



Maillage dynamique tridimensionnel pour la simulation de l'écoulement dans un bassin sédimentaire

Brahim Yahiaoui

► To cite this version:

Brahim Yahiaoui. Maillage dynamique tridimensionnel pour la simulation de l'écoulement dans un bassin sédimentaire. Géologie appliquée. Université de Technologie de Troyes, 2013. Français. NNT : 2013TROY0034 . tel-03355955

HAL Id: tel-03355955

<https://theses.hal.science/tel-03355955>

Submitted on 27 Sep 2021

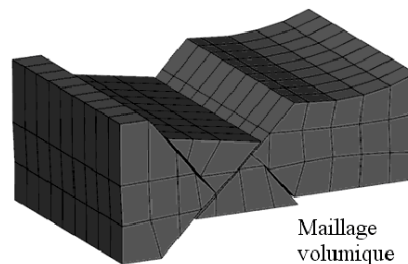
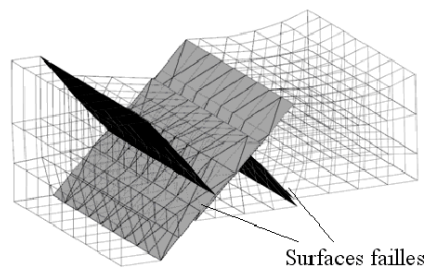
HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse
de doctorat
de l'UTT

Brahim YAHIAOUI

Maillage dynamique tridimensionnel pour la simulation de l'écoulement dans un bassin sédimentaire



Spécialité :
Systèmes Mécaniques et Matériaux

2013TROY0034

Année 2013

THESE

pour l'obtention du grade de

DOCTEUR de l'UNIVERSITE DE TECHNOLOGIE DE TROYES Spécialité : SYSTEMES MECANQUES ET MATERIAUX

présentée et soutenue par

Brahim YAHIAOUI

le 17 décembre 2013

Maillage dynamique tridimensionnel pour la simulation de l'écoulement dans un bassin sédimentaire

JURY

| | | |
|------------------|--------------------------------|--------------------|
| M. P. VILLON | PROFESSEUR DES UNIVERSITES | Président |
| M. A. BENALI | DOCTEUR | Examinateur |
| M. H. BOROUCHAKI | PROFESSEUR DES UNIVERSITES | Directeur de thèse |
| Mme M.-C. CACAS | DOCTEUR | Examinateur |
| M. P.-L. GEORGE | DIRECTEUR DE RECHERCHE INRIA | Examinateur |
| M. F. HECHT | PROFESSEUR DES UNIVERSITES | Rapporteur |
| M. J. JAFFRÉ | DIRECTEUR DE RECHERCHE - INRIA | Rapporteur |

Remerciements

Après trois années de travail sur cette thèse, je termine par ces remerciements adressés à toutes les personnes qui y ont contribué, de proche comme de loin, par des conseils, des relectures ou des encouragements.

Je remercie tout d’abord les membres du jury pour l’intérêt qu’ils portent à mon travail ainsi que leurs conseils avisés.

Je remercie particulièrement le directeur de thèse Houman Borouchaki, qui par son expérience et son précieux savoir a permis le bon déroulement des travaux. Je remercie aussi le promoteur IFP Energies Nouvelles de cette thèse, Abdallah Benali, pour ses qualités humaines hors du commun ainsi que l’engagement qu’il a tenu durant ces années.

Mes remerciements s’adressent aussi à Isabelle Faille pour la relecture de quelques chapitres ainsi que ses orientations techniques et scientifiques. Je tiens à remercier Muriel Thibaut qui a beaucoup apporté pour cette thèse, que se soit par la relecture des chapitres introductifs, par son savoir dans le domaine de la géologie pétrolière ou par ses précieux conseils. Je remercie également les enseignants et le personnel de l’Université de Technologie de Troyes qui m’ont beaucoup apporté.

Je remercie aussi mes très chers amis Malik et Tassadit pour leur relecture et pour m’avoir soutenu, avec Amine, de toutes les manières possibles. Mes remerciements vont aussi aux thésards et aux stagiaires de la Direction Mathématiques Appliquées et Informatique de IFP Energies Nouvelles, et je pense en particulier au soutien de Claire, Modesar et Antoine. Je remercie également tous ceux qui m’ont encouragé tout au long de ces trois années.

Un remerciement très profond à mes proches en Algérie et en France. En particulier

mon père Boubeker pour tous ses conseils ainsi que la relecture complète de la thèse. Son engagement avec moi est allé bien au-delà de cela... Je remercie mes sœurs Hafida et Hadhoum pour m'avoir donné l'exemple et m'avoir encouragé en permanence. Enfin je remercie ma mère Khatima à qui je dédie cette thèse parce qu'elle a été ma source profonde de motivation durant ces trois dernières années.

Table des matières

| | | |
|----------|--|-----------|
| 1 | Formation des hydrocarbures et modélisation géologique | 17 |
| 1.1 | Les hydrocarbures | 17 |
| 1.1.1 | Définition et formation des hydrocarbures | 17 |
| 1.1.2 | Intérêt économique et industriel | 22 |
| 1.1.3 | Politique de transition vers les énergies-renouvelables | 23 |
| 1.2 | Exploration pétrolière | 24 |
| 1.2.1 | Méthodes d'exploration | 24 |
| 1.2.2 | Prospective de l'étude des bassins | 26 |
| 1.3 | Dynamique des bassins | 29 |
| 1.3.1 | Structure géologique terrestre | 29 |
| 1.3.2 | Géologie structurale des bassins | 31 |
| 1.3.3 | Failles et complexité géométrique des modèles | 32 |
| 2 | Maillages pour la simulation en géologie pétrolière | 35 |
| 2.1 | Modélisation de la formation des hydrocarbures | 35 |
| 2.1.1 | Modélisation de la formation géologique d'un bassin | 35 |
| 2.1.2 | Modélisation de la migration d'hydrocarbures dans un bassin | 38 |
| 2.1.3 | Les schémas numériques | 42 |
| 2.2 | Maillages en géologie pétrolière | 44 |
| 2.2.1 | Rétrospective sur les maillages réservoirs -maillages statiques- | 44 |
| 2.2.2 | Maillages pour les bassins et problématique -maillages dynamiques- | 45 |

| | | |
|----------|--|-----------|
| 2.2.3 | Méthode de Grille Contrainte | 50 |
| 2.3 | Dissertation critique de la méthode de grille contrainte | 52 |
| 2.3.1 | Points avantageux et détails de la Méthode de Grille Contrainte | 52 |
| 2.3.2 | Limites de traitement | 54 |
| 2.3.3 | Conclusion | 58 |
| 3 | Nouvelle construction du maillage volumique | 61 |
| 3.1 | Maillage volumique dans l'espace déplié | 61 |
| 3.1.1 | Notion d'espace déplié | 62 |
| 3.1.2 | Nouvelle méthodologie de traitement | 62 |
| 3.2 | Construction des cellules dans l'espace déplié | 64 |
| 3.2.1 | Calcul d'intersection mailles/surface-faille | 64 |
| 3.2.2 | Etoilement de mailles | 67 |
| 3.2.3 | Fusion de mailles | 76 |
| 3.2.4 | Dissociation des mailles à travers les failles | 82 |
| 3.3 | Report en 3D | 83 |
| 3.3.1 | Report des nœuds-horizon | 84 |
| 3.3.2 | Report des nœuds-faille | 84 |
| 3.4 | Résultats et statistiques | 85 |
| 4 | Génération du maillage évolutif | 91 |
| 4.1 | Détermination des trajectoires des nœuds | 91 |
| 4.1.1 | Mécanisme et spécificités du maillage évolutif | 91 |
| 4.1.2 | Trajectoires des nœuds dans le maillage évolutif | 92 |
| 4.2 | Résultats de maillages évolutifs de bassins | 94 |
| 5 | Traitement des plis et amélioration de la qualité des grilles 2D | 99 |
| 5.1 | Notion de "Laplacian Smoothing" | 100 |
| 5.1.1 | Equation de la chaleur stationnaire et application aux maillages | 100 |
| 5.1.2 | Suppression de plis avec le "Laplacian Smoothing" | 101 |

| | | |
|----------|---|------------|
| 5.2 | Discrétisation et algorithme | 103 |
| 5.2.1 | Discrétisation de la transformation "Laplacian Smoothing" | 103 |
| 5.2.2 | Assemblage de la matrice L | 108 |
| 5.2.3 | Résultats et amélioration des grilles de Coons | 109 |
| 5.2.4 | Limites du "Laplacian Smoothing" 2D | 111 |
| 5.3 | Variantes du "Laplacian Smoothing" | 112 |
| 5.3.1 | Première variante : procédé dichotomique de déformation | 112 |
| 5.3.2 | Deuxième variante : contribution du bord à l'amélioration des grilles | 115 |
| 5.4 | Récapitulatif sur le nouveau traitement d'un horizon | 118 |
| 6 | Amélioration de la qualité du maillage dynamique 3D hexa-dominant | 125 |
| 6.1 | Notion de repérage ijk sur le maillage résultant | 126 |
| 6.2 | Méthode d'amélioration | 127 |
| 6.2.1 | Déformation des nœuds de bord | 127 |
| 6.2.2 | Amélioration des piliers à l'intérieur | 128 |
| A | Figures complémentaires | 139 |
| A.1 | Architecture du programme et structure de données | 139 |
| A.2 | Quelques illustrations sur la construction des mailles | 144 |
| A.3 | Résultat sur des cas statiques -érosion et faille pendante- | 145 |
| A.4 | principe du "Laplacian Smoothing" | 146 |
| A.5 | Autres résultats des variantes du "Laplacian Smoothing" | 148 |
| A.6 | Proposition d'une variante avec du "Laplacian Smoothing" pour l'améliorer | 150 |

Table des figures

| | | |
|------|---|----|
| 1-1 | Illustration d'une roche poreuse [Dav12] | 18 |
| 1-2 | Gisements de pétrole et bassins sédimentaires [BH] | 19 |
| 1-3 | Types de gisements [Bou10] | 21 |
| 1-4 | Consommation du pétrole depuis le début du XX siècle (kbbbls/j) | 23 |
| 1-5 | Fosse de Nankai -Japon- : Illustration de la sismique réflexion [bib] | 25 |
| 1-6 | Produits IFPEN pour l'étude de la formation des bassins [Mal02], [BFa] et [BFb] | 28 |
| 1-7 | Couches concentriques terrestres (Echelle non respectée) [Bou10] | 29 |
| 1-8 | Plaques tectoniques et âges de déformation [Mö8] | 30 |
| 1-9 | Rifting et subduction [Bou10] | 31 |
| 1-10 | Quelques types de failles | 32 |
| 1-11 | Modèle 3D de surfaces-failles et de surfaces-horizons | 33 |
| 2-1 | Technique de krigeage 2D [CK08] | 37 |
| 2-2 | Illustration du flux et de la solution discrète avec un schéma-O [Boy08] | 43 |
| 2-3 | Méthode pour construire des surfaces de niveau entre deux surfaces initialement données | 46 |
| 2-4 | Comparaison entre un maillage hexaédrique et un maillage mixte pour un calcul numérique avec le schéma-o [RE11] | 49 |
| 2-5 | Diagramme de fonctionnement de la MGC | 50 |
| 2-6 | Exemple d'un résultat obtenu avec la méthode de calage | 51 |
| 2-7 | Illustration 2D du problème avec la zone faillée [Ran] | 53 |

| | | |
|------|---|-----|
| 2-8 | Illustration des failles en X traitées par la MGC et celles qui ne le sont pas . | 55 |
| 2-9 | Noeuds flottants et mailles non-hexaédriques internes | 56 |
| 2-10 | Problématique avec les maillages tétraédriques lors de la simulation "continue" du dépôt | 57 |
| 2-11 | Apparition de plis avec la méthode de Coons | 58 |
| 2-12 | Maillage à éléments de mauvaise qualité | 58 |
| 3-1 | Diagramme de la nouvelle méthodologie | 63 |
| 3-2 | Convention sur la numérotation des mailles admissibles | 67 |
| 3-3 | Hyper-pyramides régulières à base cubique de dimension n | 69 |
| 3-4 | Fusion de parties après étoilement | 76 |
| 3-5 | Trouver le nœud opposé | 78 |
| 3-6 | Etoilement et fusion d'une partie en tétraèdre | 82 |
| 3-7 | Traitement d'une faille en X | 86 |
| 3-8 | Comparaison du résultat de la MGC (a) avec celui du nouveau traitement (b) | 87 |
| 3-9 | Comparaison statistique entre (a) et (b) de la figure 3-8 | 87 |
| 3-10 | Comparaison des nœuds flottants entre (a) et (b) | 87 |
| 3-11 | Comparaison avec un bassin à cinq failles | 88 |
| 3-12 | Comparaison statistique entre (a) et (b) de la figure 3-11 | 88 |
| 3-13 | Cas d'un résultat presque similaire | 89 |
| 3-14 | Comparaison statistique entre (a) et (b) de la figure 3-13 | 89 |
| 4-1 | Evolution d'un sommet d'étoilement sans traitement particulier | 93 |
| 4-2 | Exemple d'un bassin dynamique à une faille | 96 |
| 4-3 | Exemple d'un bassin dynamique à cinq failles | 97 |
| 5-1 | Transformation par "Laplacian Smoothing", illustration | 101 |
| 5-2 | Transformation par "Laplacian Smoothing", résultat numérique [SMS03] . . | 101 |
| 5-3 | Principe de conservation local des angles (transformation holomorphe) [Rol09] | 103 |
| 5-4 | Illustration des coefficients g_{ij} dans une triangulation | 107 |

| | | |
|------|--|-----|
| 5-5 | Profil de la matrice L | 109 |
| 5-6 | Suppression de plis sur une grille | 109 |
| 5-7 | Effet d'amélioration d'éléments sur une grille | 110 |
| 5-8 | Apparition d'un pli après application d'un Laplacien discret | 111 |
| 5-9 | Illustration du procédé dichotomique de la variante | 113 |
| 5-10 | Résultat concernant la figure 5-8 ; augmentation de la précision | 114 |
| 5-11 | Illustration d'un résultat avec des déformations extrêmes | 114 |
| 5-12 | Retournement de la surface durant la transformation | 115 |
| 5-13 | Notation des éléments utilisés pour la circulation sur le bord | 116 |
| 5-14 | Comparaison entre (a) le "Laplacian Smoothing" et (b) la variante | 117 |
| 5-15 | Récupération d'une grille régulière | 119 |
| 5-16 | Exemple de traitement | 120 |
| 5-17 | Grille de Coons | 120 |
| 5-18 | Première variante du "Laplacian Smoothing" | 121 |
| 5-19 | Deuxième variante du "Laplacian Smoothing" | 121 |
| 5-20 | Calage des failles | 122 |
| 5-21 | Optimisation de la qualité après le calage | 122 |
| 5-22 | Résultat du report en 3D | 123 |
| 6-1 | Piliers des bords latéraux B et piliers internes I | 126 |
| 6-2 | Notations et disposition des points $(p_{h,k})_{h,k}$ sur un bord latéral | 127 |
| 6-3 | Illustration d'un "meilleur compromis" entre courbure et direction verticale | 128 |
| 6-4 | Résultat sur une amélioration locale | 130 |
| 6-5 | Résultat sur un maillage de bassin dynamique | 130 |
| 6-6 | Autre résultat sur un maillage de grande taille | 131 |
| A-1 | Diagramme UML de la nouvelle méthodologie | 139 |
| A-2 | Diagramme détaillé de la Méthode des Grilles Contraintes | 141 |
| A-3 | Tableau d'association de failles | 142 |
| A-4 | Résultat de construction de surfaces failles [BY10] | 143 |

| | |
|---|-----|
| A-5 Surfaces horizons et surfaces failles | 143 |
| A-6 Découpage d'un hexaèdre en utilisant un étoilement | 144 |
| A-7 Fusion d'un ensemble d'hexaèdres | 144 |
| A-8 Cas d'un maillage statique de réservoir : première vue | 145 |
| A-9 Cas d'un maillage statique de réservoir : deuxième vue | 145 |
| A-10 Traitement d'une faille pendante | 146 |
| A-11 Le "Laplacian Smoothing" 1D | 146 |
| A-12 Solution d'un "Laplacian Smoothing" | 147 |
| A-13 Comparaison en les différentes optimisations | 148 |
| A-14 Comparaison entre les mesures de qualité obtenues par trois méthodes | 149 |
| A-15 Amélioration de la qualité par dichotomie | 150 |

Introduction

Depuis les années 80, le confort économique des industries pétrolières décroît, impliquant une augmentation du coût des hydrocarbures. Ces conséquences dépendent surtout de l'épuisement des ressources et de l'arrivée imminente du pic mondial de production d'hydrocarbures. Les industries pétrolières sont donc poussées à explorer de nouvelles solutions pour une exploitation optimale des gisements. Les simulations par ordinateur de l'écoulement des hydrocarbures dans les gisements en cours de production font partie des solutions qui ont fait leurs preuves. L'objectif actuel est d'utiliser ce genre de simulation comme aide à la prospection des bassins.

