



**HAL**  
open science

# Dimensionnement et tenue dynamique de pièces de rotors électriques sous excitations MLI

Margaux Topenot

► **To cite this version:**

Margaux Topenot. Dimensionnement et tenue dynamique de pièces de rotors électriques sous excitations MLI. Mécanique [physics]. Université Bourgogne Franche-Comté, 2021. Français. NNT : 2021UBFCD011 . tel-03327762

**HAL Id: tel-03327762**

**<https://theses.hal.science/tel-03327762>**

Submitted on 27 Aug 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT DE L'ÉTABLISSEMENT UNIVERSITÉ  
BOURGOGNE FRANCHE-COMTÉ PRÉPARÉE À L'INSTITUT  
DE RECHERCHE FEMTO-ST

ÉCOLE DOCTORALE N° 37  
SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR ET MICROTECHNIQUES

Doctorat de Mécanique

PAR

Margaux TOPENOT

**Dimensionnement et tenue dynamique de  
pièces de rotors électriques sous excitations  
MLI**

Thèse soutenue à Besançon, le 18 mars 2021

Composition du Jury :

Étienne Balmès	Professeur des Universités, Arts et Métiers ParisTech	Rapporteur
Régis Dufour	Professeur des Universités, INSA Lyon	Rapporteur
Vincent Lanfranchi	Professeur des Universités, UTC	Président du jury
Gaël Chevallier	Professeur des Universités, FEMTO-ST	Directeur de thèse
Morvan Ouisse	Professeur des Universités, FEMTO-ST	Codirecteur de thèse
Damien Vaillant	Responsable Calculs Mécaniques, Alstom	Invité
Jean-Pierre Lombard	Directeur Ingénierie, Alstom	Examinateur



## Remerciements

Ce chapitre de remerciements, je voulais l'écrire depuis longtemps. Pourtant, maintenant que vient le moment de l'écrire, j'ai du mal à trouver des mots assez forts pour exprimer toute ma reconnaissance.

Tout d'abord, je tiens à remercier les membres de mon jury, Étienne, Vincent et Régis d'avoir pris le temps de relire attentivement mes travaux de thèse. J'ai apprécié nos échanges, qui je dois l'avouer m'intimidaient au début, mais qui m'ont finalement permis de me rendre compte du chemin parcouru et de celui qui reste à parcourir.

Je tiens à remercier Alstom de m'avoir permis de faire cette thèse et plus particulièrement mes collègues d'Ornans. Je commencerai par remercier Mathias, sans qui je n'aurais même pas eu l'idée de faire une thèse. Je remercie aussi toute l'équipe électrotechnique, Mohand, Mohamed, Michel, Naveen et Amer, pour votre aide mais surtout pour votre bonne humeur et votre bienveillance. Bien plus que des collègues, j'ai parfois l'impression d'être votre petite sœur. Merci à Jean-Pierre pour avoir accepté de faire partie de mon jury, mais surtout pour avoir appuyé ma candidature chez Alstom. Merci à Ange, Jean-Philippe, Benali, Emmanuel et Didier pour avoir régulièrement suivi mes avancées de thèse. Merci aussi à mes collègues mécaniciens du BE, notamment Geoffrey pour ton aide lors de la conception du châssis d'essai. Même s'il n'est plus à Ornans, je tiens à remercier Vincent Godot pour son efficacité lorsqu'il a fallu faire fabriquer le rotor prévu pour ma thèse. Tu m'as fait gagner un temps précieux. Je tiens à remercier chaleureusement Gérard et Gilles, mes voisins de bureau. Vous m'avez bien fait rire pendant mon séjour au BE. Gilles, au-delà de ta bonne humeur quotidienne, j'apprécie énormément le fait que tu essaies de me transmettre ton savoir avec pédagogie. Antoine, tu as été mon premier repère. Je sais que j'ai dû t'embêter avec toutes mes questions, et ça depuis le début de mon stage à Ornans. Tu m'as appris énormément, d'abord sur Optistruct mais pas seulement, merci. Surtout, tu m'as appris que bien souvent "le problème se situe entre la chaise et l'écran". Enfin, Damien, merci de m'avoir proposé ce sujet de thèse. Je sais que tu es triste que je quitte le service calculs. Je t'assure moi aussi. Merci pour tous les moments passés à parler technique ou autre. Tu as toujours eu à cœur de me transmettre ce que tu savais pour qu'on essaie d'aller plus loin ensemble dans notre compréhension des phénomènes physiques. Pour ces trois années, merci.

Je remercie les membres du Département Mécanique Appliquée de l'institut FEMTO-ST. En premier lieu, Morvan et Gaël, merci infiniment pour tout. Je vous dois cette réussite. Merci à vous deux pour nos échanges, tant professionnels que personnels. Comme vous l'avez souligné lors de la soutenance, je pense avoir grandi pendant cette thèse, c'est grâce à vous. Morvan, ce qui est agréable quand on vient te voir, c'est que toute question trouve une réponse. J'ai été contente

aussi de réécrire des équations avec toi, moi qui pensais avoir, un temps, oublié. Tu m'as redonné confiance en moi. Je tiens à te remercier car tu as rendu la période de rédaction plus agréable qu'elle n'aurait pu l'être. Tu as été surpris que je ne rougisse pas pendant la soutenance, il faut croire que tu m'impressionnes plus qu'une soutenance de thèse ;-). Gaël, tu es un directeur de thèse hors du commun. Qu'est-ce qu'on a pu rigoler pendant ces trois ans ! Ce que j'apprécie vraiment chez toi, c'est que même si on parle de choses très techniques, tu as toujours le mot pour rire. Je serais ravie qu'on trinque ensemble avec un diabolo pêche dans tes magnifiques verres du Brass' et du Ninkasi. Pour ne citer que quelques-unes de nos aventures : mon baptême en Espace dans les rues de Lyon pendant la conférence SURVISHNO, la formation à Valmorel, le chocolat chaud dans un bar à 23h à Brest au CFM, le voyage à Houston pour l'IMAC et enfin la réunion sur un télésiège à Métabief. Je m'estime très chanceuse de vous avoir eu comme directeurs de thèse. Pour moi, vous resterez toujours les chefs.

Je tiens à remercier particulièrement Émeline et Scott. Scott, je dois dire que j'ai beaucoup aimé nos discussions au labo et pendant l'IMAC. Ton humour m'a beaucoup plu. "Ce n'est pas un tsunami mais c'est déjà une petite vague dans un bain" sont les mots que tu as employé pour parler de mon chapitre IV. Ces quelques mots m'ont beaucoup touchée. Émeline, tu es la maman de la famille D-SMART. J'admire chez toi ta capacité à rendre les gens autour de toi meilleurs. Les moments passés ensemble m'ont beaucoup inspirée. C'est une fierté d'avoir été au côté d'une des seules femmes en dynamique en France. Je remercie également Xavier et Thomas pour leur aide en manip. J'ai apprécié apprendre à votre contact. Merci aussi à Betty, David, Manu F., Vincent T., P.-H., Matthias, Jean-Louis, Vincent P., Fred, Violaine... Je n'oublie pas non plus Delphine pour son incroyable efficacité ; les informaticiens, Vugar, Clément, Adrien et Tristan ; mais aussi Christine et Isabelle.

Ces trois années de thèse n'auraient évidemment pas été les mêmes sans mes camarades doctorants et post-doctorants. Je remercie d'abord les membres du bureau 42H : Ludo, Gaël M., Svenja, Manu B. et Francesco. Merci pour tous les bons moments passés ensemble (les N crémaillères, la construction de l'arche en carton, les 14 juillet à Gray, les week-ends à Verbier...). Spéciale dédicace au 44H aussi : Romain, Alessandra, Pauline, Justine, Victor et Kévin. Sans citer tous les doctorants, je tiens à remercier également Robin, Camille, Quentin (merci pour ton accent du Haut Doubs, j'adore), Stéphanie, Martin, Alexandre, Kaouthar, Benjamin, Jason, Fabrice... Merci à l'équipe des JJCAB 2019 (Justine, Camille, Svenja, Kévin, Manu B.). Cette aventure était vraiment géniale. Merci aussi à Sandrine pour ses conseils lors des préparatifs. Merci à la super équipe, j'ai beaucoup apprécié ces moments passés ensemble. Raf, je te remercie pour ta bonheur humeur constante. Tu as ramené avec toi le soleil du Brésil, ce n'était pas gagné à Besançon ! Bientôt, je l'espère nous pourrons te rendre visite là-bas. Svenja, on forme une bonne équipe toutes les deux (#prixJJCAB2018). La semaine de rédaction chez toi restera un très bon souvenir pour moi. Professionnellement et humainement, tu es une personne que j'admire beaucoup. Manu, mon binôme de bureau, aujourd'hui je te compte parmi mes meilleurs amis. Je vais être toute triste de ne

plus avoir ta tête en face de moi tous les jours. Merci d'avoir collecté les photos dossier pour ma soutenance, ça va me faire de bons souvenirs. Merci pour tous nos délires.

Je remercie mes amis de l'ENSMM, Marion, Akemi, Kayou, Bastien et Éric, votre soutien m'a énormément touché. Je veux adresser un mot en particulier à Marion à côté de qui je me suis assise le premier jour de mes études supérieures en prépa. Merci pour toutes ces années d'amitié, d'aventures et de potins;-). Merci aussi à Justine et Yéléna, toujours fidèles au poste (ça fait 15 ans qu'on se connaît les vieilles). Merci Hayette, à chaque fois que je te vois, tu me donnes la patate, t'es une vraie bouffée de bonne humeur à toi toute seule. Ne change rien ! Je remercie Christine et Vincent d'avoir fait le déplacement spécialement pour ma soutenance. Je me sens chanceuse d'avoir été aussi bien accueillie dans votre famille. Merci également à Jeanne et Marie-Laure d'être venue assister à ma soutenance. Votre curiosité vis-à-vis de mon travail m'a fait chaud au cœur. Enfin, merci aux personnes qui étaient présentes à distance ou par la pensée pour la soutenance. J'ai une pensée notamment pour les Bresson, Marie-Hélène, Loriane, Mélanie et Philippe, les sudistes, Sigrid, Jackie et Raymond, les Bois d'Amoniers, Antoine, Christine et Micheline, et aussi Lucie.

J'adresse maintenant ma profonde reconnaissance à ma famille. Papa, tu m'auras appris de nombreuses leçons parmi lesquelles je citerai le goût du travail bien fait et la nécessité de toujours revenir aux bases (très utile en recherche). Tu as toujours veillé à ce que je ne manque de rien. Ton soutien et ton amour inconditionnel m'auront permis de toujours me dépasser. Infiniment merci ! Merci aussi à la meilleure Mamie du monde. Ton soutien quotidien est une chance inestimable. Merci pour les petits plats que je ramène régulièrement depuis la prépa. Merci pour les tartes, les crêpes, les gaufres et les œufs ! Tu es toujours là pour moi quoi qu'il arrive. J'ai énormément de chance de t'avoir à mes côtés ! Merci Papy pour ta présence bienveillante ! Tu m'as souvent surprise par ton humour que j'adore. Je boirai volonté un chocolat chaud avec toi. Merci à Fidgy pour tous les moments de bonheur qu'on a partagé ensemble. Océane, merci pour ces cinq années de coloc à Besançon. On a passé des supers moments. Notre complicité est l'une des choses les plus précieuses pour moi. Merci en particulier pour ton soutien à 3h du matin le jour de rendre le manuscrit. Tes mots à ce moment-là m'ont profondément touchée. Merci aussi pour les repas lors de la dernière semaine de rédaction ! Maman, j'espère que tu aurais été fière. Kévin, cette thèse n'aurait pas été la même sans toi. Je te dois beaucoup ! Merci pour ta bonne humeur permanente. Ta joie de vivre m'a beaucoup aidée à relativiser les moments de doute de la thèse. Merci de faire le pitre pour moi et d'être à mes côtés ! On a passé des moments inoubliables. Je suis reconnaissante d'avoir pu partager toutes mes aventures de thèse avec toi : les conférences, les formations, les week-ends piscine, les week-ends au ski, les vacances dans les Cévennes, les voyages aux États-Unis...

Enfin, je conclurai cette partie en remerciant tous ceux que j'ai côtoyé pendant ces trois années de thèse. Vous avez tous, à votre manière, contribué à faire de moi la personne que je voulais devenir. Merci !



# Table des matières

Remerciements .....	iii
Table des matières .....	vii
<b>I Introduction aux vibrations dans les moteurs élec-</b>	
<b>triques .....</b>	<b>1</b>
I.1 Contexte industriel .....	2
I.2 Architecture d'un moteur électrique de traction fer-	
roviaire .....	3
I.3 Fonctionnement d'un moteur électrique .....	4
I.4 La commande par Modulation de Largeur d'Impul-	
sion .....	8
I.5 Notions de dynamique des structures .....	11
I.6 Objectifs de la thèse et organisation du manuscrit ....	15
<b>II Comportement magnétique d'un moteur asynchrone</b>	
17	
II.1 Introduction .....	18
II.2 Méthodes analytiques .....	19
II.2.1 Méthode du circuit électrique équivalent .....	19
II.2.2 Méthode "perméance f.m.m." .....	21
II.3 Méthode semi-analytique : sous-domaines .....	22
II.4 Méthodes numériques .....	23
II.4.1 Les équations de Maxwell .....	23
II.4.2 Résolution par la méthode des éléments finis .....	24
II.4.3 Post-traitement : calcul des excitations électroma-	
gnétiques .....	27
II.5 Conclusions .....	31
<b>III Couplage électro-magnéto-mécanique .....</b>	<b>33</b>
III.1 Introduction .....	34



III.2	Présentation du modèle de la thèse .....	35
III.3	Stratégies de couplage.....	36
III.4	Modèle électromécanique analytique .....	38
III.5	Réduction de modèle mécanique d'un rotor adapté au couplage électro-magnéto-mécanique.....	41
III.5.1	État de l'art .....	41
III.5.2	Méthode de réduction de modèle mécanique.....	44
III.5.3	Validation de la méthode de réduction de modèle....	48
III.6	Conclusions.....	50
IV	Validation expérimentale opérationnelle.....	53
IV.1	Introduction.....	54
IV.2	Présentation des essais en rotation.....	55
IV.3	Comparaison essai/calcul en utilisant une jauge vir- tuelle .....	57
IV.3.1	Jauge de déformation virtuelle.....	57
IV.3.2	Comparaison essai/calcul.....	58
IV.4	Optimisation robuste pour le placement de jauges ....	62
IV.4.1	Analyse multi-objectif .....	62
IV.4.2	Optimisation robuste .....	64
IV.5	Conclusions.....	70
V	Comportement dynamique du rotor.....	71
V.1	Introduction.....	72
V.2	Caractérisation expérimentale du comportement dy- namique d'un rotor.....	73
V.2.1	Caractérisation des composants.....	73
V.2.2	Caractérisation à différentes étapes d'assemblage ....	74
V.3	Recalage des paramètres matériaux .....	87
V.3.1	Recalage des pièces seules .....	87
V.3.2	Recalage du sous-assemblage .....	88
V.4	Conclusions.....	97
VI	Prédiction des paramètres matériaux du paquet de tôles.....	99
VI.1	Introduction.....	100

<b>VI.2</b>	<b>Caractérisation expérimentale de la loi de contact entre les tôles</b> .....	102
	VI.2.1 Essai de compression .....	103
	VI.2.2 Essai de torsion .....	105
<b>VI.3</b>	<b>Homogénéisation asymptotique non-linéaire</b> .....	109
	VI.3.1 Présentation du modèle .....	109
	VI.3.2 Cas de charge .....	110
	VI.3.3 Détermination des modules d'élasticité .....	113
<b>VI.4</b>	<b>Cas d'application académique</b> .....	117
	VI.4.1 Présentation du cas académique : poutre précontrainte .....	117
	VI.4.2 Corrélation essai/calcul .....	118
<b>VI.5</b>	<b>Cas d'application industriel</b> .....	124
	VI.5.1 Présentation du cas industriel .....	124
	VI.5.2 Corrélation essai/calcul .....	126
<b>VI.6</b>	<b>Conclusions</b> .....	131
	<b>Conclusions générales et perspectives</b> .....	133
<b>A</b>	<b>Analyse de la surface d'une tôle</b> .....	137
	<b>Bibliographie</b> .....	139
	<b>Liste des Figures</b> .....	153
	<b>Liste des Tables</b> .....	159



---

---

# Chapitre I

## Introduction aux vibrations dans les moteurs électriques

---

<b>I.1</b>	<b>Contexte industriel .....</b>	<b>2</b>
<b>I.2</b>	<b>Architecture d'un moteur électrique de traction ferro- viaire. ....</b>	<b>3</b>
<b>I.3</b>	<b>Fonctionnement d'un moteur électrique. ....</b>	<b>4</b>
<b>I.4</b>	<b>La commande par Modulation de Largeur d'Impulsion ...</b>	<b>8</b>
<b>I.5</b>	<b>Notions de dynamique des structures. ....</b>	<b>11</b>
<b>I.6</b>	<b>Objectifs de la thèse et organisation du manuscrit .....</b>	<b>15</b>

## I.1 CONTEXTE INDUSTRIEL

Le marché ferroviaire est de plus en plus concurrentiel. Les constructeurs doivent sans cesse améliorer leurs équipements afin de rester compétitif. L'évolution du marché conduit aussi à maximiser les espaces passagers et améliorer l'ergonomie des trains. Cette tendance mène donc à minimiser l'espace occupé par les composants au profit des volumes dédiés au confort des passagers. Ce contexte global (amélioration des performances et réduction des espaces disponibles) impacte tous les éléments constitutifs des trains, notamment les coffres de traction ferroviaire, contenant l'électronique de puissance, et permettant le pilotage des moteurs de traction ferroviaires. L'augmentation de performances de ces coffres affecte directement le comportement des moteurs, et notamment le comportement vibratoire.

Les origines des vibrations des rotors de moteurs électriques peuvent être multiples. Parmi elles on peut citer :

- un défaut d'excentricité rotor ;
- un mauvais empilement des tôles conduisant à une pression non homogène ;
- un mauvais alignement de l'accouplement ;
- des défauts de fabrication du rotor ;
- des défauts liés aux roulements ;
- des oscillations de couple liées au pilotage par Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI).

C'est ce dernier point qui nous intéresse particulièrement dans cette thèse. En effet, le pilotage optimisé de la chaîne de traction s'appuie sur des signaux de commande synthétisés par la technique de Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI), qui génère de nombreux harmoniques de courant et tension. Cela se traduit par des oscillations de couple sur une large plage de fréquences et avec des amplitudes qui peuvent être importantes. Les harmoniques de couple, lorsqu'ils coïncident avec des fréquences de résonance de composants, peuvent induire des niveaux vibratoires élevés. Les contraintes engendrées par de telles excitations associées à une mise en résonance peuvent générer des nuisances vibroacoustiques ou causer des dommages voire mener à la rupture de certains composants comme les ailettes des ventilateurs montés sur les rotors des machines électriques [Bruzzeze 16a, Kreitzer 08].

De nombreux articles font état du problème de fatigue vibratoire subit par les moteurs électriques dont le pilotage est à fréquence variable [Sheppard 88, Corcoran 08, Howes 04, De la Roche 05, Tsukakoshi 10]. Déjà en 1983, [Holdrege 83] constatait des casses d'ailettes de ventilateurs dues à la fatigue en torsion, et proposait des méthodes expérimentales et analytiques pour l'analyse des problèmes en torsion. Comme le mentionnent plusieurs auteurs, ce phénomène affecte principalement les vibrations de torsion de la machine. Wachel trace en 1993 les premiers diagrammes d'interférence de manière à vérifier les coïncidences entre le premier mode de torsion et les vitesses de fonctionnement critique [Wachel 93]. [Song-Manguelle 10] et [Feese 08] montrent que le pilotage à fréquence variable peut conduire à des fissures sur l'arbre du rotor dues aux pulsations de couple. Les auteurs de [Kerkman 08] recommandent de prêter attention au spectre de la

tension d'alimentation pour dimensionner les pièces mécaniques. [Bruzzese 16a] met quant à lui en évidence les vibrations en torsion des cages de court-circuit des rotors de moteurs asynchrones conduisant à la casse de barres. Cet article explique que les niveaux de contraintes liées aux pulsations de couple et dues au pilotage de l'onduleur sont inférieurs à la limite élastique du matériau mais qu'un nombre important de cycles peut endommager la structure.

Dans le domaine ferroviaire, le dimensionnement des structures sous excitation MLI est entaché de fortes méconnaissances, puisque les MLI sont définies à partir de calculs électromagnétiques, et fournies sous la forme de données statistiques (données spectrales, moyennées par bandes de fréquences). D'autre part, les moteurs sont dimensionnés par rapport à des parcours types et pour des points de fonctionnement donnés, qui diffèrent généralement des parcours réels qui sont notamment liés à l'exploitant et aux longues durées de vie de ces machines. D'un point de vue dimensionnement, la gestion de ces méconnaissances se traduit souvent par des marges de sécurité pouvant conduire à un surdimensionnement mécanique qui peut être contre-productif. Par exemple, dans le cas des ventilateurs cités précédemment, cela peut induire des pertes de performances aérauliques du fait de l'épaississement des composants et donc de la réduction des canaux de ventilation. Plus globalement, la maîtrise des modélisations en dynamique des structures devient primordiale : l'optimisation des rotors conduit à une augmentation de vitesse, ce qui induit de nouveaux risques vibratoires (dynamique rotor, balourds, effets des roulements, ...), et le dimensionnement des pièces en rotation sous excitation MLI constitue donc un enjeu majeur. D'un point de vue industriel, de nombreuses questions se posent concernant les méthodologies de dimensionnement. Ce travail vise à contribuer à l'amélioration des stratégies de conception. Avant de détailler les enjeux et le plan de la thèse, les sections suivantes détaillent l'architecture typique et le fonctionnement des moteurs électriques de traction ferroviaire. On se limitera à la description de ce type de moteur : d'autres applications peuvent mettre en oeuvre des architectures différentes.

## I.2 ARCHITECTURE D'UN MOTEUR ÉLECTRIQUE DE TRACTION FERROVIAIRE

Un moteur électrique de traction ferroviaire est constitué d'une partie fixe qu'on appelle le stator et d'une partie mobile qu'on appelle le rotor. C'est un convertisseur d'énergie électrique en énergie mécanique. Le stator est le composant qui génère le champ magnétique permettant de mettre en rotation le rotor en transmettant le couple mécanique nécessaire à la mise en mouvement du train. Une architecture typique de moteur est présentée sur la figure I.1. Quel que soit le type de moteur électrique, le stator est constitué d'un empilement de nombreuses tôles magnétiques en acier, isolées entre elles. Cette architecture permet de laisser passer le champ magnétique tout en limitant les pertes liées aux courants de Foucault. Ce champ magnétique est généré par un courant MLI circulant dans des bobines de cuivre

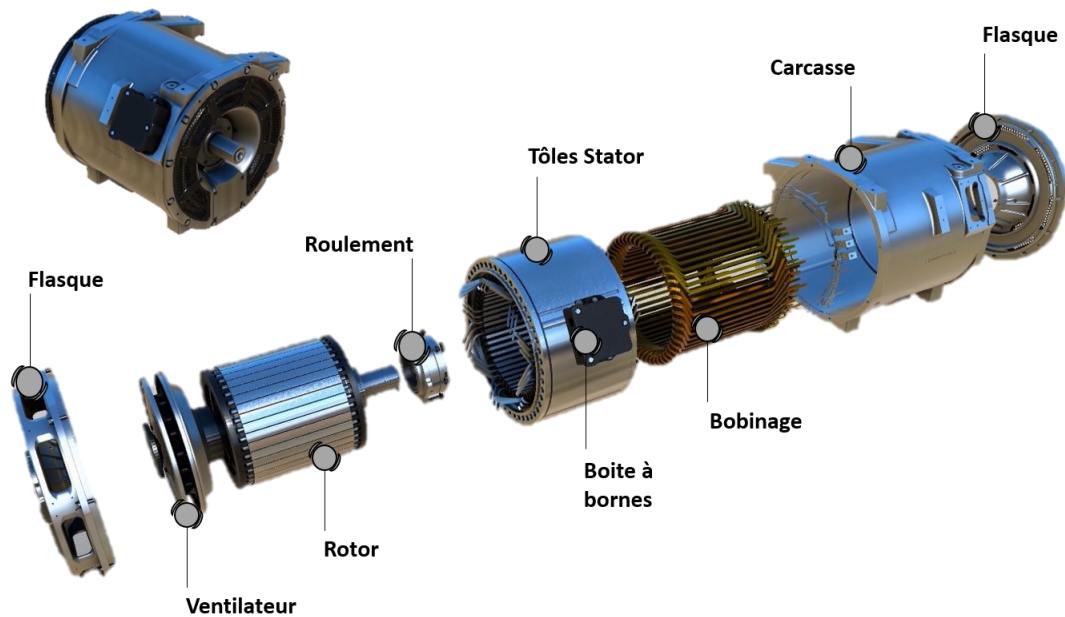


FIGURE I.1 – Architecture typique d’un moteur électrique asynchrone de traction ferroviaire

situées sur le stator. Ce dernier est maintenu dans la carcasse. Il s’agit du carter du moteur : elle peut être moulée ou mécano-soudée. Le rotor, quant à lui, peut être différent selon le type de machine électrique. Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons aux rotors des moteurs asynchrones. Le rotor d’une machine asynchrone est composé :

- d’un arbre qui transmet le couple mécanique au réducteur au travers de l’accouplement ;
- de tôles magnétiques frettées sur l’arbre qui ont le même rôle que celles associées au stator ;
- de plateaux de serrage qui maintiennent les tôles axialement ;
- de barres et d’anneaux de court-circuit qui sont traversés par le courant induit par le champ magnétique tournant du stator ;
- d’un ventilateur qui assure la fonction de refroidissement du moteur ;
- et des roulements qui assurent la liaison avec le stator.

Enfin, les deux flasques de part et d’autres du moteur viennent fermer le carter du moteur.

### I.3 FONCTIONNEMENT D’UN MOTEUR ÉLECTRIQUE

Il existe toute sorte de moteurs électriques. [Yilmaz 15] propose une revue et une comparaison des différentes technologies de moteurs électriques. La figure I.2 illustre les plans de coupe de moteurs pour différentes technologies existantes sur

le marché. Les grandes familles de moteur sont répertoriées par le graphe de la figure I.3.

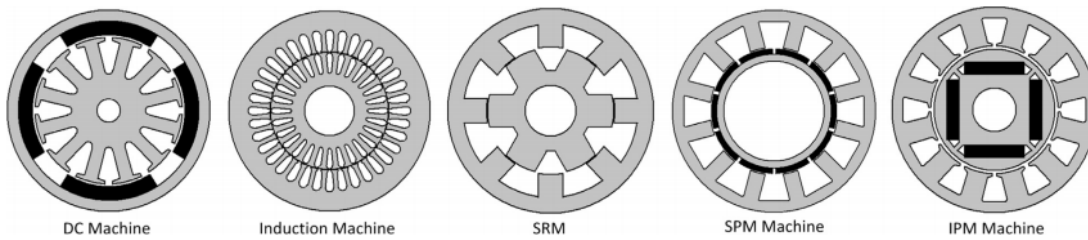


FIGURE I.2 – Sections de moteur pour différentes technologies de machines électriques (DC : Direct Current, SRM : Switched Reluctance Motor, SPM : Surface Permanent Magnet, IPM : Interior Permanent Magnet) [Yilmaz 15]

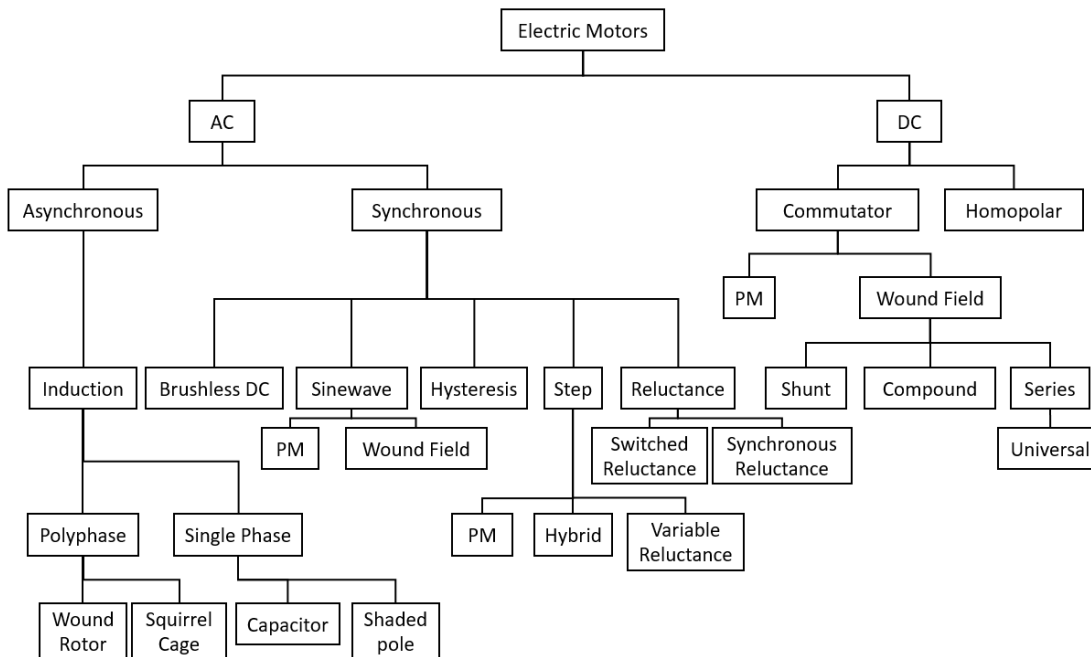


FIGURE I.3 – Les différentes technologies de moteurs électriques [Spin 19]

Comme mentionné précédemment, cette thèse s'intéresse au comportement dynamique des rotors de moteur asynchrone, appelés également les rotors à cage d'écureuil (voir figure I.4). La suite de ce paragraphe se focalise donc sur le fonctionnement de ce type de moteur.



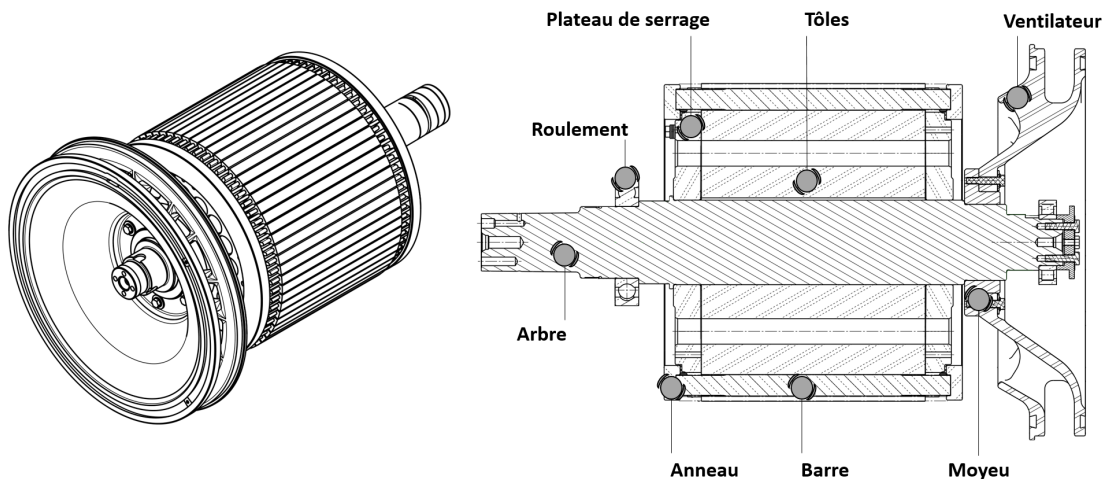


FIGURE I.4 – Vue en perspective et en coupe d'un rotor de moteur asynchrone

On décrit dans un premier temps les lois physiques mises en jeu dans le fonctionnement du moteur. La loi de Lenz-Faraday traduit le fait qu'un courant est induit dans un conducteur lorsque ce dernier est situé dans un champ magnétique variable. Cette loi renseigne sur le sens que va prendre le courant induit : il tend toujours à s'opposer, par ses effets, à la cause qui lui a donné naissance. Dans le cas du champ magnétique variable créé par le stator, le champ créé par le courant induit qui circule dans les barres et anneaux de court-circuit s'oppose à la variation du champ du stator. La loi de Lenz-Faraday s'énonce de la façon suivante :

$$e = -\frac{d\Phi}{dt}, \quad (\text{I.1})$$

avec  $e$  la force électromotrice homogène à une tension (en V) et  $\Phi$  le flux magnétique (en Wb) défini par  $\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot \vec{n} dS$  où  $\vec{B}$  est l'induction magnétique (en T) et  $\vec{n}$  est le vecteur normal unitaire à la surface  $S$  (en  $\text{m}^2$ ). La forme locale cette loi est appelée équation de « Maxwell-Faraday ».

Le champ du stator et celui du rotor vont en quelque sorte jouer le rôle d'aimants, en générant des pôles magnétiques nord et sud. Les pôles opposés ont tendance à s'attirer tandis que les pôles de même nature ont tendance à s'éloigner. La figure I.5 illustre les lignes de champ magnétique de moteurs asynchrones avec 2 et 8 pôles. Le nombre de pôles d'un moteur est toujours pair. Les lignes de champ stator tournent à la vitesse de synchronisme du moteur :

$$N = \frac{60f_s}{p}, \quad (\text{I.2})$$

avec  $N$  en tr/min,  $f_s$  est la fréquence électrique stator (en Hz) et  $p$  le nombre de paires de pôles. Pour cela, le moteur est alimenté par 3 phases déphasées de  $120^\circ$  spatialement et temporellement. La figure I.6 illustre ce déphasage sur l'exemple

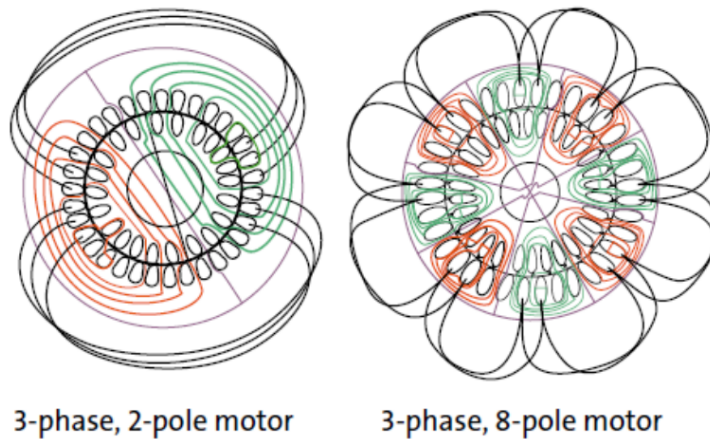


FIGURE I.5 – Lignes de champ magnétique pour un moteur à 2 et 8 pôles [Spin 19]

d'un moteur à 4 pôles. Les bobines sont représentées par des rectangles dont la couleur correspond à la phase à laquelle elles sont associées. Le signe indiqué sur chaque bobine est issu d'une convention permettant de représenter le sens de circulation du courant positif. À un instant donné (matérialisé par la ligne verticale sur le graphe de droite de la figure I.6), le courant des phases 1 et 3 est positif et le courant de la phase 2 est négatif. Par exemple, dans le quadrant supérieur droit de la section de moteur (à gauche de la figure I.6), le courant positif des phases 1 et 3 passe dans des bobines "+", ce qui signifie que le courant circule dans la direction  $+Z$ ; le courant négatif de la phase 2 passe dans une bobine "-", ainsi le sens de circulation est inversé et circule également dans la direction  $+Z$ . Le courant circulant dans la direction  $+Z$  induit un champ d'induction magnétique qui entoure ce courant dans le sens trigonométrique. Le même raisonnement peut être employé dans les autres quadrants. Les lignes de champ de sens opposés se rapprochent à certains endroits (au nombre de 4 pour un moteur à 4 pôles), créant artificiellement des aimants (dont les lignes de champ rentrent par le pôle sud et sortent par le pôle nord). On en déduit ainsi le sens de rotation des lignes de champ au vu des signes et de l'évolution temporelle des courants dans les trois phases du moteur comme illustré sur la figure I.6.

D'après la loi de Lenz-Faraday, la création du courant induit n'est possible que si le flux magnétique est variable. Si le rotor tourne à la même vitesse que le champ magnétique du stator, le champ magnétique ne varie pas dans le référentiel tournant et le rotor ralentit. Or s'il ralentit et que le champ magnétique du stator continue de tourner à la même vitesse, le rotor voit une variation du champ magnétique et accélère. Le fonctionnement des moteurs asynchrones implique que la vitesse du rotor soit légèrement inférieure à la vitesse de rotation du champ magnétique statorique (une vidéo illustrant ce fonctionnement se trouve sur ce [lien](#)). Ceci se traduit par une légère différence entre les fréquences électriques rotor et

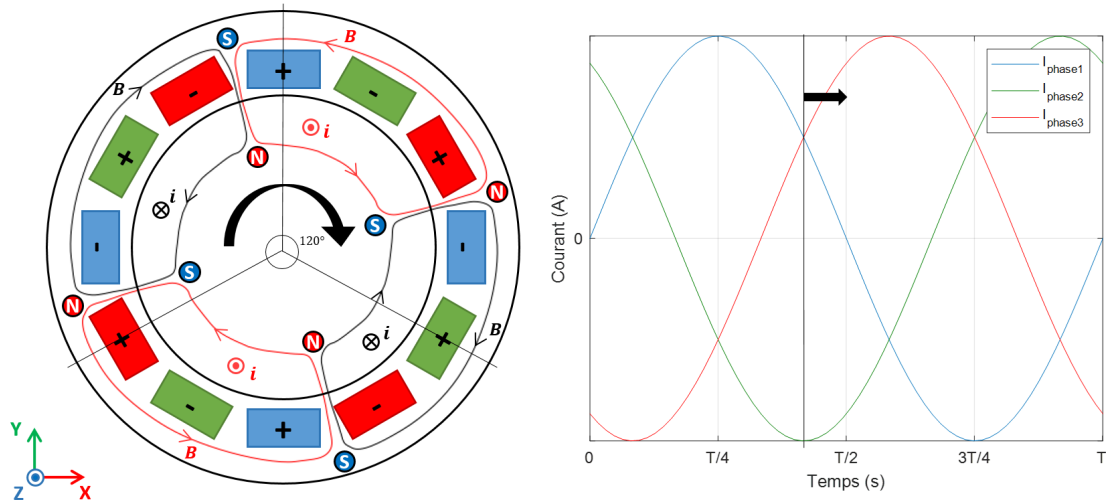


FIGURE I.6 – Déphasage spatial et temporel de 120° entre les 3 phases du moteur

stator. La grandeur qui quantifie cette différence est appelée le glissement  $g$  :

$$g = \frac{f_s - f_r}{f_s}, \quad (\text{I.3})$$

où  $f_s$  est la fréquence électrique fondamentale du stator et  $f_r$  est la fréquence électrique fondamentale du rotor.

En pratique, les signaux qui alimentent le moteur sont générés par la technique de la Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI) décrite au paragraphe suivant.

## I.4 LA COMMANDE PAR MODULATION DE LARGEUR D'IMPULSION

D'un point de vue théorique, les machines électriques peuvent être pilotées par des signaux sinusoïdaux mais en pratique, la Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI) [Trzynadlowski 02, Krause 02] est préférée pour entraîner des charges inertielles car elle permet d'une part d'optimiser la puissance électrique nécessaire, d'autre part elle permet d'atteindre des efforts magnétiques suffisants à faire tourner le moteur électrique à basse vitesse et enfin elle est bien adaptée au contrôle numérique. Elle permet de faire varier la vitesse de rotation du moteur en générant un signal à fréquence variable. La MLI est basée sur une fréquence fondamentale égale à la fréquence du signal sinus. Cependant, la MLI génère des oscillations de faible amplitude aux fréquences qui correspondent aux harmoniques. La figure I.7 illustre la différence entre un signal MLI et le signal sinusoïdal correspondant.

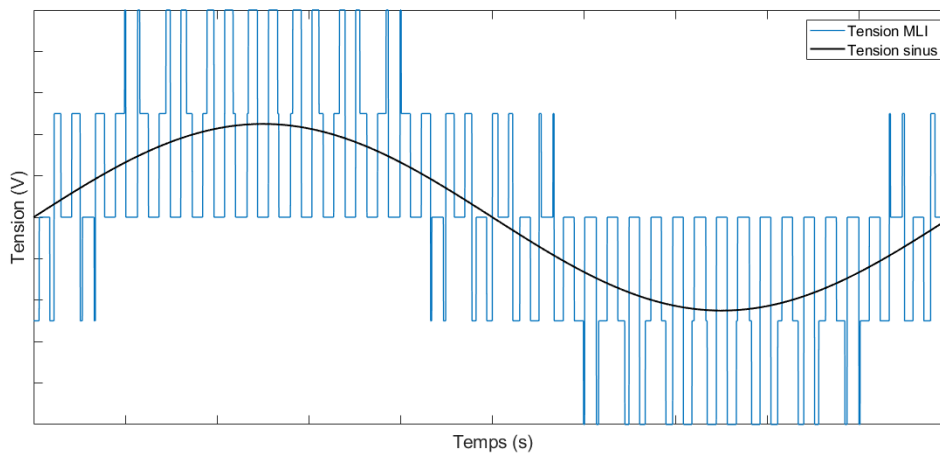


FIGURE I.7 – Tension pour une alimentation MLI et une alimentation sinus

La caténaire située au dessus des voies de chemin de fer délivre une tension continue ou alternative. Cette tension arrive dans des transformateurs qui adaptent la tension au système puis dans des onduleurs (convertisseurs électriques) destinés à convertir une tension continue en une tension alternative triphasée par un jeu de commutations (figure I.8). L'onduleur est constitué de 6 IGBT (Isolated Gate

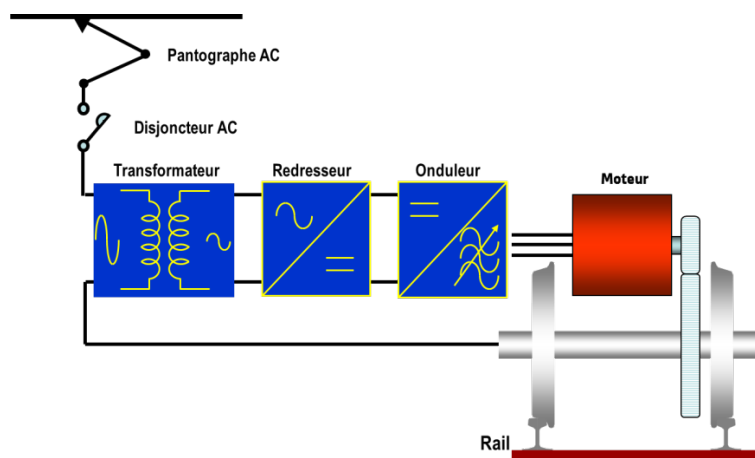


FIGURE I.8 – Transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique [Debruyne 12]

Bipolar Transistor), répartis sur les 3 bras de l'onduleur (figure I.9). Les IGBT sont en quelque sorte des interrupteurs (transistor et diode en parallèle) qui, par leurs commutations, créent le signal MLI composé de nombreux créneaux. Ceci donne une tension équivalente vue par le moteur qui doit se rapprocher de la tension idéale souhaitée. Le but de la MLI est de générer un signal qui se rapproche d'une sinusoïde mais dont on peut faire varier la fréquence. La MLI est nécessaire car les technologies actuelles ne permettent pas de générer une sinusoïde parfaite à

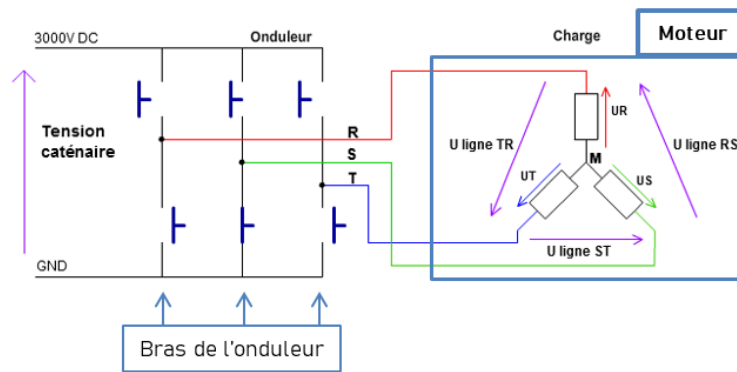


FIGURE I.9 – Schéma électrique d'un onduleur et d'un moteur [Debruyne 12]

fréquence variable dans le circuit de puissance de la chaîne de traction. Or les signaux carrés sont constitués d'harmoniques gênants entraînant des pertes de puissance non négligeables. Puisqu'il est possible, avec des impulsions de largeur bien déterminée, de modifier la tension équivalente (voir figure I.10), on peut donc modifier le rapport cyclique  $\alpha = \frac{t_1}{T}$  de manière à ce que la tension analogique équivalente, définie par :

$$V_A(t) = \int_0^t V_N(\tau) d\tau, \quad (\text{I.4})$$

avec  $V_A$  la tension analogique et  $V_N$  la tension numérique, soit une sinusoïde. C'est le principe de la Modulation de Largeur d'Impulsion.

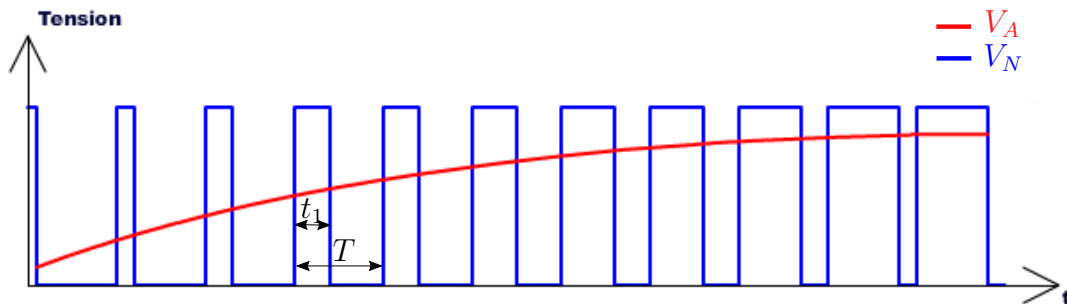


FIGURE I.10 – Schéma de principe de la MLI [Debruyne 12]

Les ingénieurs électrotechniciens sont responsables de la synthèse des signaux MLI créés par les onduleurs de manière à piloter les moteurs électriques. De nombreuses stratégies de génération de signaux sont disponibles [Bowes 82] et le choix de l'une d'entre elles dépend des spécifications industrielles. Cela nécessite de choisir judicieusement la manière dont les impulsions sont créées pour éviter les pertes et augmenter les performances. Cela peut directement impacter la chaîne de traction électrique mais aussi le comportement dynamique des rotors électriques.

Les progrès technologiques dans l'électronique de puissance ont permis l'implantation de stratégies de commande de plus en plus performantes. [Mehazzem 10] et [Krause 02] dressent un état de l'art de la commande de la machine asynchrone. Les stratégies de commande les plus utilisées sont :

- la MLI intersectives sinusoïdale (synchrone ou asynchrone) : la génération des impulsions consiste à comparer une onde sinusoïdale, dite modulante, avec une onde triangulaire, dite porteuse. La modulation asynchrone est adaptée à l'utilisation en très basse vitesse, la fréquence porteuse étant maintenue fixe et indépendante de la fréquence de la modulante. Pour des vitesses plus élevées, le recours à la modulation synchrone permet de symétriser le signal de tension afin d'améliorer ses propriétés harmoniques par rapport à la modulation asynchrone ;
- la MLI à angles calculés basée sur le calcul préalable des angles de commutations dans les IGBT. Cette technique a l'avantage de permettre l'élimination ou la réduction des harmoniques les plus néfastes [Depernet 95].
- et la MLI pleine onde pour laquelle la porteuse et la modulante ont la même fréquence. Cela permet d'exploiter l'amplitude maximale de tension en sortie de l'onduleur et d'obtenir une fréquence de commutation minimale.

Du point de vue des tractionnaires, le choix judicieux des instants de commutations et le découpage des signaux permet, entre autres, d'améliorer le rendement [Depernet 16]. D'un point de vue moteur, le signal d'entrée doit permettre d'atteindre les performances attendues par le moteur tout en ne négligeant pas d'autres aspects. L'optimisation de la commande, généralement basée sur des considérations électrotechniques, est susceptible d'engendrer des problèmes mécaniques ou thermiques. Dans ce travail, la MLI est une donnée d'entrée imposée et la structure subit ainsi ses effets qui doivent être pris en compte pour le dimensionnement vibratoire. Les notions de dynamique des structures nécessaires à la compréhension de la suite du manuscrit sont présentées dans la section suivante.

## I.5 NOTIONS DE DYNAMIQUE DES STRUCTURES

Cette partie vise à introduire aux lecteurs les concepts de base de l'analyse de problèmes de vibrations. De manière générale, les phénomènes vibratoires ont de nombreuses causes possibles. On peut par exemple citer les défauts d'équilibrage des pièces en rotation, l'excitation aérodynamique ou dans notre cas l'excitation électromagnétique. Il est important de prendre en compte ces phénomènes dès la conception pour éviter tout problème de tenue en fatigue ou de confort des utilisateurs (vibratoire et acoustique).

Les méthodes permettant la modélisation des phénomènes vibratoires reposent sur la résolution du problème d'élastodynamique. Pour les systèmes complexes, les problèmes vibratoires sont en général étudiés à l'aide de la méthode des éléments finis. Pour cela, on décompose la fonction déplacement en produit de fonctions de l'espace et du temps. La méthode des éléments finis est utilisée pour approximer

les fonctions spatiales par une interpolation généralement polynomiale sur chaque élément. Les fonctions du temps sont conservées. L'équation de mouvement pour un système linéaire s'écrit alors :

$$[M]\{\ddot{u}\} + ([C] + [G])\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = \{F\}, \quad (\text{I.5})$$

où :

- $[M]$  est la matrice de masse du système ;
- $[C]$  est la matrice d'amortissement visqueux ;
- $[G]$  est la matrice de couplage gyroscopique. Elle n'existe que lorsque des couplages dus à des rotations combinées existent ;
- $[K]$  est la matrice de raideur du système ;
- $\{F\}$  est le vecteur d'effort auquel est soumis la structure ;
- $\{u\}$  est le vecteur qui contient les déplacements aux nœuds du système et qui constitue généralement l'inconnue du problème à résoudre.

Dans notre cas d'étude, les moteurs tournent à des vitesses relativement faibles (jusqu'à 6000 tr/min), on néglige donc les effets du couplage gyroscopique.

On définit les modes du système comme étant les solutions du problème aux valeurs propres associées à l'équation de mouvement. Il s'agit des couples  $(\{\Psi_j\}, \lambda_j)$  avec  $\{\Psi_j\} \neq \{0\}$  tels que  $\{u\} = \{\Psi_j\}e^{\lambda_j t}$  soit solution du problème homogène. Dans le cas où l'amortissement est faible, on peut considérer que l'hypothèse de Basile est vérifiée, c'est-à-dire que la base modale du système conservatif  $[\Phi] = \{\{\Phi_1\} \dots \{\Phi_n\}\}$  (où  $n$  est le nombre de mode de la base) diagonalise la matrice d'amortissement. Cela permet de découpler les équations et ainsi de faciliter la résolution numérique. Si l'hypothèse de Basile est vérifiée, les vecteurs propres du système dissipatif  $\{\Psi_j\}$  sont égaux aux vecteurs propres du système conservatif  $\{\Phi_j\}$ . C'est pourquoi pour déterminer les vecteurs propres du système on se limite souvent au calcul des vecteurs propres du système conservatif (c'est-à-dire non amorti  $[C] = 0$ ) en résolvant le problème aux valeurs propres :

$$([M]\lambda_j^2 + [K])\{\Phi_j\} = 0. \quad (\text{I.6})$$

On choisit en général de normaliser les vecteurs propres en imposant une masse modale unitaire, c'est-à-dire  $\{\Phi_j\}^T [M] \{\Phi_j\} = 1$ . Si les vecteurs propres du système conservatif  $\{\Phi_j\}$  sont identiques aux vecteurs propres du système dissipatif  $\{\Psi_j\}$ , ce n'est pas vrai pour les valeurs propres. Les valeurs propres du système dissipatif sont complexes conjuguées et données par :

$$\lambda_j = -\xi_j \omega_j \pm j \omega_j \sqrt{1 - \xi_j^2}, \quad (\text{I.7})$$

avec  $\omega_j$  la pulsation propre et  $\xi_j$  le taux d'amortissement modal.

L'analyse vibratoire d'une structure consiste à déterminer les modes de vibration de cette structure et son comportement dynamique lorsque celle-ci est soumise à un chargement donné. Il existe plusieurs manières pour obtenir la réponse de la structure : on distingue les méthodes temporelles des méthodes fréquentielles.

Dans cette partie, seules les méthodes fréquentielles avec excitation déterministe sont abordées. Il s'agit donc d'écrire l'équation I.5 dans le domaine fréquentiel :

$$(-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])\{\hat{u}\} = \{\hat{F}\}, \quad (\text{I.8})$$

où  $\omega$  est la fréquence angulaire et  $\hat{\cdot}$  symbolise la transformée de Fourier. La méthode directe consiste à résoudre le système à chaque pas de fréquence :

$$\{\hat{u}\} = (-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])^{-1}\{\hat{F}\}. \quad (\text{I.9})$$

Cette méthode est cependant coûteuse même si elle a l'avantage d'autoriser une dépendance fréquentielle des matrices. La méthode de projection sur la base modale propose une alternative intéressante. Le principe repose sur le changement de variable suivant :

$$\{\hat{u}\} = [\Phi]\{\hat{q}\}, \quad (\text{I.10})$$

avec  $[\Phi]$  la base modale du système conservatif et  $\{\hat{q}\}$  le vecteur des coordonnées généralisées. Il s'agit des degrés de liberté dans l'espace des modes. Ainsi en remplaçant dans I.8 et en prémultipliant par  $[\Phi]^T$  à gauche, on obtient :

$$(-\omega^2[\Phi]^T[M][\Phi] + j\omega[\Phi]^T[C][\Phi] + [\Phi]^T[K][\Phi])\{\hat{q}\} = [\Phi]^T\{\hat{F}\}. \quad (\text{I.11})$$

L'avantage de cette méthode réside dans le fait que les matrices  $[\Phi]^T[M][\Phi]$  et  $[\Phi]^T[K][\Phi]$  sont diagonales et dans le cas où l'hypothèse de Basile est vérifiée, la matrice  $[\Phi]^T[C][\Phi]$  est diagonale. Cela permet de découpler les équations dans l'espace des modes :

$$(-\omega^2 m_j + j\omega c_j + k_j)\hat{q}_j = \hat{f}_j, \quad (\text{I.12})$$

avec  $m_j = \{\Phi_j\}^T[M]\{\Phi_j\} = 1$  la masse modale du mode  $j$ ,  $k_j = \{\Phi_j\}^T[K]\{\Phi_j\} = m_j\omega_j^2$  la raideur modale du mode  $j$ ,  $c_j = \{\Phi_j\}^T[C]\{\Phi_j\} = 2\xi_j\omega_j$  l'amortissement modal du mode  $j$  avec  $\xi_j$  le taux d'amortissement modal et  $\hat{f}_j = \{\Phi_j\}^T\{\hat{F}\}$  l'effort généralisé associé au mode  $j$ .

Enfin, il est possible de calculer les inconnues du système en utilisant la propriété de la projection sur la base modale :

$$\begin{aligned} (-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])^{-1} &= [\Phi] \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \frac{1}{m_j(-\omega^2 + 2j\xi_j\omega\omega_j + \omega_j^2)} & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} [\Phi]^T \\ &= \sum_{j=1}^N \frac{\{\Phi_j\}\{\Phi_j\}^T}{m_j(-\omega^2 + 2j\xi_j\omega\omega_j + \omega_j^2)} \end{aligned} \quad (\text{I.13})$$

avec  $N$  le nombre de modes (égal au nombre de degrés de liberté). En pratique, on approxime I.13 en tronquant la base modale pour améliorer les temps de calculs, c'est-à-dire que seuls les  $n$  premiers modes de la structure sont considérés :

$$\begin{aligned} (-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])^{-1} &= \sum_{j=1}^n \frac{\{\Phi_j\}\{\Phi_j\}^T}{m_j(-\omega^2 + 2j\xi_j\omega\omega_j + \omega_j^2)} + \sum_{j=n+1}^N \frac{\{\Phi_j\}\{\Phi_j\}^T}{m_j(-\omega^2 + 2j\xi_j\omega\omega_j + \omega_j^2)} \\ &\approx \sum_{j=1}^n \frac{\{\Phi_j\}\{\Phi_j\}^T}{m_j(-\omega^2 + 2j\xi_j\omega\omega_j + \omega_j^2)}. \end{aligned} \quad (\text{I.14})$$



En général, on choisit  $n$  tel que  $f_n > 1.5f_{max}$  où  $f_n$  est la fréquence propre du mode  $n$  et  $f_{max}$  est la fréquence maximale d'intérêt. En réalité, les modes d'ordre supérieur à  $n$  ont une influence sur le comportement statique du système, c'est pourquoi on ajoute souvent une correction statique. Il vient en supposant que les modes d'ordre supérieur à  $n$  ne répondent qu'en statique ( $-\omega^2 + 2j\xi_j\omega + \omega_j^2 \approx \omega_j^2$ ) :

$$[K]^{-1} \approx \sum_{j=1}^n \frac{\{\Phi_j\}\{\Phi_j\}^T}{m_j\omega_j^2} + \sum_{j=n+1}^N \frac{\{\Phi_j\}\{\Phi_j\}^T}{m_j\omega_j^2}, \quad (\text{I.15})$$

où la deuxième somme correspond à la correction statique. Ainsi, on corrige la troncature modale avec ce terme :

$$(-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])^{-1} \approx \sum_{j=1}^n \frac{\{\Phi_j\}\{\Phi_j\}^T}{m_j(-\omega^2 + 2j\xi_j\omega\omega_j + \omega_j^2)} - \sum_{j=1}^n \frac{\{\Phi_j\}\{\Phi_j\}^T}{m_j\omega_j^2} + [K]^{-1}. \quad (\text{I.16})$$

La qualité de la résolution dépend étroitement des hypothèses prises pour la description du problème. Les matrices  $[M]$  et  $[K]$  dépendent de la géométrie et des lois de comportement des matériaux utilisés. Le vecteur  $\{F\}$  contient les chargements qui s'appliquent sur la structure. Le chapitre II vise à en expliquer son calcul dans le cas des excitations électromagnétiques dans les moteurs électriques. Concernant l'amortissement, il y a plusieurs façons de le prendre en compte. On distingue généralement plusieurs sources d'amortissement :

- l'amortissement interne lié à la dissipation propre des matériaux ;
- l'amortissement structural dû aux propriétés de la structure : liaisons entre les pièces (vissées, boulonnées, frettées, friction...);
- l'amortissement externe qui peut venir de l'interaction de la structure avec son environnement (couplage fluide-structure, effet magnétiques...).

