



**HAL**  
open science

# Génération et optimisation d'harmoniques d'ordres élevés portant un moment angulaire orbital pour l'injection dans un plasma de laser X-UV

Fabrice Sanson

► **To cite this version:**

Fabrice Sanson. Génération et optimisation d'harmoniques d'ordres élevés portant un moment angulaire orbital pour l'injection dans un plasma de laser X-UV. Optique [physics.optics]. Université Paris-Saclay, 2021. Français. NNT : 2021UPASP026 . tel-03331645

**HAL Id: tel-03331645**

**<https://theses.hal.science/tel-03331645>**

Submitted on 2 Sep 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Génération et optimisation  
d'harmoniques d'ordres élevés  
portant un moment angulaire  
orbital pour l'injection dans un  
plasma de laser X-UV  
*Generation and optimization of high order  
harmonics carrying an orbital angular  
momentum to seed a soft X-Ray Plasma*

**Thèse de doctorat de l'Université Paris-Saclay**

École doctorale n° 572, Ondes et Matière (EDOM)  
Spécialité de doctorat : Physique  
Unité de recherche : Université Paris-Saclay, CNRS, Laboratoire de  
physique des gaz et des plasmas, 91405, Orsay, France.  
Réfèrent : Faculté des sciences d'Orsay

**Thèse présentée et soutenue à Paris-Saclay, le 30 Mars 2021,  
par**


**Fabrice SANSON**

**Composition du jury :**

<b>Philippe ZEITOUN</b> Directeur de recherche, ENSTA - LOA	Président & Rapporteur
<b>Constance VALENTIN</b> Chargée de recherche, HdR, Univ. Bordeaux I - CELIA	Rapporteuse & Examinatrice
<b>Eric CONSTANT</b> Directeur de recherche, Univ. Claude Bernard Lyon 1 - ILM	Examineur
<b>Jean-François HERGOTT</b> Ingénieur-chercheur, HdR, CEA, Univ. Paris-Saclay - LIDYL	Examineur
<b>Nicolas LEROY</b> Chargé de recherche, HdR, Univ. Paris-Saclay - IJCLab	Examineur
<b>Sophie KAZAMIAS</b> Professeure des universités, Univ. Paris-Saclay - IJCLab	Directrice
<b>Guillaume DOVILLAIRE</b> Ingénieur-docteur, Imagine-Optic	Invité
<b>Franck FALCOZ</b> Ingénieur-docteur, Amplitude Laser	Invité



# Remerciements

 ÉCRITURE DE CE MANUSCRIT et la réalisation de cette thèse auront mobilisé bien plus de personnes que je n'aurais pu l'imaginer de prime abord. Je remercie toutes ces personnes qui, de près ou de loin, m'ont permis de venir à bout de ce travail alors que moi-même étais découragé par la montagne qu'il représentait. A plusieurs nous avons pu déplacer cette montagne et dégager le chemin jusqu'à ce résultat, petit à petit...

En premier lieu je souhaite remercier Tiberiu Minea pour m'avoir accueilli au sein du LPGP dans le cadre de cette thèse, je remercie également l'équipe administrative du laboratoire pour son aide et notamment Thierry Devillers et Nicolas Dessaints qui m'ont plusieurs fois accompagné lors des écueils administratifs que, comme vous pouvez l'imaginer, l'on peut rencontrer lors d'une thèse.

Dans un second temps je voudrais remercier Amplitude et Gilles Riboulet qui m'ont eux aussi accueilli (et financé) dans le cadre de cette thèse CIFRE, Xiaowei Chen et Aurélien Ricci qui m'ont encadré plus particulièrement et m'ont accordé leur confiance pour six mois supplémentaires alors que ce manuscrit n'était pas terminé.

A mon arrivée chez Amplitude j'ai rejoint une équipe chaleureuse, je remercie tout particulièrement Emilien et Mathieu qui m'ont accueilli et formé pendant les quelques mois que j'ai passé là-bas ; j'espère que tout va bien pour vous dans vos nouvelles vies ; ainsi que Benoît et Alexandre pour toute leur aide apportée. Merci pour votre accueil et désolé de ne pas être venu plus souvent !

Je souhaite remercier Antoine qui m'a converti à L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X, à l'époque de notre Master, et permis à terme de réaliser matériellement ce manuscrit (presque) comme je l'entendais, et surtout au delà pour les petits moments autour d'une bière, j'espère que l'on pourra refaire ça après toute cette période.

C'est grâce à des contributions (plus que conséquentes) que ce manuscrit a pu présenter autant de résultats. Ainsi je souhaite remercier Philippe Balcou. Je regrette que tu n'aies pu ni être présent physiquement ni faire partie du jury, je te remercie pour ta patience dans tes explications (et parfois pour avoir mes réponses...), pour l'apport de toute ton expertise ainsi que pour l'opportunité de travailler avec cette lame de phase qui aura constitué le coeur de cette étude. J'espère que tout ira bien pour toi à l'avenir.

---

J'en profite pour remercier Martin Richardson car c'est sa collaboration avec Philippe qui nous aura donné l'occasion de réaliser des expériences avec cette lame. En dernier lieu je souhaite remercier Guillaume Dovillaire qui nous aura aidé, toute l'équipe et moi, à avancer dans la compréhension et le traitement de nos données, d'avoir été toujours disponible et fait montre de patience devant nos regards de néophytes sur ce type de mesures et de faisceau. Je te remercie aussi pour ta confiance, grâce à toi j'ai pu rejoindre une entreprise dans laquelle je me sens bien et que j'espère pouvoir aider à faire grandir. Merci aussi à Fabrice Harms pour son aide sur nos expériences et nos appareils. Merci à l'équipe méca du LAL et à Denis Douillet pour tout leur support sur la ligne d'expérience.

Je voudrais aussi remercier Nicolas, qui après avoir été mon responsable de stage en Master, et malgré le fait que je n'ai pas continué avec lui en doctorat, m'aura guidé vers LaseriX et son équipe, pour quand même finalement examiner ma thèse. Grâce à lui j'ai commencé ce travail et grâce à lui celui-ci s'est bien terminé, sans qu'aucun stress ou couac ne vienne s'interposer. Je te remercie sincèrement.

Bien sûr il y a mon équipe du laboratoire. Si administrativement ça n'a pas toujours été une seule équipe (faut bien en rigoler), dans la réalité du terrain jamais personne n'aurait pu prétendre le contraire. Tout le monde se serre les coudes et c'est vraiment quelque chose d'important.

Merci à Bruno et Eirini. Merci à Elsa qui a fait tourner le laser et a apporté son aide à tout ce qui pouvait le nécessiter. Merci à Julien, grâce à qui j'ai appris pas mal de petits trucs et surtout pu travailler en toutes circonstances. Merci à Olivier N. pour son soutien informatique et pour avoir été là après mon cambriolage. Olivier G., merci pour toute ton aide et ton investissement dans ce travail et dans son accompagnement, j'ai beaucoup appris grâce à toi. Moana, merci pour ta bonne humeur et ton soutien indéfectible, les discussions autour des livres et des séries et ta pédagogie.

Alok, thank you for everything. I think that my english really improved thanks to you but also and particularly my scientific knowledge. I really liked our intense discussions about the experiments and theory, also our "lighter" talks about politic and humanity. You are a really hard worker and a nice guy, I hope that everything will go fine for you. Your PhD will be a really important and good work, I am sure.

Sophie, je suis ravi de t'avoir eu comme directrice de thèse et je peux assurer sans aucune hésitation que si la direction avait été assurée par quelqu'un d'autre je n'aurais jamais été au bout. Je te remercie pour ta bienveillance, ta chaleur humaine et ton investissement, dans ma thèse et dans l'équipe en général. Je te suis sincèrement reconnaissant et espère ne pas avoir été trop pénible à encadrer, surtout pendant ces longs mois supplémentaires.

Merci à tous pour votre joie de vivre et tous ces moments partagés. J'espère pouvoir assister à nouveau à des repas d'équipes (et enfin en faire un Normand) même si je n'en fais plus administrativement parti.

Je souhaite remercier mes amis et ma famille que je n'ai pas pu voir pendant ces longs mois et qui sont malgré tout toujours là aujourd'hui. Sachez que je pense fort à vous, vos félicitations et compliments m'ont beaucoup touché.

---

Enfin j'aimerais laisser quelques lignes pour Noémie qui aura souffert cette thèse jusqu'au bout, malgré les retards, les vacances pas vraiment détendues, le travail tard alors qu'elle aussi avait ses propres défis. Jamais je ne te remercierai assez d'avoir été à mes côtés tout ce temps et dans toutes ces épreuves. Sans toi cette thèse ne serait pas et je ne sais pas où j'en serais. Je t'aime.

Avant de rentrer dans le dur de ce texte, j'aimerais remercier les personnes qui ont accepté de le lire, le relire et le valider, mes deux rapporteurs Philippe Zeitoun et Constance Valentin, qui m'ont en outre conseillé pour faire évoluer ce manuscrit vers sa forme finale, ainsi que mes examinateurs Eric Constant et Jean-François Hergott et Franck Falcoz représentant d'Amplitude lors de ma soutenance.

---

*A mon ange,*



---

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>1</b>
Moment linéaire et lumière . . . . .	1
Moment linéaire et moment angulaire . . . . .	2
Génération d'harmoniques . . . . .	3
Laser X et injection . . . . .	4
Objectif et plan de la thèse . . . . .	6
<b>1 Génération d'harmoniques d'ordres élevés : théorie et conditions expérimentales</b>	<b>7</b>
1.1 Historique de la génération d'harmoniques et état de l'art des différentes approches expérimentales utilisées . . . . .	8
1.1.1 La génération d'harmonique en milieu solide : . . . . .	8
1.1.2 La génération d'harmoniques dans les gaz : . . . . .	9
1.1.3 La génération par miroir plasma : . . . . .	10
1.2 Cadre général . . . . .	12
1.2.1 Approximation paraxiale . . . . .	12
1.2.2 Résolution dans le cas d'étude de la thèse . . . . .	15
1.3 Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz	15
1.3.1 Microscopique : Atome unique, du modèle semi-classique au modèle de Lewenstein . . . . .	16
1.3.1.1 Ionisation de l'atome unique . . . . .	16
1.3.1.2 Détail du modèle à trois étapes . . . . .	19
1.3.1.3 Loi de coupure (cutoff) approchée . . . . .	23
1.3.2 Macroscopique : accord de phase . . . . .	24
1.3.2.1 Retour sur l'équation de propagation dans le milieu de génération . . . . .	24
1.3.2.2 Décomposition des effets influençant la phase des dipôles harmoniques . . . . .	26
1.3.2.3 Obtention de l'accord de phase en faisceau gaussien . . . . .	29
<b>2 Faisceaux vortex : moment angulaire et modes de Laguerre-Gauss</b>	<b>37</b>
2.1 Nature du moment angulaire dans l'approximation paraxiale . . . . .	40

---

2.1.1	Moment angulaire total de la lumière . . . . .	40
2.1.2	Moment angulaire de spin . . . . .	41
2.1.2.1	Exemple de l'onde plane polarisée . . . . .	41
2.1.2.2	Champ optique paraxial générique . . . . .	41
2.1.2.3	Mesure du moment de spin . . . . .	42
2.1.3	Moment angulaire orbital (MAO) . . . . .	42
2.1.3.1	Champ optique paraxial portant un moment angulaire orbital . . . . .	43
2.2	Modes de Laguerre Gauss . . . . .	44
2.2.1	Potentiel vecteur . . . . .	44
2.2.2	Champ électrique . . . . .	45
2.2.3	Base orthonormée, projection et analyse . . . . .	48
2.2.3.1	Base orthonormée . . . . .	48
2.2.3.2	Projection sur la base et importance du waist . . . . .	48
2.2.3.3	Transformée de Fourier azimuthale . . . . .	49
2.3	Création de faisceaux portant un moment orbital . . . . .	50
2.3.1	Méthodes expérimentales de génération de faisceaux Laguerre-Gauss . . . . .	51
2.3.1.1	Somme de modes Hermite gauss . . . . .	51
2.3.1.2	Modulateur spatial de lumière ou Spatial light modulator (SLM) : . . . . .	51
2.3.1.3	Réseau fourche . . . . .	52
2.3.1.4	Q-plate . . . . .	52
2.3.1.5	Réfraction / réflecteur conique . . . . .	53
2.3.1.6	Lame et miroir de phase spirale . . . . .	53
2.3.2	Conversion par une lame spirale . . . . .	53
2.3.2.1	Principe . . . . .	53
2.3.2.2	Efficacité théorique de conversion . . . . .	55
2.3.2.3	Calcul pour LaserIX . . . . .	56
2.3.3	Influence de certains paramètres . . . . .	60
2.3.3.1	Méthode d'analyse . . . . .	60
2.3.3.2	Discussion sur la longueur de Rayleigh . . . . .	65
2.3.3.3	Détail de la décomposition en modes $\mathcal{LG}_{l,p}$ . . . . .	66
2.3.3.4	Influence de l'iris sur les modes LG et la conversion . . . . .	70
2.3.3.5	Influence du décentrage de la lame . . . . .	71
2.4	Mesure du moment orbital . . . . .	75
2.4.1	Mesures par le rayon des anneaux . . . . .	75
2.4.2	Mesure par transfert . . . . .	76
2.4.3	Mesure diffractive . . . . .	76
2.4.3.1	Par une ouverture . . . . .	76
2.4.3.2	Par d'autres éléments diffractifs . . . . .	78
2.4.4	Mesure interférentielle . . . . .	79

---

2.4.5	Autres méthodes . . . . .	80
<b>3</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>83</b>
3.1	Dispositif laser . . . . .	87
3.1.1	Travail du spectre pour l'injection . . . . .	87
3.1.2	Spectre avant compression . . . . .	87
3.1.3	Contraste temporel . . . . .	87
3.1.4	Fin de chaîne . . . . .	89
3.1.4.1	Compression des impulsions . . . . .	89
3.1.4.2	Ligne de génération harmonique . . . . .	89
3.1.4.3	Ligne de génération Laser X . . . . .	91
3.2	Dispositif de génération des harmoniques . . . . .	91
3.2.1	Diagnostics EUV . . . . .	91
3.2.1.1	Spectromètre imageur EUV . . . . .	91
3.2.1.2	Imagerie et propagation libre . . . . .	92
3.2.2	Paramètres de génération . . . . .	92
3.2.2.1	Intensité et iris . . . . .	92
3.2.2.2	Pression . . . . .	93
3.2.2.3	Compression de l'impulsion . . . . .	95
3.3	Effet expérimental de lame de phase . . . . .	95
3.3.1	Imagerie de la lame de phase . . . . .	95
3.3.1.1	Propagation libre . . . . .	95
3.3.1.2	Point focal . . . . .	98
3.3.2	Estimation de la qualité de faisceau LG . . . . .	99
3.3.3	Mesure de la charge topologique . . . . .	100
3.3.4	Mesure complète du champ . . . . .	101
3.3.4.1	Front d'onde . . . . .	102
3.3.4.2	Principes généraux . . . . .	102
3.3.4.3	Mesure Hartmann et Shack-Hartmann . . . . .	103
3.3.5	Détecteurs utilisés pour la mesure . . . . .	107
3.3.5.1	Caractéristiques numériques . . . . .	107
3.3.5.2	Caractéristiques techniques . . . . .	108
3.3.6	Influence des paramètres numériques dans le cas d'un faisceau type vortex sur les détecteurs non-interférométriques . . . . .	109
3.3.6.1	Effet du déplacement de la première sous pupille de calcul	109
3.3.6.2	Effet des discontinuités . . . . .	111
3.3.6.3	Effet du nombre d'itérations et du minimum de résiduel de phase accepté . . . . .	112
3.3.6.4	Influence du multi-tirs . . . . .	112
3.3.7	Mesure de l'effet expérimental de la lame sur le faisceau générateur	116
3.3.7.1	Caractérisation du faisceau gaussien classique . . . . .	116
3.3.7.2	Effet de la lame sur le faisceau générateur . . . . .	121

---

<b>4</b>	<b>Génération d'harmoniques d'ordres élevés portant un moment angulaire :</b>	
	<b>Etude l'influence de l'infrarouge sur la génération</b>	<b>131</b>
4.1	Première génération d'harmonique portant un MAO sur LASERIX . . . . .	133
4.1.1	Schéma expérimental de génération . . . . .	133
4.1.2	Génération sans moment orbital . . . . .	133
4.1.3	Génération portant un MAO (Campagne 0) . . . . .	135
4.1.3.1	Etude de la polarisation du faisceau généré . . . . .	135
4.1.3.2	Etudes préliminaires de l'influence de quelques paramètres de la lame sur la génération . . . . .	137
4.1.4	Génération portant un MAO avec mesure de phase (Campagne 1) . . . . .	139
4.1.4.1	Etude de la phase du faisceau harmonique . . . . .	141
4.2	Retournement de la lame et nouvelle calibration . . . . .	146
4.2.1	Effet du retournement de la lame sur le front d'onde . . . . .	146
4.2.2	Recalibration du capteur . . . . .	147
4.2.2.1	Principe de la calibration . . . . .	147
4.2.2.2	Calibration expérimentale . . . . .	148
4.2.3	Nouvelle mesure de l'effet du retournement . . . . .	148
4.3	Etude de la génération d'harmonique portant un MAO : méthode d'analyse appliquée aux données . . . . .	149
4.3.1	Faisceau étudié . . . . .	149
4.3.2	Travail de la grille de définition . . . . .	149
4.3.3	Estimation de la charge $l$ . . . . .	150
4.3.3.1	Méthode en phase . . . . .	150
4.3.3.2	Estimation via la transformée de Fourier azimutale . . . . .	151
4.3.3.3	Rappel sur la décomposition $\mathcal{L}\mathcal{G}$ . . . . .	152
4.3.4	Reconstruction du faisceau . . . . .	154
4.4	Génération d'harmoniques en configuration correctrice (Campagne 2) . . . . .	154
4.4.1	Schéma de génération . . . . .	154
4.4.2	Préparation de la génération . . . . .	157
4.4.3	Faisceau expérimental . . . . .	157
4.4.4	Application des méthodes d'estimation aux données délibérément astigmatiques . . . . .	158
4.4.4.1	Effet du seuil sur le faisceau le moins aberrant de la série . . . . .	158
4.4.4.2	Effet des aberrations . . . . .	161
4.5	Variation et effet de certains paramètres de la génération . . . . .	162
4.5.1	Séries en énergie . . . . .	162
4.5.2	Séries en pression et en iris . . . . .	164
4.5.2.1	Série en pression . . . . .	164
4.5.2.2	Série en iris . . . . .	164
4.6	Théorie des harmoniques en régime Laguerre-Gaussien . . . . .	164
4.6.1	Effet du processus sur le spectre $\mathcal{L}\mathcal{G}$ . . . . .	166
4.6.1.1	Méthode d'étude . . . . .	166

---

4.6.1.2	Effet avec un faisceau générateur pur . . . . .	167
4.6.1.3	Faisceau générateur impur . . . . .	174
4.6.1.4	Retro-description : quel spectre donnerait une conversion pure? . . . . .	178
4.7	Conclusion . . . . .	183
<b>Conclusions et perspectives</b>		<b>185</b>
<b>A Petite histoire de l'électromagnétisme et du laser</b>		<b>189</b>
A.1	Onde, corpuscule et pression . . . . .	189
A.2	Théorisation de l'émission stimulée . . . . .	191
A.3	L'amplification optique expérimentale . . . . .	191
A.4	Développement des lasers . . . . .	192
A.5	Multiplication de technologies et de records . . . . .	193
<b>B Discussion autour du moment linéaire de la lumière</b>		<b>195</b>
<b>C Vers les équations de la génération d'harmonique</b>		<b>199</b>
C.1	Fondamentaux et premières simplifications . . . . .	200
C.1.1	Equations de Maxwell dans ces hypothèses . . . . .	201
C.1.2	Equations de propagation . . . . .	201
C.2	Approximations et simplifications supplémentaires . . . . .	202
C.2.1	Approximation scalaire et polarisation transverse . . . . .	202
C.2.2	Notation complexe et décomposition spectrale . . . . .	202
C.2.3	Equation de propagation . . . . .	203
C.3	Non-interaction des atomes du milieu générateur . . . . .	204
<b>D Modèle de Lewenstein et approximation en champ fort</b>		<b>205</b>
D.1	Approximation en champ fort (Strong Field Approximation : SFA) . . . . .	206
D.2	Modèle de Lewenstein . . . . .	207
D.3	Technique du point selle sur le dipôle . . . . .	208
D.4	Prise en compte de la déplétion de l'état fondamental . . . . .	209
D.5	Calcul de la phase stationnaire . . . . .	210
D.6	Loi du cut-off quantique . . . . .	210
D.7	Amplitude du dipôle d'ordre $q$ . . . . .	211
<b>E Les autres modes portant un moment angulaire orbital</b>		<b>213</b>
<b>F Conversion d'une lame en escalier</b>		<b>215</b>
<b>G Détails du dispositif expérimental</b>		<b>217</b>
G.1	Début de chaîne ou "Front End" . . . . .	218
G.1.1	Oscillateur et début de chaîne . . . . .	218

---

G.1.2	Découpage, filtrage . . . . .	218
G.1.3	Travail nécessaire avant amplification . . . . .	219
G.1.3.1	Diagnostic des risques liés à l'énergie . . . . .	219
G.1.3.2	Etirement de l'impulsion . . . . .	220
G.1.3.3	Premier travail du spectre . . . . .	220
G.1.4	Amplification et spectre laser . . . . .	220
G.2	Diagnostics du laser . . . . .	220
G.2.1	Imagerie . . . . .	221
G.2.2	Durée d'impulsion . . . . .	221
<b>H</b>	<b>Principe général du Hartmann, détails de la reconstruction numérique de phase par Southwell et aberrations au sens de Zernike</b>	<b>223</b>
H.1	Principe général du Hartmann . . . . .	223
H.2	Détail de la reconstruction de Southwell . . . . .	225
H.3	Aberrations au sens de Zernike . . . . .	227
<b>I</b>	<b>Tableaux de données</b>	<b>229</b>
<b>J</b>	<b>Publications</b>	<b>233</b>
J.1	Hartmann wavefront sensor characterization of a high charge vortex beam in the extreme ultraviolet spectral range . . . . .	234
J.2	Highly multimodal structure of high topological charge EUV vortex beams	238
	<b>Bibliographie</b>	<b>243</b>
	<b>Table des figures</b>	<b>271</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>275</b>

*"Une université ressemble beaucoup à un récif de corail. Elle offre des eaux calmes et des particules alimentaires aux organismes délicats mais merveilleusement conçus qui seraient incapables de survivre aux coups de boutoir du ressac de la réalité, où les gens posent des questions comme : "Ce que vous faites, ça sert à quelque chose ?" et autres fadaïses."*


Terry Pratchett





# Introduction

## Moment linéaire et lumière

 A VOILE SOLAIRE ou voile optique peut paraître dans un premier temps un projet farfelu. *De la lumière pourrait mettre en mouvement un objet par pression ?* L'effet est tellement faible que sa démonstration expérimentale sur la terre aura pris plusieurs centaines d'années. Pour ordre de grandeur le soleil exerce une pression de radiation plus de 20 milliards de fois plus faible que la pression atmosphérique. Toutefois dans l'espace, même si l'effet reste de faible amplitude, il n'est plus négligeable : il impose la direction de la queue d'une comète et serait capable de faire dériver une sonde martienne de plus de 15000 kilomètres de sa destination initiale.

C'est Kepler qui parle la première fois de cette force en 1607 : qu'importe sa position par rapport au soleil le long de sa révolution, une comète voit sa queue toujours à l'opposé. Cela illustre l'idée que le soleil est capable, à distance, par le biais de son rayonnement, d'exercer une force opposée à la gravité sur les éléments légers perdus par l'astre (Voir annexe A). C'est ce qu'on appellera plus tard la pression de radiation.

Historiquement on assiste à plusieurs tentatives de mesures expérimentales de la pression de radiation (De Mairan (1754), Du Fay, Fresnel (1825)...). Toutes infructueuses à cause de la thermodynamique du gaz environnant, particulièrement bien illustré par le radiomètre de Crookes (1874). L'explication de ce phénomène viendra plus tard car elle implique une compréhension des propriétés corpusculaires et/ou ondulatoires de la lumière.

C'est finalement Maxwell qui pose ses 4 équations et conclut que la lumière est de nature électromagnétique : *"The agreement of the results seems to show that light and magnetism are affections of the same substance, and that light is an electromagnetic disturbance propagated through the field according to electromagnetic laws"*. L'existence d'une pression de radiation est démontrée théoriquement et la preuve expérimentale viendra avec les expériences de Lebedev [1] et Nichols [2, 3].

Alors qu'on pense que l'électromagnétisme asseoit la physique sur des bases solides, Planck [4] en étudiant le problème du corps noir et la nature de la lumière, introduit un quantum d'énergie qu'il relie à une constante devenue fondamentale qui porte son nom :  $h = 6,62607015 \cdot 10^{-34} J.s$ . Ce quantum baptisé photon par Einstein est une sorte de particule, qui bien que de masse nulle porte une impulsion, un moment linéaire  $B$  qu'il

est capable de transférer à la matière. Ce moment fut mesuré par Compton en 1923 [5] et lui valut le prix Nobel en 1927.

La pression de radiation peut donc se calculer en étudiant le transfert de l'impulsion des photons incidents contenus dans un faisceau se réfléchissant sur un miroir.

On constate que les deux aspects complémentaires de la lumière, ondulatoire et corpusculaire, rendent tous les deux compte de cette capacité de la lumière à transmettre du mouvement à la matière.

## Moment linéaire et moment angulaire

Pour un objet matériel, à partir d'une quantité de mouvement, on peut déduire un moment angulaire par la relation :

$$\vec{J} = \vec{r} \wedge \vec{p} \quad (1)$$

Notons que si  $\vec{r}$ , le vecteur de position, et  $\vec{p}$  sont colinéaires le moment est nul.

Il s'avère que cette propriété est aussi vraie pour un photon et par extension un faisceau, avec quelques ajustements, comme le suggère Poynting en 1909 [6] :

$$\vec{J} = \int_V \vec{r} \wedge \vec{p} d\vec{r}^3 = \frac{1}{c^2} \int_V \langle \vec{\Pi}(t) \rangle_t d\vec{r}^3 \quad (2)$$

Le transfert de moment angulaire à la matière sera démontré expérimentalement pour la première fois par Beth (1936), grâce à une lame biréfringente suspendue sous vide et éclairée par un faisceau polarisé circulairement.

Aujourd'hui le moment angulaire de la lumière, et notamment sa partie dite "orbitale" 2.1.3 constitue un domaine de recherche et d'applications très actif. Ses propriétés sont largement exploitées dans le domaine visible du spectre.

Je montrerai dans cette thèse que les faisceaux portant un tel moment, ont des profils de phase variant azimuthalement et d'intensité annulaire. Ces caractéristiques permettent leur utilisation dans divers domaines tels que :

- Les pièges[7, 8], les pinces optiques et la micromanipulation
- La microscopie STED "stimulated-emission-depletion" ou déplétion par émission stimulée qui permet de descendre sous la limite de résolution imposée par la diffraction : la zone noire centrale de tels faisceaux est de taille inférieure à la limite de diffraction. Ainsi en "pompe" l'échantillon avec un faisceau gaussien en limite de résolution puis en déplaçant les bords par stimulation avec un faisceau annulaire, on peut observer une zone réduite de l'échantillon.
- L'imagerie astronomique pour les exoplanètes [9] ou les trous noirs
- la communication : multiplexage [10] grâce à différents modes azimuthaux voire radiaux
- L'informatique quantique

On étudiera la génération et la caractérisation complète du moment orbital de la lumière dans la gamme spectrale de l'extrême Ultra violet, particulièrement délicate à mettre en oeuvre expérimentalement.

Des technologies performantes tel le laser à électrons libres (FEL) permettent aujourd'hui de balayer une large plage de longueurs d'ondes (jusqu'au rayonnement X depuis environ 2005), toutefois leur mise en place et la synchronisation avec des faisceaux annexes pour des applications pompe-sonde est difficile, du fait de leur taille notamment (kilométrique) et de la nécessité d'utiliser un accélérateur de particules pour produire le faisceau X. Les sources de rayonnement extrême ultra-violet (XUV ou EUV) dites "tabletop" basées sur des lasers restent une bonne alternative compacte et de coût modéré en comparaison d'installations de type FEL.

Parmi ces sources on peut citer le rayonnement bétatron ou Compton, incohérent, et les sources harmoniques d'ordres élevés en cible solide ou gazeuse qui sont cohérentes et potentiellement de courte durée.

Alors que Dholakia dès 1996 a généré un second harmonique laser portant un moment angulaire orbital, dans cette thèse c'est avec la génération d'harmoniques d'ordres élevés que cette conversion sera étudiée [11, 12].

## Génération d'harmoniques

La génération d'harmoniques est un processus non-linéaire permettant d'obtenir à partir d'un laser dit "de pompe" ou "driver" un rayonnement de longueur d'onde  $\lambda_q$  (de fréquence  $\omega_q = \frac{2\pi c}{\lambda_q}$ ) plus courte (plus grande) que la longueur d'onde  $\lambda_d$  (la fréquence  $\omega_d = \frac{2\pi c}{\lambda_d}$ ) fondamentale. Par le terme harmonique on entend que le rapport des fréquences des harmoniques au fondamental est un nombre entier ( $\omega_q = q\omega_d$ ).

Différents processus physiques permettent d'y parvenir au moyen d'un laser intense, donc le plus souvent en régime ultra-court pour atteindre la puissance nécessaire. Cette condition est requise pour provoquer efficacement dans le milieu générateur une polarisation non-linéaire ( $P = \epsilon\chi^{(n)}E^n$  avec  $n \geq 2$ ). Le développement de lasers de courte durée avec une énergie suffisamment élevée grâce à la technique CPA (voir 3.1.4.1) a permis le plein essor de cette technique au milieu des années 1990. Une telle source permet de produire un faisceau extrêmement cohérent à des longueurs d'ondes (énergies) faibles (élevées) : UV proches (380 – 200nm), VUV (Vacuum ultraviolet, 200 – 124nm) puis EUV (gamme de longueurs d'onde de 124 à 10nm) voire X dits "mous" (10 à 0,1nm), et notamment dans la "fenêtre de l'eau" (2,33nm à 4,40nm); gamme spectrale qui permet d'imager les cellules du vivant. Toutefois le faible nombre de photons produits limite le nombre d'applications possibles et la post amplification dans un plasma de laser X peut s'avérer nécessaire.

## Laser X et injection

La plateforme LASERIX sur laquelle cette thèse a été effectuée est justement dédiée à l'étude et la fourniture d'une source extrême UV monochromatique de faible durée et de bonne cohérence spatio-temporelle. Pour ce faire l'une des lignes de lumière est dédiée à la génération de laser extrême UV.

Un laser X ou EUV peut être créé par interaction entre un gaz ou une cible solide et un laser ou une décharge électrique. J'ai travaillé pendant ma thèse avec une source basée sur le pompage collisionnel transitoire d'une cible solide par une séquence de plusieurs impulsions laser qui provoque une inversion de population dans un plasma d'ions fortement multichargés (14 fois ionisé pour le Molybdène Nickelloïde) permettant de créer du gain pour un spectre étroit ( $\delta\lambda/\lambda = 10^{-5}$ , alors qu'il vaut  $10^{-2}$  pour une harmonique) dont la longueur d'onde centrale dépend uniquement de l'élément de la cible choisie. Trois cibles sont utilisées sur l'installation : Argent, Molybdène et Titane avec pour caractéristiques un spectre centré respectivement à  $13,9nm$ ,  $18,9nm$  et  $32,6nm$ . Le dernier correspond exactement à l'harmonique 25 du  $815nm$ .

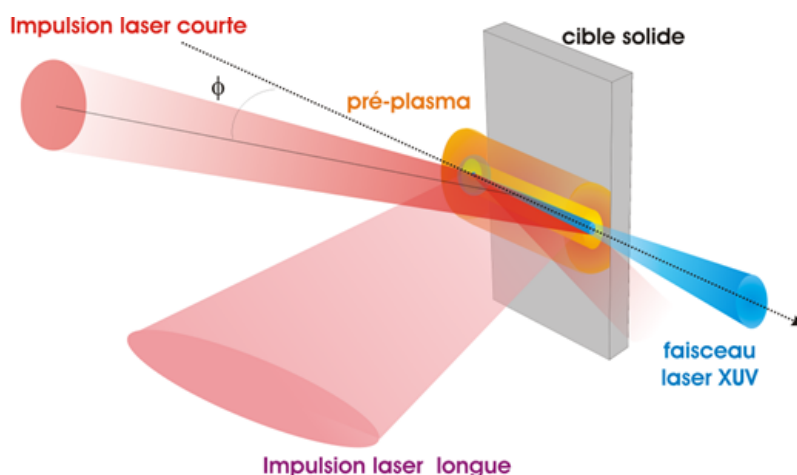


FIGURE 1 – Schéma de principe de la génération de laser X en cible solide

Pour obtenir un plasma lasant dans le domaine X, une première impulsion dite préimpulsion (longue) est focalisée sur la cible solide pour créer un pré-plasma partiellement ionisé en forme de ligne focale. (voir figure 1) La seconde impulsion, dite de pompe (de durée courte au regard de la précédente) est issue de la pleine énergie de la chaîne d'amplification. Si les premiers lasers X saturés de ce genre ont été générés avec des impulsions longues, de l'ordre de la nanoseconde [13], le pompage collisionnel est plus efficace quand la durée de l'interaction entre le laser et le plasma est de l'ordre de la picoseconde [14], d'où la distinction temporelle actuelle entre ces deux impulsions.

La courte durée du gain, de 1 à 2 picosecondes, interdit la mise en place d'une cavité pour un laser X (sauf schémas très particuliers [15]) : un simple aller à la vitesse de

la lumière, dans un milieu à gain de longueur  $4mm$ , qui est requise pour atteindre la saturation, est de l'ordre de la dizaine de picosecondes. Ce gain très court impose aussi d'adopter une géométrie de pompage dite "Travelling wave pumping" qui permet de déposer l'énergie à la vitesse de la lumière le long de la cible.

L'écart entre les deux impulsions est de plusieurs centaines de picosecondes afin de permettre au préplasma de se détendre, pour une meilleure absorption de l'énergie par le milieu et une zone de gain étendue.

L'absence de cavité oblige le système à fonctionner en régime d'Amplification d'Émission Spontanée (ASE), responsable d'un profil spatial dégradé illustré sur la figure 2a.

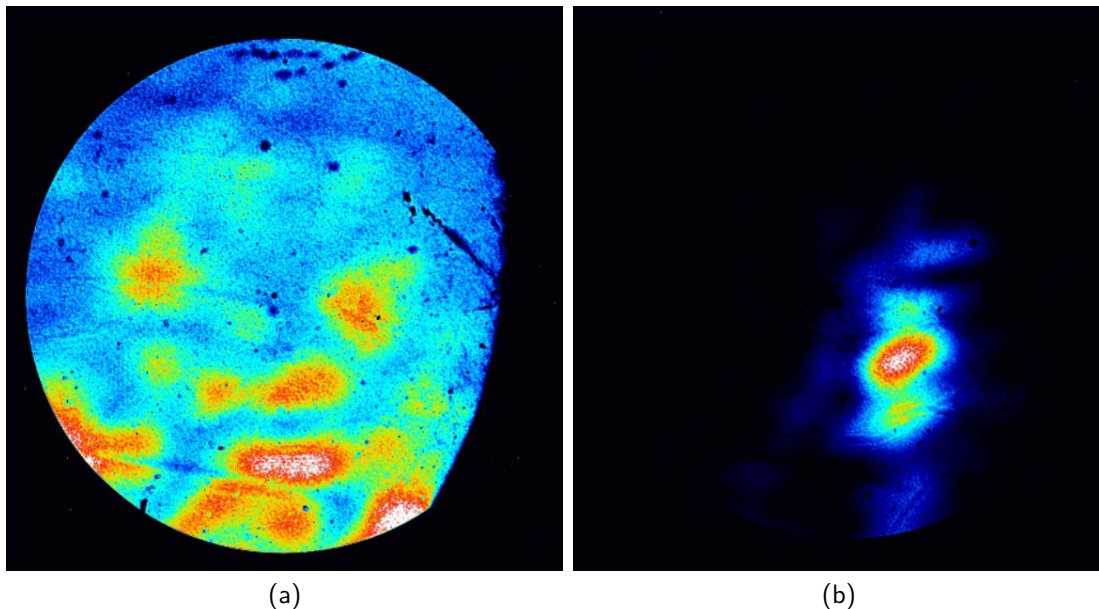


FIGURE 2 – Rayonnement ASE du laser X et Laser X injecté.

L'une des solutions consiste en l'injection d'un faisceau, dit "seed", cohérent mais peu intense dans le milieu à gain sur l'axe de la cible (cf. Fig. 1) [16]. Le faisceau injecté voit alors un milieu à gain fort tout le long de sa propagation dans le plasma. L'émission du plasma devient stimulée par ce faisceau et les photons émis conservent ses propriétés de cohérence. Le "seed" doit être superposé spatialement, spectralement et temporellement pour que le processus soit efficace.

L'injection d'un faisceau harmonique contrôlé peu intense à la longueur d'onde de la raie laser X permet ainsi d'obtenir un faisceau de très bonne qualité, utilisable pour des applications.

Le travail sur le faisceau injecté est important dans le cadre de l'obtention d'une source Extreme UV cohérente utilisable. De plus l'accès à des modes exotiques portant un moment orbital angulaire permet d'élargir les capacités d'une telle source pour des

utilisations.

### **Objectif et plan de la thèse**

Fournir un faisceau issu de l'injection d'harmonique exotique et complètement caractérisé en vue de son injection et son amplification dans un plasma de laser X est l'objectif de cette thèse.

Ainsi nous commencerons par détailler le cadre général de travail et les fondements théoriques de la génération d'harmoniques conventionnelle dans le premier chapitre. Dans le second chapitre nous nous intéresserons aux modes exotiques qui portent un moment angulaire ainsi qu'à la mesure de celui-ci. Ce sont ces modes que l'on cherche à générer efficacement dans l'extrême UV. Dans un troisième chapitre nous nous intéresserons au dispositif expérimental de génération et aux diagnostics qui viendront qualifier le faisceau généré. Enfin dans le dernier chapitre nous étudierons les résultats obtenus et la sensibilité de la génération à divers phénomènes physiques.

# Chapitre 1

## Génération d'harmoniques d'ordres élevés : théorie et conditions expérimentales

---


<b>1.1</b>	<b>Historique de la génération d'harmoniques et état de l'art des différentes approches expérimentales utilisées .</b>	<b>8</b>
1.1.1	La génération d'harmonique en milieu solide : . . . . .	8
1.1.2	La génération d'harmoniques dans les gaz : . . . . .	9
1.1.3	La génération par miroir plasma : . . . . .	10
<b>1.2</b>	<b>Cadre général . . . . .</b>	<b>12</b>
1.2.1	Approximation paraxiale . . . . .	12
1.2.2	Résolution dans le cas d'étude de la thèse . . . . .	15
<b>1.3</b>	<b>Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz . . . . .</b>	<b>15</b>
1.3.1	Microscopique : Atome unique, du modèle semi-classique au modèle de Lewenstein . . . . .	16
1.3.1.1	Ionisation de l'atome unique . . . . .	16
1.3.1.2	Détail du modèle à trois étapes . . . . .	19
1.3.1.3	Loi de coupure (cutoff) approchée . . . . .	23
1.3.2	Macroscopique : accord de phase . . . . .	24
1.3.2.1	Retour sur l'équation de propagation dans le milieu de génération . . . . .	24
1.3.2.2	Décomposition des effets influençant la phase des dipôles harmoniques . . . . .	26
1.3.2.3	Obtention de l'accord de phase en faisceau gaussien	29

---



## 1.1. Historique de la génération d'harmoniques et état de l'art des différentes approches expérimentales utilisées

---

OMME PRÉSENTÉ DANS L'INTRODUCTION, la génération d'harmoniques est un processus non-linéaire permettant de générer des longueurs d'onde harmoniques de la longueur d'onde génératrice. Ce chapitre présente l'état de l'art, les principes et les conditions nécessaires à sa mise en place.

## 1.1 Historique de la génération d'harmoniques et état de l'art des différentes approches expérimentales utilisées

### 1.1.1 La génération d'harmonique en milieu solide :

Historiquement, la première génération d'harmonique, en régime perturbatif, a été réalisée dès 1961 avec le doublage en fréquence d'un maser optique (laser) à  $694,3nm$  dans du quartz cristallin, transparent aux deux longueurs d'onde et présentant un coefficient non linéaire. [17]. Dans ce régime perturbatif l'intensité de l'harmonique générée varie comme  $I^{(n)}$  avec  $n$  l'ordre harmonique. L'intensité des harmoniques produits diminue très rapidement avec l'ordre.

Dans sa publication de 1961 Franken pointait déjà les probables avantages de générer dans les gaz, commentant dans son article l'expérience de Javan [18].

La génération d'harmonique en milieu solide est d'abord restée perturbative et a atteint en 2001 la génération du septième ordre harmonique du laser de pompe [19] en utilisant un laser dans l'infrarouge moyen à  $3,9\mu m$ , à une cadence  $kHz$  avec une durée d'impulsion de  $200fs$  dans un semi-conducteur de  $ZnSe$  de  $3mm$  d'épaisseur, soit une longueur d'onde minimale atteinte de  $557nm$  environ.

Toujours en milieu solide en 2011 Ghimire [20] démontre la génération non-perturbative, c'est à dire pour laquelle l'efficacité de génération reste approximativement constante quel que soit l'ordre harmonique considéré (correspondant à un "plateau" de génération). Il génère des harmoniques jusqu'à l'ordre 25 en focalisant un laser  $3,25\mu m$   $1kHz$ ,  $2,63\mu J$  et d'environ  $100fs$  de durée dans un cristal de  $ZnO$  de  $500\mu m$  d'épaisseur, soit une longueur d'onde harmonique minimale de  $130nm$  pour une intensité d'environ  $5TW.cm^{-2}$ .

L'intensité nécessaire à la génération d'harmoniques en milieu solide est de l'ordre de quelques  $10^{11}$  ou  $10^{12}W.cm^{-2}$ , dépendant du régime et du matériau. Cependant elle nécessite l'utilisation de laser de pompe à plus haute longueur d'onde que pour les harmoniques en gaz à cause des seuils de dommage du matériau dus à l'absorption multiphotonique et l'ionisation tunnel [21]. *Par exemple, un laser de  $0,6mJ$   $70fs$  à  $800nm$  ablate le  $ZnO$  en un tir [22].*

La génération dans ce milieu semble peu sensible à la polarisation du laser générateur, seule une polarisation circulaire supprime l'effet non-linéaire [20].

Avec les dernières avancées des technologies laser et de la science des matériaux, il semble que la génération dans les solides soit en train de converger vers les mêmes

possibilités que la génération dans les gaz [23] avec l'avantage que celle-ci demande une intensité laser moindre et est adaptée aux nouvelles sources laser très haute cadence dans l'infrarouge lointain.

### 1.1.2 La génération d'harmoniques dans les gaz :

Ce processus est utilisé dans cette thèse et détaillé ci-dessous. Il est observé pour la première fois à l'ordre 2 en 1961 [18], et a bénéficié de progrès importants et réguliers par la suite : il a permis l'émergence de l'attophysique, un domaine nouveau de l'interaction laser matière.

Dès 1967, on observe une génération du troisième ordre [24] avec un laser à rubis ayant des impulsions de  $50ns$  et  $2MW$  pic à  $694,3nm$ , puis les ordres accessibles augmentent progressivement.

On parlera pour la première fois de génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG ou GHOE) en 1987 avec les expériences de McPherson, qui à l'aide d'un laser  $Kr:F$  à  $248nm$ ,  $1ps$  obtient l'ordre harmonique 17 ( $14,6nm$ ) [25]. Wildenauer obtient l'ordre harmonique 11 ( $119,5nm$ ) d'un laser iode à  $1315nm$  et l'ordre 15 via la 5ème harmonique du même laser converti vers  $3\omega$  [26]. En 1988 Ferray obtient l'ordre harmonique 33 ( $32,2nm$ ) d'un laser  $Nd:YAG$  à  $1064nm$ ,  $36ps$  [27].

En 1990, l'essor des techniques laser basées sur le CPA (chirp pulse amplification, cf. 3.1.4.1) permet la démonstration pour la première fois, dans le néon, d'harmoniques en dessous de la dizaine de nanomètres ( $9,92nm$ ) correspondant à l'ordre 25 d'un laser  $Kr:F$   $280fs$  à  $248nm$  [28] puis en 1992, à l'ordre 109 ( $7,34nm$ ) d'un laser  $125fs$   $15mJ$  à  $800nm$  [29] et l'ordre 135 ( $7,8nm$ ) [30] pour un laser picoseconde de longueur d'onde  $1053nm$ .

Enfin les photons harmoniques produits dans les gaz atteignent le domaine d'énergie du  $keV$  en 2005 ( $1,3keV$ ) (flux de  $10^2$  à  $10^3$  photons par seconde) avec un laser à  $720nm$  comprimé à  $5fs$  pour une puissance pic de  $0,2TW$  sur un foyer de  $30\mu m$  de diamètre dans un jet d'Helium de  $0,4mm$  de long [31]. Cette expérience est reproduite en 2006 jusque  $3keV$  [32] avec un laser centré à  $800nm$ , comprimé à  $12fs$  portant  $3mJ$  avec un taux de répétition de  $1kHz$ , focalisé avec un miroir de focale  $150mm$  pour une intensité finale de  $10^{16}W.cm^{-2}$ . Les auteurs ont réussi à générer dans une cellule de  $0,4mm$  de Neon ( $130mbar$ ) ou d'Helium ( $500mbar$ ) des harmoniques jusque  $3,5keV$ . En 2010 [33], Chen *et al* démontrent la production d'un spectre harmonique de  $300eV$  de large avec un flux de photons  $10^3$  fois supérieur à ce qui existe déjà. En 2013, les simulations nous prédisent que des impulsions zeptosecondes au  $keV$  sont accessibles par ce processus [34] alternatif aux lasers à électrons libres.

Au cours de la fin des années 1990 et début 2000 les performances des lasers ultra-courts notamment basés sur la technologie *Titane:Saphir* ont fait d'énormes progrès en termes de profil temporel et qualité spatiale mais également cadence de tir. Cela a permis une augmentation de l'efficacité du processus :  $10^{-9}$  pour l'ordre 11 en 1990,  $10^{-8}$  en 1993,  $10^{-7}$  en 1995, quelques  $10^{-5}$  pour l'Argon aujourd'hui,  $10^{-4}$  dans le Xenon pour

## 1.1. Historique de la génération d'harmoniques et état de l'art des différentes approches expérimentales utilisées

---

des énergies en dessous de  $30eV$ ,  $10^{-6}$  au dessus [35].

Récemment Comby et al [36] ont démontré une efficacité record de  $10^{-4}$  (depuis  $1030nm$  vers  $3\omega$  puis HHG) avec une source innovante de très haute cadence (jusqu'à 2 MHz) basée sur la technologie Ytterbium (Tangerine, Amplitude Laser). Ils ont pour cela utilisé la conversion préalable du laser de pompe à 2, 3, 4  $\omega$  pour augmenter l'efficacité de la réponse atomique du gaz.

Enfin la durée d'impulsion harmonique en régime attoseconde n'a cessé de décroître depuis la première démonstration expérimentale en 2001 par Paul et al [37], grâce à l'élargissement des spectres harmoniques générés en phase, ce qui donne accès à des processus physiques dont la dynamique est de quelques dizaines d'attosecondes. [38] [39][40].

### 1.1.3 La génération par miroir plasma :

Initialement les miroirs plasmas furent utilisés comme "nettoyeurs" de contraste pour les impulsions laser. [41]

En effet pour un laser femtoseconde actuel typique, le contraste temporel entre l'impulsion et le piédestal issu de l'émission amplifiée spontanée (ASE) est de l'ordre de  $10^{-9}$  à  $10^{-10}$ .

Or, cela suffit pour que, si on focalise l'impulsion principale jusqu'à une intensité de  $10^{19}W.cm^{-2}$ , l'intensité de l'ASE (amplification d'émission spontanée liée à la création d'un gain très élevé dans le cristal) qui la précède de plusieurs picosecondes, soit focalisée à une intensité de  $10^{10}W.cm^{-2}$  (plus encore si des pré-impulsions sont présentes) et donc soit susceptible de commencer à ioniser la surface solide sur laquelle elle est focalisée, avant même l'arrivée de l'impulsion avec laquelle on veut la faire interagir. Or, en utilisant une cible solide transparente à la longueur d'onde laser et en se plaçant dans une géométrie de focalisation intermédiaire on peut réussir à éliminer ce piédestal. Ce dernier, de relativement faible intensité, est transmis à travers la cible transparente, tandis que la partie principale de l'impulsion est suffisamment intense pour créer un plasma réfléchissant à la surface de la cible : elle et elle seule sera donc réfléchie.

En effet lorsque l'impulsion comprimée arrive, son front montant ionise la surface de la cible qui devient un plasma dense capable de réfléchir le laser incident avec une efficacité de l'ordre de 70% et d'augmenter le contraste temporel de deux ordres de grandeur [42]. En utilisant plusieurs de ces dispositifs en chaîne on peut augmenter le contraste temporel du laser au prix de la perte d'un pourcentage de photons dépendant du nombre de réflexions utilisées.

Une fois le contraste amélioré par le dispositif précédent, on peut à nouveau utiliser un effet miroir plasma avec ce même laser, cette fois en le focalisant fortement jusqu'à de très hautes intensités, dites relativistes ( $I > 2.10^{18}W.cm^{-2}$ ). La cible solide est ionisée par le front montant du laser mais l'intensité est telle que la surface du miroir se met à osciller avec le champ laser avec des vitesses pic de l'ordre de la vitesse de la lumière. L'oscillation de la surface à ces vitesses induit une distorsion temporelle

par effet Doppler de la fréquence temporelle de l'impulsion incidente. Le laser réfléchi comporte, outre la fréquence incidente, des harmoniques d'ordres pairs et impairs de la fréquence génératrice. Cette méthode est dite ROM (Relativistic Oscillating Mirror ou miroir oscillant relativiste)

En 1995, Von Linde [43] génère par ce phénomène jusqu'au 15<sup>ème</sup> ordre harmonique d'un laser Ti :Sa (800nm) de 130fs focalisé avec une parabole de focale 15cm à un angle de 68° pour atteindre une intensité de  $10^{17} W.cm^{-2}$ . En 1996, Norreys [44] observe le même phénomène avec un laser à 1064nm, picoseconde, jusqu'au 68<sup>ème</sup> ordre avec une intensité au point focal de  $10^{19} W.cm^{-2}$ , estimant l'efficacité de conversion à  $10^{-6}$  à cet ordre. En 2007, Dromey [45] rapporte pour la première fois atteindre 3,8keV avec cette méthode en focalisant un laser de 1055nm jusqu'à quelques  $10^{-20} W.cm^{-2}$ . Il démontre une efficacité de conversion de  $10^{-5}$  pour des photons d'énergie supérieure à 1keV et de  $10^{-2}$  pour des photons d'énergie entre 20eV et 1keV. Le train d'impulsions produit a une structure attoseconde et un cône d'émission de 4° que l'on peut isoler expérimentalement [46] même si cela nécessite un travail expérimental important [35]. La théorie [47], cohérente avec les résultats obtenus par Dromey, semble prédire la possibilité d'aller jusque des faisceaux zeptosecondes à 10keV.

Une seconde méthode de génération par miroir plasma, non relativiste, existe pour des intensités comprises entre  $10^{16} - 10^{18} W.cm^{-2}$  et en polarisation linéaire, elle est appelée CEW (émission cohérente de sillage ou Coherent Wake Emission) [48], et repose sur la génération d'onde plasma par des électrons accélérés par le champ laser dans la cible. Néanmoins cette méthode de génération possède une loi de coupure liée à la nature du matériau et sa densité électronique maximale selon :

$$\lambda_q^{max} = \lambda_d \sqrt{\frac{n_c}{n_p}} \quad (1.1)$$

avec  $n_c$  la densité critique liée au laser,  $n_p$  la densité maximale du plasma,  $\lambda_q$  la longueur d'onde harmonique. Amenant typiquement une longueur d'onde minimale accessible de l'ordre de  $\lambda_d/20$ .

Un plasma peu dense [49], des vapeurs de métaux [50], des micro-gouttes d'eau [51] ou bien des nanostructures [52, 53, 54] peuvent aussi être utilisées avec des efficacités et des flux de photons variables.

Si la génération d'harmoniques par miroir relativiste a rattrapé voire dépassé la génération dans les gaz sur les flux de photons et la gamme lumineuse accessible, plusieurs paramètres laissent encore de beaux jours à la génération en milieu gazeux.

- Les lasers pour la génération relativiste se doivent d'avoir un excellent contraste : nous avons vu que les miroirs plasmas sont une solution mais cela se fait au prix d'une perte d'énergie conséquente surtout si on les met en série. Pour la génération en milieu gazeux, en termes de contraste, seul le seuil d'ionisation du gaz reste limitant.

## 1.2. Cadre général

---

- Sa mise en place est assez simple avec des lasers de plusieurs dizaines de terrawatt, cependant son fonctionnement destructif (chaque miroir plasma détruit la surface utilisée) la rend moins accessible que la génération dans les gaz, surtout à haute cadence.
- Son cône d'émission relativement large la rend aussi moins directive que les harmoniques en gaz puisque celles-ci présentent une divergence de quelques  $mrad$  ou moins, bien loin des  $4^\circ \simeq 70mrad$  annoncés par Dromey en génération relativiste. Cette large divergence peut limiter la simplicité de l'utilisation du faisceau produit pour certaines applications.

L'étude de la génération d'harmonique en milieu gazeux est l'objet de ce premier chapitre. Nous commencerons par détailler le cadre général et les approximations qui l'accompagnent, puis nous présenterons la théorie du phénomène.

## 1.2 Cadre général

La résolution et l'étude de problèmes physiques complexes tels que la génération d'harmoniques entraîne l'utilisation d'approximations. On peut penser que la résolution brute des équations qui régissent ces phénomènes est la meilleure des solutions. Cependant la résolution exacte d'un problème par ce biais entraîne souvent l'utilisation de variables couplées et d'équations difficilement solubles, même numériquement. Expérimentalement la mesure des données est limitée par la technologie. En particulier la détermination des caractéristiques des lasers femtosecondes intenses, comme la durée d'impulsion ou le profil spatial du faisceau nécessitent des mesures assez sophistiquées conceptuellement et instrumentalement. L'estimation de l'intensité maximale au foyer d'un laser intense à mieux que la dizaine de pourcents reste à ce jour encore délicate. Enfin les phénomènes étudiés sont couplés, non linéaires.

Une part du raffinement de la recherche en physique est l'utilisation d'approximations de plus en plus proches de la réalité et permettant la résolution de problèmes concrets. Le choix de ces approximations dans les études est donc important pour une représentation au plus proche de la réalité.

Les premières étapes d'approximation sont détaillées dans l'annexe C. On reprend ici directement avec l'équation de propagation dans le milieu de génération harmonique et dans l'approximation paraxiale.

### 1.2.1 Approximation paraxiale

Cette approximation est à rapprocher de celle de Gauss en optique géométrique. On considère que les rayons ont un angle faible avec l'axe optique et que le point d'incidence est proche de l'axe optique.

Traduit mathématiquement pour les ondes : la variation du champ le long de l'axe de propagation est faible devant les variations transverses. Dans la génération d'har-

moniques en milieu étendu ces conditions sont respectées par construction. En effet la focalisation doit être douce afin d'avoir une longueur utile la plus grande possible. On définit traditionnellement cette longueur utile comme le double de la longueur de Rayleigh  $z_r$ , qui correspond à un étalement du faisceau sur une surface 2 fois plus étendue que celle du point focal. Dans cette thèse l'angle des rayons ne dépasse pas  $20\text{mrad}$  par rapport à l'axe optique.

Notons  $z$  l'axe de propagation dirigé selon  $\vec{e}_z$  de l'onde considérée, l'équation C.21 devient :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \underline{u}(\vec{r}) e^{i(\omega t - kz)} \vec{e}_p \quad (1.2)$$

On considère en fait que le vecteur d'onde  $\vec{k}$  est principalement dirigé selon  $\vec{e}_z$  donc que la composante  $k_z$  est dominante, et on l'assimile à  $k$ , la norme de  $|\vec{k}|$ . Dans ce cas l'équation C.16 devient :

$$e^{-ik_m z} \left( \Delta_{\perp} \underline{u} + \frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial z^2} - 2ik_m \frac{\partial \underline{u}}{\partial z} \right) = -\frac{\omega^2}{\epsilon_0 c^2} P^{(NL)}(\vec{r}) \quad (1.3)$$

Où  $\Delta_{\perp}$  est le laplacien scalaire transverse. Et dans le vide :

$$\Delta_{\perp} \underline{u} + \frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial z^2} - 2ik_v \frac{\partial \underline{u}}{\partial z} = 0 \quad (1.4)$$

En milieu isotrope et dans le vide on prend nulle la divergence de  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ , on fait l'hypothèse que le champ est transverse, donc sans composante sur  $\vec{e}_z$ , dans ce cas le champ a sa divergence sur les coordonnées transverses aussi nulle, et donc son laplacien transverse nul également. Si on considère, en accord avec l'approximation paraxiale, que la variation selon  $z$  est faible devant la longueur d'onde :  $\left| \frac{\partial^2 \underline{u}}{\partial z^2} \right| \ll \left| k_v \frac{\partial \underline{u}}{\partial z} \right|$ , cela aboutit à ce que tous les termes soient nuls, ce qui empêche finalement de vérifier l'approximation paraxiale dans le vide. Dans les milieux on obtient en revanche :

$$2ik_m \frac{\partial \underline{u}}{\partial z} = \frac{\omega^2}{\epsilon_0 c^2} P^{(NL)}(\vec{r}) e^{ik_m z} \quad (1.5)$$

Dans le vide la solution, valide aussi dans les milieux considérés ici, proposée par [55] est d'appliquer l'approximation non pas au champ mais à un potentiel vecteur  $\vec{A}$  défini par  $\vec{B} = \text{rot} \vec{A}$ , soit :

$$\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Leftrightarrow \text{rot} \left( \vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \right) = 0 \quad (1.6)$$

Signifiant que le terme  $\vec{E} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}$  est défini comme le gradient d'un potentiel scalaire, tel que :

$$\vec{E} = -\text{grad} \Phi - \frac{\partial \vec{A}}{\partial t} \quad (1.7)$$

## 1.2. Cadre général

---

et que l'on rend unique grâce à la jauge de Lorenz :

$$\operatorname{div} \underline{\vec{A}}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c^2} \frac{\partial \Phi(r, t)}{\partial t} \quad (1.8)$$

Par conséquent la divergence de  $\underline{\vec{A}}$  n'est pas nulle. On a alors :

$$\operatorname{rot} \underline{\vec{B}} = \operatorname{rot}(\operatorname{rot}(\underline{\vec{A}})) = \operatorname{grad}(\operatorname{div}(\underline{\vec{A}})) - \Delta \underline{\vec{A}} = \mu_0 \frac{\partial \underline{\vec{D}}}{\partial t} \quad (1.9)$$

En utilisant 1.8, en inversant les dérivées temporelle et spatiale puis en utilisant 1.7, on déduit :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \underline{\vec{A}}}{\partial t^2} - \Delta \underline{\vec{A}} = \mu_0 \frac{\partial \underline{\vec{P}}}{\partial t} \quad (1.10)$$

Qui constitue l'équation de propagation du vecteur potentiel dans un matériau homogène, isotrope, non linéaire, amagnétique et sans charge libre.

Dans le vide on prend  $\underline{\vec{A}}(\vec{r}, t) = \underline{u}'(\vec{r}) e^{i(\omega t - kz)} \vec{e}_p$  et on retrouve une équation proche de 1.4 pour l'amplitude du potentiel vecteur :

$$\Delta_{\perp} \underline{u}' + \frac{\partial^2 \underline{u}'}{\partial z^2} - 2ik_v \frac{\partial \underline{u}'}{\partial z} = 0 \quad (1.11)$$

On a maintenant que  $\left| \frac{\partial^2 \underline{u}'}{\partial z^2} \right| \ll \left| k_v \frac{\partial \underline{u}'}{\partial z} \right|$ , et de même  $\left| k_v \frac{\partial \underline{u}'}{\partial z} \right| \ll \left| k_v^2 \underline{u}' \right|$  et que les variations selon l'axe de propagation par rapport à celles qui sont transverses sont négligeables puisque leurs longueurs caractéristiques respectives respectent  $z_r \gg w_0$ , soit  $\left| \frac{\partial^2 \underline{u}'}{\partial z^2} \right| \ll \Delta_{\perp} \underline{u}'$ . On obtient donc :

$$\Delta_{\perp} \underline{u}' - 2ik_v \frac{\partial \underline{u}'}{\partial z} = 0 \quad (1.12)$$

Dans ces conditions on peut retrouver les champs électrique et magnétique à partir du vecteur potentiel tout en respectant l'approximation paraxiale :

$$\begin{aligned} \underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) &= -\operatorname{grad} \Phi(r, t) - \frac{\partial \underline{\vec{A}}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\ &= -i\omega \left( \frac{\operatorname{grad}(\operatorname{div} \underline{\vec{A}}(\vec{r}, t))}{k_v^2} + \underline{\vec{A}}(\vec{r}, t) \right) \end{aligned} \quad (1.13)$$

et

$$\underline{\vec{B}}(\vec{r}, t) = \operatorname{rot} \underline{\vec{A}}(\vec{r}, t) \quad (1.14)$$

Où l'on applique que la dépendance en temps de  $\Phi$  est en  $e^{i\omega t}$ . On a désormais la forme générale des champs électrique et magnétique dans l'approximation paraxiale.

## 1.2.2 Résolution dans le cas d'étude de la thèse

On considère maintenant que l'axe de la polarisation est fixé, ce qui est le cas expérimentalement, et on choisit les axes pour que cette polarisation soit selon l'axe  $x$  en coordonnées cartésiennes, alors  $\vec{r} = (x, y, z)$  et  $\vec{A}(\vec{r}, t) = \underline{u}'(\vec{r})e^{i(\omega t - k_v z)}\vec{e}_x$ , et par conséquent les champs  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  et  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  peuvent être calculés par :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = -i\omega e^{i(\omega t - k_v z)} \begin{vmatrix} \underline{u}'(\vec{r}) + \frac{1}{k_v^2} \frac{\partial^2 \underline{u}'(\vec{r})}{\partial x^2} \\ \frac{1}{k_v^2} \frac{\partial^2 \underline{u}'(\vec{r})}{\partial x \partial y} \\ \frac{1}{k_v^2} \left( \frac{\partial^2 \underline{u}'(\vec{r})}{\partial x \partial z} - ik_v \frac{\partial \underline{u}'(\vec{r})}{\partial x} \right) \end{vmatrix} \quad (1.15)$$

et

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = e^{i(\omega t - k_v z)} \begin{vmatrix} 0 \\ \frac{\partial \underline{u}'(\vec{r})}{\partial z} - ik_v \underline{u}'(\vec{r}) \\ -\frac{\partial \underline{u}'(\vec{r})}{\partial y} \end{vmatrix} \quad (1.16)$$

Que l'on peut simplifier dans l'approximation paraxiale ([56]) :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) \approx -i\omega e^{i(\omega t - k_v z)} \begin{vmatrix} \underline{u}'(\vec{r}) \\ 0 \\ -\frac{i}{k_v} \frac{\partial \underline{u}'(\vec{r})}{\partial x} \end{vmatrix} \quad (1.17)$$

et

$$\vec{B}(\vec{r}, t) \approx e^{i(\omega t - k_v z)} \begin{vmatrix} 0 \\ -ik_v \underline{u}'(\vec{r}) \\ -\frac{\partial \underline{u}'(\vec{r})}{\partial y} \end{vmatrix} \quad (1.18)$$

On voit que même dans l'approximation paraxiale si le potentiel vecteur présente une dépendance en  $x$  ( $y$ ), le champ électrique (magnétique) n'est pas uniquement transverse mais présente un terme le long de l'axe de propagation. Généralement négligé en amplitude, ce terme peut toutefois avoir une importance dans le cas de faisceaux vortex comme nous le verrons plus tard 2.

Dans le milieu de génération nous verrons plus loin (Sec. D) comment la polarisation non linéaire est déterminée ce qui conduit à résoudre l'équation 1.5

## 1.3 Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz

La génération d'harmoniques dans les gaz est réalisée expérimentalement par la focalisation d'un laser intense dans une cellule, un capillaire ou un jet de gaz (majoritairement Argon, Neon, Xenon, Helium ou des mélanges). Du fait de la nature du phénomène



physique celle-ci n'apparaît que si le laser possède une polarisation linéaire ou légèrement elliptique (avec déjà une efficacité moindre). Des schémas exotiques utilisant deux faisceaux avec une polarisation circulaire inverse, par exemple pour induire une porte temporelle de génération limitée à quelques cycles optiques [57, 58] ou la génération à deux couleurs [59, 60] (qui permet la génération d'harmoniques paires et impaires) peuvent aussi être utilisés.

Dans cette partie nous détaillerons la théorie qui décrit ce type de génération avec une polarisation linéaire, qui a été la base de travail de toute cette thèse. Tout d'abord on s'intéresse à ce qui se passe au niveau de l'atome de gaz unique quand il est irradié par un champ laser intense et au phénomène physique qui explique la création d'un dipole non linéaire.

#### 1.3.1 Microscopique : Atome unique, du modèle semi-classique au modèle de Lewenstein

##### 1.3.1.1 Ionisation de l'atome unique

Lorsqu'on focalise un laser intense dans un gaz, les atomes peuvent être partiellement ionisés. On distingue trois régimes d'ionisation (hors processus secondaires tel que l'ionisation par avalanche) qui dépendent directement de l'intensité du laser.

##### Paramètre de Keldysh et régimes d'ionisation atomique

Les trois régimes cohabitent en fait pendant l'interaction mais le phénomène majoritaire peut être déterminé par le calcul du paramètre de Keldysh introduit en 1964 par l'auteur qui lui donnera son nom [61]. Il est repris et appliqué à la génération d'harmoniques par Ilkov en 1992 [62]

$$\gamma = \sqrt{\frac{I_p}{2U_p}} = \sqrt{\frac{I_p}{\frac{2e^2 E_d^2}{4m_e \omega_0^2}}} \quad (1.19)$$

où  $U_p$  est le potentiel pondérateur du laser c'est à dire l'énergie cinétique moyenne acquise par un électron oscillant dans le champ du laser générateur  $E_d$  que l'on compare à  $I_p$ , l'énergie de première ionisation du gaz composant le milieu.  $m_e$  est la masse de l'électron,  $\omega_0$  la pulsation laser.

Si  $\gamma \gg 1$ , le phénomène prédominant est l'ionisation multiphotonique : le champ laser n'est pas suffisamment intense pour modifier le champ atomique, l'électron est alors ionisé par absorption simultanée de suffisamment de photons incidents (Fig. 1.1), typiquement une dizaine.

A l'inverse si  $\gamma \ll 1$ , le champ laser devient suffisant pour supprimer complètement la barrière de potentiel atomique (Fig. 1.2).

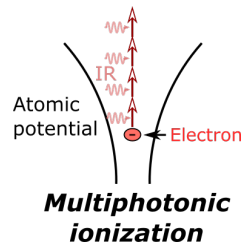


FIGURE 1.1 – Schéma de principe de l'ionisation en régime multiphotonique

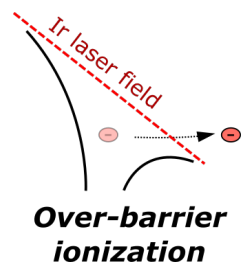


FIGURE 1.2 – Schéma de principe de l'ionisation en régime de suppression de barrière

Tous les atomes sont alors ionisés. Ce régime correspond à une intensité laser seuil dite de suppression de barrière (Barrier Suppression Ionization ou BSI) qui dépend du gaz.

### Limite entre régime tunnel et suppression de barrière

Pour déterminer l'intensité BSI, on considère le potentiel de l'électron soumis au champ laser et au champ atomique (on supposera que la charge du noyau vaut  $Ze$  et on négligera l'effet des autres électrons sur l'électron en cours d'ionisation)

$$V(r) = eE_d \cos\left(\frac{2\pi ct}{\lambda}\right)r - \frac{Ze^2}{4\pi\epsilon_0 r} \quad (1.20)$$

Avec  $e$  la charge électrique élémentaire (positive),  $r$  est la distance entre le noyau et l'électron.

On détermine alors pour quel  $r$  on obtient la valeur maximale du potentiel total. Pour cela on prend  $\cos\left(\frac{2\pi ct}{\lambda}\right) = -1$ , qui correspond à l'abaissement de la barrière de potentiel, on dérive l'équation 1.20 selon  $r$  que l'on égalise ensuite à zéro, ce qui permet de déterminer  $r_{max}$ , la valeur du rayon pour lequel le potentiel est maximal. On note que cela correspond à l'égalité du potentiel atomique et laser. Ensuite on substitue dans 1.20

$$r_{V_{max}} = \sqrt{\frac{Ze^2}{4\pi e\epsilon_0 E_d}} \quad (1.21a)$$

### 1.3. Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz

$$V(r_{V_{max}}) = - \left( \frac{ZE_d}{4\pi\epsilon_0} \right)^{1/2} e^{3/2} \quad (1.21b)$$

Enfin on détermine l'amplitude du champ laser de suppression de barrière en calculant le champ  $E_d$  donnant un potentiel  $V(r_{V_{max}}) = -I_p$  :

$$E_{BSI} = \frac{\pi\epsilon_0 I_p^2}{Z e^3} \quad (1.22a)$$

puis

$$I_{BSI}(W.cm^{-2}) = \frac{\epsilon_0 c E_{BSI}^2}{2} = \frac{\pi^2 \epsilon_0^3 c}{2Z^2 e^6} I_p^4 \simeq 4.10^9 \frac{I_p(eV)^4}{Z^2} \quad (1.22b)$$

où  $E_{BSI}$  est l'amplitude minimale du champ laser nécessaire à l'ionisation par suppression de barrière.

Afin d'avoir des ordres de grandeur on peut calculer la valeur de cette intensité dans les gaz typiques utilisés pour la génération d'harmonique, voir Tab. 1.1.

Gaz	$I_p$ (eV)	$I_{BSI}$ ( $W.cm^{-2}$ )
Helium	24,59	$1,46.10^{15}$
Neon	21,56	$8,64.10^{14}$
Argon	15,76	$2,47.10^{14}$
Krypton	14,00	$1,54.10^{14}$
Xenon	12,13	$8,7.10^{13}$

TABLE 1.1 – Intensité laser nécessaire pour atteindre le régime de suppression de barrière, calculé d'après 1.22b

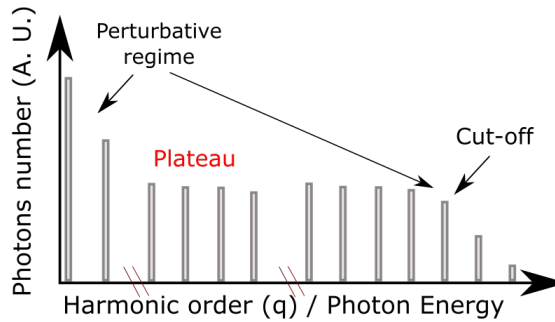


FIGURE 1.3 – Schéma d'un spectre harmonique typique selon les régimes de génération

Le régime qui nous intéresse dans la génération d'harmonique (non-perturbative) est celui correspondant à  $\gamma \simeq 1$  c'est à dire le régime d'ionisation tunnel (cf Fig. 1.3), régime

juste avant la suppression de barrière, qui peut intervenir à partir d'un certain moment du front montant de l'impulsion. Dans ce cas le champ laser abaisse périodiquement le potentiel ressenti par l'électron jusqu'à ce que ce dernier puisse s'échapper de l'attraction atomique par effet tunnel.

### Taux d'ionisation des atomes dans le champ laser

Les taux d'ionisation correspondant à l'effet tunnel peuvent être calculés par la résolution de l'équation de Schrödinger dépendante du temps en 3 dimensions. Néanmoins cette méthode implique des temps de calcul numérique importants.

Dans le cas de l'ionisation par effet tunnel avec un laser de durée supérieure à quelques femtosecondes, c'est à dire contenant un grand nombre de cycles optiques, les taux d'ionisation peuvent être calculés avec une formule analytique par la méthode proposée par Ammosov-Delone-Krainov (ADK) [63] et corrigée par Delone *et. al* [64] puis par Tong *et. al* [65]. Dans ces conditions la phase entre la porteuse et l'enveloppe (CEP pour Carrier Envelop Phase) est négligée puisqu'on ne s'occupe que de la valeur moyenne d'une oscillation du champ sur une période laser pour simplifier les calculs. Ces taux sont de très bonnes approximations à une longueur d'onde proche de  $800nm$ , et encore meilleurs pour des photons de faible énergie devant le potentiel d'ionisation du gaz considéré.

D'autres méthodes de calcul permettent de calculer le même paramètre telle la méthode Perelomov-Popov-Terentev (PPT) [66]. Celle-ci est plus précise et est valide pour un plus large panel de paramètres de Keldysh [67]. Cependant, et comme indiqué dans Lai *et al.*, les taux ADK restent valides dans le domaine de travail de cette thèse qu'est le régime tunnel à  $800 - 815nm$  pour des impulsions de durée  $40fs$  et plus.

L'ionisation constitue la première des trois étapes de la génération d'harmonique.

#### 1.3.1.2 Détail du modèle à trois étapes

Le modèle semi-classique de la génération d'harmoniques est constitué de trois étapes (Fig. 1.4). Il a été proposé par Kulander [68] et Corkum [69]. Quoique relativement simple à exposer, celui-ci explique physiquement la plupart des caractéristiques du rayonnement harmonique.

La première étape est donc l'ionisation. Dans la seconde, l'électron libéré sans vitesse initiale du fait de l'effet tunnel est accéléré dans le continuum par le champ électrique du laser. Si la polarisation est linéaire, cet électron sera par la suite accéléré dans le sens opposé et aura une probabilité non nulle de rencontrer à nouveau son ion parent, conduisant à une recombinaison radiative. L'énergie du photon produit résulte de l'énergie cinétique acquise par l'électron dans le champ laser à laquelle on ajoute l'énergie d'ionisation de l'atome de gaz.

Ce processus peut se produire deux fois par cycle optique pour une énergie cinétique donnée et si on considère les caractéristiques isotrope et centro-symétrique du milieu

### 1.3. Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz

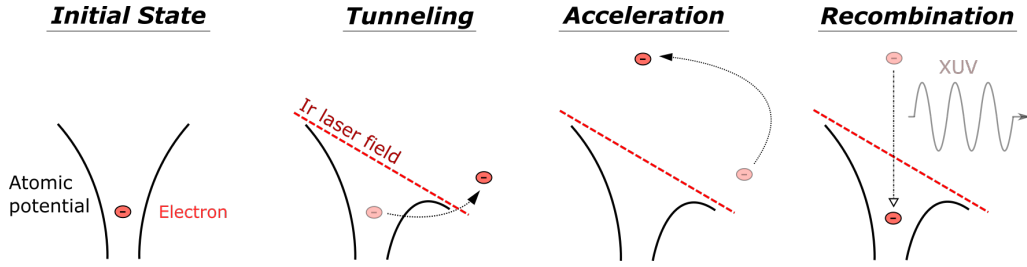


FIGURE 1.4 – Vue schématique du modèle à trois étapes semi-classique

gazeux, on montre que le rayonnement produit est harmonique de la fréquence laser incidente mais ne présente que les ordres harmoniques impairs, ceci est vérifié dans la suite par le calcul.

#### Trajectoires classiques des électrons dans le continuum

Dans le référentiel classique, on considère que l'électron issu d'un atome à une position donnée n'est plus sous l'influence de son ion parent, et n'est soumis qu'à la force de Lorentz imposée par le champ du laser générateur. Le potentiel électrique de l'ion parent est négligé : c'est l'approximation de champ fort (SFA en anglais). Cela se traduit simplement par :

$$qE_d(r, \theta, z_e) \cos(\omega_d t) \vec{e}_x = m_e \vec{a}(t) \quad (1.23)$$

Avec  $q = -e$  la charge électronique,  $E_d(r, \theta, z_e)$  l'amplitude du champ à la position de l'électron considéré,  $\omega_d$  la fréquence laser génératrice,  $\vec{e}_x$  le vecteur unitaire de direction de la polarisation linéaire et  $\vec{a}(t)$  l'accélération qu'on lui applique. En intégrant l'équation précédente par rapport à  $t$  on obtient la vitesse de l'électron :

$$v(t) = \frac{eE_d(r, \theta, z_e)}{m_e} \left( \frac{\sin(\omega_d t)}{\omega_d} \right) + \kappa \quad (1.24)$$

On peut déterminer  $\kappa$  avec les conditions initiales imposées par la physique. L'ionisation par effet tunnel ne donne aucune vitesse à l'électron à l'instant  $t_i$  de l'ionisation, ce qui se traduit par  $v(t_i) = 0$  soit  $\kappa = -\frac{eE_d(r, \theta, z_e)}{m_e} \left( \frac{\sin(\omega_d t_i)}{\omega_d} \right)$  et donc :

$$v(t) = \frac{eE_d(r, \theta, z_e)}{m_e \omega_d} [\sin(\omega_d t) - \sin(\omega_d t_i)] \quad (1.25)$$

Ainsi le gain d'énergie cinétique par l'électron est la valeur de l'énergie cinétique correspondant à sa vitesse au moment de la recombinaison noté  $t_r$ . Soit

$$\Delta \mathcal{E}_c = \frac{1}{2} m v^2(t_r) \quad (1.26)$$

### 1.3.1. Microscopique : Atome unique, du modèle semi-classique au modèle de Lewenstein

On peut la relier au potentiel pondérateur qui est la valeur moyenne de l'énergie cinétique d'un électron oscillant dans un champ laser d'amplitude  $E_d$  et d'intensité  $I_d$ . Quelques valeurs typiques en sont présentées Tab. 1.2) :

$$U_p[J] = \frac{1}{2}m_e \langle v(t)^2 \rangle_t = \frac{e^2 E_d^2(r, \theta, z)}{4m_e \omega_d^2} = \frac{e^2}{8m_e \pi^2 c^3 \epsilon_0} \lambda_d^2 I_d(r, \theta, z) \quad (1.27)$$

Intensité ( $10^{13} W.cm^{-2}$ )	Potentiel pondérateur $U_p(eV)$
146	90,55
86,4	53,59
24,7	15,32
15,4	9,55
8,66	5,37

TABLE 1.2 – Valeurs de  $U_p$  typiques calculées pour un faisceau de longueur d'onde  $815nm$  et pour des intensités au foyer égales aux  $I_{BSI}$  présentées Tab. 1.1

Finalement le gain d'énergie cinétique vaut ici :

$$\Delta \mathcal{E}_c = 2U_p [\sin(\omega_d t_i) - \sin(\omega_d t_r)]^2 \quad (1.28)$$

De même, grâce à l'expression de  $v(t)$  et à la condition initiale  $x(t_i) = 0$ , on peut calculer  $x(t)$  :

$$x(t) = \frac{eE_d(r, \theta, z)}{m_e \omega_d} \left[ -(t - t_i) \sin(\omega_d t_i) + \frac{\cos(\omega_d t_i) - \cos(\omega_d t)}{\omega_d} \right] \quad (1.29)$$

Pour qu'il y ait une probabilité non nulle de recombinaison il faut que  $x(t_r) = 0$ , c'est à dire qu'il y ait recollision entre l'électron et son ion parent. On néglige les recombinaisons avec les autres ions, extrêmement peu probables, du fait de leur éloignement dans le milieu dilué.

On obtient les trajectoires des électrons de la figure 1.5 : chaque temps d'ionisation n'aboutit qu'à un seul temps de recombinaison, chaque couple étant solution de 1.28 et 1.29. Comme on le constate, la recombinaison ne peut avoir lieu que si la phase correspondant à  $\omega_d t_i$  appartient à  $]0, \frac{\pi}{2}[$  : dans tous les autres cas l'électron ionisé ne revient pas vers son ion parent.

A ce stade, l'énergie cinétique accessible forme un continuum. C'est la périodicité du phénomène, deux fois par cycle optique qui produit la structuration du spectre à la fréquence de  $2\omega$ .

#### Chemins et phase atomique

Lorsqu'on regarde les trajectoires obtenues, on s'aperçoit que deux couples  $(t_i, t_r)$

### 1.3. Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz

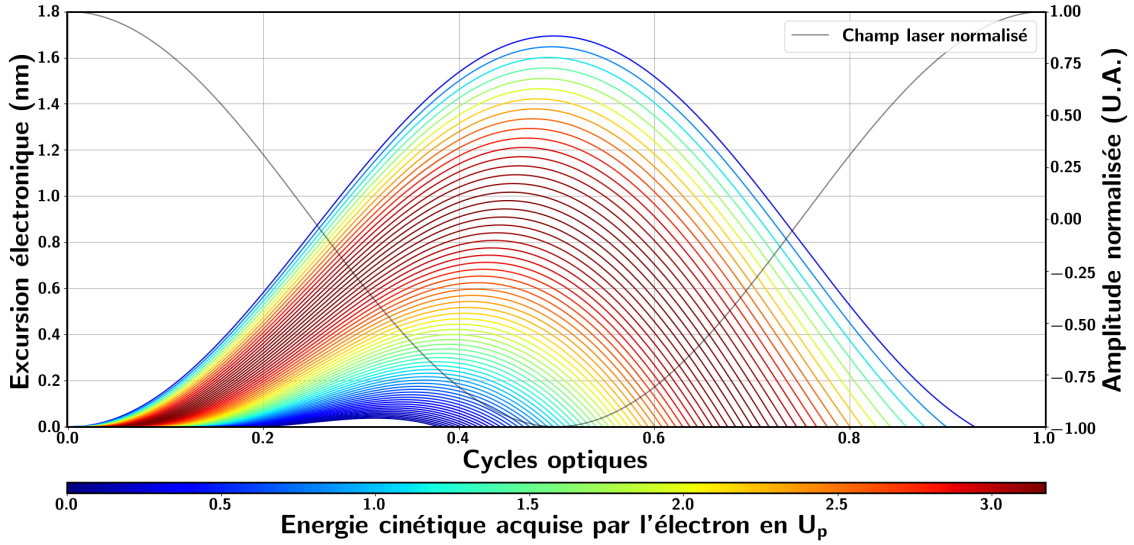


FIGURE 1.5 – Trajectoires électroniques dans le continuum pour une intensité laser  $I = 10^{14} W.cm^{-2}$  à  $800nm$ . La recombinaison est possible lorsque la trajectoire recoupe l'axe des abscisses correspondant à la position de l'ion parent. L'échelle de couleur des trajectoires est liée à la quantité d'énergie cinétique acquise par l'électron dans le continuum.

correspondent à la même énergie cinétique (figure 1.5). L'un correspond à une trajectoire dite "courte" : l'électron est arraché plus tard, recombinaison plus tôt, l'autre à une trajectoire dite "longue" : l'électron est émis tôt dans le continuum et recombinaison plus tard. On les nomme encore chemin 1 et chemin 2.

Chaque trajectoire correspond par conséquent à un temps de parcours ( $\tau = t_r - t_i$ ) différent dans le continuum, celui-ci est déterminé uniquement par le temps d'émission  $t_i$  mais pas par la valeur de l'intensité laser proportionnelle au gain d'énergie cinétique. On entrevoit déjà un effet qui jusque là n'a pas été pris en compte : le temps de réponse du dipôle au champ qui est un déphasage d'émission intrinsèque entre les champs harmonique et laser infrarouge de pompe, appelé la phase atomique. On en déduit que le chemin long, correspondant à un électron passant plus de temps éloigné de l'ion parent, sera plus sensible aux conditions extérieures que le chemin court.

La valeur d'énergie cinétique maximum possible correspond à la limite entre les deux types de trajectoires, elle correspond à  $\omega_d t_i = \frac{\pi}{10}$  et  $\omega_d t_r = \frac{7\pi}{5}$ , et vaut  $3,17U_p$  (déterminée numériquement).

Enfin si un couple  $(\omega_d t_i, \omega_d t_r)$  est solution, alors le couple  $(\omega_d t_i + m\pi, \omega_d t_r + m\pi)$  avec  $m$  un entier est aussi solution. On retrouve que l'émission harmonique a lieu deux fois par cycle optique avec une phase relative de  $\pi$  (Eq. 1.30) entre deux émissions consécutives. Dans cette configuration, et considérant la nature centro-symétrique et isotrope du gaz, les dipôles sources n'interfèrent positivement que pour les valeurs multiples impaires de

$\omega_d$  (Transformée de Fourier de 1.30 ).

$$E_{harm}(t) = \dots + \varepsilon(t+2\pi/\omega_d) + \varepsilon(t+\pi/\omega_d) + \varepsilon(t) + \varepsilon(t-\pi/\omega_d) + \varepsilon(t-2\pi/\omega_d) + \dots \quad (1.30)$$

### 1.3.1.3 Loi de coupure (cutoff) approchée

Le modèle précédent permet de déterminer l'énergie cinétique maximale acquise par l'électron dans le champ laser. En ajoutant l'énergie d'ionisation, on peut déterminer une valeur approchée de l'énergie maximum du photon émis lors de la recombinaison de l'électron, donc l'énergie de coupure harmonique. Celle-ci vaut :

$$\mathcal{E}_{cutoff} = I_p + 3,17U_p \quad (1.31)$$

ou, d'un point de vue longueur d'onde :

$$\lambda_{cutoff} = \frac{hc}{\mathcal{E}_{cutoff}} \quad (1.32)$$

Comme on peut le voir avec les équations 1.27 et 1.31, l'énergie de photon maximale accessible  $\mathcal{E}_{cutoff}$  qui constitue la fin du plateau d'efficacité constante, varie linéairement avec l'intensité  $I_d$  et quadratiquement avec la longueur d'onde  $\lambda_d$  du laser générateur.

Pour obtenir une génération d'harmonique efficace, il faut rester dans le régime d'ionisation tunnel pour lequel la trajectoire de l'électron émis dans le continuum est parfaitement contrôlée via la phase d'émission. Ceci devient impossible en régime de suppression de barrière. On se limite donc au régime d'ionisation tunnel dont la limite d'existence en intensité est déterminée par  $I_d \leq I_{BSI}$ . Cela nous donne la valeur d'énergie maximale absolue accessible par le processus de génération dans un milieu donné :

$$\mathcal{E}_{Lim} = I_p + 3,17 \frac{e^2}{8m_e \pi^2 c^3 \epsilon_0} \lambda_d^2 I_{BSI} \quad (1.33)$$

La variation avec la longueur d'onde est importante, c'est cette dépendance qui pousse les expérimentateurs à adopter des longueurs d'onde génératrices plus grandes avec par exemple l'insertion d'Amplificateurs Optiques Paramétriques (Optical Parametric Amplifier ou OPA) dans leur chaîne laser, ce qui devait être le projet initialement prévu de cette thèse. Avec un laser de pompe à  $800nm$  on obtient les valeurs limites de la première partie du Tab. 1.3. Le simple décalage du spectre à  $815nm$ , possible sur notre chaîne, fait changer les valeurs de la deuxième partie du tableau 1.3. Cependant l'efficacité du processus varie en  $1/\lambda_d^{5.5}$  (lié à l'étalement de la fonction d'onde de l'électron et de l'énergie totale, plus grand lorsque  $\omega_d$  diminue [70]), ceci implique une augmentation de l'énergie nécessaire à la génération pour obtenir le même nombre de photons harmoniques, négligeable pour un décalage de  $15nm$ , pas pour un OPA fonctionnant dans une gamme de  $1400$  à  $2700nm$ . Ceci est permis par la diminution de l'efficacité de l'ionisation avec la longueur d'onde et permet la génération d'harmonique d'ordre élevé



### 1.3. Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz

Gaz	$\mathcal{E}_{Lim}^{800nm}(eV)$	$\lambda_{Lim}^{800nm}(nm)$	$\mathcal{E}_{Lim}^{815nm}(eV)$	$\lambda_{Lim}^{815nm}(nm)$
Helium	301,2	4,116	311,6	3,979
Neon	185,2	6,693	191,4	6,477
Argon	62,55	19,82	64,32	19,28
Krypton	43,17	28,72	44,28	28,00
Xenon	28,53	43,45	29,16	42,52

TABLE 1.3 – Energie maximum accessible pour le photon harmonique, équivalent en longueur d'onde pour un laser générateur à 800nm (gauche) et à 815nm (droite).

dans les solides à des longueurs d'onde plus grandes mais des intensités élevées.

Le modèle classique précédent ne permet néanmoins pas de prédire toutes les propriétés spatiales, temporelles et spectrales des harmoniques générées et notamment la valeur quantitative de la polarisation non linéaire du dipôle atomique en fonction du temps, et dont la transformée de Fourier donne le spectre harmonique. Un nouveau modèle, semi-classique est donc nécessaire : il s'agit du modèle de Lewenstein détaillé en annexe .

#### 1.3.2 Macroscopique : accord de phase

La réponse de l'atome unique détaillée dans la partie précédente n'est pas suffisante pour expliquer complètement le processus de génération d'harmonique dans un milieu macroscopique tel qu'un jet ou une cellule de gaz. Pour cela on doit considérer la superposition cohérente de tous les dipôles non linéaires existant au niveau microscopique dans le milieu.

On appliquera l'approximation que ces dipôles n'interagissent pas directement les uns avec les autres (Voir Annexe C.3), leurs paramètres ne dépendent que des caractéristiques du laser et du milieu à l'endroit où ils sont générés.

##### 1.3.2.1 Retour sur l'équation de propagation dans le milieu de génération

On considère un laser générateur monochromatique à la fréquence  $\omega_d$ . On peut décomposer le champ et la polarisation non-linéaire comme :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \sum_q \vec{E}_q(\vec{r}, t) = \sum_q E_q(\vec{r}) e^{i(q\omega_d t - k_{mq} z)} \vec{e}_z \quad (1.34a)$$

$$\vec{P}^{(NL)}(\vec{r}, t) = \sum_q \vec{P}_q^{(NL)}(\vec{r}, t) = \sum_q P_q^{(NL)}(\vec{r}) e^{i(q\omega_d t - k_{mq} z)} \vec{e}_z \quad (1.34b)$$

$$q = 2m + 1, m \in \mathbb{N}_0 \quad (1.34c)$$

où  $q$  est l'ordre harmonique et  $k_{m_q}(\omega_d) = k_m(q\omega_d)$ . Le terme  $\underline{P}_q^{(NL)}(\vec{r})$  est défini comme le produit du dipôle  $d_q$  (en amplitude et en phase) de la partie précédente par la densité atomique  $\rho$  du milieu. On trouve, en utilisant 1.34 et 1.5, un système d'équation :

$$2ik_{m_q} \frac{\partial \underline{E}_q}{\partial z}(\vec{r}) = \frac{(q\omega_d)^2}{\epsilon_0 c^2} \rho \underline{d}_q(\vec{r}) e^{ik_{m_q} z} \quad (1.35)$$

Ainsi on peut calculer le champ de l'harmonique  $q$  à la sortie du milieu  $\underline{E}_q(\vec{r})$  en intégrant cette équation sur  $z$ , le long de la longueur du milieu  $l_{med}$ , on considère le focus  $z = 0$  centré dans le milieu, ce qui correspond aux conditions expérimentales dans la suite :

$$\underline{E}_q(\vec{r}) = \frac{q\omega_d}{2i\underline{n}_q c \epsilon_0} \int_{-l_{med}/2}^{l_{med}/2} \rho \underline{d}_q(\vec{r}) e^{ik_{m_q} z} dz \quad (1.36)$$

avec  $n_q(\omega_d) = n(\omega_q) = n(q\omega_d)$  et  $k_{m_q} = \frac{nq\omega}{c}$ .

La phase du terme de polarisation non-linéaire est liée à celle du laser de pompe infrarouge ( $qk_{m_1} z$ , extrinsèque) et à la phase des dipôles générateurs ( $\varphi_{at,path}$ , intrinsèque et dépendante du chemin quantique considéré). Le dernier terme de l'intégrand représente la phase de propagation harmonique.

Ainsi la phase totale du champ  $\underline{E}_q(\vec{r})$  peut être exprimée :

$$\varphi_q(z) = k_{m_q} z - qk_{m_1} z - \varphi_{at,path} \quad (1.37)$$

Enfin l'intensité harmonique peut être déterminée :

$$\begin{aligned} I_q(\vec{r}) &= \frac{1}{2} \epsilon_0 c \sqrt{\epsilon_r} |\underline{E}_q(\vec{r})|^2 \\ &= \frac{q^2 \omega_d^2 \rho^2}{8 |\underline{n}_q|^2 c \epsilon_0} \sqrt{\epsilon_r} \left| \int_{-l_{med}/2}^{l_{med}/2} |\underline{d}_q(\vec{r})| e^{i\varphi_q(z)} dz \right|^2 \end{aligned} \quad (1.38)$$

dans un milieu diélectrique homogène et amagnétique de permittivité relative  $\epsilon_r = n_q(\omega_d)^2$ ,

A l'issue du milieu générateur, le signal harmonique s'exprime donc comme le module carré de la somme de tous les dipôles harmoniques propagés jusqu'au plan d'observation. Cette quantité dépend fortement de la phase relative de tous les dipôles (notion de cohérence). La situation de meilleure efficacité correspond à l'accord de phase i.e. lorsque tous les dipôles sont en phase (Fig. 1.6) ( $\varphi = 2m\pi$  avec  $m \in \mathbb{Z}$ ) au plan de sortie de la cellule.

Dans le cas où deux dipôles ont une différence de phase de  $\pi$ , leur interférence sera destructive. Dans le cas d'un milieu absorbant,  $\varphi_q$  n'est plus que la partie réelle de l'expression 1.37 puisque les nombres d'onde deviennent complexes.

L'absorption joue alors un rôle d'atténuation à la fois dans le terme en  $\frac{1}{|\underline{n}_q|^2} = \frac{1}{n_q^{(a)2} + n_q^{(d)2}}$  mais aussi dans les termes exponentiels. La dispersion joue elle un double

### 1.3. Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz

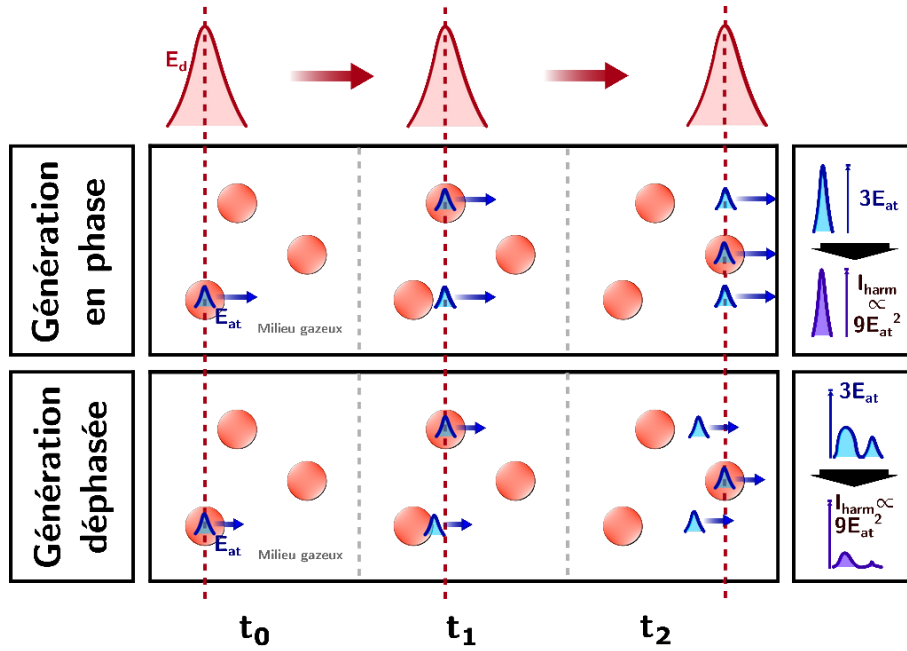


FIGURE 1.6 – Schéma de principe de l'accord de phase dans le cas où le milieu gazeux est composé de 3 atomes influencés par le champ générateur  $E_d$  au cours de sa propagation.

rôle, à la fois dans le premier terme d'atténuation mais aussi dans celui d'accord de phase.

$$e^{i(k_{m_q} - qk_{m_1})z} = \underbrace{e^{\frac{q\omega z}{c}(n^{(a)} - n_q^{(a)})}}_{\text{Atténuation par absorption}} e^{i \overbrace{\frac{q\omega z}{c}(n_q^{(d)} - n^{(d)})}^{\text{Déphasage par dispersion}}} \quad (1.39)$$

L'absorption dans le gaz générateur étant négligeable pour l'IR,  $n^{(a)} \approx 0$ , le premier terme est bien un terme d'atténuation.

#### 1.3.2.2 Décomposition des effets influençant la phase des dipôles harmoniques

Divers éléments participent à la création de phase [71] :

- La simple propagation des faisceaux
- La courbure du faisceau entraînée par la convergence puis la divergence des faisceaux  $\varphi_C(z)$
- La dispersion créée par les atomes neutres lors de la propagation
- L'ionisation du milieu induite par le champ laser qui apporte un terme de dispersion supplémentaire dû à la présence des électrons issus de l'ionisation partielle du milieu. La dispersion créée par les ions est négligée à la fois pour l'IR et les harmoniques

- La phase intrinsèque du faisceau lié à son passage par le waist nommée phase de Gouy :  $-\Psi(z)$
- Celle, intrinsèque, du dipôle harmonique : condition microscopique  $-\varphi_{at,path} = \alpha^{(path)} I$

Les termes de dispersion ci-dessus sont en fait inclus dans  $\varphi = kz = \frac{2\pi n^{(d)}}{\lambda} z$ , par le biais de l'indice  $n^{(d)}$ . Cet indice dépend de la densité locale d'atomes neutres et d'électrons via la pression. Ensuite l'ionisation par le biais de la déplétion de la densité d'atomes neutres et par l'augmentation de la densité d'électrons du milieu modifie sa valeur. Le passage du champ laser entraîne donc une dépendance de l'indice avec  $z$ ,  $r$  et  $t$ .

### Détail de la dispersion et de l'absorption

Dans le milieu générateur on note  $\mathcal{N}$  le nombre d'atomes de gaz (Argon par exemple) pour un volume  $V$  avant interaction. On a donc une densité initiale  $\rho_{Ar} = \frac{\mathcal{N}}{V}$  reliée à la pression  $P$  par la loi des gaz parfaits telle que :  $\rho_{Ar} = \frac{P}{k_B T}$  où  $T$  est la température du gaz et  $k_B = 1,381.10^{-23} J.K^{-1}$  la constante de Boltzmann. On peut ensuite déterminer  $\rho_e$  depuis  $\rho_{Ar}$  et les taux ADK, et corriger  $\rho_{Ar}$  en fonction de l'ionisation.

Lors de la propagation laser, l'ionisation crée un indice de dispersion selon la loi des plasmas :  $n_p^{(d)}(\omega) = \sqrt{\left(n_{Ar}^{(d)2} - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right)}$  avec  $\omega_p = \sqrt{\frac{\rho_e e^2}{m_e \epsilon_0}}$ , la pulsation plasma où  $\rho_e$  est la densité électronique et où l'on prend en compte l'indice de l'argon neutre  $n_{Ar}^{(d)}$ , telle que cette expression couvre la dispersion du mélange plasma-gaz.

Typiquement l'indice de réfraction de l'argon à 815nm, 23°C et 30mbar est  $n_{Ar}^{(d)}(\omega_d) - 1 = 7,5.10^{-6}$ , calculé depuis  $n_{Ar}^{(d)} - 1 = \frac{3}{2} \frac{r m_{Ar} P}{k_B T} = \frac{3}{2} \rho_{Ar} m_{Ar}$ , l'équation d'Hauf-Grigull, avec  $r$  la réfractivité spécifique. Dans le cas de variation faible de pression et de température cette équation permet de déterminer l'indice de réfraction dans une condition de température et de pression proche à partir de données connues (par exemple [72], utilisé ici).

Dans le domaine harmonique extrême ultraviolet (XUV ou VUV) cet indice peut être calculé par :  $n_{Ar}^{(d)}(\omega_q) = \frac{r_e}{2\pi} \lambda_q^2 \rho_{Ar} f_{Ar}(0)$  [73], où  $r_e = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{m_e c^2} = 2,818.10^{-15} m$  est le rayon classique de l'électron et  $f_{Ar}(0) = f_{Ar1}(0) + i f_{Ar2}(0)$  est le facteur de dispersion atomique, tabulé. Dans les mêmes conditions celui-ci vaut  $n_{Ar}^{(d)}(\omega_q) - 1 = -8,59.10^{-7}$ , négatif donc qui n'arrange pas l'accord de phase.

La partie imaginaire de l'indice de réfraction peut être déterminée par la transmission d'un milieu en fonction de sa longueur :

$$I(\lambda, z) = I_0(\lambda) T(z, \lambda) = I_0(\lambda) e^{-2\Im(k)z} = I_0(\lambda) e^{-4\pi n^{(a)} \frac{z}{\lambda}}$$

$$\Leftrightarrow n^{(a)}(\lambda) = \frac{\lambda}{4\pi z} \ln \left( \frac{I_0(\lambda)}{I(z, \lambda)} \right) = \frac{\lambda}{4\pi z} \ln (T(z, \lambda)) \quad (1.40)$$

### 1.3. Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz

Pression (mbar)	10	15	20	25	30	35	40	45
Longueur d'onde (nm)	Longueur d'absorption (mm)							
30,2	18,3	12,2	9,16	7,33	6,11	5,23	4,58	4,07
32,6	9,15	6,1	4,57	3,66	3,05	2,61	2,29	2,03
35,4	4,31	2,87	2,16	1,72	1,44	1,23	1,08	0,96

TABLE 1.4 – Valeur typique de longueur d'absorption dans l'argon pour les harmoniques 27, 25 et 23. Calculs interpolés depuis les données issues de [75].

Que l'on peut aussi rapprocher de la longueur d'absorption, définie comme la longueur de milieu pour laquelle  $I(z) = \frac{I_0}{e}$ , soit :

$$l_{abs} = \frac{\lambda}{4\pi n^{(a)}} = \frac{1}{\sigma \rho_{Ar}} \quad (1.41)$$

Où  $\sigma$  est la section efficace de photo-ionisation de l'argon [74]. Tab. 1.4 nous présentons la longueur d'absorption de l'argon pour diverses pressions et les harmoniques 23 à 27.

#### Phase des champs

On a alors :

— pour l'infrarouge :

$$\varphi_{IR}(z) = \varphi_C(z) - \Psi(z) + n_p^{(d)}(\omega_d) \frac{\omega_d}{c} z \quad (1.42)$$

— pour l'harmonique :

$$\varphi_q(z) = \varphi_{C_q}(z) - \Psi_q(z) + n_p^{(d)}(\omega_q) \frac{\omega_q}{c} z - \varphi_{at,path} - q\varphi_{IR}(z) \quad (1.43)$$

L'accord de phase se traduit par  $\varphi_q(z) = 0$

#### Composantes

La phase dépend à la fois de termes longitudinaux en  $z$ , radiaux en  $r$  et azimutaux en  $\theta$ , que l'on peut diviser en deux composantes complémentaires :

- L'accord de phase transverse ( $r$  et  $\theta$ ) qui quantifie la phase relative des dipôles sur l'axe transverse à la propagation
- L'accord de phase longitudinal ( $z$ ) qui quantifie l'accord de phase le long de l'axe de propagation du laser de pompe (Simplification 1D du problème).

Expérimentalement pour un faisceau classique ces notions sont dominantes dans des situations antagonistes l'une de l'autre :

- Dans le cadre d'une génération à faible énergie de pompe ( $nJ$  à  $\mu J$ ) on se place dans des schémas à forte focalisation qui donnent un front d'onde courbé, dans un milieu dense (plusieurs centaines de millibars) mais fin (quelques micromètres) : on a généralement un problème d'accord de phase transverse dominant.
- Dans le cadre d'une génération à plus forte énergie ( $> mJ$ ) on se place dans des schémas à focale longue (1-20m) : la cellule de génération est placée dans la zone de Rayleigh d'un faisceau gaussien dans laquelle on considère un front d'onde plan se propageant dans un milieu peu dense (dizaine de millibars) et long (de l'ordre de la longueur de Rayleigh), avec un problème d'accord de phase longitudinal dominant.

En l'absence de vortex optique, le deuxième cas correspond aux conditions expérimentales de la thèse, et permet de nombreuses simplifications.

Pour des ordres harmoniques relativement bas et des intensités laser modérées, il est possible d'obtenir un accord de phase par l'équilibre des dispersions [76], en régime de faible ionisation. Pour les harmoniques plus hautes cet équilibre est d'autant plus difficile à atteindre que la génération de ces longueurs d'onde demande une intensité laser importante et donc une ionisation forte du milieu qui empêche tout accord de phase durable [77, 78].

Il faut noter que l'accord de phase en génération d'harmonique n'est en général obtenu que de manière transitoire, et sur une gamme d'ordres harmoniques restreinte, notamment à cause de l'ionisation mais aussi de la phase atomique. Nous nous intéressons à présent à cet accord de phase dans l'approximation de génération par un faisceau gaussien.