Cela fait plus de 30 ans que des industriels investissent des efforts de recherche et développement en simulation des systèmes pétroliers. Ce type de simulation procure une estimation de la localisation des gisements ainsi que les quantités et la qualité des hydrocarbures qui y sont piégés. De telles méthodes ont pour objectif de diminuer les surcoûts du forage. Un pré-requis à la simulation des bassins est l'étude géologique qui fournit les données d'entrée de ces modélisations. Il est nécessaire par ailleurs que les bassins soient modélisés dynamiquement ; c'est-à-dire que l'on fournisse un modèle de leur architecture qui évolue avec le temps. C'est la reconstitution de leur cinématique (sédimentation et déformations) à travers divers outils qui permet d'obtenir un modèle dynamique.

La simulation des systèmes pétroliers comprend essentiellement : la modélisation du bassin à l'âge actuel, la reconstitution dynamique de l'évolution du bassin au travers des temps géologiques, la construction du maillage de calcul et la modélisation numérique du craquage et de la migration. La modélisation numérique et mathématique, dans le contexte actuel,

a connu une avancée importante ces dernières années. Les difficultés rencontrées dans la construction de maillages de modèles complexes s'avère être un obstacle lors de l'application de la procédure. Cette thèse propose une solution pour la construction des maillages nécessaires à la simulation numérique de l'écoulement.

Les maillages qui nous intéressent sont des maillages dynamiques hexa-dominants à qualité optimale pour le calcul. Ce maillage hexa-dominant doit comporter uniquement des hexaèdres, tétraèdres et des éléments de transition : pyramides et prismes.

Des études ont été réalisées dans le secteur des maillages évolutifs pour les simulations des systèmes pétroliers. Il convient de noter que cette thèse est une continuité de travaux antérieurs menés par L. Ran et al. [Ran]. Ces travaux ont apporté une réelle contribution au maillage de cas complexes. Cependant, ils restent insuffisants pour le maillage de bassins réels intensivement faillés. Pour se rapprocher du traitement de ces cas complexes, cette thèse propose d'apporter des améliorations topologiques et qualitatives des travaux antérieurs menés par L. Ran et al.

Le chapitre 1 est un préambule qui introduit les motivations industrielles liées à ce travail de thèse. Il a surtout pour objectif de familiariser le lecteur avec la modélisation géologique appliquée à l'industrie pétrolière. On termine ce chapitre par une classification des modèles de bassins en affichant leurs particularités.

Le chapitre 2 comprend une introduction sur le prétraitement des données et la modélisation complète pour aboutir à la simulation. La problématique est ensuite abordée avec une rétrospective sur les travaux menés pour les maillages de réservoirs ainsi qu'un état de l'art sur les maillages dynamiques de bassins. On propose ensuite une approche constructive sur une ancienne méthode décrite dans [Ran]. Cette approche permet d'identifier les points forts et les points manquants afin de pouvoir élargir le champ d'application de l'ancienne méthode à des modèles plus complexes. Les derniers chapitres ont pour but de répondre à cet objectif en proposant des modifications et de nouvelles améliorations.

Une solution algorithmique est apportée dans le chapitre 3 afin d'améliorer la topologie. Pour cela on a apporté un changement fondamental dans la phase de construction du

maillage : les travaux antérieurs consistaient à mailler les surfaces dans un espace paramétrique pour les reporter en 3D et construire ensuite le maillage volumique. L'idée essentielle, dans la présente thèse, consiste à construire le maillage dans un espace pseudo 3D, qu'on appellera espace déplié, qu'on reporte ensuite dans l'espace géologique 3D. La construction du maillage, dans l'espace déplié, est basée sur un découpage des mailles grâce à des surfaces modélisant les failles (fissures sous-terraines). La difficulté à surmonter consiste à générer seulement des mailles admissibles : hexaèdres, tétraèdres, pyramides et prismes. Afin de prendre en compte des failles qui se croisent, on met en place un processus itératif en procédant par un découpage. L'algorithme de traitement est le même pour tous les types de mailles grâce à une utilisation astucieuse de l'étoilement de mailles. Un découpage se décompose en plusieurs étapes : calcul d'intersections, étoilement, fusion (dé-raffinement) et dissociation.

Le chapitre 4 représente une continuité du chapitre 3. On invoque la construction du maillage évolutif du bassin en s'assurant de ne pas générer des éléments inversés.

Une solution mathématique est apportée dans les chapitres 5 et 6 ayant pour objectif d'améliorer la qualité du maillage. Cette amélioration se fait grâce à un "Laplacian Smoothing" ou lissage par le laplacien. Plus précisément, elle se fait en deux temps : un premier temps sur des grilles dépliées (détails dans le chapitre 5) afin de supprimer des erreurs sous forme de plis (qualité mesurée négative). Un second temps sur le maillage hexa-dominant dans l'espace géologique (détails dans le chapitre 6). En particulier, le chapitre 5 fournit une étude détaillée sur l'application du "Laplacian Smoothing" et propose de nouvelles variantes. Le chapitre 6 est une continuité du chapitre 5 qui permet d'appliquer autrement le "Laplacian Smoothing", afin de l'adapter au maillage hexa-dominant dans l'espace géologique.

Les quatre derniers chapitres comportent tous des résultats visuels et statistiques qui illustrent les améliorations. On termine ce rapport de thèse par une conclusion qui fait le point sur les évolutions apportées et présente de nouvelles perspectives.

Chapitre 1

Formation des hydrocarbures et modélisation géologique

1.1 Les hydrocarbures

1.1.1 Définition et formation des hydrocarbures

Considérés comme sources d'énergie importantes, matières premières pour l'industrie du plastique et excellents combustibles, les hydrocarbures, souvent notés HC, restent jusqu'à aujourd'hui l'un des piliers économiques sur lesquels repose le monde actuel. Leur notation HC provient de leur composition chimique : l'hydrogène H et le carbone C. Ainsi, en chimie, ils ont pour formule brute C_nH_m où n et m sont deux entiers positifs. Les hydrocarbures se présentent sous forme de gaz ou d'huile relativement visqueuse, voire même parfois solide à température ambiante.

Les hydrocarbures qui dominent le marché actuel font partie de la famille des combustibles fossiles, c'est-à-dire qu'ils se trouvent enfouis sous terre dans des milieux très pauvres en oxygène. Les hydrocarbures sont parfois sous forme de gaz comme le méthane qui est aussi appelé gaz naturel. Ce gaz est un excellent combustible qu'on peut liquéfier à -160°C pour pouvoir le transporter ; on dit qu'on le transforme en GNL (Gaz Naturel Liquéfié). Le méthane est aussi un constituant principal du biogaz, issu de la fermentation de matières

organiques en l'absence d'oxygène et en présence de bactéries méthanogènes. Ce biogaz n'est donc pas considéré comme combustible fossile ; il est cependant rentable pour quelques pays où la production démarre. Les hydrocarbures se présente souvent sous forme d'huile séquestré dans une roche poreuse. Littéralement pétrole veut dire huile de pierre. Dans la roche

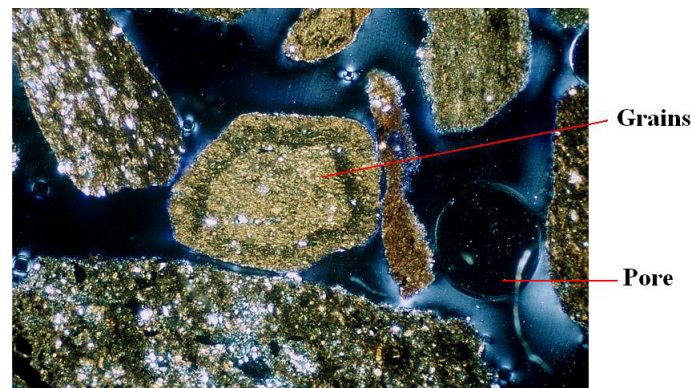


FIGURE 1-1: Illustration d'une roche poreuse [Dav12]

poreuse les espaces entre les grains sont appelés les pores ; la proportion de leur volume cumulé par rapport au volume total de la roche est la porosité qu'on note ϕ . Pour avoir une idée globale, les grains ont généralement une taille de l'ordre de 0.1mm (voir la figure 1-1).

A l'échelle macroscopique, les hydrocarbures fossiles sont piégés dans le sous-sol, dans des gisements appelés aussi réservoirs. Ce sont des zones privilégiées d'accumulation où l'espace poreux est quasiment saturé d'hydrocarbures. La superficie des gisements varie de quelques km² à une dizaine de km². A titre d'exemple, le plus grand gisement au monde est celui d'El-Ghawar en Arabie Saoudite, qui est maintenant l'un des rares gisements produisant plus d'un million de barils par jour.

La géologie est l'outil principal pour l'exploration des gisements. Elle permet de décrire la structure géologique du sous-sol ainsi que les propriétés physiques et pétrophysiques des roches (perméabilité, porosité...etc.). A partir de ces informations, il est possible de préjuger de la présence des pièges géologiques pouvant potentiellement constituer des gisements d'hydrocarbures. On sait maintenant que les gisements d'hydrocarbure se trouvent dans des

structures beaucoup plus vastes appelées bassins sédimentaires, ou aussi bassins tout court. La géologie structurale étudie les mécanismes de déformation, du sous-sol, à l'échelle des

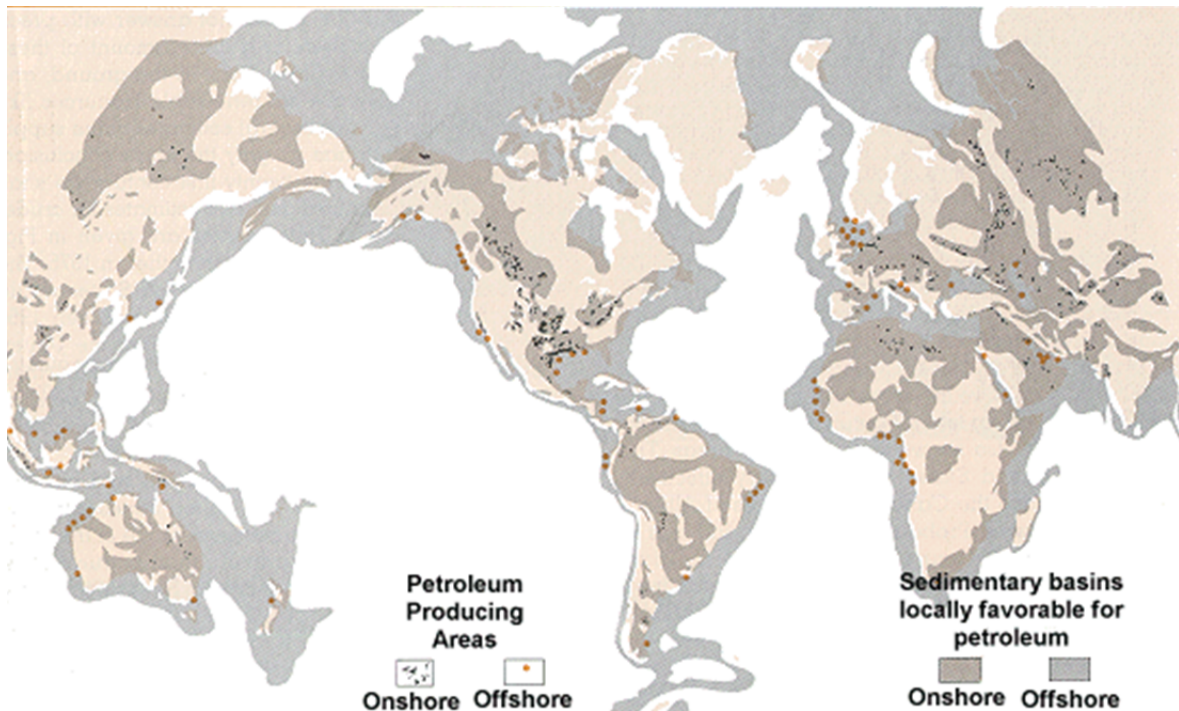


FIGURE 1-2: Gisements de pétrole et bassins sédimentaires [BH]

temps géologiques. On parlera en outre de formation des hydrocarbures pour désigner le processus qui permet d'obtenir naturellement des hydrocarbures. Le temps nécessaire pour cette formation est de l'ordre des temps géologiques ; elle est donc très longue et ne peut être reproduite en laboratoire ou être industrialisée.

Des conditions sont indispensables pour la mise en marche du processus. Il faut suffisamment de matières organiques (déchets organiques, planctons, branches, feuilles...etc.) accumulées dans une zone en cours de sédimentation. Ce milieu peut être marin, lacustre ou parfois terrestre. Le milieu doit être assez pauvre en oxygène pour éviter l'oxydation et la destruction de la matière organique. Une fois ces conditions réunies, les déchets organiques se concentrent dans les sédiments qui s'accumulent et s'enfouissent petit à petit sous terre par le procédé de la sédimentation. L'architecture interne des sédiments s'organise en couches

géologiques à épaisseurs centimétriques décimétriques. Ainsi, les bassins sédimentaires sont constitués d'une zone privilégiée d'accumulation des sédiments, qui s'organisent en couches correspondant chacune à un âge géologique¹.

Les couches sédimentaires riches en matière organique sont appelées les roches mères. A travers le temps la matière organique s'est transformée en des assemblages moléculaires de produits carbonés plus connus sous le nom de kérogène. Au cours de l'enfouissement des sédiments, la pression et la température s'élèvent. Durant cet enfouissement, le kérogène passe par plusieurs étapes pour former soit du pétrole soit du gaz :

1. **La diagenèse**, qui est un processus biochimique et mécanique, se produit dans de faibles profondeurs à une température inférieure à 60°C. Le kérogène perd essentiellement de l'eau et du gaz carbonique et se mixte avec la roche pour former une couche sédimentaire. Une partie du gaz naturel est formée à ce moment-là par des bactéries vivant dans un milieu pauvre en oxygène.
2. **La catagenèse**, connue aussi sous le nom de craquage thermique. Cette étape se déroule dans des profondeurs plus importantes, la température est entre 60 et 120°C. Les composés organiques se fragmentent en molécules de plus en plus petites et forment ainsi des hydrocarbures (pétrole et gaz).
3. **La métagenèse**, étape qui se déroule à des températures très élevées, supérieures à 120°C. Le kérogène se transforme principalement en gaz naturel et laisse des résidus carbonés comme le graphite.