Dans les formulations fréquentielles, la dissipation est généralement modélisée par un amortissement visqueux ou hystérétique (également appelé structural). L'équation de mouvement avec amortissement visqueux s'écrit :

$$(-\omega^2[M] + j\omega[C] + [K])\{\hat{u}\} = \{\hat{F}\}, \quad (\text{I.17})$$

avec  $[C]$  la matrice d'amortissement visqueux, soit dans l'espace des modes :

$$(-\omega^2m_j + j\omega c_j + k_j)\hat{q}_j = \hat{f}_j. \quad (\text{I.18})$$

L'équation de mouvement avec amortissement structural s'écrit :

$$(-\omega^2[M] + j[D] + [K])\{\hat{u}\} = \{\hat{F}\}, \quad (\text{I.19})$$

où  $[D]$  est la matrice d'amortissement hystérétique. Sous l'hypothèse de Basile, l'amortissement est proportionnel, on définit alors  $[D] = \eta[K]$  où  $\eta$  est le facteur de perte. Il vient dans l'espace des modes :

$$(-\omega^2m_j + (1 + j\eta)k_j)\hat{q}_j = \hat{f}_j. \quad (\text{I.20})$$

L'inconvénient de ce modèle est qu'il est difficilement transposable dans le domaine temporel pour des problèmes de causalité. En identifiant les termes d'amortissement dans les deux modélisations, on a :

$$\begin{aligned}\eta k_j &= \omega c_j \\ &= 2\omega \xi_j \sqrt{m_j k_j}\end{aligned}\tag{I.21}$$

Il vient ainsi :

$$\xi_j = \frac{1}{2}\eta \frac{\omega_j}{\omega}.\tag{I.22}$$

À la résonance, les deux modèles décrivent la même dissipation si  $\xi_j = \frac{1}{2}\eta$ . D'autres modèles plus complexes peuvent être utilisés pour estimer l'amortissement, mais en pratique, il reste souvent difficile de prédire la valeur du taux d'amortissement. C'est pourquoi, une approche courante consiste à mesurer expérimentalement  $\xi_j$  pour un mode d'intérêt et à utiliser cette valeur d'amortissement pour tout le domaine fréquentiel.

## I.6 OBJECTIFS DE LA THÈSE ET ORGANISATION DU MANUSCRIT

L'objectif de cette thèse est de maîtriser les modélisations dynamiques des rotors des machines électriques du point de vue physique. Plus précisément, ces travaux visent, au travers d'une compréhension de l'impact des MLI sur le comportement dynamique des structures, à définir une méthodologie de dimensionnement, permettant de quantifier le degré de confiance d'une solution proposée pour le dimensionnement vibratoire de pièces en rotation. La figure I.11 illustre la problématique de vibration des rotors dues à l'excitation électromagnétique. Elle met en lumière les différentes physiques qu'il faut maîtriser pour prédire le comportement vibratoire.

Le **chapitre II** présente les différentes méthodes existantes permettant de simuler le comportement électromagnétique d'un moteur et d'en déduire les excitations résultant du signal MLI.

Le **chapitre III** aborde le couplage électro-magnéto-mécanique et propose une méthodologie de réduction de modèle mécanique d'un rotor à cage d'écureuil. Cette méthode permet de calculer la réponse mécanique du rotor soumis à un spectre de couple électromagnétique issu du chapitre II. Le temps de calcul gagné en utilisant le modèle réduit plutôt qu'un modèle éléments finis permet de répéter ce calcul pour de nombreuses vitesses. Ainsi, il est possible de déterminer la réponse du système pour une montée en vitesse.

Le **chapitre IV** décrit l'outil mis en place pour effectuer la validation des modèles présentés au chapitre III au travers d'une corrélation calcul/essai en rotation. L'outil de jauge de déformation virtuelle peut être vu comme un outil de post-traitement des résultats numériques afin de les rendre comparable aux données

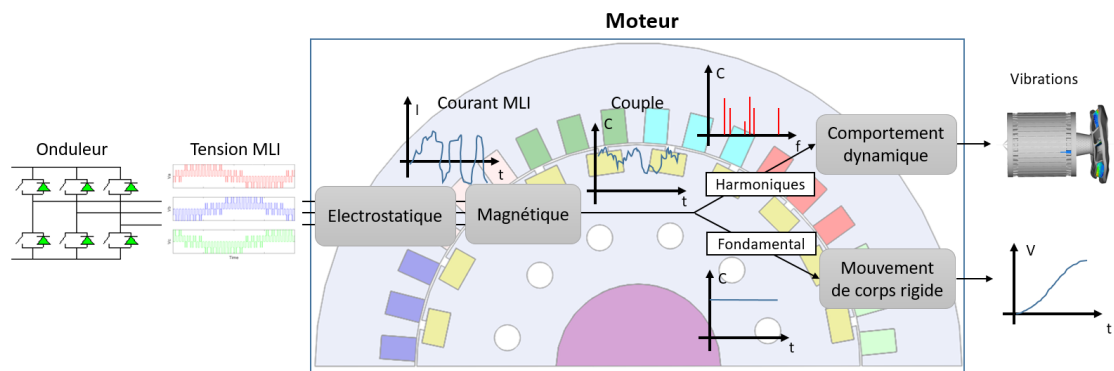


FIGURE I.11 – Workflow de la problématique des vibrations des rotors dues à l'excitation électromagnétique

mesurées, mais il peut aussi servir d'outil d'aide à la décision pour le placement optimal de capteur.

Le **chapitre V** se focalise sur la caractérisation du comportement dynamique d'un rotor. Les essais d'analyse modale expérimentale sur les différents composants du rotor et le recalage des paramètres matériaux permettent d'obtenir des données de références.

Le **chapitre VI** présente une méthode de prédiction de la loi de comportement du paquet de tôles au travers d'essais de compression/torsion, permettant d'alimenter une technique d'homogénéisation qui est enfin validée par des essais vibratoires sur des maquettes académique et industrielle. La dépendance de la loi de comportement à la précharge est discutée en fin de chapitre.

Enfin, la dernière partie de ce manuscrit résume les principales conclusions de ce travail et propose des perspectives en vue de la poursuite des activités de recherche dans ce domaine.

---

---

# Chapitre II

## Comportement magnétique d'un moteur asynchrone

---

<b>II.1</b>	<b>Introduction</b> .....	18
<b>II.2</b>	<b>Méthodes analytiques</b> .....	19
	II.2.1 Méthode du circuit électrique équivalent .....	19
	II.2.2 Méthode "perméance f.m.m." .....	21
<b>II.3</b>	<b>Méthode semi-analytique : sous-domaines</b> .....	22
<b>II.4</b>	<b>Méthodes numériques</b> .....	23
	II.4.1 Les équations de Maxwell.....	23
	II.4.2 Résolution par la méthode des éléments finis .....	24
	II.4.3 Post-traitement : calcul des excitations électromagné- tiques .....	27
<b>II.5</b>	<b>Conclusions</b> .....	31

## II.1 INTRODUCTION

L'objet de l'étude étant la modélisation du comportement dynamique du rotor sous excitation MLI, il est nécessaire de bien maîtriser les deux physiques mises en jeu : l'électromagnétisme et la mécanique. Les outils de simulation actuels ne permettent pas de réaliser des calculs multiphysiques avec couplage fort dans des temps raisonnables. Ainsi, dans cette thèse, on se limitera à réaliser les calculs séquentiellement avec un couplage faible. La première étape de calcul visant à obtenir les excitations électromagnétiques est présentée dans ce chapitre.

La décomposition en série de Fourier de l'excitation électromagnétique présente de nombreux harmoniques. Ces harmoniques peuvent être de nature spatiale ou temporelle. Les harmoniques temporels sont issus directement de la stratégie de pilotage MLI tandis que les harmoniques d'espace sont dus à la géométrie (combinaison nombre de pôles/encoches) ou au bobinage (agencement des bobines dans les encoches). Par exemple, [Kobayashi 97] exprime la force électromagnétique radiale par la relation :

$$\sigma_r = \sum_k \sum_l a_{k,l} \sin(kx - l\omega t + \alpha_{k,l}), \quad (\text{II.1})$$

où  $a_{k,l}$  et  $\alpha_{k,l}$  sont l'amplitude et la phase des harmoniques et  $k$  et  $l$  sont les ordres des harmoniques d'espace et de temps. Les notions de "radial" et "tangential" font référence à l'entrefer assimilable à un cercle. Cette relation illustre le fait que les forces électromagnétiques peuvent être vues comme une superposition de plusieurs ordres d'excitation. Chaque ordre d'excitation correspond à une forme spatiale d'excitation. La modélisation des forces électromagnétiques comme une superposition de forces harmoniques élémentaires qui tournent dans l'entrefer de la machine est connue sous le nom de la théorie des champs tournants (Winding Function Theory [Lubin 07, Hubert 00]). Cette théorie suppose une hypothèse de non saturation des matériaux magnétiques. [Hubert 00] explique en détail l'analyse spectrale spatiale et temporelle et la notion de champs harmoniques. La figure II.1 illustre la forme des forces d'excitations radiales pour les ordres 0, 2, 3 et 4. Par exemple, une excitation d'ordre 3 présente 3 lobes. La relation II.1 illustre aussi le fait que ces ordres tournent en fonction du temps.

On a vu au chapitre I que la réponse forcée de la structure en régime harmonique pouvait s'écrire :

$$\{\hat{u}\} = \sum_{j=1}^N \frac{\{\Phi_j\}^T \{\hat{F}\}}{m_j(-\omega^2 + 2j\xi_j\omega\omega_j + \omega_j^2)} \{\Phi_j\}. \quad (\text{II.2})$$

Le terme  $\{\Phi_j\}^T \{\hat{F}\}$  traduit le fait que le mode  $j$  est excité dès que la force  $\{\hat{F}\}$  n'est pas orthogonale à  $\{\Phi_j\}$ . Si les formes des ordres d'excitation coïncident avec les déformées des modes de vibration et que les forces et les modes interviennent à la même fréquence, on dit que les modes sont appairés, ce qui entraîne la mise en résonance du moteur. Un raisonnement similaire peut être fait avec les forces magnétiques tangentielles responsables du couple magnétique.

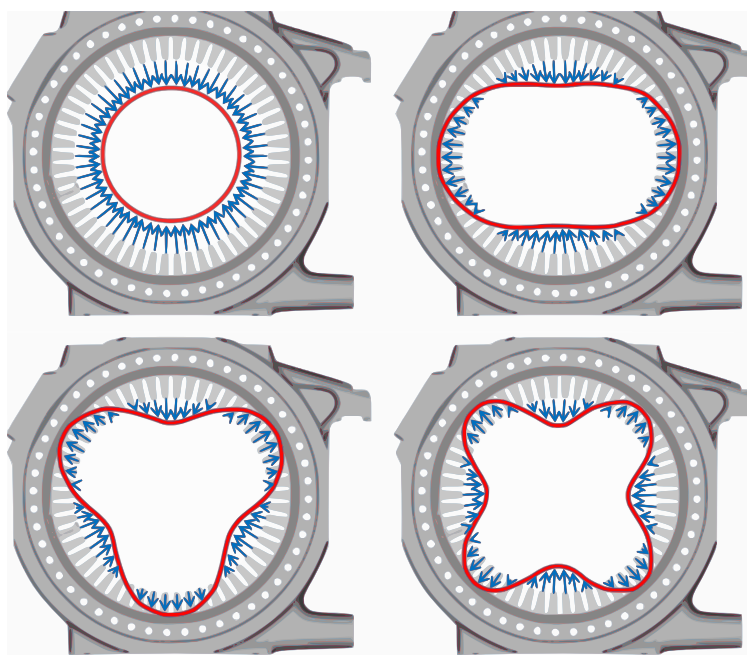


FIGURE II.1 – Ordres spatiaux 0, 2, 3 et 4 des forces électromagnétiques radiales

Comme déjà mentionné, il est indispensable de maîtriser les excitations magnétiques pour pouvoir les utiliser comme données d'entrée pour le calcul mécanique. Il est difficile, voire impossible, de mesurer ces excitations sans perturber le champ magnétique responsable de la mise en rotation du rotor. Cependant, plusieurs méthodes existent afin d'estimer les excitations électromagnétiques [Popescu 06]. Les méthodes peuvent être analytiques, semi-analytiques ou numériques et permettent de calculer les excitations locales (pressions magnétiques) ou globales (couple électromagnétique résultant). On présente ces différentes catégories dans la suite.

## II.2 MÉTHODES ANALYTIQUES

### II.2.1 Méthode du circuit électrique équivalent

Les méthodes analytiques offrent des temps de calcul relativement faibles, ce qui est appréciable pendant la phase de conception. La transformation DQZ (direct-quadrature-zero) ou transformation de Clarke permet de transformer l'écriture des équations exprimées dans le repère de chacune des trois phases, en équations monophasées écrites dans un repère unique. Dans cette transformation, il est possible de mettre en place une représentation électrique équivalente du moteur à paramètres invariants dans le temps et donc un système d'équations différentielles à coefficients constants. Plusieurs niveaux de complexité des circuits équivalents existent pour décrire le comportement de moteur asynchrone. Le schéma de la figure II.2

en est un exemple, où  $V_{sf}$  est la tension fondamentale du stator,  $I_{sf}$  est le courant fondamental du stator,  $R_s$  est la résistance du stator,  $R_r$  est la résistance du rotor,  $L_s$  est l'inductance du stator,  $L_r$  est l'inductance du rotor,  $L_m$  est l'inductance magnétisante,  $\Phi_r$  est le flux rotor RMS (avec référence au stator),  $\omega_s$  est la pulsation du courant fondamental stator,  $g$  est le glissement et  $\sigma = 1 - \frac{L_m^2}{L_s L_r}$ . Il s'agit d'un modèle électrique sinusoïdal en régime permanent. Ce modèle est très simplifié car il ne permet de calculer le comportement qu'à la fréquence fondamentale. Le calcul analytique des chargements électromagnétiques consiste à résoudre les équations régissant le circuit électrique équivalent du moteur à induction, dans le repère de Clarke (repère stationnaire  $\alpha$ - $\beta$ ) [Bruzzese 16b] ou dans le repère de Park (repère tournant d-q) [Chattopadhyay 11]. Connaissant les tensions appliquées, les

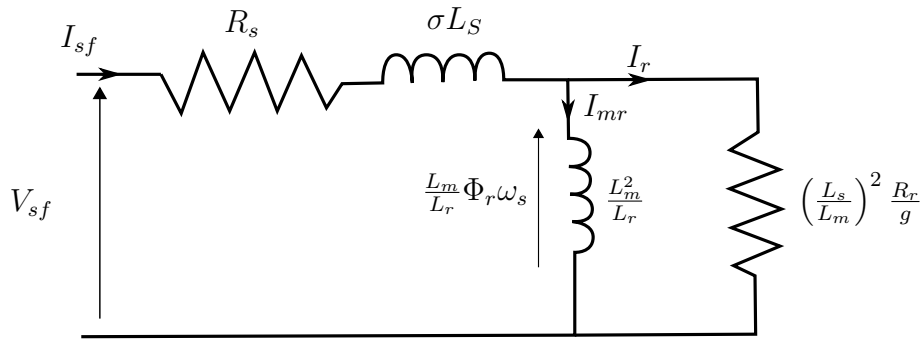


FIGURE II.2 – Schéma électrique du modèle sinusoïdal en régime permanent

courants sont déduits de la résolution précédente. Le couple est déterminé par la relation suivante :

$$C_{em} = p \frac{L_m}{L_r} \Phi_r i_{sq}, \quad (\text{II.3})$$

où  $p$  est le nombre de paires de pôles et  $i_{sq}$  est le courant statorique dans le repère de Park (repère d-q).

Le schéma électrique du modèle harmonique permettant de déterminer les pulsations liées à la MLI est illustré sur la figure II.3. Des schémas électriques équivalents plus complets prenant en compte les harmoniques sont proposés dans [Hubert 00]. Les harmoniques sont déterminés par le calcul de la DFT du signal temporel de la tension MLI. Les harmoniques  $I_h$  du signal de courant sont déterminés par la relation suivante :

$$I_h = \frac{V_h}{\sqrt{R_h^2 + (\omega_h L_h)^2}}, \quad (\text{II.4})$$

où  $h$  est l'ordre de l'harmonique,  $V_h$  est l'harmonique  $h$  de la tension (V),  $R_h$  est la résistance équivalente pour l'harmonique  $h$  ( $\Omega$ ),  $L_h$  est l'inductance équivalente pour l'harmonique  $h$  (H),  $\omega_h = 2\pi h f_s$  est la pulsation de l'harmonique  $h$  et  $f_s$  la fréquence fondamentale stator (Hz). On déduit les harmoniques de couple par

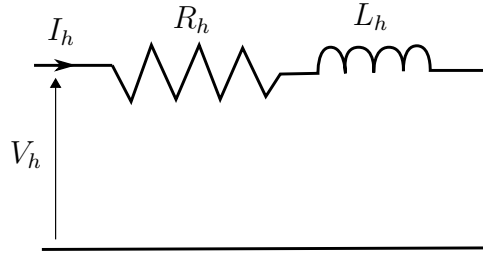


FIGURE II.3 – Schéma électrique du modèle harmonique

utilisation de la relation II.3 en prenant les grandeurs harmoniques. Les résultats numériques, tels que la tension, le courant et le couple pulsatoire, sont obtenus instantanément pour une vitesse de rotation donnée.

L'intérêt de la méthode analytique réside principalement dans le temps de calcul très court. Mais ce type de modèle ne peut pas être utilisé dans un objectif de conception fine de la géométrie du moteur puisqu'il est difficile de relier les paramètres électriques équivalents à la géométrie détaillée du moteur. Seuls les harmoniques temporels sont calculés et les harmoniques géométriques sont négligés. Cela pose problème pour le calcul de réponse dynamique puisque seulement une partie du contenu fréquentiel de l'excitation est prise en compte.

### II.2.2 Méthode "perméance f.m.m."

La méthode "perméance f.m.m." proposée par Jean Le besnerais [Le Besnerais 08] est une méthode initialement développée afin d'estimer de manière analytique la puissance acoustique rayonnée par un moteur. Elle inclut notamment une étape intermédiaire permettant le calcul de l'induction radiale  $B_r$ , obtenue par le produit de la perméance et de la force magnétomotrice (f.m.m.), elle-même résultant du produit du courant par la fonction de bobinage. Cette formulation du champ d'induction s'appuie sur les travaux de Bossio [Bossio 04] et s'écrit :

$$B_r(t, \alpha_s) = \Lambda(t, \alpha_s) \left( \sum_{b=1}^{Z_R} i_r^b(t) N_r^b(t, \alpha_s) + \sum_{q=1}^{q_s} i_s^q(t) N_s^q(\alpha_s) \right), \quad (\text{II.5})$$

où  $B_r$  est l'induction radiale,  $t$  est le temps,  $\alpha_s$  est la position angulaire,  $\Lambda$  la fonction de perméance,  $i_r^b$  le courant dans la  $b^{\text{ième}}$  barre rotor,  $N_r^b$  la fonction de bobinage de la  $b^{\text{ième}}$  barre rotor,  $Z_R$  le nombre d'encoches rotor,  $i_s^q$  le courant dans la  $q^{\text{ième}}$  phase stator,  $N_s^q$  la fonction de bobinage de la  $q^{\text{ième}}$  phase stator et  $q_s$  le nombre de phases stator. En acoustique, il a souvent été pris pour hypothèse de négliger l'induction tangentielle dans le calcul de la pression de Maxwell [Le Besnerais 08, Hubert 00, Maliti 00]. Cette hypothèse est généralement justifiée dans le cadre de l'évaluation de la pression acoustique, essentiellement induite par



les composantes radiales de l'excitation :

$$\sigma_r = \frac{1}{2\mu_0}(B_r^2 - B_t^2) \approx \frac{B_r^2}{2\mu_0}. \quad (\text{II.6})$$

Cependant, l'approche ne permet pas le calcul de la pression tangentielle  $\sigma_t$  à l'origine du couple qui nécessite la connaissance de l'induction tangentielle  $B_t$  :

$$\sigma_t = \frac{1}{\mu_0}B_rB_t, \quad (\text{II.7})$$

où  $\mu_0$  est la perméabilité du vide. Cette méthode est donc adaptée au cas de l'estimation de la puissance acoustique mais elle ne peut pas être appliquée pour calculer les pressions tangentielles responsables de l'oscillation de couple du rotor qui nous intéresse dans cette thèse.

Il existe des méthodes de perméance complexe qui permettent de calculer la composante tangentielle du champ d'induction magnétique [Le Besnerais 15, Fakam 15], mais à ce jour elles n'ont été appliquées qu'aux moteurs synchrones à aimants permanents. Des méthodes particulières permettant de calculer les oscillations de couple analytiquement sont disponibles dans la littérature [Koo 18, Degano 16] mais à notre connaissance, aucune ne traite du cas des moteurs asynchrones.

### II.3 MÉTHODE SEMI-ANALYTIQUE : SOUS-DOMAINES

La méthode des sous-domaines est une technique de modélisation semi-analytique qui permet de calculer le champ magnétique d'une machine électrique en résolvant les équations de Maxwell. Cette méthode de modélisation consiste à diviser le problème physique en sous-domaines dans lesquels les équations de Maxwell sont résolues analytiquement. Une fois la résolution analytique effectuée, des conditions aux limites sont appliquées aux interfaces des sous-domaines dans le modèle numérique. La prise en compte des conditions aux limites permet ensuite la reconstruction du champ magnétique sur l'ensemble des sous-domaines. L'article de synthèse [Devillers 16] présente en détail les différentes étapes de calcul et les hypothèses du modèle. Il dresse également une comparaison entre la méthode des sous-domaines et la méthode éléments finis. Entre autres, l'avantage de la technique des sous-domaines par rapport aux éléments finis est le temps de calcul plus court pour une précision du même ordre de grandeur. Cependant, du fait de la division de la géométrie de la machine en régions rectangulaires homogènes, cette méthode présente l'inconvénient de ne pas pouvoir modéliser des géométries complexes. De plus, le caractère non homogène du comportement magnétique ne peut pas être pris en considération. Il est également impossible de prendre en compte le phénomène de saturation. Ce dernier est caractérisé par le fait que la relation entre le champ d'induction magnétique et le champ magnétique du matériau  $\underline{B} = \mu\underline{H}$  n'est plus linéaire. Malgré l'augmentation du champ  $\underline{H}$ , le champ  $\underline{B}$  n'augmente plus beaucoup. Il est important de prendre cela en compte en dynamique puisque

les pressions de Maxwell sont calculées à partir du champ d'induction magnétique. Ne pas prendre en compte la saturation revient à surestimer les pressions.

## II.4 MÉTHODES NUMÉRIQUES

Les méthodes numériques présentées dans cette section sont basées sur la discrétisation des équations de Maxwell (ou de versions simplifiées de ces équations).

### II.4.1 Les équations de Maxwell

Le champ magnétique est gouverné par les équations de Maxwell :

- l'équation de conservation, dite de Maxwell-Thomson :

$$\operatorname{div}(\underline{B}) = 0, \quad (\text{II.8})$$

où  $\underline{B}$  est l'induction magnétique (T) ;

- l'équation de Maxwell-Faraday qui décrit le couplage entre les effets électrostatiques et magnétiques :

$$\operatorname{rot}(\underline{E}) = -\frac{\partial \underline{B}}{\partial t}, \quad (\text{II.9})$$

où  $\underline{E}$  est le champ électrique (V/m) ;

- et l'équation de Maxwell-Ampère :

$$\operatorname{rot}(\underline{H}) = \underline{J}, \quad (\text{II.10})$$

où  $\underline{H}$  est le champ magnétique (A/m) et  $\underline{J}$  est la densité de courant (A/m<sup>2</sup>). La forme locale de la loi d'Ohm est :

$$\underline{J} = \gamma \underline{E}, \quad (\text{II.11})$$

où  $\gamma$  est la conductivité électrique (S/m).

La loi de comportement est donnée par :

$$\underline{B} = \mu \underline{H}, \quad (\text{II.12})$$

où  $\mu$  est la perméabilité (H/m). Un moteur électrique est un environnement hétérogène comme illustré sur la configuration présentée sur la figure II.4. Toutes les équations précédentes ne sont pas appliquées sur l'ensemble des domaines (définis dans la figure II.4). Les domaines  $\Omega_{arbre}$  et  $\Omega_{toles}$  sont gouvernés par les équations (II.8) et (II.12) alors que les domaines  $\Omega_{barres}$  et  $\Omega_{bobinage}$  sont composés de matériaux conducteurs signifiant que les équations (II.8), (II.9), (II.10), (II.11) et (II.12) doivent être appliquées. L'équation (II.12) a la même expression mathématique pour tous les domaines mais la perméabilité magnétique  $\mu$  dépend du matériau du domaine considéré.

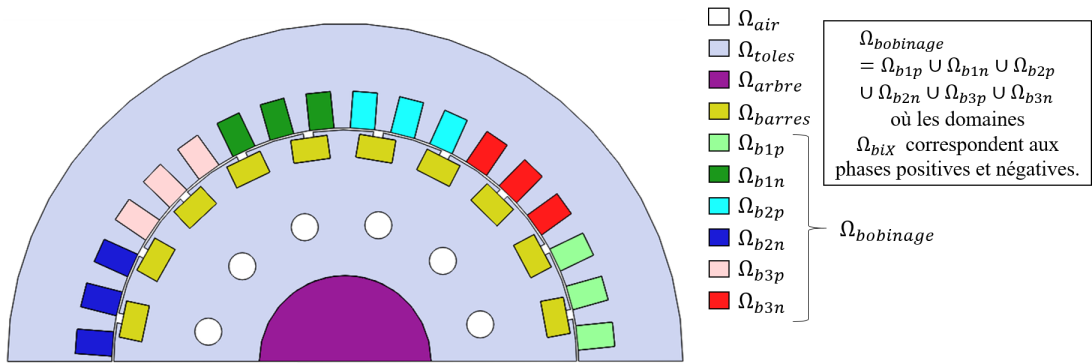


FIGURE II.4 – Description du domaine magnétique et décomposition en régions

## II.4.2 Résolution par la méthode des éléments finis

Les équations de l'électromagnétisme peuvent être discrétisées par la méthode des éléments finis en 2D ou en 3D. Dans le cas où le comportement électromagnétique du moteur est homogène dans la direction axiale et si la longueur de fer est suffisamment grande devant son diamètre, la simulation 2D est à préférer [Van Der Giet 08b]. En effet, elle est devenue standard pour la simulation électromagnétique des machines électriques grâce à un ratio précision/temps de calcul intéressant. Dans ce travail, un modèle éléments finis 2D est construit. La figure II.5 illustre le maillage du moteur. Chaque région est associée à un matériau dont les propriétés dépendent du type de domaine.

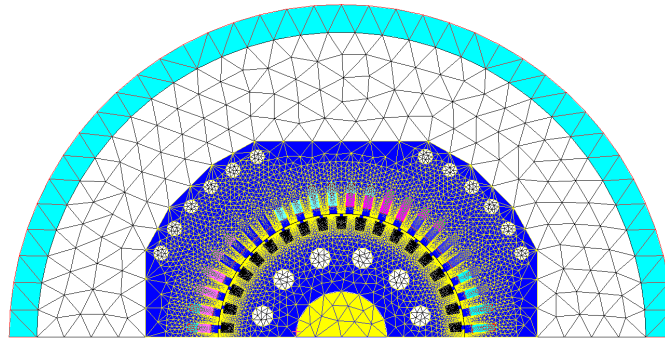


FIGURE II.5 – Maillage du moteur pour le modèle éléments finis

### II.4.2.a Comportement électrique

Le comportement électrique du moteur est modélisé par un circuit dont les propriétés doivent être définies manuellement, couplé avec le modèle éléments finis magnétique décrit dans la section suivante. Le schéma de ce circuit électrique équivalent est illustré sur la figure II.6a. Ce circuit est alimenté par trois sources

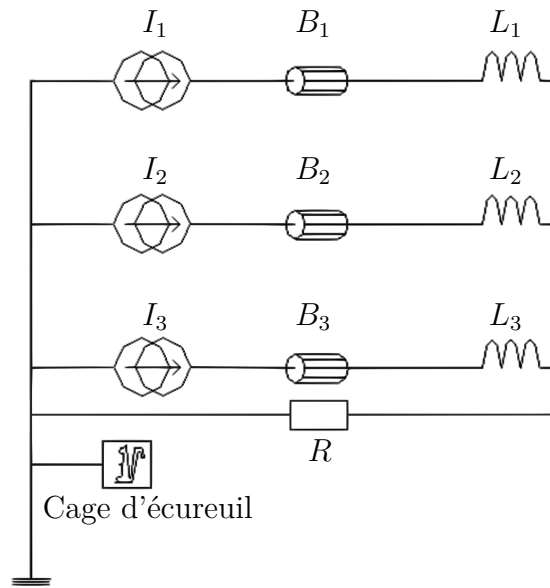
de courant  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  déphasées de  $\pm \frac{2\pi}{3}$  qui correspondent aux courants MLI. Le signal de courant MLI utilisé dans ce travail provient du courant mesuré lors d'essais en rotation. Ces essais seront plus amplement détaillés au chapitre IV. Une période du signal de courant est extraite et est répétée modulo cette période afin de générer le signal d'entrée du modèle. Les conducteurs bobinés  $B_1$ ,  $B_2$  et  $B_3$  représentent le bobinage des trois phases du moteur. Ces composants sont des éléments de couplage avec les équations issues du modèle magnétique approximé par éléments finis, car ils sont associés à des régions du maillage qui matérialisent les bobines. Les inductances  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_3$  correspondent aux inductances de têtes de bobines (partie des bobines qui se situe à l'extérieur des encoches) qui ne sont pas modélisées dans le modèle éléments finis. La résistance  $R$ , de forte valeur, agit comme un terme de pénalisation qui sert à imposer la somme des courants des trois phases nulle. Cette méthode est préconisée par le support du logiciel Altair. En effet, si on modélise le moteur par trois sources, cela induit des problèmes de convergence dus à de mauvaise approximation du zéro numérique. Cela implique que la somme des courants n'est pas exactement égale à zéro mais égale à une valeur très faible qui ne peut pas circuler dans le circuit. Ainsi, ce courant très faible peut circuler dans cette résistance et cela n'impacte pas les résultats. La cage d'écureuil est modélisée par un macro-circuit illustré sur la figure II.6b. Chaque barre est représentée dans le circuit par un conducteur massif. Il s'agit d'un conducteur épais dans lequel se développent des courants induits. Il s'agit également d'un composant de couplage puisque les barres sont modélisées par éléments finis du point de vue magnétique. Les anneaux (avant et arrière) de la cage d'écureuil sont modélisés en ajoutant entre chaque barre une résistance et une inductance représentant la tête d'anneau entre deux barres (noté  $R_{avi}$  pour la résistance de la portion d'anneau avant entre la barre  $i$  et  $i+1$ ,  $R_{ari}$  pour la résistance de la portion d'anneau arrière,  $L_{avi}$  pour l'inductance de la portion d'anneau avant et  $L_{ari}$  pour l'inductance de la portion d'anneau arrière).  $N$  correspond au nombre de barres de la cage d'écureuil modélisées. Le modèle éléments finis n'intègre pas de loi de conservation électrostatique. Les lois de Kirchhoff et les lois de comportement des composants électriques équivalents viennent donc compléter le modèle éléments finis [Lombard 92, Garcia 99].

#### II.4.2.b Modèle magnétique

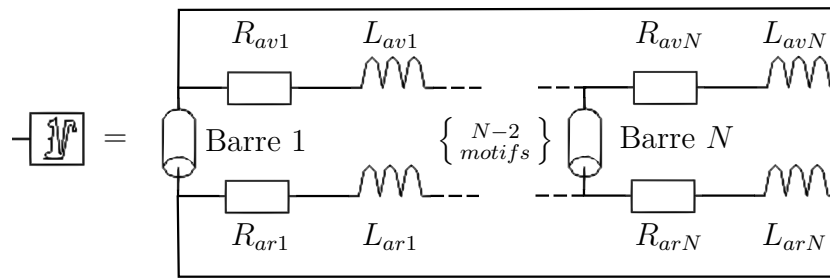
En utilisant le potentiel vecteur magnétique  $\underline{A}$  défini par  $\underline{B} = \underline{\text{rot}}(\underline{A})$  et le potentiel électrique  $V$  défini par  $\underline{E} = -\underline{\text{grad}}(V)$  et en réécrivant les équations de Maxwell du paragraphe II.4.1 de manière plus condensées, le logiciel approxime par éléments finis la solution en potentiel vecteur  $A$  de l'équation suivante [Maliti 00] :

$$\underline{\text{rot}}(\nu_0[\nu_r]\underline{\text{rot}}(\underline{A})) + [\gamma] \left( \frac{\partial \underline{A}}{\partial t} + \underline{\text{grad}}(V) \right) = 0, \quad (\text{II.13})$$

où  $[\nu_r]$  est la réductivité magnétique,  $\nu_0$  est la réductivité du vide ( $\nu_0 = 1/\mu_0 = 1/(4\pi 10^{-7})$  m/H),  $\underline{A}$  est le potentiel vecteur magnétique (Wb/m),  $[\gamma]$  est le tenseur de conductivité (S/m) et  $V$  est le potentiel électrique (V). Notons que pour



(a) Circuit électrique en montage étoile



(b) Macro-circuit représentant la cage d'écureuil à  $N$  barres

FIGURE II.6 – Schéma du circuit équivalent du moteur asynchrone

simplifier, nous présentons ici l'équation linéarisée. L'équation résolue par Flux est en réalité non-linéaire pour prendre en compte la saturation magnétique des matériaux.

La simulation électromagnétique consiste à faire tourner le rotor avec un pas de discrétisation angulaire couvrant un certain secteur angulaire. Il est à noter qu'une vitesse fixe de rotation est considérée. De manière à éviter autant que possible une longue période transitoire, les conditions initiales dans le domaine temporel sont fixées grâce aux résultats d'un calcul magnétique effectué dans le domaine fréquentiel. En général, la fréquence de découpe des MLI est très grande comparée aux fréquences naturelles d'intérêt et des fréquences de rotation angulaire. Cela peut conduire à de très faibles pas de temps résultant en des temps de calcul très élevés et la génération de fichiers résultats de grande taille, rendant ainsi particulièrement difficile la simulation de montées en régime.

### II.4.3 Post-traitement : calcul des excitations électromagnétiques

Les solveurs électromagnétiques qui utilisent la méthode des éléments finis offrent deux manières de calculer les chargements électromagnétiques : le calcul des pressions électromagnétiques en utilisant le tenseur de Maxwell [Bastos 03] ou le calcul du couple électromagnétique à l'aide du principe des travaux virtuels [Coulomb 84].

#### II.4.3.a Les pressions de Maxwell

De manière générale, le tenseur de Maxwell s'écrit [Nogarède 05] :

$$T_{ij} = \epsilon_0 E_i E_j + \frac{1}{\mu_0} B_i B_j - \frac{1}{2} \left( \epsilon_0 E^2 + \frac{B^2}{\mu_0} \right) \delta_{ij}, \quad (\text{II.14})$$

avec  $\epsilon_0$  la permittivité du vide,  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide,  $E$  le champ électrique,  $B$  le champ d'induction magnétique et  $\delta_{ij}$  le symbole de Kronecker. Dans le cas des machines électriques, la composante magnétique est prédominante, ainsi le tenseur de Maxwell se limite à :

$$T_{ij} = \frac{1}{\mu_0} B_i B_j - \frac{1}{2\mu_0} B^2 \delta_{ij}. \quad (\text{II.15})$$

Dans le repère cylindrique, l'expression du tenseur de Maxwell reste la même, les indices  $i$  et  $j$  se référant aux directions radiale ou tangentielle. La force magnétique est calculée en intégrant le tenseur de Maxwell sur une surface fermée entourant le volume dans lequel se concentre le flux magnétique [Minteer 13] :

$$F = \iiint_V f dV = \oint_S T dS. \quad (\text{II.16})$$

On pourrait choisir un volume qui entoure le stator en suivant le contour des dents, mais [Tchakoue 14] indique qu'il est quasiment impossible d'intégrer analytiquement les pressions de Maxwell sur toute la surface de l'interface fer stator/air entrefer. Cette opération est compliquée essentiellement à cause de la discontinuité des propriétés de réductivité à l'interface air/fer. Les codes de calcul utilisent généralement une surface virtuelle située dans l'air sur laquelle est calculée l'intégrale du saut du tenseur de Maxwell entre le rotor et le stator. [Pile 18] propose de les calculer par la méthode des sous-domaines ou par la méthode des éléments finis, cependant il fait remarquer que proche des singularités géométriques tels que les coins des dents, le "phénomène" non physique de Gibbs peut apparaître (oscillations du champ d'induction magnétique  $B$ ) [Youmssi 06]. Un moyen d'éviter cela est de calculer les pressions de Maxwell sur un chemin à une certaine distance de l'interface air/fer, typiquement au centre de l'entrefer. On peut noter que bien que des différences au niveau local soient observées sur les pressions de Maxwell entre les deux méthodes (figure II.7), le calcul du couple moyen (grandeur globale),

obtenu par intégration des pressions de Maxwell, reste équivalent peu importe la méthode choisie. Ce couple moyen est un élément important du cahier des charges d'un dimensionnement moteur, mais il ne suffit pas dans notre cas puisque les harmoniques ne sont plus présents. Par la suite, nous retiendrons la méthode qui

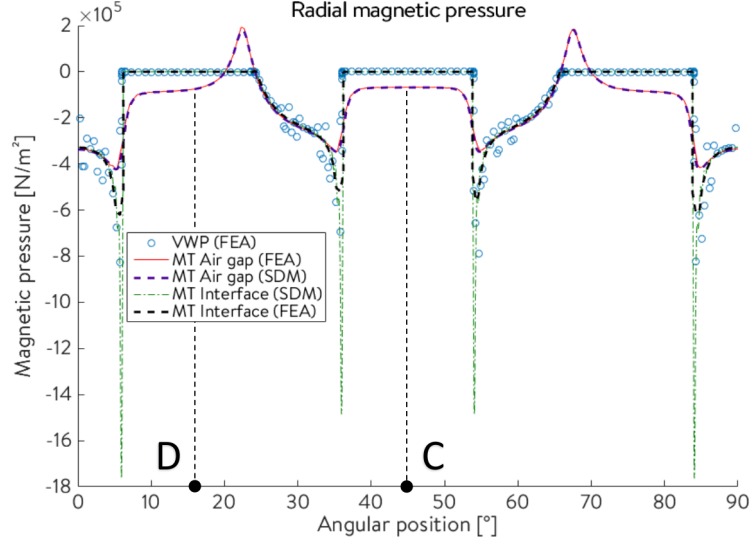


FIGURE II.7 – Pression magnétique radiale en fonction de la position angulaire calculée par le principe des travaux virtuels (VWP), la méthode du tenseur de Maxwell à l'interface air/fer (MT interface) et dans l'entrefer (MT Air gap) [Pile 18]

consiste à considérer la surface d'intégration comme une surface cylindrique dans l'entrefer. La figure II.8 illustre un volume sur le stator dans lequel on souhaite analyser les pressions de Maxwell et la surface d'intégration en bleue. Que l'on choisisse un volume qui entoure le stator ou le rotor, la seule surface traversée par les lignes de champ magnétique est la surface située dans l'entrefer entre le stator et le rotor. L'élément de surface peut donc s'écrire :

$$dS = \begin{pmatrix} ds_r \\ ds_t \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{II.17})$$

On obtient ainsi la force magnétique :

$$F = \oiint_S T dS = \begin{cases} \int \left( \frac{B_r^2}{\mu_0} - \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu_0} \right) ds \\ \int \frac{B_r B_t}{\mu_0} ds \end{cases}, \quad (\text{II.18})$$

avec  $B^2 = B_r^2 + B_t^2$ . On identifie les pressions de Maxwell dans l'expression précédente :

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \frac{1}{2\mu_0} (B_r^2 - B_t^2), \\ \sigma_t &= \frac{1}{\mu_0} B_r B_t, \end{aligned} \quad (\text{II.19})$$

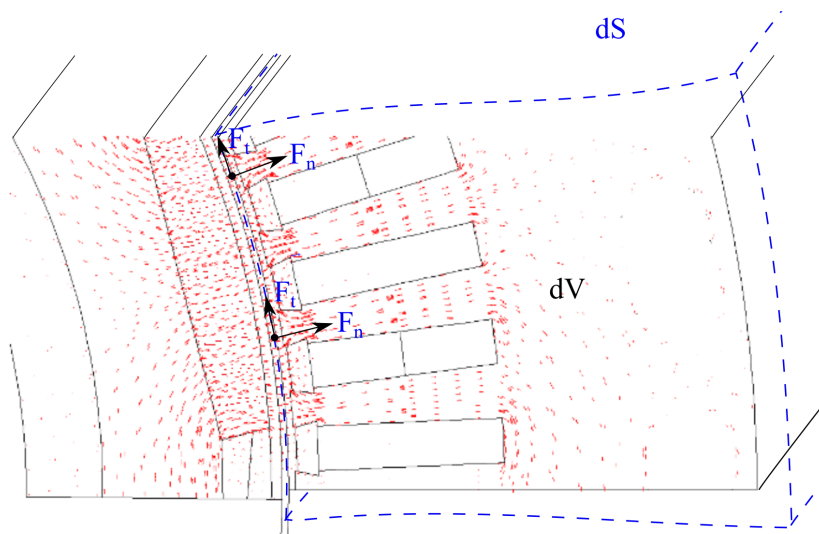


FIGURE II.8 – Volume et surface d'intégration des pressions de Maxwell [Tchakoue 14]

où  $B_r$  est l'induction magnétique radiale (T),  $B_t$  est l'induction magnétique tangentielle (T),  $\mu_0$  est la perméabilité du vide,  $\sigma_r$  est la pression radiale ( $\text{N/m}^2$ ) et  $\sigma_t$  est la pression tangentielle ( $\text{N/m}^2$ ). Le rayon de la surface d'intégration peut avoir une forte influence sur le calcul des harmoniques de pressions [Pile 19] et doit donc être choisi judicieusement. Il est généralement recommandé d'évaluer les pressions au milieu de l'entrefer, en effet les calculs éléments finis 2D basés sur des potentiels scalaires ne permettent pas d'assurer une haute précision de l'induction radiale et tangentielle à l'interface entre l'air et le matériau ferromagnétique [Ren 94]. Une analyse similaire est conduite dans [Hallal 13], où est étudié l'effet de la position du chemin fictif sur les forces magnétiques locales (figure II.9). Ces travaux montrent

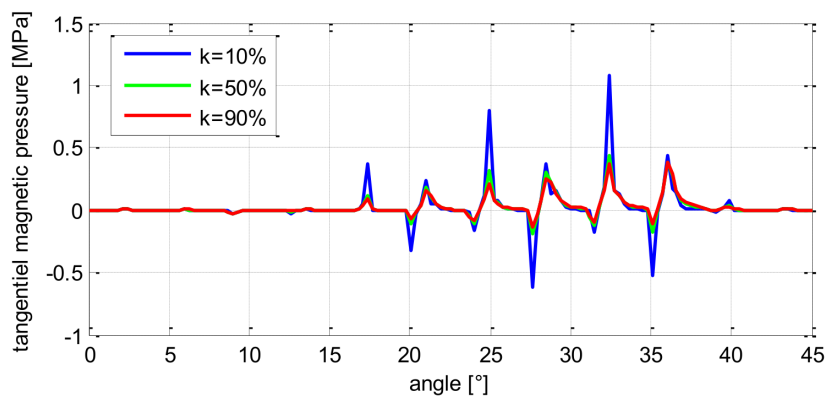


FIGURE II.9 – Pression magnétique tangentielle en fonction de la position du chemin fictif dans l'entrefer ( $k=0\%$  chemin sur le stator,  $k=100\%$  chemin sur le rotor) [Hallal 13]



que le couple calculé en intégrant les pressions de Maxwell et celui calculé par le principe des travaux virtuels (supposé étant la référence) sont similaires si la position du chemin est choisie proche du rotor. La position du chemin n'affecte pas la réponse vibratoire en basses fréquences (inférieures à 6 kHz dans [Hallal 13], probablement dépendant de la géométrie du moteur). En hautes fréquences, on constate des écarts entre les calculs fait pour différents rayons du chemin fictif.

Les pressions de Maxwell peuvent être utilisées directement en tant qu'excitations distribuées sur la structure dans le modèle mécanique. L'approche alternative présentée dans la section suivante consiste à calculer globalement l'évolution temporelle du couple transmis. Dans les deux cas, la stratégie de couplage faible utilisée nécessite de supposer que la géométrie de l'entrefer n'est pas modifiée par les vibrations de la structure.

#### II.4.3.b Le principe des travaux virtuels

Une autre façon de calculer les chargements électromagnétiques consiste à utiliser le principe des travaux virtuels. La résolution des équations de Maxwell (II.13) permet d'obtenir le champ magnétique  $\underline{H}$  et l'induction magnétique  $\underline{B}$ . L'énergie magnétique est déterminée par :

$$W = \frac{1}{2} \iiint_V \underline{H} \cdot \underline{B} dV, \quad (\text{II.20})$$

et ainsi, le couple électromagnétique est obtenu par :

$$T = \frac{\partial W}{\partial \theta}. \quad (\text{II.21})$$

[Mizia 88] comme [Ren 94] analysent les différences entre les deux approches pour le calcul du couple. Selon ces travaux, les deux méthodes ont une bonne précision même si des écarts peuvent parfois apparaître entre les deux méthodes. Bien qu'elles prédisent toutes deux un couple moyen du même ordre de grandeur, on constate des écarts sur les harmoniques des forces tangentielles [Pile 18]. Une quantification de ces écarts est illustrée sur la figure II.10.

La méthode utilisant le tenseur de Maxwell nécessite un maillage plus fin que pour la méthode des travaux virtuels, menant à un temps de calcul plus long. D'un point de vue pratique, le couple équivalent est plus facile à appliquer sur le modèle mécanique mais la distribution spatiale des efforts n'est pas considérée. Pour gagner en précision, il est préférable d'utiliser les informations locales mais étant donné la finalité applicative forte, les temps de calcul doivent rester raisonnables. Finalement, c'est la méthode des travaux virtuels qui sera retenue et utilisée dans la suite de ce travail.

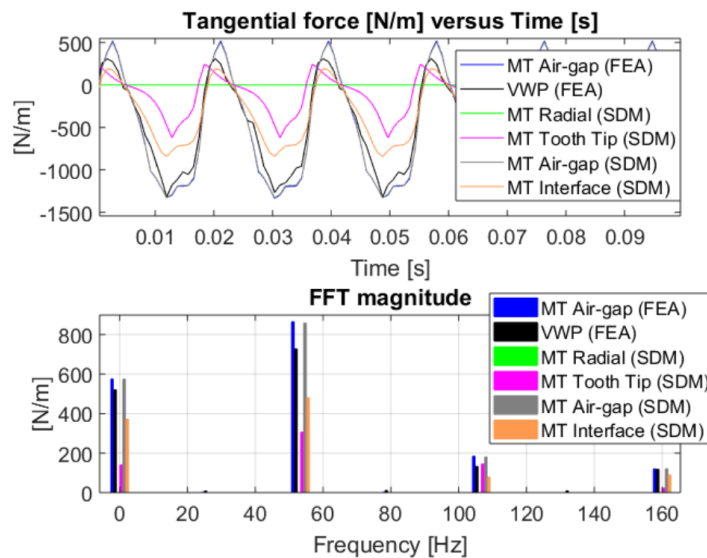


FIGURE II.10 – Force magnétique tangentielle pour un tour de rotor et sa FFT selon différentes méthodes [Pile 18]

(MT Air-Gap : tenseur de Maxwell calculé dans l'entrefer ; VWP : principe des travaux virtuels ; MT radial : tenseur de Maxwell calculé dans l'entrefer en négligeant la composante tangentielle du champ magnétique ; MT Tooth Tip : tenseur de Maxwell calculé dans l'entrefer uniquement en face de la dent ; MT interface : tenseur de Maxwell calculé sur le contour de la dent ; FEA : méthode des éléments finis ; SDM : méthode des sous-domaines)

## II.5 CONCLUSIONS

Comme on l'a vu au chapitre I, le dimensionnement dynamique d'un rotor de moteur électrique nécessite de maîtriser un ensemble de phénomènes physiques (électrostatique, magnétisme non-linéaire et non stationnaire, élastodynamique). La première étape vise à déterminer avec une précision suffisante les excitations électromagnétiques qui servent de données d'entrée aux modèles mécaniques. Ce chapitre a permis de présenter les différentes méthodes permettant de calculer le couple électromagnétique dans le cas d'une alimentation MLI. Nous en retiendrons par la suite deux d'entre elles : la méthode numérique avec calcul du couple par le principe des travaux virtuels présentée dans le paragraphe II.4.3.b qui nous servira de référence pour valider le modèle réduit du chapitre III et la méthode analytique du paragraphe II.2.1 quand il sera question de calculer une montée en vitesse complète couplé au modèle réduit afin d'accélérer le temps de calcul. Le prochain chapitre présente les moyens qui peuvent être mis en place pour réaliser le couplage avec la mécanique et propose une méthode de réduction du modèle mécanique pour limiter les temps de calcul.



---

---

# Chapitre III

## Couplage électro-magnéto-mécanique

---

<b>III.1</b>	<b>Introduction.....</b>	<b>34</b>
<b>III.2</b>	<b>Présentation du modèle de la thèse.....</b>	<b>35</b>
<b>III.3</b>	<b>Stratégies de couplage .....</b>	<b>36</b>
<b>III.4</b>	<b>Modèle électromécanique analytique.....</b>	<b>38</b>
<b>III.5</b>	<b>Réduction de modèle mécanique d'un rotor adapté au couplage électro-magnéto-mécanique .....</b>	<b>41</b>
	III.5.1 État de l'art .....	41
	III.5.2 Méthode de réduction de modèle mécanique .....	44
	III.5.3 Validation de la méthode de réduction de modèle .....	48
<b>III.6</b>	<b>Conclusions .....</b>	<b>50</b>

### III.1 INTRODUCTION

Le caractère multi-physique de cette thèse impose de faire un certain nombre de calculs dans les différentes physiques mises en jeux. Chaque étape de calcul peut prendre un temps non négligeable. De plus, les excitations magnétiques dépendent de la vitesse de rotation, c'est-à-dire que le contenu fréquentiel du signal de couple change au cours d'une montée en vitesse. Ainsi, il peut arriver qu'à certaines vitesses, les harmoniques présents dans ce signal de couple croisent les fréquences propres de la structure entraînant sa mise en résonance (figure III.1). Il est pri-

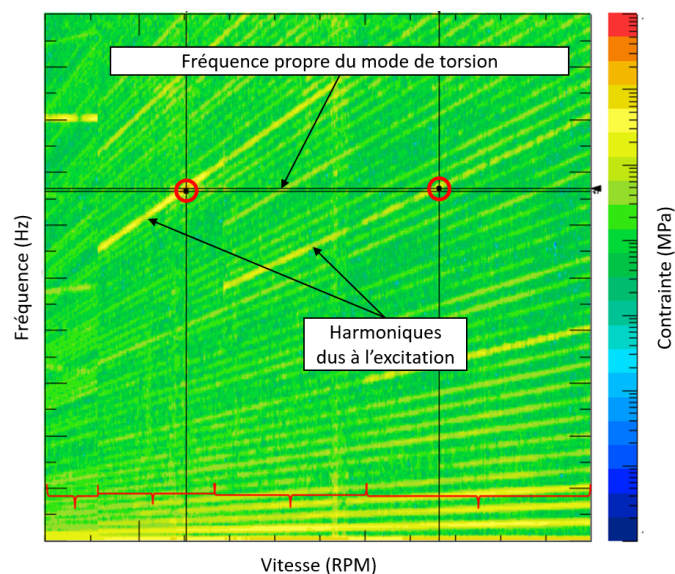


FIGURE III.1 – Spectrogramme illustrant l'évolution du spectre des contraintes pendant une montée en vitesse

mordial de pouvoir raffiner la discrétisation du paramètre de vitesse de rotation autant que possible pour ne pas "rater" le croisement de la fréquence propre du mode de torsion du ventilateur avec les harmoniques responsables de la mise en résonance de la structure. Cela signifie que le scénario de calcul devra être joué pour de nombreuses vitesses de rotation différentes.

Après avoir présenté dans le chapitre précédent les moyens de calculer les excitations électromagnétiques qui constituent les chargements pour le modèle mécanique, ce chapitre est l'occasion d'aborder le couplage électro-magnéto-mécanique. Dans un premier temps, la construction du modèle éléments finis mécanique d'un rotor servant de référence dans ce travail de thèse est présentée. Un état de l'art des stratégies de couplage est ensuite dressé. Les stratégies de couplage entre modèles éléments finis engendrant nécessairement des temps de calcul très long, une méthode de couplage analytique, disponible dans la littérature, est étudiée. Les choix de modélisation de celle-ci reposent sur des considérations empiriques qui ne permettent pas toujours de décrire avec précision le comportement du système.

C'est pourquoi on propose, en fin de chapitre, une méthode de réduction de modèle permettant de construire les matrices décrivant le comportement dynamique d'un rotor à partir d'un modèle dit de "haute fidélité".

## III.2 PRÉSENTATION DU MODÈLE DE LA THÈSE

Le modèle mécanique est un rotor modélisé en 3D par la méthode des éléments finis. Il est composé d'un arbre, d'anneaux et de barres de court-circuit, du paquet de tôles et d'un ventilateur comme le montre la figure III.2. Ce modèle a 3.7 millions de Degrés De Liberté (DDL). La réponse en fréquence mécanique est calculée grâce

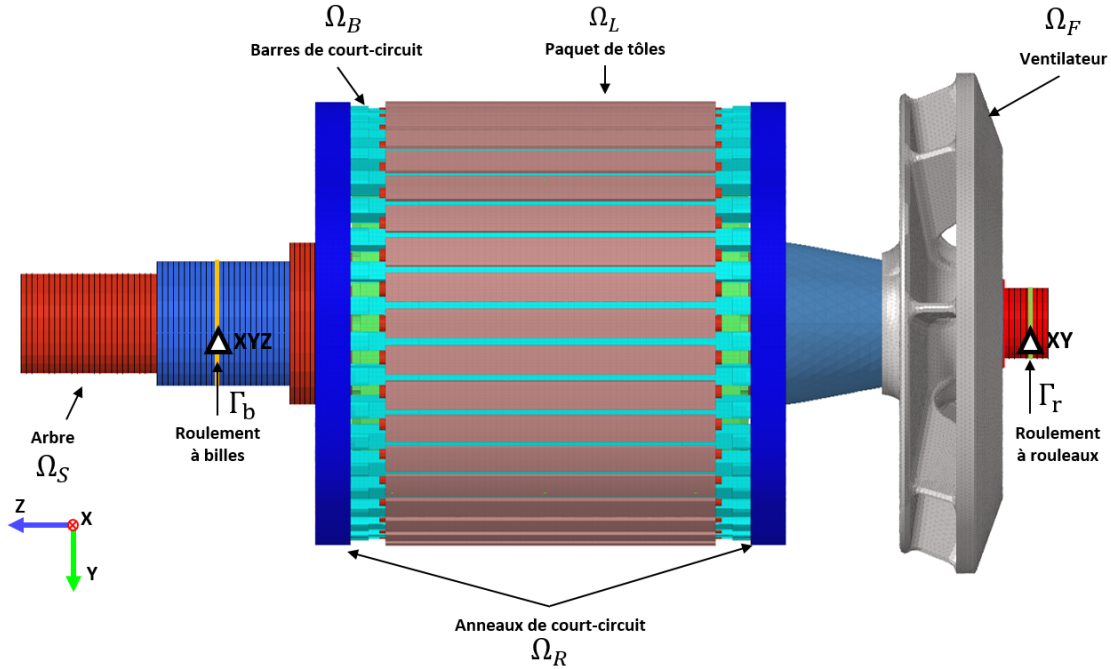


FIGURE III.2 – Description du modèle mécanique

à l'équation d'équilibre :

$$-\omega^2 \rho \hat{u} = \text{div}(\hat{\underline{\underline{\sigma}}}), \quad (\text{III.1})$$

où  $\omega$  est la fréquence angulaire,  $\rho$  est la masse volumique,  $\hat{u}$  est le déplacement,  $\hat{\underline{\underline{\sigma}}}$  est le tenseur des contraintes et  $\hat{\cdot}$  est le symbole de la transformée de Fourier. L'équation constitutive de l'élasticité linéaire est utilisée pour modéliser le comportement des matériaux :

$$\hat{\underline{\underline{\sigma}}} = \underline{\underline{\underline{C}}}^* \hat{\underline{\underline{\epsilon}}}, \quad (\text{III.2})$$

où  $\hat{\underline{\underline{\epsilon}}}$  est le tenseur des déformations,  $\underline{\underline{\underline{C}}}^*$  est le tenseur de Hooke. L'amortissement est introduit au travers d'un facteur de perte. Enfin, la relation déplacement-

déformation est donné par :

$$\underline{\underline{\hat{\epsilon}}} = \frac{1}{2} \left( \underline{\underline{grad}}(\hat{u}) + \underline{\underline{grad}}^T(\hat{u}) \right). \quad (\text{III.3})$$

Les équations (III.1), (III.2) et (III.3) sont appliquées sur chaque domaine  $\Omega_i$ . Cependant, dans l'équation (III.1),  $\rho$  est différent dans chaque matériau. De même, dans l'équation (III.2) le tenseur  $\underline{\underline{C}}^*$  n'est pas le même dans chaque domaine et dépend du matériau du domaine considéré. Les conditions aux limites modélisent les roulements : ils sont représentés à l'aide de sections rigides dont les DDL du nœud central sont bloqués. Elles sont définies grâce à des équations : les DDL de translation sont mis à zéro selon le type de roulement. Pour le roulement à billes  $\Gamma_b$ , les DDL de translation dans les trois directions sont bloqués alors que seules les directions X et Y sont bloquées (l'axe du rotor étant selon la direction Z) pour le roulement à rouleaux  $\Gamma_r$  (le déplacement axial est permis). Dans un premier temps, le paquet de tôles est modélisé par un matériau isotrope linéaire homogène. C'est une hypothèse forte. Comme nous le verrons dans le chapitre VI, des modélisations plus complexe peuvent être choisies [Millithaler 15, Millithaler 18] pour prendre en compte la raideur anisotrope, l'amortissement et les non-linéarités. Le type de chargement appliqué au modèle mécanique dépend de la stratégie de couplage utilisée. Les déplacements  $\hat{u}$  et les contraintes  $\hat{\sigma}$  dans le rotor sont calculés en fonction de la fréquence.

