrémité du RC-m. Le couple magnétique est donc nul et le robot reste dans sa configuration droite pour de faibles amplitudes du champ. Cette amplitude est enfin augmentée progressivement jusqu'à atteindre une valeur critique où le RC-m sort de sa configuration droite. Au-delà de cette valeur critique, le robot possède alors deux configurations stables différentes pour la même amplitude du champ. Cette valeur d'amplitude critique, que l'on note B_{rc} ici, marque un changement de cardinalité du RC-m. Elle est déterminée analytiquement dans [Singh et al., 2013] en négligeant la masse de la partie flexible de la colonne. Elle s'exprime en fonction de la longueur ΔL_2 et de la raideur k_{f1} de la partie flexible, de la magnétisation m_{Bz} et de la masse $\rho_M L_{M1}$ de

	Tube 1	Aimant
L_i (m)	0.084	×
L_{Mi} (m)	×	0.003
m_z	0	0.0263
k_{if} (N.m ²)	$1.82e^{-5}$	$4.88e^{-1}$
B_ϕ (rad)	0	
B_r (T)	0.01	

TABLE 3.4 – Propriétés géométriques et mécaniques et magnétiques du tube et de l'aimant.



(a) Configuration initiale du RC-m (1) et configurations stables possibles (2) et (3) au-delà de la bifurcation pour $B_r = 0.01$ T.

(b) Diagramme en fourche obtenu avec l'outil numérique lorsque la gravité est négligée.

 FIGURE 3.7 – Diagramme de bifurcation suite à une variation de B_r .

l'aimant par la relation :

$$\frac{m_{Bz} B_{rc} \Delta L_2}{k_{f1}} = \frac{\sqrt{g_m}}{\tanh(\sqrt{g_m})} \quad (3.4.5)$$

$$g_m = \frac{\rho_M L_{M1} g \Delta L_2^2}{k_{f1}}$$

Comme l'amplitude du champ magnétique est une variable articulaire du RC-m, simuler son augmentation peut être vu comme simuler son déploiement le long d'un chemin particulier. Ce déploiement peut être simulé et analysé à l'aide de notre méthode numérique. Les outils de continuation et d'analyse de bifurcation ont déjà été utilisés pour analyser ce déploiement dans [Singh et al., 2013]. Les auteurs obtiennent alors un diagramme en fourche liant la position suivant l'axe orthogonal à la configuration droite du robot à l'amplitude du champ. Nous proposons de retrouver la valeur de B_{rc} à l'aide de notre méthode numérique en reproduisant ce diagramme.

On considère les paramètres de RC-m utilisés dans le Chapitre 2, qui sont rappelés dans le Tableau 3.4. Le robot est tout d'abord placé dans la configuration où sa colonne est

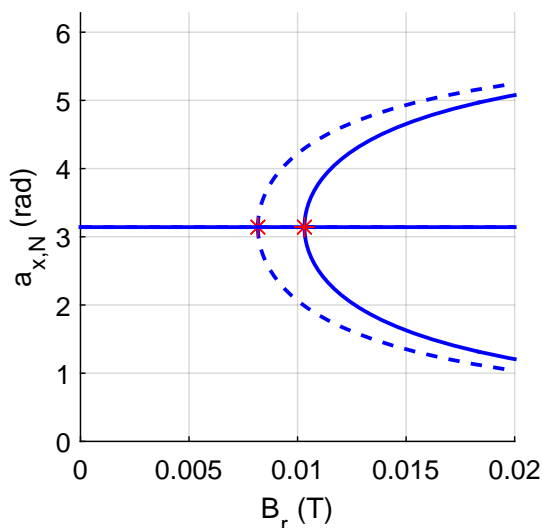


FIGURE 3.8 – Comparaison des diagrammes en fourche en prenant en compte (ligne pleine) ou non (ligne pointillée) la gravité.

alignée avec la gravité, qui est indexée 1 sur la Figure 3.7a. Comme la colonne du robot est initialement portée par z_0 , cette configuration est obtenue en réalisant une rotation (π, x_0) . Réaliser cette rotation à l'aide des angles d'Euler paramétrant l'orientation de la colonne revient à fixer l'orientation initiale $a_0 = [\pi \ 0 \ 0]^T$. Le champ magnétique est ensuite appliqué dans le sens de z_0 , de sorte à ce qu'il soit opposé à la direction de l'aimant en fixant $B_\phi = 0$. Son amplitude est fixée initialement à $B_r = 0$ T. On néglige également la masse du robot dans un premier temps. L'amplitude du champ B_r est enfin variée par continuation. Lorsque B_r augmente, la première branche calculée est stable jusqu'à ce qu'une bifurcation BP soit détectée. La branche qui suit est théoriquement instable, mais n'est pas détectée comme telle en utilisant le critère de stabilité locale. Ce problème a été investigué et a révélé un problème de conditionnement de $L(X_g)$ dans le cas du RC-m plan. Le ratio entre la plus grande et la plus petite valeur propre est en effet de 10^4 environ. Ce mauvais conditionnement semble dû à la différence de raideur entre l'aimant et la partie flexible, dont le ratio est de $2.64 \cdot 10^4$. La méthode numérique arrive à trouver automatiquement la seconde branche qui s'intersecte au BP. au-delà de la bifurcation, le RC-m peut avoir trois configurations d'équilibre différentes pour une même valeur d'amplitude du champ, qui sont représentées sur la Figure 3.7a. Le diagramme de bifurcation a alors la forme d'un diagramme en fourche, représenté sur la Figure 3.7b, similaire à celui obtenu dans [Singh et al., 2013]. Les points sur le diagramme qui correspondent aux configurations affichées sur la Figure 3.7b sont marqués par des ronds rouges.

La valeur de B_r au niveau de la bifurcation BP est une estimation numérique de l'amplitude de l'amplitude de champ critique B_{rc} . Elle est comparée au résultat de (3.4.5) lorsque la gravité est négligée. Dans ce cas, le second membre de (3.4.5) devient équivalent à 1. L'erreur relative entre les deux valeurs est de $6.17e^{-5}\%$ pour un nombre de nœuds le long de la section flexible $N_2 = 20$. On retrouve ici le fait que, dans le cas du RC-m plan sans gravité, le modèle géométrico-statique discret permet de calculer la configuration du robot de manière exacte peu importe le nombre de nœuds considérés. Le diagramme en fourche est également tracé dans le cas où l'on prend en compte la gravité. Pour ce faire, la méthode numérique est appliquée au modèle de RC-m plan (2.4.4) auquel on

ajoute le calcul des composantes de λ_p dans le plan (y_0, z_0) . La masse de la section 2 est négligée, afin de respecter les hypothèses qui ont servies à établir (3.4.5). Notons que notre modèle géométrico-statique et notre méthode numérique permettent de prendre en compte une masse non nulle pour la section 2. Le diagramme obtenu est superposé au diagramme en fourche sans gravité sur la Figure 3.8. On peut observer que la gravité a un impact significatif sur la valeur de B_{rc} . L'amplitude de champ critique vaut $B_{rc} = 8.6$ mT sans gravité et passe à $B_{rc} = 10.3$ mT en prenant en compte la masse de l'aimant, ce qui correspond à une augmentation de 20% environ. Dans le cas où la gravité est prise en compte, la courbure du robot dans le plan n'est plus constante le long de sa fibre neutre. La précision du calcul des configurations d'équilibre dépend donc du nombre de nœuds utilisé lors de l'étape de discrétisation. L'estimation numérique de B_{rc} est comparée à sa valeur théorique pour plusieurs valeurs de N_2 . L'erreur relative atteint 1.58% pour $N_2 = 100$, ce qui valide notre capacité à évaluer B_{rc} quand la gravité est prise en compte.

ANGLE DE RETOURNEMENT

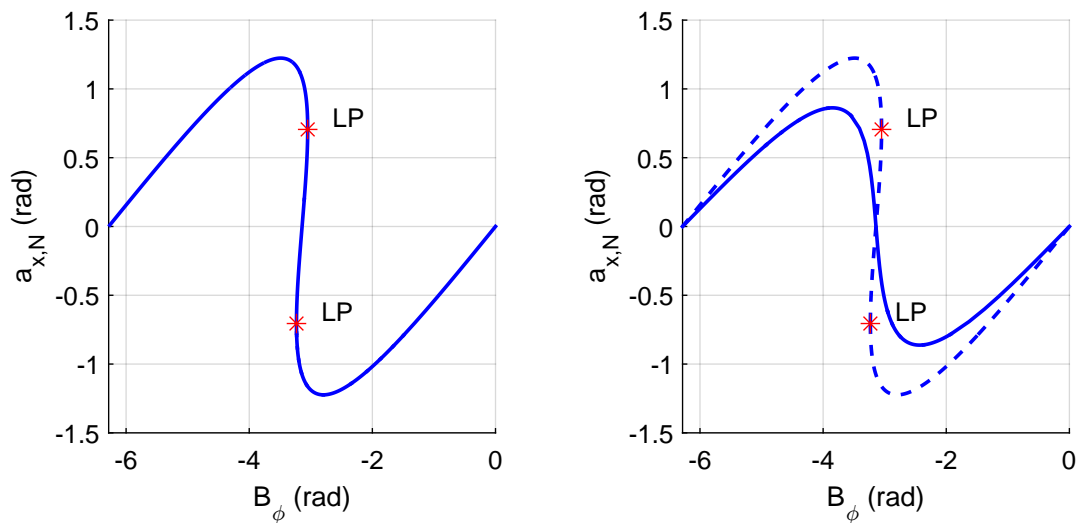
L'angle de retournement introduit dans [Tunay, 2004] est défini dans le cas d'un RC-m plan soumis à un champ tournant, c'est à dire un champ magnétique d'amplitude fixe et dont on fait varier l'orientation. Au cours de la rotation du champ magnétique, l'orientation de l'extrémité du robot augmente jusqu'à atteindre éventuellement une valeur critique au-delà de laquelle le robot devient instable. L'expression analytique de l'angle de retournement, noté θ_{flip} par la suite, a été établie dans le cas d'un RC-m plan sans gravité et s'écrit :

$$\theta_{flip} = \sqrt{\left(\frac{m_{Bz} B_{rc} \Delta L_2}{k f 1}\right)^2} - 1 \quad (3.4.6)$$

De manière analogue au cas précédent, la rotation progressive du champ magnétique dans le plan peut être vue comme le parcours d'un chemin/ Nous utilisons donc notre méthode numérique pour simuler et analyser le déploiement du robot le long de ce chemin. Le robot est initialement placé dans la même configuration que montrée sur la Figure 3.7a. Cette fois-ci, le champ magnétique est appliqué de manière à ce qu'il soit initialement aligné avec l'aimant, ce qui correspond à l'orientation $B_\phi = \pi$ rad. L'amplitude du champ est fixée à $B_r = 0.01$ T, qui est supérieure à l'amplitude critique du RC-m sans gravité, et inférieure à celle du RC-m avec gravité. Ainsi, nous devrions observer que la cardinalité du robot est de 3 et de 1 pour les cas sans et avec gravité respectivement. Pour simuler la rotation du champ magnétique dans le plan, l'angle B_ϕ est varié par continuation.

Partant de l'angle initial $B_\phi = \pi$ rad, la branche d'équilibre calculée est stable jusqu'à atteindre une bifurcation LP. La méthode numérique calcule ensuite la branche au-delà de cette bifurcation, indiquée comme stable par le critère de stabilité locale. Une seconde bifurcation LP est alors détectée, donnant naissance à un diagramme de bifurcation en forme de S analogue à celui rencontré dans le cas des RTC. C'est à notre connaissance la première fois que cette courbe en S est générée pour un RC-m plan. Le diagramme représente l'orientation de l'extrémité $a_{x,N}$ du RC-m dans le plan en fonction de l'orientation du champ sur la Figure 3.9a.

Il ne semble pas cohérent que la branche d'équilibre se situant entre les deux LP soit stable, à la vue par exemple de ce qui est observé pour les RTC. Cela met en évidence



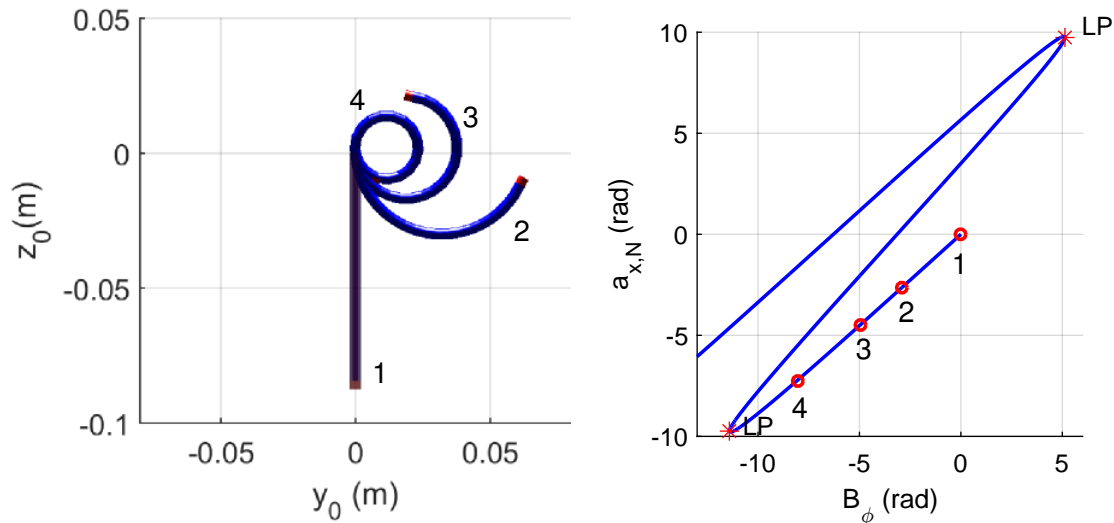
(a) Diagramme en S obtenu avec la méthode numérique lorsque la gravité est négligée et en fixant $B_r = 0.01T$.

(b) Comparaison des diagrammes en S en prenant en compte (ligne pleine) ou non (ligne pointillée) la gravité.

FIGURE 3.9 – Diagramme de bifurcation suite à une variation de B_{ϕ} .

un problème encore non résolu concernant l'évaluation de stabilité locale, comme précédemment. La valeur de $a_{x,N}$ au niveau de la bifurcation LP correspond à une estimation numérique de l'angle de retournement, puisqu'au-delà de cette orientation de l'extrémité le robot devient instable. Elle est comparée à la valeur théorique fournie par (3.4.6) dans le cas où la gravité est négligée. Prenant en compte de plus l'orientation initiale du RC-m pendant l'estimation numérique, l'erreur relative est de $5.67e^{-3}\%$ pour un nombre de nœuds $N_2 = 20$. La méthode numérique permet donc bien de retrouver l'angle de retournement de manière précise, la précision ne dépendant pas de N_2 dans ce cas de RC-m plan. Le diagramme en S est également calculé en prenant en compte l'action de la gravité et la masse de l'aimant. Le diagramme obtenu est superposé sur celui sans gravité sur la Figure 3.9b. Encore une fois on observe que la gravité a un impact significatif sur le comportement du RC-m. Comme l'amplitude du champ choisie est cette fois ci inférieure à l'amplitude critique calculée précédemment, aucune bifurcation LP n'est détectée et le robot reste stable au cours de la rotation du champ. La gravité produit donc des efforts qui ont un effet stabilisateur sur le RC-m dans la configuration étudiée ici.

Les analyses de cardinalité et de stabilité ont été réalisées jusqu'à présent en considérant les paramètres du RC-m qui sera étudié expérimentalement au chapitre 4. Ce RC-m est normalement commandé à l'aide de champs magnétiques d'amplitude 0.08 T. Il est donc intéressant de générer le diagramme en S du RC-m pour cette valeur d'amplitude. De plus, cela nous permet d'étudier l'évolution de ce diagramme pour des valeurs élevées de B_r , comme cela a été fait dans le cas des RTC pour différentes valeurs de longueur d'interaction. Le diagramme correspondant est présenté sur la Figure 3.10b. On peut voir que l'on obtient un diagramme en S, dont la largeur et l'amplitude sont plus élevées que pour le cas $B_r = 0.01$ T. La méthode numérique ne détecte pas de nouvelles bifurcations entre les deux LP marquant l'angle de retournement. On remarque que l'on arrive à évaluer cet angle tout en prenant en compte à la fois le poids de l'aimant et celui de la section flexible. Ce niveau de généralité n'est pas atteint dans la littérature.



(a) Configurations du RC-m obtenues lors de la rotation du champ pour $B_r = 0.08T$. (b) Diagramme en S du RC-m pour $B_r = 0.08T$.

FIGURE 3.10 – Diagramme de bifurcation suite à une variation de B_ϕ .

L'obtention d'un diagramme en S sans bifurcations additionnelles est cohérente avec le fait qu'une seule bifurcation BP n'a été détectée lors de l'augmentation progressive du champ en section précédente. La cardinalité du RC-m plan est donc d'au maximum 3 au cours de ses déploiements. L'angle de retournement est cette fois ci égale à 9.74 rad. Cela signifie qu'avant de devenir instable, le robot s'enroule sur lui-même comme montré sur la Figure 3.10a où plusieurs configurations du robot le long du diagramme en S sont présentées. La méthode numérique est capable de calculer ces formes à l'équilibre très différentes de la configuration initiale. A noter que l'on ne prend pas en compte les éventuelles collisions entre l'extrémité du robot et sa colonne dans le modèle géométrico-statique. Cela explique notamment pourquoi dans la simulation l'extrémité peut effectuer des rotations avec des angles supérieurs à 2π . Ne pas prendre en compte ces collisions ne nous gênera pas dans la suite de ce travail, car elles n'existent pas pour les RC-m spatiaux et les RTC-m étudiés. Les inclure dans le modèle pour pouvoir analyser leur impact sur la cardinalité et la stabilité des robots continus serait une amélioration de notre méthode numérique, sur laquelle nous reviendrons dans les perspectives du travail de thèse.

3.5/ CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons développé une méthode numérique originale pour l'analyse de cardinalité et de stabilité des robots continus. Elle constitue le premier cas d'utilisation des méthodes de continuation et d'analyse de bifurcation pour étudier les robots continus. La méthode numérique est composée de plusieurs étapes décrites en détail, et son utilisation demande peu d'efforts de la part de l'utilisateur.

Elle a été validée en retrouvant avec précision des résultats de référence sur la cardinalité et la stabilité des RTC à deux tubes pendant leur déploiement. Les diagrammes en fourche et en S classiquement utilisés pour analyser les RTC ont été obtenus auto-

matiquement et ont permis d'obtenir des informations comme la longueur d'interaction critique. La méthode numérique a également été validée en retrouvant des résultats sur la cardinalité des RC-m plans. De nouveaux graphes en S ont été obtenus pour ce robot, qui indiquent son comportement lorsqu'il est soumis à un champ magnétique tournant d'amplitude constante. Ces graphes permettent d'évaluer l'angle de retournement du robot ainsi que le débattement angulaire maximal obtenu pendant la rotation du champ. Les graphes en S ont été générés automatiquement et sans efforts supplémentaires en considérant l'impact de la gravité sur le robot. Cela a permis d'évaluer pour la première fois l'angle de retournement en prenant en compte la gravité. L'étude du RC-m plan a mis en évidence des problèmes de conditionnement de la matrice utilisée pour évaluer la stabilité locale. Résoudre ce problème de conditionnement devrait suffire à résoudre le problème d'évaluation de stabilité locale. La faculté de notre méthode numérique à analyser des cas plus complexes de RTC, de RC-m et de RTC-m sera par ailleurs mise en avant dans la suite. Cette méthode est maintenant à la base de notre analyse des performances et du comportement des RTC et RC-m.

ÉVALUATION DES CAPACITÉS DE DÉPLOIEMENT ET DE L'ESPACE DE TRAVAIL DES RTC ET DES RC-M

Dans ce chapitre, nous exploitons maintenant notre méthode numérique développée pour évaluer les performances des RTC et des RC-m. Plus précisément, nous nous intéressons aux capacités de déploiement ALFI des RTC d'une part et à l'espace de travail des RC-m d'autre part, en se focalisant notamment sur les débattements angulaires atteignables avec ces derniers. L'objectif est de fournir ainsi des informations qui semblent manquantes sur ces deux aspects, pour développer plus précisément le concept de RTC-m par la suite. Les études sont réalisées en considérant des conceptions de robot considérées usuellement pour des applications médicales, à savoir les RTC à trois tubes et les RC-m spatiaux. Les RTC composés de trois tubes, à pré-courbure circulaire ou hélicoïdale, sont étudiés numériquement. Les RC-m spatiaux sont ensuite étudiés numériquement et expérimentalement. Les informations obtenues sur les deux types de robot font l'objet d'une synthèse à la fin de ce chapitre.

4.1/ CAPACITÉS DE DÉPLOIEMENT ALFI DES RTC

4.1.1/ ÉTAT DE L'ART

Le RTC a été choisi en chapitre 1 pour sa capacité à réaliser des déploiements "à la file indienne" (ALFI, voir Définition 1), au cours desquels le corps du robot correspond au chemin suivi par son extrémité. Les capacités de déploiement ALFI des RTC ont été évaluées jusqu'à présent en identifiant les différents types de chemin qu'il est possible de parcourir de cette manière. Elles ont fait l'objet de deux études dans [Gilbert et al., 2015, Garriga-Casanovas et al., 2018], qui fournissent également les contraintes à respecter sur les propriétés des tubes et leur séquence de déploiement pour suivre ces chemins. Une de leurs conclusions est que la complexité des chemins parcourus dépend du nombre de tubes utilisés et de la pré-courbure de ces derniers. D'un point de vue applicatif, les prototypes envisagés pour les applications médicales emploient jusqu'à trois tubes, avec des pré-courbures circulaires ou hélicoïdales. Ces types de pré-courbure impliquent de placer les tubes alignés ou en opposition, et d'utiliser une séquence de déploiement spécifique. Pour le premier type, cette séquence consiste à

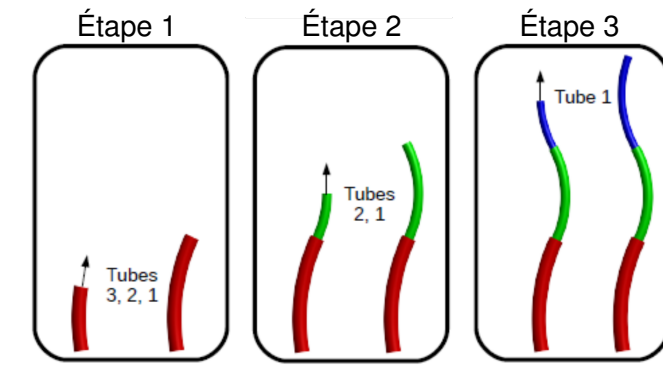


FIGURE 4.1 – Étapes du déploiement d'un RTC à trois tubes à pré-courbure circulaire [Girerd et al., 2018b]. Les tubes actionnés en translation sont écrits sur la figure pour chaque étape.

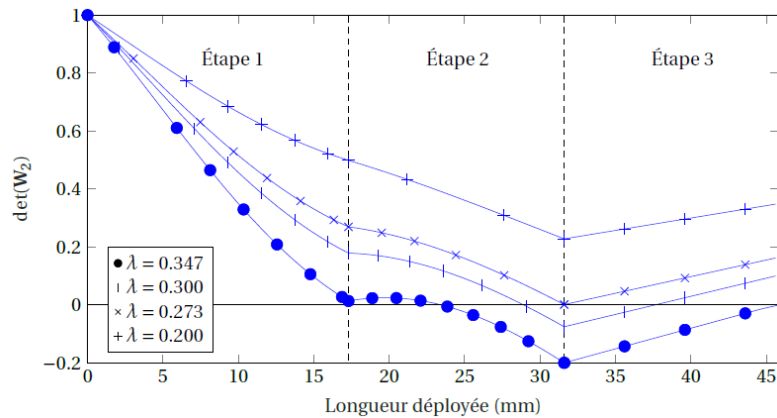


FIGURE 4.2 – Évolution de la cardinalité du RTC au cours des trois étapes de déploiement et pour plusieurs valeurs de facteur d'anisotropie λ [Girerd, 2018].

déployer les tubes de manière séquentielle [Girerd et al., 2018b], comme montré sur la Figure 4.1. Pour le second type, elle revient à réaliser un actionnement couplé en translation et rotation [Pitt et al., 2016]. Cependant, ces informations ne suffisent pas à appréhender complètement les facultés de déploiement des RTC dans le cas où les tubes sont placés en opposition. Il manque à notre sens deux types d'informations : la longueur du chemin le long duquel le RTC peut se déployer, et les configurations possibles du robot lorsqu'il sort de sa configuration ALFI. Ces deux points sont d'abord argumentés.

Lorsque le robot est placé dans la configuration ALFI où les tubes sont en opposition, il peut rencontrer des changements de cardinalité et de stabilité au cours de son déploiement. Ceci peut le mener à sortir de sa configuration ALFI. Les longueurs d'interactions critiques, telles que celles calculées en chapitre 3, correspondent alors aux longueurs maximales le long desquelles le robot peut être déployé de manière ALFI. Elles sont évaluées dans [Hendrick et al., 2015a] à l'aide d'un critère de stabilité globale valable pour des RTC composés de n tubes à pré-courbure circulaire. La littérature ne fait état d'aucun critère permettant de calculer les longueurs d'interaction critiques lorsque la pré-courbure des tubes est plus complexe. Il n'y a en particulier pas de critère permettant de traiter le cas des RTC à tubes hélicoïdaux, qui sont pourtant d'intérêt pour suivre des chemins 3D dans l'espace. L'impossibilité d'évaluer la longueur de déploiement ALFI pour une géométrie arbitraire de tube empêche donc d'utiliser pleinement les capacités

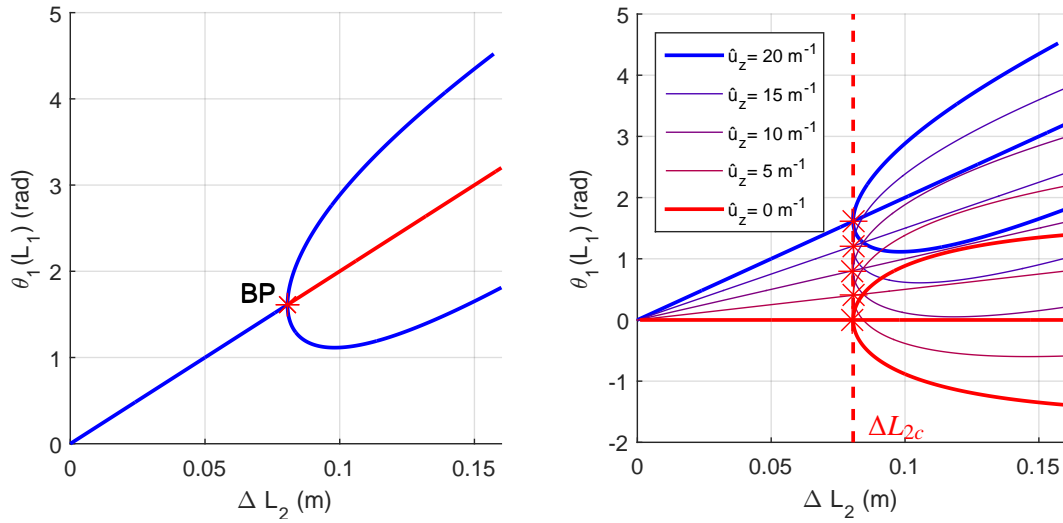
de déploiement des RTC. Nous savons également, par les études réalisées dans les chapitres précédents, que la longueur d'interaction critique représente une limite de stabilité globale. Lorsque la longueur d'interaction des tubes est inférieure à cette valeur, les tubes peuvent être tournés les uns par rapport aux autres sans que le robot ne devienne instable. Avoir cette information est donc important pour être capable de déployer de manière sûre les RTC lorsque le déploiement inclut des rotations de tubes.

Connaître le comportement du robot au-delà de la limite de stabilité globale, et notamment ses configurations atteignables, est également intéressant pour deux raisons. Premièrement, il a été montré dans la thèse de Cédric Girerd qu'après avoir passé la limite de stabilité et être sorti de sa configuration ALFI, le robot peut y retourner naturellement du fait de la diminution des longueurs de transmission au cours du déploiement [Girerd, 2018]. Ce phénomène est illustré sur la Figure 4.2, qui indique l'évolution du critère de stabilité globale de [Hendrick et al., 2015a] en fonction de la longueur déployée du robot et pour plusieurs jeux de propriétés mécaniques indexées par λ . Il est notamment visible sur la courbe correspondant à $\lambda = 0.3$. Au cours de la première étape de déploiement, le critère est supérieur à 0, indiquant que la cardinalité du RTC est égale à 1 et qu'il reste dans sa configuration ALFI. Au cours de l'étape 2, le critère devient négatif, ce qui indique le changement de cardinalité. Au cours de l'étape 3, le critère devient positif à nouveau, indiquant que le robot est retourné dans sa configuration ALFI. Le robot ne suit alors pas exactement le chemin prévu, mais effectue un déploiement ALFI approximé avec une erreur qui peut éventuellement être acceptable suivant l'application visée. Dans ce cas, l'erreur de déploiement ALFI doit être évaluée de manière précise. Il est donc nécessaire de pouvoir identifier les différentes configurations non ALFI que le robot peut prendre, afin de pouvoir évaluer cette erreur et de pouvoir prédire le comportement du robot pendant le déploiement. Deuxièmement, pendant une intervention, le RTC peut être sujet à des perturbations extérieures l'amenant à sortir de sa configuration ALFI. Il peut donc atteindre des formes éloignées du chemin à parcourir, qui peuvent rentrer en contact et endommager des tissus lorsque le robot se déploie dans un canal étroit et tortueux. Connaître la configuration résultante du robot est alors essentiel pour rejeter ces perturbations et ainsi préserver l'intégrité du patient. Par conséquent, il est nécessaire de pouvoir identifier les différentes configurations possibles que peut suivre le RTC pendant son déploiement. Ces configurations sont bien connues dans le cas de RTC composés de deux tubes à pré-courbures circulaires [Dupont et al., 2010, Hendrick et al., 2015a]. En revanche, aucun travail ne s'est focalisé sur leur identification pour des RTC composés de plus de deux tubes.

Nous proposons donc dans la suite de cette section d'étudier la longueur d'interaction critique des RTC composés de tubes dont la pré-courbure n'est pas circulaire, ainsi que la cardinalité des RTC composés de plus de deux tubes. L'étude est réalisée en particulier sur les types de robot déjà envisagés pour les interventions minimalement invasives, à savoir les RTC composés de tubes hélicoïdaux et les RTC à trois tubes.

4.1.2/ LONGUEUR D'INTERACTION CRITIQUE DES TUBES HÉLICOÏDAUX

Pour rappel, un tube hélicoïdal est un tube dont la pré-courbure possède une composante en flexion, que l'on considère portée par x_i (voir Figure 1.16), et une composante de torsion portée par z_i et appelée ici \hat{u}_{iz} . Le lecteur peut se référer à la section 1.3.1 du Chapitre 1 pour plus de détails sur les paramétrages de pré-courbures utilisées dans



(a) Diagramme en fourche pour $\hat{u}_z = 20 \text{ m}^{-1}$. (b) Évolution du diagramme en fourche en fonction de la courbure en torsion \hat{u}_z exprimé en m^{-1} .

FIGURE 4.3 – Branches d'équilibre correspondant au déploiement ALFI d'un RTC composé de deux tubes hélicoïdaux. Les bifurcations sont marquées par des croix rouges.

la littérature. Nous considérons un RTC composé de deux tubes hélicoïdaux. L'étude est en particulier réalisée en considérant les tubes du RTC utilisé dans le Chapitre 3, dont les paramètres sont rassemblés dans le Tableau 2.3 et auxquels une pré-courbure en torsion est ajoutée. Le déploiement ALFI des deux tubes lorsqu'ils sont placés en opposition est alors simulé et analysé avec notre méthode numérique pour obtenir la longueur d'interaction critique.

Le comportement ALFI du robot pendant son déploiement est assuré par trois conditions.

1. La même pré-courbure en torsion est choisie pour les deux tubes, comme indiqué dans [Gilbert et al., 2015]. Cette pré-courbure est notée ici \hat{u}_z et est appliquée aux deux tubes tel que :

$$\hat{u}_{iz} = \hat{u}_z \quad \forall i = 1, 2 \quad (4.1.1)$$

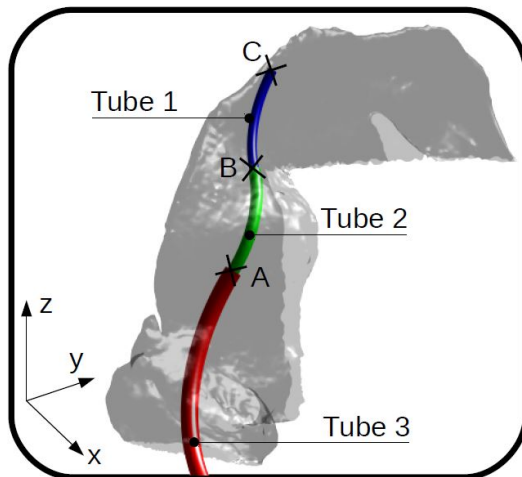
2. Les tubes sont montés en opposition :

$$\theta_1(s) - \theta_2(s) = \pi \quad \forall s \quad (4.1.2)$$

3. Les longueurs de transmission sont fixées à 0 afin de respecter la condition de déploiement ALFI sur l'actionnement des tubes hélicoïdaux donné dans [Gilbert et al., 2015] :

$$\beta_1 = \beta_2 = 0 \quad (4.1.3)$$

Choisir des longueurs de transmission nulles permet également de réduire le nombre de paramètres influant sur la stabilité élastique du robot et donc de faciliter l'interprétation du résultat des analyses de stabilité. Comme pour le RTC composé de tubes à pré-courbure plane étudié en section 3.4.1, la longueur d'interaction critique est évaluée en faisant



	Tube 1	Tube 2	Tube 3
$\hat{u}_{ix} (\text{m}^{-1})$	59	136	66
$k_{if} (\text{N.m}^2)$	$5.79e^{-3}$	$1.01e^{-2}$	$5.17e^{-2}$
$k_{it} (\text{N.m}^2)$	$4.34e^{-3}$	$7.58e^{-3}$	$3.87e^{-2}$

TABLE 4.1 – Propriétés géométriques et mécaniques des trois tubes composant le RTC proposé pour l'inspection des cellules olfactives dans [Girerd et al., 2018b].

FIGURE 4.4 – Configuration du RTC une fois déployé dans la fosse nasale, représentée en transparence.

varier la longueur de section ΔL_2 par continuation. Le diagramme correspondant est présenté sur la Figure 4.3a.

Partant d'une valeur proche de 0, la longueur de section ΔL_2 est augmentée. L'angle de torsion $\theta_1(L)$ à l'extrémité du tube 1 évolue linéairement en fonction de ΔL_2 avec une pente correspondant à la pré-courbure hélicoïdale, jusqu'à ce que la branche atteigne une bifurcation de type BP. La nouvelle branche indiquée par le BP est ensuite calculée et permet d'obtenir un diagramme en fourche, caractéristique des déploiements ALFI des RTC. La longueur d'interaction critique ΔL_{2c} , qui représente la limite de stabilité globale du robot, correspond finalement à la longueur de section évaluée au BP. Cette information est donc un résultat nouveau qui est obtenu ici sans effort de modélisation ou d'implémentation supplémentaire grâce au modèle générique utilisé et à l'outil numérique.

Afin d'apporter plus d'éléments sur l'impact des tubes hélicoïdaux sur le comportement du RTC, la longueur d'interaction critique est évaluée pour différentes valeurs de pré-courbure hélicoïdale \hat{u}_z . Pour ce faire, le diagramme en fourche précédent est calculé pour chaque valeur de \hat{u}_z et est superposé sur un même graphe, présenté sur la Figure 4.3b. Pour le cas d'application choisi, la longueur d'interaction critique ne semble pas dépendre de la pré-courbure hélicoïdale, ce qui est une information importante pour la conception d'un tel type de robot.

Il est aussi intéressant de constater sur la Figure 4.3a que la seconde branche n'est pas symétrique par rapport à la première branche linéaire, contrairement aux branches calculées pour des tubes à pré-courbure plane. Les diagrammes de bifurcation superposés sur la Figure 4.3b montrent l'évolution de cette asymétrie en fonction de la pré-courbure hélicoïdale \hat{u}_z , ainsi que la transition entre les cas de tubes plans et hélicoïdaux. En effet, au fur et à mesure que \hat{u}_z décroît, l'asymétrie disparaît progressivement jusqu'à ce que le diagramme en fourche soit identique à celui d'un RTC avec des tubes plans pour $\hat{u}_z = 0 \text{ mm}^{-1}$. Des informations originales sur l'influence de la pré-courbure hélicoïdale sur le comportement du RTC à deux tubes peuvent donc aussi être obtenues avec notre méthode numérique.

Étape	Tubes actionnés			Longueurs de section ($\Delta L_1, \Delta L_2, \Delta L_3$)	
	Tube 1	Tube 2	Tube 3	Valeur initiale	Valeur finale
1	✓	✓	✓	(0, 0, 0)	(0, 0, ΔL_{3f})
2	✓	✓	×	(0, 0, ΔL_{3f})	(0, ΔL_{2f} , ΔL_{3f})
3	✓	×	×	(0, ΔL_{2f} , ΔL_{3f})	(ΔL_{1f} , ΔL_{2f} , ΔL_{3f})

TABLE 4.2 – Séquence de déploiement ALFI pour un RTC à 3 tubes.

4.1.3/ CARDINALITÉ PENDANT UN DÉPLOIEMENT ALFI DU RTC À 3 TUBES

Pour évaluer la cardinalité du RTC à trois tubes, nous choisissons un cadre applicatif qui impose des contraintes fortes en terme de déploiement, à savoir l'inspection des cellules olfactives [Girerd et al., 2018b]. Le but de l'intervention est de déployer un outil dans les canaux tortueux des fosses nasales et de la fente olfactive pour atteindre les cellules d'intérêt. Cette opération est impossible à réaliser manuellement puisque l'outil ne doit pas toucher les parois du canal, qui peuvent se dégrader au moindre contact. Girerd *et al* proposent alors d'utiliser un RTC à trois tubes à pré-courbure circulaire pour se déployer ALFI le long d'un chemin permettant d'éviter tout contact avec les parois. Les paramètres de ce robot sont rassemblés dans le Tableau 4.1.

La séquence de déploiement ALFI pour les tubes à pré-courbure circulaire consiste à déployer les sections du robot, i.e. à actionner en translation plusieurs tubes simultanément, de la base du robot vers son extrémité. Les chemins suivis par la colonne du robot peuvent donc être décrits par les longueurs des sections, qui doivent atteindre des valeurs de consigne notées ΔL_{if} pour la section i . Pour le RTC à 3 tubes considéré ici, la séquence de déploiement est composée de trois étapes qui sont décrites dans le Tableau 4.2. Les longueurs de transmission sont considérées comme constantes au cours du déploiement. Cette idéalisation est majoritairement considérée dans la littérature [Hendrick et al., 2015a, Gilbert et al., 2016] car elle permet d'étudier les changements de cardinalité des RTC en simplifiant l'interprétation des résultats.

Les changements de cardinalité du RTC sont engendrés par l'interaction entre les tubes. Nous ne considérons donc par la suite que les deux premières étapes du déploiement, qui correspondent à des situations où les longueurs d'interaction entre les tubes varient, et qui peuvent présenter des changements de stabilité et de cardinalité. La première étape du déploiement est simulée avec notre méthode numérique en faisant varier ΔL_3 par continuation. Le diagramme de bifurcation obtenu fournit une succession de configurations d'équilibre qui correspondent aux configurations atteintes par le robot pour différentes valeurs de ΔL_{3f} . Des continuations successives par rapport à ΔL_2 sont ensuite réalisées en partant de ces configurations pour simuler la deuxième étape du déploiement.

Les diagrammes de bifurcation obtenus sont superposés sur un même graphe présenté sur la Figure 4.5a. Les branches stables et instables n'ont pas été différenciées afin de faciliter la lecture du graphe. Pendant la première étape de continuation par rapport à ΔL_3 , une bifurcation BP est détectée, ce qui indique l'intersection avec une seconde branche d'équilibre. Cette dernière est calculée afin d'obtenir le diagramme de bifurcation tracé en noir. La longueur de section au BP correspond à la longueur d'interaction critique entre les trois tubes de la section 3, que l'on note ΔL_{3c} . Les continuations successives par rapport à ΔL_2 font aussi apparaître des bifurcations BP, qui sont affichées sur le graphe

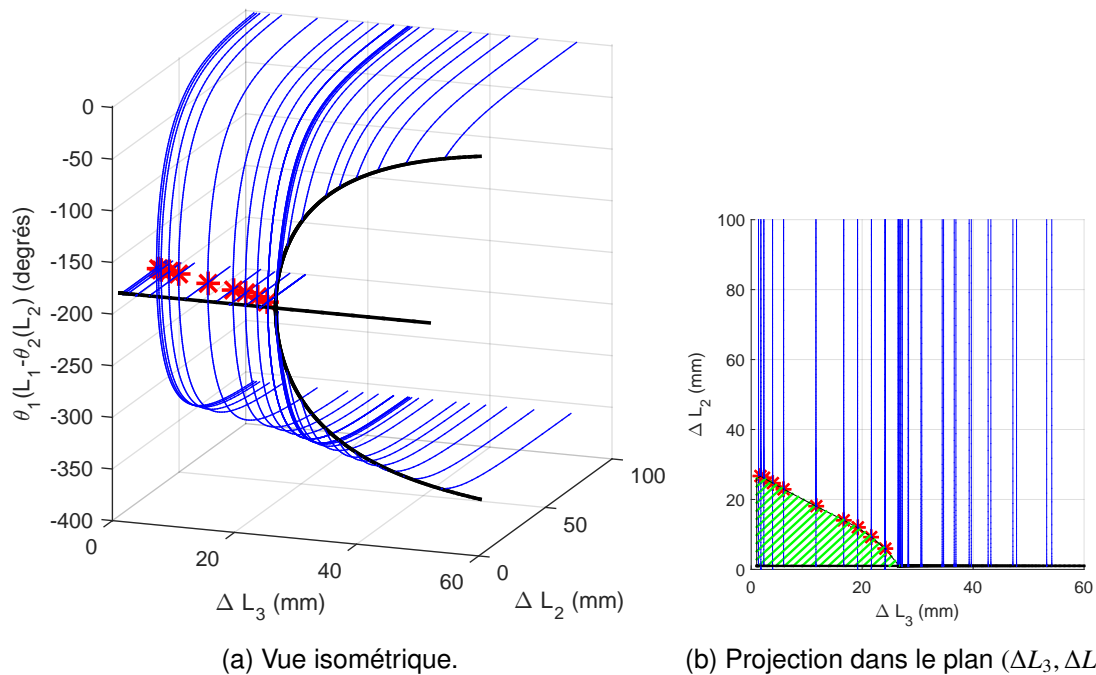


FIGURE 4.5 – Branches d'équilibre d'un RTC à trois tubes pendant un déploiement ALFI. L'angle de torsion relatif à l'extrémité du robot est représenté comme une fonction des deux longueurs de section actionnées. Les bifurcations BP sont affichées en rouge.

avec des étoiles rouges.

L'ensemble de ces diagrammes de bifurcation, que nous représentons ici de manière originale sur un graphe 3D, donne les informations recherchées sur les configurations possibles du robot lors de son déploiement ALFI. Au cours de son déploiement, le RTC peut ainsi avoir au maximum deux configurations stables et une configuration instable pour les mêmes paramètres articulaires. De plus, les changements de cardinalité apparaissent pendant la deuxième étape de déploiement seulement dans les cas où $\Delta L_{3f} < \Delta L_{3c}$. Une fois que le robot a rencontré une bifurcation, les tubes ne sont plus en opposition et tendent à s'aligner au fur et à mesure que ΔL_3 et ΔL_2 augmentent, i.e. leur orientation relative converge vers 0 degré ou -360 degrés. La construction du graphe 3D permet également de faire apparaître deux informations intéressantes. Premièrement, il donne une information sur le lien entre les longueurs d'interaction critique et les longueurs de chaque section. On peut notamment observer sur la Figure 4.5b que la longueur critique de la section 2, notée ΔL_{2c} , dépend de ΔL_{3f} avec une relation quasi-linéaire. Deuxièmement, le graphe 3D donne une information sur la stabilité globale du RTC. On observe une zone de stabilité dans le plan $(\Delta L_2, \Delta L_3)$, représentée avec des hachures sur la Figure 4.5b. Si les longueurs de section sont actionnées de manière à rester dans cette zone, alors les tubes peuvent être tournés les uns par rapport aux autres sans risques de rendre le robot instable.

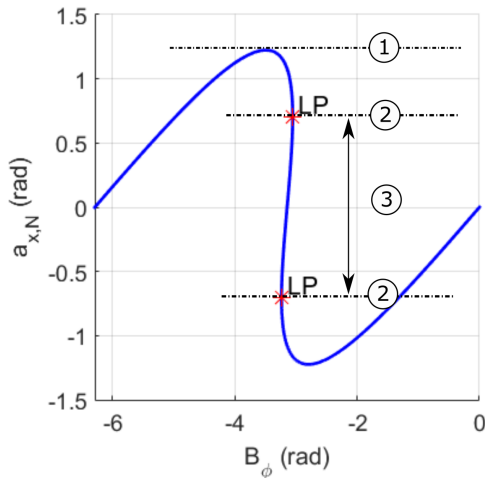


FIGURE 4.6 – Courbe en S obtenue en appliquant un champ tournant sur un RC-m plan avec une amplitude de champ de 0.01T. 1 : Débattement angulaire maximal, 2 : Angle de retournement, 3 : Orientations non atteignables.

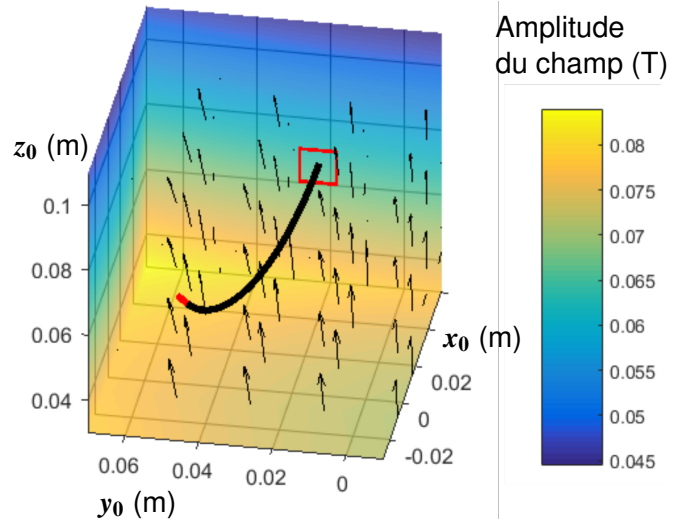


FIGURE 4.7 – Evolution de l'amplitude du champ magnétique généré par le SNM Cardiomag dans son espace de travail. Un champ magnétique de consigne d'amplitude 0.08 T est généré en $[0, 0, 0]$. Le RC-m spatial est représenté en noir et rouge.

4.2/ ESPACE DE TRAVAIL DU RC-M SPATIAL

4.2.1/ ÉTAT DE L'ART

Le RC-m a été choisi dans le chapitre 1 pour sa capacité à réaliser de grandes déflexions dans l'espace. La littérature fait en effet état de débattements angulaires allant jusqu'à ± 150 degrés environ pour le prototype de cathéter proposé dans [Chautems et al., 2018]. Cependant, aucun travail ne semble s'être focalisé sur l'évaluation de l'espace de travail intégral des RC-m évoluant dans l'espace. Les auteurs dans [Chautems et al., 2017b, Chautems et al., 2018] atteignent des déflexions intéressantes, mais ne précisent pas si elles correspondent aux déflexions maximales. Les autres travaux présentant des RC-m spatiaux, dans [Edelmann et al., 2017b, Kratchman et al., 2017, Charreyron et al., 2019, Sikorski et al., 2019a], n'utilisent le robot que sur une portion réduite de son espace de travail où les déflexions de la colonne sont faibles (le débattement angulaire de l'extrémité reste inférieur à 90 degrés). Connaître l'espace de travail intégral du RC-m est nécessaire pour appréhender les capacités d'orientation de l'extrémité du robot permises par l'actionnement magnétique.

Comme annoncé en chapitre 1, l'espace de travail d'un RC-m spatial peut être altéré par deux phénomènes. Premièrement, à l'instar du RC-m plan, il est potentiellement sujet à des phénomènes de changement de cardinalité et de stabilité lors de la variation du champ magnétique. Une partie de l'espace de travail n'est alors pas atteignable car composée de configurations élastiquement instables. C'est le cas par exemple pour le cathéter présenté dans [Chautems et al., 2017b], qui présente des configurations instables et donc non atteignables lorsque le champ magnétique est orienté de plus de 180 degrés par rapport à la direction initiale du robot. Ces phénomènes ont été étudiés

à plusieurs reprises dans le cas du RC-m plan comme expliqué dans le chapitre précédent et dans [Tunay, 2013, Singh et al., 2013]. Pendant la rotation du champ magnétique, l'orientation de l'extrémité du robot décrit une courbe en S telle que celle présentée sur la Figure 4.6. Cette courbe indique que le robot atteint son débattement angulaire maximal, puis devient instable au-delà de l'angle de retournement avant de re-devenir stable. La partie entre les deux bifurcations correspond donc aux orientations non atteignables physiquement. Ces phénomènes n'ont jamais été étudiés pour des RC-m évoluant dans l'espace.