Sous l'effet de la pression (environ 10 MPa/km), les hydrocarbures parviennent à s'échapper de la roche mère par des microfissures. Ils migrent vers la strate supérieure, ce déplacement initial d'hydrocarbures est appelé la migration primaire ou expulsion. Vient ensuite la migration secondaire qui correspond à un déplacement des hydrocarbures pouvant éventuellement rencontrer des pièges géologiques. Cette remontée est essentiellement due à la gravité et à la différence de densité avec les autres matériaux $\rho_{HC} < \rho_{eau}$. En s'accumulant dans les pièges géologiques, les hydrocarbures forment, avec la roche réservoir qui les contient, le

1. Âge où un événement géologique se produit.

gisement. La structure souterraine de ces pièges diffère et détermine la façon avec laquelle on doit procéder pour extraire les hydrocarbures. Il existe plusieurs types de pièges, les plus classiques étant les pièges anticlinaux, les pièges sur failles et les pièges sur diapirs :

- Un **piège anticlinal** correspond à une courbure vers le haut d'une couche imperméable sous laquelle les hydrocarbures se trouvent piégés (voir la figure 1-3 (a)). Ce type de gisement représente 90% des gisements commerciaux dans le monde ;
- On parle de failles pour désigner les fissurations ou ruptures du sous-sol. On dit qu'une faille affectant une couche réservoir et rendue imperméable, par cimentation naturelle par exemple, constitue potentiellement un **piège sur faille** comme dans la figure 1-3 (b). Ces pièges sont moins fréquents que les pièges anticlinaux ;
- Les **pièges sur diapirs**, qu'on peut appeler aussi pièges salins, sont créés par des dômes de sel (voir la figure 1-3 (c)). On note que le sel est un matériau visqueux à densité faible qui peut fluer et remonte facilement vers la surface ; il est aussi imperméable et délicat à forcer, ce qui rend l'extraction assez compliquée. Ce genre de pièges est encore plus rare que les pièges sur failles ; il suscite un intérêt particulier pour les conditions favorables qu'il donne à la formation des hydrocarbures.

Il est en revanche possible que les hydrocarbures ne rencontrent pas de piège, ils parviennent alors en surface. Le pétrole stagne en surface où il peut se transformer en bitume ou bien s'enflammer petit à petit. Le gaz, quant à lui, est dispersé dans l'atmosphère.

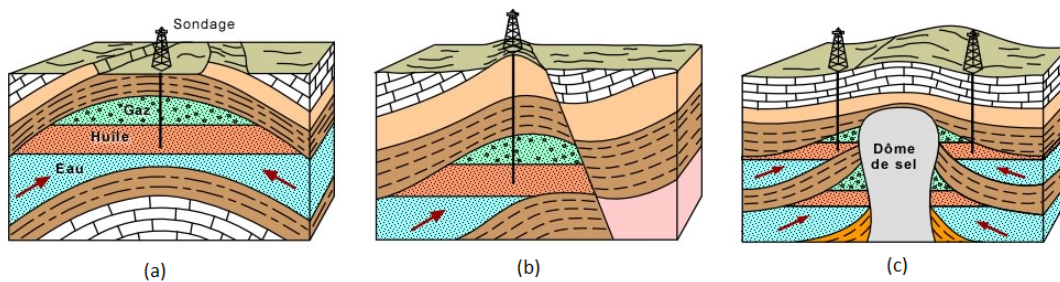


FIGURE 1-3: Types de gisements [Bou10]
 (a) Piège anticlinal, (b) Piège faille, (c) piège mixte associé à un diapir.

1.1.2 Intérêt économique et industriel

Les historiens pensent que l'utilisation des hydrocarbures et particulièrement du pétrole remonte à l'antiquité. Les mésopotamiens l'utilisaient comme combustible pour les lampes à pétrole ou comme produit pharmaceutique. En revanche les grecs l'utilisaient comme arme incendiaire durant les guerres. Cette arme, appelée feu grégeois, était un secret gardé et elle fut capitale pour la survie de l'empire byzantin. Durant l'antiquité, on ne pouvait trouver du pétrole que sur la surface sous forme de suintement, ou au hasard, en creusant des puits destinés au départ à l'exploitation de l'eau. Dans la même période on appliquait le bitume sur les coques des bateaux pour son étanchéité ; on utilise à présent une méthode similaire qu'on appelle calfatage de navires.

L'industrialisation du pétrole est née en 1857 en Roumanie. Cette production était destinée surtout à l'utilisation des lampes à pétrole. Thomas Alva Edison arriva ensuite pour mettre fin à ces lampes à pétroles et la remplacer par des ampoules électriques. C'est l'intérêt du carburant pour les moteurs², utilisé avant comme diluant, qui fait ressentir l'utilité des hydrocarbures. On découvre ensuite les dérivés comme les matières plastiques, le textile, le caoutchouc artificiel, les colorants...etc. Autant de produits qui ont fait l'objet de la révolution industrielle du monde contemporain. C'est par ailleurs entre 1920 et 1970 que l'on a trouvé le plus grand nombre de gisements notamment au Moyen-Orient.

L'économie du monde est devenu très dépendante de la production du pétrole, au point que le dollar a connu deux crises monétaires liées à cette matière première. Ces périodes sont plus connues sous le nom du premier et deuxième chocs pétroliers. Le premier choc a eu lieu en 1973 en raison de tensions politiques impliquant plusieurs membres de l'Organisation des Pays Exportateurs de Pétrole ou OPEP. Le deuxième choc pétrolier a eu lieu en 1979 lié à la crise iranienne, le prix du pétrole s'est multiplié par 2.7 entre 1981 et 1987. Ces périodes ont transformé le pétrole de matière première en matière stratégique. Il existe à présent toute une branche, "la géopolitique pétrolière", qui permet d'étudier les conflits politiques pouvant

2. Plusieurs types de carburants existent (l'essence, le gazole, le fioul lourd...etc.), tout dépend de la nature du moteur. Les moteurs à combustion utilisent principalement de l'essence, les moteurs diesel (de l'ingénieur allemand Rudolf Diesel) qui étaient destinés au départ pour les bateaux utilisent du gazole...etc.

influer sur le prix du pétrole. Cette période voit aussi l'appellation "or noir" être attribuée au pétrole et le classe comme pilier économique.

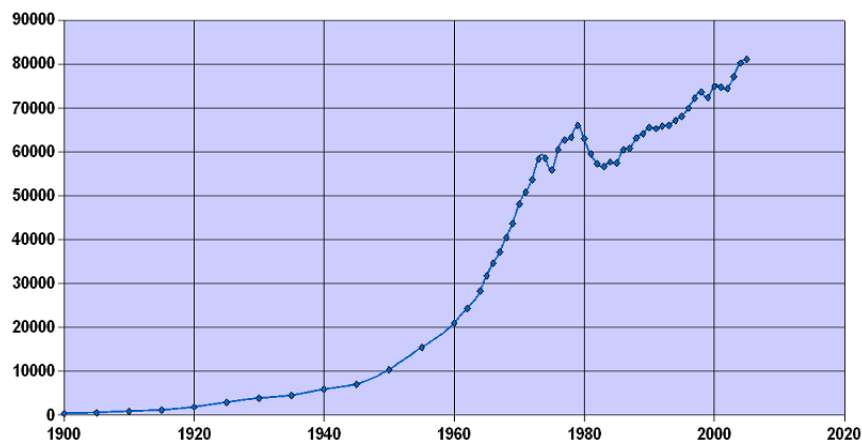


FIGURE 1-4: Consommation du pétrole depuis le début du XX siècle (kbbls/j)
Ces statistiques proviennent de [MM89], pour les années entre 1900 et 1984, et de [bib13], pour le reste.

1.1.3 Politique de transition vers les énergies-renouvelables

L'impact des hydrocarbures sur le monde n'est pas seulement économique, il est aussi environnemental. Considérés comme de puissants polluants, ils contribuent au réchauffement climatique et à la production de gaz à effet de serre, ce qui pousse les pays industriels à changer de politique en privilégiant les énergies renouvelables et en recyclant les produits dérivant des hydrocarbures. Il existe d'ailleurs plusieurs conventions écologiques mondiales à ce sujet, où les avis politiques restent partagés jusqu'à présent. Néanmoins les hydrocarbures restent les leaders en matière de production d'énergie et rentables pour la fabrication des produits dérivés. En plus leur production ne nécessite généralement pas de maintenance. Par exemple : on fait le plus souvent de l'extraction de pétrole avec des chevalets de pompage qui, pour très peu de consommation d'énergie (généralement électrique), peuvent produire environ 80 barils par jour.

Il est sûr qu'on ne peut se passer des hydrocarbures d'un seul coup ; ils sont d'ailleurs là pour assurer la transition vers des énergies renouvelables.

Au delà de l'aspect économique et écologique, les hydrocarbures ont offert à ce monde une vraie expertise transmissible dans d'autres domaines, y compris pour la transition vers les énergies renouvelables. On peut citer par exemple l'injection du CO_2 lors de l'extraction du pétrole qui profite au stockage du CO_2 . L'objectif de ce genre de stockage est de réduire les émissions du CO_2 , gaz à effet de serre, qui se trouve dans l'atmosphère. Cependant les risques sanitaires et environnementaux ne sont pas encore contrôlés. Il existe aussi un projet pour produire de l'énergie avec des éoliennes, et qui profite de l'expertise liée à la construction de plateformes pétrolières flottantes. Le but est de mettre des éoliennes dans les régions offshore, dans l'Atlantique par exemple pour la France, là où le vent est plus fort et généralement plus stable. La hauteur d'eau de ces milieux est souvent très importante, on souhaite donc utiliser des éoliennes flottantes stabilisées par des câbles comme pour les plateformes pétrolières.

En résumé les hydrocarbures restent jusqu'à aujourd'hui la source principale d'énergie, notamment pour sa rentabilité commerciale. Le monde actuel a par ailleurs misé son développement industriel essentiellement sur les produits dérivés ou utilisant des hydrocarbures. Il se pourrait qu'un jour leur consommation baisse mais cela s'étalera probablement sur plusieurs décennies.

1.2 Exploration pétrolière

1.2.1 Méthodes d'exploration

On a signalé dans la section précédente que les hydrocarbures ne peuvent se former que dans des bassins géologiques. Ceci donne une première piste pour l'exploration des terrains propices comme on peut le voir dans la figure [1-2](#).

On passe par trois phases pour faire de l'exploration : chercher les structures de type piège, évaluer si le piège est rempli et enfin analyser le contenu du gisement. Les moyens

les plus utilisés pour étudier les structures du sous-sol sont les méthodes sismiques ; elles consistent à utiliser des ondes acoustiques pour faire une sorte d'échographie du sous-sol qu'on appelle sismique réflexion. Les images obtenues permettent d'avoir une idée assez précise de la structure souterraine, suivant leur qualité. Le coût de ce type d'exploration peut varier (10 à 30 millions de dollars) suivant le type de gisement à explorer : marin ou à terre. L'acquisition sismique est suivie d'une phase d'interprétation des images obtenues.

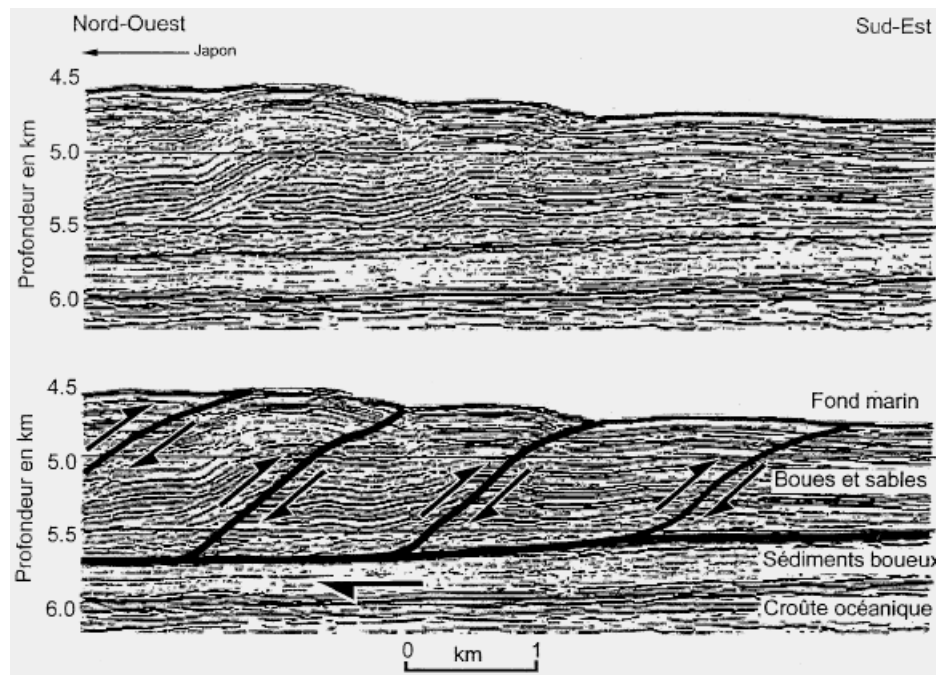


FIGURE 1-5: Fosse de Nankai -Japon- : Illustration de la sismique réflexion [bib]

Il est également possible de parvenir à reconstituer les structures souterraines de la zone étudiée en observant la surface, les affleurements de couches et les images satellites. Il est possible aussi de faire des analyses géochimiques des échantillons de roches pour déceler et caractériser les hydrocarbures qui y sont piégés. Après l'étude de la structure souterraine, si la découverte d'un piège géologique a eu lieu, on examine la nature des fluides qui se trouvent dans le piège. On effectue alors des analyses pour prédire éventuellement si des hydrocarbures peuvent être présents. On fait aussi des forages³ d'exploration pour réaliser

3. Le premier forage dans l'histoire de l'exploration des hydrocarbures a été fait en 1859. Les premiers

des observations et des prélèvements in-situ. Les tests réalisés au cours du forage emploient plusieurs techniques. On cite par exemple :

- **Prélèvement de carottes cylindriques** : connu aussi sous le nom de carottage. Cette technique correspond à un prélèvement d'un échantillon du sous sol sous forme cylindrique. On peut constater pour une assez grande profondeur des différenciations qui correspondent aux couches sédimentaires. Ces couches sont donc étudiées pour voir une éventuelle présence d'hydrocarbures.
- **Diagraphie** : découverte en 1927 par les frères Schlumberger, la diagraphie est une mesure de paramètres électriques, radioactifs, acoustiques... au cours d'un forage. Elle permet de déterminer les compositions chimiques et les propriétés physiques des couches du sous-sol.
- **Analyse des déblais de forage** : il est possible d'analyser les composantes des matériaux du sous-sol en utilisant les déblais rejetés lors du forage.

On effectue ensuite une étude qualitative et quantitative du gisement. On analyse alors les types d'hydrocarbures dans le gisement et la quantité d'eau présente. On évalue l'intérêt économique et les conditions techniques d'une mise en production. Dans les cas favorables, on engage la mise en production.

Cependant, malgré l'évolution des technologies d'exploration, on dispose généralement avec le forage d'une chance sur trois de découvrir un gisement (sur les zones les mieux connues). De plus : un forage terrestre à 3000m coûte entre 2 et 10 millions de dollars, un forage en mer quant à lui coûte pour la même profondeur entre 15 et 30 million de dollars. Il est donc nécessaire de trouver de nouveaux moyens pour augmenter les chances de trouver des gisements durant l'exploration.

1.2.2 Prospective de l'étude des bassins

Les industries pétrolières se tournent de plus en plus vers la simulation numérique afin d'aider à l'exploration des hydrocarbures. La simulation a pour but de donner des résul-

forages étaient effectués à proximité de suintements, à présent ce type de découverte doit être très rare.

tats optimaux sur la localisation des hydrocarbures, tout en restant peu coûteuse. Pour cela on simule le système pétrolier [MAH09], c'est-à-dire l'ensemble des éléments permettant la reconstitution de l'histoire de formation des hydrocarbures (voir 1.1.1). A la fin de cette simulation, on cherche, pour l'âge actuel, les endroits où la probabilité de présence d'hydrocarbures est maximale. Il est nécessaire de reconstituer toute l'histoire du bassin afin de simuler l'évolution de sa géométrie dans le temps. Suivant cette déformation on effectue une simulation d'écoulements multiphasiques des hydrocarbures. Les résultats sont interpolés en termes de localisation des hydrocarbures. La première simulation de la formation d'hydrocarbures (par craquage du kérogène) a été faite par Bernard Tissot en 1969 à IFP Energies Nouvelles [Tis69].

