

## Optimisation de la commutation d'antennes et détection de passagers par SVM, dans un contexte de contrôle d'accès pour véhicule

Pierre Avital

#### ► To cite this version:

Pierre Avital. Optimisation de la commutation d'antennes et détection de passagers par SVM, dans un contexte de contrôle d'accès pour véhicule. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Paris-Saclay, 2021. Français. NNT: 2021UPASG049. tel-03355331

## HAL Id: tel-03355331 https://theses.hal.science/tel-03355331

Submitted on 27 Sep 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Optimisation de la commutation d'antennes et détection de passagers par SVM, dans un contexte de contrôle d'accès pour véhicules

## Thèse de doctorat de l'université Paris-Saclay

École doctorale n°580 Science et Technologies de l'Information et de la Communication (STIC) Spécialité de doctorat: Traitement du signal et des images Unité de recherche : Université Paris-Saclay, CNRS, CentraleSupélec, Laboratoire des signaux et systèmes, 91190, Gif-sur-Yvette, France. Référent : CentraleSupélec

### Thèse présentée et soutenue à Paris-Saclay, le 30/06/2021 , par

## **Pierre AVITAL**

## **Composition du Jury**

Sylvie MARCOS Directrice de recherches, CentraleSupélec Davy GAILLOT Maître de conférences, Université de Lille Mohammed Nabil EL KORSO Maître de conférences, Université Paris Nanterre Pascal CHARGE Professeur, Université de Nantes Régis LENGELLE Professeur, Université de Technologie de Troyes

## Direction de la thèse

José PICHERAL Maître de conférences, CentraleSupélec Gilles CHARDON Maître de conférences, CentraleSupélec Georges DJOKIC Research & Innovation Manager, Valeo Présidente

Rapporteur & Examinateur Rapporteur & Examinateur Examinateur Examinateur

Directeur de thèse Co-Directeur de thèse

Tuteur en entreprise

**Thèse de doctora** 

IT: 2020UPASG049

*Bip.* — Sputnik 1, 1957.

 $\ensuremath{\textcircled{}}$  Pierre Avital, 2021

## Remerciements

Après trois ans de thèse, à travailler à la fois en entreprise et au laboratoire, on accumule une belle liste de personnes à remercier pour leur aide, leurs conseils, leurs encouragements et leur bienveillance. Je souhaiterais exprimer ma reconnaissance envers ces personnes, et m'excuse par avance à tous ceux que je risque d'avoir oubliés.

En premier lieu, je remercie profondément mes encadrants à Centrale Supélec : José PICHERAL et Gilles CHARDON. On dit que la science s'appuie sur les épaules des géants, et ils ont été mes géants à moi. Leur soutien constant au cours de la thèse, tant par les leçons dans leur bureau que par leurs nombreux et nécessaires encouragements à publier, m'a été indispensable.

J'en profite pour remercier mes collègues au L2S, pour leur camaraderie et pour nos nombreux échanges sur les choses qu'on écrit, les choses qu'on aimerait bien écrire (*mais* où est bien allé ce directeur de thèse ! ?), et tous nos soucis.

Cette thèse est une CIFRE, voilà encore des personnes à remercier! En premier lieu, Eric MENARD et Georges DJOKIC, qui m'ont fait confiance et aidé à me lancer dans cette aventure. Je remercie particulièrement Georges pour les coups de pieds aux fesses parfois bien nécessaires.

Je remercie tous mes collègues (et ex-collègues) à Valeo pour tous nos échanges, qu'ils soient productifs ou non. Une petite mention spéciale pour Onur OGUZ et Eloi DES-BAZEILLES pour leur point de vue plus extérieur, mais toujours académique, sur mes travaux.

Je remercie Mohammed Nabil EL KORSO, maitre de conférence à l'Université Paris Nanterre, et Davy GAILLOT, maitre de conférence à l'Université de Lille, d'avoir accepté le rôle de rapporteurs pour cette thèse.

Je remercie également Pascal CHARGÉ, professeur à Polytech Nantes, Régis LEN-GELLE, professeur à l'Université de Technologie de Troyes, et Sylvie MARCOS, directrice de recherches à CentraleSupélec, pour leur participation au jury de cette thèse en tant qu'examinateurs.

Je remercie mes amis, *even the non french-speaking ones*, pour la source intarissable de divertissement qu'ils ont été, pour l'amusement que j'ai tiré de leur confusion en regardant mes travaux, ainsi que pour leurs encouragements malgré cela.

Je remercie ma famille, pour leur soutien depuis toujours, leurs encouragements perpétuels, et la fierté qu'ils me montrent à chaque fois que je parle de mes travaux.

Enfin, je remercie ma compagne, Maëlys, pour ses encouragements comme pour ses rappels à la réalité, pour son œil de faucon à la relecture de cette thèse, et d'attiser régulièrement mes ambitions pour m'empêcher de me ramollir.

# Table des matières

Tal	Table des figures   vi		
$\mathbf{Lis}$	te de	es tableaux	xi
No	tatio	ns mathématiques	xiii
Int	rodu	ction	1
I	$\operatorname{Est}$	imation paramétrique sur réseau de capteurs commuté	5
1	Eta	blissement du problème	7
	1.1	Contexte et problématique	7
	1.2	Techniques d'estimation de position	8
	1.3	Antennes-réseaux commutées	14
	1.4	Motivations et hypothèses	15
	1.5	Plan de la partie	18
	1.6	Modèle	18
	1.7	Exemple préliminaire	20
2	Cri	tères d'optimisation	23
	2.1	Bornes de Cramér-Rao	23
	2.2	Critères d'optimisation des séquences de commutation	30
3	Opt	imisation de la commutation	<b>35</b>
	3.1	Séquences et stratégies de commutation	35
	3.2	Analyse numérique	39
	3.3	Estimation d'angle d'incidence	46
	$3 \cdot 4$	Estimateur MUSIC et stratégies	48
	3.5	Conclusion	51

Π	Détection de passagers par analyse des réponses impulsionnelles	
	de canal en bande ultra-large	<b>53</b>
4	Etablissement du problème	55
	4.1 Présentation du système d'acquisition	56
	4.2 Caractéristiques du signal mesuré	· · 57
	4.3 Analyse volumétrique	· · 59
5	Classification par vecteurs-support	61
	5.1 Rappels sur les SVM	61
	5.2 Prétraitements	64
	5.3 Métriques alternatives pour le noyau gaussien	66
6	Mise en pratique et analyse numérique	71
	6.1 Collecte des données	71
	6.2 Méthode d'entrainement	72
	6.3 Évaluation des performances	$\cdot$ · 73
	6.4 Résultats	$\cdot$ · 75
	6.5 Conclusion	87
Co	onclusions générales	89
An	mexes	93
A	Publications	95
в	Matrice d'information de Fisher	97
С	Inversion de la FIM	99
D	FIM pour l'estimation d'angle d'incidence	101
$\mathbf{E}$	Minimisation en $z$ de $\ \mathbf{a}\mathrm{e}^{\mathrm{j}z}-\mathbf{b}\ _2$	103
Bil	bliographie	105

# Table des figures

1.1-1	Exemple d'un système à quatre capteurs pour un seul canal de réception.	
	Cette partie de la thèse est consacrée à la portion encadrée du système	8
1.1 - 2	Exemple d'une séquence de commutation : les tracés en pointillés représentent	
	le signal théoriquement mesurable de chaque capteur, et les tracés en traits	
	pleins représentent la partie "disponible" du signal, mesurée par le canal $\ . \ .$	9
1.2-3	Exemple de triangulation	12
1.7-4	Séquences de commutation utilisées dans l'exemple préliminaire	21
1.7-5	Comparaison des transformées de Fourier à temps discret du signal avec trois	
	motifs d'échantillonnage différents	21
2.1 - 1	Écart-type, RMCE, et bornes associées, pour l'estimation de fréquence, en	
	fonction du SNR	29
2.1 - 2	Écart-type, RMCE, et bornes associées, pour l'estimation de phases, en fonc-	
	tion du SNR	29
2.2-3	Déviation des estimations de $\varphi^c$ , et borne correspondante $\sqrt{\Gamma'_{\varphi}}$ , en fonction	
	du SNR	34
3.1-1	Exemple d'une séquence de commutation	36
3.1-2	Séquences générées par les stratégies $Rotation$ et $Rotation\ reflétée,\ avec\ 12$	
	blocs pour 4 capteurs.	38
3.2-3	Critère $\Gamma'_{\varphi} = \Gamma_{\varphi} + \Gamma_2$ et ses composantes en fonction de la taille de bloc $B$ ,	
	en utilisant la stratégie Rotation, avec $K = 4, D = 3$ et $N = 160 \dots \dots \dots$	40
3.2-4	Nombre de blocs $M$ optimal et $\Gamma_{\varphi}'$ correspondant pour une stratégie Rota-	
	tion en fonction du nombre $D$ d'échantillons per dus à chaque opération de	
	commutation	42
3.2 - 5	Critère de phases $\Gamma_{\varphi}'$ en fonction de la taille de bloc. Comparaison à tailles	
	de bloc égales des stratégies Rotation et Rotation Reflétée à la séquence de	
	$commutation \ optimale \ \ \ldots $	43
3.2-6	Critère de pulsation $\Gamma_\omega$ en fonction de la taille de bloc. Comparaison à tailles	
	de bloc égales des stratégies $\it Rotation$ et $\it Rotation$ $\it Reflétée$ à la séquence de	
	commutation optimale (par rapport au critère de phases)	43

3.3-7	Critère de phases $\Gamma'_{\varphi}$ et borne sur l'angle d'incidence $CRB_{\alpha}$ en fonction de la taille de bloc $B$ , pour une UCA à $K = 4$ capteurs de 20cm de diamètre $\ldots$	47
3.3-8	Critère de phases $\Gamma'_{\varphi}$ et borne sur l'angle d'incidence $CRB_{\alpha}$ en fonction de la taille de bloc <i>B</i> , pour une ULA à $K = 4$ capteurs de 20cm de long $\ldots \ldots$	47
3.4-9	Spectre MUSIC $p(2\pi f)$ en fonction de la fréquence, pour diverses tailles de bloc $(B)$ avec la stratégie <i>Rotation</i> . Les lignes verticales indiquent les fréquences réellement présentes	50
4.1-1	Positions des transmetteurs du prototype utilisé pour cette étude. Les trans- metteurs représentés par des points clairs sont ceux situés à l'intérieur de l'habitacle	57
4.2-2	Magnitudes (en quantas du convertisseur analogique-numérique du système) des CIR mesurées entre deux transmetteurs placés autour de deux places occupées différemment pour chaque sous-figure. La période d'échantillonnage est proche de 1ns	58
5.1-1	Points de deux classes différentes dans un espace à deux dimensions. $H_1$ ne sépare pas correctement les classes. $H_2$ les sépare correctement, mais avec moins de marge que $H_3$ , qui sera donc l'hyperplan (une droite en 2D) de séparation choisi par un SVM pour ce cas	61
5.1-2	Exemple d'une redescription qui permet de séparer des données inséparables par un SVM avant redescription	62
6.2-1	Organisation des données d'entrainement et de test	74
6.4-2	Taux de succès de classification $\rho$ des vecteurs de $\mathbb{V}'_{known}$ en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes avec divers prétraitements $\varphi$ et métriques $d$ utilisés avec un noyau gaussien. $d(a, b) =$ $  a - b  _2$ sauf mention contraire	76
6.4-3	Taux de succès de classification $\rho$ des vecteurs de $\mathbb{V}'_{close}$ en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes avec divers prétraitements $\varphi$ et métriques $d$ utilisés avec un noyau gaussien. $d(a, b) =$ $  a - b  _2$ sauf mention contraire	77
6.4-4	Taux de succès de classification $\rho$ des vecteurs de $\mathbb{V}_{\text{unknown}}$ en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes avec divers prétraitements $\varphi$ et métriques $d$ utilisés avec un noyau gaussien. $d(a, b) =$ $  a - b  _2$ sauf mention contraire	78
6.4-5	Taux de succès de classification $\rho$ des vecteurs de $\mathbb{V}'_{known}$ en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes avec divers prétraitements $\varphi$ et métriques $d$ utilisés avec un noyau gaussien. $d(a, b) =$ $  a - b  _2$ sauf mention contraire	79

6.4-6	Taux de succès de classification $\rho$ des vecteurs de $\mathbb{V}'_{\text{close}}$ en fonction du nombre	
	de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes avec divers	
	prétraitements $\varphi$ et métriques $d$ utilisés avec un noyau gaussien. $d(a,b)$ =	
	$  a - b  _2$ sauf mention contraire	79
6.4-7	Taux de succès de classification binaire $\rho^{(\text{bin})}$ des vecteurs de $\mathbb{V}'_{\text{known}}$ en fonc-	
	tion du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-	
	classes et un classificateur binaire, avec divers prétraitements $\varphi$ et métriques	
	$d$ utilisés avec un noyau gaussien. $d(a,b) = \ a-b\ _2$ sauf mention contraire	80
6.4-8	Taux de succès de classification binaire $\rho^{(bin)}$ des vecteurs de $\mathbb{V}'_{close}$ en fonction	
	du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes et	
	un classificateur binaire, avec divers prétraitements $\varphi$ et métriques $d$ utilisés	
	avec un noyau gaussien. $d(a,b) =   a - b  _2$ sauf mention contraire	81
6.4-9	Taux de succès de classification $\rho$ des vecteurs de $\mathbb{V}'_{\rm known}$ en fonction du	
	nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes et	
	une combinaison de classificateurs binaires, avec divers prétraitements $\varphi$ et	
	métriques $d$ utilisés avec un noyau gaussien $\hdots$	82
6.4-10	Taux de succès de classification $\rho$ des vecteurs de $\mathbb{V}'_{\mathrm{close}}$ en fonction du nombre	
	de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes et une com-	
	binaison de classificateurs binaires, avec divers prétraitements $\varphi$ et métriques	
	$d$ utilisés avec un noyau gaussien $\hdots$	82
6.4-11	Taux de succès de classification $\rho$ des vecteurs de $\mathbb{V}'_{\rm known}$ en fonction du	
	nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes à ali-	
	gnement noyau avec filtrage par vote sur fenêtre glissante $\hdots\dots\dots\dots\dots\dots$	83
6.4-12	Taux de succès de classification $\rho$ des vecteurs de $\mathbb{V}'_{\mathrm{close}}$ en fonction du nombre	
	de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes à alignement $% \mathcal{A}$	
	noyau avec filtrage par vote sur fenêtre glissante $\hdots$	84
6.4-13	Taux de succès $\rho$ du classificateur à alignement noyau sur les vecteurs de	
	$\mathbb{V}'_{\rm known}$ en fonction de la longueur des CIR d'entrée, pour divers nombres de	
	vecteurs d'entrainement	85
6.4-14	Taux de succès $\rho$ du classificateur à alignement noyau sur les vecteurs de	
	$\mathbb{V}_{\mathrm{close}}'$ en fonction de la longueur des CIR d'entrée, pour divers nombres de	
	vecteurs d'entrainement	85

# Liste des tableaux

2.1 2.2	Termes diagonaux de la CRB pour les paramètres $A_k$ , $\varphi_k$ et $\omega$ Critères d'optimisation pour les paramètres $A_k$ , $\varphi_k^c$ et $\omega$	26 32
3.1	Valeurs asymptotiques des critères pour un grand nombre $K$ d'antennes et un grand nombre total $N$ d'échantillons. Les valeurs asymptotiques exactes sont obtenues en multipliant $\Gamma$ par $\sigma^2$ ; $\Gamma_{\varphi}$ , $\Gamma'_{\varphi}$ et $\Gamma_2$ par $\sigma^2/A^2$ ; et $\Gamma_{\omega}$ par $\sigma^2/(T_s^2 A^2)$ . La ligne " $K$ canaux" correspond au cas d'un système où chaque capteur est échantillonné par un canal associé, si bien que $N_k = N/K$ échan- tillons sont mesurés de manière synchrone pour chaque capteur, pendant la même durée totale que pour les systèmes commutés représentés par les autres	
	lignes	45
6.1	Données capturées : à chaque ligne, la partie gauche indique de quelle manière le véhicule était occupé (une croix marquant la présence d'une personne à la place correspondante) ; la partie droite indique les positions contrôlées pour lesquelles des CIR ont été capturées avec l'occupation d'habitacle décrite par	
	la partie gauche	$7^{2}$
6.2	Nombre de vecteurs-supports pour des SVM multi-classes opérants sur divers	
	espaces de redescription, entrainés avec 3300 vecteurs	86

# **Notations mathématiques**

Dans cette thèse, les notations mathématiques suivantes seront utilisées :

#### Symbole Description

$\cdot_k$	Les variables labellisées seront considérées comme appartenant à un en-
	semble dans la première partie.
÷	Opérateur barycentre récursif : appliqué à un ensemble, il s'agit de la
	moyenne des éléments de cet ensemble. Appliqué à un ensemble d'en-
	sembles, il s'agit de la moyenne des barycentres de chacun de ces ensembles.
	Exemple : Soit $\xi = \{\xi_a, \forall a \in [1, A]\}$ , avec $\xi_a = \{\xi_{a,b} \in \mathbb{R}, \forall b \in [1, B]\}$ .
	L'opérateur $\overline{\cdot}$ peut être utilisé sur les ensembles $\xi_a : \overline{\xi_a} = \frac{1}{B} \sum_{b=1}^{B} \xi_{a,b}$ ; où
	sur l'ensemble de ces ensembles $\xi : \overline{\xi} = \frac{1}{A} \sum_{a=1}^{A} \overline{\xi_a}$ .
A	Les lettres ajourées seront utilisées pour noter des ensembles dans la seconde
	partie.
$\mathbb{N}$	L'ensemble des nombres entiers.
$\mathbb{R}$	L'ensemble des nombres réels.
$\mathbb{C}$	L'ensemble des nombres complexes.
j	L'unité imaginaire, telle que $j^2 = -1$ .
$\Re(z)$	La partie réelle du nombre complexe $z$ .
$\Im(z)$	La partie imaginaire du nombre complexe $z$ .
<u>12</u>	La phase du nombre complexe $z$ .
v	Les vecteurs sont représentés par des lettres minuscules en gras.
M	Les matrices sont représentées par des lettres majuscules en gras.
$\left[\cdot ight]_{i,j}$	Utilisé pour indexer dans un vecteur ou une matrice.
$(\cdot)^*$	$c^*$ est le complexe conjugué de $c$ .
$(\cdot)^ op$	La transposée d'un vecteur ou d'une matrice.
$(\cdot)^{\mathrm{H}}$	La transposée hermitienne d'un vecteur ou d'une matrice.
$ \cdot $	La valeur absolue d'un nombre réel, ou la magnitude d'un nombre complexe.
$\ oldsymbol{M}\ _p$	La norme $p^{\grave{e}me}$ d'une matrice ou vecteur $\ \boldsymbol{M}\ _p = \left(\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n  [\boldsymbol{M}]_{i,j} ^p\right)^{\frac{1}{p}}$ .
$\delta_{i,j}$	Le symbole de Kronecker, tel que $\delta_{i,i} = 1$ et $\delta_{i,j\neq i} = 0$ .
$\boldsymbol{\delta}_i$	Un vecteur colonne de longueur appropriée tel que $[\boldsymbol{\delta}_i]_j = \delta_{i,j}$

## Introduction

#### **Contexte industriel**

Cette thèse a été effectuée dans le cadre d'une convention industrielle de formation par la recherche (CIFRE), en partenariat avec Valeo, un équipementier automobile. Plus précisément, cette thèse s'inscrit dans un projet de recherche et développement d'un système "Phone As A Key" passif; c'est-à-dire un dispositif de verrouillage de véhicule où le téléphone de l'utilisateur est utilisé comme clé, et où déverrouiller le véhicule ne requiert pas d'action de l'utilisateur, si ce n'est tirer la poignée.

Ce type de système est soumis à de nombreuses contraintes :

- Financièrement, ce type d'équipement doit rester peu coûteux, ou offrir des prestations supplémentaires pour pouvoir justifier son prix, le secteur étant un secteur à faibles marges.
- Le système doit être compact, les espaces dédiés à ce genre de dispositifs (intérieur des pare-chocs, garnitures de portes et supports de toit...) étant très restreints.
- La consommation d'énergie doit être faible : le système de clé étant principalement actif lorsque le moteur est coupé, il ne doit pas décharger la batterie au risque de l'endommager et d'immobiliser le véhicule.
- En termes de précision de localisation : afin de répondre au cahier des charges posé par l'industrie automobile, un système d'entrée et de démarrage passif doit garantir que le véhicule restera verrouillé si la clé est à plus de deux mètres, et ne démarrera pas si la clé n'est pas à l'intérieur.
- En termes d'indépendance de l'environnement : la localisation doit non seulement être précise, mais elle doit être capable de fonctionner dans n'importe quel environnement. Un cas généralement pathologique pour les systèmes envisagés est celui du parking souterrain, où il est impossible de se reposer sur des systèmes externes (GNSS), et où la complexité de l'environnement peut mener à l'apparition de nombreux trajets secondaires.
- En termes de sécurité : le système doit pouvoir parer aux attaques les plus communes, et particulièrement les "relay attacks", où l'attaquant utilise un relais pour faire croire

au système que la clé est plus proche que dans la réalité.

— Enfin, le système doit reposer sur des technologies déjà disponibles dans les téléphones du marché, puisque cette industrie est peu encline à ajouter du matériel (et donc du poids, de l'épaisseur et de la consommation électrique) dans leurs modèles pour servir de telles fins.

Pour répondre à ces contraintes, Valeo a envisagé et prototypé plusieurs approches, basées sur plusieurs technologies présentes (ou bientôt présentes) dans la majorité des téléphones du marché.

Bluetooth Low-Energy (BLE) était la technologie originellement envisagée pour son ubiquité et sa faible consommation électrique.

Plus récemment, le projet a pivoté vers la technologie ultra-wideband (UWB), bien plus adaptée à la géolocalisation à courte portée et qui commence à être introduite sur les modèles hauts de gamme de l'industrie téléphonique.

#### Bluetooth et réseaux de capteurs

Diverses approches ont été envisagées dans le cadre du projet pour localiser le téléphone de l'utilisateur par son signal Bluetooth, telles que la cartographie des puissances perçues par plusieurs capteurs, ou l'estimation de la direction d'incidence par des réseaux de capteurs en plusieurs points pour réaliser une triangulation.

Dans le cadre de cette seconde approche, j'ai eu pour tâche le développement de diverses technologies de support, ainsi que d'effectuer des recherches sur l'optimisation du système qui avait été conçu.

Le-dit système est un ensemble d'antennes-réseaux réparties dans la carrosserie du véhicule afin de pouvoir estimer les angles d'incidence des signaux de la clé en plusieurs points afin de trianguler sa position. Ces antennes-réseaux ne partageant pas de référence de temps commune, on peut parler d'antennes-réseaux non-cohérentes.

Comme le système nécessite plusieurs de ces antennes-réseaux, il est nécessaire de réduire leur coût pour arriver à un produit économiquement viable. Pour ce faire, chaque antenne-réseau est en fait une antenne-réseau commutée, où les capteurs de l'antenne sont tous reliés au même canal de réception par l'intermédiaire d'un commutateur électronique.

Les significations des termes "antennes-réseaux non-cohérentes" et "antennes-réseaux commutées" seront explorées en section 1.3.

Si la forme de l'antenne était déjà déterminée par des contraintes physiques, l'ordre et la durée de sélection des capteurs par le commutateur était un degré de liberté de conception dont le choix était originellement arbitraire. L'exploration de ce degré de liberté a fait l'objet de mes recherches pendant les deux premières années de ma thèse, et sera décrite en première partie.

#### Ultra-wideband

Durant ma thèse, le projet a pivoté vers la technologie UWB. Celle-ci permet effectivement une mesure précise du temps de trajet aller-retour entre deux objets disposant de cette technologie.

Cette manière de localiser le téléphone offre notamment un avantage clé pour l'application au verrouillage de véhicules : elle est en particulier moins susceptible aux relay attacks (décrites plus précisément en sous-section 1.2.2), puisque "rapprocher" le téléphone demanderait un canal où transférer son message plus vite que la lumière.

Ce changement de stratégie a ouvert de nouvelles opportunités de recherches, notamment pour envisager des utilisations alternatives du matériel UWB. Ces recherches ont permis à Valeo de déposer en juillet 2020 un brevet qui détaille une façon de mutualiser le matériel de localisation de source UWB, en l'utilisant pour détecter les passagers du véhicule. Les recherches qui justifient ma présence parmi les inventeurs dans ce brevet ont occupé la dernière année de ma thèse, et seront décrites en seconde partie de ce document.

#### Contributions

Cette thèse se découpe en deux parties :

La première partie traite de la conception de séquences de commutations pour l'estimation des paramètres de sinusoïdes par un réseau d'antennes commuté, avec les contributions suivantes :

- Un modèle pour des signaux sinusoïdaux échantillonnés à des instants différents pour chaque capteur d'une antenne est proposé, et des bornes de Cramér-Rao sont calculées pour ce modèle.
- À l'aide des bornes de Cramér-Rao, des critères d'optimisation analytiques sont définis en fonction des instants d'échantillonnage de chaque capteur de l'antenne.
- De ces critères sont interprétées des règles sur la façon dont les capteurs devraient être échantillonnés pour mener à de meilleures estimations de phases, particulièrement dans le cas où la fréquence du signal est inconnue.
- Des stratégies de choix des instants d'échantillonnage sont définies afin de comparer leurs performances avec les méthodes d'échantillonnage présentes dans la littérature.
- Il en ressort que les méthodes d'échantillonnage de la littérature sont sous-optimales pour le problème de l'estimation de phases en plusieurs points d'une onde de fréquence inconnue.
- Cette sous-optimalité est également montrée pour l'estimation d'angle d'incidence avec des antennes-réseaux.

La seconde partie étudie la détection de passagers à différentes places en utilisant les réponses impulsionnelles des canaux de propagation entre les balises UWB positionnées dans l'habitacle.

- Une preuve de concept établit la faisabilité de cette approche innovante.
- Des prétraitements et métriques sont définis pour améliorer la classification par machines à vecteurs-supports.

- Une campagne de mesure menée dans le cadre de cette thèse a permis d'évaluer les performances des approches proposées.
- À l'aide de mesures sur un prototype, les limites du système liées à la sensibilité de celui-ci à des changements dans l'habitacle sont mises en avant.

Ces contributions sont partagées dans les publications résumées en annexe A.

#### Plan de la thèse

Dans le chapitre 1, la problématique autour du choix de la séquence de commutation dans une antenne-réseau commutée est expliquée. Les techniques les plus communes de localisation de source sont exposées, avant de détailler l'état de l'art concernant les antennesréseaux commutées. Le modèle est introduit après justification de ses hypothèses, puis un exemple est donné pour illustrer le besoin auquel répond cette étude.

Dans le chapitre 2, les bornes de Cramér-Rao sont calculées, et des critères d'optimisation adaptés à notre problème en sont dérivés. On commente alors sur ce que ces critères analytiques nous révèlent sur les propriétés d'une bonne séquence de commutation.

Dans le chapitre 3, on explique plus précisément le concept de séquence de commutation, et on définit des stratégies qui permettent de construire des séquences. L'influence des stratégies et de leurs paramètres est étudiée à l'aide d'une analyse numérique des critères d'optimisation. Le critère d'optimisation principal est ensuite comparé à l'évaluation numérique des bornes de Cramér-Rao sur l'estimation d'angle d'incidence.

Dans le chapitre 4, on aborde la seconde partie de la thèse, en décrivant le système UWB dédié au positionnement, avant de présenter sa nouvelle fonction dédiée à l'analyse volumétrique de l'habitacle.

Dans le chapitre 5, on rappelle succintement le principe des machines à vecteurssupports, avant d'introduire des prétraitements et métriques proposés afin d'améliorer les performances de ces classificateurs.

Enfin, dans le chapitre 6, on discute des résultats expérimentaux obtenus à l'aide de ces prétraitements et métriques, avant de conclure.

Première partie

# Estimation paramétrique sur réseau de capteurs commuté

# Chapitre **L**

## Etablissement du problème

#### Terminologie

Afin d'éviter les ambiguïtés, définissons quelques termes qui nécessitent une attention particulière dans cette partie :

- Un *capteur* est un élément physique qui traduit l'état d'un champ à un point en un signal électrique.
- Une antenne est un ensemble de capteurs dont les signaux sont exploités conjointement pour estimer les paramètres d'intérêt.
- Un *canal* (de réception) est une chaine d'acquisition comportant notamment un convertisseur analogique-numérique.
- Un *motif d'échantillonnage* représente l'ensemble des instants d'échantillonnage de chaque capteur de l'antenne.
- Une *séquence de commutation* représente quels capteurs sont sélectionnés à quels instants par le commutateur.
- Une *stratégie de commutation* représente une méthode permettant de générer des séquences de commutation à l'aide de paramètres.

#### 1.1 Contexte et problématique

Le traitement d'antennes est un des champs historiques du traitement de signal, ayant de nombreuses applications telles que l'estimation de direction d'arrivée (DOA : Direction Of Arrival) [Krim 1996], l'imagerie RADAR comme médicale, etc.

Traditionnellement, ces traitements présument d'antennes où chaque capteur se voit associé à un canal dédié; ceux-ci partagent une référence de temps commune, et échantillonnent le signal aux mêmes instants. Cette architecture facilite nombre d'algorithmes en fournissant des échantillons synchrones, avec une même référence de phase, pour chaque capteur de l'antenne.

Cependant, si ce type de système est peu coûteux dans le domaine acoustique, il en va autrement du domaine radio-fréquences, où les chaines de réception (superhétérodyne,

filtres, convertisseur analogique-numérique...) ainsi que leur synchronisation sont nettement plus coûteuses à divers aspects : financièrement bien évidemment, mais aussi en terme de consommation électrique et d'espace nécessaire pour les composants ainsi que les nombreuses pistes les reliant, qui doivent répondre à des contraintes de routages particulièrement exigeantes. Tous ces coûts sont parfois trop élevés pour le domaine de l'électronique embarquée, où les contraintes d'espace et de consommation ont tendance à imposer des concessions sur les performances attendues.

