Fissuration en mode mixte I+II du bois à différentes teneurs en eau : expérimentation et proposition d'un modèle de courbe-R

Cedric Perez

▶ **To cite this version:**

Cedric Perez. Fissuration en mode mixte I+II du bois à différentes teneurs en eau : expérimentation et proposition d'un modèle de courbe-R. Mécanique [physics.med-ph]. Université de Bordeaux, 2021. Français. NNT : 2021BORD0186 . tel-03353095

HAL Id: tel-03353095
https://theses.hal.science/tel-03353095

Submitted on 23 Sep 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

université de BORDEAUX

Thèse présentée
pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université de Bordeaux

École doctorale des Sciences Physiques et de l'Ingénieur

Spécialité "Mécanique"

par

Cédric PEREZ

Fissuration en mode mixte I+II du bois à différentes teneurs en eau : expérimentation et proposition d'un modèle de courbe-R

Sous la direction de : **Stéphane MOREL**

Soutenue le 12 Juillet 2021

Membres du jury :

DOURADO Nuno	Associate Professor	Univ. of Minho	Rapporteur
POP Octavian	Maître de conférences (HDR)	Univ. de Limoges	Rapporteur
DUBOIS Frédéric	Professeur	Univ. de Limoges	Président du jury
GONG Xiaojing	Professeur	Univ. de Toulouse	Examinatrice
MAIGRE Hubert	Chargé de recherche	CNRS/Univ. de Lyon	Examinateur
TOUSSAINT Evelyne	Professeur	Univ. de Clermont	Examinatrice
MOREL Stéphane	Professeur	Univ. de Bordeaux	Directeur de thèse
CHAPLAIN Myriam	Maître de conférences	Univ. de Bordeaux	Co-encadrante
COUREAU Jean-Luc	Maître de conférences (HDR)	Univ. de Bordeaux	Invité
MOUTOU PITTI Rostand	Maître de conférences (HDR)	Univ. de Clermont	Invité

Titre : Fissuration en mode mixte I+II du bois à différentes teneurs en eau : expérimentation et proposition d'un modèle de courbe-R

Résumé : La problématique liée à la fissuration des éléments de structure en bois interpelle les professionnels depuis de nombreuses années. Les risques de fissurations sont intimement liés aux variations climatiques et notamment aux conséquences, en termes de teneur en eau du bois. De plus, en fonction de la géométrie de l'élément et des sollicitations appliquées, les fissures se propagent généralement en mode mixte et de manière intermittente. Cette thèse a pour but de caractériser les propriétés de rupture du bois et plus particulièrement du pin maritime, pour différentes teneurs en eau et pour différents modes de propagation de fissure : en Mode I (ouverture), en Mode II (cisaillement plan) et en mode mixte I+II. Cette caractérisation s'appuie sur la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture équivalente permettant l'estimation de courbes de résistance à la propagation de fissure (courbe-R). Par ailleurs, les propriétés de rupture étant influencées par la géométrie des spécimens d'essais, nous avons fait le choix d'utiliser une unique géométrie (Mixed Mode Bending) pour caractériser les propriétés des différents modes de rupture. Ce choix entraine néanmoins un risque élevé d'instabilité de la fissuration dans bon nombre de configurations d'essais et nous avons donc dû recourir à un asservissement en déplacement par voie externe des essais afin de minimiser ces risques. Cette procédure conduit à un taux de réussite des essais (i.e., l'obtention d'une courbe de résistance ń complète ż) supérieur à 60 % pour les essais de Mode I (Double Cantilever Beam) et plus de 40 % pour les essais de Mode II (End Notched Flexure), toutes teneurs en eau confondues (5 % à 20 %). Parallèlement, nous proposons un modèle de courbe de résistance en mode mixte I+II basé sur les courbes-R des Modes purs I et II et leur dépendance vis à vis de la teneur en eau. Ce modèle, inspiré des modèles de zone cohésive, est composé de deux critères formulés en énergie : le premier est basé sur la résistance à la propagation de la fissure élastique équivalente et s'appuie sur la notion de taux de développement de la zone d'élaboration (FPZ), tandis que le second est fondé sur l'énergie nécessaire au développement de la zone d'élaboration. Le modèle proposé décrit les courbes-R de mode mixte I+II expérimentales avec une précision satisfaisante et ce quels que soient la teneur en eau et le taux de mixité considérés.

Mots-clés : bois, modèle de rupture, courbe-R, quasi-fragile, zone d'élaboration, propagation de fissure, mode mixte, teneur en eau

---

Title : Mixed mode I+II cracking of wood at different moisture contents : experiment and proposal for a R-curve model

Abstract : Cracking of wooden structural elements has been a challenge for many years. The risks of cracking are closely tied to climatic variations and especially to their consequences, in terms of moisture content variations of wood. Besides, cracks usually spread in mixed mode and intermittently as a function of the geometry and stresses applied. The aim of this thesis is to characterize the fracture properties of wood and more specifically the maritime pine, for various moisture contents and crack mode propagation : in Mode I (opening mode), in Mode II (shear mode) and in mixed mode I+II. Fracture properties of wood are characterized within the framework of equivalent Linear Elastic Fracture Mechanics (eqLEFM) leading to the estimation of resistance to crack growth curves (R-curves). Since specimens' geometry affects fracture properties, a single geometry (Mixed Mode Bending) is used to characterize the properties of the different fracture modes. However, this choice leads to a high risk of unstable failure in many test configurations. Therefore, we had to use to an external displacement control technique to minimize these risks. This method allows to obtain a "complete" resistance curve for more than 60 % of opening tests (Double Cantilever Beam) and above 40 % for shear tests (End Notched Flexure), all moisture contents combined (5 % to 20 %). At the same time, we developed a resistance to crack growth model expressed in mixed mode I+II based on Mode I and Mode II's R-curves, taking into account moisture content. This model, inspired by cohesive zone models, is based on two failure criteria expressed into energy : the first one is based on the resistance of elastic equivalent crack growth and relies on the notion of development rate of the process zone (FPZ), while the second one is based on the energy needed to develop the fracture process zone. The proposed model describes with a reasonable accuracy the experimental mixed mode I+II R-curve and this whatever the moisture content and the rate mixity are.

Keywords : wood, fracture model, R-curve, quasi-brittle, process zone, crack propagation, mixed mode, moisture content

Unité de recherche
Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux (I2M)/Département GCE,
UMR 5295, 351 cours de la Libération, bâtiment A11, 33405 Talence

Remerciements

Je tiens en premier lieu à remercier l'ensemble des membres du jury d'avoir pris le temps d'évaluer, d'apprécier et d'échanger sur mes travaux de thèse. Je remercie les deux rapporteurs, Nuno Dourado et Octavian Pop, pour la précision chirurgicale de leur rapport et de la pertinence de leurs questions durant la soutenance. Je remercie également l'ensemble des examinateurs Xiajing Gong, Evelyne Toussaint et Hubert Maigre pour leur intérêt porté à mes travaux et surtout aux différents échanges qui ont été très constructifs. Cela m'a permis d'élever mon niveau de qualité d'expression, mais aussi de me rendre compte de la complexité de mon étude. Je remercie aussi Rostand Mouttou Pitti pour son écoute. Enfin je tiens à remercier le président du jury, Frédéric Dubois, de s'être déplacé dans ces circonstances difficiles en tant de pandémie et d'avoir su mener l'ensemble des échanges dans une atmosphère qui m'a permis d'être dans des conditions optimales. De plus, je le remercie pour la qualité de l'échange que nous avons pu avoir. Cela m'a permis d'élargir mon champ de vision sur les actions à mener dans une approche normative. Je tiens donc à remercier l'ensemble des membres du jury de me donner la possibilité d'intégrer la communauté scientifique des docteurs en mécanique de l'université de Bordeaux.

Les travaux de cette thèse sont avant tout le reflet de la relation humaine entre un doctorant et ses encadrants. Je me dois de remercier en premier Myriam Chaplain qui a su prendre le temps de m'écouter, d'être présente et de m'apporter un soutien permanent que ce soit durant mes travaux de thèse, ou bien lors de mes missions d'enseignement. Je tiens à remercier Jean-Luc Coureau pour toutes les discussions que nous avons eues, de son exigence mais surtout de sa persévérance à vouloir m'imposer un moment de réflexion sur mes actions scientifiques. Toujours à la recherche des qualités des femmes et hommes qui l'entourent, à promouvoir la relation humaine avant l'individualité, il a su me confirmer un état d'esprit que je souhaite perpétuer à mon tour. Enfin, je finirai les remerciements de mon équipe d'encadrement avec mon directeur de thèse, Stéphane Morel, qui par son exigence, sa rigueur, son organisation et sa justesse m'ont permis de découvrir, mais aussi d'intégrer progressivement la mesure de la rigueur et de l'excellence que demande de mener une étude scientifique. Je tiens à le remercier de sa confiance et de m'avoir laissé une grande autonomie tout au long de ces années de collaboration. Ceci m'a permis d'augmenter mon degré d'adaptation, de responsabilité et de réaction aux différents aléas propres aux activités de recherche.

Je tiens à remercier trois hommes, hors du commun, prenant chaque jour le temps d'écouter, d'assimiler et d'agir. Je parle bien évidemment de Philippe Taris, Olivier Lagardère et de Bernard Solbes. Je commencerai par remercier Philippe, qui chaque jour de ces années de coopération, a toujours eu le mot pour me faire rire ou me remonter le moral. Je tiens à souligner qu'il a une qualité de travail exceptionnelle. Je remercie grandement

Olivier Lagardère car j'ai appris énormément à ses côtés. Il a su m'enseigner tout au long de ces années les grandes lignes de son métier et surtout me faire confiance pour que je puisse appliquer de manière autonome son enseignement. Je remercie aussi Bernard Solbes qui est le point névralgique du bon fonctionnement d'une campagne expérimentale. Il est à chaque instant présent, curieux, et doté d'une soif de perfectionnement qui permet de transformer l'impossible en possible. Cela ne s'arrête pas à ses qualités professionnelles, c'est avant tout un homme magnanime et le rend exemplaire !

Je tiens à adresser des remerciements au laboratoire I2M qui m'a accueilli pendant 7 ans maintenant, en comptant mes années de stage et mon année d'ATER. Je remercie les deux directeurs du département I2M GCE, Denys Bresse et Nadia Saiyouris. Je remercie, les professeurs, les maîtres de conférences, les ingénieurs de recherche ainsi que les gestionnaires. Je remercie Philippe Galimard, maître de conférences, avec qui j'ai réalisé mes deux stages. Il m'a fait confiance, m'a fait découvrir le monde de la recherche et me l'a surtout fait aimer.

Toujours au sein du laboratoire I2M, je tiens à remercier les différents doctorants et docteurs. Le lien qui nous unit est unique. Je remercie Alexandre Gangnant par sa gentillesse sans borne, sa générosité et sa bienveillance. Je remercie Antoine Boniface pour tous ces repas animés et son altruisme. Je remercie Mathieu Verdet pour toutes les discussions que nous avons pu avoir au travers de passions partagées. Je remercie Marie Bisoffie-Sauve qui encore aujourd'hui garde contact. Merci de ta franchise et surtout de ton esprit protecteur envers les jeunes doctorants. Je remercie Agnès Zambon pour tous les bons moments que nous avons passés ensemble, mais aussi aux nombreuses conversations pour nous motiver dans la bonne réalisation de nos travaux. Je remercie Pierre Vignon pour toutes les discussions sans queue ni tête que nous nous sommes imposées. Je remercie Alice Micolier, pour son sourire, sa bienveillance et son esprit festif, quel bonheur de l'avoir eu à mes côtés, une rencontre inestimable ! Je remercie Shuang Peng pour toutes les fois où nous ne nous sommes pas compris, mais qui ont toujours fini par nous faire rire.

Je termine les remerciements de mes collègues avec deux personnes, Edouard Sorin et Vincent Venzal, dont je peux avoir une confiance aveugle. Avec Edouard, nous avons eu une relation amicale dès les premiers instants de notre rencontre. Il m'a pris sous son aile et m'a proposé son aide tout au long de mes travaux de thèse. Une personne qui a été présente dans des moments difficiles et qui a su me prouver son amitié. Vincent Venzal, une personne charismatique, sérieuse et d'une rigueur irréprochable, mais surtout dotée d'un grand cœur. Toujours présent, jamais un reproche, toujours prêt à aider sans conditions. Ce fut le soutien le plus important lors de ces années de thèse et j'espère que nos chemins se croiseront maintes et maintes fois.

Je finis les remerciements maintenant par les personnes qui sont inestimables à mes yeux. Je parle de ma famille : Grands-parents, tantes, oncles, cousines et cousins, à tous je vous remercie. Je remercie tout particulièrement ma tante Marlène qui a été d'une aide précieuse et une source d'inspiration par son ouverture d'esprit, mais surtout par son empathie hors du commun. Je tiens à remercier mes parents, qui m'ont conduit par leur éducation, leur bienveillance, leur amour, mais aussi leurs sacrifices à la réalisation de mon projet d'étude en école supérieure. Il est clair que je leur dédie l'ensemble de mes travaux de thèse. Je finirai ces remerciements avec la personne qui est la plus inestimable à mes yeux et c'est une chance pour moi de pouvoir l'appeler ma sœur. Merci.

Sommaire

Liste des Figures **IV**

Liste des Tableaux **XV**

Liste des Symboles **XVIII**

Introduction Générale **1**

1 Comportement à rupture du bois sous variations hygrométriques et chargement instantané **5**
1.1 Introduction 6
1.2 Comportement hygromécanique du matériau bois 6
1.3 Réglementation et prise en compte du comportement hygromécanique . . . 18
1.4 Comportement quasi-fragile du matériau bois 24
1.5 Conclusion 40

2 Proposition d'un modèle de rupture énergétique **42**
2.1 Introduction 43
2.2 Critères de rupture en mode mixte 44
2.3 Modèle de rupture en mode mixte I+II basé sur les courbes-R 60
2.4 Analyse du modèle de rupture en mode mixte I+II 71
2.5 Conclusion 79

3 Caractérisation des paramètres de rupture des Modes purs I et II **81**
3.1 Introduction 82
3.2 Etat de l'art des essais de caractérisation des paramètres de rupture de Mode I et de Mode II 83
3.3 Protocole et asservissement des essais de Mode I et de Mode II 90
3.4 Détermination des paramètres de rupture des courbes-R 105
3.5 Evolution des paramètres de rupture en fonction de paramètres physiques ou mécaniques 118
3.6 Conclusion 128

4 Validation du modèle de courbe de résistance en mode mixte I+II par confrontation aux réponses expérimentales **129**
4.1 Introduction 130

4.2 Validation du modèle à partir d'essais de rupture avec un ratio de mixité constant . . . 130
4.3 Confrontation du modèle de courbe-R en mode mixte avec des essais de rupture à ratio de mixité non constant : poutre entaillée de plancher . . . 172
4.4 Conclusion . . . 182

Conclusion Générale et Perspectives **184**

Annexes **I**

A Critère de rupture en mode mixte à partir des courbes-R **II**
A.1 Généralité . . . II
A.2 Critère linéaire . . . IV
A.3 Critère semi-quadratique . . . V
A.4 Critère quadratique . . . VI
A.5 Critère semi-radical . . . VII
A.6 Critère semi-radical inverse . . . VIII

B Méthodes de calcul pour déterminer la courbe de résistance **X**

C Etude de sensibilité du maillage DCB, ENF et MMB **XIII**

D Paramètres d'asservissement (PID) **XV**
D.1 Modes purs I et II . . . XV
D.2 Modes mixtes I+II . . . XVI

E Cycle de charge-décharge de l'essai ENF **XVIII**

F Courbes force-déplacement et courbes-R brutes **XXII**
F.1 Courbes des essais de Mode I . . . XXIII
F.2 Courbes des essais de Mode II . . . XXIV
F.3 Courbes des essais de mode mixte I+II . . . XXV

G Courbes-R moyenne et basse **XXVIII**
G.1 Modes purs I et II . . . XXIX
G.2 Modes mixtes I+II . . . XXXII

H Paramètres des essais de caractérisation et de validation **XXXVIII**
H.1 Paramètres des essais de Mode I . . . XXXIX
H.2 Paramètres des essais de Mode II . . . XLII
H.3 Paramètres des essais de mode mixte I+II . . . XLV

I Résultats des courbes-R moyennes **LI**

Liste des Figures

1.1 Sections transversales : (a) section transversale d'un tronc. (b) agrandissement d'une partie de l'écorce, du cambium et du bois (Navi et Heger, 2005) 7
1.2 Représentation schématique des trois axes d'orthotropie : (a) axes principaux dans la tige d'arbre. (b) axes principaux sur un bois d'oeuvre de section rectangulaire. (l) : longitudinal, (r) : radial,(t) : tangentiel (Navi et Sandberg, 2012) 8
1.3 Arrangement cellulaire d'un résineux (Guitard, 1987) 9
1.4 Représentation schématique de la paroi d'une trachéide, (LM) : lamelle mitoyenne, (P) : paroi primaire, (S) : paroi secondaire avec ses sous-couches ($S1$), ($S2$) et ($S3$) (Navi et Sandberg, 2012) 9
1.5 Représentation schématique des "états de l'eau" dans le bois : (a) H supérieure au PSF. (b) H égale au PSF. (c) H inférieure au PSF (Navi et Heger, 2005) 10
1.6 Isotherme de sorption du bois (épicea) à différentes températures d'après Stamm (1964) cité par Navi et Heger (2005) 11
1.7 Courbe de l'isotherme d'absorption-désorption du bois (Navi et Heger, 2005) 12
1.8 Variation des coefficients de gonflement volumique α_v, tangentiel α_T, radial α_R du bois (bouleau) en fonction de la teneur en eau (ici w) d'après Keylwerth (1964) cité par Navi et Heger (2005) 12
1.9 Effet de la teneur en eau sur : (a) les coefficients de la matrice de complaisance, (b) le module d'Young longitudinal (E_L) et le module de cisaillement dans le plan RL du Picea sitchensis d'après Carrington (1922), cité par Dinwoodie et Building Research Establishment (2000) 14
1.10 Evolution des 6 coefficients de Poisson en fonction de la teneur en eau (w) du Fagus Sylvatica (Ozyhar et al., 2013) 15
1.11 Courbe contrainte-déformation en traction et compression parallèle et perpendiculaire au fil du bois (AFNOR, 2005) 16
1.12 Effet de la teneur en eau sur les contraintes de rupture à une température de 20^o C : (a) contrainte de flexion (f_m), (b) contrainte de cisaillement (f_v), (c) contrainte de traction dans la direction longitudinale des fibres ($f_{t,0}$), (d) contrainte de compression dans la direction longitudinale des fibres ($f_{c,0}$), (e) contrainte de traction dans la direction perpendiculaire des fibres ($f_{t,90}$), (f) contrainte de compression dans la direction perpendiculaire des fibres ($f_{c,90}$) (Gerhards, 1982). 17

1.13 Schéma et notation des différents paramètres géométriques pour les poutres entaillées 21
1.14 Différentes tailles de la zone d'élaboration en fonction du type de matériaux avec ZLE : zone linéaire élastique, ZNL : zone non-linéaire due à la plasticité et FPZ : "fracture process zone", (a) matériau fragile, (b) matériau ductile et (c) matériau quasi-fragile 26
1.15 Modes de rupture : (a) Mode I, (b) Mode II et (c) Mode III (Gangnant, 2016) 26
1.16 Six orientations principales du plan de fissuration (Valentin et al., 1991) . . 27
1.17 (a) courbe force-déplacement en déplacement imposé d'un matériau fragile parfait, (b) taux de restitution d'énergie du matériau fragile en fonction de la longueur de fissure a 28
1.18 (a) courbe force-déplacement en déplacement imposé d'un matériau quasi-fragile parfait, (b) taux de restitution d'énergie d'un matériau quasi-fragile en fonction de la longueur de fissure a 29
1.19 Représentation de la MLEReq et de sa longueur de fissure équivalente (Gangnant, 2016) 31
1.20 Représentation de la courbe-R à partir de la MLEReq et du principe de longueur de fissure élastique équivalente 32
1.21 Représentation d'une courbe force-déplacement (à gauche) d'un essai "Single Edge Notched-Three Point Bending" (SEN-TPB) et sa courbe-R (à droite). Les courbes de couleur représentent les taux de restitution d'énergie à des charges constantes (P_1,P_2,P_u) où P_u est la charge au pic (Morel et al., 2005) 33
1.22 Comportement de l'effet d'échelle à partir de la contrainte nominale (Bazant et Kazemi, 1990) 34
1.23 Comportement de l'effet d'echelle à partir de la contrainte nominale réécrite (Morel, 2007) 34
1.24 Etude de l'effet d'échelle DCB (Mode I) sur une éprouvette en résine d'époxy : (a) analyse des paramètres d'effet d'échelle de l'éprouvette. (b) comportement de l'effet d'échelle en Mode I (Salviato et al., 2019) 35
1.25 Etude de l'effet d'échelle ENF (Mode II) sur une éprouvette en résine d'époxy : (a) analyse des paramètres d'effet d'echelle de l'éprouvette. (b) comportement de l'effet d'échelle en Mode II (Salviato et al., 2019) 35
1.26 Courbe-R type avec trois teneurs en eau différentes (8%, 12% et 30%), les lignes de couleur en pointillé représentent les courbes-R expérimentales et les courbes-R pleines sont celles issues de l'équation (1.25) 36
1.27 Paramètres de rupture en fonction de la teneur en eau dans le bois : (a) résistance à la propagation autosimilaire G_{Rc} en fonction de la teneur en eau ("Moisture content") (MC), (b) longueur équivalente élastique caractéristique Δa_c en fonction de MC, Phan et al. (2017) 37
1.28 Loi cohésive de Mode I avec un comportement adoucissant bilinéaire 38
1.29 Connection entre les paramètres d'une loi cohésive bilinéaire et les paramètres de sa courbe-R, Coureau et al. (2013). 39

2.1 Champs de déformations d'une poutre entaillée au niveau de l'épaulement : (a) champ de déformation perpendiculaire au fil ϵ_{yy}, (b) champ de déformation de cisaillement ϵ_{xy} dans le domaine élastique (c), champ de déformation perpendiculaire au fil ϵ_{yy}, (d) champ de déformation de cisaillement ϵ_{xy} avant la charge ultime, (Jockwer, 2015) 43
2.2 Critère de rupture en mode mixte : (a) comparaison avec les essais expérimentaux sur du bois de balsa (Wu, 1967), (b) comparaison avec les essais expérimentaux sur du bois de balsa (Mall et al., 1983), (c) comparaison avec les essais expérimentaux sur du bois de balsa (Hunt et Croager, 1982), par Fakoor et Shahsavar (2020) 47
2.3 Critère de rupture en mode mixte avec une approche énergétique : (a) comparaison avec les essais expérimentaux sur du pin maritime (de Moura et al., 2010), (b) comparaison avec les essais expérimentaux sur de l'épicéa sikta (Yoshihara, 2013), (c) comparaison avec les essais expérimentaux sur de l'épicéa (Phan et al., 2016) 50
2.4 Loi cohésive avec la phase adoucissante bilinéaire et $i = I, II$ ou $I + II$ . . 52
2.5 Composantes du déplacement relatif entre deux points en vis-à-vis de l'interface dans un modèle de zone cohésive 52
2.6 Loi cohésive en mode mixte avec la phase adoucissante bilinéaire. En bleu $\theta = 0^o$, loi cohésive de Mode I pur. En rouge $\theta = 90^o$ loi cohésive de Mode II pur. Les parties bleu et rouge foncé sont les lois issues des composantes de Modes I et II du mode mixte. En vert la loi cohésive de mode mixte I+II 55
2.7 Schéma du modèle de rupture en mode mixte de Lartigau et al. (2015) à partir des courbes-R 58
2.8 Paramètres de rupture de l'étude de Phan et al. (2016) avec la moyenne ± un écart-type en fonction du ratio de mixité $\kappa = \tan(\alpha)$ (a) G_{Rc_i}, (b) Δa_{c_i}, (c) β_i 59
2.9 Schéma du modèle de rupture en mode mixte à partir des courbes-R et en fonction du taux de développement de la FPZ ϕ_a 62
2.10 Evolution des différentes expressions du critère issues du Tableau 2.5 en fonction ϕ_a pour un ratio de mixité constant $\kappa = 0{,}6$ 66
2.11 Comparaison entre les critères issus du Tableau 2.5 et l'approximation par une loi puissance en fonction ϕ_a pour un ratio de mixité constant $\kappa = 0{,}6$. 66
2.12 Schéma de l'énergie nécessaire au développement de la FPZ W_{f_i} en joule compris entre 0 et Δa_{c_i} pour une éprouvette d'épaisseur b 68
2.13 Schéma d'une courbe-R en mode mixte à partir des deux critères et de l'hypothèse de forme en fonction de la longueur élastique équivalente Δa . . 70
2.14 Courbe-R en mode mixte. En bleu $\alpha = 90^o$, courbe-R en Mode I. En rouge $\alpha = 0^o$ courbe-R en mode II. Les parties bleu et rouge foncé sont les contributions des modes purs dans le mode mixte. En vert la courbe-R en mode mixte 71
2.15 Organigramme résumant le modèle de rupture en mode mixte à partir des courbes-R 72
2.16 Critère de rupture power law, linéaire, semi-quadratique et quadratique . . 73

2.17 Évolution des résistances critiques de mode mixte et des composantes de Modes I et II des différents critères de rupture power law à partir des données de Phan et al. (2016) (a) linéaire (b) semi-quadratique (c) quadratique . . . 74
2.18 Comparaison de la résistance critique $G_{Rc_{I+II}}$ des critères linéaire et semi-quadratique avec les données de Phan et al. (2016) . . . 75
2.19 Taux de variations des résistances de mode mixte du critère (a) linéaire, (b) semi-quadratique . . . 76
2.20 Comparaison des exposants des lois puissances β_i des critères linéaire et semi-quadratique avec les données de Phan et al. (2016) . . . 77
2.21 Evolution des longueurs élastiques équivalentes critiques en mode mixte, $\Delta a_{c_{I+II}}$, en fonction des différents critères power law . . . 78
2.22 Comparaison de l'évolution des longueurs élastiques équivalentes critiques en mode mixte, $\Delta a_{c_{I+II}}$, entre les modèles et les données de Phan et al. (2016) 79

3.1 Représentation d'une instabilité sur une courbe force-déplacement d'un essai de caractérisation . . . 82
3.2 "Center Cracked plate", Wu (1967), (hauteur = 152 mm, largeur = 152 mm, épaisseur =1,6 mm . . . 84
3.3 Essais de caractérisation des paramètres de rupture du pin sylvestre par Williams et Birch (1976) : (a) "Tapered Double Cantilever Beam", (b) "Single Edge Notched", (c) "Shear specimen" . . . 84
3.4 Essais de caractérisation de Hunt et Croager (1982) : (a) essai "Double Cantilever Beam" (hauteur = 40 mm, longueur = 250 mm, a_0 = 52 mm (b) éprouvette "Compact Tension" (ASTM (1977) référence des dimensions de l'essai avec a_0 = 20 mm) (c) essai " Single Edge-Notched Bend" (ASTM (1977) référence des dimensions de l'essai avec a_0 = 20 mm) (d) essai de mode mixte (hauteur = 40 mm, ligament = 80 mm, a_0 = 27,5 mm, a_1 = 52,5 mm) . . . 85
3.5 Essais de caractérisation des paramètres de rupture de l'épicéa par Mall et al. (1983) : (a) "Single Edge Notch" (hauteur = 203 mm, largeur = 64 mm, épaisseur 6 mm et a_0 = 25,4 mm) , (b) "Center Cracked" (hauteur = 203 mm, largeur = 64 mm, épaisseur 6 mm et a_0 = 25,4 mm) , (c) "Double Edge Notched" (hauteur = 102 mm, largeur = 102 mm, épaisseur 6 mm et a_0 = 64 mm) . . . 86
3.6 Eprouvettes de Bostrom (1992) en millimètre : (a) Mode I (b) Mode II . . 87
3.7 Essai "Tapered Double Cantilever Beam" . . . 87
3.8 Essai "Linear Tapered End-Notched Flexure" . . . 88
3.9 Essais "Wedge Splitting" . . . 88
3.10 Essai "Mixed-Mode Bending" : combinaison de l'essai DCB (Mode I) et de l'essai ENF (mode II) . . . 89
3.11 Orientation des cernes des éprouvettes en pin maritime (a) vue de face, (b) vue de dessus . . . 90
3.12 Eprouvette MMB des essais de caractérisation avec les modes de chargement Mode I et Mode II . . . 91

3.13 Phénomène "kink band" sur le bras supérieur d'une éprouvette 92
3.14 Essai DCB sur une éprouvette en pin maritime : (a) photographie de l'essai (b) schéma des positions des caméras-extensomètres 94
3.15 Courbes d'un essai DCB piloté en déplacement traverse à une teneur en eau de 6 % : (a) courbe force-déplacement, (b) courbe déplacement-temps, (c) zoom de la courbe déplacement de fissure-temps à l'instabilité 95
3.16 Courbes d'un essai DCB asservi en déplacement d'ouverture en fond d'entaille : (a) courbe force-déplacement, (b) courbe déplacement-temps, (c) zoom de la courbe consigne déplacement-temps 97
3.17 Cycles charge-décharge d'essai de Mode I : (a) éprouvette SENB par Morel et al. (2005), (b) essais mTDCB par Phan et al. (2017) sur deux teneurs en eau 12 % et 30 % 98
3.18 Essai ENF sur une éprouvette en pin maritime (a) photographie de l'essai (b) positionnement du système de mesure 99
3.19 Essai ENF sur une éprouvette en pin maritime : (a) zoom sur les cibles en fond de fissure initiale (vue de côté) (b) positionnement du bâti et des cales pendant l'essai (vue de face) 100
3.20 Courbe force-déplacement d'un essai ENF piloté en déplacement traverse . 101
3.21 Courbes déplacement-temps de l'essai ENF piloté en déplacement traverse : (a) courbe déplacement-temps (b) zoom sur le saut de déplacement au niveau de la flèche et (c) zoom sur le saut de déplacement au niveau du déplacement en fond de la fissure initiale 102
3.22 Courbes d'un essai ENF asservi en déplacement de flèche (a) courbe force-déplacement, (b) courbe déplacement-temps, (c) zoom de la courbe consigne déplacement-temps 103
3.23 Cycle de charge décharge sur un essai ENF asservi en flèche 104
3.24 Illustration de la densité de maille des essais de Mode I et II : (a) maillage de l'essai DCB (b) zoom du maillage en fond de fissure de l'essai DCB (c) maillage de l'essai ENF (d) zoom du maillage en fond de fissure de l'essai ENF 106
3.25 Fonctions de complaisance pour diverses valeurs du module d'Young longitudinal E_L à partir de la modélisation EF de l'essai DCB : (a) fonctions de complaisance, (b) variations du facteur de correction $\psi(a)$ en fonction de la propagation de la fissure élastique équivalente a, (c) facteurs de correction à partir des complaisances initiales $\lambda(a_0)$ en fonction des modules d'Young longitudinaux 108
3.26 Fonctions de complaisance pour diverses valeurs du module d'Young longitudinal E_L à partir de la modélisation EF de l'essai ENF : (a) fonctions de complaisance, (b) variations du facteur de correction $\psi(a)$ en fonction de la propagation de la fissure élastique équivalente a, (c) facteurs de correction à partir des complaisances initiales $\lambda(a_0)$ en fonction des modules d'Young longitudinaux 109

3.27 Calcul des courbes-R suivant les deux méthodes (graphique et analytique) à partir des courbes force-déplacement sur des éprouvettes en pin maritime à une teneur en eau de 12 % : réponse force-déplacement (a) DCB, (b) ENF, calcul de la courbe-R de l'essai avec $\Delta a = a - a_0$ (c) DCB et (d) ENF . . . 111
3.28 Détermination de la valeur plateau de la courbe-R, G_{Rc}, de l'essai DCB, (a) courbe d'Abbott-Firestone et du point d'inflexion, (b) courbe-R avec l'estimation de G_{Rc} . . . 113
3.29 Comparaison entre la courbe-R expérimentale et la courbe-R théorique pour une teneur en eau de 12 % : (a) DCB et (b) ENF . . . 115
3.30 Détermination des couples (β, Δa_c) recevables pour des essais d'une teneur en eau de 12 %, Fuseau des solutions acceptables de l'essai (a) DCB, (b) ENF, couples (β, Δa_c) acceptables pour l'essai (c) DCB et (d) ENF . . . 115
3.31 Comparaison entre les courbes expérimentales et théoriques (MLER et MLEReq) sur des essais d'une teneur en eau de 12 % : Courbe-R essai (a) DCB, (b) ENF, courbe force-déplacement essai, (c) DCB et (d) ENF . . . 117
3.32 Evolution du paramètre G_{Rc} en fonction de la teneur en eau (a) Mode I : G_{Rc_I} et (b) Mode II : $G_{Rc_{II}}$ . . . 119
3.33 Evolution du paramètre Δa_c en fonction de la teneur en eau (a) Mode I : Δa_{c_I} et (b) Mode II : $\Delta a_{c_{II}}$ . . . 121
3.34 Evolution du paramètre β en fonction de la teneur en eau (a) Mode I : β_I et (b) Mode II : β_{II} . . . 122
3.35 Loi de comportement linéaire des paramètres de ruptures (a) G_{Rc_I}, (b) $G_{Rc_{II}}$, (c) Δa_{c_I}, (d) $\Delta a_{c_{II}}$, (e) β_I et (f) β_{II} . . . 123
3.36 Evolution des paramètres de rupture en fonction de la densité anhydre ρ_0 (a) G_{Rc_I}, (b) $G_{Rc_{II}}$, (c) Δa_{c_I}, (d) $\Delta a_{c_{II}}$, (e) β_I et (f) β_{II} . . . 125
3.37 Evolution du module élastique longitudinal en fonction de la masse volumique anhydre (a) Mode I, (b) Mode II . . . 126
3.38 Evolution des paramètres de rupture en fonction du module longitudinal E_L (a) G_{Rc_I}, (b) $G_{Rc_{II}}$, (c) Δa_{c_I}, (d) $\Delta a_{c_{II}}$, (e) β_I et (f) β_{II} . . . 127

4.1 Représentation d'une instabilité sur une courbe force-déplacement d'un essai de caractérisation . . . 131
4.2 Essai MMB sur une éprouvette en pin maritime : (a) photographie de l'essai (b) schéma de l'essai . . . 134
4.3 Schéma des positions des systèmes de mesure de l'essai MMB : (a) vue en perspective avant (b) vue arrière . . . 135
4.4 Courbes d'un essai MMB piloté en déplacement traverse à une teneur en eau de 14% et avec $\kappa = 1$: (a) courbe force-déplacement, (b) courbe déplacement-temps, (c) zoom de la courbe déplacement-temps au niveau de l'instabilité . . . 137
4.5 Courbes d'un essai MMB asservi en déplacement d'ouverture en fond de fissure initiale pour un teneur en eau de 14 % et un ratio de mixité $\kappa = 1$: (a) courbe force-déplacement, (b) courbe déplacement-temps, (c) zoom de la courbe consigne déplacement-temps . . . 138

4.6 Illustration de la densité de maille des essais de mode mixte pour un ratio $\kappa = 1$ (c =258 mm) : (a) maillage de l'essai MMB (b) zoom du maillage en fond de fissure de l'essai MMB 140
4.7 Schéma du principe de VCCT avec des éléments finis du premier ordre par Krueger (2004) 141
4.8 Schéma du principe de VCCT avec des éléments finis du second ordre par Krueger (2004) 142
4.9 Comparaison des taux de restitution d'énergie calculés à partir de la méthode VCCT et de la méthode de la complaisance pour une charge $P = 1$ N et une épaisseur unitaire $b = 1$ mm pour un ratio de mixité $\kappa = 1$ 143
4.10 Evolution de la répartition des composantes de Mode I et II du taux de restitution $G_{I+II_{VCCT}}$ et par conséquent du ratio de mixité κ en fonction de la longueur de fissure élastique équivalente (avec $i = I$ ou II) 143
4.11 Schéma d'évaluation des résistances ou du taux de restitution d'énergie : (a) du mode mixte $G_{R_{I+II}}(a)$, et des composantes : (b) de Mode I $G_{R_{I_{I+II}}}(a)$ et (c) de Mode II $G_{R_{II_{I+II}}}(a)$ 146
4.12 Courbes force-déplacement d'un essai MMB pour un ratio de mixité $\kappa \approx 1$ et une teneur en eau de 10 % : (a) mode mixte I+II (b) Mode I (c) Mode II 148
4.13 Courbe-R de mode mixte I+II $G_{R_{I+II}}(a)$ (verte et noire) et ses composantes de Mode I $G_{R_{I_{I+II}}}(a)$ (bleue) et Mode II $G_{R_{II_{I+II}}}(a)$ (rouge) de l'essai MMB pour un ratio de mixité $\kappa \approx 1$ et une teneur en eau de 10 % 148
4.14 Evolution de la répartition des composantes de Mode I (bleue) et de Mode II (rouge) de la résistance en mode mixte I+II et du ratio de mixité κ de l'essai MMB en fonction de la longueur de fissure $\Delta a = a - a_0$ pour une teneur en eau de 10 % 149
4.15 Comparaison entre les courbes expérimentales et théoriques (MLER et MLEReq) de l'exemple sur l'essai MMB pour un ratio de mixité $\kappa \approx 1$ et une teneur en eau de 10 % (a) Courbes-R (b) Courbes force-déplacement 150
4.16 Courbes force-déplacement et courbes-R valides des essais MMB avec un ratio de mixité $\kappa \approx 1$ et pour teneur en eau moyenne : (a) et (b) 11 %, (c) et (d) 13 %, (e) et (f) 19 % 151
4.17 Comportement des paramètres de mode mixte I+II en fonction de la teneur en eau, $G_{Rc_{I+II}}$: (a) $\kappa = 3$, (b) $\kappa = 1$, (c) $\kappa = 2/3$, $\Delta a_{c_{I+II}}$: (d) $\kappa = 3$, (e) $\kappa = 1$, (f) $\kappa = 2/3$, β_{I+II} : (g) $\kappa = 3$, (h) $\kappa = 1$, (i) $\kappa = 2/3$ 153
4.18 Courbes-R moyennes expérimentales pour une teneur en eau moyenne d'environ 13,5 % : (a) Mode I (b) Mode II 155
4.19 Comparaison entre la courbe-R moyenne théorique et la courbe-R issue des paramètres moyens pour une teneur en eau moyenne d'environ 13,5 % : (a) Mode I (b) Mode II 155
4.20 Courbe-R moyenne théorique et celles issues de plus ou moins un écart-type 13,5 % : (a) courbes expérimentales (b) courbes théoriques 156
4.21 Influence β et Δa_c sur la charge au pic pour un G_{Rc} fixé (teneur en eau moyenne d'environ 13,5 %) : (a) Mode I : $G_{Rc} = 550 J/m^2$ (b) Mode II : $G_{Rc} = 1739 J/m^2$ 157

4.22 Influence G_{Rc} et Δa_c sur la charge au pic pour un $\beta = \beta_{lim}$ (teneur en eau moyenne d'environ 13,5 %) : (a) Mode I : $\beta_{lim} = 0,3$ (b) Mode II : $\beta_{lim} = 0,6$ 158
4.23 Courbe-R moyenne et basse pour une teneur en eau moyenne d'environ 13,5 % : (a) Mode I (b) Mode II 159
4.24 Courbes force-déplacement expérimentales et théoriques (moyenne et basse) pour une teneur en eau moyenne d'environ 13,5 % : (a) Mode I (b) Mode II, et la fréquence cumulée sur la charge au pic (c) Mode I (d) Mode II . . . 160
4.25 Courbe-R expérimentale et théorique de mode mixte I+II $G_{R_{I+II}}(a)$ (verte) et ses composantes de Mode I $G_{R_{I_{I+II}}}(a)$ (bleue) et Mode II $G_{R_{II_{I+II}}}(a)$ (rouge) de l'essai MMB pour un ratio de mixité $\kappa \approx 1$ et une teneur en eau de 10 % 162
4.26 Comparaison de la résistance critique $G_{Rc_{I+II}}$ entre les critères linéaire, semi-quadratique, semi-radical et les données expérimentales du pin maritime pour les différentes teneurs en eau moyenne : (a) et (b) 10.7 %, (c) et (d) 13.5 %, (e) et (f) 19.6 % 164
4.27 Comparaison de l'exposant β_{I+II} entre les critères linéaire, semi-quadratique, semi-radical et les données expérimentales du pin maritime pour les différentes teneurs en eau moyenne : (a) 10.7 %, (b) 13.5 %, (c) 19.6 % 166
4.28 Comparaison de la longueur de fissure élastique équivalente critique $\Delta a_{c_{I+II}}$ entre les critères linéaire, semi-quadratique, semi-radical et les données expérimentales du pin maritime pour les différentes teneurs en eau moyenne : (a) 10.7 %, (b) 13.5 %, (c) 19.6 % 168
4.29 Comparaison des courbes-R moyennes et basses expérimentales avec les courbes-R du modèle de rupture pour les critères linéaire et semi-radical, issues des paramètres des courbes-R moyennes théoriques et courbes-R basses des Modes I et II pour une teneur en eau de 13,5 % : Ratio de mixité κ (a) 2,25 , (b) 0,89 et (c) 0,52 % 170
4.30 Comparaison des courbes expérimentales force-déplacement et des distributions cumulées des pics de charge expérimentales avec celles obtenues par le modèle de rupture suivant les critères linéaire et semi-radical pour les courbes-R moyennes et basses pour une teneur en eau de 13,5 % : Ratio de mixité κ (a) et (b) 2,25 , (c) et (b) 0,89 et (e) et (f) 0,52 % 171
4.31 Schéma des dimensions des poutres entaillées pour une teneur en eau de découpe à 12 % et dans une configuration TL 173
4.32 Essai poutre entaillée en pin maritime : (a) photographie de l'essai (b) schéma de l'essai 174
4.33 Ratio de mixité $\kappa(a)$ d'une poutre entaillée : (a) évolution des composantes de Mode I et de Mode II du taux de restitution d'énergie (b) évolution du ratio de mixité 175
4.34 Courbe force-déplacement d'un essai d'une poutre entaillée pour une teneur en eau de 14 % : (a) Vue générale de la courbe (b) Zoom au niveau du pic de charge 176

4.35 Comparaison des courbes expérimentales force-déplacement et des distributions cumulées des pics de charge expérimentaux avec ceux obtenus par le modèle de rupture, suivant les critères linéaire et semi-radical pour les courbes-R moyennes et basses, le modèle de Lartigau et al. (2015) et celui de Gustafsson (1988) pour les teneurs en eau : (a) et (b) $H = 10\%$, (c) et (b) $H = 14\%$ et (e) et (f) $H = 22\%$ % 178
4.36 Comparaison des courbes de résistance et de l'évolution de $\Delta a_{c_{I+II}}$ entre le modèle de Lartigau et al. (2015) et les modèles suivant le critère linéaire et semi-radical d'une poutre entaillée pour une teneur en eau de 14 % : (a) Courbe de résistance (b) Evolution de $\Delta a_{c_{I+II}}$ 179
4.37 Poids des différentes composantes de l'équation (4.36) en fonction de (Δa) (critère linéaire et teneur en eau de 14 %) 181
4.38 Détermination de la longueur de fissure Δa_u à partir de l'égalité entre $G'(\Delta a)/G(\Delta a)$ et $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$ (critère linéaire et teneur en eau de 14 %) 181
4.39 Détermination d'une valeur seuil de Δa_u à partir de l'égalité entre $G'(\Delta a)/G(\Delta a)$ et $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$ (critère linéaire et teneur en eau de 14 %) 182

A.1 Evolution de la résistance de mode mixte et de ses composantes pour le critère linéaire à partir des propriétés de rupture des modes purs de l'étude de Phan et al. (2016) V
A.2 Evolution de la résistance de mode mixte et de ses composantes pour le critère semi-quadratique à partir des propriétés de rupture des modes purs de l'étude de Phan et al. (2016) VI
A.3 Evolution de la résistance de mode mixte et de ses composantes pour le critère quadratique à partir des propriétés de rupture des modes purs de l'étude de Phan et al. (2016) VII
A.4 Evolution de la résistance de mode mixte et de ses composantes pour le critère semi-radical à partir des propriétés de rupture des modes purs de l'étude de Phan et al. (2016) VIII
A.5 Evolution de la résistance de mode mixte et de ses composantes pour le critère semi-radical inverse à partir des propriétés de rupture des modes purs de l'étude de Phan et al. (2016) IX

B.1 Schéma de principe de la MLEReq où a est la longueur de fissure élastique équivalente : (a) analogie entre fissure parfaite et fissure réelle (b) complaisance sécante semblable à la complaisance d'un milieu fissuré parfaitement élastique X
B.2 Schéma de principe pour déterminer de $G_R(a)$ par la MLEReq : (a) méthode graphique (b) méthode analytique XI

C.1 Etude de sensibilité de maillage de l'essai DCB à partir de la raideur initiale : (a) optimisation du nombre de nœud (b) temps de calcul pour de la raideur du MEF XIII

C.2 Etude de sensibilité de maillage de l'essai ENF à partir de la raideur initiale : (a) optimisation du nombre de nœud (b) temps de calcul pour de la raideur du MEF XIII
C.3 Etude de sensibilité de maillage de l'essai MMB pour un ratio de mixité $\kappa = 1$ à partir de la raideur initiale : (a) optimisation du nombre de nœud (b) temps de calcul pour de la raideur du MEF XIV

E.1 Cycles de charge-décharge d'un essai ENF pour une teneur en eau de 19 % avec un ancrage du bâti de mesure sur le bras supérieur de l'éprouvette et sans cales en téflon au droit de l'appui entre le bois et la cale d'acier : (a) schéma du montage, (b) cycles de charge-décharge,(c) zoom en pied de courbe et (d) zoom en tête de courbe XIX
E.2 Cycles de charge-décharge d'un essai ENF pour une teneur en eau de 19 % avec un ancrage du bâti de mesure sur le bras supérieur de l'éprouvette et avec des cales en téflon au droit de l'appui entre le bois et la cale d'acier : (a) schéma du montage, (b) cycles de charge-décharge,(c) zoom en pied de courbe et (d) zoom en tête de courbe XX
E.3 Cycles de charge-décharge d'un essai ENF pour une teneur en eau de 19 % avec un ancrage du bâti de mesure dans le bras inférieur de l'éprouvette et avec des cales en téflon au droit de l'appui entre le bois et la cale d'acier : (a) schéma du montage, (b) cycles de charge-décharge,(c) zoom en pied de courbe et (d) zoom en tête de courbe XXI

F.1 Courbes force-déplacement et courbes-R valides des essais DCB avec pour teneurs en eau moyennes : (a) et (b) 8 %, (c) et (d) 13,8 %, (e) et (f) 18,8 % XXIII
F.2 Courbes force-déplacement et courbes-R valides des essais ENF avec pour teneurs en eau moyennes : (a) et (b) 8,7 %, (c) et (d) 13,4 %, (e) et (f) 19,2 % XXIV
F.3 Courbes force-déplacement et courbes-R valides des essais MMB avec un ratio de mixité $\kappa \approx 3$ et pour des teneurs en eau moyennes : (a) et (b) 10 %, (c) et (d) 13,5 %, (e) et (f) 22 % XXV
F.4 Courbes force-déplacement et courbes-R valides des essais MMB avec un ratio de mixité $\kappa \approx 1$ et pour des teneurs en eau moyennes : (a) et (b) 10 %, (c) et (d) 13,5 %, (e) et (f) 22 % XXVI
F.5 Courbes force-déplacement et courbes-R valides des essais MMB avec un ratio de mixité $\kappa \approx 2/$ et pour des teneurs en eau moyennes : (a) et (b) 10 %, (c) et (d) 13,5 %, (e) et (f) 22 % XXVII

G.1 Courbes-R moyennes et basses des essais DCB et ENF avec pour teneurs en eau moyennes : (a) 8 % ,(b) 8,7 %,(c) 13,8 %,(d) 13,3 %,(e) 18,8 % et (f) 19,2 % XXIX
G.2 Courbes force-déplacement moyennes et basses dont des fonctions de complaisance sont de classe B et A respectivement des essais DCB et ENF avec pour teneurs en eau moyennes : (a) 8 % ,(b) 8,7 %,(c) 13,8 %,(d) 13,3 %,(e) 18,8 % et (f) 19,2 % XXX

G.3 Fréquences cumulées sur la charge au pic des essais DCB et ENF avec pour teneurs en eau moyennes : (a) 8 % ,(b) 8,7 %,(c) 13,8 %,(d) 13,3 %,(e) 18,8 % et (f) 19,2 % XXXI
G.4 Comparaison des courbes-R moyennes et basses expérimentales avec les courbes-R du modèle de rupture pour les critères linéaire et semi-radical issues des paramètres des courbes-R moyennes théoriques et courbes-R basses des Modes I et II pour une teneur en eau de 10,5 % : Ratios de mixité κ (a) 2,25 , (b) 0,89 et (c) 0,52 % XXXII
G.5 Comparaison des courbes expérimentales force-déplacement et des fréquences cumulées des pics de charge expérimentaux avec ceux obtenus par le modèle de rupture suivant les critères linéaire et semi-radical pour les courbes-R moyennes et basses pour une teneur en eau de 10,5 % : Ratios de mixité κ (a) et (b) 2,25 , (c) et (b) 0,89 et (e) et (f) 0,52 % XXXIII
G.6 Comparaison des courbes-R moyennes et basses expérimentales avec les courbes-R du modèle de rupture pour les critères linéaire et semi-radical issues des paramètres des courbes-R moyennes théoriques et courbes-R basses des Modes I et II pour une teneur en eau de 13,5 % : Ratios de mixité κ (a) 2,25 , (b) 0,89 et (c) 0,52 % XXXIV
G.7 Comparaison des courbes expérimentales force-déplacement et des fréquences cumulées des pics de charge expérimentaux avec ceux obtenus par le modèle de rupture suivant les critères linéaire et semi-radical pour les courbes-R moyennes et basses pour une teneur en eau de 13,5 % : Ratios de mixité κ (a) et (b) 2,25 , (c) et (b) 0,89 et (e) et (f) 0,52 % XXXV
G.8 Comparaison des courbes-R moyennes et basses expérimentales avec les courbes-R du modèle de rupture pour les critères linéaire et semi-radical issues des paramètres des courbes-R moyennes théoriques et courbes-R basses des Modes I et II pour une teneur en eau de 19,5 % : Ratios de mixité κ (a) 2,25 , (b) 0,89 et (c) 0,52 % XXXVI
G.9 Comparaison des courbes expérimentales force-déplacement et des fréquences cumulées des pics de charge expérimentaux avec ceux obtenus par le modèle de rupture suivant les critères linéaire et semi-radical pour les courbes-R moyennes et basses pour une teneur en eau de 19,5 % : Ratios de mixité κ (a) et (b) 2,25 , (c) et (b) 0,89 et (e) et (f) 0,52 % XXXVII

Liste des Tableaux

1.1 Valeurs de k_{mod} du Bois massif tiré de (AFNOR, 2005) 19
1.2 Valeurs de k_{def} du Bois massif tiré de (AFNOR, 2005) 19
1.3 Valeurs de K_S (CSA, 2010) 20
1.4 Valeurs de K_T (CSA, 2010) 20
1.5 Valeur de k_n selon le type de bois AFNOR (2005) 23

2.1 Critères de rupture basés sur les facteurs d'intensité de contraintes 46
2.2 Critères de rupture basés sur le taux de restitution d'énergie 49
2.3 Résistance à la propagation de la fissure en mode mixte à partir du critère power law et du taux de développement de la FPZ ϕ_a 63
2.4 Résistance critique à la propagation de la fissuration en mode mixte ($\phi_a = 1$) 64
2.5 Expression de la résistance à la propagation de la fissuration en mode mixte des critères power law à partir des composantes de Mode I et de Mode II en fonction de Φ_a 65
2.6 Longueur de fissure élastique équivalente critique de la zone d'élaboration en mode mixte I+II 69
2.7 Paramètre de rupture des courbes-R des modes purs I et II sur l'épicéa à une teneur en eau de 12 % de Phan et al. (2016) 73

3.1 Rapport des modules d'élasticité avec le module d'Young Longitudinal (E_L) et les valeurs des coefficients de Poisson des résineux (Guitard et El Amri, 1987) 106
3.2 Paramètres de rupture de Mode I pour trois classes d'humidité de pin maritime, moyenne et (écart-type) 118
3.3 Paramètres de rupture de Mode II pour trois classes d'humidité de pin maritime, moyenne et (écart-type) 119
3.4 Paramètres des lois de comportement des paramètres de rupture des Modes purs I et II en fonction de la teneur en eau H (en %), (avec i = G_{Rc_I}, $G_{Rc_{II}}$, Δa_{c_I}, $\Delta a_{c_{II}}$, β_I ou β_{II}) 124

4.1 Longueur c en fonction du ratio de mixité avec $E_L = 11\ GPa$ 133
4.2 Paramètres de rupture de mode mixte I+II suivant trois ratios de mixité, d'une teneur en eau sèche (10,7 %), sur du pin maritime (moyenne et écart-type). 152

4.3 Paramètres de rupture de mode mixte I+II suivant trois ratios de mixité, d'une teneur en eau moyenne (13,5 %), sur du pin maritime (moyenne et écart-type). 152
4.4 Paramètres de rupture de mode mixte I+II suivant trois ratios de mixité, d'une teneur en eau humide (19,6 %), sur du pin maritime (moyenne et écart-type). 152
4.5 Paramètres des régressions linéaires des paramètres de rupture des modes mixtes (κ = 3, 1 et 2/3) en fonction de la teneur en eau des éprouvettes MMB (avec i = $G_{Rc_{I+II}}$, $\Delta a_{c_{I+II}}$, et $\beta_{_{I+II}}$) 154
4.6 Paramètres des courbes-R moyennes théoriques de Mode I pur ($\kappa \mapsto \infty$) pour les trois classes d'humidité de pin maritime 156
4.7 Paramètres des courbes-R moyennes théoriques de Mode II pur ($\kappa \mapsto 0$) pour les trois classes d'humidité de pin maritime 156
4.8 Paramètres des courbes-R basses Mode I pour les trois classes d'humidité de pin maritime 159
4.9 Paramètres des courbes-R basses Mode II pour les trois classes d'humidité de pin maritime 160
4.10 Hypothèses de calcul du modèle sur les composantes des paramètres de la courbe-R 161

D.1 Paramètres d'asservissement des essais DCB. * v_1 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase élastique et v_2 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase d'endommagement. XV
D.2 Paramètres d'asservissement des essais ENF. * v_1 : vitesse de déplacement de flèche pendant la phase élastique et v_2 : vitesse de déplacement de flèche pendant la phase d'endommagement. XVI
D.3 Paramètres d'asservissement des essais MMB pour un ratio de mixité κ = 2/3. * v_1 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase élastique et v_2 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase d'endommagement.XVI
D.4 Paramètres d'asservissement des essais MMB pour un ratio de mixité $\kappa = 1$. * v_1 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase élastique et v_2 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase d'endommagement. . . XVI
D.5 Paramètres d'asservissement des essais MMB pour un ratio de mixité $\kappa = 3$. * v_1 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase élastique et v_2 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase d'endommagement. . . XVII

H.1 Paramètres des essais de Mode I (DCB) avec H<11 % XXXIX
H.2 Paramètres des essais de Mode I (DCB) avec 11 % $\leq H \leq$ 16 % XL
H.3 Paramètres des essais de Mode I (DCB) avec H >16 % XLI
H.4 Paramètres des essais de Mode II (ENF) avec H <11 % XLII
H.5 Paramètres des essais de Mode II (ENF) avec 11 % $\leq H \leq$ 16 % XLIII
H.6 Paramètres des essais de Mode II (ENF) avec H >16 % XLIV
H.7 Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 3$ et H <11 % . XLV
H.8 Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 3$ et 11 % $\leq H \leq$ 16 % XLV
H.9 Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 3$ et H >16 % . XLVI

H.10 Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 1$ et H <11 % . XLVII
H.11 Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 1$ et 11 % $\leq H \leq$ 16 % XLVII
H.12 Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 1$ et H >16 % . XLVIII
H.13 Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 2/3$ et H <11 %XLIX
H.14 Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 2/3$ et 11 % $\leq H \leq$ 16 % XLIX
H.15 Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 2/3$ et H >16 % L

I.1 Paramètres des courbes-R moyennes LI
I.2 Paramètres moyens des courbes-R LI

Liste des Symboles

La liste suivante décrit les symboles qui seront utilisés ultérieurement dans le corps du document

α poutre entaillée : rapport entre la hauteur de l'entaille et la hauteur de la poutre (en ^{o})

α_L coefficient de gonflement suivant la direction longitudinale au fibre (en %/%)

α_R coefficient de gonflement suivant la direction radiale au fibre (en %/%)

α_T coefficient de gonflement suivant la direction tangentiel au fibre (en %/%)

α_V coefficient de gonflement volumique (en %/%

β exposant de la loi puissance d'une courbe-R

β_e poutre entaillée : rapport entre la profondeur de l'entaille et la hauteur de la poutre (en ^{o})

β_i exposant de la loi puissance d'une courbe-R avec $i = I, II, III, I + II...$

Δa $= a - a_0$ longueur de fissure sans la longueur d'entaille initiale (en mm)

Δa_{ci} $= a_{ci} - a_0$ longueur de fissure critique sans la longueur d'entaille initiale avec $i = I, II, III, I + II...$ (en mm)

Δa_u $= a_u - a_0$ longueur de fissure au pic de charge sans la longueur d'entaille initiale (en mm)

δ déplacement induit par une sollicitation sur un spécimen (en mm)

γ_M coefficient partiel de sécurité (AFNOR, 2005)

κ ratio de mixité sur les énergies $\frac{G_{R_{I_{I+II}}}}{G_{R_{II_{I+II}}}}$

κ_w ratio de mixité sur les déplacements $\frac{w_{II_{I+II}}}{w_{I_{I+II}}}$

λ complaisance d'un spécimen : δ/P (en mm/N)

μ ratio de répartition d'énergie entre les comportements cohésifs

$\nu_{i,j}$ coefficient de poisson avec i,j = LR, RL, LT, TL, RT ou TR (en MPa)

ϕ_a taux de développement de la FPZ

ψ facteur de correction : $\psi = \lambda_{exp}/\lambda_{num}(a_0)$

ρ masse volumique(en kg/m^3)

ρ_0 masse volumique anhydre (en kg/m^3)

σ_i^e limite élastique dans une loi cohésive avec $i = I, II, III, I + II...$ (en MPa)

σ_N contrainte nominale (en MPa)

τ_d contrainte de cisaillement induite par la combinaison d'action à l'état limite ultime (en MPa)

θ_e poutre entaillée : angle de l'entaille (en ^{o})

A aire de la section d'un spécimen : $b \times h$ (en mm^2)

a longueur de fissure (en mm)

a_0 longueur de fissure initiale (en mm)

a_{ci} longueur de fissure critique avec $i = I, II, III, I + II...$ (en mm)

a_c longueur de fissure critique (en mm)

a_{eq} longueur de fissure équivalente (en mm)

a_u longueur de fissure au pic de charge (en mm)

b épaisseur d'un spécimen (en mm)

C_N coefficient d'ajustement

D dimension caractéristique du spécimen

d variable d'endommagement

E_i Module de Young avec i = L, R ou T (en MPa)

$f_{c,0}$ contrainte à rupture en compression parallèle aux fibres (en MPa)

$f_{c,90}$ contrainte à rupture en compression perpendiculaire aux fibres (en MPa)

$f_{t,0}$ contrainte à rupture en traction parallèle aux fibres (en MPa)

$f_{t,90}$ contrainte à rupture en traction perpendiculaire aux fibres (en MPa)

f_v contrainte à rupture au cisaillement (en MPa)

G taux de restitution d'énergie (en J/m^2)

G_{c_i} taux de restitution critique avec $i = I, II, III, I + II...$ (en J/m^2)

G_{CSA} taux de restitution intégré par Smith dans le code canadien (en J/m^2)

G_c taux de restitution critique (en J/m^2)

G_{EC5} taux de restitution intégré par Gustafsson dans l'Eurocode 5 (en J/m^2)

$G_{f\mu}$ énergie de microfissuration (en J/m^2)

G_{fb} énergie de pontage fibreux (en J/m^2)

G_f énergie cohésive (en J/m^2)

$G_{i,j}$ Module de cisaillement avec i,j = LR, RL, LT, TL, RT ou TR (en MPa)

G_i taux de restitution d'énergie avec $i = I, II, III, I + II...$ (en J/m^2)

G_{R_i} énergie de résistance à la propagation de fissure avec $i = I, II, III, I + II...$ (en J/m^2)

G_{Rc_i} énergie de résistance à la propagation de fissure critique avec $i = I, II, III, I+II...$ (en J/m^2)

G_{Rc} énergie de résistance à la propagation de fissure critique (en J/m^2)

G_R énergie de résistance à la propagation de fissure (en J/m^2)

H teneur en eau ou taux d'humidité (en %)

h hauteur d'un spécimen (en mm)

H_R humidité relative de l'air ambiant (en %)

k_{def} coefficient de modification de déformation (AFNOR, 2005)

K_D coefficient de durée d'application de charge (CSA, 2010)

K_e raideur élastique initiale (en N/mm)

k_f coefficient de forme de la section (AFNOR, 2005)

K_{ic} facteur d'intensité de contrainte critique avec $i = I, II, III, I + II...$ (en N/$m^{3/2}$)

K_i facteur d'intensité de contrainte avec $i = I, II, III, I + II...$ (en N/$m^{3/2}$)

k_i raideur dans une loi cohésive avec $i = I, II, III, I + II...$ (en Pa/m)

k_i^e raideur de la limite élastique dans une loi cohésive avec $i = I, II, III, I + II...$ (en Pa/m)

k_{mod} coefficient de modification de résistance (AFNOR, 2005)

K_S coefficient de conditions d'utilisation (CSA, 2010)

K_T coefficient de traitement (CSA, 2010)

K_u raideur élastique au pic de charge (en N/mm)

k_v facteur de réduction (AFNOR, 2005)

m masse d'un élément (en g)

m_0 masse d'un élément anhydre (en g)

P charge appliquée sur un spécimen (en N)

P_e charge de fin du domaine élastique (en N)

P_L charge spécifiée de durée continue (CSA, 2010)

P_S charge de durée normale (CSA, 2010)

P_u pic de charge (en N)

R_d résistance modifiée (AFNOR, 2005)

R_k résistance caractéristique (AFNOR, 2005)

V	effort tranchant (en N)
w_c	déplacement cohésif critique (en m)
W_{f_i}	énergie de développement de la FPZ avec $i = I, II, III, I + II...$ (en J)
W_F	travail des forces externes (en J)
w_i^e	déplacement de la limite élastique dans une loi cohésive avec $i = I, II, III, I + II...$ (en m)
W_{rest}	énergie potentielle totale (en J)
W_U	énergie de déformation élastique (en J)
FIC	Facteur d'Intensité de Contrainte
TRE	Taux de Restitution d'Energie

Introduction Générale

La construction durable, la conservation et la rénovation du patrimoine ainsi que la valorisation du matériau bois sont des enjeux prioritaires affichées par la Région Nouvelle-Aquitaine. Les premiers accords internationaux de Kyoto en 1997 et plus récemment ceux de Paris en 2015, visent à réduire considérablement les émissions des gaz à effet de serre. Ainsi, l'industrie du bois et plus particulièrement celle du génie civil propose des solutions constructives à faible impact environnemental. En l'espace d'une vingtaine d'années des dizaines de projets accueillant du public comme les bâtiments industriels, commerciaux, halles sportives ou même des stades (Stade Allianz, Nice 2015) ou privés comme les immeubles de grandes hauteurs (Hypérion, Bordeaux 2021, 57 mètres), sans compter les pavillons font appel à l'ossature bois. Pour l'ensemble de ces ouvrages, la question de la durabilité est au centre des problématiques de conception. Les réglementations actuelles permettent de répondre à la majeure partie des problématiques de durabilité et notamment vis-à-vis de la présence d'humidité qui dépend des variations climatiques. Pourtant, les variations hydriques peuvent générer des désordres par effet de retrait-gonflement en surface et à cœur du bois conduisant à des déformations excessives et à des endommagements provoquant l'apparition de fissure. La géométrie et les dimensions, la nature du matériau (bois massif ou composite), la durée et le niveau de chargement, l'environnement climatique sont des facteurs qui influencent la résistance à long terme des éléments structuraux bois. Toutefois, la prise en compte de ces désordres sont peu ou mal intégrés dans les règlements.

La fissuration des éléments structuraux bois, proche de singularités géométriques telles que les nœuds, les broches d'assemblage ou encore les réservations interpellent les professionnels et les scientifiques depuis plusieurs années. Ces risques de fissuration sont augmentés lors des phases de "séchage", qui se produisent pendant des périodes estivales (voire de sécheresse) ou lors de chauffage important en hiver. Ainsi, face à cette double problématique de présence de fissure et de teneur en eau variable dans les éléments porteurs bois, les ingénieurs inspectant les ouvrages sont encore aujourd'hui démunis devant la complexité du phénomène de fissuration et du peu de données sur ce sujet. Une approche couplant la mécanique de la rupture et les effets des phénomènes liés au comportement hygroscopique du bois a été mise en place autour d'un projet intitulé VS2C (Vulnérabilité des Structures bois aux Changements Climatiques) entre les laboratoires I2M (Université de Bordeaux) et GC2D (Université de Limoges) afin de produire des outils opérationnels et accessibles aux ingénieurs. Cette collaboration a permis de déterminer les paramètres de fissuration mais uniquement pour une rupture par ouverture (Mode I) et pour diverses teneurs en eau. Cette étude a permis de cerner les effets de variations hydriques sur la cinématique de propagation de fissure par ouverture. Toutefois les fissures, qu'elles soient en section

courante ou proche d'une singularité, sont sujettes à des cinématiques de fissuration plus complexes mixant notamment les Modes I (ouverture) et II (cisaillement plan). Nous traiterons donc dans ce travail la fissuration en mode mixte I+II.

Nous avons comme objectif principal de mettre en place un modèle mécanique apte à décrire toutes cinétiques de fissuration en mode mixte I+II, en prenant en compte les effets de l'environnement, via la variation de la teneur en eau. L'étude que nous avons menée repose sur deux fondements scientifiques : la mécanique de la rupture et les outils expérimentaux. Les travaux présentés ici visent à décrire précisément le comportement mécanique d'éléments porteurs en bois (en minimisant les ressources numériques à notre disposition). Ainsi, au lieu de nous baser sur les modèles de zone cohésive qui permettent de décrire ce genre de comportement, mais demandent un temps de traitement important, nous avons bâti l'ensemble de notre étude autour des courbes de résistance à la propagation de fissure (Courbe-R). En effet, la courbe-R approxime de manière satisfaisante le comportement quasi-fragile du bois et plus généralement des matériaux de construction (béton, mortier, céramique ...). La courbe de résistance à la propagation de fissure est caractérisée par un régime croissant, marquant le développement en fond de fissure d'une zone d'élaboration de la rupture, puis d'un régime plateau symptomatique de la propagation auto-similaire de la fissure principale avec sa zone d'élaboration. Néanmoins, les courbes-R sont encore mal comprises par les ingénieurs, du fait qu'il n'existe pas encore de méthode suffisamment robuste et universelle, pour qu'elles soient complètement reconnues au sein des règlementations. De plus, une autre problématique est à prendre en compte, dans la manière où les paramètres de rupture sont fortement dépendants des géométries des éprouvettes de caractérisation. Il semble donc impératif de n'utiliser qu'une unique géométrie, pour définir l'ensemble des paramètres nécessaires au renseignement du modèle. Ainsi, nous nous sommes engagés à définir une méthode capable de déterminer l'ensemble des paramètres des courbes-R de manière indépendante, tout en utilisant une unique géométrie d'éprouvette pour l'ensemble des cinématiques de propagation de fissure. Cela implique de recourir à l'asservissement des essais de caractérisation, afin de limiter les phénomènes d'instabilité lors de la propagation de fissure dans le matériau bois.

Nous proposons dans le premier chapitre de cette thèse, un état de l'art visant à recenser dans un premier temps, le comportement mécanique du bois sous les effets de la teneur en eau. Il convient d'avoir un aperçu de la structure du bois à l'échelle microscopique comme macroscopique pour entrevoir les interactions de l'eau avec le bois et d'identifier les lacunes éventuelles des réglementations actuelles. Nous présenterons aussi l'intérêt des courbes de résistance, déterminées à partir de la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture équivalente (MLEReq), pour identifier le comportement à rupture sous différentes teneurs en eau. Et enfin, nous montrerons la relation étroite entre les courbes-R et les lois cohésives.

Dans le deuxième chapitre, nous décrirons le modèle de rupture de mode mixte I+II basé sur les courbes-R et qui s'inspire des modèles de zone cohésive déjà existants. Il permettra de décrire les différentes cinématiques de fissuration, Mode I, Mode II et mode mixte I+II tout en décrivant la réponse attendue lors du développement de la zone d'élaboration et de la propagation auto-similaire de la fissure principale. Nous avons dû pour cela introduire une nouvelle notion décrite comme le taux de développement de la zone d'élabo-

ration de la rupture. Ensuite, nous nous emploierons à réaliser une première confrontation entre des données expérimentales issues de la littérature, sur une essence autre que celle étudiée durant cette thèse, avec le modèle de rupture basé sur les courbes-R.

Dans le troisième chapitre, nous procèderons à la caractérisation des propriétés de rupture du pin maritime en Mode I et en Mode II, sur la base d'une unique géométrie d'éprouvette et pour différents niveaux de teneur en eau. Pour cela, nous utiliserons une technique expérimentale déjà employée sur d'autres matériaux (béton, pierre calcaire jointoyée à la chaux), qui utilise l'asservissement en déplacement par voie externe. A partir des résultats expérimentaux et de la MLEReq, nous serons capables de déterminer les courbes de résistance à la propagation de fissure des Modes I et II. Nous mettrons ensuite en place une méthode permettant d'ajuster une courbe-R théorique de Mode I et de Mode II à la courbe-R expérimentale associée. Et enfin, les variations des paramètres de la courbe-R seront analysées au regard de la teneur en eau.

Dans le dernier chapitre, nous effectuerons deux campagnes expérimentales pour rendre compte de la validité du modèle de rupture et pour différentes teneurs en eau. La première campagne sera destinée à vérifier que le modèle de courbe-R en mode mixte I+II décrit bien les réponses expérimentales obtenues en mode mixte. Nous aurons aussi l'occasion de définir à ce stade, une courbe-R moyenne théorique mais aussi une courbe-R minimale (ou basse), dans le but de prendre en compte la variabilité des réponses expérimentales lors de dimensionnement d'éléments de structure. Ainsi, pour la seconde campagne expérimentale, nous vérifierons si le modèle de rupture basé sur les courbes-R peut être employé à des fins prédictives de la charge à rupture d'éléments structuraux en bois et pour différentes classes de service.

Chapitre 1

Comportement à rupture du bois sous variations hygrométriques et chargement instantané

Sommaire

1.1 Introduction 6
1.2 Comportement hygromécanique du matériau bois 6
1.2.1 La structure du bois 6
1.2.2 Propriété hygroscopique du bois 10
1.2.2.1 Eau dans le bois 10
1.2.2.2 Equilibre hydrique et isotherme de sorption 11
1.2.2.3 Retrait gonflement 12
1.2.3 Comportement mécanique du bois 13
1.2.3.1 Comportement du bois élastique orthotrope 13
1.2.3.2 Influence de l'hygroscopie du bois sur son comportement mécanique . . . 15
1.3 Réglementation et prise en compte du comportement hygromécanique 19
1.3.1 Introduction à la réglementation actuelle 19
1.3.1.1 Coefficients de modification de performances 19
1.3.2 Exemple de dimensionnement, poutre soumise au fendage : poutre entaillée 21
1.3.2.1 Approche de l'Eurocode 5 22
1.3.2.2 Approche du code canadien 24
1.4 Comportement quasi-fragile du matériau bois 25
1.4.1 Mécanique de la rupture adaptée à la quasi-fragilité du bois 25
1.4.1.1 Zone d'élaboration d'une fissure 25
1.4.1.2 Comportement à rupture du bois 26
1.4.1.3 Mécanique linéaire élastique de la rupture équivalente adaptée pour les matériaux quasi-fragiles 30
1.4.2 Potentiel des courbes-R 33
1.4.2.1 Effet d'échelle dans les structures quasi-fragiles 33
1.4.2.2 Comportement de zone d'élaboration sous différentes humidités 36
1.4.2.3 Courbe-R, berceau d'informations pour des modèles de zone cohésive . . 38
1.5 Conclusion 41

1.1 Introduction

.

Le bois est un matériau complexe, par sa grande variété d'essences, son organisation structurelle, et sa sensibilité à son environnement. Cette sensibilité intervient lors de la croissance de l'arbre mais aussi sur les éléments en bois utilisés dans la construction. Chaque variété possède des caractéristiques variant en fonction de l'environnement. Des tendances générales sont instaurées par la communauté scientifique et des comités d'experts afin de guider les ingénieurs dans leurs réalisations d'ouvrages.

Le bois, est un matériau vivant, composé d'une structure pluricellulaire orientée, c'est donc un matériau hétérogène, avec un comportement mécanique anisotrope. Cette composition anatomique engendre une dépendance des éléments de construction avec leur environnement. Ils vont avoir un comportement qui évolue en fonction de l'humidité relative de l'air et de la température ambiante. La combinaison de phénomène rhéologique et des variations hydriques que subit ce matériau, provoque des déformations très importantes.

La culture architecturale, riche et audacieuse des ingénieurs d'autrefois ou des architectes d'aujourd'hui, génère des éléments de construction complexe. Ces conceptions sophistiquées, couplées aux grandes déformations dues aux variations climatiques, peuvent provoquer la fissuration de ces éléments. Les normes actuelles proposent des solutions encore mal étayées pour les dimensionner, à cause de la complexité du matériau, de son comportement à rupture quasi-fragile et d'une méconnaissance de l'impact de la teneur en eau sur le développement d'une fissure. Les réponses données par les comités d'experts restent donc encore à améliorer.

Cette étude se limitera à la famille des résineux, la plus employée dans la construction à ce jour. Dans la première partie de ce chapitre, y est décrite l'incidence de l'eau sur le bois à l'échelle microscopique et macroscopique ainsi que son comportement mécanique face à différentes sollicitations et pour des teneurs en eau variables. La deuxième partie introduit les réglementations sur le matériau bois en Europe et en Amérique du Nord, afin d'aborder les limites des outils disponibles aux ingénieurs et plus particulièrement sur les éléments à forte concentration de contrainte où le risque de fissuration y est important. La dernière partie portera essentiellement sur le comportement à rupture du bois, de sa quasi-fragilité, des outils nécessaires pour décrire le phénomène de fissuration pour ce type de matériau. Il montrera aussi toute la complexité de déterminer les paramètres de rupture sous différentes teneurs en eau.

1.2 Comportement hygromécanique du matériau bois

1.2.1 La structure du bois

Le bois d'œuvre chez les résineux correspond à huit dixièmes du bois sur tige, de 1,30 m du sol jusqu'à une coupe de 7 cm de diamètre (Monchaux et al., 2019). Cette partie correspond principalement au tronc qui soutient le houppier, région supportant tout le système de photosynthèse et de respiration. Les cellules du tronc ont plusieurs fonctions principales :

- Nutritives : conduire les solutions minérales absorbées par le système racinaire jus-

qu'au houppier afin de produire l'ensemble des aliments.

- Stockage : emmagasiner les aliments fabriqués.
- Structurelles : soutenir l'arbre, résister aux actions du vent.

Chaque année le cambium (situé entre l'écorce et le bois) produit les cellules nécessaires à l'écorce et au bois. La coupe transversale du tronc d'arbre, Figure 1.1, permet de distinguer deux parties importantes, l'aubier, la partie jeune du bois et une partie plus ancienne, le duramen ou bois parfait. Les cellules de transport et structurelles ont une durée de vie de quelques jours tandis que les cellules de réserve nutritive peuvent rester vivantes plusieurs années. Le duramen est composé uniquement de cellules mortes tandis que l'aubier de 10 à 40 % de cellules vivantes (Navi et Heger, 2005). Lors de la mort des cellules, elles peuvent sécréter des phénols oxydés, ce qui peut pigmenter le bois parfait. Les cellules de bois sont générées pas division cellulaire et sont situées dans le cambium, les portions d'aubier et de bois parfait.

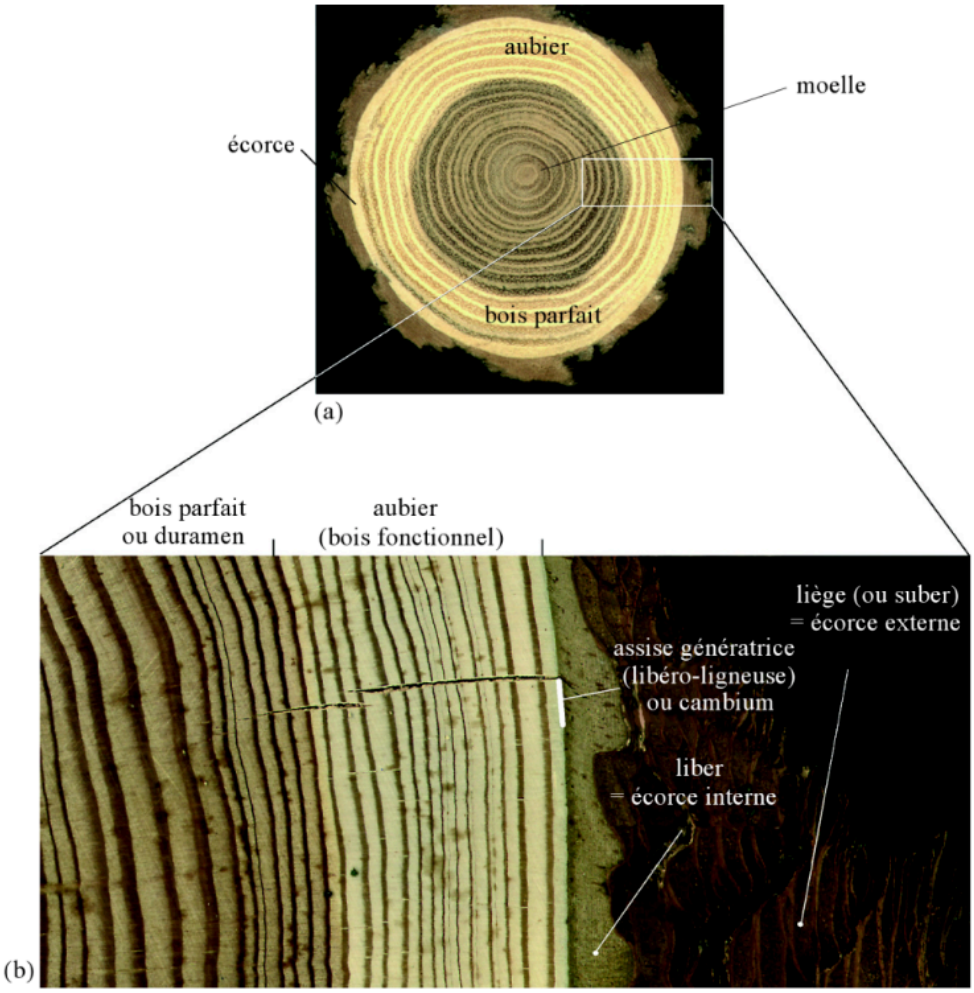


FIGURE 1.1 – Sections transversales : (a) section transversale d'un tronc. (b) agrandissement d'une partie de l'écorce, du cambium et du bois (Navi et Heger, 2005)

L'accroissement annuel d'un arbre se schématise généralement par la superposition de couches en forme de cône ce qui induit un comportement mécanique orthotrope. Il en sort

trois plans principaux Figure 1.2, orientés selon trois directions orthogonales : longitudinale (dans le sens des fibres ou trachéides), radiale (portée par le rayon de courbure du cerne) et tangentielle (tangente aux cernes) (Guitard, 1987, Navi et Heger, 2005).

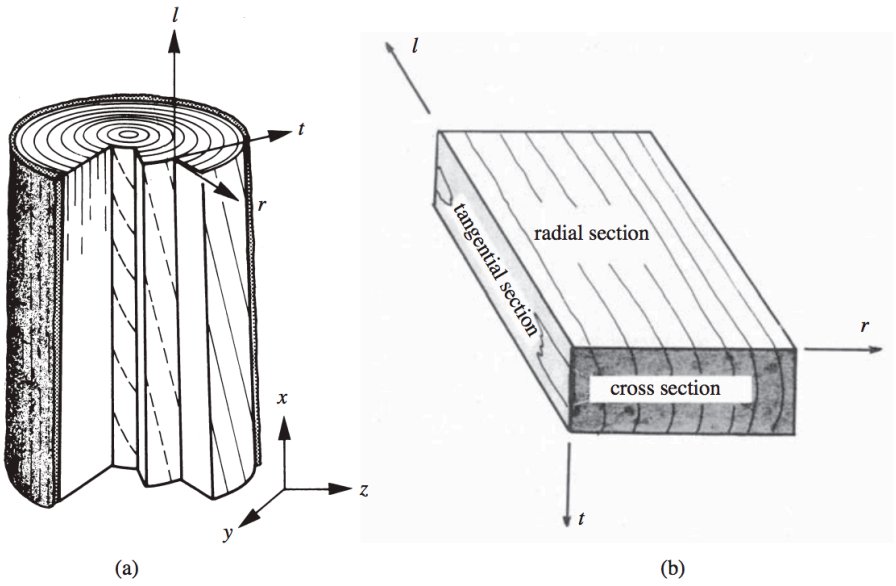


FIGURE 1.2 – Représentation schématique des trois axes d'orthotropie : (a) axes principaux dans la tige d'arbre. (b) axes principaux sur un bois d'oeuvre de section rectangulaire. (l) : longitudinal, (r) : radial,(t) : tangentiel (Navi et Sandberg, 2012)

La disposition des cellules les unes par rapport aux autres définit le plan ligneux d'une espèce, que nous distinguons sur le plan transversal perpendiculaire à l'axe de la tige. Le bois résineux est principalement constitué de trachéides longitudinales remplissant les fonctions de transport et de soutien. Le regroupement de parenchymes longitudinales (canal résinifère) assure la répartition et le stockage des aliments (sève). Les conduits nutritifs sont aussi radiaux, rayons ligneux, composés de trachéides et de parenchymes, Figure 1.3. Une distinction se fait entre les trachéides du bois d'été, de ceux du bois de printemps. Leurs parois sont plus épaisses et leurs diamètres intérieurs plus faibles, ce qui donne au bois d'été une densité et une rigidité supérieure à celui de printemps. Cette différenciation peut se voir à l'œil, Figure 1.1. Ces cernes permettent de connaître l'âge des arbres puisque à chaque nouvelle année nous distinguons un cerne de croissance, bande claire, bois de printemps et d'une bande plus sombre, bois d'été.

La trachéide longitudinale est la cellule la plus répandue dans l'arbre résineux. Une partie de ses propriétés s'explique par sa géométrie, l'épaisseur et le diamètre de sa paroi. En effet, elle est composée de 3 couches (Navi et Heger, 2005), la lamelle mitoyenne, composée principalement de lignine, joue le rôle de matrice qui lie deux cellules entre elles, d'une paroi primaire (P) qui entoure une paroi secondaire composée de 3 sous parois (S1, S2, S3). Parmi ces dernières, la paroi centrale S2 représente 85 % de l'épaisseur totale de la paroi cellulaire. L'orientation des microfibrilles qui la constituent, détermine les propriétés mécaniques de la cellule, des cernes, et même du bois, Figure 1.4.

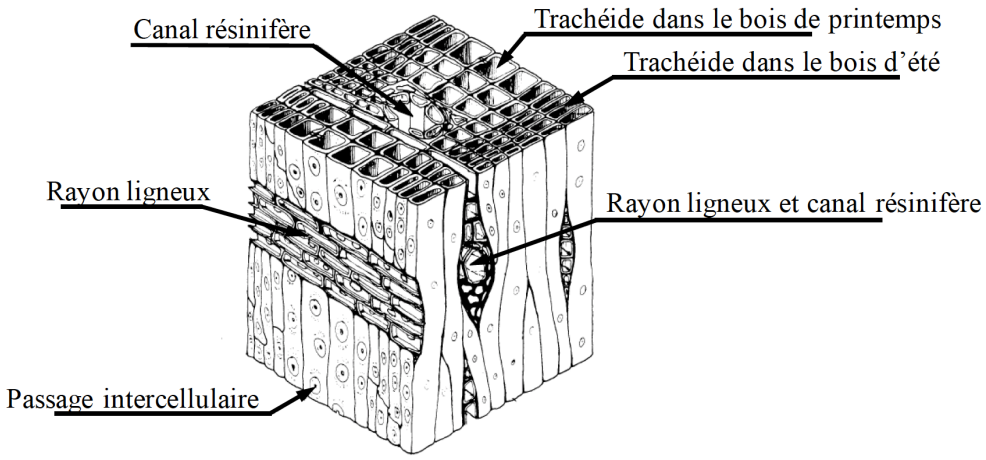


FIGURE 1.3 – Arrangement cellulaire d'un résineux (Guitard, 1987)

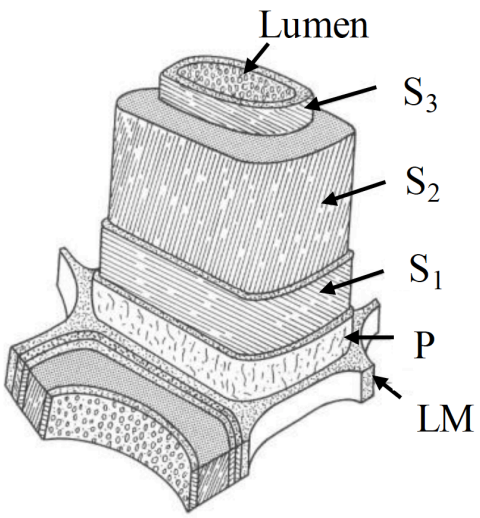


FIGURE 1.4 – Représentation schématique de la paroi d'une trachéide, (LM) : lamelle mitoyenne, (P) : paroi primaire, (S) : paroi secondaire avec ses sous-couches ($S1$), ($S2$) et ($S3$) (Navi et Sandberg, 2012)

Ces différentes couches sont constituées principalement de 3 polymères (Navi et Heger, 2005) :

- La cellulose qui est le constituant principal à 50 %. Les grandes chaînes de molécules qui la composent lui procurent une grande souplesse, mais le taux d'humidité influence son comportement, ce qui joue un rôle sur le comportement mécanique de la paroi cellulaire.
- L'hémicellulose qui est composée de polymères amorphes ramifiés, constitue le liant entre la cellulose et la lignine ($\approx$ 25 %).
- La lignine est quant à elle, un polymère tridimensionnel qui a pour but de rigidifier l'ensemble du tissu cellulaire ($\approx$ 25 %).

1.2.2 Propriété hygroscopique du bois

Le bois est un matériau fortement sensible aux variations de son environnement, tout particulièrement à l'hygrométrie de l'air, qu'il soit sur pied ou en bois d'œuvre. La compréhension des phénomènes qu'induit la présence d'eau dans le bois est importante pour décrire le comportement mécanique et physique du matériau.

1.2.2.1 Eau dans le bois

L'eau dans le bois se trouve sous trois formes, l'eau de constitution, l'eau liée et l'eau libre. L'eau de constitution entre directement dans la composition moléculaire du bois. L'eau liée est localisée au sein des parois cellulaires par lintermédiaire de sites de sorption au niveau de la cellulose, de l'hémicellulose et de la lignine. Le taux d'eau liée, équation (1.1), est limité par le nombre de sites de sorption disponibles et le nombre de molécules d'eau maintenues par site. En effet, ce maintien des molécules d'eau dépend de l'équilibre entre le taux d'humidité du bois (H) avec l'humidité relative de l'air (H_R) ambiant (Siau, 2012). Le taux d'eau liée fait donc varier les volumes des parois et va procéder à des changements physiques du bois. Lorsque tous les sites de sorption sont occupés, alors l'eau supplémentaire, eau libre, évolue par capillarité dans les micropores du bois (Kollmann, 1968, Skaar, 1972, Navi et Heger, 2005). Le moment où le bois est saturé en eau liée, sans eau libre, a été défini par Tiemann (1906) comme le point de saturation des fibres (PSF).

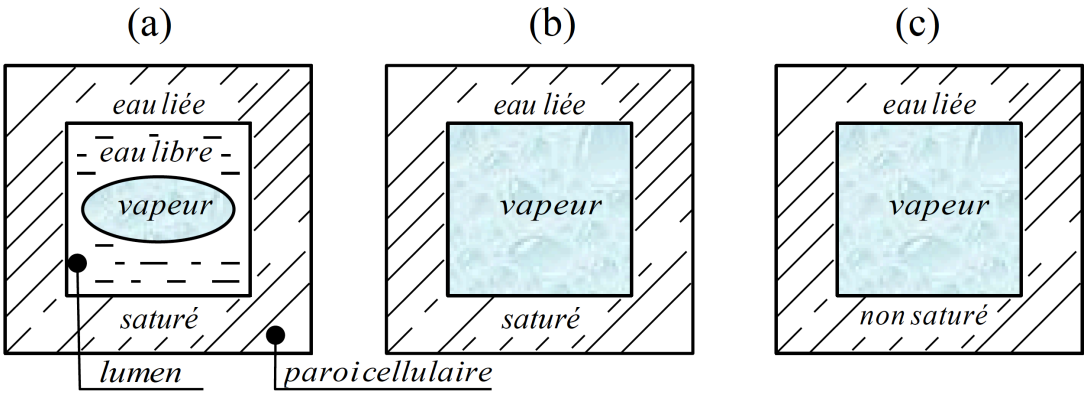


FIGURE 1.5 – Représentation schématique des "états de l'eau" dans le bois : (a) H supérieure au PSF. (b) H égale au PSF. (c) H inférieure au PSF (Navi et Heger, 2005)

Lorsque l'état d'équilibre est atteint, entre l'eau dans le bois et l'humidité relative, la teneur en eau H en % peut être quantifiée en faisant le rapport de la masse de l'eau et la masse anhydre du bois. La masse de l'eau étant la différence entre la masse du bois humide (m) avec la masse du bois à l'état anhydre (m_0). La teneur en eau est définie par l'équation suivante :

$$H = \frac{m - m_0}{m_0} \times 100 \tag{1.1}$$

La masse du bois à l'état anhydre est mesurée après séchage dans une étuve à 103^oC

jusqu'à ce que la différence de masse entre deux points de mesure, espacés de 8 heures, soit inférieure à 0,2 % de la masse de l'éprouvette (ISO-13061-1, 2014). Le PSF se situe entre $23 - 30$ % de teneur en eau car cela dépend de l'essence de bois.

1.2.2.2 Equilibre hydrique et isotherme de sorption

La teneur en eau d'équilibre dans le bois et l'humidité relative de l'air ambiant sont intimement liées. Il est donc possible de tracer des isothermes de sorption. D'après Skaar (2012) l'allure qui s'approche le plus de l'isotherme de sorption du bois est la sigmoïde. La température influe énormément sur l'allure de cette courbe, Figure 1.6.

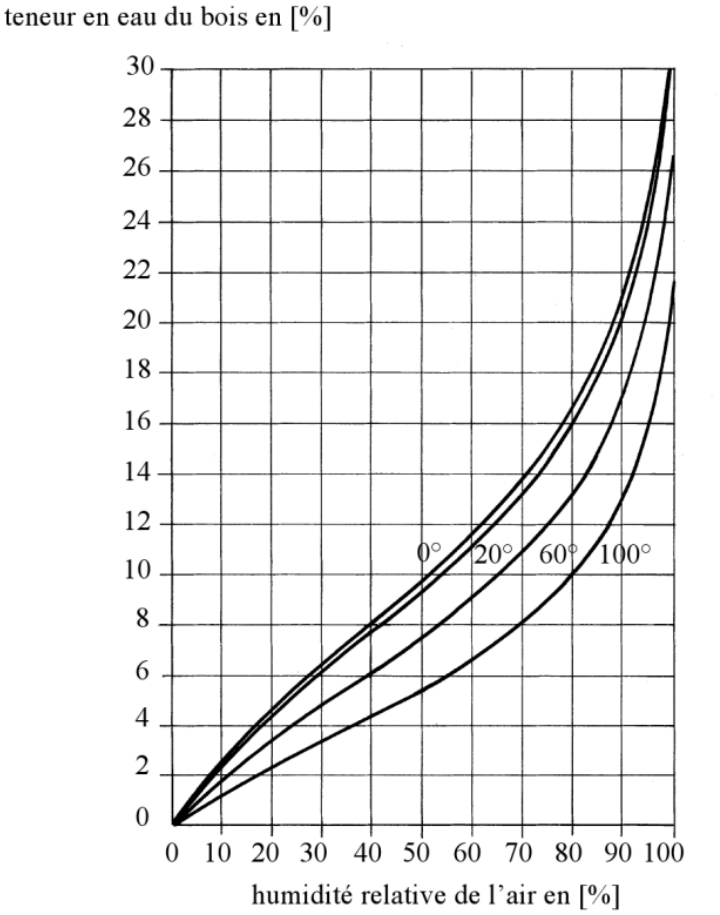


FIGURE 1.6 – Isotherme de sorption du bois (épicea) à différentes températures d'après Stamm (1964) cité par Navi et Heger (2005)

Le bois est un matériau capable d'absorber l'humidité relative de l'air lorsqu'elle est plus élevée que la teneur en eau du bois, phénomène d'absorption et de libérer de l'eau lorsque l'humidité relative est plus sèche, phénomène de désorption (Navi et Heger, 2005). Dans le processus d'absorption et de désorption, la teneur en eau en phase d'humidification est plus faible quand phase de séchage, Figure 1.7. La teneur en eau du PSF sur l'isotherme de sorption étant la valeur à 100% d'humidité relative.

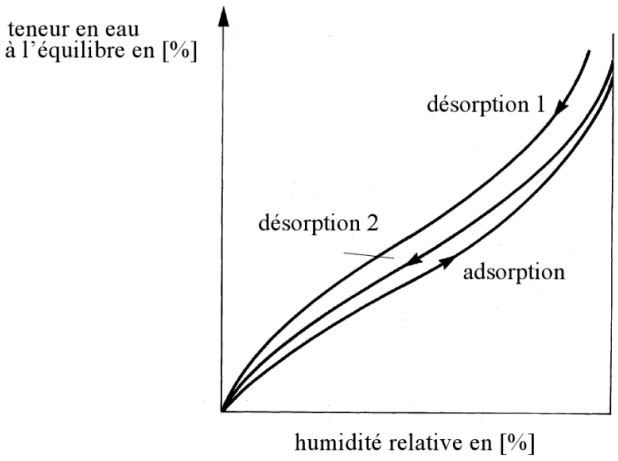


FIGURE 1.7 – Courbe de l'isotherme d'absorption-désorption du bois (Navi et Heger, 2005)

1.2.2.3 Retrait gonflement

Lors d'une réhumidification ou d'un séchage dans le domaine hygroscopique, inférieur au PSF, le bois subit des variations dimensionnelles importantes qui s'apparentent à un gonflement ou à un retrait hydrique. Au-delà du PSF, aucune variation dimensionnelle n'est constatée. L'eau liée est la seule responsable du gonflement et du retrait du bois (Navi et Heger, 2005). L'anisotropie du bois se retrouve dans ce comportement. En effet, la variation dimensionnelle du bois n'est pas la même dans ses trois directions principales. Le gonflement tangentiel du bois est à peu près le double du gonflement radial, et le gonflement longitudinal est négligeable devant les deux autres. Morath (1932) démontre qu'il existe une relation quasi-linéaire entre la teneur en eau et la variation dimensionnelle. Des coefficients de rétractabilité ou de gonflement suivant les différentes directions ont été déterminés et sont constants entre $H = 5$ et $H = 25$ %, Figure 1.8.

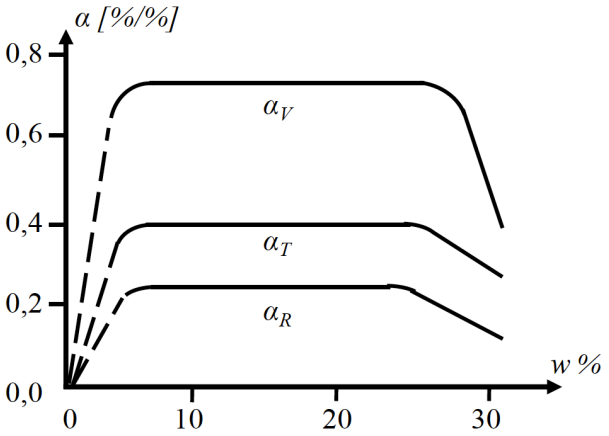


FIGURE 1.8 – Variation des coefficients de gonflement volumique α_v, tangentiel α_T, radial α_R du bois (bouleau) en fonction de la teneur en eau (ici w) d'après Keylwerth (1964) cité par Navi et Heger (2005)

Cette différence entre ces coefficients de gonflement hydrique n'est pas sans conséquence. Sur les troncs, des fissures perpendiculaires aux cernes peuvent apparaître. Sur les bois d'œuvre, des distorsions et des déformations apparaissent aussi lors du séchage (gauchissement, courbures longitudinales, transversales et latérales). Des techniques de séchage ont été mises en place pour répondre aux besoins des industries du bâtiment, Kollmann et Cote (1968), Skaar (2012).

1.2.3 Comportement mécanique du bois

Comme nous avons pu le voir dans la section précédente, l'arbre développe au cours de sa croissance une structure organisée, afin de s'adapter aux sollicitations naturelles et à son poids propre.

1.2.3.1 Comportement du bois élastique orthotrope

La réponse à une sollicitation mécanique dépend de la direction de celle-ci. Pour un élément de dimension suffisamment grand par rapport aux dimensions des fibres, le comportement mécanique du bois dans le domaine élastique peut être représenté par la loi élastique de Hooke généralisée, à condition que le bois soit soumis à de petites déformations. La loi de Hooke généralisée, pour un matériau homogène élastique orthotrope, permet de relier l'état de contrainte à son état de déformation, équation (1.2).

$$\Big\{\epsilon\Big\} = \Big[S\Big]\Big\{\sigma\Big\} \tag{1.2}$$

Où $\Big\{\epsilon\Big\}$ est le tenseur de déformation, $\Big[S\Big]$ est la matrice de complaisance élastique et $\Big\{\sigma\Big\}$ est le tenseur de contrainte. Comme le bois est un matériau orthotrope, l'écriture matricielle de la loi de comportement dépend de 9 grandeurs indépendantes : 3 modules d'Young, 3 modules de cisaillement et 3 coefficients de Poisson, équation (1.3).

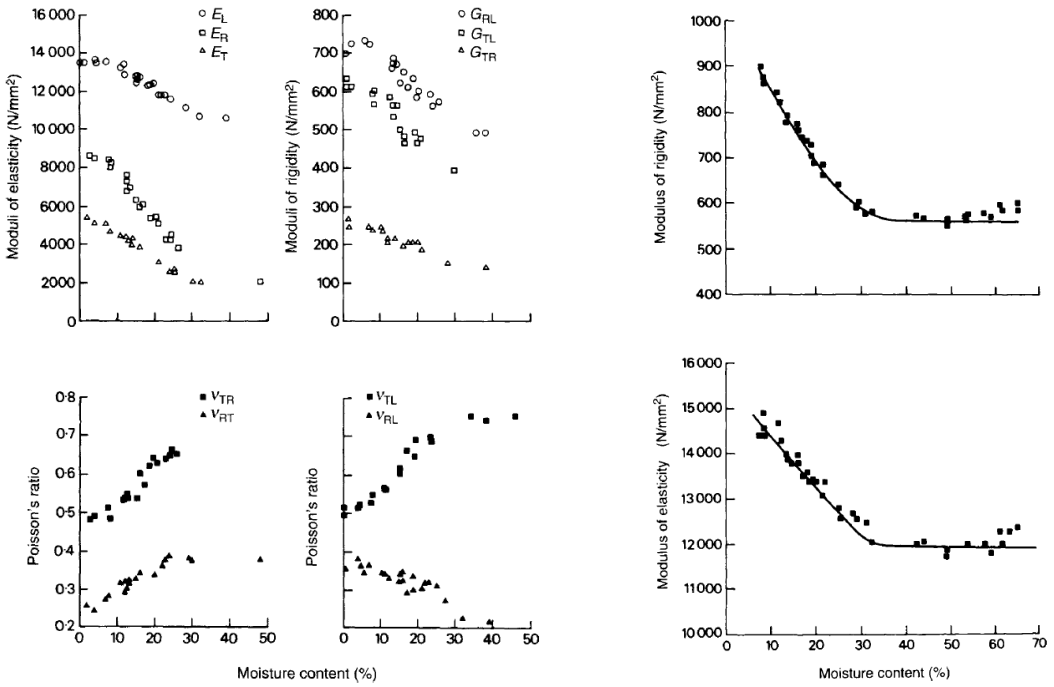
$$\begin{Bmatrix} \epsilon_R \\ \epsilon_T \\ \epsilon_L \\ \gamma_{TL} \\ \gamma_{RL} \\ \gamma_{RT} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_R} & \frac{-\nu_{RT}}{E_T} & \frac{-\nu_{RL}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{TR}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & \frac{-\nu_{TL}}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LR}}{E_R} & \frac{-\nu_{LT}}{E_T} & \frac{1}{E_L} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TL}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RL}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma_R \\ \sigma_T \\ \sigma_L \\ \tau_{TL} \\ \tau_{RL} \\ \tau_{RT} \end{Bmatrix} \tag{1.3}$$

E_R, E_T, E_L sont les modules de Young correspondant respectivement aux axes R, T, L. G_{TL}, G_{RL}, G_{RT} sont les modules de cisaillement correspondant respectivement aux plans TL, RL, RT. ν_{RL},ν_{LR},ν_{TL},ν_{LT}, ν_{RT},ν_{TR} sont les coefficients de Poisson. ϵ_R, ϵ_T, ϵ_L sont les déformations axiales suivant les directions R, T, L et γ_{TL}, γ_{RL}, γ_{RT} sont les déformations angulaires dans les plans TL, TL, RT. σ_R, σ_T, σ_L sont les contraintes normales suivant les directions R, T, L et τ_{TL}, τ_{RL}, τ_{RT} sont les contraintes de cisaillement dans les plans TL, RL, RT. La symétrie de la matrice de complaisances $\Big[S\Big]$ est respectée si :

$$\frac{\nu_{RT}}{E_R} = \frac{\nu_{TR}}{E_T}\,;\, \frac{\nu_{RL}}{E_R} = \frac{\nu_{LR}}{E_L}\,;\, \frac{\nu_{TL}}{E_T} = \frac{\nu_{LT}}{E_L} \tag{1.4}$$

Les caractéristiques de la matrice de complaisance sont fonction de la teneur en eau et de la température et sont différentes pour chaque essence. Kollmann et Cote (1968), Guitard (1987), Morlier (1994) proposent des valeurs indicatives de ces grandeurs pour différentes essences.

Comme nous l'avons vu dans le paragraphe 1.2.2.1, les tissus cellulaires du bois ont leurs caractéristiques géométriques qui varient en fonction de la teneur en eau. Cette teneur en eau impacte les propriétés mécaniques des tissus, ce qui engendre des variations des propriétés mécaniques dans le domaine élastique à l'échelle macroscopique. En effet, les essais de Carrington (1922) montrent une diminution linéaire des valeurs de module d'Young et des modules de cisaillement lors de l'augmentation en teneur en eau du bois, Figure 1.9a. Les coefficients de Poissons ν_{TR}, ν_{RT} et ν_{TL} montrent une tendance inverse, seul ν_{RL} a la même tendance. De plus, à partir du PSF, les propriétés élastiques restent constantes quelle que soit la teneur eau Figure 1.9b.



(a) (b)

FIGURE 1.9 – Effet de la teneur en eau sur : (a) les coefficients de la matrice de complaisance, (b) le module d'Young longitudinal (E_L) et le module de cisaillement dans le plan RL du Picea sitchensis d'après Carrington (1922), cité par Dinwoodie et Building Research Establishment (2000)

Les modules élastiques et les modules de cisaillement suivent une loi de comportement linéaire entre $H = 6$ % et $H = 20$ % (Guitard, 1987), équation 1.5. Des études plus récentes, Gerhards (1982), Bodig et Jayne (1993), Ozyhar et al. (2013), démontrent que la dépendance des coefficients de Poisson avec la teneur en eau reste peu évident à mettre en exergue, Figure 1.10.

$$\begin{cases} E_R(H) &= E_R^{12\%}\ [1 - 0,030(H - 12)] \\ E_T(H) &= E_T^{12\%}\ [1 - 0,030(H - 12)] \\ E_L(H) &= E_L^{12\%}\ [1 - 0,015(H - 12)] \\ G_{TL}(H) &= G_{TL}^{12\%}\ [1 - 0,030(H - 12)] \\ G_{RL}(H) &= G_{RL}^{12\%}\ [1 - 0,030(H - 12)] \\ G_{RT}(H) &= G_{RT}^{12\%}\ [1 - 0,030(H - 12)] \end{cases} \tag{1.5}$$

Dans notre étude, les valeurs des modules d'Young et de modules de cisaillement évolueront selon les équations (1.5) pour toutes les teneurs en eau étudiées, tandis que les coefficients de Poisson seront maintenus constants. De plus, ces valeurs ne dépendront pas du mode de sollicitation, nous les considérons comme similaires en compression, traction et flexion.

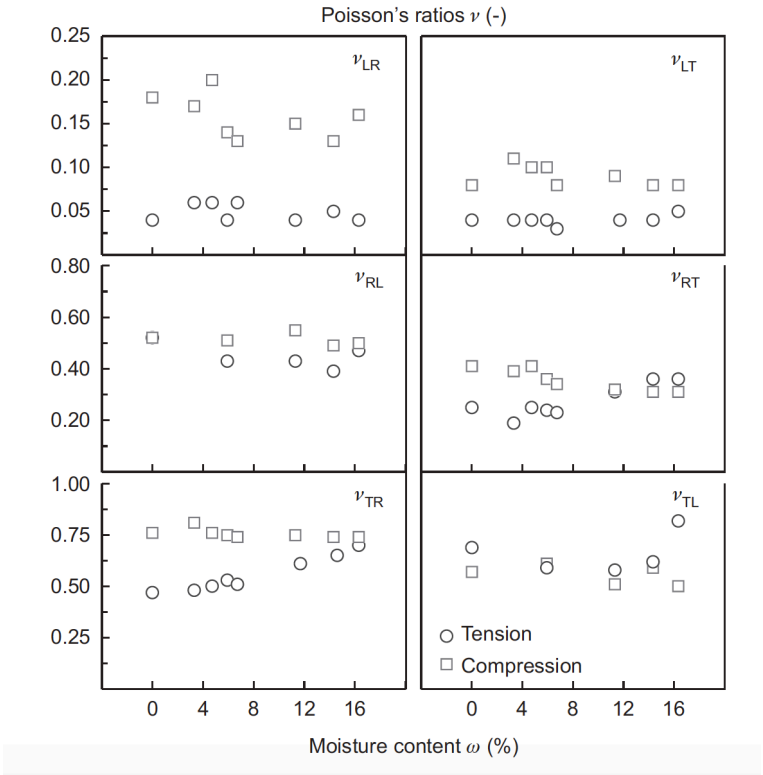


FIGURE 1.10 – Evolution des 6 coefficients de Poisson en fonction de la teneur en eau (w) du Fagus Sylvatica (Ozyhar et al., 2013)

1.2.3.2 Influence de l'hygroscopie du bois sur son comportement mécanique

Les propriétés mécaniques d'un matériau ne se limitent pas uniquement au domaine élastique. Les normes prennent en compte les valeurs à rupture de différents modes de sollicitation en fonction de la direction d'orthotropie du matériau, Figure 1.11.

Sollicitation dans la direction longitudinale (L) **:** La limite élastique du bois soumis à une sollicitation de compression est atteinte bien plus rapidement qu'un bois

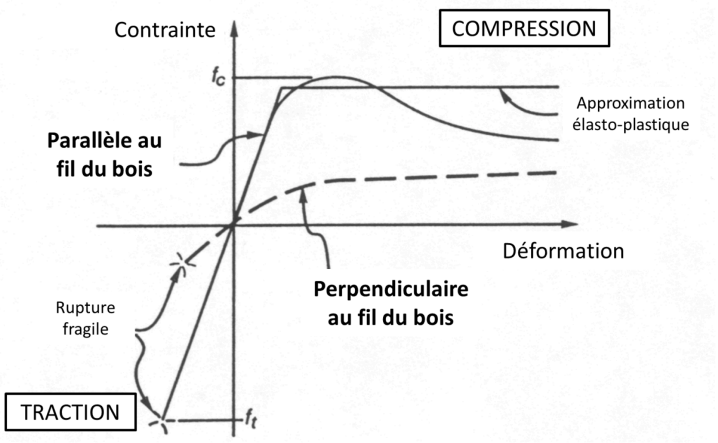


FIGURE 1.11 – Courbe contrainte-déformation en traction et compression parallèle et perpendiculaire au fil du bois (AFNOR, 2005)

soumis en traction et laisse sa place à un comportement endommageable. Après la zone élastique un plateau apparaît, la valeur de contrainte maximale en compression est atteinte à $f_{c,0}$, ce qui correspond à une plastification progressive des fibres, plus particulièrement à un flambement local des fibres dans le sens longitudinal. Le comportement en traction est tout autre, le domaine élastique linéaire est bien plus important, la phase d'endommagement est bien plus courte et très souvent négligée. La rupture peut donc s'apparenter à un comportement purement fragile, atteint à la valeur de contrainte maximale en traction $f_{t,0}$.

Sollicitation dans la direction radiale et tangentielle (R et T) : Dans l'ensemble, les contraintes de rupture, que ce soit en traction ou en compression, sont très inférieures à celles des sollicitations dans la direction longitudinale. Les comportements en compression et en traction restent tout de même sensiblement identiques à ceux de la direction longitudinale, avec en compression un domaine élastique linéaire court, une phase d'endommagement puis une rupture ductile, tandis que le comportement à rupture en traction est toujours apparenté à une rupture fragile. A noter que cette fois-ci, la contrainte de rupture en compression dans le sens perpendiculaire aux fibres $f_{c,90}$ est supérieure à la contrainte en traction perpendiculaire aux fibres $f_{t,90}$. Cette chute significative des contraintes de ruptures s'explique par le manque de liaisons structurelles dans l'axe tangentiel. En effet, les rayons ligneux sont bien plus rares que les trachéides longitudinales.

Les effets de la teneur en eau ne sont pas non plus négligeables au niveau des valeurs des contraintes à rupture, Figure 1.12. Décrire le comportement à rupture en fonction de la teneur en eau du bois est complexe. Plusieurs modèles existent, certains statistiques et se basent sur un grand nombre d'essais (Hoffmeyer et al., 2003, Kretschmann et Green, 1996, 2008, Kretschmann, 2010), d'autres sur des modèles analogiques, comme Baant (1985).