Il est nécessaire, pour mettre en œuvre le procédé de modélisation, de faire un prétraitement de données acquises à l'âge actuel. On commence par repérer les failles géologiques sur les images de sismique réflexion. A partir de ces images, un ensemble de points 3D est constitué. Ces points ont des positions bruitées à cause de la faible résolution des images de départ. On applique ensuite une méthode de génération de surfaces 3D passant approximativement par ces points ; les surfaces qu'on obtient sont appelées les **surfaces-failles**. Le traitement pour créer ces surfaces est fait par des modelers géologiques ou géo-modelers⁴, on peut citer par exemple le logiciel Gocad [Gro]. On génère aussi les surfaces limites entre les couches qu'on appelle **surfaces-horizons** ou horizons tout court. Il faut noter par ailleurs qu'on aura souvent recours aux surfaces-failles et aux surfaces-horizons dans ce travail. Après la modélisation 3D des données, on reconstitue l'histoire géologique du bassin en simulant les dépôts des couches et les déformations. Pour ce faire, on procède de manière anti-chronologique : on résout le problème cinématique pour aller de l'âge actuel (ou l'âge final) vers l'âge de dépôt initial du bassin. Ce procédé est appelé restauration du bassin. Enfin le bassin est maillé pour simuler numériquement l'écoulement des hydrocarbures et prévoir l'emplacement des pièges.

Des logiciels pour la simulation de la formation des hydrocarbures existent à présent dans

4. Un géo-modeler est un logiciel adapté aux besoins informatiques des géologues pour générer des modèles géologiques 3D.

le marché comme les produits IFP Energies Nouvelles : Temis2D [BFa], Temis3D [BFb] et Ceres2D [Mal02] commercialisé par Beicip Franlab qui détiennent environ 50% du marché ; les interfaces de ces logiciels sont présentées sur la figure 1-6. Il existe aussi un produit appelé Petromod [Sch] racheté par Schlumberger détenant l'autre moitié du marché. D'autres modèles existent chez des industriels ayant des solutions internes non communiquées. Ces logiciels continuent de proposer régulièrement de nouvelles fonctionnalités et d'étendre leur domaine d'utilisation, et font aujourd'hui l'objet d'une recherche industrielle active.

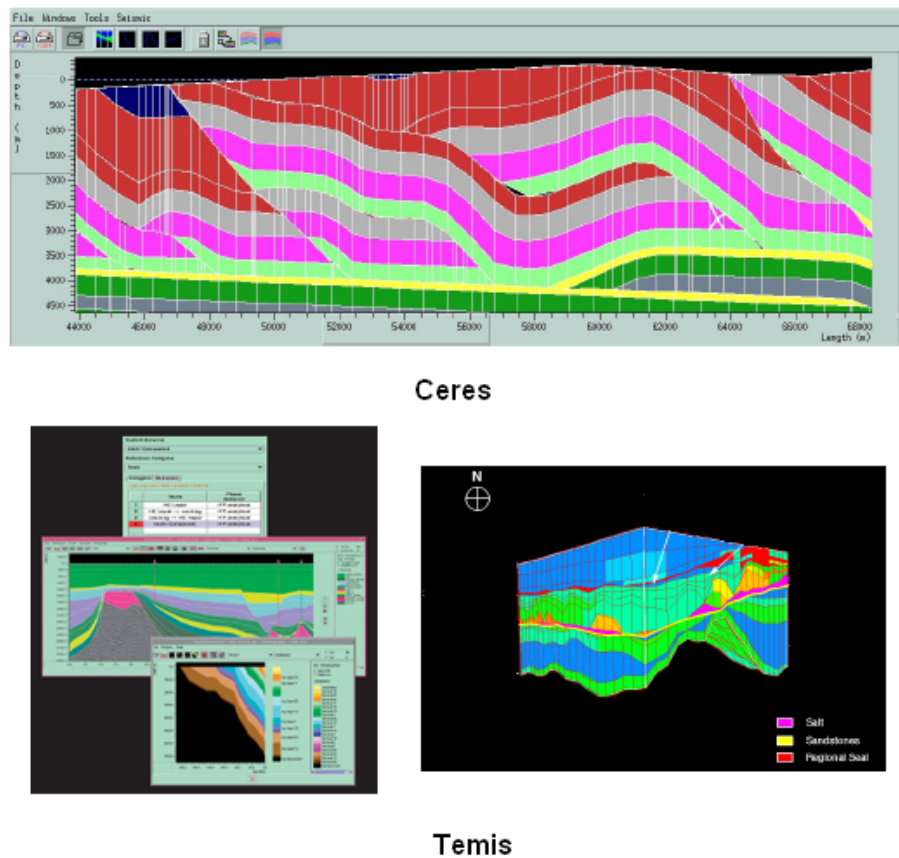


FIGURE 1-6: Produits IFPEN pour l'étude de la formation des bassins [Mal02], [BFa] et [BFb]

La simulation numérique dans l'industrie pétrolière est également utilisée en ingénierie de

réservoir. On utilise ici la simulation pour optimiser la production des gisements. Ces simulations sont effectuées sur des modèles limités spatialement au gisement, et temporellement à la durée de la production, c'est-à-dire quelques dizaines d'années. La géométrie du milieu est donc supposée statique. Cependant il existe des similitudes entre modélisation numérique des systèmes pétroliers, et modélisation numérique de la production des gisements.

1.3 Dynamique des bassins

1.3.1 Structure géologique terrestre

Les bassins sédimentaires constituent une infime partie du volume terrestre. La terre est décomposée elle même en plusieurs couches concentriques représentées dans la figure 1-7 ; ce schéma résulte de l'étude des composantes rejetées par les volcans et de l'analyse de la propagation des ondes sismiques. La couche qui contient les bassins est la croûte terrestre ;

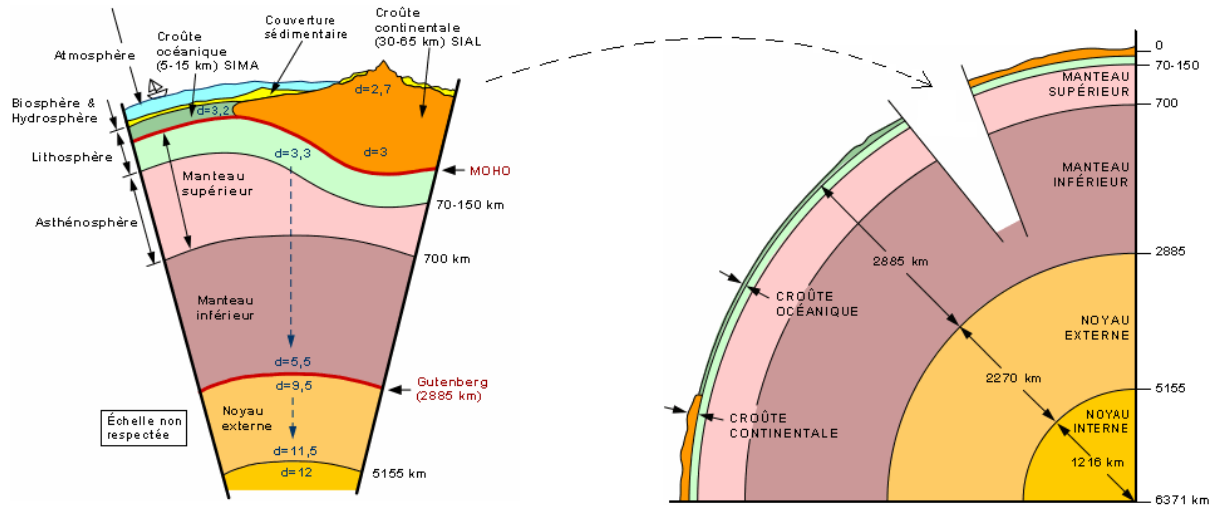


FIGURE 1-7: Couches concentriques terrestres (Echelle non respectée) [Bou10]

elle constitue la couche sphérique externe de la terre et représente environ 0.1% du volume de la terre (sans prendre en compte l'atmosphère). Il existe par ailleurs deux types de croûtes :

la croûte océanique qui constitue le fond des océans et la croûte continentale qui constitue les continents. Sous la croûte, on trouve le manteau supérieur, dont une partie forme, avec la croûte, une enveloppe rigide de la surface : la lithosphère. Vue de la surface, la lithosphère est décomposée en plaques, dites plaques tectoniques, qui flottent sur l'autre partie du manteau supérieur qu'on appelle l'asthénosphère. Des mouvements d'une vitesse de quelques centimètres par an sont ainsi provoqués. Les frontières des plaques interagissent par ces mouvements ; la contrainte mécanique est donc maximale à ces endroits. Parfois ces mouvements peuvent être brusques et causent des tremblements de terre. Ils sont aussi à l'origine de l'apparition de reliefs sur la surface (mis à part l'effet des volcans, des rivières...etc.) ; on parle ainsi de tectonique des plaques. Ces mouvements existent depuis très longtemps, ils se manifestent par la dérive des continents.

Il en découle que la forme actuelle des bassins dépend fortement des déformations causées par la tectonique des plaques. Etudier les déformations terrestres c'est donc comprendre la formation des bassins qui mène à une exploration plus précise du sous sol géologique.

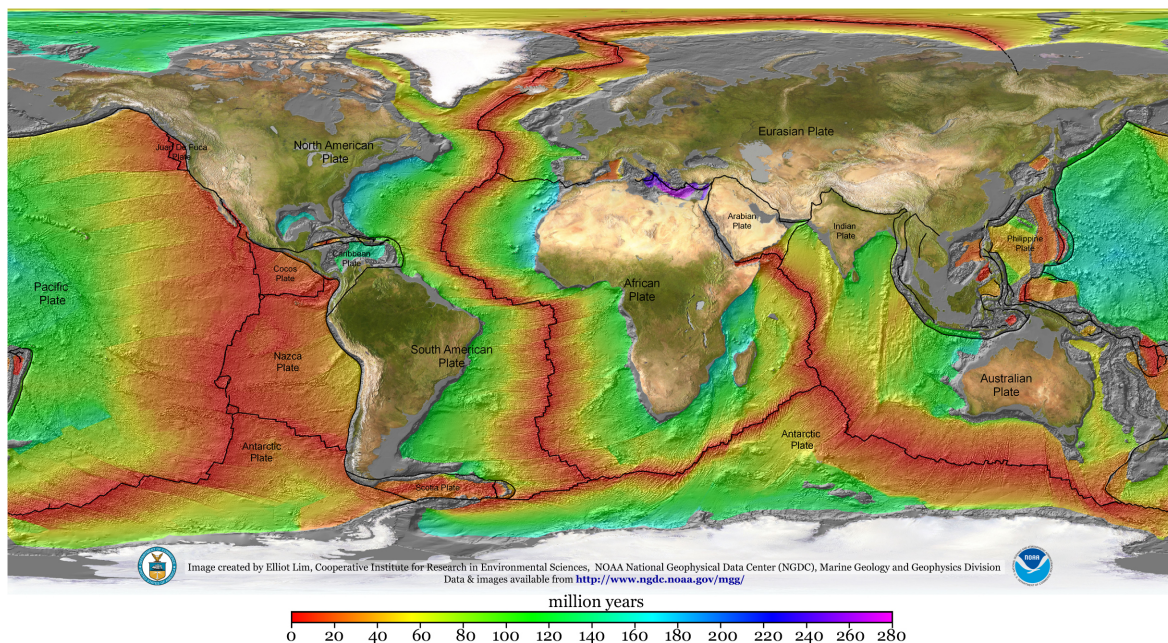


FIGURE 1-8: Plaques tectoniques et âges de déformation [Mö8]

1.3.2 Géologie structurale des bassins

L'analyse topographique des reliefs pousse à conclure que la terre a une surface plissée avec des ruptures. Les plis sont généralement des montagnes et les ruptures sont les failles. Il est possible d'injecter la manière avec laquelle ces reliefs sont apparus en cherchant les directions de déformation et en analysant l'aspect du relief à l'état actuel. La mécanique des milieux granulaires décrit ce genre de déformation; elle nous apprend aussi que les failles apparaissent facilement vu le manque d'élasticité des roches. L'étude des failles procure des informations nécessaires pour l'étude de la formation des bassins. Elle montre que les failles sont des surfaces de rupture le long desquelles on enregistre un déplacement relatif des deux bords. On arrive à distinguer essentiellement trois types de mouvement grâce aux failles : les extensions, les compressions et les décrochements. Ces cas sont illustrés dans la figure 1-10, l'inclinaison des failles et leur disposition globale permet de les différencier.

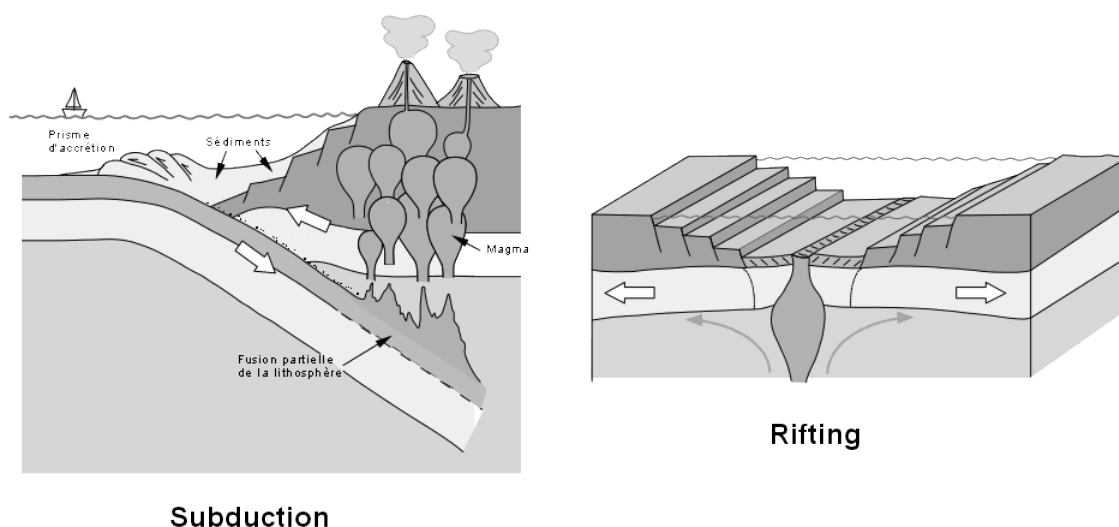


FIGURE 1-9: Rifting et subduction [Bou10]

Il existe plusieurs types de bassins; on cite par exemple les bassins de type rift. On les classe parmi les bassins suivant un régime extensif. Ils sont causés par la déformation ou la fracture de l'asthénosphère, due à une remontée de magma créant parfois des volcans. Des fractures sur la croûte apparaissent et forment plusieurs blocs divergents par rapport

au point culminant de la déformation des couches. L'extension peut prendre des millions d'années transformant le rift en dorsale. L'océan Atlantique est apparu de cette manière à partir de la Pangée. Il existe aussi des bassins formés par des déformations latérales. On cite par exemple la subduction qui correspond à un chevauchement des couches causé par une fracture faisant pénétrer un bloc sous l'autre. Ce qui crée des conditions favorables pour la création d'une cuvette géologique qui se transformera par l'effet de la sédimentation (voir 1.1.1) en bassin sédimentaire.

Les bassins subissent ensuite des déformations : extensions, compressions verticales...etc. On peut observer des couches partiellement ou totalement érodées, suite à l'apparition d'un relief. Tout ceci fait de la géométrie et de la modélisation 3D des bassins quelque chose d'assez complexe. Néanmoins cette étude est souvent cruciale pour trouver des gisements.