Afin de réduire ces coûts, diverses techniques ont été développées autour de l'utilisation d'un unique canal pour échantillonner tour à tour les capteurs à l'aide d'un commutateur électronique, comme illustré dans la Figure 1.1-1. Comme les capteurs ne sont alors plus échantillonnés simultanément, le choix d'une séquence de commutation est nécessaire pour définir à quels instants chaque capteur est échantillonné. La Figure 1.1-2 illustre un exemple de signal qui pourrait être observé via un tel système, que l'on appellera *antenne commutée*.



Figure 1.1-1 – Exemple d'un système à quatre capteurs pour un seul canal de réception. Cette partie de la thèse est consacrée à la portion encadrée du système.

Dans ce chapitre, nous ferons d'abord l'état de l'art des techniques d'estimation de position en sections 1.2 et 1.3 :

- En section 1.2, nous rappellerons les grandes classes de techniques, en suivant une structure similaire à la façon dont [Awarkeh 2019] a approché l'exercice.
- En section 1.3, nous nous concentrerons sur les antennes commutées, qui font l'objet de cette première partie.

Nous motiverons ensuite nos recherches et hypothèses simplificatrices en section 1.4. Le modèle est décrit en section 1.6, et un exemple est présenté en section 1.7.

#### **1.2** Techniques d'estimation de position

L'estimation de position est un problème très ancien, avec de nombreuses applications. La plus populaire de nos jours est probablement le Global Navigation Satellite System (GNSS), qui est aujourd'hui une des technologies de localisation les plus répandues dans les appareils civils malgré ses origines militaires. Ce système se base sur la mesure de différences de délais de propagation de signaux provenant de sources dont la position est connue.



Figure 1.1-2 – Exemple d'une séquence de commutation : les tracés en pointillés représentent le signal théoriquement mesurable de chaque capteur, et les tracés en traits pleins représentent la partie "disponible" du signal, mesurée par le canal.

Un autre système de localisation d'origine militaire au fonctionnement complètement différent est le RADAR, qui s'est aujourd'hui démocratisé avec de nombreuses applications navales et en industrie automobile. Ces systèmes utilisaient originellement des antennes directives qui balayaient physiquement l'espace pour localiser leurs cibles. De nos jours, il est plus commun d'utiliser des réseaux de capteurs omnidirectionnels, dont les signaux sont traités conjointement pour estimer l'angle d'où provient un signal reçu.

Enfin, une technique moins connue du grand public, mais très répandue, est l'exploitation de la décroissance de la puissance d'un signal reçu lorsque l'on s'éloigne de sa source. Cette technique est notamment utilisée dans l'industrie automobile pour la localisation de sa clé par un véhicule, afin de permettre la détection d'un utilisateur autorisé.

Dans cette section, nous expliquerons brièvement les principales classes de techniques d'estimation de position. On appellera "balise" un transmetteur dont la position est connue, en faisant une référence spatiale pour le système d'estimation de position.

#### 1.2.1 Puissance de signal reçue

La puissance de signal reçue (RSS : Received Signal Strength) est une mesure de l'intensité du signal perçu par un récepteur.

Dans les cas les plus simples, le signal subit une atténuation de propagation qui est proportionnelle à  $d^n$ , où d est la distance parcourue et n est un paramètre dépendant de la géométrie des lieux, et est généralement proche de 2. En mesurant le RSS avec plusieurs balises, il est alors possible de mesurer les distances entre chacun d'entre eux et un transmetteur de position inconnue, pour déduire sa position par trilatération [Shehu Yaro 2018].

Dans l'industrie automobile, l'atténuation de signaux radio à basses-fréquences est utilisée pour mesurer la distance entre le véhicule et sa clé.

Cependant, dans des milieux de propagation plus complexes, il se peut que le RSS évolue différemment en fonction de la distance, particulièrement si une ligne de vue n'est pas garantie. Pour pallier cela, des techniques dites "d'empreintes" ont été mises au point [Beder 2012]. Un système d'apprentissage automatique est alors entrainé avec des mesuresterrain afin de pouvoir identifier la position de la source à partir d'un vecteur de RSS mesuré avec plusieurs balises.

En fonction de la précision attendue et de l'environnement, des calibrations peuvent être nécessaires.

#### 1.2.2 Délais de propagation

La mesure de délais de propagation est une méthode particulièrement intuitive comme solution au problème d'estimation de position. En effet, la vitesse de propagation d'une onde étant pratiquement constante dans un milieu donné, connaitre le délai de propagation entre deux transmetteurs revient à connaitre la distance entre eux.

Cette technique est d'autant plus avantageuse dans le cadre du projet auquel cette thèse se rattache, à savoir la localisation d'une clé passive. En effet, elle est, par nature, insensible aux attaques par relais :

Dans une attaque par relais, un attaquant positionne un transmetteur à proximité de la clé d'origine du véhicule. Le signal enregistré par ce transmetteur est communiqué via un canal annexe vers un relais qui répètera ce signal à proximité du véhicule. Si des mesures appropriées n'ont pas été prises, le relais peut être confondu avec la clé par le véhicule. Selon la manière dont la position est estimée, le véhicule pourrait alors croire que la clé est à la position du relais.

Cependant, dans le cas de la mesure de délais de propagation de signaux radio, il n'existe pas de canal pratiquement réalisable qui permettrait de réduire ce délai, et donc de faire passer une clé pour plus proche qu'elle ne l'est réellement.

Cette technique est généralement la plus contraignante à mettre en place : pour mesurer le délai de propagation entre deux transmetteurs, ils doivent partager une référence temporelle commune ; ou alternativement mesurer le délai de propagation d'un aller-retour (en compensant le temps de traitement du transmetteur qui répond au premier). Cette technique demande donc un fort degré de coopération entre l'objet à localiser et les balises pour fonctionner.

Cette mesure de délai aller-retour est notamment la technique utilisée par la technologie UWB [Çetin 2012].

#### 1.2.3 Différences de délais de propagation

La mesure de différences de délais de propagation, comme celle utilisée par le système GNSS [Van Diggelen 2009], en revanche, est sujette à ce type d'attaque. Ce type de système est généralement utilisé lorsque la mesure de délais de propagation est impossible.

Dans le cas du GNSS, l'utilisation de cette technique est justifiée par le fait que maintenir la synchronisation entre les horloges atomiques embarquées par les satellites et les horloges des récepteurs GNSS serait pratiquement infaisable. La technique de la mesure aller-retour n'est pas non plus exploitable : à la fois parce qu'émettre depuis un appareil portable jusqu'à un satellite n'est généralement pas viable économiquement et d'un point de vue encombrement, et parce que de tels signaux pourraient facilement être écoutés et localisés par un tiers.

Dans un système d'estimation de position d'une cible par différences de délais de propagation, sa distance  $d_i$  avec chaque  $i^{ime}$  des I balises de positions respectives  $\zeta_i$  est estimée à un décalage identique  $\Delta$  près. On peut alors construire un système de I équations de la forme :

$$d_i = \|\zeta - \zeta_i\|_2 + \Delta. \tag{1.1}$$

Résoudre ce système permet d'estimer la position  $\zeta$  de la cible.

Cette technique, si elle ne demande pas nécessairement de coopération entre les balises et l'objet à localiser (comme illustré par le système GNSS), nécessite tout de même un protocole dédié pour permettre la mesure des différences de délais de propagation.

Remarque : dans le cas du système GNSS, le système d'équation est exprimé similairement, mais  $\zeta$  n'est généralement pas seulement un vecteur position (x, y, z), mais inclut aussi l'instant de mesure t. Un récepteur GNSS estime donc l'instant auquel il a perçu les signaux des satellites en même temps que sa position.

#### 1.2.4 Triangulation

La triangulation est une méthode très ancienne d'estimation de position, avec des applications connues au XVIIème siècle.

Elle consiste à former un triangle composé d'un segment connu et du point dont on souhaite mesurer la position. En mesurant les angles du triangle à chaque extrémité du segment connu, on peut appliquer de simples formules trigonométriques pour déterminer la position du point.

Par exemple, en deux dimensions (illustré par la figure 1.2-3) : soient A = (0,0), B = (d,0) et X = (x,y). Soient  $\alpha = \widehat{XAB}$  et  $\beta = \widehat{XBA}$ . Alors  $x = d\frac{\sin\beta\cos\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$  et  $y = d\frac{\sin\beta\sin\alpha}{\sin(\alpha+\beta)}$ .



Figure 1.2-3 - Exemple de triangulation.

Un inconvénient de cette technique d'estimation de position est que, à précision angulaire équivalente, sa précision dans la direction de (AB) diminue lorsque X s'approche de la droite (AB), et sa précision dans l'axe  $(\frac{A+B}{2}, X)$  diminue lorsque X s'éloigne du segment [AB].

Dans le cas pathologique où X appartient à (AB),  $\sin(\alpha + \beta) = 0$  et il est alors impossible de résoudre une position unique, même lorsque l'estimation d'angle d'incidence est parfaite.

Pour mesurer les angles à partir de plusieurs points, diverses techniques peuvent être utilisées. Une des plus anciennes dans le domaine radio est l'utilisation d'antennes fortement directives pivotées physiquement pour trouver l'angle maximisant la puissance du signal.

Une autre technique basée sur l'amplitude des signaux est le système de Watson-Watt [Oestreich 2012] : dans sa configuration la plus simple, deux antennes dont le spectre de directivité forme un 8 sont positionnées perpendiculairement l'une à l'autre. L'angle d'incidence d'un signal peut alors être estimé en prenant l'arc-tangente de la puissance perçue par une antenne divisée par la puissance perçue par l'autre. Plus précisément, ce système permet d'estimer sur quelle droite se trouve la source, et une antenne supplémentaire est généralement nécessaire pour déterminer la direction.

L'estimation d'angle d'incidence par Pseudo-Doppler [Aloi 2009] se base originellement sur une antenne placée sur une plateforme rotative. Par effet Doppler, la fréquence du signal reçu augmente lorsque l'antenne se déplace vers la source, et diminue lorsqu'elle s'en éloigne. Il est alors possible d'estimer l'angle d'incidence du signal. Les systèmes d'estimation d'angle d'incidence par Pseudo-Doppler modernes remplacent généralement la plateforme rotative par un cercle de K antennes, et un commutateur est utilisé pour les échantillonner tour à tour. Ceci est virtuellement équivalent à échantillonner une antenne sur plateforme rotative dont la vitesse de rotation serait  $f_s/K$  tours par seconde, où  $f_s$ est la fréquence d'échantillonnage en Hz.

Une des techniques les plus populaires aujourd'hui est l'exploitation des décalages de phases dans des antennes-réseaux, décrite en section 1.3.

L'estimation de l'angle d'incidence d'un signal peut généralement se faire quel que soit le signal en question, et peut donc être réalisée de manière unilatérale.

Remarquons que les RADAR, mentionnés plus haut, exploitent généralement une combinaison d'estimation d'angle d'incidence et de mesure du délai de propagation.

#### 1.2.5 Antennes-réseaux

Une antenne-réseau, aussi appelée réseau d'antennes ou réseau de capteurs, est un ensemble de capteurs dont les positions relatives sont connues et dont on souhaite traiter les signaux conjointement.

L'estimation d'angle d'incidence à l'aide des déphasages observés entre les signaux mesurés par plusieurs capteurs de positions connues est une technique qui intéresse de plus en plus l'industrie, comme illustré par l'inclusion grandissante de ce type de techniques dans les spécifications de protocoles sans-fil, généralement sous les appellations de "DOA" et "DOD" ("Direction of Arrival" et "Direction of Departure" respectivement).

Lorsqu'un signal à bande étroite traverse le réseau, les signaux mesurés à chaque antenne sont décalés dans le temps (et donc déphasés) en fonction de la distance de chaque antenne à la source. Pour faciliter les calculs, il est commun d'approximer le front d'onde sphérique comme un plan, la longueur du réseau de capteurs étant généralement bien plus petite que la distance entre le réseau et la source.

Les avantages principaux de cette technique sont sa plus haute précision ainsi que sa capacité à estimer la direction d'arrivée en présence de trajets multiples.

De nombreuses méthodes ont été développées pour permettre l'estimation de l'angle d'incidence d'un signal.

La formation de voie [Steyskal 1989] est une des techniques les plus connues : en déphasant de manière appropriée les signaux reçus à chaque antenne, puis en sommant les signaux déphasés, il est possible de rendre une antenne-réseau directive sans la modifier physiquement. Il est notamment possible de réaliser ces traitements via des circuits dédiés que l'on appellera *beamformers*. Sa résolution angulaire est cependant limitée, cette approche étant l'équivalent spatial du périodogramme [Marcos 1998].

Ce type de système peut également être utilisé en émission, et sert notamment en télécommunications pour effectuer un multiplexage spatial [802 2013], où une station de transmission unique communique au même instant avec plusieurs transmetteurs sur la même bande de fréquences, en les séparant par leur position géographique.

D'autres algorithmes, tels que les méthodes à haute-résolution ESPRIT et MUSIC [Krim 1996], exploitent la matrice de covariance spatiale des signaux de chaque antenne pour estimer la direction d'incidence des signaux reçus avec une bonne résolution angulaire.

Pour évaluer la matrice de covariance, les K antennes d'une antenne réseau sont traditionnellement échantillonnées simultanément par autant de canaux de réception qui partagent une même référence de temps.

Cependant, il n'est pas toujours possible de remplir de telles conditions. De ce constat émergent deux domaines d'étude : les antennes-réseaux non-cohérentes, et les antennes commutées qui font l'objet de la première partie de cette thèse.

#### 1.2.6 Antennes-réseaux non-cohérentes

Dans le domaine des antennes-réseaux non-cohérentes, on s'intéresse au cas où la contrainte principale est qu'il est impossible de fournir une référence de temps commune pour les signaux de toutes les antennes d'un réseau.

Pour traiter ce type de problèmes, il est courant de décomposer l'antenne-réseau globale en plusieurs sous-réseaux où la cohérence (partage d'une même référence de temps) peut être maintenue.

S'il peut être tentant de complètement séparer le réseau non-cohérent en plusieurs réseaux cohérents, [Rieken 2004], [Wen 2014], [Suleiman 2018] et [Tirer 2020] montrent à l'aide de modèles adaptés qu'il reste avantageux de traiter conjointement les données de toutes les antennes, et qu'une telle approche offre de meilleures performances que des traitements indépendants.

#### 1.3 Antennes-réseaux commutées

Les antennes-réseaux commutées répondent au problème de faisabilité d'associer chaque antenne à un canal de réception dédié, généralement à cause du coût élevé que peuvent avoir les canaux de réception et leurs mécanismes de synchronisation.

Dès les années 90, des solutions ont été proposées pour réduire le nombre de canaux nécessaires.

[Sheinvald 1995] propose de traiter l'antenne-réseau comme un ensemble de sousréseaux composés d'autant de capteurs qu'il y a de canaux de réception. Des estimateurs de l'angle d'incidence des signaux pour de tels systèmes sont proposés, et l'exemple d'un système à cinq antennes pour deux récepteurs est simulé.

[Wahlberg 1991] propose de pondérer les signaux des antennes pour mesurer différentes combinaisons linéaires de la matrice de covariance de l'antenne-réseau complète avec un récepteur unique. Il propose ensuite d'évaluer la-dite matrice de covariance à partir de ces combinaisons, pour pouvoir appliquer les algorithmes classiques d'estimation d'angle d'incidence.

[Sheinvald 1999] généralise cette approche à deux canaux de réception, en modélisant et généralisant le système de poids par des prétraitements variables dans le temps. Cette idée est reprise par [See 2001], qui propose d'échantillonner séquentiellement les sorties d'un beamformer analogique avec un seul canal de réception.

[See 2003] propose plus tard de se passer du beamformer analogique, en échantillonnant séquentiellement chaque capteur de l'antenne-réseau à l'aide d'un commutateur. Une correction des phases des vecteurs directeurs typiquement utilisés dans l'algorithme MU-SIC est alors proposée pour permettre l'estimation d'angle d'incidence.

[Wang 2019] explorera la même idée sous l'optique de la cyclostationnarité. Il est cependant remarqué qu'une commutation entre chaque échantillon nécessite un commutateur rapide, sans quoi la fréquence d'échantillonnage diminue fortement. Il est alors proposé d'échantillonner les K capteurs de l'antenne-réseau en K blocs, où chaque bloc dure 1/K de la durée totale d'échantillonnage, pour augmenter le nombre d'échantillons pouvant être capturés.

[Aloi 2010] compare les performances d'algorithmes d'estimation d'angle d'incidence basés sur les différences d'amplitudes, des fréquences et de phases pour des antennesréseaux uniformes-circulaires dont les 8 capteurs sont échantillonnés en 8 blocs. La métrique d'erreur utilisée transforme ces algorithmes en classificateurs qui découpent l'espace en 8 segments de 45° centrés sur leur antenne-réseau.

Remarquons que dans chacun de ces travaux, la fréquence du signal dont on estime l'angle d'incidence est considérée comme connue. Nous expliquerons en section 1.4 que cette hypothèse n'est pas toujours valide, et peut mener à des erreurs d'estimation des phases, et donc à des erreurs d'estimation d'angle d'incidence.

Comme mentionné en sous-section 1.2.4, les systèmes RADAR combinent généralement estimation de délai de propagation et estimation d'angle d'incidence. Pour réduire le coût et l'encombrement de tels systèmes, en mentionnant notamment des applications à l'industrie automobile, un ensemble de travaux a été réalisé sur l'exploitation d'antennes-réseaux commutées pour la partie réception d'un RADAR à onde continue modulée en fréquence (FMCW : Frequency Modulated Continuous Wave).

Dans [Lee 2004a], un système à antenne-réseau commutée est proposé. Le signal FMCW est émis à autant de reprises qu'il y a d'antennes, et une seule antenne est sélectionnée à chaque itération de l'émission. [Lee 2004b] propose une estimation robuste dans ce contexte. Des bornes de Cramér-Rao pour ce système sont proposées dans [Lee 2003], et [Lee 2010] teste le-dit système expérimentalement.

#### 1.3.1 Bluetooth 5.1 : Extension à tonalité constante

Avec la démocratisation des smartphones, de nouvelles applications à la localisation de source sont apparues, telles que la localisation à l'intérieur de bâtiments, ou l'utilisation du smartphone comme clé passive. Pour répondre à ces nouveaux besoins, les standards de communication les plus populaires évoluent.

La spécification de Bluetooth 5.1 introduit notamment l'extension à tonalité constante (CTE : Constant Tone Extension) pour permettre l'application d'algorithmes d'estimation d'angle d'incidence de manière standardisée.

Différentes études ( [Cominelli 2019, Kumar 2020, Toasa 2021]) ont déjà été menées sur les performances que la CTE peut offrir en estimation d'angle d'incidence. Ces études indiquent généralement un écart-type de 1° à 2°.

Alternativement, [Zand 2019] propose d'exploiter les sauts de canaux périodiques de Bluetooth pour mesurer les écarts de phases entre les transmetteurs en balayant les fréquences de la bande de 80MHz utilisée par le protocole, bien que chaque mesure individuelle soit réalisée avec une bande maximale de 2MHz. Cela permet d'estimer les délais de propagation entre eux et donc de réaliser une mesure de distance.

#### 1.4 Motivations et hypothèses

Les principales originalités de ce travail sont la recherche de méthodes et critères pour permettre la conception de séquences de commutation efficaces, ainsi que la prise en compte des contraintes matérielles dans la construction desdites séquences de commutation. Nous nous concentrerons sur l'optimisation des séquences de commutation pour le cas classique de l'estimation des paramètres de sinusoïdes (pulsations, phases et amplitudes). Bien que ce type de problème existe dans de nombreuses applications, nous utiliserons l'estimation d'angle d'incidence de signaux Bluetooth [Cominelli 2019] comme application de référence; cette application justifie certaines de nos hypothèses simplificatrices, et nous servira à choisir les valeurs des paramètres utilisées dans nos simulations, sans perte de généralité pour nos conclusions.

Le but industriel de ces recherches était de permettre à Valeo d'améliorer un système de localisation de téléphone à courte portée alors en cours de prototypage, basé sur l'estimation d'angle d'incidence de ses signaux Bluetooth en plusieurs points autour du véhicule.

Cette section présente les différentes hypothèses de cette étude, ainsi que les contraintes imposées par le système de mesure qui les motivent.

#### 1.4.1 Signaux sinusoïdaux

Une des hypothèses faites dans cette étude est que les signaux transmis par les sources à localiser sont des sinusoïdes tout au long de l'intervalle de mesure. Cette hypothèse est justifiée par l'utilisation commune dans l'industrie de sinusoïdes pour répondre aux problèmes d'estimation d'angle d'incidence; l'introduction dans la spécification de Bluetooth 5.1 [Bluetooth Special Interest Group (SIG)] de la CTE étant un exemple probant de ce choix industriel.

#### 1.4.2 Perte d'échantillons à la commutation

Parmi ces contraintes, la plus forte est que le fait de commuter d'un capteur à l'autre n'est pas instantané : un délai de stabilisation est requis et entraine la perte des échantillons qui sont échantillonnés pendant ce temps. Le problème est connu et mentionné dans des standards tels que la spécification de Bluetooth 5.1 [Bluetooth Special Interest Group (SIG)], où la section sur la CTE mentionne notamment les moments où les antennes commutées devraient échantillonner leurs capteurs, sans s'étendre sur leur ordre d'échantillonnage.

Enfin, s'il est possible de se soustraire à cette contrainte, cela est coûteux (et va donc à l'encontre du but recherché d'obtenir un système à bas coût) : nécessitant un commutateur suffisamment rapide pour effectuer une transition complète en moins de temps qu'une période d'échantillonnage, ainsi qu'une chaine de pilotage du commutateur suffisamment précise pour garantir que la transition soit faite exactement entre les deux échantillons attendus.

#### 1.4.3 Méconnaissance de la fréquence porteuse

Dans ces travaux, on présume que les fréquences des sources sont inconnues, ou connues avec trop peu de précision, menant à un besoin de les estimer. Par exemple, la spécification de Bluetooth autorise des déviations de  $\pm 75$ kHz autour de la fréquence centrale nominale, faisant de cette dernière une moins bonne estimation que celle qui peut être calculée pour un rapport signal/bruit (SNR : Signal to Noise Ratio) rencontré en pratique, comme on le montrera plus loin.

On justifie le besoin de connaitre précisément la fréquence par deux raisons :

- En estimation d'angle d'incidence, la fréquence fait partie des paramètres utilisés dans le calcul des vecteurs directeurs, dont les valeurs seront donc faussées par l'erreur sur la fréquence. Cependant, cette raison n'est que rarement valable, car les déviations tolérées dans les standards sont généralement faibles devant la fréquence centrale, comme c'est le cas pour Bluetooth où la déviation est 5 ordres de grandeur plus petite que la fréquence centrale.
- Lorsque les capteurs ne sont pas échantillonnés simultanément, une estimation précise de la fréquence du signal est nécessaire pour pouvoir estimer la différence de phase entre les signaux perçus par les deux capteurs. En effet, les phases doivent être estimées pour un instant commun. Une différence entre la fréquence estimée et la fréquence réelle des signaux entrainera une erreur proportionnelle dans l'estimation de leurs phases. À titre d'exemple, une déviation de 50kHz sur la fréquence centrale est autorisée par la spécification de Bluetooth, mais décale la phase mesurée de 5% de tour pour chaque microseconde de distance à la référence de temps (à savoir, à un échantillon d'intervalle pour un échantillonnage à 1MHz). Bien que ce problème peut être ignoré dans les systèmes associant K canaux de réception à K antennes, où les signaux sont acquis simultanément, il peut causer des erreurs non-négligeables pour les systèmes commutés, où les échantillons associés à deux capteurs peuvent être suffisamment distants dans le temps pour que l'erreur qui est ainsi introduite par la méconnaissance de la fréquence soit plus importante que celle introduite par le bruit.

#### 1.4.4 Optimisation des séquences de commutation

À notre connaissance, aucun autre travail dans la littérature ne s'est intéressé à la conception de séquences de commutation pour améliorer l'estimation des paramètres de sinusoïdes mesurées par une antenne commutée à un seul canal. Nous montrerons que le choix d'une séquence peut avoir un impact profond sur les performances des estimations de phase et de fréquence, que nous illustrerons par un exemple en section 1.7.

La contribution principale de ce travail est de fournir un outil d'optimisation de séquences de commutation, en répondant à la question suivante : "dans quel ordre et pendant combien de temps les capteurs d'une antenne devraient être sélectionnés pour obtenir la meilleure estimation possible des paramètres d'une somme de sinusoïdes".

#### 1.5 Plan de la partie

La méthode proposée pour atteindre ce but commence par le calcul des bornes de Cramér-Rao (CRB : Cramér-Rao Bounds) pour les paramètres du modèle; des *critères d'optimisation* scalaires sont alors définis pour les estimations d'amplitudes, de pulsation et phases respectivement. L'expression analytique de ces critères nous permettra de décrire quelques règles pour concevoir des séquences de commutation efficaces, et d'en dériver des stratégies qui fournissent un moyen de générer ces séquences. Enfin, ces stratégies seront comparées aux bornes inférieures théoriques ainsi qu'aux séquences résultant d'une recherche quasi-exhaustive.

Cette partie suivra le plan suivant :

- Le modèle est introduit en section 1.6.
- Un exemple illustrant l'influence du choix de motif d'échantillonnage sur l'estimation paramétrique est fourni en section 1.7.
- Les bornes de Cramér-Rao sont calculées en section 2.1;
- et des critères d'optimisation en sont tirés en section 2.2.
- Les concepts de séquences et stratégies de commutation sont introduits en section 3.1;
- et les performances obtenues avec les séquences proposées sont évaluées en section 3.2.
- Le critère d'optimisation des estimations de phases proposé en 2.2 est comparé aux bornes de Cramér-Rao sur l'estimation d'angle d'incidence en section 3.3.
- Une adaptation de l'estimateur MUSIC pour l'estimation des fréquences d'une somme de sinusoïde par une antenne commutée est proposée en section 3.4.
- Enfin, on conclue cette partie en section 3.5.

#### 1.6 Modèle

#### 1.6.1 Modèle de signal

En supposant que chaque capteur k perçoive un signal qui peut être décomposé comme la somme de I exponentielles complexes, on peut écrire le modèle sans bruit ainsi :

$$s_k(t) = \sum_{i=1}^{I} A_{i,k} e^{j\varphi_{i,k}} \exp(j\omega_i t), \qquad (1.2)$$

où  $\omega_i \in \mathbb{R}$ ,  $A_{i,k} \in \mathbb{R}^+$  et  $\varphi_{i,k} \in [0, 2\pi[$  sont les paramètres du modèle.

Montrons que ce modèle permet de formuler, entre autres, des problèmes d'estimation d'angles d'incidence en 2D où des chemins multiples sont empruntés par les signaux de plusieurs sources. Pour cette application, qui préoccupe notamment le projet de Valeo décrit en introduction, on suppose que chaque source émet une sinusoïde pure à une fréquence qui lui est propre, et qui est méconnue du récepteur. Soit une antenne planaire composée de K capteurs, libellés de 1 à K avec  $\zeta_k = (x_k, y_k)^T$  pour positions respectives, dont le barycentre se situe en  $\frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \zeta_k = (0, 0)^T$ .

Supposons I sources, la  $i^{\grave{e}me}$  émettant un signal sinusoïdal de pulsation  $\omega_i$ . A cause du milieu de propagation, le  $i^{\grave{e}me}$  signal atteint l'antenne par  $L_i$  chemins, caractérisés par leur angle d'incidence ( $\alpha_{i,l}$ ) et leur amplitude ( $\beta_{i,l}$ ).

Pour chaque chemin, on peut aussi écrire l'instant d'arrivée au barycentre de l'antenne  $(\tau_{i,l}^{(0)})$ ; ainsi que le délai de propagation  $(\tau_k(\alpha_{i,l}))$  entre le barycentre de l'antenne et le  $k^{\grave{e}me}$  capteur. En supposant que les sources se trouvent en champ lointain et que le signal se propage avec une célérité c, le délai pour le  $k^{\grave{e}me}$  capteur peut être écrit en fonction de l'angle d'incidence :

$$\tau_k(\alpha) = \frac{1}{c} \zeta_k^T \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ \sin \alpha \end{pmatrix}.$$
 (1.3)

On peut alors écrire le signal sans bruit comme suit :

$$s_k(t) = \sum_{i=1}^{I} \sum_{l=1}^{L_i} \beta_{i,l} \exp\left(j\omega_i(t - \tau_k(\alpha_{i,l}) - \tau_{i,l}^{(0)})\right).$$
(1.4)

Cette équation peut être réécrite sous la forme du modèle 1.2, où les amplitudes complexes  $A_{i,k}e^{j\varphi_{i,k}}$  contiennent l'information nécessaire à l'estimation d'angles d'incidence et sont écrites :

$$A_{i,k} e^{j\varphi_{i,k}} = \sum_{l=1}^{L_i} \beta_{i,l} \exp\left(-j\omega_i(\tau_k(\alpha_{i,l}) + \tau_{i,l}^{(0)})\right),$$
(1.5)

Pour la suite de cette partie, nous nous focaliserons sur les bornes des variances des estimations de  $\omega_i$ ,  $A_{i,k}$  et  $\varphi_{i,k}$ . En effet, ces paramètres peuvent être utilisés pour estimer des DOA (les instances de l'équation (1.5) formant un système d'équations pouvant être utilisé pour calculer  $\alpha_{i,l}$ ), mais ont l'avantage de ne pas nécessiter de présumer une géométrie d'antenne pour être évalués.

#### 1.6.2 Modèle des mesures

Une différence clé entre les systèmes traditionnels (qui associent un canal à chaque capteur) et le système mono-canal étudié est que, alors que le premier fournit des échantillons simultanés pour chaque capteur, les instants d'échantillonnage diffèrent d'un capteur à l'autre pour le second. Introduisons donc une notation qui nous permet de raisonner sur les motifs d'échantillonnage : les ensembles d'instants d'échantillonnage.

En supposant que  $N_k$  échantillons soient tirés de la sortie du  $k^{\grave{e}me}$  capteur, soit  $\mathcal{T}_k = \{t_{k,n}, \forall n \in [1, N_k]\}$  l'ensemble des instants d'échantillonnage de ce capteur, si bien que  $t_{k,n}$  soit le  $n^{\grave{e}me}$  échantillon pris sur le  $k^{\grave{e}me}$  capteur.