Le comportement mécanique orthotrope du bois est significativement influencé par la teneur en eau de ses tissus cellulaires. L'augmentation de la teneur en eau entraîne l'augmentation du volume de la pièce en bois et de sa densité. Cela va jouer un effet

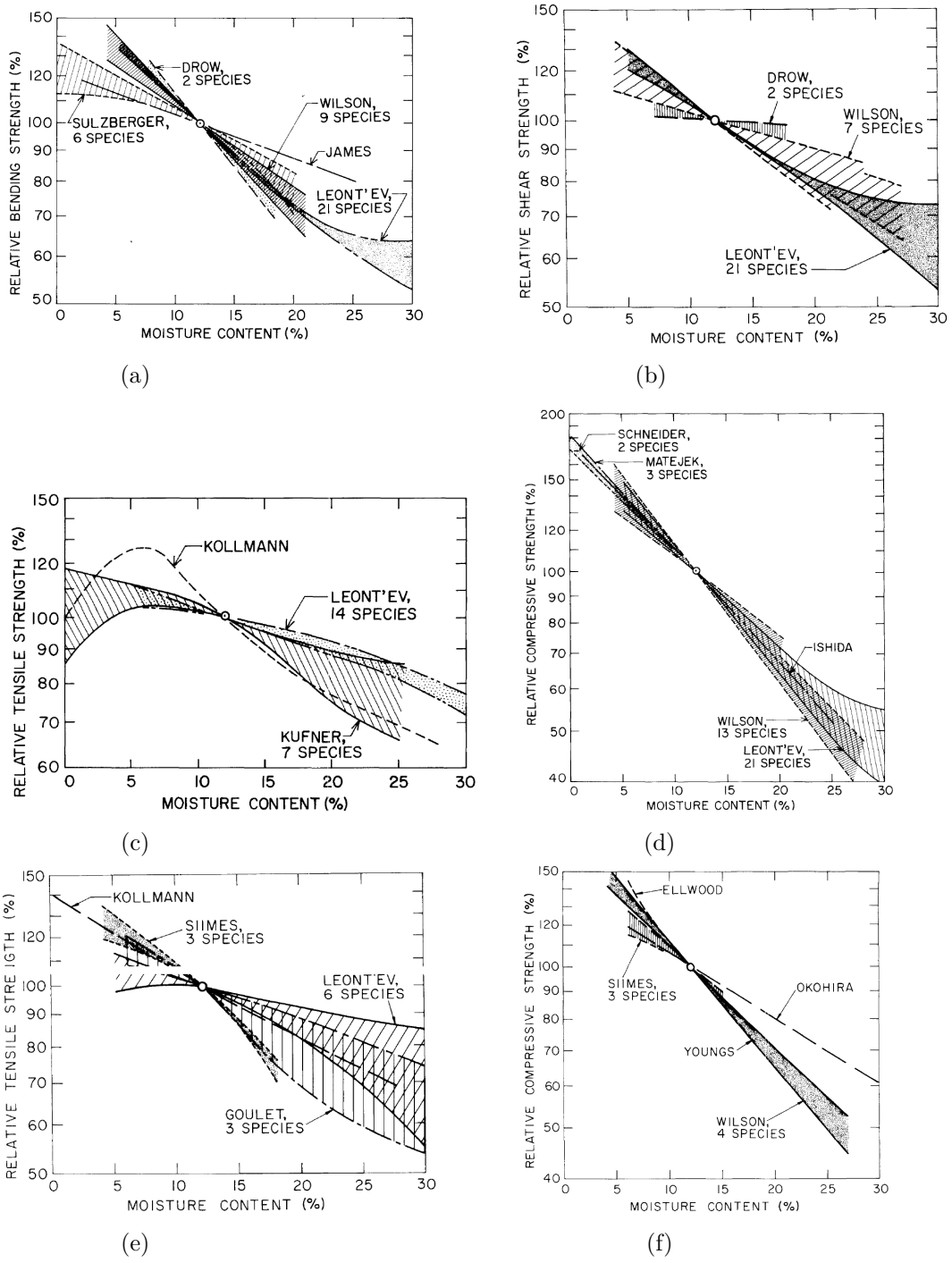


FIGURE 1.12 – Effet de la teneur en eau sur les contraintes de rupture à une température de 20^o C : (a) contrainte de flexion (f_m), (b) contrainte de cisaillement (f_v), (c) contrainte de traction dans la direction longitudinale des fibres ($f_{t,0}$), (d) contrainte de compression dans la direction longitudinale des fibres ($f_{c,0}$), (e) contrainte de traction dans la direction perpendiculaire des fibres ($f_{t,90}$), (f) contrainte de compression dans la direction perpendiculaire des fibres ($f_{c,90}$) (Gerhards, 1982).

réducteur sur les paramètres mécaniques que ce soit sur les paramètres élastiques et les paramètres de rupture. Ces paramètres mécaniques sont définis à partir d'essais normalisés qui se font sur un temps de chargement court, inférieur à 300 s. Ce temps d'essai est choisi pour éviter au maximum les phénomènes visqueux. De plus, ces paramètres sont établis lorsque la teneur en eau dans le bois est stable. Des modèles très poussés décrivent le comportement mécano-sorptif couplant réponse élastique, phénomène mécano-sorptif, viscosité et retrait gonflement, Dubois et al. (2012). Ces phénomènes ne seront pas décrits dans cette étude.

Par ailleurs, les ingénieurs doivent entreprendre des calculs complexes sur des structures encore plus complexes. Les normes, comme l'Eurocode 5 (AFNOR, 2005), sont les outils sur lesquels les ingénieurs peuvent se reposer. Nous allons donc voir dans la partie suivante, comment ont été intégrés les comportements mécaniques en fonction de la teneur en eau.

1.3 Réglementation et prise en compte du comportement hygromécanique

1.3.1 Introduction à la réglementation actuelle

Nous avons vu dans la partie 1.2, que le bois est un matériau hygroscopique. Ses propriétés physiques et mécaniques évoluent en fonction de sa teneur en eau. Cette teneur en eau dépend de l'humidité relative et de la température extérieure. Plusieurs travaux effectués comme Ranta-Maunus (1975), Morlier (1994), ont montré l'effet des variations climatiques naturelles sur des éléments de structure de grande dimension. Par conséquent, le dimensionnement des éléments de structure en bois exige la prise en compte de ces effets hydriques dans les différentes réglementations. La réglementation européenne utilise un unique coefficient pour décrire l'effet hygroscopique du bois et l'effet de la durée de charge en fonction de l'état limite. Le code canadien, quant à lui, dissocie le phénomène hygroscopique à l'effet de durée de chargement par deux coefficients bien distincts, mais associe l'hygroscopie à un type de chargement.

1.3.1.1 Coefficients de modification de performances

Les évolutions des caractéristiques du bois liées à son hygroscopie jouent un rôle prépondérant sur la durabilité des constructions. L'effet hygroscopique est pris en compte dans l'Eurocode 5 (AFNOR, 2005) par l'intermédiaire d'un facteur de modification de résistance, k_{mod} et un facteur de modification de la déformation, k_{def}. Ces deux paramètres dépendent de la classe de service du matériau.

Classe de service 1 **:** est caractérisé par une humidité dans les matériaux correspondant à une température de 20^{o}C et une humidité relative de l'air environnant ne dépassant que quelques semaines de 65 % par an. Ce qui correspond à avoir une teneur en eau moyenne inférieure ou égale à 12%.

Classe de service 2 **:** est caractérisée par une humidité dans le matériau correspondant à une température de 20^{o}C et une humidité relative de l'air ne dépassant de 85% que

quelques semaines par an. Ce qui correspond à une teneur en eau dans un résineux en moyenne entre 12 et 18%.

Classe de service 3 **:** conditions climatiques amenant des humidités supérieures à celles de la classe de service 2.

Le facteur de modification de résistance dépend aussi de la durée de chargement (fluage), cela va des charges instantanées jusqu'à des charges permanentes, Tableau 1.1, tandis que le facteur d'influence de déformation dépend uniquement des classes de service, Tableau 1.2. Ainsi, la définition des paramètres de résistance mécanique est fonction du temps de chargement, du comportement hygroscopique, de la dispersion du matériau et de sa résistance mécanique caractéristique :

$$R_d = k_{mod}\frac{R_k}{\gamma_M} \tag{1.6}$$

R_k est la variable représentant la résistance caractéristique, déterminée au fractile à 5%, établie par la norme EN 338 pour le bois massif et γ_M le coefficient partiel de sécurité du matériau bois. Le coefficient correcteur k_{mod} minore la résistance du matériau lorsque la durée de charge et/ou la teneur en eau dans le bois augmente et est déterminé à partir de la norme NF B 51002 et l'ISO 13061-1 à 17.

Classe de service	**Classe de durée de chargement**				
	Action permanente	**Action long terme**	**Action moyen terme**	**Action court terme**	**Action instantanée**
1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90

Tableau 1.1 – Valeurs de k_{mod} du Bois massif tiré de (AFNOR, 2005)

Classe de service		
1	**2**	**3**
0,60	0,80	2,00

Tableau 1.2 – Valeurs de k_{def} du Bois massif tiré de (AFNOR, 2005)

Le code canadien dissocie le temps de chargement et l'hygroscopie du matériau par trois coefficients, K_D, K_S et K_T. K_D intègre la durée d'application de charge qui se décompose en trois catégories, courte, normale et continue, bornées entre 1,15 pour les charges de courte durée et 0,65 pour les charges continues. Pour les charges dites normales, le coefficient suit une loi logarithmique tel que :

$$K_D = 1,0 \ - \ 0,50\log(\frac{P_L}{P_S}) \tag{1.7}$$

P_L est la charge spécifiée de durée continue et P_S la charge de durée normale, CSA (2010). La teneur en eau est prise en compte dans la réglementation canadienne principalement

par le coefficient de condition d'utilisation K_S qui dépend du type de chargement appliqué et de la géométrie de l'élément, Tableau 1.3. Cette teneur en eau dépend aussi d'un autre critère, le coefficient de traitement K_T, Tableau 1.4.

K_S	**Propriété**	**Utilisation en milieu sec**	**Utilisation en milieu humide : face étroite du bois de sciage, de pilots et de poteaux**	
			89 mm ou moins	**Plus de 89 mm**
K_{Sb}	**Flexion à la fibre extrême**	1,00	0,84	1,00
K_{Sv}	**Cisaillement longitudinal**	1,00	0,96	1,00
K_{Sc}	**Compression parallèle au fil**	1,00	0,69	0,91
K_{Scp}	**Compression perpendiculaire au fil**	1,00	0,67	0,67
K_{St}	**Traction parallèle au fil**	1,00	0,84	1,00
K_{SE}	**Module d'élasticité**	1,00	0,94	1,00

Tableau 1.3 – Valeurs de K_S (CSA, 2010)

Produit	**Utilisation en milieu sec**	**Utilisation en milieu humide**
Bois non traité	1,00	1,00
Bois traité, non incisé	1,00	1,00
Bois traité, incisé, d'au plus 89 mm		
Module d'élasticité	0,90	0,95
Autres propriétés	0,75	0,85
Bois traité par ignifugation	Voir la réglementation canadienne	

Tableau 1.4 – Valeurs de K_T (CSA, 2010)

Les réglementations européennes où d'Amérique du Nord, même si elles semblent différentes, elles ont un point commun : les coefficients de minoration k_{mod} et K_S s'appliquent uniquement sur les résistances du matériau.

1.3.2 Exemple de dimensionnement, poutre soumise au fendage : poutre entaillée

La construction d'édifice est un compromis entre la vision de l'architecte et les solutions techniques qu'apporte l'ingénieur. L'introduction d'un épaulement (entaille) ou d'un trou (réservation) dans un élément de structure constitue un changement brutal de la section transversale, qui influe de manière significative sur l'état de contrainte et peut dans un élément en bois réduire considérablement sa résistance. La contrainte normale et la contrainte de cisaillement sont perturbées au sein de l'élément. En effet, une zone de concentration de contrainte apparaît au fond de l'entaille. La faible résistance à la traction perpendiculaire aux fibres du bois, couplée à cette zone de concentration de contrainte, engendre un grand risque d'initiation de fissure voire à la rupture de l'élément de structure.

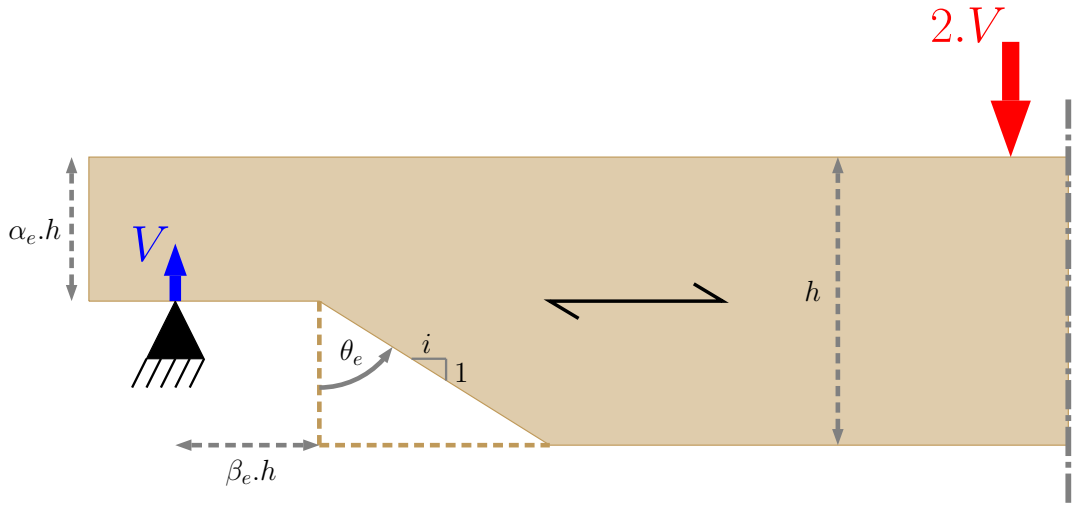


FIGURE 1.13 – Schéma et notation des différents paramètres géométriques pour les poutres entaillées

Il existe différentes méthodes de prédiction de la charge ultime de ces éléments de structure avec une entaille. Ces méthodes se différencient par leurs hypothèses sur les mécanismes de fissuration. Les "National Design Specifications for wood construction" (NDS, 2001) proposent une méthode empirique, l'Eurocode 5 et le code canadien (AFNOR, 2005, CSA, 2010) se basent sur la mécanique de la rupture en utilisant le taux de restitution d'énergie, tandis que le code australien se base aussi sur la mécanique de la rupture, mais à travers le facteur d'intensité de contrainte (Australian Standard, 2010). Nous nous focaliserons uniquement sur la méthode de l'Eurocode 5 et du code canadien et l'incorporation du comportement hygroscopique dans la détermination de la charge ultime dans ces réglementations.

1.3.2.1 Approche de l'Eurocode 5

L'Eurocode 5 propose de dimensionner une poutre entaillée en bois à partir de sa résistance au cisaillement $f_{v,d}$, obtenue à partir de l'équation (1.6). L'entaille provoque une discontinuité dans la distribution des contraintes de cisaillement. L'Eurocode 5 introduit un facteur de correction k_v, afin de limiter les risques de fendage. Ce coefficient traduit l'effet de concentration de contrainte provoqué par l'entaille sur une zone sollicitée au cisaillement et doit être appliqué si celle-ci se trouve dans une zone tendue et que la pente de l'entaille est supérieure à 10%. La contrainte de cisaillement τ_d, induite par la combinaison d'action à l'état limite ultime, doit être inférieure à la résistance au cisaillement $f_{v,d}$ de la poutre minorée par le coefficient d'entaille k_v.

$$\tau_d \ \leq \ k_v f_{v,d} \tag{1.8}$$

$$\tau_d \ = \ \frac{k_f V}{b\alpha_e h} \tag{1.9}$$

k_f est le coefficient de forme de la section valant 1,5 pour une section rectangulaire et 1,33 pour une section circulaire. V est l'effort tranchant, b l'épaisseur de la pièce, h la hauteur de la pièce et α_e le rapport entre la hauteur de l'entaille et la hauteur de la poutre, Figure 1.13. Le facteur de réduction k_v dépend uniquement de la géométrie de l'entaille et d'un coefficient k_n qui dépend du type de matériau utilisé, équation (1.10).

$$k_v = \ min \ \begin{cases} 1 \\ \dfrac{k_n\left(1+\frac{1,1i^{1,5}}{\sqrt{h}}\right)}{\sqrt{h}\left(\sqrt{\alpha_e(1-\alpha_e)}+0{,}8\frac{x}{h}\sqrt{\frac{1}{\alpha_e}-\alpha_e^2}\right)} \end{cases} \tag{1.10}$$

où i, $x = \beta_e.h$ sont des paramètres géométriques de l'entaille.

Le facteur de réduction k_v est basé sur les travaux de Gustafsson (1988), à partir du taux de restitution d'énergie G (Griffith, 1921). L'expression de Gustaffson s'applique dans des conditions où le bois est considéré comme parfait et orienté de manière spécifique. Le taux de restitution d'énergie G_{Ec5} est exprimé à partir de la géométrie de l'entaille, mais aussi à partir du comportement d'anisotropie du matériau, équation (1.11) :

$$G_{Ec5} \ = \ \frac{P^2}{b^2\alpha_e^2 h}\left(\sqrt{\frac{0,6(\alpha_e-\alpha_e^2)}{G_{xy}}}+\beta_e\sqrt{\frac{6\left(\frac{1}{\alpha_e}-\alpha_e^2\right)}{E_x}}\right)^2 \tag{1.11}$$

G_{xy} est le module de cisaillement et E_x le module de Young, β_e le rapport entre la profondeur de l'entaille et la hauteur de la poutre, x l'orientation horizontale et y l'orientation verticale de la poutre. A partir de l'équation (1.11)n nous pouvons remonter à l'expression du facteur de réduction, équation (1.10).

$$\frac{V}{b\alpha_e h} = \frac{\sqrt{\frac{G_c G_{xy}}{0,6h}}}{\sqrt{\alpha_e-\alpha_e^2}+\sqrt{10\frac{G_{xy}}{E_x}}\beta_e\sqrt{\frac{1}{\alpha_e}-\alpha_e^2}} \tag{1.12}$$

Afin de l'intégrer dans l'Eurocodes 5, équation (1.12), le taux de restitution d'énergie G_{Ec5} de la poutre entaillée est identifié comme le taux de restitution d'énergie critique

G_c. De plus, bien que le mode de rupture d'une poutre entaillée soit une rupture en mode mixte en fond d'entaille, Gustaffson propose d'utiliser uniquement la valeur du taux de restitution d'énergie critique de Mode I (mode de ruine en ouverture de fissure) G_{c_I}, premier mécanisme de ruine de la poutre entaillée, dont sa valeur énergétique est la plus faible, (voir le chapitre 1.4). En incorporant la résistance de cisaillement à l'équation (1.12), il est possible de déterminer l'expression de k_n en fonction du taux de restitution d'énergie critique de Mode I.

$$k_n = \sqrt{\frac{G_c G_{xy}}{0,6 f_v^2}} \tag{1.13}$$

Type de bois	**Valeur de k_n en $\sqrt{mm}$**
Bois massif	5
Lamellé-collé	6,5
LVL	4

TABLEAU 1.5 – Valeur de k_n selon le type de bois AFNOR (2005)

L'énergie de rupture en Mode I, G_{c_I} a été déterminée à partir d'une large campagne d'essais, "Single Edge Notched Beam" (SENB), réalisée par Larsen et Gustafsson (1991). A partir de ces essais, Larsen (1992) propose une corrélation entre l'énergie de rupture G_{c_I} et la masse volumique ρ du matériau, ce qui conduit à la mise en place d'un coefficient unique k_n pour chaque type de matériau, Tableau 1.5, pour toutes les classes de résistance et toutes les essences de bois.

1.3.2.2 Approche du code canadien

Smith et Springer (1993) reprennent les travaux de Gustafsson et proposent une expression légèrement différente du taux de restitution G_{Ec5}, équation (1.11), où ils ne prennent pas en compte la réduction de résistance entre la section réduite et la section complète de la poutre. L'expression du taux de restitution G_{CSA} écrite par Smith et Springer (1993) correspond à l'équation (1.14) :

$$G_{CSA} = \frac{P^2}{b^2 \alpha_e^2 h} \left(\frac{0.6(\alpha_e - \alpha_e^2)}{G_{xy}} + \beta_e^2 \frac{6\left(\frac{1}{\alpha_e} - \alpha_e^2\right)}{E_x} \right) \tag{1.14}$$

Ici, le taux de restitution G_{CSA} est remplacé par l'énergie de rupture G_c, qui correspond à l'énergie de rupture en mode mixte. Il en vient l'équation (1.15), proche de l'équation (1.12).

$$\frac{V}{b\alpha_e h} = \frac{\sqrt{\frac{G_c G_{xy}}{0{,}6h}}}{\sqrt{(\alpha_e - \alpha_e^2) + \beta_e^2 10 \frac{G_{xy}}{E_x}\left(\frac{1}{\alpha_e} - \alpha_e^2\right)}} \tag{1.15}$$

Cette équation (1.15) est reprise par le code canadien (CSA, 2010). Il en résulte que la contrainte de cisaillement en fond d'entaille dépend des quatre paramètres suivants :

$$F_r \ = \Phi F_f A K_N \tag{1.16}$$

$$K_N \ = \ 0,006h \left[1,6\left(\frac{1}{\alpha_e}-1\right)+\beta_e^2\left(\frac{1}{\alpha_e^3}-1\right)\right]^{-1/2} \tag{1.17}$$

F_r est la contrainte de cisaillement, Φ est un facteur de résistance égale à 0,9, F_f est la résistance d'une membrure entaillée aux appuis avec des coefficients de dimensionnement en (MPa), A est la section totale de la poutre $(A = b \times h)$.

Dans ces deux réglementations, les équations pour déterminer la charge ultime des poutres entaillées, ne se restreignent pas seulement à la géométrie et à la résistance en cisaillement du matériau, un troisième facteur apparaît, le taux de restitution d'énergie que nous assimilons à l'énergie de rupture. Ce paramètre se limite uniquement à l'énergie de rupture en Mode I pour les Eurocodes, tandis que le code canadien prend en compte la mixité des mécanismes de ruine. L'intervention de l'hygroscopie du bois apparaît seulement au niveau de la résistance en cisaillement $f_{v,d}$ avec le coefficient k_{mod}. Aucune des deux équations (1.12) de Gustafsson et (1.15) de Smith, ne prennent en compte les effets d'hygroscopie sur le taux de restitution d'énergie. En effet, Reiterer et Tschegg (2002), Xavier et al. (2014a) démontrent une évolution marquée de G_c en fonction de la teneur en eau.

La propagation de fissure ne se limite pas seulement aux poutres entaillées, les réservations, qu'elles soient rectangulaires ou circulaires, sont aussi à l'origine de concentration de contrainte. La majorité des assemblages bois, que ce soit à partir de boulons ou de broches ou encore des assemblages à tenons et mortaises, sont tous des facteurs de concentration de contrainte. La compréhension du comportement de propagation de fissure dans le matériau bois conjoint au comportement hygrométrique semble primordiale pour le bon dimensionnement des structures.

1.4 Comportement quasi-fragile du matériau bois

La propagation de fissure du bois et des autres matériaux quasi-fragiles comme le béton, le mortier et certains composites, se caractérise par le développement d'une zone endommagée à partir de laquelle prend naissance une fissure principale. Le développement de cette zone d'élaboration est caractérisée par des micro-mécanismes. Dans cette zone d'élaboration de la rupture, prennent place deux grands types de mécanismes de rupture que sont la microfissuration et le pontage de fissure. Ils engendrent, ensemble, une dissipation progressive de l'énergie élastique de déformation. Néanmoins, les normes actuelles considèrent que le bois est un matériau fragile, ignorant ainsi l'existence de la zone d'élaboration de la fissure et le comportement non linéaire conféré par cette dernière. De plus, l'Eurocode 5 considère que la rupture du bois se produit exclusivement en ouverture de fissure (Mode I). Baant (1984) et Morel (2007) montrent que ces hypothèses ne reflètent en aucun cas le comportement du bois. En effet, la taille de la zone d'élaboration et le comportement à rupture diffèrent en fonction des sollicitations mises en jeux et de la géométrie de la structure (Riipola, 1995, Baant, 1997, Morel et Dourado, 2011). Le bois est aussi un matériau sensible aux variations de l'humidité de l'air et le développement de

la zone d'élaboration de la rupture est fortement impacté par la teneur en eau du bois (Reiterer et Tschegg, 2002, Phan et al., 2017).

1.4.1 Mécanique de la rupture adaptée à la quasi-fragilité du bois

La rupture des matériaux quasi-fragiles se caractérise par un comportement non-linéaire dû à la présence d'une zone d'élaboration de la fissure. Depuis un siècle, la mécanique de la rupture, outil mis en évidence par Griffith (1921), permet d'estimer la résistance à la rupture d'un matériau, fragile, quasi-fragile et ductile. La théorie la plus connue est la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture (MLER), écrite par Griffith (1921), puis complétée par Irwin (1957) et Rice (1964) qui est dédiée aux matériaux fragiles. La MLER est donc applicable sous certaines conditions : le matériau se doit d'être entièrement élastique sauf dans une région extrêmement petite située en fond de fissure. Dans cette région, les contraintes sont infiniment élevées induisant une perturbation non linéaire très localisée sans pour autant impacter le comportement élastique du matériau.

1.4.1.1 Zone d'élaboration d'une fissure

La MLER considère que toute l'énergie de déformation disponible est affectée à la propagation de fissure, c'est-à-dire à la séparation des lèvres de la fissure, sans prendre en compte les effets de dissipation d'énergie générés par l'existence d'une zone d'élaboration de la fissure. Cependant, la plupart des matériaux forment une zone capable de dissiper de l'énergie : déformations plastiques pour les métaux, microfissurations et frictions pour le béton, microfissurations et pontages fibreux pour le bois. L'ensemble de ces mécanismes de rupture forment la zone d'élaboration. Si cette zone devient trop importante devant la taille de l'élément, alors la MLER ne peut plus être appliquée. Cette zone se décompose en deux parties : la première appelée par Baant (1997) "hardening zone" ou zone (ZNL) est souvent associée à une "plastification" du matériau, la deuxième prenant en compte les phénomènes de microfissuration, de friction et de pontage de fissure est nommée par Baant (1997) la "Fracture Process Zone" (FPZ).

Les matériaux fragiles se distinguent des matériaux ductiles et quasi-fragiles par une zone d'élaboration infiniment petite devant la taille de l'élément, Figure 1.14a. Ainsi, le matériau est élastique sur l'ensemble de l'élément et les contraintes tendent vers l'infini en pointe de fissure. A l'inverse, les tailles des zones d'élaboration des matériaux ductiles et quasi-fragiles sont suffisamment importantes pour qu'elles ne soient pas négligées dans l'étude de résistance à la propagation de fissure. Un matériau ductile possède une ZNL plus importante que la FPZ (Figure 1.14b), tandis qu'un matériau quasi-fragile se caractérise par une FPZ très grande devant la ZNL (Figure 1.14c). La taille de ces zones d'élaboration conduit à un comportement non-linéaire de la réponse contrainte-ouverture de fissure et seuls les modèles non-linéaires peuvent décrire ces comportements.

1.4.1.2 Comportement à rupture du bois

La rupture du bois se décompose suivant trois composantes qui sont la manifestation de la séparation irréversible d'un milieu continu en deux surfaces distinctes. Le déplacement des lèvres de la fissure sont souvent la combinaison de ces trois composantes ou mode de

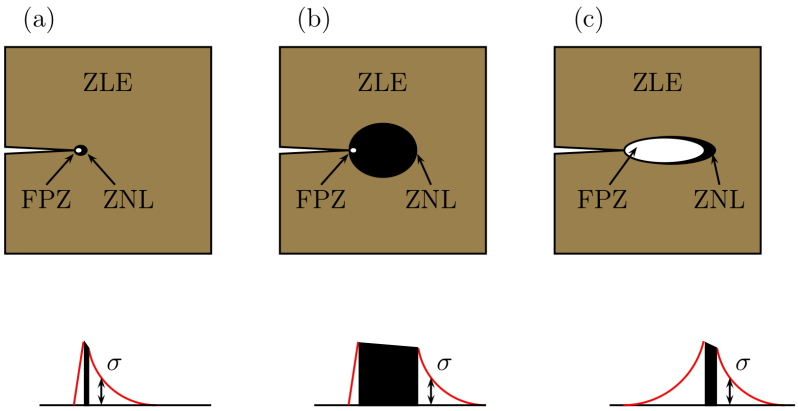


FIGURE 1.14 – Différentes tailles de la zone d'élaboration en fonction du type de matériaux avec ZLE : zone linéaire élastique, ZNL : zone non-linéaire due à la plasticité et FPZ : "fracture process zone", (a) matériau fragile, (b) matériau ductile et (c) matériau quasi-fragile

rupture Figure 1.15 : le Mode I est l'ouverture suivant la normale au plan de fissure, le Mode II est l'ouverture parallèle au plan de fissure et perpendiculaire au front de fissure (ou cisaillement plan) et le Mode III est l'ouverture parallèle au plan de fissure et parallèle au front de fissure (ou cisaillement hors plan).

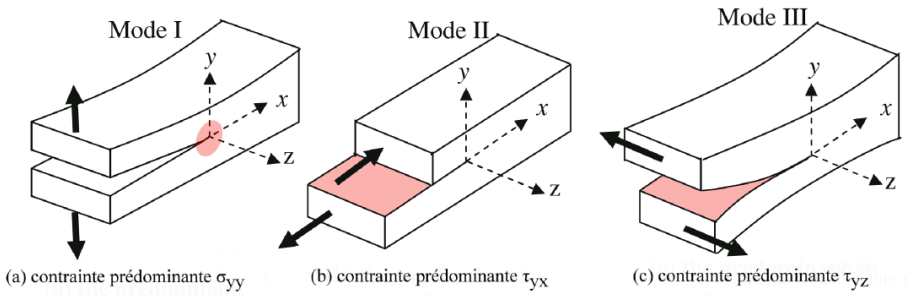


FIGURE 1.15 – Modes de rupture : (a) Mode I, (b) Mode II et (c) Mode III (Gangnant, 2016)

Par ailleurs, la nature orthotrope du bois provoque une forte diversité de configuration de plan de fissuration. En effet, six orientations principales ont été identifiées en fonction de la direction des cernes du bois par Sclznieujincl et Centeno (1973) et peuvent avoir une incidence auprès des propriétés de rupture, Figure 1.16. Pour les éléments de structure comme les poutres entaillées, les configurations employées sont les configurations TL (T : sollicitation Tangente au fil du bois et L : propagation de fissure dans la direction Longitudinale au fil) jusqu'à la configuration RL (R : sollicitation Radiale au fil du bois et L : propagation de fissure dans la direction Longitudinale au fil).

Dans un élément entaillé, la contrainte en fond d'entaille tend vers l'infini. Griffith (1921) conclut qu'en présence d'une fissure, la valeur de la contrainte ne peut pas être

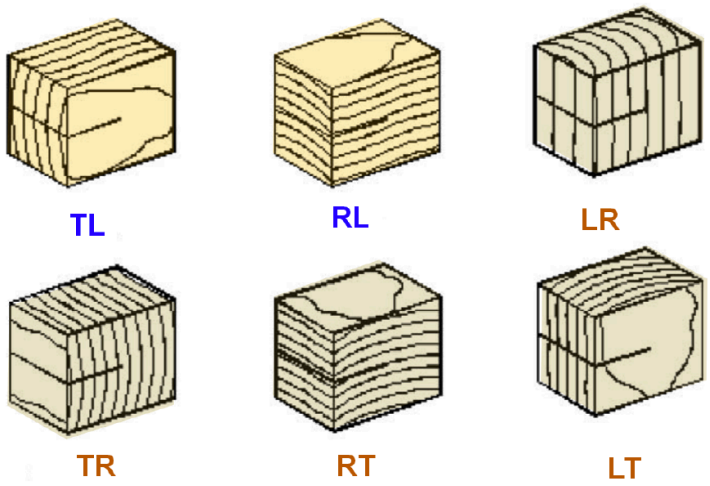


FIGURE 1.16 – Six orientations principales du plan de fissuration (Valentin et al., 1991)

utilisée comme critère de rupture, cela l'amène à proposer un critère basé sur la restitution d'énergie élastique, libérée lors de la propagation de fissure. Une structure, soumise à un chargement, stocke de l'énergie élastique de déformation et se libère par la propagation d'une fissure si l'énergie disponible peut créer de nouvelles surfaces. Griffith a introduit la notion de taux de restitution d'énergie, G en J/m^2, qui représente l'énergie nécessaire pour propager la fissure d'une unité de surface. Ainsi, nous obtenons l'équation suivante :

$$G = \frac{W_{rest}}{dA} \tag{1.18}$$

où W_{rest} est l'énergie potentielle totale nécessaire pour propager la fissure d'un incrément da et qui provoque l'apparition d'une nouvelle surface $dA = b.da$. L'énergie potentielle stockée résulte du bilan énergétique des travaux internes et externes : énergie de déformation élastique W_U et du travail des forces extérieures W_F.

$$W_{rest} = W_F - W_U \tag{1.19}$$

Il est donc possible de relier le taux de restitution d'énergie G à la complaisance λ de la structure ($\lambda = \delta/P$) , en écrivant W_U et W_F en fonction de la charge appliquée P et du déplacement δ en partant de l'équation (1.18) et (1.19).

$$G = \frac{P^2}{2b}\frac{d\lambda}{da} \tag{1.20}$$

La courbe force-déplacement, Figure 1.17a, représente le comportement type d'un matériau fragile parfait en déplacement imposé. La Figure 1.17b est l'image énergétique de la courbe force-déplacement que nous appelons communément courbe de résistance à la propagation de fissure ou plus simplement courbe-R.

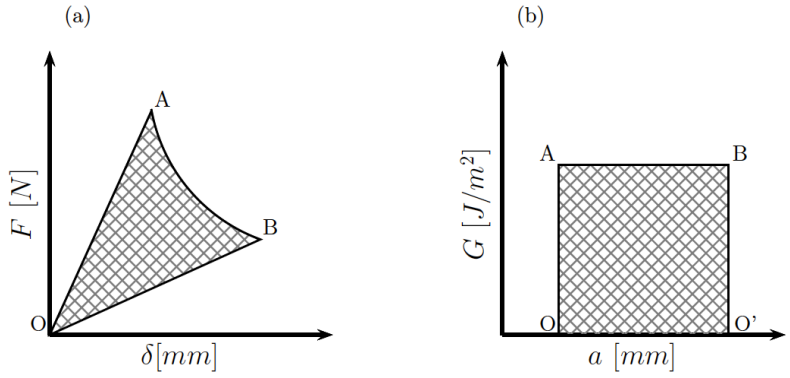


FIGURE 1.17 – (a) courbe force-déplacement en déplacement imposé d'un matériau fragile parfait, (b) taux de restitution d'énergie du matériau fragile en fonction de la longueur de fissure a

Le segment OA de la courbe force-déplacement correspond au domaine linéaire élastique du matériau, par conséquent l'énergie élastique de déformation emmagasinée n'est pas suffisante pour créer de nouvelles surfaces et engendrer une fissure. Par contre, lorsque la charge ultime est atteinte (point A), l'énergie emmagasinée est suffisante pour propager la fissure d'un incrément dA. A ce moment, nous avons atteint la valeur critique de la courbe-R (G_c) et donc si nous poursuivons à imposer un déplacement positif à notre essai, nous allons continuer de propager la fissure (segment AB). Cela va se manifester sur la courbe force-déplacement par une perte de raideur pour chaque incrément de fissure et donc à un écrouissage négatif. Sur la courbe-R cela correspond à un régime plateau de valeur G_c qui est la valeur nécessaire pour créer de nouvelles surfaces. Enfin, lorsque nous déchargeons le matériau complètement, nous retrouvons sur la courbe force-déplacement un régime linéaire jusqu'à atteindre l'origine sans déplacement résiduel (segment BO) : le taux de restitution d'énergie G est alors inférieur à la valeur critique G_c de la courbe de résistance et donc il ne peut plus y avoir de création de nouvelles surfaces (segment BO'). Nous pouvons aussi constater que l'aire OBAO sous la courbe force-déplacement (Figure 1.17a) équivaut à l'aire sous la courbe-R OABO' (Figure 1.17b).

La Figure 1.18a schématise le comportement d'un matériau quasi-fragile parfait sous déplacement imposé. Le segment OA représente toujours le régime linéaire élastique, mais le point A ne correspond plus à la charge ultime. La zone d'élaboration ou FPZ dans notre exemple commence à se développer, ce qui permet de dissiper de l'énergie via les mécanismes de microfissuration et de pontages de fissure. Cela induit un comportement non-linéaire et à une perte de raideur sur la courbe force-déplacement. Arrivée à la charge ultime, point B, la FPZ continue à se développer jusqu'au point C. Sur la courbe-R, nous avons une phase croissante du taux de restitution d'énergie lorsque la zone d'élaboration se développe. Au point C, nous avons atteint la valeur critique G_c et donc la taille critique de la FPZ a_c. Ainsi, nous sommes au régime plateau de la courbe-R, ce qui correspond à la propagation autosimilaire de la macro-fissure avec sa zone d'élaboration et donc à un écrouissage négatif sur la courbe force-déplacement. Quand nous déchargeons complètement le matériau (point D), nous retrouvons comme pour le matériau fragile, un domaine linéaire jusqu'à atteindre l'origine (point O) sans déplacement résiduel. Sur la courbe-R

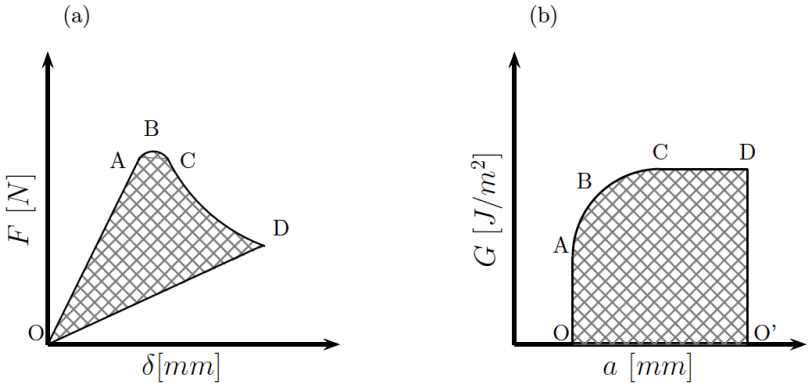


FIGURE 1.18 – (a) courbe force-déplacement en déplacement imposé d'un matériau quasi-fragile parfait, (b) taux de restitution d'énergie d'un matériau quasi-fragile en fonction de la longueur de fissure a

$G < G_c$, la propagation de fissure est arrêtée et atteint le point O'. Nous retrouvons aussi l'équivalence entre les aires sous la courbe force-déplacement et la courbe-R (OABCDO $\approx$ OABCDO').

L'approche dite globale de Griffith (1921) peut aussi être expliquée par une approche locale utilisant le critère d'Irwin (1957) basé sur le facteur d'intensité de contrainte (FIC) K, c'est-à-dire, de prendre en compte la distribution des contraintes en fond de fissure.

$$K_i \ = \ \sigma_{k,l}\sqrt{\pi a} f(géométrie) \tag{1.21}$$

i correspond au différent mode de rupture (I, II ou III), $\sigma_{k,l}$ une contrainte qui dépend du chargement, a est la longueur de la fissure, et $f(géométrie)$ est une expression qui dépend de la géométrie de l'élément fissuré et des propriétés élastiques. Il y a rupture lorsque le facteur d'intensité de contrainte K_i au fond de la fissure atteint une valeur critique K_{ic} caractéristique du matériau. Il est donc possible de relier le taux de restitution critique G_i aux facteurs d'intensité de contraintes K_i. K_I et K_{II} pour un milieu orthotrope, sous une configuration Tangentiel-Longitudinal (TL). Ils sont obtenus à l'aide des relations de Sih et al. (1965).

$$G_I \ = \ \pi K_I^2 \left(\frac{1}{2E_L E_T}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\left(\frac{E_L}{E_T}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{E_L}{2G_{TL}} - \nu_{LT}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{1.22}$$

$$G_{II} \ = \ \pi K_{II}^2 \frac{1}{\sqrt{2}E_L} \left[\left(\frac{E_L}{E_T}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{E_L}{2G_{TL}} - \nu_{LT}\right]^{\frac{1}{2}} \tag{1.23}$$

Il est évident que la MLER n'est pas directement applicable pour le bois, notamment si la taille de la FPZ est relativement importante par rapport aux dimensions de l'élément étudié. Sur cette base, une approche hybride de la MLER a été initiée par Bazant et Kazemi (1990) : la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture équivalente (MLEReq) dans le but d'approximer le comportement des matériaux quasi-fragiles en utilisant certaines hypothèses de la MLER.

1.4.1.3 Mécanique linéaire élastique de la rupture équivalente adaptée pour les matériaux quasi-fragiles

La MLEReq exprimée par Bazant et Kazemi (1990) introduit le principe de la longueur de fissure élastique équivalente, tout en gardant les hypothèses de la MLER. Cette longueur de fissure élastique équivalente a_{eq} est la longueur de fissure qui, dans un modèle élastique parfait, donne la même complaisance (inverse de la raideur) que l'élément réel fissuré avec sa zone d'élaboration, Figure 1.19. De plus, nous considérons que l'augmentation de la complaisance ne dépend que du développement de la FPZ ou de la propagation de la macro-fissure avec sa zone d'élaboration. Sur cette base, il est possible d'estimer le taux de restitution d'énergie, équation (1.20), en remplaçant la longueur de fissure a par la longueur de fissure élastique équivalente a_{eq}, et par conséquent nous pouvons estimer la résistance à la propagation de fissure comme l'écrivent Elices et Planas (1993) et Morel et al. (2005), équation (1.24). Ainsi, la courbe-R écrite en fonction de la longueur de fissure élastique équivalente nous permet de déterminer les propriétés de rupture des matériaux quasi-fragiles. Toutefois, Bazant et Planas (1997) nous mettent en garde sur le fait que la forme de la courbe-R est dépendante de la géométrie de l'élément considéré.

A partir de l'approche énergétique initiée par Griffith (1921), nous allons pour chaque incrément de fissure élastique équivalente δa_{eq} pouvoir déterminer le taux de restitution d'énergie $G(a_{eq})$. Comme la suite de nos travaux repose sur la MLEReq, nous écrirons que a équivaut à a_{eq}, ainsi l'énergie de résistance à la propagation de fissure $G_R(a)$ en J/m^2 peut s'écrire à partir de l'équation (1.18) de la manière suivante :

$$G_R(a) \;=\; G(a) \;=\; \frac{P^2}{2b}\frac{d\lambda(a)}{da} \tag{1.24}$$

où $\lambda(a)$ est la complaisance telle que $\lambda(a) = \delta(a)/P(a)$ avec $\delta(a)$ et $P(a)$ sont le déplacement et la force pour une longueur de fissure élastique équivalente a. La détermination de la complaisance, en fonction de la longueur de fissure élastique équivalente, est déterminée numériquement à partir d'un Modèle aux Eléments Finis (MEF).

La courbe-R d'un matériau quasi-fragile, Figure 1.20, décrite par Bazant et Planas (1997) se décompose en deux régimes : (i) le régime croissant qui correspond au développement de la zone d'élaboration jusqu'à atteindre sa taille critique et (ii) le régime plateau, qui lui correspond à la propagation autosimilaire de la macro-fissure accompagnée de sa zone d'élaboration. Sur cette base, Morel (2008) propose de définir la courbe-R comme étant la composition d'une loi puissance décrivant le régime croissant et d'une constante pour le régime plateau :

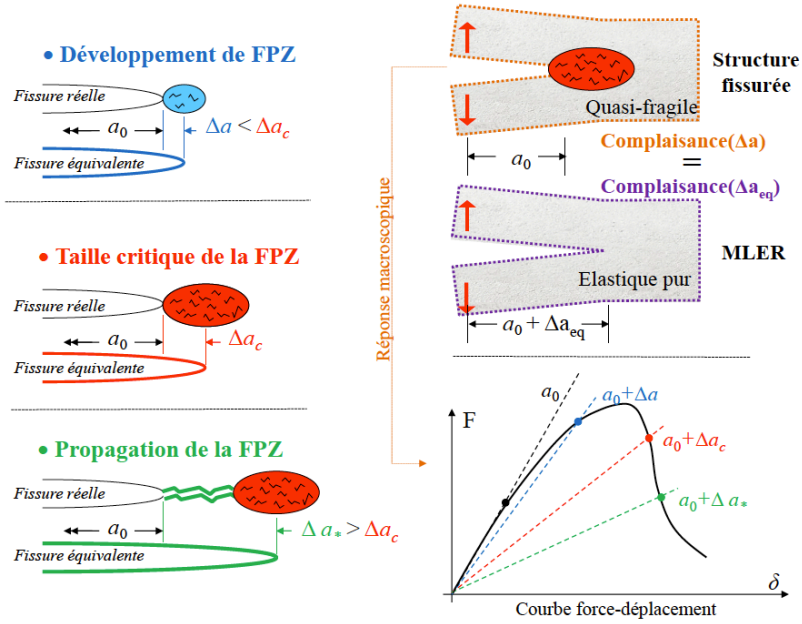


FIGURE 1.19 – Représentation de la MLEReq et de sa longueur de fissure équivalente (Gangnant, 2016)

$$G_R(\Delta a) = \begin{cases} \frac{G_{Rc}}{\Delta a_c^{\beta}} \Delta a^{\beta} & \text{si } \Delta a < \Delta a_c \\ G_{Rc} & \text{si } \Delta a \geq \Delta a_c \end{cases} \tag{1.25}$$

La valeur plateau G_{Rc} en J/m^2 de la courbe-R n'est autre que la résistance critique à la propagation de fissure et $G_{Rc} = G_c$. Le croisement des deux régimes est le point où la zone d'élaboration a atteint sa taille critique a_c et l'incrément de longueur de fissure $\Delta a_c = a_c - a_0$ fournit alors une estimation de la longueur élastique équivalente de la zone d'élaboration de la fissure. Le dernier paramètre de l'expression théorique de la courbe-R de l'équation (1.25) est l'exposant β de la loi puissance. Ce paramètre joue sur la courbure de la loi puissance et est compris entre 0 et 1. Ainsi, lorsque $\beta = 0$ nous sommes dans le cas particulier où nous considérons que le matériau est purement fragile.

A partir de cette courbe-R, il est possible de déterminer la force au pic P_u de la réponse force-déplacement de l'éprouvette. En effet, lorsque nous traçons le taux de restitution d'énergie à une charge constante, nous remarquons qu'il existe un a ou Δa ($\Delta a = a - a_0$) pour lequel la courbe $G(a, P)$ est tangente à la courbe $G_R(a)$. Cette longueur de fissure est communément notée a_u, elle satisfait deux conditions : $G(a_u, P_u) = G_R(a_u)$ et $G'(a_u, P_u) = G'_R(a_u)$.

Les courbes $G(a, P)$ de la Figure 1.21 sont toutes croissantes, ceci est dû d'après Bazant et Planas (1997) au type de géométrie. En effet, nous parlons de géométries positives lorsque les courbes $G(a, P)$ sont monotones croissantes et de géométries négatives le cas contraire. La particularité d'une géométrie positive est que la valeur de a_u est comprise entre a_0 et a_c ($a_0 < a_u \leq a_c$). La majorité des géométries utilisées dans les structures des bâtiments sont des géométries positives, ce qui implique que nous devons estimer de

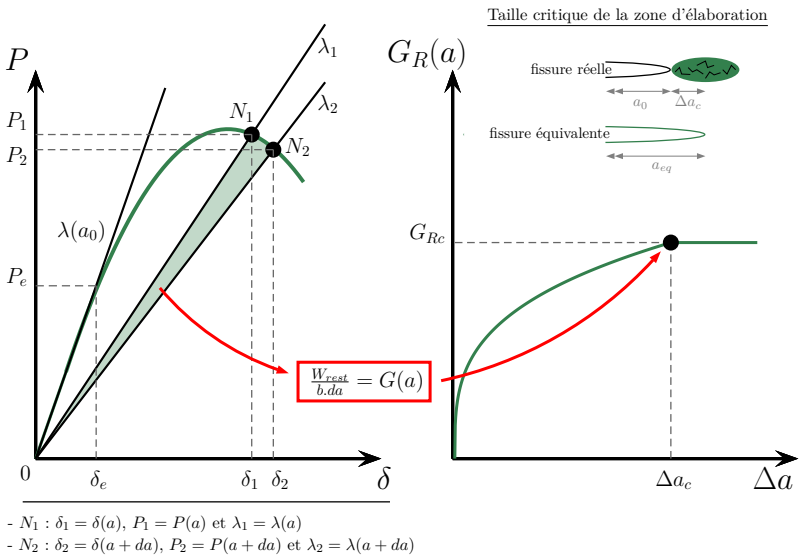


FIGURE 1.20 – Représentation de la courbe-R à partir de la MLEReq et du principe de longueur de fissure élastique équivalente

manière précise le régime croissant d'une courbe-R.

1.4.2 Potentiel des courbes-R

1.4.2.1 Effet d'échelle dans les structures quasi-fragiles

Un caractère important à prendre en compte pour tous les matériaux quasi-fragiles est la quantification de l'effet d'échelle sur les mécanismes de ruine des structures. Le dimensionnement de structure de petite, moyenne ou grande taille, ne peut pas être soumis aux mêmes outils. L'effet d'échelle des matériaux quasi-fragiles peut être écrit à partir des courbes-R comme le montre Baant (1984) avec la loi sur l'effet d'échelle "Size Effect Law" (SEL) qu'il propose. Cette loi est établie à partir d'un grand nombre d'essais sur des éprouvettes entaillées de différentes dimensions caractéristiques D.

$$\sigma_N = c_N \frac{P_u}{bD} \tag{1.26}$$

σ_N est la contrainte nominale (contrainte au pic de charge), P_u est la force au pic de charge, b la largeur de l'éprouvette et c_N un coefficient d'ajustement. En 1997, Bažant a amélioré sa loi à partir d'une analyse asymptotique basée sur l'hypothèse qu'il existe une unique courbe-R quelle que soit la dimension de l'éprouvette. La contrainte nominale peut être estimée à partir d'une approximation dépendant de seulement deux paramètres.

$$\sigma_N = \frac{B f_t'}{\sqrt{1 + D/D_0}} \tag{1.27}$$

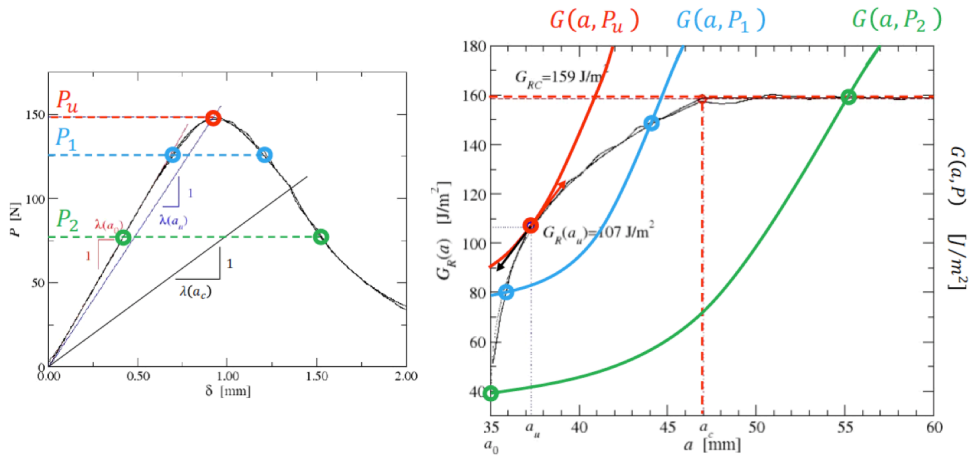


FIGURE 1.21 – Représentation d'une courbe force-déplacement (à gauche) d'un essai "Single Edge Notched-Three Point Bending" (SEN-TPB) et sa courbe-R (à droite). Les courbes de couleur représentent les taux de restitution d'énergie à des charges constantes (P_1,P_2,P_u) où P_u est la charge au pic (Morel et al., 2005)

$f_t^{'}$ est la résistance en traction du matériau, B est une constante sans dimension et D_0 est la longueur où les deux comportements asymptotiques se croisent, Figure 1.22, et qui dépendent de la géométrie de l'éprouvette. Dans le cas des petites structures, quand $D \ll D_0$, la zone d'élaboration occuperait l'intégralité du volume, la rupture apparaît sans propagation de fissure, nous sommes dans le domaine de la résistance des matériaux (RDM) $\sigma_N \sim Bf_t^{'}$. Dans le cas des grandes structures, $D \gg D_0$, la zone d'élaboration occuperait un volume infime devant le volume total de la structure, l'effet d'échelle est celui attendu par la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture (MLER), $\sigma_N \sim D^{-1/2}$, (Baant, 1997).

Le passage entre les deux régimes asymptotiques n'est pas défini avec précision par la loi d'effet d'échelle SEL de Baant (1997). L'utilisation de la Mécanique Non Linéaire de la Rupture (MNLR) ou la MLEReq reste donc nécessaire. La zone d'élaboration étant suffisamment importante pour être prise en compte dans le dimensionnement de la structure, Morel (2007) propose une réécriture de la loi d'effet d'échelle basée sur l'expression de la courbe-R (équation (1.25)) accompagnée d'une analyse asymptotique. La nouvelle loi d'effet d'échelle présente un troisième régime asymptotique, Figure 1.23, pour les tailles de structure intermédiaires sur lesquelles la pente est déterminée à partir de l'exposant β de la courbe-R. Le troisième régime est de la forme suivante : $\sigma_N \sim D^{-1/2+\beta/2}$. Le croisement de ce nouveau régime avec les deux autres, RDM et MLER, permet de déterminer la zone où la MLEReq doit être appliquée. La dimension caractéristique D est donc comprise entre D_{min}, croisement avec le régime induit par la RDM, et D_c la dimension critique où nous pouvons utiliser la MLER ($\beta = 0$).

La loi d'effet d'échelle écrite par Bažant ne dépeint pas uniquement le comportement de rupture en Mode I, mais peut être aussi appliquée aux autres modes de rupture. L'étude de Salviato et al. (2019) décrit l'effet d'échelle sur une unique géométrie d'éprouvette en

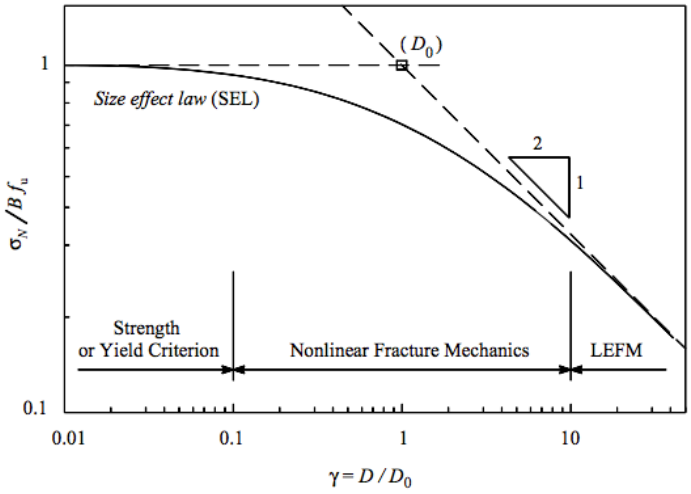


FIGURE 1.22 – Comportement de l'effet d'échelle à partir de la contrainte nominale (Bazant et Kazemi, 1990)

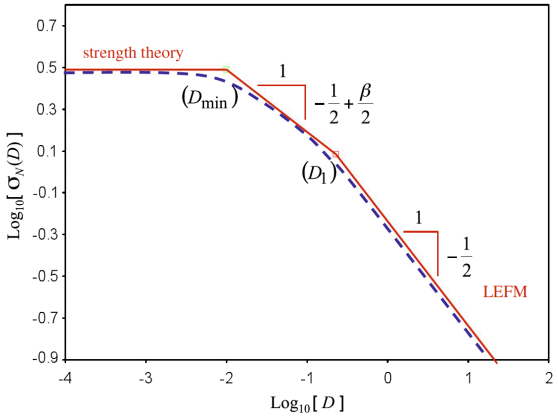


FIGURE 1.23 – Comportement de l'effet d'echelle à partir de la contrainte nominale réécrite (Morel, 2007)

résine d'époxy, en Mode I et II, à partir des essais DCB (Double Cantilever Beam) et ENF (End Notch Flexure) respectivement. La taille de la zone d'élaboration étant différente entre ces deux modes de rupture, cela induit que les valeurs de D_{min} et D_c sont différentes en fonction du mode de rupture. En effet, la comparaison des résultats de Mode I et de Mode II de Salviato et al. (2019), Figure 1.24 et 1.25, montre que les paramètres $\sigma_0^{(i)}$ et $h_0^{(i)}$ (avec i = I ou II) qui dépendent de la taille de la zone d'élaboration sont différents entre les deux modes.

La question d'effet d'échelle est importante dans le génie civil. Les travaux de Riipola (1995), démontrent que les modes de rupture des poutres entaillées ou avec une réservation ne sont ni en Mode I ni en Mode II, mais en mode mixte I+II. D'après l'étude de Salviato et al. (2019), le passage du régime non-linéaire à la MLER diffère entre le Mode I et le Mode II. En reprenant la loi d'effet d'échelle écrite par Morel (2007), la détermination d'une loi de comportement de l'exposant β de la courbe-R en fonction du mode de rupture (du

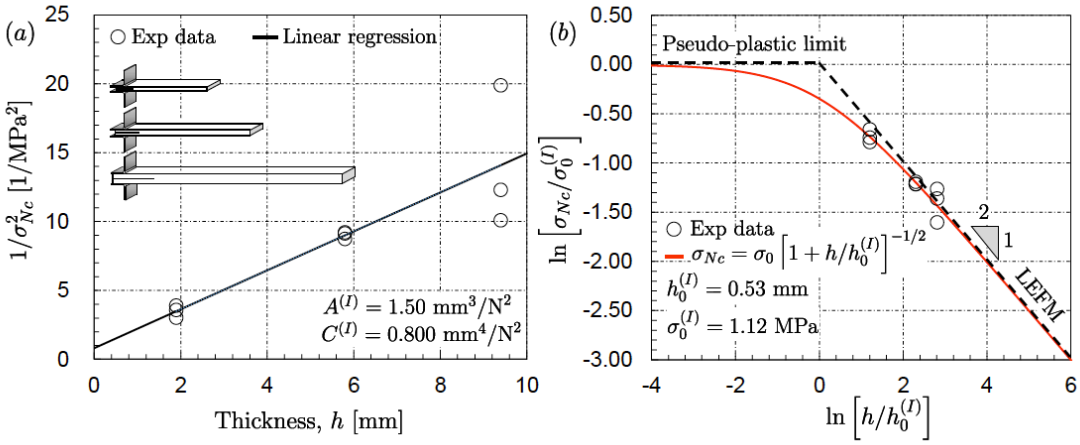


FIGURE 1.24 – Etude de l'effet d'échelle DCB (Mode I) sur une éprouvette en résine d'époxy : (a) analyse des paramètres d'effet d'échelle de l'éprouvette. (b) comportement de l'effet d'échelle en Mode I (Salviato et al., 2019)

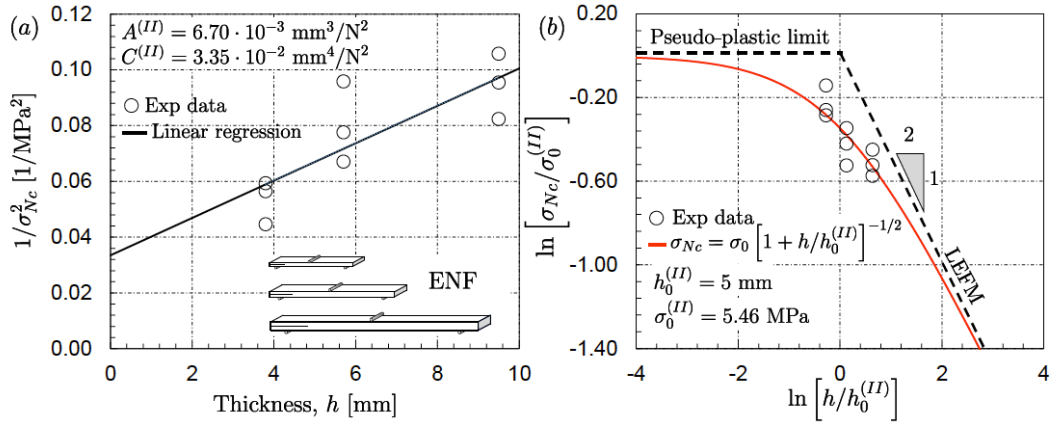


FIGURE 1.25 – Etude de l'effet d'échelle ENF (Mode II) sur une éprouvette en résine d'époxy : (a) analyse des paramètres d'effet d'echelle de l'éprouvette. (b) comportement de l'effet d'échelle en Mode II (Salviato et al., 2019)

Mode I au Mode II en passant par l'ensemble des modes mixtes I+II) peut être nécessaire pour estimer les changements de régime asymptotiques quel que soit le mode mixte I+II.

1.4.2.2 Comportement de zone d'élaboration sous différentes humidités

La partie 1.2 nous apprend que le comportement mécanique orthotrope du bois est ostensiblement influencé par sa teneur en eau, Figure 1.12, effet qui se répercute sur la matrice des complaisances élastiques, équation (1.3). La MLEReq exprimée par Bazant et Kazemi (1990), se repose sur le taux de restitution d'énergie, équation (1.24), qui dépend de la complaisance du matériau. Ainsi, nous pouvons implicitement penser que les courbes-R dépendent aussi de la teneur en eau.

Petterson et Bodig (1982) ont montré que la ténacité diminue en fonction de la teneur en eau. Kretschmann et Green (1996) en tirent la même conclusion sur des essais de Mode I "Compact-Tension Specimens" (CTS) et de Mode II "Center-Split Beams" (CSB) sur du pin. Reiterer et Tschegg (2002) ont étudié le comportement à rupture de l'épicéa, sur une éprouvette de Mode I "Wedge Splitting Test" (WST), pour 4 teneurs en eau (7%, 12%, 18% et 55%). Ils ont constaté que le facteur K_{Ic} diminue en fonction de la teneur en eau, mais que le taux de restitution d'énergie augmente lorsque la teneur en eau augmente Ils considèrent que le matériau est plus "ductile" quand la teneur en eau est élevée.

Vasic et Stanzl-Tschegg (2007) constatent qu'en Mode I, le taux de restitution augmente lorsque la teneur eau augmente à la fois pour les résineux et les feuillus. Plus récemment Xavier et al. (2014b) ont étudié le comportement à rupture du pin maritime sous différentes teneurs en eau (0% à 13%) en Mode I dans la configuration RL avec un essai "Double Cantilever Beam" (DCB). Ils ont montré que le taux de restitution d'énergie critique en Mode I augmente quand la teneur en eau augmente, mais plus particulièrement que $G(a_u)$ croît aussi avec la teneur en eau. Ces différents résultats apportent des réponses sur le paramètre G_{Rc}, mais nous n'avons aucune information sur l'évolution des deux autres paramètres a_c et β de la courbe-R en fonction de la teneur en eau.

Phan et al. (2017) étudient le comportement à rupture du pin maritime dans une large gamme de teneurs en eau, de 5% à 30%. Les paramètres de rupture de Mode I sont déterminés à partir de la MLEReq sur une éprouvette "modified Tapered Double Cantilever Beam" (mTDCB). Les courbes-R expérimentales sont donc déterminées à partir de l'équation (1.24) puis ils ont ajusté la courbe-R théorique, équation (1.25). Nous verrons, dans le chapitre 3, les méthodes mises en place pour ajuster au mieux la courbe-R théorique.

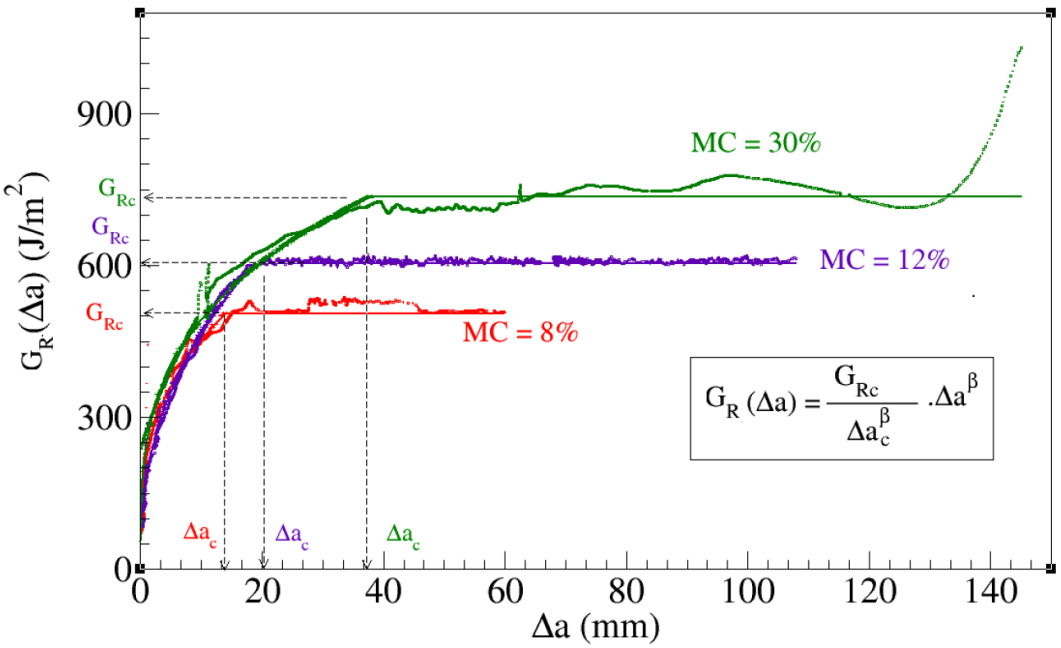
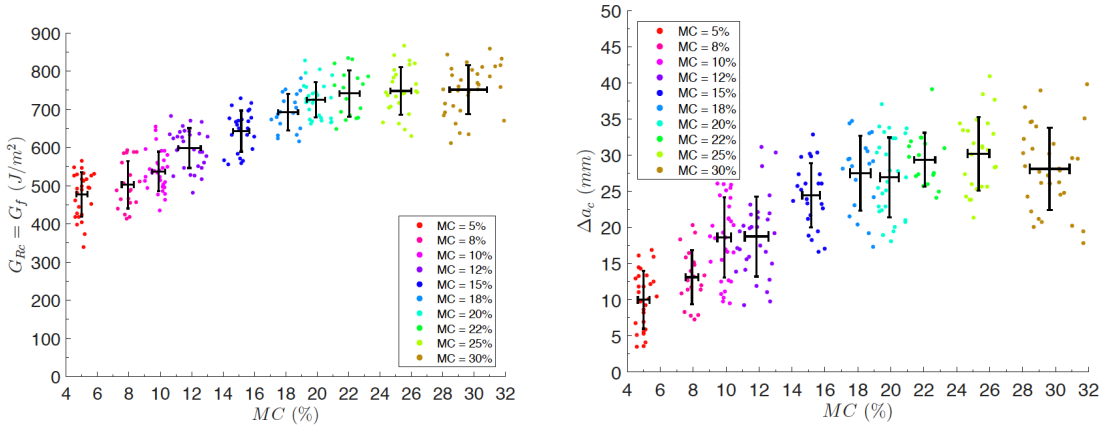


FIGURE 1.26 – Courbe-R type avec trois teneurs en eau différentes (8%, 12% et 30%), les lignes de couleur en pointillé représentent les courbes-R expérimentales et les courbes-R pleines sont celles issues de l'équation (1.25)

La Figure 1.26 présente trois courbes-R expérimentales, pour des teneurs en eau de 8%, 12% et 30%. Nous pouvons retrouver pour chacune d'elles le régime croissant et le régime plateau. Les valeurs des trois paramètres diffèrent en fonction des trois courbes-R. En effet, la valeur plateau G_{Rc} augmente quand la teneur en eau augmente, ce qui reste en accord avec les analyses fournies par Reiterer et Tschegg (2002), Vasic et Stanzl-Tschegg (2007) et Xavier et al. (2014b). La longueur de fissure élastique équivalente critique a_c croît aussi lorsque la teneur en eau augmente. Ainsi, quand la teneur en eau est élevée, la taille de la zone d'élaboration est plus importante. Pour l'exposant β, il augmente aussi quand la teneur en eau augmente même si cela est moins évident sur la Figure 1.26.



(a) (b)

FIGURE 1.27 – Paramètres de rupture en fonction de la teneur en eau dans le bois : (a) résistance à la propagation autosimilaire G_{Rc} en fonction de la teneur en eau ("Moisture content") (MC), (b) longueur équivalente élastique caractéristique Δa_c en fonction de MC, Phan et al. (2017)

Phan et al. (2017) tracent les évolutions des paramètres G_{Rc} et a_c en fonction de la teneur en eau Figure 1.27 et nous pouvons constater deux régimes : croissant entre 4 % et 22 % puis constant au delà de 22 %. La teneur en eau du pin maritime à 22 % est relativement proche du point de saturation des fibres en eau. Pour l'exposant β, il passe de 0,23 à 0,4 entre 4 % et 30 %. Nous pouvons conclure que la teneur en eau dans le bois influe fortement l'ensemble des paramètres de la courbe-R.

1.4.2.3 Courbe-R, berceau d'informations des modèles de zone cohésive

La Mécanique Non Linéaire de la Rupture (MNLR) est particulièrement appropriée pour décrire la rupture des matériaux quasi-fragiles. Parmi les modèles de la MNLR, les modèles de zone cohésive (Camanho et al., 2003) sont particulièrement adaptés aux matériaux comme le béton avec les modèles de Hillerborg et al. (1976) et de Elices et al. (2002), le bois Morel et al. (2010) ou encore les mortiers de chaux Bisoffi-Sauve et al. (2019) et Venzal et al. (2020). De plus, ils peuvent être couplés à d'autres modèles, comme par exemple un modèle viscoélastique pour décrire le comportement différé du bois, Phan (2016).

Le modèle de zone cohésive permet de décrire le comportement mécanique d'une zone d'élaboration par l'intermédiaire de la relation contrainte-déplacement. Les lois cohésives des matériaux quasi-fragiles se décomposent en deux régimes principaux : (i) un régime linéaire élastique, (ii) un régime adoucissant pouvant prendre plusieurs formes : linéaire, bilinéaire ou encore exponentielle. Le régime adoucissant correspond à la dégradation de la raideur entre deux points en vis à vis de l'interface cohésive. Cela se traduit par la diminution progressive de la contrainte transmise entre les deux points en vis à vis et d'une augmentation du déplacement via la diminution de la raideur jusqu'à la séparation irréversible des deux points, Figure 1.28.

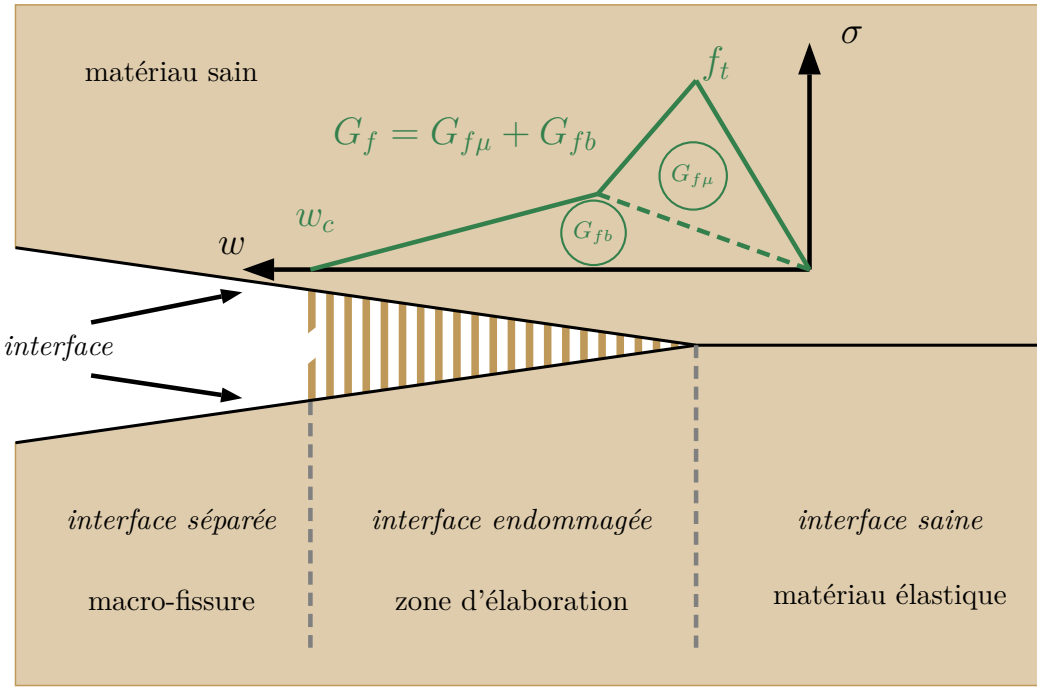


FIGURE 1.28 – Loi cohésive de Mode I avec un comportement adoucissant bilinéaire

La loi bilinéaire proposée par Petersson (1981) est considérée comme la plus adaptée pour le matériau bois. A partir de cette loi, il est possible de différencier l'énergie dissipée par les mécanismes de microfissuration de ceux des pontages fibreux. Quatre paramètres cohésifs sont nécessaires pour définir cette loi : l'énergie cohésive G_f en J/m^2, le déplacement critique w_c en mm impliquant un déplacement pour lequel la contrainte cohésive devient nulle, la résistance du matériau, f_t (MPa) en traction et f_v (MPa) en cisaillement plan, et enfin le ratio μ définissant la répartition d'énergie entre les comportements cohésifs de microfissuration $G_{f\mu}$ en J/m^2 et le pontage fibreux G_{fb} en J/m^2 avec $G_f = G_{f\mu} + G_{fb}$.

La difficulté de cette méthode réside dans l'obtention des paramètres cohésifs. En effet, pour le bois les essais de traction pure et de cisaillement pur sont très instables et ne permettent pas de déterminer l'ensemble des paramètres cohésifs. Pour remédier à cela, des éprouvettes de caractérisation munies d'une entaille sont nécessaires à la stabilisation

de la propagation de fissure. Toutefois, les paramètres cohésifs ne peuvent être déterminés directement. Elices et al. (2002) proposent une méthode pour les déterminer à partir des courbes force-déplacement de ces éprouvettes pré-entaillées. Cette méthode reste fastidieuse et demande beaucoup de ressources numériques. Morel et al. (2010) montrent la forte relation entre la courbe-R et les lois cohésives. Ils proposent de déterminer les différents paramètres cohésifs à partir de cette relation. Coureau et al. (2013) ont mis en place une méthode pour déterminer les paramètres cohésifs à partir des courbes-R et expliquent les interactions entre les paramètres de la courbe-R et ceux de la loi cohésive, Figure 1.29.

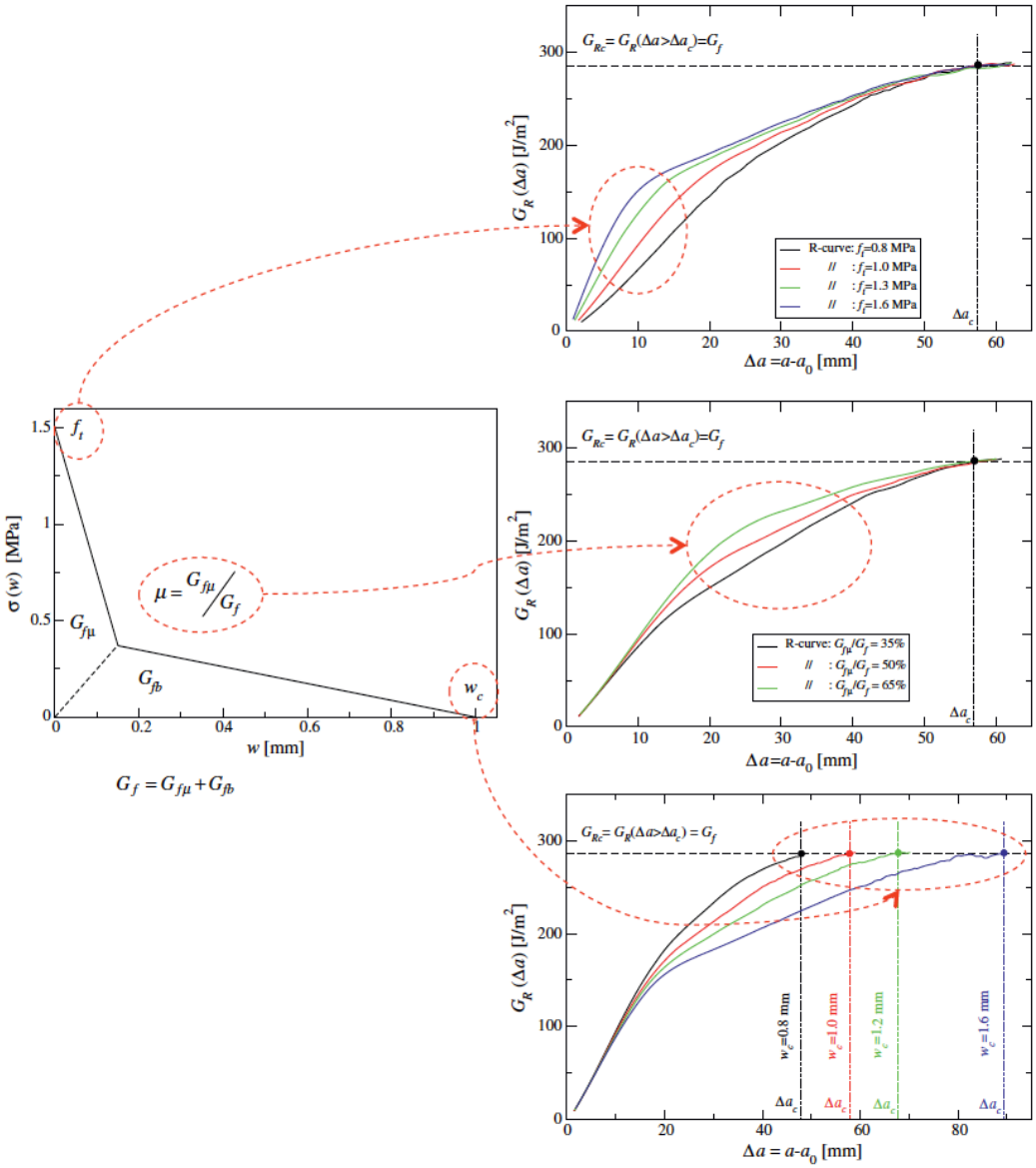


FIGURE 1.29 – Connection entre les paramètres d'une loi cohésive bilinéaire et les paramètres de sa courbe-R, Coureau et al. (2013).

- L'énergie cohésive G_f en J/m^2 est égale à la valeur plateau de la courbe-R G_{Rc} en J/m^2.

- Le déplacement relatif critique w_c en mm, entre les deux points en vis à vis de l'interface, impacte directement la valeur de l'incrément de longueur de fissure élastique équivalente Δa_c (en mm). Ainsi lorsque la valeur de w_c augmente la valeur de Δa_c augmente aussi, sans influence sur la valeur plateau.
- La résistance de traction f_t (en MPa) ou de cisaillement f_v influe sur le pied de la partie croissante de la courbe-R, à environ $G_R \leq 0,25.G_f$, sans aucune modification sur G_{Rc} et Δa_c.
- La distribution d'énergie cohésive μ donnée par le rapport $G_{f\mu}/G_{fb}$ influe significativement sur la moitié médiane de la partie croissante de la courbe-R, laissant inchangés le pied de courbe et le plateau.

Ainsi, à partir des coordonnées de l'origine du plateau de la courbe-R, nous pouvons déterminer les paramètres G_f et w_c de la loi cohésive. La courbure du régime croissant, exposant β de la courbe-R, va permettre d'identifier la résistance f_t ou f_v et le coefficient de distribution de l'énergie cohésive μ. Nous pouvons remarquer sur la Figure 1.29, que lorsque la résistance f_t et que le coefficient de distribution μ augmentent, la courbure de la partie croissante de la courbe-R est plus élevée. Cela implique que β tend vers 0 et inversement quand la résistance et le coefficient de distribution diminuent, β tend vers 1. Ainsi, β semble être un marqueur des micro-mécanismes au sein de la FPZ. Lorsque l'énergie dissipée par microfissuration est plus importante que l'énergie dissipée par pontages fibreux, μ tend vers 1 et β vers 0, tandis que lorsque l'énergie dissipée par pontages fibreux est plus importante que l'énergie dissipée par microfissuration, μ tend vers 0 et β vers 1. La relation entre la courbe-R et la loi cohésive est bijective, il existe donc une unique courbe-R pour chaque loi cohésive. Pour pouvoir ajuster une loi cohésive à une courbe-R, Coureau et al. (2013) utilisent un modèle éléments finis et par des méthodes combinant dichotomies et itérations successives, ils sont capables de déterminer l'ensemble des paramètres cohésifs. Néanmoins, malgré l'optimisation de la méthode en terme de ressource par rapport à celle Elices et al. (2002), la méthode de Coureau et al. (2013) reste encore gourmande en ressources numériques et dépend fortement de la méthode d'ajustement de la courbe-R théorique sur la courbe-R expérimentale.

1.5 Conclusion

Les mécanismes comportementaux du bois soumis aux variations climatiques, notamment à la variation hydrique, sont très largement identifiés, que ce soit à l'échelle microscopique où à l'échelle macroscopique. Des outils ont été mis en place afin d'aider les ingénieurs à dimensionner les éléments de structures bois en prenant en compte, par des coefficients de sécurité, le comportement mécanique du bois sous l'influence des variations de teneur en eau. Les demandes architecturales devenant plus innovantes et complexes requièrent une permanente adaptation de ces outils. En effet, la résistance des matériaux ou la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture deviennent rudimentaire devant la complexité des mécanismes mis en jeu lors de la propagation de fissure. La loi d'effet d'échelle, exposée par Bažant et renchérie par Morel, démontre une zone où les outils proposés par les normes actuelles ne peuvent pas subvenir aux besoins des ingénieurs ou du moins à un dimensionnement juste de leurs structures. De nouvelles propositions débouchant à une

meilleure approximation des phénomènes de rupture des matériaux quasi-fragiles sont en marche. Cela commence par la faculté à estimer la zone d'élaboration (FPZ), c'est-à-dire, à pouvoir décrire raisonnablement son développement mais aussi la croissance de la fissure principale. Depuis maintenant trente ans, le comportement quasi-fragile du bois est bien connu et pourtant, les données restent encore trop rares pour alimenter des modèles qui décrivent la propagation de la fissure. Ces données sont encore plus rares lorsque nous nous penchons sur des propagations de fissures sous des teneurs en eau différentes. Quelques résultats sur les ruptures en Mode I commencent à affluer. Pour le Mode II ou le mode mixte I+II les données ne sont pas ou peu suffisantes. Cette lacune peut être attribuée à la difficulté de réaliser des essais de Mode II ou de mixte I+II sans instabilités.

Nous avons vu dans la littérature, que les modes de rupture des éléments de structure en bois peuvent être principalement en mode mixte I+II (Riipola, 1995, Jockwer, 2015). Il est donc nécessaire d'utiliser un modèle de rupture de mode mixte pour pouvoir estimer précisément les forces à rupture de ces éléments de structure. Camanho et al. (2003) ont mis en place un modèle de rupture de mode mixte basé sur les modèles de zone cohésive. Nous avons vu que la détermination des paramètres cohésifs pour le bois n'est pas évidente. Toutefois, en se basant sur le modèle de Camanho et al. (2003) et en prenant en compte la relation entre les lois cohésives et les courbes-R, il semble possible de mettre en place un modèle de rupture de mode mixte, qui cette fois-ci, se basera sur les courbes-R. Nous verrons dans le chapitre suivant, la mise en place de ce modèle qui s'appuie sur des hypothèses fortes et que nous confronterons à des données issues de la littérature.

Chapitre 2

Proposition d'un modèle de rupture énergétique

Sommaire

2.1 Introduction 44
2.2 Critères de rupture en mode mixte 45
2.2.1 Etat de l'art des critères de rupture en mode mixte 46
2.2.1.1 Critères de rupture basés sur les facteurs d'intensité de contrainte (FIC) 46
2.2.1.2 Critères de rupture basés sur les taux de restitution d'énergie (TRE) . . 49
2.2.2 Modèles de rupture en mode mixte : de l'initiation à la propagation de la fissure . 52
2.2.2.1 Modèle de zone cohésive en mode mixte I+II 52
2.2.2.2 Critère de rupture en mode mixte basés sur les courbes-R 57
2.3 Amélioration du modèle de rupture en mode mixte I+II basé sur les courbes-R 61
2.3.1 Critère basé sur la résistance de la propagation de fissure et du taux de développement de la FPZ 61
2.3.1.1 Détermination de la résistance critique de la courbe-R en mode mixte I+II, $G_{Rc_{I+II}}$ 64
2.3.1.2 Détermination de l'exposant de la courbe-R en mode mixte I+II, β_{I+II} . 65
2.3.2 Critère basé sur l'énergie nécessaire au développement de la FPZ 68
2.3.2.1 Détermination de la longueur de fissure élastique équivalente critique en mode mixte, $\Delta a_{c_{I+II}}$ 70
2.4 Analyse du modèle de rupture en mode mixte I+II 72
2.4.1 Analyse de la résistance critique à la propagation de fissure en mode mixte I+II : $G_{Rc_{I+II}}$ 74
2.4.2 Analyse sur l'exposant de la loi puissance de la courbe-R en mode mixte I+II : β_{I+II} 76
2.4.3 Analyse sur la longueur élastique équivalente critique en mode mixte I+II : $\Delta a_{c_{I+II}}$ 79
2.5 Conclusion 80

2.1 Introduction

La loi d'effet d'échelle établie par Baant (1984) met en exergue la complexité des matériaux quasi-fragiles. La confrontation entre la taille de la zone d'élaboration, FPZ, et la taille de l'échantillon ne peut être ignorée au risque d'une mauvaise évaluation des comportements des structures. De plus, Riipola (1995) dénonce une déficience au niveau des éprouvettes utilisées lors de la caractérisation des propriétés de rupture. Elles ne sont pas, dans la majorité des cas, représentatives des éléments que nous trouvons dans les structures. En effet, les études sur la fissuration d'éléments en bois menées en laboratoire sont principalement réalisées à partir d'éprouvettes standardisées associées à la mécanique de la rupture. Ces éprouvettes permettent généralement de déterminer les paramètres de rupture sur des modes de ruine singuliers, principalement les Modes purs I, II et III.

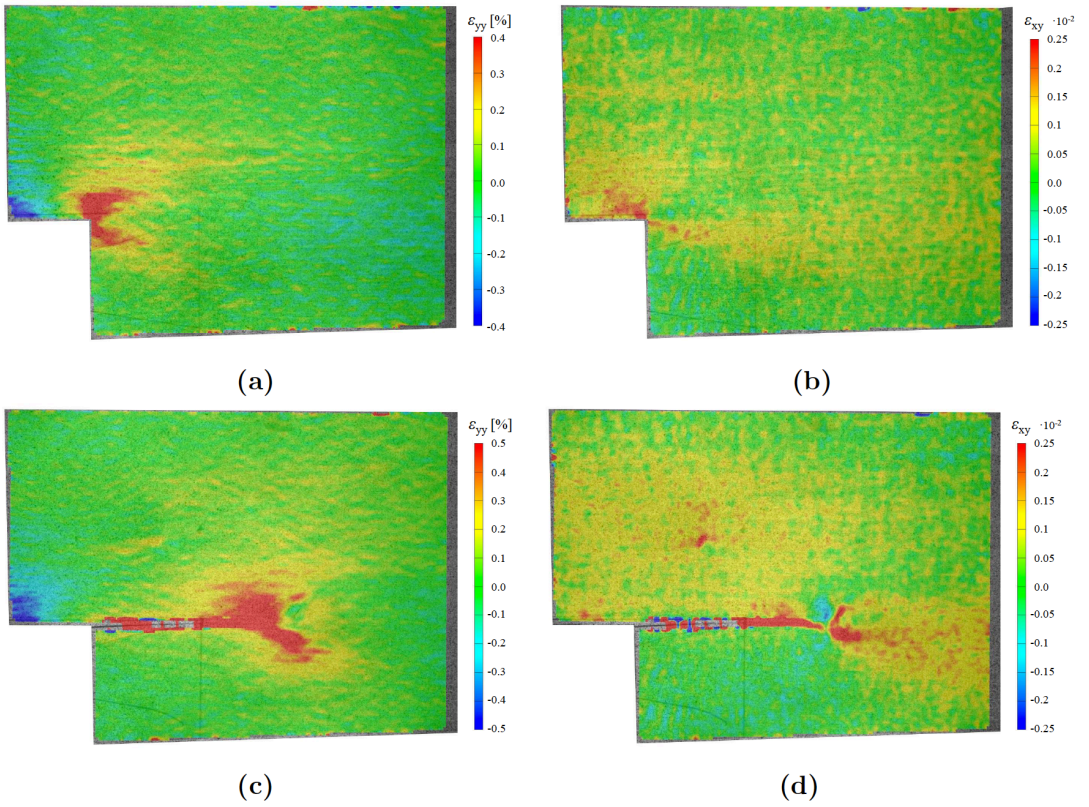


FIGURE 2.1 – Champs de déformations d'une poutre entaillée au niveau de l'épaulement : (a) champ de déformation perpendiculaire au fil ϵ_{yy}, (b) champ de déformation de cisaillement ϵ_{xy} dans le domaine élastique (c), champ de déformation perpendiculaire au fil ϵ_{yy}, (d) champ de déformation de cisaillement ϵ_{xy} avant la charge ultime, (Jockwer, 2015)

Toujours d'après Riipola (1995), le comportement de fissuration d'éléments de structure, comme les poutres entaillées, les poutres avec réservations, etc., ne peut être décrit comme des ruptures soumises à un seul mode de ruine, mais à un couplage des modes. Ce constat est mis en évidence expérimentalement à partir de la méthode de corrélation d'images et de Modèles Eléments Finis (MEF), Franke et al. (2008), Jockwer (2015) sur des éprouvettes entaillées. Les champs de déformations estimés à partir de la méthode de

corrélation d'images, Figure 2.1, confirment le couplage des modes de rupture. Ainsi, en décomposant les champs de déformations, deux zones peuvent être identifiées. Une zone de déformation perpendiculaire au fil, qui s'apparente au mode d'ouverture de fissure (Mode I). Une seconde zone de déformation tout aussi significative, parallèle au fil du bois et s'apparente au mode de cisaillement plan (Mode II).

Ce couplage des modes de rupture indique très clairement une rupture dite en mode mixte I+II. Il ressort aussi de la Figure 2.1, une augmentation très nette du champ de déformation de cisaillement entre le domaine élastique Figure 2.1b et le moment qui précède la charge ultime Figure 2.1d. Ceci laisse à penser qu'une zone d'élaboration se développe en mode mixte avant la propagation de la fissure principale et que le couplage des modes de rupture n'est pas constant pendant sa phase de développement et lors de la propagation autosimilaire de la fissure.

Ce constat ne se limite pas aux poutres entaillées, il peut être généralisé à tout type de structure présentant une singularité géométrique. La mixité des modes de rupture dans un élément structurel dépend : de la géométrie de la structure, des sollicitations appliquées à cette dernière et dans une moindre mesure dépend également du matériau. Afin de décrire ce comportement, des critères de rupture ont été établis et ces derniers s'appuient généralement sur les paramètres des Modes purs de rupture I, II et III (Wu et al., 1965). Ces critères de rupture en mode mixte, disponibles dans la littérature, se basent essentiellement sur les facteurs d'intensité des contraintes ou sur l'énergie de rupture G_f. Les critères de rupture en mode mixte s'appuyant sur les courbes-R ne sont apparus que récemment avec des hypothèses qui sont encore restrictives, notamment sur la phase de développement de la zone d'élaboration. L'amélioration de ces modèles de rupture en mode mixte basés sur les courbes de résistance permettrait une diminution des moyens numériques et du nombre de paramètres pour exprimer le comportement à rupture des éléments structuraux.

2.2 Critères de rupture en mode mixte

Nous avons vu dans le premier chapitre que Griffith (1921) a introduit le critère de taux de restitution d'énergie lorsque se forme une fissure. Lorsque celle-ci se propage, trois modes de rupture sont considérés par la mécanique de la rupture, l'ouverture (Mode I), le cisaillement plan (Mode II) et le cisaillement hors plan (Mode III). Néanmoins, la propagation de fissure ne se limite pas seulement à ces trois modes de rupture, mais est bien souvent, le résultat du mélange de ces trois modes de rupture, que nous appelons couramment rupture en mode mixte. Le taux de restitution d'énergie en mode mixte s'écrit $G_{I+II+III}$ et correspond à la somme des taux de restitution d'énergie des composantes des Modes I, II et III du mode mixte I+II+III :

$$G_{I+II+III} = G_{I_{I+II+III}} + G_{II_{I+II+III}} + G_{III_{I+II+III}} \tag{2.1}$$

où $G_{I_{I+II+III}}$, $G_{II_{I+II+III}}$ et $G_{III_{I+II+III}}$ correspondent respectivement aux composantes des Modes I, II et III du taux de restitution d'énergie de mode mixte. En nous basant sur les champs de contraintes et de déplacements, proches de la pointe de fissure, nous pouvons relier le taux de restitution d'énergie de mode mixte $G_{I+II+III}$, équation (2.1),

aux facteurs d'intensité de contrainte introduits par Irwin (1957).

$$G_{I+II+III} = \frac{K^2_{I_{I+II+III}}}{E'} + \frac{K^2_{II_{I+II+III}}}{E'} + \frac{K^2_{III_{I+II+III}}(1+\nu)}{E} \tag{2.2}$$

où $K_{I_{I+II+III}}$, $K_{II_{I+II+III}}$ et $K_{III_{I+II+III}}$ sont les composantes des facteurs d'intensités des Modes I, II et III du facteur d'intensité de mode mixte I+II+III et E' est le module d'élasticité effectif dépendant de l'hypothèse plane considérée :

$$E' = \begin{cases} \frac{E}{1-\nu^2} & \text{en déformation plane} \\ E & \text{en contrainte plane} \end{cases} \tag{2.3}$$

Le mode de rupture de cisaillement hors plan (Mode III) est peu prédominant dans les mécanismes de ruine du matériau bois. Ainsi, nous négligerons l'énergie induite par ce mode dans le taux de restitution d'énergie de mode mixte dans la suite de nos travaux. Les équations (2.1) et (2.2) prennent donc la forme suivante :

$$G_{I+II} = G_{I_{I+II}} + G_{II_{I+II}} = \frac{K^2_{I_{I+II}}}{E'} + \frac{K^2_{II_{I+II}}}{E'} \tag{2.4}$$

$G_{I_{I+II}}$ et $G_{II_{I+II}}$ sont les composantes des Modes I et II du taux de restitution d'énergie de mode mixte I+II de même pour les composantes des facteurs d'intensité $K_{I_{I+II}}$ et $K_{I_{I+II}}$.

La détermination des composantes des Modes I et II du taux de restitution d'énergie de mode mixte défini dans l'équation (2.4), reste une tâche complexe et nous y reviendrons dans le chapitre 4. De plus, il est inenvisageable de tester toutes les combinaisons de mode mixte I+II afin d'en estimer les paramètres de rupture. Pour éviter cela, nous retrouvons dans la littérature le précepte de critère de rupture en mode mixte. Ces critères de rupture ont pour principe de décrire l'évolution des composantes des Modes I et II du mode mixte et ce à partir des paramètres de rupture des Modes purs I et II que ce soit par le taux de restitution d'énergie (TRE) ou par le facteur d'intensité de contraintes (FIC) .

2.2.1 Etat de l'art des critères de rupture en mode mixte

2.2.1.1 Critères de rupture basés sur les facteurs d'intensité de contraintes (FIC)

L'établissement d'un critère de rupture en mode mixte I+II adapté au matériau bois est un sujet qui a été étudié pour la première fois par Wu (1967). Après la réalisation d'essais en mode mixte, Wu propose un critère de rupture, Tableau 2.1 équation (2.5), qui s'ajuste au mieux à ses résultats expérimentaux sur du bois de balsa. Le critère de Wu est communément utilisé comme un critère de rupture de mode mixte pour les matériaux anisotropes.

Par la suite, Williams et Birch (1976) ont réalisé des essais de rupture sur du pin sylvestre en Mode I pour lesquels ils ont obtenu des résultats probants, tandis que les

essais de rupture de Mode II ont été peu concluants car difficiles à effectuer. Ils ont aussi réalisé des essais de mode mixte I+II, à partir desquels ils ont conclu que le critère de rupture en mode mixte peut être écrit indépendamment du facteur d'intensité de contrainte de cisaillement $K_{II_{I+II}}$, Tableau 2.1 équation (2.6).

Hunt et Croager (1982) ont repris les travaux de Wu (1967) et de Williams et Birch (1976) dans l'optique de montrer l'incohérence de l'écriture d'un critère de rupture de mode mixte sans prendre en compte l'effet du cisaillement plan. Pour arriver à leurs fins, ils se sont basés sur les travaux de Barrett et Foschi (1977) qui proposent de réaliser des essais ENF pour déterminer les paramètres de rupture de Mode II, qui jusqu'alors étaient très difficiles à obtenir. Hunt et Croager proposent un critère de rupture de mode mixte I+II très proche de celui de Wu, Tableau 2.1 équation (2.7), avec des coefficients a et b qui permettent de mieux s'accorder avec les résultats expérimentaux. Pour le Pin sylvestre, ils proposent de prendre comme coefficient $a = 1,005$ et $b = 3,4$.

Mall et al. (1983) mettent en évidence le bien-fondé du critère de rupture de Wu et l'existence d'une relation entre le Mode I et le Mode II dans le mode mixte. Ils ont réalisé des essais sur de l'épicéa rouge pour différentes configurations de propagation de fissure, notamment suivant la configuration TL. Ils ont proposé le critère de rupture suivant l'équation (2.8) du Tableau 2.1.

Auteurs	**Critères de rupture**
Wu (1967)	$\frac{K_{I_{I+II}}}{K_{Ic}} + \left(\frac{K_{II_{I+II}}}{K_{IIc}}\right)^2 = 1$ (2.5)
Williams et Birch (1976)	$\frac{K_{I_{I+II}}}{K_{Ic}} = 1 \ , K_{II_{I+II}} > 0$ (2.6)
Hunt et Croager (1982)	$\frac{K_{I_{I+II}}}{K_{Ic}} + a\left(\frac{K_{II_{I+II}}}{K_{IIc}}\right)^b = 1$ (2.7)
Mall et al. (1983)	$\left(\frac{K_{I_{I+II}}}{K_{Ic}}\right)^2 + \left(\frac{K_{II_{I+II}}}{K_{IIc}}\right)^2 = 1$ (2.8)
Spencer et Barnby (1976)	$\left(\frac{K_{I_{I+II}}}{K_{Ic}}\right)^p + \left(\frac{K_{II_{I+II}}}{K_{IIc}}\right)^q = 1$ (2.9)
Leicester (2006)	$\frac{K_{I_{I+II}}}{K_{Ic}} + \frac{K_{II_{I+II}}}{K_{IIc}} = 1$ (2.10)

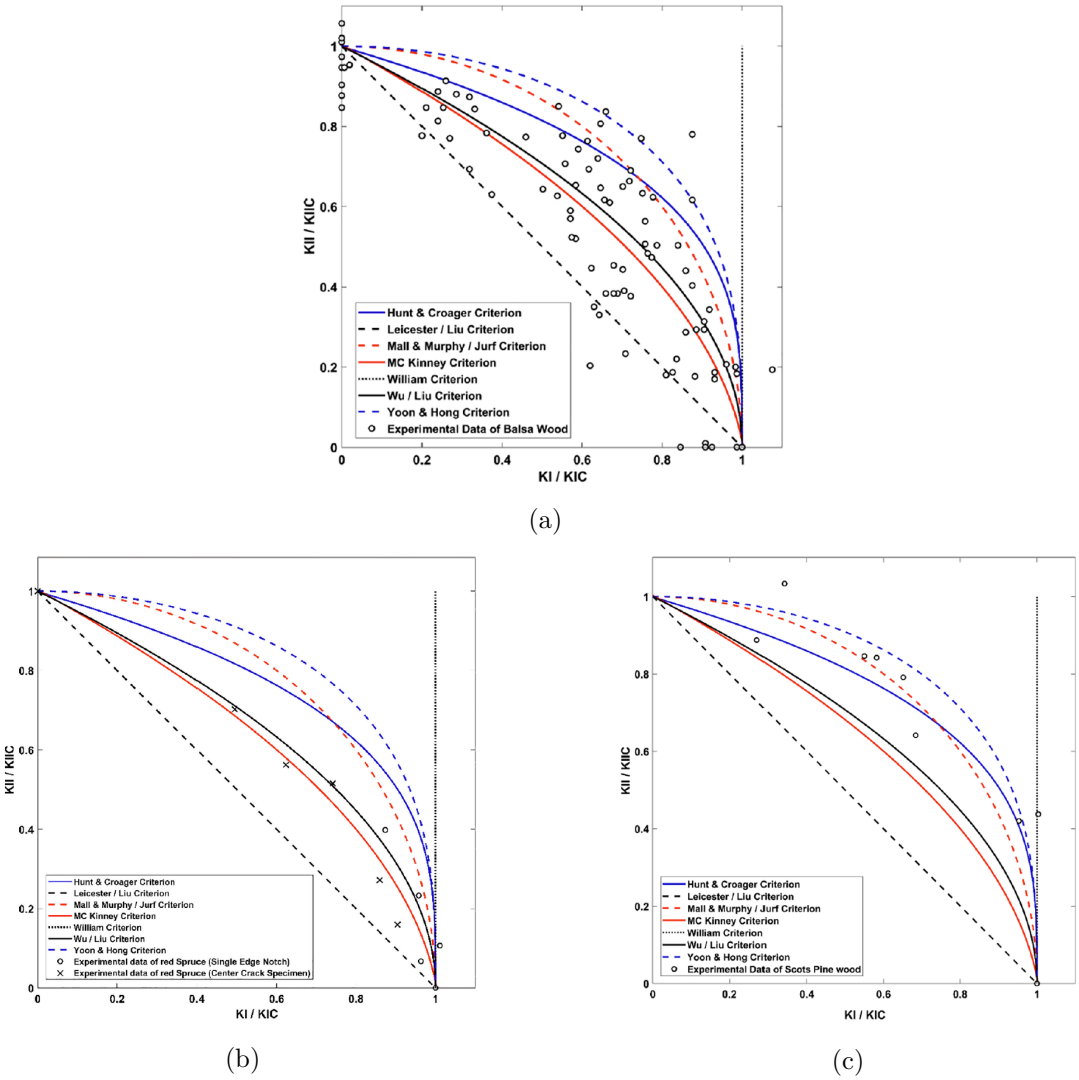
Tableau 2.1 – Critères de rupture basés sur les facteurs d'intensité de contraintes

Spencer et Barnby (1976) s'inspirent aussi des travaux de Wu et écrivent une forme plus générale de l'équation (2.5) avec des exposants p et q, Tableau 2.1 équation (2.9). Notons que ces exposants vont dépendre de la nature du matériau.

Leicester (2006) propose, en s'appuyant sur des essais expérimentaux de pin, un critère de rupture de mode mixte tiré de celui de Spencer et Barnby (1976) mais au premier ordre,

Tableau 2.1 équation (2.10).

Fakoor et Shahsavar (2020) ont réuni l'ensemble des critères présentés ci-dessus dans le but de les confronter entre eux, ainsi que les résultats expérimentaux associés déterminés à partir de différentes essences : du bois de balsa (Wu, 1967) Figure 2.2a, de l'épicéa rouge (Mall et al., 1983) Figure 2.2b et du pin sylvestre (Hunt et Croager, 1982) Figure 2.2c.



(a)

(b)

(c)

FIGURE 2.2 – Critère de rupture en mode mixte : (a) comparaison avec les essais expérimentaux sur du bois de balsa (Wu, 1967), (b) comparaison avec les essais expérimentaux sur du bois de balsa (Mall et al., 1983), (c) comparaison avec les essais expérimentaux sur du bois de balsa (Hunt et Croager, 1982), par Fakoor et Shahsavar (2020)

Nous pouvons constater que le critère de rupture de Wu (1967) semble s'accorder d'avantage aux données expérimentales du bois de balsa et de l'épicéa rouge. Quant au critère de rupture de Hunt et Croager (1982) équation (2.7), il semble être mieux adapté au pin sylvestre. Ces travaux montrent que les comportements de rupture en mode mixte diffèrent en fonction de l'essence de bois. Par ailleurs, le critère de rupture proposé par Leicester (2006), Tableau 2.1 équation (2.10), semble être le plus conservateur puisqu'il

propose un critère inférieur aux résultats expérimentaux.

2.2.1.2 Critères de rupture basés sur les taux de restitution d'énergie (TRE)

Nous retrouvons dans la littérature un très grand nombre de critères définis à partir du taux de restitution d'énergie et un certain nombre d'entre eux sont regroupés dans l'étude de Reeder (2006), Tableau 2.2. Notons que dans ce Tableau, tous les critères sont supérieurs ou égaux à 1, ce qui sous-entend qu'il est autorisé que les composantes de Modes I et II du mode mixte peuvent être supérieures à la valeur des modes purs. Nous verrons plus tard que nous n'accepterons pas dans notre modèle cette possibilité. Les termes G_{Ic}, G_{IIc}, G_{I+IIc}, p, q, η, ξ, ζ, κ, ϕ, γ, ρ, τ, et χ sont tous des paramètres intrinsèques aux matériaux étudiés. Par ailleurs, ces différents critères de rupture se basent principalement sur des matériaux composites comme l'époxy.

En ce qui concerne le matériau bois, de Moura et al. (2010) proposent d'utiliser seulement deux types de critères de rupture en mode mixte basés sur le taux de restitution d'énergie, le critère "power law", équation (2.27), et le "critère B-K", équation (2.28).

$$\left(\frac{G_{I_{I+II}}}{G_{Ic}}\right)^p + \left(\frac{G_{II_{I+II}}}{G_{IIc}}\right)^q = 1 \tag{2.27}$$

$$\frac{G_{I+II}}{G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic})\left(\frac{G_{II_{I+II}}}{G_{I+II}}\right)^\eta} = 1 \tag{2.28}$$

De Moura considère que les composantes des Modes I et II du mode mixte ne peuvent pas dépasser la valeur des modes purs, c'est pour cela qu'il impose que les critères soient égaux à 1. Deux jeux de paramètres du critère de rupture "power law" sont étudiés dans l'étude de de Moura, un critère de rupture linéaire avec $p = q = 1$ et un critère quadratique ou $p = q = 2$. Pour le critère de rupture B-K, le facteur η est égale à 1,5. A partir de ces critères, de Moura peut déterminer l'énergie cohésive $G_{f_{I+II}}$ de mode mixte nécessaire dans l'utilisation du modèle de zone cohésive établi par de Morais et al. (2003).

Nom / Auteur	Critère de rupture	
mode I critical Whitcomb (1984)	$\frac{G_{I_{I+II}}}{G_{Ic}} \geq 1$	(2.11)
mode II critical Gillespie et al. (1985)	$\frac{G_{II_{I+II}}}{G_{IIc}} \geq 1$	(2.12)
G_f critical Wu et al. (1965)	$\frac{G_{I+II}}{G_{I+IIc}} \geq 1$	(2.13)
Power Law Whitcomb (1984)	$\left(\frac{G_{I_{I+II}}}{G_{Ic}}\right)^p + \left(\frac{G_{II_{I+II}}}{G_{IIc}}\right)^q \geq 1$	(2.14)
B-K criterion Benzeggagh et Kenane (1996)	$\frac{G_{I+II}}{G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic})\left(\frac{G_{II_{I+II}}}{G_{I+II}}\right)^\eta} \geq 1$	(2.15)
Polynomial interaction Xiang Qiao Van et al. (1991)	$\frac{G_{I+II}}{G_{Ic} + \rho\left(\frac{G_{II_{I+II}}}{G_{I_{I+II}}}\right) + \tau\left(\frac{G_{II_{I+II}}}{G_{I_{I+II}}}\right)^2} \geq 1$	(2.16)
K_I critical Hahn (1983)	$\frac{G_{I+II}}{G_{IIc} + (G_{IIc} - G_{Ic})\sqrt{\frac{G_{I_{I+II}}}{G_{Ic}}}} \geq 1$	(2.17)
Hackle Hahn et Johannesson (1984)	$\frac{G_{I+II}}{(G_{Ic} - \chi) + \chi\sqrt{1 + \frac{G_{II_{I+II}}}{G_{I_{I+II}}}\sqrt{\frac{E_{11}}{E_{22}}}}} \geq 1$	(2.18)
Exponential Hackle Donaldson (1985)	$\frac{G_{I+II}}{(G_{IIc} - G_{Ic}) + \exp^{\gamma(1-N)}} \geq 1$ *où* $N = \sqrt{1 + \frac{G_{II_{I+II}}}{G_{I_{I+II}}}\sqrt{\frac{E_{11}}{E_{22}}}}$	(2.19)
Exponentiel K ratio White (1987)	$\frac{G_{I+II}}{G_{Ic} + (G_{IIc} - G_{Ic})\exp\sqrt[\eta]{\frac{G_{II_{I+II}}}{G_{I_{I+II}}}}} \geq 1$	(2.20)
Crack opening Displacement critical Hashemi et al. (1987)	$\frac{G_{II_{I+II}}}{\frac{1}{3}G_{IIc}\sqrt{\frac{E_{11}}{E_{22}}}\left(\frac{G_{Ic}}{G_{I_{I+II}}} - \frac{G_{I_{I+II}}}{G_{Ic}}\right)} \geq 1$ *Mode I*	(2.21)
	$\frac{G_{I_{I+II}}}{3G_{Ic}\sqrt{\frac{E_{11}}{E_{22}}}\left(\left(\frac{G_{IIc}}{G_{Ic}}\right)^2 \frac{G_{Ic}}{G_{II_{I+II}}} - \frac{G_{II_{I+II}}}{G_{Ic}}\right)} \geq 1$ *Mode II*	(2.22)
Mixed-Mode Interaction Hashemi et al. (1990)	$\frac{G_{I_{I+II}}}{G_{Ic}} + (\kappa - 1)\frac{G_{I_{I+II}}}{G_{Ic}}\frac{G_{II_{I+II}}}{G_{IIc}} + \frac{G_{II_{I+II}}}{G_{IIc}} \geq 1$	(2.23)
Linear $\%G$ interaction Hashemi et al. (1991)	$\frac{G_{I_{I+II}}}{G_{Ic}} + \left(\kappa - 1 + \phi\left(\frac{1}{1 + \frac{G_{II_{I+II}}}{G_{I_{I+II}}}}\right)\right)\frac{G_{I_{I+II}}}{G_{Ic}}\frac{G_{II_{I+II}}}{G_{IIc}} + \frac{G_{II_{I+II}}}{G_{IIc}} \geq 1$	(2.24)
Bilinear interaction Reeder (1993)	$\frac{G_{I_{I+II}} - \xi G_{II_{I+II}}}{G_{Ic}} \geq 1$ *pour* $\frac{G_{II_{I+II}}}{G_{I_{I+II}}} < \frac{\frac{1}{\zeta}G_{Ic} + G_{IIc}}{G_{Ic} + \xi G_{IIc}}$	(2.25)
	$\frac{\zeta G_{II_{I+II}} - G_{I_{I+II}}}{\zeta G_{IIc}} \geq 1$ *pour* $\frac{G_{II_{I+II}}}{G_{I_{I+II}}} > \frac{\frac{1}{\zeta}G_{Ic} + G_{IIc}}{G_{Ic} + \xi G_{IIc}}$	(2.26)

Tableau 2.2 – Critères de rupture basés sur le taux de restitution d'énergie

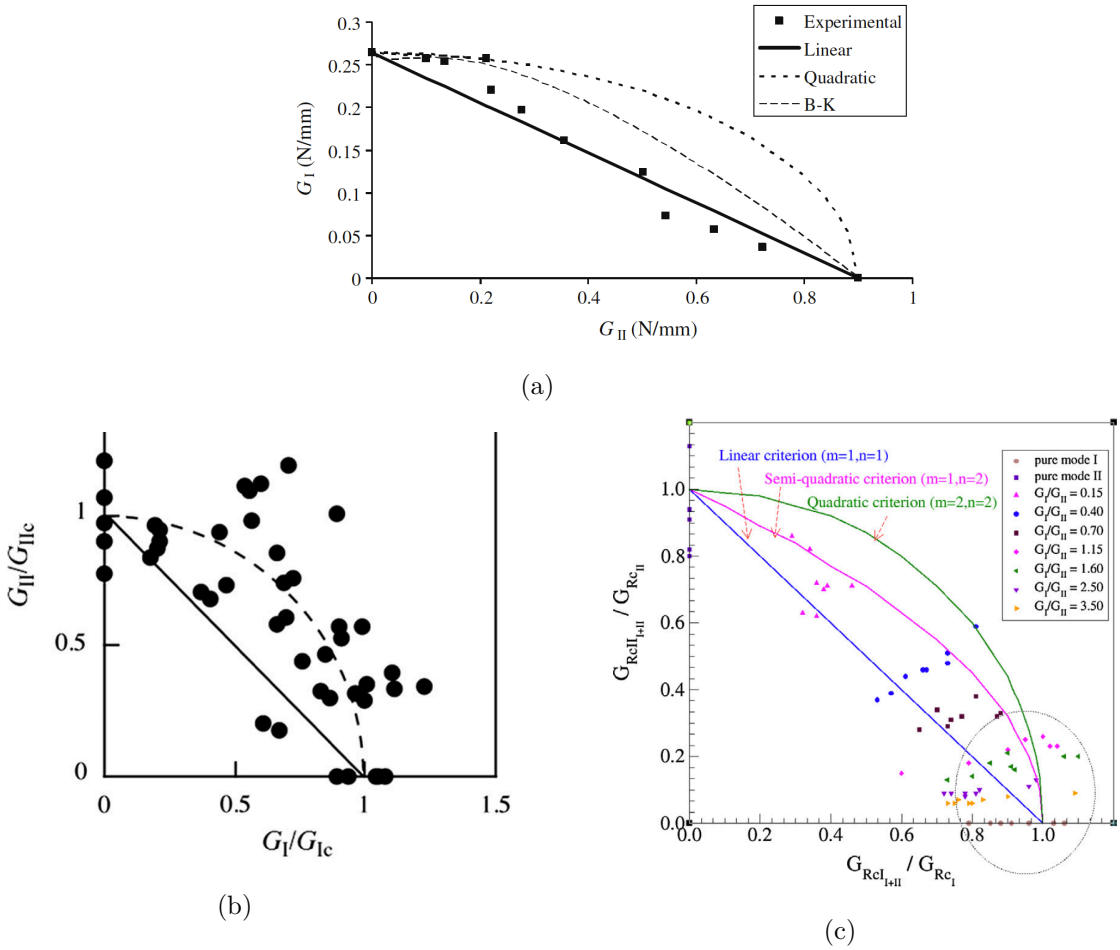


FIGURE 2.3 – Critère de rupture en mode mixte avec une approche énergétique : (a) comparaison avec les essais expérimentaux sur du pin maritime (de Moura et al., 2010), (b) comparaison avec les essais expérimentaux sur de l'épicéa sikta (Yoshihara, 2013), (c) comparaison avec les essais expérimentaux sur de l'épicéa (Phan et al., 2016)

La Figure 2.3a provenant de l'étude de de Moura et al. (2010) montre que le critère linéaire semble le plus adéquat quelque soit le taux de mixité considéré pour le pin maritime. Néanmoins, ce critère reste moins précis comparé au critère de rupture quadratique et au critère B-K quand la composante de Mode I est très importante. Yoshihara (2013) reprend le critère de rupture power law linéaire et quadratique et démontre par des essais de mode mixte que le critère de rupture linéaire reste le plus conservateur pour de l'épicéa Sitka Figure 2.3b. Plus récemment, Phan et al. (2016) utilisent aussi le critère de rupture power law mais avec des exposants $p = 1$ et $q = 2$ (critère semi-quadratique), Figure 2.3c. La conclusion de Phan et al. (2016) sur de l'épicéa est similaire à celle de de Moura et de Yoshihara, le critère de rupture linéaire est le plus approprié pour l'ensemble des taux de mixité, même si, les critères de rupture semi-quadratique, quadratique et B-K sont plus performants quand la composante de Mode I est très conséquente.