Deuxièmement le champ magnétique utilisé pour commander le RC-m n'est en général pas homogène mais varie de manière continue dans l'espace [Petruska et al., 2017]. Pour un point de l'espace de travail donné, il est alors possible d'évaluer le champ magnétique ainsi que le gradient du champ, qui vont produire des couples et des forces magnétiques respectivement sur les aimants le long du RC-m. L'amplitude des variations du champ dans l'espace, et donc l'amplitude du gradient du champ, dépend de plusieurs facteurs comme le type et le nombre d'électro-aimants utilisés pour concevoir le système de navigation magnétique (SNM), leurs tailles et leurs poses relatives. L'utilisation de bobines de Helmholtz, qui consistent en des paires de bobines coaxiales, permet de fournir un champ qui varie peu dans l'espace de travail et qui est donc souvent considéré comme homogène [Zhang et al., 2010a]. Le champ magnétique généré dans le tunnel d'un IRM a la même caractéristique [Liu et al., 2014]. Cependant, ces SNM ont l'inconvénient de limiter l'espace de travail possible puisqu'ils l'englobent. De larges espaces de travail impliquent donc des SNM encombrants qui sont difficilement intégrables dans une salle d'opération. Utiliser des électroaimants en périphérie de l'espace de travail est alors une stratégie communément utilisée pour réaliser des SNM plus compacts. On peut notamment citer les systèmes Cardiomag [Petruska et al., 2017] et Aeon Phocus [Chautems et al., 2017a], qui sont constitués d'électroaimants fixes dans l'espace et disposés de manière à laisser l'accès au patient, ou encore les robots séries de [Kratchman et al., 2017] et [Sikorski et al., 2019b] au bout desquels un aimant et une bobine sont respectivement montés.

Les variations du champ magnétique dans l'espace généré par ce dernier type de SNM sont en général significatives. La Figure 4.7 montre l'évolution de l'amplitude du champ généré par le Cardiomag, qui est composé de 8 électro-aimants fixes dans l'espace. Elle est générée à l'aide du modèle de champ magnétique développé dans [Petruska et al., 2017]. Ce modèle se base sur l'utilisation de polynômes de Legendre, dont les coefficients sont étalonnés à partir de mesures physiques. L'amplitude varie dans ce cas de 45 mT à 80 mT, soit une variation dans l'espace de travail de presque 200%. Couplée à la difficulté d'appliquer un champ donné au niveau des éléments magnétiques de manière exacte (voir le chapitre 1 pour plus de détails), cette inhomogénéité induit des perturbations de force et de couple magnétiques qui ont un impact direct sur le comportement du RC-m. Elles sont notamment susceptibles d'avoir un impact significatif au niveau des changements de cardinalité et de stabilité, dont [Singh et al., 2013] ont prouvé qu'ils sont sensibles aux petits défauts d'alignement et de propriétés mécaniques. L'impact de ces inhomogénéités doit donc être étudié également, ce qui n'a pas été fait dans la littérature jusqu'à présent.

Nous proposons donc dans la suite d'étudier les phénomènes de changement de cardinalité et de stabilité pour les RC-m spatiaux ainsi que l'impact de l'inhomogénéité du champ magnétique à l'aide de notre méthode numérique. L'objectif est de pouvoir évaluer le débattement angulaire maximal atteignable par le robot lorsqu'il se déforme dans

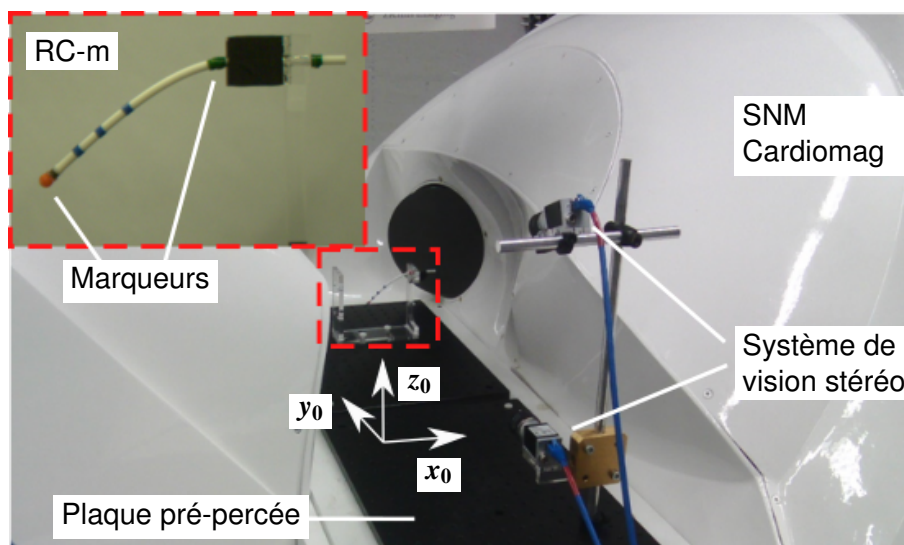


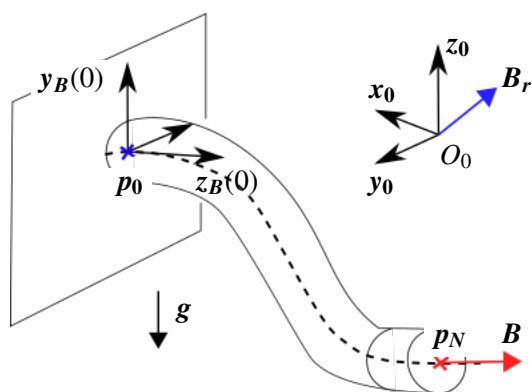
FIGURE 4.8 – Dispositif expérimental. Il comprend un RC-m de 4mm de diamètre extérieur, le SNM (CardioMag [Petruska et al., 2017]) composé de 8 électro-aimants et un système de vision stéréoscopique composé de deux caméras.

l'espace. Dans la suite, nous cherchons non seulement à réaliser cette étude numériquement, mais aussi à valider les résultats obtenus par l'expérience. Un prototype de RC-m est donc conçu et fabriqué, et un dispositif expérimental est mis en place. L'étude est tout d'abord réalisée en considérant un champ magnétique homogène. Cela permet de fournir des informations nécessaires à la compréhension du comportement du robot lorsque les inhomogénéités du champ sont prises en compte. Les résultats des simulations en champ inhomogène sont validés expérimentalement en fin de chapitre.

4.2.2/ PROTOTYPE ET DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

L'étude numérique est réalisée en reproduisant des conditions expérimentales que nous introduisons ici. Le dispositif expérimental utilisé pour caractériser le comportement du RC-m spatial est représenté sur la Figure 4.8. Le RC-m est piloté à l'aide du SNM CardioMag. La forme du robot est mesurée à l'aide d'un système de vision stéréoscopique et de marqueurs de couleur placés le long de la colonne. Chaque partie de ce dispositif est maintenant décrite plus en détail.

Pour des raisons de simplicité nous considérons le cas d'un RC-m composé d'une section flexible et d'un aimant fixé à son extrémité, représenté sur la Figure 4.9. La section flexible est réalisée à l'aide d'un tube en silicone de 4 mm. Un aimant permanent néodyme, à section annulaire et à magnétisation axiale, est choisi. Ces deux composants sont standards pour la fabrication des RC-m et ont été par exemple utilisés dans [Edelmann et al., 2017b]. Les paramètres géométrico-statiques du robot sont rassemblés dans le Tableau 4.3. La masse et la longueur de la section sont mesurées respectivement à l'aide d'une balance de précision et d'un pied à coulisse. Le module de flexion k_{fi} de la section flexible est identifié expérimentalement en recalant le modèle géométrico-statique sur la forme du robot en absence de champ magnétique. Le robot n'est alors déformé que par l'effet de la gravité. La forme du robot est mesurée à l'aide de trois marqueurs de couleur bleue disposés à égale distance le long de sa colonne, obser-



Paramètre	Section flexible	Aimant
ΔL_2 (m)	0.084	×
L_{M1} (m)	×	0.003
m_z (N.m.T ⁻¹)	0	0.0263
k_f (N.m ²)	$1.82e^{-5}$	$4.88e^{-1}$
ρ (kg.m ⁻¹)	$8.2e^{-3}$	$7.03e^{-2}$
a_0 (rad)	[0 $-\pi/2$ 0]	
p_0 (m)	[$55.1 \cdot 10^{-3}$, $22.6 \cdot 10^{-3}$, $68.4 \cdot 10^{-3}$]	

FIGURE 4.9 – Représentation des positions mesurées des champs magnétiques générés pour commander le RC-m.

TABLE 4.3 – Paramètres géométrico-statiques du RC-m spatial.

vés par système de vision stéréo. La précision du système de vision est de 1 mm dans la zone d'évolution des marqueurs. Cela permet d'identifier le module de flexion avec une précision inférieure à $1 \cdot 10^{-8}$ N.m², soit une erreur sur la valeur finale inférieure à 0.1%. Les paramètres de l'aimant utilisés sont fournis par le fabricant. L'orientation proximale du robot est fixée de manière précise à l'aide d'une plaque percée fixée sur le Cardiomag. Elle est fixée de telle sorte à ce que la tangente du robot en $s = 0$, notée $z_B(0)$ sur la Figure 4.9, soit portée par $-x_0$. La position proximale p_0 du RC-m est elle mesurée à l'aide d'un marqueur de couleur verte et du système de vision décrits ci-dessous.

Le Cardiomag est composé de 8 électro-aimants fixes dans l'espace et asservis indépendamment les uns des autres. Il est donc capable de générer un champ magnétique en un point de son espace de travail en contrôlant son orientation, son amplitude et son gradient. Comme il est difficile en pratique d'appliquer ces champs et gradient de champ exactement au niveau de l'aimant, nous les générons au centre de l'espace de travail du SNM, noté O_0 , comme suggéré dans [Edelmann et al., 2017a]. Plus précisément, un champ magnétique de référence B_r et un gradient de champ nul sont générés en O_0 comme montré sur la Figure 4.9. Pour ce faire, les courants à appliquer aux bobines sont calculés en utilisant la matrice d'actionnement développée dans [Kummer et al., 2010] pour les SNM composés d'électroaimants fixes dans l'espace. Elle est construite en supposant que le champ B_r généré en O_0 est la somme des champs produits par chaque bobine en O_0 . Il est alors nécessaire de connaître l'évolution dans l'espace du champ magnétique créé par chaque bobine. Nous utilisons alors le modèle de champ magnétique développé et étalonné dans [Petruska et al., 2017]. En résumé, le champ magnétique B réellement appliqué au niveau de l'aimant est différent de B_r et le gradient du champ au niveau de l'aimant n'est pas nul. Ces différences induisent des perturbations en force et couple magnétiques dont nous étudions l'impact sur le comportement du robot dans la suite.

Le système de vision est composé de deux caméras Basler A602fc, de résolution 656×490 pixels et de fréquence d'acquisition 15 Hz. Il permet de mesurer la position de l'extrémité proximale du robot, ainsi que la position de l'extrémité distale p_N représentée sur la Figure 4.9. Pour mesurer p_N , un marqueur de couleur orange, qui consiste en une bille de couleur orange de diamètre 6 mm, est collée à l'extrémité de l'aimant. Le SNM et le système de vision sont contrôlés via un PC fonctionnant sous Linux, compre-

nant un processeur 2.8 GHz Intel Xeon W3530 avec 12 GB de RAM. Leur interfaçage est réalisé à l'aide de la librairie *Robot Operating System* (ROS) et les essais expérimentaux sont réalisés en exécutant des programmes écrits en C++ et tournant sous Linux.

4.2.3/ ÉTUDE NUMÉRIQUE EN CHAMP HOMOGÈNE

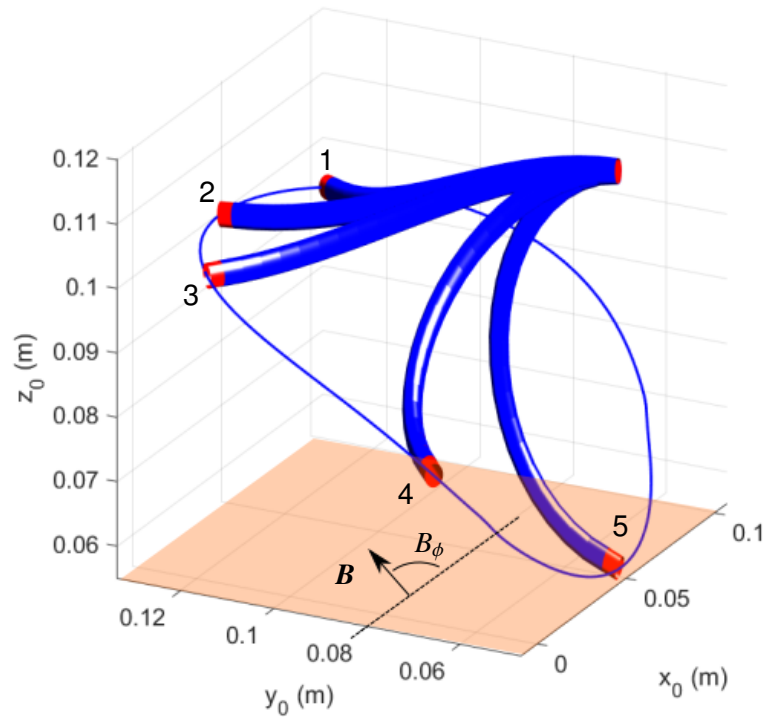
Nous considérons dans un premier temps que le RC-m est soumis à un champ magnétique homogène dans l'espace de travail. Dans ce cas là, les champs magnétiques \mathbf{B} et \mathbf{B}_r sont confondus. Deux cas d'études où des changements de cardinalité et de stabilité pourraient apparaître sont sélectionnés. Dans le cas du RC-m plan, nous avons vu qu'ils apparaissent lorsque le robot est soumis à un champ d'amplitude fixe et tournant autour de l'axe orthogonal à sa direction proximale, notée $z_B(0)$ sur la Figure 4.9. Nous considérons donc deux cas d'étude où le champ magnétique tourne autour des deux axes orthogonaux à $z_B(0)$, à savoir $x_B(0)$ et $y_B(0)$. Cela revient à déplacer le robot le long de chemins articulaires le long desquels le champ magnétique tourne dans un plan. L'évolution du champ magnétique le long de ces chemins peut alors être paramétrée par un angle correspondant à l'orientation du champ dans le plan, qui peut être varié par continuation. Ces deux cas d'études peuvent donc être analysés à l'aide de notre méthode numérique.

Il est à noter que l'orientation proximale du robot implique de placer ce dernier dans une configuration où notre paramétrage à partir des angles d'Euler présente une singularité, puisque dans ce cas $a_{y,1} = -\pi/2$ rad. Cette singularité s'avère perturber le calcul des branches d'équilibre et empêcher la détection de certaines bifurcations. Pour résoudre ce problème, une rotation constante de centre \mathbf{p}_0 et d'axe z_0 et d'amplitude $-\pi/2$ est appliquée sur la forme du RC-m en amont des études numériques. La tangente $z_B(0)$ est alors portée par \mathbf{y}_0 , et l'orientation proximale du robot est donnée par les angles d'Euler $\mathbf{a}_0 = \begin{bmatrix} -\pi/2 & 0 & 0 \end{bmatrix}$. Par conséquent, dans les cas d'étude qui suivent, le champ magnétique tourne dans les plans (x_0, y_0) et (y_0, z_0) .

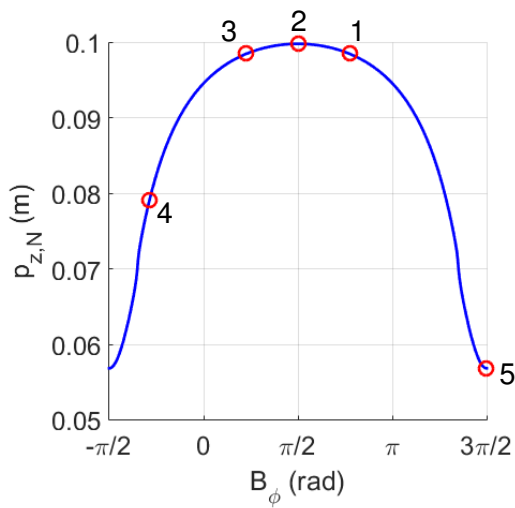
CAS #1 : ROTATION DANS (x_0, y_0)

Dans le cas #1, on considère que le champ tourne dans le plan (x_0, y_0) , indiqué en orange sur la Figure 4.10a. Le champ magnétique \mathbf{B} peut donc être paramétré par l'angle B_ϕ en fixant $B_\theta = 0$ rad. Son amplitude est fixée à 0.08 T, qui correspond à une valeur réaliste utilisée pour des interventions d'ablation cardiaque dans [Liu et al., 2014] et qui nous permet d'imposer de grandes déflexions au robot. Lors de l'analyse par notre méthode numérique, le RC-m est tout d'abord discrétisé avec des nombres de noeuds $(N_1, N_2) = (4, 20)$. En effet, nous avons constaté dans les chapitres précédents que, pour ces valeurs, le modèle de RC-m discret fournit la configuration d'équilibre avec une erreur relative raisonnable de 5% environ, avec des temps de calcul également raisonnables. La variable B_ϕ est ensuite variée par continuation, en partant de la configuration pour laquelle $B_\phi = 0$, numérotée 2 sur la Figure 4.10a. On obtient alors le diagramme de bifurcation correspondant à la rotation du champ, qui est présenté sur la Figure 4.10 en termes de position et d'orientation de l'extrémité.

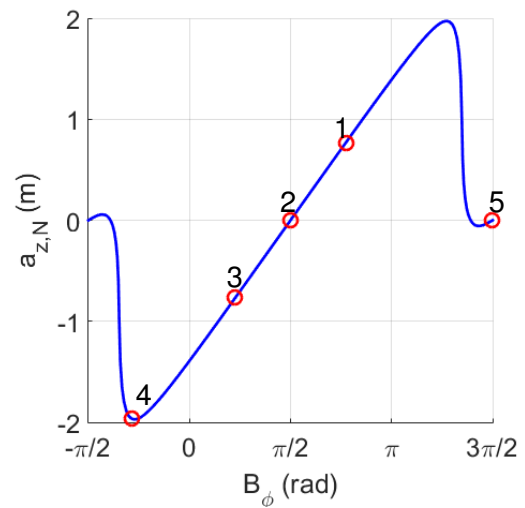
La Figure 4.10b montre l'évolution de l'altitude de l'extrémité en fonction de B_ϕ . On observe que pour des valeurs de B_ϕ proches de 0, qui correspondent aux configurations numérotées 1, 2 et 3 sur la Figure 4.10a, la trajectoire de l'extrémité semble se mou-



(a) Trajectoire de l'extrémité



(b) Position de l'extrémité suivant z_0 .



(c) Orientation de l'extrémité autour de z_0 .

FIGURE 4.10 – Résultats pour le cas #1 en champ homogène. Le champ magnétique est contenu et tourne dans le plan (x_0, y_0) , tracé en orange.

voir approximativement dans un plan comme suggéré par la tangente horizontale de la courbe en $B_\phi = 0$. Cela signifie que les efforts produits par l'actionnement magnétique compensent les efforts dus à la gravité ainsi que les efforts internes dus à l'élasticité de la colonne. Lorsque B_ϕ augmente, la déflexion du RC-m augmente aussi, et avec elle les efforts élastiques. Comme le module de B est constant, il arrive un point où les efforts

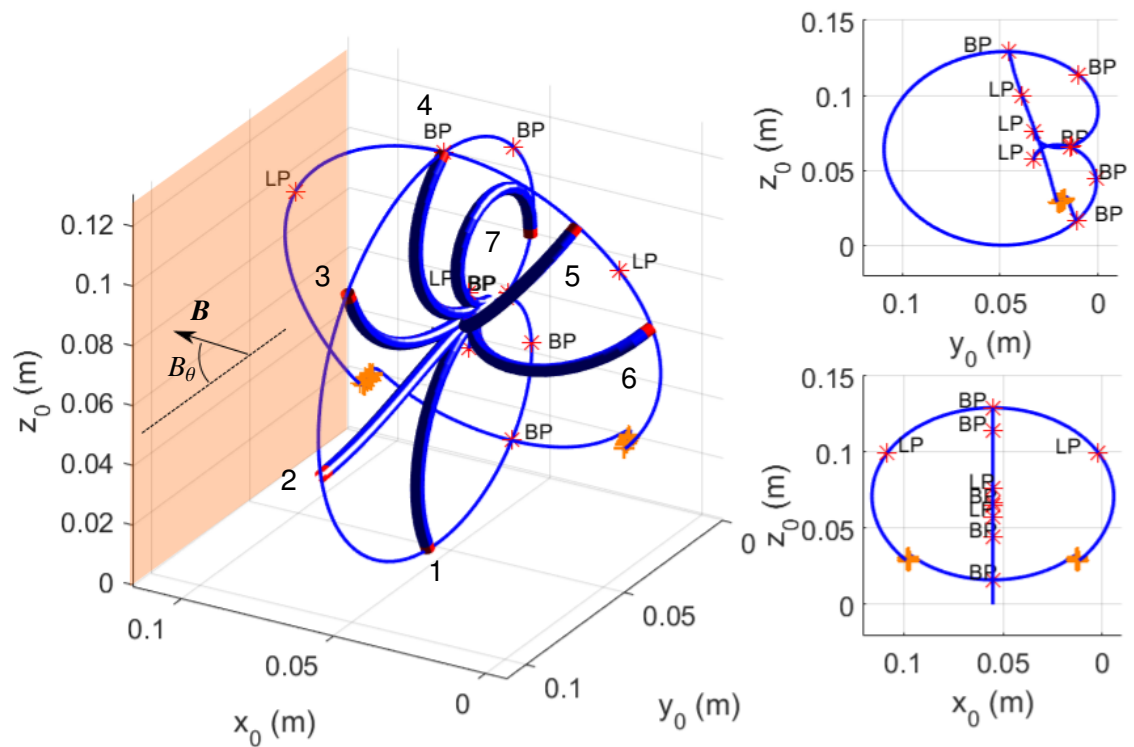
magnétiques ne peuvent plus compenser à la fois les efforts élastiques et ceux dus à la gravité. Comme montré sur les Figures 4.10a et 4.10b, le RC-m ne fléchit alors plus et son extrémité se déplace progressivement dans la direction de la gravité. La coordonnée $p_{z,N}$ passe par le point 4 jusqu'à atteindre un minimum pour $B_\phi = \pm\pi$ au point 5.

Nous avons vu dans le Chapitre 3 que la cardinalité et la stabilité du RC-m peuvent être étudiés en représentant l'orientation de l'extrémité du robot dans le plan de rotation du champ. Le diagramme de bifurcation obtenu par continuation est donc représenté en terme d'angle d'Euler $a_{z,N}$ sur la Figure 4.10c. On obtient une courbe en S, similaire à celle obtenue dans le cas du RC-m plan, qui ne présente aucune bifurcation LP. La cardinalité du robot est donc de 1 tout au long de la rotation complète du champ, et sa stabilité ne change pas.

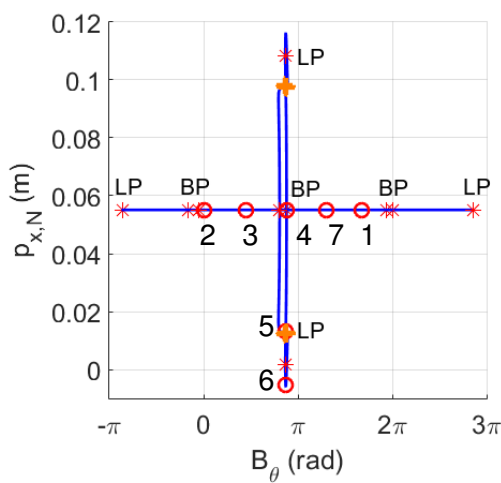
CAS #2 : ROTATION DANS (y_0, z_0)

Dans le second cas d'étude, nous considérons que le champ tourne dans le plan (x_0, z_0) comme montré sur la Figure 4.11a. Dans ce cas, le champ \mathbf{B} peut être paramétré par l'angle B_θ en fixant $B_\phi = \pi/2$ rad. Les paramètres numériques utilisés pendant la continuation suivant B_θ sont identiques à ceux utilisés dans le cas précédent. Notre méthode numérique permet alors d'obtenir les diagrammes de bifurcation présentés sur la Figure 4.11.

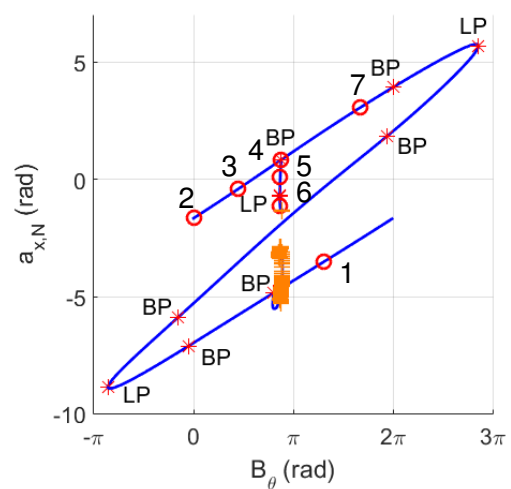
L'évolution de la position de l'extrémité dans l'espace et suivant x_0 est présentée sur les Figures 4.11a et 4.11b respectivement. Tout d'abord, partant de la configuration initiale indexée 2, une première branche de configurations planes de robot appartenant à (y_0, z_0) est obtenue. Les points 1 et 3 sont deux exemples de configuration de cette branche. Une bifurcation BP est ensuite détectée au point 4, indiquant un point d'intersection avec une seconde branche. Notre méthode numérique nous permet alors de détecter et de suivre automatiquement la seconde branche, qui est présentée sur la Figure 4.11a. L'extrémité du robot peut suivre au final deux chemins différents qui sortent du plan (y_0, z_0) , comme montré par les configurations 5 et 6. Soulignons que la méthode numérique arrive à calculer la seconde branche malgré les larges variations de forme du robot obtenues pour de faibles variations de B_θ , entre -2.85 rad et -2.69 rad. Nous observons également qu'au cours du calcul de cette branche le robot devient localement proche de la configuration singulière $a_{y,N} = \pi/2$ due à l'utilisation des angles d'Euler. Les portions de branche pour lesquelles $a_{y,N}$ est dans un intervalle de 5 degrés autour de cette singularité sont affichées par des croix oranges sur les diagrammes. Il n'est pas possible de caractériser le comportement du RC-m avec précision le long de ces portions de branche, une tâche que nous réservons pour des travaux futurs. Néanmoins, elles ne représentent qu'une petite partie des diagrammes de bifurcation calculés qui contiennent alors la majeure partie des informations concernant le comportement du RC-m spatial. Enfin, la méthode numérique nous permet de calculer la branche se trouvant dans la continuation de la première et au-delà de la bifurcation BP indexée (4) sur la Figure 4.11. Nous obtenons alors une branche de configurations planes à nouveau, le long desquelles le robot s'enroule progressivement sur lui-même au fur et à mesure que l'angle B_θ augmente. Deux bifurcations LP et de nouvelles bifurcations BP sont détectés lors du calcul de cette branche. Les branches secondaires partant des BP sont calculées automatiquement. Elles impliquent de faibles variations de trajectoire du robot, ce qui explique le fait qu'elles ne soient pas ou peu visibles sur les différents graphes.



(a) Trajectoire de l'extrémité



(b) Position de l'extrémité suivant x_0



(c) Orientation de l'extrémité autour de x_0 .

FIGURE 4.11 – Résultats pour le cas #2 en champ homogène. Le champ magnétique est contenu et tourne dans le plan (y_0, z_0) , tracé en orange.

Le diagramme de bifurcation obtenu est cohérent avec l'analyse des efforts appliqués sur le robot au cours de la rotation du champ. En effet, le champ magnétique et les forces de gravité sont initialement contenus dans le même plan (x_0, z_0) . Le RC-m spatial se comporte alors comme un RC-m plan, ce qui explique l'existence des deux branches de configurations planes. Au cours de la rotation du champ, la déflexion du robot augmente ainsi que les efforts internes dus à sa déformation. Comme pour le cas #1, il existe une

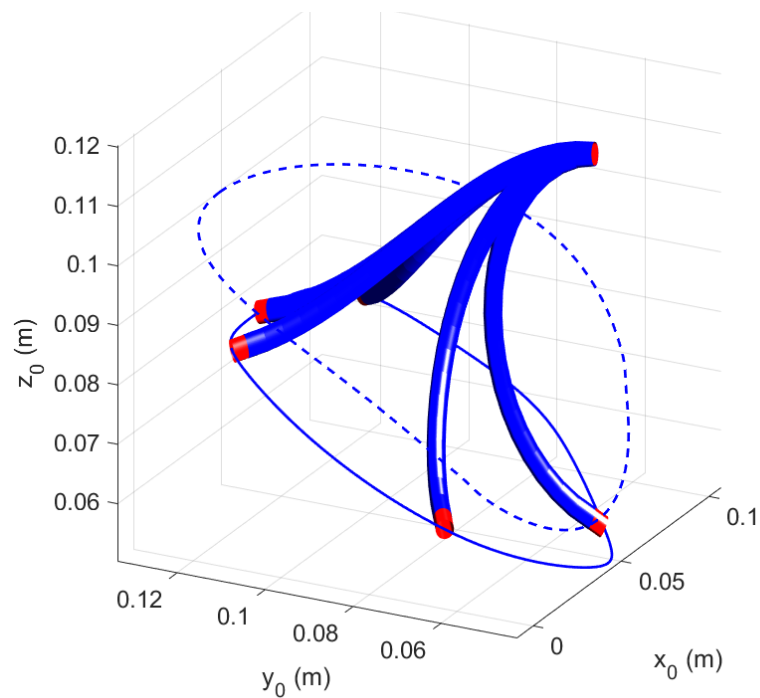
orientation critique du champ pour laquelle les couples magnétiques n'arrivent plus à compenser l'action de la gravité et des efforts internes. Le robot ne se fléchit alors plus et son extrémité se déplace progressivement dans le sens de la gravité. Cependant, comme tous les efforts sont compris dans un même plan, le robot ne se déplace pas dans une direction particulière mais peut se déplacer dans deux directions possibles, ce qui est indiqué par la présence de la bifurcation BP (4) et de la branche secondaire. Cette analyse est, à notre connaissance, réalisée pour la première fois.

Le changement de cardinalité s'observe également sur la courbe en S du RC-m, représentée dans ce cas en terme d'angle d'Euler $a_{x,N}$ sur la Figure 4.11c. On retrouve sur ce graphe la courbe en S très large d'un RC-m plan commandé avec un champ d'amplitude 0.08 T, marquée par l'existence de deux bifurcations LP, telle que celle générée en Chapitre 3 (voir Figure 3.10b). L'analyse du mécanisme dans l'espace permet de voir apparaître le long de cette courbe une multitude de bifurcations BP, menant à des branches d'équilibre où la colonne du robot sort du plan (y_0, z_0) . Comme l'évaluation de stabilité locale n'est pas fonctionnelle pour les RC-m, il n'est pas possible de certifier la stabilité des configurations d'équilibre composant ce diagramme. En particulier, il n'est pas possible d'évaluer la stabilité de la branche de configurations planes au-delà de la bifurcation BP (4), au cours de laquelle l'extrémité du robot effectue de grands débattements angulaires. Cependant, on sait d'après [Singh et al., 2013] que de petits défauts dans l'application du champ magnétique sont susceptibles de contraindre le robot à parcourir la branche secondaire au BP. En particulier, des défauts d'alignement entre le champ magnétique et la direction de l'aimant induisent des efforts perturbateurs menant le robot à emprunter la branche dans un sens ou dans l'autre. Comme expliqué en section 4.2.1, l'inhomogénéité du champ magnétique produit par le SNM peut induire ces efforts perturbateurs. L'impact de l'inhomogénéité du champ sur le comportement du robot doit donc être analysé.

4.2.4/ IMPACT DES INHOMOGÉNÉITÉS DU CHAMP MAGNÉTIQUE

L'impact des inhomogénéités est étudié numériquement et est expliqué en utilisant les informations récoltées en section précédente. Nous reprenons ici les deux cas d'étude, en utilisant le champ tournant comme champ magnétique de référence B_r , généré au centre de l'espace de travail O_0 . Le modèle de champ magnétique du Cardiomag développé et étalonné dans [Petruska et al., 2017] est utilisé pour calculer le champ appliqué réellement au niveau de l'aimant. On prend également en compte les propriétés géométriques et mécaniques de la bille de couleur utilisée pour tracer la position de l'extrémité du robot, dans le but de pouvoir comparer les résultats numériques obtenus avec les résultats expérimentaux dans la suite. La masse de la bille est ajoutée à la masse du noeud se situant à l'extrémité du robot. Son rayon est pris en compte en étendant la position de l'extrémité après avoir généré les diagrammes de bifurcation.

Le diagramme de bifurcation obtenu pour la cas d'étude #1 est présenté en termes de position et d'orientation de l'extrémité sur la Figure 4.12. L'impact de l'inhomogénéité du champ sur le comportement du robot peut alors être observé en comparant le diagramme obtenu avec les branches de solution obtenues avec un champ homogène, représentées en pointillés. Conformément à l'intuition, le comportement du robot présente des similarités globales avec celui obtenu en champ homogène. Comme montré sur la Figure 4.12b, la cordonnée de l'extrémité suivant z_0 est à peu près constante pour $B_\phi \in [\pi/4, 3\pi/4]$ et



(a) Trajectoire de l'extrémité.

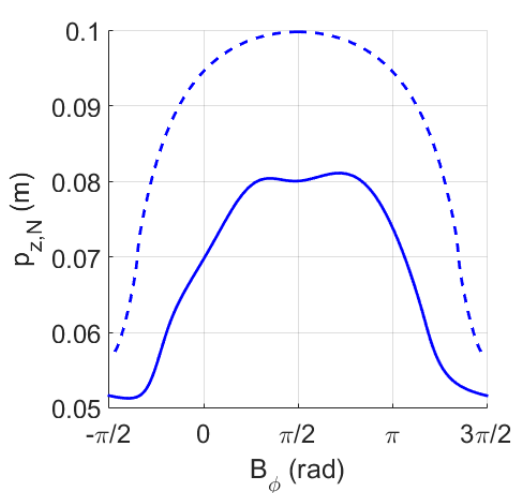
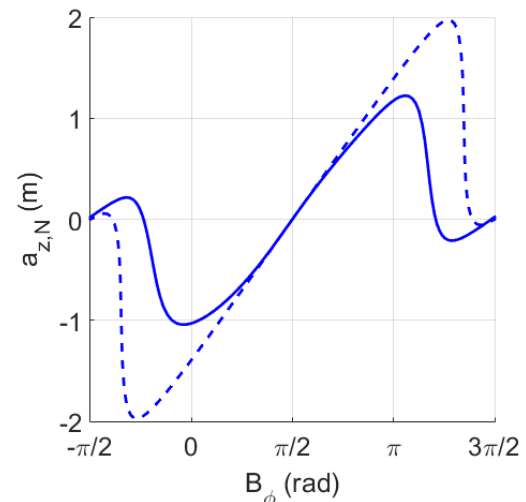
(b) Position de l'extrémité suivant z_0 .(c) Orientation de l'extrémité autour de z_0 .

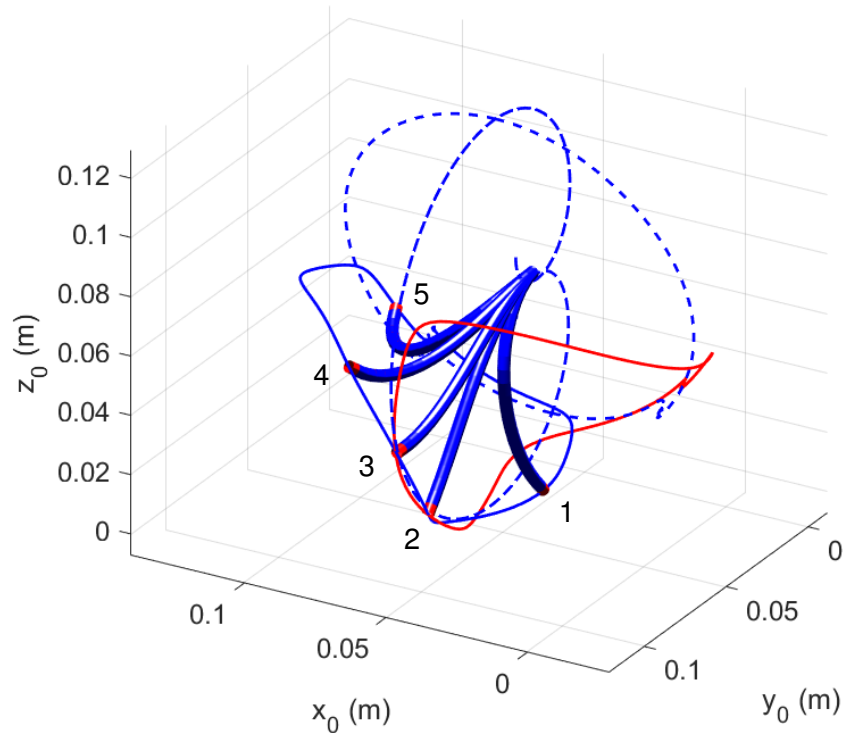
FIGURE 4.12 – Résultats pour la cas #1 en prenant en compte l'inhomogénéité du champ produit par le Cardiomag. Les diagrammes de bifurcation en champ homogène sont représentés en pointillés.

décroit de manière significative jusqu'à atteindre une valeur minimale pour $B_\phi = \pi/2 \pm \pi$. Cependant, la trajectoire de l'extrémité est déformée de manière significative par la prise en compte de l'inhomogénéité du champ. En particulier, l'erreur par rapport à la trajectoire en champ homogène est maximale suivant z_0 et atteint 22.0% de la longueur totale du robot pour $B_\phi = \pi/2$ rad. On peut voir également sur la Figure 4.12c que le débattement angulaire suivant z_0 pendant la rotation du champ est maintenant de 2.26 rad, alors qu'elle atteint 3.94 rad en champ homogène.

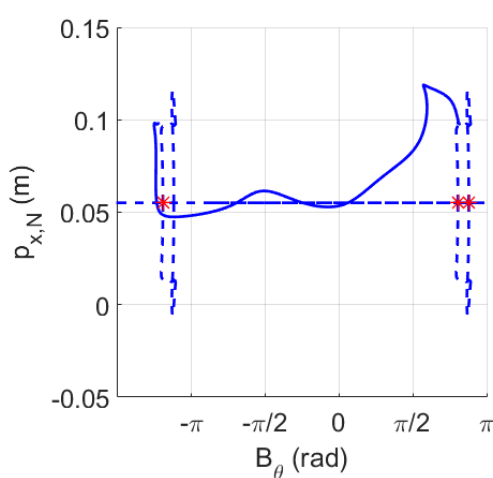
Comme introduit en section 4.2.1, ces distorsions sont dues au fait que l'extrémité du RC-m, où se trouve l'aimant, ne correspond pas au point O_0 où le champ \mathbf{B}_r est généré. Des perturbations de force et de couple magnétique sont alors générés au niveau de l'aimant, qui dépendent de la position relative entre ces deux points. Comme expliqué en section précédente, ces forces et ces couples peuvent avoir une influence significative sur la déflexion du robot dans le cas #2. En particulier, la composante suivant x_0 de ces efforts pourrait induire les perturbations hors plan au niveau de la bifurcation BP nécessaires pour parcourir la branche secondaire dans une direction ou dans l'autre. Cette composante est induite par la composante de \mathbf{B} suivant x_0 qui varie en fonction de la position de l'extrémité du RC-m. Nous étudions donc numériquement l'impact de l'inhomogénéité du champ dans le cas #2 en considérant deux positions proximales du robot différentes dans l'espace de travail, p_0 et $p_{0b} = [0.801 \quad -0.537 \quad 0.707] \cdot 10^{-1}$ m. Nous faisons alors le lien entre le comportement observé et la composante de \mathbf{B} selon x_0 .

Les diagrammes de bifurcation correspondants générés avec la méthode numérique sont présentés sur la Figure 4.13a en terme de trajectoire de l'extrémité. Les diagrammes des deux positions proximales sont superposés pour réaliser la comparaison. Le diagramme correspondant à p_0 montre qu'au cours de la rotation de \mathbf{B}_r , le robot commence par évoluer approximativement dans un plan, ce qui donne notamment les configurations numérotées 1, 2 et 3. Le robot continue sa course au-delà du point 3 en sortant progressivement du plan et semble converger vers la branche secondaire prédite dans le cas du champ homogène. Il passe ainsi par les points 4 et 5 sans rencontrer de bifurcations. Ce phénomène est aussi visible sur les Figures 4.13b et 4.13c. Les diagrammes de bifurcation sont superposés aux diagrammes obtenus en champ homogène pour des rotations du champ $B_\theta \in [-2\pi, 0]$ et $B_\theta \in [0, 2\pi]$. On peut voir sur la Figure 4.13b que l'extrémité du robot reste dans le plan pour $B_\theta \in [-\pi, \pi/4]$ et se dirige progressivement vers les branches secondaires des bifurcations BP en dehors de cet intervalle. On peut également voir sur la Figure 4.13c que du fait de l'inhomogénéité du champ, le robot n'évolue que sur une petite portion de la courbe en S, qui se situe entre deux BP. Nous en déduisons que les configurations planes composant la branche d'équilibre au-delà du premier BP (4) identifiées sur la Figure 4.11c ne sont pas atteignables en pratique. Le débattement angulaire de l'extrémité du robot entre les deux bifurcations correspond alors à la déflexion maximale que le RC-m spatial peut accomplir. On remarque que cette déflexion maximale est significativement inférieure à celle obtenue pour le RC-m plan, qui correspondait alors à l'amplitude de la courbe en S.

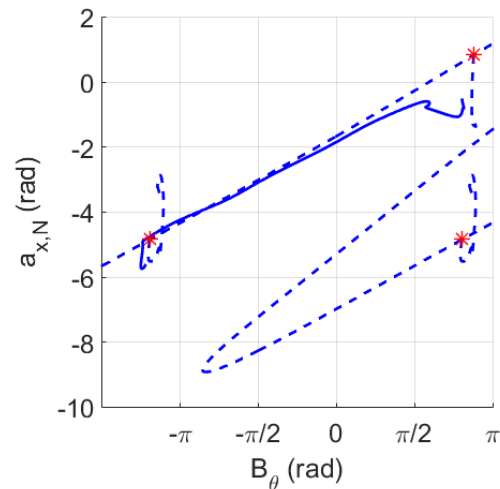
Dans le cas où la base du robot est encastrée en p_0 , le robot converge vers la branche secondaire dans le sens des x_0 positifs. La composante de \mathbf{B} suivant x_0 est égale à 3.25% de l'amplitude du champ au point 2. De manière similaire, le robot dont la base est encastrée en p_{0b} converge vers la branche secondaire dans le sens des x_0 négatifs. La composante hors plan de \mathbf{B} pour la valeur de B_θ correspondant au point 2 est négative et vaut -4.12% de l'amplitude du champ. Tout d'abord, ces résultats mettent en évidence que la composante de \mathbf{B} suivant x_0 est déterminante dans le choix de la direction dans laquelle le RC-m parcourt la branche secondaire au-delà de la bifurcation. Ensuite, ils montrent que les petites variations du champ magnétique due à son inhomogénéité dans l'espace de travail peuvent avoir un impact significatif sur le comportement du robot pendant la rotation du champ. Enfin, on peut voir que les efforts perturbateurs hors plan induits par l'inhomogénéité du champ amènent le robot à sortir de son plan de départ avant d'atteindre la bifurcation, limitant le débattement angulaire de l'extrémité pendant la rotation du champ.



(a) Trajectoires de l'extrémité correspondant à p_0 en bleu et p_{0b} en rouge.



(b) Position de l'extrémité suivant x_0 .



(c) Orientation de l'extrémité autour de x_0 .

FIGURE 4.13 – Résultats pour la cas #2 en prenant en compte l'inhomogénéité du champ produit par le Cardiomag. Les diagrammes de bifurcation en champ homogène sont représentés en pointillés. Les bifurcations BP sont indiquées par des étoiles rouges.

4.2.5/ VALIDATION EXPÉRIMENTALE

A notre connaissance, ces résultats sur le comportement des RC-m évoluant dans l'espace sont nouveaux. Ils sont générés à partir d'une simulation réaliste, prenant en compte les déformations du RC-m dans l'espace sous l'action de la gravité et du champ magnétique, ainsi que la variation de ce dernier dans l'espace de travail. Ces résultats numé-

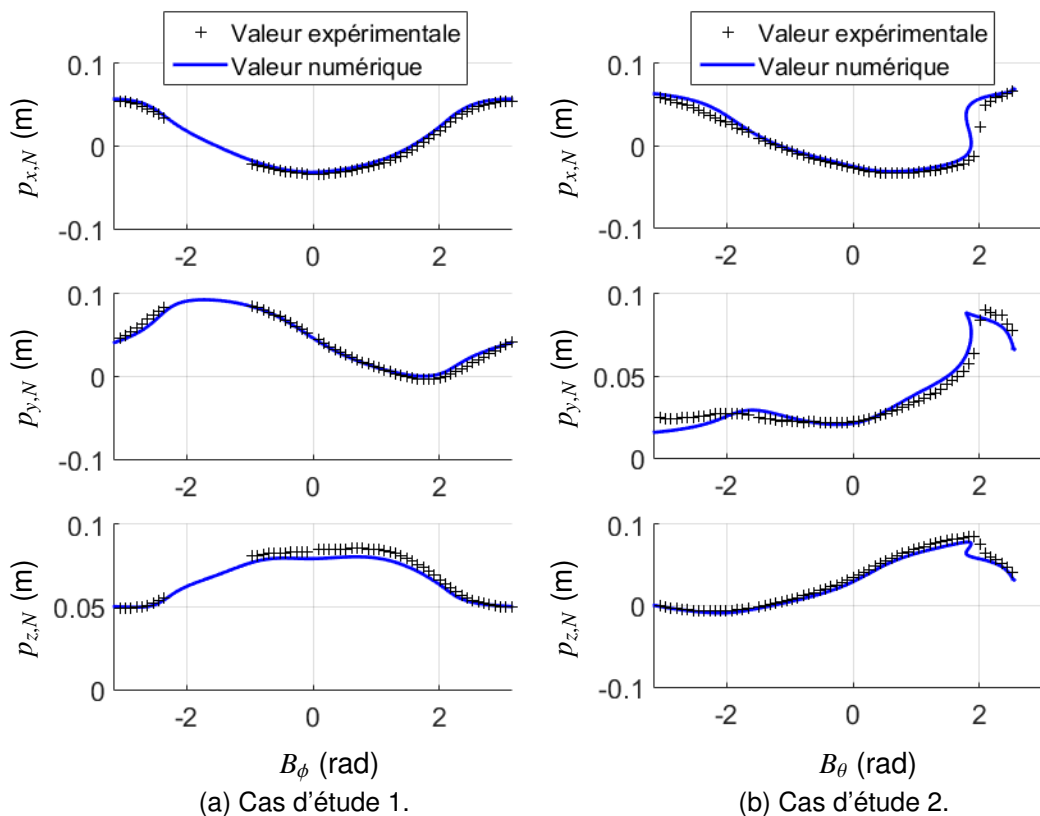


FIGURE 4.14 – Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux en terme des coordonnées de l'extrémité du robot dans l'espace. Les résultats numériques sont représentés avec une ligne pleine bleu et les coordonnées de l'extrémité mesurées expérimentalement avec des croix noires.

riques sont donc comparés à l'expérience afin de les valider et confirmer la capacité de notre modèle et de notre méthode numérique à prédire le comportement des RC-m spatiaux.

Les expériences sont réalisées à l'aide du dispositif expérimental décrit en section 4.2.2. Elles ont été menées dans les locaux du laboratoire MSRL de l'ETH Zürich, qui nous a donné accès au Cardiomag et au système de vision stéréoscopique. Elles ont été réalisées avec docteur Q. Boehler, qui a apporté son expertise sur l'interfaçage des équipements via l'interface ROS, ainsi que sur la conception et la commande des RC-m. Le champ magnétique utilisé dans les deux cas d'étude est utilisé comme champ de référence \mathbf{B}_r . L'angle de rotation du champ magnétique (B_ϕ pour le cas #1 et B_θ pour le cas #2) est discrétisé en 72 pas répartis également sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$ rad. Ces pas sont appliqués pendant 5 s chacun. La durée du pas est choisie de manière à laisser au robot le temps d'atteindre sa configuration d'équilibre.

Pour chaque pas, la position de l'extrémité du RC-m est mesurée et comparée à la valeur calculée par continuation. Cette dernière est au préalable traitée de manière à annuler la rotation artificielle introduite en section 4.2.3, et ainsi à ce qu'elle corresponde à l'orientation proximale réelle du robot (cf. Tableau 4.3). L'erreur entre les deux positions est évaluée en calculant la valeur RMS de leur différence pour chaque coordonnée. Les erreurs sont exprimées en pourcentage de la longueur du robot, qui est égale ici à 0.088 m. Les trajectoires de l'extrémité mesurées et calculées sont représentées en

termes de coordonnées dans \mathcal{R}_0 sur les Figures 4.14a et 4.14b pour les cas d'études #1 et #2 respectivement. L'absence partielle de données sur la Figure 4.14a pour B_ϕ compris entre 1 et 2.25 rad est due à l'occultation visuelle de la bille de couleur orange pendant la rotation du champ. L'erreur en position de l'extrémité pour chaque coordonnée est de [4.17; 4.61; 3.95] % pour le cas #1 et [12.27; 6.37; 7.58] % pour le cas #2. L'augmentation de l'erreur dans le second cas est principalement due à la section en S, où $B_\theta \in [-2, -1.8]$ rad. Comme introduit précédemment dans cette thèse, ce type de branche a la particularité de présenter des configurations instables qui ne peuvent pas être atteintes expérimentalement. Le robot saute alors entre deux configurations stables. De ce fait, l'erreur mesurée est maximale pour la coordonnée suivant x_0 , qui présente la courbe en S avec l'amplitude la plus forte. En dehors de la section en S, les erreurs sont égales à [6.81; 3.96; 5.93] %. Ces valeurs d'erreur sont cohérentes avec les valeurs rencontrées dans la littérature pour des modèles de robot continu sous effort extérieur utilisant des paramètres à la fois mesurés et fournis par les fournisseurs de composant. Elles sont notamment du même ordre de grandeur que l'erreur de 4.47% obtenue dans [Rucker et al., 2010a]. Ces résultats démontrent la capacité du modèle et de la méthode numérique à prédire le comportement du RC-m, malgré ses larges déflexions dans l'espace, l'inhomogénéité du champ et la présence de changements de cardinalité.

4.3/ CONCLUSION

Dans ce chapitre, de nouveaux résultats ont été obtenus sur les capacités de déploiement ALFI des RTC et sur l'espace de travail des RC-m spatiaux. Le modèle géométrico-statique et la méthode numérique ont permis d'évaluer la longueur critique de déploiement ALFI de RTC à tubes hélicoïdaux, et l'évolution de cette longueur en fonction de la pré-courbure en torsion. Ce travail montre qu'il est possible d'étudier les capacités de déploiement des RTC avec notre méthode pour des géométries de tubes autres que les géométries circulaires et planes. Les différentes configurations possibles du RTC à trois tubes pendant son déploiement ont également été dénombrées et identifiées pour la première fois. Un graphe 3D original a notamment été proposé, qui rassemble ces informations de cardinalité ainsi que des informations de stabilité utiles pour déployer de manière sûre le RTC.