Similairement,  $x_{k,n}$  représente le  $n^{ime}$  échantillon mesuré à la sortie du  $k^{ime}$  capteur, et s'écrit :

$$x_{k,n} = s_k(t_{k,n}) + \varepsilon_{k,n},\tag{1.6}$$

où  $\varepsilon_{k,n}$  est tiré d'un bruit gaussien complexe additif supposé spatialement et temporellement blanc, de variance  $\sigma^2$ . Autrement dit, soit  $\mathbf{x}$  le vecteur regroupant les échantillons  $x_{k,n}$  :  $\mathbf{x}$  suit la loi normale  $\mathcal{N}(\mathbf{s}, \sigma^2 \mathbf{I})$ , où  $\mathbf{s}$  est le vecteur regroupant les valeurs  $s_k(t_{k,n})$ .

Remarquons que, malgré l'orientation de cette étude sur les systèmes mono-canal, le modèle ainsi que les bornes qui en seront dérivées sont indépendants du nombre de canaux de réception, tant que ce nombre est inférieur au nombre K de capteurs.

Différents systèmes peuvent être modélisés par l'imposition aux ensembles  $\mathcal{T}_k$  de contraintes. Par exemple, si un système est doté de M canaux de réception, alors l'intersection des ensembles d'instants d'échantillonnage de tout groupe de M + 1 capteur doit être l'ensemble vide.

#### 1.7 Exemple préliminaire

Ici, nous présentons une simulation qui montre l'intérêt des travaux menés sur l'optimisation du choix de la séquence de commutation, dont on montrera le profond impact sur les performances d'un estimateur.

Pour illustrer ce fait, nous avons choisi l'exemple simple d'une source unique, avec un bruit gaussien. Les mesures sont effectuées sur une antenne à 4 capteurs, avec un commutateur suffisamment rapide et synchrone pour garantir qu'aucun échantillon ne soit endommagé par l'opération de commutation. Par souci de simplicité, nous observerons uniquement l'estimation de fréquence (en rappelant que la qualité de celle-ci impacte également la qualité des estimations de phases).

La performance des séquences de commutation est évaluée à l'aide de l'estimateur au maximum de vraisemblance (MLE : Maximum Likelihood Estimator). Le MLE est défini par :

$$g(\mathbf{x}) = \operatorname*{argmax}_{\theta} \log p_{\theta}(\mathbf{x}), \tag{1.7}$$

où  $p_{\theta}(\mathbf{x})$  est la probabilité du signal mesuré  $\mathbf{x}$  en supposant que les paramètres du signal étaient  $\theta$ .

Rappelons que dans ce cas (source unique dans un bruit blanc gaussien), maximiser le critère du MLE revient à minimiser la distance euclidienne entre le signal mesuré et le signal attendu. Pour estimer la fréquence d'un signal sinusoïdal, cela est équivalent à maximiser l'énergie de la transformée de Fourier en temps discret du signal :

$$\tilde{x}(\nu) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} \left| \sum_{n=1}^{N_k} x_{k,n} \exp\left(-j2\pi\nu \frac{t_{k,n}}{T}\right) \right|^2.$$
(1.8)

La simulation utilise les paramètres suivants : K = 4 capteurs, une fréquence d'échantillonnage T = 1, une source de pulsation  $\omega_1 = 0.2\pi$  correspondante à une fréquence normalisée  $\nu_1 = 0.1$ , un même nombre d'échantillons  $N_k = 32$  pour chaque capteur et un SNR de 10dB.

Pour cet exemple, on se contente d'observer des séquences simples, illustrées dans la figure 1.7-4, où l'on commute toujours d'une antenne à la suivante dans le même ordre. Les séquences diffèrent par le nombre d'échantillons pris entre chaque opération de commutation. La Figure 1.7-5 représente le critère  $\tilde{x}(\nu)$  associé à chacune de ces séquences :

- 1. Commuter au capteur suivant entre chaque échantillon : cette séquence souvent adoptée par la littérature requière  $\sum_{k=1}^{K} N_k 1$  opérations de commutation.
- 2. Commuter au capteur suivant tous les  $N_k$  échantillons : cette séquence ne requière que K - 1 opérations de commutation, et enregistre d'un seul bloc tous les échantillons d'un même capteur.
- 3. Commuter au capteur suivant tous les  $N_k/2$  échantillons : cette séquence requière 2K 1 opérations de commutation, enregistrant deux blocs distincts pour chaque capteur.



Figure 1.7-4 – Séquences de commutation utilisées dans l'exemple préliminaire.



Figure 1.7-5 – Comparaison des transformées de Fourier à temps discret du signal avec trois motifs d'échantillonnage différents.

La performance de l'estimateur est principalement affectée par le repliement spectral
ainsi que par la largeur des pics de son critère. Sur la figure 1.7-5, on peut constater que les trois séquences de commutation résultent en des critères  $\tilde{x}(\nu)$  remarquablement différents :

- Commuter entre chaque échantillon résulte en un pic très fin, mais cause du repliement spectral. Ceci est dû au fait qu'en commutant de cette manière, les signaux de chaque capteur sont effectivement sous-échantillonnés : leur fréquence d'échantillonnage devient la fréquence d'échantillonnage du canal, divisée par le nombre de capteurs.
- Échantillonner chaque capteur d'un seul bloc de  $N_k$  échantillons résout le problème de repliement spectral, mais fournit un pic bien plus large. Cette faible résolution fréquentielle est causée par la réduction de la longueur de la fenêtre d'observation, qui est réduite de  $KN_k$  à  $N_k$  échantillons.
- La séquence intermédiaire, où chaque capteur est échantillonné en deux blocs, offre un bon compromis : il n'y a plus de repliement spectral, mais le pic reste fin. Des lobes secondaires importants apparaissent tout de même à cause de la fonction de fenêtrage relativement atypique à laquelle ce motif d'échantillonnage correspond.

Cet exemple montre que le motif d'échantillonnage peut avoir une influence majeure sur les performances d'un estimateur, motivant le travail que nous allons présenter plus loin.

# \_\_\_\_\_

# Critères d'optimisation

Le but de cette étude est d'optimiser les motifs d'échantillonnage pour l'estimation des paramètres de signaux sinusoïdaux mesurés par une antenne commutée.

Afin de définir des critères d'optimisation, nous avons choisi d'établir les bornes inférieures sur les performances que pourrait atteindre un estimateur non-biaisé.

Plusieurs techniques existent pour obtenir de telles bornes, les CRB et les bornes de Barankin [Barankin 1949, McAulay 1971] étant parmi les plus communes.

Si les bornes de Barankin offrent des bornes plus proches, particulièrement en régime à faible SNR, elles n'offrent généralement pas des bornes interprétables analytiquement. Les CRB fournissent généralement des expressions analytiques plus simples, qui se prêtent mieux à l'optimisation.

Puisque notre application garantit un SNR élevé (nous reviendrons là-dessus en soussection 2.1.4), nous utiliserons les CRB afin d'obtenir des critères d'optimisation analytiques interprétables en section 2.2.

# 2.1 Bornes de Cramér-Rao

En premier lieu, calculons les CRB pour l'estimation des amplitudes, phases, et pulsation quand applicable, de plusieurs signaux de même fréquence.

Les CRB offrent une borne inférieure de la matrice de covariance d'un estimateur nonbiaisé  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  d'un vecteur ligne de paramètres  $\boldsymbol{\theta}$  ( $E\left[\hat{\boldsymbol{\theta}}\right] = \boldsymbol{\theta}$ ) : la matrice de covariance  $\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\boldsymbol{\theta}}} = E\left[\left(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}\right)^T \left(\hat{\boldsymbol{\theta}} - \boldsymbol{\theta}\right)\right]$  de  $\hat{\boldsymbol{\theta}}$  est supérieure (dans l'ordre des matrices semi-définies positives de Loewner) à la matrice **CRB**, calculée comme l'inverse de la matrice d'information de Fisher (FIM : Fisher's Information Matrix) :

$$\forall \mathbf{x}, \, \mathbf{x}^T (\mathbf{\Sigma}_{\hat{\boldsymbol{\theta}}} - \mathbf{CRB}) \mathbf{x} \ge 0.$$
(2.1)

Une propriété intéressante de la CRB, observable dans l'équation (2.1) en prenant pour x une colonne  $\delta_i$  de la matrice identité de taille appropriée, est que les variances des estimations des paramètres sont individuellement bornées (par en dessous) par les coefficients diagonaux leur correspondant dans la matrice CRB :

$$\boldsymbol{\delta}_{i}^{T}(\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{\boldsymbol{\theta}}} - \mathbf{CRB})\boldsymbol{\delta}_{i} \geq 0 \Leftrightarrow \sigma_{\left[\hat{\boldsymbol{\theta}}\right]_{i}}^{2} \geq \left[\mathbf{CRB}\right]_{i,i}.$$
(2.2)

Par définition, les coefficients de la FIM **F** sont l'espérance des dérivées secondes de la log-vraisemblance  $l(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})$  du signal  $\mathbf{x}$  en supposant un vecteur-paramètres  $\boldsymbol{\theta}$ :

$$[\mathbf{F}]_{i,j} = E\left[\frac{\partial^2 l(\mathbf{x}|\boldsymbol{\theta})}{\partial [\boldsymbol{\theta}]_i \partial [\boldsymbol{\theta}]_j}\right].$$
(2.3)

Dans le cas particulier où  $\mathbf{x}$  suit la loi normale  $\mathcal{N}(\mathbf{s}(\boldsymbol{\theta}), \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}})$ , la formule de Slepian-Bangs [Slepian 1954, Bangs 1971] permet de calculer les coefficients de  $\mathbf{F}$  de manière plus simple :

$$\left[\mathbf{F}\right]_{i,j} = 2\operatorname{Re}\left(\frac{\partial \mathbf{s}^{H}}{\partial \left[\boldsymbol{\theta}\right]_{i}} \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}}^{-1} \frac{\partial \mathbf{s}}{\partial \left[\boldsymbol{\theta}\right]_{j}}\right).$$
(2.4)

Quand le bruit est blanc, on peut appliquer des simplifications supplémentaires où les coefficients  $[\mathbf{F}]_{i,j}$  peuvent être écrits comme la somme des informations de Fisher fournies par chaque échantillon. Dans notre cas d'un bruit complexe de variance  $2\sigma^2$ ,

$$[\mathbf{F}]_{i,j} = \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=1}^{N_k} [\mathbf{F}_{k,n}]_{i,j}, \qquad (2.5)$$

avec

$$\left[\mathbf{F}_{k,n}\right]_{i,j} = \frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\left(\frac{\partial s_{k,n}^{\star}}{\partial \left[\boldsymbol{\theta}\right]_i} \frac{\partial s_{k,n}}{\partial \left[\boldsymbol{\theta}\right]_j}\right).$$
(2.6)

Les coefficients de la FIM dans le cas de sources multiples sont donnés en annexe B.

Concentrons-nous à présent sur le cas d'une source unique

$$s_{k,n} = A_k e^{i\varphi_k} e^{i\omega t_{kn}}, \qquad (2.7)$$

qui permet d'obtenir des bornes simples et interprétables. Nous avons calculé les CRB pour deux cas :

- lorsque la pulsation  $\omega$  est connue, avec le vecteur paramètres  $\boldsymbol{\theta} = (A_1, \ldots, A_K, \varphi_1, \ldots, \varphi_K),$
- lorsque la pulsation est inconnue, avec le vecteur paramètres  $\boldsymbol{\theta}' = (A_1, \ldots, A_K, \omega, \varphi_1, \ldots, \varphi_K).$

Les quantités (FIM, CRB, etc.) associées au cas de la pulsation inconnue seront identifiées, lorsqu'elles diffèrent de leur équivalent à pulsation connue, par une apostrophe (.').

#### 2.1.1 Cas à pulsation connue

En estimation d'angle d'incidence, il est commun de considérer comme connue la pulsation du signal qu'on cherche à localiser. Sous cette hypothèse, la matrice d'information de Fisher est diagonale :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_A & 0\\ 0 & \mathbf{F}_{\varphi} \end{bmatrix},\tag{2.8}$$

où les diagonales des blocs  $\mathbf{F}_A$  et  $\mathbf{F}_{\varphi}$  de dimensions  $K \times K$  sont

$$[\mathbf{F}_A]_{k,k} = N_k / \sigma^2, \tag{2.9}$$

$$\left[\mathbf{F}_{\varphi}\right]_{k,k} = A_k^2 N_k / \sigma^2. \tag{2.10}$$

La matrice **CRB** conserve la structure de **F**, où les termes diagonaux des blocs **CRB**<sub>A</sub> et **CRB**<sub> $\varphi$ </sub> sont donnés par :

$$\left[\mathbf{CRB}_A\right]_{k,k} = \frac{\sigma^2}{N_k},\tag{2.11}$$

$$\left[\mathbf{CRB}_{\varphi}\right]_{k,k} = \frac{\sigma^2}{A_k^2 N_k}.$$
(2.12)

On peut constater à travers les valeurs de ces bornes que lorsque la fréquence d'un signal est connue, la précision de l'estimation de son amplitude ne dépend que du nombre d'échantillons capturés, et qu'il en va de même pour la précision de l'estimation de sa phase.

#### 2.1.2 Cas à pulsation inconnue

Comme on l'expliquait dans l'introduction de cette partie, il existe des circonstances où une source émet un signal avec une pulsation différente de la pulsation nominale, d'où le besoin d'estimer la pulsation  $\omega$  d'un signal reçu.

La FIM prend alors la forme suivante :

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_A & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{F}_\omega & \mathbf{f}_{\omega,\varphi}^{\star} \\ \mathbf{0} & \mathbf{f}_{\omega,\varphi} & \mathbf{F}_{\varphi} \end{bmatrix}, \qquad (2.13)$$

où  $\mathbf{F}_A$  reste identique à (2.9),  $\mathbf{F}_{\varphi}$  identique à (2.10), et où

$$\mathbf{F}_{\omega} = \sum_{k=1}^{K} A_k^2 \sum_{n=1}^{N_k} t_{kn}^2 / \sigma^2, \qquad (2.14)$$

$$[\mathbf{f}_{\omega,\varphi}]_k = A_k^2 \sum_{n=1}^{N_k} t_{kn} / \sigma^2.$$
 (2.15)

Du fait de la structure diagonale par blocs de  $\mathbf{F}'$ , les termes de la CRB concernant  $A_1$ à  $A_K$  restent les mêmes que dans l'équation (2.11), et la borne **CRB**' est structurée ainsi :

$$\mathbf{CRB}' = \begin{bmatrix} \mathbf{CRB}_A & 0 & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{CRB}_{\omega} & \mathbf{crb}_{\omega,\varphi}^{\star} \\ \mathbf{0} & \mathbf{crb}_{\omega,\varphi} & \mathbf{CRB}'_{\varphi} \end{bmatrix}.$$
 (2.16)

Le bloc restant de la FIM, associé à la pulsation et aux phases, est inversible analytiquement, comme décrit en annexe B. On obtient alors la borne suivante pour la variance des estimations de la pulsation  $\omega$ :

$$CRB_{\omega} = \frac{\sigma^2}{\sum\limits_{k=1}^{K} A_k^2 N_k \Lambda_k},$$
(2.17)

où  $\Lambda_k = \frac{1}{N_k} \sum_{n=1}^{N_k} (t_{k,n} - \overline{t_k})^2$  est la dispersion des instants d'échantillonnage du  $k^{\grave{e}me}$  capteur.

Le bloc  $\mathbf{CRB}'_{\varphi}$ , décrivant la matrice de covariance des estimations des phases  $(\varphi_1, \ldots, \varphi_K)$ , a pour coefficients

$$\left[\mathbf{CRB}_{\varphi}^{\prime}\right]_{i,j} = \delta_{i,j} \frac{\sigma^2}{A_i^2 N_i} + \mathrm{CRB}_{\omega} \overline{t_i} \, \overline{t_j}.$$
(2.18)

Enfin,

$$\left[\mathbf{crb}_{\omega,\varphi}\right]_{k} = -\mathrm{CRB}_{\omega}\overline{t_{k}}.$$
(2.19)

Notons qu'un terme supplémentaire apparait dans  $\mathbf{CRB}'_{\varphi}$ , à cause de l'erreur entrainée par l'erreur d'estimation de la pulsation  $\omega$ . Ce terme supplémentaire est positif le long de la diagonale, confirmant l'hypothèse que les erreurs d'estimation des phases sont plus importantes lorsque la pulsation est inconnue.

Les termes diagonaux de la CRB pour chaque type de paramètre, dans les cas à fréquence connue et inconnue, sont résumés dans la table 2.1

	$A_k$	$arphi_k$	ω
Fréquence connue	$\frac{\sigma^2}{N_k}$	$rac{\sigma^2}{A_k^2 N_k}$	N/A
Fréquence inconnue	$\frac{\sigma^2}{N_k}$	$\frac{\sigma^2}{A_k^2 N_k} + \text{CRB}_{\omega} \overline{t_k}^2$	$\frac{\sigma^2}{\sum\limits_{k=1}^{K} A_k^2 N_k \Lambda_k}$

Table 2.1 – Termes diagonaux de la CRB pour les paramètres  $A_k$ ,  $\varphi_k$  et  $\omega$ .

#### 2.1.3 Bornes cycliques

Il est important de remarquer que les paramètres  $\varphi_k$  et  $\omega$  sont périodiques, de périodes respectives  $2\pi$  et  $2\pi f_s$ . Les CRB calculées plus haut bornent la variance des estimateurs non-biaisés, mais ne prennent pas en compte leur périodicité.

Puisque les estimateurs périodiques sont bornés, il en va de même pour leur variance lorsque le SNR est faible; la CRB n'est alors plus valide.

Afin de prendre la périodicité des estimateurs en compte, [Routtenberg 2014] propose de mesurer leur erreur à travers l'erreur cyclique moyenne (MCE : Mean Cyclic Error) plutôt que leur variance :

$$MCE_{\varphi_k \in [0,2\pi]} = E\left[ \left| 1 - e^{j\left(\widehat{\varphi_k} - \varphi_k\right)} \right|^2 \right], \qquad (2.20)$$

[Routtenberg 2014] montre alors qu'une borne sur la MCE peut être dérivée d'une borne sur la variance.  $\operatorname{CRB}_{\varphi_k \in [0,2\pi]}^{\operatorname{cyc}}$  peut donc être dérivée de  $\operatorname{CRB}_{\varphi_k}$  ainsi :

$$\operatorname{CRB}_{\varphi_k \in [0,2\pi]}^{\operatorname{cyc}} = 2 - 2(1 + \operatorname{CRB}_{\varphi_k})^{-\frac{1}{2}}.$$
 (2.21)

Pour conserver les propriétés utiles de la MCE, à savoir qu'elle est une borne inférieure de la variance et qu'elle converge avec celle-ci lorsque leurs valeurs sont petites, même lorsque la période de l'estimateur est différente de  $2\pi$ , on peut utiliser l'expression suivante de la MCE pour l'estimateur de pulsation :

$$\mathrm{MCE}_{\omega \in [0, 2\pi f_s]} = f_s^2 E\left[ \left| 1 - \mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\widehat{\omega} - \omega}{f_s}} \right|^2 \right], \qquad (2.22)$$

Cette expression de la MCE peut alors être bornée par :

$$\operatorname{CRB}_{\omega \in [0, 2\pi f_s]}^{\operatorname{cyc}} = 2f_s^2 - 2f_s^2 \left(1 + \frac{\operatorname{CRB}_{\omega}}{f_s^2}\right)^{-\frac{1}{2}}.$$
 (2.23)

Remarquons que de la même manière que la MCE converge avec la variance quand leurs valeurs sont faibles, les bornes cycliques convergent avec les bornes non-cycliques.

#### 2.1.4 Validation numérique

Afin de valider les expressions analytiques des CRB, des simulations de Monte-Carlo ont été réalisées pour estimer la variance (MSE : Mean Square Error, dans les figures, puisque la MSE et la variance sont identiques pour un estimateur non-biaisé) et la MCE de l'estimateur au maximum de vraisemblance (MLE : Maximum Likelihood Estimator), afin de les comparer aux CRB et CRB cycliques correspondantes.

Pour rappel, le MLE est défini par  $\hat{\theta}' = \underset{\theta'}{\operatorname{argmax}} l_{\mathbf{x}}(\theta')$  où  $l_{\mathbf{x}}(\theta') = \log p_{\theta'}(\mathbf{x})$  est la fonction de log-vraisemblance du signal mesuré  $\mathbf{x}$  en supposant un vecteur de paramètres  $\theta'$ , et s'écrit dans notre cas :

$$l_{\mathbf{x}}(\boldsymbol{\theta}') = \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=1}^{N_k} \left( -\log(2\pi\sigma^2) - \frac{1}{2\sigma^2} \left| x_{k,n} - s_{k,n}(\boldsymbol{\theta}') \right|^2 \right).$$
(2.24)

Lors des simulations, les paramètres ont été estimés par descente de gradient, en utilisant la transformée de Fourier discrète (équivalente à une évaluation discrète du MLE) pour initialiser le vecteur de paramètres  $\theta'_0$ .

Les simulations ont été réalisées pour diverses valeurs de SNR, en prenant un vecteur de paramètres de référence  $\theta'$  correspondant à des valeurs physiques tirées de notre application (Bluetooth Low Energy) : un signal de fréquence f = 2.4GHz, arrivant sur une antenne circulaire à K = 4 capteurs et de rayon r = 0.5m depuis la direction  $\theta = \pi$ , échantillonné en N = 160 points à la fréquence d'échantillonnage de  $f_s = 1$ MHz, en commutant instantanément (D = 0) d'un capteur au suivant entre chaque échantillon. 10000 itérations ont été réalisées pour chaque valeur de SNR pour estimer MCE et variance.

Les figures 2.1-1 et 2.1-2 illustrent, pour l'estimation de fréquence et de phases respectivement, les résultats de ces simulations, où sont représentées MSE, MCE et leurs bornes respectives en fonction du SNR.

On observe alors sur les figures 2.1-1 et 2.1-2 que les MCE, MSE et leurs bornes respectives convergent tous en régime asymptotique à faible bruit ( [Renaux 2006]).

Des bornes plus proches en régime à faible SNR pourraient être obtenues, par exemple à l'aide de bornes de Barankin ( [Barankin 1949]). Cependant, notre domaine d'application

(la localisation d'une source par ses communications Bluetooth) garantit généralement un SNR élevé : un SNR de 15dB étant nécessaire pour obtenir un taux d'erreur binaire de moins de 0.1% ( [Samadian 2003, Silva Pereira 2016]), le maximum toléré en communication Bluetooth avant la réjection des paquets. Les CRB sont donc suffisantes pour notre application.

On peut en profiter pour remarquer sur la figure 2.1-1 qu'avec un SNR de 15dB, l'écarttype des estimations de la fréquence est inférieure à 10Hz. Cette estimation est donc une bien meilleure estimation de la fréquence du signal que sa valeur nominale, qui a une tolérance de 75kHz pour les signaux Bluetooth.

Puisque les bornes non-cycliques convergent avec les bornes cycliques pour tous les niveaux de bruits acceptés par notre application, et puisqu'elles permettent des simplifications analytiques utiles, nous abandonnerons maintenant les bornes cycliques au profit des bornes non-cycliques.



Figure 2.1-1 – Écart-type, RMCE, et bornes associées, pour l'estimation de fréquence, en fonction du SNR.



Figure 2.1-2 – Écart-type, RMCE, et bornes associées, pour l'estimation de phases, en fonction du SNR.

### 2.2 Critères d'optimisation des séquences de commutation

Les bornes de Cramér-Rao ne peuvent pas être immédiatement utilisées pour comparer des motifs d'échantillonnage dans le cadre multivarié qui nous occupe :

- L'ordre de Loewner n'est pas total, il peut donc exister des paires de CRB A et B non-comparables, où les affirmations  $\mathbf{A} \leq \mathbf{B}$  et  $\mathbf{B} \leq \mathbf{A}$  sont toutes les deux fausses,
- quand bien même de telles paires ne serait jamais rencontrées, une simple comparaison entre les CRB obtenues ne donnerait que peu d'information. Il est donc souhaitable de pouvoir obtenir un rapport entre deux CRB qui ajoute une notion d'échelle à leur comparaison.

Afin de pouvoir comparer les performances de diverses séquences de commutation, nous avons donc choisi de leur associer des critères scalaires, dérivés de leur CRB.

#### 2.2.1 Définition des critères

En premier lieu, nous avons décidé de définir 3 critères scalaires  $\Gamma_{\omega}$ ,  $\Gamma_A$ , et  $\Gamma_{\varphi}$ , pour optimiser les estimations de la pulsation, des amplitudes, et des phases respectivement. En effet, ces types de paramètres ont des sémantiques et dynamiques très différentes, et réunir leurs optimisations respectives en un seul critère nécessiterait des choix qui introduiraient forcément des biais d'application.

Dans le domaine de la conception optimale d'expériences [Pukelsheim 2006], plusieurs critères ont été définis pour établir un ordre total entre des matrices, les plus populaires étant :

- L'E-optimalité, où l'on cherche à maximiser la plus faible valeur propre de la FIM. Ce critère n'a pas été retenu car, si l'on procède par bloc pour obtenir des critères indépendants pour chaque groupe de paramètres, la covariance entre ces groupes est ignorée.
- La D-optimalité, où l'on cherche à minimiser le déterminant de la CRB. Ce critère n'a pas été retenu car, lorsque l'on traduit l'invariance temporelle dans la CRB comme en sous-section 2.2.1.2, la structure de la CRB ne permet plus d'obtenir une forme analytique interprétable de ce critère.
- l'A-optimalité, où l'on cherche à minimiser la trace de la CRB, ce qui revient à minimiser la variance moyenne des estimations.

L'A-optimalité a été retenue : les critères  $\Gamma_{\omega}$ ,  $\Gamma_A$ , et  $\Gamma_{\varphi}$  sont donc les traces des blocs de la CRB qui les concernent respectivement.

#### 2.2.1.1 Critères d'A-optimalité

Le critère pour la pulsation est donc simplement la composante relative à celle-ci de la CRB :

$$\Gamma_{\omega} = \text{CRB}_{\omega} = \frac{\sigma^2}{\sum\limits_{k=1}^{K} A_k^2 N_k \Lambda_k},$$
(2.25)

où  $\Lambda_k = \frac{1}{N_k} \sum_{n=1}^{N_k} (t_{k,n} - \overline{t_k})^2$  est la dispersion des instants d'échantillonnage du  $k^{\grave{e}me}$  capteur.

Pour les amplitudes, on définit  $\Gamma_A$  comme la somme des composantes de la CRB relatives à l'amplitude estimée pour chaque capteur (équivalent à leur moyenne à une constante multiplicative près) :

$$\Gamma_A = \sum_{k=1}^{K} [\mathbf{CRB}_A]_{k,k}$$
(2.26)

$$=\sum_{k=1}^{K} \frac{\sigma^2}{N_k}.$$
 (2.27)

Appliquer la même méthode pour obtenir un critère sur les phases donne

$$\sum_{k=1}^{K} \left[ \mathbf{CRB}_{\varphi} \right]_{k,k} = \frac{\sigma^2}{A_k^2 N_k},\tag{2.28}$$

dans le cas où la pulsation est connue, et

$$\sum_{k=1}^{K} \left[ \mathbf{CRB}_{\varphi}^{\prime} \right]_{k,k} = \sum_{k=1}^{K} \frac{\sigma^2}{A_k^2 N_k} + \mathrm{CRB}_{\omega} \sum_{k=1}^{K} (\overline{t_k})^2, \qquad (2.29)$$

lorsqu'elle est inconnue.

#### 2.2.1.2 Invariance temporelle

Dans ce second cas, il n'est pas encore possible d'utiliser ce critère pour évaluer des motifs d'échantillonnage. En effet, imposer un décalage temporel à tous les capteurs en changeant la référence de temps globale ne devrait pas influer sur l'erreur d'estimation des directions d'incidence, le modèle étant invariant temporellement, alors que (2.29) est affectée par un tel décalage. De la même manière, le critère ne devrait pas prendre en compte la portion d'erreur commune aux phases estimées pour tous les capteurs.

Pour mieux caractériser les performances d'un motif d'échantillonnage dans le cadre de l'estimation d'angle d'incidence, considérons plutôt l'estimateur centré

$$\widehat{\varphi}_k^c = \widehat{\varphi}_k - \overline{\widehat{\varphi}},\tag{2.30}$$

obtenu en soustrayant la moyenne des phases estimées à chaque estimation de phase. Cet estimateur est équivalent à l'estimateur non-centré du point de vue de l'estimation d'angle d'incidence, et n'impacte donc pas ses performances. La somme des variances des phases estimées peut être décomposée en deux termes

$$\sum_{k=1}^{K} \operatorname{var}\left(\widehat{\varphi_{k}}\right) = \sum_{k=1}^{K} \operatorname{var}\left(\widehat{\varphi_{k}^{c}}\right) + K \operatorname{var}\left(\overline{\widehat{\varphi}}\right), \qquad (2.31)$$

dont le second n'impacte pas l'estimation d'angle d'incidence.