2.2.2 Modèles de rupture en mode mixte : de l'initiation à la propagation de fissure

Les deux approches décrites précédemment, basées soit sur le facteur d'intensité de contrainte soit sur le taux de restitution d'énergie, décrivent deux comportements distincts de la rupture en mode mixte. Le critère de rupture basé sur le facteur d'intensité de contraintes traduit l'initiation de la fissure, tandis que le critère basé sur le taux de restitution est mieux adapté à la propagation de fissure. Camanho et al. (2003) proposent un modèle de zone cohésive en mode mixte I+II basé sur une approche bi-critère. Un critère de rupture en contrainte pour l'initiation de fissure et un critère en énergie pour la propagation de fissure.

2.2.2.1 Modèle de zone cohésive en mode mixte I+II

Les travaux de Camanho et al. (2003) ont inspiré un grand nombre de modèles comme ceux proposés par Van Den Bosch et al. (2006), Högberg (2006), Snozzi et Molinari (2013), Bisoffi-Sauve et al. (2019) ou encore Venzal et al. (2020). Ces différents modèles de zone cohésive en mode mixte I+II sont formulés à partir des lois cohésives des modes purs, Mode I et Mode II. La forme de la loi cohésive en mode mixte I+II est supposée similaire à celle des modes purs. Nous retrouvons donc les différents paramètres qui composent une loi cohésive, l'énergie cohésive $G_{f,i}$, le déplacement critique $w_{c,i}$, la contrainte de la limite élastique σ_i^e et dans le cas de l'utilisation d'une loi cohésive bilinéaire le ratio μ définissant la répartition d'énergie cohésive entre la microfissuration $G_{f\mu,i}$ et le pontage fibreux $G_{fb,i}$, Figure 2.4.

La description sommaire de l'association du critère d'initiation de fissure ou d'endommagement et du critère de propagation de fissure ou développement d'endommagement est essentielle pour la suite de ces travaux. Nous nous référons aux travaux de Bisoffi-Sauve et al. (2019) et Venzal et al. (2020) pour décrire l'association des deux critères. Il faut au préalable introduire la notion de ratio de mixité noté κ_w, qui dans un modèle de zone cohésive, correspond généralement au rapport du déplacement de cisaillement plan $w_{II_{I+II}}$ sur le déplacement d'ouverture $w_{I_{I+II}}$, équation(2.29).

$$\kappa_w = \frac{w_{II_{I+II}}}{w_{I_{I+II}}} = \tan(\theta) \tag{2.29}$$

θ correspond à l'angle entre la normale de l'interface cohésive et le déplacement relatif de deux points en vis-à-vis de l'interface, Figure 2.5.

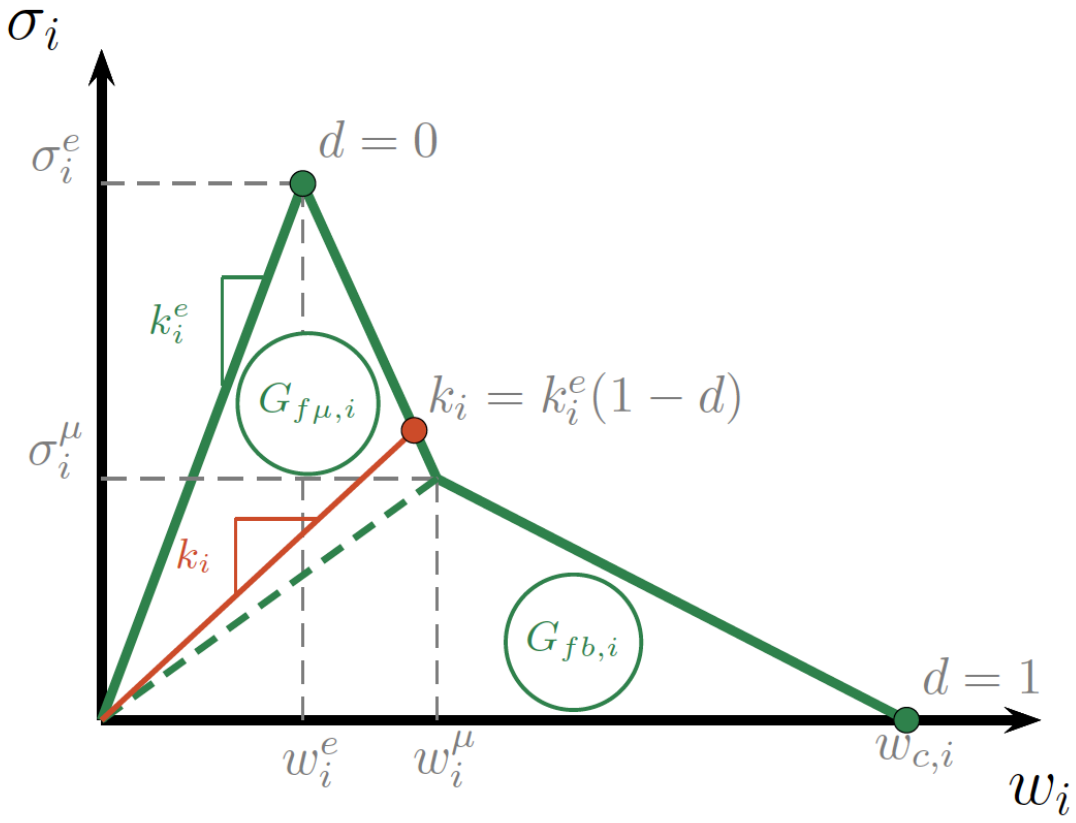


FIGURE 2.4 – Loi cohésive avec la phase adoucissante bilinéaire et $i = I, II$ ou $I + II$

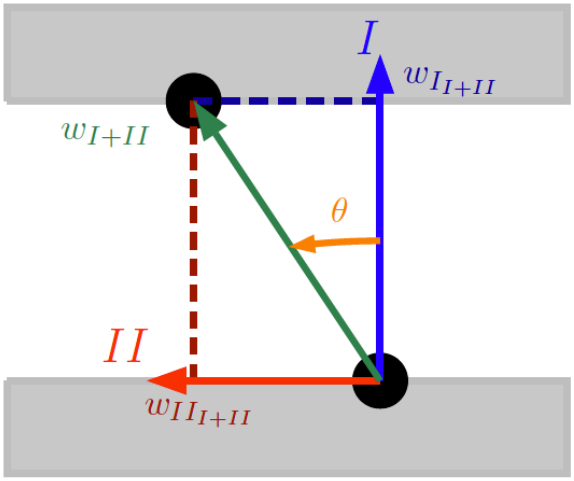


FIGURE 2.5 – Composantes du déplacement relatif entre deux points en vis-à-vis de l'interface dans un modèle de zone cohésive

Lorsque $\theta = 0^o$, le déplacement relatif des points en vis-à-vis est uniquement vertical, nous sommes en Mode I pur, $\kappa_w = 0$. Quand $\theta = 90^o$, le déplacement relatif est uniquement horizontal, nous sommes en Mode II pur et $\kappa_w = \infty$.

Critère d'initiation de fissure

Ce critère marque la fin du domaine élastique de l'interface, c'est-à-dire le début du comportement adoucissant de cette dernière. La limite élastique du mode mixte I+II, σ^e_{I+II}, doit satisfaire un critère de rupture de mode mixte exprimé à partir des contraintes limites élastiques des modes purs, Mode I : σ^e_I et Mode II : σ^e_{II}. Le critère d'initiation utilisé par Camanho et al. (2003) correspond à celui proposé par Mall et al. (1983), équation (2.8), et s'exprime suivant l'équation (2.30) :

$$\left(\frac{\sigma^e_{I_{I+II}}}{\sigma^e_I}\right)^2 + \left(\frac{\sigma^e_{II_{I+II}}}{\sigma^e_{II}}\right)^2 = 1 \tag{2.30}$$

$\sigma^e_{I_{I+II}}$ et $\sigma^e_{II_{I+II}}$ correspondent respectivement aux limites élastiques des composantes de Mode I et de Mode II de la contrainte limite élastique de mode mixte I+II σ^e_{I+II} qui peut s'exprimer suivant l'équation (2.31) :

$$\sigma^e_{I+II} = \sqrt{(\sigma^e_{I_{I+II}})^2 + (\sigma^e_{II_{I+II}})^2} \tag{2.31}$$

Il est donc possible de considérer que les raideurs initiales des composantes de Mode I et de Mode II de la raideur initale de mode mixte sont égales aux raideurs initiales des modes purs, soit $k^e_{I_{I+II}} = k^e_I$ et $k^e_{II_{I+II}} = k^e_{II}$. Ainsi, nous pouvons écrire le critère d'initiation, équation (2.30), en fonction des termes de déplacements, équation (2.32) :

$$\left(\frac{w^e_{I_{I+II}}}{w^e_I}\right)^2 + \left(\frac{w^e_{II_{I+II}}}{w^e_{II}}\right)^2 = 1 \tag{2.32}$$

Le déplacement de mode mixte I+II, w_{I+II}, peut s'écrire à partir des déplacements des composantes de Modes I et II du mode mixte I+II, $w_{I_{I+II}}$ et $w_{II_{I+II}}$, comme il suit :

$$w_{I+II} = \sqrt{(w_{I_{I+II}})^2 + (w_{II_{I+II}})^2} \tag{2.33}$$

En utilisant l'équation du ratio de mixité κ_w, équation (2.29), et celle du déplacement de mode mixte w_{I+II}, équation (2.33), il est possible de déterminer les composantes de déplacements des Modes I et II du mode mixte, $w_{I_{I+II}}$ et $w_{II_{I+II}}$. Par conséquent, le critère de rupture sur le déplacement, équation (2.32) permet de déterminer le déplacement limite élastique w^e_{I+II} en fonction des déplacements limites élastiques des modes purs, Mode I : w^e_I et Mode II : w^e_{II} et du ratio de mixité sur le déplacement κ_w. De plus, comme $\sigma^e_i = k^e_i w^e_i$ (avec $i = I,\ II$ ou $I + II$), il est aisé d'exprimer les limites élastiques des composantes I et II du mode mixte $\sigma^e_{I_{I+II}}$ et $\sigma^e_{II_{I+II}}$ en fonction du déplacement de mode mixte w^e_{I+II} et des raideurs de modes purs k^e_I et k^e_{II}. Finalement, l'expression de la contrainte limite

élastique du mode mixte s'exprime en fonction des paramètres élastiques de modes purs et du ratio de mixité en déplacement κ_w, équation (2.34).

$$\sigma^e_{I+II} = w^e_I w^e_{II} \sqrt{\frac{k^{e^2}_I + \kappa^2_w k^{e^2}_{II}}{\kappa^2_w w^{e^2}_I + w^{e^2}_{II}}} \tag{2.34}$$

Notons également que les Modes purs I et II correspondent à des cas particuliers, $\sigma^e_{I+II} = \sigma^e_I$ quand $\kappa_w = 0$ et $\sigma^e_{I+II} = \sigma^e_{II}$ quand $\kappa_w \to \infty$.

Critère de propagation de fissure

Ce critère permet d'estimer l'énergie cohésive de mode mixte, $G_{f_{I+II}}$ qui n'est autre que la somme des énergies cohésives des composantes de Modes I et II du mode mixte I+II, $G_{f_{I_{I+II}}}$ et $G_{f_{II_{I+II}}}$, équation (2.4). En fonction du matériau étudié, certains critères sont plus adaptés que d'autres pour déterminer l'énergie cohésive de mode mixte. Camanho et al. (2003) proposent d'utiliser le critère B-K, équation (2.15) du Tableau 2.2, pour un composite en fibre de carbone. Tandis que Bisoffi-Sauve et al. (2019) et Venzal et al. (2020) prennent le critère power law linéaire ($p = q = 1$), équation (2.14) du Tableau 2.2, pour estimer l'énergie cohésive de l'interface entre une pierre calcaire et son joint de mortier en chaux hydraulique.

Toutefois, afin de gérer la forme de la partie adoucissante de mode mixte I+II, il est nécessaire d'émettre un postulat. Prenons le cas d'une loi cohésive bilinéaire où nous rappelons que la distribution des énergies cohésives $G_{f\mu_{I+II}}$ et $G_{fb_{I+II}}$ sont conditionnées par le ratio μ. Ainsi, Bisoffi-Sauve et al. (2019) suggèrent le postulat suivant : le rapport entre l'énergie de microfissurations et de pontages fibreux reste constant quel que soit le mode de ruine, $\mu_I = \mu_{II} = \mu_{I+II}$.

Le critère de propagation de la fissure basé sur l'énergie cohésive de mode mixte $G_{f_{I+II}}$, équation (2.35) peut alors s'écrire à partir des énergies de microfissuration $G_{f\mu_{I+II}}$ et de pontage fibreux $G_{fb_{I+II}}$, comme décrit par Bisoffi-Sauve et al. (2019).

$$\frac{G_{f_{I_{I+II}}}}{G_{f_I}} + \frac{G_{f_{II_{I+II}}}}{G_{f_{II}}} = 1 \tag{2.35}$$

ou encore :

$$\frac{G_{f\mu_{I_{I+II}}}}{G_{f\mu_I}} + \frac{G_{f\mu_{II_{I+II}}}}{G_{f\mu_{II}}} = 1 \tag{2.36}$$

ou :

$$\frac{G_{fb_{I_{I+II}}}}{G_{fb_I}} + \frac{G_{fb_{II_{I+II}}}}{G_{fb_{II}}} = 1 \tag{2.37}$$

De plus, dans la phase adoucissante, la raideur de l'interface k_i sur la Figure 2.4 est affectée par l'endommagement tel que $k_i = k_i^e(1-d)$ (avec $i = I, II ou I+II$). Le paramètre d nommé variable d'endommagement correspond au rapport entre l'aire saine de l'interface et l'aire totale de l'interface. Celui-ci varie entre 0 et 1, pour $d = 0$ l'interface est intacte, pour $d = 1$ l'interface est rompue.

A partir du postulat et du critère de rupture en mode mixte sur l'énergie de microfissuration, donné par l'équation (2.36), il est possible d'obtenir l'expression du déplacement w^{μ}_{I+II} et de la contrainte σ^{μ}_{I+II} de fin de microfissuration en fonction de la variable d'endommagement d, du ratio de mixité sur le déplacement κ_w, des déplacements élastiques des Modes purs I et II (w^e_I, w^e_{II}) et également des déplacements de fin de microfissuration des Modes purs I et II (w^{μ}_I, w^{μ}_{II}). De manière analogue, avec le critère de rupture en mode mixte sur l'énergie des pontages fibreux, équation (2.37), il est possible de déterminer le déplacement critique de mode mixte $w_{c_{I+II}}$ en fonction du ratio de mixité κ_w, du déplacement de fin de microfissuration en mode mixte w^{μ}_{I+II} et des modes purs (w^{μ}_I,w^{μ}_{II}) ainsi que des déplacements critiques des Modes purs I et II (w_{c_I}, $w_{c_{II}}$). Toutes ces expressions sont écrites dans l'étude de Bisoffi-Sauve et al. (2019).

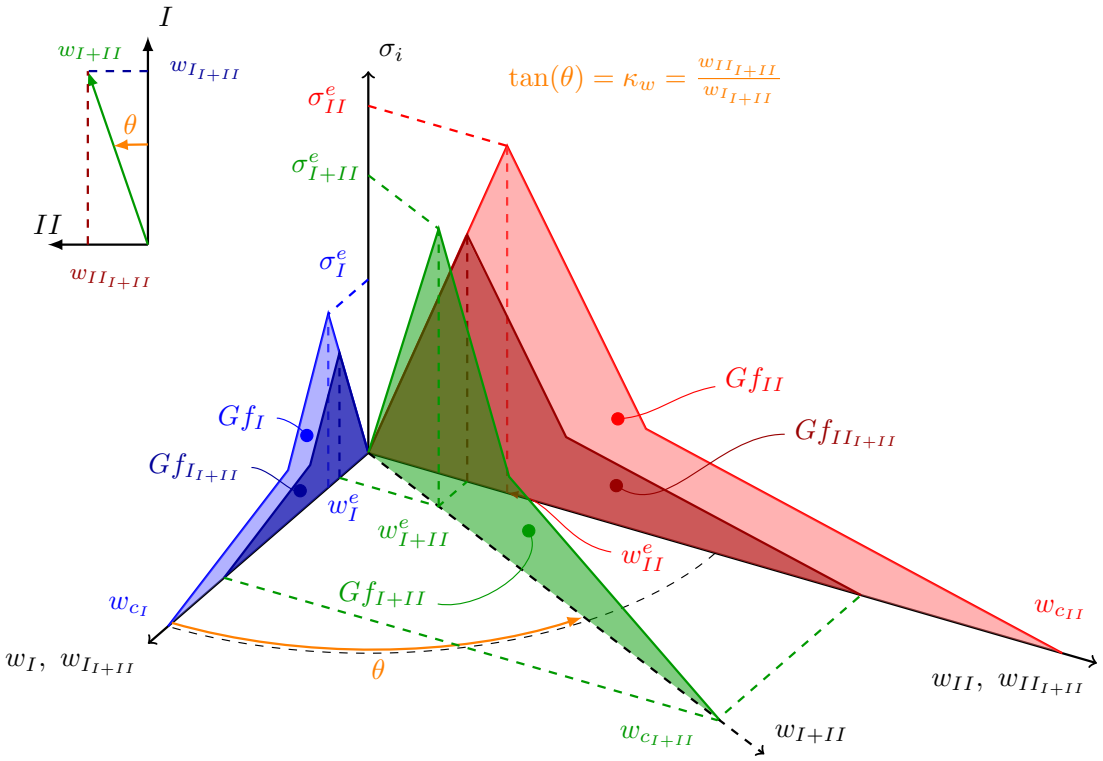


FIGURE 2.6 – Loi cohésive en mode mixte avec la phase adoucissante bilinéaire. En bleu $\theta = 0^o$, loi cohésive de Mode I pur. En rouge $\theta = 90^o$ loi cohésive de Mode II pur. Les parties bleu et rouge foncé sont les lois issues des composantes de Modes I et II du mode mixte. En vert la loi cohésive de mode mixte I+II

La Figure 2.6 illustre une réponse d'un modèle de zone cohésive avec un adoucissement

bilinéaire en mode mixte. Cette réponse en mode mixte est le reflet des lois cohésives des modes purs pouvant être décrit pour n'importe quel ratio de mixité $\kappa_w = \tan(\theta)$. Pour l'ensemble des ratios de mixité, nous avons une loi cohésive de mode mixte (vert) dont les composantes de Mode I forment la loi cohésive en bleu foncé et les composantes de Mode II celle en rouge foncé.

Nous avons introduit un modèle de zone cohésive en mode mixte I+II qui se compose d'une phase élastique, suivie d'une phase adoucissante (de l'initiation de fissure jusqu'à la décohésion totale de l'interface). Notons que ce modèle peut s'appliquer quelle que soit la forme de la partie adoucissante considérée (linéaire, bilinéaire, exponentielle, ...) moyennant de gérer cette dernière en mode mixte. Ainsi, pour le modèle cohésif de Venzal et al. (2020), comprenant une phase adoucissante exponentielle, le ratio entre l'énergie élastique $G^e_{f_i}$ et l'énergie de décohésion G_{f_i} (avec i = I, II ,I+II) est supposé constant quel que soit le ratio de mixité κ_w.

La détermination des paramètres cohésifs des modes purs pour le matériau bois reste encore difficile. Néanmoins, les paramètres cohésifs peuvent être déterminés à partir des courbes de résistance à la propagation de fissure, courbes-R, Chapitre 1 partie 1.4.2.3. Toutefois, Lartigau et al. (2015) proposent de ne pas passer par les lois cohésives pour obtenir un modèle de rupture en mode mixte. Ils suggèrent de s'inspirer du modèle de Camanho et al. (2003) mais de le reformuler en se basant sur les courbes-R. Ainsi, Lartigau et al. (2015) présentent un modèle qui semble plus accessible et qui se repose sur les courbes-R des Modes purs I et II, pour déterminer les courbes-R de mode mixte I+II.

2.2.2.2 Critères de rupture en mode mixte basés sur les courbes-R

De Moura et al (2010) ont étudié la rupture en mode mixte sur des éprouvettes en pin maritime. Dans cette étude, une campagne d'essais MMB (Mixed-Mode Bending) a été réalisée afin de déterminer la résistance critique de la propagation de fissure en mode mixte $G_{Rc_{I+II}}$ du matériau avec un ratio de mixité relativement constant. Rappelons que la résistance critique de la propagation de fissure correspond à la valeur plateau de la courbe-R G_{Rc_i} quel que soit le mode de rupture (avec $i = I$, II ou $I + II$). Le ratio de mixité en énergie (noté κ) dans les travaux de de Moura et al. (2010) est calculé avec l'équation (2.38) et dépend, à l'inverse du ratio κ_w, de la composante de résistance de Mode I du mode mixte I+II sur celle de Mode II :

$$\kappa = \frac{G_{R_{I_{I+II}}}}{G_{R_{II_{I+II}}}} \tag{2.38}$$

Dans cette étude, seule la valeur plateau G_{Rc_i} est évaluée sur les courbes-R car ensuite l'énergie cohésive G_{f_i} peut être estimée car $G_{Rc_i} = G_{f_i}$. De Moura propose d'utiliser un critère de rupture de type power law et/ou critère B-K pour déterminer la résistance plateau des courbes-R de mode mixte I+II, $G_{Rc_{I+II}}$, sous-entendue l'énergie cohésive de mode mixte $G_{f_{I+II}}$, afin d'alimenter le modèle de zone cohésive de de Morais et al. (2003). Il utilise dans ces deux critères, les valeurs plateaux des courbes-R des Modes purs I et II

(G_{Rc_I} et $G_{Rc_{II}}$), ainsi que les valeurs plateaux des composantes de Modes I et II du mode mixte I+II ($G_{Rc_{I_{I+II}}}$ et $G_{Rc_{II_{I+II}}}$), équation (2.39) et équation (2.40).

$$\left(\frac{G_{Rc_{I_{I+II}}}}{G_{Rc_I}}\right)^p + \left(\frac{G_{Rc_{II_{I+II}}}}{G_{Rc_{II}}}\right)^q = 1 \tag{2.39}$$

$$G_{Rc_{I+II}} = G_{Rc_I} + (G_{Rc_{II}} - G_{Rc_I})\left(\frac{G_{R_{II_{I+II}}}}{G_{Rc_{I+II}}}\right)^\eta = 1 \tag{2.40}$$

Lartigau et al. (2015) proposent un modèle de courbe-R en mode mixte I+II basé sur le critère de propagation de fissure de de Moura qui se justifie par l'égalité entre G_f et G_{Rc}. Ensuite, Lartigau et al. (2015) font l'hypothèse que les critères de de Moura peuvent s'appliquer sur l'ensemble des incréments de longueur de fissure élastique équivante Δa, c'est-à-dire, sur la partie croissante de la courbe-R associée à la phase de développement de la FPZ et sur la partie plateau associée à la propagation autosimilaire de la fissure principale avec sa FPZ. Ainsi, en première approximation, Lartigau et al. (2015) proposent un critère de type power law :

$$\left(\frac{G_{R_{I_{I+II}}}(\Delta a)}{G_{R_I}(\Delta a)}\right)^p + \left(\frac{G_{R_{II_{I+II}}}(\Delta a)}{G_{R_{II}}(\Delta a)}\right)^q = 1 \tag{2.41}$$

où $G_{R_{I_{I+II}}}(\Delta a)$ et $G_{R_{II_{I+II}}}(\Delta a)$ sont les résistances de la propagation de fissure correspondant aux composantes de Modes I et II du mode mixte I+II avec $\Delta a = a - a_0$. $G_{R_I}(\Delta a)$ et $G_{R_{II}}(\Delta a)$ sont les résistances de la propagation de fissure des Modes purs I et II. Les courbes-R des modes purs $G_{R_I}(\Delta a)$ et $G_{R_{II}}(\Delta a)$ sont décrites à partir d'une loi puissance et d'un plateau comme rappelé ci-dessous :

$$G_{R_i}(\Delta a) = \begin{cases} \frac{G_{Rc_i}}{\Delta a_{c_i}^{\beta_i}} \Delta a^{\beta_i} & \text{si } \Delta a < \Delta a_{c_i} \\ G_{Rc_i} & \text{si } \Delta a \geq \Delta a_{c_i} \end{cases} \tag{2.42}$$

Néanmoins, le critère de rupture, équation (2.41), utilisé en première approximation ne permet pas de déterminer tous les paramètres de rupture en mode mixte des courbes-R. Notamment, la longueur de fissure critique $\Delta a_{c_{I+II}}$ et l'exposant β_{I+II}. Afin que les courbes-R de mode mixte soient de la même forme que les courbes-R des modes purs Lartigau et al. (2015) proposent de considérer que les incréments de longueur de fissure critique des modes purs soient égaux : $\Delta a_{c_I} = \Delta a_{c_{II}}$. Nous en déduisons que toutes les longueurs élastiques équivalentes critiques des zones d'élaboration en Mode I, Mode II et mode mixte I+II sont identiques : $\Delta a_{c_I} = \Delta a_{c_{II}} = \Delta a_{c_{I+II}}$, Figure 2.7.

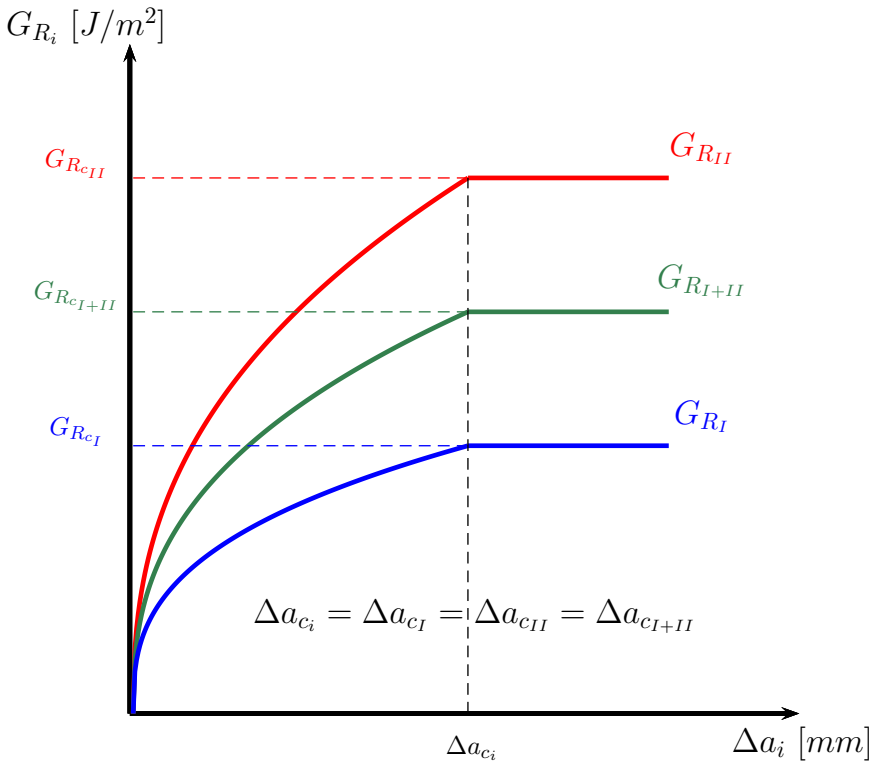


FIGURE 2.7 – Schéma du modèle de rupture en mode mixte de Lartigau et al. (2015) à partir des courbes-R

La Figure 2.7 schématise le modèle de rupture en mode mixte de Lartigau et al. (2015) basé sur les courbes-R des Modes purs I (bleu) et II (rouge) et d'une courbe-R de mode mixte (vert), $G_{R_{I+II}}(\Delta a)$, pour un ratio de mixité $\kappa(\Delta a)$ constant. Si le modèle proposé par Lartigau et al. (2015) fournit une première approximation d'une courbe-R de mode mixte en fonction des courbes-R des Modes purs I et II, nous pouvons toutefois douter que l'hypothèse, émise en termes d'incréments de longueur de fissure critique identiques en mode mixte I+II et Modes purs I et II, soit totalement raisonnable.

L'ensemble des études de rupture en mode mixte pour le matériau bois porte essentiellement sur la détermination de l'énergie de rupture critique G_{Rc} et ne prend pas en compte la phase de développement de la FPZ. Il est donc difficile d'alimenter le modèle de rupture en mode mixte de Lartigau et al. (2015), sans une campagne expérimentale solide dont l'objectif serait de déterminer l'ensemble des paramètres de rupture des Modes purs I et II, mais aussi de déterminer les courbes-R correspondant à plusieurs taux de mixité afin de valider le modèle.

L'étude récente de Phan et al. (2016) apporte un grand nombre de données expérimentales. Des essais "Mixed Mode Bending" (MMB) ont été effectués sur de l'épicéa pour plusieurs ratios de mixité et ont été complétés par des essais de Mode pur I "Double Cantilever Beam" (DCB) et de Mode II "End Notched Flexure" (ENF). Tous les essais ont été réalisés à partir d'une unique géométrie dans la configuration Tangentielle-Longitudinale (TL) pour une teneur en eau de 12%. A partir des différents essais, de la MLEReq et

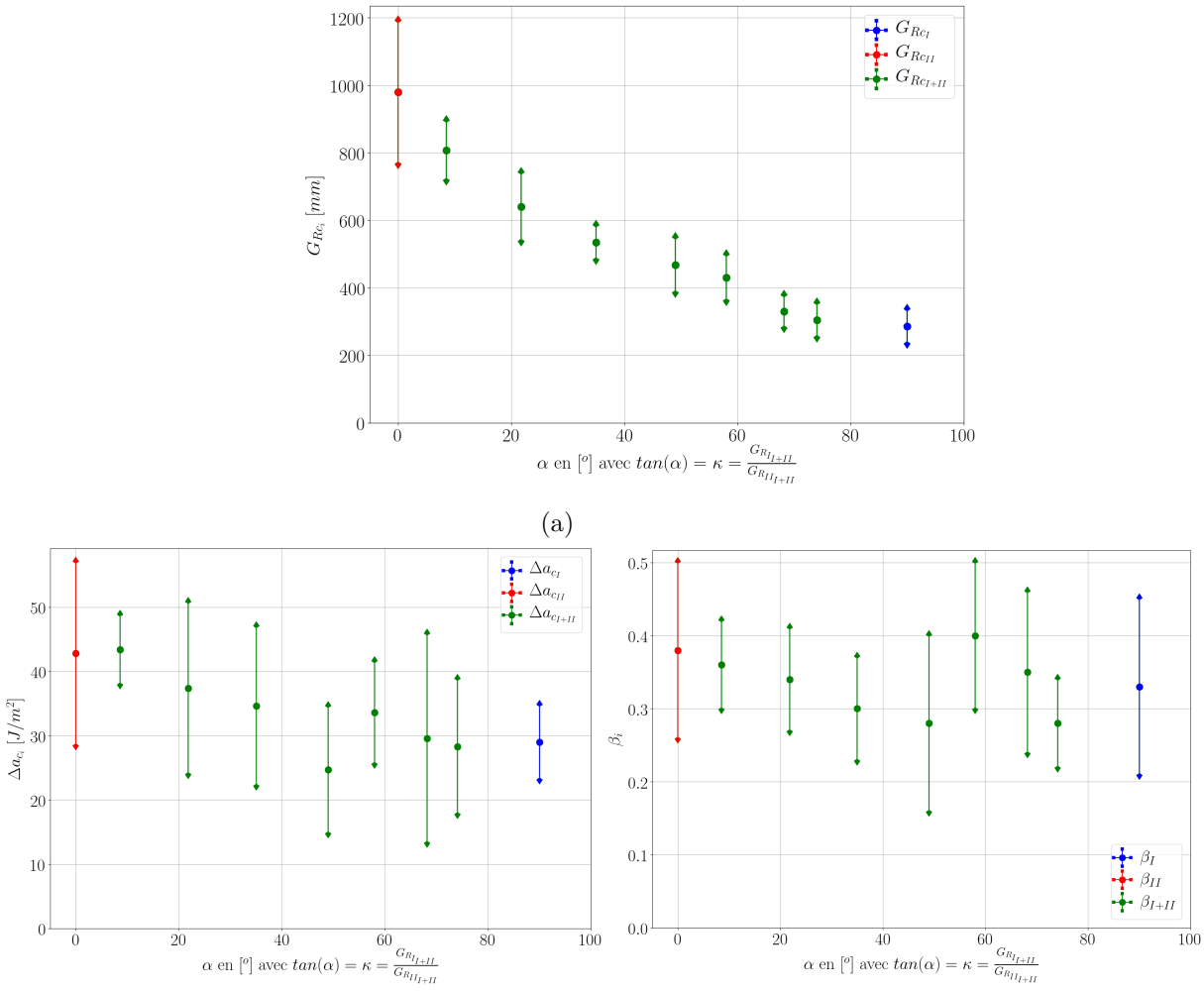


FIGURE 2.8 – Paramètres de rupture de l'étude de Phan et al. (2016) avec la moyenne ± un écart-type en fonction du ratio de mixité $\kappa = \tan(\alpha)$ (a) G_{Rc_i}, (b) Δa_{c_i}, (c) β_i

d'un modèle EF, les paramètres de rupture des courbes-R, G_{R_i}, Δa_{c_i} et β_i avec $i = I, II$ ou $I + II$ ont pu être déterminés. La Figure 2.8, est la représentation des évolutions des différents paramètres de rupture obtenus dans la campagne d'essais de Phan et al. (2016). Il faut noter dans cette figure que nous avons considéré que le ratio de mixité κ est égale à l'expression $\tan(\alpha)$ avec alpha un angle purement fictif. Cela facilite le tracé des figures dont nous souhaitons visualiser l'évolution des paramètres de mode mixte en fonction du ratio de mixité. En conséquence, lorsque $\alpha = 90^o$ nous sommes en Mode I pur, $\kappa = \infty$ $(= \tan(90^o))$ et lorsque $\alpha = 0^o$ nous sommes en Mode II pur, $\kappa = 0$ $(= \tan(0^o))$.

L'évolution croissante de l'énergie de résistance à la rupture critique G_{Rc_i} en fonction du ratio de mixité est tout à fait cohérente avec ce que nous trouvons dans la littérature, Figure 2.8a. Par contre, ce qui sort dans l'étude de Phan, est la différence entre la longueur élastique équivalente critique de Mode I Δa_{c_I} avec celle de Mode II $\Delta a_{c_{II}}$. La taille critique de la zone d'élaboration en Mode II semble plus importante qu'en Mode I. Le critère de rupture de mode mixte établi par Lartigau et al. (2015) peut être utilisé à condition

que l'hypothèse $\Delta a_{c_I} = \Delta a_{c_{II}}$ soit respectée. L'utilisation de ce critère pour de l'épicéa ne semble pas incohérente étant donnée la forte variabilité des résultats, Figure 2.8b. Néanmoins, l'évolution croissante de la FPZ du Mode I au Mode II devrait être prise en considération dans un critère de rupture de mode mixte. Il est probable que l'écart des tailles des zones d'élaboration (FPZ) entre le Mode I et le Mode II soit plus conséquent pour d'autres matériaux quasi-fragiles et plus spécifiquement pour d'autres essences de bois.

2.3 Modèle de rupture en mode mixte I+II basé sur les courbes-R

Le modèle présenté dans cette partie vise à améliorer celui de Lartigau et al. (2015) en prenant en compte l'évolution de la taille des zones d'élaboration des Modes purs I et II et de proposer une estimation de la zone d'élaboration en mode mixte I+II cohérente avec celle des modes purs. Pour cela, comme les courbes-R ont une relation bijective avec les lois cohésives, nous allons encore nous inspirer des hypothèses émises dans le modèle de Camanho et al. (2003) et plus particulièrement celle qui impose que la forme des lois cohésives de mode mixte corresponde à celle des lois cohésives des modes purs.

2.3.1 Critère basé sur la résistance de la propagation de fissure et du taux de développement de la FPZ

Notre modèle de rupture en mode mixte I+II s'appuie, comme pour le modèle de Lartigau et al. (2015), sur les résistances à la propagation de la fissure. Le modèle utilise la forme du critère power law et s'étend à toute longueur de fissure élastique équivalente via un nouveau concept : **le taux de développement de la zone d'élaboration**. Le taux de développement de la zone d'élaboration ϕ_{a_i} n'est autre que la normalisation de la fissure élastique équivalente Δa_i par rapport à sa valeur critique Δa_{c_i}.

$$0 \leq \phi_{a_i} = \frac{\Delta a_i}{\Delta a_{c_i}} \leq 1 \tag{2.43}$$

Le taux de développement de la zone d'élaboration ϕ_{a_i} représente donc le pourcentage de développement de cette zone en terme de longueur de fissure élastique équivalente. Lorsque $\phi_{a_i} = 0$, la zone d'élaboration n'est pas encore initiée et lorsque $\phi_{a_i} = 1$, la zone d'élaboration a atteint sa taille critique et débute alors la phase de propagation autosimilaire de la fissure principale.

Sur la base de l'équation (2.43), nous émettons l'hypothèse que le développement de la zone d'élaboration en termes de longueur de fissure élastique équivalente est identique, quel que soit le mode de rupture considéré. Cette hypothèse revient à considérer que le taux de développement de la zone d'élaboration est identique, que ce soit un développement en Mode I, Mode II et en mode mixte I+II :

$$\phi_a = \frac{\Delta a_I}{\Delta a_{c_I}} = \frac{\Delta a_{II}}{\Delta a_{c_{II}}} = \frac{\Delta a_{I+II}}{\Delta a_{c_{I+II}}} \tag{2.44}$$

Ainsi, à partir de ce concept, nous normalisons les courbes-R par la longueur de fissure élastique équivalente critique Δa_{c_i}. Conformément aux équations (2.42) et (2.43), les courbes-R des Modes purs I et II peuvent alors s'écrire en fonction de ϕ_a comme il suit :

$$G_{R_i}(\phi_a) = \begin{cases} G_{Rc_i}\phi_a^{\beta_i} & \text{si } \phi_a < 1 \\ G_{Rc_i} & \text{si } \phi_a \geq 1 \end{cases} \tag{2.45}$$

Ecrire le critère de rupture en fonction de ϕ_a permet, entre autre, d'introduire la notion de variation de la taille de la zone d'élaboration en fonction du mode de ruine. La Figure 2.13 schématise le concept de taux de développement de la zone d'endommagement. Lorsque $\phi_a = 1$, la FPZ a atteint sa taille critique ($\Delta a = \Delta a_c$) et la phase de propagation autosimilaire débute, c'est-à-dire, que la résistance critique G_{Rc_i} est atteinte. Nous supposerons que, en mode mixte I+II, la courbe-R peut également être décrite conformément à l'équation (2.45), c'est-à-dire pour $i = I + II$, et en conséquence dépend des trois paramètres : $G_{Rc_{I+II}}$, $\Delta a_{c_{I+II}}$ et β_{I+II}.

Sur cette base, le modèle de la courbe-R en mode mixte proposé par Lartigau et al. (2015), équation (2.41), peut être exprimé en fonction du taux de développement de la zone d'élaboration ϕ_a et donne :

$$\left(\frac{G_{R_{I_{I+II}}}(\phi_a)}{G_{R_I}(\phi_a)}\right)^{p_G} + \left(\frac{G_{R_{II_{I+II}}}(\phi_a)}{G_{R_{II}}(\phi_a)}\right)^{q_G} = 1 \tag{2.46}$$

où p_G et q_G sont les exposants de la loi power law. Ils peuvent prendre plusieurs valeurs afin de construire les critères : linéaire ($p_G = q_G = 1$), semi-quadratique ($p_G = 1$ et $q_G = 2$) et quadratique ($p_G = q_G = 2$) qui sont les cas les plus courants pour le bois.

Par ailleurs, la résistance à la propagation de fissure en mode mixte n'est autre que la somme des résistances des composantes des Modes I et II du mode mixte I+II :

$$G_{R_{I+II}}(\phi_a) = G_{R_{I_{I+II}}}(\phi_a) + G_{R_{II_{I+II}}}(\phi_a) \tag{2.47}$$

et le rapport entre les résistances des composantes de Modes I et II correspond au taux de mixité κ :

$$\kappa = \frac{G_{R_{I_{I+II}}}(\phi_a)}{G_{R_{II_{I+II}}}(\phi_a)} \tag{2.48}$$

Ainsi, les équations (2.47) et (2.48) nous permettent d'exprimer les composantes des Modes I et II du mode mixte qui sont fonction de ϕ_a :

$$\begin{cases} G_{R_{I_{I+II}}}(\phi_a) = \frac{\kappa}{1+\kappa} G_{R_{I+II}}(\phi_a) \\ G_{R_{II_{I+II}}}(\phi_a) = \frac{1}{1+\kappa} G_{R_{I+II}}(\phi_a) \end{cases} \tag{2.49}$$

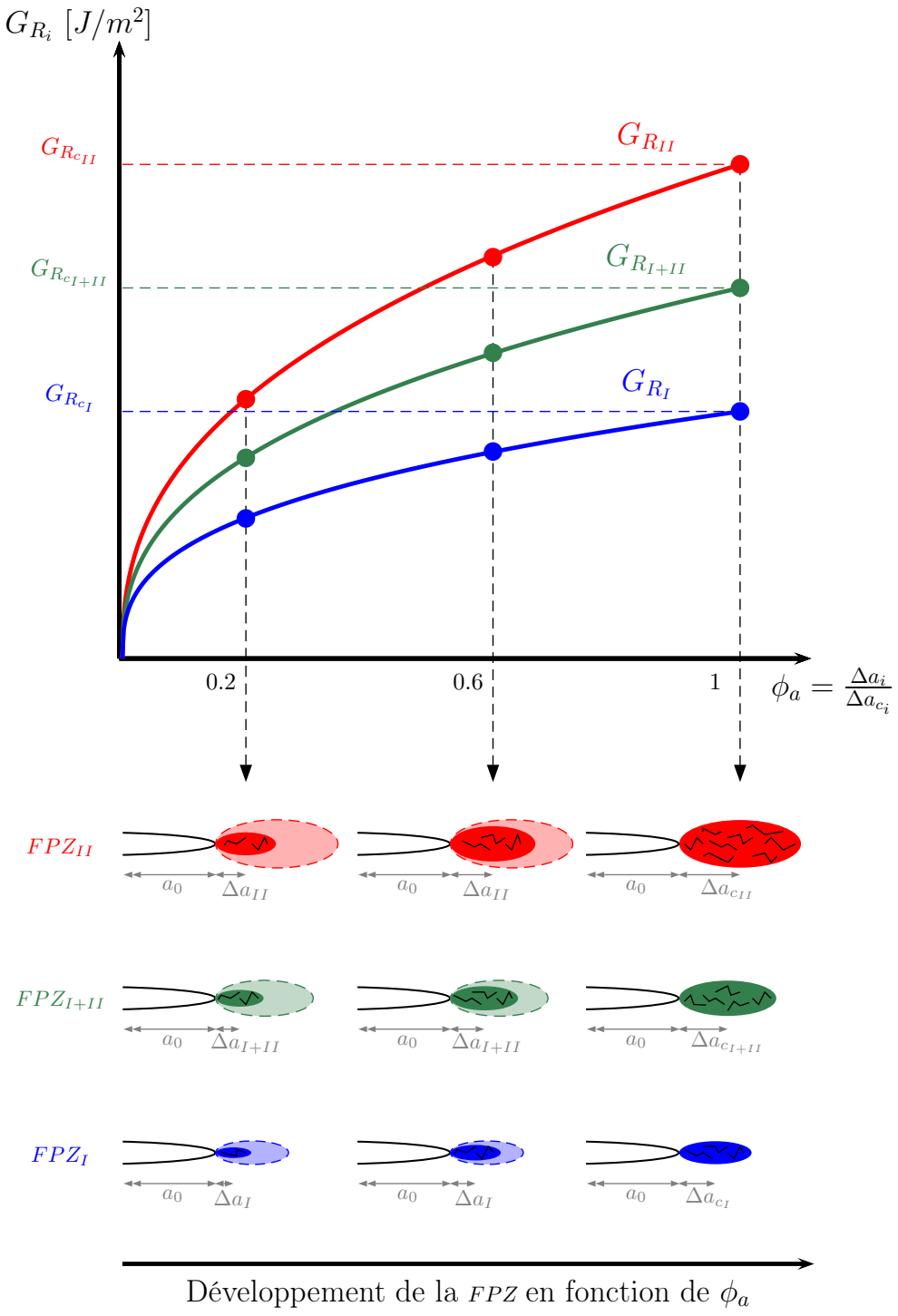


FIGURE 2.9 – Schéma du modèle de rupture en mode mixte à partir des courbes-R et en fonction du taux de développement de la FPZ ϕ_a

Sur cette base, en substituant $G_{R_{I_{I+II}}}$ et $G_{R_{II_{I+II}}}$ dans l'équation (2.46) par leurs expressions issues de l'équation (2.49), nous obtenons l'expression suivante :

$$\left(\frac{\kappa G_{R_{I+II}}(\phi_a)}{(1+\kappa)G_{R_I}(\phi_a)}\right)^{p_G} + \left(\frac{G_{R_{I+II}}(\phi_a)}{(1+\kappa)G_{R_{II}}(\phi_a)}\right)^{q_G} = 1 \tag{2.50}$$

Notons que l'équation (2.50) permet d'estimer la résistance de la propagation de fissure en mode mixte $G_{R_{I+II}}$ quel que soit ϕ_a. Le Tableau 2.3 présente les expressions de $G_{R_{I+II}}(\phi_a)$ pour les critères linéaire, semi-quadratique et quadratique déduites à partir de l'équation (2.50) et écritent en fonction des Modes purs I (G_{R_I}) et II ($G_{R_{II}}$) et du ratio de mixité κ.

	exposants		$G_{R_{I+II}}(\Phi_a)$	
	p_G	q_G		
linéaire	1	1	$\frac{(1+\kappa)G_{R_I}(\phi_a)G_{R_{II}}(\phi_a)}{G_{R_I}(\phi_a)+\kappa G_{R_{II}}(\phi_a)}$	(2.51)
semi-quadratique	1	2	$\frac{2(1+\kappa)G_{R_I}(\phi_a)G_{R_{II}}(\phi_a)}{\kappa G_{R_{II}}(\phi_a)+\sqrt{(2G_{R_I}(\phi_a))^2+(\kappa G_{R_{II}}(\phi_a))^2}}$	(2.52)
quadratique	2	2	$\frac{(1+\kappa)G_{R_I}(\phi_a)G_{R_{II}}(phi_a)}{\sqrt{(G_{R_I}(\phi_a))^2+(\kappa G_{R_{II}}(\phi_a))^2}}$	(2.53)

TABLEAU 2.3 – Résistance à la propagation de la fissure en mode mixte à partir du critère power law et du taux de développement de la FPZ ϕ_a

2.3.1.1 Détermination de la résistance critique de la courbe-R en mode mixte I+II, $G_{Rc_{I+II}}$

Rappelons que la résistance critique ou résistance plateau de la courbe-R correspond au développement total de la zone d'élaboration, c'est-à-dire au moment où il y a propagation autosimilaire de la fissure principale. Les résistances critiques des Modes purs I et II et du mode mixte I+II correspondent à un taux de développement de la zone d'élaboration de 100% soit $\phi_a = 1$. Il est aisé d'estimer la résistance critique de mode mixte en fonction des différents critères linéaire, semi-quadratique et quadratique, Tableau 2.4.

Il est aussi possible de déterminer les expressions des résistances critiques des composantes de Modes I ($G_{Rc_{I_{I+II}}}$) et II ($G_{Rc_{II_{I+II}}}$) du mode mixte I+II en fonction du ratio de mixité κ et de la résistance critique de mode mixte I+II ($G_{Rc_{I+II}}$) à partir de l'équation (2.49) pour $\phi_a = 1$.

$$\begin{cases} G_{R_{I_{I+II}}}(\phi_a = 1) = G_{Rc_{I_{I+II}}} = \frac{\kappa}{1+\kappa} G_{Rc_{I+II}} \\ G_{R_{II_{I+II}}}(\phi_a = 1) = G_{Rc_{II_{I+II}}} = \frac{1}{1+\kappa} G_{Rc_{I+II}} \end{cases} \tag{2.57}$$

Notons que les Modes purs I et II correspondent à des cas particuliers, quelles que

	exposants		$G_{Rc_{I+II}} = G_{R_{I+II}}(\phi_a = 1)$	
	p_G	q_G		
linéaire	1	1	$\frac{(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}}{G_{Rc_I}+\kappa G_{Rc_{II}}}$	(2.54)
semi-quadratique	1	2	$\frac{2(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}}{\kappa G_{Rc_{II}}+\sqrt{(2G_{Rc_I})^2+(\kappa G_{Rc_{II}})^2}}$	(2.55)
quadratique	2	2	$\frac{(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}}{\sqrt{(G_{Rc_I})^2+(\kappa G_{Rc_{II}})^2}}$	(2.56)

TABLEAU 2.4 – Résistance critique à la propagation de la fissuration en mode mixte ($\phi_a = 1$)

soient les équations des critères du Tableau 2.4. En effet, lorsque $\kappa = \infty$, nous sommes en Mode I pur soit $G_{Rc_{I+II}} = G_{Rc_I}$ et lorsque $\kappa = 0$ nous sommes en Mode II pur soit $G_{Rc_{I+II}} = G_{Rc_{II}}$ (quand $\phi_a \geq 1$).

2.3.1.2 Détermination de l'exposant de la courbe-R en mode mixte I+II, β_{I+II}

L'exposant β_i est le paramètre qui commande la courbure de la loi puissance. Nous avons supposé que la courbe-R de mode mixte suit les mêmes principes que les modes purs, c'est-à-dire, une loi puissance lors du développement de la FPZ et un plateau pour la propagation autosimilaire de la fissure.

Comme pour les résistances critiques des composantes de Modes I et II nous pouvons déterminer les exposants des composantes de Modes I, $\beta_{I_{I+II}}$, et II, $\beta_{II_{I+II}}$, du mode mixte à partir des équations (2.45) et (2.47).

$$G_{Rc_{I+II}}\phi_a^{\beta_{I+II}} = G_{Rc_{I_{I+II}}}\phi_a^{\beta_{I_{I+II}}} + G_{Rc_{II_{I+II}}}\phi_a^{\beta_{II_{I+II}}} \tag{2.58}$$

A partir du ratio de mixité, équation (2.48), nous pouvons écrire l'équation (2.58) avec une seule des composantes telle que :

$$G_{Rc_{I+II}}\phi_a^{\beta_{I+II}} = (1+\kappa)G_{Rc_{II_{I+II}}}\phi_a^{\beta_{II_{I+II}}} \tag{2.59}$$

Nous retrouvons dans l'équation (2.59) l'expression de la résistance critique de la composante de Mode II déduit dans l'équation (2.57). Il en résulte que :

$$\phi_a^{\beta_{I+II}} = \phi_a^{\beta_{II_{I+II}}} \tag{2.60}$$

Ainsi, les exposants des composantes de Modes I et II du mode mixte sont égaux à l'exposant de mode mixte soit $\beta_{I+II} = \beta_{I_{I+II}} = \beta_{II_{I+II}}$.

Les différentes équations du Tableau 2.3 peuvent aussi être écrites quand $\phi_a < 1$, soit $G_{R_i}(\phi_a) = G_{Rc_i}\phi_a^{\beta_i}$. Les expressions des différents critères sont définies dans le Tableau 2.5 à partir des résistances des Modes purs I et II, des exposants des Modes purs I et II et de ϕ_a. A première vue, les équations du Tableau 2.5 ne permettent pas de déterminer directement une expression analytique de β_{I+II} en fonction des paramètres de modes purs et ne rappellent pas exactement à la forme de la loi puissance de l'équation (2.45).

	exposants		$G_{R_{I+II}}(\Phi_a)$	
	p_G	q_G		
linéaire	1	1	$\frac{(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}\phi_a^{\beta_I+\beta_{II}}}{G_{Rc_I}\phi_a^{\beta_I}+\kappa G_{Rc_{II}}\phi_a^{\beta_{II}}}$	(2.61)
semi-quadratique	1	2	$\frac{2(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}\phi_a^{\beta_I+\beta_{II}}}{\kappa G_{Rc_{II}}\phi_a^{\beta_{II}}+\sqrt{(2G_{Rc_I}\phi_a^{\beta_I})^2+(\kappa G_{Rc_{II}}\phi_a^{\beta_{II}})^2}}$	(2.62)
quadratique	2	2	$\frac{(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}\phi_a^{\beta_I+\beta_{II}}}{\sqrt{(G_{Rc_I}\phi_a^{\beta_I})^2+(\kappa G_{Rc_{II}}\phi_a^{\beta_{II}})^2}}$	(2.63)

TABLEAU 2.5 – Expression de la résistance à la propagation de la fissuration en mode mixte des critères power law à partir des composantes de Mode I et de Mode II en fonction de Φ_a

Nous avons tracé dans un premier temps les allures des équations de $G_{R_i}(\phi_a)$ données dans le Tableau 2.5, Figure 2.10. Pour cela, nous avons utilisé les paramètres des courbes-R des Modes purs I et II fournis dans l'étude de Phan et al. (2016) sur de l'épicéa à 12%, Tableau 2.7. Nous pouvons remarquer que les allures des trois courbes générées par les équations (2.61), (2.62) et (2.63), pour un ratio de mixité constant ($\kappa = 0,6$), sont de la même forme que les courbes des Modes purs I (bleu) et II (rouge).

Dans un second temps, comme les expressions analytiques du paramètre β_{I+II} des différents critères ne peuvent pas s'exprimer analytiquement, nous proposons d'approximer les courbes-R de mode mixte issues des équations du Tableau 2.5 (courbe-R réelle) par la loi puissance (courbe-R approximée) : $G_{R_{I+II}}(\phi_a) = G_{Rc_{I+II}}\phi_a^{\beta_{I+II}}$ où $G_{Rc_{I+II}}$ a été déterminée ultérieurement (Tableau 2.4). Pour déterminer β_{I+II}, nous appliquons la méthode des moindres carrés pour approximer la courbe-R réelle, sur l'ensemble du domaine de ϕ_a (entre 0 et 1). La Figure 2.11 montre qu'il est possible d'estimer correctement les courbes-R de mode mixte I+II à partir d'une loi puissance. Ainsi, cela implique que les courbes-R des Modes purs I et II et de mode mixte I+II sont de la même forme.

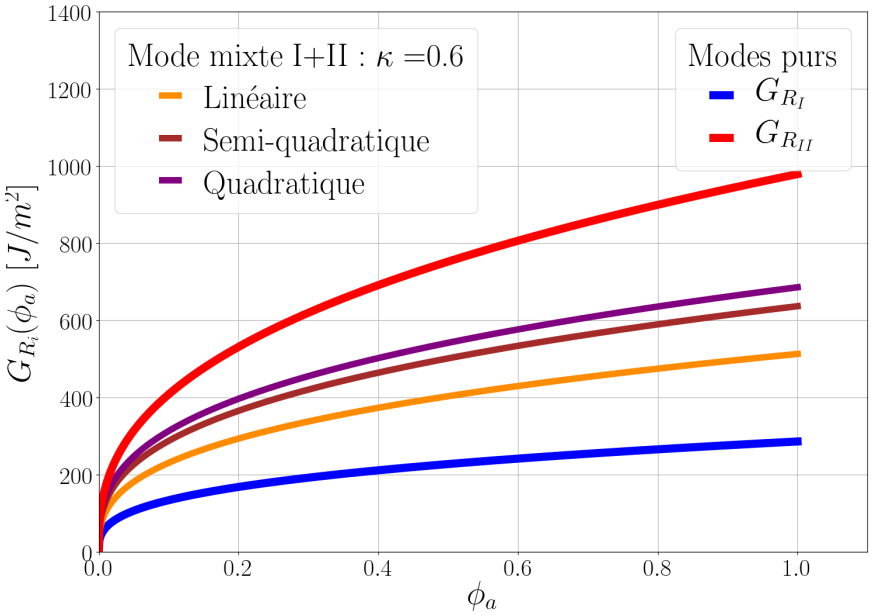


FIGURE 2.10 – Evolution des différentes expressions du critère issues du Tableau 2.5 en fonction ϕ_a pour un ratio de mixité constant $\kappa = 0{,}6$

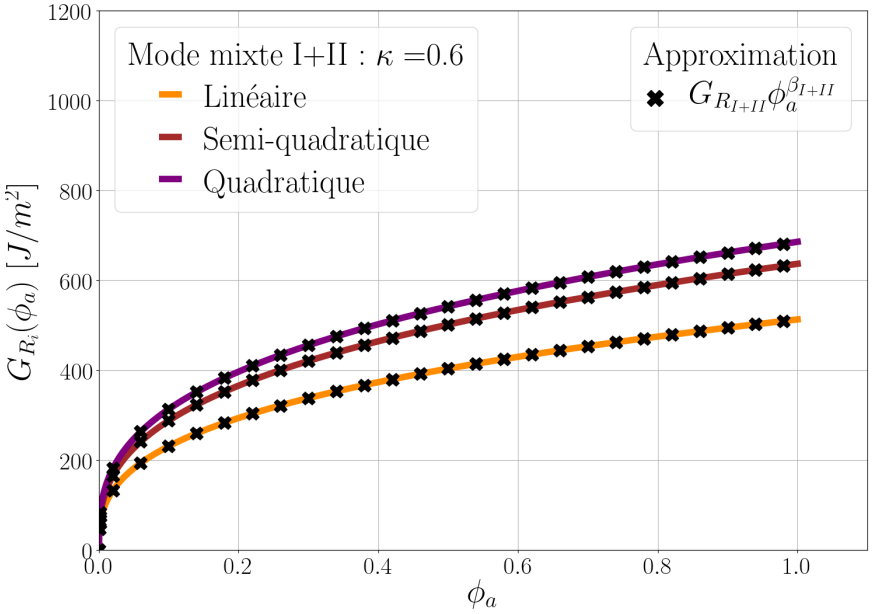


FIGURE 2.11 – Comparaison entre les critères issus du Tableau 2.5 et l'approximation par une loi puissance en fonction ϕ_a pour un ratio de mixité constant $\kappa = 0{,}6$

Il existe un cas paticulier où nous n'avons pas besoin de passer par une approximation de la courbe-R réelle. En effet, lorsque les exposants des Modes purs I et II sont égaux soit $\beta_I = \beta_{II}$, nous trouvons directement les expressions de la résistance en mode mixte I+II sous la forme $G_{R_{I+II}}(\phi_a) = G_{Rc_{I+II}}\phi_a^{\beta_{I+II}}$, quel que soit le critère utilisé. Ainsi, l'exposant de mode mixte I+II est égal aux exposants des modes purs : $\beta_{I+II} = \beta_I = \beta_{II}$ et nous trouvons directement une courbe-R de mode mixte I+II de la même forme que celles des

Modes purs I et II.

Notons que nous retrouvons les expressions des Modes purs I et II quel que soit le critère de rupture du Tableau 2.5. En effet, lorsque $\kappa = \infty$ nous sommes en Mode I pur soit $G_{R_{I+II}}(\phi_a) = G_{Rc_I}\phi_a^{\beta_I} = G_{R_I}(\phi_a)$ et lorsque $\kappa = 0$ nous sommes en Mode II pur soit $G_{R_{I+II}}(\phi_a) = G_{Rc_{II}}\phi_a^{\beta_{II}} = G_{R_{II}}(\phi_a)$ (quand $\phi_a < 1$).

Néanmoins, si le recours au taux de développement de la zone d'élaboration ϕ_a permet de considérer des courbes-R de Modes purs I et II présentant des Δa_c différents, il ne permet pas d'estimer la longueur élastique équivalente critique de la zone d'élaboration en mode mixte $\Delta a_{c_{I+II}}$. Il est donc nécessaire de recouvrir à un critère supplémentaire développé dans la partie suivante.

2.3.2 Critère basé sur l'énergie nécessaire au développement de la FPZ

Nous avons mis en place un critère de rupture établi à partir de la résistance à la propagation de fissure et cela nous permet de déterminer deux paramètres de la courbe-R de mode mixte, $G_{Rc_{I+II}}$ et β_{I+II}. Toutefois, ce critère ne permet pas de déterminer le troisième paramètre des courbes-R, la longueur de fissure élastique équivalente critique de la zone d'élaboration en mode mixte, $\Delta a_{c_{I+II}}$. Pour cela, l'introduction d'un second critère est nécessaire. Nous proposons donc d'utiliser un critère basé sur l'énergie nécessaire au développement de la zone d'élaboration en mode mixte, $W_{f_{I+II}}$ en joule (J), mettant en uvre les énergies des composantes des Modes I et II du mode mixte I+II ($W_{f_{I_{I+II}}}$ et $W_{f_{II_{I+II}}}$) et les énergies nécessaires au développement de la FPZ des Modes purs I et II (W_{f_I} et $W_{f_{II}}$) :

$$\left(\frac{W_{f_{I_{I+II}}}}{W_{f_I}}\right)^{p_a} + \left(\frac{W_{f_{II_{I+II}}}}{W_{f_{II}}}\right)^{q_a} = 1 \tag{2.64}$$

où p_a et q_a sont les exposants dont nous discuterons des valeurs par la suite. L'énergie nécessaire au développement de la FPZ en mode mixte I+II, $W_{f_{I+II}}$, n'est autre que la somme des énergies de développement des composantes de Modes I et II :

$$W_{f_{I+II}} = W_{f_{I_{I+II}}} + W_{f_{II_{I+II}}} \tag{2.65}$$

L'énergie de développement de la FPZ , W_{f_i}, correspond à l'aire sous la courbe-R, bornée entre 0 et Δa_{c_i}, Figure 2.12. Cette énergie peut donc s'exprimer à partir des trois paramètres de rupture de la courbe-R, G_{Rc_i}, Δa_{c_i}, β_i et de l'épaisseur de l'élément b.

$$W_{f_i} = \int_0^{\Delta a_{c_i}} G_{R_i}(\Delta a_i) b \ \mathrm{d}\Delta a = \frac{b}{1+\beta_i} G_{Rc_i} \Delta a_{c_i} \tag{2.66}$$

Par ailleurs, le rapport des énergies des composantes de Modes I et II du mode mixte nécessaires au développement de la FPZ correspond au ratio de mixité κ :

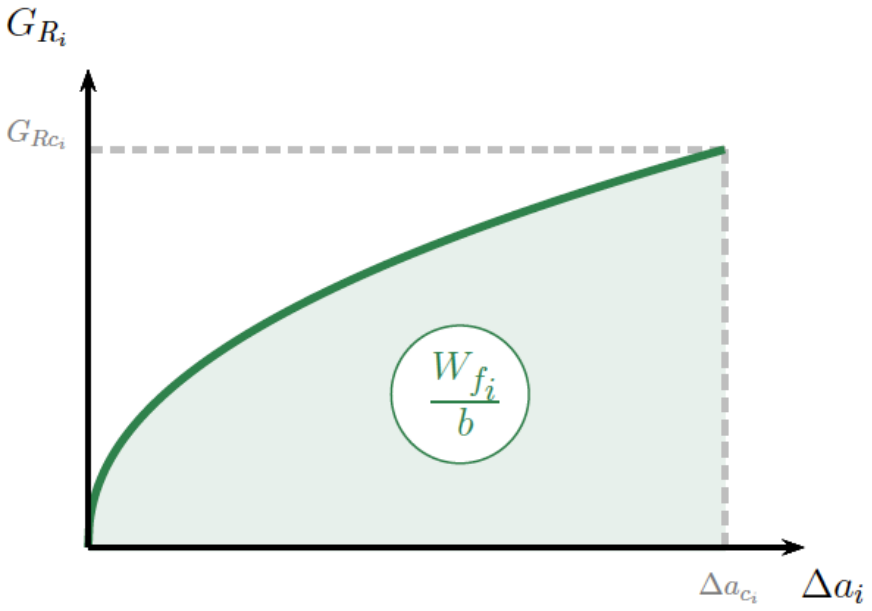


FIGURE 2.12 – Schéma de l'énergie nécessaire au développement de la FPZ W_{f_i} en joule compris entre 0 et Δa_{c_i} pour une éprouvette d'épaisseur b

$$\kappa = \frac{W_{f_{I_{I+II}}}}{W_{f_{II_{I+II}}}} \tag{2.67}$$

Ainsi, nous retrouvons les expressions des énergies nécessaires à l'élaboration des zones d'élaboration des composantes de Modes I et II à partir des équations (2.65) et (2.67)

$$\begin{cases} W_{f_{I_{I+II}}} = \frac{\kappa}{1+\kappa} W_{f_{I+II}} \\ W_{f_{II_{I+II}}} = \frac{1}{1+\kappa} W_{f_{I+II}} \end{cases} \tag{2.68}$$

Comme pour les composantes de Modes I et II de $G_{Rc_{I+II}}$ et de β_{I+II}, nous sommes capables de déterminer analytiquement les expressions des composantes de $\Delta a_{c_{I+II}}$ en utilisant les équations (2.66) et (2.68) :

$$\frac{b}{1+\beta_{I_{I+II}}} G_{Rc_{I_{I+II}}} \Delta a_{c_{I_{I+II}}} = \frac{\kappa}{1+\kappa} \left[\frac{b}{1+\beta_{I+II}} G_{Rc_{I+II}} \Delta a_{c_{I+II}} \right] \tag{2.69}$$

En se basant sur la relation entre la composante $G_{Rc_{I_{I+II}}}$ et $G_{Rc_{I+II}}$ (équation (2.57)) et l'égalité $\beta_{I+II} = \beta_{I_{I+II}} = \beta_{II_{I+II}}$, nous trouvons directement que $\Delta a_{c_{I_{I+II}}} = \Delta a_{c_{I+II}}$. Nous retrouvons la même égalité pour la composante de Mode II. Ainsi, comme pour β_{I+II}, la longueur de fissure élastique équivalente critique $\Delta a_{c_{I+II}}$ et celle de ses composantes de Mode I et de Mode II sont égales : $\Delta a_{c_{I+II}} = \Delta a_{c_{I_{I+II}}} = \Delta a_{c_{II_{I+II}}}$.

2.3.2.1 Détermination de la longueur de fissure élastique équivalente critique en mode mixte, $\Delta a_{c_{I+II}}$

Le troisième paramètre $\Delta a_{c_{I+II}}$ de la courbe-R en mode mixte peut être écrit analytiquement à partir du critère de rupture basé sur l'énergie nécessaire au développement de la zone d'élaboration, équation (2.64) et de l'expression de W_{f_i}, équation (2.66) ainsi que du ratio de mixité κ. L'expression de $\Delta a_{c_{I+II}}$ dépend des paramètres de rupture des Modes purs I et II et aussi de β_{I+II}. L'exposant β_{I+II} est déduit à partir d'une approximation, partie 2.3.1.2, ainsi $\Delta a_{c_{I+II}}$ ne dépend pas uniquement des paramètres de mode pur contrairement à $G_{Rc_{I+II}}$.

exposants		$\Delta a_{c_{I+II}}$
p_a	q_a	
1	1	$\frac{1+\beta_{I+II}}{G_{Rc_{I+II}}} \frac{(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_I}\Delta a_{c_{II}}}{(1+\beta_{II})G_{Rc_I}\Delta a_{c_I}+\kappa(1+\beta_I)G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_{II}}}$ (2.70)
1	2	$\frac{1+\beta_{I+II}}{G_{Rc_{I+II}}} \frac{2(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_I}\Delta a_{c_{II}}}{\kappa(1+\beta_I)G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_{II}}+\sqrt{(2(1+\beta_{II})G_{Rc_I}\Delta a_{c_I})^2+(\kappa(1+\beta_I)G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_{II}})^2}}$ (2.71)
2	2	$\frac{1+\beta_{I+II}}{G_{Rc_{I+II}}} \frac{(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_I}\Delta a_{c_{II}}}{\sqrt{((1+\beta_{II})G_{Rc_I}\Delta a_{c_I})^2+(\kappa(1+\beta_I)G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_{II}})^2}}$ (2.72)

Tableau 2.6 – Longueur de fissure élastique équivalente critique de la zone d'élaboration en mode mixte I+II

Notons que les Modes purs I et II sont des cas particuliers quelles que soient les équations des critères du Tableau 2.6. En effet, lorsque $\kappa = \infty$, $G_{Rc_{I+II}} = G_{Rc_I}$ et $\beta_{I+II} = \beta_I$, nous retrouvons donc que la longueur élastique équivalente critique qui correspond à celle de Mode I pur soit $\Delta a_{c_{I+II}} = \Delta a_{c_I}$ et lorsque $\kappa = 0$, $G_{Rc_{I+II}} = G_{Rc_{II}}$ et $\beta_{I+II} = \beta_{II}$ nous retrouvons la longueur élastique équivalente critique correspondant à celle de Mode II pur soit $\Delta a_{c_{I+II}} = \Delta a_{c_{II}}$.

En conclusion, nous utilisons deux critères, le premier basé sur la résistance en fonction du taux de développement de la fissure et le second basé sur l'énergie nécessaire au développement de la zone d'élaboration. Nous faisons aussi l'hypothèse que la forme des courbes-R en mode mixte I+II est de même nature que celles des Modes purs I et II (équation (2.45)). Ainsi, nous sommes capables de déterminer les paramètres des courbes-R de mode mixte dans l'ordre suivant : $G_{Rc_{I+II}}$, β_{I+II} et $\Delta a_{c_{I+II}}$. La Figure 2.13 schématise une courbe-R de mode mixte (vert) comprise entre les Modes purs I (bleu) et II (rouge) avec une longueur de fissure élastique équivalente critique différente en fonction des modes de rupture. Le ratio de mixité κ est considéré comme égale à $\tan(\alpha)$ où le paramètre α est purement fictif, mais permet de prendre en compte les bornes de mixité, 0 et ∞. Ce modèle

s'applique pour l'ensemble des ratios de mixité κ où nous retrouvons sur la Figure 2.14 les courbes-R des composantes des Modes I (bleu foncé) et II (rouge foncé) du mode mixte I+II (vert). Cette figure montre l'égalité entre la longueur de fissure élastique équivalente critique $\Delta a_{c_{I+II}}$ et ses composantes de Mode I ($\Delta a_{c_{I_{I+II}}}$) et de Mode II ($\Delta a_{c_{II_{I+II}}}$).

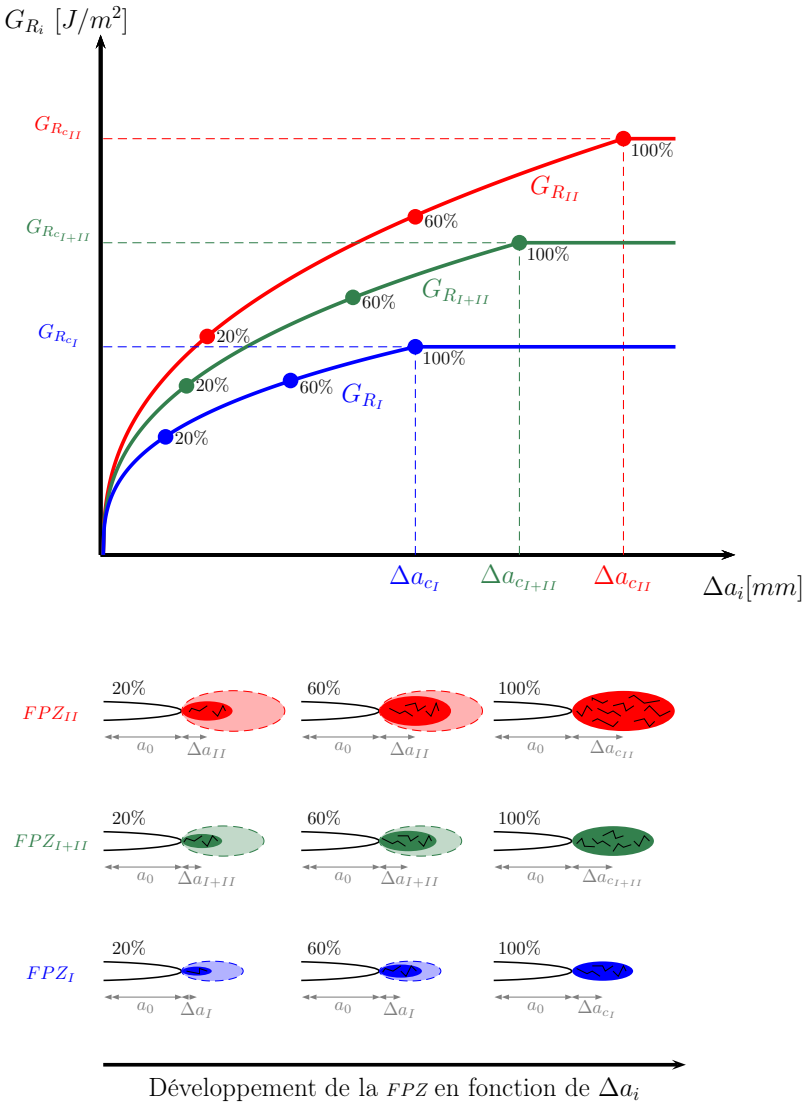


FIGURE 2.13 – Schéma d'une courbe-R en mode mixte à partir des deux critères et de l'hypothèse de forme en fonction de la longueur élastique équivalente Δa

Comme pour le modèle de zone cohésive proposé par Camanho et al. (2003), nous avons deux critères de rupture, accompagnés d'une hypothèse relative au développement de la zone d'élaboration qui conditionne la forme des courbes-R de mode mixte. Il est intéressant de noter que dans les modèles de zone cohésive de mode mixte les critères d'initiation de l'endommagement et de rupture ne sont pas obligatoirement identiques. En effet, Camanho et al. (2003) proposent d'utiliser un critère d'initiation de l'endommagement de type power law (quadratique) tandis que le critère de rupture suit le critère B-K. Nous retrouvons cette

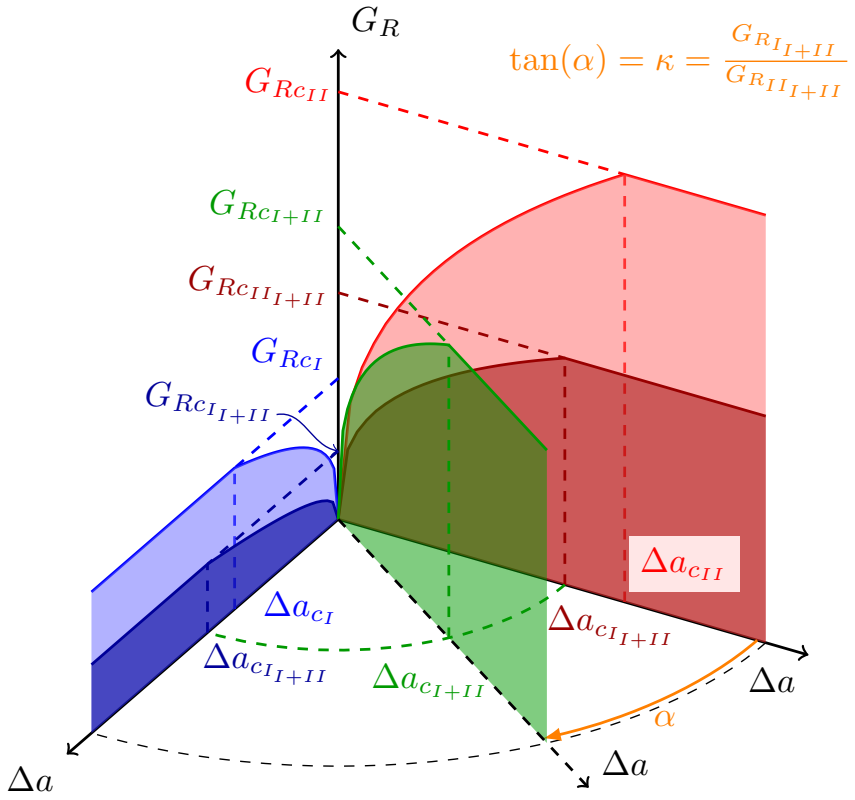


FIGURE 2.14 – Courbe-R en mode mixte. En bleu $\alpha = 90^o$, courbe-R en Mode I. En rouge $\alpha = 0^o$ courbe-R en mode II. Les parties bleu et rouge foncé sont les contributions des modes purs dans le mode mixte. En vert la courbe-R en mode mixte

même particularité dans l'étude de Bisoffi-Sauve et al. (2019), Venzal et al. (2020) avec un critère d'initiation de l'endommagement de type power law quadratique et un critère de rupture power law linéaire. Ainsi sur cette base, nous faisons l'hypothèse que le critère de rupture sur l'énergie nécessaire au développement de la zone d'élaboration équation (2.64) peut être différent du critère de résistance à la propagation de fissure, équation (2.50).

2.4 Analyse du modèle de rupture en mode mixte I+II

Le modèle de courbe-R en mode mixte proposé dans cette étude s'appuie sur deux critères : (1) un critère de résistance à la propagation de fissure élastique équivalente défini par l'équation (2.46) et (2) un critère d'énergie nécessaire au développement de la zone d'élaboration défini par l'équation (2.64). Ce modèle s'appuie sur la notion de taux de développement de la zone d'élaboration correspondant au rapport $\phi_{a_i} = \frac{\Delta a_i}{\Delta a_{c_i}} = \phi_a$ identique, quel que soit le mode de rupture considéré ($i = I, II, I + II$). L'organigramme 2.15 synthétise le modèle de rupture en mode mixte à partir des courbes-R et l'ordre dans lequel nous devons suivre les différentes étapes.

Dans la suite, nous proposons de confronter le modèle de courbe-R aux données fournies dans la littérature et plus particulièrement celles de l'étude de Phan et al. (2016), Figure 2.8.

Nous analyserons chaque évolution des paramètres de rupture $G_{Rc_{I+II}}$, $\Delta a_{c_{I+II}}$ et β_{I+II} établie par le modèle proposé, en se basant sur les données des Modes purs I et II de l'étude de Phan et al. (2016), Tableau 2.7.

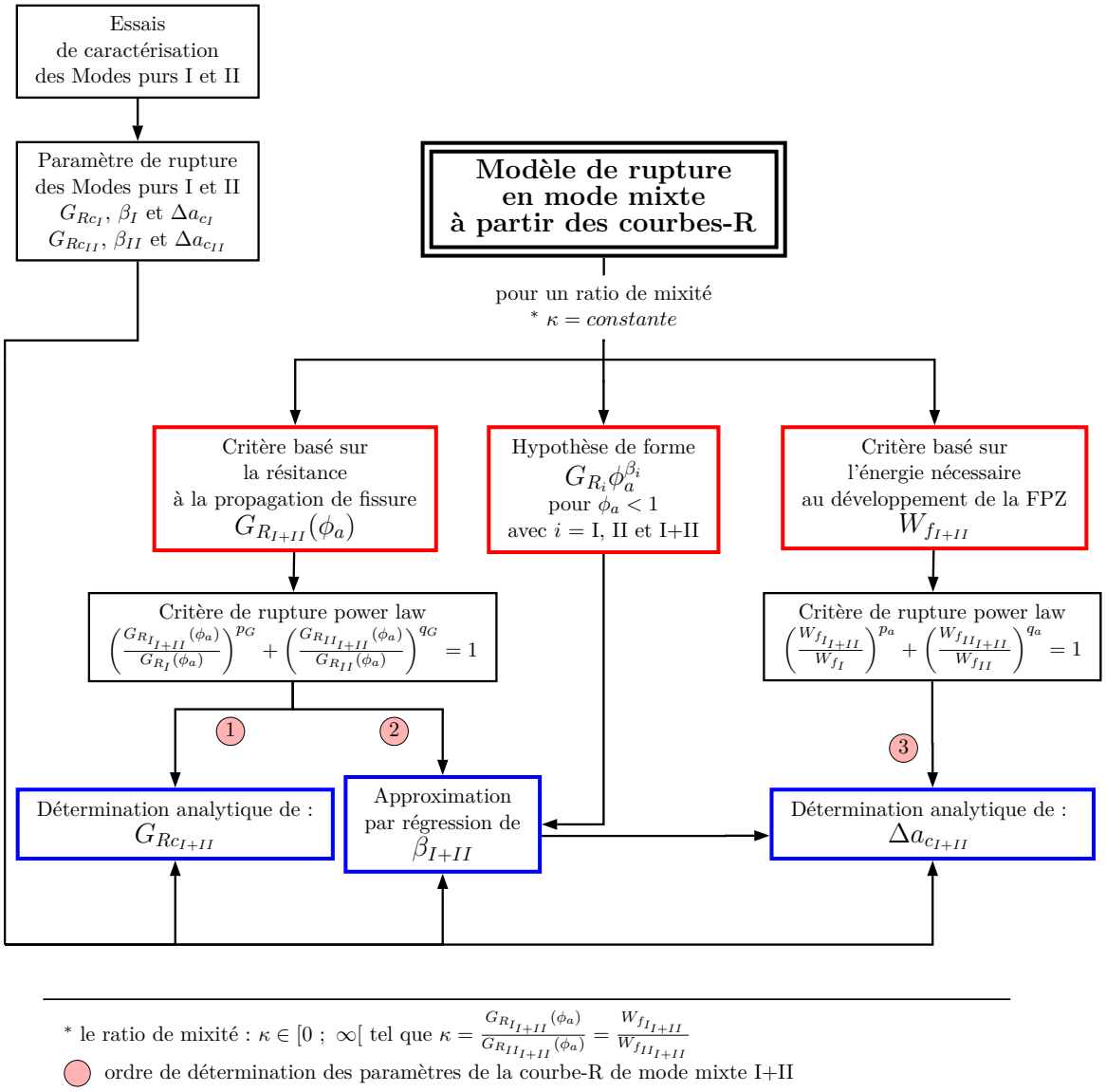


FIGURE 2.15 – Organigramme résumant le modèle de rupture en mode mixte à partir des courbes-R

Les données expérimentales de mode mixte fournies dans l'étude de Phan et al. (2016) seront confrontées à trois critères de mode mixte power law, souvent utilisés pour décrire la rupture en mode mixte du matériau bois : linéaire, semi-quadratique et quadratique. La Figure2.16 représente les évolutions de ces trois critères comme nous le retrouvons dans la littérature (Reeder, 1993).

	G_{Rc} $[J/m^2]$	Δa_c $[mm]$	β
Mode I	286	29	0,33
Mode II	979	43	0,38

TABLEAU 2.7 – Paramètre de rupture des courbes-R des modes purs I et II sur l'épicéa à une teneur en eau de 12 % de Phan et al. (2016)

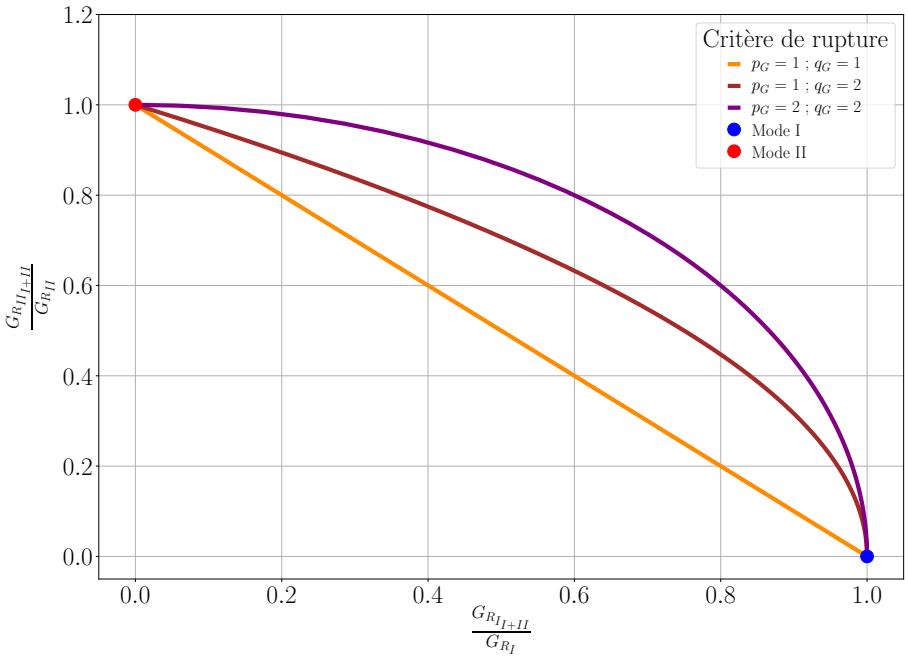


FIGURE 2.16 – Critère de rupture power law, linéaire, semi-quadratique et quadratique

2.4.1 Analyse de la résistance critique à la propagation de fissure en mode mixte I+II : $G_{Rc_{I+II}}$

Nous avons écrit dans le Tableau 2.4, les expressions de $G_{Rc_{I+II}}$ des trois critères power law (linéaire, semi-quadratique et quadratique). A partir des données moyennes expérimentales des Modes purs I et II de Phan, Tableau 2.7, $G_{Rc_I} = 286\ J/m^2$ et $G_{Rc_{II}} = 979\ J/m^2$, nous traçons les évolutions de la résistance critique en mode mixte $G_{Rc_{I+II}}$ et de ses composantes des Modes I et II du mode mixte ($G_{Rc_{I_{I+II}}}$ et $G_{Rc_{II_{I+II}}}$) en fonction du ratio de mixité κ.

Pour plus de lisibilité dans la Figure 2.17 et dans les figures suivantes, le ratio de mixité κ est considéré comme égale à $\tan(\alpha)$ où le paramètre α est purement fictif, mais permet de prendre en compte les bornes du ratio de mixité, 0 et ∞ (Mode I pur : $\kappa = \infty$ alors $\alpha = 90^o$ et Mode II pur : $\kappa = 0$ alors $\alpha = 0^o$).

La Figure 2.17 montre l'évolution des résistances des composantes de Modes I et II en fonction de κ. Nous pouvons constater que le critère quadratique (Figure 2.17c) montre une évolution non monotone. En effet, lorsque α est proche de 0^o, la composante de Mode II est très supérieure à la composante de Mode I, la résistance critique de mode mixte I+II devient supérieure à la résistance du Mode II pur, ce qui n'est pas physiquement acceptable.

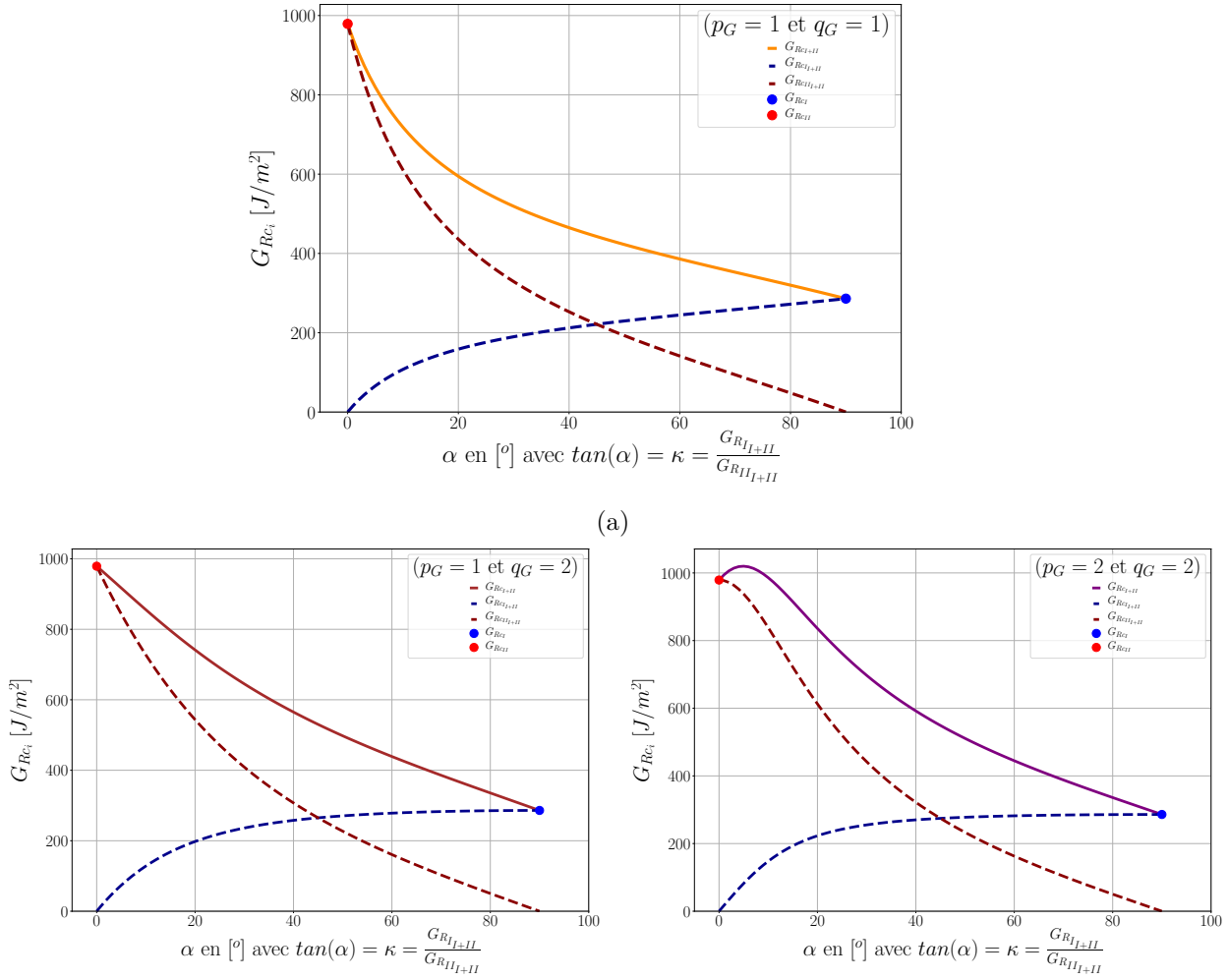


FIGURE 2.17 – Évolution des résistances critiques de mode mixte et des composantes de Modes I et II des différents critères de rupture power law à partir des données de Phan et al. (2016) (a) linéaire (b) semi-quadratique (c) quadratique

Cette observation s'appuie sur les travaux de Van Den Bosch et al. (2006) et de Dimitri et al. (2015) dans lesquels les auteurs argumentent que l'énergie cohésive de mode mixte doit montrer une évolution monotone entre les bornes que constituent les énergies cohésives des Modes purs I et II. Comme $G_f = G_{Rc}$ notre position sur le critère quadratique est rationnelle. Dans la suite de notre étude, nous travaillerons donc uniquement sur les critères linéaire et semi-quadratique associés à la résistance de la propagation de fissure et nous abandonnerons le critère de rupture quadratique.

La Figure 2.18 présente les résistances critiques de mode mixte $G_{Rc_{I+II}}$ estimées par Phan et al. (2016) pour différents taux de mixité ainsi que les évolutions des résistances attendues par les critères linéaire et semi-quadratique. Le critère linéaire, en orange, reprend les valeurs basses des résistances de mode mixte tandis que le critère semi-quadratique, en marron, correspond aux valeurs hautes. Le fuseau produit par les deux critères englobe les moyennes des résistances critiques estimées par Phan et al. (2016).

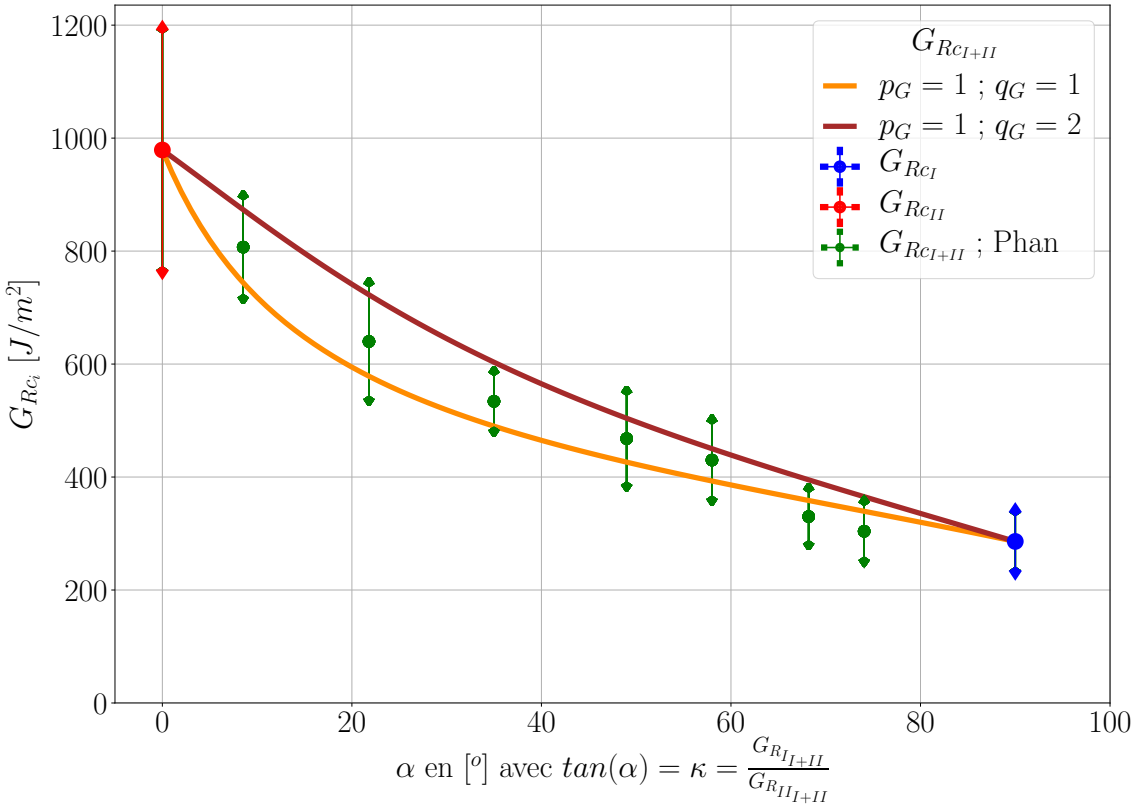


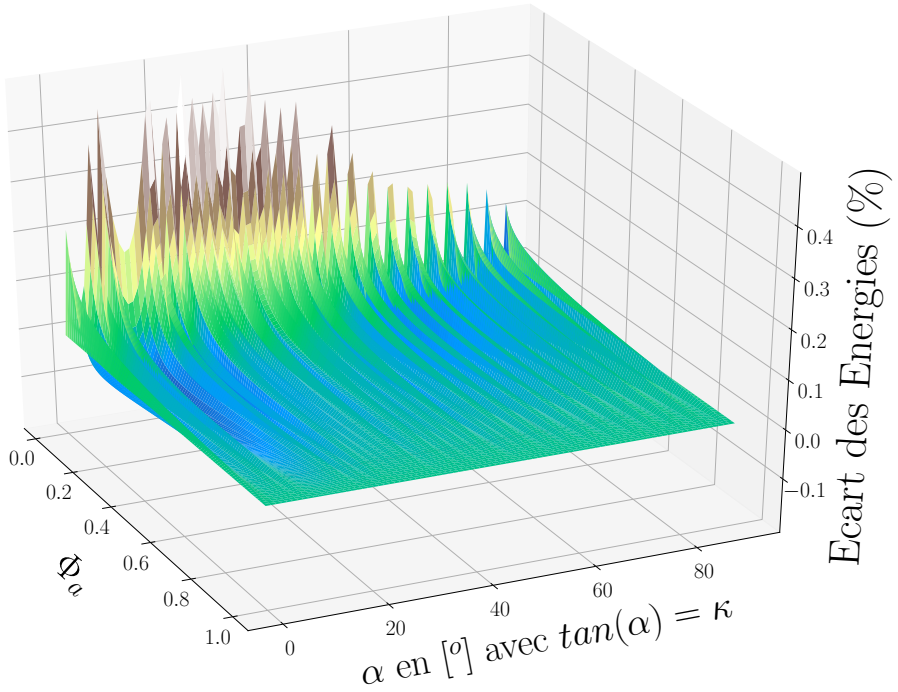
FIGURE 2.18 – Comparaison de la résistance critique $G_{Rc_{I+II}}$ des critères linéaire et semi-quadratique avec les données de Phan et al. (2016)

2.4.2 Analyse sur l'exposant de la loi puissance de la courbe-R en mode mixte I+II : β_{I+II}

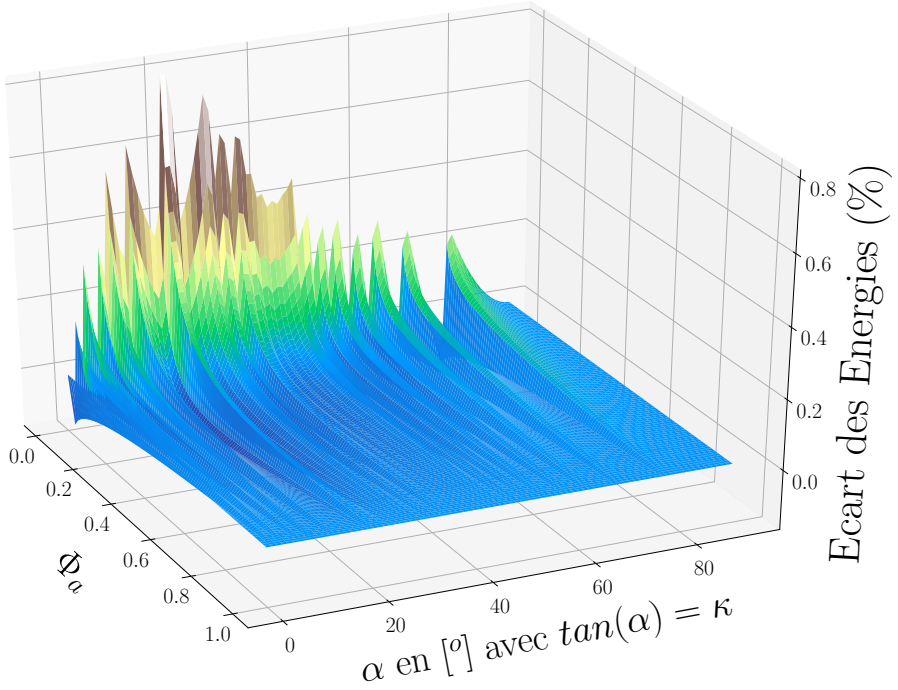
Le deuxième paramètre de rupture pouvant être établi à partir des critères sur la résistance est le paramètre β_{I+II}. Sa détermination se fait en approximant les équations du Tableau 2.5 par la loi puissance $G_{R_{I+II}}(\phi_a) = G_{Rc_{I+II}}\phi_a^{\beta_{I+II}}$ comme le montre la Figure 2.11. Dans cette figure nous montrons que cette approximation est viable pour un unique ratio de mixité. Nous avons donc évalué la raisonnabilité de cette approximation à un plus grand nombre de ratios de mixité allant du Mode I, $\kappa = \infty$, au Mode II, $\kappa = 0$, soit 90 ratios de mixité en comptant les Modes I pur et II pur. Nous avons déterminé les écarts de résistance $G_{R_{I+II}}$ entre les valeurs de la loi puissance et les valeurs réelles données par les équations du Tableau 2.5 sur le domaine de ϕ_a ($\phi_a \in [0\ ;\ 1]$).

Les Figures 2.19a et 2.19b représentent les écarts des résistances $G_{R_{I+II}}(\phi_a)$ en % entre les valeurs approximées des lois puissances et les valeurs réelles de $G_{R_{I+II}}(\phi_a)$ pour les 90 ratios de mixité en se référant aux valeurs réelles de $G_{R_{I+II}}(\phi_a)$ (Tableau 2.5). Les écarts les plus importants sont inférieurs à 1% et se situent au pied des courbes-R, quand ϕ_a est proche de 0. Cela correspond à l'initiation de la zone d'élaboration ou aux premiers millimètres de longueur fissure élastique équivalente.

Nous pouvons conclure que les expressions analytiques des critères linéaire et semi-quadratique du Tableau 2.5 sont extrêmement proches de la forme de la loi puissance sur



(a) $p_G = 1$; $q_G = 1$



(b) $p_G = 1$; $q_G = 2$

FIGURE 2.19 – Taux de variations des résistances de mode mixte du critère (a) linéaire, (b) semi-quadratique

l'ensemble des ratios de mixité. Cela appuie l'hypothèse que nous pouvons considérer que les courbes-R de mode mixte sont de même forme que les courbes-R des Modes purs I et II quel que soit le ratio de mixité. Nous pouvons donc établir une évolution du comportement de l'exposant β_{I+II} en fonction du ratio de mixité.

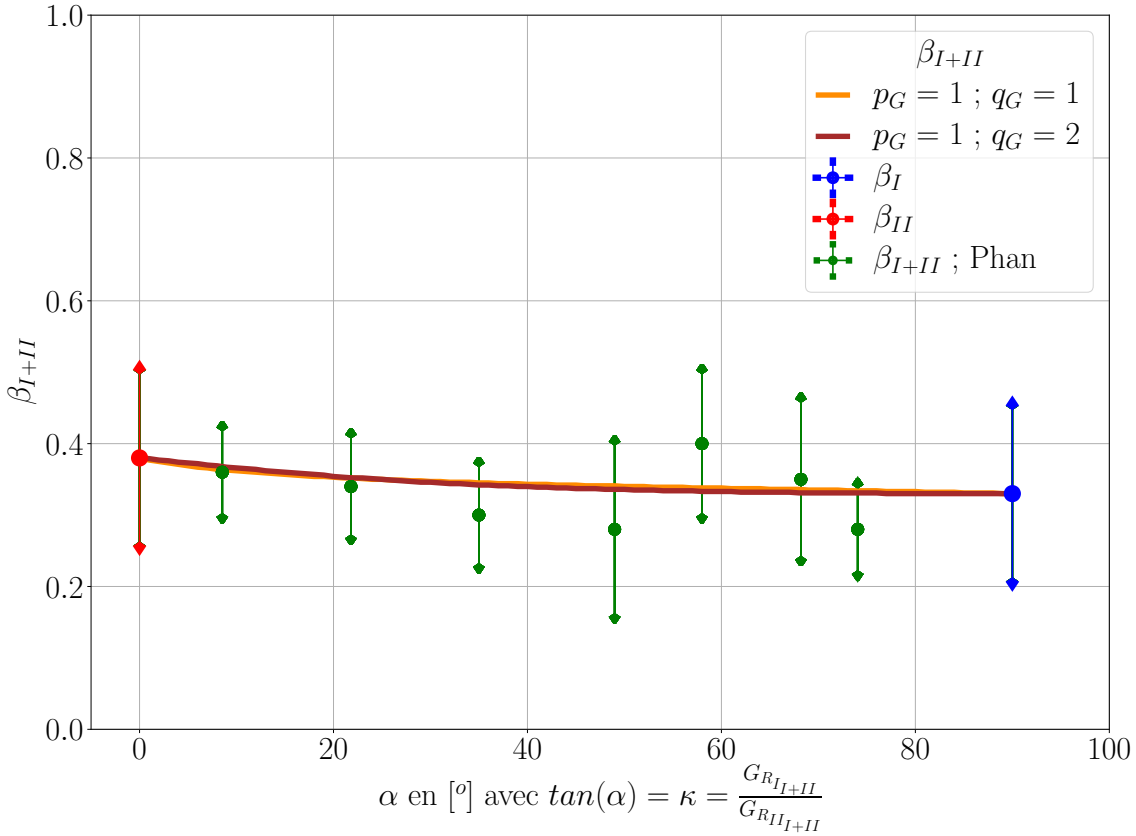


FIGURE 2.20 – Comparaison des exposants des lois puissances β_i des critères linéaire et semi-quadratique avec les données de Phan et al. (2016)

En se basant sur l'étude de Phan et al. (2016) et à partir des Modes purs I et II, $\beta_I = 0,33$ et $\beta_{II} = 0,38$, nous représentons l'évolution de β_{I+II} des critères linéaire et semi-quadratique dans la Figure 2.20. Pour ces deux critères, l'évolution de β_{I+II} est relativement proche. Nous avons une évolution monotone croissante allant de β_I (bleu) jusqu'à β_{II} (rouge). Au vu des grandes variations des valeurs expérimentales sur β_{I+II} issues de l'étude de Phan et al. (2016), nous pouvons seulement conclure que les évolutions de β_{I+II} induites par les critères basés sur la résistance à la propagation de fissure, linéaire et semi-quadratique, sont cohérentes avec l'évolution des valeurs moyennes expérimentales de Phan et al. (2016).

2.4.3 Analyse sur la longueur élastique équivalente critique en mode mixte I+II : $\Delta a_{c_{I+II}}$

A la différence des paramètres $G_{Rc_{I+II}}$ et β_{I+II}, la longueur de fissure élastique équivalente critique $\Delta a_{c_{I+II}}$ de la zone d'élaboration est estimée à partir d'un critère basé

sur l'énergie nécessaire au développement de la zone d'élaboration de fissure, W_{f_i}. Une particularité de ce critère est sa dépendance à l'exposant β_{I+II} qui lui est déterminé à partir du critère basé sur la résistance à la propagation de fissure G_{R_i}. En considérant que le critère sur la résistance est dans notre étude uniquement basé sur le critère power law, linéaire et semi-quadratique, le critère sur l'énergie de développement peut-être écrit de trois manières différentes : linéaire, semi-quadratique et quadratique (Tableau 2.6). Il en résulte que le paramètre $\Delta a_{c_{I+II}}$ peut s'écrire sous six formes distinctes.

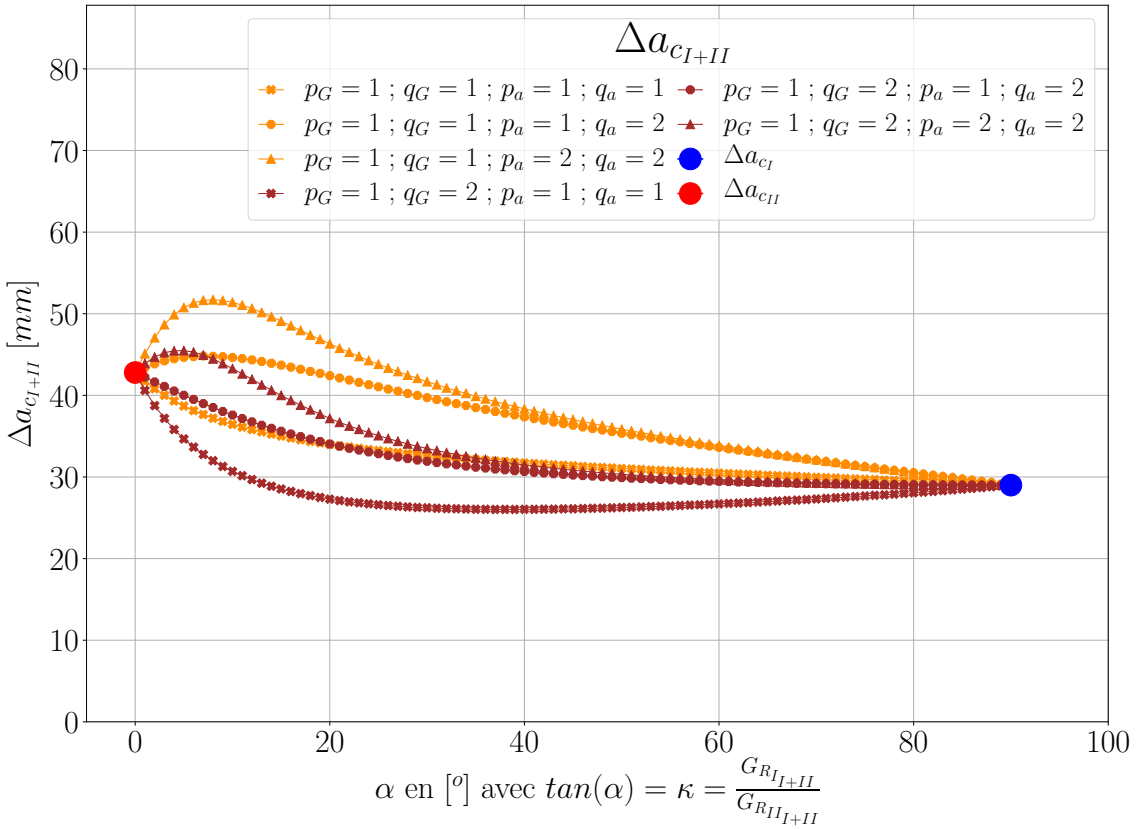


FIGURE 2.21 – Evolution des longueurs élastiques équivalentes critiques en mode mixte, $\Delta a_{c_{I+II}}$, en fonction des différents critères power law

La Figure 2.21 représente les six évolutions du paramètre de rupture $\Delta a_{c_{I+II}}$ en fonction des différents critères. Deux courbes sortent du lot. Ce sont celles où les exposants des critères power law sont identiques, c'est-à-dire que $p_G = p_a$ et $q_G = q_a$. Elles sont toutes les deux monotones croissantes allant du Mode I pur ($\alpha = 90^o$) au Mode II pur ($\alpha = 0^o$). A l'image des résistances critiques, il est peu probable que la longueur de fissure élastique équivalente critique de la zone d'élaboration en mode mixte excède celles constatées en Modes purs I et II. Nous ferons donc l'hypothèse que : $\Delta a_{c_I} < \Delta a_{c_{I+II}} < \Delta a_{c_{II}}$ et que l'évolution de $\Delta a_{c_{I+II}}$ doit rester monotone en fonction du ratio de mixité κ.

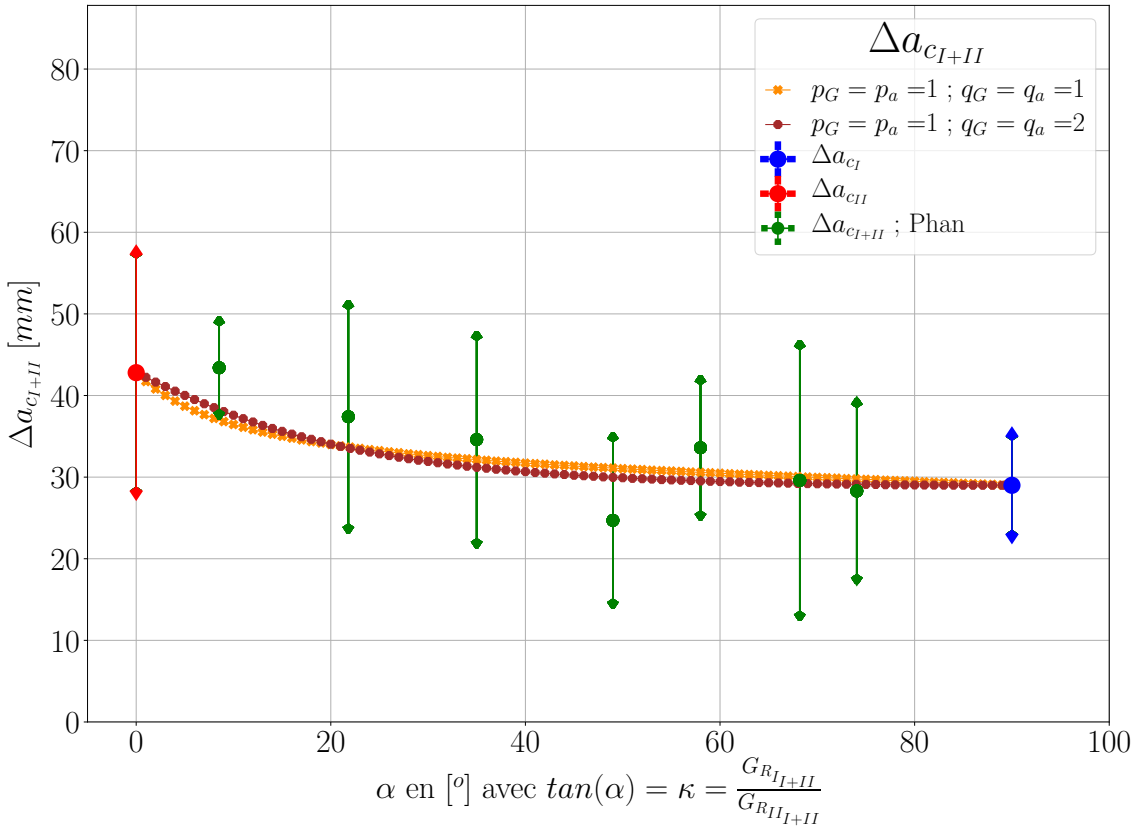


FIGURE 2.22 – Comparaison de l'évolution des longueurs élastiques équivalentes critiques en mode mixte, $\Delta a_{c_{I+II}}$, entre les modèles et les données de Phan et al. (2016)

La Figure 2.22 montre que les évolutions de $\Delta a_{c_{I+II}}$ obtenues sur la base des deux critères sont quasi analogues et cohérentes avec les données de l'étude de Phan et al. (2016).