Notre modèle et notre méthode numérique ont également été utilisés pour analyser pour la première fois le comportement d'un RC-m évoluant dans l'espace. Les diagrammes originaux que nous avons tracé ont montré que le débattement angulaire du RC-m est limité par des bifurcations BP, apparaissant au moment où les efforts magnétiques ne compensent plus les efforts élastiques internes et les forces de gravité. L'étude en champ inhomogène a par la suite montré que de petites perturbations de couples magnétiques au niveau de ces bifurcations peuvent avoir un impact important sur la forme du robot. De plus, ces perturbations réduisent également le débattement angulaire réalisé pendant la rotation du champ.

En plus d'apporter de nouvelles connaissances sur les RTC et les RC-m, ces résultats permettent d'entrevoir les capacités d'un RTC-m en termes de déploiement et d'espace de travail. De même que pour les RTC, ils peuvent maintenant être déployés ALFI en plaçant les tubes pré-courbés en opposition, et ce de manière contrôlée puisque leur comportement peut être évalué. Le déploiement peut se faire le long d'un chemin plan à l'aide de plus de deux tubes, ou le long d'un chemin spatial. La courbure en torsion

du chemin spatial peut être choisie arbitrairement sans conséquence sur la stabilité du robot. Il est également à présent possible d'explorer entièrement l'espace de travail fourni par l'actionnement magnétique, puisqu'il a été caractérisé. Le débattement maximal réalisable avec cet actionnement ne dépend pas que de la raideur de la colonne et de l'amplitude du champ magnétique, mais est aussi impacté par l'inhomogénéité de ce dernier. La forme et la taille de l'espace de travail fourni par l'actionnement magnétique peut dépendre alors de la position du robot dans l'espace. Les capacités des RTC-m, en termes de déploiement et d'espace de travail, sont étudiées plus en détail dans le chapitre suivant.

ÉVALUATION DU CONCEPT DE RTC-M

Dans ce chapitre, le concept de Robot à Tubes Concentriques magnétique (RTC-m) est évalué en adoptant une démarche expérimentale. Nous proposons en particulier de réaliser trois expériences pour évaluer les capacités du robot en termes de déploiement, d'espace de travail et de gestion des interactions avec les tissus. Le but de ces expériences est aussi de fournir des indications sur la manière d'utiliser les RTC-m lors des interventions minimalement invasives. Elles suivent ainsi trois scénarios qui consistent à naviguer dans un canal et à explorer une cavité, à orienter l'extrémité autour du site d'opération et à gérer les interactions avec les tissus. Chaque expérience est tout d'abord simulée numériquement à l'aide des méthodes numériques développées dans les chapitres précédents pour fournir des premières informations sur les performances du RTC-m. Les expériences sont ensuite réalisées sur des prototypes de RTC-m. Deux prototypes de robot et un dispositif expérimental sont mis en place pour cette étude, qui a été réalisée en collaboration avec Q. Boehler du laboratoire MSRL de l'ETH à Zürich.

5.1/ STRUCTURES POSSIBLES DE RTC-M

La combinaison d'un robot à tubes concentriques (RTC) et d'un robot continu magnétique (RC-m) pour former un RTC-m revient à combiner les stratégies d'actionnement concentrique et magnétique. Pour ce faire, on en vient à assembler des corps élastiques de raideurs très différentes. La raideur en flexion nécessaire pour obtenir des déflexions importantes sous l'action du champ magnétique est inférieure à la raideur des tubes en Nitinol dont sont généralement composés les RTC. Par exemple, le module d'élasticité de l'élastomère utilisé pour fabriquer le RC-m du Chapitre 4 est de 2 GPa, alors que le module d'élasticité moyen du Nitinol atteint 58 GPa. Notons que de premières études [Amanov et al., 2015, Morimoto et al., 2016, Morimoto et al., 2018] ont considéré l'utilisation de tubes pré-courbés en polymère obtenus par fabrication additive. Le module d'élasticité de ces tubes peut alors être du même ordre que celui du RC-m, ce qui peut permettre d'obtenir des robots avec des propriétés cinématiques et statiques intéressantes. Cependant, ces études ont aussi révélé une grande variabilité des propriétés des tubes obtenus et une augmentation du frottement entre ces derniers. Ces deux points limitent la précision des modèles géométrico-statiques et les capacités de miniaturisation du robot. Par conséquent, nous ne considérons pas de tubes pré-courbés en polymère dans la suite.

Plusieurs manières d'associer les matériaux élastomères des RC-m et le Nitinol des RTC peuvent être envisagés. Quatre sont évidentes et sont présentées sur la Figure 5.1.

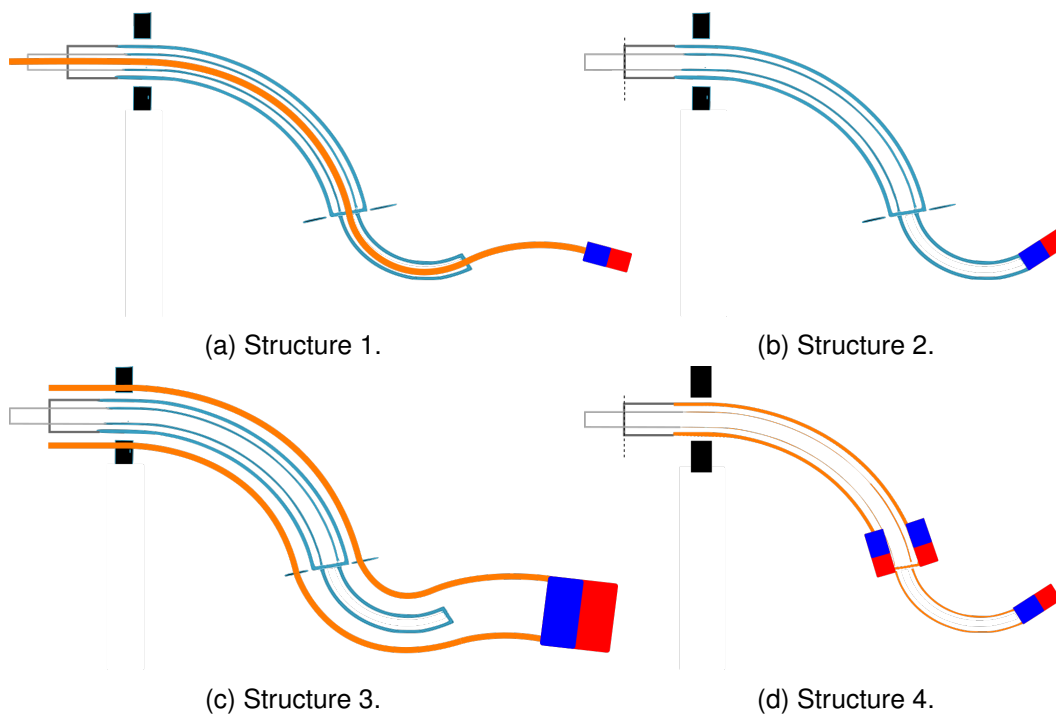


FIGURE 5.1 – Structures possibles de RTC-m. Les tubes en Nitinol sont représentés en bleu, et le matériau flexible pour l'actionnement magnétique en orange. Les éléments magnétiques sont représentés par un dipôle rouge et bleu.

Les tubes en Nitinol sont représentés en bleu, et les matériaux suffisamment flexibles pour l'actionnement magnétique en orange. L'élément magnétique servant à convertir le champ magnétique en effort mécanique est symbolisé par un dipôle rouge et bleu.

La combinaison la plus immédiate à envisager est d'assembler un RTC et un RC-m en série, comme présenté sur la Figure 5.1a. La structure est actionnée en exploitant la rotation et la translation des tubes en Nitinol (deux degrés de liberté (d.d.l) par tube), le déploiement de la section flexible (1 d.d.l) composant le RC-m et l'orientation du champ magnétique (2 d.d.l). Lorsque deux tubes sont utilisés comme présenté sur la figure, la structure possède 7 d.d.l. Du fait de la différence importante de raideur entre les parties RTC et RC-m, les couples magnétiques générés au niveau de l'aimant vont déformer la section flexible mais vont avoir peu d'influence sur la forme des tubes pré-courbés. Cela suggère un découplage entre la commande et le comportement respectif des deux parties. Le RTC-m obtenu devrait donc posséder des capacités spécifiques à la fois aux RTC et aux RC-m. Lorsque la section flexible est rétractée, les tubes pré-courbés peuvent être déployés ALFI de manière à suivre un canal tortueux et étroit. Une fois arrivé au site d'opération, la partie RC-m peut être déployée et présenter de grandes déflexions sous l'effet du champ magnétique. L'utilisation simultanée des deux stratégies d'actionnement est également possible, afin notamment d'atteindre une certaine position et orientation de l'extrémité dans l'espace. L'implémentation technologique de la structure 1 est simple à envisager, la partie flexible du RC-m pouvant être déployée en passant à travers le tube intérieur du RTC.

Un deuxième agencement peut être envisagé où l'élément magnétique est considéré simplement à l'extrémité du tube intérieur du RTC, comme présenté sur la Figure 5.1b. Les efforts magnétiques sont donc directement générés sur les tubes pré-courbés. Cette

structure a 6 degrés de liberté, fournis par l'actionnement proximal des tubes (2×2 d.d.l) et l'orientation du champ magnétique (2 d.d.l). Du fait de l'absence de partie flexible, l'actionnement magnétique influe directement sur le comportement de l'assemblage concentrique de tubes. Il y a donc un couplage entre les deux stratégies d'actionnement, par opposition au découplage introduit pour la structure 1. Comme la raideur des tubes en Nitinol est importante par rapport à la raideur des matériaux flexibles utilisés pour les RC-m, l'actionnement magnétique ne déforme a priori pas les tubes de manière importante. Cependant, nous pensons qu'il peut être mis à profit pour effectuer des déplacements fins de l'extrémité. En effet, les déplacements créés par les efforts magnétiques ne mettent pas ou peu en jeu les frottements présents entre les tubes. Ils peuvent donc être réalisés avec une résolution fine plus facilement par rapport à l'actionnement proximal, qui subit ces phénomènes de frottement.

La troisième structure de RTC-m, présentée sur la Figure 5.1c consiste à augmenter un RC-m à l'aide d'un RTC. Les tubes pré-courbés sont insérés dans la colonne du RC-m, et la déforment de manière à changer sa forme. Cette structure possède 7 degrés de liberté, du fait de l'actionnement proximal des tubes (2×2 d.d.l), du déploiement du RC-m extérieur (1 d.d.l) et de l'orientation du champ magnétique (2 d.d.l). Elle est similaire à la structure 1, où le RTC-m est composé d'une partie dont la raideur est fixée par celle des tubes pré-courbés, et une partie très flexible déformée par le champ magnétique. La différence entre les deux structures est qu'ici, la partie RC-m n'est plus contrainte d'un point de vue dimensionnel par le tube intérieur. Un aimant permanent plus gros peut donc être envisagé afin de générer des efforts magnétiques plus importants, qui auront un impact plus marqué sur la partie RTC. Le robot peut donc a priori avoir une plus grande diversité de formes que pour la structure 1, la forme du robot étant déterminée par l'actionnement proximal des tubes et par le champ magnétique. Cela implique également que le découplage entre les deux types d'actionnement est moins marqué que pour la structure 1. Cette structure permet aussi potentiellement des contacts plus sûrs avec son environnement. Le matériau très flexible du RC-m englobant le robot est susceptible de se déformer facilement au contact d'éléments extérieurs, sans les endommager.

La quatrième structure de RTC-m consiste à assembler de manière concentrique deux RC-m, comme montré sur la Figure 5.1d. Les deux tubes flexibles sont initialement droits et sont actionnés en translation à leur base (2×1 d.d.l). Nous supposons de plus qu'il est possible de contrôler l'orientation du champ magnétique au niveau des deux éléments magnétiques de manière indépendante (2×2 d.d.l). Cette structure a donc au total 6 d.d.l. Elle se compose de deux sections dont il est possible de faire varier la courbure et la longueur. Il est donc potentiellement possible de la déployer ALFI pour atteindre un site d'opération. L'utilisation de tubes flexibles permet au robot de réaliser a priori de grandes déflexions sous l'action du champ magnétique, et de fournir de grands espaces de travail en position et en orientation. Contrairement aux autres structures, la colonne de ce RTC-m n'est constituée que d'un matériau très flexible, au bénéfice de la sécurité du patient. Cependant, le contrôle de son comportement peut s'avérer complexe, en particulier lorsque les aimants deviennent proches les uns des autres lors de la translation des tubes. L'interaction magnétique entre les aimants doit alors être pris en compte dans le calcul des efforts magnétiques utilisés pour déformer la structure.

Cette liste n'est pas exhaustive. D'autres variantes peuvent être envisagées, en jouant notamment sur le nombre, la nature et la répartition des éléments magnétiques le long du robot. Le concept de RTC-m semble donc offrir un riche éventail d'architectures et de comportements différents. Pour en réaliser une première étude, les deux premières

	Tube 1	Tube 2	Section flexible	Aimant
Géométrique				
L_i (m)	$165.e^{-3}$	$50e^{-3}$	$13e^{-3}$	$3e^{-3}$
OD (m)	$1.07e^{-3}$	$0.65e^{-3}$	$0.25e^{-3}$	$4e^{-3}$
ID (m)	$0.77e^{-3}$	$0.42e^{-3}$	0	$2e^{-3}$
\hat{u}_{ix} (m ⁻¹)	43.8	7.2	0	0
Mécanique et massique				
E_i (GPa)	58.0	58.0	2.9	41.4
G_i (GPa)	21.5	21.5	1.07	16.3
ρ_i (kg.mm ⁻³)	$6.45e^{-6}$	$6.45e^{-6}$	$1.14e^{-6}$	$7.46e^{-6}$
k_{bi} (N.m ²)	$3.89e^{-4}$	$2.00e^{-3}$	$5.99e^{-7}$	$4.88e^{-1}$
k_{ti} (N.m ²)	$2.88e^{-4}$	$1.5e^{-4}$	$8.94e^{-7}$	$3.84e^{-1}$
Magnétique				
m_{Bz} (N.mm ⁻² .T ⁻¹)	0	0	0	1.17
Position et orientation initiales				
p_0 (m)	$[0 \quad -0.0423 \quad -0.01]$			
a_0 (rad)	$[0 \quad 0 \quad 0]$			

TABLE 5.1 – Paramètres du prototype de RTC-m.

structures sont considérées dans la suite. Elles fournissent deux exemples de structure où les actionnements concentriques et magnétiques ont des effets découplés et couplés sur la forme du robot respectivement. Elles sont par ailleurs simples à concevoir et à fabriquer, ce qui facilite la mise en place d'un dispositif expérimental.

5.2/ DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

5.2.1/ CONCEPTION ET FABRICATION DES DEUX RTC-M PROPOSÉS

TUBES PRÉ-COURBÉS

On considère un même assemblage de tubes concentriques pour les deux structures. Il est composé de deux tubes pré-courbés, qui constituent le cas le plus simple de RTC ayant toutes les propriétés connues de l'actionnement concentrique, notamment la capacité de se déployer ALFI et les possibles pertes de stabilité. Les propriétés mécaniques et géométriques des tubes sont rassemblées dans le Tableau 5.1. Les tubes pré-courbés sont réalisés en Nitinol.

Les diamètres extérieur et intérieur des tubes ont été choisis parmi des valeurs disponibles dans le commerce, et de manière à illustrer les capacités de miniaturisation des RTC-m. Le diamètre extérieur n'excède pas 1.1 mm. Les pré-courbures et longueurs ont été choisies de manière à pouvoir observer l'influence du champ magnétique sur leur stabilité élastique par la suite. Comme montré dans les Chapitres 3 et 4, la stabilité globale d'un RTC dépend en fait de la longueur d'interaction entre les tubes. Cette dernière dépend de la translation proximale de chaque tube, qui est bornée par l'unité d'actionnement décrite en section suivante. Les pré-courbures choisies permettent, dans la course de translation des tubes autorisée, d'obtenir un RTC globalement stable localement in-

stable.

Les tubes pré-courbés ont été obtenus à partir de tubes initialement droits. Ces derniers sont placés et maintenus dans une matrice qui comporte des empreintes courbes avec la courbure souhaitée. L'ensemble est ensuite placé dans un four à 600 degrés pendant 20 minutes, au bout desquelles le tube subit une trempe. Cette recette a été élaborée par essais erreurs et réalisée par Patrick Rougeot, ingénieur de recherche au département AS2M. La courbure des empreintes pour les tubes 1 et 2 est respectivement de 43.8m^{-1} et de 7.2m^{-1} . La forme des tubes ne semble pas se relaxer de manière significative au moment de la trempe. Les valeurs de courbure des moules constituent donc une bonne approximation de la pré-courbure des tubes comme nous le verrons en détail dans les résultats expérimentaux qui suivent. Le module d'élasticité des tubes dépend de la phase cristalline du Nitinol qui les compose, qui dépend elle-même de leur taux de déformation. Comme présenté dans [Iasnii et al., 2018], pour des déformations comprises entre 0% et 0.5%, le Nitinol est dans sa phase austénitique et a un module d'Young pouvant varier entre 75 GPa et 83 GPa. Pour des déformations comprises entre 2% et jusqu'à 10%, le Nitinol est dans la phase martensitique et a un module d'Young pouvant varier entre 28 GPa et 40 GPa. Pour un RTC à deux tubes, les déformations minimales et maximales des tubes sont atteintes lorsque les pré-courbures de ces derniers sont alignées et en opposition respectivement. Nous avons évalué ces déformations à l'aide de la relation géométrique donnée dans [Webster et al., 2009a], qui lie la déformation ϵ , la courbure du tube à l'équilibre κ et le diamètre extérieur du tube D tel que :

$$\kappa = \frac{2\epsilon}{D(1 + \epsilon)} \quad (5.2.1)$$

Elles sont environ égales à 1.1% et 1.4%. Le Nitinol composant les tubes est donc, selon toute probabilité, dans un état intermédiaire entre la phase austénitique et la phase martensitique. Dans nos simulations, nous choisissons donc de prendre un module d'Young médian entre les deux plages de variation citées précédemment, qui vaut donc 58 GPa pour les deux tubes, en étant conscients que nous avons ici une incertitude sur cette grandeur. Le module de cisaillement des tubes est calculé en utilisant le coefficient de Poisson standard du Nitinol, qui est égal à 0.35. Le Tableau 5.1 indique les modules de flexion et de torsion qui résultent de ces propriétés mécaniques.

SECTION FLEXIBLE ET AIMANT

La section flexible utilisée pour la Structure 1 est réalisée à l'aide d'un fil en Nylon de 0.25 mm de diamètre extérieur. Cela permet de la rendre suffisamment flexible pour être déformée par le champ magnétique. De plus, le fil peut être introduit dans le tube pré-courbé intérieur et peut donc être actionné en translation depuis sa base. L'utilisation d'un fil empêche en l'état l'utilisation d'outils médicaux au bout du robot. Cependant, il permet d'obtenir facilement dans ce travail exploratoire une section flexible. Un aimant permanent en Néodyme identique à celui utilisé en Chapitre 4 est fixé à l'extrémité. Les propriétés de cet aimant sont rappelées dans le Tableau 5.1.

Le fil de Nylon est initialement courbé du fait de son conditionnement forme de bobine. Pour obtenir une section flexible sans pré-courbure, il est donc redressé en tendant le fil entre deux appuis et en le chauffant à 70 degrés avec un pistolet à air chaud. Le fil est ensuite laissé tendu pendant 5 minutes environ. Enfin, il est découpé avec une longueur suffisante pour pouvoir le passer à travers l'intégralité du tube intérieur tout en assurant

une longueur de section flexible L_f de 13 mm. On considère les propriétés mécaniques standard du Nylon fournies par le logiciel CES de *GrantaDesign*. Elles sont répertoriées dans le Tableau 5.1.

5.2.2/ UNITÉ D'ACTIONNEMENT

L'actionnement magnétique est réalisé à l'aide du système de navigation magnétique Cardiomag, utilisé précédemment dans le Chapitre 4. Le robot, et notamment la base des tubes, est introduit dans l'espace de travail du Cardiomag et donc soumis au champ magnétique généré. L'unité d'actionnement qui assure la rotation et la translation des tubes doit pouvoir fonctionner dans cet environnement spécifique, et perturber à minima le champ magnétique de façon à ne pas gêner le fonctionnement du RTC-m. Une unité d'actionnement conçue pour fonctionner dans un champ magnétique a été proposée dans [Comber et al., 2016b]. Elle permet d'actionner les tubes pas à pas, en rotation et en translation, et ne comporte aucun matériau ferro-magnétique. Les actionneurs flexibles pneumatiques qui la composent nécessitent cependant un dimensionnement spécifique et sont complexes à mettre en oeuvre.

Nous proposons donc de concevoir une unité d'actionnement s'inspirant du mécanisme rigide présenté dans [Hendrick et al., 2015b], et du prototype réalisé par Cédric Girerd au département AS2M, en utilisant des matériaux non ferro-magnétiques ou amagnétiques. Elle est en effet plus facile à dimensionner et à implémenter. Une vue d'ensemble de l'unité d'actionnement conçue est introduite en Figure 5.2a. Le bâti de cette unité est composé d'une base proximale (1b) et d'une base distale (1c) qui permettent de guider deux paires d'axes. L'actionnement des axes est réalisé à l'aide de moteurs pas à pas (2) dont la résolution est de 400 pas par tour (Référence 17HM15-0904S, Gotronic), fixés sur la base proximale et commandés en boucle ouverte. Ils permettent de commander la position linéaire et angulaire des tubes en boucle ouverte. Des essais ont par ailleurs montré qu'ils fonctionnent normalement à proximité du Cardiomag. Les deux paires d'axes actionnent chacune un plateau (3), sur lequel un tube pré-courbé est encastré. Comme montré sur la Figure 5.2b, l'actionnement en translation du plateau est réalisé via une liaison vis-écrou (3a). L'actionnement en rotation est réalisé à l'aide d'un axe à section carré (3b), déporté de l'axe central de l'unité d'actionnement par un engrenage. Cet engrenage sert également à améliorer la résolution en rotation et à augmenter le couple de rotation du tube. Les axes du pignon (3c) et de la roue dentée (3d) sont chacun guidés en rotation dans le plateau par une paire de roulements à billes droits (3e), montés serrés sur l'arbre et avec jeu dans le plateau. Un chapeau (3f) vissé dans le plateau permet de réaliser l'arrêt en translation de la bague extérieure. Le tube pré-courbé est encastré sur la roue dentée via un mors en polymère (3g), dont le principe de fonctionnement est illustré sur la Figure 5.2c. Il est composé de trois doigts, réalisés par trois fentes, qui sont déformés lorsque le mors est inséré dans l'axe de la roue dentée et serré à l'aide d'un écrou (3h). La déformation les pousse à se rapprocher et à appliquer des efforts de serrage sur la périphérie du tube. Ce dernier est alors encastré avec la roue dentée sans que sa section ne soit déformée.

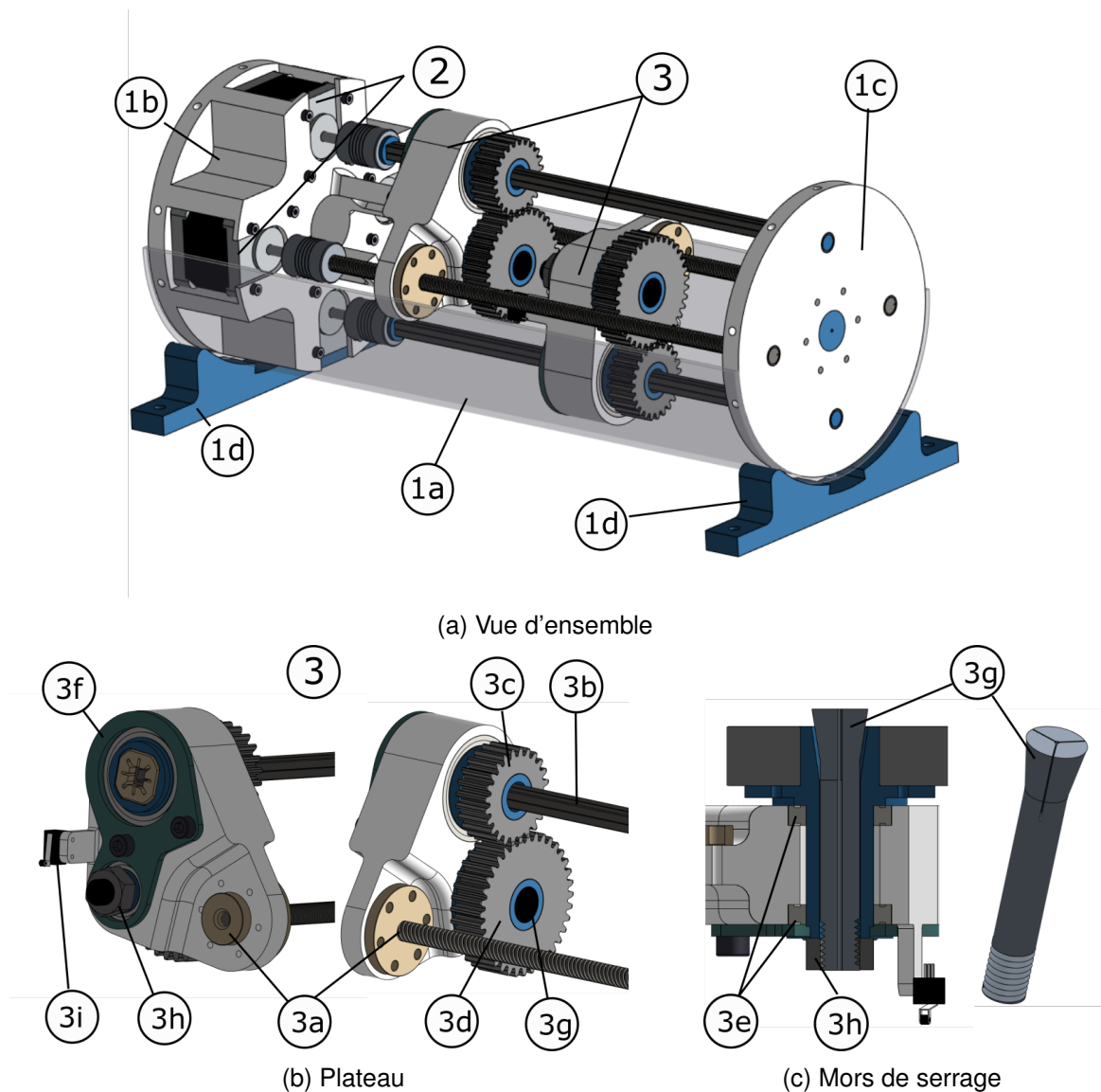


FIGURE 5.2 – Unité d'actionnement de RTC-m.

L'unité d'actionnement est constituée uniquement de pièces en polymères, excepté pour les vis et axes carrés qui sont en inox (Inox 1.4301, IGUS) et en aluminium respectivement. Tous ces matériaux sont non-ferro-magnétiques ou amagnétiques. La fabrication des pièces de l'unité d'actionnement a été réalisée en collaboration avec Pierre Roux, technicien au département AS2M, et avec le Service Commun de Mécanique du laboratoire FEMTO-ST. La partie centrale du bâti liant les deux bases est réalisée à partir d'un tube en PVC de 150 mm de diamètre extérieur. Les faces arrière et avant ainsi que les pieds du bâti sont constituées de polyamide et sont obtenus par fabrication additive par dépôt de fil (imprimante *UpBox+*, *Tiertime*). La fabrication additive par dépôt de fil est aussi utilisée pour obtenir le corps des plateaux et les axes de l'engrenage. Le pignon et la roue dentée sont en Nylon (MISUMI). Le palier pour l'axe carré, l'écrou de la liaison vis-écrou et les roulements à bille sont en polymère (matériau Iglidur, IGUS). Le mors est obtenu par usinage conventionnel à partir d'un brut cylindrique d'ABS. Les axes sont liés aux moteurs pas à pas par des accouplements flexibles en résine renforcés de fibre

Caractéristique	Valeur
Nombre de tubes actionnés	2
Course en rotation des tubes	360 degrés
Course en translation des tubes	100 mm
Résolution de la rotation des tubes	0.6 degrés
Résolution de la translation des tubes	25 μm
Couple de rotation maximal	0.54 N.m
Force de translation maximale	100 N
Longueur	360 mm
Diamètre	150 mm

TABLE 5.2 – Caractéristiques de l'unité d'actionnement.

de verre (MISUMI) et sont guidés en rotation dans la plaque avant via des paliers lisses en polymère technique (Iglidur, IGUS). L'assemblage concentrique de tubes est guidé à travers la base distale par un canal de 1.4 mm de diamètre et de 8 mm de long. Le point de sortie du RTC-m, au niveau duquel l'abscisse curviligne le long du robot est définie comme nulle, est situé sur l'axe et à la sortie de ce canal.

Les moteurs pas à pas sont pilotés à l'aide d'une carte Arduino Mega 2520 sur laquelle deux extensions pour le contrôle de moteur (MotorShield V2 de AdaFruit) sont fixées. La carte Arduino Mega reçoit des consignes de position angulaire à atteindre pour chaque moteur provenant d'un poste maître. Les moteurs sont par la suite commandés indépendamment l'un de l'autre de manière à atteindre leur consigne respective en réalisant un profil de vitesse en trapèze, à l'aide des libraires *Adafruit_MotorShield* et *AccelStepper*. Les consignes sont envoyées à l'unité d'actionnement par un PC sous Linux (Version 16.04) via l'interface de communication Robot Operating System (ROS Kinetic). La position linéaire des plateaux est initialisée à l'aide d'interrupteurs (3i) venant au contact de la base proximale ou de la roue dentée du second plateau. Le tube i est supposé être à la position angulaire $\alpha_i = 0$ au démarrage de l'unité d'actionnement.

Les caractéristiques principales de l'unité d'actionnement sont reprises dans le Tableau 5.2.

5.2.3/ VUE D'ENSEMBLE DU DISPOSITIF ET REPÈRES

Le dispositif expérimental complet est présenté sur la Figure 5.3. L'unité d'actionnement est placée de sorte à ce que l'aimant du RTC-m soit à l'intérieur de l'espace de travail du Cardiomag. Nous lui associons le repère $\mathcal{R}_0 : (O_0, x_0, y_0, z_0)$, illustré en bleu sur la Figure 5.3.b, qui correspond au repère \mathcal{R}_0 de notre modèle géométrico-statique de robot continu. L'axe z_0 est choisi orthogonal à la base distale (1c), et l'axe x_0 de façon à ce qu'il porte la courbure des tubes pour $(\alpha_1, \alpha_2) = (0, 0)$ rad. La génération du champ magnétique est réalisée initialement dans le repère attaché au Cardiomag, noté $\mathcal{R}_c : (O_c, x_c, y_c, z_c)$ et représenté en rouge sur la figure. La scène est observée par le système de vision utilisé dans le Chapitre 4. Ce système est utilisé dans la suite pour mesurer la position de marqueurs de couleurs placés sur le robot. La position et l'orientation relative des caméras par rapport au SNM sont connues, ce qui permet d'exprimer la position des marqueurs dans le repère des caméras ou dans \mathcal{R}_c .

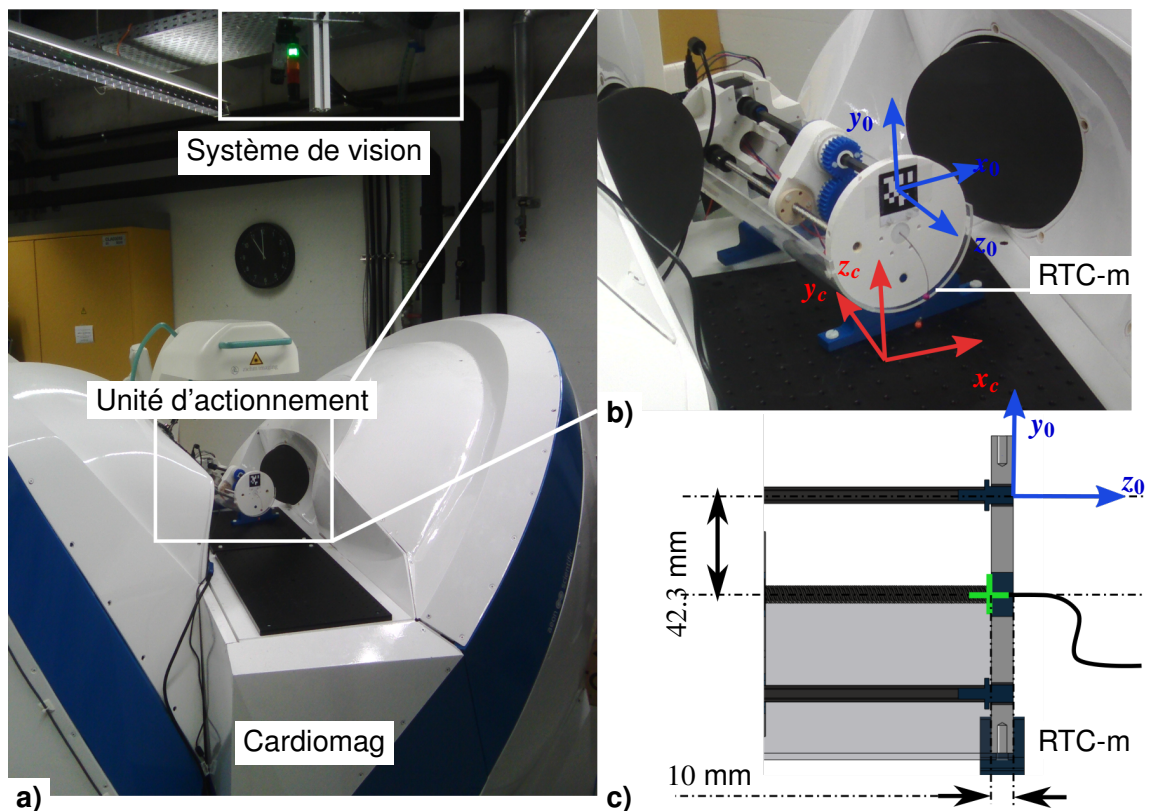


FIGURE 5.3 – Dispositif expérimental complet de RTC-m. a) Vue d'ensemble du dispositif. b) Vue de l'unité d'actionnement et du RTC-m dans le Cardiomag. Les repères du Cardiomag et de l'unité d'actionnement sont représentés en rouge et en bleu respectivement. c) Vue en coupe de l'unité d'actionnement dans le plan (y_0, z_0) . La position initiale du robot p_0 par rapport au repère de l'unité d'actionnement est représenté par une croix verte.

La pose de \mathcal{R}_0 par rapport à \mathcal{R}_c est mesurée en fixant un marqueur de type QR code sur l'unité d'actionnement, visible sur la Figure 5.3.b. Le QR code est centré en O_0 , placé de manière orthogonale à z_0 et de sorte à ce que ses côtés soient alignés avec x_0 et y_0 . La mise et le maintien en position du QR code est réalisé mécaniquement à l'aide de vis de positionnement. Sa pose est mesurée par vision à l'aide d'une des deux caméras et de la librairie C++ AprilTags développée par le April Robotics Laboratory [Olson, 2011]. La position initiale p_0 et l'orientation initiale a_0 du robot sont choisies de la manière suivante. La position initiale d'un robot continu, et en particulier celle d'un RTC, est classiquement choisie comme correspondant au point de sortie de son unité d'actionnement puisque le robot est guidé à travers la base distale. Dans notre cas, le RTC-m est en fait peu contraint par la base distale du fait du jeu entre le canal de sortie et le robot. Nous considérons donc que la position initiale p_0 se situe à l'entrée de la base distale, ce qui se trouve donner une bonne approximation dans la suite. Elle est représentée par une croix verte sur la Figure 5.3.c, et vaut $p_0 = [0 \quad -0.0423 \quad -0.01]^T$ m. La tangente à la base du robot, qui définit son orientation initiale, est classiquement considérée comme orthogonale à la base distale. Nous considérons alors qu'elle est portée par z_0 , ce qui nous donne $a_0 = [0 \quad 0 \quad 0]^T$ rad.

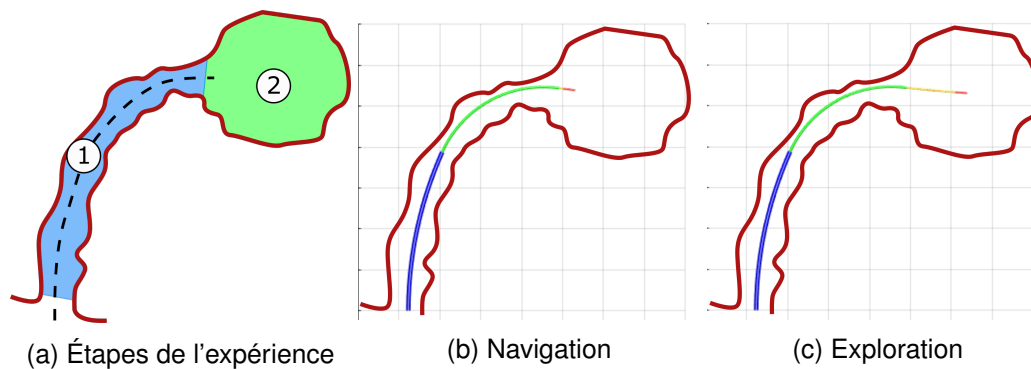


FIGURE 5.4 – Schéma de principe de l'expérience de navigation et d'exploration. Les deux tubes de la structure 1 de RTC-m sont déployés ALFI pour naviguer dans le canal d'accès (1,b). La section flexible est ensuite déployée afin d'explorer le volume d'intérêt avec l'actionnement magnétique (2,c).

5.3/ NAVIGATION EN ESPACE ÉTROIT ET EXPLORATION

5.3.1/ DESCRIPTION DE L'EXPÉRIENCE

La première des capacités des RTC-m identifiées dans le Chapitre 1 est de bénéficier des capacités de déploiement ALFI des RTC et de l'espace de travail des RC-m. La structure 1 de RTC-m permet de cumuler ces deux capacités. Nous proposons donc d'étudier cette structure par une expérience qui mette en valeur ses capacités de déploiement et d'espace de travail. Pour cette expérience, nous considérons un scénario de navigation et d'exploration, similaire aux tâches d'explorations des fosses nasales et de l'oreille moyenne décrites dans [Girerd et al., 2018a] et [Dahroug et al., 2018] respectivement. Comme illustré sur la Figure 5.4a, le robot doit naviguer à travers un canal d'accès (en bleu), afin de pouvoir explorer une cavité (en vert). Pendant la phase de navigation, la section flexible de la structure 1 de RTC-m est rétractée et les deux tubes pré-courbés sont déployés ALFI de manière à suivre un chemin sûr à travers le canal, représenté par une courbe pointillée sur la Figure 5.4a. L'extrémité du robot arrive alors à l'entrée de la cavité comme représenté sur la Figure 5.4b. La phase d'exploration consiste ensuite à déployer la section flexible, représentée en jaune sur la Figure 5.4c, et à explorer la cavité à l'aide de l'actionnement magnétique seulement. Du fait de la différence de raideur de flexion entre les tubes pré-courbés et la section flexible, l'actionnement magnétique devrait avoir une faible influence sur la forme du RTC. L'exploration peut donc être a priori réalisée en satisfaisant à tout moment les contraintes géométriques imposées par le canal d'accès. Les protocoles expérimentaux relatifs aux phases de navigation et d'exploration sont maintenant décrits en détail.

Pendant la phase de navigation, les deux tubes pré-courbés sont placés dans la configuration ALFI où leurs pré-courbures sont alignées, c'est-à-dire où $\alpha_2 = \alpha_3$. Les variables articulaires et la numérotation des sections du RTC-m sont présentées sur la Figure 5.5. Les tubes sont déployés suivant la séquence de déploiement utilisée dans le Chapitre 3 pour le RTC à trois tubes, dont l'adaptation au cas du RTC-m est présentée dans le Tableau 5.3. Un marqueur coloré, consistant en une perle violette de 6 mm de diamètre, est placé à l'extrémité du tube 2 de manière à mesurer sa position au cours du déploiement. Notons que l'utilisation de ce marqueur de couleur empêche en pratique de

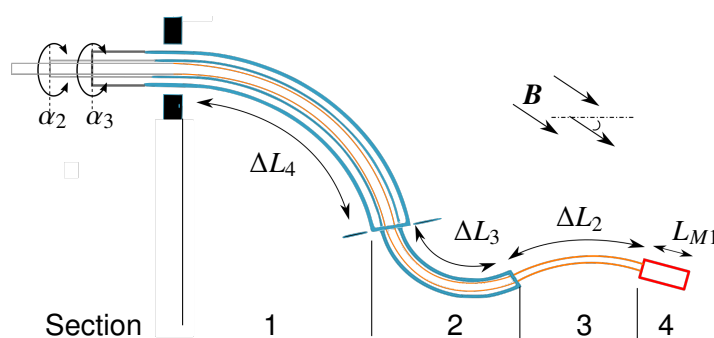


FIGURE 5.5 – Variables articulaires et numéros des sections de la structure 1 de RTC-m.

Étape	Tubes actionnés		Longueurs de section ($\Delta L_3, \Delta L_4$)	
	Tube 2	Tube 3	Valeur initiale	Valeur finale
1	✓	✓	(0, 0)	(0, ΔL_{4f})
2	✓	×	(0, ΔL_{4f})	(ΔL_{3f} , ΔL_{4f})

TABLE 5.3 – Séquence de déploiement ALFI pour les deux tubes composant la structure 1 de RTC-m.

rétracter entièrement le tube 2. Il n'est donc pas possible de fixer exactement $\Delta L_2 = 0$ qui est une des conditions de déploiement ALFI pour la première étape du déploiement. Nous revenons dans la suite sur l'impact de cette contrainte expérimentale sur les résultats obtenus. La longueur initiale de la section 3 est $\Delta L_3 = 0$ mm, et la longueur de la section 2 est $\Delta L_2 = 8$ mm pour permettre l'assemblage du marqueur de couleur. Les longueurs finales des sections 3 et 4 sont choisies égales à $\Delta L_{3f} = 30$ mm et $\Delta L_{4f} = 40$ mm respectivement pour deux raisons. Premièrement, ces longueurs permettent de mettre en valeur la capacité du RTC à se déployer sur des longueurs 60 fois supérieures à son diamètre. Deuxièmement, elles sont du même ordre de grandeur que les distances à parcourir pour déployer un robot continu dans les fosses nasales pour atteindre les cellules olfactives [Girerd et al., 2018a] et dans le canal auditif pour atteindre l'oreille moyenne [Fichera et al., 2017, Dahroug et al., 2018].

Pendant la phase d'exploration, le RC-m est déployé et actionné à l'aide du champ magnétique externe de manière à parcourir son espace de travail en position. Comme expliqué dans [Chautems et al., 2018], l'espace de travail dépend usuellement de l'amplitude du champ magnétique, de la raideur de la section flexible et de la longueur déployée de cette dernière. En particulier, l'espace de travail est d'autant plus grand que la section flexible est longue. Nous choisissons donc de déployer la section flexible jusqu'à sa longueur maximale, de manière à ce que l'extrémité de la partie RC-m se déplace sur les bords de son espace de travail. Notons que cette stratégie permet de tracer le contour de l'espace de travail, mais n'assure pas que toutes les positions à l'intérieur de ce contour sont accessibles. Cependant, de tels "trous" dans l'espace de travail n'ont jamais été observés dans la littérature pour les RC-m considérés jusqu'à présent [Chautems et al., 2017b, Chautems et al., 2018].

L'espace de travail est également impacté par la gravité, qui a une influence significative sur la forme du RC-m. Il dépend en particulier de l'orientation relative entre la gravité et l'extrémité proximale du RC-m, qui change en fonction du déploiement ALFI réalisé

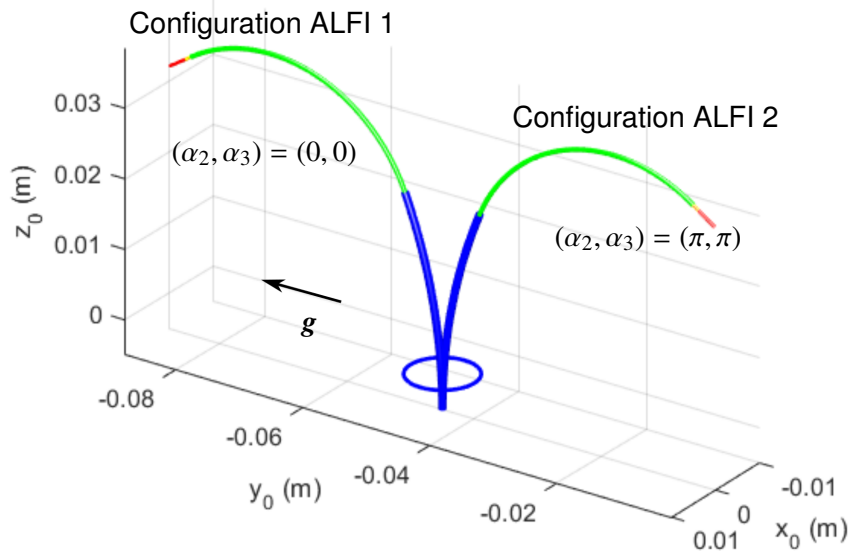


FIGURE 5.6 – Deux configurations ALFI de RTC-m étudiées et représentées dans \mathcal{R}_0 . Les tubes pré-courbés extérieur et intérieur sont en bleu et en vert respectivement. La section flexible en jaune est rétractée. L'aimant est affiché au bout du RTC-m en rouge. La direction de la gravité est indiquée par le vecteur g .

pendant la phase de navigation. Pour illustrer ce phénomène, la phase d'exploration est réalisée en partant des deux configurations notées ALFI 1 et ALFI 2 et représentées en Figure 5.6. Dans la configuration ALFI 1, l'extrémité du robot pointe globalement dans la direction de la gravité à la fin de la phase de navigation. Dans la configuration ALFI 2, les courbures des tubes sont alignées, ce qui permet de respecter la condition de déploiement ALFI, mais l'assemblage est tourné de 180 degrés autour de z_d . L'extrémité du robot en fin de navigation pointe alors dans la direction opposée à celle de la gravité. Pendant l'exploration, l'amplitude du champ magnétique est fixée à 80 mT comme dans le Chapitre 4.

Dans le cas où les tubes sont parfaitement alignés, où les longueurs de section du robot respectent parfaitement la séquence de déploiement et où les tubes sont parfaitement plans et à courbure constante, le déploiement ALFI permet de suivre de manière parfaite le chemin à travers le canal d'accès. Cependant en pratique, ces conditions ne sont pas remplies du fait de défauts de fabrication, d'orientation et de translation des tubes. Le robot peut alors ne pas suivre parfaitement le chemin prévu. Au cours de la phase expérimentale, nous chercherons donc à évaluer l'erreur de déploiement par rapport au déploiement ALFI recherché. Nous évaluerons également l'espace de travail permis par l'actionnement magnétique, qui détermine la taille de la cavité qu'il est possible d'explorer. Enfin, le découplage entre l'actionnement magnétique et l'actionnement concentrique sera étudié.

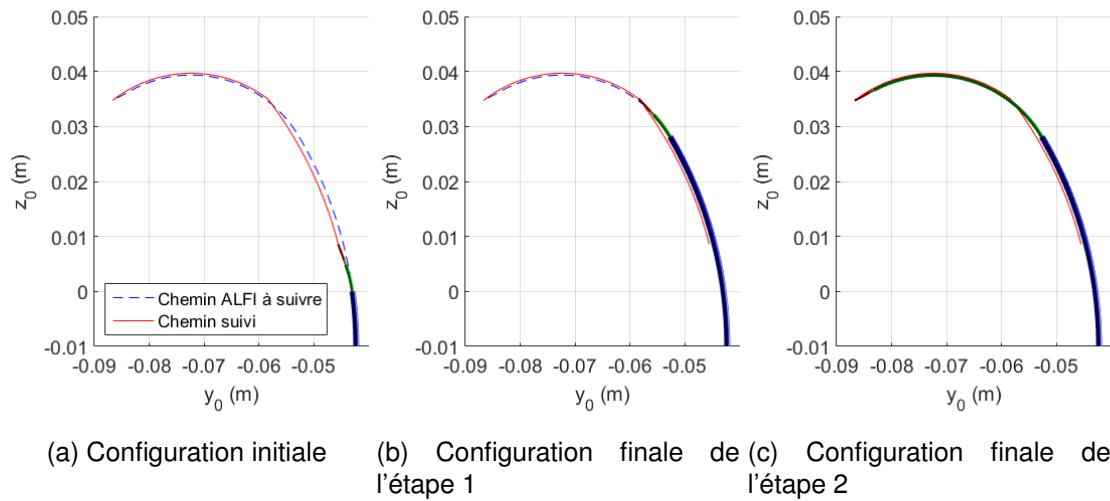


FIGURE 5.7 – Configurations du RTC-m pendant la phase de navigation.

Paramètre	Valeur
$[N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4]$	$[4 \ 10 \ 20 \ 20]$
Pas de continuation max	10

TABLE 5.4 – Paramètres numériques pour l'évolution de l'orientabilité du RTC-m.