### 1.3.2.3 Obtention de l'accord de phase en faisceau gaussien

#### Définition

Un faisceau gaussien polarisé linéairement selon  $x$  et se propageant selon  $z$  dans l'approximation paraxiale prend mathématiquement la forme suivante :

$$\vec{E}_d(r, z) = E_{0d} \frac{w_0}{w(z)} \exp\left(\frac{-r^2}{w(z)^2}\right) \exp\left(-i\left(kz + k\frac{r^2}{2R(z)} - \psi(z)\right)\right) \vec{e}_x \quad (1.44)$$

Avec :

$$\psi(z) = \arctan(z/z_r) \quad (1.45)$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (z/z_r)^2} \quad (1.46)$$

$$R(z) = z \left(1 + (z_r/z)^2\right) \quad (1.47)$$

### 1.3. Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz

---

$$z_r = \pi n^{(d)} w_0^2 / \lambda_0 \quad (1.48)$$

On peut y identifier :

- $w(z)$  le rayon du faisceau à  $I_0/e^2$  le long de la propagation
- $R(z)$  le rayon de courbure, traduisant la courbure du front d'onde (surface d'équi-phase)
- $\psi(z) = \Psi(z)$ , la phase de Gouy qui change de signe au passage du waïst, en  $z = 0$
- $kz$  la phase de propagation, dispersions incluses via le terme en  $k$ , qui change de signe elle aussi
- $k \frac{r^2}{2R(z)} = \varphi_C$ , la phase de courbure, qui comme on le voit est affectée elle aussi par la dispersion et qui tend vers 0 dans la zone de Rayleigh.

On peut aussi donner un ordre de grandeur du waïst et de la longueur de rayleigh dans le cas d'un faisceau gaussien collimaté non diaphragmé, de  $D = 11mm$  de diamètre à  $1/e^2$  (en intensité), monochromatique avec  $\lambda_d = 815nm$  passant à travers une lentille de longueur focale  $F = 1m$ , dans un milieu d'indice  $n^{(d)} = 1$ , soit :

$$\begin{aligned} w_0 &= \frac{2\lambda_d F}{\pi D} \\ &= \frac{2 \times 815 \cdot 10^{-9}}{\pi} \frac{1}{11 \cdot 10^{-3}} = 47.1 \mu m \end{aligned} \quad (1.49)$$

et

$$z_r = 8.6mm \quad (1.50)$$

Ces valeurs sont des minima dans nos conditions, en effet un faisceau gaussien diaphragmé, comme expérimentalement, se comporte différemment et propose un waïst et une longueur de Rayleigh plus importants [79]. Leur étude peut nécessiter une modélisation autour de la zone de focalisation, par analyse de Huygens-Fresnel par exemple, cependant des formules approchées sont disponibles pour déterminer le waïst et la longueur de Rayleigh, par exemple dans Urey [80]. On trouve alors des comportements typiques de la Fig. 1.7, avec des valeurs pour lesquelles on voit que  $z_r > |z| \in [-l_{med}/2, l_{med}/2]$ , pour un milieu de  $l_{med} = 10mm$  de long, sauf dans les cas très peu diaphragmés ( $iris > 20mm$ ).

#### Propriétés géométriques de la source harmonique dans le cas d'un faisceau gaussien

On a vu que le dipôle harmonique avait une amplitude proportionnelle à  $E_d^{q_{eff}}$  donc une intensité  $I_q \propto \sqrt{\epsilon_{rq}} \epsilon_0 c \frac{|E_d|^{2q_{eff}}}{2}$  dans le cas où l'accord de phase est idéal et en l'absence d'absorption. Ainsi l'intensité de la source harmonique suit elle aussi une loi

### 1.3.2. Macroscopique : accord de phase

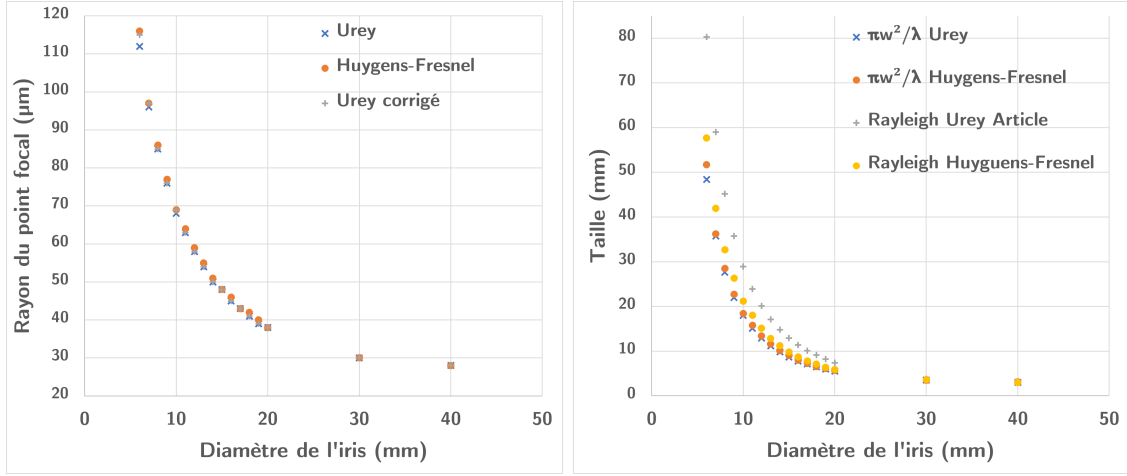


FIGURE 1.7 – Evolution du waist et de la longueur de Rayleigh avec la taille de l'iris pour un faisceau gaussien de  $18,7\text{mm}$  de diamètre focalisé avec une lentille de longueur focale  $1\text{m}$  dans un milieu d'indice 1. Selon le modèle d'Urey [80] ou par propagation de Huygens-Fresnel (HF) jusqu'au foyer puis décomposition en modes Laguerre-Gauss et scan le long de  $z$ . Dans le second cas le waist est déterminé à environ  $0,9\%$  près pour des raisons de grilles numériques, Urey déclare lui avoir une marge d'erreur de  $1\%$ , les valeurs HF + erreur rentre totalement dans les valeurs de Urey. Pourtant Urey néglige la translation de focus (sur laquelle nous reviendrons), une légère correction pour la prendre ne compte nous donne les valeurs de la dernière colonne, très proches de Huygens-Fresnel.  $z_r$  est elle déterminée à  $0,5\%$  près dans le cas de Huygens-Fresnel et semble bien plus cohérente que les résultats issus de Urey si l'on compare avec [79] par exemple. En revanche un calcul depuis le waist d'Urey, en assimilant le faisceau à un gaussien ( $z_r = \pi w_0^2/\lambda$ ), donne des valeurs de  $z_r$  proches. Dans la limite d'un iris grand, donc d'une non-coupeure du gaussien initial, toutes les valeurs convergent logiquement. Détail des données en annexe Tab.1.1

gaussienne telle que à l'abscisse  $z$  autour du foyer laser défini ci-dessus, on a :

$$\begin{aligned}
 I_q &\propto \frac{\sqrt{\epsilon_r} \epsilon_0 C}{2} \left( E_{0d}^2 \left( \frac{w_0}{w(z)} \right)^2 \exp \left( \frac{-2r^2}{w(z)^2} \right) \right)^{q_{eff}} \\
 &= \left( \frac{\sqrt{\epsilon_r} \epsilon_0 C}{2} \right)^{1-q_{eff}} I_{0d}^{q_{eff}} \left( \frac{w_0}{w(z)} \right)^{2q_{eff}} \exp \left( \frac{-2q_{eff} r^2}{w(z)^2} \right) \\
 &= I_{0q} \left( \frac{w_{0,harm}}{w_{harm}(z)} \right)^2 \exp \left( \frac{-2r^2}{w_{harm}(z)^2} \right) \tag{1.51}
 \end{aligned}$$

On postule la dernière ligne en assimilant le faisceau harmonique à un mode gaussien de waist  $w_{harm}$ . On peut ensuite par identification, dans la limite  $z \ll z_r$  ( $\frac{w_0}{w(z)} \approx 1$ , vérifié naturellement dans nos conditions de génération), obtenir une valeur de  $w_{harm}(z)$ .



### 1.3. Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz

On a alors :

$$w_{0,harm} \approx \frac{w_0}{\sqrt{q_{eff}}} \approx \frac{w_0}{2} \quad (1.52)$$

Et donc :

$$z_{rq} \approx \frac{q\pi w_0^2}{4\lambda_d} \quad (1.53)$$

Ce qui signifie d'une part que la taille de la source harmonique est typiquement 2 fois plus petite que celle du foyer infrarouge pour tous les ordres harmoniques du plateau et d'autre part qu'ils ont une longueur de Rayleigh  $q/4$  fois plus longue que le laser générateur, donc une phase de Gouy et de courbure plus faibles, elles sont d'ailleurs généralement négligées dans le cas de la génération d'harmonique en régime de focalisation douce :

$$\Psi_q = \arctan\left(\frac{z}{z_{rq}}\right) = \arctan\left(\frac{4z}{qz_r}\right) \quad (1.54)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{Cq} &= k_q \frac{r^2}{2R_q(z)} = k_q \frac{r^2}{2z \left(1 + \left(\frac{z_{rq}}{z}\right)^2\right)} \\ &= n_p^{(d)}(\omega_q) \frac{\omega_q}{c} \frac{r^2}{2z \left(1 + \left(\frac{qz_r}{4z}\right)^2\right)} = n_p^{(d)}(q\omega) \frac{q\omega}{c} \frac{r^2}{2z \left(1 + \left(\frac{qz_r}{4z}\right)^2\right)} \end{aligned} \quad (1.55)$$

Enfin la phase atomique harmonique s'exprime comme  $-\varphi_{at,path} = -\alpha^{(path)} I_d$  donc :

$$\varphi_{at,path} = \alpha^{(path)} I_{0d} \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \exp\left(\frac{-2r^2}{w(z)^2}\right) \quad (1.56)$$

Et donc :

$$\begin{aligned} \varphi_q(z) &= n_p^{(d)}(q\omega) \frac{q\omega}{c} \left(\frac{r^2}{2z \left(1 + \left(\frac{qz_r}{4z}\right)^2\right)} + z\right) - \arctan\left(\frac{4z}{qz_r}\right) \\ &\quad - \alpha^{(path)} I_{0d} \left(\frac{w_0}{w(z)}\right)^2 \exp\left(\frac{-2r^2}{w(z)^2}\right) \\ &\quad - q \left( n_p^{(d)}(\omega) \frac{\omega}{c} \left(\frac{r^2}{2z \left(1 + \left(\frac{z_r}{z}\right)^2\right)} + z\right) - \arctan\left(\frac{z}{z_r}\right) \right) \\ &= \Delta\varphi_c + \Delta\Psi + \Delta\varphi_{prop} - \varphi_{at} \end{aligned} \quad (1.57)$$

#### Etude des différents termes

L'expression précédente permet de calculer le déphasage entre des dipôles harmoniques

situés en différents points du milieu de génération le long de l'axe de propagation du laser.

Pour évaluer la contribution de chacun des termes composant le déphasage, on se placera par exemple dans l'approximation  $z \ll z_r$  pour laquelle le milieu gazeux est plus court que la longueur de Rayleigh du laser infrarouge, nettement augmentée par la diaphragmation du faisceau. Dans ce cas, l'approximation d'un accord de phase strictement longitudinal est valable et on peut étudier la génération d'harmonique dans le cadre d'une propagation 1D du faisceau en se concentrant sur la dépendance temporelle de la réponse du milieu.

Outre les problèmes d'accord de phase, et notamment la dispersion qui devient importante dans la génération d'harmonique en milieu long fortement ionisé, l'absorption entraîne une autre limite d'efficacité, qu'il faut considérer. Constant *et al.* [74] en 1999 a proposé un modèle d'étude de l'accord de phase et des problématiques d'absorption reposant sur la comparaison de trois grandeurs caractéristiques du problème :

- La longueur de cohérence, relative à l'accord de phase, qui traduit la distance dans le milieu séparant deux dipôles harmoniques qui vont interférer avec une différence de phase de  $\pi$  :  $l_{coh} = \frac{\pi}{\Delta k}$  avec  $\Delta k$  la dérivée par rapport à  $z$  de la phase harmonique  $\phi_q$ . Notons que cela implique que  $\phi_q$  varie linéairement avec  $z$ , ce qui est vérifié dans le cas du régime de focalisation douce.  $l_{coh}$  contient les termes de dispersion atomique et électronique et dépend du temps via l'augmentation progressive du taux d'ionisation pendant le front montant de l'impulsion. On note qu'elle diminue avec l'ordre harmonique  $q$  et que dans la plupart des cas, il existe un taux d'ionisation précis qui dure au plus un cycle optique pour lequel la longueur de cohérence peut être théoriquement infinie.
- La longueur d'absorption  $l_{abs}$ , qui a été définie Eq. 1.41. En l'absence de terme source, la transmission en intensité d'un signal harmonique se propageant dans un milieu de longueur  $L$  sera donnée par  $T = e^{-\frac{L}{l_{abs}}}$ .
- La longueur du milieu générateur  $l_{med}$ , typiquement  $10mm$  dans nos conditions de génération.

Repartant de l'équation de Maxwell non linéaire (76) et en y incluant le terme d'absorption, on obtient la formule de Constant *et al.* pour une cellule de gaz de longueur  $l_{med}$  comprise entre  $-l_{med}/2$  et  $+l_{med}/2$  de part et d'autre du foyer laser placé en  $z=0$  :

$$I_q = \frac{q^2 \omega_d^2 \rho_{Ar}^2}{8c\epsilon_0} \left| \int_{-l_{med}/2}^{+l_{med}/2} |d_q(z)| e^{\frac{z-l_{med}/2}{2l_{abs}}} e^{i\varphi_q(z)} dz \right|^2 \quad (1.58)$$

où on rappelle que  $q$  est l'ordre harmonique,  $\omega_d$  la pulsation du laser de pompe,  $\rho_{Ar}$  la densité du milieu gazeux,  $d_q$  le dipôle harmonique et  $\varphi_q$  la phase de propagation harmonique.

Si l'on introduit  $l_{coh}$  définie précédemment en supposant que la phase varie linéairement avec  $z$  et qu'on fait l'hypothèse que l'amplitude du dipôle est constante dans la cellule, on obtient :

### 1.3. Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz

$$I_q = \frac{q^2 \omega^2 \rho^2}{8c\epsilon_0} |d_q|^2 e^{-\frac{l_{med}}{2l_{abs}}} \left| \int_{-l_{med}/2}^{+l_{med}/2} e^{\frac{z}{2l_{abs}}} e^{\frac{i\pi z}{l_{coh}}} dz \right|^2 \quad (1.59)$$

Qui devient par intégration analytique :

$$I_q = \frac{q^2 \omega_d^2 \rho_{Ar}^2}{8c\epsilon_0} |d_q|^2 e^{-\frac{l_{med}}{2l_{abs}}} \left| \frac{e^{\frac{l_{med}}{2} \left( \frac{1}{2l_{abs}} + \frac{i\pi}{l_{coh}} \right)} - e^{-\frac{l_{med}}{2} \left( \frac{1}{2l_{abs}} + \frac{i\pi}{l_{coh}} \right)}}{\frac{1}{2l_{abs}} + \frac{i\pi}{l_{coh}}} \right|^2 \quad (1.60)$$

Soit après calcul du module carré, avec  $\text{ch}$  le cosinus hyperbolique :

$$I_q = \frac{q^2 \omega_d^2 \rho_{Ar}^2}{c\epsilon_0} |d_q|^2 l_{abs}^2 l_{coh}^2 e^{-\frac{l_{med}}{2l_{abs}}} \frac{\text{ch} \frac{l_{med}}{l_{abs}} - \cos \frac{\pi l_{med}}{l_{coh}}}{l_{coh}^2 + 4\pi^2 l_{abs}^2} \quad (1.61)$$

Dans le cas d'un accord de phase parfait ( $l_{coh}$  infinie) et en présence d'absorption, on observe que la croissance du signal avec la longueur du milieu sature pour des valeurs de  $l_{med}$  grandes devant la longueur d'absorption. Quand l'accord de phase n'est pas parfait, on observe des franges de cohérence, dites franges de Maker, avec logiquement un minimum de signal quand la longueur du milieu est égale à un nombre pair de longueurs de cohérence.

On en conclut que pour une pression donnée, c'est à dire une longueur d'absorption fixée pour un gaz générateur et une harmonique donnée, il n'est pas nécessaire d'avoir des longueurs de cohérence et de milieu considérablement plus grandes que la longueur d'absorption. Constant *et al.* ont établi un critère d'optimisation de la fonction 1.61 qui garantit des conditions de génération optimales et réalistes, et caractérise la génération d'harmoniques dite "en limite d'absorption" :

$$l_{med} > 3l_{abs} \quad (1.62)$$

et

$$l_{coh} > 5l_{abs} \quad (1.63)$$

#### Expression de la longueur de cohérence pour l'étude de l'accord de phase longitudinal

En reprenant l'expression de la phase  $\varphi_q$  et en faisant l'approximation qu'elle varie linéairement avec  $z$ , on peut montrer que la longueur de cohérence dépend des paramètres de l'expérience, et notamment du taux d'ionisation suivant la formule suivante :

$$\Delta k = \frac{\pi}{l_{coh}} = \frac{qn_p^{(d)} \omega}{c} - \frac{2\alpha I z / z_r^2}{1 + (z/z_r^2)^2} + \frac{q/z_r}{1 + (z/z_r)^2} \quad (1.64)$$

On reconnaît le premier terme lié à la compétition entre dispersions atomique et électronique, le deuxième lié au gradient de la phase atomique et le troisième à la phase de Gouy. Les deux premiers termes dépendent du temps à travers la variation du taux d'ionisation et de l'intensité laser.

#### **Conclusion du chapitre**

Dans ce chapitre j'ai rappelé les principes généraux de la génération d'harmoniques d'ordre élevé, du niveau atomique le plus fondamental au niveau macroscopique, en abordant les problématiques de l'accord de phase en régime de génération dit "génération longue focale" c'est à dire un régime pour lequel la longueur de Rayleigh du laser de pompe est suffisamment grande devant la longueur du milieu pour que l'on puisse se concentrer sur l'accord de phase longitudinal et considérer que l'intensité laser varie peu dans le milieu. On montre alors qu'en respectant le critère de Constant sur les longueurs de cohérence et d'absorption en comparaison de la longueur du milieu, on obtient un régime de génération optimal dit en limite d'absorption. Le problème de la dépendance temporelle de l'accord de phase et le rôle de la dispersion atomique a été étudié en détail dans la thèse de Sameh Daboussi, dans l'équipe avant mon arrivée. Par la suite j'aborderai dans les chapitres suivants les problématiques spécifiques de la génération d'harmoniques par un vortex optique et montrerai que certaines approximations du présent chapitre ne sont plus valables.

### 1.3. Théorie de la génération d'harmoniques d'ordres élevés (HHG) dans les gaz

---

# Chapitre 2

## Faisceaux vortex : moment angulaire et modes de Laguerre-Gauss

---

<b>2.1</b>	<b>Nature du moment angulaire dans l'approximation paraxiale</b>	<b>40</b>
2.1.1	Moment angulaire total de la lumière	40
2.1.2	Moment angulaire de spin	41
2.1.2.1	Exemple de l'onde plane polarisée	41
2.1.2.2	Champ optique paraxial générique	41
2.1.2.3	Mesure du moment de spin	42
2.1.3	Moment angulaire orbital (MAO)	42
2.1.3.1	Champ optique paraxial portant un moment angulaire orbital	43
<b>2.2</b>	<b>Modes de Laguerre Gauss</b>	<b>44</b>
2.2.1	Potentiel vecteur	44
2.2.2	Champ électrique	45
2.2.3	Base orthonormée, projection et analyse	48
2.2.3.1	Base orthonormée	48
2.2.3.2	Projection sur la base et importance du waist	48
2.2.3.3	Transformée de Fourier azimutale	49
<b>2.3</b>	<b>Création de faisceaux portant un moment orbital</b>	<b>50</b>
2.3.1	Méthodes expérimentales de génération de faisceaux Laguerre-Gauss	51
2.3.1.1	Somme de modes Hermite gauss	51
2.3.1.2	Modulateur spatial de lumière ou Spatial light modulator (SLM) :	51
2.3.1.3	Réseau fourche	52
2.3.1.4	Q-plate	52

## CHAPITRE 2. FAISCEAUX VORTEX : MOMENT ANGULAIRE ET MODES DE LAGUERRE-GAUSS

---

2.3.1.5	Réfraction / réflecteur conique . . . . .	53
2.3.1.6	Lame et miroir de phase spirale . . . . .	53
2.3.2	Conversion par une lame spirale . . . . .	53
2.3.2.1	Principe . . . . .	53
2.3.2.2	Efficacité théorique de conversion . . . . .	55
2.3.2.3	Calcul pour LaseriX . . . . .	56
2.3.3	Influence de certains paramètres . . . . .	60
2.3.3.1	Méthode d'analyse . . . . .	60
2.3.3.2	Discussion sur la longueur de Rayleigh . . . . .	65
2.3.3.3	Détail de la décomposition en modes $\mathcal{LG}_{l,p}$ . . . . .	66
2.3.3.4	Influence de l'iris sur les modes LG et la conversion . . . . .	70
2.3.3.5	Influence du décentrage de la lame . . . . .	71
<b>2.4</b>	<b>Mesure du moment orbital . . . . .</b>	<b>75</b>
2.4.1	Mesures par le rayon des anneaux . . . . .	75
2.4.2	Mesure par transfert . . . . .	76
2.4.3	Mesure diffractive . . . . .	76
2.4.3.1	Par une ouverture . . . . .	76
2.4.3.2	Par d'autres éléments diffractifs . . . . .	78
2.4.4	Mesure interférentielle . . . . .	79
2.4.5	Autres méthodes . . . . .	80

---



A DÉFINITION TRADITIONNELLE du moment linéaire (Voir annexe B) entraîne quelques difficultés, illustrées par exemple par le paradoxe de Abraham-Minkowski. Dans un milieu diélectrique linéaire Abraham en 1903 définit le vecteur de Poynting comme

$$\vec{\Pi}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) \wedge \vec{H}(\vec{r}, t) \quad (2.1)$$

Ce qui donne une densité de moment linéaire pour des champs sinusoïdaux :

$$\vec{p}^{(A)} = \frac{\langle \vec{E}(\vec{r}, t) \wedge \vec{H}(\vec{r}, t) \rangle_t}{c^2} = \frac{\vec{E}(\vec{r}) \wedge \vec{H}(\vec{r})}{2c^2} \quad (2.2)$$

Cependant Minkowski en 1909 donne une autre définition du moment dans ces même milieux :

$$\vec{p}^{(M)} = \langle \vec{D}(\vec{r}, t) \wedge \vec{B}(\vec{r}, t) \rangle_t = \frac{\vec{D}(\vec{r}) \wedge \vec{B}(\vec{r})}{2} \quad (2.3)$$

Ce qui a entraîné depuis une discussion sur la définition du moment de la lumière puisque les deux définitions semblent valides et ont été observées expérimentalement [81], parfois dans la même expérience. On voit que dans le vide ces deux expressions sont équivalentes mais dans les milieux on se heurte à un problème lié à la permittivité.

Par exemple dans le cas d'Abraham si on considère une onde plane dans un milieu homogène d'indice  $n^{(d)}$ , la quantité de mouvement est inversement proportionnelle à  $n^{(d)}$ , en revanche si on prend la définition de Minkowski celle-ci est proportionnelle à  $n^{(d)}$ . La détermination du moment linéaire de la lumière est par conséquent problématique.

La plupart des milieux possédant une perméabilité magnétique proche de 1 (comme dans le milieu de génération), le champ  $H$  devient  $B/\mu_0$ . Dans ces milieux le consensus est que la définition d'Abraham donne le moment porté par le champ alors que celle de Minkowski prend en compte l'interaction de la matière avec le champ électromagnétique.

Pour résoudre ces difficultés une autre définition de la densité de quantité de mouvement, est proposée dans [82] d'après laquelle :

$$\begin{aligned} \vec{p} &= \frac{1}{4\omega n^2} \left[ \Im \left( \epsilon \vec{E}^*(\vec{r}) \cdot (\overrightarrow{\text{grad}}) \vec{E}(\vec{r}) + \mu \vec{H}^*(\vec{r}) \cdot (\overrightarrow{\text{grad}}) \vec{H}(\vec{r}) \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \overrightarrow{\text{rot}} \left( \Im \left( \epsilon \vec{E}^*(\vec{r}) \wedge \vec{E}(\vec{r}) + \mu \vec{H}^*(\vec{r}) \wedge \vec{H}(\vec{r}) \right) \right) \right] \\ &= \vec{p}^{(o)} + \vec{p}^{(s)} \end{aligned} \quad (2.4)$$

qui constitue la définition de la densité de quantité de mouvement totale dans le modèle dit canonique et où  $\vec{X} \cdot (\overrightarrow{\text{grad}}) \vec{Y} = \sum_i X_i \text{grad}(Y_i)$ ,  $i$  étant les composantes des champs dans le référentiel choisi. Elle est exactement équivalente à la densité de quantité de moment de Poynting [83].

En revanche, au contraire de la définition 2, on y distingue une densité de moment  $\vec{p}^{(o)}$  dit observable. Celle-ci a un sens direct par rapport au champ, elle représente le



## 2.1. Nature du moment angulaire dans l'approximation paraxiale

---

gradient de phase local donc un vecteur d'onde local, multiplié par l'intensité. Elle est responsable de la pression de radiation et du transport d'énergie. Ainsi que  $\vec{p}^{(s)}$ , la densité de moment de spin introduite par Belinfante en 1939 pour expliquer le spin des particules quantiques, qui ne transporte pas d'énergie et n'est pas aisément mesurable par interaction lumière matière. Elle est proportionnelle à l'ellipticité locale de la polarisation du champ, et dirigée selon la normale à l'ellipse de polarisation.

Maintenant que l'on a défini la quantité de mouvement du champ électromagnétique on s'intéresse à la nature du moment angulaire qui en découle.

## 2.1 Nature du moment angulaire dans l'approximation paraxiale

Dans un faisceau quelconque, moments orbital et de spin sont couplés, toutefois on peut synthétiser des faisceaux paraxiaux, qui possèdent un moment de spin et un moment orbital observables séparément. Ainsi il est possible (si les moyens techniques le permettent) de générer un faisceau portant indépendamment chacun de ces types de moment.

### 2.1.1 Moment angulaire total de la lumière

On effectue le calcul de la densité de moment angulaire  $\vec{j}$  :

$$\begin{aligned}\vec{j} &= \vec{r} \wedge \vec{p} \\ &= \vec{r} \wedge \vec{p}^{(o)} + \frac{1}{8\omega n^2} \overrightarrow{\text{rot}} \left( \Im \left( \epsilon \vec{E}^*(\vec{r}) \wedge \vec{E}(\vec{r}) + \mu \vec{H}^*(\vec{r}) \wedge \vec{H}(\vec{r}) \right) \right) \\ &= \vec{\ell} + \vec{s}\end{aligned}\tag{2.5}$$

On obtient alors deux termes liés à  $\vec{p}^{(o)}$  et  $\vec{p}^{(s)}$ ,  $\vec{\ell}$  et  $\vec{s}$ . On voit que  $\vec{\ell}$  est dépendant du choix des coordonnées par son terme  $\vec{r}$  tandis que  $\vec{s}$  en est indépendant, le produit vectoriel se simplifiant avec le rotationnel, et dépend directement des champs électriques et magnétiques au point considéré. On dit qu'ils sont respectivement extrinsèque et intrinsèque.

Si on se plaçait dans le cas d'une planète orbitant autour de son soleil  $\vec{s}$  correspondrait à la densité de moment de sa rotation sur elle-même, son spin, tandis que  $\vec{\ell}$  correspondrait à la densité de moment de sa rotation autour du soleil, son orbite. Par conséquent  $\vec{s}$  est appelé densité de moment angulaire de spin (MAS) et  $\vec{\ell}$  densité de moment angulaire orbital (MAO). Si on réduisait la planète à un point, le terme de spin disparaîtrait et le moment serait uniquement orbital. Ceci dit dans le cas d'un électron orbitant autour du noyau, en tant que particule quantique ponctuelle, il possède un moment cinétique orbital ET un spin.

L'intégrale sur le volume de la densité de moment ne converge que pour des champs localisés. Dans le cas de champs optiques ceux-ci ne le sont pas en 3 dimensions, on limite donc l'intégration aux deux dimensions de l'espace correspondant au plan transverse à la propagation, et on observe une densité linéaire. Il en est de même pour la densité d'énergie moyenne sur le temps (dont nous aurons besoin par la suite) et définie comme :

$$u = \frac{1}{4}(\epsilon|E|^2 + \mu|H|^2) \quad (2.6)$$

Qui devient dans un milieu amagnétique  $u = \frac{1}{4}(\epsilon|E|^2 + \frac{1}{\mu_0}|B|^2) = \frac{1}{2}\epsilon|E|^2$  (L'amplitude  $B$  étant prise égale à  $nE/c$ ).

A partir d'ici nous reprendrons une partie de la démarche utilisée dans l'article [82] qui détaille la nature du moment angulaire selon des cas génériques.

## 2.1.2 Moment angulaire de spin

La densité volumique de spin peut être reliée à la polarisation de la lumière, mais la relation qui lie ces paramètres dépend du problème considéré.

### 2.1.2.1 Exemple de l'onde plane polarisée

Dans le cas d'une onde plane polarisée en coordonnées cartésiennes, se propageant selon l'axe  $z$ , et réduite à sa plus simple expression :

$$\underline{\vec{E}} \propto \frac{\vec{e}_x + i\sigma\vec{e}_y}{\sqrt{2}} \exp(-ikz), \quad \underline{\vec{H}} = \vec{e}_z \wedge \underline{\vec{E}} \quad (2.7)$$

$\sigma$  est l'hélicité, et vaut -1, 1, 0 pour une onde respectivement polarisée circulaire droite, gauche et linéaire. On obtient [82] :

$$\vec{s} \propto \sigma \frac{\vec{k}}{|k|} = \sigma \vec{e}_z \quad (2.8)$$

On note que cette onde ne peut porter aucun moment orbital du fait de sa non localisation dans l'espace. Par ailleurs, l'onde plane étant une construction infinie dans les plans transverses et se propageant selon  $z$ , toute tentative d'intégration pour obtenir un moment angulaire de spin, défini comme l'intégrale sur le volume de la densité de MAS précédemment définie, est impossible. Toutefois la densité locale conserve son sens.

On comprend clairement que cette propriété est intrinsèque au champ, indépendante des coordonnées et directement proportionnelle à l'hélicité.

### 2.1.2.2 Champ optique paraxial générique

Si on regarde à présent un champ optique expérimental, l'intégrale en 3 dimensions n'est toujours pas calculable. En revanche si on ignore la dimension de propagation, le

## 2.1. Nature du moment angulaire dans l'approximation paraxiale

---

calcul devient possible. On s'intéresse par conséquent uniquement à l'intégrale sur une section transverse du champ, et on obtient donc une densité linéaire de spin.

$$\begin{aligned}\vec{S} &= \int_P \vec{s} d\vec{r}_\perp^2 \\ &= \frac{1}{8\omega n^2} \int_P \overrightarrow{\text{rot}} \left( \Im \left( \epsilon \vec{E}^*(\vec{r}) \wedge \vec{E}(\vec{r}) + \mu \vec{H}^*(\vec{r}) \wedge \vec{H}(\vec{r}) \right) \right) d\vec{r}_\perp^2\end{aligned}\quad (2.9)$$

Là encore la relation entre cette grandeur et la polarisation dépend de l'onde considérée, mais on voit qu'elle dépend directement de la relation entre champ électrique et magnétique. Néanmoins dans le cas paraxial le moment angulaire de spin est toujours dirigé selon l'axe de propagation. Enfin si la quantité de mouvement moyenne (intégrée) du champ peut être associée avec son vecteur d'onde moyen (vecteur d'onde local intégré dans le plan transverse) alors :

$$\vec{S} = \sigma \frac{\vec{k}}{k} \quad (2.10)$$

Pour une onde uniformément polarisée cela veut dire que chaque photon porte un moment angulaire de spin égal à  $\sigma \hbar$ . Cependant  $\sigma = 0$  est une valeur interdite pour le spin photonique, la représentation de champs polarisés linéairement est par conséquent obtenue par superposition d'une onde circulaire gauche et droite, et l'expression du moment de spin nul de la lumière est une propriété macroscopique d'un groupe de photons.

### 2.1.2.3 Mesure du moment de spin

Le moment angulaire de spin de la lumière a pu être mesuré par Beth en 1936 en suivant le schéma d'expérience proposé par Poynting. Une lame demi-onde est suspendue sous vide et on l'éclaire avec une lumière polarisée circulairement, on observe une mise en rotation de la lame demi-onde par interaction lumière-matière. Le faisceau arrive polarisé gauche sur la lame et ressort polarisé droit, appliquant au passage un couple proportionnel au nombre de photons et à  $\hbar$  multiplié par deux (changement de  $\sigma$  de 1 à -1).

## 2.1.3 Moment angulaire orbital (MAO)

Si le moment de spin est lié à la relation entre champ magnétique et électrique, le moment orbital est lui lié à la rotation du front d'onde, ce qui se traduit par un terme de phase en  $e^{i\ell\theta}$  où  $\theta$  est la coordonnée angulaire en cylindrique. Sa densité volumique est extrinsèque et dépend directement des coordonnées choisies. Nous verrons que sa densité linéaire ne conserve pas forcément cette propriété.

La densité volumique de spin orbital  $\vec{\ell}$  est définie par :

$$\vec{\ell} = \vec{r} \wedge \frac{1}{4\omega n^2} \Im \left( \epsilon \vec{E}^*(\vec{r}) \cdot (\overrightarrow{\text{grad}}) \vec{E}(\vec{r}) + \mu \vec{H}^*(\vec{r}) \cdot (\overrightarrow{\text{grad}}) \vec{H}(\vec{r}) \right) \quad (2.11)$$

Et on définit sa densité linéique  $\vec{L} = \int_P \vec{l} dr_{\perp}^2$

### 2.1.3.1 Champ optique paraxial portant un moment angulaire orbital

Dans sa plus simple expression un tel champ, défini comme un vortex optique, se propageant selon  $z$  dans l'approximation paraxiale et en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ , polarisé de telle manière à ce que les axes choisis correspondent à la polarisation prise transverse peut être réduit à :

$$\underline{\vec{E}} \simeq E_0(r, z) \frac{\vec{e}_x + i\sigma\vec{e}_y}{\sqrt{2}} \exp(-i(kz + l\theta)), \quad \underline{\vec{H}} \simeq \vec{e}_z \wedge \underline{\vec{E}} \quad (2.12)$$

En approximation paraxiale on peut négliger les composantes selon  $z$ . Hors de celle-ci ces termes deviennent importants pour l'interaction MAS-MAO.

Dans ce cas on a :

$$u = \frac{\epsilon|E_0|^2}{2} \quad (2.13)$$

$$\vec{p} \simeq \frac{u}{\omega} \left( k\vec{e}_z + \frac{l}{r}\vec{e}_{\theta} \right) \quad (2.14)$$

$$\vec{l} \simeq \frac{u}{\omega} (-rk\vec{e}_{\theta} + l\vec{e}_z) \quad (2.15)$$

$$\vec{s} \simeq \frac{u}{\omega} \sigma\vec{e}_z \quad (2.16)$$

La densité de moment de spin reste longitudinale, en revanche celle du moment canonique prend une composante selon  $\vec{e}_{\theta}$  qui donne la composante  $L_z$  responsable du moment angulaire orbital, proportionnelle à  $l$ . On voit à nouveau que le terme de spin est intrinsèque, par opposition au MAO.

On s'intéresse désormais aux mêmes grandeurs intégrées dans le plan transverse à la propagation, celles ci deviennent [82] :

$$U \propto \omega \quad (2.17)$$

$$\vec{P} \propto \vec{k} \quad (2.18)$$

$$\vec{L} \propto l \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} \quad (2.19)$$

$$\vec{S} \propto \sigma \frac{\vec{k}}{|\vec{k}|} \quad (2.20)$$

On voit alors que la caractéristique du MAO local, extrinsèque, n'est pas conservée. Pour un faisceau centré sur l'axe se propageant selon  $z$ , celui-ci devient intrinsèque. En effet dans ce cas le vecteur d'onde local n'est pas parallèle à l'axe de propagation, en revanche celui du faisceau complet, représenté par l'intégrale des vecteurs locaux dans le plan transverse, l'est.

## 2.2. Modes de Laguerre Gauss

---

Cela combine donc les propriétés d'une onde et d'une particule. Toujours dans l'approximation paraxiale un tel faisceau transporte des photons qui portent un moment angulaire total  $(l + \sigma)\hbar$ .

Notons que si on considère la mesure de ce moment sur des coordonnées autres que celles liées à l'axe de propagation du faisceau global (Par exemple éclairant un iris décentré, ou un objet d'ordre de grandeur la taille du faisceau mais décentré), le moment orbital apporté par le faisceau reprend un caractère extrinsèque.

Alors qu'une particule de la taille du faisceau et centrée sur celui-ci verrait l'expression intrinsèque et macroscopique du moment angulaire de la lumière, une particule décentrée prise dans le champ laser serait influencée par la densité locale de moment, extrinsèque et différente de la valeur précédente.

Dans le cadre de cette thèse nous nous intéresserons à des faisceaux polarisés linéairement donc portant un moment de spin nul mais avec des moments orbitaux non nuls ( $l \neq 0$ ). Ceux-ci sont très bien décrits par la superpositions de modes dits de Laguerre-Gauss que nous détaillons ci-après. La base définie par ces modes est indexée par les entiers  $l$  et  $p$  qui sont respectivement les nombres quantiques azimutaux et radiaux d'un mode donné.

## 2.2 Modes de Laguerre Gauss

Dans le cas des modes de Laguerre-Gauss, la quantité de mouvement de chaque photon possède une direction azimutale en plus de la direction de propagation. De plus sa norme radiale est plus importante que pour un faisceau gaussien classique.

### 2.2.1 Potentiel vecteur

Nous nous plaçons dans le cas de l'approximation paraxiale sur la base  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  (coordonnées cylindriques), pour une longueur d'onde donnée  $\lambda_d$  dans le vide, et pour une polarisation linéaire.

On se rappelle que dans ce cas on peut décrire un faisceau par le biais de son potentiel vecteur  $\vec{A}(\vec{r}, t) = \underline{u}'(\vec{r})e^{i(\omega t - k_v z)}\vec{e}_x$ . Arora *et al.* [56] nous donnent l'expression de  $\underline{u}' = \underline{u}^{\mathcal{L}\mathcal{G}_{l,p}}$  pour un faisceau Laguerre-Gauss :

$$\underline{u}^{\mathcal{L}\mathcal{G}_{l,p}} = L_p^{|l|} \left[ \frac{2r^2}{w(z)^2} \right] C_{l,p}^{\mathcal{L}\mathcal{G}} \frac{(\sqrt{2}r)^{|l|}}{w(z)^{|l|+1}} e^{-\frac{r^2}{w(z)^2}} e^{i(2p+|l|+1)\Psi(z)} e^{-ik\frac{r^2}{2R(z)}} e^{-il\theta} \quad (2.21)$$

Avec  $\Psi(z)$ ,  $w(z)$ ,  $R(z)$  et  $z_r$  les mêmes grandeurs que celles du gaussien présenté Sec. 1.3.2.3. On peut déjà constater que dans le cas  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  la phase de Gouy est augmentée d'un facteur  $2p + |l| + 1$ . Les autres termes : la constante de normalisation Laguerre-Gauss et le polynôme de Laguerre généralisé sont définis tels que :

$$C_{l,p}^{\mathcal{L}\mathcal{G}} = \sqrt{\frac{2p!}{\pi(l+p)!}} \quad (2.22)$$

$$\text{et : } L_p^{|l|} \left( \frac{2r^2}{w^2(z)} \right) = \frac{\left( \frac{2r^2}{w^2(z)} \right)^{-|l|}}{p!} \left( \frac{d}{d \left( \frac{2r^2}{w^2(z)} \right)} - 1 \right)^p \left( \frac{2r^2}{w^2(z)} \right)^{p+|l|} \quad (2.23)$$

où  $d^p$  exprime la dérivée  $p^{\text{ième}}$ .

On vérifie que lorsque  $l$  et  $p$  valent zéro on retrouve le mode gaussien  $TEM_{00}$  classique.

On peut finalement retrouver le champ électrique dans l'approximation paraxiale avec l'équation 2.21 injectée dans 1.17.

Le champ électrique présente alors une composante non-nulle sur l'axe de propagation :

$$-\frac{\omega e^{i(\omega t - k_v z)}}{k_v} \frac{\partial \underline{u}^{\mathcal{E}_{l,p}}(\vec{r})}{\partial x} = \frac{\omega e^{i(\omega t - k_v z)}}{k_v} \left( \cos \theta \frac{\partial u^{\mathcal{E}_{l,p}}}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial u^{\mathcal{E}_{l,p}}}{\partial \theta} \right) \quad (2.24)$$

que l'on néglige (comme dans le cas gaussien, même si non explicité) dans l'approximation paraxiale.

## 2.2.2 Champ électrique

Le terme qui contribue le plus au profil du faisceau reste le terme selon  $\vec{e}_x$ , c'est pour cela que l'on approxime le champ électrique total par ce terme :

$$\begin{aligned} \vec{E}^{\mathcal{E}_{l,p}}(r, \theta, z, t) &= E_0^{l,p} \omega L_p^{|l|} \left[ \frac{2r^2}{w(z)^2} \right] C_{l,p}^{\mathcal{E}} \frac{(\sqrt{2}r)^{|l|}}{w(z)^{|l|+1}} e^{-\frac{r^2}{w(z)^2}} \\ &e^{i(2p+|l|+1)\Psi(z)} e^{-ik\frac{r^2}{2R(z)}} e^{-il\theta} e^{-i(kz - \omega t)} \vec{e}_x \end{aligned} \quad (2.25)$$

Le mode se propage selon l'axe  $z$  et possède une polarisation linéaire selon l'axe  $x$ . Il présente alors un front d'onde tel que dessiné dans 2.1, spiralant autour de l'axe de propagation tandis que sa polarisation oscille en amplitude mais ne tourne pas autour de ce même axe (contrairement à un faisceau polarisé circulairement). La rotation de phase est d'autant plus rapide que  $l$  est grand : sur un tour autour de l'axe,  $\theta = [0, 2\pi[$ , la phase accumulée est de  $l\theta$ , comme l'indique le terme  $e^{-il\theta}$  (voir Figure. 2.2). La phase étant tournante elle n'est pas définie au centre du faisceau, imposant une intensité nulle en ce point. On peut traduire ceci par une intégrale du gradient de la phase autour de la singularité  $r = 0$  qui définit le nombre quantique azimutal  $l$  :

$$l = \frac{1}{2\pi} \oint \overrightarrow{\text{grad}} \varphi(\vec{r}) d\vec{r} \quad (2.26)$$

Le front d'intensité est lui caractérisé par une forme annulaire (sauf pour le mode fondamental,  $l = 0$ ) dont le nombre d'anneaux concentriques  $p + 1$  est défini avec le

## 2.2. Modes de Laguerre Gauss

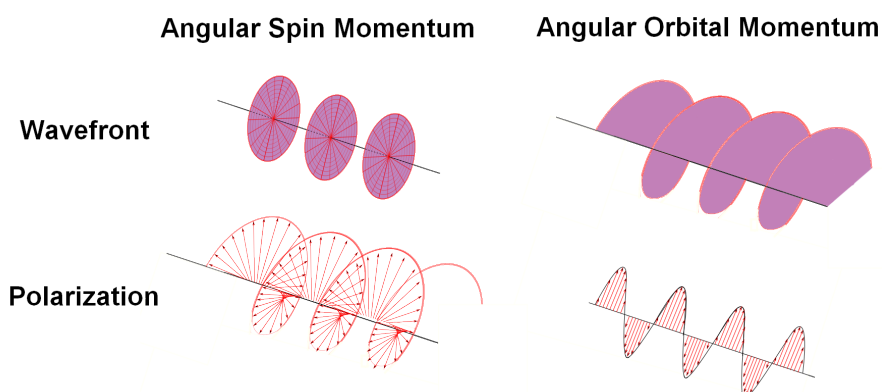


FIGURE 2.1 – Front d'onde d'une onde plane polarisée circulairement (A gauche) et front d'onde d'un mode Laguerre-Gauss  $l = 1$  collimaté polarisé linéairement (A droite)

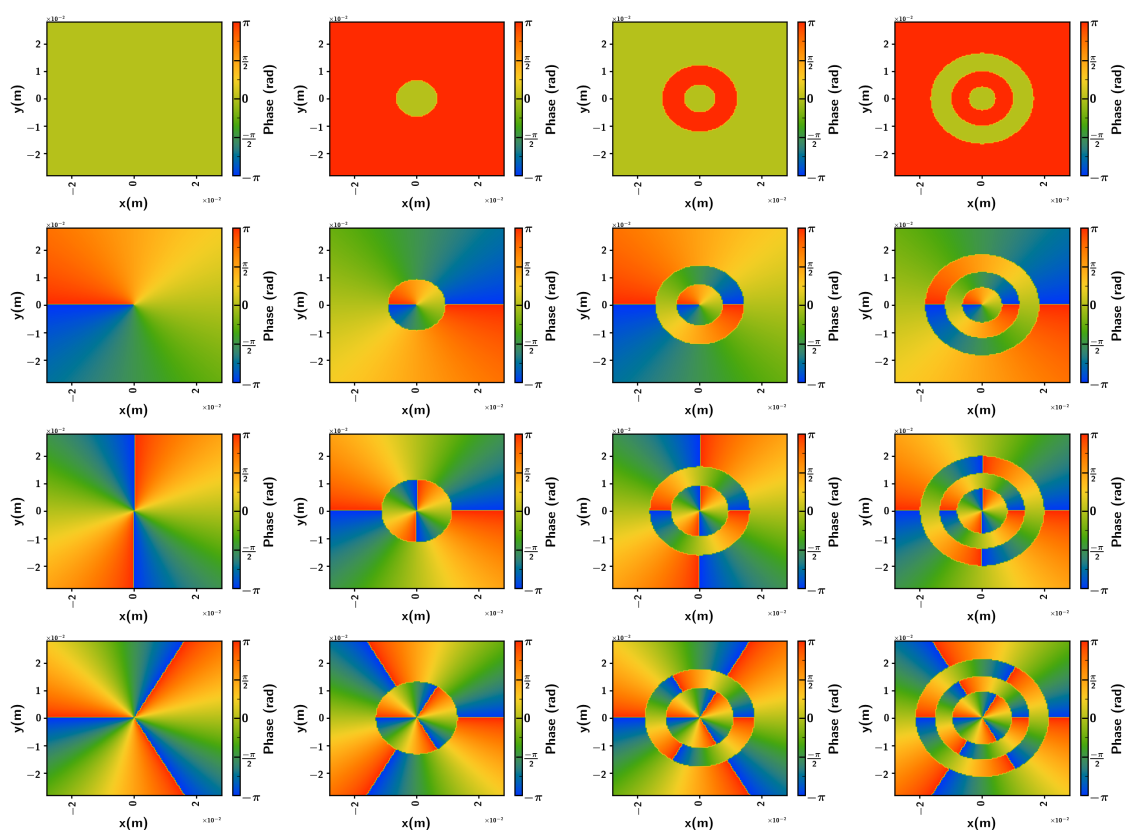


FIGURE 2.2 – Variations de phase typiques des modes  $\mathcal{LG}_{l,p}$  selon leurs nombres quantiques,  $l$  croissant de 0 à 3 de haut en bas et  $p$  croissant de 0 à 3 de gauche à droite. On se place en  $z = 0$  pour ne pas voir la phase de courbure ni la phase de Gouy. Obtenus pour un faisceau de diamètre  $18,7\text{mm}$ . On distingue un nombre de sauts de phases de  $2\pi$  égal à  $l$ .

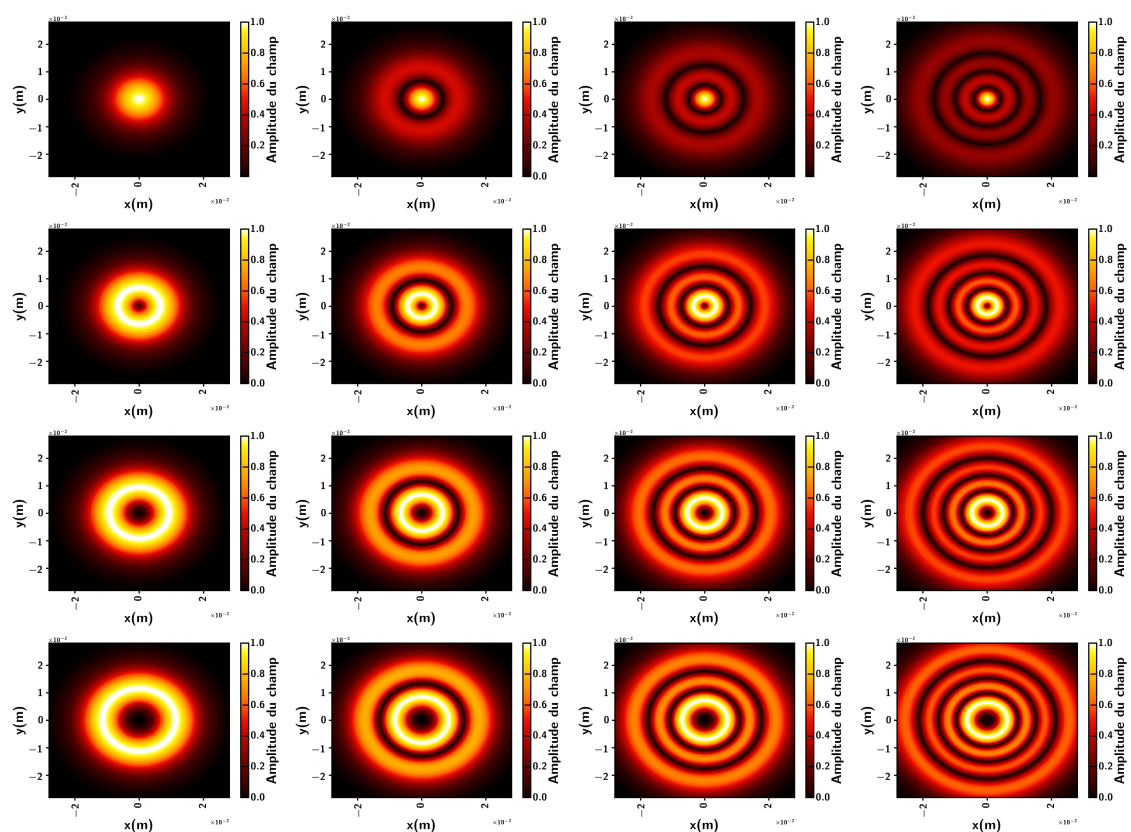


FIGURE 2.3 – Amplitudes de champ normalisées typiques des modes  $\mathcal{L}_{l,p}$  selon leurs nombres quantiques,  $l$  croissant de 0 à 3 de haut en bas et  $p$  croissant de 0 à 3 de gauche à droite. Obtenus pour un faisceau de diamètre  $18,7\text{mm}$  en  $z = 0$ . On distingue un nombre d'anneaux concentriques égal à  $p + 1$ . On voit aussi que la taille de la zone centrale augmente avec  $l$  tandis qu'elle diminue avec  $p$ .



## 2.2. Modes de Laguerre Gauss

nombre quantique radial  $p$ . Dans cette situation le waist  $w_0$  n'a plus de sens évident comme dans le cas des modes gaussiens.

En revanche il peut être relié au rayon de maximum d'intensité. Ce rayon est la donnée expérimentale la plus facilement accessible pour tout  $\mathfrak{L}\mathfrak{G}$  autre que le mode fondamental. Il peut être déterminé grâce au calcul de la dérivée de l'intensité selon  $r$  que l'on annule :

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_{l,p}^{\mathfrak{L}\mathfrak{G}}}{\partial r} = 0 &= \frac{1}{2} \epsilon_0 c \frac{\partial |E_{l,p}^{\mathfrak{L}\mathfrak{G}}|^2}{\partial r} \Big|_{r=r_{max}} = \epsilon_0 c |E_{l,p}^{\mathfrak{L}\mathfrak{G}}| \frac{\partial |E_{l,p}^{\mathfrak{L}\mathfrak{G}}|}{\partial r} \Big|_{r=r_{max}} \\ &= \epsilon_0 c |E_{l,p}^{\mathfrak{L}\mathfrak{G}}|^2 \left( \frac{|l|}{r_{max}} + \frac{2r_{max}}{w^2(z)} \left[ 1 - 2 \frac{L_p^{|l|+1} \left( \frac{2r_{max}^2}{w^2(z)} \right)}{L_p^{|l|} \left( \frac{2r_{max}^2}{w^2(z)} \right)} \right] \right) \end{aligned} \quad (2.27)$$

Soit :

$$\frac{|l|}{r_{max}} + \frac{2r_{max}}{w^2(z)} \left[ 1 - 2 \frac{L_p^{|l|+1} \left( \frac{2r_{max}^2}{w^2(z)} \right)}{L_p^{|l|} \left( \frac{2r_{max}^2}{w^2(z)} \right)} \right] = 0 \quad (2.28)$$

Dans le cas général l'équation doit être résolue numériquement, si  $p = 0$ , les polynômes de Laguerre valent 1 et on peut trouver l'équation analytiquement :

$$w(z) = r_{max}^{|l|,p=0}(z) \sqrt{\frac{2}{|l|}} \quad (2.29)$$

### 2.2.3 Base orthonormée, projection et analyse

#### 2.2.3.1 Base orthonormée

Les modes  $\mathfrak{L}\mathfrak{G}$  forment une base orthonormée dans le cas où l'on prend  $E_0\omega$  égal à 1 afin de respecter la normalisation. Dans ce cas :

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} |\underline{E}^{\mathfrak{L}\mathfrak{G}}_{l,p}|^2 r dr d\theta = 1 \quad (2.30)$$

$$\int_0^\infty \int_0^{2\pi} \underline{E}^{\mathfrak{L}\mathfrak{G}}_{l_1,p_1} \underline{E}^{\mathfrak{L}\mathfrak{G}}_{l_2,p_2} r dr d\theta = \delta_{l_1 l_2} \delta_{p_1 p_2} \quad (2.31)$$

Où  $\delta$  est le delta de Kronecker.

#### 2.2.3.2 Projection sur la base et importance du waist

##### Projection

On peut alors, en effectuant des produits scalaires du mode  $E$  à étudier par une série de modes  $\mathcal{LG}$ , décomposer tout faisceau expérimental en superposition linéaire de modes  $\mathcal{LG}$ . Ceci est utile pour décrire le moment angulaire orbital porté par le faisceau. On obtient par ce calcul les poids de chaque mode  $\mathcal{LG}_{l,p}$  :

$$P_{l,p} = \left| \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \vec{E}(r, \theta)^* \cdot E^{\mathcal{LG}_{l,p}} r dr d\theta \right|^2. \quad (2.32)$$

La somme infinie  $S = \sum_{l,p} P_{l,p}$  vaut 1 si on normalise le faisceau, cependant :

- Dans le cas réel, plus le nombre de paires  $(l,p)$  est grand, à waist fixe, plus la somme s'approche de 1. En choisissant bien le waist on peut améliorer la convergence.
- En considérant un capteur de taille finie, une partie de l'énergie ne sera pas mesurée dans tous les cas, réduisant d'autant la somme des poids.

### Importance du choix du waist

Comme on le voit à l'expression de  $E^{\mathcal{LG}_{l,p}}$ , le choix du waist aura pour conséquence une modification des vecteurs de la base. La décomposition d'un mode expérimental dans une base  $\mathcal{LG}$  n'est par conséquent unique que si le waist est le même pour tous les modes considérés. Ce choix, comme nous le verrons plus tard, n'a pas d'incidence sur le contenu en  $l$ , donc sur le moment orbital, mais sur la décomposition en  $p$  radiale. Dans le cas où le nombre de modes radiaux considérés est infini, on reconstitue bien le mode expérimental exprimé comme la combinaison linéaire des modes  $\mathcal{LG}$  de la base. Toutefois dans un cas réel, ce nombre n'est pas infini (Les capteurs ont une dimension et une résolution finies) et le choix du waist influe sur le nombre de modes  $p$  nécessaires à une reconstruction suffisamment proche de la réalité : si le nombre de modes  $p$  choisis est trop faible, dans le cas où le waist est non-optimal, cela peut modifier la conclusion sur le moment orbital du faisceau par perte d'information par troncature.

Dans un cas typique de nos expériences, un choix non optimal pour la base entraîne une évolution du type de celle de la Fig. 2.4, où l'on voit que si on se limite à  $p < 10$  on perd de l'information sur le spectre de MAO.

#### 2.2.3.3 Transformée de Fourier azimutale

La figure précédente 2.4 introduit la transformée de Fourier azimutale décrite dans la référence [84], c'est l'analogie d'une transformée de Fourier conventionnelle sauf que le couple usuel de variables réciproques  $(k,x)$  est remplacé par  $(l,\theta)$ . Partant d'une fonction de  $r$  et  $\theta$  on obtient une fonction de  $r$  et de  $l$  :

$$c_l(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E_d(r, \theta) e^{il\theta} d\theta \quad (2.33)$$

Les  $c_l(r)$  donnent la composition en moment orbital pour chaque rayon de l'anneau. On peut ensuite calculer le poids correspondant normalisé en intégrant sur la variable  $r$  et

### 2.3. Création de faisceaux portant un moment orbital

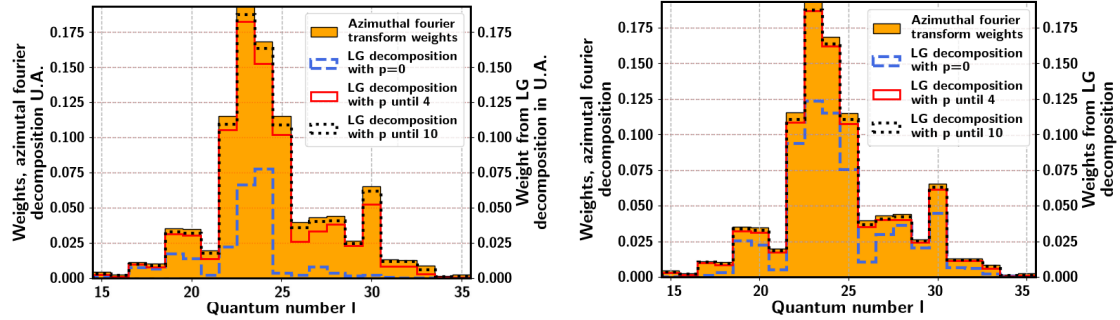


FIGURE 2.4 – Evolution du spectre MAO avec le nombre de valeurs de  $p$  lorsque le waist choisi n'est pas optimal (choisi trop petit, gauche) et proche de l'optimal (droite). En jaune la transformée de Fourier azimuthale donnant le spectre MAO sans problématique de waist. Données issues du traitement d'une génération harmonique avec un mode gaussien converti par une lame de phase. On voit que si on s'arrête au  $p = 0$  dans le cas non optimal le spectre MAO n'est plus le bon. Plus le waist est loin de l'optimal plus l'effet est amplifié. Un waist trop grand produit le même effet de manière symétrique. La convergence vers le spectre normal lorsque le waist est non optimal est dissymétrique et effectue un glissement : une convergence plus lente d'un côté que de l'autre du moment central.

pour des valeurs entières de  $l$ . Par construction la somme des  $P(l)$ , définis ci dessous, est égale à 1.

$$P(l) = \frac{\int_0^\infty |c_l|^2 r dr}{\sum_l \int_0^\infty |c_l|^2 r dr} \quad (2.34)$$

Chaque mode azimuthal  $l$  correspond à une série de modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{l,p}$

Comme on le voit dans la définition et contrairement à la décomposition en mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  la transformée de Fourier azimuthale est indépendante du choix du waist : elle nous sert de fonction support dans l'analyse de la convergence une fois le centre choisi. Un bon choix de waist entraîne une convergence plus rapide, et uniforme, de la décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  vers le spectre de moment angulaire déterminé par la transformée de Fourier azimuthale.

Connaissant la forme des faisceaux Laguerre-Gauss, et puisque ce sont des modes propres correspondant à des valeurs quantifiées bien déterminées du moment orbital angulaire, nous nous intéressons à leur production expérimentale dans le cas de faisceaux femtosecondes intenses.

## 2.3 Création de faisceaux portant un moment orbital

Des méthodes pouvant intervenir à différentes positions dans la chaîne laser peuvent être utilisées. Nous en détaillons quelques unes dans cette partie.

## 2.3.1 Méthodes expérimentales de génération de faisceaux Laguerre-Gauss

### 2.3.1.1 Somme de modes Hermite gauss

C'est historiquement la première méthode utilisée pour la création de mode lumineux portant un moment angulaire [85, 86]. Elle se base sur les travaux d'Abramochkin *et al.* [87]. La superposition de modes de Hermite-Gauss ( $\mathcal{HG}$ ) corrigés en phase permet la génération de modes de Laguerre-Gauss contrôlés. Beijersbergen *et al.* ont pour cela utilisé un dispositif de conversion de modes  $\mathcal{HG}$  vers  $\mathcal{LG}$ , basé sur l'astigmatisme de lentilles cylindriques dont la focale est bien choisie. Plusieurs inconvénients sont inhérents à ce dispositif :

- On doit générer des modes  $\mathcal{HG}$  avant conversion, dont les caractéristiques permettent de générer le mode  $\mathcal{LG}$ . Cela est possible en modifiant l'oscillateur laser mais implique des adaptations de toute la chaîne de puissance ensuite.
- la conversion passe par un foyer optique, impossible de l'utiliser avec un laser de puissance à moins de la placer dans un dispositif sous vide.

Son coût est en revanche limité et les modes créés sont très purs. Plusieurs schémas ont aussi été proposés pour convertir des modes  $\mathcal{HG}$ s vers  $\mathcal{LG}$  directement par somme de mode dans l'oscillateur, encore une fois cela demande une adaptation de la chaîne de puissance qui suit.

### 2.3.1.2 Modulateur spatial de lumière ou Spatial light modulator (SLM) :

Cette notion recouvre toute une gamme d'appareils permettant de moduler amplitude, phase ou polarisation par divers moyens : cristaux liquides, miroirs sur piston... Ils sont contrôlables électriquement, optiquement ou acoustiquement. Ils peuvent être en réflexion ou transmission. On peut générer des modes  $\mathcal{LG}$  via un SLM travaillant uniquement sur la phase. Cependant dans ce cas la conversion de modes à partir d'un gaussien pur dépasse à peine 85% [88]. Si on travaille sur l'amplitude complexe du champ (en amplitude ET en phase) on peut atteindre en théorie plus de 98% d'efficacité de conversion dans un mode pur. Pour ce faire le SLM est contrôlé par un algorithme et un ordinateur qui imprime un hologramme correspondant à la phase souhaitée et pondéré par le profil d'intensité cible [89]. Cet hologramme est diffractif et les interférences créées par le dispositif génèrent le faisceau souhaité. Néanmoins une grosse partie de l'énergie est perdue dans les ordres de diffraction non utilisés, laissant peu d'énergie utilisable. De plus le seuil de dommage et la résolution des SLM est assez faible, limités à la taille de leur pixel de travail. Ils ont l'avantage d'être modulables pour un coût acceptable. (Ex : Pixel  $\simeq 8\mu m$  30000 euros pour une ouverture  $15mm * 10mm$ , seuil de dommage : environ  $200 mJ.cm^{-2}$  chez Thorlabs )

### 2.3.1.3 Réseau fourche

Les SLMs sont des améliorations accordables d'optiques diffractives statiques comme les réseaux fourches [90, 91, 92, 93]. Cependant ces derniers ont pour avantage leur coût faible et la possibilité de les imprimer simplement sur plusieurs surfaces et notamment directement sur un miroir plasma pour la génération d'harmoniques sur cible solide [94], [95]. Ils gardent néanmoins une partie des défauts des SLM : des seuils de dommage faibles sauf pour la technique par miroir plasma et des pertes importantes. Ils sont avantageux en revanche sur la taille de l'ouverture et la résolution.

### 2.3.1.4 Q-plate

[96] Cette technique a été introduite en 2006 [97]. A la différence du SLM ou d'une lame de phase (voir plus bas) elle n'utilise pas une différence de chemin optique mais se base sur le principe de la phase géométrique ou phase Pancharatnam–Berry (PB). Lorsqu'une onde lumineuse polarisée traverse un milieu anisotrope, elle subit une modification locale de sa polarisation qui peut, si elle est adaptée, être traduite par une dérive de phase, c'est donc une conversion de MAS vers MAO, sans transfert au matériau. En cela on peut l'approcher de la génération dans les métasurfaces [98]. Dans le cadre de la génération de faisceau portant un moment angulaire orbital entier, celle-ci, si elle est éclairée par un faisceau polarisé circulairement, applique un moment angulaire égal à  $q/2$  où  $q$  est sa charge topologique interne (qui peut être entière ou demi-entière), dont le signe dépend de la direction de la polarisation (droite ou gauche). Le milieu anisotrope est constitué d'un cristal liquide, il est enserré dans deux surfaces en verre traitées antireflet. Du fait de sa construction un tel élément, comme un SLM, peut être manipulé électriquement pour changer ces caractéristiques et notamment sa charge  $q$  à une longueur d'onde donnée. Ce dispositif possède plusieurs avantages :

- Une efficacité de conversion dépassant les 97% avec une transmission supérieure à 85% quand non traitée antireflet
- aisé à mettre en place, peu de problèmes à l'alignement, peu d'aberrations
- disponible commercialement, contrôlable sous la centaine de millisecondes (ArcOptix)
- utilisable intra-oscillateur pour une génération avant amplification [99]

Cependant son seuil de dommage est faible et la polarisation sortante reste circulaire mais inverse de l'entrante, il faut donc une optique supplémentaire pour atteindre la configuration nécessaire en génération à faisceau unique. On peut noter aussi que c'est un dispositif chromatique mais qui peut être manipulé pour agir sur faisceau à une longueur d'onde donnée tout en n'affectant pas un second faisceau qui serait de longueur d'onde différente.

### 2.3.1.5 Réfraction / réflecteur conique

La réfraction et la réflexion conique sont aussi toutes deux des méthodes de conversion de moment angulaire de spin vers du moment angulaire orbital. La première se base sur la biréfringence des cristaux dans un régime qui rappelle celui de la double réfraction, (découvert par Hamilton et Lloyd). La seconde utilise les mêmes propriétés mais en réflexion [100, 101]. Toutefois comme avec la q-plate, la polarisation reste circulaire. Le faisceau de sortie est en plus composé d'une superposition de modes de Bessel qu'il faudra par conséquent filtrer pour obtenir un mode unique.

### 2.3.1.6 Lame et miroir de phase spirale

Ces deux éléments optiques jouent sur la différence de chemin azimutal dont le principe est décrit ci-dessous. Les miroirs ont l'avantage de ne pas apporter de dispersion mais sont moins aisés à mettre en place. Ils ont tous deux pour avantages :

- Intensité utilisable importante, (En silice le seuil de dommage est de  $2J.cm^{-2}$  à  $50fs$  [102]), large gamme de matériaux accessibles pour moins de dispersion ou des seuils plus élevés.
- Très grande ouverture accessible
- installation aisée
- coût réduit (1 à quelques milliers d'euros)
- efficacité de conversion variable (discutée ci-dessous)

Des versions accordables de ces optiques ont même été proposées [103, 104]. Grâce à la collaboration de Philippe Balcou (CELIA) nous avons pu obtenir une lame de phase spirale 16 segments d'ouverture  $2'$  Fig. 2.5 (par le biais de M. Richardson Université de Floride). C'est cette technique que j'ai utilisée pendant ma thèse et qui est détaillée ci-dessous.

## 2.3.2 Conversion par une lame spirale

### 2.3.2.1 Principe

Une lame spirale pourrait théoriquement être une optique dont la phase induite varie continûment en fonction de l'angle azimutal mais en pratique elle se compose d'un certain nombre de segments induisant chacun une différence de phase discrète (image de l'escalier en colimaçon). De plus l'efficacité de conversion d'une lame discontinue a été étudiée et présente une valeur proche (étudiée dans la partie suivante) de l'idéal continu. Le principe général est d'appliquer une différence de marche variable le long de l'axe azimutal du faisceau incident (ici le laser générateur). Une épaisseur de matériau  $h_0$  est présente afin d'assurer l'intégrité de la structure et amène un piston global ( $\frac{2\pi nh_0}{\lambda_d}$ ) sur tout le faisceau.

Le reste de la lame est constitué de marches appliquant une différence de chemin  $l\lambda_d/N$ , donc de hauteur égale à  $h_s = \frac{\lambda_d l}{N(n_l - n_i)}$ , avec  $l$  le moment orbital angulaire que

### 2.3. Création de faisceaux portant un moment orbital

l'on veut ajouter,  $N$  le nombre de marches,  $n_{l,i}$  les indices de réfraction de l'optique et de l'air. A  $800nm$  l'indice de réfraction d'une optique en silice est  $n_{800} = 1,4533$ , il vaut  $n_{825} = 1,4529$  à  $825nm$  et  $n_{795} = 1,4534$  à  $795nm$  : compte tenu de la faible différence sur la plage spectrale du laser nous prenons  $n = 1,453$  pour la suite, de même l'indice de l'air est pris égal à 1.

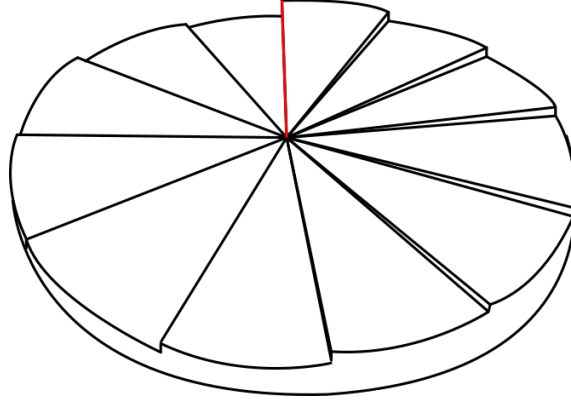


FIGURE 2.5 – Schéma de principe de la lame de phase en spirale. En rouge la position du saut de phase entre les valeurs extrêmes appliquées par la lame. La hauteur  $h$  de ce saut est directement reliée à la longueur d'onde utile  $\lambda_d$ , au moment angulaire voulu  $l$  et à l'indice de réfraction du milieu  $n$

La hauteur totale à la discontinuité (ligne rouge sur la figure 2.5), est la même que pour une lame continue et vaut [105] :

$$h_d = Nh_s = \frac{\lambda_d l}{(n_l - 1)} \quad (2.35)$$

Une telle structure applique une différence de chemin de  $l\lambda_d$  sur l'axe azimutal, soit une variation de phase de  $2\pi l$  et donc une fonction de transfert  $T_c = e^{-il\theta}$ . Celle-ci permet d'appliquer une charge topologique à un faisceau qui n'en possède pas mais aussi d'augmenter celle d'un faisceau qui en possède déjà une. Par construction, si on retourne la lame pour appliquer un  $l = -1$ , la conversion ne sera pas strictement identique du fait de l'incidence du faisceau sur la face en escalier et non plus plane de la lame.

Dans le cas d'un faisceau gaussien, notre cas de travail, correspondant au mode  $\mathcal{LG}_{0,0}$  :

$$\vec{E}_{0,0}^{\mathcal{LG}}(r, z, t) = E_0 \frac{w_0}{\sqrt{\pi}w(z)} \exp\left(\frac{-ikr^2}{2R(z)}\right) \exp(i(\Psi(z))) \exp(-i(kz - \omega t)) \vec{e}_x \quad (2.36a)$$

Si on considère la lame comme un convertisseur parfait continu et le champ incident en notation simplifiée  $\vec{E} = u_{0,0} \vec{e}_x \exp(-i(kz_{lame} - \omega t))$  avec  $u = E_0 w_0 \frac{1}{\sqrt{\pi}w(z)} \exp\left(\frac{-ikr^2}{2R(z)}\right) \exp(i(\Psi(z)))$  alors :

$$\vec{E}(r, \theta, z_{lame}, t) = u \vec{e}_x \exp(-il\theta) \exp(-i(kz_{lame} - \omega t)) \quad (2.37)$$

d'après [106]

Dans notre cas, la lame applique un moment  $l = 1$ , mais n'est pas une lame continue, la fonction de transfert doit être adaptée [107]. Elle vaut en chaque segment  $n_s \in [0, N - 1]$  de la lame :

$$T_{dc} = \exp\left[\frac{-2i\pi n_s}{N}\right] \quad (2.38)$$

De plus comme on le voit dans les équations caractéristiques (2.3.2.1,2.35) de la lame, ce dispositif est chromatique. Pour un spectre relativement large, on considère que loin de la longueur d'onde centrale, la lame de phase n'applique plus tout à fait une valeur entière de  $l$ . Dans ce cas on peut à nouveau modifier la fonction de transfert  $T$  :

$$T_{dc,\nu} = \exp\left[\frac{-2i\pi n_s \nu}{N\nu_0}\right] \quad (2.39)$$

avec  $\nu$  la fréquence laser considérée et  $\nu_0$  la longueur d'onde centrale du spectre. Ce raffinement ne sera pas utilisé dans mes calculs car Longman *et al.* précisent que pour des spectres larges de moins de 10% de leur longueur d'onde centrale, la conversion est très faiblement modifiée 2.3.2.3.

Enfin les lames de phase ne travaillent que sur la phase du faisceau incident et pas sur son amplitude. Nous avons donc logiquement en sortie de lame une superposition de modes de Laguerre-Gauss et non un mode unique. Il faut donc calculer la décomposition modale du faisceau à l'issue de la lame pour l'ensemble des paires possibles de nombres  $l; p$  [86] :

$$\eta_{l,p} = |\langle u_{l,p} | T | u_{0,0} \rangle|^2 = \left| \int_0^{2\pi} \int_0^\infty u_{l,p}^*(r, \theta, z) T(r, \theta) u_{0,0}(r, \theta, z) r dr d\theta \right|^2 \quad (2.40)$$

Nous appellerons efficacité de conversion pour un tel dispositif le coefficient  $\eta_{1,0}$  qui correspond à la capacité de la lame à convertir un mode gaussien incident en un mode pur Laguerre-Gauss  $l = 1, p = 0$ . Ce nombre sera plus petit que 1 même si l'on suppose que la lame n'est pas du tout absorbante.

### 2.3.2.2 Efficacité théorique de conversion

L'efficacité de conversion d'une lame de phase spirale peut être calculée théoriquement cf Eq. 2.40. Plusieurs études ont été effectuées sur cette efficacité : elle dépend directement du nombre de segments (Tab. 2.1).

Nombre de segments	$\infty$	32	16	8	4
Efficacité de conversion	78.5	78.3	77.5	74.6	63.7

TABLE 2.1 – Evolution de l'efficacité de conversion en pourcentage du mode  $\mathcal{LG}_{0,0}$  (Gauss) vers le mode  $\mathcal{LG}_{1,0}$  par une lame appliquant  $l = 1$ . D'après [108]



### 2.3. Création de faisceaux portant un moment orbital

Comme on peut le voir, dans le meilleur des cas l'efficacité de conversion s'élève à 78,5%. De plus celle-ci reste quasiment constante entre une lame continue et une lame à 32 voire 16 segments (moins de 2% de perte). Ce qui n'est pas converti en  $l = 1, p = 0$  se répartit sur les modes  $\mathcal{LG}_{l,p}$ ,  $l = 1$  et  $p > 0$ , d'après [106] pour une lame parfaite, tel que montré dans la Table 2.2

Ordre radial $p$	0	1	2	3	4	5
Pourcentage du mode	78,5	9,82	3,68	1,92	1,17	0,79

TABLE 2.2 – Evolution de la répartition des modes radiaux  $\mathcal{LG}_{1,p}$  générés par une lame de phase variant continuellement et appliquant  $l = 1$  à un faisceau incident  $\mathcal{LG}_{0,0}$  (Gauss). D'après [106]

On conclut de ces résultats que, même dans un cas idéal, des modes d'ordres radiaux supérieurs  $p$  seront présents avec un pourcentage non négligeable, cependant on n'observe pas la présence notable de modes d'ordres azimutaux  $l$  différents.

Il est important de noter que les études de [106, 108] considéraient pour le calcul le même waist  $w_0$  pour le faisceau incident (gaussien) et produit ( $\mathcal{LG}_{1,0}$  et les autres modes de la base). Or des études plus récentes ont mis en évidence qu'en théorie lorsque ce paramètre est laissé libre pour le faisceau de sortie de lame [109], la conversion dans le mode souhaité peut atteindre 93% comme l'indique Longman *et al.* [107] (Voir annexe F). Le rapport  $\gamma = \frac{w_{out}}{w_{in}} = \sqrt{\frac{1}{|l|+1}}$  est celui qui permet d'obtenir ce maximum de conversion. L'explication de la valeur de ce terme provient d'un problème de recouvrement des modes : en effet à waist égal, mode gaussien et mode Laguerre-Gauss d'ordre supérieur possèdent des rayons RMS d'intensité différents, notamment plus grand pour le mode Laguerre-Gauss, la conversion est donc meilleure lorsque le waist de ce mode est plus faible en comparaison du waist entrant.

#### 2.3.2.3 Calcul pour LaseriX

Le rapport  $\gamma$  donnant la valeur de conversion optimale d'un mode  $\mathcal{LG}_{0,0}$  vers un mode  $\mathcal{LG}_{1,0}$  vaut  $1/\sqrt{L+1} = 1/\sqrt{2}$  d'après [107]. Dans ce cas optimal la conversion pour une lame continue est de 93,08% et pour 16 segments la perte de conversion est de 1,19%.

Pour les expériences de ma thèse, la lame utilisée est dessinée avec 16 segments, pour la longueur d'onde 800nm et un moment angulaire visé  $L_{800nm} = 1$ . De par sa construction le  $L$  équivalent à 815nm est  $L_{815nm} = 0,9812$ , le  $L$  visé restant cependant 1, le rapport optimal ne change pas. Dans ce cas la conversion vers le  $\mathcal{LG}_{1,0}$  avec le rapport optimal précédent donne une conversion de 91,79% soit 0,11% de différence.

Dans le cas considéré idéal le calcul est aisé, en revanche en pratique, le waist du faisceau de sortie, en cours de conversion mais présentant déjà une singularité centrale, n'ayant pas de sens physique simple, n'est pas mesurable directement.

En effet du fait de la méthode de conversion, le mode ne prend un mode spatial type Laguerre-Gaussien qu'en champ lointain (voir Fig. 2.7). Par conséquent, si la détermination du waist de notre faisceau expérimental après la lame est difficile, on peut caractériser le mode à proximité du foyer de la lentille qui servira à générer les harmoniques. En ce plan, le faisceau a bien l'allure caractéristique d'un donut comme le montre la figure 2.6.

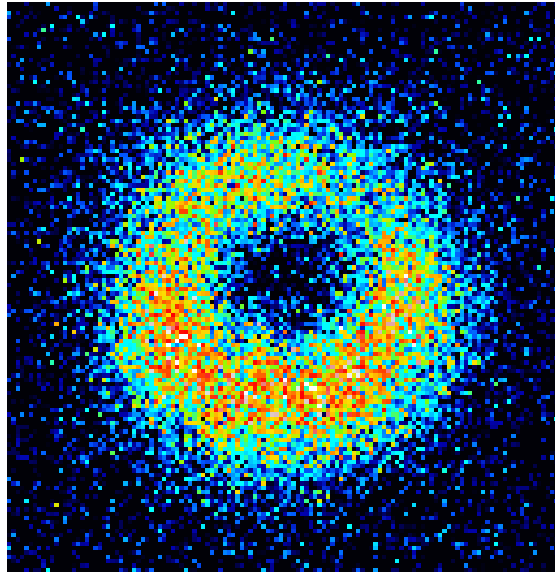


FIGURE 2.6 – Faisceau infrarouge typique obtenu autour du foyer par l'imageur pour un iris de  $11\text{mm}$

Trois méthodes nous sont accessibles, de la plus expérimentale à la plus numérique :

1. Méthode expérimentale : L'installation bénéficie d'un système imageur EUV basé sur un système de miroirs multicouches concave-plan en incidence quasi-normale avec un grossissement d'environ 7. Les miroirs qui le constituent possèdent aussi une réflectance non négligeable à la longueur d'onde infrarouge. Etant achromatique le système nous permet d'observer le foyer à la fois dans l'infrarouge et l'EUV, sous vide (pas d'effet Kerr possible) avec et sans lame.
2. Méthode semi-expérimentale : Un senseur de front d'onde de type Shack-Hartmann (cf. 3.3.4.3) peut être installé sur le faisceau incident. En utilisant la même lentille que pour la génération on peut alors caractériser le faisceau créé avec les mêmes défauts que ceux présents lors de l'expérience réelle. Cet outil nous donne accès au waist par le biais de la point spread function (PSF) au foyer, dont la position est automatiquement déterminée par le point de plus petit cercle entourant 86.5% de l'intensité.
3. Méthode purement numérique, on utilise une méthode de propagation d'Huygens-Fresnel, mimant l'expérience avec et sans lame, pour les mêmes conditions et on calcule le rapport des waists au point focal.

## 2.3. Création de faisceaux portant un moment orbital

---

Pour utiliser ces méthodes dans la détermination du rapport recherché, deux approximations sont nécessaires. On assume que :

1. le mode principal est le mode  $\mathcal{LG}_{1,0}$  afin de calculer le waist depuis le  $r_{max}$  mesuré
2. le waist suit la loi gaussienne par une lentille de focale  $F$  :  $w_{len} = \frac{\lambda_d F}{\pi w_{foc}}$ .

Enfin le rapport  $\gamma$  est défini comme le rapport entre waist en sortie et waist en entrée de la lame spirale  $\gamma = w_1/w_0$ , ce qui signifie que si l'on assume la loi de focalisation précédente le rapport au point focal devient le rapport entre waist gaussien et waist  $\mathcal{LG}_{1,0}$  au point focal : les termes sont inversés entre champs proche et lointain.

### Résultats obtenus

#### Première méthode

La première méthode a été utilisée expérimentalement pour une mesure du rapport concerné. Pour cela on mesure le point focal des deux faisceaux en scannant avec l'imageur pour être sûr d'observer le plus petit spot. Afin d'éviter d'ajouter l'erreur liée au grandissement de celui-ci on effectue le calcul sur les rayons en pixel.

On trouve typiquement un waist gaussien de  $11,5pxs$  et un waist Laguerre-Gaussien  $15,55pxs$  en l'absence d'iris, la limite est donc donnée par l'ouverture des optiques. Ce qui nous donne un rapport de  $0,7392$ , très proche de l'optimum d'efficacité qui vaut à  $815nm$ ,  $91,54\%$  sur une lame dessinée pour  $800nm$ .

#### Seconde méthode

Comme décrit précédemment, on utilise la PSF du point focal. Par cette méthode on trouve pour le waist gaussien :  $36\mu m$  et pour le  $r_{max}$  moyen  $38\mu m$  soit un waist de  $54\mu m$ . Ce qui nous donne un rapport de  $0,6698$ , soit une efficacité de  $91,43\%$

#### Dernière méthode

On peut faire l'estimation du waist au point focal par propagation d'Huygens-Fresnel dans le cas Gaussien et Laguerre-Gauss avec un iris de  $80mm$  que l'on considère donc comme sans effet sur un faisceau de diamètre  $18,7mm$ . C'est une méthode purement numérique.

On trouve un waist gaussien de  $28,23\mu m$  et un waist laguerre-gaussien de  $33,10\mu m$  soit un rapport de  $0,85$ , et une efficacité de  $87,42\%$

On donne la décomposition obtenue pour les trois rapports précédents dans le tableau 2.3, en se focalisant sur le spectre d'ordres radiaux de l'ordre azimutal  $l = 1$  qui sont les principaux modes représentés.

Si on prend le cas du rapport  $0,67$ , à  $785nm$  l'efficacité tombe à  $91,42\%$ , à  $825nm$  à  $91,26\%$  : elle est donc quasi constante sur toute la largeur du spectre. L'évolution des

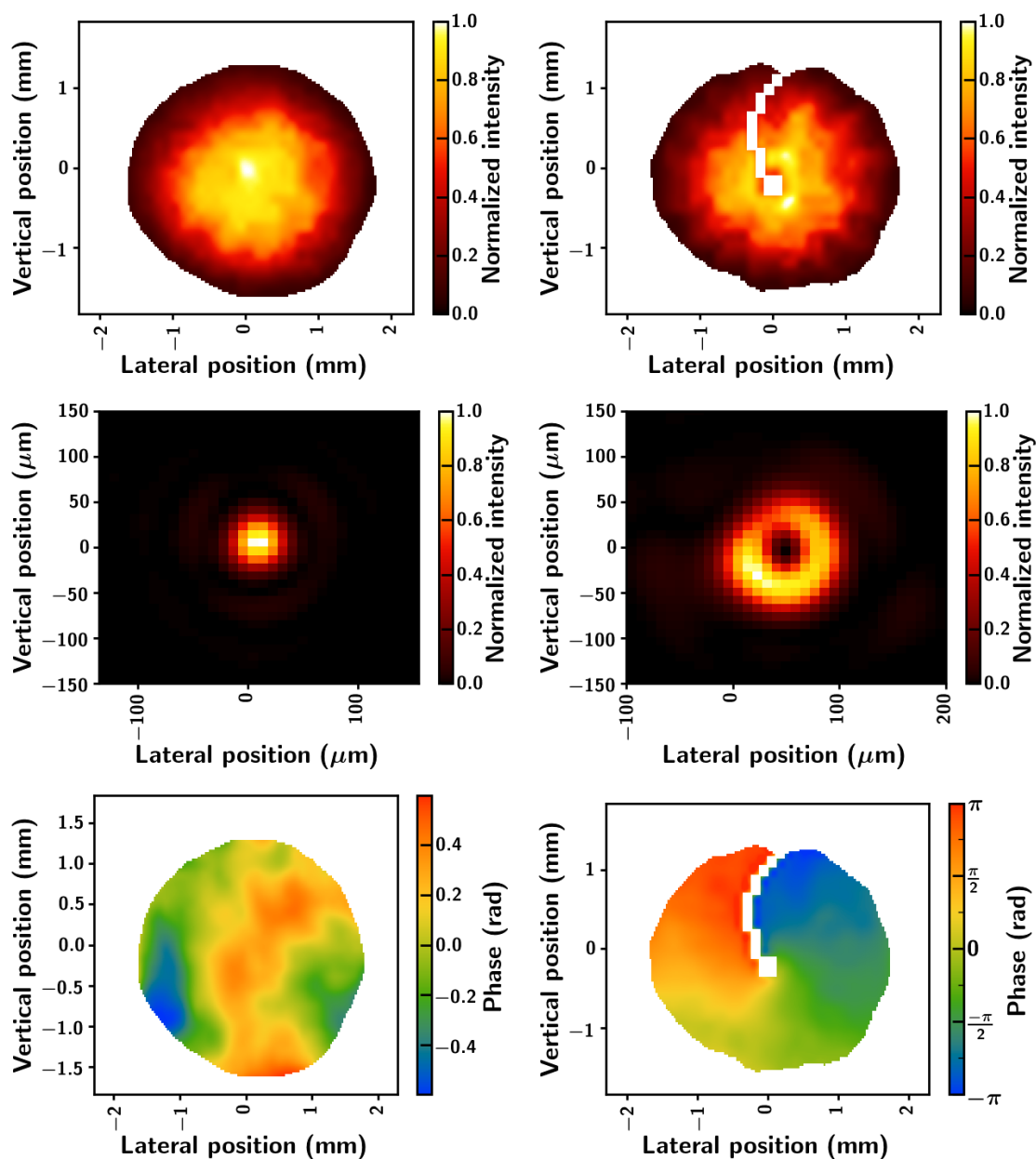


FIGURE 2.7 – Faisceaux mesurés sur le dispositif détecteur de front d’onde, avec (Haut Droite) et sans (Haut Gauche) lame spirale, ainsi que leurs PSFs (milieu) et leurs phases respectives (bas). La lentille de focalisation est placée avant le dispositif. Elle a ainsi pour effet d’adapter la taille du faisceau au capteur, tout en n’ajoutant pas d’aberration autre que celles qu’elle ajoute dans la génération. On distingue les segments de la lame utilisée, ainsi que le centre légèrement dépleté, mais le profil conserve encore globalement la même structure que sans la lame, alors même que nous sommes au  $3/4$  de la distance focale. En revanche la phase est bien affectée.

## 2.3. Création de faisceaux portant un moment orbital

Ordre radial $p$	0	1	2	3	4	5	6
$\gamma = 0,74$	91,54	0,17	3,05	0,69	0,64	0,38	0,29
$\gamma = 0,67$	91,43	0,23	3,97	0,30	0,65	0,27	0,25
$\gamma = 0,85$	87,42	3,04	2,68	1,24	0,80	0,54	0,40

TABLE 2.3 – Evolution de la répartition (en pourcentage) des modes radiaux  $\mathcal{L}\mathcal{O}_{1,p}$  générés par une lame de phase non-absorbante 16 segments de charge  $L = 1$  à  $800nm$  pour un faisceau à  $815nm$ , selon le rapport de waist  $\gamma$  considéré. Conditions de LaseriX

modes créés est présentée figure 2.8. La variation est du même ordre dans les autres configurations.

Ces chiffres ont été obtenus en calculant la hauteur de la lame utilisée grâce à l'équation 2.35 :  $h_d = 1,766\mu m$ , puis  $L_{eff}$  effectif à cette longueur d'onde et enfin la conversion de mode.

Les deux rapports obtenus par le biais de l'expérience sont relativement proches. Compte tenu du type de la mesure les aberrations du faisceau sont légèrement prises en compte pour ces méthodes puisqu'elles jouent sur le diamètre du point focal directement. Expérimentalement la conversion doit donc plutôt s'approcher des valeurs obtenues pour ces rapports plutôt que par le Huygens-Fresnel. La méthode PSF me semble plus fiable puisqu'elle corrige automatiquement la position du waist, point intéressant lorsque l'on sait que la position du waist n'est pas exactement à la distance focale de la lentille, ce point est d'ailleurs étudié au paragraphe 2.3.3.1.

On parle ici d'efficacité théorique d'une optique parfaite sur un gaussien parfait. Les défauts de l'optique et du faisceau, la diffraction par les marches/discontinuités, le décentrage par rapport au faisceau ou encore l'iris placé sur le faisceau ne sont pas pris en compte. Pourtant on voit déjà que la conversion n'est pas pure. Nous détaillerons certains de ces paramètres dans la suite.

### 2.3.3 Influence de certains paramètres

Nous avons évalué précédemment la conversion de modes dans un cas idéalisé avec une lame spirale 16 segments et une charge topologique de 1. J'étudie désormais au moyen d'un programme que j'ai rédigé et mis au point et de façon purement numérique la perturbation de cette conversion par certains paramètres expérimentaux.

#### 2.3.3.1 Méthode d'analyse

##### Principe

L'analyse se présente comme suit :

1. On génère un mode  $\mathcal{L}\mathcal{O}_{0,0}$

### 2.3.3. Influence de certains paramètres

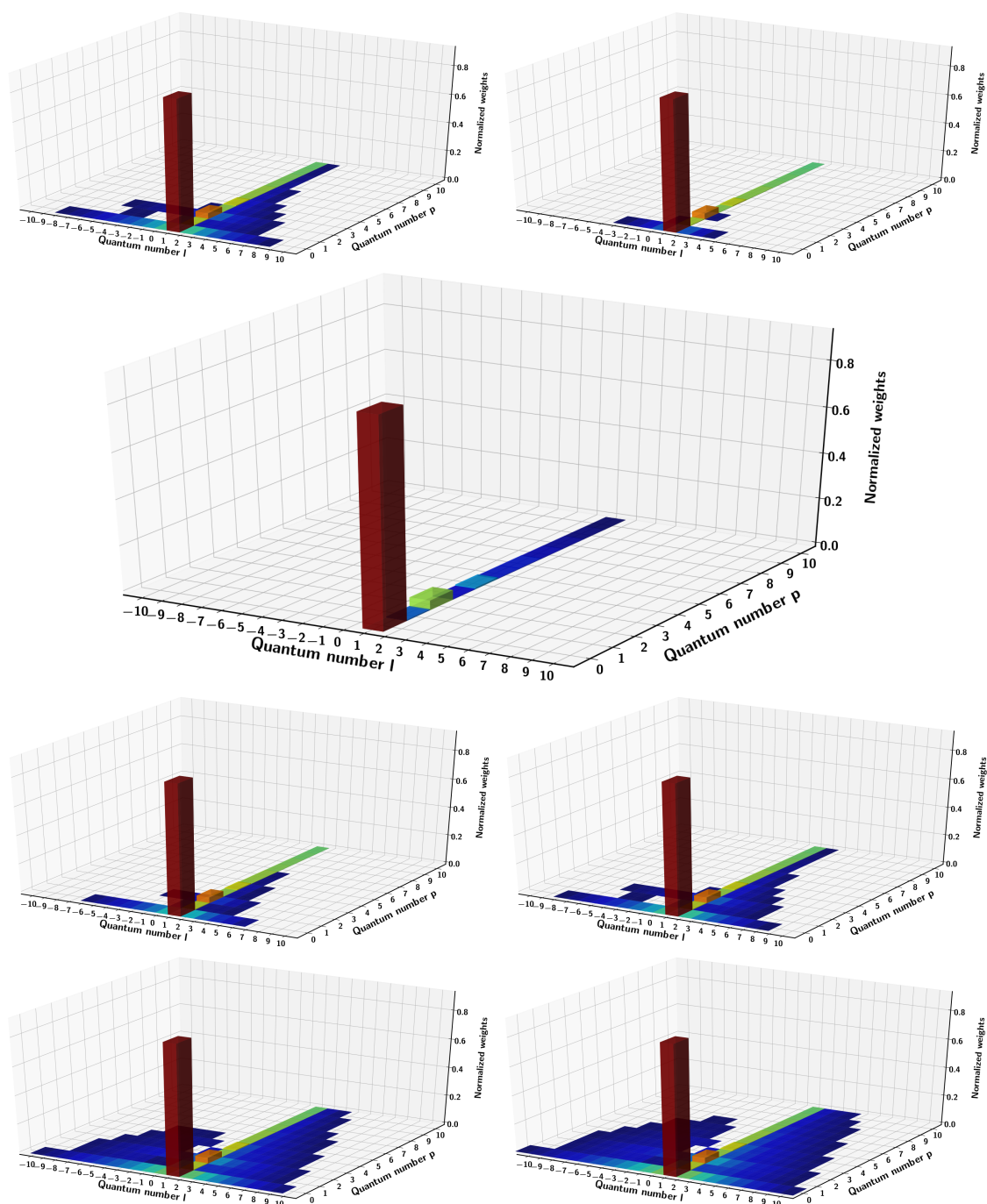


FIGURE 2.8 – Effet d'une lame de phase 16 segments dessinée pour  $800nm$  et  $L = 1$  dans les conditions de la plateforme Laserix, respectivement à  $785, 795, 800, 810, 815, 825$  et  $830nm$ . La variation d'efficacité sur le mode principal est de moins de  $1\%$ . De même pour le mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,2}$  second mode généré. L'évolution concerne surtout les modes de charge  $l$  différente et notamment les modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{0,0}$  et  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{2,0}$  qui restent toutefois en deçà de  $0,1\%$ .

### 2.3. Création de faisceaux portant un moment orbital

---

2. La possibilité est offerte d'ajouter du bruit ou des aberrations dans le faisceau avant toute autre transformation.
3. On lui applique l'effet d'une lame de phase spirale parfaite, continue ou en escalier
4. On applique l'effet d'un iris, dont on peut faire varier la taille
5. On applique l'effet d'une lentille parfaite de focale  $1m$
6. On utilise le principe de Kirschhoff et la théorie d'Huygens-Fresnel pour obtenir le faisceau au foyer
7. On décompose le foyer sur la base des Laguerre-Gauss
8. On utilise la décomposition pour observer le waist obtenu et la longueur de Rayleigh

#### Génération du mode $\mathcal{LG}_{0,0}$

On commence par générer un mode laser gaussien parfait en utilisant la formule 2.25. Afin de s'approcher de la réalité et pour obtenir les valeurs de l'intensité réelle au foyer, on prend pour paramètres de ce faisceau ceux du faisceau laser réel, à savoir un diamètre de  $18,7mm$ , une durée de  $45fs$ , une énergie de  $3mJ$  environ et une longueur d'onde de  $815nm$ . Au vu des résultats 2.3.2.3, on considèrera dans la simulation que la charge appliquée à  $815nm$  est pure et vaut 1. L'intensité  $I_0$  du gaussien avant toute transformation vaut alors  $I_0 = 1,14.10^{10}W.cm^{-2}$ . La grille utilisée pour la représentation a pour dimension réelle 5 fois le diamètre du faisceau dans les deux directions  $x$  et  $y$ , ceci afin de garder le maximum d'informations des modes supérieurs tout en ayant une résolution suffisamment importante. En terme de pixel, on limite sa taille à  $133 \times 133px^2$  pour des raisons de temps de calculs, le nombre est pris impair pour que le centre du faisceau soit sur un pixel et non entre deux pixels.

#### Ajout du bruit et des aberrations

Le faisceau peut alors être bruité en phase et en intensité si besoin, par le biais de fonctions aléatoires. On peut en plus ajouter n'importe quelle aberration, définie par les polynômes de Zernike correspondants.

#### Lame spirale virtuelle, iris, lentille

On ajoute à la phase du faisceau précédent une phase parfaite  $l\theta$  pour  $l = 1$  (multiplication par un terme  $e^{-i\theta}$ ), imitant ainsi une lame de phase spirale dont on ignore tout défaut. Dans la même opération l'intensité du pixel central et sa phase sont mises à 0, afin de mimer l'effet physique de la lame à cet endroit. On coupe ensuite le faisceau obtenu par un iris virtuel de taille variable. Pour ce faire tout pixel en dehors du rayon choisi est mis à zéro, que ce soit en phase ou en intensité. Enfin on simule une lentille

parfaite par un terme de phase  $e^{i\frac{k_0}{2F}(x^2+y^2)}$ , où  $F = 1$  est la focale appliquée, correspondant à la focale utilisée expérimentalement. Cette phase peut éventuellement être prise pour une lentille mince ou épaisse en prenant l'expression du Goodman[110] (p96-97).

Le centre de chaque élément optique virtuel peut être décalé pour mimer un décentrage. En pratique l'alignement de la lentille par autocollimation et de l'iris sont jugés corrects par défaut, celui de l'iris n'est pas aisé mais la multiplication des repères le long du faisceau, dont on peut utiliser les figures de diffraction pour s'aligner, nous assure un alignement relativement correct. On étudiera en revanche le décentrage de la lame spirale.

Les étapes numériques précédentes ont lieu les unes à la suite des autres dans le programme, toutefois aucune propagation virtuelle n'a lieu entre celles-ci, elles ont donc lieu toutes dans le même plan, c'est encore une fois une simplification. On peut justifier celle-ci par le peu de distance entre iris et lentille dans la réalité et par le profil encore pratiquement gaussien du faisceau réel à son arrivée sur l'iris. (Cf image 2.7)

### Propagation à la distance focale

On propage ensuite le faisceau obtenu grâce à une intégrale de Huygens-Fresnel, qui est une bonne approximation du champ électrique en champ lointain :

$$\underline{E}(\vec{r}_{foc}) = \frac{i}{\lambda_d} \iint_S \underline{E}(\vec{r}) \frac{e^{-ik\rho(\vec{r}_{foc},\vec{r})}}{\rho(\vec{r}_{foc},\vec{r})} \cos(\theta(\vec{r}_{foc},\vec{r})) dS \quad (2.41)$$

Avec  $dS = dx dy$ ,  $\vec{r} = (x, y, z)$  et  $\vec{r}_{foc} = (x_{foc}, y_{foc}, z_{foc})$  ainsi que :

$$\rho(\vec{r}_{foc}, \vec{r}) = \sqrt{(x_{foc} - x)^2 + (y_{foc} - y)^2 + (z_{foc} - z)^2} \quad (2.42)$$

$$\theta(\vec{r}_{foc}, \vec{r}) = \arccos\left(\frac{z_{foc} - z}{\rho(\vec{r}_{foc}, \vec{r})}\right) \quad (2.43)$$

$z_{foc} - z = F$  dans notre cas, puisque l'on propage de la lentille à sa distance focale. L'équation 2.41 devient une somme discrète en simulation numérique :

$$\underline{E}(\vec{r}_{foc}) = dx dy \sum_x \sum_y \underline{E}(\vec{r}) \frac{e^{-ik\rho(\vec{r}_{foc},\vec{r})}}{\rho(\vec{r}_{foc},\vec{r})} \cos(\theta(\vec{r}_{foc},\vec{r})) \quad (2.44)$$

Avec  $dx$  et  $dy$  constants et valant respectivement la largeur et la hauteur d'un pixel. Ce type de calcul est plus gourmand que des approximations offertes avec certaines fonctions intégrées type (Fast Fourier Transform) FFT mais a l'avantage d'éliminer une partie des éventuels problèmes numériques.

### Translation du point focal

Un faisceau gaussien voit son foyer légèrement décalé (au plus quelques centaines de



### 2.3. Création de faisceaux portant un moment orbital

---

microns) du point focal évalué par l'optique géométrique. Cette translation est dépendante du nombre de Fresnel du faisceau considéré :

$$N_a = \frac{a^2}{\lambda L} \quad (2.45)$$

$$\Delta f = -\frac{F}{1 + \pi^2 N_a} \quad (2.46)$$

où  $a$  est le diamètre de l'ouverture (par exemple la lentille ou un iris),  $\lambda$  la longueur d'onde et  $L$  la distance à laquelle on regarde le faisceau. Dans le cas où les ouvertures des optiques sont plus grandes que le waist du faisceau,  $a$  devient le waist du faisceau considéré. Ainsi pour une lentille de longueur focale  $F$ , le foyer sera légèrement décalé longitudinalement par rapport à celui-ci. C'est aussi vrai pour les faisceaux gaussiens tronqués et cette translation est d'autant plus importante vers la lentille que l'iris est petit [111]. Pour les faisceaux Laguerre-Gauss cette translation existe aussi [112] et augmente avec la charge  $l$  :

$$\Delta f_{\mathcal{LG}} = -\frac{F(2l+1)^2}{1 + \pi^2 N_a} \quad (2.47)$$

Afin de minimiser les erreurs quant à la décomposition  $\mathcal{LG}$  future du mode à la position du waist (différente donc de la position du foyer géométrique). On commence par scanner grâce à Huygens-Fresnel autour du foyer géométrique pour trouver le foyer réel du faisceau créé par notre dispositif, proche d'un Laguerre-Gauss tronqué.

Dans un premier temps on donne une valeur fixe de scan et un nombre de pas faible pour obtenir rapidement un ordre de grandeur de la variation de position (typiquement 10pas sur une longueur de  $2cm$ ). On en déduit une loi sur celui-ci.

Dans un second temps, on utilise cette loi pour affiner la longueur de scan à effectuer, le nombre de pas reste faible mais la précision augmente grâce à la réduction de la taille de la zone à scanner. On affine la loi obtenue précédemment

Dans un troisième temps, on augmente le nombre de pas augmentant d'autant la précision sur la position de foyer réel (100 pas dans la zone la plus petite possible).

Dans un quatrième temps, une fois la translation ( $\Delta f$ ) déterminée avec le plus de précision possible, on ne calcule plus le champ qu'en  $F + \Delta f$  mais on augmente la résolution radiale afin de déterminer  $r_{max}$  avec le plus de précision possible.

Ce scan nous permet d'obtenir deux lois numériques, celle de la translation focale et celle du  $r_{max}$  au foyer. Pour ce faire on observe la variation de ces deux paramètres en fonction de  $T_r = w_{0d}/a$ , le rapport de troncature, défini comme dans Urey [80], comme le rapport entre  $w_{0d}$  rayon à  $1/e^2$  du faisceau sur la lentille et  $a$  rayon de l'iris utilisé : plus l'iris est fermé, plus ce rapport de troncature est important.

Pour un gaussien tronqué :

$$\Delta f_{GT} = -6,97162 \cdot 10^{-4} T_r^6 + 6,19455 \cdot 10^{-3} T_r^5 - 2,12290 \cdot 10^{-2} T_r^4 + 3,47063 \cdot 10^{-2} T_r^3 - 2,83682 \cdot 10^{-2} T_r^2 + 1,06574 \cdot 10^{-2} T_r - 1,44617 \cdot 10^{-3} \quad (2.48)$$

$$w_{0GT} = 7,80166 \cdot 10^{-7} T_r^6 - 8,01377 \cdot 10^{-6} T_r^5 + 3,46111 \cdot 10^{-5} T_r^4 - 8,21388 \cdot 10^{-5} T_r^3 + 1,14943 \cdot 10^{-4} T_r^2 - 5,58765 \cdot 10^{-5} T_r + 3,59955 \cdot 10^{-5} \quad (2.49)$$

Urey [80] a déjà effectué une étude similaire dans le cas gaussien, il en tire le waist mais aussi la profondeur de focus (donc la longueur de Rayleigh) en négligeant la translation du foyer dans ses conditions de travail.