Définissons donc  $\Gamma_{\varphi}$  comme une borne inférieure de la première composante  $\sum_{k=1}^{K} \operatorname{var}\left(\widehat{\varphi_{k}^{c}}\right)$ . L'estimateur  $\widehat{\varphi_{k}^{c}}$  peut s'écrire  $\widehat{\varphi_{k}^{c}} = \mathbf{m}_{k}\widehat{\varphi}$ , où  $[\mathbf{m}_{k}]_{i\in[1,K]} = \delta_{i,k} - \frac{1}{K}$ , et où  $\widehat{\varphi}$  est la concaténation en un vecteur des estimations  $\widehat{\varphi}_{k}$ . La variance des estimateurs centrés est alors var  $\left(\widehat{\varphi}_{k}^{c}\right) = \mathbf{m}_{k} \Sigma_{\varphi} \mathbf{m}_{k}^{*}$ , où  $\Sigma_{\varphi}$  est la matrice de covariance de  $\widehat{\varphi}$ . Or,  $\mathbf{CRB}_{\varphi}$  est une borne inférieure de  $\Sigma_{\varphi}$  dans l'ordre de Loewner. La variance de chaque estimateur centré  $\widehat{\varphi}_{k}^{c}$  peut alors être bornée par

$$\operatorname{var}\left(\widehat{\varphi_{k}^{c}}\right) = \mathbf{m}_{k} \, \boldsymbol{\Sigma}_{\varphi} \, \mathbf{m}_{k}^{*} \tag{2.32}$$

$$\geq \mathbf{m}_k \operatorname{\mathbf{CRB}}_{\varphi} \mathbf{m}_k^*. \tag{2.33}$$

On arrive enfin à un critère pour optimiser l'estimation des phases. Dans le cas à pulsation connue :

$$\Gamma_{\varphi} = \sum_{k=1}^{K} \mathbf{m}_k \operatorname{\mathbf{CRB}}_{\varphi} \mathbf{m}_k^*$$
(2.34)

$$=\frac{K-1}{K}\sum_{k=1}^{K}\frac{\sigma^2}{A_k^2 N_k}.$$
(2.35)

De la même manière, on obtient un critère dans le cas à pulsation inconnue :

$$\Gamma'_{\varphi} = \sum_{k=1}^{K} \mathbf{m}_k \operatorname{\mathbf{CRB}}'_{\varphi} \mathbf{m}_k^*$$
(2.36)

$$= \overbrace{\frac{K-1}{K}\sum_{k=1}^{K} \frac{\sigma^2}{A_k^2 N_k}}^{\Gamma_{\varphi}} + \overbrace{\text{CRB}_{\omega} \sum_{k=1}^{K} (\overline{t_k} - \overline{t})^2}^{\Gamma_2}.$$
(2.37)

Remarquons que le critère  $\Gamma'_{\varphi}$  est temporellement invariant : remplacer les instants d'échantillonnage  $t_{k,n}$  par  $t_{k,n} + \delta$  pour un décalage arbitraire  $\delta$  laisse  $\Gamma'_{\varphi}$  inchangé.

#### 2.2.2 Interprétation des critères

A l'aide des critères définis plus haut, et réunis dans le tableau 2.2, on peut souligner des propriétés d'un motif d'échantillonnage (le choix des valeurs  $t_{k,n}$ ) permettant de minimiser les erreurs d'estimation. Par simplicité, supposons que les amplitudes  $A_k$  sont toutes égales, hypothèse raisonnable dans le cadre de l'estimation d'angle d'incidence pour des sources en champ lointain.

Critère d'optimisation	des amplitudes	des phases centrées	de la pulsation
pour l'estimation	A	$arphi^c$	ω
Fréquence connue ( $\Gamma$ )	$\sum_{k=1}^{K} \frac{\sigma^2}{N_k}$	$\sum\limits_{k=1}^{K}rac{\sigma^2}{A_k^2N_k}$	N/A
Fréquence inconnue $(\Gamma')$	$\sum_{k=1}^{K} \frac{\sigma^2}{N_k}$	$\frac{K-1}{K}\sum_{k=1}^{K}\frac{\sigma^2}{A_k^2N_k} + \operatorname{CRB}_{\omega}\sum_{k=1}^{K}(\overline{t_k} - \overline{t})^2$	$\frac{\sigma^2}{\sum\limits_{k=1}^{K} A_k^2 N_k \Lambda_k}$

Table 2.2 – Critères d'optimisation pour les paramètres  $A_k$ ,  $\varphi_k^c$  et  $\omega$ .

Le critère  $\Gamma_A$ , commun aux cas où la pulsation est connue ou non, est minimal lorsque le nombre d'échantillons est identique pour tous les capteurs. Le problème de minimisation

$$\min_{N_k \in \mathbb{R}^+} \sum_{k=1}^K \frac{1}{N_k} \text{ avec } \sum_{k=1}^K N_n = N$$
(2.38)

ayant pour solution  $N_k = N/K$ .  $\Gamma_{\varphi}$  est minimal sous les mêmes conditions.

Quant au cas où la pulsation est inconnue, on y trouve un critère  $\Gamma_{\omega}$  minimal lorsque la dispersion  $\Lambda_k$  des instants d'échantillonnage est maximale; impliquant que pour au moins un des capteurs, les échantillons devraient être répartis autant que possible dans le temps.

Enfin, le critère de phases  $\Gamma'_{\varphi}$  est la somme de deux termes :  $\Gamma_{\varphi}$  et  $\Gamma_2$ . Comme décrit plus haut, minimiser le premier terme  $\Gamma_{\varphi}$  implique de prendre un nombre similaire d'échantillons pour chaque capteur.

Le second terme est le produit de la CRB sur la pulsation et de la dispersion des barycentres des instants d'échantillonnage de chaque capteur. Ainsi, on devrait maximiser la répartition des instants d'échantillonnage pour au moins un des capteurs, tout en gardant proches les barycentres des instants d'échantillonnage de chaque capteur.

Remarquons que lorsque les barycentres des instants d'échantillonnage de tous les capteurs sont identiques, alors le terme  $\Gamma_2$  est nul, et la qualité de l'estimation de  $\omega$  n'affecte alors plus la qualité d'estimation des phases centrées.

Pour résumer :

- La plupart des termes sont améliorés par une équi-répartition des échantillons entre les capteurs.
- Les erreurs d'estimations de la fréquence sont minimisées lorsque la dispersion dans le temps des échantillons d'au moins un des capteurs est grande.
- L'impact de cette erreur sur l'erreur d'estimation des phases centrées peut être réduit en minimisant la dispersion des barycentres d'échantillonnage. Lorsque les barycentres d'échantillonnages ont tous la même valeur, l'erreur d'estimation de fréquence n'impacte plus celle des estimations de phases centrées.

#### 2.2.3 Validation numérique

De la même manière, et avec les mêmes paramètres qu'en sous-section 2.1.4, des simulations de Monte-Carlo ont été réalisées pour valider l'utilité des critères proposés plus haut.

La figure 2.2-3 représente l'écart-type du MLE ainsi que sa borne  $\sqrt{\Gamma'_{\varphi}}$ , en fonction du SNR. Comme on pourrait s'y attendre, l'écart-type converge avec sa borne lorsque le SNR est suffisamment élevé.

Rappelons que comme  $\varphi$  est borné (comme mentionné en sous-section 2.1.3), il en va de même de  $\varphi^c$ , et donc de son écart-type; chose que  $\Gamma'_{\varphi}$  ne prend pas en compte.  $\Gamma'_{\varphi}$  n'est donc valide que lorsque le SNR est suffisamment élevé.



Figure 2.2-3 – Déviation des estimations de  $\varphi^c$ , et borne correspondante  $\sqrt{\Gamma'_{\varphi}}$ , en fonction du SNR.

# CHAPITRE 5

# Optimisation de la commutation

Dans le chapitre précédent, nous avons exprimé les bornes et critères proposés en fonction des instants d'échantillonnage de chaque antenne, permettant de calculer ceux-ci pour des motifs d'échantillonnage arbitraires. Nous nous concentrerons à présent sur  $\Gamma'_{\varphi}$ et  $\Gamma_{\omega}$ , les autres critères étant nettement moins sensibles aux motifs d'échantillonnage ; et plus particulièrement sur  $\Gamma'_{\varphi}$ , les phases mesurées à chaque capteur étant généralement les variables les plus importantes en estimation d'angle d'incidence.

Cependant,  $\Gamma'_{\varphi}$  n'étant pas convexe en fonction du motif d'échantillonnage, et à cause du grand nombre de variables, il est infaisable de strictement minimiser  $\Gamma'_{\varphi}$ . Dans ce chapitre, nous utiliserons des contraintes typiques du matériel radio pour réduire la dimension de l'ensemble des motifs possibles.

## 3.1 Séquences et stratégies de commutation

#### 3.1.1 Définition d'une séquence de commutation

Afin de réduire l'espace de recherche pour optimiser  $\Gamma'_{\varphi}$ , le jeu des motifs d'échantillonnage considérés est réduit en prenant les hypothèses suivantes :

- Le canal est échantillonné uniformément avec une période d'échantillonnage  $T_s$ :  $\forall k \in [1, K], \forall n \in [1, N_k], t_{k,n} = a_{k,n}T_s + b$ , où  $a_{k,n} \in \mathbb{N}$  et  $b \in \mathbb{R}$ .
- Il n'y a toujours qu'un seul capteur actif à la fois (soit un seul canal de réception).
- Le signal n'est observable que pendant une durée limitée (par la durée du signal physique, ou par les capacités du système d'enregistrement) à  $NT_s$  qu'on appelle la fenêtre d'opportunité. N est donc le nombre d'échantillons maximal que le système peut acquérir s'il n'y a pas de pertes liées à la commutation.
- L'opération de commutation entraine la perte d'exactement D échantillons.

Sous ces conditions, on peut caractériser un motif d'échantillonnage par une séquence de commutation, qui est définie par un nombre total de blocs M (un bloc étant un groupe d'échantillons pris successivement sur un même capteur), le nombre d'échantillons  $L_m$  de chacun de ces blocs, ainsi que l'indice  $S_m$  du capteur sélectionné pendant la capture du

 $m^{eme}$  bloc. Un exemple de cette façon de décrire un motif d'échantillonnage est représenté en figure 3.1-1.



Figure 3.1-1 – Exemple d'une séquence de commutation.

Mais même contraint de cette manière, l'espace de recherche est encore immense. Afin de le réduire encore, nous avons ajouté la contrainte supplémentaire suivante : tous les blocs doivent avoir la même taille B, à l'exception d'un bloc appelé "bloc restant" dont la taille ne devra pas être si grande qu'un nouveau bloc pourrait être formé (généralement, sa taille doit être inférieure à B + D).

Le nombre D d'échantillons perdus lors d'une commutation est lié à deux caractéristiques de l'antenne commutée et de son système de contrôle :

- La plus évidente est le délai de stabilisation du commutateur : tout circuit électronique agit comme un filtre, ce qui peut imposer un délai d'attente pendant lequel les signaux des capteurs précédemment et nouvellement sélectionnés sont mélangés.
- La seconde vient du système de contrôle du commutateur : il existe une incertitude sur le délai entre le moment où l'opération de commutation est déclenchée (opération généralement logicielle, dont l'instant de départ et la durée d'exécution dépend de nombreuses contraintes) et le moment où le commutateur électronique reçoit le signal électrique indiquant le besoin de commuter.

Les échantillons correspondants à ce délai, durant lequel l'intégrité du signal du canal n'est pas garantie, sont donc ignorés. S'il existe des techniques pour réduire suffisamment ce délai pour ne pas avoir besoin d'ignorer des échantillons, celles-ci ne sont pas toujours applicables, puisqu'elles nécessitent généralement de choisir un matériel et une architecture spécifiquement conçus pour cela, qui pourraient excéder les budgets disponibles ou être en contradiction avec d'autres contraintes système.

Comme ces échantillons sont ignorés sciemment en se basant sur un principe de précaution, on peut supposer que D est une constante du système d'enregistrement.

### 3.1.2 Séquences "naïves"

Les séquences suivantes ont été proposées dans d'autres articles explorant les antennes commutées, ainsi que dans les travaux de l'industrie que nous avons pu observer. Elles sont généralement le résultat d'un choix intuitif d'une séquence de commutation.

#### 3.1.2.1 Commuter entre chaque échantillon

Un motif d'échantillonnage très simple consiste à commuter entre chaque échantillon, comme cela est proposé par [See 2003] et rappelée par [Wang 2019]. Tant que D = 0, cette stratégie offre de bons résultats, puisque les instants d'échantillonnage de chaque capteur sont très répartis dans le temps, tout en offrant des barycentres d'échantillonnage de chaque capteur proches les uns des autres.

Cependant, lorsque D > 0, commuter entre chaque échantillon implique le sacrifice d'un grand nombre d'échantillons, ne laissant qu'environ N/(1 + D) échantillons sur les N qui auraient pu être enregistrés dans la fenêtre d'opportunité.

Enfin, cette séquence de commutation offre un intervalle K(D+1) fois plus petit dans lequel on peut estimer la pulsation  $\omega$ , puisque l'échantillonnage de tous les capteurs est décimé par un facteur K(D+1). Cette limitation peut être levée en utilisant un système de commutation plus rapide et une plus haute fréquence d'échantillonnage, mais cela se ferait à plus grand coût.

#### 3.1.2.2 Échantillonner chaque capteur d'un seul bloc

En opposition à la séquence précédente, cette séquence est le résultat naturel d'une tentative de minimiser le nombre d'échantillons perdus à cause des opérations de commutations en en minimisant le nombre au strict minimum : avec  $B = \lfloor \frac{N}{K} \rfloor$ , on s'assure que chaque capteur soit échantillonné d'un seul bloc ; permettant d'obtenir le nombre maximal d'échantillons N - D(K-1), répartis aussi également que possible entre tous les capteurs.

Cette stratégie minimise  $\Gamma_{\varphi}$  (et est donc optimale lorsque la pulsation  $\omega$  est connue). Ses performances sont cependant sérieusement dégradées lorsque la pulsation  $\omega$  doit être estimée.

En effet, puisque les échantillons de chaque capteur se trouvent dans un seul bloc, leur dispersion temporelle est très limitée, impliquant une  $\text{CRB}_{\omega}$  élevée. De plus, les barycentres d'échantillonnage de chaque capteur sont alors très dispersés, ce qui contribue également à faire grandir le terme  $\Gamma_2$  du critère  $\Gamma'_{\omega}$ .

#### 3.1.3 Recherche exhaustive

Le nombre de séquences respectant les contraintes formulées ci-dessus étant fini pour une taille de bloc B donnée, il est possible d'effectuer une recherche exhaustive pour minimiser le critère  $\Gamma'_{\varphi}$ . Plus précisément, pour une taille de bloc B donnée, il existe un nombre maximal de blocs  $M_{\text{max}} = \left\lceil \frac{N}{B+D} \right\rceil$ , qui peuvent être assignés aux capteurs de  $K!K^{M_{\text{max}}-K}$  manières différentes.

Pour une valeur donnée de B, pour tous les ordres possibles de sélection de capteurs et pour toutes les positions du bloc restant, nous avons calculé le critère  $\Gamma'_{\varphi}$ ; en s'assurant que lorsque deux blocs consécutifs étaient pris sur le même capteur, ils soient joints en un seul bloc, récupérant les D échantillons qui auraient dû être perdus entre eux.

Comme l'espace de recherche grandit exponentiellement avec 1/B, nous n'avons pu effectuer cette recherche que pour des valeurs suffisamment grandes de B.

### 3.1.4 Stratégies

Comme la recherche exhaustive n'est pas faisable pour les plus petites valeurs de B, nous proposons également deux stratégies qui permettent de construire des séquences de commutation, illustrées en Figure 3.1-2.



Figure 3.1-2 – Séquences générées par les stratégies *Rotation* et *Rotation reflétée*, avec 12 blocs pour 4 capteurs..

#### 3.1.4.1 Rotation

La stratégie Rotation commute d'un capteur au suivant tous les B échantillons, de manière circulaire. Les séquences construites par cette stratégie sont décrites par  $S_m = m \mod K$  et  $L_m = B$  (à l'exception du dernier bloc de longueur r, dans lequel sont placés les échantillons restants de la fenêtre d'opportunité).

Cette méthode présente notamment l'avantage de fournir des motifs d'échantillonnage identiques par translation pour chaque capteur, permettant l'application facile d'algorithmes reposant sur des mesures qui doivent partager un axe temporel identique par translation entre elles (tels que ESPRIT et MUSIC [Krim 1996]).

Remarquons que les stratégies "naïves" sont des cas particuliers de cette stratégie, à savoir quand B = 1, ou M = K.

#### 3.1.4.2 Rotation reflétée

La stratégie Rotation refletée applique la stratégie Rotation aux  $\left\lceil \frac{N}{2} \right\rceil$  premiers échantillons, et y concatène le résultat de cette application dans le sens opposé, comme illustré en figure 3.1-2.

Cette stratégie garantit que les motifs d'échantillonnage obtenus soient symétriques, assurant que les barycentres d'échantillonnage de chaque capteur soient identiques, et donc que le terme  $\Gamma_2$  du critère  $\Gamma'_{\varphi}$  soit nul. Cette stratégie présente tout de même l'inconvénient que les motifs obtenus ne sont pas équivalents par translation d'un capteur à l'autre, rendant plus difficile la formation de mesures multiples permettant d'estimer une matrice de covariance pour appliquer les algorithmes tels que MUSIC.

Remarquons également que les barycentres d'échantillonnages étant identiques, l'erreur d'estimation des phases centrées liée à l'erreur d'estimation de la fréquence est nulle.

## 3.2 Analyse numérique

Dans cette section, on s'intéressera numériquement à l'influence de B sur les valeurs des critères  $\Gamma_{\omega}$  et  $\Gamma'_{\varphi}$ . Rappelons au préalable les formules de ces critères :

$$\Gamma_{\omega} = \operatorname{CRB}_{\omega} = \frac{\sigma^2}{\sum\limits_{k=1}^{K} A_k^2 N_k \Lambda_k}, \operatorname{avec} \Lambda_k = \frac{1}{N_k} \sum\limits_{n=1}^{N_k} (t_{k,n} - \overline{t_k})^2, \qquad (2.17 \text{ rappel})$$

$$\Gamma_{\varphi} = \frac{K-1}{K} \sum_{k=1}^{K} \frac{\sigma^2}{A_k^2 N_k},$$
(2.35 rappel)  
 $\Gamma_2$ 

$$\Gamma_{\varphi}' = \Gamma_{\varphi} + \widehat{\text{CRB}_{\omega}} \sum_{k=1}^{K} \overline{(\overline{t_k} - \overline{t})^2}.$$
 (2.37 rappel)

En premier lieu, on représentera leurs valeurs numériques en fonction de la taille de bloc B pour les stratégies définies plus haut, pour un nombre K de capteurs et une longueur N de la fenêtre d'opportunité donnés. On s'intéressera également aux valeurs asymptotiques des critères lorsque K et N sont grands.

#### 3.2.1 Influence de la taille de bloc

Tous les résultats de simulations présentés dans cette section ont été obtenus en utilisant des paramètres issus de l'application à la localisation de sources Bluetooth Low Energy. Le nombre de capteurs est K = 4, la fréquence de la source est 2.4GHz, la fréquence d'échantillonnage est de  $f_s = 1$ MHz, la fenêtre d'opportunité dure 160 $\mu$ s, soit N = 160. A chaque commutation, D = 3 échantillons sont perdus.

Ces paramètres ont été dérivés de la partie de la spécification de Bluetooth sur l'extension à tonalité constante [Bluetooth Special Interest Group (SIG)] : elle requière en effet qu'une tonalité d'une durée maximale de  $160\mu$ s soit découpée en alternant créneaux de commutation de  $2\mu$ s et créneaux d'échantillonnage de  $2\mu$ s où la première microseconde n'est pas garantie d'être stabilisée. On s'autorisera tout de même à échantillonner aux instants contre-indiqués par la spécification lorsqu'aucune commutation n'a été requise, afin de juger les stratégies sans ignorer des échantillons qui seraient raisonnablement valides.

On suppose que  $A_i = A_j \forall i, j$ . Les figures suivantes ont été réalisées avec un rapport signal/bruit de 20dB.

#### 3.2.1.1 Avec la stratégie Rotation

Sur la figure 3.2-3, on a tracé le critère  $\Gamma'_{\varphi}$  (défini par l'équation (2.37)) en fonction de la taille de bloc (B) lorsque la séquence de commutation est générée par la stratégie *Rotation* telle que définie en sous-section 3.1.1.



Figure 3.2-3 – Critère  $\Gamma'_{\varphi} = \Gamma_{\varphi} + \Gamma_2$  et ses composantes en fonction de la taille de bloc B, en utilisant la stratégie Rotation, avec K = 4, D = 3 et N = 160.

Cet exemple montre que la taille de bloc a une influence non-négligeable sur la performance d'un estimateur (en rappelant que  $\Gamma'_{\varphi}$  est une borne inférieure de la somme des variances des estimations de phases centrées). On observe notamment que les séquences "naïves" (souvent proposées par la littérature) sont loin d'être optimales : commuter entre chaque échantillon (marqueur 'o') ou échantillonner chaque capteur d'un seul bloc (marqueur '+') multiplient le critère par 3 et 6 respectivement par rapport à la valeur la plus faible trouvée. Cette remarque est un facteur motivant de la recherche d'une séquence optimale.

Pour mieux comprendre le comportement de la courbe  $\Gamma'_{\varphi}$ , analysons séparément les termes  $\Gamma_{\varphi}$  et  $\Gamma_2$  de l'équation (2.37). On peut commencer par remarquer qu'aucun de ces deux termes n'est négligeable pour toutes les valeurs de B.

Commençons par  $\Gamma_{\varphi}$ , en rappelant qu'on peut lire dans son expression (2.35) que ce terme est minimal lorsque l'on maximise le nombre d'échantillons pris sur chaque capteur, tout en assurant leur équi-répartition sur les capteurs. Par conséquent :

- Quand la taille de bloc est petite ( $B \leq 10$ ), le nombre de blocs grandit et donc un plus grand nombre d'échantillons est perdu à cause des opérations de commutations, donc  $\Gamma_{\varphi}$  augmente.
- Lorsque la taille de bloc est élevée  $(B \gtrsim 48)$ , le nombre d'échantillons pris sur le dernier capteur approche de zéro. Les échantillons ne sont alors plus équi-répartis, et  $\Gamma_{\varphi}$  augmente.

En étudiant  $\Gamma_2$ , décrit par l'équation (2.37), il est vite apparent que minimiser ce terme implique

- 1) d'essayer de faire que les valeurs des barycentres d'échantillonnage  $\overline{t_k}$  soient proches les unes des autres,
- que la dispersion moyenne des instants d'échantillonnage d'au moins un des capteurs soit grande.

Remarquons que le cas extrême de la condition 1, où les capteurs partagent tous le même barycentre d'échantillonnage, annule le terme  $\Gamma_2$ , peu importe le degré de respect de la condition 2.

La condition 2 est remplie lorsque la taille de bloc est suffisamment petite pour que les échantillons d'au moins un capteur soient répartis sur au moins deux blocs ( $B \leq 30$ ). À l'inverse, lorsque  $B \gtrsim 35$ , tous les capteurs sont échantillonnés d'un seul bloc, ce qui réduit grandement la dispersion des échantillons et fait donc grandir  $\Gamma_2$ . Remarquons également que les barycentres d'échantillonnage se rapprochent au fur et à mesure que B diminue.

En revenant à  $\Gamma'_{\varphi}$ , on remarque que le critère est quasi-minimal pour un grand intervalle de tailles de bloc ( $10 \leq B \leq 30$ ).

La valeur exacte de B qui minimise  $\Gamma'_{\varphi}$  dépend de D: en effet, plus B + D est petit, et plus le nombre M - 1 de commutations nécessaires grandit, et donc le nombre (M - 1)D d'échantillons perdus.

La figure 3.2-4 illustre ce phénomène en affichant les valeurs optimales selon  $\Gamma'_{\varphi}$  de la taille de bloc B et du nombre de blocs M pour une stratégie *Rotation* en fonction du nombre D d'échantillons perdus à chaque commutation.



Figure 3.2-4 – Nombre de blocs M optimal et  $\Gamma'_{\varphi}$  correspondant pour une stratégie Rotation en fonction du nombre D d'échantillons perdus à chaque opération de commutation.

Empiriquement, on remarque que même pour des valeurs élevées de D, au moins K+1blocs d'échantillons devraient être formés, de manière à tirer parti de la grande diminution de  $\Gamma_2$  causée par l'apparition d'un second bloc pour le premier capteur, tant que les opérations de commutation n'occupent pas la majorité de la fenêtre d'opportunité.

#### 3.2.1.2 Comparaison des stratégies

Les figures 3.2-5 et 3.2-6 permettent de comparer les stratégies de génération de séquences de commutation proposées en section 3.1. Pour aider la comparaison, la borne inférieure  $\Gamma_{\varphi,\min}$  est représentée sur la figure 3.2-5. Celle-ci est obtenue en ignorant le terme positif  $\Gamma_2$ , en supposant qu'aucun échantillon n'est perdu à cause des opérations de commutation (D = 0), et que les échantillons sont parfaitement répartis entre les capteurs  $(N_1 = N_2 = \ldots = N_K = \frac{N}{K})$ . On obtient alors la valeur :

$$\Gamma_{\varphi,\min} = \frac{K-1}{N} \sum_{k=1}^{K} \frac{\sigma^2}{A_k^2}.$$
(3.1)

Similairement, pour la figure 3.2-6, une borne inférieure  $\Gamma_{\omega,\min}$  est obtenue en utilisant le cas où le signal aurait été intégralement échantillonné sur un seul capteur, sans perdre le moindre échantillon :

$$\Gamma_{\omega,\min} = \frac{\sigma^2}{A_1^2 \sum_{n=1}^N \left( nT_s - \frac{(N+1)T_s}{2} \right)^2}.$$
(3.2)



Figure 3.2-5 – Critère de phases  $\Gamma'_{\varphi}$  en fonction de la taille de bloc. Comparaison à tailles de bloc égales des stratégies *Rotation* et *Rotation Reflétée* à la séquence de commutation optimale.



Figure 3.2-6 – Critère de pulsation  $\Gamma_{\omega}$  en fonction de la taille de bloc. Comparaison à tailles de bloc égales des stratégies *Rotation* et *Rotation Reflétée* à la séquence de commutation optimale (par rapport au critère de phases).

De la même manière que pour l'estimation de phases centrées, les séquences de commutation "naïves", représentées par les marqueurs '+' et 'o' sont loin d'être optimales pour l'estimation fréquentielle. On pourrait même aller jusqu'à dire qu'à moins de délibérément déséquilibrer l'échantillonnage en défaveur d'un capteur, où d'ignorer des échantillons garantis valides, ces séquences sont les pires possibles selon les critères que nous avons définis.

Comme on pourrait s'y attendre, la recherche exhaustive fourni de meilleurs résultats en tous points sur le critère  $\Gamma'_{\varphi}$ , et approche même la borne  $\Gamma_{\varphi,\min}$ . On remarque que pour B = 17, la stratégie *Rotation Reflétée* fournit une séquence identique à la séquence optimale, atteignant la valeur la plus basse trouvée pour le critère de phases.

On peut aussi remarquer que lorsque B = 7, la séquence optimale retrouve la même valeur qu'en B = 17. En inspectant les séquences générées, on observe que la séquence optimale pour B = 7 génère en fait un motif d'échantillonnage identique à celui généré par la séquence optimale pour B = 17, en prenant toujours deux blocs consécutifs sur le même capteur de manière à les joindre en des blocs de plus grande taille. Bien que nous n'ayons pas pu effectuer la recherche exhaustive pour B = 2, on peut conjecturer que la séquence optimale serait alors celle qui prend des séries de 4 blocs consécutifs, formant alors le même motif que les séquences optimales à B = 17 et à B = 7.

#### 3.2.2 Comportements asymptotiques des critères

Dans le tableau 3.1, on donne les approximations des critères en régime asymptotique où la taille de la fenêtre d'opportunité N et le nombre de capteurs K sont grands; pour D = 0 et des amplitudes uniformes  $A_k = A$ .

Ces approximations sont données pour les motifs d'échantillonnage suivants :

- stratégie Rotation, M = K, soit l'échantillonnage de chaque capteur en un bloc unique,
- stratégie Rotation, M = K + 1, où le premier et le dernier bloc sont donc assignés au même capteur,
- stratégie Rotation, M = 2K, où chaque capteur est visité deux fois,
- stratégie Rotation Reflétée, M = 2K, où chaque capteur est visité dans un ordre, puis à nouveau dans l'ordre opposé,
- le cas à K canaux de réception échantillonnant chaque capteur simultanément, avec  $N_k = N/K$ , soit le même nombre total d'échantillons que les autres motifs. Dans ce cas particulier, la fréquence d'échantillonnage des K canaux est 1/K celle du canal unique proposé pour les autres stratégies. La bande des fréquences estimables sera donc divisée par K à cause du repliement spectral supplémentaire.

Stratégie	Paramètres	$\Gamma_A$ , $\Gamma_{\varphi}$	$\Gamma_{\omega}$	$\Gamma_2$	$\Gamma'_{\varphi}$
Rotation	M = K	$\frac{K^2}{N}$	$\frac{12K^2}{N^3}$	$\frac{K^3}{N}$	$\frac{K^3}{N}$
Rotation	M = K + 1	$\frac{K^2}{N}$	$\frac{2K}{N^3}$	$\frac{K^2}{6N}$	$\frac{7}{6}\frac{K^2}{N}$
Rotation	M = 2K	$\frac{K^2}{N}$	$\frac{16}{N^3}$	$\frac{K}{3N}$	$\frac{K^2}{N}$
Rotation Reflétée	M = 2K	$\frac{K^2}{N}$	$\frac{12}{N^3}$	0	$\frac{K^2}{N}$
K canaux	$N_k = N/K$	$\frac{\tilde{K}^2}{N}$	$\frac{12}{N^3}$	0	$\frac{\overline{K^2}}{N}$

Table 3.1 – Valeurs asymptotiques des critères pour un grand nombre K d'antennes et un grand nombre total N d'échantillons. Les valeurs asymptotiques exactes sont obtenues en multipliant  $\Gamma$  par  $\sigma^2$ ;  $\Gamma_{\varphi}$ ,  $\Gamma'_{\varphi}$  et  $\Gamma_2$  par  $\sigma^2/A^2$ ; et  $\Gamma_{\omega}$  par  $\sigma^2/(T_s^2A^2)$ . La ligne "K canaux" correspond au cas d'un système où chaque capteur est échantillonné par un canal associé, si bien que  $N_k = N/K$  échantillons sont mesurés de manière synchrone pour chaque capteur, pendant la même durée totale que pour les systèmes commutés représentés par les autres lignes.

Remarquons d'abord que les critères d'amplitude ( $\Gamma_A$ ) et de phase lorsque la fréquence est connue ( $\Gamma_{\varphi}$ ) sont invariants par rapport à la séquence de commutation.