1.3.3 Failles et complexité géométrique des modèles

Les failles sont des éléments géologiques omniprésents. Elles existent de l'échelle microscopique à l'échelle des plaques tectoniques. Il est indispensable de les considérer, à partir d'un certain seuil d'échelle, pour une simulation numérique efficace. Les types de failles dépendent d'une classification déterminée par les géologues. En voici quelques unes :

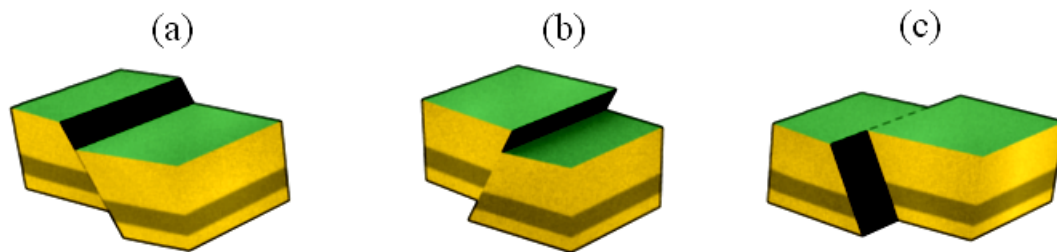


FIGURE 1-10: Quelques types de failles
(a) Faille normale (b) Faille inverse (c) Faille transformante

- **Faille normale** : Elle correspond à une faille entre deux blocs qui glissent suivant une déformation par extension. Lorsqu'une faille normale est de grande extension et

concave vers le bas, on dit que c'est une **faille listrique** ;

- **Faille inverse** : C'est une faille qui a le même aspect qu'une faille normale, mais avec un mouvement et une inclinaison inverses qui découlent d'une compression horizontale ;
- **Décrochement** : Elle est provoquée par un décrochement qui déplace deux blocs latéralement ;
- **Faille pendante** : Elle représente une faille dont certains bords ne correspondent ni à un horizon, ni à d'autres failles, ni à certains caractéristiques géologiques ;
- **Failles en X** : il s'agit de failles qui se coupent, représentant ainsi un X. Quand l'une des failles s'arrête sur l'autre, on dit qu'il s'agit d'une failles en Y.

Il existe cependant une manière différente de classifier les failles. Géométriquement une faille normale et une faille inverse sont vues de la même façon. Les failles pendantes sur une coupe verticale ont la même allure topologique que des failles à bord sur une coupe horizontale ; c'est-à-dire qu'elles coupent de la même façon les bassins.

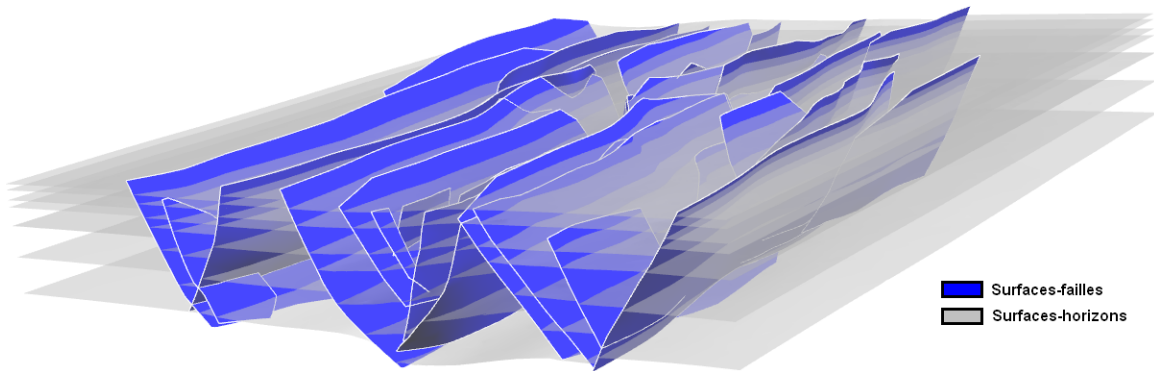


FIGURE 1-11: Modèle 3D de surfaces-failles et de surfaces-horizons

Du côté des logiciels de modélisation du sous-sol, la prise en compte des failles cause des difficultés pour la partie calcul numérique et au niveau des maillages. Le logiciel Temis par exemple parvient à détourner ces problèmes en supposant que les failles sont verticales.

L'objectif de cette thèse s'inscrit dans la construction du maillage du modèle géométrique du bassin. Des éléments de simulation numérique seront cependant rappelés dans le chapitre 2. Les chapitres qui suivent se focalisent sur la problématique des maillages.

Chapitre 2

Maillages pour la simulation en géologie pétrolière

2.1 Modélisation de la formation des hydrocarbures

La simulation de la sédimentation de bassins est un outil utilisé pour l'étude des systèmes pétroliers (voir le paragraphe [1.2.2](#)). Elle prend en compte les principaux phénomènes suivants : l'évolution géologique du bassin, le changement de température, le craquage du kérogène, la migration des hydrocarbures puis leur accumulation dans des réservoirs. Les milieux où ces phénomènes prennent place sont hétérogènes et anisotropes, caractérisés en particulier par leur porosité et leur perméabilité. Nous abordons dans cette section la modélisation de quelques-uns de ces phénomènes liés aux conditions sur le maillage de calcul.

2.1.1 Modélisation de la formation géologique d'un bassin

L'échelle en temps de la formation des hydrocarbures est suffisamment grande pour que la déformation des bassins soit prise en compte. Pour cela le maillage construit est dynamique. Il est donc nécessaire de passer par un prétraitement permettant de trouver des données évolutives en temps. Ces données sont les surfaces failles et les surfaces horizons décrites dans le paragraphe [1.2.2](#). Afin d'obtenir des données évolutives, on commence par construire

les surfaces failles et les surfaces horizons de l'âge actuel. Pour traiter leur déformation, on rajoute une hypothèse de simplification : le dernier horizon déposé à un instant n doit être à plat. Cette hypothèse est proche de la nature mécanique des bassins vu que la dernière couche subit peu de contraintes pendant son dépôt. A la fin de cette modélisation mécanique, il faudra obtenir des surfaces failles et horizons qui se déforment suivant une discrétisation en temps. Ces surfaces permettront pour notre thèse de générer le maillage de calcul.

Construction du modèle à l'âge actuel

Les surfaces failles et les surfaces horizons sont en général construites à partir d'un géo-modeleur. Pour construire ces surfaces un géo-modeleur prend le plus souvent une topographie du sol en la complétant par les données fournies par les images de la sismique réflexion. A partir de ces données le géo-modeleur réussit à interpoler et éventuellement à extrapoler jusqu'à obtenir des surfaces failles et horizons acceptables.

Une méthode classique utilisée pour générer les surfaces est une méthode géostatistique appelée krigeage : Soit une fonction aléatoire $Z(\cdot)$ stationnaire d'ordre 2, K étant sa covariance et m son espérance. On dispose de quelques échantillons aux $n + 1$ points $(p_i)_{i=0\dots n}$. Soit l'estimateur linéaire Z^* tel que :

$$Z^*(p) = \sum_{i=1}^n \lambda_i Z(p_i) + m \left(1 - \sum_{i=1}^n \lambda_i \right)$$

On calcule les λ_i en supposant que la variance de prédiction soit minimale. Ceci signifie que la quantité à minimiser est la suivante :

$$Var(T^* - T) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \lambda_i \lambda_j K_{ij} - 2 \sum_{i=1}^n \lambda_i K_{0i} + K_{00}$$

Minimiser cette quantité revient à résoudre le système :

$$K\lambda = K_0, \text{ avec } K = \begin{pmatrix} K_{1,1} & \cdots & K_{1,n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ K_{n,1} & \cdots & K_{n,n} \end{pmatrix}, \lambda = \begin{pmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_n \end{pmatrix}, K_0 = \begin{pmatrix} K_{1,0} \\ \vdots \\ K_{n,0} \end{pmatrix}.$$

Cependant le krigeage présente quelques limites, notamment lors d'une présence accrue des

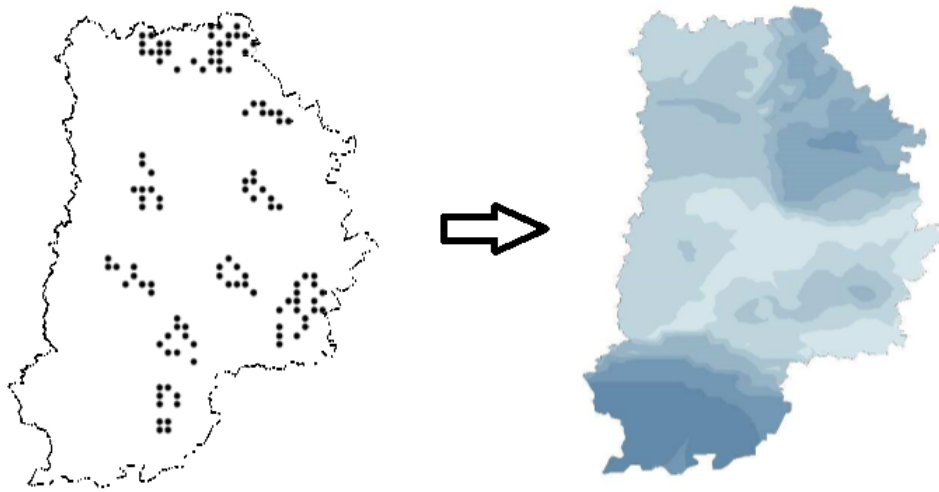


FIGURE 2-1: Technique de krigeage 2D [CK08]

failles, d'érosions...etc. On peut trouver une amélioration appelée cokrigeage [PC]. D'autres types d'approches existent aussi comme l'approche des surfaces de niveau (level set method) dans [OH11] ou comme celle de [GC].

La basse résolution des images de la sismique réflexion rend le pointé (repérage) des horizons et des failles difficile. On procède dans ce cas à un lissage pour obtenir des surfaces approchantes.

Reconstruction de l'évolution du modèle

Après la construction des surfaces failles et horizons à l'âge actuel, on commence à reconstituer l'histoire du bassin pour obtenir des surfaces évolutives. La technique utilisée pour résoudre cela est la restauration dynamique. On distingue deux types de restaurations :

- **Les restaurations par approche cinématique** : on impose pour les surfaces des transformations géométriques pré-définies. La loi de conservation des volumes entre les couches est difficile à respecter. On trouve ce genre de méthode dans les logiciels Temis et Petromod où le principe de déplacement est dicté par un "backstripping" [Wat76]. Ce principe consiste à résoudre le problème inverse (trouver les étapes antérieures de

l'âge actuel) en supposant que les déplacements sont dans un sens vertical seulement. Ces déformations sont associées à la compaction provoquée par la sédimentation. Cependant le "backstripping" est une méthode très limitée ; il est impossible de l'utiliser pour des cas légèrement complexes (ce qui représente la plupart des cas en géologie).

- **Les restaurations par approche mécanique** : le fonctionnement de ce type de restauration est dicté par des équations de la mécanique des milieux continus. L'équation à résoudre est l'équation de l'équilibre mécanique $-div(\sigma) = f$, où σ est le tenseur de contraintes et f est une fonction qui obéit aux conditions aux limites. On définit pour ce type de restauration une loi de comportement d'un matériau élastique quasi-incompressible. Le plugin Kiné3D [IM06] de l'IFPEN développé dans Gocad fait ce genre de restauration. Il utilise pour la discrétisation du problème la méthode des éléments finis, et sa loi de comportement est décrite par :

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \sum_{k=0}^n \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \frac{\partial u_k}{\partial x_j} \right)$$

où E est le tenseur de déformation lagrangien, u le champ de déplacement et n la dimension de u . Ce type de restauration prend en compte la conservation volumique en espace et on obtient à la fin des maillages volumiques (non valides pour le calcul souhaité) qui évoluent avec le temps ; la restauration dans ce cas préserve le volume. Enfin on extrait les surfaces horizons et les surfaces failles à chaque instant pour obtenir les surfaces évolutives.

2.1.2 Modélisation de la migration d'hydrocarbures dans un bassin

Les premiers modèles mathématiques de l'écoulement des hydrocarbures sont apparus en ingénierie du réservoir. Ces modèles permettent jusqu'à présent de trouver des solutions pour exploiter au mieux un gisement. Un modèle est choisi suivant les inconnues, les données et l'intérêt pratique attendu par la simulation.

Par exemple les modèles "Black-Oil", qui existent depuis les années 70, permettent de

simuler l'écoulement d'une huile "classique". Ils sont utilisés en pratique lors d'une déplétion¹ des ressources dans un gisement. Ces modèles permettent d'exploiter, d'une façon optimale, les hydrocarbures qui restent dans le gisement. Des équations modélisent les déplacements de l'huile, du gaz et de l'eau avec la prise en compte des pressions d'injection et de production (voir le paragraphe 1.2.2). A la fin les écoulements tri-phasiques sont simulés avec échange de masse entre le gaz et l'huile. La manipulation des données et des résultats est simple vu le nombre réduit d'équations. Bien que ces modèles soient de nos jours encore utilisés et développés, ils ne sont pas adaptés à la simulation bassin. La raison en est que le bassin se déforme au cours de la modélisation, alors que la géométrie du réservoir est statique. De plus, les bassins contiennent généralement plusieurs types d'hydrocarbures de qualité ou de propriétés physiques différentes. En d'autres termes l'huile ne doit pas être considérée comme un seul mélange. On utilise des modèles contenant plusieurs composés qu'on appelle modèles compositionnels.

Issus du domaine de l'ingénierie du réservoir, ils servent à simuler l'écoulement en considérant plusieurs types d'hydrocarbures.

Equation de Darcy

Un écoulement dans un milieu poreux est caractérisé par des propriétés sur le fluide et d'autres sur la roche. Le fluide peut être caractérisé par la viscosité dynamique qu'on note μ , on peut décrire cette valeur comme la mesure de la résistance d'un fluide par rapport au mouvement ou aux forces qui s'exercent sur lui. On mesure la viscosité en (Pa.s) dans le Système International d'unités (SI).

Par ailleurs la roche dispose de deux principales caractéristiques :

- La première est la porosité qui permet de calculer la proportion d'espace qui se trouve à l'intérieur de la roche. On la calcule par la formule :

$$\phi = \frac{V_{pores}}{V_{total}},$$

où V_{pores} est le volume du vide ou le volume poreux et V_{total} est le volume total. Cette

1. Une déplétion pétrolière est la phase de chute de production pour un gisement une fois passé le pic.

valeur reste approximativement la même pour un type de roche et une profondeur similaires. En règle générale la porosité est supposée égale à 1 à l'extérieur et diminue avec la profondeur ;

- La deuxième caractéristique est la perméabilité de la roche qu'on note k . Elle donne une mesure qui représente la capacité de déplacement d'un fluide dans la roche. On la mesure en D (Darcy) dans le (SI) et $1D = 0.97.10^{-12}m^2$.

On trouve dans la littérature une relation qui permet de trouver la vitesse de déplacement v d'un fluide dans un milieu poreux en fonction de la pression p appliquée sur le fluide. Cette relation est connue sous le nom de loi de Darcy, décrite au départ grâce à une relation expérimentale pour un écoulement monophasique :

$$v = -\frac{k}{\mu}\nabla p. \quad (2.1)$$

Pour généraliser (2.1) on prend en compte l'aspect multiphasique de l'écoulement. On utilise pour cela la perméabilité relative k_{r_α} qui est une perméabilité qui change à chaque phase α , avec α égale à o (huile), w (eau) ou g (gaz). La pression et la viscosité dépendent eux aussi de la phase, on les note donc respectivement p_α et μ_α . L'anisotropie du milieu est prise en compte grâce à un tenseur qui permet de calculer la perméabilité dans toutes les directions ; cet élément est appelé le tenseur de perméabilité qui est noté $\overline{\overline{K}}$. La gravité est introduite aussi (en notant g le taux de gravitation) ainsi que l'effet de la sédimentation qui est égale à $\phi S_\alpha v_s$, où v_s est la vitesse de sédimentation. Le principe fondamental de la dynamique donne ensuite une loi de Darcy généralisée :

$$\phi S_\alpha(v_\alpha - v_s) = -\frac{k_{r_\alpha}}{\mu_\alpha}(\nabla p_\alpha + \rho_\alpha g)\overline{\overline{K}}. \quad (2.2)$$

où v_α est la vitesse du fluide et ρ_α est la masse volumique (pouvant dépendre de la température et de la pression). On pourra trouver plus de détails dans [dM81] et [dM86].