2.5 Conclusion

Le modèle de courbe-R en mode mixte I+II, présenté dans ce chapitre, permet de décrire (i) la réponse attendue lors du développement de la FPZ associée au régime croissant de la courbe-R (décrit par une loi puissance) et (ii) la propagation autosimilaire de la fissure principale avec sa zone d'élaboration à résistance constante, correspondant au régime plateau de la courbe-R. Ce modèle permet donc d'évaluer les paramètres d'une courbe-R, dont le développement et la propagation de fissure évoluent à la fois en ouverture (Mode I) et en cisaillement plan (Mode II).

Le modèle de courbe-R en mode mixte, proposé ici, s'appuie sur deux critères : (1) un critère de résistance de la propagation de fissure élastique équivalente défini par l'équation (2.46) et (2) un critère d'énergie nécessaire au développement de la zone d'élaboration défini par l'équation (2.64). Ce modèle s'appuie sur la notion de taux de développement de la zone d'élaboration correspondant au ratio $\phi_a = \frac{\Delta a_i}{\Delta a_{c_i}}$, identique quel que soit le mode de rupture considéré. Au final, le modèle de courbe-R en mode mixte s'appuie sur deux critères et d'une hypothèse relative au développement de la zone d'élaboration au

même titre que les modèles de zone cohésive s'appuyant sur deux critères : (i) initiation de l'endommagement (ii) propagation de fissure à rupture et d'une hypothèse sur la forme de la loi cohésive en mode mixte (généralement identique à celle considérée pour les Modes purs I et II).

La confrontation de ce nouveau modèle avec les données de la littérature a pu mettre en avant le choix des formes de critère que nous utiliserons dans la suite de nos travaux, mais aussi leurs cohérences. Ainsi, à partir des six paramètres de rupture associés aux courbes-R des Modes purs I et II, nous sommes dans la capacité d'établir les paramètres des courbes-R de mode mixte I+II, $G_{Rc_{I+II}}$, $\Delta a_{c_{I+II}}$ et β_{I+II}, Figure 2.14. Cette confrontation demeure toutefois succincte et il est donc nécessaire de soumettre ce nouveau modèle à d'autres données expérimentales et notamment sur une essence différente. De plus, il est nécessaire de confronter ce modèle à des données expérimentales obtenues pour différents niveaux de teneurs en eau.

Le modèle étant dépendant des courbes-R de Mode I pur et de Mode II pur, nous allons donc déterminer dans le chapitre suivant les caractéristiques des courbes-R de ces Modes purs à partir d'essais de caractérisation sur du pin maritime. Nous nous attacherons à caractériser précisément les paramètres décrivant la courbe-R (G_{Rc_i}, Δa_{c_i} et β_i) et proposerons à ce titre une méthodologie rigoureuse d'estimation de ces paramètres.

Chapitre 3

Caractérisation des paramètres de rupture des Modes purs I et II

Sommaire

3.1 Introduction 84
3.2 Etat de l'art des essais de caractérisation des paramètres de rupture de Mode I et de Mode II 85
3.2.1 Les premiers essais de rupture sur le matériau bois 85
3.2.2 Prise en compte de l'instabilité lors de la propagation de fissure 88
3.3 Protocole et asservissement des essais de mode I et de mode II 92
3.3.1 Essais préliminaires, détermination de la taille de l'éprouvette 92
3.3.2 Protocoles finaux des essais de Mode I et II 95
3.3.2.1 Essais de Mode I : "Double Cantilever Beam" (DCB) 95
3.3.2.2 Essais de Mode II : "End Notched Flexure" (ENF) 100
3.4 Détermination des paramètres de ruptures des courbes-R 107
3.4.1 Calcul des courbes-R des essais des modes purs I et II 107
3.4.1.1 Modèles éléments finis des essais DCB et ENF 107
3.4.1.2 Vérification du facteur de correction appliqué aux fonctions de complaisances élastiques équivalentes 109
3.4.1.3 Courbes-R des essais des Modes purs I et II 112
3.4.2 Détermination des paramètres de rupture en mode I et mode II purs à partir des courbes de résistances 114
3.4.2.1 Méthode d'extraction des paramètres de ruptures 114
3.4.2.2 Vérification des paramètres de rupture G_{Rc}, Δa_c et β 118
3.5 Evolution des paramètres de rupture en fonction de paramètres physiques ou mécaniques 120
3.5.1 Effet de la teneur en eau 120
3.5.1.1 Effet de la teneur en eau sur G_{Rc} 121
3.5.1.2 Effet de la teneur en eau sur Δa_c 122
3.5.1.3 Effet de la teneur en eau sur l'exposant β 123
3.5.1.4 Evolution des paramètres de rupture en fonction de la teneur en eau . . . 124
3.5.2 Paramètres de rupture en fonction de la densité ou du module d'élasticité longitudinal 126
3.6 Conclusion 130

3.1 Introduction

Les modèles de mode mixte I+II, qu'ils s'appuient sur les lois cohésives ou les courbes-R, dépendent des paramètres des Modes purs I et II. Néanmoins, l'identification de l'ensemble des paramètres des modes purs pour le bois est complexe, en raison du fort risque de propagation instable de fissure durant les essais. Les essais de rupture classique, traction (Mode I) et cisaillement plan (Mode II) sont très peu utilisés du fait de la difficulté à maitriser la cinétique d'endommagement ou de fissuration (Figure 3.1). A partir des années 1960, Wu (1967), Williams et Birch (1976), Hunt et Croager (1982) et bien d'autres proposent d'utiliser des géométries pourvues d'une entaille initiale (a_0) afin de déterminer les paramètres de rupture. Cette entaille initiale, propre à la mécanique de la rupture, permet de diriger la propagation de fissure, mais aussi dans une faible mesure de la stabiliser.

Dans les années 1990, Bostrom (1992) prend conscience qu'il est nécessaire d'avoir des paramètres de rupture plus précis, ce qui impose la minimisation des risques d'instabilités lors de la propagation de fissure (Figure 3.1). Bostrom (1992) souhaite donc éviter le saut de force se manifestant dans la partie post-pic, caractéristique de l'instabilité du processus de rupture ou de la propagation de fissure provenant de la nature quasi-fragile, non-homogène et orthotrope du matériau. Il propose de mettre en place une structure suffisamment imposante autour de l'éprouvette pour stabiliser la propagation de fissure. Malencontreusement, l'éprouvette étant de petite taille, la zone d'élaboration de la rupture se voit confinée, ce qui nuit à la qualité des résultats.

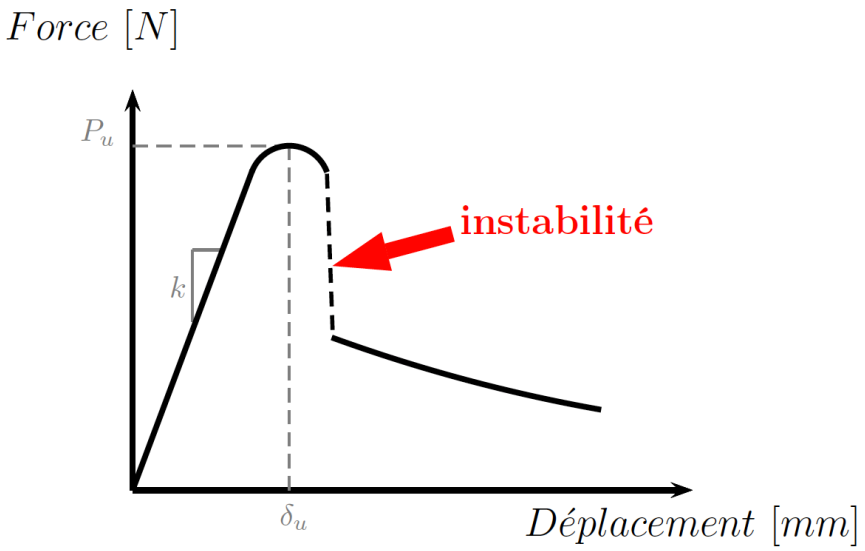


FIGURE 3.1 – Représentation d'une instabilité sur une courbe force-déplacement d'un essai de caractérisation

A la suite des résultats de Bostrom (1992), d'autres propositions sont faites pour éviter les risques d'instabilités lors de la propagation de fissure. Elles consistent à modifier les géométries des éprouvettes dans le but de diminuer la pente de la fonction du taux de restitution d'énergie et ainsi éviter la propagation instable de la fissure (saut de force dans la partie post-pic). Cette méthode augmente le taux de réussite des essais, mais oblige géné-

ralement d'utiliser des géométries d'éprouvettes de caractérisation différentes en fonction du mode de rupture étudié. Baant (1984) montre que la géométrie d'une éprouvette peut avoir un impact sur les paramètres de la courbe-R. Ainsi, afin de déterminer précisément les paramètres des Modes purs I et II, il est indispensable d'utiliser une unique géométrie.

Rappelons que l'estimation des paramètres des courbes-R des Modes purs I et II se fait dans le cadre de la MLEReq. L'endommagement quasi-fragile du bois et la propagation de la fissure principale peuvent être caractérisés par l'augmentation de la complaisance élastique de l'éprouvette à condition qu'il n'y ait pas de déplacement résiduel lié à des déformations irréversibles durant l'essai. Nous souhaitons dans cette étude déterminer les propriétés de rupture du pin maritime sur une large gamme de teneur en eau. Il est donc nécessaire de fixer une géométrie d'éprouvette permettant de réaliser des essais à l'état sec comme à l'état humide tout en préservant l'application des hypothèses de la MLEReq.

Le premier objectif de ce chapitre est de définir une unique géométrie des éprouvettes de caractérisation. Elle doit être utilisée pour les essais des Modes purs I et II ainsi que les essais de mode mixte I+II, tout en garantissant le développement libre de la zone d'élaboration (en respectant les hypothèses de la MLEReq pour différentes teneurs en eau). Et pour finir, elle doit augmenter le taux de réussite des essais en évitant les risques d'instabilité. Pour ce dernier point, nous proposons de recourir à un essai asservi en déplacement à partir d'une voie externe. Cela permettra d'atteindre le deuxième objectif qui est de déterminer les paramètres des courbes-R des modes purs I et II (G_{Rc_i}, Δa_{c_i} et β_i) nécessaires à l'alimentation du modèle, pour des teneurs en eau allant de 6 % à 20 % sur du pin maritime et dans une configuration TL. Pour déterminer les différents paramètres des courbes-R nous mettrons en place une méthode universelle quels que soient le mode de rupture et la teneur en eau.

3.2 Etat de l'art des essais de caractérisation des paramètres de rupture de Mode I et de Mode II

3.2.1 Les premiers essais de rupture sur le matériau bois

L'étude de Wu (1967) a pour objectif d'établir un critère de rupture en mode mixte à partir des facteurs d'intensité de contrainte K_I et K_{II} sur des matériaux orthotropes. Pour cela il utilise le matériau bois, plus particulièrement du balsa. Ce choix se base sur deux facteurs : le premier considère que le matériau est orthotrope et le deuxième repose sur la facilité de mise en place des essais. Malheureusement, le matériau bois étant de nature complexe, non homogène et parsemé de divers défauts, seule une étude quantitative a été obtenue. D'un point de vue expérimental, Wu (1967) a décidé d'utiliser l'éprouvette "Center Cracked plate" , Figure 3.2. Cette éprouvette permet de réaliser des essais de Mode I, de Mode II et de mode mixte I+II en faisant varier l'angle γ de la fissure centrale initiale ($0^o < \gamma < 90^o$). L'étude faite par Wu (1967) néglige les instabilités durant les essais et utilise un microscope pour mesurer la longueur de fissure (mesure très subjective). De plus, sur cette géométrie, le risque de flambement en Mode II (cisaillement plan) est très élevé.

Williams et Birch (1976) ont utilisé différents essais et géométries pour déterminer les paramètres de rupture des Modes purs I et II et de modes mixtes I+II. Les essais de Mode II pur ont été réalisés sur des éprouvettes "Shear specimens", Figure 3.3c. Ces essais n'ont

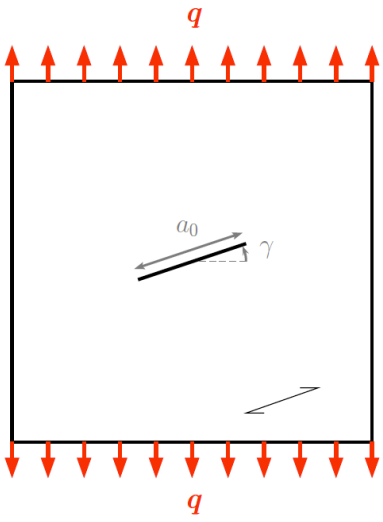


FIGURE 3.2 – "Center Cracked plate", Wu (1967), (hauteur = 152 mm, largeur = 152 mm, épaisseur =1,6 mm

pas été concluants ce qui a entraîné un critère de rupture qui se base uniquement sur le Mode I.

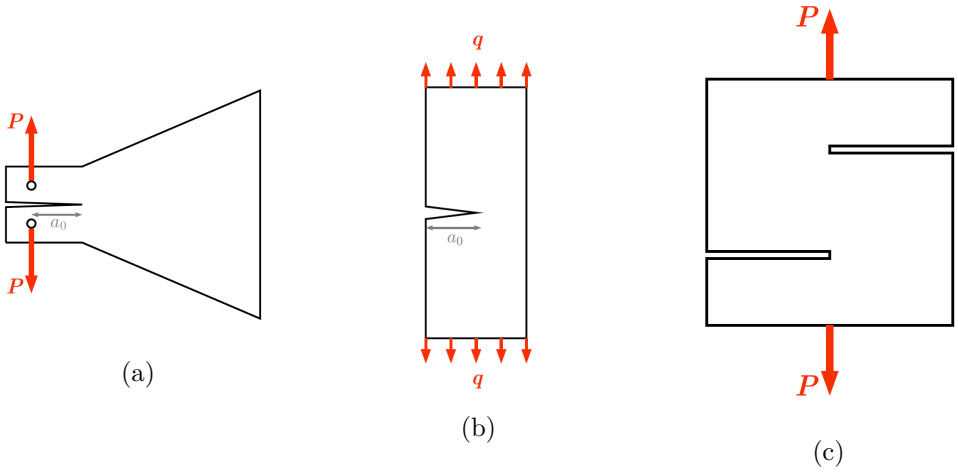


FIGURE 3.3 – Essais de caractérisation des paramètres de rupture du pin sylvestre par Williams et Birch (1976) : (a) "Tapered Double Cantilever Beam", (b) "Single Edge Notched", (c) "Shear specimen"

La difficulté se trouve dans la détermination des paramètres de rupture en cisaillement. Hunt et Croager (1982) proposent de déterminer dans un premier temps la ténacité K_{Ic} en utilisant trois types d'essais dont les géométries sont différentes : l'essai "Double Cantiveler Beam" (DCB) Figure 3.4a, puis sur l'éprouvette "Compact Tension" (CT) Figure 3.4b et enfin l'essai "Single Edge-Notched Bend" SENB Figure 3.4c. Ensuite, des essais de mode mixte ont été réalisés, Figure 3.4d (géométrie semblable à celle de l'essai DCB), afin de déterminer plusieurs facteurs d'intensité de mode mixte I+II. Hunt et Croager (1982) faisaient varier le ratio de mixité de l'essai en jouant sur le rapport des longueurs a_1 et a_0.

Ainsi, lorsque $a_1/a_0 = 1$, l'essai est dans une configuration de Mode II pur et se rapproche de l'essai "End Noched Flexure" (ENF) proposé par Barrett et Foschi (1977). Hunt et Croager (1982) n'ont pas réussi à obtenir de résultat en Mode II probant et ont donc déterminé la ténacité (K_{IIc}) par extrapolation. Pour cela, ils se sont basés sur les facteurs d'intensité de contrainte obtenus à partir des essais de Mode I et de mode mixte I+II (Figure 3.4).

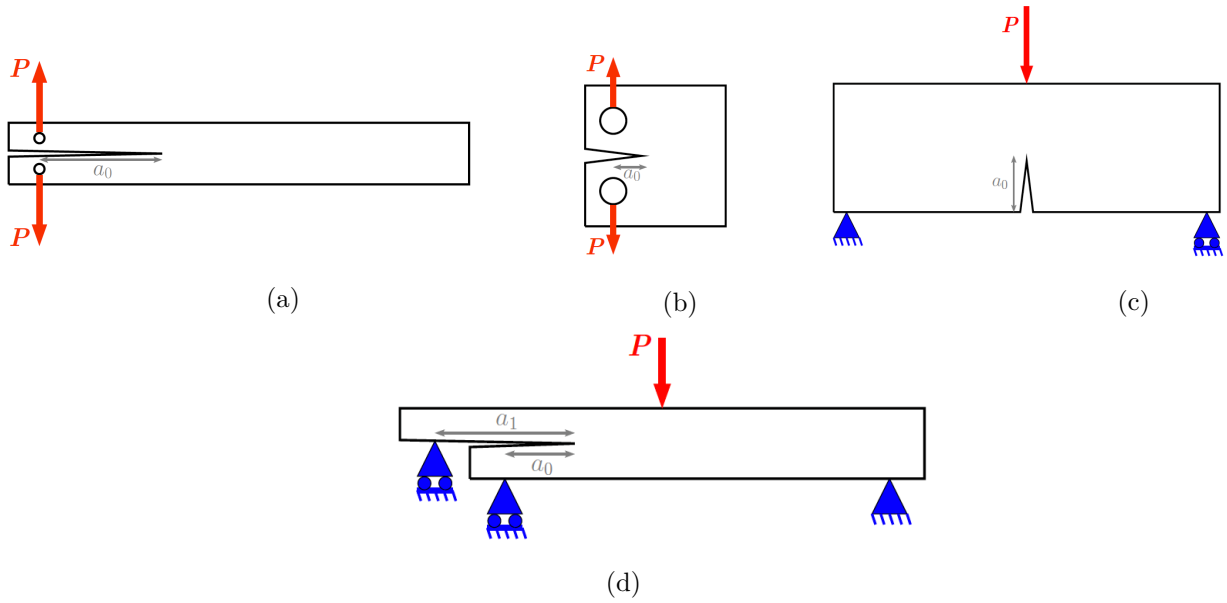
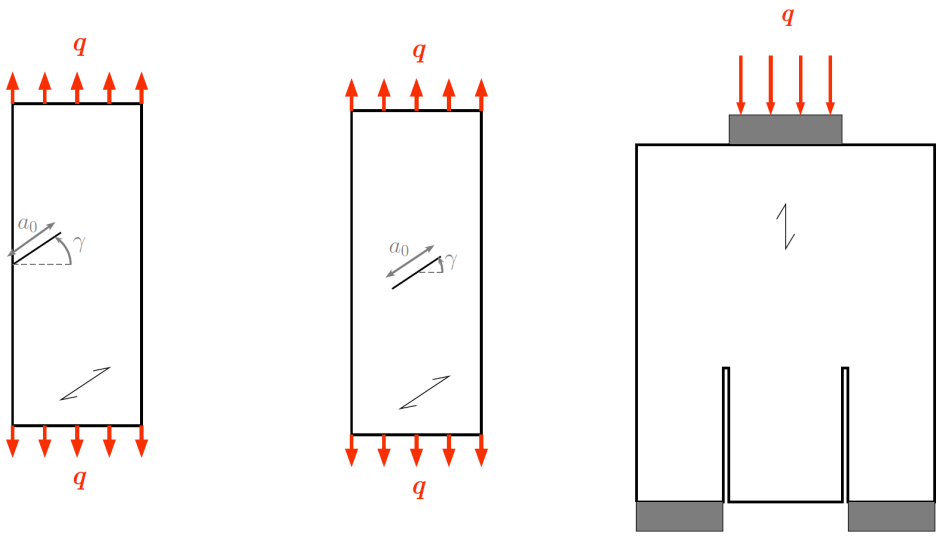


FIGURE 3.4 – Essais de caractérisation de Hunt et Croager (1982) : (a) essai "Double Cantilever Beam" (hauteur = 40 mm, longueur = 250 mm, a_0 = 52 mm (b) éprouvette "Compact Tension" (ASTM (1977) référence des dimensions de l'essai avec a_0 = 20 mm) (c) essai " Single Edge-Notched Bend" (ASTM (1977) référence des dimensions de l'essai avec a_0 = 20 mm) (d) essai de mode mixte (hauteur = 40 mm, ligament = 80 mm, a_0 = 27,5 mm, a_1 = 52,5 mm)

Mall et al. (1983) ont eux aussi établi un critère de rupture de mode mixte pour l'épicéa. Ils utilisent trois types d'essais. Les essais "Single Edge Notch" (SEN) (Figure 3.5a) et "Center Cracked" (CC) (Figure 3.5b) permettent de déterminer la ténacité du Mode I pur (K_{Ic}) quand l'angle de l'entaille (γ) est perpendiculaire à l'effort appliqué. La ténacité de mode mixte I+II (K_{I+IIc}) et ses composantes, $K_{Ic_{I+II}}$ et $K_{IIc_{I+II}}$ sont déterminées quand l'angle de l'entaille est compris entre 0^o et 90^o. Néanmoins, les essais SEN et CC ne permettant pas d'obtenir des résultats fiables en Mode II pur ($\gamma = 90^o$) et donc Mall et al. (1983) s'inspirent de l'étude de Chisholm et Jones (1977) pour réaliser des essais "Double Edge Notched" ()Figure 3.5c), afin de déterminer la ténacité de Mode II K_{IIc}.



(a) (b) (c)

FIGURE 3.5 – Essais de caractérisation des paramètres de rupture de l'épicéa par Mall et al. (1983) : (a) "Single Edge Notch" (hauteur = 203 mm, largeur = 64 mm, épaisseur 6 mm et a_0 = 25,4 mm) , (b) "Center Cracked" (hauteur = 203 mm, largeur = 64 mm, épaisseur 6 mm et a_0 = 25,4 mm) , (c) "Double Edge Notched" (hauteur = 102 mm, largeur = 102 mm, épaisseur 6 mm et a_0 = 64 mm)

Dans toutes ces études présentées précédemment, nous pouvons remarquer que les éprouvettes utilisées pour les essais de Mode II pur sont différentes de celles utilisées pour les essais de Mode I et de mode mixte I+II. De plus, dans ces études, seule la ténacité est déterminée, ce qui veut dire que toute la partie non linéaire précédent la propagation de la fissure principale est négligée. Cela implique que la nature quasi-fragile de la rupture du bois était donc systématiquement ignorée.

3.2.2 Prise en compte de l'instabilité lors de la propagation de fissure

Bostrom (1992) veut prendre en compte l'ensemble du comportement à rupture du matériau en bois, c'est-à-dire, obtenir des courbes avec le régime adoucissant. Il cherche donc une méthode permettant de limiter les problèmes d'instabilité lors des essais de caractérisation des propriétés de rupture du bois. Bostrom (1992) considère que le problème d'instabilité vient d'une trop grande accumulation d'énergie de déformation dans l'éprouvette durant l'essai. Il considère que plus l'éprouvette est grande, plus celle-ci accumule de l'énergie, ce qui augmente les risques d'instabilité, Figure 3.1. A partir de ce constat, il propose comme première solution, des essais de Mode I et de Mode II utilisant des éprouvettes de petites tailles, Figure 3.6, collées sur des bâtis beaucoup plus imposants que l'éprouvette.

Plusieurs difficultés amènent Bostrom à reconsidérer ces essais. Les éprouvettes étant petites, les systèmes de mesure sont placés au niveau des bâtis et prennent en compte aussi les déplacements du bâti. Ainsi, les résultats obtenus comprennent à la fois les dépla-

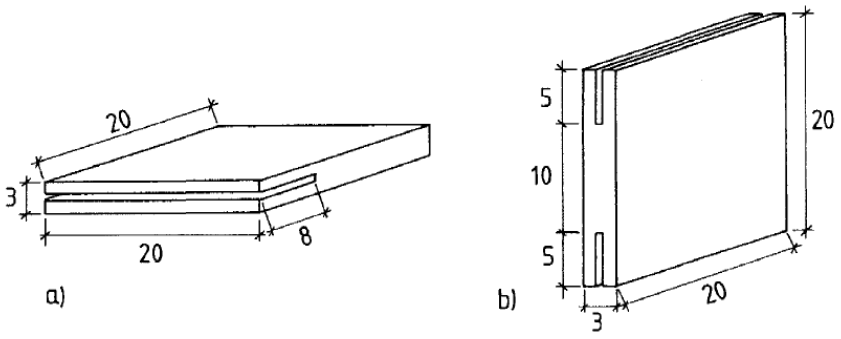


FIGURE 3.6 – Eprouvettes de Bostrom (1992) en millimètre : (a) Mode I (b) Mode II

cements de l'éprouvette, la déformation des joints de colle et les déformations du bâti. Les valeurs de ténacité obtenues en Mode II sont quatre fois inférieures aux résultats trouvés dans la littérature pour du pin sylvestre. En plus du problème de placement du système de mesure, Bostrom (1992) met en avant la dépendance des paramètres de rupture à la taille de l'éprouvette.

Une deuxième solution pour stabiliser la fissure lors de sa propagation est de travailler sur la géométrie de l'éprouvette. La géométrie de l'essai DCB utilisée par Hunt et Croager (1982), dont la propagation de fissure se produit de manière instable, a été améliorée par Yaniv et Daniel (1988) en une éprouvette de type "Tapered Double Cantilever Beam" TDCB, Figure 3.7. Cette géométrie a été exploitée pour définir les courbes-R de l'épicéa, Morel et al. (2010). Dans cette étude, les essais DCB ont un taux de réussite de seulement 15 %, tandis que les essais TDCB en ont un de 30 %. La modification de la géométrie DCB en TDCB réalisée par Yaniv et Daniel (1988) a pour but de diminuer la pente du taux de restitution d'énergie, $G'(a, P)$, et donc de minimiser les risques d'instabilité. En conséquence, la complaisance $\lambda(a)$ est augmentée avec une forme globale plus aplatie.

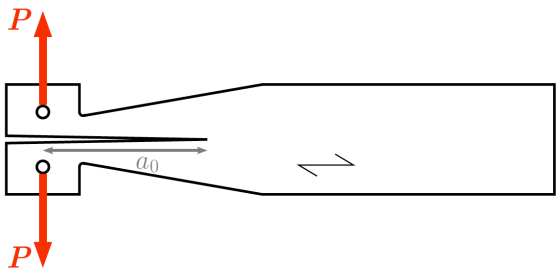


FIGURE 3.7 – Essai "Tapered Double Cantilever Beam"

Aicher (1997) reprend l'idée de diminuer la section au niveau de l'entaille, mais l'applique sur les essais de Mode II de type "End Notched Flexure". Deux nouvelles géométries surviennent, la "Linear Tapered End-Notched Flexure" Figure 3.8 et la "Parabolic Tapered End-Notched Flexure".

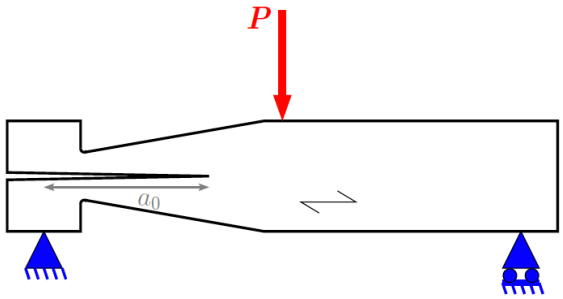


FIGURE 3.8 – Essai "Linear Tapered End-Notched Flexure"

Bien que les éprouvettes TDCB et LTENF, figures 3.7 et 3.8, soient identiques et permettent de minimiser les instabilités, à ce jour, aucune étude nexiste sur la faisabilité d'essai de mode mixte I+II à ratio de mixité constant à partir de cette géométrie d'éprouvette.

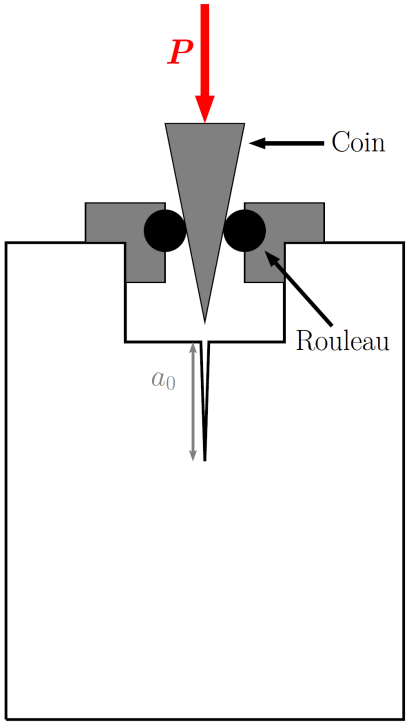


FIGURE 3.9 – Essais "Wedge Splitting"

Löfgren et al. (2005) proposent une troisième solution pour stabiliser la propagation de fissure sur une éprouvette "Wedge Splitting" (WST) sur du béton ("Wedge Splitting" (WST)) Figure 3.9. L'essai WST élaboré par Linsbauer et Tschegg (1986) peut être utilisé en Mode I pur et en mode mixte I+II, Tschegg et al. (2006). Le déroulement de l'essai est assez simple, il suffit d'imposer un déplacement vertical de la traverse. Le coin, relié à la traverse, est guidé par des rouleaux. Il se déplace verticalement dans le but d'ouvrir les lèvres de l'entaille initiale. La mesure de l'ouverture de fissure se fait généralement au

niveau des deux rouleaux situés de part et d'autre du coin.

Ainsi, Löfgren et al. (2005) et plus récemment Gangnant (2016) constatent sur des éprouvettes WST en béton que les essais pilotés en déplacement traverse engendrent des ruptures rapides et instables avec une plus grande probabilité d'obtenir une fissure déviée. Cela implique des pertes d'informations considérables sur la partie post-pic de la courbe force-déplacement. Ainsi, Löfgren et al. (2005) proposent de piloter les essais à partir du déplacement d'ouverture de fissure avec le système de mesure d'ouverture de fissure mis en place entre les deux rouleaux. Cette méthode d'asservissement du déplacement d'ouverture de fissure permet d'après Gangnant (2016), de mieux stabiliser la propagation de fissure, mais aussi d'éviter les bifurcations de fissure au cours de l'essai.

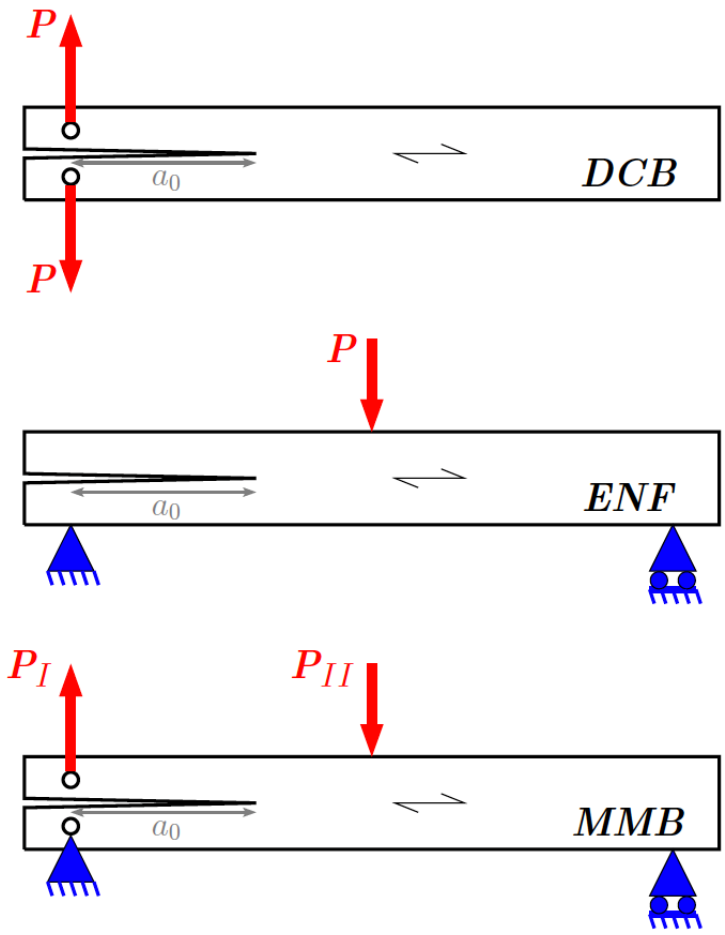


FIGURE 3.10 – Essai "Mixed-Mode Bending" : combinaison de l'essai DCB (Mode I) et de l'essai ENF (mode II)

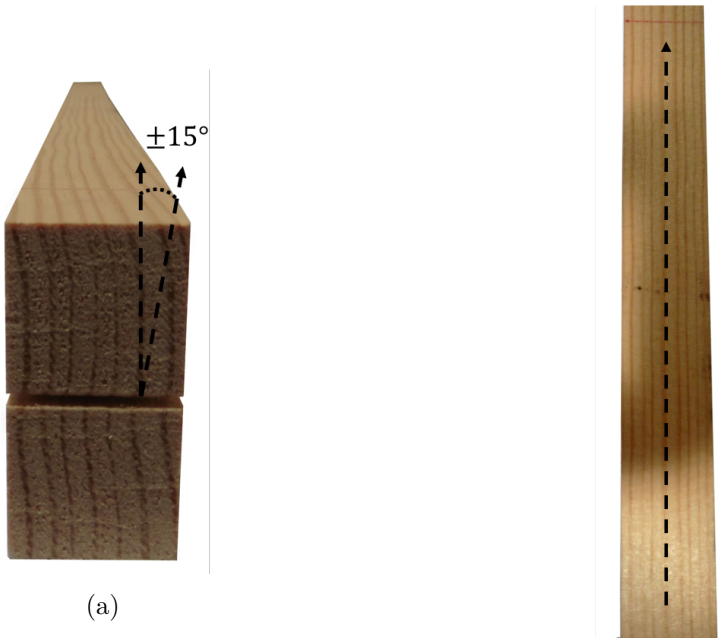
Les essais WST ne permettent pas de réaliser des essais de Mode II pur. Nous ne pouvons donc pas utiliser cette géométrie d'éprouvette dans notre étude. Reeder et Rews (1990) ont mis en place un essai de mode mixte appelé "Mixed-Mode Bending" (MMB), qui est basé sur la combinaison des essais de Mode I pur DCB et de Mode II pur ENF, sous une unique géométrie (Figure 3.10). Cet essai de mode mixte est aujourd'hui très utilisé

dans la caractérisation des propriétés de rupture des composites. Nous proposons d'utiliser l'essai MMB pour la caractérisation du mode mixte I+II, tandis que les caractérisations des propriétés de rupture des Modes purs I et II s'effectueront respectivement sur la base des essais DCB et ENF. Afin de limiter les risques d'instabilité dus à ces types d'essais nous emploierons la méthode proposée par Löfgren et al. (2005) consistant à asservir les essais en déplacement.

3.3 Protocole et asservissement des essais de Mode I et de Mode II

3.3.1 Essais préliminaires, détermination de la taille de l'éprouvette

Le bois étudié est du pin maritime (Pinus pinaster Ait), essence endémique des Landes. Les éprouvettes sont taillées dans des madriers de section 120x120 mm^2 et de 3 m de long, afin d'obtenir des éprouvettes dans une configuration Tangentielle-Longitudinale (TL). Nous avons admis dans la taille des éprouvettes une tolérance de $\pm 15^o$ sur l'orientation des cernes, Figure 3.11a. Nous avons aussi mis dans notre cahier des charges une limite sur le changement d'orientation des cernes dans la longueur de l'éprouvette. Sur 75% de la longueur de l'éprouvette, les cernes doivent être rectilignes, Figure 3.11b.



(a) (b)

FIGURE 3.11 – Orientation des cernes des éprouvettes en pin maritime (a) vue de face, (b) vue de dessus

Les madriers comportent dans la majorité des cas de l'aubier et du duramen. Les éprouvettes sont taillées principalement dans une des deux couches. Les défauts majeurs (nœuds, poches de résines, fentes de séchage ...) sont purgés pour éviter toutes perturbations durant la propagation de fissure. Toutes les éprouvettes sont taillées à une teneur en eau comprise entre 12 et 14 %. Elles sont ensuite conditionnées dans une enceinte climatique

afin de leur conférer la teneur en eau d'étude.

Une campagne préliminaire a été réalisée dans le but de définir les dimensions de l'éprouvette finale. Les essais sont réalisés sur une presse électro-mécanique avec la possibilité d'asservir les essais en déplacement par une voie externe. La capacité maximale de charge de la presse MTS est de 100 kN avec une fréquence de boucle d'asservissement de 10 000 Hz. Les dimensions de l'éprouvette correspondent à celles utilisées dans l'étude de Phan et al. (2016). Les dimensions sont les suivantes : $2h = 30$ mm, $L = 325$ mm et $b = 30$ mm, voir Figure 3.12. L'entaille initiale est de $a_0 = 227$ mm avec une largeur de $e = 1$ mm. Le ratio entre la fissure initiale et le ligament est égal à $a_0/L = 0,7$, cette valeur est considérée comme la plus optimale par de Moura et al. (2010) ainsi que Yoshihara (2013) pour stabiliser la fissure durant les essais pilotés en déplacement traverse. Nous avons réalisé des essais de Mode I et de Mode II sur deux teneurs en eau, 6% et 20% (bornes de notre étude). Ainsi à partir de 150 essais, nous avons pu déterminer la géométrie finale de notre éprouvette. De plus, nous avons imposé un temps d'essai maximal de 300 s afin d'éviter au maximum les phénomènes visco-élastiques pouvant engendrer des résultats erronés.

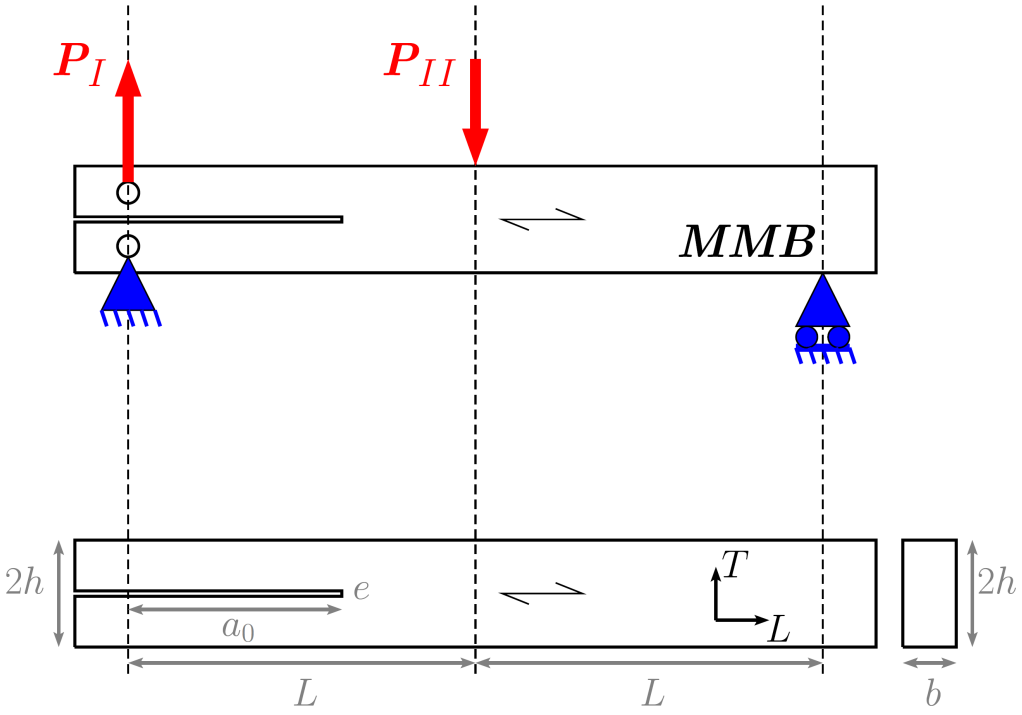


FIGURE 3.12 – Eprouvette MMB des essais de caractérisation avec les modes de chargement Mode I et Mode II

Les essais préliminaires ont débuté sur cette géométrie avec pour objectif de vérifier le bon développement de la zone d'élaboration et l'absence de déplacement résiduel engendré par les conditions limites d'essai. En pilotant les essais en déplacement traverse, les taux de réussite avec cette géométrie étaient relativement faibles, de l'ordre de 10% pour les essais DCB à une teneur en eau de 6% et proches de 0% pour les essais ENF. Pour ceux contenant une plus forte teneur en eau, le taux de réussite était plus important pour les

essais DCB (éprouvette plus souple) et pour les essais ENF toujours très proche de 0%.

Nous avons donc mis en place sur cette géométrie l'asservissement en déplacement par une voie externe, afin d'augmenter le taux de réussite des essais, voir partie 3.3.2.1 et 3.3.2.2. Nous avons constaté que le ratio entre la fissure initiale et le ligament était trop important. En effet, il provoquait un confinement rapide de la FPZ, surtout pour les essais de Mode II pur à une forte teneur en eau. Nous l'avons remarqué rapidement car le régime plateau de la courbe-R en Mode II était inéxistant. De plus, nous avons constaté des phénomènes de "kink band" sur les bras supérieurs des éprouvettes pour des teneurs en eau supérieures à 20%, Figure 3.13. Ce phénomène se retrouve aussi dans les travaux de Phan (2016) sur des éprouvettes de type mTDCB. A cause de ces déformations irréversibles, la MLEReq ne sera pas applicable.

FIGURE 3.13 – Phénomène "kink band" sur le bras supérieur d'une éprouvette

A partir de ces différents constats, nous avons choisi d'une part de diminuer le ratio entre la fissure initiale et le ligament, $a_0/L = 0.5$, afin d'éviter le confinement de la FPZ. La fissure initiale passe donc à $a_0 = 162,5$ toujours avec une largeur de $e = 1$ mm. Toutefois, cette diminution de la longueur initiale de fissure augmente le risque d'instabilité lors de la propagation de fissure. D'autre part, pour éviter les déformations irréversibles au niveau des bras supérieurs, l'inertie de l'éprouvette a été augmentée. La hauteur de l'éprouvette est passé à $2h = 50$ mm. Pour contrebalancer l'augmentation de la raideur de l'éprouvette due à la hausse de son inertie, nous avons diminué la largeur de l'éprouvette à $b = 25$ mm. Cela permet de garder un nombre de cernes suffisamment représentatif, mais aussi de ne pas trop augmenter les risques d'instabilité souvent liés à la raideur de l'éprouvette.

3.3.2 Protocoles finaux des essais de Mode I et II

Nous avons réalisé les essais de caractérisation sous cinq teneurs en eau différentes : 6 %, 10 %, 12 %, 14 %, et 19 %. Les éprouvettes sont conditionnées dans des enceintes climatiques. La stabilisation de la teneur en eau des éprouvettes nécessite une durée de 4 à 7 semaines. L'équilibre d'hygrométrie des éprouvettes reprend les termes de la norme ISO-13061-1 (2014). Les essais de caractérisation sont réalisés en dehors de l'enceinte climatique. En prenant en compte le temps de préparation et celui de l'essai, l'éprouvette reste en moyenne 30 min sans être conditionnée. Nous négligerons tout changement de masse durant l'essai. Trois jours avant la campagne d'essai d'une teneur en eau, nous réalisons, à l'aide d'une scie à ruban d'une épaisseur de 1 mm, la fissure initiale de 162,5 mm. Nous effectuons au début de l'essai sur environ 3 mm une entaille en fond de fissure initiale. Ceci à l'aide d'une lame de cutter, ce qui permet de marquer davantage la singularité. L'enregistrement de la force est assuré par un capteur placé sur la traverse de la presse (MTS Criterion Modèle 45 100kN) et dont la précision correspond à 0,5 % de la charge appliquée.

Nous allons vous présenter les méthodes pour asservir au mieux les essais de rupture en Mode I et en Mode II. Nous allons donc utiliser des données issues d'essais pilotés en déplacement traverse, afin de vérifier les lieux où nous pouvons distinguer une bifurcation de déplacement et/ou un saut de déplacement, caractéristique d'une instabilité. Ainsi, nous allons ajouter des systèmes de mesure où nous pensons pouvoir détecter les déplacements soulignant le mieux ces instabilités.

3.3.2.1 Essais de Mode I : "Double Cantilever Beam" (DCB)

Les essais WST réalisés par Löfgren et al. (2005) et Gangnant (2016) sont asservis en déplacement d'ouverture de fissure. Nous avons fait de même en mettant en place deux systèmes permettant de mesurer l'ouverture de fissure au niveau de l'application des forces et l'autre à 15 mm en amont du fond de fissure initiale afin d'être au plus proche de la zone d'élaboration. Les déplacements d'ouverture sont mesurés à partir d'extensomètre-vidéo avec une optique de 50 mm permettant d'obtenir une mesure précise et sans contact, Figure 3.14b.

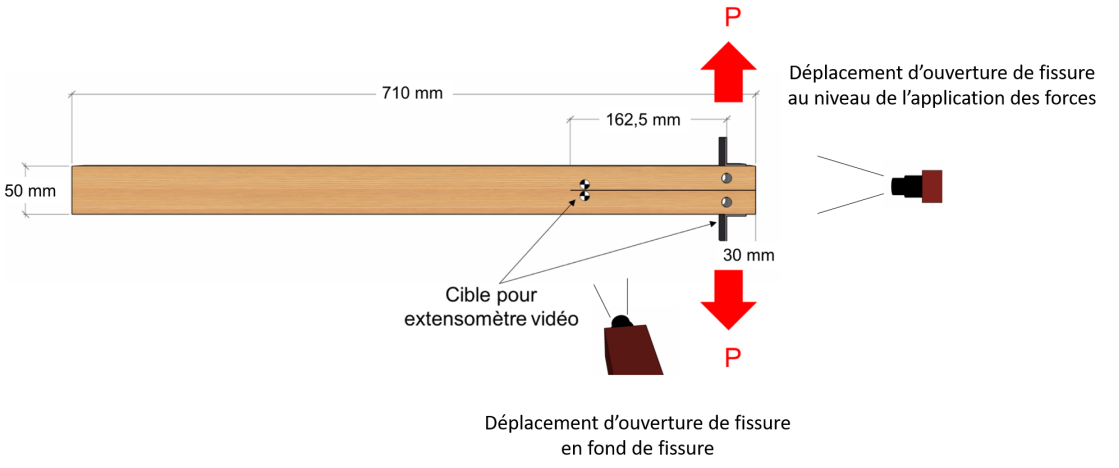
Pour la mesure du déplacement au niveau de l'application des forces, nous avons placé des cibles qui sont collées sur des équerres de part et d'autre de l'éprouvette, à l'aplomb de l'application des forces. Ainsi, les déplacements non désirés comme ceux liés à l'indentation du bois au niveau des points de chargement sont éliminés. Le déplacement d'ouverture en amont du fond de fissure initiale est aussi déterminé à partir de deux cibles. Elles sont donc collées à 15 mm en amont de la fissure, sur les bras supérieur et inférieur de l'éprouvette.

Une mise au point est réalisée chaque jour, avant tout essai, afin de minimiser les erreurs de mesure qui sont d'environ 4 μm pour les déplacements déterminés par les deux caméras. Les déplacements relatifs des cibles sont obtenus à partir du logiciel VIC-gauge-2D. Avant chaque début d'essai, nous réalisons la calibration des images (valeur pixels/mm) à l'aide d'un réglet, déposé aux niveaux des cibles et pour chaque caméra.

Ensuite, nous avons mis en place un système de poulies afin de maintenir l'éprouvette horizontalement tout au long de l'essai. Cela permet d'avoir un plan de fissuration constant durant l'essai, Figure 3.14a. Une précharge, d'environ 10% de la charge maximale, est appliquée au début de l'essai pour éviter les jeux dus aux assemblages au niveau des nez

de chargement. Une fréquence d'acquisition de 10 Hz est utilisée afin d'obtenir un nombre suffisant de points de mesure.

(a)



(b)

FIGURE 3.14 – Essai DCB sur une éprouvette en pin maritime : (a) photographie de l'essai (b) schéma des positions des caméras-extensomètres

Après avoir positionné nos différents systèmes de mesure, nous avons réalisé un essai, à une teneur en eau de 6 %, piloté en déplacement traverse à une vitesse constante de 2,3 mm/min. La réponse force-déplacement (déplacement au niveau de l'application des forces) obtenue est représentée sur la Figure 3.15a. Elle est marquée d'une instabilité à 7,2 mm.

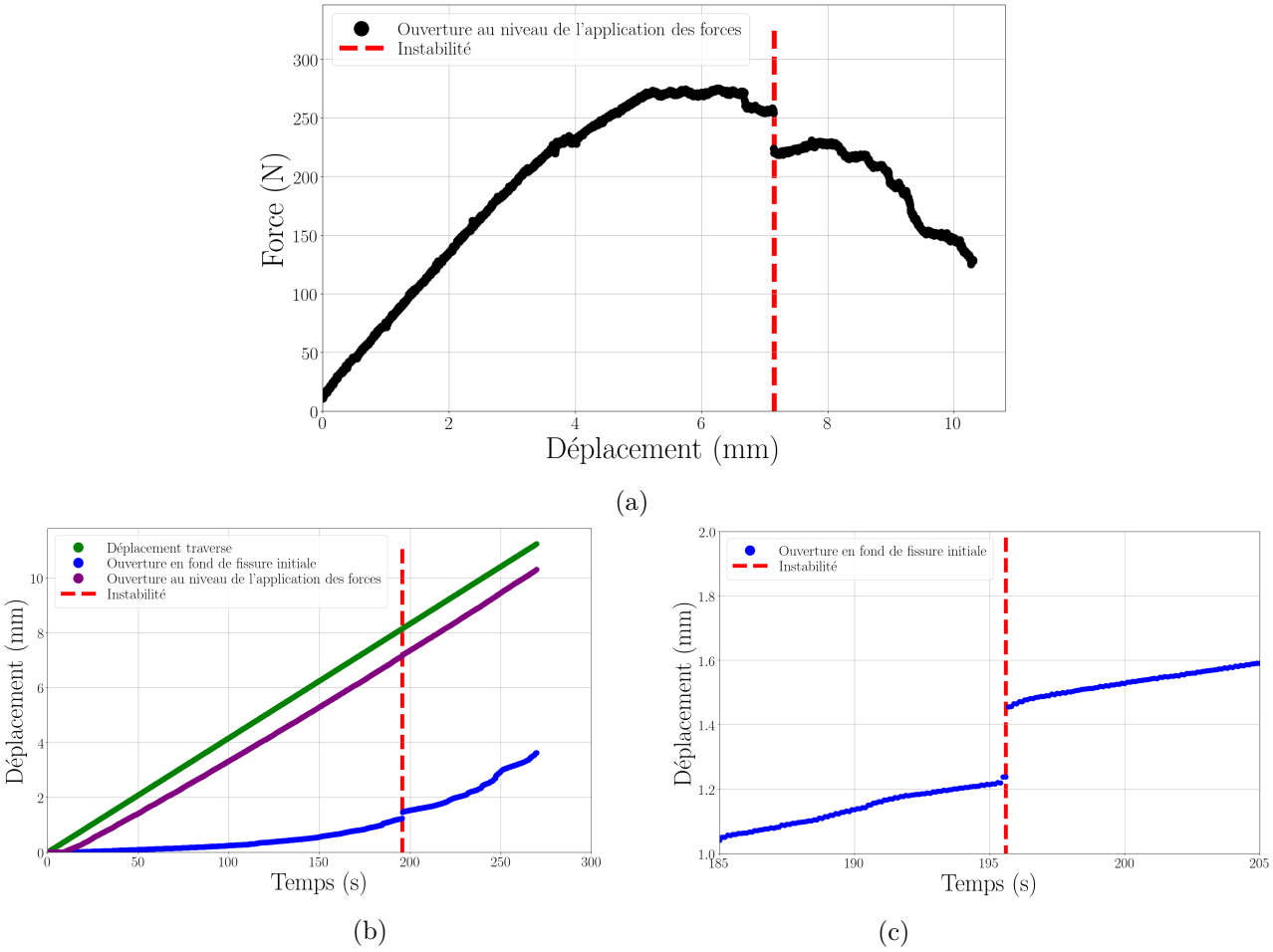


FIGURE 3.15 – Courbes d'un essai DCB piloté en déplacement traverse à une teneur en eau de 6 % : (a) courbe force-déplacement, (b) courbe déplacement-temps, (c) zoom de la courbe déplacement de fissure-temps à l'instabilité

La Figure 3.15b présente les déplacements en fonction du temps de différents points de mesure. En vert nous retrouvons le déplacement traverse, en violet le déplacement d'ouverture au niveau de l'application des forces et en bleu le déplacement d'ouverture en amont de la fissure initiale. L'essai est piloté en déplacement traverse à une vitesse constante, nous trouvons donc une évolution de ce déplacement linéaire au cours du temps. Lors de l'instabilité le déplacement traverse est inchangé. L'évolution du déplacement d'ouverture au niveau de l'application des forces évolue de manière linéaire au court de l'essai. La Figure 3.15b montre également que le déplacement d'ouverture au niveau de l'application des forces ne subit pas de saut de déplacement ni de bifurcation lorsque l'instabilité se produit. En revanche, le déplacement d'ouverture en fond de fissure n'est pas linéaire et montre un saut de déplacement conséquent sur le zoom proposé en Figure

3.15c.

A partir de ce constat, nous avons décidé d'asservir les essais DCB en déplacement au niveau des cibles de fond de fissure (initiale) afin d'éviter le saut de déplacement. Après avoir déterminé l'emplacement de l'asservissement de l'essai, nous devons déterminer les paramètres machines de correction de l'asservissement. Il existe trois paramètres de correction : Proportionnel, Intégral et Dérivé (PID), incorporés dans le logiciel d'utilisation TestSuite de la MTS. Il n'existe dans la littérature aucun paramètre indiquant les valeurs requises des PID à utiliser dans un essai de rupture. Nous avons donc joué sur les trois paramètres pour obtenir le meilleur asservissement en déplacement possible. Nous avons aussi utilisé deux vitesses de déplacement (mm/min) afin d'avoir un essai qui dure environ 300 s. Une première vitesse pour le domaine élastique et une deuxième pour la phase d'endommagement et de propagation de la fissure principale. La seconde vitesse est plus lente que la première pour laisser à la machine le temps de réagir aux éventuelles instabilités. Le changement de vitesse se fait manuellement lorsque la courbe force-déplacement passe approximativement du régime linéaire élastique au régime non-linéaire.

Cette méthode d'asservissement a permis de passer d'un taux de réussite des essais DCB de 15 %, (teneur en eau à 12 %) dans l'étude de Morel et al. (2010), à plus de 60 % de réussite pour toutes les teneurs en eau de notre étude, à condition que les PID soient correctement réglés. Le taux de réussite n'est pas de 100 % à cause de la variabilité intrinsèque du bois. Nous avons donc fait le choix de déterminer des paramètres moyens, par teneur en eau, permettant un taux de réussite convenable.

La Figure 3.16a représente une courbe force-déplacement d'un essai DCB pour une teneur en eau de 6 %. Il n'existe pas dans cette courbe d'instabilité majeure. Néanmoins, nous pouvons remarquer des baisses de charge, mais qui sont contrôlées par le biais de notre asservissement en déplacement. Cela forme des "micro-cycles" tout au long de l'essai et n'ont aucune conséquence sur la détermination de la courbe-R et de ses paramètres, tant que la durée de l'essai reste inférieure à 300 s.

La Figure 3.16b montre les différents déplacements mesurés au cours de l'essai DCB. Chaque déplacement est marqué de deux phases qui sont dues aux deux vitesses. Lorsque l'éprouvette s'endommage, la machine suit la consigne donnée par le déplacement en ouverture de fond de fissure initiale. Ce déplacement ondule autour de la consigne, comme nous pouvons le voir sur la Figure 3.16c. Cette ondulation du déplacement en fond de fissure initiale est le mélange entre la venue d'une instabilité et la réaction de la machine dirigé par les PID, pour contrer un éventuel risque de saut de déplacement. Ainsi, si le jeu des paramètres correctifs (PID) n'est pas convenablement réglé, nous nous retrouverions, comme dans la Figure 3.15a, avec un saut de force représentatif d'une instabilité. Cette ondulation se retrouve sur le déplacement traverse, mais aussi sur le déplacement au niveau de l'application des forces. En effet, comme la machine suit la consigne de déplacement en ouverture en fond de fissure initiale, elle va faire varier son déplacement traverse soit en diminuant sa vitesse soit en changeant de direction.

Les propriétés élastiques du bois varient en fonction de la teneur en eau. Nous prenons en compte cet effet dans la maîtrise des instabilités en modulant les vitesses de déplacement d'ouverture en fond de fissure initiale (consigne) et les paramètres machines de correction

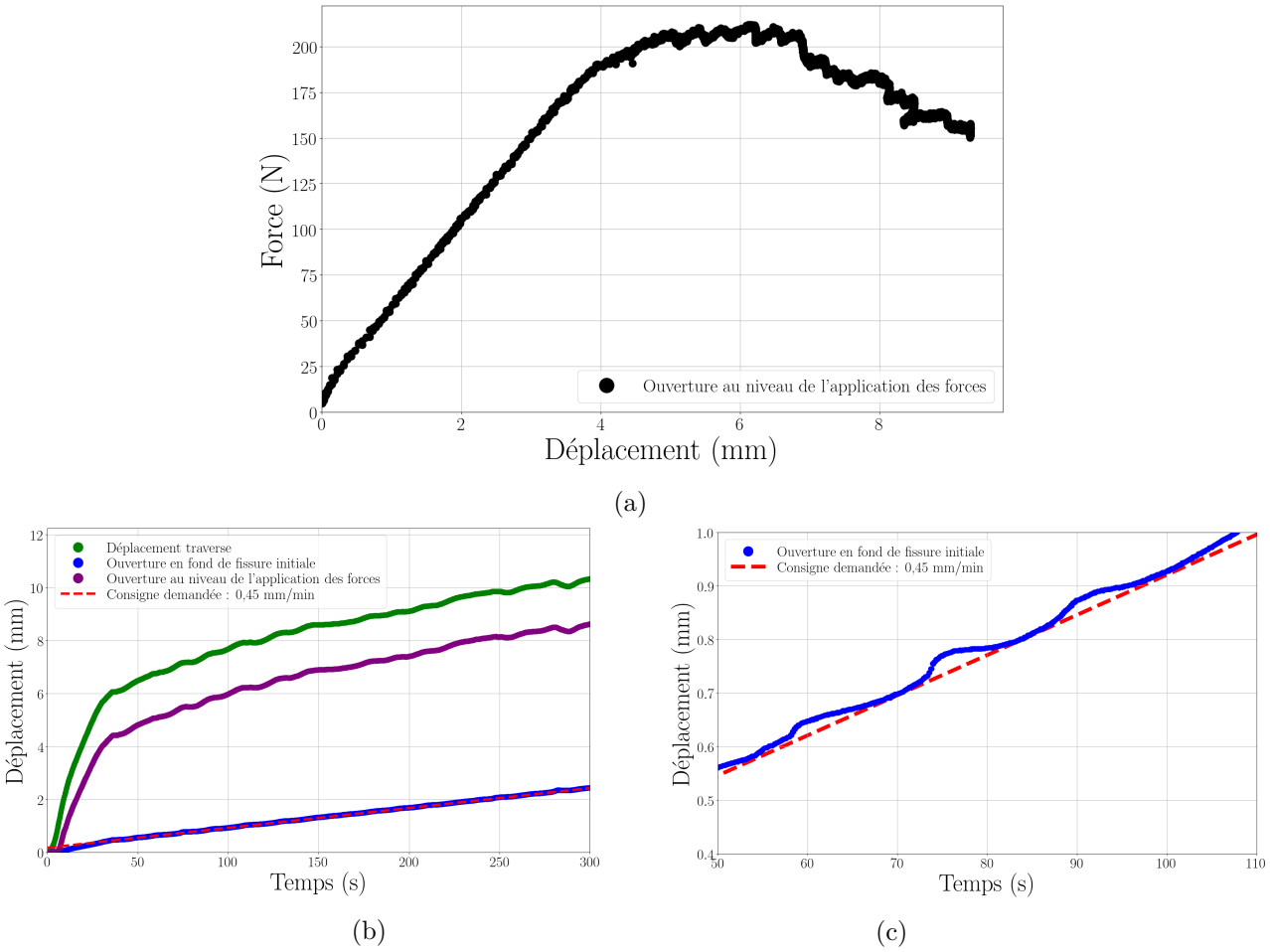
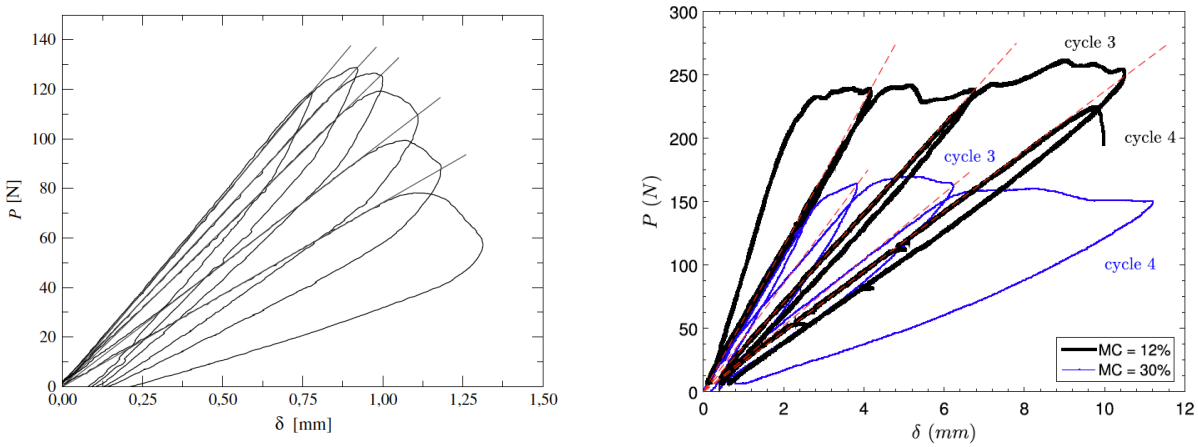


FIGURE 3.16 – Courbes d'un essai DCB asservi en déplacement d'ouverture en fond d'entaille : (a) courbe force-déplacement, (b) courbe déplacement-temps, (c) zoom de la courbe consigne déplacement-temps

(PID). Ces variations ont pour but d'avoir un temps d'essai de 300 s et de minimiser les instabilités. Ainsi, pour les 5 teneurs en eau préalablement choisies (6 %, 10 %, 12 %, 14 %, et 19 %), nous avons 5 jeux de paramètres d'asservissement de l'essai, Tableau D.1 en Annexe D. Il est évident que ces jeux de paramètres s'utilisent uniquement avec notre presse MTS et nos montages expérimentaux. Ils ne peuvent donc pas être utilisés sur d'autres bancs d'essais. De plus, ces jeux de paramètres sont dédiés uniquement aux essais DCB, à nos dimensions d'éprouvette et pour du pin maritime. Pour chaque campagne d'essais une dizaine d'éprouvettes sont nécessaires pour déterminer les bonnes vitesses de consignes et les bons paramètres d'asservissement.

A partir des courbes force-déplacement expérimentales, nous sommes capables de déterminer les courbes-R associées. Pour cela, nous appliquons l'approche de la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture équivalente mentionnée dans le premier chapitre. Avant de déterminer les courbes de résistance, il est crucial de vérifier l'applicabilité de la méthode à nos essais. La réalisation de cycle de charge-décharge est le moyen le plus évident pour vérifier si la complaisance sécante fournit une estimation satisfaisante de la complaisance élastique du spécimen (absence de déplacement résiduel). Ces cycles de charge-décharge

doivent être réalisés en pré-pic comme en post-pic.



(a) (b)

FIGURE 3.17 – Cycles charge-décharge d'essai de Mode I : (a) éprouvette SENB par Morel et al. (2005), (b) essais mTDCB par Phan et al. (2017) sur deux teneurs en eau 12 % et 30 %

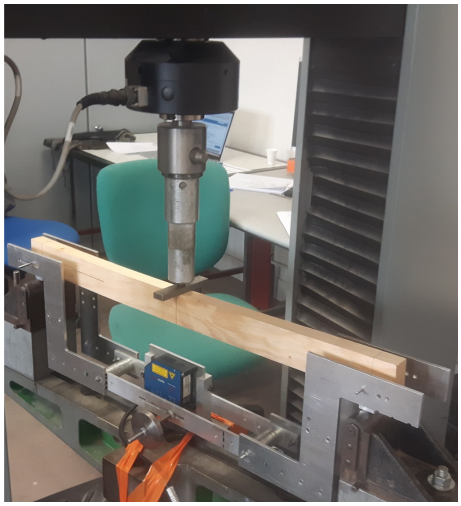
Cette vérification a été maintes fois réalisée sur des essais de Mode I, sur des éprouvettes SENB par Morel et al. (2005), Figure 3.17a. Elle a aussi été faite sur les essais mTDCB qui sont analogues aux essais DCB par Phan et al. (2017) et ce pour plusieurs teneurs en eau, Figure 3.17b.

3.3.2.2 Essais de Mode II : "End Notched Flexure" (ENF)

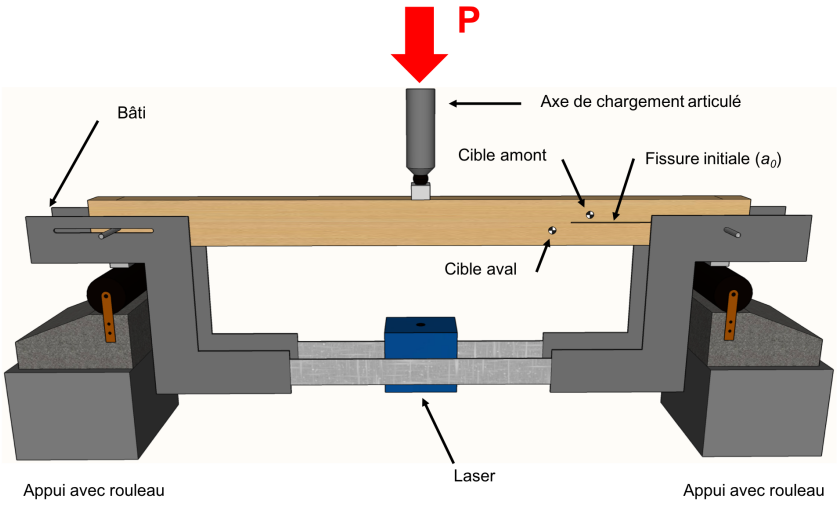
Dans la littérature, il n'existe aucune information sur la manière d'asservir un essai ENF. En accord avec la méthode mise en place sur les essais DCB, nous avons positionné un système de mesure à l'aplomb de l'application de la force (flèche) et au fond de la fissure initiale, Figure 3.18.

Nous avons utilisé un laser d'une capacité de 50 mm et d'une précision de 50 μm pour mesurer le déplacement sur la face inférieure de l'éprouvette au niveau de l'application de la force. Nous avons disposé ce laser sur un bâti, qui repose sur l'éprouvette à l'aplomb des appuis. Ceci permet d'éviter de mesurer les déplacements non désirés comme ceux liés à l'indentation du bois au niveau des points de chargement. La mesure du déplacement en fond de fissure se fait à partir d'un extensomètre-vidéo. Nous avons donc collé deux cibles, une à 20 mm en amont de la fissure initiale sur le bras supérieur, l'autre à 20 mm en aval de la fissure au-dessous du chemin de fissuration, Figure 3.19. Ce placement spécifique des cibles a pour but de capter le déplacement de cisaillement plan entre les lèvres de la fissure initiale et au cours de la propagation de fissure, Figure 3.19a. Avec l'aide du logiciel VIC-gauge-2D et d'une mise au point de la caméra, nous sommes capables d'avoir le déplacement relatif des cibles avec une précision de l'ordre de 4 μm, Figure 3.19.

L'axe de chargement est rotulé à l'aide d'une bille en acier. Trois cales en acier ont été positionnées au niveau des appuis et l'axe de chargement, dans le but de minimiser les phénomènes de poinçonnement. Les rouleaux permettent de laisser libre la rotation de



(a)



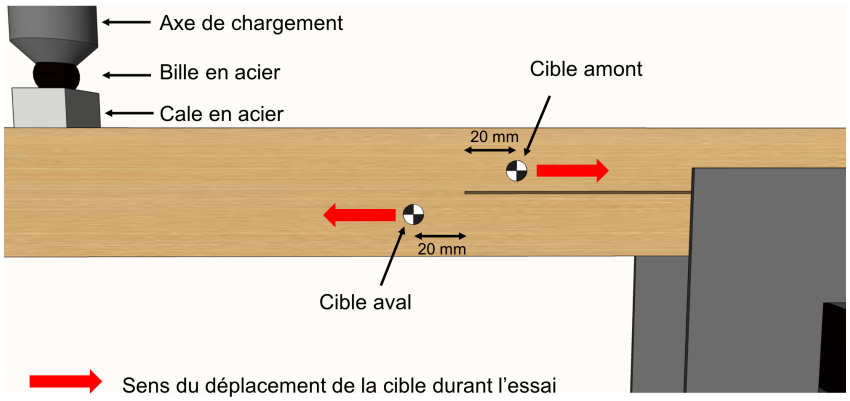
(b)

FIGURE 3.18 – Essai ENF sur une éprouvette en pin maritime (a) photographie de l'essai (b) positionnement du système de mesure

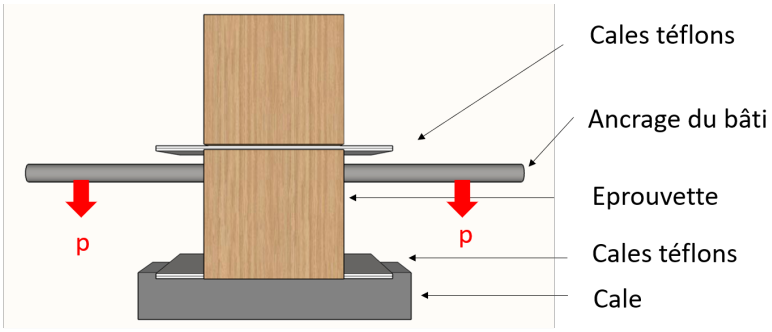
l'éprouvette durant l'essai ainsi que son déplacement horizontal. Nous avons placé deux cales de téflon entre les cales en acier des appuis et l'éprouvette afin d'éviter des frottements non désirés durant l'essai. De plus, deux cales de téflon sont disposées dans la fissure initiale au niveau de l'appui dans le but de limiter des frottements entre le bras supérieur et le bras inférieur de l'éprouvette durant l'essai. Les ancrages du bâti sont positionnés dans la partie inférieure de l'éprouvette afin de ne pas ajouter de surcharge au niveau des lèvres de fissure, au droit de l'appui et ainsi limiter le phénomène de friction, Figure 3.19b. Nous verrons par la suite que l'utilisation des cales de téflon et la position du bâti permettent de limiter la présence de déplacements résiduels lors des cycles de charge-décharge et donc de faciliter l'application de la MLEReq sur la base de la complaisance sécante.

Tout comme les essais de Mode I, nous faisons une précharge à environ 10% de la charge

maximale de l'essai, afin d'enlever les jeux dans les assemblages du nez de chargement et des appuis. Une fréquence d'acquisition de 10 Hz est utilisée pour obtenir un nombre de points de mesure suffisant.



(a)



(b)

FIGURE 3.19 – Essai ENF sur une éprouvette en pin maritime : (a) zoom sur les cibles en fond de fissure initiale (vue de côté) (b) positionnement du bâti et des cales pendant l'essai (vue de face)

Les essais ENF, pilotés par le déplacement traverse, ont un taux de réussite proche de 0% du fait de l'instabilité systématique lors de la propagation de fissure. Nous présentons sur la Figure 3.20, la courbe force-déplacement obtenue à partir d'un de ces essais pilotés en déplacement traverse pour une teneur en eau de 19 %. Le déplacement de cette courbe correspond à la flèche donnée par le laser. La courbe est marquée d'un grand saut de force après le pic, à environ 9,7 mm, ce qui correspond à une instabilité. La fissure se propage brusquement jusqu'au niveau de l'axe de chargement puis s'arrête. L'application de la charge en milieu de travée de l'éprouvette provoque un cône de contrainte perpendiculaire au fil du bois qui se diffuse sur l'ensemble de la hauteur de l'éprouvette. Ce "cône de diffusion" modifie le développement de la zone d'élaboration. Nous considérons que celle-ci est confinée puisque la progression de la fissure principale est momentanément bloquée.

Le confinement de la zone d'élaboration est marqué par une augmentation de la charge sur la courbe force déplacement, Figure 3.20 et par conséquent à une augmentation de la résistance (supérieure à la résistance critique G_{Rc}) de la courbe-R.

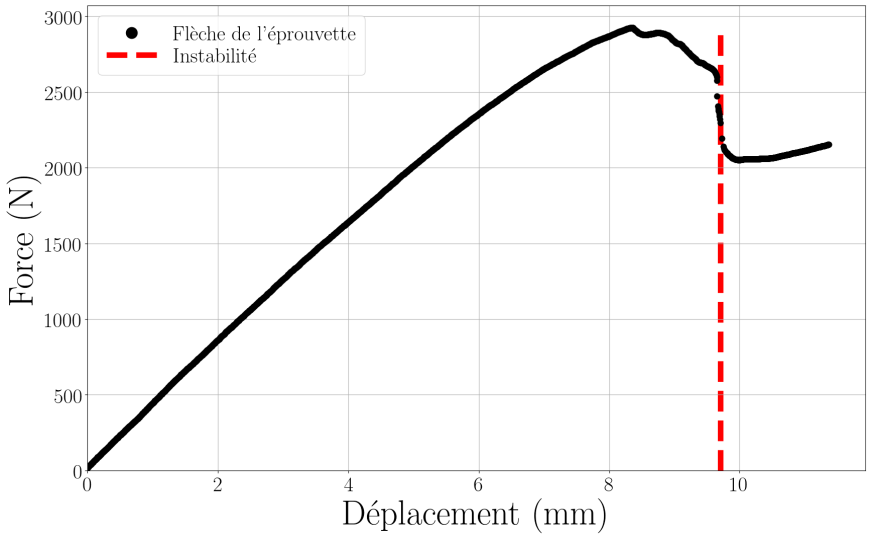


FIGURE 3.20 – Courbe force-déplacement d'un essai ENF piloté en déplacement traverse

A partir des deux points de mesure au niveau de la flèche et en fond de fissure initiale a_0, nous montrons, comme sur les essais DCB, que nous détectons l'instabilité. La Figure 3.21a présente les courbes déplacement-temps de l'essai, Figure 3.20, avec en vert le déplacement traverse, en violet le déplacement de la flèche et en bleu le déplacement en fond de fissure initiale.

Le déplacement traverse pilote l'essai et reste linéaire. Ce déplacement ne détecte aucun saut lors de l'instabilité, tandis que la flèche (Figure 3.21b) et le déplacement relatif des cibles en fond de fissure initiale (Figure 3.21c) sont marqués par un saut de déplacement. Celui-ci est, en fond de fissure initiale, plus important que celui mesuré au niveau de la flèche.

Ainsi, nous avons, dans un premier temps, asservi les essais par le déplacement en fond de fissure. Malheureusement, après avoir réalisé une trentaine d'essais, nous avons conclu qu'il était impossible d'éviter les instabilités à partir de ce point de mesure. Nous supposons que cela peut être dû à différents facteurs, comme la distance entre le lieu d'asservissement et l'application de la force, ou encore la rotation des cibles lors de la flexion de l'éprouvette durant l'essai. Ainsi nous avons dû abandonner cet asservissement.

Dans un second temps, nous avons asservi les essais ENF à partir de la flèche mesurée avec le laser, Figure 3.18b. Après la détermination des paramètres correctifs (PID), nous avons obtenu un taux de réussite minimum de 40 % [1]. Comme pour les essais DCB, nous avons utilisé deux vitesses de déplacement (mm/min) avec une limite d'essai de 300 s : une vitesse pour le domaine élastique puis une deuxième pour la phase d'endommagement et de propagation de la fissure principale (voir le détail en fonction des teneurs en eau dans le Tableau D.2 Annexe D).

1. Un asservissement de l'essai basé sur une combinaison des déplacements de fond d'entaille et la flèche aurait sans doute permis d'augmenter le taux de réussite des essais

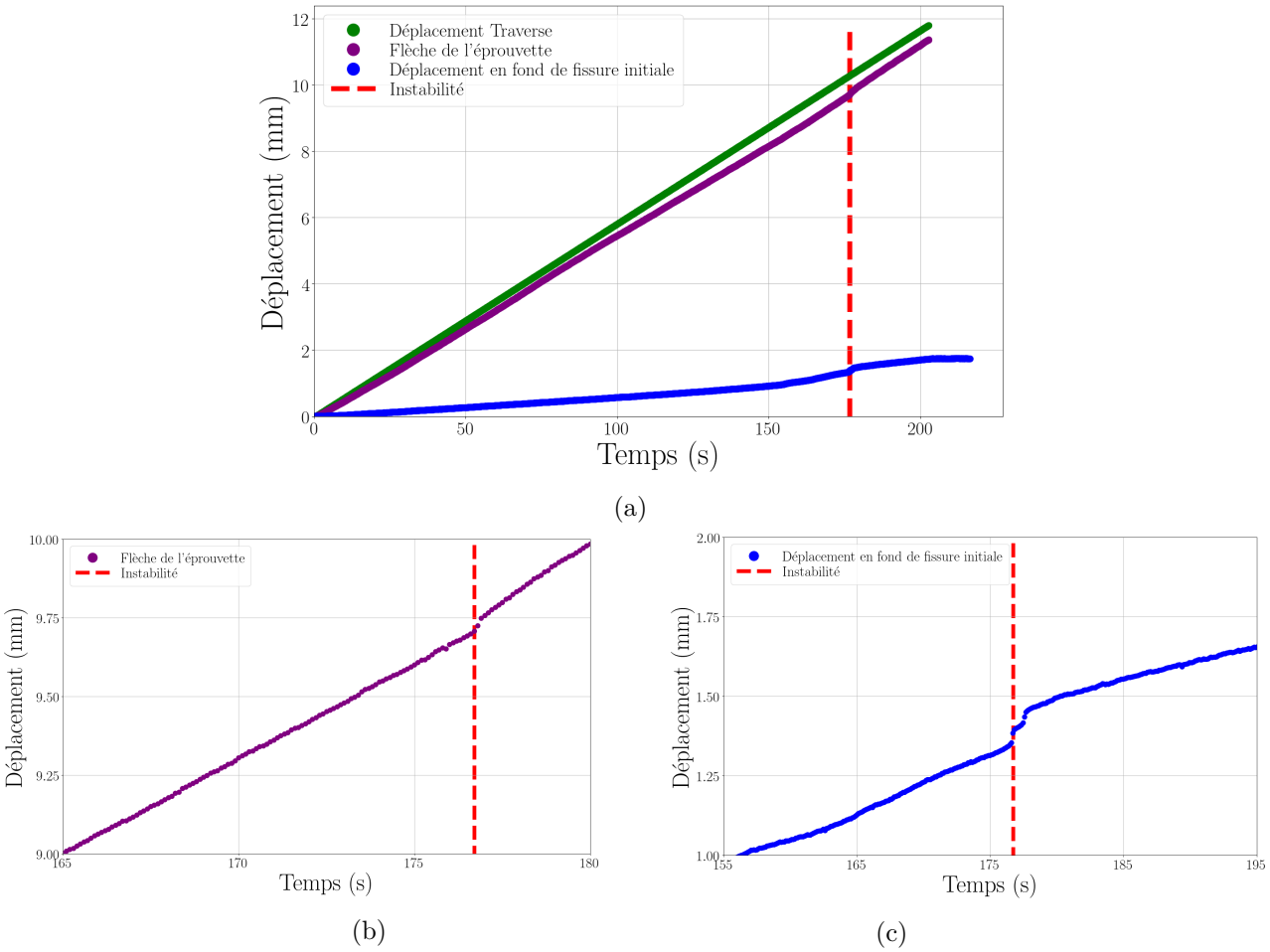


FIGURE 3.21 – Courbes déplacement-temps de l'essai ENF piloté en déplacement traverse : (a) courbe déplacement-temps (b) zoom sur le saut de déplacement au niveau de la flèche et (c) zoom sur le saut de déplacement au niveau du déplacement en fond de la fissure initiale

La Figure 3.22a montre une courbe force-déplacement d'un essai ENF asservi en flèche avec une teneur en eau de 19%. Notons sur cette courbe qu'il n'y a pas de saut de force et donc d'instabilité. Lorsque nous nous penchons sur les courbes déplacement-temps de l'essai, nous retrouvons deux phases qui correspondent aux deux vitesses de chargement Figure 3.22b. Le déplacement en flèche oscille autour de la consigne, Figure 3.22c, cela est dû, comme pour les essais DCB, à une gestion de l'instabilité par la presse MTS. Nous retrouvons, bien évidemment, cette oscillation au niveau de la traverse, puisque elle fait varier automatiquement son déplacement afin d'éviter une quelconque instabilité.

Par ailleurs, les vitesses de consigne de déplacement en flèche et les PID varient en fonction de la teneur en eau de l'éprouvette. Ainsi, pour les 5 teneurs en eau préalablement choisies (6 %, 10 %, 12 %, 14 %, et 19 %) nous avons mis en place 5 jeux de paramètres d'asservissement des essais, Tableau D.2 (Annexe D).

A partir de ce protocole, nous sommes dans la capacité d'obtenir des courbes force-déplacement sans instabilité. Nous devons, tout de même, vérifier que nous pouvons appli-

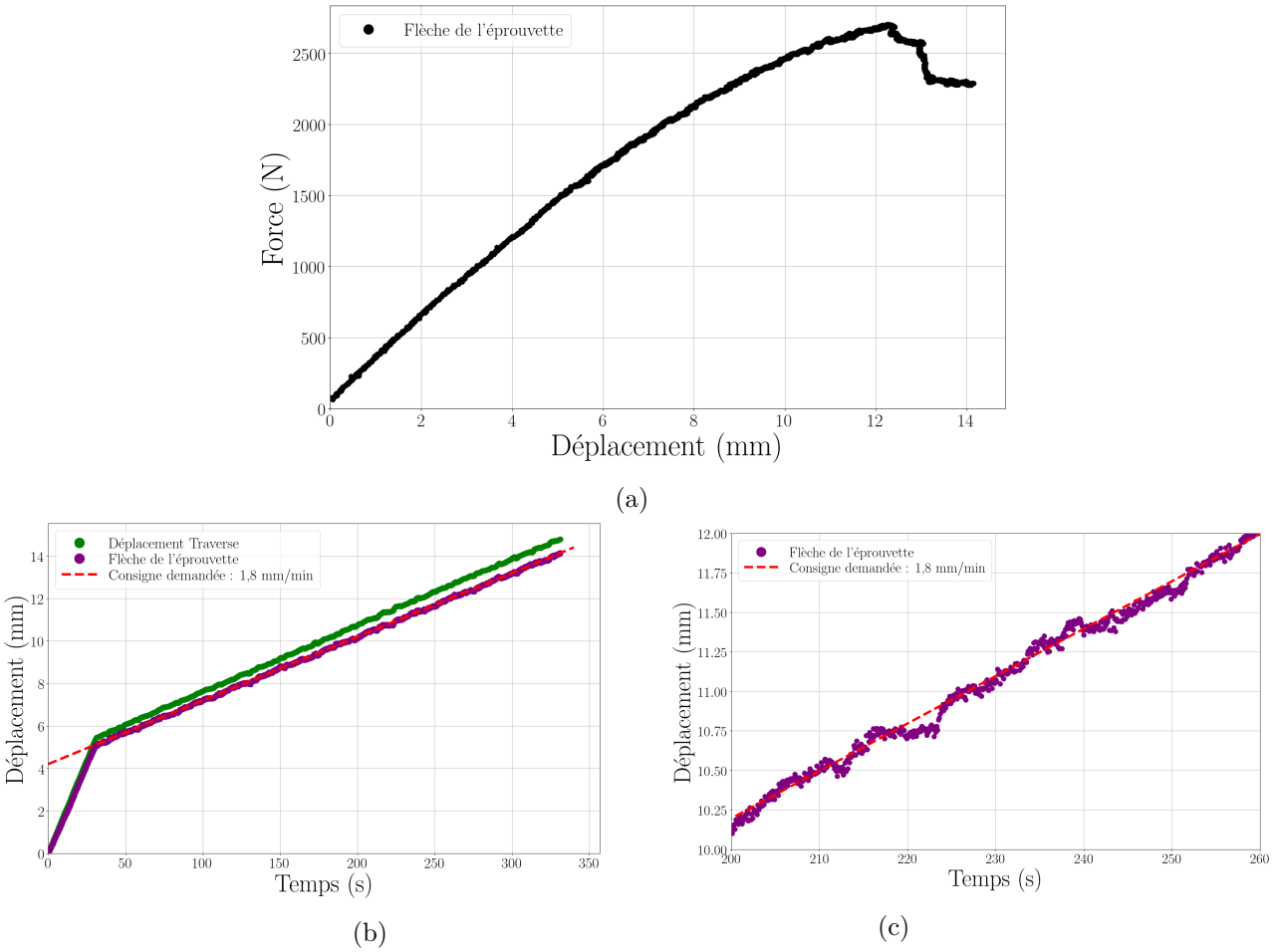


FIGURE 3.22 – Courbes d'un essai ENF asservi en déplacement de flèche (a) courbe force-déplacement, (b) courbe déplacement-temps, (c) zoom de la courbe consigne déplacement-temps

quer directement la MLEReq. Cela implique de réaliser des essais cyclés de charge-décharge. Malheureusement dans la littérature, nous ne trouvons aucun essai de ce type en Mode II. Ainsi, en utilisant l'asservissement par voie externe nous avons réalisé des essais ENF cyclés de charge-décharge pour une teneur en eau élevée (19%). D'après Phan et al. (2017), l'existence de déplacements résiduels en pied de courbe est plus probable lorsque la teneur en eau est forte.

A partir de l'asservissement en flèche, du bâti de mesure ancré dans le bras inférieur de l'éprouvette et de la mise en place de cales de téflon entre l'appui et le bois, nous avons effectué un essai cyclé. Pour chaque cycle, nous avons modifié la vitesse de chargement afin d'obtenir un temps maximal de 300 s et obtenons la courbe suivante : Figure 3.23. Nous remarquons que les raideurs initiales des cycles (c'est-à-dire l'évolution de la raideur élastique du spécimen) correspondent bien aux raideurs sécantes aux points de décharge des cycles précédents.

La mise en place des cales en téflon, entre les lèvres de l'entaille initiale et entre le bois et la cale en acier au droit de l'appui ainsi que la position du bâti de mesure, jouent un

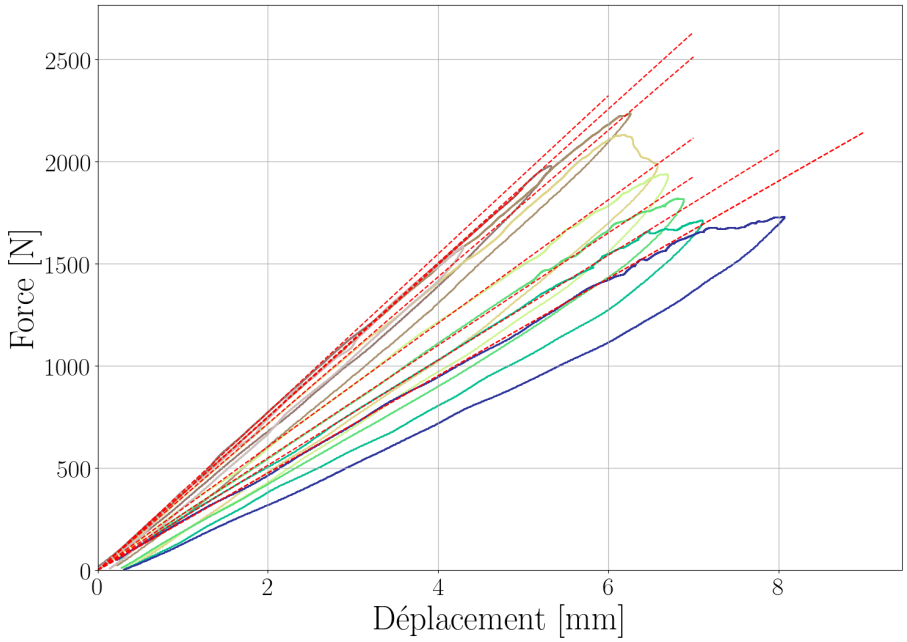


FIGURE 3.23 – Cycle de charge décharge sur un essai ENF asservi en flèche

rôle majeur sur la possibilité d'appliquer la MLEReq. En effet, si nous n'utilisons pas de cales téflon et que nous disposons le bâti de mesure sur le bras supérieur de l'éprouvette, les raideurs initiales des cycles ne correspondent plus aux raideurs sécantes des points de décharge des cycles précédents. Les déplacements résiduels deviennent importants dès les premiers cycles et sont dus à : (i) le frottement entre la cale d'acier et le bois et (ii) au pincement du bras supérieur sur le bras inférieur à cause du poids du bâti. Ainsi, la raideur élastique du spécimen ne peut être estimée à partir de la raideur sécante. Cela obligerait à effectuer des essais cyclés de charge-décharge, afin d'estimer ponctuellement l'évolution de la raideur élastique du spécimen. En Annexe E, nous montrons les essais cyclés de charge-décharge avec des dispositions différentes du bâti de mesure et des cales de téflon.

A partir du bilan des différents essais décrits dans la littérature, nous avons choisi de nous focaliser sur les essais DCB et ENF. Ils permettent de déterminer les paramètres des Modes purs I et II avec une même géométrie d'éprouvette. Celle-ci à aussi l'avantage de pouvoir être employée pour des essais de mode mixte I+II (essai MMB). Nous avons mis en place une méthodologie d'essai permettant de limiter les instabilités de propagation de fissure avec un taux de réussite convenable (supérieur à 40%). Néanmoins, l'asservissement en déplacement demande du temps. En effet, la détermination des PID dépendent de la presse, du prototype d'essai et du matériau. A partir de ces premiers résultats d'essais, nous concluons que l'asservissement en déplacement des essais DCB et ENF doit être dans la même direction que le déplacement de l'effort et avec une vitesse suffisamment lente pour permettre à la machine de réagir lors de l'amorce d'une instabilité. Enfin, l'utilisation de la raideur sécante comme estimation de la raideur élastique du spécimen a été vérifiée pour ces essais et permettra donc de déterminer les courbes de résistance à la propagation de fissure (courbe-R) à partir d'essais monotones.

3.4 Détermination des paramètres de rupture des courbes-R

Les protocoles mis en place pour les essais de Mode I pur (DCB) et de Mode II pur (ENF), nous permettent d'obtenir des courbes force-déplacement limitant les instabilités de propagation de fissure. De ces courbes expérimentales, nous en déterminons les courbes de résistance à partir de la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture équivalente (MLE-Req). Celle-ci consiste à estimer dans le cadre de la MLER, l'évolution de la complaisance élastique du spécimen (estimée comme analogue à la complaisance sécante) en fonction de la longueur de fissure élastique équivalente a. Ainsi, il est nécessaire de déterminer les fonctions de complaisance $\lambda(a)$ des essais DCB et ENF. Elles sont déterminées à partir de modélisation éléments finis (MEF). Néanmoins, les complaisances initiales expérimentales et numériques sont différentes à cause de la variabilité inhérente au matériau bois. Pour outrepasser cela, nous appliquons un facteur correctif sur la complaisance numérique qui a été défini par Morel et al. (2005). Sur cette base, nous déterminons les paramètres de rupture des Modes purs I et II (G_{Rc}, β et Δa_c) à partir d'une méthode qui nous paraît plus robuste que celles présentées dans la littérature.

3.4.1 Calcul des courbes-R des essais des Modes purs I et II

3.4.1.1 Modèles éléments finis des essais DCB et ENF

Le logiciel éléments finis utilisé est la version 2018 de Cast3M. La modélisation des essais est menée en contrainte plane avec une épaisseur unitaire de 1 mm. Les propriétés élastiques du matériau suivent les rapports déterminés par Guitard et El Amri (1987) entre le module d'Young longitudinale (E_L) et les autres modules élastiques. Ils sont ensuite modifiés en fonction de la teneur en eau, voir Chapitre 1 équation (1.5). Les coefficients de Poisson sont les constantes données par Guitard et El Amri (1987) pour les résineux, voir Tableau 3.1. La dimension h, hauteur des éprouvettes, dépend de la teneur eau. Elle sera déterminée avec le coefficient de gonflement tangentiel des résineux, $\alpha_T = 0,32$ %/%, équation (3.1), déterminé par Guitard et El Amri (1987).

$$D_H = D_{H_{ini}}(1 + \alpha_i(H - H_{ini})/100) \tag{3.1}$$

où D_H est la dimension (en mm) à une teneur en eau H (en %), $D_{H_{ini}}$ est la dimension initiale (en mm), α_i est le coefficient de gonflement (avec i = T ou R) (en %/%) et H_{ini} la teneur en eau initiale (en %). La variation de la longueur longitudinale de l'éprouvette en fonction de la teneur en eau est quant à elle négligée (α_L en %/%), car elle est suffisamment faible pour ne pas avoir d'impact sur la fonction de complaisance.

Nous appliquons pour les deux modélisations une charge unitaire de 1 N, ponctuelle, à mi-hauteur des bras pour l'essai DCB et en milieu de travée pour l'essai ENF, Figure 3.24. Nous bloquons les déplacements en un point, au niveau de la fibre neutre, à l'arrière de l'éprouvette DCB afin de maintenir l'éprouvette horizontalement, Figure 3.24a. Des conditions cinématiques modélisant une rotule et un appui simple sont mises en place au niveau des appuis du modèle ENF. Les plaques de téflon sont aussi modélisées pour l'essai ENF, avec des conditions de déplacement libre en cisaillement plan et bloqué en ouverture,

afin d'éviter l'interpénétration des bras de l'éprouvette, Figure 3.24c. Les localisations des déplacements mesurés sur les éprouvettes pour les deux modélisations sont identiques à celles des essais. La longueur de fissure initiale a_0 est de 162,5 mm plus 3,5 mm, longueur de l'encoche faite par une lame de cutter, ainsi a_0 vaut 166 mm comme pour les essais de caractérisation.

Rapport	$\frac{E_L}{E_R}$	$\frac{E_L}{E_T}$	$\frac{E_L}{G_{LT}}$	$\frac{E_L}{G_{LR}}$	ν_{LT}	ν_{LR}	ν_{TR}
Valeur	13	21	16	14,5	0,43	0,39	0,32

TABLEAU 3.1 – Rapport des modules d'élasticité avec le module d'Young Longitudinal (E_L) et les valeurs des coefficients de Poisson des résineux (Guitard et El Amri, 1987)

Nous avons réalisé une étude de sensibilité de nos maillages sur les essais DCB et ENF analogue à celle proposée par Lespine (2007), Figure 3.24. Il modélise plusieurs essais DCB avec des densités de maillages différentes et trace les courbes des raideurs (k) en fonction de la longueur de fissure (a). Or, il se trouve, que c'est au niveau de la raideur initiale ($\Delta a = 0$) que les résultats divergent le plus. Nous avons donc réduit notre étude de sensibilité du maillage uniquement sur les raideurs initiales, voir Annexe C. La zone où la densité de maille joue un rôle majeur est au niveau de la pointe de l'entaille (Z_1). Nous avons fait le choix d'un maillage rayonnant avec un intervalle constant. La deuxième zone avec une densité de maille tout aussi importante correspond au chemin de fissuration (Z_2). La troisième zone coïncide avec les points de mesures et les points des conditions cinématiques (chargements et appuis) dont la densité de mailles reste significative (Z_3). La dernière zone correspond au reste de l'éprouvette où la densité de maille est plus faible (Z_4).

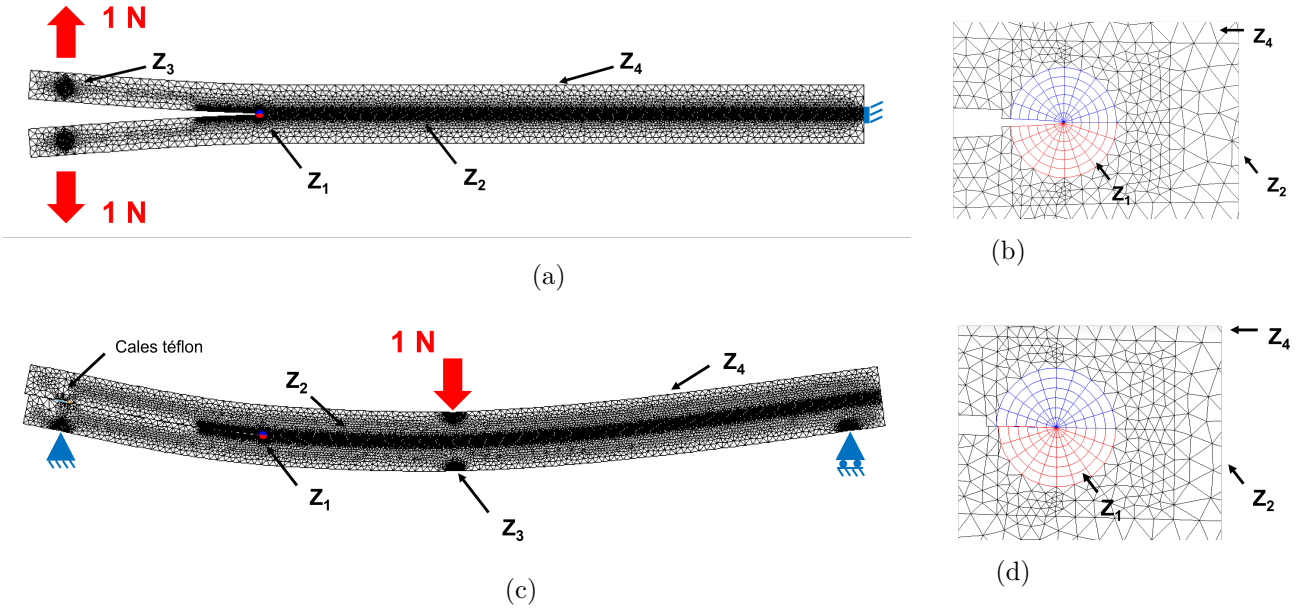


FIGURE 3.24 – Illustration de la densité de maille des essais de Mode I et II : (a) maillage de l'essai DCB (b) zoom du maillage en fond de fissure de l'essai DCB (c) maillage de l'essai ENF (d) zoom du maillage en fond de fissure de l'essai ENF

Après cette étude préliminaire sur la sensibilité des maillages, les fonctions de complaisance sont déterminées. L'incrément de fissure da est de 0,1 mm. La longueur de fissure finale correspond à : $a = a_0 + 180$ mm. Ainsi pour chaque incrément de fissure, nous déterminons la complaisance associée pour un effort de 1 N. Pour déterminer la fonction de complaisance sur l'épaisseur totale de l'éprouvette, il suffit de diviser, pour chaque incrément de fissure, la complaisance λ par l'épaisseur totale de l'éprouvette b. L'épaisseur totale de l'éprouvette dépend bien évidemment de la teneur en eau de l'éprouvette que nous calculons à partir de l'équation (3.1) avec l'aide du coefficient de gonflement radial des résineux, $\alpha_R = 0,19$ %/% , déterminé par Guitard et El Amri (1987).

3.4.1.2 Vérification du facteur de correction appliqué aux fonctions de complaisance élastique équivalente

Le bois étant un matériau dont les propriétés élastiques varient fortement de ± 30 % à 40 %, la complaisance initiale expérimentale $\lambda_{exp}(a_0)$ est évidemment différente de la complaisance initiale numérique $\lambda_{num}(a_0)$. Ainsi, pour prendre en compte cette différence dans la détermination des courbes-R, la fonction de complaisance $\lambda(a)$ doit être modifiée par un facteur correctif. Ce facteur est inévitablement différent pour chaque éprouvette de caractérisation. Le coefficient correctif ψ est défini par Morel et al. (2005) comme étant le rapport des complaisances initiales tel que $\psi = \lambda_{exp}/\lambda_{num}(a_0)$.

Nous rappelons que la complaisance n'est autre que l'inverse de la raideur. Le coefficient de correction doit être appliqué à l'ensemble de la fonction de complaisance $\lambda_{cor}(a) = \psi\lambda(a)$. D'après Morel et al. (2002, 2003), le rapport des complaisances initiales expérimentales et numériques est égal au rapport du module d'élasticité effectif numérique sur le module d'élasticité effectif expérimental, ainsi : $\psi = \lambda_{exp}/\lambda_{num}(a_0) = E'_{num}/E'_{exp}$. Le module effectif s'écrit de la manière suivante en Mode I et en Mode II d'après Sih et al. (1965) :

$$E' = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{2E_L E_T}{\frac{E_L}{2G_{LT}} - \nu_{LT} + \sqrt{\frac{E_L}{E_T}}}} & \text{Mode I} \\ \sqrt{\dfrac{2E_L E_L}{\frac{E_L}{2G_{LT}} - \nu_{LT} + \sqrt{\frac{E_L}{E_T}}}} & \text{Mode II} \end{cases} \tag{3.2}$$

Phan et al. (2016) montrent que le coefficient de correction ψ pour déterminer les fonctions de complaisance des Modes I et II ainsi que celles de mode mixte I+II dépend principalement du module longitudinal E_L. ψ peut ainsi être déterminé en première approximation à partir du rapport du module longitudinal numérique initial avec le module longitudinal expérimental initial ($\psi = E_{L_{num}}/E_{L_{exp}}$)

Nous présentons sur les Figures 3.25 (DCB) et 3.26 (ENF) les évolutions des fonctions de complaisance pour différentes valeurs du module longitudinal E_L.

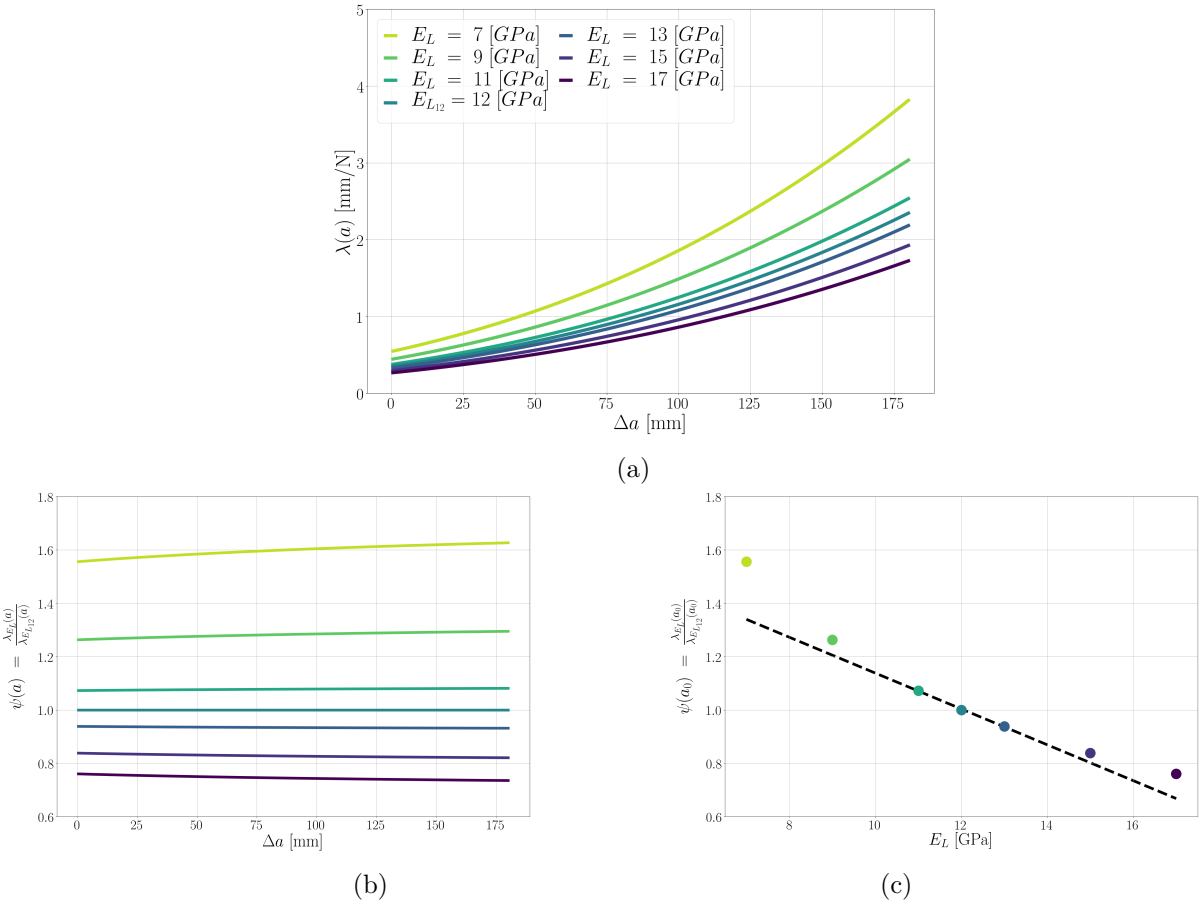


FIGURE 3.25 – Fonctions de complaisance pour diverses valeurs du module d'Young longitudinal E_L à partir de la modélisation EF de l'essai DCB : (a) fonctions de complaisance, (b) variations du facteur de correction $\psi(a)$ en fonction de la propagation de la fissure élastique équivalente a, (c) facteurs de correction à partir des complaisances initiales $\lambda(a_0)$ en fonction des modules d'Young longitudinaux

La Figure 3.25a présente les fonctions de complaisance pour différentes valeurs de E_L (de 7 à 17 GPa) pour l'essai DCB (Mode I). Les autres modules élastiques et coefficients de Poisson sont considérés comme constants. La Figure 3.25b représente les évolutions des fonctions des complaisances, mais cette fois-ci normalisées par la complaisance médiane ($E_{L_{12}} = 12$ GPa). Sur ce graphique, nous constatons que les fonctions de complaisance en dehors d'un domaine de ±20 % de la valeur médiane, ne sont pas constantes tout au long de la propagation de fissure. De plus, la Figure 3.25c montre l'évolution du facteur correctif ψ en fonction des modules longitudinaux (7 à 17 GPa). Nous remarquons que le facteur de correction est linéaire entre 0,8 $<\psi<$ 1,2. Aussi, nous considérons que nous pouvons appliquer le facteur de correction uniquement entre ces deux bornes.

Nous avons fait le même travail sur l'essai ENF. Nous retrouvons, Figure 3.26a, les différentes évolutions des fonctions de complaisance en fonction de la longueur de fissure élastique équivalente pour différentes valeurs de E_L (7 à 17 GPa). Nous trouvons les mêmes tendances que sur l'essai DCB, c'est-à-dire, une augmentation de la complaisance en fonction de la longueur de fissure et aussi une hausse de la complaisance quand le module d'Young longitudinal diminue. Les mêmes conclusions, que celles tirées des modélisations

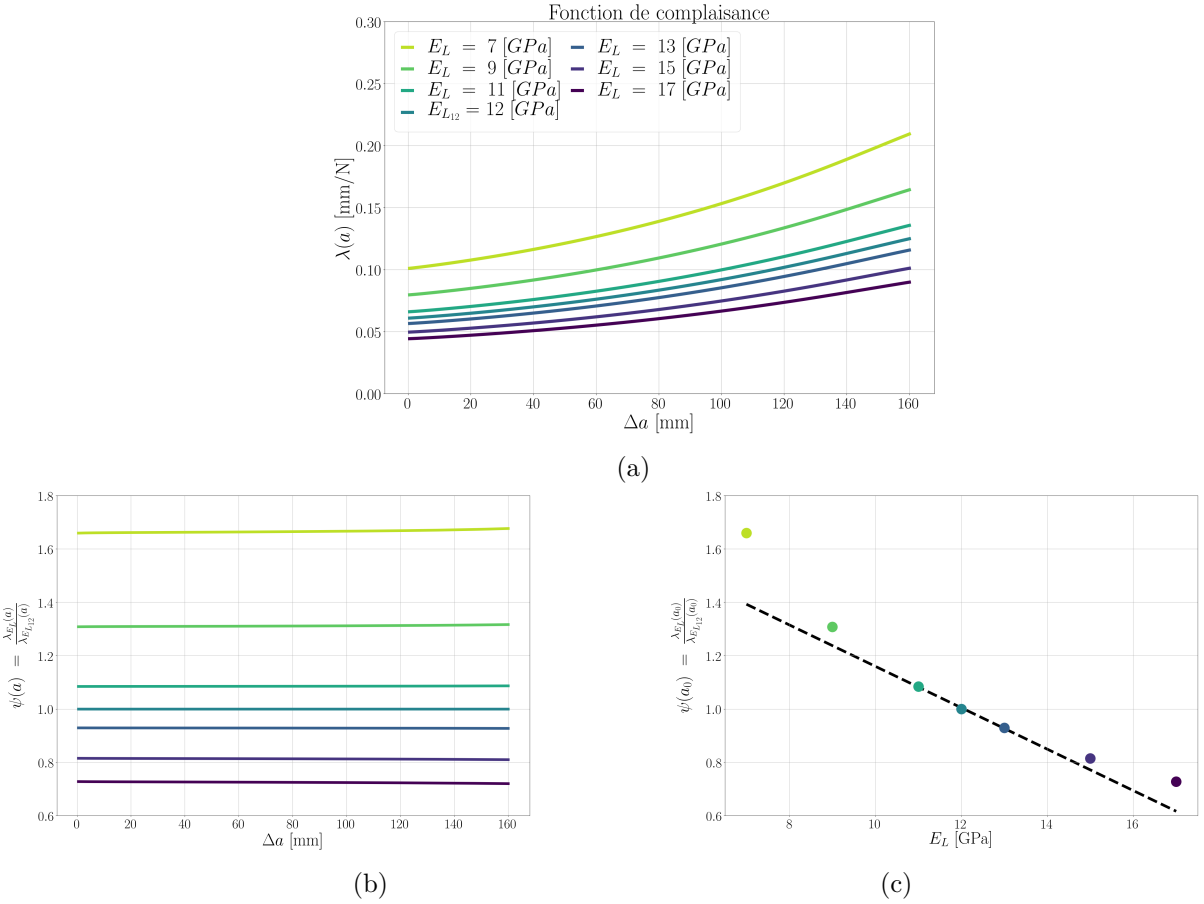


FIGURE 3.26 – Fonctions de complaisance pour diverses valeurs du module d'Young longitudinal E_L à partir de la modélisation EF de l'essai ENF : (a) fonctions de complaisance, (b) variations du facteur de correction $\psi(a)$ en fonction de la propagation de la fissure élastique équivalente a, (c) facteurs de correction à partir des complaisances initiales $\lambda(a_0)$ en fonction des modules d'Young longitudinaux

de l'essai DCB sur le facteur de correction peuvent être attribuées aux modélisations de l'essai ENF à partir des Figures 3.26b et 3.26c. Nous considérons donc, que le facteur de correction ψ s'applique uniquement pour un rapport des complaisances initiales compris entre 0,8 et 1,2.

Par ailleurs, la forte variabilité des propriétés élastiques du bois et la restriction mise en place sur le facteur de correction (compris entre 0,8 et 1,2), nous impose de mettre en place un classement des éprouvettes en fonction de leur complaisance initiale (ou de leur module longitudinal). Ainsi, pour une teneur en eau de 12 %, nous mettons en place trois classes de rigidité en fonction de la valeur E_L : 9 GPa (classe A), 11 GPa (classe B) et 13 GPa (classe C). Comme nous voulons caractériser les paramètres de rupture sur 5 teneurs en eau (6 %, 10 %, 12 %, 14 %, et 19 %), nous utilisons les équations (1.5) (Chapitre 1) issues de l'étude Guitard et El Amri (1987) pour déterminer les propriétés élastiques de nos modèles EF. De plus, nous appliquons toujours les mêmes rapports entre E_L et les modules élastiques, donnés dans le Tableau 3.1, pour les différentes teneurs en eau.