Pour un gaussien converti tronqué :

$$\Delta f_{GCT} = -4,70722 \cdot 10^{-4} T_r^6 + 4,11515 \cdot 10^{-3} T_r^5 - 1,40556 \cdot 10^{-2} T_r^4 + 2,27961 \cdot 10^{-2} T_r^3 - 1,85698 \cdot 10^{-2} T_r^2 + 6,95217 \cdot 10^{-3} T_r - 9,54210 \cdot 10^{-4} \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned} \frac{w_{0GCT}}{\sqrt{2}} &= r_{maxGCT} \\ &= 9,40588 \cdot 10^{-7} T_r^6 - 9,69857 \cdot 10^{-6} T_r^5 + 4,07318 \cdot 10^{-5} T_r^4 - \\ &9,11513 \cdot 10^{-5} T_r^3 + 1,18045 \cdot 10^{-4} T_r^2 - 5,26169 \cdot 10^{-5} T_r + 3,02968 \cdot 10^{-5} \end{aligned} \quad (2.51)$$

D'un point de vue pratique la détermination de ces lois a un avantage direct sur la représentation graphique des données puisque l'on peut déterminer une taille de grille graphique adaptée à chaque situation avant même le calcul total. De plus, on est alors capable de déterminer certains paramètres principaux du problème, pour diverses situations, sans effectuer toutes les étapes du calcul initial, qui demandent un temps de calcul non négligeable.

Le temps de calcul par cette méthode étant important on limite le scan à la translation du foyer réel. Nous utiliserons la décomposition  $\mathcal{LG}$  pour effectuer un scan plus important et observer la zone de Rayleigh.

### 2.3.3.2 Discussion sur la longueur de Rayleigh

On considère la longueur utile de génération comme le double de la longueur de Rayleigh dans le cas d'un faisceau gaussien. Celle-ci correspond dans ce cas à la position pour laquelle  $w(z_r) = \sqrt{2}w_0$ , la conséquence directe est qu'elle correspond exactement à la position pour laquelle  $I(z) = I_0/2$ . Dans le cas d'un faisceau gaussien, cette longueur semble effectivement la plus adaptée à la définition de longueur utile, au regard de la forme du faisceau selon  $z$ , voir Fig. 2.9.

Dans le cas  $\mathcal{LG}_{l,p}$ , cela revient à prendre la position pour laquelle  $r_{max}(z_r) = \sqrt{2}r_{max,0}$ . Dans le cas  $l = 1$ , cela veut dire que  $r_{max}(z_r) = w_0$ . On peut se poser la question de cette définition notamment si on tient compte de la phase de Gouy exacerbée de ce type de faisceau.

### 2.3. Création de faisceaux portant un moment orbital

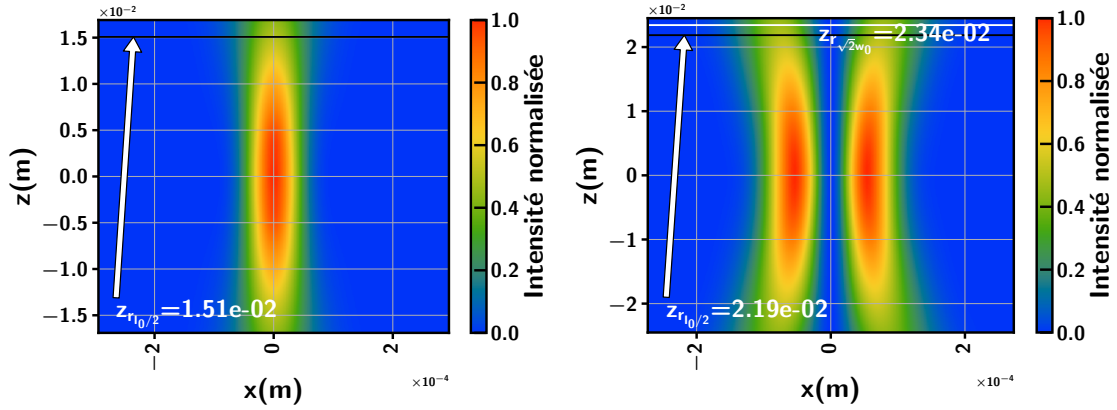


FIGURE 2.9 – Scan le long de l’axe de propagation autour de la distance focale pour un faisceau gaussien (gauche) et un faisceau  $\mathcal{LG}_{1,0}$  (droite). Diamètre de l’iris :  $12\text{mm}$ . On s’aperçoit que pour un mode Laguerre-Gauss la définition de la longueur de Rayleigh basée sur le waists amène à la considération d’une longueur utile plus importante que celle à  $I_0/2$ . Avec ce diamètre d’iris on voit aussi un déplacement du foyer de  $z = -650\mu\text{m}$  dans le cas gaussien et de  $z = -837\mu\text{m}$  dans le cas  $\mathcal{LG}_{1,0}$ . On voit aussi que la longueur de Rayleigh du mode  $\mathcal{LG}_{1,0}$  obtenu par conversion est plus grande que la gaussienne dans cette configuration, c’est en fait toujours le cas.

On observe alors les longueurs autour du foyer correspondant aux deux paramètres  $I(z) = I_0/2$  et  $r_{max}(z_r) = w_0$  (cf Fig. 2.9). On en conclut que la longueur de Rayleigh basée sur le waists est plus longue que celle basée sur l’intensité, et que dans le cas  $\mathcal{LG}_{l,p}$  il vaut mieux se référer à celle de l’intensité compte tenu de la divergence du mode ainsi que du caractère non-linéaire de l’interaction que l’on étudie.

#### 2.3.3.3 Détail de la décomposition en modes $\mathcal{LG}_{l,p}$

Pour la décomposition sur la base Laguerre-Gauss, la grille numérique conserve le même nombre de pixels, toujours pour des raisons de calculs. Cependant sa taille est augmentée à 10 fois la taille du  $r_{max}$  pour conserver les premiers (et principaux) modes radiaux créés dans le dispositif expérimental.

#### Base de travail et scan

La décomposition en mode  $\mathcal{LG}_{l,p}$  demande l’utilisation d’un waists connu 2.32. Dans le cas gaussien, pas d’erreur possible, l’information donnée par Huygens-Fresnel à la position du foyer réel est directement le waists. L’incertitude sur la mesure de celui-ci est liée uniquement à la résolution de la grille numérique, de l’ordre de 1%. Dans le cas  $\mathcal{LG}_{1,0}$ , on assume que le mode contribuant principalement à la taille du waists et à la superposition est le mode  $\mathcal{LG}_{1,0}$ , par conséquent on calcule le waists à partir du  $r_{max,0}$

obtenu par l'analyse précédente et la formule 2.29 avec  $l = 1$ .

Grâce à cette base on scanne ensuite le long de  $z$  pour observer la longueur de Rayleigh.

Une fois le waist déterminé, l'approximation que le mode au foyer est un mode gaussien pur malgré l'iris permet de calculer une valeur approchée de la longueur de Rayleigh avec l'équation 1.48. (Voir Tab. 2.4).

Finalement le scan avec la base de travail permet de déterminer la valeur de la longueur de Rayleigh, selon la définition choisie, ici  $I_0/2$  et donc une loi numérique de cette longueur avec le rapport de troncature. Pour un gaussien tronqué :

$$z_r = 2,53869 \cdot 10^{-4} T_r^6 - 2,09849 \cdot 10^{-3} T_r^5 + 6,71502 \cdot 10^{-3} T_r^4 - 1,15099 \cdot 10^{-2} T_r^3 + 1,89971 \cdot 10^{-2} T_r^2 - 1,03178 \cdot 10^{-2} T_r + 4,58789 \cdot 10^{-3} \quad (2.52)$$

Pour un gaussien converti tronqué :

$$z_{r_{I_0/2}} = 5,24468 \cdot 10^{-4} T_r^6 - 4,85629 \cdot 10^{-3} T_r^5 + 1,76896 \cdot 10^{-2} T_r^4 - 3,31741 \cdot 10^{-2} T_r^3 + 4,29825 \cdot 10^{-2} T_r^2 - 2,00390 \cdot 10^{-2} T_r + 6,97552 \cdot 10^{-3} \quad (2.53)$$

L'obtention de ces lois de variations sur la longueur de Rayleigh, la translation du point focal et le waist, nous permet alors de déterminer les paramètres principaux d'un problème proche sans calculer toute la projection, qui demande un temps de calcul non négligeable.

Les résultats présentés dans cette thèse concernant la longueur de Rayleigh, l'intensité maximale, le waist sont obtenus à partir de la simulation complète que j'ai codée mais utilisant la prédiction de waist de la loi obtenue par Huygens-Fresnel.

### Influence de la base

L'utilisation du même waist que celui d'un gaussien dans la situation équivalente mène à une décomposition différente. Outre l'information erronée d'une conversion très polluée cette erreur de waist entraîne une modification de la longueur de Rayleigh estimée par notre méthode. Dans notre étude une erreur de 5% du waist entraîne une erreur du même ordre de grandeur sur la longueur de Rayleigh, alors même que la décomposition en mode  $\mathcal{LG}$  donne une somme de poids de 0.95 (au lieu de 1, lié aux pertes par la diffraction des éléments optiques numériques utilisés) dans tous les cas.

Ce qu'il faut retenir c'est que mathématiquement toute décomposition  $\mathcal{LG}_{l,p}$  a un sens et donnera une information correcte sur le moment angulaire, du moment que le nombre de modes radiaux considérés est suffisant. En revanche la relier simplement à des observables physiques n'est faisable qu'en utilisant des paramètres de décomposition proches de l'expérience.

### Influence de la grille

### 2.3. Création de faisceaux portant un moment orbital

Gaussien						Gaussien converti							
Diam. Iris (mm)	Rap. de tronc. ( $T_r$ )	Waist ( $\mu m$ )	Ecart au foyer (mm)	Long. de Rayleigh (mm)	Long. $\frac{\pi w_0^2}{\lambda_d}$ (mm)	Intensité max. ( $\cdot 10^{14}$ W/cm $^2$ )	$r^{max}$ ( $\mu m$ )	Waist ( $\mu m$ )	Ecart au foyer (mm)	Long. $I(z) = I_0/2$ (mm)	Long. $w(z) = \sqrt{2}w_0$ (mm)	Long. $\frac{\pi w_0^2}{\lambda_d}$ (mm)	Intensité max. ( $\cdot 10^{14}$ W/cm $^2$ )
6	3,12	116	-13,5	57,7	51,7	0,11	107	151	-17	79,4	84	87,7	0,03
7	2,67	97	-5,4	41,9	36,2	0,22	91	129	-7,2	58,6	62,5	64,1	0,06
8	2,34	86	-3,9	32,7	28,5	0,36	81	114	-4,7	46	49,8	50,3	0,09
9	2,08	77	-2	26,3	22,7	0,55	72	102	-2,2	37,3	40,3	40,2	0,14
10	1,87	69	-1,4	21,2	18,4	0,81	65	92	-1,5	30,4	33,1	32,7	0,21
11	1,7	64	-1,1	18	15,8	1,08	60	84	-1,4	25,7	27,5	27,2	0,27
12	1,56	59	-0,6	15,1	13,4	1,46	54	77	-0,8	21,9	23,2	23	0,37
13	1,44	55	-0,5	12,8	11,6	1,93	50	71	-0,6	18,7	20	19,7	0,48
14	1,34	51	-0,4	11,2	10,1	2,39	47	67	-0,4	16,5	17,4	17,2	0,59
15	1,25	48	-0,3	9,8	9	2,89	44	63	-0,3	14,6	15,3	15,1	0,71
16	1,17	45	-0,2	8,7	8	3,47	42	59	-0,2	13,1	13,6	13,5	0,85
17	1,1	43	-0,2	7,8	7,3	4,06	40	56	-0,2	11,8	12,3	12,1	0,99
18	1,04	41	-0,2	7,1	6,6	4,71	38	53	-0,2	10,7	11,1	11	1,14
19	0,98	40	-0,1	6,4	6,1	5,35	36	51	-0,1	9,8	10,1	10	1,28
20	0,94	38	-0,1	5,9	5,7	6,02	35	49	-0,1	9,1	9,2	9,2	1,43
30	0,62	30	-0,1	3,6	3,5	11,04	26	37	-0,1	5,3	5,2	5,4	2,40
40	0,47	28	-0,1	3	3,1	12,68	24	34	-0,1	4,4	4,1	4,4	2,58
80	0,23	28	-0,1	3,1	3,1	12,94	23	33	-0,1	4,3	3,9	4,2	2,57

TABLE 2.4 – Evolution des paramètres de faisceau avec le rapport de troncature  $T_r$  / l'iris. Le même faisceau gaussien est utilisé en entrée dans chacun des cas.  $3mJ$ ,  $45fs$ ,  $815nm$ , diamètre sur la lentille :  $18,7mm$ . Dans un cas on applique la lentille et l'iris, dans l'autre on applique en plus la lame de phase spirale  $l = 1$ .

### 2.3.3. Influence de certains paramètres

Un sous échantillonnage de grille a un effet direct sur la reconstruction au foyer, mais pas uniquement sur la résolution. On observe l'apparition de points d'intensité plus élevée dans l'anneau lorsque celui-ci est trop bas. C'est encore plus clair dans le cas de la lame segment. (Voir Fig. 2.10)

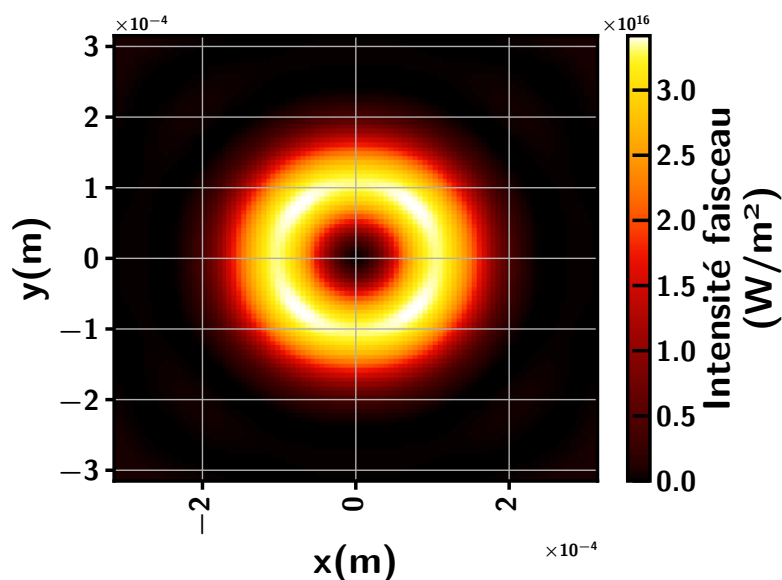


FIGURE 2.10 – Effet du sous échantillonnage sur le profil d'intensité dans le cas de la lame continue. 4 lobes d'intensité symétriques apparaissent.

Ceci est dû aux sauts numériques de phase, plus importants dans ce cas.

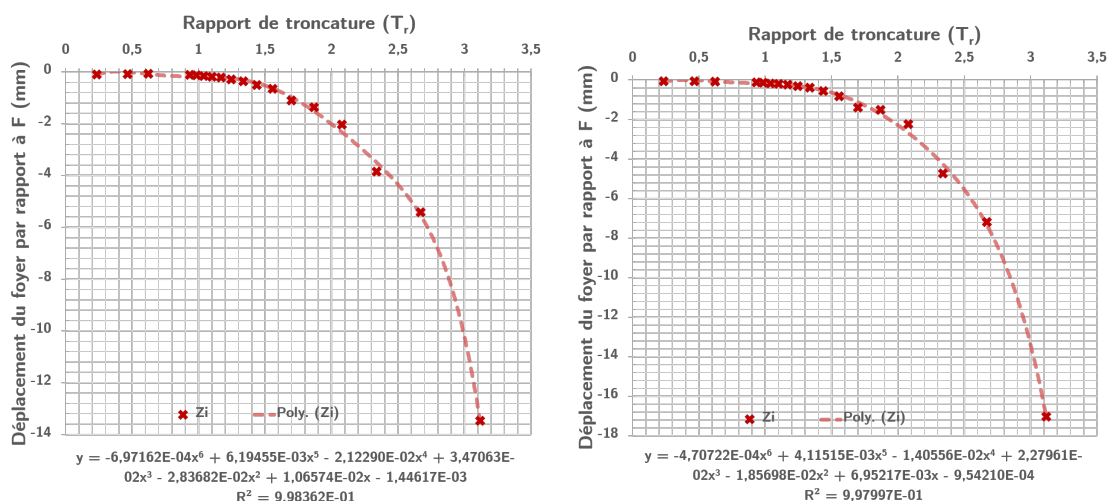


FIGURE 2.11 – Evolution du déplacement du foyer avec le facteur  $T_r$ , pour un gaussien (gauche) et un gaussien converti  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,0}$  (droite)

### 2.3.3.4 Influence de l'iris sur les modes LG et la conversion

Nous avons déjà parlé de l'influence de l'iris sur la longueur de Rayleigh et l'avons comparée entre Gaussien et Gaussien converti. Nous avons observé que cette longueur, qu'importe sa définition, augmentait avec la diminution du diamètre de l'iris, pour l'un ou l'autre faisceau et que celle-ci était plus importante dans le cas converti. Nous nous intéressons maintenant à son effet sur la conversion.

Dans cette section et la suivante les poids sont calculés par rapport à l'énergie traversant l'iris et non pas la totale incidente, ils ne sont donc pas directement comparables avec les poids obtenus en l'absence d'iris.

On peut déjà avoir une intuition de l'effet d'un iris sur une telle décomposition si on a observé son effet expérimentalement. Un iris diffracte le faisceau diaphragmé, créant des anneaux de diffraction. En se basant sur les modes  $\mathcal{LG}$  on intuite que l'iris créé par conséquent a minima des modes  $p$  d'ordres supérieurs.

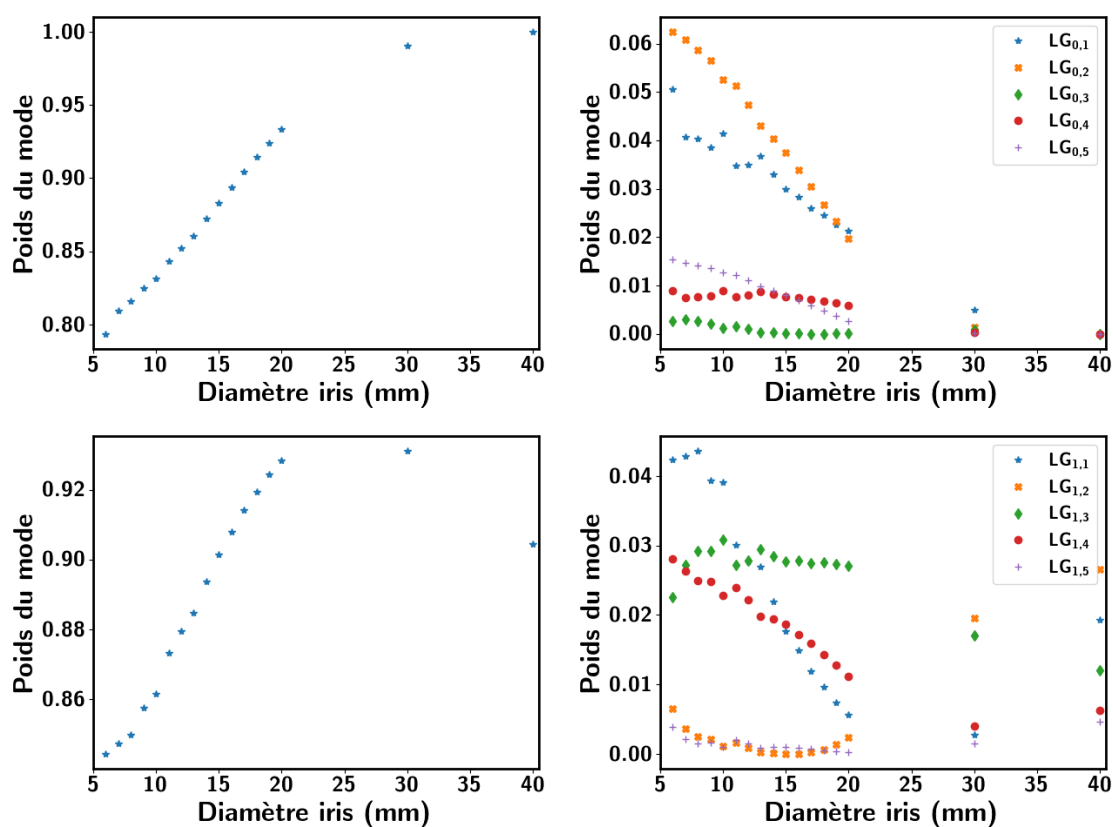


FIGURE 2.12 – Evolution de la décomposition  $\mathcal{LG}$  avec le diamètre de l'iris pour les principaux modes présents. En haut à gauche le mode principal  $\mathcal{LG}_{0,0}$ , en bas à gauche le mode principal  $\mathcal{LG}_{1,0}$ , à droite les modes d'ordres  $p$  supérieurs correspondant

Comme on le voit Fig. 2.12 c'est bien son effet réel, en plus de modifier le waist au foyer comme on le voit dans la table 2.4. Dans le cas idéal aucun autre mode azimutal

n'est généré par l'iris. On voit très clairement que l'ouverture de l'iris fait revenir la décomposition du faisceau vers le mode principal  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,0}$  puis lorsque l'ouverture devient très importante les modes radiaux d'ordres supérieurs créés par la lame et qui ne sont plus filtrés par l'iris reviennent dans la décomposition. En fait on observe deux effets concomitants. A petite ouverture l'iris filtre les modes radiaux générés par la lame **mais** génère lui même des modes radiaux. A grande ouverture son effet de filtrage disparaît et les modes générés par la lame réapparaissent dans les calculs mais l'iris lui n'en génère plus. Si on observe les courbes on peut donc en déduire un diamètre d'iris dans nos conditions (respectivement un facteur de troncature) optimal sur la pureté du mode généré :  $26mm$  environ (soit 0,72 environ). Celui-ci n'est pas utilisable dans nos conditions : longueur de Rayleigh correspondante trop courte et trop forte intensité. On remarque cependant que la décroissance des modes supérieurs n'est pas homogène.

- Les mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,4}$  et  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,1}$  décroissent de manière quasiment continue
- le mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,3}$  croît légèrement à mesure que les modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,1}$  et  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,2}$  décroissent, avant de décroître à nouveau
- le mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,2}$  décroît rapidement au profit des ordres supérieurs avant de croître à nouveau une fois l'iris bien ouvert.

A  $30mm$  on retrouve alors la structure observée avec la conversion théorique de la lame. Un mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,0}$  complètement dominant (supérieur à 93%), un mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,1}$  pratiquement absent (ce qui correspond à ce qui a été relevé par Longman, à savoir que selon le rapport de waist, les modes  $p$  impairs sont très faiblement présents) et un mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,2}$  peu présent mais second en terme de poids. Lorsque l'iris s'ouvre encore la distribution des modes change et s'éloigne de la configuration optimale comme si le rapport de waist se modifiait

A  $12mm$ , on trouve la distribution de modes présentée Tab. 2.5.

Ordre radial $p$	0	1	2	3	4	5
Pourcentage du mode	87,95	2,77	0,09	2,79	2,22	0,15

TABLE 2.5 – Pourcentage des modes radiaux pour le mode azimutal  $l = 1$  au foyer dans le cas du gaussien converti et tronqué par un iris de  $12mm$ .

Le choix du waist pour la décomposition et la compréhension de l'effet de l'iris est donc important et directement lié à l'iris.

### 2.3.3.5 Influence du décentrage de la lame

Nous avons étudié l'influence d'un iris de taille variable dans la conversion de modes pour une lame théorique parfaite et parfaitement centrée sur l'axe optique. Nous nous intéressons désormais au même phénomène dans le cas d'un iris de  $12mm$  mais avec une lame légèrement décentrée.

On assume que le décentrage ne modifie pas le waist et on néglige son effet sur la translation du point focal afin de pouvoir calculer l'évolution des poids des modes sur



### 2.3. Création de faisceaux portant un moment orbital

toute une grille de valeurs de décentrage, allant de 0 à  $2000\mu\text{m}$  par pas de  $250\mu\text{m}$ . Sans aberration le comportement est symétrique pour un décentrage en  $X$  et en  $Y$ .

Le comportement de la conversion vers le  $\mathcal{LG}_{(1,0)}$  en fonction du décentrage en  $X$  et en  $Y$  est représenté sur la figure 2.13.

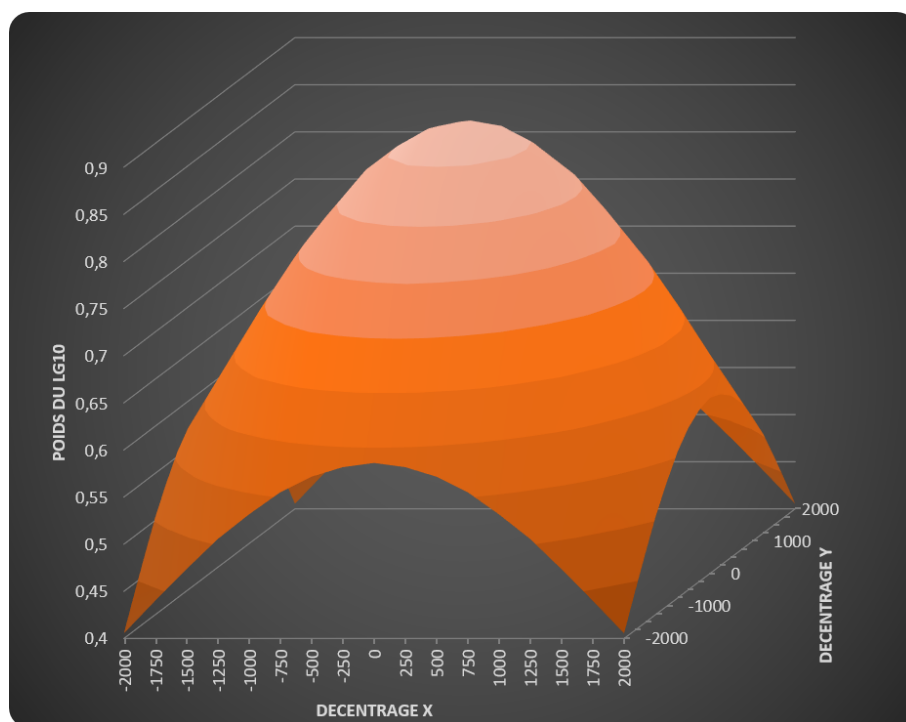


FIGURE 2.13 – Evolution de la conversion vers le mode  $\mathcal{LG}_{1,0}$  avec le décentrage de la lame de conversion par rapport à l'axe optique

On voit que le décentrage peut réduire drastiquement l'efficacité de conversion de la lame de phase. Elle descend à 40% dans les bords de la grille scannée.

Ce décentrage est néanmoins contrôlable expérimentalement, là encore grâce au centrage du point de singularité de la lame par superposition de celui-ci avec la figure de diffraction d'un iris. Par conséquent on peut estimer le décentrage expérimental inférieur au millimètre, amenant une pollution modérée.

On le vérifie d'ailleurs en comparant la figure 2.6 avec la figure 2.14 qui représente le mode du faisceau au foyer pour une lame décentrée de  $500\mu\text{m}$  selon  $X$  et  $250\mu\text{m}$  selon  $Y$ . Les deux images sont extrêmement proches l'une de l'autre.

On voit dans la même figure que l'effet du décentrage sur la superposition de mode est la création de modes azimutaux supplémentaires ! Toutefois la perte dans le mode principal est de l'ordre de 3% seulement, si l'on compare aux données du tableau 2.5. On donne la décomposition sur 6 ordres radiaux et 3 ordres azimutaux dans le tableau 2.6 de cette situation, où l'on note que le mode gaussien compose 1,7% de la superposition totale. La décomposition est donc nécessairement polluée mais faiblement en

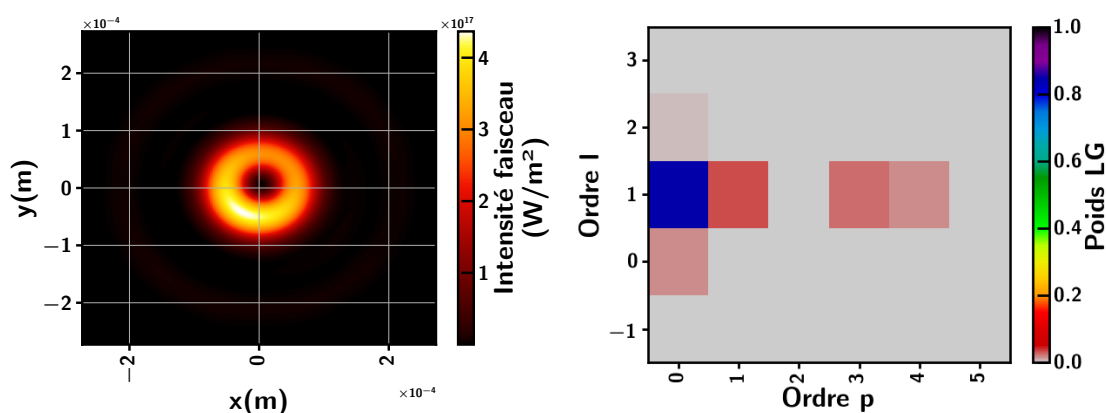


FIGURE 2.14 – Mode obtenu au foyer (à gauche), composition en modes (à droite) pour un décentrage en  $X$  de  $500\mu m$  et en  $Y$  de  $250\mu m$  de la lame de génération pour un iris de  $12mm$  de diamètre et un faisceau de  $18,7mm$  de diamètre. Le décentrage génère des modes de  $l$  différents et notamment  $l = 0$  mais peu de modes radiaux dans les nouveaux modes azimutaux.

comparaison de la somme totale.

$l \backslash p$	0	1	2	3	4	5
0	1,74	0,04	0,11	0,12	0,06	0,03
1	84,91	3,18	0,17	2,38	1,87	0,007
2	0,58	0,10	0,3	0,5	0,5	0,4

TABLE 2.6 – Distribution des modes en pourcentage dans le cas d'un décalage en  $X$  de  $500\mu m$  et en  $Y$  de  $250\mu m$  de la lame de conversion de pour un faisceau de  $18,7mm$  de diamètre diaphragmé par un iris de  $12mm$

Lorsque l'on prend des cas plus extrêmes de décentrage (Fig. 2.15), on confirme cet effet de génération de modes azimutaux supplémentaires lors de la conversion et particulièrement du mode  $(0,0)$ .

Cela a aussi un effet sur la longueur de Rayleigh qui diminue avec le décentrage.

Si le décentrage expérimental est contrôlable, la détermination du centre du faisceau Laguerre-Gauss sur la grille touche aussi directement la décomposition que l'on en ferait, et l'erreur sur celle-ci est moins aisément contrôlable, encore plus dans le cas de faisceaux réels aberrants. Cela reste le problème principal pour toute l'analyse expérimentale.

Nous venons de définir les modes de Laguerre-Gauss, d'autres modes qui portent un moment angulaire peuvent être utilisés pour décrire les faisceaux réels (Voir annexe E), mais nous nous limiterons à l'utilisation des  $LG$  pour notre analyse. Nous nous intéressons donc à leur caractérisation expérimentale.

### 2.3. Création de faisceaux portant un moment orbital

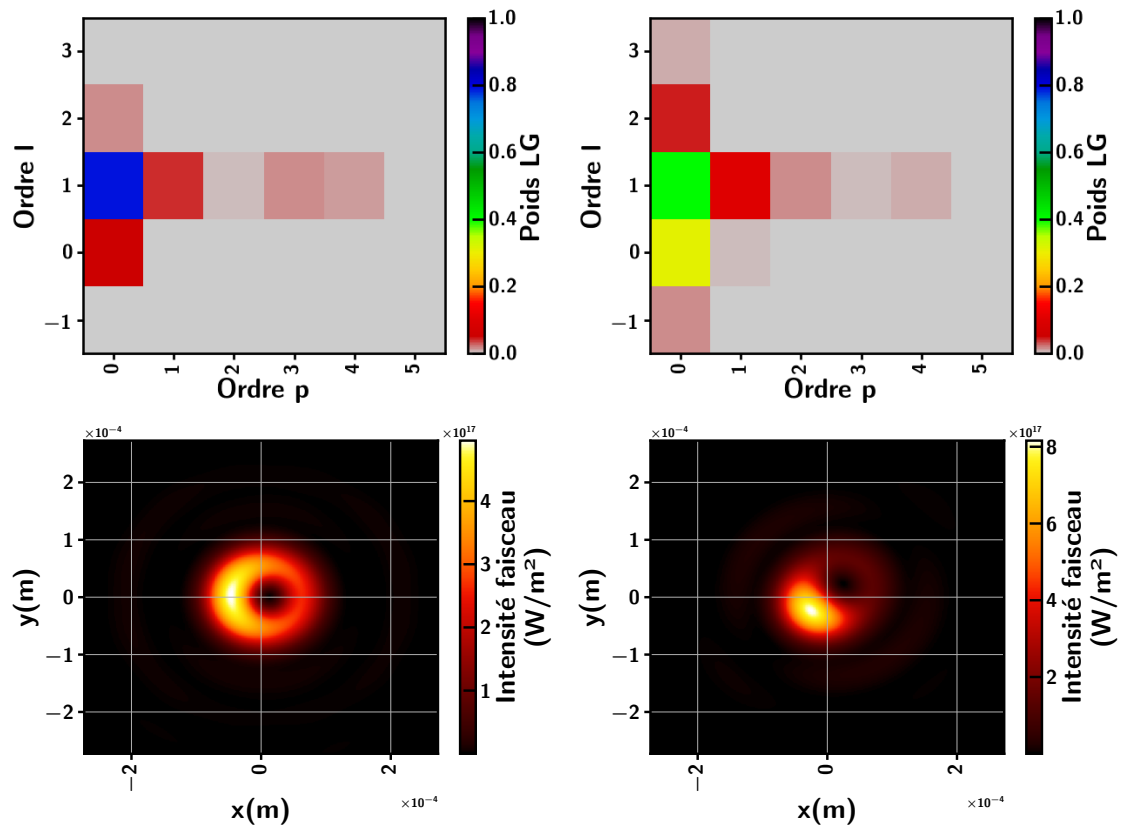


FIGURE 2.15 – Décomposition en modes  $\mathcal{LG}$  pour un décentrage de lame de  $1mm$  en  $Y$  (gauche) et  $2mm$  en  $X$  et en  $Y$  (droite). Profils en intensité respectifs en bas. Dans le premier cas le mode  $(1, 0)$  pèse encore  $78,9\%$ . Dans le second le mode  $(1, 0)$  pèse  $40,5\%$  et le  $(0, 0)$  représente le même ordre de grandeur avec  $31,1\%$ .

---

## 2.4 Mesure du moment orbital

La charge topologique,  $l$  d'un faisceau  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  pur centré sur l'axe optique, est exactement reliée au moment angulaire orbital  $l\hbar$  porté par chacun des photons du faisceau, ce qui entraîne souvent un abus de langage entre ces deux termes. Cependant dans le cas de faisceaux quelconques, que l'on représente par une superposition de modes, cette relation n'est plus vraie. On doit donc revenir à la définition de chacune de ces propriétés de faisceau.

La charge topologique est uniquement une mesure du nombre de sauts  $[0, 2\pi[$ , de la phase sur un contour autour de singularités, c'est une quantité quantifiée entière.

Le MAO est relié à une information sur les photons, on peut le définir pour chaque photon, pour une section de faisceau (densité locale) ou bien le faisceau complet (densité totale et MAO moyen par photon) : dans ce cas il est le résultat de la superposition des modes.

La distinction est importante car lors de superposition de modes la charge topologique n'est pas conservée alors que le MAO l'est [113, 114, 115].

Chaque mode de Laguerre Gauss individuel pur respecte l'égalité des grandeurs sans pour autant que leur superposition ne soit la somme de leur charge topologique individuelle. Ceci est dû notamment aux déphasages des composantes ainsi que d'éventuelles différences de waist entraînant tous deux des interférences.

Des dizaines de méthodes ont aujourd'hui été proposées pour la détection et la mesure de la charge topologique d'un faisceau : diffractives, interférentielles, ou utilisant une optique astigmatique. Peu sont capables d'accéder au spectre MAO du faisceau considéré : la plupart de celles qui le permettent nécessitent des éléments en cascade (afin d'obtenir le spectre topologique) et un dispositif expérimental lourd. Encore moins donnent accès à la décomposition modale (azimutale et radiale) complète d'un faisceau. Nous détaillons quelques une de ces méthodes ci-dessous.

### 2.4.1 Mesures par le rayon des anneaux

Ce type de mesures relativement simples et peu coûteuses se basent sur les propriétés particulières des anneaux des modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  purs. En effet, si on suppose que la valeur du nombre radial  $p$  est nulle, l'épaisseur des anneaux diminue avec la valeur de  $l$  et ceci indépendamment du plan dans lequel on observe le faisceau. Une simple image de l'anneau permet de mesurer le rayon de maximum d'intensité  $r_{max}$ , et de part et d'autre de ce maximum d'intensité on peut évaluer le rayon intérieur d'intensité à  $1/e^2$  du maximum noté  $r_1$ , de même que le rayon extérieur correspondant noté  $r_2$ . Zhang *et al.* [116] ont montré que le rapport  $\frac{r_2}{r_1}$  ne dépendait que de la valeur de  $l$  du faisceau : c'est une fonction rapidement décroissante de  $l$  jusque  $l = 5$  mais qui malheureusement tend vers une constante au delà de cette valeur. Cette méthode valable pour toute plage de longueur d'onde permet donc une estimation rapide et fiable de  $l$  pour les faibles valeurs de moments orbitaux mais devient assez inopérante quand  $l$  atteint la dizaine

## 2.4. Mesure du moment orbital

---

ou plus encore. Xu *et al.* [117] dans un article plus ancien avaient proposé un autre critère basé sur la mesure de surfaces d'anneaux brillants et sombres du faisceau et qui était valable également pour des ordres de  $p$  non nuls. Dans ce cas aussi, la fonction ainsi définie converge vers une valeur quasi constante pour des valeurs de  $l$  dépassant la dizaine rendant l'estimation impossible.

### 2.4.2 Mesure par transfert

L'évolution des technologies et de la précision de mesure aidant, après la mesure de la pression de radiation par Lebedev, puis du moment angulaire de spin par Beth, He *et al.* [118] en 1995 ont réussi à mesurer le transfert direct de moment angulaire orbital entre lumière et matière.

Pour cela ils ont utilisé un faisceau  $He:Ne \mathcal{L}\mathcal{G}_{3,0}$  polarisé linéairement. Dans ce cas, et même hors de l'approximation paraxiale le moment angulaire appliqué par seconde est défini par :

$$\Gamma_z = \frac{P}{\omega_d} l \quad (2.54)$$

Où  $\omega_d$  et  $P$  sont la pulsation et la puissance laser qui, dans un cas de laser pulsé, serait définie comme le produit de  $\mathcal{E}$  l'énergie par impulsion par  $f_r$  la fréquence de tirs. Le signe de l'expression nous dit qu'une particule absorbante à symétrie sphérique devrait être mise en rotation dans la même direction que la rotation du front d'onde du laser incident. Le laser est ensuite focalisé par un microscope sur un échantillon de particules en suspension dans un milieu transparent, rétroéclairé par une lumière à une longueur d'onde différente. Une caméra, réduite à l'observation de cette longueur d'onde, observe l'échantillon illuminé et enregistre la vitesse angulaire des particules. Les incertitudes sur les effets thermiques, la viscosité du fluide et la sphéricité des particules limitent tout de même cette mesure à un stade qualitatif.

Plusieurs autres équipes ont raffiné l'étude jusque la mesure de l'effet sur des particules en suspension dans le vide, afin de limiter les perturbations extérieures, ils en ont déduit que le transfert de moment angulaire était fondamentalement limité [119] et aboutit à une mesure incomplète. De fait cette technique est majoritairement utilisée pour du piégeage de particules plutôt que pour de la mesure de moment angulaire.

### 2.4.3 Mesure diffractive

La diffraction des modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  possède des propriétés particulières qui peuvent être exploitées pour la mesure.

#### 2.4.3.1 Par une ouverture

Cette méthode est présentée dans l'article de Hickmann *et al.* [120]. Elle utilise une fente triangulaire centrée dans le faisceau. Plusieurs variantes dont une avec une fente

carrée sont aussi proposées par la même équipe [121] (d'autres formes ont été testées avec moins de facilité à l'interprétation, diamant [122], circulaire [123], binaural circulaire [124]), etc) la fente carrée offre l'avantage de pouvoir résoudre des charge topologiques plus élevées toute autre condition conservée mais sans détermination du signe de celles-ci. L'utilisation des deux fentes permet de résoudre à la fois la charge et le signe jusqu'à des charges de l'ordre de 20.

Lorsqu'un faisceau porte un moment orbital angulaire  $l$ , l'ouverture triangulaire a pour effet de diffracter le faisceau incident en une figure d'interférence telle que présentée sur la figure 2.16. La charge  $l$  est alors reliée à la figure de diffraction par la relation  $l = N_s - 1$  où  $N_s$  est le nombre de spots sur les côtés du triangle. Enfin lorsqu'on inverse la charge la figure de diffraction obtenue est la symétrique par rapport au centre de la figure. Pour une ouverture carrée, le nombre de spots du côté est relié à la charge topologique par  $l = 2N_s - 2$  si la charge est paire et  $l = 2N_s - 1$  si elle est impaire. La forme du pattern central permet de distinguer l'un ou l'autre cas.

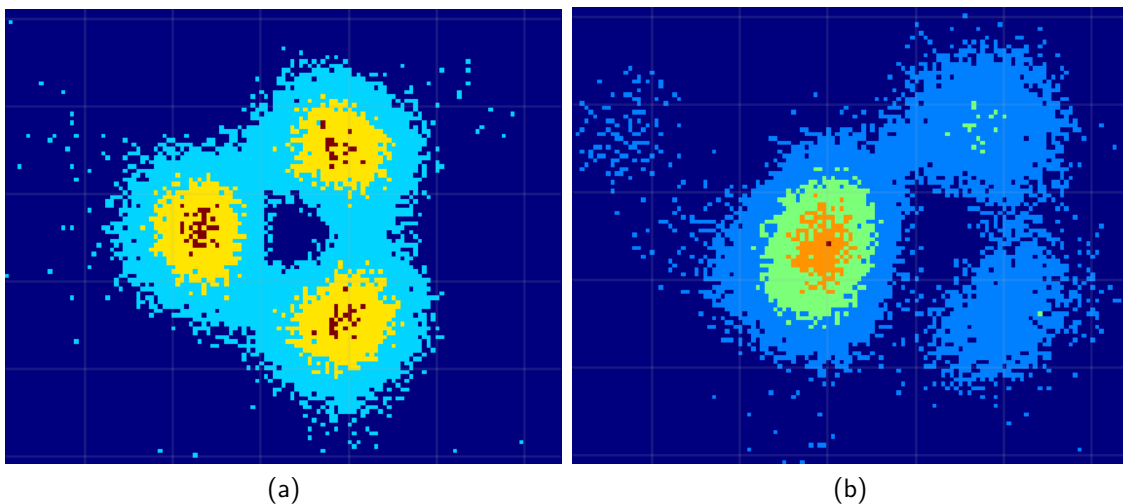


FIGURE 2.16 – Figure de diffraction typique d'un faisceau portant un moment angulaire  $l = 1$  par une fente triangulaire (a). Figure de diffraction d'un faisceau  $l = 1$  fortement pollué par d'autres modes (b). Obtenue sur notre faisceau expérimental.

Cette méthode est généralement aisée à mettre en place. Un peu plus difficile dans le cas des faibles longueurs d'onde, à cause de la faible ouverture nécessaire, elle a pourtant déjà été utilisée jusqu'aux rayons X [125].

L'inhomogénéité de l'éventuelle figure obtenue atteste d'une conversion imparfaite. Elle donne donc accès à la charge topologique dominante ainsi qu'à une information qualitative de pollution, celle-ci pouvant provenir soit du contenu du faisceau initial, soit d'imperfections de la lame de phase.

### 2.4.3.2 Par d'autres éléments diffractifs

D'autres éléments optiques diffractifs peuvent être utilisés pour la caractérisation des faisceaux vortex. Mair [126], propose l'utilisation des mêmes hologrammes en fourche que ceux utilisés pour la génération pour l'analyse des modes, chaque hologramme ne peut néanmoins quantifier qu'une charge topologique, il faut donc les utiliser en cascade si on veut obtenir le spectre de charge topologique total. Cette technique fonctionne néanmoins avec un photon unique. L'utilisation d'hologrammes plus raffinés peut permettre d'éviter la cascade, néanmoins l'efficacité décroît avec le nombre de modes que l'on cherche à détecter [127].

Le groupe de Schulze [128] reprend l'idée de l'hologramme filtrant mode par mode, il peut ainsi obtenir une décomposition modale optique (sans connaître le waist a priori) en observant l'intensité au point focal d'une lentille pour obtenir le poids du mode observé. Cependant sa méthode demande un temps de mesure et/ou un nombre d'éléments de décomposition important, elle est limitée par le niveau de signal, la résolution des éléments optiques utilisés pour la décomposition (ici un SLM) et le bruit de mesure lié au temps d'acquisition. Une fois la décomposition obtenue sur la première base considérée, Schulze *et al.* déterminent le facteur  $M^2$  du faisceau considéré et en déduit son  $w_0$  à partir de son  $w(z)$  et ce quelque soit la composition modale puisqu'il n'y a aucune approximation sur la pureté du mode. En effet si on utilise les définitions fournies par la norme ISO standard 11146, on peut déterminer un  $M^2$  et un diamètre de faisceau pour un faisceau quelconque, donc pas forcément gaussien, à partir des moments du faisceau.

A savoir pour un faisceau stigmatique :

$$\langle x \rangle(z) = \frac{\iint I(x, y, z) x dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy} \quad (2.55)$$

$$\langle x^2 \rangle(z) = \frac{\iint I(x, y, z) [x - \langle x \rangle(z)]^2 dx dy}{\iint I(x, y, z) dx dy} \quad (2.56)$$

Où l'on remplace  $x$  par  $y$  pour obtenir les moments sur le second axe. Les bornes des intégrales deviennent celles d'une surface d'intégration, obtenue de manière itérative par une procédure là encore définie à l'article 7 de l'ISO standard 11146-1. On a ensuite le diamètre du faisceau :

$$w(z) = \sqrt{2(\langle x^2 \rangle(z) + \langle y^2 \rangle(z))} \quad (2.57)$$

Le  $M^2(z)$  est ensuite déterminé numériquement depuis la décomposition sur la base inadaptée. Enfin on utilise la relation :

$$w_0 = \frac{w(z)}{\sqrt{M^2(z)}} \quad (2.58)$$

Schulze *et al.* utilise les définitions pour les faisceaux stigmatiques mais une telle étude peut très bien s'étendre à des faisceaux généraux puisque les définitions utilisées sont généralisées dans l'ISO standard 11146-2 et 11146-3.

Li *et al.* [129] ont proposé en 2019, une méthode utilisant des lames spirales diffractives générées par SLM et dont la figure de diffraction observée sur un écran après propagation 2.17 permet de déterminer à la fois les valeurs algébriques de  $l$  et  $p$  présentes dans le faisceau. Cependant il ne donne pas leurs poids quantitatifs respectifs.

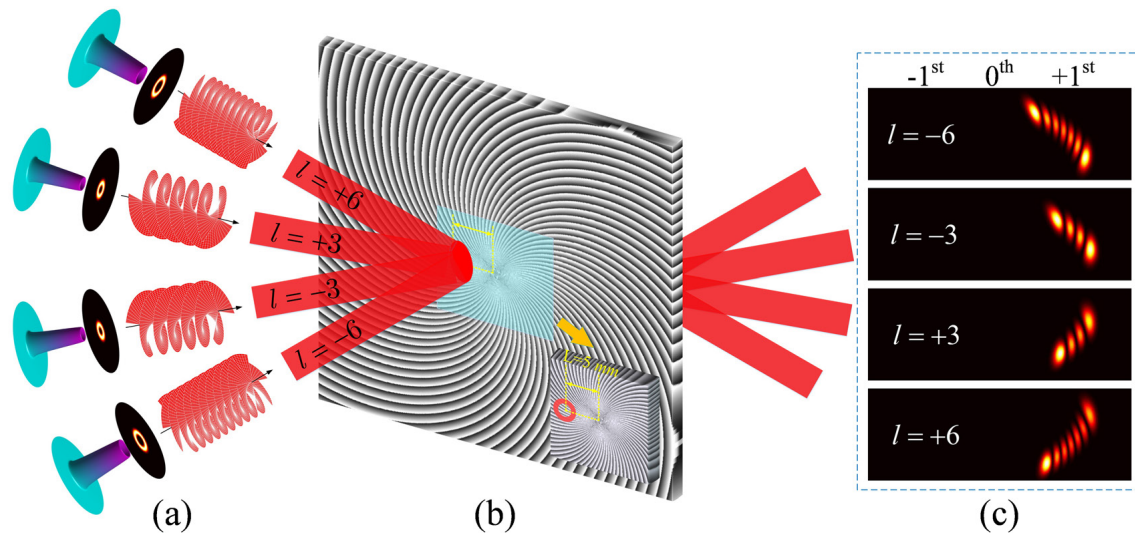


FIGURE 2.17 – Schéma de principe de la méthode présentée par Li *et al.* dans [129] dont le schéma est extrait. Les modes incidents (a) arrivent sur la spirale diffractive (b), chacun est diffracté avec un angle différent et en une figure différente. (c)

D'autres méthodes diffractives par exemple utilisant la diffraction par un bord franc [130] existent.

## 2.4.4 Mesure interférentielle

Une simple expérience de fentes d'Young appliquée à un faisceau vortex permet d'avoir une idée de la valeur du moment orbital : en faisant interférer deux points source représentant des points diamétralement opposés d'un vortex, on observe sur un écran placé suffisamment loin, un décalage de franges (la structure des franges rectilignes se coude) proportionnel à la valeur de  $l$ . Si  $l = 1$  le motif se décale d'une frange dans un sens et si  $l = -1$  dans l'autre, cela exprime que la différence phase vaut  $\pi$  entre les deux points du faisceau [131]. Un raffinement de cette technique qui consiste à utiliser au lieu de deux simples trous un masque composé d'une série de trous équirépartis angulairement (selon une loi dépendante du  $l$  considéré) sur le diamètre de l'anneau brillant d'un vortex a été proposée en 2015 par EMILE *et al.* [132]. Elle permet en analysant la figure d'interférence qui présente une structure dite de mandala de qualifier des moments orbitaux plus élevés (de l'ordre de la dizaine).

Il a également été proposé de faire interférer un faisceau vortex avec une copie inversée en signe de  $l$ , ou légèrement tiltée spatialement ([133]) via un dispositif de type



## 2.4. Mesure du moment orbital

---

Mach-Zehnder. Là encore la figure d'interférence permet d'évaluer  $l$  jusqu'à des valeurs importantes : quelques dizaines. Cette technique serait cependant assez difficilement transposable dans l'XUV par manque d'optiques adaptées.

VICKERS *et al.*[134] ont étudié quant à eux les figures typiques de l'interférence entre des vortex et des ondes planes et montré qu'on pouvait retrouver les valeurs de  $l$  et  $p$  au moins pour des valeurs de  $p$  relativement faibles.

### 2.4.5 Autres méthodes

Une série d'autres méthodes ont été proposées telles que (non exhaustif) :

1. Berkhout *et al.* [127, 135] propose en 2010 une conversion optique des coordonnées du faisceau du cartésien vers des coordonnées log-polaires. On peut ensuite faire interférer les bords du faisceau obtenu, cette interférence permet de caractériser la charge topologique du faisceau analysé.
2. Lavery *et al.* en 2013 [136] propose une autre transformation optique qui transforme le faisceau à caractériser en une onde plane présentant un gradient de phase dont la valeur est directement liée à celle de la charge topologique du faisceau incident.
3. Vaity *et al.* en 2013 [137] qui propose une méthode dans le visible basée sur un dispositif de lentille tiltée et que l'on pourrait imaginer étendre à l'EUV grâce à l'utilisation de miroirs sphériques en lieu et place des lentilles. On place la lentille tiltée sur le trajet d'un faisceau vortex, ce qui introduit un fort astigmatisme et agit comme un découpleur  $\mathcal{L}\mathcal{G} - \mathcal{H}\mathcal{G}$ . On a alors dans un plan à une distance de propagation fixée après la lentille, le faisceau qui présente une structure dont le nombre de taches indique directement la valeur de  $l$ . Outre la charge topologique, l'utilisation d'une lentille, cette fois cylindrique [138], peut aussi permettre la détermination du MAO moyen d'un faisceau.
4. Zhou *et al.* [139] a lui proposé en 2017 une étude basée sur l'effet Doppler créé par un miroir plan en rotation et reflétant le faisceau à caractériser plus un faisceau de référence. L'analyse du champ électrique réfléchi donne alors le spectre MAO du faisceau.
5. Ruelas [140] utilise quant à lui en 2018, une équation simplifiée du transport d'intensité (TIE) pour obtenir le front d'onde d'un faisceau vortex, et ce par l'intermédiaire de plusieurs mesures du profil du faisceau par une caméra CCD placée sur une translation.

La plupart de ces mesures ont en commun de donner la charge topologique principale du faisceau harmonique, elles se basent sur des effets entiers liés à la charge : nombre de franges, de spirales, de spots, relation des rayons etc. Ainsi si elles peuvent présager de l'impureté, elles ne peuvent la quantifier. La charge topologique finale d'une superposition de modes n'étant pas par définition la superposition des charges, une mesure ne donne qu'une information partielle et surtout pas le moment angulaire orbital. L'accès à

l'information sur le moment angulaire reste plus simple que la décomposition complète sur les modes azimutaux et radiaux. Toutefois quelques méthodes ont été présentées pour atteindre cette décomposition telle la méthode de Schulze *et al.* [128], qui en plus règle le problème de la détermination du waist. Cette méthode est gourmande en temps de mesure et en montage expérimental. L'utilisation d'une mesure alliant phase et intensité du faisceau en monotir permettrait d'obtenir les mêmes paramètres à partir du champ total mesuré et donc la décomposition dans la base optimale recherchée. C'est tout l'intérêt de l'utilisation d'un dispositif Hartmann et/ou Shack-Hartmann qui a en plus l'avantage d'être utilisable à la fois dans l'infrarouge et l'EUV avec très peu de tirs. Elle permet en plus d'obtenir le spectre MAO par transformée de Fourier azimutale, sans problème de waist.

On a considéré tout le long de ce chapitre un faisceau monochromatique (en tout cas on a négligé le spectre de celui-ci), par conséquent on perd une information : celle du moment porté par chaque composante spectrale. Une amélioration possible de ce type de mesure est donc l'obtention du moment angulaire pour chaque composante [141].

## 2.4. Mesure du moment orbital

---

# Chapitre 3

## Dispositif expérimental

---

<b>3.1</b>	<b>Dispositif laser</b>	<b>87</b>
3.1.1	Travail du spectre pour l'injection	87
3.1.2	Spectre avant compression	87
3.1.3	Contraste temporel	87
3.1.4	Fin de chaîne	89
3.1.4.1	Compression des impulsions	89
3.1.4.2	Ligne de génération harmonique	89
3.1.4.3	Ligne de génération Laser X	91
<b>3.2</b>	<b>Dispositif de génération des harmoniques</b>	<b>91</b>
3.2.1	Diagnostics EUV	91
3.2.1.1	Spectromètre imageur EUV	91
3.2.1.2	Imagerie et propagation libre	92
3.2.2	Paramètres de génération	92
3.2.2.1	Intensité et iris	92
3.2.2.2	Pression	93
3.2.2.3	Compression de l'impulsion	95
<b>3.3</b>	<b>Effet expérimental de lame de phase</b>	<b>95</b>
3.3.1	Imagerie de la lame de phase	95
3.3.1.1	Propagation libre	95
3.3.1.2	Point focal	98
3.3.2	Estimation de la qualité de faisceau LG	99
3.3.3	Mesure de la charge topologique	100
3.3.4	Mesure complète du champ	101
3.3.4.1	Front d'onde	102
3.3.4.2	Principes généraux	102
3.3.4.3	Mesure Hartmann et Shack-Hartmann	103
3.3.5	Détecteurs utilisés pour la mesure	107

## CHAPITRE 3. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

---

3.3.5.1	Caractéristiques numériques . . . . .	107
3.3.5.2	Caractéristiques techniques . . . . .	108
3.3.6	Influence des paramètres numériques dans le cas d'un faisceau type vortex sur les détecteurs non-interférométriques	109
3.3.6.1	Effet du déplacement de la première sous pupille de calcul . . . . .	109
3.3.6.2	Effet des discontinuités . . . . .	111
3.3.6.3	Effet du nombre d'itérations et du minimum de résiduel de phase accepté . . . . .	112
3.3.6.4	Influence du multi-tirs . . . . .	112
3.3.7	Mesure de l'effet expérimental de la lame sur le faisceau générateur . . . . .	116
3.3.7.1	Caractérisation du faisceau gaussien classique . .	116
3.3.7.2	Effet de la lame sur le faisceau générateur . . . .	121

---

**N**FIN D'OBTENIR LE CHAMP LASER nécessaire à la génération d'harmoniques, il faut disposer d'une source permettant d'atteindre des intensités de l'ordre de  $10^{13}W.cm^{-2}$  à  $10^{15}W.cm^{-2}$  (cf Tab. 1.1 selon le gaz) qui permettent la réalisation de ce processus avec un maximum d'efficacité mais sans suppression de barrière.

Les premières générations accessibles étaient produites avec des lasers nano ou picosecondes énergétiques. Toutefois la recherche de l'efficacité et de la plus large gamme lumineuse accessible (hautes harmoniques) a entraîné l'utilisation de lasers de plus en plus **courts** et **énergétiques**, qui ont été rendus possibles par l'évolution des technologies et notamment l'amplification à dérive de fréquence (CPA voir 3.1.4.1).

Cette évolution a mécaniquement entraîné l'augmentation de la longueur de Rayleigh (cf Fig. 3.1) accessible car l'augmentation du niveau d'énergie disponible permet de moins focaliser le laser sur la cible, soit en diaphragmant le faisceau, soit en utilisant une lentille de focale plus longue. Cela permet de travailler avec des milieux gazeux plus longs et dans des conditions plus homogènes le long de l'axe de propagation, ce qui est favorable à une meilleure efficacité de génération.

On considère que la distance efficace de génération correspond à deux fois la longueur de Rayleigh, c'est le paramètre confocal noté  $b$ .

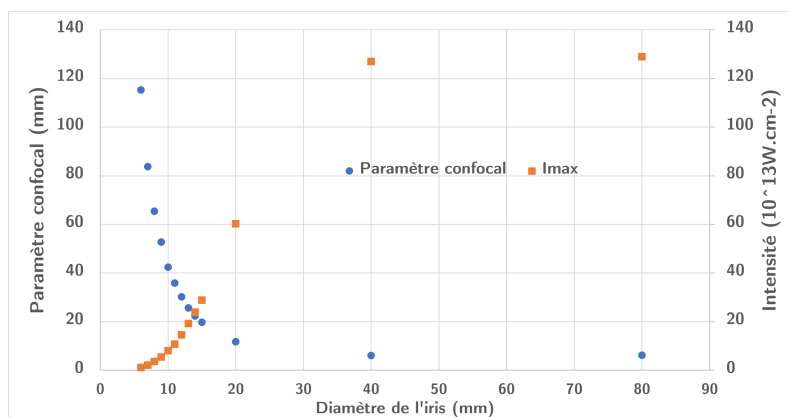


FIGURE 3.1 – Évolution de la longueur de Rayleigh d'un laser diaphragmé  $815nm$  focalisé par une lentille de  $1m$  de focale portant  $3mJ$  et comprimé à  $45fs$ . Pour rappel dans l'Argon,  $I_{BSI}$  vaut  $2,47.10^{14}W.cm^{-2}$ . Données dans le Tab. 1.2

En fonction du type de laser de pompe utilisé, on peut distinguer deux types de sources harmoniques :

- **les basses énergies** (quelques dizaines de  $\mu J$  à  $1 mJ$ ), très courte impulsion (quelques femtosecondes) fortement focalisées (quelques centimètres de focale) généralement dans un jet de gaz haute pression de quelques centaines de  $mbar$ , à **haute cadence de répétition** : de  $10 kHz$  à la centaine de  $MHz$ . Ces installations disposent en général d'une Carrier Phase Envelop (CEP) stabilisée, nécessaire pour des impulsions de durée inférieure à la dizaine de femtosecondes.

## CHAPITRE 3. DISPOSITIF EXPÉRIMENTAL

- **les énergies moyennes** ( $mJ$  à centaine de  $mJ$ ) à taux de répétition plus bas (10 à  $1000Hz$ ) en focale plus longue : le mètre ou la dizaine de mètres, plutôt dans une cellule de gaz ou un capillaire avec des pressions de l'ordre de quelques dizaines de  $mbar$ .

L'évolution des technologies laser permet d'atteindre une très haute cadence de répétition avec une énergie suffisante par impulsion. La technologie Ytterbium permet une énergie moyenne, une très haute cadence mais des durées d'impulsion de l'ordre de la centaine de femtosecondes. La post-compression semble être une bonne solution pour retrouver une durée d'impulsion plus courte jusqu'à quelques femtosecondes. L'arrivée des dispositifs OPCPA (Amplification paramétrique optique à dérive de fréquence) tend aussi à faire disparaître la limite entre les deux catégories en apportant un gain sur une bande passante large (donc potentiellement des impulsions très courtes,  $< 10fs$ ) à des énergies de quelques  $mJ$  et des fréquences de l'ordre du  $kHz$ . Son défaut est la nécessité de lasers de pompe de très haute qualité car ils impriment directement leurs défauts sur le faisceau amplifié.

Pour cette thèse, l'ensemble des travaux a été réalisé sur l'installation laser LASERIX de l'université Paris Saclay qui a été fondée pour la génération de faisceaux XUV destinés à des utilisateurs (Voir Fig. 3.2).

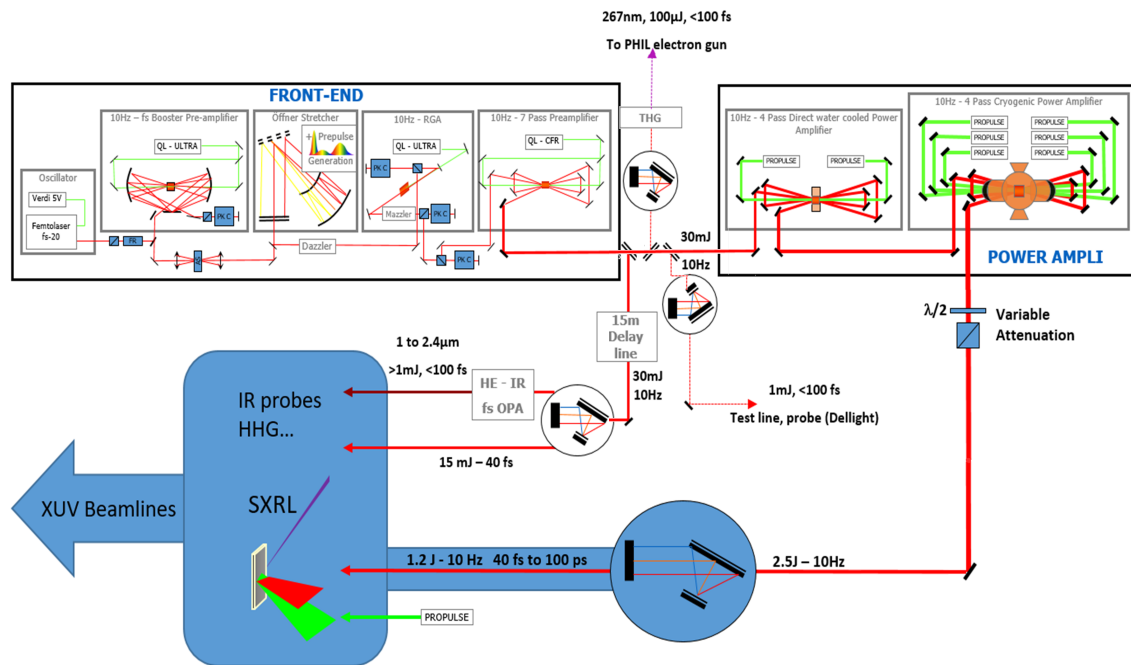


FIGURE 3.2 – Schéma fonctionnel de l'installation LaseriX

---

## 3.1 Dispositif laser

LASERIX est une chaîne laser commerciale d'énergie moyenne ( $2,5J$  avant compression) et de cadence  $10Hz$  d'Amplitude Laser basée sur l'amplification CPA (Chirped Pulse Amplification) [142] dans un cristal *Titane:Saphir*, délivrant un faisceau sur 2 lignes principales. Après ses deux premiers étages amplificateurs l'énergie totale par impulsion est de  $60mJ$  environ pour une durée de  $500ps$ , à un taux de répétition de  $10Hz$  soit une puissance instantanée de  $0,12.10^9W$  et une puissance moyenne de  $0,6W$ .

### 3.1.1 Travail du spectre pour l'injection

L'accès aux deux éléments programmables Dazzler et Mazzler permet de faire glisser le centre du spectre amplifié vers une longueur d'onde choisie tout en conservant une impulsion courte car un spectre large. Cette possibilité est nécessaire, en l'absence d'autre méthode de variation de la longueur d'onde laser génératrice, pour faire coïncider la longueur d'onde des harmoniques (directement liée à la longueur d'onde du laser générateur) avec celle du laser X (indépendante de la longueur d'onde laser) uniquement fixée par la physique atomique des ions lasants.

### 3.1.2 Spectre avant compression

L'utilisation du couple Dazzler-Mazzler permet de conserver un spectre relativement large, nécessaire à la compression la plus courte possible. Que ce soit avec la configuration  $800$  ou  $815nm$  on conserve un spectre d'environ  $27nm$  de large (cf. 3.3)

Si on considère que l'enveloppe temporelle est gaussienne, cela signifie que sa durée Fourier-limite est définie par :

$$\Delta\nu_d\Delta t_d = 0,441 \quad \text{avec} \quad (3.1)$$

$$\Delta\nu_d = \frac{c\Delta\lambda_d}{\lambda_d^2} \quad (3.2)$$

Soit environ  $36,2fs$  pour  $815nm$  et  $34,9fs$  pour  $800nm$  si le spectre est large de  $27nm$ .

### 3.1.3 Contraste temporel

Nous présentons ici Fig 3.4 le contraste temporel typique de la chaîne laser en sortie de Front End. Celui-ci est suffisamment important pour la génération d'harmonique puisqu'il est au minimum de quelques  $10^{-5}$  prepulse pris en compte.

Il permet aussi une amplification supplémentaire pour atteindre les 2 Joules nécessaires à la génération de laser X sans que ses préimpulsions et plateau n'influe de manière significative sur le pompage. Les pré-impulsions observées sont typiques des chaînes laser de ce type. Par exemple celle présente autour de  $-160ps$  correspond à des réflexions



### 3.1. Dispositif laser

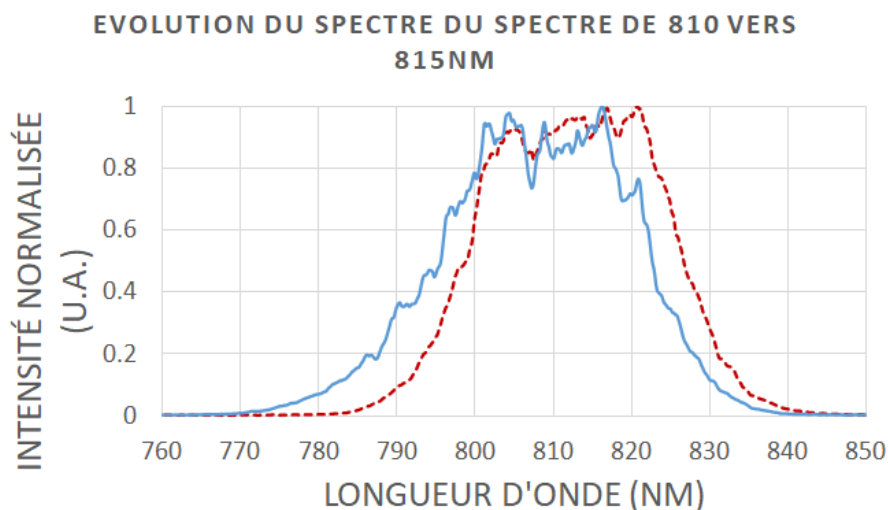


FIGURE 3.3 – Travail du spectre grâce au couple dazzler-mazzler. Passage de la configuration centrée à 810nm (trait plein) à celle à 815nm (pointillés). Grâce au jeu des deux éléments spectraux le spectre reste large (autour de 27nm).

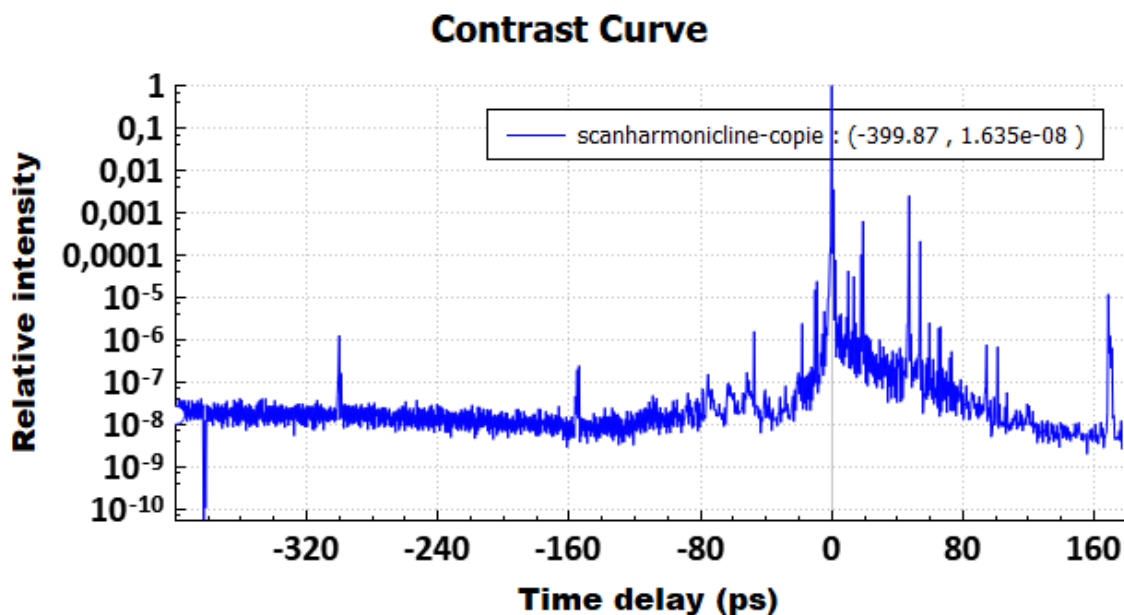


FIGURE 3.4 – Contraste typique de la ligne laser

entre les faces planes des cellules de pockels dont le traitement anti-reflet n'est pas parfait.

### 3.1.4 Fin de chaîne

L'énergie avant le dernier étage d'amplification (typiquement  $60mJ$ ) est principalement distribuée entre les deux lignes qui nous concernent pour ce manuscrit : la ligne de génération d'harmoniques et la ligne de génération laser X :  $25$  à  $30mJ$  du Front End sont envoyés vers des amplificateurs de puissance, multipassages en papillon. Du fait de la fluence atteinte dans le second amplificateur, le cristal est refroidi par cryostat, le premier l'étant par eau. Ces deux amplificateurs sont pompés par six lasers *Neodyme:YAG* (Propulse, Amplitude Technologie) doublés en fréquence.

On obtient finalement à la sortie un faisceau de  $60mm$  de diamètre avec des impulsions de  $2,5J$  étirées temporellement.

#### 3.1.4.1 Compression des impulsions

Si avant amplification, étirer une impulsion est plutôt simple, effectuer le processus contraire est bien plus complexe. En 1985 Strickland et Mourou [142] ont adapté une technique utilisée dans le domaine radar [143] aux lasers ultracourts en utilisant un étirement par fibre optique puis un système de compression à réseaux déjà décrit dans Treacy [144].

L'ensemble de la technique Etirement (contrôlé)-Amplification-Compression se nomme amplification à dérive de fréquence, ou CPA pour chirped pulse amplification (Voir Fig. 3.5).

#### 3.1.4.2 Ligne de génération harmonique

$25mJ$  du front end sont envoyés vers une ligne dédiée, les pertes le long de la ligne et la compression donnent une énergie maximale utilisable par impulsion d'environ  $12mJ$ . Le compresseur à l'air dédié permet de descendre à une durée de  $45 - 55fs$  (cf Fig. 3.6), supérieur à la valeur Fourier-limite.

Une lame demi-onde dont on peut tourner les axes est insérée dans le parcours. Couplée au compresseur qui réjecte la polarisation  $S$  sur son ordre 0 (par construction) elle permet d'ajuster de façon continue l'énergie du faisceau. Toutefois cette méthode ajoute des modulations spectrales car la lame demi-onde n'est pas strictement achromatique sur tout le spectre.

On lui préfère le décalage du délai des pompes qui maintient la thermique et réduit l'énergie mais rend inutilisables les autres lignes de lumière, ou bien l'atténuation sur des optiques en réflexion. Cette atténuation en polarisation n'est finalement utilisée que pour les faibles ajustements d'énergie (moins de 10%).

### 3.1. Dispositif laser

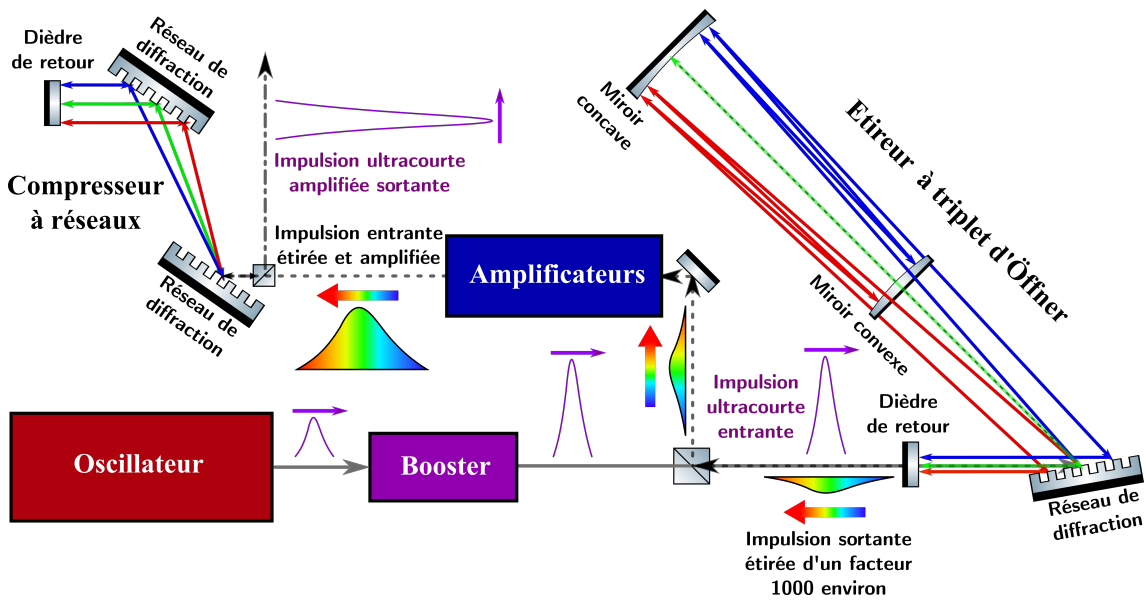


FIGURE 3.5 – Principe de la CPA avec un étireur Öfner et un compresseur à réseaux. Les composantes "bleues" du spectres parcourent un chemin optique plus long que les composantes "rouges" dans l'étireur, et inversement dans le compresseur.

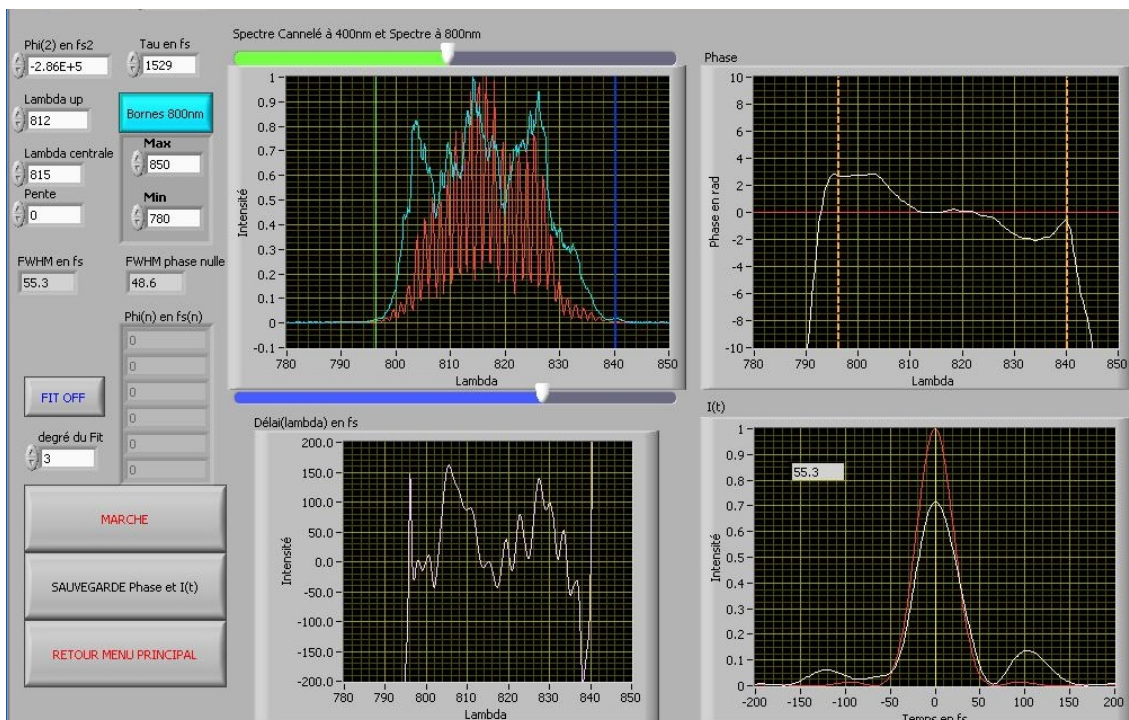


FIGURE 3.6 – Impulsion caractéristique dans la configuration 815nm, mesure obtenue avec un interféromètre de phase spectrale SPIDER de laboratoire.

---

La fin de la ligne est constituée d'un iris réglable et d'une lentille sur une platine de translation afin de positionner le foyer du faisceau à la position souhaitée dans la cellule de gaz pour générer des harmoniques.

### 3.1.4.3 Ligne de génération Laser X

Le faisceau énergétique extrait des amplificateurs de puissance est dirigé vers un compresseur à réseaux de grande dimension et placé dans une enceinte sous vide ( $10^{-6}mbar$ ). A cette énergie on ne peut pas recomprimer le faisceau à l'air sans faire apparaître des effets non linéaires. Ces impulsions peuvent être comprimées entre  $45fs$  et plusieurs ps. L'énergie finale accessible après compression est d'environ  $1,5J$ . Le faisceau est ensuite, toujours sous vide, focalisé le long d'une ligne focale  $50\mu m \times 4mm$  sur la cible solide par un miroir sphérique tilté de longueur focale  $500mm$  dans une géométrie "Traveling wave pumping" (TWP).

La préimpulsion qui génère le pré-plasma à partir de la cible solide est issue d'un laser *Neodyme:YAG* doublé en fréquence :  $532nm$  (Propulse, Amplitude Laser), d'énergie quelques centaines de millijoules, de durée de l'ordre de la centaine de picosecondes, qui arrive sur cible typiquement quelques nanosecondes avant l'impulsion principale et est focalisée par une lentille cylindrique sur la même ligne focale que l'impulsion précédente mais sans nécessité de TWP en raison de la relativement longue durée d'impulsion.

Nous connaissons désormais les caractéristiques principales du faisceau utilisé pour la génération ainsi que le principe de celle-ci et son optimisation théorique. Nous nous intéressons désormais à son optimisation expérimentale.

## 3.2 Dispositif de génération des harmoniques

### 3.2.1 Diagnostics EUV

La ligne harmonique/laser X entièrement sous vide dispose de plusieurs systèmes de caractérisation des faisceaux EUV.

#### 3.2.1.1 Spectromètre imageur EUV

Au début de ma thèse un spectromètre EUV développé avec Horiba sur la base d'un PGM1000 spécialement adapté pour LASERIX a été installé. Il est constitué d'une enceinte à vide dans laquelle se situent 2 translations verticales avec chacune 3 positions. L'une comporte au choix, un miroir plan, un miroir toroïdal ou un trou, la seconde comporte un réseau  $1800traits/mm$ , un miroir plan ou un trou. Le premier axe est fixe, le second est motorisé en rotation afin de balayer l'ensemble de la gamme spectrale de l'appareil, ou de contrôler la direction du faisceau.

Cette enceinte est placée à la distance exacte du dispositif utilisé en imagerie de la source harmonique. Un miroir de renvoi éclipable est placé dans une seconde enceinte

## 3.2. Dispositif de génération des harmoniques

---

pour envoyer le faisceau généré vers une caméra CCD (Pixis 400B, Princeton Instruments) avec un capteur de  $1340 \times 400px^2$  et composée de pixels de  $20\mu m^2$ , refroidie. Le jeu des deux translations nous permet d'utiliser le spectromètre comme :

- Un décalage de l'axe optique grâce à la configuration deux miroirs plans, avec peu de pertes puisque nous sommes en incidence rasante
- Un système d'imagerie de la source avec un grandissement 1 :1, en utilisant le couple miroir toroïdal-plan
- Un spectromètre imageur avec le duo miroir toroïdal-réseau
- Un spectromètre normal avec l'ensemble miroir plan-réseau
- Un élément neutre avec les deux trous et le miroir de renvoi éclipsé

L'ensemble offre une gamme spectrale de mesure de 2 à  $35nm$  avec une dispersion d'environ  $0,09nm/mm$ , la caméra étant située à  $1000mm$  du réseau.

Il est précédé d'un porte filtre, optimisé en encombrement et développé avec le bureau d'étude du laboratoire de l'accélérateur linéaire (LAL) d'Orsay, afin de s'adapter aux configurations du dispositif et à l'utilisation de l'imageur.

### 3.2.1.2 Imagerie et propagation libre

L'imageur est constitué de deux miroirs multicouches XUV (Laboratoire Charles Fabry, IOGS) : un sphérique en incidence quasi-normale de longueur focale  $500mm$  réglable et éclipsable et un miroir plan de renvoi. Il nous permet d'imager la source harmonique et Laser X avec un grossissement entre 7 et 10 dépendant de quelle caméra nous utilisons. Deux caméras CCD EUV (Une Pixis 1024B, Princeton Instruments et une Ikon-M SO, Andor-Oxford Instruments) toutes deux de  $1024px^2$  avec des pixels de  $13\mu m^2$  sont disponibles, en deux points de la chaîne pour obtenir cette possibilité. Hors imageur celles-ci nous servent de diagnostics en propagation libre l'une à environ  $2,5m$  et l'autre  $4m$ .

A cela s'ajoute un troisième diagnostic de champ par le biais d'un senseur Hartmann XUV (Imagine Optic) détaillé plus loin. Un schéma présentant la disposition des diagnostics EUV sur LASERIX est visible Fig.3.7.

## 3.2.2 Paramètres de génération

On utilise les diagnostics précédents pour optimiser le signal EUV avant toute expérience en scannant les paramètres de génération qui agissent de façon couplée. Il faut donc itérer plusieurs fois pour obtenir le signal optimum.

### 3.2.2.1 Intensité et iris

L'utilisation d'un iris pour l'optimisation a été étudiée notamment dans la thèse de Sophie Kazamias [79]. Outre l'augmentation de la longueur de Rayleigh et donc du nombre d'émetteurs, l'iris régule l'intensité pic ainsi que la taille du point focal (voir figure 3.8). Il faut donc jouer à la fois sur l'iris et l'énergie pour obtenir la zone de

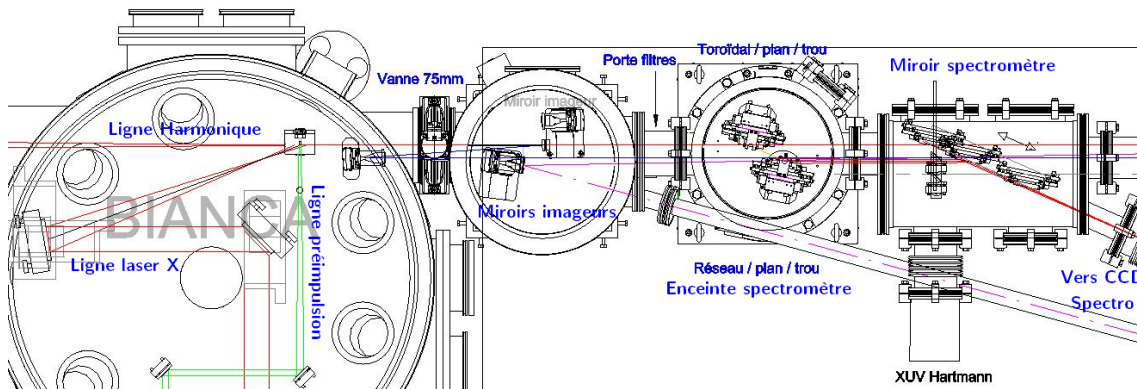


FIGURE 3.7 – Schéma de la ligne EUV de Laser X avec les diagnostics présents

génération la plus grande possible sans dépasser le seuil d'ionisation barrière ou passer sous le seuil de génération.

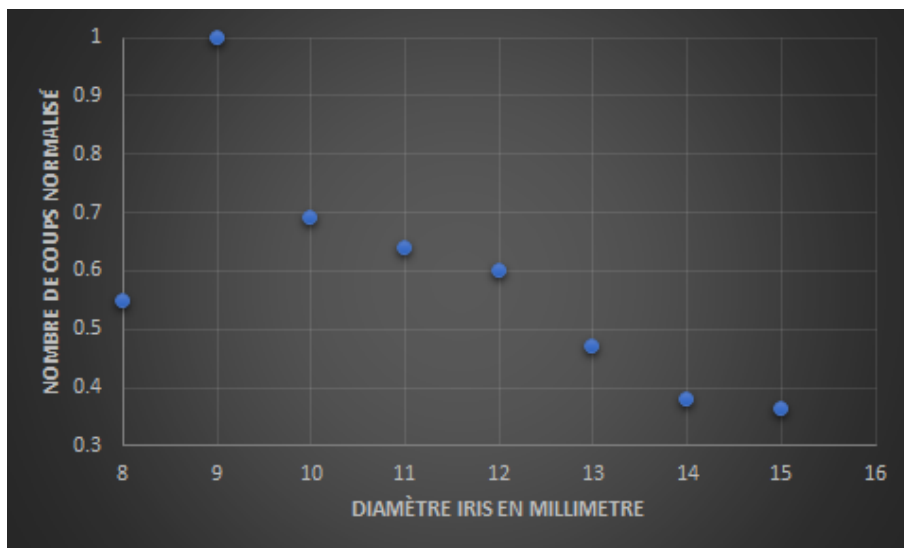


FIGURE 3.8 – Optimisation de la source avec l'iris. Faisceau initial avec un diamètre de 20mm, 45fs, 4,5mJ avant iris, ici génération dans un milieu à 20mbar.

### 3.2.2.2 Pression

La pression joue sur la longueur d'absorption par le biais de la densité, une fois que l'on respecte les conditions données par [74]. On peut néanmoins encore optimiser la génération en jouant avec la pression du milieu pour optimiser l'accord de phase.

### 3.2. Dispositif de génération des harmoniques

---

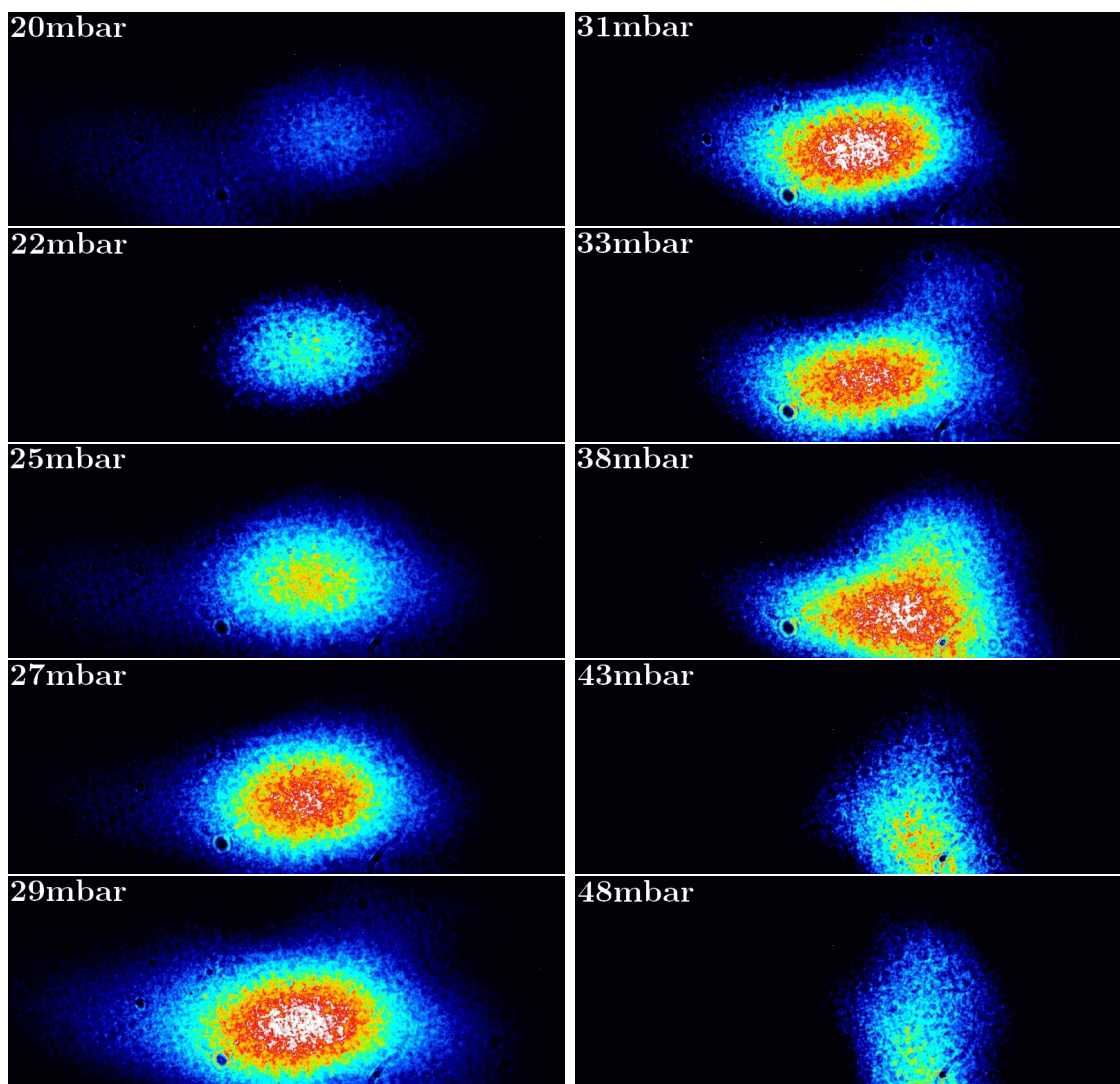


FIGURE 3.9 – Optimisation de la génération d'harmonique dans l'Argon avec la pression. Génération avec un faisceau gaussien de  $20\text{mm}$  de diamètre,  $4,5\text{mJ}$  avant iris réglé à  $10,5\text{mm}$ ,  $45\text{fs}$ . On note un optimum de signal à  $29\text{mbar}$ . Toutes les images possèdent la même échelle de couleur. On distingue clairement la modification des conditions d'accord de phase avec la pression qui influence directement sur la forme du faisceau. Il devient d'abord fortement elliptique puis un deuxième régime apparaît, on imagine que la situation change pour optimiser le second chemin quantique et plus le premier, avec des caractéristiques différentes, notamment sur la phase et donc les aberrations, ici de l'astigmatisme.

---

### 3.2.2.3 Compression de l'impulsion

En théorie, un front montant d'intensité le plus abrupt possible permet une plus faible ionisation du milieu avant d'atteindre l'intensité seuil de génération (liée au temps et à la probabilité d'ionisation) et donc une efficacité plus importante du processus. Un réglage fin du compresseur directement sur le signal harmonique permet de précompenser certains éléments dispersifs traversés par le faisceau de pompe avant son arrivée dans la cellule.

## 3.3 Effet expérimental de lame de phase

Les deux lames reçues dans le cadre de la collaboration avec le professeur Richardson de l'Université de Floride sont des prototypes développés en vue de leur utilisation dans les chaînes de haute énergie. Notre premier travail a été de les caractériser expérimentalement sur une chaîne femtoseconde infrarouge.

Chacune des deux lames est sensée apporter un déphasage de  $2\pi$  par tour sur l'axe azimutal, correspondant à l'apport d'un moment angulaire  $l = 1$ . On les caractérise par leur ouverture, l'une de 3 pouces et l'autre de 2 pouces.

Pour effectuer ces tests nous avons utilisé la ligne basse énergie de l'installation :  $805nm$ ,  $200\mu J$ ,  $3mm$  diamètre vertical et  $3,8mm$  de diamètre horizontal, le faisceau étant un gaussien astigmatique,  $30fs$ , polarisé verticalement, avec le montage présenté Fig. 3.10. Un iris est placé en entrée de montage puis chaque lame est placée dans une monture réglable en XY pour être centrée dans le faisceau. Les images sont obtenues grâce à une caméra Basler Aviator dont la grille mesure  $12.8mm \times 9.6mm$  soit  $2330px \times 1750px$  de  $5.5\mu m^2$

Pour référence, le profil d'intensité du faisceau pleine pupille puis diaphragmé mais sans autre élément optique est représenté sur la figure 3.11.

### 3.3.1 Imagerie de la lame de phase

Pour un alignement le plus précis possible de la lame sur le centre du faisceau, le plan de la lame de phase est imagé sur une caméra comme montré Fig.3.12.

On voit clairement sur les images les secteurs de la lame de phase ainsi que le point central de convergence des secteurs, que l'on centre sur l'iris, lui même centré sur le faisceau. La figure des anneaux de diffraction ainsi obtenue, centrée sur le point de non intensité de la lame, assure la qualité et la précision du réglage.

#### 3.3.1.1 Propagation libre

Une fois le centrage effectué on observe la propagation libre du faisceau vortex portant une charge topologique théorique de 1. Il est imagé dans différents plans, uniquement



### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

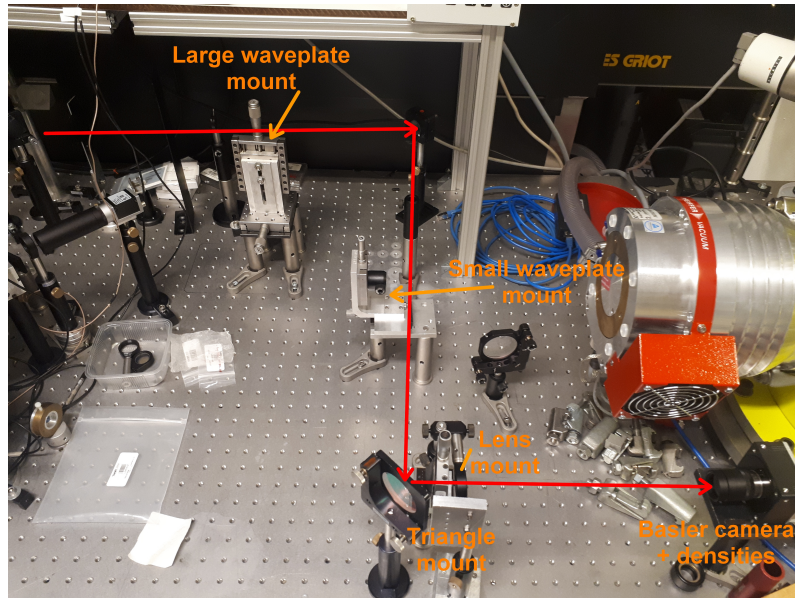


FIGURE 3.10 – Photographie détaillée du montage utilisé pour la caractérisation de l'effet de phase apporté par les deux lames de phase en spirale

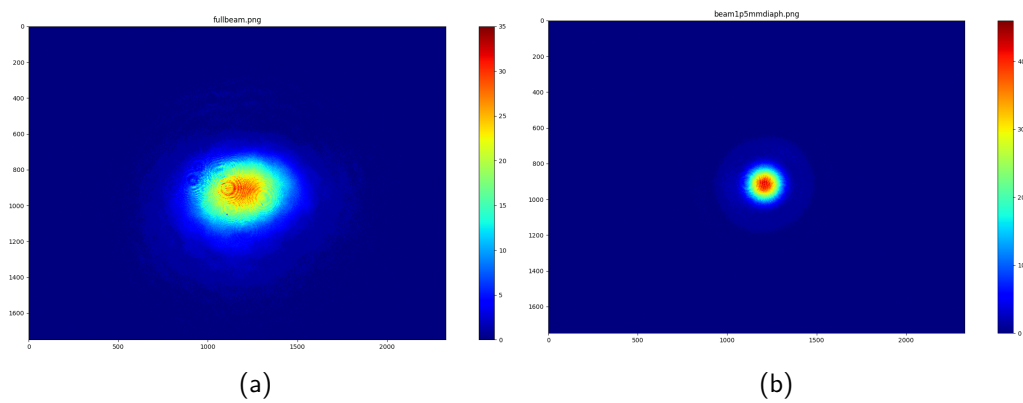


FIGURE 3.11 – Faisceau complet à l'entrée du montage (a) et faisceau diaphragmé à  $1,5\text{mm}$  à l'entrée du montage (b). Echelle normalisée au maximum de chacun des faisceaux

### 3.3.1. Imagerie de la lame de phase

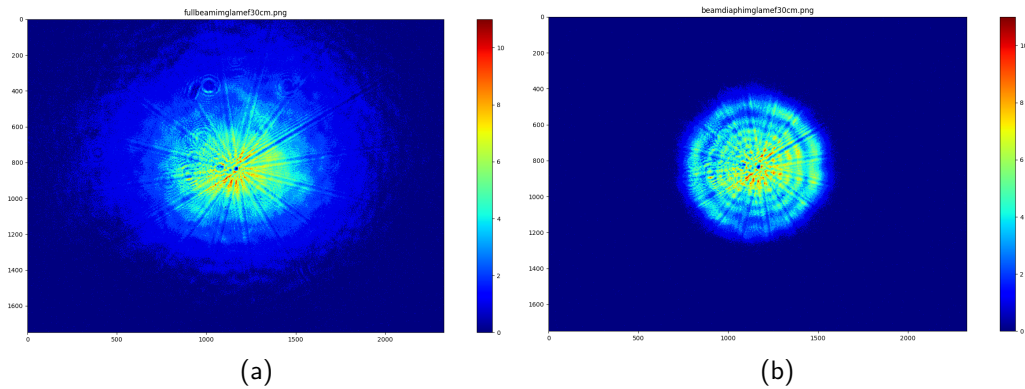


FIGURE 3.12 – Image du faisceau complet dans le plan de la lame de phase d'ouverture 3 (a) et même image mais pour le faisceau légèrement diaphragmé (b)

pour la lame de grande ouverture, la lame de petite ouverture donnant des résultats peu concluants, elle sera exclue par la suite des expériences.

Contrairement au cas étudié au chapitre précédent, le faisceau prend rapidement une forme Laguerre-Gaussienne, ceci est dû à la taille initiale du faisceau, l'intensité ayant "moins de distance à parcourir" pour atteindre la position du maximum intrinsèquement donné par la lame.

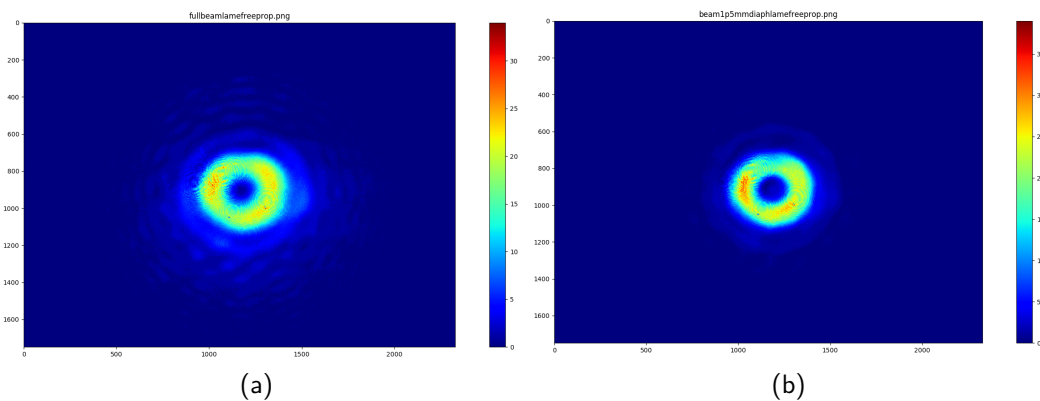


FIGURE 3.13 – Aspect du faisceau après la lame vortex large et 1 m de propagation dans l'air : (a) Faisceau complet et (b) faisceau à travers l'iris fermé à 1.5mm

En analysant les images obtenues grâce à image J, nous tirons les informations suivantes :

- Le waist du faisceau sans lame et sans iris est évalué à  $1927\mu m$  sur l'axe horizontal et  $1526\mu m$  sur l'axe vertical
- Le même faisceau mais avec l'iris à  $1,5mm$  environ nous donne un waist de  $706\mu m$  sur l'axe horizontal et  $671\mu m$  sur l'axe vertical. L'iris filtre donc le faisceau sans

### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

complètement enlever son caractère astigmatique

- Le rayon de l'anneau est déterminé comme étant  $896\mu m$  sans iris, sur l'axe horizontal et  $731\mu m$  sur l'axe vertical.
- Avec iris ces valeurs sont respectivement  $808\mu m$  et  $701\mu m$

Dans cette configuration il est possible d'obtenir le rapport de waist toujours en considérant que le mode est majoritairement constitué de  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,0}$  mais sans autre approximation. On obtient ainsi un rapport gamma de 0,658 et de 0,678 pour les rayons horizontaux et verticaux. On rappelle que la valeur du chapitre précédent que l'on a jugée la plus fiable, par la méthode PSF, valait 0,67, nous sommes donc clairement dans la gamme de valeur attendue !

Il est à noter que l'effet de l'iris pourtant drastique sur le faisceau d'entrée (On le ferme quand même à la moitié de la taille du faisceau initial) n'affecte en comparaison que peu la taille du faisceau portant un moment, sa taille ne se réduisant que de 12% horizontalement et 5% verticalement, le contraste de l'image est en revanche légèrement amélioré.

#### 3.3.1.2 Point focal

On observe ensuite la focalisation enregistrée sur la caméra Basler Aviator du même faisceau par une lentille de longueur focale 30cm (Voir Fig. 3.14).

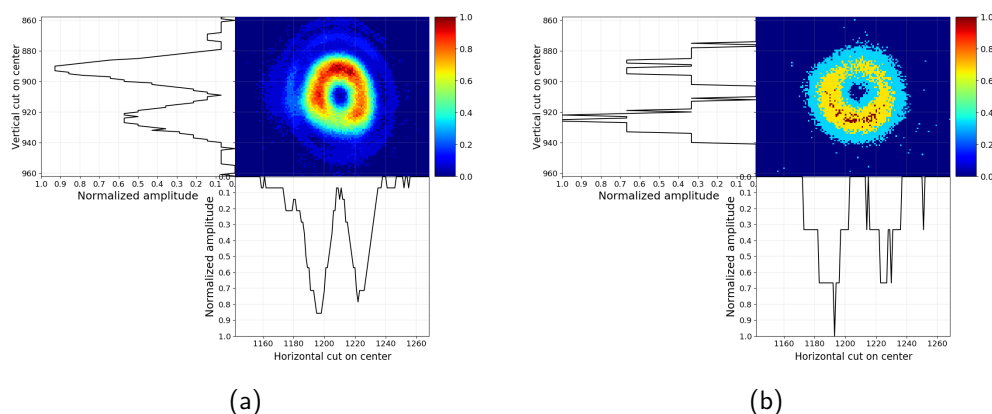


FIGURE 3.14 – Zoom de l'image obtenue par la caméra au point focal (a) faisceau complet et (b) réduit par l'iris

Ici le nombre de coups sur la caméra rend difficile l'évaluation du rayon dans le cas du faisceau diaphragmé. Si l'on s'y risque néanmoins :

- Le rayon horizontal est estimé à  $74\mu m$  sans iris et  $107\mu m$  avec.
- Verticalement on obtient respectivement  $85\mu m$  et  $101\mu m$

On constate par conséquent un comportement cohérent avec ce qui est attendu : le foyer sans iris est de plus petite dimension que le foyer avec iris et l'astigmatisme présent dans

le faisceau échange le grand axe et petit axe du faisceau au point focal, en tous cas en l'absence d'iris. Avec iris le signal est tellement faible que la barre d'erreur d'estimation ne nous permet pas de conclure.