Equations de conservation de masse

Un modèle compositionnel est constitué, entre autres, d'une équation par phase. Ces équations servent à décrire le déplacement de l'huile², de l'eau et du gaz. Elles sont issues

2. Il n'y a qu'une seule phase d'hydrocarbure dans les modèles de bassins.

de la loi de conservation de masse³. Chaque composante $i = 1...n$ de l'huile dispose donc d'une équation de conservation de masse :

$$\frac{\partial}{\partial t}(C_i \rho_o S_o \phi) + \text{div}(C_i \rho_o S_o \phi v_o) = \rho_o q_o \quad (2.3)$$

où C_i est la concentration massique (ou fraction massique) du composant i ; c'est-à-dire la masse du composant i , qu'on note m_i , sur la masse totale de l'huile m_o :

$$C_i = \frac{m_i}{m_o}.$$

S_α est appelée la saturation de la phase α . C'est la proportion du volume d'une phase V_α par rapport au volume poreux V_{pores} :

$$S_\alpha = \frac{V_\alpha}{V_{pores}}.$$

q_o est le terme source, ce terme est lié au phénomène de craquage (procédé chimique). Le calcul de q_o n'est pas détaillé ici, il est supposé donné. Deux autres équations de conservation de masse sont à ajouter pour l'eau et le gaz :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_\alpha S_\alpha \phi) + \text{div}(\rho_\alpha S_\alpha \phi v_\alpha) = \rho_\alpha q_\alpha \quad \text{avec } \alpha = w, g. \quad (2.4)$$

Le terme source q_g dépend lui aussi du craquage, q_w dépend quant à lui de la sédimentation.

Le modèle mathématique au complet comprend des équations de fermeture concernant les saturations et les concentrations massiques. On dispose aussi de conditions initiales et aux limites qu'on ne détaillera pas ici (voir [LA06] pour plus de détails).

Une fois ces équations établies, on arrive à déterminer par exemple le profil cinématique en calculant les vitesses v_α grâce à la loi de Darcy (ou le profil de la température T en résolvant un problème de conservation de chaleur). On utilise aussi l'équation de l'équilibre mécanique pour trouver le tenseur de contrainte.

Le dernier élément d'un simulateur est un schéma numérique pour résoudre ces équations. Plusieurs schémas existent pour résoudre ce genre de modèle. Et on note qu'en terme général les critères de sélectivité pour un schéma sont la précision, la stabilité et la consistance.

3. Principe d'une loi de conservation de masse : *Le flux massique entrant ou sortant d'un domaine est égal à la variation de la masse dans ce domaine durant un temps considéré.*

2.1.3 Les schémas numériques

Dans ce qui suit les équations à discrétiser qui nous intéressent sont les équations de conservation de masse. On définit aussi la notion théorique d'un maillage :

Définition 1 (Maillage) *Soit un ensemble de polyèdres $E = e_0, e_1 \dots e_{n_e}$ dont les sommets appartiennent à un ensemble V . Le couple $M = (E, V)$ forme un maillage si :*

$$\begin{aligned} (C1) \quad & \bigcup_i e_i = E \\ (C2) \quad & \overset{\circ}{e}_i \neq \emptyset \\ (C3) \quad & \overset{\circ}{e}_i \cap \overset{\circ}{e}_j = \emptyset \text{ si } i \neq j \end{aligned} \quad . \quad (2.5)$$

Les polyèdres de E sont appelés éléments ou cellules et les sommets de V sont les nœuds.

Il convient de noter que la définition correspond à un abus de langage. En effet une définition complète d'un maillage comprend une métrique mesurant les éléments de E . Nous n'utilisons pas cette notion dans ce travail, c'est pourquoi on se contente de la définition apportée ci-dessus.

Pour la résolution numérique de (2.3) et (2.4), c'est la méthode des volumes finis qui est classiquement utilisée. L'objectif est de trouver une fonction, qu'on note ici $F_{e \rightarrow l}$ (on lit flux de e vers l), qui permet de calculer, entre les mailles e et l l'échange de masse. Les éléments e et l sont appelés éléments de contrôle et on a $F_{e \rightarrow l} = -F_{l \rightarrow e}$. Cette méthode est adaptée aux problèmes de conservation de masse, on recommande son utilisation particulièrement pour la simulation de l'écoulement des fluides. Elle permet l'utilisation directe de la formulation forte contrairement aux formulations variationnelles pour les Méthodes des Eléments Finis.

Une fois la fonction $F_{e \rightarrow l}$ trouvée, la formule qui nous permet de trouver la solution discrète u_e^n dans l'élément e et à l'instant n est la suivante :

$$u_e^n = u_e^{n-1} - \frac{k}{|e|} \sum_{l \in N(e)} F_{e \rightarrow l}^{n-1}, \quad (2.6)$$

où k est le pas en espace, $|e| = \sup_{a, b \in e} \|b - a\|_2$ le diamètre de e et $N(e)$ l'ensemble de ses voisins. On complète l'équation (2.6) par une condition initiale :

$$u_e^0 = \frac{1}{|e|} \int_e u_0(x) dx,$$

pour tout élément e dans E .

Plusieurs schémas aux volumes finis existent, les plus connus sont les schémas à deux points TPFA "Two Points Flux Approximation". Ces schémas consistent à calculer la solution u_e^n au centre de la cellule e pour un flux qui passe à travers les faces notées $e|l$ pour $l \in N(e)$.

Il existe d'autres schémas numériques. Ils se distinguent tous par leurs avantages et leurs inconvénients. Il est cependant difficile de déterminer quel schéma choisir pour un meilleur compromis. D'autres familles de méthodes existent, comme les schémas MPFA "Multi points Flux Approximation". Ces schémas consistent à utiliser plusieurs nœuds pour calculer le flux. Par exemple les schémas-O [Boy08] où sont calculées les solutions aux centres des mailles et des arêtes (voir la figure 2-2). Le flux doit former un cycle autour des nœuds, d'où

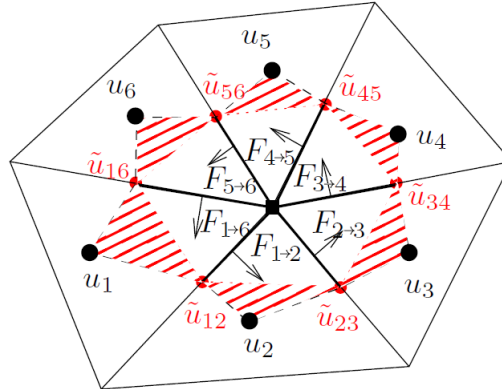


FIGURE 2-2: Illustration du flux et de la solution discrète avec un schéma-O [Boy08]

l'appellation de schéma-O. Ces schémas sont plus précis que les TPFA ; ils ne sont cependant pas plus robustes. En effet, l'équation associée à une maille fait intervenir les inconnues de toutes les mailles voisines par les nœuds. En 3D, avec un maillage tétraédrique, on peut facilement avoir une équation avec plus d'une centaine d'inconnues.

2.2 Maillages en géologie pétrolière

Les schémas numériques pour le calcul dépendent de la géométrie du maillage, et plus précisément de la disposition des mailles et de leurs formes. On introduit pour cela la notion de qualité sur un maillage liée à la forme : évaluation d'une distorsion, critère sélectif par rapport au schéma numérique...etc. Le critère de qualité que doivent vérifier les mailles pour un schéma TPFA est le critère d'orthogonalité : les arêtes qui joignent les centres de mailles adjacentes deux à deux doivent être orthogonales à la facette commune. On dit qu'un maillage est optimal pour un schéma à deux points s'il vérifie au mieux ce critère. Pour les schémas MPFA, le choix du critère d'orthogonalité peut représenter une bonne mesure de qualité pour ces schémas.

2.2.1 Rétrospective sur les maillages réservoirs -maillages statiques-

Les maillages de calcul ont suscité un grand intérêt dans le domaine de l'ingénierie de réservoir. Ils disposent d'une utilisation plus large et plus ancienne par rapport à celle des bassins. Néanmoins les différences fondamentales font de la transposition du savoir acquis en maillage de réservoirs vers le maillage de bassins quelque chose qui n'est pas toujours approprié. En effet, les simulations de réservoirs sont réalisées pour de courtes durées où les déformations sont négligées ; le maillage est statique, alors qu'un bassin à l'échelle de la formation des hydrocarbures devient dynamique. Dans le cas de la présence des failles (généralement nombreuses dans un bassin), la dynamique du modèle provoque des glissements entre les blocs de roche ; les mailles changent constamment de voisin contrairement au cas d'un réservoir supposé statique. Il est en outre utile d'étudier le palmarès des maillages de réservoirs et tirer des conclusions de l'expérience dans ce domaine.

Il faut savoir que les techniques de maillage qui existent, pour n'importe quelle géométrie, sont sous forme de méthodes heuristiques. Aucune formulation mathématique permettant une construction complète du maillage n'existe encore ; mailler un domaine quelconque est toujours un problème ouvert. Dans le domaine des maillages pour les réservoirs, se distingue essentiellement par deux types de maillages :

- a **Les maillages tétraédriques** : on les construit généralement avec des méthodes de type Delaunay. On arrive grâce à celles-ci à générer des maillages formés uniquement de tétraèdres vérifiant le critère d'orthogonalité. Les méthodes frontales peuvent représenter des techniques fiables pour construire ce type de maillages, on peut retrouver une méthode de ce type citée dans [PLG97] ;
- b **Les maillages hexaédriques** : pour générer de tels maillages des méthodes frontales ou des méthodes dites Octree [Mar09] peuvent être utilisées. Les méthodes Octree génèrent des maillages dont la structure de données est de type arbre. Plus précisément, chaque nœud contient jusqu'à huit hexaèdres autour. Pour des modèles à topologie simple ou simplifiée, il existe un type particulier appelé maillages CPG "Corner Point Geometry". Ces maillages sont structurés sous forme de plusieurs blocs séparés par les failles, chaque bloc est représenté par une grille structurée (voir une description dans [Pon89]). Le rendu du calcul reste de bonne qualité pour des failles plus ou moins parallèles, comme par exemple les failles listriques (voir le paragraphe 1.3.3).

D'après H. Xing et al. [HX] la construction d'un maillage tétraédrique pour les réservoirs par les méthodes heuristiques convient suffisamment à n'importe quelle forme de domaine. La génération d'un maillage hexaédrique acceptable pour la simulation reste quant à elle difficile à contrôler, surtout quand on dispose de modèles complexes. La simulation de la formation des hydrocarbures suscite un traitement particulier pour réduire le nombre de mailles. Ce traitement, qu'on introduira dans le paragraphe qui suit, est lié directement à la problématique de la construction du maillage.

2.2.2 Maillages pour les bassins et problématique -maillages dynamiques-

Les maillages de bassin, dans le contexte de l'exploration, ont des particularités qui les distinguent des maillages pour la simulation réservoir. Ces particularités influent sur la qualité du calcul numérique, le nombre d'éléments et le temps de calcul. La **dynamique du bassin** avec l'échelle importante en temps pousse à prendre des pas de temps assez petits. Une telle discrétisation est imposée pour garantir un aspect continu des dépôts pour un calcul numérique consistant et stable. Le remaillage entre les instants est quant à lui

contre-indiqué, il nécessite un transfert de propriétés physiques entre les mailles et affaiblit significativement le résultat numérique. Il est donc nécessaire de disposer d'un maillage dont la topologie reste invariante⁴. Une deuxième particularité est **la présence importante des failles** qui classe les modèles 3D de bassins parmi les géométries les plus complexes. En pratique le calcul numérique a besoin d'un maillage qui représente au mieux les limites de l'hétérogénéité (les horizons et failles) pour pouvoir simuler correctement l'écoulement des hydrocarbures.

Un maillage tétraédrique pourrait être un bon candidat vu les avantages qu'il apporte du côté géométrique. Cependant ce type de maillages induit la génération d'un grand nombre de tétraèdres. Ceci est contre-indiqué pour une simulation de la formation des hydrocarbures qui risque de prendre beaucoup de temps de calcul. Pour détourner ce problème sur Temis on génère des maillages hexaédriques avec des piliers verticaux utilisés dans la restauration par "backstripping". Ensuite, on prend les instants où un événement $m \in I \subset \mathbb{N}$ important est apparu dans l'histoire du bassin. On utilise les piliers ensuite comme des caractéristiques pour générer des surfaces de niveau. On prend pour cela des réels $\alpha_{i=1\dots n} \in]0\dots1[$ avec n le nombre

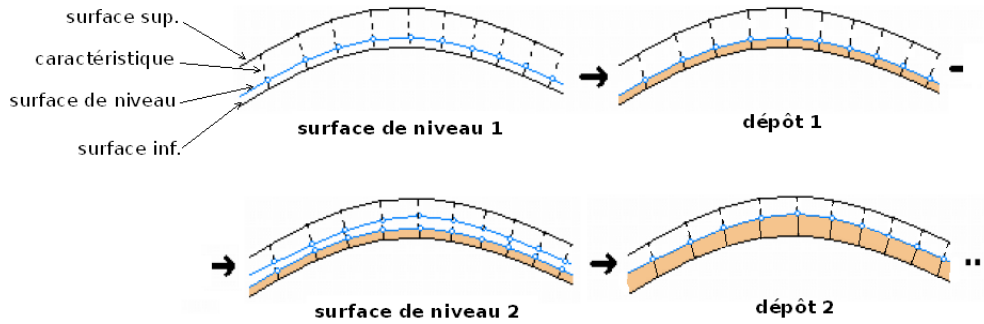


FIGURE 2-3: Méthode pour construire des surfaces de niveau entre deux surfaces initialement données

de surfaces évolutives souhaitées entre les deux surfaces d'évènements qui se succèdent. Soit à présent v_m un nœud sur la surface de l'évènement m et v'_i un nœud appartenant à la

4. On veut dire ici par invariance topologique que la façon avec laquelle le modèle est maillé ne doit pas changer ; autrement dit la topologie du graphe associé au maillage doit être invariante.

caractéristique qui part de v_m vers v_{m+1} . On calcule v'_i à partir de :

$$\overrightarrow{v_m v'_i} = \alpha_i \overrightarrow{v_m v_{m+1}} \quad (2.7)$$

Il est néanmoins impossible, en imposant des caractéristiques, de trouver un compromis entre le respect de la géométrie du modèle et la qualité des éléments hexaédriques. Il existe tout de même des alternatives pour éviter ceci, on peut envisager l'une des deux approches :

Première approche : adapter des schémas à des éléments généralisés : octaèdres, hémihexaèdres,...etc.

Deuxième approche : modifier le maillage plutôt que de modifier la méthode numérique.

Un exemple de la première approche est cité dans [DADP11] qui propose un calcul se basant sur les facettes de polyèdres. L'approche ne sera pas plus détaillée.