Ainsi, nous devons déterminer pour chaque type d'essais (DCB et ENF) 15 fonctions de complaisance (5 teneurs en eau $\times$ 3 classes).

3.4.1.3 Courbes-R des essais des Modes purs I et II

Après avoir obtenu les courbes force-déplacement et les différentes fonctions de complaisance, nous déterminons les courbes-R. Pour cela nous ne prenons que l'enveloppe des courbes force-déplacement lissées. Deux méthodes sont présentées dans l'Annexe B, la méthode graphique et la méthode analytique. Elles donnent toutes les deux les mêmes résultats, voir les Figures 3.27c (DCB) et 3.27d (ENF).

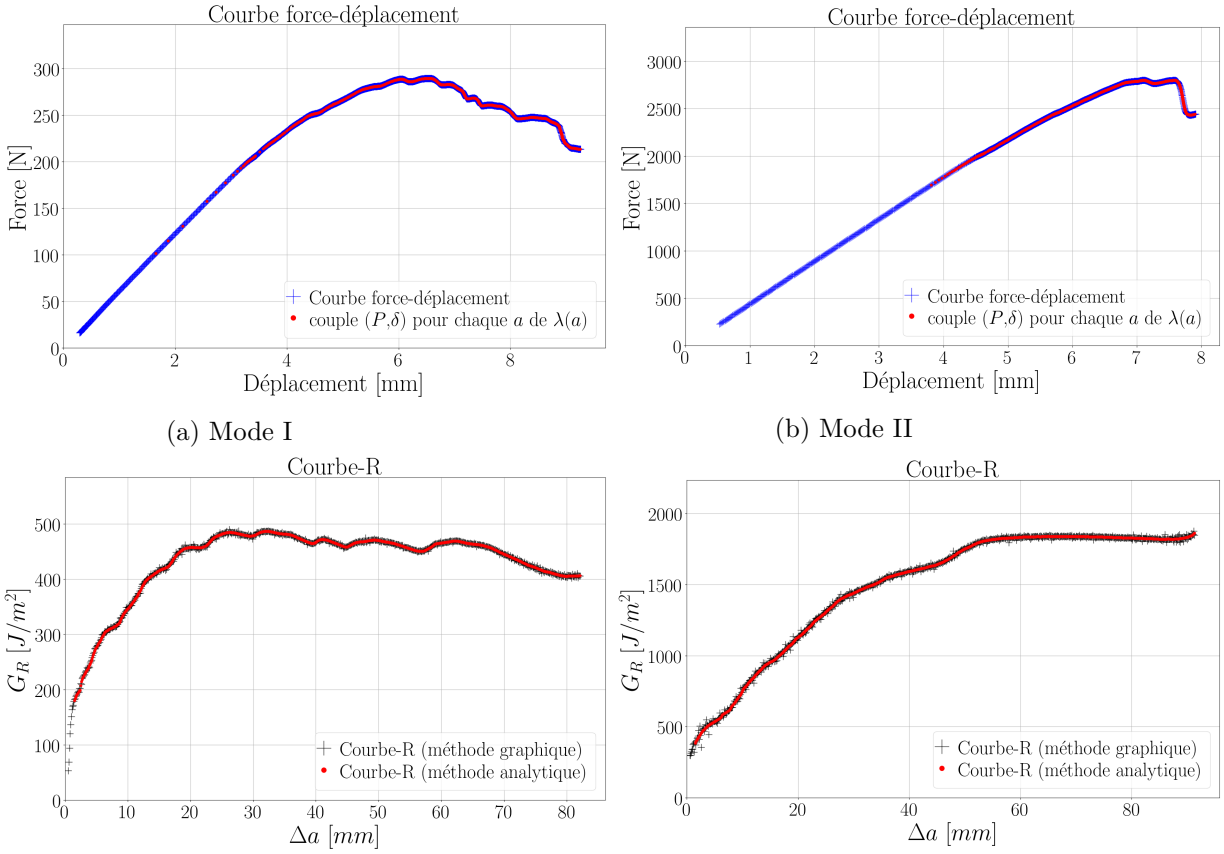
Nous rappelons que pour déterminer la dérivée de la fonction de complaisance (λ'(a)), en fonction de a, nécessaire dans la méthode analytique, nous n'utilisons pas de loi polynomiale. En effet, dans la littérature les fonctions de complaisance sont approximées par une loi polynomiale d'ordre 5 et plus. Cela facilite la détermination de la dérivée première de la complaisance, mais cette méthode donne des valeurs erronées pour la dérivée seconde, λ"(a). Nous verrons plus tard que nous aurons besoin de cette dérivée seconde de la fonction de complaisance. C'est pourquoi nous déterminons la dérivée première à partir de la méthode des tangentes en tout point de la fonction de complaisance $\lambda(a)$.

Pour faciliter la comparaison des courbes-R de chaque essai, nous avons fait le choix de déterminer pour chaque longueur de fissure élastique équivalente (a) le couple (δ, P) correspondant et non l'inverse. Tout d'abord, nous estimons le facteur de correction ψ (rapport de la complaisance expérimentale et de la complaisance numérique pour $a = a_0$). Ensuite par un processus de dichotomie, nous déterminons les couples (δ, P) associés à une longueur de fissure a, en déterminant le croisement entre les raideurs élastiques (inverse de la complaisance) issues de la fonction de complaisance corrigée $\lambda_{cor}(a)$ et la courbe force-déplacement expérimentale. Le classement des éprouvettes (classe A, B et C) se fait par comparaison des facteurs de correction. En effet, après avoir déterminé la complaisance expérimentale initiale $\lambda_{exp}(a_0)$, nous pouvons déterminer le facteur de correction ψ pour les différentes classes. Ainsi, la valeur du facteur de correction ψ qui est la plus proche de 1 nous donne la classe de l'éprouvette.

Les courbes force-déplacement, Figures 3.27a et 3.27b, des essais DCB et ENF présentent une phase linéaire élastique puis une phase non linéaire, qui est croissante jusqu'au pic de charge puis décroissante. Après la détermination de la complaisance initiale et de la valeur de fin du domaine élastique, nous appliquons la MLEReq et déterminons les courbes-R.

Les points rouges, sur les courbes force-déplacement 3.27a et 3.27b, correspondent aux couples (P, δ) associés à chaque valeur de longueur de fissure équivalente a issue de la fonction de complaisance qui dépend de la classe du matériau. Par ailleurs, nous pouvons distinguer une différence entre les parties post-pic des essais de Mode I et de Mode II. Le post-pic de l'essai ENF est beaucoup plus abrupt que celui de l'essai DCB. Néanmoins, les parties post-pic des deux essais sont dépourvues d'instabilités, ce qui permet d'obtenir des courbes-R sans "interruption". Cela signifie qu'il existe pour chaque longueur de fissure élastique équivalente a, un couple (P, δ) et une valeur de résistance à la propagation de fissure $G_R(a)$, Figures 3.27c et 3.27d.

D'après les Figures 3.27c et 3.27d, les deux méthodes de calcul de la courbe-R, gra-



(a) Mode I

(b) Mode II

(c) Mode I

(d) Mode II

FIGURE 3.27 – Calcul des courbes-R suivant les deux méthodes (graphique et analytique) à partir des courbes force-déplacement sur des éprouvettes en pin maritime à une teneur en eau de 12 % : réponse force-déplacement (a) DCB, (b) ENF, calcul de la courbe-R de l'essai avec $\Delta a = a - a_0$ (c) DCB et (d) ENF

phique ou analytique, sont équivalentes. Nous faisons le choix, pour la suite de nos travaux, d'utiliser uniquement la méthode analytique. Les deux courbes-R en Mode I et en Mode II sont marquées par deux régimes : (i) un régime initial monotone croissant, il caractérise le développement de la FPZ et (ii) un régime plateau constant symptomatique de la propagation autosimilaire de la fissure principale accompagnée de sa zone d'élaboration. Une légère différence ressort sur la forme de la courbe-R de l'essai DCB de celle de l'essai ENF. En effet, la courbe-R de Mode II présente sur le régime constant ($a > 50$ mm) un régime quasi-linéaire, tandis que la courbe-R de Mode I présente un régime qui fluctue autour d'une valeur plateau ($a > 25$ mm). A partir de ces courbes expérimentales et de l'élaboration d'une nouvelle procédure d'analyse des courbes-R, nous allons extraire les différents paramètres de rupture (G_{Rc}, β et Δa_c).

3.4.2 Détermination des paramètres de rupture en Mode I et Mode II purs à partir des courbes de résistance

3.4.2.1 Méthode d'extraction des paramètres de rupture

Les deux régimes d'une courbe-R expérimentale peuvent être approximés par (i) une loi puissance pour le régime monotone croissant correspondant au développement de la zone d'élaboration et (ii) une constante pour le régime plateau qui décrit la propagation auto-similaire de la fissure principale avec sa zone d'élaboration. Ces deux régimes se croisent en un point qui indique la fin du développement de la zone d'élaboration et le début de la propagation de la fissure principale. La longueur de fissure élastique équivalente à ce croisement correspond à la longueur de fissure élastique équivalente critique de la FPZ, Δa_c. L'expression analytique de la courbe-R théorique définie par Morel (2008) est la suivante :

$$G_R(\Delta a) = \begin{cases} \frac{G_{Rc}}{\Delta a_c^\beta} \Delta a^\beta & \text{si } \Delta a < \Delta a_c \\ G_{Rc} & \text{si } \Delta a \geq \Delta a_c \end{cases} \tag{3.3}$$

où $\Delta a = a - a_0$ est l'incrément de fissure élastique équivalente, G_{Rc} la résistance critique à la propagation de fissure, et β l'exposant de la loi puissance. Différentes méthodes existent dans la littérature (Lespine, 2007, Sorin, 2018) pour déterminer les paramètres de rupture de la courbe-R. Elles commencent toutes par la détermination de la valeur plateau G_{Rc} puis de l'exposant β et enfin par la longueur de fissure élastique équivalente critique $\Delta a_c = a_c - a_0$.

Détermination de la valeur plateau : G_{Rc}.

Différentes méthodes existent pour évaluer la valeur plateau de la courbe-R. Lespine (2007) propose de déterminer la valeur haute et basse de G_R dans une zone définie visuellement puis de faire la moyenne des deux valeurs pour déterminer G_{Rc}. Sorin (2018) suggère une méthode plus élaborée qui consiste à évaluer l'erreur de mesure k_{erreur} en $[J/m^2]$ effectuée sur $G_R(a)$. Ainsi, pour chaque point de la courbe-R, il considère un intervalle de $2k_{erreur}$. L'intervalle qui compte le plus grand nombre de points de la courbe-R est celui retenu pour trouver la valeur plateau G_{Rc}. Ensuite, pour déterminer cette valeur Sorin (2018) fait la moyenne des G_R sur cet intervalle. Cette méthode est donc entièrement dépendante de la précision des systèmes de mesure.

D'après la courbe-R présentée sur la Figure 3.27d, la détermination de la valeur plateau du Mode II semble sans appel tandis que celle de Mode I, Figure 3.27c, est moins évidente. La courbe $G_R(a)$ de Mode I oscille autour d'une valeur plateau. Nous considérons que ces oscillations ressemblent à celles d'un profil de surface d'un matériau rugueux. Nous nous sommes donc inspirés des méthodes mises en place pour définir les états de surface de ces profils rugueux, en utilisant la courbe d'Abbott-Firestone ou courbe de portance Abbott et Firestone (1933), afin de déterminer la valeur plateau G_{Rc}. Dans notre cas, la courbe de portance correspond au taux de longueur portante en fonction de la résistance de la propagation de fissure $G_R(a)$, Figure 3.28a. Le taux de longueur portante est pour un

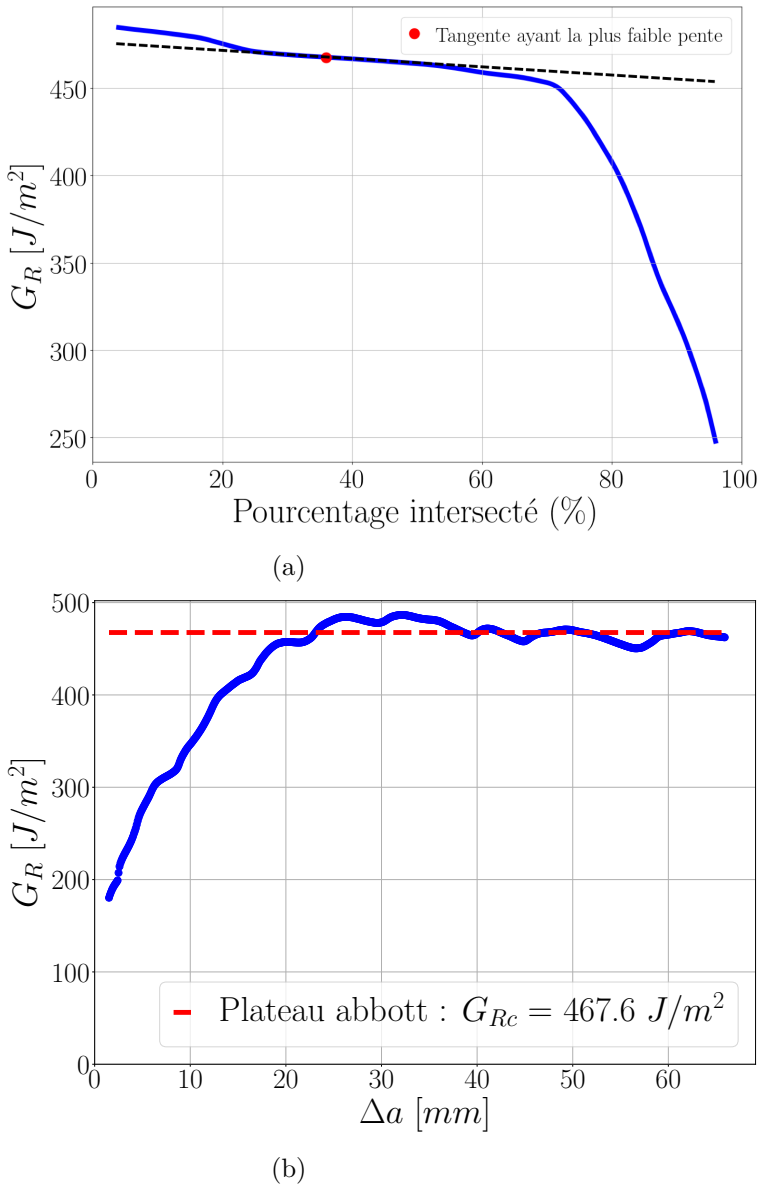


FIGURE 3.28 – Détermination de la valeur plateau de la courbe-R, G_{Rc}, de l'essai DCB, (a) courbe d'Abbott-Firestone et du point d'inflexion, (b) courbe-R avec l'estimation de G_{Rc}

profil de surface rugueuse : le rapport entre la somme des longueurs portantes du profil à une profondeur donnée sur la longueur totale projetée du profil. Pour nous, le taux de longueur portante est la somme des longueurs de fissure élastique équivalente portante, pour une valeur de G_R donnée. La résistance critique G_{Rc} correspond à l'ordonnée du point d'inflexion de la courbe de portance. Pour déterminer ce point d'inflexion, il suffit de déterminer le point dont le coefficient directeur de la tangente à la courbe de portance est le plus faible.

Nous pouvons utiliser cette méthode pour estimer la valeur plateau G_{Rc} en Mode I comme en Mode II. De plus, nous pouvons déterminer, à partir des erreurs de mesure, l'erreur sur G_{Rc}. Celle-ci est différente en fonction de l'essai. En Mode I, nous estimons

que l'erreur sur G_{Rc} est de $\pm$ 20 J/m^2 pour une teneur en eau de 12 % et en Mode II de $\pm$ 125 J/m^2.

Détermination du couple : (β, Δa_c)

La détermination de la longueur de fissure élastique équivalente critique Δa_c se fait généralement à partir de la courbe $\log(G_R)$ en fonction de $\log(\Delta a)$. La phase de développement de la FPZ devient une droite linéaire croissante et la phase plateau reste toujours constante. La valeur $\log(\Delta a_c)$ correspond à l'intersection entre la droite linéaire estimée à partir d'une régression linéaire et la valeur plateau $\log(G_{Rc})$ ainsi nous obtenons Δa_c. La pente de la régression linéaire correspond à l'exposant β de la loi puissance. Le problème dans cette méthode est de déterminer le domaine dans lequel est réalisée la régression linéaire. Certains enlèvent le pied de courbe et d'autres réévaluent manuellement la pente de la courbe quand le résultat ne leur convient pas.

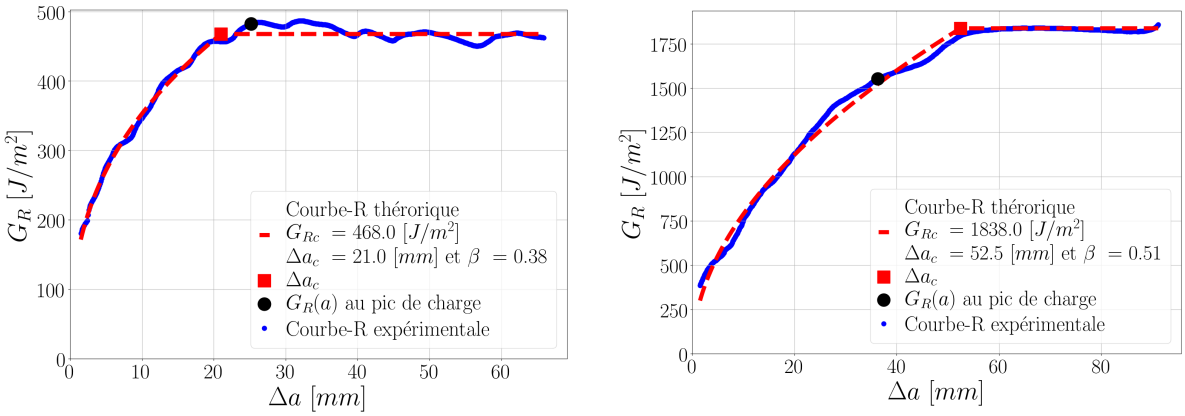
Nous souhaitons mettre en place une méthode dont la détermination du couple (β, Δa_c) se ferait de manière automatique. Au lieu de passer par le logarithme, nous allons travailler directement sur la courbe-R originelle. Pour cela, nous réalisons une régression par la loi puissance, équation (3.3), combinée à la méthode des moindres carrés sur G_R en tout point de Δa. La méthode est la suivante :

- Déterminer G_{Rc} par la méthode Abbott et Firestone (1933).
- Calculer les multiples courbes-R théoriques à partir de l'équation (3.3), en faisant varier l'exposant β entre 0 et 1 avec un incrément de 0,01 et Δa_c entre la première valeur de Δa jusqu'à la dernière valeur Δa de la courbe-R étudiée avec un incrément $da = 0,1$ mm.
- Calculer, pour chaque incrément de fissure élastique équivalente (Δa), la différence (sur G_R) entre la courbe-R expérimentale et chaque courbe-R théorique.
- Identifier la courbe-R théorique ayant la somme des différences sur G_R la plus faible.

Ainsi, cette courbe-R théorique permet de définir le couple (β, Δa_c) optimal, Figure 3.29.

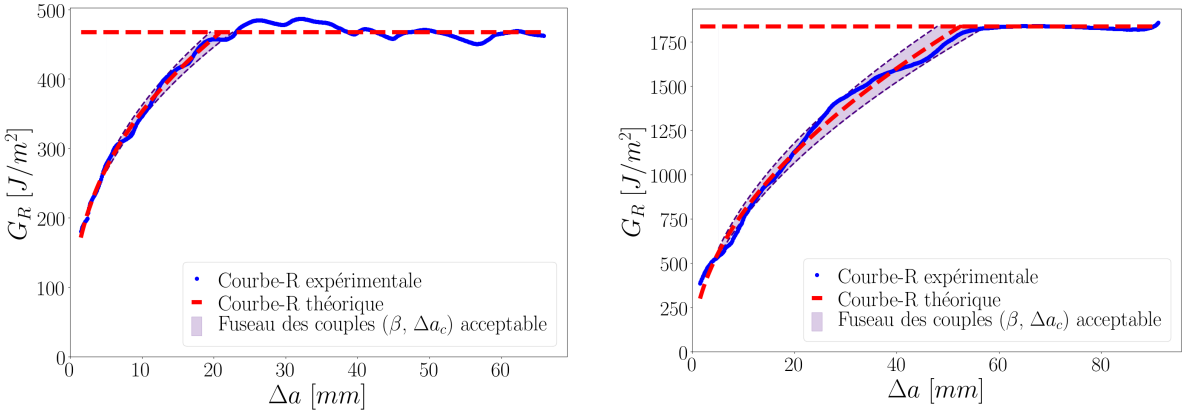
Par ailleurs, ce couple optimal (β, Δa_c) est dépendant des erreurs de mesures durant l'essai. Nous allons donc définir un ensemble de couple (β, Δa_c) conduisant à la courbe-R théorique. Pour cela, nous reprenons l'idée de Sorin (2018) à propos de l'erreur sur G_{Rc} en la généralisant sur l'ensemble de la courbe-R. A partir des erreurs engendrées par nos systèmes de mesures, nous considérons qu'il existe un ensemble de couples (β, Δa_c) pouvant décrire la phase de développement de la FPZ. Ainsi, en estimant une erreur sur G_R en tout point de Δa, nous sommes capables de déterminer un fuseau dont les couples (β, Δa_c) sont acceptables, pour une valeur de G_{Rc} donnée, Figures 3.30a et 3.30b.

Le fuseau des essais de Mode I varie sur Δa_c de $\pm$ 3 mm et sur β de $\pm$ 0,03. Pour les essais de Mode II le fuseau est plus large avec $\pm$ 6 mm sur Δa_c et $\pm$ 0,1 sur β. Ainsi, sur l'ensemble des couples (β, Δa_c) calculés, il n'existe qu'une minorité de couples acceptables. En effet, les surfaces rouges des Figures 3.30c et 3.30d représentent les couples qui génèrent une loi puissance passant dans le fuseau du Mode I ou du Mode II. Pour la suite de nos travaux, nous utiliserons uniquement le couple (β, Δa_c) optimal.

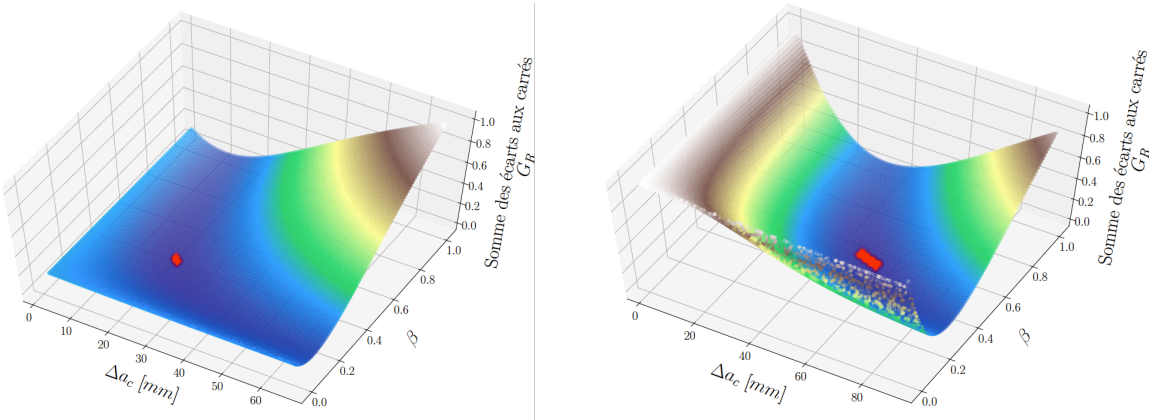


(a) Mode I (b) Mode II

FIGURE 3.29 – Comparaison entre la courbe-R expérimentale et la courbe-R théorique pour une teneur en eau de 12 % : (a) DCB et (b) ENF



(a) Mode I (b) Mode II



(c) Mode I (d) Mode II

FIGURE 3.30 – Détermination des couples (β, Δa_c) recevables pour des essais d'une teneur en eau de 12 %, Fuseau des solutions acceptables de l'essai (a) DCB, (b) ENF, couples (β, Δa_c) acceptables pour l'essai (c) DCB et (d) ENF

Nous appliquons cette démarche pour l'ensemble des teneurs en eau sans aucune distinction entre le Mode I et le Mode II. Ainsi, nous sommes capables de déterminer les trois paramètres de rupture : G_{Rc}, Δa_c et β pour n'importe quelles courbes-R de manière automatique et indépendante.

3.4.2.2 Vérification des paramètres de rupture G_{Rc}, Δa_c et β

Après la détermination des paramètres (G_{Rc}, Δa_c et β) de la courbe-R théorique, nous allons comparer la réponse force-déplacement expérimentale à celle calculée à partir de la courbe-R théorique. Pour revenir à l'expression force-déplacement à partir de la courbe-R théorique nous reportons l'équation (1.24) du taux de restitution d'énergie pour déterminer la force P. Le déplacement δ se retrouve à partir de la définition de la complaisance. Il vient :

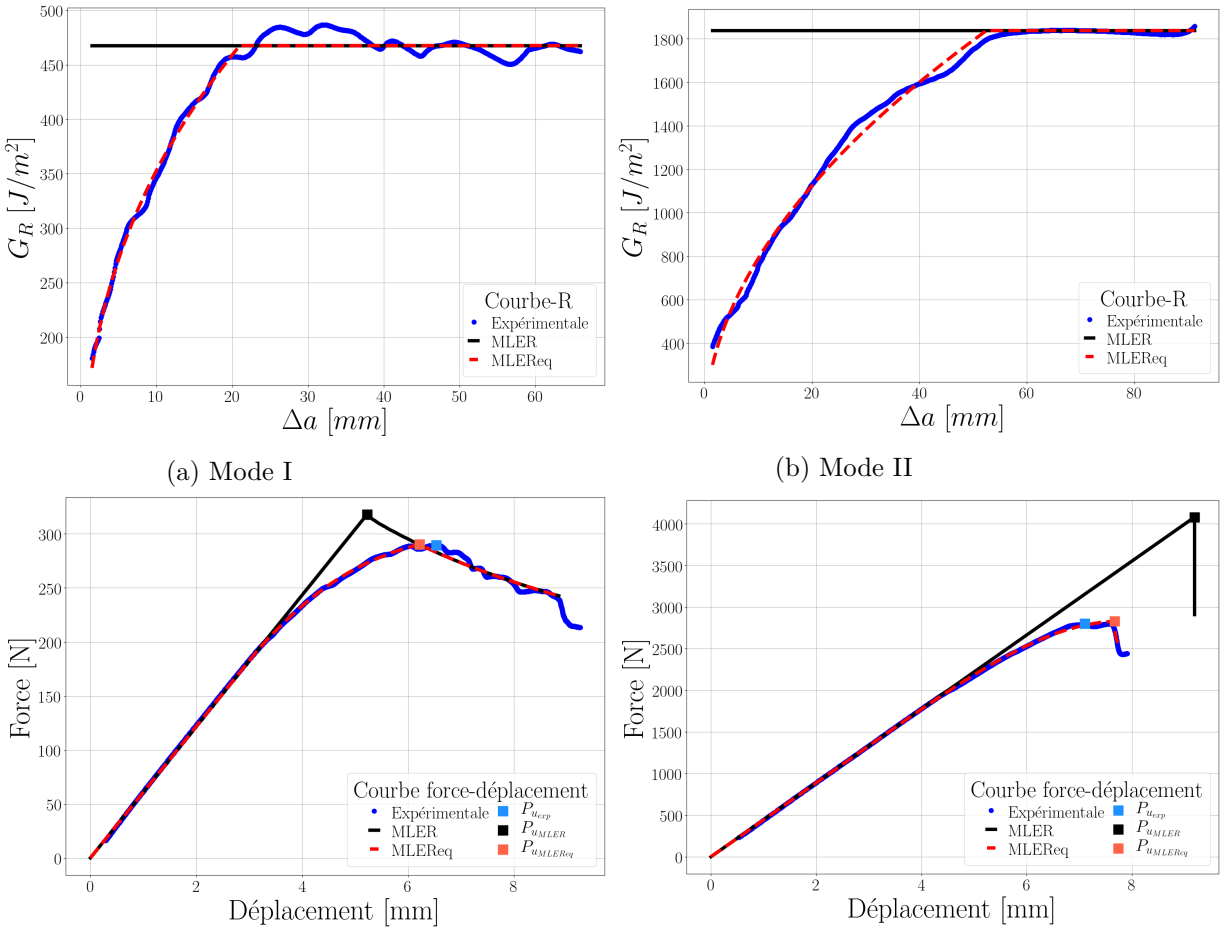
$$P(\Delta a) = \sqrt{\frac{G_R(\Delta a)2b}{\lambda'(\Delta a)}} \qquad et \qquad \delta(\Delta a) = P(\Delta a)\lambda(\Delta a) \tag{3.4}$$

Les Figures 3.31c et 3.31d représentent les courbes force-déplacement expérimentales et théoriques données par la MLER (noire) et la MLEReq (rouge). Notons que la MLER ne prend pas en compte le développement de la FPZ, ce qui se traduit sur la courbe-R par un plateau tout au long de la propagation de la fissure (c'est à dire, $G_R(a) = G_{Rc} \,\forall\, a$), Figure 3.31a DCB et 3.31b ENF. De fait, la courbe force-déplacement induite par la MLER n'est constituée que de deux phases, la phase élastique jusqu'au pic puis la phase de propagation de fissure.

La courbe force-déplacement construite à partir de la MLEReq se compose de trois phases, une phase élastique, puis une phase non-linéaire croissante jusqu'à proximité du pic caractéristique de la phase de développement de la zone d'élaboration et enfin d'une phase non-linéaire décroissante. Cette dernière phase est caractéristique de la propagation autosimilaire de la fissure principale avec sa zone d'élaboration. La charge au pic P_u (ou charge ultime) est atteinte pour la MLER à la fin du domaine élastique, alors que la charge ultime résultant de la MLEReq se situe au sein de la phase de développement de la FPZ. La longueur de fissure élastique équivalente a_u correspondant au pic de charge P_u est donc comprise entre a_0 et a_c.

Lorsque nous comparons ces deux méthodes dans l'estimation du pic de charge expérimental, la surestimation de P_u évaluée par la MLER est sans équivoque. En effet, la MLER estime une charge ultime supérieure d'environ 10 % pour l'essai DCB et de plus de 40 % pour l'essai ENF, alors que la MLEReq estime la charge ultime dans un intervalle de 1 % par rapport à la valeur réelle. La prise en compte de la phase de développement de la FPZ dans l'estimation de la charge ultime est donc grandement nécessaire.

Les protocoles des essais DCB (Mode I) et ENF (Mode II) sont établis pour identifier les paramètres de rupture à partir d'une procédure d'asservissement en déplacement. La MLEReq a été vérifiée pour les deux essais ainsi que pour les différentes teneurs en eau. Les différentes fonctions de complaisance ont été déterminées à partir d'une modélisation par éléments finis. Le nombre d'essais par teneur en eau est d'environ 30 éprouvettes dont 10



(a) Mode I (b) Mode II

(c) Mode I (d) Mode II

FIGURE 3.31 – Comparaison entre les courbes expérimentales et théoriques (MLER et MLEReq) sur des essais d'une teneur en eau de 12 % : Courbe-R essai (a) DCB, (b) ENF, courbe force-déplacement essai, (c) DCB et (d) ENF

sont dédiées à la détermination des paramètres d'asservissement (PID). Le taux de réussite est d'environ 60 % pour les essais DCB et de 40 % pour les essais ENF, après identification des PID. Le taux de réussite ne dépend pas uniquement du déroulement de l'essai, mais aussi de l'obtention des paramètres de rupture. Nous considérons qu'une courbe-R est valide, lorsque celle-ci possède un régime plateau sur une longueur de fissure de 20 mm et qu'elle est dépourvue de chute brutale de résistance induite par une quelconque instabilité. Nous avons mis en place une méthode robuste et universelle pour déterminer les paramètres des courbes-R quels que soient les modes de rupture et les teneurs en eau que nous étudions. Nous allons maintenant analyser en détail les résultats obtenus pour les différents paramètres (G_{Rc}, Δa_c et β) en fonction de la teneur en eau des éprouvettes, mais aussi du classement (classe A, B et C) que nous avons préalablement établi.

3.5 Evolution des paramètres de rupture en fonction de paramètres physiques ou mécaniques

La campagne expérimentale et la détermination des différents paramètres de ruptures ont duré un an. La teneur en eau des éprouvettes a été déterminée à partir de la norme ISO-13061-1 (2014) sur des échantillons de 60 mm de long, taillés en "fond de fissure" après l'essai. Les dimensions et la masse ont été mesurées sur ces éléments qui ont été mis dans une étuve à 103^oC afin d'obtenir les dimensions et la masse des éléments à l'état anhydre. Ainsi nous sommes capables de déterminer la densité et la teneur en eau de chaque éprouvette. Le nombre total d'éprouvettes pour caractériser les paramètres de rupture de Mode I et de Mode II sur l'ensemble des teneurs en eau est d'environ 500, en comptabilisant aussi les essais préliminaires.

3.5.1 Effet de la teneur en eau

Nous allons représenter les résultats de deux manières différentes. La première en créant trois groupes d'humidité qui se réfèrent aux classes de service introduites dans l'Eurocode 5 et la deuxième en déterminant l'évolution des paramètres en fonction de la teneur en eau. Les trois groupes d'humidité sont les suivants : "sèche" avec une teneur en eau entre $5\% \leq H \leq 11\%$, "moyenne" entre $12\% \leq H \leq 16\%$ et "humide" supérieure à $H > 16\%$. Nous rappelons que pour chaque teneur en eau nous avons mis en place trois classes (A, B et C) qui dépendent de la valeur de E_L. Les Tableaux 3.2 et 3.3 récapitulent les valeurs moyennes et les écart-types des paramètres de rupture des Modes I et II, pour une propagation de fissure suivant une configuration TL. Les courbes des essais valides se trouvent dans l'Annexe I et le détail de leurs résultats pour se trouve dans l'Annexe H.

Classe d'humidité	**Essais valides**	H %	$E_{L_{num}}$ [GPa]	G_{Rc_I} [J/m^2]	Δa_{c_I} [mm]	β_I
Sèche	33	8,0	10,8	406	18,6	0,28
$5\% \leq H \leq 11\%$		(1,9)	(1,7)	(97)	(9,6)	(0,10)
Moyenne	29	13,8	10,9	550	31,4	0,32
$12\% \leq H \leq 16\%$		(1,3)	(1,8)	(195)	(9,3)	(0,09)
Humide	20	18,8	10,2	598	30,1	0,4
$H > 16\%$		(0,7)	(1,2)	(161)	(8,4)	(0,08)

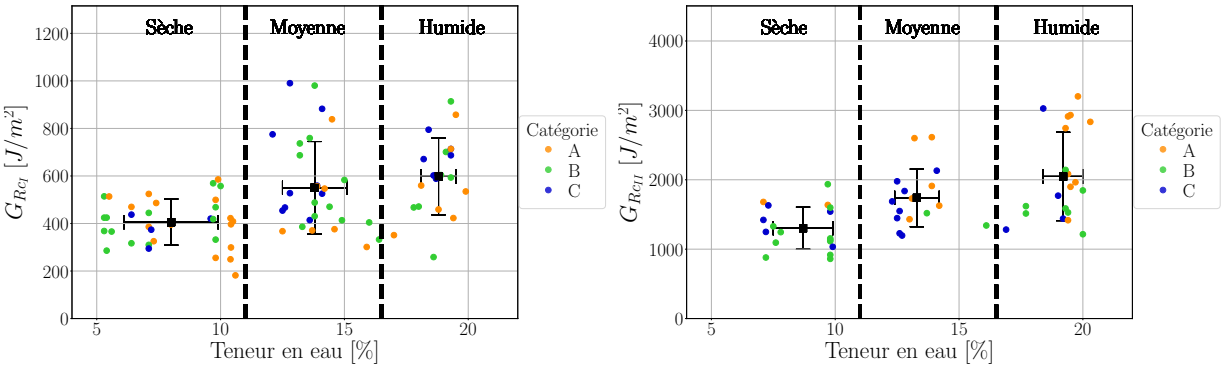
Tableau 3.2 – Paramètres de rupture de Mode I pour trois classes d'humidité de pin maritime, moyenne et (écart-type)

Classe d'humidité	Essais valides	H %	$E_{L_{num}}$ [GPa]	$G_{Rc_{II}}$ [J/m^2]	$\Delta a_{c_{II}}$ [mm]	β_{II}
Sèche $5\% \leq H \leq 11\%$	18	8,7 (1,2)	12,0 (1,2)	1303 (303)	34,7 (16,5)	0,55 (0,15)
Moyenne $12\% \leq H \leq 16\%$	16	13,3 (0,9)	10,8 (2,4)	1739 (415)	45,8 (16,1)	0,6 (0,13)
Humide $H > 16\%$	20	19,2 (0,8)	9,5 (2,0)	2048 (636)	63,0 (19,8)	0,73 (0,165)

TABLEAU 3.3 – Paramètres de rupture de Mode II pour trois classes d'humidité de pin maritime, moyenne et (écart-type)

3.5.1.1 Effet de la teneur en eau sur G_{Rc}

La Figure 3.32 montre l'ensemble des résistances critiques obtenues lors des essais des Modes purs I et II. La valeur plateau G_{Rc} augmente en fonction de l'humidité en Mode I comme en Mode II pur. Ce constat était attendu puisque dans la littérature nous retrouvons cette tendance dans l'étude réalisée par Phan et al. (2017) sur du pin maritime avec des essais mTDCB dans une configuration TL. Nous retrouvons cette même évolution de G_{Rc} en fonction de la teneur en eau sur la configuration RL, pour d'autres géométries d'éprouvette (WST, DCB) et sur d'autres essences comme le montre les études de Reiterer et Tschegg (2002), Vasic et Stanzl-Tschegg (2007) et Xavier et al. (2014a). Cette augmentation peut s'expliquer par un changement des micro-mécanismes mis en jeu durant le développement de la zone d'élaboration. En effet, Phan et al. (2017) montrent à partir des lois cohésives (bilinéaire), que l'augmentation de la résistance critique à la propagation de fissure en fonction de la teneur en eau est essentiellement due à l'augmentation de l'énergie cohésive associée au mécanisme de pontage de fissure tandis que l'énergie associée au mécanisme de microfissuration reste approximativement constante.



(a) Mode I (b) Mode II

FIGURE 3.32 – Evolution du paramètre G_{Rc} en fonction de la teneur en eau (a) Mode I : G_{Rc_I} et (b) Mode II : $G_{Rc_{II}}$

Les valeurs obtenues en Mode I sont inférieures de 10 à 20 % de celles de Phan et al. (2017). Par ailleurs, notons que nous trouvons la même tendance qu'eux sur l'évolution de G_{Rc_I} en fonction de la teneur en eau. L'augmentation de G_{Rc_I} entre la teneur en eau de

8 % (406 J/m^2) et 19 % (598 J/m^2) est de 47 % dans notre étude et d'environ 45 % (503 J/m^2 à 725 J/m^2) dans celle de Phan.

L'augmentation de $G_{Rc_{II}}$ en fonction de la teneur en eau est aussi importante qu'en Mode I puisque nous avons une augmentation de 57 % entre la valeur moyenne à une teneur en eau de 8 % (1303 J/m^2) et la valeur moyenne à une teneur en eau de 19 % (2048 J/m^2).

La résistance critique de Mode II est 3,2 à 3,4 fois supérieure à l'énergie de Mode I que ce soit à l'état sec comme à l'état humide. Ce constat est comparable à celui fait dans les études de de Moura et al. (2008) et de Moura et al. (2009). De Moura utilise une géométrie semblable à la nôtre, mais dans une configuration RL, essais DCB pour le Mode I et ENF pour le Mode II. Il existe dans l'étude de de Moura une différence entre les deux géométries. L'entaille initiale est plus courte en Mode I qu'en Mode II. Il obtient des résultats 50 % inférieurs aux nôtres, avec $G_{Rc_I} = 264$ J/m^2 et $G_{Rc_{II}} = 900$ J/m^2 pour une teneur en eau de 12 %. Cette différence peut s'expliquer par la différence entre nos deux géométries, mais aussi par la configuration différente de propagation de fissure. La résistance critique de Mode II ($G_{Rc_{II}}$) reste tout de même 3,4 fois supérieure à celle de Mode I (G_{Rc_I}).

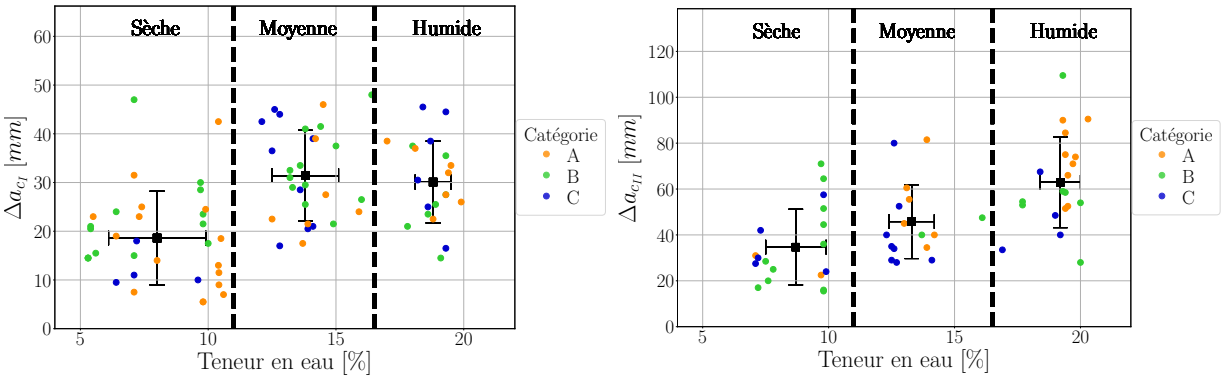
Sorin (2019) détermine, sur une même géométrie, les courbes-R de Mode I pur et de Mode II pur à partir des essais TDCB et LTENF, dans plusieurs configurations de propagation de fissure. Il montre dans son étude que la résistance critique est dépendante en Mode I de la configuration de propagation de fissure pour du pin maritime et ne l'est pas pour de l'épicéa. Pour le Mode II, il montre qu'il n'y a pas de dépendance de $G_{Rc_{II}}$ en fonction de l'angle des cernes du bois. De plus, Sorin (2019) trouve des grandeurs relativement proches des nôtres (configuration TL) pour une teneur en eau de 12 %. G_{Rc_I} est égale à 550 J/m^2 et $G_{Rc_{II}}$ est 2,4 fois supérieure à la résistance critique de Mode I avec une valeur de 1300 J/m^2.

La dernière remarque que nous pouvons faire sur les Figures 3.32a et 3.32b est l'indépendance de la valeur de G_{Rc_I} et de $G_{Rc_{II}}$ en fonction de la classe du matériau (A, B et C) quelle que soit la teneur en eau.

3.5.1.2 Effet de la teneur en eau sur Δa_c

La Figure 3.33 présente l'évolution de Δa_c en fonction de la teneur en eau des Modes purs I et II. La longueur élastique équivalente critique (c'est-à-dire la taille élastique équivalente critique de la FPZ) croît en Mode I comme en Mode II, lorsque la teneur en eau augmente. Nous retrouvons cette même évolution croissante dans l'étude de Phan et al. (2017) sur des éprouvettes mTDCB de pin maritime. Les valeurs moyennes de Δa_{c_I} dans notre étude sont 1,4 fois supérieures à celles données dans l'étude de Phan et al. (2017). Cette tendance se retrouve sur de l'épicéa, la valeur moyenne de Δa_{c_I}, déterminée dans l'étude de Phan et al. (2016) à partir d'éprouvettes DCB (Δa_{c_I}= 29 mm), est 2,4 fois supérieure à celle déterminée dans l'étude de Sorin (2019) sur des éprouvettes TDCB (Δa_{c_I}= 12 mm) pour un teneur en eau de 12 %. Ainsi, la longueur de fissure élastique équivalente critique Δa_{c_I} est plus importante sur des éprouvettes DCB que TDCB ou mTDCB.

Ce constat se retrouve aussi dans les essais de Mode II entre les essais ENF et LTENF. Nous avons pour une teneur en eau moyenne de 13 % une valeur de $\Delta a_{c_{II}}$ égale à 46 mm



(a) Mode I

(b) Mode II

FIGURE 3.33 – Evolution du paramètre Δa_c en fonction de la teneur en eau (a) Mode I : Δa_{c_I} et (b) Mode II : $\Delta a_{c_{II}}$

(essai ENF), tandis que celle de l'étude de Sorin (2019) pour une teneur en eau de 12 % (essais LTENF) est 1,8 fois inférieure ($\Delta a_{c_{II}} = 25$ mm). Quand nous comparons les résultats sur la longueur de fissure élastique équivalente critique de l'épicéa, entre l'étude de Sorin (2019) et celle de Phan et al. (2016), nous obtenons le même constat : $\Delta a_{c_{II}}$ de l'essai ENF est 1,9 fois supérieur à celle de l'essai TENF. La géométrie joue donc un rôle sur la longueur de fissure élastique équivalente et donc sur la taille de la FPZ quel que soit le mode de rupture.

De plus, en comparant les Figures 3.33a et 3.33b entre elles, nous remarquons que les longueurs de fissure équivalente critique en Mode II pur sont plus grandes qu'en Mode I pur. $\Delta a_{c_{II}}$ est 1,9 fois supérieur à Δa_{c_I} quelle que soit la teneur en eau.

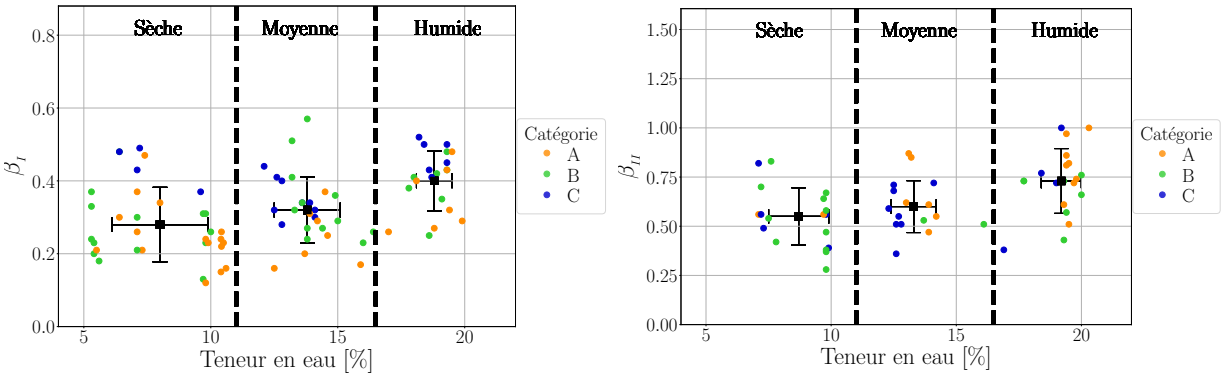
Enfin, Pour l'ensemble des différentes teneurs en eau, il y a comme pour le paramètre G_{Rc}, aucune tendance notable entre la classe du bois et la longueur de fissure élastique équivalente Δa_c.

3.5.1.3 Effet de la teneur en eau sur l'exposant β

Nous ne retrouvons dans la littérature aucune analyse sur l'évolution de l'exposant β en fonction de la teneur en eau ni en fonction du mode de rupture. D'après la Figure 3.34, ce paramètre semble avoir une légère évolution croissante en fonction de la teneur en eau et une forte différence entre les Modes purs I et II. L'exposant β_{II} est 1,9 fois supérieur à celui de Mode I (comme Δa_c) quelle que soit la teneur en eau.

Comme mentionné précédemment, Phan et al. (2017) ont montré que l'augmentation de G_{Rc} avec la teneur en eau H est principalement due à l'augmentation de l'énergie dissipée par pontage de fissure. Ceci a été également constaté par Reiterer et Tschegg (2002) puisqu'ils montrent, à l'aide d'images prises au microscope électronique, les pontages fibreux qui augmentent lorsque la teneur en eau est élevée.

Notons que l'exposant β de la courbe-R dépend du rapport entre les énergies cohésives de microfissuration et de pontage de fissure Morel et al. (2010). En effet quand l'exposant β diminue ($\beta \mapsto 0$), l'énergie associée à la microfissuration est plus importante que celle associée au pontage de fissure et lorsque β augmente ($\beta \mapsto 1$) c'est l'inverse. Ainsi, le fait que l'exposant β augmente en Mode I comme en Mode II, avec la teneur en eau, est en



(a) Mode I

(b) Mode II

FIGURE 3.34 – Evolution du paramètre β en fonction de la teneur en eau (a) Mode I : β_I et (b) Mode II : β_{II}

accord avec l'augmentation de l'énergie de pontage de fissure avec H avancée par Reiterer et Tschegg (2002) et Phan et al. (2017). L'exposant β apparaît donc comme un marqueur potentiel de l'évolution de l'énergie de pontage de fissure avec la teneur en eau.

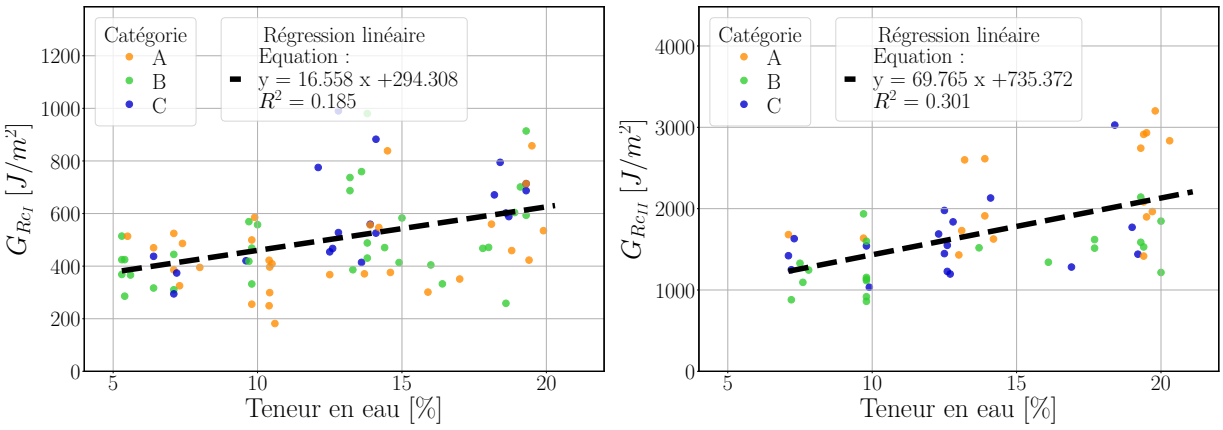
3.5.1.4 Evolution des paramètres de rupture en fonction de la teneur en eau

Nous proposons ici d'établir des lois de comportement linéaires décrivant l'évolution des différents paramètres de rupture en fonction de la teneur en eau. La variabilité conduit néanmoins à des résultats. Elle offre des coefficients de régression inférieurs à 0,5 sur l'ensemble des lois de comportement établies, Figure 3.35. Il faut donc prendre des précautions dans l'interprétation des résultats, équation (3.5) et Tableau 3.4.

A partir des différentes équations des régressions linéaires données dans les Figures 3.35 et dans le Tableau 3.4, nous allons pouvoir écrire les lois de comportement des paramètres de rupture en fonction de la teneur en eau de la forme suivante :

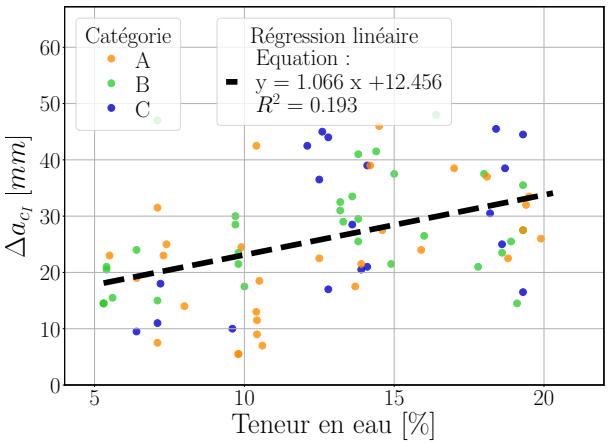
$$\begin{cases} G_{Rc_I}(H) &= G_{Rc_I}^{12\%}\ [1-\alpha_{G_{Rc_I}}(H-12)] \\ G_{Rc_{II}}(H) &= G_{Rc_{II}}^{12\%}\ [1-\alpha_{G_{Rc_{II}}}(H-12)] \\ \Delta a_{c_I}(H) &= \Delta a_{c_I}^{12\%}\ [1-\alpha_{\Delta a_{c_I}}(H-12)] \\ \Delta a_{c_{II}}(H) &= \Delta a_{c_{II}}^{12\%}\ [1-\alpha_{\Delta a_{c_{II}}}(H-12)] \\ \beta_I(H) &= \beta_I^{12\%}\ [1-\alpha_{\beta_I}(H-12)] \\ \beta_{II}(H) &= \beta_{II}^{12\%}\ [1-\alpha_{\beta_{II}}(H-12)] \end{cases} \tag{3.5}$$

Nous pouvons faire une remarque sur les Figures 3.35 en rapport avec le classement A, B et C des éprouvettes. Nous constatons que les classes se mélangent de manière homogène dans les figures où nous représentons l'évolution des paramètres G_{Rc} et Δa_c. Par contre, pour ce qui concerne, l'évolution du paramètre β_I (Figure 3.35e), nous pouvons identifier une certaine organisation. En effet, nous remarquons que la majorité des résultats de classe C ($E_{L_{12\%}} = 13$ GPa) se trouve au-dessus de la loi de comportement, tandis que ceux de classe A ($E_{L_{12\%}} = 9$ GPa), dans leur majorité, se trouvent dans la partie inférieure de

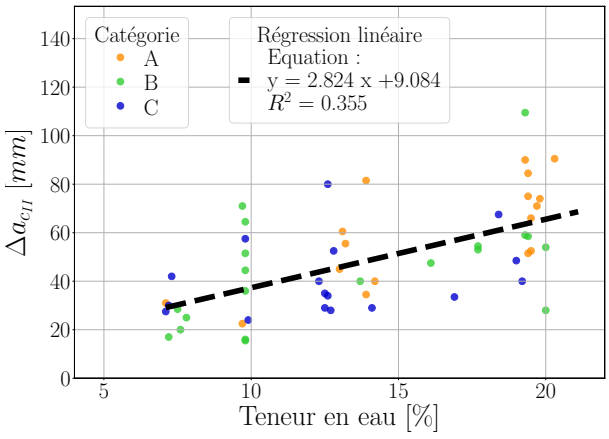


(a) Mode I

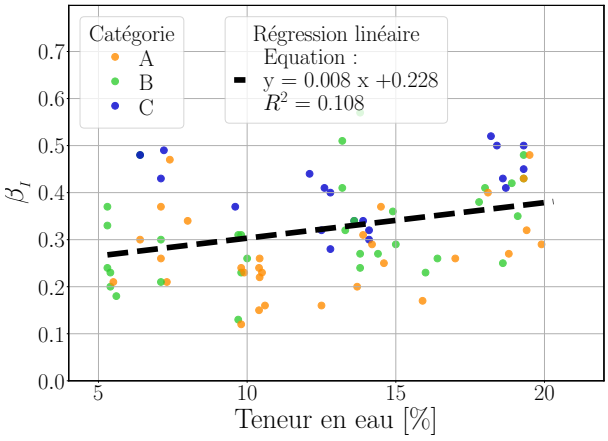
(b) Mode II



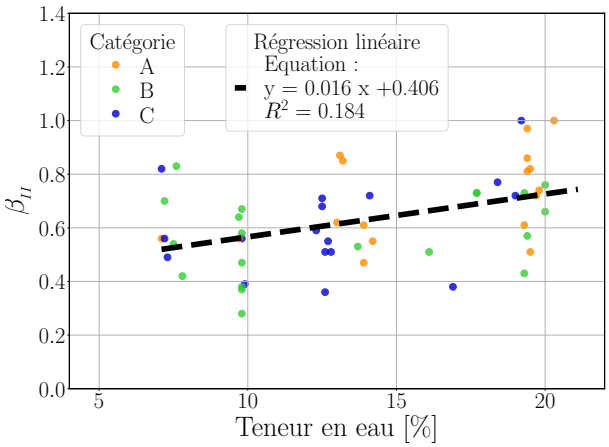
(c) Mode I



(d) Mode II



(e) Mode I



(f) Mode II

FIGURE 3.35 – Loi de comportement linéaire des paramètres de ruptures (a) G_{Rc_I}, (b) $G_{Rc_{II}}$, (c) Δa_{c_I}, (d) $\Delta a_{c_{II}}$, (e) β_I et (f) β_{II}

la loi de comportement. Pour les éprouvettes de classe B, leur valeur se situe entre les deux autres classes. Pour le paramètre β_{II}, aucune tendance ne peut être déterminée car le nombre d'essais par classe n'est pas suffisant.

Paramètre de rupture	$y_H = aH + b$		Valeurs à 12% ($y_{12\%}$)	Coefficient directeur $\alpha_i = \frac{a}{y_{12\%}}$
	a	b		
G_{Rc_I} $[J/m^2]$	16,556	294,308	493	0,034
$G_{Rc_{II}}$ $[J/m^2]$	69,765	735,372	1573	0,044
Δa_{c_I} $[mm]$	1,065	12,456	25,2	0,042
$\Delta a_{c_{II}}$ $[mm]$	2,824	9,084	43	0,066
β_I	0,008	0,228	0,32	0,025
β_{II}	0,016	0,406	0,6	0,027

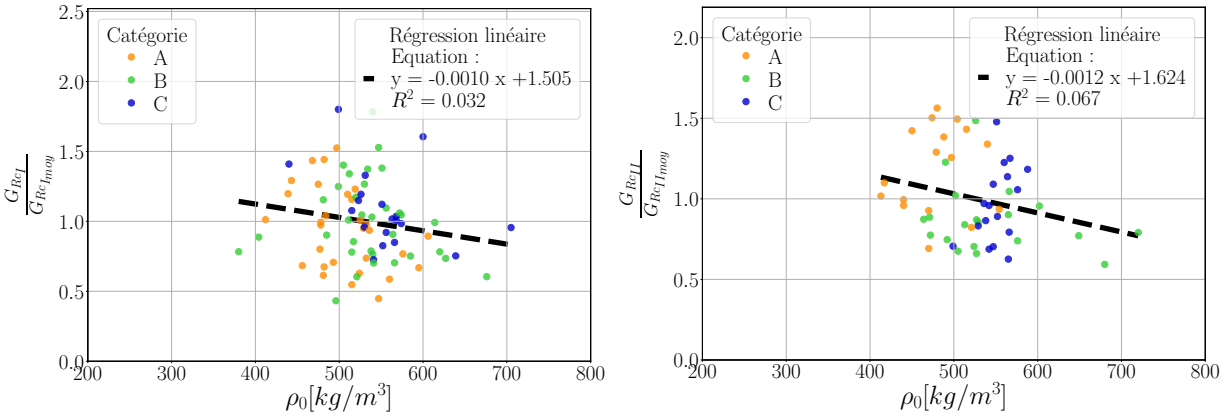
TABLEAU 3.4 – Paramètres des lois de comportement des paramètres de rupture des Modes purs I et II en fonction de la teneur en eau H (en %), (avec i = G_{Rc_I}, $G_{Rc_{II}}$, Δa_{c_I}, $\Delta a_{c_{II}}$, β_I ou β_{II})

3.5.2 Paramètres de rupture en fonction de la densité ou du module d'élasticité longitudinal

Afin de pouvoir comparer l'évolution des paramètres de rupture en fonction de la masse volumique anhydre ρ_0 en fonction du module d'élasticité longitudinal E_L, nous proposons de normaliser les paramètres de rupture issus de la courbe-R à partir des valeurs moyennes données dans les Tableaux 3.2 et 3.3 des essais de Mode I et II respectivement, car ces derniers correspondent à des teneurs en eau différentes.

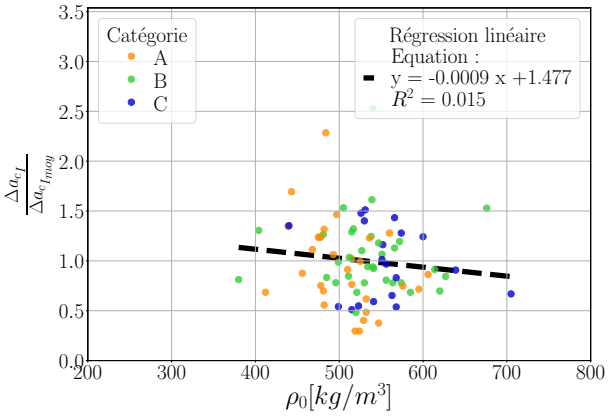
Nous remarquons sur les Figures 3.36 que la corrélation entre les paramètres de rupture et la masse volumique anhydre est proche de 0. Ceci signifie qu'il n'existe pas de relation linéaire entre eux. Tout de même, nous pouvons remarquer que les masses volumiques anhydres des éprouvettes de classe A sont majoritairement inférieures ($\rho_{0_{moy}} = 495\ kg/m^3$) à celles des éprouvettes de classe C ($\rho_{0_{moy}} = 552\ kg/m^3$). Cette légère différence de masse volumique entre les classes A et C peut s'expliquer lors de la taille des éprouvettes dans les madriers. En effet, les madriers étant composés de bois juvénile et de bois mature, les éprouvettes peuvent avoir un mixage de bois juvénile et de bois mature différent entre elles. Cependant, les propriétés mécaniques et physiques du bois juvénile diffèrent de celles du bois mature. Effectivement„ Bendtsen et Senft (1986) considèrent que la masse volumique et le module d'élasticité longitudinale sont plus faibles pour le bois juvénile que pour le bois mature. Dumail (1995) montre dans son étude sur le bois juvénile du pin maritime qu'il existe une évolution croissante de la masse volumique en fonction de l'âge cambial du bois. La Figure 3.37 représente les modules élastiques des essais en fonction des masses volumiques anhydres. Nous pouvons supposer, avec l'aide de cette figure, que les essais de Classe A peuvent correspondre au bois juvénile, tandis que les éprouvettes de classe C au bois mature.

Les Figures 3.38 représentent les évolutions des rapports entre les paramètres de rupture et les moyennes des paramètres pour chaque classe d'humidité, en fonction du module élastique longitudinale E_L. Nous remarquons que les corrélations entre les paramètres de rupture et le module sont nulles. Ainsi, nous pouvons considérer à partir de l'hypothèse précédente sur le bois juvénile, que les paramètres de rupture sont constants quel que soit l'âge cambial du pin maritime. Néanmoins, une étude plus approfondie doit être faite pour mieux identifier la nature du bois des éprouvettes.

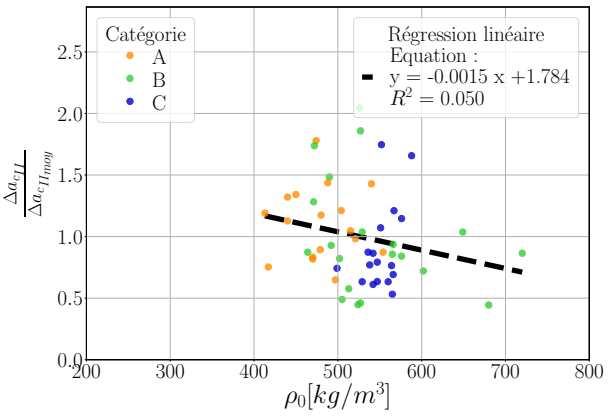


(a) Mode I

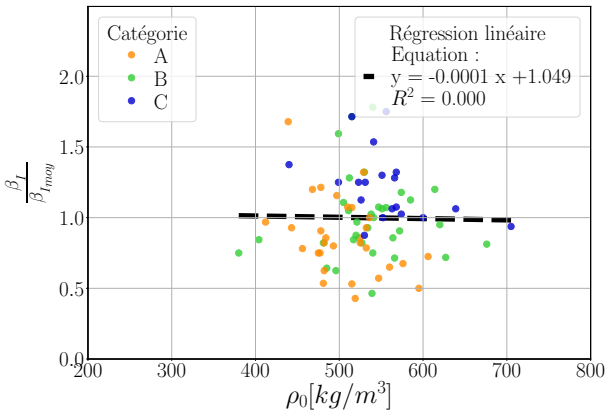
(b) Mode II



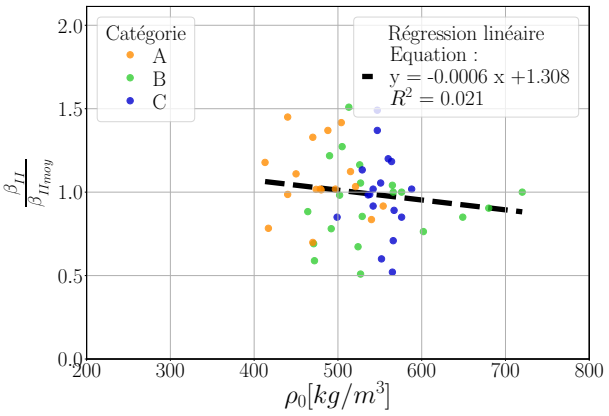
(c) Mode I



(d) Mode II

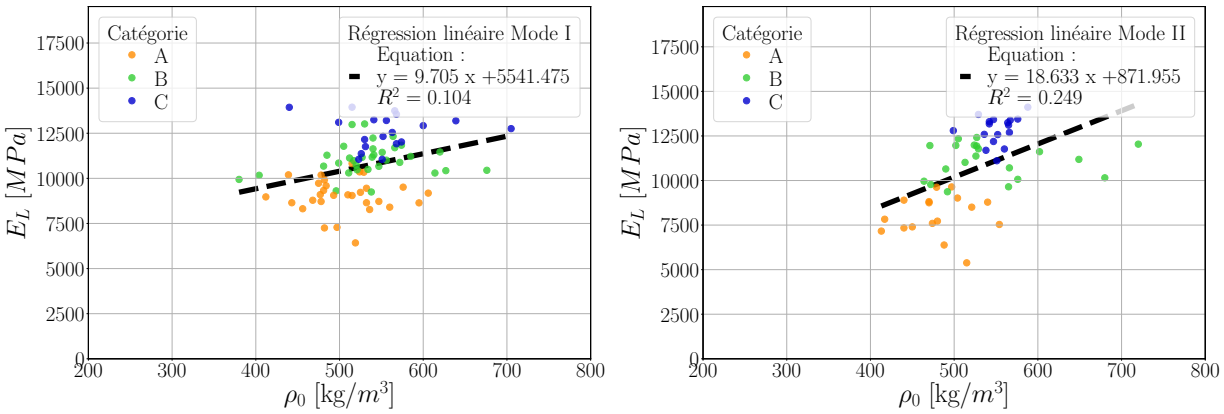


(e) Mode I



(f) Mode II

FIGURE 3.36 – Evolution des paramètres de rupture en fonction de la densité anhydre ρ_0 (a) G_{Rc_I}, (b) $G_{Rc_{II}}$, (c) Δa_{c_I}, (d) $\Delta a_{c_{II}}$, (e) β_I et (f) β_{II}



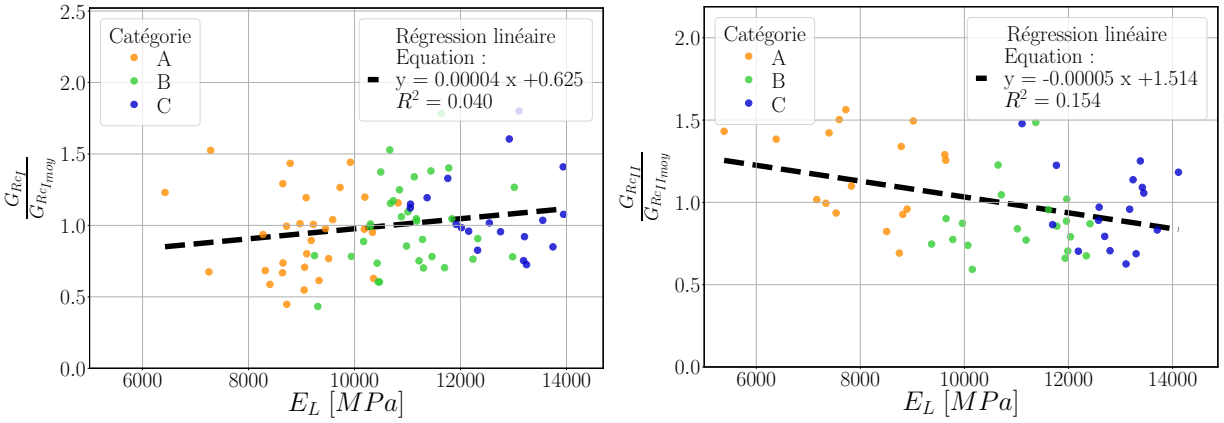
(a) Mode I

(b) Mode II

FIGURE 3.37 – Evolution du module élastique longitudinal en fonction de la masse volumique anhydre (a) Mode I, (b) Mode II

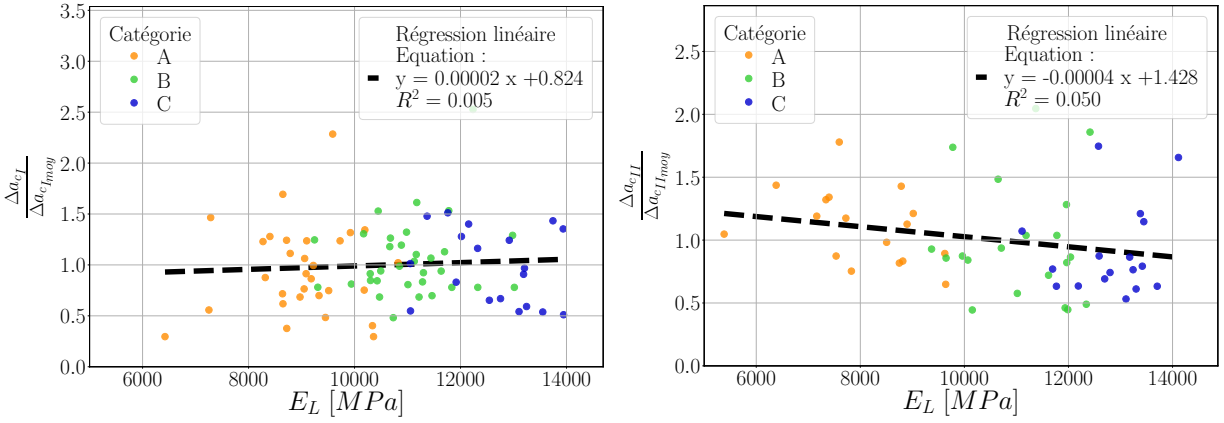
La Figure 3.36 montre que les paramètres de rupture restent approximativement constants en fonction de la densité ou du module d'élasticité du pin maritime. En conséquence, nous ne pouvons pas réfuter les propos faits par Larsen et Gustafsson (1991) puisque notre étude porte sur une unique essence. Larsen et Gustafsson (1991) montrent qu'il existe une influence de la densité sur G_{Rc_I}, mais Jockwer et al. (2011) considèrent qu'il n'en existe pas. Il serait donc intéressant de réaliser une étude plus poussée, afin de déterminer les paramètres de rupture de Mode I et II, toujours à partir d'une unique géométrie, mais sur une large gamme de densité, ce qui implique plusieurs essences de bois. Cette démarche de vouloir comparer les paramètres de rupture à partir de paramètre décrivant un aspect mécanique ou physique macroscopique du matériau (E_L, ρ_0 ...), comme nous le faisons dans l'Eurocode 5, peut amener à certaines négligences.

Le problème de propagation de fissure est aussi un problème mésoscopique et plus particulièrement microscopique. Zink et al. (1994) ont utilisé un microscope électronique pour visualiser la morphologie des surfaces de rupture et concluent que la rupture perpendiculaire aux fibres (Mode I) ou en cisaillement parallèle aux fibres (Mode II) est principalement intercellulaire. De plus, nous pouvons aussi supposer que la rupture en Mode II d'un point de vue macroscopique ne correspond pas à celle microscopique. En effet, toujours d'après Zink et al. (1994), les fibres de bois de printemps en Mode II sont déroulées et subissent des torsions et des déchirures lors de la propagation de fissure. Par conséquent, il se forme un grand nombre de pontages de fissure en Mode II. Cela nous laisse supposer que la rupture en Mode II d'un point de vue microscopique se fait en deux phases : (i) rupture perpendiculaire aux fibres et (ii) en conséquence du déplacement macroscopique en cisaillement, cela provoque un enroulement des fibres et aussi des déchirures des fibres de bois. Ainsi, un très grand nombre de pontages fibreux se forment, ce qui demande plus d'énergie pour que la fissure principale se propage. Ceci implique que la résistance à la propagation de fissure est bien plus importante en Mode II qu'en Mode I. Au bout du compte, en configuration TL, la microfissuration est majoritairement intercellulaire en Mode I comme en Mode II, tandis que la contribution des mécanismes de pontage de fissure est plus importante en Mode II comparé au Mode I.



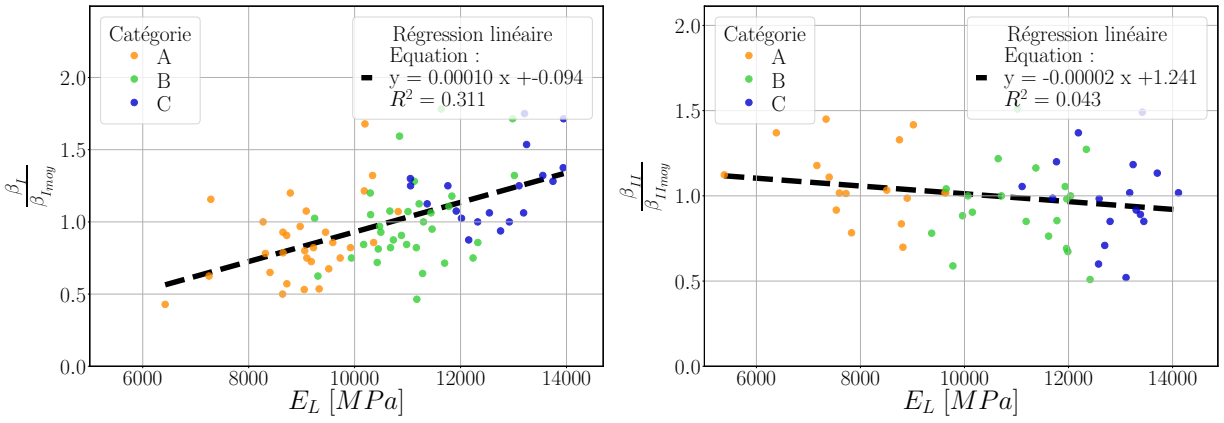
(a) Mode I

(b) Mode II



(c) Mode I

(d) Mode II



(e) Mode I

(f) Mode II

FIGURE 3.38 – Evolution des paramètres de rupture en fonction du module longitudinal E_L (a) G_{Rc_I}, (b) $G_{Rc_{II}}$, (c) Δa_{c_I}, (d) $\Delta a_{c_{II}}$, (e) β_I et (f) β_{II}

3.6 Conclusion

Cette campagne expérimentale s'appuyant sur 500 éprouvettes et sur une durée de 1 an, nous a permis de définir les paramètres de rupture des Modes purs I et II nécessaires au modèle de rupture en mode mixte I+II. Nous avons défini les paramètres de rupture du pin maritime sur une unique géométrie et pour un large éventail de teneur en eau. Cette campagne expérimentale se base sur des protocoles d'essais déjà développés, l'essai DCB et l'essai ENF. Nous avons amélioré les protocoles de ces essais, afin de limiter les risques d'instabilité de la propagation de fissure et de rendre la MLEReq applicable à partir de la complaisance sécante. La méthode d'asservissement en déplacement des essais par voie externe a permis d'augmenter de manière significative le taux de réussite des essais de rupture des Modes purs I et II, quelle que soit la teneur en eau de l'éprouvette.

A partir des courbes force-déplacement, nous avons été en capacité de déterminer les courbes de résistance. Nous avons mis en place une méthode automatique et robuste pour déterminer l'ensemble des paramètres de rupture des courbes-R, (G_{Rc}, Δa_c et β). Cette méthode s'applique à la fois pour les différents modes de rupture, mais aussi pour toutes les teneurs en eau. Ensuite, à partir de ces différents résultats, nous avons pu déterminer les évolutions des paramètres en fonction de la teneur en eau. Nous avons mis en place deux méthodes d'interprétation qui dans l'ensemble montrent que les paramètres de rupture augmentent lorsque la teneur en eau augmente. De manière générale la FPZ évolue en taille avec la teneur en eau. Ce phénomène se traduit par une augmentation de sa taille élastique équivalente Δa_c et de G_{Rc}. Néanmoins, l'augmentation de G_{Rc} est principalement due par l'accroissement de l'énergie de pontage de fissure tandis que l'énergie de microfissuration reste approximativement constante en fonction de H. Par ailleurs, l'évolution des énergies cohésives est confirmée par l'évolution du paramètre β avec H. Nous avons vu que les paramètres de Mode II sont nettement supérieurs à ceux du Mode I pour le pin maritime dans une configuration TL.

Notre modèle peut être maintenant employé, quelle que soit la teneur en eau comprise entre 6% et 20%. Cela nécessite tout de même une phase de validation à partir d'essais de mode mixte I+II. Ainsi, une deuxième campagne est donc nécessaire pour valider le modèle en fonction de la teneur en eau. Pour comparer notre modèle à des valeurs expérimentales, nous allons utiliser la même géométrie d'éprouvette que celle utilisée lors des essais des Modes purs I et II. Nous allons donc employer l'essai "Mixed Mode Bending" (MMB) élaboré par Reeder et Rews (1990). En conséquence, nous pourrons négliger l'influence de la géométrie sur les paramètres de rupture lors de la validation du modèle de courbe-R. Ces essais et leurs interprétations font l'objet du chapitre suivant ainsi que la validation du modèle de rupture en mode mixte.

Chapitre 4

Validation du modèle de courbe de résistance en mode mixte I+II par confrontation aux réponses expérimentales

Sommaire

4.1 Introduction 133

4.2 Validation du modèle à partir d'essais de rupture avec un ratio de mixité constant 133

4.2.1 Protocole des essais de mode mixte à ratio de mixité constant 133

4.2.1.1 Essais de mode mixte I+II : "Mixed Mode Bending" (MMB) 133

4.2.1.2 Modèles éléments finis des essais MMB et détermination du ratio de mixité par la simulation numérique 142

4.2.2 Résultats des essais de mode mixte à ratio de mixité constant 147

4.2.2.1 Détermination des courbes-R de mode mixte I+II 147

4.2.2.2 Résultats des essais MMB en fonction de la teneur en eau 153

4.2.3 Confrontation entre les essais MMB et le modèle de rupture 156

4.2.3.1 Définition d'une Courbe-R moyenne et basse 156

4.2.3.2 Comparaison entre le modèle de rupture basé sur les courbes-R et les essais MMB 162

4.3 Confrontation du modèle de rupture en mode mixte avec des essais de rupture de ratio de mixité non constant : poutre entaillée 169

4.3.1 Protocole des essais des poutres entaillées et simulation numérique 169

4.3.2 Résultats des essais et confrontation avec le modèle de rupture 172

4.3.3 Généralisation de l'estimation analytique de la longueur de fissure élastique équivalente au pic de charge a_u 176

4.4 Conclusion 179

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous nous pencherons sur la validation du modèle de rupture basé sur les courbes-R, à partir de données expérimentales obtenues sur le pin maritime et pour différentes teneurs en eau. Pour accompagner cette validation, nous avons effectué deux campagnes d'essais : (i) des essais MMB dont la géométrie est identique à celle des essais DCB et ENF du Chapitre 3 et (ii) des essais sur des poutres entaillées semblables aux éléments de structure que nous retrouvons dans les bâtiments.

La première campagne a pour but principal de valider le modèle, en utilisant un essai pour lequel le ratio de mixité est approximativement constant tout au long de la propagation de fissure et dont nous maitrisons le sens des cernes et les défauts. Cette campagne va nous permettre d'obtenir des résultats sur les paramètres de courbes-R de mode mixte I+II. Nous avons fait le choix de travailler sur trois taux de mixité (0,66 , 1 et 3) et sur trois teneurs en eau (10 % 14 % et 19 %). Bien que disposant des paramètres des Modes purs, nous ne pouvons pas affirmer qu'ils vont permettre d'alimenter le modèle. En effet, dans les Tableaux 3.2 et 3.3 du Chapitre 3, nous ne disposons que des moyennes expérimentales de G_{Rc}, Δa_c et β des Modes purs I et II. L'emploi de ces paramètres de rupture dans l'équation de la courbe-R écrite par Morel (2008), ne permet pas dans déduire avec certitude qu'ils engendrent une courbe-R moyenne théorique. Il est donc nécessaire, avant de valider le modèle, de définir et de déterminer ce qu'est une courbe-R moyenne théorique. De plus, ce modèle a comme finalité d'être employé dans le cadre de dimensionnement d'éléments structuraux. Il semble donc essentiel de spécifier ce que peut être une courbe-R basse ou minimale, dans le but de prédire le pic de charge minimum.

L'essai MMB a pour particularité de fournir un large domaine de propagation de fissure pour lequel le ratio de mixité κ est constant tout au long de la propagation de fissure. Malheureusement, cette particularité n'est pas propre à l'ensemble des ruptures des éléments structuraux. Aussi, pour la deuxième campagne d'essais de validation, nous souhaitons confronter le modèle à une poutre entaillée dont le ratio de mixité est variable lors de la propagation de fissure et dont les orientations des cernes et l'élimination des défauts sont plus difficiles à maitriser. Nous souhaitons donc évaluer la charge ultime P_u et la longueur de fissure élastique équivalente ultime a_u associée. Cette dernière campagne a donc pour objectif de révéler l'accessibilité et la précision du modèle auprès de l'ingénieur.

4.2 Validation du modèle à partir d'essais de rupture avec un ratio de mixité constant

4.2.1 Protocole des essais de mode mixte à ratio de mixité constant

4.2.1.1 Essais de mode mixte I+II : "Mixed Mode Bending" (MMB)

L'essai MMB est la combinaison de l'essai DCB et l'essai ENF qui sont respectivement utilisés pour déterminer les paramètres de rupture de Mode I et de Mode II, Reeder et Rews (1990). Cet essai permet de réaliser des essais de mode mixte I+II avec un ratio de mixité $\kappa = G_{R_{I_{I+II}}}/G_{R_{II_{I+II}}}$ contrôlé et constant, tout au long de la propagation de fissure. Le principe de l'essai consiste à charger le levier de chargement qui a pour but de redistribuer les efforts au niveau de deux axes, Figure 4.1 et 4.2b. Le premier (axe de chargement

articulé) engendre une flexion de l'éprouvette, ce qui va causer une propagation de fissure en Mode II (cisaillement plan). Le deuxième (étriers de traction) impose un écartement des bras de l'éprouvette, ce qui implique une propagation de fissure en Mode I (ouverture). L'axe de chargement articulé est identique à celui utilisé dans l'essai ENF, mais il est à une distance c de l'axe de chargement de la MTS. Les étriers de traction sont, quant à eux, similaires à ceux de l'essai DCB. Ils sont à une distance $c + L$ ($L = 325$ mm). Ainsi, en faisant varier la longueur c entre l'axe de la MTS et l'axe de chargement articulé, nous modifions le ratio de mixité κ. Lorsque le point de chargement de la MTS est à l'aplomb de l'axe de chargement articulé, c'est-à-dire quand $c = 0$ mm, nous sommes dans la même configuration que l'essai ENF.

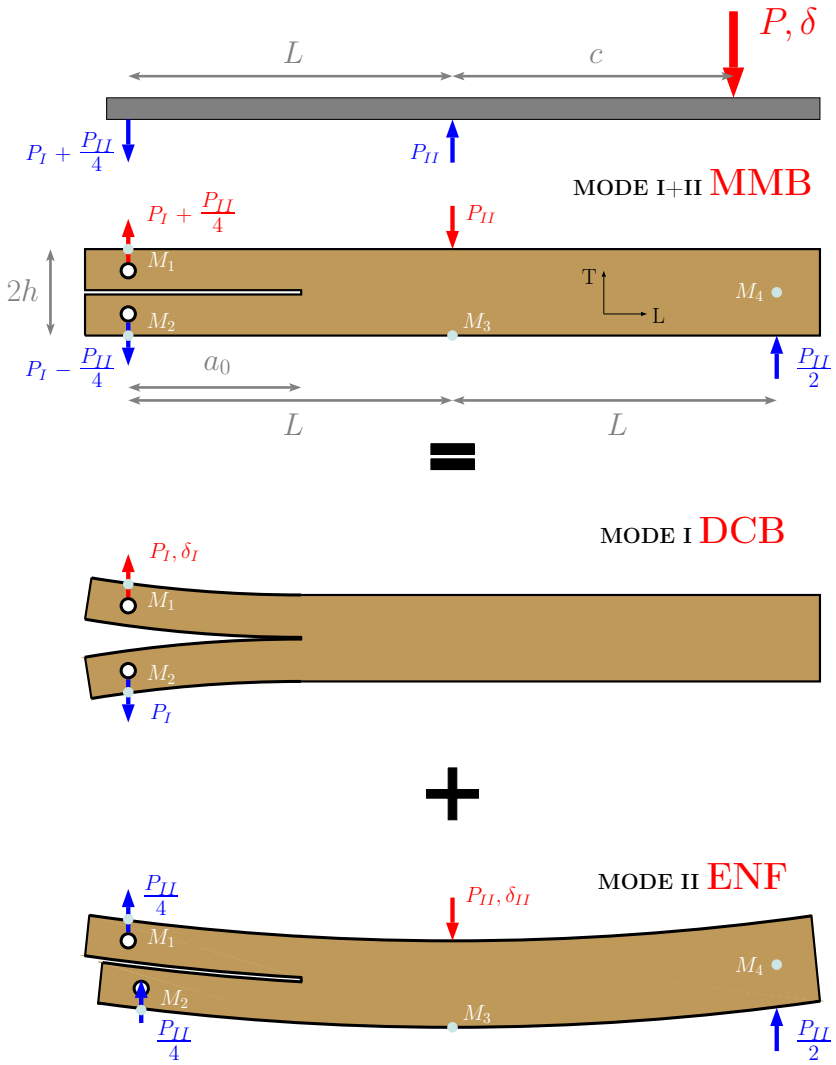


FIGURE 4.1 – Représentation d'une instabilité sur une courbe force-déplacement d'un essai de caractérisation

L'essai MMB est la superposition des essais DCB et ENF, ainsi nous pouvons dissocier les composantes de chargement de Mode I (P_I) et de Mode II (P_{II}) qui s'écrivent en fonction de la charge totale P et des longueurs c et L de la manière suivante :

$$P_I = \left(\frac{3c - L}{4L}\right) P \tag{4.1}$$

$$P_{II} = \left(\frac{c + L}{L}\right) P \tag{4.2}$$

Les composantes de déplacements de Mode I (δ_I) et de Mode II (δ_{II}) ainsi que le déplacement δ peuvent être calculés en mesurant les déplacements au niveau des points de chargement M_1, M_2, M_3 et M_4 comme indiqué sur la Figure 4.1 :

$$\delta = \left(\frac{3c - L}{4L}\right) \delta_I + \left(\frac{c + L}{L}\right) \delta_{II} \tag{4.3}$$

où

$$\delta_I = \delta_{M_1} - \delta_{M_2} \tag{4.4}$$

et

$$\delta_{II} = -\delta_{M_3} + \frac{1}{2}(\delta_{M_2} + \delta_{M_4}) + \frac{\delta_I}{4} \tag{4.5}$$

Les dimensions de l'éprouvette sont les mêmes que celles des essais DCB et ENF, Figure 3.12 du Chapitre 3 : $2h = 50$ mm, $L = 325$ mm, $b = 25$ mm. La fissure initiale est de $a_0 =$ 162,5 mm et son épaisseur est de $e = 1$ mm. Le ratio entre la fissure initiale et le ligament est égal à $a_0/L = 0{,}5$. Nous réalisons, toujours à l'aide d'un cutter, une entaille de 2 à 3,5 mm pour accentuer la singularité en fond de fissure initiale. Les éprouvettes ont été conditionnées au préalable, au moins quatre semaines, afin d'obtenir les teneurs en eau suivantes : faible (10 %) , moyenne (14 %) et forte (19 %). De plus, nous avons choisi de travailler sur trois ratios de mixité : 2/3, 1 et 3.

De Moura et al (2010) et Yoshihara (2013) utilisent les études faites par Williams (1989) et Wang et Williams (1992) pour déterminer le ratio de mixité. Celles-ci consistent à déterminer les taux de restitution d'énergie des essais DCB et ENF, de manière analytique pour les matériaux anisotropes, en se basant sur les équations des taux de restitution d'énergie des matériaux isotropes écrites par Kanninen (1973). Ainsi, en combinant la théorie des poutres et les coefficients de correction des taux de restitution d'énergie des essais DCB et ENF des matériaux anisotropes, de Moura et al. (2010) et Yoshihara (2013) ont pu déterminer les composantes du taux de restitution d'énergie de mode mixte I+II, $G_{I_{I+II}}$ et $G_{II_{I+II}}$, et donc d'estimer analytiquement le ratio de mixité tel que :

$$\kappa = \frac{G_{I_{I+II}}}{G_{II_{I+II}}} = \frac{G_{R_{I_{I+II}}}}{G_{R_{II_{I+II}}}} = \frac{4}{3}\left(\frac{3c - L}{c + L}\right)^2 \left(\frac{a_0 + h\Delta_I}{a_0 + 0.42h\Delta_I}\right)^2 \tag{4.6}$$

où

$$\Delta_I = \sqrt{\frac{E_L}{11G_{LT}}\left[3 - 2\left(\frac{\Gamma}{1+\Gamma}\right)^2\right]} \tag{4.7}$$

et

$$\Gamma = 1.18\frac{\sqrt{E_L E_T}}{G_{LT}} \tag{4.8}$$

ainsi la longueur c s'écrit de la forme suivante :

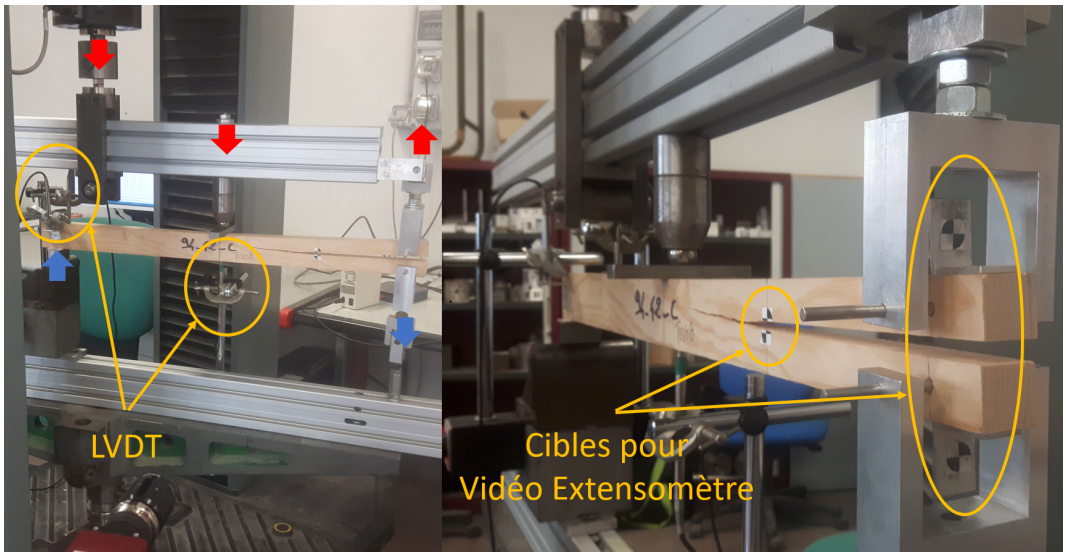
$$c = L\left[\frac{\sqrt{\frac{3\kappa}{4}}\left(\frac{a_0+0.42h\Delta_I}{a_0+h\Delta_I}\right)+1}{3-\sqrt{\frac{3\kappa}{4}}\left(\frac{a_0+0.42h\Delta_I}{a_0+h\Delta_I}\right)}\right] \tag{4.9}$$

A partir de l'équation (4.9), nous déterminons la distance c de nos trois ratios de mixité. Comme la variabilité du bois est très importante, nous appliquons pour chaque classe de nos éprouvettes (classe A, B et C) la même distance c, pour un ratio donné. Nous faisons de même pour chaque teneur en eau. Les longueurs c en fonction du ratio de mixité sont données dans le Tableau 4.1 pour un module élastique longitudinal de 11 GPa.

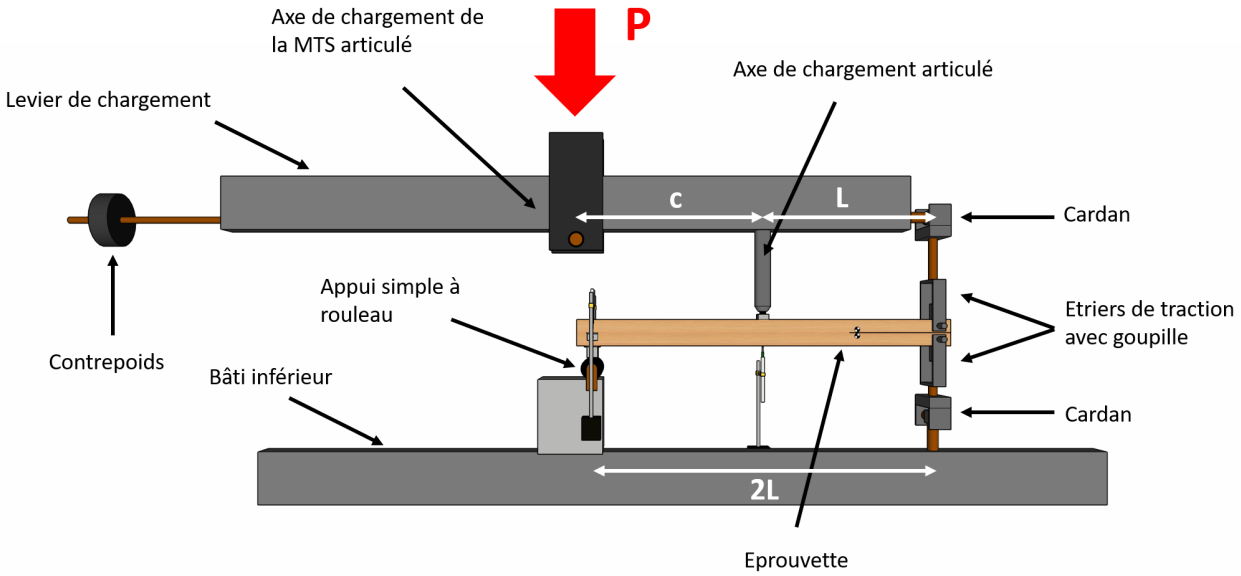
$\kappa = \frac{G_{I_{I+II}}}{G_{II_{I+II}}}$	2/3	1	3
c [mm]	222	258	454

TABLEAU 4.1 – Longueur c en fonction du ratio de mixité avec $E_L = 11\ GPa$

Pour les essais MMB, nous avons utilisé la même presse que pour les essais DCB et ENF avec une capacité maximale de charge de 100 kN, une fréquence de boucle d'asservissement de 10 000 Hz et une précision de 0,5 % de la charge maximale. L'essai MMB requiert de mesurer les déplacements sur 4 points différents. Nous avons donc mobilisé différents systèmes de mesure, Figure 4.2a. Pour le déplacement en ouverture, δ_I, nous avons employé le même système de mesure que sur l'essai DCB, Figure 4.3a. Un extensomètre vidéo, avec une optique de 50 mm, permet de déterminer les déplacements des deux cibles collées sur des équerres au niveau des points M_1 et M_2, à l'aplomb des étiers de traction. Le déplacement relatif des cibles est déterminé à partir du logiciel VIC-gauge-2D et à chaque essai, nous faisons une conversion des pixels en millimètre. Un LVDT (Linear Variable Differential Transformer) de 10 mm, connecté au bâti, permet de mesurer la flèche de l'éprouvette (point M_3), Figure 4.3a. Deux équerres sont fixées de part et d'autre de l'éprouvette au point M_4, au niveau de la fibre neutre. Un LVDT de 4 mm est placé à la verticale de chaque équerre. La valeur moyenne des deux LVDTs permet de déterminer le déplacement moyen de la fibre neutre, Figure 4.3b. Les systèmes de mesure sont étalonnés avant la mise en place de l'essai et la fréquence d'acquisition est fixée à 5 Hz.



(a)

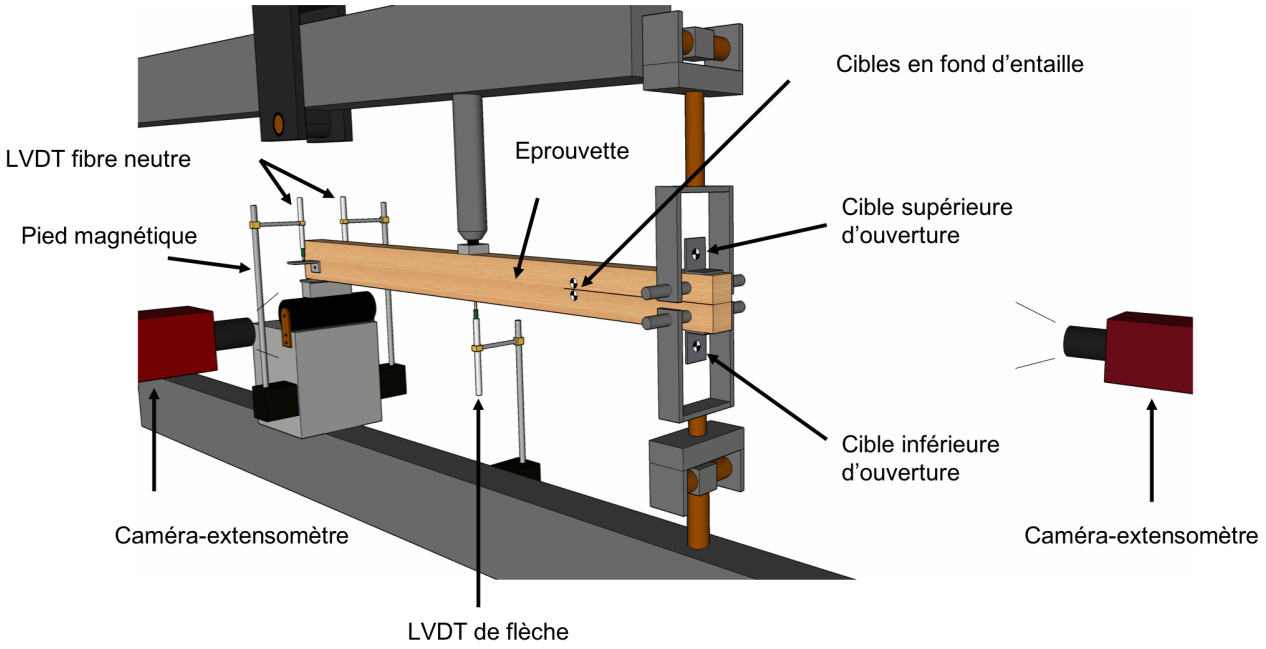


(b)

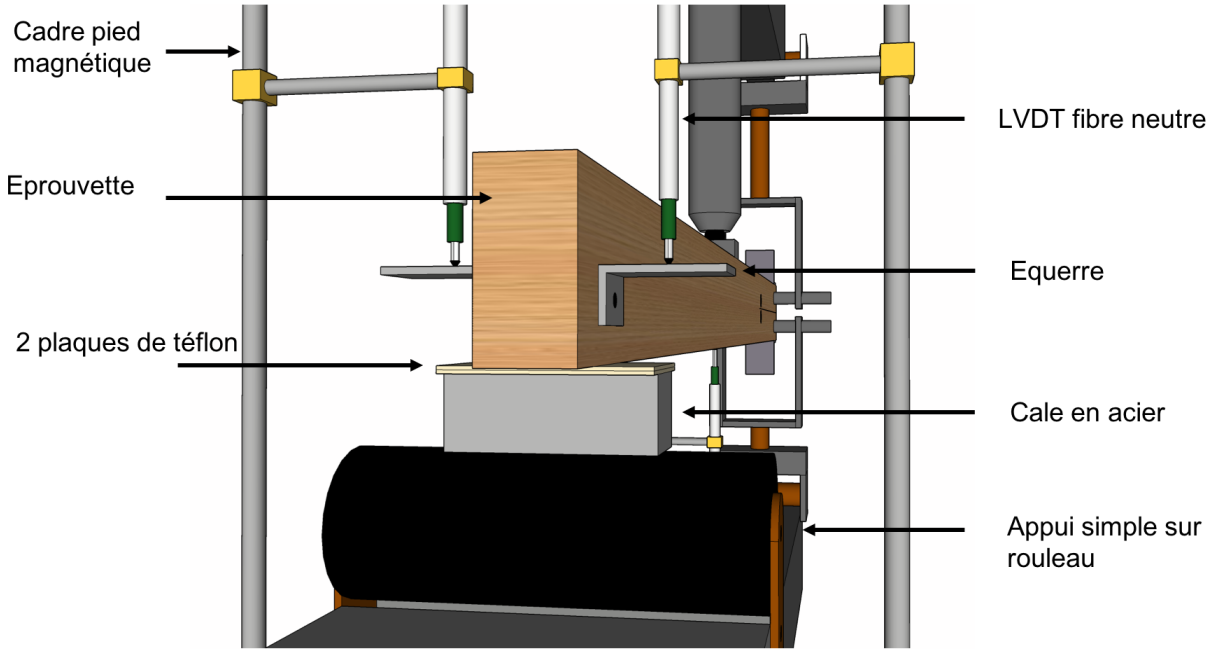
FIGURE 4.2 – Essai MMB sur une éprouvette en pin maritime : (a) photographie de l'essai (b) schéma de l'essai

Les différents axes de chargement, les étriers de traction et l'appui simple sont articulés ou rotulés de manière à laisser libre la rotation et les déplacements horizontaux de l'éprouvette, Figure 4.2b. Pour les différentes longueurs c, l'appui simple et l'étrier de traction inférieur sont déplacés afin de respecter la configuration de l'essai, Figure 4.2b.

Un deuxième extensomètre vidéo, toujours avec une optique de 50 mm, est placé perpendiculairement à l'éprouvette, comme pour les essais DCB, afin de mesurer le déplacement en ouverture de fond de fissure initiale. La mesure en ouverture se fait à partir



(a)



(b)

FIGURE 4.3 – Schéma des positions des systèmes de mesure de l'essai MMB : (a) vue en perspective avant (b) vue arrière

de deux cibles placées de part et d'autre de la fissure, à 15 mm en amont de a_0, Figure 4.3a. Deux cales téflons et une cale en acier sont ajoutées au niveau de l'appui simple à l'arrière de l'éprouvette, Figure 4.3b. Les cales téflons ont pour objectif de minimiser les frottements lors de l'essai et la cale en acier permet d'éviter le poinçonnement du bois au niveau de l'appui simple. Une cale similaire en acier a aussi été positionnée entre l'axe de chargement articulé et l'éprouvette pour éviter aussi le poinçonnement du bois, Figure 4.3a. Une précharge de 10 % de la charge maximale est appliquée en début d'essai pour rattraper les jeux au niveau des nez de chargement.

Après avoir configuré l'essai et mis en place l'ensemble des systèmes de mesure, nous avons réalisé un essai piloté en déplacement traverse à une vitesse de 2,5 mm/min pour une teneur en eau de 14 % et à un ratio de mixité de 1. La réponse force-déplacement (P, δ) de cet essai est représenté sur la Figure 4.4a. Cette courbe est marquée par une instabilité à 13,1 mm. La Figure 4.4b présente les déplacements en fonction du temps des différents points de mesure. En vert nous avons le déplacement traverse, en noir le déplacement total δ, en violet le déplacement d'ouverture δ_I, en orange la flèche (déplacement δ_{M_3}) et en bleu le déplacement d'ouverture en fond de fissure initiale. Comme l'essai est piloté en déplacement traverse, la courbe verte reste linéaire au cours du temps et n'a aucune variation de déplacement lors de l'instabilité. Le déplacement total de l'essai MMB, δ, ne montre pas non plus de variation significative de déplacement au niveau de l'instabilité. Cela peut s'expliquer par des sauts de déplacement opposés entre le déplacement d'ouverture δ_I et le déplacement δ_{M_3} (flèche). En effet, lors de l'instabilité, le déplacement d'ouverture δ_I a un saut de déplacement marqué et positif, tandis que le saut de déplacement mesuré en flèche est négatif Figure 4.4c. Nous retrouvons aussi un saut de déplacement positif au niveau du déplacement d'ouverture de fissure initiale lors de l'instabilité. Ainsi, nous arrivons à distinguer l'instabilité au niveau de trois points de mesure. L'asservissement en déplacement ne peut se faire que sur un déplacement monotone. Ainsi, comme le saut de déplacement au niveau de la flèche est opposé au déplacement global du LVDT, nous ne pouvons pas prendre ce déplacement pour asservir l'essai. Il nous reste donc encore deux choix possibles. Nous remarquons qu'à 17,1 mm, sur la courbe force-déplacement, Figure 4.4a, une chute de force de 200 N. Cette chute apparaît à 440 s sur la courbe déplacement-temps, Figure 4.4a. La courbe de déplacement en ouverture δ_I diminue à ce moment précis, tandis que l'ouverture de fissure en fond de fissure initiale reste toujours croissante. Ainsi, le seul déplacement parallèle au chargement et qui reste monotone croissant tout au long de l'essai est le déplacement d'ouverture en fond de fissure initiale. En conclusion, l'asservissement en déplacement de l'essai MMB pour un ratio de mixité $\kappa = 1$, doit être réalisé à partir du déplacement d'ouverture en fond de fissure initiale. Nous avons réalisé des essais similaires avec les deux autres ratios de mixité $\kappa = 2/3$ et $\kappa = 3$ et nous sommes parvenus pour ces deux ratios de mixité à la même conclusion.

La Figure 4.5a présente la réponse force-déplacement d'un essai MMB à une teneur en eau de 14 % dont le ratio de mixité est proche de 1. La première remarque que nous pouvons faire sur cette courbe est la multitude de micro-ondulations tout au long de la phase adoucissante. Ces micro-ondulations sont dues à la capacité de la MTS à suivre au mieux la consigne d'asservissement imposée, Figure 4.5c. Au vu de cette courbe, il s'avère

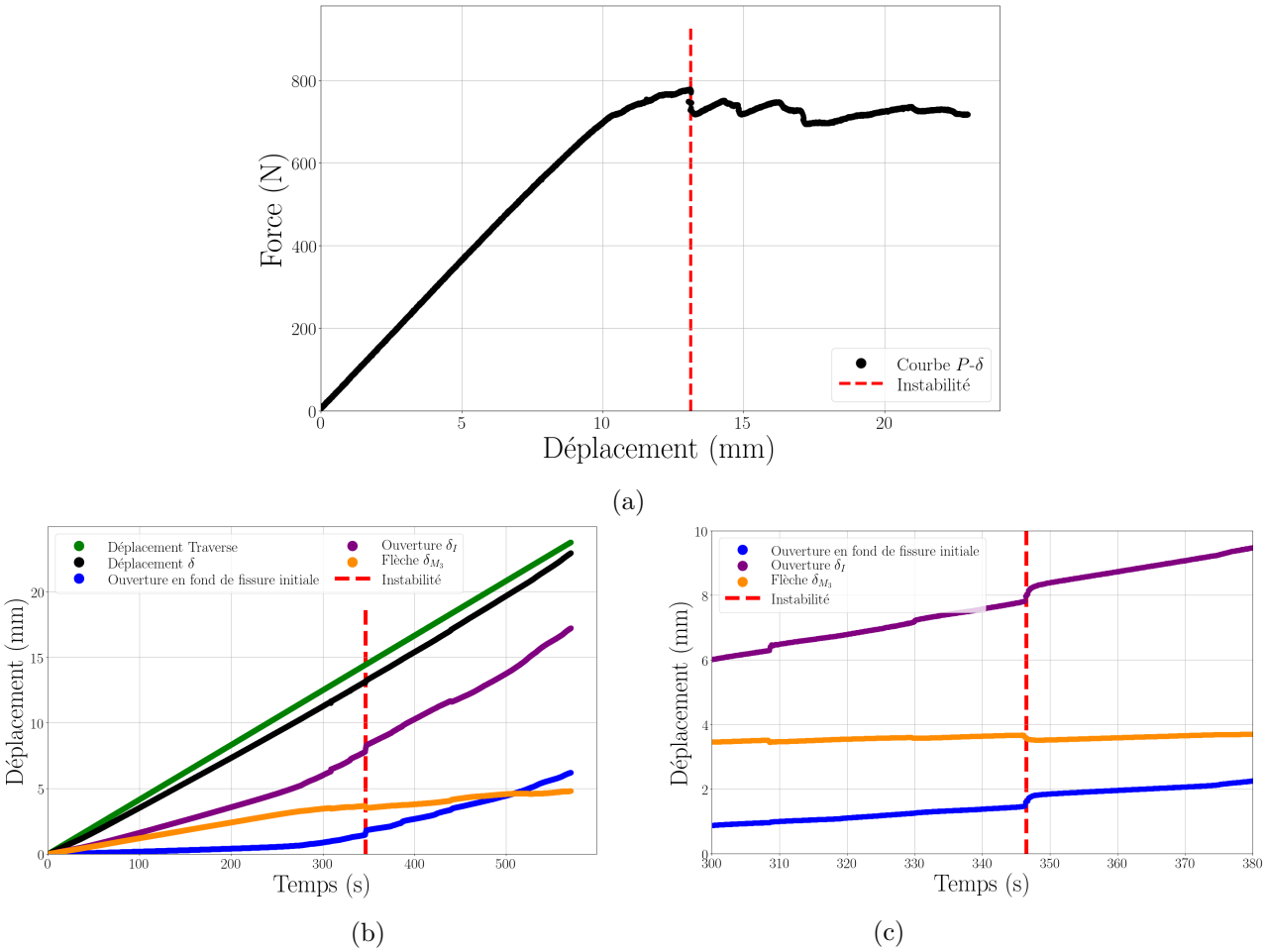


FIGURE 4.4 – Courbes d'un essai MMB piloté en déplacement traverse à une teneur en eau de 14% et avec $\kappa = 1$: (a) courbe force-déplacement, (b) courbe déplacement-temps, (c) zoom de la courbe déplacement-temps au niveau de l'instabilité

que les PID ne sont que partiellement optimisés. Toutefois, nous pouvons déterminer la courbe-R à partir de la courbe enveloppe. Le maintien de la consigne par la presse impacte directement le déplacement traverse qui n'est plus linéaire, Figure 4.4b, mais permet d'éviter les sauts de déplacement.

A partir de l'asservissement en déplacement d'ouverture en fond de fissure initiale, nous avons pu lancer la campagne expérimentale pour les différents ratios de mixité et les différentes teneurs en eau. Avec un nombre limité d'éprouvettes, en moyenne 24 éprouvettes par configuration, le taux de réussite le plus faible obtenu est de 25 % (en enlevant toutes les courbes force-déplacement instables et toutes les courbes-R dont le plateau n'était pas distinct sur une longueur de fissure d'au moins 20 mm). En moyenne, nous sommes autour d'un taux de réussite de 50 %. La détermination des PID pour chaque configuration s'est faite au fur et à mesure des essais, en se basant principalement sur les PID des essais DCB et ENF.