5.3.2/ SIMULATION NUMÉRIQUE

L'expérience de navigation et d'exploration est simulée numériquement à l'aide de la méthode numérique développée en Chapitre 3. La phase de navigation est identique pour les deux configurations ALFI considérées ici. La raideur des tubes pré-courbés est en effet suffisamment élevée pour que l'influence de la gravité sur leur forme soit négligeable. Nous ne la simulons donc que dans le cas de la configuration ALFI 1. Le robot est tout d'abord placé dans sa configuration initiale où les sections sont rétractées, présentée sur la Figure 5.7a. Ensuite, les deux étapes de déploiement de la phase de navigation sont simulées par continuation. Les paramètres numériques utilisés lors de la simulation sont rassemblés dans le Tableau 5.4. Pendant l'étape 2, une première continuation est réalisée en faisant varier ΔL_4 jusqu'à ce que la longueur de section atteigne ΔL_{4f} . Comme les tubes sont alignés, ils ne sont pas sollicités en torsion au cours du déploiement et le robot ne rencontre pas de changements de stabilité ou de cardinalité. La configuration du robot à la fin de l'étape 1 est présentée sur la Figure 5.7b. Partant de cette configuration, une seconde continuation est réalisée en faisant varier ΔL_3 jusqu'à atteindre ΔL_{3f} . La configuration du robot à la fin de l'étape 2, et donc à la fin de la phase de navigation, est présentée sur la Figure 5.7c. La phase de navigation est simulée en prenant en compte la contrainte expérimentale de fixer une valeur minimale non nulle de ΔL_3 au début du déploiement pour permettre l'assemblage du marqueur de couleur. Cette contrainte implique une erreur de déploiement ALFI qui est visible sur la Figure 5.7a. Le chemin correspondant au déploiement ALFI parfait est représenté en bleu, et le chemin réellement suivi par l'extrémité du robot en rouge. L'erreur entre les deux chemins est calculée en prenant la distance maximale entre les points 3D qui les composent. Elle vaut dans notre cas 4.1 mm, soit environ $4\times$ le diamètre du RTC-m et 5.2% de la longueur du

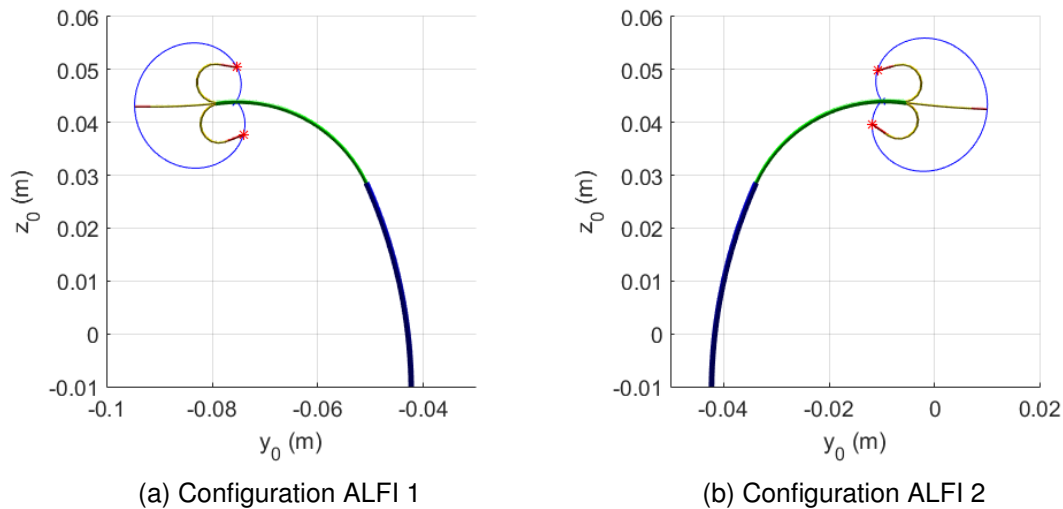


FIGURE 5.8 – Simulation de la phase d'exploration pour les deux configurations ALFI. Pour chaque configuration, la configuration initiale de la section flexible et la configuration aux BP sont affichées.

chemin parcouru.

La phase d'exploration est simulée de la même façon que lors de l'analyse de l'espace de travail du RC-m spatial en Chapitre 4. L'orientation du champ magnétique est variée par continuation. Nous nous limitons ici à faire tourner le champ magnétique dans le plan dans lequel s'inscrit le robot après la phase de navigation. Cela nous permet de faire apparaître des bifurcations BP le long des branches d'équilibre, qui indiquent la déflexion maximale que peut effectuer la section flexible du RTC-m sous l'action du champ. Les diagrammes de bifurcation correspondant aux deux configurations ALFI sont représentés sur la Figure 5.8, ainsi que les configurations du robot aux deux bifurcations BP détectées. Les débattements angulaires atteints pour les deux configurations sont calculés en faisant la différence de l'angle d'Euler $a_{x,N}$ à chaque BP, qui correspond à l'orientation de l'extrémité du robot dans le plan. L'actionnement magnétique permet de réaliser des débattements angulaires de 390 degrés pour la configuration ALFI 1 et de 411 degrés pour la configuration ALFI 2. Ces débattements sont plus importants que ceux obtenus dans [Swaney et al., 2016] et [Prasai et al., 2016], où un robot à tendons est utilisé à l'extrémité d'un RTC pour améliorer sa dextérité distale. Ils obtiennent en effet des débattements angulaires de 140 degrés et de 320 degrés respectivement. On remarque aussi qu'entre les deux configurations ALFI, les simulations n'indiquent pas de grands changements au niveau du débattement angulaire ou au niveau de la trajectoire de l'extrémité.

5.3.3/ ÉVALUATION EXPÉRIMENTALE

L'expérience de navigation et d'exploration est réalisée à l'aide du dispositif expérimental décrit en section 5.2. Pendant la phase de navigation, les sections formées par les tubes concentriques sont déployées par incréments de 1.5 mm. Les incréments sont espacés dans le temps de 2 s pour permettre au RTC-m d'atteindre son équilibre. Pendant la phase d'exploration, les différentes orientations possibles du champ sont balayées

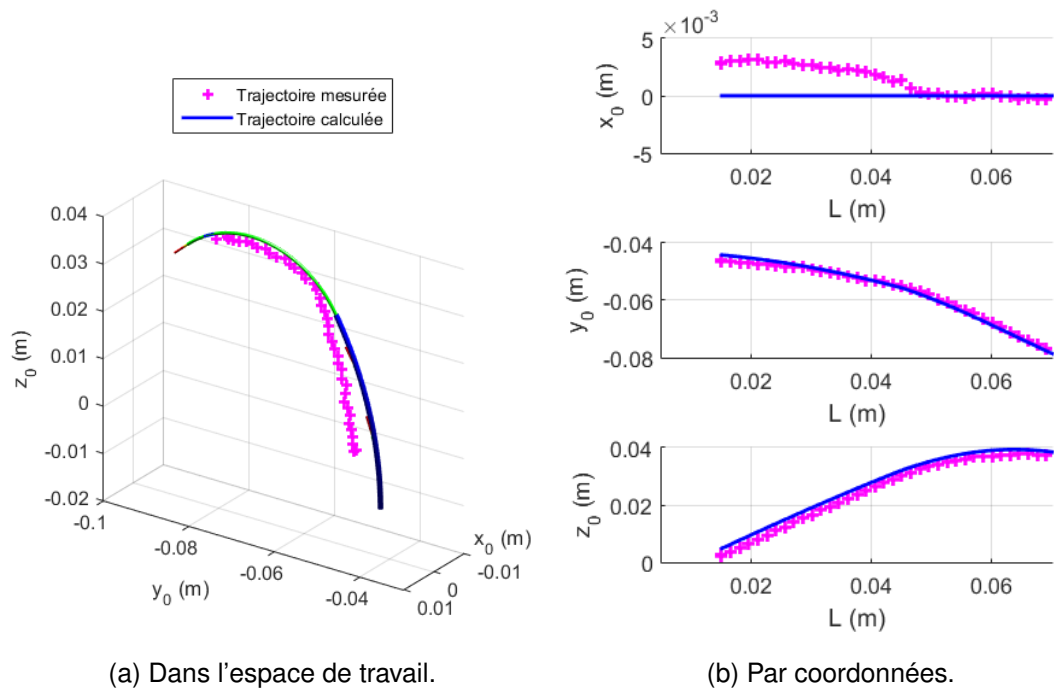


FIGURE 5.9 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats fournis par le modèle de RTC-m, pour la configuration ALFI 1. Le chemin à parcourir déterminé en simulation est indiqué par la forme du robot déployé sur la Figure (a).

en appliquant 30 orientations réparties régulièrement sur les intervalles $B_\phi \in [-\pi/2, \pi/2]$ et $B_\theta \in [0, 2\pi]$. Les consignes de champ magnétique sont générées au centre de l'espace de travail du Cardiomag, et sont envoyées toutes les 4 s de sorte à ce que le RTC-m atteigne son équilibre. Les relevés expérimentaux pour les deux chemins sont représentés sur les Figures 5.9, 5.10 et 5.11. Les croix violettes désignent la position du marqueur violet à l'extrémité des tubes mesurée au cours du déploiement. Les croix rouges représentent la position du marqueur orange à l'extrémité de du RTC-m au cours de la phase d'exploration. Les croix rouges sont liées par des traits pour uniquement faciliter la visualisation en mettant en évidence le chemin suivi pendant l'exploration.

Les performances de déploiement ALFI sont tout d'abord évaluées en comparant la trajectoire de l'extrémité des tubes à celle prédite par le modèle de RTC-m. Connaissant l'erreur de déploiement obtenue en simulation, il est possible ainsi d'obtenir des informations sur l'erreur de déploiement ALFI du prototype de RTC-m. Ces performances ne sont pas évaluées pour la configuration ALFI 2, puisque la position du marqueur n'a pas pu être suivie au début du déploiement à cause de problèmes d'occultation du marqueur. Ces problèmes d'occultation expliquent le manque de points de mesure sur la Figure 5.11 pour la phase de navigation.

Les chemins suivis par l'extrémité des tubes en simulation et pendant l'expérience sont superposés sur les graphes de la Figure 5.9b. La grandeur L correspond à la longueur déployée totale des tubes. Elle est calculée au cours du déploiement par la relation $L = \Delta L_2 + \Delta L_1$. Dans le cas de la configuration ALFI 1, on remarque dans un premier temps que le chemin suivi par l'extrémité des tubes n'est pas parfaitement compris dans le plan (y_0, z_0) comme le prévoit la théorie. Le déplacement hors plan maximal, porté par x_0 , est de 3.1 mm soit 4.4% de la longueur du robot lorsqu'il est complètement dé-

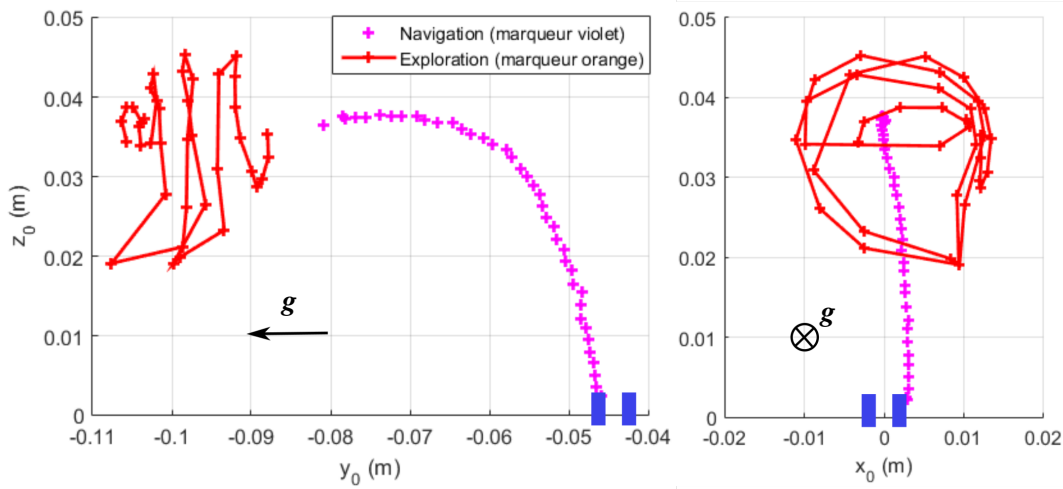


FIGURE 5.10 – Navigation en partant de la configuration ALFI 1 et exploration de l'espace de travail fourni par l'actionnement magnétique. Le point de sortie du robot est indiqué par deux rectangles bleus.

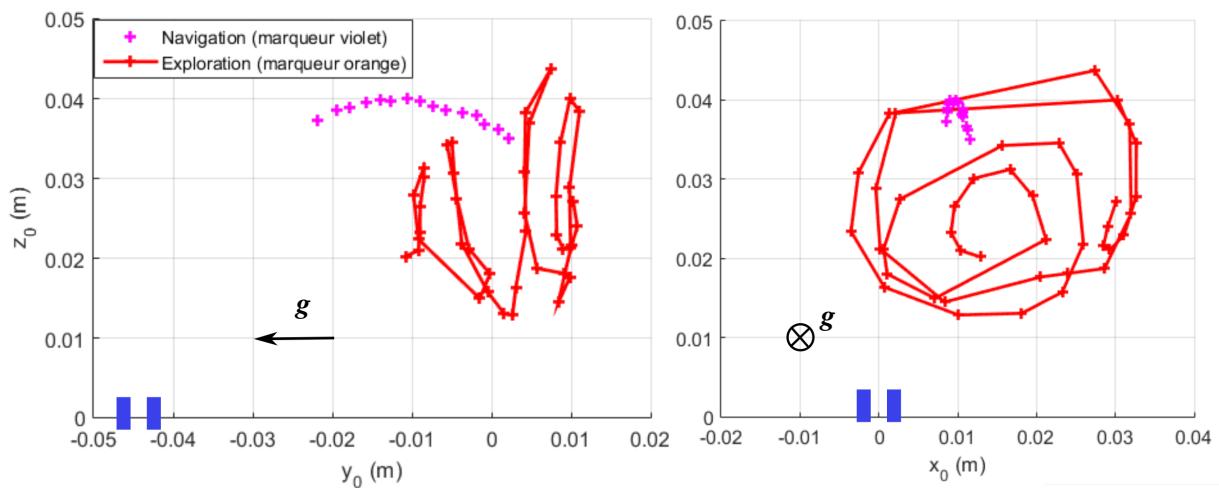


FIGURE 5.11 – Navigation en partant de la configuration ALFI 2 et exploration de l'espace de travail fourni par l'actionnement magnétique. Le point de sortie du robot est indiqué par deux rectangles bleus.

ployé. Le déplacement hors plan de l'extrémité est dû aux erreurs d'alignement des tubes. Ces erreurs d'alignement proviennent dans notre cas des erreurs de recalage de l'orientation relative des tubes et de la résolution en rotation de l'unité d'actionnement. Dans un second temps, on remarque que, au cours de l'expérience, le robot ne suit pas exactement le chemin prévu par la simulation. La distance entre les deux chemins est calculée en appariant les points les plus proches les uns des autres, et en calculant la distance cartésienne les séparant. L'appariement est réalisé à l'aide de la fonction *dsearchn* de Matlab, qui implémente l'algorithme QuickHull décrit dans [Barber et al., 1996]. La distance maximale est de 3.9 mm, ce qui correspond à 4.57% de la longueur déployée totale du robot. Le diamètre minimal du canal à travers lequel le robot peut se déployer sans toucher les parois est donc de 3.9 mm. L'erreur entre les deux chemins est certainement due aux incertitudes concernant la pré-courbure des tubes, leurs propriétés mécaniques et la pose proximale du robot. Elle nous semble cependant acceptable pour un premier

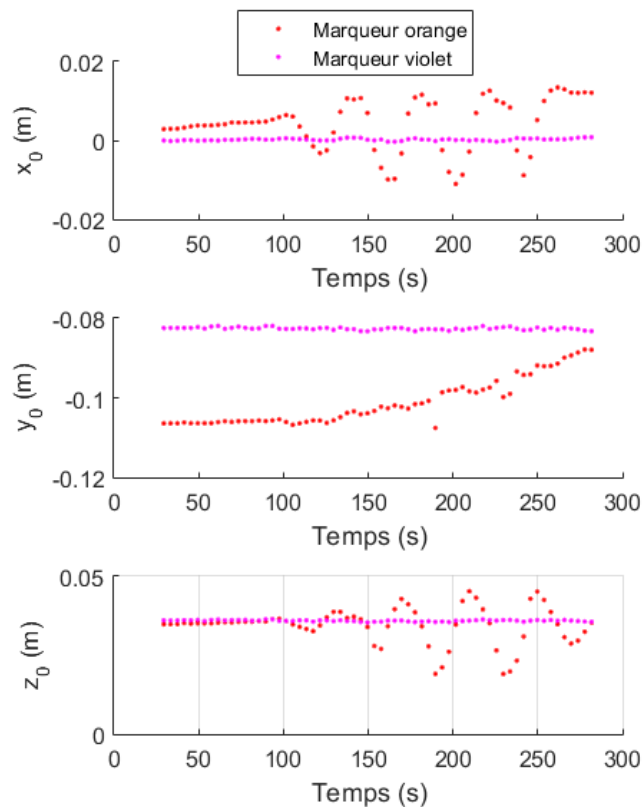


FIGURE 5.12 – Comparaison entre les déplacements des marqueurs orange à l'extrémité de l'aimant) et violet (à l'extrémité du tube intérieur en Nitinol) pendant la phase d'exploration.

prototype de RTC-m.

Ensuite, le volume des espaces de travail parcourus au cours de la phase d'exploration est évalué. Ces espaces de travail varient en forme et en volume selon la configuration atteinte à la fin de la navigation, comme montré sur les Figures 5.10 et 5.11. Cela constitue une différence notable avec les résultats obtenus en simulation. Cette différence est certainement due au fil de Nylon utilisé, dont le module d'élasticité doit probablement être inférieur au module standard considéré dans les simulations. L'étape de redressement du fil de Nylon peut également avoir modifié ses propriétés mécaniques. La gravité a alors un impact plus marqué sur la forme de la section flexible et donc sur la forme de l'espace de travail. Le volume délimité par la trajectoire de l'extrémité du RTC-m est calculé à l'aide de la fonction *boundary* de Matlab. Pour les configurations ALFI 1 et ALFI 2, les volumes valent respectivement $4.56e^{-6} \text{ m}^3$ et $6.07e^{-6} \text{ m}^3$. L'espace de travail fourni par l'actionnement magnétique pendant la phase d'exploration peut donc varier de manière significative, en termes de forme et de volume, en fonction du déploiement ALFI réalisé.

Enfin, le découplage entre les actionnements magnétiques et concentriques est étudié. Pour ce faire, le déplacement de l'extrémité du RTC-m est comparé au déplacement de l'extrémité des tubes pré-courbés pendant la phase d'exploration. Cette phase constitue en effet un pire cas du point de vue du découplage. Comme les tubes sont complètement déployés, leur raideur en flexion lors de l'application d'efforts à leur extrémité est mini-

male. Ils sont donc plus à même de se déformer sous l'effet du champ magnétique. Les déplacements des deux extrémités sont représentés en termes de coordonnées dans \mathcal{R}_0 sur la Figure 5.12. Le découplage est évalué en observant le déplacement maximal de l'extrémité des tubes et du RTC-m par rapport à leur position initiale. Pour la configuration ALFI 1, les déplacements maximaux suivant les trois axes sont respectivement $[0.8 \ 0.52 \ 0.34] 1e^{-3}$ m et $[10.6 \ 18.6 \ 10.5] 1e^{-3}$ m. Les déplacements de l'extrémité des tubes représentent donc $[7.6 \ 2.8 \ 3.2] \%$ des déplacements de l'extrémité du RTC-m. Le déplacement suivant x_0 est plus important car l'assemblage de tube est initialement compris dans le plan (y_0, z_0) . Sa raideur en flexion du point de vue des efforts appliqués à l'extrémité est minimale selon la direction normale à ce plan, qui est effectivement portée par x_0 . Il reste cependant inférieur à 8% du déplacement de l'extrémité du robot. La stratégie d'utiliser l'actionnement des tubes et l'actionnement magnétique de manière découplée pour contrôler le RTC-m nous semble donc possible.

Pour résumer, nous avons étudié ici les capacités de déploiement et d'espace de travail du RTC-m dans un scénario composé d'une phase de navigation et d'une phase d'exploration. Pendant la phase de navigation, les tubes sont placés dans une configuration ALFI et déployés à travers un canal d'accès. La simulation numérique et l'évaluation expérimentale montrent que le RTC-m suit approximativement le chemin à parcourir. Les erreurs de déploiement ALFI sont dues à la présence du marqueur de couleur à l'extrémité des tubes, et des incertitudes sur l'alignement et les propriétés des tubes. Elles restent néanmoins de l'ordre de 5% de la longueur totale du chemin à parcourir, ce qui nous semble acceptable pour un premier prototype. Pendant la phase de navigation, la section flexible du RTC-m est déployée afin d'explorer un espace de travail avec l'actionnement magnétique. Les simulations ont montré qu'au cours de l'exploration, la section flexible réalise des débattements angulaires de 390 degrés, plus importants que les robots continus d'exploration de la littérature. L'évaluation expérimentale a permis elle d'estimer le volume d'espace de travail couvert par l'actionnement magnétique, et d'observer l'impact de la gravité sur ce volume. Elle a également permis de valider l'utilisation des actionnements concentriques et magnétiques de manière découplée pour commander le RTC-m.

5.4/ ORIENTATION DE L'EXTRÉMITÉ AUTOUR DU SITE D'OPÉRATION

5.4.1/ DESCRIPTION DE L'EXPÉRIENCE

Le deuxième intérêt des RTC-m est de pouvoir utiliser l'actionnement concentrique et l'actionnement hybride de manière couplée pour atteindre une position et une orientation désirée dans l'espace. L'augmentation du nombre de degrés de liberté par rapport à un RTC ou un RC-m classique entraîne une augmentation des espaces de travail en position et en orientation. Nous faisons le choix de nous concentrer sur l'espace de travail en orientation, qui a été peu étudié dans la communauté des robots continus. Plus particulièrement, nous considérons l'expérience illustrée sur la Figure 5.13. Le RTC-m est déployé dans un canal d'accès jusqu'à atteindre une cavité, sur les parois de laquelle se trouve le site d'opération, représenté par une croix rouge. Le robot est ensuite commandé de manière à faire varier l'orientation de son extrémité par rapport au site d'opération, en



FIGURE 5.13 – Schéma de principe de l'expérience d'orientation autour du site d'opération.

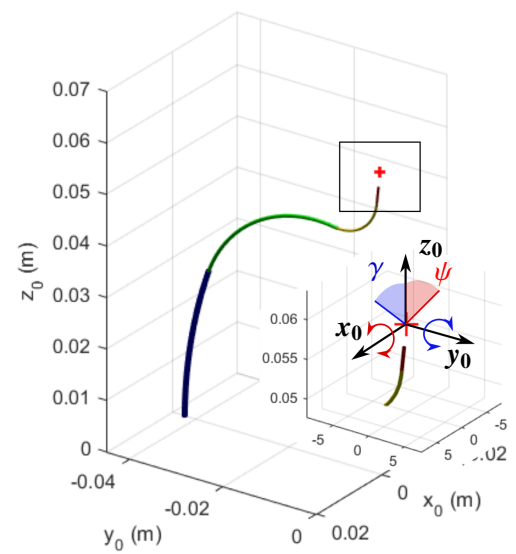


FIGURE 5.14 – Configuration initiale du robot dans \mathcal{R}_0 .

respectant les contraintes imposées par le canal d'entrée. Cette tâche d'orientation s'est révélée critique pour assurer un angle d'approche optimal avec les tissus permettant leur visualisation et leur traitement dans [Hendrick et al., 2015b]. Les objectifs de cette expérience sont de démontrer l'applicabilité des RTC-m dans ce genre de scénarios, et d'évaluer les débattements angulaires réalisés par l'extrémité du robot au niveau du site d'opération. L'expérience est maintenant décrite en détail.

Comme expliqué dans [Li et al., 2017], l'espace de travail en orientation est d'autant plus important que le débattement angulaire du robot est élevé. Nous réalisons donc l'expérience sur la structure 1 de RTC-m, dont la section flexible présente un débattement angulaire important lors de la manipulation magnétique. Le robot est déployé dans la configuration ALFI 2 décrite en section 5.3, qui permet par la suite une mesure robuste de l'orientation. Nous considérons notamment que la section 4 (voir Figure 5.5) uniquement du robot traverse le canal d'accès, comme indiqué sur la Figure 5.13. La section 3 et la section flexible 2 peuvent alors se mouvoir dans la cavité pour réaliser la tâche d'orientation. Le champ magnétique est considéré comme homogène, d'amplitude $B_r = 40$ mT et initialement porté par l'axe z_0 . La configuration initiale du RTC-m est présentée sur la Figure 5.14. Nous considérons que la position du site d'opération, que l'on note p_d , correspond à la position de l'extrémité du robot quand ce dernier est déployé. Le site d'opération est représenté par une croix rouge sur la Figure 5.14. L'orientation de l'extrémité est finalement réalisée autour des axes du repère \mathcal{R}_0 , qui représente alors la pose d'un site d'opération fixe dans l'espace de travail. Nous nous concentrons plus particulièrement sur l'orientation de l'extrémité autour de x_0 et y_0 . Les angles parcourus selon ces deux axes sont notés respectivement ψ et γ , et sont représentés sur la Figure 5.14. Au cours de l'expérience, nous cherchons alors à évaluer les débattements maximaux des angles ψ et γ atteignables lorsque l'extrémité est fixée en p_d .

La commande permettant de fixer l'extrémité du RTC-m en p_d et de faire varier son orientation est réalisée en boucle ouverte. La commande en boucle ouverte nécessite de pouvoir calculer les différentes configurations du robot et les variables articulaires corres-

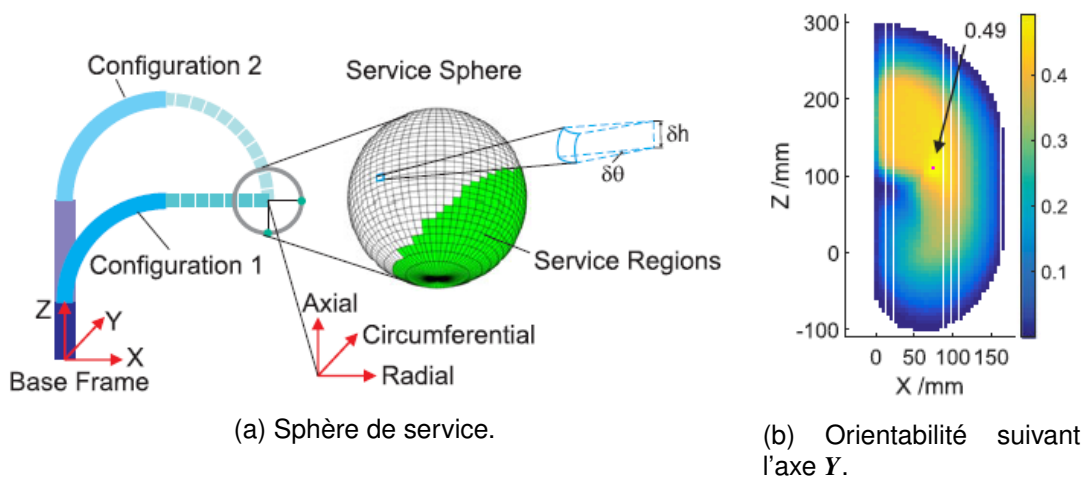


FIGURE 5.15 – Évaluation de l'orientabilité de robots continus composés d'actionnement concentrique et d'actionnement à tendons [Wu et al., 2017].

pendantes pendant la tâche d'orientation. Ce calcul n'est pas trivial, du fait du comportement non-linéaire du RTC-m, de l'existence de plusieurs configurations pour une même orientation de l'extrémité de la présence potentielle de changements de cardinalité et de stabilité. Nous recherchons donc dans la suite une méthode numérique robuste permettant de simuler la tâche d'orientation et de calculer les variables articulaires nécessaires à sa réalisation. Le problème de trouver les configurations du RTC-m partageant la même position de l'extrémité mais avec différentes orientations est proche de celui d'évaluer l'orientabilité du robot en p_d . Comme introduit en chapitre 1, l'orientabilité désigne en effet l'ensemble des orientations que le robot peut avoir lorsque son extrémité est fixée en un point ou une zone de l'espace. Nous recherchons donc dans la suite une méthode numérique parmi celles déjà proposées pour évaluer l'orientabilité des robots continus.

5.4.2/ MÉTHODE NUMÉRIQUE POUR LE CALCUL DES VARIABLES ARTICULAIRES PENDANT LA TÂCHE D'ORIENTATION

ÉVALUATION DE L'ORIENTABILITÉ DES ROBOTS CONTINUS

L'analyse de l'orientabilité des robots continus est un sujet de recherche récent. Elle a été réalisée numériquement pour des robots continus actionnés à l'aide de tubes concentriques, de tendons et de polymères électro-actifs [Chikhaoui et al., 2016b, Wu et al., 2017, Li et al., 2017]. Les robots étudiés ont tous au moins 6 degrés de liberté, et ont donc la capacité de contrôler la position et de faire varier l'orientation de leur extrémité. Le but des méthodes numériques existantes est d'analyser l'évolution de l'orientabilité de ces robots dans leur espace de travail. Deux types de méthodes ont été proposés, qui utilisent des modèles géométriques directs ou inverses de robot continu. Nous décrivons maintenant chaque type de méthode.

Wu *et al* et Chikhaoui *et al* proposent de travailler sur un modèle géométrique direct de robot continu composé de sections à courbure constante. Ce modèle prend en entrée la courbure, le plan de courbure et la longueur des sections du robot continu et est donc indépendant de la stratégie d'actionnement utilisée. La méthode numérique consiste à

calculer toutes les configurations possibles du robot pour des intervalles de courbure, de plan de courbure et de longueur de section donnés. Tout d'abord, ces intervalles sont discrétisés de manière aléatoire. Ensuite, le modèle géométrique direct de robot continu est résolu pour chaque jeu de coordonnées articulaires, donnant un ensemble de configurations de robot. La discrétisation et la résolution du modèle sont réalisées à l'aide d'une méthode de Monte-Carlo. Puis, le volume autour du site d'opération est défini. Il peut être obtenu en discrétisant l'espace de travail en termes de coordonnées cartésiennes, formant un ensemble de voxels dont les dimensions sont définies par l'utilisateur [Wu et al., 2017]. Chaque voxel représente alors un volume d'opération. Ce volume peut aussi être obtenu en définissant un voxel sphérique, de rayon donné et centré sur la position du site d'opération [Chikhaoui et al., 2016b]. Enfin, les configurations de robot dont l'extrémité est incluse dans le volume d'opération sont rassemblées, donnant un ensemble discret d'orientations de l'extrémité. Ces orientations sont représentées sur une sphère dite de service placée à l'extrémité du robot et discrétisée en un nombre fini de facettes, comme montré sur la Figure 5.15a. Une facette représente une orientation possible du robot si la tangente à l'extrémité d'au moins une des configurations du volume d'opération la traverse. L'orientabilité est alors définie comme étant le ratio entre l'aire formée par les facettes traversées, représentées en vert, et l'aire totale de la sphère. Elle est évaluée pour chaque voxel, donnant une carte d'orientabilité totale ou suivant un axe fixe dans l'espace de travail, comme celui montré sur la Figure 5.15b pour un robot continu à trois sections.

Li *et al.* proposent quant à eux d'évaluer l'orientabilité en un point de l'espace de travail en résolvant le problème géométrique inverse du robot continu [Li et al., 2017]. Par résoudre le modèle géométrique inverse, nous entendons calculer les variables articulaires du robot permettant d'atteindre une pose de l'extrémité désirée. L'utilisation de cette méthode, qui considère aussi l'hypothèse de sections à courbure constante, leur permet de fixer l'extrémité en un point désiré de l'espace p_d et de faire varier l'orientation désirée de l'extrémité a_d . Tout d'abord, une orientation est choisie pour chaque facette de la sphère de service. Le problème géométrique inverse est ensuite résolu en fixant la pose de l'extrémité du robot et en inversant numériquement le modèle géométrique direct à l'aide de la méthode Levenberg-Marquardt. Si l'algorithme converge, l'orientation est atteignable par le robot et la facette de la sphère correspondante est ajoutée à la surface atteignable. De plus, les variables articulaires correspondant à la pose fixée sont calculées. Dans le cas contraire, l'orientation est considérée comme non atteignable par le robot. L'opération est répétée pour chaque facette de la sphère, et pour plusieurs positions dans l'espace de travail afin d'obtenir une carte d'orientabilité.

Les méthodes numériques se basant sur le modèle géométrique direct de robot continu ne semblent pas adaptées pour calculer les variables articulaires du RTC-m pendant la tâche d'orientation. Elles ne permettent pas de calculer les configurations du robot en un point précis de l'espace de travail mais dans un volume autour de ce point. De plus, la précision de l'évaluation dépend du nombre de points dans l'espace articulaire considérés pendant la phase de discrétisation. Ce nombre de points doit être d'autant plus important que le volume d'opération est faible. Lorsque ce volume est réduit, l'orientabilité doit être à nouveau évaluée dans tout l'espace de travail avec un pas de discrétisation plus fin, ce qui peut devenir coûteux en ressources de calcul. La résolution du problème géométrique inverse proposée dans [Li et al., 2017] est plus adaptée à nos besoins car permet d'évaluer l'orientabilité du robot continu en un point précis de l'espace de travail. Cependant, l'hypothèse de courbure constante n'est pas applicable aux RC-m, comme expliqué

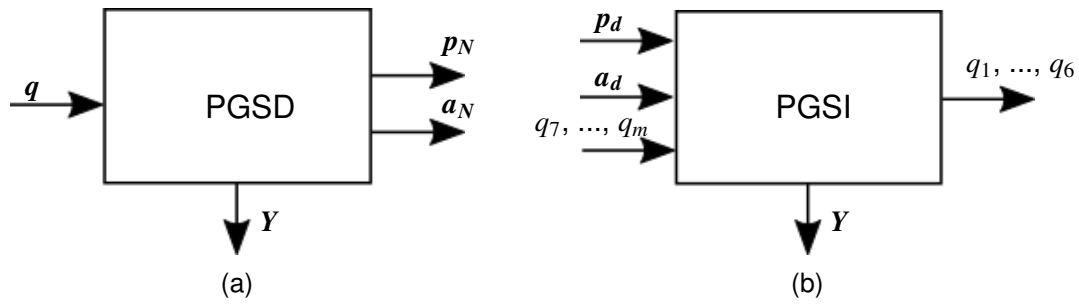


FIGURE 5.16 – Représentation des entrées et sorties des problèmes géométrico-statique directs (PGSD) et inverses (PGSI) formulés à partir du modèle implicite de robot continu.

en section 2.1 du Chapitre 2, et donc aux RTC-m. Il n'est donc pas possible d'appliquer directement la méthode numérique de [Li et al., 2017]. Pour calculer les variables articulaires, nous proposons donc une extension de cette méthode en considérant le problème géométrique inverse de robot continu soumis à des efforts extérieurs. Nous emploierons le terme de problème géométrico-statique inverse par la suite, puisqu'il prend en compte ces efforts extérieurs.

DÉVELOPPEMENT DE LA MÉTHODE NUMÉRIQUE

Résoudre le problème géométrico-statique inverse (PGSI) de RTC-m doit permettre de calculer la rotation et la translation des tubes, la translation de la section flexible et le champ magnétique en fonction de la position et de l'orientation désirées p_d et a_d . Comme expliqué en Chapitre 2, inclure la torsion des tubes et les efforts extérieurs dans le modèle géométrique de robot continu implique de manipuler un problème aux conditions limites, qu'il n'est pas possible ou très difficile de résoudre et d'inverser. Nous avons vu que discrétiser le robot le long de sa longueur d'arc et exprimer les équations différentielles du modèle avec des différences finies permet de rendre leur résolution numérique plus aisée. Nous exprimons donc le PGSI à partir du modèle géométrico-statique de robot continu discret développé précédemment. Ce dernier consiste en un système d'équations de contraintes non-linéaires, qui s'écrivent :

$$G(Y, a_N, p_N, q) = \mathbf{0} \quad (5.4.1)$$

où p_N et a_N sont respectivement la position et l'orientation du nœud N à l'extrémité du robot, Y contient les autres états qui décrivent la configuration du robot, et $q = [q_1 \ q_2 \ \dots \ q_m]$ est le vecteur contenant les m variables articulaires du robot. Les structures envisagées de RTC-m possèdent toutes au moins 6 degrés de liberté, donc $m \geq 6$.

Le modèle (5.4.1) constitue un modèle géométrico-statique implicite de robot continu. Les modèles géométriques implicites ont été utilisés en robotique sérielle et parallèle [Wampler et al., 1995, Andreff et al., 2006], ainsi que pour des robots continus parallèles [Black et al., 2018]. Ils permettent de formuler les problèmes géométriques directs et inverses en considérant les mêmes équations de contrainte à résoudre. Dans les simulations numériques précédentes, nous résolvions le problème géométrico-statique direct (PGSD) en fixant q , et en calculant Y , p_N et a_N par la résolution de (5.4.1). Les entrées et sorties du PGSD sont représentées sur la Figure 5.16a. Nous voulons maintenant résoudre le PGSI, qui consiste dans notre cas à fixer l'extrémité en une position p_d et une

orientation a_d désirée, et à en déduire Y ainsi que les variables articulaires q . Le modèle géométrico-statique implicite (5.4.1) devient alors :

$$G(Y, a_d, p_d, q) = \mathbf{0} \quad (5.4.2)$$

Pour ce faire, nous suivons l'approche de [Black et al., 2018], qui consiste à calculer 6 des variables articulaires en fonction de p_d et a_d , à savoir $[q_1 \dots q_6]$. Les variables articulaires restantes $[q_7 \dots q_m]$ sont déterminées par l'utilisateur, et sont donc des entrées du PGSI. Elles peuvent être fixées comme constantes, ou utilisées afin de réaliser une tâche secondaire en parallèle du contrôle de pose de l'extrémité. Les entrées et sorties du problème inverse sont représentées sur la Figure 5.16b.

Le problème inverse est ici écrit pour réaliser une commande en pose complète de l'extrémité du robot. Il peut être facilement étendu au cas d'une commande en pose partielle, où une partie seulement des coordonnées de p_d et a_d sont fixées. Dans ce cas, $p < 6$ degrés de liberté sont nécessaires pour réaliser la commande. Nous calculons donc p variables articulaires en résolvant (5.4.2), et fixons la valeur des autres.

La tâche d'orientation est simulée dans la suite en fixant la valeur de p_d et en résolvant (5.4.2) pour plusieurs valeurs de a_d . Cette étape peut être compliquée à réaliser à l'aide de la méthode de Levenberg-Marquardt utilisée dans [Li et al., 2017]. Au cours de l'orientation de l'extrémité, le robot peut atteindre des formes complexes difficiles à prédire, et donc à calculer avec des méthodes dont la stabilité numérique dépend de la solution initiale fournie. De plus, comme développé dans le Chapitre 3, les RTC et les RC-m sont sujets à des instabilités élastiques et à des changements de cardinalité qui peuvent mettre en défaut les méthodes de résolution classiques. Nous utilisons donc la méthode de continuation pour faire varier l'orientation désirée a_d et résoudre le MGI tout en étant robuste à ses non-linéarités et à ses éventuels changements de cardinalité et de stabilité.

5.4.3/ SIMULATION NUMÉRIQUE

APPLICATION DE LA MÉTHODE NUMÉRIQUE POUR LA TÂCHE D'ORIENTATION

La simulation du robot et le calcul des variables articulaires pendant la tâche d'orientation sont réalisés avec notre méthode en quatre temps. Dans un premier temps, les rotations de l'extrémité autour de x_0 et de y_0 à réaliser sont exprimées en termes d'angles d'Euler "ZYX" désirés a_d . Lorsque le robot est dans sa configuration initiale, son extrémité est portée par l'axe z_0 comme représenté sur la Figure 5.17a. Il existe alors une relation simple entre (ψ, γ) et les composantes a_{dx} , a_{dy} et a_{dz} de a_d , spécifique à l'expérience d'orientation simulée ici, qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \text{Rot}(\psi, x_0) : \quad a_{dx} = \psi \Leftrightarrow a_{dy} = 0 \\ \text{Rot}(\gamma, y_0) : \quad a_{dy} = \gamma \Leftrightarrow a_{dx} = 0 \end{aligned} \quad (5.4.3)$$

La tâche d'orientation implique donc de faire varier a_{dy} , ce qui peut amener le robot à rentrer dans une configuration singulière du point de vue des angles d'Euler si $a_{dy} = \pm\pi/2$. Pour répondre en partie à ce problème, nous proposons de projeter la forme, l'orientation du robot et les efforts extérieurs qui lui sont appliqués dans un nouveau repère \mathcal{R}'_0 qui minimise l'apparition de singularités. Ce repère est déterminé empiriquement. Il est obtenu

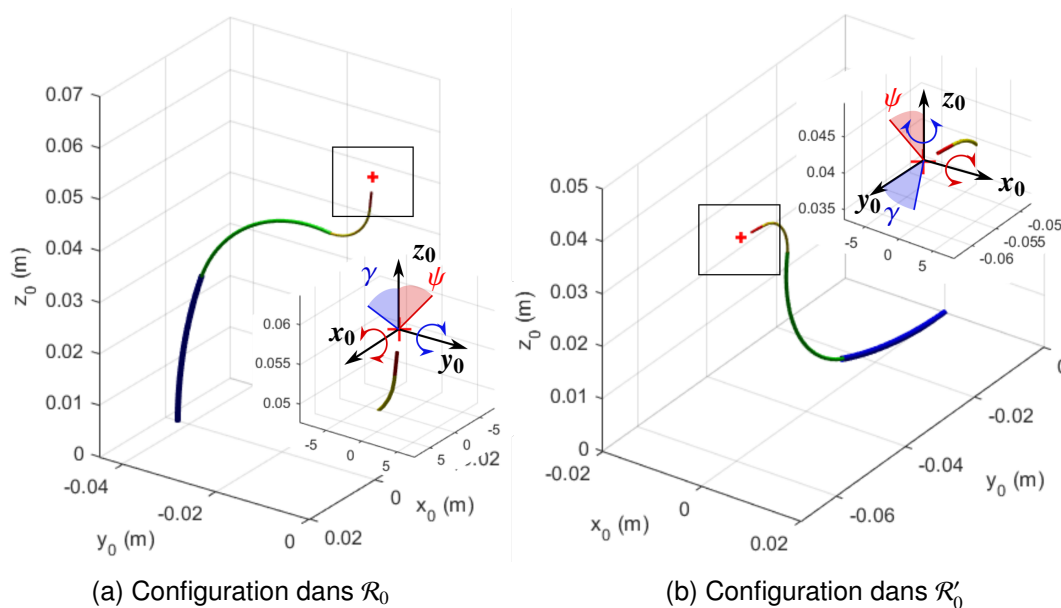


FIGURE 5.17 – Configuration initiale choisie pour l'évaluation de l'orientabilité du RTC-m

en appliquant à \mathcal{R}_0 une rotation d'angles d'Euler ZY'X" $[-\pi/2 \ 0 \ \pi]$. La configuration initiale du robot dans \mathcal{R}'_0 est présentée sur la Figure 5.17b. Dans \mathcal{R}'_0 , la relation (5.4.3) devient :

$$\begin{aligned} Rot(\psi, \mathbf{x}_0) : \quad a_{dx} = \psi \Leftrightarrow a_{dz} = 0 \\ Rot(\gamma, \mathbf{y}_0) : \quad a_{dz} = \gamma \Leftrightarrow a_{dx} = 0 \end{aligned} \quad (5.4.4)$$

L'angle a_{dy} paramètre alors la rotation axiale de l'extrémité.

Dans un second temps, le PGSI est formulé en fixant \mathbf{p}_d , a_{dx} et a_{dz} à l'aide de 5 degrés de liberté. L'angle d'Euler désiré a_{dy} est laissé libre de manière à ne pas contraindre le RTC-m pendant la tâche d'orientation. Nous avons en effet observé au cours des simulations que le fait de ne pas contraindre la rotation axiale de l'extrémité a_{dy} permet d'obtenir de plus grands débattements angulaires pour les angles ψ et γ . Nous réalisons ainsi une commande en pose partielle de l'extrémité du robot à l'aide de 5 degrés de liberté. Le 6ème degré de liberté est utilisé pour réaliser une tâche secondaire visant à minimiser la déformation du robot dans le canal d'accès, donc le long de la section 4 de la colonne. Pour ce faire, nous choisissons la stratégie de fixer la rotation du tube extérieur α_3 . En effet, comme le tube 3 a une raideur dominante par rapport au tube 1, et qu'il n'est quasiment pas déformé par les efforts magnétiques, cette rotation est majoritairement responsable des déformations de la section 4. Les variables articulaires utilisées pour réaliser la tâche d'orientation sont donc α_2 , ΔL_4 , ΔL_3 , B_ϕ et B_θ .

Dans un troisième temps, les angles γ et ψ sont variés par continuation. L'angle γ (respectivement ψ) est augmenté et diminué en partant de l'orientation initiale du RTC-m. La méthode prédicteur-correcteur permet de calculer les différentes configurations et variables articulaires résultantes du robot, jusqu'à éventuellement arriver à une valeur limite de γ (respectivement ψ) pour laquelle le pas de continuation devient infiniment petit. Ce phénomène indique l'incapacité du robot à orienter son extrémité au-delà d'une certaine valeur, qui correspond à l'orientation maximale atteignable pour la position \mathbf{p}_d et l'axe de rotation considéré.

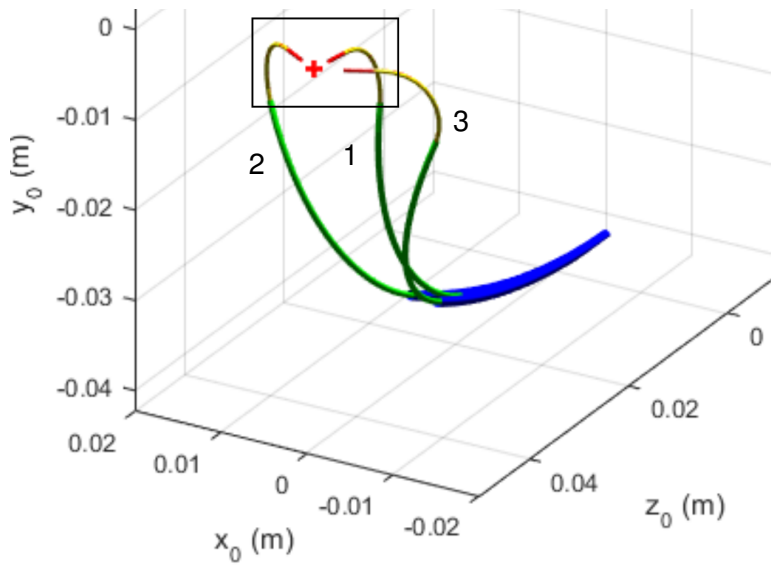
Dans un quatrième temps, les configurations de robot ainsi que les champs magnétiques calculés par continuation sont projetés dans \mathcal{R}_0 .

RÉSULTATS

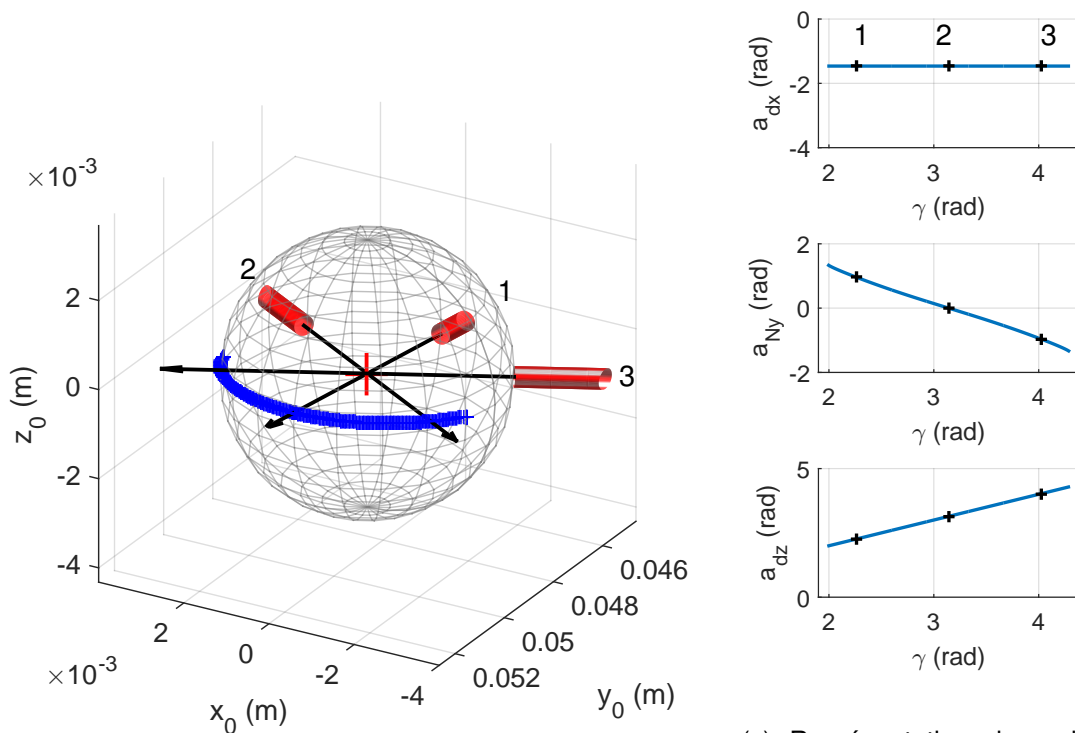
Les paramètres numériques utilisés pour la simulation sont rassemblés dans le Tableau 5.4. Les résultats concernant la variation de γ sont présentés sur la Figure 5.18, que nous analysons en détail maintenant. On peut tout d'abord voir sur la Figure 5.18a que la méthode d'évaluation proposée ici fournit effectivement les différentes configurations du RTC-m lorsque son extrémité est fixée en p_d . Trois de ces configurations sont représentées dans le repère \mathcal{R}_0 , dont les tangentes à l'extrémité sont concourantes au niveau du site d'opération. L'évolution de l'orientation de l'extrémité peut ensuite être représentée de plusieurs manières. Elle est représentée sous la forme d'une sphère de service sur la Figure 5.18b. Cette sphère de service est construite en calculant l'intersection de la tangente à l'extrémité du RTC-m avec une sphère de rayon 5 mm et centrée en p_d . Dans notre cas, l'orientation de l'extrémité autour d'un axe fixe permet d'obtenir une courbe sur la surface de la sphère, représentée par une ligne bleue. Cette courbe est contenue dans le plan (x_0, z_0) , dont le vecteur normal y_0 est l'axe fixe de rotation. Puisque le centre de rotation de l'extrémité correspond au centre de la sphère, ce plan passe également par le centre de la sphère. L'évolution de l'orientation peut aussi être représentée en termes d'angles d'Euler, comme montré sur la Figure 5.18c. On peut voir que l'angle a_{dx} est fixe et que a_{Ny} varie librement au cours du processus de continuation. Ce graphe permet aussi d'évaluer les valeurs limites de a_{dz} , qui correspondent aux orientations extrêmes atteignables par le robot tout en maintenant son extrémité à p_d . La plage de variation angulaire est ici de 2.3 rad, soit de 131.8 degrés.