### III.3 STRATÉGIES DE COUPLAGE

Pour prendre en compte les complexités géométriques et de comportement mécanique, il est nécessaire d'utiliser la méthode des éléments finis [Dhatt 81]. Deux types de couplage existent : le couplage fort et le couplage faible. Le couplage fort consiste en une résolution simultanée des équations des deux physiques mises en jeux, tandis que le couplage faible se limite à traiter les deux problèmes séquentiellement en prenant les sorties du premier modèle et en les définissant comme données d'entrée dans le deuxième modèle. Les avantages et inconvénients des couplages fort et faible sont discutés dans [Journeaux 13]. Le couplage fort permet de capturer des phénomènes qui ont des constantes de temps similaires et des distances caractéristiques proches. Dans notre cas, les flux magnétiques et les pressions de Maxwell évoluent sur des distances très courtes, bien plus courtes que les longueurs d'ondes des modes de torsion. En revanche, les temps caractéristiques sont proches. C'est donc du point de vue temporel ou fréquentiel que les modèles doivent être fortement couplés. L'un des inconvénients du couplage faible est qu'on ne prend pas en compte le fait que le comportement mécanique peut modifier la géométrie (ce qui peut avoir un impact important sur le comportement magnétique par exemple dans l'entrefer, dont l'ordre de grandeur est de 1.5 mm) ou les propriétés matériaux (structure précontrainte). Entres autres, les intérêts du couplage faible sont un gain d'espace mémoire lors de la résolution et la possibilité

de coupler des codes de calcul "hétérogènes" qui n'ont pas vocation à être utilisés ensemble. Pour ces raisons, le couplage faible est utilisé dans cette thèse.

Comme on l'a vu au chapitre précédent, la donnée d'entrée du modèle mécanique peut être différente selon le type de post-traitement effectué sur les résultats du calcul électromagnétique (paragraphe II.4.3). La technique pour réaliser le couplage faible va dépendre du post-traitement utilisé. Dans le cas où on utilise les pressions de Maxwell comme données d'entrée pour le modèle mécanique, il s'agit de projeter ces pressions magnétiques sur le maillage mécanique. Beaucoup de travaux traitent de la manière de réaliser du couplage faible, parmi lesquels la thèse de Jaafar Hallal [Hallal 14]. Une des spécificités de son travail consiste à définir une méthode de projection des efforts magnétiques sur le maillage mécanique pour étudier le comportement vibro-acoustique des moteurs électriques (figure III.3). Ce

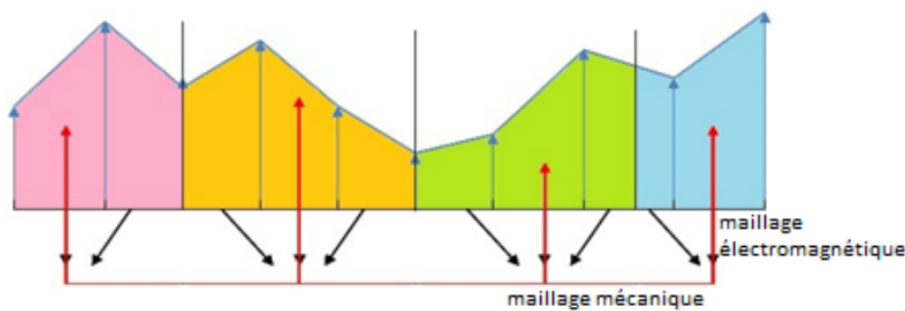


FIGURE III.3 – Projection des pressions magnétiques calculées par l'analyse électromagnétique sur le maillage mécanique [Hallal 14]

couplage faible suppose que les déformations sont suffisamment faibles pour ne pas impacter le comportement magnétique. La méthode de projection des efforts dans le modèle mécanique nécessite d'intégrer les pressions magnétiques calculées par le solveur électromagnétique pour obtenir la densité de force linéique sur un nœud du maillage mécanique, puis de calculer les forces nodales en les intégrant dans la formulation de l'approximation par éléments finis mécanique. Pellerey utilise lui aussi le couplage faible pour étudier le comportement vibratoire de machines électriques dans [Pellerey 12]. Cet article met en évidence le fait que le couplage faible entre les modèles éléments finis électromagnétique 2D et mécanique 3D est le meilleur moyen pour calculer le bruit magnétique en un temps acceptable. L'un des points clés de la précision du couplage est la projection des chargements magnétiques sur le maillage mécanique [Dupont 12].

Si on utilise le couple calculé par le principe des travaux virtuels comme donnée d'entrée, ce couple magnétique  $T$  (eq. II.21) peut être appliqué au centre du rotor par l'intermédiaire d'un élément RBE3 [Zhang 13, MSC.NASTRAN 05]. L'élément RBE3 est utilisé comme un élément d'interpolation qui n'ajoute pas de raideur dans le modèle. La cinématique du nœud maître ajouté est définie comme la moyenne pondérée de la cinématique des nœuds esclaves. Cela permet de distribuer le couple sous forme d'un ensemble de forces à la surface du paquet de tôles,



qui sont proportionnelles à leur distance du nœud maître de l'élément RBE3 au centre de gravité du rotor (figure III.4).

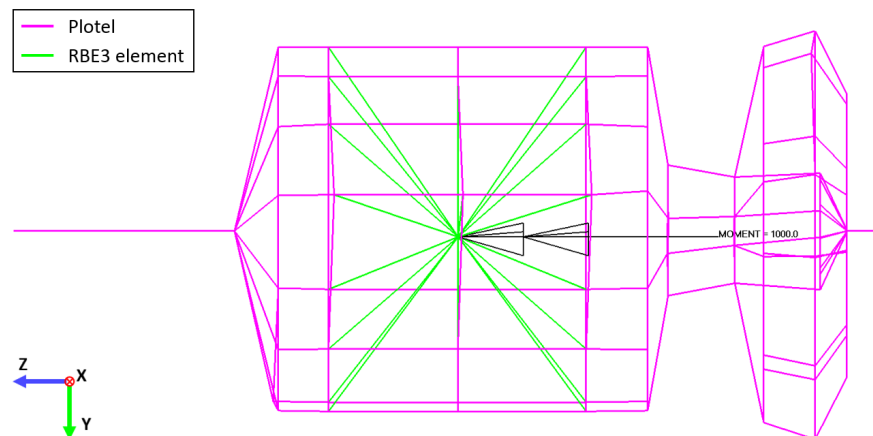


FIGURE III.4 – Couple électromagnétique appliqué sur le modèle éléments finis 3D (les composants sont masqués afin d'illustrer le couple, représenté en noir au centre du rotor)

Bien que la préférence entre la méthode utilisant les pressions de Maxwell ou le principe des travaux virtuels ne soit pas clairement justifiée dans la littérature comme le souligne [Pile 18], il est d'usage de considérer le principe des travaux virtuels comme la référence [Hallal 13, Bíró 11]. Ainsi, dans ce chapitre, la méthode retenue pour effectuer le couplage faible entre les modèles électromagnétique et mécanique est celle consistant à calculer le couple électromagnétique par le principe des travaux virtuels et de l'appliquer comme chargement au centre d'un élément RBE3.

### III.4 MODÈLE ÉLECTROMÉCANIQUE ANALYTIQUE

Les couplages multiphysiques peuvent induire d'énormes temps de calcul [Delforge 95], l'un des enjeux est donc de réduire le temps de calcul de chacune des étapes de la chaîne de calcul. On peut alors se demander s'il n'existe pas des méthodes moins coûteuses en temps de calcul qui permettent tout de même de représenter finement le comportement dynamique d'un rotor soumis aux excitations magnétiques.

Il y a peu d'approches analytiques disponibles permettant l'estimation du niveau vibratoire d'un moteur électrique étant donnée la complexité de la structure (géométrie et matériaux). On peut les classer en deux catégories :

- les méthodes de type "MDOF" (Multiple Degrees Of Freedom) dont l'article de Bruzzese est un exemple [Bruzzese 16b] ;

- les méthodes d'approximation par un cylindre (dans ce cas, le moteur est assimilé à un cylindre dont les modes sont connus analytiquement) [Gieras 18, Wang 00, Gladwell 75].

La deuxième catégorie est généralement utilisée pour déterminer le bruit rayonné par un moteur, on s'intéresse dans ce cas aux modes radiaux. Les méthodes les plus adaptées pour traiter le problème de fatigue vibratoire des rotors sont les méthodes "MDOF" car elles sont plus à même de décrire les modes de torsion. La suite de ce paragraphe vise à présenter plus en détails la méthodologie proposée dans [Bruzzese 16b].

La première étape du modèle électromécanique analytique de Bruzzese consiste à modéliser le moteur par un schéma électrique équivalent à la manière de la méthode proposée au paragraphe II.2.1. Les données d'entrée de ce modèle sont la tension qui correspond à la MLI utilisée et les paramètres électriques du schéma électrique équivalent, telles que les inductances et les résistances du stator et du rotor. Le système d'équations différentielles issu de ce modèle, écrit dans le repère de Clarke (repère associé au stator), est ensuite résolu afin de déterminer le courant  $i$  et le flux  $\psi$ . Le couple électromagnétique  $T_{em}$  est obtenu par :

$$T_{em} = \text{Im} \left( p \frac{M}{L_R} \psi_{R\alpha\beta}^* i_{S\alpha\beta} \right), \quad (\text{III.4})$$

avec  $p$  le nombre de paires de pôles,  $M$  l'inductance mutuelle (H),  $L_R$  l'inductance rotor (H),  $\psi_{R\alpha\beta}$  le flux rotor (Wb),  $i_{S\alpha\beta}$  le courant stator (A) et où \* est le symbole du conjugué d'un nombre complexe.

D'un point de vue mécanique, le rotor est découpé en un ensemble de sept sections illustrées sur la figure III.5. Il est modélisé par sept masses reliées par des

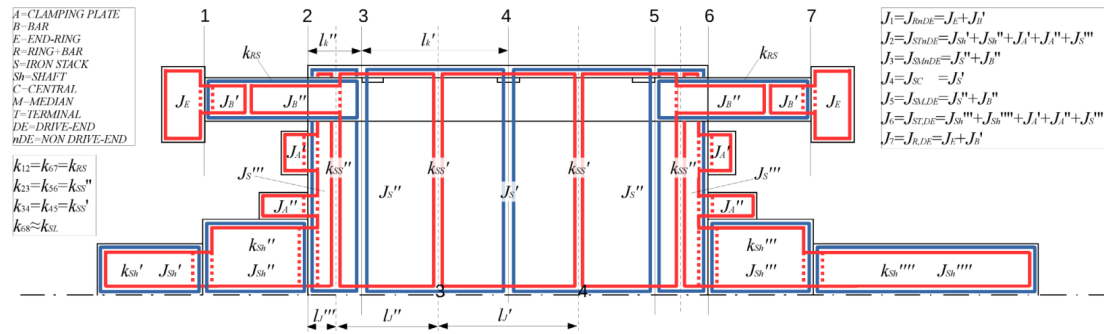


FIGURE III.5 – Découpage d'un rotor en plusieurs sections proposé par Bruzzese [Bruzzese 16b] (les zones numérotées de 1 à 7 font références aux sections où  $\theta_1$  à  $\theta_7$  sont définis)

ressorts et amortisseurs travaillant en torsion (figure III.6). La huitième masse du modèle correspond à la charge appliquée au moteur. Ce modèle simplifié masse / ressort / amortisseur est également utilisé dans [Arab 15]. Les matrices de masse, amortissement et raideur, respectivement notées  $[J]$ ,  $[D]$  et  $[K]$ , sont construites

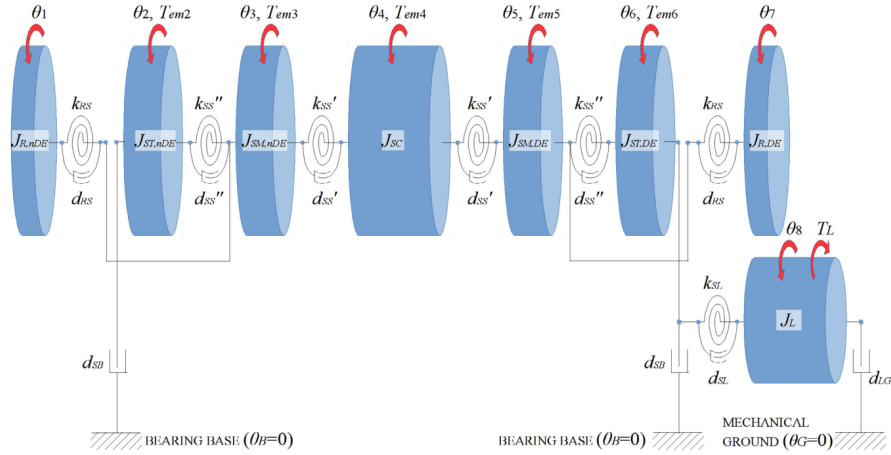


FIGURE III.6 – Modèle simplifié d'un rotor proposé par Bruzzese [Bruzzese 16b]

grâce à une représentation simplifiée du rotor et par un ensemble de règles empiriques. Il s'agit ensuite de déterminer la réponse dynamique du système en résolvant l'équation de mouvement :

$$[J]\{\ddot{\theta}\} + [D]\{\dot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = \{T\}, \quad (\text{III.5})$$

où  $\{T\}$  est le vecteur d'excitation qui contient le couple électromagnétique réparti sur les différentes masses de la façon suivante :

$$\{T\} = \left[ 0 \quad T_{em2} \quad T_{em3} \quad T_{em4} \quad T_{em5} \quad T_{em6} \quad 0 \quad -T_L \right]^T, \quad (\text{III.6})$$

avec  $T_{em2}$  à  $T_{em6}$  les couples électromagnétiques agissant respectivement sur les inerties  $J_2$  à  $J_6$ . Ces couples sont calculés comme une fraction du couple électromagnétique calculé en III.4, proportionnellement aux longueurs des sections respectives.  $T_L$  désigne le couple résistant.

L'une des limites du modèle proposé par Bruzzese est que les matrices  $[J]$ ,  $[D]$  et  $[K]$  permettant de décrire la dynamique du système sont déterminées empiriquement. Elles ne permettent pas toujours de représenter finement la complexité du comportement dynamique d'un rotor et ne peuvent pas être utilisées en conception. La suite du chapitre vise, en s'inspirant de ce type de modèle, à proposer une méthode de sous-structuration afin d'identifier les matrices du modèle. Dans cette optique, les matrices sont construites à partir d'un modèle éléments finis, la réduction de modèle permettant d'accélérer les temps de calculs tout en gardant la précision nécessaire à la description de ce genre de problème.

## III.5 RÉDUCTION DE MODÈLE MÉCANIQUE D'UN ROTOR ADAPTÉ AU COUPLAGE ÉLECTRO-MAGNÉTO-MÉCANIQUE

### III.5.1 État de l'art

L'intérêt des modèles réduits [Schilders 08, Allen 20, de Klerk 08] est qu'ils sont fiables pour un périmètre donné compte tenu du fait que leurs constructions s'appuient généralement sur des modèles éléments finis. Les modèles réduits peuvent être utilisés pour réaliser des optimisations paramétriques relativement rapidement mais aussi pour atteindre une grande précision de calcul malgré leurs faibles nombres de degrés de liberté. On peut distinguer deux grandes familles de modèle réduit. La première famille de méthodes, celle dans laquelle la méthode proposée dans ce chapitre s'inscrit, est connue sous le nom des méthodes de Ritz ou "méthodes cinématiques". L'idée générale est de chercher la solution dans un sous-espace vectoriel choisi a priori. Pour cela, on se fixe une base de projection reliant les degrés de libertés du modèle complet à ceux du modèle réduit. La seconde famille de méthode vise plutôt à identifier un méta-modèle permettant de décrire le comportement d'un système avec un faible nombre de paramètres. Dans la première famille de méthodes, on distingue à nouveau deux catégories : les approches modales et les approches optimales. Les approches modales sont basées sur une décomposition a priori sur des modes correspondant aux invariants de la réponse dynamique. Tandis que les approches optimales de type POD (Proper Orthogonal Decomposition) a posteriori [Berkooz 93] ou PGD (Proper Generalized Decomposition) a priori [Nouy 10] sont des approches qui décomposent la réponse correspondant à un cas de charge particulier. Dans la première catégorie, on retrouve la méthode de projection sur la base modale des modes normaux de la structure complète déjà présentée au paragraphe I.5. Parmi les méthodes de sous-structuration les plus connues, nous pouvons citer la méthode de Guyan [Guyan 65] ou la méthode de Craig-Bampton [Craig Jr 68]. On choisit les DDL à condenser en distinguant des degrés de liberté maîtres et esclaves. Dans le cas de la méthode de Guyan, la réécriture du système matriciel en partitionnant les dds maîtres et esclaves permet d'exprimer les dds esclaves en fonction des dds maîtres en négligeant les effets inertiels associés aux nœuds esclaves et ainsi de construire la base de Guyan. On appelle cette méthode "condensation statique". La méthode de Craig-Bampton enrichit la méthode de Guyan en ajoutant à sa base des modes normaux de composants à interface fixe. L'avantage de ces méthodes réside dans la conservation de certains dds physiques du problème initial. Cela permet de construire des super-éléments et d'assembler plusieurs modèles réduits ensemble. Parmi les méthodes optimales, la POD approxime la solution du problème  $u(x, t)$  par la décomposition en une somme du produit d'une fonction du temps par une

fonction d'espace :

$$u(x, t) \approx u_m(x, t) = \sum_{i=1}^m w_i(x) \lambda_i(t), \quad (\text{III.7})$$

où  $u_m(x, t)$  est l'approximation de la solution  $u(x, t)$  d'ordre  $m$ . Cette décomposition est optimale car elle minimise la distance à la solution exacte  $u$  par rapport à une norme particulière pour un ordre  $m$  donné de décomposition :

$$\min_{w_i, \lambda_i} \left\| u - \sum_{i=1}^m w_i \lambda_i \right\|^2. \quad (\text{III.8})$$

Cette méthode est une méthode dite a posteriori car la solution  $u$  doit être connue pour pouvoir effectuer une POD. Elle sert notamment lorsque l'on a besoin de faire des analyses paramétriques. À l'inverse, la PGD est une méthode dite a priori car les fonctions de forme ne sont pas construites à partir de la solution exacte du problème  $u$ . Comme pour la POD, la solution exacte peut être approximée par une décomposition en fonctions d'espace et de temps (équation (III.7)), mais dans le cas de la PGD plusieurs variantes existent pour déterminer les fonctions  $w_i$  et  $\lambda_i$  a priori. Ce type de méthode consiste à construire la base de fonction de forme de manière itérative jusqu'à ce que le résidu de la solution (car  $u_m$  est une approximation) soit inférieur à une certaine valeur seuil qui permet de juger de la représentativité du modèle. Les différentes variantes de la PGD ne seront pas présentées ici car comme l'indique [Da Silva 15], la PGD n'est aujourd'hui pas compatible avec l'utilisation de code de calcul industriel. Pour plus de détails, on peut également se référer à [Dumon 11].

Afin de réduire la dimension de la base de réduction (qu'elle vienne d'une POD ou d'une autre méthode de Ritz), on peut utiliser la SVD (Singular Value Decomposition), introduite dans les années 1870 par Beltrami et Jordan [Klema 80]. Il s'agit d'une généralisation de la diagonalisation de matrice pour les matrices non carrées. Le principe de la SVD consiste à factoriser une matrice par deux matrices orthogonales. Ainsi, la matrice, notée  $A$ , est décomposée en la multiplication de trois matrices : la matrice des vecteurs singuliers  $U$  à gauche qui contient, en dynamique des structures, l'information spatiale ; la matrice des vecteurs singuliers à droite  $V$  qui contient l'information paramétrique (par exemple le temps) et enfin la matrice des valeurs singulières  $\Sigma$  qui renseigne sur l'importance de chacun des vecteurs singuliers,

$$A = U \Sigma V^T. \quad (\text{III.9})$$

Ainsi, la base de réduction peut être tronquée en ne gardant que les vecteurs associés aux valeurs singulières les plus importantes. La SVD peut également servir à enrichir une base déjà existante de manière à corriger cette dernière [Balmès 96] : par exemple, on peut d'abord calculer une base modale avec assez peu de modes, calculer la SVD de la matrice de raideur et ajouter à la base de réduction les vecteurs de la décomposition SVD dont la contribution est significative, c'est-à-dire ceux pour lesquels les valeurs singulières sont les plus élevées. D'autres méthodes existent pour enrichir des bases de réduction déjà existantes. La correction statique

est une méthode usuelle qui permet de corriger une base contenant les premiers modes d'une structure afin d'être plus représentatif du comportement dynamique à basse fréquence en prenant en compte l'influence des modes à haute fréquence. La méthode d'itération sur le résidu détaillée dans [Balmès 97] permet de corriger la base de projection en ajoutant à cette base un vecteur construit à partir du résidu en effort qu'on rend homogène à un déplacement en prémultipliant par l'inverse de la matrice de raideur. Il s'agit d'un processus itératif qui est répété jusqu'à ce que le résidu soit inférieur à une valeur fixée qui renseigne sur la précision de la correction. En général, les vecteurs sont ajoutés à la base après orthonormalisation de Gram-Schmidt. [Masson 06] propose une méthode pour enrichir une base servant à créer un superélément de manière à pouvoir faire varier les paramètres de conception sans avoir à recalculer le superélément à chaque itération lors d'une procédure d'optimisation.

La réduction de modèle mécanique de rotors électriques pour étudier le comportement vibratoire en torsion est très peu adressé dans la littérature. Toutefois, [Zuo 14] propose une méthode de sous-structuration s'appuyant sur la méthode de Guyan et la dynamique rotor. Concrètement, cet article propose une sélection de DDL à condenser afin de prendre en compte l'axisymétrie du rotor et les effets gyroscopiques. La sous-structuration de pièces tournantes proposée est similaire aux techniques classiques. La principale différence réside dans le fait que les effets tournants sont pris en compte et qu'à chaque changement de vitesse une nouvelle matrice gyroscopique est générée en multipliant la vitesse de rotation par la matrice gyroscopique unitaire créée lors de la construction du superélément initial. L'inconvénient de la méthode proposée par Zuo est qu'elle n'est adaptée qu'aux rotors sans amortissement structural pour des problèmes de stabilité. Toutefois ce problème devrait pouvoir être résolu en respectant les préconisations sur l'utilisation de l'amortissement structural pour les rotors et les éventuelles instabilités induites qui sont détaillées dans [Genta 04]. Nous n'avons pas testé mais il s'agit d'une perspective intéressante. De plus, elle ne peut pas être appliquée pour les rotors qui ne sont pas axisymétriques. Sternchüss propose dans [Sternchüss 06] une façon de construire un modèle réduit de rotor dans un contexte d'analyse du comportement de pâles à différents régimes de vitesse. [Krack 17] constitue une revue de cette thématique.

L'étude du comportement vibratoire en torsion nécessite de connaître la rotation du rotor par rapport à son axe. Il est en général difficile d'avoir accès aux DDLs en rotation expérimentalement [Montalvão 04], c'est pourquoi des techniques particulières doivent être mises en place. La méthode la plus couramment utilisée consiste à déterminer les rotations à partir de données en translation. Pour cela, une pièce appelée "T-block" dans la littérature est ajoutée à la structure et les rotations sont obtenues en utilisant de simples relations géométriques [Mottershead 03]. Une alternative consiste à mesurer les rotations à l'aide d'un vibromètre laser 3D pointé sur un dispositif tétraédrique placé sur la structure étudiée. [Duarte 00] propose une synthèse des techniques disponibles dans la littérature. Une méthode de sous-structuration utilisant les degrés de liberté de rotation est proposée dans [Bregar 19].

Les méthodes de réduction de modèle de la littérature ne suffisent pas pour répondre à la problématique de cette thèse. On propose ici une méthode de réduction s'appuyant sur les méthodes de Ritz en définissant une base de projection liant les ddls du modèle complet aux ddls en rotation du modèle réduit. Le point important est donc de définir une réduction de modèle avec changement d'observation : d'un mouvement de translation à un mouvement de rotation (variables angulaires). De plus, le dimensionnement en fatigue vibratoire nécessite la connaissance des contraintes. Ainsi, au delà de l'apport en terme de réduction de modèle par le changement d'observation, l'originalité de ce travail repose également sur la possibilité de remonter aux contraintes sur le maillage éléments finis à partir des ddls du modèle réduit et des contraintes modales.

La section suivante a pour but de proposer une méthode de sous-structuration adaptée au couplage électro-magnéto-mécanique pour modéliser le comportement dynamique de rotors soumis aux excitations MLI.

### III.5.2 Méthode de réduction de modèle mécanique

Le modèle réduit mécanique est construit à partir de la base modale numérique et des coordonnées des nœuds des sections provenant du modèle éléments finis 3D, de manière à avoir une représentation mécanique du rotor plus précise qu'avec un modèle discret dont les propriétés doivent être définies manuellement. La clé d'un tel modèle est la matrice de transformation utilisée pour la projection du modèle. En partant du modèle complet 3D composé de milliers de degrés de liberté, le modèle est réduit à neuf degrés de liberté de rotation. Ce travail se focalisant sur le comportement en torsion de machine électrique, seul les degrés de liberté de rotation autour de l'axe de rotation sont considérés. Les neuf sections sont illustrées sur la figure III.7. Le nombre de sections est choisi de façon à pouvoir observer les modes de torsions du rotor (torsion du ventilateur, du paquet de tôles et des anneaux). Ainsi, on définit une section pour chaque anneau et chaque voile du ventilateur, trois sections sont situées sur le paquet de tôles et deux sur l'arbre. On pourrait en définir d'avantage, mais dans notre cas neuf sections suffisent à décrire les modes d'intérêt. Une section est un volume dans le modèle éléments finis.

En supposant que le mouvement de chaque section droite s'apparente à une rotation autour d'un axe, les rotations des sections  $\{\theta\}$  peuvent être déterminées en utilisant une matrice de transformation  $[R]$  définie par :

$$\{\theta\} = [R]\{U\}. \quad (\text{III.10})$$

$\{U\}$  est le vecteur des déplacements aux nœuds des sections du modèle éléments finis.  $[R]$  est une matrice de transformation, construite à partir de la meilleure approximation de mouvement de corps rigide décrivant le mouvement des nœuds situés sur chaque section considérée du rotor. En pratique, la matrice  $[R]$  est construite de la manière suivante. On définit le déplacement  $\{U_{s_j, M_k}\}$  du nœud  $M_k$  appartenant à la section  $s_j$  de la façon suivante :

$$\{U_{s_j, M_k}\} = \{U_{s_j, O_j}\} + \{M_k O_j\} \wedge \{\theta_j\}, \quad (\text{III.11})$$

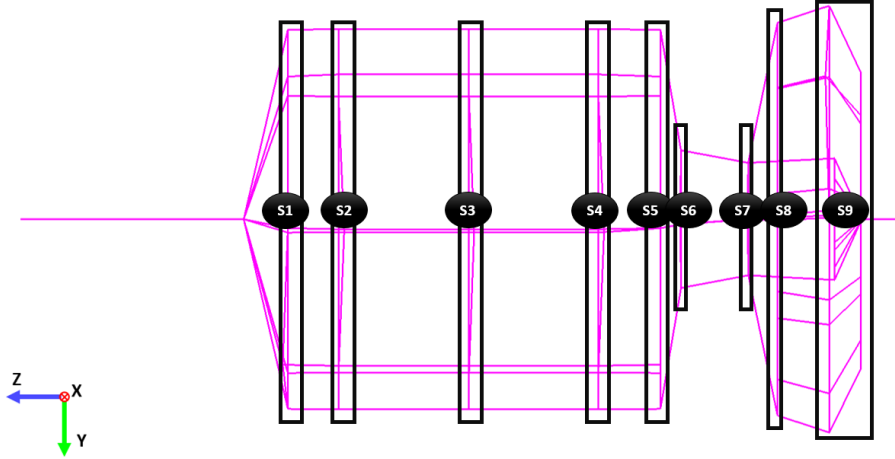


FIGURE III.7 – Position des neuf sections

$O_j$  étant le centre de la section  $s_j$  et  $\{\theta_j\} = \theta_{Zj} \vec{Z}$  le vecteur contenant l'angle de rotation de la section  $s_j$  autour de l'axe du rotor. Il vient, si l'axe du rotor est l'axe  $Z$  :

$$\{U_{s_j, M_k}\} = \begin{pmatrix} u_{s_j, M_k} \\ v_{s_j, M_k} \\ w_{s_j, M_k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & Y_{M_k O_j} \\ 0 & 1 & 0 & -X_{M_k O_j} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_{s_j, O_j} \\ v_{s_j, O_j} \\ w_{s_j, O_j} \\ \theta_{Zj} \end{pmatrix}, \quad (\text{III.12})$$

avec  $X_{M_k O_j}$  la composante selon l'axe  $X$  du vecteur  $\{M_k O_j\}$  et  $Y_{M_k O_j}$  la composante selon l'axe  $Y$  du vecteur  $\{M_k O_j\}$ . Étant donné que l'on s'intéresse au mouvement de torsion du rotor, on suppose que le déplacement des nœuds sur l'axe du rotor, c'est-à-dire aux centres des sections, est nul, soit  $\{U_{s_j, O_j}\} = \underline{0}$ . Cette hypothèse permet la simplification suivante :

$$\{U_{s_j, M_k}\} = \begin{pmatrix} u_{s_j, M_k} \\ v_{s_j, M_k} \\ w_{s_j, M_k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} Y_{M_k O_j} \\ -X_{M_k O_j} \\ 0 \end{pmatrix} \theta_{Zj}. \quad (\text{III.13})$$

On exprime alors le déplacement de l'ensemble des nœuds de la section  $s_j$  :

$$\{U_{s_j}\} = \begin{pmatrix} \{U_{s_j, M_1}\} \\ \vdots \\ \{U_{s_j, M_n}\} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} Y_{M_1 O_j} \\ -X_{M_1 O_j} \\ 0 \\ \vdots \\ Y_{M_n O_j} \\ -X_{M_n O_j} \\ 0 \end{pmatrix}}_{\{A_{s_j}\}} \theta_{Zj}, \quad (\text{III.14})$$



où  $n$  est le nombre de nœuds de la section  $s_j$ . On construit ainsi la matrice  $[A]$  liant les déplacements et les rotations des sections du rotor :

$$\{U\} = \begin{pmatrix} \{U_{s_1}\} \\ \vdots \\ \{U_{s_m}\} \end{pmatrix} = \underbrace{\begin{pmatrix} \{A_{s_1}\} & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & \{A_{s_m}\} \end{pmatrix}}_{[A]} \underbrace{\begin{pmatrix} \theta_{Z_1} \\ \vdots \\ \theta_{Z_m} \end{pmatrix}}_{\{\theta\}}, \quad (\text{III.15})$$

avec  $m$  le nombre de sections. On obtient la matrice  $[R]$  en pseudo-inversant  $[A]$  :

$$[R] = [A]^+, \quad (\text{III.16})$$

où  $^+$  désigne le symbole de la matrice pseudo-inverse.

Les coordonnées généralisées  $\{q\}$  sont définies comme la projection des déplacements  $\{U\}$  sur la base modale  $[\Phi]$  :

$$\{U\} = [\Phi]\{q\}. \quad (\text{III.17})$$

Les équations (III.10) et (III.17) donnent :

$$\{q\} = [R\Phi]^+\{\theta\} = [P]\{\theta\}. \quad (\text{III.18})$$

La relation III.18 indique que la dimension de la base modale  $[\Phi]$  doit être cohérente avec la dimension du vecteur  $\{\theta\}$ , autrement dit  $[\Phi]$  doit contenir autant de modes que le rotor contient de sections. Le rotor étant divisé en neuf sections, on doit restreindre la base modale  $[\Phi]$  à neuf modes. En pratique, on choisit les trois premiers modes de torsion du rotor (figure III.8), à savoir le mode de torsion du ventilateur, le mode de torsion des anneaux en phase et le mode de torsion des anneaux en opposition de phase. On choisit arbitrairement de compléter la base avec les premiers modes de la structure. Ceux-ci agissent comme une correction statique. Ce choix a donné satisfaction dans les simulations.

Les mouvements de translation aux nœuds de la structure sont donnés par :

$$\left(-\omega^2[M] + j\omega[D] + [K]\right)\{U\} = \{F\}, \quad (\text{III.19})$$

$[M]$  étant la matrice de masse,  $[D]$  étant la matrice d'amortissement visqueux,  $[K]$  étant la matrice de raideur et  $\{F\}$  étant le vecteur de chargement.

Projetée sur la base modale, l'équation devient :

$$\left(-\omega^2[I] + j\omega[\Delta] + [\Lambda]\right)\{q\} = \{f\}, \quad (\text{III.20})$$

avec  $[I]$  étant la matrice identité,  $[\Delta] = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & 2\xi_i\omega_i & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$ ,  $\xi_i$  étant l'amortissement modal,  $[\Lambda] = [\Phi]^T[K][\Phi] = \begin{bmatrix} \ddots & & & \\ & \omega_i^2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & \ddots \end{bmatrix}$  et  $\{f\} = [\Phi]^T\{F\}$ .

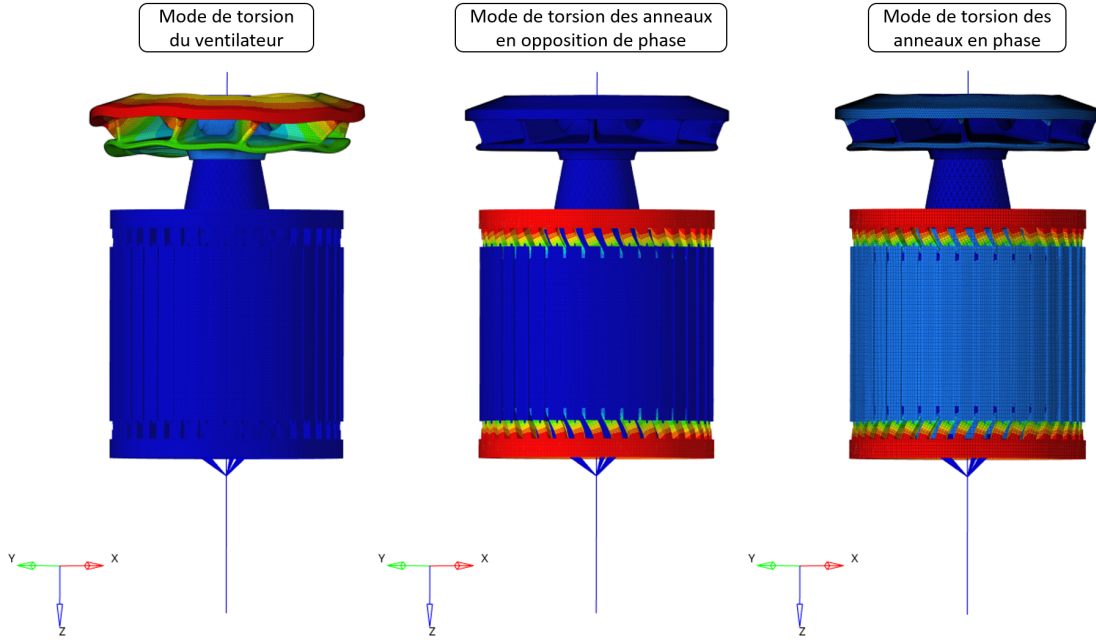


FIGURE III.8 – Trois premiers modes de torsion du rotor

En utilisant la transformation de l'équation III.18 et en prémultipliant l'équation III.20 par  $[P]^T$ , l'équation dans le repère des coordonnées en rotation devient :

$$\left(-\omega^2[J] + j\omega[D_\theta] + [K_\theta]\right) \{\theta\} = \{T\}, \quad (\text{III.21})$$

avec

$$\begin{cases} [J] = [P]^T [P] \\ [K_\theta] = [P]^T [\Lambda] [P] \\ [D_\theta] = [P]^T [\Delta] [P] \end{cases} \quad (\text{III.22})$$

et

$$\{T\} = \left[0 \quad T_{em}/3 \quad T_{em}/3 \quad T_{em}/3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0\right]^T, \quad (\text{III.23})$$

où  $T_{em}$  est le couple provenant de la partie électrotechnique du modèle avec le signal MLI et calculé à partir du principe des travaux virtuels (section II.4.3.b). De la même manière que dans le modèle proposé par [Bruzese 16b] présenté au paragraphe III.4, ce couple électromagnétique est réparti sur les trois sections qui composent la partie active du rotor (tôles laminées). Ces trois sections correspondent aux sections 2, 3 et 4 (figure III.7), ainsi un tiers du couple électromagnétique est appliqué sur chaque DDL de rotation de section concerné ( $\theta_2$ ,  $\theta_3$  et  $\theta_4$ ).

Les rotations des sections du rotor sont obtenues en résolvant l'équation (III.21). Les contraintes mécaniques sont déterminées en utilisant l'équation (III.18) et les contraintes modales :

$$\{\sigma\} = [\Phi_\sigma] \{q\}, \quad (\text{III.24})$$

où  $[\Phi_\sigma] = [C][B][\Phi]$  est la base modale exprimée en contrainte avec  $[C]$  la loi de comportement du matériau et  $[B]$  la matrice d'interpolation des déformations.

La fin de ce chapitre vise à démontrer l'efficacité de la méthode de réduction de modèle proposée sur un exemple. La validation des modèles par rapport aux essais en rotation sera abordée au chapitre IV.

### III.5.3 Validation de la méthode de réduction de modèle

Dans cette partie, les résultats obtenus avec le modèle réduit sont comparés à ceux obtenus avec le modèle complet, qui sont supposés être la référence. La deuxième étape de cette validation, qui sera abordée au chapitre suivant, visera à comparer les modèles aux mesures. Dans cette section, comme dans tout le manuscrit, les valeurs des contraintes et des déformations sont affectées d'un facteur multiplicatif arbitraire pour des raisons de confidentialité.

Les sorties d'intérêt pour la validation de modèle sont les contraintes dans les ailettes du ventilateur. Le couple calculé à partir du principe des travaux virtuels et son spectre exporté de la simulation électromagnétique sont illustrés figure III.9. Il constitue le chargement pour les calculs mécaniques. Comme mentionné précédemment, le couple est appliqué au centre du rotor lié avec un élément RBE3 dans le cas du modèle éléments finis, et est distribué directement sur les degrés de liberté de rotation des sections du rotor dans le cas du modèle réduit. Numériquement, d'importants harmoniques de couple se situent proche de la première fréquence propre de torsion du rotor (voir figure III.9), en particulier l'harmonique 6 qui est souvent responsable de l'excitation des modes de vibration [Lockley 95, Geoffriault 15].

La figure III.9 illustre une seule période mécanique du couple qui correspond à deux périodes électriques, puisque le moteur considéré possède deux paires de pôle. Ces valeurs de couple sont représentatives des conditions réelles qui seront détaillées au chapitre IV lors de la validation essai/calcul. Une coïncidence entre l'harmonique de couple et la fréquence propre du mode de torsion est observée dans les données d'essai. De manière à reproduire cet effet avec les modèles, la valeur maximale du couple dans le spectre est maintenue constante autour de la fréquence propre du mode de torsion dans les modèles numériques (la bande de fréquences correspondante est illustrée par la barre grise dans la figure III.9) :

$$\forall f \in [H_5; H_8], C = C_{max}. \quad (\text{III.25})$$

Ce plateau de couple permet de s'assurer que la coïncidence sera bien observée lors du calcul de montée en vitesse : sans ce plateau, une discrétisation extrêmement fine de la vitesse serait nécessaire.

La figure III.10 illustre la distribution spatiale de la contrainte de Von Mises dans une ailette du ventilateur à la résonance du mode de torsion pour le modèle éléments finis (à gauche) et pour le modèle réduit (à droite). La distribution spatiale est similaire sauf pour les valeurs les plus faibles. Les valeurs les plus élevées sont presque identiques. Le graphique de la figure III.10 illustre la réponse fréquentielle en contrainte pour l'élément 1 qui a la contrainte la plus élevée à la résonance. Il permet de comparer le modèle complet au modèle réduit. Bien que réalisé avec seulement neuf degrés de liberté, le modèle réduit permet d'obtenir

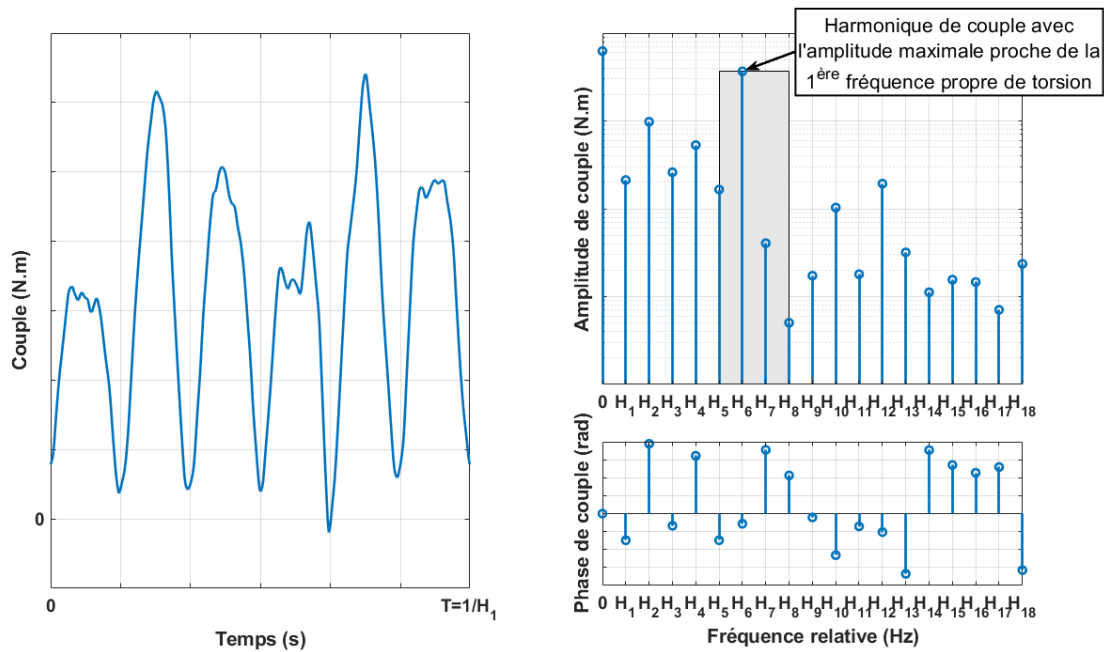


FIGURE III.9 – Oscillations de couple dues à la MLI (à gauche) et FFT de ce signal (à droite)

les contraintes aux éléments en utilisant les contraintes modales. Il en résulte un écart relatif de 0,06% sur la valeur de contrainte maximale à la résonance de torsion entre le modèle complet et le modèle réduit. Cela indique que la réduction de modèle est efficace pour décrire le comportement en torsion de la structure dans la plage d'intérêt.

En terme de comparaison concernant les temps de calculs pour un ordinateur portable avec 8 CPU, 2.7 GHz et 16 Go de RAM, le modèle réduit permet de calculer la réponse du système en 7.5 ms par fréquence, le modèle complet avec projection sur base modale de 30 modes prend 25.7 ms par fréquence et le modèle complet avec résolution directe met 21111 s par fréquence, soit plus de 5 h. Ces temps sont des ordres de grandeur : le modèle complet est calculé avec Optistruct 2019.2 alors que le code Matlab du modèle réduit n'est pas compilé. L'un des intérêts du modèle réduit est que l'on peut choisir les modes pour la construction de la base de projection. Les codes de calcul du commerce permettent de choisir de calculer les  $N$  premiers modes ou bien les modes sur une certaine plage de fréquence mais ne permettent pas une sélection des modes. Les modes de torsion d'anneaux étant relativement hauts en fréquence, pour pouvoir comparer le modèle réduit au modèle complet avec projection sur base modale, on doit projeter le modèle complet sur 30 modes. D'autre part, les avantages du modèle réduit sont de permettre l'accès aux degrés de liberté en rotation et de faciliter le couplage avec le magnétisme. Le temps gagné en utilisant le modèle réduit permet d'envisager le calcul d'une montée en vitesse complète et non plus un seul point fixe, ce qui est très intéressant en phase de dimensionnement.

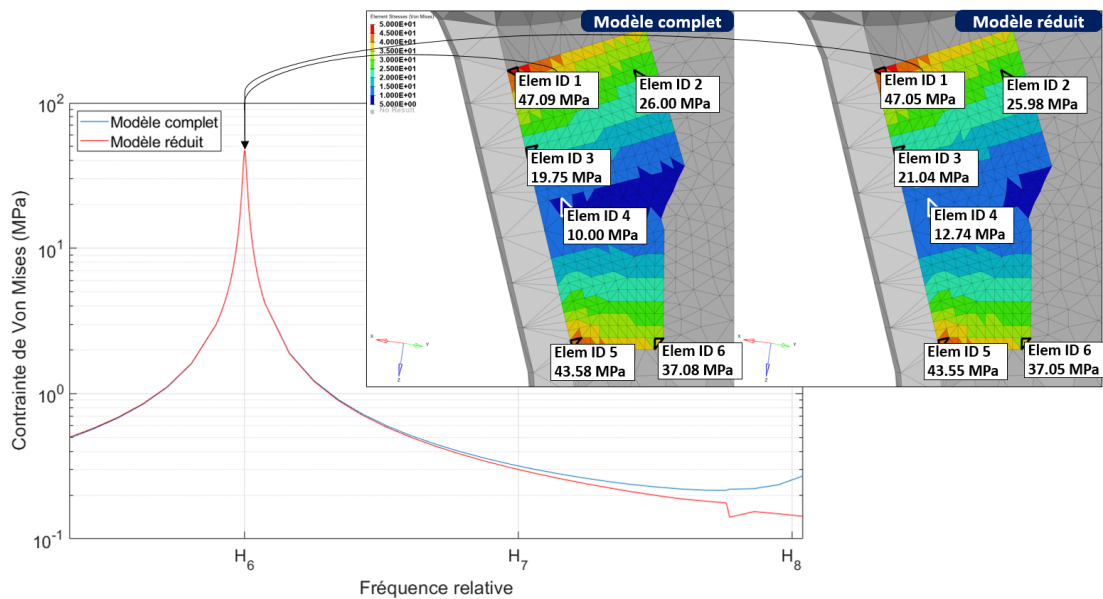


FIGURE III.10 – Comparaison des contraintes aux éléments (Von Mises) dans une ailette du ventilateur entre modèle FEM complet (à gauche) et modèle réduit (à droite) à la fréquence du mode de torsion du ventilateur et réponse forcée qui correspond au couple maximal constant autour du mode de torsion, montrant l'élément avec le maximum de contrainte de Von Mises dans l'ailette du ventilateur

### III.6 CONCLUSIONS

Le besoin de pouvoir faire des simulations électro-magnéto-mécaniques pour un ensemble de vitesses de fonctionnement donné en un temps très court a poussé à développer une nouvelle méthodologie de réduction de modèle. Après avoir succinctement présenté l'état de l'art des différentes familles de méthodes existantes dans la littérature, la section III.5.2 a permis de décrire le développement de la méthode proposée dans cette thèse. Il s'agit d'une méthode s'inscrivant dans la famille des méthodes de Ritz, combinée avec un changement d'observation : on passe des degrés de liberté en translation à des degrés de liberté en rotation. L'intérêt de cette méthode, comme de manière générale pour toutes les méthodes de Ritz, est de pouvoir à tout moment récupérer l'information du champ complet approximé par une simple opération inverse. La méthode permet d'obtenir, en plus du champ des déplacements, le champ des contraintes en exploitant la base des contraintes modales. L'intérêt de cette méthode porte sur le gain de temps de calcul en réponse forcée. Il est ainsi possible, en phase de dimensionnement, d'effectuer ce calcul pour différentes vitesses de rotation pour ainsi réaliser un parcours complet et être capable de dimensionner le rotor en fatigue vibratoire. De plus, au moment de définir la MLI, il devient possible de vérifier la tenue dynamique du rotor pour les différents niveaux d'excitation provenant de plusieurs MLI envisagées.

Ce travail pourrait être amélioré, entre autres, sur trois aspects. Le premier concerne l'opération inverse qui permet de remonter au champ des déplacements. S'il est vrai qu'il est possible de le faire, le choix des modes pour construire la base de réduction et le changement d'observation conduisent à une perte d'informations. En effet, la relation  $\{\theta\} = [R]\{u\}$  où  $[R] = [A]^+$  est tout le temps vraie, or  $\{u\} \neq [A]\{\theta\}$  car les mouvements de rotation ne permettent pas de décrire les autres types de mouvement tels que les mouvements de flexion par exemple. Cette opération inverse n'est valable que si l'on s'intéresse aux mouvements de torsion. Le deuxième point concerne l'accordage des fréquences propres de torsion avec les harmoniques de couple. Afin de ne pas rater le croisement entre les fréquences de la structure et les fréquences d'excitation qui ont la particularité d'être discrètes, il est nécessaire de raffiner le pas de vitesse de rotation. En effet, on ne peut pas connaître a priori sa localisation avec précision car la température du moteur a une influence sur le glissement, ce qui a pour effet de faire légèrement varier la pente de l'évolution des harmoniques en fonction de la vitesse dans les spectrogrammes. Pour certains types de MLI, les harmoniques de couple sont proportionnels à la position angulaire, l'utilisation d'approches angulaires pourraient alors limiter le nombre de calculs à réaliser puisqu'en référentiel angulaire, on est capable d'identifier le croisement de façon systématique. Dans cet esprit, Bonnardot propose une comparaison entre les analyses angulaire et temporelle des signaux vibratoires de machines tournantes dans [Bonnardot 04]. En général, l'approche angulaire est utilisée pour la détection de défaut dans les roulements, à cet effet [Fourati 17] propose une modélisation électro-magnéto-mécanique d'une machine asynchrone sous approche angulaire. Une des perspectives pourrait consister à coupler le modèle réduit développé dans ce chapitre avec une approche angulaire. [Da Silva 15] a basé sa réduction de modèle sur cette approche. Le couple  $y$  est calculé comme une série harmonique en angle. Enfin, le dernier aspect qui mériterait d'être investigué concerne la prise en compte des phénomènes transitoires. En effet, on le verra dans le prochain chapitre, le modèle réduit permet de calculer la réponse dynamique du rotor sur une montée en vitesse complète, cependant chaque vitesse qui constitue la montée en vitesse correspond à un régime permanent. Les phénomènes transitoires sont négligés. Or, il s'agit d'une hypothèse forte lorsqu'on cherche à dimensionner le système en fatigue vibratoire. Les difficultés liées à la simulation des phénomènes transitoires concernent notamment la nécessité :

- de simuler les MLI depuis l'arrêt d'un point de vue magnétique ;
- de décrire l'évolution des grandeurs électriques en fonction de la vitesse angulaire mécanique ;
- et d'utiliser des algorithmes de résolution temporels pour la partie mécanique, ce qui engendrerait des temps de calcul plus importants.

Le modèle réduit proposé dans ce chapitre s'inscrit dans un processus de calcul comprenant plusieurs physiques, il paraîtrait judicieux d'améliorer également le temps de calcul de la partie électromagnétique. Dans ce sens, des travaux récents utilisant les méthodes de réduction de modèle, habituellement utilisées en mécanique, sont appliquées à l'électromagnétisme, par exemple [Da Silva 15, Montier 16, Sakamoto 20]. Pour valider la réduction de modèle, nous avons uti-

lisé les données pour une vitesse de fonctionnement issues du calcul éléments finis électromagnétique, cependant la montée en vitesse réalisée au chapitre suivant sera effectuée avec les données du modèle analytique (voir paragraphe II.2.1) à cause du temps de calcul. Comme on l'a vu au chapitre II, le modèle analytique ne fournit des informations que sur les harmoniques temporels et néglige les harmoniques géométriques. Une réduction de modèle électromagnétique pourrait permettre de conserver toutes les informations dites de "haute fidélité" d'un modèle éléments finis tout en améliorant les temps de calcul.

Le chapitre suivant vise à proposer une méthode pour effectuer la corrélation calcul/essai afin de valider les modèles proposés dans cette thèse.

---

---

# Chapitre IV

## Validation expérimentale opérationnelle

---

<b>IV.1</b>	<b>Introduction</b> .....	54
<b>IV.2</b>	<b>Présentation des essais en rotation</b> .....	55
<b>IV.3</b>	<b>Comparaison essai/calcul en utilisant une jauge virtuelle</b> .	57
	IV.3.1 Jauge de déformation virtuelle.....	57
	IV.3.2 Comparaison essai/calcul .....	58
<b>IV.4</b>	<b>Optimisation robuste pour le placement de jauges</b> .....	62
	IV.4.1 Analyse multi-objectif.....	62
	IV.4.2 Optimisation robuste.....	64
<b>IV.5</b>	<b>Conclusions</b> .....	70



## IV.1 INTRODUCTION

Nous avons vu au chapitre précédent un moyen de réduire le modèle mécanique permettant d'obtenir la réponse du système aux excitations de couple électromagnétique en un temps de calcul raisonnable. L'étape de réduction a été qualifiée en comparant les résultats de simulation à ceux obtenus par le modèle éléments finis complet. Ce chapitre vise à valider le modèle à partir de données expérimentales issues d'essais en rotation.

La corrélation calcul/essai permet d'améliorer la compréhension et la modélisation des phénomènes. Dans ce contexte de validation de modèle, la conception des essais est une étape très importante. Elle permet de spécifier les moyens d'excitation utilisés, les différents scénarios étudiés, les données physiques à mesurer ainsi que la nature et la localisation des capteurs de manière à observer les bons phénomènes. En ingénierie mécanique, les jauges de déformation sont souvent utilisées pour mesurer les déformations et vérifier la tenue mécanique d'une pièce lorsqu'elle est soumise à des chargements. Dans un cadre de validation de modèle, il faut être en mesure de comparer les données expérimentales issues d'une mesure de jauge à celles fournies par un modèle éléments finis qui donne des valeurs aux éléments ou aux nœuds. D'autre part, ce type de capteur peut être sujet à des erreurs de mesure [Montero 11] qui peuvent être dues à la sensibilité transverse des jauges de déformation, à la température, au mauvais alignement ou encore aux non-linéarités du pont de Wheatstone. Dans ce chapitre, nous nous focaliserons sur les erreurs dues au mauvais alignement des jauges. Comme les modèles éléments finis peuvent fournir des informations sur la distribution des déformations, habituellement les jauges de déformation sont placées dans des zones à fortes amplitudes de déformation [Kumar 12]. Szwedowicz propose donc de définir quatre critères pour le positionnement optimal des jauges de déformation : le critère d'orthogonalité des jauges, le critère de sensibilité des jauges, le critère du gradient de déformation et le critère de distance entre les jauges. Ces quatre critères sont utilisés pour construire une fonction d'optimisation pour le placement des jauges [Szwedowicz 02]. On peut noter que dans ce travail, l'erreur sur la position ou l'orientation des jauges n'est pas prise en compte. Afin de corréler les modèles, Sensmeier propose de corriger a posteriori la position et l'orientation des jauges sur les modèles numériques [Sensmeier 98]. La méthodologie développée approxime les déformations par une fonction polynomiale et vise à minimiser une fonction objectif définie comme la somme de la différence au sens des moindres carrés entre les amplitudes de déformation prédites et mesurées. Une analyse de Monte Carlo est effectuée dans [Arpin-Pont 15] afin d'estimer les effets des incertitudes sur le positionnement. [Mignolet 03] propose une approche permettant de placer de manière optimale les jauges de déformation. Dans cet article, les emplacements et directions sont sélectionnés pour rendre les mesures de déformation aussi robustes que possible par rapport à une mauvaise position aléatoire des jauges. La méthode repose sur l'évaluation du rapport signal/bruit des mesures de jauges à partir de données de déformation obtenues par la méthode des éléments finis. Un algorithme

génétique est utilisé pour trouver les emplacements et les directions des jauges qui conduisent à la plus grande valeur possible du rapport signal/bruit de déformation modale. Le travail présenté dans ce chapitre utilise des étapes similaires à celles présentées par Mignolet : détermination de la normale au plan de jauge, interpolation des déformations et évaluation de la valeur moyenne vue par la jauge. Une ailette de ventilateur est utilisée comme cas d'application. Les différences portent sur la méthodologie mise en place pour aboutir à un placement robuste : l'algorithme du point intérieur est utilisé ici [Byrd 99, Byrd 00, Waltz 06]. Dans ce travail, on utilise l'implémentation de cet algorithme disponible dans Matlab (fonction *fmincon*) ; la détermination de la normale au plan de jauge se fait par une minimisation au sens des moindres carrés de la distance des noeuds du maillage éléments finis par rapport à un plan parfait alors que l'article de Mignolet s'appuie sur une approximation polynomiale des coordonnées ; le placement des jauges est défini par rapport à des données numériques calculées lors d'une réponse forcée en régime harmonique correspondant aux excitations vues par le système tandis que l'article [Mignolet 03] prend en compte les déformations modales de cinq modes ; enfin l'incertitude sur le positionnement est pris en compte en dispersant la jauge virtuelle autour de sa position nominale, Mignolet utilisant une formulation mathématique qui permet de définir la déformation mesurée en fonction de paramètres pour lesquels il affecte une distribution aléatoire.

L'objectif des travaux les plus récents concernant le placement optimal de capteurs est un peu différent de ce qu'on cherche à faire dans ce chapitre puisqu'ils ont souvent pour but d'identifier les efforts appliqués sur la structure instrumentée. Par exemple, [Bagheri 17] utilise une procédure utilisant la méthode de minimisation au sens des moindres carrés afin de déterminer la position optimale des jauges de déformation qui permet de mesurer les efforts de contact roue/rail tandis que [Zhang 19] cherche à mesurer un chargement statique distribué sur un barrage.

Dans ce chapitre, on se propose donc de construire un outil de jauge numérique utilisant le tenseur des déformations afin de quantifier les incertitudes dues au mauvais positionnement des jauges pendant l'instrumentation. Cet outil peut être utilisé a posteriori lors d'une étape de corrélation calcul/essai ou bien en amont des essais au travers d'un processus d'optimisation robuste permettant de déterminer la position et l'orientation des jauges qui maximisent la valeur mesurée et minimisent la variabilité de mesure.