Comme pour les essais de Mode I et de Mode II, nous avons fait en sorte que les essais ne dépassent pas 300 s. Nous avons mis en place deux vitesses de déplacement : une pour la phase élastique et l'autre plus lente pour la phase d'endommagement. Environ 300 essais

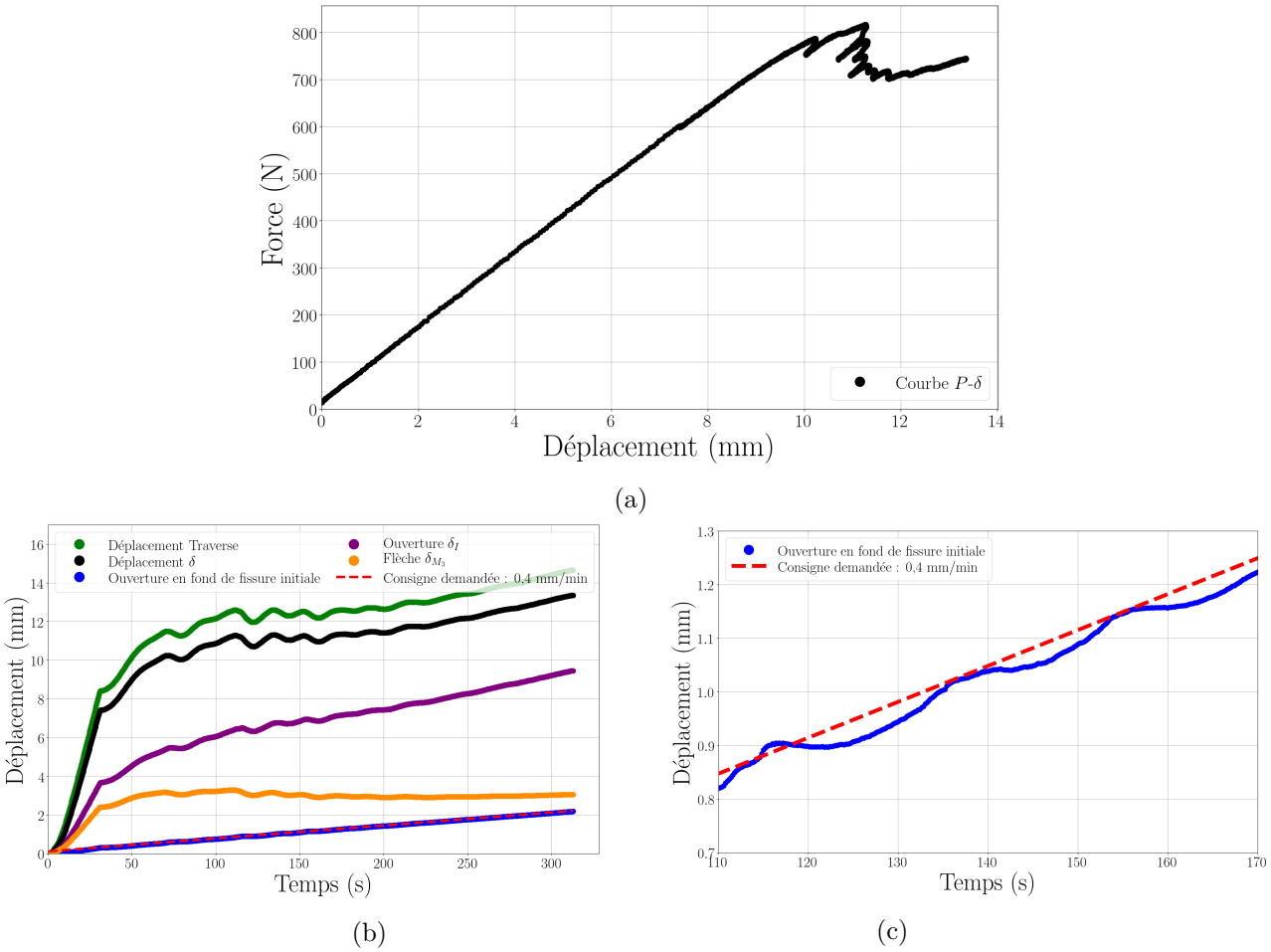


FIGURE 4.5 – Courbes d'un essai MMB asservi en déplacement d'ouverture en fond de fissure initiale pour un teneur en eau de 14 % et un ratio de mixité $\kappa = 1$: (a) courbe force-déplacement, (b) courbe déplacement-temps, (c) zoom de la courbe consigne déplacement-temps

ont été réalisés dans cette campagne afin de vérifier le modèle de courbe-R proposé dans le Chapitre 2. Par ailleurs, la MLEReq peut être utilisée sur les éprouvettes MMB, Phan et al. (2016) ont réalisé des essais de cycles de charge-décharge et montrent sur les premiers cycles, que les raideurs initiales de chaque cycle correspondent aux raideurs sécantes aux points de déchargement des cycles précédents. Ce n'est que vers les derniers cycles, lorsque la valeur de la longueur de fissure élastique équivalente est bien supérieure à la longueur de fissure élastique équivalente critique Δa_c, que des déplacements résiduels apparaissent.

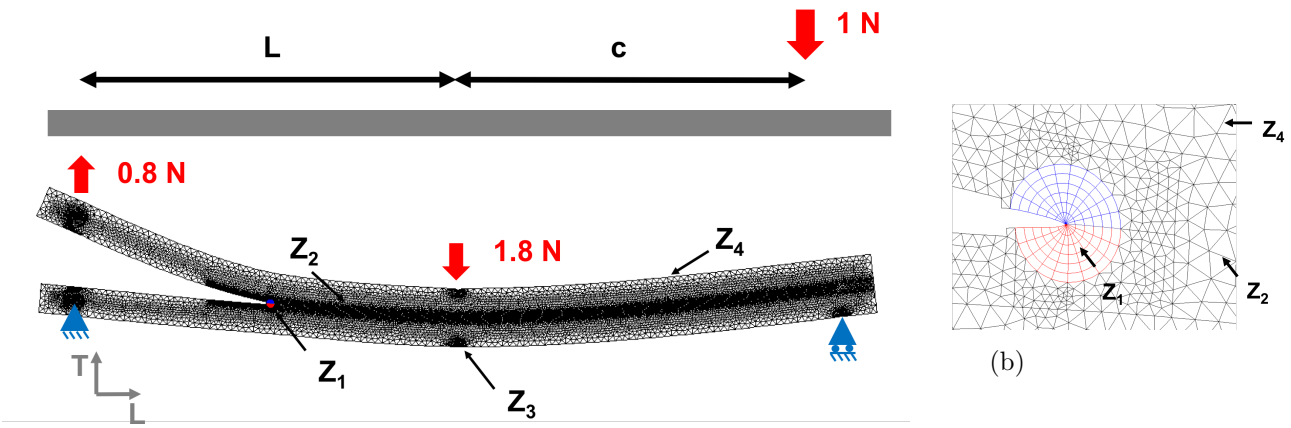
Attention : les différents jeux de paramètres d'asservissement dans les Tableaux en Annexe D : D.3, D.4 et D.5, ne peuvent être utilisés qu'avec une MTS Criterion Modèle 45, 100 kN et avec notre bâti d'essai MMB. Ces paramètres sont adaptés uniquement au pin maritime. Si nous souhaitons réaliser des essais MMB asservis en déplacement par voie externe sur une autre essence, nous devrons modifier le jeu des paramètres d'asservissement.

4.2.1.2 Modèles éléments finis des essais MMB et détermination du ratio de mixité par la simulation numérique

A partir du protocole de l'essai MMB, nous allons pouvoir déterminer les courbes force-déplacement et par conséquent les courbes de résistance à la propagation de fissure. Nous rappelons que la résistance en mode mixte I+II, $G_{R_{I+II}}$, s'estime à partir du taux de restitution d'énergie G_{I+II}, équation 1.24 du Chapitre 1 partie 1.4.1.3. Ainsi, il est indispensable de déterminer la fonction de complaisance $\lambda(a)$ en fonction de la longueur de fissure élastique équivalente (a). De Moura et al (2010) et Yoshihara (2013) déterminent les fonctions de complaisance des composantes de Mode I et de Mode II de l'essai MMB de manière analytique, en se basant sur les études faites par Williams (1989) (DCB) et Wang et Williams (1992) (ENF). Nous avons pris le parti d'utiliser, comme dans le Chapitre 3, une modélisation par éléments finis afin de déterminer les fonctions de complaisance de l'essai MMB. Par ailleurs, Phan et al. (2016) notent une faiblesse dans leur méthode analytique, car les fonctions de complaisance des composantes de Mode I et II sont déterminées indépendamment l'une de l'autre, ce qui engendre lors de la détermination des composantes du taux de restitution d'énergie, un décalage de longueur de fissure a entre $G_{I_{I+II}}(a)$ et $G_{II_{I+II}}(a)$. Ce décalage est imputable à l'estimation de la raideur élastique initiale et plus particulièrement à la détermination de la valeur de fin du domaine élastique entre les composantes de Mode I et de Mode II. Cela va donc engendrer un taux de restitution d'énergie de mode mixte $G_{I+II}(a)$ erroné. Pour éviter cela, Phan et al. (2016) proposent de déterminer directement la fonction de complaisance de mode mixte $\lambda_{I+II}(a)$ en fonction de la longueur de fissure élastique équivalente. Nous définissons ainsi le taux de restitution d'énergie de mode mixte et de ses composantes, pour une même longueur de fissure a.

L'évolution de la complaisance, en fonction de la longueur de fissure élastique équivalente nécessaire dans l'utilisation de la MLEReq, est déterminée à partir d'une modélisation Eléments Finis (MEF) de l'essai MMB en 2D et en contrainte plane, Figure 4.6. Comme pour les MEF des Modes purs I et II, nous appliquons une charge P de 1 N. A partir des équations (4.1) et (4.2), nous déterminons les composantes de chargement P_I et P_{II} que nous appliquons directement au modèle EF. Pour définir les propriétés élastiques du matériau, nous reprenons les rapports déterminés par Guitard et El Amri (1987) entre le module élastique longitudinal E_L et les autres modules, voir Tableau 3.1 du Chapitre 3. Les valeurs des modules dépendent de la teneur eau des essais, pour cela nous utilisons les équations (1.5) du Chapitre 1 issues aussi de l'étude de Guitard et El Amri (1987). Les coefficients de Poisson sont considérés comme constants, quelle que soit la teneur en eau de l'essai. Les dimensions géométriques comme h (Tangentielle) et b (Radiale) évoluent en fonction de la teneur en eau, équation (3.1), et sont déterminées à partir des coefficients de gonflement des résineux estimés par Guitard et El Amri (1987) ($\alpha_T = 0,32$ %/% et $\alpha_R = 0,19$ %/%). L'éprouvette modélisée est dans une configuration TL, comme pour les essais expérimentaux. Nous négligeons dans le MEF les variations de retrait et de gonflement des longueurs longitudinales.

Le maillage par éléments finis des éprouvettes (MMB) est identique au maillage des essais DCB et ENF. Il se compose de quatre zones de densité de maille différente : fond



(a) (b)

FIGURE 4.6 – Illustration de la densité de maille des essais de mode mixte pour un ratio $\kappa = 1$ (c =258 mm) : (a) maillage de l'essai MMB (b) zoom du maillage en fond de fissure de l'essai MMB

de fissure (Z_1), chemin de fissure (Z_2), point de chargement, appuis et points de mesure (Z_3) et le corps de l'éprouvette (Z_4), Figure 4.6. La densité de maillage des zones varie de manière décroissante de la zone Z_1 à la zone Z_4. Une étude de sensibilité du maillage a aussi été réalisée pour les essais MMB. Elle est présentée dans l'Annexe C. Nous comparons dans cette étude la valeur de la raideur initiale de notre MEF optimisé avec un modèle qui se compose d'une unique densité de maille. Les résultats sont sans équivoque, avec 7 fois moins de nœuds et avec un temps 10 fois plus court, nous obtenons un résultat tout aussi précis.

Pour obtenir la fonction de complaisance finale $\lambda(a)$, nous divisons la fonction de complaisance issue du modèle éléments finis (épaisseur unitaire de 1 mm) par l'épaisseur b qui dépend de la teneur en eau de l'éprouvette. De plus, Phan et al. (2016) montrent que le facteur de correction ψ qui correspond au rapport des complaisances initiales entre l'expérimentale et le numérique, $\psi = \lambda_{exp}(a_0)/\lambda_{num}(a_0)$, ne dépend, pour cet essai, que du module élastique longitudinal (E_L). Ainsi, nous utilisons le système de classement déjà mis en place, classes A, B et C, afin d'avoir une valeur du coefficient de correction ψ compris entre 0,8 et 1,2. Nous rappelons que les bornes de ce domaine ($0,8 < \psi < 1,2$) marquent la non linéarité du facteur de correction ψ.

Par ailleurs, à partir de la modélisation numérique et en nous basant sur la méthode "Virtual Crack Closure Technique" (VCCT), nous déterminons les taux de restitution d'énergie des composantes de Mode I et de Mode II pour toute longueur de fissure élastique équivalente. Cette méthode de découplage des modes de rupture a été proposée par Krueger (2004). Elle consiste à considérer que l'énergie nécessaire à la décohésion de la matière est égale à celle qui permet de la maintenir fermée, pour un chemin de fissure connu. Les taux de restitution d'énergie des composantes $G_{I_{I+II}}$ et $G_{II_{I+II}}$ se déterminent à partir du travail mécanique fourni pour refermer la fissure, de deux points en vis à vis, à une

distance $da = 0{,}1$ mm de la pointe de fissure, Figure 4.7.

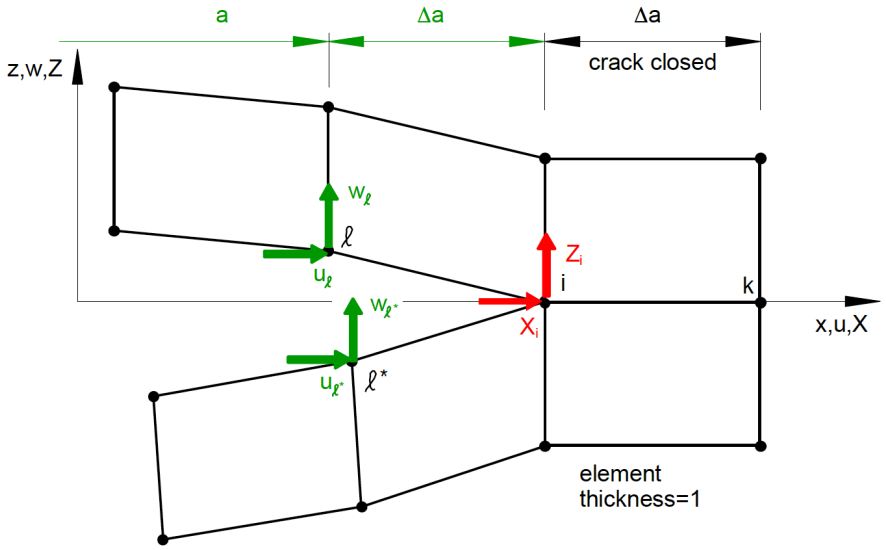


FIGURE 4.7 – Schéma du principe de VCCT avec des éléments finis du premier ordre par Krueger (2004)

Ainsi nous pouvons écrire $G_{I_{I+II_{VCCT}}}$ et $G_{II_{I+II_{VCCT}}}$ de la manière suivante :

$$G_{I_{I+II_{VCCT}}} = \frac{-Z_i(w_l - w_l^*)}{2da} \tag{4.10}$$

et

$$G_{II_{I+II_{VCCT}}} = \frac{-X_i(u_l - u_l^*)}{2da} \tag{4.11}$$

où Z_i et X_i sont les efforts nodaux, l'un vertical et l'autre horizontal, en pointe de fissure, w_l et u_l sont les déplacements (vertical et horizontal) du point de la lèvre supérieure de fissure à une distance da en amont de la fissure et w_l^* et u_l^* sont les déplacements (vertical et horizontal) du point de la lèvre inférieure de fissure à une distance da en amont de la fissure.

La VCCT est dépendante du maillage utilisé et notamment de la forme des éléments finis employés. En effet, les équations (4.10) et (4.11) peuvent être appliquées pour des éléments du premier ordre de type QUA4 et TRI3 du logiciel Cast3M. Pour des éléments du second ordre (QUA8 et TRI6) Figure 4.8, il est convenu d'utiliser les équations (4.12) et (4.13) pour déterminer les composantes du taux de restitution d'énergie :

$$G_{I_{I+II_{VCCT}}} = \frac{-[Z_i(w_l - w_l^*) + Z_j(w_m - w_m^*)]}{2da} \tag{4.12}$$

et

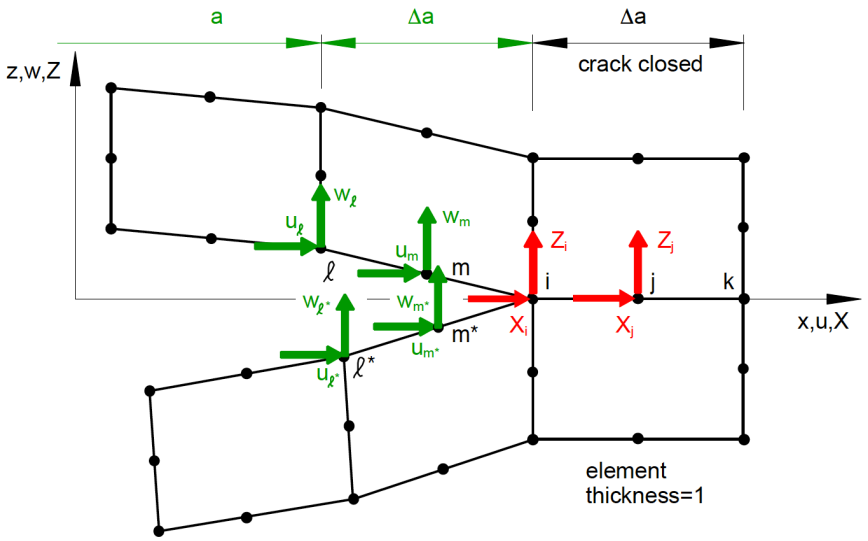


FIGURE 4.8 – Schéma du principe de VCCT avec des éléments finis du second ordre par Krueger (2004)

$$G_{II_{I+II_{VCCT}}} = \frac{-[X_i(u_l - u_l^*) + X_j(u_m - u_m^*)]}{2da} \tag{4.13}$$

où Z_j et X_j sont les efforts nodaux (vertical et horizontal) en aval de la pointe de fissure à $da/2$, w_m et u_m sont les déplacements (vertical et horizontal) du point de la lèvre supérieure de fissure à une distance $da/2$ en amont de la fissure et w_m^* et u_m^* sont les déplacements (vertical et horizontal) du point de la lèvre inférieure de fissure à une distance $da/2$ en amont de la fissure.

A partir des composantes du taux de restitution de Mode I et de Mode II nous pouvons remonter au taux de restitution de mode mixte $G_{I+II_{VCCT}}$ tel que :

$$G_{I+II_{VCCT}}(\Delta a) = G_{I_{I+II_{VCCT}}}(\Delta a) + G_{II_{I+II_{VCCT}}}(\Delta a) \tag{4.14}$$

Nous pouvons vérifier la validité de cette méthode en comparant le taux de restitution d'énergie obtenu à partir de la fonction de complaisance $\lambda(\Delta a)$ et pour une charge $P = 1$ N avec celui obtenu via la VCCT ($G_{I+II_{VCCT}}$). Nous constatons sur la Figure 4.9, que les taux de restitution d'énergie des deux méthodes ont une évolution relativement proche, de l'ordre de 2 %, pour les longueurs de fissure comprises entre 0 et 125 mm, résultat que nous retrouvons dans l'étude de Sorin (2019). Au delà des 125 mm de propagation de fissure, les deux méthodes divergent, cela semble être dû à la zone d'influence du chargement P_{II} perpendiculaire au fil. Ainsi, toutes données qui se trouvent au-delà de 125 mm ne seront pas prises en compte.

L'utilisation de la VCCT étant validée, elle nous permet aussi d'estimer pour chaque incrément de fissure (Δa) la part des composantes de Mode I ($G_{I_{I+II_{VCCT}}}/G_{I+II_{VCCT}}$) et

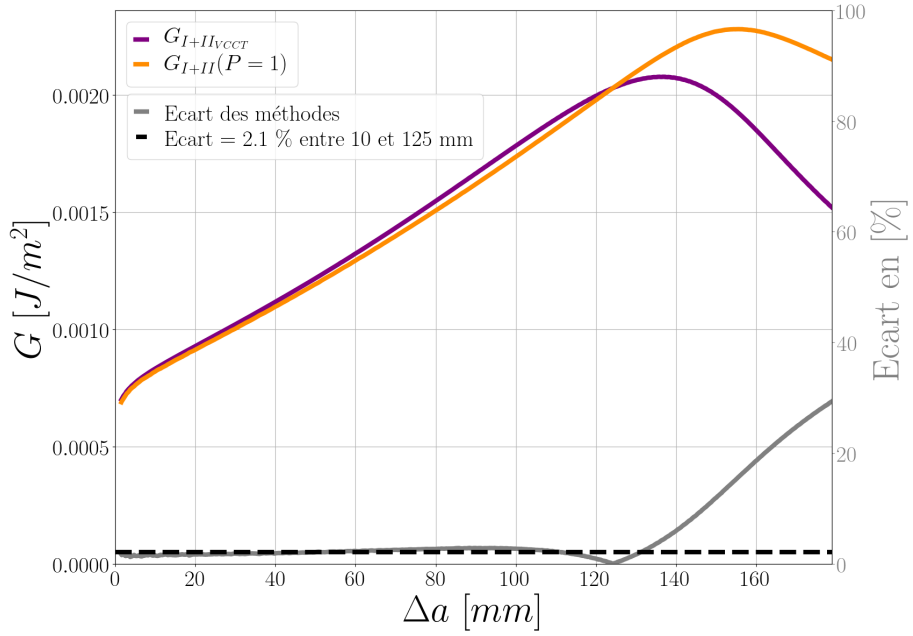


FIGURE 4.9 – Comparaison des taux de restitution d'énergie calculés à partir de la méthode VCCT et de la méthode de la complaisance pour une charge $P = 1$ N et une épaisseur unitaire $b = 1$ mm pour un ratio de mixité $\kappa = 1$

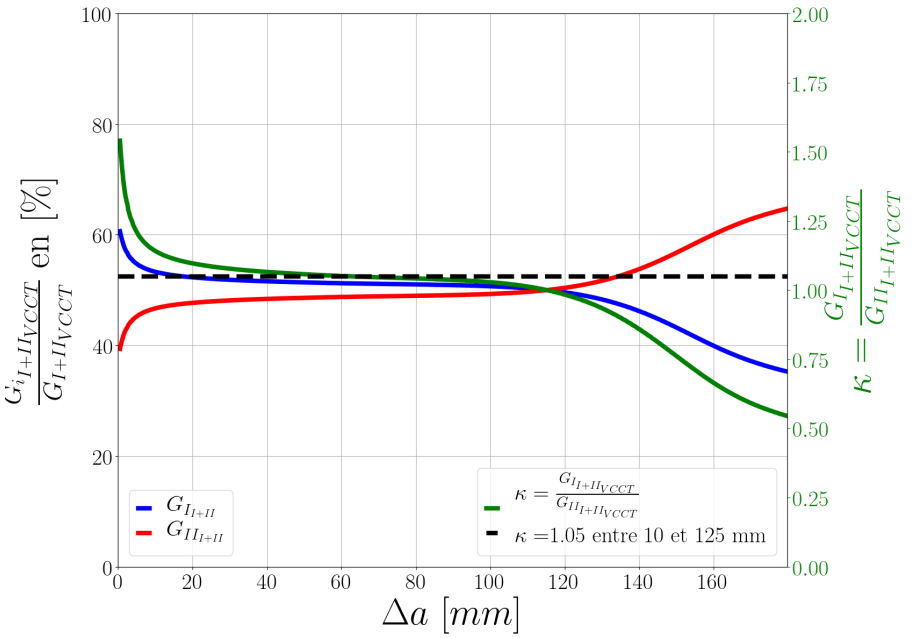


FIGURE 4.10 – Evolution de la répartition des composantes de Mode I et II du taux de restitution $G_{I+II_{VCCT}}$ et par conséquent du ratio de mixité κ en fonction de la longueur de fissure élastique équivalente (avec $i = I$ ou II)

de Mode II ($G_{II_{I+II_{VCCT}}}/G_{I+II_{VCCT}}$) et par conséquent le ratio de mixité $\kappa(\Delta a)$ de l'essai MMB, équation (4.15).

$$\kappa(\Delta a) = \frac{G_{I_{I+II_{VCCT}}}(\Delta a)}{G_{II_{I+II_{VCCT}}}(\Delta a)} \tag{4.15}$$

La Figure 4.10 montre les évolutions des parts des composantes de Mode I et de Mode II du taux de restitution d'énergie d'un essai MMB avec un ratio de mixité κ proche de 1. Nous pouvons remarquer trois phases : (i) entre 0 et 10 mm, nous avons un ratio de mixité décroissant ce qui implique que la composante de Mode I est supérieure à celle de Mode II, (ii) entre 10 et 125 mm, une phase relativement constante du ratio de mixité et des composantes de Mode I et II puis (iii) au-delà de 125 mm, nous rentrons dans la zone d'influence de la charge P_{II}, ce qui implique une évolution du ratio de mixité non constante et une augmentation de la part de la composante de Mode II. En négligeant les dix premiers millimètres, nous pouvons déterminer les paramètres des courbes-R de mode mixte pour des ratios de mixité constants.

4.2.2 Résultats des essais de mode mixte à ratio de mixité constant

4.2.2.1 Détermination des courbes-R de mode mixte I+II

Après avoir obtenu les fonctions de complaisance issues du MEL et les courbes force-déplacement, nous déterminons les courbes-R de mode mixte I+II à partir des méthodes présentées dans l'Annexe B. Pour chaque couple de valeur (P, δ), la longueur de fissure élastique équivalente a est estimée ainsi que le taux de restitution d'énergie et par conséquent la résistance à la propagation de fissure $G_{R_{I+II}}(a)$. Nous rappelons, équation (4.16), que le taux de restitution d'énergie est le rapport entre l'énergie potentielle totale W_{rest} et la surface fissurée pour un incrément da. Nous allons ainsi pouvoir estimer les courbes de résistance de mode mixte I+II et ses composantes ($G_{R_{I_{I+II}}}$ et $G_{R_{II_{I+II}}}$), Figure 4.11 .

$$G_{R_{I+II}}(a) = G_{I+II}(a) = \frac{W_{rest}}{bda} \tag{4.16}$$

avec $W_{rest} = W_F - W_U$, où W_F le travail des forces extérieures et W_U l'énergie de déformation élastique. En considérant deux points successifs tels que N_1 ($P(a)$, $\delta(a)$) et N_2 ($P(a+da)$, $\delta(a+da)$), voir Figure 4.11a, nous pouvons écrire W_F et W_U de la manière suivante :

$$W_F = \frac{1}{2}(P(a) - P(a+da))(\delta(a+da) - \delta(a)) \tag{4.17}$$

et

$$W_U = \frac{1}{2}P(a+da)\delta(a+da) - \frac{1}{2}P(a)\delta(a) \tag{4.18}$$

W_{rest} peut donc être déterminé en soustrayant les équations (4.17) et (4.18) :

$$W_{rest} = \frac{1}{2}P(a)\delta(a+da) - \frac{1}{2}P(a+da)\delta(a) \tag{4.19}$$

Ainsi à partir de l'équation (4.16), nous pouvons déduire la résistance à la propagation de fissure en mode mixte $G_{R_{I+II}}$ pour une surface de fissure infinitésimale $dA = bda$.

$$G_{R_{I+II}}(a) = G_{R_{I+II}}(a) = \frac{1}{bda}\left[\frac{1}{2}P(a)\delta(a+da) - \frac{1}{2}P(a+da)\delta(a)\right] \tag{4.20}$$

La résistance à la propagation de fissure en mode mixte $G_{R_{I+II}}$ peut aussi être déterminée à partir de l'équation (4.21) du taux de restitution d'énergie estimé, à partir de la dérivée de la fonction de complaisance $\lambda'_{I+II}(a)$.

$$G_{R_{I+II}}(a) = G_{I+II}(a) = \frac{P^2}{2bda}\frac{d\lambda(a)}{da} \tag{4.21}$$

L'équation (4.20) a un avantage par rapport à l'équation (4.21). Nous pouvons écrire $G_{R_{I+II}}$ en fonction des composantes de chargement et de déplacement (P_I, δ_I) et (P_{II}, δ_{II}) et ainsi déterminer les composantes de Mode I et de Mode II du taux de restitution d'énergie pour une même longueur de fissure a. En intégrant l'équation (4.3) du déplacement δ dans l'équation (4.20), nous pouvons écrire $G_{R_{I+II}}$ en fonction de δ_I et δ_{II} :

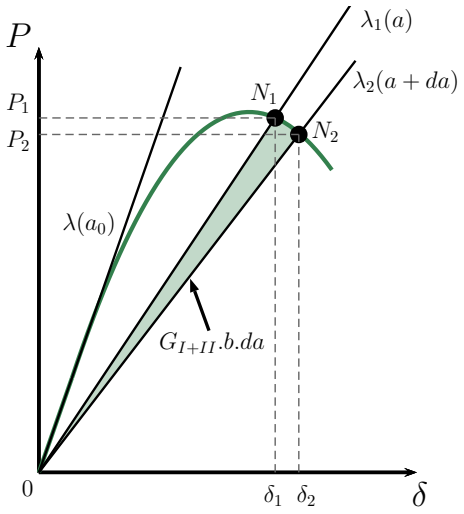
$$\begin{aligned} G_{R_{I+II}}(a) = {} & \frac{1}{2bda}P(a)\left[\left(\frac{3c-L}{4L}\right)\delta_I(a+da) + \left(\frac{c+L}{L}\right)\delta_{II}(a+da)\right] \\ & -\frac{1}{2bda}P(a+da)\left[\left(\frac{3c-L}{4L}\right)\delta_I(a) + \left(\frac{c+L}{L}\right)\delta_{II}(a)\right] \end{aligned} \tag{4.22}$$

A partir des équations (4.1) et (4.2) combinées à l'équation (4.22), nous pouvons obtenir l'expression de $G_{R_{I+II}}$ en fonction du déplacement et du chargement des composantes de Mode I et de Mode II.

$$\begin{aligned} G_{R_{I+II}}(a) = {} & \frac{1}{2bda}\left[P_I(a)\delta_I(a+da) - P_I(a+da)\delta_I(a)\right] \\ & +\frac{1}{2bda}\left[P_{II}(a)\delta_{II}(a+da) - P_{II}(a+da)\delta_{II}(a)\right] \end{aligned} \tag{4.23}$$

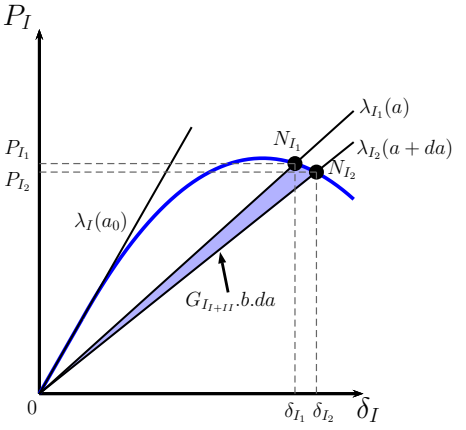
Nous retrouvons à partir de l'équation (4.23), les résistances des composantes de Mode I et de Mode II telles que :

$$G_{R_{I+II}}(a) = G_{R_{I_{I+II}}}(a) + G_{R_{II_{I+II}}}(a) \tag{4.24}$$



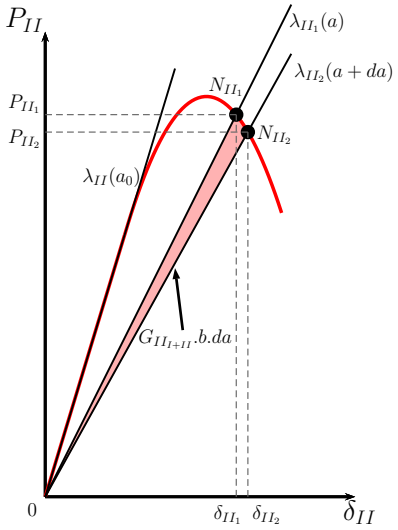
Mode mixte I+II :
- $N_1 : \delta_1 = \delta(a)$, $P_1 = P(a)$ et $\lambda_1 = \lambda(a)$
- $N_2 : \delta_2 = \delta(a+da)$, $P_2 = P(a+da)$ et $\lambda_2 = \lambda(a+da)$

(a) Mode mixte I+II



Mode I :
- $N_{I_1} : \delta_{I_1} = \delta_I(a)$, $P_{I_1} = P_I(a)$ et $\lambda_{I_1} = \lambda_I(a) = \frac{\delta_I(a)}{P_I(a)}$
- $N_{I_2} : \delta_{I_2} = \delta_I(a+da)$, $P_{I_2} = P_I(a+da)$ et $\lambda_{I_2} = \lambda_I(a+da) = \frac{\delta_I(a+da)}{P_I(a+da)}$

(b) Mode I



Mode II :
- $N_{II_1} : \delta_{II_1} = \delta_{II}(a)$, $P_{II_1} = P_{II}(a)$ et $\lambda_{II_1} = \lambda_{II}(a) = \frac{\delta_{II}(a)}{P_{II}(a)}$
- $N_{II_2} : \delta_{II_2} = \delta_{II}(a+da)$, $P_{II_2} = P_{II}(a+da)$ et $\lambda_{II_2} = \lambda_{II}(a+da) = \frac{\delta_{II}(a+da)}{P_{II}(a+da)}$

(c) Mode II

FIGURE 4.11 – Schéma d'évaluation des résistances ou du taux de restitution d'énergie : (a) du mode mixte $G_{R_{I+II}}(a)$, et des composantes : (b) de Mode I $G_{R_{I_{I+II}}}(a)$ et (c) de Mode II $G_{R_{II_{I+II}}}(a)$

où

$$G_{R_{I_{I+II}}}(a) = G_{I_{I+II}}(a) = \frac{1}{2bda}\left[P_I(a)\delta_I(a+da) - P_I(a+da)\delta_I(a)\right] \tag{4.25}$$

et

$$G_{R_{II_{I+II}}}(a) = G_{II_{I+II}}(a) = \frac{1}{2bda}\left[P_{II}(a)\delta_{II}(a+da) - P_{II}(a+da)\delta_{II}(a)\right] \tag{4.26}$$

Les équations (4.25) et (4.26) fournissent une estimation des composantes de Mode I et de Mode II du taux de restitution d'énergie $G_{I+II}(a)$ et donc implicitement des composantes de la résistance à la propagation de fissure $G_{R_{I+II}}(a)$ (Figure 4.11).

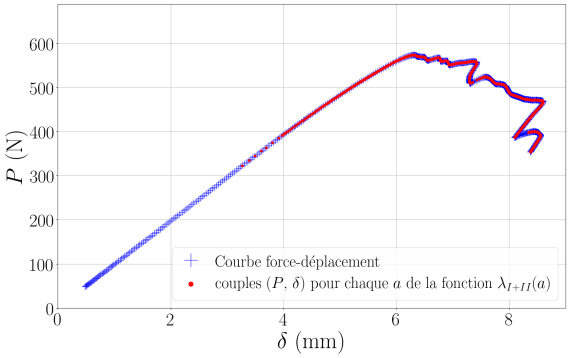
Exemple :

La Figure 4.12a montre la courbe force-déplacement d'un essai de Mode mixte I+II pour un ratio de mixité estimé à $\kappa \approx 1$ et à une teneur en eau de 10 %. A partir de la fonction de complaisance $\lambda_{I+II}(a)$ nous déterminons l'ensemble des couples (P, δ) qui sont représentés par les points rouges. Nous déterminons aussi les composantes de chargement et de déplacement ((P_I, δ_I), (P_{II}, δ_{II})) des Modes I et II pour chaque longueur de fissure a, Figures 4.12b et 4.12c.

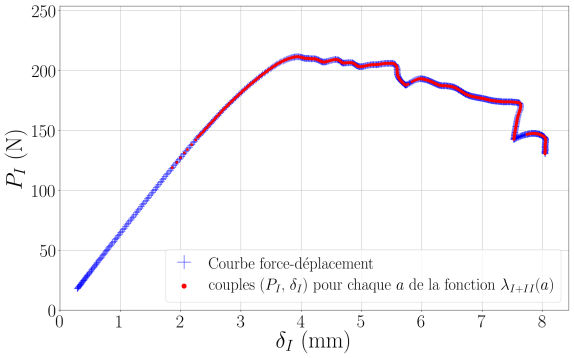
Ainsi à partir de l'équation (4.20) et de l'ensemble des couples (P, δ), nous pouvons déterminer pour toute longueur de fissure a la résistance $G_{R_{I+II}}(a)$, Figure 4.13. Les courbes bleues et rouges sont les résistances des composantes de Mode I ($G_{R_{I_{I+II}}}(a)$) et de Mode II ($G_{R_{II_{I+II}}}(a)$), calculées à partir des équations (4.25) et (4.26). La dernière courbe, en noir, qui se superpose parfaitement sur la courbe-R verte correspond à la courbe-R calculée à partir de l'équation (4.21). Nous pouvons remarquer sur cet exemple que la courbe-R de mode mixte I+II de l'essai MMB se décompose en deux régimes comme pour les essais de Mode pur (DCB et ENF) : (i) un régime croissant qui correspond au développement de la zone d'élaboration suivie, (ii) d'un régime plateau qui correspond à la propagation auto-similaire de la fissure avec sa zone d'élaboration.

Nous pouvons tracer, Figure 4.14, les parts des composantes de Mode I et de Mode II ainsi que le ratio de mixité κ en fonction de la longueur de fissure a. Nous retrouvons sur les premiers millimètres de la fissure élastique équivalente une part de Mode I légèrement plus importante que celle de Mode II, ce qui se traduit pas un ratio de mode mixte $\kappa > 1$. Comme évoqué précédemment, la résistance à la propagation de fissure, correspondant au 10 premiers millimètres de propagation, n'est pas considérée du fait de la non constance de κ sur cette zone. Nous pouvons observer un rapport approximativement constant des composantes de Mode I et de Mode II, typique de l'essai MMB, entre 10 et 125 mm de longueur de fissure et d'un ratio de $\kappa = 0,9$.

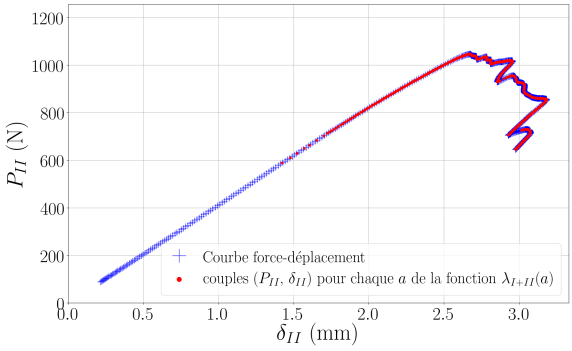
A partir des courbes de résistance de mode mixte, nous pouvons déterminer les paramètres de rupture : $G_{Rc_{I+II}}$, $\Delta a_{c_{I+II}}$ et β_{I+II} de la courbe-R théorique définie par Morel (2008), équation (4.33) que nous appliquons aussi au mode mixte I+II.



(a) Mode mixte I+II



(b) Mode I



(c) Mode II

FIGURE 4.12 – Courbes force-déplacement d'un essai MMB pour un ratio de mixité $\kappa \approx 1$ et une teneur en eau de 10 % : (a) mode mixte I+II (b) Mode I (c) Mode II

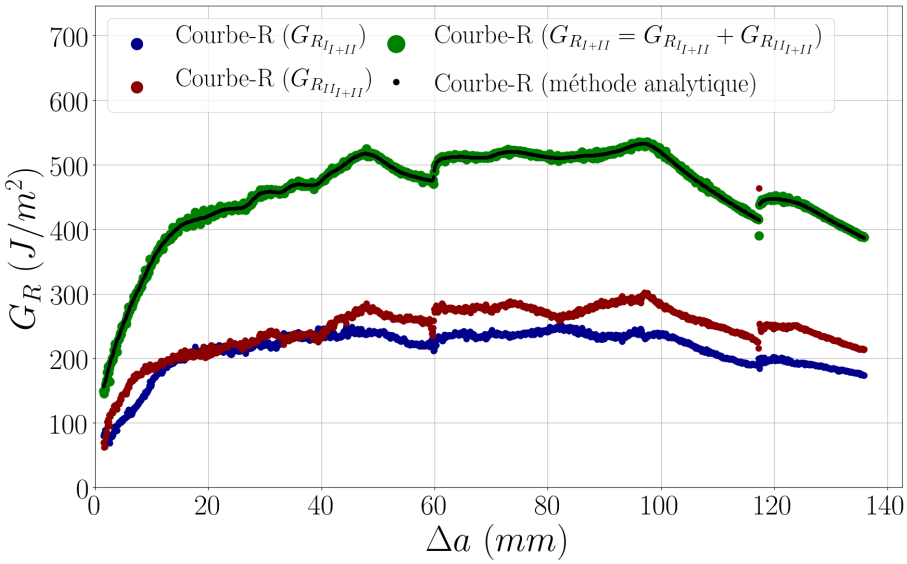


FIGURE 4.13 – Courbe-R de mode mixte I+II $G_{R_{I+II}}(a)$ (verte et noire) et ses composantes de Mode I $G_{R_{I_{I+II}}}(a)$ (bleue) et Mode II $G_{R_{II_{I+II}}}(a)$ (rouge) de l'essai MMB pour un ratio de mixité $\kappa \approx 1$ et une teneur en eau de 10 %

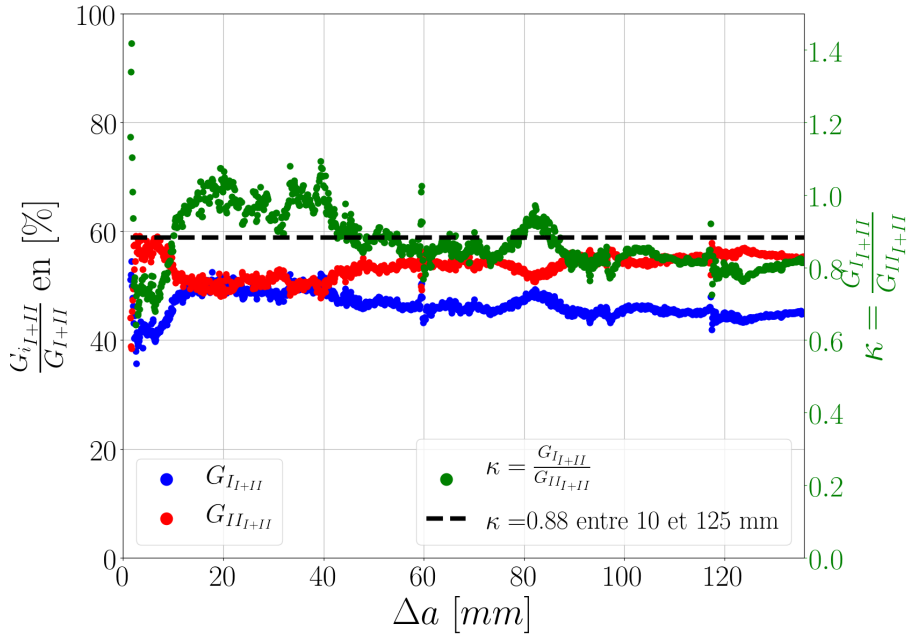
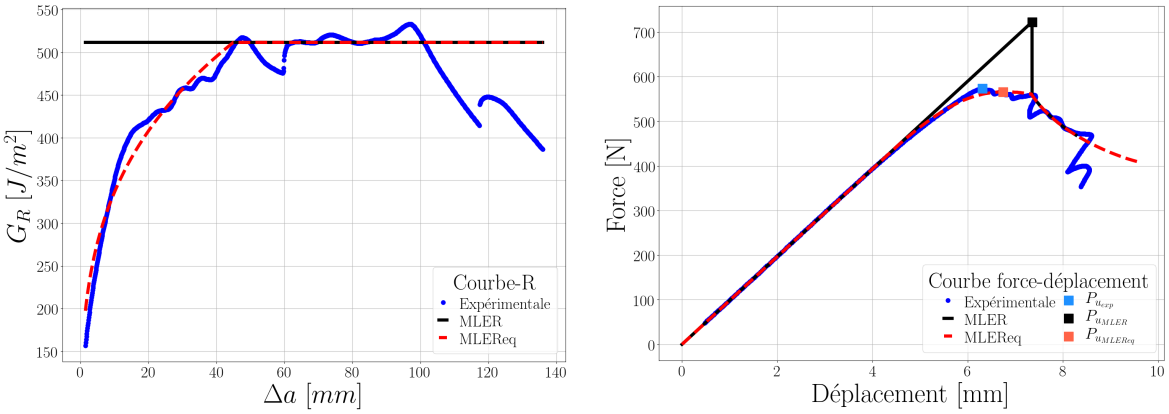


FIGURE 4.14 – Evolution de la répartition des composantes de Mode I (bleue) et de Mode II (rouge) de la résistance en mode mixte I+II et du ratio de mixité κ de l'essai MMB en fonction de la longueur de fissure $\Delta a = a - a_0$ pour une teneur en eau de 10 %

$$G_{R_{I+II}}(\Delta a) = \begin{cases} \frac{G_{Rc_{I+II}}}{\Delta a_{c_{I+II}}^{\beta_{I+II}}} \Delta a^{\beta_{I+II}} & \text{si } \Delta a < \Delta a_{c_{I+II}} \\ G_{Rc_{I+II}} & \text{si } \Delta a \geq \Delta a_{c_{I+II}} \end{cases} \tag{4.27}$$

La méthode, mise en place dans la partie 3.4.2.1 du chapitre 3, est donc utilisée pour déterminer les différents paramètres de la courbe-R de mode mixte I+II. Pour rappel, elle se décompose en deux étapes : (i) nous déterminons le plateau à partir du point d'inflexion de la courbe de portance (ou courbe d'Abott-Firestone) de $G_{R_{I+II}}$ et (ii) la détermination de $\Delta a_{c_{I+II}}$ et β_{I+II} se base sur la régression d'une loi puissance et du plateau de l'équation 4.33 sur les courbes expérimentales. Ainsi, à partir de la courbe-R de mode mixte expérimentale (en bleu) nous déterminons la courbe-R théorique (en rouge), Figure 4.15a.

Nous retrouvons à partir de l'équation (3.4) du Chapitre 3, la charge P et le déplacement δ de la courbe force-déplacement issue de la courbe-R théorique, Figure 4.15b. La courbe force-déplacement rouge est calculée à partir de la courbe-R théorique (rouge), dans laquelle le développement de la zone d'élaboration et de propagation auto-similaire de la fissure principale avec sa zone d'élaboration sont pris en compte. La courbe force-déplacement noire est la représentation d'un hypothétique comportement fragile du bois, c'est-à-dire, une courbe de résistance (noire) qui est formée d'un unique régime correspondant au plateau ($G_{Rc_{I+II}}$). Nous avons dans cet exemple, Figure 4.15b, une forte différence de 26 % entre le pic de charge de la courbe force-déplacement issu de la MLER avec le pic de charge expérimental, tandis que la courbe force-déplacement rouge a sa charge maximale qui ne diffère que de 1 % avec le pic de charge expérimental.



(a) (b)

FIGURE 4.15 – Comparaison entre les courbes expérimentales et théoriques (MLER et MLEReq) de l'exemple sur l'essai MMB pour un ratio de mixité $\kappa \approx 1$ et une teneur en eau de 10 % (a) Courbes-R (b) Courbes force-déplacement

---

A partir du protocole des essais MMB et aussi de la méthode pour extraire les différents paramètres de rupture, nous allons étudier le comportement de ces paramètres en fonction de la teneur en eau des éprouvettes.

4.2.2.2 Résultats des essais MMB en fonction de la teneur en eau

A la suite de ces différentes vérifications sur l'utilisation de la MLEReq et de la VCCT sur les essais MMB, nous allons examiner les résultats de la campagne expérimentale. Rappelons que les résultats de ces essais serviront, dans une seconde phase, à la validation du modèle de courbe-R en mode mixte présenté au Chapitre 2. La durée de cette campagne d'essai a mis environ une année. Après chaque essai, nous avons taillé en fond de fissure un échantillon de 60 mm de long dans le but de déterminer la teneur en eau des éprouvettes. Après avoir mesuré la masse et les dimensions des échantillons, nous les avons placés dans une étuve à 103^o C. A partir du protocole fourni par la norme ISO-13061-1 (2014), nous déterminons la masse anhydre de chaque échantillon. Nous pouvons remarquer dans les Tableaux 4.2, 4.3 et 4.4 que les taux de réussite des essais à une teneur en eau inférieure à 10 % sont relativement faibles, proches de 25 % et ce malgré la procédure d'asservissement des essais. Pour les teneurs en eau plus importantes, les taux de réussite sont de 40 % à 70 %. Notons que le taux de réussite se définit par l'obtention d'une courbe force-déplacement sans instabilité et d'un plateau de 20 mm minimum sur les courbes-R comme nous pouvons le voir sur la Figure 4.16 et dans l'Annexe I. De plus, la détermination des PID s'est faite au fur et à mesure des essais (nombre d'éprouvettes limité) ce qui peut impliquer un taux de réussite relativement bas des essais à une faible teneur en eau.

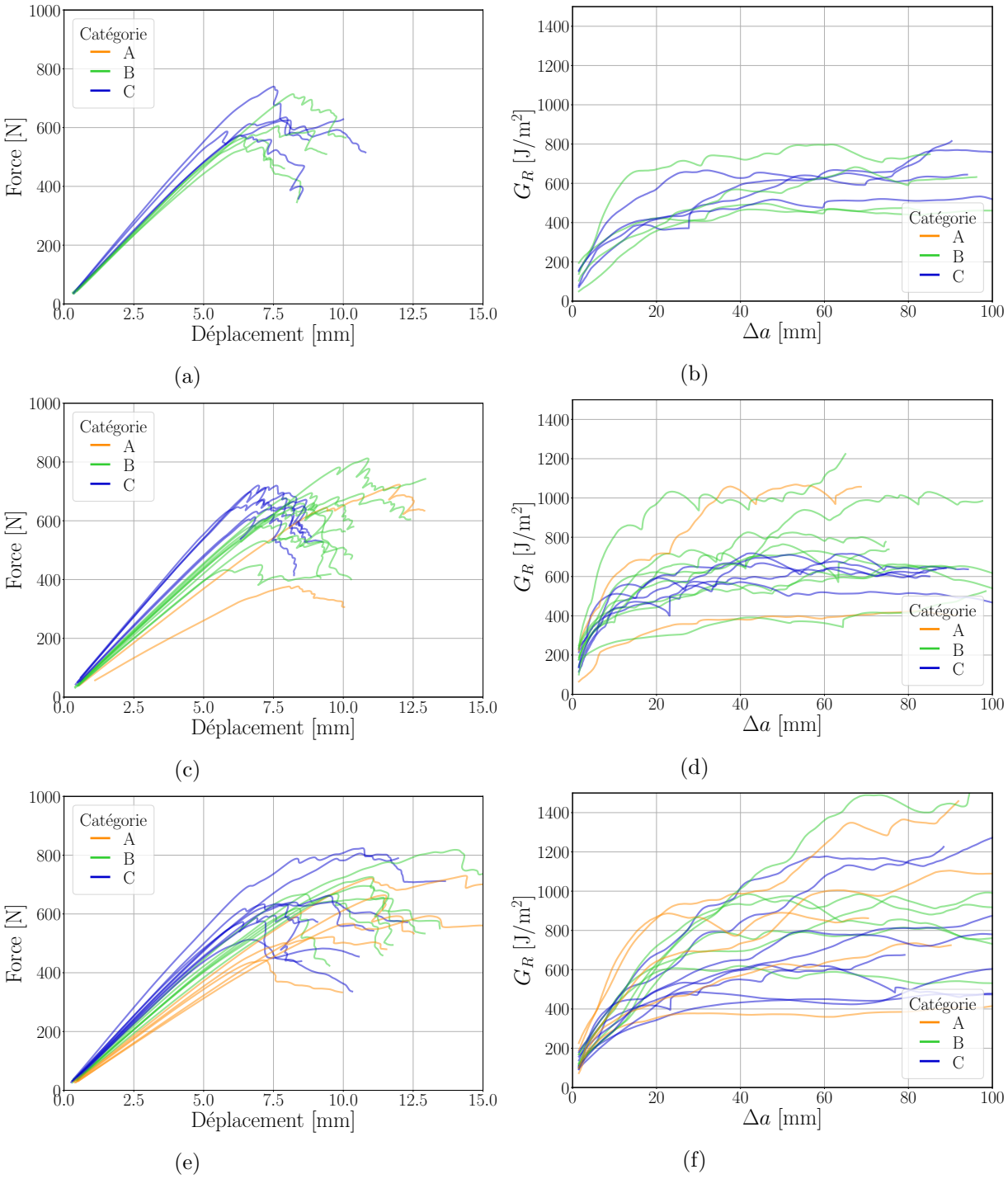


FIGURE 4.16 – Courbes force-déplacement et courbes-R valides des essais MMB avec un ratio de mixité $\kappa \approx 1$ et pour teneur en eau moyenne : (a) et (b) 11 %, (c) et (d) 13 %, (e) et (f) 19 %

Ratio de mixité κ	**Essais valides**	H %	$E_{L_{num}}$ [GPa]	$G_{Rc_{I+II}}$ [J/m^2]	$\Delta a_{c_{I+II}}$ [mm]	β_{I+II}
2,17	11	10,5	13,0	579	33,8	0,35
(0,28)	(50 %)	(0,3)	(1,6)	(101)	(12,6)	(0,1)
0,87	8	10,8	12,9	583	38,8	0,48
(0,04)	(35 %)	(0,4)	(0,8)	(87)	(13,9)	(0,15)
0,48	6	10,7	11,8	712	26,8	0,53
(0,13)	(25 %)	(0,3)	(1,4)	(217)	(10,5)	(0,15)

Tableau 4.2 – Paramètres de rupture de mode mixte I+II suivant trois ratios de mixité, d'une teneur en eau sèche (10,7 %), sur du pin maritime (moyenne et écart-type).

Ratio de mixité κ	**Essais valides**	H %	$E_{L_{num}}$ [GPa]	$G_{Rc_{I+II}}$ [J/m^2]	$\Delta a_{c_{I+II}}$ [mm]	β_{I+II}
2,25	12	13,6	9,5	671	30,8	0,34
(0,4)	(40 %)	(0,4)	(2,8)	(148)	(14,8)	(0,09)
0,89	15	13	11,3	673	35,4	0,38
(0,07)	(52 %)	(0,7)	(1,8)	(199)	(16,4)	(0,11)
0,52	14	13,8	11,2	727	35,1	0,41
(0,11)	(67 %)	(0,3)	(1,1)	(267)	(17,2)	(0,12)

Tableau 4.3 – Paramètres de rupture de mode mixte I+II suivant trois ratios de mixité, d'une teneur en eau moyenne (13,5 %), sur du pin maritime (moyenne et écart-type).

Ratio de mixité κ	**Essais valides**	H %	$E_{L_{num}}$ [GPa]	$G_{Rc_{I+II}}$ [J/m^2]	$\Delta a_{c_{I+II}}$ [mm]	β_{I+II}
2,3	12	19,2	12	607	41,1	0,38
(0,38)	(55 %)	(0,4)	(1)	(144)	(10,9)	(0,14)
0,85	19	19,6	10,4	822	45,8	0,52
(0,06)	(70 %)	(0,7)	(1,6)	(297)	(21,5)	(0,15)
0,54	14	19,9	10,3	955	48,9	0,61
(0,08)	(64 %)	(0,5)	(1,7)	(425)	(20,7)	(0,1)

Tableau 4.4 – Paramètres de rupture de mode mixte I+II suivant trois ratios de mixité, d'une teneur en eau humide (19,6 %), sur du pin maritime (moyenne et écart-type).

A partir de la méthode mise en place pour déterminer les paramètres d'une courbe-R, nous pouvons aussi vérifier si les paramètres de mode mixte évoluent en fonction de la teneur en eau. Nous avons tracé les droites de régression associées aux résultats expérimentaux de chaque paramètre et pour chaque ratio de mixité, en fonction de la teneur en eau. Nous remarquons que le coefficient de régression de chaque Figure 4.17, est de l'ordre de 0,1, sans doute à cause de la forte variabilité observée sur chaque paramètre. Ainsi, nous devons prendre des précautions dans l'interprétation des résultats.

Nous remarquons dans l'ensemble, que les paramètres augmentent quand la teneur en eau augmente. Les coefficients directeurs des droites de régression, Tableau 4.5, sont

sensiblement proches de ceux obtenus des essais de Modes I et II, décrits dans le Tableau 3.4 du Chapitre 3.4. Nous avons, tout de même, deux exceptions, Figure 4.17a ($\kappa = 3$, $G_{Rc_{I+II}}$) et Figure 4.17g ($\kappa = 3$, β_{I+II}), où aucune corrélation avec la teneur en eau ne peut être faite et dont les coefficients directeurs sont très faibles devant ceux des Modes purs I et II.

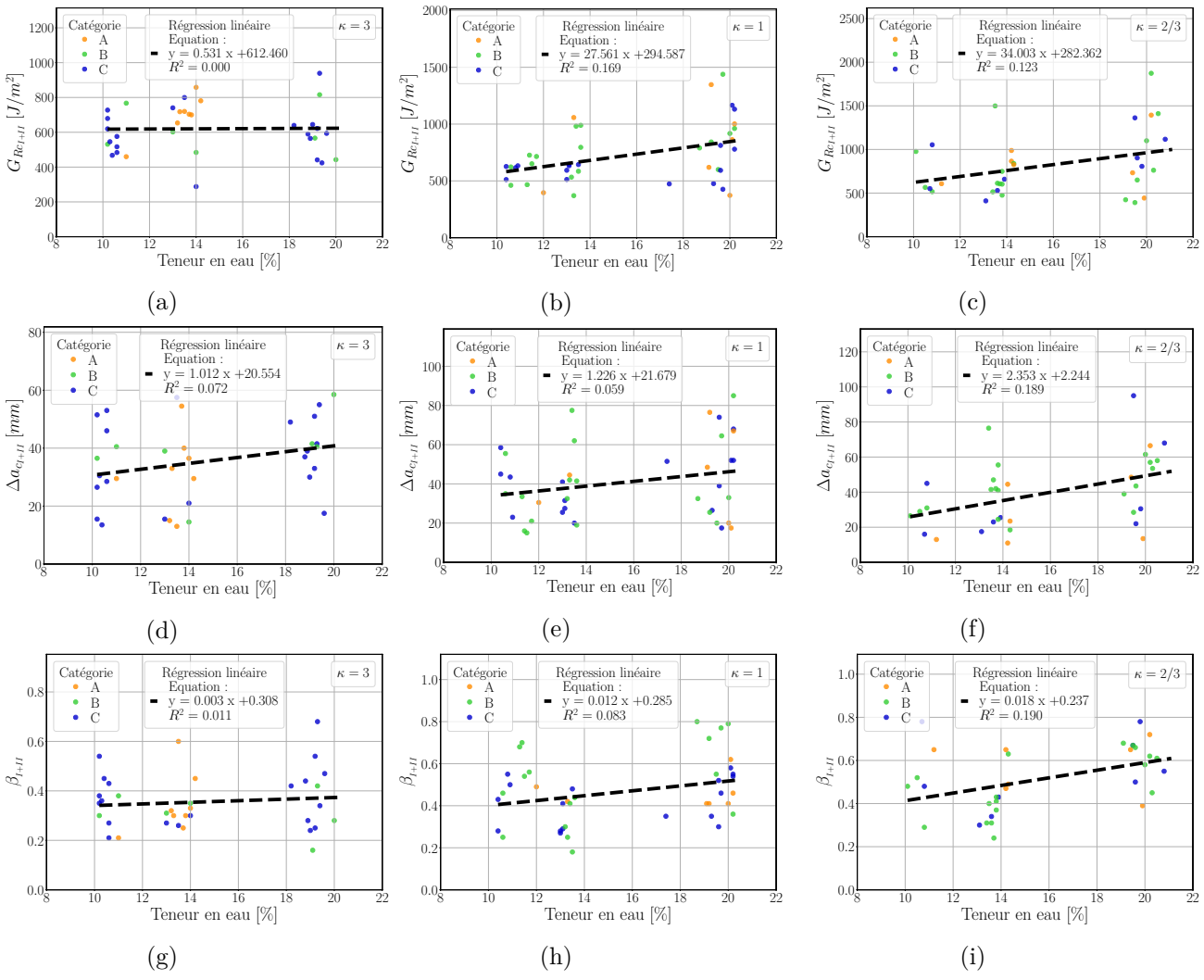


FIGURE 4.17 – Comportement des paramètres de mode mixte I+II en fonction de la teneur en eau, $G_{Rc_{I+II}}$: (a) $\kappa = 3$, (b) $\kappa = 1$, (c) $\kappa = 2/3$, $\Delta a_{c_{I+II}}$: (d) $\kappa = 3$, (e) $\kappa = 1$, (f) $\kappa = 2/3$, β_{I+II} : (g) $\kappa = 3$, (h) $\kappa = 1$, (i) $\kappa = 2/3$

Paramètre de rupture	κ	y=ax+b		Paramètre à 12% ($i^{12\%}$)	Coefficient directeur $\alpha_i = \frac{a}{i^{12\%}}$
		a	b		
$G_{Rc_{I+II}}$ $[J/m^2]$	3	0,53	612	619	0,001
	1	27,56	295	625	0,044
	2/3	34	282	690	0,049
$\Delta a_{c_{I+II}}$ $[mm]$	3	1,01	20,6	32,7	0,031
	1	1,23	21,7	36,4	0,034
	2/3	2,35	2,24	30,5	0,077
β_{I+II}	3	0,003	0,31	0,34	0,009
	1	0,012	0,29	0,42	0,028
	2/3	0,018	0,237	0,45	0,040

TABLEAU 4.5 – Paramètres des régressions linéaires des paramètres de rupture des modes mixtes (κ = 3, 1 et 2/3) en fonction de la teneur en eau des éprouvettes MMB (avec i = $G_{Rc_{I+II}}$, $\Delta a_{c_{I+II}}$, et β_{I+II})

Nous allons maintenant confronter le modèle de courbe-R en mode mixte I+II aux données, que nous retrouvons dans l'Annexe H, issues de cette campagne d'essais. Toutefois, l'identification d'une courbe-R moyenne n'a pas encore été abordée. Le chapitre 3 a permis de déterminer la moyenne expérimentale de chaque paramètre des courbes-R (Tableaux 3.2 et 3.3) mais cela ne signifie pas que l'association de ces paramètres garantit une courbe-R moyenne théorique applicable avec notre modèle. Il est donc nécessaire d'en donner une définition. De plus, dans une vision plus sécuritaire et pour l'ingénierie, nous devons définir aussi une courbe-R basse (ou minimale) qui permettra d'obtenir le pic de charge minimum.

4.2.3 Confrontation entre les essais MMB et le modèle de rupture

4.2.3.1 Définition d'une Courbe-R moyenne et basse

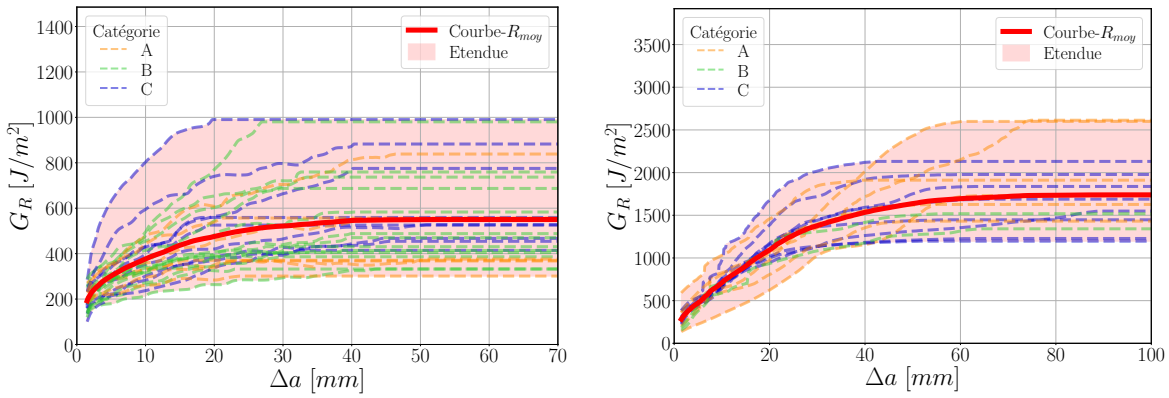
Courbe-R moyenne :

Le modèle de rupture est alimenté par les paramètres des courbes-R moyennes des Modes purs I et II. Pour autant, rien ne justifie que l'utilisation de la moyenne des paramètres (G_{Rc}, Δa_c et β) permette d'obtenir la courbe-R moyenne théorique. Ainsi, pour chaque teneur en eau H et ratio de mixité κ, nous proposons d'estimer la courbe-R moyenne expérimentale à partir de l'ensemble des courbes-R expérimentales, puis de venir ajuster une courbe-R théorique à partir de la méthode présentée dans le Chapitre 3 partie 3.4.2.1. Nous définissons la courbe-R ajustée comme étant la courbe-R moyenne théorique. Nous vérifierons si la courbe-R théorique, issue des paramètres moyens donnés dans les Tableaux 3.2 et 3.3, est proche ou non de cette courbe-R moyenne théorique.

La difficulté dans l'estimation d'une courbe-R moyenne expérimentale réside dans la détermination de son régime croissant, Figure 4.18 :

- Nous considérons que le régime plateau de la courbe-R moyenne correspond à la moyenne des G_{Rc}.

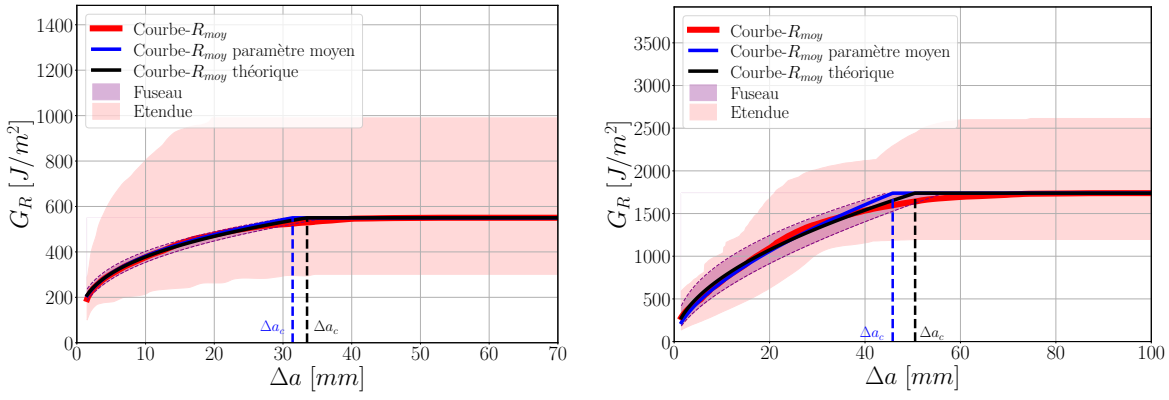
- Pour le régime croissant, nous faisons la moyenne des G_R entre a_0 et a_c pour toute longueur de fissure a des courbes-R expérimentales.



(a) Mode I (b) Mode II

FIGURE 4.18 – Courbes-R moyennes expérimentales pour une teneur en eau moyenne d'environ 13,5 % : (a) Mode I (b) Mode II

A partir de la courbe-R moyenne expérimentale, nous pouvons comme pour les courbes-R expérimentales venir ajuster une courbe-R théorique. De cette courbe-R théorique moyenne nous vérifions si la courbe-R issue des paramètres moyens peut être utilisée dans l'alimentation du modèle de courbe-R. La comparaison, entre les valeurs des Tableaux 3.2 et 3.3 du Chapitre 3 et des Tableaux 4.6 et 4.7, montre une différence moyenne de 7 % et 11 % sur Δa_{c_I} et $\Delta a_{c_{II}}$ ainsi que de 4% et 17% sur β_I et β_{II} respectivement, ce qui s'observe aussi sur la Figure 4.19. Sur cette même Figure, nous avons tracé en violet le fuseau des couples (β, Δa_c) considérés comme acceptables. Nous rappelons que pour le Mode I, Δa_{c_I} peut varier de ± 3 mm et β_I de ± 0,03 tandis que pour le Mode II $\Delta a_{c_{II}}$ peut varier de ± 6 mm et β_{II} de ± 0,1.



(a) Mode I (b) Mode II

FIGURE 4.19 – Comparaison entre la courbe-R moyenne théorique et la courbe-R issue des paramètres moyens pour une teneur en eau moyenne d'environ 13,5 % : (a) Mode I (b) Mode II

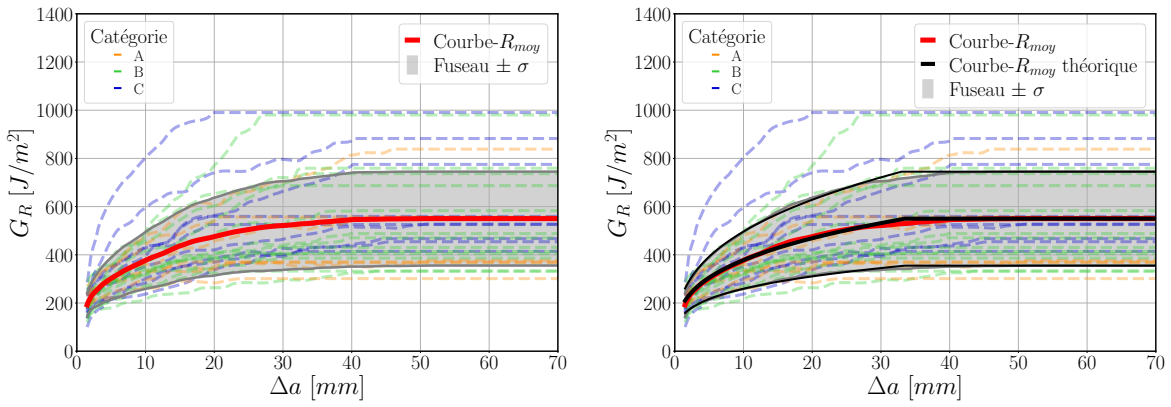
Classe d'humidité	Essais valides	H %	$E_{L_{num}}$ [GPa]	G_{Rc_I} [J/m^2]	Δa_{c_I} [mm]	β_I
Sèche	33	8,0 (1,9)	10,8 (1,7)	406	21	0,23
Moyenne	29	13,8 (1,3)	10,9 (1,8)	550	33,5	0,31
Humide	20	18,8 (0,7)	10,2 (1,2)	598	32	0,38

TABLEAU 4.6 – Paramètres des courbes-R moyennes théoriques de Mode I pur ($\kappa \mapsto \infty$) pour les trois classes d'humidité de pin maritime

Classe d'humidité	Essais valides	H %	$E_{L_{num}}$ [GPa]	$G_{Rc_{II}}$ [J/m^2]	$\Delta a_{c_{II}}$ [mm]	β_{II}
Sèche	18	8,7 (1,2)	12,0 (1,2)	1303	39,5	0,45
Moyenne	16	13,3 (0,9)	10,8 (2,4)	1739	50,5	0,52
Humide	20	19,2 (0,8)	9,5 (2,0)	2048	71	0,64

TABLEAU 4.7 – Paramètres des courbes-R moyennes théoriques de Mode II pur ($\kappa \mapsto 0$) pour les trois classes d'humidité de pin maritime

Ainsi, nous remarquons que la courbe-R issue des paramètres moyens (courbe bleue) est comprise dans le fuseau. Nous considérons donc que nous pouvons utiliser les paramètres moyens pour avoir une première estimation de la courbe-R moyenne. Dans notre cas, comme nous souhaitons valider notre modèle, nous utiliserons les paramètres de la courbe-R moyenne théorique (courbe noire) des Modes purs I et II, Tableaux 4.6 et 4.7.



(a) (b)

FIGURE 4.20 – Courbe-R moyenne théorique et celles issues de plus ou moins un écart-type 13,5 % : (a) courbes expérimentales (b) courbes théoriques

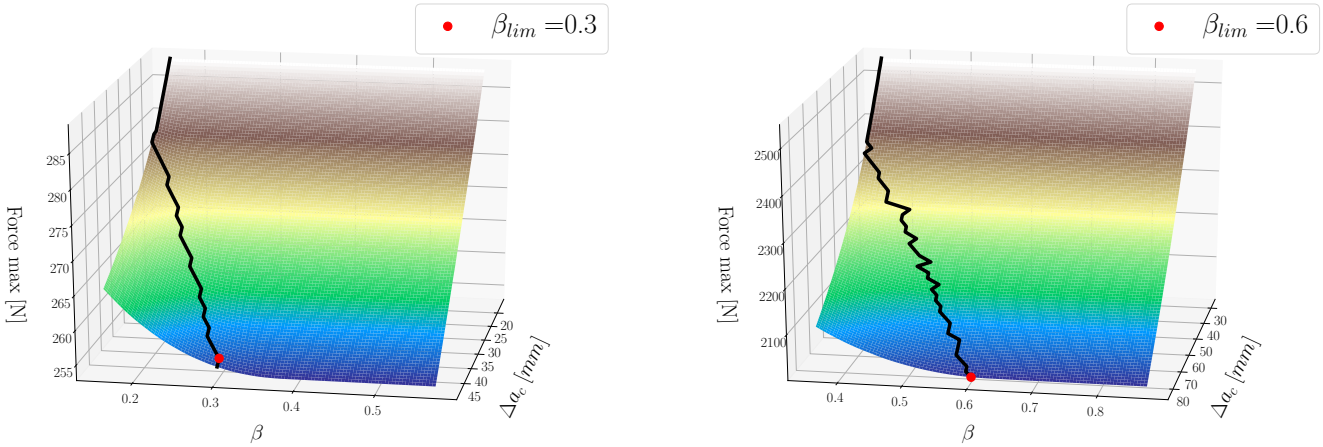
Par ailleurs, sur la Figure 4.20a, nous identifions la variation des paramètres autour

de la courbe-R moyenne théorique en se basant sur les courbes-R issues de l'écart-type des G_R pour toute longueur de fissure a. De manière analogue à la détermination de la courbe-R moyenne théorique nous avons aussi déterminé les courbes-R avec plus et moins un écart-type (σ), Figure 4.20b. Des courbes-R ajustées, nous avons quantifié pour chaque teneur en eau, une barre "d'erreur" des paramètres de la courbe-R moyenne théorique.

Courbe-R basse :

La courbe-R basse ou minimale est la courbe de résistance théorique qui induira une charge minimale au pic. Nous avons vu précédemment, qu'une courbe-R représentée uniquement par un plateau (matériau fragile) conduit à une charge au pic bien plus importante que lorsque la courbe-R se compose d'un régime croissant et d'un régime plateau (matériau quasi-fragile). A partir de l'équation (4.33), lorsque $\beta = 0$ ou que Δa_c tend vers 0, nous retrouvons la forme d'une courbe-R d'un matériau fragile et donc d'un pic de charge surestimé. A l'inverse, lorsque nous faisons tendre β vers 1 et que nous augmentons en parallèle Δa_c, le pic de charge diminue. Toutefois, décrire la courbe-R basse comme étant la courbe-R ayant les valeurs de β et de Δa_c les plus grandes de la campagne expérimentale ne conduit pas forcément à une courbe-R réaliste du matériau étudié. C'est pourquoi, nous imposons que la courbe-R basse se doit d'être comprise dans l'étendue [1] expérimentale.

Une particularité de l'essai MMB est que la longueur de fissure au pic de charge (a_u) est relativement proche, voire égale, à la longueur de fissure a_c. Ainsi, en fixant G_{Rc} nous sommes capables de déterminer la charge au pic (P_u) de l'ensemble des courbes-R entre la valeur minimale et maximale expérimentale de β et Δa_c, Figure 4.21. Nous pouvons ainsi vérifier que la longueur de fissure de la charge au pic Δa_u est égale ou non à Δa_c.



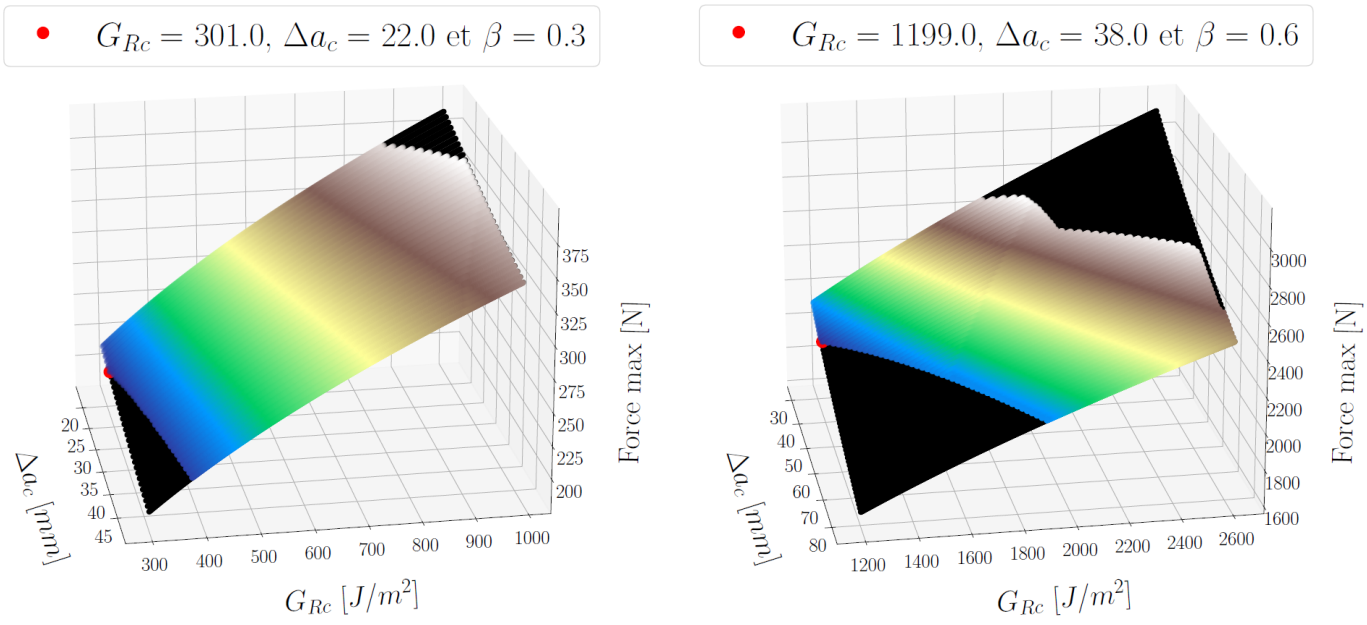
(a) Mode I (b) Mode II

FIGURE 4.21 – Influence β et Δa_c sur la charge au pic pour un G_{Rc} fixé (teneur en eau moyenne d'environ 13,5 %) : (a) Mode I : $G_{Rc} = 550 J/m^2$ (b) Mode II : $G_{Rc} = 1739 J/m^2$

1. fuseau entre la valeur maximale et la valeur minimale des courbes-R expérimentales sur G_R en tout point de la fissure élastique équivalente a

La Figure 4.21 montre que le domaine d'influence de β sur la charge au pic est limité par la géométrie de l'éprouvette MMB. En effet, toutes les valeurs à droite de la courbe noire ne sont plus influencées par l'exposant β, car $\Delta a_u = \Delta a_c$. Cela implique qu'au delà de cette limite P_u est constant. Ainsi, à partir de cette courbe, il existe un β limite (β_{lim}) où sur l'ensemble du domaine de Δa_c nous avons forcément $\Delta a_u = \Delta a_c$. A partir de cette particularité géométrique, nous fixons la valeur de β pour la courbe-R basse comme étant égale à β_{lim}, Tableaux 4.8 et 4.9. De plus, nous retrouvons cette même valeur de β_{lim} pour n'importe quelle valeur de G_{Rc} à $\pm 0,01$ près.

Pour déterminer les paramètres G_{Rc} et Δa_c de la courbe-R basse, nous déterminons aussi l'ensemble des pics de charge P_u en faisant varier G_{Rc} d'un pas de 1 J/m^2 et Δa_c d'un pas de 1 mm, entre les valeurs minimales et maximales obtenues dans chaque campagne expérimentale, Figure 4.22.

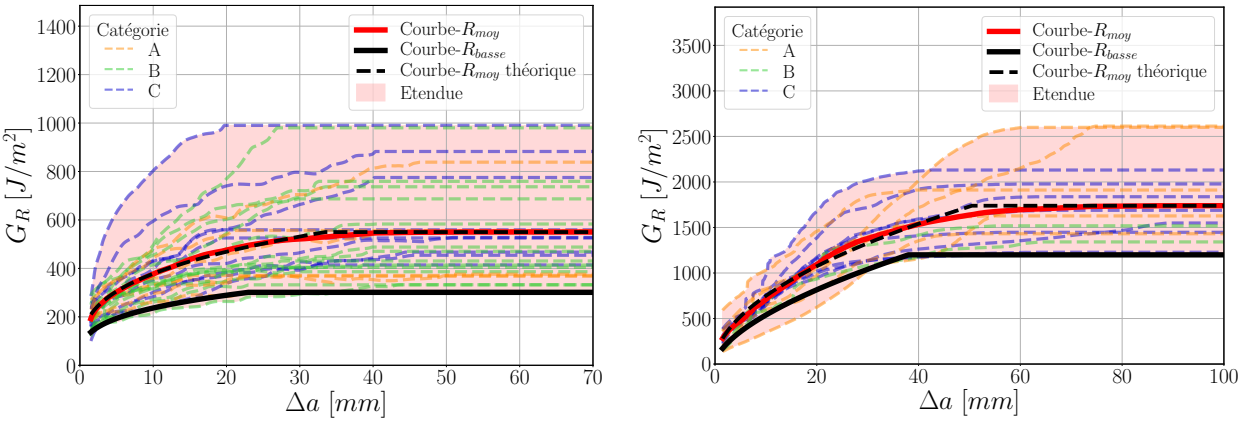


(a) Mode I (b) Mode II

FIGURE 4.22 – Influence G_{Rc} et Δa_c sur la charge au pic pour un $\beta = \beta_{lim}$ (teneur en eau moyenne d'environ 13,5 %) : (a) Mode I : $\beta_{lim} = 0,3$ (b) Mode II : $\beta_{lim} = 0,6$

Les points noirs de la Figure 4.22 sont les solutions non retenues, car la courbe-R issue de ces paramètres n'est pas entièrement comprise dans l'étendue expérimentale. Les points de couleur sont l'ensemble des solutions dont la courbe-R est comprise dans l'étendue et le point rouge correspond à la courbe-R dont le pic de charge est minimum. Cette solution est représentative de la courbe-R basse et elle est représentée sur la Figure 4.23. Sur cette Figure, nous remarquons que la solution admise correspond à la valeur minimale de G_{Rc} et à une valeur de Δa_c, comprise entre la valeur minimale $\Delta a_{c_{min}}$ et maximale $\Delta a_{c_{max}}$ des essais expérimentaux. Nous trouvons dans l'Annexe G, l'ensemble des courbes-R basses des Modes purs I et II et pour chaque teneur en eau (Tableaux 4.8 et 4.9). Nous constatons qu'en fixant la valeur de $\beta = \beta_{lim}$, la valeur de G_{Rc} de la courbe-R basse est toujours la

valeur minimale expérimentale.



(a) Mode I (b) Mode II

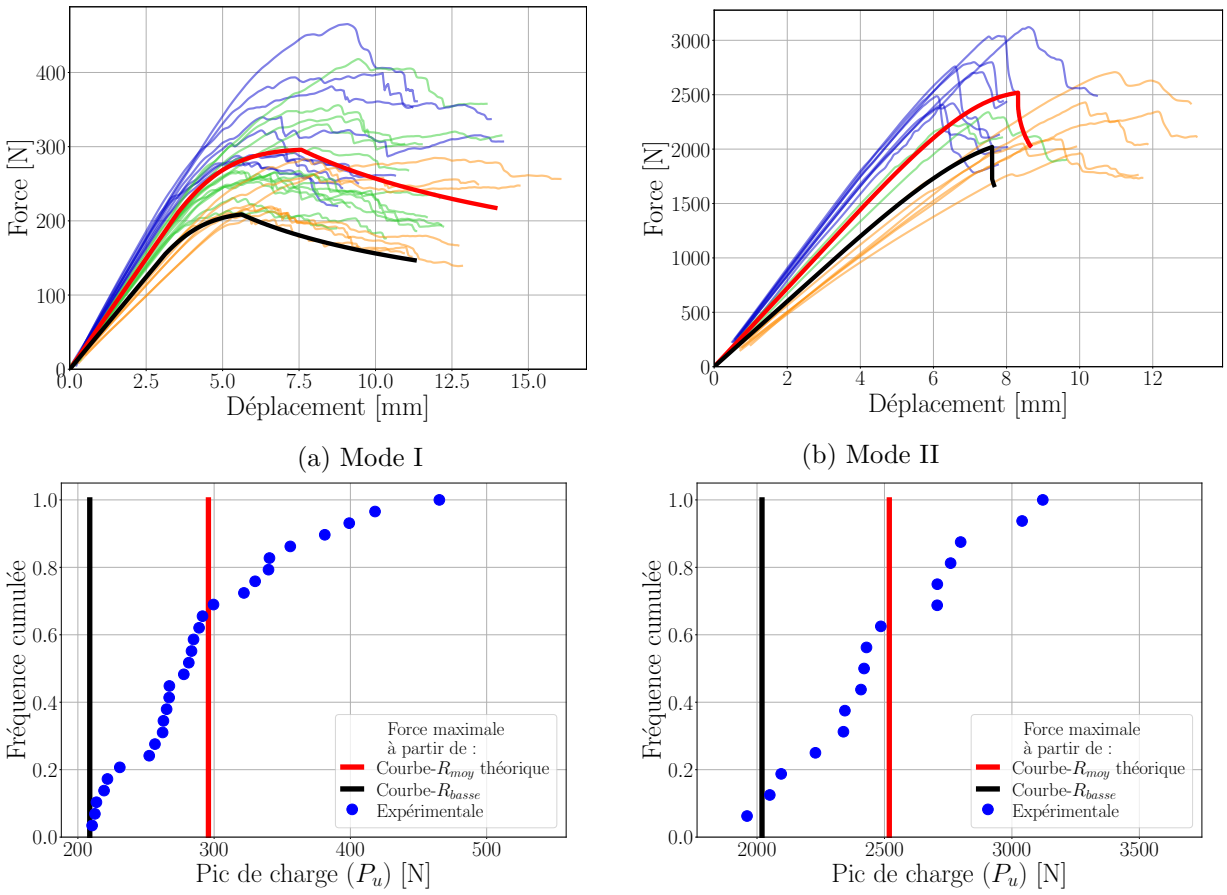
FIGURE 4.23 – Courbe-R moyenne et basse pour une teneur en eau moyenne d'environ 13,5 % : (a) Mode I (b) Mode II

Le calcul de la courbe force-déplacement à partir de la courbe-R, équation (3.4) Chapitre 3, dépend de la fonction de complaisance et donc de la rigidité du matériau. Ainsi, pour estimer le pic de charge minimal issu de la courbe-R basse, nous utilisons la fonction de complaisance de la Classe A (à 12 % $E_L = 9$ GPa). Pour déterminer le pic de charge moyen à partir de la courbe-R moyenne théorique, nous utilisons la fonction de complaisance de la classe B (à 12 % $E_L = 11$ GPa), Figure 4.24.

Avec la courbe-R basse, comme définie auparavant, nous obtenons une valeur du pic de charge inférieur à 95 % des pics de charge expérimentaux, Figure 4.24c et 4.24d (Annexe G). Pour le pic de charge moyen issu de la courbe-R moyenne théorique, la valeur est comprise entre 40 % et 60% des valeurs expérimentales. Les Tableaux 4.8 et 4.9 récapitulent les paramètres des courbes-R basses des Modes purs I et II.

Classe d'humidité	**Essais valides**	H %	$E_{L_{num}}$ [GPa]	G_{Rc_I} [J/m^2]	Δa_{c_I} [mm]	β_I
Sèche	33	8,0 (1,9)	10,8 (1,7)	182	8,5	0,28
Moyenne	29	13,8 (1,3)	10,9 (1,8)	550	23	0,3
Humide	20	18,8 (0,7)	10,2 (1,2)	598	20	0,28

TABLEAU 4.8 – Paramètres des courbes-R basses Mode I pour les trois classes d'humidité de pin maritime



(a) Mode I

(b) Mode II

(c) Mode I

(d) Mode II

FIGURE 4.24 – Courbes force-déplacement expérimentales et théoriques (moyenne et basse) pour une teneur en eau moyenne d'environ 13,5 % : (a) Mode I (b) Mode II, et la fréquence cumulée sur la charge au pic (c) Mode I (d) Mode II

Classe d'humidité	**Essais valides**	H %	$E_{L_{num}}$ [GPa]	$G_{Rc_{II}}$ [J/m^2]	$\Delta a_{c_{II}}$ [mm]	β_{II}
Sèche	18	8,7 (1,2)	12,0 (1,2)	867	22	0,52
Moyenne	16	13,3 (0,9)	10,8 (2,4)	1199	38	0,6
Humide	20	19,2 (0,8)	9,5 (2,0)	1219	46	0,65

TABLEAU 4.9 – Paramètres des courbes-R basses Mode II pour les trois classes d'humidité de pin maritime

A partir des paramètres des courbes-R moyennes théoriques, nous allons pouvoir confronter le modèle aux données expérimentales du pin maritime, pour différentes teneurs en eau. Nous allons vérifier également que le modèle de rupture prévoit, à partir des courbes-R moyenne et basse, une estimation acceptable des pics de charge en mode mixte.

4.2.3.2 Comparaison entre le modèle de rupture basé sur les courbes-R et les essais MMB

Le modèle de courbe-R en mode mixte I+II décrit la réponse attendue lors du développement de la zone d'élaboration par un régime croissant de la résistance et de la propagation auto-similaire de la fissure principale avec sa zone d'élaboration par un régime plateau. Il permet donc d'évaluer les paramètres d'une courbe-R dont le développement et la propagation de la fissure évoluent à la fois en Mode I et en Mode II. Pour cela, ce modèle s'appuie sur deux critères, équations (4.28) et (4.29), et sur l'hypothèse que le taux de développement de la zone d'élaboration correspond au ratio $\phi_a = \frac{\Delta a_i}{\Delta a_{c_i}}$ quel que soit le mode de rupture :

$$\left(\frac{G_{R_{I_{I+II}}}(\phi_a)}{G_{R_I}(\phi_a)}\right)^{p_G} + \left(\frac{G_{R_{II_{I+II}}}(\phi_a)}{G_{R_{II}}(\phi_a)}\right)^{q_G} = 1 \tag{4.28}$$

$$\left(\frac{W_{f_{I_{I+II}}}}{W_{f_I}}\right)^{p_a} + \left(\frac{W_{f_{II_{I+II}}}}{W_{f_{II}}}\right)^{q_a} = 1 \tag{4.29}$$

En utilisant, étape par étape, les consignes issues de l'organigramme 2.15 du Chapitre 2, nous allons pouvoir juger l'évolution de $G_{Rc_{I+II}}$ puis $\beta_{_{I+II}}$ et $\Delta a_{c_{I+II}}$. Mais avant cela nous allons vérifier quelques hypothèses de calcul du modèle.

Hypothèses de calcul :

Nous avons vu précédemment que nous pouvions déterminer les courbes de résistance des composantes de Mode I et de Mode II à partir des équations (4.25) et (4.26). Ainsi, nous pouvons dans un premier temps vérifier que les trois hypothèses du Tableau 4.10.

Hypothèse de calcul	Expression
1	$\begin{cases} G_{Rc_{I_{I+II}}} = \frac{\kappa}{1+\kappa} G_{Rc_{I+II}} \\ G_{Rc_{II_{I+II}}}) = \frac{1}{1+\kappa} G_{Rc_{I+II}} \end{cases}$ (4.30)
2	$\beta_{_{I+II}} = \beta_{_{I_{I+II}}} = \beta_{_{II_{I+II}}}$ (4.31)
3	$\Delta a_{c_{I+II}} = \Delta a_{c_{I_{I+II}}} = \Delta a_{c_{II_{I+II}}}$ (4.32)

Tableau 4.10 – Hypothèses de calcul du modèle sur les composantes des paramètres de la courbe-R

Dans la partie précédente, nous avons présenté un exemple d'une courbe-R et de ses composantes, Figure 4.14. Nous remarquons qu'en traçant la courbe-R théorique issue de l'équation (4.33) et de ses composantes à partir des trois hypothèses du Tableau 4.10, nous obtenons des courbes de résistance des composantes de Mode I et II parfaitement ajustées

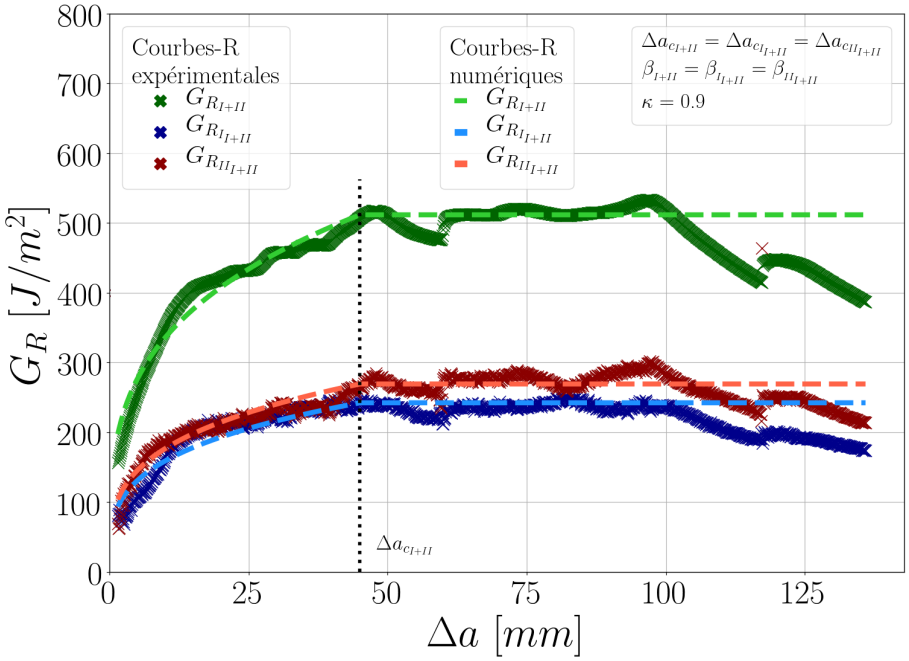


FIGURE 4.25 – Courbe-R expérimentale et théorique de mode mixte I+II $G_{R_{I+II}}(a)$ (verte) et ses composantes de Mode I $G_{R_{I_{I+II}}}(a)$ (bleue) et Mode II $G_{R_{II_{I+II}}}(a)$ (rouge) de l'essai MMB pour un ratio de mixité $\kappa \approx 1$ et une teneur en eau de 10 %

aux courbes-R expérimentales, Figure 4.25. Le régime croissant et le régime plateau des composantes de Mode I et de Mode II de la résistance $G_{R_{I+II}}$ sont relativement proches des deux régimes expérimentaux. La fin du régime croissant expérimental des composantes est égal à celui de mode mixte I+II ainsi nous retrouvons l'égalité entre $\Delta a_{c_{I+II}} = \Delta a_{c_{I_{I+II}}} = \Delta a_{c_{II_{I+II}}}$ et nous permet de vérifier que $(G_{R_{I+II}}(a))$, $(G_{R_{I_{I+II}}}(a))$ et $G_{R_{II_{I+II}}}(a))$ sont bien calculés pour une même longueur de fissure a.

Evolution $G_{Rc_{I+II}}$ ***:***

La détermination de $G_{Rc_{I+II}}$ se fait à partir d'un critère power law basé sur la résistance à la propagation de fissure, équation (4.28), pour un taux de développement de la zone d'élaboration $\phi_a = 1$. Nous avons vu dans le chapitre 2 que les critères linéaire ($p_G = 1$ et $q_G = 1$) et semi-quadratique ($p_G = 1$ et $q_G = 2$) encadrent l'évolution moyenne de $G_{Rc_{I+II}}$ pour l'épicéa. Afin d'encadrer au mieux les valeurs moyennes expérimentales du pin maritime, nous proposons d'utiliser un troisième critère dont $p_G = 1/2$ et $q_G = 1$ que nous nommerons critère semi-radical. Nous retrouvons les différentes équations permettant de déterminer $G_{Rc_{I+II}}$ pour ces trois critères dans l'Annexe A.

Les Figures 4.26a, 4.26c et 4.26e représentent les évolutions des parts des composantes de Mode I et de Mode II de chaque critère pour une teneur en eau moyenne de 10.7 %, 13.5 % et 19.6 % respectivement. Les Figures 4.26b, 4.26d et 4.26f représentent l'évolution des critères en fonction du ratio de mixité κ. Nous rappelons que la variable α correspond à un angle non physique allant de 0^0 (Mode II) à 90^0 (Mode I), dans le but de permettre une visualisation plus simple du comportement des paramètres de mode mixte I+II. Nous remarquons que les valeurs moyennes de $G_{Rc_{I+II}}$ sont principalement comprises entre le critère semi-radical (vert olive) et le critère linéaire (orange). Pour des teneurs en eau de 10,5 %, le critère linéaire semble mieux adapté et lorsque la teneur en eau dépasse les 13%, le critère semi-radical est plus favorable pour le pin maritime.

De plus, la valeur moyenne de G_{Rc} et de ces écarts-types, qu'ils soient issus de la moyenne des paramètres ou de la courbe-R moyenne théorique sont identiques.

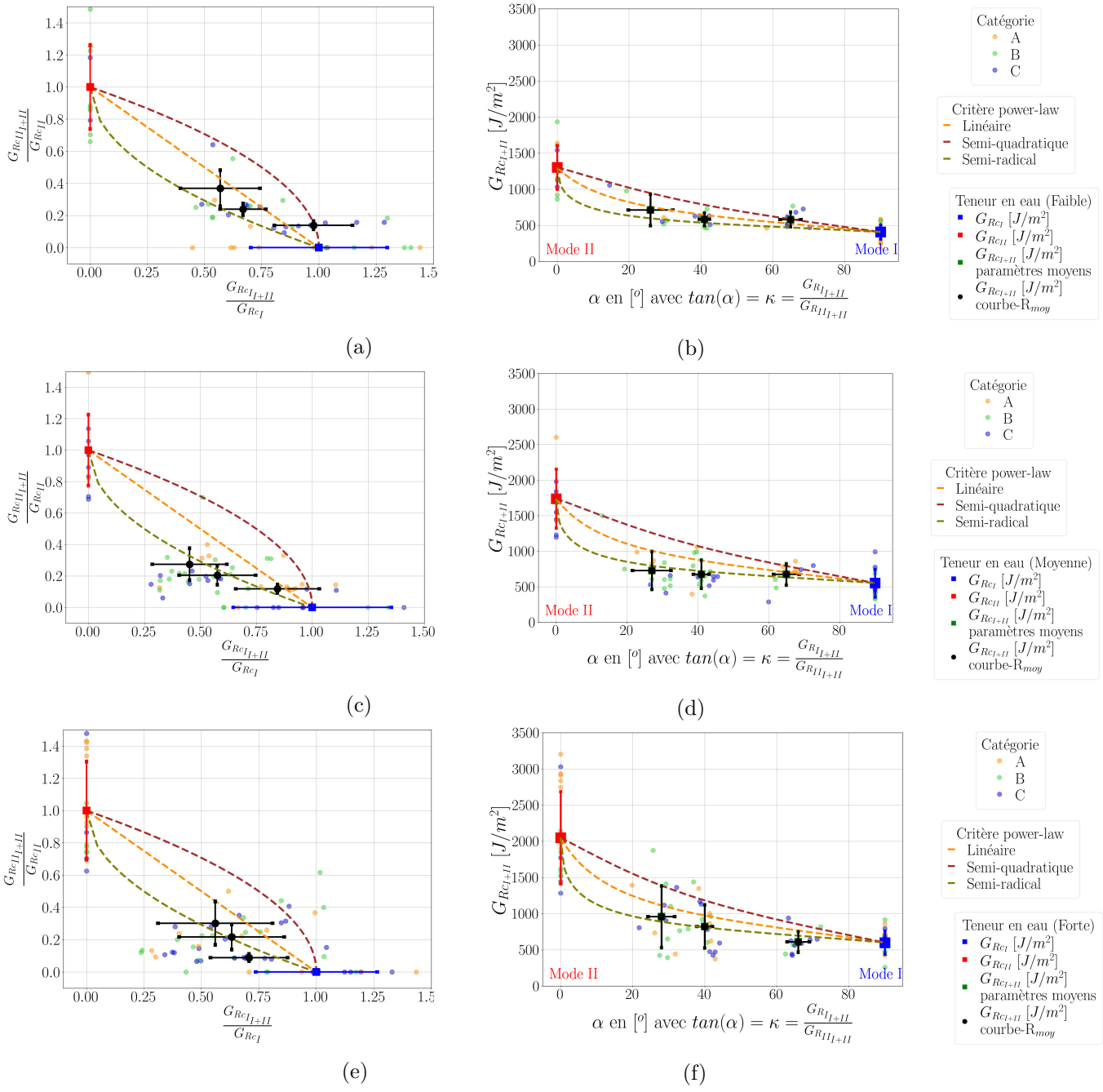


FIGURE 4.26 – Comparaison de la résistance critique $G_{Rc_{I+II}}$ entre les critères linéaire, semi-quadratique, semi-radical et les données expérimentales du pin maritime pour les différentes teneurs en eau moyenne : (a) et (b) 10.7 %, (c) et (d) 13.5 %, (e) et (f) 19.6 %

Evolution β_{I+II} ***:***

La deuxième étape de l'organigramme 2.15 consiste à déterminer le paramètre β_{I+II} en faisant une approximation des équations $G_{R_{I+II}}(\phi_a)$ (Annexe A) par une loi puissance de la forme $G_{Rc_{I+II}}\phi_a^{\beta_{I+II}}$, sur l'ensemble du domaine du taux de développement ϕ_a qui est compris entre 0 et 1 (voir Partie 2.3.1.2 du Chapite 2).

La Figure 4.28 présente les évolutions de l'exposant β_{I+II} des trois teneurs en eau 10.7 %, 13.5 % et 19.6 %, en fonction du ratio de mixité κ. Pour les trois critères, le comportement de β_{I+II} est sensiblement identique avec tout de même un β pour le critère semi-radical supérieur aux deux autres critères entre $\alpha = 20^o$ ($\kappa = 0,36$) et $\alpha = 90^o$ ($\kappa = \infty$). L'évolution de β_{I+II}, en fonction de κ pour ces trois critères, est relativement proche des valeurs moyennes qu'elles soient issues de la courbe-R moyenne ou de la moyenne du paramètre. Nous remarquons tout de même que les valeurs de β issues de la courbe-R moyenne théorique sont inférieures à celles de la moyenne du paramètre. Les écarts autour de la valeur moyenne sont moins prononcés pour la courbe-R moyenne théorique (noir) que pour la moyenne du paramètre (vert).

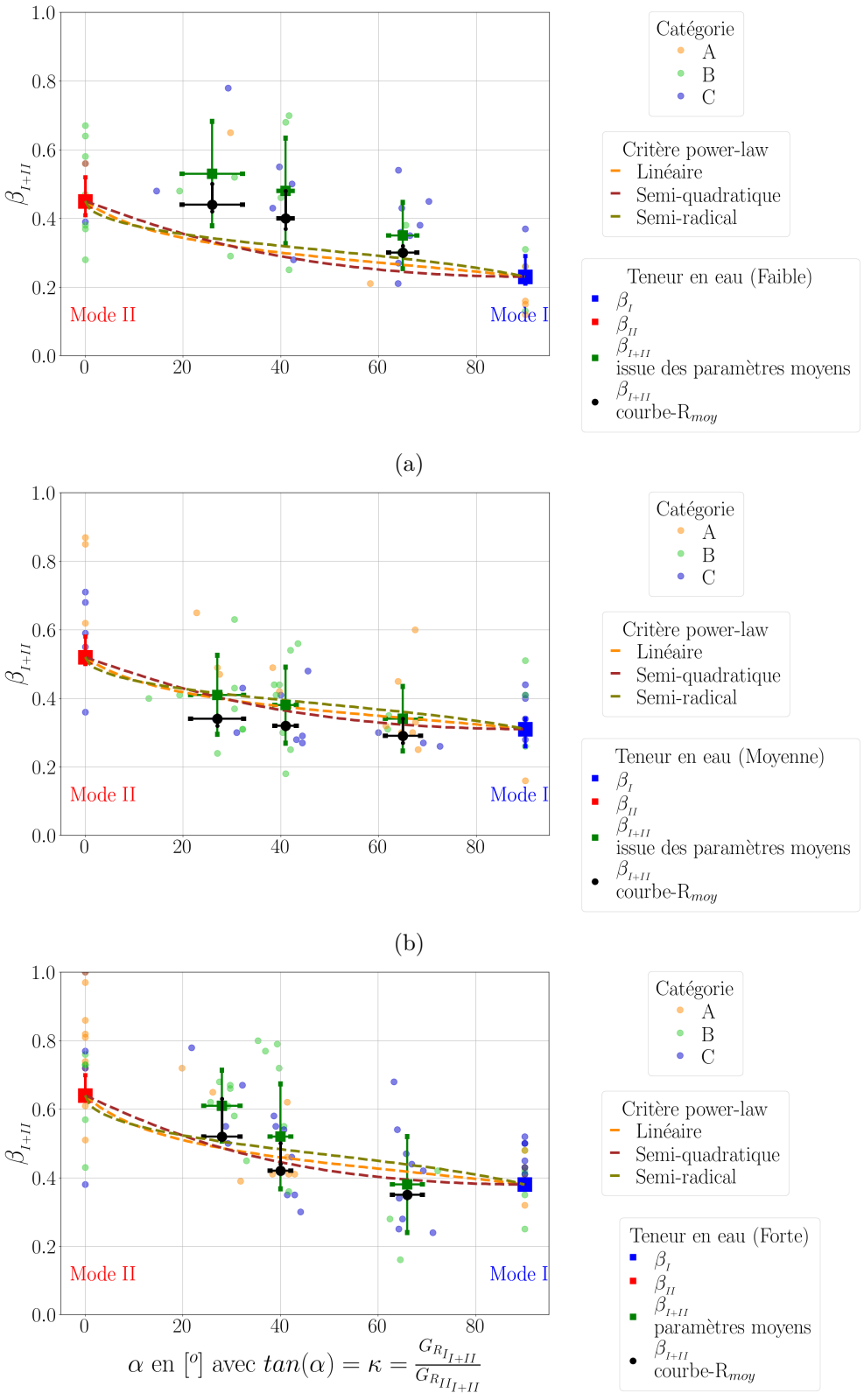


FIGURE 4.27 – Comparaison de l'exposant β_{I+II} entre les critères linéaire, semi-quadratique, semi-radical et les données expérimentales du pin maritime pour les différentes teneurs en eau moyenne : (a) 10.7 %, (b) 13.5 %, (c) 19.6 %

Evolution $\Delta a_{c_{I+II}}$ ***:***

La troisième et dernière étape de l'organigramme est la détermination de la longueur de fissure élastique équivalente critique $\Delta a_{c_{I+II}}$. Celle-ci se fait à partir d'un critère d'énergie nécessaire au développement de la zone d'élaboration, équation (4.29). Nous avons vu dans le chapitre 2 qu'il était nécessaire que les exposants du critère d'énergie de développement de la zone d'élaboration p_a et q_a soient égaux respectivement aux exposants du critère de résistance p_G et q_G, afin que $\Delta a_{c_{I+II}}$ soit compris entre Δa_{c_I} et $\Delta a_{c_{II}}$.

La Figure 4.28 montre les évolutions de $\Delta a_{c_{I+II}}$ pour chaque critère et chaque teneur en eau (10.7 %, 13.5 % et 19.6 %) en fonction du ratio de mixité κ. Toujours entre $\alpha = 20^o$ ($\kappa = 0,36$) et $\alpha = 90^o$ ($\kappa = \infty$), le critère semi-radical reste supérieur aux deux autres. Les valeurs issues de la moyenne du paramètre $\Delta a_{c_{I+II}}$ sont relativement proches de celles proposées par le critère semi-radical. Par contre, nous constatons que les valeurs de Δa_c déterminées à partir de la courbe-R moyenne théorique pour la teneur en eau de 19,6 % en sont plus éloignées.

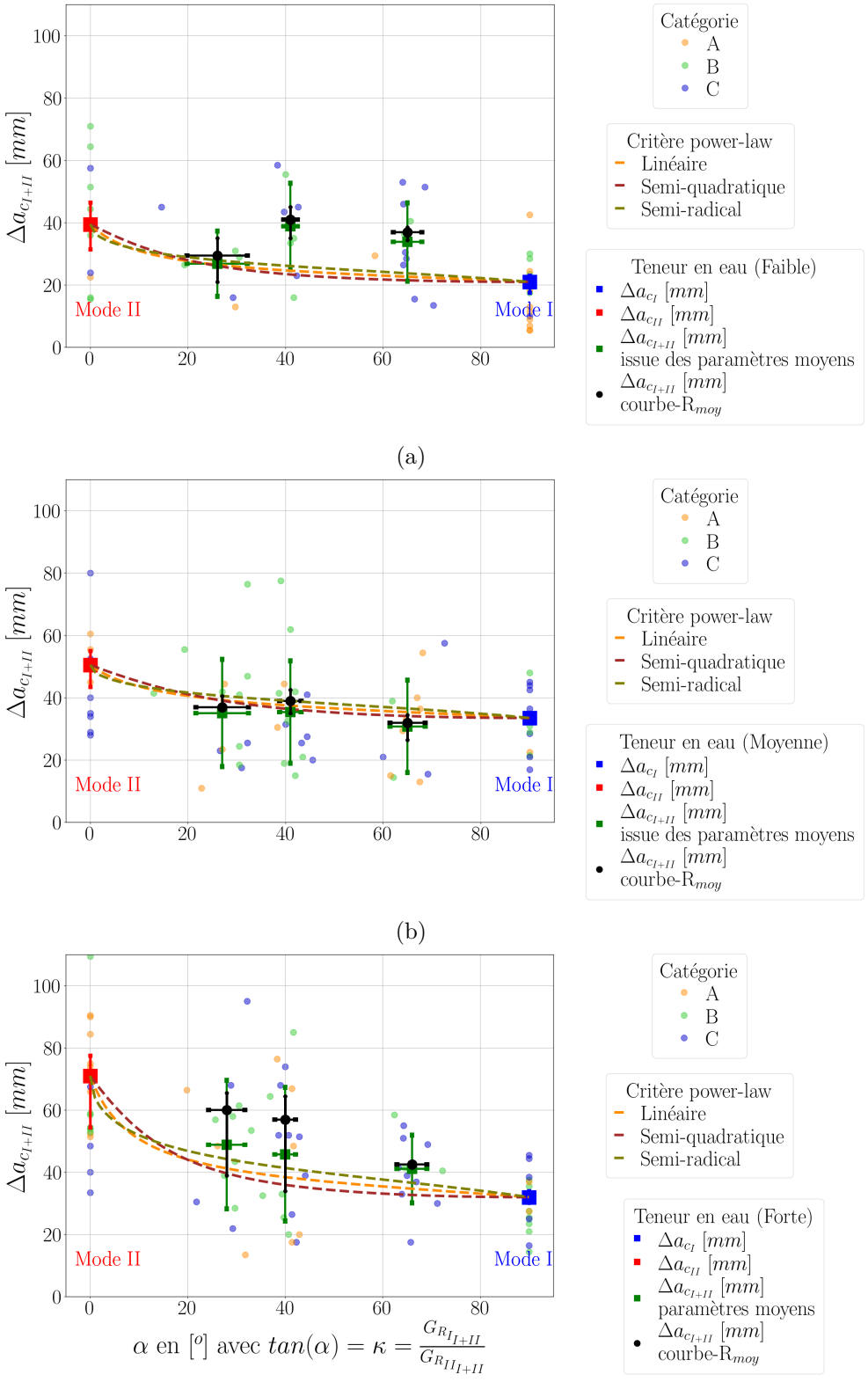


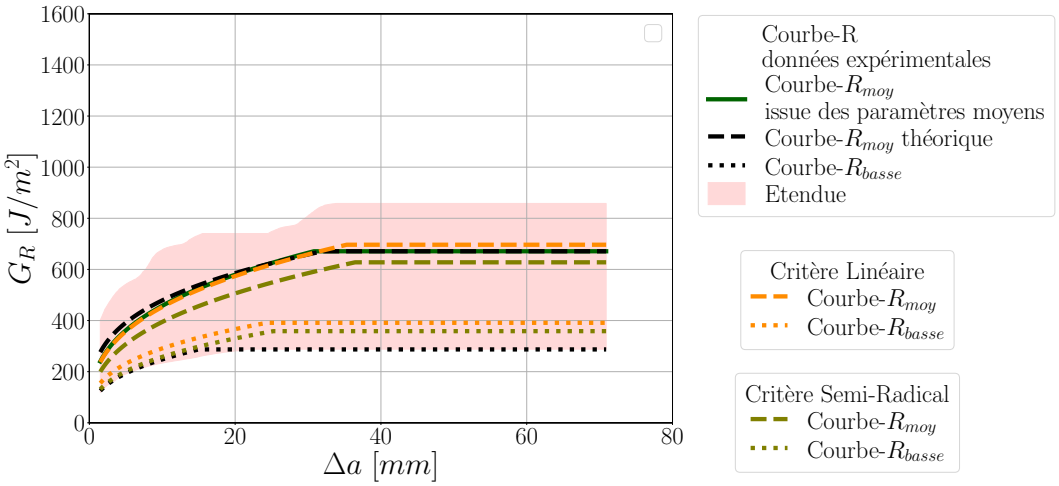
FIGURE 4.28 – Comparaison de la longueur de fissure élastique équivalente critique $\Delta a_{c_{I+II}}$ entre les critères linéaire, semi-quadratique, semi-radical et les données expérimentales du pin maritime pour les différentes teneurs en eau moyenne : (a) 10.7 %, (b) 13.5 %, (c) 19.6 %

Courbes-R moyenne et basse :

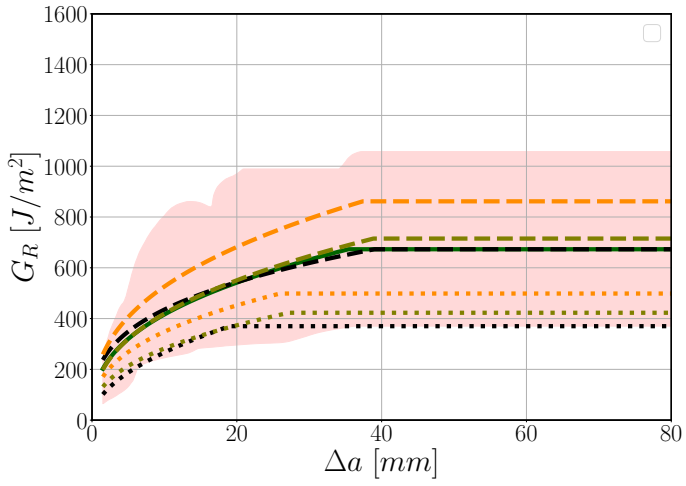
Comme dans le cas de l'épicéa présenté au chapitre 2, le modèle de courbe-R en mode mixte I+II permet, à partir des paramètres de rupture des Modes purs I et II, d'identifier les paramètres de mode mixte I+II. Néanmoins, il convient de vérifier que l'utilisation des trois paramètres $G_{Rc_{I+II}}$, β_{I+II} et de $\Delta a_{c_{I+II}}$ génère des courbes-R de mode mixte I+II cohérentes avec les courbes-R expérimentales.