Les résultats de l'évaluation d'orientabilité en faisant varier ψ sont présentés sur la Figure 5.19. Notre méthode numérique calcule avec succès les différentes configurations du RTC-m dont l'extrémité est fixée en p_d . Trois d'entre elles sont représentées sur la Figure 5.19a. La courbe obtenue sur la sphère de service, représentée en bleu sur la Figure 5.19b, est contenue dans le plan (y_0, z_0) puisque l'axe de rotation est x_0 . Nous précisons que, sur la Figure 5.19c, l'angle a_{Ny} reste proche de 0 malgré le fait qu'il soit libre pendant la tâche d'orientation. Le débattement angulaire obtenu est plus important que précédemment, et atteint 4.6 rad soit 265.3 degrés.

La méthode d'évaluation proposée permet également de calculer les coordonnées articulaires permettant de faire varier l'orientation de l'extrémité, puisqu'elles font partie du vecteur d'état obtenu en résolvant le PGSI. La variation des variables d'actionnement du RTC-m lorsque γ varie est présentée sur la Figure 5.20. On obtient alors un chemin dans l'espace articulaire à suivre afin de faire varier l'orientation de l'extrémité autour de x_0 ou de y_0 en fixant sa position en p_d .



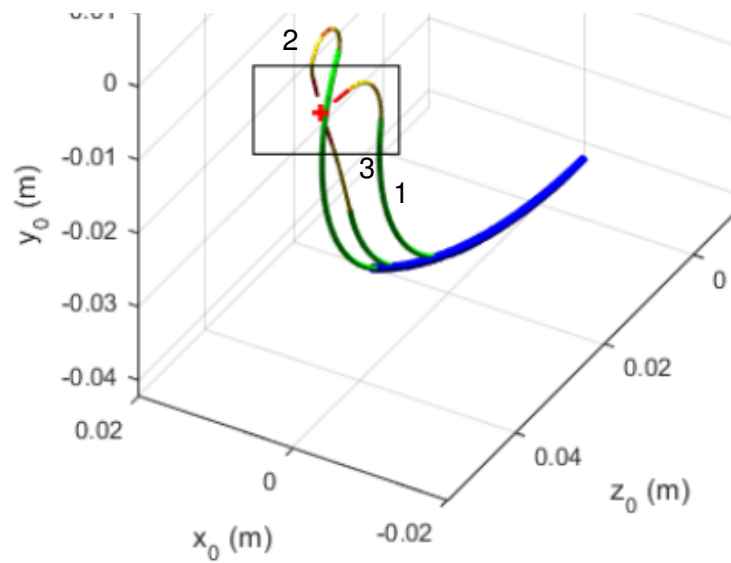
(a) Configurations de RTC-m obtenues au cours de la continuation. La position du site d'opération p_d est indiquée par une croix rouge.



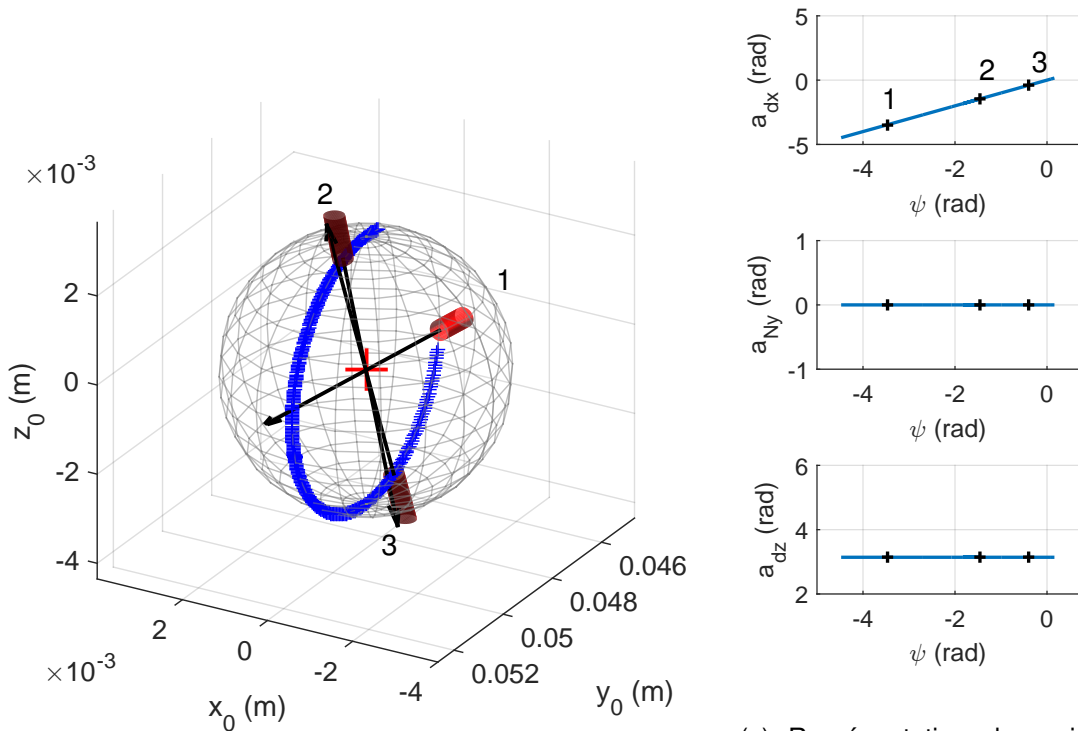
(b) Représentation des orientations de l'extrémité calculées (en bleu) sur une sphère de service.

(c) Représentation des orientations de l'extrémité calculées avec les angles d'Euler ZY'X".

FIGURE 5.18 – Résultats de la simulation de la tâche d'orientation autour de y_0 . Les configurations du robot sont calculées en faisant varier l'angle γ par continuation et en résolvant le PGSI.



(a) Configurations de RTC-m obtenues au cours de la continuation. La position du site d'opération p_d est indiquée par une croix rouge.



(b) Représentation des orientations de l'extrémité calculées (en bleu) sur une sphère de service.

(c) Représentation des orientations de l'extrémité calculées avec les angles d'Euler ZY'X".

FIGURE 5.19 – Résultats de la simulation de la tâche d'orientation autour de x_0 . Les configurations du robot sont calculées en faisant varier l'angle ψ par continuation et en résolvant le PGSI.

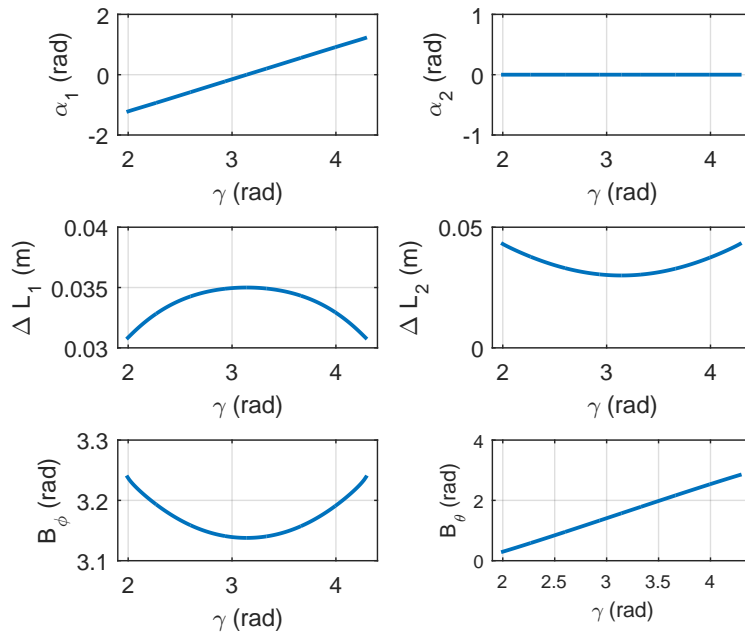


FIGURE 5.20 – Évolution des variables articulaires au cours de la tâche d'orientation autour de y_0 .

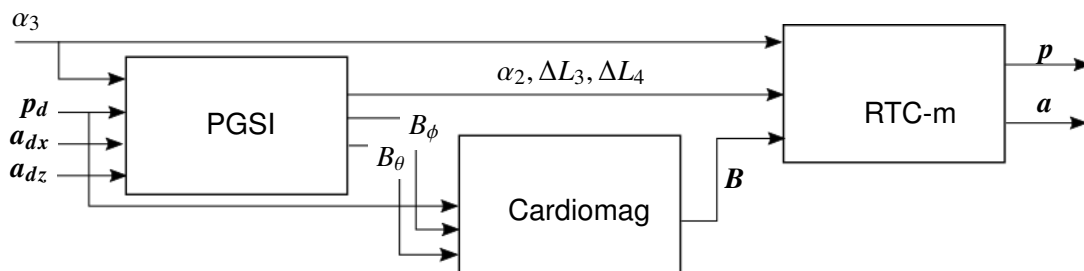


FIGURE 5.21 – Schéma-bloc de la commande en boucle ouverte du RTC-m utilisée pour la tâche d'orientation.

5.4.4/ ÉVALUATION EXPÉRIMENTALE

COMMANDE DU RTC-M

Nous réalisons maintenant l'orientation de l'extrémité autour du site d'opération avec le dispositif expérimental présenté précédemment. Au cours de la commande en boucle ouverte, les chemins articulaires calculés précédemment sont appliqués au prototype de RTC-m. Le schéma-bloc de la commande résultant est présenté sur la Figure 5.21. Les chemins articulaires sont parcourus en 3 phases, en partant de la configuration initiale décrite précédemment. Pendant la première phase, l'angle γ (ou ψ) est incrémenté de manière à effectuer un débattement angulaire de 65 degrés en 20 pas. Les pas sont espacés dans le temps de 3s afin que le RTC-m atteigne son régime permanent. Pendant la seconde phase, l'angle est décrémenté de manière à effectuer un débattement de 130 degrés en 40 pas. Pendant la troisième phase, l'angle est incrémenté à nouveau de manière à revenir à la configuration initiale en 20 pas.

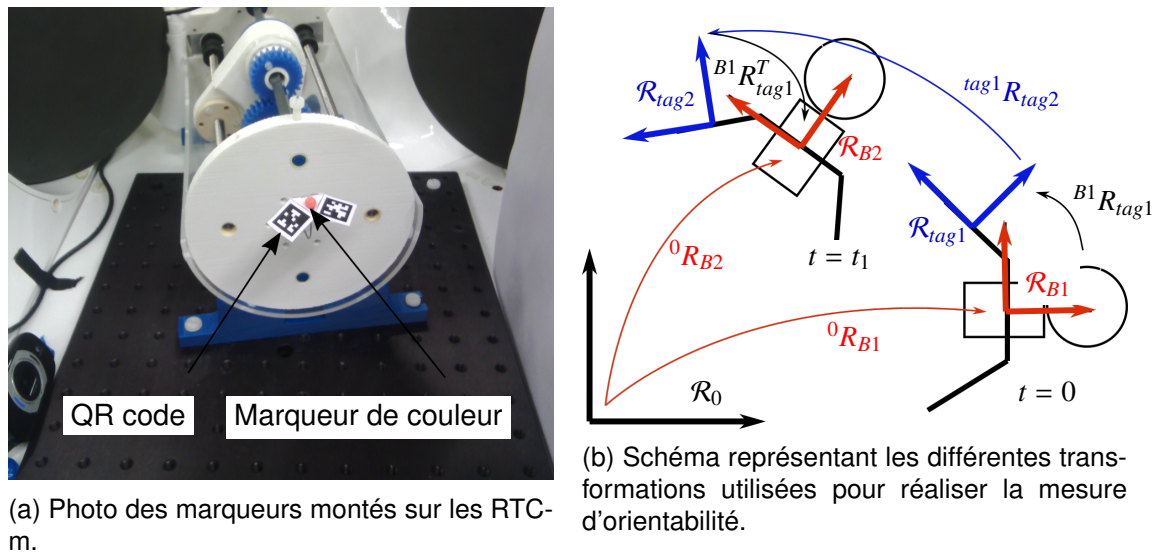


FIGURE 5.22 – Marqueurs visuels utilisés pour l'évaluation expérimental de l'orientabilité.

Lors de l'étude numérique, le champ magnétique utilisé pour commander le robot était supposé homogène. Pour se rapprocher de cette hypothèse en pratique, le champ magnétique produit par le Cardiomag est généré au plus proche de l'aimant en imposant un gradient de champ nul. Il est notamment généré en p_d , puisque l'extrémité du robot restera dans son voisinage pendant l'expérience grâce à la commande en boucle ouverte.

MESURE DE L'ORIENTATION

L'orientation de l'extrémité est mesurée à l'aide de QR codes et de la librairie C++ AprilTag utilisée précédemment pour l'unité d'actionnement. La mesure d'orientation d'un marqueur est réalisée avec des erreurs inférieures à 1 degré, pour des débattements angulaires allant jusqu'à ± 70 degrés environ [Olson, 2011]. Plus précisément, un assemblage de 3 QR codes disposés à 120 degrés les uns des autres est fixé autour de l'aimant distal, comme montré sur la Figure 5.22a. L'assemblage est réalisé en imprimant son patron sur une feuille de papier et en le pliant à la main. Cela permet d'obtenir simplement un marqueur de taille suffisante pour être observé par les caméras et de masse négligeable par rapport à celle de l'aimant. Cependant, la position et l'orientation relative des marqueurs entre eux et avec l'extrémité du robot ne sont pas connues. Les QR codes sont donc utilisés pour mesurer une orientation relative entre leur pose initiale et leur pose pendant le parcours de la trajectoire. Les différents repères associés à l'extrémité du RTC-m et aux marqueurs sont représentés sur la Figure 5.22b. Les repères \mathcal{R}_{B1} et \mathcal{R}_{tag1} sont les repères à l'extrémité du RTC-m et attachés au QR code respectivement, lorsque le robot est dans sa configuration initiale. Au cours de l'expérience, à un instant t_1 , il atteint une nouvelle configuration où la pose de son extrémité et du même QR code sont paramétrés par les repères \mathcal{R}_{B2} et \mathcal{R}_{tag2} respectivement. L'orientation de l'extrémité du RTC-m à l'instant t_1 peut être exprimée par la relation :

$${}^0R_{B2} = {}^0R_{B1} {}^{B1}R_{tag1} {}^{tag1}R_{tag2} {}^{B1}R_{tag1}^T \quad (5.4.5)$$

La mesure relative d'orientation du QR code fournit la matrice de rotation ${}^{tag1}R_{tag2}$. L'orientation initiale du robot, paramétrée par ${}^0R_{B1}$, est estimée par le modèle géométrique.

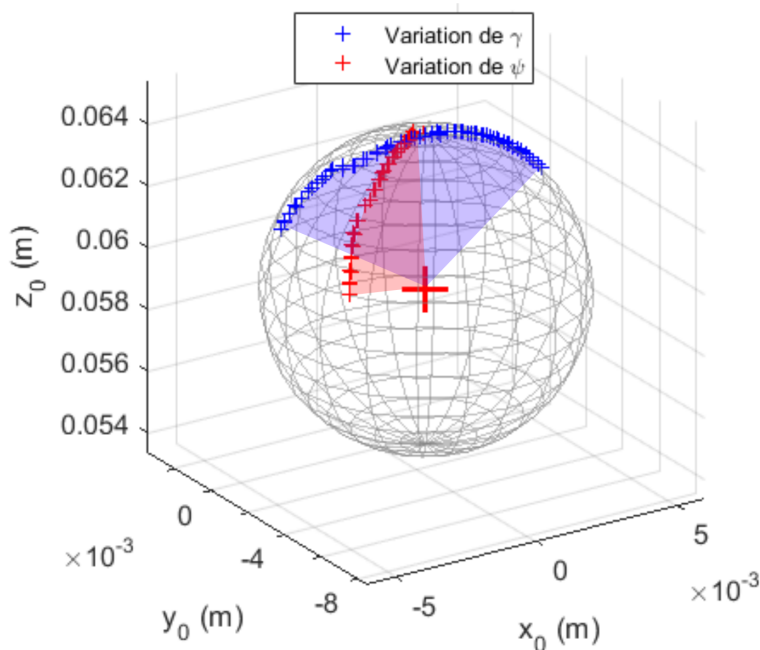


FIGURE 5.23 – Orientations de l'extrémité obtenues expérimentalement pendant la tâche d'orientation autour de y_0 en bleu et autour de x_0 en rouge.

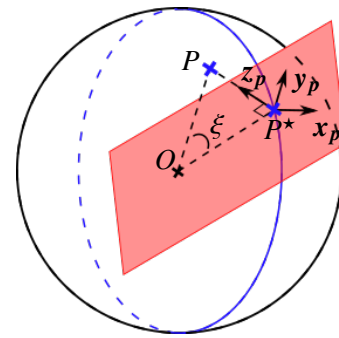


FIGURE 5.24 – Représentation des vecteurs et angles utilisés pour le traitement des orientations mesurées.

Comme la rotation ${}^{B1}R_{tag1}$ n'est pas connue mais est constante au cours de l'expérience, on la suppose égale à l'identité dans la suite. L'équation (5.4.5) permet donc de calculer l'orientation du RTC-m à une rotation constante près. La position de l'extrémité du robot est mesurée à l'aide d'un marqueur orange fixé à l'extrémité de l'aimant, également visible sur la Figure 5.22.

RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX

Les mesures expérimentales de l'orientation de l'extrémité du RTC-m au cours de l'expérience sont représentées sur une sphère de service sur la Figure 5.23. Le nombre de points expérimentaux obtenus lors de la rotation (ψ, x_0) est inférieur à celui obtenu lors de la rotation (γ, y_0) du fait de problèmes de détection de QR code pendant l'expérience. Nous cherchons maintenant à évaluer le débattement angulaire réalisé par l'extrémité du RTC-m au cours des deux rotations, et à évaluer le défaut de réalisation de la tâche d'orientation.

Nous savons que les points obtenus pendant les variations de γ et de ψ doivent se trouver sur un plan passant par le centre de la sphère, dont la normale est l'axe de rotation de l'extrémité. Le débattement angulaire réalisé pendant la tâche d'orientation correspond alors à la rotation de l'extrémité du robot autour de la normale à ce plan. Cependant, du fait de perturbations dues aux incertitudes sur les paramètres du modèle, l'extrémité ne tourne pas exactement autour d'un axe fixe et les points obtenus sur la sphère ne sont pas exactement contenus dans un plan. Pour chaque rotation, nous calculons donc le plan des moindres carrés passant au plus proche des points expérimentaux et par le centre de la sphère O . Ces plans sont représentés sur la Figure 5.23, et est représenté

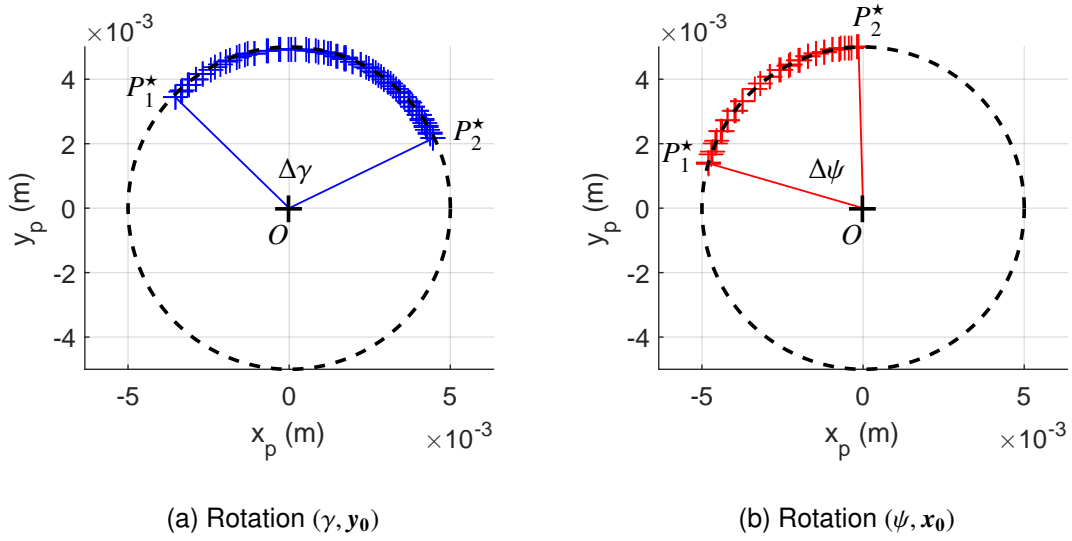


FIGURE 5.25 – Projection des points expérimentaux obtenus au cours de l'expérience d'orientation sur leur plan des moindres carrés.

en rouge sur la Figure 5.24. Les points expérimentaux sont ensuite projetés dans le plan des moindres carrés à l'aide normale n du plan par la relation :

$$OP^* = OP - \langle OP, z_p \rangle z_p \quad (5.4.6)$$

Le résultat des projections pour les deux rotations sont représentées sur la Figure 5.25. On peut voir que les points expérimentaux semblent effectivement contenus dans un plan. Les débattements angulaires, notés $\Delta\gamma$ et $\Delta\psi$ sur la Figure 5.25, sont finalement calculés en appliquant le théorème d'Al-Kashi sur le triangle formé par les deux points expérimentaux extrêmes P_1^* et P_2^* et par O :

$$\Delta\gamma = \text{acos} \left(\frac{\|OP_1^*\|^2 + \|OP_2^*\|^2 - \|P_1^*P_2^*\|^2}{2\|OP_1^*\|\|OP_2^*\|} \right) \quad (5.4.7)$$

Ainsi, le débattement angulaire s'élève à 111,7 degrés lors d'une variation de γ , et une amplitude de 73.7 degrés lors d'une variation de ψ . L'amplitude de variation obtenue pour γ est proche de des 130 degrés prévus lors de la construction du chemin articulaire. La différence observée peut être due aux erreurs de mesure et aux erreurs de modèle. En particulier, il semble logique que les frottements diminuent la plage d'orientation puisqu'ils réduisent le déplacement distal des tubes pendant la rotation de ces derniers. La faible amplitude de variation de ψ mesurée est due aux problèmes de détection de QR code mentionnés précédemment.

Les défauts de la tâche d'orientation sont évalués en termes de défaut d'orientation de l'extrémité du robot autour d'un axe fixe dans l'espace, et de défaut de positionnement de l'extrémité en p_d . Le défaut d'orientation par rapport à un axe fixe est mesuré en calculant l'angle entre les orientations mesurées et leur plan des moindres carrés, dont la normal est censé correspondre à l'axe fixe de rotation. Cet angle est noté ξ sur la Figure 5.24, et est calculé pour chaque point expérimental par la relation :

$$\xi = \text{acos} \left(\frac{\|OP^*\|}{\|OP\|} \right) \quad (5.4.8)$$

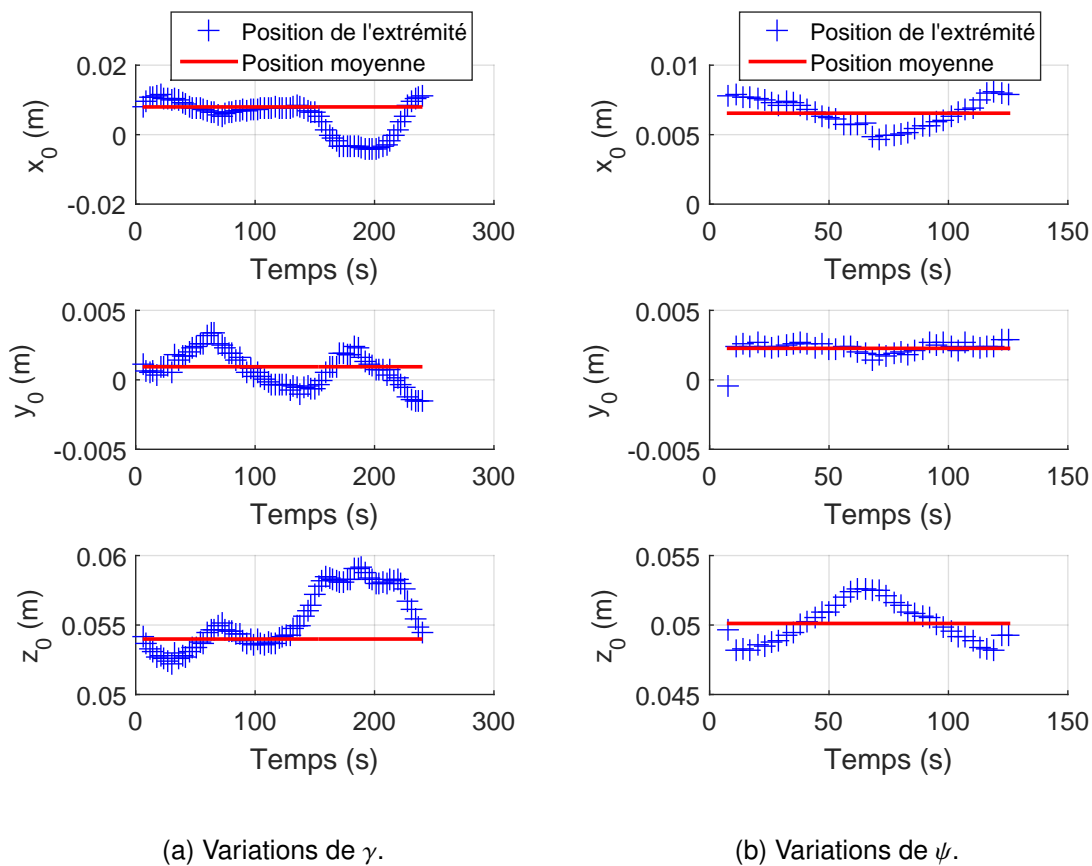


FIGURE 5.26 – Évolution de la position de l'extrémité du RTC-m par rapport au repère \mathcal{R}_0 . La position moyenne au cours de l'expérience est représentée en rouge.

Les valeurs moyennes de ξ pour les rotations de l'extrémité autour de y_0 et x_0 sont respectivement de 4.14 degrés et 0.76 degrés, soit 3.7% et 1% des débattement angulaires obtenus. Le fait que ξ soit plus élevé dans le cas de la rotation autour de y_0 est probablement dû au frottement entre les tubes. En effet, la tâche d'orientation implique dans ce cas de tourner les tubes les uns par rapport aux autres, ce qui n'est pas le cas pour la rotation autour de x_0 . Ces frottements ne sont pas pris en compte dans le modèle géométrico-statique. Ils induisent donc des perturbations qui ne sont pas rejetées lors du contrôle en boucle ouverte. Cependant, le défaut d'orientation nous semble acceptable pour un premier prototype de RTC-m commandé en boucle ouverte.

Le défaut de positionnement de l'extrémité est évalué en observant le déplacement de l'extrémité du RTC-m au cours des deux tâches d'orientation. Les déplacements de l'extrémité mesurés sont présentés sur la Figure 5.26 en termes de coordonnées dans \mathcal{R}_0 . On peut voir sur la Figure 5.26a que pendant la variation de γ , la position du marqueur orange semble rester à peu près constante jusqu'à l'instant $t = 140$ s. La ligne rouge représente la valeur moyenne de chaque coordonnée sur cette période. L'erreur en distance entre cette position moyenne et la position de l'extrémité est de 3.9 mm au maximum soit 4.87% de la longueur totale du robot. L'extrémité semble ensuite changer de position pour $t > 140$ s, atteignant un deuxième plateau. Le changement de position correspond au moment où les tubes reviennent dans leur configuration alignée initiale. A ce moment, nous supposons que l'énergie de torsion due aux frottements est libérée progressivement.

Ce phénomène n'est pas prédit par le modèle géométrique, n'a pas été pris en compte dans le calcul de la trajectoire articulaire et peut donc être à l'origine du changement de position. Lors d'une variation de ψ , la position de l'extrémité ne subit pas le même phénomène comme montré sur la Figure 5.26b. L'écart en distance avec la position moyenne est d'au maximum 3.1 mm soit 3.87% de la longueur du robot. Les écarts de position observés sont du même ordre de grandeur que les erreurs généralement obtenues avec les modèles géométrico-statiques de robot continu. Ils s'élèvent par exemple à 3% de la longueur totale du robot dans [Rucker et al., 2010a]. Il est donc normal d'observer ces erreurs ici puisque la commande en boucle ouverte du RTC-m est basée sur son modèle géométrico-statique.

Pour résumer, nous avons étudié ici les performances de la structure 1 de RTC-m dans un scénario où l'extrémité du RTC-m est au niveau du site d'opération et doit être orientée autour de deux axes. Ce scénario a tout d'abord été simulé numériquement, ce qui a demandé l'élaboration d'une nouvelle méthode numérique se basant sur le modèle géométrico-statique de robot continu. Cette méthode permet de trouver les configurations du RTC-m au cours de la tâche d'orientation, et ainsi d'évaluer les débattements angulaires atteignables par le robot. Elle permet également de calculer les variables articulaires nécessaires pour réaliser la tâche d'orientation expérimentalement. L'expérience a été réalisée en commandant le robot en boucle ouverte et en mesurant l'orientation de son extrémité avec un système de QR codes. Le débattement angulaire obtenu pour la rotation autour de y_0 est cohérent avec le débattement imposé par la commande. Celui obtenu pour la rotation autour de x_0 est limité du fait de problèmes de détection des QR codes pendant l'expérience. Dans les deux cas, les défauts d'orientations et de positionnement de l'extrémité semblent acceptables et sont cohérents avec la précision des modèles de robots continus proposés dans la littérature.

5.5/ GESTION DES INTERACTIONS AVEC LES TISSUS

5.5.1/ DESCRIPTION DE L'EXPÉRIENCE

La troisième expérience vise à mettre en évidence les capacités du RTC-m à interagir avec son environnement. Le RTC-m bénéficie en effet des propriétés de stabilité du RTC et notamment de leur capacité à être globalement stables ou localement instables lors de la rotation relative des tubes. Le RTC-m doit en effet bénéficier des spécificités d'un RTC. Lorsque le RTC est globalement stable, il ne change pas brusquement de forme pendant son utilisation, ce qui permet d'assurer un comportement sûr au contact avec les tissus. Lorsqu'il n'est pas globalement stable, les dynamiques élevées lors de la perte de stabilité peuvent être mises à profit comme expliqué dans [Riojas et al., 2018]. Les dynamiques importantes du robot lors du changement de stabilité sont alors considérées pour générer des efforts que le RTC serait incapable de produire en régime quasi-statique.

La stabilité globale dépend de la conception des tubes, de leur longueur d'interaction mais aussi des efforts qui leur sont appliqués. Ha *et al* ont en effet démontré que certains types d'efforts distribués le long de la colonne et concentrés à l'extrémité du robot pouvaient stabiliser ou déstabiliser ce dernier [Ha et al., 2016]. Dans le cas du RTC-m, ces efforts appliqués sur les tubes peuvent être générés à l'aide de l'actionnement magnétique, qui fournit un moyen sans contact de générer des couples à l'extrémité du robot.

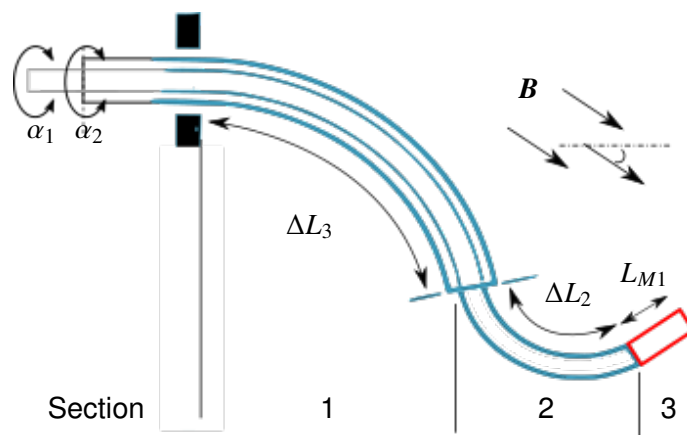


FIGURE 5.27 – Variables articulaires et numéros des sections de la structure 2 de RTC-m.

Une expérience est mise en place pour évaluer notre capacité à agir sur la stabilité d'un RTC-m, dans le but de fournir différents types d'interaction avec les tissus. La structure 2 de RTC-m, semble la plus adaptée pour réaliser une telle évaluation. Les efforts magnétiques sont générés directement sur la paire de tubes concentriques via l'aimant permanent fixé à leur extrémité. Cette structure constitue donc le cas d'étude le plus simple pour analyser l'impact de l'actionnement magnétique sur la stabilité élastique. De plus, comme la raideur du tube intérieur en Nitinol est largement supérieure à celle de la section flexible, le champ magnétique déforme a priori peu le robot. Il peut donc y avoir un découplage intéressant entre modulation de stabilité élastique et le contrôle de position de l'extrémité du robot au niveau du site d'opération.

L'impact de l'actionnement magnétique sur la stabilité du robot est étudié en deux temps. Dans un premier temps, nous générons un champ magnétique d'amplitude et d'orientation fixe dans l'espace au niveau de l'aimant. L'orientation est choisie de manière à stabiliser ou déstabiliser le robot. Dans un second temps, nous réalisons une rotation complète du tube intérieur et nous détectons les éventuels changements de stabilité élastique. Nous considérons que le site d'opération coïncide avec l'extrémité du robot lorsque les tubes sont placés en opposition. Cette configuration des tubes est en effet la première à devenir instable lorsque le robot n'est plus globalement stable. Le découplage entre la modulation de stabilité élastique et le contrôle de la position du RTC-m est également étudié. Pour ce faire, nous mesurons les variations de la trajectoire de l'extrémité du robot pendant la rotation du tube intérieur en fonction du champ magnétique.

Une telle évaluation expérimentale requiert une estimation préalable des champs magnétiques à mettre en avant, que nous choisissons en nous basant sur l'état de l'art et dont nous analysons l'impact par la simulation.

5.5.2/ CHOIX DES CHAMPS MAGNÉTIQUES POUR LE CONTRÔLE DE STABILITÉ

ANALOGIE AVEC LE CONTRÔLE ACTIF DE FLAMBEMENT

L'impact des efforts extérieurs sur la stabilité des RTCs n'a été étudié que dans l'article de [Ha et al., 2016]. Leur travail se concentre sur l'élaboration d'un critère de stabilité locale, permettant de prendre en compte l'action d'efforts extérieurs distribués le long de la fibre neutre du robot ou concentrés à son extrémité. Deux exemples de chargement sont

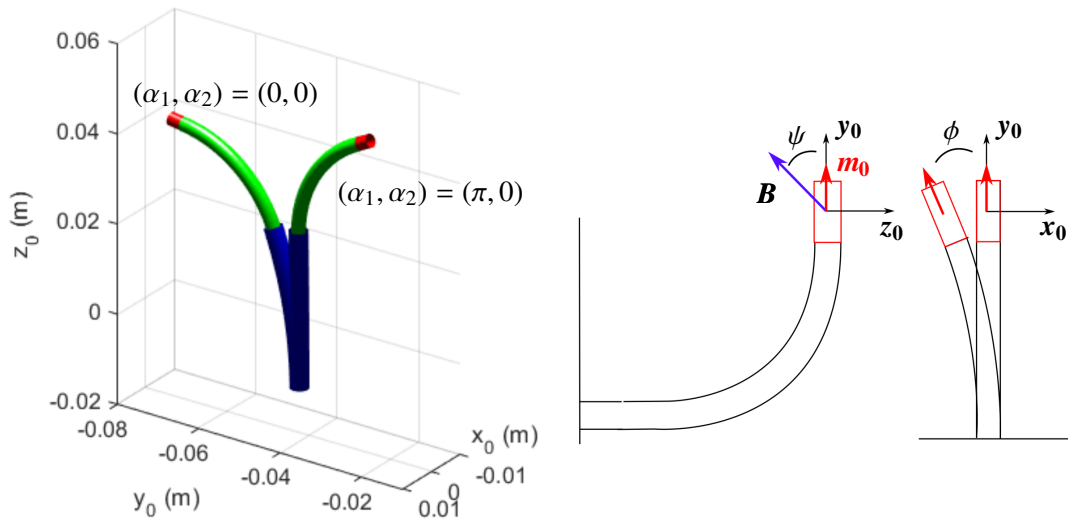
étudiés pour mettre en évidence l'effet potentiellement stabilisateur ou déstabilisateur de ces efforts extérieurs. Les chargements étudiés sont complexes car composés d'efforts et de couples, distribués et ponctuels. Ils permettent de démontrer la généralité du critère de stabilité mais donnent peu d'information sur la nature des efforts à appliquer pour obtenir l'un ou l'autre des deux effets. A notre connaissance, aucun autre travail ne porte sur ce sujet dans le domaine des robots continus.

Comme expliqué dans [Gilbert et al., 2016], le comportement des tubes lorsqu'ils sont déployés en opposition est en quelque sorte similaire au comportement d'une poutre droite soumise à des efforts de compression. Pendant le déploiement, la longueur d'interaction entre les tubes peut dépasser une valeur critique, au-delà de laquelle plusieurs configurations de robot existent pour un même jeu de paramètres articulaires. Dans le cadre d'une poutre, augmenter les efforts de compression mène à atteindre une charge critique au-delà de laquelle la poutre flambe. La poutre peut alors avoir plusieurs formes différentes pour une même force de compression. Contrôler la stabilité globale d'un RTC est donc similaire à moduler la charge critique de flambement d'une poutre droite. Plusieurs travaux ont cherché à contrôler de manière active le flambement d'une poutre droite en lui appliquant des efforts extérieurs. Leur objectif est de pouvoir, à terme, concevoir des structures mécaniques plus légères et plus résistantes, comme expliqué dans [Wang et al., 2011]. Le principe général consiste à appliquer des efforts de rappel sur la poutre de manière à la ramener dans sa configuration droite initiale lorsqu'elle approche du flambement. Plusieurs types d'efforts et de stratégies d'actionnement ont été utilisés. Tout d'abord, l'effet de mémoire de forme de fils en Nitinol parcourant la longueur de la poutre a été utilisé dans [Baz et al., 1992] pour créer des forces de rappel distribuées. Ensuite, des câbles ont été utilisés dans [Berlin et al., 1994] pour appliquer localement une force au centre de la poutre. Puis, des actionneurs piézo-électriques ont été utilisés pour générer des forces aux extrémités de la poutre. Cela leur permet de contrôler le moment fléchissant la parcourant, de manière à la contraindre dans sa configuration droite [Schaeffner et al., 2016]. Enfin, des champs magnétiques et des électroaimants embarqués l'élément soumis au flambement ont été considérés dans [JEFFERIS, 1968] pour générer des efforts de rappel. L'application d'un champ magnétique a alors permis d'augmenter la charge critique de la poutre.

Nous en déduisons que pour contrôler de manière active la stabilité globale d'un RTC, et notamment pour augmenter sa longueur d'interaction critique, des efforts de rappel doivent lui être appliqués. Plus précisément, ces efforts de rappel doivent ramener le robot dans sa configuration de flambement, qui correspond à la situation où les tubes sont en opposition. Contrôler la stabilité du RTC-m nécessite donc de déterminer les champs magnétiques qui produisent ces efforts de rappel dans la configuration où les tubes sont en opposition.

CHOIX DES CHAMPS MAGNÉTIQUES

Les efforts magnétiques générés au niveau de l'aimant dépendent de l'orientation relative du champ magnétique par rapport à la direction de magnétisation de l'aimant, qui dépend elle-même de la configuration du robot. Lorsque les tubes pré-courbés sont en opposition, le prototype de RTC-m est compris dans le plan (y_0, z_0) comme montré sur la Figure 5.28a. Il a été montré dans [Girerd et al., 2018b] que les tubes tendent à sortir de ce plan lorsque la longueur d'interaction critique est dépassée. Afin d'améliorer la stabi-



(a) Formes du RTC-m pour des tubes alignés et en opposition.

(b) Perturbation de l'orientation de l'extrémité par une rotation d'angle ϕ autour de z_0 .

FIGURE 5.28 – Configurations du RTC-m utilisées pour la détermination des champs magnétiques permettant d'agir sur le stabilité élastique.

lité du robot, des efforts magnétiques doivent donc être générés de manière à le ramener dans ce plan.

Nous cherchons maintenant à identifier les champs magnétiques qui permettent d'obtenir de tels efforts. Pour ce faire, nous procédons en deux temps. Dans un premier temps, nous supposons que la tangente à l'extrémité, et donc l'axe de l'aimant, est colinéaire avec l'axe y_0 comme montré sur la Figure 5.28b. Nous supposons de plus que le champ magnétique est homogène. Ce dernier exerce alors un couple τ_m au niveau de l'aimant suivant la relation :

$$\tau_m = m_0 y_0 \times B_0 \quad (5.5.1)$$

où m_0 et B_0 sont respectivement le moment dipolaire et le champ magnétique exprimés dans \mathcal{R}_0 . D'après cette relation, il est clair qu'un champ magnétique selon x_0 générera un couple autour de z_0 et fera donc sortir le robot du plan. Le champ magnétique doit donc être compris dans (y_0, z_0) pour pouvoir stabiliser le RTC-m.

Dans un second temps, nous calculons le couple produit au niveau de l'aimant dans le scénario présenté sur la Figure 5.28b. Le RTC-m est soumis à un champ magnétique B_0 compris dans le plan (y_0, z_0) . L'orientation du champ par rapport à y_0 est paramétrée par l'angle ψ . L'extrémité du robot est ensuite sortie du plan en lui appliquant une rotation d'axe z_0 et d'angle ϕ . Cela permet de modéliser les mouvements hors plans du robot lorsqu'il passe au-delà de sa longueur d'interaction critique. Le couple magnétique appliqué par le champ au niveau de l'aimant est alors donné par la relation (5.5.1) et s'écrit :

$$\tau_m = \left[-m_0 c_\phi B s_\psi \quad m_0 s_\phi B s_\psi \quad -m_0 s_\phi B c_\psi \right]^T. \quad (5.5.2)$$

Le couple τ_m tend à ramener le robot dans le plan lorsque sa composante suivant z_0 est de signe opposé à l'angle ϕ . D'après (5.5.2), c'est le cas lorsque la rotation appliquée à l'extrémité est inférieure à $\pi/2$, et lorsque l'orientation du champ vérifie $|\psi| < \pi/2$.

Nom	x_0	y_0	z_0
B_1	0	0.04	0
B_2	0	0.08	0
B_3	0	-0.04	0
B_4	0	0	0.04
B_5	0	0	-0.04

TABLE 5.5 – Champs magnétiques utilisés pour l'analyse de stabilité.

Paramètre	Valeur
$[n_1 \ n_2 \ n_3]$	$[4 \ 40 \ 40]$
Pas de continuation max	10

TABLE 5.6 – Paramètres numériques pour l'analyse de stabilité du RTC-m.

Appliquer un champ magnétique suivant y_0 , c'est à dire fixer $\psi = 0$ rad, permet donc de stabiliser le RTC-m. De plus, plus l'amplitude du champ est élevée, plus les couples de rappel et l'effet sur la stabilité sont importants. Nous choisissons donc dans la suite d'étudier l'influence des champs $B_1 = 0.04y_0$ et $B_2 = 0.08y_0$.

Nous nous intéressons également à la possibilité de rendre le robot instable afin de profiter de ses dynamiques élevées lors des changements de stabilité. D'après (5.5.2), appliquer un champ magnétique qui vérifie $|\psi| > \pi/2$ doit produire l'effet déstabilisateur recherché. Nous étudions donc également l'effet du champ $B_3 = -0.04y_0$, pour lequel $\psi = \pi$.

Il est intéressant de constater que lorsque $|\psi| = \pi/2$, le couple de rappel est nul et la composante τ_{m,x_0} responsable de la flexion du robot dans le plan est maximale. Le champ magnétique qui déforme le plus le RTC-m est donc aussi celui qui influe le moins sur sa stabilité. Afin de vérifier cela, nous ajoutons les champs $B_4 = 0.04z_0$ et $B_5 = -0.04z_0$ à notre étude, pour lesquels $\psi = \pi/2$ et $\psi = -\pi/2$ respectivement. Inversement, la valeur de $|\tau_{m,z_0}|$ est maximale pour $\psi = 0[\pi]$, pour lequel le couple τ_{m,x_0} est nul. Le champ magnétique qui a le plus d'impact sur la stabilité du RTC-m est aussi celui qui le déforme le moins.

Pour résumer, en choisissant un champ magnétique dans le plan (y_0, z_0) et une certaine valeur de ψ , il est possible de stabiliser ou de déstabiliser le RTC-m. Nous étudions donc par la suite l'influence des 5 champs magnétiques listés dans le Tableau 5.5 sur la stabilité globale du RTC-m.

5.5.3/ SIMULATION NUMÉRIQUE

Comme expliqué dans les chapitres 3 et 4, il est possible d'étudier numériquement la stabilité globale d'un RTC en traçant des diagrammes de bifurcation en fourche ou en S. Cependant, lors de l'étude expérimentale, la courbe en S est généralement choisie [Xu et al., 2014, Gilbert et al., 2016]. Elle est en effet peu sensible aux défauts de mise en place du robot et des efforts extérieurs par rapport au diagramme en fourche, comme l'ont expliqué [Singh et al., 2013] dans le cas du RC-m plan. Nous choisissons donc d'étudier la stabilité globale du RTC-m en traçant des diagrammes de bifurcation en S.

Les courbes en S, pour le RTC-m sans champ magnétique externe et pour les 5 champs choisis, sont générées à l'aide de notre méthode numérique en faisant varier α_1 par continuation. Les paramètres numériques utilisés sont rassemblés dans le Tableau 5.6. La longueur des tubes et la longueur déployée des sections sont choisies de manière à ce que le RTC-m soit proche de la limite de stabilité globale. Nous choisissons donc des

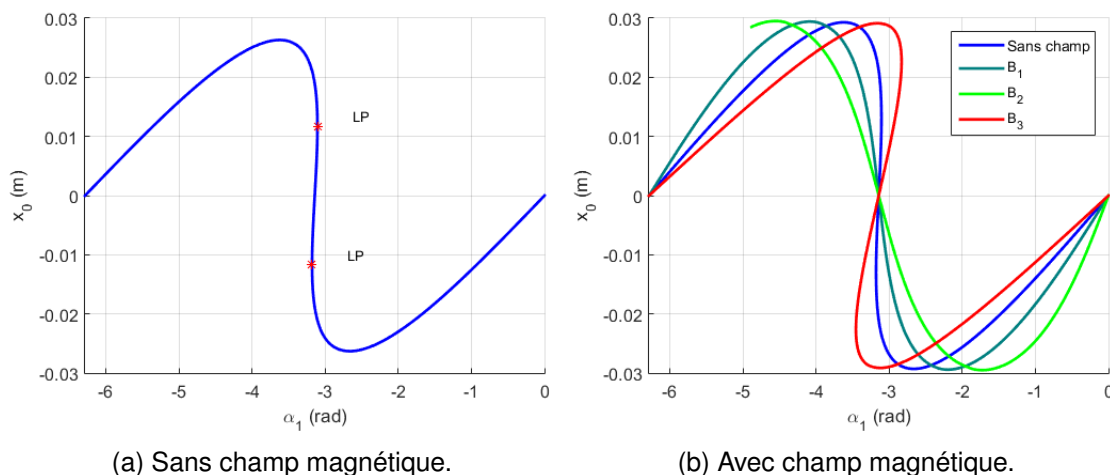


FIGURE 5.29 – Évaluation numérique de l'impact du champ magnétique sur la stabilité élastique du RTC-m. Trajectoire de l'extrémité suivant l'axe x_0 en fonction de la rotation du tube intérieur α_1 .

tubes de longueur $L_1 = 160$ mm et $L_2 = 50$ mm, et des sections de longueur $\Delta L_2 = 30$ mm et $\Delta L_3 = 25$ mm. Les courbes en S présentées dans la littérature sont construites en représentant l'évolution de l'angle de torsion relatif entre les tubes à leur extrémité en fonction de leur rotation proximale. Cependant, les angles de torsion des tubes sont difficiles à mesurer expérimentalement. Dans notre cas, la forme en S apparaît sur la courbe représentant l'évolution de la position de l'extrémité suivant x_0 au cours de la rotation du tube intérieur. Cette grandeur peut être mesurée avec le dispositif expérimental de RTC-m grâce au système de vision stéréoscopique. Lors de l'analyse numérique de stabilité, nous représentons donc la trajectoire de l'extrémité suivant x_0 en fonction de α_1 . Le champ magnétique est supposé homogène dans l'espace de travail de manière à simplifier les simulations et l'interprétation des résultats.

Le diagramme en S en l'absence de champ magnétique externe est présenté sur la Figure 5.29a. Initialement, le robot devient instable au cours de la rotation du tube 1. La courbe comporte en effet des tangentes verticales pour des valeurs de α_1 dans le voisinage de π , repérées par des bifurcations LP, qui indiquent des changements de stabilité. Les courbes obtenues en appliquant les différents champs magnétiques sont superposées sur un même graphe, présenté sur la Figure 5.29b. On peut voir tout d'abord que le champ magnétique a un impact significatif sur la stabilité du robot. Ensuite, lorsqu'il est porté par l'axe y_0 , on observe que le champ magnétique rend le RTC-m globalement stable. Cela est cohérent avec l'analyse précédente, puisque l'angle relatif ψ entre le champ et le moment dipolaire de l'aimant est proche de 0. Il induit donc un couple de rappel qui ramène le robot dans le plan (y_0, z_0) . Ce dernier est d'autant plus stable que l'amplitude du champ magnétique est élevée. Cela peut s'observer par la pente des courbes en $\alpha_1 = \pi$ qui diminue au passage de 40 mT à 80 mT. Puis, lorsque il est porté par $-y_0$, le champ a un effet déstabilisateur sur le RTC-m comme attendu. L'angle relatif ψ est égal environ à π , et induit donc un couple magnétique qui tend à éloigner le robot du plan.