Lorsque chaque capteur n'est visité qu'une seule fois (*Rotation*, M = K), le critère de fréquence  $\Gamma_{\omega}$  est proportionnel à  $K^2$ , faisant de  $\Gamma_2$  le terme dominant du critère de phases en fréquence inconnue  $\Gamma'_{\omega}$ , qui est alors proportionnel à  $K^3$ .

Lorsque le premier capteur est visité une seconde fois en fin de séquence (*Rotation*, M = K + 1),  $\Gamma_{\omega}$  est réduit d'un ordre de magnitude en K; si bien que  $\Gamma_2$  devient du même ordre que  $\Gamma_{\varphi}$ .  $\Gamma'_{\varphi}$  est alors également du même ordre que  $\Gamma_{\varphi}$ .

Lorsque chaque capteur est visité deux fois dans le même ordre (*Rotation*, M = 2K), la borne  $\Gamma_{\omega}$  devient du même ordre que la borne sur l'estimation de fréquence à un seul capteur. Le terme  $\Gamma_2$  devient d'ordre inférieur à  $\Gamma_{\varphi}$  :  $\Gamma'_{\varphi}$  devient asymptotiquement identique à son équivalent à fréquence connue  $\Gamma_{\varphi}$ .

Enfin,  $\Gamma_{\omega}$  est identique asymptotiquement à la borne sur l'estimation de fréquence à un seul capteur lorsque chaque capteur est visité deux fois en ordres opposés (*Rotation Reflétée*), comme lorsque tous les capteurs sont échantillonnés simultanément par K canaux de réception. Dans les deux cas,  $\Gamma_2 = 0$  et donc  $\Gamma'_{\varphi} = \Gamma_{\varphi}$ .

Pour les trois derniers motifs d'échantillonnage décrits,  $\Gamma'_{\varphi}$  tend à ne plus être affecté, voire n'est plus affecté, par le besoin d'estimer la fréquence.

#### 3.2.3 Discussion

Bien que le problème de trouver la meilleure séquence de commutation possible pour les critères définis plus haut ne soit pas complètement résolu du fait de sa forte combinatoire, les valeurs numériques et asymptotiques des critères permettent tout de même de mettre en exergue des particularités qui devraient être attendues d'une séquence de commutation pour qu'elle fournisse de bonnes performances d'estimation.

En particulier, une séquence devrait :

- garantir une forte dispersion des instants d'échantillonnage d'au moins un des capteurs,
- fournir un nombre d'échantillons similaire pour tous les capteurs,

 — offrir ces caractéristiques tout en commutant peu pour limiter la perte d'échantillons dans l'opération.

De manière générale, le nombre de blocs devrait être au moins K + 1 pour pouvoir fournir une forte dispersion des instants d'échantillonnage pour au moins un des capteurs.

La stratégie Rotation Reflétée, qui annule le terme  $\Gamma_2$ , affiche des performances en estimation de phases centrées qui ne sont pas affectées par le besoin d'estimer la pulsation, et s'est révélée supérieure numériquement et asymptotiquement.

Bien qu'ayant des performances légèrement inférieures à celle de la Rotation Reflétée, la séquence engendrée par une stratégie Rotation avec M = 2K blocs a l'avantage de fournir une structure simple. Comme les motifs d'échantillonnage de chaque capteur sont des translations les uns des autres, ils permettent notamment l'application simple d'algorithmes tels que MUSIC.

## 3.3 Estimation d'angle d'incidence

En revenant à l'estimation d'angle d'incidence à l'aide d'une antenne commutée, il est naturel de se demander si les résultats obtenus ici sont réellement utiles à la conception de séquences de commutation afin de réduire les erreurs d'estimation d'angle d'incidence.

Pour obtenir des bornes sur les erreurs d'estimation d'angle d'incidence, il devient nécessaire de choisir une géométrie d'antenne, ce qui rend difficile l'obtention de résultats génériques. De plus, les expressions analytiques de telles bornes sont trop complexes pour permettre une interprétation analytique claire.

C'est pourquoi dans cette section, nous nous concentrerons sur l'évaluation numérique de ces bornes pour deux géométries simples : une antenne linéaire uniforme (ULA) de 20cm de long, et une antenne circulaire uniforme (UCA) de 20cm de diamètre, toutes deux composées de K = 4 capteurs.

Comme montré en annexe D, la FIM pour l'estimation d'un seul angle d'incidence peut aisément être dérivée de l'équation (1.4). On peut alors en calculer numériquement l'inverse pour obtenir des valeurs de la borne de Cramér-Rao sur l'estimation d'angle d'incidence  $CRB_{\alpha}$  qui prennent en compte la séquence de commutation.

Les figures 3.3-7 et 3.3-8 nous permettent de comparer les évolutions du critère  $\Gamma'_{\varphi}$  et de CRB<sub> $\alpha$ </sub> en fonction de la taille de bloc *B* pour les stratégies *Rotation* et *Rotation Reflétée*.



Figure 3.3-7 – Critère de phases  $\Gamma'_{\varphi}$  et borne sur l'angle d'incidence  $CRB_{\alpha}$  en fonction de la taille de bloc B, pour une UCA à K = 4 capteurs de 20cm de diamètre.



Figure 3.3-8 – Critère de phases  $\Gamma'_{\varphi}$  et borne sur l'angle d'incidence  $CRB_{\alpha}$  en fonction de la taille de bloc B, pour une ULA à K = 4 capteurs de 20cm de long.

Ces figures montrent que  $\Gamma'_{\varphi}$  varie globalement similairement à  $CRB_{\alpha}$ , malgré le fait que ce critère soit calculé sans connaitre la géométrie de l'antenne avec laquelle les séquences de commutation évaluées seraient associées.

La figure 3.3-8 montre cependant que si l'on connait à l'avance la géométrie de l'antenne utilisée, il est généralement plus sage de calculer directement la borne sur l'estimation d'angle d'incidence (comme dans l'annexe D), le critère  $\Gamma'_{\varphi}$  ne partageant pas nécessairement les mêmes minimas que  $\text{CRB}_{\alpha}$  pour toutes les géométries d'antenne.

On remarque tout de même que pour l'ULA comme pour l'UCA, les bornes sur la variance de l'estimation d'angle d'incidence s'accordent avec le critère  $\Gamma'_{\varphi}$  pour indiquer que les séquences "naïves" (commuter à chaque échantillon, ou échantillonner chaque antenne d'un seul bloc), décrites par les deux extrémités en abscisse des figures, offrent certaines des plus mauvaises performances possibles.

# 3.4 Estimateur MUSIC et stratégies

Avec le modèle présenté dans cette partie, il existe une manière simple d'estimer les directions d'incidence des signaux multiples, en découpant le procédé en deux étapes :

- Extraire les fréquences présentes dans le signal reçu.
- Pour chaque capteur, calculer les amplitudes complexes associées à chaque fréquence, et les utiliser avec des techniques classiques d'estimation d'angle d'incidence.

L'algorithme MUSIC est une façon typique d'extraire des fréquences d'un signal bruité. Montrons comment cet algorithme reste applicable pour les antennes commutées.

Soit  $\mathbf{x}_{k,p}$  la  $p^{\grave{e}me}$  de  $P_k$  mesures de taille Q enregistrées sur le  $k^{\grave{e}me}$  capteur pendant la  $r^{\grave{e}me}$  observation du signal. On peut l'écrire :

$$\mathbf{x}_{k,p} = \mathbf{A}\mathbf{s}_{k,p} + \mathbf{e}_{k,p},\tag{3.3}$$

où

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\omega_1), \dots, \mathbf{a}(\omega_i), \dots, \mathbf{a}(\omega_I)], \tag{3.4}$$

$$\mathbf{a}(\omega) = [\mathbf{e}^{\mathbf{j}\omega\eta_1}, \dots, \mathbf{e}^{\mathbf{j}\omega\eta_q}, \dots, \mathbf{e}^{\mathbf{j}\omega\eta_Q}]^T, \tag{3.5}$$

$$\mathbf{s}_{k,p} = [C_{1,k} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_1 \Delta_{k,p}}, \dots, C_{i,k} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_i \Delta_{k,p}}, \dots, C_{I,k} \mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega_I \Delta_{k,p}}],$$
(3.6)

 $\mathbf{e}_{k,p}$  est un vecteur de Q échantillons d'un bruit blanc de variance  $\sigma^2$ .

tels que  $\forall k \in [1, K], \forall p \in [1, P_k], \forall q \in [1, Q] : \eta_q + \Delta_{k,p} \in \mathcal{T}_k.$ 

 $\eta$  représente le motif des mesures : c'est, à une translation près, le jeu des instants où les échantillons de l'observation ont été capturés.  $\Delta_{k,p}$  représente la translation temporelle imposée à la  $p^{ime}$  mesure du  $k^{ime}$  capteur.

Voici quelques exemples de valeurs que pourraient prendre  $\eta$  pour représenter differents motifs possibles lorsque B = N/2K et D = 0, avec une séquence construite par rotation :

— En groupant tous les échantillons d'un capteur en une mesure :

$$\eta = [0, \dots, (B-1)T_s, KBT_s, \dots, ((K+1)B-1)T_s],$$
(3.7)

$$\Delta_k = \{(k-1)BT_s\}.\tag{3.8}$$

— En utilisant chaque bloc de chaque capteur comme une mesure :

$$\eta = [0, \dots, (B-1)T_s], \tag{3.9}$$

$$\Delta_k = \{ (k-1)BT_s, (K+k-1)BT_s \}.$$
(3.10)

— En assignant alternativement chaque échantillon de chaque capteur à deux mesures, on peut fournir deux mesures par capteur décimées d'un facteur 2, mais mieux réparties dans le temps qu'en prenant naïvement chaque bloc séparément :

$$\eta = [0, \dots, (B-2)T_s, KBT_s, \dots, ((K+1)B-2)T_s],$$
(3.11)

$$\Delta_k = \{ (k-1)BT_s, ((k-1)B+1)T_s \}.$$
(3.12)

Puisque le signal et le bruit sont indépendants, on peut exprimer la matrice de covariance comme :

$$\mathbf{R} = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_s\mathbf{A}^H + \sigma^2\mathbf{I}_N, \qquad (3.13)$$

où  $\mathbf{R}_s$  est la matrice de covariance de  $\mathbf{s}_{k,p}$  et  $\sigma^2$  est la variance du bruit.

En supposant que les sources ne soient pas cohérentes,  $\mathbf{R}$  est définie positive, et peut faire l'objet d'une décomposition en éléments propres. Les vecteurs propres associés aux Q - I plus petites valeurs propres deviennent alors les colonnes de la matrice  $\mathbf{U}_{\mathbf{n}}$ , qui représente l'espace bruit du signal mesuré.

La formule du spectre de l'estimateur MUSIC peut alors s'écrire :

$$p(\omega) = \frac{1}{\mathbf{a}^{H}(\omega)\mathbf{U_n}\mathbf{U_n}^{H}\mathbf{a}(\omega)}.$$
(3.14)

Les fréquences présentes dans le signal sont celles des maximas des I plus grands pics de  $p(\omega)$ .

La figure 3.4-9, illustre le spectre de l'estimateur MUSIC en fonction de la fréquence pour un signal constitué de deux sinusoïdes ( $f_1 = 0.1$  et  $f_2 = 0.11$ ) dans un bruit blanc gaussien avec un rapport signal/bruit de 10dB, échantillonné avec une période  $T_s = 1$ en N = 160 points sur K = 4 capteurs, avec D = 3 et pour diverses valeurs de B : B = 37 implique de ne visiter chaque capteur qu'une seule fois, et B = 17 implique de visiter chaque capteur deux fois dans le même ordre. Pour la courbe libellée "Blockwise" (bloc par bloc), on a traité chaque bloc d'échantillons comme des mesures séparées ; alors qu'on a groupé les échantillons par capteur pour former les mesures pour toutes les autres courbes.

Dans le cas où B = 37 comme dans le cas où B = 17 et où on considère chaque bloc comme une mesure séparée (comme décrit dans les équations (3.9) et (3.10)), la dispersion des instants d'échantillonnage est trop faible pour atteindre la résolution nécessaire à une estimation correcte des fréquences présentes dans le signal présenté ici.

A contrario, lorsque B = 1 (commutation entre chaque échantillon), la dispersion des instants d'échantillonnage est presque aussi grande qu'elle pourrait l'être, offrant une haute résolution malgré la perte de 75% des échantillons lors des nombreuses opérations



Figure 3.4-9 – Spectre MUSIC  $p(2\pi f)$  en fonction de la fréquence, pour diverses tailles de bloc (*B*) avec la stratégie *Rotation*. Les lignes verticales indiquent les fréquences réellement présentes.

de commutation. Cependant, la fréquence d'échantillonnage est divisée par K(D+1) = 16, causant un repliement spectral très important.

Avec B = 17 et en regroupant tous les échantillons d'un capteur en une mesure, comme décrit dans les équations (3.7) et (3.8), on obtient un juste milieu qui offre une bonne résolution fréquentielle, sans pour autant causer de repliement spectral. On peut donc en conclure qu'il ne suffit pas d'une bonne séquence de commutation pour obtenir de bons résultats, mais qu'il faut aussi les traiter de manière appropriée pour tirer parti des avantages fournis par un bon motif d'échantillonnage.

Notons que ce juste milieu n'est applicable, du moins avec ce degré de simplicité, que lorsque la séquence de commutation choisie permet d'obtenir pour chaque capteur un motif qui est une translation d'un motif adéquat pour utiliser MUSIC. Pour obtenir de bons résultats d'estimation de fréquence avec des séquences de commutation plus complexes, des algorithmes dédiés pourraient se révéler nécessaires.

# 3.5 Conclusion

Dans cette étude, on a cherché à améliorer la manière dont les antennes-réseaux sont échantillonnées par un canal de réception unique à travers un commutateur, ce type de dispositif étant en train de gagner en popularité, particulièrement dans le domaine des solutions radio embarquées.

À travers le calcul des bornes de Cramér-Rao, nous avons proposé des formes analytiques pour des critères d'optimisation ; ainsi que des séquences de commutation que nous avons évaluées à travers ces critères. Cette analyse nous a permis de développer des règles permettant d'obtenir de meilleures performances à matériel identique : une séquence de commutation devrait tâcher de répartir également les échantillons sur tous les capteurs, et essayer de réduire le nombre d'échantillons perdus dans les opérations de commutation. De plus, lorsque la pulsation devrait être estimée, la dispersion des instants d'échantillonnage d'au moins un des capteurs devrait être maximisée, et les motifs d'échantillonnage de chaque capteur devraient partager le même barycentre.

Nous avons proposé des stratégies permettant de générer des séquences de commutation, et avons comparées celles-ci aux séquences "naïves" repérées dans les travaux précédemment menés sur le sujet. Nos résultats numériques montrent que les séquences en questions fournissent de piètres performances, particulièrement en cas de besoin d'estimer la fréquence, ce que nous jugeons comme une nécessité dans le domaine des systèmes radio embarqués à faible coût. Des stratégies proposées, la stratégie *Rotation Reflétée* atteint les performances obtenues par une recherche quasi-exhaustive, qui semble tendre à imiter celle-ci, si ce n'est que dans la formation de motifs symétriques; alors que la stratégie *Rotation* fournit encore des performances correctes tout en étant plus pratique pour l'application d'algorithmes classiques tels que MUSIC.

Deuxième partie

# Détection de passagers par analyse des réponses impulsionnelles de canal en bande ultra-large

# Chapitre **4**

# Etablissement du problème

Dans le cadre du projet Valeo où s'est inscrite ma thèse, décrit en introduction générale, un système de verrouillage où le téléphone de l'utilisateur est utilisé comme clé passive est en cours de développement. La version actuelle repose sur la technologie UWB pour localiser le téléphone de l'utilisateur avec précision; or ce système est plus coûteux que d'autres systèmes avec un but similaire, apportant un besoin de mutualiser le matériel employé en lui accordant des fonctionnalités supplémentaires.

L'analyse de l'habitacle et de ses occupants est un point d'intérêt historique du secteur automobile : des capteurs sous les sièges pour informer le conducteur qu'un passager n'aurait pas bouclé sa ceinture, à l'utilisation de caméras pour suivre le regard du conducteur pour détecter une dégradation de son attention, de nombreuses solutions ont été développées pour permettre au véhicule de réagir à ses occupants sans que ceux-ci n'utilisent de commandes explicites.

Nous avons décidé de focaliser notre attention sur ce domaine d'application, en partant de l'idée d'utiliser les transmetteurs UWB répartis dans le véhicule afin de fournir une analyse volumétrique de l'habitacle.

Dans la littérature, l'utilisation de RADAR, notamment basés sur la technologie UWB, pour détecter la présence d'humains [Adib 2015, Liang 2016], ou mesurer des signes vitaux [Lin 1975, Staderini 2002, Venkatesh 2005], est relativement commune, et fait partie de l'inspiration de ces travaux.

Détecter des humains via leur impact sur la réponse d'un canal dans un milieu de propagation multi-chemins a notamment été étudié dans [Miao 2020] et [Yusuf 2021], à l'aide de *sounders* qui permettent d'estimer la réponse du canal dans de multiples directions :

- Dans [Miao 2020], il est proposé de substituer les signaux UWB, généralement prescrits par la littérature, pour des signaux à bande (relativement) étroite (< 100MHz) afin de réduire le coût de ce type d'approche.
- Dans [Yusuf 2021], des signaux UWB (≥ 500MHz) sont utilisés pour mesurer le comportement du canal dans un milieu fortement réverbérant (une soute de bateau), et exploiter les données obtenues pour estimer le nombre de personnes présentes dans la pièce, ainsi que détecter d'éventuelles chutes.

Cependant, le matériel dont nous disposons n'est pas en mesure d'accomplir à la fois son rôle principal *et* celui de RADAR, ni même de *sounder* à proprement parler, ne disposant que d'une seule antenne omnidirectionnelle. Nous avons donc proposé de mesurer les CIR entre les transmetteurs, et d'exploiter l'apprentissage automatique pour réaliser une analyse volumétrique à partir de celles-ci.

Dans cette partie, on décrit un système d'analyse volumétrique de l'habitacle basé sur la mesure de CIR entre des transmetteurs UWB répartis à l'intérieur du véhicule. On organise cette description ainsi :

- Le système de mesure est présenté en section 4.1.
- Le signal collecté par ce système est décrit en section 4.2.
- Les objectifs sont exprimés en section 4.3.
- Le fonctionnement des machines à vecteurs-supports est rappelé en chapitre 5, où sont également décrits en sections 5.2 et 5.3 respectivement les prétraitements et les noyaux proposés pour améliorer leurs performances pour cette application.
- Les méthodes de collecte de données, d'entrainement et d'évaluation des performances sont décrites respectivement en sections 6.1, 6.2 et 6.3.
- Les résultats des expériences menées sont décrits en section 6.4, et on conclut en section 6.5.

# 4.1 Présentation du système d'acquisition

Le prototype du système utilisé pour l'acquisition de la plupart des données présentées dans cette thèse est composé de 8 transmetteurs intérieurs, placés dans les garnitures de l'habitacle du véhicule, comme illustré en figure 4.1-1. Le rôle principal de ces transmetteurs est celui de balises dans le cadre d'un système de localisation du smartphone de l'utilisateur du véhicule par mesure des délais de propagation. Ils sont équipés d'antennes omnidirectionnelles.

Comme précisé en introduction, nous ne nous intéressons pas à cette fonction principale dans cette étude.

Lorsqu'un signal radio est transmis par un transmetteur en mode émetteur, il est soumis à des effets d'absorption, de réflexions et de réfractions en fonction des différents matériaux traversés et des interfaces entre ceux-ci [Li 2008], avant d'atteindre un transmetteur en mode récepteur.

Le signal observé par le récepteur est alors une somme des réflexions du signal originel, décalées temporellement par la différence de longueur des chemins empruntés, et atténuées différemment en fonction des matériaux traversés. Le milieu de propagation peut ainsi être considéré comme un filtre, qui peut être caractérisé par sa réponse à un signal impulsionnel : sa CIR.

En mode de réception, en tant que partie de leur fonctionnement normal, chaque transmetteur estime la réponse impulsionnelle du canal physique qui le relie à l'émetteur. Ce calcul est en effet commun dans la plupart des protocoles sans-fil pour améliorer les



Figure 4.1-1 – Positions des transmetteurs du prototype utilisé pour cette étude. Les transmetteurs représentés par des points clairs sont ceux situés à l'intérieur de l'habitacle.

résultats des traitements de démodulation appliqués pour réaliser leur fonction première de transmission de données.

Les transmetteurs sont pilotés par une unité de traitement à laquelle ils envoient les données requises pour les traitements centralisés par l'intermédiaire d'un bus Car Area Network (CAN).

Bien que le prototype dispose de 8 transmetteurs intérieurs, le système commercial envisagé ne devrait en disposer que de 3, dont les positions devraient être proches de celles identifiées en figure 4.1-1 par les numéros 11, 12 et 14. Les expériences présentées ici ont été menées en exploitant exclusivement les CIR calculées par les transmetteurs 11 et 12 suite à une émission de signal par le transmetteur 14.

## 4.2 Caractéristiques du signal mesuré

Pour établir une preuve de concept (POC : Proof of Concept), et en raison du premier confinement lié à Covid-19, 4 transmetteurs ont été placés autour du canapé de mon salon. Les courbes de la figure 4.2-2 illustrent les magnitudes des CIR mesurées entre deux de ces transmetteurs pour diverses occupations du canapé.

Les transmetteurs estiment la CIR en effectuant la corrélation discrète du signal émis avec le signal reçu, résultant en un signal complexe de 1024 échantillons, avec une période d'échantillonnage proche de 1ns. La figure 4.2-2 est un exemple d'une telle CIR, représentée par sa magnitude.

On remarque notamment que toutes les parties de la CIR mesurée n'ont pas la même importance : avant le premier pic, on a en effet la corrélation du signal attendu avec du bruit, qui n'apporte aucune information. L'amplitude de la CIR diminue fortement une fois le premier pic passé, portant à croire que seuls quelques dizaines d'échantillons après le premier pic de la CIR contiennent des informations significatives. La figure 1 de [Miao 2020] tient un propos similaire, en décrivant les premiers échantillons après le premier pic de la CIR comme la portion portant l'information sur les chemins multiples


Figure 4.2-2 – Magnitudes (en quantas du convertisseur analogique-numérique du système) des CIR mesurées entre deux transmetteurs placés autour de deux places occupées différemment pour chaque sous-figure. La période d'échantillonnage est proche de 1ns.

du canal.

En étudiant le système de plus près, on peut remarquer que d'autres attributs des CIR mesurées ne sont pas porteurs d'information :

- L'amplitude globale de la CIR dépend principalement du gain choisi par le contrôleur automatique de gain (AGC : Automatic Gain Controller).
- Comme les transmetteurs ne partagent pas de référence de temps commune, l'axe des abscisses de chaque CIR est essentiellement arbitraire : l'indice du premier pic n'est donc pas significatif.
- De la même manière, sans référence de temps partagée, un déphasage aléatoire apparait entre chaque CIR.

D'autre part, si le matériel utilisé pour la POC permettait de transmettre la totalité de la CIR calculée à un support de stockage, le prototype installé dans le véhicule comme illustré dans la figure 4.1-1 ne permettait d'envoyer vers un support de stockage que 60 échantillons par transmetteur, bien que choisir quelle portion de la CIR transmettre était possible.

Nous avons donc choisi de collecter les 5 échantillons qui précèdent le maxima du premier pic, et les 55 échantillons qui le suivent ; la faible dynamique du reste de la CIR pour les mesures effectuées sur la première POC semblant indiquer que le reste des échantillons n'offraient que peu d'information.

Ainsi, à chaque fois qu'un transmetteur émet un signal, les autres transmetteurs du véhicule mesurent les 60 échantillons "d'intérêt" des CIR, et les envoient pour stockage à une unité de traitement centrale.

# 4.3 Analyse volumétrique

L'objectif est de réaliser une analyse volumétrique de l'habitacle à partir des CIR mesurées. Cette analyse n'était que très peu spécifiée au début de l'étude. Divers niveaux de granularité ont été envisagés : allant de savoir si l'habitacle était occupé de manière booléenne à déterminer la corpulence des occupants de chaque place.

Devant le peu de temps disponible, l'étude ayant commencé un an avant la fin prévue de la thèse, nous avons choisi d'étudier la faisabilité d'une classification booléenne de l'occupation de chaque place individuelle de l'habitacle.

La classification est un problème classique en apprentissage automatique. Ici, on réalisera un classificateur à entrainement supervisé : le rôle du classificateur est alors de se baser sur des exemples qui lui ont été fournis avec leurs classes associées afin de construire un modèle permettant d'estimer la classe à laquelle appartiendraient des données auxquelles il n'a pas encore été exposé.

La CIR est conditionnée par le milieu de propagation : comme nous l'avons détaillé en section 4.1, les changements dans ce milieu provoquent des modifications importantes de la CIR. Par exemple, on peut imaginer le cas où l'introduction d'un corps à une position spécifique atténue très fortement un trajet, tout en créant une réflexion ; ce qui se traduirait sur la CIR par l'atténuation d'un pic et l'apparition d'un nouveau pic.

Il n'est donc pas réaliste d'espérer obtenir une solution analytique au problème. Nous avons donc cherché à le résoudre par apprentissage automatique, et plus particulièrement à l'aide de classificateurs à vecteurs-supports (SVM : Support Vector Machine).

Chapitre

# **Classification par vecteurs-support**

Nous avons choisi d'utiliser des SVM [Boser 1992], du fait de leur relative simplicité, et de leurs performances correctes lors de la POC. Plus particulièrement, nous avons utilisé l'implémentation fournie par scikit-learn ( [Pedregosa 2011]), elle-même basée sur LIBSVM ( [Chang 2011]).

Dans ce chapitre, nous rappellerons brièvement le principe des SVM en section 5.1, avant de proposer des prétraitements en section 5.2 et des métriques alternatives pour le noyau gaussien en section 5.3. La conception de ces prétraitements et métriques a été informée par nos connaissances du système de mesure décrit dans le chapitre précédent.

### 5.1 Rappels sur les SVM

La classification par SVM est une méthode de classification qui consiste à rechercher un hyperplan qui sépare les points d'un espace, de manière que les points d'une classe se trouvent d'un côté de l'hyperplan, et que les points de l'autre classe se trouvent de l'autre. L'hyperplan est choisi de manière à maximiser la marge entre lui-même et les points qui en sont les plus proches de part et d'autre.

La figure 5.1-1 illustre ce fonctionnement pour un espace séparable à deux dimensions.



Figure 5.1-1 – Points de deux classes différentes dans un espace à deux dimensions.  $H_1$  ne sépare pas correctement les classes.  $H_2$  les sépare correctement, mais avec moins de marge que  $H_3$ , qui sera donc l'hyperplan (une droite en 2D) de séparation choisi par un SVM pour ce cas.

Dans sa formulation la plus classique, un SVM est défini par un vecteur  $\mathbf{w}$  normal à son hyperplan de séparation et un biais *b* tel que  $b/||\mathbf{w}||$  est la distance entre l'hyperplan

de séparation et l'origine du repère dans la direction de  $\mathbf{w}$ .

L'hyperplan de séparation est l'ensemble des points  $\mathbf{x}$  vérifiant  $\mathbf{w}^T \mathbf{x} - b = 0$ . Les hyperplans entre lesquels se trouve la marge, dans laquelle aucun exemple d'entrainement ne devrait se trouver, ont pour équations  $\mathbf{w}^T \mathbf{x} - b = 1$  et  $\mathbf{w}^T \mathbf{x} - b = -1$ , et sont éloignés d'une distance de  $2/||\mathbf{w}||$ .

Soit un ensemble  $(\mathbf{x}_i, y_i)$  de points d'entrainement, où  $\mathbf{x}_i$  est le  $i^{\grave{\mathbf{e}}me}$  vecteur d'entrainement, et  $y_i \in \{-1, 1\}$  est son label. Maximiser la marge revient à minimiser  $\|\mathbf{w}\|$  tout en vérifiant  $y_i(\mathbf{w}^T\mathbf{x}_i - b) \ge 1$  pour tous les vecteurs d'entrainement :

$$\mathbf{w} = \operatorname*{argmin}_{\mathbf{w} \in \{\mathbf{w}; y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i - b) \ge 1 \,\forall i\}} \|\mathbf{w}\|.$$
(5.1)

#### 5.1.1 Espaces de redescription

Comme tous les espaces ne sont pas nécessairement séparables linéairement, une technique commune en classification par SVM est l'application de l'espace d'origine à un *espace de redescription*, que l'on espère avoir une meilleure séparabilité. Cette redescription est généralement notée  $\varphi$ , et un exemple en est illustré en figure 5.1-2.



Données inséparables avec un hyperplan (point en 1D) de séparation unique



Dans l'espace de redescription  $\varphi(x) = x^2$ , le problème devient séparable, et P est l'hyperplan de séparation à marge maximale.

Figure 5.1-2 – Exemple d'une redescription qui permet de séparer des données inséparables par un SVM avant redescription.

Une autre technique commune en classification par SVM est l'utilisation de l'astuce du noyau (kernel trick) : comme un SVM peut être exprimé entièrement à l'aide de produits scalaires, il est possible de substituer le produit scalaire par une fonction dite "noyau" K telle que  $K(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \varphi(\mathbf{a})^T \varphi(\mathbf{b})$ . Cette astuce est particulièrement utile lorsque K est connue, mais pas  $\varphi$ .

#### 5.1.2 SVM à marge souple

Lorsque les vecteurs d'entrée sont bruités, il est possible que des anomalies apparaissent : des vecteurs qui, malgré leur appartenance à une classe, ont des valeurs proches des vecteurs de l'autre classe.

Ce genre de problème est commun en apprentissage automatique. Aussi, si l'on exige qu'un classificateur ait un taux de succès de 100% sur ses données d'entrainement, il peut être nécessaire de compliquer son modèle interne. Cette complication, lorsqu'elle n'est pas appropriée, peut faire perdre le classificateur en généralité. On appelle ce phénomène le *sur-entrainement*.

Une manière de pallier ce problème est l'utilisation de SVM à marge souple, qui autorise certains vecteurs d'entrée à être mal classifiés en les considérant comme des anomalies. Pour ce faire, la contrainte  $y_i(\mathbf{w}^T\mathbf{x}_i - b) \ge 1 \forall i$  est relâchée, au profit d'une fonction de pénalité

$$\max(0, 1 - y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i - b)), \tag{5.2}$$

qui est nulle si  $\mathbf{x}_i$  est du bon côté de la marge, et proportionnelle à sa distance à la marge qui correspond à sa véritable classe sinon.