Enfin le point d'intensité le plus important se déplace vers le côté opposé de l'anneau, indication que l'iris n'est, malgré nos précautions, pas complètement centré sur l'intensité du faisceau puisque entre les deux situations la lame n'est elle pas déplacée. A ce stade on peut se demander à quoi est dû ce point de plus haute intensité. Le profil typique d'un faisceau  $LG$  astigmatique est bi-lobal comme nous le verrons plus loin, c'est donc soit une erreur résiduelle de centrage qui est responsable de ce profil soit un effet de la lentille : la coma insère par exemple ce type de profil dans le faisceau.

La question de la régularité de l'anneau est l'occasion d'introduire le concept de qualité de faisceau dans le cas Laguerre-Gaussien.

### 3.3.2 Estimation de la qualité de faisceau LG

Dans le cas des faisceaux de type gaussien on quantifie la qualité d'un faisceau, c'est à dire son écart à un faisceau idéal, en introduisant plusieurs observables telles que le ( $M^2$ ) ou le rapport de Strehl généralisé. D'après les propositions de Schulze *et al.*, le  $M^2$  peut conserver une utilité pour les faisceaux Laguerre-Gauss. Cependant, puisque les modes de Laguerre-Gauss ont des propriétés très spécifiques, on s'aperçoit que ces paramètres ne sont pas très bien adaptés à leur caractérisation de qualité. Ils possèdent par nature un  $M^2$  élevé (Par exemple le mode étudié par Schulze a un  $M^2 = 5$ ) sans pour autant être aberrants. De même le rapport de Strehl ne s'intéresse qu'à la valeur maximale accessible au point focal, ce qui peut arriver en un point de l'anneau mais avec ensuite une intensité azimutale irrégulière, enfin cela ne prend pas en compte l'éventuelle déformation de l'anneau.

Ohland *et al.*[145] ont donc proposé un paramètre de qualité basé sur le contraste en intensité de l'anneau le long de la coordonnée azimutale. Pour estimer celui-ci, il décrit un algorithme itératif qui fonctionne comme suit :

1. On utilise une analyse de poids pour obtenir le centre de l'anneau
2. On cherche les maxima pour différents rayons tracés à partir de ce centre
3. on trace le cercle passant par ces points, on en prend le centre et on recommence au point 1
4. après quelques itération le processus converge normalement vers un centre bien défini.
5. ensuite on recommence l'étape 2 mais cette fois on trace la vraie courbe qui relie les points et non plus un fit circulaire
6. enfin on calcule le rapport entre le maximum et le minimum d'intensité mesurés le long de cette courbe. Ohlan *et al.* pose que la valeur pour un anneau de bonne qualité est au dessus de 0.8, ce qui correspond à moins de 20% de fluctuations en intensité le long du contour des maxima radiaux.

### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

Ce que l'on conclut de ce paramètre, c'est que sa mise en place sur données expérimentales est difficile. En effet outre les aberrations, tout problème de mesure ou de diffraction dans le faisceau va affecter l'obtention du centre, le trajet de la ligne de maximum d'intensité ainsi que sa valeur (de même pour son minimum).

En revanche ce critère donne une idée raisonnable de la qualité de l'anneau, lorsque c'est possible. Typiquement au point focal, sans iris, ce paramètre vaut dans notre cas 0,61 : l'anneau ne semble donc pas de très bonne qualité d'après ce critère. Avant focalisation il vaut 0,69 dans les mêmes conditions, laissant penser qu'en plus de l'effet du décentrage la lentille ajoute des aberrations conséquentes au faisceau.

#### 3.3.3 Mesure de la charge topologique

Afin de mesurer dans l'infrarouge l'effet de la lame de phase sur un faisceau nous avons utilisé la méthode diffractive présentée 2.4.3.1. Pour cela on fabrique une ouverture triangulaire réglable que l'on place dans le faisceau infrarouge et que l'on centre sur le faisceau. L'ouverture est réglée à  $2mm$  de côté en accord avec l'article cité.

Nous obtenons une figure tournée de  $\pi/3$  par rapport à la fente (conforme à Hickmann *et al.*) et avec des spots homogènes dont le nombre par côté est 2, en accord avec l'effet théorique de la lame qui est l'ajout d'une phase  $e^{il\theta}$  avec  $l = 1$  au faisceau incident.

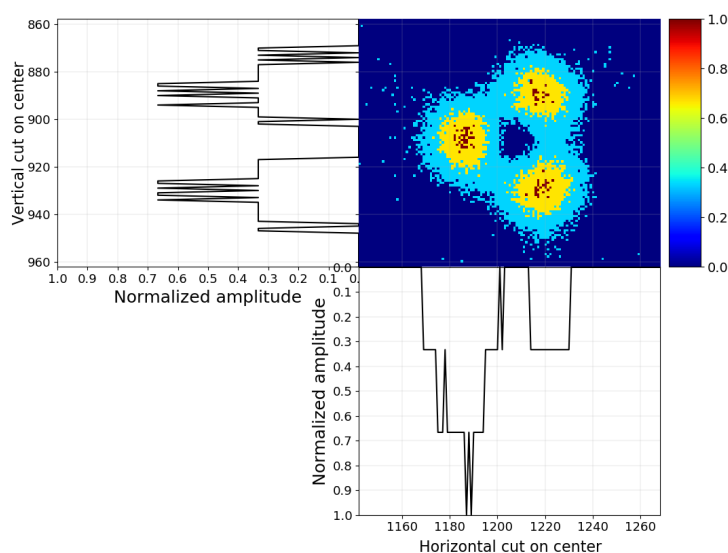


FIGURE 3.15 – Faisceau réduit à  $1.5mm$  dans le plan de la caméra après la propagation libre puis à travers la lame de large ouverture et la fente triangulaire et la focalisation

Les premiers résultats avec la seconde lame laissaient attendre un effet non concluant

de celle-ci, la figure obtenue par la fente le confirme (voir Fig. 3.16) : la forme et le nombre de spots correspondent mais l'intensité est non-homogène malgré des réglages soigneux, attestant d'une conversion imparfaite.

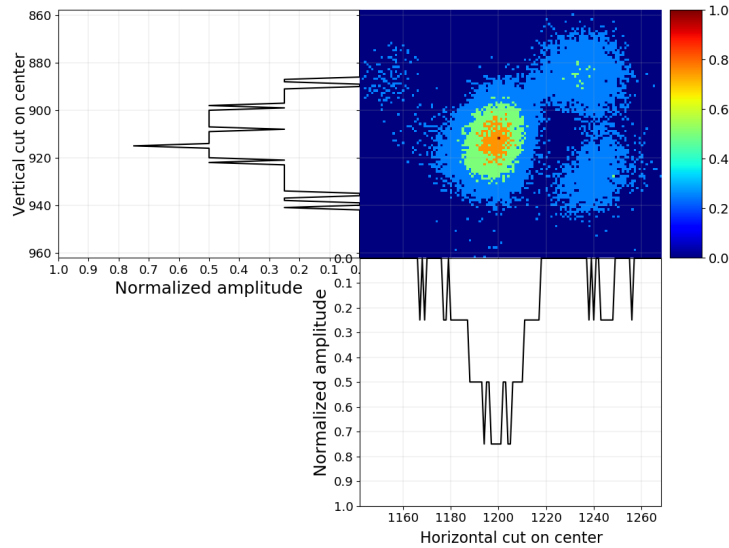


FIGURE 3.16 – Faisceau réduit à  $1.5\text{mm}$  dans le plan de la caméra après la propagation libre puis à travers la lame de petite ouverture et la fente triangulaire et la focalisation

Nous avons complété cette mesure par la mesure des deux lames en série (Fig 3.17) qui théoriquement induit un moment total somme des charges des deux lames : nous mesurons bien un faisceau portant un  $l = 2$  dégradé (trois spots par côté). Notons que l'effet de l'iris est important sur l'intensité mais pas sur l'allure générale de la figure.

De cette première mesure, il semble que la lame de grande ouverture offre effectivement une conversion efficace vers un mode lumineux portant une charge topologique  $l = 1$  suffisamment pur pour envisager des expériences de génération d'harmoniques.

Cela nous conforte aussi dans l'idée qu'il est nécessaire d'utiliser une méthode plus avancée pour l'étude de l'effet de la lame et notamment permettant une description quantitative à la fois du mode spatial et de son contenu en terme de moments orbitaux.

### 3.3.4 Mesure complète du champ

La mesure complète d'un champ passe par la détermination simultanée dans un plan de sa carte d'amplitude et de phase. L'amplitude mesurée par des caméras est une donnée assez aisément accessible mais l'accès à ce qu'on appelle le front d'onde est lié à la phase spatiale de l'impulsion, c'est une donnée bien plus complexe à obtenir.

### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

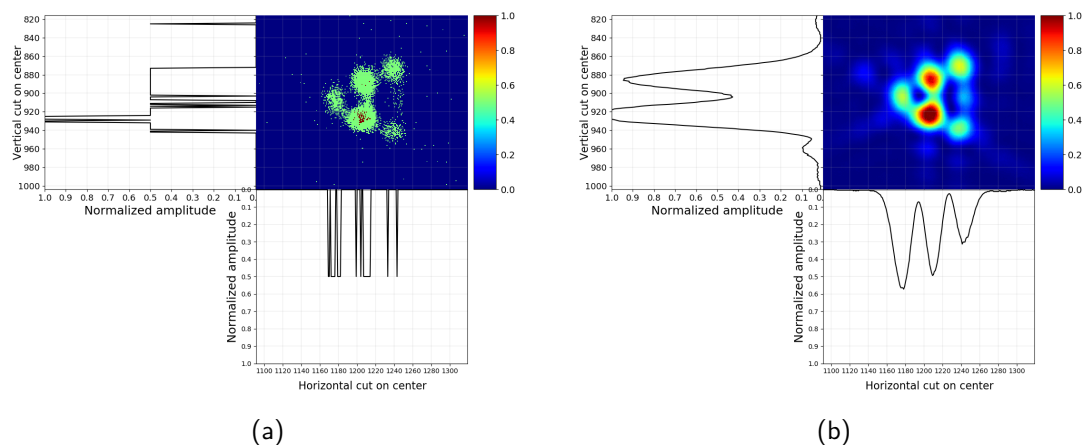


FIGURE 3.17 – Faisceau réduit à  $1.5\text{mm}$  (a) et complet (b) dans le plan de la caméra après la propagation libre puis à travers les deux lames consécutives et la fente triangulaire et la focalisation

#### 3.3.4.1 Front d'onde

Nous avons déjà évoqué le front d'onde lors de la définition des Laguerre-Gauss. Par définition le front d'onde d'un faisceau est une surface d'équiphase, avec laquelle les vecteurs d'onde locaux  $\vec{k}$  sont tous perpendiculaires.

La donnée mesurée en caractérisation de front d'onde est en fait la différence entre une référence parfaite, souvent de type onde sphérique dont on connaît parfaitement le rayon de courbure et le front d'onde évalué au plan d'observation, c'est à dire le front aberrant.

#### 3.3.4.2 Principes généraux

Expérimentalement la mesure de la phase spatiale d'un faisceau n'est pas directe. Plusieurs méthodes ont été proposées pour déterminer sa valeur. On peut notamment citer la méthode utilisant l'algorithme de Gerchberg-Saxton [146] qui permet, à partir de deux mesures d'intensité d'un même faisceau en propagation, dans deux plans différents, de converger itérativement vers la phase du faisceau en l'un des plans puis dans l'autre par transformée de Fourier.

Cet algorithme fonctionne dans l'approche optique ondulatoire et non géométrique contrairement à la mesure Hartmann que nous détaillons ci-après. De fait la méthode est chromatique et donne des résultats valides pour des longueurs d'ondes précises (avec une bande spectrale étroite), la phase doit alors aussi être déroulée ("unwrappée") du fait de son calcul par des exponentielles, dans le cas d'aberrations impliquant une différence de phase relative de plus de  $2\pi$ . Cette méthode a déjà été appliquée au cas des faisceaux vortex [12]. On peut aussi citer la méthode interférentielle de D'Errico *et al.* [84] qui

avec la mesure de l'interférence du faisceau vortex avec une onde de référence permet de reconstruire, grâce à 3 mesures, le champ total.

La ptychographie est une autre méthode disponible. Elle offre une résolution très élevée par le biais d'une imagerie cohérente de la lumière après impact sur une surface diffractive, qui offre le second avantage d'être multispectrale [147].

La méthode utilisée ici, par senseur Hartmann/Shack-Hartmann, a l'avantage d'être simple à mettre en place, à toutes nos longueurs d'ondes d'intérêt, avec certes une résolution plus faible que la ptychographie mais déjà disponible commercialement. Elle est en plus monotir et pourrait après amélioration même être résolue spectralement [148] pour donner accès aux couplages spatio-spectro-temporels (substitution de masques par des réseaux configurés de manière particulière).

#### 3.3.4.3 Mesure Hartmann et Shack-Hartmann

Dans sa forme actuellement utilisée en caractérisation de faisceau le dispositif de Hartmann se présente, le plus souvent, comme une matrice de trous régulièrement espacés, de section carrée, dont le trou central est obturé afin d'avoir une référence absolue et dont la transmission est observée par un capteur type CCD, parallèle à la matrice, placé à une distance connue. Le capteur est calibré avant utilisation et chaque micro-trou correspond à une seule position de référence : le trou noir permet d'identifier quelle position correspond à quel micro-trou. Le principe plus général est présenté annexe H.1.

#### Calibration et référence

La calibration fait partie intégrante du dispositif puisqu'elle détermine la référence à partir de laquelle l'écart est mesuré. En théorie de la diffraction chaque point atteint par la lumière peut être considéré comme une source secondaire d'onde sphérique dont les composantes interfèrent avec les sources voisines. On peut obtenir un point source d'onde sphérique intense en focalisant un faisceau sur un trou de petite ouverture (éliminant les sources voisines). Cette source est ensuite observée à quelques mètres (grande distance devant la taille de l'ouverture), connaissant précisément cette distance on obtient une référence parfaite si ce n'est la courbure connue.

#### Fonctionnement

Chaque micro-trou de la matrice échantillonne le front d'onde sur une surface correspondant à la taille du trou qui est ensuite assimilée à un point de mesure correspondant au centroïde de la tache obtenue sur le capteur. On effectue donc une discrétisation du front d'onde en sous-pupilles de la taille des trous, ce que l'on pourrait assimiler à une pixellisation. Les sections carrées des micro-trous sont adaptées : les plus petites possibles pour le plus de précision tout en minimisant les effets de la diffraction. La transmission de cette plaque est faible car une grande partie du faisceau incident est bloquée par les



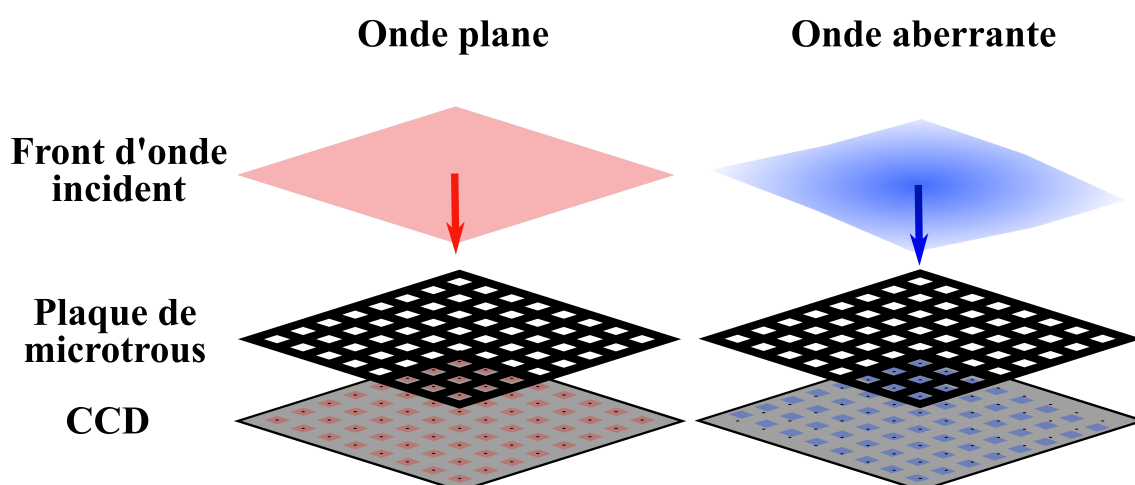


FIGURE 3.18 – Schéma de principe du Hartmann. Référence à gauche, ici une onde plane sans défaut qui correspondrait à un point source sphérique observé de très loin, comme l'étoile de Scheiner. Exemple de champ aberrant mesuré à droite, les points d'intensité lumineuses, en bleus, sont décalés de la référence précédemment évaluée, le point noir.

arrêtes de la matrice, nécessairement larges afin d'éviter la superposition des points de mesures sur la CCD. En effet c'est cet écartement ainsi que la distance entre la matrice et le capteur qui fixe la dynamique de phase accessible par le capteur : plus ces distances sont grandes pour une taille de micro-trou fixe plus la valeur brute de phase accessible est importante mais plus l'échantillonnage et la transmission du faisceau mesuré sont faibles. La précision de mesure est aussi affectée par le nombre de pixels éclairés sur la CCD qui joue sur la détermination du centre de masse.

Le dispositif Shack-Hartmann [149] reprend exactement le même principe à ceci près que la matrice de trous est remplacée par une matrice de micro-lentilles de section carrée et d'égale focale (Il peut être amélioré et devenir adaptatif si on remplace cette matrice de lentilles par un écran à cristaux liquides configuré en matrice de lentilles de Fresnel [150]). Il a l'avantage d'avoir un facteur de transmission bien plus élevé (en l'absence de grille, chaque lentille collecte pratiquement toute la lumière incidente). Toutefois l'ajout d'optiques en transmission rend cette technique inutilisable telle quelle à certaines longueurs d'ondes (dépendant du matériau des lentilles) et notamment aux longueurs d'onde harmoniques considérées. Ce défaut peut être corrigé par l'utilisation de lentilles de Bragg-Fresnel [151], cependant l'échantillonnage du faisceau est moins important à cause de la distance minimale entre sous-pupilles :  $1mm$  contre  $0,2mm$  pour un détecteur Hartmann XUV, de plus le capteur devient alors hautement chromatique.

Ces dispositifs mesurent donc un écart à la position de référence en  $x$  et  $y$  :  $\delta x$  et  $\delta y$ , cette valeur est ensuite divisée par la distance matrice-capteur, équivalent à une tangente, afin d'obtenir la pente locale de phase. Ces mesures sont moyennées sur le temps si la mesure est multiris. Dans ce manuscrit les mesures n'excèdent pas 11 tirs

soit 1,1 seconde, l'effet d'accumulation a été observé et décrit au cours des expériences.

## Reconstruction

La reconstruction de la phase depuis la mesure des pentes locales est ensuite obtenue par un processus mathématique adapté pour correspondre à la géométrie de la mesure. Elle peut être zonale ou modale (décomposition sur une base complète de polynômes tels que les Zernike ou les Legendre).

Plusieurs méthodes sont disponibles, celle utilisée ici est la méthode zonale décrite par Southwell [152].

La méthode de reconstruction de Southwell effectue un certain nombre d'approximations et de considérations nécessaires à la récupération de la phase depuis la mesure des pentes locales.

D'abord il assume que la phase prend, sur les deux axes, la forme d'un polynôme d'ordre 2 :

$$\Phi_x = a_x + b_x x + c_x x^2 \qquad \Phi_y = a_y + b_y y + c_y y^2 \qquad (3.3)$$

$$\Phi(x, y) = \Phi_x + \Phi_y \qquad (3.4)$$

Ainsi sa dérivée pour chaque variable est linéaire. Cette dérivée, correspondant à la pente locale (appelée "slope") selon  $x$  et  $y$ , est la donnée à laquelle nous avons expérimentalement accès. Elle vaut ainsi :

$$S_x(x, y) = b_x + 2c_x x \qquad S_y(x, y) = b_y + 2c_y y \qquad (3.5)$$

Par ailleurs il assume que l'épaisseur de la grille du masque est négligeable et définit la dimension transverse de chaque sous-pupilles, créée par le masque, comme égale à  $h = D/N$  où  $D$  est la taille du capteur selon l'axe considéré et  $N$  le nombre de sous-pupilles de la grille. Le masque étant carré, les dimensions selon les deux axes sont égales et ainsi les sous-pupilles de la grille couvrent une surface de  $h^2$  et l'écart de centre à centre des sous-pupilles est aussi égal à  $\Delta x = \Delta y = h$ . Ce qui signifie que les coordonnées  $x$  et  $y$  sont discrètes et espacées de  $h$  entre  $[-D/2, D/2]$ .

## Première reconstruction de la phase

L'équation de reconstruction de la phase dans notre situation et avec l'algorithme de Southwell est telle que (voir annexe H.2) :

$$g_{x,y} \Phi(x, y) - [\Phi(x + h, y) + \Phi(x - h, y) + \Phi(x, y + h) + \Phi(x, y - h)] = \frac{h}{2} [S_x(x + h, y) - S_x(x - h, y) + S_x(x, y + h) - S_x(x, y - h)] \qquad (3.6)$$

$$\Leftrightarrow \Phi(x, y) = \bar{\Phi}(x, y) + \frac{b_{x,y}}{g_{x,y}} \qquad (3.7)$$

### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

---

avec :

$$g_{x,y} = \begin{cases} 4 \text{ si } x \text{ et } y \in [-D/2 + h, D/2 - h]^2 \\ 3 \begin{cases} \text{si } x = -D/2 \text{ ou } D/2 \text{ et } y \in [-D/2 + h, D/2 - h] \\ \text{ou si } y = -D/2 \text{ ou } D/2 \text{ et } x \in [-D/2 + h, D/2 - h] \end{cases} \\ 2 \text{ sinon} \end{cases} \quad (3.8)$$

Pour tenir compte des coins et des bords de la grille. Les valeurs de phase hors de la grille sont prises égales à 0 tandis que pour les pentes locales on utilise le négatif de la pente adjacente (Par exemple si  $S_x(x+h, y)$  est hors de la grille alors on utilisera à la place  $-S_x(x, y)$ ), le paramètre  $g_{x,y}$  est adapté dans ce même but. On voit que le terme  $\bar{\Phi}(x, y)$  représente une moyenne des valeurs adjacentes.

Les premiers points de phase avant calcul par itération sont pris égaux à 0 puisque l'on ne connaît pas le terme de phase constante. La position du premier point est choisie expérimentalement par l'utilisateur.

On voit là l'une des limitations de la méthode de mesure Hartmann : il faut que les zones de mesures de phase soient adjacentes, sinon le terme de piston entre les zones n'étant pas connu il est impossible (sauf à faire l'approximation que celui-ci est le même dans les deux zones) de connaître la variation de phase relative entre ces zones distinctes. A l'inverse un front d'onde qui aurait une discontinuité de phase dans une pupille entièrement illuminée ne verrait pas cette discontinuité mesurée ! (Ce qu'on verra par la suite avec les modes  $\mathcal{L}\mathcal{O}$ )

La pupille de calcul finale est le résultat de l'intersection entre la grille du capteur, la zone de celle-ci suffisamment éclairée pour que le signal soit considéré valide, le seuil d'intensité éventuellement appliqué par l'utilisateur et enfin les sous-pupilles retirées par celui-ci.

On calcule alors une première fois la phase en partant du point choisi et en couvrant au fur et à mesure la pupille de calcul. Ensuite on itère ce résultat grâce à l'équation :

$$\Phi^{(m+1)}(x, y) = \bar{\Phi}^{(m)}(x, y) + \frac{b_{x,y}}{g_{x,y}} \quad (3.9)$$

#### Itérations successives

Le calcul précédent peut nous donner la phase sur toute la grille avant de la calculer de nouveau à partir de ces résultats. Dans ce cas on utilise la méthode dite de Jacobi. En revanche si le calcul modifie directement la grille de résultat à chaque fois alors on utilise la méthode de Gauss-Seidel, qui converge plus rapidement vers la phase réelle. Dans ces deux cas le nouveau résultat ne prend pas en compte la valeur obtenue à la même position précédemment.

On peut raffiner le processus en utilisant la méthode dite de sur-relaxation successive (SOR, Successive over-relaxation), l'équation devient alors :

$$\phi^{(m+1)}(x, y) = \phi^{(m)}(x, y) + \omega_s [\bar{\phi}^{(m)}(x, y) + b_{x,y}/g_{x,y} - \phi_{x,y}^{(m)}] \quad (3.10)$$

où  $\omega_s$  est le paramètre de relaxation et dont la valeur optimale est définie par  $\omega_s = \frac{2}{1 + \sin(\frac{\pi}{N+1})}$ . Dans ce cas la reconstruction converge vers la valeur réelle lorsque la valeur entre crochet, ce que l'on appelle le résiduel au sens de Southwell, devient faible. Alors que la convergence avec Gauss-Seidel varie en  $N^2$ , celle de la SOR varie en  $2N$ .

Numériquement et usuellement, le résiduel est choisi de manière optimale pour réduire le temps de calculs nécessaire tout en minimisant l'erreur sur la phase. Il en est de même pour le nombre maximum d'itérations  $m_{max}$ . L'un ou l'autre est donc le paramètre limitant dans une mesure expérimentale.

### Caractéristiques de la reconstruction de Southwell

Southwell nous précise que la reconstruction de faisceau par cette méthode est parfaite pour des aberrations de type astigmatisme, tilt ou defocus (voir figure H.5) ou toute superposition de ceux-ci. En revanche dans le cas d'aberrations d'ordre plus élevé (coma, trefoil...), l'erreur diminue avec  $N$ . Cela étant dû à l'échantillonnage.

L'autre source d'erreur est le bruit de détermination des pentes locales. C'est pour cela qu'un seuil est appliqué sur le signal reçu par le capteur.

Malgré tout pour un nombre de  $N$  relativement grand et dans la configuration géométrique choisie la reconstruction de phase obtenue ici reste très proche (à une constante près) de la réalité.

## 3.3.5 Détecteurs utilisés pour la mesure

Les détecteurs utilisés pour effectuer les mesures Hartmann et Shack-Hartmann de l'installation sont tous deux fabriqués par Imagine Optic.

### 3.3.5.1 Caractéristiques numériques

En plus de leur reconstruction de phase basée sur l'algorithme de Southwell, ils intègrent diverses améliorations permettant de réduire encore l'erreur de reconstruction. Notamment, et pour éviter toute erreur systématique si le masque venait à tourner sur son axe, un algorithme de détection d'une rotation systématique est implanté.

Cependant, on le devine à la structure de la phase apportée par un  $\mathcal{L}\mathcal{O}$ , cette fonction doit être désactivée dans le cas de la caractérisation de vortex optiques. La calibration et l'assurance que le masque ne bouge pas deviennent par conséquent d'autant plus importants dans notre cas, comme nous avons pu le constater expérimentalement et nous le verrons dans la suite.

Le logiciel fourni avec les appareils donne, en plus de la phase, accès à divers paramètres du faisceau tels : la fonction d'étalement du point (Point Spread Function ou PSF) le long de la propagation en se plaçant d'abord par défaut au point où le

### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

---

cercle contenant 86,5% de l'énergie est le plus petit, le  $M^2$ , la position du foyer estimé, l'astigmatisme etc. Il permet aussi un oversample numérique  $\times 2$  ou  $\times 4$ .

Enfin, de manière native le logiciel peut corriger les aberrations de tilts, de focus et d'astigmatisme. Les tilts étant principalement dus à l'alignement du capteur seront toujours corrigés. De plus le defocus étant une aberration décorrélée des variations azimutales et uniquement liée à la divergence du faisceau, sera aussi corrigé. En revanche les astigmatismes sont conservés pour toutes nos analyses, d'abord parce qu'ils sont intrinsèques au faisceau, mais aussi car l'utilisation d'un mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  modifie le comportement du faisceau soumis à cette aberration rendant potentiellement la correction propriétaire inadaptée à la géométrie.

#### 3.3.5.2 Caractéristiques techniques

##### Détecteur Shack-Hartmann infrarouge

Le détecteur Shack-Hartmann utilisé est un HASO4 first. Le capteur CCD du détecteur est de dimension  $3,6 \times 4,6 \text{ mm}^2$ , (pixels de  $7,4 \mu\text{m}^2$  sur une grille de  $40 \times 32 \text{ px}^2$ ). Cependant les sous-pupilles d'échantillonnage de phase mesurent  $114,04 \times 114,07 \mu\text{m}^2$ .

Il est déclenché par le masterpulse pour mesurer le front d'onde infrarouge en monotir. Il observe le faisceau infrarouge imagé dans le plan du miroir déformable, avec un grandissement  $1/6$  environ, sur une ligne de prélèvement atténué dédiée. Ainsi en plus d'être un diagnostic de front d'onde il est utilisé pour la boucle de correction. On corrige le fond avant toute mesure. Il a une précision de mesure de l'ordre de  $\lambda/100$  RMS à  $800 \text{ nm}$ .

##### Détecteur Hartmann EUV

Le Hartmann utilisé pour les harmoniques et le laser X est un HASO EUV. Il a une précision de mesure de l'ordre de  $\lambda/50$  RMS à  $13,5 \text{ nm}$ . Son capteur CCD est une caméra Pixis XO 1024B, Princeton Instruments ( $1024 \times 1024 \text{ px}^2$  chacun de  $13 \mu\text{m}^2$ ). Le masque utilisé créé finalement  $72 \times 72$  sous-pupilles de mesure de phase qui ont chacune pour dimension  $180,05 \mu\text{m}^2$ .

La caméra est précédée d'un "nez", support et protection du masque de trous, placé à  $10 \text{ cm}$  du détecteur CCD puis d'un dispositif mécanique appelé "hexapode" qui permet son alignement afin d'assurer sa perpendicularité et son centrage avec le faisceau à caractériser sous vide (cf Fig. 3.19).

L'acquisition est déclenchée manuellement par l'utilisateur dans une configuration préalablement établie, pour faire du monotir ou non, et après avoir retiré le fond lumineux en l'absence de faisceau EUV.

### 3.3.6. Influence des paramètres numériques dans le cas d'un faisceau type vortex sur les détecteurs non-interférométriques

---

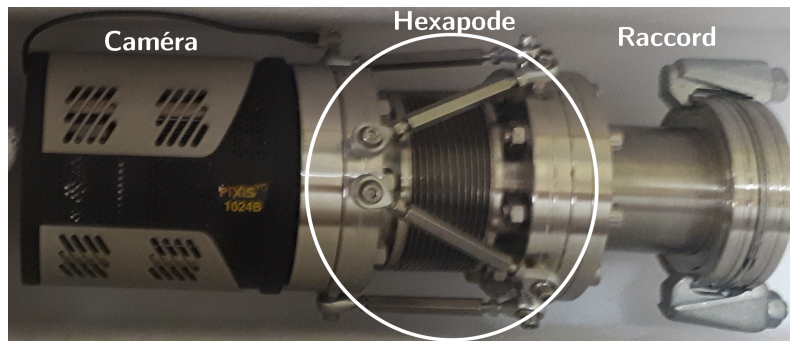


FIGURE 3.19 – Photo du capteur HASO EUV

## 3.3.6 Influence des paramètres numériques dans le cas d'un faisceau type vortex sur les détecteurs non-interférométriques

La fiabilité des détecteurs de front d'onde sur des faisceaux gaussiens voire plus exotiques mais ne comportant généralement aucune discontinuité de phase a été démontrée à maintes reprises et pour diverses longueurs d'ondes. Toutefois, notre étude de faisceaux vortex nous a amenés à tester certains paramètres de la reconstruction du détecteur afin de tester les limites de fiabilité de la méthode. Les vortex sont particulièrement exigeants car ils comportent des discontinuités et une forte variation de phase à caractériser : ils poussent l'instrumentation à ses limites.

### 3.3.6.1 Effet du déplacement de la première sous pupille de calcul

Comme on l'a vu dans la partie précédente la position de départ du calcul est déterminée par un choix arbitraire. Dès lors que le rapport signal sur bruit (SNR, signal noise ratio) est suffisamment important, n'importe quelle sous-pupille peut être utilisée comme point de départ.

Son déplacement, tout autre paramètre restant constant, ne modifie qu'à la marge la valeur pic-vallée (moins de 5%) de la phase et la reconstruction du front d'onde.

Néanmoins son déplacement entraîne parfois des sauts de sous-pupilles de la reconstruction (décalage relatif de la reconstruction d'une sous-pupille), à la fois de l'intensité et la phase, directement liés à la méthode de reconstruction. Cela est dû au fait que le point de référence sombre de l'appareil n'est, dans le cas Laguerre-Gauss, environné d'aucun point illuminé. Cet effet ne devient un problème que si l'on n'adapte pas la pupille totale de calcul à ce changement, car on prend alors en compte des sous-pupilles que l'on avait précédemment retirées alors qu'on oublie des pupilles précédemment considérées sur la figure 3.20.

### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

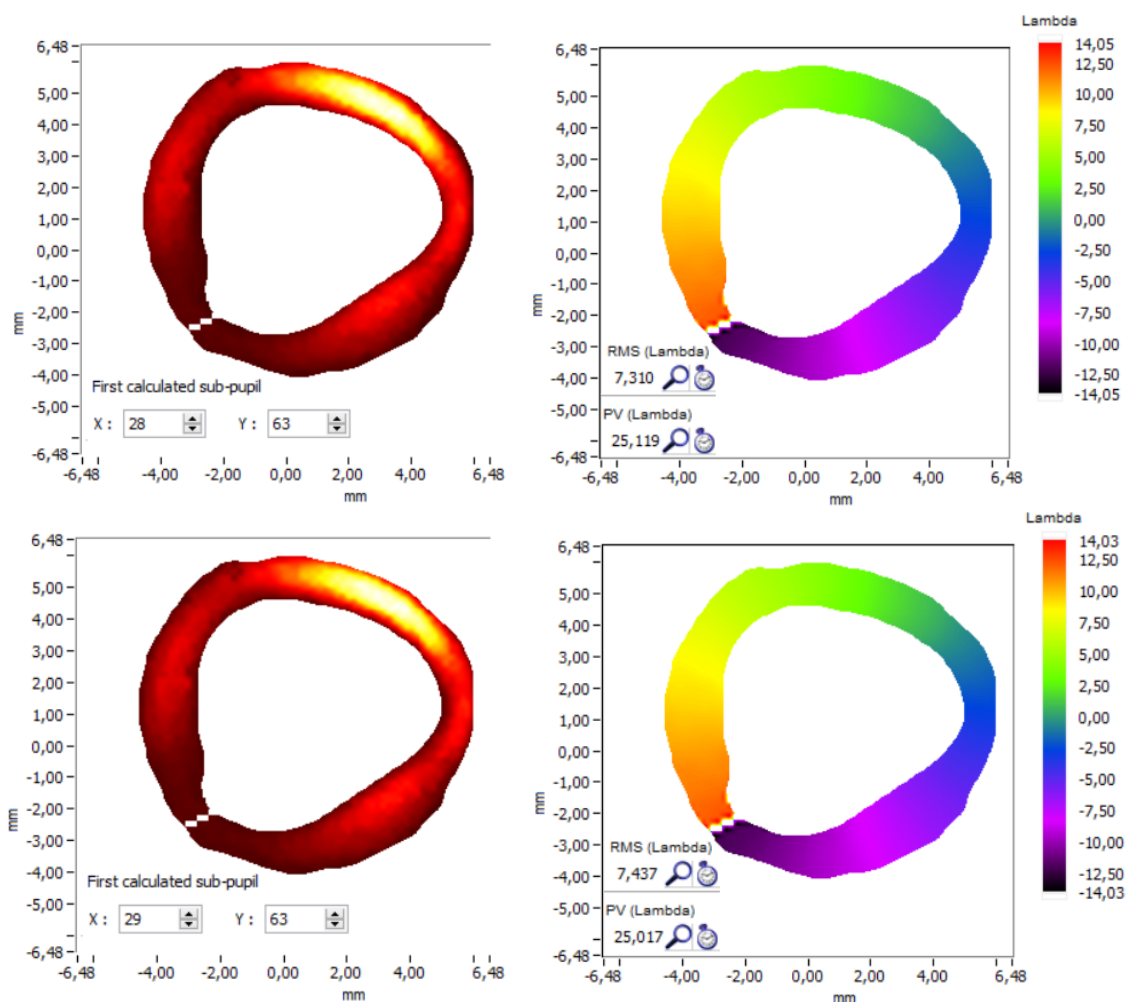


FIGURE 3.20 – Intensité (Gauche) et phase (droite) pour un même faisceau étudié mais pour deux positions différentes de la première sous-pupille de calcul. Sa position est donnée en insert dans la figure d'intensité dans les deux cas. En haut pour une position de première sous-pupille  $(X, Y) = (28, 63)$ , en bas pour la position  $(X, Y) = (29, 63)$ . On se place spécifiquement dans le cas où ce déplacement crée le déplacement global de la reconstruction. Un déplacement vers les autres positions adjacentes ne provoque pas cet effet (il est localisé et dépend de la structure du faisceau). Ici la pupille de calcul (que l'on détermine en filtrant les pentes locales considérées ou non dans le calcul) définie pour la position  $(29, 63)$  n'a pas été adaptée pour la position  $(28, 63)$ , ce qui nous permet de voir directement le décalage du profil d'intensité. Concernant la phase on voit l'influence du décalage sur la valeur pic-vallée pour moins de 0,5% et le RMS pour moins de 1,5% sans que le profil de reconstruction ne soit fondamentalement modifié. (Image issue d'une génération d'harmonique  $\mathcal{L}\mathcal{O}$  sur l'installation)

### 3.3.6. Influence des paramètres numériques dans le cas d'un faisceau type vortex sur les détecteurs non-interférométriques

#### 3.3.6.2 Effet des discontinuités

Un détecteur Hartmann utilisé avec la méthode de Southwell est insensible aux discontinuités de phase trop violentes de par sa construction, qui reconstruit les valeurs de proches en proches par assimilation de la phase à un polynôme du second ordre. Or c'est justement le cas avec un faisceau  $\mathcal{LG}$  puisque la phase varie de  $0$  à  $2l\pi$  le long de l'axe azimutal créant de fait un saut de phase au point de passage de ces deux valeurs.

#### Discontinuité dans le cas Laguerre-Gaussien

Afin d'être capable de mesurer la phase apportée par un faisceau  $\mathcal{LG}$  on peut ajouter la discontinuité de manière manuelle. Pour cela on retire des sous pupilles du calcul propagatif afin de créer un anneau disjoint. Dans ce cas le Hartmann et l'algorithme de reconstruction sont capables en reconstruisant de proche en proche d'obtenir la phase azimutale correcte (voir Fig. 3.21).

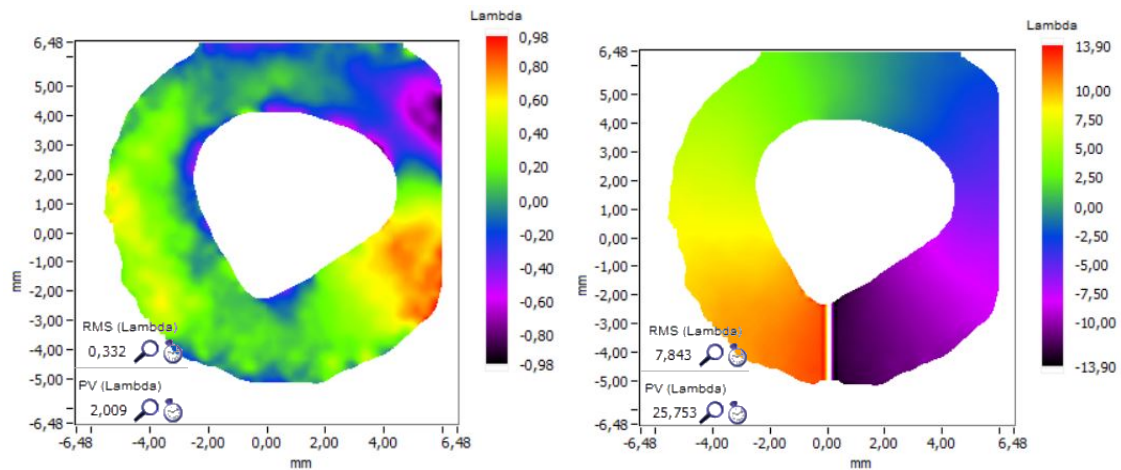


FIGURE 3.21 – Effet de la discontinuité dans la reconstruction de la phase dans le cas Laguerre-gaussien. L'effet est fortement visible, il permet d'obtenir la phase azimutale correcte d'un faisceau  $\mathcal{LG}$ , dans la limite où la discontinuité est bien formée.

En l'absence de cette discontinuité manuelle, la phase azimutale n'apparaît pas. Par ailleurs si d'autres discontinuités de phase existent elles seront invisibles à l'algorithme.

Cette discontinuité, unique, doit être choisie la plus petite possible (pour la meilleure reconstruction possible) et minimisant la valeur pic-vallée donnée par le capteur (tout surplus étant lié à cette discontinuité), celle-ci ayant dans ce cas un sens plus proche de la physique. En pratique cela consiste à la placer perpendiculairement aux pentes locales, en une position de l'anneau. Dans ce cas on comprend intuitivement que la valeur pic-vallée du capteur représente bien celle du faisceau.

#### Effets remarquables du retrait d'une sous-pupille



### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

---

Lors de l'ajout des discontinuités au cours des études, j'ai remarqué que des artefacts de calculs peuvent intervenir dans certains cas rares (voir Fig. 3.22) lors du retrait ou de l'ajout d'une subpupille au calcul. Cet effet est réduit lorsque le nombre d'itérations autorisées augmente, toutefois nous ne connaissons pas la cause de cet effet.

Il est important de l'éviter car il est drastique sur le résultat et non répété lors de la modification de la pupille de calcul. On imagine un problème de convergence. L'effet étant très important il est aisément décelable sur les données traitées.

#### 3.3.6.3 Effet du nombre d'itérations et du minimum de résiduel de phase accepté

L'effet de ces paramètres a été mis en évidence par Guillaume Dovillaire (Imagine Optic) sur un faisceau théorique  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,0}$  dans le cadre de notre collaboration.

Pour le paramétrage par défaut de l'algorithme et dans ce cas  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,0}$ , l'algorithme sous-estime la valeur finale picvallée de 60%, et donc la reconstruction est affectée. Une étude approfondie a été effectuée par Alok Kumar Pandey et sera détaillée dans son manuscrit de thèse. Elle indique en substance que, pour des faisceaux présentant des singularités tels que ceux caractérisés ici, le nombre d'itérations de l'algorithme doit être augmenté et le minimum de résiduel autorisé (au sens de Southwell [152]) diminué.

Sa conclusion est que pour 3000 itérations et un résiduel à  $5 \cdot 10^{-10}$  la reconstruction de phase converge dans le cas de notre capteur pour tout  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{l,0}$  avec  $l < 30$ . Nous prendrons une valeur de 50000 itérations et un résiduel de  $5 \cdot 10^{-12}$  afin de ménager une marge de sécurité tout en conservant un temps de calcul raisonnable. Avec un tel nombre d'opérations, l'utilisation des capteurs en mode instantané n'est plus possible, le traitement des données se fait après l'expérience.

#### 3.3.6.4 Influence du multi-tirs

Cet effet n'est pas à proprement parler un effet numérique mais reste un paramètre de mesure influant sur le traitement des données par superposition des mesures expérimentales. On présente Fig. 3.23 et 3.24 l'influence de la superposition des données sur la carte d'intensité et de phase obtenues par le capteur.

Comme la figure 3.23 le montre l'accumulation de tirs permet de récupérer des zones, au centre et sur les bords, pour lesquelles le rapport signal à bruit est normalement trop faible pour obtenir une mesure acceptable. Il y a peu d'effet sur le profil général. D'un point de vue de la phase (figure 3.24, le comportement semble rester identique.

Même si une étude de la décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  donnerait plus d'informations sur l'effet de ce paramètre, on assumera qu'au premier ordre que cet effet est marginal sur les mesures.

### 3.3.6. Influence des paramètres numériques dans le cas d'un faisceau type vortex sur les détecteurs non-interférométriques

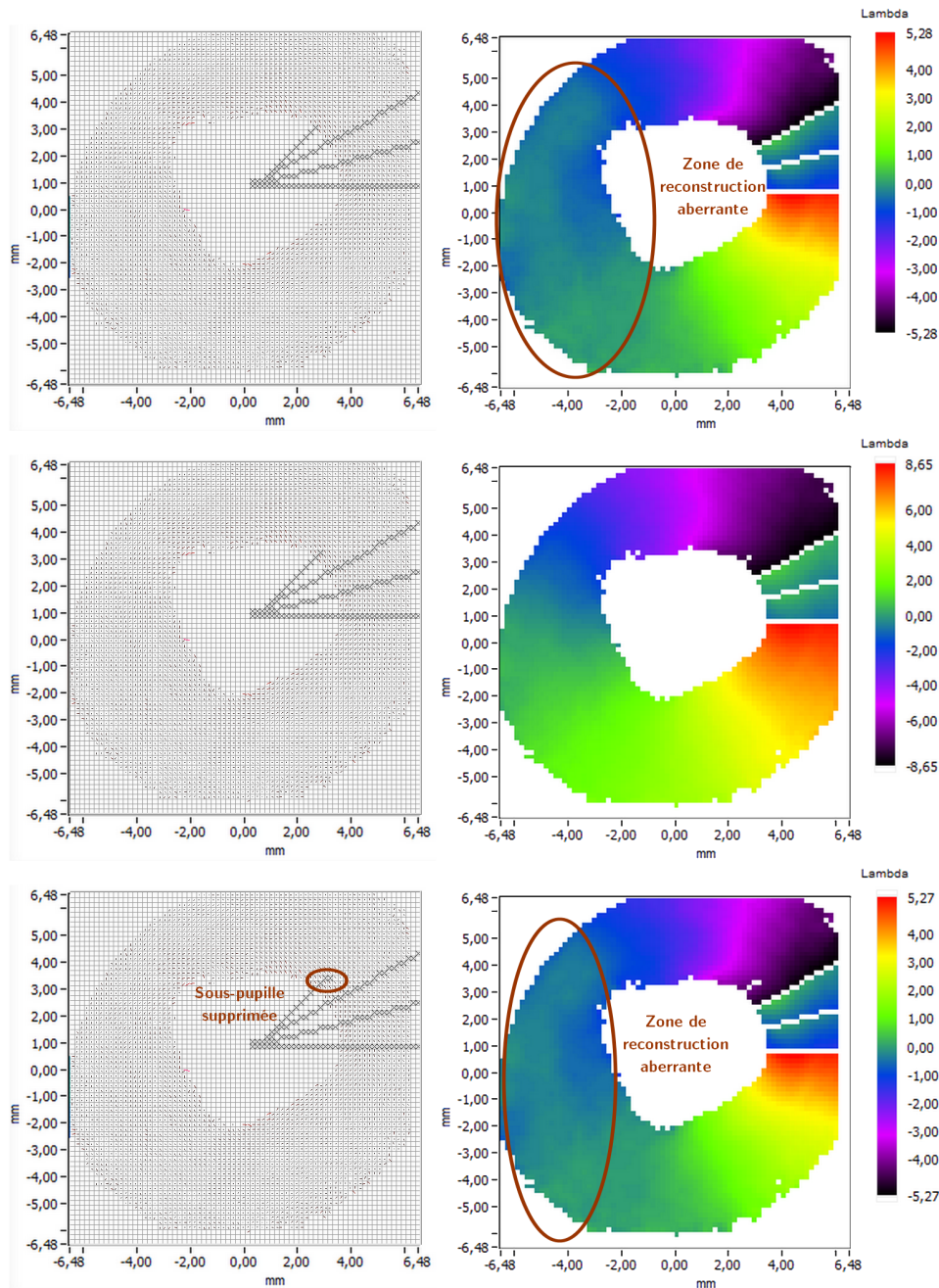


FIGURE 3.22 – A gauche, carte des pentes de phase, chaque case représente un pixel d'échantillonnage des pentes, les vecteurs représentent les pentes locales, les croix les sous-pupilles que l'on ignore dans le calcul. A droite la reconstruction de phase correspondante. L'ajout ou la suppression d'une sous-pupille, sans que l'on sache pourquoi, provoque une erreur de reconstruction dans certaines situations. L'effet sur le profil de phase est cependant tellement important qu'il est aisément détectable : la rotation de phase disparaît complètement. Ici la bonne reconstruction est celle du centre, le problème ne s'est pas reproduit après retrait d'autres sous-pupilles de calcul.

### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

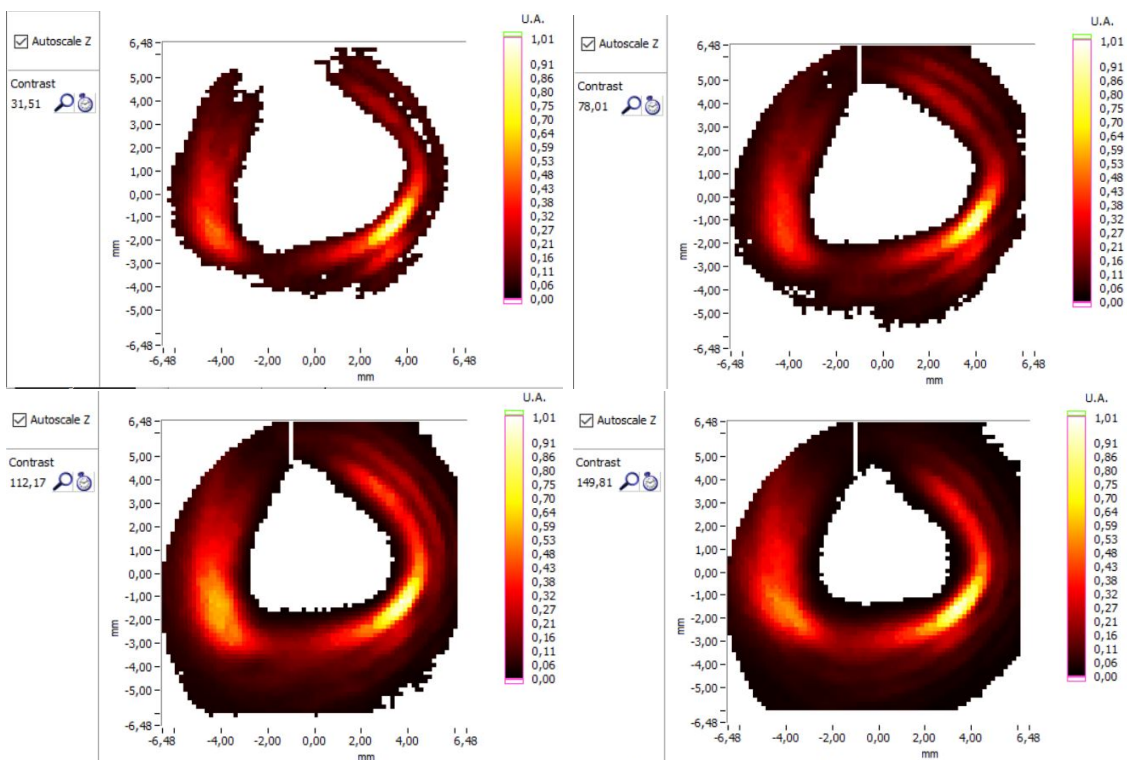


FIGURE 3.23 – Influence du multitirs sur le profil d'intensité mesuré. L'accumulation de tir permet de récupérer des zones pour lesquelles le rapport signal à bruit est normalement trop faible sans influence notable autre. Ici dans l'ordre : 1, 2, 5 et 11 tirs

### 3.3.6. Influence des paramètres numériques dans le cas d'un faisceau type vortex sur les détecteurs non-interférométriques

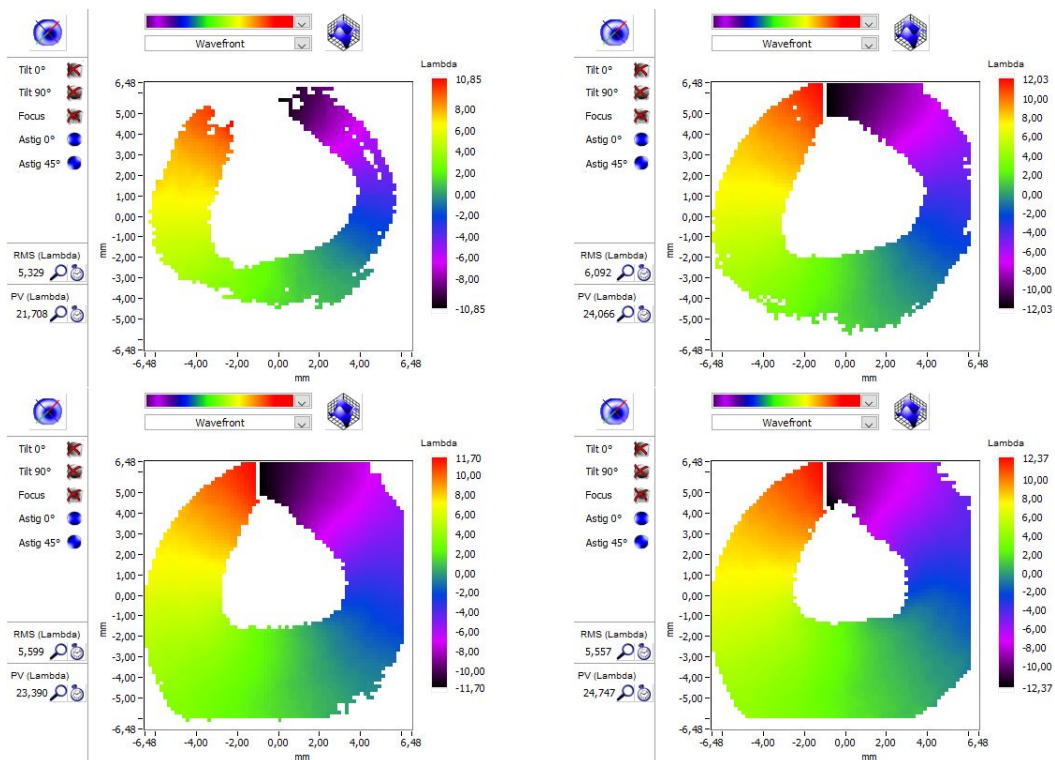


FIGURE 3.24 – Influence du multitirs sur le profil de phase évalué. L'accumulation de tir permet de récupérer des zones pour lesquelles le rapport signal à bruit est normalement trop faible. Ici dans l'ordre : 1, 2, 5 et 11 tirs. Il est difficile d'évaluer l'effet du multitirs sur la carte de phase calculée mais le comportement général semble rester identique

### 3.3.7 Mesure de l'effet expérimental de la lame sur le faisceau générateur

On reprend les conditions de l'expérience présentée 2 lors de la détermination du rapport de waist des faisceaux avec et sans lame de phase. On commence par caractériser le faisceau gaussien classique puis on s'intéresse à l'effet de la lame sur le front d'onde.

#### 3.3.7.1 Caractérisation du faisceau gaussien classique

##### Détermination du waist du faisceau

Pour déterminer le waist du faisceau gaussien on utilise une mesure de l'énergie transmise par un iris dont on change le diamètre en accord avec la méthode présentée dans [79].

En effet la transmission de l'énergie d'un faisceau gaussien par un iris est définie comme :

$$T = \frac{2}{\pi w_d^2} \int_0^a 2\pi r \exp\left(-\frac{2r^2}{w_d^2}\right) dr = 1 - \exp\left(-2a^2/w_d^2\right) \quad (3.11)$$

où  $a$  est le rayon de l'iris. Par conséquent on peut, connaissant l'énergie incidente et sortante, calculer la transmission d'un iris et en déduire le waist du faisceau considéré.

On obtient les résultats présentés sur la figure 3.25.

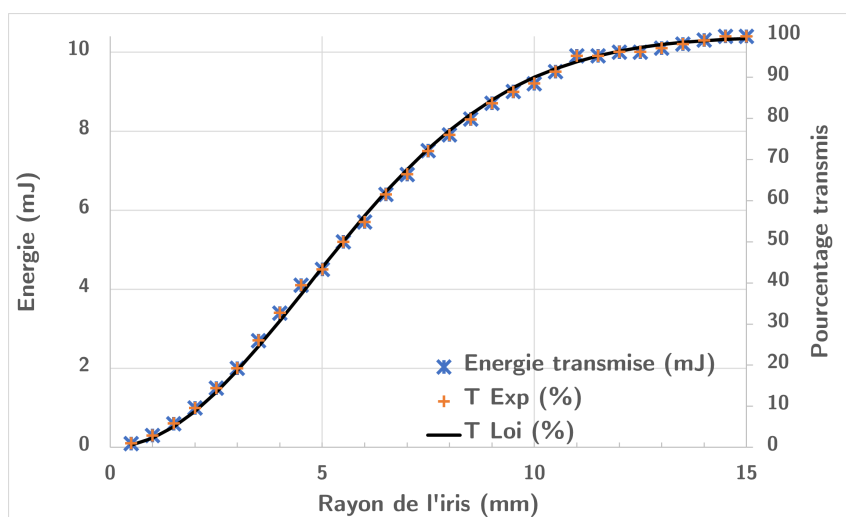


FIGURE 3.25 – Evolution de l'énergie transmise par le diaphragme en fonction de son ouverture. T Exp. le facteur de transmission expérimentale, rapport entre énergie transmise et énergie incidente 10,4mJ. T Loi. facteur de transmission évalué par la loi obtenue avec un waist  $w_d = 9,33mm$ . Données dans Tab. I.3.

### 3.3.7. Mesure de l'effet expérimental de la lame sur le faisceau générateur

Dans cette configuration on trouve un waist gaussien de  $9,33mm$  avec une erreur de plus ou moins 3%.

#### Analyse du front d'onde et des aberrations

Nous utiliserons la reconstruction modale sur les modes de Zernike offerte par le logiciel du HASO first, sur les 32 premiers modes. On définit une pupille circulaire de calcul en lieu et place de la zone de calcul habituellement utilisée. On la centrera sur le faisceau analysé et on augmentera ensuite son rayon pour couvrir toute la zone ou uniquement la zone correspondant à la partie du faisceau transmise par un iris.

Ainsi le faisceau pleine pupille a les caractéristiques présentées Tab. 3.1, on s'arrêtera au Zernike numéro 11, dernier mode pour lequel la valeur dépasse  $0,01\lambda_d$  ( $1\lambda_d \Leftrightarrow 2\pi$ ).

Aberration	Tilt 0°	Tilt 90°	Focus	Astig. 0°	Astig. 45°
Formule	$2\rho \cos \theta$	$2\rho \sin \theta$	$\sqrt{3}(2\rho^2 - 1)$	$\sqrt{6}\rho^2 \cos 2\theta$	$\sqrt{6}\rho^2 \sin 2\theta$
Valeur ( $\lambda_d$ )	3,39	-5,82	3,65	-0,02	0
Coma 0°		Coma 90°		Sphérique	
$\sqrt{8}(3\rho^2 - 2)\rho \cos \theta$		$\sqrt{8}(3\rho^2 - 2)\rho \sin \theta$		$\sqrt{5}(6\rho^4 - 6\rho^2 + 1)$	
0		0		0	
Trefoil 0°		Trefoil 0°		Astig. 0° d'ordre 5	
$\sqrt{8}\rho^3 \cos 3\theta$		$\sqrt{8}\rho^3 \sin 3\theta$		$\sqrt{10}(4\rho^2 - 3)\rho^2 \cos 2\theta$	
-0,01		0,02		0,01	

TABLE 3.1 – Valeur RMS de chaque aberration sur la base de Zernike dans le faisceau gaussien classique sans iris.  $\rho$  est utilisé en lieu et place de  $r$  car il s'agit du rayon de la pupille de calcul compris entre  $[0, \rho_p]$  et non celui du faisceau,  $\rho_p$  vaut ici  $1,825mm$  et la pupille est centrée en  $(0,114, -0,228)$ . On s'arrête au polynôme 11, dernier mode pour lequel l'aberration dépasse  $0,01\lambda_d$ . Les valeurs de tilts et de défocus sont données à titre d'information. Le résiduel de phase RMS pleine pupille vaut  $0,03\lambda_d$  et pic-vallée  $0,18\lambda_d$  (Tilts et defocus ignorés). Le faisceau est donc relativement aberrant. A titre de comparaison la reconstruction zonale nous donne des valeurs respectives de  $0,04\lambda_d$  et  $0,19\lambda_d$ , la différence résultant des quelques sous-pupilles ignorées par la pupille de calcul circulaire.

Grâce au calcul précédent on sait que le diamètre du faisceau vaut  $18,65mm$  (taille du faisceau à 13,5% du max d'intensité), sur le capteur considéré celle-ci correspond à un diamètre de  $2,81mm$  ce qui nous donne un grandissement de 0,15, nous permettant de déterminer quelle zone du faisceau est analysée dans le cas du faisceau diaphragmé à  $11mm$ , à savoir un diamètre de  $1,66mm$  sur le capteur. Dans cette zone considérée (en l'absence de l'effet de l'iris autre que la coupure) on obtient les résultats présentés Tab. 3.2. Le faisceau est moins aberrant dans sa partie centrale.

### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

Aberration		Tilt 0°	Tilt 90°	Focus	Astig. 0°	Astig. 45°
Valeur ( $\lambda_d$ )		1,53	-2,65	0,75	0	0,10
Coma 0°	Coma 90°	Sphérique	Trefoil 0°	Trefoil 0°	Astig. 0° d'ordre 5	
0	0	0	-0,01	0	0	

TABLE 3.2 – Valeur de chaque aberration sur la base de Zernike dans le faisceau gaussien classique dans la zone sélectionnée par l'iris. Ici  $\rho_p = 0,83mm$  et la pupille est centrée en  $(0,114, -0,228)$ . Les valeurs de tilts et de défocus sont données à titre d'information. Le résiduel de phase RMS vaut  $0,014\lambda_d$  et pic-vallée  $0,072\lambda_d$  (Tilts et defocus ignorés). Le faisceau est donc moins aberrant que sans iris. A titre de comparaison la reconstruction zonale nous donne des valeurs respectives de  $0,015\lambda_d$  et  $0,076\lambda_d$ , les résultats sont dans ce cas très proches puisque l'on considère l'iris comme sous-pupille circulaire parfaite.

#### Et sur les modes Laguerre-Gauss ?

Dans cette partie on utilise la décomposition zonale pour la projection. Connaissant la position relative du foyer par rapport au capteur (environ  $160,5mm$ ) grâce aux fonctions du logiciel ou bien par calcul du rayon de courbure, on peut reconstituer la base à la position de mesure en supposant que le waist donné par la PSF est proche de la vérité et en estimant grossièrement le centre au départ. La décomposition se fait une base composée des modes  $\mathcal{LG}(l, p) \in ([-10,10], [0,30])$ .

On fait une première décomposition, on corrige le waist et la position du centre pour maximiser le mode dominant, ici le  $\mathcal{LG}_{0,0}$ . En quelques itérations (manuelles) et initialement avec le waist de  $36\mu m$  déterminé par la PSF ainsi que d'une position estimée du centre en  $(83; 69)$  pixels (origine en haut à gauche du cadran), on converge vers un waist d'en fait  $35\mu m$  (erreur de 2,78% sur notre première estimation) et un centre en  $(83,5; 70,5)$ . Les décimales de pixel étant permises par l'utilisation de la valeur brute de position.

#### Faisceau complet

Dans le cas où l'on ne retire pas la phase de focus avant la projection, de tels écarts sur le centre et le waist, pourtant relativement faibles, donnent une erreur d'appréciation de plusieurs dizaines de pourcents sur le poids du mode dominant. Ce qui est logique si on considère le fort effet de celle-ci et sa dépendance directe au choix du centre et du waist (voir sec. 2.2.3.1). En revanche si on retire cette phase avant traitement, l'écart se réduit à 0,2%.

La décomposition du faisceau avec focus est donnée en figure 3.26, réduite à  $(l, p) \in ([-5,5], [0,10])$ , pour les deux choix de centre et waist afin de se rendre compte de l'importance de l'effet considéré.

Nous choisissons donc de retirer la phase de focalisation des données avant traitement. Il faut par conséquent retirer le terme de phase de courbure de la base utilisée.

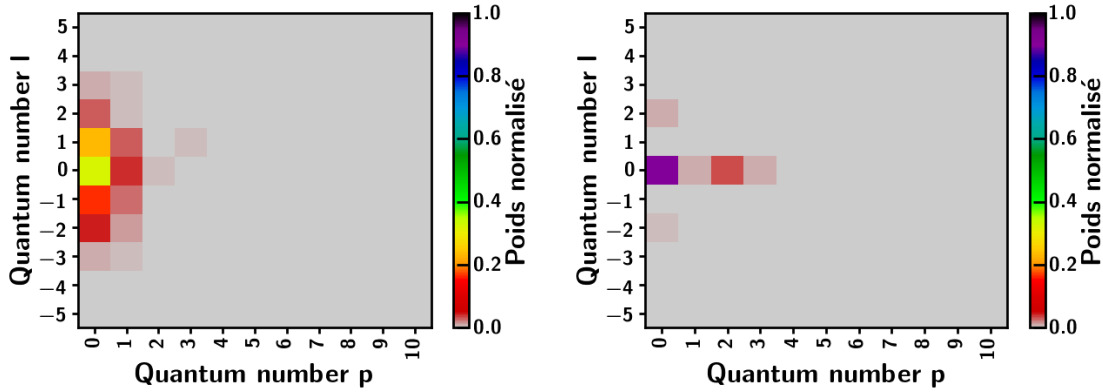


FIGURE 3.26 – Décomposition  $\mathcal{LG}$  du faisceau infrarouge incident à la position du capteur. A gauche la configuration initiale : centre estimé en  $(83; 69)$  et waist de  $36\mu m$ , à droite la configuration après itérations manuelles pour maximiser le mode dominant : centre estimé en  $(83,5; 70,5)$  et waist de  $35\mu m$ . Ici le mode dominant  $\mathcal{LG}_{0,0}$  pèse pour 89,9% du total alors que dans la première configuration il est estimé à 32,3%. Dans la configuration optimale les modes que l'on distingue sur le graphique sont les modes  $\mathcal{LG}_{2,0} = 0,8\%$ ,  $\mathcal{LG}_{-2,0} = 0,6\%$ ,  $\mathcal{LG}_{0,1} = 0,8\%$ ,  $\mathcal{LG}_{0,2} = 2,9\%$ ,  $\mathcal{LG}_{0,3} = 0,8\%$ , relativement faibles en comparaison. Dans les deux cas, sur l'ensemble de l'espace, la somme totale des poids est supérieure à 0,9935.

Du fait de l'effet drastique de la phase de courbure lorsqu'on ne considère pas les bons paramètres, il est envisageable de l'utiliser pour déterminer le centre et le waist les plus adéquats à la décomposition, en tous cas si on a une idée du mode dominant initial. L'utilisation des données est donc une possibilité pour une détermination plus précise des paramètres : c'est ce qui a été fait ici dans les itérations. Une fois les valeurs obtenues, on effectue la décomposition sur les données filtrées de la phase de focalisation.

Notre faisceau typique sur la base  $\mathcal{LG}$  nous donne un mode  $\mathcal{LG}_{0,0}$  dominant avec quelques modes  $p$  d'ordre supérieur liés à l'ouverture numérique utilisée pour la mesure du faisceau.

Les aberrations se traduisent par un étalement de l'énergie sur un nombre assez important de modes très peu présents en valeur absolue. En effet la considération d'un espace de modes réduit à  $(l,p) \in ([-3,3],[0,8])$  nous donne une somme de poids aux alentours de 0,9845. Pourtant si on regarde la reconstruction (figure 3.27), la convergence vers le profil réel, notamment concernant les aberrations hautes fréquences (ce qui est logique par ailleurs) est améliorée de manière largement visible par l'utilisation de l'espace initial plus étendu alors même que le gain sur la somme totale de modes est de 0,9%.

Il est intéressant de noter que la conclusion est identique dans le cas où l'on utiliserait la décomposition modale pour effectuer la projection sur la base  $\mathcal{LG}$ . Les modes apparaissant sont similaires à ceci près que le mode principal pèse désormais pour 91,2% du total et que la phase observée est moins bruitée (lié au nombre de modes utilisés et



### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

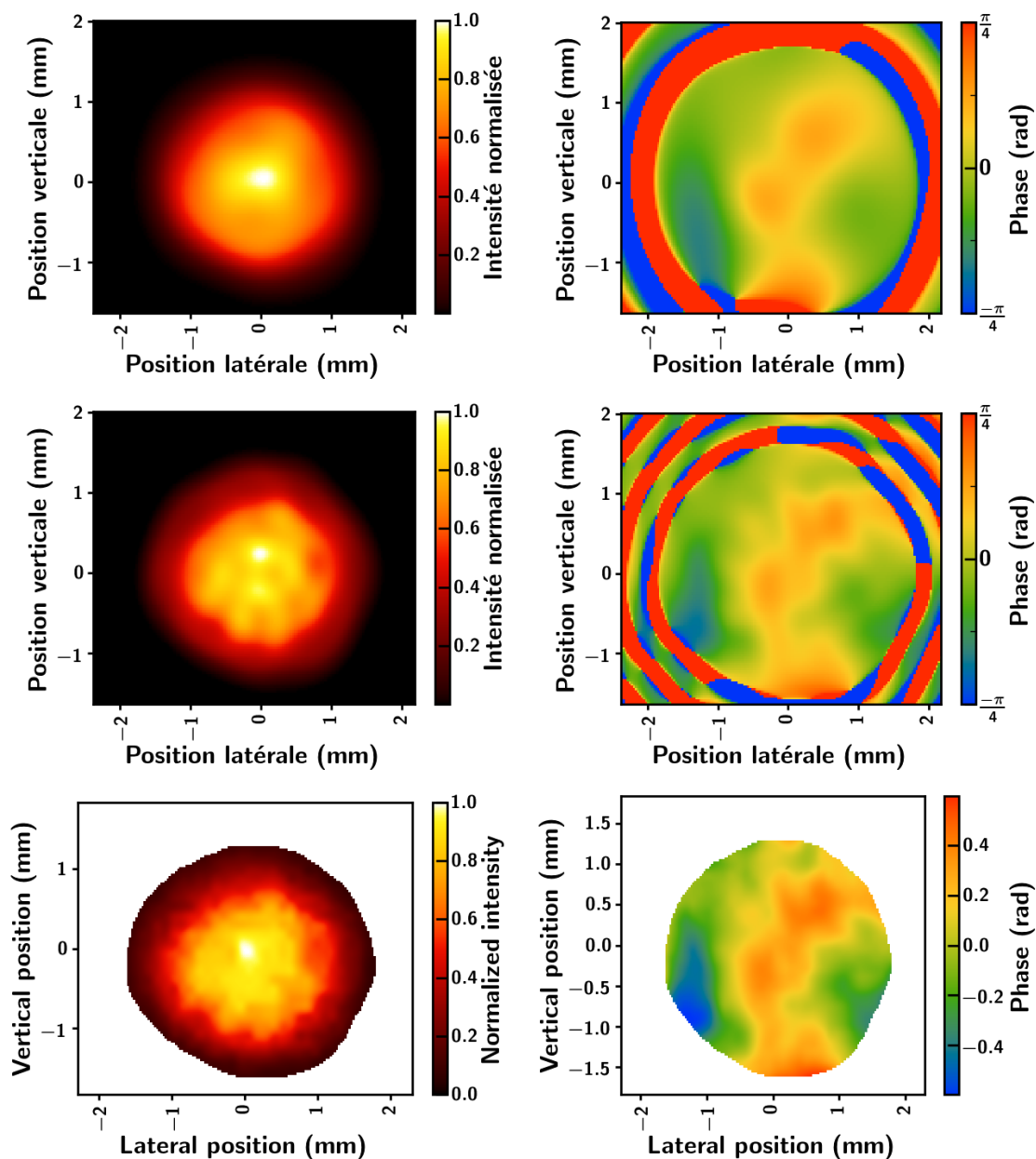


FIGURE 3.27 – Intensité normalisée (gauche) et phase reconstruite (droite) pour la décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{O}$  sur la base réduite  $(l,p) \in ([-3,3],[0,8])$  (en haut), sur la base initiale  $(l,p) \in ([-10,10],[0,30])$  (au milieu) et faisceau expérimental pour la décomposition zonale (en bas). Sur l'espace non réduit la reconstruction est beaucoup plus proche de la réalité malgré le peu de différence dans la somme d'énergie considérée entre celle-ci et la base réduite.

leurs ordres respectifs).

#### 3.3.7.2 Effet de la lame sur le faisceau générateur

Nous nous intéressons désormais à l'effet de la lame sur le faisceau générateur réel. Contrairement au cas précédemment étudié d'un faisceau de petite dimension et comme nous l'avons déjà dit dans le chapitre 2 le faisceau ne prend pas directement la forme d'un  $\mathcal{L}\mathcal{O}$  bien défini, ce qui ne permet pas une évaluation simple du waist. Le profil reste, même à la position de mesure, pratiquement gaussien avec uniquement un trou d'intensité au centre de la pupille. Toutefois grâce à une évaluation initiale du waist prise égale à  $\sqrt{2}$  fois celui du gaussien étudié (cas du rapport idéal selon Longmann *et al.*) et du centre, pris lui au départ égal au précédent, on peut reproduire les étapes de la section précédente pour le cas avec lame. L'ajout d'une discontinuité nécessaire à l'obtention de la phase azimutale affecte la reconstruction en ce plan, particulièrement sur les capteurs de petite dimension / faible nombre de sous-pupilles.

La lame est conçue pour appliquer un moment  $L = 1$  au faisceau, la "bonne" utilisation étant normalement celle qui met le côté plan du côté du faisceau incident. Appliquer un moment  $L = 1$  implique une rotation du front de phase dans le sens horaire si on suit la définition donnée 2.25. Cependant, l'observation par le capteur s'effectue face au faisceau incident. Par conséquent un moment appliqué de  $L > 0$  au faisceau correspond à un sens trigonométrique dans les mesures effectuées sur le capteur alors qu'un moment  $L < 0$  correspondra à une variation horaire de la phase.

Avant l'étude de la décomposition en elle-même on peut s'intéresser à la valeur pic-vallée que la lame applique selon la face d'incidence.

#### Analyse pic-vallée de la phase apportée

Une fois la discontinuité déterminée, on peut analyser la valeur pic-vallée obtenue. Pour la première face étudiée, la variation est horaire et la valeur pic-vallée ajoutée par la lame au faisceau vaut  $-1,05\lambda$  à  $32,6nm$  sans iris et  $-0,91\lambda$  avec iris, le diaphragme ayant pour effet de supprimer les bords du faisceau naturellement plus aberrants. C'est a priori la face en escalier.

Pour l'autre face, la valeur pic-vallée ajoutée par la lame vaut  $0,97\lambda$  à  $32,6nm$  sans iris et  $0,92\lambda$  avec iris. C'est la face plane d'après nos hypothèses.

C'est, a priori, une première constatation de la différence entre l'effet appliqué par chacune des deux faces de la lame, directement lié à la géométrie de la lame de phase spirale qui n'est pas symétrique puisque par construction l'une des faces est plane et l'autre en escalier.

Dans tous les cas la valeur est légèrement inférieure à  $|L| = 1$  avec iris (aberrations nettoyées) pour deux raisons :

- d'abord on retire du calcul une sous-pupille sur tout l'axe perpendiculaire à l'axe azimutal dans une configuration avec peu de sous pupilles, emportant par là même une partie non-négligeable de l'information de variation de phase

### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

---

— Ensuite on utilise la lame à une longueur d'onde de  $815nm$  alors qu'elle est dessinée pour  $800$ , avant conversion vers un mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  la variation pic-vallée de phase est donc inférieure à  $1\lambda$ , en l'occurrence  $0,98$  dans ce cas.

A présent on regarde la décomposition sur la base  $\mathcal{L}\mathcal{G}$ , dans le référentiel du capteur. Tous les modes sont donnés avec un signe correspondant à celui qu'ils ont dans le plan du faisceau (sens horaire capteur donnant alors un signe négatif et inversement).

#### Face appliquant une charge horaire

On se place ici dans la configuration d'un faisceau incident sur la face appliquant une variation de phase horaire dans le plan du capteur. On commence par regarder le faisceau complet sans ouverture, dans le plan intermédiaire. En reprenant la procédure établie précédemment on finit par établir un waist égal à  $46,2\mu m$ . Soit un rapport de  $0,76$  par rapport à la valeur obtenue pour le gaussien. Très proche de l'optimal et plutôt proche du rapport de waist obtenu par la méthode imageur dont on a parlé au chapitre précédent.

En observant les figures 3.28 et 3.29, on s'aperçoit que sans iris le mode principal reste le mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{-1,0}$  et que la décomposition correspond à une lame peu décentrée sur un faisceau aberrant. On retrouve le même comportement dans la reconstruction que pour le mode gaussien concernant les modes peu présents, un écart similaire sur la somme de modes entre base initiale et réduite pour une reconstruction beaucoup plus proche dans le cas initial. La somme totale reste plus faible que dans le cas gaussien à cause de la dispersion plus importante des modes.

On effectue la même étude avec le faisceau diaphragmé à  $12mm$ . Cette fois on doit prendre un waist égal à  $88\mu m$  pour la décomposition, supérieur à ce que prévoit la simulation pour un faisceau parfait.

On retrouve un comportement équivalent, la base initiale simule bien mieux la réalité. En revanche, la reconstruction reste ici moins bonne même avec la base initiale. Ceci est dû à la dispersion des nombreux modes présents (voir 3.31), ce qui se traduit par une baisse de la somme globale dans les deux cas considérés, à savoir  $97,2\%$  pour la base initiale et  $92,8\%$  pour la base réduite.

Contrairement au cas idéal, on distingue ici l'effet d'un iris qui n'est pas complètement centré sur le faisceau, avec une lame qui n'est déjà pas complètement centrée sur le faisceau, les aberrations du faisceau jouent elles aussi un rôle mais a priori dans un ordre de grandeur inférieur quand on regarde le faisceau gaussien générateur en son centre.

Par ailleurs dans la section précédemment citée on effectue la décomposition au foyer et non dans un plan intermédiaire après la conversion. Or lors de la propagation (vers le foyer donc le champ lointain), les composantes les plus divergentes des modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  sortent plus rapidement de la zone de calcul et donc représentent un poids moins important lors de la projection.

Enfin du fait de la réduction de la pupille de travail par l'iris, l'influence de la discontinuité augmente encore dans le cas diaphragmé : ajout de modes et pertes d'informations.

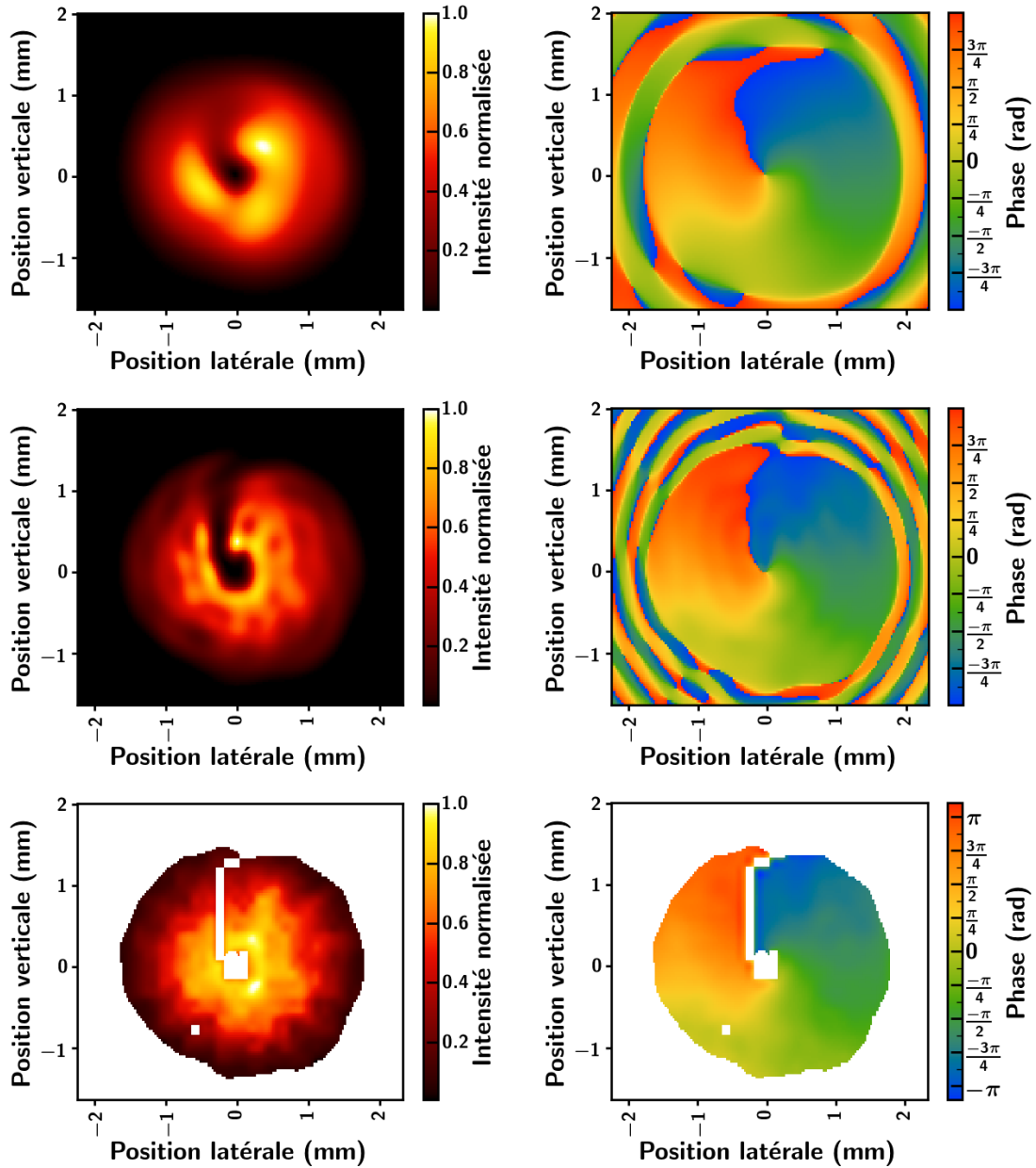


FIGURE 3.28 – Intensités (droite) et phases reconstruites (gauche), pour la base  $\mathcal{L}\mathcal{O}$  réduite (en haut), entière (au milieu) et les données zonales du Shack-Hartmann (en bas). On voit que la décomposition reconstruit aussi le trou d'intensité causé par la discontinuité, ce qui implique une perte d'information mais aussi l'émergence de quelques nouveaux modes, liés directement à cet effet numérique, dans la décompositions. On peut distinguer dans les mesures réelles la diffraction issue des 16 segments de la lame de phase, celle-ci disparaît avec la propagation.

### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

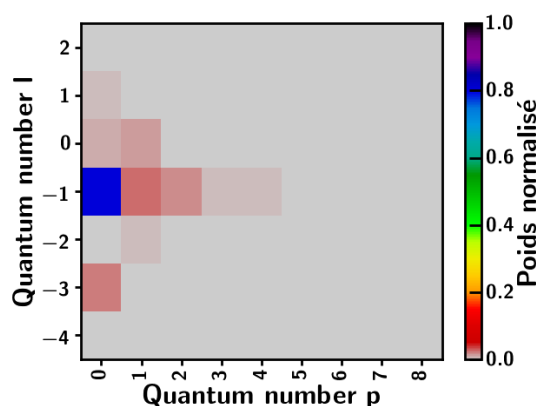


FIGURE 3.29 – Décomposition en mode  $\mathcal{LG}$  sur la base réduite. Le comportement est comparable à celui d'une lame peu décentrée auquel s'ajoute les quelques aberrations du faisceau incident. Le mode  $\mathcal{LG}_{-1,0}$  pèse pour 80,16% du total

A tout cela s'ajoute encore la conversion de la lame dans une configuration a priori non optimale.

Toutefois si l'influence de l'iris sur la perte en importance du  $\mathcal{LG}_{-1,0}$  semble bien plus importante qu'attendue en comparant au cas idéal, notamment à cause du décentrage de celui-ci et de la lame, l'augmentation de poids des modes d'ordre  $p$  supérieurs pour tous les modes azimutaux présents reste une contribution attendue de l'iris.

#### Faisceau incident sur la seconde face

A présent on s'intéresse à la conversion par l'autre face, qui apporte une variation anti-horaire de la phase. Pour ce faire, expérimentalement on retourne la lame et on recentre à nouveau la figure de l'iris sur la lame. On obtient les résultats présentés Fig. 3.32. Dans cette configuration le waist du faisceau est obtenu égal à  $46,1\mu m$ , similaire à celui mesuré pour l'autre face. En revanche si on y ajoute l'iris, le waist devient  $76,1\mu m$  soit une différence de 15% avec celui obtenu précédemment.

Le centrage de la lame est meilleur pour la seconde face ce qui explique la conversion avec et sans iris. C'est ce que l'on voit grâce à la décomposition des poids des différents modes Laguerre-Gauss. La pureté du faisceau sortant est bien meilleure dans les deux cas et la dispersion modale bien moindre, ce qui entraîne en partie cette différence de waist.

Par ailleurs on voit lors de l'étude une dérive latérale du centre (inférieure au cas de la Face 1) avec l'iris montrant encore une fois un mésalignement en  $X$  de celui-ci mais a priori moins dramatique.

Le déplacement du centre de la lame entraîne de fait un décentrage relatif de l'iris différent, celui-ci n'ayant pas bougé entre les deux mesures, et au vu de l'étude et des résultats il semble qu'il soit mieux placé dans ce cas.

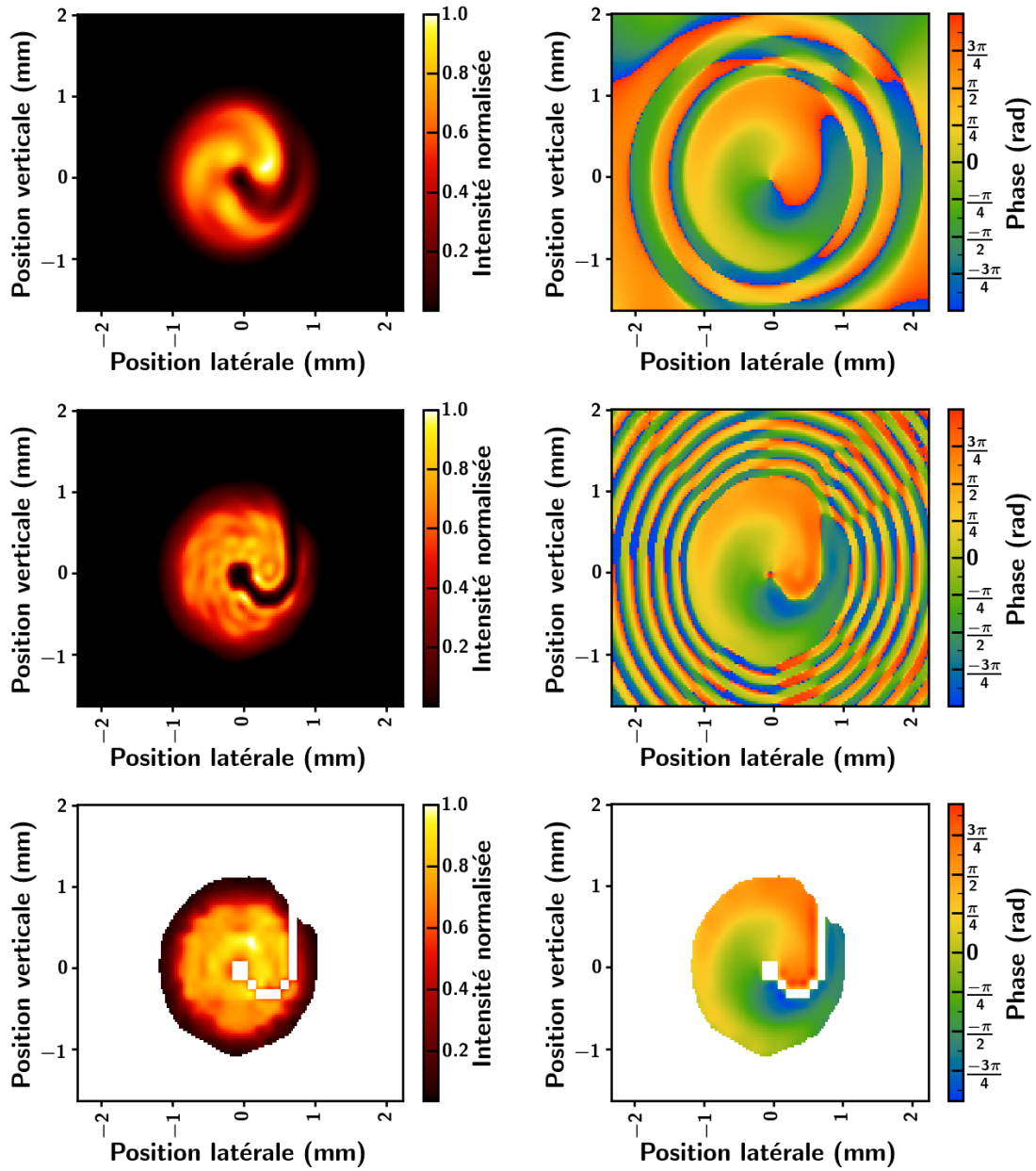


FIGURE 3.30 – Intensités (droite) et phases reconstruites (gauche), pour la base  $\mathcal{L}\mathcal{O}$  réduite (en haut), entière (au milieu) et les données zonales du Shack-Hartmann (en bas).

### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

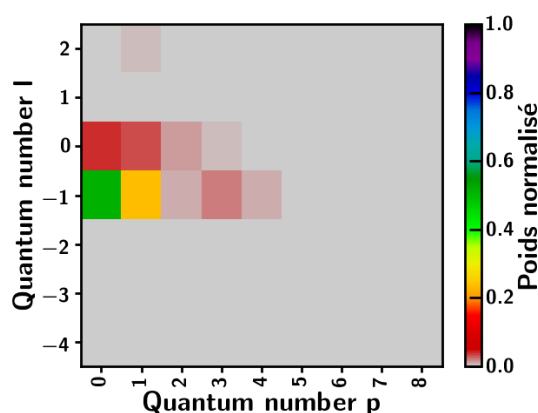


FIGURE 3.31 – Décomposition en mode  $\mathcal{LG}$  sur la base réduite en plan intermédiaire. Le comportement est cette fois extrêmement perturbé. Le mode  $\mathcal{LG}_{-1,0}$  ne pèse plus que pour 51,2% du total mais en plus de générer des modes d'ordre  $p$  supérieurs ( $\mathcal{LG}_{-1,2} = 23,6\%$ ) ce que l'on attend d'un iris, il y a génération de modes  $l$  différents. Notamment  $\mathcal{LG}_{0,0} = 4\%$ , lié au décentrage de l'iris et de la lame.

Cela permet de distinguer de manière bien plus claire l'influence du décentrage de l'iris qui crée des modes azimutaux et des modes radiaux dans ce cas.

Compte tenu de cette différence de centrage il est difficile de conclure quant au comportement différent des deux faces de la lame. Toutefois nous admettrons que c'est cette configuration qui correspond à la conversion de meilleure qualité.

On peut noter un autre point important dans le plan d'analyse : la structure spiralante de la phase (sa rotation n'est pas uniforme le long de l'axe radial) à cette position, ce que l'on pourrait interpréter comme l'effet de rotation de la phase azimutale ajouté au mouvement de "déplacement" radial de l'intensité vers les points de l'anneau avec la propagation présent pour les faisceau de grande ouverture.

Dans ce chapitre nous avons décrit les diagnostics utilisés ainsi que leurs principes fondamentaux. Nous avons ensuite caractérisé le laser générateur dans le cas gaussien et sa conversion avec la lame de phase vers des  $\mathcal{LG}$ . A présent nous nous intéressons au processus harmonique dans le régime Laguerre-Gaussien.

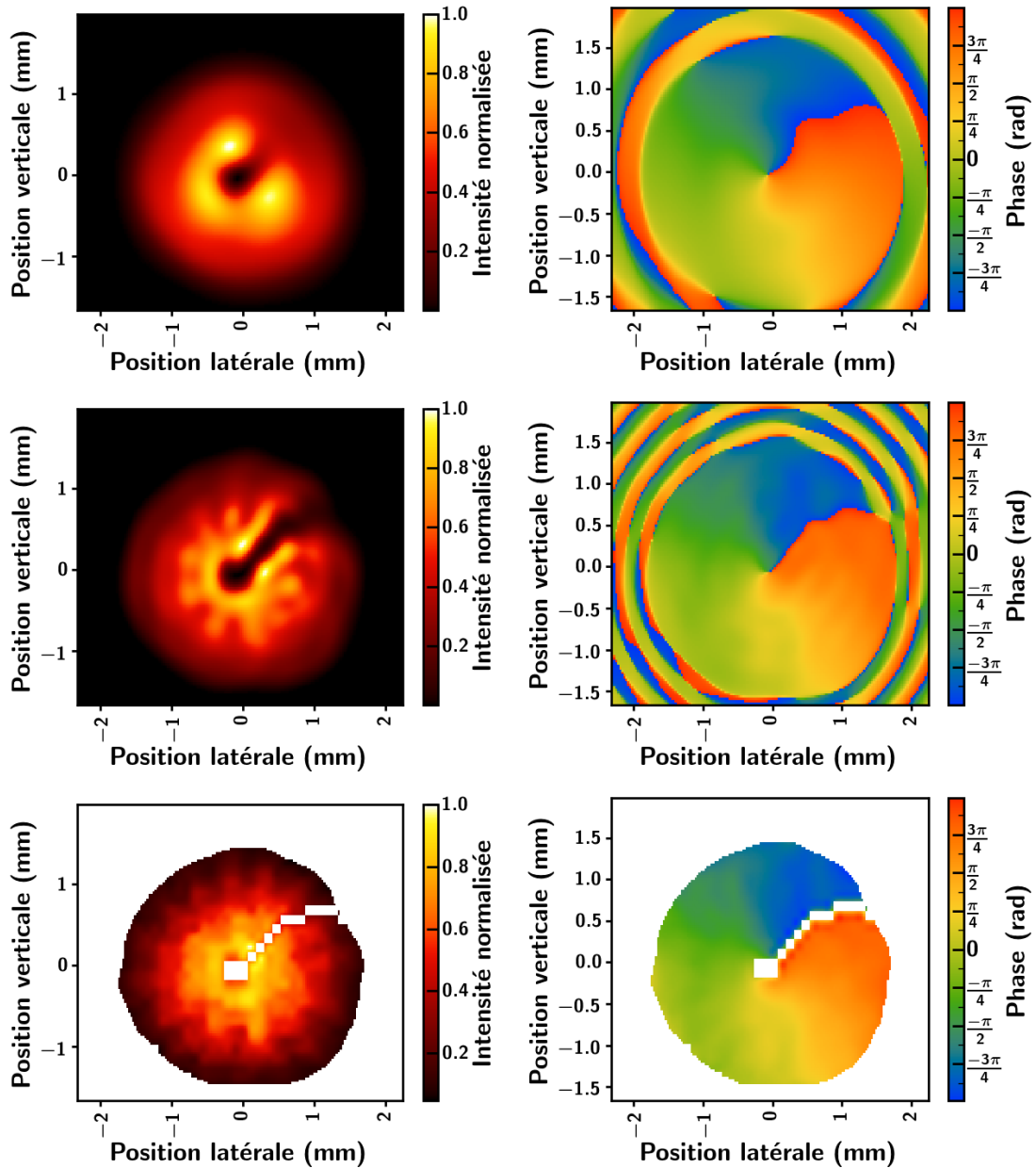


FIGURE 3.32 – Intensité normalisée (gauche) et phase reconstruite (droite) pour la décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  sur la base réduite  $(l,p) \in [-3,3],[0,8]$  (en haut), sur la base initiale  $(l,p) \in [-10,10],[0,30]$  (au milieu) et faisceau expérimental pour la décomposition zonale (en bas). Même comportement que dans les sections précédentes. La somme sur la base réduite donne 93,0% de l'intensité totale, celle sur la base étendue 96,2%.



### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

---

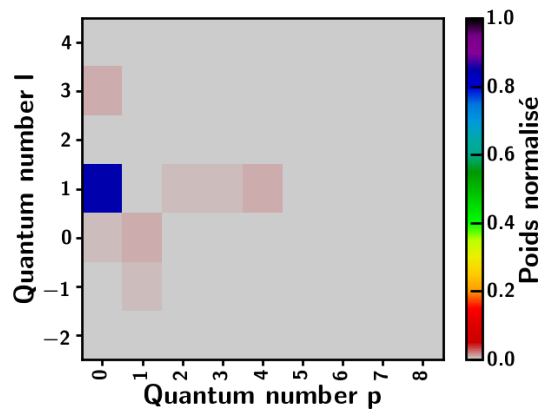


FIGURE 3.33 – Décomposition en mode  $\mathcal{LG}$  sur la base réduite en plan intermédiaire. Le mode  $\mathcal{LG}_{1,0}$  pèse pour 84,5% du total. Les autres modes présents sont issus de l'aberration du faisceau gaussien et du décentrage plus léger de la lame par rapport à celui-ci.

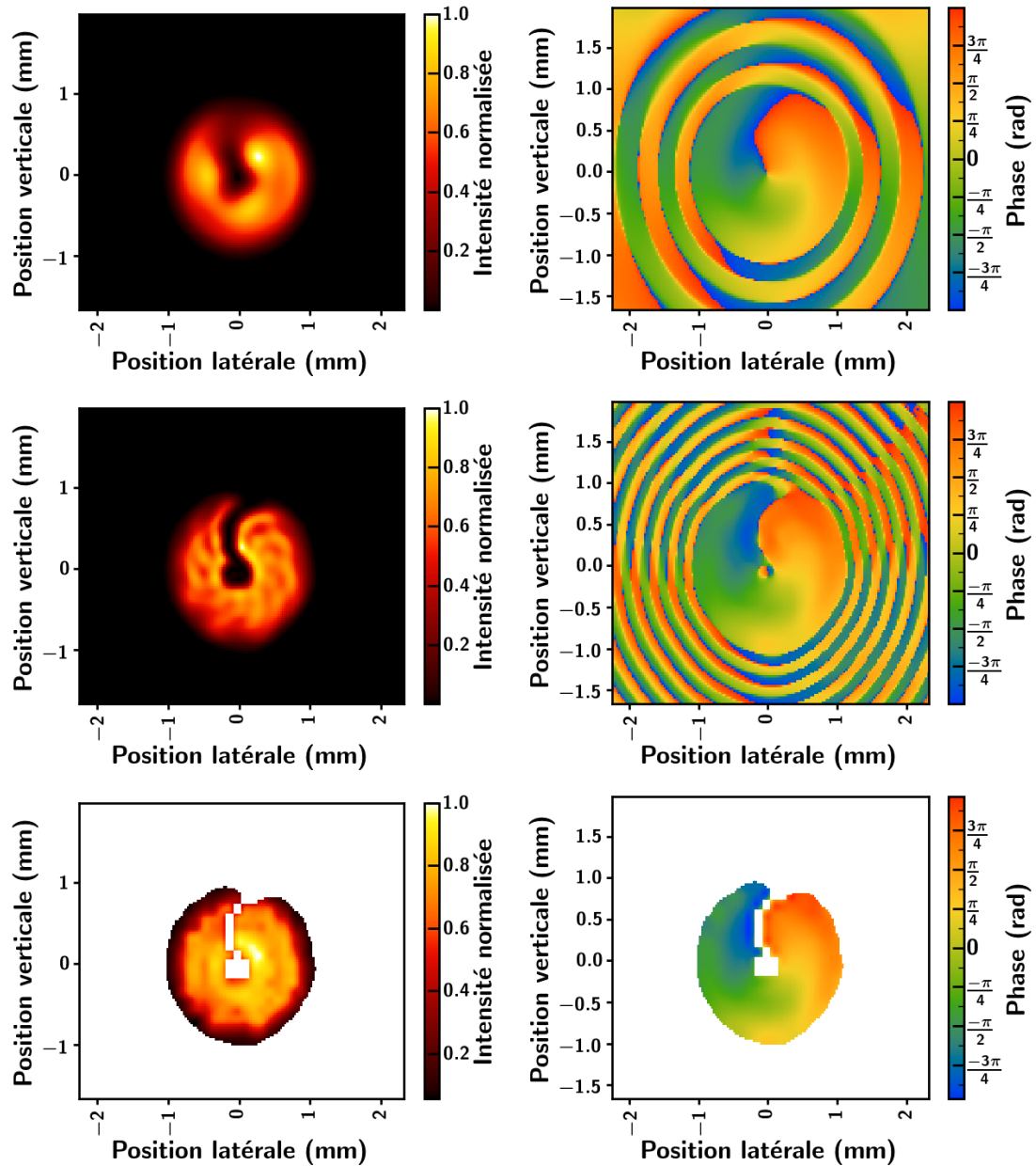


FIGURE 3.34 – Intensité normalisée (gauche) et phase reconstruite (droite) pour la décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  sur la base réduite  $(l,p) \in [-3,3],[0,8]$  (en haut), sur la base initiale  $(l,p) \in [-10,10],[0,30]$  (au milieu) et faisceau expérimental pour la décomposition zonale (en bas). La somme sur la base réduite donne 93,2% de l'intensité totale, celle sur la base étendue 97,1%.

### 3.3. Effet expérimental de lame de phase

---

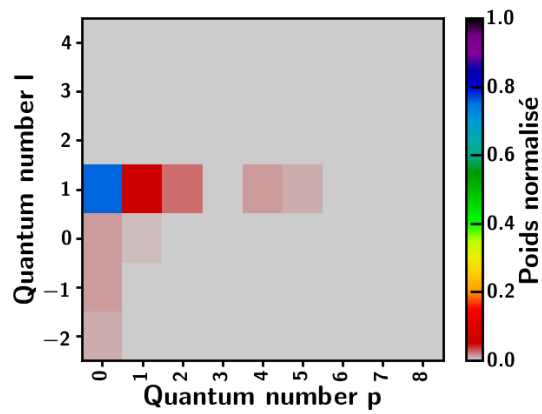


FIGURE 3.35 – Décomposition en mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  sur la base réduite en plan intermédiaire. Le comportement est cette fois moins perturbé par l'iris. Le mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,0}$  pèse pour encore 75,7% du total, les modes azimutaux positifs disparaissent au profit de mode négatifs engendrés par l'iris décentré, le mode principal est dépeuplé pour ceux-ci ainsi que pour les modes radiaux d'ordre supérieur.

## Chapitre 4

# Génération d'harmoniques d'ordres élevés portant un moment angulaire : Etude l'influence de l'infrarouge sur la génération

---

<b>4.1</b>	<b>Première génération d'harmonique portant un MAO sur LASERIX . . . . .</b>	<b>133</b>
4.1.1	Schéma expérimental de génération . . . . .	133
4.1.2	Génération sans moment orbital . . . . .	133
4.1.3	Génération portant un MAO (Campagne 0) . . . . .	135
4.1.3.1	Etude de la polarisation du faisceau généré . . . . .	135
4.1.3.2	Etudes préliminaires de l'influence de quelques paramètres de la lame sur la génération . . . . .	137
4.1.4	Génération portant un MAO avec mesure de phase (Campagne 1) . . . . .	139
4.1.4.1	Etude de la phase du faisceau harmonique . . . . .	141
<b>4.2</b>	<b>Retournement de la lame et nouvelle calibration . . . . .</b>	<b>146</b>
4.2.1	Effet du retournement de la lame sur le front d'onde . . . . .	146
4.2.2	Recalibration du capteur . . . . .	147
4.2.2.1	Principe de la calibration . . . . .	147
4.2.2.2	Calibration expérimentale . . . . .	148
4.2.3	Nouvelle mesure de l'effet du retournement . . . . .	148
<b>4.3</b>	<b>Etude de la génération d'harmonique portant un MAO : méthode d'analyse appliquée aux données . . . . .</b>	<b>149</b>
4.3.1	Faisceau étudié . . . . .	149
4.3.2	Travail de la grille de définition . . . . .	149

CHAPITRE 4. GÉNÉRATION D'HARMONIQUES D'ORDRES ÉLEVÉS PORTANT UN MOMENT ANGULAIRE : ETUDE L'INFLUENCE DE L'INFRAROUGE SUR LA GÉNÉRATION

---

4.3.3	Estimation de la charge $l$ . . . . .	150
4.3.3.1	Méthode en phase . . . . .	150
4.3.3.2	Estimation via la transformée de Fourier azimutale	151
4.3.3.3	Rappel sur la décomposition $\mathcal{LG}$ . . . . .	152
4.3.4	Reconstruction du faisceau . . . . .	154
<b>4.4</b>	<b>Génération d'harmoniques en configuration corrective (Campagne 2)</b> . . . . .	<b>154</b>
4.4.1	Schéma de génération . . . . .	154
4.4.2	Préparation de la génération . . . . .	157
4.4.3	Faisceau expérimental . . . . .	157
4.4.4	Application des méthodes d'estimation aux données déli- bérément astigmatas . . . . .	158
4.4.4.1	Effet du seuil sur le faisceau le moins aberrant de la série . . . . .	158
4.4.4.2	Effet des aberrations . . . . .	161
<b>4.5</b>	<b>Variation et effet de certains paramètres de la génération</b>	<b>162</b>
4.5.1	Séries en énergie . . . . .	162
4.5.2	Séries en pression et en iris . . . . .	164
4.5.2.1	Série en pression . . . . .	164
4.5.2.2	Série en iris . . . . .	164
<b>4.6</b>	<b>Théorie des harmoniques en régime Laguerre-Gaussien</b>	<b>164</b>
4.6.1	Effet du processus sur le spectre $\mathcal{LG}$ . . . . .	166
4.6.1.1	Méthode d'étude . . . . .	166
4.6.1.2	Effet avec un faisceau générateur pur . . . . .	167
4.6.1.3	Faisceau générateur impur . . . . .	174
4.6.1.4	Retro-description : quel spectre donnerait une conversion pure ? . . . . .	178
<b>4.7</b>	<b>Conclusion</b> . . . . .	<b>183</b>

---

---

**D**ANS CE CHAPITRE, je décris les expériences que nous avons menées au début de notre étude sur les harmoniques portant un moment angulaire. Puis, au-delà de nos premières estimations, nous avons visé à une description quantitative et détaillée du contenu modal d'un vortex harmonique généré par un driver infrarouge réel c'est à dire créé expérimentalement par une lame de phase spirale appliquant une charge théorique  $L = 1$ .