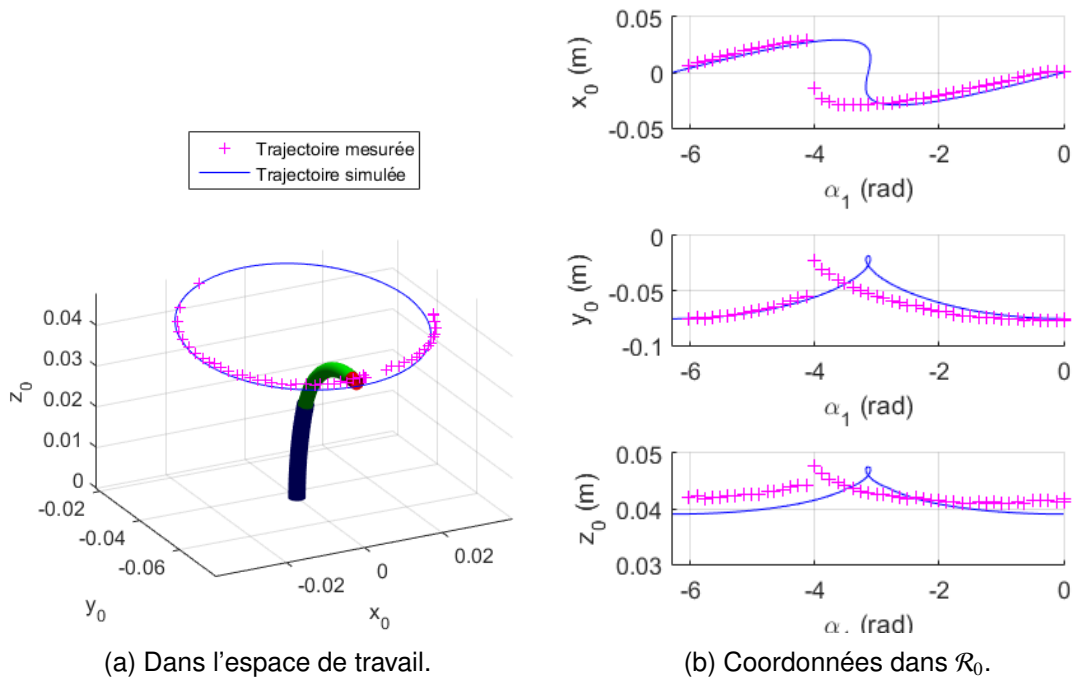


FIGURE 5.30 – Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats fournis par l'outil numérique lors de la rotation du tube 1.

5.5.4/ ÉVALUATION EXPÉRIMENTALE

L'expérience de modulation de la stabilité élastique est réalisée sur le prototype de RTC-m. Pour ce faire, les tubes sont tout d'abord placés dans la configuration où $(\alpha_1, \alpha_2) = (0, 0)$ rad. Ensuite, un des 5 champs magnétiques est généré à l'aide du Cardiomag au niveau de l'origine du repère \mathcal{R}_0 . Une rotation complète du tube 1 est ensuite effectuée en envoyant 50 consignes angulaires successives pour α_1 , réparties sur l'intervalle $[0, 2\pi]$. Les consignes sont envoyées par intervalles de temps de 3 s pour permettre au RTC-m d'atteindre son équilibre. Enfin, la position de l'extrémité du RTC-m est mesurée par vision en fixant un marqueur de couleur orange de 6 mm de diamètre au bout de l'aimant.

Les résultats expérimentaux pour une rotation du tube intérieur sans champ magnétique sont tout d'abord comparés aux résultats fournis par l'outil numérique. Sur la Figure 5.30a, les trajectoires de l'extrémité mesurées et calculées sont superposées. Comme prédit par l'analyse en section 5.5.3, le robot devient instable au cours du déploiement. La reconfiguration brusque du RTC-m est indiquée sur le graphe par l'absence de points expérimentaux sur une portion de la trajectoire décrite par l'extrémité. Pour pouvoir comparer les résultats numériques et expérimentaux, le rayon du marqueur de couleur a été rajouté à la longueur déployée du robot en simulation. L'erreur entre les deux trajectoires est calculée en associant les points des deux trajectoires les plus proches les uns des autres, et en calculant la distance cartésienne les séparant. L'appariement est réalisé à l'aide de la fonction *dsearchn* de Matlab, qui implémente l'algorithme QuickHull décrit dans [Barber et al., 1996]. L'erreur maximale en distance est de 3.2 mm, ce qui correspond à 4.92% de la longueur totale du robot. Nous obtenons donc une erreur inférieure à 5%, qui est cohérente avec les erreurs obtenues avec les modèles géométrico-statiques de la littérature [Rucker et al., 2010a].

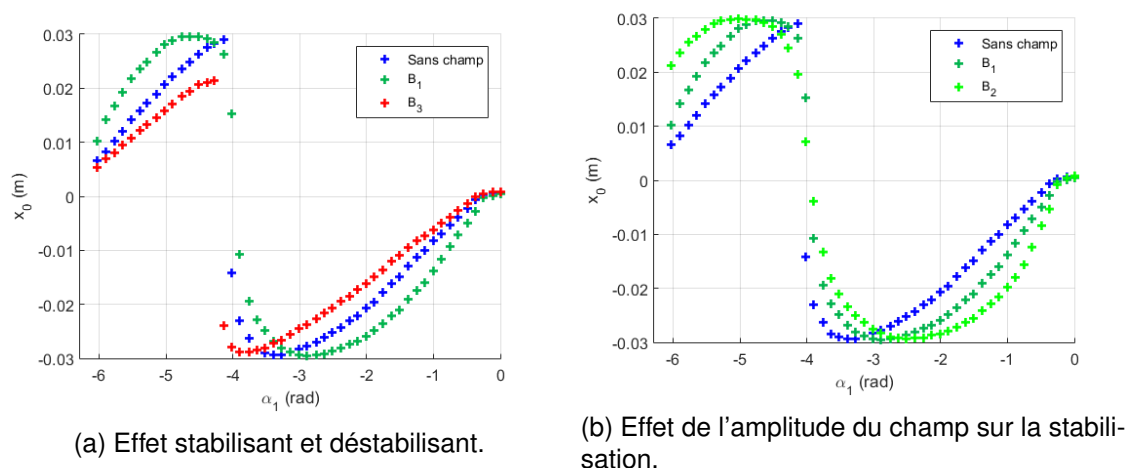


FIGURE 5.31 – Évaluation expérimentale de l'impact du champ magnétique sur la stabilité élastique du RTC-m. Trajectoire de l'extrémité suivant l'axe x_0 en fonction de la rotation du tube intérieur α_1 .

La Figure 5.30b présente la comparaison des deux trajectoires en termes de coordonnées dans \mathcal{R}_0 au cours de l'évolution de α_1 . Lors des expériences, le robot rencontre une configuration instable pour une rotation du tube intérieur supérieure à celle prédite par l'outil numérique. Cette différence de comportement peut s'expliquer par la présence de frottements, qui ne sont pas modélisés ici. Le décalage de α_1 visible sur la figure se retrouve sur les relevés expérimentaux correspondant aux cas avec champ magnétique.

Les différentes trajectoires mesurées sont présentées sur la Figure 5.31 par des croix de couleur. On peut voir sur la Figure 5.31a que l'effet stabilisant et déstabilisant du champ magnétique est retrouvé expérimentalement. Le RTC-m est rendu globalement stable en appliquant le champ B_1 , et est rendu plus instable en appliquant B_3 . On observe également sur la Figure 5.31a que le robot est d'autant plus stable que l'amplitude du champ est grande. L'évolution de la stabilité globale du robot en fonction de l'orientation du champ semble donc cohérente avec les prédictions réalisées précédemment. De plus, le décalage suivant α_1 par rapport aux résultats numériques semble constant peu importe le champ magnétique appliqué et vaut 0.8 rad.

Il est également intéressant d'observer l'évolution de la trajectoire de l'extrémité lors de la rotation du tube intérieur pour les différents champs magnétiques. Comme expliqué en section 5.1, pour cette structure de RTC-m, le champ ne devrait pas avoir beaucoup d'influence sur la forme du robot du fait de la raideur du Nitinol. Les différentes trajectoires de l'extrémité mesurées sont représentées sur la Figure 5.32. On peut voir que les différences entre les trajectoires avec et sans champ sont les plus importantes lorsque B_4 et B_5 sont appliqués. La distance maximale entre les deux trajectoires est calculée avec l'algorithme de QuickHull utilisé précédemment. Elle s'élève à 3 mm et à 2.3 mm pour les champs B_4 et B_5 respectivement. Pour ces champs, les angles relatifs ψ pour la configuration où les tubes sont en opposition sont proches de $\pi/2$. De plus, on observe qu'ils restent en pratique quasiment orthogonaux au moment dipolaire de l'aimant. Le fait qu'ils déforment le plus le RTC-m est donc cohérent avec la prédiction faite précédemment. La trajectoire sans charge du robot est déformée plus modérément pour les champs B_1 , B_2 et B_3 . Les distances maximales avec le trajectoire sans champ magnétique s'élèvent à

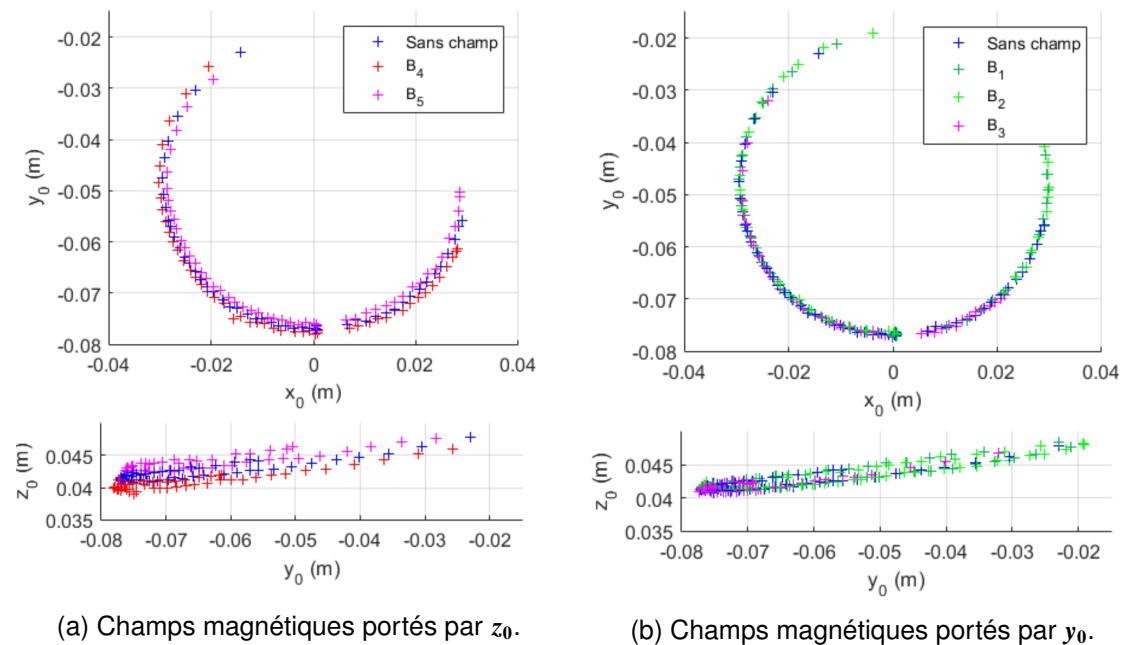


FIGURE 5.32 – Évaluation expérimentale de l'impact du champ magnétique sur la stabilité élastique du RTC-m. Trajectoire de l'extrémité suivant l'axe x_0 en fonction de la rotation du tube intérieur α_1 .

0.88 mm, 1.10 mm et 0.97 mm, et sont donc petites par rapport au déplacement de l'extrémité qui forme un cercle d'environ 60 mm de diamètre dans le plan (x_0, y_0) . Nous en concluons que, pour la structure 2 de RTC-m, la stabilité élastique peut être contrôlée sans altérer la position de son extrémité.

Pour résumer, dans cette expérience, nous avons cherché à évaluer notre capacité à agir sur la stabilité d'un RTC-m afin de fournir différents types d'interaction avec l'environnement. En particulier, la stabilité de la structure 2 de RTC-m est modulée de manière active à l'aide du champ magnétique. Un ensemble de champs ont été déterminés afin de stabiliser ou de déstabiliser volontairement le robot. L'impact de ces champs sur la stabilité a été validé par la simulation en variant l'orientation relative des tubes et en traçant les diagrammes de bifurcation en S correspondants. Ces diagrammes ont été également mesurés expérimentalement. Nous vérifions ainsi que les champs sélectionnés permettent en pratique de rendre le robot globalement instable ou localement instable pendant la rotation des tubes. De plus, le champ magnétique déforme peu les tubes en Nitinol, ce qui permet d'envisager un découplage entre le contrôle de la stabilité élastique et le contrôle de la pose du robot. Le RTC-m est ainsi le premier robot continu dont la stabilité élastique peut être modulée de manière active.

5.6/ CONCLUSION

Dans cette section, trois types d'évaluations expérimentales ont été mises en place expériences pour mettre en évidence les caractéristiques des RTC-m et évaluer leur intérêt. Tout d'abord, les capacités de navigation et d'exploration offertes par la structure 1 ont été démontrées numériquement et expérimentalement. Les erreurs de déploiement

ALFI obtenues par l'expérience sont raisonnables pour une première preuve de concept. Pendant la phase d'exploration, la section flexible et l'aimant forment un poignet dextre à l'extrémité des tubes pré-courbés qui atteint des déflexions supérieures à celles obtenues dans la littérature. L'évolution de l'espace de travail fourni par l'actionnement magnétique en fonction du déploiement ALFI a été étudiée expérimentalement. Il apparaît que cet espace de travail change en fonction de la position proximale de la section flexible et de son orientation relative avec la gravité. Il a également été montré expérimentalement que l'extrémité des tubes pré-courbés se déplace peu pendant la phase d'exploration, tendant à notre sens à valider le découplage entre les deux stratégies d'actionnement.

Ensuite, nous avons démontré notre capacité à faire varier l'orientation de l'extrémité de la structure 1 de RTC-m tout en en fixant sa position au niveau du site d'opération. Pour ce faire, nous avons proposé de commander le robot en boucle ouverte. Les variables articulaires nécessaires à la tâche d'orientation ont été calculées à l'aide d'une nouvelle méthode numérique. La méthode s'appuie sur la formulation du problème géométrico-statique inverse à partir d'un modèle géométrico-statique générique de robot continu et sur une méthode de continuation. L'utilisation de cette méthode a également permis d'évaluer numériquement le débattement angulaire maximal du robot à son extrémité. L'expérience a été réalisée sur le prototype de RTC-m et a notamment permis d'observer l'influence de phénomènes physiques non pris en compte dans le modèle comme les frottements. Il a cependant été difficile de mesurer de grands débattements angulaires sur l'un des deux axes, du fait de problèmes liés à la mesure de pose utilisée.

Enfin, notre capacité à interagir au contact avec les tissus avec la structure 2 de RTC-m a été étudiée. L'objectif est d'exploiter une modulation active de la stabilité élastique du robot à l'aide du champ magnétique. Des champs magnétiques permettant de stabiliser ou de déstabiliser le robot ont été mis en évidence. Les analyses numériques ont montré que ces champs ont effectivement un effet significatif sur la stabilité globale de l'assemblage de tubes pré-courbés. L'expérience a permis de valider ces résultats numériques, et de démontrer la possibilité de commander de manière découplée la position distale du robot et sa stabilité élastique. Il est alors possible d'obtenir au moins deux types d'interactions différentes entre le robot et les tissus, tout en assurant que son extrémité reste au niveau du site d'opération. Cette stratégie de contrôle de la stabilité élastique de tubes concentriques à l'aide d'efforts extérieurs n'a jamais été proposée à ce jour. De plus, le RTC-m constitue le premier robot continu dont la stabilité peut être modulée de manière active.

CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

CONCLUSIONS

Au cours de cette thèse, nous nous sommes penchés sur la conception de robots médicaux pour les interventions présentant des contraintes fortes en termes de déploiement, d'espace de travail et d'interaction avec les tissus. Pour répondre à cette problématique, nous avons proposé un concept original de robot continu appelé RTC-m, qui utilise simultanément les éléments de structure et les stratégies d'actionnement des RTC et des RC-m. L'étude des performances des RTC-m a nécessité au préalable de développer des outils d'analyse adaptés à leur comportement complexe. Elle a été réalisée par la suite en deux étapes. La première s'est concentrée sur les performances et le comportement des RTC et RC-m seuls. La deuxième a porté sur l'étude expérimentale et numérique de deux variantes de RTC-m. Cette thèse a de fait donné lieu à des contributions sur l'analyse numérique des robots continus, le comportement et les performances des RTC et finalement des RC-m et le concept de RTC-m.

Méthodes numériques pour l'analyse de robots continus : Tout d'abord, un modèle géométrico-statique de robot continu permettant de prendre en compte les actionnements concentriques et magnétiques, et permettant d'accéder aux informations de stabilité élastique a été développé. L'utilisation d'angles d'Euler a permis d'obtenir un système d'équations d'équilibre mettant en jeu des grandeurs physiques comme variables d'état. Il est alors simple d'interpréter physiquement les résultats obtenus.

Ensuite, la relaxation dynamique a été proposée pour résoudre ce modèle, ce qui constitue la première utilisation de cette méthode dans le cadre des robots continus. Son implémentation ainsi que le réglage de ses coefficients ont été détaillés. Le calcul des configurations de RTC et de RC-m peut alors être conduit en étant robuste à leur stabilité et aux changements de variables articulaires, ce qui rend l'approche très intéressante pour de tels contextes.

Puis, une méthode numérique basée sur un outil de continuation et d'analyse de bifurcations a été développée pour simuler des déploiements de robot en prenant en compte leurs changements de stabilité et de cardinalité. Elle a été validée en reproduisant des résultats de référence sur les RTC à deux tubes et sur les RC-m plans. Elle a permis d'obtenir des résultats inédits sur les RTC à tubes hélicoïdaux et à trois tubes, les RC-m plans et les RC-m spatiaux avec un minimum d'efforts d'implémentation supplémentaires.

Enfin, une nouvelle méthode pour simuler le comportement du RTC-m pendant une tâche d'orientation de son extrémité autour d'un point fixe de l'espace de travail. Comme précédemment, cette méthode se base sur le modèle de robot continu discret et sur l'outil de continuation. La formulation et la résolution du problème géométrico-statique inverse permet alors de calculer les orientations possibles de l'extrémité du robot en un point précis de l'espace de travail, ainsi que les variables articulaires correspondantes. Elle permet

donc d'évaluer l'orientabilité d'un robot continu l'espace de travail est restreint autour du site d'opération, comme c'est le cas dans les interventions médicales considérées ici. De plus, elle permet de prendre en compte les déformations complexes du RTC-m sous l'action de la gravité et du champ magnétique. Cela n'a pas été proposé auparavant dans la littérature. La méthode permet également l'implémentation de commandes en boucle ouverte, les variables articulaires calculées pouvant être utilisées pour commander le robot.

Performances et comportement des RTC et des RC-m : Les méthodes numériques développées ont permis premièrement de fournir de nouvelles informations sur les capacités de déploiement ALFI des RTCs. Lorsque les tubes sont placés en opposition, le déploiement des tubes mène à la construction d'un diagramme de bifurcation en fourche qui donne des informations sur la longueur de déploiement ALFI et les configurations possibles du robot au cours du déploiement. Ces diagrammes ont été obtenus automatiquement pour des RTC composés de tubes hélicoïdaux ou de plus de deux tubes à l'aide de notre méthode numérique. Ainsi, nous avons évalué pour la première fois la longueur de déploiement ALFI maximale réalisable par une paire de tubes hélicoïdaux, et avons mis en avant son indépendance par rapport à la courbure en torsion. Nous avons également étudié la cardinalité d'un RTC composé de trois tubes, et identifié les différentes configurations possibles du robot. Il est ainsi envisageable de réaliser des déploiements ALFI de manière contrôlée et sûre pour le patient lorsque les tubes sont placés en opposition, ce qui étend les capacités de déploiement des RTC.

Deuxièmement, les méthodes développées ont permis d'obtenir des connaissances inédites sur le comportement des RC-m évoluant dans le plan et dans l'espace, et notamment sur le débattement angulaire maximal qu'ils peuvent réaliser. Dans le cas du RC-m plan, elles ont permis de tracer pour la première fois le diagramme en S du robot lorsqu'il est soumis à un champ magnétique tournant. Les bifurcations de ce diagramme donnent alors une indication du débattement angulaire maximal atteignable par le robot de manière stable. Ce débattement angulaire a été évalué pour la première fois pour un RC-m plan pour lequel on prend en compte la masse de l'aimant et celle de la section flexible. Ces diagrammes ont également été tracés pour la première fois pour un RC-m évoluant dans l'espace. Deux cas d'étude où le champ magnétique tourne dans un plan et est supposé homogène ont été proposés pour étudier et expliquer le comportement du RC-m spatial. Les graphes de bifurcation correspondants ont été tracés et ont été interprétés en raisonnant sur l'équilibre entre les efforts magnétiques, de pesanteur et élastiques. Faire tourner le champ dans le plan parallèle à la direction de la gravité mène le robot à changer de cardinalité avant d'arriver aux points limites identifiés dans le cas plan. Il peut alors suivre deux branches d'équilibre hors plan, en fonction de petites perturbations appliquées au niveau de la bifurcation. Cette dernière indique le débattement angulaire maximal atteignable de manière stable par le RC-m spatial, qui est significativement inférieur à celui obtenu pour le RC-m plan. Les perturbations peuvent être induites par l'inhomogénéité du champ, qui produit des perturbations de couple magnétique différentes suivant la position proximale du robot dans l'espace de travail. Nous avons montré que ces perturbations peuvent alors avoir une influence significative sur le comportement du RC-m, et doivent être prises en compte lors de la commande de ce dernier.

Concept de RTC-m : La proposition du concept de RTC-m pour les interventions médicales minimalement invasives est originale et constitue une contribution. Plusieurs variantes ont été proposées, en faisant varier le nombre de tubes pré-courbés en interaction, leurs propriétés mécaniques et le nombre et la disposition des aimants le long de la colonne du robot. Deux de ces variantes nous ont semblé à la fois représentatives et simples à construire dans le cadre d'une première étude. Elles ont fait l'objet d'une étude expérimentale appuyée par des simulations numériques. Un prototype de RTC-m a été conçu et fabriqué. Il possède 6 degrés de liberté pour un diamètre extérieur de 1.07 mm et une longueur maximale de 100 mm environ. Une unité d'actionnement de RTC à deux tubes utilisable dans un SNM comme le Cardiomag a également été conçue et fabriquée. Deux propositions d'utilisation du RTC-m ont par la suite été proposées, qui consistent à utiliser les actionnements concentriques et magnétiques de manière découplée ou couplée. Leurs performances en termes de déploiement, d'espace de travail et d'interaction avec leur environnement ont été évaluées en réalisant trois expériences inspirées des interventions minimalement invasives.

Tout d'abord, nous avons montré l'utilisation de la structure 1 de RTC-m dans un scénario de navigation à travers un canal d'accès et d'exploration d'une cavité. Les tubes pré-courbés en Nitinol sont utilisés pour déployer le robot de manière ALFI lors de la navigation à travers les canaux étroits et tortueux menant au site d'opération. Les mesures montrent une erreur de déploiement ALFI qui nous semble acceptable pour un premier prototype. La partie RC-m est ensuite déployée pour parcourir une portion de l'espace de travail à l'aide de la manipulation magnétique. Différentes formes d'espace de travail ont été obtenues pour les différents déploiements ALFI réalisés, avec des débattements angulaires à l'extrémité plus importants que ceux proposés dans la littérature.

Ensuite, les actionnements concentriques et magnétiques ont été utilisés de manière simultanée pour orienter l'extrémité du robot autour d'un site d'opération. Les débattements angulaires atteints par le RTC-m pendant la tâche d'orientation sont évalués numériquement et expérimentalement, ce qui est une première dans le domaine des robots continus. Une stratégie de commande en boucle ouverte a été proposée pour réaliser l'expérience. Les variables articulaires nécessaires à la commande ont été calculés à l'aide de la méthode numérique dédiée présentée précédemment. La commande en boucle ouverte permet de fixer la position de l'extrémité en un point de l'espace avec des erreurs cohérentes par rapport à la littérature, tout en faisant varier l'orientation du robot autour de deux axes. Des débattements angulaires comparables à ceux rencontrés dans la littérature pour d'autres types de robots continus à actionnement hybride ont été observés expérimentalement. Nous proposons également une stratégie simple pour limiter les déformations du robot dans le canal d'accès, qui est de ne pas actionner la rotation du tube extérieur.

L'utilisation du champ magnétique pendant la manipulation des tubes a également permis de mettre en évidence l'intérêt de la structure 2 de RTC-m. Changer l'orientation du champ revient à changer les efforts appliqués pendant la rotation des tubes et permet ainsi de déstabiliser ou de stabiliser à volonté le robot. Cette capacité à agir de manière active sur la stabilité du robot a été validée par la simulation et par l'expérience. De plus, comme les efforts magnétiques déforment peu les tubes en Nitinol du fait de leur raideur, la modulation de stabilité élastique est obtenue pour de faibles variations de la position de l'extrémité du robot. Le RTC-m constitue donc le premier robot continu dont il est possible d'agir de manière active sur sa stabilité élastique. Cette capacité permet notamment de fournir différents types d'interactions au contact des tissus.

PERSPECTIVES

Ce travail de thèse ouvre de nombreuses perspectives, portant sur les trois thèmes mis en avant dans la conclusion.

Méthodes numériques pour l'analyse de robots continus : Nous avons vu que la méthode numérique pour l'analyse de stabilité et de cardinalité des robots continus fournit des informations intéressantes, mais qu'elle peut être également améliorée sur plusieurs points. Tout d'abord, nous avons constaté qu'une variation importante de propriétés mécaniques et magnétiques le long du robot continu engendre un mauvais conditionnement de la matrice utilisée pour l'évaluation de stabilité locale. Intégrer une stratégie pour gérer ces variations dans la méthode numérique devrait permettre de résoudre ce problème de conditionnement. Il serait alors possible d'évaluer correctement la stabilité locale des RC-m.

Ensuite, bien que les angles d'Euler induisent une forme intéressante des équations d'équilibre, ils souffrent de singularités de représentation qui ont été rencontrées dans le cas du RC-m spatial. Ces singularités ne représentent qu'une petite portion de l'espace de travail parcouru, mais empêchent tout de même la caractérisation complète du comportement du robot. Il semble donc intéressant d'envisager d'autres représentations de l'orientation du robot dans l'espace, comme les représentations par quaternion ou par vecteur de rotation.

Enfin, la méthode numérique actuelle se base sur un modèle géométrico-statique qui ne prend pas en compte les frottements entre les tubes. Nous avons ici abordé le problème comme les autres auteurs ayant traité le sujet, la modélisation du frottement dans ces systèmes restant un problème ouvert. Il serait tout de même bien sûr intéressant d'essayer de les inclure dans le modèle géométrico-statique pour observer leur influence par la méthode numérique. Ces frottements induisent des efforts non conservatifs, dont il n'est pas possible d'exprimer une énergie potentielle. Les prendre en compte nécessiterait donc d'adapter le développement du modèle et l'évaluation de stabilité locale, qui sont basées sur l'expression de l'énergie potentielle totale du robot continu. Un autre phénomène physique qu'il serait intéressant de prendre en compte est le contact du robot avec lui-même ou avec son environnement. Ces contacts ont en effet été observés expérimentalement lors de la manipulation magnétique du RTC-m en espace libre. Les prendre en compte permettrait de prédire le comportement du robot dû à ces interactions et ainsi de pouvoir mieux le contrôler. Il est à noter que l'inclusion de différentes représentations de l'orientation [Boyer et al., 2004], des frottements et des contacts [Gay Neto et al., 2015] dans les modèles de poutres élastiques a déjà été traité au moins en partie en mécanique des structures. Il serait donc intéressant d'établir des passerelles entre les formalismes utilisés dans ces travaux et ceux employés en robotique continue.

Performances et comportement des RTC et des RC-m : La généralité de la méthode ainsi que les informations obtenues grâce à elle dans cette thèse permettent d'envisager son exploitation pour d'autres RTC et de RC-m. Plusieurs stratégies ont été proposées dans la littérature pour obtenir des RC-m plus performants, mais dont le comportement n'a pas été étudié en détails. On peut par exemple citer le travail de [Liu et al., 2014], où plusieurs aimants avec différentes directions de magnétisation sont utilisés pour augmenter le nombre de degrés de liberté, ou encore le travail de [Kim et al., 2019] qui considère

un RC-m entièrement flexible et magnétique. La méthode numérique devrait pouvoir être directement appliquée à ces robots pour évaluer les avantages et inconvénients des deux stratégies. Une conception de RTC intéressante à étudier avec la méthode numérique est elle basée sur l'assemblage de tubes pré-courbés et structurés par gravure laser. Cette structuration permet de jouer sur le ratio entre raideur en flexion et raideur en torsion, et ainsi agir de manière passive sur la stabilité du RTC. Ce ratio d'anisotropie est un paramètre du modèle géométrico-statique qu'il est possible de faire varier par continuation. La méthode numérique peut alors être utilisée pour déterminer le ratio qui assure la stabilité globale du robot, ce qui a été démontré dans un travail annexe de cette thèse, publié à la conférence SURGETICA 2017 à Strasbourg.

De nouvelles conceptions de robot pourraient également être étudiées grâce aux outils développés et aux résultats obtenus dans cette thèse. La possibilité d'étudier le comportement du robot en fonction d'une variation de raideur permet de considérer des robots dont la raideur est modulée activement. La méthode numérique pourrait alors être utilisée comme assistant de conception pour de nouveaux robots continus à raideur variable. Notamment, nous pensons qu'un RTC composé de tubes dont la raideur est modulée activement pourrait avoir des capacités accrues en termes d'interaction avec l'environnement et de stabilité élastique. La conception et la fabrication de ce RTC pose cependant des difficultés concernant l'inclusion d'un mécanisme de modulation de raideur dans l'épaisseur des tubes, auxquelles nous avons eu l'occasion de réfléchir pendant la thèse. Leur développement nécessite donc d'itérer sur la miniaturisation des mécanismes de modulation de raideur, en parallèle de l'étude numérique de leur comportement.

Les informations obtenues sur le RC-m spatial nous permettent également d'envisager de nouvelles conceptions de robot. Nous avons notamment vu que le débattement angulaire d'un RC-m plan est supérieur à celui d'un RC-m spatial de manière significative. Nous pensons donc qu'un RC-m spatial composé de deux RC-m plans assemblés en série et évoluant dans deux plans orthogonaux devrait avoir un espace de travail plus large qu'un RC-m spatial classique, à longueurs et raideurs équivalentes. Il serait intéressant dans un premier temps d'étudier numériquement l'espace de travail et le comportement de ce robot. Dans un second temps, un prototype pourrait être conçu et fabriqué de manière à pouvoir mesurer expérimentalement l'espace de travail. Cela nécessite notamment de trouver une solution technologique pour contraindre les déformations des deux robots dans leur plan respectif.

Concept de RTC-m : Bien que les résultats obtenus sur le RTC-m soient déjà prometteurs, le concept n'a été exploré que partiellement. Premièrement, seules deux variantes parmi les 4 proposées en chapitre 5 ont été étudiées. Nous pensons que les deux autres variantes sont d'intérêt et doivent être aussi étudiées, numériquement et expérimentalement. Les études numériques des variantes 3 et 4 peuvent être réalisées à l'aide des outils développés dans la thèse du fait de leur généralité. De plus, des prototypes de ces deux variantes peuvent être réalisés à l'aide des mêmes composants que ceux utilisés pour les variantes 1 et 2.

Deuxièmement, les résultats sur les performances des RTC-m présentés ont été générés sans optimiser la conception du robot pour une application médicale spécifique. Nous avons cité précédemment plusieurs applications médicales qui présentent des problèmes d'accès, d'espace de travail et d'interaction avec l'environnement auxquels le RTC-m pourrait répondre, comme par exemple les interventions dans les fosses nasales et l'oreille moyenne. Bien que les résultats en termes d'espace de travail en position

et en orientation soient déjà intéressants, les déploiements ALFI réalisés ne prennent pas en compte les géométries propres aux fosses nasales [Girerd et al., 2018a] et canaux auditifs [Dahroug et al., 2018]. De plus, l'erreur de déploiement est actuellement trop élevée pour envisager le déploiement du RTC-m à travers ces canaux d'accès. Une perspective majeure est donc de concevoir les tubes de manière à optimiser les performances du robot au cours de ces interventions. Cela permettrait de pouvoir réaliser des déploiements ALFI précis et sans contact avec les tissus. L'espace de travail et la stabilité du robot pourraient également être optimisés de manière à couvrir les volumes d'intérêt et de réaliser les interventions de manière contrôlée. Ce travail de conception spécifique ouvre la voie d'une part à l'utilisation du RTC-m pour d'autres applications médicales qui présentent des problématiques similaires, comme les interventions trans-urétrales [Goldman et al., 2013, Hendrick et al., 2015b] et la neurochirurgie [Butler et al., 2012]. Dans ce dernier exemple, il n'y a pas de canal d'accès à proprement parler, mais le robot doit être déployé le long d'un chemin précis afin d'éviter des zones sensibles du cerveau. D'autre part, il permet d'entamer la transformation du concept de RTC-m en dispositif médical et d'envisager son utilisation en salle d'opération.

Outre l'étude et la conception de la structure mécanique, la commande du RTC-m représente un volet de recherche très intéressant. Pour le moment, le robot n'a été commandé qu'en boucle ouverte pour fixer la position de l'extrémité en un point et faire varier son orientation. Les erreurs obtenues nous semblent acceptables pour une première preuve de concept, mais ne sont pas acceptables lorsque l'on considère une intervention mini-invasive dans un environnement étroit, comme l'oreille et le nez. Elles sont en partie dues aux frottements entre les tubes qui sont difficiles à modéliser de manière précise. Il nous semble intéressant de pouvoir les compenser à l'aide d'une commande en boucle fermée. Cette commande pourrait s'appuyer sur l'utilisation du modèle géométrico-statique discret, qui a été récemment considéré pour la commande d'un RC-m dans [Sikorski et al., 2019a]. Ce modèle a en effet l'avantage d'avoir un modèle cinématique analytique, qui fournit une approximation du comportement du robot et qui peut être rapide à calculer. Les imprécisions dues à la phase de discrétisation peuvent être par la suite compensées par la boucle de retour. De plus, un nombre discret de capteurs est en général utilisé le long de la colonne pour mesurer la configuration du robot pendant la commande. Utiliser un modèle de robot discret est donc cohérent, la position des noeuds le long de la colonne pouvant correspondre par exemple à l'emplacement des capteurs. La commande du RTC-m pourrait également utiliser la relaxation dynamique afin de résoudre les modèles géométrico-statique directs et inverses. Cela requiert de réduire son temps de calcul. En effet, il n'est possible de l'utiliser actuellement qu'à des fréquences inférieures à 1Hz, alors que les commandes proposées jusqu'à présent pour les RTC et les RC-m affichent des fréquences de l'ordre de quelques Herz [Dupont et al., 2010] à 250Hz [Kim et al., 2015, Edelmann et al., 2017b]. Le temps de calcul de la relaxation dynamique pourrait être réduit en considérant un schéma d'intégration explicite au lieu d'une méthode Runge-Kutta [Barnes, 1999]. Le nombre et le placement des noeuds le long du robot pourraient également être optimisés pour atteindre une précision donnée. Dans un contexte de commande, cette précision pourrait notamment être vue à la baisse en considérant que les erreurs du modèle seront compensées par la boucle de retour.

Hormis la tâche de commande de pose, il nous semble intéressant de se focaliser sur deux types de tâches dans le cadre des interventions mini-invasives. Le premier type de tâche consiste à fixer un point de la colonne (A) dans l'espace et contrô-

ler la position de l'extrémité (B), de manière analogue à la stratégie développée dans [Dahroug et al., 2016]. Cela permettrait de satisfaire les contraintes imposées par un point d'entrée du robot dans le corps, situé au point (A), tout en manipulant les outils fixés à l'extrémité du robot (B). Cette tâche pourrait être réalisée à l'aide du RTC-m en boucle ouverte ou en boucle fermée. La commande en boucle ouverte pourrait être réalisée en calculant les variables articulaires à l'aide de la méthode numérique basée sur le problème géométrico-statique inverse, qui peut être utilisée directement. L'établissement d'une commande en boucle fermée nécessite d'établir une loi de commande qui sait gérer les deux tâches de positionnement, telle que celle proposée dans [Dahroug et al., 2016]. Elle nécessite également de pouvoir mesurer la forme du robot dans l'espace, ou à minima la position du point (A).

Le second type consiste à contrôler la stabilité élastique du robot de manière à fournir différents types d'interactions avec l'environnement. On pourrait notamment discerner trois types d'interactions suivant que le robot est globalement stable, localement instable ou à la limite de stabilité globale. Tout d'abord, rendre le robot globalement stable permet de supprimer les effets de saut qu'il est possible d'avoir lors de la rotation des tubes, et ainsi maîtriser à tout moment la pose du robot. Ensuite, rendre le robot localement instable permet de le reconfigurer avec une dynamique importante et donc de générer des efforts qu'il n'est pas possible d'obtenir en statique du fait de la raideur des tubes. Enfin, placer le robot à sa limite de stabilité globale peut permettre d'octroyer au robot une raideur quasiment nulle. Ce principe a été mis en pratique dans le passé en assemblant des ressorts de manière antagoniste et en réglant leur pré-contrainte de manière ce qu'ils soient à la limite de flamber. Il a permis d'obtenir par exemple un mécanisme de raideur quasi nulle pour détecter des contacts entre un robot et un patient dans [Begey et al., 2019]. S'approcher de la limite de stabilité globale pourrait donc permettre de moduler de manière active la raideur apparente du robot, et de la faire varier avec de grandes amplitudes.

Contrôler la stabilité élastique de manière précise n'est bien sûr pas aisé. La prédiction de ces phénomènes est très sensible aux erreurs de modèle [Singh et al., 2013], du fait de phénomènes non modélisés comme les frottements entre les tubes et des erreurs d'identification des paramètres des tubes. Un premier travail pour contrôler la stabilité élastique est donc de pouvoir maîtriser l'impact des frottements sur le comportement du robot. Cela nécessite de travailler sur des modèles de frottement plus précis, ou sur des solutions mécaniques qui permettent de réduire les frottements. Des solutions ont été envisagées dans [Lee et al., 2015] et [Walker et al., 2016], mais posent encore des problèmes de bio-compatibilité et d'encombrement. Un second travail consiste à identifier les paramètres des tubes, leurs propriétés géométriques, mécaniques mais aussi leur orientation relative, de manière précise. La mise en place de techniques d'identification pour les robots continus est un sujet de recherche récent, comme le montre notamment le travail sur le recalage en rotation des tubes présenté dans [Modes et al., 2020]. C'est une étape à notre sens essentielle pour le contrôle de la stabilité élastique.

LISTE DES PUBLICATIONS

REVUES INTERNATIONALES À COMITÉ DE LECTURE

- Peyron, Q., K. Rabenoroso, P. Renaud et N. Andreff. “*A numerical framework for the stability and cardinality analysis of concentric tube robots : Introduction and application to the follow-the-leader deployment.*” Mechanism and Machine Theory, Springer, 2019.
- Peyron, Q., Q. Boehler, K. Rabenoroso, B.J. Nelson, P. Renaud et N. Andreff. “*Kinematic Analysis of Magnetic Continuum Robots Using Continuation Method and Bifurcation Analysis.*” IEEE-Robotics and Automation Letters, 2018.

ACTE DE CONFÉRENCE PUBLIÉ SOUS FORME DE CHAPITRES D’OUVRAGES

- Peyron, Q., K. Rabenoroso, N. Andreff, et P. Renaud. “*Evaluation of Dynamic Relaxation to Solve Kinematics of Concentric Tube Robots.*” Advances in Robot Kinematics 2018, pp.100-107, Springer, 2018.

CONFÉRENCE INTERNATIONALE AVEC COMITÉ DE LECTURE ET ÉDITION DES ACTES

- Peyron, Q., Q. Boehler, K. Rabenoroso, B.J. Nelson, P. Renaud et N. Andreff. “*Kinematic Analysis of Magnetic Continuum Robots Using Continuation Method and Bifurcation Analysis.*” IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Madrid, 2018.

CONFÉRENCES NATIONALES AVEC COMITÉ DE LECTURE ET ÉDITION DES ACTES

- Peyron, Q., K. Rabenoroso, N. Andreff, et P. Renaud. “*Towards more versatile concentric tube robots using stiffness modulation.*” Surgetica, Strasbourg, 2017.
- Peyron, Q., K. Rabenoroso, N. Andreff, et P. Renaud. “*Orientability evaluation of concentric tube robots deployed in natural orifices.*” Surgetica, Rennes, 2019.

ATELIER INTERNATIONAL

- Peyron, Q., K. Rabenoroso, N. Andreff, et P. Renaud. “*Stability and cardinality analysis of concentric tube robots using a numerical approach.*” Atelier CSR, IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS), Madrid, 2018.

COMMUNICATIONS NATIONALES

- Peyron, Q., K. Rabenorosoa, N. Andreff, et P. Renaud. “*Contributing to the development of concentric tube robots with hybrid actuation*” Journée recherche de l’INSA de Strasbourg, Strasbourg, 2018, poster.
- Peyron, Q., K. Rabenorosoa, N. Andreff, et P. Renaud. “*Contributing to the design of concentric tube robots with hybrid actuation*” Journées du Labex CAMI, Brest, 2018, communication orale.
- Peyron, Q., K. Rabenorosoa, N. Andreff, et P. Renaud. “*Robots tentaculaires pour les interventions minimalement invasives*” Festival Pint of Science, Besançon, 2019, communication orale.



ANNEXES

A

DÉVELOPPEMENT DU MODÈLE GÉOMÉTRICO-STATIQUE DE ROBOT CONTINU PAR LA FORMULE D'EULER-LAGRANGE

Dans cette annexe, nous détaillons le développement des équations d'équilibre de notre modèle géométrico-statique. Il est obtenu en appliquant la formule d'Euler Lagrange à l'énergie potentielle totale du robot. Les variables d'état considérées pour cela sont les angles de torsion $\theta_i, i = 1..n$, la courbure \mathbf{u}_B , la position \mathbf{p} et l'orientation de la colonne en termes d'angles d'Euler \mathbf{a} .

A.1/ RAPPELS

CALCUL DE L'ÉNERGIE POTENTIELLE TOTALE DU ROBOT

L'énergie potentielle totale du robot E le long de la section j est la somme de l'énergie potentielle de déformation E_e et de l'énergie potentielle due aux efforts extérieurs E_f . Après avoir pris en compte les contraintes d'assemblage entre les tubes, l'énergie potentielle élastique le long de la section j s'écrit :

$$E_e = \int_{L_{j+1}}^{L_j} w_e(\theta_i, \mathbf{u}_B) ds \quad (\text{A.1.1})$$
$$w_e = \frac{1}{2} \int_{L_{j+1}}^{L_j} \sum_{i=1}^{n_j} (\mathbf{u}_B + \theta'_i \mathbf{e}_z - {}^B \mathbf{R}_i \hat{\mathbf{u}}_i)^T \mathbf{K}_i (\mathbf{u}_B + \theta'_i \mathbf{e}_z - {}^B \mathbf{R}_i \hat{\mathbf{u}}_i) ds$$

L'énergie potentielle due aux efforts extérieurs s'écrit quand à elle :

$$E_f = \int_{L_{j+1}}^{L_j} w_f(\mathbf{a}, \mathbf{p}) ds + W_f(\mathbf{a}(L), \mathbf{p}(L)) \quad (\text{A.1.2})$$

où $w_f(\mathbf{a}, \mathbf{p})$ et $W_f(\mathbf{a}, \mathbf{p})$ sont les densités d'énergie induites par les forces et les couples distribuées le long de la colonne et appliqués à son extrémité respectivement. L'énergie

potentielle totale du robot est donnée par la somme de (A.1.1) et (A.1.2) :

$$E = \int_{L_{j+1}}^{L_j} w(\theta_i, \mathbf{u}_B, \mathbf{a}, \mathbf{p}) ds + W_f(\mathbf{a}, \mathbf{p}) \quad (\text{A.1.3})$$

$$w = w_e(\theta_i, \mathbf{u}_B) + w_f(\mathbf{a}, \mathbf{p})$$

CONTRAINTES ENTRE LES ÉTATS

Les variables d'états \mathbf{u}_B , \mathbf{p} et \mathbf{a} sont liées par les relations suivantes :

$$\mathbf{C}_a = \mathbf{0} \quad \mathbf{C}_a = \mathbf{u}_B - \mathbf{M}\mathbf{a}' \quad (\text{A.1.4})$$

$$\mathbf{C}_p = \mathbf{0} \quad \mathbf{C}_p = \mathbf{p}' - {}^0\mathbf{R}_B(\mathbf{a}) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T \quad (\text{A.1.5})$$

A.2/ CALCUL DES ÉQUATIONS D'ÉQUILIBRE

Nous utilisons à présent la formule d'Euler Lagrange afin de déterminer $\mathbf{x}_g = [\theta_i \ u_{Bx} \ u_{By} \ \mathbf{a}^T \ \mathbf{p}^T]^T$ qui minimise l'énergie potentielle totale A.1.3 tout en respectant les contraintes (A.1.4) et (A.1.5). Pour respecter ces deux contraintes, deux vecteurs de multiplicateurs sont introduits, notés λ_a et λ_p respectivement. Les équations d'équilibre du robot continu sont alors données par la relation :

$$\frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial w}{\partial x'_{g,k}} - \frac{\partial w}{\partial x_{g,k}} + \frac{\partial}{\partial s} \left\langle \frac{\partial \mathbf{C}_a}{\partial x'_{g,k}}, \lambda_a \right\rangle - \left\langle \frac{\partial \mathbf{C}_a}{\partial x_{g,k}}, \lambda_a \right\rangle + \frac{\partial}{\partial s} \left\langle \frac{\partial \mathbf{C}_p}{\partial x'_{g,k}}, \lambda_p \right\rangle - \left\langle \frac{\partial \mathbf{C}_p}{\partial x_{g,k}}, \lambda_p \right\rangle = 0 \quad (\text{A.2.1})$$

où $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ désigne le produit scalaire de \mathbf{a} par \mathbf{b} . Dans la suite, nous utilisons cette formule mais en exprimant le produit scalaire par des produits matriciels, via l'identité $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle = \mathbf{a}^T \mathbf{b}$. La formule d'Euler Lagrange s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial w}{\partial x'_{g,k}} - \frac{\partial w}{\partial x_{g,k}} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \mathbf{C}_a^T \lambda_a}{\partial x'_{g,k}} \right) - \frac{\partial \mathbf{C}_a^T \lambda_a}{\partial x_{g,k}} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \mathbf{C}_p^T \lambda_p}{\partial x'_{g,k}} \right) - \frac{\partial \mathbf{C}_p^T \lambda_p}{\partial x_{g,k}} = 0 \quad (\text{A.2.2})$$

où $x_{g,k}$ est la k -ième variable d'état de \mathbf{x}_g . Nous détaillons maintenant le développement de cette formule pour chaque état.

ANGLES DE TORSION

Les angles de torsion n'interviennent que dans l'expression de la densité d'énergie élastique w_e . Lorsque $x_{g,k} = \theta_i$, l'équation (A.2.2) s'écrit alors :

$$\frac{\partial}{\partial s} \frac{\partial w_e}{\partial \theta'_i} - \frac{\partial w_e}{\partial \theta_i} = 0 \quad (\text{A.2.3})$$

Nous développons dans un premier temps l'expression de w_e qui devient :

$$w_e = \sum_{i=1}^{n_j} \frac{1}{2} \left[\underbrace{u_B^T K_i u_B}_1 + \underbrace{u_B^T K_i \theta'_i e_z}_2 - \underbrace{u_B^T K_i^B R_i \hat{u}_i}_3 + \underbrace{\theta'_i e_z^T K_i u_B}_4 + \underbrace{\theta'_i e_z^T K_i \theta'_i e_z}_5 - \underbrace{\theta'_i e_z^T K_i^B R_i \hat{u}_i}_6 \right. \\ \left. - \underbrace{[{}^B R_i \hat{u}_i]^T K_i u_B}_7 - \underbrace{[{}^B R_i \hat{u}_i]^T K_i \theta'_i e_z}_8 + \underbrace{[{}^B R_i \hat{u}_i]^T K_i [{}^B R_i \hat{u}_i]}_9 \right] \quad (\text{A.2.4})$$

Nous obtenons une somme de produits matriciels entre les différentes matrices intervenant. Dans un second temps, nous développons chaque terme de la somme (A.2.4) permettant d'obtenir w_e .

Termes 2 et 4 :

$$u_B^T K_i \theta'_i e_z = \theta'_i e_z^T K_i u_B = 0 \quad (\text{A.2.5})$$

car les vecteurs e_z et u_B sont orthogonaux par construction de \mathcal{R}_B .