La Figure 4.29 présentent les différentes courbes-R moyennes et basses pour une teneur en eau moyenne de 13,5 %. La courbe-R issue du critère semi-radical est relativement analogue aux courbes-R moyennes (courbe-R moyenne théorique et courbe-R issue des paramètres moyens). Notons que le même bilan est fait sur les autres teneurs en eau en Annexe G. Nous retrouvons ce même constat avec les courbes-R basses où nous utilisons bien sûr les paramètres des courbes-R basses de Mode I et de Mode II des Tableaux 4.8 et 4.9 pour alimenter le modèle. Ainsi, le modèle de courbe-R en mode mixte I+II, présenté dans ce travail, permet de reproduire avec une précision raisonnable les courbes-R expérimentales.

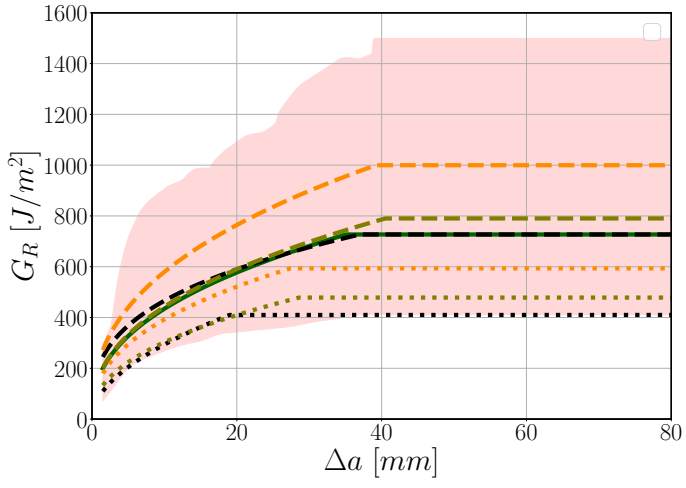
A partir de ces courbes-R théoriques, nous pouvons calculer les courbes force-déplacement associées, Figure 4.35. Comme pour les Modes purs I et II, nous utilisons les fonctions de complaisance de classe B pour déterminer les courbes force-déplacement à partir des courbes-R moyennes et de classe A pour les courbes-R basses. Nous sommes donc capables d'estimer le pic de charge P_u pour l'ensemble des courbes issues du modèle de rupture et des courbes-R moyennes théoriques et basses de mode mixte I+II. Nous retrouvons, logiquement, le pic de charge provenant du critère semi-radical plus proche de ceux issus de la courbe-R moyenne théorique et basse que celui du critère linéaire. De plus, 90 % des valeurs expérimentales sont supérieures au pic de charge de la courbe-R basse couplé au critère semi-radical, tandis que seulement 80 % de ces valeurs le sont avec le critère linéaire (voir Annexe G pour les autres teneurs en eau).



(a) $\kappa = 2,25$

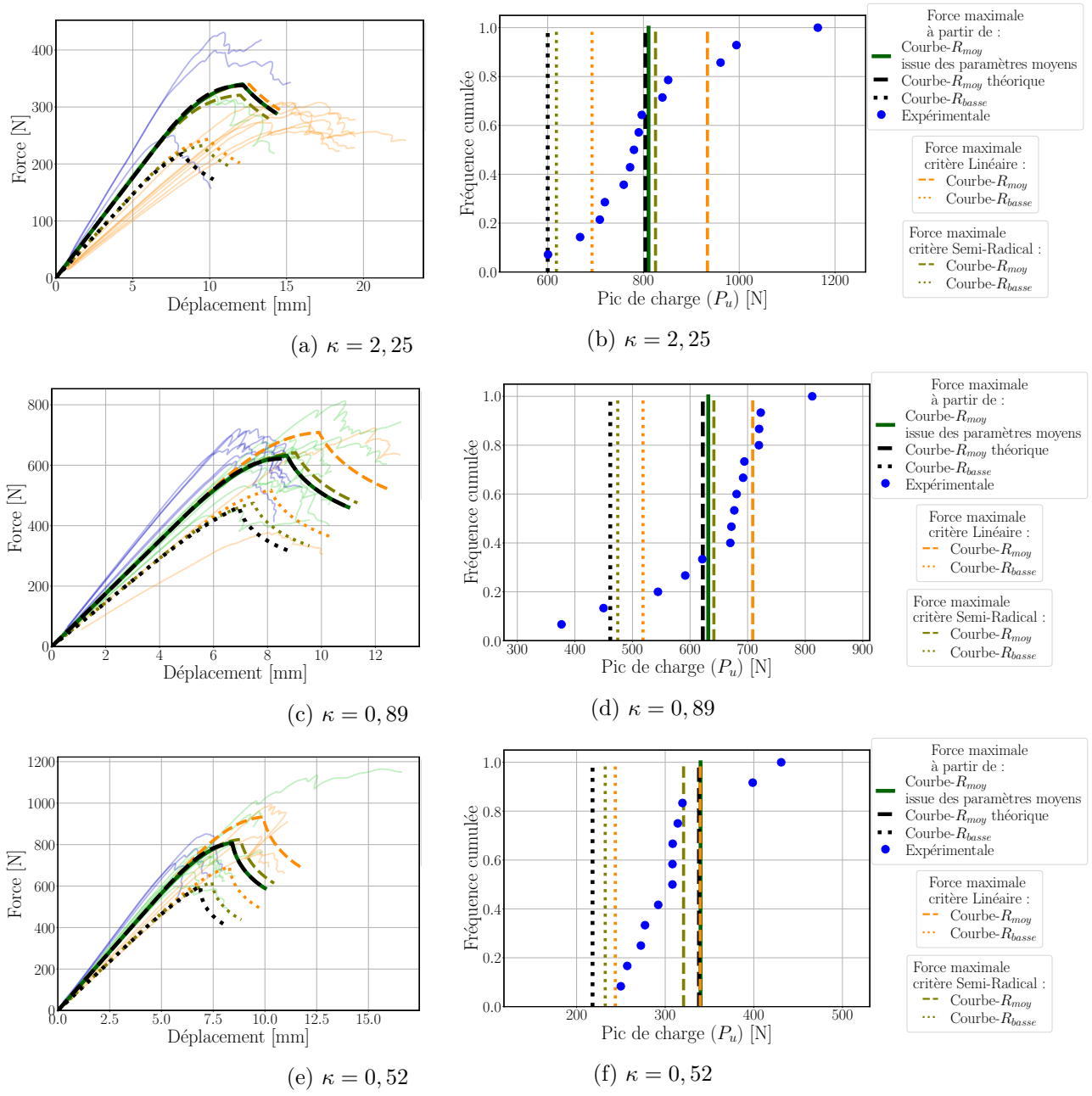


(b) $\kappa = 0,89$



(c) $\kappa = 0,52$

FIGURE 4.29 – Comparaison des courbes-R moyennes et basses expérimentales avec les courbes-R du modèle de rupture pour les critères linéaire et semi-radical, issues des paramètres des courbes-R moyennes théoriques et courbes-R basses des Modes I et II pour une teneur en eau de 13,5 % : Ratio de mixité κ (a) 2,25 , (b) 0,89 et (c) 0,52 %



(a) $\kappa = 2,25$ (b) $\kappa = 2,25$

(c) $\kappa = 0,89$ (d) $\kappa = 0,89$

(e) $\kappa = 0,52$ (f) $\kappa = 0,52$

FIGURE 4.30 – Comparaison des courbes expérimentales force-déplacement et des distributions cumulées des pics de charge expérimentales avec celles obtenues par le modèle de rupture suivant les critères linéaire et semi-radical pour les courbes-R moyennes et basses pour une teneur en eau de 13,5 % : Ratio de mixité κ (a) et (b) 2,25 , (c) et (b) 0,89 et (e) et (f) 0,52 %

Nous pouvons conclure qu'à partir des essais MMB, le modèle de rupture basé sur les courbes-R convient à déterminer les paramètres de rupture de mode mixte I+II et donc d'estimer de manière acceptable à la fois le pic de charge moyen, mais aussi le pic de charge minimal. Nous avons pu remarquer une différence entre les critères utilisés pour encadrer les paramètres de mode mixte I+II entre l'épicéa et le pin maritime, comme l'a montré Fakoor et Shahsavar (2020). Nous constatons aussi une légère dépendance du critère en fonction de la teneur en eau, mais cela reste encore à être confirmé par un nombre d'essais plus représentatif qui permettrait potentiellement de réduire la variabilité des résultats. Dans notre cas, nous allons favoriser pour l'épicéa les critères linéaire et semi-quadrique qui permettront d'encadrer les paramètres de rupture et pour le pin maritime les critères semi-radical et linéaire. Toutefois, ce modèle est validé pour des éprouvettes de géométrie de caractérisation, sans défaut, avec une grande maitrise des orientations des cernes et pour un ratio de mixité constant tout au long de la propagation de fissure. Il est donc nécessaire de vérifier si ce modèle de rupture peut être utilisé pour des éléments de structure dont nous connaissons le chemin de fissuration, exemple, une poutre entaillée de plancher. C'est pourquoi, nous avons mis en place une dernière campagne d'essai sur ce type de géométrie en pin maritime et pour différentes teneurs en eau, afin de vérifier si le modèle proposé peut satisfaire les attentes d'un ingénieur, tout en étant représentatif des caractéristiques du matériau bois. Nous allons donc vérifier les capacités du modèle de courbe-R en mode mixte à approximer la longueur de fissure élastique équivalente ultime a_u et la charge ultime P_u d'une poutre entaillée dans la partie suivante.

4.3 Confrontation du modèle de courbe-R en mode mixte avec des essais de rupture à ratio de mixité non constant : poutre entaillée de plancher

Une méthode de prédiction de la résistance des poutres entaillées a été établie par Sorin et al. (2018), en se basant sur le modèle de propagation de fissure en mode mixte I+II de Lartigau et al. (2015). Nous allons donc nous appuyer sur les travaux de Sorin et al. (2018) pour effectuer nos essais de rupture de poutres entaillées en pin maritime dans une configuration TL et pour trois teneurs en eau 10 %, 14 % et 22 %. L'objectif de ces essais est de valider notre modèle de courbe-R en mode mixte I+II, en comparant les forces au pic et la longueur de fissure élastique équivalente associée (a_u) aux données expérimentales.

4.3.1 Protocole des essais des poutres entaillées et simulation numérique

Le protocole d'essai des poutres entaillées est relativement proche de celui de Sorin et al. (2018), sur les poutres entaillées de petites tailles. La distance entre appuis est de 704 mm, et la longueur du ligament est de $L = 304$ mm. La hauteur et la largeur de la poutre entaillée pour une teneur en eau de 12 % sont : $h = 96$ mm et $b = 45$ mm. Le pin maritime utilisé lors de ces essais est issu des mêmes madriers que les essais de caractérisation des Modes purs I et II ainsi que des essais MMB de validation du modèle (Classe C24). Les coefficients α_e et β_e caractéristiques des poutres entaillées sont égaux à 0,5 et l'angle de l'entaille est de 0^o. La Figure 4.31 récapitule l'ensemble des dimensions

utilisées lors des essais.

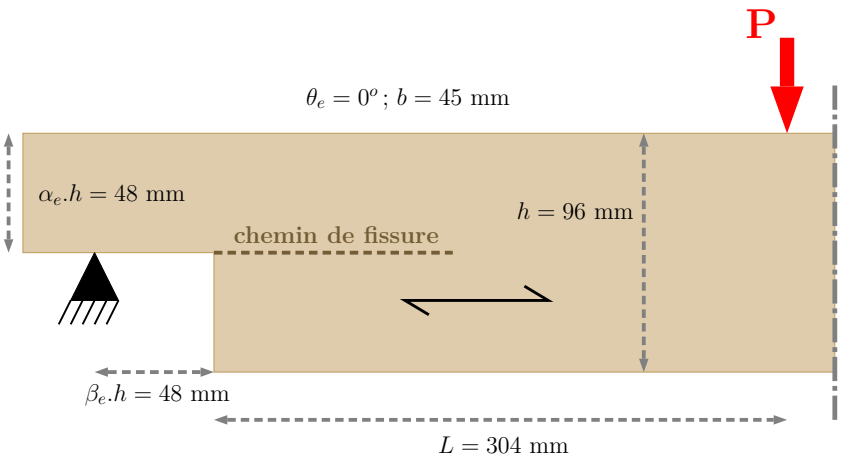


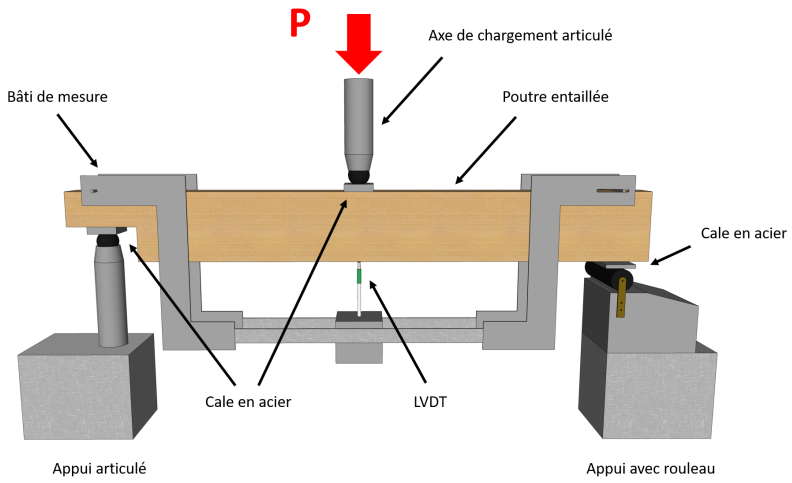
FIGURE 4.31 – Schéma des dimensions des poutres entaillées pour une teneur en eau de découpe à 12 % et dans une configuration TL

Lenregistrement de la force est assuré par un capteur placé sur la traverse de la presse (MTS Criterion Modèle 45 100kN) et dont la précision correspond à 0,5 % de la charge appliquée. La mesure de la flèche est réalisée à partir d'un LVDT de 10 mm et d'une précision de 10 μm qui est placé comme pour les essais ENF sur un bâti de mesure qui repose sur l'éprouvette au droit des appuis, Figure 4.32a. Ce système de bâti permet d'éviter de mesurer les déplacements non désirés comme ceux liés à l'indentation du bois aux niveaux des points de chargement. Le point de chargement et des appuis sont tous rotulés et sont munis d'une cale en acier pour éviter au maximum les risques de poinçonnement, Figure 4.32b.

Les essais sont pilotés en déplacement traverse avec une vitesse de 1 mm/min pour la teneur en eau de 14 %. Un premier cycle allant jusqu'à 25 % de la charge ultime est réalisé, afin de reprendre les jeux de montage. Le deuxième se termine lors de la rupture de l'éprouvette avec un temps inférieur à 300 secondes.

Nous avons réalisé, en parallèle, une modélisation éléments finis en 2D (contrainte plane), dans le but de déterminer la fonction de complaisance $\lambda(a)$ de la poutre entaillée ainsi que le ratio de mixité en fonction de la longueur de fissure élastique équivalente $\kappa(a)$. Nous avons procédé comme pour les modélisations des essais MMB par une optimisation du maillage, puis nous appliquons une charge P de 1 N. Nous extrayons les déplacements de la simulation suivant la même localisation que ceux des essais expérimentaux. Nous imposons un incrément de fissure da de 0,25 mm pour déterminer la fonction de complaisance $\lambda(a)$. Les modules élastiques et de cisaillement de la matrice de rigidité ainsi que les coefficients de Poisson exigés pour la simulation sont issus du Tableau 3.1 du Chapitre 3. Nous utilisons comme pour les essais MMB la méthode des classes A, B, C, afin que le coefficient de correction ψ appliqué à la fonction de complaisance numérique soit compris entre $0,8 \leq \psi \leq 1,2$. De plus, le ratio de mixité $\kappa(a)$ est déterminé à partir de la technique VCCT, comme nous l'avons vu précédemment. Nous pouvons constater que le ratio de mixité

(a)

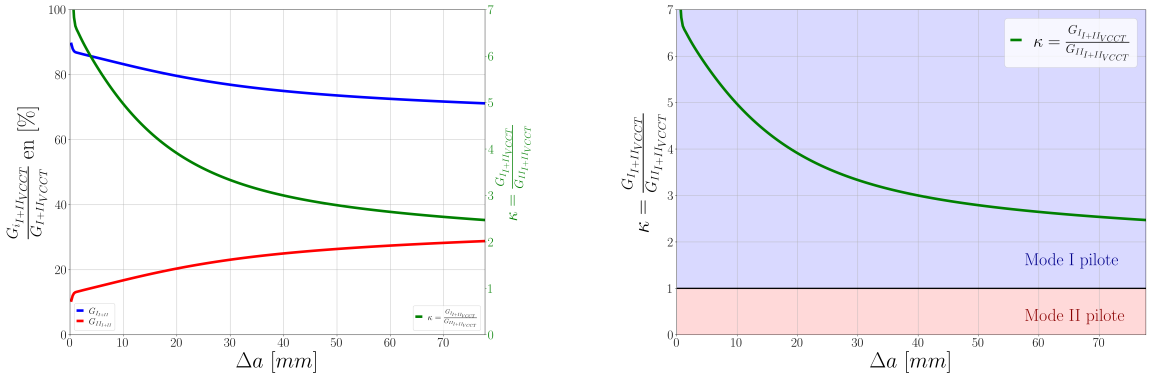


(b)

FIGURE 4.32 – Essai poutre entaillée en pin maritime : (a) photographie de l'essai (b) schéma de l'essai

d'une poutre entaillée pour $\alpha_e = \beta_e = 0,5$ décroît progressivement, comme le montre la Figure 4.33a. Sa composante de Mode I G_{I_I+II} reste supérieure à celle de Mode II G_{II_I+II} sur toute la longueur de fissure élastique équivalente, ce qui induit un ratio de mixité supérieur à 1, Figure 4.33b.

Une vingtaine d'essais ont été réalisés pour la teneur en eau de 14 % et seulement



(a) (b)

FIGURE 4.33 – Ratio de mixité $\kappa(a)$ d'une poutre entaillée : (a) évolution des composantes de Mode I et de Mode II du taux de restitution d'énergie (b) évolution du ratio de mixité

une dizaine pour les deux autres teneurs en eau (10 % et 22%). Nous allons maintenant discuter de la validité de notre modèle et le comparer à d'autres modèles comme celui de Gustafsson (1988) et de Lartigau et al. (2015).

4.3.2 Résultats des essais et confrontation avec le modèle de courbe-R

Le modèle de courbe-R, présenté dans le Chapitre 2, est alimenté par les valeurs moyennes des paramètres obtenus en Modes purs I et II (Tableaux 4.6 et 4.7), afin d'estimer une courbe force-déplacement moyenne. La courbe force-déplacement dite basse est déterminée à partir du modèle, mais cette fois-ci, il est alimenté par les valeurs basses des paramètres, Tableaux 4.8 et 4.9.

Nous proposons de comparer trois modèles qui permettent d'estimer la charge à rupture des poutres entaillées. Le modèle de Gustafsson (1988), sur lequel se base l'Eurocodes 5 (1.12), qui utilise uniquement la résistance critique à la propagation de fissure de Mode I G_{Rc_I}. Le modèle de rupture de Lartigau et al. (2015), qu'utilisent Sorin et al. (2018) dans leur étude des poutres entaillées renforcées, qui est basé sur les propriétés des courbes-R avec pour hypothèse une taille unique de la zone d'élaboration égale à Δa_{c_I}, quel que soit le mode de rupture. Ce modèle est basé sur un critère de type power law, équation (2.41) du Chapitre 2, et les exposants p et q sont égaux à 1 dans l'étude de Sorin et al. (2018). Et enfin notre modèle de courbe-R, où nous utilisons les critères linéaire et semi-radical, afin d'encadrer la charge au pic P_u.

Les paramètres des courbes-R de mode mixte I+II $G_{Rc_{I+II}}$, β_{I+II} et $\Delta a_{c_{I+II}}$ dépendent du ratio de mixité κ, or celui-ci n'est pas constant lors de la propagation de fissure a. Il convient donc d'actualiser la courbe-R de mode mixte en fonction du ratio de mixité attendu pour chaque incrément de longueur de fissure $\Delta a = a - a_0$ comme il suit :

$$G_R(\Delta a) = \begin{cases} \dfrac{G_{Rc}(\kappa(\Delta a))}{\Delta a_c^{\beta(\kappa(\Delta a))}(\kappa(\Delta a))} \Delta a^{\beta(\kappa(\Delta a))} & \text{si } \Delta a < \Delta a_c(\kappa(\Delta a)) \\ G_{Rc}(\kappa(\Delta a)) & \text{si } \Delta a \geq \Delta a_c(\kappa(\Delta a)) \end{cases} \tag{4.33}$$

où $G_{Rc}(\kappa(\Delta a))$, $\beta(\kappa(\Delta a))$ et $\Delta a_c(\kappa(\Delta a))$ correspondent aux paramètres de la courbe-R actualisée en fonction du ratio de mixité $\kappa(\Delta a)$.

La Figure 4.34a présente la courbe force-déplacement d'un essai de rupture d'une poutre entaillée suivant le protocole précédemment énoncé. La première remarque qui peut être faite est sur le comportement global de cette courbe expérimentale. La raideur élastique initiale K_e est supérieure à la "raideur élastique" de la charge au pic $K_u = P_u/\delta_u$. Cette diminution de la raideur est la confirmation du développement d'une zone d'élaboration et donc de la quasi-fragilité du matériau bois. Cette différence entre les deux raideurs traduit l'état d'endommagement du matériau. Elle est en moyenne de 8 % pour une teneur en eau de 14 %, tandis qu'elle est de 19 % pour une teneur en eau de 22 %. Cette différence est la preuve que la taille de la zone d'élaboration dépend de la teneur en eau du matériau.

Après avoir calé les propriétés élastiques des différents modèles en utilisant le facteur de correction $\psi = \lambda_{exp}/\lambda_{num}(a_0) \approx E_{L_{num}}/E_{L_{exp}}$, nous allons comparer les différents modèles entre eux, en prenant comme référentiel notre modèle de courbe-R avec le critère de rupture linéaire (courbe orange).

Tout d'abord, nous retrouvons à partir de ce modèle (modèle de courbe-R avec le critère linéaire) une différence de 6 % entre K_e et K_u, ce qui est relativement proche de la valeur expérimentale estimée. Par ailleurs, le modèle de Gustafsson (1988) ne prend pas en compte la quasi-fragilité du matériau et donne une valeur de la charge au pic de 37 % supérieure à celle du critère linéaire. Pour le modèle de Lartigau et al. (2015), nous avons une forte concordance avec le critère linéaire (Figure 4.34). Il prend, lui aussi, en compte le comportement quasi-fragile. La différence sur la charge au pic est seulement 0,6 % supérieure à celle de notre modèle. Par la suite, nous expliquerons, cette forte similitude entre les deux modèles. Pour le critère semi-radical, nous avons sans surprise, une charge au pic inférieure de 3 % au critère linéaire.

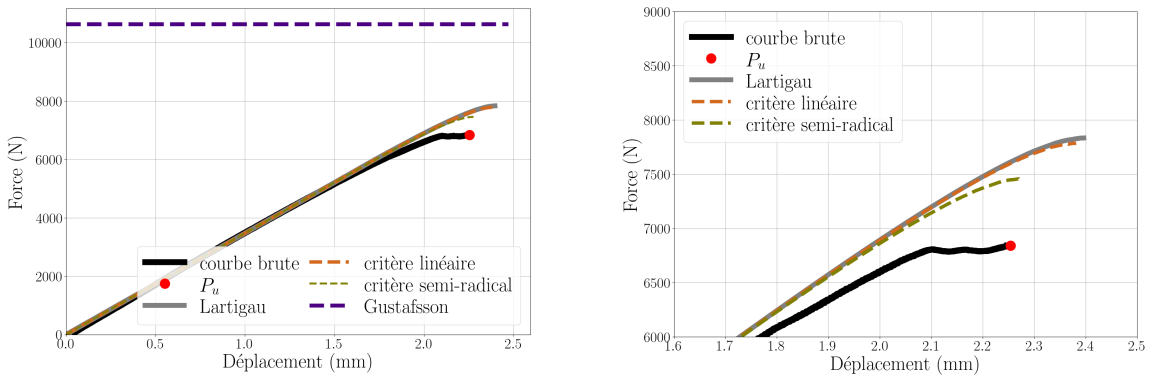


FIGURE 4.34 – Courbe force-déplacement d'un essai d'une poutre entaillée pour une teneur en eau de 14 % : (a) Vue générale de la courbe (b) Zoom au niveau du pic de charge

Pour évaluer la robustesse de notre modèle, nous allons confronter les modèles à l'ensemble des essais expérimentaux. Les propriétés élastiques ne seront pas corrigées par le facteur ψ, c'est-à-dire que nous utilisons directement les propriétés élastiques de la classe C24 (E_L =11 GPa pour H = 12 %). Afin d'estimer les valeurs basses de la charge au pic,

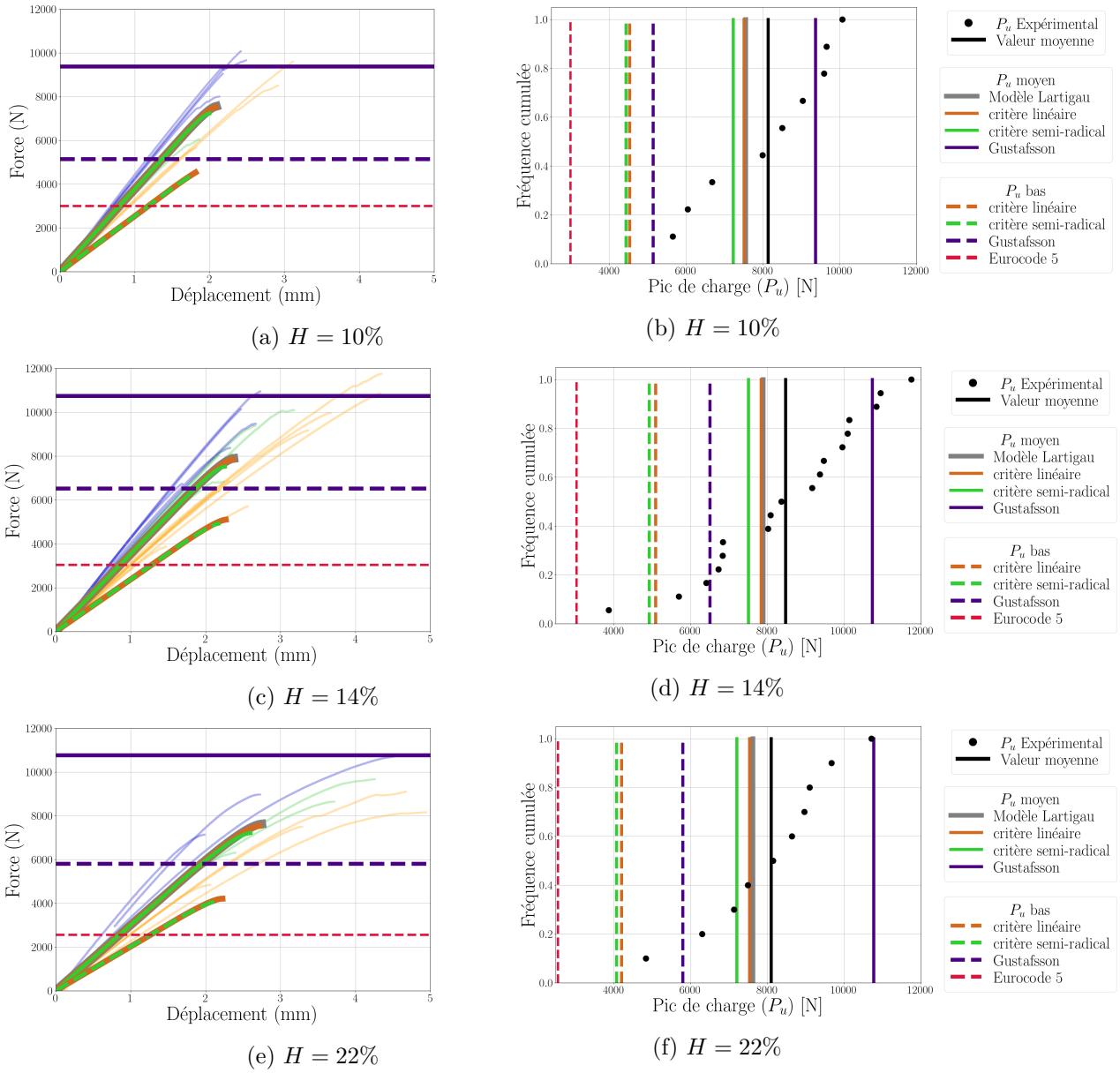
nous prendrons le module élastique longitudinal au fractile de la classe C24 ($E_{L_{0,05}}$ =7,4 GPa). Les autres modules dépendent quant à eux de leurs rapports avec le module E_L estimé par Guitard et El Amri (1987) (Tableau 3.1 du Chapitre 3). Bien évidement, ces propriétés élastiques dépendent de la teneur en eau, et nous les corrigeons à partir des lois issues de l'équation (1.5) du Chapitre 1 proposé par Guitard et El Amri (1987). Ainsi, nous obtenons les courbes suivantes : Figure 4.35a, 4.35c et 4.35e, pour les trois teneurs en eau. De plus, nous présentons aussi les fréquences cumulées des charges au pic P_u, afin de mieux comparer les charges de rupture estimées à partir des différents modèles et des charges de rupture expérimentales, Figure 4.35b , 4.35d et 4.35f.

Lorsque nous nous focalisons sur les valeurs moyennes des charges ultimes des modèles (courbes pleines) nous pouvons remarquer que la charge P_u du modèle de Gustafsson (violet) est supérieure à la valeur moyenne expérimentale (noir) de 33 % et 90 % des valeurs expérimentales en sont inférieures. Le modèle de Lartigau (gris) et le nôtre (orange), sur la base d'un critère de rupture linéaire, sont relativement proches de la charge moyenne expérimentale (-6 % et -7 %), et seulement 55 % des valeurs expérimentales leurs sont supérieures. Quant au critère semi-radical (vert), il conduit à une charge au pic légèrement inférieure à celle du critère linéaire et 60 % des charges expérimentales lui sont supérieures.

Pour les charges au pic issues des propriétés de rupture basses et avec $E_{L_{0,05}}$ (courbes en pointillées), nous allons comparer les valeurs des charges au pic des modèles avec celle estimée par l'Eurocode 5 (rouge). Pour une teneur en eau de 14 %, nous avons une différence des charges P_u du critère linéaire (orange) et du critère semi-radical (vert) de 35 % et 30 %. Pour l'estimation basse de Gustafsson (violet) (G_{Rc_I} bas), nous avons un écart de 85 %. Malgré cette forte différence entre les critères linéaire et semi-radical avec l'Eurocode 5, 95 % des charges P_u expérimentales sont supérieures aux charges estimées par les deux critères, quelle que soit la teneur en eau. Ainsi, comme l'Eurocode 5 se base sur la formule de Gustafsson, un fort coefficient de sécurité doit être employé pour se placer dans le sens de la sécurité. Le modèle de courbe-R reproduit avec une précision raisonnable le comportement quasi-fragile du bois, ce qui peut permettre d'affiner les coefficients de sécurité introduits dans l'Eurocode 5 pour ce problème de fissuration en mode mixte.

Nous avons vu que le modèle de Lartigau donne une courbe force-déplacement relativement similaire à celle estimée par notre modèle avec le critère linéaire. La Figure 4.36a présente les courbes de résistance à la propagation de fissure $G_R(a)$ et du taux de restitution d'énergie $G(a, P)$ pour $P = P_u$ de nos poutres entaillées, suivant les critères linéaires (orange), semi-radical (vert) et du modèle de Lartigau (gris), pour une teneur en eau de 14 %. Les courbes $G_R(a)$ et $G(a, P_u)$ sont tangentes en $a = a_u$. Les longueurs de fissure ultime a_u du modèle de Lartigau et de notre modèle, avec le critère linéaire, peuvent être considérées comme équivalentes. Le ratio de mixité $\kappa(a)$, Figure 4.33b, est piloté sur toute la propagation de fissure par la composante de Mode I. Par conséquent, lorsque nous traçons l'évolution du paramètre $\Delta a_{c_{I+II}}$ issue de notre modèle, nous sommes relativement proches de Δa_{c_I} (moins de 2 mm de différence). Cependant, nous savons que le modèle de Lartigau impose une taille critique unique de la zone d'élaboration telle que $\Delta a_c = \Delta a_{c_I} = \Delta a_{c_{II}}$. Ainsi, pour les poutres entaillées dont les coefficients α_e et β_e sont égaux à 0,5, le modèle de Lartigau et notre modèle (Linéaire) estiment la même charge au pic.

Nous pouvons tout de même entrevoir les limites du modèle de Lartigau, car en fonction



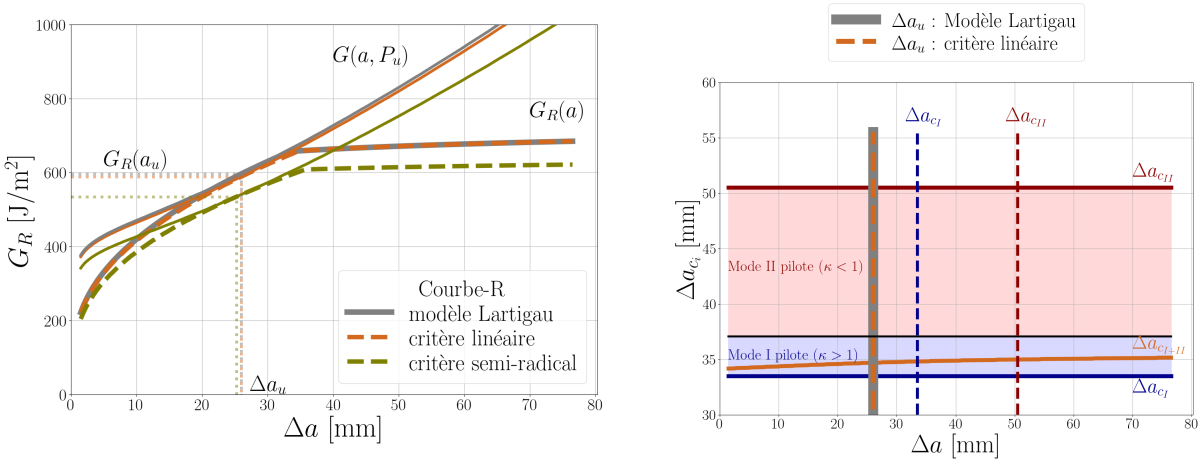
(a) $H = 10\%$ (b) $H = 10\%$

(c) $H = 14\%$ (d) $H = 14\%$

(e) $H = 22\%$ (f) $H = 22\%$

FIGURE 4.35 – Comparaison des courbes expérimentales force-déplacement et des distributions cumulées des pics de charge expérimentaux avec ceux obtenus par le modèle de rupture, suivant les critères linéaire et semi-radical pour les courbes-R moyennes et basses, le modèle de Lartigau et al. (2015) et celui de Gustafsson (1988) pour les teneurs en eau : (a) et (b) $H = 10\%$, (c) et (b) $H = 14\%$ et (e) et (f) $H = 22\%$ %

de l'évolution du ratio de mixité $\kappa(a)$, il peut conduire à une surestimation de la charge au pic. Cela arrive lorsque le Mode II est le principal pilote de la propagation de fissure en amont de la longueur de fissure ultime Δa_u et que la longueur de fissure ultime est comprise entre 0 et $\Delta a_{c_{II}}$. Dans les autres cas, nous pouvons supposer que le modèle de Lartigau peut être utilisé comme première approximation de la charge ultime des éléments de structure dont nous connaissons le chemin de fissuration.



(a) (b)

FIGURE 4.36 – Comparaison des courbes de résistance et de l'évolution de $\Delta a_{c_{I+II}}$ entre le modèle de Lartigau et al. (2015) et les modèles suivant le critère linéaire et semi-radical d'une poutre entaillée pour une teneur en eau de 14 % : (a) Courbe de résistance (b) Evolution de $\Delta a_{c_{I+II}}$

4.3.3 Généralisation de l'estimation analytique de la longueur de fissure élastique équivalente au pic de charge a_u

La longueur de fissure de la charge au pic survient lorsque le taux de restitution d'énergie G est tangent à la courbe de résistance G_R, ce qui implique qu'il existe une unique solution de l'équation (4.34) proposée par Morel et al. (2005) qui correspond à $\Delta a = \Delta a_u$

$$\frac{G'(\Delta a)}{G(\Delta a)} = \frac{G'_R(\Delta a)}{G_R(\Delta a)} \tag{4.34}$$

L'équation (4.35) satisfait les deux conditions au pic de charge qui sont : (i) la résistance au pic égale au taux de restitution d'énergie $G_R(\Delta a) = G(\Delta a)$ et (ii) la dérivée de la courbe de résistance égale à la dérivée de la fonction du taux de restitution d'énergie $G'_R(\Delta a) = G'(\Delta a)$. Nous allons par la suite travailler uniquement avec notre modèle de courbe-R en mode mixte I+II formulé à partir du critère linéaire. Toute la suite peut, bien évidemment, s'appliquer pour les critères semi-radical et semi-quadratique.

Le rapport entre la dérivée du taux de restitution d'énergie et le taux de restitution d'énergie $G'(\Delta a)/G(\Delta a)$ se détermine à partir d'une modélisation par éléments finis. D'après la définition du taux de restitution d'énergie, équation (1.20) du Chapitre 1, cela revient à faire le rapport entre la dérivée seconde ($\lambda''(\Delta a)$) et la dérivée première ($\lambda'(\Delta a)$) de la fonction de complaisance tel que :

$$\frac{G'(\Delta a)}{G(\Delta a)} = \frac{\lambda''(\Delta a)}{\lambda'(\Delta a)} \tag{4.35}$$

Le rapport entre la dérivée de la résistance et la résistance $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$ peut se déterminer analytiquement en se basant sur la définition de la courbe-R équation (4.33). Toutefois, comme les courbes de résistance dépendent du ratio de mixité en tout point de la propagation de fissure, il est indispensable de déterminer le ratio de mixité (utilisation d'un modèle EF et de la VCCT) et sa dérivée en fonction de Δa ($\kappa'(\Delta a)$). Ainsi nous pouvons écrire le rapport $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$ tel que :

$$\frac{G'_R(\Delta a)}{G_R(\Delta a)} = \begin{cases} \overbrace{\frac{\beta(\kappa)}{\Delta a}}^{A} + \kappa' \left[\overbrace{\frac{G'_{Rc}(\kappa)}{G_{Rc}(\kappa)}}^{B} + \overbrace{\beta'(\kappa) \ln\left(\frac{\Delta a}{\Delta a_c(\kappa)}\right)}^{C} - \overbrace{\beta(\kappa)\frac{\Delta a'_c(\kappa)}{\Delta a_c(\kappa)}}^{D} \right] & \text{si } \Delta a < \Delta a_c(\kappa) \\ \kappa' \underbrace{\frac{G'_{Rc}(\kappa)}{G_{Rc}(\kappa)}}_{B} & \text{si } \Delta a \geq \Delta a_c(\kappa) \end{cases} \tag{4.36}$$

Nous avons simplifié l'écriture en considérant que $\kappa(\Delta a) = \kappa$. Nous pouvons distinguer dans cette équation (4.36) que nous avons besoin des dérivées des paramètres $G_{Rc}(\kappa)$, $\beta(\kappa)$ et $\Delta a_c(\kappa)$ en fonction de κ. Pour faciliter la lecture de cette équation, nous l'avons décomposée en 5 parties (A, B, C, D, κ'). La partie A se démarque des autres blocs, car lorsque nous avons un ratio de mixité constant par exemple pour les Modes purs I et II : $\kappa'(\Delta a) = 0$ et nous retrouvons l'équation de Morel (2007) où $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a) = \beta/\Delta a$ quand $\Delta a \leq \Delta a_c$ et $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a) = 0$ quand $\Delta a > \Delta a_c$. Les autres blocs vont donc dépendre de l'évolution du ratio de mixité.

Nous avons vu précédemment que, pour une poutre entaillée dont $\alpha_e = \beta_e = 0,5$ et $\theta_e = 0^o$, l'évolution de Δa_c est pilotée principalement par la composante de Mode I (Figure 4.36b) et que celle-ci est relativement plate tout au long de la propagation de fissure. Ainsi $\Delta a'_c(\kappa)$ est proche de 0.

Par conséquent, sur la Figure 4.37, nous avons tracé les évolutions de chaque bloc, de $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$ issus du critère linéaire et de l'équation (4.36). Nous pouvons considérer que les blocs C et D peuvent être considérés comme non influents sur toute la longueur de propagation de fissure. Ainsi, nous pouvons réaliser une approximation de l'équation (4.36) en utilisant seulement les blocs A, B et κ' pour estimer l'évolution de $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$ quand $\Delta a \leq \Delta a_c$ (courbe rouge), équation (4.37). Nous constatons que sur la courbe $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$ apparaît un saut lorsque $\Delta a = \Delta a_c(\kappa)$. Cela correspond à la transition du régime croissant au régime plateau de la courbe-R (Figure 4.36a).

$$\frac{G'_R(\Delta a)}{G_R(\Delta a)} = \begin{cases} \frac{\beta(\kappa)}{\Delta a} + \kappa' \frac{G'_{Rc}(\kappa)}{G_{Rc}(\kappa)} & \text{si } \Delta a < \Delta a_c(\kappa) \\ \kappa' \frac{G'_{Rc}(\kappa)}{G_{Rc}(\kappa)} & \text{si } \Delta a \geq \Delta a_c(\kappa) \end{cases} \tag{4.37}$$

La Figure 4.38 présente les évolutions des courbes de $G'(\Delta a)/G(\Delta a)$ et de $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$. L'intersection entre ces deux courbes correspond à la longueur de fissure de la charge au pic, Δa_u. Nous trouvons que la courbe $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$ issue de l'équation 4.36 (courbe noire) et celle de l'équation simplifiée (4.37) (courbe rouge) sont toutes les deux intersectées par la courbe $G'(\Delta a)/G(\Delta a)$ (courbe bleue) à la même longueur de fissure ultime

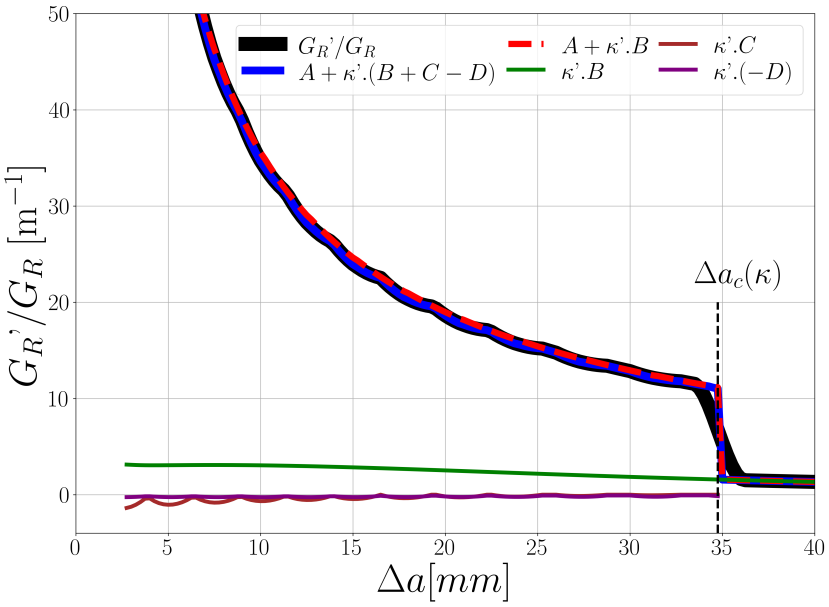


FIGURE 4.37 – Poids des différentes composantes de l'équation (4.36) en fonction de (Δa) (critère linéaire et teneur en eau de 14 %)

Δa_u.

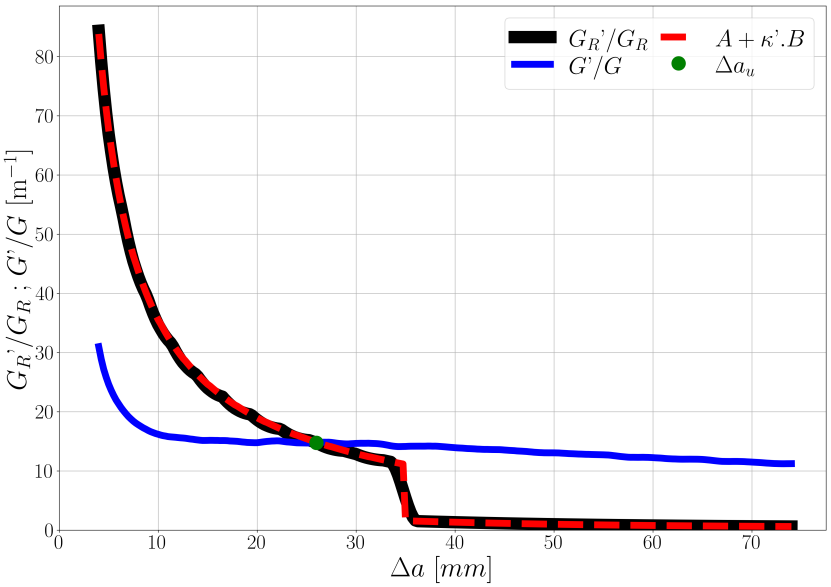


FIGURE 4.38 – Détermination de la longueur de fissure Δa_u à partir de l'égalité entre $G'(\Delta a)/G(\Delta a)$ et $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$ (critère linéaire et teneur en eau de 14 %)

De plus, comme nous connaissons l'expression de $G_{Rc_{I+II}}$, pour le critère power law linéaire, nous pouvons écrire de manière analytique le rapport $G'_{Rc}(\kappa)/G_{Rc}(\kappa)$ de l'équation (4.37) en fonction de G_{Rc_I}, de $G_{Rc_{II}}$ et de κ de la manière suivante :

$$\frac{G'_{Rc}(\kappa)}{G_{Rc}(\kappa)} = \frac{1}{1+\kappa}\left[\frac{G_{Rc_I} - G_{Rc_{II}}}{G_{Rc_I} + \kappa G_{Rc_{II}}}\right] \tag{4.38}$$

Dans notre cas d'étude et à partir des équations (4.37) et (4.38), seul le ratio de mixité κ déterminé par la VCCT doit être dérivé. Par conséquent, la longueur de fissure élastique équivalente Δa_u dépend uniquement de la géométrie de l'éprouvette induite par le rapport $\lambda''(\Delta a)/\lambda'(\Delta a)$, des paramètres de rupture (G_{Rc_I}, G_{Rc_I}, $\beta(\kappa(\Delta a))$, et $\Delta a_c(\kappa(\Delta a))$), du ratio de mixité $\kappa(\Delta a)$ ($G_{I_{I+II}}(\Delta a)/G_{II_{I+II}}(\Delta a)$) et de la dérivée du ratio de mixité $\kappa'(\Delta a)$. Ainsi, les propriétés élastiques du matériau n'interviennent pas dans l'évaluation de la longueur de fissure de la charge au pic.

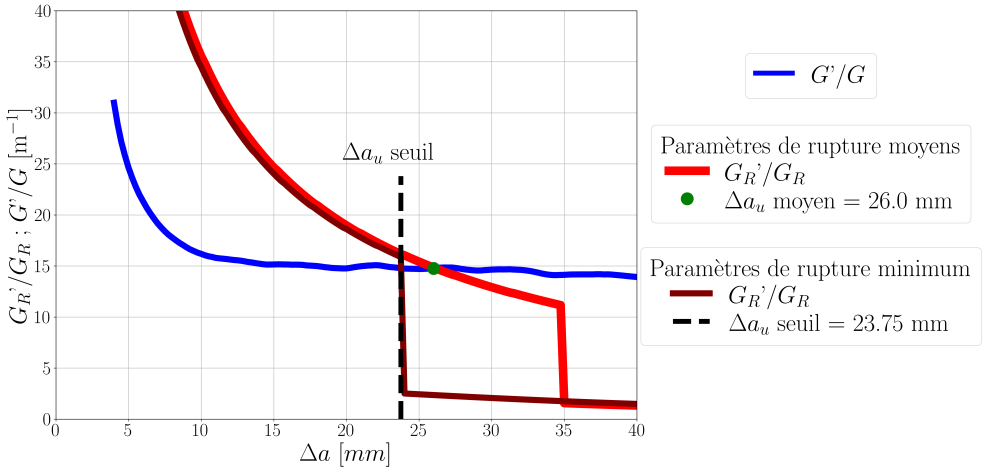


FIGURE 4.39 – Détermination d'une valeur seuil de Δa_u à partir de l'égalité entre $G'(\Delta a)/G(\Delta a)$ et $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$ (critère linéaire et teneur en eau de 14 %)

Nous avons déterminé auparavant les propriétés minimales de rupture du pin maritime. Nous sommes donc capables de générer une courbe $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$ dite "basse" à partir de la combinaison des équations (4.37) et (4.38) et de l'utilisation des paramètres issus des Tableaux 4.8 et 4.9. Toujours en utilisant le critère power law linéaire dans notre modèle, nous déterminons une longueur de fissure élastique équivalente ultime seuil ($\Delta a_u seuil$), Figure 4.39. En amont de ce seuil, le rapport $G'_R(\Delta a)/G_R(\Delta a)$ est supérieur au rapport $G'(\Delta a)/G(\Delta a)$, ce qui implique que la propagation de la fissure est stable. Par ailleurs, en aval, les courbes sont inversées, la propagation de fissure devient instable à force imposée (rupture instantanée), tandis qu'à déplacement imposé la rupture peut être considérée comme imminente. Notons aussi que pour cette géométrie, Δa_u *seuil* correspond à $\Delta a_c(\kappa)$ estimé à partir des courbes-R basses (ou minimales).

4.4 Conclusion

Ce chapitre a permis de confronter le modèle de courbe-R en mode mixte I+II aux résultats de deux campagnes expérimentales. La première campagne d'essai (essai MMB) consistait à vérifier si les propriétés de rupture des Modes purs I et II permettaient de déterminer la courbe-R de mode mixte pour une même géométrie, avec une maitrise rigoureuse des conditions de l'éprouvette (orientations des cernes, élimination des défauts ...). Pour cela, nous avons dû mettre en place une définition de la courbe-R théorique moyenne et ainsi définir les paramètres moyens associés. Nous avons constaté avec satisfaction que

les courbes-R de mode mixte, issues du modèle, entrent dans le fuseau d'acceptabilité que nous avions mis en place sur les courbes-R . Il semble donc possible de renseigner la courbe-R en mode mixte, à partir des lois de comportement des paramètres de Modes purs I et II, en fonction de la teneur en eau. Pour autant, il serait judicieux d'apporter une vision statistique/probabiliste à la définition d'une courbe-R théorique moyenne.

Les résultats de cette première campagne de validation ont permis de montrer que les essences de bois n'ont pas le même comportement lors de la propagation de fissure : les critères linéaire et semi-radical semblent plus appropriés pour le pin maritime, alors que pour l'épicéa ce sont les critères linéaire et semi-quadratique. Tout de même, le modèle de courbe-R en mode mixte I+II formulé à partir de la courbe-R moyenne théorique et de la courbe-R basse, nous a permis d'obtenir des résultats relativement proches des valeurs moyennes et minimales expérimentales. La courbe-R basse permet notamment d'obtenir une charge au pic en deçà de 95 % des valeurs expérimentales.

La deuxième campagne consistait à appliquer le modèle de rupture dans des conditions d'essai moins maitrisées, c'est-à-dire que certains défauts n'ont pas été éliminés afin d'être dans une approche de dimensionnement. La prise en compte de la quasi-fragilité et de la mixité des modes rupture, par notre modèle de courbe-R, a permis de déterminer une charge de rupture relativement satisfaisante comparée à la charge constatée expérimentalement. Nous avons vu que les résultats obtenus dans l'étude de Sorin et al. (2018), à partir du modèle de Lartigau et al. (2015) pour estimer les charges au pic des poutres entaillées, sont semblables à ceux que nous proposons. Toutefois, nous avons montré les limites du modèle de Lartigau lorsque le ratio de mixité évolue de manière significative entre 0 et $a_{c_{II}}$ et que la longueur de fissure ultime a_u se trouve entre ces deux bornes. Nous avons aussi identifié une forme semi-analytique (utilisation d'une modélisation en éléments finis) pour estimer la longueur de fissure élastique équivalente ultime a_u. Enfin le modèle, alimenté par les paramètres des courbes-R basses, permettrait d'affiner les coefficients de sécurité appliqués au sein de l'Eurocode 5 pour le dimensionnement de ce type d'élément de structure. Par ailleurs, cette approximation n'est examinée que pour une géométrie de poutre entaillée, il est donc nécessaire qu'elle soit vérifiée pour d'autres géométries d'éléments structuraux.

Conclusion Générale et Perspectives

L'objectif de cette thèse était de proposer un modèle numérique dédié aux ingénieurs et apte à décrire l'ensemble des cinématiques de fissuration en mode mixte I+II, en prenant en compte les effets de l'environnement climatique. L'étude bibliographique a permis de déceler le potentiel des courbes de résistance à la propagation de fissure (courbe-R), à décrire le comportement quasi-fragile du matériau bois, d'inspirer la physionomie du modèle de rupture et aussi d'exploiter efficacement les outils expérimentaux mis à notre disposition par la plateforme Xyloforest. Ainsi, le modèle de rupture de mode mixte I+II est basé uniquement sur les courbes-R et permet de décrire la réponse attendue du développement de la zone d'élaboration (régime croissant de la courbe-R) et la propagation auto-similaire de la fissure principale avec sa zone d'élaboration (régime plateau de la courbe-R). Le modèle s'inspire des modèles de zone cohésive, en utilisant deux critères de rupture : (i) un critère de résistance à la propagation de fissure élastique équivalente et (ii) un critère d'énergie nécessaire au développement de la zone d'élaboration. De plus, il repose également sur la notion de taux de développement de la zone d'élaboration ϕ_a et permet une description de la résistance à la propagation de fissure, quel que soit le ratio de mixité $\kappa(a)$ (ratio estimé à partir d'une modélisation éléments finis). Le renseignement du modèle de rupture se fait à partir des propriétés de rupture des Modes purs I et II qui sont déterminées à l'aide de deux essais de caractérisation et sur une unique géométrie d'éprouvette : l'essai "Double Cantilever Beam" qui permet d'identifier les paramètres G_{Rc_I}, Δa_{c_I} et β_I de la courbe-R de Mode I et l'essai "End Notched Flexure" pour les paramètres de rupture de Mode II : $G_{Rc_{II}}$, $\Delta a_{c_{II}}$ et β_{II}.

L'ajustement des courbes-R théoriques sur les courbes-R expérimentales déterminées à partir de la Mécanique Linéaire Elastique de la Rupture équivalente, se repose sur une méthode bien précise qui se décompose en deux phases : (i) identifier la valeur plateau de la courbe-R (G_{Rc}) qui correspond à la valeur de la résistance G_R du point d'inflexion de la courbe de portance de la courbe-R et (ii) réaliser l'ajustement d'une loi puissance afin de déterminer la courbure du régime croissant (β) et l'incrément de longueur de fissure Δa_c, marquant le croisement entre le régime plateau de la courbe-R et le régime croissant, en fournissant une estimation de la longueur élastique équivalente critique de la zone d'élaboration de la rupture. Ces trois paramètres définissent l'allure de la courbe-R, que ce soit en Mode I ou en Mode II. Ils dépendent de la teneur eau et ils augmentent de manière linéaire de $H = 5$ % à $H = 20$ %. Par ailleurs, l'analyse comparative entre les paramètres des lois

cohésives avec ceux des courbes-R, issue de la littérature, révèle de manière évidente que la courbure du régime croissant, via l'exposant β, témoigne du changement des valeurs et de la répartition des énergies cohésives associées aux mécanismes de micro-fissuration et de pontage de fissure, en fonction de la teneur en eau et de la cinématique de rupture.

Afin de valider le modèle de courbe-R et ses hypothèses, nous avons repris des résultats d'essai de mode mixte I+II obtenus sur l'épicéa, issus de la littérature, dans le but d'évaluer la robustesse des équations établies dans le modèle et plus particulièrement de la notion de taux de développement de la zone d'élaboration. Nous avons pu constater que la combinaison des deux critères et l'utilisation du taux de développement de la zone d'élaboration de la rupture, décrivent avec une précision raisonnable, la réponse attendue du développement de la FPZ et de la propagation auto-similaire de la fissure principale pour une teneur en eau de 12 %. Toutefois, nous avons remarqué que les deux critères devaient être de même forme, afin d'éviter que les paramètres de mode mixte I+II n'excèdent ceux des Modes purs I et II.

Dans l'intention d'atteindre l'objectif d'établir un modèle pouvant décrire les cinématiques de rupture pour différentes conditions climatiques et aussi sur différentes essences de bois, nous avons réalisé nos propres essais de mode mixte I+II pour différentes teneurs en eau et sur du pin maritime. Avant de confronter le modèle aux résultats expérimentaux, nous avons proposé la définition d'une courbe-R moyenne et d'une courbe-R minimale (ou basse), destinée à être employée dans le cadre d'un dimensionnement sécuritaire (minimisation de la charge maximale).

La première approche pour valider le modèle à partir d'essais expérimentaux a été de reprendre la même géométrie que les essais de caractérisation des paramètres des Modes purs I et II. Ainsi, à partir de trois teneurs en eau symbolisant les trois classes de service employées dans la réglementation et de la définition de la courbe-R moyenne théorique, nous avons pu constater que le modèle de courbe-R en mode mixte I+II permet de reproduire avec une précision raisonnable les courbes-R expérimentales. Par ailleurs, les critères employés, pour décrire le comportement de fissuration, peut varier d'une essence à une autre. En effet, le pin maritime favorise l'utilisation des critères de rupture suivant une loi linéaire ou semi-radicale, tandis que l'épicéa nécessite l'utilisation de critère linéaire ou semi-quadratique. En d'autre terme, le poids des composantes de Mode I et de Mode II, de la résistance à la propagation de fissure en mode mixte I+II, dépend de la nature du bois. Cette campagne de validation a aussi permis de vérifier que le modèle était capable de reproduire une réponse force-déplacement, proche de celle déterminée expérimentalement.

La deuxième approche mise en place pour valider le modèle a été de l'appliquer dans une situation avoisinant la réalité, c'est-à-dire sur une géométrie d'élément courant dans les structures bois (poutre entaillée). La combinaison d'une sollicitation en flexion trois points et de la singularité géométrique de la poutre entaillée, provoque une rupture par fendage dont le chemin de fissuration est connu. Ainsi, à partir d'une modélisation par éléments finis, nous sommes capables de déterminer les composantes du taux de restitution d'énergie et par conséquent le ratio de mixité, en fonction d'une longueur de fissure élastique équivalente. En combinant ces données numériques au modèle de rupture, nous identifions, pour chaque incrément de fissure, les paramètres de rupture de la courbe-R

$G_{Rc}(\kappa(a))$, $\Delta a_c(\kappa(a))$ et $\beta(\kappa(a))$ correspondant au ratio de mixité calculé. Par conséquent, nous pouvons en déduire la réponse force-déplacement et donc la force maximale supportée par la poutre entaillée. Par ailleurs, les paramètres issus des courbes-R basses peuvent aussi alimenter le modèle, mais cette fois-ci, pour prédire une charge de rupture minimale correspondant au fractile inférieur à 5 % des réponses expérimentales. Cette prédiction se base sur l'évaluation de la longueur de fissure élastique équivalente ultime seuil, correspondant à la charge au pic qui est liée uniquement à la géométrie de l'élément étudié, aux paramètres de rupture (G_{Rc_I}, $G_{Rc_{II}}$, $\Delta a_c(\kappa(a)$ et $\beta(\kappa(a))$ et au ratio de mixité $\kappa(a)$. Cette longueur de fissure ultime seuil permet d'identifier la plage de propagation stable de fissure, en fonction de la teneur en eau dans le bois.

L'ensemble des données récoltées, lors de ces différentes campagnes expérimentales, qu'elles soient pour la caractérisation des propriétés de rupture ou pour la validation du modèle, devraient néanmoins être soumises à une approche statistique/probabiliste, afin d'établir un cadre de justification analogue à celui employé dans les règlementations de construction. Il serait également intéressant d'établir la possibilité de classifier les propriétés de rupture et notamment les paramètres décrivant la courbe-R, en fonction de l'essence de bois considérée. Néanmoins, comme nous l'avons montré, ces paramètres ne dépendent ni de la masse volumique ni des propriétés élastiques et donc cette étude devra s'attacher à rechercher des liens avec la méso-structure, voire la micro-structure du matériau.

La validation du modèle a été réalisée sur deux géométries d'éprouvette, MMB et poutre entaillée, dont une seule est employée dans la construction. Les dimensions des éprouvettes, dans ces deux campagnes de validation, sont celles couramment utilisées en laboratoire. Il semble donc nécessaire de confronter le modèle de rupture basé sur les courbes-R sur différentes géométries et sur des échelles croissantes jusqu'aux dimensions d'emplois. Toutefois, l'étude multi-échelle n'est pas évidente pour un matériau naturel comme le bois. La maîtrise de l'angle des cernes, de l'élimination des défauts, ne peut se faire que sur des éléments de petites tailles. Sur des éléments de structure, cette maitrise des "défauts" est relativement difficile, mais ils ne sont pas toujours des points de faiblesse. En effet, Sorin (2019) montre que la résistance à la propagation de fissure augmente lorsqu'il existe un nœud adhérant sur le chemin de fissuration. Dans ce cas de figure, le nœud joue un rôle de renfort naturel bloquant temporairement la propagation de fissure. Ainsi, avant de réaliser une étude multi-échelle, il semble nécessaire de mieux appréhender le comportement de la fissure lorsque celle-ci est proche d'un nœud.

Pour finir, l'ingénieur souhaite pouvoir définir la durabilité d'un élément de structure. Il est donc nécessaire que les ingénieurs disposent d'un outil capable de simuler le comportement à la rupture de bois, sous des chargements à long terme et sous des conditions climatiques variables. Phan et al. (2017) ont mis en place un modèle pouvant décrire de manière simultanée (i) le comportement quasi-fragile de la rupture du bois, via un modèle de zone cohésive modifiée, permettant de tenir compte des variations plus ou moins rapides

de la teneur en eau et (ii) le comportement mécano-sorptif de la structure. Néanmoins, ce modèle était réduit à une cinématique de fissuration de Mode I. Par ailleurs, l'ensemble des données expérimentales issues des courbes-R de Mode I, Mode II et de mode mixte I+II obtenues pour le pin maritime, peuvent permettre d'estimer les paramètres d'un modèle de zone cohésive de mode mixte I+II, en s'appuyant sur l'approche proposée par Morel et al. (2010). Ainsi, en combinant l'approche proposée par Phan et al. (2017) avec un modèle de zone cohésive en mode mixte I+II intégrant l'effet des variations soudaines d'humidité, nous serions dans la capacité d'établir un outil qui puisse répondre aux attentes des ingénieurs.

Bibliographie

Abbott, E.J., Firestone, F.A., 1933. Specifying surface quality : a method based on accurate measurement and comparison. Mechanical Engineering 107, 569–572.

AFNOR, E., 2005. Eurocode 5 : Conception et calcul des structures en bois, Partie 1-1 : Généralités, Règles communes et règles pour les bâtiments. Norme française NF EN 1995-1 1.

Aicher, S.m., 1997. Determination of fracture energy of wood in Mode II. RILEM TC 133 Report.

ASTM, ., 1977. Methods of test for plane strain fracture toughness (KIC) of metallic materials .

Australian Standard, A.S., 2010. 1720.1 (2010) Timber structures. Design methods .

Baant, Z.P., 1984. Size Effect in Blunt Fracture : Concrete, Rock, Metal. Journal of Engineering Mechanics 110, 518–535.

Baant, Z.P., 1985. Constitutive equation of wood at variable humidity and temperature. Wood Science and Technology 19, 159–177.

Baant, Z.P., 1997. Scaling of quasibrittle fracture : asymptotic analysis , 22.

Barrett, J.D., Foschi, R.O., 1977. Mode II stress-intensity factors for cracked wood beams. Engineering Fracture Mechanics 9, 371–378.

Bazant, Z.P., Kazemi, M.T., 1990. Size Effect in Fracture of Ceramics and Its Use To Determine Fracture Energy and Effective Process Zone Length. Journal of the American Ceramic Society 73, 1841–1853.

Bazant, Z.P., Planas, J., 1997. Fracture and size effect in concrete and other quasibrittle materials. volume 16. CRC press.

Bendtsen, B.A., Senft, J., 1986. Mechanical and anatomical properties in individual growth rings of plantation-grown eastern cottonwood and loblolly pine. Wood and Fiber Science 18, 16.

Benzeggagh, M., Kenane, M., 1996. Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus. Composites Science and Technology 56, 439–449.

Bisoffi-Sauve, M., Morel, S., Dubois, F., 2019. Modelling mixed mode fracture of mortar joints in masonry buildings. Engineering Structures 182, 316–330.

Bodig, J., Jayne, B.A., 1993. Mechanics of Wood and Wood Composites. Krieger Publishing Company.

Bostrom, L., 1992. Method for determination of the softening behaviour of wood and the applicability of a nonlinear fracture mechanics model , 149.

Camanho, P.P., Davila, C.G., De Moura, M.F., 2003. Numerical simulation of mixed-mode progressive delamination in composite materials. Journal of Composite Materials 37, 1415–1438.

Carrington, H., 1922. The Elastic Constants of Spruce as Influenced by Moisture. Aeronautical journal (London, England : 1897) 26, 462–471.

Chisholm, D.B., Jones, D.L., 1977. An analytical and experimental stress analysis of a practical mode II fracture test specimen : A boundary-collocation analysis employing the complete Williams stress function is applied in connjunction with a photoelastic experiment to determine crak-tip stress-intensity factors for a practical Mode II fracture test specimen. Experimental Mechanics 17, 7–13.

Coureau, J.L., Morel, S., Dourado, N., 2013. Cohesive zone model and quasibrittle failure of wood : A new light on the adapted specimen geometries for fracture tests. Engineering Fracture Mechanics 109, 328–340.

CSA, 2010. Règles de calcul des charpentes en bois.

Dimitri, R., Trullo, M., De Lorenzis, L., Zavarise, G., 2015. Coupled cohesive zone models for mixed-mode fracture : A comparative study. Engineering Fracture Mechanics 148, 145–179.

Dinwoodie, J.M., Building Research Establishment, 2000. Timber, its nature and behaviour. E & FN Spon ; BRE, with the support of the Centre for Timber Technology and Construction at BRE, London ; New York ; [England.

Donaldson, S., 1985. Fracture toughness testing of graphite/epoxy and graphite/peek composites. Composites 16, 103–112.

Dubois, F., Husson, J.M., Sauvat, N., Manfoumbi, N., 2012. Modeling of the viscoelastic mechano-sorptive behavior in wood. Mechanics of Time-Dependent Materials 16, 439–460.

Dumail, J.F., 1995. Caractéristiques physiques et mécaniques du bois juvénile de pin maritime (Pinus pinaster). These de doctorat. Bordeaux 1.

Elices, M., Guinea, G., Gómez, J., Planas, J., 2002. The cohesive zone model : advantages, limitations and challenges. Engineering Fracture Mechanics 69, 137–163.

Elices, M., Planas, J., 1993. The equivalent elastic crack : 1. Load-Y equivalences. International Journal of Fracture 61, 159–172.

Fakoor, M., Shahsavar, S., 2020. Fracture assessment of cracked composite materials : Progress in models and criteria. Theoretical and Applied Fracture Mechanics 105, 102430.

Franke, S., Franke, B., Schober, K.U., Rautenstrauch, K., 2008. The strength behavior of wood in experiment and simulations , 9.

Gangnant, A., 2016. Étude de la rupture quasi-fragile dun béton à léchelle mésoscopique : aspects expérimentaux et modélisation. phdthesis. Université de Bordeaux.

Gerhards, C.C., 1982. Effect of Moisture Content and Temperature on the Mechanical Properties of wood : An Analysis of immediate effects , 34.

Gillespie, J.W., Carlsson, L.A., Pipes, R.B., Rothschilds, R., Trethewey, B., Smiley, A., 1985. Delamination growth in composite materials , 210.

Griffith, A.A., 1921. VI. The phenomena of rupture and flow in solids. Philosophical transactions of the royal society of london. Series A, containing papers of a mathematical or physical character 221, 163–198.

Guitard, D., 1987. Mécanique du matériau bois et composites. Cépaduès.

Guitard, D., El Amri, F., 1987. Modèles prévisionnels de comportement élastique tridimensionnel pour les bois feuillus et les bois résineux. Annales des sciences forestières 44, 335–358.

Gustafsson, P.J., 1988. A study of strength of notched beams, in : Proceedings of 21st Meeting of CIB-W18, Parksville, Canada, 1988.

Hahn, H.T., 1983. A Mixed-Mode Fracture Criterion for Composite Materials. Journal of Composites, Technology and Research 5, 26–29.

Hahn, H.T., Johannesson, T., 1984. A correlation between fracture energy and fracture morphology in mixed-mode fracture of composites, in : Carlsson, J., Ohlson, N.G. (Eds.), Mechanical Behaviour of Materials. Pergamon, pp. 431–438.

Hashemi, S., Kinloch, A., Williams, J., 1990. The Effects of Geometry, Rate and Temperature on the Mode I, Mode II and Mixed-Mode I/II Interlaminar Fracture of Carbon-Fibre/Poly(ether-ether ketone) Composites. Journal of Composite Materials 24, 918–956.

Hashemi, S., Kinloch, A., Williams, J.G., 1987. Interlaminar fracture of composite materials .

Hashemi, S., Kinloch, A.J., Williams, G., 1991. Mixed-Mode Fracture in Fiber-Polymer Composite Laminates. Composite Materials : Fatigue and Fracture (Third Volume) .

Högberg, J.L., 2006. Mixed mode cohesive law. International Journal of Fracture 141, 549–559.

Hillerborg, A., Modéer, M., Petersson, P.E., 1976. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. Cement and concrete research 6, 773–781.

Hoffmeyer, P., Thelandersson, S., Larsen, H., 2003. Strength under long term loading, in : Timber Engineering. wiley : chichester ed., pp. 131–152.

Hunt, D.G., Croager, W.P., 1982. Mode II fracture toughness of wood measured by a mixed-mode test method. Journal of Materials Science Letters 1, 77–79.

Irwin, G.R., 1957. Analysis of stresses and strains near the end of a crack transversing a plate. Trans. ASME, Ser. E, J. Appl. Mech. 24, 361–364.

ISO-13061-1, 2014. ISO 13061-1 : 2014 Wood. Determination of moisture content for physical and mechanical tests. Technical Report. International Organization for Standardization Geneva, Switzerland.

Jockwer, R., 2015. Structural behaviour of glued laminated timber beams with unreinforced and reinforced notches. IBK Bericht 365.

Jockwer, R., Steiger, R., Frangi, A., Köhler, J., 2011. Impact of material properties on the fracture mechanics design approach for notched beams in Eurocode 5 , 15.

Kanninen, M.F., 1973. An augmented double cantilever beam model for stud propagation and arrest , 10.

Keylwerth, R., 1964. Untersuchungen uber freie und behinderte Quellung 4. Untersuchungen uber den Quellungsverlauf und die Feuchtigkeitsabhangigkeit der Rohdichte von Holzern. Holz Roh-Werkst 22, 255–258.

Kollmann, F.F., 1968. Physics of wood, in : Principles of wood science and technology. Springer, pp. 160–291.

Kollmann, F.F.P., Cote, W.A., 1968. Principles of Wood Science and Technology. Vol. 1. Solid Wood. Springer-Verlag, New York.

Kretschmann, D., Green, D., 1996. Modeling moisture content-mechanical property relationships for clear southern pine. Wood and Fiber Science 28, 320–337.

Kretschmann, D.E., 2010. Mechanical Properties of Wood , 46.

Kretschmann, D.E., Green, D.W., 2008. Strength Properties of Low MC Yellow-Poplar , 8.

Krueger, R., 2004. The Virtual Crack Closure Technique : History, Approach and Applications , 64.

Larsen, H., 1992. An introduction to Eurocode 5. Construction and Building Materials 6, 145–150.

Larsen, H.J., Gustafsson, P.J., 1991. The fracture energy of wood in tension perpendicular to the grain. Errata, and annex A12 and A13 to CIB paper W18A/23-19-2. Results from a joint testing project. Proceedings of CIB W18 meeting 24. Princes Risborough, United Kingdom. 1989. : CIB-W18A/24-19-1 , 1–6.

Lartigau, J., Coureau, J.L., Morel, S., Galimard, P., Maurin, E., 2015. Mixed mode fracture of glued-in rods in timber structures : A new approach based on equivalent LEFM. International Journal of Fracture 192, 71–86.

Leicester, R.H., 2006. Application of linear fracture mechanics to notched timber elements. Progress in Structural Engineering and Materials 8, 29–37.

Lespine, I., 2007. Influence de la géométrie des structures sur les propriétés de rupture dans les matériaux quasi-fragiles. These de doctorat. Bordeaux 1.

Löfgren, I., Olesen, J., Flansbjer, M., 2005. The WST-method for fracture testing of fibre-reinforced concrete , 20.

Linsbauer, H.N., Tschegg, E.K., 1986. Fracture energy determination of concrete with cube-shaped specimens. Zement und Beton 31, 38–40.

Mall, S., Murphy, J.F., Shottafer, J.E., 1983. Criterion for Mixed Mode Fracture in Wood. Journal of Engineering Mechanics 109, 680–690.

Monchaux, P., Thivolle-Cazat, A., Colin, A., Cuny, H., 2019. Réévaluation de la ressource et de la disponibilité en bois duvre des essences feuillues et conifères en France , 57.

de Morais, A., de Moura, M., Gonçalves, J., Camanho, P., 2003. Analysis of crack propagation in double cantilever beam tests of multidirectional laminates. Mechanics of Materials 35, 641–652.

Morath, E., 1932. Studien uber die hygros ko pischen Eigenschaften und die Harte der Holzer. Habilitation Darmstadt .

Morel, S., 2007. R-curve and size effect in quasibrittle fractures : Case of notched structures. International Journal of Solids and Structures 44, 4272–4290.

Morel, S., 2008. Size effect in quasibrittle fracture : derivation of the energetic Size Effect Law from equivalent LEFM and asymptotic analysis. International Journal of Fracture 154, 15–26.

Morel, S., Bouchaud, E., Schmittbuhl, J., Valentin, G., 2002. R-curve behavior and roughness development of fracture surfaces. International Journal of Fracture 114, 307–325.

Morel, S., Dourado, N., 2011. Size effect in quasibrittle failure : Analytical model and numerical simulations using cohesive zone model. International Journal of Solids and Structures 48, 1403–1412.

Morel, S., Dourado, N., Valentin, G., 2005. Wood : a quasibrittle material R-curve behavior and peak load evaluation. International Journal of Fracture 131, 385–400.

Morel, S., Lespine, C., Coureau, J.L., Planas, J., Dourado, N., 2010. Bilinear softening parameters and equivalent LEFM R-curve in quasibrittle failure. International Journal of Solids and Structures 47, 837–850.

Morel, S., Mourot, G., Schmittbuhl, J., 2003. Influence of the specimen geometry on R-curve behavior and roughening of fracture surfaces. International Journal of Fracture 121, 23–42.

Morlier, P., 1994. Creep in timber structures. CRC Press.

de Moura, M., Morais, J., Dourado, N., 2008. A new data reduction scheme for mode I wood fracture characterization using the double cantilever beam test. Engineering Fracture Mechanics 75, 3852–3865.

de Moura, M.F., Silva, M.A., Morais, J.J., de Morais, A.B., Lousada, J.J., 2009. Data reduction scheme for measuring G IIc of wood in end-notched flexure (ENF) tests. Holzforschung 63.

de Moura, M.F.S.F., Oliveira, J.M.Q., Morais, J.J.L., Xavier, J., 2010. Mixed-mode I/II wood fracture characterization using the mixed-mode bending test. Engineering Fracture Mechanics 77, 144–152.

Navi, P., Heger, F., 2005. Comportement thermo-hydromécanique du bois : applications technologiques et dans les structures. PPUR presses polytechniques.

Navi, P., Sandberg, D., 2012. Thermo-Hydro-Mechanical Wood Processing. 0 ed., EPFL Press.

NDS, A.F..P., 2001. National design specification for wood construction. American Forest & Paper Association.

Ozyhar, T., Hering, S., Niemz, P., 2013. Moisture-dependent orthotropic tension-compression asymmetry of wood. Holzforschung 67, 395–404.

Petersson, P.E., 1981. Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials .

Petterson, R.W., Bodig, J., 1982. Prediction of fracture toughness of conifers , 15.

Phan, N.A., 2016. Simulation of time-dependent crack propagation in a quasi-brittle material under relative humidity variations based on cohesive zone approach : application to wood. Ph.D. thesis. Bordeaux.

Phan, N.A., Chaplain, M., Morel, S., Coureau, J.L., 2017. Influence of moisture content on mode I fracture process of Pinus pinaster : evolution of micro-cracking and crack-bridging energies highlighted by bilinear softening in cohesive zone model. Wood Science and Technology 51, 1051–1066.

Phan, N.A., Morel, S., Chaplain, M., 2016. Mixed-mode fracture in a quasi-brittle material : R-curve and fracture criterion Application to wood. Engineering Fracture Mechanics 156, 96–113.

Ranta-Maunus, A., 1975. The viscoelasticity of wood at varying moisture content. Wood science and technology 9, 189–205.

Reeder, J., 1993. A Bilinear Failure Criterion for Mixed-Mode Delamination. Eleventh Volume : Composite MaterialsTesting and Design , 303–303–20.

Reeder, J.R., 2006. 3D Mixed-Mode Delamination Fracture CriteriaAn Experimentalists Perspective , 19.

Reeder, J.R., Rews, J.H., 1990. Mixed-mode bending method for delamination testing. AIAA Journal 28, 1270–1276.

Reiterer, A., Tschegg, S., 2002. The influence of moisture content on the mode I fracture behaviour of sprucewood , 6.

Rice, J., 1964. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. Journal of Applied Mechanics, Transactions ASME 35, 379–388.

Riipola, K., 1995. Timber Beams with Holes : Fracture Mechanics Approach , 15.

Salviato, M., Kirane, K., Baant, Z.P., Cusatis, G., 2019. Mode I and II Interlaminar Fracture in Laminated Composites : A Size Effect Study. Journal of Applied Mechanics 86, 091008.

Sclznieujincl, A.P., Centeno, J., 1973. Fracture toughness and duration of load factor I. Six principal systems of crack propagation and the duration factor for cracks propagating parallel to grain , 8.

Siau, J.F., 2012. Transport Processes in Wood. Springer Science & Business Media.

Sih, G., Paris, P., Irwin, G., 1965. On cracks in rectilinearly anisotropic bodies. International Journal of Fracture Mechanics 1.

Skaar, C., 1972. Water in wood.

Skaar, C., 2012. Wood-Water Relations. Springer Science & Business Media.

Smith, I., Springer, G., 1993. Consideration of Gustafsson's proposed Eurocode 5 failure criterion for notched timber beams. Canadian Journal of Civil Engineering 20, 1030–1036.

Snozzi, L., Molinari, J.F., 2013. A cohesive element model for mixed mode loading with frictional contact capability : a cohesive zone model for mixed mode loading with frictional contact. International Journal for Numerical Methods in Engineering 93, 510–526.

Sorin, E., 2018. Fissuration en modes mixtes dans le bois : diagnostic et évaluation des méthodes de renforcement local , 196.

Sorin, E., 2019. Fissuration en modes mixtes dans le bois : diagnostic et évaluation des méthodes de renforcement local. Ph.D. thesis.

Sorin, E., Coureau, J.L., Chaplain, M., Morel, S., Lanata, F., Galimard, P., 2018. Design of wooden notched beams using R-curves in mixed mode failure : application to maritime pine. WCTE 2018 , 8.

Spencer, B., Barnby, J.T., 1976. The effects of notch and fibre angles on crack propagation in fibre-reinforced polymers. Journal of Materials Science 11, 83–88.

Stamm, A.J., 1964. Wood and cellulose science. Wood and cellulose science. .

Tiemann, H.D., 1906. Effect of moisture upon the strength and stiffness of wood. volume 63. US Dept. of Agriculture, Forest Service.

Tschegg, E.K., Reiterer, A., Pleschberger, T., Stanzl-Tschegg, S.E., 2006. Mixed mode fracture energy of sprucewood , 7.

Valentin, G., Boström, L.A., Gustafsson, P.J., Ranta-Maunus, A.K., Gowda, S., 1991. Application of fracture mechanics to timber structures RILEM state-of- the-art report.

Van Den Bosch, M., Schreurs, P., Geers, M., 2006. An improved description of the exponential Xu and Needleman cohesive zone law for mixed-mode decohesion. Engineering Fracture Mechanics 73, 1220–1234.

Vasic, S., Stanzl-Tschegg, S., 2007. Experimental and numerical investigation of wood fracture mechanisms at different humidity levels. Holzforschung 61.

Venzal, V., Morel, S., Parent, T., Dubois, F., 2020. Frictional Cohesive Zone Model for quasi-brittle fracture : Mixed-mode and coupling between cohesive and frictional behaviors , 38.

Wang, Y., Williams, J., 1992. Corrections for mode II fracture toughness specimens of composites materials. Composites Science and Technology 43, 251–256.

Whitcomb, J.D., 1984. Analysis of instability-related growth of athrough-width delamination , 62.

White, S., 1987. Mixed-Mode Interlaminar Fracture of Graphite/Epoxy. .

Williams, J., 1989. End corrections for orthotropic DCB specimens. Composites Science and Technology 35, 367–376.

Williams, J.G., Birch, M.W., 1976. Mixed Mode Fracture in Anisotropic Media. Cracks and Fracture .

Wu, E., 1967. Application of Fracture Mechanics to Anisotropic Plates .

Wu, E.M., Reuter, J., R. C., 1965. Crack extension in fiberglass reinforced plastics. Technical Report. Defense Technical Information Center. Fort Belvoir, VA.

Xavier, J., Monteiro, P., Morais, J.J.L., Dourado, N., de Moura, M.F.S.F., 2014a. Moisture content effect on the fracture characterisation of Pinus pinaster under mode I. Journal of Materials Science 49, 7371–7381.

Xavier, J., Monteiro, P., Morais, J.J.L., Dourado, N., de Moura, M.F.S.F., 2014b. Moisture content effect on the fracture characterisation of Pinus pinaster under mode I. Journal of Materials Science 49, 7371–7381.

Xiang Qiao Van, Shan Yi Du, Duo, W., 1991. An engineering method of determining the delamination fracture toughness of composite laminates. Engineering Fracture Mechanics 39, 623–627.

Yaniv, G., Daniel, I.M., 1988. Height-Tapered Double Cantilever Beam Specimen for Study of Rate Effects on Fracture Toughness of Composites. Composite Materials : Testing and Design (Eighth Conference) .

Yoshihara, H., 2013. Initiation and propagation fracture toughness of solid wood under the mixed Mode I/II condition examined by mixed-mode bending test. Engineering Fracture Mechanics 104, 1–15.

Zink, A., Pelikane, P., Shuler, C., 1994. Ultrastructural analysis of softwood fracture surfaces. Wood Science and Technology 28.

Annexes

Annexe A

Critère de rupture en mode mixte à partir des courbes-R

Dans cette annexe nous allons étudier le modèle de courbe-R pour différents critères power law : linéaire , semi-quadratique, quadratique, semi-radical et semi-radical inverse.

A.1 Généralité

Le modèle se base sur une nouvelle approche qui est le taux de développement de la zone d'élaboration ϕ_a. Ce taux de développement est tout simplement la normalisation de la longueur de fissure élastique équivalente par la longueur de fissure critique :

$$\Phi_{a_i} = \frac{\Delta a_i}{\Delta a_{c_i}} \tag{A.1}$$

i étant les différents modes de rupture (i= I, II ou I+II). Lorsque $\Phi_{a_i} = 1$ la zone d'élaboration est entièrement développée. Nous pouvons donc écrire le régime croissant d'une courbe-R de la manière suivante :

$$G_{R_i}(\Delta a_i) = G_{Rc_i}\left(\frac{\Delta a_i}{\Delta a_{c_i}}\right)^{\beta_i} = G_{Rc_i}\Phi_{a_i}^{\beta_i} = G_{R_i}(\Phi_{a_i}) \tag{A.2}$$

Par ailleurs, le critère de rupture power law couplé au taux de développement de la FPZ s'écrit :

$$\left(\frac{G_{R_{I_{I+II}}}(\Phi_a)}{G_{R_I}(\Phi_a)}\right)^{p_G} + \left(\frac{G_{R_{II_{I+II}}}(\Phi_a)}{G_{R_{II}}(\Phi_a)}\right)^{q_G} = 1 \tag{A.3}$$

Le ratio de mixité devient :

$$\kappa = \frac{G_{R_{I_{I+II}}}(\Phi_a)}{G_{R_{II_{I+II}}}(\Phi_a)} \tag{A.4}$$

La résistance de mode mixte $G_{R_i}(\Phi_a)$ correspond à la somme de ses composantes telle que :

$$G_{R_i}(\Phi_a) = G_{R_{I_{I+II}}}(\Phi_a) + G_{R_{II_{I+II}}}(\Phi_a) \tag{A.5}$$

Ainsi, en combinant l'équation (A.4) et (A.5), cela nous donne :

$$\begin{cases} G_{R_{I_{I+II}}}(\Phi_a) = \frac{\kappa}{1+\kappa} G_{R_{I+II}}(\Phi_a) \\ G_{R_{II_{I+II}}}(\Phi_a) = \frac{1}{1+\kappa} G_{R_{I+II}}(\Phi_a) \end{cases} \tag{A.6}$$

et donc quand $\phi_a = 1$, il vient :

$$\begin{cases} G_{Rc_{I_{I+II}}} = \frac{\kappa}{1+\kappa} G_{Rc_{I+II}} \\ G_{Rc_{II_{I+II}}} = \frac{1}{1+\kappa} G_{Rc_{I+II}} \end{cases} \tag{A.7}$$

Le critère de power law peut s'écrire à partir de l'équation (A.6) sous la forme suivante :

$$\left(\frac{\kappa}{1+\kappa} \frac{G_{R_{I+II}}(\Phi_a)}{G_{R_I}(\Phi_a)} \right)^{p_G} + \left(\frac{1}{1+\kappa} \frac{G_{R_{I+II}}(\Phi_a)}{G_{R_{II}}(\Phi_a)} \right)^{q_G} = 1 \tag{A.8}$$

Par ailleurs, l'équation (A.5) peut aussi s'écrire de la manière suivante :

$$G_{Rc_{I+II}} \phi_a^{\beta_{I+II}} = G_{Rc_{I_{I+II}}} \phi_a^{\beta_{I_{I+II}}} + G_{Rc_{II_{I+II}}} \phi_a^{\beta_{II_{I+II}}} \tag{A.9}$$

A partir du ratio de mixité, équation (A.4), nous pouvons écrire l'équation (A.9) avec une seule des composantes telle que :

$$G_{Rc_{I+II}} \phi_a^{\beta_{I+II}} = (1+\kappa) G_{Rc_{II_{I+II}}} \phi_a^{\beta_{II_{I+II}}} \tag{A.10}$$

Nous retrouvons dans l'équation (A.10) l'expression de la résistance critique de la composante de Mode II déduit dans l'équation (A.7). Il en résulte que :

$$\phi_a^{\beta_{I+II}} = \phi_a^{\beta_{II_{I+II}}} \tag{A.11}$$

Ainsi, les exposants des composantes des Modes I et II du mode mixte I+II sont égaux à l'exposant de mode mixte soit $\beta_{I+II} = \beta_{I_{I+II}} = \beta_{II_{I+II}}$. La détermination de β_{I+II} se fait par la régression d'une loi puissance.

L'estimation de $\Delta a_{c_{I+II}}$ se fait aussi à partir d'un critère power law, mais en fonction de l'énergie nécessaire au développement de la zone d'élaboration en mode mixte $W_{f_{I+II}}$.

$$\left(\frac{W_{f_{I_{I+II}}}}{W_{f_I}}\right)^{p_a} + \left(\frac{W_{f_{II_{I+II}}}}{W_{f_{II}}}\right)^{q_a} = 1 \tag{A.12}$$

où

$$W_{f_i} = \int_{\Delta a_{c_i}}^{0} G_{R_i}(\Delta a_i) b \, \mathrm{d}\Delta a = \frac{b}{1+\beta_i} G_{Rc_i} \Delta a_{c_i} \tag{A.13}$$

et

$$W_{f_{I+II}} = W_{f_{I_{I+II}}} + W_{f_{II_{I+II}}} \tag{A.14}$$

ainsi avec le ratio κ peut aussi s'écrire de la manière suivante :

$$\kappa = \frac{W_{f_{I_{I+II}}}}{W_{f_{II_{I+II}}}} \tag{A.15}$$

on obtient :

$$\begin{cases} W_{f_{I_{I+II}}} = \frac{\kappa}{1+\kappa} W_{f_{I+II}} \\ W_{f_{II_{I+II}}} = \frac{1}{1+\kappa} W_{f_{I+II}} \end{cases} \tag{A.16}$$

De la même manière que β_{I+II}, nous pouvons déterminer analytiquement la valeur des composantes de $\Delta a_{c_{I+II}}$, mais cette fois-ci avec les équations (A.14), (A.15) et (A.16). Nous retrouvons l'égalité suivante : $\Delta a_{c_{I+II}} = \Delta a_{c_{I_{I+II}}} = \Delta a_{c_{II_{I+II}}}$.

A partir de la mise en place de ces différentes équations, nous pouvons estimer les équations de $G_{Rc_{I+II}}$ et de $\Delta a_{c_{I+II}}$ des différents critères (linéaire, semi-quadratique, quadratique, semi-radical et semi-radical inverse)

A.2 Critère linéaire

Critère linéaire : $p_G = 1$ et $q_G = 1$:

$$G_{R_{I+II}}(\Phi_a) = \frac{(1+\kappa) G_{R_I}(\Phi_a) G_{R_{II}}(\Phi_a)}{G_{R_I}(\Phi_a) + \kappa G_{R_{II}}(\Phi_a)} \tag{A.17}$$

avec l'équation (A.2) $G_{R_{I+II}}(\Phi_a)$ devient :

$$G_{R_{I+II}}(\Phi_a) = \frac{(1+\kappa) G_{Rc_I} \Phi_a^{\beta_I} G_{Rc_{II}} \Phi_a^{\beta_{II}}}{G_{Rc_I} \Phi_a^{\beta_I} + \kappa G_{Rc_{II}} \Phi_a^{\beta_{II}}} = G_{Rc_{I+II}} \Phi_a^{\beta_{I+II}} \tag{A.18}$$

et donc $G_{Rc_{I+II}}$ vaut :

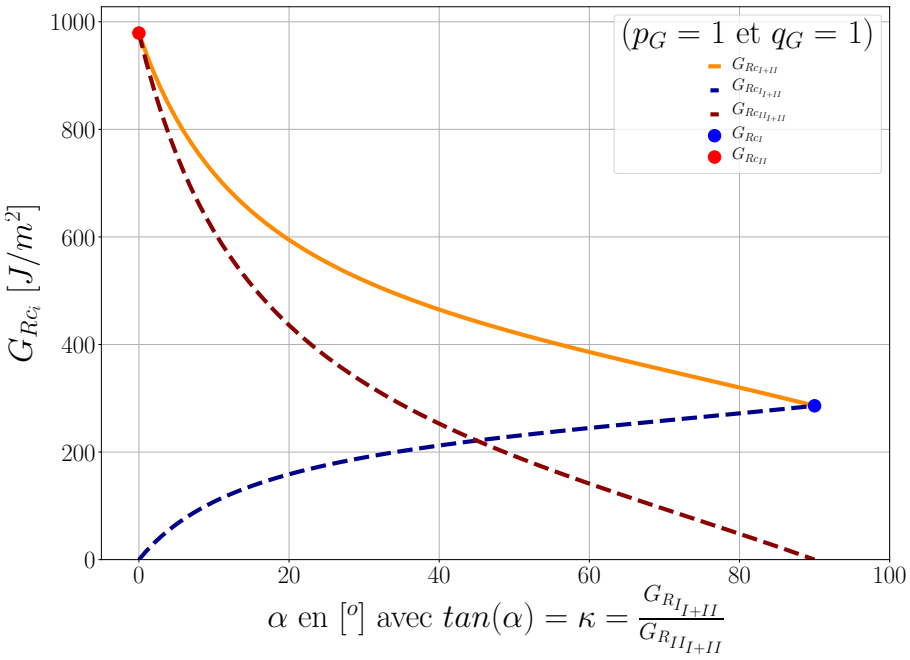


FIGURE A.1 – Evolution de la résistance de mode mixte et de ses composantes pour le critère linéaire à partir des propriétés de rupture des modes purs de l'étude de Phan et al. (2016)

$$G_{Rc_{I+II}} = G_{R_{I+II}}(\Phi_a = 1) = \frac{(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}}{G_{Rc_I} + \kappa G_{Rc_{II}}} \tag{A.19}$$

Solution générale de $\Delta a_{c_{I+II}}$:

$$\Delta a_{c_{I+II}} = \frac{1+\beta_{I+II}}{G_{Rc_{I+II}}} \frac{(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_I}\Delta a_{c_{II}}}{(1+\beta_{II})G_{Rc_I}\Delta a_{c_I} + \kappa(1+\beta_I)G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_{II}}} \tag{A.20}$$

A.3 Critère semi-quadratique

Critère semi-quadratique : $p_G = 1$ et $q_G = 2$:

$$G_{R_{I+II}}(\Phi_a) = \frac{2(1+\kappa)G_{R_I}(\Phi_a)G_{R_{II}}(\Phi_a)}{\kappa G_{R_{II}}(\Phi_a) + \sqrt{(2G_{R_I}(\Phi_a))^2 + (\kappa G_{R_{II}}(\Phi_a))^2}} \tag{A.21}$$

avec l'équation (A.2) $G_{R_{I+II}}(\Phi_a)$ devient :

$$G_{R_{I+II}}(\Phi_a) = \frac{2(1+\kappa)G_{Rc_I}\Phi_a^{\beta_I}G_{Rc_{II}}\Phi_a^{\beta_{II}}}{\kappa G_{Rc_{II}}\Phi_a^{\beta_{II}} + \sqrt{(2G_{Rc_I}\Phi_a^{\beta_I})^2 + (\kappa G_{Rc_{II}}\Phi_a^{\beta_{II}})^2}} = G_{Rc_{I+II}}\Phi_a^{\beta_{I+II}} \tag{A.22}$$

et donc $G_{Rc_{I+II}}$ vaut :

$$G_{Rc_{I+II}} = G_{R_{I+II}}(\Phi_a = 1) = \frac{2(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}}{\kappa G_{Rc_{II}} + \sqrt{(2G_{Rc_I})^2 + (\kappa G_{Rc_{II}})^2}} \tag{A.23}$$

Solution générale de $\Delta a_{c_{I+II}}$:

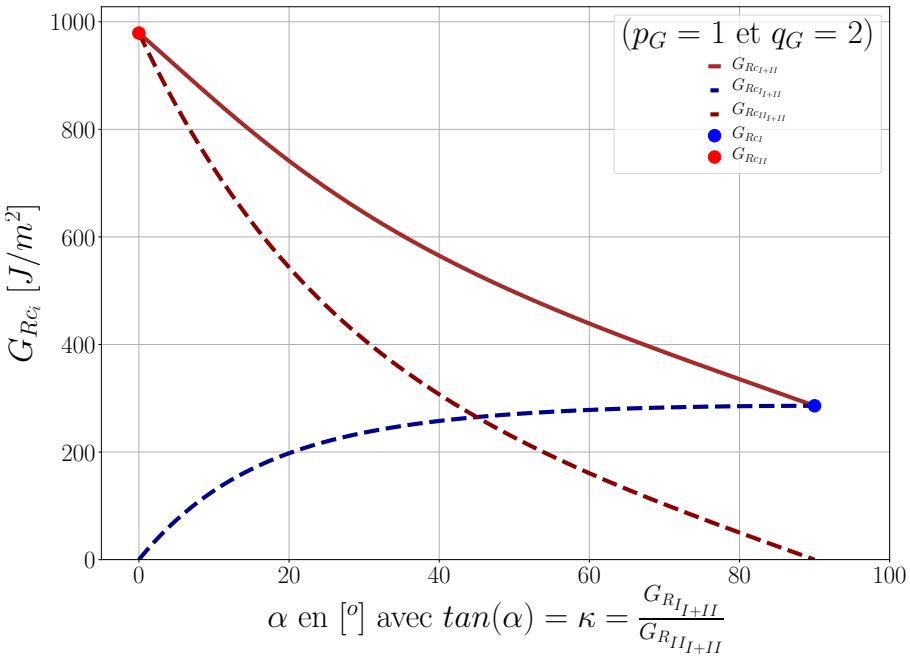


FIGURE A.2 – Evolution de la résistance de mode mixte et de ses composantes pour le critère semi-quadratique à partir des propriétés de rupture des modes purs de l'étude de Phan et al. (2016)

$$\Delta a_{c_{I+II}} = \frac{1+\beta_{I+II}}{G_{Rc_{I+II}}} \frac{2(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_I}\Delta a_{c_{II}}}{\kappa(1+\beta_I)G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_{II}} + \sqrt{(2(1+\beta_{II})G_{Rc_I}\Delta a_{c_I})^2 + (\kappa(1+\beta_I)G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_{II}})^2}} \tag{A.24}$$

A.4 Critère quadratique

Critère quadratique : $p_G = 2$ et $q_G = 2$:

$$G_{R_{I+II}}(\Phi_a) = \frac{(1+\kappa)G_{R_I}(\Phi_a)G_{R_{II}}(\Phi_a)}{\sqrt{(G_{R_I}(\Phi_a))^2 + (\kappa G_{R_{II}}(\Phi_a))^2}} \tag{A.25}$$

avec l'équation (A.2) $G_{R_{I+II}}(\Phi_a)$ devient :

$$G_{R_{I+II}}(\Phi_a) = \frac{(1+\kappa)G_{Rc_I}\Phi_a^{\beta_I}G_{Rc_{II}}\Phi_a^{\beta_{II}}}{\sqrt{(G_{Rc_I}\Phi_a^{\beta_I})^2 + (\kappa G_{Rc_{II}}\Phi_a^{\beta_{II}})^2}} = G_{Rc_{I+II}}\Phi_a^{\beta_{I+II}} \tag{A.26}$$

et donc $G_{Rc_{I+II}}$ vaut :

$$G_{Rc_{I+II}} = G_{R_{I+II}}(\Phi_a = 1) = \frac{(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}}{\sqrt{(G_{Rc_I})^2 + (\kappa G_{Rc_{II}})^2}} \tag{A.27}$$

Solution générale de $\Delta a_{c_{I+II}}$:

$$\Delta a_{c_{I+II}} = \frac{1+\beta_{I+II}}{G_{Rc_{I+II}}} \frac{(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_I}\Delta a_{c_{II}}}{\sqrt{((1+\beta_{II})G_{Rc_I}\Delta a_{c_I})^2 + (\kappa(1+\beta_I)G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_{II}})^2}} \tag{A.28}$$

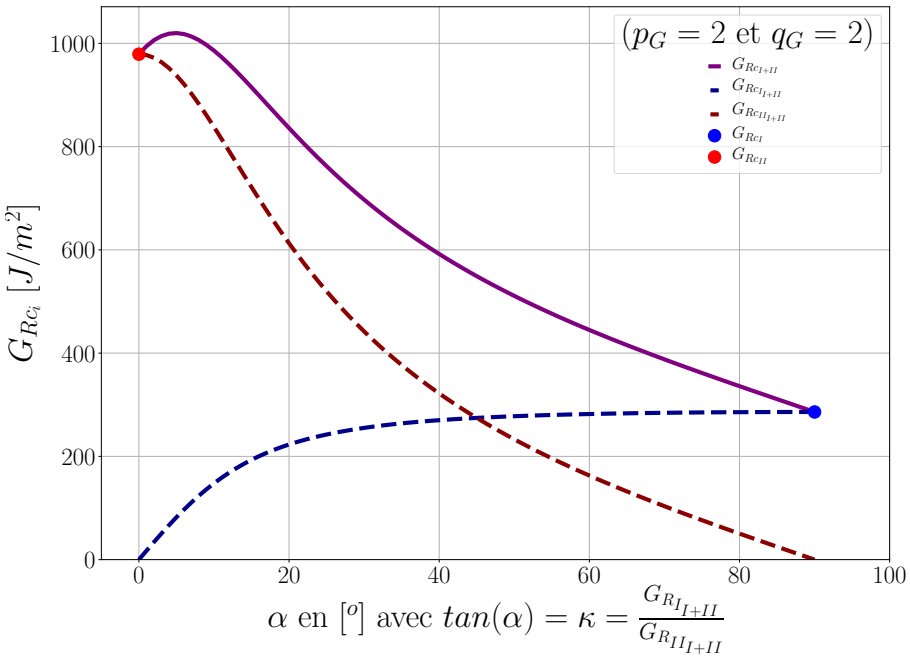


FIGURE A.3 – Evolution de la résistance de mode mixte et de ses composantes pour le critère quadratique à partir des propriétés de rupture des modes purs de l'étude de Phan et al. (2016)

A.5 Critère semi-radical

Critère semi-radical : $p_G = 0,5$ et $q_G = 1$:

$$G_{R_{I+II}}(\Phi_a) = \frac{4(1+\kappa)G_{R_I}(\Phi_a)G_{R_{II}}(\Phi_a)}{(\sqrt{4G_{R_I}(\Phi_a) + \kappa G_{R_{II}}(\Phi_a)} + (\sqrt{\kappa G_{R_{II}}(\Phi_a)})^2} \tag{A.29}$$

avec l'équation (A.2) $G_{R_{I+II}}(\Phi_a)$ devient :

$$G_{R_{I+II}}(\Phi_a) = \frac{4(1+\kappa)G_{Rc_I}\Phi_a^{\beta_I}G_{Rc_{II}}\Phi_a^{\beta_{II}}}{(\sqrt{4G_{Rc_I}\Phi_a^{\beta_I} + \kappa G_{Rc_{II}}\Phi_a^{\beta_{II}}} + \sqrt{\kappa G_{Rc_{II}}\Phi_a^{\beta_{II}}})^2} = G_{Rc_{I+II}}\Phi_a^{\beta_{I+II}} \tag{A.30}$$

et donc $G_{Rc_{I+II}}$ vaut :

$$G_{Rc_{I+II}} = G_{R_{I+II}}(\Phi_a = 1) = \frac{4(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}}{(\sqrt{4G_{Rc_I} + \kappa G_{Rc_{II}}} + \sqrt{\kappa G_{Rc_{II}}})^2} \tag{A.31}$$

Solution générale de $\Delta a_{c_{I+II}}$:

$$\Delta a_{c_{I+II}} = \frac{1+\beta_{I+II}}{G_{Rc_{I+II}}} \frac{4(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_I}\Delta a_{c_{II}}}{(\sqrt{4(1+\beta_{II})G_{Rc_I}\Delta a_{c_I} + \kappa(1+\beta_I)G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_{II}}} + \sqrt{\kappa(1+\beta_I)G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_{II}}})^2} \tag{A.32}$$

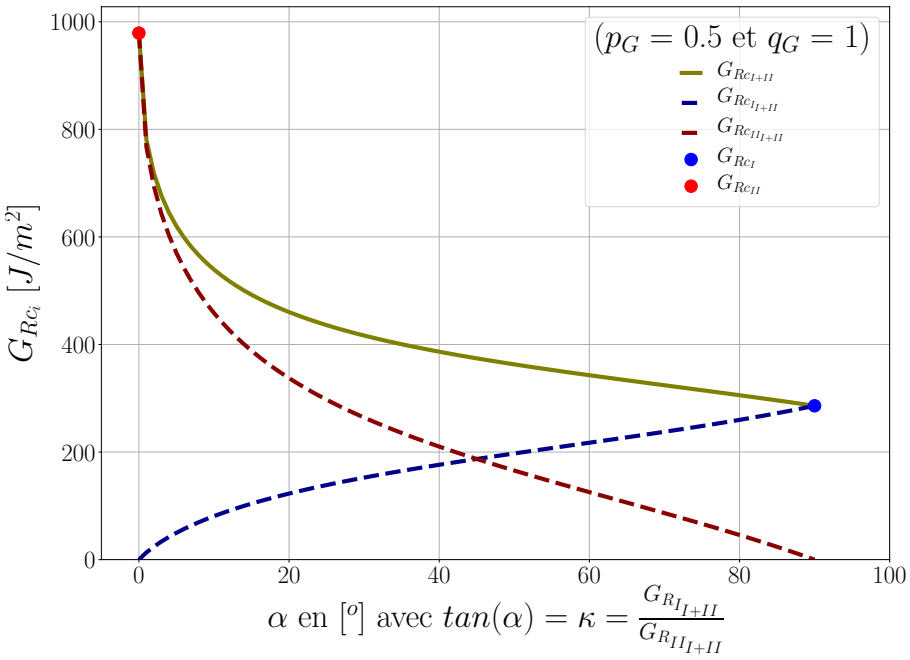


FIGURE A.4 – Evolution de la résistance de mode mixte et de ses composantes pour le critère semi-radical à partir des propriétés de rupture des modes purs de l'étude de Phan et al. (2016)

A.6 Critère semi-radical inverse

Critère semi-radical inverse : $p_G = 1$ et $q_G = 0,5$:

$$G_{R_{I+II}}(\Phi_a) = \frac{4(1+\kappa)G_{R_I}(\Phi_a)G_{R_{II}}(\Phi_a)}{(\sqrt{G_{R_I}(\Phi_a)} + (\sqrt{G_{R_I}(\Phi_a) + 4\kappa G_{R_{II}}(\Phi_a)})^2} \tag{A.33}$$

avec l'équation (A.2) $G_{R_{I+II}}(\Phi_a)$ devient :

$$G_{R_{I+II}}(\Phi_a) = \frac{4(1+\kappa)G_{Rc_I}\Phi_a^{\beta_I}G_{Rc_{II}}\Phi_a^{\beta_{II}}}{(\sqrt{G_{Rc_I}\Phi_a^{\beta_I}} + \sqrt{G_{Rc_I}\Phi_a^{\beta_I} + 4\kappa G_{Rc_{II}}\Phi_a^{\beta_{II}}})^2} = G_{Rc_{I+II}}\Phi_a^{\beta_{I+II}} \tag{A.34}$$

et donc $G_{Rc_{I+II}}$ vaut :

$$G_{Rc_{I+II}} = G_{R_{I+II}}(\Phi_a = 1) = \frac{4(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}}{(\sqrt{G_{Rc_I}} + \sqrt{G_{Rc_I} + 4\kappa G_{Rc_{II}}})^2} \tag{A.35}$$

Solution générale de $\Delta a_{c_{I+II}}$:

$$\Delta a_{c_{I+II}} = \frac{1+\beta_{I+II}}{G_{Rc_{I+II}}} \frac{4(1+\kappa)G_{Rc_I}G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_I}\Delta a_{c_{II}}}{(\sqrt{(1+\beta_{II})G_{Rc_I}\Delta a_{c_I}} + \sqrt{(1+\beta_{II})G_{Rc_I}\Delta a_{c_I} + 4\kappa(1+\beta_I)G_{Rc_{II}}\Delta a_{c_{II}}})^2} \tag{A.36}$$

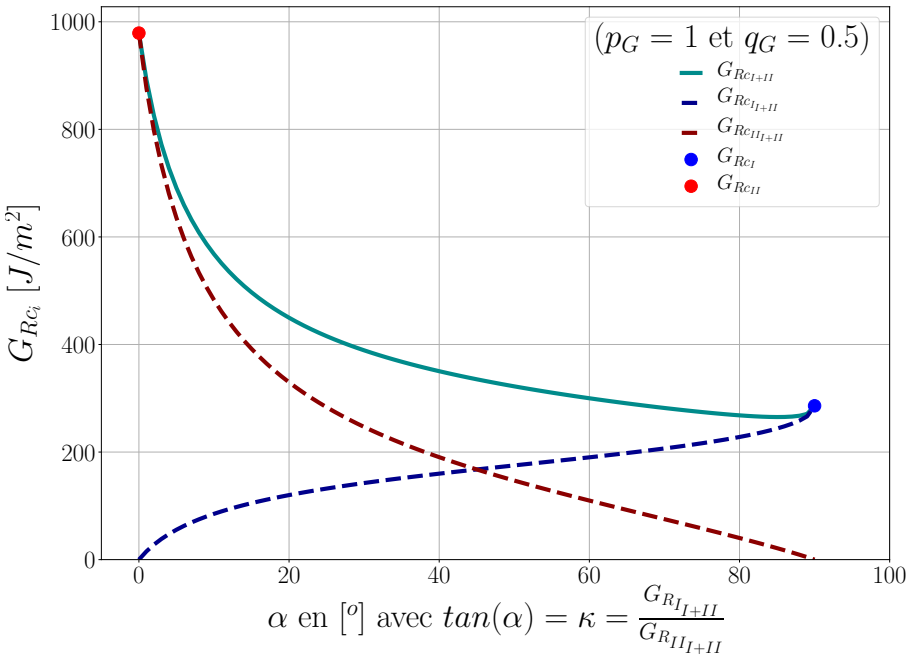
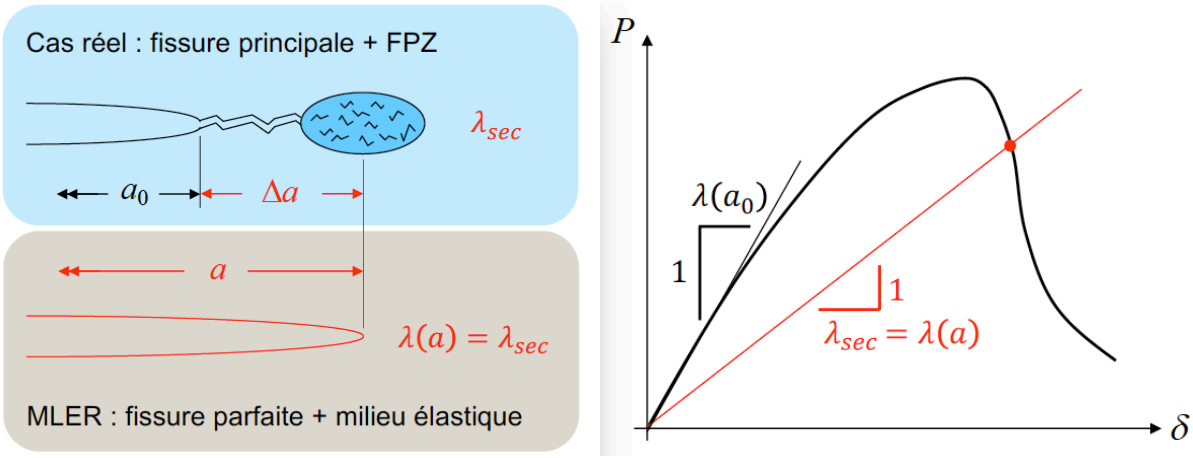


FIGURE A.5 – Evolution de la résistance de mode mixte et de ses composantes pour le critère semi-radical inverse à partir des propriétés de rupture des modes purs de l'étude de Phan et al. (2016)

Annexe B

Méthodes de calcul pour déterminer la courbe de résistance

Il est bien de rappeler que la MLEReq est un dérivé de la MLER. En effet, la MLEReq considère que la complaisance séquente λ_{sec} (inverse de la raideur) d'un spécimen fissuré avec sa zone d'élaboration est équivalente à la complaisance d'une fissure parfaite sans zone d'élaboration $\lambda(a)$ et dans un milieu parfaitement élastique, Figure B.1.