## IV.2 PRÉSENTATION DES ESSAIS EN ROTATION

Le moteur est alimenté par un signal MLI et entraîne une génératrice qui agit comme une charge. La figure IV.1 illustre le banc d'essai utilisé. Deux scénarios d'essai sont réalisés :

- essai à vitesse fixée de 1104 RPM : le moteur tourne à vitesse constante correspondante au premier croisement de l'harmonique de couple avec la fréquence naturelle du premier mode de torsion, cependant l'essai n'est pas

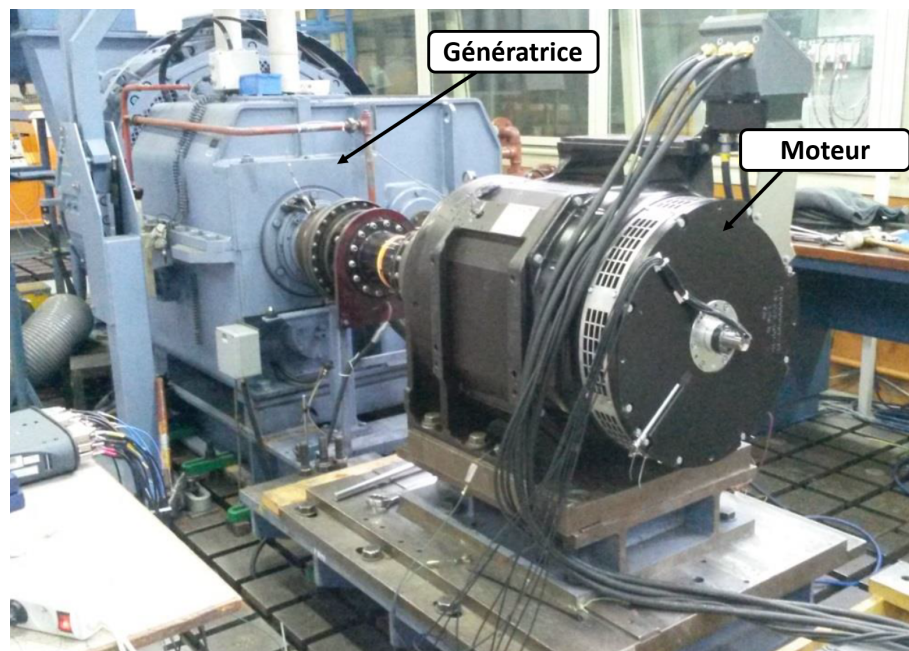


FIGURE IV.1 – Banc d'essai (Alstom Ornans 2014)

piloté pour garantir le suivi de la fréquence de résonance, le couple est maintenu constant à 500 N.m ;

- montée en vitesse entre 700 et 2000 RPM : la vitesse du moteur augmente linéairement parcourant l'ensemble des différentes MLI qui alimentent le moteur, le couple étant maintenu constant à 500 N.m.

Expérimentalement, le couple a été mesuré sur la bande fréquentielle 0-250 Hz. Ce n'est pas suffisant pour pouvoir faire la comparaison entre le spectre expérimental et numérique car les fréquences d'intérêt se situent au-delà de 250 Hz. Cependant, la confrontation entre les couples moyens provenant des essais et de la simulation du paragraphe II.4.3.b fournit un premier élément de comparaison : un écart de 5% entre les deux a été constaté, ce qui est rassurant quant à la représentativité du modèle. Les autres signaux (accéléromètres, jauges de déformation) sont mesurés avec une fréquence d'échantillonnage de 5000 Hz et peuvent être utilisés pour la comparaison calculs/essais.

Le moteur est instrumenté avec un collecteur tournant et des jauges de déformation. La figure IV.2 montre une jauge de déformation sur une ailette du ventilateur. Les jauges sont placées dans des zones à fort gradient de déformation. Nous verrons dans les sections suivantes qu'il ne s'agit pas d'une bonne pratique.

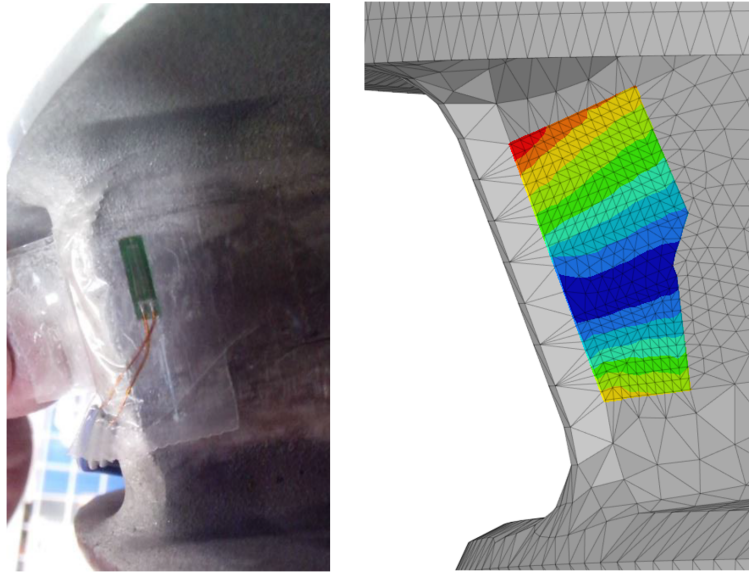


FIGURE IV.2 – Jauge de déformation FLA-5-23-3LT sur une ailette du ventilateur (à gauche) et vue du gradient de déformation dans la direction de la jauge estimé par calcul (à droite)

### IV.3 COMPARAISON ESSAI/CALCUL EN UTILISANT UNE JAUGE VIRTUELLE

Dans cette partie, on construit une jauge virtuelle sur le maillage du modèle éléments finis présenté en section III.2. Deux comparaisons sont effectuées : l'une dans une configuration à vitesse de rotation fixe correspondant à la première vitesse de mise en résonance du mode de torsion et l'autre lors d'une montée en vitesse complète.

#### IV.3.1 Jauge de déformation virtuelle

Dans cette étude, les jauges utilisées sont référencées par la dénomination FLA-5-23-3LT. Ce sont des jauges unidirectionnelles de  $120\Omega$  dont la grille est rectangulaire de dimension 1.5 mm par 5 mm. L'impact en terme de masse, raideur et amortissement ajouté est supposé négligeable. La quantité mesurée est une déformation moyenne sur la surface de la grille dans la direction longitudinale de la jauge. La jauge virtuelle a la même géométrie que la jauge réelle. Elle est positionnée sur le modèle numérique à la position nominale de la jauge instrumentée. La jauge est définie par son centre, sa direction et sa discrétisation (figure IV.3). En évaluant la déformation en chaque point de cette discrétisation, on peut déterminer la déformation moyenne sur la surface de la jauge. Pour cela, le tenseur des déformations élémentaires est tout d'abord calculé dans toute la zone d'intérêt (ici le maillage de la peau d'une portion d'ailette de ventilateur) grâce au modèle

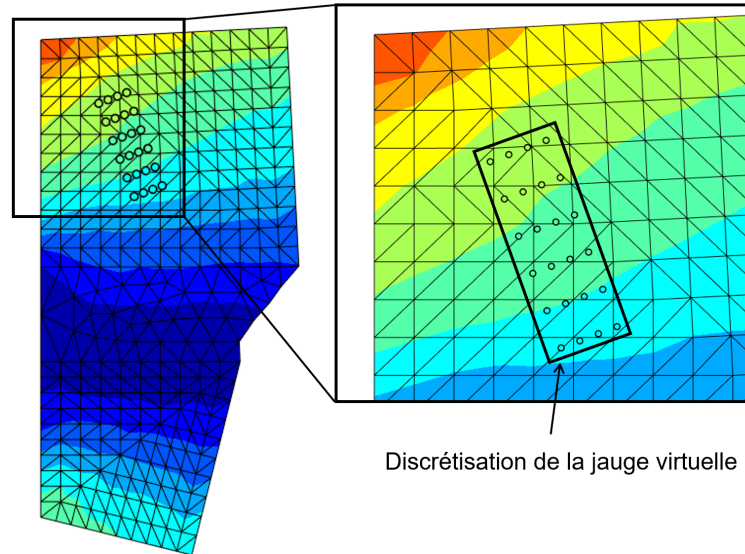


FIGURE IV.3 – Discretisation de la jauge de déformation virtuelle

éléments finis. Le tenseur des déformations aux nœuds du modèle est alors obtenu en moyennant la contribution des éléments qui entourent chaque nœud. Ce tenseur est ensuite projeté dans la direction de la jauge afin d'obtenir la valeur de déformation  $\epsilon_g$  en chaque nœud dans la direction de la jauge :

$$\epsilon_g = \begin{bmatrix} x_{dir} & y_{dir} & z_{dir} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{xy} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} & \epsilon_{yz} & \epsilon_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{dir} \\ y_{dir} \\ z_{dir} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.1})$$

où  $\begin{bmatrix} x_{dir} & y_{dir} & z_{dir} \end{bmatrix}$  est le vecteur directeur de la jauge et  $\epsilon_{ij}$  sont les composantes du tenseur des déformations moyennées en chaque nœud dans le repère global. Enfin, les déformations sont interpolées sur les points de discrétisation de la jauge en utilisant la fonction *griddata* de Matlab. Cette fonction utilise une méthode d'interpolation linéaire des données basée sur une triangulation de Delaunay des points [Amidror 02]. La valeur de déformation de la jauge virtuelle est obtenue en moyennant les déformations aux nœuds de la jauge.

### IV.3.2 Comparaison essai/calcul

Un plan d'expérience permettant de quantifier l'incertitude liée au mauvais positionnement est effectué. Des incertitudes de  $\pm 0.75$  mm sur la position et de  $\pm 10^\circ$  sur l'orientation sont considérées. La figure IV.4 illustre comment les jauges sont réparties autour de la position nominale (la cartographie de déformation présentée en couleur correspond à l'orientation et à la position nominales). Pour une position et une orientation nominale donnée, on évalue 275 jauges virtuelles positionnées autour de la jauge nominale : 25 centres de jauges sont répartis sur trois cercles de

rayon variant de 0 à 0.75 mm et distribués tous les 30°. Pour chaque centre, on évalue 11 positions angulaires entre l'orientation minimale et maximale, soit tous les 2°. Il est important de mentionner que dans ce cas, les valeurs nodales s'adaptent à l'orientation de la jauge (figure IV.5). Cette distribution des jauges autour de la jauge nominale permet de définir une répartition uniforme des paramètres de position  $X$  et  $Y$  et d'orientation  $\theta$ . Parmi les jauges évaluées, les valeurs maximale, moyenne, minimale ainsi que l'écart type de déformation sont déterminés. Les incertitudes en position et en orientation sont ainsi traitées simultanément.

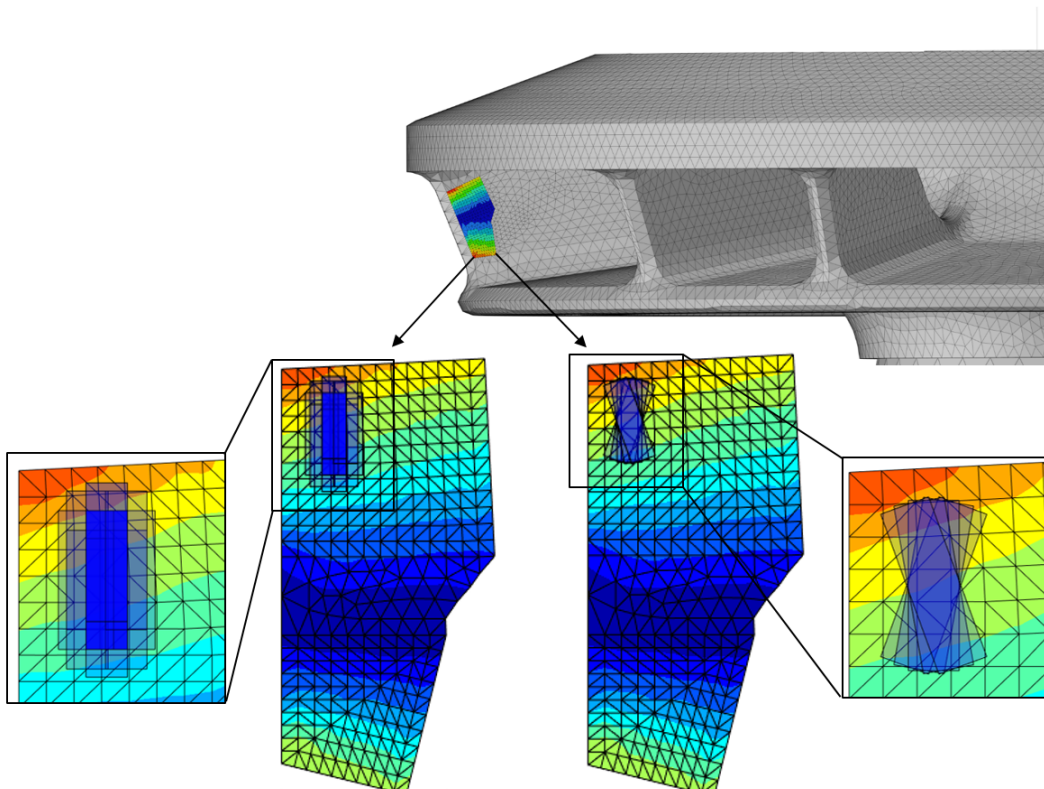


FIGURE IV.4 – Illustration des positions (à gauche) et des orientations (à droite) prises par la jauge pour l'étude de variabilité (incertitude de  $\pm 0.75$  mm sur le position et  $\pm 10^\circ$  sur l'orientation)

#### IV.3.2.a Comparaison essai/calcul pour une configuration à vitesse constante

À partir du modèle du paragraphe III.2, en calculant la réponse forcée en régime harmonique à la fréquence du mode de torsion du ventilateur et en construisant la jauge virtuelle avec la méthode décrite au paragraphe IV.3.1, on obtient une valeur nominale pour la jauge virtuelle de  $477 \mu\text{def}$ . L'étude de variabilité en position et en orientation permet d'estimer les niveaux d'incertitude : les valeurs de déformation sont situées entre  $401 \mu\text{def}$  et  $534 \mu\text{def}$ , la moyenne est de  $472 \mu\text{def}$  et l'écart type est de  $29 \mu\text{def}$ .

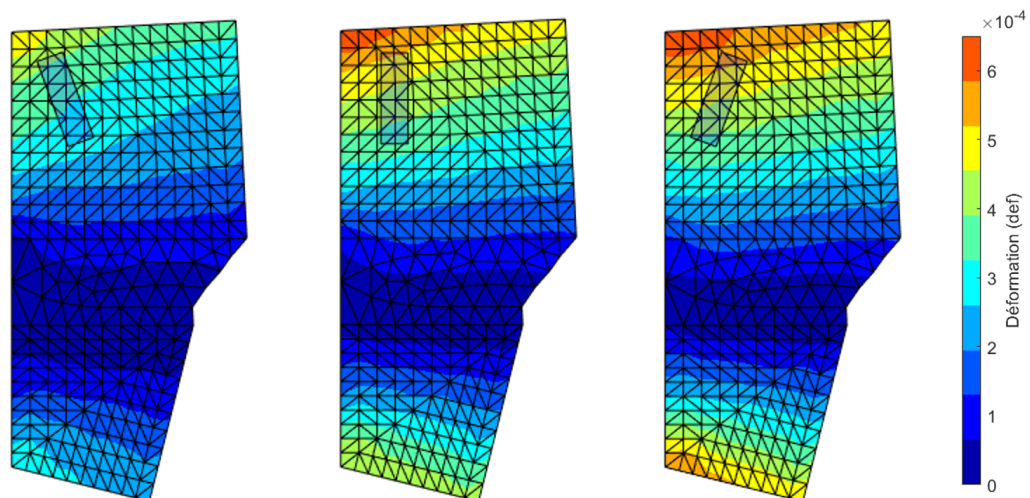


FIGURE IV.5 – Cartographie des déformations dans la direction de la jauge en fonction de l’orientation de la jauge :  $+10^\circ$  par rapport à la direction nominale (à gauche), direction nominale (au centre) et  $-10^\circ$  par rapport à la direction nominale (à droite)

À titre de comparaison, les niveaux de déformation mesurés à la fréquence du mode de torsion sont estimés par lecture des spectres fréquentiels (FFT des signaux temporels). La valeur de déformation mesurée à la fréquence du mode de torsion pour l’essai à vitesse constante est de  $498 \mu\text{def}$ , ce qui correspond à un écart relatif de 4.4% par rapport à la valeur nominale de la jauge virtuelle. Cette valeur est dans l’intervalle d’incertitude du positionnement et d’orientation de la jauge : le modèle est donc représentatif de l’essai pour cette vitesse de rotation.

#### IV.3.2.b Comparaison essai/calcul sur une montée en vitesse

Afin de simuler la montée en vitesse du moteur, la partie électrotechnique est modélisée par le modèle analytique du paragraphe II.2.1, permettant ainsi de calculer le couple à chaque vitesse en un temps raisonnable. En effet, il ne serait pas envisageable de calculer l’excitation électromagnétique pour chaque vitesse à partir du modèle éléments finis électromagnétique sachant qu’un calcul pour une vitesse donnée peut prendre plusieurs heures. De plus, comme on l’a vu précédemment, il est nécessaire de raffiner la discrétisation en vitesse pour ne pas rater le croisement entre les harmoniques de couple et la fréquence propre du mode de torsion.

La figure IV.6 illustre la comparaison entre le waterfall du signal de déformation mesuré (à gauche) et le waterfall calculé par le modèle réduit (à droite). Ce type de waterfall représente la FFT d’un signal temporel, ici le signal de la jauge de déformation, pour différentes vitesses de rotation. La résonance est clairement mise en évidence quand les harmoniques de couple croisent la fréquence propre du mode de torsion. Pour le waterfall calculé, un intervalle d’incertitude est affiché sur les valeurs maximales de déformation en utilisant l’outil de jauge virtuelle.

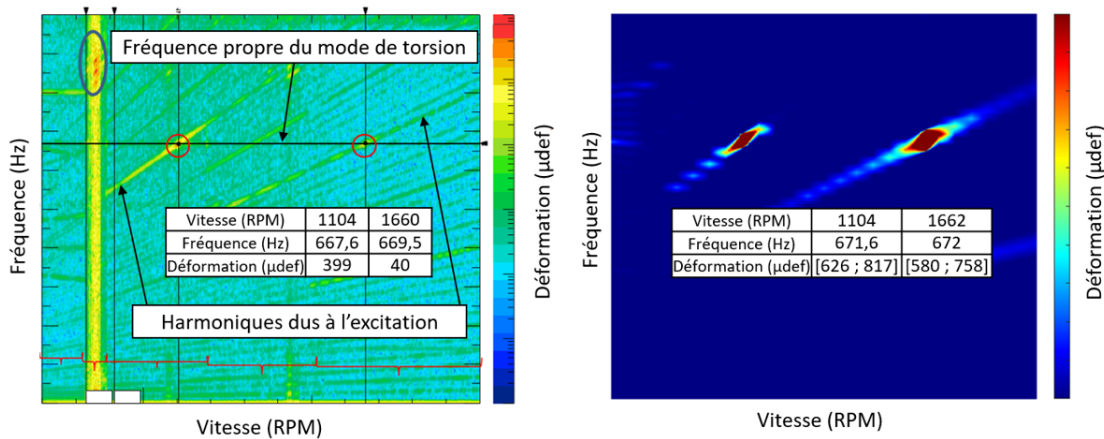


FIGURE IV.6 – Comparaison du waterfall de déformation obtenu en mesure (à gauche) et par calcul avec le modèle réduit (à droite)

Le résultat de l'ensemble de la chaîne de calcul surestime les valeurs de déformation vues par le ventilateur au passage des résonances. Les incertitudes sur la position et l'orientation de la jauge ne suffisent pas à expliquer l'écart constaté car les valeurs mesurées sont trop éloignées des intervalles d'incertitude. La surestimation des déformations peut s'expliquer par plusieurs raisons. D'un part, on constate un écart entre la valeur de déformation mesurée à 1104 RPM lorsque le moteur tourne à vitesse constante ou lorsque sa vitesse augmente linéairement. Pour l'essai à vitesse constante, la valeur mesurée était de  $498 \mu\text{def}$ , alors que pour l'essai à vitesse variable, la valeur de la déformation à 1104 RPM n'est que de  $399 \mu\text{def}$ . Cela peut venir du fait qu'on est en régime transitoire (on rappelle que les difficultés liées à la simulation des phénomènes transitoires ont été abordées à la section III.6). Le passage sur la résonance se fait trop rapidement et le niveau maximal n'est pas atteint. D'autre part, le modèle électrotechnique utilisé pour le calcul de la montée en vitesse est trop simpliste. Le modèle éléments finis électromagnétique utilisé pour la validation à vitesse constante est plus précis mais le temps de calcul est beaucoup plus long. L'amplitude de l'harmonique de couple à la fréquence du mode de torsion pour une vitesse de 1104 RPM calculé par le modèle électrotechnique simplifié est 1.4 fois supérieur à celui calculé par le modèle éléments finis. Ces deux effets combinés permettent d'expliquer l'écart constaté pour la première vitesse de mise en résonance car si on avait eu suffisamment de temps pour que la résonance se mette en place, on aurait mesuré une valeur de  $498 \mu\text{def}$  (comme pour l'essai à vitesse constante) et en tenant compte du facteur 1.4 associé au modèle électromagnétique (en supposant que le système soit linéaire), on aurait obtenu pour la première vitesse de mise en résonance un intervalle de  $[447; 584] \mu\text{def}$  dans lequel se situe la valeur mesurée de  $498 \mu\text{def}$ . On considère alors que l'on pourrait estimer correctement les déformations vues par le ventilateur sous réserve qu'on maîtrise mieux la donnée d'entrée qu'est le couple et qu'on fasse des essais plus lents afin de laisser le temps à la résonance de se



mettre en place, ou encore qu'on réalise des simulations transitoires.

Ces arguments ne permettent toutefois pas de justifier complètement l'écart obtenu pour la deuxième vitesse de mise en résonance. Une des pistes permettant d'expliquer cet écart pourrait être la fluctuation du couple moyen (et des harmoniques) qui est difficile à maintenir constant pendant toute la durée de l'essai.

D'autres raisons possibles pourraient expliquer cet écart, par exemple les incertitudes sur l'amortissement. En effet, l'amortissement varie en fonction de la température du rotor, or l'amortissement utilisé dans les modèles a été déterminé à température ambiante et non à la température de fonctionnement du moteur. De plus, des traces d'usures au niveau des interfaces frettées entre l'arbre et le ventilateur ont été constatées. Elles indiquent probablement qu'il s'est produit une dissipation d'énergie vibratoire ayant pu amortir d'avantage le ventilateur et conduire à un niveau de déformation plus faible.

## IV.4 OPTIMISATION ROBUSTE POUR LE PLACEMENT DE JAUGES

Les niveaux d'incertitudes liés au positionnement des jauges sont relativement élevés (intervalle pouvant aller jusqu'à 191  $\mu\text{def}$  à la section précédente pour une valeur moyenne de 736  $\mu\text{def}$ , soit un écart relatif de 26%). Il est difficile de valider le modèle dans ces conditions. C'est pourquoi on propose dans cette partie une stratégie de placement robuste de jauges. Le but de cette section est de présenter une méthodologie, utilisant l'outil de jauge virtuelle, qui permet de choisir a priori la position et l'orientation de la jauge de déformation.

### IV.4.1 Analyse multi-objectif

L'un des objectifs est de maximiser la valeur mesurée par la jauge. Ainsi, la première fonction coût qui sera utilisée pour l'optimisation mesure l'écart relatif entre la déformation maximale en valeur absolue sur la zone considérée (zone candidate au positionnement de la jauge), toutes directions confondues, notée  $\epsilon_{max}$ , et la déformation moyenne  $\bar{\epsilon}_g$  vue par les jauges, obtenue en les distribuant autour de la position nominale :

$$Obj_{moy} = \frac{|\bar{\epsilon}_g - \epsilon_{max}|}{\epsilon_{max}}. \quad (\text{IV.2})$$

Dans l'application traitée ici, la zone candidate au positionnement est rectangulaire (5 mm sur 16 mm) et toutes les orientations sont possibles. La variabilité associée au positionnement est utilisée pour définir une deuxième fonction coût :

$$Obj_{var} = \frac{\sigma(\epsilon_g)}{\bar{\epsilon}_g}, \quad (\text{IV.3})$$

où  $\sigma(\epsilon_g)$  désigne l'écart type et  $\bar{\epsilon}_g$  désigne la moyenne des valeurs fournies par la jauge lorsqu'elle subit les variabilités décrites en IV.3.2 ( $\pm 0.75$  mm en position et  $\pm 10^\circ$  en orientation).

L'objectif de l'analyse est de minimiser ces deux fonctions coûts. La figure IV.7 illustre les différents compromis qui peuvent être obtenus sur un graphique de Pareto. Les deux axes correspondent aux deux fonctions coûts à minimiser. Les points de couleur correspondent à un ensemble de tirages du plan factoriel

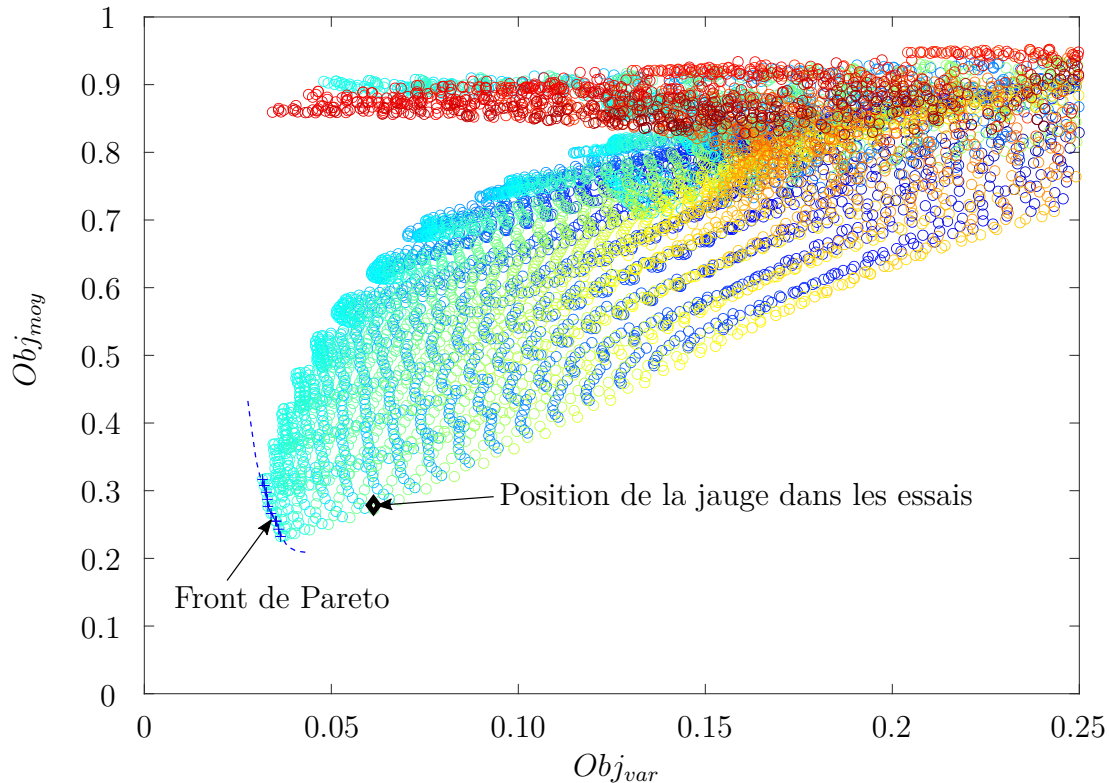


FIGURE IV.7 – Graphique de Pareto comparant deux objectifs pour 10800 tirages du plan factoriel (variables : X, Y et  $\theta$ )

complet. Chaque point correspond à des coordonnées  $X$  et  $Y$  données du centre et une orientation donnée  $\theta$  de la jauge. Les points de couleur identique ont la même orientation de jauge. On effectue 9 tirages pour la variable  $X$ , 16 pour  $Y$  et 75 pour  $\theta$ , menant à 10800 tirages, nécessitant 58 minutes de calcul au total. La ligne bleue identifie le front de Pareto obtenus à partir de ces tirages : ce sont les tirages qui minimisent au mieux les deux objectifs. Le losange noir correspond à la configuration de jauge utilisée lors de l'essai. On constate que son positionnement n'était pas optimal au regard des objectifs fixés ici. Afin de visualiser comment sont réparties les variables d'entrée ( $X$ ,  $Y$  et  $\theta$ ) pour les simulations situées sur le front de Pareto, la figure IV.8 illustre un graphe de "coordonnée parallèle". L'ordonnée

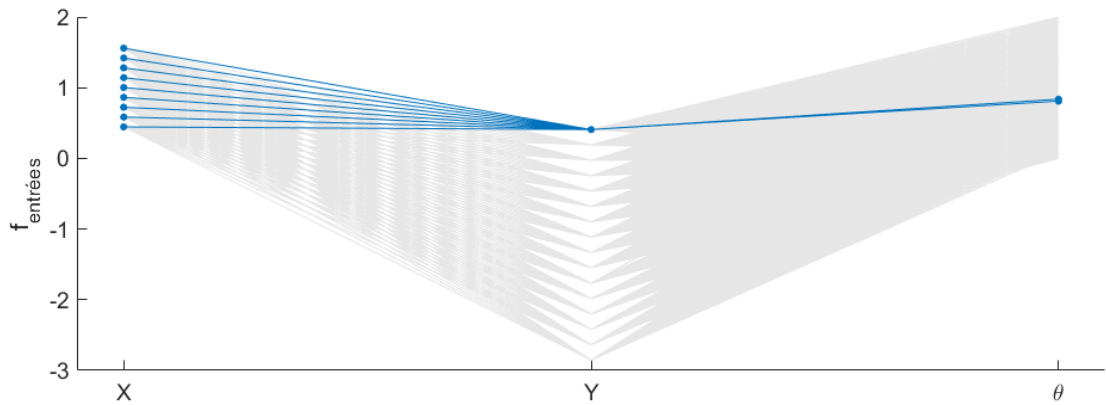


FIGURE IV.8 – Graphique de coordonnée parallèle illustrant la dispersion des variables

du graphe correspond aux valeurs prises par les entrées normalisées telles que :

$$f_{\text{entrées}} = \begin{cases} \frac{X}{|X|} & \text{si entrée} = X \\ \frac{Y}{|Y|} & \text{si entrée} = Y \\ \frac{\theta}{|\theta_{\text{initial}}|} & \text{si entrée} = \theta. \end{cases} \quad (\text{IV.4})$$

Chaque ligne correspond à un tirage. L'ensemble des 10800 tirages sont affichés, mais seuls ceux qui correspondent au front de Pareto dans la figure IV.7 sont affichés en bleu dans la figure IV.8. Ainsi ce graphe montre le jeu de paramètres  $X$ ,  $Y$  et  $\theta$  à choisir pour se placer sur le front de Pareto. Il semble qu'une unique configuration de valeurs  $Y$  et  $\theta$  permette de se placer sur le front de Pareto. Au contraire, la position en  $X$  a peu d'influence car le front de Pareto balaie l'ensemble des valeurs possibles pour  $X$ .

Cette approche fournit un ensemble de positions correspondant à des compromis. Le front de Pareto tracé reste grossier car il dépend du nombre de tirages utilisé. On propose dans la section suivante de compléter cette étude en ajoutant une optimisation robuste prenant pour points de départ les points du front de Pareto "grossier" afin de trouver la solution optimale.

## IV.4.2 Optimisation robuste

### IV.4.2.a Reformulation en problème mono-objectif et pondération des objectifs

Afin de pouvoir utiliser des algorithmes d'optimisation classique, il est nécessaire de rendre le problème mono-objectif en pondérant les objectifs définis au paragraphe précédent. Un paramètre  $\lambda$  à fixer entre 0 et 1 est introduit ici pour

pondérer les objectifs :

$$Obj = \lambda Obj_{var} + (1 - \lambda) Obj_{moy}. \quad (IV.5)$$

Choisir  $\lambda$  revient à choisir le compromis entre les deux objectifs. Pour illustrer ces propos, des surfaces de réponse calculées à partir d'un plan factoriel complet sont visibles sur la figure IV.9. Cette figure montre, pour une orientation donnée  $\theta$  (direction nominale), des surfaces dont l'axe vertical représente la valeur de la fonction mono-objectif  $Obj$  et les axes horizontaux représentent les coordonnées  $X$  et  $Y$  du centre de la jauge. Chaque surface correspond à une valeur différente du paramètre  $\lambda$ . Quand  $\lambda$  est égal à 0, cela signifie que seul  $Obj_{moy}$  est considéré.

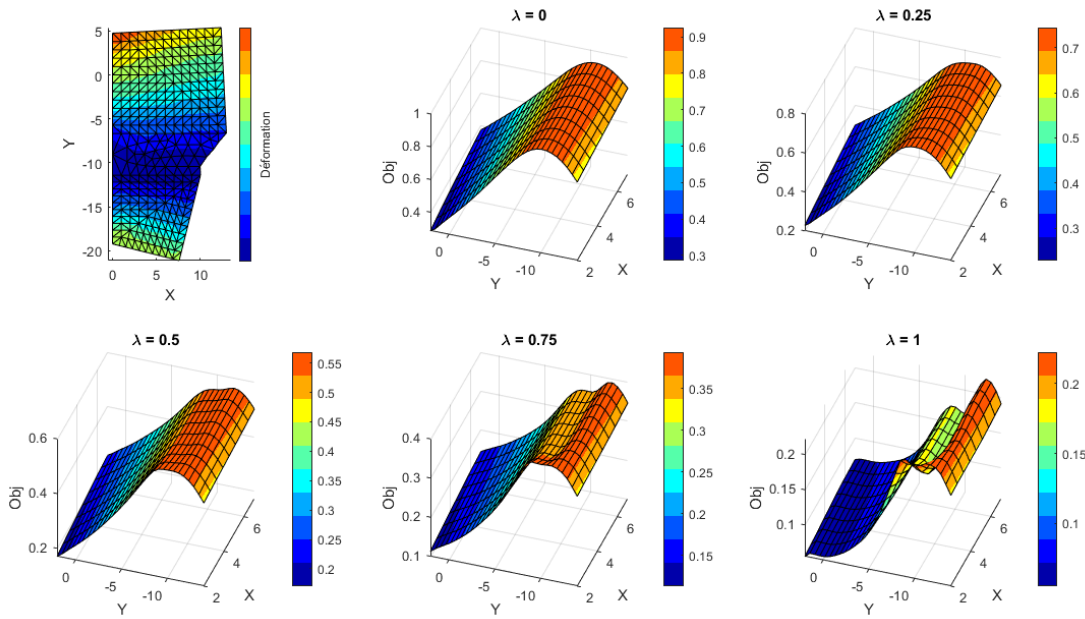


FIGURE IV.9 – Surfaces de réponse illustrant le plan factoriel complet pour l'orientation nominale de la jauge ( $90^\circ$ ) et pour différentes valeurs de pondération du paramètre  $\lambda$

Comme on pouvait s'y attendre, le minimum de cette fonction objectif est située dans la zone où la déformation est maximale. Quand  $\lambda$  augmente, un nouveau minimum local apparaît progressivement dans la zone de faible valeur de déformation. En effet, dans cette zone, un faible gradient de déformation est observé, signifiant que les valeurs de déformation varient peu. On observe par ailleurs la présence de minima locaux dans la plupart des configurations, ce qui est de nature à rendre inefficace les algorithmes d'optimisation simples. L'avantage de cette méthode est qu'elle n'est pas sensible aux minima locaux tant que la discrétisation du plan factoriel est assez fine, mais le principal inconvénient est le temps de calcul important pour évaluer les nombreux tirages. Les figures IV.10 et IV.11 illustrent les mêmes surfaces pour deux autres orientations de jauge.

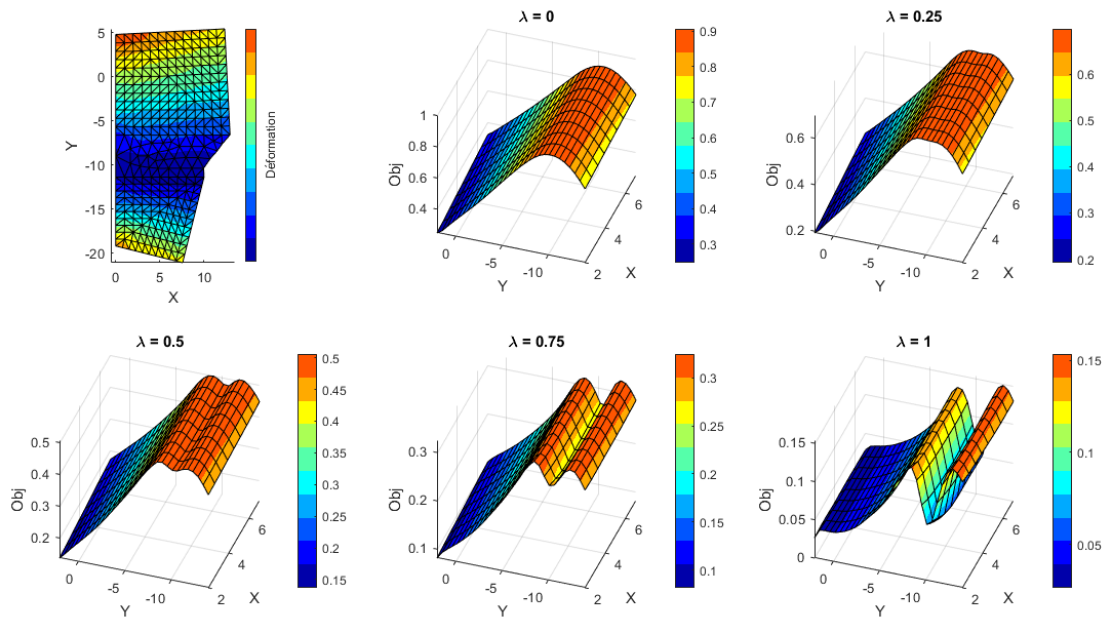


FIGURE IV.10 – Surfaces de réponse illustrant le plan factoriel complet pour une orientation de  $75^\circ$  et pour différentes valeurs de pondération du paramètre  $\lambda$

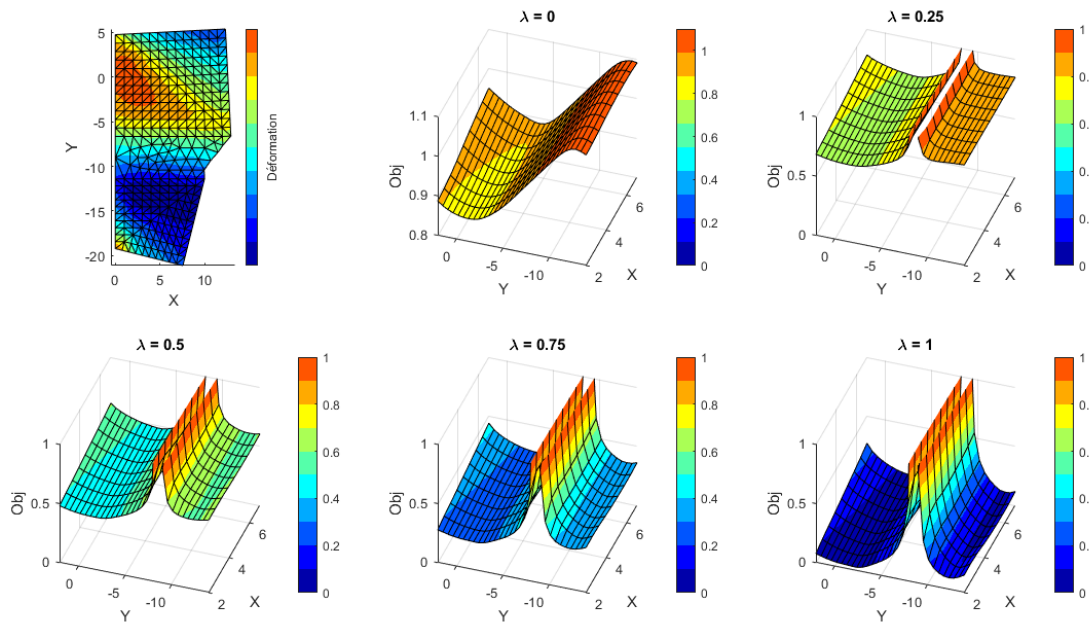


FIGURE IV.11 – Surfaces de réponse illustrant le plan factoriel complet pour une orientation de  $165^\circ$  et pour différentes valeurs de pondération du paramètre  $\lambda$

## IV.4.2.b Optimisation robuste

Dans des cas plus complexes, il peut être impensable d'effectuer un plan factoriel complet en raison du nombre de simulations trop élevé. Une autre façon de déterminer les meilleures position et orientation d'une jauge sans parcourir tout l'espace des paramètres est d'utiliser un algorithme d'optimisation. Dans cette section, l'algorithme du point intérieur [Byrd 99, Byrd 00, Waltz 06] est utilisé. La fonction objectif est celle définie à la section précédente (équation IV.5). Il s'agit dans un premier temps d'effectuer un plan factoriel partiel afin de construire un front de Pareto grossier. Puis pour chaque point du front de Pareto, une optimisation est réalisée pour une valeur de  $\lambda$  fixée. Le meilleur résultat est conservé. Ce processus est répété autant que fois qu'on souhaite discrétiser  $\lambda$ . Cela permet d'obtenir un front de Pareto "optimisé". Parcourir ce front revient à faire varier  $\lambda$  de 0 à 1.

Le problème d'optimisation est le suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \min_{X,Y,\theta} \text{Obj}(X, Y, \theta, \delta_X, \delta_Y, \delta_\theta, \lambda) \\ 2 \text{ mm} \leq X \leq 7 \text{ mm} \\ -14 \text{ mm} \leq Y \leq 2 \text{ mm} \\ -90^\circ \leq \theta \leq +90^\circ \\ \delta_X = 0.75 \text{ mm} \\ \delta_Y = 0.75 \text{ mm} \\ \delta_\theta = 10^\circ \\ \lambda \in [0; 1] \text{ fixé} \end{array} \right. \quad (\text{IV.6})$$

avec  $\pm\delta_X$  et  $\pm\delta_Y$  les incertitudes en position et  $\pm\delta_\theta$  l'incertitude en orientation. La robustesse est contenue dans la façon dont la fonction objectif est construite. Étant donné que le résultat est sensible au point de départ utilisé, il est nécessaire d'effectuer l'optimisation autant de fois qu'il y a de points de départ sur le front de Pareto "grossier" et pour de nombreuses valeurs de  $\lambda$ . Cette méthode permet d'approcher le vrai minimum de la fonction objectif sans pour autant être certain de l'atteindre. En comparaison de l'étude précédente, le temps de calcul pour résoudre le problème d'optimisation complet prend environ 10h (pour 10 points de départ issus du front de Pareto "grossier" et pour  $\lambda$  discrétisé en 20 valeurs distribuées logarithmiquement entre 0 et 1, soit 200 optimisations).

Le front de Pareto "optimisé" est représenté par la ligne rouge sur la figure IV.12. Il représente les optimums pour chaque valeur de  $\lambda$ . Quelques configurations de placement sont illustrées afin de visualiser la position et l'orientation de la jauge pour quelques points du graphique de Pareto. On remarque que l'ensemble des points du front de Pareto "optimisé" converge vers une configuration pour laquelle le centre est situé en  $Y = 2.0 \text{ mm}$  et pour une orientation de jauge d'environ  $75^\circ$ . La table IV.1 compare les paramètres statistiques caractérisant la variabilité en position et en orientation dans le cas où la jauge est placée à la position nominale utilisée lors de l'essai et dans le cas où la jauge serait située à certaines des positions optimales. Les valeurs moyennes calculées par les jauges distribuées autour des

Déformation en $\mu\text{def}$	$\min(\epsilon_g)$	$\bar{\epsilon}_g$	$\max(\epsilon_g)$	$\sigma(\epsilon_g)$	$X$ (mm)	$Y$ (mm)	$\theta(^{\circ})$
Jauge essai	401	472	534	29	2.0	1.9	90
Jauge optimale ( $\lambda = 0$ )	467	507	547	18	1.9	2.0	75.7
Jauge optimale ( $\lambda = 0.94$ )	445	480	514	16	4.2	2.0	73.4
Jauge optimale ( $\lambda = 1$ )	417	449	479	14	7.0	2.0	72.6

TABLE IV.1 – Paramètres statistiques pour la configuration de l’essai et pour quelques configurations optimales

positions optimales avec  $\lambda = 0$  et  $\lambda = 0.94$  sont plus élevées que celle autour de la position de l’essai et l’écart type est considérablement réduit signifiant que ces positions ont une meilleure observabilité et sont moins sensible à l’erreur de positionnement. Pour  $\lambda = 1$ , la valeur moyenne est plus faible que pour la position de l’essai car seul  $Obj_{var}$  est considéré, menant à la plus petite valeur d’écart-type.

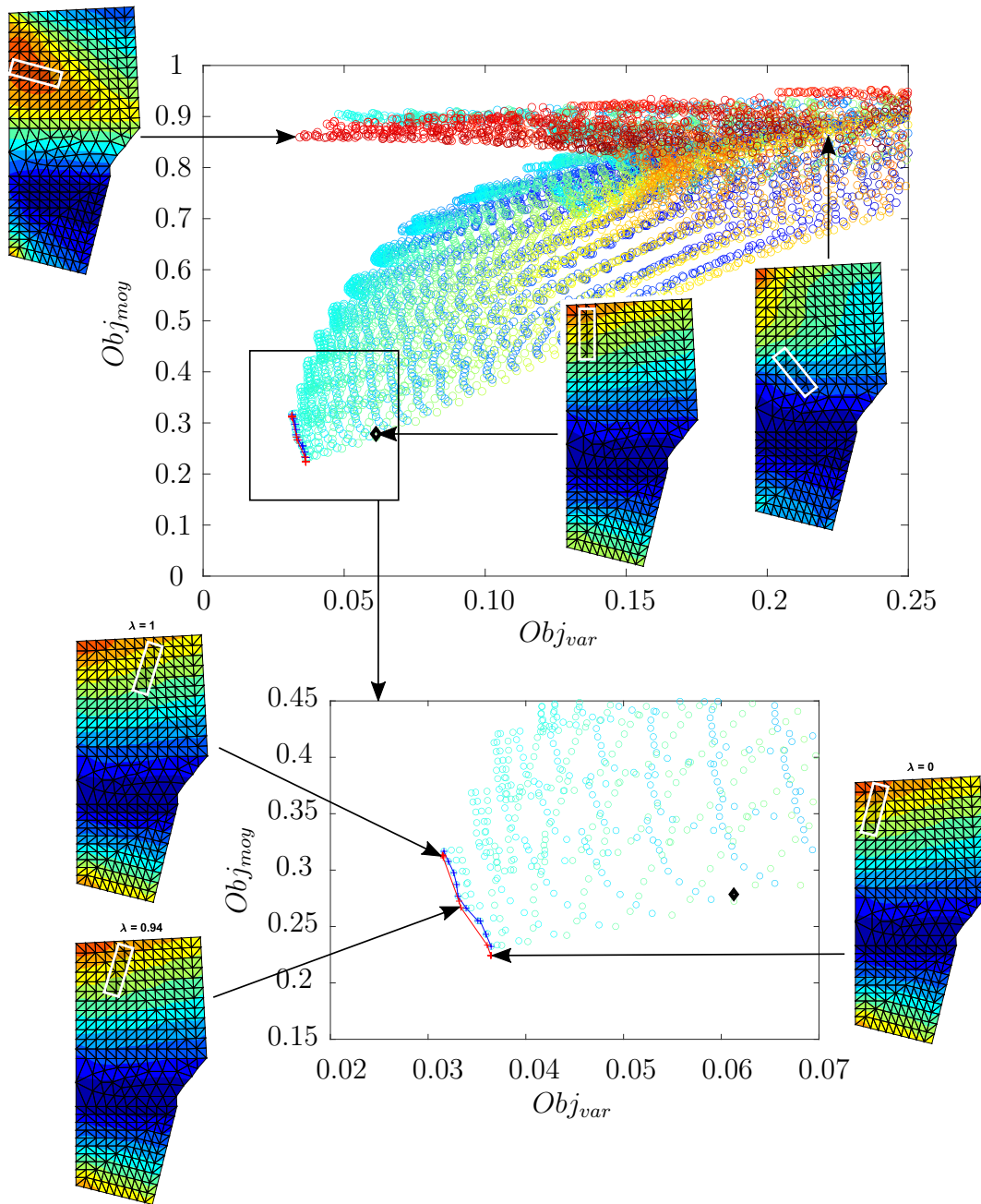


FIGURE IV.12 – Graphique de Pareto comparant deux objectifs avec 10800 tirages du plan factoriel complet (variables :  $X$ ,  $Y$  et  $\theta$ ) avec front de Pareto "optimisé"



## IV.5 CONCLUSIONS

La conception d'essai est une étape importante pour être capable de capturer les bons phénomènes physiques. De faibles erreurs lors de l'instrumentation peuvent conduire à des niveaux d'incertitudes élevés introduisant un biais lors de la corrélation avec les modèles. Dans ce chapitre, un outil de jauge virtuelle a été construit en utilisant la projection du tenseur des déformations dans la direction de la jauge et en moyennant le champ sur la surface de la jauge. Les incertitudes en position et en orientation ont été quantifiées en distribuant les jauges autour de la position nominale. L'outil de jauge virtuelle peut être utilisé d'une part pour le post-traitement des essais en rotation. Le fait de projeter le tenseur dans la direction de la jauge et d'interpoler les valeurs sur sa discrétisation permet de comparer les données numériques aux données expérimentales. En effet, comparer des valeurs élémentaires ou nodales ne serait pas rigoureux étant donné que la grille de jauge couvre une surface plus grande que celle d'un élément. D'autre part, l'outil peut être utilisé pour la conception d'essai. Il s'agit d'un outil d'aide à la décision pour le placement de capteur. Il est particulièrement utile dans le cas où les zones d'intérêt présentent un fort gradient de déformation. L'approche proposée consiste à effectuer un ensemble de tirages dans l'espace de conception. Pour chaque tirage, deux fonctions coûts sont évaluées visant à maximiser la valeur mesurée par la jauge et à minimiser la variabilité due à une erreur potentielle de positionnement. Les points du front de Pareto "grossier" mis en évidence lors de cette première étape constituent les points de départ pour une optimisation robuste. Cette dernière permet de choisir la meilleure position et orientation de la jauge qui minimise les deux fonctions coûts. Une discussion sur le paramètre qui pondère les deux objectifs a été proposée.

Ce chapitre a été l'occasion de comparer les modèles proposés au chapitre III aux essais en rotation. L'écart entre le modèle et les mesures est de l'ordre de 4.4% pour le cas d'une vitesse constante. La valeur de déformation prédite reste dans l'intervalle d'incertitude. En ce qui concerne la montée en vitesse, un écart important est constaté entre les valeurs mesurées et les valeurs prédites. Cependant, cet écart peut être expliqué d'une part car la mesure à vitesse variable sous-estime la déformation à la résonance et d'autre part car le modèle électrotechnique utilisé pour calculer la montée en vitesse n'est pas suffisamment représentatif. En effet, le calcul par éléments finis estime un harmonique de couple 1.4 fois inférieur à celui calculé par le modèle électrotechnique simplifié. Si l'essai avait été réalisé plus lentement, permettant d'atteindre le niveau maximal d'amplitude lors de la mise en résonance, et si on disposait d'un modèle électrotechnique plus représentatif capable de calculer une montée en vitesse, on serait alors en mesure d'estimer correctement la déformation mesurée sur le ventilateur. Ces arguments ne permettent toutefois pas d'expliquer pourquoi on surestime les valeurs de déformation sur la deuxième vitesse de mise en résonance. On suspecte que la fluctuation du couple de charge lors des essais ait limité l'accordage entre l'harmonique de couple et la fréquence du mode de torsion.

---

---

# Chapitre V

## Comportement dynamique du rotor

---

<b>V.1</b>	<b>Introduction</b> .....	72
<b>V.2</b>	<b>Caractérisation expérimentale du comportement dynamique d'un rotor</b> .....	73
	V.2.1 Caractérisation des composants.....	73
	V.2.2 Caractérisation à différentes étapes d'assemblage .....	74
<b>V.3</b>	<b>Recalage des paramètres matériaux</b> .....	87
	V.3.1 Recalage des pièces seules.....	87
	V.3.2 Recalage du sous-assemblage .....	88
<b>V.4</b>	<b>Conclusions</b> .....	97

## V.1 INTRODUCTION

La prédiction du comportement dynamique d'un système électromécanique repose sur la connaissance des excitations magnétiques dont le calcul a été présenté dans le chapitre II, ainsi que sur la maîtrise de la réponse du système mécanique à de telles excitations. Le comportement dynamique des machines électriques est souvent étudié dans un contexte de réduction des nuisances sonores [Geoffriault 15, Hallal 14, Le Besnerais 08, Hubert 00, Maliti 00].

De par la complexité de la structure, il peut s'avérer difficile d'obtenir un modèle mécanique précis de rotor a priori [Bruzzese 16a], notamment à cause :

- de la mise en position des barres dans les encoches ;
- de l'équilibrage réalisé après fabrication (ajout de masses d'équilibrage influençant les fréquences de résonance) ;
- du process de brasage des barres dans les anneaux qui modifie la raideur de la cage ;
- de l'état de précontrainte non uniforme lié au frettage des tôles sur l'arbre.

Le comportement dynamique d'une structure est caractérisé par sa masse, sa raideur et son amortissement. La masse est le paramètre intrinsèque le plus simple à modéliser. La matrice d'amortissement est difficile à déterminer du fait de la complexité des phénomènes associés et de ses nombreuses causes possibles [Chauvicourt 18] : frictions liées aux contacts entre les tôles, dissipation au sein des assemblages, amortissement visco-élastique dû à la résine... Malgré le rôle prépondérant de l'amortissement dans les réponses vibratoires, très peu d'études se focalisent sur la détermination des propriétés d'amortissement dans les machines électriques. La raideur est caractérisée par la géométrie et le matériau de la structure. À géométrie connue, une bonne approximation de la raideur nécessite une bonne connaissance du matériau. C'est pourquoi les méthodes de recalage de modèles utilisent souvent des études de sensibilité en faisant varier les valeurs des paramètres matériaux [Fourmaux 16]. Le recalage de modèle consiste à comparer les quantités d'intérêt (typiquement les fréquences propres et les déformées modales) calculées à l'aide d'un modèle représentant la structure à celles obtenues par analyse modale expérimentale. La corrélation essai/calcul permet ainsi d'identifier les paramètres matériaux en résolvant le problème inverse d'identification [Rikards 01]. En pratique, une fonction coût mesurant la différence entre les données d'essai et les prédictions du modèle est minimisée [Balmès 93]. Cette méthode a été appliquée sur un stator de machine électrique dans [Chentouf 11]. Le modèle le plus fidèle ne représente cependant qu'un compromis optimal entre diverses formes d'erreurs et d'incertitudes et, par conséquent, il est possible de trouver plusieurs modèles recalés, ce qui conduit à des solutions non uniques. Pour atténuer ce problème, les auteurs de [Atamturktur 15] formulent le recalage du modèle comme un problème multi-objectif avec deux objectifs distincts : la fidélité et la robustesse. La robustesse y est définie comme l'incertitude maximale admissible sur les paramètres du modèle avec laquelle le modèle continue de donner lieu à un accord acceptable avec les mesures. [Mogenier 11] a réalisé un vaste plan d'expérience en

réalisant l'analyse modale de 32 rotors différents, démontrant ainsi qu'une corrélation existe entre les dimensions du rotor et les propriétés matériaux identifiées [Mogenier 09]. Ainsi Mogenier a proposé une méthode de régression multiple basée sur ces 32 essais afin de prédire les modules d'élasticité apparents d'un rotor en fonction de ses dimensions. Si ces méthodes de recalage sont généralement efficaces, elles ont l'inconvénient de ne pouvoir être appliquées qu'a posteriori, ce qui impose que la structure étudiée existe déjà physiquement. Elles ne sont pas adaptées en phase de dimensionnement où l'on souhaite connaître le comportement dynamique du rotor sans disposer de prototype.

Ce chapitre s'articule en deux parties. Dans un premier temps, la caractérisation expérimentale du comportement dynamique d'un rotor est présentée. La seconde partie illustre le recalage du modèle vibratoire via l'identification des paramètres matériaux à partir des essais présentés en première partie.

## V.2 CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DU COMPORTEMENT DYNAMIQUE D'UN ROTOR

Cette section a pour but de présenter la caractérisation expérimentale du comportement dynamique du rotor considéré dans ce travail. Celle-ci vise à déterminer les paramètres modaux (fréquences propres, amortissements et déformées modales) des différents composants qui constituent le rotor afin de pouvoir recalibrer le modèle éléments finis. La démarche utilisée consiste, dans un premier temps, à caractériser chaque composant constituant le rotor, puis à étudier le comportement du rotor à différentes étapes d'assemblage.

### V.2.1 Caractérisation des composants

Chaque composant du rotor fait l'objet d'une analyse modale :

- l'arbre ;
- un des deux anneaux ;
- une barre ;
- un des deux plateaux de serrage ;
- et le ventilateur.

La figure V.1 illustre les différents montages expérimentaux pour chacune des pièces testées. L'arbre, l'anneau et le plateau de serrage sont suspendus à l'aide de cordes à piano et de ressorts de manière à approcher des conditions aux limites libre-libre. Ces pièces sont instrumentées par 8 accéléromètres triaxiaux et excitées par un marteau d'impact. Pour la barre, du fait de sa faible masse, seuls 4 accéléromètres ont été utilisés. Celle-ci a été placée sur de la mousse. La mesure des signaux est réalisée au moyen d'une chaîne d'acquisition LMS. Les paramètres modaux ont été déterminés à l'aide de la méthode Polymax [Peeters 04] implémentée dans le logiciel Modan 4.0. Le ventilateur, également suspendu par des cordes à piano, est excité par un pot vibrant. La mesure vibratoire est réalisée

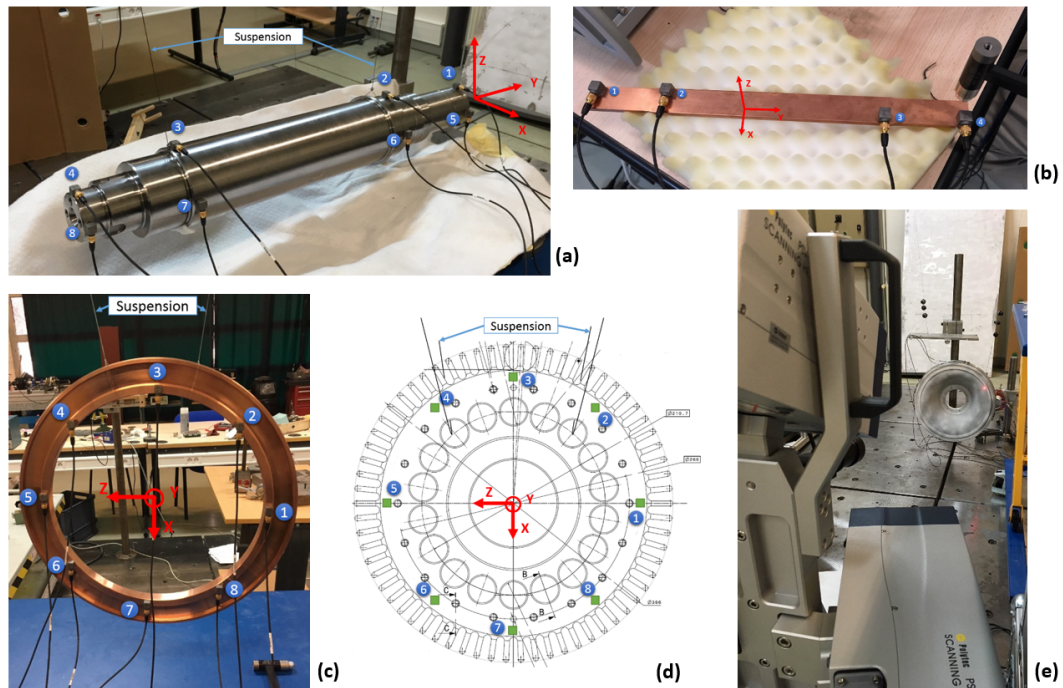


FIGURE V.1 – Configurations d’essai pour les analyses modales expérimentales pièce par pièce : (a) arbre avec 8 accéléromètres, (b) barre avec 4 accéléromètres, (c) anneau de court-circuit avec 8 accéléromètres, (d) plateau de serrage avec 8 accéléromètres et (e) ventilateur caractérisé au laser (K : position des accéléromètres)

par un vibromètre laser 3D, permettant ainsi d’accéder au champ de vitesses de l’ensemble de la partie visible de la pièce sans ajout de masse.