Termes 3 et 7 :

$$u_B^T K_i^B R_i \hat{u}_i + [{}^B R_i \hat{u}_i]^T K_i u_B = 2u_B^T K_i^B R_i \hat{u}_i \quad (\text{A.2.6}) \\ \text{car } u_B^T K_i^B R_i \hat{u}_i = [u_B^T K_i^B R_i \hat{u}_i]^T = [{}^B R_i \hat{u}_i]^T K_i u_B$$

Terme 5 :

$$\theta'_i e_z^T K_i \theta'_i e_z = k_{it} \theta_i'^2 \quad (\text{A.2.7})$$

Termes 6 et 8 :

$$[{}^B R_i \hat{u}_i]^T K_i \theta'_i e_z = \theta'_i e_z^T K_i^B R_i \hat{u}_i = k_{it} \hat{u}_{iz} \theta_i' \quad (\text{A.2.8})$$

Terme 9 :

$$[{}^B R_i \hat{u}_i]^T K_i [{}^B R_i \hat{u}_i] = \hat{u}_i^T R_i^T K_i^B R_i \hat{u}_i \quad (\text{A.2.9})$$

Comme les modules de flexions sont considérés identiques suivant les axes x_i et y_i , la matrice K_i est invariante par rapport à une rotation d'axe z_i . Or le repère \mathcal{R}_i est obtenu en appliquant une rotation d'angle θ_i et d'axe $z_B = z_i$ sur le repère \mathcal{R}_B . On en déduit alors que :

$$[{}^B R_i \hat{u}_i]^T K_i [{}^B R_i \hat{u}_i] = \hat{u}_i^T K_i \hat{u}_i \quad (\text{A.2.10})$$

En intégrant (A.2.5-A.2.10) dans l'expression de w_e (A.2.4), et en appliquant la formule d'Euler Lagrange (A.2.3), nous obtenons l'équation d'équilibre en torsion suivante pour le tube i :

$$k_{it} \theta_i'' - \hat{u}'_{iz} k_{it} + k_i t' (\theta_i' - \hat{u}_{iz}) - u_B^T K_i \frac{\partial^B R_i}{\partial \theta_i} \hat{u}_i = 0 \quad (\text{A.2.11})$$

COURBURE

La courbure \mathbf{u}_B intervient dans l'expression de la densité d'énergie w_e et dans l'équation de contrainte (A.1.4). Lorsque $x_{g,k} = u_{Bx}$ ou $x_{g,k} = u_{By}$, l'équation (A.2.2) s'écrit alors :

$$-\frac{\partial w_e}{\partial u_{Bx|y}} - \lambda_a \frac{\partial \mathbf{C}_a}{\partial u_{Bx|y}} = 0 \quad (\text{A.2.12})$$

On peut voir dans l'expression développée de w_e (A.2.4) que seuls les termes 1, 3 et 7 dépendent de \mathbf{u}_B et ne sont pas nuls. D'après la relation (A.2.6) et comme $\mathbf{u}_B \cdot \mathbf{e}_z = 0$ par construction de \mathcal{R}_B , nous avons :

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_e}{\partial u_{Bx|y}} &= \frac{\partial}{\partial u_{Bx|y}} \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_j} \mathbf{u}_B^T \mathbf{K}_i \mathbf{u}_B - 2 \mathbf{u}_B^T \mathbf{K}_i^B \mathbf{R}_i \hat{\mathbf{u}}_i \right] \\ &= \frac{\partial}{\partial u_{Bx|y}} \left[\frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n_j} k_{fi} (u_{Bx}^2 + u_{By}^2) - 2 \mathbf{u}_B^T \mathbf{K}_i^B \mathbf{R}_i \hat{\mathbf{u}}_i \right] \\ &= \sum_{i=1}^{n_j} k_{fi} \begin{bmatrix} u_{Bx} \\ u_{By} \end{bmatrix} - \left[\sum_{i=1}^{n_j} {}^B \mathbf{R}_i(\theta_i) \mathbf{K}_i \hat{\mathbf{u}}_i \right]_{xy} \end{aligned} \quad (\text{A.2.13})$$

où la notation \mathbf{a}_{xy} signifie qu'on ne considère que les deux premières composantes du vecteur \mathbf{a} . Considérant de plus l'expression de \mathbf{C}_a (A.1.4), nous avons :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{C}_a}{\partial u_{Bx|y}} &= \frac{\partial \mathbf{u}_B}{\partial u_{Bx|y}} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (\text{A.2.14})$$

La formule de Lagrange (A.2.12) nous donne alors l'équation d'équilibre suivante :

$$\boxed{- \sum_{i=1}^{n_j} k_{fi} \begin{bmatrix} u_{Bx} \\ u_{By} \end{bmatrix} + \left[\sum_{i=1}^{n_j} {}^B \mathbf{R}_i(\theta_i) \mathbf{K}_i \hat{\mathbf{u}}_i - \lambda_a \right]_{xy} = 0} \quad (\text{A.2.15})$$

POSITION

La position de la colonne \mathbf{p} intervient dans la densité d'énergie due aux efforts extérieurs $w_f(\mathbf{a}, \mathbf{p})$ et dans l'équation de contrainte (A.1.5). Lorsque $x_{g,k}$ est égal aux composantes de \mathbf{p} , notées p_x , p_y et p_z , la formule (A.2.2) nous donne les trois équations suivantes :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial w_f}{\partial p_x} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \mathbf{C}_p^T}{\partial p'_x} \lambda_p \right) &= 0 \\ -\frac{\partial w_f}{\partial p_y} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \mathbf{C}_p^T}{\partial p'_y} \lambda_p \right) &= 0 \\ -\frac{\partial w_f}{\partial p_z} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \mathbf{C}_p^T}{\partial p'_z} \lambda_p \right) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2.16})$$

qui peuvent être mises sous la forme vectorielle suivante :

$$-\frac{\partial w_f}{\partial \mathbf{p}} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\left[\frac{\partial \mathbf{C}_p}{\partial \mathbf{p}'} \right]^T \lambda_p \right) = \mathbf{0} \quad (\text{A.2.17})$$

Comme expliqué dans [Jung et al., 2011], la dérivée partielle de la densité d'énergie par rapport à la position de la colonne est liée aux forces extérieures distribuées le long de cette dernière \mathbf{f}_0 tel que :

$$-\frac{\partial w_f}{\partial \mathbf{p}} = \mathbf{f}_0 \quad (\text{A.2.18})$$

L'expression du deuxième terme de la somme (A.2.17) est obtenue en considérant l'expression de \mathbf{C}_p dans (A.1.5) et s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} \left(\left[\frac{\partial \mathbf{C}_p}{\partial \mathbf{p}'} \right]^T \lambda_p \right) &= \frac{\partial}{\partial s} \left(\left[\frac{\partial \mathbf{p}'}{\partial \mathbf{p}} \right]^T \lambda_p \right) \\ &= \lambda_p' \end{aligned} \quad (\text{A.2.19})$$

Les équations d'équilibre découlant de la position de la colonne s'écrivent donc :

$$\lambda_p' + \mathbf{f}_0 = \mathbf{0} \quad (\text{A.2.20})$$

Cette équation nous permet d'identifier la signification physique de λ_p . Elle est en effet très similaire à l'équation de Cosserat permettant de calculer les efforts tranchants le long de la colonne \mathbf{n}_0 dus aux efforts extérieurs. Cette équation est donnée dans [Rucker et al., 2010a] (équation (6)) et s'écrit :

$$\mathbf{n}_0' = -\mathbf{f}_0 \quad (\text{A.2.21})$$

Nous en déduisons que le vecteur de multiplicateurs λ_p correspond aux efforts tranchants dus aux efforts extérieurs exprimés dans \mathcal{R}_0 .

ANGLE D'EULER

Les angles d'Euler interviennent dans l'expression de la densité d'énergie due aux efforts extérieurs w_f et dans les équations de contrainte (A.1.4) et (A.1.5). Lorsque $x_{g,k}$ correspond aux angles d'Euler a_x , a_y et a_z , l'équation (A.2.2) fournit les trois équations suivantes :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial w_f}{\partial a_x} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \mathbf{C}_a^T}{\partial a'_x} \lambda_a \right) - \frac{\partial \mathbf{C}_a^T}{\partial a_x} \lambda_a - \frac{\partial \mathbf{C}_p^T}{\partial a_x} \lambda_p &= 0 \\ -\frac{\partial w_f}{\partial a_y} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \mathbf{C}_a^T}{\partial a'_y} \lambda_a \right) - \frac{\partial \mathbf{C}_a^T}{\partial a_y} \lambda_a - \frac{\partial \mathbf{C}_p^T}{\partial a_y} \lambda_p &= 0 \\ -\frac{\partial w_f}{\partial a_z} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial \mathbf{C}_a^T}{\partial a'_z} \lambda_a \right) - \frac{\partial \mathbf{C}_a^T}{\partial a_z} \lambda_a - \frac{\partial \mathbf{C}_p^T}{\partial a_z} \lambda_p &= 0 \end{aligned} \quad (\text{A.2.22})$$

Ces équations sont mises sous forme vectorielle en considérant le vecteur d'angles d'Euler \mathbf{a} , tel que :

$$-\frac{\partial w_f}{\partial \mathbf{a}} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\left[\frac{\partial \mathbf{C}_a}{\partial \mathbf{a}'} \right]^T \lambda_a \right) - \left[\frac{\partial \mathbf{C}_a}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \lambda_a - \left[\frac{\partial \mathbf{C}_p}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \lambda_p = \mathbf{0} \quad (\text{A.2.23})$$

Tout d'abord, nous développons chaque terme de la somme (A.2.23), en commençant par le second terme en partant de la gauche. D'après l'expression de \mathbf{C}_a (A.1.4), le second terme s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial s} \left(\left[\frac{\partial \mathbf{C}_a}{\partial \mathbf{a}'} \right]^T \lambda_a \right) &= -\frac{\partial \mathbf{M}^T \lambda_a}{\partial s} \\ &= -\frac{\partial \mathbf{M}^T}{\partial s} \lambda_a - \mathbf{M}^T \lambda'_a \\ &= -\left[\frac{\partial \mathbf{M}^T}{\partial a_x} a'_x + \frac{\partial \mathbf{M}^T}{\partial a_y} a'_y + \frac{\partial \mathbf{M}^T}{\partial a_z} a'_z \right] \lambda_a - \mathbf{M}^T \lambda'_a \end{aligned} \quad (\text{A.2.24})$$

Le troisième terme s'écrit :

$$\left[\frac{\partial \mathbf{C}_a}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \lambda_a = -\left[\frac{\partial \mathbf{M} \mathbf{a}'}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \lambda_a \quad (\text{A.2.25})$$

Soient \mathbf{M}_1 , \mathbf{M}_2 et \mathbf{M}_3 les colonnes de \mathbf{M} , l'équation A.2.25 devient :

$$\begin{aligned} \left[\frac{\partial \mathbf{C}_a}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \lambda_a &= -\left[\frac{\partial [\mathbf{M}_1 \ \mathbf{M}_2 \ \mathbf{M}_3] \mathbf{a}'}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \lambda_a \\ &= -\left[\frac{\partial [\mathbf{M}_1 a'_x + \mathbf{M}_2 a'_y + \mathbf{M}_3 a'_z]}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \lambda_a \\ &= -\left[\left[\frac{\partial \mathbf{M}_1}{\partial \mathbf{a}} \right]^T a'_x + \left[\frac{\partial \mathbf{M}_2}{\partial \mathbf{a}} \right]^T a'_y + \left[\frac{\partial \mathbf{M}_3}{\partial \mathbf{a}} \right]^T a'_z \right] \lambda_a \end{aligned} \quad (\text{A.2.26})$$

D'après l'expression de \mathbf{C}_p (A.1.5), le quatrième terme s'écrit :

$$\left[\frac{\partial \mathbf{C}_p}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \lambda_p = -\left[\frac{\partial {}^0 \mathbf{R}_B e_z}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \lambda_p \quad (\text{A.2.27})$$

Soit \mathbf{R}_3 la troisième colonne de ${}^0 \mathbf{R}_B$, l'équation A.2.27 devient :

$$\left[\frac{\partial \mathbf{C}_p}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \lambda_p = -\left[\frac{\partial \mathbf{R}_3}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \lambda_p \quad (\text{A.2.28})$$

Ensuite, nous remplaçons les équations (A.2.24), (A.2.26) et (A.2.28) dans la formule d'Euler Lagrange (A.2.23) pour obtenir les équations d'équilibre découlant des angles d'Euler :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^T \lambda'_a &= -\frac{\partial w_f}{\partial \mathbf{a}} - \mathbf{S}_a \lambda_a - \mathbf{S}_p \lambda_p \\ \text{avec } \mathbf{S}_a &= \left(\frac{\partial \mathbf{M}^T}{\partial a_x} - \left[\frac{\partial \mathbf{M}_1}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \right) a'_x + \left(\frac{\partial \mathbf{M}^T}{\partial a_y} - \left[\frac{\partial \mathbf{M}_2}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \right) a'_y + \left(\frac{\partial \mathbf{M}^T}{\partial a_z} - \left[\frac{\partial \mathbf{M}_3}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \right) a'_z \\ \mathbf{S}_p &= -\left[\frac{\partial \mathbf{R}_3}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \end{aligned} \quad (\text{A.2.29})$$

Enfin, nous développons le premier terme de (A.2.23). Ce dernier exprime la variation de l'énergie potentielle due aux efforts distribués le long de la colonne suite à une variation d'angles d'Euler. Pour obtenir son expression, nous faisons le rapprochement entre les équations (A.2.15) et (A.2.29) et les équations d'équilibre obtenues dans [Lock et al., 2010] avec les équations spéciales de Cosserat. Elles sont en effet proches des équations (11) et (12) de cet article, qui s'écrivent respectivement avec les notations utilisées dans cette thèse :

$$\mathbf{u}_B|_{xy} = \left[\sum_{i=1}^{n_j} \mathbf{K}_i \right]^{-1} \left[\sum_{i=1}^{n_j} {}^B \mathbf{R}_i(\theta_i) \mathbf{K}_i \hat{\mathbf{u}}_i + \mathbf{m}_B \right]_{xy} \quad (\text{A.2.30})$$

$$\mathbf{m}'_B = -\boldsymbol{\tau}_B - [\mathbf{u}_B]_{\times} \mathbf{m}_B - [\mathbf{v}_B]_{\times} \mathbf{n}_B \quad (\text{A.2.31})$$

où \mathbf{m}_B , \mathbf{n}_B et $\boldsymbol{\tau}_B$ sont respectivement les moments fléchissants, les efforts tranchants dus aux efforts extérieurs et les couples distribués le long de la colonne exprimés dans \mathcal{R}_B . Nous en déduisons que $\boldsymbol{\lambda}_a = -\mathbf{m}_B$. Autrement dit, le vecteur de multiplicateurs $\boldsymbol{\lambda}_a$ correspond à un signe prêt aux moments fléchissants dus aux efforts extérieurs. En pré-multipliant (A.2.31) par $-\mathbf{M}^T$, et en remplaçant \mathbf{m}_B et \mathbf{n}_B par leurs expressions en fonction de $\boldsymbol{\lambda}_a$ et $\boldsymbol{\lambda}_p$, nous obtenons :

$$\mathbf{M}^T \boldsymbol{\lambda}'_a = \mathbf{M}^T \boldsymbol{\tau}_B - \mathbf{M}^T [\mathbf{u}_B]_{\times} \boldsymbol{\lambda}_a + \mathbf{M}^T [\mathbf{v}_B]_{\times} {}^B \mathbf{R}_0 \boldsymbol{\lambda}_p \quad (\text{A.2.32})$$

Nous identifions finalement l'équation obtenue à (A.2.29) pour obtenir l'expression suivante :

$$-\frac{\partial w_f}{\partial \mathbf{a}} = \mathbf{M}^T \boldsymbol{\tau}_B \quad (\text{A.2.33})$$

Les termes $\mathbf{M}[\mathbf{u}_B]_{\times}$ et $\mathbf{M}[\mathbf{v}_B]_{\times} {}^B \mathbf{R}_0$ ont été développés par calcul formel sous Matlab et sont équivalents à S_a et $-S_p$ respectivement. Les équations d'équilibre dues à l'application de la formule d'Euler Lagrange par rapport aux angles d'Euler s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{M}^T \boldsymbol{\lambda}'_a + \mathbf{M}^T \boldsymbol{\tau}_B + S_a \boldsymbol{\lambda}_a + S_p \boldsymbol{\lambda}_p &= \mathbf{0} \\ \text{avec } S_a &= \frac{\partial \mathbf{M}^T}{\partial s} - \left[\frac{\partial \mathbf{M} \mathbf{a}'}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \\ S_p &= - \left[\frac{\partial \mathbf{R}_3}{\partial \mathbf{a}} \right]^T \end{aligned} \quad (\text{A.2.34})$$

La matrice S_a n'est pas écrite sous sa forme la plus développée pour des raisons de lisibilité.

B

EXEMPLE DE PROGRAMME DE SIMULATION POUR CL-MATCONT

```
1 %% Deployment simulation of section 3 for a three-tube CTR. The
   kinematic model is written in the System file called "
   discrete_CTR_system.m".
2 % Initialization of CL-MatCont toolbox
3 init;
4
5 % Loading of CTR parameters, comprising the number of tube, the
   section length, their geometry and their mechanical properties
   . In this case
6 % p = [Ni, Delta Li, kit, kib, uix, uiy, uiz], i=1,2,3
7 p = CTR_parameters;
8
9 % Computation of the initial configuration of the robot with
   dynamic relaxation. X0 contain the twist angles of each tube
   evaluated at each point on the robot backbone.
10 handles = feval(@discrete_CTR_system);
11 [tspan, X0, options] = feval(handles{1}, p);
12
13 % Initialisation of the deployment simulation. The variable being
   varied during the PCM, here Delta L3, is selected using its
   index in vector p.
14 ap = 6;
15 [x1, v1] = init_EP_EP(@discrete_CTR_system, X0, p, ap);
16
17 % Settings for the continuation and bifurcation tools. Here some
   example of settings for the step size controller, the PCM and
   the bifurcation detection. User function for stability
   assessment is enabled here.
18 opt=contset(opt, 'MinStepsize', 1e-9);
19 opt=contset(opt, 'MaxStepsize', 20);
20 opt=contset(opt, 'MaxCorrlters', 60);
21 opt=contset(opt, 'FunTolerance', 1e-6);
22 opt=contset(opt, 'VarTolerance', 1e-6);
23 opt=contset(opt, 'TestTolerance', 1e-6);
```

```
24 opt=contset(opt, 'MaxNumPoints',150);
25
26 opt=contset(opt, 'UserFunctions',1);
27 UserInfo.name='userf1';UserInfo.state=1;UserInfo.label='u1';
28 opt=contset(opt, 'UserfunctionsInfo',UserInfo);
29
30 % Computation of the equilibrium branch corresponding to the
    desired deployment. The function cont performs all the steps
    contained in the CL-MatCont block of the flow chart diagram
    presented in Figure 4.
31 [x,v,s,h,f] = cont(@equilibrium,x1,v1,opt);
```

BIBLIOGRAPHIE

- [Amanov et al., 2015] Amanov, E., Nguyen, T.-D., et Burgner-Kahrs, J. (2015). **Additive manufacturing of patient-specific tubular continuum manipulators**. page 94151P.
- [Amanov et al., 2018] Amanov, E., Nguyen, T.-D., Markmann, S., Imkamp, F., et Burgner-Kahrs, J. (2018). **Toward a Flexible Variable Stiffness Endoport for Single-Site Partial Nephrectomy**. *Annals of Biomedical Engineering*, 46(10) :1498–1510.
- [Andreff et al., 2006] Andreff, N., et Martinet, P. (2006). **Vision-based kinematic modelling of some parallel manipulators for control purposes**. Dans *Proceedings of EuCoMeS, the First European Conference on Mechanism Science.*, Obergurgl, Austria.
- [Armijo et al., 2018] Armijo, P. R., Pagkratis, S., Boilesen, E., Tanner, T., et Oleynikov, D. (2018). **Growth in robotic-assisted procedures is from conversion of laparoscopic procedures and not from open surgeons' conversion : a study of trends and costs**. *Surgical Endoscopy*, 32(4) :2106–2113.
- [Ataollahi et al., 2016] Ataollahi, A., Karim, R., Fallah, A. S., Rhode, K., Razavi, R., Seneviratne, L. D., Schaeffter, T., et Althoefer, K. (2016). **Three-Degree-of-Freedom MR-Compatible Multisegment Cardiac Catheter Steering Mechanism**. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 63(11) :2425–2435.
- [Ayvali et al., 2012] Ayvali, E., Liang, C.-P., Ho, M., Chen, Y., et Desai, J. P. (2012). **Towards a discretely actuated steerable cannula for diagnostic and therapeutic procedures** :. *The International Journal of Robotics Research*.
- [Azimian et al., 2014] Azimian, H., Francis, P., Looi, T., et Drake, J. (2014). **Structurally-redesigned concentric-tube manipulators with improved stability**. Dans *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2030–2035.
- [Baek et al., 2016] Baek, C., Yoon, K., et Kim, D.-N. (2016). **Finite element modeling of concentric-tube continuum robots**. *Structural Engineering and Mechanics*, 57(5) :809–821.
- [Bailly et al., 2005] Bailly, Y., et Amirat, Y. (2005). **Modeling and Control of a Hybrid Continuum Active Catheter for Aortic Aneurysm Treatment**. Dans *Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 924–929.
- [Bajo et al., 2013] Bajo, A., Dharamsi, L. M., Nettekville, J. L., Garrett, C. G., et Simaan, N. (2013). **Robotic-assisted micro-surgery of the throat : The trans-nasal approach**. Dans *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 232–238.
- [Barber et al., 1996] Barber, C. B., Dobkin, D. P., Dobkin, D. P., et Huhdanpaa, H. (1996). **The Quickhull Algorithm for Convex Hulls**. *ACM Trans. Math. Softw.*, 22(4) :469–483.

- [Barnes, 1999] Barnes, M. R. (1999). **Form Finding and Analysis of Tension Structures by Dynamic Relaxation**. *International Journal of Space Structures*, 14(2) :89–104.
- [Baz et al., 1992] Baz, A., Poh, S., Ro, J., Mutua, M., et Gilheany, J. (1992). **Active Control of Nitinol-Reinforced Composite Beam**. Dans Tzou, H. S., et Anderson, G. L., éditeurs, *Intelligent Structural Systems, Solid Mechanics and Its Applications*, pages 169–212. Springer Netherlands, Dordrecht.
- [Begey et al., 2019] Begey, J., Nierenberger, M., Pfeiffer, P., Lecler, S., et Renaud, P. (2019). **A novel force sensor with zero stiffness at contact transition based on optical line generation**. Dans *2019 International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 8394–8400.
- [Bell et al., 2012] Bell, B., Stieger, C., Gerber, N., Arnold, A., Nauer, C., Hamacher, V., Kompis, M., Nolte, L., Caversaccio, M., et Weber, S. (2012). **A self-developed and constructed robot for minimally invasive cochlear implantation**. *Acta Oto-Laryngologica*, 132(4) :355–360.
- [Bergeles et al., 2015] Bergeles, C., Gosline, A. H., Vasilyev, N. V., Codd, P. J., Nido, P. J. d., et Dupont, P. E. (2015). **Concentric Tube Robot Design and Optimization Based on Task and Anatomical Constraints**. *IEEE Transactions on Robotics*, 31(1) :67–84.
- [Berlin et al., 1994] Berlin, A. A., et Sussman, G. J. (1994). **Towards Intelligent Structures : Active Control of Buckling**. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge, USA.
- [Bierbaum et al., 2009] Bierbaum, A., Schill, J., Asfour, T., et Dillmann, R. (2009). **Force position control for a pneumatic anthropomorphic hand**. Dans *2009 9th IEEE-RAS International Conference on Humanoid Robots*, pages 21–27.
- [Black et al., 2018] Black, C. B., Till, J., et Rucker, D. C. (2018). **Parallel Continuum Robots : Modeling, Analysis, and Actuation-Based Force Sensing**. *IEEE Transactions on Robotics*, 34(1) :29–47.
- [Blanc et al., 2017] Blanc, L., Delchambre, A., et Lambert, P. (2017). **Flexible Medical Devices : Review of Controllable Stiffness Solutions**. *Actuators*, 6(3) :23.
- [Bousquet et al., 2013] Bousquet, S., et Szewczyk, J. (2013). **Steerable structure of catheter or endoscope type**.
- [Boyer et al., 2004] Boyer, F., et Primault, D. (2004). **Finite element of slender beams in finite transformations : a geometrically exact approach**. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 59(5) :669–702.
- [Burdette et al., 2010] Burdette, E. C., Rucker, D. C., Prakash, P., Diederich, C. J., Croom, J. M., Clarke, C., Stolka, P., Juang, T., Boctor, E., et Webster, R. J. (2010). **The ACUSITT ultrasonic ablator : The first steerable needle with an integrated interventional tool**. Dans *Progress in Biomedical Optics and Imaging - Proceedings of SPIE*, page 76290V.
- [Burgner et al., 2014] Burgner, J., Rucker, D. C., Gilbert, H. B., Swaney, P. J., Russell, P. T., Weaver, K. D., et Webster, R. J. (2014). **A Telerobotic System for Transnasal Surgery**. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 19(3) :996–1006.
- [Burgner et al., 2013] Burgner, J., Swaney, P. J., Lathrop, R. A., Weaver, K. D., et Webster, R. J. (2013). **Debulking From Within : A Robotic Steerable Cannula for Intracerebral Hemorrhage Evacuation**. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 60(9) :2567–2575.

- [Burgner et al., 2011] Burgner, J., Swaney, P. J., Rucker, D. C., Gilbert, H. B., Nill, S. T., Russell, P. T., Weaver, K. D., et Webster, R. J. (2011). **A bimanual teleoperated system for endonasal skull base surgery**. Dans *2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2517–2523.
- [Burgner-Kahrs et al., 2015] Burgner-Kahrs, J., Rucker, D. C., et Choset, H. (2015). **Continuum Robots for Medical Applications : A Survey**. *IEEE Transactions on Robotics*, 31(6) :1261–1280.
- [Butler et al., 2012] Butler, E. J., Hammond-Oakley, R., Chawarski, S., Gosline, A. H., Codd, P., Anor, T., Madsen, J. R., Dupont, P. E., et Lock, J. (2012). **Robotic neuroendoscope with concentric tube augmentation**. Dans *2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2941–2946.
- [Byrd et al., 1971] Byrd, P. F., et Friedman, M. D. (1971). **Handbook of Elliptic Integrals for Engineers and Scientists**. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- [Cao et al., 2008] Cao, D. Q., et Tucker, R. W. (2008). **Nonlinear dynamics of elastic rods using the Cosserat theory : Modelling and simulation**. *International Journal of Solids and Structures*, 45(2) :460–477.
- [Carpi et al., 2009] Carpi, F., et Pappone, C. (2009). **Stereotaxis Niobe® magnetic navigation system for endocardial catheter ablation and gastrointestinal capsule endoscopy**. *Expert Review of Medical Devices*, 6(5) :487–498.
- [Charreyron et al., 2019] Charreyron, S. L., Gabbi, E., Boehler, Q., Becker, M., et Nelson, B. J. (2019). **A Magnetically Steered Endolaser Probe for Automated Panretinal Photocoagulation**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 4(2) :284–290.
- [Chautems et al., 2018] Chautems, C., Lyttle, S., Boehler, Q., et Nelson, B. J. (2018). **Design and Evaluation of a Steerable Magnetic Sheath for Cardiac Ablations**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 3(3) :2123–2128.
- [Chautems et al., 2017a] Chautems, C., et Nelson, B. J. (2017a). **The tethered magnet : Force and 5-DOF pose control for cardiac ablation**. Dans *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 4837–4842.
- [Chautems et al., 2019] Chautems, C., Tonazzini, A., Boehler, Q., Jeong, S. H., Floreano, D., et Nelson, B. J. (2019). **A Magnetic Continuum Device with Variable Stiffness for Minimally Invasive Surgery**. *Advanced Intelligent Systems*, 0(ja) :1900086.
- [Chautems et al., 2017b] Chautems, C., Tonazzini, A., Floreano, D., et Nelson, B. J. (2017b). **A variable stiffness catheter controlled with an external magnetic field**. Dans *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 181–186.
- [Chen et al., 2008] Chen, G., Pham, M. T., et Redarce, T. (2008). **A Guidance Control Strategy for Semi-autonomous Colonoscopy Using a Continuum Robot**. Dans Lee, S., Suh, I. H., et Kim, M. S., éditeurs, *Recent Progress in Robotics : Viable Robotic Service to Human : An Edition of the Selected Papers from the 13th International Conference on Advanced Robotics*, Lecture Notes in Control and Information Sciences, pages 63–78. Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg.
- [Chen et al., 2014] Chen, X., Zheng, C., Xu, W., et Zhou, K. (2014). **An Asymptotic Numerical Method for Inverse Elastic Shape Design**. *ACM Trans. Graph.*, 33(4) :95 :1–95 :11.

- [Chikhaoui et al., 2018] Chikhaoui, M. T., Benouhiba, A., Rougeot, P., Rabenoroso, K., Ouisse, M., et Andreff, N. (2018). **Developments and Control of Biocompatible Conducting Polymer for Intracorporeal Continuum Robots**. *Annals of Biomedical Engineering*, 46(10) :1511–1521.
- [Chikhaoui et al., 2016a] Chikhaoui, M. T., Cot, A., Rabenoroso, K., Rougeot, P., et Andreff, N. (2016a). **Design and closed-loop control of a tri-layer Polypyrrole based telescopic soft robot**. Dans *2016 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 1145–1150.
- [Chikhaoui et al., 2016b] Chikhaoui, M. T., Rabenoroso, K., et Andreff, N. (2016b). **Kinematics and performance analysis of a novel concentric tube robotic structure with embedded soft micro-actuation**. *Mechanism and Machine Theory*, 104 :234–254.
- [Chirikjian et al., 1991] Chirikjian, G. S., et Burdick, J. W. (1991). **Hyper-redundant robot mechanisms and their applications**. Dans *Proceedings IROS '91 :IEEE/RSJ International Workshop on Intelligent Robots and Systems '91*, pages 185–190 vol.1.
- [Choi et al., 2014] Choi, H., Kwak, H., Lim, Y., et Kim, H. (2014). **Surgical Robot for Single-Incision Laparoscopic Surgery**. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 61(9) :2458–2466.
- [Cianchetti et al., 2014] Cianchetti, M., Ranzani, T., Gerboni, G., Nanayakkara, T., Althofer, K., Dasgupta, P., et Menciassi, A. (2014). **Soft Robotics Technologies to Address Shortcomings in Today's Minimally Invasive Surgery : The STIFF-FLOP Approach**. *Soft Robotics*, 1(2) :122–131.
- [Comber et al., 2016a] Comber, D. B., Pitt, E. B., Gilbert, H. B., Powelson, M. W., Matijevich, E., Neimat, J. S., Webster, R. J., et Barth, E. J. (2016a). **Optimization of Curvilinear Needle Trajectories for Transforaminal Hemicorporectomy** :. *Operative Neurosurgery*, page 1.
- [Comber et al., 2016b] Comber, D. B., Slightam, J. E., Gervasi, V. R., Neimat, J. S., et Barth, E. J. (2016b). **Design, Additive Manufacture, and Control of a Pneumatic MR-Compatible Needle Driver**. *IEEE Transactions on Robotics*, 32(1) :138–149.
- [Crews et al., 2012] Crews, J. H., et Buckner, G. D. (2012). **Design optimization of a shape memory alloy-actuated robotic catheter**. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 23(5) :545–562.
- [Dahroug et al., 2016] Dahroug, B., Tamadazte, B., et Andreff, N. (2016). **3D Path Following with Remote Center of Motion Constraints** :. Dans *Proceedings of the 13th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*, pages 84–91, Lisbon, Portugal. SCITEPRESS - Science and Technology Publications.
- [Dahroug et al., 2018] Dahroug, B., Tamadazte, B., Weber, S., Tavernier, L., et Andreff, N. (2018). **Review on Otological Robotic Systems : Toward Microrobot-Assisted Cholesteatoma Surgery**. *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, 11 :125–142.
- [Dario et al., 2000] Dario, P., Carrozza, M. C., Marcacci, M., D'Attanasio, S., Magnami, B., Tonet, O., et Megali, G. (2000). **A novel mechatronic tool for computer-assisted arthroscopy**. *IEEE Transactions on Information Technology in Biomedicine*, 4(1) :15–29.
- [Degani et al., 2006] Degani, A., Choset, H., Wolf, A., et Zenati, M. A. (2006). **Highly articulated robotic probe for minimally invasive surgery**. Dans *Proceedings 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006.*, pages 4167–4172.

- [Devreker et al., 2015] Devreker, A., Rosa, B., Desjardins, A., Alles, E. J., Garcia-Peraza, L. C., Maneas, E., Stoyanov, D., David, A. L., Vercauteren, T., Deprest, J., Ourselin, S., Reynaerts, D., et Poorten, E. V. (2015). **Fluidic actuation for intra-operative in situ imaging**. Dans *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 1415–1421.
- [Dhooge et al., 2006] Dhooge, A., Govaerts, W., Kuznetsov, Y., Mestrom, W., Riet, A., et Sautois, B. (2006). **MATCONT and CL_matcont : Continuation toolboxes in MATLAB**. Manual, Universiteit Gent, Utrecht University, Belgium, The Netherlands.
- [Doedel, 1981] Doedel, E. (1981). **AUTO, a program for the automatic bifurcation analysis of autonomous systems**. *Cong. Numer.*, (30) :265–384.
- [Donno et al., 2013] Donno, A. D., Zorn, L., Zanne, P., Nageotte, F., et Mathelin, M. d. (2013). **Introducing STRAS : A new flexible robotic system for minimally invasive surgery**. Dans *2013 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1213–1220.
- [Dupont et al., 2010] Dupont, P. E., Lock, J., Itkowitz, B., et Butler, E. (2010). **Design and Control of Concentric-Tube Robots**. *IEEE Transactions on Robotics*, 26(2) :209–225.
- [Dwyer et al., 2017] Dwyer, G., Chadebecq, F., Tella Amo, M., Bergeles, C., Maneas, E., Pawar, V., Vander Poorten, E., Deprest, J., Ourselin, S., De Coppi, P., Vercauteren, T., et Stoyanov, D. (2017). **A Continuum Robot and Control Interface for Surgical Assist in Fetoscopic Interventions**. *IEEE robotics and automation letters*, 2(3) :1656–1663.
- [Edelmann et al., 2017a] Edelmann, J., Petruska, A. J., et Nelson, B. J. (2017a). **Estimation-Based Control of a Magnetic Endoscope without Device Localization**. *Journal of Medical Robotics Research*, 03(01) :1850002.
- [Edelmann et al., 2017b] Edelmann, J., Petruska, A. J., et Nelson, B. J. (2017b). **Magnetic control of continuum devices**. *The International Journal of Robotics Research*, 36(1) :68–85.
- [Fichera et al., 2017] Fichera, L., Dillon, N. P., Zhang, D., Godage, I. S., Siebold, M. A., Hartley, B. I., Noble, J. H., Russell, P. T., Labadie, R. F., et Webster, R. J. (2017). **Through the Eustachian Tube and Beyond : A New Miniature Robotic Endoscope to See Into the Middle Ear**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2(3) :1488–1494.
- [Filgueiras-Rama et al., 2013] Filgueiras-Rama, D., Estrada, A., Shachar, J., Castrejón, S., Doiny, D., Ortega, M., Gang, E., et Merino, J. L. (2013). **Remote Magnetic Navigation for Accurate, Real-time Catheter Positioning and Ablation in Cardiac Electrophysiology Procedures**. *Journal of Visualized Experiments : JoVE*, (74).
- [Fuchs, 2002] Fuchs, K. H. (2002). **Minimally Invasive Surgery**. *Endoscopy*, 34(2) :154–159.
- [Ganet et al., 2015] Ganet, F., Le, M. Q., Capsal, J. F., Lermusiaux, P., Petit, L., Millon, A., et Cottinet, P. J. (2015). **Development of a smart guide wire using an electrostrictive polymer : option for steerable orientation and force feedback**. *Scientific Reports*, 5.
- [Ganji et al., 2009] Ganji, Y., et Janabi-Sharifi, F. (2009). **Catheter Kinematics for Intra-cardiac Navigation**. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 56(3) :621–632.

- [Gao et al., 2019] Gao, Y., Takagi, K., Kato, T., Shono, N., et Hata, N. (2019). **Continuum Robot with Follow the Leader Motion for Endoscopic Third Ventriculostomy and Tumor Biopsy**. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, pages 1–1.
- [Garbin et al., 2018] Garbin, N., Wang, L., Chandler, J. H., Obstein, K. L., Simaan, N., et Valdastrì, P. (2018). **Dual-Continuum Design Approach for Intuitive and Low-Cost Upper Gastrointestinal Endoscopy**. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, pages 1–1.
- [Garriga-Casanovas et al., 2018] Garriga-Casanovas, A., et Rodriguez y Baena, F. (2018). **Complete follow-the-leader kinematics using concentric tube robots**. *The International Journal of Robotics Research*, 37(1) :197–222.
- [Gay Neto et al., 2015] Gay Neto, A., Pimenta, P. M., et Wriggers, P. (2015). **Self-contact modeling on beams experiencing loop formation**. *Computational Mechanics*, 55(1) :193–208.
- [Geng et al., 2018] Geng, S., Wang, Y., Wang, C., et Kang, R. (2018). **A Space Tendon-Driven Continuum Robot**. Dans Tan, Y., Shi, Y., et Tang, Q., éditeurs, *Advances in Swarm Intelligence*, Lecture Notes in Computer Science, pages 25–35. Springer International Publishing.
- [Gilbert et al., 2016] Gilbert, H. B., Hendrick, R. J., et III, R. J. W. (2016). **Elastic Stability of Concentric Tube Robots : A Stability Measure and Design Test**. *IEEE Transactions on Robotics*, 32(1) :20–35.
- [Gilbert et al., 2015] Gilbert, H. B., Neimat, J., et Webster, R. J. (2015). **Concentric Tube Robots as Steerable Needles : Achieving Follow-the-Leader Deployment**. *IEEE Transactions on Robotics*, 31(2) :246–258.
- [Girerd, 2018] Girerd, C. (2018). **Conception de robots à tubes concentriques et application à l'inspection des cellules olfactives**. thesis, Strasbourg.
- [Girerd et al., 2018a] Girerd, C., Lihoreau, T., Rabenorosoà, K., Tamadazte, B., Benassarou, M., Tavernier, L., Pazart, L., Haffen, E., Andreff, N., et Renaud, P. (2018a). **In Vivo Inspection of the Olfactory Epithelium : Feasibility of Robotized Optical Biopsy**. *Annals of Biomedical Engineering*.
- [Girerd et al., 2018b] Girerd, C., Rabenorosoà, K., et Renaud, P. (2018b). **Combining Tube Design and Simple Kinematic Strategy for Follow-the-Leader Deployment of Concentric Tube Robots**. Dans *Advances in Robot Kinematics 2016*, volume 4, pages 23–31. Springer, Cham.
- [Goldman et al., 2013] Goldman, R. E., Bajo, A., MacLachlan, L. S., Pickens, R., Herrell, S. D., et Simaan, N. (2013). **Design and Performance Evaluation of a Minimally Invasive Telerobotic Platform for Transurethral Surveillance and Intervention**. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 60(4) :918–925.
- [Goldman et al., 2014] Goldman, R. E., Bajo, A., et Simaan, N. (2014). **Compliant Motion Control for Multisegment Continuum Robots With Actuation Force Sensing**. *IEEE Transactions on Robotics*, 30(4) :890–902.
- [Governale, 2015] Governale, L. S. (2015). **Minimally Invasive Pediatric Neurosurgery**. *Pediatric Neurology*, 52(4) :389–397.
- [Grassmann et al., 2018] Grassmann, R., Modes, V., et Burgner-Kahrs, J. (2018). **Learning the Forward and Inverse Kinematics of a 6-DOF Concentric Tube Continuum Robot in SE(3)**. Dans *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 5125–5132.

- [Guo et al., 1996] Guo, S., Fukuda, T., Nakamura, T., Arai, F., Oguro, K., et Negoro, M. (1996). **Micro active guide wire catheter system-Characteristic evaluation, electrical model and operability evaluation of micro active catheter**. Dans *Proceedings of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, volume 3, pages 2226–2231 vol.3.
- [Gurumoorthy et al., 2011] Gurumoorthy, A. V. P., et Picardo, J. R. (2011). **Evaluation of MATCONT of MATLAB for Constructing Bifurcation Diagrams of Chemical Process Systems**. SSRN Scholarly Paper ID 2100637, Social Science Research Network, Rochester, NY.
- [Ha et al., 2019] Ha, J., Fagogenis, G., et Dupont, P. E. (2019). **Modeling Tube Clearance and Bounding the Effect of Friction in Concentric Tube Robot Kinematics**. *IEEE Transactions on Robotics*, 35(2) :353–370.
- [Ha et al., 2014] Ha, J., Park, F. C., et Dupont, P. E. (2014). **Achieving elastic stability of concentric tube robots through optimization of tube precurvature**. Dans *2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 864–870, Chicago.
- [Ha et al., 2016] Ha, J., Park, F. C., et Dupont, P. E. (2016). **Elastic Stability of Concentric Tube Robots Subject to External Loads**. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 63(6) :1116–1128.
- [Ha et al., 2017] Ha, J., Park, F. C., et Dupont, P. E. (2017). **Optimizing Tube Precurvature to Enhance the Elastic Stability of Concentric Tube Robots**. *IEEE Transactions on Robotics*, 33(1) :22–37.
- [Haga et al., 2011] Haga, Y., Muyari, Y., Goto, S., Matsunaga, T., et Esashi, M. (2011). **Development of minimally invasive medical tools using laser processing on cylindrical substrates**. *Electrical Engineering in Japan*, 176(1) :65–74.
- [Hendrick et al., 2015a] Hendrick, R. J., Gilbert, H. B., et Webster, R. J. (2015a). **Designing snap-free concentric tube robots : A local bifurcation approach**. Dans *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 2256–2263, Seattle.
- [Hendrick et al., 2015b] Hendrick, R. J., Mitchell, C. R., Herrell, S. D., et Webster, R. J. (2015b). **Hand-held transendoscopic robotic manipulators : A transurethral laser prostate surgery case study**. *The International journal of robotics research*, 34(13) :1559–1572.
- [Hetts et al., 2013] Hetts, S. W., Saeed, M., Martin, A., Lillaney, P., Losey, A., Yee, E. J., Sincic, R., Do, L., Evans, L., Malba, V., Bernhardt, A. F., Wilson, M. W., Patel, A., Aronson, R. L., Caton, C., et Cooke, D. L. (2013). **Magnetically-Assisted Remote Controlled Microcatheter Tip Deflection under Magnetic Resonance Imaging**. *Journal of Visualized Experiments : JoVE*, (74).
- [Heunis et al., 2018] Heunis, C., Sikorski, J., et Misra, S. (2018). **Flexible Instruments for Endovascular Interventions : Improved Magnetic Steering, Actuation, and Image-Guided Surgical Instruments**. *IEEE Robotics Automation Magazine*, 25(3) :71–82.
- [Iasnii et al., 2018] Iasnii, V. P., et Junga, R. (2018). **Phase Transformations and Mechanical Properties of the Nitinol Alloy with Shape Memory**. *Materials Science*, 54(3) :406–411.
- [Ikuta et al., 2006] Ikuta, K., Ichikawa, H., Suzuki, K., et Yajima, D. (2006). **Multi-degree of freedom hydraulic pressure driven safety active catheter**. Dans *Proceedings*

- 2006 IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006., pages 4161–4166.
- [Javadzadeh et al., 2012] Javadzadeh, Y., et Hamedeyazdan, S. (2012). **Novel Drug Delivery Systems for Modulation of Gastrointestinal Transit Time**. *Recent Advances in Novel Drug Carrier Systems*.
- [Jayender et al., 2008a] Jayender, J., Azizian, M., et Patel, R. V. (2008a). **Autonomous Image-Guided Robot-Assisted Active Catheter Insertion**. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(4) :858–871.
- [Jayender et al., 2009] Jayender, J., Patel, R., et Nikumb, S. (2009). **Robot-assisted Active Catheter Insertion : Algorithms and Experiments**. *The International Journal of Robotics Research*, 28(9) :1101–1117.
- [Jayender et al., 2008b] Jayender, J., Patel, R. V., Nikumb, S., et Ostojic, M. (2008b). **Modeling and Control of Shape Memory Alloy Actuators**. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 16(2) :279–287.
- [JEFFERIS, 1968] JEFFERIS, R. P. (1968). **FEEDBACK CONTROL OF THE BUCKLING INSTABILITY IN AN AXIALLY COMPRESSED THIN ELASTIC BEAM**. PhD thesis, Université de Pennsylvanie.
- [Jo et al., 1989] Jo, D., et Haug, E. J. (1989). **Workspace Analysis of Multibody Mechanical Systems Using Continuation Methods**. *Journal of Mechanisms, Transmissions, and Automation in Design*, 111(4) :581–589.
- [Jun Sheng et al., 2015] Jun Sheng, et Desai, J. P. (2015). **Towards a SMA-actuated Neurosurgical Intracerebral Hemorrhage Evacuation (NICHE) robot**. Dans *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 3805–3810.
- [Jung et al., 2014] Jung, J., Penning, R. S., et Zinn, M. R. (2014). **A modeling approach for robotic catheters : effects of nonlinear internal device friction**. *Advanced Robotics*, 28(8) :557–572.
- [Jung et al., 2011] Jung, P., Leyendecker, S., Linn, J., et Ortiz, M. (2011). **A discrete mechanics approach to the Cosserat rod theory—Part 1 : static equilibria**. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 85(1) :31–60.
- [Kalisky et al., 2017] Kalisky, T., Wang, Y., Shih, B., Drotman, D., Jadhav, S., Aronoff-Spencer, E., et Tolley, M. T. (2017). **Differential pressure control of 3D printed soft fluidic actuators**. Dans *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 6207–6213.
- [Kanagaratnam et al., 2008] Kanagaratnam, P., Koa-Wing, M., Wallace, D. T., Goldenberg, A. S., Peters, N. S., et Davies, D. W. (2008). **Experience of robotic catheter ablation in humans using a novel remotely steerable catheter sheath**. *Journal of Interventional Cardiac Electrophysiology*, 21(1) :19–26.
- [Kang et al., 2016] Kang, B., Kojcev, R., et Sinibaldi, E. (2016). **The First Interlaced Continuum Robot, Devised to Intrinsically Follow the Leader**. *PLOS ONE*, 11(2) :e0150278.
- [Karas et al., 2007] Karas, C. S., et Chiocca, E. A. (2007). **Neurosurgical robotics : a review of brain and spine applications**. *Journal of Robotic Surgery*, 1(1) :39–43.
- [Kato et al., 2015] Kato, T., Okumura, I., Song, S.-E., Golby, A. J., et Hata, N. (2015). **Tendon-Driven Continuum Robot for Endoscopic Surgery : Preclinical Development and Validation of a Tension Propagation Model**. *IEEE/ASME transactions on*

mechatronics : a joint publication of the IEEE Industrial Electronics Society and the ASME Dynamic Systems and Control Division, 20(5) :2252–2263.

- [Kim et al., 2009] Kim, B., Park, S., et Park, J. (2009). **Microrobots for a capsule endoscope**. Dans *2009 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, pages 729–734.
- [Kim et al., 2015] Kim, C., Ryu, S. C., et Dupont, P. E. (2015). **Real-time adaptive kinematic model estimation of concentric tube robots**. Dans *2015 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 3214–3219.
- [Kim et al., 2014a] Kim, J. S., Lee, D. Y., Kim, K., Kang, S., et Cho, K. J. (2014a). **Toward a solution to the snapping problem in a concentric-tube continuum robot : Grooved tubes with anisotropy**. Dans *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 5871–5876.
- [Kim et al., 2014b] Kim, Y., Cheng, S., Kim, S., et Iagnemma, K. (2014b). **A Stiffness-Adjustable Hyperredundant Manipulator Using a Variable Neutral-Line Mechanism for Minimally Invasive Surgery**. *IEEE Transactions on Robotics*, 30(2) :382–395.
- [Kim et al., 2019] Kim, Y., Parada, G. A., Liu, S., et Zhao, X. (2019). **Ferromagnetic soft continuum robots**. *Science Robotics*, 4(33) :eaax7329.
- [Kim et al., 2013] Kim, Y.-J., Cheng, S., Kim, S., et Iagnemma, K. (2013). **A Novel Layer Jamming Mechanism With Tunable Stiffness Capability for Minimally Invasive Surgery**. *IEEE Transactions on Robotics*, 29(4) :1031–1042.
- [Konietschke et al., 2009] Konietschke, R., Hagn, U., Nickl, M., Jorg, S., Tobergte, A., Passig, G., Seibold, U., Le-Tien, L., Kubler, B., Groger, M., Frohlich, F., Rink, C., Albuschaffer, A., Grebenstein, M., Ortmaier, T., et Hirzinger, G. (2009). **The DLR Miro-Surge - A robotic system for surgery**. Dans *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 1589–1590.
- [Kratchman et al., 2017] Kratchman, L. B., Bruns, T. L., Abbott, J. J., et Webster, R. J. (2017). **Guiding Elastic Rods With a Robot-Manipulated Magnet for Medical Applications**. *IEEE Transactions on Robotics*, 33(1) :227–233.
- [Kroh et al., 2011] Kroh, M., El-Hayek, K., Rosenblatt, S., Chand, B., Escobar, P., Kaouk, J., et Chalikonda, S. (2011). **First human surgery with a novel single-port robotic system : cholecystectomy using the da Vinci Single-Site platform**. *Surgical Endoscopy*, 25(11) :3566.
- [Kumar et al., 2010] Kumar, A., et Healey, T. J. (2010). **A generalized computational approach to stability of static equilibria of nonlinearly elastic rods in the presence of constraints**. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 199(25) :1805–1815.
- [Kummer et al., 2010] Kummer, M. P., Abbott, J. J., Kratochvil, B. E., Borer, R., Sengul, A., et Nelson, B. J. (2010). **OctoMag : An Electromagnetic System for 5-DOF Wireless Micromanipulation**. *IEEE Transactions on Robotics*, 26(6) :1006–1017.
- [Kundrat et al., 2016] Kundrat, D., Schoob, A., Kahrs, L. A., et Ortmaier, T. (2016). **First Study on a Monolithically Manufactured Variable-Length Continuum Robot with Hybrid Actuation**. Dans *CURAC*, pages 87–92, Bern.
- [Kutzer et al., 2011] Kutzer, M. D. M., Segreti, S. M., Brown, C. Y., Armand, M., Taylor, R. H., et Mears, S. C. (2011). **Design of a new cable-driven manipulator with a**

- large open lumen : Preliminary applications in the minimally-invasive removal of osteolysis.** Dans *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 2913–2920.
- [Kuznetsov, 2004a] Kuznetsov, Y. A. (2004a). **Elements of Applied Bifurcation Theory**, volume 112 de *Applied Mathematical Sciences*. Springer New York, New York, NY.
- [Kuznetsov, 2004b] Kuznetsov, Y. A. (2004b). **Numerical Analysis of Bifurcations.** Dans *Elements of Applied Bifurcation Theory*, volume 112 de *Applied Mathematical Sciences*, pages 505–585. Springer, New York, NY.
- [Kuznetsov, 2004c] Kuznetsov, Y. A. (2004c). **One-Parameter Bifurcations of Equilibria in Continuous-Time Dynamical Systems.** Dans *Elements of Applied Bifurcation Theory*, volume 112 de *Applied Mathematical Sciences*, pages 77–115. Springer, New York, NY.
- [Kwok et al., 2013] Kwok, K., Tsoi, K. H., Vitiello, V., Clark, J., Chow, G. C. T., Luk, W., et Yang, G. (2013). **Dimensionality Reduction in Controlling Articulated Snake Robot for Endoscopy Under Dynamic Active Constraints.** *IEEE Transactions on Robotics*, 29(1) :15–31.
- [Langer et al., 2018] Langer, M., Amanov, E., et Burgner-Kahrs, J. (2018). **Stiffening Sheaths for Continuum Robots.** *Soft Robotics*, 5(3) :291–303.
- [Lazarus et al., 2013] Lazarus, A., Miller, J. T., et Reis, P. M. (2013). **Continuation of equilibria and stability of slender elastic rods using an asymptotic numerical method.** *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 61(8) :1712–1736.
- [Lee et al., 2015] Lee, D. Y., Kim, J., Kim, J. S., Baek, C., Noh, G., Kim, D. N., Kim, K., Kang, S., et Cho, K. J. (2015). **Anisotropic Patterning to Reduce Instability of Concentric-Tube Robots.** *IEEE Transactions on Robotics*, 31(6) :1311–1323.
- [Lehman et al., 2011] Lehman, A. C., Wood, N. A., Farritor, S., Goede, M. R., et Oleynikov, D. (2011). **Dexterous miniature robot for advanced minimally invasive surgery.** *Surgical Endoscopy*, 25(1) :119–123.
- [Leibrandt et al., 2016] Leibrandt, K., Bergeles, C., et Yang, G. Z. (2016). **Implicit Active Constraints for Safe and Effective Guidance of Unstable Concentric Tube Robots.** Dans *IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, Deajon.
- [Leong et al., 2016] Leong, F., Garbin, N., Natali, C. D., Mohammadi, A., Thiruchelvam, D., Oetomo, D., et Valdastrì, P. (2016). **Magnetic Surgical Instruments for Robotic Abdominal Surgery.** *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, 9 :66–78.
- [Lewis et al., 1984] Lewis, W. J., Jones, M. S., et Rushton, K. R. (1984). **Dynamic relaxation analysis of the non-linear static response of pretensioned cable roofs.** *Computers & Structures*, 18(6) :989–997.
- [Li et al., 2018] Li, P., Yang, Z., et Jiang, S. (2018). **Needle-tissue interactive mechanism and steering control in image-guided robot-assisted minimally invasive surgery : a review.** *Medical & Biological Engineering & Computing*, 56(6) :931–949.
- [Li et al., 2006] Li, W. D., Guo, W., Li, M. T., et Zhu, Y. H. (2006). **Design and Test of a Capsule Type Endoscope Robot with Novel Locomotion Principle.** Dans *Robotics and Vision 2006 9th International Conference on Control, Automation*, pages 1–6.
- [Li et al., 2017] Li, Z., Wu, L., Ren, H., et Yu, H. (2017). **Kinematic comparison of surgical tendon-driven manipulators and concentric tube manipulators.** *Mechanism and Machine Theory*, 107 :148–165.