La deuxième approche est celle qui est étudiée dans cette thèse. Le logiciel Ceres2D [Mal02] avait apporté une telle solution utilisant une technique de maillage par blocs en 2D : on construit des composantes connexes qui représenteront les blocs et les nœuds sont projetés d'une courbe (horizon 2D) à une autre, les nœuds contraints par les failles sont projetés sur des courbes représentant les failles. Le logiciel Ceres2D impose des piliers verticaux et raffine de plus en plus lorsqu'il est confronté à une courbe. On obtient à la fin un maillage structuré composé de quadrilatères et de triangles qu'on appelle maillage mixte. Ce maillage vérifie les conditions imposées par les particularités citées dans le premier paragraphe et la technique de dépôt par surfaces de niveau en utilisant la formule (2.7).

Pour étendre le fonctionnement de Ceres2D en 3D le choix s'est tourné vers un maillage volumique mixte composé d'hexaèdres et tétraèdres. Le but est donc de mettre des tétraèdres proches des failles et de remplir le reste avec des hexaèdres. Ce maillage, dit hexa-dominant, est censé contenir un maximum d'hexaèdres. De plus ce maillage final doit tenir compte de deux autres conditions :

1. Il doit être conforme sauf éventuellement le long des failles⁵ : On ne peut connecter des éléments sauf si ils sont de même dimension topologique ; c'est-à-dire , mis-à-part

5. Cette condition n'est pas toujours nécessaire, surtout sur des maillages structurés.

entre les failles, on ne tolère ni de nœud ni de segment connecté respectivement à un segment ou une face. On rajoute donc à (2.5) la condition suivante :

$$(C4) \ e_i \cap e_j = f \text{ pour } i \neq j,$$

où f est un nœud , un segment ou une face. Puisqu’une partie triangulée (venant des tétraèdres) ne peut être connectée a un quadrilatère (venant d’un hexaèdre), des éléments de connections sont indispensables. On prend comme éléments primitifs : des prismes et des pyramides ;

2. Les mailles doivent être de bonne qualité : Un critère de sélectivité permettant d’évaluer la respectabilité des conditions doit être proposé.

En résumé, il nous faut un **maillage hexa-dominant de bonne qualité** contenant des **hexaèdres**, des **tétraèdres**, des **prismes** et des **pyramides**. Cet objectif était celui de la thèse [Ran] ayant comme référence méthodologique la technique implémentée dans Ceres2D pour la généralisation en 3D. Il s’avéra durant cette thèse qu’il était très complexe de construire des blocs volumiques à partir des surfaces failles et des surfaces horizons. La méthode de décomposition par blocs a été donc rejetée, elle a été remplacé par une nouvelle technique brevetée dans [LR11a] appelée **Méthode de Grille Contrainte**. Dans cette méthode, la partie où les nœuds sont projetés est presque inchangée au sens où on projette chaque nœud sur son correspondant. Les nœuds contraints par les surfaces failles sont projetés sur celle-ci (la méthodologie globale est détaillée dans le paragraphe 2.2.3). La thèse proposée dans ce rapport est une continuité de la recherche effectuée dans [Ran], elle a pour objectif d’analyser l’ancien travail et de proposer des améliorations qualitatives et topologiques du maillage résultant.

Sans restreindre la généralité, un événement géologique correspond à un dépôt d’une couche. Ces évènements nous permettent de faire une discrétisation en temps et ensuite de faire le dépôt progressif gouverné par la formule (2.7).

Le moyen utilisé pour la simulation numérique de la formation des hydrocarbures est une plateforme de calcul numérique appelée Arcane [GG]. Cette plateforme sert à faire des calculs sur des maillages, entre autres, hexa-dominants.

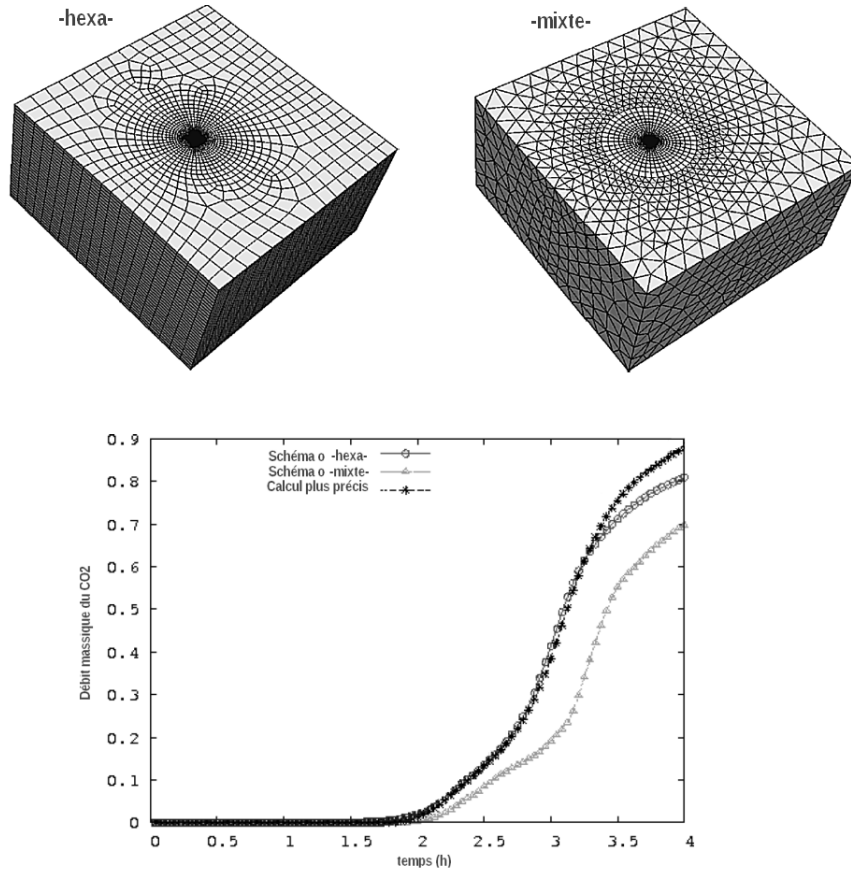


FIGURE 2-4: Comparaison entre un maillage hexaédrique et un maillage mixte pour un calcul numérique avec le schéma-o [RE11]

Toutefois dans [RE11] on trouve un graphe (voir la figure 2-4) qui correspond à la comparaison entre un maillage contenant seulement des hexaèdres et un autre mixte contenant des tétraèdres, des hexaèdres et des éléments de transition. Sur les deux courbes "Schéma o -hexa-" et "Schéma o -mixte-" on résout un écoulement du CO_2 (injection du CO_2 , paragraphe 1.1.3) par un schéma-o respectivement sur un maillage hexaédrique et sur un maillage mixte. On constate dans la figure un écart non-négligeable de ces deux courbes. La troisième courbe "Calcul plus précis" représente la solution obtenue grâce à du calcul plus précis. Il en découle que la courbe "Schéma o -hexa-" est a posteriori plus proche de la solution et qu'il est préférable, pour une meilleure précision, que le nombre d'hexaèdres domine dans le

maillage.

2.2.3 Méthode de Grille Contrainte

Comme on l'a expliqué la Méthode de Grille Contrainte, ou la MGC, permet de générer un maillage dynamique hexa-dominant pour les bassins. Elle traite des cas de bassins à structure géométrique complexe et génère un nombre de mailles convenable pour la simulation. Cette méthode prend en entrée des surfaces horizons triangulées, des surfaces failles triangulées et les intersections failles-horizons.

Les détails sur la méthode sont donnés dans [Ran], [LR11b] et [LR11a]. On explicite ici les principales étapes sur le diagramme de la figure 2-5 (On retrouve dans l'annexe un diagramme plus détaillé) :

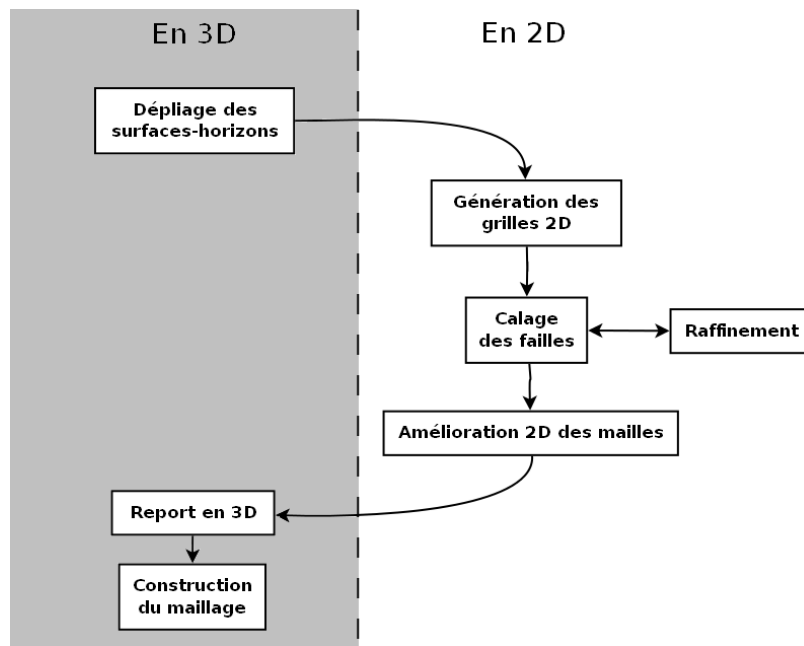


FIGURE 2-5: Diagramme de fonctionnement de la MGC

- a. Le **dépliage** "isométrique" des surfaces horizons se fait avec le **recollement des lèvres failles** afin d'extraire les traces (courbes) associées à ces failles sur les horizons dépliés.

- b. On extrait les bords de ces horizons dépliés (bord sous forme de courbe simple et fermée grâce au recollement) et on génère des grilles 2D sur chacun de ces bords. La construction de ces grilles se fait grâce à la **méthode de S.A. Coons** [Coo67] ; l'utilisation des grilles constitue une convention clé : elle permet d'avoir le **même nombre de nœuds sur chaque horizon** et ensuite apparier ces nœuds entre les horizons.
- c. On reporte les traces de failles sur les grilles et on applique une **méthode de calage** des failles pour que la **grille épouse les traces** sans créer de quadrilatère dégénéré (voir la figure 2-6). On est confronté quelquefois durant le calage à passer par une

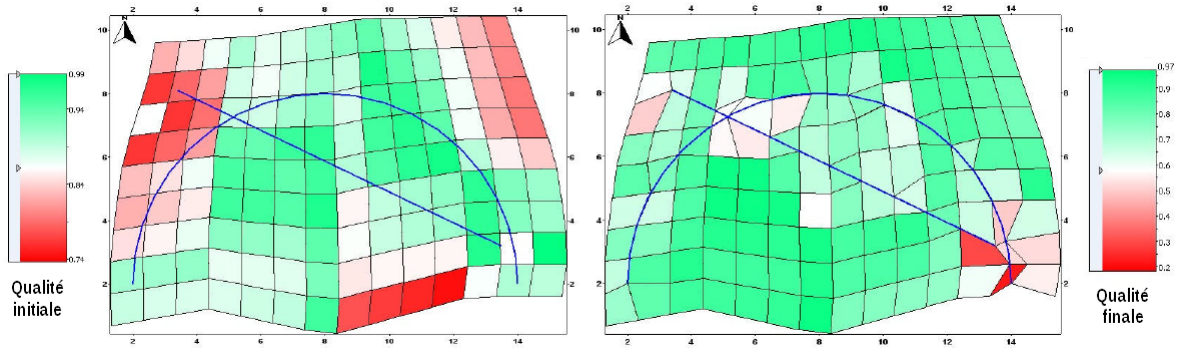


FIGURE 2-6: Exemple d'un résultat obtenu avec la méthode de calage
Qualité calculée à partir de l'angle minimal du quadrilatère, cet angle est comparé avec la valeur $\frac{\pi}{2}$. Sur chaque grille : le quadrilatère rouge correspond à la qualité minimale et celui en vert correspond à la qualité maximale.

diagonale pour éviter les quadrilatères dégénérés. Ceci nécessite le **rajout de triangles** (sans rajouter de nœud). Le rajout des nœuds dans cette étape est toléré seulement lorsque le nombre de traces passant par la même cellule est important et quand le calage ne parvient plus à trouver de solution. Le rajout de nœuds se fait par **un raffinement des grilles** ; on redéfinit toutes les topologies des grilles 2D en les raffinant toutes aux mêmes endroits (rajout d'une ligne en i et $i + 1$ ensuite d'une colonne entre j et $j + 1$) pour retrouver une correspondance valide entre les nœuds.

- d. On procède ensuite à **l'amélioration des quadrilatères** voisins aux traces de failles pour diminuer l'effet du calage sur la qualité. Cette opération consiste à déplacer les nœuds trop proches aux traces de failles en augmentant la qualité des éléments.

e. Enfin, on **construit le maillage volumique** en construisant des pilier grâce à la projection de chaque nœud sur son correspondant ayant la même numérotation sur les grilles 2D. Les projections contraintes par une faille sont projetées sur sa surface. On construit ensuite les mailles en ne tolérant que des hexaèdres, des prismes, des pyramides et des tétraèdres. Pour plus de détails voir les documents de L. Ran et al. [Ran] et [LR10].

On réussit avec la MGC à générer des maillages valides pour la simulation. Il y a tout de même des cas où cette méthode n'est plus valable. On détaille cette étude dans la section qui suit.

2.3 Dissertation critique de la méthode de grille contrainte

2.3.1 Points avantageux et détails de la Méthode de Grille Contrainte

Pour plus de clareté, on détaille ici les étapes de la méthodologie décrite dans le paragraphe 2.2.3. On aborde pour le moment seulement le rôle et les avantages apportés pour la construction du maillage hexa-dominant avec la MGC.

Le dépliage utilisé dans la MGC est celui du code informatique Aplat [Bor06]. Il a pour fonction d'aplatir les surfaces horizons en fermant les lèvres de failles pour qu'elles forment chacune une seule trace. Par conséquent, le bord est unifié en une courbe de Jordan (courbe simple et fermée) pour pouvoir mailler l'intérieur sans la prise en compte, dans un premier temps, des traces de failles. Ce dépliage a aussi l'avantage de conserver au mieux la taille des éléments. Il est donc proche d'une transformation isométrique. Ce qui signifie que lorsqu'on crée un élément de bonne qualité sur la surface dépliée, on reste quasiment sûr que l'élément qui lui correspond en 3D reste valide.

La méthode de Coons consiste à générer une grille à partir de quatre courbes $\gamma_{AB}, \gamma_{BC}, \gamma_{CD}$ et γ_{DA} reliant quatre points A, B, C et D . La formule de Coons est définie comme suit :

$$s(u, v) = (1 - u)\gamma_{AB}(v) + u\gamma_{CD}(v) + (1 - v)\gamma_{BC}(u) + v\gamma_{DA}(u) \\ - (1 - u)(1 - v)A + (1 - u)vB + u(1 - v)D + uvC.$$

Afin de trouver les coordonnées de chaque position ij dans la grille, on prend une discrétisation de la formule (2.3.1) pour $u_i, v_j \in [0, 1]$:

$$p_{ij} = s(u_i, v_j).$$

L'avantage avec cette méthode est la rapidité ainsi que la facilité pour l'implémentation. On note que l'information sur les quatre coins est fournie grâce aux intersections failles-horizons sur les surfaces horizons données au départ.

Le calage peut être vu aussi comme une sorte de décomposition par blocs incluant seulement les nœuds et les grilles d'horizon.