 ${\bf w}$  est alors le vecteur qui minimise

$$\lambda \|\mathbf{w}\| + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \max(0, 1 - y_i(\mathbf{w}^T \mathbf{x}_i - b)),$$
(5.3)

où  $\lambda$  est un hyper-paramètre strictement positif dont l'augmentation implique une augmentation de la tolérance de la marge. Pour les problèmes séparables, le résultat de la minimisation de 5.3 tend vers le résultat de 5.1 lorsque  $\lambda$  tend vers 0.

#### 5.1.3 SVM multi-classes

Par nature, un SVM est un classificateur binaire. Afin de pouvoir les utiliser dans le cadre de problèmes multi-classes, on combine les résultats de plusieurs SVM. Il existe plusieurs techniques pour réaliser des classifications à N classes à l'aide de classificateurs binaires :

- one-versus-all : pour chaque classe connue, un classificateur distinguant les éléments de cette classe, de ceux de n'importe quelle autre classe, est construit. Il est nécessaire que ces classificateurs fournissent une métrique de "certitude" afin de pouvoir prendre une décision lorsque plusieurs des classificateurs binaires affirment que l'échantillon appartient à leur classe. N classificateurs binaires sont construits, et N opérations de classification sont réalisées à chaque évaluation multi-classes d'un échantillon.
- one-versus-one : pour chaque paire de classes, un classificateur est construit pour distinguer entre ces deux classes. Chacun de ces classificateurs vote alors pour une des deux classes qu'il est censé séparer. La classe ayant obtenu le plus de votes est considérée comme le résultat de classificateurs multi-classes. C'est notamment le fonctionnement par défaut des classificateurs multi-classes de LIBSVM, qui résoud les égalités de manière arbitraire (par défaut). N(N-1)/2 classificateurs sont construits, et N(N-1)/2 opérations de classification binaire sont réalisées par évaluation d'échantillon.
- graphes dirigés acycliques : cette technique ressemble à one-to-one, dans le sens où des classificateurs binaires sont construits entre chaque paire de classes. Cependant, plutôt que de procéder par vote, cette technique procède par élimination de manière

itérative. À chaque itération, une classification binaire est réalisée entre deux classes restantes dans l'ensemble des candidats (initialisé à l'ensemble des classes connues), et la classe "perdante" est éliminée du jeu des candidats. Une fois le jeu des candidats réduit à une seule classe, on déclare celle-ci comme le résultat de la classification multi-classes. N(N - 1)/2 classificateurs sont construits, et N - 1 opérations de classification binaires sont réalisées par évaluation.

— distributed output codes : avec cette technique, chaque classe se voit assigner un code sous la forme d'une chaine de  $\lceil \log_2 N \rceil$  symboles binaires.  $\lceil \log_2 N \rceil$  classificateurs sont construits, chacun d'entre eux assigné à un des caractères du code. Cette technique a été étendue à l'aide de codes correcteurs [Dietterich 1995] : un code correcteur (tel qu'un code de Hamming) de longueur M est concaténé à chaque code, réalisant des codes de longueur  $\lceil \log_2 N \rceil + M$  utilisés pour entrainer autant de classificateurs binaires. À l'évaluation, le code correcteur est utilisé pour permettre de compenser une erreur d'un ou plusieurs des classificateurs binaires.

## 5.2 Prétraitements

Afin de rendre les SVM invariants à l'amplitude globale du signal, ainsi qu'aux décalages temporels et de phase, comme expliqué en section 4.2, nous proposons ici des prétraitements appropriés.

Nous appelons prétraitements les redescriptions exprimées directement sous la forme d'une fonction  $\varphi$ .

Concrètement, les prétraitements que nous avons utilisés sont des compositions des fonctions que nous allons présenter dans cette section.

<u>Remarque d'implémentation :</u> pour notre application, chaque vecteur d'entrée du SVM est composé à partir de multiples CIR. Les vecteurs d'entrée du SVM sont donc le résultat de la concaténation des CIR.

Les prétraitements présentés sont toujours appliqués aux CIR *avant* qu'elles ne soient concaténées en un seul vecteur d'entrée. Les prétraitements seront nommés sous la forme  $\varphi_{\text{label}}(\mathbf{x})$ .

#### 5.2.1 Normalisations

La normalisation est un prétraitement particulièrement commun en apprentissage automatique, qui vise à ce que tous les vecteurs d'entrée aient la même norme. On peut exprimer une normalisation  $L^p$  comme

$$\varphi_{\mathrm{L}^{\mathrm{p}}}(\mathbf{x}) = \frac{\mathbf{x}}{\|\mathbf{x}\|_{p}}.$$
(5.4)

Dans la plupart des cas, nous avons utilisé la normalisation en norme  $L^2$  qui assure que tous les vecteurs d'entrée aient la même énergie. L'AGC étant la principale cause des variations d'énergie que l'on pourrait observer entre les différentes CIR. Ce prétraitement permet d'empêcher les classificateurs d'exploiter l'énergie globale comme un critère alors qu'elle n'est pas représentative. On peut se représenter la normalisation  $L^2$  comme une projection des vecteurs sur une hypersphère de rayon unitaire.

Dans certains cas, la normalisation en norme  $L^1$  plutôt que la plus classique  $L^2$  peut être nécessaire, par exemple pour pouvoir calculer une métrique de Wasserstein, comme on l'expliquera en sous-section 5.3.2. On peut interpréter géométriquement cette normalisation comme une projection sur un hyperoctaèdre.

La normalisation est généralement le dernier prétraitement appliqué aux CIR avant leur concaténation en un vecteur d'entrée.

#### 5.2.2 Alignement de phase

De la même manière que l'énergie totale d'une CIR est principalement conditionnée par l'AGC, la synchronisation imparfaite des transmetteurs est source d'un décalage de phase entre des CIR mesurées dans les mêmes conditions. Ce décalage de phase n'apporte pas d'information, mais rend les frontières entre les classes plus complexes.

Pour compenser ce décalage, on utilise le prétraitement suivant, qui annule la phase moyenne d'un vecteur en soustrayant celle-ci à la phase de chacune de ses composantes :

$$\varphi_{\text{align}}(\mathbf{x}) = \mathbf{x} \exp\left(-j / \sum_{n} \mathbf{x}_{n}\right),$$
(5.5)

où  $\underline{z}$  est la phase du complexe z.

#### 5.2.3 Alignement temporel

Comme mentionné en section 4.2, l'indice du premier pic dans la CIR n'est pas une information significative. Pour rendre les SVM temporellement invariants, les signaux sont alignés temporellement.

Ce prétraitement a lieu dès la transmission de la mesure sous la forme d'une détection de pic, pour sélectionner la partie de la CIR enregistrée, puisque le matériel employé n'est de toute manière pas capable d'enregistrer la totalité de la CIR mesurée. Il sera donc considéré comme une des caractéristiques de l'espace d'origine, et largement ignoré pour la suite de ces travaux.

#### **5.2.4** Redescriptions dans $\mathbb{R}^N_+$

Certaines des métriques que nous proposons, décrites dans la prochaine section, requièrent des vecteurs dont toutes les composantes sont réelles-positives. Dans le domaine du traitement de signal, les fonctions les plus typiquement utilisées pour appliquer  $x \in \mathbb{C}$ vers  $\mathbb{R}_+$  sont  $x \mapsto |x|$  et  $x \mapsto x^*x$ . Nous avons donc utilisé les fonctions de redescription  $\varphi_{abs}$  et  $\varphi_{energy}$ , telles que  $[\varphi_{abs}(\mathbf{x})]_n = |[\mathbf{x}]_n|$  et  $[\varphi_{energy}(\mathbf{x})]_n = [\mathbf{x}]_n^* [\mathbf{x}]_n$ .

### 5.3 Métriques alternatives pour le noyau gaussien

Le noyau gaussien (aussi appelé *Radial Basis Function* (RBF)), est un noyau particulièrement populaire dans le domaine des SVM. Il permet notamment d'exprimer des espaces de redescription de dimension infinie [Burges 1999], ce qui facilite l'existence d'un hyperplan séparateur.

Le noyau gaussien utilise normalement la distance euclidienne entre deux vecteurs comme métrique :

$$K_{\text{RBF}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \exp(-\gamma \|\mathbf{a} - \mathbf{b}\|_2).$$
(5.6)

Nous explorerons ici deux métriques qui peuvent être utilisées à la place de la distance euclidienne pour fournir d'autres résultats : la distance euclidienne à écart de phase minimal, définie en sous-section 5.3.1, et la métrique de Wasserstein, définie en sous-section 5.3.2. On substituera ces métriques à la distance euclidienne dans le noyau gaussien, pour obtenir respectivement les fonctions noyaux  $K_{AL2}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \exp(-\gamma d_{AL2,cat}(\mathbf{a}, \mathbf{b}))$  et  $K_{Wp}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \exp(-\gamma W_p(\mathbf{a}, \mathbf{b}))$ , dont on définira les fonctions de distance  $d_{AL2}$  et  $W_p$  dans les sous-sections suivantes.

Pour chacun de ces noyaux,  $\gamma \in \mathbb{R}_+$  est un hyper-paramètre qui permet d'ajuster la sensibilité du noyau.

#### 5.3.1 Distance euclidienne à écart de phase minimal

En 5.2.2, nous avons proposé d'annuler la phase moyenne de chaque vecteur pour réduire l'impact de celle-ci sur leur classification.

Dans le même but, on peut définir une métrique pour le noyau gaussien où la distance entre deux vecteurs  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$  est la plus petite distance euclidienne possible entre  $\mathbf{b}$  et le résultat d'une rotation par une phase constante z des composantes de  $\mathbf{a}$ :

$$d_{\mathrm{AL2}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \min_{z \in [0, 2\pi[} \left\| \mathbf{a} \mathrm{e}^{\mathrm{j}z} - \mathbf{b} \right\|_2.$$
(5.7)

On peut par ailleurs démontrer, comme en annexe E, que argmin  $_{z \in [0,2\pi[} \|\mathbf{a}e^{\mathbf{j}z} - \mathbf{b}\|_2 = \underline{\mathbf{a}}^H \mathbf{b}$ , ce qui permet de réécrire (5.7) :

$$d_{\rm AL2}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \left\| \mathbf{a} e^{j / \mathbf{a}^H \mathbf{b}} - \mathbf{b} \right\|_2.$$
(5.8)

<u>Remarque d'implémentation :</u> cette métrique n'est pas directement applicable à la concaténation des CIR, qui doivent être alignées individuellement à leurs équivalents. Ainsi, si **a** est la concaténation de N CIR  $\mathbf{a}_1, \ldots, \mathbf{a}_N$  et **b** est la concaténation de N CIR  $\mathbf{b}_1, \ldots, \mathbf{b}_N$ , la distance entre **a** et **b** est en fait

$$d_{\text{AL2,cat}}(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \sqrt{\sum_{n=1}^{N} d_{\text{AL2}}(\mathbf{a}_n, \mathbf{b}_n)^2}.$$
(5.9)

#### 5.3.2 Métrique de Wasserstein

La métrique de Wasserstein<sup>1</sup> est un concept emprunté du domaine du transport optimal [Bogachev 2012]. On peut la décrire intuitivement comme la quantité de travail minimale pour transformer une distribution de probabilité en une autre.

Dans cette section, nous ne nous appuierons que sur le transport optimal entre distributions discrètes. Dans ce domaine, il est relativement commun de parler de la diminution d'une composante associée à une augmentation de même amplitude d'une autre composante entre deux distributions comme d'un "déplacement" de "masse" ou d'"énergie".

Soient les distributions discrètes  $\mu_a(x) = \sum_{i=1}^N [\mathbf{y}_{\mathbf{a}}]_i \, \delta_{[\mathbf{x}_{\mathbf{a}}]_i}(x)$  et  $\mu_b(x) = \sum_{i=1}^M [\mathbf{y}_{\mathbf{b}}]_i \, \delta_{[\mathbf{x}_{\mathbf{b}}]_i}(x)$ .  $\mathbf{y}_{\mathbf{a}} \in \mathbb{R}^N_+$  et  $\mathbf{y}_{\mathbf{b}} \in \mathbb{R}^M_+$  tels que  $\|\mathbf{y}_{\mathbf{a}}\|_1 = \|\mathbf{y}_{\mathbf{b}}\|_1$  continuent les amplitudes des masses de Dirac composant ces distributions, alors que leurs emplacements sont contenus dans les vecteurs  $\mathbf{x}_{\mathbf{a}} \in \mathbb{A}^N$  et  $\mathbf{x}_{\mathbf{b}} \in \mathbb{B}^M$ .

On peut écrire l'ensemble des transports de  $\mu_a$  à  $\mu_b$  :

$$\mathbb{T}(\mathbf{y}_{\mathbf{a}}, \mathbf{y}_{\mathbf{b}}) = \left\{ \mathbf{T} \in \mathbb{R}^{N \times M}_{+}, \, [\mathbf{y}_{\mathbf{a}}]_{i} = \sum_{j=1}^{M} [\mathbf{T}]_{i,j}, \, [\mathbf{y}_{\mathbf{b}}]_{j} = \sum_{i=1}^{N} [\mathbf{T}]_{i,j} \right\}.$$
 (5.10)

Soit la fonction de coût  $c \in \mathbb{A} \times \mathbb{B} \to \mathbb{R}_+$ , on peut écrire le coût total d'un transport

$$C(\mathbf{T}, c, \mathbf{x}_{\mathbf{a}}, \mathbf{x}_{\mathbf{b}}) = \sum_{i=1}^{N} \sum_{j=1}^{M} [\mathbf{T}]_{i,j} c\left( [\mathbf{x}_{\mathbf{a}}]_{i}, [\mathbf{x}_{\mathbf{b}}]_{j} \right).$$
(5.11)

Le transport optimal est alors le transport le moins coûteux

$$\mathbf{T}_{0}^{(c)}(\mu_{a},\mu_{b}) = \operatorname*{argmin}_{\mathbf{T}\in\mathbb{T}(\mathbf{y}_{a},\mathbf{y}_{b})} C(\mathbf{T},c,\mathbf{x}_{a},\mathbf{x}_{b}).$$
(5.12)

La métrique  $p^{eme}$  de Wasserstein pour une fonction de coût  $c \in \mathbb{A} \times \mathbb{B} \to \mathbb{R}_+$  s'écrit alors :

$$W_{p}^{(c)}(\mu_{a},\mu_{b}) = \left(\sum_{i=1}^{N}\sum_{j=1}^{M} \left[\mathbf{T}_{0}^{(c)}(\mathbf{x}_{a},\mathbf{y}_{a},\mathbf{x}_{b},\mathbf{y}_{b})\right]_{i,j} c\left([\mathbf{x}_{a}]_{i},[\mathbf{x}_{b}]_{j}\right)^{p}\right)^{1/p}.$$
(5.13)

On remarquera que la métrique de Wasserstein pour p = 1 est le coût total du transport optimal.

L'utilisation de la métrique de Wasserstein a été inspirée par l'observation en temps réel des CIR qui, pour des mouvements de faible amplitude, semblent évoluer en déplaçant une partie de l'"énergie" de certains pics entre les composantes. Or, le transport optimal est une discipline où le déplacement d'"énergie" entre les composantes d'un vecteur est une notion fondamentale.

<sup>1.</sup> L'utilisation du terme "métrique de Wasserstein", popularisé dans la littérature occidentale par [Dobrushin 1970], est soumise à débat, particulièrement en Russie ([Bogachev 2012]). D'autres termes populaires pour cette métrique sont "métrique de Kantorovich", ou encore "Earth Mover's Distance" (distance en déplacement de terre). L'appellation "métrique de Wasserstein" étant plus populaire en littérature occidentale, nous la conserverons ici.

Une illustration particulièrement simple de ce comportement est l'exemple de la comparaison de la distance euclidienne et de la métrique de Wasserstein entre deux symboles de Kronecker  $\delta_i$  et  $\delta_j$  :  $\|\delta_i - \delta_j\|_2 = 2$ ,  $\forall i \neq j$ , alors que  $W_p^{(i,j\mapsto|i-j|)}(\delta_i, \delta_j) = |i-j|$ . On observe alors que si la distance euclidienne entre deux symboles de Kronecker non-identiques est constante, la métrique de Wasserstein est covariante avec l'éloignement en abscisse de leurs pics.

Remarquons que cette métrique impose des contraintes fortes sur les vecteurs d'entrée  $\mathbf{y}_{\mathbf{a}}$  et  $\mathbf{y}_{\mathbf{b}}$ , qui doivent partager leur norme  $L^1$ , et dont les composantes doivent être réelles positives. Il est donc impératif d'appliquer une normalisation  $L^1$  à  $\mathbf{y}_{\mathbf{a}}$  et  $\mathbf{y}_{\mathbf{b}}$ .

Enfin, si

$$|i_1 - j_1| < |i_2 - j_2| \Rightarrow c([\mathbf{x}_{\mathbf{a}}]_{i_1}, [\mathbf{x}_{\mathbf{b}}]_{j_1}) < c([\mathbf{x}_{\mathbf{a}}]_{i_2}, [\mathbf{x}_{\mathbf{b}}]_{j_2}),$$
(5.14)

c'est à dire qu'il est toujours moins coûteux d'assigner de l'"énergie" à une composante d'indice plus proche, alors le transport optimal de **a** à **b** est obtenu trivialement, en assimilant le problème à un problème de transport optimal sur une dimension, avec l'algorithme 1 avec une complexité  $\mathcal{O}(N+M)$  [Peyré 2019]. Cette condition est vérifiée par toutes les métriques que nous proposons ici.

**Required** :  $\|\mathbf{y}_{\mathbf{a}}\|_1 = \|\mathbf{y}_{\mathbf{b}}\|_1$ 1  $\mathbf{T} \leftarrow \mathbf{0};$  $\mathbf{2} \ i \leftarrow 1; j \leftarrow 1;$  $_{\mathbf{3}} [\mathbf{T}]_{1,1} \leftarrow \min([\mathbf{y}_{\mathbf{a}}]_1, [\mathbf{y}_{\mathbf{b}}]_1);$  $\mathbf{4} \ b \leftarrow [\mathbf{y}_{\mathbf{a}}]_1 - [\mathbf{y}_{\mathbf{b}}]_1;$ 5 while i < Nor j < M do if b < 0 then 6  $i \leftarrow i + 1;$ 7  $[\mathbf{T}]_{i,j} \leftarrow \min([\mathbf{y}_{\mathbf{a}}]_i, -b);$ 8  $b \leftarrow b + [\mathbf{y}_{\mathbf{a}}]_i;$ 9 else 10  $j \leftarrow j + 1;$ 11  $[\mathbf{T}]_{i,j} \leftarrow \min([\mathbf{y}_{\mathbf{b}}]_j, b);$ 12  $b \leftarrow b - [\mathbf{y}_{\mathbf{b}}]_i;$ 13 14 end

#### Algorithme 1 : Calcul du transport optimal de a vers b

Avec quelques modifications à l'algorithme 1, on obtient l'algorithme 2 qui permet de calculer la métrique de Wasserstein directement en  $\mathcal{O}(N+M)$  plutôt que d'appliquer la formule 5.13, dont l'implémentation naïve a la complexité  $\mathcal{O}(NM)$ .

#### 5.3.2.1 Métrique de Wasserstein pour des vecteurs dans $\mathbb{R}^N_+$

Comme indiqué ci-dessus, la métrique de Wasserstein est calculée entre deux distributions discrètes à l'aide d'une fonction de coût basée sur les "positions" respectives de leurs composantes.

:  $\mathbf{y}_{\mathbf{a}} \in \mathbb{R}^{N}_{+}, \, \mathbf{y}_{\mathbf{b}} \in \mathbb{R}^{M}_{+}$ Input :  $d \in \mathbb{R}_+$ Output **Parameters :**  $\mathbf{x}_{\mathbf{a}} \in \mathbb{A}^{N}$ ,  $\mathbf{x}_{\mathbf{b}} \in \mathbb{B}^{M}$ ,  $c \in \mathbb{A} \times \mathbb{B} \to \mathbb{R}_{+}$ ,  $p \in [1, +\inf[$  $: \|\mathbf{y}_{\mathbf{a}}\|_{1} = \|\mathbf{y}_{\mathbf{b}}\|_{1},$ Required  $|i_1 - j_1| < |i_2 - j_2| \Rightarrow c([\mathbf{x_a}]_{i_1}, [\mathbf{x_b}]_{j_1}) < c([\mathbf{x_a}]_{i_2}, [\mathbf{x_b}]_{i_2})$  $\mathbf{1} d \leftarrow 0;$  $\mathbf{2} \ i \leftarrow 1; j \leftarrow 1; m \leftarrow 0;$ **3**  $b \leftarrow [\mathbf{a}]_1 - [\mathbf{b}]_1;$ while i < Nor j < M do if b < 0 then 5  $i \leftarrow i + 1;$ 6  $m \leftarrow \min([\mathbf{a}]_i, -b);$ 7  $b \leftarrow b + [\mathbf{a}]_i$ ; 8 else 9  $j \leftarrow j + 1;$ 10  $m \leftarrow \min([\mathbf{b}]_i, b);$ 11  $b \leftarrow b - [\mathbf{b}]_i;$ 12 13  $d \leftarrow d + c \left( \left[ \mathbf{x}_{\mathbf{a}} \right]_{i}, \left[ \mathbf{x}_{\mathbf{b}} \right]_{j} \right)^{p} m;$ 14 15 end 16  $d \leftarrow d^{1/p}$ 

Algorithme 2 : Calcul de la métrique de Wasserstein entre a et b

Or, il est relativement commun pour des distributions discrètes d'être exprimées sous la forme de vecteurs dont les "positions" n'existent pas explicitement. Il est alors nécessaire de décomposer les vecteurs d'entrée  $\mathbf{a}$  et  $\mathbf{b}$  en leurs distributions respectives  $\mathbf{y}_{\mathbf{a}}$  et  $\mathbf{y}_{\mathbf{b}}$  ainsi que leurs vecteurs de positions associés  $\mathbf{x}_{\mathbf{a}}$  et  $\mathbf{x}_{\mathbf{b}}$ .

Lorsque  $\mathbf{a} \in \mathbb{R}^N_+$  et de même pour  $\mathbf{b}$ , une solution simple pour cela est de définir  $\mathbf{y_a} = \mathbf{a}, \mathbf{y_b} = \mathbf{b}$  et  $\mathbf{x_a} = \mathbf{x_b} = (1 \dots N)$ . On peut alors utiliser la fonction de coût classique c(a, b) = |a - b|.

#### 5.3.2.2 Métrique de Wasserstein pour des vecteurs dans $\mathbb{C}^N$

Lorsque  $\mathbf{a} \in \mathbb{C}^N$  et de même pour  $\mathbf{b}$ , leur transformation en leurs paires de vecteurs respectives est moins triviale.

Ici, nous proposons de définir  $[\mathbf{y}_{\mathbf{a}}]_n = |[\mathbf{a}]_n|, [\mathbf{y}_{\mathbf{b}}]_n = |[\mathbf{b}]_n|$  pour transformer les vecteurs d'entrée en distributions discrètes; et de définir  $[\mathbf{x}_{\mathbf{a}}]_n = (n, \underline{/[\mathbf{a}]_n})$  et  $[\mathbf{x}_{\mathbf{b}}]_n = (n, \underline{/[\mathbf{b}]_n})$  pour les vecteurs de position.

Une fonction de coût de la forme  $c((i, a), (j, b)) = \alpha |i - j| + \beta \min_{k \in \mathbb{Z}} (|a - b + 2k\pi|)$  peut alors être utilisée. Si  $\alpha > \pi\beta$ , alors la contrainte donnée en (5.14) est respectée : on peut toujours utiliser les algorithmes 1 et 2 pour calculer les transports optimaux et métriques de Wasserstein respectivement malgré le passage en 2D des vecteurs de position.

Cette façon d'exprimer le coût du transport d'énergie revient à placer chaque dépôt d'énergie sur les intersections entre un cylindre de rayon  $\beta$  et des plans orthogonaux à

l'axe du cylindre séparés d'un distance  $\alpha$  les uns des autres, et de mesurer le coût entre deux points comme la distance L<sup>1</sup> sur la surface du cylindre.

Avec la contrainte  $\alpha > \pi\beta$ , on garantit qu'il est toujours moins coûteux de déplacer l'"énergie" en phase plutôt que d'une composante à l'autre, sans pour autant annuler ce coût.

En observant les CIR, nous nous sommes aperçu qu'un mouvement de faible amplitude commençait par déphaser certains pics, avant de les déplacer dans le temps comme mentionné plus tôt; ainsi, si l'on déplace un objet d'un point à l'autre, la métrique de Wasserstein devrait grandir avec la distance de l'objet à son point d'origine dans les cas les plus simples d'évolution de la CIR.

## Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons rappelé le fonctionnement des classificateurs par SVM.

Nous avons ensuite utilisé nos connaissances du système, ainsi que l'analyse des données collectées, pour proposer des prétraitements et métriques qui permettent de définir des espaces de redescription.

En particulier, les traitements proposés rendent les SVM invariants à l'amplification et au déphasage des CIR, puisque ces phénomènes sont principalement dus aux propriétés du système d'acquisition, et non à des caractéristiques du canal de transmission.

Parmi les métriques proposées, certaines proviennent du domaine du transport optimal, dont les bases ont été résumées.

En particulier, l'invariance au déphasage a été exprimée de deux manières :

- Sous la forme d'un prétraitement qui annule la phase moyenne de toutes les CIR, et les aligne sur une référence commune (un vecteur dont toutes les composantes sont 1).
- Sous la forme d'une métrique alternative pour le noyau gaussien, qui est la valeur minimale de la distance euclidienne entre les deux vecteurs d'entrée lorsque l'on impose un déphasage à toutes les composantes de l'un d'eux.

# Chapitre 6

# Mise en pratique et analyse numérique

# 6.1 Collecte des données

Afin de pouvoir vérifier le fonctionnement des classificateurs proposés et comparer leurs performances, j'ai organisé des collectes de données. Pour ces collectes, des scénarios (d'environnement et d'occupation) étaient mis en place, puis les données étaient collectées dans des fichiers séparés pour chaque scénario.

Neuf collectes de données (sessions d'enregistrement de données sous plusieurs scénarios durant généralement une journée) ont été réalisées sur le prototype. Lors de ces collectes, une à trois personnes (dont moi-même) se sont installées à différentes places dans le véhicule afin d'obtenir des mesures pour diverses occupations de l'habitacle. Les mesures sur la POC ayant révélé que les CIR varient très peu lorsque les personnes sont statiques, les personnes installées ont reçu pour instructions de ne pas rester statiques, comme mesure préventive face au sur-apprentissage.

#### 6.1.1 Sensibilité aux modifications de l'environnement

Un problème a été soulevé par les premières collectes de données sur le prototype, et a mené au choix de contrôler la position des éléments réglables du véhicule mentionné en section 6.1 : les positions des nombreux éléments réglables du véhicule ont un impact important sur les CIR mesurées.

On peut décomposer les facteurs qui pourraient influer sur les CIR en trois catégories :

- Les positions des personnes dans l'habitacle : c'est sur cet effet que l'on compte pour pouvoir classifier les données. Au cours d'observations en temps réel des CIR, on a pu observer que les mouvements des personnes, même de faible amplitude, pouvaient avoir des effets visibles sur les CIR mesurées.
- L'environnement extérieur du véhicule : nos essais n'ont pas relevé d'effet visible de l'environnement extérieur sur les CIR mesurées lorsque les portes du véhicule sont fermées. On peut supposer que les trajets passants par l'extérieur sont trop atténués

par leur passage à travers le corps du véhicule à deux reprises pour avoir un effet significatif sur les CIR.

— La configuration de l'habitacle du véhicule : la plupart des éléments configurables de l'habitacle, tels que les sièges réglables, les appuis-têtes ou encore le rétroviseur intérieur, comportent des pièces en métal, fortement réflectives aux ondes radio. De la même manière que pour les personnes, changer la position d'un élément implique des changements de grande amplitude dans les CIR mesurées.

Ce dernier facteur représente une difficulté considérable pour notre système, puisque des changements dans l'habitacle sont susceptibles d'avoir une forte influence sur les CIR, et que la combinatoire des changements possibles rend l'espace des configurations de l'habitacle difficile à explorer.

#### 6.1.2 Configurations d'habitacle contrôlées

Afin d'améliorer la reproductibilité de nos expériences, nous avons établi des configurations contrôlées : en marquant les positions de tous les éléments du véhicule, nous avons pu créer un environnement reproductible.

Un degré de liberté a été conservé pour tester les capacités de généralisation du système : 4 réglages du siège conducteur (deux positions de butée, et deux positions intermédiaires) ont été marqués. Les configurations ainsi marquées ont été labellisées de 1 à 4, de la position la plus reculée à la plus avancée.

#### 6.1.3 Données collectées

Parmi les 9 collectes réalisées, 3 l'ont été en respectant les positions contrôlées mentionnées. Lors de ces collectes, un minimum de 2000 CIR par récepteur ont été collectées pour chacun des scénarios listés dans le tableau 6.1.

Conducteur	Avant droit	Arrière droit	Arrière gauche	Positions siège conducteur capturées
				1,2,3,4
Х				1,2,3,4
	Х			1,2,3,4
Х	Х			1
		X		1,2,3,4
Х		Х		1
	Х	X		1
Х	Х	X		1,4
			X	1,3,4

Table 6.1 – Données capturées : à chaque ligne, la partie gauche indique de quelle manière le véhicule était occupé (une croix marquant la présence d'une personne à la place correspondante); la partie droite indique les positions contrôlées pour lesquelles des CIR ont été capturées avec l'occupation d'habitacle décrite par la partie gauche.

# 6.2 Méthode d'entrainement

#### 6.2.1 Labellisation des données et SVM employés

Afin d'entrainer des SVM, il est nécessaire de définir des classes dans lesquelles regrouper les échantillons. Nous appellerons cette opération "labellisation".