## 4.1 Première génération d'harmonique portant un MAO sur LASERIX

### 4.1.1 Schéma expérimental de génération

L'expérience est effectuée sur la plateforme LASERIX, le schéma de génération est présenté Fig. 4.1, issue de l'article [153]. Une lentille de  $0,9m$  de longueur focale est placée sur le trajet de la ligne harmonique (voir 3.1.4.2) réglée à  $815nm$ . Son foyer est au centre d'une cellule de gaz de longueur  $1cm$  fermée hermétiquement dont l'entrée et la sortie sont percées dans du ruban de téflon par le laser pleine pupille/pleine énergie pour obtenir les orifices les plus petits possibles. La cellule est remplie d'Argon dont on peut faire varier la pression à l'aide d'un dispositif Bronkhost (débitmètre réglable). Elle est placée dans une chambre à vide pompée à un vide de  $10^{-6}mbar$  qui remonte à  $10^{-3}mbar$  lors de l'injection d'Argon et redescend rapidement dès que l'arrivée de gaz est coupée. A l'extérieur de l'enceinte, un iris de taille variable est placé avant la lentille, il permet à la fois d'aligner le faisceau, la lame de phase dans le faisceau, et de jouer sur les paramètres d'énergie et de taille du point focal de manière certes couplée. La lame de phase vortex de large ouverture est placée avant la lentille et l'iris : elle est facilement amovible et réglable en XY (Z étant l'axe optique) par une translation manuelle.

Après la cellule de génération, divers diagnostics, décrits dans les parties précédentes, peuvent être utilisés en single-shot ou en accumulation de tirs en fonction du niveau de signal, et permettent de qualifier le faisceau harmonique obtenu : imageur, spectromètre, diagnostic de front d'onde Hartmann et caméra champ intermédiaire XUV. Une fine feuille d'aluminium de quelques fractions de microns est placée devant les capteurs afin de filtrer l'infrarouge générateur résiduel. Elle entraîne aussi une coupure des longueurs d'onde inférieures à  $17,9nm$  et une atténuation des ordres transmis de l'ordre de 30% typiquement.

### 4.1.2 Génération sans moment orbital

Afin d'avoir une référence de qualité de faisceau (en profil d'intensité ainsi qu'en front d'onde), on effectue une génération sans la lame vortex

Le front d'onde typique obtenu lors de la génération est assez bon, avec une variation de phase RMS de  $\lambda/9$  à  $32,6nm$  sur une zone définie par un seuil de 2% de l'intensité

#### 4.1. Première génération d'harmonique portant un MAO sur LASERIX

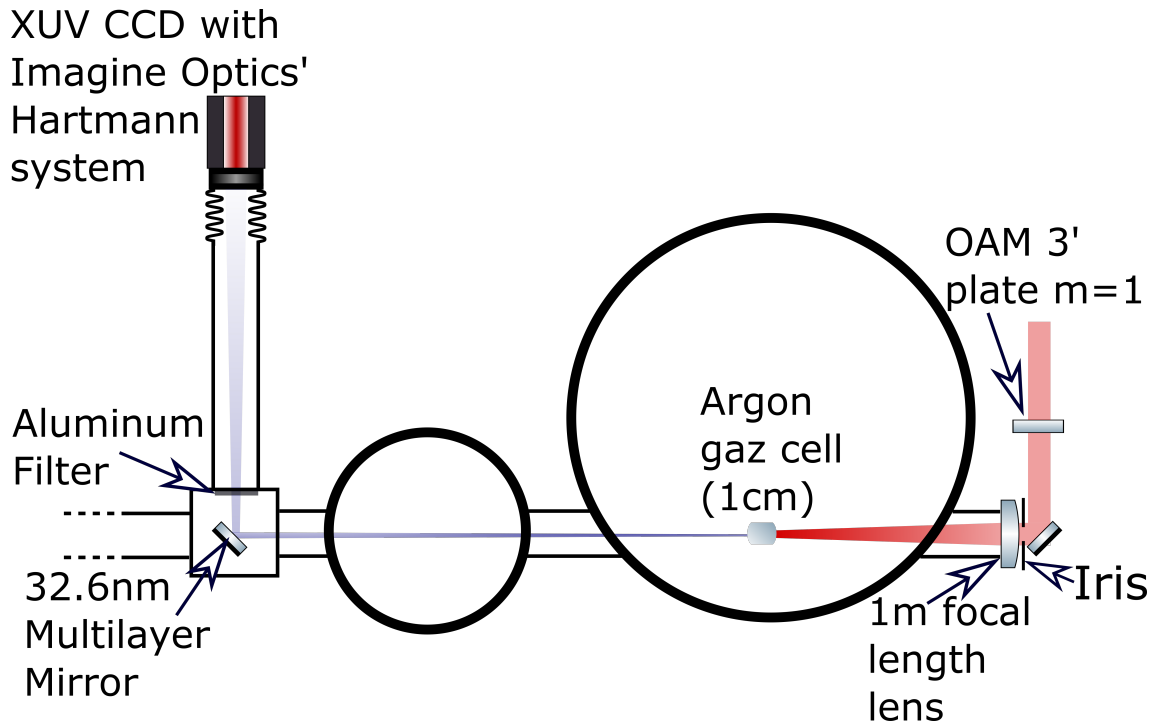


FIGURE 4.1 – Schéma de principe de l'expérience de génération d'harmoniques portant un MAO, la figure est extraite de la référence [153]

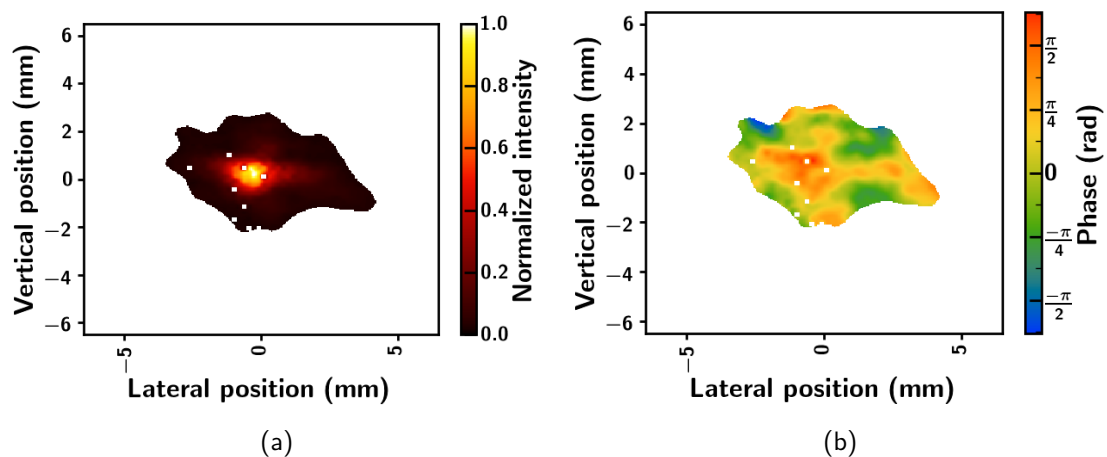


FIGURE 4.2 – Profil d'intensité (a) et front d'onde (b) de l'harmonique 25 à 32,6nm, 1s d'acquisition. Variation RMS de front d'onde  $\lambda/9$  sur la zone définie par un seuil à 2% de l'intensité maximum.

### 4.1.3. Génération portant un MAO (Campagne 0)

maximum sans travail du faisceau driver, comparable à ce que l'on obtient typiquement [154, 155] en génération d'harmoniques. On génère avec une énergie infrarouge de  $4,8mJ$  dans le faisceau de génération de  $20mm$  de diamètre à  $1/e^2$  avant diaphragmation. L'iris étant fermé à  $11mm$ , il reste  $1,9mJ$  dans la cellule de gaz avec  $27mbar$  d'Argon. L'acquisition est effectuée sur la camera CCD XUV du système Hartmann placé à  $1655mm$  de la source. Le diamètre de la source est estimé à la centaine de micromètres et le spot mesure  $2,3mm$  sur la caméra. La divergence est donc d'environ  $1,4mrad$ , en accord avec les données de la littérature.

Au cours de nos expériences nous avons observé une dégradation de la qualité de ce front d'onde à  $\lambda/1,5$  lors de l'installation d'une boucle de correction de prêt (campagne 2). Elle a été attribuée à cet exemplaire de démonstration et à une mauvaise utilisation du dispositif.

### 4.1.3 Génération portant un MAO (Campagne 0)

Pour obtenir le faisceau harmonique portant un moment orbital, on place la lame de phase spirale dans le faisceau générateur. Dans des conditions similaires aux précédentes, nous obtenons une génération relativement facilement avec un faisceau expérimental annulaire présentant un rayon typique  $r_{max} = 4,7mm$  à  $2m$  de la source. Plus proche de la source le profil obtenu est mesuré par l'imageur et est présenté 4.3. Dans cette campagne le capteur de front d'onde n'était pas en place, nous avons cependant pu observer quelques paramètres de la génération.

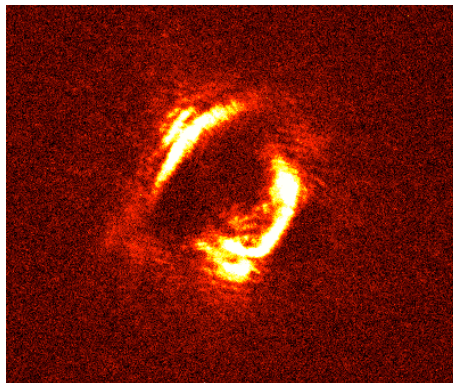


FIGURE 4.3 – Image à quelques centimètres de la source de l'harmonique 25 portant un MAO (Diamètre environ  $300\mu m$ ). Elle a été obtenue sur l'imageur avec un grandissement de 7, pixel de la caméra :  $13\mu m^2$

#### 4.1.3.1 Etude de la polarisation du faisceau généré

Les optiques multicouches utilisées pour la manipulation du faisceau HHG XUV issu de la génération ont une efficacité centrée sur une longueur d'onde précise avec un



#### 4.1. Première génération d'harmonique portant un MAO sur LASERIX

spectre étroit.

Dans notre cas nous étudions le 25<sup>ème</sup> harmonique du faisceau de pompe fondamental centré autour de  $815\text{nm}$  soit  $32,6\text{nm}$ . Les optiques sont donc ajustées sur cette valeur et seulement 5% de l'intensité des ordres harmoniques précédent et suivant est conservée à chaque réflexion. De plus les optiques utilisées à  $45^\circ$  d'incidence sont sensibles à l'angle de la polarisation linéaire du faisceau selon une courbe bien connue dans cette condition [156]. Nous avons utilisé cette propriété de quasi extinction du signal quand la polarisation linéaire du faisceau est orthogonale à la direction verticale pour prouver que les harmoniques portant un MAO sont bien polarisées linéairement comme le faisceau de pompe infrarouge.

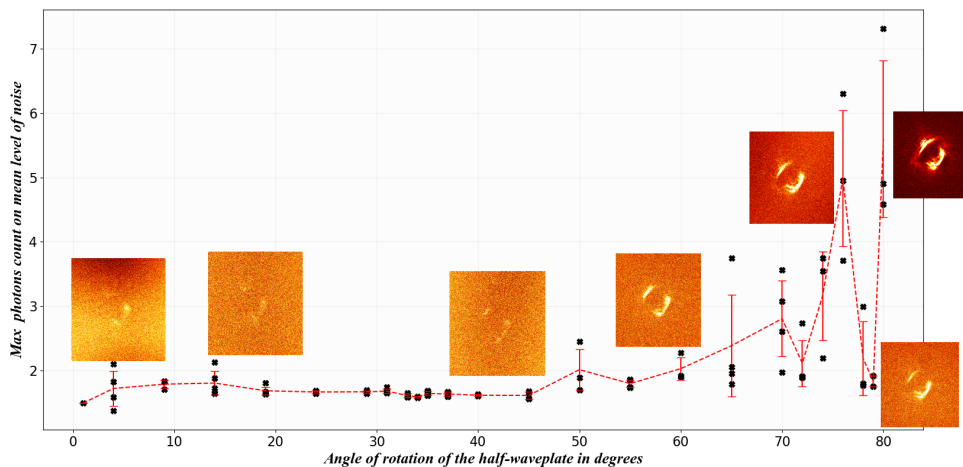


FIGURE 4.4 – Effet de la variation de polarisation sur l'intensité relative du signal mesuré sur la caméra CCD Pixis 1024B, acquisition monotir. Une fluctuation de l'énergie laser est responsable de la chute du nombre de coups autour du maximum

L'utilisation d'une lentille  $MgF_2$  non coupée sur son axe neutre a montré la même sensibilité à la polarisation pour la génération en schéma MAO : nous avons choisi des lentilles  $MgF_2$  pour limiter la dispersion or la coupure de ces optiques sur un axe autre que l'axe neutre du matériau  $MgF_2$ , biréfringent, a eu pour effet de basculer la polarisation linéaire vers une polarisation elliptique inconnue. Aucune génération n'a été possible jusqu'à ce que l'on s'aperçoive de ce problème. On a alors, par rotation de la lentille jusque son axe neutre en regard de la polarisation laser, obtenu de nouveau la génération.

#### 4.1.3.2 Etudes préliminaires de l'influence de quelques paramètres de la lame sur la génération

Dans cette partie nous utilisons l'une de nos caméras XUV en champ intermédiaire pour observer le profil d'intensité de la génération d'harmonique portant un MAO.

##### Rotation de la lame de phase autour de l'axe optique

Par construction, la lame possède une égale discontinuité d'épaisseur entre chaque segment sauf à la limite localisée entre les deux segments extrêmes, et qui résulte en une discontinuité de phase de  $2\pi$  pour le faisceau transmis le long de l'axe qui les sépare. On souhaite étudier expérimentalement si cela a un effet sur la génération.

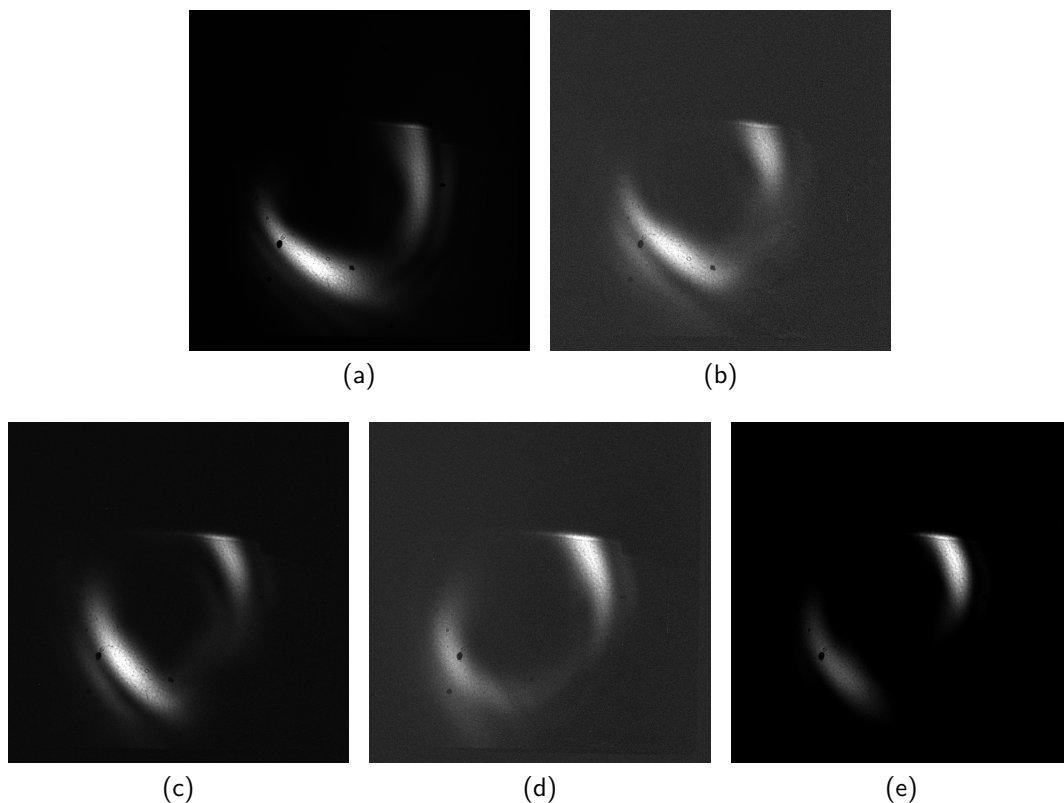


FIGURE 4.5 – Cinq angles de rotation de la lame de phase depuis sa position initiale : (a) position initiale de la lame ; (b)  $35^\circ$  depuis (a) ; (c)  $70^\circ$  depuis (a) ; (d)  $95^\circ$  depuis (a) ; and (e)  $180^\circ$  depuis (a). Acquisition monotir.

Lors de cette étude, on a fait tourner la lame autour de son axe, donc on déplace la discontinuité dans le faisceau. Les profils d'intensité Fig. 4.5 montrent que la structure globale n'est pas modifiée, elle reste bilobale sans déplacement des deux lobes.

#### 4.1. Première génération d'harmonique portant un MAO sur LASERIX

---

La discontinuité de différence de chemin optique dans le driver n'entraîne donc expérimentalement aucunement l'apparition d'un axe privilégié dans la génération d'harmonique conformément à ce que l'on observe aussi dans des simulations.

#### Retournement de la lame de phase

Nous savons déjà que le retournement de la lame sur elle-même entraîne non seulement une inversion de la charge topologique du faisceau générateur mais aussi une différence de comportement dans la composition spectrale  $\mathcal{L}\mathcal{G}$ .

Nous étudions dans cette partie l'effet d'un retournement de la lame sur le faisceau harmonique expérimental (Fig 4.6).

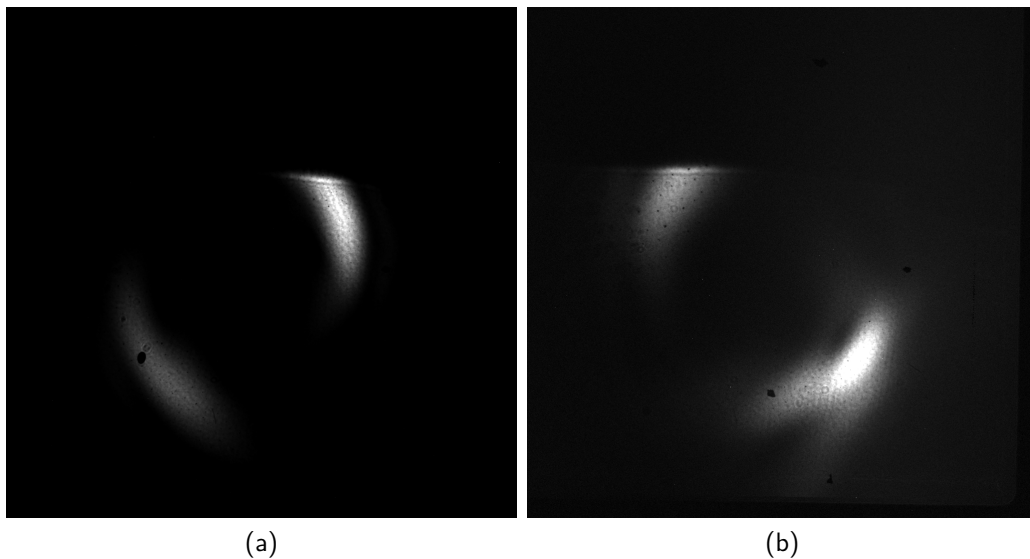


FIGURE 4.6 – Imagerie en propagation du faisceau pour (a) la face 1 de la lame de phase et (b) la face 2 de la lame de phase

On observe d'abord la différence de qualité de conversion modale suivant la face d'incidence (cf. 3.3.7.2), la conversion par la seconde face est beaucoup moins pure que par la première. L'effet est particulièrement visible sur la structure du lobe inférieur.

On remarque aussi Fig. 4.6 que l'image 4.6b est la symétrie de l'image 4.6a par rapport à l'axe de retournement de la lame de phase (horizontal). Cet effet a été expliqué par Philippe Balcou en utilisant une décomposition de Bessel des faisceaux portant de l'astigmatisme et auxquels on applique un déphasage supplémentaire alternativement de  $\pm |l|\theta$  avec  $|l| = 1$  (Communication privée). Il démontre que l'angle  $\theta_0$  pour lequel les interférences sont destructives entre les différents modes tourne de  $\pi$  lors du passage de  $l = 1$  vers  $l = -1$ .

En terme de mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  l'astigmatisme peut être en fait vu comme créant des bandes

#### 4.1.4. Génération portant un MAO avec mesure de phase (Campagne 1)

---

latérales dans le spectre en  $l$  autour de la valeur initiale, entraînant mécaniquement un mode  $\mathcal{L}\mathcal{O}$  impur avec une influence drastique sur la génération.

#### **Role de l'astigmatisme dans la structure bilobale des faisceaux**

C'est donc l'astigmatisme au sens de Zernike qui est responsable de la structure bilobale dans le cas d'un faisceau globalement  $\mathcal{L}\mathcal{O}_{1,0}$ . De même les aberrations telles que les comas et les tréfoils ont une signature particulière sur le mode  $\mathcal{L}\mathcal{O}_{1,0}$ , c'est ce que l'on peut voir sur l'image 4.7, obtenue par un faisceau gaussien présentant l'aberration citée traversant la lame de phase.

Les modes  $\mathcal{L}\mathcal{O}$  exacerbent déjà la sensibilité des faisceaux aux aberrations mais le processus de génération vient encore amplifier ce phénomène. Alors qu'un astigmatisme présent à hauteur de  $0,24\lambda$  est encore tolérable pour un faisceau gaussien  $0,03\lambda$  ( $24nm$ ) a déjà un effet non-négligeable sur le faisceau  $\mathcal{L}\mathcal{O}$  [145]. La phase harmonique étant celle du driver multipliée par  $q$  la sensibilité du faisceau harmonique aux aberrations du driver est amplifiée de ce facteur. Si on prend notre cas,  $1nm$  d'astigmatisme dans le faisceau driver a un effet visible sur le faisceau généré.

#### **Role de la pression sur la structure des modes : y-a-t-il un effet visible d'accord de phase ?**

Une série de mesure de vortex harmoniques en fonction de la pression a révélé que l'optimum de génération est observé pour des conditions similaires au cas gaussien usuel : il semblerait que l'accord de phase longitudinal qui est assez sensible à la valeur de la pression dans nos conditions expérimentales (longue cellule de gaz, faisceau assez diaphragmé) n'est pas considérablement affecté par le fait que les faisceaux infrarouges et harmoniques portent un moment angulaire. L'optimum semble cependant moins marqué dans ce cas. D'autres études de paramètres expérimentaux tendent à montrer la même chose : nous n'avons pas non plus observé de variation significative du rayon du vortex harmonique avec la pression contrairement au cas de la génération par un faisceau gaussien standard présentée dans le chapitre précédent. Cela tend à montrer que la géométrie et l'intensité du faisceau sont assez bien déterminées par la réponse du dipôle dans un modèle de milieu infiniment fin ("thin slab model") et ceci malgré la longueur relativement grande de notre cellule qui atteint  $10mm$  et qui fait l'originalité de notre étude par rapport aux travaux effectués dans d'autres laboratoires. Ceci sera détaillé dans la thèse d'Alok Kumar Pandey.

#### **4.1.4 Génération portant un MAO avec mesure de phase (Campagne 1)**

Nous nous plaçons dans une situation identique à la campagne précédente avec cependant l'ajout du senseur de front d'onde XUV à environ  $1645 \pm 15mm$  de la cellule

#### 4.1. Première génération d'harmonique portant un MAO sur LASERIX

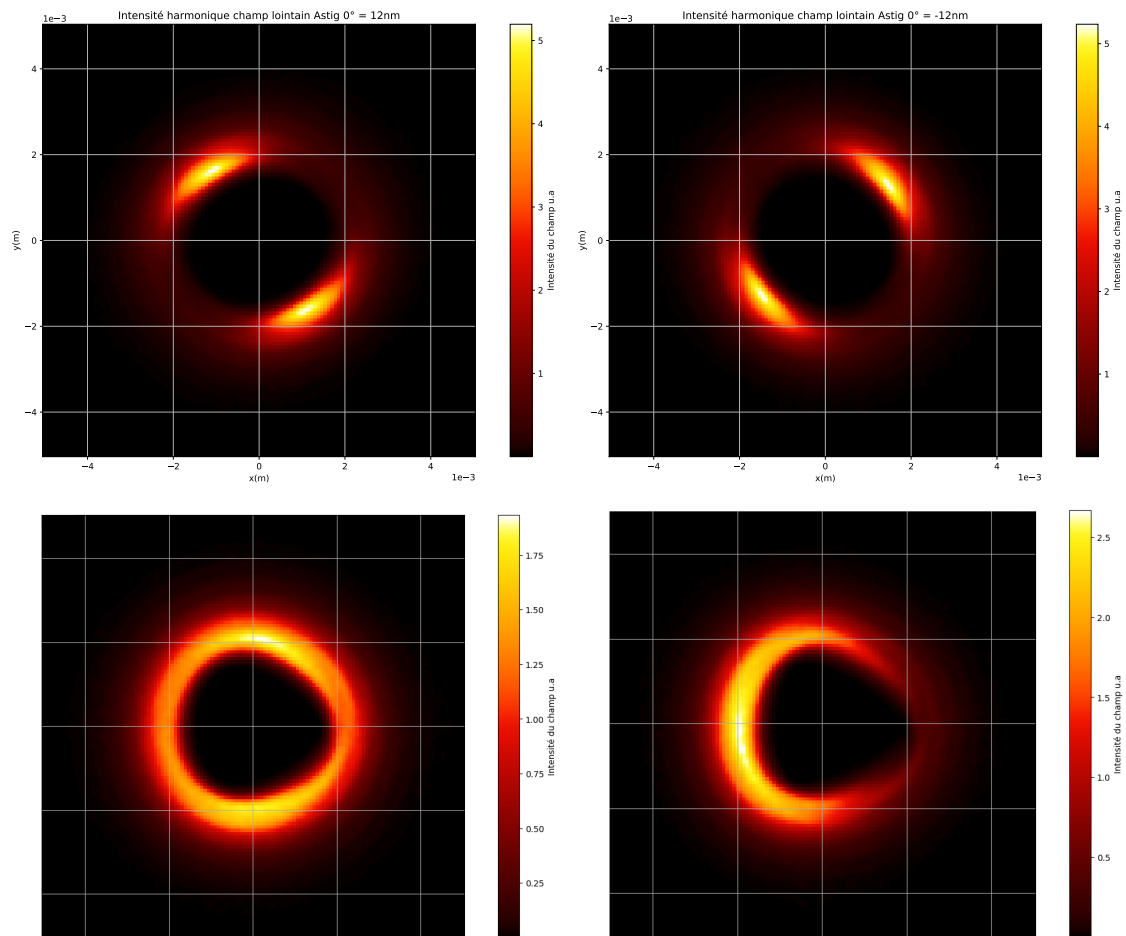


FIGURE 4.7 – Effet des aberrations du driver sur le profil d'intensité harmonique. En haut à gauche astigmatisme à 0° pur et à droite astigmatisme pur de signe opposé. En bas à gauche trefoil à 90° pur, en bas à droite coma dominante et trefoil léger. L'astigmatisme crée une structure bilobale qui s'inverse avec le signe de celui-ci. Le trefoil brise l'uniformité de l'anneau et lui donne une forme triangulaire, la coma donne une forme en demie-lune.

#### 4.1.4. Génération portant un MAO avec mesure de phase (Campagne 1)

de gaz. Cela nous permet de mesurer la variation de phase azimutale pour diverses situations de génération et de caractériser le moment orbital porté par le faisceau. Nous observons toujours le 25<sup>ème</sup> harmonique dont le profil en intensité présente deux lobes que nous attribuons à la présence d'un astigmatisme résiduel dans le faisceau infrarouge de pompe. Cette imperfection de la structure comparée à un vortex annulaire idéal pose des questions d'analyse de la carte de phase tout à fait spécifiques.

##### 4.1.4.1 Etude de la phase du faisceau harmonique

###### Description de l'étude

Le faisceau étant discontinu, nous avons dû, pour analyser les données, faire l'hypothèse que les zones mesurées ne présentaient pas de déphasage relatif (piston). Cette hypothèse est confortée par le fait que les deux lobes sont issus d'une source unique et n'a pas été mise en défaut par la suite de nos investigations.

Pour cette étude, on soustrait  $l\theta$  à la carte de phase expérimentale ( $\phi' = \phi - l\theta$ ) en déplaçant le centre de la carte théorique, donc la valeur de  $\theta$  pour un pixel donné, pour obtenir le résiduel de phase minimum (RMS sur toute la pupille) à la valeur  $l$  considérée. Cette étape est effectuée pour  $l \in [20, 30]$  : mathématiquement on autorise des valeurs non-entières.

On effectue cette opération sur des images obtenues pour diverses conditions de pression, d'iris et de seuillage des données (ie différents rapports signal sur bruit minimaux acceptés).

###### Cas particulier de la publication Sanson *et al.* 2018

Dans cet article[153], on présente l'étude du cas d'une génération MAO avec un iris réglé à  $15mm$  et une cellule à  $21mbar$ , tout le reste étant identique par ailleurs, pour lequel on obtient le faisceau montré Fig. 4.8. Numériquement, seules les données supérieures à 5% du maximum sont acceptées pour améliorer la valeur du rapport signal à bruit.

Dans cette situation, l'observation de la phase de l'harmonique 25 avec un Hartmann XUV nous a permis de déterminer qu'au premier ordre l'harmonique porte bien un MAO respectant ce qui avait été théorisé par [157] et déjà vérifié expérimentalement par [11] :  $l_q = ql_d$  avec  $l_q$  l'ordre azimutal de l'harmonique  $q$  et  $l_d$  le moment porté par le faisceau générateur infrarouge (cf Fig. 4.9).

Comme on le voit lors du retrait d'un ordre azimutal  $l = 25$  théorique, le résiduel de phase est pratiquement plat (figure 4.9b) et ne présente plus de rotation visible, à l'inverse par exemple de la figure 4.9a) brute.

Enfin la valeur de  $l$  théorique entière qui minimise le résiduel de phase est bien 25. Cependant en observant la forme de la fonction de mérite figure 4.9c, on voit que le minimum effectif est obtenu pour une valeur non entière de  $l$ , comprise entre 24 et 25.

#### 4.1. Première génération d'harmonique portant un MAO sur LASERIX

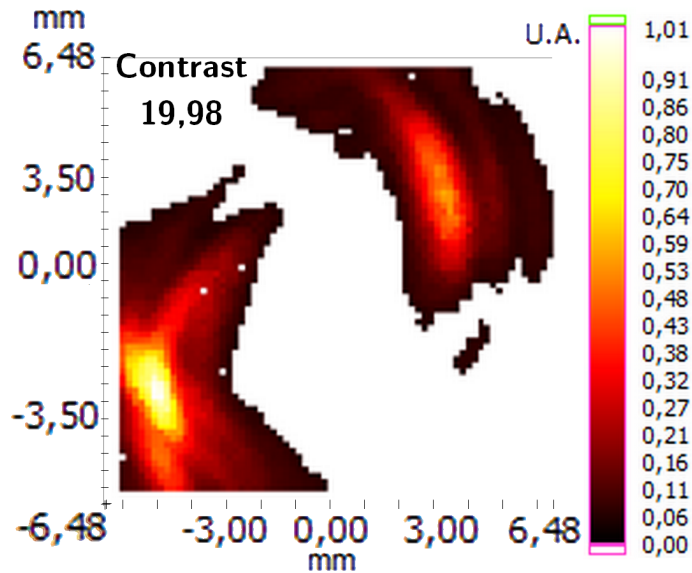


FIGURE 4.8 – Intensité reconstruite de l'ordre harmonique 25 dans nos conditions expérimentales dans le plan du capteur.

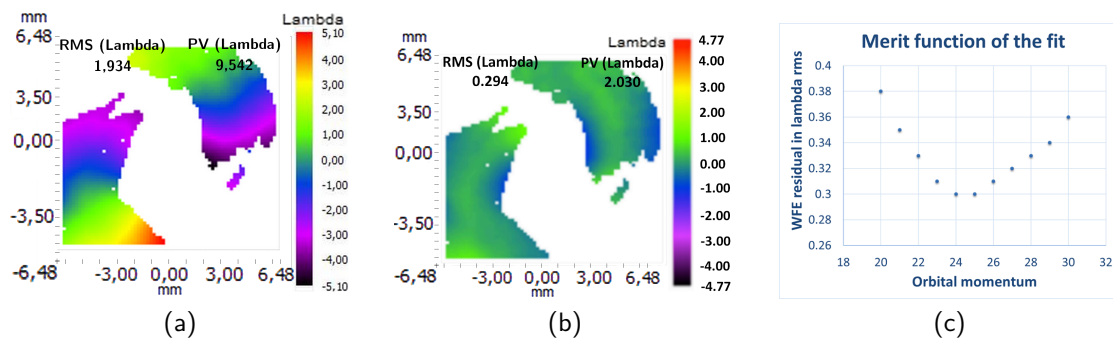


FIGURE 4.9 – Front d'onde reconstruit (a) Résiduel après la soustraction d'un moment azimutal parfait  $l = 25$  (b) Fonction de mérite de la correction pour les différents ordres azimutaux testés (c) pour un faisceau harmonique OAM expérimental généré avec les conditions : Argon 21mbar, iris 15mm, 4.8mJ avant Iris pour diamètre 20mm à  $\frac{1}{e^2}$ , acquisition sur 100 tirs (cadence 10Hz)

#### 4.1.4. Génération portant un MAO avec mesure de phase (Campagne 1)

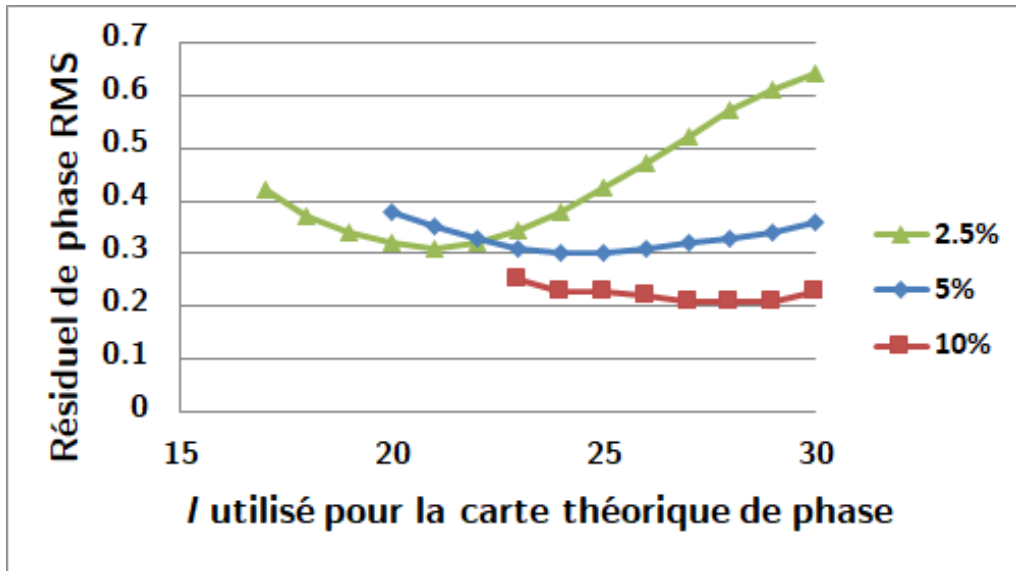


FIGURE 4.10 – Effet du seuil manuel sur la détermination de  $l$  pour le cas particulier étudié

#### Effet du seuil sur la valeur de $l$ estimée

Au delà du seuil minimal intrinsèque d'acceptation des données lié au seuil de détection de la caméra, on peut manuellement ajouter un seuil plus élevé pour assurer un meilleur rapport signal à bruit des données étudiées.

On a constaté que le choix du seuil a un impact direct sur le résultat de l'analyse : le premier effet observable est un déplacement du centre de la carte de phase parfaite retirée. Le faisceau n'étant pas parfaitement circulaire, la modification du seuil n'a pas le même effet le long de l'axe azimutal. Les zones les plus contributantes peuvent être déplacées puisque ce type d'analyse ne prend pas en compte la valeur de l'intensité mais seulement celle de la phase.

Le second effet se voit directement sur la Fig.4.10 qui donne le résiduel de phase pour une série de valeurs entières de  $l$ . On observe d'une part que la valeur globale du résiduel est logiquement plus faible quand le seuil est augmenté, d'autre part la valeur de  $l$  qui minimise le résiduel de phase augmente avec le seuil (voir différence entre courbes bleue et rouge Fig. 4.11). Ceci est observé dans toutes les conditions expérimentales étudiées.

Cet effet est probablement dû à l'introduction d'un couplage intensité-phase intrinsèquement lié au seuillage. Par ailleurs la méthode d'analyse utilisée ici a tendance à surestimer  $l$  car le nombre de pixels correspondant à des divergences élevées (modes d'ordres supérieurs) est géométriquement plus important. Cela est dû au fait que pour cette méthode d'optimisation RMS, tous les pixels jouent un rôle équivalent indépendamment de leur position, repérée de façon cartésienne, alors que la symétrie du problème est radiale.

On rappelle que dans le cas de la génération d'harmonique  $\mathcal{L}\mathcal{O}$  ce n'est pas le waist



#### 4.1. Première génération d'harmonique portant un MAO sur LASERIX

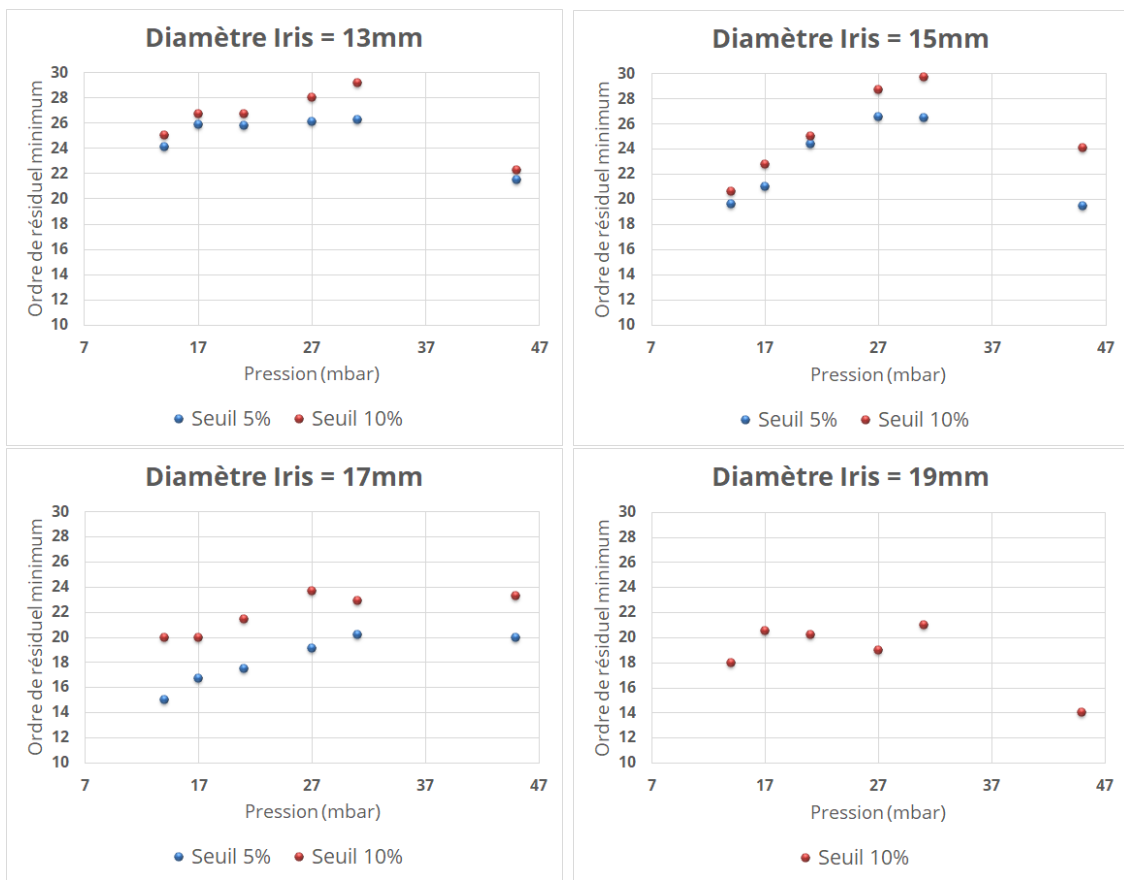


FIGURE 4.11 – Evolution du  $l$  estimé en fonction de la pression pour différents iris.

#### 4.1.4. Génération portant un MAO avec mesure de phase (Campagne 1)

mais le  $r_{max,0}$  qui définit la taille de la source harmonique, la même quel que soit l'ordre puisque cela dépend du profil infrarouge. En reprenant la formule reliant le waist et le rayon de maximum d'intensité dans le cas  $p = 0$  :

$$w(z) = r_{max}(z) \sqrt{\frac{2}{l}} \quad (4.1)$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left( \frac{z\lambda}{\pi w_0^2} \right)^2} \quad (4.2)$$

On obtient :

$$r_{max}(z) = r_{max,0} \sqrt{1 + \left( \frac{z\lambda}{2\pi r_{max,0}^2} \right)^2} \quad (4.3)$$

$$\text{Si } z \gg z_r : r_{max}(z) \simeq \frac{z\lambda}{2\pi r_{max,0}} \quad (4.4)$$

Où l'on voit une variation linéaire avec  $l$  et  $z$  de la taille du faisceau défini par son  $r_{max}$  (divergence).

Toute élimination d'une zone spatiale du faisceau est donc susceptible d'affecter la valeur du  $l$  apparent.

Si comme Géneaux [11], on isole les ordres harmoniques et on estime que le faisceau est monomode  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  et d'ordre radial 0, on peut aussi obtenir une estimation de  $l$  sans aucune mesure de phase mais simplement avec une image de l'intensité du faisceau par la mesure du  $r_{max}$  et de  $z$ . L'estimation du "rayon" des vortex harmoniques est assez délicate car ils ne sont pas parfaitement circulaires, tout comme par ailleurs l'évaluation précise de la distance source/détecteur (le  $z$ ). Nous estimons l'incertitude de cette estimation à près de 20%.

On constate que la valeur trouvée avec cette méthode de pure intensité est systématiquement différente de celle trouvée avec notre méthode de pure phase qui nous paraît moins imprécise et basée sur moins d'approximations.

## Conclusions

On conclut plusieurs choses de cette première analyse de cartes de phase :

- Dans un faisceau expérimental réel, la phase spatiale ne possède pas une variation uniforme, que l'on considère l'axe azimutal ou radial
- L'apparition de  $l$  non entiers nous amène vers l'idée d'une superposition de modes et pas un mode unique pur, le  $l$  étant par définition entier.
- Comme l'étude en rayon, l'étude en phase est une étude partielle car elle ignore la dimension modale du faisceau : phase ET intensité jouent sur l'expression du mode.

## 4.2. Retournement de la lame et nouvelle calibration

---

- Malgré les remarques ci-dessus, la valeur de  $l$  obtenue est assez proche de la valeur théorique attendue  $l = 25$  ce qui est définitivement en contradiction avec les conclusions du premier article de Zurch *et al.* [158] qui prétendaient que le moment mesuré était proche de 1 en raison de la propagation dans un milieu long. Ceci est plus probablement dû à leur méthode de mesure erronée du moment orbital puisqu'elle consistait à utiliser un analyseur de front d'onde de type Hartmann XUV sur un faisceau XUV présentant plusieurs ordres harmoniques non filtrés.

Dans nos conditions d'étude, les premières analyses purement de phase ou purement d'intensité permettent de trouver plusieurs situations qui démontrent un moment angulaire approximatif de 25 conformément aux prédictions théoriques. On trouve également d'autres images qui ne donnent pas ce résultat, et dénotent d'une réalité beaucoup plus complexe.

Par ailleurs et comme on le voit lors de cette première campagne d'expériences nous avons été incapables d'obtenir un harmonique portant un MAO de forme annulaire complète comme nous l'espérons et ce malgré un front d'onde harmonique gaussien de bonne qualité ( $\lambda/8$  RMS sur une zone contenant 98% de l'énergie).

Après analyse, nous avons démontré que la brisure de cet anneau provenait des aberrations résiduelles du faisceau générateur et que celles-ci étaient exacerbées par le processus de génération d'harmoniques. Nous avons par conséquent décidé, dans la suite de l'étude, d'ajouter une boucle miroir déformable-senseur Shack-Hartmann sur le driver infrarouge afin de le corriger plus finement avant de le focaliser dans la cellule de gaz.

## 4.2 Retournement de la lame et nouvelle calibration

Pour cette nouvelle campagne, le trajet optique et les éléments de collimation de la ligne de lumière ont été modifiés en prévision de l'installation de la boucle définitive de correction. Les expériences ont été effectuées avec une énergie dans le faisceau de  $4,8mJ$  après un iris réglé à  $11mm$ , pour une durée d'impulsion de  $80fs$  et une pression de  $27mbar$ . La lentille de focalisation a été changée pour une longueur focale de  $1m$ . Dans cette situation nous obtenions assez de signal pour des mesures mono-coup (Campagne 3).

### 4.2.1 Effet du retournement de la lame sur le front d'onde

Entre les campagnes 1 et 2, le HASO a été fortement manipulé (transport à l'étranger puis retour) et nous soupçonnons qu'une rotation de la matrice de micro-trous s'est produite, qui affecte la validité des fichiers de calibration de l'appareil.

Pour tester cette hypothèse on compare les résultats obtenus pour une position de la lame de phase avec ceux obtenus quand la lame est retournée : ils sont présentés 4.12.

Logiquement on s'attendrait à ce que la somme des fichiers de phase acquis dans ces

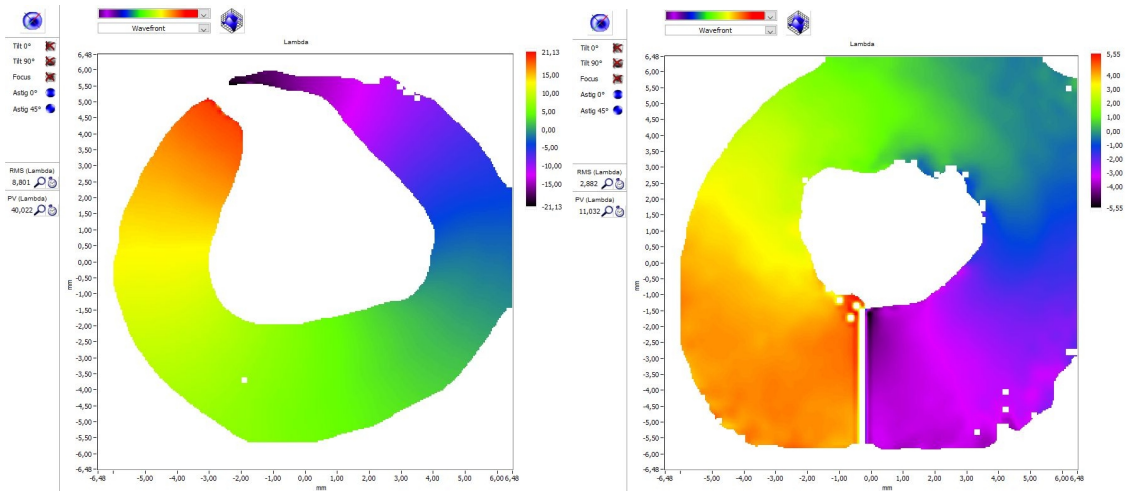


FIGURE 4.12 – Carte du front d’onde obtenu dans les mêmes conditions de génération sauf la face incidente de la lame de phase. Même sans analyse multimodale on voit que la valeur pic-vallée après retournement de la lame est incohérente :  $40\lambda$  environ contre  $11\lambda$  après le retournement.

deux situations s’approche au mieux d’une phase plate nulle, mais on constate que le retournement de la lame est très loin de produire cela. Rappelons que pour la mesure du moment azimutal, l’habituelle correction de la rotation de la grille de trous prévue dans le logiciel d’analyse doit être suspendue. La calibration du senseur, traditionnellement très critique, l’est d’autant plus sans cette correction.

Nous mettons donc en évidence que le fichier de correction est devenu faux suite au transport et au dérèglement de la matrice de microtrous et que cela affecte particulièrement la mesure du MAO. Nous avons donc recalibré le capteur pour pouvoir analyser les données de nos différentes campagnes.

## 4.2.2 Recalibration du capteur

### 4.2.2.1 Principe de la calibration

Pour calibrer un appareil de type HASO EUV, un premier alignement grossier est effectué grâce à l’effet Talbot, dans le visible.

Ensuite on utilise un faisceau XUV que l’on focalise sur un trou de quelques micromètres qui agit comme une ouverture diffractante générant un front d’onde sphérique parfait. Pour cela, il faut se placer à plusieurs mètres du point source pour couvrir l’intégralité du capteur à calibrer.

Cette méthode implique une perte photométrique importante, même avec un faisceau focalisé, à cause de l’utilisation d’un trou mais aussi de par l’étalement nécessaire de l’énergie pour qualifier tout le capteur. Il faut donc trouver un équilibre entre :

- la quantité de photons générés par tir

## 4.2. Retournement de la lame et nouvelle calibration

---

- le temps d'intégration
- la fréquence de tir

Une source harmonique, à moins d'être en configuration très longue focale ne peut générer suffisamment de photons en monocoup pour une telle mesure. La source harmonique de LASERIX est malheureusement à trop basse cadence pour obtenir un nombre de photons suffisants pour cette calibration, sauf à intégrer pendant plusieurs heures. On peut imaginer utiliser une source harmonique amplifiée dans un plasma laser X, comme ce que fournit LASERIX. Malheureusement même si une tentative de mise en place du setup nécessaire dans notre salle a été réalisée, cela n'a pas permis de la mener à bien.

Nous avons la chance d'avoir à proximité d'Orsay plusieurs lignes de lumière XUV haute cadence à  $1kHz$  et notamment au Laboratoire d'Optique Appliquée (LOA) du plateau de Saclay.

### 4.2.2.2 Calibration expérimentale

La source harmonique est obtenue dans une cellule d'Argon réglée entre 22 et 24mbar avec une énergie par impulsion de  $1mJ$ . Le point source est réalisé par focalisation du faisceau harmonique par un système de miroirs XUV utilisés en incidence rasante et possédant une longueur focale de  $1,5m$  sur un trou de  $10\mu m$  de diamètre.

Avant toute mesure on doit effectuer une mesure de fond car les temps d'acquisition sont longs, de l'ordre de 20 à 35s. Pour réduire le bruit numérique le capteur est refroidi à  $5^{\circ}C$ .

On effectue une mesure du front d'onde sphérique de référence obtenu grâce au capteur aligné sur l'axe (non trou au centre de l'intensité). Elle est effectuée 10 fois afin de réduire l'erreur.

On consolide cette calibration par la mesure du front d'onde en 8 autres points de mesures décentrés. Toutes ces mesures sont effectuées elles aussi 10 fois.

### 4.2.3 Nouvelle mesure de l'effet du retournement

Pour observer l'effet de la recalibration on reprend les données précédentes Fig. 4.12 obtenues sur LASERIX et on les traite à l'aide du nouveau fichier de calibration Fig. 4.13.

Cette fois on trouve une valeur pic-vallée proche dans les deux cas. La faible différence résultante étant due cette fois quasi uniquement à la différence de comportement de la lame sur ses deux faces.

Nous concluons donc que la grille du capteur a bougé entre nos expériences, quasi uniquement en rotation cependant.

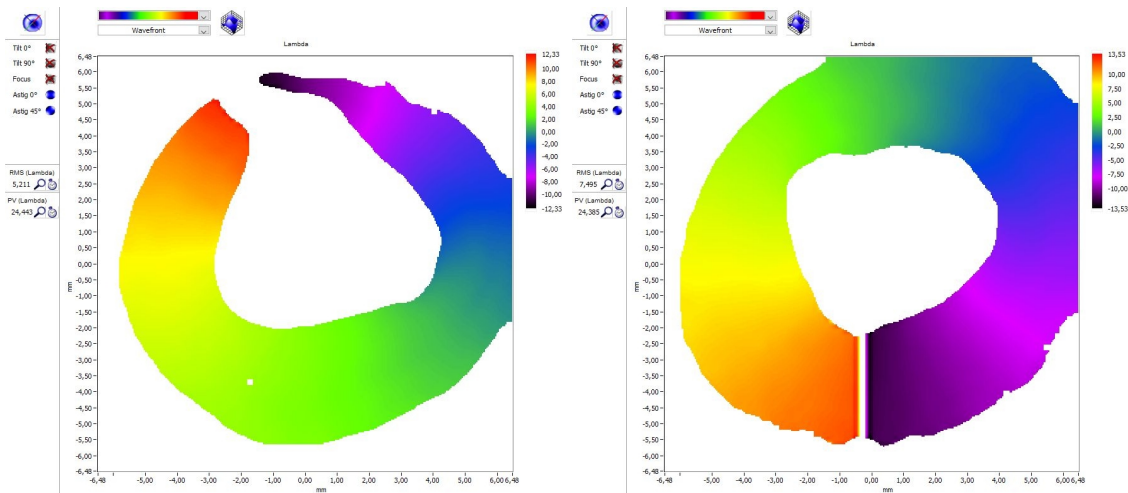


FIGURE 4.13 – Carte de phases obtenues avec les données identiques à la figure 4.12. Cette fois la valeur pic-vallée obtenu entre les deux cas est très proche : 24,44 pour 24,39 $\lambda$ . La différence résiduelle étant liée cette fois uniquement à la différence de comportement de la lame suivant la face incidente.

### 4.3 Etude de la génération d'harmonique portant un MAO : méthode d'analyse appliquée aux données

Dans cette partie nous décrivons les opérations effectuées pour aboutir à une description quantitative précise du contenu modal d'un vortex harmonique typique mesuré par le HASO EUV.

#### 4.3.1 Faisceau étudié

Le faisceau est obtenu dans les mêmes conditions que pour la mesure de l'effet du retournement à ceci près que l'énergie dans le driver a été réduite à 3,6mJ.

On obtient alors le faisceau présenté figure 4.14.

Où l'on note déjà que la valeur pic-vallée de la phase mesurée est cohérente avec un  $l$  élevé, autour de 25.

#### 4.3.2 Travail de la grille de définition

Les données initialement cartésiennes  $(x, y)$  obtenues par le senseur sont oversamplées d'un facteur 4 par interpolation. Elles sont ensuite converties en coordonnées polaires  $(r, \theta)$  pour faciliter leur traitement ultérieur. Cela permet de simplement calculer la phase azimutale sans repliement et de faire tourner les vortex de telle sorte à fixer aisément l'angle d'origine des phases (déterminé par la coupure) pour qu'il coïncide

### 4.3. Etude de la génération d'harmonique portant un MAO : méthode d'analyse appliquée aux données

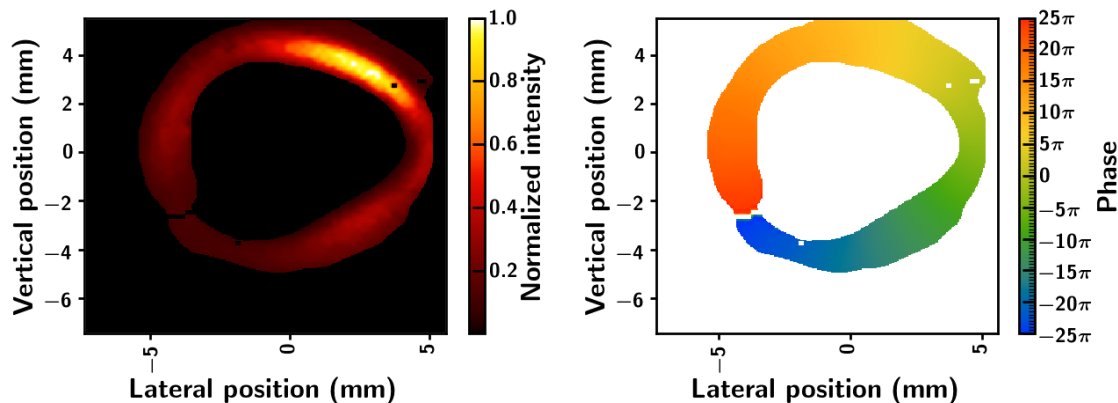


FIGURE 4.14 – Intensité harmonique reconstruite en champ lointain (gauche) et phase (droite) de l'ordre 25 généré avec lame de phase.

avec l'origine des angles choisie. La définition du centre est cruciale dans cette étape et représente là encore une limite au traitement des données.

Pour déterminer le centre de la grille utilisée le fichier d'amplitude du faisceau a été binarisé : le signal des pixels au dessus d'un certain seuil de bruit a été fixé à 1 et celui en dessous pris égal à 0. La définition choisie pour le centre du faisceau a été le point qui minimise la somme des distances à tous les pixels dont le signal est au dessus du seuil.

On peut alors aisément représenter la phase spatiale en fonction de l'angle  $\theta$  et du rayon  $r$  pris par rapport au centre défini ci-dessus.

### 4.3.3 Estimation de la charge $l$

#### 4.3.3.1 Méthode en phase

L'estimation du moment orbital moyen peut se faire en soustrayant à la fonction de phase  $\phi(r, \theta)$  la valeur  $l\theta$  pour toute une série de valeurs entières de  $l$ . Cette méthode est comparable à celle de la section 4.1.4.1 sauf que les coordonnées cylindriques prennent mieux en compte la géométrie naturelle du faisceau. Par ailleurs la définition du résiduel de phase utilisé diffère :

$$Res(r, \theta) = \phi(r, \theta) - l\theta \quad (4.5)$$

Il est représenté en deux dimensions sur la figure 4.15 en prenant  $l = 26$  comme valeur de référence. On observe sur la figure que le résiduel de phase n'est pas strictement nul comme on aurait pu s'y attendre avec un mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{l,p}$  pur : même si la valeur moyenne de la fonction est à peu près nulle on repère quelques inhomogénéités spatiales, l'amplitude des fluctuations autour de la valeur moyenne est de l'ordre de  $\pi/4rad$  mais il n'y a plus de rotation de la phase. La partie droite de la figure représente la sommation de la valeur

absolue du résiduel de phase sur tous les pixels de l'image CCD présentant un signal au dessus du seuil de bruit, ceci pour toute valeur entière de  $l$  :

$$Res(l) = \sum_{image} |\phi(r, \theta) - l\theta| \quad (4.6)$$

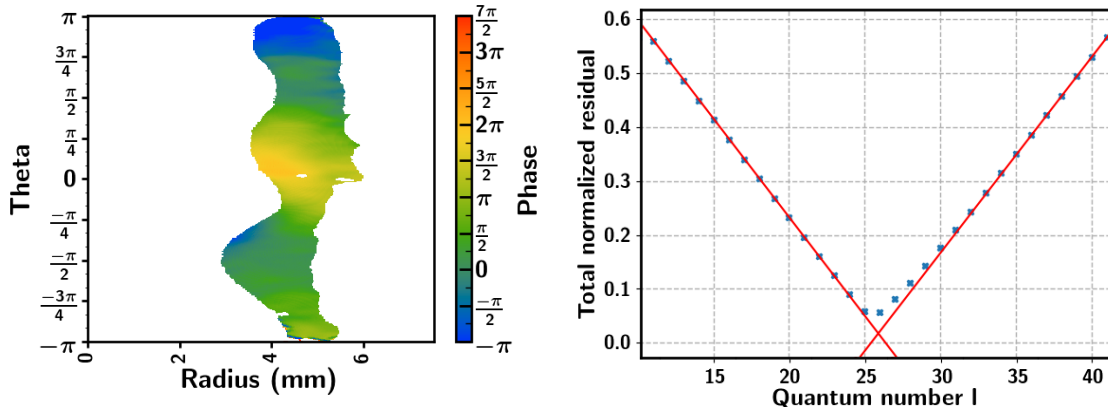


FIGURE 4.15 – Résiduel de phase 2D après suppression de  $26\theta$  (A gauche). Somme sur l'image du résiduel au sens de l'équation 4.6 en fonction de  $l$ , normalisée par la valeur obtenue lorsque  $l = 1$  ( droite). Les affines en rouge se croisent à la valeur de 25,85.

On observe, loin du minimum de cette fonction qu'elle se comporte logiquement comme une fonction affine de pente  $-1$  ou  $1$ , puisque dans ce cas le terme prédominant de la fonction est donné par le terme soustrait  $l\theta$ . Par contre quand on s'approche du minimum on observe réellement le résiduel c'est à dire l'écart au cas idéal qui correspondrait à un résiduel nul.

Il est intéressant de remarquer d'une part que le résiduel minimal n'est pas nul et d'autre part que les deux asymptotes gauche et droite ne se croisent pas pour une valeur entière de  $l$ , mais à 25,85 dans le cas de la figure 4.15. Par ailleurs la plage en  $l$  autour de 26 pour laquelle la dérivée de la courbe est presque nulle est d'environ 4, ce qui est une bonne indication du caractère non pur du mode harmonique expérimental.

Par ailleurs un simple fit linéaire de la phase moyennée en  $r$  et dépendant de  $\theta$ , donne une valeur de  $l = 25,5$ .

#### 4.3.3.2 Estimation via la transformée de Fourier azimutale

On utilise la transformée de Fourier (TF) azimutale comme décrit dans la section 2.2.3.3. On rappelle que c'est l'analogue d'une transformée de Fourier conventionnelle sauf que le traditionnel couple de variables réciproques  $(k, x)$  est ici remplacé par  $(l, \theta)$ .

Ainsi, partant d'une fonction de  $r$  et  $\theta$  on obtient une fonction de  $r$  et de  $l$  :

$$c_l(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E(r, \theta) e^{il\theta} d\theta \quad (4.7)$$



### 4.3. Etude de la génération d'harmonique portant un MAO : méthode d'analyse appliquée aux données

---

Je calcule ensuite pour des valeurs entières de  $l$  le poids correspondant normalisé en intégrant sur la variable  $r$ . Par construction la somme des  $P(l)$  est égale à 1.

$$P(l) = \frac{\int_0^\infty |c_l|^2 r dr}{\sum_l \int_0^\infty |c_l|^2 r dr} \quad (4.8)$$

où chaque mode azimutal  $l$  correspond à la série des modes  $\mathcal{LG}_{l,p}$

Cette décomposition nous donne accès au moment angulaire moyen du faisceau, à l'écart type  $\Delta l$ , ainsi qu'au mode  $l$  dominant, ici respectivement 24,3, 4,4 et 23. On constate encore que les méthodes purement en phase donnent des valeurs plus élevées. Enfin la TF azimutale sert de référence pour la décomposition présentée ci-après, car elle recouvre tous les modes radiaux sans besoin de faire des hypothèses dessus a priori.

#### 4.3.3.3 Rappel sur la décomposition $\mathcal{LG}$

On obtient la décomposition sur les modes  $\mathcal{LG}_{l,p}$  en faisant le produit scalaire (la projection) du mode expérimental par chacun des modes  $\mathcal{LG}_{l,p}$  dont l'ensemble constitue une base orthonormée de l'espace des fonctions de  $r$  et  $\theta$ , tout comme les modes de Hermite-Gauss. La description complète du mode expérimental est donc la donnée de tous les coefficients :

$$P_{l,p} = \left| \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \mathbf{E}(r, \theta)^* * \mathcal{LG}_{l,p} r dr d\theta \right|^2. \quad (4.9)$$

En théorie l'ensemble des coefficients est infini mais en pratique il suffit d'une vingtaine de valeurs de  $l$  autour du maximum de la TF azimutale et d'une demi-douzaine de valeurs de  $p$  pour décrire la totalité du mode. Le critère est que la somme des modules carrés des coefficients doit être supérieure à 90%, ce qui signifie que la quasi totalité de l'énergie du faisceau est comprise dans les modes cités.

Il est important de remarquer que si la transformée de Fourier azimutale est unique une fois le centre du faisceau déterminé, il reste une indétermination possible dans le choix de la base des modes  $\mathcal{LG}_{l,p}$  sur laquelle on projette le mode expérimental.

En effet, comme l'indique [159], le choix du waist  $w(z)$  est libre, voir chapitre 2.2.3.2. Ce choix doit être fait en restant au plus près d'une estimation expérimentale réaliste du rayon du vortex à la source et de la valeur de  $l$  moyenne, que l'on peut obtenir grâce à la TF azimutale, sinon le nombre de modes  $l$  et surtout  $p$  nécessaires pour atteindre par exemple 90% de l'énergie du faisceau est beaucoup plus important. Dans ce cas on observe d'ailleurs un pattern typique de convergence de la somme vers la référence qu'est la TF : une sorte de "shift" de la décomposition nominale que l'on a déjà décrit Par. 2.2.3.2.

Dans ces conditions, se limiter à un nombre de  $p$  faibles entraîne une mésestimation de la décompositions dans le cas  $\mathcal{LG}$ .

Pour estimer le waist optimal à utiliser, on rappelle que le rayon  $r_{max}$  pour lequel l'intensité du vortex harmonique est la plus grande au point source est le même que celui de l'infrarouge au même plan. Ensuite on considère  $w_{l_q} = r_{max} \sqrt{\frac{2}{l_q}}$ .

Dans le cas des données expérimentales de la figure 4.14  $w_{l_q} = 16.7 \mu m$  d'après  $r_{max}$  avec  $l_q$  la valeur entière la plus proche de la valeur moyenne issue de la transformée de Fourier azimutale, ici :  $l_q = 24$ . Si on prend  $l_q = 25$ , qui correspondrait à l'ordre harmonique observé, le nombre de modes nécessaires à la description du champ total augmente.

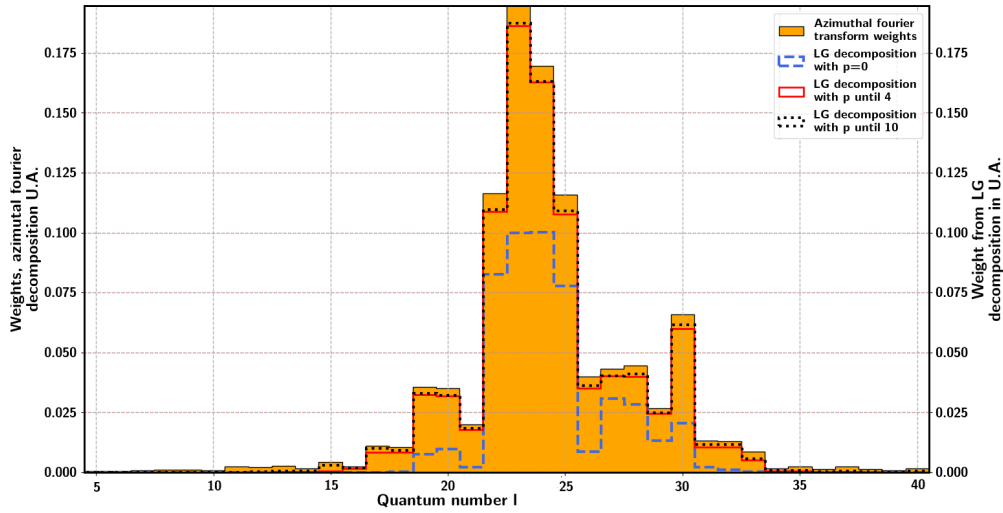


FIGURE 4.16 – Evolution de la convergence dans le cas du choix d'un waist variable.

Une autre approche plus proche de l'intuition physique consistant à choisir pour chaque valeur de  $l$  un mode  $\mathcal{LG}$  défini avec un waist variant en  $1/\sqrt{l}$  s'avère être moins efficace puisqu'il faut un plus grand nombre de modes radiaux (valeurs de  $p$ ) pour correctement décrire le mode physique (voir Fig. 4.16).

L'intérêt des méthodes de décomposition en modes  $\mathcal{LG}$  est de permettre la reconstruction et propagation d'un faisceau réel de manière analytique simple. Elle nous donne accès à la fois aux modes azimutaux qui comportent l'information de moment angulaire mais aussi aux modes radiaux.

La décomposition sur l'ensemble des modes est présentée figure 4.17, dans laquelle on ajoute aussi la transformée de Fourier azimutale 2D pour comparaison.

La transformée de Fourier azimutale figure 4.17(a), montre que la distribution en  $l$  local varie radialement, la décomposition  $\mathcal{LG}$  précise que le nombre de modes  $p$  croît autour de la valeur  $l$  centrale. Ainsi notre méthode, grâce à l'utilisation d'un senseur de front d'onde XUV, donne accès à la dépendance radiale de  $l$ , permettant l'étude des effets des processus atomiques et d'accord de phase de la génération d'harmonique sur la structure modale du faisceau généré. Ceci est particulièrement utile dans le cas de l'analyse de faisceaux où l'on distingue plusieurs anneaux.

#### 4.4. Génération d'harmoniques en configuration corrective (Campagne 2)

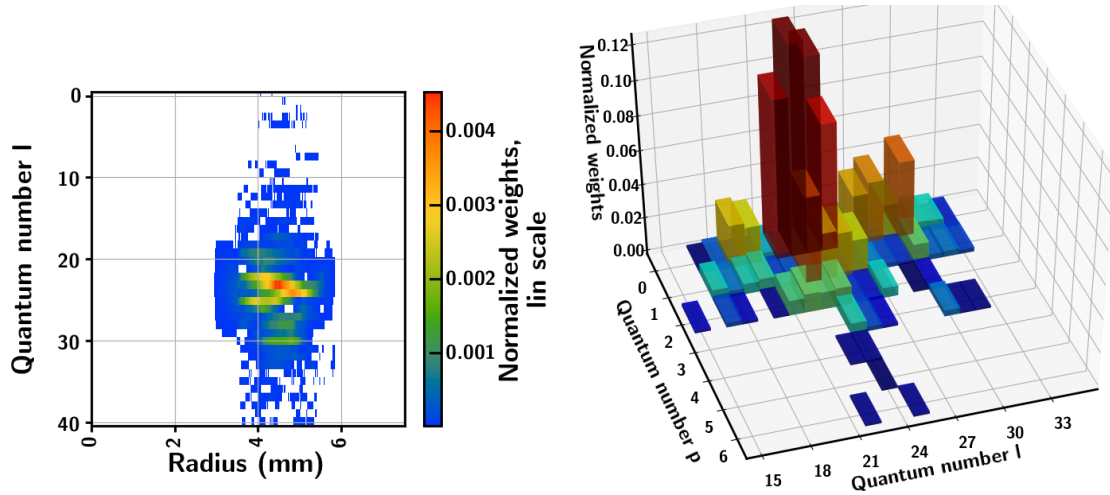


FIGURE 4.17 – Décomposition  $\mathcal{LQ}$  sur  $l$  et  $p$  (droite) et transformée de Fourier azimuthale 2D sur  $l$  et le rayon (gauche)

#### 4.3.4 Reconstruction du faisceau

La décomposition précédente effectuée nous pouvons a présent reconstruire et propager de manière complète le faisceau harmonique et comparer cette méthode à ce que l'on peut obtenir avec le logiciel propriétaire, c'est ce que l'on présente figure 4.18.

On démontre qu'une description réaliste du mode expérimental 4.14, nécessite l'utilisation d'au moins 5 valeurs de  $p$  ( $p = 0, 1, 2, 3, 4$ ) et qu'une seule valeur de  $p$  ne permet pas de décrire un vortex harmonique. Ce comportement avait été prédit par Généaux et collaborateurs [160] et vient du caractère non linéaire du dipôle harmonique en fonction du champ électrique du fondamental en régime non perturbatif. A cela vient s'ajouter le fait que le mode infrarouge du laser de pompe n'est déjà pas un  $\mathcal{LQ}$  pur en raison de la méthode de conversion par la lame.

### 4.4 Génération d'harmoniques en configuration correctrice (Campagne 2)

#### 4.4.1 Schéma de génération

Lors de la deuxième campagne le schéma de génération a été modifié comme montré sur la Fig. 4.20. L'iris est réglé à  $12\text{mm}$ , faisceau comprimé à  $45\text{fs}$  et  $3\text{mJ}$  d'énergie incidente.

Un miroir déformable (Exemplaire de démonstration, prêté par Imagine Optic) et une ligne de diagnostic avec senseur de front d'onde ont été ajoutés. Celle-ci permet l'atténuation du faisceau incident pour le rendre utilisable par le capteur qui demande une énergie de l'ordre du nanojoule, très faible en comparaison du faisceau  $\text{mJ}$  de

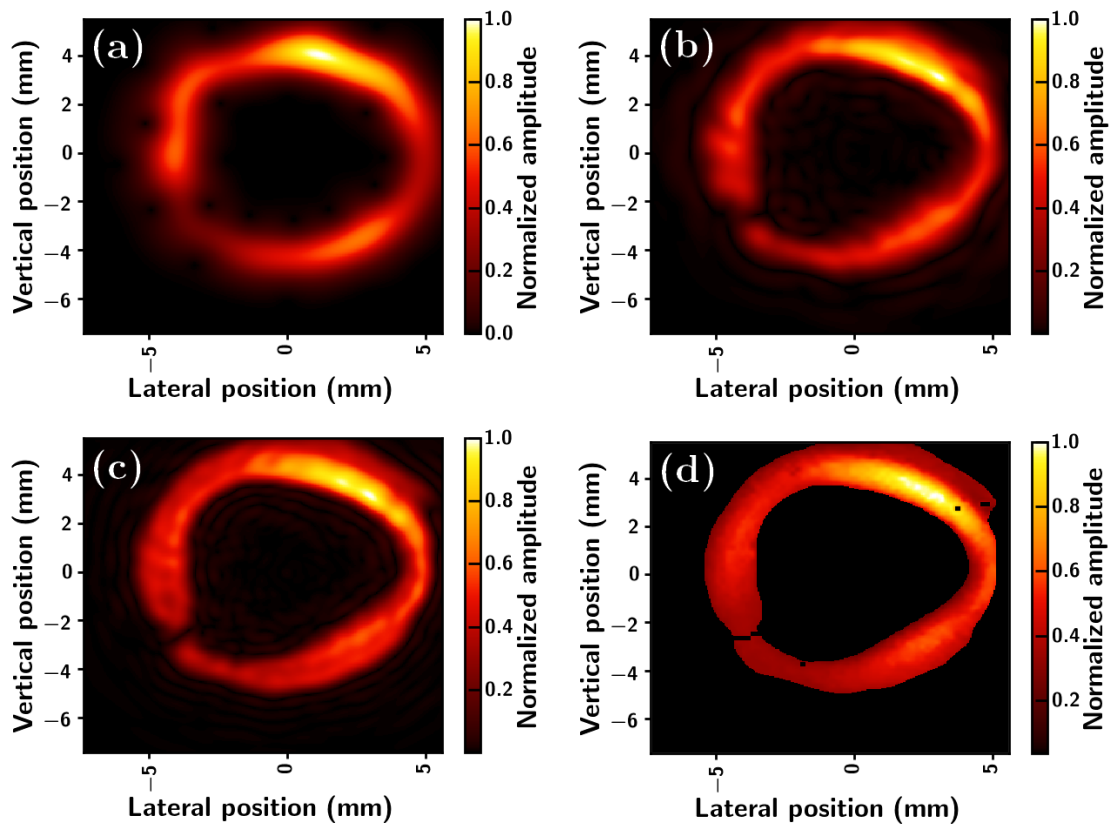


FIGURE 4.18 – (a) à (c) : Evolution de l'intensité reconstruite en fonction du nombre d'ordres radiaux  $p$  inclus dans la somme. (a)  $p = 0$  seulement ; (b)  $p$  de 0 à 4 ; (c)  $p$  de 0 à 10. (d) : résultat expérimental. Les ordres azimutaux  $l$  de 1 à 51 sont inclus dans la reconstruction.

#### 4.4. Génération d'harmoniques en configuration correctrice (Campagne 2)

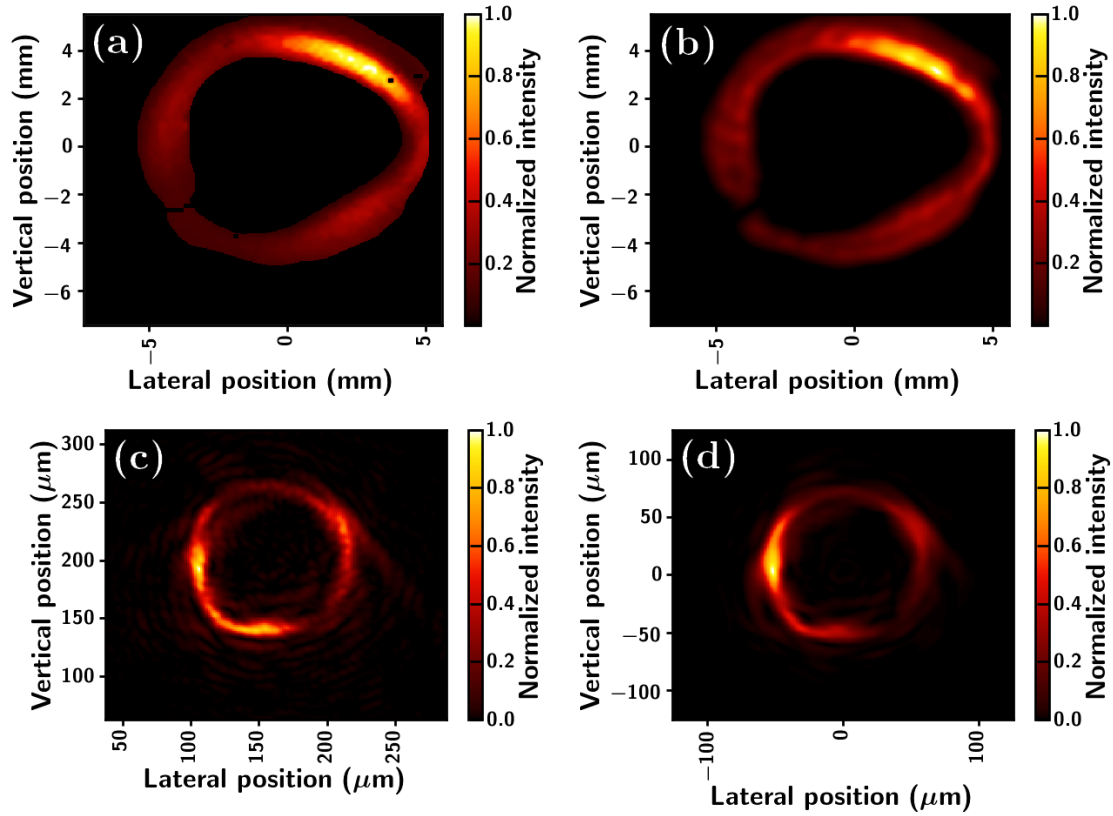


FIGURE 4.19 – Comparaison entre profil d'intensité expérimental ( (a) et (c) ) et obtenu depuis la décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{O}$  ( (b) et (d) ), dans le plan de détection ( (a) et (b) ) et rétro-propagé dans le plan de la source, (c) par l'algorithme propriétaire de reconstruction de fonction d'étalement du point (Point Spread Function ou PSF) et (d) depuis la décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{O}$ .

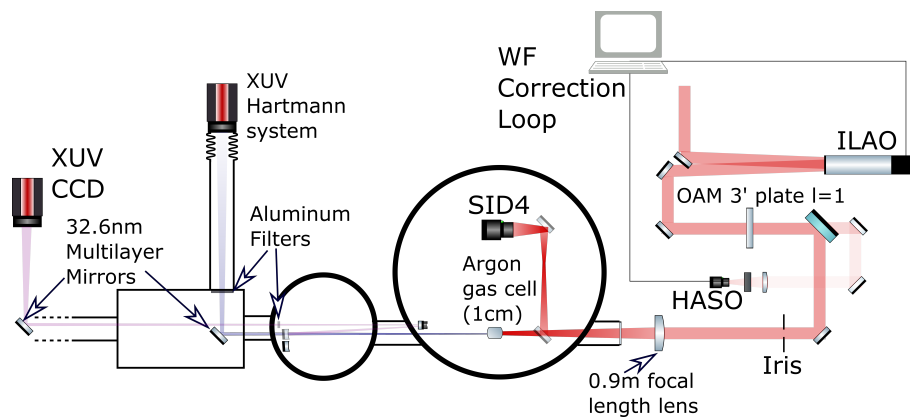


FIGURE 4.20 – Nouvelle configuration intégrant une boucle de correction du front d'onde avec miroir déformable (ILAO) et senseur Shack-Hartmann (HASO)

génération. Elle part d'une fuite de 2% d'un miroir diélectrique traité pour ne réfléchir que 98% de l'intensité initiale en face avant et anti-reflet en face arrière. Vient ensuite 1 lame 10%, 2 densités, une seconde lame 10% et enfin 1 dernière densité. Par ailleurs celle-ci permet l'imagerie de la surface du miroir déformable afin de permettre la mise en place d'une boucle de correction des aberrations présentes dans le faisceau de génération.

#### 4.4.2 Préparation de la génération

En premier lieu on lance la boucle de correction. Or après étude grâce à un second senseur de front d'onde (SID4, Phasics) placé derrière le point de focalisation, il semble que la ligne de diagnostic du HASO introduit des aberrations supplémentaires, corrigées par la boucle alors que celles-ci ne sont pas présentes dans le faisceau principal. Ceci est dû aux dispositifs d'atténuation successifs nécessaires pour atteindre le niveau d'énergie acceptable du HASO (Fig. 4.21) et notamment dans le cas où le faisceau n'est plus collimaté (dernière densité).

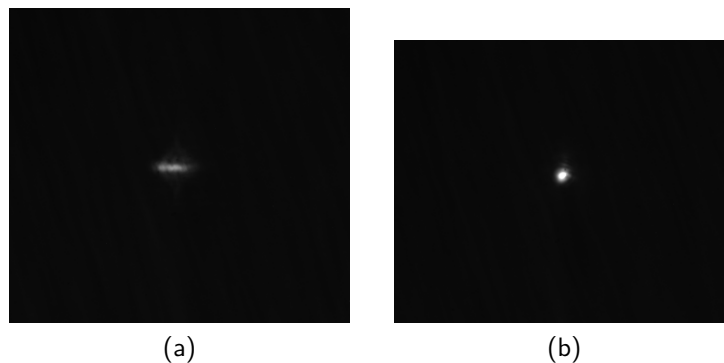


FIGURE 4.21 – Comparaison du point focal obtenu par l'imager dans l'infrarouge avant (gauche) et après (droite) correction de l'astigmatisme apporté par la surcorrection liée à la ligne de diagnostic.

La surcorrection sur le faisceau infrarouge driver sans lame de phase déterminée par le second senseur de front d'onde nous permet de dire qu'environ  $150nm$  d'astigmatisme (sur la pleine pupille de  $20mm$ ) sont ajoutés par la ligne de diagnostic. Ils sont par la suite compensés manuellement après la boucle.

#### 4.4.3 Faisceau expérimental

Le faisceau générateur corrigé dans la limite de résolution de notre boucle d'optique adaptative est ensuite focalisé dans la cellule de gaz. On obtient en champ lointain le faisceau harmonique présenté figure 4.22 (ordre 25).

#### 4.4. Génération d'harmoniques en configuration correctrice (Campagne 2)

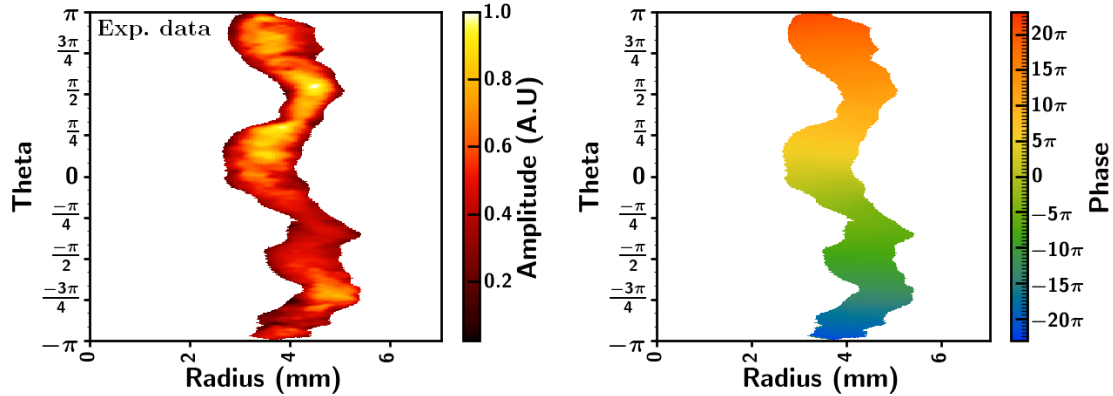


FIGURE 4.22 – Faisceau harmonique corrigé en coordonnées cylindriques. Amplitude (Gauche) et phase (Droite). La donnée de phase est ici à prendre en relatif.

Par la suite grâce à notre boucle adaptative nous avons pu scanner les aberrations de manière quantitative. Sur la figure 4.23 on peut voir l'effet grandissant de l'astigmatisme ajouté au driver sur le faisceau harmonique.

Quelques autres aberrations tels le tréfoil et la coma ont été étudiés expérimentalement mais pas quantitativement sur la phase ni la décomposition. Le tréfoil donne une forme triangulaire au faisceau généré, la coma une forme de demi-lune. L'ajout de tréfoil peut aussi corriger la forme du faisceau qui est triangulaire sur cette face de travail (Figure 4.24).

#### 4.4.4 Application des méthodes d'estimation aux données délibérément astigmatiques

Certaines méthodes d'analyse présentées précédemment deviennent rapidement inopérantes quand le faisceau prend des formes assez éloignées d'un vortex parfait, notamment à l'application d'aberrations. C'est particulièrement le cas des méthodes purement en phase ou purement en intensité.

##### 4.4.4.1 Effet du seuil sur le faisceau le moins aberrant de la série

On rappelle que par définition  $l_{max}$  est le mode dominant issu de la transformée de Fourier azimutale,  $l_{moy}$  le mode moyen calculé via cette même transformée.  $l_{fit}$  et  $l_{minres}$  sont respectivement les  $l$  déterminés par les méthodes en phase via la régression linéaire de la moyenne radiale de la phase et la minimisation du résiduel de phase.

On constate empiriquement que le passage en coordonnées cylindriques  $r, \theta$  réduit les problèmes de dépendance de l'estimation de  $l$  avec le seuillage, contrairement à la situation de l'article [153] qui travaillait sur des coordonnées cartésiennes pour les pixels. En plus et surtout le faisceau est ici corrigé en aberrations, entraînant une réduction de

#### 4.4.4. Application des méthodes d'estimation aux données délibérément astigmatiques

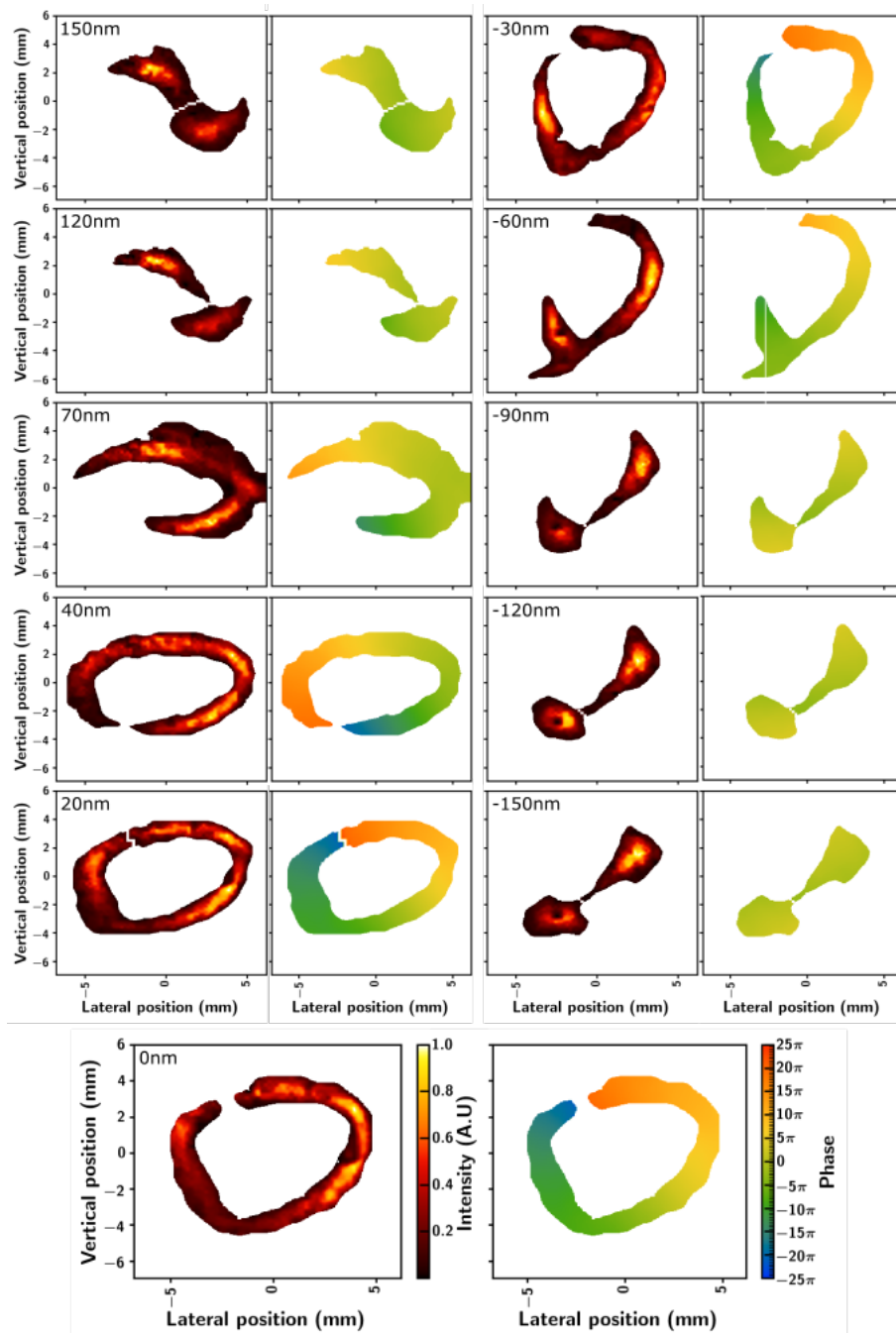


FIGURE 4.23 – Effet de l'astigmatisme sur la carte d'intensité et de phase de l'harmonique 25. Les valeurs d'astigmatismes indiquées sont des valeurs RMS relatives ajoutées sur le faisceau pleine pupille (avant diaphragmation) considérant le meilleur faisceau comme référence. Si on prend en compte l'iris la valeur effective d'astigmatisme appliqué est de l'ordre de 41%.



#### 4.4. Génération d'harmoniques en configuration corrective (Campagne 2)

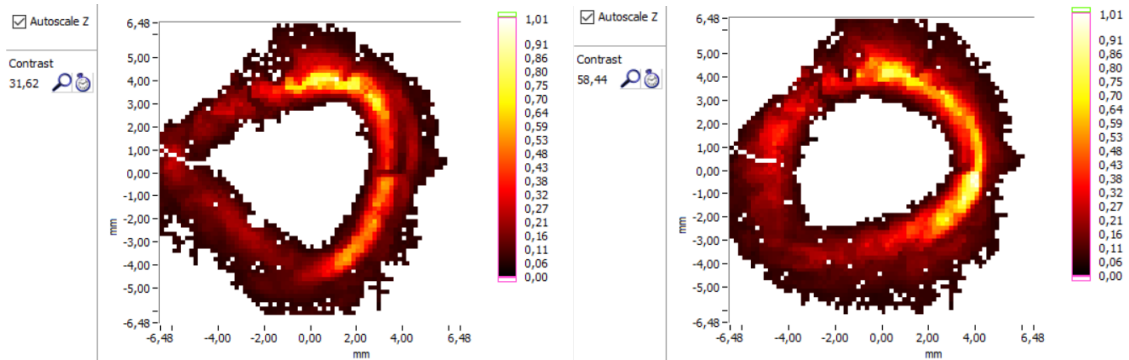


FIGURE 4.24 – A gauche, influence du trefoil à  $0^\circ$  (Ajout de  $60nm$  sur le faisceau pleine pupille) considéré le moins aberrant. A droite, influence du trefoil à  $90^\circ$  (Ajout de  $60nm$  sur le faisceau pleine pupille) sur le même faisceau initial. A gauche on amplifie la forme triangulaire du faisceau avec l'ajout de trefoil à  $0^\circ$ , en revanche l'ajout de trefoil à  $90^\circ$  semble corriger cette forme du faisceau expérimental pour un mode plus annulaire.

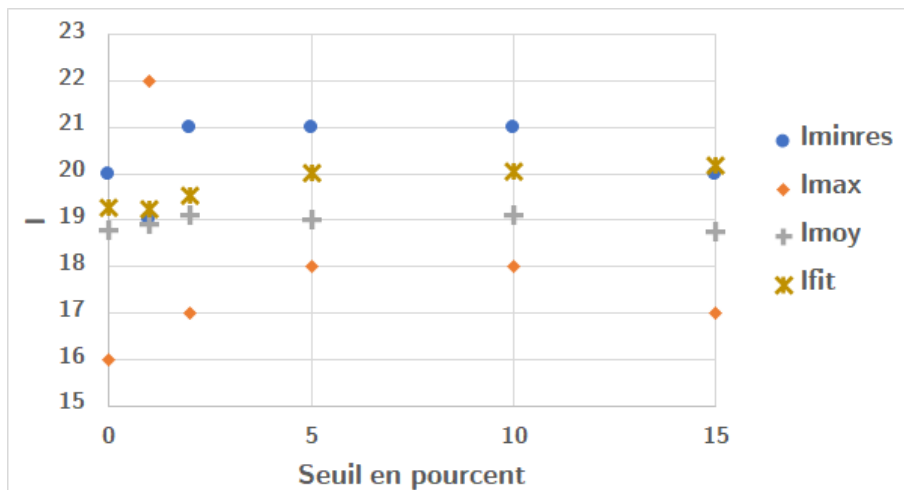


FIGURE 4.25 – Effet du seuil de données acceptées sur les différentes définitions de  $l$ .

#### 4.4.4. Application des méthodes d'estimation aux données délibérément astigmatiques

la dépendance phase / intensité.

On constate par ailleurs que les méthodes en phase donnent toujours des valeurs de  $l$  plus importantes que les autres.

##### 4.4.4.2 Effet des aberrations

On étudie ici précisément l'effet de l'astigmatisme à  $0^\circ$  sur la charge topologique estimée suivant les définitions précisées ci-dessus pour  $l$ .

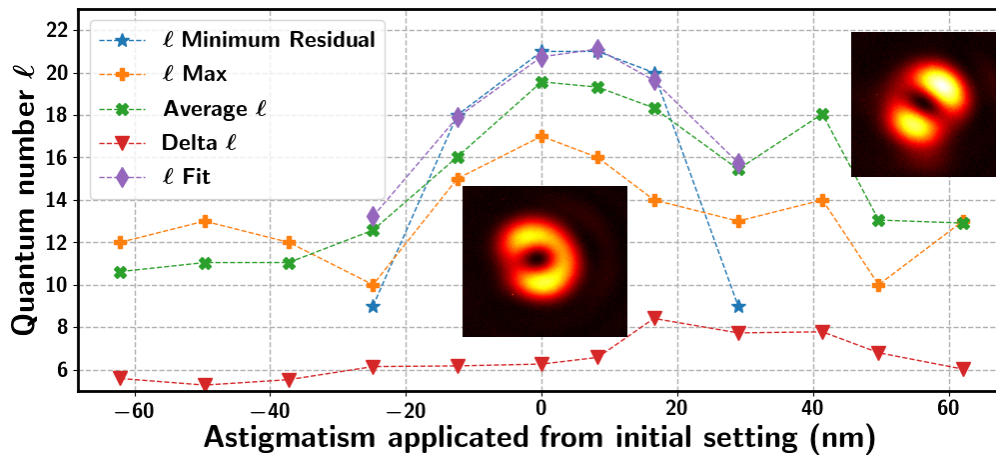


FIGURE 4.26 – Etoile bleue :  $l$  selon le minimum de phase résiduel ; losange violet : régression linéaire de la phase selon  $\theta$  ; croix orange et verte :  $l_{Max}$  and average  $l$  moyen obtenu depuis la transformée de Fourier azimutale ; triangle rouge : Ecart-Type  $\Delta l$ . Abscisse : Astigmatisme RMS ajouté sur le faisceau générateur diaphragmé à  $12mm$ .

D'après la figure 4.26, peu importe la définition, le faisceau le moins aberrant est celui qui donne la valeur la plus proche de la valeur théorique attendue pour l'ordre harmonique 25, on note par ailleurs l'absence d'élargissement  $\Delta l$  avec l'augmentation de l'aberration.

Pour des valeurs d'astigmatisme supérieures à  $30nm$  ( $\lambda/24$ ) les méthodes simples basées uniquement sur la phase ne sont plus capables de décrire le faisceau. Dans cette situation la valeur de  $l$  estimée est inférieure de 10 à la valeur maximale pour un faisceau "idéal". Dans tous les cas l'ajout d'astigmatisme affecte le moment angulaire orbital du faisceau en en réduisant sa valeur. On remarque que l'effet est symétrique en astigmatisme.

Si on prend un point de vue quantique, la présence d'astigmatisme résultant dans la création de modes  $l$ , les photons infrarouges peuvent alors porter une valeur de  $l$  différente, il en est de même avec les modes générés par la lame de phase dont le mode gaussien. Ainsi considérant le modèle quantique de l'accord de phase [161], qui dit que le  $l$  porté par le photon harmonique est la somme de ceux portés par les photons

## 4.5. Variation et effet de certains paramètres de la génération

infrarouges qui l'ont généré, la charge  $l$  peut alors être différent de  $l_q = q$  et il semble que l'astigmatisme modifie cette valeur à la baisse.

Une étude numérique de cet effet est en cours et les résultats seront présentés dans la thèse de Alok Kumar Pandey.

## 4.5 Variation et effet de certains paramètres de la génération

Dans cette section nous présentons quelques séries de données qui n'ont pas été étudiée à l'aulne de la décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  mais qui présentent néanmoins un intérêt en tant que tel. Elles sont étudiées sur le Hartmann EUV dans les conditions des expériences précédemment décrites.

### 4.5.1 Séries en énergie

Ici nous présentons deux séries en énergie, l'une (Fig. 4.27) est obtenue dans les conditions de génération de la boucle correctrice, l'autre (Fig. 4.28) dans les conditions de génération du retournement de la lame.

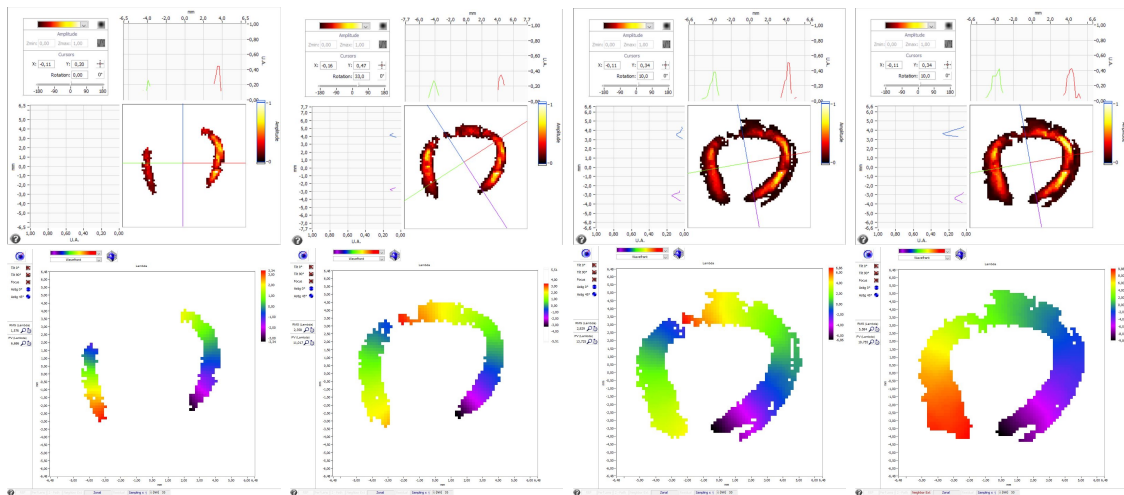


FIGURE 4.27 – Nous présentons ici un scan en énergie entre  $2,1mJ$ ,  $2,4mJ$ ,  $3mJ$ ,  $3,4mJ$  dans le cas expérimental correspondant au schéma avec correction des aberrations. Une étude préliminaire de Guillaume Dovillaire grâce à la même méthode que l'article [153] semble indiquer une conservation du  $l$  qui minimise la phase avec la variation d'énergie, avec une valeur de  $l = 21$  lié au problème de calibration décrit précédemment.

Dans les deux cas, on remarque que le profil de l'anneau ne change qu'à la marge. Il n'est modifié que par l'ajout de zones de génération lié à l'augmentation de l'énergie incidente qui permet au laser générateur d'atteindre le seuil de génération dans les zones

## 4.5.1. Séries en énergie

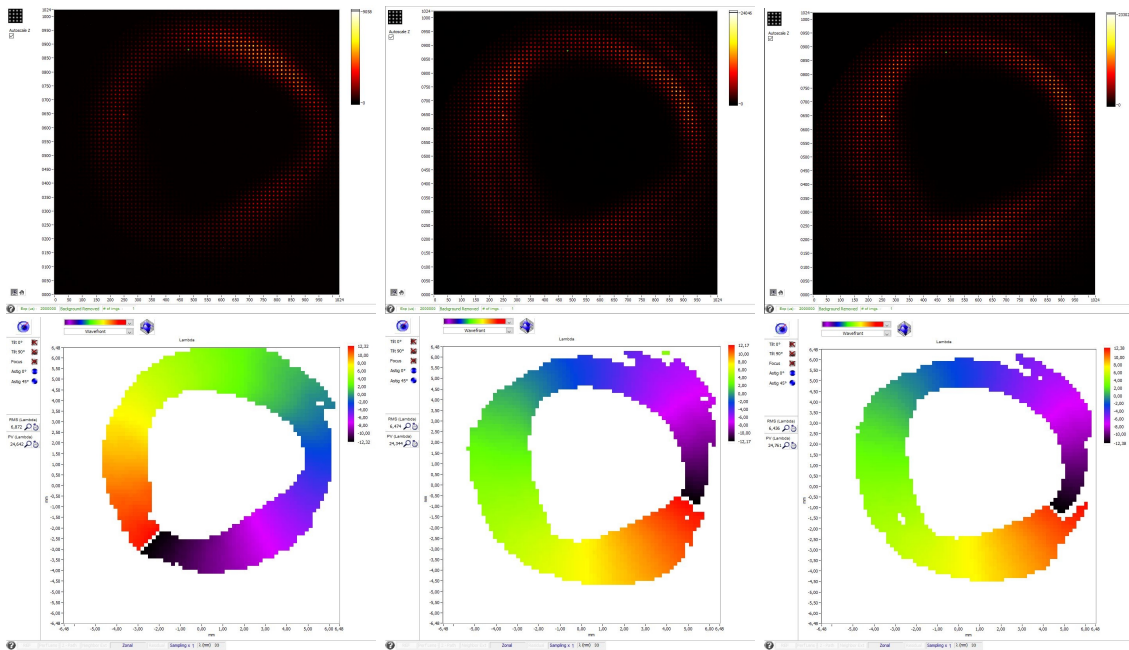


FIGURE 4.28 – Série en énergie obtenue dans le cas expérimental lors de l'étude du retournement de la lame. Variation d'énergie :  $3,6mJ$ ,  $4mJ$  et  $4,8mJ$ . La valeur pic-vallée ne semble pas affectée par la variation d'énergie, respectivement  $24,642$ ,  $24,344$ ,  $24,761\lambda$  pic-vallée.

## 4.6. Théorie des harmoniques en régime Laguerre-Gaussien

---

concernées. De même la valeur de la phase, respectivement qui minimise le résiduel et pic-vallée, semble ne pas être affectée de manière significative par l'énergie du générateur.

En outre on note l'apparition dans les deux cas (bien que plus visible dans le second) d'un second anneau d'intensité autour du principal dont nous reparlerons dans la section 4.6.