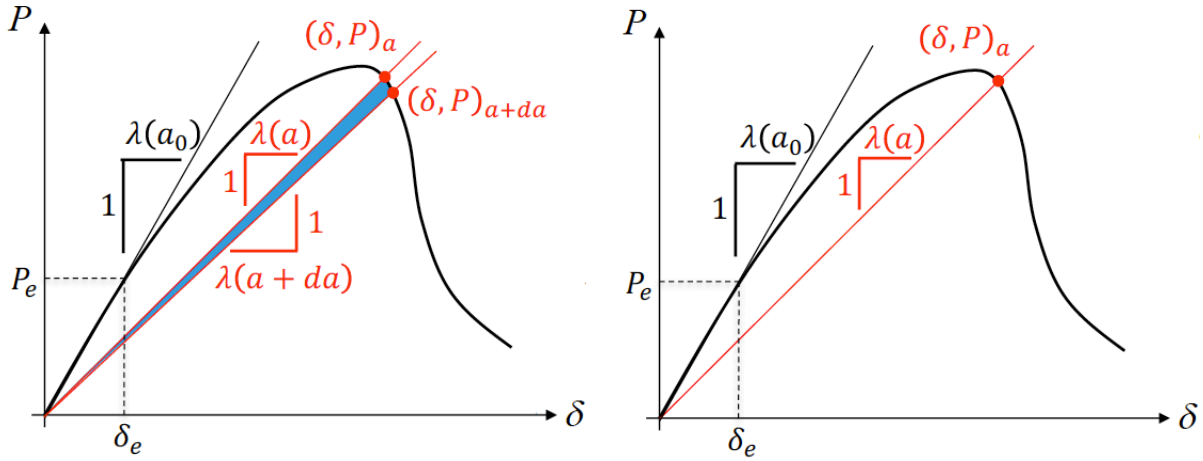
(a) (b)

FIGURE B.1 – Schéma de principe de la MLEReq où a est la longueur de fissure élastique équivalente : (a) analogie entre fissure parfaite et fissure réelle (b) complaisance sécante semblable à la complaisance d'un milieu fissuré parfaitement élastique

D'après la Figure B.1a, l'approche élastique équivalente exige de connaître la fonction de complaisance $\lambda(a)$ du spécimen étudié, dans le but de déterminer pour toute longueur de fissure élastique équivalente a la valeur force-déplacement. La détermination de la fonction complaisance par l'approche élastique équivalente se fait généralement à l'aide d'un Modèle Eléments Finis du spécimen. Notons que toute augmentation de la complaisance sous entend l'augmentation de la longueur élastique équivalente. De surcroît, dans le domaine élastique d'un spécimen, exemple Figure B.1b, la complaisance $\lambda(a_0)$ de la longueur de fissure élastique équivalente correspond à la complaisance initiale λ_0 de la longueur effective

de l'entaille initiale a_0, ainsi $\lambda_0 = \lambda(a_0)$.

Lorsque la longueur de fissure élastique équivalente est connue en tout point de la réponse force-déplacement, nous pouvons déterminer la résistance à la propagation de fissure à partir du taux de restitution d'énergie G estimé pour un incrément de fissure infinitésimal da. Nous avons vu dans le premier chapitre que la détermination de la résistance à la propagation de fissure $G_R(a)$ peut se faire à partir du taux de restitution d'énergie $G(a)$, puisque $G_R(a) = G(a)$. Cette estimation de la résistance à la propagation peut se faire uniquement à la suite du domaine élastique, lorsque la complaisance $\lambda(a)$ est supérieure à la complaisance initiale $\lambda(a_0)$. Deux méthodes de calcul permettent de déterminer $G_R(a)$, la méthode graphique et la méthode analytique, Figure B.2.



(a) (b)

FIGURE B.2 – Schéma de principe pour déterminer de $G_R(a)$ par la MLEReq : (a) méthode graphique (b) méthode analytique

---

Méthode graphique :

La méthode graphique se base principalement sur la fonction de complaisance élastique équivalente $\lambda(a)$, Figure B.2a. Pour une complaisance sécante donnée λ_{sec}, nous sommes capables de déterminer une complaisance élastique équivalente $\lambda(a)$, la valeur de force P_a et le déplacement δ_a du point sécant et donc la longueur de fissure équivalente a associée. Pour un incrément de fissure infinitésimal da, nous pouvons aussi déterminer $\lambda(a+da)$ et les valeurs de force P_{a+da} et de déplacement δ_{a+da} associées. Ainsi nous pouvons estimer l'énergie potentielle totale W_{rest} nécessaire, équation (B.1), pour un incrément de fissure provoquant une nouvelle surface fissurée $dA = bda$.

$$W_{rest} = \frac{1}{2}P_a\delta_a + \int_{\delta_a}^{\delta_{a+da}} P(\delta)\,\mathrm{d}\delta - \frac{1}{2}P_{a+da}\delta_{a+da} \tag{B.1}$$

Ainsi à partir de cette équation, nous sommes capables de déterminer le taux de restitution d'énergie $G(a)$ et donc dans le cas échéant, la résistance à la propagation de fissure puisque :

$$G_R(a \geq a_0) = G(a) = \frac{W_{rest}}{bda} \tag{B.2}$$

Méthode analytique :

La méthode analytique se base à la fois sur la fonction de complaisance en fonction de la longueur de fissure élastique équivalente $\lambda(a)$ et sur la fonction de taux de restitution d'énergie $g(a)$. Pour une complaisance sécante donnée λ_{sec}, nous sommes capables de déterminer une complaisance élastique équivalente $\lambda(a)$, la valeur de force P_a, le déplacement δ_a du point sécant et aussi la longueur de fissure équivalente a. Pour cette complaisance élastique équivalente $\lambda(a)$, nous déterminons aussi la fonction de restitution d'énergie $g(a)$ qui dépend de la dérivée de la complaisance élastique équivalente $\lambda'(a)$ telle que :

$$g(a) = \frac{1}{2}\lambda'(a) \tag{B.3}$$

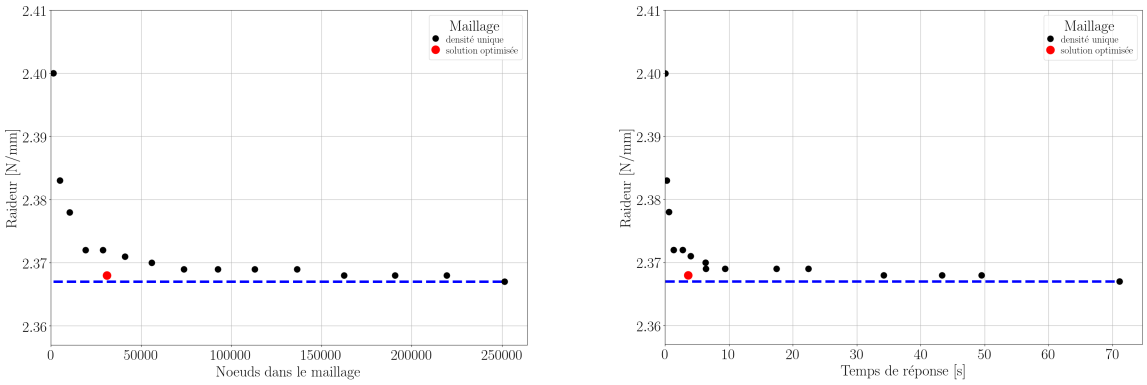
Nous pouvons donc déduire la résistance à la propagation de fissure $G_R(a)$ qui est égale au taux de restitution d'énergie $G(a)$ qui lui même dépend de la fonction de restitution d'énergie $g(a)$. Ainsi, à partir de la définition du taux de restition d'énergie et de la fonction de restitution d'énergie $g(a)$ équation (B.4), la résistance de propagation $G_R(a)$ peut s'écrire de la manière suivante :

$$G_R(a \geq a_0) = G(a) = \frac{1}{2b}P^2\lambda'(a) = \frac{P^2}{b}g(a) \tag{B.4}$$

Deux méthodes permettent de déterminer la dérivée de la complaisance élastique équivalente $\lambda'(a)$. La première est de déterminer la dérivée par une interprétation géométrique. La dérivée $\lambda'(a)$, à une longueur de fissure équivalente élastique donnée, n'est autre que le coefficient directeur de la tangente en ce point. La deuxième méthode, la plus répandue, consiste à réaliser une régression polynomiale sur la fonction de complaisance élastique équivalente $\lambda(a)$, puis de la dériver pour obtenir une approximation de la dérivée de la complaisance élastique équivalente $\lambda'(a)$. Malheureusement, le polynôme déterminé est de degré très élevé (généralement de l'ordre de 6 à 9). Cette fonction, aussi précise soit-elle, oscille autour de la véritable fonction $\lambda(a)$. Or, si nous souhaitons utiliser la dérivée seconde, ou plus encore, de cette fonction polynomiale, une réponse erronée est à craindre. Ainsi, pour la suite de nos travaux, nous choisirons d'utiliser la première méthode, par interprétation graphique que nous appliquerons pour n'importe quel degré de dérivation.

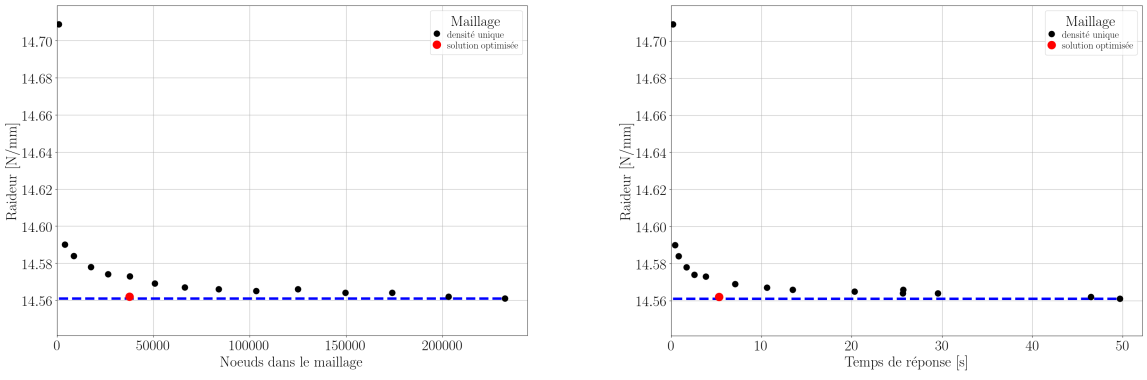
Annexe C

Etude de sensibilité du maillage DCB, ENF et MMB



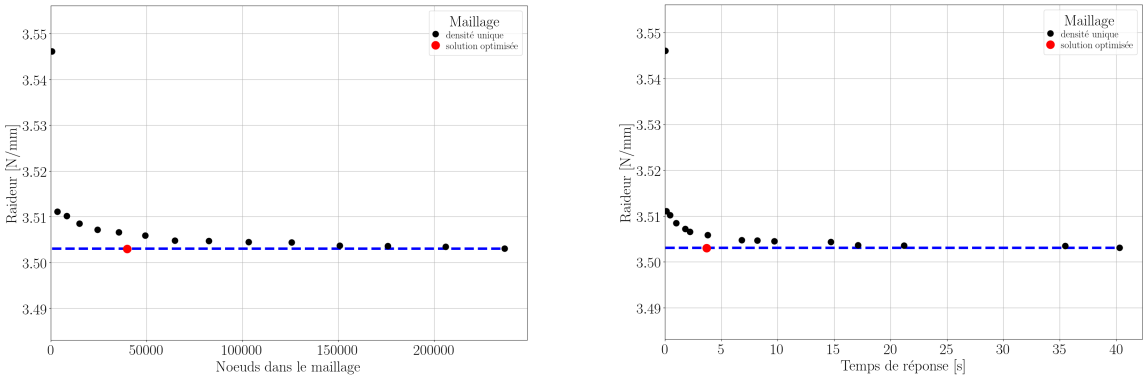
(a) (b)

FIGURE C.1 – Etude de sensibilité de maillage de l'essai DCB à partir de la raideur initiale : (a) optimisation du nombre de nœud (b) temps de calcul pour de la raideur du MEF



(a) (b)

FIGURE C.2 – Etude de sensibilité de maillage de l'essai ENF à partir de la raideur initiale : (a) optimisation du nombre de nœud (b) temps de calcul pour de la raideur du MEF



(a) (b)

FIGURE C.3 – Etude de sensibilité de maillage de l'essai MMB pour un ratio de mixité $\kappa = 1$ à partir de la raideur initiale : (a) optimisation du nombre de nœud (b) temps de calcul pour de la raideur du MEF

Annexe D

Paramètres d'asservissement (PID)

Les jeux des paramètres d'asservissement, utilisés lors des essais de caractérisation et de validation, sont uniquement applicables avec la presse MTS Criterion Modèle 45 100kN, nos montages expérimentaux, notre géométrie d'éprouvette et l'essence pin maritime. Ils ne peuvent donc pas être utilisés sur d'autres bancs d'essais. Pour chaque campagne d'essais, une dizaine d'éprouvettes sont nécessaires pour déterminer les bonnes vitesses de consigne et les bons paramètres d'asservissement.

D.1 Modes purs I et II

teneur en eau	**7 %**		**10 %**		**12 %**		**14 %**		**19 %**	
Phase*	v_1	v_2	v_1	v_2	v_1	v_2	v_1	v_2	v_1	v_2
v [mm/min]	0,8	0,45	0,8	0,48	0,8	0,5	0,8	0,65	0,8	0,8
P	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	0,01	3	0,01	2,5	0,01	2,5	0,01	2	0,01	2

Tableau D.1 – Paramètres d'asservissement des essais DCB.
* v_1 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase élastique et v_2 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase d'endommagement.

teneur en eau	**7 %**		**10 %**		**12 %**		**14 %**		**19 %**	
Phase*	v_1	v_2	v_1	v_2	v_1	v_2	v_1	v_2	v_1	v_2
v [mm/min]	10	0,5	10	0,8	10	0,8	10	1,4	10	1,8
P	2,5	1,3	4	4	4	4	4	4	4	4
I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
D	1,5	0,5	0,01	4,5	0,01	4,8	0,01	5	0,01	5

TABLEAU D.2 – Paramètres d'asservissement des essais ENF.
* v_1 : vitesse de déplacement de flèche pendant la phase élastique et v_2 : vitesse de déplacement de flèche pendant la phase d'endommagement.

D.2 Modes mixtes I+II

teneur en eau	**10 %**		**14 %**		**19 %**	
Phase*	v_1	v_2	v_1	v_2	v_1	v_2
v [mm/min]	0,5	0,15	0,6	0,15	0,6	0,36
P	3	3	3	4	3	4
I	0	0	0	0	0	0
D	3	4,5	3	3	3	5

TABLEAU D.3 – Paramètres d'asservissement des essais MMB pour un ratio de mixité $\kappa = 2/3$.
* v_1 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase élastique et v_2 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase d'endommagement.

teneur en eau	**10 %**		**14 %**		**19 %**	
Phase*	v_1	v_2	v_1	v_2	v_1	v_2
v [mm/min]	0,6	0,3	0,8	0,35	0,8	0,43
P	3	4	3	4	3	3
I	0	0	0	0	0	0
D	3	5	3	5	4	4

TABLEAU D.4 – Paramètres d'asservissement des essais MMB pour un ratio de mixité $\kappa = 1$.
* v_1 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase élastique et v_2 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase d'endommagement.

teneur en eau	**10 %**		**14 %**		**19 %**	
Phase*	v_1	v_2	v_1	v_2	v_1	v_2
v [mm/min]	0,8	0,36	0,8	0,55	0,8	0,6
P	3	2	3	4	3	4
I	0	0	0	0	0	0
D	3	3	3	5	3	5

TABLEAU D.5 – Paramètres d'asservissement des essais MMB pour un ratio de mixité $\kappa = 3$.

* v_1 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase élastique et v_2 : vitesse de déplacement d'ouverture pendant la phase d'endommagement.

Annexe E

Cycle de charge-décharge de l'essai ENF

Cette annexe reprend les trois essais (ENF) cyclés de charge-décharge réalisés au début de notre campagne de caractérisation des propriétés de rupture de Mode II. Les trois essais sont différents, car les dispositifs ou les cales de téflons ne sont pas placés de la même manière.

Figure E.1 : Sur cette Figure, nous avons réalisé l'essai de cycle de charge décharge en mettant l'ancrage du bâti de mesure à l'aplomb de l'appui et sur le bras supérieur de l'éprouvette. De plus, nous n'avons pas mis de cale téflon entre l'éprouvette et la cale en acier. Cela a pour conséquence que les raideurs initiales des cycles ne correspondent pas aux raideurs sécantes aux points de décharge des cycles précédents. Ainsi, l'utilisation de la MLEReq sur l'enveloppe de la courbe force-déplacement ne peut être appliquée.

Figure E.2 : Sur cette Figure, le bâti est toujours ancré à l'aplomb du bâti sur le bras supérieur mais avec des cales téflon entre l'éprouvette et la cale en acier. En conséquence, les raideurs initiales des cycles correspondent aux raideurs sécantes aux points de décharge des cycles précédents, mais nous pouvons remarquer en pied de courbe des déplacements résiduels en début de chaque chargement.

Figure E.2 : Sur cette dernière Figure, le bâti de mesure est placé à l'aplomb de l'appui, mais cette fois-ci, il est ancré dans le bras inférieur. Nous avons aussi gardé les cales de téflon entre l'éprouvette et la cale en acier pour assurer le déplacement horizontal durant l'essai. Nous retrouvons les raideurs initiales des cycles qui correspondent aux raideurs sécantes aux points de déchargement des cycles précédents et sans déplacements résiduels en pied de courbe. Ainsi à partir de ce dispositif, nous pouvons appliquer directement la MLEReq sur les courbes enveloppes des essais ENF.

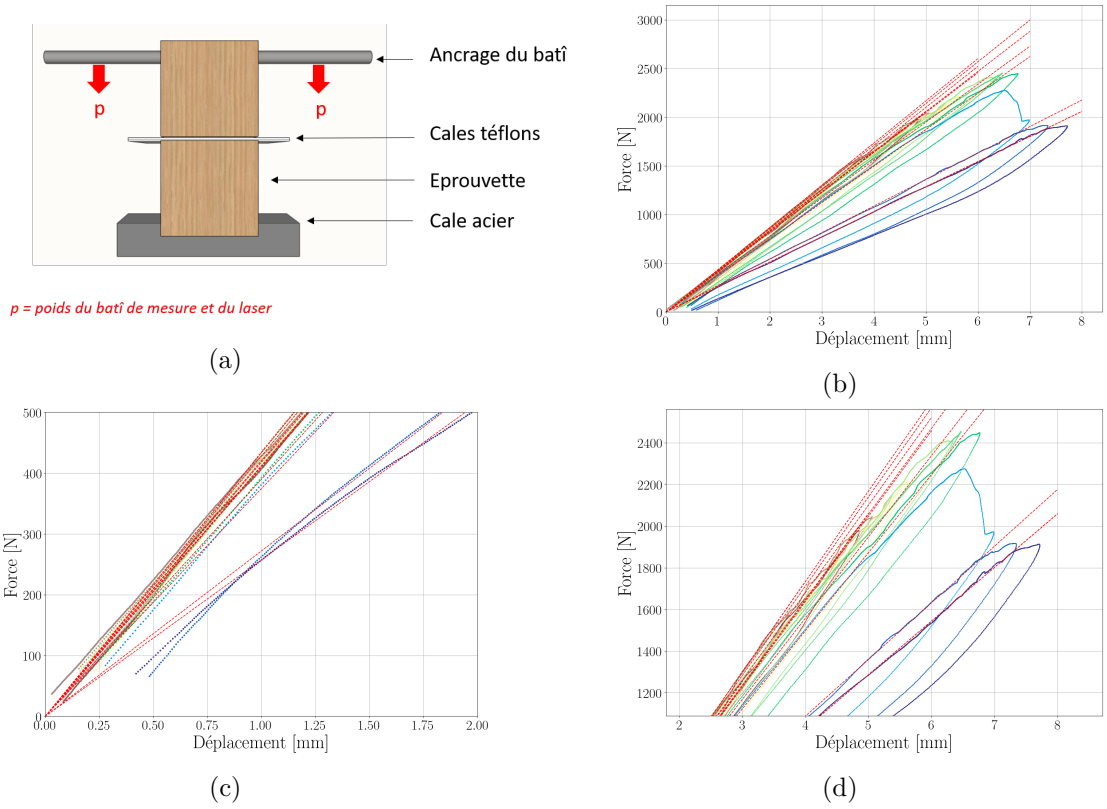


FIGURE E.1 – Cycles de charge-décharge d'un essai ENF pour une teneur en eau de 19 % avec un ancrage du bâti de mesure sur le bras supérieur de l'éprouvette et sans cales en téflon au droit de l'appui entre le bois et la cale d'acier : (a) schéma du montage, (b) cycles de charge-décharge,(c) zoom en pied de courbe et (d) zoom en tête de courbe

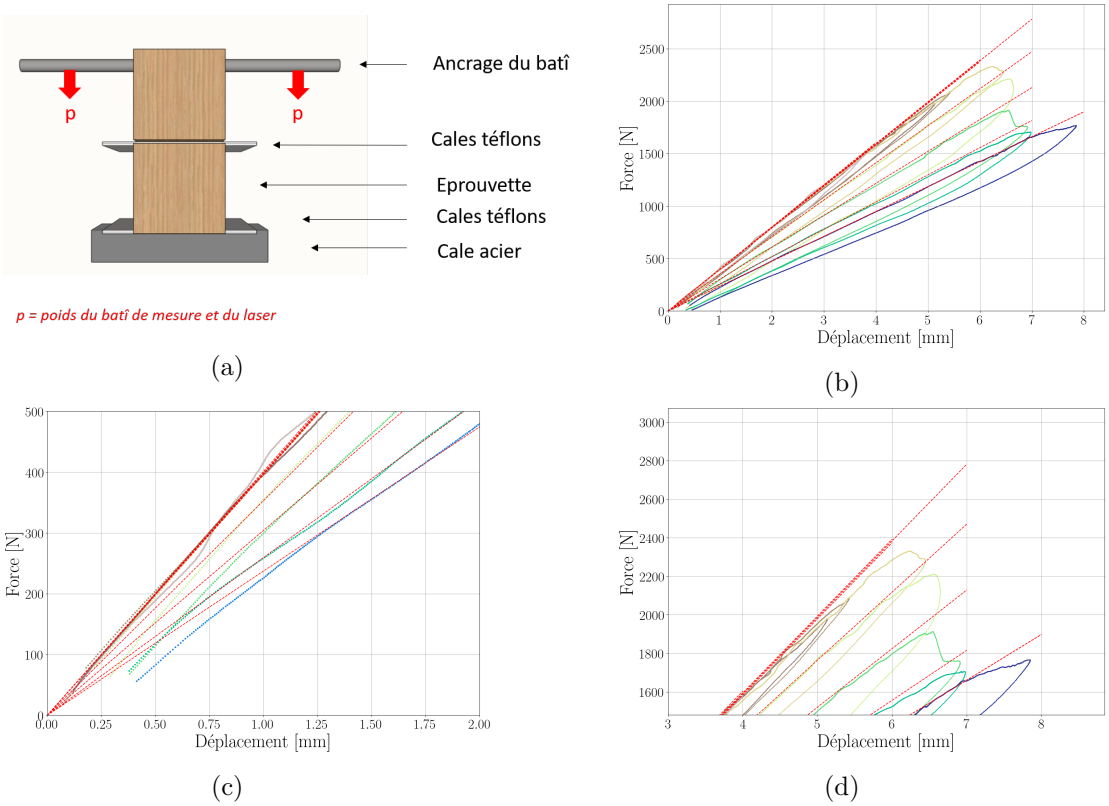


FIGURE E.2 – Cycles de charge-décharge d'un essai ENF pour une teneur en eau de 19 % avec un ancrage du bâti de mesure sur le bras supérieur de l'éprouvette et avec des cales en téflon au droit de l'appui entre le bois et la cale d'acier : (a) schéma du montage, (b) cycles de charge-décharge,(c) zoom en pied de courbe et (d) zoom en tête de courbe

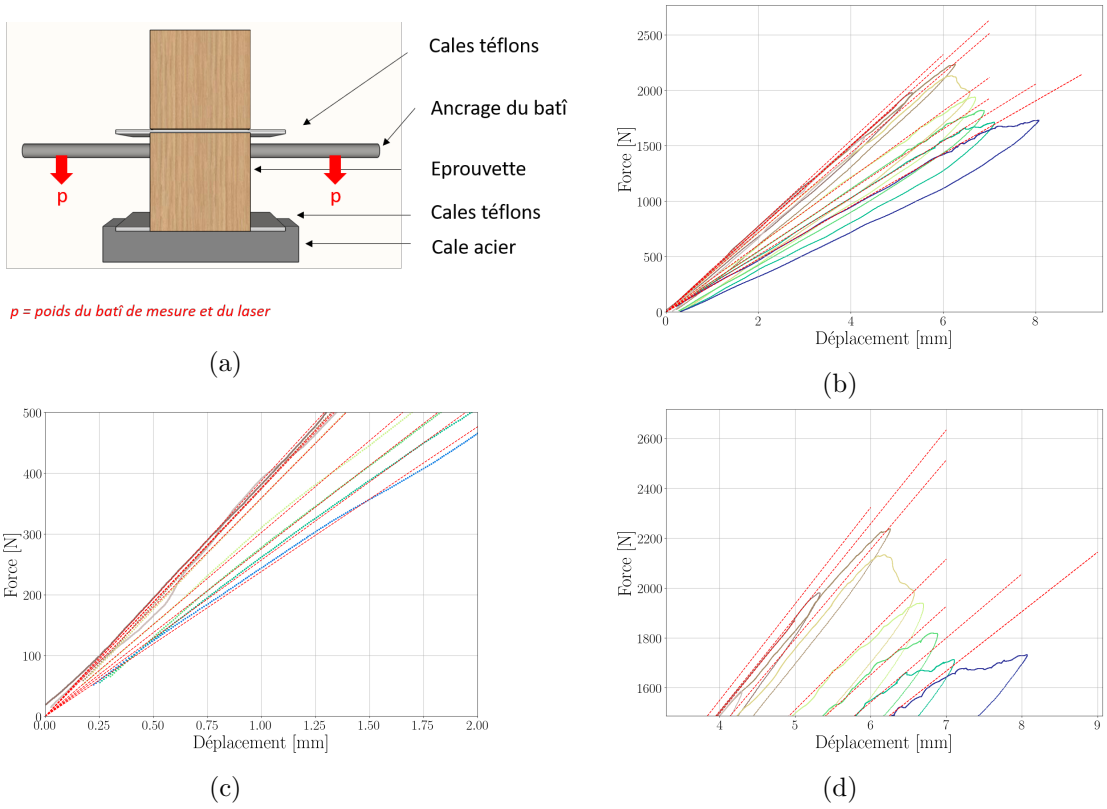


FIGURE E.3 – Cycles de charge-décharge d'un essai ENF pour une teneur en eau de 19 % avec un ancrage du bâti de mesure dans le bras inférieur de l'éprouvette et avec des cales en téflon au droit de l'appui entre le bois et la cale d'acier : (a) schéma du montage, (b) cycles de charge-décharge,(c) zoom en pied de courbe et (d) zoom en tête de courbe

Annexe F

Courbes force-déplacement et courbes-R brutes

Dans cette annexe nous présentons l'ensemble des courbes valides expérimentales des essais DCB, ENF et MMB.

F.1 Courbes des essais de Mode I

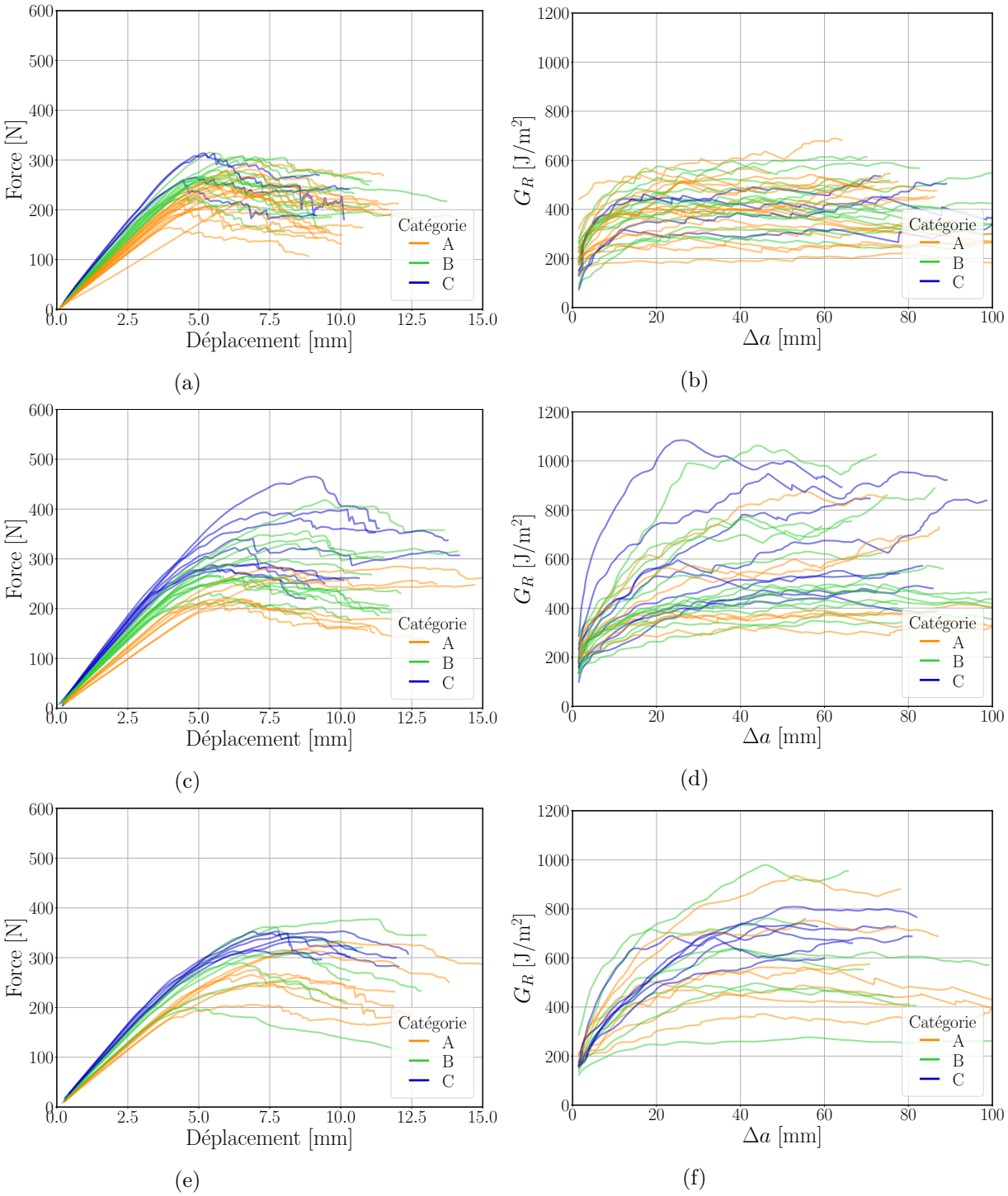


FIGURE F.1 – Courbes force-déplacement et courbes-R valides des essais DCB avec pour teneurs en eau moyennes : (a) et (b) 8 %, (c) et (d) 13,8 %, (e) et (f) 18,8 %

F.2 Courbes des essais de Mode II

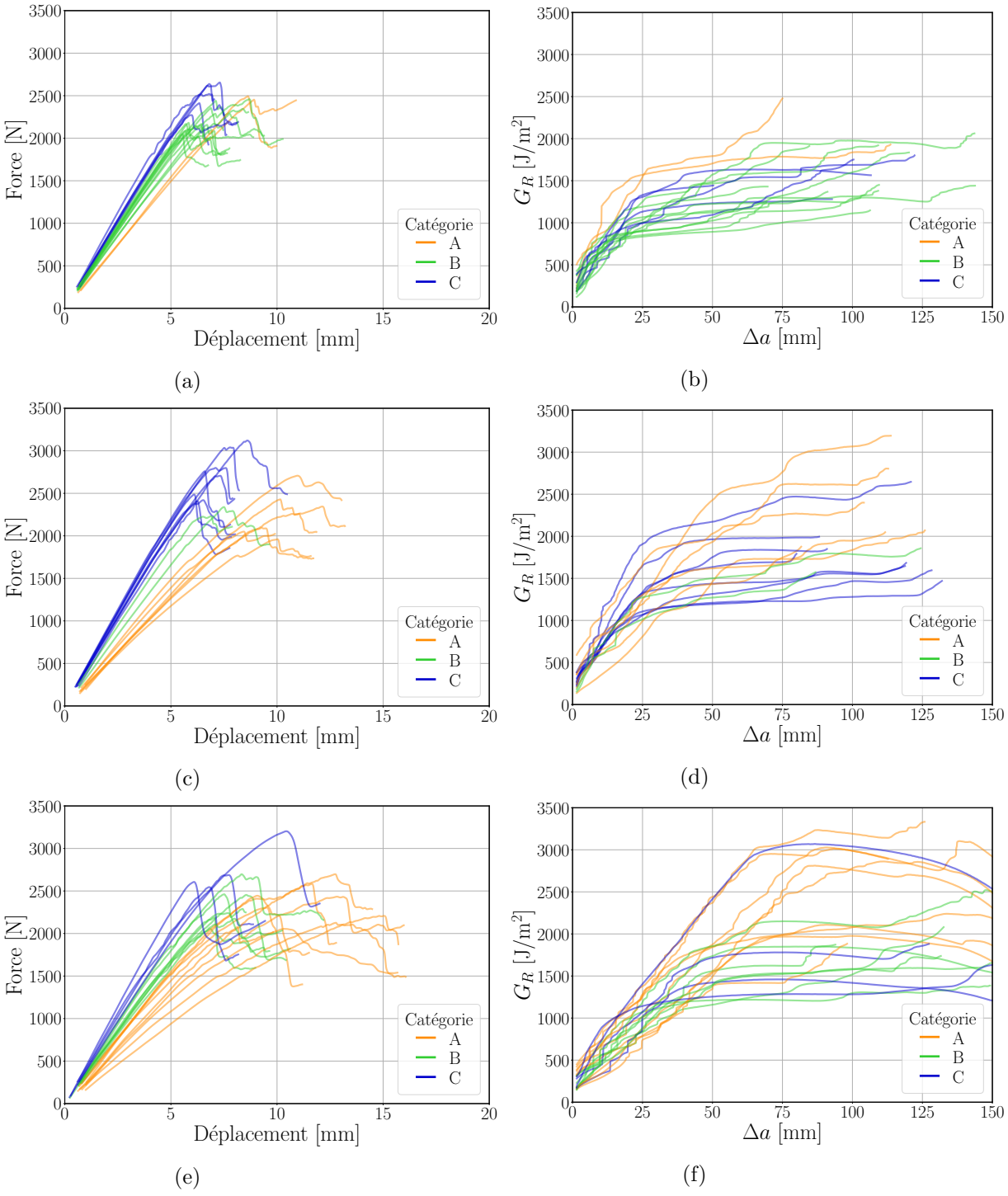


FIGURE F.2 – Courbes force-déplacement et courbes-R valides des essais ENF avec pour teneurs en eau moyennes : (a) et (b) 8,7 %, (c) et (d) 13,4 %, (e) et (f) 19,2 %

F.3 Courbes des essais de mode mixte I+II

F.3.1 ratio de mixité $\kappa \approx 3$

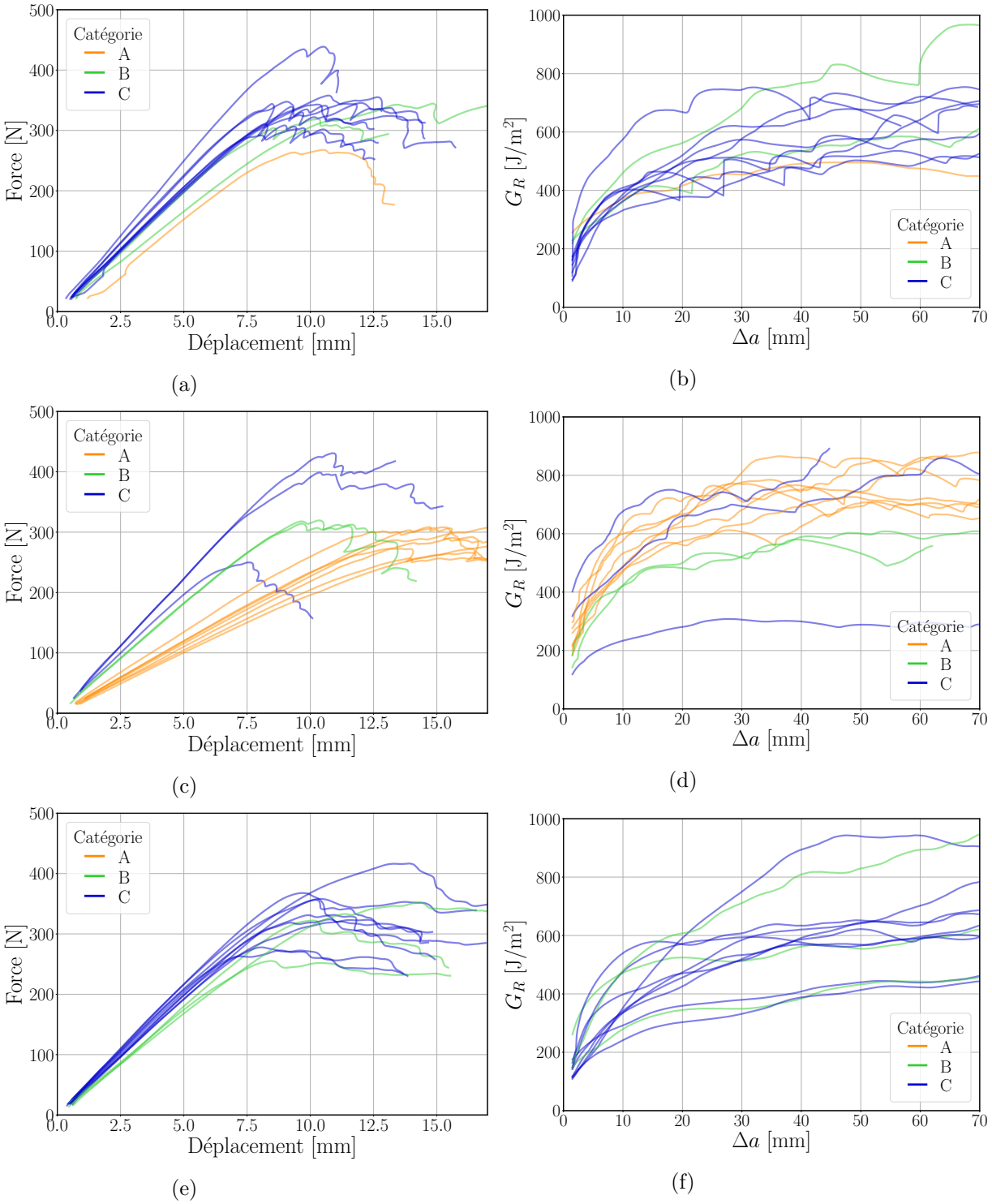


FIGURE F.3 – Courbes force-déplacement et courbes-R valides des essais MMB avec un ratio de mixité $\kappa \approx 3$ et pour des teneurs en eau moyennes : (a) et (b) 10 %, (c) et (d) 13,5 %, (e) et (f) 22 %

F.3.2 ratio de mixité $\kappa \approx 1$

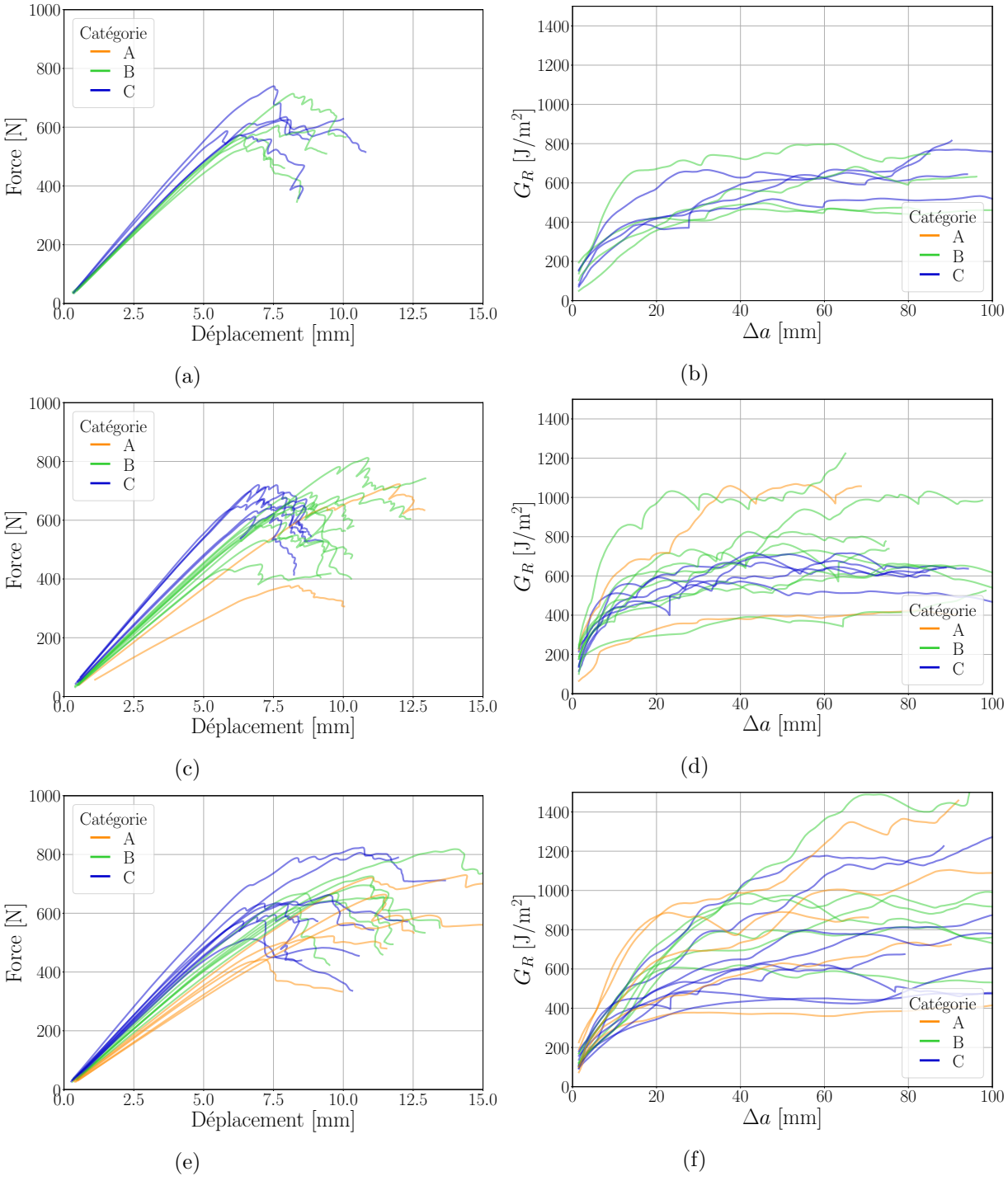


FIGURE F.4 – Courbes force-déplacement et courbes-R valides des essais MMB avec un ratio de mixité $\kappa \approx 1$ et pour des teneurs en eau moyennes : (a) et (b) 10 %, (c) et (d) 13,5 %, (e) et (f) 22 %

F.3.3 ratio de mixité $\kappa \approx 2/3$

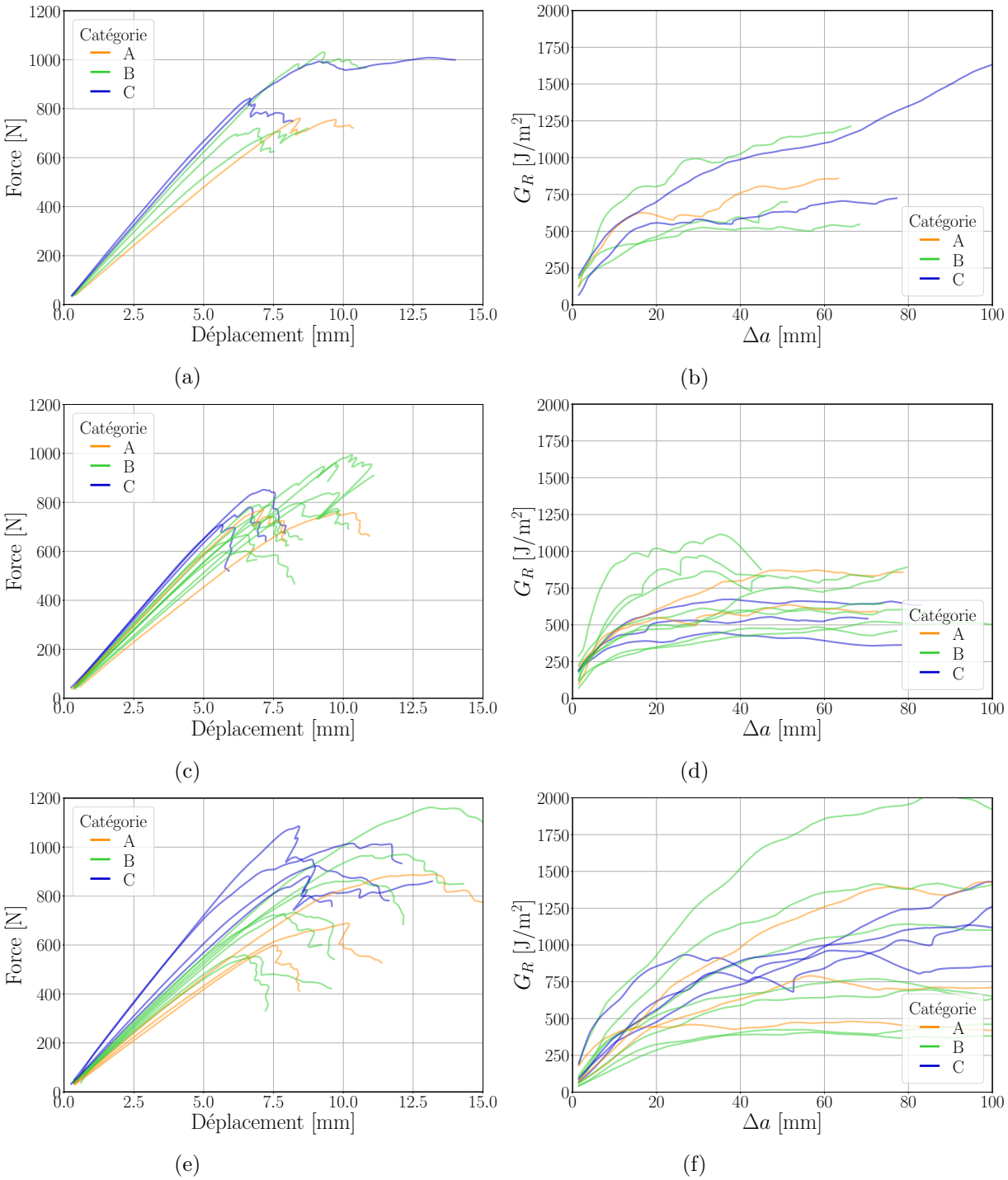


FIGURE F.5 – Courbes force-déplacement et courbes-R valides des essais MMB avec un ratio de mixité $\kappa \approx 2/$ et pour des teneurs en eau moyennes : (a) et (b) 10 %, (c) et (d) 13,5 %, (e) et (f) 22 %

Annexe G

Courbes-R moyenne et basse

Cette annexe montre l'ensemble des courbes expérimentales courbe-R et courbes force-déplacement des différents modes de rupture (Mode I, Mode II et mode mixte I+II) et pour les différentes teneurs en eau étudiées.

Modes purs I et II :

Courbes-R : Courbes-R expérimentales (Classe A, B et C), étendues des courbes-R, courbes-R moyennes expérimentales, courbes-R moyennes théoriques et courbes-R basses.

Courbes force-déplacement : Courbes expérimentales (Classe A, B et C), courbes force-déplacement issues de la Courbe-R moyenne théorique et courbes force-déplacement issues de la Courbe-R basse.

Fréquences cumulées : Ces figures permettent de visualiser la position de la charge au pic issu de la courbe-R moyenne théorique et de la courbe-R basse en fonction des pics de charges expérimentaux.

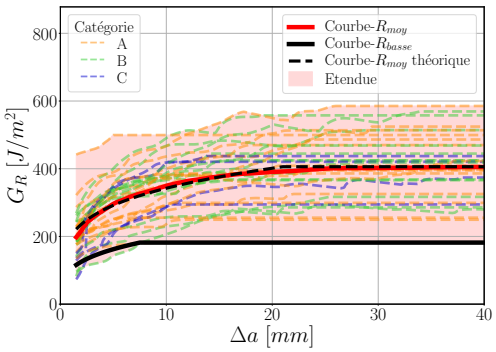
Mode mixte I+II :

Courbes-R : Etendues des courbes-R, courbes-R issues des paramètres moyens, courbes-R moyennes théoriques, courbes-R basses, courbes-R issues du modèle de rupture avec un critère de rupture linéaire ou semi-radical en se basant sur les courbes-R moyennes ou basses des Modes purs.

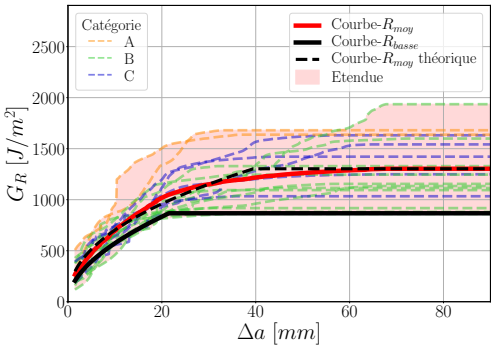
Courbes force-déplacement : Courbes expérimentales (Classe A, B et C), courbes force-déplacement issues des courbes-R des paramètres moyens, courbes force-déplacement issues des courbes-R moyennes théoriques, courbes force-déplacement issues des courbes-R basses et les courbes force-déplacement du modèle suivant les critères linéaire et semi-radical.

Fréquences cumulées : Ces figures permettent de visualiser la position de la charge au pic issu des modèles linéaire et semi-radical en fonction des pics de charges expérimentaux.

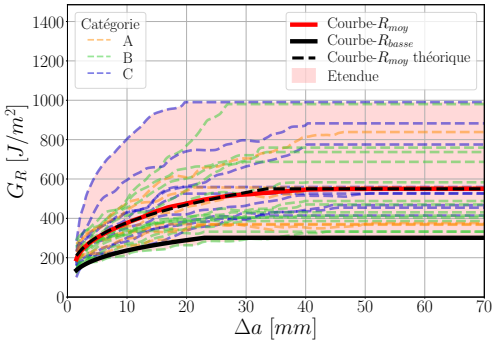
G.1 Modes purs I et II



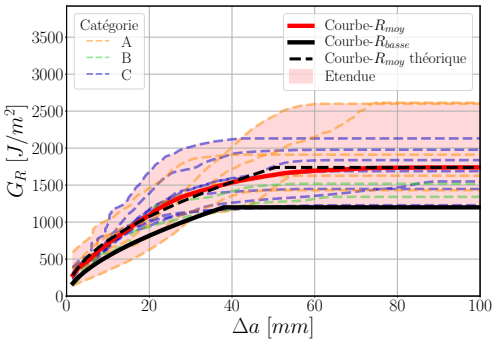
(a) Mode I



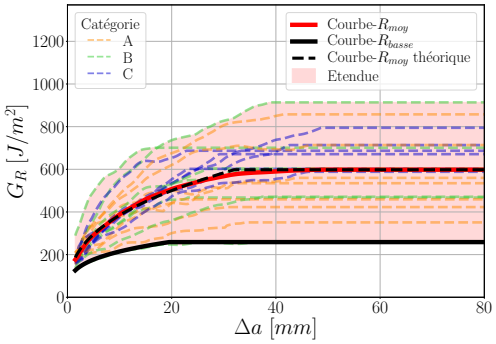
(b) Mode II



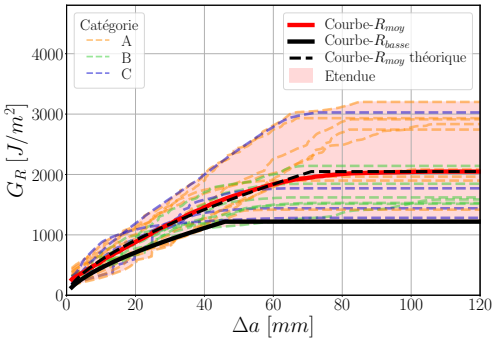
(c) Mode I



(d) Mode II

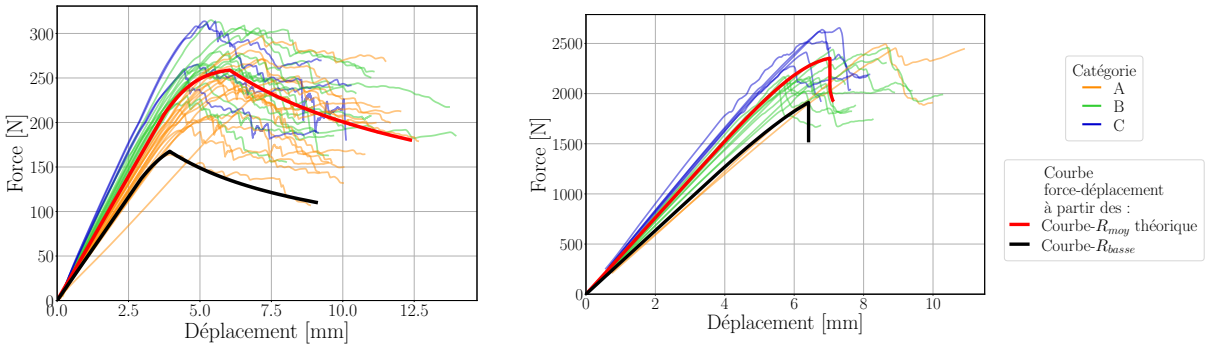


(e) Mode I



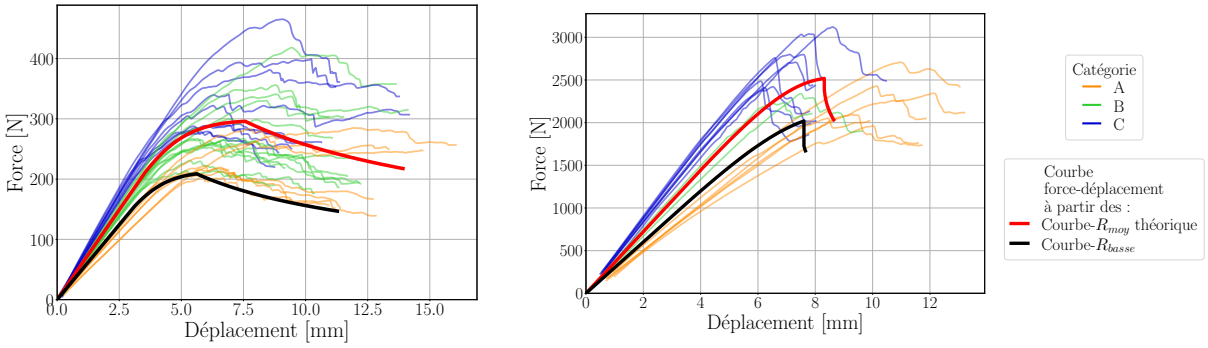
(f) Mode II

FIGURE G.1 – Courbes-R moyennes et basses des essais DCB et ENF avec pour teneurs en eau moyennes : (a) 8 % ,(b) 8,7 %,(c) 13,8 %,(d) 13,3 %,(e) 18,8 % et (f) 19,2 %



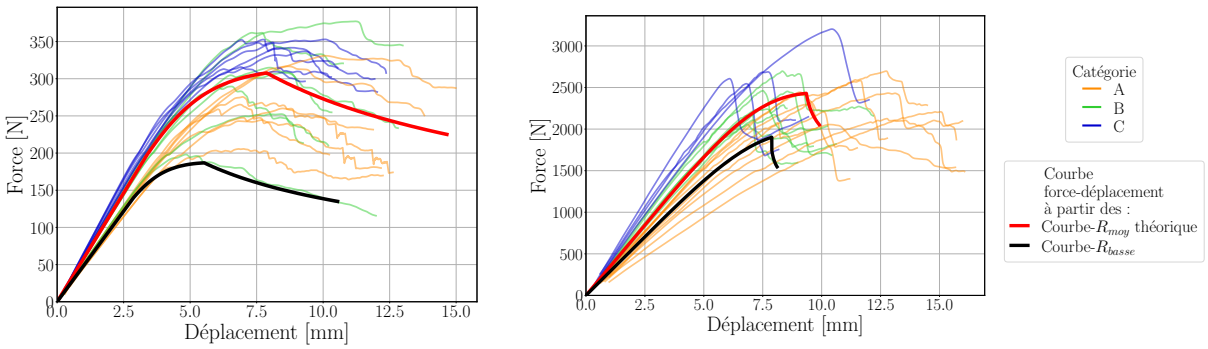
(a) Mode I

(b) Mode II



(c) Mode I

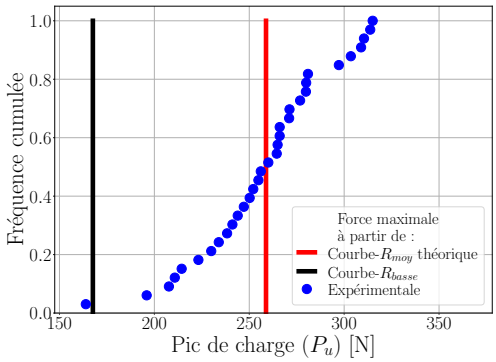
(d) Mode II



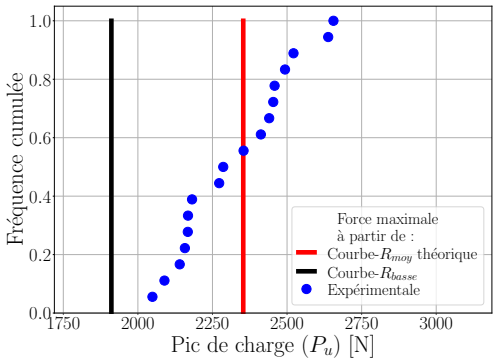
(e) Mode I

(f) Mode II

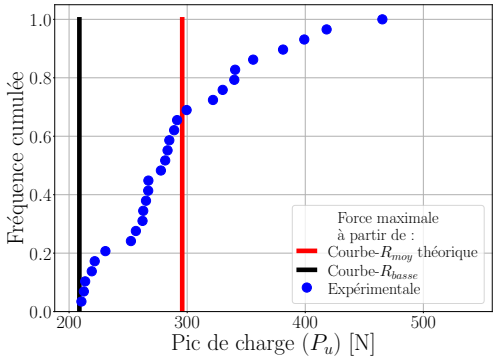
FIGURE G.2 – Courbes force-déplacement moyennes et basses dont des fonctions de complaisance sont de classe B et A respectivement des essais DCB et ENF avec pour teneurs en eau moyennes : (a) 8 % ,(b) 8,7 %,(c) 13,8 %,(d) 13,3 %,(e) 18,8 % et (f) 19,2 %



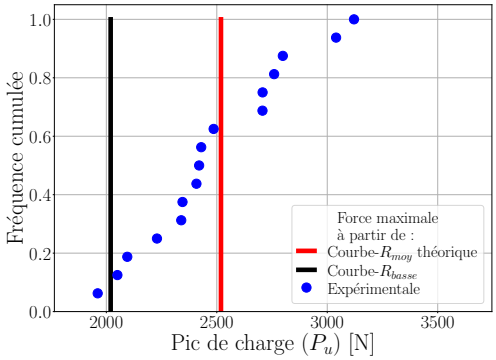
(a) Mode I



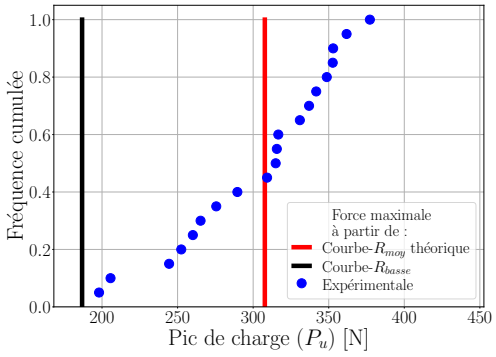
(b) Mode II



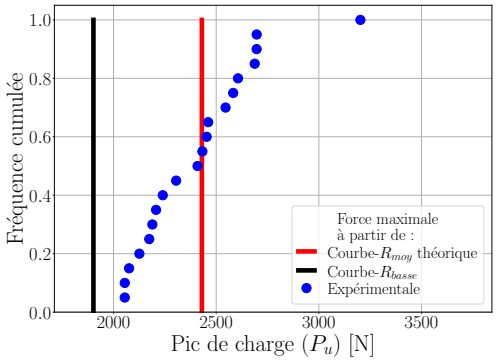
(c) Mode I



(d) Mode II



(e) Mode I

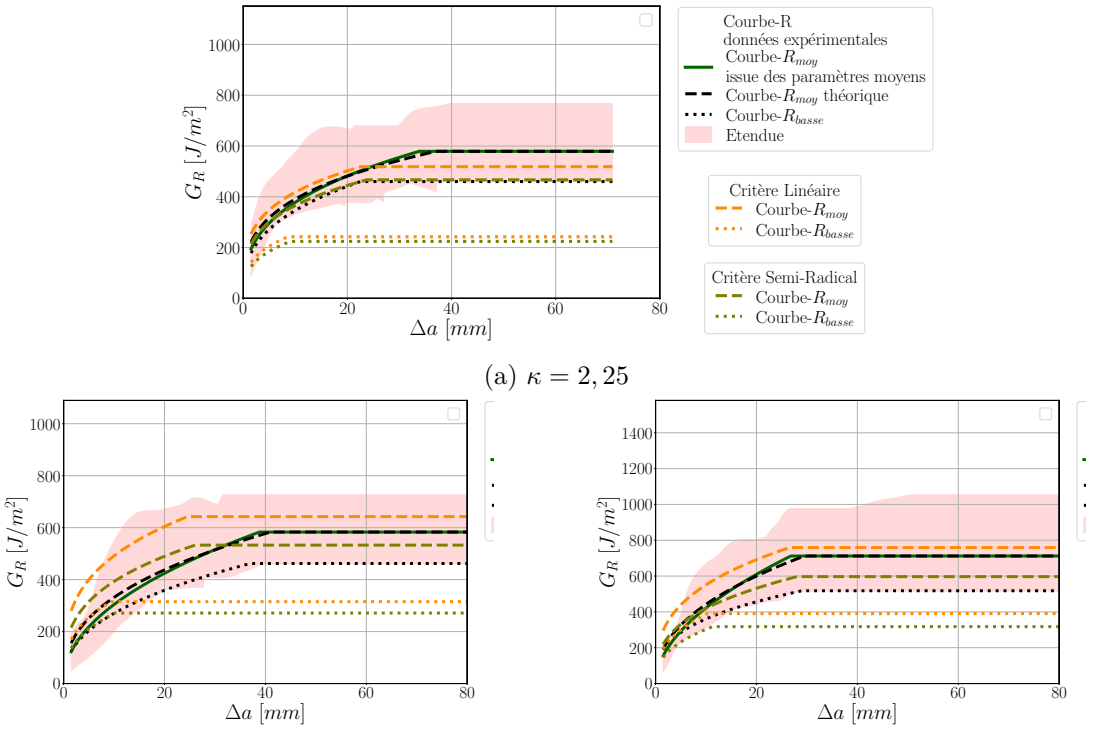


(f) Mode II

FIGURE G.3 – Fréquences cumulées sur la charge au pic des essais DCB et ENF avec pour teneurs en eau moyennes : (a) 8 % ,(b) 8,7 %,(c) 13,8 %,(d) 13,3 %,(e) 18,8 % et (f) 19,2 %

G.2 Modes mixtes I+II

Teneur en eau de 10,5 %

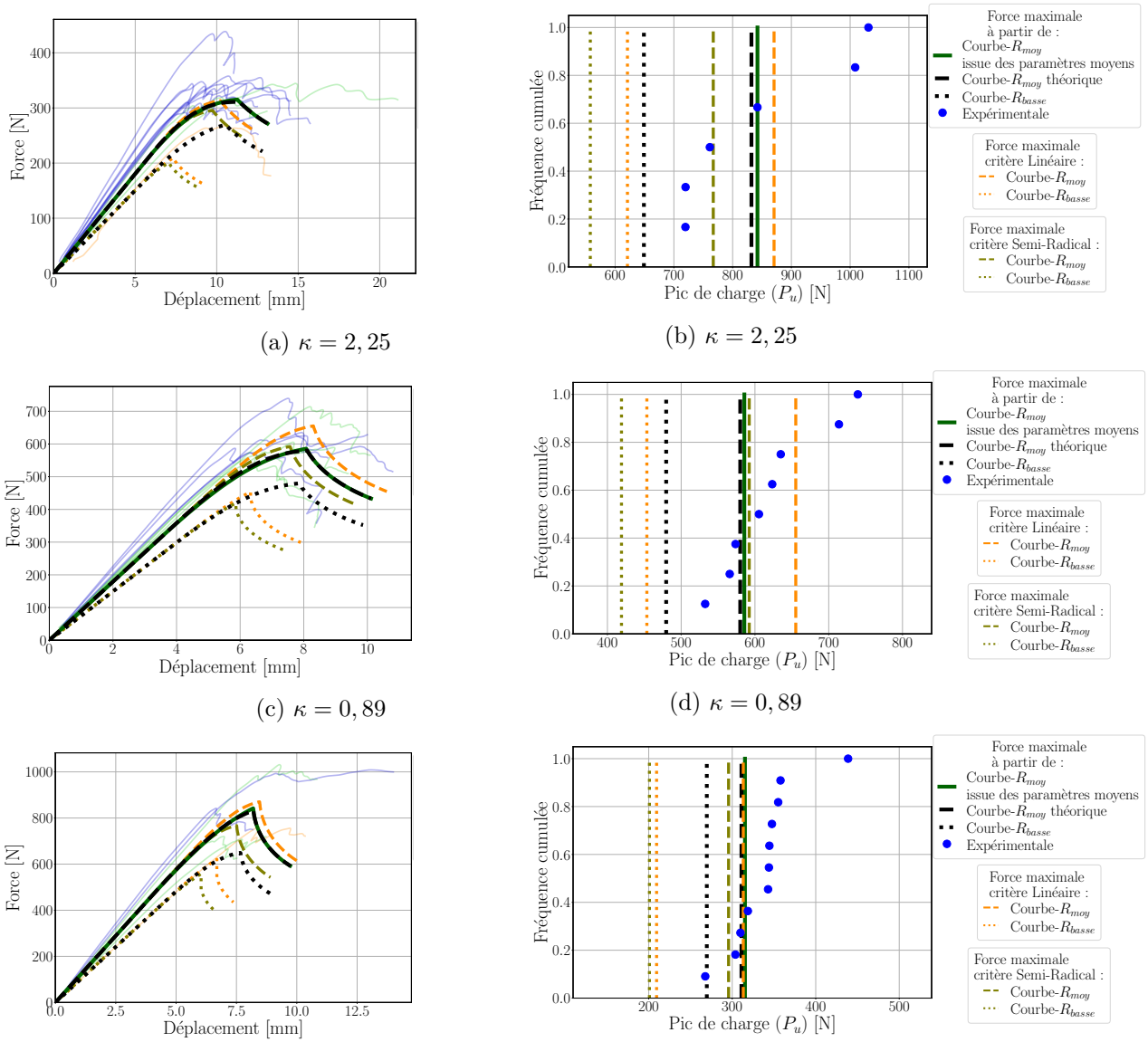


(a) $\kappa = 2,25$

(b) $\kappa = 0,89$

(c) $\kappa = 0,52$

FIGURE G.4 – Comparaison des courbes-R moyennes et basses expérimentales avec les courbes-R du modèle de rupture pour les critères linéaire et semi-radical issues des paramètres des courbes-R moyennes théoriques et courbes-R basses des Modes I et II pour une teneur en eau de 10,5 % : Ratios de mixité κ (a) 2,25 , (b) 0,89 et (c) 0,52 %



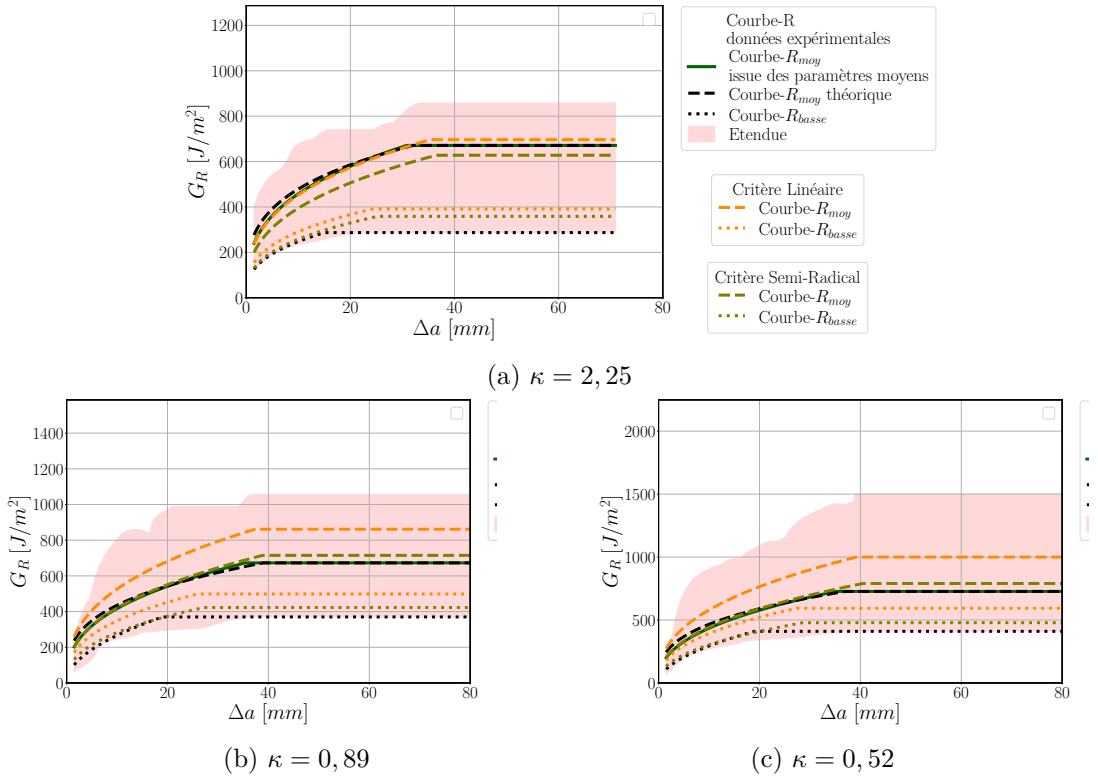
(a) $\kappa = 2,25$ (b) $\kappa = 2,25$

(c) $\kappa = 0,89$ (d) $\kappa = 0,89$

(e) $\kappa = 0,52$ (f) $\kappa = 0,52$

FIGURE G.5 – Comparaison des courbes expérimentales force-déplacement et des fréquences cumulées des pics de charge expérimentaux avec ceux obtenus par le modèle de rupture suivant les critères linéaire et semi-radical pour les courbes-R moyennes et basses pour une teneur en eau de 10,5 % : Ratios de mixité κ (a) et (b) 2,25 , (c) et (b) 0,89 et (e) et (f) 0,52 %

Teneur en eau de 13,5 %

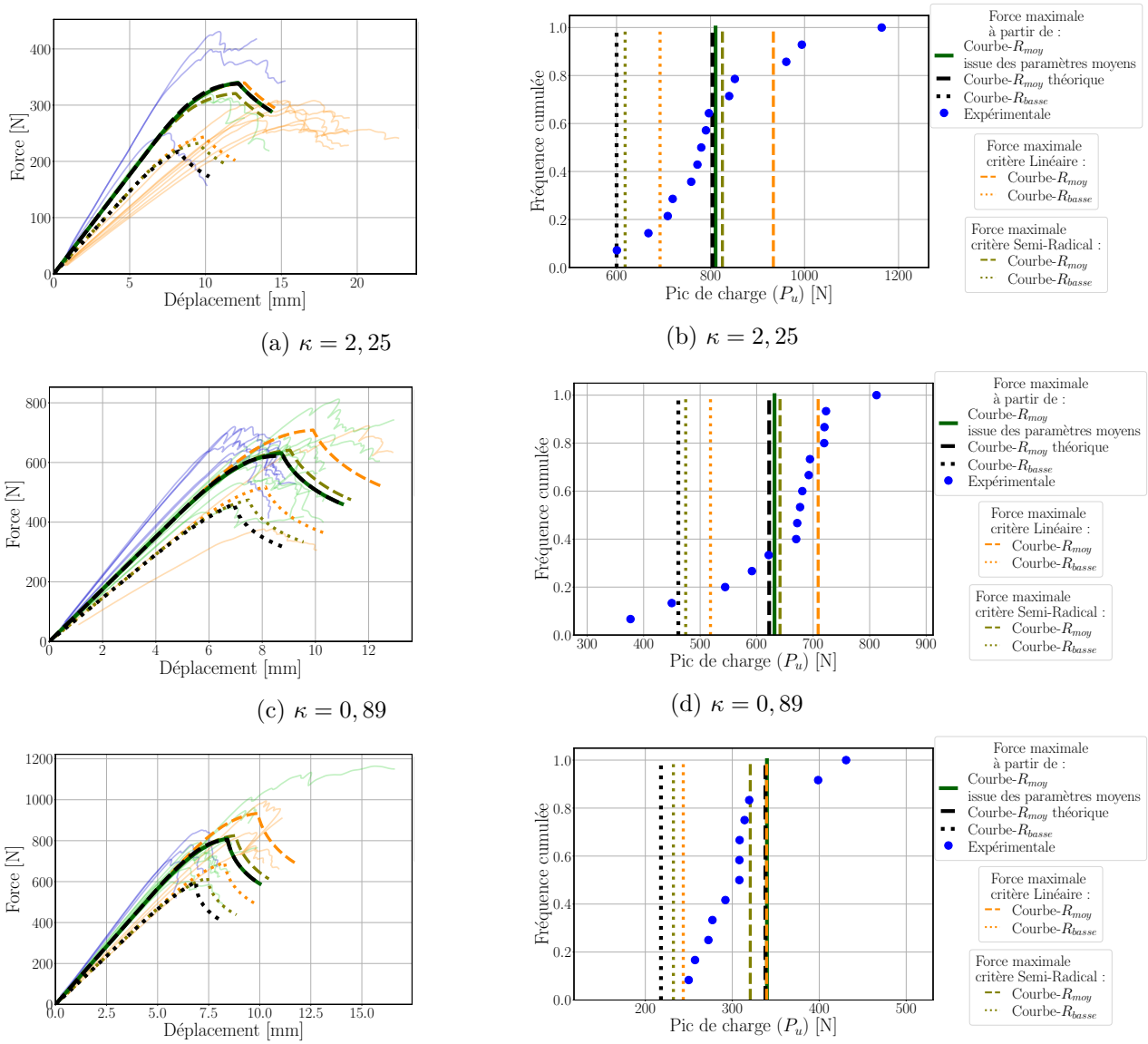


(a) $\kappa = 2,25$

(b) $\kappa = 0,89$

(c) $\kappa = 0,52$

FIGURE G.6 – Comparaison des courbes-R moyennes et basses expérimentales avec les courbes-R du modèle de rupture pour les critères linéaire et semi-radical issues des paramètres des courbes-R moyennes théoriques et courbes-R basses des Modes I et II pour une teneur en eau de 13,5 % : Ratios de mixité κ (a) 2,25 , (b) 0,89 et (c) 0,52 %



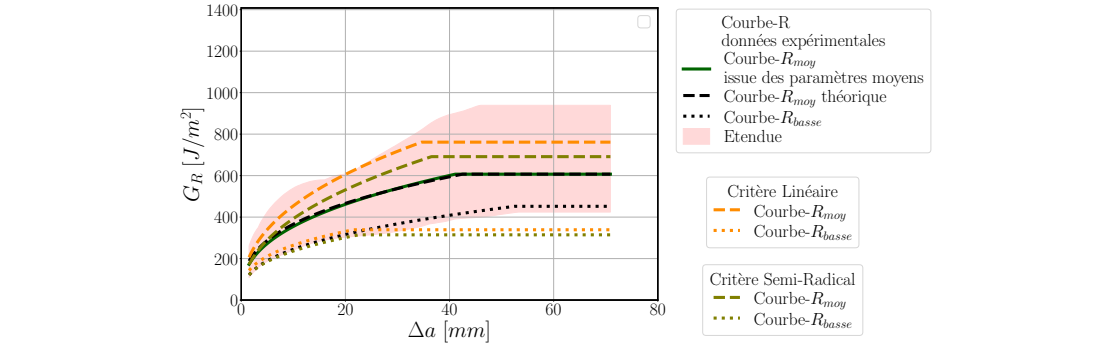
(a) $\kappa = 2,25$ (b) $\kappa = 2,25$

(c) $\kappa = 0,89$ (d) $\kappa = 0,89$

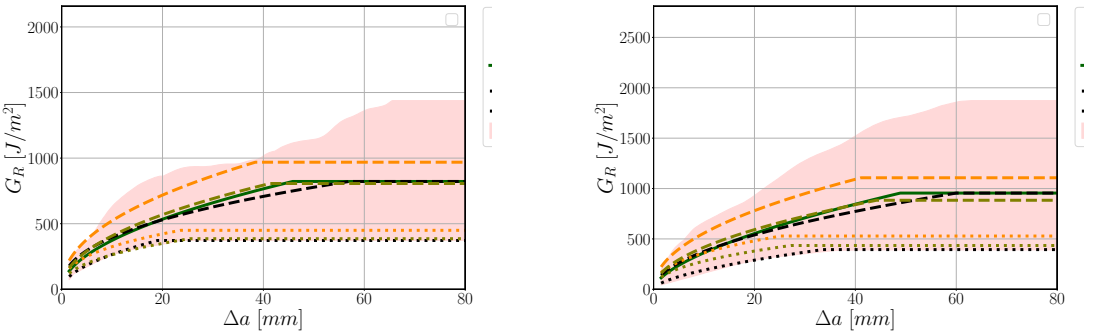
(e) $\kappa = 0,52$ (f) $\kappa = 0,52$

FIGURE G.7 – Comparaison des courbes expérimentales force-déplacement et des fréquences cumulées des pics de charge expérimentaux avec ceux obtenus par le modèle de rupture suivant les critères linéaire et semi-radical pour les courbes-R moyennes et basses pour une teneur en eau de 13,5 % : Ratios de mixité κ (a) et (b) 2,25 , (c) et (b) 0,89 et (e) et (f) 0,52 %

Teneur en eau de 19,5 %

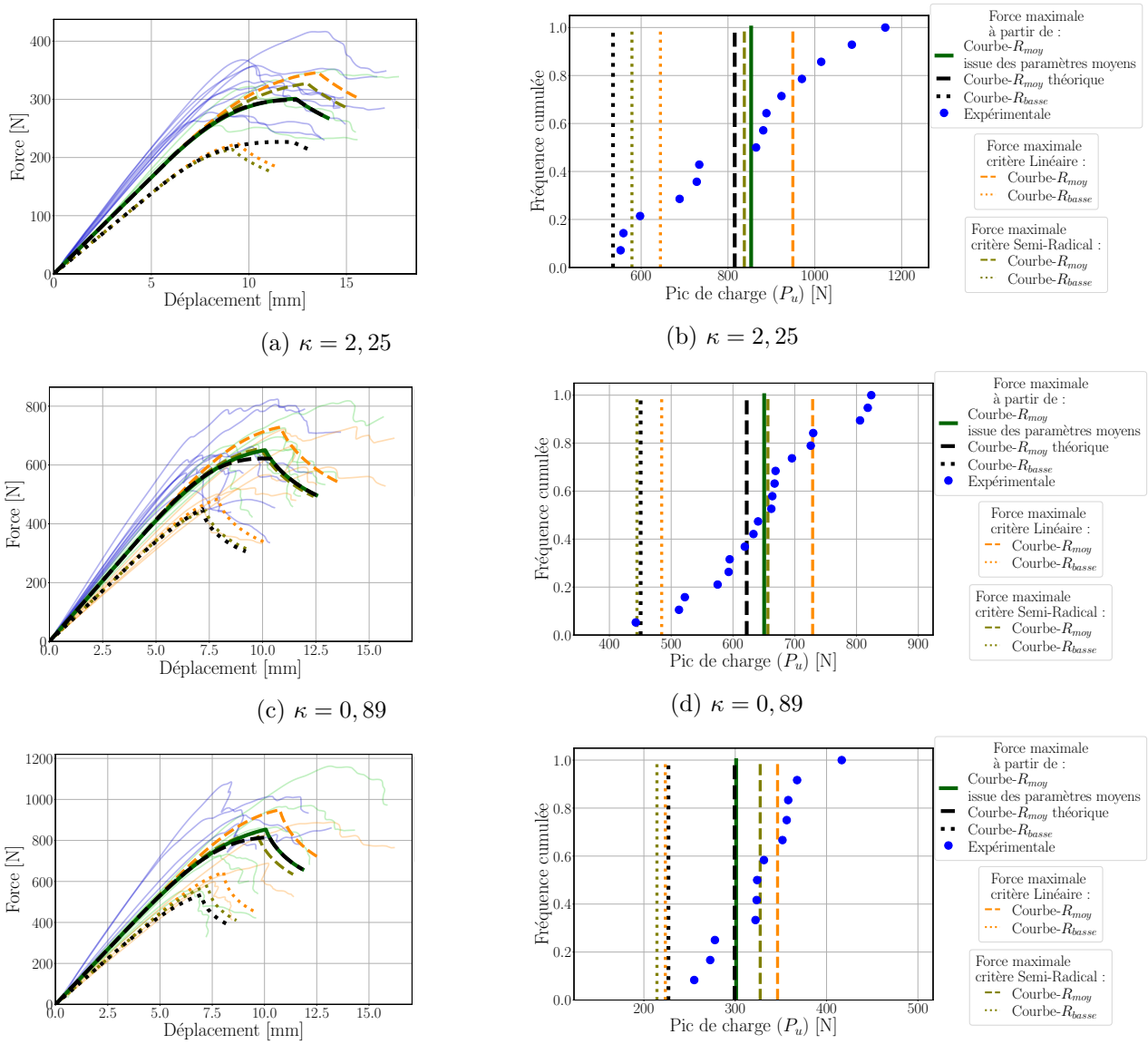


(a) $\kappa = 2,25$



(b) $\kappa = 0,89$ (c) $\kappa = 0,52$

FIGURE G.8 – Comparaison des courbes-R moyennes et basses expérimentales avec les courbes-R du modèle de rupture pour les critères linéaire et semi-radical issues des paramètres des courbes-R moyennes théoriques et courbes-R basses des Modes I et II pour une teneur en eau de 19,5 % : Ratios de mixité κ (a) 2,25 , (b) 0,89 et (c) 0,52 %



(a) $\kappa = 2,25$ (b) $\kappa = 2,25$

(c) $\kappa = 0,89$ (d) $\kappa = 0,89$

(e) $\kappa = 0,52$ (f) $\kappa = 0,52$

FIGURE G.9 – Comparaison des courbes expérimentales force-déplacement et des fréquences cumulées des pics de charge expérimentaux avec ceux obtenus par le modèle de rupture suivant les critères linéaire et semi-radical pour les courbes-R moyennes et basses pour une teneur en eau de 19,5 % : Ratios de mixité κ (a) et (b) 2,25 , (c) et (b) 0,89 et (e) et (f) 0,52 %

Annexe H

Paramètres des essais de caractérisation et de validation

Nous présentons dans cette annexe l'ensemble des paramètres issus des essais de caractérisation de Mode I (DCB) et de Mode II (ENF) ainsi que les essais de validation de mode mixte I+II (MMB). Dans chaque tableau, figure les différents paramètres suivants :

N^o **:** le numéro de l'éprouvette.

H **:** la teneur en eau de l'éprouvette en %.

ρ_0 **:** la masse volumique en kg/m^3.

$Classe$ **:** la classe de l'éprouvette A, B ou C.

ψ **:** le facteur de correction $\psi = \lambda_{exp}/\lambda_{num}(a_0)$.

K_e **:** la raideur élastique initiale expérimentale en N/mm.

P_e **:** la charge de fin du domaine élastique expérimentale en N.

K_u **:** la raideur élastique au pic de charge expérimentale en N/mm.

P_u **:** la charge au pic de charge expérimentale en N.

G_{Rc_i} **:** la résistance critique de la courbe-R en J/m^2 (avec i = I, II ou I+II).

Δa_{c_i} **:** la longueur de fissure élastique équivalente critique de la courbe-R en mm (avec i = I, II ou I+II).

β_i **:** l'exposant de la courbe-R (avec i = I, II ou I+II).

κ **:** le ratio de mixité pour les essais de mode mixte I+II.

Les classes des éprouvettes dépendent du module élastique longitudinal tel que :

$Classe\ A$ **:** $E_L = 9$ GPa quand $H = 12$ %.

$Classe\ B$ **:** $E_L = 11$ GPa quand $H = 12$ %.

$Classe\ C$ **:** $E_L = 13$ GPa quand $H = 12$ %.

De plus, nous faisons varier le module élastique longitudinal de ces trois classes en fonction de la teneur en eau à partir de l'équation de Guitard (1987) :

$$E_L(H) \ = \ E_L^{12\%} \ [1 - 0,015(H - 12)] \tag{H.1}$$

H.1 Paramètres des essais de Mode I

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	G_{Rc_I} J/m^2	Δa_{c_I} mm	β_I
1	5,3	530	B	0,92	67,2	169	55,3	323	514	14,5	0,37
2	6,4	515	B	0,92	67	104	48,7	243	316	24	0,48
3	6,4	515	A	0,91	55,8	134	43,3	276	470	19	0,3
4	5,5	475	A	1,01	50,2	182	36,9	269	514	23	0,21
5	5,3	564	B	0,97	63,6	174	52,4	266	368	14,5	0,24
6	5,3	574	B	1,01	61,1	174	50,3	280	425	14,5	0,33
7	5,4	527	B	1,07	57,6	183	43,8	265	425	20,5	0,23
8	7,1	556	B	1,09	56,8	114	46,5	276	445	15	0,3
9	7,3	477	A	1,08	46,9	101	36,5	207	325	23	0,21
10	8	478	A	0,96	52,5	156	43,6	251	395	14	0,34
11	7,4	439	A	0,96	52,6	120	37,8	266	486	25	0,47
12	7,1	443	A	1,13	44,6	120	29,9	247	525	31,5	0,26
13	7,1	540	B	0,98	63,2	83,6	45,4	218	310	47	0,21
14	7,1	541	C	1,07	68,3	110	58,6	251	295	11	0,43
15	7,1	529	A	0,95	53,3	189	48,7	258	386	7,5	0,37
16	7,2	556	C	1,07	68,2	109	53,7	274	374	18	0,49
17	5,6	485	B	1,06	58,2	100	47,7	253	366	15,5	0,18
18	6,4	515	C	1,02	72	130	63,5	316	473	9,5	0,48
19	5,4	566	B	1,02	60,4	81	45,6	222	286	21	0,2
20	9,6	568	C	1	71	134	62,2	309	420	10	0,37
21	9,9	482	A	0,95	51,9	117	37,5	292	585	24,5	0,23
22	9,8	481	B	1,08	55,9	187	40,9	272,6	469	23,5	0,23
23	10,4	484	A	0,98	50,2	85	34	229	422	42,5	0,24
24	10,4	481	A	1,01	48,8	127	41,1	195	249	13	0,15
25	10	534	B	1,1	55	187	43,6	303	558	17,5	0,26
26	9,7	539	B	1,03	58,5	113	48,4	261	418	30	0,13
27	9,8	524	A	0,91	54,2	149	50,5	215	255	5,5	0,24
28	9,8	519	A	1,46	33,6	80	31,3	236	500	5,5	0,12
29	10,6	547	A	1,08	45,6	59	41,7	165	182	7	0,16
30	9,7	505	B	0,98	61,7	168	42,3	309	569	28,5	0,31
31	10,4	532	A	1,09	48,3	104	37,8	242	409	18,5	0,23
32	10,4	532	A	1,09	45,3	145	38,9	207	299	11,5	0,22
33	10,4	532	A	0,99	49,4	155	44,2	252	397	9	0,26

Tableau H.1 – Paramètres des essais de Mode I (DCB) avec H<11 %

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	G_{Rc_I} J/m^2	Δa_{c_I} mm	β_I
1	9,8	521	B	1,1	54,8	140	41,2	229	332	21,5	0,31
2	14,1	705	C	1,07	66,8	187	50,6	319	526	21	0,3
3	12,5	595	A	1,09	45,2	150	37,3	218	368	22,5	0,16
4	16,4	676	B	1,05	56,2	117	37,8	212	333	48	0,26
5	12,8	499	C	0,99	70,5	184	56,3	460	990	17	0,4
6	13,6	639	C	0,99	71	106	48,9	284	414	28,5	0,34
7	12,5	552	C	1,05	66,3	108	41,5	278	454	36,5	0,32
8	13,3	541	B	0,97	60,8	103	41,5	253	386	29	0,32
9	13,2	512	B	0,99	59,9	133	39,3	342	737	32,5	0,41
10	12,6	566	C	0,95	74	105	41,7	288	467	45	0,41
11	12,1	440	C	0,93	75	147	43,3	377	775	42,5	0,44
12	12,8	530	C	1,07	65,4	104	42,1	290	528	44	0,28
13	13,2	499	B	1,01	58,4	171	39	328	687	31	0,51
14	14,6	456	A	1,05	45,3	93	31,6	218	376	27,5	0,25
15	13,9	412	A	0,97	48,8	113	36,8	282	557	21,5	0,31
16	15,9	515	A	0,96	49,2	143	38,2	207	301	24	0,17
17	13,8	404	B	1,05	55,4	89	35,8	260	488	41	0,27
18	13,8	380	B	1,07	54,2	93	38,8	257	431	25,5	0,24
19	13,9	563	C	1,01	68,3	180	52,2	336	559	20,5	0,34
20	13,8	540	B	0,92	63,4	168	43,2	413	980	29,5	0,57
21	14,5	497	A	1,2	39,7	169	22,1	282	839	46	0,37
22	13,7	482	A	1,2	39,5	105	31,4	211	371	17,5	0,2
23	13,6	551	B	0,93	62,3	196	40,4	354	759	33,5	0,34
24	14,1	600	C	0,96	70,4	171	42,7	397	883	39	0,32
25	16	627	B	1,02	56,8	178	40,4	254	405	26,5	0,23
26	14,9	585	B	0,95	61,1	91	46	272	414	21,5	0,36
27	15	572	B	0,98	59,3	126	38,1	298	583	37,5	0,29
28	14,2	478	A	1,00	47,5	106	30,6	257	547	39	0,29
29	14,4	517	B	0,97	94	59,8	38,6	265	471	41,5	0,27

Tableau H.2 – Paramètres des essais de Mode I (DCB) avec 11 % $\leq H \leq$ 16 %

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	G_{Rc_I} J/m^2	Δa_{c_I} mm	β_I
1	17,8	620	B	0,96	61,7	108	46,7	290	468	21	0,38
2	17	560	A	1,04	45,7	140	30,8	203	351	38,5	0,26
3	19,9	606	A	0,95	50	117	35,6	275	535	26	0,29
4	18,8	576	A	0,92	51,8	163	38,5	263	459	22,5	0,27
5	19,3	614	B	0,97	57,3	112	40	310	593	27,5	0,48
6	19,1	520	B	0,93	59,7	170	49,4	364	701	14,5	0,35
7	19,3	523	C	1,07	61,5	176	49,6	363	687	16,5	0,5
8	19,4	493	A	0,9	50,4	133	33,3	241	423	32	0,32
9	18	538	B	1,08	51,4	112	31,8	251	471	37,5	0,41
10	18,1	536	A	0,99	46	104	28,6	260	560	37	0,4
11	18,6	568	C	0,99	66,3	144	47,9	340	602	25	0,43
12	18,7	574	C	0,98	66,9	165	40,9	319	588	38,5	0,41
13	18,2	551	C	1,07	61,5	132	41,5	338	671	30,5	0,52
14	19,3	547	B	0,94	59,4	171	37,5	379	914	35,5	0,43
15	19,3	526	C	1,04	63,3	145	35,9	334	714	44,5	0,45
16	18,4	531	C	1,01	65,4	149	36,9	357	795	45,5	0,5
17	18,6	496	B	1,08	51,8	116	38,1	198	259	23,5	0,25
18	18,9	511	B	0,97	57,3	159	41	316	604	25,5	0,42
19	19,3	510	A	0,90	50,5	162	35,4	320	714	27,5	0,43
20	19,5	468	A	0,93	48,9	125	31,7	336	858	33,5	0,48

Tableau H.3 – Paramètres des essais de Mode I (DCB) avec H >16 %

H.2 Paramètres des essais de Mode II

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	$G_{Rc_{II}}$ J/m^2	$\Delta a_{c_{II}}$ mm	β_{II}
1	7,1	479	A	1,02	300,2	926	271	2434	1681	31	0,56
2	7,8	602	B	1,03	362,5	1561	335	2374	1245	25	0,42
3	7,2	505	B	0,97	393	1200	366	2150	880	17	0,7
4	7,6	513	B	1,09	344	843	322,6	2226	1094	20	0,83
5	7,3	567	C	1,06	417,5	1475	361,4	2685	1630	42	0,49
6	7,1	547	C	1,06	419	1178	383,3	2691	1421,5	27,5	0,82
7	7,2	542	C	1,08	411,1	977	373	2469	1249	30	0,56
8	7,5	502	B	1,00	373,4	1355	340,4	2444	1329	28,5	0,54
9	9,8	524	B	0,96	383,6	900	366,5	2221	918	15,5	0,37
10	9,8	527	B	0,96	382	901	364,1	2141	861	16	0,58
11	9,8	471	B	0,96	382,8	948	331	2151	1155	44,5	0,38
12	9,8	529	B	0,98	377	1269	334,2	2179	1115	36	0,47
13	9,8	588	C	0,96	451,6	1270	366,2	2549	1542	57,5	0,56
14	9,7	497	A	0,98	308,4	1693	287,8	2556	1637	22,5	0,56
15	9,7	526	B	1,01	363,9	1201	278,7	2425	1936	71	0,64
16	9,8	527	B	0,93	397,3	1517	360,6	2088	1134	64,5	0,28
17	9,8	490	B	1,08	340,8	1107	283,2	2313	1599	51,5	0,67
18	9,9	566	C	1,07	406	1587	376,7	2313	1034	24	0,39

Tableau H.4 – Paramètres des essais de Mode II (ENF) avec H <11 %

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	$G_{Rc_{II}}$ J/m^2	$\Delta a_{c_{II}}$ mm	β_{II}
1	12,5	529	C	0,95	453,5	1124	413	2825	1447	29	0,68
2	12,7	542	C	0,98	440	1199	401,9	2544	1196	28	0,55
3	13	521	A	1,06	280,2	867	240,7	2053	1431	45	0,62
4	13,2	504	A	1,00	304,2	1209	245,1	2721	2600	55,5	0,85
5	12,5	564	C	0,98	438,2	1498	389,9	3154	1978	35	0,71
6	12,8	576	C	0,97	445	1735	369	2830	1838	52,5	0,51
7	12,6	552	C	1,03	417	973	367,1	2346	1549	80	0,36
8	13,1	440	A	1,23	242,7	762	194,4	1960	1730	60,5	0,87
9	12,6	499	C	1,02	423,5	1076	378,4	2456	1228	34	0,51
10	12,3	536	C	1,03	416,6	1071	363,7	2775	1689	40	0,59
11	14,2	554	A	1,16	253,9	945	221,7	2133	1627	40	0,55
12	14,1	560	C	1,07	397	1760	361,3	3216	2131	29	0,72
13	13,9	417	A	1,12	263,8	1650	235,3	2419	1911	34,5	0,47
14	13,9	474	A	1,15	256	1277	189,5	2282	2614	81,5	0,61
15	13,7	464	B	1,07	335,9	898	293,3	2370	1519	40	0,53
16	16	649	B	0,95	377,2	919	319,5	2281	1341,3	47,5	0,51

Tableau H.5 – Paramètres des essais de Mode II (ENF) avec 11 % $\leq H \leq$ 16 %

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	$G_{Rc_{II}}$ J/m^2	$\Delta a_{c_{II}}$ mm	β_{II}
1	17,7	720	B	0,95	385,3	1004	316,7	2445	1620	54,5	0,73
2	20	680	B	1,05	342,3	1093	315	2268	1215	28	0,66
3	17,7	576	B	0,99	351,6	1122	291	2299	1514	53	0,73
4	16,9	565	C	0,90	457,7	1625	410,3	2638	1282	33,5	0,38
5	18,4	551	C	1,06	387,9	1112	303,2	3214	3027	67,5	0,77
6	19,4	413	A	1,14	250,1	790	188,1	2078	2083	75	0,86
7	19,4	450	A	1,11	258,3	1479	185,8	2408	2913	84,5	0,81
8	19,3	472	B	1,02	341,5	919	285,8	1986	1587	109,5	0,43
9	19,7	440	A	0,92	310,6	1026	237,9	2284	1964	71	0,72
10	19,5	470	A	0,93	307,8	1073	255,4	2414	1899	52,5	0,51
11	20	565	B	1,04	337	1504	278,1	2475	1846	54	0,76
12	19,2	547	C	0,97	425,7	1227	371,7	2613	1440	40	1
13	19	538	C	1,01	408,4	1548	344,6	2733	1771	48,5	0,72
14	19,3	540	A	0,93	307	1439	224,7	2499	2744	90	0,61
15	19,3	566	B	0,93	374,1	1393	302,1	2749	2142	59	0,73
16	19,5	515	A	1,52	187,9	1198	148	2215	2932	66	0,82
17	19,8	480	A	1,06	269,6	1542	203,4	2686	3202	74	0,74
18	19,4	470	A	0,94	305,5	958	254,4	2086	1417	51,5	0,97
19	19,4	492	B	1,07	327,3	901	265	2178	1529	58,5	0,57
20	20,3	488	A	1,28	222,8	919	155,7	2157	2835	90,5	1

TABLEAU H.6 – Paramètres des essais de Mode II (ENF) avec H >16 %

H.3 Paramètres des essais de mode mixte I+II

H.3.1 ratio de mixité $\kappa \approx 3$

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	$G_{Rc_{I+II}}$ J/m^2	$\Delta a_{c_{I+II}}$ mm	β_{I+II}	κ
1	11	571	B	1,09	33,1	195	24,1	338	767	40,5	0,38	2,2
2	10,3	608	C	0,93	45,7	159	36,1	349	546	30,5	0,36	2,1
3	10,6	576	C	1,05	40,6	176	33,9	303	517	53	0,21	2,1
4	10,2	520	C	1,07	39,8	182	27,6	345	727	51,5	0,38	2,5
5	10,6	573	C	1,03	41,6	183	32,9	297	484	46	0,27	2,1
6	10,4	583	C	0,94	45,2	141	40,9	348	468	13,5	0,45	2,8
7	11	600	A	0,96	30,9	214	25,7	265	460	29,5	0,21	1,6
8	10,2	538	B	0,92	39,3	236	30,2	312	531	36,5	0,3	2,1
9	10,6	622	C	1,03	41,3	205	33,1	344	576	28,5	0,43	2,1
10	10,2	602	C	0,85	50	182	44,6	437	679	15,5	0,35	2,3
11	10,2	560	C	1,04	41	140	33,6	359	620	26,5	0,54	2,1

Tableau H.7 – Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 3$ et H <11 %

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	$G_{Rc_{I+II}}$ J/m^2	$\Delta a_{c_{I+II}}$ mm	β_{I+II}	κ
1	13,3	491	A	1,07	26,9	165	20,8	304	718	33	0,3	2,1
2	14	479	B	0,97	36,2	159	32,5	315	484	14,5	0,35	1,9
3	13,2	514	A	1,31	22,1	190	19,7	285	654	15	0,32	1,8
4	13	553	C	0,93	44,6	332	39,9	431	740	15,5	0,27	2,6
5	13,8	475	A	1,38	20,9	176	15,9	257	700	40	0,3	2,4
6	13,7	515	A	1,2	24	165	19,1	268	704	54,5	0,25	2,5
7	13,5	482	A	1,2	23,8	128	21,7	314	720	13	0,6	2,4
8	14	617	C	1,04	39,9	168	34	248	288	21	0,3	1,7
9	14,2	531	A	1,43	20,1	132	16	278	781	29,5	0,45	2,1
10	14	499	A	1,25	23,1	126	17,5	304	858	36,5	0,33	2,4
11	13	502	B	0,96	36,7	164	27,3	317	602	39	0,31	1,9
12	13,5	604	C	0,93	44,7	297	35,6	385	800	57,5	0,26	3,2

Tableau H.8 – Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 3$ et 11 % $\leq H \leq$ 16 %

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	$G_{Rc_{I+II}}$ J/m^2	$\Delta a_{c_{I+II}}$ mm	β_{I+II}	κ
1	19,1	568	B	0,92	36,1	219	31,8	314	567	41,5	0,16	2,1
2	18,9	561	C	0,98	39,9	192	32,1	322	565	39	0,28	2,1
3	20	596	B	0,95	34,9	95	26,9	252	443	58,5	0,28	1,9
4	19,2	645	C	0,89	44,1	159	34,3	364	622	33	0,54	2
5	19,4	635	C	0,93	42,2	171	30,7	270	424	55	0,34	2,1
6	19,3	521	B	0,98	33,7	163	24,4	352	816	40,5	0,42	3,1
7	19,3	610	C	0,92	42,7	169	30,9	424	939	41,5	0,68	2
8	19	517	C	1,02	38,6	169	31,3	351	645	30	0,24	3
9	18,2	672	C	1,01	38,7	163	26,3	323	640	49	0,42	2,6
10	19,6	608	C	0,90	43,7	185	36,4	379	594	17,5	0,47	2,2
11	18,8	606	C	0,95	41,2	166	31	337	590	37	0,44	2,3
12	19,2	526	C	0,99	39,7	190	31,6	275	441	51	0,25	2,1

Tableau H.9 – Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 3$ et H >16 %

H.3.2 ratio de mixité $\kappa \approx 1$

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	$G_{Rc_{I+II}}$ J/m^2	$\Delta a_{c_{I+II}}$ mm	β_{I+II}	κ
1	10,4	520	C	0,97	109	211	81,5	618	627	58,5	0,43	0,79
2	10,4	574	C	1,07	98,7	344	84	566	512	45	0,28	0,92
3	10,6	520	B	0,92	97,7	219	71	589	623	55,5	0,46	0,84
4	11,4	594	B	0,95	94	257	86,6	745	727	16	0,7	0,89
5	10,8	575	C	1,05	100,8	226	78,7	625	616	43,5	0,55	0,83
6	11,3	561	B	0,95	94,4	196	78,3	550	467	33,5	0,68	0,87
7	10,6	566	B	0,93	96,6	418	84	552	461	35	0,25	0,89
8	10,9	636	C	0,94	113	326	100	736	633	23	0,5	0,91

Tableau H.10 – Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 1$ et H <11 %

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	$G_{Rc_{I+II}}$ J/m^2	$\Delta a_{c_{I+II}}$ mm	β_{I+II}	κ
1	11,5	608	B	0,98	91,8	340	85,3	700	651	15	0,54	0,90
2	12	609	A	1,37	53,3	162	45	386	396	30,5	0,49	0,79
3	13,5	512	B	0,97	90,4	421	83	581	585	62	0,18	0,87
4	13,6	517	B	1,04	84,2	274	76,5	811	989	19	0,44	0,83
5	13,4	522	B	0,99	88,7	381	66,3	660	981	77,5	0,41	0,81
6	11,7	494	B	1	88	271	78,8	698	715	21	0,56	0,95
7	13	565	C	0,92	112,2	461	95,4	660	593	41	0,27	0,98
8	13,1	553	C	0,95	109,3	428	94,1	716	645	27,5	0,29	0,98
9	13,1	594	C	1,05	98,2	289	82,5	660	633	31,5	0,41	0,84
10	13,3	459	A	0,97	74	301	57,4	700	1058	44,5	0,42	0,83
11	13,6	510	B	1	87,5	288	69,3	669	796	41,5	0,44	0,80
12	13,5	576	C	0,94	109,8	288	98,8	743	644	20	0,48	1,02
13	13,3	494	B	1,09	80,2	216	70	441	370	42	0,25	0,90
14	13,2	471	B	1,10	79,8	186	66,6	544	533	32,5	0,3	0,85
15	13	649	C	1,08	96,2	220	83,9	605	513	25,5	0,28	0,94

Tableau H.11 – Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 1$ et 11 % $\leq H \leq$ 16 %

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	$G_{Rc_{I+II}}$ J/m^2	$\Delta a_{c_{I+II}}$ mm	β_{I+II}	κ
1	19,3	719	C	1,06	97,4	229	84,4	583	476	26,5	0,35	0,88
2	20,1	535	A	1,05	64,6	272	59,2	669	863	17,5	0,62	0,88
3	19,2	591	B	1,07	77,5	264	67,7	697	843	25,5	0,72	0,83
4	19,6	537	C	0,97	101,4	240	86,3	630	593	39	0,3	0,97
5	19,1	509	A	0,94	71,8	175	55,9	520	619	48,5	0,41	0,89
6	20,2	641	C	1,04	94,5	232	72,4	659	779	52	0,54	0,86
7	20,2	542	A	1,07	63,1	189	44,9	577	1002	67	0,46	0,88
8	20,2	589	C	0,87	112,7	314	75,5	815	1131	68	0,55	0,81
9	20,2	537	B	0,92	90,1	377	70,6	657	961	85	0,36	0,89
10	19,5	492	B	1,00	82,8	307	74,6	624	600	20	0,55	0,86
11	17,4	646	C	1,08	90,7	203	72,1	507	473	51,5	0,35	0,93
12	20	576	B	1,00	82,7	278	73,3	726	917	33	0,79	0,82
13	20,1	562	C	1,02	96,2	297	56,5	814	1166	52	0,58	0,80
14	20	533	A	0,97	69,8	193	62,6	451	373	20	0,41	0,93
15	18,7	710	B	1,00	82,5	236	69	674	790	32,5	0,8	0,71
16	19,7	600	C	1,06	92,3	409	84,3	562	427	17,5	0,46	0,91
17	19,2	488	A	0,91	74,6	295	55,8	712	1347	76,5	0,41	0,79
18	19,7	556	B	0,95	86,9	310	59,7	818	1439	64,5	0,77	0,75
19	19,6	646	C	0,97	101,4	240	67,5	641	812	74	0,52	0,84

TABLEAU H.12 – Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 1$ et H >16 %

H.3.3 ratio de mixité $\kappa \approx 2/3$

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	$G_{Rc_{I+II}}$ J/m^2	$\Delta a_{c_{I+II}}$ mm	β_{I+II}	κ
1	10,8	550	C	1,05	130	319	104,3	1001	1054	45	0,48	0,26
2	10,7	541	C	0,99	137,6	268	128,3	853	551	16	0,78	0,56
3	11,2	0,57	A	0,98	96,5	269	91,4	763	607	13	0,65	0,57
4	10,5	540	B	1,10	105,7	278	92,3	709	565	29	0,52	0,59
5	10,1	527	B	0,92	125,9	476	111,4	1030	977	26,5	0,48	0,35
6	10,8	523	B	0,98	118,6	447	103,3	712	516	31	0,29	0,57

Tableau H.13 – Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 2/3$ et H <11 %

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	$G_{Rc_{I+II}}$ J/m^2	$\Delta a_{c_{I+II}}$ mm	β_{I+II}	κ
1	14,3	568	B	1,01	111,7	367	103	936	839	18,5	0,63	0,59
2	14,2	433	A	0,90	102,5	405	97,7	1016	988	11	0,65	0,42
3	13,7	547	B	0,96	118,5	502	106,6	746	606	42	0,24	0,51
4	14,3	538	A	0,94	98,9	374	88,9	853	826	23,5	0,49	0,51
5	13,1	447	C	1,00	133,3	545	124,1	720	411	17,5	0,3	0,60
6	13,9	626	C	1,01	132	507	122	872	659	25,5	0,43	0,63
7	13,8	585	B	0,92	123	245	101,1	667	476	41	0,43	0,59
8	13,6	489	C	1,04	128,3	328	115,6	779	530	23	0,34	0,50
9	14,2	518	A	1,01	91,7	275	73,5	764	866	44,5	0,47	0,52
10	13,6	510	B	1,01	112,2	246	95,3	708	613	47	0,31	0,63
11	13,8	538	B	0,96	118	282	91,8	771	749	55,5	0,41	0,35
12	13,5	516	B	1,03	109,8	438	89,8	1114	1499	41,5	0,4	0,23
13	13,4	516	B	1,02	111,2	238	95,1	599	514	76,5	0,31	0,63
14	13,8	550	B	0,93	122,2	283	109,4	806	603	24,5	0,37	0,59

Tableau H.14 – Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 2/3$ et 11 % $\leq H \leq$ 16 %

N^o	H %	ρ_0 kg/m^3	$Classe$	ψ	K_e N/mm	P_e N	K_u N/mm	P_u N	$G_{Rc_{I+II}}$ J/m^2	$\Delta a_{c_{I+II}}$ mm	β_{I+II}	κ
1	20,2	591	B	0,97	110,9	396	83,3	1175	1873	57	0,62	0,48
2	20,8	646	C	1,02	124,3	318	87,7	920	1117	68	0,55	0,55
3	20,2	628	A	0,91	96,1	282	68,3	909	1394	66,5	0,72	0,36
4	19,9	467	A	1,05	83,9	372	79,1	607	443	13,5	0,39	0,62
5	20,5	611	B	1,01	106,1	332	79,5	994	1411	58	0,61	0,56
6	19,5	723	C	0,86	147	384	88,6	1001	1362	95	0,67	0,63
7	19,8	628	C	1,08	117,4	280	101,9	890	807	30,5	0,78	0,40
8	19,4	498	A	0,98	89,5	244	70,5	684	733	48,5	0,65	0,49
9	19,6	550	B	0,94	114,4	263	92,7	744	650	43,5	0,66	0,57
10	20,3	630	B	1,04	103,6	240	79	735	762	53,5	0,45	0,65
11	19,5	511	B	1,06	100,9	202	88,4	579	391	28,5	0,67	0,57
12	20	586	B	0,99	108,6	308	79,5	875	1100	61,5	0,58	0,59
13	19,6	712	C	0,87	145,4	414	131,4	1091	903	22	0,5	0,56
14	19,1	488	B	1,09	98	204	81,3	567	423	39	0,68	0,52

TABLEAU H.15 – Paramètres des essais de mode mixte I+II (MMB) avec $\kappa \approx 2/3$ et H >16 %

Annexe I

Résultats des courbes-R moyennes

		Mode I pur	Mode I+II (k=3)	Mode I+II (k=1)	Mode I+II (k=2/3)	Mode II pur
H<11%	G_{Rc}	406	579	583	712	1303
	Δa_c	21	37	41	29,5	39,5
	β	0,23	0,3	0,4	0,44	0,45
11%<H<16%	G_{Rc}	550	671	673	727	1739
	Δa_c	33,5	32	39	37	50,5
	β	0,31	0,29	0,32	0,34	0,52
H>16%	G_{Rc}	598	607	822	955	2048
	Δa_c	32	42,5	57	60	71
	β	0,38	0,35	0,42	0,52	0,64

Tableau I.1 – Paramètres des courbes-R moyennes

		Mode I pur	Mode I+II (k=3)	Mode I+II (k=1)	Mode I+II (k=2/3)	Mode II pur
H<11%	G_{Rc}	406	579	583	712	1303
	Δa_c	18,6	33,8	38,8	26,8	34,7
	β	0,28	0,35	0,48	0,53	0,55
11%<H<16%	G_{Rc}	550	671	673	727	1739
	Δa_c	31,4	30,8	35,4	35,1	45,8
	β	0,32	0,34	0,38	0,41	0,6
H>16%	G_{Rc}	598	607	822	955	2048
	Δa_c	30,1	41,1	45,8	48,9	63
	β	0,4	0,38	0,52	0,61	0,73

Tableau I.2 – Paramètres moyens des courbes-R