Les fréquences propres et amortissements de chaque composant sont présentés dans les tableaux V.1 à V.5. On peut remarquer que les amortissements sont très faibles. La figure V.2 illustre le spectre d’accélération moyen du ventilateur obtenu avec le vibromètre 3D.

## V.2.2 Caractérisation à différentes étapes d’assemblage

Une analyse modale est effectuée à chaque étape d’assemblage du rotor afin d’évaluer l’influence de chaque composant et de leur assemblage sur le comportement dynamique. Pour les trois étapes d’assemblage, le rotor est constitué des composants suivants :

- étape 1 : arbre (a), plateaux (d), tôles ;
- étape 2 : étape 1 + barres (b) et anneaux de court-circuit (c) ;
- étape 3 (rotor complet) : étape 2 + ventilateur (e), moyeu et roulements.

La figure V.3 illustre les différentes étapes d’assemblage du rotor.

Mode	Fréquence (Hz)	Amortissement (%)
1	1148.3	0.02
2	1148.5	0.01
3	2530.3	0.02
4	2531.0	0.04
5	3197.3	0.05
6	4270.5	0.08
7	4272.3	0.17
8	5464.3	0.07
9	6202.5	0.04
10	6203.7	0.04

TABLE V.1 – Fréquences propres et amortissements de l'**arbre** ( $\bar{\xi} = 0.054 \times 10^{-2}$  et  $\sigma_{\xi} = 0.046 \times 10^{-2}$ )

Mode	Fréquence (Hz)	Amortissement (%)
1	281.7	0.02
2	282.6	0.02
3	708.9	0.05
4	709.8	0.03
5	788.8	0.02
6	793.1	0.01
7	1364.2	0.10
8	1492.7	0.04
9	1497.2	0.02
10	1842.7	0.10
11	1849.2	0.07
12	1903.0	0.03
13	2369.1	0.04
14	2375.8	0.08
15	2850.9	0.28
16	2863.2	0.21

TABLE V.2 – Fréquences propres et amortissements de l'**anneau** ( $\bar{\xi} = 0.070 \times 10^{-2}$  et  $\sigma_{\xi} = 0.075 \times 10^{-2}$ )

Mode	Fréquence (Hz)	Amortissement (%)
1	1101.6	0.02
2	1101.9	0.02
3	1907.7	0.02
4	2430.0	0.04
5	2431.3	0.04

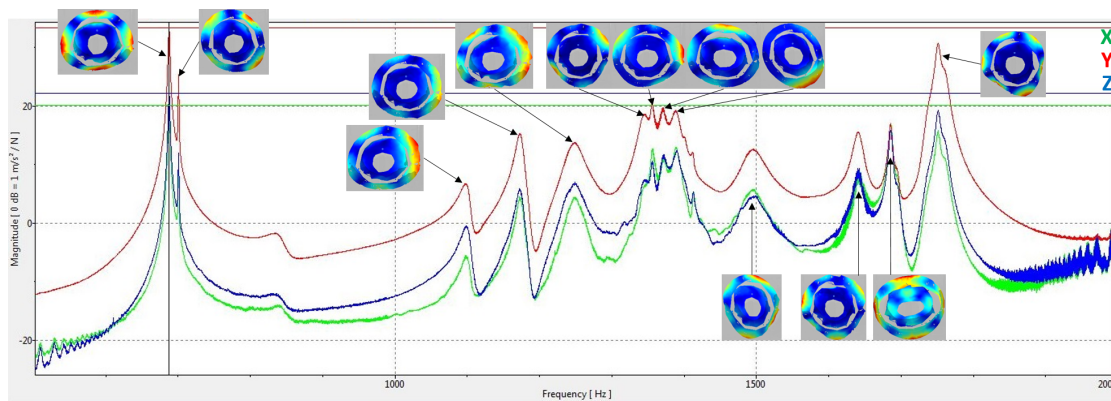
TABLE V.3 – Fréquences propres et amortissements du **plateau** ( $\bar{\xi} = 0.028 \times 10^{-2}$  et  $\sigma_{\xi} = 0.011 \times 10^{-2}$ )

Mode	Fréquence (Hz)	Amortissement (%)
1	169.8	0.22
2	457.5	0.26
3	884.4	0.17
4	1215.7	1.20
5	1468.0	0.17
6	2123.5	0.63
7	2178.2	0.65
8	2409.9	1.59
9	3114.3	2.30

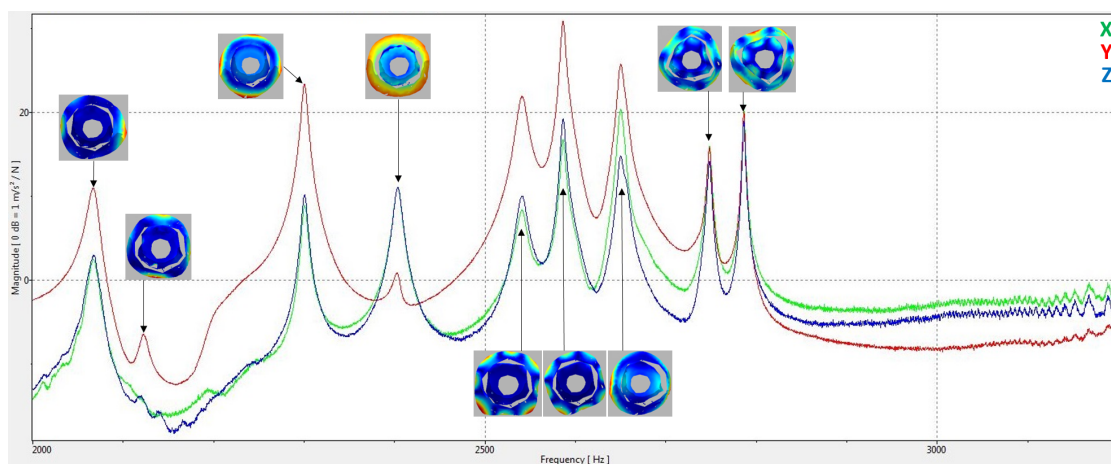
TABLE V.4 – Fréquences propres et amortissements de la **barre**  
( $\bar{\xi} = 0.799 \times 10^{-2}$  et  $\sigma_{\xi} = 0.751 \times 10^{-2}$ )

Mode	Fréquence (Hz)	Amortissement (%)
1	687.1	0.06
2	700.7	0.03
3	1099.9	0.29
4	1173.3	0.06
5	1248.1	0.09
6	1343.4	0.04
7	1356.7	0.13
8	1371.2	0.19
9	1389.1	0.13
10	1413.1	0.03
11	1493.3	0.54
12	1641.0	0.07
13	1685.8	0.12
14	1696.0	0.15
15	1735.3	0.06
16	1751.1	0.08
17	1761.2	0.15
18	2067.4	0.09
19	2121.2	0.03
20	2300.4	0.13
21	2403.8	0.18
22	2541.2	0.18
23	2586.4	0.06
24	2650.0	0.12
25	2748.5	0.03
26	2786.2	0.04

TABLE V.5 – Fréquences propres et amortissements du **ventilateur**  
( $\bar{\xi} = 0.119 \times 10^{-2}$  et  $\sigma_{\xi} = 0.107 \times 10^{-2}$ )



(a) Scan entre 500 et 2000 Hz



(b) Scan entre 2000 et 3200 Hz

FIGURE V.2 – Spectre d'accélération moyen du ventilateur obtenu avec le vibromètre laser Polytec PSV500 3D avec déformées des modes

### V.2.2.a Étape 1

Pour la première étape, le rotor est testé en condition libre-libre et excité par un pot vibrant dans une direction tangentielle en utilisant un bras de levier (figure V.4). Les vibrations sont mesurées avec des accéléromètres et à l'aide du vibromètre laser 3D. Les mesures au vibromètre donnant moins satisfaction pour cette étape d'assemblage, des mesures accélérométriques ont été utilisées pour compléter et permettre le recalage du paquet de tôles à la section V.3.2. Malgré le faible nombre de points de mesure avec les accéléromètres (11 accéléromètres), les modes sont bien distingués (voir matrice AutoMAC figure V.5). La figure V.6 illustre la Fonction de Réponse en Fréquence (FRF) ponctuelle sur laquelle sont affichées les déformées des modes du paquet de tôles. On observe deux modes de torsion du paquet de tôles à 1028 Hz (une ligne nodale) et à 1982 Hz (deux lignes nodales). Le deuxième mode de torsion n'est pas visible sur la FRF colocalisée mais sa déformée est tout de même illustrée sur la figure V.6. Le tableau V.2.2.a présente



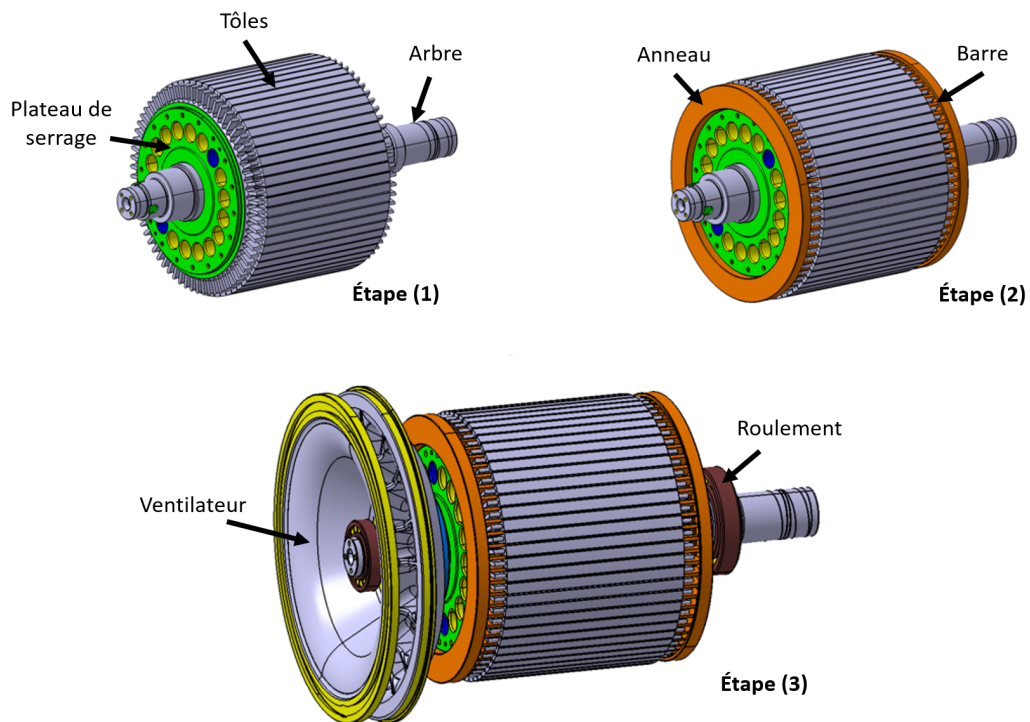


FIGURE V.3 – Différentes étapes d'assemblage du rotor

les fréquences propres et amortissements de cette première étape d'assemblage du rotor.

#### V.2.2.b Étape 2

Les conditions d'essai pour l'étape 2 sont les mêmes que pour l'étape 1. La figure V.7 illustre le montage de l'essai.

Cette fois, la mesure avec vibromètre laser a donné satisfaction. La figure V.8 illustre le spectre d'accélération moyen mesuré avec les déformées des modes du rotor. Le tableau V.2.2.b présente les paramètres modaux obtenus après identification. On constate que l'ajout des barres et des anneaux a eu pour effet d'augmenter les fréquences et amortissements des modes de torsion (ces modes sont en gras dans les tableaux V.2.2.a et V.2.2.b).

#### V.2.2.c Étape 3

La dernière étape d'assemblage (rotor complet) a nécessité la conception et la fabrication d'un châssis d'essai afin de pouvoir tester le rotor dans les conditions représentant le plus fidèlement possible les conditions d'utilisation (guidage par roulements). Ce châssis est illustré sur la figure V.9. La configuration d'essai du rotor complet est illustrée sur la figure V.10.

La figure V.11 illustre le spectre d'accélération moyen mesuré pour l'étape 3. Le tableau V.2.2.c présente les fréquences et amortissements de la structure complète

Mode	Fréquence (Hz)	Amortissement (%)
1	342.4	0.08
2	765.1	0.12
3	858.1	0.04
4	922.1	0.12
5	<b>1028.7</b>	<b>0.11</b>
6	1328.6	0.10
7	1357.4	0.21
8	1464.9	0.11
9	1544.1	0.18
10	1656.0	0.24
11	1802.6	0.17
12	1891.2	0.25
13	<b>1982.1</b>	<b>0.13</b>
14	2145.1	0.42
15	2203.0	0.13
16	2237.5	0.14
17	2284.3	0.13
18	2319.9	0.14
19	2325.8	0.14

TABLE V.6 – Fréquences propres et amortissements de l'**étape 1** d'assemblage du rotor jusqu'à 2500 Hz ( $\bar{\xi} = 0.156 \times 10^{-2}$  et  $\sigma_{\xi} = 0.082 \times 10^{-2}$ )

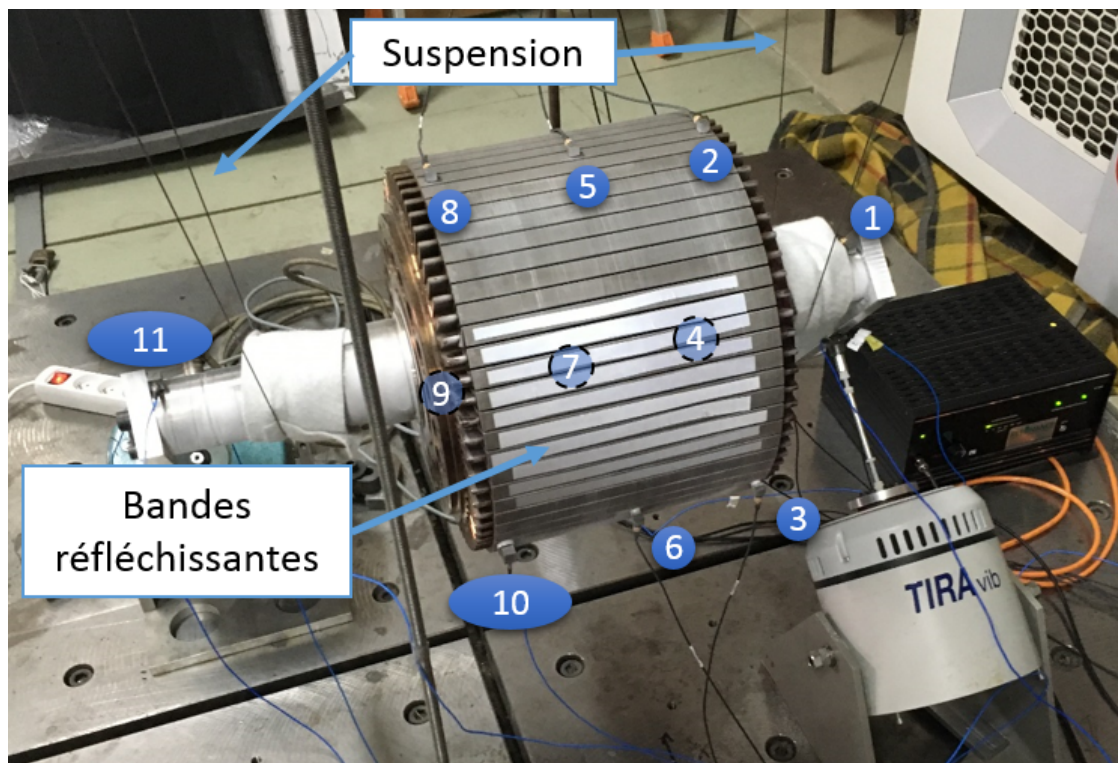


FIGURE V.4 – Configuration d'essai de l'analyse modale du rotor lors de sa première étape d'assemblage (Ⓢ : position des accéléromètres)

sur son châssis. On remarque que deux modes font intervenir un mouvement de torsion d'ordre 1 du paquet de tôles. Les fréquences de ces modes sont inférieures à la fréquence du premier mode de torsion observé à l'étape 2. Le mode de torsion d'ordre 2 n'est plus présent.

Le rotor complet a été instrumenté de jauges de déformations sur le ventilateur, l'arbre et quelques barres. Cependant, les niveaux de déformations enregistrés pour une excitation vibratoire sont trop faibles pour pouvoir être correctement exploités. L'objectif de cette instrumentation en jauge était de diversifier le type de quantité mesurée (en plus des accélérations), mais également de se rapprocher de la configuration d'essai en rotation présentée au chapitre précédent et de quantifier les écarts entre les niveaux d'excitation entre les deux montages expérimentaux. Seule une des barres présente des niveaux exploitables. Il est important de remarquer que plusieurs barres étaient instrumentées et qu'une seule a vraiment répondu à l'excitation, confirmant ainsi que l'assemblage entraîne des disparités dans la mise en position des barres et sur la réponse de ce composant.

Chacune des analyses modales a permis de déterminer expérimentalement les fréquences propres, les déformées et les amortissements des modes de structure. Ces données de référence vont permettre de recalibrer le modèle éléments finis du rotor, qui est présenté dans la prochaine section.

Mode	Fréquence (Hz)	Amort. (%)	Mode	Fréquence (Hz)	Amort. (%)
1	482.8	1.25	19	<b>1511.4</b>	<b>0.35</b>
2	611.3	0.43	20	1524.3	0.53
3	657.5	0.22	21	1556.9	0.74
4	666.0	0.25	22	1663.6	0.45
5	672.5	0.21	23	1914.3	0.32
6	678.8	0.15	24	1943.3	0.43
7	704.7	0.08	25	1963.3	0.42
8	764.0	0.17	26	<b>2065.1</b>	<b>0.13</b>
9	789.9	0.11	27	2131.1	0.05
10	793.1	0.33	28	2150.8	0.06
11	883.5	0.09	29	2187.3	0.12
12	896.4	0.24	30	2452.2	0.46
13	974.0	0.41	31	2500.4	0.22
14	1099.9	0.05	32	2540.7	0.21
15	1131.0	0.03	33	2653.7	0.57
16	1133.0	0.08	34	2703.4	0.18
17	1208.5	0.23	35	2904.5	0.13
18	1282.2	0.25	36	2984.8	0.12

TABLE V.7 – Fréquences propres et amortissements de l'étape 2 d'assemblage du rotor jusqu'à 3000 Hz ( $\bar{\xi} = 0.280 \times 10^{-2}$  et  $\sigma_{\xi} = 0.237 \times 10^{-2}$ )

Mode	Fréquence (Hz)	Amort. (%)	Mode	Fréquence (Hz)	Amort. (%)
1	542.4	1.1	15	963.0	0.55
2	574.6	0.49	16	1108.9	0.43
3	591.8	0.51	17	1159.8	0.82
4	616.1	0.32	18	1159.9	0.84
5	625.4	0.55	19	1238.2	0.22
6	631.7	0.78	20	1262.4	0.27
7	719.6	0.53	21	1343.7	0.45
8	775.6	0.20	22	<b>1433.6</b>	<b>0.52</b>
9	815.7	0.46	23	<b>1505.9</b>	<b>0.31</b>
10	842.4	0.39	24	1670.1	0.24
11	845.7	0.21	25	1774.1	0.15
12	852.3	0.46	26	1835.3	0.33
13	894.2	0.55	27	1884.0	0.58
14	939.0	0.50			

TABLE V.8 – Fréquences propres et amortissements de l'étape 3 d'assemblage du rotor jusqu'à 2000 Hz ( $\bar{\xi} = 0.473 \times 10^{-2}$  et  $\sigma_{\xi} = 0.221 \times 10^{-2}$ )

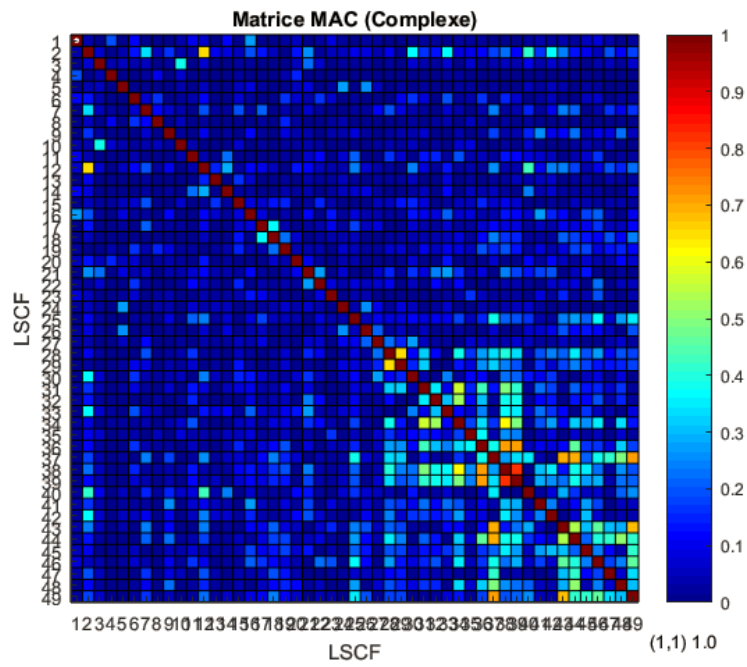


FIGURE V.5 – Matrice AutoMAC des modes identifiées entre 0 et 4000 Hz à partir des mesures accélérométriques pour l'étape 1

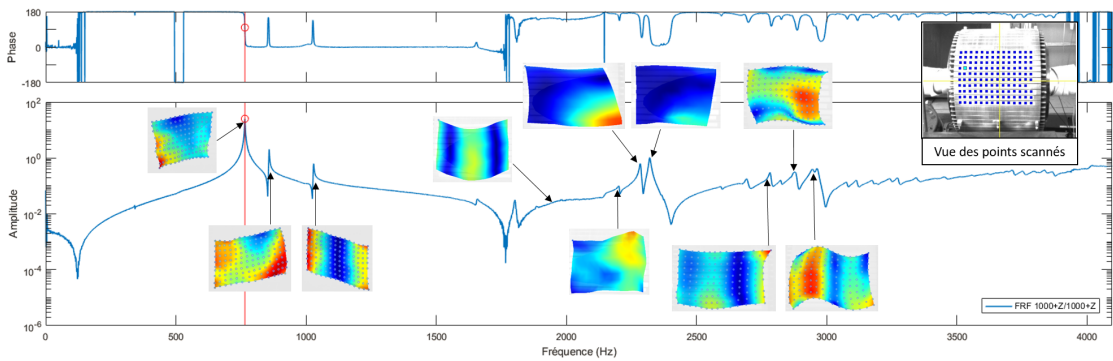


FIGURE V.6 – FRF ponctuelle avec déformées des modes du paquet de tôles pour l'étape 1

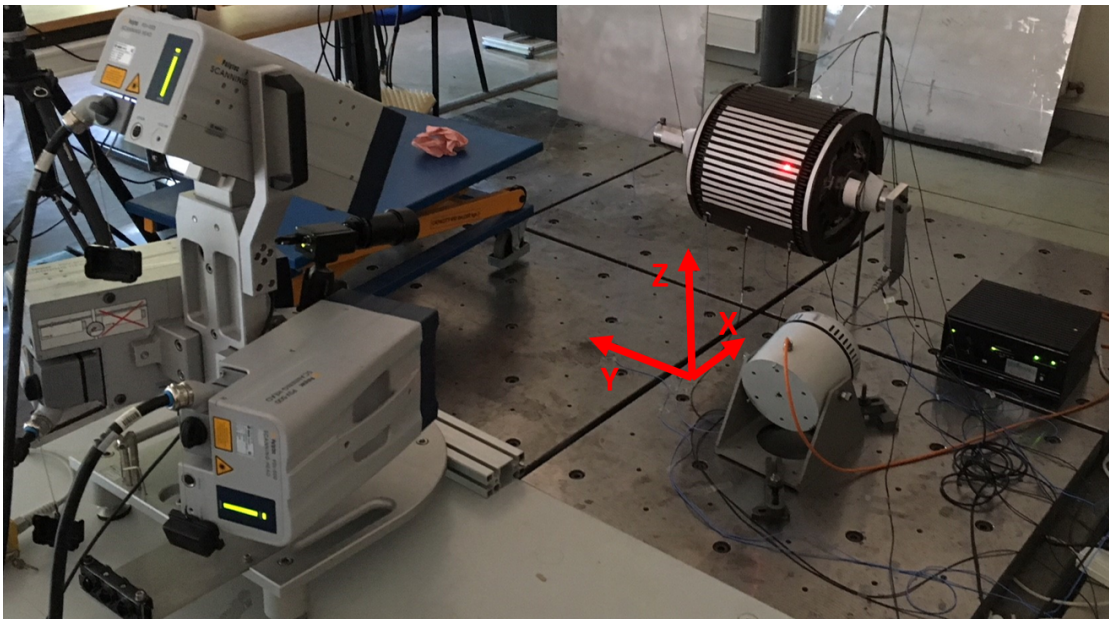
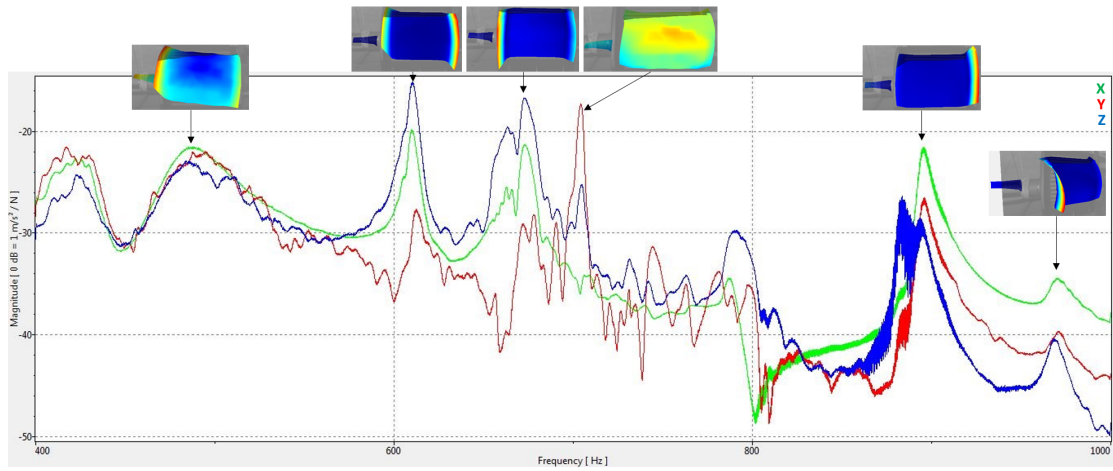
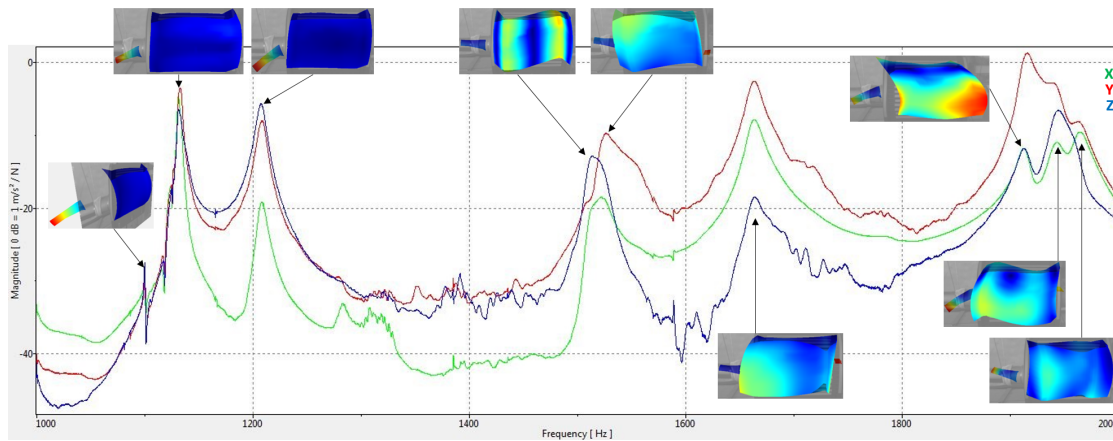


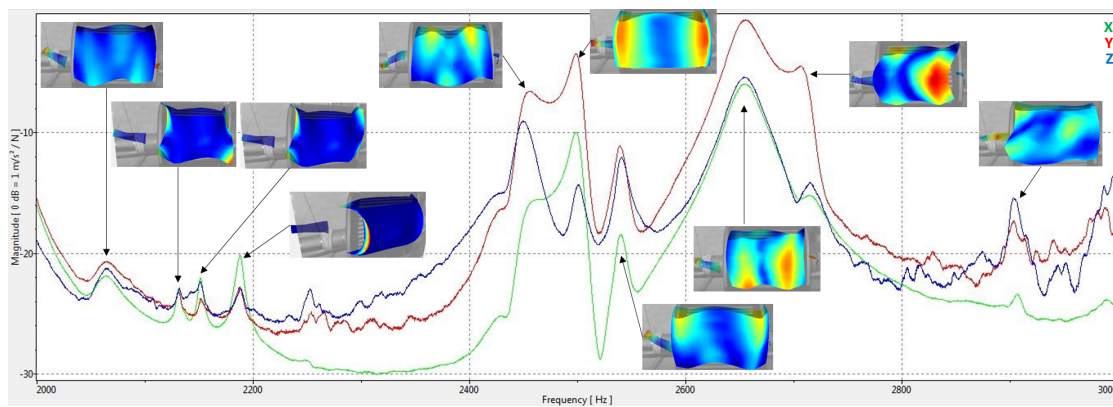
FIGURE V.7 – Configuration d'essai de l'analyse modale du rotor lors de sa deuxième étape d'assemblage



(a) Scan entre 400 et 1000 Hz



(b) Scan entre 1000 et 2000 Hz



(c) Scan entre 2000 et 3000 Hz

FIGURE V.8 – Spectre d'accélération moyen de l'étape 2 d'assemblage du rotor obtenu avec le vibromètre laser Polytec PSV500 3D avec déformées des modes

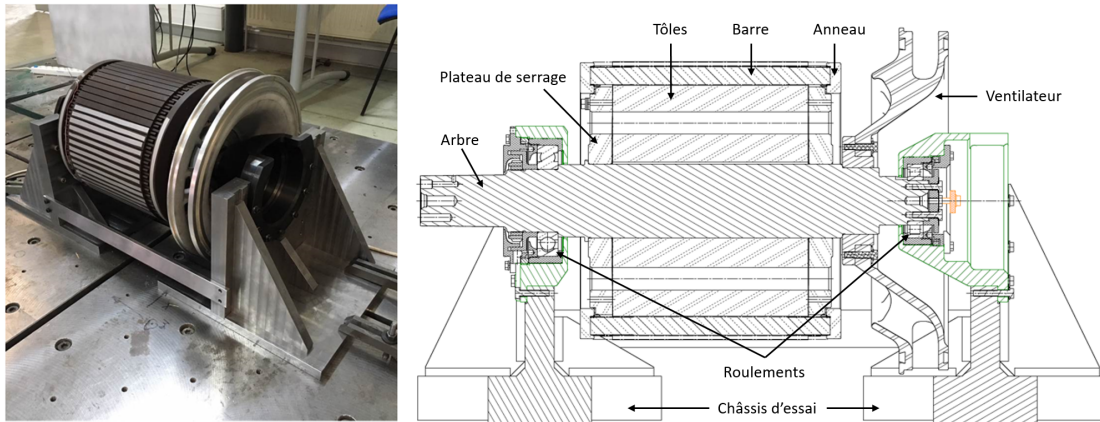


FIGURE V.9 – Châssis d'essai pour l'analyse modale du rotor complet

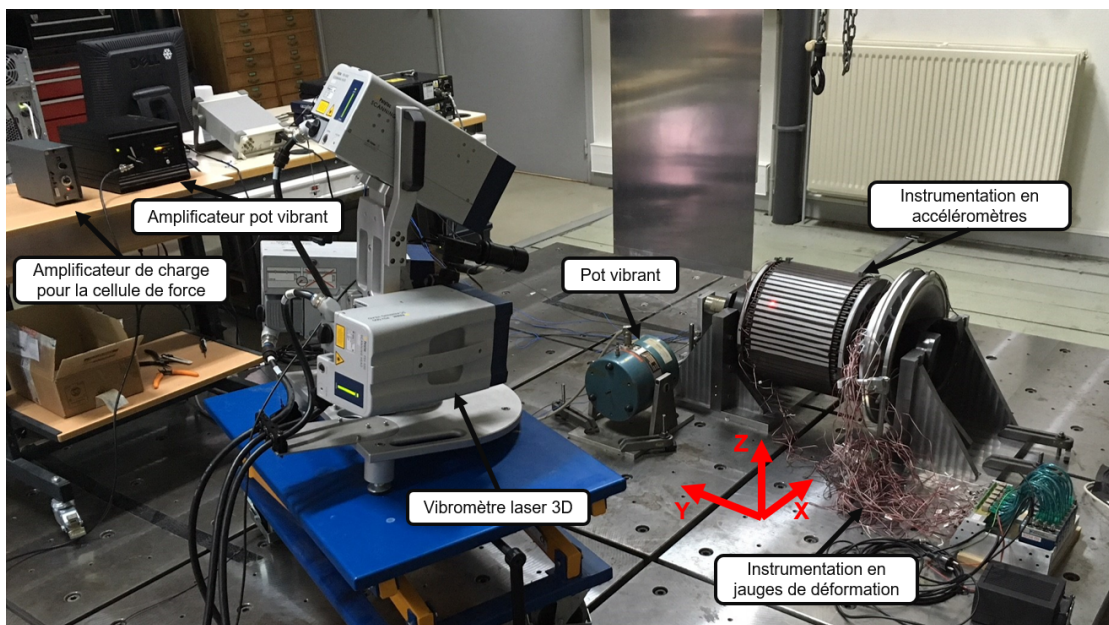
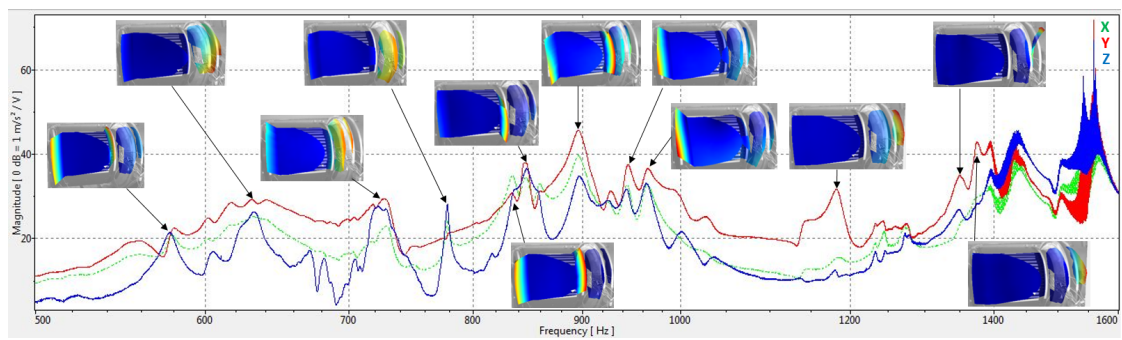
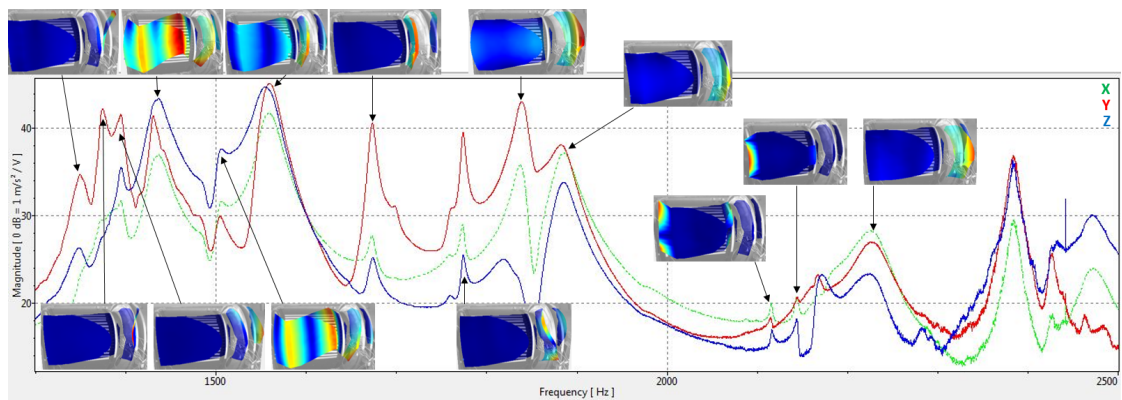


FIGURE V.10 – Configuration d'essai de l'analyse modale du rotor lors de sa troisième étape d'assemblage (rotor complet)





(a) Scan entre 500 et 1600 Hz



(b) Scan entre 1300 et 2500 Hz

FIGURE V.11 – Spectre d'accélération moyen de l'étape 3 d'assemblage du rotor obtenu avec le vibromètre laser Polytec PSV500 3D avec déformées des modes

## V.3 RECALAGE DES PARAMÈTRES MATÉRIAUX

Le but du modèle éléments finis est de simuler le comportement du rotor dans une phase de fonctionnement donnée avec une précision appropriée. En raison des hypothèses de modélisation, les données numériques ne correspondent pas exactement aux données expérimentales. L'objectif de cette section est de présenter la méthodologie utilisée pour recalibrer le modèle éléments finis à partir des données expérimentales. Les quantités d'intérêt sont les fréquences propres et les déformées associées.

### V.3.1 Recalage des pièces seules

Dans un premier temps, l'arbre, l'anneau, la barre, le plateau et le ventilateur sont considérés. Ces pièces étant fabriquées dans des matériaux **homogènes isotropes**, les paramètres à recalibrer sont le module d'Young, le coefficient de Poisson et la masse volumique. La masse volumique est recalibrée par rapport à la pesée de la pièce. Pour les deux autres paramètres, le logiciel AESOP est utilisé, il s'agit d'un logiciel développé au département Mécanique Appliquée de l'institut FEMTO-ST. Ce logiciel permet, entre autre, de faire des études de sensibilité et de la calibration de modèle en pilotant des codes de calcul externes. Pour chaque composant, un tirage de Monte Carlo sur le module d'Young est effectué pour trouver un point de départ pour l'optimisation qui va suivre. Une fois le point de départ trouvé, une calibration de modèle est effectuée en utilisant la méthode de dérivation au premier ordre et en prenant comme paramètres le module d'Young et le coefficient de Poisson. Le module d'Young aura un effet sur la raideur du modèle et donc agira directement sur les valeurs des fréquences des modes, tandis que le coefficient de poisson permettra d'ajuster les déformées modales. La fonction objectif à minimiser est la suivante :

$$f_{obj} = \sum_{j=1}^n |F_{1j}| + |F_{2j}|, \quad (\text{V.1})$$

où  $F_{1j} = \frac{|f_{exp}^j - f_{num}^j|}{f_{exp}^j}$  est l'erreur relative en fréquence propre du  $j^{\text{ème}}$  mode apparié ( $f_{exp}$  désigne la fréquence propre mesurée et  $f_{num}$  la fréquence propre calculée),  $F_{2j} = 1 - MAC(\phi_j, \psi_j)$  est l'erreur relative en déformée modale du  $j^{\text{ème}}$  mode apparié et  $n$  le nombre de modes appariés. Les modes contenus dans  $F_{1j}$  et  $F_{2j}$  sont préalablement appariés en utilisant le critère de MAC :

$$MAC(\phi, \psi) = \frac{\|\{\phi\}^H \{\psi\}\|^2}{\|\{\phi\}\|^2 \|\{\psi\}\|^2}, \quad (\text{V.2})$$

avec  $\phi$  la déformée du mode expérimental et  $\psi$  celle du mode numérique. Le seuil d'appariement est fixé à 0.8.

On effectue un recalage pièce par pièce en vue d'aboutir à un modèle assemblé plus prédictif. Les résultats de ce recalage sont illustrés dans les tables V.9 à

Mode	Avant recalage		Après recalage	
	Erreur en fréquence (%)	MAC	Erreur en fréquence (%)	MAC
1	-2.46	99.6	-0.07	99.6
2	-2.39	99.4	0.01	99.4
3	-2.32	99.0	0.04	99.0
4	-2.28	99.1	0.09	99.1
5	-1.46	80.7	0.00	80.7
6	-2.37	98.8	-0.05	98.8
7	-2.34	98.7	-0.03	98.7

	Avant recalage	Après recalage	Ecart (%)
Module d'Young (MPa)	210000	220519	5,0%
Coefficient de Poisson	0,3	0,326	8,5%
Masse volumique ( $T \cdot mm^{-3}$ )	$7,80 \times 10^{-9}$	$7,80 \times 10^{-9}$	0,0%
Amortissement structural moyen	$0,11 \times 10^{-2}$	$0,11 \times 10^{-2}$	0,0%
Écart type de l'amortissement structural	$0,09 \times 10^{-2}$	$0,09 \times 10^{-2}$	0,0%

TABLE V.9 – Tableau de corrélation avant et après recalage et modification des paramètres matériaux pendant le recalage de l'arbre

V.13. L'arbre et le plateau sont en acier, le ventilateur en aluminium et la barre et l'anneau en cuivre. Il est intéressant de noter que le procédé de fonderie utilisé pour mouler le ventilateur en aluminium conduit à identifier un module diminué d'environ 10 GPa par rapport à celui de l'aluminium standard. Les modèles représentent donc fidèlement les comportements mesurés sur la plage de fréquences d'intérêt.

### V.3.2 Recalage du sous-assemblage

Dans un second temps, on se focalise sur le modèle du paquet de tôles. L'étape d'assemblage n°1 est utilisée pour effectuer ce recalage. Il s'agit de l'étape pour laquelle il y a le moins de composants, ce qui limite donc les méconnaissances. Dans le modèle, les contacts entre les composants arbre, plateaux et tôles sont modélisés par un maillage coïncident. Cette hypothèse a un impact sur les paramètres matériaux identifiés. En effet, l'erreur de modélisation faite en fusionnant les noeuds des différents composants peut artificiellement être compensée par des valeurs erronées des paramètres matériaux identifiées. Les paramètres matériaux utilisés dans les modèles de l'arbre et des plateaux sont ceux identifiés sur le recalage pièce par pièce précédent (voir tableaux V.9 et V.11). On assimile le paquet de tôles à un matériau orthotrope. Il s'agit donc de déterminer les 9 paramètres  $C_{ij}$  de la loi de comportement (VI.1). On travaille communément avec les modules

Mode	Avant recalage		Après recalage	
	Erreur en fréquence (%)	MAC	Erreur en fréquence (%)	MAC
1	-2.69	96.6	-1.06	96.7
2	-2.99	98.0	-1.36	98.0
3	0.70	99.0	2.53	99.0
4	0.56	94.5	2.39	94.5
5	-2.68	95.2	-0.86	95.2
6	-3.17	95.5	-1.36	95.5
7	-3.68	96.5	-1.40	96.6
8	-2.84	93.6	-0.97	93.6
9	-3.12	95.5	-1.26	95.5
10	-0.48	96.4	0.88	96.5
11	-0.83	96.5	0.53	96.6
12	-0.02	97.5	1.65	97.5

	Avant recalage	Après recalage	Ecart (%)
Module d'Young (MPa)	116000	148595	28,1%
Coefficient de Poisson	0,35	0,402	15,0%
Masse volumique ( $T \cdot mm^{-3}$ )	$7,23 \times 10^{-9}$	$8,95 \times 10^{-9}$	23,8%
Amortissement structural moyen	$0,14 \times 10^{-2}$	$0,14 \times 10^{-2}$	0,0%
Écart type de l'amortissement structural	$0,15 \times 10^{-2}$	$0,15 \times 10^{-2}$	0,0%

TABLE V.10 – Tableau de corrélation avant et après recalage et modification des paramètres matériaux pendant le recalage de l'**anneau**

Mode	Avant recalage		Après recalage	
	Erreur en fréquence (%)	MAC	Erreur en fréquence (%)	MAC
1	10.57	98.9	-0.73	98.9
2	10.56	98.8	-0.74	98.8
3	10.35	96.0	-0.01	95.9
4	12.21	96.9	0.75	97.0
5	12.15	98.5	0.70	98.6

	Avant recalage	Après recalage	Ecart (%)
Module d'Young (MPa)	210000	181478	-13,6%
Coefficient de Poisson	0,3	0,325	8,4%
Masse volumique ( $T.mm^{-3}$ )	$7,00 \times 10^{-9}$	$7,43 \times 10^{-9}$	6,1%
Amortissement structural moyen	$0,06 \times 10^{-2}$	$0,06 \times 10^{-2}$	0,0%
Écart type de l'amortissement structural	$0,02 \times 10^{-2}$	$0,02 \times 10^{-2}$	0,0%

TABLE V.11 – Tableau de corrélation avant et après recalage et modification des paramètres matériaux pendant le recalage du **plateau**

Mode	Avant recalage		Après recalage	
	Erreur en fréquence (%)	MAC	Erreur en fréquence (%)	MAC
1	11.06	98.0	-0.58	98.0
2	12.01	97.4	0.25	97.4
3	12.58	96.3	0.73	96.3
4	9.45	81.9	-0.12	81.9
5	11.49	90.1	-0.29	90.1

	Avant recalage	Après recalage	Ecart (%)
Module d'Young (MPa)	117614	93662,3	-20,4%
Coefficient de Poisson	0,35	0,299	-14,6%
Masse volumique ( $T.mm^{-3}$ )	$8,70 \times 10^{-9}$	$8,645 \times 10^{-9}$	-0,6%
Amortissement structural moyen	$1,60 \times 10^{-2}$	$1,60 \times 10^{-2}$	0,0%
Écart type de l'amortissement structural	$1,50 \times 10^{-2}$	$1,50 \times 10^{-2}$	0,0%

TABLE V.12 – Tableau de corrélation avant et après recalage et modification des paramètres matériaux pendant le recalage de la **barre**

Mode	Avant recalage		Après recalage	
	Erreur en fréquence (%)	MAC	Erreur en fréquence (%)	MAC
1	-0.66	99.6	-4.79	99.6
2	-0.69	99.5	-4.81	99.5
3	13.59	81.9	9.07	81.9
4	5.96	96.2	1.75	96.2
5	7.18	96.0	1.54	96.1
6	7.02	95.8	1.81	95.8
7	5.42	97.7	0.27	97.7
8	5.26	96.8	-0.14	96.8
9	4.83	96.4	-0.58	96.5
10	7.52	95.3	2.82	95.3
11	-1.59	88.6	-5.98	89.7
12	4.72	87.6	0.16	87.6
13	2.81	86.9	-1.20	87.2
14	2.13	88.9	-1.80	89.3

	Avant recalage	Après recalage	Ecart (%)
Module d'Young (MPa)	70000	60335	-13,8%
Coefficient de Poisson	0,3	0,262	-12,8%
Masse volumique ( $T.mm^{-3}$ )	$2,71 \times 10^{-9}$	$2,543 \times 10^{-9}$	-6,2%
Amortissement structural moyen	$0,24 \times 10^{-2}$	$0,24 \times 10^{-2}$	0,0%
Écart type de l'amortissement structural	$0,21 \times 10^{-2}$	$0,21 \times 10^{-2}$	0,0%

TABLE V.13 – Tableau de corrélation avant et après recalage et modification des paramètres matériaux pendant le recalage du **ventilateur**

ingénieurs définis par :

$$\begin{cases} E_1 = \frac{1}{S_{11}} \\ E_2 = \frac{1}{S_{22}} \\ E_3 = \frac{1}{S_{33}} \end{cases} \quad (\text{V.3})$$

$$\begin{cases} \nu_{12} = -S_{12}E_1 \\ \nu_{23} = -S_{23}E_2 \\ \nu_{31} = -S_{31}E_3 \\ \nu_{21} = \frac{E_2}{E_1}\nu_{12} \\ \nu_{32} = \frac{E_3}{E_2}\nu_{23} \\ \nu_{13} = \frac{E_1}{E_3}\nu_{31} \end{cases} \quad (\text{V.4})$$

$$\begin{cases} G_{12} = S_{44} \\ G_{23} = S_{55} \\ G_{31} = S_{66} \end{cases} \quad (\text{V.5})$$

où les termes  $S_{ij}$  sont les termes de la matrice de souplesse  $[S] = [C]^{-1}$ . En effet, ces modules sont plus faciles à interpréter physiquement.

Une analyse de sensibilité est effectuée au préalable afin d'évaluer l'influence des paramètres matériaux homogénéisés du paquet de tôles sur les fréquences propres et les déformées associées. Afin de respecter la stabilité du matériau, certaines restrictions sont imposées sur les constantes élastiques [Marcon 19]. La première condition impose que les modules soient positifs :

$$E_1, E_2, E_3, G_{12}, G_{23}, G_{31} > 0. \quad (\text{V.6})$$

La deuxième condition porte sur le déterminant de la matrice  $[S]$  qui doit être positif :

$$1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{31}\nu_{13} - \nu_{23}\nu_{32} - 2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13} > 0, \quad (\text{V.7})$$

ce qui conduit aux relations suivantes :

$$\begin{cases} E_1 > \nu_{12}^2 E_2 \\ E_2 > \nu_{23}^2 E_3 \\ E_3 > \nu_{31}^2 E_1. \end{cases} \quad (\text{V.8})$$

Les résultats de l'étude de sensibilité sur le mode de torsion sont illustrés sur la figure V.12. Chaque scatterplot illustre les échantillons de paramètres d'un même tirage de Monte Carlo tracés selon différents points de vue. L'ordonnée des graphes de la figure V.12a correspond à l'écart relatif en fréquence propre et l'ordonnée des graphes de la figure V.12b correspond à l'écart relatif en déformée modale. La valeur représentée est notée de façon générique "feature" sur les figures. Pour le mode de torsion, les paramètres les plus sensibles sont les modules de cisaillement  $G_{12}$  et  $G_{23}$  pour ce qui concerne la fréquence propre et le module  $E_2$  pour la sensibilité à la déformée (Ici, la direction 2 correspond à l'axe du rotor). Ces paramètres doivent donc être réglés avec le plus d'attention.

Au vu de la géométrie du rotor, on peut supposer que les propriétés élastiques présentent une symétrie de révolution autour de l'axe du rotor : on assimile donc

le paquet de tôles à un matériau isotrope transverse. Ainsi, il vient, pour un rotor d'axe  $Y$ , les égalités supplémentaires suivantes :

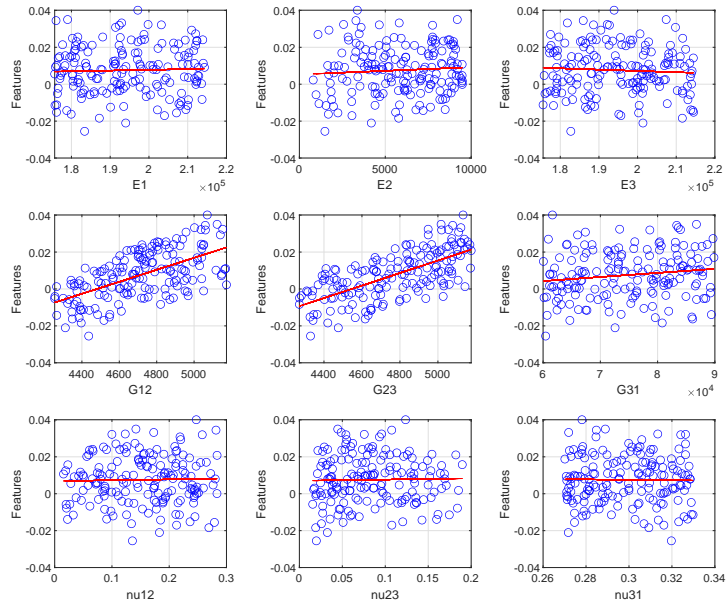
$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 = E_3 \\ \nu_{12} = \nu_{32} \\ \nu_{23} = \nu_{21} \\ \nu_{31} = \nu_{13} \\ G_{12} = G_{23} \\ G_{31} = \frac{E_3}{2(1+\nu_{31})} = \frac{E_1}{2(1+\nu_{13})}. \end{array} \right. \quad (\text{V.9})$$

Dans la mesure où les tôles sont en acier, on peut faire l'hypothèse que les modules d'Young selon les directions  $X$  et  $Z$  (directions transverses à l'empilement) sont égaux au module d'Young de l'acier :  $E_1 = E_3 = 195000$  MPa (valeur mesurée sur les tôles). De la même manière, on fixe les valeurs des coefficients de Poisson  $\nu_{31} = \nu_{13} = 0.3$  et  $\nu_{12} = \nu_{32} = 0.3$ . Ainsi, en utilisant les relations liant les coefficients (équation V.9), il vient  $G_{31} = 75000$  MPa.

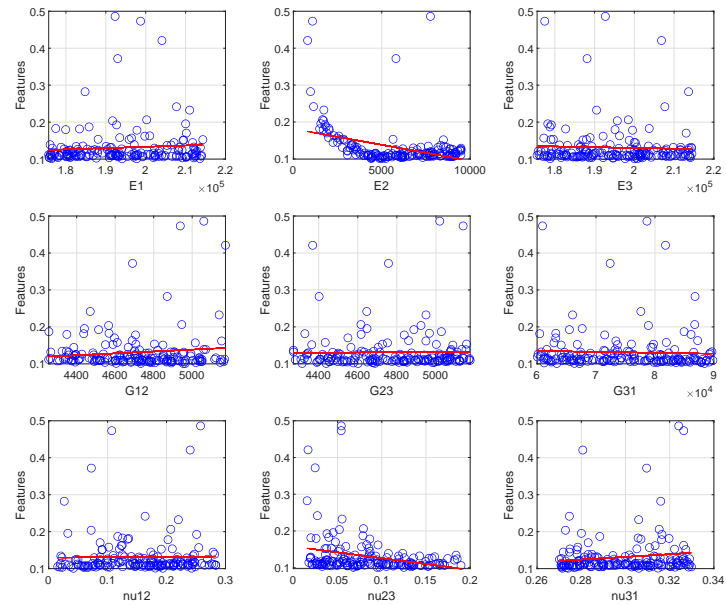
Une nouvelle analyse de sensibilité utilisant des tirages vérifiant les relations (V.9), conduit aux résultats illustrés sur la figure V.13. On choisit de fixer les modules de cisaillement  $G_{12} = G_{23} = 4707$  MPa au vu de la figure V.13a. En effet, c'est pour cette valeur que l'erreur sur la fréquence propre du mode de torsion s'annule.

Enfin, en réalisant l'étude de sensibilité en ayant fixé  $G_{12} = G_{23}$ , on obtient les résultats illustrés sur la figure V.14. On remarque encore une fois que c'est le paramètre  $E_2$  qui est le plus influent sur la déformée. Une optimisation visant à minimiser la fonction objectif définie à l'équation (V.1) a conduit à  $E_2 = 11052$  MPa. Ainsi, par les relations (V.4), il vient  $\nu_{23} = \nu_{21} = 0.017$ .