### 4.5.2 Séries en pression et en iris

#### 4.5.2.1 Série en pression

Nous savons que la pression modifie les conditions d'accords de phase, on soupçonne par ailleurs que celle-ci modifie la composition  $\mathcal{L}\mathcal{O}$  du faisceau.

Si on étudie (Fig. 4.29) l'effet de la pression sur l'anneau, on s'aperçoit que l'effet sur le profil d'intensité évolue rapidement avec la pression. A très basse pression le nombre d'atomes générateurs étant faible, le signal est très bas et l'anneau n'apparaît sur la caméra que dans les zones où le nombre de dipôles (déterminé par l'intensité et la densité) est suffisant. L'augmentation de ce nombre avec la pression augmente alors à la fois le flux et la zone mesurable, l'optimal semblant être vers  $23 - 25\text{mbar}$ . Parallèlement celle-ci modifie l'accord de phase et on voit les zones de maximum d'intensité se déplacer avec celui-ci. A trop haute pression le flux diminue de nouveau car on perd l'accord de phase.

De même que le profil, la valeur de phase minimisant le résiduel varie fortement avec la pression (de manière non prévisible), traduisant une modification de la décomposition modale de l'harmonique généré.

Le rayon (où ce que l'on peut définir de plus proche dans le cas étudié) de l'anneau ne semble en revanche pas significativement modifié. On note toujours la présence d'anneaux concentriques sur les données.

#### 4.5.2.2 Série en iris

L'iris modifie à la fois l'intensité et la taille du faisceau générateur dans le milieu. La figure 4.30 montre l'effet de celui-ci pour trois diamètres différents.

Le profil d'intensité est sévèrement affecté par ce paramètre comme on s'y attendait, il en est de même pour la phase minimisant le résiduel, sans que l'on puisse en tirer une tendance du fait de la faible quantité de points de mesures. Le rayon de l'anneau généré est aussi affecté mais moins sévèrement que les deux paramètres précédents.

## 4.6 Théorie des harmoniques en régime Laguerre-Gaussien

Nous avons étudié au premier chapitre la GHOE en régime gaussien. Maintenant que nous avons caractérisé à la fois les systèmes de mesure, le faisceau initial et sa méthode de conversion, nous nous intéressons à la théorie de la génération dans le cas

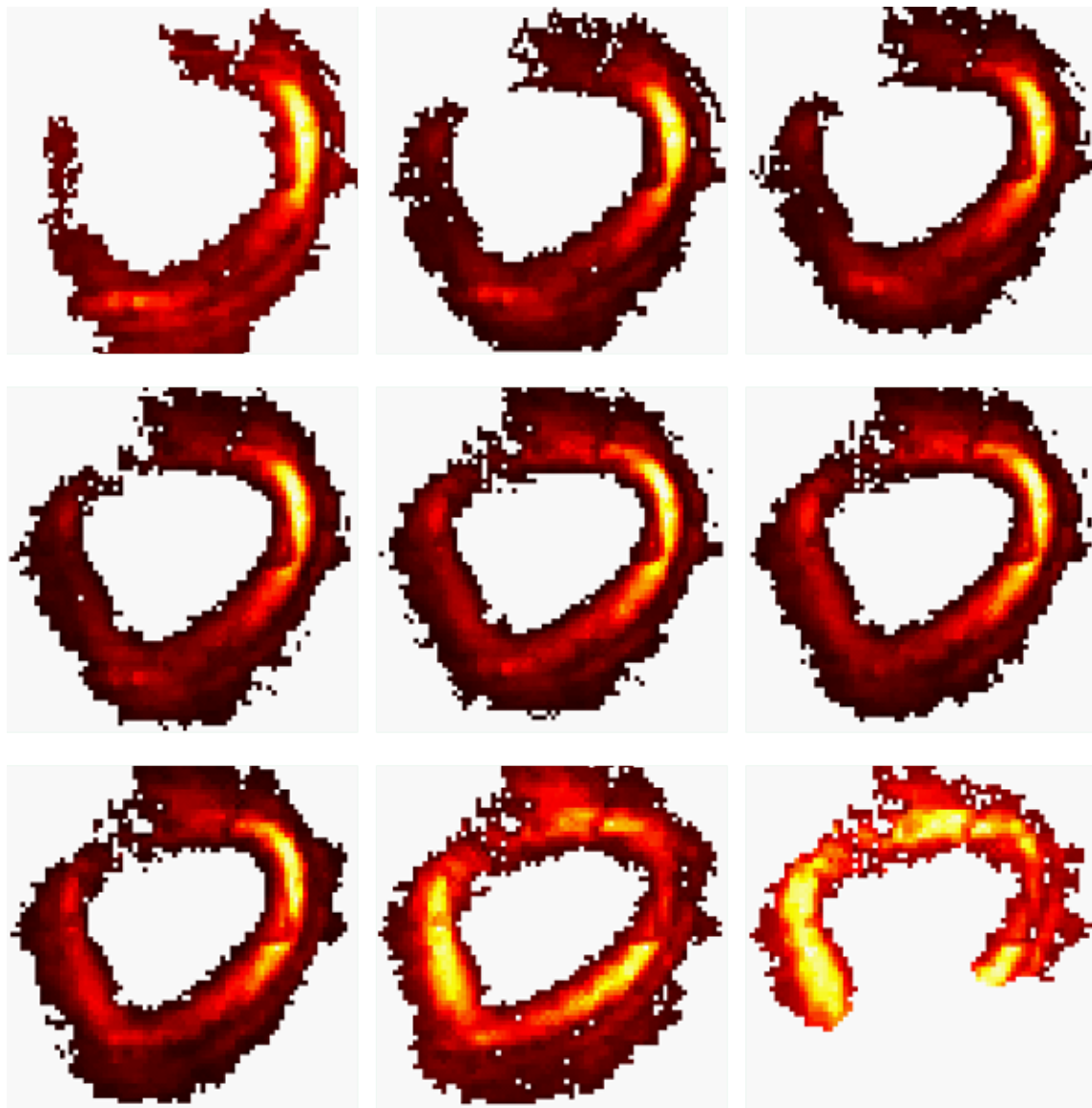


FIGURE 4.29 – Nous présentons ici une série en pression étudiée grâce à la méthode de l'article [153] par Guillaume Dovillaire et obtenue dans les conditions expérimentales en boucle corrective. Cette étude indique que la pression influe beaucoup sur le  $l$  qui minimise la phase, mais pas de manière prévisible. Génération pour, dans l'ordre : 12, 15, 17, 20, 23, 25, 30, 35, 40mbar avec minimisation du résiduel pour  $l = 13, 16, 18, 13, 17, 23, 19, 19, 14$ . Par ailleurs si la pression ne joue aucun rôle sur le rayon de l'anneau a priori, elle modifie la structure en intensité, par le biais de l'accord de phase, comme on le distingue sur cette série.

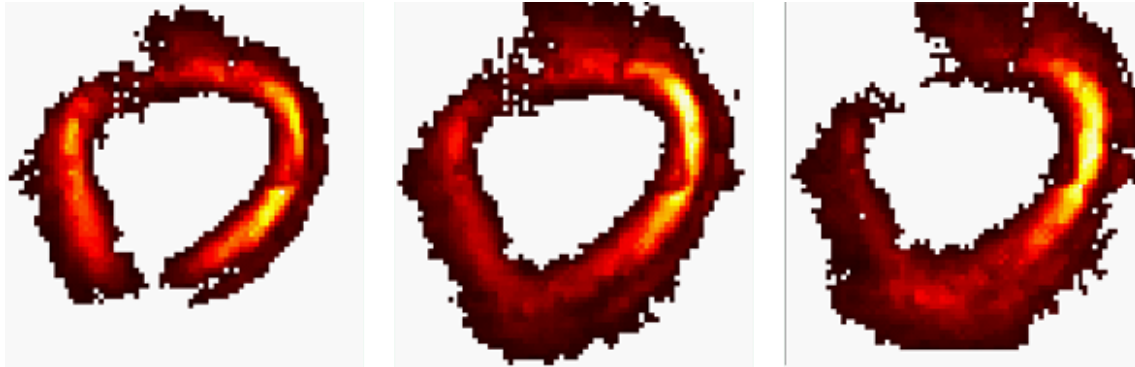


FIGURE 4.30 – Nous présentons ici une série en iris étudiée grâce à la méthode de l'article [153] par Guillaume Dovillaire et obtenue dans les conditions expérimentales en boucle corrective. Cette étude indique que l'iris influence beaucoup sur le  $l$  qui minimise la phase. Iris réglé à 11, 12 et 13mm influençant  $l$  mais aussi le rayon du faisceau généré, le  $l$  minimisant le résiduel est respectivement 22, 12 et 16. Par ailleurs on voit que l'accord de phase est aussi affecté par l'iris puisque les zones d'intensité évoluent avec celui-ci

de ce faisceau considéré comme un mode Laguerre-Gaussien pur. En particulier, nous présentons l'effet direct du processus non-linéaire de génération sur la décomposition en modes de Laguerre-Gauss.

### 4.6.1 Effet du processus sur le spectre $\mathcal{L}\mathcal{G}$

Imaginons que tout effet d'accord de phase soit négligé, c'est par exemple le cas pour l'accord de phase longitudinal dans un milieu infiniment fin (thin slab model), dans lequel cependant il persiste un accord de phase transverse que l'on néglige aussi dans ce cas. On peut alors étudier l'effet du processus non-linéaire sur le spectre  $\mathcal{L}\mathcal{G}$ , c'est à dire sa décomposition sur les modes azimutaux  $l$  et radiaux  $p$  en l'absence de contribution de l'accord de phase. On effectue d'abord l'étude sur un faisceau pur, puis sur le faisceau infrarouge réaliste dont le spectre a précédemment été déterminé.

#### 4.6.1.1 Méthode d'étude

On utilise un petit programme simple en coordonnées polaires en se plaçant directement au plan du waist avec le faisceau centré sur l'axe. En ce plan pris comme référence, toute autre phase que la phase azimutale  $l\theta$  est nulle, sauf la phase atomique  $\alpha I$ .

Ensuite on applique les effets liés à la GHOE non perturbative c'est à dire le modèle atomique pour les harmoniques du plateau :

- L'effet de seuil : tous les points d'intensité inférieure au seuil de génération sont ignorés dans le calcul. Ce seuil est défini comme la valeur limite d'intensité pour laquelle l'énergie de coupure devient celle de l'ordre harmonique  $q$  considéré. Cette

valeur dépend du gaz utilisé :

$$I_{seuil} = \frac{8m_e\pi^2c^3\epsilon_0(1,3I_p - \mathcal{E}_q)}{3,1731e^2\lambda_d^2} \quad (4.10)$$

- L'effet de puissance : l'intensité normalisée du laser de pompe est élevée à la puissance  $q_{eff} = 4$  qui correspond à la loi de puissance moyenne estimée dans le modèle de l'atome unique pour la réponse du dipôle dans le plateau.
- L'effet de phase : la phase totale du faisceau généré est la multiplication de la phase du fondamental par  $q$ , additionnée à la phase atomique.

Dans le cas de la génération harmonique, par construction, la génération avec des faisceaux annulaires impose le même  $r_{max,0}$  pour les harmoniques générées que pour le fondamental. Le waist réel varie selon la loi définie 2.29 car l'anneau harmonique, en raison de la loi de puissance, sera plus fin que l'anneau du fondamental, pour un même rayon. La phase quant à elle est affectée différemment selon l'ordre harmonique.

#### 4.6.1.2 Effet avec un faisceau générateur pur

Pour un faisceau théorique pur, l'étude est bien sûr plus aisée que pour un faisceau réel : tous les photons du fondamental portent le même moment angulaire orbital. Avec une vision purement quantique, la génération non-perturbative fait intervenir  $q$  photons portant un moment  $l = 1$  donc en théorie le moment de l'harmonique doit valoir  $l_q = ql$ . Toutefois l'effet concret de la génération d'harmonique est à prendre en compte même dans ce cas idéalisé.

#### Sur le faisceau générateur

On considère l'effet de filtrage du processus sur l'infrarouge générateur en soi :  $815nm$ ,  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,0}$  de rayon  $r_{max,0} = 38\mu m$  (taille correspondant à la PSF du faisceau réel),  $I_{max} = 0,999I_{BSI} = 2,46753.10^{14}W.cm^{-2}$  dans l'argon. C'est à dire que l'on regarde quelle partie du faisceau générateur va être réellement impliquée dans la génération ainsi que sa composition Laguerre-Gauss une fois la partie non utilisée éliminée de l'équation.

Du fait de la valeur d'intensité maximale (pratiquement  $I_{BSI}$ ), nous sommes dans une configuration où la surface utile du faisceau, sans dépassement du régime tunnel, est quasiment maximale. On s'intéresse uniquement à la situation pour l'harmonique 25 : l'intensité sous laquelle la génération n'est plus non perturbative est donnée par  $I_{gen} = 8,9147.10^{13}W.cm^{-2}$ . Le faisceau utile se présente alors comme celui montré figure 4.31.

Ainsi, si maintenant on projette ce faisceau sur la base  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  ayant pour waist  $w_{0,d} = \sqrt{2}r_{max,0}$ , on obtient un spectre tel que présenté sur la figure 4.32, il est désormais multimode.

On voit que, par nature, le processus non linéaire d'ordre élevé considéré ici, modifie le contenu spectral radial  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  du laser générateur et ce même en présence initialement



#### 4.6. Théorie des harmoniques en régime Laguerre-Gaussien

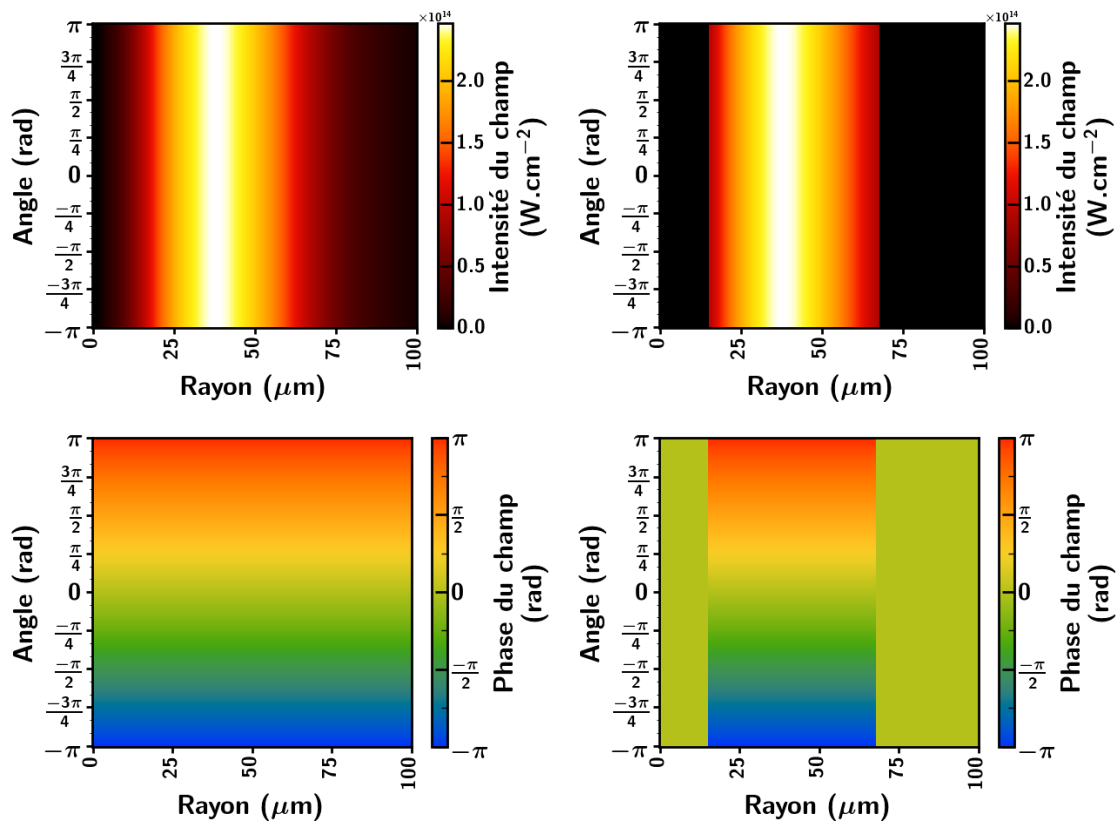


FIGURE 4.31 – Faisceau complet (à gauche) et utile (à droite), respectivement Intensité (en haut) et phase (en bas). A waist constant une partie de l'intensité et de la phase sont inutilisées dans la conversion, ce qu'imiterait un iris annulaire. On imagine que comme dans le cas d'un iris circulaire des modes d'ordres radiaux supérieurs vont apparaître.

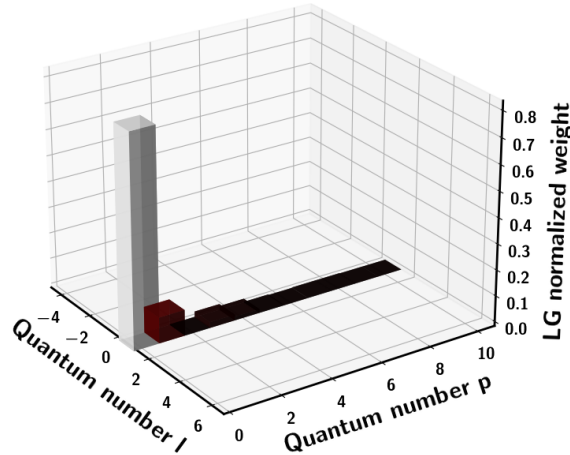


FIGURE 4.32 – Spectre Laguerre-Gauss de l'infrarouge générateur après l'effet de filtrage non-linéaire du processus. Le mode n'est désormais plus un mode  $\mathcal{LG}$  pur, même si la composante principale reste le  $\mathcal{LG}_{1,0}$  à 81,9%, la seconde étant le  $\mathcal{LG}_{1,2}$  à 9,9%

d'un mode générateur pur! On peut rajouter qu'ici on considère le "meilleur" scénario d'intensité, ce qui signifie que cet effet est amplifié en cas d'intensité maximale plus faible, puisque la coupure relative devient plus importante. Il est à noter cependant que cet effet n'agit que sur l'ordre  $\mathcal{LG}$  radial  $p$  et pas sur le moment orbital  $l$ .

Au sens d'un spectre  $\mathcal{LG}$  et en dehors de toute considération de phase atomique, la génération d'un mode harmonique pur est déjà impossible avec un laser générateur pur.

### Sur le faisceau harmonique

On s'intéresse maintenant à l'un des ordres harmoniques générés, en l'occurrence l'ordre 25.

En plus de l'effet de seuil précédent on applique la multiplication de la phase par  $q = 25$  (conversion de la longueur d'onde à celle de l'harmonique  $q$ ) et la puissance  $q_{eff}$  à l'intensité normalisée. A titre de référence on commence par négliger la phase atomique, ce qui nous donne le faisceau présenté figure 4.33.

On étudiera deux configurations de projection (2 bases de modes propres) conservant néanmoins comme paramètre commun un ordre azimutal  $l_b \in [20, 30]$  et un ordre radial  $p_b \in [0, 10]$ .

### Configurations des bases $\mathcal{LG}$

Dans la première configuration, on détermine une base avec un waist unique dans tout le plan  $(l, p)$ . Pour cela on prend  $w_{0,q} = r_{max,0} \sqrt{2/q}$ , considérant que si la phase est multipliée par l'ordre harmonique alors l'ordre  $l_q = ql_d = q$  puisque  $l_d = 1$ .

## 4.6. Théorie des harmoniques en régime Laguerre-Gaussien

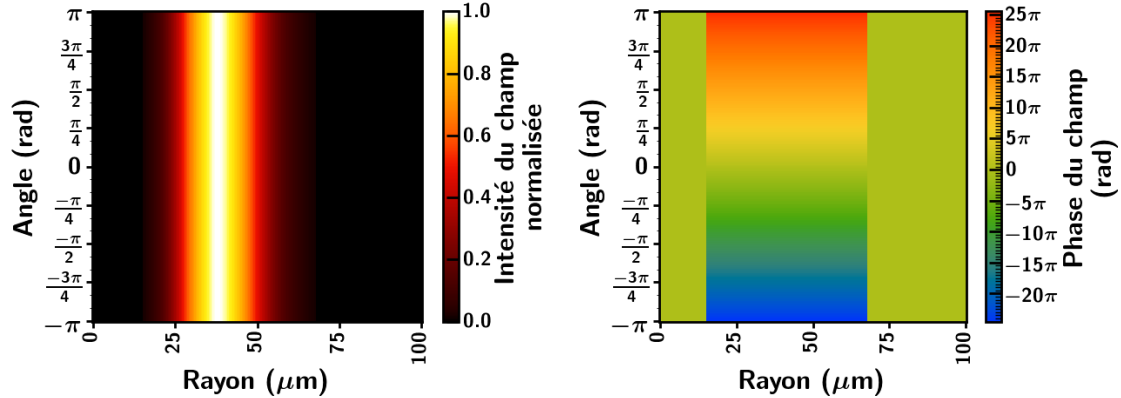


FIGURE 4.33 – Profil d'intensité normalisée et de phase dépliée d'une harmonique 25 générée dans un milieu d'argon fin sans effet d'accord de phase transverse, sans phase atomique, pour un laser générateur initialement pur  $\mathcal{LG}_{1,0}$ .

Dans la seconde on effectue la projection en considérant un waist constant pour un ordre  $l$  mais qui diffère pour l'ordre  $l$  suivant  $w_{0,q,l} \in r_{max,0} \sqrt{2/l_b}$ . Ce qui laisse une base orthonormée mais qui prend en compte l'étalement spectral avec  $l_q$  pour une harmonique multimode donnée. La modification du waist avec  $p$  n'est pas une possibilité pour la projection puisque cela retire le caractère orthonormé (Les modes azimutaux sont orthogonaux mais pas les modes radiaux).

Ainsi pour  $l_b = 25$  les résultats sont identiques, la différence se joue dans les modes azimutaux adjacents.

### Résultats de projection

#### Cas où l'on néglige la phase atomique

La figure 4.34 nous montre les résultats obtenus sans phase atomique, c'est à dire que la phase harmonique est considérée comme valant uniquement  $q = 25$  fois la phase infrarouge.

Tous les modes azimutaux autres que le mode  $l_b = 25$  ont un poids inférieur à  $2,17 \cdot 10^{-5}$  qu'importe la projection, ils sont donc négligés.

On observe bien une convergence vers 1, pour un même espace  $(l, p)$  très légèrement meilleure dans le cas du waist variable.

#### Considération de la phase atomique

Maintenant on ajoute à la phase précédente l'effet de la phase atomique  $(-\alpha_{path} I(r, \theta))$ , pour le chemin court et le chemin long. La phase devient respectivement pour chacun d'entre eux celle présentée sur la figure 4.35.

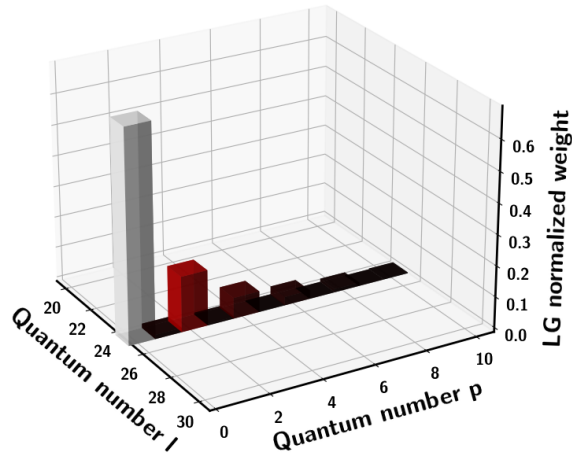


FIGURE 4.34 – Décomposition  $\mathcal{LG}$  sans phase atomique et sans accord de phase pour une génération dans de l'argon infiniment fin avec un laser générateur initialement pur  $\mathcal{LG}_{1,0}$ . Le mode dominant est le mode  $\mathcal{LG}_{25,0}$  à 68,83%. On a ensuite  $\mathcal{LG}_{25,1} = 1,39\%$ ,  $\mathcal{LG}_{25,2} = 17,98\%$ ,  $\mathcal{LG}_{25,3} = 0,58\%$ ,  $\mathcal{LG}_{25,4} = 6,79\%$ ,  $\mathcal{LG}_{25,5} = 0,16\%$ ,  $\mathcal{LG}_{25,6} = 2,77\%$ ,  $\mathcal{LG}_{25,7} = 0,02\%$ ,  $\mathcal{LG}_{25,8} = 1,07\%$ ,  $\mathcal{LG}_{25,9} = 0,02\%$ ,  $\mathcal{LG}_{25,10} = 0,26\%$ . On voit que dans ce cas on retrouve une extinction des modes radiaux impairs, ce que Longmann [107] a pu observer.

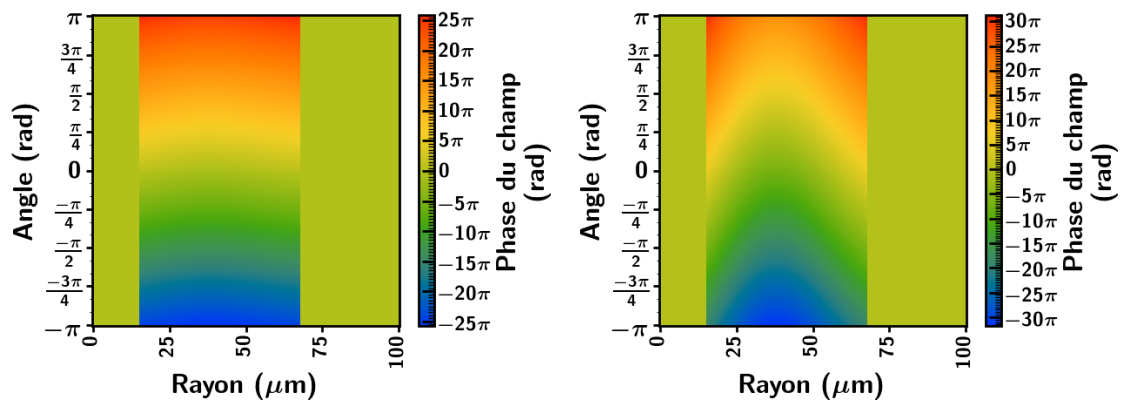


FIGURE 4.35 – Phase de l'harmonique 25 générée par le chemin court (gauche) et long (droite). On voit clairement l'influence supérieure de la phase atomique dans le chemin long.

#### 4.6. Théorie des harmoniques en régime Laguerre-Gaussien

L'effet de phase est logiquement plus important pour le chemin long. Maintenant on étudie le spectre  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  de ces faisceaux représentés figure 4.36.

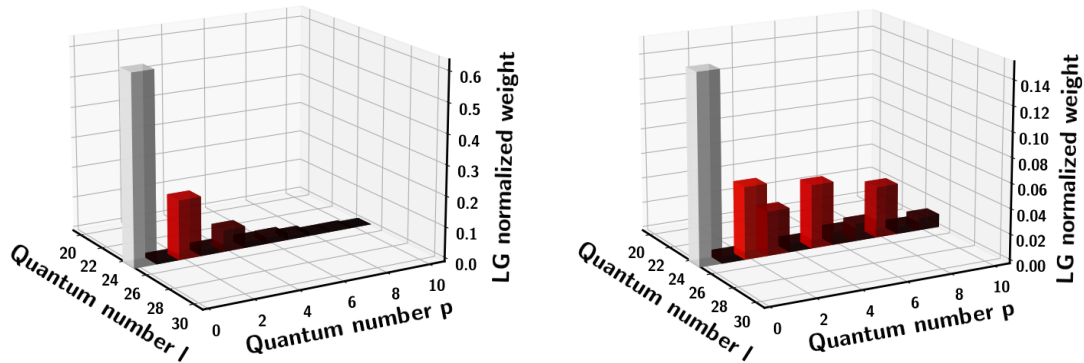


FIGURE 4.36 – Spectre  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  de l'harmonique 25 générée par le chemin court (gauche) et long (droite), la normalisation des poids est faite sur la somme des poids totaux indépendamment pour chaque chemin.

Du fait de l'effet de phase plus important du chemin long, le spectre  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  radial du faisceau issu de ce chemin est étendu sur un intervalle de valeurs de  $p$  bien plus important, plusieurs dizaines d'ordres radiaux. Le mode initial n'est par ailleurs présent qu'à hauteur de 15,08% de tous les modes du chemin long, la décomposition des premiers modes radiaux étant présentée Tab. 4.1.

Ordre radial		0	1	2	3	4
Poids des modes (%)		15,08	0,58	5,73	3,05	0,74
5	6	7	8	9	10	
5,06	1,08	1,40	4,09	0,65	1,05	

TABLE 4.1 – Décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  du faisceau harmonique issu du chemin quantique long sur les 10 premiers modes radiaux pour le mode azimutal 25.

Le spectre de ce chemin est donc très multimode radialement. Sur l'espace  $(l, p)$  considéré, la somme des poids pour le chemin long ne représente que 38,99% de l'énergie totale. Si on augmente le nombre de  $p$  considérés jusque 30 la somme atteint 67,73%, encore loin des 100%. Si on atteint le mode  $p = 100$ , cette somme atteint 99,53% et la décomposition se comporte comme présentée fig. 4.37. Nous pensons que ce comportement est à l'origine de la structure en double anneau, voire plus, parfois observée dans les données expérimentales (4.38).

En revanche on voit que pour le chemin court le comportement est bien moins marqué, le mode principal  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,0}$  reste présent à 62,18%, les deux modes qui suivent  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,2}$  et  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,4}$  sont présents respectivement à 19,45 et 7,13%. Ici la somme des poids

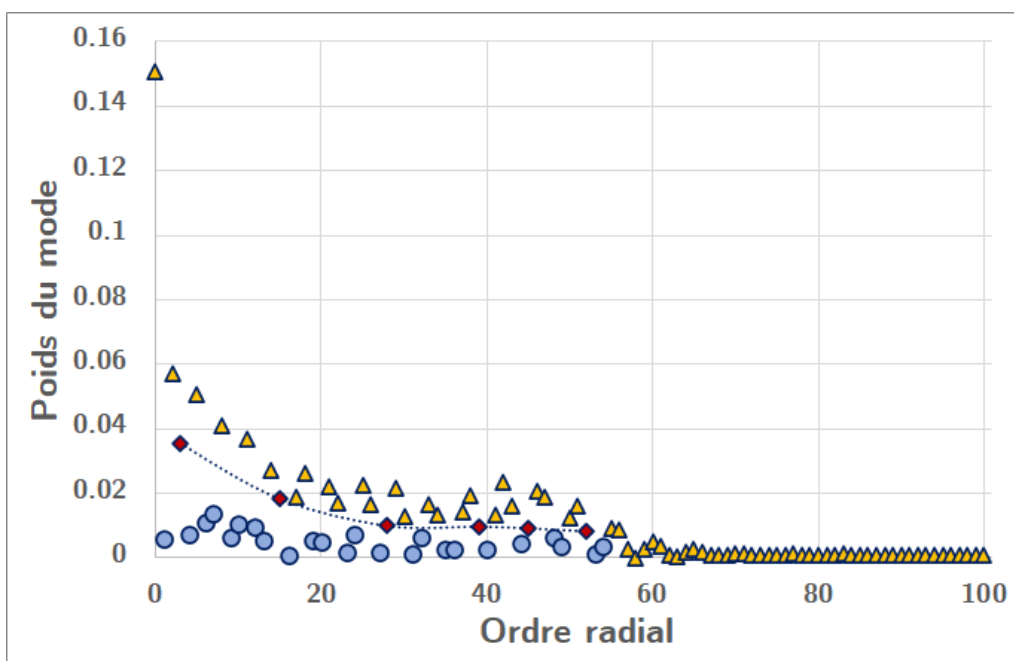


FIGURE 4.37 – Evolution des poids des modes radiaux du chemin long pour le mode azimutal  $l = 25$  jusqu'à l'ordre radial  $p = 100$ . Il semble y avoir au moins deux dynamiques de décroissance des modes radiaux, un groupe "haut" constitué des modes les plus présents (triangle jaune) et un groupe "bas" (rond bleu) que l'on pourrait séparer par la courbe passant par les points distingués par le losange rouge. Il est plus difficile de distinguer ces régimes, s'ils existent, vers les modes radiaux élevés. La chute brutale correspond à la limite physique de la taille du capteur

## 4.6. Théorie des harmoniques en régime Laguerre-Gaussien

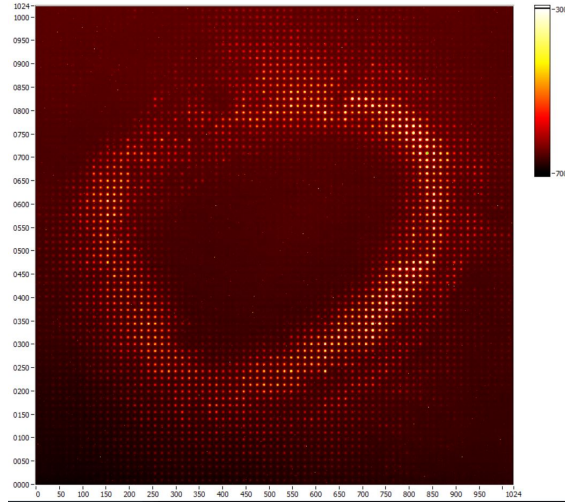


FIGURE 4.38 – Figure multi-annulaire observée expérimentalement dans le cas expérimental correspondant au meilleur faisceau obtenu au cours du scan en astigmatisme. On soupçonne une génération par le second chemin quantique comme origine de ces anneaux. On en observe parfois des incomplets sur d'autres données expérimentales.

reste donc proche de 1 dans l'intervalle  $(l, p)$  initial. Dans les deux cas, et de manière logique compte tenu du comportement de la génération, la différence entre les deux bases utilisées reste du même ordre de grandeur que dans le cas sans phase atomique.

Dans toutes les situations étudiées ici, on retrouve que  $l_q = ql_d$  comme l'on s'y attend puisque  $\Phi_q = q\Phi_d - \alpha_{path}I(r, \theta) = ql_d\theta - \alpha_{path}I(r, \theta)$  au waist et avec symétrie cylindrique. Ainsi  $\frac{\partial\Phi_q}{\partial\theta} = ql_d = l_q$ , déjà démontré théoriquement [162] et expérimentalement [11, 153].

Les ordres radiaux ont un comportement plus complexes, en accord avec Généaux *et al.* [160] et clairement  $p_q \neq qp_d$ .

On s'intéresse maintenant à un faisceau générateur que l'on considère proche de la situation réelle.

### 4.6.1.3 Faisceau générateur impur

Ici nous prendrons le cas d'un faisceau impur composé de la superposition de modes évalués dans deux situations.

#### Cas 1 : Faisceau impur lié uniquement à un iris et une lame spirale continue

On reprend la propagation d'Huygens-Fresnel puis la décomposition que l'on a déjà évoquée 2.5, et ce dans les mêmes conditions. Pour l'utiliser on doit, en plus du poids de chaque mode, considérer le déphasage entre eux (voir Tab. 4.2)

#### 4.6.1. Effet du processus sur le spectre $\mathcal{L}\mathcal{G}$

Ordre radial $p$	0	1	2	3	4	5
Pourcentage du mode	87,95	2,77	0,09	2,79	2,22	0,15
Phase relative (rad)	0,729	0,623	-2,568	-2,566	0,536	-2,616

TABLE 4.2 – Poids des modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  et phases relatives des composantes dans le cas de la décomposition au foyer après propagation d’Huygens-Fresnel pour un faisceau de diamètre  $18,65\text{mm}$  passant à travers la lame de conversion et un iris de  $12\text{mm}$  de diamètre. On se limite à l’ordre azimutal  $l = 1$  qui est le seul présent de manière non-négligeable. La phase relative est calculée avec la base, on obtiendrait le même résultat en retirant à toutes les valeurs l’une d’entre elles pour placer l’une des composante comme référence.

#### En l’absence de phase atomique

Dans cette configuration, on obtient en l’absence de toute considération de phase autre que celle du générateur, la décomposition en modes présentée Tab. 4.3 pour le faisceau généré.

Ordre radial	0	1	2	3	4
Poids des modes (%)	69,42	1,23	17,99	0,48	6,69
Déphasage relatif (rad)	-0,646	2,544	-0,653	2,547	-0,659
5	6	7	8	9	10
0,11	2,66	0	0,96	0,05	0,20
2,584	-0,661	3,005	-0,663	-0,757	-0,680

TABLE 4.3 – Décomposition d’une harmonique 25 générée avec le faisceau décrit Tab. 4.2 en l’absence de considération de phase atomique. Encore une fois les modes ne se distribuent que sur l’ordre azimutal 25.

De même que précédemment, le faisceau générateur n’étant composé que de photons portant un moment angulaire égal à 1, on vérifie que l’harmonique généré voit un seul mode azimutal  $l_q = 25$  significatif qui se distribue sur les modes radiaux successifs. L’utilisation d’une base ou de l’autre donne aussi des résultats similaires avec une différence du même ordre de grandeur. La somme  $S$  des poids est telle que  $1 - S = 1,92 \cdot 10^{-3}$  est plus proche de 1 que précédemment. On voit ici un effet que l’on pourrait penser initialement contre-intuitif : l’ajout de composantes radiales, autres que  $p = 0$  dans l’infrarouge améliore légèrement la pureté des harmoniques générées (Poids du  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,0}$  : 69,42 contre 68,84% dans le cas initial pur). On ajoute à présent la phase atomique.

#### En considérant la phase atomique

Les décompositions des modes sont présentées respectivement dans les tableaux 4.4 et 4.5 pour le chemin court et le chemin long de l’harmonique 25 générée avec le faisceau précédemment décrit.



#### 4.6. Théorie des harmoniques en régime Laguerre-Gaussien

Ordre radial		0	1	2	3	4
Poids des modes (%)		62,51	1,69	19,11	2,54	6,69
Déphasage relatif ( <i>rad</i> )		0,240	2,233	-0,826	0,822	-1,799
5	6	7	8	9	10	
2,39	1,93	1,48	0,43	0,59	0,13	
-0,277	-2,596	-1,153	-3,015	-1,941	-2,578	

TABLE 4.4 – Décomposition d'une harmonique 25 générée en chemin court avec le faisceau décrit Tab. 4.2. Encore une fois les modes ne se distribuent que sur l'ordre azimutal 25.

Ordre radial		0	1	2	3	4
Poids des modes (%)		15,05	0,98	5,09	4,27	0,33
Déphasage relatif ( <i>rad</i> )		0,002	0,337	-2,797	-2,509	0,440
5	6	7	8	9	10	
4,90	1,75	0,79	4,11	1,24	0,50	
0,956	1,291	-2,021	-1,576	-1,237	1,609	

TABLE 4.5 – Décomposition d'une harmonique 25 générée en chemin long avec le faisceau décrit Tab. 4.2. Encore une fois les modes ne se distribuent que sur l'ordre azimutal 25.

De même, aucun autre ordre azimutal n'apparaît. La somme des poids sur l'espace  $(l, p)$  initial pour le chemin long vaut 39,02% et  $1 - S = 4,7 \cdot 10^{-4}$  pour le chemin court. Les sommes sont très proches de celles pour le faisceau générateur pur, légèrement inférieures pour le chemin court.

Deux effets concomitants ont lieu dans cette configuration. Le chemin court voit son mode principal augmenter de même que sa dispersion sur les modes radiaux supérieurs. Le chemin long voit lui son mode principal dépeuplé mais sa dispersion sur les modes supérieurs se réduire.

Avec un choix judicieux de superposition de modes radiaux il est donc possible de peupler prioritairement le mode  $\mathcal{LG}_{25,0}$  du chemin court tout en dispersant l'énergie restante dans des modes supérieurs que l'on pourrait filtrer spatialement avec un simple iris. Dans le même temps il devrait être possible de dépeupler ce même mode pour le chemin long en basculant l'énergie prioritairement dans un ou plusieurs autres modes tout en en diminuant la dispersion sur les modes radiaux.

Jusqu'à maintenant nous n'avons considéré que la "pollution" du générateur par des modes radiaux. A présent nous nous plaçons dans une situation que nous avons déjà étudiée lors de l'étude du décentrage de la lame, qui apporte des modes azimutaux.

#### Cas 2 : Faisceau impur lié à l'iris et au décentrage de la lame

On reprend le faisceau présenté Fig. 2.14 qui se décompose comme présenté dans le tableau 4.6

	$l \backslash p$	0	1	2	3	4	5
Poids ( $10^{-2}\%$ )	0	174	4	11	12	6	3
Déphasage ( $rad$ )		2,789	-0,381	2,684	-0,505	2,594	-0,588
Poids (%)	1	84,91	3,18	0,17	2,38	1,87	$7 \cdot 10^{-2}$
Déphasage ( $rad$ )		0,729	0,626	-2,553	-2,566	0,536	-2,601
Poids ( $10^{-2}\%$ )	2	58	10	4	5	6	4
Déphasage ( $rad$ )		1,814	-1,351	1,755	-1,447	1,646	-1,531

TABLE 4.6 – Distribution des modes ainsi que le déphasage relatif entre les composantes du faisceau générateur utilisé ici. (voir 2.14)

### Discussion autour de la génération

On se heurte ici véritablement au problème du côté non-perturbatif des harmoniques étudiées.

En effet dans ce type de génération avec une vision purement quantique du phénomène, les photons harmoniques ne sont pas exactement et uniquement la somme de 25 photons infrarouges, elle peut être la somme de 26, 27 ou plus de photons infrarouges puis l'émission de 1, 2 ou plus photons infrarouges et 1 photon harmonique [163]. Il faut ajouter de plus la phase atomique des dipôles. Dans ce cas le moment angulaire total du photon harmonique est la somme de ceux des photons infrarouges absorbés moins ceux de ceux émis. On pourrait alors très bien imaginer l'absorption de 26 photons  $l_d = 1$  et l'émission d'un photon  $l = 0$  infrarouge pour générer une harmonique 25 avec  $l_{25} = 26$ , ce que l'on a ignoré jusqu'à présent. Ici le problème est amplifié car le mode générateur est impur.

Rego *et al.* [157] ont traduit mathématiquement cette situation dans le cas où l'on néglige les réémissions infrarouges et pour une superposition de deux modes azimutaux  $l_1$  et  $l_2$  uniquement, en :

$$l_q = (q - n)l_1 + nl_2 + m(l_2 - l_1) \quad (4.11)$$

où  $q$  est toujours l'ordre harmonique considéré mais où  $n$  définit ce que Rego appelle le canal harmonique, appartenant à  $[-(q - q_{eff})/2, (q - q_{eff})/2]$  (où  $q_{eff}$  est toujours l'ordre de non linéarité du plateau harmonique, ici pris égal à 4), tandis que  $m$  traduit

## 4.6. Théorie des harmoniques en régime Laguerre-Gaussien

---

l'effet de la phase atomique et est défini par  $|m| < \alpha_{path} I(r, \theta)/2$ . On remarque dans cette définition qu'en plus de tous les autres paramètres influençant le spectre d'ordres azimutaux généré, la position de génération dans le faisceau n'implique pas le même spectre. De plus cela reste ici l'étude d'un seul des paramètres  $\mathcal{LG}$  puisque l'ordre radial n'est pas pris en compte. [164]

Ainsi le spectre  $\mathcal{LG}$  généré par harmonique est affecté par :

- L'effet de seuil et l'effet non-linéaire, effet majoritairement sur les modes radiaux
- la composition en modes  $\mathcal{LG}$  du générateur si celui-ci n'est pas pur
- le profil d'intensité générateur à l'instant et la position de la génération (lui-même lié à la composition) par le biais de la phase atomique : le spectre généré est donc temporellement et spatialement dépendant,
- le fait que la génération soit non-perturbative et que l'harmonique  $q$  puisse être généré par plus de photons portant des moments angulaires distincts (en plus de la phase atomique)
- l'ordre harmonique, puisque les combinaisons possibles de photons augmentent avec l'ordre, entraînant une dispersion sur les modes plus importante

Ainsi pour étudier ce type de faisceau il est plus direct de s'en tenir à une étude du champ électrique du dipôle harmonique généré par un champ infrarouge donné puis de redécomposer le résultat obtenu sur une base  $\mathcal{LG}$ .

### Décentrage expérimental de la lame

Nous avons expérimentalement déplacé la lame dans le générateur pour observer l'effet de celle-ci

Même sans étudier directement sa décomposition  $\mathcal{LG}$  on voit qu'un décentrage faible ( $50\mu m$  !) a un effet extrêmement important sur le profil d'intensité du faisceau généré mais qu'il ne se traduit que peu dans la valeur pic-vallée donnée par le dispositif Hartmann, ce qui signifie une modification de la composition en modes  $\mathcal{LG}$  avec une modification faible de la variation de phase pure.

#### 4.6.1.4 Retro-description : quel spectre donnerait une conversion pure ?

Ici nous nous plaçons dans le cas inverse des situations précédentes. On part d'un faisceau harmonique constitué uniquement de l'ordre  $q = 25$  d'un faisceau infrarouge à  $815nm$  et portant un moment  $l_q = 25$ .

On admet que la relation entre le front d'onde du faisceau harmonique et le front d'onde infrarouge est la division par  $q$  du second, de même on admet que la relation sur l'intensité normalisée (et le champ) est une puissance égale à  $q_{eff} = 4$  dans le plateau harmonique.

Enfin on admet que le rayon de maximum d'intensité est le même pour le faisceau générateur et le faisceau généré. Ainsi le waist est différent pour les deux faisceaux (et

#### 4.6.1. Effet du processus sur le spectre $\mathcal{L}\mathcal{O}$

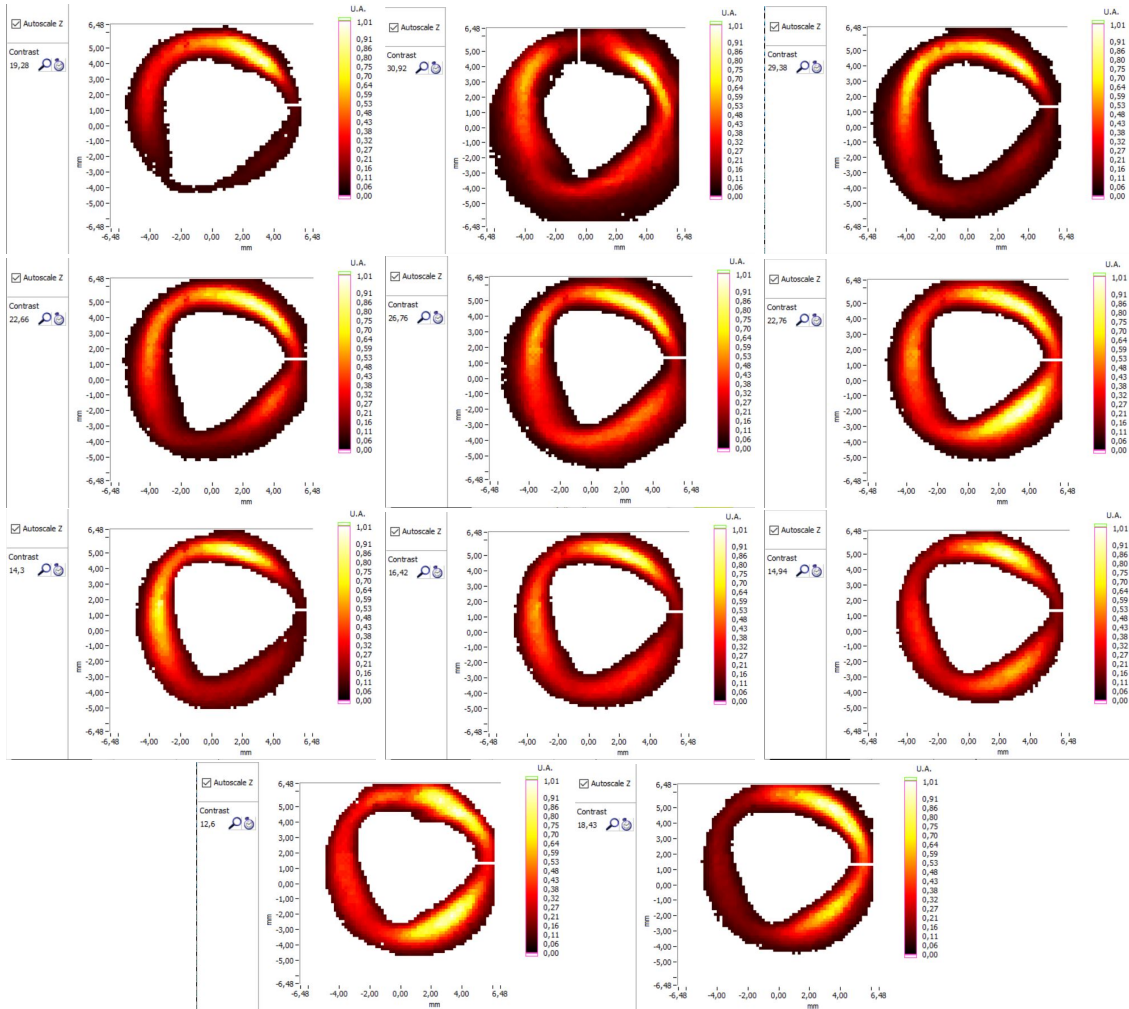


FIGURE 4.39 – Carte d'intensité, par mouvement de la lame de pas de  $50\mu\text{m}$  avec pour but de trouver la position qui donne le faisceau le plus uniforme. Dans l'ordre : Référence(0, 0),  $(0, -50\mu\text{m})$ ,  $(0, -100\mu\text{m})$ ,  $(0, -150\mu\text{m})$ ,  $(0, -200\mu\text{m})$ ,  $(0, -250\mu\text{m})$ .  $(100\mu\text{m}, -250\mu\text{m})$  puis  $(50\mu\text{m}, -250\mu\text{m})$ .  $(-50\mu\text{m}, -250\mu\text{m})$ ,  $(-100\mu\text{m}, -250\mu\text{m})$  puis  $(-150\mu\text{m}, -250\mu\text{m})$ . Le faisceau le plus uniforme semble correspondre à la position  $(-250\mu\text{m}, -50\mu\text{m})$ . La forme triangulaire semble être la marque de la lame utilisée sur sa face non-optimale, provoquant un comportement sur l'intensité semblable à celui ajouter par le tréfoil. Le décentrage de celle-ci semble lui agir comme une coma.

#### 4.6. Théorie des harmoniques en régime Laguerre-Gaussien

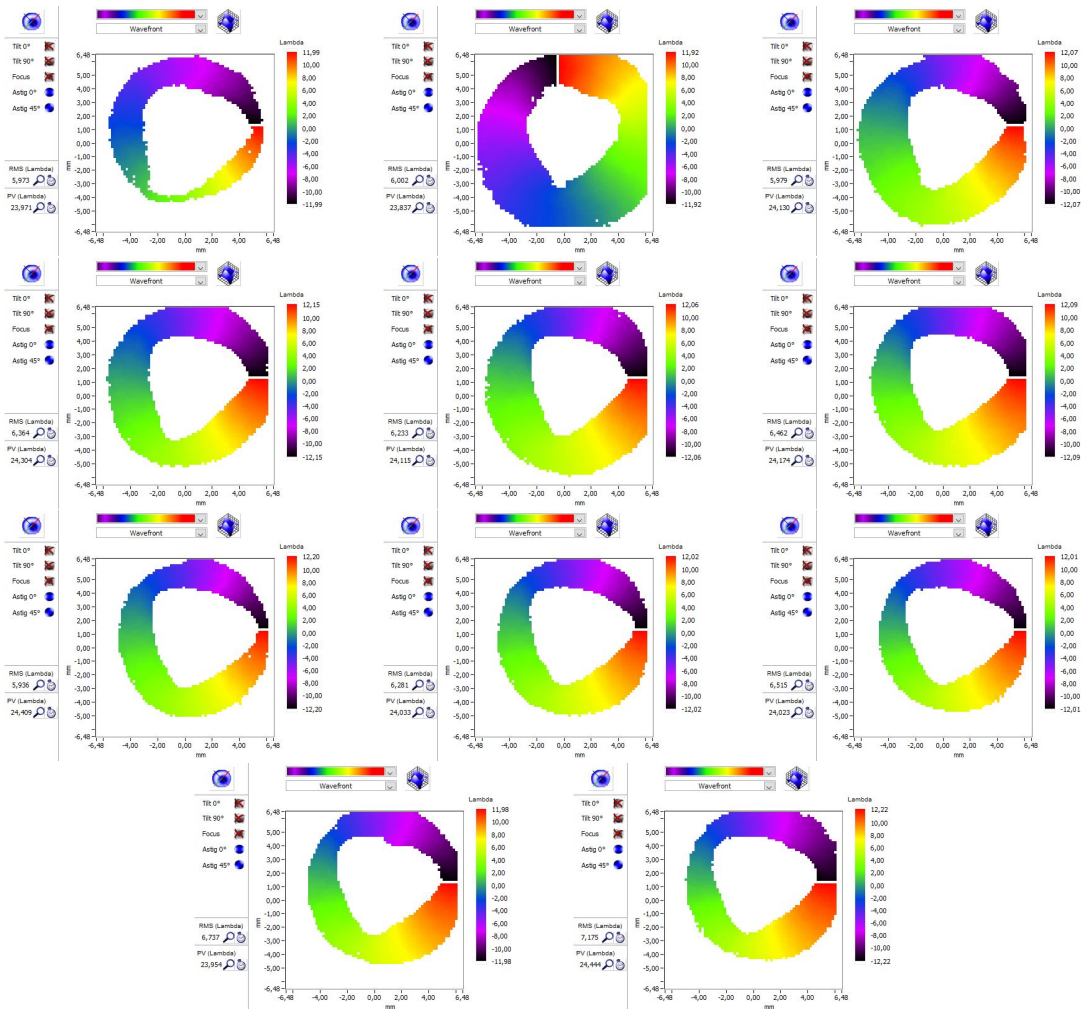


FIGURE 4.40 – Carte de phase, par mouvement de la lame de pas de  $50\mu m$  avec pour but de trouver la position qui donne le faisceau le plus uniforme. Dans l'ordre : Référence(0, 0), (0,  $-50\mu m$ ), (0,  $-100\mu m$ ), (0,  $-150\mu m$ ), (0,  $-200\mu m$ ), (0,  $-250\mu m$ ). (100 $\mu m$ ,  $-250\mu m$ ) puis (50 $\mu m$ ,  $-250\mu m$ ). ( $-50\mu m$ ,  $-250\mu m$ ), ( $-100\mu m$ ,  $-250\mu m$ ) puis ( $-150\mu m$ ,  $-250\mu m$ ). La valeur pic-vallée semble peu affectée par le décentrage, entre 23,9 et 24,4 alors même que la décomposition  $\mathcal{LG}$  est affectée comme on l'a vu précédemment.

la base qui les définit) tel que :

$$r_{max,q} = r_{max,d} = w_{0,q} \sqrt{\frac{l_q}{2}} = w_{0,d} \sqrt{\frac{l_d}{2}} \quad (4.12)$$

On se place au foyer (pas de courbure, pas de phase de gouy), avec un  $r_{max} = 49,6\mu m$ . On utilisera les coordonnées polaires (360 pas d'angle avec  $\theta \in [-scc.pi, scc.pi[$  et 100 pas de rayon entre 0 et  $3r_{max}$ ) pour des raisons de facilités sur le traitement de la phase. On effectue les projections sur la base Laguerre-Gauss avec  $l \in [-2, 3]$  et  $p \in [0, 20]$ . Nous obtenons les résultats présentés dans les figures 4.41 et 4.42.

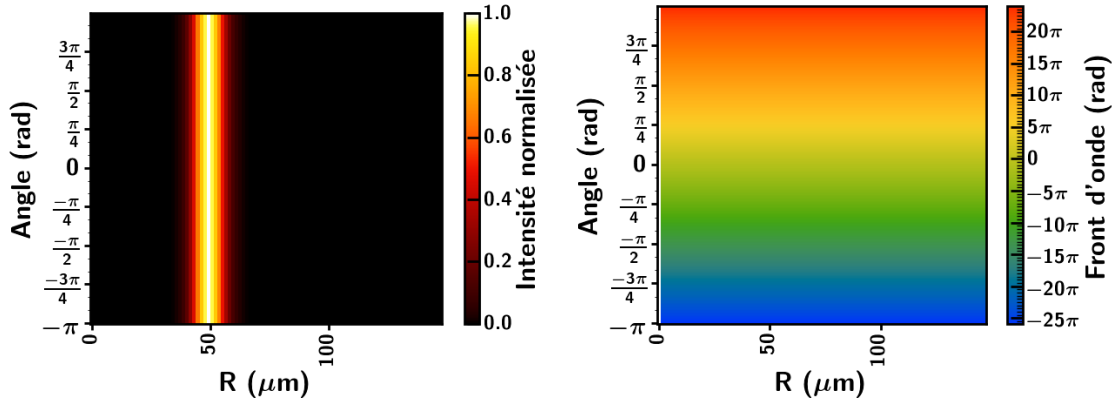


FIGURE 4.41 – Faisceau harmonique étudié. A gauche l'intensité normalisée du mode, à droite la phase.  $32,6nm$ , ordre harmonique et ordre azimutal égaux à 25, pas d'ordre radial autre que l'ordre 0.

Sans question d'accord de phase et uniquement en le foyer le mode infrarouge nécessaire à la génération d'un mode harmonique pur en terme de mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  est décrit par la figure 4.42 et le tableau 4.7.

Ordre radial	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Déphasage relatif	0	0	0	$\pi$	$\pi$	$\pi$	$\pi$	$\pi$	$\pi$	$\pi$	$\pi$

TABLE 4.7 – Déphasage relatif des différentes composantes radiales de l'ordre azimutal 1 dans le cas du faisceau infrarouge étudié.

On voit clairement que l'utilisation de plusieurs ordres radiaux est nécessaire à la génération d'un faisceau harmonique pur à l'ordre 25.

Par ailleurs cette décomposition diffère selon quel ordre harmonique nous souhaitons générer. Pour illustration nous présentons la décomposition nécessaire dans le cas où l'on souhaiterait un mode harmonique 7 et 43 pur. On voit que plus le mode harmonique considéré (donc le moment orbital) est grand (dans le plateau) et plus le nombre d'ordres radiaux nécessaire à une génération pure est important, logiquement lié au rapport  $q/q_{eff}$

#### 4.6. Théorie des harmoniques en régime Laguerre-Gaussien

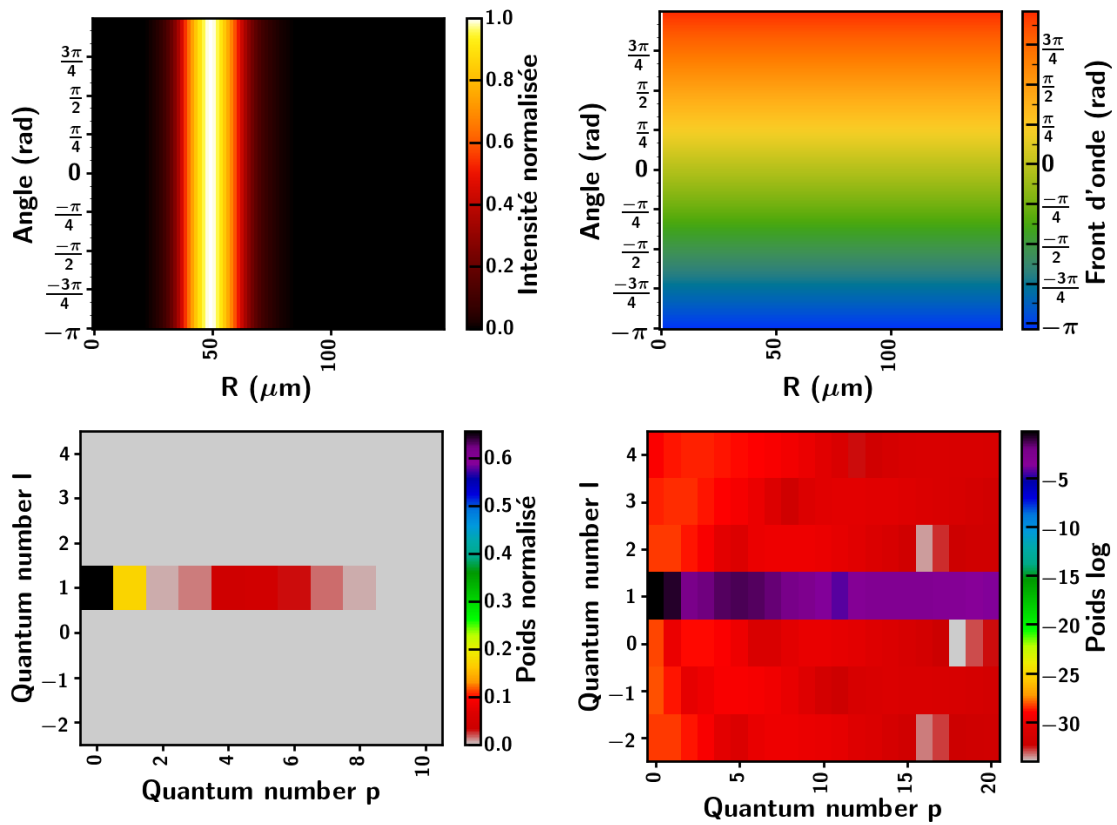


FIGURE 4.42 – Faisceau infrarouge à  $815\text{nm}$  rétroconstruit. En haut à gauche l'intensité normalisée du mode, à droite la phase. En bas la décomposition en mode  $\mathcal{LG}$ , à gauche jusqu'à l'ordre  $p = 10$  en échelle linéaire, à droite en échelle log jusque l'ordre  $p = 20$ . Aucun autre ordre azimutal n'est présent dans la décomposition, en revanche on distingue nettement la nécessité de modes d'ordre radial supérieur dans le faisceau générateur pour espérer obtenir un faisceau harmonique pur, sans considération d'accord de phase.

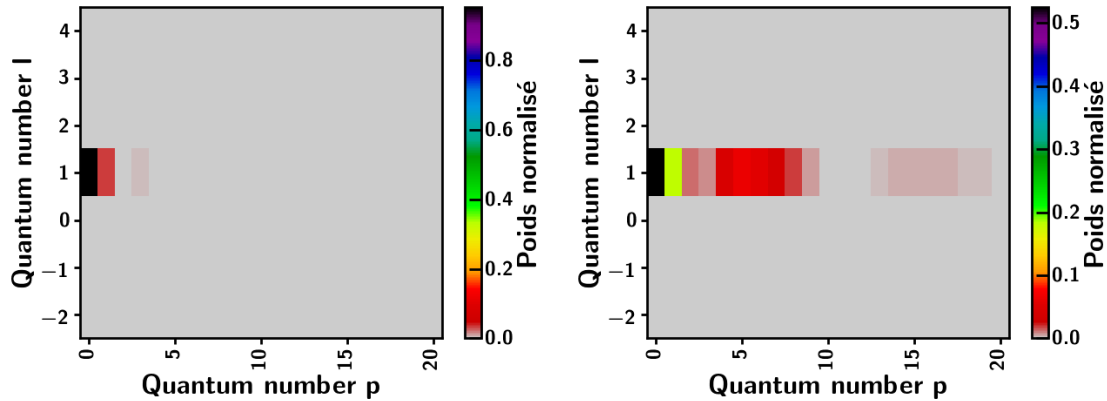


FIGURE 4.43 – Décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  du mode infrarouge nécessaire à la génération d'un mode harmonique 7 et 43. Le nombre de modes radiaux nécessaires à la génération d'un faisceau pur augmente avec l'ordre harmonique et la charge azimutale.

alors que la phase n'est liée qu'à l'ordre harmonique  $q$ . Ce qui ne serait pas le cas dans le cas perturbatif.

Le travail des modes Laguerre-Gauss constitutifs d'un faisceau générateur est donc un élément important de la génération lorsque l'on s'intéresse à ces caractéristiques, mais nécessite de pouvoir le faire de manière pilotée et dirigée vers un mode particulier, en gardant en tête que celle-ci ne sera valide qu'en un plan de la génération (et ce même en négligeant les effets de la largeur spectrale du faisceau générateur, l'accord de phase etc).

## 4.7 Conclusion

L'étude effectuée dans ce chapitre nous permet de dire que les méthodes simples que l'on pourrait envisager pour l'analyse et la caractérisation de vortex optiques produits par génération d'harmoniques d'ordres élevés ne permettent pas de les décrire dans toute leur complexité. Par méthode simple, j'entends des méthodes basées simplement sur une mesure d'intensité ou simplement sur une mesure de phase du faisceau EUV. Ceci est d'autant plus vrai quand on cherche à caractériser des faisceaux réels, en particulier astigmatés. Cela provient de la nature intrinsèquement multimodale de la génération, exacerbée par la présence des aberrations. Notons que le comportement est différent selon le chemin quantique considéré : le chemin long est à l'origine d'un nombre de modes radiaux plus important, qui semble se traduire expérimentalement par une série d'anneaux concentriques. Ce point sera détaillé dans la thèse d'Alok Kumar Pandey.

On identifie grâce à la décomposition 2D ( $l,p$  et  $l,r$ ) la densité locale du moment angulaire, qui représente ce que percevrait un petit objet placé à un endroit précis du faisceau.



#### 4.7. Conclusion

---

Pour les objets plus gros que le faisceau, l'utilisation de la valeur moyenne de la décomposition, qui est l'observable le plus stable dans toutes nos situations d'étude devrait être le paramètre à considérer pour l'expression macroscopique du moment angulaire orbital.

## Conclusions et perspectives

Dans ce manuscrit j'ai présenté le travail que j'ai réalisé dans l'équipe LASERIX dans le cadre d'un contrat de thèse CIFRE avec la société Amplitude. Si l'objectif initial de la thèse portant sur un amplificateur paramétrique accordable dans l'infrarouge n'a pu être atteint en raison de problèmes techniques indépendants de ma volonté, j'ai eu la possibilité de ré-orienter mon sujet et de devenir acteur principal d'un champ d'étude tout nouveau pour l'équipe. J'ai pour cela bénéficié de collaborations fructueuses avec Philippe Balcou au CELIA, le professeur Richardson de l'Université de Floride et M. Guillaume Dovillaire et Fabrice Harms de la société Imagine Optic basée à Orsay.

J'ai mis en place sur la ligne XUV de LASERIX une expérience de génération d'harmoniques par un faisceau infrarouge de pompe portant un moment angulaire non nul produit par ajout d'une lame de phase sur le trajet du faisceau. Ce type d'expérience avait déjà été réalisé par d'autres équipes et notamment celle du LIDYL dans le cadre de la thèse de Romain Généaux. L'originalité de notre démarche a été d'une part de générer les harmoniques dans une cellule de gaz relativement longue (de l'ordre de  $10\text{mm}$  contre  $2\text{mm}$  dans les précédentes campagnes expérimentales) et d'autre part de choisir de caractériser les vortex optiques produits au moyen d'un dispositif de type Hartmann Extreme Ultraviolet. Le niveau de signal harmonique nous a permis de réaliser, après filtrage spectral d'un seul harmonique du spectre, des Hartmannogrammes de bonne qualité, certains en acquisition simple tir, d'autres cumulés sur 5 à 10 tirs. Nous avons démontré que la sensibilité du détecteur et la fiabilité du traitement logiciel des données permettait de vérifier que, malgré le milieu de génération assez long, le 25<sup>ème</sup> harmonique portait typiquement un moment angulaire égal au moment du fondamental multiplié par l'ordre harmonique, ce qui venait confirmer les prédictions théoriques et les estimations plus rudimentaires publiées jusque là dans la littérature. Les premières estimations que nous avons réalisées étaient basées sur une simple étude de la phase spatiale mesurée du faisceau et sur l'hypothèse qui s'est révélée simpliste par la suite d'un faisceau Laguerre Gauss monomode. Cela nous a aussi permis de mettre en évidence la criticité de calibration du capteur, déjà importante dans une configuration non exotique, et qui le devient d'autant plus dans le cas de faisceaux  $\mathcal{L}\mathcal{G}$ .

L'analyse plus poussée des données expérimentales et la volonté de toujours mieux comprendre le principe et la mise en oeuvre de la mesure de front d'onde de faisceaux aussi complexes que les vortex harmoniques m'a permis de mettre en évidence quantitativement le caractère intrinsèquement multimode des faisceaux produits. J'ai pour cela

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

---

détaillé et approfondi les différentes méthodes d'analyse proposées dans la littérature, j'ai pu comparer leur fiabilité et leur pertinence à décrire le phénomène physique à l'œuvre. J'ai également étudié en détail la robustesse et la convergence des méthodes d'analyse appliquées à des faisceaux portant un moment angulaire typique aussi élevé que  $l = 25$ . A la suite de ce travail Alok Kumar Pandey, doctorant qui m'a succédé dans l'équipe, a pu caractériser par analyse de type Hartmann XUV un faisceau harmonique portant un moment angulaire aussi élevé que  $l = 100$ .

L'analyse des données m'a permis de montrer le rôle de l'astigmatisme résiduel, même très faible du faisceau infrarouge de pompe dans la forme bi-lobale des vortex produits. Cette forme caractéristique a été obtenue également par d'autres équipes travaillant sur le même sujet. Un moyen de retrouver une forme réellement annulaire est de mettre en place une boucle d'optimisation active du front d'onde du laser de pompe.

J'ai pendant ma thèse développé également des codes de calcul de propagation et de diffraction de faisceaux portant des moments angulaires non nuls, que ce soit dans l'XUV ou l'infrarouge. Cela m'a permis de quantifier le caractère multimode, en termes de modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}$ , des faisceaux infrarouges traversant une lame de phase supposée d'abord parfaite, puis réelle. Par la suite j'ai montré en utilisant le modèle de l'atome unique pour la génération d'harmonique que ce processus non linéaire non perturbatif induisait intrinsèquement lui aussi de nouveaux modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  radiaux. Par manque de temps je n'ai pas pu coder l'accord de phase longitudinal dans un milieu long de type cellule. Ce travail est en cours actuellement, en collaboration avec l'équipe de Hernandez-Garcia de l'Université de Salamanque et sera présenté dans la thèse d'Alok Kumar Pandey. Les études systématiques effectuées en faisant varier l'énergie du faisceau générateur ne semblent pas indiquer à ce stade d'effet clair d'accord de phase longitudinal sur la structure modale des vortex harmoniques produits au contraire de la pression et de la taille de l'iris.

Enfin l'objectif de tout ce travail pour l'équipe LASERIX était de démontrer la capacité d'un plasma amplificateur de type laser X pompé en cible solide à amplifier un vortex harmonique à la bonne longueur d'onde, tout en conservant sa structure modale et en tous cas la charge portée par le faisceau. Une collaboration avec Eduardo Oliva de Madrid qui réalise des simulations de type Maxwell Bloch montre que cela est possible du point de vue de la physique fondamentale de l'amplification dans ce domaine de longueurs d'onde. La démonstration expérimentale est délicate et n'a pas pu être faite pendant la durée de ma thèse. La principale difficulté vient de la taille de la zone amplificatrice du plasma de laser X (entre 20 et 40microns de diamètre pour une forme pas vraiment circulaire) qui est bien inférieure à la taille de la source vortex harmonique (typiquement de rayon de la centaine de microns). Pour pouvoir amplifier la totalité du vortex harmonique il faut donc le ré-imager dans le milieu lasant avec un facteur de réduction de  $1/5$ , ce qui est loin d'être trivial dans cette gamme de longueur d'onde. Une première expérience dans ce sens a été tentée durant la réalisation de cette thèse mais le niveau de signal et la difficulté d'alignement du système mis en place n'a pu permettre la réalisation de l'amplification. La conception d'une ligne de lumière modi-

fiée dans une seconde version grâce à l'obtention d'un budget spécifique sur le projet MAOHAM (Labex PALM) devait permettre d'atteindre le but recherché mais le COVID en aura repoussé la mise en place.

En revanche une expérience préliminaire d'amplification d'un secteur angulaire restreint du vortex harmonique (typiquement un sixième de l'anneau) a montré que la charge portée par le faisceau était bien conservée sur la zone amplifiée. Ces résultats seront détaillés dans la thèse d'Alok Kumar Pandey et une expérience d'injection par focalisation du faisceau harmonique est prévue dans quelques mois.

Mon travail de thèse a donc permis à l'équipe LASERIX de s'approprier les concepts physiques de la génération d'harmoniques par des faisceaux portant des moments angulaires, d'approfondir sa compréhension et sa maîtrise des méthodes de caractérisation utilisant des Hartmann XUV, et à moyen terme d'être capable de produire par amplification dans un milieu lasant des faisceaux XUV de haute énergie portant des moments angulaires élevés et caractérisés, dans le but de les utiliser pour des applications originales.

La génération de modes de Laguerre-Gauss de bonne qualité à des longueurs d'ondes réduites permettraient d'étendre encore les utilisations possibles de tels faisceaux. Par exemple pour la microscopie STED ultrarésolue, l'utilisation de modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  de faible ordre azimutal mais basse longueur d'onde permettrait d'obtenir des faisceaux annulaires de taille extrêmement réduite (le waist étant  $\lambda$ -dépendant et  $l$ -dépendant) et augmenterait d'autant la résolution de cette méthode. Dans cette thèse le mode azimutal reste élevé mais des schémas de génération à deux faisceaux ont permis la génération de faisceaux harmoniques de charge azimutale  $l = 1$  [165].

Par ailleurs, les modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  offrent une sensibilité accrue aux imperfections portées par le faisceau. Leur couplage avec la génération d'harmoniques, dont l'un des effets est aussi la mise en exergue des aberrations intrinsèques du faisceau générateur, pourrait ouvrir la voie à la correction de faisceau en dessous de la résolution offerte par les capteurs à la longueur d'onde de génération. Leur caractérisation et l'effet de la génération qui font l'objet de cette thèse sont donc un enjeu important.

## CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

---

# Annexe A

## Petite histoire de l'électromagnétisme et du laser

---

A.1 Onde, corpuscule et pression . . . . .	189
A.2 Théorisation de l'émission stimulée . . . . .	191
A.3 L'amplification optique expérimentale . . . . .	191
A.4 Développement des lasers . . . . .	192
A.5 Multiplication de technologies et de records . . . . .	193

---

### A.1 Onde, corpuscule et pression

La force exercée par la lumière sera à nouveau évoquée en 1746, suivant le même raisonnement, par Euler dans sa *Nova Theoria*. Mais toujours pas de mesure en vue.

A cette époque, s'opposent cartésiens et newtoniens. Le conflit prend racine autour de la nature même de l'univers [166].

Descartes décrit dès 1637, dans les quelques fragments de son *Traité sur le Monde* du discours sur la méthode, l'univers comme un espace empli d'éther qui tourbillonne, emportant les planètes, et support de l'onde lumineuse, qui est alors mécanique. Le créateur du monde est horloger et a cessé de jouer un rôle dans la marche de l'univers.

Pour Newton qui le détaille dans ses *Principia* de 1687, l'univers est un vide infini, la gravité est universelle, intervention perpétuelle de Dieu, et la lumière est une particule dont la vitesse est plus importante dans les matériaux transparents à cause de la force que ceux-ci exercent sur elle. Elle est matérielle et c'est par choc qu'elle transmet sa quantité de mouvement.

Les succès de la physique newtonienne à prédire les trajectoires des planètes, éclipsent les cartésiens et ce malgré la théorie ondulatoire de Huygens en 1690 qui, reprenant les travaux de Descartes et Pardies, résout un problème que ne peut expliquer le modèle

## A.1. Onde, corpuscule et pression

---

corpusculaire : celui de la double réfraction de la lumière dans certains minéraux (bi-réfringents); et les travaux d'Heuler, se basant sur ceux d'Huygens, qui décrira alors la pression de la lumière comme étant issue d'une onde d'éther avec des oscillations longitudinales, comme une onde acoustique.

Parallèlement on assiste à plusieurs tentatives de mesures expérimentales de la pression de radiation (De Mairan (1754), Du Fay, Fresnel (1825)...). Toutes infructueuses à cause de la thermodynamique du gaz environnant, particulièrement bien illustré par le radiomètre de Crookes (1874).

Ni Young en 1802 avec son expérience d'interférence avec deux trous (inexplicable sans onde), ni Fresnel avec ses expériences de diffraction et sa théorie ondulatoire (1818), étendue à la polarisation (expliquée par Malus comme une forme des corpuscules lumineux (1809)), vu comme une oscillation transversale de l'onde (1821), ne réussiront à remettre en doute la condition corpusculaire de la lumière.

L'analogie permanente avec la mécanique ne facilite en rien l'évolution. Mécaniquement, l'onde se propage alors avec l'éther pour support. Or dans un fluide en l'absence de viscosité seules les oscillations longitudinales peuvent se propager. Malheureusement lorsqu'on regarde le mouvement des corps célestes dans l'espace cette viscosité n'apparaît pas. Même Newton qui dut réintroduire l'éther en 1702 dans *Opticks* pour expliquer les phénomènes d'irisation des bulles de savon ne remet pas en cause le modèle.

Il faudra attendre Foucault (1849) qui démontre que la lumière se propage plus vite en milieu libre (contrairement à l'hypothèse corpusculaire) et Maxwell (1873), généralisant les expériences de Faraday, d'abord en supposant un support mécanique, puis le supprimant, constatant le caractère continu des équations, pour que la théorie ondulatoire revienne. C'est la naissance de l'électromagnétisme.

Grâce à ses équations il calcule la vitesse de l'onde électromagnétique et tombe sur la vitesse de la lumière, qui le fait conclure à leur nature commune *"The agreement of the results seems to show that light and magnetism are affections of the same substance, and that light is an electromagnetic disturbance propagated through the field according to electromagnetic laws"*, elles montrent aussi l'existence d'une pression des ondes dont la preuve expérimentale viendra avec les expériences de Lebedev [1] et Nichols [2, 3].

A nouveau on pense que l'électromagnétisme assoit la physique sur des bases solides.

Pourtant Planck [4] avec le problème du corps noir, trouve un quantum d'énergie qu'il relie à une constante devenue fondamentale qui porte son nom :  $h = 6,62607015 \cdot 10^{-34} J.s$ . Ce quantum est assimilée à une sorte de particule, qui porte une impulsion, un moment linéaire B. Ce moment fut mesuré par Compton en 1923 [5] et lui valut le prix Nobel en 1927.

Cette fois on voit enfin la lumière comme une particule quantique, simultanément onde et corpuscule.

---

## A.2 Théorisation de l'émission stimulée

En 1916 Einstein reprend ses travaux sur le corps noir, délaissés en 1905 pour son travail sur la relativité et s'aide justement de ceux de Planck [167], pour montrer que les équations du modèle du corps noir n'ont de solution qu'en introduisant les phénomènes de :

- L'absorption : un photon incident excite un atome dont l'un des électrons monte à un niveau d'énergie supérieure.
- L'émission spontanée : Un atome excité voit son électron d'énergie supérieure redescendre à un niveau inférieur, après un certain temps, en émettant un photon correspondant à la différence d'énergie entre les deux niveaux.
- L'émission stimulée : Un photon incident provoque la désexcitation de l'atome par le même processus, mais contrairement au cas précédent, le photon est émis avec les mêmes propriétés que le photon incident.

C'est la première fois que l'émission stimulée est évoquée. C'est à aussi à cette occasion qu'Einstein démontre justement que le photon doit porter un moment.

## A.3 L'amplification optique expérimentale

Il faudra attendre les années 50 et le pompage optique (décrit par Kastler en 1949/1951 qui lui vaut le Nobel en 1966), puis le maser (Gordon, Zeiger et Townes [168] [169]) pour qu'on observe pour la première fois l'amplification d'ondes électromagnétiques par émission stimulée dans le domaine micro-onde. Vint ensuite une proposition pour l'étendre au domaine optique infrarouge (Schawlow et Townes[170]). Enfin en 1960, Maiman fait des expériences avec des micro-ondes dans un cristal de rubis et observe une fluorescence du cristal [171] avant de le pomper pour obtenir la première émission laser [172]. Sa découverte fera l'objet d'une conférence de presse du *New York Times* après le refus initial de l'article par *Physical Review Letters*.

En 1957, Gould avait déjà proposé la cavité nécessaire à la génération d'un laser continu et cohérent : un interféromètre Fabry-Pérot dont la réflectivité des miroirs de fond (inférieure à 1), permettait à la fois l'extraction et le pompage du milieu amplificateur. Il décrit aussi le principe du laser à déclenche (ou Q-Switch). Jugeant l'idée prometteuse il fit authentifier par acte notarié le carnet qui portait ses notes sur le sujet. On y trouve pour la première fois la dénomination LASER (Light Amplification by Stimulated Emission Radiation) qui finira par s'imposer après sa présentation en conférence en 1959.

Les progrès lents de Gould et de son employeur (TRG) pour développer expérimentalement un laser fonctionnel (sur fond de problèmes liés à la classification de telles recherches en vue d'applications potentiellement militaires) laissèrent Maiman être le premier à en réussir la démonstration.

Outre la course au développement, un combat pour la propriété intellectuelle du dispositif débuta avec d'un côté Townes/Schawlow et de l'autre Gould. Tous deux dépo-



#### A.4. Développement des lasers

---

sèrent une demande de brevet mais Gould la déposa plus tard (1959 contre 1958) : c'est donc le brevet de Townes/Schawlow qui fut validé. C'était sans compter sur le carnet de Gould, antérieur, et authentifié en 1957 qui entraîna... Trente ans de bataille judiciaire ! (Que Gould gagnera en 1988 faisant de lui un multi-millionnaire)

Voilà qui laissait déjà entendre le potentiel de cette technologie et de toutes ses applications ! (ainsi que sa valeur pécuniaire...) Gould en avait justement déjà évoqué certaines dans son texte : usinage, mesure de distance, lidar, communications...

## A.4 Développement des lasers

Après les travaux de Maiman les technologies laser se développent à un rythme effréné ainsi que leurs applications [173, 174].

Le premier laser à gaz et premier laser continu voient le jour en 1960 [18], la même année la génération d'harmonique par laser apparaît [17] utilisant un laser rubis de 3J (pulsé).

On voit ensuite l'apparition du premier laser continu visible, le fameux Hélium-Néon [175] ainsi que du premier laser semi-conducteur en 1962 (Hall [176]) duquel dérivent les diodes lasers d'aujourd'hui. La même année Holonyak [177] en construit un émettant dans le visible. Dans leurs formes actuelles (améliorées pour l'un fonctionner sur de longues durées et l'autre fonctionner à température ambiante et plus haute puissance), ces deux lasers sont devenus pour l'un le préféré des étudiants, et pour l'autre celui de beaucoup d'industriels.

Toujours en 1962, apparaît déjà le premier groupe de recherche sur la fusion par laser à Livermore, qui débouchera sur le NIF (National Ignition Facility) dans le même laboratoire. C'est aussi l'année de la démonstration expérimentale du premier laser Q-Switch (McClung/Hellwarth), étape importante pour les impulsions ultracourtes. En 1963 apparaît le premier laser à blocage de modes (Hargrove, Fork et Pollack).

On voit ensuite entre autres l'apparition du premier amplificateur fibré (Snitzer), du premier laser CO<sub>2</sub> (Patel) et du premier laser grenat d'yttrium-aluminium dopé au néodyme ou *Nd:YAG* (Geuzig/Legrand) en 1964 puis du premier laser à colorant en 1966 (Sorokin/Schaefer).

Les dispositifs laser quittent rapidement les laboratoires, pour l'industrie, les applications militaires et la médecine. Les premières opérations oculaires et les premières compagnies apparaissent dès 1961 avec des technologies lasers issues du laser rubis de Maiman. Début 1963, le volume de ventes représente déjà 1M de dollars.

En 1962, un faisceau laser touche la Lune et sa réflexion est mesurée, avant même l'installation des photos-rélecteurs lunaires de la mission Apollo 11 en 1969.

Ensuite vers le grand public : imprimante laser (1971 en laboratoire, 1976 sur le marché), scanner de code barre (qui arrive en 1974 sur le marché), pointeurs laser (1980's), lecteurs/graveur laserdisc (présenté en 1972, commercialisé en 1978) puis CD (1979-1982), DVD (1995-1996), Super Audio CD (1994-1999), Blue-ray (2000-2003)... Il ne

---

s'agit néanmoins dans ces cas que de diodes lasers (devenues compactes et peu coûteuses grâce à l'évolution des technologies). Les lasers entrent aussi dans la communication avec par exemple la première fibre optique (TAT-8) reliant les USA, la Grande-Bretagne et la France en 1988.

## A.5 Multiplication de technologies et de records

Les années suivant le premier boom technologique voient l'émergence de nouveaux systèmes et le dépassement de nombreux records.

En 1972, les lasers atteignent la durée de  $1,5ps$  (Ippen/Schank).

En 1976 (Madey), ce sont les lasers à électrons libres qui sont présentés. Ils permettent aujourd'hui encore d'accéder à des longueurs d'ondes très courtes ( $< 0.1nm$ ), comme très grandes ( $> 1\mu m$ ) avec des flux importants.

En 1982 Moulton développe le premier laser *Titane:Saphir* (*Ti:Sa*).

En 1985 la technologie CPA est transposée des radars aux lasers [142] (voir 3.1.4.1) par Strickland et Mourou, qui en seront récompensée par un prix Nobel en 2018.

En 1987, les lasers à colorants atteignent une durée de  $6fs$ .

En 1994, apparaissent les lasers à cascade quantique (Faist *et al.*), semi-conducteur qui permettent aujourd'hui d'étendre la gamme spectrale disponible dans les ondes micrométriques et  $THz$ . L'année suivante, les lasers *Ti:Sa* atteignent  $8fs$  puis  $5fs$  en 2000.

Durée, longueur d'onde, taille, puissance, fréquence de tirs, qualité, efficacité voilà les principaux axes de développement qu'ont suivis les lasers. Ils ont été rendus possibles par l'utilisation de technologies très diverses et se poursuivent aujourd'hui. Leur évolution fut et est toujours majoritairement dictée par les applications qu'ils visent. Cela a permis d'obtenir des faisceaux ultra énergétiques de l'ordre du mégajoule (NIF, LMJ), ultra intenses de l'ordre du pétawatt (ELI), ultra court : de l'ordre de la femtoseconde pour les lasers et de la centaine d'attosecondes pour les faisceaux secondaires, ultra-basse longueur d'onde : inférieure au nanomètre, ultra efficace : supérieur à 50% pour les diodes laser, haute-cadence jusqu'au  $MHz$  etc.

Gravure, découpe, usinage et micro-usinage avec des lasers  $CO_2$ , Azote ; YAG (solides et pulsés) ou diodes de puissance.

Chirurgie, cicatrisation, imagerie médicale : lasers à milieux solides et diodes lasers de courtes durées.

Holographie et lithographie, courtes longueurs d'ondes pour la précision.

Microscopie, mesure de distance, activités ludiques, communications et informatique...

Autant de domaines que le laser a pu conquérir grâce à ses améliorations.

## A.5. Multiplication de technologies et de records

---

## Annexe B

# Discussion autour du moment linéaire de la lumière

La quantité de mouvement d'une onde lumineuse est donc quantifiée, multiple du nombre de photons au sein de l'onde et ce malgré leur absence de masse.

Cela est lié à la nature relativiste des photons. Dans ce cas l'énergie  $\mathcal{E}$  d'une particule est donnée par :

$$\mathcal{E}^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4, \quad (\text{B.1})$$

où  $p$ ,  $m$ ,  $c$  sont respectivement la quantité de mouvement et la masse de la particule ainsi que la vitesse de la lumière. La masse nulle du photon simplifie cette équation et on sait aussi que l'énergie d'un photon est reliée à sa longueur d'onde par :

$$\mathcal{E} = \frac{hc}{\lambda} \quad (\text{B.2})$$

On obtient donc la quantité de mouvement du photon à la fréquence  $\nu$  :

$$p_\nu = \frac{h}{\lambda} = \frac{h\nu}{c} \quad (\text{B.3})$$

Le photon peut échanger cette quantité de mouvement avec la matière selon plusieurs régimes. La quantité de mouvement totale est toujours conservée lors d'une interaction : le transfert dépend donc de la nature de l'interaction entre photon et matière. On a :

$$\vec{p}_T = \vec{p}_i - \vec{p}_r, \quad (\text{B.4})$$

où  $p_T, p_i, p_r$  sont respectivement les quantités de mouvements transmise, incidente et réfléchi. Supposons un photon arrivant avec un angle d'incidence  $\varphi$  sur une surface plane. Il peut être absorbé, diffusé ou réfléchi. Si l'incidence n'est pas strictement normale ( $i = 0$ ), la quantité de mouvement transférée possède deux termes, correspondant aux composantes normale et parallèle à la surface. Seule la quantité normale contribue à la pression radiative.

## ANNEXE B. DISCUSSION AUTOUR DU MOMENT LINÉAIRE DE LA LUMIÈRE

- Dans le cas de la réflexion :  $\vec{p}_i = -\vec{p}_r$ ,  $p_T^{(r)} = 2p_i = 2\cos(\varphi)h/\lambda$
- dans le cas de l'absorption :  $\vec{p}_r = 0$ ,  $p_T^{(a)} = p_i = \cos(\varphi)h/\lambda$
- dans le cas de la diffusion isotrope :  $p_r = h/\lambda \int_0^{\pi/2} \sin(\varphi)\cos(\varphi)d\varphi = h/\lambda(\cos(\varphi) + 1/2)$ ,  $p_T^{(d)} = p_i + p_r = (\cos(\varphi) + 1/2)h/\lambda$

Chaque terme  $p_T$  correspond à la quantité de mouvement transmise par un photon dans la situation considérée (voir Fig. B.1).

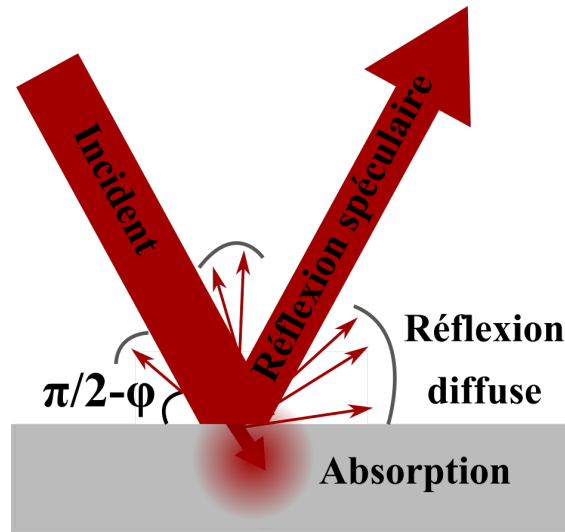


FIGURE B.1 – Comportement d'un flux de photons incident sur une surface (majoritairement réfléchissante) avec un angle  $\varphi$ . La part perpendiculaire à la surface de la quantité de mouvement fourni est liée à la pression, la part parallèle à un terme de cisaillement.

La pression totale exercée par la lumière sur la surface est définie comme la quantité de mouvement totale fournie par unité de surface et par unité de temps. Elle peut se calculer avec une approche particulaire ou ondulatoire.

Soit un flux  $\Phi = n/ST$  ( $n$  le nombre de photons,  $S$  la surface,  $T$  le temps) de photons, avec un angle d'incidence  $\varphi$ , on suppose que tous les photons ont la même direction de propagation, la pression de radiation est égale à la quantité de mouvement d'un photon multipliée par  $\Phi$  et par la probabilité de chaque phénomène, réflexion ou diffusion ou absorption, liées à la réflectivité de la surface, elle-même composée d'un terme de réflectivité spéculaire et de diffusion isotrope ( $r_t = r + d$  et  $a = 1 - r_t$ ).

$$\begin{aligned}
 P_{rad} &= \Phi \frac{h}{\lambda} \left[ (1 - r_t)\cos(\varphi) + 2r\cos(\varphi) + d \left( \cos(\varphi) + \frac{1}{2} \right) \right] \\
 &= \Phi \frac{h}{\lambda} \left[ (1 + r)\cos(\varphi) + \frac{d}{2} \right]
 \end{aligned} \tag{B.5}$$

C'est donc une densité volumique d'énergie. Par analogie on peut en déduire sa forme ondulatoire à partir du vecteur de Poynting.

Ce vecteur a été obtenu par J.H. Poynting [178] en 1884 afin de décrire le transfert d'énergie d'une onde électromagnétique. Il représente un flux d'énergie instantané et vaut dans le vide :

$$\vec{\Pi}(\vec{r}, t) = \frac{\vec{E}(\vec{r}, t) \wedge \vec{B}(\vec{r}, t)}{\mu_0} \quad (\text{B.6})$$

Avec  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  et  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  en notation réelle.

Dans tous les cas étudiés par la suite nous nous intéresserons à des champs temporellement sinusoidaux tels que :  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})\cos(\omega t)$ , soit en notation complexe  $\underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) = \underline{\vec{E}}(\vec{r})e^{i\omega t}$  et  $\underline{\vec{B}}(\vec{r}, t) = \underline{\vec{B}}(\vec{r})e^{i\omega t}$

Dans ce cas le flux moyen temporel, pour un champ sinusoidal se propageant dans le vide, est donné par :

$$\langle \vec{\Pi}(t) \rangle_t = \frac{1}{2\mu_0} \Re(\underline{\vec{E}}(\vec{r}) \wedge \underline{\vec{B}}^*(\vec{r})) \quad (\text{B.7})$$

La pression de radiation moyenne est alors :

$$P_{rad} = \frac{\langle \vec{\Pi}(t) \rangle_t}{c} \cdot \vec{e}_n \quad (\text{B.8})$$

$\vec{e}_n$  étant le vecteur unitaire normal à la surface. La densité volumique de quantité de mouvement :

$$\vec{p} = \frac{\langle \vec{\Pi}(t) \rangle_t}{c^2} \quad (\text{B.9})$$

On a donc une quantité de mouvement totale :

$$\vec{p} = \int_V \vec{p} dV = \frac{1}{c^2} \int_V \langle \vec{\Pi}(t) \rangle_t dV \quad (\text{B.10})$$

Cette quantité de mouvement peut être reliée à celle donnée précédemment si et seulement si tous les photons composant l'onde ont un vecteur  $\vec{p}$  parallèle à l'axe de propagation. Cependant il n'en est quasiment jamais ainsi dans la réalité (focalisation, modes exotiques...).

## ANNEXE B. DISCUSSION AUTOUR DU MOMENT LINÉAIRE DE LA LUMIÈRE

## Annexe C

# Vers les équations de la génération d'harmonique

---

<b>C.1</b>	<b>Fondamentaux et premières simplifications . . . . .</b>	<b>200</b>
C.1.1	Equations de Maxwell dans ces hypothèses . . . . .	201
C.1.2	Equations de propagation . . . . .	201
<b>C.2</b>	<b>Approximations et simplifications supplémentaires . . .</b>	<b>202</b>
C.2.1	Approximation scalaire et polarisation transverse . . . . .	202
C.2.2	Notation complexe et décomposition spectrale . . . . .	202
C.2.3	Equation de propagation . . . . .	203
<b>C.3</b>	<b>Non-interaction des atomes du milieu générateur . . . .</b>	<b>204</b>

---



## C.1 Fondamentaux et premières simplifications

Dans un milieu matériel quelconque, on peut caractériser une onde électromagnétique à une position  $\vec{r}$  et un temps  $t$ , grâce à son champ électrique  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ , et magnétique  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  et :

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) + \vec{P}(\vec{r}, t) \quad (\text{C.1})$$

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\mu_0} \vec{B}(\vec{r}, t) - \vec{M}(\vec{r}, t) \quad (\text{C.2})$$

Où :

- $\vec{D}(\vec{r}, t)$  est le champ-vecteur déplacement électrique, représentant le déplacement des charges électriques liées dans le milieu sous l'effet de  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ , avec  $\vec{P}(\vec{r}, t)$  représentant la polarisation définie comme la densité de moments dipolaires électriques permanents et induits dans le matériau.
- $\vec{H}(\vec{r}, t)$  est le champ-vecteur de désaimantation, représentant le déplacement des charges magnétiques liées dans le milieu sous l'effet de  $\vec{B}(\vec{r}, t)$ , avec  $\vec{M}(\vec{r}, t)$  représentant l'aimantation définie comme la densité de moments dipolaires magnétiques permanents et induits dans le matériau.
- $\epsilon_0$  est la permittivité du vide définie par  $\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) \approx 8,854.10^{-12} \text{A}^2 \text{s}^4 \cdot \text{kg}^{-1} \text{m}^{-3}$ . et  $\mu_0 = 4\pi.10^{-7} \text{kg m} \cdot \text{A}^{-2} \text{s}^{-2}$  et  $c = 2,99792458.10^8 \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$  respectivement la perméabilité du vide et la vitesse de la lumière dans le vide.

Si le milieu génère lui-même un champ électromagnétique alors les champs précédents prennent en compte la somme de ce champ électromagnétique induit et du champ initial qui entraîne alors une réponse du milieu etc. Les variables sont couplées.

Dans cette thèse le champ électromagnétique se propage soit dans le vide (absence de charges et de courant), soit dans le gaz de génération qui est supposé homogène, neutre, isotrope, amagnétique mais non linéaire à nos intensités.

Dans le vide, l'absence de toute interaction entraîne que le champ électromagnétique n'est composé que du champ laser. Dans le milieu de génération en revanche la réponse du milieu entraîne que le champ total est composé du faisceau générateur mais aussi des "champs-réponses".

Ceci entraîne une série de simplifications et approximations.

### Milieux non magnétiques

Etant dans tous les cas en milieu non magnétique on peut simplifier  $\vec{H}(\vec{r}, t)$  :

$$\vec{H}(\vec{r}, t) = \frac{1}{\mu_0} \vec{B}(\vec{r}, t) \quad (\text{C.3})$$

### Milieu neutre

Dans ce type de milieu les charges et courants libres sont négligés.

### Milieu isotrope et homogène

Les propriétés d'un tel milieu sont les mêmes, indépendamment de la direction et de la position. Cela se traduit par une polarisation proportionnelle au champ électrique. Ainsi la divergence des champs considérés est nulle.

#### Dans le vide :

Dans le vide, il y a en plus absence de charges et courants liés, on obtient donc :

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \epsilon_0 \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (\text{C.4})$$

### C.1.1 Equations de Maxwell dans ces hypothèses

Les équations de Maxwell se réécrivent ainsi dans le milieu de génération :

$$\text{div}(\vec{D}) = 0 \quad (\text{C.5a}) \qquad \text{div}(\vec{B}) = 0 \quad (\text{C.5c})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{C.5b}) \qquad \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (\text{C.5d})$$

et dans le vide :

$$\text{div}(\vec{E}) = 0 \quad (\text{C.6a}) \qquad \text{div}(\vec{B}) = 0 \quad (\text{C.6c})$$

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (\text{C.6b}) \qquad \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{B}) = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (\text{C.6d})$$

On peut ainsi obtenir l'équation de propagation des champs  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  et  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  dans le vide et dans le milieu de génération.

### C.1.2 Equations de propagation

Pour ce faire on utilise le rotationnel de C.5c et l'identité :

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}) - \vec{\Delta} \quad (\text{C.7})$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \left( \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div}) - \vec{\Delta} \right) \vec{E} &= -\frac{\partial}{\partial t} \overrightarrow{\text{rot}}(\vec{B}) = -\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{D}}{\partial t^2} \\ &= -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

## C.2. Approximations et simplifications supplémentaires

---

Le milieu étant homogène et isotrope,  $\text{div}(\vec{E}) = 0$ , on peut donc simplifier l'équation en :

$$\vec{\Delta}\vec{E} - \epsilon_0\mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} \quad (\text{C.9})$$

Que l'on peut séparer en termes linéaires et non linéaires en développant la polarisation  $\vec{P} = \vec{P}^{(1)} + \vec{P}^{(NL)}$ . Soit :

$$\vec{\Delta}\vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} - \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}^{(1)}}{\partial t^2} = \frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}^{(NL)}}{\partial t^2} \quad (\text{C.10})$$

Qui devient dans le vide :

$$\vec{\Delta}\vec{E} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{C.11})$$

Pour résoudre ces équations, on doit encore ajouter des hypothèses simplificatrices que l'on détaille ci-après.

## C.2 Approximations et simplifications supplémentaires

### C.2.1 Approximation scalaire et polarisation transverse

Dans cette approximation, on considère qu'un champ monochromatique de fréquence  $\omega$  peut être représenté par une fonction scalaire,  $E(\vec{r}, t)$ , représentant sa variation dans tout l'espace le long de sa propagation, associée à un vecteur de polarisation  $\vec{e}_p$  unitaire, transverse à sa direction de propagation  $\vec{r}$  :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E(\vec{r}) \cos(\omega t) \vec{e}_p \quad (\text{C.12})$$

Elle s'appuie sur la notion de rayon lumineux et a été développée par Huyguens et Fresnel.

### C.2.2 Notation complexe et décomposition spectrale

Tout champ peut être décomposé grâce à la transformée de Fourier en une superposition de champs monochromatiques à la fréquence  $\omega$ . On peut définir la notation complexe des champs, on a alors :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \frac{\underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) + \underline{\vec{E}}(\vec{r}, t)^*}{2} = \Re \underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) \quad (\text{C.13})$$

et

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) = \int_{\omega} \underline{\vec{E}}(\vec{r}) \exp(i\omega t) \frac{d\omega}{2\pi} \quad (\text{C.14})$$

On peut faire de même avec la polarisation linéaire et non-linéaire : on se ramène à une équation d'onde monochromatique et on effectue la superposition de toutes les composantes spectrales, phase relative comprise, pour obtenir le champ total. On prend  $\vec{E}(\vec{r}, t) = \underline{\vec{E}}(\vec{r}) \exp(i\omega t)$ , la notation complexe d'un champ monochromatique. On l'applique de même à la polarisation et à  $\underline{\vec{B}}$  :

$$\underline{\vec{E}}(\vec{r}, t) = \underline{E}(\vec{r}) \exp(i\omega t) \vec{e}_p \quad (\text{C.15a})$$

$$\underline{\vec{B}}(\vec{r}, t) = \underline{B}(\vec{r}) \exp(i\omega t) \vec{e}_{p\perp} \quad (\text{C.15b})$$

$$\underline{\vec{P}}^{(1)}(\vec{r}, t) = \underline{P}^{(1)}(\vec{r}) \exp(i\omega t) \vec{e}_p = \epsilon_0 \chi^{(1)}(\omega) \underline{E}(\vec{r}) \exp(i\omega t) \vec{e}_p \quad (\text{C.15c})$$

$$\underline{\vec{P}}^{(NL)}(\vec{r}, t) = \underline{P}^{(NL)}(\vec{r}) \exp(i\omega t) \vec{e}_p \quad (\text{C.15d})$$

où  $\chi^{(1)}(\omega)$  est la susceptibilité linéaire du milieu à la fréquence optique  $\omega$ .

### C.2.3 Equation de propagation

Dans le cadre de la décomposition de Fourier, l'équation de propagation du milieu de génération à la fréquence laser  $\omega$  est :

$$\left( \Delta + \frac{\omega^2}{c^2} (1 + \chi^{(1)}) \right) \underline{E}(\vec{r}) = -\frac{\omega^2}{\epsilon_0 c^2} \underline{P}^{(NL)}(\vec{r}) \quad (\text{C.16})$$

Où on peut définir la norme du vecteur d'onde, le nombre d'onde dans le milieu  $k_m(\omega)$  :

$$k_m^2(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2} (1 + \chi^{(1)}) = n(\omega)^2 \frac{\omega^2}{c^2} \quad (\text{C.17})$$

où  $n(\omega)$  est l'indice de réfraction du milieu à la fréquence optique  $\omega$ . En milieu absorbant, l'indice  $n$  est complexe, la partie réelle  $n^{(d)}$  étant relative à la dispersion et la partie imaginaire  $n^{(a)}$  à l'absorption, on peut donc l'exprimer comme :

$$\underline{n} = n^{(d)} + in^{(a)} = \sqrt{n^{(d)2} + n^{(a)2}} e^{i \arctan 2(n^{(a)}, n^{(d)})} \quad (\text{C.18})$$

Avec  $\arctan 2(n^{(a)}, n^{(d)}) = \begin{cases} \arctan\left(\frac{n^{(a)}}{n^{(d)}}\right) & \text{si } n^{(a)} > 0 \\ \arctan\left(\frac{n^{(a)}}{n^{(d)}}\right) + \pi & \text{si } n^{(a)} < 0 \end{cases}$ . La conséquence est

que  $k$  devient lui aussi un nombre complexe. Quand l'intensité devient très importante l'indice de réfraction voit un terme non-linéaire apparaître, que nous négligerons dans les régimes considérés.

Dans le vide on trouve naturellement :

$$(\Delta + k_v^2) \underline{E}(\vec{r}) = 0 \quad (\text{C.19})$$

$$k_v^2(\omega) = \frac{\omega^2}{c^2} \quad (\text{C.20})$$

### C.3. Non-interaction des atomes du milieu générateur

---

On en déduit que les ondes sont finalement de la forme :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r})e^{i\omega t} = E_0 \underline{u}(\vec{r})e^{i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \vec{e}_p \quad (\text{C.21})$$

Où  $\underline{u}(\vec{r})$  est une fonction scalaire d'amplitude normée sur l'espace et  $E_0$  est l'amplitude de l'onde étudiée, prise égale à 1 dans la suite.