Considérons que chaque siège ait un indice p (0 à 3 assignés dans l'ordre aux sièges conducteur, avant droit, arrière droit et arrière gauche), et notons  $y_p = 1$  s'il est occupé, et  $y_p = 0$  sinon. La labellisation la plus simple est alors  $l_{\text{multiclass}} = \sum_{p=0}^{3} 2^p y_p$ , et peut être utilisée avec un SVM multi-classes.

La méthode de classification multi-classes retenue est l'approche *one-versus-one*, décrite en sous-section 5.1.3. Nous nous sommes également intéressés aux performances de l'approche *distributed output codes*, décrite dans la même sous-section.

Pour notre application, un des cas d'usage principaux repose sur la distinction entre un habitacle vide ou occupé. Ce cas est couvert par la labellisation  $l_{\text{binary}} = \max_{p \in [0,3]} y_p$ , qui peut être utilisée avec un SVM binaire.

#### 6.2.2 Sélection des données pour l'entrainement et les tests

Les données collectées ont été divisées en trois ensembles disjoints :

- L'ensemble  $\mathbb{V}_{known}$  des échantillons en configuration contrôlée, constitué des échantillons capturés lors de sessions où l'environnement interne du véhicule était suffisamment contrôlé pour être reproductible; en excluant les échantillons capturés lorsque le siège conducteur était en position n°3.
- L'ensemble  $\mathbb{V}_{\text{close}}$  des échantillons dans la configuration contrôlée restante, avec le siège conducteur en position n°3.
- L'ensemble  $\mathbb{V}_{unknown}$  des échantillons capturés en configuration non-contrôlée, où tous les éléments réglables à l'intérieur du véhicule sont dans des positions arbitraires et diverses.

Une portion sélectionnée aléatoirement de  $\mathbb{V}_{known}$  sert de vecteurs d'entrainement pour chacun des classificateurs évalués.

Les hyper-paramètres des classificateurs ( $\lambda$ , le degré de tolérance des SVM à marges souple, et  $\gamma$ , le degré de sensibilité des noyaux gaussions) sont sélectionnés en évaluant leurs performances sur des vecteurs tirés aléatoirement de  $\mathbb{V}_{known}$  (en excluant les vecteurs d'entrainement) et de  $\mathbb{V}_{close}$ .

Enfin, les classificateurs sont évalués sur le reste des données qui n'ont servi ni à l'entrainement, ni au choix des hyper-paramètres. On analyse séparément les performances sur  $\mathbb{V}_{known}$ ,  $\mathbb{V}_{close}$  et  $\mathbb{V}_{unknown}$ .

La figure 6.2-1 représente visuellement les ensembles que nous venons de décrire.

# 6.3 Evaluation des performances

Pour évaluer les performances d'un classificateur, il est nécessaire de choisir une métrique. Soit le classificateur  $S(\mathbf{v})$ , et l'ensemble  $\mathbb{V} = \{\forall n \in [1, N] : (\mathbf{v}_n, l_n \in [1, L])\}$  des



Figure 6.2-1 – Organisation des données d'entrainement et de test.

vecteurs de test et leurs labels associés. On peut écrire leur matrice de confusion de taille $L\times L$ 

$$\left[\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}\right]_{i,j} = \sum_{\{n \in [1,N]: \, l_n = i, \, S(\mathbf{v}_n) = j\}} 1.$$
(6.1)

 $[\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}]_{i,j}$  représente donc le nombre de vecteurs de  $\mathbb{V}$  appartenant à la classe i, et ayant été classifiés par S comme appartenant à la classe j.

Les jeux de vecteurs de test n'étant pas nécessairement équilibrés, la matrice de confusion  $\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}$  est normalisée en  $\widetilde{\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}}$ , telle que

$$\left[\widetilde{\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}}\right]_{i,j} = \left[\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}\right]_{i,j} / \sum_{n} \left[\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}\right]_{i,n}.$$
(6.2)

Le critère d'évaluation  $\rho(\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}})$  peut alors être défini comme le taux de succès équilibré du classificateur :

$$\rho(\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}) = \operatorname{tr}\left(\widetilde{\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}}\right) / \left\|\widetilde{\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}}\right\|_{1}, \tag{6.3}$$

afin d'équilibrer la contribution de chaque classe de vecteurs d'entrée au critère d'évaluation scalaire, qui est équivalent à la moyenne des taux de bonne classification pour chaque classe  $\rho_i(\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}) = [\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}]_{i,i} / \sum_i [\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}]_{i,j}$ .

Alternativement, puisque l'on peut choisir de s'intéresser exclusivement à la distinction entre un habitacle vide ou non, on peut définir la matrice de confusion binaire

$$\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}^{(\text{bin})} = \begin{bmatrix} [\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}]_{1,1} & \sum_{j=2}^{N} [\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}]_{1,j} \\ \sum_{i=2}^{N} [\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}]_{i,1} & \sum_{i=2,j=2}^{N,N} [\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}]_{i,j} \end{bmatrix},$$
(6.4)

que l'on peut alors librement comparer avec la matrice de confusion d'un classificateur binaire à travers les traitements et critères précédents.

Les deux métriques que l'on retrouvera dans les figures qui suivent sont le taux de succès  $\rho$ , et son équivalent binaire

$$\rho^{(\operatorname{bin})}(\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}) = \rho\left(\widetilde{\mathbf{C}_{S,\mathbb{V}}^{(\operatorname{bin})}}\right).$$
(6.5)

# 6.4 Résultats

Un des buts principaux de cette étude était de déterminer quels traitements permettaient d'obtenir les meilleures performances, ainsi que de déterminer la taille de jeu d'entrainement nécessaire à l'obtention de bonnes performances.

Afin de tester les différents prétraitements et noyaux envisagés en fonction de la taille du jeu d'entrainement, nous avons utilisé une méthode de Monte-Carlo : nous avons tiré aléatoirement des jeux de vecteurs d'entrainement de diverses tailles parmi les 66200 vecteurs de  $V_{\text{known}}$ . Pour chaque taille de jeu d'entrainement, au moins 30 jeux ont été tirés pour moyenner les performances.

Pour chacun de ces jeux, nous avons entrainé les classificateurs proposés, en choisissant les hyper-paramètres à l'aide de jeux de test composés de 500 vecteurs tirés aléatoirement dans  $\mathbb{V}_{known}$  (en excluant les vecteurs d'entrainement), et 500 tirés parmi les 19600 vecteurs de  $\mathbb{V}_{close}$ .

Enfin, trois ensembles de test sont constitués :  $\mathbb{V}'_{known}$  contenant tous les vecteurs de  $\mathbb{V}_{known}$  non-utilisés (pour l'entrainement comme pour la sélection d'hyper-paramètres),  $\mathbb{V}'_{close}$  contenant tous les vecteurs de  $\mathbb{V}_{close}$  (à l'exception des 500 vecteurs utilisés pour la sélection d'hyper-paramètres), et  $\mathbb{V}_{unknown}$  contenant les données capturées en configurations non-contrôlées (23400 vecteurs).

Une matrice de confusion est alors calculée pour chaque combinaison de modèle et de jeu de test. Sauf mention contraire, les figures tracées dans cette section représentent des valeurs moyennes des taux de succès obtenus de la sorte. La variance des taux de succès pour chaque jeu de vecteurs de test, et chaque modèle et paramètres, est de l'ordre de 1.5%.

#### 6.4.1 Comparaison des noyaux et prétraitements

Les figures suivantes représentent les taux de succès de classification tels que définis en section 6.3. Comme ces taux ont été calculés à partir de matrices de confusion normalisées (voir équations (6.3) et (6.5)), rappelons qu'un classificateur aléatoire tendrait vers un taux de succès  $\rho = 1/L$ , soit 11% pour L = 9 comme ici, et  $\rho^{(bin)} = 50\%$ .

Sur les figures 6.4-2 et 6.4-3, les taux de succès de classification des vecteurs provenant de  $\mathbb{V}'_{\text{known}}$  et  $\mathbb{V}'_{\text{close}}$  respectivement ont été tracés pour divers prétraitements et noyaux en fonction du nombre de vecteurs fournis à l'entrainement.

Le classificateur à noyau gaussien où la métrique euclidienne a été remplacée par la métrique euclidienne à écart de phase minimal ( $d = d_{AL2,cat}$ ), technique proposée en soussection 5.3.1 qu'on appellera maintenant "alignement noyau", s'illustre immédiatement comme plus performant que le noyau gaussien standard, quels que soient les prétraitements utilisés.



Figure 6.4-2 – Taux de succès de classification  $\rho$  des vecteurs de  $\mathbb{V}'_{known}$  en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes avec divers prétraitements  $\varphi$  et métriques d utilisés avec un noyau gaussien.  $d(a,b) = ||a - b||_2$  sauf mention contraire.

Il est notamment le seul dont le taux de succès de classification de  $\mathbb{V}'_{known}$  atteint sa valeur asymptotique (environ 95%) en étant entrainé avec moins de 3000 vecteurs.

Par comparaison, la méthode "naïve", correspondant à l'utilisation d'un noyau gaussien classique avec la normalisation des vecteurs comme seul prétraitement, n'atteint pas encore les performances du classificateur avec alignement noyau, même lorsqu'on l'entraine avec 10 fois plus de vecteurs.

Les prétraitements visant à corriger les différences de phase d'une mesure à l'autre proposés en section 5.2 offrent de meilleures performances que la méthode "naïve" sur  $\mathbb{V}'_{known}$ .

#### 6.4.2 Capacités de généralisation

Pour mesurer les capacités de généralisation des classificateurs, on évalue également leurs performances sur  $\mathbb{V}'_{close}$  et  $\mathbb{V}_{unknown}$ .

La figure 6.4-3 où sont représentés les taux de succès des classificateurs sur  $\mathbb{V}'_{\text{close}}$  révèle que les deux séries de prétraitements proposées en section 5.2 sont peu généralisables. Le classificateur à alignement noyau reste très performant, maintenant un taux de succès d'environ 93%.



Figure 6.4-3 – Taux de succès de classification  $\rho$  des vecteurs de  $\mathbb{V}'_{close}$  en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes avec divers prétraitements  $\varphi$  et métriques d utilisés avec un noyau gaussien.  $d(a, b) = ||a - b||_2$  sauf mention contraire.

La capacité de généralisation de chacun de ces classificateurs reste limitée : lorsque l'environnement interne du véhicule change grandement par rapport aux situations dans lesquelles ils ont été entrainés, les CIR mesurées sont fortement impactées. Les performances des classificateurs s'effondrent alors pour arriver à des performances similaires à un estimateur aléatoire, comme illustré par la figure 6.4-4 où sont illustrées les performances des classificateurs sur  $\mathbb{V}_{unknown}$  (les données collectées avec une configuration d'habitacle non-contrôlée).



Figure 6.4-4 – Taux de succès de classification  $\rho$  des vecteurs de  $\mathbb{V}_{unknown}$  en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes avec divers prétraitements  $\varphi$  et métriques d utilisés avec un noyau gaussien.  $d(a,b) = ||a - b||_2$  sauf mention contraire.

#### 6.4.3 Métriques de Wasserstein

Les figures 6.4-5 et 6.4-6 reprennent les taux de succès des classificateurs, en ajoutant les performances des classificateurs où le noyau gaussien se base sur la métrique de Wasserstein plutôt que la distance euclidienne.

Plus précisément, les classificateurs sont basés sur la métrique de Wasserstein  $W_1$ lorsque les vecteurs d'entrée du noyau ont des composantes réelles positives, et sur  $W_1^{\mathbb{C}}$ lorsque les vecteurs d'entrée ont des composantes complexes. Pour  $W_1^{\mathbb{C}}$ , la fonction de coût est telle que décrite dans la sous-section 5.3.2 pour des vecteurs d'entrée dans  $\mathbb{C}^N$ , avec  $\alpha = 4$  et  $\beta = 1$ .

On observe alors sur les figures 6.4-5 et 6.4-6 que remplacer la distance euclidienne par des métriques de Wasserstein n'est pas pertinent pour cette application, le meilleur des classificateurs testés, basés sur ces métriques, ne fournissant que des performances comparables à un noyau gaussien classique appliqué à des vecteurs auxquels le prétraitement  $\varphi_{abs}$  a été appliqué.



Figure 6.4-5 – Taux de succès de classification  $\rho$  des vecteurs de  $\mathbb{V}'_{\text{known}}$  en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes avec divers prétraitements  $\varphi$  et métriques d utilisés avec un noyau gaussien.  $d(a,b) = ||a - b||_2$  sauf mention contraire.



Figure 6.4-6 – Taux de succès de classification  $\rho$  des vecteurs de  $\mathbb{V}'_{close}$  en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes avec divers prétraitements  $\varphi$  et métriques d utilisés avec un noyau gaussien.  $d(a,b) = ||a - b||_2$  sauf mention contraire.

#### 6.4.4 Méthodes de classification

En sous-section 6.2.1, nous avancé l'idée d'utiliser des classificateurs opérants sur des labels différents.

#### 6.4.4.1 Classification binaire

Une labellisation des données proposée en sous-section 6.2.1 exprimait si au moins une personne était présente dans l'habitacle ou non.

Nous avons entrainé des classificateurs binaires avec les mêmes vecteurs d'entrainement et les mêmes prétraitements et noyaux que les classificateurs multi-classes mentionnés précédemment.

Les figures 6.4-7 et 6.4-8 permettent de comparer les performances de ces classificateurs binaires avec les classificateurs multi-classes présentés plus haut, en illustrant leur taux de succès de classification binaire.

Il est immédiatement apparent sur ces figures que les classificateurs multi-classes ont de meilleures performances que les classificateurs binaires pour répondre à la question "y a-t-il au moins une personne dans l'habitacle ou non?", particulièrement lorsque la configuration de l'habitacle change légèrement.



Figure 6.4-7 – Taux de succès de classification binaire  $\rho^{(\text{bin})}$  des vecteurs de  $\mathbb{V}'_{\text{known}}$  en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes et un classificateur binaire, avec divers prétraitements  $\varphi$  et métriques d utilisés avec un noyau gaussien.  $d(a, b) = ||a - b||_2$  sauf mention contraire.



Figure 6.4-8 – Taux de succès de classification binaire  $\rho^{(\text{bin})}$  des vecteurs de  $\mathbb{V}'_{\text{close}}$  en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes et un classificateur binaire, avec divers prétraitements  $\varphi$  et métriques d utilisés avec un noyau gaussien.  $d(a, b) = ||a - b||_2$  sauf mention contraire.

#### 6.4.4.2 Distributed output codes

Nous avons également proposé en sous-section 6.2.1 d'utiliser l'approche *distributed* output codes à la classification multi-classes.

Les performances de ce type de classificateurs pour le problème présenté sont généralement inférieures à celles d'un classificateur multi-classes "one-to-one" tel que celui implémenté par LIBSVM, comme illustré sur les figures 6.4-9 et 6.4-10.



Figure 6.4-9 – Taux de succès de classification  $\rho$  des vecteurs de  $\mathbb{V}'_{known}$  en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes et une combinaison de classificateurs binaires, avec divers prétraitements  $\varphi$  et métriques d utilisés avec un noyau gaussien.



Figure 6.4-10 – Taux de succès de classification  $\rho$  des vecteurs de  $\mathbb{V}'_{close}$  en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes et une combinaison de classificateurs binaires, avec divers prétraitements  $\varphi$  et métriques d utilisés avec un noyau gaussien.

#### 6.4.5 Filtrage sur fenêtre glissante

Concentrons-nous maintenant sur le classificateur multi-classes à alignement noyau, ce classificateur étant le plus performant parmi ceux que nous ayons essayés.

Afin d'en améliorer les performances, ainsi que de déterminer à quel point les erreurs de classification sont proches dans le temps, nous avons appliqué des filtrages par vote sur fenêtre glissante de différentes tailles à la sortie du classificateur et mesuré les taux de succès de ces sorties filtrées.

Soit une suite *a* telle que  $\forall n \in \mathbb{N}_+$ ,  $a_n \in \mathbb{L}$ . Le  $n^{\grave{e}me}$  résultat de la suite *b* définie par le filtrage par vote à fenêtre glissante de taille *N* s'écrit  $b_n = \underset{l \in \mathbb{L}}{\operatorname{argmax}} \sum_{i=0}^{\min(n, N-1)} \delta_{l, a_{n-i}}$ .

Les figures 6.4-11 et 6.4-12 représentent les taux de succès du classificateur à travers des filtres par vote sur fenêtres glissantes de 5, 11 et 23 échantillons.

On observe alors qu'une fenêtre glissante de 5 échantillons suffit à réduire de moitié le taux d'erreur du classificateur. On remarque cependant que même un filtrage sur 23 échantillons ne suffit pas à complètement éliminer les erreurs, ce qui indique qu'il existe des suites de 23 vecteurs d'entrée consécutifs qui mènent à plus de 50% d'erreurs de classification.



Figure 6.4-11 – Taux de succès de classification  $\rho$  des vecteurs de  $\mathbb{V}'_{known}$  en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes à alignement noyau avec filtrage par vote sur fenêtre glissante.



Figure 6.4-12 – Taux de succès de classification  $\rho$  des vecteurs de  $\mathbb{V}'_{close}$  en fonction du nombre de vecteurs d'entrainement, pour un classificateur multi-classes à alignement noyau avec filtrage par vote sur fenêtre glissante.

#### 6.4.6 Influence de la longueur des CIR

En section 4.2, nous avons mentionné que les portions de CIR stockées étaient composées de 60 échantillons sélectionnés autour du premier pic détecté dans la CIR. Le choix de ne stocker que 60 échantillons est justifié à la fois par 1) des contraintes techniques, transférer plus d'échantillons entre les unités de traitement divisant au moins par 2 la fréquence d'échantillonnage des CIR, et 2) par la faible dynamique du signal en dehors de cet intervalle.

Il peut être pertinent de se demander si les 60 échantillons de chaque CIR sont nécessaires pour obtenir une classification correcte, ou si un nombre inférieur de composantes, qui réduirait la quantité de calculs nécessaires, permettrait d'obtenir des performances similaires.

Afin de mesurer l'impact de la longueur des CIR sur les performances des classificateurs, nous avons entrainé ceux-ci sur les mêmes vecteurs d'entrainement, en tronquant les CIR à diverses longueurs. Les performances des classificateurs en fonction de la longueur des CIR ont été tracées sur les figures 6.4-13 et 6.4-14.



Figure 6.4-13 – Taux de succès  $\rho$  du classificateur à alignement noyau sur les vecteurs de  $\mathbb{V}'_{known}$  en fonction de la longueur des CIR d'entrée, pour divers nombres de vecteurs d'entrainement.



Figure 6.4-14 – Taux de succès  $\rho$  du classificateur à alignement noyau sur les vecteurs de  $\mathbb{V}'_{close}$  en fonction de la longueur des CIR d'entrée, pour divers nombres de vecteurs d'entrainement.

Il en ressort que des performances similaires sont obtenues pour des CIR de 35 à

60 échantillons pour tous les classificateurs utilisés. Lorsque l'espace est réduit à moins de 30 échantillons par récepteur, les performances sont fortement réduites pour chaque échantillon ignoré supplémentaire.

Un temps de propagation de 30 échantillons correspond approximativement à 9 mètres. Le faible impact des échantillons suivants sur la classification suggère donc que les trajets plus de 9 mètres plus longs que le trajet direct offrent sont négligeables. Cela est compatible avec l'ordre de grandeur des dimensions du véhicule.

L'absence de données nous empêche de réellement expérimenter sur l'ajout de dimensions au delà des 60 échantillons disponibles par récepteur; mais la présence du plateau observé avec les données disponibles et la faible dynamique des valeurs observées sur la première POC nous permet de supposer qu'ajouter des dimensions aux vecteurs d'entrée ne permettrait pas d'améliorer les performances de manière significative.

#### 6.4.7 Nombre de vecteurs-supports

Le nombre de vecteurs-supports utilisés par les SVM pour définir les hyperplans séparateurs entre les classes est une valeur intéressante à deux regards :

- Un plus petit nombre de vecteurs-supports est indicateur de frontières plus simples entre les classes, ce qui indiquerait que l'espace de redescription est plus simple à séparer.
- Comme pour classifier un vecteur d'entrée  $\mathbf{v}$ , il est nécessaire de calculer son produit scalaire avec chacun des vecteurs-supports, le temps de calcul pour la classification de  $\mathbf{v}$  est généralement proportionnel à ce nombre.

En observant le nombre de vecteurs supports utilisés par les différents classificateurs proposés, représentés dans le tableau 6.2, on remarque que le classificateur à alignement noyau en nécessite généralement moins que les autres classificateurs.

Prétraitements	Métrique du noyau gaussien	Min	Max	Median
$arphi_{L^2}$	$d_{ m AL2,cat}(a,b)$	1409	1779	1530
$arphi_{L^1} \cdot arphi_{ ext{align}}$	$W_1^{\mathbb{C}}(a,b)$	1630	1906	1770
$arphi_{L^1}\cdot arphi_{ m abs}$	$W_1(a,b)$	1723	1885	1791
$arphi_{L^2}\cdot arphi_{ m abs}$	$  a - b  _2$	1790	1918	1853
$arphi_{ ext{align}} \cdot arphi_{L^2}$	$  a - b  _2$	1846	1940	1894
$arphi_{L^2}$	$  a - b  _2$	2607	2706	2653

Table 6.2 – Nombre de vecteurs-supports pour des SVM multi-classes opérants sur divers espaces de redescription, entrainés avec 3300 vecteurs.

On remarque également que le classificateur à noyau gaussien "naïf" nécessite bien plus de vecteurs supports que tous les autres. Ce phénomène est probablement dû au fait que ce classificateur est le seul dont l'espace de redescription ne traduit pas l'invariance en phase globale du problème.

# 6.5 Conclusion

Dans cette étude, on a montré la faisabilité de la détection de passagers dans un véhicule par l'analyse des CIR mesurées entre les équipements UWB du véhicule.

Après avoir décrit le système et les raisons pour lesquelles il paraissait faisable de l'utiliser pour classifier l'occupation d'un habitacle, nous avons utilisé des SVM pour effectuer cette classification, et proposé divers prétraitements et noyaux alternatifs, basés sur nos connaissances du système pour tenter d'en améliorer les performances.

À l'aide de données capturées à cet effet, nous avons réalisé l'entrainement de classificateurs avec différents jeux d'entrainement afin d'évaluer les performances qu'ils pourraient offrir. Un des noyaux proposés, un noyau gaussien où la distance euclidienne a été remplacée par une distance euclidienne à écart de phase minimal, s'est démarqué des autres en termes de performances, avec un taux de succès moyen tendant vers 95%.

En enregistrant des données pour différentes configurations des éléments réglables du véhicule, nous avons montré que ces éléments réglables pouvaient avoir un profond impact sur les performances des classificateurs.

Cependant, nous avons aussi obtenu des taux de succès de classification satisfaisants pour des configurations inconnues lors de l'entrainement, sous condition que des mesures prises dans des configurations similaires aient fait partie du jeu d'entrainement du classificateur. Le classificateur exploitant la métrique à écart de phase minimal atteint un taux de succès moyen de 93%.

À la suite de cette étude, d'autres classificateurs que les SVM pourraient faire l'objet d'études similaires pour comparer leurs performances. Cependant, nous jugeons prioritaire d'étudier dans quelle mesure les SVM déjà proposés ici peuvent être généralisés par l'utilisation de jeux d'entrainement plus complets.

La forte sensibilité des CIR aux changements de la configuration de l'habitacle semble être le plus grand obstacle à ce système. Aussi, la viabilité de ce type de système dépendra de la possibilité de constituer des jeux d'entrainement dans des conditions suffisamment diverses pour maintenir un bon fonctionnement peu importe la configuration de l'habitacle.

La sensibilité du système à différents types d'objets devrait également être évaluée; ainsi que sa capacité à détecter, voire différencier, des personnes de gabarits différents de ceux des adultes de taille et corpulence moyenne ayant servi de sujets à cette étude.

# **Conclusions générales**

Cette thèse s'est orientée autour de deux parties distinctes, réunies par le projet industriel auquel elle était rattachée, à savoir la conception d'un système de verrouillage de véhicule utilisant la position du téléphone de l'utilisateur comme critère de déverrouillage.

# Estimation paramétrique sur réseau de capteurs commuté

Les réseaux de capteurs commutés gagnent en popularité dans l'industrie, et particulièrement dans le domaine des systèmes embarqués, grâce à leurs avantages en termes de coût, d'encombrement et de consommation électrique.

Rappelons qu'un réseau de capteurs commuté ne nécessite qu'un seul canal de réception, là où les systèmes traditionnels en demandent un par antenne, et qu'ils soient synchronisés. Or, dans le domaine radio, ces canaux sont coûteux, encombrants et consommateurs d'énergie; et leur synchronisation impose une complexité de routage grandissante avec le nombre de capteurs.

Valeo souhaitait notamment exploiter ce type de réseaux de capteurs dans le cadre d'un de ses projets. En effet, si les réseaux de capteurs sont réputés performants et avaient donc gagné l'intérêt de l'équipe du projet, il était immédiatement apparent que des réseaux cohérents traditionnels seraient bien trop chers pour être envisageables.

La littérature sur les algorithmes permettant d'exploiter ce type de système pour estimer l'angle d'incidence de signaux sans-fil existe depuis quelques décennies.

Cependant, à notre connaissance, il n'existe pas de travail s'intéressant au nouveau degré de liberté de conception que représente la séquence de commutation : l'ordre et la durée d'échantillonnage des capteurs lorsque le nombre de canaux de réception est insuffisant pour tous les échantillonner simultanément.

Au cours des deux premières années de cette thèse, nous nous sommes donc intéressés à ce degré de liberté. Nous avons défini des critères d'optimisation qui permettent d'estimer les performances des séquences de commutation pour l'estimation des paramètres de sinusoïdes. Par extension, l'estimation de l'angle d'incidence d'un signal peut être améliorée, même sans connaitre la géométrie de l'antenne. Sous certaines hypothèses, ces critères ont des formes analytiques interprétables. On a ainsi établi des règles concernant la séquence de commutation qui améliorent l'estimation des paramètres de sinusoïdes par un réseau de capteurs commuté.

Nous avons proposé des stratégies qui permettent de générer des séquences de commutation, et commenté sur leurs paramètres et performances à l'aide des critères proposés.

Nous avons ainsi pu montrer qu'il existait des séquences de commutation plus performantes que celles couramment proposées dans la littérature.

Les critères que nous avons proposés ne sont cependant pas des prédicteurs exacts des bornes sur l'estimation d'angle d'incidence, avec lesquelles nous les avons comparés pour des formes d'antennes typiques (ULA et UCA).

Ce travail pourrait être poursuivi par les travaux suivants :

- L'espace des séquences de commutation exploré reste petit devant l'espace des séquences de commutations possibles. Il pourrait être intéressant d'élargir l'espace exploré, notamment en permettant aux blocs d'échantillons d'avoir des tailles variables.
- Bien que les critères proposés soient qualitativement liés à la qualité d'estimation de l'angle d'incidence, nous n'avons pas pu établir de lien direct entre eux. Ce lien pourrait être étudié, par exemple en exprimant des bornes sur les performances de l'estimation d'angle d'incidence à partir des paramètres sinusoïdaux. Une première tentative de dériver des CRB pour un tel modèle a échoué, la FIM obtenue n'étant pas inversible de façon simple.
- Nous n'avons pas pu obtenir de formes analytiques interprétables pour des bornes sur l'estimation d'angle d'incidence prenant en compte la séquence de commutation. Cela n'exclut pas que de telles formes existent, et qu'elles ne pourraient pas permettre d'établir de nouvelles caractéristiques d'une séquence de commutation optimale pour une géométrie d'antenne spécifique.
- Les bornes fournies par cette étude s'appliquent aux signaux sinusoïdaux. Le manque de référence de temps commune peut généralement être modélisé en définissant la référence de temps du récepteur comme une fonction affine de la référence de temps de l'émetteur. Des bornes similaires pourraient alors être établies pour d'autres types de signaux, tels que les signaux FMCW communément utilisés dans le domaine RADAR.

### Détection de passagers par analyse des CIR en canal UWB

Dans cette seconde partie, nous avons proposé d'ajouter une fonctionnalité de détection de passagers à un système de verrouillage de véhicule.

Ce système, composé de plusieurs transmetteurs UWB, est capable de mesurer la CIR entre les-dits transmetteurs. Nous avons proposé d'exploiter cette capacité pour classifier l'occupation de l'habitacle. La littérature a déjà proposé d'exploiter la mesure de CIR pour ce type d'applications, mais a toujours, à notre connaissance, exploité des RADAR ou des *sounders*, systèmes nettement plus coûteux permettant d'obtenir un profil bien plus détaillé du canal que la simple CIR entre quelques transmetteurs.

Dans de telles conditions, nous ne disposons pas de modèle analytique traitable. Nous nous sommes donc tournés vers l'apprentissage automatique, et plus particulièrement les SVM, pour estimer l'occupation de l'habitacle par classification des CIR mesurées entre les transmetteurs. Cette approche a fait l'objet d'un brevet, déposé par Valeo, où je figure en tant qu'inventeur.

L'étude a mené aux contributions suivantes :

- Une preuve de concept a été établie, montrant la faisabilité du système.
- À travers l'étude des données collectées, des invariances ont été remarquées, et le protocole de mesure a été modifié pour s'adapter à des problématiques découvertes en comparant entre elles les données des diverses collectes.
- Une problématique ainsi soulevée est la sensibilité du système aux modifications de l'environnement, qui a soulevé un fort besoin de généralisation des classificateurs.
- Des traitements et métriques, basés sur les invariances découvertes expérimentalement, ont été proposés pour améliorer les performances des classificateurs.
- La comparaison des classificateurs proposés a permis de mettre en avant une des métriques proposées comme plus performante : la distance euclidienne à écart de phase minimal, décrite en sous-section 5.3.1.
- La création de jeux de données dans des configurations d'habitacle différentes, mais proches, a permis de montrer qu'il était possible de généraliser les classificateurs à des configurations qui leur sont inconnues.