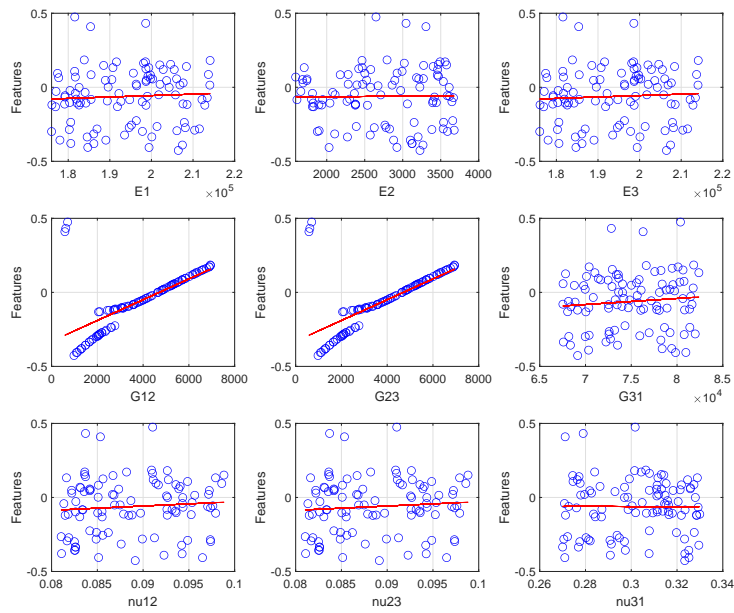


(a) Sensibilité de la **fréquence propre** du mode de torsion : scatterplot représentant l'écart relatif en fréquence sur l'ensemble des tirages en fonction de chaque paramètre ainsi qu'une regression linéaire (en rouge)

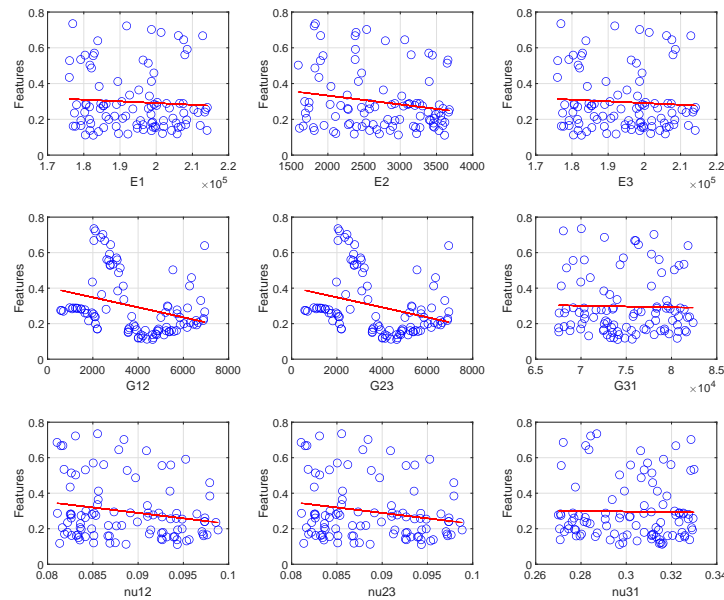


(b) Sensibilité de la **déformée** du mode de torsion : scatterplot représentant l'erreur relative en déformée sur l'ensemble des tirages en fonction de chaque paramètre ainsi qu'une regression linéaire (en rouge)

FIGURE V.12 – Étude de sensibilité de la fréquence propre et de la déformée modale du premier mode de torsion du rotor par rapport aux paramètres matériaux du paquet de tôles



(a) Sensibilité de la **fréquence propre** du mode de torsion : scatterplot représentant l'écart relatif en fréquence sur l'ensemble des tirages en fonction de chaque paramètre ainsi qu'une regression linéaire (en rouge)

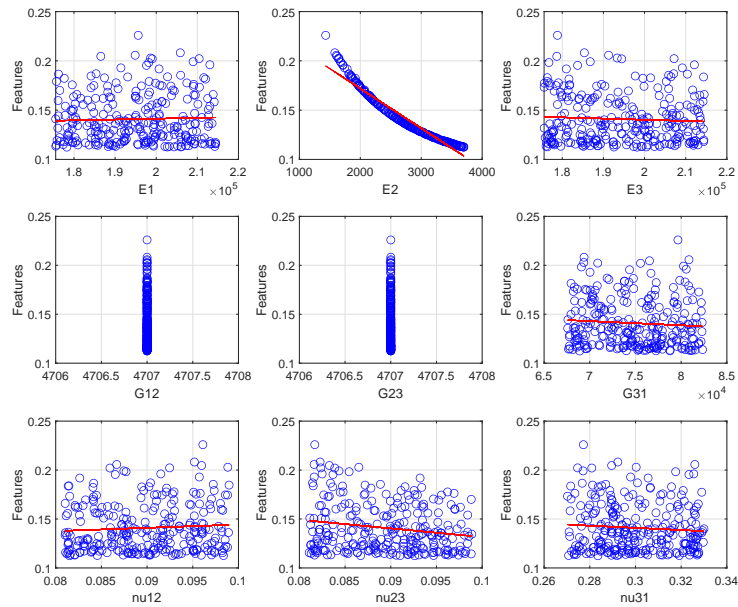


(b) Sensibilité de la **déformée** du mode de torsion : scatterplot représentant l'erreur relative en déformée sur l'ensemble des tirages en fonction de chaque paramètre ainsi qu'une regression linéaire (en rouge)

FIGURE V.13 – Étude de sensibilité par rapport aux paramètres matériaux du paquet de tôles vérifiant les égalités (V.9)



(a) Sensibilité de la **fréquence propre** du mode de torsion : scatterplot représentant l'écart relatif en fréquence sur l'ensemble des tirages en fonction de chaque paramètre ainsi qu'une regression linéaire (en rouge)



(b) Sensibilité de la **déformée** du mode de torsion : scatterplot représentant l'erreur relative en déformée sur l'ensemble des tirages en fonction de chaque paramètre ainsi qu'une regression linéaire (en rouge)

FIGURE V.14 – Étude de sensibilité par rapport aux paramètres matériaux du paquet de tôles avec  $G_{12} = G_{23} = 4707$  MPa

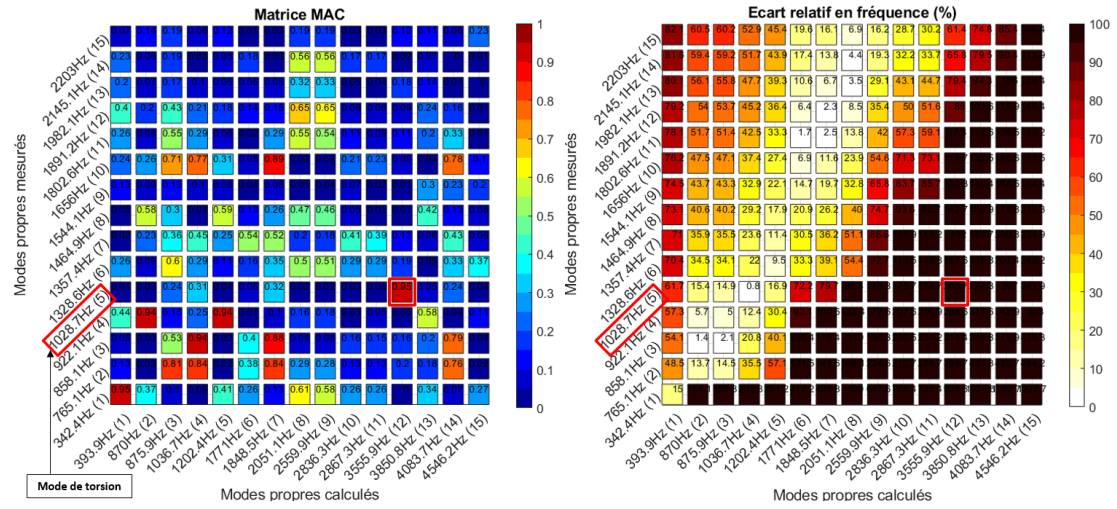
## V.4 CONCLUSIONS

La première partie de ce chapitre a permis de caractériser expérimentalement le comportement dynamique du rotor au travers d'analyses modales expérimentales réalisées pièce par pièce et pour plusieurs niveaux d'assemblage du rotor. Ces essais ont permis d'identifier les paramètres modaux du rotor et de définir un modèle recalé de référence avec des données matériaux effectives pour le module et l'amortissement. Une attention particulière a été portée au matériau équivalent du paquet de tôles. Il est supposé isotrope transverse. Les paramètres matériaux du paquet de tôles à l'issue du recalage sont les suivants :

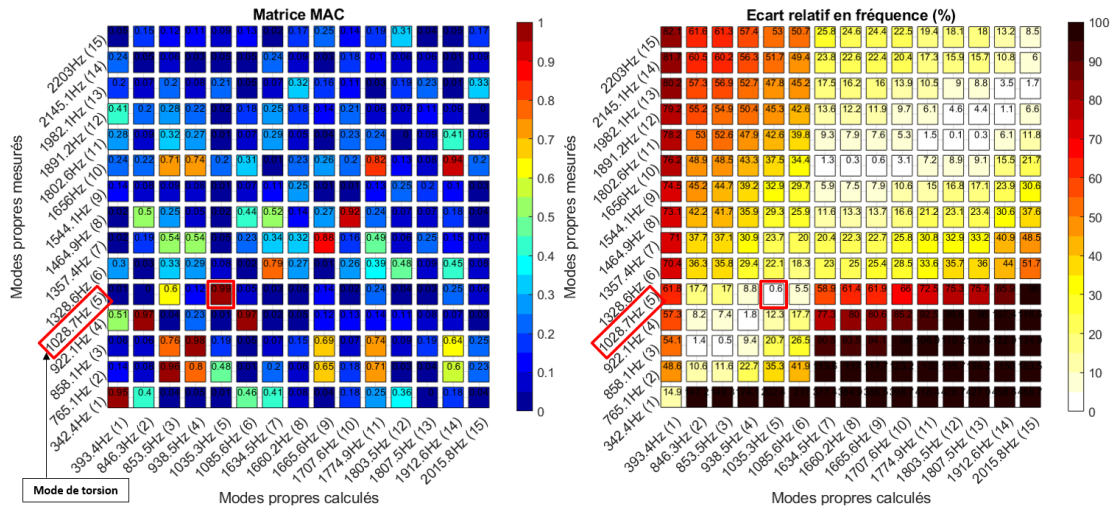
$$\left\{ \begin{array}{l} E_1 = E_3 = 195000 \text{ MPa} \\ E_2 = 11052 \text{ MPa} \\ \nu_{12} = \nu_{32} = 0.3 \\ \nu_{23} = \nu_{21} = 0.017 \\ \nu_{31} = \nu_{13} = 0.3 \\ G_{12} = G_{23} = 4707 \text{ MPa} \\ G_{31} = \frac{E_3}{2(1+\nu_{31})} = \frac{E_1}{2(1+\nu_{13})} = 75000 \text{ MPa} \end{array} \right. \quad (\text{V.10})$$

L'amortissement structural moyen obtenu pour la première étape d'assemblage (étape utilisée pour effectuer le recalage du paquet de tôles) est de  $\bar{\eta} = 0.31 \times 10^{-2}$  et l'écart type est  $\sigma_{\eta} = 0.16 \times 10^{-2}$ .

La matrice MAC entre les modes mesurés et les modes calculés avec ces paramètres matériaux pour le paquet de tôles est illustrée sur la figure V.15b. Ce résultat est supposé être le meilleur que l'on puisse obtenir en faisant l'hypothèse d'un unique matériau isotrope transverse pour représenter le paquet de tôles. On remarque notamment que le mode de torsion mesuré à 1028 Hz est très bien corrélé avec un critère de MAC à 0.99 et un écart relatif en fréquence de 0.68%. Les premiers modes de flexion sont également bien corrélés. La corrélation est plus discutable à plus hautes fréquences, ce qui illustre plus généralement la difficulté à modéliser les assemblages. À titre de comparaison, la figure V.15a illustre la matrice MAC pour laquelle le paquet de tôles est représenté par un acier isotrope. On observe un mode de torsion dont la fréquence est trop élevée (3555 Hz calculé pour 1028 Hz mesuré) bien que son critère MAC soit de 0.95.



(a) Paquet de tôles isotrope en acier ( $E = 195000 \text{ MPa}$ ,  $\nu = 0.3$  et  $\rho = 7.65 \times 10^{-9} \text{ T/mm}^3$ )



(b) Paquet de tôles isotrope transverse recalé (valeurs de l'équation V.10)

FIGURE V.15 – Matrices MAC et écarts relatifs en fréquence entre les modes calculés et mesurés de l'assemblage n°1 du rotor

---

---

# Chapitre VI

## Prédiction des paramètres matériaux du paquet de tôles

---

<b>VI.1</b>	<b>Introduction</b> .....	100
<b>VI.2</b>	<b>Caractérisation expérimentale de la loi de contact entre les tôles</b> .....	102
	VI.2.1 Essai de compression.....	103
	VI.2.2 Essai de torsion .....	105
<b>VI.3</b>	<b>Homogénéisation asymptotique non-linéaire</b> .....	109
	VI.3.1 Présentation du modèle.....	109
	VI.3.2 Cas de charge.....	110
	VI.3.3 Détermination des modules d'élasticité.....	113
<b>VI.4</b>	<b>Cas d'application académique</b> .....	117
	VI.4.1 Présentation du cas académique : poutre précontrainte ..	117
	VI.4.2 Corrélation essai/calcul.....	118
<b>VI.5</b>	<b>Cas d'application industriel</b> .....	124
	VI.5.1 Présentation du cas industriel .....	124
	VI.5.2 Corrélation essai/calcul.....	126
<b>VI.6</b>	<b>Conclusions</b> .....	131

## VI.1 INTRODUCTION

Comme nous l'avons vu précédemment, les rotors de moteurs électriques sont composés de centaines de tôles d'acier qui constituent le paquet de tôles. Le circuit magnétique est laminé avec des tôles isolées entre elles de manière à réduire les pertes et à limiter l'élévation de température due aux courants de Foucault [Faye 14]. Cela permet d'améliorer les performances et d'éviter la surchauffe de la machine. Cet avantage du point de vue du dimensionnement magnétique et thermique conduit à rendre le comportement mécanique du paquet de tôles assez compliqué. Les tôles ne pouvant pas être modélisées individuellement par la méthode des éléments finis pour des raisons évidentes de temps de calcul, les techniques d'homogénéisation offrent une approche intéressante permettant de déterminer un modèle de **matériau homogène équivalent** ayant un comportement similaire au milieu hétérogène, dans un cadre applicatif donné. [Chauvicourt 16] propose une revue bibliographique des techniques d'homogénéisation dans un cadre multidisciplinaire : électromagnétisme, thermique et mécanique. Dans notre cas, nous nous intéressons à la modélisation mécanique. Les grandes familles de méthodes peuvent être classifiées comme suit :

- les méthodes expérimentales : essais quasi-statiques, mesures par ultrasons ou encore recalage par rapport à un modèle éléments finis vibratoire [Van der Giet 12, Marcon 19, Van Der Giet 08a] ;
- les méthodes analytiques de type loi des mélanges [Gay 14, Van der Giet 12, Millithaler 15] ;
- les méthodes d'homogénéisation périodique à base de développements asymptotiques [Begis 83, Begis 81, Bakhvalov 12, Bensoussan 11] ;
- et les méthodes d'homogénéisation périodique à base de conditions aux limites empiriques [Millithaler 15, Millithaler 18, Luchscheider 14].

Il existe aussi des méthodes qui ne prennent pas la périodicité comme hypothèse [Bornert 01]. L'objectif de ces méthodes est de déterminer les coefficients de la matrice de loi de comportement homogène  $[C]$  telle que  $\{\sigma\} = [C]\{\epsilon\}$ . Dans le cas d'un matériau orthotrope, elle s'écrit [Chevalier 88] :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{12} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{31} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sym. & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{11} \\ \epsilon_{22} \\ \epsilon_{33} \\ 2\epsilon_{12} \\ 2\epsilon_{23} \\ 2\epsilon_{31} \end{pmatrix}. \quad (\text{VI.1})$$

[Baloglu 20] compare trois méthodes d'homogénéisation (loi des mélanges, homogénéisation analytique et homogénéisation numérique) pour déterminer les propriétés équivalentes d'un paquet de tôles avec résine. L'auteur précise qu'au-delà de la méthode choisie, il est primordial de bien connaître les matériaux de base qui constituent l'assemblage. Les travaux présentés dans [Millithaler 15] modélisent l'assemblage de tôles par un matériau orthotrope pour lequel les propriétés

élastiques sont homogénéisées à l'aide d'une série de calculs statiques linéaires. Les méthodologies développées pour le paquet de tôles stator ne sont pas forcément applicables pour le rotor, en effet la résine (absente dans les rotors) peut avoir une influence significative sur le comportement [Dupont 12]. Les propriétés matériaux des paquets de tôles rotor peuvent être affectées par des perturbations telles que la friction ou la précharge liée au maintien des tôles. En plus des pressions radiales et latérales, le process de fabrication induit des contraintes pendant la mise en position des barres et des anneaux de court-circuit [Bruzzese 16a, Finley 01]. Pendant la vie du rotor, s'ajoutent à ces contraintes liées à la fabrication, des contraintes quasi-statiques liées à la mise en rotation du rotor et à l'effet centrifuge qui pousse les pièces (notamment les barres et les anneaux) à s'écarter de l'axe de rotation, ainsi que des contraintes dynamiques liées à l'excitation magnétique responsable de la mise en mouvement du rotor. Millithaler propose dans [Millithaler 18] une méthodologie pour prendre en compte la précharge et la friction lors de l'homogénéisation du matériau. Cette méthode repose sur la création de zones sur lesquelles sont appliquées les précharges. Un point particulièrement intéressant dans la méthode proposée est la prise en compte des effets non-linéaires via la construction d'un superélément sur lequel est appliquée une série de calculs statiques linéaires pour identifier les termes de la matrice de souplesse correspondant à une configuration de précontrainte donnée. Ainsi, le superélément est calculé à partir de la linéarisation autour de cette précontrainte.

Lorsque les tôles sont en contact les unes avec les autres, une modélisation représentative de ces contacts est primordiale. En effet, une corrélation existe entre la propriété de rugosité des tôles et le comportement en raideur de leur assemblage [Luchscheider 12]. Dans ce sens, [Luchscheider 14] a proposé une méthode utilisant un volume équivalent qui intègre les non-linéarités en supposant que la rugosité de la surface de contact dépend de la pression d'entôlage. Le comportement dynamique étant dépendant des interactions à l'échelle microscopique, les auteurs de [Baloglu 17] et [Baloglu 18] ont proposé d'identifier les paramètres matériaux du paquet de tôles à l'aide d'une technique d'homogénéisation en ajoutant une loi de contact pour traduire les interactions via une formulation par pénalisation. L'approche consiste à ajouter à la loi de comportement classique un terme constant dont les paramètres de pénalité sont identifiés à partir de données d'essai de compression. [Baloglu 18] a montré que les fonctions de pénalités de type cubique ou exponentielle étaient appropriées pour décrire le comportement dynamique du contact dans les paquets de tôles.

Dans le cas d'application de cette thèse, le rotor est constitué de plus de 500 tôles. Ces tôles sont de fines couches d'acier magnétique M400-50A d'épaisseur 0.5 mm. Elles sont mises en contact les unes avec autres après une étape de phosphatation. Ainsi, alors que la présence de résine se traduit habituellement par un comportement viscoélastique, la configuration étudiée ici met en jeu du frottement sec entre les tôles. Par ailleurs, les tôles sont maintenues entre elles seulement par leur frettage sur l'arbre et la pression appliquée de part et d'autre par les plateaux de serrage lors de l'étape d'assemblage (celle-ci sera détaillée dans la section VI.5.1).



On a vu au chapitre V comment recalibrer un modèle numérique à partir d'analyses modales expérimentales. Cela a permis d'identifier les paramètres des différents composants du rotor. Cependant, cette méthode requiert d'avoir un rotor (à plusieurs niveaux d'assemblage) à disposition pour pouvoir faire les essais. De plus, on a vu que cette méthode pouvait avoir ses limites. On propose dans ce chapitre une méthode permettant de déterminer les paramètres matériaux du paquet de tôles a priori, c'est-à-dire sans avoir besoin de faire des essais vibratoires sur le rotor ou ses composants. Le comportement mécanique du paquet de tôles est intimement lié aux conditions de contact entre tôles. On propose donc, dans un premier temps, d'analyser ces conditions afin d'identifier une loi de contact permettant de modéliser le comportement statique d'un assemblage de tôles en fonction de la précontrainte. Ce modèle sera intégré à une méthode d'homogénéisation asymptotique qui sera validée sur un cas-test académique (poutre précontrainte). Finalement, on appliquera cette méthode au rotor de la thèse, après avoir estimé les niveaux de précontrainte grâce à une simulation du procédé d'entôlage.

## VI.2 CARACTÉRISATION EXPÉRIMENTALE DE LA LOI DE CONTACT ENTRE LES TÔLES

À la manière de [Baloglu 18], des essais de caractérisation de la loi de contact entre les tôles sont effectués. Ils visent à identifier les paramètres de la loi pression-déplacement. Le montage expérimental utilisé est illustré sur la figure VI.1. La

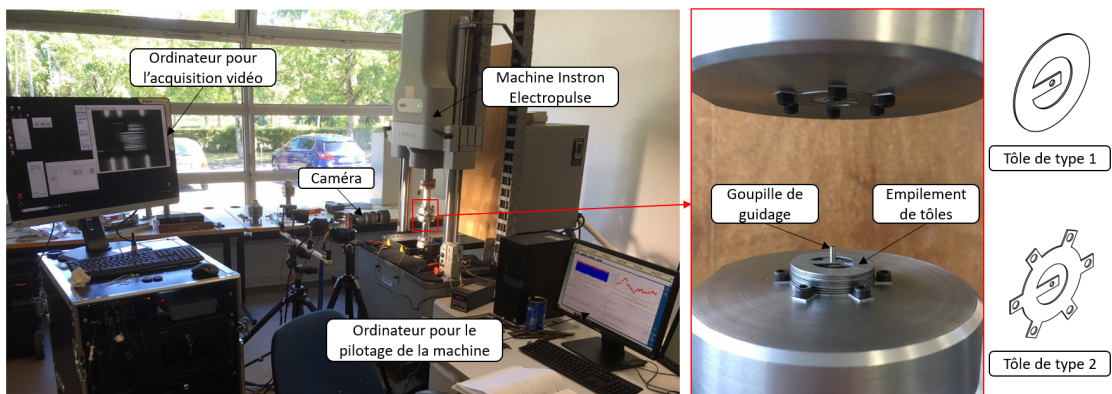


FIGURE VI.1 – Vues de l'essai de caractérisation des tôles

caractérisation est réalisée à l'aide de la machine Instron Electropulse. Il s'agit d'une machine avec laquelle on peut réaliser des essais de compression et de torsion. L'échantillon testé est un empilement de 22 tôles : 20 tôles de type 1 et 2 tôles de type 2 (voir figure VI.1). Les tôles de type 2 servent principalement à assurer la liaison avec les mors de la machine. Les tôles de type 1 représentent un échantillon du paquet de tôles. Ces tôles sont réalisées dans le même matériau que celles

du rotor, et ont la même épaisseur. Leur diamètre extérieur est de 30 mm et leur diamètre intérieur est de 16 mm. Elles ont été obtenues par découpe laser. L'analyse de la surface d'une tôle est fournie en annexe A. Une goupille permet de maintenir les tôles centrées. La zone de compression/frottement est une zone annulaire, les portions de liaison à la goupille sont disposées en quinconce. Une cellule de force intégrée à la machine de test permet de mesurer la force appliquée sur l'échantillon. La force de compression maximale de la machine est de 8 kN menant à une contrainte maximale dans l'échantillon de 16 MPa. Un capteur inductif est utilisé afin de mesurer le déplacement. Chaque essai est filmé par une caméra haute définition. Deux types d'essai sont réalisés : des essais de compression et des essais de torsion.

### VI.2.1 Essai de compression

L'essai de compression réalisé consiste à appliquer un effort variant de 0 à 8 kN sur l'échantillon, dans le but de tracer l'évolution de la pression appliquée en fonction du déplacement. Le cycle de charge-décharge est répété dix fois. Les résultats sont illustrés sur la figure VI.2. Les valeurs de déplacement affichées ont été divisées par le nombre de contact par rapport aux données mesurées de manière à étudier la raideur de l'empilement pour un contact et deux demi-tôles. Au bout de

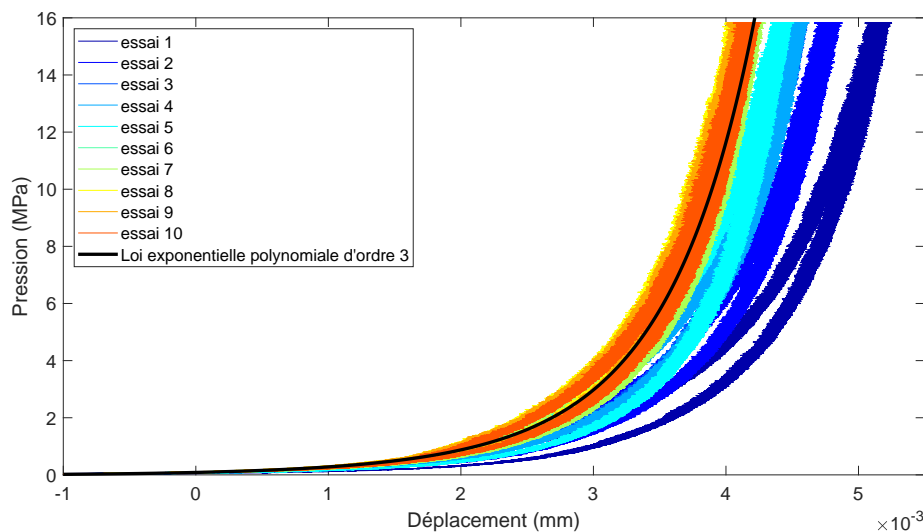


FIGURE VI.2 – Courbe pression-déplacement pour dix cycles de charge-décharge

cinq essais, on constate que les courbes se superposent. La raideur de contact que l'on cherche à identifier ne peut pas se faire directement sur les signaux mesurés. On choisit donc un modèle analytique arbitraire, représentant au mieux les données mesurées, et dont la dérivation fournira la raideur de l'assemblage testé. Une loi de type exponentielle polynomiale  $e^{P(x)}$  où  $P(x)$  est un polynôme d'ordre 3 a donné satisfaction (courbe noire sur la figure VI.2). Les coefficients du polynôme sont

déterminés à l'aide de la fonction *polyfit* de Matlab de manière à minimiser l'écart au sens des moindres carrés entre les courbes expérimentales des cinq derniers essais et la fonction exponentielle polynomiale. La raideur d'assemblage, notée  $K_{exp}$ , est obtenue en dérivant la loi exponentielle polynomiale. La raideur matériau est donnée par  $K_{mat} = \frac{E}{h} = 3.9 \times 10^5$  MPa/mm avec  $E$  le module d'Young de la tôle et  $h$  son épaisseur. On assimile les deux demi-tôles et le contact entre les deux à 3 ressorts en série. Ainsi, la raideur de contact est déterminée par la relation :

$$K_{cont} = \frac{1}{\frac{1}{K_{exp}} - \frac{1}{K_{mat}}}. \quad (VI.2)$$

La figure VI.3 illustre les courbes de raideur. La raideur matériau, de l'ordre de 15 fois plus élevée que la raideur de contact sur l'intervalle de pression considéré, mène à une raideur d'assemblage proche de la raideur de contact.

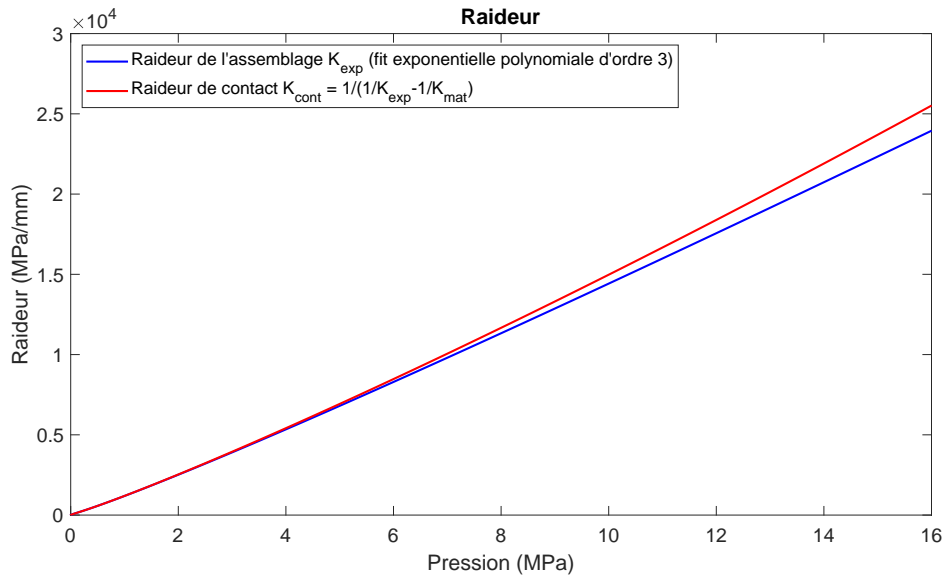


FIGURE VI.3 – Courbes de raideur en fonction de la pression

Dans le logiciel Optistruct 2019.2 utilisé pour effectuer les modélisations mécaniques, la loi de contact exponentielle disponible est définie par la fonction suivante :

$$p(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < -C_0 \\ P_0 h \frac{(e^h - 1)}{(e^1 - 1)} & \text{si } -C_0 < x < C_1 \\ p(C_1) + K_{final}(x - C_1) & \text{si } x > C_1 \end{cases} \quad (VI.3)$$

où  $p$  est la pression (en MPa),  $x$  est le déplacement (en mm),  $h = (x + C_0)/C_0$ , les coefficients  $C_0$  (en mm) et  $P_0$  (en MPa) sont des paramètres à identifier,  $C_1 = 6C_0$  et  $K_{final} = \frac{dp}{dx}(C_1)$  est la dérivée de la pression au point  $C_1$ . Les paramètres de la loi sont déterminés à l'aide de la fonction *lsqcurvefit* de Matlab de manière à minimiser l'écart au sens des moindres carrés entre la raideur de contact  $K_{cont}$

obtenue expérimentalement et la loi de raideur du logiciel éléments finis obtenue en dérivant la fonction définie à l'équation VI.3. Cette loi sera utilisée dans la méthode d'homogénéisation proposée au paragraphe VI.3.

Il n'est à ce jour pas possible de définir dans le logiciel éléments finis une courbe de charge et de décharge distincte. Le même modèle est donc utilisé dans les deux cas, ce qui peut induire des écarts lors des simulations mettant en jeu des charges et décharges successives, comme ce sera le cas plus loin.

### VI.2.2 Essai de torsion

Étant donné que l'on s'intéresse aux modes de vibration de torsion du rotor, on cherche à caractériser les conditions d'adhérence et de frottement entre deux tôles. Ce type d'essai consiste à appliquer une précharge sur l'échantillon (comme pour l'essai de compression) et d'imposer une rotation au mors supérieur de la machine d'un certain angle. L'échantillon testé est le même qu'à la section précédente, il est constitué de 22 tôles. Trois niveaux de rotation sont testés :  $\pm 0.1^\circ$ ,  $\pm 0.2^\circ$  et  $\pm 0.3^\circ$ , en régime quasi-statique (vitesse de rotation utilisée :  $0.05^\circ/\text{s}$ ). La figure VI.4 illustre le traitement d'image réalisé sur les vidéos prises pendant l'essai. Chaque point rouge correspond à une tôle. On détermine le déplacement de chaque tôle en détectant les différences de contraste sur un ensemble de pixels durant le mouvement. Les graphiques de droite illustrent le déplacement de chacune des 20 tôles en fonction du temps (fréquence d'acquisition des images :  $0.4 \text{ Hz}$ ). On observe un glissement entre la troisième et la quatrième tôle (en partant du bas) sur l'essai avec une rotation de  $\pm 0.3^\circ$  d'une part car on constate une rupture dans l'alignement des points mais aussi car deux groupes de courbes se distinguent sur le graphique associé. Au contraire, pour l'essai à  $\pm 0.2^\circ$ , les tôles restent en adhérence.

La figure VI.5 illustre l'évolution du ratio effort tangentiel sur effort normal en fonction de la position angulaire pour différentes précharges appliquées sur l'empilement de tôles et pour plusieurs amplitudes de rotation du mors supérieur. Ce ratio est défini par :

$$f = \frac{C}{FR_{eq}} \quad (\text{VI.4})$$

où  $C$  est le couple,  $F$  est l'effort de précharge et  $R_{eq} = \frac{2}{3} \frac{R_e^3 - R_i^3}{R_e^2 - R_i^2}$  est le rayon équivalent avec  $R_e$  le rayon extérieur de la surface de contact et  $R_i$  le rayon intérieur. Le ratio  $f$  est inférieur ou égal au coefficient de frottement statique. On constate que plus la rotation du mors supérieur est grande, plus il y a dissipation jusqu'à atteindre la zone de glissement. Comme on l'avait remarqué sur la figure VI.4, pour une précharge de  $5 \text{ MPa}$ , le glissement apparaît à partir de  $\pm 0.3^\circ$ . Plus la précharge est grande, plus l'aire de l'hystérésis est petite pour une même amplitude de rotation du mors supérieur. De façon complémentaire, la figure VI.6 illustre l'évolution du ratio  $f$  en fonction de la vitesse angulaire. La lecture de ces graphes permet d'estimer un coefficient de frottement statique compris entre  $0.31$  et  $0.50$  et un coefficient de frottement dynamique compris entre  $0.27$  et  $0.50$ . Ces résultats permettront d'alimenter le modèle de contact lors de l'homogénéisation.

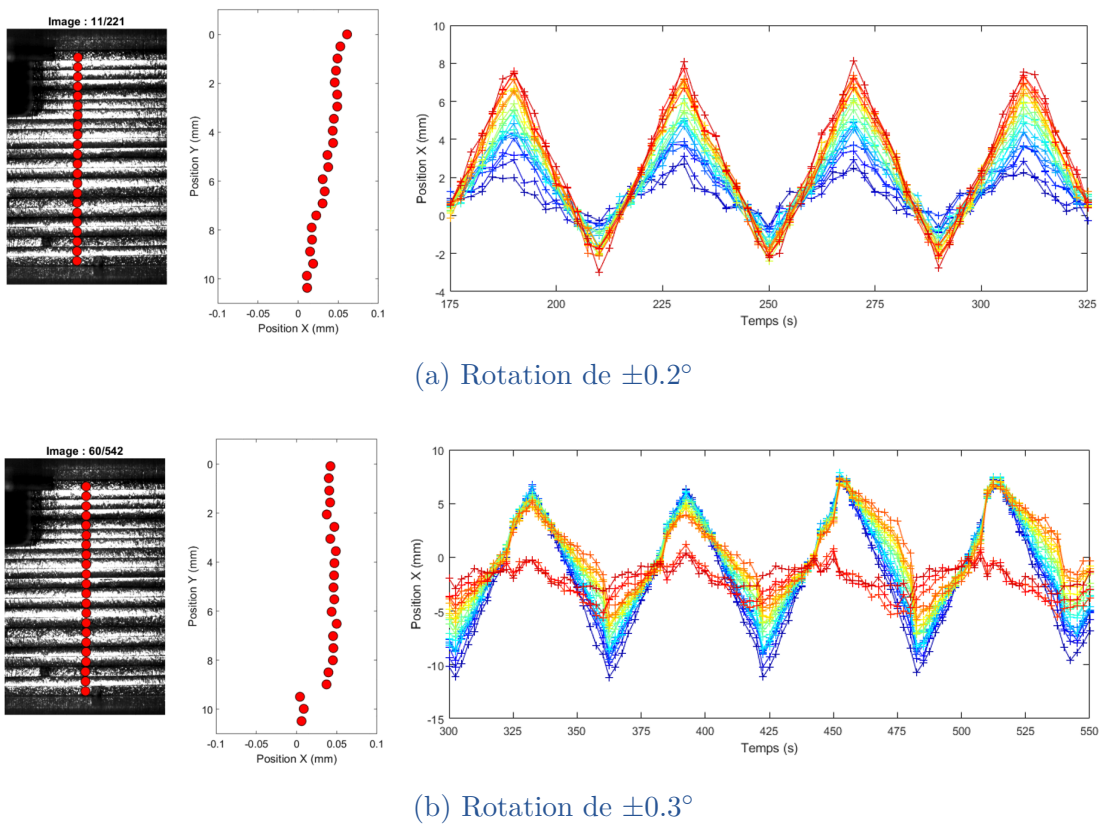
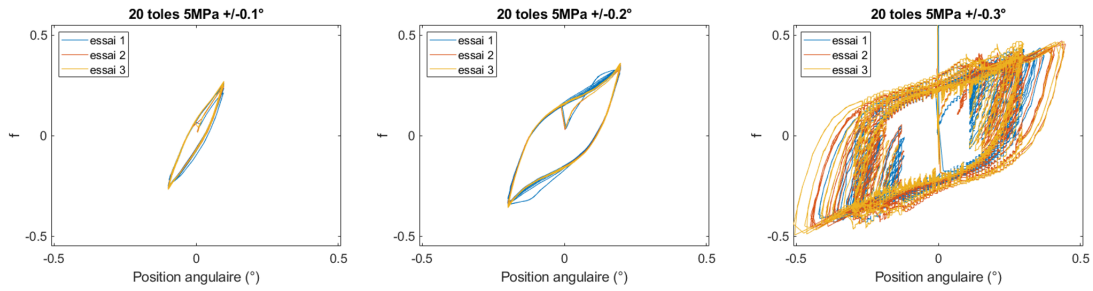
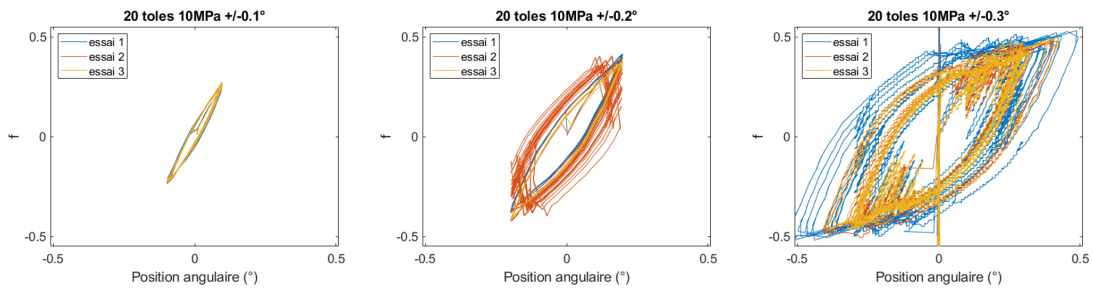


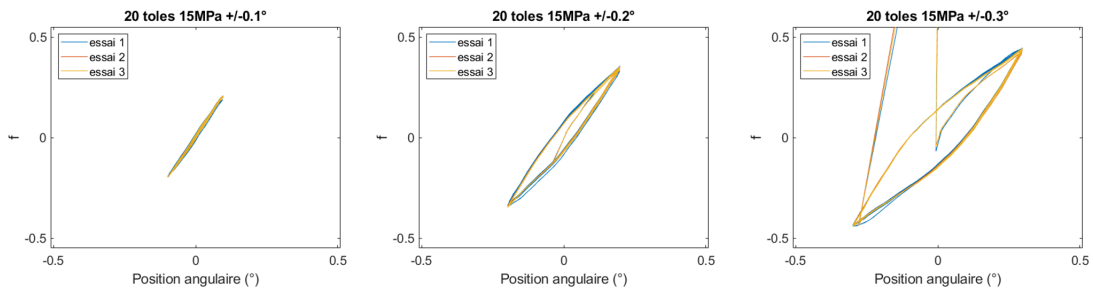
FIGURE VI.4 – Post-traitement des déplacements pour une précharge de 5 MPa



(a) Précharge de 5 MPa

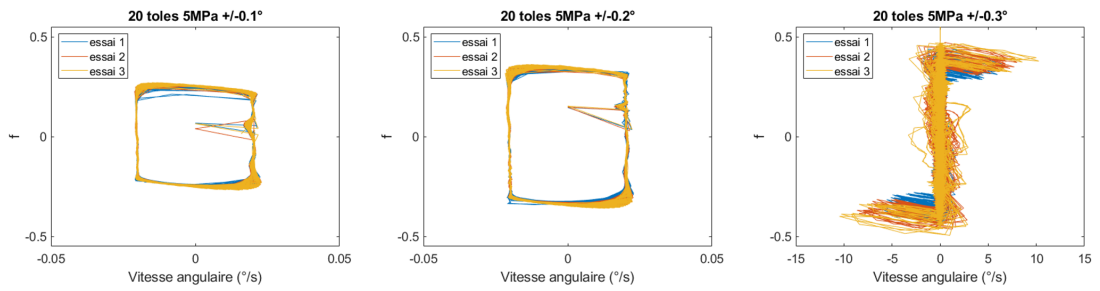


(b) Précharge de 10 MPa

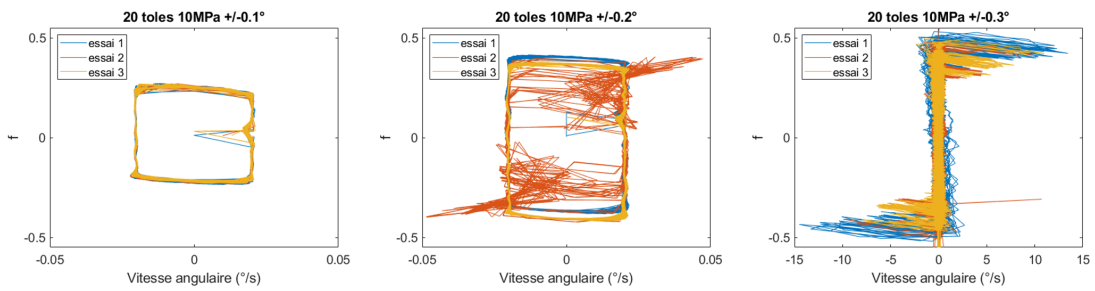


(c) Précharge de 15 MPa

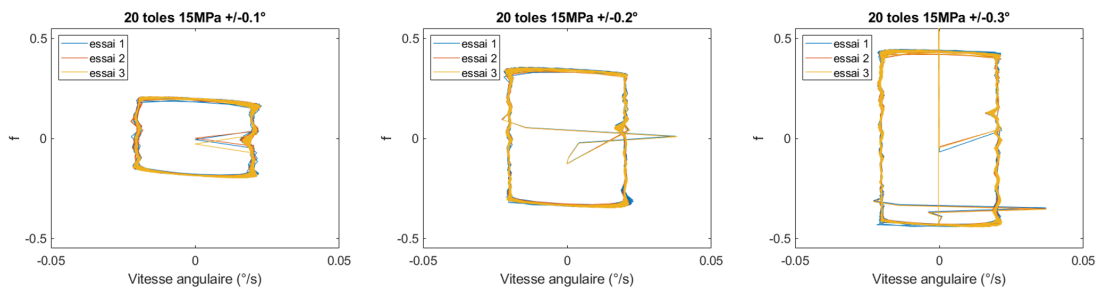
FIGURE VI.5 – Évolution du ratio effort tangentiel sur effort normal  $f$  en fonction de la position angulaire pour différentes précharges et différentes amplitudes de cycle de rotation



(a) Précharge de 5 MPa



(b) Précharge de 10 MPa



(c) Précharge de 15 MPa

FIGURE VI.6 – Évolution du ratio effort tangentiel sur effort normal  $f$  en fonction de la vitesse angulaire pour différentes précharges et différentes amplitudes de cycle de rotation

## VI.3 HOMOGENÉISATION ASYMPTOTIQUE NON-LINÉAIRE

L'objectif de cette partie est de proposer une méthode d'homogénéisation de l'empilement de tôles permettant d'identifier les paramètres du matériau équivalent. Étant donnée la symétrie de révolution du rotor autour de son axe, le matériau du paquet de tôles peut être assimilé à un matériau isotrope transverse dont on cherche à déterminer les coefficients de la matrice de loi de comportement permettant de décrire le comportement dynamique du rotor.

### VI.3.1 Présentation du modèle

À la manière de la méthode proposée dans [Millithaler 18], une série de calculs non-linéaires quasi-statiques sur un Volume Élémentaire Représentatif (VER) est effectuée afin de déterminer les modules d'élasticité équivalents. La différence réside dans le fait que l'empilement de tôles de Millithaler est imprégné de résine, or dans le cas d'application de cette thèse les tôles ne sont pas recouvertes de vernis. Les tôles étant précontraintes lors de l'étape d'assemblage, il est nécessaire de prendre en compte les conditions de contact pour déterminer le comportement homogène équivalent.

La méthode proposée s'appuie sur la construction d'un modèle éléments finis représentant un VER constitué de deux demi tôles en acier d'épaisseurs respectives  $\frac{L_y}{2} = 0.25$  mm et dont les paramètres matériaux sont  $E = 195000$  MPa,  $\nu = 0.3$  et  $\rho = 7.65 \times 10^{-9}$  T/mm<sup>3</sup> (figure VI.7). Les longueurs des côtés du VER sont choisies telles que  $L_x = L_z = 1$  mm. Le contact entre les deux tôles est modélisé par une loi de contact exponentielle dont les paramètres ont été déterminés expérimentalement dans la section VI.2.1.

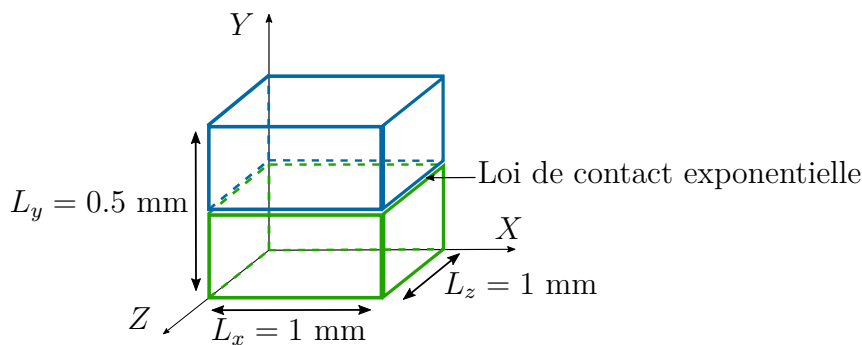


FIGURE VI.7 – Volume Élémentaire Représentatif (VER)



### VI.3.2 Cas de charge

Les cas de charge présentés dans cette section sont issus de la théorie de l'homogénéisation périodique asymptotique [Oliveira 11]. Une attention particulière doit être portée aux conditions aux limites de façon à garantir la périodicité de l'hétérogénéité de la microstructure. Une manière d'implémenter la méthode d'homogénéisation asymptotique dans un code de calcul du commerce est présentée dans [Barroqueiro 16].

Un premier calcul permettant de précontraindre le VER est illustré sur la figure VI.8. Il s'agit d'un calcul préalable à tous les cas de charge décrits ensuite, c'est-à-dire que ces derniers partent tous de l'état final de ce premier calcul. Les conditions aux limites sont les suivantes :

- $v(x, 0, z) = 0$  ;
- $u(0, y, z) = 0$  et  $u(L_x, y, z) = 0$  ;
- $w(x, y, 0) = 0$  et  $w(x, y, L_z) = 0$  ;
- $\sigma(x, L_y, z) \cdot \vec{y} = -p_{\text{précharge}} \vec{y}$  ;

où  $u$ ,  $v$  et  $w$  sont les déplacements selon les axes  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  respectivement,  $\sigma$  est le tenseur des contraintes et  $p_{\text{précharge}}$  est la pression de précharge en MPa.

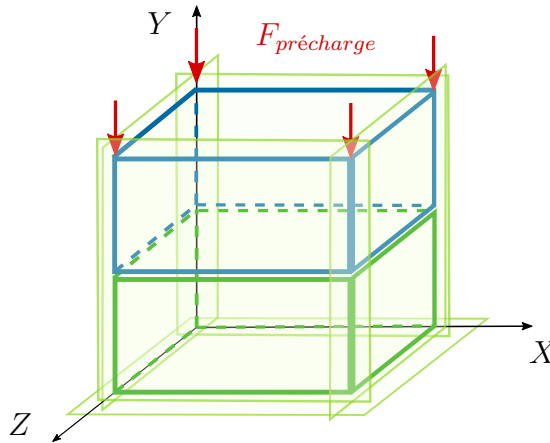


FIGURE VI.8 – Étape 1 : précharge

Le premier cas de charge est une traction selon la direction  $X$  (figure VI.9a). Les conditions aux limites sont les suivantes :

- $v(x, 0, z) = 0$  ;
- $u(0, y, z) = -\delta$  et  $u(L_x, y, z) = \delta$  ;
- $w(x, y, 0) = 0$  et  $w(x, y, L_z) = 0$  ;
- $\sigma(x, L_y, z) \cdot \vec{y} = -p_{\text{précharge}} \vec{y}$  ;

où  $\delta$  est la perturbation en déplacement en mm. Le deuxième cas de charge est une traction selon  $Y$ . Concrètement, il s'agit du même cas de charge que la précharge

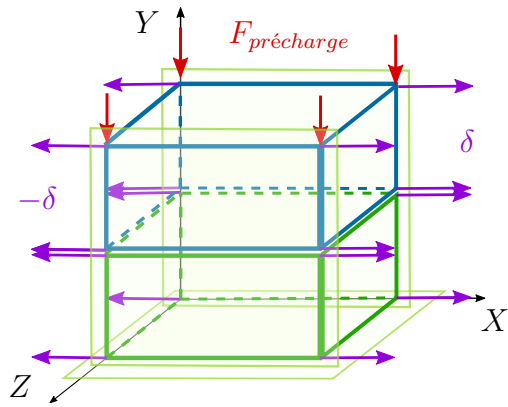
mais avec une pression  $p_\delta < p_{précharge}$ . Le cas de charge suivant est un cisaillement  $XY$  (figure VI.9b). Les conditions aux limites sont les suivantes :

- $v(x, y, z) = V(x, y, z)$  où  $V$  correspond au déplacement déterminé en fin de précharge ;
- $u(x, 0, z) = -\delta$  et  $u(x, L_y, z) = \delta$  ;
- $w(x, y, z) = 0$  ;
- $u(0, y, z) = u(L_x, y, z)$  sauf pour les noeuds dont le déplacement  $u$  est déjà imposé. En pratique, cette contrainte est imposée à l'aide de MPC dans le modèle éléments finis.

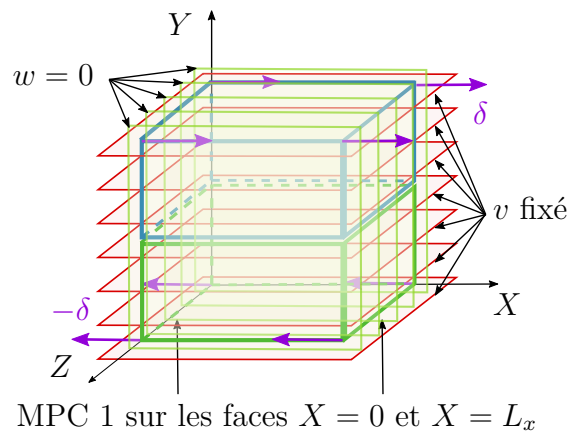
Le dernier cas de charge est un cisaillement  $ZX$  (figure VI.9c). Les conditions aux limites sont les suivantes :

- $v(x, y, z) = V(x, y, z)$  où  $V$  correspond au déplacement déterminé en fin de précharge ;
- $u(x, y, 0) = -\delta$  et  $u(x, y, L_z) = \delta$  ;
- $w(x, y, z) = 0$  ;
- $u(0, y, z) = u(L_x, y, z)$  sauf pour les noeuds dont le déplacement  $u$  est déjà imposé. En pratique, cette contrainte est imposée à l'aide de MPC dans le modèle éléments finis.

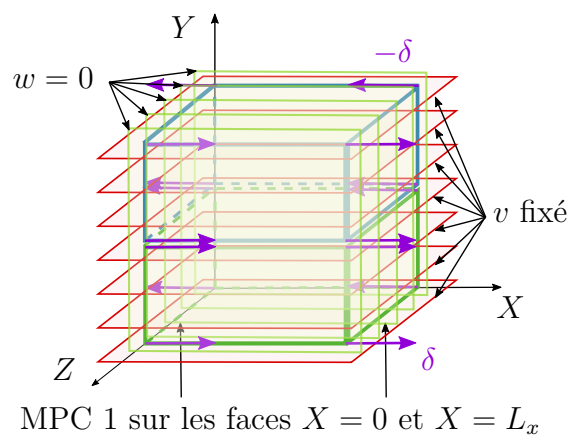
Ces conditions aux limites permettent de maintenir la pression de précharge tout en évitant le gauchissement lié au cisaillement du VER.



(a) Traction selon  $X$



(b) Cisaillement  $G_{12}$



(c) Cisaillement  $G_{31}$

FIGURE VI.9 – Cas de charge

### VI.3.3 Détermination des modules d'élasticité

Afin de déterminer les propriétés homogénéisées, on développe les contraintes et les déformations en séries de Taylor tronquées au 1<sup>er</sup> ordre. Pour le tenseur des contraintes, cette décomposition s'écrit :

$$\sigma(X) = \sigma(X_0) + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial X} \right)_{X_0} (X - X_0) + o(X - X_0). \quad (\text{VI.5})$$

avec  $X$  le vecteur de déplacement courant et  $X_0$  le vecteur de déplacement statique résultant de la précharge. En notant  $\delta = X - X_0$  la perturbation en déplacement, la relation devient :

$$\sigma(X) = \sigma(X_0) + \left( \frac{\partial \sigma}{\partial X} \right)_{X_0} \delta + o(\delta). \quad (\text{VI.6})$$

Le terme  $\sigma(X_0)$  constitue la composante statique qui correspond à la précharge ; le terme  $\left( \frac{\partial \sigma}{\partial X} \right)_{X_0} \delta$  correspond à une perturbation linéarisée autour de la précharge. Il correspond à la partie dynamique qui nous intéresse pour caractériser le mouvement vibratoire. Ainsi, il vient :

$$\left( \frac{\partial \sigma}{\partial X} \right)_{X_0} \delta \approx \tilde{\sigma} = \sigma(X) - \sigma(X_0). \quad (\text{VI.7})$$

De la même manière pour les déformations :

$$\epsilon(X) = \epsilon(X_0) + \left( \frac{\partial \epsilon}{\partial X} \right)_{X_0} \delta + o(\delta), \quad (\text{VI.8})$$

et ainsi :

$$\left( \frac{\partial \epsilon}{\partial X} \right)_{X_0} \delta \approx \tilde{\epsilon} = \epsilon(X) - \epsilon(X_0). \quad (\text{VI.9})$$

Les modules d'élasticité sont identifiés à partir de  $\tilde{\sigma}$  et  $\tilde{\epsilon}$ . Le tenseur des contraintes  $\tilde{\sigma}$  est obtenu à partir des contraintes moyennes des éléments du VER :

$$\tilde{\sigma} = \overline{\sigma(X)} - \overline{\sigma(X_0)}, \quad (\text{VI.10})$$

avec  $\overline{\sigma(X)}$  la moyenne des contraintes dans le VER à la fin du cas de charge étudié (traction ou cisaillement) et  $\overline{\sigma(X_0)}$  la moyenne des contraintes dans le VER à la fin du cas de charge de précharge. Le tenseur des déformations est défini par :

$$\begin{aligned} \tilde{\epsilon} &= \epsilon(X) - \epsilon(X_0) \\ &= \begin{pmatrix} \frac{u}{L_x} & \frac{1}{2} \left( \frac{u}{L_y} + \frac{v}{L_x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{w}{L_x} + \frac{u}{L_z} \right) \\ & \frac{v}{L_y} & \frac{1}{2} \left( \frac{v}{L_z} + \frac{w}{L_y} \right) \\ \text{sym} & & \frac{w}{L_z} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \frac{u_0}{L_x} & \frac{1}{2} \left( \frac{u_0}{L_y} + \frac{v_0}{L_x} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{w_0}{L_x} + \frac{u_0}{L_z} \right) \\ & \frac{v_0}{L_y} & \frac{1}{2} \left( \frac{v_0}{L_z} + \frac{w_0}{L_y} \right) \\ \text{sym} & & \frac{w_0}{L_z} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (\text{VI.11})$$

où  $u$ ,  $v$  et  $w$  sont les déplacements moyens du VER à la fin du cas de charge étudié (traction ou cisaillement) et  $u_0$ ,  $v_0$  et  $w_0$  sont les déplacements moyens du VER à la fin du cas de charge de précharge. Le calcul de  $\tilde{\sigma}$  et  $\tilde{\epsilon}$  est effectué pour chaque cas de charge (traction et cisaillement). Les axes  $X$  et  $Z$  jouant le même rôle (on rappelle que  $L_x = L_z$ ), on obtient les tenseurs pour une traction selon  $Z$  par les égalités suivantes :

$$\begin{cases} \sigma_{11Z} = \sigma_{33X} \\ \sigma_{22Z} = \sigma_{22X} \\ \sigma_{33Z} = \sigma_{11X} \\ \epsilon_{11Z} = \epsilon_{33X} \\ \epsilon_{22Z} = \epsilon_{22X} \\ \epsilon_{33Z} = \epsilon_{11X} \end{cases} \quad (\text{VI.12})$$

En pseudo-inversant le système matriciel suivant :

$$\begin{pmatrix} \widetilde{\sigma}_{11X} \\ \widetilde{\sigma}_{22X} \\ \widetilde{\sigma}_{33X} \\ \widetilde{\sigma}_{11Y} \\ \widetilde{\sigma}_{22Y} \\ \widetilde{\sigma}_{33Y} \\ \widetilde{\sigma}_{11Z} \\ \widetilde{\sigma}_{22Z} \\ \widetilde{\sigma}_{33Z} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \widetilde{\epsilon}_{11X} & 0 & 0 & \widetilde{\epsilon}_{22X} & 0 & \widetilde{\epsilon}_{33X} \\ 0 & \widetilde{\epsilon}_{22X} & 0 & \widetilde{\epsilon}_{11X} & \widetilde{\epsilon}_{33X} & 0 \\ 0 & 0 & \widetilde{\epsilon}_{33X} & 0 & \widetilde{\epsilon}_{22X} & \widetilde{\epsilon}_{11X} \\ \widetilde{\epsilon}_{11Y} & 0 & 0 & \widetilde{\epsilon}_{22Y} & 0 & \widetilde{\epsilon}_{33Y} \\ 0 & \widetilde{\epsilon}_{22Y} & 0 & \widetilde{\epsilon}_{11Y} & \widetilde{\epsilon}_{33Y} & 0 \\ 0 & 0 & \widetilde{\epsilon}_{33Y} & 0 & \widetilde{\epsilon}_{22Y} & \widetilde{\epsilon}_{11Y} \\ \widetilde{\epsilon}_{11Z} & 0 & 0 & \widetilde{\epsilon}_{22Z} & 0 & \widetilde{\epsilon}_{33Z} \\ 0 & \widetilde{\epsilon}_{22Z} & 0 & \widetilde{\epsilon}_{11Z} & \widetilde{\epsilon}_{33Z} & 0 \\ 0 & 0 & \widetilde{\epsilon}_{33Z} & 0 & \widetilde{\epsilon}_{22Z} & \widetilde{\epsilon}_{11Z} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} C_{11} \\ C_{22} \\ C_{33} \\ C_{12} \\ C_{23} \\ C_{31} \end{pmatrix}, \quad (\text{VI.13})$$

on obtient les coefficients  $C_{ij}$  que l'on range dans la matrice de loi de comportement :

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{31} \\ & C_{22} & C_{23} \\ \text{sym} & & C_{33} \end{bmatrix}. \quad (\text{VI.14})$$

L'inverse de cette matrice est la matrice de souplesse  $S = C^{-1}$ . Ainsi, on détermine les modules d'élasticité grâce aux relations les liant aux coefficients  $S_{ij}$  de la matrice de souplesse :

$$\begin{cases} E_1 = \frac{1}{S_{11}} \\ E_2 = \frac{1}{S_{22}} \\ E_3 = \frac{1}{S_{33}} \end{cases} \quad (\text{VI.15})$$

$$\begin{cases} \nu_{12} = -S_{12}E_1 \\ \nu_{23} = -S_{23}E_2 \\ \nu_{31} = -S_{31}E_3 \end{cases} \quad (\text{VI.16})$$

$$\begin{cases} \nu_{21} = \frac{E_2}{E_1}\nu_{12} \\ \nu_{32} = \frac{E_2}{E_3}\nu_{23} \\ \nu_{13} = \frac{E_1}{E_3}\nu_{31} \end{cases} \quad (\text{VI.17})$$

Pour les modules de cisaillement, les coefficients sont découplés car on suppose que le matériau équivalent est un matériau isotrope transverse, on détermine alors les modules par une simple division :

$$\begin{cases} G_{12} = \frac{\widetilde{\sigma}_{12}}{\widetilde{\epsilon}_{12}} = \frac{\sigma_{12} - \sigma_{12}^0}{\epsilon_{12} - \epsilon_{12}^0} \\ G_{31} = \frac{\widetilde{\sigma}_{31}}{\widetilde{\epsilon}_{31}} = \frac{\sigma_{31} - \sigma_{31}^0}{\epsilon_{31} - \epsilon_{31}^0} \end{cases} \quad (\text{VI.18})$$

Les axes  $X$  et  $Z$  étant équivalents, on a  $G_{23} = G_{12}$ .