### C.3 Non-interaction des atomes du milieu générateur

Si on prend l'exemple de l'Argon ; dont le rayon de Van der Waals (déterminant sa zone d'interaction) est d'environ  $0,188\text{\AA}$  ; dans les régimes de pression typique de la génération harmonique dans les gaz : de quelques millibars au bar et que l'on calcule la densité atomique du milieu via la loi des gaz parfaits :

$$\rho = \frac{N}{V} = \frac{P}{k_B T} \quad (\text{C.22})$$

$\rho$  la densité atomique d'Argon,  $N$  le nombre d'atomes,  $V$  le volume du milieu en  $m^3$ ,  $P$  la pression en  $Pa$ ,  $k_B = 1,380649 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$  la constante de Boltzmann et  $T$  la température en  $K$ , on trouve pour une température classique de  $298K$  une densité entre  $2,4 \cdot 10^{-8} \text{\AA}^{-3}$  et  $2,4 \cdot 10^{-5} \text{\AA}^{-3}$ .

## Annexe D

# Modèle de Lewenstein et approximation en champ fort

---

D.1	Approximation en champ fort (Strong Field Approximation : SFA) . . . . .	206
D.2	Modèle de Lewenstein . . . . .	207
D.3	Technique du point selle sur le dipôle . . . . .	208
D.4	Prise en compte de la déplétion de l'état fondamental .	209
D.5	Calcul de la phase stationnaire . . . . .	210
D.6	Loi du cut-off quantique . . . . .	210
D.7	Amplitude du dipôle d'ordre $q$ . . . . .	211

---

## D.1. Approximation en champ fort (Strong Field Approximation : SFA)

---

En physique quantique, un électron dans son potentiel atomique soumis à un champ laser peut être décrit par l'équation de Schrödinger (TDSE) :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(\hat{\vec{r}}, t)\rangle = \hat{\mathbf{H}} |\Psi(\hat{\vec{r}}, t)\rangle = \left( \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{\vec{r}}) - e\vec{E}(\hat{\vec{r}}, t) \cdot \hat{\vec{r}} \right) |\Psi(\hat{\vec{r}}, t)\rangle \quad (\text{D.1})$$

Où l'on repère facilement les termes correspondant à l'énergie cinétique  $\frac{\hat{p}^2}{2m}$ , au potentiel atomique  $V(\hat{\vec{r}})$  et au terme d'interaction avec le laser  $-e\vec{E}(\hat{\vec{r}}, t) \cdot \hat{\vec{r}}$  pour un champ polarisé linéairement selon  $\vec{e}_x$ . Sa résolution numérique 3D est possible, avec un seul électron actif, mais coûteuse en temps de calcul [179], et quasiment impossible si on prend en compte les interactions électroniques.

Une solution quasi-analytique de celle-ci est possible dans le cadre de certaines approximations basées sur la physique du phénomène. En particulier on peut réduire l'étude du problème à la variable spatiale  $x$  orientée le long de l'axe de polarisation linéaire :  $\vec{E}(\hat{\vec{r}}, t) = E(\hat{x}) \cos(\omega_d t) \vec{e}_x$  :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Psi(\hat{x}, t)\rangle = \left( \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{x}) - \vec{E}(\hat{x}, t) \cdot \hat{x} \right) |\Psi(\hat{x}, t)\rangle \quad (\text{D.2})$$

Pour poursuivre dans ce but, en 1994, Lewenstein [180, 181] a proposé le cadre de l'approximation du champ fort (approximation utilisée au 1.3.1.2 mais détaillée et complétée ci-dessous) et de l'électron unique dans un potentiel atomique  $V(\vec{x})$ , traité de façon semi-classique.

## D.1 Approximation en champ fort (Strong Field Approximation : SFA)

Cette approximation se base sur les hypothèses suivantes :

- la durée de l'impulsion laser est nettement supérieure à la période d'oscillation,  $2,7fs$  pour une longueur d'onde laser de  $800nm$ . On considère alors l'atome comme soumis à un champ dont l'amplitude est prise constante pendant le trajet de l'électron dans le continuum, le terme sinusoïdal est négligé. Le champ est traité classiquement.
- seul l'état fondamental correspondant à l'énergie de première ionisation  $I_p$  est considéré comme état lié : l'influence des états excités et les résonances sur l'évolution du système est négligée.
- $I_p \gg h\nu$  et  $I_p \leq 2U_p$  (le champ laser est dominant sur le potentiel atomique)
- Le milieu reste néanmoins soumis à une intensité inférieure à  $I_{BSI}$  mais surtout à l'intensité de saturation  $I_{Sat}$  définie comme celle ayant ionisé tous les atomes présents et qui peut être inférieure à  $I_{BSI}$  pour des impulsions longues si on prend en compte les effets cumulés sur plusieurs cycles. Dans ce cas on néglige la déplétion du niveau fondamental.

Dans ces hypothèses avec un paramètre de Keldysh  $\gamma \ll 1$  on aboutit à une équation de Schrödinger soluble quasi-analytiquement.

## D.2 Modèle de Lewenstein

Ce modèle semi-classique arrive à retrouver par le calcul les intuitions du modèle à 3 étapes : l'ionisation tunnel, le trajet dans le continuum et la recombinaison mais en prenant en compte la diffusion et les interférences quantiques entre toutes les trajectoires possibles. C'est un modèle intermédiaire entre classique et quantique qui permet de prendre en compte les paramètres précédents tout en restant plus aisément utilisable pour des faisceaux à spectre large. Il permet de trouver l'excursion de l'électron par rapport à son ion parent  $\langle \vec{x}(t) \rangle = \langle \Psi(\hat{x}, t) | \hat{x} | \Psi(\hat{x}, t) \rangle$  et donc la formule du dipôle non-linéaire émetteur des champs harmoniques qui vaut  $-e\vec{x}(t)$ .

Pour ce faire Lewenstein utilise une fonction d'onde exprimée dans l'espace des vitesses :

$$|\Psi(t)\rangle = e^{i\frac{I_p t}{\hbar}} \left( a(t)|0\rangle + \int d^3\vec{v} b(\vec{v}, t) |\vec{v}\rangle \right) \quad (\text{D.3})$$

Composé de  $a(t)$ , l'amplitude de l'état fondamental  $|0\rangle$  (traduisant donc aussi l'ionisation du milieu), ainsi que d'un second terme considéré comme une perturbation de cet état et qui couvre l'ensemble des états de l'électron dans le continuum paramétrés par leur vitesse  $v$ . Par simplification, les constantes fondamentales ( $\omega, \hbar, m_e$ ) seront prises égales à 1 dans la suite.

Après dérivation de D.3 selon le temps puis injection du résultat dans D.2 et enfin projection sur l'espace des vitesses  $|\vec{v}\rangle$ , on obtient une équation différentielle pour  $b$  sur le temps qui, une fois intégrée, donne :

$$b(\vec{v}, t) = i \int_0^t dt_i E(t_i) d_x \left( \vec{v} + \vec{A}(t) - \vec{A}(t_i) \right) e^{-i \int_{t_i}^t dt'' \left[ I_p + \frac{(\vec{v} + \vec{A}(t) - \vec{A}(t''))^2}{2} \right]} \quad (\text{D.4})$$

Dans lequel  $t_i$  est l'instant d'ionisation,  $d_{\hat{x}}(v) = \langle v | \hat{x} | 0 \rangle$  est le terme du dipôle correspondant à la transition état lié  $\rightarrow$  continuum à la vitesse  $v$ , sur l'axe de la polarisation.  $d_{\hat{x}}^*(v) = \langle 0 | \hat{x} | v \rangle$  serait le terme du dipôle correspondant à la transition continuum  $\rightarrow$  état lié.  $\vec{A}(t)$  est lui le potentiel vecteur déjà rencontré Sec. 1.2.1, mais ici dans la jauge de Coulomb.

En introduisant le moment canonique  $\vec{p} = \vec{v} + \vec{A}$ , considéré invariant au cours du temps, car on néglige l'influence du potentiel atomique lors de l'excursion,  $b(\vec{v}, t)$  devient :

$$b(\vec{v}, t) = i \int_0^t dt_i a(t_i) E(t_i) d_x \left( \vec{p} - \vec{A}(t_i) \right) \exp \left( -i \int_{t_i}^t dt'' \left[ I_p + \frac{(\vec{p} - \vec{A}(t''))^2}{2} \right] \right) \quad (\text{D.5})$$



### D.3. Technique du point selle sur le dipôle

Si on fait à présent le calcul

$$\begin{aligned}
\vec{x}(t) &= \langle \Psi(\vec{x}, t) | \hat{x} | \Psi(\vec{x}, t) \rangle \\
&= \left( a^*(t) \langle 0 | + \int d^3 \vec{v} b^*(\vec{v}, t) \langle v | \right) \hat{x} \left( a(t) | 0 \rangle + \int d^3 \vec{v} b(\vec{v}, t) | v \rangle \right) \\
&\approx \int d^3 \vec{v} d_x^*(\vec{v}) b(\vec{v}, t) + c.c.
\end{aligned} \tag{D.6}$$

Où  $c.c.$  désigne le complexe conjugué et où l'on néglige les contributions continuum-continuum  $\langle v | \hat{x} | v \rangle$ , correspondant à la diffusion électronique, faible. On injecte ensuite  $b$ , pour trouver la forme intégrale de l'excursion  $\vec{x}(t)$  :

$$\vec{x}(t) = i \int_0^t dt_i \int d^3 \vec{p} \underbrace{a^*(t) d_x^*(\vec{p} - \vec{A}(t))}_{\text{Probabilité de recombinaison}} \times \underbrace{e^{-iS(\vec{p}, t, t_i)}}_{\text{Propagation dans le continuum}} \times \underbrace{E(t_i) a(t_i) d_x(\vec{p} - \vec{A}(t_i))}_{\text{Probabilité d'ionisation}} + c.c. \tag{D.7}$$

Avec  $S(\vec{p}, t, t_i)$ , l'action quasiclassique :

$$S(\vec{p}, t, t_i) = \int_{t_i}^t dt'' \left( \frac{(\vec{p} - \vec{A}(t''))^2}{2} + I_p \right) \tag{D.8}$$

$S$  décrit le mouvement classique Lagrangien de l'électron libéré du noyau dans le champ laser sans influence du potentiel atomique ( $\vec{p}$  constant). On a donc à partir du Lagrangien  $\mathcal{L}$ ,  $S(\vec{p}, t, t_i) = \int_{t_i}^t \mathcal{L}(t'') dt''$ . Les termes qui dominent dans cette expression sont ceux qui représentent des points stationnaires de  $S$  :

$$\overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{p}} S(\vec{p}, t, t_i) = \vec{0} \tag{D.9}$$

Or  $\overrightarrow{\text{grad}}_{\vec{p}} S(\vec{p}, t, t_i)$  n'est finalement que la différence de position au temps  $t$  et  $t_i$  :  $(x(t) - x(t_i)) \vec{e}_x$ , puisque  $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \vec{p}} = \frac{\partial x}{\partial t}$  et  $\vec{p} = p \vec{e}_x$ . Ceci amène directement à la conclusion que les contributions importantes quantitativement ne proviennent que des électrons libérés de l'atome à  $t_i$  avec un moment  $\vec{p}$  et qui reviennent vers leur ion parent (à la même position) à l'instant  $t = t_r$ .

On peut étendre l'étude stationnaire à la dérivée seconde  $\frac{\partial^2 S}{\partial p^2}(\vec{p}_{st}, t_r, t_i) = \frac{\partial(x(t_i) - x(t_i))}{\partial p} = \tau$ , avec laquelle on retrouve  $\tau$  le temps de parcours dans le continuum.

Cette considération sur  $S(\vec{p}, t, t_i)$ , avec  $S(\vec{p}, t, t_i)$  dérivable au moins deux fois, permet d'intégrer sur  $\vec{p}$  la formule D.7 grâce à la technique du point selle.

## D.3 Technique du point selle sur le dipôle

On considère  $S(\vec{p}, t, t_i)$ , dérivable deux fois selon  $p$ , on peut donc en faire un développement de Taylor à l'ordre 2. On sait en plus que la fonction admet un point stationnaire

pour lequel la dérivée première est nulle, que l'on appelle  $p_{st}$ . Ainsi le développement de Taylor au second ordre de la fonction en ce point devient :

$$S(\vec{p}, t, t_i) = S(\vec{p}_{st}, t_r, t_i) + (p - p_{st})^2 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 S}{\partial p^2}(\vec{p}_{st}, t_r, t_i) \quad (\text{D.10})$$

L'équation D.7 est de la forme  $i \int_0^{t_r} dt_i \int d^3 \vec{p} f(\vec{p}, t_r, t_i) \times e^{-iS(\vec{p}, t_r, t_i)} + c.c.$ . La technique du point selle nous dit que loin du point stationnaire la contribution de l'intégrande est négligeable, on peut donc remplacer  $f(\vec{p}, t_r, t_i)$  par  $f(\vec{p}_{st}, t_r, t_i)$ . Finalement l'intégrale prend la forme :

$$i \int_0^{t_r} dt_i f(\vec{p}_{st}, t_r, t_i) e^{-iS(\vec{p}_{st}, t_r, t_i)} \int d^3 \vec{p} e^{-\frac{i}{2}(p-p_{st})^2 \frac{\partial^2 S}{\partial p^2}(\vec{p}_{st}, t_r, t_i)} + c.c. \quad (\text{D.11})$$

qui s'intègre, si on change la variable  $t_i$  par  $t_r - \tau$  :

$$x(t_r) = i \int_0^\infty \left[ d\tau \left( \frac{\pi}{\varepsilon + i\frac{\tau}{2}} \right)^{3/2} d_x^* \left( \vec{p}_{st}(t_r) - \vec{A}(t) \right) d_x \left( \vec{p}_{st}(t_r) - \vec{A}(t_r - \tau) \right) \right. \\ \left. \times E(t_r - \tau) a^*(t_r) a(t_r - \tau) e^{-iS(\vec{p}_{st}, t_r, t_r - \tau)} \right] + c.c. \quad (\text{D.12})$$

Le terme  $\varepsilon$  n'étant là que pour régulariser l'expression, le terme  $\left( \frac{\pi}{\varepsilon + i\frac{\tau}{2}} \right)^{3/2}$  traduisant l'étalement du paquet d'onde avec le temps passé dans le continuum. Ce que l'on peut traduire par le fait que les électrons qui contribuent le plus sont ceux qui passent le moins de temps dans le continuum.

## D.4 Prise en compte de la déplétion de l'état fondamental

On voit dans l'équation D.12, un terme  $a^*(t_r) a(t_r - \tau)$ , lié à la déplétion de l'état fondamental. Pour obtenir une équation utilisable du moment dipolaire dépendant du temps il faut donc trouver  $a(t)$ .

Si on reprend les étapes utilisées pour l'équation D.4 mais que l'on projette sur l'état initial au lieu de l'espace des vitesses, on trouve cette fois une équation :

$$\frac{\partial a}{\partial t}(t) = iE(t) \int d^3 \vec{v} d_x(\vec{v}) b(\vec{v}, t) \quad (\text{D.13})$$

En y injectant  $b(t)$ , on trouve une équation de la forme :

$$\frac{\partial a}{\partial t}(t) = -\beta(t) a(t) \quad (\text{D.14})$$

## D.6. Loi du cut-off quantique

où  $\beta(t_r) = \int d^3\vec{p} \int_0^\infty d\tau E(t_r) d_x(\vec{p} - \vec{A}(t_r)) \times E(t_r - \tau) d_x(\vec{p} - \vec{A}(t_r - \tau)) e^{-iS(\vec{p}, t_r, \tau)}$  représente le taux d'ionisation complexe du milieu. Sa partie imaginaire correspond à une excitation de l'état fondamental tandis que la partie réelle correspond à l'ionisation. Son calcul est possible mais pas simple, les taux ADK peuvent donc être substitués ici pour simplifier le problème

Par ailleurs on considèrera que le taux d'ionisation varie lentement pendant 1 cycle optique, donc devant  $\tau$ , soit  $a(t_r) \approx a(t_r - \tau)$  et donc  $a^*(t_r)a(t_r - \tau) \approx |a(t_r)|^2$

## D.5 Calcul de la phase stationnaire

On a maintenant une expression dont les inconnues sont le moment canonique stationnaire et la phase stationnaire. La détermination du moment stationnaire est simple.

Au point stationnaire :  $\frac{\partial S}{\partial p} = 0 = \int_{t_r - \tau}^{t_r} dt'' \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{(\vec{p} - \vec{A}(t''))^2}{2} + I_p \right) \Big|_{p_{st}} = \int_{t_r - \tau}^{t_r} (p_{st} - A(t'')) dt''$

et donc :

$$p_{st} = \frac{1}{\tau} \int_{t_r - \tau}^{t_r} A(t'') dt'' = \frac{E}{\tau} [\cos(t_r) - \cos(t_r - \tau)] \quad (\text{D.15})$$

En reprenant la définition de  $S$  Eq. D.8 et en l'intégrant avec le moment stationnaire précédent on trouve la phase stationnaire  $S_{st}$  :

$$S_{st}(t_r, \tau) = (I_p + U_p) \tau - \frac{2U_p}{\tau} (1 - \cos \tau) - U_p C(\tau) \cos(2t_r - \tau) \quad (\text{D.16})$$

Avec  $C(\tau) = \sin(\tau) - 4 \frac{\sin^2(\frac{\tau}{2})}{\tau}$ . En négligeant  $I_p$  devant  $U_p$ , on note que la phase est proportionnelle à  $U_p$  donc à l'intensité laser.

La valeur de la constante de proportionnalité  $\alpha^{(path)}$  entre la phase et  $I$  a été déterminée et dépend fortement et logiquement du chemin quantique :

$$\varphi_{at,path} = \alpha^{(path)} I \quad (\text{D.17})$$

Les valeurs typiques de  $\alpha$  sont  $3.10^{-14} cm^2/W$  pour le premier chemin quantique et  $26.10^{-14} cm^2/W$  pour le deuxième.

## D.6 Loi du cut-off quantique

La fonction  $S_{st}$ , représente l'action quasi-classique stationnaire, si on la dérive par rapport à  $t_r$ , on obtient sa variation par rapport à ce paramètre, qui vaut au maximum  $-2C(\tau)U_p$  (le terme en cosinus pris égal à  $-1$ ). Or son maximum représente le maximum d'énergie cinétique accessible à l'électron.

Celui-ci est obtenu pour  $\tau = 4,09$  et vaut  $3,1731U_p$ . On retrouve donc la loi de coupure classique.

---

Attention cependant, dans le calcul quantique celle-ci n'est pas directement  $3,17U_p + I_p$  mais  $3,17U_p + 1,3I_p$  comme démontré par Lewenstein. Ceci s'explique par une recombinaison à la position du noyau et non pas la position initiale de l'électron [182].

## D.7 Amplitude du dipôle d'ordre $q$

Le dipôle est défini comme  $d_q = \int dt_r x(t_r) e^{i\omega_q t_r}$  et varie en  $E^{q_{eff}}$  dans le plateau harmonique d'efficacité quasi constante,  $q_{eff}$  est appelé l'ordre de non linéarité effectif, il est constant, et différent de  $q$  l'ordre harmonique, dans ce régime spécifique appelé non perturbatif.

Dans nos régimes de génération, pour l'Argon,  $q_{eff}$  est estimé autour de  $q_{eff} = 4$  [183].

Ce modèle, qu'il a été nécessaire de raffiner ultérieurement pour traiter notamment les impulsions ultra-courtes (Salière 1998, Geissler 1999, Prior 2000) ou les expériences sensibles aux résonances atomiques, reste aujourd'hui encore une référence.

Les évolutions informatiques permettent désormais de résoudre directement l'équation de Schrödinger dépendante du temps en utilisant des approximations moins restrictives.

## D.7. Amplitude du dipôle d'ordre $q$

---

## Annexe E

### Les autres modes portant un moment angulaire orbital

Nous nous plaçons dans cette thèse dans l'approximation des modes Laguerre-Gauss pour des raisons de manipulation et simplicité mais dans la réalité les modes issus de l'application par un élément optique d'une phase  $e^{-il\theta}$  sans modification du champ d'intensité au moment de la conversion donne des modes dit Hypergéométriques gaussiens. [84] :

$$\begin{aligned} \text{HyGG}_{l,p}(r, \theta, z) = & \sqrt{\frac{2^{1+|l|+p}}{\pi\Gamma(1+|l|+p)} \frac{\Gamma(1+|l|+p/2)}{\Gamma(1+|l|)}} \\ & \times i^{|l|+1} \left(\frac{z}{z_r}\right)^{p/2} \left(\frac{z}{z_r} + i\right)^{-(1+|l|+p/2)} \\ & \times \left(\frac{r}{w_0}\right)^{|l|} e^{-i(\frac{r}{w_0})^2 / (\frac{z}{z_r} + i)} e^{-il\theta} \\ & \times {}_1F_1\left(-p/2, |l|+1; \left(\frac{r}{w_0}\right)^2 / \left(\frac{z}{z_r} \left(\frac{z}{z_r} + i\right)\right)\right) \end{aligned} \quad (\text{E.1})$$

Avec  ${}_1F_1(a, b; x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\Gamma(a+n)\Gamma(b)}{\Gamma(a)\Gamma(b+n)} \frac{x^n}{n!}$ , la fonction hypergéométrique confluyente et  $p \geq -|l|$  réel.

Plus généralement on peut étudier tout faisceau portant un moment angulaire grâce

## ANNEXE E. LES AUTRES MODES PORTANT UN MOMENT ANGULAIRE ORBITAL

---

à l'expression générale des faisceaux dit "circulaires" [184, 185] :

$$\begin{aligned}
 \text{CiB}_{l,p}^{(q_r, q_1)}(r, \theta, z) &= \left( i\sqrt{2} \frac{z_r}{w_0} \right)^{|l|+1} \left[ \pi |l|! \Psi_{l,p}^{(\xi)} \right]^{-\frac{1}{2}} \\
 &\times \frac{e^{-\frac{ikr^2}{2q(z)}}}{q(z)} \left[ (1 + \xi) \frac{\tilde{q}(z)}{q(z)} \right]^{\frac{p}{2}} \left[ \frac{r}{q(z)} \right]^{|l|} \\
 &\times {}_1F_1 \left( -\frac{p}{2}, |l| + 1; \frac{r^2}{\chi^2(z)} \right) e^{-il\theta} e^{i(kz - \omega t)} \quad (\text{E.2})
 \end{aligned}$$

où :

$$\begin{aligned}
 q(z) &= z + q_r = z + iz_r + d_r, \quad \xi = \frac{q_1 - q_r}{q_r^* - q_1} \\
 \tilde{q}(z) &= z + q_1 = z + iz_1 + d_1, \quad \frac{1}{\chi^2(z)} = \frac{ik}{2} \left[ \frac{1}{q(z)} - \frac{1}{\tilde{q}(z)} \right]
 \end{aligned}$$

$d_r$  la position du waist pour un faisceau gaussien,  $\tilde{q}(z)$  étant un nouveau paramètre complexe indépendant définissant les familles de solutions avec  $q_0$  et :

$$\begin{aligned}
 \Psi_{l,p}^{(\xi)} &= \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{\Gamma(n - \frac{p}{2}) \Gamma(n - \frac{p^*}{2}) |l|!}{\Gamma(-\frac{p}{2}) \Gamma(-\frac{p^*}{2}) n! (|l| + n)!} |\xi|^{2n} \\
 &\equiv {}_2F_1 \left[ -\frac{p}{2}, -\frac{p^*}{2}, 1 + |l|, |\xi|^2 \right] \quad (\text{E.3})
 \end{aligned}$$

C'est une solution générale de l'équation d'onde paraxiale dans le cas des coordonnées cylindriques. Les  $\mathfrak{LG}_{l,p}$  et les  $\text{HyGG}_{l,p}$  sont deux familles particulières de cette expression générale avec pour paramètres respectifs  $q_1 = q_0^*, 0$ .

L'utilisation de ces modes plus complexes étant difficile sans gain important pour l'étude nous restons dans cette thèse avec la représentation en modes  $\mathfrak{LG}_{l,p}$ .

## Annexe F

### Conversion d'une lame en escalier

L'efficacité de conversion d'un mode  $\mathfrak{L}\mathfrak{G}_{0,0}$  vers des modes  $\mathfrak{L}\mathfrak{G}_{l,p}$  est pour une lame en escalier [107] :

$$\eta_{l,p} = \left| \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{p!}{(p+|l|)!}} \frac{1}{w_0 w_1} \sum_{n_s=0}^{N-1} \int_{\frac{2\pi n_s}{N}}^{\frac{2\pi(n_s+1)}{N}} \int_0^\infty \left[ \frac{r\sqrt{2}}{w_1} \right]^{|l|} \exp(-r^2\beta) L_p^{|l|} \left( \frac{2r^2}{w_1^2} \right) \times \exp \left[ i \left( l\theta - L \left( \frac{2\pi n_s}{N} \right) \right) \right] r dr d\theta \right|^2 \quad (\text{F.1})$$

Où l'on distingue le  $L$  théorique appliqué par la lame du  $l$  de la décomposition sur la base des Laguerre-Gauss.  $w_1$  est le waist de l'onde sortant de la lame et  $w_0$ , le waist de l'onde entrante, on les relie dans le paramètre  $\beta = \frac{1}{w_0^2} + \frac{1}{w_1^2}$ .

Cette expression peut être séparée en un terme radial  $R_{|l|,p}$  et un terme azimutal  $\Phi_{l,L,N}$ , et simplifiée grâce à l'utilisation du développement en série du polynôme de Laguerre avec :

$$R_{|l|,p} = \frac{2}{\pi} \sqrt{\frac{p!}{(p+|l|)!}} \frac{2^{\frac{|l|}{2}}}{w_0 w_1^{|l|+1}} \times \int_0^\infty r^{|l|+1} \exp(-\beta r^2) \sum_{m=0}^p \frac{(-1)^m (|l|+p)!}{(p-m)! (|l|+m)! m!} \frac{2^m r^{2m}}{w_1^{2m}} dr \quad (\text{F.2a})$$

$$\Phi_{l,L,N} = \sum_{n_s=0}^{N-1} \int_{\frac{2\pi n_s}{N}}^{\frac{2\pi(n_s+1)}{N}} \exp \left[ i \left( l\theta - L \left( \frac{2\pi n_s}{N} \right) \right) \right] d\theta \quad (\text{F.2b})$$

Par inversion intégrale-somme et en intégrant certains préfacteurs, on peut simplifier F.2a :



$$\begin{aligned}
 R_{|l|,p} &= \frac{2^{\frac{|l|}{2}}}{\pi} \sqrt{p!(p+|l|)!} \frac{1}{w_0 w_1^{|l|+1}} \sum_{m=0}^p \frac{(-2)^m \beta^{\frac{-1}{4\mu}} \Gamma(\mu)}{(p-m)! (|l|+m)! m! w_1^{2m}} \\
 &= \frac{2^{\frac{|l|}{2}}}{\pi} \sqrt{p!(p+|l|)!} \gamma \sum_{m=0}^p \frac{(-2)^m \Gamma(\mu)}{(p-m)! (|l|+m)! m! (1+\gamma^2)^\mu}
 \end{aligned} \tag{F.3}$$

où  $\Gamma$  est la fonction  $\Gamma(\tilde{z}) = \frac{1}{\tilde{z}} \prod_{n=1}^{\infty} \frac{(1+\frac{1}{n})^{\tilde{z}}}{1+\frac{\tilde{z}}{n}}$ ,  $\mu = m + |l|/2 + 1$  et  $\gamma = w_1/w_0$

L'équation F.2b peut elle être calculée analytiquement :

Si  $l = 0$  :

$$\Phi_{0,L,N} = \sum_{n_s=0}^{N-1} \frac{2\pi}{N} \exp\left[-\frac{2i\pi n_s L}{N}\right] = \frac{2\pi}{N} \left[ \frac{1 - \exp[-2i\pi L]}{1 - \exp[-\frac{2i\pi L}{N}]} \right] \tag{F.4a}$$

Sinon :

$$\begin{aligned}
 \Phi_{l \neq 0, L, N} &= \sum_{n_s=0}^{N-1} \frac{1}{il} \exp\left(\frac{2i\pi n_s}{N} (l-L)\right) \times \left[ \exp\left(\frac{2i\pi l}{N}\right) - 1 \right] \\
 &= \frac{e^{\frac{2i\pi l}{N}} - 1}{il} \left[ \frac{1 - \exp[2i\pi (l-L)]}{1 - \exp\left[\frac{2i\pi (l-L)}{N}\right]} \right]
 \end{aligned} \tag{F.4b}$$

Dans le cas de  $L$  entier, F.4a n'admet de solution non nulle que pour  $L = l = 0$ . Dans ce cas la forme indéterminée se lève et le terme vaut  $2\pi$ .

De même toujours pour  $L$  entier F.4b n'admet de solution non nulle que pour  $L = l$ , dans ce cas  $\Phi_{l=L \neq 0, N} = N \frac{e^{\frac{2i\pi L}{N}} - 1}{iL}$ , si on fait tendre  $N$  vers l'infini on trouve la solution de la lame continue soit  $2\pi$ .

Lorsque l'on refait les calculs pour  $w_0 = w_1$  on retrouve les résultats de la Table 2.1 et de la Table 2.2, or ce paramètre n'est pas nécessairement conservé et un rapport  $\gamma = \frac{w_{out}}{w_{in}} = \sqrt{\frac{1}{|l|+1}}$  permet d'obtenir un maximum de conversion à 93%.

# Annexe G

## Détails du dispositif expérimental

---

<b>G.1</b>	<b>Début de chaîne ou "Front End"</b>	<b>218</b>
G.1.1	Oscillateur et début de chaîne	218
G.1.2	Découpage, filtrage	218
G.1.3	Travail nécessaire avant amplification	219
G.1.3.1	Diagnostic des risques liés à l'énergie	219
G.1.3.2	Etirement de l'impulsion	220
G.1.3.3	Premier travail du spectre	220
G.1.4	Amplification et spectre laser	220
<b>G.2</b>	<b>Diagnostics du laser</b>	<b>220</b>
G.2.1	Imagerie	221
G.2.2	Durée d'impulsion	221

---

## G.1 Début de chaîne ou "Front End"

### G.1.1 Oscillateur et début de chaîne

Le premier élément de la chaîne laser est un oscillateur à blocage de modes [186] (Femtolaser) qui délivre des impulsions nanojoules d'environ une dizaine de femtosecondes (avec un spectre large de  $100nm$  FWHM) à une cadence de  $74MHz$ . Ces impulsions sont ensuite dirigées vers un pré-amplificateur en anneau multipassage appelé "booster" qui les amplifie jusqu'à  $1\mu J$  pour une durée de  $200fs$  (allongée à cause de la dispersion à chaque passage dans le cristal amplificateur). Une cellule de Faraday, est placée juste avant le booster : elle empêche tout retour laser dans l'oscillateur et permet la discrimination du faisceau de sortie et d'entrée.

### G.1.2 Découpage, filtrage

On trouve dans la chaîne un élément optique électro-actif appelé cellule de Pockels, la première est placée dans le "booster". Une cellule est constituée de cristaux biréfringents auxquels on peut appliquer une rampe de haute tension qui affecte la biréfringence des cristaux et fait tourner la polarisation du laser incident. Elle agit comme une lame d'onde ajustable avec un temps de montée de l'ordre de la dizaine de nanosecondes. On peut l'utiliser selon deux modes : "Pulse-Cleaner" : augmentation du contraste ou "Pulse-Picker" : découpage, extraction, injection d'impulsions. Dans le cas de LASERIX ces pockels sont utilisées en double passage ce qui correspond :

- En mode nettoyage, dans lequel on utilise la rampe de tension en régime transitoire, à l'application d'un effet de lame quart-d'onde et bascule la polarisation de l'impulsion d'intérêt linéaire  $S$  (verticale) à  $P$  (horizontale), le reste du signal restant en  $S$ . Un ou plusieurs polariseurs (Transmission  $P$  ou TP) viennent compléter le dispositif pour obtenir une extinction importante et un contraste amélioré au plus proche de l'impulsion d'intérêt ( $10^8$  au delà de  $80ps$ ) entre l'intensité pic et le fond, cela élimine les éventuelles impulsions avant et après (avec comme limite ultime quelques centaines de picosecondes). Ce dispositif est très sensible à la variation électronique de délai ("jitter") de la déclenche.
- En mode découpage et en mode injection/extraction, où on utilise les plateaux de tension, c'est une lame neutre en l'absence de tension et une lame demi onde lorsque la tension est maximale.

Dans les deux cas la gestion de la déclenche est effectuée par une horloge externe maîtresse (Master pulse, Amplitude Technologies) cadencée à  $10Hz$  et avec les délais nécessaires pour ne travailler qu'autour de l'impulsion d'intérêt. Les cellules de Pockels sont toujours associées à des polariseurs afin de discriminer les faisceaux selon la polarisation qu'on leur a appliquée (donc entrée et sortie) et d'éteindre les fuites de la cavité n'étant pas dans la bonne polarisation.

A cette position dans la chaîne, la cellule de Pockels est utilisée pour le découpage, et

ne laisse passer qu'une impulsion tous les dixièmes de seconde ( $10Hz$ ), elle est adaptée à la cadence des lasers de pompe des étages suivants et améliore le contraste (gain de  $10^3$ ) en éliminant l'amplification d'émission spontanée (ASE) au delà de quelques nano-secondes. Un second élément appelé "absorbant saturable" vient également améliorer le contraste temporel (contraste de  $10^4$ ) avant l'amplification : sa transmission est quasi nulle en régime d'intensité faible mais approche les 100% lorsqu'elle dépasse un certain seuil.

### G.1.3 Travail nécessaire avant amplification

L'augmentation de l'énergie laser accessible dans les amplificateurs a été rendue possible par la mise en place de stratégies limitant les dommages sur les éléments de la chaîne tels que cristaux amplificateurs, miroirs, etc.

#### G.1.3.1 Diagnostic des risques liés à l'énergie

Des mesures physiques permettent d'estimer et mesurer les seuils de dommage de ces éléments, notamment la fluence, quantité d'énergie par unité de surface et l'intensité crête, puissance par unité de surface. Notons qu'en régime femtoseconde il est difficile de savoir laquelle de ces deux grandeurs est la plus pertinente. La fluence de dommage est la plus communément mentionnée dans la littérature mais suivant la durée d'impulsion, la longueur d'onde laser ou la puissance moyenne, l'intensité seuil peut apporter une information supplémentaire sur les phénomènes qui se produisent à haut niveau d'énergie dans les matériaux.

On introduit également l'intégrale  $B$ , qui représente la phase additionnelle ajoutée au faisceau laser lors de sa propagation dans un milieu non linéaire (qui peut être l'air à intensité élevée). Pour l'effet Kerr par exemple,  $B = \frac{2\pi}{\lambda} \int n_2 I(z) dz$ , où  $n_2$  est l'indice non linéaire du milieu et a l'avantage de pouvoir être mesuré quantitativement pour des intensités laser en dessous du seuil de dommage laser irréversible. Lorsque  $B$  atteint environ 3 radians, les risques d'autofocalisation deviennent potentiellement un danger pour les optiques, ce seuil est un ordre de grandeur indicatif.

On rappelle que l'intensité laser vaut :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{S\Delta t} \quad (\text{G.1})$$

avec  $\mathcal{E}$  l'énergie,  $\Delta t$  la durée de l'impulsion et  $S$  la surface couverte par le faisceau.

Pour réduire cette intensité en augmentant l'énergie on peut donc jouer sur deux paramètres : la durée de l'impulsion et la section du faisceau. On utilise aujourd'hui l'étalement du faisceau pour réduire la fluence laser mais les optiques de grande dimension (supérieure à  $20cm$  de diamètre) atteignent très vite des limites techniques ou des coûts exorbitants et la manipulation d'un faisceau de gros diamètre est délicate. On peut donc travailler sur la durée de l'impulsion, ce qui ne diminue pas la fluence mais l'intensité.

### G.1.3.2 Etirement de l'impulsion

Etirer une impulsion basse énergie est simple pour un faisceau de large spectre en utilisant la dispersion dans un milieu matériel par exemple. Dans ce cas les différentes composantes spectrales de l'impulsion se trouvent dispersées spatialement le long de l'impulsion (puisque leur vitesse respective dans le matériaux n'est pas la même), généralement la partie rouge (plus hautes longueurs d'onde) arrive avant la partie bleue du spectre (plus faibles longueurs d'onde), dans ce cas on dit que la dispersion (ou "chirp") est normale.

Pour LASERIX, l'étirement est effectué après le booster dans un étireur d'Offner composé d'un réseau de diffraction, un miroir concave, un miroir convexe et un dièdre, utilisés en double passage pour atteindre une durée de  $500ps$ . Dans ce cas la dispersion est assurée par la différence d'angle de diffraction, et donc de chemin optique suivi par chaque longueur d'onde diffractée par le réseau (3.5). L'utilisation des miroirs permet d'économiser un réseau de diffraction, élément coûteux et fragile dans ce dispositif.

### G.1.3.3 Premier travail du spectre

Le spectre de l'impulsion peut être sculpté en traversant un filtre dispersif acousto-optique programmable ou AOPDF (Dazzler, Fastlite) [187]. C'est un cristal biréfringent soumis à une onde acoustique programmable qui interagit avec l'onde laser et permet de modifier l'amplitude et la phase spectrales. Généralement on "creuse" le centre du spectre de l'impulsion afin d'éviter un rétrécissement du spectre par le gain.

### G.1.4 Amplification et spectre laser

Deux amplificateurs suivent l'étireur. Le premier est un amplificateur régénératif en anneau, dans lequel des cellules de Pockels assurent l'injection et l'extraction. Une dernière est placée après l'amplificateur en mode "Pulse-cleaner". Un second élément acousto-optique est présent directement dans la cavité régénérative [188] : c'est un filtre de gain programmable ou AOPGF (Mazzler, Fastlite/Amplitude Technologie) qui module le spectre pour qu'il conserve sa largeur initiale avant amplification malgré les coupures de bandes spectrales des Pockels et le rétrécissement par le gain. Le second amplificateur est de type multipassage en papillon : l'extraction et l'injection se font naturellement de manière géométrique.

## G.2 Diagnostics du laser

Pour rendre une source utilisable elle doit présenter un flux de photons suffisamment important. Dans le cas de la génération d'harmonique en focalisation douce, l'optimisation de cette source couvre les notions d'accord de phase et de longueurs caractéristiques décrites à la fin du chapitre précédent.

Une optimisation nécessite l'utilisation de diagnostics pour observer à la fois le faisceau de génération et le faisceau généré. Nous détaillons ici les capteurs qui nous permettent d'accéder à ces informations, à l'exception des capteurs de front d'onde qui feront l'objet d'une partie à part.

## G.2.1 Imagerie

Des caméras Basler acA de différents types sont disponibles (par couple, champ proche-champ lointain) tout le long des lignes laser afin d'assurer l'alignement de manière systématique.

Elles offrent par ailleurs des images champs proches et champs lointains du faisceau permettant un premier diagnostic du faisceau utilisé.

## G.2.2 Durée d'impulsion

Pour l'analyse temporelle du faisceau (nécessaire à l'optimisation de la compression et par voie de conséquence celle de la HHG) l'installation dispose d'un SPIDER (spectral phase interferometer for direct electric-field reconstruction ou interféromètre spectral à décalage pour la reconstruction du champ électrique, Walmsley/laconis 1998) réalisé au laboratoire. Ce type de mesure, autoréférencée, se base sur la division de l'impulsion incidente en 3 impulsions, deux qui resteront courtes et l'une que l'on étire. Les deux impulsions courtes sont des répliques de l'impulsion initiale séparées d'un délai contrôlé.

Chacune d'entre elle et l'impulsion longue sont envoyées dans un cristal non-linéaire dans lequel un processus de somme de fréquence intervient entre chaque impulsion courte et l'une des composantes spectrales de l'impulsion étirée. Les faisceaux obtenus interfèrent spectralement (voir Figure G.1) et on en mesure le spectre, enfin par travail dans le domaine de Fourier on récupère la dérivée de la phase spectrale puis la phase. Par transformée de Fourier on retourne dans le domaine temporel pour aboutir à la mesure de la durée d'impulsion.

Elle dispose aussi d'un SRSI (Self referenced spectral interferometer) XPW qui utilise une construction interférométrique classique en ajoutant un cristal non-linéaire XPW (Cross-polarized wave, Jullien *et al.* 2007) sur l'un des bras afin de nettoyer l'impulsion incidente tout en conservant la longueur d'onde initiale centrale par un processus non-linéaire d'ordre 3. Sur ce bras la durée de l'impulsion est réduite de  $\sqrt{3}$  et sa largeur spectrale est étendue, facilitant la mesure aux bords du spectre. Pour l'installation il s'agit d'un Wizzler (Fastlite, Oksenhendler *et al.* 2010) qui utilise le principe précédent mais les deux répliques de l'impulsion incidente sont obtenues grâce à une lame demi-onde et un cristal biréfringent. Elles ont donc une polarisation croisée. Seule l'une d'entre elle voit l'axe actif du cristal XPW.

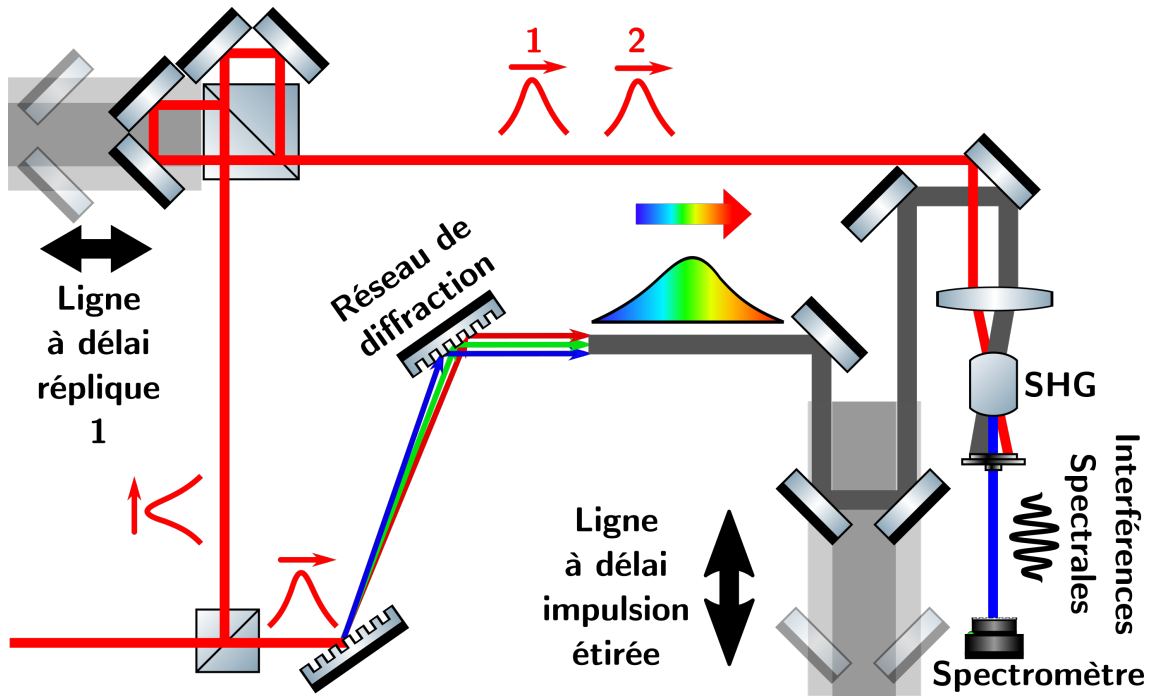


FIGURE G.1 – Schéma de principe de l'interféromètre SPIDER.

## Annexe H

# Principe général du Hartmann, détails de la reconstruction numérique de phase par Southwell et aberrations au sens de Zernike

---

H.1 Principe général du Hartmann . . . . .	223
H.2 Détail de la reconstruction de Southwell . . . . .	225
H.3 Aberrations au sens de Zernike . . . . .	227

---

### H.1 Principe général du Hartmann

Le principe de cette mesure est extrêmement simple, et dérive en premier lieu d'une observation de Christophe Scheiner[189]. En 1619 cet astronome allemand publie un phénomène qu'il a détecté en observant une étoile lointaine. Une telle source de lumière peut être considérée comme source de rayons parallèles qui arrivant sur une lentille (ici l'œil) sont normalement focalisés sur le même point image (ici un point de la rétine). Or ce qu'observe Scheiner c'est que l'étoile vue à travers un disque percé de deux points, dont un sur l'axe optique entraîne la perception de deux points lumineux distincts dans le cas où l'observateur n'a pas une vue parfaite, c'est à dire que son oeil en tant que système optique introduit des aberrations (Voir H.1). Cette observation ne permet pas encore de mesurer quantitativement l'aberration de l'oeil mais permet néanmoins de comprendre le principe général utilisé dans la mesure Hartmann actuelle qui se base sur le déplacement spatial, par rapport à une référence, de spots issus d'un faisceau à caractériser.

Une première solution viendra de l'ajout d'une seconde source lumineuse déplaçable (Smirnov, 1961). Dans ce cas lorsque le sujet déclarera qu'il ne voit plus qu'un point



## H.1. Principe général du Hartmann

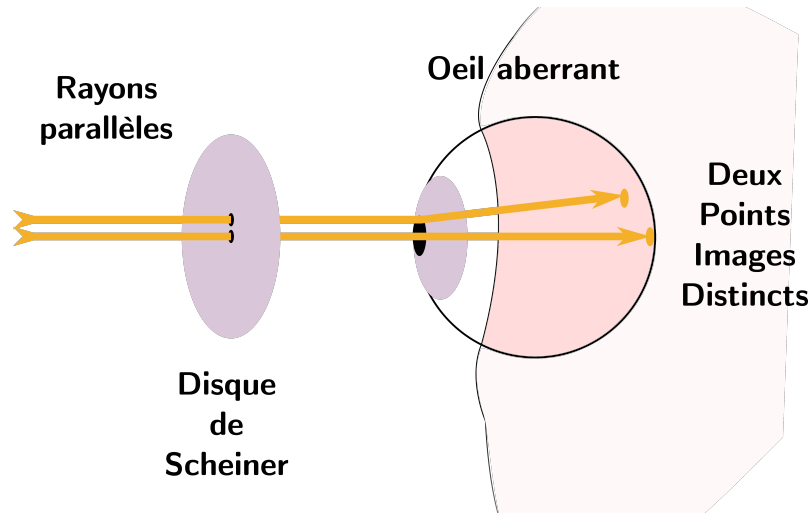


FIGURE H.1 – Effet observé par Scheiner. Les rayons parallèles issus d'une source située à l'infinie ne sont pas focalisés au même point lorsque l'oeil est aberrant.

source, on connaîtra alors le déplacement en  $x$  et  $y$  nécessaire, en un plan donné et pour une "sous-pupille" (une surface discrète de l'œil) et donc l'angle de réfraction nécessaire à ajouter pour corriger l'aberration (Fig. H.2).

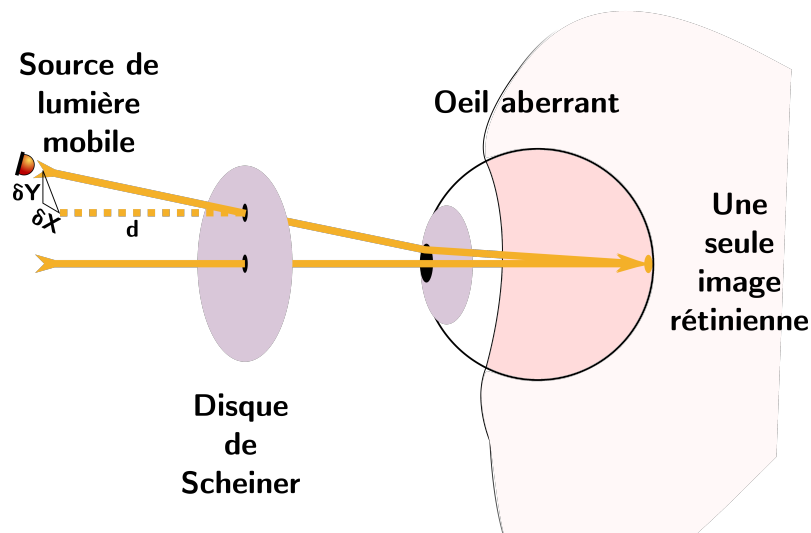


FIGURE H.2 – Modification du dispositif de Scheiner par Smirnov. La superposition des deux points sur la rétine indique que la source mobile du faisceau hors-axe a évalué l'aberration de l'oeil en terme de déplacement de position de l'objet pour celui-ci.

A ce stade il y a encore deux problèmes majeurs : la mesure dépend de la subjectivité visuelle de l'observateur et elle ne permet de caractériser qu'une zone réduite de l'oeil à la fois.

Hartmann [190] améliore le dispositif qui porte aujourd'hui son nom, le rendant absolu car il ne dépend plus de la subjectivité de l'observateur et permettant en une seule mesure une caractérisation d'une grande surface. Il réutilise le disque de Scheiner tout en ajoutant des trous répartis sur toute la surface du disque puis utilise le rayon retour de l'œil observé depuis celui de référence correspondant, pour obtenir le déplacement et donc l'aberration locale (Fig. H.3).

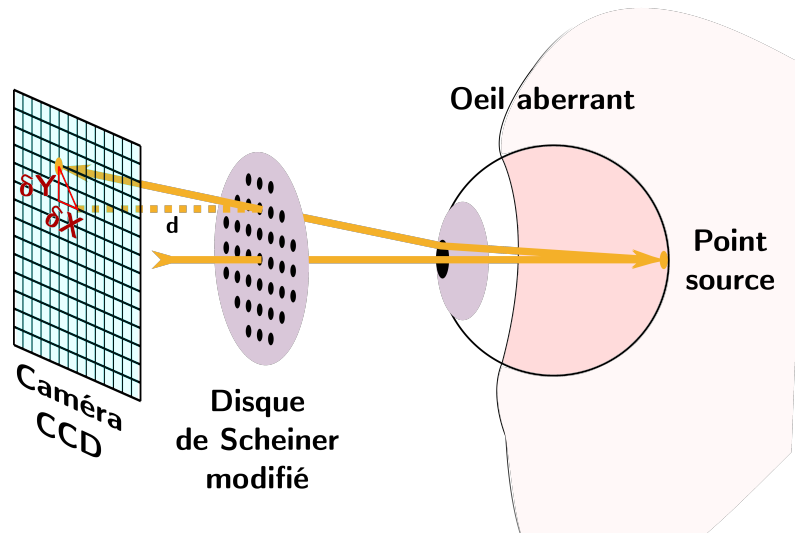


FIGURE H.3 – Amélioration du dispositif de Scheiner par Hartmann.

## H.2 Détail de la reconstruction de Southwell

### Géométrie de reconstruction

Il faut noter que dans la définition de Southwell, on peut choisir deux positions de détermination de la phase qui modifient directement les équations qui en découlent, à savoir, déterminer la phase à la position décalée de  $h/2$  dans les deux directions  $x$  et  $y$  (Cf Fig. H.4a) ou bien à la position des valeurs de phase. Cette géométrie est utilisée par notre dispositif Hartmann (Cf Fig. H.4b).

Dans ce cas, nous obtenons  $N^2 - 1$  mesures pour chaque type de slope (point de référence exclu) pour déterminer le même nombre de points de phase.

En un point  $x, y$  on obtient par exemple les relations suivantes :

$$\frac{S_x(x + \Delta x, y) + S_x(x, y)}{2} = b_x + 2c_x x + c_x \Delta x = \frac{\phi(x, y) - \phi(x + \Delta x, y)}{\Delta x} \quad (\text{H.1})$$

$$\frac{S_y(x, y + \Delta y) + S_y(x, y)}{2} = b_y + 2c_y y + c_y \Delta y = \frac{\phi(x, y) - \phi(x, y + \Delta y)}{\Delta y} \quad (\text{H.2})$$

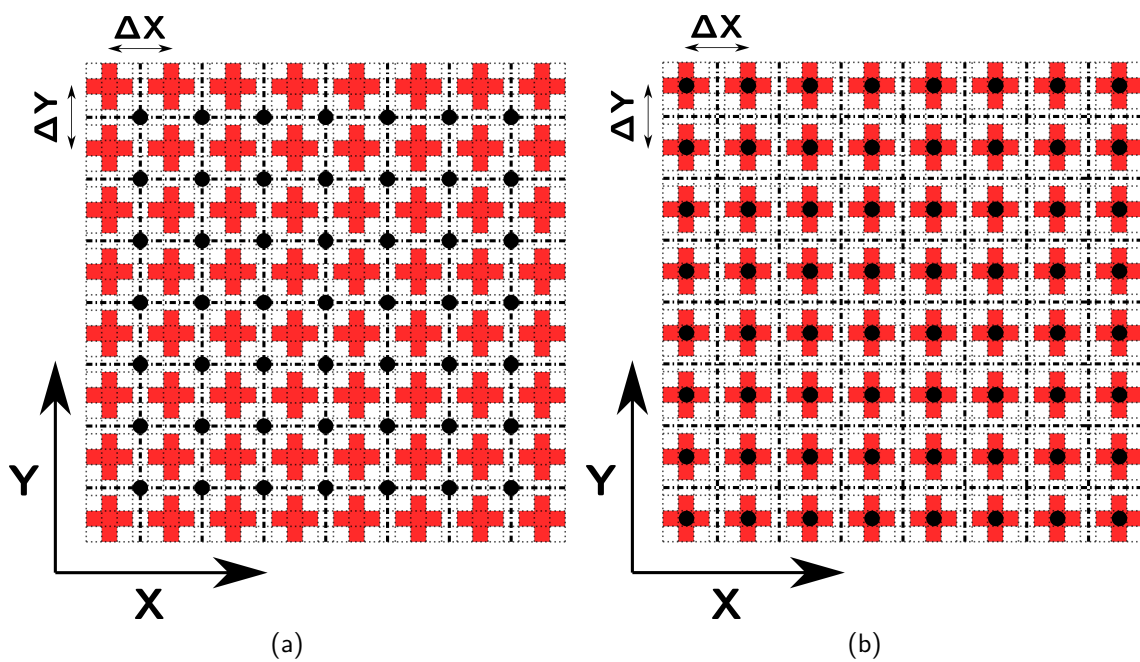


FIGURE H.4 – Géométrie de la grille de détermination des pentes locales de la phase dans le cas d'un capteur Hartmann. (a) Détermination de la phase à la distance d'un demi-pas de grille dans les deux directions  $x$  et  $y$  de la position de détermination des slopes. (b) Détermination de la phase au même point de détermination que celui des slopes. Les points noirs représentent la position de la détermination de la phase, la croix rouge représente la position de la détermination des slopes  $S_x$  et  $S_y$ . La grille épaisse représente les sous-pupilles, la grille fine représente les pixels de la CCD.  $\Delta x$  et  $\Delta y$  représentent les pas des sous-pupilles.

où l'on distingue clairement que si  $\Delta x \rightarrow 0$  on retrouve l'expression de la dérivée classique  $S_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x}$ . Dans le cas réel on remplacera les  $\Delta$  par  $h$ .

Le terme  $a_{x/y}$  est une constante de phase correspondant au piston, qui ne peut être déterminé par la mesure Hartmann puisque la reconstruction de phase est obtenue par un procédé qui élimine ce paramètre. On ne trouve donc une solution qu'à cette constante près.

On trouve par ailleurs les autres relations suivantes :

$$\frac{S_x(x-h, y) + S_x(x, y)}{2} = b_x + 2c_x x - c_x h = \frac{\phi(x-h, y) - \phi(x, y)}{h} \quad (\text{H.3})$$

$$\frac{S_y(x, y-h) + S_y(x, y)}{2} = b_y + 2c_y y - c_y h = \frac{\phi(x, y-h) - \phi(x, y)}{h} \quad (\text{H.4})$$

De sorte que l'on peut déterminer et réduire l'erreur sur la reconstruction de phase puisque la détermination de sa valeur s'appuiera sur une information en partie redondante et moyennée. Attention néanmoins, sur la ligne du bord et dans les coins du capteur ces relations ne sont plus valides puisque 1 ou 2 d'entre elles tombent en dehors de la zone de détermination. Ce point est pris en compte lors de la résolution du problème.

En utilisant les équations H.1, H.2, H.3 et H.4, tel que l'on fasse H.1-H.3+H.2-H.4 on a alors :

$$g_{x,y} \Phi(x, y) - [\Phi(x+h, y) + \Phi(x-h, y) + \Phi(x, y+h) + \Phi(x, y-h)] = \frac{h}{2} [S_x(x+h, y) - S_x(x-h, y) + S_x(x, y+h) - S_x(x, y-h)] \quad (\text{H.5})$$

$$\Leftrightarrow \Phi(x, y) = \bar{\Phi}(x, y) + \frac{b_{x,y}}{g_{x,y}} \quad (\text{H.6})$$

avec :

$$g_{x,y} = \begin{cases} 4 & \text{si } x \text{ et } y \in [-D/2 + h, D/2 - h]^2 \\ 3 & \left\{ \begin{array}{l} \text{si } x = -D/2 \text{ ou } D/2 \text{ et } y \in [-D/2 + h, D/2 - h] \\ \text{ou si } y = -D/2 \text{ ou } D/2 \text{ et } x \in [-D/2 + h, D/2 - h] \end{array} \right. \\ 2 & \text{sinon} \end{cases} \quad (\text{H.7})$$

### H.3 Aberrations au sens de Zernike

On présente sur la figure ci-après Fig. H.5 les premiers ordres d'aberrations au sens de Zernike.

### H.3. Aberrations au sens de Zernike

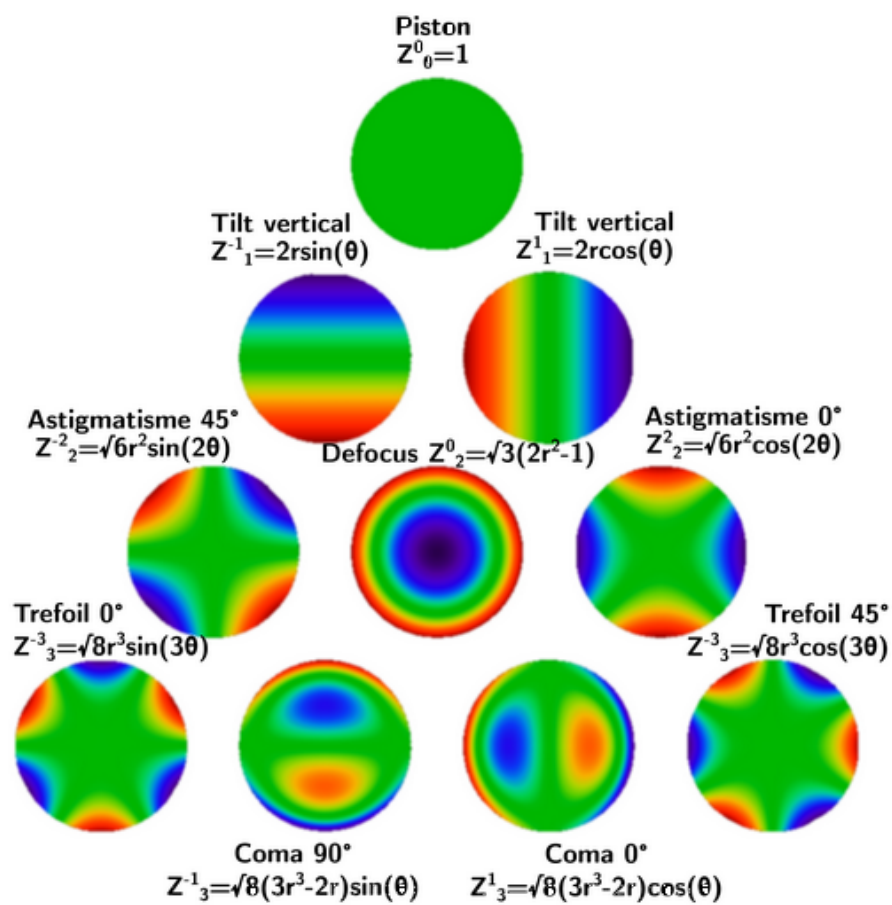


FIGURE H.5 – Profil et formules des aberrations sur la base de Zernike.  $(r, \theta)$  correspondent aux coordonnées cylindriques

# **Annexe I**

## **Tableaux de données**

Cette annexe regroupe certains des tableaux de données utilisés pour les courbes présentées dans ce manuscrit.

ANNEXE I. TABLEAUX DE DONNÉES

Diamètre de l'iris (mm)	Rayon du point focal Urey ( $\mu m$ )	Rayon du point focal Huygens-Fresnel ( $\mu m$ )	$\frac{\pi w_0^2}{\lambda_d}$ Urey (mm)	$\frac{\pi w_0^2}{\lambda_d}$ Huygens-Fresnel (mm)	Longueur de Rayleigh Urey article (mm)	Longueur de Rayleigh Huyguens-Fresnel (mm)	Rayon du point focal Urey corrigé ( $\mu m$ )
6	112	116	48,4	51,7	80,3	57,7	115
7	96	97	35,7	36,2	59	41,9	97
8	85	86	27,6	28,5	45,2	32,7	85
9	76	77	22	22,7	35,7	26,3	76
10	68	69	18	18,4	28,9	21,2	69
11	63	64	15,1	15,8	23,9	18	63
12	58	59	12,9	13,4	20,1	15,1	58
13	54	55	11,2	11,6	17,1	12,8	54
14	50	51	9,8	10,1	14,8	11,2	50
15	48	48	8,7	9	12,9	9,8	48
16	45	46	7,8	8	11,4	8,7	45
17	43	43	7,1	7,3	10,1	7,8	43
18	41	42	6,5	6,6	9,1	7,1	41
19	39	40	6	6,1	8,2	6,4	39
20	38	38	5,5	5,7	7,4	5,9	38
30	30	30	3,5	3,5	3,8	3,6	30
40	28	28	3	3,1	3	3	28

TABLE I.1 – Evolution du waist et de la longueur de Rayleigh avec la taille de l'iris pour un faisceau gaussien de 18,7mm de diamètre focalisé avec une lentille de longueur focale 1m dans un milieu d'indice 1. Selon le modèle d'Urey [80] ou par propagation de Huygens-Fresnel (HF) jusqu'au foyer puis décomposition en modes Laguerre-Gauss et scan le long de  $z$ . Dans le second cas le waist est déterminé à environ 0,9% près pour des raisons de grilles numériques, Urey déclare lui avoir une marge d'erreur de 1%, les valeurs HF + erreur rentre totalement dans les valeurs de Urey. Pourtant Urey néglige la translation de focus (sur laquelle nous reviendrons), une légère correction pour la prendre ne compte nous donne les valeurs de la dernière colonne, très proches de Huygens-Fresnel.  $z_r$  est elle déterminée à 0.5% près dans le cas de Huygens-Fresnel et semble bien plus cohérente que les résultats issus de Urey si l'on compare avec [79] par exemple. En revanche un calcul depuis le waist d'Urey, en assimilant le faisceau à un gaussien ( $z_r = \pi w_0^2 / \lambda$ ), donne des valeurs de  $z_r$  proches. Dans la limite d'un iris grand, donc d'une non-coupe du gaussien initial, toutes les valeurs convergent logiquement.

Diamètre du diaphragme ( $mm$ )	Paramètre confocal ( $mm$ )	$I_{max}$ ( $W.cm^{-2}$ )
6	115,3	$1,1.10^{13}$
7	83,8	$2,2.10^{13}$
8	65,4	$3,6.10^{13}$
9	52,7	$5,5.10^{13}$
10	42,4	$8,1.10^{13}$
11	35,9	$1,08.10^{14}$
12	30,2	$1,46.10^{14}$
13	25,6	$1,93.10^{14}$
14	22,3	$2,39.10^{14}$
15	19,7	$2,89.10^{14}$
20	11,8	$6,02.10^{14}$
40	6,1	$1,27.10^{15}$
80	6,2	$1,29.10^{15}$

TABLE I.2 – Evolution de la longueur de Rayleigh d'un laser diaphragmé  $815nm$  focalisé par une lentille de  $1m$  de focale portant  $3mJ$  et comprimé à  $45fs$ . Pour rappel dans l'Argon,  $I_{BSI}$  vaut  $2,47.10^{14}W.cm^{-2}$

Rayon de l'iris ( $mm$ )	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	
Energie transmise ( $mJ$ )	0,1	0,3	0,6	1	1,5	2	2,7	
T Exp. (%)	1,0	2,9	5,8	9,6	14,4	19,2	26,0	
T Loi. (%)	0,6	2,3	5,0	8,8	13,4	18,7	24,6	
4	4,5	5	5,5	6	6,5	7	7,5	8
3,4	4,1	4,5	5,2	5,7	6,4	6,9	7,5	7,9
32,7	39,4	43,3	50	54,8	61,5	66,4	72,1	76,0
30,8	37,2	43,7	50,1	56,3	62,2	67,6	72,6	77,1
8,5	9	9,5	10	10,5	11	11,5	12	12,5
8,3	8,7	9	9,2	9,5	9,9	9,9	10	10
79,8	83,7	86,5	88,5	91,4	95,2	95,2	96,2	96,2
81,0	84,5	87,5	90,0	92,1	93,8	95,2	96,4	97,3
	13	13,5	14	14,5	15			
	10,1	10,2	10,3	10,4	10,4			
	97,1	98,1	99,0	100	100			
	98,0	98,5	98,9	99,2	99,4			

TABLE I.3 – Evolution de l'énergie transmise par le diaphragme en fonction de son ouverture. T Exp. le facteur de transmission expérimentale, rapport entre énergie transmise et énergie incidente  $10,4mJ$ . T Loi. facteur de transmission évalué par la loi obtenue avec un waist  $w_d = 9,33mm$ .



## ANNEXE I. TABLEAUX DE DONNÉES

---

# Annexe J

## Publications

---

J.1	Hartmann wavefront sensor characterization of a high charge vortex beam in the extreme ultraviolet spectral range . . . . .	234
J.2	Highly multimodal structure of high topological charge EUV vortex beams . . . . .	238

---



# Optics Letters

## Hartmann wavefront sensor characterization of a high charge vortex beam in the extreme ultraviolet spectral range

F. SANSON,<sup>1,2,\*</sup> A. K. PANDEY,<sup>1</sup> F. HARMS,<sup>3</sup> G. DOVILLAIRE,<sup>3</sup> E. BAYNARD,<sup>4</sup> J. DEMAILLY,<sup>1</sup>  
O. GUILBAUD,<sup>1</sup> B. LUCAS,<sup>1</sup> O. NEVEU,<sup>1</sup> M. PITTMAN,<sup>4</sup> D. ROS,<sup>1</sup> M. RICHARDSON,<sup>5</sup> E. JOHNSON,<sup>6</sup>  
W. LI,<sup>6</sup> PH. BALCOU,<sup>7</sup> AND S. KAZAMIAS<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Physique des Gaz et des Plasmas, bat 210, rue Becquerel, Université Paris-Saclay, (UMR-CNRS 8578) F-91405 Orsay Cedex, France

<sup>2</sup>Amplitude Laser Group, Scientific Business Unit—Lisses Operations, 2/4 rue du Bois Chaland, 91090 Lisses, France

<sup>3</sup>Imagine Optic, 18, rue Charles de Gaulle, 91400 ORSAY, France

<sup>4</sup>LASERIX, Centre Laser Université Paris Sud, FR2764, Université Paris-Saclay (UMR-CNRS 8578), Bat. 106, F-91405 Orsay Cedex, France

<sup>5</sup>University of Central Florida, 4304 Scorpius Street, Orlando, Florida 32816-2700, USA

<sup>6</sup>Clemson University, Department of Electrical and Computer Engineering, Clemson, South Carolina 29634, USA

<sup>7</sup>Univ. Bordeaux—CNRS—CEA, CELIA, UMR 5107, Talence, France

\*Corresponding author: [fabrice.sanson@u-psud.fr](mailto:fabrice.sanson@u-psud.fr)

Received 14 March 2018; revised 30 April 2018; accepted 2 May 2018; posted 14 May 2018 (Doc. ID 326068); published 5 June 2018

**We demonstrate for the first time, to the best of our knowledge, the ability of extreme ultraviolet (XUV) Hartmann wavefront sensors to characterize high charge vortex beams produced by high-order harmonic generation up to the order of 25. We also show that phase matched absorption limited high harmonic generation is able to maintain the high charge vortex structure of the XUV beam even in a rather long (1 cm) generation medium.** © 2018 Optical Society of America

**OCIS codes:** (340.0340) X-ray optics; (340.7480) X-rays, soft x-rays, extreme ultraviolet (EUV); (140.1340) Atomic gas lasers; (140.3300) Laser beam shaping; (070.7345) Wave propagation; (080.4865) Optical vortices.

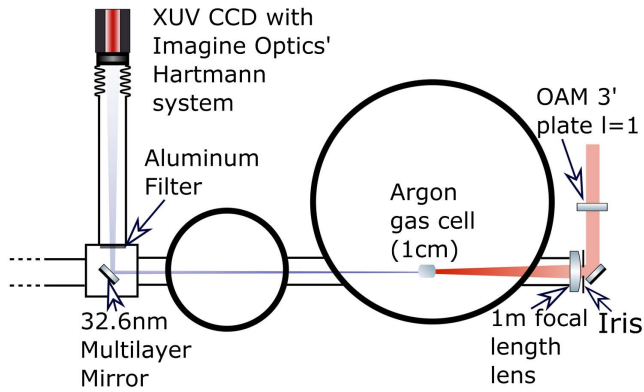
<https://doi.org/10.1364/OL.43.002780>

Owing to the most recent developments of coherent soft x-ray sources, such as free electron lasers [1] and efficient high harmonic generation from gases [2] or surfaces [3,4], the possibility to produce extreme ultraviolet (XUV) beams carrying a vortex structure has been demonstrated experimentally up to high orders (a few tens) and studied theoretically [5]. In the last few years this field of research has been extremely active in many teams in the world and is stimulated by the large variety of novel physical phenomena that can be observed through the interaction of such beams with matter: the possibility to induce forbidden electric dipole transitions [6], the new type of photoelectrons that can be produced by atom photoionization [7], and the transfer of light helicity to nanostructures [8].

The characterization of a high order vortex structure is a nontrivial task, especially in the XUV domain. Previous works

already presented interferometric methods [9]. A dispersion grating solution was also proposed by [2]. The idea to use a XUV Hartmann wavefront sensor was first proposed by [10] and limited to low order orbital angular momentum [OAM (max  $l = 3$ )]. In this Letter, we show that experimental Hartmann characterization of an intense harmonic beam carrying a high order vortex structure is also possible. We first describe the experiment and the XUV Hartmann measurements, and then the post-process analysis and conclusion.

The high harmonic generation was performed using the infrared low energy beam of the LASERIX facility at Paris Sud University [11]. This facility is dedicated to the development of XUV beam lines for ultrashort time resolution pump probe experiments using the technique of high harmonic amplification in soft x-ray laser media [12]. After the first amplification stage of the Ti:Sa laser chain at a 10 Hz repetition rate, a 20 mJ pulse with linear polarization and 815 nm central wavelength is extracted and compressed separately to a 40 fs pulse duration with a compressor in air. The beam initial diameter is close to 20 mm FWHM. A specifically designed infrared phase plate is inserted afterward on the beam (Fig. 1) to produce an infrared beam with a  $l = 1$  OAM at 815 nm wavelength. This corresponds to a helically phased light beam with an  $e^{il_{\text{IR}}\phi}$  field dependence, where  $l_{\text{IR}}$  is the topological charge and  $\phi$  the azimuthal coordinate in the plane perpendicular to the beam propagation. This plate composed of 16 angular sectors with increasing controlled optical widths was developed for the University of Central Florida by Clemson University for high fluence beams. Those plates should be able in the future to have very large apertures and produce Petawatt vortex beams [13]. The plate insertion and infrared vortex beam characterization was carefully done in the near field and far field to ensure that



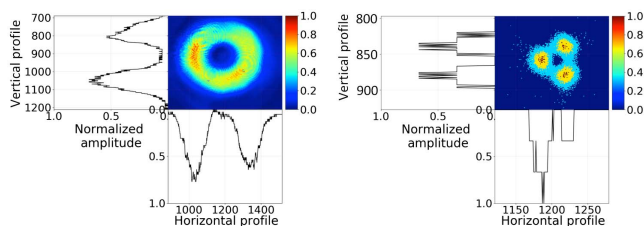
**Fig. 1.** Experimental setup used for the OAM high harmonic generation.

the beam really corresponds to a  $l = 1$  azimuthal charge. We followed the diffractive method proposed in [14] where the beam diffraction through a triangular slit is analyzed and obtained exactly in the three spots typical of  $l = 1$ ; see Fig. 2.

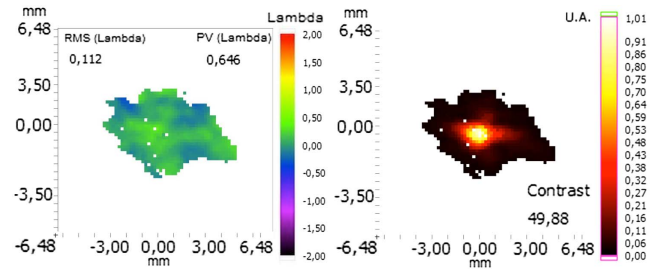
A variable diameter iris is placed at the entrance of the high harmonic setup (Fig. 1) to increase the phase-matching and the integrated XUV signal [15]. The beam is then focused through a 1 m focal length lens into a 1 cm argon gas cell with variable pressure from 1 to 50 mbar. After approximately 1 m free propagation, the infrared pump beam was removed with a 250 nm thick aluminum filter, and then the  $q = 25$ th harmonic order was selected via a multilayer plane mirror used at 45 deg of incidence. It has been prepared at the Institut d'Optique in Palaiseau (France) and specifically designed to select  $\lambda = 32.6$  nm wavelength [16] (extinction of 23rd and 27th orders is over 90%), which corresponds to the Ne-like titanium soft x-ray laser source. The use of this kind of optic was done in order to perform the wavefront analysis of only one harmonic order, contrary to a first characterization by Zürich *et al.* [17] and without introducing any beam distortion or spatio-spectral coupling such as in Géneaux *et al.* [2]. The data interpretation is then easier and unambiguous.

The XUV Hartmann wavefront sensor developed by the Imagine Optic company [18] (Orsay/France) was set at a distance  $d = 2m$  from the source. The signal level allowed the acquisition of high signal-to-noise-ratio images within 10 to 100 shots (1 to 10 s acquisition time).

We first analyzed the polarization of the OAM high harmonic generation beam by studying the integrated HHG signal reflected by the multilayer mirror as a function of the initial infrared polarization. We observed the same behavior



**Fig. 2.** (Left): Diaphragmed beam at 1.5 mm after the OAM plate and 1 m free propagation and (right) focused diaphragmed beam after triangle aperture.  $1 \text{ px} = 5.5 \mu\text{m}$ .

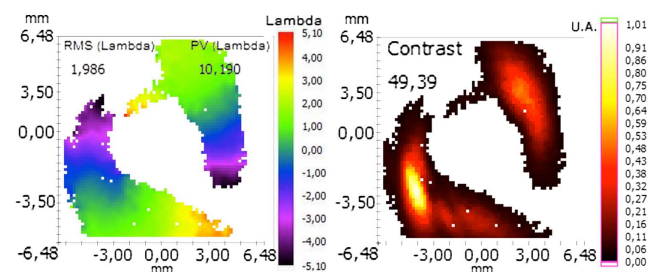


**Fig. 3.** (Left): Wavefront and (right) intensity profiles of a typical high harmonic beam with iris = 11 mm, argon cell pressure = 27 mbar, cell length = 10 mm, laser energy before iris = 3.6 mJ, time acquisition = 1 s. The wavefront variation is shown in lambda: 1 lambda corresponds to a phase shift of  $2\pi$ . We give the phase shift value peak to valley (PV) and rms. Intensity is normalized to the maximum.

as described in Zeitoun *et al.* [19] showing that the XUV polarization remains linear following the one of the infrared also in the case of OAM geometry.

For comparison, we present in Fig. 3 the Hartmann characterization of a typical high harmonic beam obtained in conventional conditions using a classical Gaussian beam as the infrared pump. The beam was apertured with an iris of 11 mm in diameter, the argon gas cell pressure was 27 mbar, the cell length was 10 mm, and laser energy before the phase plate was 4.8 mJ, leading to 3.6 mJ on the iris (around 77% conversion efficiency for a 16-segment plate [20]). The time acquisition was 1 s, corresponding to 10-shot accumulation. The measured wavefront shows a rather good quality: less than  $\lambda/9$  rms wavefront variation is observed on the area that contains 98% of the total intensity. Those data taken at the same position as the OAM beam were also useful as a verification of the source position determination.

We present in Fig. 4 the beam intensity and phase profile we obtained, as measured by the Hartmann sensor, for an image corresponding to the most intense signal (iris = 11 mm, argon pressure = 27 mbar, laser energy before iris = 3.6 mJ, time acquisition = 1 s). The bilobed structure was very stable, and we observed it during all of our experimental campaign and in almost all experimental conditions. It is close to the one also observed in the works of Zürich *et al.* [17] and Rebernik Ribič *et al.* [1]. Note that the optimum conditions for a high harmonic signal with or without the phase plate



**Fig. 4.** (Left): Wavefront and intensity (right) of the harmonic OAM beam in the same experimental conditions as in Fig. 3 but using the infrared vortex plate and an acquisition time of 10 s. Phase variation over one lobe corresponds to 10 lambda, and the rotational direction is the same on each lobe.

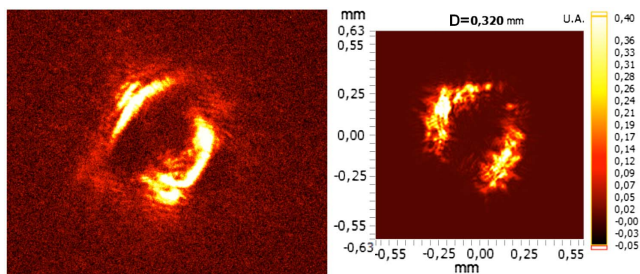
are not significantly different: 10.5 mm iris diameter, 29 mbar argon pressure, 3.1 mJ incident energy against 11 mm iris diameter, 27 mbar argon pressure, and 3.6 mJ incident energy, respectively. The signal is nevertheless 10 times more important for the conventional Gaussian HHG. This is due to the existence in the OAM case of a hole in the center of the infrared beam where the laser intensity is at its maximum in the Gaussian configuration: this strong reduction of pump laser intensity, combined with the highly nonlinear response of the high harmonic generation, is responsible of the observed decrease of high harmonic signal.

Finally, we retrieved the azimuthal phase profile, on the OAM high harmonic generation, and could obtain a regular and clear azimuthal phase variation compatible with  $l = 25$  orbital momentum as shown in Fig. 4.

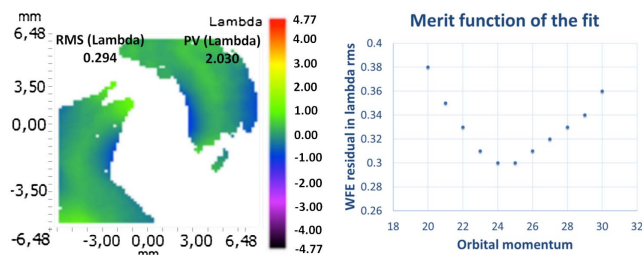
Wavefront reconstruction was performed using Imagine Optic software. The integration of the measured wavefront slopes was based on a conventional zonal reconstruction [21], so that separate intensity and wavefront reconstruction were performed for each lobe. Note that pupil discontinuities are a limitation of the integration method. Figure 4 shows the measured vortex structure for each lobe, including a phase variation of approximately 10 lambda for each lobe. Since the Hartmann method is not sensitive to the piston (corresponding to a constant added phase, which could be different in the two lobes in our case), phase continuity between lobes was not brought by the reconstruction, and thus not shown in Fig. 4. It can, however, be possible to estimate the phase piston between lobes, for example using a fit of the measurement to a vortex phase structure.

This is to our knowledge the first time that such a high charge XUV vortex beam can be characterized using an XUV Hartmann sensor.

Clear evidence that the analysis is relevant and corresponds to the exact amplitude and phase profile of the experimental beam is the comparison between the numerically retropropagated electrical field and in particular its intensity map, and an experimental image of the OAM harmonic beam taken in a plane close to the source as presented on Fig. 5. The experimental image was obtained using an XUV imaging device [11] at 32.6 nm with a factor 6 optical magnification and recorded on a XUV CCD camera. The plane concerned is placed approximately 50 mm downstream of the high harmonic



**Fig. 5.** (Left): Raw image (using an XUV imaging system with magnification of 7, pixel size of  $13.6 \mu\text{m}$ ) of focal plane some centimeters away from high harmonic source and (right) reconstruction obtained using the Fresnel approximation and Fourier transform algorithm. Data used for the reconstruction were obtained in the same configuration but with acquisition of 10 s. Beam size is approximately 0.3 mm on both images.



**Fig. 6.** (Left): Phase residual after subtracted phase of a pure OAM beam of moment  $l = 25$  and (right) evolution of phase residual with subtracted phase of OAM beam of different order. The minimum residual is at  $l = 25$  for a  $0.3 \lambda$  rms residual.

source and usually corresponds to the position of the exit plane of the soft x-ray laser amplifying zone. This very good agreement between numerical calculations and experimental data in terms of global shape but also quantitative beam size is allowed by the precise measurement of phase and amplitude of the XUV Hartmann sensor. This also incidentally proves that extremely high charge XUV vortex beams may propagate over long distances and keep their intrinsic structure.

To go deeper in the data interpretation, we show in Fig. 6 the resulting phase profile of the experimental beam when subtracting a theoretical azimuthal order of 25. As predicted by the theory of orbital momentum conservation during the high harmonic process, this corresponds to the best azimuthal fit and provides a nearly flat phase with a residual of  $0.3\lambda$  RMS. For comparison, we also show in the right part of Fig. 6 the residual obtained when comparing the experimentally measured phase profile to all azimuthal phase orders between 20 and 30. This observable can be interpreted as a merit function of the proposed fit. The interpretation is that most of the moment carried by the beam is 25 and that some other minority azimuthal order contributions around 25 could also be present, especially due to the imperfect circular profile of the beam as proposed by [22].

In conclusion, those results prove that full and precise Hartmann characterization of high charge vortex beams can be done up to the order 25 in the 30 nm wavelength range. These results also confirm the fact that high order harmonic generation in rare gases is able to ensure the conservation of orbital momentum predicted by quantum theory,  $l_q = q \times l$ , where  $q$  is the harmonic order,  $l$  the infrared pump laser orbital momentum, and  $l_q$  the one of a high harmonic beam. As a complementary approach to the work by Geneaux and coworkers [2], this was obtained using a rather long generating medium in the presence of on-axis absorption limited phase-matching [23], allowing for more intense generation. Further amplification of this kind of beam as, for example, in a soft x-ray laser amplifying medium [24,25] would be the next achievement.

**Funding.** U.S. Army Research Office; LIDEX OPT2X-Université Paris-Saclay; Amplitude Technologies Company [Convention Industrielle de Formation par la Recherche (CIFRE) contract].

**Acknowledgment.** The vortex optics used in this report were developed with the support of the U.S. Army Research

Office. The project LIDEX OPT2X—Université Paris-Saclay funded the Hartmann XUV sensor. The PhD thesis of F. Sanson is funded through a CIFRE contract with the Amplitude Technologies company. The authors thank the Centrale d'Elaboration et de Métrologie des Optiques XUV (CEMOX) installation at Institut d'Optique Graduate School (IOGS) Palaiseau for the multilayer optics. The authors thank Ph. Zeitoun, H. Dacasa, D. Garzella, and F. Glotin for fruitful discussions. This Letter is dedicated to the memory of Bertrand Carre [Commissariat à l'énergie atomique et aux énergies alternatives (CEA)].

## REFERENCES

1. P. C. V. Rebernik Ribič, B. Rösner, D. Gauthier, E. Allaria, F. Döring, L. Foglia, L. Giannessi, N. Mahne, M. Manfredda, C. Masciovecchio, R. Mincigrucci, N. Mirian, E. Principi, E. Roussel, A. Simoncig, S. Spampinati, C. David, and G. De Ninno, *Phys. Rev. X* **7**, 031036 (2017).
2. R. Généaux, A. Camper, T. Auguste, O. Gobert, J. Caillat, R. Taïeb, and T. Ruchon, *Nat. Commun.* **7**, 12583 (2016).
3. A. Denoeud, L. Chopineau, A. Leblanc, and F. Quéré, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 033902 (2017).
4. X. Zhang, B. Shen, Y. Shi, X. Wang, L. Zhang, W. Wang, J. Xu, L. Yi, and Z. Xu, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 173901 (2015).
5. C. Hernández-García, A. Picón, J. San Román, and L. Plaja, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 083602 (2013).
6. F. Giammanco, A. Perona, P. Marsili, F. Conti, F. Fidecaro, S. Gozzini, and A. Lucchesini, *Opt. Lett.* **42**, 219 (2017).
7. R. A. Müller, D. Seipt, R. Beerwerth, M. Omigotti, A. Szameit, S. Fritzsche, and A. Surzhykov, *Phys. Rev. A* **94**, 041402 (2016).
8. K. Toyoda, F. Takahashi, S. Takizawa, Y. Tokizane, K. Miyamoto, R. Morita, and T. Omatsu, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 143603 (2013).
9. G. Gariepy, J. Leach, K. T. Kim, T. J. Hammond, E. Frumker, R. W. Boyd, and P. B. Corkum, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 153901 (2014).
10. D. Gauthier, P. R. Ribic, G. Adhikary, A. Camper, C. Chappuis, R. Cucini, L. F. DiMauro, G. Dovillaire, F. Frassetto, R. Généaux, P. Miotti, L. Poletto, B. Ressel, C. Spezzani, M. Stupar, T. Ruchon, and G. De Ninno, *Nat. Commun.* **8**, 14971 (2017).
11. O. Delmas, M. Pittman, K. Cassou, O. Guilbaud, S. Kazamias, G. V. Cojocaru, O. Neveu, J. Demailly, E. Baynard, D. Ursescu, and D. Ros, *Opt. Lett.* **39**, 6102 (2014).
12. O. Guilbaud, G. V. Cojocaru, L. Li, O. Delmas, R. G. Ungureanu, R. A. Banici, S. Kazamias, K. Cassou, O. Neveu, J. Demailly, E. Baynard, M. Pittman, A. L. Marec, A. Klisnick, P. Zeitoun, D. Ursescu, and D. Ros, *Opt. Lett.* **40**, 4775 (2015).
13. N. Barbieri, M. Weidman, G. Katona, M. Baudelet, Z. Roth, E. Johnson, G. Siviloglou, D. Christodoulides, and M. Richardson, *J. Opt. Soc. Am. A* **28**, 1462 (2011).
14. J. M. Hickmann, E. J. S. Fonseca, W. C. Soares, and S. Chávez-Cerda, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 053904 (2010).
15. S. Kazamias, F. Weihe, D. Douillet, C. Valentin, T. Planchon, S. Sebban, G. Grillon, F. Augé, D. Hulin, and Ph. Balcou, *Eur. Phys. J. D* **21**, 353 (2002).
16. E. Meltchakov, C. Hecquet, M. Roulliay, S. De Rossi, Y. Menesguen, A. Jérôme, F. Bridou, F. Varniere, M.-F. Ravet-Krill, and F. Delmotte, *Appl. Phys. A* **98**, 111 (2009).
17. M. Zürch, C. Kern, P. Hansinger, A. Dreischuh, and C. Spielmann, *Nat. Phys.* **8**, 743 (2012).
18. P. Mercère, P. Zeitoun, M. Idir, S. L. Pape, D. Douillet, X. Levecq, G. Dovillaire, S. Bucourt, K. A. Goldberg, P. P. Naulleau, and S. Rekawa, *Opt. Lett.* **28**, 1534 (2003).
19. P. Zeitoun, G. Faivre, S. Sebban, T. Mocek, A. Hallou, M. Fajardo, D. Aubert, P. Balcou, F. Burgy, D. Douillet, S. Kazamias, G. de Lachèze-Murel, T. Lefrou, S. le Pape, P. Mercère, H. Merdji, A. S. Morlens, J. P. Rousseau, and C. Valentin, *Nature* **431**, 426 (2004).
20. K. Sueda, G. Miyaji, N. Miyanaga, and M. Nakatsuka, *Opt. Express* **12**, 3548 (2004).
21. W. Southwell, *J. Opt. Soc. Am.* **70**, 998 (1980).
22. L. Rego, J. S. Román, A. Picón, L. Plaja, and C. Hernández-García, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 163202 (2016).
23. S. Kazamias, D. Douillet, F. Weihe, C. Valentin, A. Rousse, S. Sebban, G. Grillon, F. Augé, D. Hulin, and P. Balcou, *Phys. Rev. Lett.* **90**, 193901 (2003).
24. A. Depresseux, E. Oliva, J. Gautier, F. Tissandier, G. Lambert, B. Vodungbo, J.-P. Goddet, A. Tafzi, J. Nejd, M. Kozlova, G. Maynard, H. T. Kim, K. T. Phuoc, A. Rousse, P. Zeitoun, and S. Sebban, *Phys. Rev. Lett.* **115**, 083901 (2015).
25. Y. Wang, E. Granados, F. Pedaci, D. Alessi, B. Luther, M. Berrill, and J. J. Rocca, *Nat. Photonics* **2**, 94 (2008).



# Optics Letters

## Highly multimodal structure of high topological charge extreme ultraviolet vortex beams

F. SANSON,<sup>1,2,\*</sup> A. K. PANDEY,<sup>1</sup> I. PAPAGIANNOULI,<sup>1</sup> F. HARMS,<sup>3</sup> G. DOVILLAIRE,<sup>3</sup> E. BAYNARD,<sup>4</sup> J. DEMAILLY,<sup>1</sup> O. GUILBAUD,<sup>1</sup> B. LUCAS,<sup>1</sup> O. NEVEU,<sup>1</sup> M. PITTMAN,<sup>4</sup> D. ROS,<sup>1</sup> M. RICHARDSON,<sup>5</sup> E. JOHNSON,<sup>6</sup> W. LI,<sup>6</sup> PH. BALCOU,<sup>7</sup> AND S. KAZAMIAS<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Université Paris-Saclay, CNRS, Laboratoire de physique des gaz et des plasmas, 91405 Orsay, France

<sup>2</sup>Amplitude Laser Group, Scientific Business Unit – Lisses Operations, 2/4 rue du Bois Chaland, 91090 Lisses, France

<sup>3</sup>Imagine Optic, 18, rue Charles de Gaulle, 91400 ORSAY, France

<sup>4</sup>Université Paris-Saclay, CNRS, LASERIX, Centre Laser Université Paris Sud, 91405 Orsay, France

<sup>5</sup>University of Central Florida, 4304 Scorpius Street, Orlando, Florida 32816-2700, USA

<sup>6</sup>Clemson University, Department of Electrical & Computer Engineering, Clemson, South Carolina 29634, USA

<sup>7</sup>Université de Bordeaux, CNRS, CEA; Centre Lasers Intenses et Applications (CELIA), UMR 5107, 33405 Talence, France

\*Corresponding author: [fabrice.sanson@u-psud.fr](mailto:fabrice.sanson@u-psud.fr)

Received 15 May 2020; revised 24 July 2020; accepted 28 July 2020; posted 28 July 2020 (Doc. ID 397206); published 24 August 2020

**Optical beams carrying orbital angular momentum are a very active field of research for their prospective applications, especially at short wavelengths. We consider here such beams produced through high-harmonic generation (HHG) in a rare gas and analyze the characterization of their high-charge vortex structure by an extreme ultraviolet Hartmann wavefront sensor. We show that such HHG beams are generally composed of a set of numerous vortex modes. The sensitivity of the intensity and phase of the HHG beam to the infrared laser aberrations is investigated using a deformable mirror.** © 2020 Optical Society of America

<https://doi.org/10.1364/OL.397206>

Recent works on structured exotic coherent light sources for a wide range of applications have proved the capability of several processes to produce beams carrying orbital angular momentum (OAM) for a large set of wavelengths: from infrared (IR) to extreme ultraviolet (EUV). Experimental demonstrations were done with visible and IR light by using metasurfaces [1], Hermite Gaussian conversion with cylindrical lenses converters [2,3], Q plates [4], spatial light modulators [5,6], digital micromirror devices [7], spiral phaseplates [8–10], axicons, or combinations of these techniques [11,12].

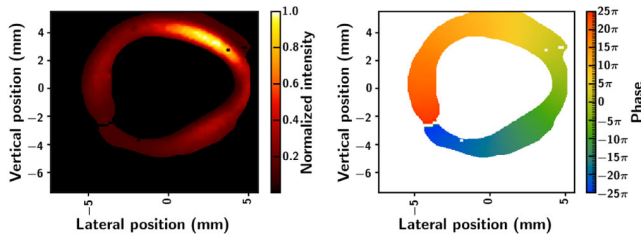
Some of these techniques were efficiently applied to femtosecond IR pulses to produce vortex beams in the EUV domain via high-order harmonic generation (HHG) in rare gases [13,14] or on surfaces [15,16]. They are considered as first approximations of pure Laguerre–Gaussian (LG) modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{l,p}$  with  $l$  and  $p$  being the azimuthal and radial quantum numbers. Experimental measurements of the OAM  $l_q$  for the  $q^{\text{th}}$  harmonic order of a laser driving field with  $l_{IR} = 1$  inferred  $l_q \approx q$  from indirect methods, thus confirming the theoretical predictions by [17] concerning the stability of OAM with regards to the propagation effects [18]. However, the still crude nature of the experimental methods used so far on high-order orbital

beams are unable to ascertain whether the  $l_q = q$  expectation is exactly satisfied; studies on low-order orbital beams have hinted at an increased complexity of real vortex beams [19,20]. Based on a direct method, we present here a full characterization of the OAM structure for the 25th harmonic of an IR driving field with  $l_{IR} = 1$  and unravel for the first time, to the best of our knowledge, its full complexity at high orders.

The characterization of a high-order vortex structure is indeed a non-trivial task, especially in the EUV domain: in pioneering studies, an interferometric method was presented by [21] but limited to low  $l$  orders; another method was proposed in Ref. [22] based on the comparison between the experimental intensity profile and the known radial profiles of pure LG modes. The ratio of the ring inner radius by the outer one yields a shape-derived value for  $l$ . Unfortunately, around  $l = 25$ , this spatial parameter cannot be ascertained with an accuracy better than  $5/l$  orders.

For a refined analysis, our experimental characterization was based on a key objective and device: a complete characterization of the EUV beam by means of an EUV Hartmann sensor (or HASO). Use of such an EUV HASO was first, to the best of our knowledge, proposed in Ref. [23] and extended by us to high orders, until 25 [24]. The EUV HASO features a  $72 \times 72$  matrix of sampling points in the EUV, yielding at each point the beam intensity and the wavevector direction with an angular accuracy of  $0.1 \mu\text{rad}$ , resulting in a wavefront absolute resolution of  $\lambda/50$  at 30 nm.

The main experimental setup is identical to that of our previous letter (Fig. 1 of [24]). The driving laser field is a titanium sapphire operating at 815 nm wavelength and 80 fs pulse duration. A  $l = 1$  vortex phase plate is inserted in the beam, followed after 1 m by an 11 mm iris. The laser energy after it is 3.6 mJ. A 0.9 m focal length lens, located 0.2 m after the iris, focuses the beam onto a 10 mm long gas cell filled with a pressure of 23 mbar of argon, placed at the focus, to generate high harmonics. The laser and the harmonics then co-propagate up to



**Fig. 1.** Reconstructed intensity (left) and phase (right) for the 25th harmonic optical vortex.

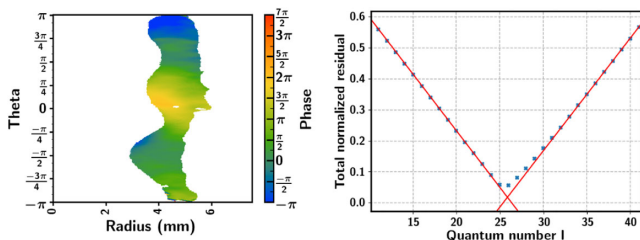
a thin aluminum filter, opaque to the IR, while transmitting most of the EUV without wavefront distortion. The 25th-order harmonic is sent to the EUV HASO by a multilayer mirror, acting as a spectral filter centered at 32.6 nm, with a 5 nm bandwidth. The distance between the cell and the EUV HASO is  $1.96 \pm 4$  cm.

Figure 1 shows one of the best EUV beams measured on the HASO, for which we inferred the phase using the Southwell [25] algorithm implemented in the proprietary software. The global phase variation (peak to valley) along the ring is around  $25\lambda$ . In different experimental runs corresponding to slightly different conditions, we have measured global phase changes over the ring lower or equal to  $25\lambda$ .

The quality of the data from the HASO, with a complete two-dimensional (2D) mapping of the complex field  $E(r, \theta)$ , allows us to proceed digitally to a full numerical analysis of the modal content of the beam, both in terms of angular and radial modes, with the following procedure.

All data are first transformed from four times oversampled cartesian  $(x, y)$  to polar coordinates  $(r, \theta)$  in order to easily unwrap the azimuthal phase and set the beginning of phase calculation ( $\theta = 0$ ). The center of the beam ( $r = 0$ ) is taken as the point minimizing the sum of distances to all data points, defined as those whose detected intensity is above a noise threshold. Figure 2 shows the unwrapped phase profile corresponding to the beam in Fig. 1 obtained when subtracting a reference phase variation corresponding to an azimuthal order  $l_q = 26$ , which is the integer that minimizes the phase residual. The right part shows in blue the phase residual after removing  $l\theta$  for different  $l$ : this indicates that the minimum residual is not zero and even almost constant for  $l$  between 24 and 27. This proves that the experimental phase profile cannot correspond to a single vortex mode but is actually composed of several modes.

We then perform an azimuthal Fourier transform on the sensor data, as in Ref. [20]:



**Fig. 2.** Phase residual after removing  $26\theta$  (left). 2D integral of the absolute phase residual after removing  $l\theta$  to the data, normalized by the value obtained for  $l = 1$  (right). Red fits are crossing at 25.85.

$$c_l(r) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} E(r, \theta) e^{il\theta} d\theta. \quad (1)$$

The normalized weight of each azimuthal mode  $l$  is given by the radial integration,

$$P(l) = \frac{\int_0^\infty |c_l|^2 r dr}{\sum_l \int_0^\infty |c_l|^2 r dr}. \quad (2)$$

Each azimuthal mode  $l$  corresponds to a set of radial modes  $(l, p)$ . The complete 2D mode description is obtained via the  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  projection:

$$P_{l,p} = \left| \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \mathbf{E}(r, \theta)^* * \mathcal{L}\mathcal{G}_{l,p} r dr d\theta \right|^2. \quad (3)$$

The number of  $(l, p)$  modes for which  $P_{l,p}$  can be calculated is theoretically infinite, but, practically, only a finite set of modes corresponds to non-negligible values: this constitutes a complete description of the experimental vortex.

Once the center is fixed, the Fourier azimuthal decomposition is unique. However, as outlined in Ref. [26], the radial decomposition is not unique, as it depends on the waist  $w(z)$  chosen for the description of the  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  base. This choice has an impact on the number of  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  modes necessary to describe a beam. We use the fact that the radius  $r_{\max}$  of maximum intensity for the harmonic ring coincides at the source with the one of the IR vortex. The waist value corresponding to  $r_{\max}$  for a given  $l_q$  is therefore  $w_{l_q} = r_{\max} \sqrt{\frac{2}{l_q}}$ .

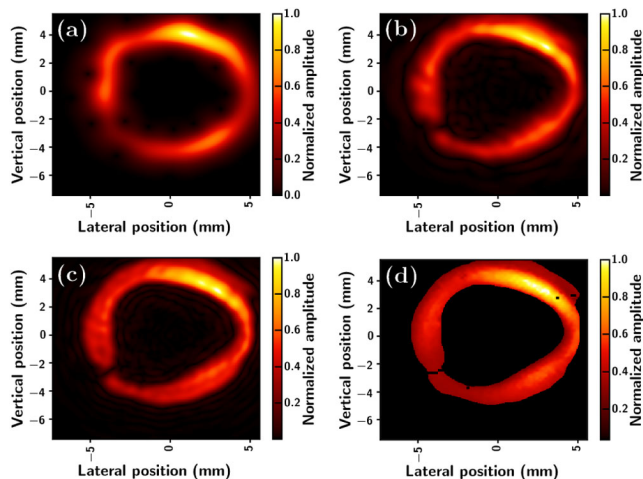
For the  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  base definition, we calculate the waist  $w_{l_q} = 16.7 \mu\text{m}$  from  $r_{\max}$  with  $l_q$  taken as the closest integer to the average  $l$  in the azimuthal Fourier transform:  $l_q = 24$ . The  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  base is thus constructed with a constant waist  $w_{l_q=24}$  and a  $l$  range between 1 and 51 symmetric around 25, with zero order included in the range. An alternative approach, with waist values scaling as  $1/\sqrt{l}$ , turns out to yield poorer decompositions, meaning an increased number of  $p$  components necessary to describe the experimental profiles.

Figure 3 shows that a correct modal analysis of the reference experimental beam from Fig. 1 requires the summation of a minimum of five  $p$  values ( $p = 0, 1, 2, 3, 4$ ). A single value of  $p$  is obviously not appropriate to describe a HHG vortex beam; this is related to the highly non-linear and non-perturbative nature of the HHG process [27].

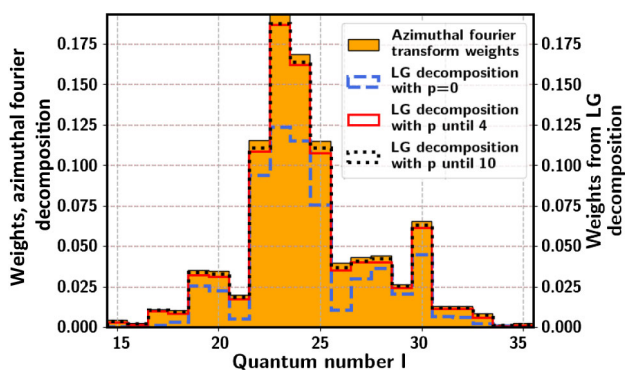
Figure 4 presents a quantitative comparison of the results obtained for the beam of Fig. 3 as a function of  $l$  with both methods: azimuthal Fourier transform (orange histograms, intrinsically independent of  $p$  and waist choice), in blue the  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  decomposition for  $p = 0$  only, in red the sum for  $p$  from 0 to 4, and in black from 0 to 10. The  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  sum with  $p = 0$  to 10 (and even only with  $p = 0$  to 4) is really accurate, unlike the one with  $p = 0$  only. Note also that choosing smaller or larger values of the waist  $w_{l_q}$  results in slower and asymmetric convergence with  $p$  between the low- $l$  and high- $l$  sides of Fig. 4; any significant shift in the analysis central point results in a drop in the  $p = 0$  component weight and slower convergence.

This shows the relevance of our center and waist definitions, and that an EUV HASO with appropriate data post-processing is a powerful tool to recover complex beam information, as is illustrated in Fig. 5, comparing experimental and  $\mathcal{L}\mathcal{G}$ -reduced data at the sensor plane [(a) and (b)], and back-propagated

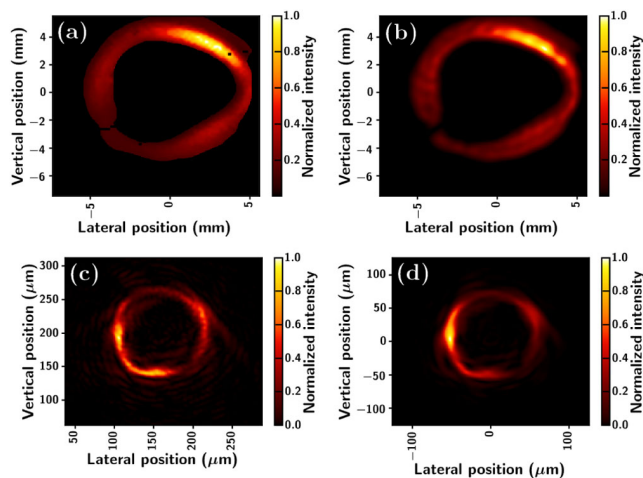




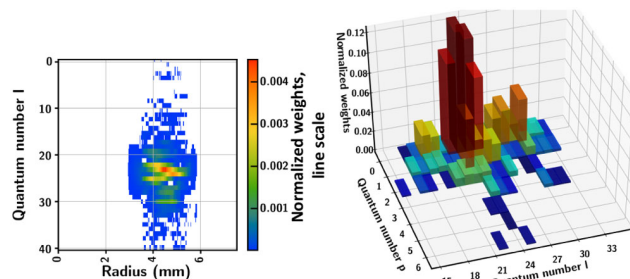
**Fig. 3.** (a)–(c) Evolution of reconstructed amplitudes as an increasing number of  $p$  orders are summed. (a)  $p = 0$  only; (b)  $p$  from 0 to 4; (c)  $p$  from 0 to 10. (d) Experimental result.  $l$  orders from 1 to 51 are included in the reconstructions.



**Fig. 4.** Comparison between  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  decomposition for an increasing number of radial modes and azimuthal Fourier transform.



**Fig. 5.** (a), (c) Comparison between intensity profiles from experimental data and (b), (d) from  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  decomposition, either at (a), (b) the detection plane or retro-propagated numerically to the source plane (c) by a full PSF algorithm and (d) by a  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  approach.