- [Liao et al., 2012] Liao, Z., Duan, X.-D., Xin, L., Bo, L.-M., Wang, X.-H., Xiao, G.-H., Hu, L.-H., Zhuang, S.-L., et Li, Z.-S. (2012). **Feasibility and safety of magnetic-controlled capsule endoscopy system in examination of human stomach : a pilot study in healthy volunteers.** *Journal of Interventional Gastroenterology*, 2(4) :155–160.
- [Lin et al., 2015] Lin, F. Y., Bergeles, C., et Yang, G. Z. (2015). **Biometry-based concentric tubes robot for vitreoretinal surgery.** Dans *2015 37th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society (EMBC)*, pages 5280–5284.
- [Litynski, 1997] Litynski, G. S. (1997). **Laparoscopy - The Early Attempts : Spotlighting Georg Kelling and Hans Christian Jacobaeus.** *JSLs : Journal of the Society of Laparoendoscopic Surgeons*, 1(1) :83–85.
- [Liu et al., 2015] Liu, L., Towfighian, S., et Hila, A. (2015). **A Review of Locomotion Systems for Capsule Endoscopy.** *IEEE Reviews in Biomedical Engineering*, 8 :138–151.
- [Liu et al., 2016] Liu, S. T., et Chen, C. (2016). **Framework of modelling concentric tube robot and comparison on computational efficiency.** *Meccanica*.
- [Liu et al., 2014] Liu, T., et Çavuşoğlu, M. C. (2014). **Three dimensional modeling of an MRI actuated steerable catheter system.** Dans *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 4393–4398.
- [Lock et al., 2011] Lock, J., et Dupont, P. E. (2011). **Friction modeling in concentric tube robots.** Dans *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 1139–1146.
- [Lock et al., 2010] Lock, J., Laing, G., Mahvash, M., et Dupont, P. E. (2010). **Quasistatic modeling of concentric tube robots with external loads.** Dans *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 2325–2332.
- [Luo et al., 2018] Luo, K. A. X. J., Looi, T., Sabetian, S., et Drake, J. (2018). **Designing Concentric Tube Manipulators for Stability Using Topology Optimization.** Dans *2018 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 1764–1769.
- [Maghooa et al., 2015] Maghooa, F., Stilli, A., Noh, Y., Althoefer, K., et Wurdemann, H. A. (2015). **Tendon and pressure actuation for a bio-inspired manipulator based on an antagonistic principle.** Dans *2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 2556–2561.
- [Mahvash et al., 2011a] Mahvash, M., et Dupont, P. E. (2011a). **Stiffness Control of Surgical Continuum Manipulators.** *IEEE Transactions on Robotics*, 27(2) :334–345.
- [Mahvash et al., 2011b] Mahvash, M., et Zenati, M. (2011b). **Toward a Hybrid Snake Robot for Single-Port Surgery.** *Conference proceedings : ... Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. IEEE Engineering in Medicine and Biology Society. Conference, 2011* :5372–5375.
- [Martel et al., 2009] Martel, S., Mohammadi, M., Felfoul, O., Lu, Z., et Pouponneau, P. (2009). **Flagellated Magnetotactic Bacteria as Controlled MRI-trackable Propulsion and Steering Systems for Medical Nanorobots Operating in the Human Microvasculature.** *The International journal of robotics research*, 28(4) :571.
- [McGee et al., 2006] McGee, M. F., Rosen, M. J., Marks, J., Onders, R. P., Chak, A., Faulx, A., Chen, V. K., et Ponsky, J. (2006). **A Primer on Natural Orifice Transluminal Endoscopic Surgery : Building a New Paradigm.** *Surgical Innovation*, 13(2) :86–93.

- [Miroir et al., 2010] Miroir, M., Nguyen, Y., Szewczyk, J., Mazalaigue, S., Ferrary, E., Sterkers, O., et Grayeli, A. B. (2010). **RobOtol : from design to evaluation of a robot for middle ear surgery**. Dans *2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 850–856.
- [Modes et al., 2020] Modes, V., et Burgner-Kahrs, J. (2020). **Calibration of Concentric Tube Continuum Robots : Automatic Alignment of Precurved Elastic Tubes**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 5(1) :103–110.
- [Morimoto et al., 2018] Morimoto, T. K., Greer, J. D., Hawkes, E. W., Hsieh, M. H., et Okamura, A. M. (2018). **Toward the Design of Personalized Continuum Surgical Robots**. *Annals of Biomedical Engineering*.
- [Morimoto et al., 2016] Morimoto, T. K., et Okamura, A. M. (2016). **Design of 3-D Printed Concentric Tube Robots**. *IEEE Transactions on Robotics*, PP(99) :1–12.
- [Morita et al., 2010] Morita, E., Ohtsuka, N., Shindo, Y., Nouda, S., Kuramoto, T., Inoue, T., Murano, M., Umegaki, E., et Higuchi, K. (2010). **In vivo trial of a driving system for a self-propelling capsule endoscope using a magnetic field (with video)**. *Gastrointestinal Endoscopy*, 72(4) :836–840.
- [Najah et al., 1998] Najah, A., Cochelin, B., Damil, N., et Potier-Ferry, M. (1998). **A critical review of asymptotic numerical methods**. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 5(1) :31–50.
- [Nelson et al., 2010] Nelson, B. J., Kaliakatsos, I. K., et Abbott, J. J. (2010). **Microrobots for Minimally Invasive Medicine**. *Annual Review of Biomedical Engineering*, 12(1) :55–85.
- [Neumann et al., 2016] Neumann, M., et Burgner-Kahrs, J. (2016). **Considerations for follow-the-leader motion of extensible tendon-driven continuum robots**. Dans *2016 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 917–923.
- [Nisky et al., 2012] Nisky, I., Huang, F., Milstein, A., Pugh, C. M., Mussa-ivaldi, F. A., et Karniel, A. (2012). **Perception of Stiffness in Laparoscopy – the Fulcrum Effect**. *Studies in health technology and informatics*, 173 :313–319.
- [Noonan et al., 2011] Noonan, D. P., Vitiello, V., Shang, J., Payne, C. J., et Yang, G. (2011). **A modular, mechatronic joint design for a flexible access platform for MIS**. Dans *2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 949–954.
- [Olson, 2011] Olson, E. (2011). **AprilTag : A robust and flexible visual fiducial system**. Dans *2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 3400–3407.
- [Olsson, 2012] Olsson, J. (2012). **Form finding and size optimization - Implementation of beam elements and size optimization in real time form finding using dynamic relaxation**. Master thesis, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden.
- [Ongaro et al., 2019] Ongaro, F., Pane, S., Scheggi, S., et Misra, S. (2019). **Design of an Electromagnetic Setup for Independent Three-Dimensional Control of Pairs of Identical and Nonidentical Microrobots**. *IEEE Transactions on Robotics*, 35(1) :174–183.

- [Palmer et al., 2014] Palmer, D., Cobos-Guzman, S., et Axinte, D. (2014). **Real-time method for tip following navigation of continuum snake arm robots.** *Robotics and Autonomous Systems*, 62(10) :1478–1485.
- [Peters et al., 2018] Peters, B. S., Armijo, P. R., Krause, C., Choudhury, S. A., et Oleynikov, D. (2018). **Review of emerging surgical robotic technology.** *Surgical Endoscopy*, 32(4) :1636–1655.
- [Petruska et al., 2017] Petruska, A. J., Edelmann, J., et Nelson, B. J. (2017). **Model-Based Calibration for Magnetic Manipulation.** *IEEE Transactions on Magnetics*, 53(7) :1–6.
- [Petruska et al., 2015] Petruska, A. J., et Nelson, B. J. (2015). **Minimum Bounds on the Number of Electromagnets Required for Remote Magnetic Manipulation.** *IEEE Transactions on Robotics*, 31(3) :714–722.
- [Peyron et al., 2017] Peyron, Q., Charpentier, I., et Laroche, E. (2017). **Continuation for stability domain determination with application to a cable-driven parallel robot.** *IFAC-PapersOnLine*, 50(1) :4843–4848.
- [Phee et al., 2002] Phee, L., Accoto, D., Menciassi, A., Stefanini, C., Carrozza, M. C., et Dario, P. (2002). **Analysis and development of locomotion devices for the gastrointestinal tract.** *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 49(6) :613–616.
- [Piccigallo et al., 2010] Piccigallo, M., Scarfogliero, U., Quaglia, C., Petroni, G., Valdastri, P., Menciassi, A., et Dario, P. (2010). **Design of a Novel Bimanual Robotic System for Single-Port Laparoscopy.** *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 15(6) :871–878.
- [Pitt et al., 2016] Pitt, E., Swaney, P., Gilbert, H., Chen, Y., Webster III, R., et Barth, E. (2016). **Enabling Helical Needle Trajectories with Minimal Actuation : A Screw-Based Approach to Concentric Tube Needle Deployment.** Dans *Hamlyn Symposium on Medical Robotics*, pages 56–57.
- [Pourkand et al., 2018] Pourkand, A., et Abbott, J. J. (2018). **A Critical Analysis of Eight-Electromagnet Manipulation Systems : The Role of Electromagnet Configuration on Strength, Isotropy, and Access.** *IEEE Robotics and Automation Letters*, 3(4) :2957–2962.
- [Prasai et al., 2016] Prasai, A. B., Jaiprakash, A., Pandey, A. K., Crawford, R., Roberts, J., et Wu, L. (2016). **Design and fabrication of a disposable micro end effector for concentric tube robots.** Dans *2016 14th International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV)*, pages 1–6.
- [Press et al., 2002] Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., et Flannery, B. P. (2002). **Numerical Recipes in C.** The Art of Scientific Computing. Cambridge University Press, second edition édition.
- [Ranzani et al., 2016] Ranzani, T., Cianchetti, M., Gerboni, G., Falco, I. D., et Menciassi, A. (2016). **A Soft Modular Manipulator for Minimally Invasive Surgery : Design and Characterization of a Single Module.** *IEEE Transactions on Robotics*, 32(1) :187–200.
- [Rao et al., 2011] Rao, P. P., Rao, P. P., et Bhagwat, S. (2011). **Single-incision laparoscopic surgery - current status and controversies.** *Journal of Minimal Access Surgery*, 7(1) :6–16.

- [Remacle et al., 2015] Remacle, M., M N Prasad, V., Lawson, G., Plisson, L., Bachy, V., et Van der Vorst, S. (2015). **Transoral robotic surgery (TORS) with the Medrobotics Flex™ System : first surgical application on humans.** *European archives of oto-rhino-laryngology : official journal of the European Federation of Oto-Rhino-Laryngological Societies (EUFOS) : affiliated with the German Society for Oto-Rhino-Laryngology - Head and Neck Surgery*, 272(6) :1451–1455.
- [Rey et al., 2010] Rey, J. F., Ogata, H., Hosoe, N., Ohtsuka, K., Ogata, N., Ikeda, K., Aihara, H., Pangtay, I., Hibi, T., Kudo, S., et Tajiri, H. (2010). **Feasibility of stomach exploration with a guided capsule endoscope.** *Endoscopy*, 42(07) :541–545.
- [Rezaiee-Pajand et al., 2010] Rezaiee-Pajand, M., et Alamatian, J. (2010). **The dynamic relaxation method using new formulation for fictitious mass and damping.** *Structural Engineering and Mechanics*, 34(1) :109–133.
- [Riojas et al., 2018] Riojas, K. E., Hendrick, R. J., et Webster, R. J. (2018). **Can Elastic Instability Be Beneficial in Concentric Tube Robots ?** *IEEE Robotics and Automation Letters*, 3(3) :1624–1630.
- [Rivera-Serrano et al., 2012] Rivera-Serrano, C. M., Johnson, P., Zubiate, B., Kuenzler, R., Choset, H., Zenati, M., Tully, S., et Duvvuri, U. (2012). **A transoral highly flexible robot.** *The Laryngoscope*, 122(5) :1067–1071.
- [Robinson et al., 1999] Robinson, G., et Davies, J. B. C. (1999). **Continuum robots - a state of the art.** Dans *Proceedings 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.99CH36288C)*, volume 4, pages 2849–2854 vol.4.
- [Rucker et al., 2011] Rucker, D. C., et III, R. J. W. (2011). **Statics and Dynamics of Continuum Robots With General Tendon Routing and External Loading.** *IEEE Transactions on Robotics*, 27(6) :1033–1044.
- [Rucker et al., 2010a] Rucker, D. C., Jones, B. A., et III, R. J. W. (2010a). **A Geometrically Exact Model for Externally Loaded Concentric-Tube Continuum Robots.** *IEEE Transactions on Robotics*, 26(5) :769–780.
- [Rucker et al., 2010b] Rucker, D. C., Webster, R. J., Chirikjian, G. S., et Cowan, N. J. (2010b). **Equilibrium Conformations of Concentric-tube Continuum Robots.** *The International Journal of Robotics Research*, 29(10) :1263–1280.
- [Rushton, 1968] Rushton, K. R. (1968). **Dynamic-relaxation solutions of elastic-plate problems.** *Journal of Strain Analysis*, 3(1) :23–32.
- [Schaeffner et al., 2016] Schaeffner, M., Götz, B., et Platz, R. (2016). **Active buckling control of a beam-column with circular cross-section using piezo-elastic supports and integral LQR control.** *Smart Materials and Structures*, 25(6) :065008.
- [Schwartz et al., 1997] Schwartz, D. S., Ribakove, G. H., Grossi, E. A., Bittenheim, P. M., Schwartz, J. D., Applebaum, R. M., Kronzon, I., Baumann, F. G., Colvin, S. B., et Gallo-way, A. C. (1997). **Minimally invasive mitral valve replacement : Port-access technique, feasibility, and myocardial functional preservation.** *The Journal of Thoracic and Cardiovascular Surgery*, 113(6) :1022–1031.
- [Seeliger et al., 2019] Seeliger, B., Diana, M., Ruurda, J. P., Konstantinidis, K. M., Marescaux, J., et Swanström, L. L. (2019). **Enabling single-site laparoscopy : the SPORT platform.** *Surgical Endoscopy*.
- [Sganga et al., 2017] Sganga, J., et Camarillo, D. (2017). **Orientation estimation of a continuum manipulator in a phantom lung.** Dans *2017 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 2399–2405.

- [Shamsudhin et al., 2017] Shamsudhin, N., Zverev, V. I., Keller, H., Pane, S., Egolf, P. W., Nelson, B. J., et Tishin, A. M. (2017). **Magnetically guided capsule endoscopy**. *Medical Physics*, 44(8) :e91–e111.
- [Sheng et al., 2018] Sheng, J., Wang, X., Dickfeld, T. L., et Desai, J. P. (2018). **Towards the Development of a Steerable and MRI-Compatible Cardiac Catheter for Atrial Fibrillation Treatment**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 3(4) :4038–4045.
- [Shi et al., 2017] Shi, C., Luo, X., Qi, P., Li, T., Song, S., Najdovski, Z., Fukuda, T., et Ren, H. (2017). **Shape Sensing Techniques for Continuum Robots in Minimally Invasive Surgery : A Survey**. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 64(8) :1665–1678.
- [Shoa et al., 2008] Shoa, T., Madden, J. D., Fekri, N., Munce, N. R., et Yang, V. X. D. (2008). **Conducting polymer based active catheter for minimally invasive interventions inside arteries**. Dans *2008 30th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, pages 2063–2066.
- [Sikorski et al., 2019a] Sikorski, J., Denasi, A., Bucchi, G., Scheggi, S., et Misra, S. (2019a). **Vision-Based 3-D Control of Magnetically Actuated Catheter Using Big-Mag—An Array of Mobile Electromagnetic Coils**. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 24(2) :505–516.
- [Sikorski et al., 2019b] Sikorski, J., Heunis, C. M., Franco, F., et Misra, S. (2019b). **The ARMM System : An Optimized Mobile Electromagnetic Coil for Non-Linear Actuation of Flexible Surgical Instruments**. *IEEE Transactions on Magnetics*, pages 1–9.
- [Simaan et al., 2009] Simaan, N., Xu, K., Kapoor, A., Wei, W., Kazanzides, P., Flint, P., et Taylor, R. (2009). **Design and Integration of a Telerobotic System for Minimally Invasive Surgery of the Throat**. *The International journal of robotics research*, 28(9) :1134–1153.
- [Simaan et al., 2018] Simaan, N., Yasin, R. M., et Wang, L. (2018). **Medical Technologies and Challenges of Robot-Assisted Minimally Invasive Intervention and Diagnostics**. *Annual Review of Control, Robotics, and Autonomous Systems*, 1(1) :465–490.
- [Singh et al., 2013] Singh, K., Tipton, C. R., Han, E., et Mullin, T. (2013). **Magneto-elastic buckling of an Euler beam**. *Proc. R. Soc. A*, 469(2155) :20130111.
- [Sitti et al., 2015] Sitti, M., Ceylan, H., Hu, W., Giltinan, J., Turan, M., Yim, S., et Diller, E. (2015). **Biomedical Applications of Untethered Mobile Milli/Microrobots**. *Proceedings of the IEEE*, 103(2) :205–224.
- [Sánchez et al., 2011] Sánchez, L. A., Petroni, G., Piccigallo, M., Scarfogliero, U., Niccolini, M., Liu, C., Stefanini, C., Zemiti, N., Menciassi, A., Pognet, P., et Dario, P. (2011). **Real-time control and evaluation of a teleoperated miniature arm for Single Port Laparoscopy**. Dans *2011 Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, pages 7049–7053.
- [Starke et al., 2017] Starke, J., Amanov, E., Chikhaoui, M. T., et Burgner-Kahrs, J. (2017). **On the merits of helical tendon routing in continuum robots**. Dans *2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS)*, pages 6470–6476.
- [Su et al., 2016] Su, H., Li, G., Rucker, D. C., Iii, R. J. W., et Fischer, G. S. (2016). **A Concentric Tube Continuum Robot with Piezoelectric Actuation for MRI-Guided Closed-Loop Targeting**. *Annals of Biomedical Engineering*, 44(10) :2863–2873.

- [Swain et al., 2010] Swain, P., Toor, A., Volke, F., Keller, J., Gerber, J., Rabinovitz, E., et Rothstein, R. I. (2010). **Remote magnetic manipulation of a wireless capsule endoscope in the esophagus and stomach of humans (with videos)**. *Gastrointestinal Endoscopy*, 71(7) :1290–1293.
- [Swaney et al., 2012] Swaney, P. J., Croom, J. M., Burgner, J., Gilbert, H. B., Rucker, D. C., Webster, R. J., Weaver, K. D., et Russell, P. T. (2012). **Design of a Quadramanual Robot for Single-Nostril Skull Base Surgery**. pages 387–393, Fort Lauderdale, USA. ASME 5th Annual Dynamic Systems and Control Conference.
- [Swaney et al., 2016] Swaney, P. J., York, P. A., Gilbert, H. B., Burgner-Kahrs, J., et Webster, Robert J., I. (2016). **Design, Fabrication, and Testing of a Needle-Sized Wrist for Surgical Instruments**. *Journal of Medical Devices*, 11(1) :014501–014501–9.
- [Takahisa et al., 2016] Takahisa, K., Okumura, I., Kose, H., Takagi, K., et Hata, N. (2016). **Tendon-Driven Continuum Robot for Neuroendoscopy : Validation of Extended Kinematic Mapping for Hysteresis Operation**. *International journal of computer assisted radiology and surgery*, 11(4) :589–602.
- [Tortora et al., 2009] Tortora, G., Valdastrì, P., Susilo, E., Menciassi, A., Dario, P., Rieber, F., et Schurr, M. O. (2009). **Propeller-based wireless device for active capsular endoscopy in the gastric district**. *Minimally Invasive Therapy & Allied Technologies*, 18(5) :280–290.
- [Tsukagoshi et al., 2001] Tsukagoshi, H., Kitagawa, A., et Segawa, M. (2001). **Active Hose : an artificial elephant's nose with maneuverability for rescue operation**. Dans *Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on Robotics and Automation (Cat. No.01CH37164)*, volume 3, pages 2454–2459 vol.3.
- [Tunay, 2011] Tunay, . (2011). **Distributed parameter statics of magnetic catheters**. Dans *2011 Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, pages 8344–8347.
- [Tunay, 2013] Tunay, . (2013). **Spatial Continuum Models of Rods Undergoing Large Deformation and Inflation**. *IEEE Transactions on Robotics*, 29(2) :297–307.
- [Tunay, 2004] Tunay, I. (2004). **Modeling magnetic catheters in external fields**. Dans *The 26th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, volume 1, pages 2006–2009.
- [Ullrich et al., 2014] Ullrich, F., Schuerle, S., Pieters, R., Dishy, A., Michels, S., et Nelson, B. J. (2014). **Automated capsulorhexis based on a hybrid magnetic-mechanical actuation system**. Dans *2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, pages 4387–4392.
- [Valdastrì et al., 2009] Valdastrì, P., III, R. J. W., Quaglia, C., Quirini, M., Menciassi, A., et Dario, P. (2009). **A New Mechanism for Mesoscale Legged Locomotion in Compliant Tubular Environments**. *IEEE Transactions on Robotics*, 25(5) :1047–1057.
- [Varma et al., 2006] Varma, T. R. K., et Eldridge, P. (2006). **Use of the NeuroMate stereotactic robot in a frameless mode for functional neurosurgery**. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, 2(2) :107–113.
- [Vasilyev et al., 2013] Vasilyev, N. V., Gosline, A. H., Butler, E., Lang, N., Codd, P. J., Yamauchi, H., Feins, E. N., Folk, C. R., Cohen, A. L., Chen, R., Zurakowski, D., del Nido, P. J., et Dupont, P. E. (2013). **Percutaneous Steerable Robotic Tool Delivery Platform and Metal MEMS Device for Tissue Manipulation and Approximation : Closure of Patent Foramen Ovale in an Animal Model**. *Circulation. Cardiovascular interventions*, 6(4).

- [Véron et al., 2013] Véron, B., Hubert, A., Abadie, J., et Andreff, N. (2013). **Geometric analysis of the singularities of a magnetic manipulation system with several mobile coils**. Dans *2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 4996–5001.
- [Wakimoto et al., 2009] Wakimoto, S., Kumagai, I., et Suzumori, K. (2009). **Development of large intestine endoscope changing its stiffness**. Dans *2009 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics (ROBIO)*, pages 2320–2325.
- [Walker et al., 2016] Walker, I. D., Nahar, D., Verma, S., Wooten, M. B., et Kapadia, A. D. (2016). **Challenges in creating long continuum robots**. Dans *2016 21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, pages 339–344. ISSN : null.
- [Walsh et al., 2011] Walsh, C. J., Franklin, J., Slocum, A. H., et Gupta, R. (2011). **Design of a robotic tool for percutaneous instrument distal tip repositioning**. Dans *2011 Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, pages 2097–2100.
- [Wampler et al., 1995] Wampler, C. W., Hollerbach, J. M., et Arai, T. (1995). **An implicit loop method for kinematic calibration and its application to closed-chain mechanisms**. *IEEE Transactions on Robotics and Automation*, 11(5) :710–724.
- [Wang et al., 2018] Wang, J., Wang, S., Li, J., Ren, X., et Briggs, R. M. (2018). **Development of a novel robotic platform with controllable stiffness manipulation arms for laparoendoscopic single-site surgery (LESS)**. *The International Journal of Medical Robotics and Computer Assisted Surgery*, 14(1) :e1838.
- [Wang et al., 2014] Wang, L., et Simaan, N. (2014). **Investigation of Error Propagation in Multi-backbone Continuum Robots**. Dans Lenarčič, J., et Khatib, O., éditeurs, *Advances in Robot Kinematics*, pages 385–394. Springer International Publishing, Cham.
- [Wang et al., 2011] Wang, Q., et Wu, N. (2011). **A review on structural enhancement and repair using piezoelectric materials and shape memory alloys**. *Smart Materials and Structures*, 21(1) :013001.
- [Webster et al., 2009a] Webster, R. J., Romano, J. M., et Cowan, N. J. (2009a). **Mechanics of Precurved-Tube Continuum Robots**. *IEEE Transactions on Robotics*, 25(1) :67–78.
- [Webster et al., 2009b] Webster, R. J., Swensen, J. P., Romano, J. M., et Cowan, N. J. (2009b). **Closed-Form Differential Kinematics for Concentric-Tube Continuum Robots with Application to Visual Servoing**. Dans Khatib, O., Kumar, V., et Pappas, G. J., éditeurs, *Experimental Robotics*, Springer Tracts in Advanced Robotics, pages 485–494. Springer Berlin Heidelberg.
- [West, 2017] West, J. B. (2017). **The beginnings of cardiac catheterization and the resulting impact on pulmonary medicine**. *American Journal of Physiology-Lung Cellular and Molecular Physiology*, 313(4) :L651–L658.
- [Wu et al., 2017] Wu, L., Crawford, R., et Roberts, J. (2017). **Dexterity Analysis of Three 6-DOF Continuum Robots Combining Concentric Tube Mechanisms and Cable-Driven Mechanisms**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 2(2) :514–521.
- [Xu et al., 2008] Xu, K., et Simaan, N. (2008). **An Investigation of the Intrinsic Force Sensing Capabilities of Continuum Robots**. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(3) :576–587.

- [Xu et al., 2015] Xu, K., Zhao, J., et Fu, M. (2015). **Development of the SJTU Unfoldable Robotic System (SURS) for Single Port Laparoscopy**. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(5) :2133–2145.
- [Xu et al., 2014] Xu, R., Atashzar, S. F., et Patel, R. V. (2014). **Kinematic instability in concentric-tube robots : Modeling and analysis**. Dans *5th IEEE RAS/EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics*, pages 163–168.
- [Yip et al., 2016] Yip, M. C., et Camarillo, D. B. (2016). **Model-Less Hybrid Position-/Force Control : A Minimalist Approach for Continuum Manipulators in Unknown, Constrained Environments**. *IEEE Robotics and Automation Letters*, 1(2) :844–851.
- [Yohannes et al., 2002] Yohannes, P., Rotariu, P., Pinto, P., Smith, A. D., et Lee, B. R. (2002). **Comparison of robotic versus laparoscopic skills : is there a difference in the learning curve ?** *Urology*, 60(1) :39–45.
- [Yoon et al., 2018] Yoon, H., Jeong, J. H., et Yi, B. (2018). **Image-Guided Dual Master-Slave Robotic System for Maxillary Sinus Surgery**. *IEEE Transactions on Robotics*, 34(4) :1098–1111.
- [Zhang et al., 2010a] Zhang, L., Peyer, K. E., et Nelson, B. J. (2010a). **Artificial bacterial flagella for micromanipulation**. *Lab on a Chip*, 10(17) :2203–2215.
- [Zhang et al., 1989] Zhang, L., et Yu, T. (1989). **Modified adaptive Dynamic Relaxation method and its application to elastic-plastic bending and wrinkling of circular plates**. *Computers & Structures*, 33(2) :609–614.
- [Zhang et al., 2010b] Zhang, X., et Ivlev, O. (2010b). **Simulation of interaction tasks for pneumatic soft robots using SimMechanics**. Dans *19th International Workshop on Robotics in Alpe-Adria-Danube Region (RAAD 2010)*, pages 149–154.
- [Zheng et al., 2012] Zheng, T., Branson, D. T., Kang, R., Cianchetti, M., Guglielmino, E., Follador, M., Medrano-Cerda, G. A., Godage, I. S., et Caldwell, D. G. (2012). **Dynamic continuum arm model for use with underwater robotic manipulators inspired by octopus vulgaris**. Dans *2012 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pages 5289–5294.

TABLE DES FIGURES

1.1	Différentes stratégies pour accéder au site d'opération. a) chirurgie laparoscopique ¹ : plusieurs outils sont insérés à travers plusieurs incisions. b) chirurgie par port unique : plusieurs outils sont insérés à travers un seul point d'incision [Kroh et al., 2011]. c) Intervention par voie naturelle : plusieurs outils sont passés à travers une voie naturelle (ici l'urètre) [Hendrick et al., 2015b]. 1 : Tige rigide. 2 : Endoscope. 3 : port d'entrée. 4 : Outil.	8
1.2	Système robotique pour les interventions médicales minimalement invasives, intégré à une salle d'opération et manipulé par un médecin. Image modifiée tirée du site internet ¹	9
1.3	Types de manipulateur série. 1 : Segments rigides liés par des liaisons mécaniques, 2 : Tige rigide portant les outils, 3 : Port d'entrée, 4 : Outil médical, 5 : Paroi extérieur du corps, 6 : Tissu à traiter	11
1.4	Types de robots hyper-redondants. 1 : Éléments rigides liés par des liaisons mécaniques, 3 : Port d'entrée, 4 : Outil médical, 5 : Paroi extérieur du corps, 6 : Paroi du canal d'accès / tissu à traiter	13
1.5	Capsule robotisée. A gauche, prototype de [Tortora et al., 2009], propulsé dans l'estomac par des moteurs électriques et des hélices. 1 : Structure principale, 4 : Outil médical, 5 : Paroi extérieur du corps, 6 : Paroi du canal d'accès / tissu à traiter, 7 : Mécanisme de locomotion. A droite, capsule NaviCam de Ankon Technology (en bas) et le système générant le champ magnétique extérieur (en haut).	15
1.6	Différents types de robot continu recensés à ce jour dans la littérature. Les types de robot sont classés en deux catégories suivant leur stratégie d'actionnement : a) à tendons, b) à colonnes multiples, c) à tubes concentriques, d) à points d'attaches multiples, e) pneumatique, f) hydraulique, g) à polymères électro-actifs, h) à alliages à mémoire de forme, i) magnétique.	18
1.7	Robot continu à tendon.	19
1.8	Robots continus à colonnes multiples.	22
1.9	Robot à tubes concentriques.	23
1.10	Robots continus à actionnement fluide	26
1.11	Robots continus à actionnement électrique	27
1.12	Robots continus magnétiques.	30
1.13	Robots continus à actionnement hybride.	31

1.14	Représentation du concept de RTC-m. Les tubes concentriques se déploient à travers le canal d'accès sans contact avec les parois. Un aimant permanent placé à leur extrémité permet de contrôler leur stabilité élastique. Un RC-m (en jaune) placé à l'extrémité des tubes permet d'atteindre le site d'opération.	36
1.15	Robot à tubes concentriques avec son unité d'actionnement : a) fonctionnant sous IRM [Comber et al., 2016b]. b) Porté et manipulé par le médecin [Hendrick et al., 2015b]	37
1.16	Paramétrage de la courbure d'un tube	38
1.17	Formes de tube permettant le déploiement ALFI parfait de RTC.	39
1.18	Diagrammes tracés dans [Ha et al., 2016, Hendrick et al., 2015a] afin d'analyser la cardinalité des RTC.	40
1.19	Actionnement de RC-m. Systèmes de navigation magnétique : a) Octomag [Kummer et al., 2010]. b) Aimant permanent à l'extrémité d'un manipulateur série [Kratchman et al., 2017]. c) Système de déploiement de RC-m [Edelmann et al., 2017b].	42
2.1	Différents types de modèles développés pour les robots continus. L'image est adaptée de l'état de l'art réalisé dans [Burgner-Kahrs et al., 2015].	48
2.2	Schéma présentant le paramétrage utilisé pour la modélisation des RTC, RC-m et RTC-m. Il représente un RTC à trois tubes, dont le tube intérieur est constitué d'un matériau flexible et au bout duquel est fixé un aimant permanent.	53
2.3	Introduction de tubes virtuels le long des différentes sections, qui sont numérotées sur la figure, pour simplifier l'écriture des équations d'équilibre. Cas d'un robot composé de trois tubes et d'un aimant permanent fixé à l'extrémité du tube 1.	59
2.4	Exemple de représentation du robot continu après discrétisation. Ici, $n = 3$ et $[N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4] = [4 \ 3 \ 7 \ 7]$	61
2.5	Représentation du RTC à deux tubes.	66
2.6	Calcul de la configuration d'équilibre du RTC à deux tubes par relaxation dynamique.	67
2.7	Évolution de la réponse du système par rapport au temps virtuel obtenue avec la relaxation dynamique pour plusieurs valeurs des paramètres articulaire α_1 et de ΔL_2 . Les instants où le régime permanent est atteint sont localisés par un rond rouge sur chaque courbe. Les valeurs du paramètre articulaire sont écrites sur les courbes.	68
2.8	Schéma représentant le RC-m plan.	69
2.9	Calcul de la forme du RC-m plan par relaxation dynamique pour $B_r = 0.08$ T et $B_\phi = \pi/4$	71

2.10	Évolution de la réponse du système par rapport au temps virtuel avec la relaxation dynamique pour plusieurs valeurs de paramètres articulaires B_r et B_ϕ . Les instants où le régime permanent est atteint sont localisés par un rond rouge sur chaque courbe. Les valeurs du paramètre articulaire sont écrites sur les courbes.	72
2.11	Représentation du RTC à trois tubes.	73
2.12	Calcul de la forme du RTC à trois tubes hélicoïdaux pour $[\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3] = [0\pi/2\pi]$	74
2.13	Calcul de la forme du RC-m spatial pour $(B_\phi, B_\theta) = (\pi/4, 0)$	75
3.1	Différents graphes permettant d'évaluer la cardinalité d'un RTC à deux tubes dans la littérature. A gauche, extrait de [Ha et al., 2016], à droite extrait de [Hendrick et al., 2015a].	78
3.2	Structure des matrices Jacobiennes utilisées pour construire la matrice Hessienne de l'énergie potentielle élastique totale du robot.	87
3.3	Diagramme de flux représentant la méthode numérique proposée. Les étapes développées dans ce document sont entourées par une ligne pointillée. Les étapes qui doivent être réalisées par l'utilisateur sont entourées par une ligne pleine. Les étapes réalisées automatiquement par CL-MatCont sont entourées par un trait mixte.	89
3.4	Diagramme de bifurcation suite à une variation de ΔL_2	92
3.5	Simulation de la rotation relative des deux tubes composant le RTC.	94
3.6	Tracés de la courbe en S aux différentes bifurcations BP détectées sur le diagramme en fourche du RTC à deux tubes.	94
3.7	Diagramme de bifurcation suite à une variation de B_r	96
3.8	Comparaison des diagrammes en fourche en prenant en compte (ligne pleine) ou non (ligne pointillée) la gravité.	97
3.9	Diagramme de bifurcation suite à une variation de B_ϕ	99
3.10	Diagramme de bifurcation suite à une variation de B_θ	100
4.1	Étapes du déploiement d'un RTC à trois tubes à pré-courbure circulaire [Girerd et al., 2018b]. Les tubes actionnés en translation sont écrits sur la figure pour chaque étape.	104
4.2	Évolution de la cardinalité du RTC au cours des trois étapes de déploiement et pour plusieurs valeurs de facteur d'anisotropie λ [Girerd, 2018].	104
4.3	Branches d'équilibre correspondant au déploiement ALFI d'un RTC composé de deux tubes hélicoïdaux. Les bifurcations sont marquées par des croix rouges.	106
4.4	Configuration du RTC une fois déployé dans la fosse nasale, représentée en transparence.	107

4.5	Branches d'équilibre d'un RTC à trois tubes pendant un déploiement ALFI. L'angle de torsion relatif à l'extrémité du robot est représenté comme une fonction des deux longueurs de section actionnées. Les bifurcations BP sont affichées en rouge.	109
4.6	Courbe en S obtenue en appliquant un champ tournant sur un RC-m plan avec une amplitude de champ de 0.01T. 1 : Débattement angulaire maximal, 2 : Angle de retournement, 3 : Orientations non atteignables.	110
4.7	Evolution de l'amplitude du champ magnétique généré par le SNM Cardiomag dans son espace de travail. Un champ magnétique de consigne d'amplitude 0.08 T est généré en $[0, 0, 0]$. Le RC-m spatial est représenté en noir et rouge.	110
4.8	Dispositif expérimental. Il comprend un RC-m de 4mm de diamètre extérieur, le SNM (CardioMag [Petruska et al., 2017]) composé de 8 électroaimants et un système de vision stéréoscopique composé de deux caméras.	112
4.9	Représentation des positions mesurées des champs magnétiques générés pour commander le RC-m.	113
4.10	Résultats pour le cas #1 en champ homogène. Le champ magnétique est contenu et tourne dans le plan (x_0, y_0) , tracé en orange.	115
4.11	Résultats pour le cas #2 en champ homogène. Le champ magnétique est contenu et tourne dans le plan (y_0, z_0) , tracé en orange.	117
4.12	Résultats pour la cas #1 en prenant en compte l'inhomogénéité du champ produit par le Cardiomag. Les diagrammes de bifurcation en champ homogène sont représentés en pointillés.	119
4.13	Résultats pour la cas #2 en prenant en compte l'inhomogénéité du champ produit par le Cardiomag. Les diagrammes de bifurcation en champ homogène sont représentés en pointillés. Les bifurcations BP sont indiquées par des étoiles rouges.	121
4.14	Comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux en terme des coordonnées de l'extrémité du robot dans l'espace. Les résultats numériques sont représentés avec une ligne pleine bleu et les coordonnées de l'extrémité mesurées expérimentalement avec des croix noires.	122
5.1	Structures possibles de RTC-m. Les tubes en Nitinol sont représentés en bleu, et le matériau flexible pour l'actionnement magnétique en orange. Les éléments magnétiques sont représentés par un dipôle rouge et bleu.	126
5.2	Unité d'actionnement de RTC-m.	131
5.3	Dispositif expérimental complet de RTC-m. a) Vue d'ensemble du dispositif. b) Vue de l'unité d'actionnement et du RTC-m dans le Cardiomag. Les repères du Cardiomag et de l'unité d'actionnement sont représentés en rouge et en bleu respectivement. c) Vue en coupe de l'unité d'actionnement dans le plan (y_0, z_0) . La position initiale du robot p_0 par rapport au repère de l'unité d'actionnement est représenté par une croix verte.	133

5.4	Schéma de principe de l'expérience de navigation et d'exploration. Les deux tubes de la structure 1 de RTC-m sont déployés ALFI pour naviguer dans le canal d'accès (1,b). La section flexible est ensuite déployée afin d'explorer le volume d'intérêt avec l'actionnement magnétique (2,c).	134
5.5	Variables articulaires et numéros des sections de la structure 1 de RTC-m.	135
5.6	Deux configurations ALFI de RTC-m étudiées et représentées dans \mathcal{R}_0 . Les tubes pré-courbés extérieur et intérieur sont en bleu et en vert respectivement. La section flexible en jaune est rétractée. L'aimant est affiché au bout du RTC-m en rouge. La direction de la gravité est indiquée par le vecteur g	136
5.7	Configurations du RTC-m pendant la phase de navigation.	137
5.8	Simulation de la phase d'exploration pour les deux configurations ALFI. Pour chaque configuration, la configuration initiale de la section flexible et la configuration aux BP sont affichées.	138
5.9	Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats fournis par le modèle de RTC-m, pour la configuration ALFI 1. Le chemin à parcourir déterminé en simulation est indiqué par la forme du robot déployé sur la Figure (a).	139
5.10	Navigation en partant de la configuration ALFI 1 et exploration de l'espace de travail fourni par l'actionnement magnétique. Le point de sortie du robot est indiqué par deux rectangles bleus.	140
5.11	Navigation en partant de la configuration ALFI 2 et exploration de l'espace de travail fourni par l'actionnement magnétique. Le point de sortie du robot est indiqué par deux rectangles bleus.	140
5.12	Comparaison entre les déplacements des marqueurs orange à l'extrémité de l'aimant) et violet (à l'extrémité du tube intérieur en Nitinol) pendant la phase d'exploration.	141
5.13	Schéma de principe de l'expérience d'orientation autour du site d'opération.	143
5.14	Configuration initiale du robot dans \mathcal{R}_0	143
5.15	Évaluation de l'orientabilité de robots continus composés d'actionnement concentrique et d'actionnement à tendons [Wu et al., 2017].	144
5.16	Représentation des entrées et sorties des problèmes géométrico-statique directs (PGSD) et inverses (PGSI) formulés à partir du modèle implicite de robot continu.	146
5.17	Configuration initiale choisie pour l'évaluation de l'orientabilité du RTC-m .	148
5.18	Résultats de la simulation de la tâche d'orientation autour de y_0 . Les configurations du robot sont calculées en faisant varier l'angle γ par continuation et en résolvant le PGSI.	150
5.19	Résultats de la simulation de la tâche d'orientation autour de x_0 . Les configurations du robot sont calculées en faisant varier l'angle ψ par continuation et en résolvant le PGSI.	151

5.20	Évolution des variables articulaires au cours de la tâche d'orientation autour de y_0 .	152
5.21	Schéma-bloc de la commande en boucle ouverte du RTC-m utilisée pour la tâche d'orientation.	152
5.22	Marqueurs visuels utilisés pour l'évaluation expérimental de l'orientabilité.	153
5.23	Orientations de l'extrémité obtenues expérimentalement pendant la tâche d'orientation autour de y_0 en bleu et autour de x_0 en rouge.	154
5.24	Représentation des vecteurs et angles utilisés pour le traitement des orientations mesurées.	154
5.25	Projection des points expérimentaux obtenus au cours de l'expérience d'orientation sur leur plan des moindres carrés.	155
5.26	Évolution de la position de l'extrémité du RTC-m par rapport au repère \mathcal{R}_0 . La position moyenne au cours de l'expérience est représentée en rouge.	156
5.27	Variables articulaires et numéros des sections de la structure 2 de RTC-m.	158
5.28	Configurations du RTC-m utilisées pour la détermination des champs magnétiques permettant d'agir sur la stabilité élastique.	160
5.29	Évaluation numérique de l'impact du champ magnétique sur la stabilité élastique du RTC-m. Trajectoire de l'extrémité suivant l'axe x_0 en fonction de la rotation du tube intérieur α_1 .	162
5.30	Comparaison entre les résultats expérimentaux et les résultats fournis par l'outil numérique lors de la rotation du tube 1.	163
5.31	Évaluation expérimentale de l'impact du champ magnétique sur la stabilité élastique du RTC-m. Trajectoire de l'extrémité suivant l'axe x_0 en fonction de la rotation du tube intérieur α_1 .	164
5.32	Évaluation expérimentale de l'impact du champ magnétique sur la stabilité élastique du RTC-m. Trajectoire de l'extrémité suivant l'axe x_0 en fonction de la rotation du tube intérieur α_1 .	165

LISTE DES TABLES

1.1	Capacités de déploiement, débattement angulaire et diamètre extérieur des robots continus en fonction de leur stratégie d'actionnement. Valeurs issues de la littérature.	34
2.1	Description des paramètres utilisés dans le modèle géométrico-statique de robot continu.	55
2.2	Paramètres mécaniques, massiques et magnétiques le long des sections. .	60
2.3	Propriétés géométriques et mécaniques des deux tubes.	66
2.4	Erreur relative entre les angles de torsion calculés numériquement et analytiquement en fonction du nombre de noeuds utilisés pour discrétiser la section 2.	67
2.5	Propriétés géométriques et mécaniques et magnétiques du tube et de l'aimant.	69
2.6	Erreur relative entre la position de la colonne calculée numériquement et analytiquement en fonction du nombre de noeuds utilisés pour discrétiser la section 2.	70
2.7	Propriétés géométriques et mécaniques des trois tubes.	73
2.8	Propriétés géométriques, mécaniques, massiques et magnétiques du tube et de l'aimant.	75
3.1	Propriétés géométriques et mécaniques des deux tubes.	91
3.2	Paramètres numériques pour l'analyse du RTC à deux tubes.	91
3.3	Longueur de transmission critique en fonction du nombre de noeuds utilisés pour discrétiser la section 2 et erreur relative par rapport au critère analytique de [Hendrick et al., 2015a].	92
3.4	Propriétés géométriques et mécaniques et magnétiques du tube et de l'aimant.	96
4.1	Propriétés géométriques et mécaniques des trois tubes composant le RTC proposé pour l'inspection des cellules olfactives dans [Girerd et al., 2018b].	107
4.2	Séquence de déploiement ALFI pour un RTC à 3 tubes.	108
4.3	Paramètres géométrico-statiques du RC-m spatial.	113
5.1	Paramètres du prototype de RTC-m.	128

5.2	Caractéristiques de l'unité d'actionnement.	132
5.3	Séquence de déploiement ALFI pour les deux tubes composant la structure 1 de RTC-m.	135
5.4	Paramètres numériques pour l'évolution de l'orientabilité du RTC-m.	137
5.5	Champs magnétiques utilisés pour l'analyse de stabilité.	161
5.6	Paramètres numériques pour l'analyse de stabilité du RTC-m.	161

LISTE DES DÉFINITIONS

1	Définition : Déploiement ALFI	13
2	Définition : Robot continu	14
3	Définition : Tubes en opposition	39
4	Définition : Cardinalité d'un robot continu	41
5	Définition : Stabilité globale	41

Titre : Concept de robot à tubes concentriques magnétiques : introduction et analyse – Application aux interventions minimalement invasives

Mots clés : Robotique médicale, robotique souple, analyse cinématique, continuation numérique, analyse de bifurcation, actionnement hybride

Résumé : Les interventions médicales minimalement invasives sont prometteuses car permettent d'intervenir sur des organes internes d'un patient en minimisant les risques de complications post opératoire. Elles induisent cependant de fortes contraintes sur le maniement des outils, et en particulier sur leur déploiement jusqu'au site d'opération, leur manipulation autour de l'organe d'intérêt et le contrôle de leur interaction avec l'environnement. Dans cette thèse nous proposons un nouveau concept de robot continu, appelé Robot à Tubes Concentriques magnétique (RTC-m), pour assister les médecins pendant ces interventions. Le RTCm est obtenu en combinant les stratégies d'actionnement des robots à tubes concentriques (RTC) et des robots continus magnétiques (RC-m). Il possède les capacités de déploiement, de miniaturisation et l'espace de travail caractéristiques des deux stratégies d'actionnement.

Il peut ainsi être déployé dans des canaux étroits et la pose de son extrémité peut être contrôlée au niveau du site d'opération. Il est également possible de moduler de manière active la stabilité élastique du RTC-m afin d'avoir différents types d'interactions avec l'environnement. Le concept de RTC-m est dans un premier temps évalué en étudiant les performances et le comportement des RTC et des RC-m. Pour ce faire, nous proposons une nouvelle méthode numérique qui a pour but de simuler le déploiement des robots continus, et d'analyser leur comportement en termes de stabilité élastique et de cardinalité. De nouvelles informations sur ces types de robot sont obtenues, qui sont validées expérimentalement dans le cas du RC-m. Dans un second temps, le RTC-m est étudié numériquement et expérimentalement en considérant trois scénarios, inspirés par les interventions mini-invasives et qui exploitent ses différentes capacités.

Title : Concept of magnetic concentric tubes robot: introduction and analysis – Application to minimally invasive interventions

Keywords : Medical robotics, soft robotics, kinematic analysis, numerical continuation, bifurcation analysis, hybrid actuation

Abstract : Minimally invasive medical interventions are promising to operate on internal organs while minimizing the physical trauma induced on the patient. Their use is however hampered by challenges in accessing the operation site, in positioning and orienting the surgical tools around the targeted organ, and in managing the interactions between tools and surrounding tissues. In this PhD thesis, we propose a new concept of continuum robot, called the magnetic Concentric Tube Robot (m-CTR), to assist surgeons during these procedures. This robot is obtained by combining the actuation strategies used by concentric tube robots (CTR) and magnetic continuum robots (m-CR). The m-CTR inherits the deployment and miniaturisation capabilities, as well as the workspace, specific to both actuation strategies.

It has then the ability to deploy through narrow cavities and to control the pose of its tip at the operation site. It has also the unique ability to manage actively its elastic stability, which allows it to have different kind of interactions with tissues. The concept of m-CTR is evaluated by first assessing the performances and the kinematics of CTR and m-CR. We propose then a new numerical tool for the simulation of continuum robot deployments and the analysis of their behaviour in terms of elastic stability and cardinality. New results are obtained concerning the performances of these robots, which are validated experimentally for the m-CR. Second, the m-CTR is studied numerically and experimentally in three different scenarios, inspired by mini-invasive interventions and which exploit its capabilities.