Les figures VI.10 à VI.12 illustrent l'évolution des différents modules d'élasticité obtenus en fonction de la précharge et du coefficient de frottement statique. Le paramètre  $\delta$  est fixé à  $8 \times 10^{-6}$  mm. Cette valeur correspond à un niveau de déplacement périphérique des tôles lorsque le rotor subit un mouvement de torsion observé en conditions opérationnelles. **Les variations des modules d'élasticité en fonction de  $\delta$  sont négligeables tant que  $\delta$  reste petit devant le déplacement lié à la précharge. En effet, multiplier ou diviser  $\delta$  par 10 n'engendre qu'un écart relatif de 4% sur les modules  $E_2$  et  $\nu_{23}$ , pour les autres modules d'élasticité l'écart relatif est inférieur à 0.4%.** Comme on pouvait s'y attendre, les modules  $E_1$  et  $G_{31}$  du VER sont égaux aux modules de l'acier des tôles. Conformément aux attentes, le module d'Young dans la direction de l'empilement  $E_2$  augmente en fonction de la précharge et ne varie pas en fonction du coefficient de frottement. De même, le module de cisaillement  $G_{12}$  augmente avec la précharge et le coefficient de frottement.

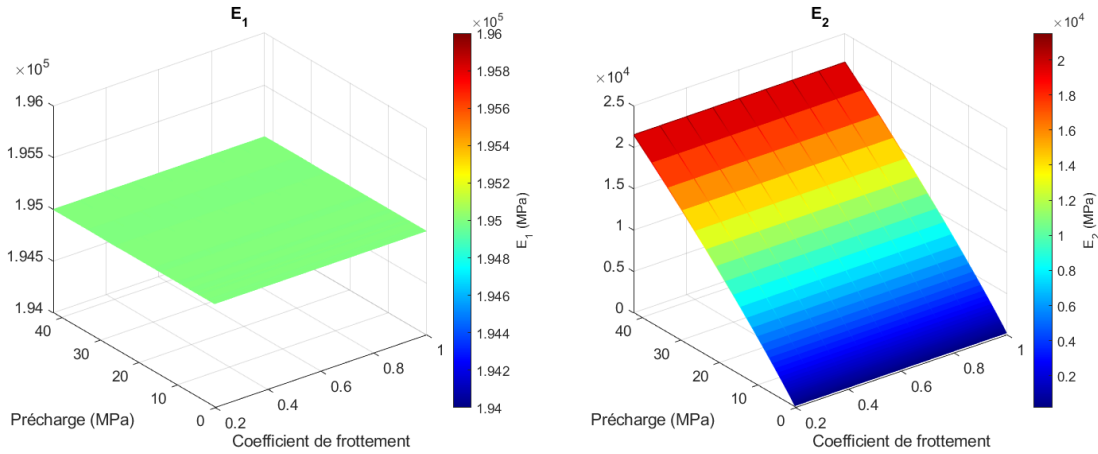


FIGURE VI.10 – Évolution des modules d'Young  $E_1$  et  $E_2$  en fonction de la précharge et du coefficient de frottement

Deux applications de la méthode d'homogénéisation sur un cas académique et industriel sont présentées dans les sections suivantes. Les modules dépendant de la précharge, il est nécessaire de connaître l'état de contrainte dans l'empilement de tôles avec une précision suffisante pour déterminer les propriétés du matériau homogénéisé.

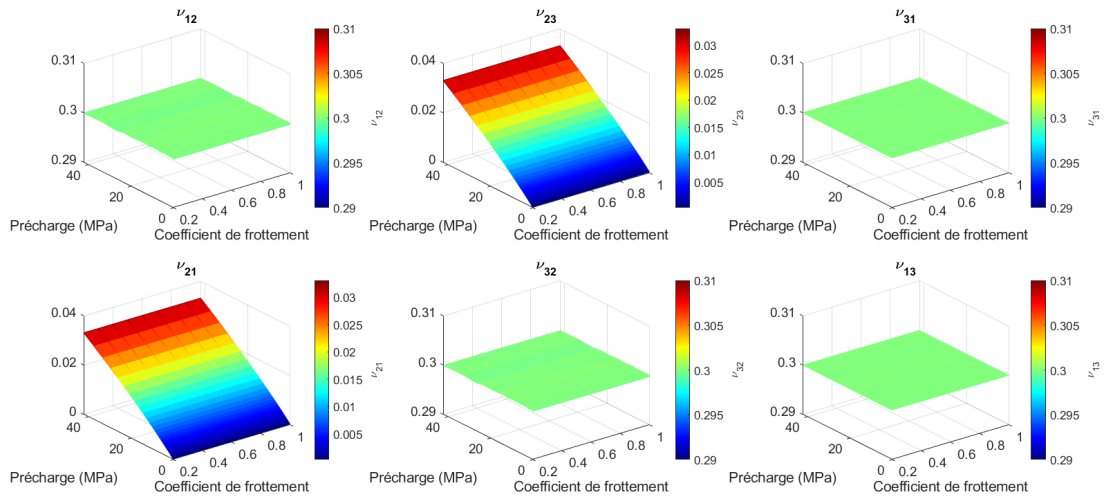


FIGURE VI.11 – Évolution des coefficients de Poisson  $\nu_{ij}$  en fonction de la précharge et du coefficient de frottement

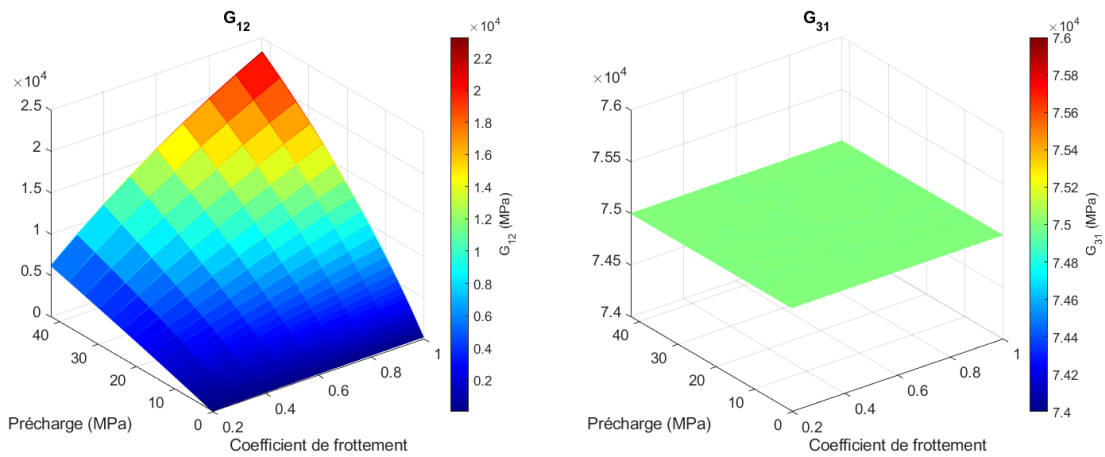


FIGURE VI.12 – Évolution des modules de cisaillement  $G_{12}$  et  $G_{31}$  en fonction de la précharge et du coefficient de frottement

## VI.4 CAS D'APPLICATION ACADÉMIQUE

### VI.4.1 Présentation du cas académique : poutre précontrainte

Le cas d'application académique est une poutre constituée d'un empilement de dix tôles maintenues entre elles par 40 ensembles vis-écrous. Un couple de serrage de 85 cNm est appliqué sur chaque vis correspondant à un niveau de contrainte à hauteur de 90% de la limite d'élasticité des vis. Une analyse modale de la poutre est réalisée à l'aide d'un marteau automatique et d'un vibromètre laser 1D. La poutre est posée sur de la mousse pour approcher des conditions libre-libre. La figure VI.13 illustre le montage de cette manipulation.

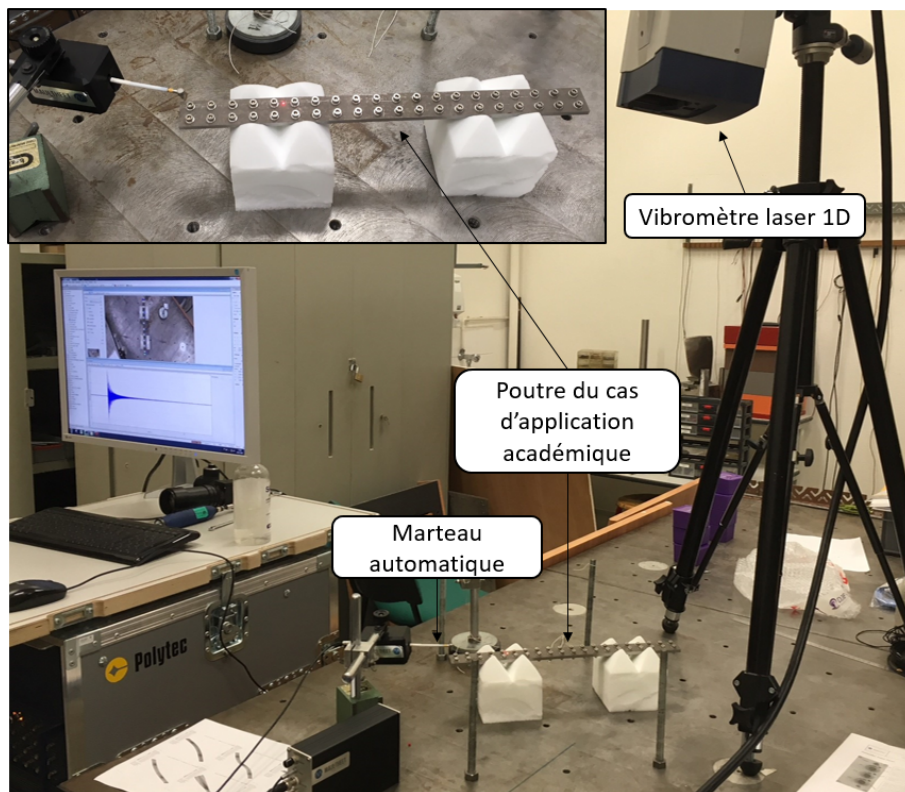


FIGURE VI.13 – Configuration d'essai de l'analyse modale de la poutre pour le cas d'application académique

Le modèle académique de la poutre est illustré sur la figure VI.14. Afin d'obtenir le matériau équivalent de l'empilement de tôles, il est nécessaire de connaître la pression résultant de la précontrainte. Un premier calcul non-linéaire quasi-statique est donc effectué pour déterminer la cartographie de contrainte dans les tôles. Le chargement du calcul correspond à la mise en prétension des vis. Un effort de prétension de 1.5 kN est appliqué sur chaque vis, menant à un couple de serrage



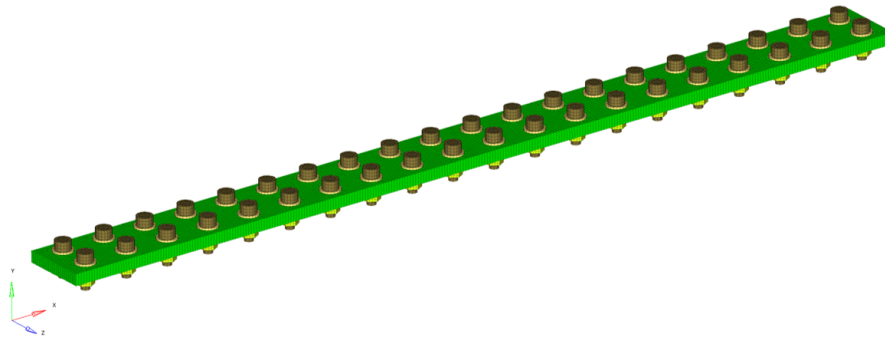


FIGURE VI.14 – Modèle de la poutre pour le cas d'application académique

de 85 cNm (valeur utilisée lors de l'essai). La poutre est encastree-libre dans le modèle de prétension afin de s'affranchir des mouvements de corps rigide. Les dix tôles sont modélisés par un unique composant dont le matériau, supposé isotrope transverse, a été recalé par rapport aux essais. Le résultat de ce calcul donne l'état de contrainte dans les tôles dans la direction de l'empilement. Des zones sont définies sur le maillage en fonction de la contrainte : chaque zone correspond à un intervalle de contrainte de 1 MPa. Par exemple, un élément ayant une contrainte de -1.4 MPa appartient à la zone  $[-1 \text{ MPa}; -2 \text{ MPa}]$ . Le nombre de zones dépend de la contrainte minimale. Si la contrainte minimale est de -20 MPa, on compte 21 zones : une zone de contrainte positive,  $[0 \text{ MPa}; -1 \text{ MPa}]$ ,  $[-1 \text{ MPa}; -2 \text{ MPa}]$ , ... ,  $[-19 \text{ MPa}; -20 \text{ MPa}]$ . Une macro permet d'affecter chaque élément modélisant les tôles à la zone qui lui correspond en fonction du niveau de contrainte à l'issue du calcul de prétension. À chaque zone est affecté un matériau issu de la méthode d'homogénéisation de la partie VI.3. Les valeurs des paramètres matériaux d'une zone peuvent être retrouvées sur les figures VI.10 à VI.12 en prenant la valeur à la précharge moyenne de l'intervalle (exemple : pour l'intervalle  $[-1 \text{ MPa}; -2 \text{ MPa}]$ , on prend les valeurs des modules calculés pour une précharge de -1.5 MPa). On calcule un nouvelle fois la contrainte dans l'empilement de tôles avec ces nouvelles zones pour le même cas de charge. Ce processus est répété plusieurs fois de manière à stabiliser l'état de contrainte dans l'empilement de tôles. Cette démarche itérative est nécessaire car la loi de contact entre les tôles est non-linéaire et donc les modules d'élasticité n'évoluent pas linéairement en fonction de la précharge. En pratique, quatre itérations suffisent à stabiliser l'état de contrainte. L'état de contrainte à l'issue de ces quatre itérations est illustré sur la figure VI.15. Enfin, un calcul modal avec les zones de la dernière itération est réalisé et sera comparé aux essais dans la section suivante. Un schéma synthétisant la démarche est présenté sur la figure VI.16.

### VI.4.2 Corrélation essai/calcul

Dans un premier temps, le matériau de l'empilement de tôles est modélisé par un acier isotrope standard. Il est modélisé, dans un second temps, par un matériau

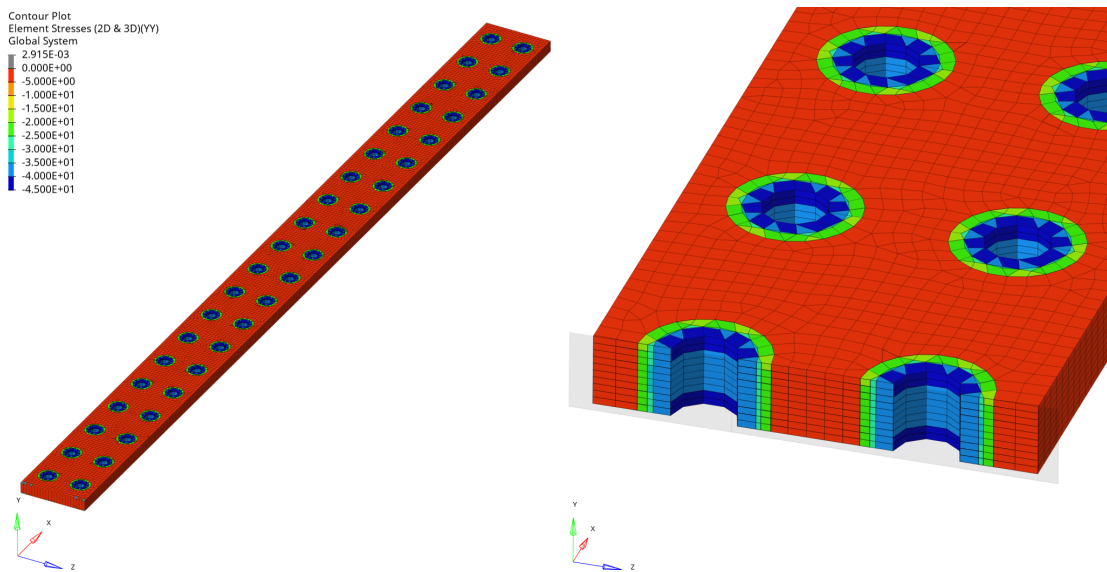


FIGURE VI.15 – État de contrainte dans la poutre à la fin du processus itératif visant à linéariser le matériau autour d'une précharge par zone

isotrope transverse recalé. Ces deux hypothèses de modélisation permettent de fournir des données de référence. Enfin, la méthode d'homogénéisation proposée est appliquée et les résultats du modèle qui en découle sont comparés aux données d'essai.

La figure VI.17 illustre la corrélation essai/calcul pour un modèle dont le matériau de l'empilement de tôles est un acier isotrope standard. Des écarts importants entre les fréquences propres calculées et mesurées sont constatés, notamment pour le mode de torsion. Un recalage est effectué afin d'identifier les paramètres matériaux permettant d'avoir un modèle représentatif. Pour ce recalage, on suppose que l'empilement est constitué d'un matériau isotrope transverse. La corrélation essai/calcul pour ce modèle avec matériau recalé est illustré sur la figure VI.18.

À l'issue de la démarche de calcul proposée dans cette thèse, c'est-à-dire après avoir linéarisé le matériau autour d'une précharge par zone (pour quatre itérations sur le matériau), on obtient un modèle homogénéisé de la poutre dont on calcule les modes propres. La corrélation essai/calcul avec ce modèle est présentée sur la figure VI.19. On constate des écarts relatifs en fréquence importants, notamment pour le mode de torsion pour lequel l'écart relatif se monte à 44%.

L'état de contrainte à la fin du process de calcul montre qu'environ 80% du volume de l'empilement a une contrainte comprise en 0 et -1 MPa (voir figure VI.20). Une faible erreur en terme de précontrainte peut avoir une influence significative sur les modules dans cette zone. En effet, la raideur de contact étant nulle lorsque la précharge est nulle, la variation relative de raideur est très élevée pour les faibles valeurs de précharge, impactant fortement les modules  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{21}$  et  $\nu_{23}$ .

La donnée d'entrée de la méthode d'homogénéisation proposée est la précharge. La maîtrise de cette précharge est primordiale pour prédire correctement le com-

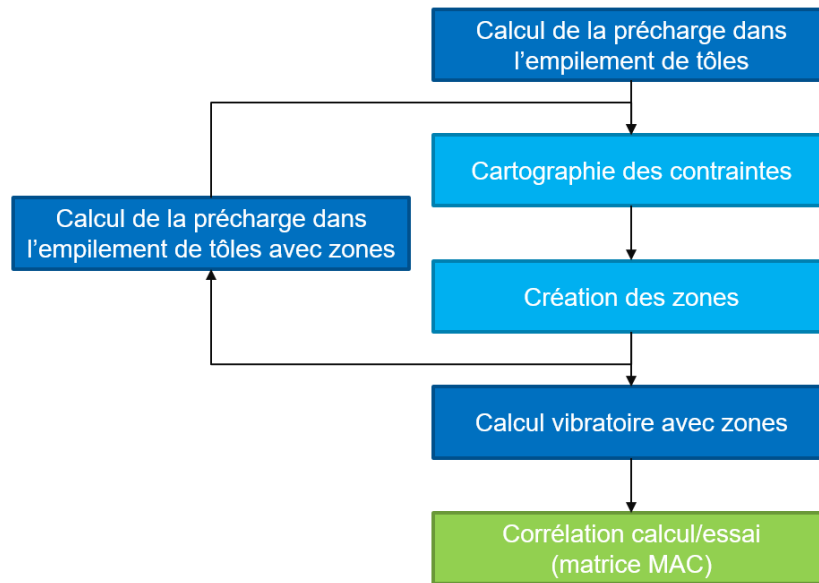


FIGURE VI.16 – Schéma de la démarche utilisée pour le calcul de la précharge puis le calcul vibratoire homogénéisé

portement dynamique de l'empilement de tôles. L'écart important entre le modèle proposée dans cette thèse et l'essai peut être expliqué par une sous-estimation de la précharge lors du calcul de prétension des vis. D'une part, l'état de contrainte dans la poutre est évalué lorsque celle-ci est en condition encastree-libre : la poutre est supposée non déformée. Or, une reprise de contact peut avoir lieu lors de la déformation de la poutre selon la forme de ses modes. Deuxièmement, les défauts de planéité des tôles peuvent conduire localement à des niveaux de contraintes élevés. Ces défauts peuvent être liés au montage. D'autre part, la démarche utilisée a tendance à favoriser une sous-estimation de la précharge. En effet, à chaque intervalle de pression est associé la valeur de raideur du milieu de cet intervalle, et étant donné que la loi de contact est exponentielle, les valeurs de raideur élevées sont plus sous-estimées que les valeurs faibles ne sont sur-estimées. Une solution pourrait être de redécouper l'intervalle. Enfin, le coefficient de frottement statique peut varier entre 0.31 et 0.50 (voir section VI.2.2). Dans cet exemple, un coefficient de frottement de 0.4 est utilisé pour déterminer les modules d'élasticité. Or, on peut voir sur la figure VI.12 qu'une sous-estimation du coefficient de frottement engendre une sous-estimation du module de cisaillement  $G_{12}$  qui a une forte influence sur la fréquence du mode de torsion. Toutes ces raisons mènent à penser que la précharge et les modules d'élasticité sont sous-estimés.

Le modèle étant trop souple, probablement dû au manque de précision du modèle à basse pression, on choisit arbitrairement d'augmenter la précharge pour vérifier qu'avec un niveau plus élevé la corrélation est améliorée. On observe qu'une augmentation de 4 MPa sur tout le modèle donne satisfaction. En pratique, chaque zone se voit appliquer des modules d'élasticité plus élevés. Par exemple, la zone

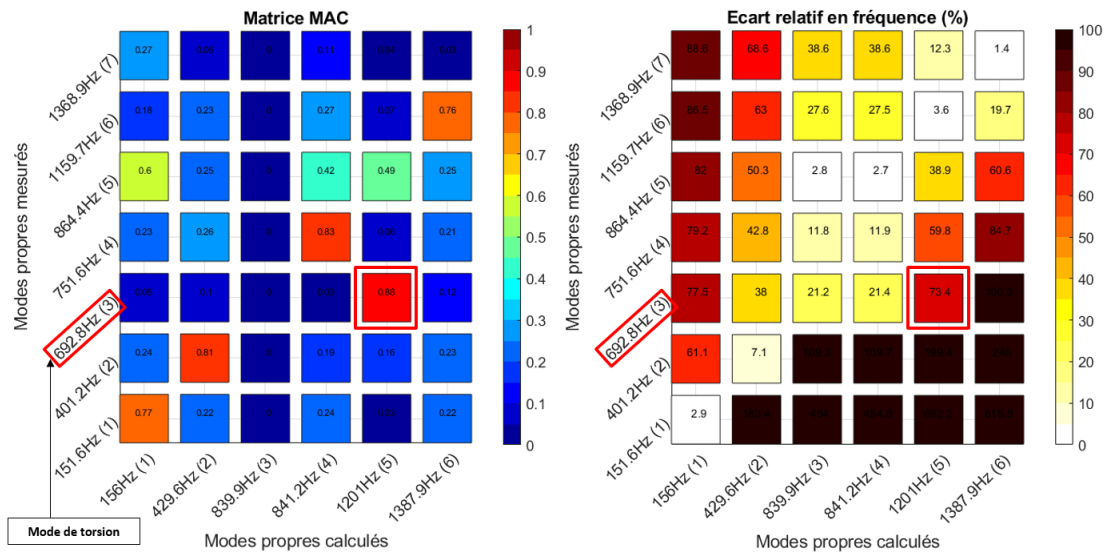


FIGURE VI.17 – Matrice MAC et matrice d'écart relatif en fréquence pour un paquet de tôles modélisé en acier isotrope standard

[0 MPa ; -1 MPa] se voit appliquer les modules initialement prévu pour la zone [-4 MPa ; -5 MPa]. Le même raisonnement est effectué pour toutes les zones. Avec cette correction, l'écart relatif sur la fréquence propre de torsion passe de 44% à 4% seulement (voir figure VI.21). De plus amples investigations sur les conditions de contact semblent donc nécessaires pour améliorer la représentativité du modèle.

Cette étude montre que la méthode d'homogénéisation proposée dans cette thèse permet de prédire le comportement dynamique d'un assemblage de tôles sous réserve qu'on maîtrise avec une précision suffisante la précontrainte dans l'empilement. L'un des enjeux est donc de mieux maîtriser cette précontrainte.

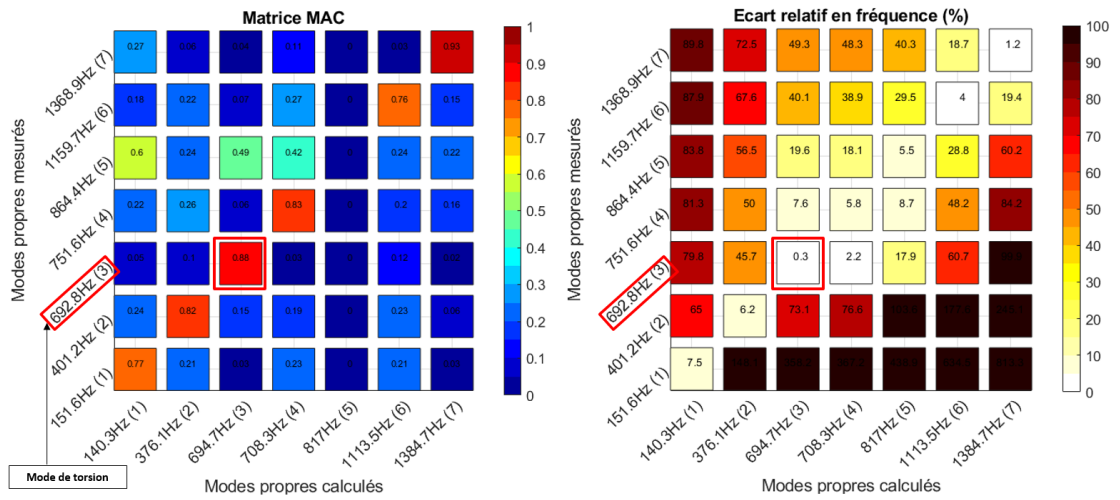


FIGURE VI.18 – Matrice MAC et matrice d'écart relatif en fréquence pour un paquet de tôles avec matériau isotrope transverse recalé par rapport aux essais

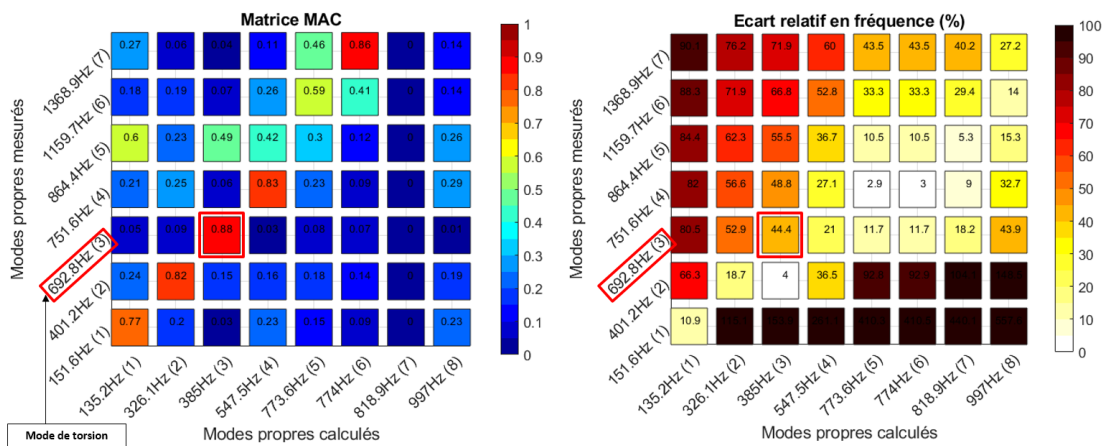


FIGURE VI.19 – Matrice MAC et matrice d'écart relatif en fréquence pour un paquet de tôles avec zones selon la méthode proposée

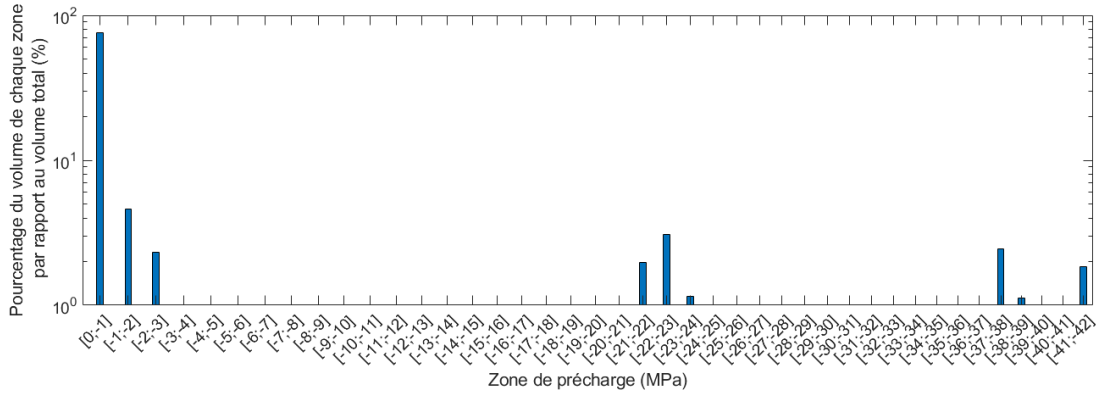


FIGURE VI.20 – Histogramme de la répartition du volume de l'empilement de tôles dans chaque zone

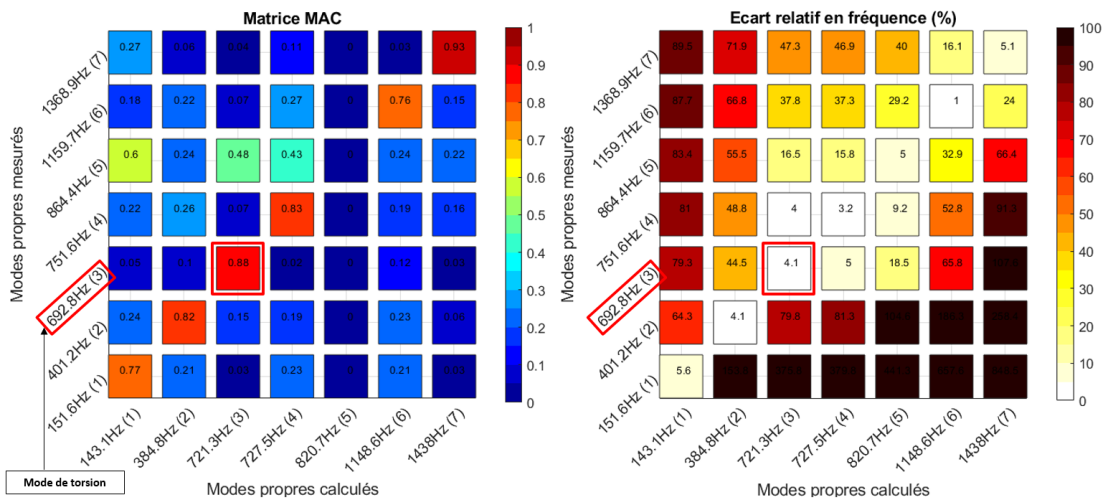


FIGURE VI.21 – Matrice MAC et matrice d'écart relatif en fréquence pour un paquet de tôles avec décalage des zones de 4 MPa

## VI.5 CAS D'APPLICATION INDUSTRIEL

### VI.5.1 Présentation du cas industriel

On va maintenant appliquer la méthodologie d'homogénéisation proposée sur le rotor dont on a estimé les paramètres modaux à la section V.2. On s'intéresse à la première étape d'assemblage du rotor car il s'agit de l'étape pour laquelle le rotor est constitué du minimum de composants, ce qui permet de limiter les sources d'erreur de modélisation potentielles.

La première étape d'assemblage est appelée entôlage car elle consiste à fretter les tôles sur l'arbre. Premièrement, environ 500 tôles sont empilées sur le premier plateau de serrage et sont maintenues par un outillage pour le premier pressage qui vise à chasser l'air entre les tôles. Le deuxième plateau de serrage est placé sur l'empilement puis l'ensemble est placé sous presse. Une pression de 3 MPa est appliquée. Des cales sont placées sur l'outillage pour empêcher le déplacement axial à la fin de l'étape de pressage. Le paquet de tôles et son outillage sont placés dans une étuve entre 220 et 250°C pendant plusieurs heures. L'assemblage s'étant dilaté, on lâche l'arbre à température ambiante dans le paquet de tôles dilaté. Les tôles et les plateaux de serrage, en se rétractant, se frettent sur l'arbre. Le rotor est placé sous presse pendant les cinq premières minutes de refroidissement pour s'assurer que le plateau de serrage soit en appui contre l'épaulement de l'arbre. Enfin le rotor entôlé est laissé à température ambiante pendant plusieurs heures avec son outillage afin de terminer le refroidissement.

Comme pour le cas académique, il est nécessaire d'estimer la précontrainte. Afin de prédire l'état de contrainte dans le paquet de tôles à la fin de l'entôlage, le process de fabrication est simulé. Un huitième du paquet de tôles est modélisé (le rotor présente une symétrie dans le plan longitudinal et deux symétries dans le plan transversal, voir figure VI.22).

Le calcul est divisé en quatre cas de charge qui se suivent :

- le pressage : un quart de l'effort d'entôlage est appliqué sur l'élément rigide représentant l'outillage dans la direction axiale, des conditions de symétrie sont appliquées sur les tôles et le plateau (tôles bloquées dans la direction axiale sur le plan de symétrie, tôles et plateau bloqués dans la direction tangentielle du repère cylindrique), les mouvements de corps rigide de l'outillage sont bloqués et le composant représentant l'arbre est encastré ;
- la chauffe : une température  $\Delta T = 106,6^\circ\text{C}$  est appliquée à l'ensemble des composants (la température de référence étant  $0^\circ\text{C}$ ), cette température est déterminée par  $\Delta T = \frac{\Delta R}{R_0 \alpha}$  où  $\Delta R$  est l'interférence maximale au rayon pour une tolérance d'assemblage  $\varnothing 100\text{M7s6}$ ,  $R_0$  est le rayon nominal de l'arbre et  $\alpha$  est le coefficient de dilatation thermique des tôles, les conditions aux limites restent les mêmes qu'au cas de charge précédent sauf qu'on ajoute un blocage axial de l'outillage et l'outillage peut se dilater dans la direction radiale ;

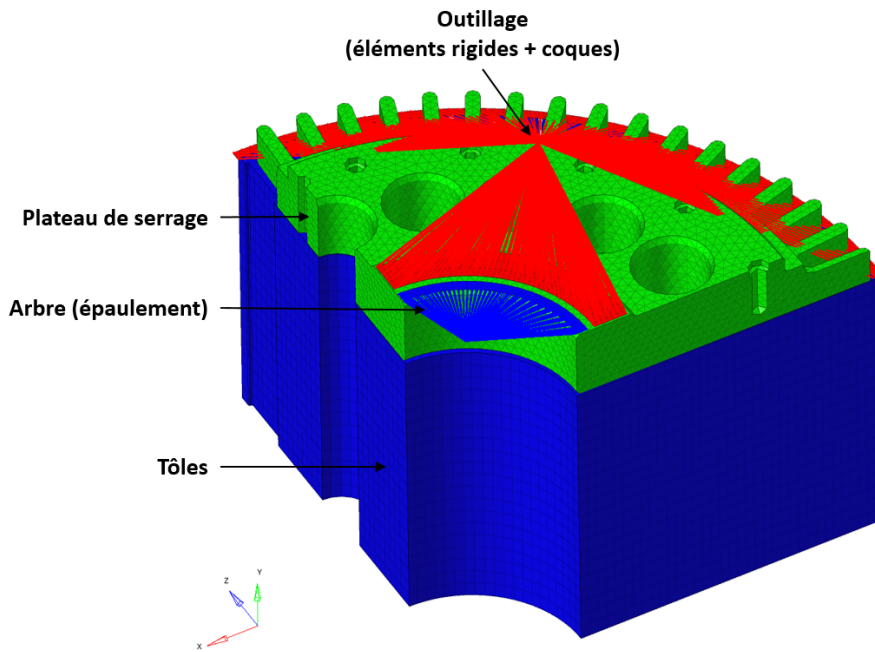


FIGURE VI.22 – Modèle utilisé pour le calcul d'entôlage

- le refroidissement : la translation radiale au centre des tôles et du plateau de serrage est bloquée à la fin du cas de charge précédent modélisant ainsi l'arbre comme infiniment rigide, la température est ramenée à sa valeur initiale, un quart de l'effort de pressage est appliqué sur le rigide modélisant l'épaulement de l'arbre ;
- et la relâche : les conditions aux limites sont les mêmes qu'à l'étape précédente sauf qu'une translation axiale est imposée à l'outillage de manière à retirer l'outillage du rotor entôlé.

On dénombre quatre zones de contact (plateau / tôles, outillage / tôles, outillages / plateau et arbre / plateau) modélisées avec un coefficient de frottement statique de 0.15. La même démarche de calcul que celle utilisée pour le cas académique est appliquée (voir figure VI.16). Le matériau utilisé pour le paquet de tôles lors du premier calcul d'entôlage correspond au matériau recalé (voir équation V.10). On pourrait aussi utiliser le matériau homogénéisé identifié pour une valeur de précontrainte correspondante à une précontrainte moyenne cohérente avec le process d'entôlage (une seule zone serait définie). Comme pour le cas académique, quatre itérations sur le calcul d'entôlage sont nécessaires pour linéariser le matériau homogénéisé autour d'une précharge par zone. Pour chaque étape, de nouvelles zones sont définies à partir de l'état de contrainte de l'étape précédente. À chaque zone est affecté un matériau issu de la méthode d'homogénéisation de la partie VI.3. L'état de contrainte à l'issue des quatre itérations est illustré sur la figure VI.23.



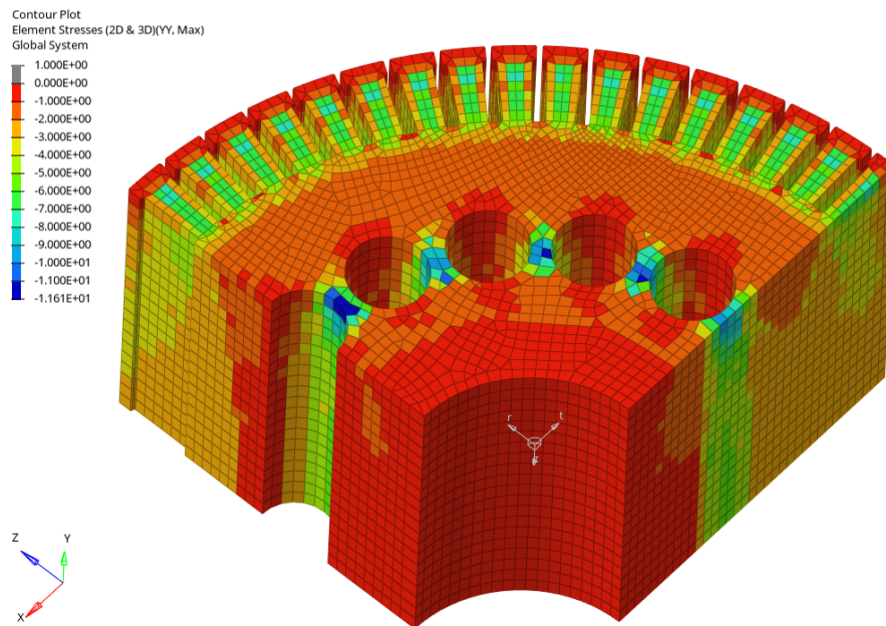


FIGURE VI.23 – État de contrainte dans le paquet de tôles à la fin du processus itératif visant à linéariser le matériau autour d'une précharge par zone

## VI.5.2 Corrélation essai/calcul

La figure VI.24 illustre la corrélation essai/calcul utilisant le modèle homogénéisé avec la méthode proposée. Un écart relatif de 47.3% est observé entre la fréquence propre du mode de torsion calculée et mesurée. Comme on l'a vu sur le cas académique dans la partie VI.4.2, une faible erreur sur l'estimation de la précharge peut mener à une mauvaise corrélation essai/calcul. L'impact de cette sous-estimation est évalué en décalant les zones de précharge de 4, 10 et 15 MPa. La figure VI.25 illustre la comparaison essai/calcul pour ces différents niveaux de précharge. On constate un écart relatif sur la fréquence du mode de torsion de 26.9%, 2.2% et 10.9% pour un décalage de 4, 10 et 15 MPa respectivement : le modèle qui corrèle le mieux avec les essais est celui pour lequel la précharge a été décalée de 10 MPa. Dans la partie VI.4.2, nous avons cité les différentes raisons qui pouvait mener à une sous-estimation de la précharge. Pour le cas académique, un décalage de 4 MPa suffisait à obtenir un modèle représentatif. Un décalage plus important est nécessaire pour le cas industriel. En effet, le process de fabrication est sujet à de fortes incertitudes, notamment sur la mise en position des tôles lors du frettage. Il est possible que certaines tôles flambent sous l'effet du frettage, entraînant une modification de la planéité des tôles et menant potentiellement à une surface de contact plus faible et donc à une pression beaucoup plus élevée. Ces opérations de fabrication peuvent également faire l'objet d'erreur humaine. Les tôles peuvent se fretter de biais et non parfaitement perpendiculairement à l'arbre. Ce phénomène n'est pas visible à l'œil nu.

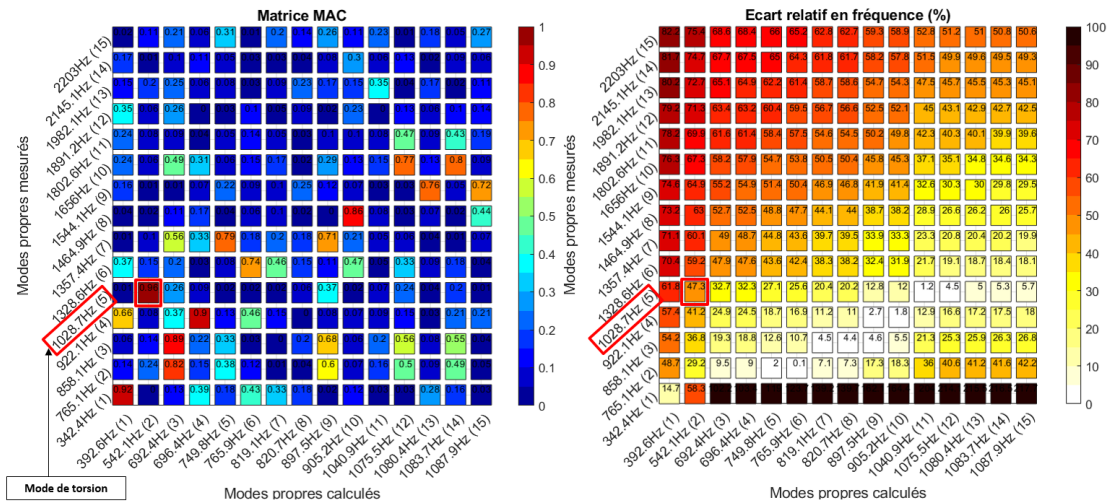
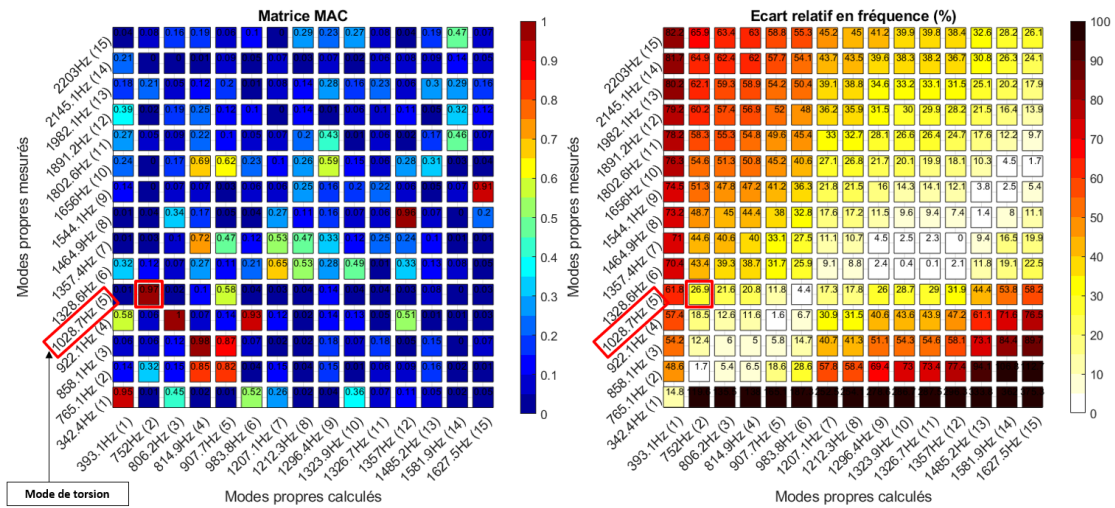
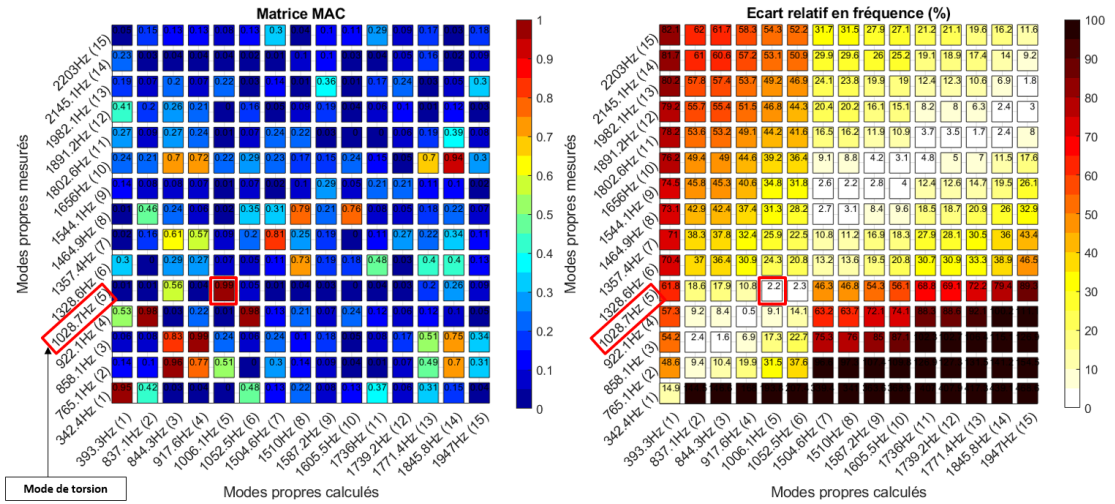


FIGURE VI.24 – Matrice MAC et matrice d'écart relatif en fréquence pour un paquet de tôles avec zones selon la méthode proposée dans cette thèse

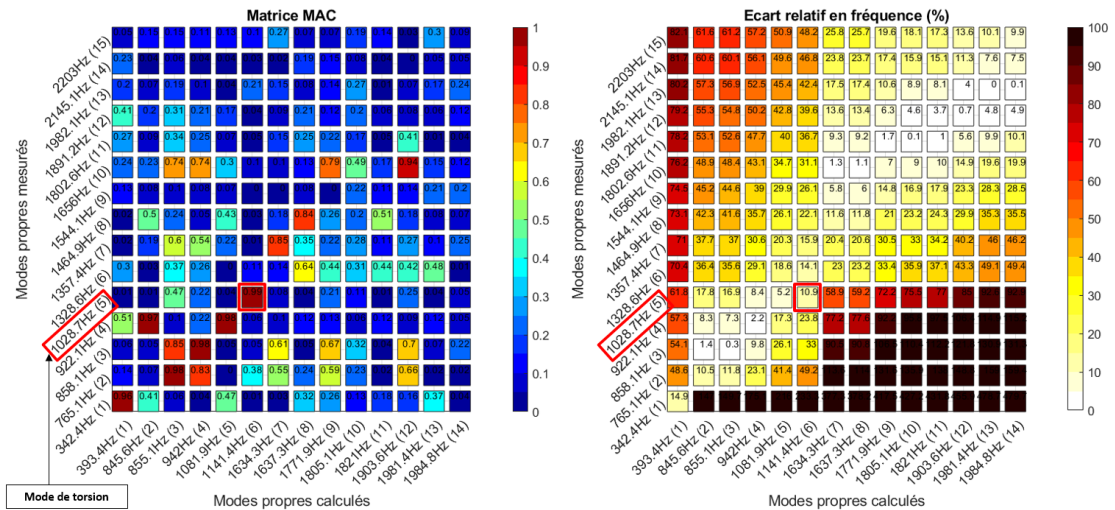
Des comparaisons entre le modèle recalé et les modèles homogénéisés sont illustrées sur la figure VI.26 pour un modèle sans décalage de précharge et sur la figure VI.27 pour un décalage de précharge de 4, 10 et 15 MPa. On observe une diagonalisation de la matrice MAC lorsque le décalage de précharge est de l'ordre de 10 MPa. L'écart relatif en fréquence entre ces deux modèles est faible (inférieur à 3.1% pour les 6 premiers modes). Cela illustre que la méthode proposée permet de s'affranchir de l'étape de recalage pour déterminer les propriétés équivalentes du paquet de tôles, qui sont accessibles durant la phase de conception lorsqu'aucun prototype n'est disponible. Elle nécessite en revanche une connaissance précise de la précontrainte associée à un modèle prédictif du contact. Ces points nécessitent de plus amples investigations pour expliquer les différences observées dans le cas qui nous intéresse.



(a) Paquet de tôles homogénéisé avec décalage des zones de 4 MPa



(b) Paquet de tôles homogénéisé avec décalage des zones de 10 MPa



(c) Paquet de tôles homogénéisé avec décalage des zones de 15 MPa

FIGURE VI.25 – Matrice MAC et matrice d'écart relatif en fréquence

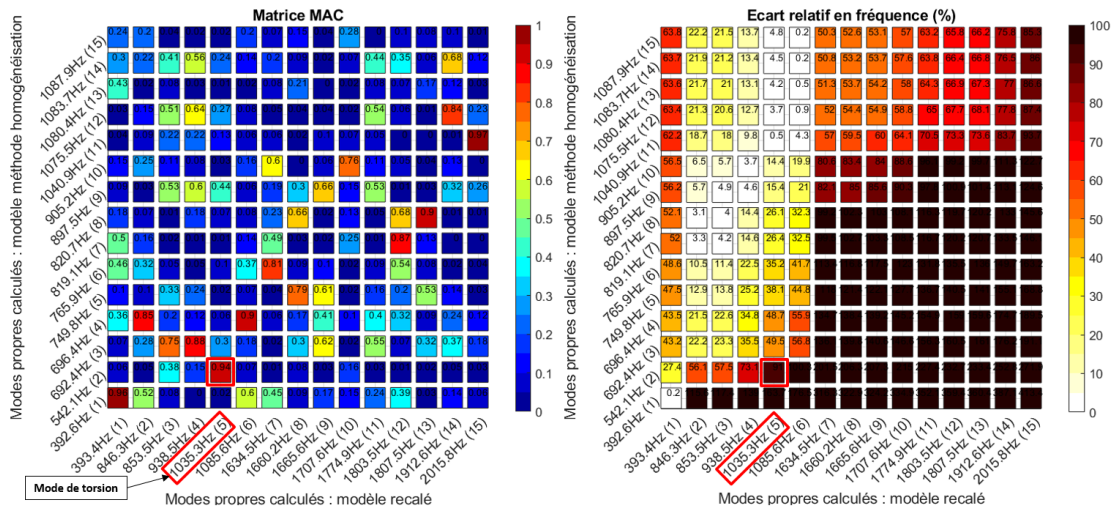
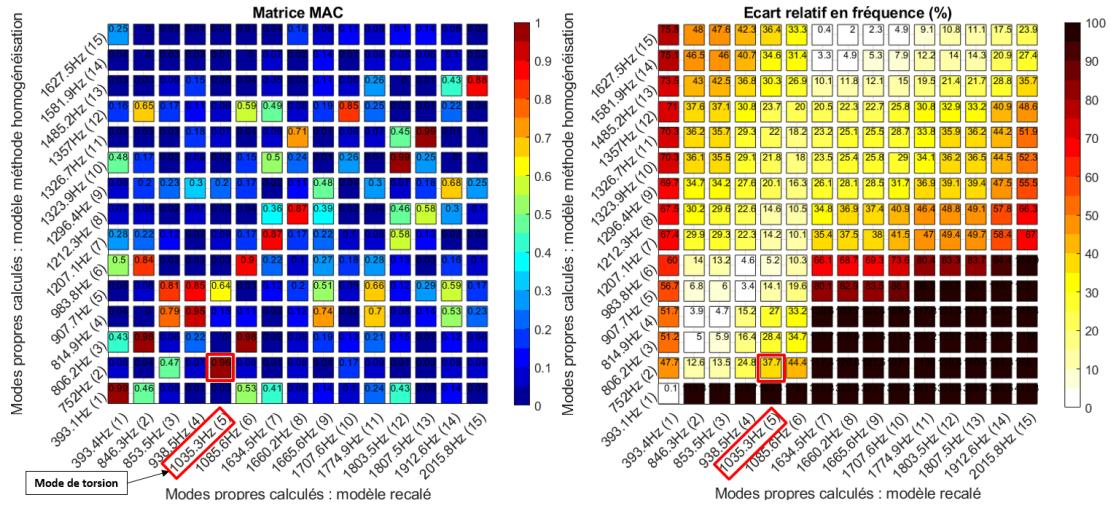
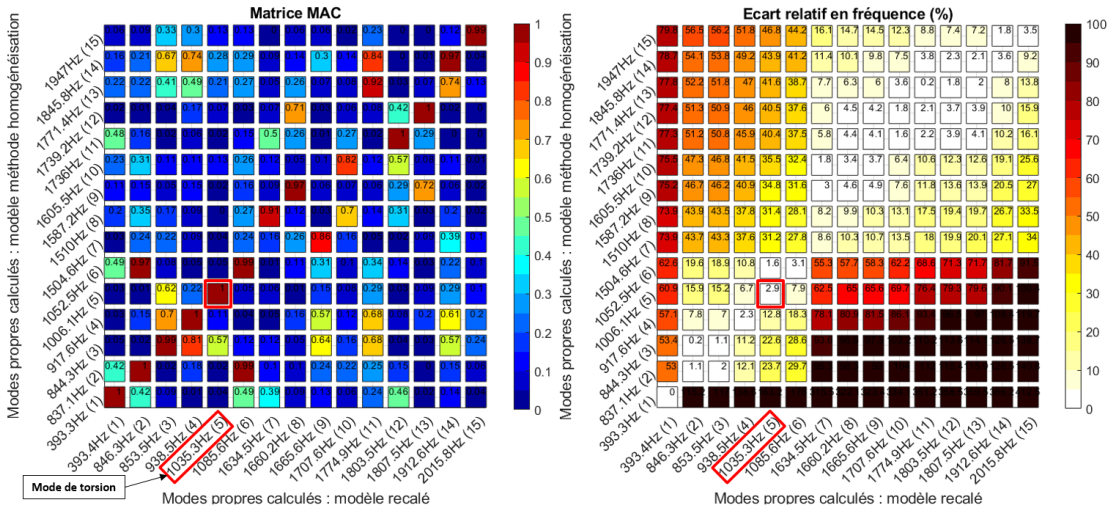


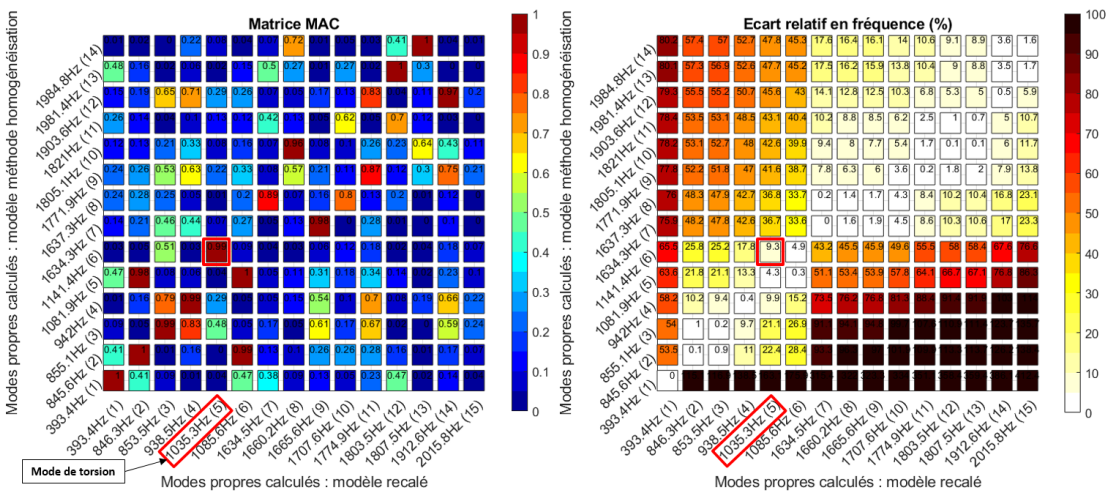
FIGURE VI.26 – Comparaison du modèle recalé et du modèle homogénéisé (sans décalage des zones)



(a) Avec décalage des zones de 4 MPa



(b) Avec décalage des zones de 10 MPa



(c) Avec décalage des zones de 15 MPa

FIGURE VI.27 – Comparaison du modèle recalé et du modèle homogénéisé

## VI.6 CONCLUSIONS

L'une des difficultés lorsque l'on souhaite prédire le comportement dynamique d'un rotor de moteur électrique est la modélisation du paquet de tôles qui le constitue. Étant donné le nombre important de tôles (plus de 500) et leurs faibles épaisseurs (0.5 mm), il n'est pas envisageable de toutes les modéliser par éléments finis. Pour des raisons de taille de modèle et de temps de calcul, on choisit de modéliser le paquet de tôles par un matériau homogène équivalent qui permet de rendre compte de son comportement dynamique.