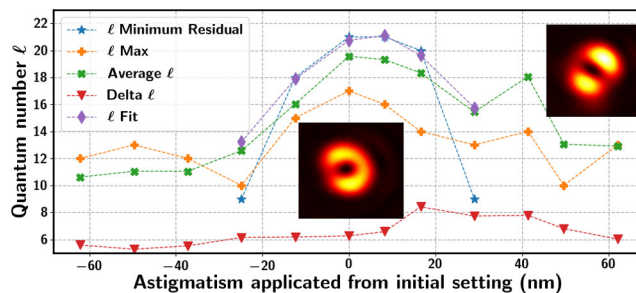
**Fig. 6.**  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  decomposition on  $l$  and  $p$  (right) and azimuthal Fourier transform on  $l$  and radius (left).

profiles at the source plane computed with an extensive point spread function (PSF) algorithm (c) to that obtained via a  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  reconstruction (d).

Discussions on  $l$  distributions, such as that shown in Fig. 6, often require the intuitive notion of central  $l$ , for which we may propose four definitions. Two are based on the azimuthal analysis of the complex field:  $l_{\text{MAX}}$  as the maximum of the azimuthal distribution (23 in Fig. 6), and the average  $l$  (here 24.3) with its corresponding standard deviation  $\Delta l$  (4.4). They can be compared to estimates from the pure phase data, with the  $l$  value giving the lowest phase residual as in Fig. 2 (here 25.8), or the best fit to the radially integrated  $\theta$ -dependent phase (here 25.5).

Both azimuthal Fourier analysis and  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  decomposition also allow us to perform a 2D spatial analysis of the experimental vortex. The azimuthal Fourier distribution, displayed in Fig. 6 (left), shows that the width of the  $l$  distribution may vary radially; and a three-dimensional (3D) plot of the  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  decomposition [Fig. 6 (right)] suggests that the number of significant radial modes  $p$  increases around the central  $l$  value. This confirms the superiority of these methods over simpler ones to analyze the multimodal structure of the HHG beam.

The role of residual laser aberrations on the modal structure of HHG vortex beams has been studied with a deformable mirror coupled to a wavefront sensor, inducing a controlled level of astigmatism on the pump beam. The initial setting corresponds to a static correction applied after an optimization loop on the IR laser focus. Figure 7 shows how the central  $l$ , defined by the four methods we introduced, is affected by astigmatism. Disregarding the lower  $l$  values obtained in this run, which may be due either to slightly different experimental conditions or to a possible systematic calibration offset on the EUV HASO in this campaign, Fig. 7 shows that even a small level of astigmatism



**Fig. 7.** Blue star, minimum phase residual  $l$ ; purple diamond, linear regression  $l$  from  $\theta$ -dependent phase; orange and green crosses,  $l_{\text{MAX}}$  and average  $l$  from azimuthal Fourier transform; red triangle, standard deviation  $\Delta l$ . Abscissa, RMS added astigmatism on the full beam.

changes, very significantly, the central  $l$  value: up to 10  $l$  orders for an astigmatism level of  $\lambda/40$ . The focused laser profiles are shown in the central (optimal beam) and top right insets (maximally aberrated beam).

Whatever the  $l$  definition, the global behavior is the same, and, whereas no significant widening of  $\Delta l$  with increasing astigmatism is observed, the less aberrant IR beam provides the  $l$  value closest to the theoretical prediction ( $q l_{IR} = 25$ ). For IR astigmatism larger than 30 nm ( $\lambda/30$ ), the simple phase-only methods are unable to properly describe the beam. In the presence of IR astigmatism and/or with some residual zero-order Gaussian mode ( $l = 0$ ) coming from the non-ideal phase plate conversion [10], the IR photons may carry different individual values of  $l$ . From the quantum approach of phase matching [28], the  $l$  value for a harmonic photon is the sum of those of all the absorbed IR photons (25 for the 25th-harmonic order) and may differ from  $l_q = q$ . In terms of  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  modes, the astigmatism can be described as the creation of  $l$  sidebands, leading to a non-pure OAM driving field that strongly influences the HHG modal decomposition.

As a conclusion, we demonstrated that even for a harmonic vortex obtained via adaptative optic optimization of the IR pump beam, the modal decomposition is quite large in terms of OAM (azimuthal  $l$  and radial  $p$  values). This appears unavoidable considering the process used to generate the IR vortex source [8–10]. Furthermore, the non-linear harmonic generation process in the presence of residual astigmatism can be seen to induce additional  $l$  bands to the initial IR spectrum, whose effect is described in Ref. [29]. We showed that our experimental approach using an EUV HASO is able to describe efficiently the highly multimodal vortex structure, and that previous analyses based on monomode hypothesis were first-order approximations representing only a few percent of the total beam energy for experimental HHG beams. We presented different possible definitions of the  $l$  value and consider that the average  $l$  from the azimuthal Fourier transform is the most significant since it takes into account both the phase and intensity 2D dependence. This is the macroscopic expression of the superposition of a wide spectrum of integer  $l$  values.

The exact mode distribution may be sensitive to instrumentation and post-processing issues such as waist or center determination, but always displays a consistent span  $\pm\Delta l$  of angular momenta, showing the intrinsically multimodal nature of the HHG vortex beam.

Finally, our analysis method gives access to  $l$  radial dependency that will allow us to study the effects of the HHG atomic process and phase matching on the multimodal structure of the beam, especially in the cases when several rings can clearly be distinguished on the images. Conversely, the use of a deformable mirror could be a way to produce the shape of the IR driving field that would minimize the EUV mode spreading from HHG.

**Funding.** Army Research Office; Conseil Régional, Île-de-France (PULSEX, CPER, POLA); Université Paris-Saclay (ERM, LIDEX, OPT2X).

**Acknowledgment.** The vortex optic was developed with the help of the U.S. Army Research Office. Support was provided by the IDEX Paris-Saclay (Lidex Opt2X) and ERM projects and Région Ile-de-France (projects Pulse-X and CPER-POLA) for the wavefront devices. The authors thank the CEMOX

installation at IOGS Palaiseau for the multilayer optics and Amplitude Laser Group for PhD funding.

**Disclosures.** F. S., Amplitude Laser Group (F, E); F. H., G. D., Imagine Optic (E); M. R., US Army Research Office (F).

## REFERENCES

- L. Huang, X. Song, B. Reineke, T. Li, X. Li, J. Liu, S. Zhang, Y. Wang, and T. Zentgraf, *ACS Photon.* **4**, 338 (2017).
- L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. Spreeuw, and J. Woerdman, *Phys. Rev. A* **45**, 8185 (1992).
- R. Uren, S. Beecher, C. R. Smith, and W. A. Clarkson, *IEEE J. Quantum Electron.* **55**, 1700109 (2019).
- A. Rubano, F. Cardano, B. Piccirillo, and L. Marrucci, *J. Opt. Soc. Am. B* **36**, D70 (2019).
- T. W. Clark, R. F. Offer, S. Franke-Arnold, A. S. Arnold, and N. Radwell, *Opt. Express* **24**, 6249 (2016).
- T. Ando, Y. Ohtake, N. Matsumoto, T. Inoue, and N. Fukuchi, *Opt. Lett.* **34**, 34 (2009).
- Y.-X. Ren, R.-D. Lu, and L. Gong, *Ann. Phys.* **527**, 447 (2015).
- M. Beijersbergen, *Opt. Commun.* **112**, 321 (1994).
- K. Sueda, G. Miyaji, N. Miyajima, and M. Nakatsuka, *Opt. Express* **12**, 3548 (2004).
- A. Longman and R. Fedosejevs, *Opt. Express* **25**, 17382 (2017).
- G. Machavariani, N. Davidson, E. Hasman, S. Blit, A. Ishaaya, and A. Friesem, *Opt. Comm.* **209**, 265 (2002).
- Y. Shen, X. Wang, Z. Xie, and X. Yuan, *Light Sci. Appl.* **8**, 90 (2019).
- G. Gariepy, J. Leach, K. T. Kim, T. J. Hammond, E. Frumker, R. W. Boyd, and P. B. Corkum, *Phys. Rev. Lett.* **113**, 153901 (2014).
- R. Généaux, A. Camper, T. Auguste, O. Gobert, J. Caillat, R. Taeb, and T. Ruchon, *Nat. Commun.* **7**, 12583 (2016).
- A. Denoëud, L. Chopineau, A. Leblanc, and F. Quéré, *Phys. Rev. Lett.* **118**, 033902 (2017).
- X. Zhang, B. Shen, Y. Shi, X. Wang, L. Zhang, W. Wang, J. Xu, L. Yi, and Z. Xu, *Phys. Rev. Lett.* **114**, 173901 (2015).
- C. Hernández-García, A. Picón, J. San Román, and L. Plaja, *Phys. Rev. Lett.* **111**, 083602 (2013).
- P. R. Ribič, B. Rösner, D. Gauthier, E. Allaria, F. Döring, L. Foglia, L. Giannessi, N. Mahne, M. Manfredda, C. Masciovecchio, R. Mincigrucci, N. Mirian, E. Principi, E. Roussel, A. Simoncig, S. Spampinati, C. David, and G. De Nino, *Phys. Rev. X* **7**, 031036 (2017).
- A. Y. Bekshaev and A. I. Karamoch, *Opt. Commun.* **281**, 1366 (2008).
- A. D'Errico, R. D'Amelio, B. Piccirillo, F. Cardano, and L. Marrucci, *Optica* **4**, 1350 (2017).
- F. Kong, C. Zhang, F. Bouchard, Z. Li, G. G. Brown, D. H. Ko, T. Hammond, L. Arissian, R. W. Boyd, E. Karimi, and P. B. Corkum, *Nat. Commun.* **8**, 14970 (2017).
- J. Zhang, S.-J. Huang, F.-Q. Zhu, W. Shao, and M.-S. Chen, *Appl. Opt.* **56**, 3556 (2017).
- D. Gauthier, P. R. Ribič, G. Adhikary, A. Camper, C. Chappuis, R. Cucini, L. DiMauro, G. Dovillaire, F. Frassetto, R. Généaux, P. Miotti, L. Poletto, B. Ressel, C. Spezzani, M. Stupar, T. Ruchon, and G. De Nino, *Nat. Commun.* **8**, 14971 (2017).
- F. Sanson, A. Pandey, F. Harms, G. Dovillaire, E. Baynard, J. Demailly, O. Guilbaud, B. Lucas, O. Neveu, M. Pittman, D. Ros, M. Richardson, E. Johnson, W. Li, P. Balcou, and S. Kazamias, *Opt. Lett.* **43**, 2780 (2018).
- W. H. Southwell, *J. Opt. Soc. Am.* **70**, 998 (1980).
- G. Vallone, *Opt. Lett.* **42**, 1097 (2017).
- R. Généaux, C. Chappuis, T. Auguste, S. Beaulieu, T. T. Gorman, F. Lepetit, L. F. DiMauro, and T. Ruchon, *Phys. Rev. A* **95**, 051801 (2017).
- P. Balcou, P. Salières, A. L'Huillier, and M. Lewenstein, *Phys. Rev. A* **55**, 3204 (1997).
- L. Rego, J. San Román, A. Picón, L. Plaja, and C. Hernández-García, *Phys. Rev. Lett.* **117**, 163202 (2016).

## J.2. Highly multimodal structure of high topological charge EUV vortex beams

---

# Bibliographie

- [1] PN LEBEDEV : Experimental examination of light pressure. *Nuovo Cimento*, 15(195):195, 1883.
- [2] Ernest Fox NICHOLS et Gordon Ferrie HULL : A preliminary communication on the pressure of heat and light radiation. *Physical Review (Series I)*, 13(5):307, 1901.
- [3] Morton L SCHAGRIN : Early observations and calculations on light pressure. *American journal of physics*, 42(11):927–940, 1974.
- [4] Max PLANCK : On the law of distribution of energy in the normal spectrum. *Annalen der physik*, 4(553):1, 1901.
- [5] Arthur H. COMPTON : A quantum theory of the scattering of x-rays by light elements. *Phys. Rev.*, 21:483–502, May 1923.
- [6] John Henry POYNTING : The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circularly polarised light. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 82(557):560–567, 1909.
- [7] H. HE, M. E. J. FRIESE, N. R. HECKENBERG et H. RUBINSZTEIN-DUNLOP : Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity. *Phys. Rev. Lett.*, 75:826–829, Jul 1995.
- [8] V. GARCÉS-CHÁVEZ, D. MCGLOIN, M. J. PADGETT, W. DULTZ, H. SCHMITZER et K. DHOLAKIA : Observation of the transfer of the local angular momentum density of a multiringed light beam to an optically trapped particle. *Phys. Rev. Lett.*, 91:093602, Aug 2003.
- [9] Gregory FOO, David M. PALACIOS et Grover A. SWARTZLANDER : Optical vortex coronagraph. *Opt. Lett.*, 30(24):3308–3310, Dec 2005.
- [10] Qingsong ZHAO, Shiqi HAO, Yong WANG, Lei WANG et Chenlu XU : Orbital angular momentum detection based on diffractive deep neural network. *Optics Communications*, 443:245–249, 2019.
- [11] R GÉNEAUX, A CAMPER, T AUGUSTE, O GOBERT, J CAILLAT, R TAÏËB et Thierry RUCHON : Synthesis and characterization of attosecond light vortices in the extreme ultraviolet. *Nature communications*, 7:12583, 2016.

- 
- [12] Laura REGO, Kevin M DORNEY, Nathan J BROOKS, Quynh L NGUYEN, Chen-Ting LIAO, Julio SAN ROMÁN, David E COUCH, Allison LIU, Emilio PISANTY, Maciej LEWENSTEIN *et al.* : Generation of extreme-ultraviolet beams with time-varying orbital angular momentum. *Science*, 364(6447):eaaw9486, 2019.
- [13] T DITMIRE, T DONNELLY, RW FALCONE et MD PERRY : Strong x-ray emission from high-temperature plasmas produced by intense irradiation of clusters. *Physical review letters*, 75(17):3122, 1995.
- [14] Sophie KAZAMIAS-MOUCAN : Des sources xuv cohérentes aux applications.
- [15] P FOURCADE, D ROS, Ph ZEITOUN, D BENREDJEM, A CARILLON, S HUBERT, A KLISNICK et G JAMELOT : Sequential pumping in ne-like iron. multiple irradiation of x-ray lasers. *Le Journal de Physique IV*, 11(PR2):Pr2-147, 2001.
- [16] Ph ZEITOUN, Gabriel FAIVRE, Stéphane SEBBAN, Tomas MOCEK, A HALLOU, Marta FAJARDO, D AUBERT, Ph BALCOU, Frédéric BURGY, D DOUILLET *et al.* : A high-intensity highly coherent soft x-ray femtosecond laser seeded by a high harmonic beam. *Nature*, 431(7007):426-429, 2004.
- [17] PA FRANKEN, AE HILL, C.W. PETERS et G. WEINREICH : Generation of optical harmonics. *Physical Review Letters*, 7(4):118-119, 1961.
- [18] Ali JAVAN, William R BENNETT JR et Donald R HERRIOTT : Population inversion and continuous optical maser oscillation in a gas discharge containing a he-ne mixture. *Physical Review Letters*, 6(3):106, 1961.
- [19] A H CHIN, O G CALDERÓN et J KONO : Extreme midinfrared nonlinear optics in semiconductors. *Physical review letters*, 86(15):3292-5, Apr 2001.
- [20] Shambhu GHIMIRE, Anthony D DICHIARA, Emily SISTRUNK, Pierre AGOSTINI, Louis F DIMAURO et David A REIS : Observation of high-order harmonic generation in a bulk crystal. *Nature physics*, 7(2):138, 2011.
- [21] Chris B SCHAFFER, Andre BRODEUR et Eric MAZUR : Laser-induced breakdown and damage in bulk transparent materials induced by tightly focused femtosecond laser pulses. *Measurement Science and Technology*, 12(11):1784, 2001.
- [22] Chengbin LI, Donghai FENG, Tianqing JIA, Haiyi SUN, Xiaoxi LI, Shizhen XU, Xiaofeng WANG et Zhizhan XU : Ultrafast dynamics in zno thin films irradiated by femtosecond lasers. *Solid state communications*, 136(7):389-394, 2005.
- [23] G VAMPA et T BRABEC : Merge of high harmonic generation from gases and solids and its implications for attosecond science. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 50(8):083001, 2017.
- [24] GHC NEW et JF WARD : Optical third-harmonic generation in gases. *Physical Review Letters*, 19(10):556, 1967.
- [25] A MCPHERSON, G GIBSON, H JARA, U JOHANN, Ting S LUK, IA MCINTYRE, Keith BOYER et Charles K RHODES : Studies of multiphoton production of vacuum-ultraviolet radiation in the rare gases. *JOSA B*, 4(4):595-601, 1987.

- 
- [26] J WILDENAUER : Generation of the ninth, eleventh, and fifteenth harmonics of iodine laser radiation. *Journal of applied physics*, 62(1):41–48, 1987.
- [27] M FERRAY, Anne L’HUILIER, XF LI, LA LOMPRES, G MAINFRAY et C MANUS : Multiple-harmonic conversion of 1064 nm radiation in rare gases. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 21(3):L31, 1988.
- [28] Nobuhiko SARUKURA, Kiyoshi HATA, Takashi ADACHI, Ryoichi NODOMI, Masayoshi WATANABE et Shuntaro WATANABE : Coherent soft-x-ray generation by the harmonics of an ultrahigh-power krf laser. *Physical Review A*, 43(3):1669, 1991.
- [29] J. J MACKLIN, JD KMETEC et CL GORDON III : High-order harmonic generation using intense femtosecond pulses. *Physical review letters*, 70(6):766, 1993.
- [30] Anne L’HUILIER et Ph BALCOU : High-order harmonic generation in rare gases with a 1-ps 1053-nm laser. *Physical Review Letters*, 70(6):774, 1993.
- [31] Jozsef SERES, E SERES, Aart J VERHOEF, G TEMPEA, Ch STRELI, P WOBRAUSCHEK, V YAKOVLEV, Armin SCRINZI, Ch SPIELMANN et Ferenc KRAUSZ : Laser technology : Source of coherent kiloelectronvolt x-rays. *Nature*, 433(7026):596, 2005.
- [32] Enikoe SERES, Jozsef SERES et Christian SPIELMANN : X-ray absorption spectroscopy in the keV range with laser generated high harmonic radiation. *Applied physics letters*, 89(18):181919, 2006.
- [33] M-C CHEN, P ARPIN, T POPMINTCHEV, M GERRITY, B ZHANG, M SEABERG, D POPMINTCHEV, MM MURNANE et HC KAPTEYN : Bright, coherent, ultrafast soft x-ray harmonics spanning the water window from a tabletop light source. *Physical Review Letters*, 105(17):173901, 2010.
- [34] C HERNÁNDEZ-GARCÍA, JA PÉREZ-HERNÁNDEZ, T POPMINTCHEV, MM MURNANE, HC KAPTEYN, A JARON-BECKER, A BECKER et L PLAJA : Zeptosecond high harmonic keV x-ray waveforms driven by midinfrared laser pulses. *Physical review letters*, 111(3):033002, 2013.
- [35] Olga JAHN, Vyacheslav E LESHCHENKO, Paraskevas TZALLAS, Alexander KESSEL, Mathias KRÜGER, Andreas MÜNZER, Sergei A TRUSHIN, George D TSAKIRIS, Subhendu KAHALY, Dmitrii KORMIN *et al.* : Towards intense isolated attosecond pulses from relativistic surface high harmonics. *Optica*, 6(3):280–287, 2019.
- [36] Antoine COMBY : *Dynamiques ultrarapides de molécules chirales en phase gazeuse*. Thèse de doctorat, Bordeaux, 2019.
- [37] P \_ M PAUL, ES TOMA, P BREGER, Genevieve MULLOT, F AUGÉ, Ph BALCOU, HG MULLER et P AGOSTINI : Observation of a train of attosecond pulses from high harmonic generation. *Science*, 292(5522):1689–1692, 2001.

- 
- [38] Gy FARKAS et Cs TÓTH : Proposal for attosecond light pulse generation using laser induced multiple-harmonic conversion processes in rare gases. *Physics Letters A*, 168(5-6):447–450, 1992.
- [39] Giuseppe SANSONE, Enrico BENEDETTI, Francesca CALEGARI, Caterina VOZZI, Lorenzo AVALDI, Roberto FLAMMINI, Luca POLETTI, P VILLORESI, C ALTUCCI, R VELOTTA *et al.* : Isolated single-cycle attosecond pulses. *Science*, 314(5798):443–446, 2006.
- [40] Jie LI, Xiaoming REN, Yanchun YIN, Kun ZHAO, Andrew CHEW, Yan CHENG, Eric CUNNINGHAM, Yang WANG, Shuyuan HU, Yi WU *et al.* : 53-attosecond x-ray pulses reach the carbon k-edge. *Nature communications*, 8(1):186, 2017.
- [41] Fabien QUÉRÉ et Philippe MARTIN : Vers l’optique à ultra-haute intensité : l’exemple des miroirs plasmas. *Reflets de la Physique*, (19):14–18, 2010.
- [42] Cédric THAURY, F QUÉRÉ, J-P GEINDRE, A LEVY, T CECCOTTI, P MONOT, M BOUGEARD, F RÉAU, P D’OLIVEIRA, P AUDEBERT *et al.* : Plasma mirrors for ultrahigh-intensity optics. *Nature Physics*, 3(6):424, 2007.
- [43] D Von der LINDE, T ENGERS, G JENKE, P AGOSTINI, G GRILLON, E NIBBERING, A MYSYROWICZ et A ANTONETTI : Generation of high-order harmonics from solid surfaces by intense femtosecond laser pulses. *Physical Review A*, 52(1):R25, 1995.
- [44] PA NORREYS, M ZEPF, S MOUSTAIZIS, AP FEWS, Jianjun ZHANG, P LEE, M BAKAREZOS, CN DANSON, A DYSON, Paul GIBBON *et al.* : Efficient extreme uv harmonics generated from picosecond laser pulse interactions with solid targets. *Physical review letters*, 76(11):1832, 1996.
- [45] B DROMEY, S KAR, C BELLEI, DC CARROLL, RJ CLARKE, JS GREEN, S KNEIP, K MARKEY, SR NAGEL, PT SIMPSON *et al.* : Bright multi-keV harmonic generation from relativistically oscillating plasma surfaces. *Physical Review Letters*, 99(8):085001, 2007.
- [46] Jonathan A WHEELER, Antonin BOROT, Sylvain MONCHOCÉ, Henri VINCENTI, Aurélien RICCI, Arnaud MALVACHE, Rodrigo LOPEZ-MARTENS et Fabien QUÉRÉ : Attosecond lighthouses from plasma mirrors. *Nature Photonics*, 6(12):829, 2012.
- [47] S GORDIENKO, A PUKHOV, O SHOROKHOV et T BAEVA : Relativistic doppler effect : Universal spectra and zeptosecond pulses. *Physical review letters*, 93(11):115002, 2004.
- [48] F QUÉRÉ, Cédric THAURY, P MONOT, S DOBOSZ, Ph MARTIN, J-P GEINDRE et P AUDEBERT : Coherent wake emission of high-order harmonics from overdense plasmas. *Physical review letters*, 96(12):125004, 2006.
- [49] Rashid A GANEEV, Ganjaboy S BOLTAEV, Vyacheslav V KIM, Mottamchetty VENKATESH et Chunlei GUO : Comparison studies of high-order harmonic ge-

- 
- neration in argon gas and different laser-produced plasmas. *OSA Continuum*, 2(8):2381–2390, 2019.
- [50] I TOMOV et M RICHARDSON : Fifth-harmonic generation in isotropic media. *IEEE Journal of Quantum Electronics*, 12(9):521–531, 1976.
- [51] A FLETTNER, T PFEIFER, D WALTER, C WINTERFELDT, C SPIELMANN et G GERBER : High-harmonic generation and plasma radiation from water microdroplets. *Applied Physics B*, 77(8):747–751, 2003.
- [52] G Ya SLEPYAN, SA MAKSIMENKO, VP KALOSHA, J HERRMANN, EEB CAMPBELL et IV HERTEL : Highly efficient high-order harmonic generation by metallic carbon nanotubes. *Physical Review A*, 60(2):R777, 1999.
- [53] Martti KAURANEN et Anatoly V ZAYATS : Nonlinear plasmonics. *Nature photonics*, 6(11):737, 2012.
- [54] Heykel AOUANI, Mohsen RAHMANI, Miguel NAVARRO-CÍA et Stefan A MAIER : Third-harmonic-upconversion enhancement from a single semiconductor nanoparticle coupled to a plasmonic antenna. *Nature nanotechnology*, 9(4):290, 2014.
- [55] LW DAVIS : Theory of electromagnetic beams. *Physical Review A*, 19(3):1177, 1979.
- [56] RK ARORA et Z LU : Graphical study of laguerre-gaussian beam modes. *IEE Proceedings-Microwaves, Antennas and Propagation*, 141(3):145–150, 1994.
- [57] Olivier TCHERBAKOFF, E MÉVEL, D DESCAMPS, J PLUMRIDGE et E CONSTANT : Time-gated high-order harmonic generation. *Physical Review A*, 68(4):043804, 2003.
- [58] R LÓPEZ-MARTENS, Johan MAURITSSON, Per JOHNSSON, Anne L’HUILIER, O TCHERBAKOFF, A ZAÏR, E MÉVEL et E CONSTANT : Time-resolved ellipticity gating of high-order harmonic emission. *Physical Review A*, 69(5):053811, 2004.
- [59] Guillaume LAMBERT, Julien GAUTIER, CP HAURI, Ph ZEITOUN, Constance VALENTIN, T MARCHENKO, F TISSANDIER, J Ph GODDET, Maxime RIBIÈRE, G REY *et al.* : An optimized khz two-colour high harmonic source for seeding free-electron lasers and plasma-based soft x-ray lasers. *New journal of physics*, 11(8):083033, 2009.
- [60] Cheng JIN, Gregory J STEIN, Kyung-Han HONG et Chii D LIN : Generation of bright, spatially coherent soft x-ray high harmonics in a hollow waveguide using two-color synthesized laser pulses. *Physical review letters*, 115(4):043901, 2015.
- [61] Leonid V KELDYSH *et al.* : Diagram technique for nonequilibrium processes. *Sov. Phys. JETP*, 20(4):1018–1026, 1965.
- [62] FA ILKOV, JE DECKER et SL CHIN : Ionization of atoms in the tunnelling regime with experimental evidence using hg atoms. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 25(19):4005, 1992.



- 
- [63] MV AMMOSOV, NB DELONE et VP KRAINOV : Tunnelling ionization of complex atoms and of atomic ions in an alternating electromagnetic field. *Soviet Physics-JETP*, 64(6):1191–1194, 1986.
- [64] Nikolai Borisovich DELONE et Vladimir P KRAINOV : Tunneling and barrier-suppression ionization of atoms and ions in a laser radiation field. *Physics-Uspekhi*, 41(5):469, 1998.
- [65] XM TONG et CD LIN : Empirical formula for static field ionization rates of atoms and molecules by lasers in the barrier-suppression regime. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 38(15):2593, 2005.
- [66] AM PERELOMOV, VS POPOV et MV THERENT'EV : Ionization of atoms in an alternating electric field. *Sov. Phys. JETP*, 23(5):924–934, 1966.
- [67] Yu Hang LAI, Junliang XU, Urszula B SZAFRUGA, Bradford K TALBERT, Xiaowei GONG, Kaikai ZHANG, Harald FUEST, Matthias F KLING, Cosmin I BLAGA, Pierre AGOSTINI *et al.* : Experimental investigation of strong-field-ionization theories for laser fields from visible to midinfrared frequencies. *Physical Review A*, 96(6):063417, 2017.
- [68] KC KULANDER, KJ SCHAFER et JL KRAUSE : Dynamics of short-pulse excitation, ionization and harmonic conversion. *In Super-intense laser-atom physics*, pages 95–110. Springer, 1993.
- [69] P.B. CORKUM : Plasma perspective on strong field multiphoton ionization. *Phys.Rev.Lett.*, 71:1994–1997, 1993.
- [70] J. TATE, T. AUGUSTE, H. G. MULLER, P. SALIÈRES, P. AGOSTINI et L. F. DIMAURO : Scaling of wave-packet dynamics in an intense midinfrared field. *Phys. Rev. Lett.*, 98:013901, Jan 2007.
- [71] Philippe BALCOU, Pascal SALIERES, Anne L'HUILLIER et Maciej LEWENSTEIN : Generalized phase-matching conditions for high harmonics : The role of field-gradient forces. *Physical Review A*, 55(4):3204, 1997.
- [72] Mikhail N. POLYANSKIY : Refractive index database. <https://refractiveindex.info>. Accessed on 2020.
- [73] Burton L HENKE, Eric M GULLIKSON et John C DAVIS : X-ray interactions : photoabsorption, scattering, transmission and reflection  $e= 50\text{-}30,000$  eV,  $z= 1\text{-}92$ . *Atomic data and nuclear data tables*, 54(2), 1993.
- [74] E CONSTANT, D GARZELLA, P BREGER, E MÉVEL, Ch DORRER, C LE BLANC, F SALIN et P AGOSTINI : Optimizing high harmonic generation in absorbing gases : Model and experiment. *Physical Review Letters*, 82(8):1668, 1999.
- [75] GV MARR et JB WEST : Absolute photoionization cross-section tables for helium, neon, argon, and krypton in the vuv spectral regions. *Atomic Data and Nuclear Data Tables*, 18(5):497–508, 1976.

- 
- [76] Sameh DABOUSSI : *Accord de phase et quasi-accord de phase en génération d'harmoniques d'ordres élevés : effet de la pression et du guidage laser*. Thèse de doctorat, Paris 11, 2013.
- [77] Sophie KAZAMIAS, D DOUILLET, Frederick WEIHE, C VALENTIN, Antoine ROUSSE, Stéphane SEBBAN, G GRILLON, F AUGÉ, D HULIN et Ph BALCOU : Global optimization of high harmonic generation. *Physical review letters*, 90(19):193901, 2003.
- [78] Tenio POPMINTCHEV, Ming-Chang CHEN, Dimitar POPMINTCHEV, Paul ARPIN, Susannah BROWN, Skirmantas ALIŠAUSKAS, Giedrius ANDRIUKAITIS, Tadas BALČIUNAS, Oliver D MÜCKE, Audrius PUGZLYS *et al.* : Bright coherent ultrahigh harmonics in the kev x-ray regime from mid-infrared femtosecond lasers. *science*, 336(6086):1287–1291, 2012.
- [79] Sophie KAZAMIAS-MOUCAN : *High order harmonic source optimisation for non linear optics in the XUV spectral range*. Theses, Ecole Polytechnique X, janvier 2003.
- [80] Hakan UREY : Spot size, depth-of-focus, and diffraction ring intensity formulas for truncated gaussian beams. *Appl. Opt.*, 43(3):620–625, Jan 2004.
- [81] Olivier EMILE et Janine EMILE : Energy, linear momentum, and angular momentum of light : What do we measure? *Annalen der Physik*, 530(12):1800111, 2018.
- [82] Konstantin Y BLIOKH et Franco NORI : Transverse and longitudinal angular momenta of light. *Physics Reports*, 592:1–38, 2015.
- [83] Konstantin Y BLIOKH, Aleksandr Y BEKSHAEV et Franco NORI : Extraordinary momentum and spin in evanescent waves - supplementary material. *Nature communications*, 5(1):1–8, 2014.
- [84] Alessio D'ERRICO, Raffaele D'AMELIO, Bruno PICCIRILLO, Filippo CARDANO et Lorenzo MARRUCCI : Measuring the complex orbital angular momentum spectrum and spatial mode decomposition of structured light beams. *Optica*, 4(11):1350–1357, 2017.
- [85] Les ALLEN, Marco W BEIJERSBERGEN, RJC SPREEUW et JP WOERDMAN : Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes. *Physical Review A*, 45(11):8185, 1992.
- [86] Marco W BEIJERSBERGEN, Les ALLEN, HELO Van der VEEN et JP WOERDMAN : Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum. *Optics Communications*, 96(1-3):123–132, 1993.
- [87] E ABRAMOCHKIN et V VOLOSTNIKOV : Beam transformations and nontransformed beams. *Optics Communications*, 83(1-2):123–135, 1991.
- [88] Taro ANDO, Yoshiyuki OHTAKE, Naoya MATSUMOTO, Takashi INOUE et Norihiro FUKUCHI : Mode purities of laguerre-gaussian beams generated via complex-

- 
- amplitude modulation using phase-only spatial light modulators. *Opt. Lett.*, 34(1):34–36, Jan ts.
- [89] J LEACH, M R DENNIS, J COURTIAL et M J PADGETT : Vortex knots in light. *New Journal of Physics*, 7:55–55, feb 2005.
- [90] IV BASISTIY, V Yu BAZHENOV, MS SOSKIN et M Vu VASNETSOV : Optics of light beams with screw dislocations. *Optics communications*, 103(5-6):422–428, 1993.
- [91] IV BASISTIY, MS SOSKIN et MV VASNETSOV : Optical wavefront dislocations and their properties. *Optics Communications*, 119(5-6):604–612, 1995.
- [92] NR HECKENBERG, R MCDUFF, CP SMITH et AG WHITE : Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms. *Optics letters*, 17(3):221–223, 1992.
- [93] Ljiljana JANICIJEVIC et Suzana TOPUZOSKI : Fresnel and fraunhofer diffraction of a gaussian laser beam by fork-shaped gratings. *JOSA A*, 25(11):2659–2669, 2008.
- [94] Cédric THAURY : *Génération d’harmoniques d’ordres élevés sur miroir plasma*. Thèse de doctorat, Paris 11, 2008.
- [95] Ludovic CHOPINEAU : *Relativistic attosecond physics on plasma mirrors*. Theses, Université Paris-Saclay, septembre 2019.
- [96] Andrea RUBANO, Filippo CARDANO, Bruno PICCIRILLO et Lorenzo MARRUCCI : Q-plate technology : a progress review. *JOSA B*, 36(5):D70–D87, 2019.
- [97] Lorenzo MARRUCCI, Carlo MANZO et Domenico PAPARO : Optical spin-to-orbital angular momentum conversion in inhomogeneous anisotropic media. *Physical review letters*, 96(16):163905, 2006.
- [98] Lingling HUANG, Xu SONG, Bernhard REINEKE, Tianyou LI, Xiaowei LI, Juan LIU, Shuang ZHANG, Yongtian WANG et Thomas ZENTGRAF : Volumetric generation of optical vortices with metasurfaces. *Acs Photonics*, 4(2):338–346, 2017.
- [99] Darryl NAIDOO, Filippus S ROUX, Angela DUDLEY, Igor LITVIN, Bruno PICCIRILLO, Lorenzo MARRUCCI et Andrew FORBES : Controlled generation of higher-order poincaré sphere beams from a laser. *Nature Photonics*, 10(5):327, 2016.
- [100] MV BERRY, MR JEFFREY et Masud MANSURIPUR : Orbital and spin angular momentum in conical diffraction. *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics*, 7(11):685, 2005.
- [101] Masud MANSURIPUR, Armis R ZAKHARIAN et Ewan M WRIGHT : Spin and orbital angular momenta of light reflected from a cone. *Physical Review A*, 84(3):033813, 2011.

- 
- [102] B. CHIMIER, O. UTÉZA, N. SANNER, M. SENTIS, T. ITINA, P. LASSONDE, F. LÉGARÉ, F. VIDAL et J. C. KIEFFER : Damage and ablation thresholds of fused-silica in femtosecond regime. *Phys. Rev. B*, 84:094104, Sep 2011.
- [103] Carmel ROTSCCHILD, Shachaf ZOMMER, Shulamit MOED, Oren HERSHCOVITZ et Stephen G. LIPSON : Adjustable spiral phase plate. *Appl. Opt.*, 43(12):2397–2399, Apr ts.
- [104] Devinder Pal GHAI : Generation of optical vortices with an adaptive helical mirror. *Applied optics*, 50(10):1374–1381, 2011.
- [105] SSR OEMRAWSINGH, JAW VAN HOUWELINGEN, ER ELIEL, JP WOERDMAN, EJK VERSTEGEN, JG KLOOSTERBOER *et al.* : Production and characterization of spiral phase plates for optical wavelengths. *Applied optics*, 43(3):688–694, 2004.
- [106] MW BEIJERSBERGEN : Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate. *Optics Communications*, 112:321–327, 1994.
- [107] Andrew LONGMAN et Robert FEDOSEJEVS : Mode conversion efficiency to laguerre-gaussian oam modes using spiral phase optics. *Optics express*, 25(15):17382–17392, 2017.
- [108] K SUEDA, G MIYAJI, N MIYANAGA et M NAKATSUKA : Laguerre-gaussian beam generated with a multilevel spiral phase plate for high intensity laser pulses. *Optics express*, 12(15):3548–53, Jul 2004.
- [109] G RUFFATO, M MASSARI et F ROMANATO : Generation of high-order laguerre-gaussian modes by means of spiral phase plates. *Optics letters*, 39(17):5094–5097, 2014.
- [110] Joseph W GOODMAN : *Introduction to Fourier optics*. Roberts and Company Publishers, 2005.
- [111] Yajun LI et Emil WOLF : Focal shift in focused truncated gaussian beams. *Optics Communications*, 42(3):151–156, 1982.
- [112] William H. CARTER et Maurice F. ABURDENE : Focal shift in laguerre-gaussian beams. *J. Opt. Soc. Am. A*, 4(10):1949–1952, Oct 1987.
- [113] Anderson M AMARAL, Edilson L FALCÃO-FILHO et Cid B de ARAÚJO : Distinguishing orbital angular momenta and topological charge in optical vortex beams. *arXiv preprint arXiv :1402.3226*, 2014.
- [114] Anderson M AMARAL, Edilson L FALCÃO-FILHO et Cid B de ARAÚJO : Characterization of topological charge and orbital angular momentum of shaped optical vortices. *Optics express*, 22(24):30315–30324, 2014.
- [115] Christian SCHULZE, Angela DUDLEY, Daniel FLAMM, Michael DUPARRE et Andrew FORBES : Measurement of the orbital angular momentum density of light by modal decomposition. *New Journal of Physics*, 15(7):073025, 2013.
- [116] Jie ZHANG, Su-Juan HUANG, Fu-Quan ZHU, Wei SHAO et Mu-Sheng CHEN : Dimensional properties of laguerre-gaussian vortex beams. *Applied optics*, 56(12):3556–3561, 2017.

- 
- [117] Zhenlin XU, Tao ZHU, Di CHENG, Junling LONG, Ziwei HUANG, Ruifeng LIU, Pei ZHANG, Hong GAO et Fuli LI : Accurate and practical method for characterizing laguerre–gaussian modes. *Applied Optics*, 53(8):1644–1647, 2014.
- [118] H HE, MEJ FRIESE, NR HECKENBERG et H RUBINSZTEIN-DUNLOP : Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity. *Physical review letters*, 75(5):826, 1995.
- [119] Michael MAZILU, Yoshihiko ARITA, Tom VETTENBURG, Juan M. AUÑÓN, Ewan M. WRIGHT et Kishan DHOLAKIA : Orbital-angular-momentum transfer to optically levitated microparticles in vacuum. *Phys. Rev. A*, 94:053821, Nov 2016.
- [120] JM HICKMANN, EJS FONSECA, WC SOARES et S CHÁVEZ-CERDA : Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light’s orbital angular momentum. *Physical review letters*, 105(5):053904, 2010.
- [121] Juarez G. SILVA, Alcenísio J. JESUS-SILVA, Márcio A. R. C. ALENCAR, Jandir M. HICKMANN et Eduardo J. S. FONSECA : Unveiling square and triangular optical lattices : a comparative study. *Opt. Lett.*, 39(4):949–952, Feb 2014.
- [122] Yongxin LIU, Shunhong SUN, Jixiong PU et Baida LÜ : Propagation of an optical vortex beam through a diamond-shaped aperture. *Optics & laser technology*, 45:473–479, 2013.
- [123] Anindya AMBUJ, R VYAS et Surendra SINGH : Diffraction of orbital angular momentum carrying optical beams by a circular aperture. *Optics letters*, 39(19):5475–5478, 2014.
- [124] Xueyu CHEN, An ZHANG, Junmin LIU, Zhiqiang XIE, Mingyang SU, Yanliang HE, Xinxing ZHOU, Yu CHEN, Ying LI, Shuqing CHEN *et al.* : Orbital angular momentum modes identification of optical vortices using binaural circular aperture. *Journal of Optics*, 21(6):065603, 2019.
- [125] Yoshitaka TAIRA et Yoshiki KOHMURA : Measuring the topological charge of an x-ray vortex using a triangular aperture. *Journal of Optics*, 21(4):045604, 2019.
- [126] Alois MAIR, Alipasha VAZIRI, Gregor WEIHS et Anton ZEILINGER : Entanglement of the orbital angular momentum states of photons. *Nature*, 412(6844):313, 2001.
- [127] Gregorius CG BERKHOUT, Martin PJ LAVERY, Johannes COURTIAL, Marco W BEIJERSBERGEN et Miles J PADGETT : Efficient sorting of orbital angular momentum states of light. *Physical review letters*, 105(15):153601, 2010.
- [128] Christian SCHULZE, Sandile NGCOBO, Michael DUPARRÉ et Andrew FORBES : Modal decomposition without a priori scale information. *Optics express*, 20(25):27866–27873, 2012.
- [129] Yongxu LI, Yiping HAN, Zhiwei CUI, Jiajie WANG et Wenjuan ZHAO : Simultaneous identification of the azimuthal and radial mode indices of laguerre-gaussian

- 
- beams using a spiral phase grating. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 53(8):085106, 2019.
- [130] Peifan LIU, Jun YAN, Hao HAO et Ying K WU : Phase retrieval for short wavelength orbital angular momentum beams using knife-edge diffraction. *Optics Communications*, page 126077, 2020.
- [131] HI SZTUL et RR ALFANO : Double-slit interference with laguerre-gaussian beams. *Optics letters*, 31(7):999–1001, 2006.
- [132] Olivier EMILE, Janine EMILE, Bruno Viaris de LESEGNO, Laurence PRUVOST et Christian BROUSSEAU : Analysis of the topological charge of vortex beams using a hole wheel. *EPL (Europhysics Letters)*, 111(3):34001, 2015.
- [133] Praveen KUMAR et Naveen K. NISHCHAL : Modified mach&#x2013;zehnder interferometer for determining the high-order topological charge of laguerre&#x2013;gaussian vortex beams. *J. Opt. Soc. Am. A*, 36(8):1447–1455, Aug 2019.
- [134] John VICKERS, Matt BURCH, Reeta VYAS et Surendra SINGH : Phase and interference properties of optical vortex beams. *Journal of the Optical Society of America. A, Optics, image science, and vision*, 25(3):823–7, Mar 2008.
- [135] Gregorius CG BERKHOUT, Martin PJ LAVERY, Miles J PADGETT et Marco W BEIJERSBERGEN : Measuring orbital angular momentum superpositions of light by mode transformation. *Optics letters*, 36(10):1863–1865, 2011.
- [136] Martin PJ LAVERY, David J ROBERTSON, Anna SPONSELLI, Johannes COURTIAL, Nicholas K STEINHOFF, Glenn A TYLER, Alan E WILLNER et Miles J PADGETT : Efficient measurement of an optical orbital-angular-momentum spectrum comprising more than 50 states. *New Journal of Physics*, 15(1):013024, 2013.
- [137] Pravin VAITY, J BANERJI et RP SINGH : Measuring the topological charge of an optical vortex by using a tilted convex lens. *Physics letters a*, 377(15):1154–1156, 2013.
- [138] Samuel N ALPERIN, Robert D NIEDERRITER, Juliet T GOPINATH et Mark E SIEMENS : Quantitative measurement of the orbital angular momentum of light with a single, stationary lens. *Optics letters*, 41(21):5019–5022, 2016.
- [139] Hai-Long ZHOU, Dong-Zhi FU, Jian-Ji DONG, Pei ZHANG, Dong-Xu CHEN, Xin-Lun CAI, Fu-Li LI et Xin-Liang ZHANG : Orbital angular momentum complex spectrum analyzer for vortex light based on the rotational doppler effect. *Light : Science & Applications*, 6(4):e16251–e16251, 2017.
- [140] Adrián RUELAS, Servando LOPEZ-AGUAYO et Julio C GUTIÉRREZ-VEGA : Wavefront reconstruction of vortex beams via a simplified transport of intensity equation and its symmetry based error reduction. *Journal of Optics*, 21(1):015602, 2018.

- 
- [141] Keisaku YAMANE, Zhili YANG, Yasunori TODA et Ryuji MORITA : Frequency-resolved measurement of the orbital angular momentum spectrum of femtosecond ultra-broadband optical-vortex pulses based on field reconstruction. *New Journal of Physics*, 16(5):053020, 2014.
- [142] Donna STRICKLAND et Gerard MOUROU : Compression of amplified chirped optical pulses. *Optics communications*, 55(6):447–449, 1985.
- [143] Charles E COOK : Pulse compression-key to more efficient radar transmission. *Proceedings of the IRE*, 48(3):310–316, 1960.
- [144] Edmond TREACY : Optical pulse compression with diffraction gratings. *IEEE Journal of quantum Electronics*, 5(9):454–458, 1969.
- [145] Jonas B OHLAND, Udo EISENBARTH, Markus ROTH et Vincent BAGNOUD : A study on the effects and visibility of low-order aberrations on laser beams with orbital angular momentum. *Applied Physics B*, 125(11):202, 2019.
- [146] Ralph W GERCHBERG : A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures. *Optik*, 35:237–246, 1972.
- [147] Y. ESASHI, C.-T. LIAO, B. WANG, N. BROOKS, K. M. DORNEY, C. HERNÁNDEZ-GARCÍA, H. KAPTEYN, D. ADAMS et M. MURNANE : Ptychographic amplitude and phase reconstruction of bichromatic vortex beams. *Opt. Express*, 26(26):34007–34015, Dec 2018.
- [148] L. FREISEM, G. S. M. JANSEN, D. RUDOLF, K. S. E. EIKEMA et S. WITTE : Spectrally resolved single-shot wavefront sensing of broadband high-harmonic sources. *Opt. Express*, 26(6):6860–6871, Mar 2018.
- [149] Roland V SHACK : Production and use of a lecticular hartmann screen. *J. Opt. Soc. Am.*, 61:656–661, 1971.
- [150] Lars SEIFERT, Jan LIESENER et Hans J TIZIANI : The adaptive shack–hartmann sensor. *Optics Communications*, 216(4-6):313–319, 2003.
- [151] S LE PAPE, Ph ZEITOUN, M IDIR, P DHEZ, D ROS, A CARILLON, JJ ROCA et M FRANÇOIS : Wavefront measurements in the soft x-ray range. *The European Physical Journal-Applied Physics*, 20(3):197–203, 2002.
- [152] William H SOUTHWELL : Wave-front estimation from wave-front slope measurements. *JOSA*, 70(8):998–1006, 1980.
- [153] F SANSON, AK PANDEY, F HARMS, G DOVILLAIRE, E BAYNARD, J DEMAILLY, O GUILBAUD, B LUCAS, O NEVEU, M PITTMAN *et al.* : Hartmann wavefront sensor characterization of a high charge vortex beam in the extreme ultraviolet spectral range. *Optics letters*, 43(12):2780–2783, 2018.
- [154] Hugo DACASA, Hélène COUDERT-ALTEIRAC, Chen GUO, Emma KUENY, Filippo CAMPI, Jan LAHL, Jasper PESCHEL, Hampus WIKMARK, Balázs MAJOR, Erik MALM, Domenico ALJ, Katalin VARJÚ, Cord L. ARNOLD, Guillaume

- 
- DOVILLAIRE, Per JOHNSON, Anne L'HUILLIER, Sylvain MACLOT, Piotr RUDAWSKI et Philippe ZEITOUN : Single-shot extreme-ultraviolet wavefront measurements of high-order harmonics. *Opt. Express*, 27(3):2656–2670, Feb 2019.
- [155] Thomas WODZINSKI, Swen KÜNZEL, Jayanath C. P. KOLIYADU, Mukhtar HUSSAIN, Barbara KEITEL, Gareth O. WILLIAMS, Philippe ZEITOUN, Elke PLÖNJES et Marta FAJARDO : High-harmonic generation wave front dependence on a driving infrared wave front. *Appl. Opt.*, 59(5):1363–1370, Feb 2020.
- [156] Evgueni MELTCHAKOV, Christophe HECQUET, Marc ROULLIAY, Sébastien DE ROSSI, Yves MÉNESGUEN, Arnaud JÉRÔME, Françoise BRIDOU, Françoise VARNIERE, M-F RAVET-KRILL et Franck DELMOTTE : Development of al-based multilayer optics for euv. *Applied Physics A*, 98(1):111, 2010.
- [157] Laura REGO, Julio SAN ROMÁN, Antonio PICÓN, Luis PLAJA et Carlos HERNÁNDEZ-GARCÍA : Nonperturbative twist in the generation of extreme-ultraviolet vortex beams. *Physical review letters*, 117(16):163202, 2016.
- [158] M ZÜRCH, C KERN, P HANSINGER, A DREISCHUH et Ch SPIELMANN : Strong-field physics with singular light beams. *Nature Physics*, 8(10):743–746, 2012.
- [159] Giuseppe VALLONE : Role of beam waist in laguerre–gauss expansion of vortex beams. *Opt. Lett.*, 42(6):1997, 2017.
- [160] Romain GÉNEAUX, Céline CHAPPUIS, Thierry AUGUSTE, Samuel BEAULIEU, Timothy T. GORMAN, Fabien LEPETIT, Louis F. DIMAURO et Thierry RUCHON : Radial index of laguerre-gaussian modes in high-order-harmonic generation. *Phys. Rev. A*, 95:051801, May 2017.
- [161] Philippe BALCOU, Pascal SALÉRES, Anne L'HUILLIER et Maciej LEWENSTEIN : Generalized phase-matching conditions for high harmonics : The role of field-gradient forces. *Phys. Rev. A*, 55:3204–3210, Apr 1997.
- [162] Serguei PATCHKOVSKII et Michael SPANNER : High harmonics with a twist. *Nature Physics*, 8(10):707–708, 2012.
- [163] Willi PAUFLER, Birger BÖNING et Stephan FRITZSCHE : High harmonic generation with laguerre–gaussian beams. *Journal of Optics*, 21(9):094001, 2019.
- [164] F. SANSON, A. K. PANDEY, I. PAPAGIANNOULI, F. HARMS, G. DOVILLAIRE, E. BAYNARD, J. DEMAILLY, O. GUILBAUD, B. LUCAS, O. NEVEU, M. PITTMAN, D. ROS, M. RICHARDSON, E. JOHNSON, W. LI, Ph. BALCOU et S. KAZAMIAS : Highly multimodal structure of high topological charge extreme ultraviolet vortex beams. *Opt. Lett.*, 45(17):4790–4793, Sep 2020.
- [165] Fanqi KONG, Chunmei ZHANG, Frédéric BOUCHARD, Zhengyan LI, Graham G BROWN, Dong Hyuk KO, TJ HAMMOND, Ladan ARISSIAN, Robert W BOYD, Ebrahim KARIMI *et al.* : Controlling the orbital angular momentum of high harmonic vortices. *Nature communications*, 8(1):1–6, 2017.
- [166] Bernard MAITTE : Les théories de la lumière dans une science en mouvement. *Reflets de la physique*, (47-48):16–23, 2016.



- 
- [167] Albert EINSTEIN : Zur quantentheorie der strahlung. *Phys. Z.*, 18:121–128, 1917.
- [168] James P GORDON, Herbert J ZEIGER et Charles H TOWNES : The maser—new type of microwave amplifier, frequency standard, and spectrometer. *Physical Review*, 99(4):1264, 1955.
- [169] James P GORDON, Herbert J ZEIGER et Charles H TOWNES : Molecular microwave oscillator and new hyperfine structure in the microwave spectrum of n h 3. *Physical Review*, 95(1):282, 1954.
- [170] A.L. SCHAWLOW et C.H. TOWNES : Infrared and optical masers. *Physical Review*, 112(6):1940, 1958.
- [171] TH MAIMAN : Optical and microwave-optical experiments in ruby. *Physical review letters*, 4(11):564, 1960.
- [172] TH MAIMAN : Stimulated optical radiation in ruby. *Nature*, 187:493–494, 1960.
- [173] Jeff HECHT : A short history of laser development. *Applied optics*, 49(25):F99–F122, 2010.
- [174] COLLECTIF : Le laser, 50 ans de découvertes. *Reflets phys.*, (21), 2010.
- [175] AD WHITE et JD RIGDEN : Continuous gas maser operation in visible. *Proceedings of the Institute of Radio Engineers*, 50(7):1697, 1962.
- [176] Robert N HALL, Gunther E FENNER, JD KINGSLEY, TJ SOLTYS et RO CARLSON : Coherent light emission from gaas junctions. *Physical Review Letters*, 9(9):366, 1962.
- [177] Nick HOLONYAK JR et SF BEVACQUA : Coherent (visible) light emission from ga (as1- x p x) junctions. *Applied Physics Letters*, 1(4):82–83, 1962.
- [178] John Henry POYNTING : Xv. on the transfer of energy in the electromagnetic field. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, (175):343–361, 1884.
- [179] Jeffrey L KRAUSE, Kenneth J SCHAFER et Kenneth C KULANDER : High-order harmonic generation from atoms and ions in the high intensity regime. *Physical Review Letters*, 68(24):3535, 1992.
- [180] Maciej LEWENSTEIN, Ph BALCOU, M Yu IVANOV, Anne L'HUILLIER et Paul B CORKUM : Theory of high-harmonic generation by low-frequency laser fields. *Physical Review A*, 49(3):2117, 1994.
- [181] Maciej LEWENSTEIN, Pascal SALIERES et Anne L'HUILLIER : Phase of the atomic polarization in high-order harmonic generation. *Physical Review A*, 52(6):4747, 1995.
- [182] Kenichi L ISHIKAWA : High-harmonic generation. *Advances in Solid State Lasers Development and Applications*, pages 439–465, 2010.
- [183] F CATOIRE, A FERRÉ, O HORT, A DUBROUIL, L QUINTARD, D DESCAMPS, S PETIT, F BURGY, E MÉVEL, Y MAIRESSE *et al.* : Complex structure of

---

spatially resolved high-order-harmonic spectra. *Physical Review A*, 94(6):063401, 2016.

- [184] Miguel A BANDRES et Julio C GUTIÉRREZ-VEGA : Circular beams. *Optics letters*, 33(2):177–179, 2008.
- [185] Giuseppe VALLONE : On the properties of circular beams : normalization, laguerre–gauss expansion, and free-space divergence. *Optics letters*, 40(8):1717–1720, 2015.
- [186] David E SPENCE, P Np KEAN et Wilson SIBBETT : 60-fsec pulse generation from a self-mode-locked ti : sapphire laser. *Optics letters*, 16(1):42–44, 1991.
- [187] Pierre TOURNOIS : Acousto-optic programmable dispersive filter for adaptive compensation of group delay time dispersion in laser systems. *Optics communications*, 140(4-6):245–249, 1997.
- [188] Thomas OKSENHENDLER, D KAPLAN, P TOURNOIS, GM GREETHAM et F ESTABLE : Intracavity acousto-optic programmable gain control for ultra-wide-band regenerative amplifiers. *Applied Physics B*, 83(4):491, 2006.
- [189] Larry N. THIBOS : Principles of hartmann-shack aberrometry. *In Vision Science and its Applications*, page NW6. Optical Society of America, 2000.
- [190] J HARTMANN : Bermerkungen über den bau und die justierung von spektrographen. *Zeitschrift für Instrumentenkunde*, 20:47, 1900.

Plusieurs des recherches bibliographiques et historiques utiles à ce manuscrit, ont été facilitées par une encyclopédie libre qui, je pense, est trop peu citée alors même que ses contributeurs fournissent des bases importantes par exemple lorsque l'on ne sait pas forcément par où commencer : Wikipédia.

Il en est de même pour certaines sources de savoir qui permettent parfois d'avoir accès à des connaissances qui nous seraient sinon inaccessibles mais qui de par leurs statuts ne sont habituellement pas cités à savoir Sci-Hub et LibGen.

Sûrement plus cité Google Scholar est devenu un outil important quant à la recherche bibliographique, surtout avec l'explosion des publications.

Je souhaitais donc les faire apparaître dans ce manuscrit.

---

# Table des figures

1	Schéma de principe de la génération de laser X en cible solide . . . . .	4
2	Rayonnement ASE du laser X et Laser X injecté. . . . .	5
1.1	Schéma de principe de l'ionisation en régime multiphotonique . . . . .	17
1.2	Schéma de principe de l'ionisation en régime de suppression de barrière .	17
1.3	Schéma d'un spectre harmonique typique selon les régimes de génération	18
1.4	Vue schématique du modèle à trois étapes semi-classique . . . . .	20
1.5	Trajectoires électroniques dans le continuum pour une intensité laser $I = 10^{14} W.cm^{-2}$ à $800nm$ . La recombinaison est possible lorsque la trajectoire recoupe l'axe des abscisses correspondant à la position de l'ion parent. L'échelle de couleur des trajectoires est liée à la quantité d'énergie cinétique acquise par l'électron dans le continuum. . . . .	22
1.6	Schéma de principe de l'accord de phase dans le cas où le milieu gazeux est composé de 3 atomes influencés par le champ générateur $E_d$ au cours de sa propagation. . . . .	26
1.7	Evolution du waist et de la longueur de Rayleigh avec la taille de l'iris pour un faisceau gaussien de $18,7mm$ de diamètre focalisé avec une lentille de longueur focale $1m$ dans un milieu d'indice 1. Selon le modèle d'Urey [80] ou par propagation de Huygens-Fresnel (HF) jusqu'au foyer puis décomposition en modes Laguerre-Gauss et scan le long de $z$ . Dans le second cas le waist est déterminé à environ $0,9\%$ près pour des raisons de grilles numériques, Urey déclare lui avoir une marge d'erreur de $1\%$ , les valeurs HF + erreur rentre totalement dans les valeurs de Urey. Pourtant Urey néglige la translation de focus (sur laquelle nous reviendrons), une légère correction pour la prendre ne compte nous donne les valeurs de la dernière colonne, très proches de Huygens-Fresnel. $z_r$ est elle déterminée à $0.5\%$ près dans le cas de Huygens-Fresnel et semble bien plus cohérente que les résultats issus de Urey si l'on compare avec [79] par exemple. En revanche un calcul depuis le waist d'Urey, en assimilant le faisceau à un gaussien ( $z_r = \pi w_0^2/\lambda$ ), donne des valeurs de $z_r$ proches. Dans la limite d'un iris grand, donc d'une non-coupure du gaussien initial, toutes les valeurs convergent logiquement. Détail des données en annexe Tab.I.1 . . .	31

---

2.1	Front d'onde d'une onde plane polarisée circulairement (A gauche) et front d'onde d'un mode Laguerre-Gauss $l = 1$ collimaté polarisé linéairement (A droite) . . . . .	46
2.2	Variations de phase typiques des modes $\mathfrak{LG}_{l,p}$ selon leurs nombres quantiques, $l$ croissant de 0 à 3 de haut en bas et $p$ croissant de 0 à 3 de gauche à droite. On se place en $z = 0$ pour ne pas voir la phase de courbure ni la phase de Gouy. Obtenus pour un faisceau de diamètre $18,7mm$ . On distingue un nombre de sauts de phases de $2\pi$ égal à $l$ . . . . .	46
2.3	Amplitudes de champ normalisées typiques des modes $\mathfrak{LG}_{l,p}$ selon leurs nombres quantiques, $l$ croissant de 0 à 3 de haut en bas et $p$ croissant de 0 à 3 de gauche à droite. Obtenus pour un faisceau de diamètre $18,7mm$ en $z = 0$ . On distingue un nombre d'anneaux concentriques égal à $p + 1$ . On voit aussi que la taille de la zone centrale augmente avec $l$ tandis qu'elle diminue avec $p$ . . . . .	47
2.4	Evolution du spectre MAO avec le nombre de valeurs de $p$ lorsque le waist choisi n'est pas optimal (choisi trop petit, gauche) et proche de l'optimal (droite). En jaune la transformée de Fourier azimutale donnant le spectre MAO sans problématique de waist. Données issues du traitement d'une génération harmonique avec un mode gaussien converti par une lame de phase. On voit que si on s'arrête au $p = 0$ dans le cas non optimal le spectre MAO n'est plus le bon. Plus le waist est loin de l'optimal plus l'effet est amplifié. Un waist trop grand produit le même effet de manière symétrique. La convergence vers le spectre normal lorsque le waist est non optimal est dissymétrique et effectue un glissement : une convergence plus lente d'un côté que de l'autre du moment central. . . . .	50
2.5	Schéma de principe de la lame de phase en spirale. En rouge la position du saut de phase entre les valeurs extrêmes appliquées par la lame. La hauteur $h$ de ce saut est directement reliée à la longueur d'onde utile $\lambda_d$ , au moment angulaire voulu $l$ et à l'indice de réfraction du milieu $n$ . . . . .	54
2.6	Faisceau infrarouge typique obtenu autour du foyer par l'imageur pour un iris de $11mm$ . . . . .	57
2.7	Faisceaux mesurés sur le dispositif détecteur de front d'onde, avec (Haut Droite) et sans (Haut Gauche) lame spirale, ainsi que leurs PSFs (milieu) et leurs phases respectives (bas). La lentille de focalisation est placée avant le dispositif. Elle a ainsi pour effet d'adapter la taille du faisceau au capteur, tout en n'ajoutant pas d'aberration autre que celles qu'elle ajoute dans la génération. On distingue les segments de la lame utilisée, ainsi que le centre légèrement déplété, mais le profil conserve encore globalement la même structure que sans la lame, alors même que nous sommes au 3/4 de la distance focale. En revanche la phase est bien affectée. . . . .	59

---

2.8	Effet d'une lame de phase 16 segments dessinée pour $800nm$ et $L = 1$ dans les conditions de la plateforme Laserix, respectivement à 785, 795, 800, 810, 815, 825 et $830nm$ . La variation d'efficacité sur le mode principal est de moins de 1%. De même pour le mode $\mathcal{LG}_{1,2}$ second mode généré. L'évolution concerne surtout les modes de charge $l$ différente et notamment les modes $\mathcal{LG}_{0,0}$ et $\mathcal{LG}_{2,0}$ qui restent toutefois en deçà de 0,1%. . . . .	61
2.9	Scan le long de l'axe de propagation autour de la distance focale pour un faisceau gaussien (gauche) et un faisceau $\mathcal{LG}_{1,0}$ (droite). Diamètre de l'iris : $12mm$ . On s'aperçoit que pour un mode Laguerre-Gauss la définition de la longueur de Rayleigh basée sur le waist amène à la considération d'une longueur utile plus importante que celle à $I_0/2$ . Avec ce diamètre d'iris on voit aussi un déplacement du foyer de $z = -650\mu m$ dans le cas gaussien et de $z = -837\mu m$ dans le cas $\mathcal{LG}_{1,0}$ . On voit aussi que la longueur de Rayleigh du mode $\mathcal{LG}_{1,0}$ obtenu par conversion est plus grande que la gaussienne dans cette configuration, c'est en fait toujours le cas. . . . .	66
2.10	Effet du sous échantillonnage sur le profil d'intensité dans le cas de la lame continue. 4 lobes d'intensité symétriques apparaissent. . . . .	69
2.11	Evolution du déplacement du foyer avec le facteur $Tr$ , pour un gaussien (gauche) et un gaussien converti $\mathcal{LG}_{1,0}$ (droite) . . . . .	69
2.12	Evolution de la décomposition $\mathcal{LG}$ avec le diamètre de l'iris pour les principaux modes présents. En haut à gauche le mode principal $\mathcal{LG}_{0,0}$ , en bas à gauche le mode principal $\mathcal{LG}_{1,0}$ , à droite les modes d'ordres $p$ supérieurs correspondant . . . . .	70
2.13	Evolution de la conversion vers le mode $\mathcal{LG}_{1,0}$ avec le décentrage de la lame de conversion par rapport à l'axe optique . . . . .	72
2.14	Mode obtenu au foyer (à gauche), composition en modes (à droite) pour un décentrage en $X$ de $500\mu m$ et en $Y$ de $250\mu m$ de la lame de génération pour un iris de $12mm$ de diamètre et un faisceau de $18,7mm$ de diamètre. Le décentrage génère des modes de $l$ différents et notamment $l = 0$ mais peu de modes radiaux dans les nouveaux modes azimutaux. . . . .	73
2.15	Décomposition en modes $\mathcal{LG}$ pour un décentrage de lame de $1mm$ en $Y$ (gauche) et $2mm$ en $X$ et en $Y$ (droite). Profils en intensité respectifs en bas. Dans le premier cas le mode $(1, 0)$ pèse encore 78,9%. Dans le second le mode $(1, 0)$ pèse 40,5% et le $(0, 0)$ représente le même ordre de grandeur avec 31,1%. . . . .	74
2.16	Figure de diffraction typique d'un faisceau portant un moment angulaire $l = 1$ par une fente triangulaire (a). Figure de diffraction d'un faisceau $l = 1$ fortement pollué par d'autres modes (b). Obtenue sur notre faisceau expérimental. . . . .	77

---

2.17	Schéma de principe de la méthode présentée par Li <i>et al.</i> dans [129] dont le schéma est extrait. Les modes incidents (a) arrivent sur la spirale diffractive (b), chacun est diffracté avec un angle différent et en une figure différente. (c) . . . . .	79
3.1	Evolution de la longueur de Rayleigh d'un laser diaphragmé 815nm focalisé par une lentille de 1m de focale portant 3mJ et comprimé à 45fs. Pour rappel dans l'Argon, $I_{BSI}$ vaut $2,47 \cdot 10^{14} W.cm^{-2}$ . Données dans le Tab. I.2 . . . . .	85
3.2	Schéma fonctionnel de l'installation LaseriX . . . . .	86
3.3	Travail du spectre grâce au couple dazzler-mazzler. Passage de la configuration centrée à 810nm (trait plein) à celle à 815nm (pointillés). Grâce au jeu des deux éléments spectraux le spectre reste large (autour de 27nm). . . . .	88
3.4	Contraste typique de la ligne laser . . . . .	88
3.5	Principe de la CPA avec un étireur Offner et un compresseur à réseaux. Les composantes "bleues" du spectres parcourent un chemin optique plus long que les composantes "rouges" dans l'étireur, et inversement dans le compresseur. . . . .	90
3.6	Impulsion caractéristique dans la configuration 815nm, mesure obtenue avec un interféromètre de phase spectrale SPIDER de laboratoire. . . . .	90
3.7	Schéma de la ligne EUV de Laser X avec les diagnostics présents . . . . .	93
3.8	Optimisation de la source avec l'iris. Faisceau initial avec un diamètre de 20mm, 45fs, 4,5mJ avant iris, ici génération dans un milieu à 20mbar. . . . .	93
3.9	Optimisation de la génération d'harmonique dans l'Argon avec la pression. Génération avec un faisceau gaussien de 20mm de diamètre, 4,5mJ avant iris réglé à 10,5mm, 45fs. On note un optimum de signal à 29mbar. Toutes les images possèdent la même échelle de couleur. On distingue clairement la modification des conditions d'accord de phase avec la pression qui influent directement sur la forme du faisceau. Il devient d'abord fortement elliptique puis un deuxième régime apparaît, on imagine que la situation change pour optimiser le second chemin quantique et plus le premier, avec des caractéristiques différentes, notamment sur la phase et donc les aberrations, ici de l'astigmatisme. . . . .	94
3.10	Photographie détaillée du montage utilisé pour la caractérisation de l'effet de phase apporté par les deux lames de phase en spirale . . . . .	96
3.11	Faisceau complet à l'entrée du montage (a) et faisceau diaphragmé à 1,5mm à l'entrée du montage (b). Echelle normalisée au maximum de chacun des faisceaux . . . . .	96
3.12	Image du faisceau complet dans le plan de la lame de phase d'ouverture 3 (a) et même image mais pour le faisceau légèrement diaphragmé (b) . . . . .	97
3.13	Aspect du faisceau après la lame vortex large et 1 m de propagation dans l'air : (a) Faisceau complet et (b) faisceau à travers l'iris fermé à 1.5mm . . . . .	97

---

3.14	Zoom de l'image obtenue par la caméra au point focal (a) faisceau complet et (b) réduit par l'iris . . . . .	98
3.15	Faisceau réduit à $1.5mm$ dans le plan de la caméra après la propagation libre puis à travers la lame de large ouverture et la fente triangulaire et la focalisation . . . . .	100
3.16	Faisceau réduit à $1.5mm$ dans le plan de la caméra après la propagation libre puis à travers la lame de petite ouverture et la fente triangulaire et la focalisation . . . . .	101
3.17	Faisceau réduit à $1.5mm$ (a) et complet (b) dans le plan de la caméra après la propagation libre puis à travers les deux lames consécutives et la fente triangulaire et la focalisation . . . . .	102
3.18	Schéma de principe du Hartmann. Référence à gauche, ici une onde plane sans défaut qui correspondrait à un point source sphérique observé de très loin, comme l'étoile de Scheiner. Exemple de champ aberrant mesuré à droite, les points d'intensité lumineuses, en bleus, sont décalés de la référence précédemment évaluée, le point noir. . . . .	104
3.19	Photo du capteur HASO EUV . . . . .	109
3.20	Intensité (Gauche) et phase (droite) pour un même faisceau étudié mais pour deux positions différentes de la première sous-pupille de calcul. Sa position est donnée en insert dans la figure d'intensité dans les deux cas. En haut pour une position de première sous-pupille $(X, Y) = (28, 63)$ , en bas pour la position $(X, Y) = (29, 63)$ . On se place spécifiquement dans le cas où ce déplacement crée le déplacement global de la reconstruction. Un déplacement vers les autres positions adjacentes ne provoque pas cet effet (il est localisé et dépend de la structure du faisceau). Ici la pupille de calcul (que l'on détermine en filtrant les pentes locales considérées ou non dans le calcul) définie pour la position $(29, 63)$ n'a pas été adaptée pour la position $(28, 63)$ , ce qui nous permet de voir directement le décalage du profil d'intensité. Concernant la phase on voit l'influence du décalage sur la valeur pic-vallée pour moins de $0,5\%$ et le RMS pour moins de $1,5\%$ sans que le profil de reconstruction ne soit fondamentalement modifié. (Image issue d'une génération d'harmonique $\mathcal{L}\mathcal{G}$ sur l'installation) . . . .	110
3.21	Effet de la discontinuité dans la reconstruction de la phase dans le cas Laguerre-gaussien. L'effet est fortement visible, il permet d'obtenir la phase azimutale correcte d'un faisceau $\mathcal{L}\mathcal{G}$ , dans la limite où la discontinuité est bien formée. . . . .	111



---

3.22	A gauche, carte des pentes de phase, chaque case représente un pixel d'échantillonnage des pentes, les vecteurs représentent les pentes locales, les croix les sous-pupilles que l'on ignore dans le calcul. A droite la reconstruction de phase correspondante. L'ajout ou la suppression d'une sous-pupille, sans que l'on sache pourquoi, provoque une erreur de reconstruction dans certaines situations. L'effet sur le profil de phase est cependant tellement important qu'il est aisément détectable : la rotation de phase disparaît complètement. Ici la bonne reconstruction est celle du centre, le problème ne s'est pas reproduit après retrait d'autres sous-pupilles de calcul. . . . .	113
3.23	Influence du multitirs sur le profil d'intensité mesuré. L'accumulation de tir permet de récupérer des zones pour lesquelles le rapport signal à bruit est normalement trop faible sans influence notable autre. Ici dans l'ordre : 1, 2, 5 et 11 tirs . . . . .	114
3.24	Influence du multitirs sur le profil de phase évalué. L'accumulation de tir permet de récupérer des zones pour lesquelles le rapport signal à bruit est normalement trop faible. Ici dans l'ordre : 1, 2, 5 et 11 tirs. Il est difficile d'évaluer l'effet du multitirs sur la carte de phase calculée mais le comportement général semble rester identique . . . . .	115
3.25	Evolution de l'énergie transmise par le diaphragme en fonction de son ouverture. T Exp. le facteur de transmission expérimentale, rapport entre énergie transmise et énergie incidente $10,4mJ$ . T Loi. facteur de transmission évalué par la loi obtenue avec un waist $w_a = 9,33mm$ . Données dans Tab. I.3. . . . .	116
3.26	Décomposition $\mathcal{LG}$ du faisceau infrarouge incident à la position du capteur. A gauche la configuration initiale : centre estimé en $(83;69)$ et waist de $36\mu m$ , à droite la configuration après itérations manuelles pour maximiser le mode dominant : centre estimé en $(83,5;70,5)$ et waist de $35\mu m$ . Ici le mode dominant $\mathcal{LG}_{0,0}$ pèse pour 89,9% du total alors que dans la première configuration il est estimé à 32,3%. Dans la configuration optimale les modes que l'on distingue sur le graphique sont les modes $\mathcal{LG}_{2,0} = 0,8\%$ , $\mathcal{LG}_{-2,0} = 0,6\%$ , $\mathcal{LG}_{0,1} = 0,8\%$ , $\mathcal{LG}_{0,2} = 2,9\%$ , $\mathcal{LG}_{0,3} = 0,8\%$ , relativement faibles en comparaison. Dans les deux cas, sur l'ensemble de l'espace, la somme totale des poids est supérieure à 0,9935. . . . .	119
3.27	Intensité normalisée (gauche) et phase reconstruite (droite) pour la décomposition $\mathcal{LG}$ sur la base réduite $(l,p) \in ([-3,3],[0,8])$ (en haut), sur la base initiale $(l,p) \in ([-10,10],[0,30])$ (au milieu) et faisceau expérimental pour la décomposition zonale (en bas). Sur l'espace non réduit la reconstruction est beaucoup plus proche de la réalité malgré le peu de différence dans la somme d'énergie considérée entre celle-ci et la base réduite. . . . .	120

- 
- 3.28 Intensités (droite) et phases reconstruites (gauche), pour la base  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  réduite (en haut), entière (au milieu) et les données zonales du Shack-Hartmann (en bas). On voit que la décomposition reconstruit aussi le trou d'intensité causé par la discontinuité, ce qui implique une perte d'information mais aussi l'émergence de quelques nouveaux modes, liés directement à cet effet numérique, dans la décompositions. On peut distinguer dans les mesures réelles la diffraction issue des 16 segments de la lame de phase, celle-ci disparaît avec la propagation. . . . . 123
- 3.29 Décomposition en mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  sur la base réduite. Le comportement est comparable à celui d'une lame peu décentrée auquel s'ajoute les quelques aberrations du faisceau incident. Le mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{-1,0}$  pèse pour 80,16% du total . . . . . 124
- 3.30 Intensités (droite) et phases reconstruites (gauche), pour la base  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  réduite (en haut), entière (au milieu) et les données zonales du Shack-Hartmann (en bas). . . . . 125
- 3.31 Décomposition en mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  sur la base réduite en plan intermédiaire. Le comportement est cette fois extrêmement perturbé. Le mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{-1,0}$  ne pèse plus que pour 51,2% du total mais en plus de générer des modes d'ordre  $p$  supérieurs ( $\mathcal{L}\mathcal{G}_{-1,2} = 23,6\%$ ) ce que l'on attend d'un iris, il y a génération de modes  $l$  différents. Notamment  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{0,0} = 4\%$ , lié au décentrage de l'iris et de la lame. . . . . 126
- 3.32 Intensité normalisée (gauche) et phase reconstruite (droite) pour la décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  sur la base réduite  $(l,p) \in ([-3,3],[0,8])$  (en haut), sur la base initiale  $(l,p) \in ([-10,10],[0,30])$  (au milieu) et faisceau expérimental pour la décomposition zonale (en bas). Même comportement que dans les sections précédentes. La somme sur la base réduite donne 93,0% de l'intensité totale, celle sur la base étendue 96,2%. . . . . 127
- 3.33 Décomposition en mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  sur la base réduite en plan intermédiaire. Le mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,0}$  pèse pour 84,5% du total. Les autres modes présents sont issus de l'aberration du faisceau gaussien et du décentrage plus léger de la lame par rapport à celui-ci. . . . . 128
- 3.34 Intensité normalisée (gauche) et phase reconstruite (droite) pour la décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  sur la base réduite  $(l,p) \in ([-3,3],[0,8])$  (en haut), sur la base initiale  $(l,p) \in ([-10,10],[0,30])$  (au milieu) et faisceau expérimental pour la décomposition zonale (en bas). La somme sur la base réduite donne 93,2% de l'intensité totale, celle sur la base étendue 97,1%. . . . 129
- 3.35 Décomposition en mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  sur la base réduite en plan intermédiaire. Le comportement est cette fois moins perturbé par l'iris. Le mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,0}$  pèse pour encore 75,7% du total, les modes azimutaux positifs disparaissent au profit de mode négatifs engendrés par l'iris décentré, le mode principal est dépeuplé pour ceux-ci ainsi que pour les modes radiaux d'ordre supérieur. 130

---

4.1	Schéma de principe de l'expérience de génération d'harmoniques portant un MAO, la figure est extraite de la référence [153] . . . . .	134
4.2	Profil d'intensité (a) et front d'onde (b) de l'harmonique 25 à 32,6nm, 1s d'acquisition. Variation RMS de front d'onde $\lambda/9$ sur la zone définie par un seuil à 2% de l'intensité maximum. . . . .	134
4.3	Image à quelques centimètres de la source de l'harmonique 25 portant un MAO (Diamètre environ 300 $\mu$ m). Elle a été obtenue sur l'imageur avec un grandissement de 7, pixel de la caméra : 13 $\mu$ m <sup>2</sup> . . . . .	135
4.4	Effet de la variation de polarisation sur l'intensité relative du signal mesuré sur la caméra CCD Pixis 1024B, acquisition monotir. Une fluctuation de l'énergie laser est responsable de la chute du nombre de coups autour du maximum . . . . .	136
4.5	5pos . . . . .	137
4.6	Imagerie en propagation du faisceau pour (a) la face 1 de la lame de phase et (b) la face 2 de la lame de phase . . . . .	138
4.7	Effet des aberrations du driver sur le profil d'intensité harmonique. En haut à gauche astigmatisme à 0° pur et à droite astigmatisme pur de signe opposé. En bas à gauche trefoil à 90° pur, en bas à droite coma dominante et trefoil léger. L'astigmatisme crée une structure bilobale qui s'inverse avec le signe de celui-ci. Le trefoil brise l'uniformité de l'anneau et lui donne une forme triangulaire, la coma donne une forme en demie-lune. . . . .	140
4.8	Intensité reconstruite de l'ordre harmonique 25 dans nos conditions expérimentales dans le plan du capteur. . . . .	142
4.9	Front d'onde reconstruit (a) Résiduel après la soustraction d'un moment azimutal parfait $l = 25$ (b) Fonction de mérite de la correction pour les différents ordres azimutaux testés (c) pour un faisceau harmonique OAM expérimental généré avec les conditions : Argon 21mbar, iris 15mm, 4.8mJ avant Iris pour diamètre 20mm à $\frac{1}{e^2}$ , acquisition sur 100 tirs (cadence 10Hz) . . . . .	142
4.10	Effet du seuil manuel sur la détermination de $l$ pour le cas particulier étudié	143
4.11	Evolution du $l$ estimé en fonction de la pression pour différents iris. . . . .	144
4.12	Carte du front d'onde obtenu dans les mêmes conditions de génération sauf la face incidente de la lame de phase. Même sans analyse multimodale on voit que la valeur pic-vallée après retournement de la lame est incohérente : 40 $\lambda$ environ contre 11 $\lambda$ après le retournement. . . . .	147
4.13	Carte de phases obtenues avec les données identiques à la figure 4.12. Cette fois la valeur pic-vallée obtenu entre les deux cas est très proche : 24,44 pour 24,39 $\lambda$ . La différence résiduelle étant liée cette fois uniquement à la différence de comportement de la lame suivant la face incidente.	149
4.14	Intensité harmonique reconstruite en champ lointain (gauche) et phase (droite) de l'ordre 25 généré avec lame de phase. . . . .	150

---

4.15	Résiduel de phase 2D après suppression de $26\theta$ (A gauche). Somme sur l'image du résiduel au sens de l'équation 4.6 en fonction de $l$ , normalisée par la valeur obtenue lorsque $l = 1$ ( droite). Les affines en rouge se croisent à la valeur de 25,85. . . . .	151
4.16	Evolution de la convergence dans le cas du choix d'un waist variable. . .	153
4.17	Décomposition $\mathcal{L}\mathcal{O}$ sur $l$ et $p$ (droite) et transformée de Fourier azimutale 2D sur $l$ et le rayon (gauche) . . . . .	154
4.18	(a) à (c) : Evolution de l'intensité reconstruite en fonction du nombre d'ordres radiaux $p$ inclus dans la somme. (a) $p = 0$ seulement ; (b) $p$ de 0 à 4 ; (c) $p$ de 0 à 10. (d) : résultat expérimental. Les ordres azimutaux $l$ de 1 à 51 sont inclus dans la reconstruction. . . . .	155
4.19	Comparaison entre profil d'intensité expérimental ( (a) et (c) ) et obtenu depuis la décomposition $\mathcal{L}\mathcal{O}$ ( (b) et (d) ), dans le plan de détection ( (a) et (b) ) et rétro-propagé dans le plan de la source, (c) par l'algorithme propriétaire de reconstruction de fonction d'étalement du point (Point Spread Function ou PSF) et (d) depuis la décomposition $\mathcal{L}\mathcal{O}$ . . . . .	156
4.20	Nouvelle configuration intégrant une boucle de correction du front d'onde avec miroir déformable (ILAO) et senseur Shack-Hartmann (HASO) . . .	156
4.21	Comparaison du point focal obtenu par l'imageur dans l'infrarouge avant (gauche) et après (droite) correction de l'astigmatisme apporté par la surcorrection liée à la ligne de diagnostic. . . . .	157
4.22	Faisceau harmonique corrigé en coordonnées cylindriques. Amplitude (Gauche) et phase (Droite). La donnée de phase est ici à prendre en relatif. . . . .	158
4.23	Effet de l'astigmatisme sur la carte d'intensité et de phase de l'harmonique 25. Les valeurs d'astigmatismes indiquées sont des valeurs RMS relatives ajoutées sur le faisceau pleine pupille (avant diaphragmation) considérant le meilleur faisceau comme référence. Si on prend en compte l'iris la valeur effective d'astigmatisme appliqué est de l'ordre de 41%. . .	159
4.24	A gauche, influence du trefoil à $0^\circ$ (Ajout de $60nm$ sur le faisceau pleine pupille) considéré le moins aberrant. A droite, influence du trefoil à $90^\circ$ (Ajout de $60nm$ sur le faisceau pleine pupille) sur le même faisceau initial. A gauche on amplifie la forme triangulaire du faisceau avec l'ajout de trefoil à $0^\circ$ , en revanche l'ajout de trefoil à $90^\circ$ semble corriger cette forme du faisceau expérimental pour un mode plus annulaire. . . . .	160
4.25	Effet du seuil de données acceptées sur les différentes définitions de $l$ . . .	160
4.26	Etoile bleue : $l$ selon le minimum de phase résiduel ; losange violet : régression linéaire de la phase selon $\theta$ ; croix orange et verte : $l_{Max}$ and average $l$ moyen obtenu depuis la transformée de Fourier azimutale ; triangle rouge : Ecart-Type $\Delta l$ . Abcisse : Astigmatisme RMS ajouté sur le faisceau générateur diaphragmé à $12mm$ . . . . .	161

- 
- 4.27 Nous présentons ici un scan en énergie entre  $2,1mJ$ ,  $2,4mJ$ ,  $3mJ$ ,  $3,4mJ$  dans le cas expérimental correspondant au schéma avec correction des aberrations. Une étude préliminaire de Guillaume Dovillaire grâce à la même méthode que l'article [153] semble indiquer une conservation du  $l$  qui minimise la phase avec la variation d'énergie, avec une valeur de  $l = 21$  lié au problème de calibration décrit précédemment. . . . . 162
- 4.28 Série en énergie obtenue dans le cas expérimental lors de l'étude du retournement de la lame. Variation d'énergie :  $3,6mJ$ ,  $4mJ$  et  $4,8mJ$ . La valeur pic-vallée ne semble pas affectée par la variation d'énergie, respectivement  $24,642$ ,  $24,344$ ,  $24,761\lambda$  pic-vallée. . . . . 163
- 4.29 Nous présentons ici une série en pression étudiée grâce à la méthode de l'article [153] par Guillaume Dovillaire et obtenue dans les conditions expérimentales en boucle correctrice. Cette étude indique que la pression influe beaucoup sur le  $l$  qui minimise la phase, mais pas de manière prévisible. Génération pour, dans l'ordre : 12, 15, 17, 20, 23, 25, 30, 35,  $40mbar$  avec minimisation du résiduel pour  $l = 13, 16, 18, 13, 17, 23, 19, 19, 14$ . Par ailleurs si la pression ne joue aucun rôle sur le rayon de l'anneau a priori, elle modifie la structure en intensité, par le biais de l'accord de phase, comme on le distingue sur cette série. . . . . 165
- 4.30 Nous présentons ici une série en iris étudiée grâce à la méthode de l'article [153] par Guillaume Dovillaire et obtenue dans les conditions expérimentales en boucle correctrice. Cette étude indique que l'iris influe beaucoup sur le  $l$  qui minimise la phase. Iris réglé à 11, 12 et  $13mm$  influençant  $l$  mais aussi le rayon du faisceau généré, le  $l$  minimisant le résiduel est respectivement 22, 12 et 16. Par ailleurs on voit que l'accord de phase est aussi affecté par l'iris puisque les zone d'intensité évoluent avec celui-ci 166
- 4.31 Faisceau complet (à gauche) et utile (à droite), respectivement Intensité (en haut) et phase (en bas). A waist constant une partie de l'intensité et de la phase sont inutilisées dans la conversion, ce qu'imiterait un iris annulaire. On imagine que comme dans le cas d'un iris circulaire des modes d'ordres radiaux supérieurs vont apparaître. . . . . 168
- 4.32 Spectre Laguerre-Gauss de l'infrarouge générateur après l'effet de filtrage non-linéaire du processus. Le mode n'est désormais plus un mode  $\mathcal{LG}$  pur, même si la composante principale reste le  $\mathcal{LG}_{1,0}$  à 81,9%, la seconde étant le  $\mathcal{LG}_{1,2}$  à 9,9% . . . . . 169
- 4.33 Profil d'intensité normalisée et de phase dépliée d'une harmonique 25 générée dans un milieu d'argon fin sans effet d'accord de phase transverse, sans phase atomique, pour un laser générateur initialement pur  $\mathcal{LG}_{1,0}$ . . 170

- 
- 4.34 Décomposition  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  sans phase atomique et sans accord de phase pour une génération dans de l'argon infiniment fin avec un laser générateur initialement pur  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,0}$ . Le mode dominant est le mode  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,0}$  à 68,83%. On a ensuite  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,1} = 1,39\%$ ,  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,2} = 17,98\%$ ,  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,3} = 0,58\%$ ,  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,4} = 6,79\%$ ,  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,5} = 0,16\%$ ,  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,6} = 2,77\%$ ,  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,7} = 0,02\%$ ,  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,8} = 1,07\%$ ,  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,9} = 0,02\%$ ,  $\mathcal{L}\mathcal{G}_{25,10} = 0,26\%$ . On voit que dans ce cas on retrouve une extinction des modes radiaux impairs, ce que Longmann [107] a pu observer. . . . . 171
- 4.35 Phase de l'harmonique 25 générée par le chemin court (gauche) et long (droite). On voit clairement l'influence supérieure de la phase atomique dans le chemin long. . . . . 171
- 4.36 Spectre  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  de l'harmonique 25 générée par le chemin court (gauche) et long (droite), la normalisation des poids est faite sur la somme des poids totaux indépendamment pour chaque chemin. . . . . 172
- 4.37 Evolution des poids des modes radiaux du chemin long pour le mode azimutal  $l = 25$  jusqu'à l'ordre radial  $p = 100$ . Il semble y avoir au moins deux dynamiques de décroissance des modes radiaux, un groupe "haut" constitué des modes les plus présents (triangle jaune) et un groupe "bas" (rond bleu) que l'on pourrait séparer par la courbe passant par les points distingués par le losange rouge. Il est plus difficile de distinguer ces régimes, s'ils existent, vers les modes radiaux élevés. La chute brutale correspond à la limite physique de la taille du capteur . . . . . 173
- 4.38 Figure multi-annulaire observée expérimentalement dans le cas expérimental correspondant au meilleur faisceau obtenu au cours du scan en astigmatisme. On soupçonne une génération par le second chemin quantique comme origine de ces anneaux. On en observe parfois des incomplets sur d'autres données expérimentales. . . . . 174
- 4.39 Carte d'intensité, par mouvement de la lame de pas de  $50\mu m$  avec pour but de trouver la position qui donne le faisceau le plus uniforme. Dans l'ordre : Référence(0, 0), (0,  $-50\mu m$ ), (0,  $-100\mu m$ ), (0,  $-150\mu m$ ), (0,  $-200\mu m$ ), (0,  $-250\mu m$ ). ( $100\mu m$ ,  $-250\mu m$ ) puis ( $50\mu m$ ,  $-250\mu m$ ). ( $-50\mu m$ ,  $-250\mu m$ ), ( $-100\mu m$ ,  $-250\mu m$ ) puis ( $-150\mu m$ ,  $-250\mu m$ ). Le faisceau le plus uniforme semble correspondre à la position ( $-250\mu m$ ,  $-50\mu m$ ). La forme triangulaire semble être la marque de la lame utilisée sur sa face non-optimale, provoquant un comportement sur l'intensité semblable à celui ajouter par le tréfoil. Le décentrage de celle-ci semble lui agir comme une coma. . . . . 179

---

4.40	Carte de phase, par mouvement de la lame de pas de $50\mu m$ avec pour but de trouver la position qui donne le faisceau le plus uniforme. Dans l'ordre : Référence $(0, 0)$ , $(0, -50\mu m)$ , $(0, -100\mu m)$ , $(0, -150\mu m)$ , $(0, -200\mu m)$ , $(0, -250\mu m)$ . $(100\mu m, -250\mu m)$ puis $(50\mu m, -250\mu m)$ . $(-50\mu m, -250\mu m)$ , $(-100\mu m, -250\mu m)$ puis $(-150\mu m, -250\mu m)$ . La valeur pic-vallée semble peu affectée par le décentrage, entre 23,9 et 24,4 alors même que la décomposition $\mathcal{L}\mathcal{G}$ est affectée comme on l'a vu précédemment. . . . .	180
4.41	Faisceau harmonique étudié. A gauche l'intensité normalisée du mode, à droite la phase. $32,6nm$ , ordre harmonique et ordre azimutal égaux à 25, pas d'ordre radial autre que l'ordre 0. . . . .	181
4.42	Faisceau infrarouge à $815nm$ rétroconstruit. En haut à gauche l'intensité normalisée du mode, à droite la phase. En bas la décomposition en mode $\mathcal{L}\mathcal{G}$ , à gauche jusqu'à l'ordre $p = 10$ en échelle linéaire, à droite en échelle log jusque l'ordre $p = 20$ . Aucun autre ordre azimutal n'est présent dans la décomposition, en revanche on distingue nettement la nécessité de modes d'ordre radial supérieur dans le faisceau générateur pour espérer obtenir un faisceau harmonique pur, sans considération d'accord de phase. 182	182
4.43	Décomposition $\mathcal{L}\mathcal{G}$ du mode infrarouge nécessaire à la génération d'un mode harmonique 7 et 43. Le nombre de modes radiaux nécessaires à la génération d'un faisceau pur augmente avec l'ordre harmonique et la charge azimutale. . . . .	183
B.1	Comportement d'un flux de photons incident sur une surface (majoritairement réfléchissante) avec un angle $\varphi$ . La part perpendiculaire à la surface de la quantité de mouvement fourni est liée à la pression, la part parallèle à un terme de cisaillement. . . . .	196
G.1	Schéma de principe de l'interféromètre SPIDER. . . . .	222
H.1	Effet observé par Scheiner. Les rayons parallèles issus d'une source située à l'infinie ne sont pas focalisés au même point lorsque l'oeil est aberrant. 224	224
H.2	Modification du dispositif de Scheiner par Smirnov. La superposition des deux points sur la rétine indique que la source mobile du faisceau hors-axe a évalué l'aberration de l'oeil en terme de déplacement de position de l'objet pour celui-ci. . . . .	224
H.3	Amélioration du dispositif de Scheiner par Hartmann. . . . .	225

---

H.4	Géométrie de la grille de détermination des pentes locales de la phase dans le cas d'un capteur Hartmann. (a) Détermination de la phase à la distance d'un demi-pas de grille dans les deux directions $x$ et $y$ de la position de détermination des slopes. (b) Détermination de la phase au même point de détermination que celui des slopes. Les points noirs représentent la position de la détermination de la phase, la croix rouge représente la position de la détermination des slopes $S_x$ et $S_y$ . La grille épaisse représente les sous-pupilles, la grille fine représente les pixels de la CCD. $\Delta x$ et $\Delta y$ représentent les pas des sous-pupilles. . . . .	226
H.5	Profil et formules des aberrations sur la base de Zernike. $(r, \theta)$ correspondent aux coordonnées cylindriques . . . . .	228



---

# Liste des tableaux

1.1	Intensité laser nécessaire pour atteindre le régime de suppression de barrière, calculé d'après 1.22b . . . . .	18
1.2	Valeurs de $U_p$ typiques calculées pour un faisceau de longueur d'onde $815nm$ et pour des intensités au foyer égales aux $I_{BSI}$ présentées Tab. 1.1	21
1.3	Energie maximum accessible pour le photon harmonique, équivalent en longueur d'onde pour un laser générateur à $800nm$ (gauche) et à $815nm$ (droite). . . . .	24
1.4	Valeur typique de longueur d'absorption dans l'argon pour les harmoniques 27, 25 et 23. Calculs interpolés depuis les données issues de [75]. .	28
2.1	Evolution de l'efficacité de conversion en pourcentage du mode $\mathcal{L}\mathcal{G}_{0,0}$ (Gauss) vers le mode $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,0}$ par une lame appliquant $l = 1$ . D'après [108]	55
2.2	Evolution de la répartition des modes radiaux $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,p}$ générés par une lame de phase variant continuellement et appliquant $l = 1$ à un faisceau incident $\mathcal{L}\mathcal{G}_{0,0}$ (Gauss). D'après [106] . . . . .	56
2.3	Evolution de la répartition (en pourcentage) des modes radiaux $\mathcal{L}\mathcal{G}_{1,p}$ générés par une lame de phase non-absorbante 16 segments de charge $L = 1$ à $800nm$ pour un faisceau à $815nm$ , selon le rapport de waist $\gamma$ considéré. Conditions de LaseriX . . . . .	60
2.4	Evolution des paramètres de faisceau avec le rapport de troncature $T_r /$ l'iris. Le même faisceau gaussien est utilisé en entrée dans chacun des cas. $3mJ$ , $45fs$ , $815nm$ , diamètre sur la lentille : $18,7mm$ . Dans un cas on applique la lentille et l'iris, dans l'autre on applique en plus la lame de phase spirale $l = 1$ . . . . .	68
2.5	Pourcentage des modes radiaux pour le mode azimutal $l = 1$ au foyer dans le cas du gaussien converti et tronqué par un iris de $12mm$ . . . . .	71
2.6	Distribution des modes en pourcentage dans le cas d'un décalage en $X$ de $500\mu m$ et en $Y$ de $250\mu m$ de la lame de conversion de pour un faisceau de $18,7mm$ de diamètre diaphragmé par un iris de $12mm$ . . . . .	73

---

3.1	Valeur RMS de chaque aberration sur la base de Zernike dans le faisceau gaussien classique sans iris. $\rho$ est utilisé en lieu et place de $r$ car il s'agit du rayon de la pupille de calcul compris entre $[0, \rho_p]$ et non celui du faisceau, $\rho_p$ vaut ici $1,825mm$ et la pupille est centrée en $(0,114, -0,228)$ . On s'arrête au polynôme 11, dernier mode pour lequel l'aberration dépasse $0,01\lambda_d$ . Les valeurs de tilts et de défocus sont données à titre d'information. Le résiduel de phase RMS pleine pupille vaut $0,03\lambda_d$ et pic-vallée $0,18\lambda_d$ (Tilts et defocus ignorés). Le faisceau est donc relativement aberrant. A titre de comparaison la reconstruction zonale nous donne des valeurs respectives de $0,04\lambda_d$ et $0,19\lambda_d$ , la différence résultant des quelques sous-pupilles ignorées par la pupille de calcul circulaire. . . . .	117
3.2	Valeur de chaque aberration sur la base de Zernike dans le faisceau gaussien classique dans la zone sélectionnée par l'iris. Ici $\rho_p = 0,83mm$ et la pupille est centrée en $(0,114, -0,228)$ . Les valeurs de tilts et de défocus sont données à titre d'information. Le résiduel de phase RMS vaut $0,014\lambda_d$ et pic-vallée $0,072\lambda_d$ (Tilts et defocus ignorés). Le faisceau est donc moins aberrant que sans iris. A titre de comparaison la reconstruction zonale nous donne des valeurs respectives de $0,015\lambda_d$ et $0,076\lambda_d$ , les résultats sont dans ce cas très proches puisque l'on considère l'iris comme sous-pupille circulaire parfaite. . . . .	118
4.1	Décomposition $\mathcal{L}\mathcal{O}$ du faisceau harmonique issu du chemin quantique long sur les 10 premiers modes radiaux pour le mode azimutal 25. . . . .	172
4.2	Poids des modes $\mathcal{L}\mathcal{O}$ et phases relatives des composantes dans le cas de la décomposition au foyer après propagation d'Huygens-Fresnel pour un faisceau de diamètre $18,65mm$ passant à travers la lame de conversion et un iris de $12mm$ de diamètre. On se limite à l'ordre azimutal $l = 1$ qui est le seul présent de manière non-négligeable. La phase relative est calculée avec la base, on obtiendrait le même résultat en retirant à toutes les valeurs l'une d'entre elles pour placer l'une des composante comme référence. . . . .	175
4.3	Décomposition d'une harmonique 25 générée avec le faisceau décrit Tab. 4.2 en l'absence de considération de phase atomique. Encore une fois les modes ne se distribuent que sur l'ordre azimutal 25. . . . .	175
4.4	Décomposition d'une harmonique 25 générée en chemin court avec le faisceau décrit Tab. 4.2. Encore une fois les modes ne se distribuent que sur l'ordre azimutal 25. . . . .	176
4.5	Décomposition d'une harmonique 25 générée en chemin long avec le faisceau décrit Tab. 4.2. Encore une fois les modes ne se distribuent que sur l'ordre azimutal 25. . . . .	176
4.6	Distribution des modes ainsi que le déphasage relatif entre les composantes du faisceau générateur utilisé ici. (voir 2.14) . . . . .	177

---

4.7	Déphasage relatif des différentes composantes radiales de l'ordre azimutal 1 dans le cas du faisceau infrarouge étudié. . . . .	181
I.1	Evolution du waist et de la longueur de Rayleigh avec la taille de l'iris pour un faisceau gaussien de $18,7mm$ de diamètre focalisé avec une lentille de longueur focale $1m$ dans un milieu d'indice 1. Selon le modèle d'Urey [80] ou par propagation de Huygens-Fresnel (HF) jusqu'au foyer puis décomposition en modes Laguerre-Gauss et scan le long de $z$ . Dans le second cas le waist est déterminé à environ $0,9\%$ près pour des raisons de grilles numériques, Urey déclare lui avoir une marge d'erreur de $1\%$ , les valeurs HF + erreur rentre totalement dans les valeurs de Urey. Pourtant Urey néglige la translation de focus (sur laquelle nous reviendrons), une légère correction pour la prendre ne compte nous donne les valeurs de la dernière colonne, très proches de Huygens-Fresnel. $z_r$ est elle déterminée à $0.5\%$ près dans le cas de Huygens-Fresnel et semble bien plus cohérente que les résultats issus de Urey si l'on compare avec [79] par exemple. En revanche un calcul depuis le waist d'Urey, en assimilant le faisceau à un gaussien ( $z_r = \pi w_0^2/\lambda$ ), donne des valeurs de $z_r$ proches. Dans la limite d'un iris grand, donc d'une non-coupe du gaussien initial, toutes les valeurs convergent logiquement. . . . .	230
I.2	Evolution de la longueur de Rayleigh d'un laser diaphragmé $815nm$ focalisé par une lentille de $1m$ de focale portant $3mJ$ et comprimé à $45fs$ . Pour rappel dans l'Argon, $I_{BSI}$ vaut $2,47.10^{14}W.cm^{-2}$ . . . . .	231
I.3	Evolution de l'énergie transmise par le diaphragme en fonction de son ouverture. T Exp. le facteur de transmission expérimentale, rapport entre énergie transmise et énergie incidente $10,4mJ$ . T Loi. facteur de transmission évalué par la loi obtenue avec un waist $w_d = 9,33mm$ . . . . .	231



**Titre :** Génération et optimisation d'harmoniques d'ordres élevés portant un moment angulaire orbital pour l'injection dans un plasma de laser X-UV

**Mots clés :** Hautes harmoniques, MAO, Infrarouge, Injection, Front d'onde, Vortex

**Résumé :** Ce manuscrit présente le travail de thèse CIFRE/Amplitude Laser réalisé pour mettre en place sur la ligne XUV de LASERIX une expérience de génération d'harmoniques par un faisceau infrarouge de pompe portant un moment angulaire orbital (MAO) non nul produit par ajout d'une lame de phase. L'originalité de notre démarche a été de générer les harmoniques dans une cellule de gaz relativement longue (de l'ordre de  $10\text{mm}$ ) et de caractériser les vortex optiques de l'harmonique 25 par un Hartmann Extreme Ultraviolet. Nous avons démontré que la sensibilité du détecteur et la fiabilité du traitement logiciel des données permettait de vérifier que l'harmonique 25 porte typiquement un moment angulaire de 25, conforme aux prédictions. L'analyse plus poussée des données expérimentales a permis de mettre en évidence le caractère intrinsèquement multimode des faisceaux produits.

Elle a aussi permis de montrer le rôle de l'astigmatisme résiduel, même très faible du faisceau infrarouge de pompe dans la forme bilobale des vortex harmoniques produits. Forme que l'on a pu étudier et corriger grâce à une

boucle de correction du front d'onde du laser de pompe.

Le travail s'appuie sur des codes de propagation et de diffraction de faisceaux portant des moments angulaires non nuls, que ce soit dans l'XUV ou l'infrarouge. Ils permettent de quantifier le caractère multimode, en termes de modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}$ , des faisceaux infrarouges traversant une lame de phase supposée d'abord parfaite, puis réelle. Puis en utilisant le modèle de l'atome unique de la GHOE que le processus non linéaire non perturbatif induisait intrinsèquement de nouveaux modes  $\mathcal{L}\mathcal{G}$  radiaux.

L'objectif de tout ce travail pour l'équipe LASERIX était de démontrer la capacité d'un plasma amplificateur de type laser X pompé en cible solide à amplifier un vortex harmonique à la bonne longueur d'onde, tout en conservant sa structure modale et en tous cas la charge portée par le faisceau. Une collaboration avec Eduardo Oliva de Madrid qui réalise des simulations de type Maxwell Bloch montre que cela est possible du point de vue de la physique fondamentale de l'amplification dans ce domaine de longueurs d'onde.



**Title :** Generation and optimization of high order harmonics carrying an orbital angular momentum to seed a soft X-Ray Plasma

**Keywords :** High Harmonics, OAM, Infrared driver, Seeding, Wavefront, Vortice

**Abstract :** This document presents the CIFRE/Amplitude Laser thesis work carried out to set up on the LASERIX XUV line an experiment of high harmonic generation by a pump infrared beam carrying a non-zero orbital angular momentum produced by adding a phase plate on the beam path. The originality of our approach was to generate the harmonics in a relatively long gas cell (around  $10\text{mm}$ ) and to characterize the optical vortices of harmonic 25 by a Extreme Ultraviolet Hartmann. We demonstrated that the sensitivity of the detector and the reliability of the software processing of the data made it possible to verify that harmonic 25 typically carries an orbital angular momentum of 25, as theoretically predicted. Further analysis of the experimental data allowed us to quantitatively demonstrate the intrinsically multimode nature of the produced beams. I have therefore detailed the different methods of analysis proposed in the literature, I could compare their reliability and their relevance to describe the physical phenomenon at work. I also studied in detail the robustness and convergence of the analytical methods applied to beams with typical orbital angular momenta as high as  $l = 25$ .

The analysis of the data allowed me to show the role of even very weak residual astigmatism

contained in the pump infrared beam to produce the bi-lobal shape of the vortices. This characteristic shape was also obtained by other teams. One way to regain a truly annular shape is to set up an active optimization loop of the pump laser wavefront.

I have also developed propagation and diffraction calculations of beams carrying non-zero orbital angular momenta, whether in EUV or infrared. This allowed me to quantify the multimode character, in terms of LG modes, of the infrared beams passing through a phase plate that was first assumed to be perfect, then real. Then I showed using the single atom model for harmonic generation that this non-linear, non-perturbative process intrinsically induced new radial LG modes.

Finally, the objective of all this work for the LASERIX team was to demonstrate the ability of an X-ray laser amplifier plasma pumped from a solid target to amplify a harmonic vortex at the right wavelength, while maintaining its modal structure and in any case the charge carried by the beam. A collaboration with Eduardo Oliva from Madrid, who carries out Maxwell Bloch simulations, shows that this is possible from the point of view of the fundamental physics of the amplification in this wavelength range.