Les principales suites envisagées à cette étude sont les suivantes :

- L'exploitation conjointe de plusieurs mesures de CIR dans le temps par le classificateur a été envisagée. Intuitivement, les CIR prises à divers instants dans le temps devraient conserver des valeurs similaires lorsque l'habitacle est inoccupé. Les performances réelles d'un tel système n'ont cependant pas été vérifiées, et pourraient faire l'objet de nouvelles études.
- Étudier d'autres classificateurs, tels que les réseaux de neurones artificiels ou les forêts d'arbres décisionnels, et comparer leurs performances aux classificateurs proposés ici.
- Puisque la généralisation est un des problèmes principaux du système proposé, des efforts seront nécessaires pour améliorer cette propriété du système. Pour ce faire, une approche possible serait la recherche de techniques permettant d'adapter un classificateur à des configurations inconnues à travers des étapes de calibration.
- Dans cette étude, les mesures ont été réalisées avec des personnes de gabarits similaires, et sans introduire d'objets volumineux dans l'habitacle. Aussi, mesurer les

performances des classificateurs pour d'autres gabarits, et en introduisant des objets de volumes et compositions diverses serait nécessaire pour valider l'exploitabilité du système proposé. Dans le même thème, la capacité à distinguer des gabarits afin d'estimer si les occupants de certains sièges sont adultes ou non pourrait faire l'objet d'une nouvelle étude.

 Enfin, une étude des performances de SVM multi-classes exploitant des codes correcteurs pourrait également être réalisée.

# Annexes


### **Publications**

#### Articles de revues

P. Avital, G. Chardon and J. Picheral. Design of switching sequences for sine parameters estimation on switched antenna arrays. under review, 2021

#### **Brevets**

O. Oguz, P. Avital and G. Djokic. *Dispositif d'analyse d'un habitacle de véhicule*, déposé en 2020

# Annexe $\mathbf{B}$

### Matrice d'information de Fisher

Bien que la section 2.1 se contente de montrer la FIM pour le cas d'une seule sinusoïde, puisque seul ce cas donne des résultats analytiques interprétables, la FIM  $\mathbf{F}'$  pour des sources multiples de fréquences inconnues peut être obtenue dans le cas d'un bruit blanc gaussien complexe circulaire de variance  $2\sigma^2$ , et s'écrit :

$$\mathbf{F}' = \begin{bmatrix} \mathbf{F}'^{(1,1)} & \mathbf{F}'^{(1,2)} & \dots & \mathbf{F}'^{(1,I)} \\ \mathbf{F}'^{(2,1)} & \mathbf{F}'^{(2,2)} & \dots & \mathbf{F}'^{(2,I)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{F}'^{(I,1)} & \mathbf{F}'^{(I,2)} & \dots & \mathbf{F}'^{(I,I)} \end{bmatrix},$$
(B.1)

avec

$$\mathbf{F}^{\prime(i,j)} = \mathbf{F}^{\prime(j,i)^{T}} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{A,A}^{(i,j)} & \mathbf{f}_{A,\omega}^{(i,j)} & \mathbf{F}_{A,\varphi}^{(i,j)} \\ \mathbf{f}_{A,\omega}^{(i,j)^{T}} & \mathbf{f}_{\omega,\omega}^{(i,j)} & \mathbf{f}_{\omega,\varphi}^{(i,j)^{T}} \\ \mathbf{F}_{A,\varphi}^{(i,j)^{T}} & \mathbf{f}_{\omega,\varphi}^{(i,j)} & \mathbf{F}_{\varphi,\varphi}^{(i,j)} \end{bmatrix},$$
(B.2)

où  $F'^{(i,j)}$  correspond aux sources i et j.  $\mathbf{F}_{A,A}^{(i,j)}$ ,  $\mathbf{F}_{\varphi,\varphi}^{(i,j)}$  et  $\mathbf{F}_{A,\varphi}^{(i,j)}$  sont diagonales; et  $\mathbf{f}_{A,\omega}^{(i,j)}$  et  $\mathbf{f}_{\omega,\varphi}^{(i,j)}$  sont des vecteurs colonnes tels que :

$$\sigma^2 \left[ \mathbf{F}_{A,A}^{(i,j)} \right]_{k,k} = \sum_{n=1}^{N_k} \cos(\Delta_{i,j,k,n}), \tag{B.3}$$

$$\sigma^2 \left[ \mathbf{F}_{\varphi,\varphi}^{(i,j)} \right]_{k,k} = A_{i,k} A_{j,k} \sum_{n=1}^{N_k} \cos(\Delta_{i,j,k,n}), \tag{B.4}$$

$$\sigma^2 \left[ \mathbf{F}_{A,\varphi}^{(i,j)} \right]_{k,k} = -A_{j,k} \sum_{n=1}^{N_k} \sin(\Delta_{i,j,k,n}), \tag{B.5}$$

$$\sigma^2 f_{\omega,\omega}^{(i,j)} = \sum_{k=1}^{K} A_{i,k} A_{j,k} \sum_{n=1}^{N_k} t_{k,n}^2 \cos(\Delta_{i,j,k,n}),$$
(B.6)

$$\sigma^2 \left[ \mathbf{f}_{A,\omega}^{(i,j)} \right]_k = -A_{j,k} \sum_{n=1}^{N_k} t_{k,n} \sin(\Delta_{i,j,k,n}), \tag{B.7}$$

$$\sigma^2 \left[ \mathbf{f}_{\omega,\varphi}^{(i,j)} \right]_k = A_{i,k} A_{j,k} \sum_{n=1}^{N_k} t_{k,n} \cos(\Delta_{i,j,k,n}), \tag{B.8}$$

avec 
$$\Delta_{i,j,k,n} = (\omega_i - \omega_j)t_{k,n} + \varphi_{i,k} - \varphi_{j,k}.$$
 (B.9)

La FIM  $\mathbf{F}$  pour des sources multiples de fréquences connues pour un bruit similaire peut être écrite sous la forme :

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}^{(1,1)} & \mathbf{F}^{(1,2)} & \dots & \mathbf{F}^{(1,I)} \\ \mathbf{F}^{(2,1)} & \mathbf{F}^{(2,2)} & \dots & \mathbf{F}^{(2,I)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{F}^{(I,1)} & \mathbf{F}^{(I,2)} & \dots & \mathbf{F}^{(I,I)} \end{bmatrix},$$
(B.10)

avec

$$\mathbf{F}^{(i,j)} = \mathbf{F}^{(j,i)^T} = \begin{bmatrix} \mathbf{F}_{A,A}^{(i,j)} & \mathbf{F}_{A,\varphi}^{(i,j)} \\ \mathbf{F}_{A,\varphi}^{(i,j)T} & \mathbf{F}_{\varphi,\varphi}^{(i,j)} \end{bmatrix}.$$
 (B.11)

Remarquons que  $\Delta_{i,i,k,n} = 0 \forall i, k, n$ , d'où la structure simplifiée de la FIM pour le cas d'une source unique décrite en section 2.1.

## Annexe C

## Inversion de la FIM

Le bloc  ${\bf F'}$  de la FIM lié à la fréquence  $\omega$  et aux phases  $\varphi$  a la forme de la matrice  ${\bf M}$  suivante :

$$M = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \cdots & a_K \\ a_1 & b_1 & 0 & \cdots & 0 \\ a_2 & 0 & b_2 & & 0 \\ \vdots & \vdots & & \ddots & \vdots \\ a_K & 0 & 0 & \cdots & b_K \end{bmatrix}.$$
 (C.1)

Par décomposition de Laplace, le déterminant de  ${\bf M}$  est

$$\det M = \left(a_0 - \sum_{n=1}^N \frac{a_n^2}{b_n}\right) \prod b_n.$$
 (C.2)

En utilisant la règle de Cramer, et en remarquant que les mineurs de  $\mathbf{M}$  sont similaires, on peut obtenir les coefficients de l'inverse de  $\mathbf{M} : \mathbf{M}^{-1} = (m_{ij})_{0 \le i,j \le K}$  tels que

$$m_{00} = \frac{1}{a_0 - \sum_{k=1}^{K} \frac{a_k^2}{b_k}},\tag{C.3}$$

$$m_{0k} = m_{k0} = -\frac{a_k}{b_k} m_{00}, \tag{C.4}$$

$$m_{kk} = \frac{1}{b_n} + \frac{a_k^2}{b_k^2} m_{00}, \tag{C.5}$$

$$m_{ij} = \frac{a_i a_j}{b_i b_j} m_{00}. \tag{C.6}$$

## ANNEXE D

# FIM pour l'estimation d'angle d'incidence

En utilisant le modèle non-bruité donné par l'équation (1.4), rappelée ci-dessous, et en supposant un bruit blanc gaussien complexe circulaire, la FIM **G** pour l'estimation des paramètres liés à l'angle d'incidence d'un signal sinusoïdal de fréquence inconnue peut être calculé à l'aide de la formule de Slepian-Bangs.

$$s_k(t) = \sum_{i=1}^{I} \sum_{l=1}^{L_i} \beta_{i,l} \exp\left(j\omega_i(t - \tau_k(\alpha_{i,l}) - \tau_{i,l}^{(0)})\right).$$
(1.4 rappel)

En utilisant le vecteur de paramètres  $[\beta_{1,1}, \alpha_{1,1}, \omega_1, \tau_{1,1}^{(0)}]$  (noté  $[\beta, \alpha, \omega, \tau]$  dans cette annexe), on peut alors écrire :

$$\sigma^{2}\mathbf{G} = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^{K} N_{k} & 0 & 0 & 0\\ 0 & G_{\alpha,\alpha} & G_{\alpha,\omega} & G_{\alpha,\tau} \\ 0 & G_{\alpha,\omega} & G_{\omega,\omega} & G_{\omega,\tau} \\ 0 & G_{\alpha,\tau} & G_{\omega,\tau} & \omega^{2}\beta^{2}\sum_{k=1}^{K} N_{k} \end{bmatrix},$$
(D.1)

$$G_{\alpha,\alpha} = \omega^2 \beta^2 \sum_{k=1}^{K} N_k \left( \frac{\partial \tau_k(\alpha)}{\partial \alpha} \right)^2, \tag{D.2}$$

$$G_{\omega,\omega} = \beta^2 \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=1}^{N_k} \left( t_{k,n} - \tau_k(\alpha) - \tau^{(0)} \right)^2,$$
(D.3)

$$G_{\alpha,\tau} = \omega^2 \beta^2 \sum_{k=1}^{K} N_k \frac{\partial \tau_k(\alpha)}{\partial \alpha}, \qquad (D.4)$$

$$G_{\alpha,\omega} = -\omega\beta^2 \sum_{k=1}^{K} \frac{\partial \tau_k(\alpha)}{\partial \alpha} \sum_{n=1}^{N_k} t_{k,n} - \tau_k(\alpha) - \tau^{(0)}, \qquad (D.5)$$

$$G_{\omega,\tau} = -\omega\beta^2 \sum_{k=1}^{K} \sum_{n=1}^{N_k} t_{k,n} - \tau_k(\alpha) - \tau^{(0)}.$$
 (D.6)

# Annexe E

# Minimisation en z de $\|\mathbf{a}e^{\mathbf{j}z} - \mathbf{b}\|_2$

Prouvons que  $\min_{z \in \mathbb{R}} \|\mathbf{a} e^{jz} - \mathbf{b}\|_2 = \|\mathbf{a} \exp\left(j/\mathbf{a}^H \mathbf{b}\right) - \mathbf{b}\|_2, \forall (\mathbf{a}, \mathbf{b}) \in (\mathbb{C}^N, \mathbb{C}^N).$ Ce qui revient à minimiser

$$f(z) = \left\| \mathbf{a} \mathbf{e}^{jz} - \mathbf{b} \right\|_{2}^{2}$$
(E.1)

$$= \|\mathbf{a}\|_{2}^{2} + \|\mathbf{b}\|_{2}^{2} - 2\Re\left(\mathbf{b}^{H}\mathbf{a}e^{jz}\right), \qquad (E.2)$$

et donc à minimiser

$$g(z) = -2\Re \left( \mathbf{b}^H \mathbf{a} \mathbf{e}^{jz} \right) \tag{E.3}$$

$$= -2\Re \left( \left| \mathbf{b}^{H} \mathbf{a} \right| e^{j / \mathbf{b}^{H} \mathbf{a}} e^{jz} \right)$$
(E.4)

$$= -2 \left| \mathbf{b}^{H} \mathbf{a} \right| \cos\left( \underline{\mathbf{b}^{H} \mathbf{a}} + z \right).$$
(E.5)

Or  $\forall k \in \mathbb{N}, x = 2k\pi$  minimise  $-\cos(x)$ , donc toute solution de  $\underline{\mathbf{b}^{H}\mathbf{a}} + z = 2k\pi, k \in \mathbb{N}$ minimise g(z) et f(z).

 $z = -\underline{\mathbf{b}^H \mathbf{a}} = \underline{\mathbf{a}^H \mathbf{b}}$  minimise donc g(z) et f(z).

103

### Bibliographie

- [802 2013] IEEE Standard for Information technology- Telecommunications and information exchange between systemsLocal and metropolitan area networks- Specific requirements-Part 11 : Wireless LAN Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications-Amendment 4 : Enhancements for Very High Throughput for Operation in Bands below 6 GHz. IEEE Std 802.11ac-2013 (Amendment to IEEE Std 802.11-2012, as amended by IEEE Std 802.11ae-2012, IEEE Std 802.11aa-2012, and IEEE Std 802.11ad-2012), pages 1-425, 2013.
- [Adib 2015] F. Adib, Z. Kabelac and D. Katabi. Multi-Person Localization via RF Body Reflections. In Proceedings of the 12th USENIX Conference on Networked Systems Design and Implementation, NSDI'15, page 279–292, USA, 2015. USENIX Association.
- [Aloi 2009] D. N. Aloi and M. S. Sharawi. Modeling and Validation of a 915MHz Single Channel Pseudo Doppler Direction Finding System for Vehicle Applications. In 2009 IEEE 70th Vehicular Technology Conference Fall, pages 1–5, 2009.
- [Aloi 2010] D. N. Aloi and M. S. Sharawi. Comparative analysis of single-channel direction finding algorithms for automotive applications at 2400 MHz in a complex reflecting environment. Physical Communication, vol. 3, no. 1, pages 19 – 27, 2010.
- [Avital 2021] P. Avital, G. Chardon and J. Picheral. Design of switching sequences for sine parameters estimation on switched antenna arrays. under review, 2021.
- [Awarkeh 2019] N. Awarkeh. 2D indoor localization system with an UWB multistatic radar. Theses, Université Paris-Saclay, October 2019.
- [Bangs 1971] W. J. Bangs. Array processing with generalized beamformers. 1971.
- [Barankin 1949] E. W. Barankin. Locally Best Unbiased Estimates. The Annals of Mathematical Statistics, vol. 20, no. 4, pages 477–501, 1949.
- [Beder 2012] C. Beder and M. Klepal. Fingerprinting based localisation revisited : A rigorous approach for comparing RSSI measurements coping with missed access points and differing antenna attenuations. In 2012 International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation (IPIN), pages 1–7, 2012.

- [Bluetooth Special Interest Group (SIG) ] Bluetooth Special Interest Group (SIG). Bluetooth core specification v5.1, volume 6.
- [Bogachev 2012] V. I. Bogachev and A. V. Kolesnikov. The Monge-Kantorovich problem : achievements, connections, and perspectives. Russian Mathematical Surveys, vol. 67, no. 5, pages 785–890, oct 2012.
- [Boser 1992] B. E. Boser, I. M. Guyon and V. N. Vapnik. A training algorithm for optimal margin classifiers. In Proceedings of the 5th Annual ACM Workshop on Computational Learning Theory, pages 144–152, 1992.
- [Burges 1999] C. J. Burges. Geometry and Invariance in Kernel Based Methods. In B. Schölkopf, C. J. C. Burges and A. J. Smola, editors, Advances in Kernel Methods — Support Vector Learning, pages 89–116, Cambridge, MA, 1999. MIT Press.
- [Chang 2011] C.-C. Chang and C.-J. Lin. LIBSVM : A library for support vector machines. ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology, vol. 2, pages 27 :1– 27 :27, 2011. Software available at http://www.csie.ntu.edu.tw/~cjlin/libsvm.
- [Cominelli 2019] M. Cominelli, P. Patras and F. Gringoli. Dead on Arrival : An Empirical Study of The Bluetooth 5.1 Positioning System. In Proceedings of the 13th International Workshop on Wireless Network Testbeds, Experimental Evaluation & Characterization, WiNTECH '19, page 13–20, New York, NY, USA, 2019. Association for Computing Machinery.
- [Dietterich 1995] T. Dietterich and G. Bakiri. Solving Multiclass Learning Problems via Error-Correcting Output Codes. ArXiv, vol. cs.AI/9501101, 1995.
- [Dobrushin 1970] R. Dobrushin. Prescribing a System of Random Variables by Conditional Distributions. Theory of Probability and Its Applications, vol. 15, pages 458–486, 1970.
- [Krim 1996] H. Krim and M. Viberg. Two decades of array signal processing research : the parametric approach. IEEE Signal Processing Magazine, vol. 13, no. 4, pages 67–94, July 1996.
- [Kumar 2020] G. Kumar, V. Gupta and R. Tank. Phase-based Angle estimation approach in Indoor Localization system using Bluetooth Low Energy. In 2020 International Conference on Smart Electronics and Communication (ICOSEC), pages 904–912, 2020.
- [Lee 2003] M. Lee, V. Katovnik and Y. Kim. Cramer-Rao bound analysis for active array with antenna switching. Electronics Letters, vol. 39, no. 1, pages 7–8, 2003.
- [Lee 2004a] M. Lee, V. Katkovnik and Yong-Hoon Kim. System modeling and signal processing for a switch antenna array radar. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 52, no. 6, pages 1513–1523, 2004.
- [Lee 2004b] M.-S. Lee, V. Katkovnik and Y.-H. Kim. Robust approximate median beamforming for phased array radar with antenna switching. Signal Processing, vol. 84,

no. 9, pages 1667 – 1675, 2004. Special Section on New Trends and Findings in Antenna Array Processing for Radar.

- [Lee 2010] M. Lee and Y. Kim. Design and Performance of a 24-GHz Switch-Antenna Array FMCW Radar System for Automotive Applications. IEEE Transactions on Vehicular Technology, vol. 59, no. 5, pages 2290–2297, 2010.
- [Li 2008] C. Li. Non-contract Estimation of Respiration and Heartbeat Rate using Ultra-Wideband Signals. 2008.
- [Liang 2016] F. Liang, F. Qi, Q. An, H. Lv, F. Chen, Z. Li and J. Wang. Detection of Multiple Stationary Humans Using UWB MIMO Radar. Sensors, vol. 16, no. 11, 2016.
- [Lin 1975] J. C. Lin and J. Salinger. Microwave Measurement of Respiration. In 1975 IEEE-MTT-S International Microwave Symposium, pages 285–287, 1975.
- [Marcos 1998] S. Marcos. Les méthodes à haute résolution. 1998.
- [McAulay 1971] R. McAulay and E. Hofstetter. Barankin Bounds on Parameter Estimation. IEEE Transactions on Information Theory, vol. 17, no. 6, pages 669–676, 1971.
- [Miao 2020] Y. Miao, E. Tanghe, J.-I. Takada, T. Pedersen, P. Laly, D. P. Gaillot, M. Liénard, L. Martens and W. Joseph. Measurement-Based Feasibility Exploration on Detecting and Localizing Multiple Humans Using MIMO Radio Channel Properties. IEEE Access, vol. 8, pages 3738–3750, 2020.
- [Oestreich 2012] A. Oestreich, T. Samaritano and R. Kamali-Sarvestani. Miniaturized Watson-Watt direction finder : An advancement in vehicle safety. In 2012 IEEE 16th International Symposium on Consumer Electronics, pages 1-3, 2012.
- [Oguz 2020] O. Oguz, P. Avital and G. Djokic. Dispositif d'analyse d'un habitacle de véhicule, déposé en 2020.
- [Pedregosa 2011] F. Pedregosa, G. Varoquaux, A. Gramfort, V. Michel, B. Thirion, O. Grisel, M. Blondel, P. Prettenhofer, R. Weiss, V. Dubourg, J. Vanderplas, A. Passos, D. Cournapeau, M. Brucher, M. Perrot and E. Duchesnay. *Scikit-learn : Machine Learning in Python*. Journal of Machine Learning Research, vol. 12, pages 2825–2830, 2011.
- [Peyré 2019] G. Peyré and M. Cuturi. *Computational Optimal Transport*. Foundations and Trends in Machine Learning, vol. 11, no. 5-6, pages 355–607, 2019.
- [Pukelsheim 2006] F. Pukelsheim. Optimal design of experiments. Society for Industrial and Applied Mathematics, 2006.
- [Renaux 2006] A. Renaux, P. Forster, E. Chaumette and P. Larzabal. On the high-SNR conditional maximum-likelihood estimator full statistical characterization. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 54, no. 12, pages 4840–4843, 2006.

- [Rieken 2004] D. W. Rieken and D. R. Fuhrmann. Generalizing MUSIC and MVDR for multiple noncoherent arrays. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 52, no. 9, pages 2396-2406, 2004.
- [Routtenberg 2014] T. Routtenberg and J. Tabrikian. Cyclic Barankin-Type Bounds for Non-Bayesian Periodic Parameter Estimation. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 62, no. 13, pages 3321–3336, 2014.
- [Samadian 2003] S. Samadian, R. Hayashi and A. A. Abidi. Demodulators for a zero-IF Bluetooth receiver. IEEE Journal of Solid-State Circuits, vol. 38, no. 8, pages 1393–1396, 2003.
- [See 2001] C. See. High resolution DF with a single channel receiver. In Proceedings of the 11th IEEE Signal Processing Workshop on Statistical Signal Processing (Cat. No.01TH8563), pages 520–523, 2001.
- [See 2003] C. See. A single channel approach to high resolution direction finding and beamforming. In 2003 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 2003. Proceedings. (ICASSP '03)., volume 5, pages V-217, 2003.
- [Shehu Yaro 2018] A. Shehu Yaro and A. Zuri Sha'ameri. Effect of Path Loss Propagation Model on the Position Estimation Accuracy of a 3-Dimensional Minimum Configuration Multilateration System. International Journal of Integrated Engineering, vol. 10, no. 4, Sep. 2018.
- [Sheinvald 1995] J. Sheinvald and M. Wax. Localization of multiple signals using subarrays data. pages 324–351, 05 1995.
- [Sheinvald 1999] J. Sheinvald and M. Wax. Direction finding with fewer receivers via time-varying preprocessing. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 47, no. 1, pages 2–9, 1999.
- [Silva Pereira 2016] M. Silva Pereira, J. Caldinhas Vaz, C. Azeredo Leme, J. T. de Sousa and J. Costa Freire. A 170 µA All-Digital GFSK Demodulator With Rejection of Low SNR Packets for Bluetooth-LE. IEEE Microwave and Wireless Components Letters, vol. 26, no. 6, pages 452–454, 2016.
- [Slepian 1954] D. Slepian. Estimation of signal parameters in the presence of noise. Transactions of the IRE Professional Group on Information Theory, vol. 3, no. 3, pages 68–89, March 1954.
- [Staderini 2002] E. M. Staderini. UWB radars in medicine. IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine, vol. 17, no. 1, pages 13–18, 2002.
- [Steyskal 1989] H. Steyskal and J. F. Rose. Digital beamforming for radar systems. Microwave Journal, vol. 32, pages 121–123, January 1989.
- [Suleiman 2018] W. Suleiman, P. Parvazi, M. Pesavento and A. M. Zoubir. Non-Coherent Direction-of-Arrival Estimation Using Partly Calibrated Arrays. IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 66, no. 21, pages 5776–5788, 2018.

- [Tirer 2020] T. Tirer and O. Bialer. Effective Approximate Maximum Likelihood Estimation of Angles of Arrival for Non-Coherent Sub-Arrays. In ICASSP 2020 -2020 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), pages 4557–4561, 2020.
- [Toasa 2021] F. A. Toasa, L. Tello-Oquendo, C. R. Peńafiel-Ojeda and G. Cuzco. Experimental Demonstration for Indoor Localization Based on AoA of Bluetooth 5.1 Using Software Defined Radio. In 2021 IEEE 18th Annual Consumer Communications Networking Conference (CCNC), pages 1–4, 2021.
- [Van Diggelen 2009] F. Van Diggelen. A-GPS : Assisted GPS, GNSS, and SBAS. 2009.
- [Venkatesh 2005] S. Venkatesh, C. R. Anderson, N. V. Rivera and R. M. Buehrer. Implementation and analysis of respiration-rate estimation using impulse-based UWB. In MILCOM 2005 - 2005 IEEE Military Communications Conference, pages 3314– 3320 Vol. 5, 2005.
- [Wahlberg 1991] B. G. Wahlberg, I. M. Y. Mareels and I. Webster. Experimental and theoretical comparison of some algorithms for beamforming in single receiver adaptive arrays. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. 39, no. 1, pages 21–28, 1991.
- [Wang 2019] Z. Wang, W. Xie, Y. Zou and Q. Wan. DOA Estimation Using Single or Dual Reception Channels Based on Cyclostationarity. IEEE Access, vol. 7, pages 54787–54795, 2019.
- [Wen 2014] F. Wen, Q. Wan, R. Fan and H. Wei. Improved MUSIC Algorithm for Multiple Noncoherent Subarrays. IEEE Signal Processing Letters, vol. 21, no. 5, pages 527– 530, 2014.
- [Yusuf 2021] M. Yusuf, E. Tanghe, B. De Beelde, P. Laly, M. Ridolfi, E. De Poorter, L. Martens, D. Gaillot, M. Lienard and W. Joseph. Human Sensing in Reverberant Environments : RF-based Occupancy and Fall Detection in Ships. IEEE Transactions on Vehicular Technology, pages 1–1, 2021.
- [Zand 2019] P. Zand, J. Romme, J. Govers, F. Pasveer and G. Dolmans. A high-accuracy phase-based ranging solution with Bluetooth Low Energy (BLE). In 2019 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), pages 1–8, 2019.
- [Çetin 2012] O. Çetin, H. Nazh, R. Gürcan, H. Öztürk, H. Güneren, Y. Yelkovan, M. Çayir, H. Çelebi and H. P. Partal. An experimental study of high precision TOA based UWB positioning systems. In 2012 IEEE International Conference on Ultra-Wideband, pages 357–361, 2012.

#### ÉCOLE DOCTORALE



Sciences et technologies de l'information et de la communication (STIC)

**Titre :** Optimisation de la commutation d'antennes et détection de passagers par SVM, dans un contexte de contrôle d'accès pour véhicule

**Mots clés :** Réseaux de capteurs, antennes commutées, canal de réception unique, localisation, bornes de Cramér-Rao, Bluetooth, machines à vecteurs-supports, analyse volumétrique, UWB

**Résumé :** Cette thèse étudie deux aspects d'un système de contrôle d'accès de véhicule par localisation de clés.

D'une part, dans le cadre d'une localisation par triangulation à l'aide de réseaux de capteurs commutés, l'optimisation de la séquence de commutation est étudiée.

Un modèle est proposé pour étudier l'estimation des paramètres de sinusoïdes reçues par un réseau de capteur, dont les capteurs sont échantillonnés de manière asynchrone. Ce modèle est notamment, mais pas exclusivement, applicable à des approches industrielles telles que celle proposée par Bluetooth 5.1, qui sert d'application de référence.

Du modèle sont dérivées des bornes de Cramér-Rao, qui servent à l'établissement de critères d'optimisation des instants d'échantillonnage de chaque capteur indépendants de la géométrie du réseau de capteurs. Les formes analytiques de ces critères permettent d'établir des propriétés préférables pour les instants d'échantillonnage de chaque capteur, particulièrement lorsque la fréquence des signaux reçus n'est pas connue à priori.

Des stratégies sont proposées pour générer des séquences de commutation, et sont évaluées

numériquement à l'aide des critères proposés. L'évolution des critères proposés est comparée à celle de bornes numériques sur l'estimation d'angle d'incidence pour des géométries populaires, illustrant un lien qualitatif entre ces critères.

D'autre part, dans le cadre d'une localisation par mesure des délais de propagation en bande UWB, un système de détection de passagers reposant sur le matériel de localisation est proposé.

On propose d'utiliser des machines à vecteurs-supports (SVM) pour réaliser la détection des passagers sous la forme d'une classification des réponses impulsionnelles de canal mesurées entre les transmetteurs du système de localisation de clé. Une preuve de concept et un prototype sont réalisés et utilisés pour collecter des données sur le problème et montrer la faisabilité.

L'étude de ces données permet d'identifier des invariances, que l'on propose de traduire pour les SVM à travers des traitements et métriques adaptés. Les performances offertes par ces traitements sont ensuite mesurées expérimentalement, et permettent d'affirmer qu'un des traitements proposés est avantageux pour l'application choisie.

**Title :** Optimising array switching sequences and detecting passengers through SVM, within the context of vehicle access control

**Keywords :** Antenna arrays, switched arrays, single receiver, localization, Cramér-Rao bounds, Bluetooth, support vector machines, volumetric analysis, UWB

This thesis studies two aspects of a vehicle access control system which relies on the estimation of a key's location to grant access.

Firstly, within the context of a triangulation-based system, we study the optimisation of the switching sequence for switched antenna-arrays.

A model is given to study the estimation of the parameters of sines received by a switched array, where sensors are not necessarily sampled synchronously.

This model is relevant, but not exclusive, to industrial approaches to direction of arrival estimation, such as the one proposed by Bluetooth 5.1, which serves as our reference application.

From the model, Cramér-Rao lower bounds are computed, and are used to define design criteria for switching sequences that do not rely on the array's geometry. These criteria's analytical forms allow us to highlight desirable properties in switching sequences, especially in the case where the signal's frequency is unknown.

Strategies to build switching sequences are proposed, and numerically evaluated using the provided criteria.

Comparison of the criteria with numerical bounds on direction of arrival for common array geometries shows that they are qualitatively linked.

Secondly, within the context of a time of flight based system, we propose a system for passenger detection that relies solely on the localization system's original hardware.

To achieve this, we propose to use support vector machines (SVM) to classify the channel impulse responses measured between the system's transmitters.

A proof of concept is designed to demonstrate feasability, and data is collected on a prototype for further evaluation.

By studying the available data, invariants are identified, and processing functions are proposed to translate these invariants to the SVM in order to improve performance.

One of the proposed processing is shown to give performance gains for our application through experiments.