Une méthode d'homogénéisation asymptotique non-linéaire est proposée afin de prédire a priori la loi de comportement du paquet de tôles. Cette dernière dépend de l'état de contrainte dans l'empilement, ainsi il est nécessaire de connaître la précontrainte dans le paquet de tôles pour pouvoir prédire correctement les paramètres modaux du rotor. Cette précontrainte dépend de la façon dont l'empilement est mis en précharge mais aussi de la modélisation du contact entre les tôles. Des essais de caractérisation de la loi de contact sont menés sur un échantillon d'une vingtaine de tôles.

Deux cas d'application permettant de juger de la pertinence de l'approche proposée sont présentés dans ce chapitre : un cas d'application académique correspondant à une poutre constituée par un empilement de dix tôles maintenues ensemble par des assemblages vissés, et un cas d'application industriel correspondant au rotor entôlé. Dans les deux cas, la précontrainte est estimée par un calcul quasi-statique non-linéaire et des zones de précontrainte sont définies pour lesquelles on affecte les paramètres matériaux issus de l'application de la méthode d'homogénéisation. Plusieurs itérations sur le calcul de la précontrainte sont nécessaires pour linéariser le matériau autour d'une précharge. À l'issue de ce processus itératif, le paquet de tôles est divisé en plusieurs zones dont les matériaux dépendent de la précontrainte. Pour les deux cas d'application, la méthode proposée a montré que les modules d'élasticité prédits sont sous-estimés. Cela peut provenir d'un coefficient de frottement trop faible ou d'une précharge sous-estimée. La sous-estimation de la précharge peut être expliquée par plusieurs raisons, entre autres par : une reprise de contact lors de la déformation des tôles selon la forme des modes de vibration ; des défauts de planéité des tôles ; ou encore un flambement des tôles lors du process de fabrication du paquet de tôles. On a vu aussi que la méthode a tendance à favoriser une sous-estimation de la précontrainte à cause du choix arbitraire des intervalles. Un moyen de limiter cette sous-estimation pourrait être de redécouper les intervalles. Une étude visant à estimer l'impact de la sous-estimation de la précharge est effectuée en décalant les zones du paquet de tôles de quelques MPa. Pour le cas d'application académique, une augmentation artificielle de 4 MPa suffit à rendre le modèle prédictif. En ce qui concerne l'application industrielle, un décalage de 10 MPa est nécessaire. Le prochain challenge est donc de prédire avec une plus grande précision la précharge dans l'empilement de tôles. De nombreuses incertitudes subsistent sur la modélisation du process de fabrication des rotors. Ainsi une perspective de ce travail est d'améliorer cette modélisation.

La méthodologie d'homogénéisation proposée dans ce chapitre permet d'obtenir des modèles représentatif sous réserve qu'on évalue de façon correcte la précharge dans le paquet de tôles.

## Conclusions générales et perspectives

Le dimensionnement des rotors de moteurs électriques soumis à des excitations MLI est sujet à certaines difficultés de par la complexité de ces composants et leur caractère multiphysique. L'alimentation des moteurs par le signal MLI permet de générer le couple nécessaire à la mise en rotation du rotor. Mais celle-ci peut également induire des résonances lorsque les fréquences d'alimentation électrique coïncident avec les fréquences naturelles en torsion du rotor. Des niveaux vibratoires élevés peuvent alors être observés, pouvant mener à des dommages, voir même la rupture de certaines pièces tournantes. Deux approches peuvent être envisagées afin de réduire les vibrations dans les moteurs électriques : soit travailler en amont sur l'optimisation des MLI de manière à éviter les coïncidences avec les fréquences propres des composants, soit en ayant recours à des solutions curatives telles que l'utilisation de dispositifs amortissants. Dans les deux cas, il est nécessaire de prédire avec précision le comportement dynamique des rotors soumis aux excitations MLI. Pour cela, certains prérequis sont indispensables. En effet, il faut être capable de mener des simulations multiphysiques de manière à prendre en compte l'excitation électromagnétique dans le dimensionnement mécanique (chapitres II et III) et de valider ces simulations au regard d'essais en rotation (chapitre IV). De plus, le rotor étant un composant complexe, la maîtrise du comportement des matériaux qui le constituent est primordiale (chapitres V et VI). Cette thèse vise ainsi à contribuer à l'amélioration des méthodologies de dimensionnement de ces moteurs.

Le premier apport de ce travail concerne une méthode de réduction de modèle mécanique permettant de décrire le comportement en torsion du rotor sur une plage fréquentielle d'intérêt. Celle-ci s'inspire des méthodes de Ritz puisqu'elle consiste à chercher la solution dans un sous-espace vectoriel connu a priori. Ainsi, une base de projection liant les DDLs du modèle complet aux DDLs en rotation du modèle réduit est construite. L'intérêt de cette méthode réside dans le fait de pouvoir à tout moment récupérer l'information du champ complet approximé par une simple opération inverse. De plus, l'exploitation des contraintes modales permet également de connaître le champ de contrainte approximée nécessaire au dimensionnement. Le gain de temps offert par cette méthode de réduction de modèle permet de simuler une montée en régime afin de balayer l'ensemble des MLI, et donc l'ensemble des excitations possibles, permettant de dimensionner le rotor.

La chaîne de calcul multiphysique par couplage faible incluant le modèle réduit mécanique proposé a été validée au travers d'une comparaison calcul/essai au chapitre IV. Cette comparaison a été réalisée à l'aide d'un outil de jauge virtuelle. Cet outil permet d'évaluer la variabilité des valeurs mesurées par les jauges au



regard d'une possible erreur de positionnement. Au-delà d'être un outil de post-traitement des calculs pour permettre de comparer les données numériques aux données d'essai, il peut être utilisé, dans la phase de préparation des essais, comme outil d'aide à la décision pour le placement optimal de capteur.

Le dernier apport méthodologique de cette thèse porte sur la prédiction du comportement dynamique du rotor. Une caractérisation expérimentale des composants et des sous-assemblages du rotor a été menée. Un recalage de modèle a été effectué de manière à obtenir des données de référence à toutes les échelles : composants, assemblages simples, rotor complet. Cependant, cette méthode est une méthode a posteriori puisqu'elle nécessite d'avoir physiquement le rotor à différentes étapes de sa fabrication. C'est pourquoi une méthodologie d'homogénéisation non-linéaire asymptotique a été proposée de manière à prédire les propriétés des matériaux du paquet de tôles a priori. Les travaux menés ont montré que ces propriétés dépendaient de la précontrainte dans l'empilement de tôles. Ainsi, une connaissance précise de cette donnée d'entrée est nécessaire.

Suite à ces travaux de nombreuses perspectives peuvent être envisagées. Premièrement, nous avons vu lors de la validation des modèles par rapport aux essais en rotation que le modèle électrotechnique simplifié utilisé pour simuler la montée en vitesse surestime les pulsations de couple par rapport au modèle éléments finis électromagnétique. Celui-ci ne peut être utilisé que pour la simulation de vitesse fixe en raison des temps de calcul importants. Ainsi, une des perspectives pourrait être de proposer une méthode de réduction du modèle électromagnétique afin de le coupler au modèle réduit mécanique proposé dans ces travaux. La prise en compte des effets liés à la rotation pourrait être étudiée. Le rotor qui a servi de cas d'application dans cette thèse ne fonctionnant pas à des vitesses très élevées, et les modes de torsion étant peu impactés (en tout cas moins que les modes de flexion), ces effets ont été négligés. Cependant, les méthodes proposées pourraient s'appliquer en flexion, moyennant quelques adaptations. Dans ce cas, les effets liés à la rotation pourraient être plus importants. Concernant la conception d'essai, l'outil de jauge virtuelle pourrait être enrichi afin d'optimiser le placement de plusieurs capteurs de différentes sortes simultanément (jauges de déformation mais aussi accéléromètres). Enfin, et c'est un point critique, nous avons vu que la donnée d'entrée de la méthode d'homogénéisation proposée au chapitre VI était la précharge. Une faible erreur sur celle-ci mène à une mauvaise prédiction des paramètres matériaux du paquet de tôles rotor. Ainsi, une des perspectives de ce travail pourrait consister en une meilleure maîtrise de la modélisation de la précontrainte dans un environnement incertain. Pour alimenter ces modèles, les caractérisations effectuées dans cette thèse constituent une bonne base. Néanmoins, la détermination des contraintes de précharge induite par le procédé d'entôlage nécessiterait une mesure expérimentale sur le rotor. Il s'agit d'un essai complexe puisque toutes les zones ne sont pas accessibles à la mesure de champs. Un jumeau numérique basé sur le modèle d'entôlage réalisé dans cette thèse pourrait donc être couplé à la mesure de champs sur les surfaces visibles pour déterminer les précharges dans les

zones invisibles. Par ailleurs, la dispersion des résultats induits par le process de fabrication des rotors pourrait être évaluée. La méthode d'homogénéisation devra faire l'objet de plus amples investigations afin de prédire a priori l'amortissement à partir des phénomènes dissipatifs mis en jeux.

L'étape ultime sur ce sujet sera de simuler des parcours complets et d'y intégrer les incertitudes qui caractérisent l'environnement du système, par exemple : les coïncidences entre fréquences d'alimentation électrique et fréquences propres des composants, le temps passé sur la résonance, la température du moteur, son impact sur l'amortissement. Évidemment, l'objectif est de créer un outil de dimensionnement en fatigue vibratoire permettant de prédire le nombre de cycles subis par le rotor et de vérifier que la limite d'endurance n'est pas atteinte. Le modèle réduit proposé dans cette thèse en constitue le premier élément.



---

---

Annexe A  
Analyse de la surface d'une tôle

---

Une analyse de l'état de surface d'une tôle (avant essai de compression et de torsion) a été effectuée afin d'en évaluer les propriétés. La figure A.1 illustre la cartographie 3D et 2D de la surface d'une tôle obtenue à l'aide d'un microscope Alicona. L'analyse permettant de déterminer les paramètres de rugosité de la surface a été effectuée sur huit zones distinctes. Les propriétés obtenues sont moyennées sur les huit zones. On s'intéresse dans un premier temps à  $S_a$ , qui caractérise la hauteur moyenne arithmétique : il s'agit d'une valeur RMS de la hauteur des pics et vallées de la surface. La valeur obtenue pour ce paramètre ( $S_a = 2.07 \mu m$ ) indique que la surface de la tôle considérée peut être placée dans la catégorie des surfaces rugueuses. L'amplitude crête à crête de la hauteur des points de la surface est caractérisée par  $S_t$ , qui est définie comme la différence entre la hauteur maximale et minimale. L'échantillon mesuré conduit à  $S_t = 54.05 \mu m$ .  $S_{sk}$  représente l'asymétrie du profil gaussien de la distribution des hauteurs des points de la surface. Une valeur proche de 0 indique que la distribution de la hauteur est symétrique autour du plan moyen, ce qui n'est pas le cas ici puisque  $S_{sk} = -0.49$ . Enfin,  $S_{ku}$  correspond à l'aplatissement de la surface, permettant de quantifier l'aspect pointu de la distribution gaussienne des hauteurs des points de la surface. La valeur obtenue pour la tôle ( $S_{ku} = 6.26$ ) indique que la distribution de la hauteur est plutôt en pointe.

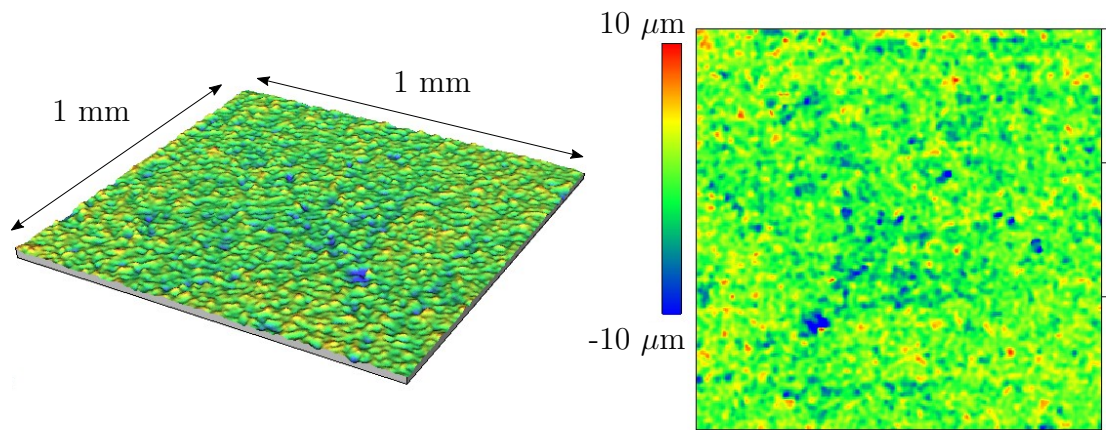


FIGURE A.1 – Cartographie 3D (à gauche) et 2D (à droite) de la surface d'une tôle

---

# Bibliographie

- [Allen 20] M. S. Allen, D. Rixen, M. Van der Seijs, P. Tiso, T. Abrahamsson & R. L. Mayes. Substructuring in engineering dynamics. Springer, 2020.
- [Amidror 02] I. Amidror. *Scattered data interpolation methods for electronic imaging systems : a survey*. Journal of electronic imaging, vol. 11, pages 157–76, 2002.
- [Arab 15] M.-W. Arab. *Étude et conception d'un groupe motopropulseur électrique à faibles niveau vibratoire et sonore pour véhicule électrique. Aspects " contrôle-commande "*. PhD thesis, Université Paris Sud-Paris XI, 2015.
- [Arpin-Pont 15] J. Arpin-Pont, M. Gagnon, A. S. Tahan, A. Coutu & D. Thibault. *Methodology for estimating strain gauge measurement biases and uncertainties on isotropic materials*. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, vol. 50, no. 1, pages 40–50, 2015.
- [Atamturktur 15] S. Atamturktur, Z. Liu, S. Cogan & H. Juang. *Calibration of imprecise and inaccurate numerical models considering fidelity and robustness : a multi-objective optimization-based approach*. Structural and Multidisciplinary Optimization, vol. 51, no. 3, pages 659–671, 2015.
- [Bagheri 17] V. R. Bagheri, P. H. Tehrani & D. Younesian. *Optimal strain gauge placement in instrumented wheelset for measuring wheel-rail contact forces*. International Journal of Precision Engineering and Manufacturing, vol. 18, no. 11, pages 1519–1527, 2017.
- [Bakhvalov 12] N. S. Bakhvalov & G. Panasenko. Homogenisation : averaging processes in periodic media : mathematical problems in the mechanics of composite materials, volume 36. Springer Science & Business Media, 2012.
- [Balmès 93] E. Balmès. *Experimental/analytical predictive models of damped structural dynamics*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1993.
- [Balmès 96] E. Balmès. *Optimal Ritz vectors for component mode synthesis using the singular value decomposition*. AIAA journal, vol. 34, no. 6, pages 1256–1260, 1996.
- [Balmès 97] E. Balmès. *Modèles expérimentaux complets et modèles analytiques réduits en dynamique des structures*. Habilitation à diriger des recherches, 1997.

- [Baloglu 17] M. V. Baloglu & K. Willner. *Determination of material parameters for a sheet-layered lamination stack*. PAMM, vol. 17, no. 1, pages 393–394, 2017.
- [Baloglu 18] M. V. Baloglu & K. Willner. *Influence of the Constitutive Contact Law on the Anisotropic Material Parameters of Sheet-Layered Lamination Stacks*. In 2018 8th International Electric Drives Production Conference (EDPC), pages 1–6. IEEE, 2018.
- [Baloglu 20] M. V. Baloglu, M. Ziegler, J. Franke & K. Willner. *Determination of equivalent transversely isotropic material parameters for sheet-layered lamination stacks*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 145, page 106915, 2020.
- [Barroqueiro 16] B. Barroqueiro, J. Dias-de Oliveira, J. Pinho-da Cruz & A. Andrade-Campos. *Practical implementation of asymptotic expansion homogenisation in thermoelasticity using a commercial simulation software*. Composite Structures, vol. 141, pages 117–131, 2016.
- [Bastos 03] J. P. A. Bastos & N. Sadowski. *Electromagnetic modeling by finite element methods*. CRC press, 2003.
- [Begis 81] D. Begis, G. Duvaut & A. Hassim. *Homogénéisation par éléments finis des modules de comportements élastiques de matériaux composites*. 1981.
- [Begis 83] D. Begis, A. Bestagno, G. Duvaut, A. Hassim & M. Nuc. *A new method of computing global elastic moduli for composite materials*. 1983.
- [Bensoussan 11] A. Bensoussan, J.-L. Lions & G. Papanicolaou. *Asymptotic analysis for periodic structures*, volume 374. American Mathematical Soc., 2011.
- [Berkooz 93] G. Berkooz, P. Holmes & J. L. Lumley. *The proper orthogonal decomposition in the analysis of turbulent flows*. Annual review of fluid mechanics, vol. 25, no. 1, pages 539–575, 1993.
- [Bíró 11] O. Bíró, D. A. Lowther, P. Alotto & A. Bossavit. *Virtual power principle and Maxwell’s tensor : which comes first?* COMPEL International Journal for Computations and Mathematics in Electrical and Electronic Engineering, 2011.
- [Bonnardot 04] F. Bonnardot. *Comparaison entre les analyses angulaire et temporelle des signaux vibratoires de machines tournantes. Etude du concept de cyclostationnarité floue*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, 2004.
- [Bornert 01] M. Bornert, T. Bretheau & P. Gilormini. *Homogénéisation en mécanique des matériaux, tome 1 : Matériaux aléatoires élastiques et milieux périodiques*. 2001.

- 
- [Bossio 04] G. Bossio, C. De Angelo, J. Solsona, G. García & M. I. Valla. *A 2-D model of the induction machine : an extension of the modified winding function approach*. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 19, no. 1, pages 144–150, 2004.
- [Bowes 82] S. Bowes & R. Clements. *Computer-aided design of PWM inverter systems*. In IEE Proceedings B (Electric Power Applications), volume 129, pages 1–17. IET, 1982.
- [Bregar 19] T. Bregar, N. Holeček, G. Čepon, D. J. Rixen & M. Boltežar. *Including directly measured rotations in the virtual point transformation*. Mechanical Systems and Signal Processing, page 106440, 2019.
- [Bruzzese 16a] C. Bruzzese, A. Tessarolo & E. Santini. *Failure root-cause analysis of end-ring torsional resonances and bar breakages in fabricated-cage induction motors*. In 2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM), pages 2251–2258. IEEE, 2016.
- [Bruzzese 16b] C. Bruzzese & E. Santini. *Electromechanical modeling of a railway induction drive prone to cage vibration failures*. In IECON 2016-42nd Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, pages 1629–1635. IEEE, 2016.
- [Byrd 99] R. H. Byrd, M. E. Hribar & J. Nocedal. *An interior point algorithm for large-scale nonlinear programming*. SIAM Journal on Optimization, vol. 9, no. 4, pages 877–900, 1999.
- [Byrd 00] R. H. Byrd, J. C. Gilbert & J. Nocedal. *A trust region method based on interior point techniques for nonlinear programming*. Mathematical programming, vol. 89, no. 1, pages 149–185, 2000.
- [Chattopadhyay 11] S. Chattopadhyay, M. Mitra & S. Sengupta. *Clarke and park transform*. In Electric Power Quality, pages 89–96. Springer, 2011.
- [Chauvicourt 16] F. Chauvicourt, P. Romanazzi, D. Howey, A. Dziechciarz, C. Martis & C. T. Faria. *Review of multidisciplinary homogenization techniques applied to electric machines*. In 2016 Eleventh International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER), pages 1–9. IEEE, 2016.
- [Chauvicourt 18] F. Chauvicourt, C. Faria, W. Desmet & J. J. Gyselinck. *Transversally Asymmetric Stiffness of Laminated Stator Core : A Solution for Noise Mitigation of Electric Machines*. IEEE Transactions on Energy Conversion, vol. 34, no. 2, pages 613–619, 2018.
- [Chentouf 11] S.-H. B. Chentouf. *Simulation et essais dynamiques sur stators de moteurs de traction*. PhD thesis, Université de Franche-Comté, 2011.
-



- [Chevalier 88] Y. Chevalier. *Comportements élastique et viscoélastique des composites*. Techniques de l'Ingénieur, vol. 5, 1988.
- [Corcoran 08] J. P. Corcoran, J. A. Kocurek *al.* *VFD Induced Coupling Failure*. In Proceedings of the 37th Turbomachinery Symposium. Texas A&M University. Turbomachinery Laboratories, 2008.
- [Coulomb 84] J.-L. Coulomb & G. Meunier. *Finite element implementation of virtual work principle for magnetic or electric force and torque computation*. IEEE Transactions on magnetics, vol. 20, no. 5, pages 1894–1896, 1984.
- [Craig Jr 68] R. R. Craig Jr & M. C. Bampton. *Coupling of substructures for dynamic analyses*. AIAA journal, vol. 6, no. 7, pages 1313–1319, 1968.
- [Da Silva 15] F. Da Silva. *Méthodologies de réduction de modèles multi-physiques pour la conception et la commande d'une chaîne de traction électrique*. PhD thesis, Paris Saclay, 2015.
- [de Klerk 08] D. de Klerk, D. J. Rixen & S. Voormeeren. *General framework for dynamic substructuring : history, review and classification of techniques*. AIAA journal, vol. 46, no. 5, pages 1169–1181, 2008.
- [De la Roche 05] L. De la Roche & B. Howes. *Lateral and torsional vibration problems in systems equipped with variable frequency drives*. GMC, Covington, Ky, 2005.
- [Debruyne 12] M. Debruyne. *Chaîne de traction - Généralités*, 2012.
- [Degano 16] M. Degano, H. Mahmoud, N. Bianchi & C. Gerada. *Synchronous reluctance machine analytical model optimization and validation through finite element analysis*. In 2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM), pages 585–591. IEEE, 2016.
- [Delforge 95] C. Delforge & B. Lemaire-Semail. *Induction machine modeling using finite element and permeance network methods*. IEEE transactions on magnetics, vol. 31, no. 3, pages 2092–2095, 1995.
- [Depernet 95] D. Depernet. *Optimisation de la commande d'un onduleur MLI à trois niveaux de tension pour machine asynchrone*. PhD thesis, Université de Reims Champagne-Ardenne, 1995.
- [Depernet 16] D. Depernet. *Optimisation de la conversion d'énergie par action sur la commande des convertisseurs statiques : architectures, fonctions intégrées et conception systémique*. Habilitation à diriger des recherches, 2016.

- 
- [Devillers 16] E. Devillers, J. Le Besnerais, T. Lubin, M. Hecquet & J.-P. Lecointe. *A review of subdomain modeling techniques in electrical machines : performances and applications*. In 2016 XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM), pages 86–92. IEEE, 2016.
- [Dhatt 81] G. Dhatt & G. Touzot. Une présentation de la méthode des éléments finis. Presses Université Laval, 1981.
- [Duarte 00] M. L. M. Duarte & D. J. Ewins. *Rotational degrees of freedom for structural coupling analysis via finite-difference technique with residual compensation*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 14, no. 2, pages 205–227, 2000.
- [Dumon 11] A. Dumon. *Réduction dimensionnelle de type PGD pour la résolution des écoulements incompressibles*. PhD thesis, Université de La Rochelle, 2011.
- [Dupont 12] J.-B. Dupont, P. Bouvet & L. Humbert. *Vibroacoustic simulation of an electric motor : methodology and focus on the structural FEM representativity*. In 2012 XXth International Conference on Electrical Machines, pages 3027–3033. IEEE, 2012.
- [Fakam 15] M. Fakam, M. Hecquet, V. Lanfranchi & A. Randria. *Design and magnetic noise reduction of the surface permanent magnet synchronous machine using complex air-gap permeance*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 51, no. 4, pages 1–9, 2015.
- [Faye 14] W. K. Faye. *Contribution à la modélisation des pertes par courants de Foucault dans les circuits magnétiques feuilletés des machines électriques*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2014.
- [Feese 08] T. Feese, R. Maxfield *et al.* *Torsional vibration problem with motor/ID fan system due to PWM variable frequency drive*. In Proceedings of the 37th Turbomachinery Symposium, pages 45–56. Texas A&M University. Turbomachinery Laboratories, 2008.
- [Finley 01] W. R. Finley & M. M. Hodowanec. *Selection of copper versus aluminum rotors for induction motors*. IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 37, no. 6, pages 1563–1573, 2001.
- [Fourati 17] A. Fourati. *Modélisation électro-magnéto-mécanique d'une machine asynchrone sous approche angulaire : Application au diagnostic des défauts de roulements en régime non stationnaire*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2017.
-

- [Fourmaux 16] T. Fourmaux. *Méthodologie d'optimisation de la masse pour le dimensionnement en dynamique des structures et vibro-acoustique*. PhD thesis, Université de Bourgogne Franche-Comté, 2016.
- [Garcia 99] F. L. S. Garcia. *Modélisation des composants électromagnétiques haute fréquence par la méthode des éléments finis*. PhD thesis, Grenoble INPG, 1999.
- [Gay 14] D. Gay. *Composite materials : design and applications*. CRC press, 2014.
- [Genta 04] G. Genta. *On a persistent misunderstanding of the role of hysteretic damping in rotordynamics*. *J. Vib. Acoust.*, vol. 126, no. 3, pages 459–461, 2004.
- [Geoffriault 15] M. Geoffriault. *Réduction active des vibrations et des bruits d'une machine électrique par la stratégie de commande (Active reduction of vibrations and noise of an electric machine by means of the control strategy)*. PhD thesis, CentralSupélec, 2015.
- [Gieras 18] J. F. Gieras, C. Wang & J. C. Lai. *Noise of polyphase electric motors*. CRC press, 2018.
- [Gladwell 75] G. Gladwell & D. Vijay. *Natural frequencies of free finite-length circular cylinders*. *Journal of Sound and Vibration*, vol. 42, no. 3, pages 387–397, 1975.
- [Guyan 65] R. J. Guyan. *Reduction of stiffness and mass matrices*. *AIAA journal*, vol. 3, no. 2, pages 380–380, 1965.
- [Hallal 13] J. Hallal, F. Druesne & V. Lanfranchi. *Study of electromagnetic forces computation methods for machine vibration estimation*. In *International Symposium on Electromagnetic Fields in Mechatronics, Electrical and Electronic Engineering (ISEF)*, Ohrid, Macedonia, Sept, pages 12–14, 2013.
- [Hallal 14] J. Hallal. *Études des vibrations d'origine électromagnétique d'une machine électrique : conception optimisée et variabilité du comportement vibratoire (Electromagnetic vibrations of electric machine : optimized design and variability of the vibratory behavior)*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2014.
- [Holdrege 83] J. H. Holdrege, W. Subler & W. E. Frasier. *AC induction motor torsional vibration consideration-A case study*. *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. IA-19, no. 1, pages 68–73, Jan 1983.
- [Howes 04] B. Howes. *Perplexing Variable Frequency Drive Vibration Problems*. CMVA, Edmonton, AB, 2004.

- 
- [Hubert 00] A. Hubert. *Contribution à l'étude des bruits acoustiques générés lors de l'association machines électriques-convertisseurs statiques de puissance. Application à la machine asynchrone*. PhD thesis, Université de Technologie de Compiègne, 2000.
- [Journeaux 13] A. Journeaux. *Modélisation multi-physique en génie électrique. Application au couplage magnéto-thermo-mécanique (Multi-physics modeling in electrical engineering. Application to magneto-thermo-mechanical coupling)*. PhD thesis, Université Paris-Sud, 2013.
- [Kerkman 08] R. J. Kerkman, J. Theisen & K. Shah. *PWM inverters producing torsional components in AC motors*. In 2008 55th IEEE Petroleum and Chemical Industry Technical Conference, pages 1–9. IEEE, 2008.
- [Klema 80] V. Klema & A. Laub. *The singular value decomposition : Its computation and some applications*. IEEE Transactions on automatic control, vol. 25, no. 2, pages 164–176, 1980.
- [Kobayashi 97] T. Kobayashi, F. Tajima, M. Ito & S. Shibukawa. *Effects of slot combination on acoustic noise from induction motors*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 33, no. 2, pages 2101–2104, 1997.
- [Koo 18] B. Koo & K. Nam. *Analytical Torque Ripple Prediction Using Air-Gap Permeance and MMF Functions in PM Synchronous Motors*. In 2018 21st International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS), pages 302–307. IEEE, 2018.
- [Krack 17] M. Krack, L. Salles & F. Thouverez. *Vibration prediction of bladed disks coupled by friction joints*. Archives of Computational Methods in Engineering, vol. 24, no. 3, pages 589–636, 2017.
- [Krause 02] P. C. Krause, O. Wasynczuk, S. D. Sudhoff & S. Pekarek. *Analysis of electric machinery and drive systems, volume 2*. Wiley Online Library, 2002.
- [Kreitzer 08] S. Kreitzer, J. Obermeyer & R. Mistry. *The effects of structural and localized resonances on induction motor performance*. IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 44, no. 5, pages 1367–1375, Sept 2008.
- [Kumar 12] A. Kumar, S. K. Chaturvedi, V. Chaturvedi & R. C. Yadaw. *Design studies and optimization of position of strain gauge*. Int. J. Sci. Eng. Res, vol. 3, pages 1–4, 2012.
- [Le Besnerais 08] J. Le Besnerais. *Réduction du bruit d'origine magnétique dans une machine asynchrone alimentée par MLI-règles de*
-

- conception silencieuse et optimisation multi-objectif*. PhD thesis, École Centrale de Lille, 2008.
- [Le Besnerais 15] J. Le Besnerais. *Vibroacoustic analysis of radial and tangential air-gap magnetic forces in permanent magnet synchronous machines*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 51, no. 6, pages 1–9, 2015.
- [Lockley 95] W. E. Lockley, T. S. Driscoll, W. H. Wharran & R. H. Paes. *Harmonic torque considerations of applying a 6000-HP induction motor and drive to a high-speed compressor*. IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 31, no. 6, pages 1412–1418, 1995.
- [Lombard 92] P. Lombard & G. Meunier. *A general method for electric and magnetic coupled problem in 2D and magnetodynamic domain*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 28, no. 2, pages 1291–1294, 1992.
- [Lubin 07] T. Lubin, T. Hamiti, H. Razik & A. Rezzoug. *Comparison between finite-element analysis and winding function theory for inductances and torque calculation of a synchronous reluctance machine*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 43, no. 8, pages 3406–3410, 2007.
- [Luchscheider 12] V. Luchscheider, K. Willner & M. Maidorn. *Development of a model to describe the stiffness of an electric motor lamination stack*. In 2012 2nd International Electric Drives Production Conference (EDPC), pages 1–5. IEEE, 2012.
- [Luchscheider 14] V. Luchscheider, K. Willner & M. Maidorn. *Computation of the effective lamination stack's behavior considering the contact simulation with a multi-scale homogenization*. In Proceedings of the 11th World Congress on Computational Mechanics, 2014.
- [Maliti 00] K. C. Maliti. *Modeling and analysis of magnetic noise in squirrel-cage induction motors*. PhD thesis, Institutionen för elkraftteknik, 2000.
- [Marcon 19] J. C. Marcon, O. M. Silva, T. A. Fiorentin & A. Lenzi. *Identification of Three-Dimensional Equivalent Material Properties for Laminated Disks Pack of Electric Machine Stators : Application in Reciprocal Compressors*. Shock and Vibration, vol. 2019, 2019.
- [Masson 06] G. Masson, B. A. Brik, S. Cogan & N. Bouhaddi. *Component mode synthesis (CMS) based on an enriched Ritz approach for efficient structural optimization*. Journal of sound and vibration, vol. 296, no. 4-5, pages 845–860, 2006.

- 
- [Mehazzem 10] F. Mehazzem. *Contribution à la Commande d'un Moteur Asynchrone destiné à la Traction électrique*. PhD thesis, Université Paris Est, 2010.
- [Mignolet 03] M. P. Mignolet & B.-K. Choi. *Robust optimal positioning of strain gages on blades*. Journal of Turbomachinery, vol. 125, no. 1, pages 155–164, 2003.
- [Millithaler 15] P. Millithaler, É. Sadoulet-Reboul, M. Ouisse, J.-B. Dupont & N. Bouhaddi. *Structural dynamics of electric machine stators : Modelling guidelines and identification of three-dimensional equivalent material properties for multi-layered orthotropic laminates*. Journal of Sound and Vibration, vol. 348, pages 185–205, 2015.
- [Millithaler 18] P. Millithaler, E. Sadoulet-Reboul, M. Ouisse, J.-B. Dupont & N. Bouhaddi. *Identification of representative anisotropic material properties accounting for friction and preloading effects : A contribution for the modeling of structural dynamics of electric motor stators*. Journal of Vibration and Control, vol. 24, no. 2, pages 237–259, 2018.
- [Minteer 13] T. M. Minteer. *Magnetostatic Stress : Insightful Analysis and Manipulation of Maxwell's Stress Equation for Magnetostatics*. IEEE transactions on magnetics, vol. 49, no. 11, pages 5387–5398, 2013.
- [Mizia 88] J. Mizia, K. Adamiak, A. Eastham & G. Dawson. *Finite element force calculation : comparison of methods for electric machines*. IEEE Transactions on Magnetism, vol. 24, no. 1, pages 447–450, 1988.
- [Mogenier 09] G. Mogenier, R. Dufour, G. Ferraris-Besso, L. Durantay & N. Barras. *Identification of lamination stack properties : Application to high-speed induction motors*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 57, no. 1, pages 281–287, 2009.
- [Mogenier 11] G. Mogenier. *Identification et prévision du comportement dynamique des rotors feuilletés en flexion*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2011.
- [Montalvão 04] D. Montalvão, A. Ribeiro, N. Maia & J. Silva. *Estimation of the rotational terms of the dynamic response matrix*. Shock and Vibration, vol. 11, no. 3, 4, pages 333–350, 2004.
- [Montero 11] W. Montero, R. Farag, V. Diaz, M. Ramirez & B. Boada. *Uncertainties associated with strain-measuring systems using resistance strain gauges*. The Journal of Strain Analysis for Engineering Design, vol. 46, no. 1, pages 1–13, 2011.
- [Montier 16] L. Montier, T. Henneron, S. Clénet & B. Goursaud. *Transient simulation of an electrical rotating machine achieved*
-

- through model order reduction*. Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences, vol. 3, no. 1, pages 1–17, 2016.
- [Mottershead 03] J. E. Mottershead, A. Kyprianou & H. J. Ouyang. *Estimation of rotational frequency responses*. In Key Engineering Materials, volume 245, pages 157–166. Trans Tech Publ, 2003.
- [MSC.NASTRAN 05] MSC.NASTRAN. *User's Manual*. USA : MSC Software Inc., 2005.
- [Nogarède 05] B. Nogarède & D. Van Den Bossche. *Électrodynamique appliquée : Bases et principes physiques de l'électrotechnique*. Dunod, 2005.
- [Nouy 10] A. Nouy. *A priori model reduction through proper generalized decomposition for solving time-dependent partial differential equations*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 199, no. 23-24, pages 1603–1626, 2010.
- [Oliveira 11] J. A. Oliveira, F. Teixeira-Dias & J. Pinho. *Asymptotic expansion homogenisation and multiscale topology optimisation of composite structures*. INTECH Open Access Publisher, 2011.
- [Peeters 04] B. Peeters, H. Van der Auweraer, P. Guillaume & J. Leu-ridan. *The PolyMAX Frequency-Domain Method : A New Standard for Modal Parameter Estimation ?* Shock and Vibration, vol. 11, no. 3-4, pages 395–409, 2004.
- [Pellerey 12] P. Pellerey, V. Lanfranchi & G. Friedrich. *Coupled numerical simulation between electromagnetic and structural models. Influence of the supply harmonics for synchronous machine vibrations*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 48, no. 2, pages 983–986, 2012.
- [Pile 18] R. Pile, J. Le Besnerais *et al.* *Comparison of main magnetic force computation methods for noise and vibration assessment in electrical machines*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 54, no. 7, pages 1–13, 2018.
- [Pile 19] R. Pile, G. Parent, E. Devillers, T. Henneron, Y. Le Menach, J. Le Besnerais & J.-P. Lecointe. *Application limits of the airgap maxwell tensor*. 2019.
- [Popescu 06] M. Popescu, D. Dorrell & M. McGilp. *Instantaneous electromagnetic torque estimation in electrical motors using the finite element method—A review*. In Proc. 17th ICEM, 2006.
- [Ren 94] Z. Ren. *Comparison of different force calculation methods in 3D finite element modelling*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 30, no. 5, pages 3471–3474, 1994.

- 
- [Rikards 01] R. Rikards, A. Chate & G. Gailis. *Identification of elastic properties of laminates based on experiment design*. International Journal of Solids and Structures, vol. 38, no. 30-31, pages 5097–5115, 2001.
- [Sakamoto 20] H. Sakamoto, K. Okamoto & H. Igarashi. *Fast Analysis of Rotating Machine Using Simplified Model-Order Reduction Based on POD*. IEEE transactions on magnetics, vol. 56, no. 2, pages 1–4, 2020.
- [Schilders 08] W. H. Schilders, H. A. Van der Vorst & J. Rommes. *Model order reduction : theory, research aspects and applications*. Springer, 2008.
- [Sensmeier 98] M. D. Sensmeier & K. L. Nichol. *Minimizing vibratory strain measurement error*. In ASME 1998 International Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exhibition. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 1998.
- [Sheppard 88] D. J. Sheppard. *Torsional vibration resulting from adjustable-frequency AC drives*. IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 24, no. 5, pages 812–817, 1988.
- [Song-Manguelle 10] J. Song-Manguelle, S. Schroder, T. Geyer, G. Ekemb & J.-M. Nyobe-Yome. *Prediction of mechanical shaft failures due to pulsating torques of variable-frequency drives*. IEEE Transactions on Industry Applications, vol. 46, no. 5, pages 1979–1988, Sept 2010.
- [Spin 19] Spin. *Electrical machines design course*, 2019.
- [Sternchüss 06] A. Sternchüss & E. Balmès. *On the reduction of quasi-cyclic disk models with variable rotation speeds*. In ISMA, page isma2006\_0397.pdf, France, September 2006.
- [Szwedowicz 02] J. Szwedowicz, S. Senn & R. Abhari. *Optimum Strain Gauge Application to Bladed Assemblies*. In ASME Turbo Expo 2002 : Power for Land, Sea, and Air, pages 725–733. American Society of Mechanical Engineers Digital Collection, 2002.
- [Tchakoue 14] M. F. Tchakoue. *Dimensionnement vibro-acoustique des machines synchrones à aimants permanents pour la traction ferroviaire : Règles de conception silencieuse*. PhD thesis, École Centrale de Lille, 2014.
- [Trzynadlowski 02] A. M. Trzynadlowski. *Chapter 1 - Power Electronic Converters*. In M. P. Kazmierkowski, R. Krishnan & F. Blaabjerg, editeurs, Control in Power Electronics, Academic Press Series in Engineering, pages 1 – 43. Academic Press, Burlington, 2002.
-



- [Tsukakoshi 10] M. Tsukakoshi, M. Al-Mamun, K. Hashimura, H. Hosoda, J. Sakaguchi, L. Ben-Brahim *et al.* *Novel torque ripple minimization control for 25 MW variable speed drive system fed by multilevel voltage source inverter*. In Proceedings of the 39th Turbomachinery Symposium. Texas A&M University. Turbomachinery Laboratories, 2010.
- [Van Der Giet 08a] M. Van Der Giet & K. Hameyer. *Identification of homogenized equivalent materials for the modal analysis of composite structures in electrical machines*. IMechE, vol. 1, pages 437–448, 2008.
- [Van Der Giet 08b] M. Van Der Giet, C. Schlensok, B. Schmulling & K. Hameyer. *Comparison of 2-D and 3-D coupled electromagnetic and structure-dynamic simulation of electrical machines*. IEEE Transactions on Magnetics, vol. 44, no. 6, pages 1594–1597, 2008.
- [Van der Giet 12] M. Van der Giet, K. Kasper, R. De Doncker & K. Hameyer. *Material parameters for the structural dynamic simulation of electrical machines*. In 2012 XXth International Conference on Electrical Machines, pages 2994–3000. IEEE, 2012.
- [Wachel 93] J. Wachel, F. R. Szenasiet *al.* *Analysis of torsional vibrations in rotating machinery*. In Proceedings of the 22nd Turbomachinery Symposium. Texas A&M University. Turbomachinery Laboratories, 1993.
- [Waltz 06] R. A. Waltz, J. L. Morales, J. Nocedal & D. Orban. *An interior algorithm for nonlinear optimization that combines line search and trust region steps*. Mathematical programming, vol. 107, no. 3, pages 391–408, 2006.
- [Wang 00] C. Wang & J. Lai. *Prediction of natural frequencies of finite length circular cylindrical shells*. Applied acoustics, vol. 59, no. 4, pages 385–400, 2000.
- [Yilmaz 15] M. Yilmaz. *Limitations/capabilities of electric machine technologies and modeling approaches for electric motor design and analysis in plug-in electric vehicle applications*. Renewable and Sustainable Energy Reviews, vol. 52, pages 80–99, 2015.
- [Youmssi 06] A. Youmssi. *A three-dimensional semi-analytical study of the magnetic field excitation in a radial surface permanent-magnet synchronous motor*. IEEE transactions on magnetics, vol. 42, no. 12, pages 3832–3841, 2006.
- [Zhang 13] Y. Q. Zhang. *The Application of Contact Element in Finite Element Analysis*. In Applied Mechanics and Materials, volume 422, pages 100–104. Trans Tech Publ, 2013.

- [Zhang 19] M. Zhang, B. Qiu, M. Zhu & X. Qu. *Novel computation method of reducing ill-posedness for structural static distributed load identification by optimising strain gauge locations*. Mechanical Systems and Signal Processing, vol. 124, pages 83–110, 2019.
- [Zuo 14] Y. Zuo, J. Wang, W. Ma, X. Zhai & X. Yao. *Method for selecting master degrees of freedom for rotating substructure*. In Turbo Expo : Power for Land, Sea, and Air. American Society of Mechanical Engineers, 2014.



# Liste des Figures

I.1	Architecture typique d'un moteur électrique asynchrone de traction ferroviaire .....	4
I.2	Sections de moteur pour différentes technologies de machines électriques (DC : Direct Current, SRM : Switched Reluctance Motor, SPM : Surface Permanent Magnet, IPM : Interior Permanent Magnet) [Yilmaz 15] .....	5
I.3	Les différentes technologies de moteurs électriques [Spin 19] .....	5
I.4	Vue en perspective et en coupe d'un rotor de moteur asynchrone ...	6
I.5	Lignes de champ magnétique pour un moteur à 2 et 8 pôles [Spin 19]	7
I.6	Déphasage spatial et temporel de $120^\circ$ entre les 3 phases du moteur	8
I.7	Tension pour une alimentation MLI et une alimentation sinus .....	9
I.8	Transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique [Debruyne 12] .....	9
I.9	Schéma électrique d'un onduleur et d'un moteur [Debruyne 12] .....	10
I.10	Schéma de principe de la MLI [Debruyne 12] .....	10
I.11	Workflow de la problématique des vibrations des rotors dues à l'excitation électromagnétique .....	16
II.1	Ordres spatiaux 0, 2, 3 et 4 des forces électromagnétiques radiales...	19
II.2	Schéma électrique du modèle sinusoïdal en régime permanent .....	20
II.3	Schéma électrique du modèle harmonique.....	21
II.4	Description du domaine magnétique et décomposition en régions ...	24
II.5	Maillage du moteur pour le modèle éléments finis .....	24
II.6	Schéma du circuit équivalent du moteur asynchrone.....	26
II.7	Pression magnétique radiale en fonction de la position angulaire calculée par le principe des travaux virtuels (VWP), la méthode du tenseur de Maxwell à l'interface air/fer (MT interface) et dans l'entrefer (MT Air gap) [Pile 18] .....	28
II.8	Volume et surface d'intégration des pressions de Maxwell [Tchakoue 14] .....	29

II.9	Pression magnétique tangentielle en fonction de la position du chemin fictif dans l'entrefer ( $k=0\%$ chemin sur le stator, $k=100\%$ chemin sur le rotor) [Hallal 13] . . . . .	29
II.10	Force magnétique tangentielle pour un tour de rotor et sa FFT selon différentes méthodes [Pile 18] (MT Air-Gap : tenseur de Maxwell calculé dans l'entrefer; VWP : principe des travaux virtuels; MT radial : tenseur de Maxwell calculé dans l'entrefer en négligeant la composante tangentielle du champ magnétique; MT Tooth Tip : tenseur de Maxwell calculé dans l'entrefer uniquement en face de la dent; MT interface : tenseur de Maxwell calculé sur le contour de la dent; FEA : méthode des éléments finis; SDM : méthode des sous-domaines) . . . . .	31
III.1	Spectrogramme illustrant l'évolution du spectre des contraintes pendant une montée en vitesse . . . . .	34
III.2	Description du modèle mécanique . . . . .	35
III.3	Projection des pressions magnétiques calculées par l'analyse électromagnétique sur le maillage mécanique [Hallal 14] . . . . .	37
III.4	Couple électromagnétique appliqué sur le modèle éléments finis 3D (les composants sont masqués afin d'illustrer le couple, représenté en noir au centre du rotor) . . . . .	38
III.5	Découpage d'un rotor en plusieurs sections proposé par Bruzzese [Bruzzese 16b] (les zones numérotées de 1 à 7 font références aux sections où $\theta_1$ à $\theta_7$ sont définis) . . . . .	39
III.6	Modèle simplifié d'un rotor proposé par Bruzzese [Bruzzese 16b] . . . . .	40
III.7	Position des neuf sections . . . . .	45
III.8	Trois premiers modes de torsion du rotor . . . . .	47
III.9	Oscillations de couple dues à la MLI (à gauche) et FFT de ce signal (à droite) . . . . .	49
III.10	Comparaison des contraintes aux éléments (Von Mises) dans une ailette du ventilateur entre modèle FEM complet (à gauche) et modèle réduit (à droite) à la fréquence du mode de torsion du ventilateur et réponse forcée qui correspond au couple maximal constant autour du mode de torsion, montrant l'élément avec le maximum de contrainte de Von Mises dans l'ailette du ventilateur . . . . .	50
IV.1	Banc d'essai (Alstom Ornans 2014) . . . . .	56
IV.2	Jauge de déformation FLA-5-23-3LT sur une ailette du ventilateur (à gauche) et vue du gradient de déformation dans la direction de la jauge estimé par calcul (à droite) . . . . .	57

---

IV.3	Discrétisation de la jauge de déformation virtuelle .....	58
IV.4	Illustration des positions (à gauche) et des orientations (à droite) prises par la jauge pour l'étude de variabilité (incertitude de $\pm 0.75$ mm sur le position et $\pm 10^\circ$ sur l'orientation) .....	59
IV.5	Cartographie des déformations dans la direction de la jauge en fonction de l'orientation de la jauge : $+10^\circ$ par rapport à la direction nominale (à gauche), direction nominale (au centre) et $-10^\circ$ par rapport à la direction nominale (à droite) .....	60
IV.6	Comparaison du waterfall de déformation obtenu en mesure (à gauche) et par calcul avec le modèle réduit (à droite) .....	61
IV.7	Graphique de Pareto comparant deux objectifs pour 10800 tirages du plan factoriel (variables : X, Y et $\theta$ ) .....	63
IV.8	Graphique de coordonnée parallèle illustrant la dispersion des variables .....	64
IV.9	Surfaces de réponse illustrant le plan factoriel complet pour l'orientation nominale de la jauge ( $90^\circ$ ) et pour différentes valeurs de pondération du paramètre $\lambda$ .....	65
IV.10	Surfaces de réponse illustrant le plan factoriel complet pour une orientation de $75^\circ$ et pour différentes valeurs de pondération du paramètre $\lambda$ .....	66
IV.11	Surfaces de réponse illustrant le plan factoriel complet pour une orientation de $165^\circ$ et pour différentes valeurs de pondération du paramètre $\lambda$ .....	66
IV.12	Graphique de Pareto comparant deux objectifs avec 10800 tirages du plan factoriel complet (variables : X, Y et $\theta$ ) avec front de Pareto "optimisé" .....	69
V.1	Configurations d'essai pour les analyses modales expérimentales pièce par pièce : (a) arbre avec 8 accéléromètres, (b) barre avec 4 accéléromètres, (c) anneau de court-circuit avec 8 accéléromètres, (d) plateau de serrage avec 8 accéléromètres et (e) ventilateur caractérisé au laser ( $\otimes$ : position des accéléromètres) .....	74
V.2	Spectre d'accélération moyen du <b>ventilateur</b> obtenu avec le vibromètre laser Polytec PSV500 3D avec déformées des modes .....	77
V.3	Différentes étapes d'assemblage du rotor .....	78
V.4	Configuration d'essai de l'analyse modale du rotor lors de sa <b>première étape d'assemblage</b> ( $\otimes$ : position des accéléromètres) ....	80
V.5	Matrice AutoMAC des modes identifiées entre 0 et 4000 Hz à partir des mesures accélérométriques pour l' <b>étape 1</b> .....	82

---

V.6	FRF ponctuelle avec déformées des modes du paquet de tôles pour l' <b>étape 1</b> .....	82
V.7	Configuration d'essai de l'analyse modale du rotor lors de sa <b>deuxième étape d'assemblage</b> .....	83
V.8	Spectre d'accélération moyen de l' <b>étape 2</b> d'assemblage du rotor obtenu avec le vibromètre laser Polytec PSV500 3D avec déformées des modes .....	84
V.9	Châssis d'essai pour l'analyse modale du rotor complet .....	85
V.10	Configuration d'essai de l'analyse modale du rotor lors de sa <b>troisième étape d'assemblage</b> (rotor complet) .....	85
V.11	Spectre d'accélération moyen de l' <b>étape 3</b> d'assemblage du rotor obtenu avec le vibromètre laser Polytec PSV500 3D avec déformées des modes .....	86
V.12	Étude de sensibilité de la fréquence propre et de la déformée modale du premier mode de torsion du rotor par rapport aux paramètres matériaux du paquet de tôles .....	94
V.13	Étude de sensibilité par rapport aux paramètres matériaux du paquet de tôles vérifiant les égalités (V.9) .....	95
V.14	Étude de sensibilité par rapport aux paramètres matériaux du paquet de tôles avec $G_{12} = G_{23} = 4707$ MPa.....	96
V.15	Matrices MAC et écarts relatifs en fréquence entre les modes calculés et mesurés de l'assemblage n°1 du rotor.....	98
VI.1	Vues de l'essai de caractérisation des tôles .....	102
VI.2	Courbe pression-déplacement pour dix cycles de charge-décharge ...	103
VI.3	Courbes de raideur en fonction de la pression .....	104
VI.4	Post-traitement des déplacements pour une précharge de 5 MPa ....	106
VI.5	Évolution du ratio effort tangentiel sur effort normal $f$ en fonction de la position angulaire pour différentes précharges et différentes amplitudes de cycle de rotation .....	107
VI.6	Évolution du ratio effort tangentiel sur effort normal $f$ en fonction de la vitesse angulaire pour différentes précharges et différentes amplitudes de cycle de rotation .....	108
VI.7	Volume Élémentaire Représentatif (VER) .....	109
VI.8	Étape 1 : précharge .....	110
VI.9	Cas de charge.....	112

VI.10	Évolution des modules d'Young $E_1$ et $E_2$ en fonction de la précharge et du coefficient de frottement	115
VI.11	Évolution des coefficients de Poisson $\nu_{ij}$ en fonction de la précharge et du coefficient de frottement	116
VI.12	Évolution des modules de cisaillement $G_{12}$ et $G_{31}$ en fonction de la précharge et du coefficient de frottement	116
VI.13	Configuration d'essai de l'analyse modale de la poutre pour le cas d'application académique	117
VI.14	Modèle de la poutre pour le cas d'application académique	118
VI.15	État de contrainte dans la poutre à la fin du processus itératif visant à linéariser le matériau autour d'une précharge par zone	119
VI.16	Schéma de la démarche utilisée pour le calcul de la précharge puis le calcul vibratoire homogénéisé	120
VI.17	Matrice MAC et matrice d'écart relatif en fréquence pour un paquet de tôles modélisé en acier isotrope standard	121
VI.18	Matrice MAC et matrice d'écart relatif en fréquence pour un paquet de tôles avec matériau isotrope transverse recalé par rapport aux essais	122
VI.19	Matrice MAC et matrice d'écart relatif en fréquence pour un paquet de tôles avec zones selon la méthode proposée	122
VI.20	Histogramme de la répartition du volume de l'empilement de tôles dans chaque zone	123
VI.21	Matrice MAC et matrice d'écart relatif en fréquence pour un paquet de tôles avec décalage des zones de 4 MPa	123
VI.22	Modèle utilisé pour le calcul d'entôlage	125
VI.23	État de contrainte dans le paquet de tôles à la fin du processus itératif visant à linéariser le matériau autour d'une précharge par zone	126
VI.24	Matrice MAC et matrice d'écart relatif en fréquence pour un paquet de tôles avec zones selon la méthode proposée dans cette thèse	127
VI.25	Matrice MAC et matrice d'écart relatif en fréquence	128
VI.26	Comparaison du modèle recalé et du modèle homogénéisé (sans décalage des zones)	129
VI.27	Comparaison du modèle recalé et du modèle homogénéisé	130
A.1	Cartographie 3D (à gauche) et 2D (à droite) de la surface d'une tôle	138





# Liste des Tables

IV.1	Paramètres statistiques pour la configuration de l'essai et pour quelques configurations optimales .....	68
V.1	Fréquences propres et amortissements de l' <b>arbre</b> ( $\bar{\xi} = 0.054 \times 10^{-2}$ et $\sigma_{\xi} = 0.046 \times 10^{-2}$ ) .....	75
V.2	Fréquences propres et amortissements de l' <b>anneau</b> ( $\bar{\xi} = 0.070 \times 10^{-2}$ et $\sigma_{\xi} = 0.075 \times 10^{-2}$ ) .....	75
V.3	Fréquences propres et amortissements du <b>plateau</b> ( $\bar{\xi} = 0.028 \times 10^{-2}$ et $\sigma_{\xi} = 0.011 \times 10^{-2}$ ) .....	75
V.4	Fréquences propres et amortissements de la <b>barre</b> ( $\bar{\xi} = 0.799 \times 10^{-2}$ et $\sigma_{\xi} = 0.751 \times 10^{-2}$ ) .....	76
V.5	Fréquences propres et amortissements du <b>ventilateur</b> ( $\bar{\xi} = 0.119 \times 10^{-2}$ et $\sigma_{\xi} = 0.107 \times 10^{-2}$ ) .....	76
V.6	Fréquences propres et amortissements de l' <b>étape 1</b> d'assemblage du rotor jusqu'à 2500 Hz ( $\bar{\xi} = 0.156 \times 10^{-2}$ et $\sigma_{\xi} = 0.082 \times 10^{-2}$ ) .....	79
V.7	Fréquences propres et amortissements de l' <b>étape 2</b> d'assemblage du rotor jusqu'à 3000 Hz ( $\bar{\xi} = 0.280 \times 10^{-2}$ et $\sigma_{\xi} = 0.237 \times 10^{-2}$ ) .....	81
V.8	Fréquences propres et amortissements de l' <b>étape 3</b> d'assemblage du rotor jusqu'à 2000 Hz ( $\bar{\xi} = 0.473 \times 10^{-2}$ et $\sigma_{\xi} = 0.221 \times 10^{-2}$ ) .....	81
V.9	Tableau de corrélation avant et après recalage et modification des paramètres matériaux pendant le recalage de l' <b>arbre</b> .....	88
V.10	Tableau de corrélation avant et après recalage et modification des paramètres matériaux pendant le recalage de l' <b>anneau</b> .....	89
V.11	Tableau de corrélation avant et après recalage et modification des paramètres matériaux pendant le recalage du <b>plateau</b> .....	90
V.12	Tableau de corrélation avant et après recalage et modification des paramètres matériaux pendant le recalage de la <b>barre</b> .....	90
V.13	Tableau de corrélation avant et après recalage et modification des paramètres matériaux pendant le recalage du <b>ventilateur</b> .....	91

**Titre :** Dimensionnement et tenue dynamique de pièces de rotors électriques sous excitations MLI

**Mots clés:** Comportement dynamique, moteurs électriques, Modulation de Largeur d'Impulsion, réduction de modèle, homogénéisation.

**Résumé :**

Le pilotage par Modulation de Largeur d'Impulsion (MLI) des moteurs électriques induit des oscillations de couple au niveau du rotor sur une large plage de fréquence et avec des amplitudes importantes. Ces excitations peuvent conduire à la rupture des pièces tournantes. Ce pilotage couplé à des modèles mécaniques simplifiés rend le dimensionnement des rotors complexes, ce qui mène à un surdimensionnement. L'objectif de la thèse est de maîtriser les modélisations dynamiques des rotors et de définir une méthodologie de dimensionnement sous excitation MLI. Le premier apport méthodologique concerne une méthode de réduction du modèle mécanique du rotor s'appuyant sur une base de projection liant les

DDLs du modèle complet aux DDLs en rotation du modèle réduit. De plus, l'estimation des contraintes dans les pièces tournantes sur une montée en vitesse, nécessaire au dimensionnement, est obtenue par opération inverse à partir de la résolution du problème dans l'espace réduit. Le second apport se focalise sur le comportement dynamique du paquet de tôles. Une méthodologie d'homogénéisation non-linéaire asymptotique est proposée. Les modules d'élasticité équivalents de l'empilement de tôles sont estimés à partir d'un ensemble de calculs quasi-statiques non-linéaires et par la prédiction de la précharge dans l'assemblage. Les résultats issus de cette méthode sont comparés à des essais expérimentaux sur deux cas, académique et industriel.

**Title :** Design and dynamic strength of electric rotor parts under PWM dynamic excitations

**Keywords :** Dynamic behavior, electric motors, Pulse Width Modulation, reduced order model, homogenization.

**Abstract :**

Pulse Width Modulation (PWM) control of electric motors induces torque oscillations over a wide frequency range and with large amplitudes. These excitations can lead to the rupture of rotating parts. The PWM control coupled with simplified mechanical models often leads to oversizing of complex rotors. The objective of this thesis is to provide confident models describing the dynamic behavior when excited by PWM strategies. The first methodological contribution consists in a reduced order modelling strategy of the mechanical model of the rotor based on a projection basis linking the DOFs of the complete model to the rotation DOFs

of the reduced model. In addition, the computation of stresses in the rotating parts during a speed-up is obtained by expanding the solution obtained from the resolution of the problem in the reduced space. The second contribution focuses on the dynamic behavior of the laminated stack. An asymptotic non-linear homogenization methodology is proposed. The equivalent elasticity moduli of the laminated stack are estimated from a series of non-linear quasi-static computations and by the prediction of the assembly preload. The results of this method are compared to experimental tests on both academic and industrial cases.