Après avoir reporté les horizons en 3D, on passe à la construction du maillage volumique. Cette construction commence par la détection des mailles intersectées pour départager deux zones : la zone non faillée et la zone faillée. La zone non faillée est remplie d'hexaèdres en reliant directement les nœuds appariées grâce aux grilles 2D. Ce principe n'est pas applicable pour la zone faillée, sinon on se retrouve avec un cas comme celui illustré dans la figure 2-7. On procède donc par projection sur la faille en utilisant la direction des mailles voisines

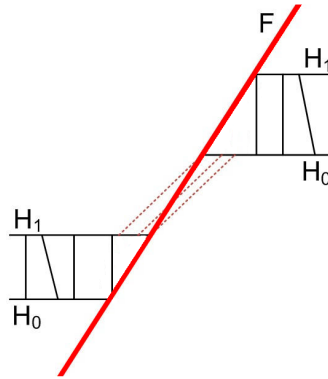


FIGURE 2-7: Illustration 2D du problème avec la zone faillée [Ran]

existantes pour trouver les piliers qui restent (mailles de la zone non faillée). Si la projection se retrouve à l'extérieur de la surface faille, on utilise un procédé dichotomique pour reculer la projection jusqu'à retomber sur la surface faille. Les nœuds projetés dans la zone faillée sont appariés avec leurs projections. L'avantage de cette technique est la rapidité avec laquelle

sont générées les mailles et la compatibilité avec le type de données pour Arcane grâce à l'appariement des nœuds.

Remarque 1 *On se trouve parfois dans des situations où on dispose seulement de surfaces horizons triangulées. On récupère le reste des données en éditant les intersections failles-horizons grâce à un plugin Gocad développé spécialement pour cette tâche. Les surfaces failles sont, quant à elles, générées automatiquement à partir des intersections failles-horizons sur les lèvres de failles qui se trouvent sur les surfaces [BY10]. Néanmoins les failles pendantes entre deux horizons ne peuvent être représentées à cause du manque d'informations. Mais on est parfois obligé de rajouter cette étape pour compléter les données.*

Globalement on dispose d'une opération assez rapide qui représente le maillage final souhaité pour la plateforme Arcane. La rapidité pour générer le maillage est de l'ordre de l'instantané jusqu'à 100.000 mailles pour un cas simple contenant quelques horizons et une seule faille. Cependant la MGC présente des limites lorsque le cas présente des particularités, comme on l'explique dans les paragraphes qui suivent. Le reste de cette section est donc consacré à l'identification de ces limites pour lesquelles il a fallu proposer des solutions dans cette thèse.

2.3.2 Limites de traitement

Failles qui se croisent

Lors de la construction du maillage volumique, des nœuds sont projetés sur la surface faille lorsqu'ils se retrouvent dans la zone faillée.

Que se passe-t-il lorsqu'on se retrouve avec deux surfaces failles (ou plus) dans la même zone faillée ?

D'après le procédé itératif inclus dans la MGC : une projection des nœuds est effectuée sur la première surface et les mailles sont générées. La même opération est effectuée pour la deuxième surface faille et de nouvelles mailles sont ajoutées. Par conséquent les mailles de la première itération ne respectent pas la géométrie de la première faille et vice versa. On peut penser à traiter toutes les surfaces failles en même temps pour éviter l'aspect itératif,

mais le procédé se complique ; les failles qui s'intersectent compliquent le traitement de la projection et la création des mailles dans les zones d'intersections des failles.

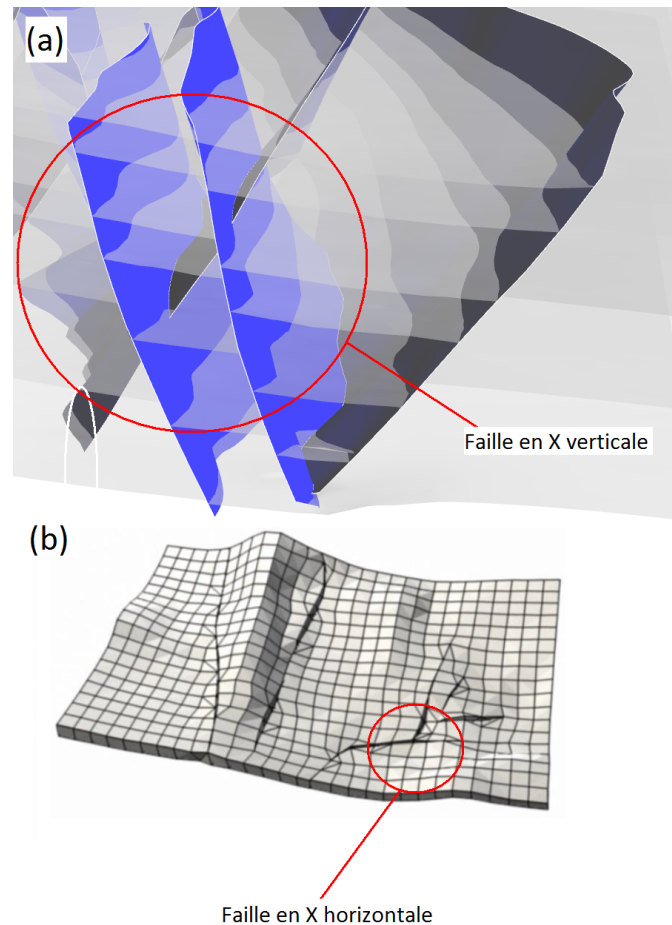


FIGURE 2-8: Illustration des failles en X traitées par la MGC et celles qui ne le sont pas
(a) Ne fonctionne pas (b) Fonctionne parfois

L'exemple de failles qui ne peut fonctionner dans ce cas est celui des failles en X disposées d'une manière verticale comme sur la figure 2-8. Les failles en X horizontales sont parfois traitées grâce à la méthode de calage comme on peut le constater sur la figure 2-8.

Noeuds flottants et mailles non-hexaédriques internes

Après avoir construit le maillage volumique, rajouter des éléments non-hexaédriques pour remplir la zone faillée provoque de la non-conformité. Plus précisément, dans l'interface entre la zone faillée et la zone non faillée, on peut trouver deux triangles connectés à un quadrilatère (provenant d'un hexaèdre). La MGC crée dans ce cas un point au milieu de l'hexaèdre et

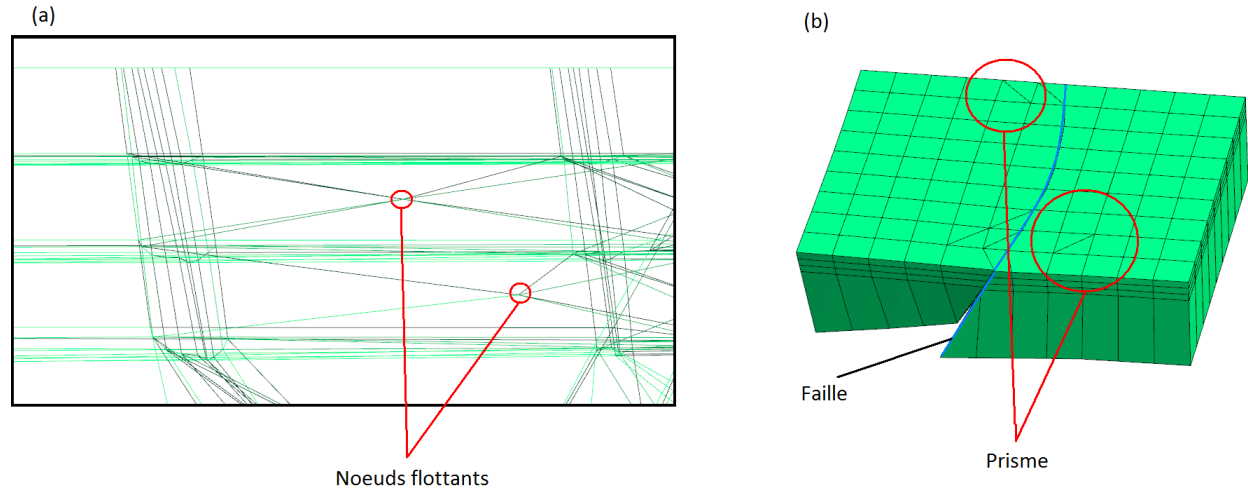


FIGURE 2-9: Noeuds flottants et mailles non-hexaédriques internes
(a) Intérieur d'un maillage contenant des noeuds flottants, (b) éléments non-hexaédriques n'appartenant pas au voisinage de la faille.

le relie à ses nœuds. Elle remplace la face non-conforme de l'hexaèdre par les deux triangles en les rendant conformes aux facettes voisines. On appelle cette technique **étoilement de cellule**, elle permet de générer des pyramides et des tétraèdres en tenant compte de la conformité. Le rajout de ce nœud flottant peut engendrer des volumes négatifs lors de la simulation de dépôt comme on peut le constater sur la figure 2-10 (voir le paragraphe 2.2.2 pour la simulation du dépôt).

Pour réduire les nœuds flottants, la MGC génère des prismes, après le calage, à partir des quadrilatères dont les traces de failles passent par leur diagonale. Ces prismes sont prolongés de la grille du bas vers celle du haut pour respecter la conformité (voir la figure 2-9). On obtient ensuite des éléments non-hexaédriques qui n'appartiennent pas au voisinage des failles

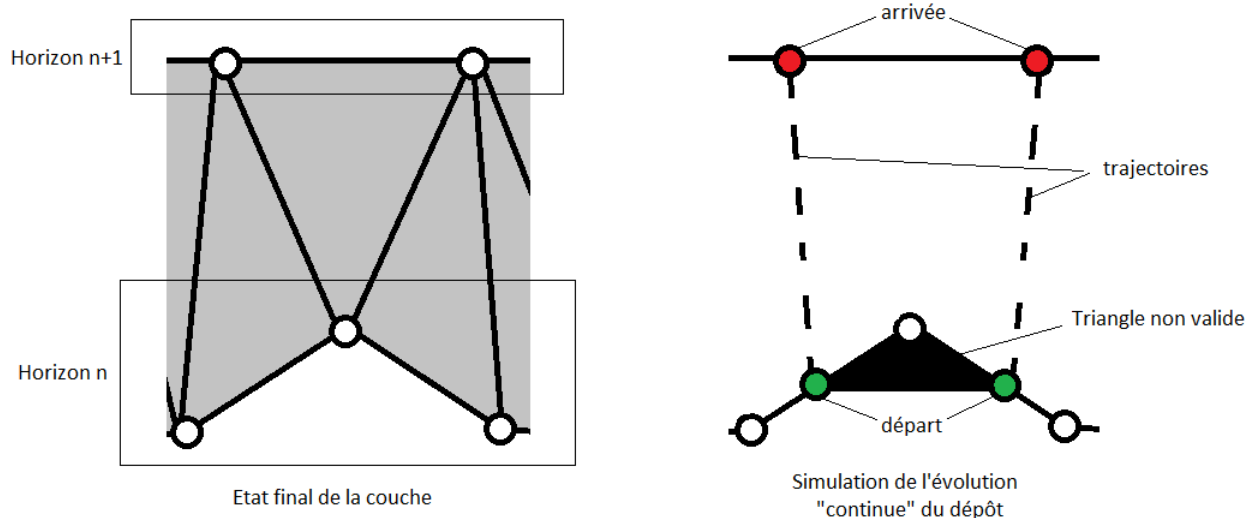


FIGURE 2-10: Problématique avec les maillages tétraédriques lors de la simulation "continue" du dépôt

(ou à la zone faillée). Il est plus judicieux de ne pas générer de telles mailles pour éviter le cas illustré dans la figure 2-10.

Dégénérescence de mailles sur les grilles 2D

Il se peut, comme on le décrit dans [Ran], que le bord de l'horizon déplié ne soit pas assez rectangulaire. Dans ce cas la méthode de Coons induit des erreurs où la grille se plie et crée des quadrilatères à surface négative (voir figure 2-11). Ce cas de figure n'est pas toléré, la surface est supposée contenir seulement des quadrilatères valides. Cette condition est nécessaire afin que le calage fonctionne correctement. Il se trouve que la MGC procède une étape d'amélioration de la grille après avoir fait le calage. Cette technique, dont on peut voir les détails dans [Ran], ne fait intervenir que les quadrilatères avoisinant les traces.

Qualité du maillage final

Après la phase de dépliage, on génère des grilles de Coons. Ces grilles sont créées d'une manière indépendante par rapport au dépliage des horizons. En effet, comme la déformation

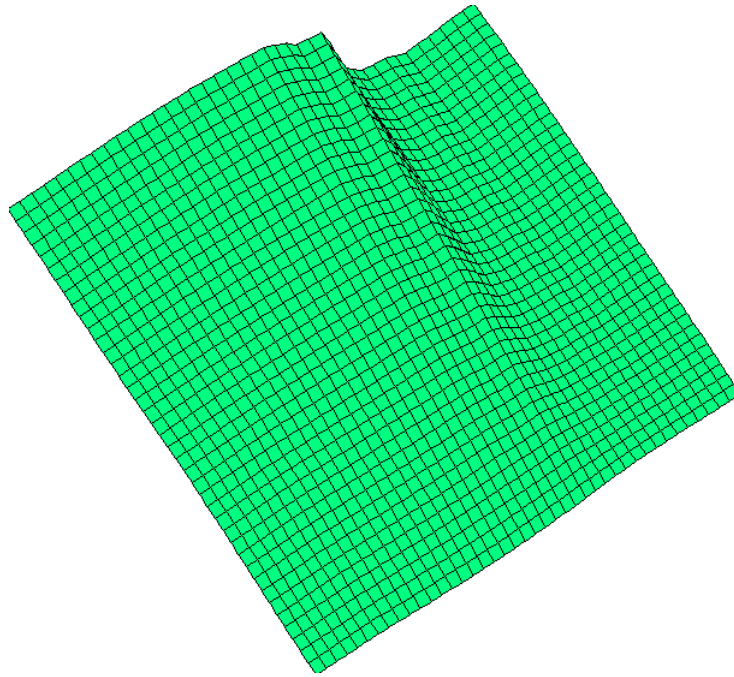


FIGURE 2-11: Apparition de plis avec la méthode de Coons

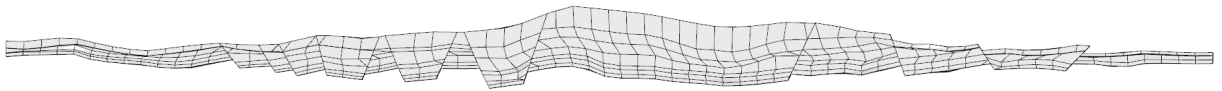


FIGURE 2-12: Maillage à éléments de mauvaise qualité

de chaque horizon diffère, les quadrilatères sont déplacés sans forcément considérer la disposition des quadrilatères des autres horizons. Par conséquent, on obtient des piliers allant dans différentes directions. Ce qui signifie qu'il y aura moins de fiabilité pour le calcul (voir la figure 2-12).

2.3.3 Conclusion

Bien que la MGC réponde à quelques objectifs, des améliorations topologiques et géométriques sont à apporter. À commencer par la technique de construction du maillage volumique qui est à remettre en cause. L'objectif sera de :

1. Trouver un procédé itératif incluant à chaque pas une surface faille, ou éventuellement une méthode avec laquelle on traite toutes les failles en même temps ;
2. Eviter les nœuds flottants et les prismes non-avoisinantes à la failles ;
3. Supprimer les plissements sur les grilles de Coons ;
4. Améliorer la qualité des mailles pour une simulation plus robuste.

L'ordre des chapitres qui suivent se base sur cette énumération plutôt que de respecter la chronologie dans la MGC. Cette énumération correspond à une classification par priorité de traitement.

Chapitre 3

Nouvelle construction du maillage volumique

3.1 Maillage volumique dans l'espace déplié

La construction du maillage volumique dans la MGC est une étape primordiale. Comme on l'a précisé dans le paragraphe [2.3.2](#), la phase de projection des piliers sur une faille peut limiter le traitement de quelques cas. Cette phase est aussi à l'origine de l'insertion des nœuds flottants et des mailles non-hexaédriques internes (voir le paragraphe [2.3.2](#)).

L'approche utilisée dans le nouveau traitement consiste à définir un nouvel espace appelé espace déplié, à générer un maillage hexa-dominant dans cet espace et à reporter ce maillage dans l'espace géologique 3D. Dans l'espace déplié, les piliers sont naturellement définis et la phase de projection est remplacée par le découpage avec les surfaces failles. Ce découpage ne génère que des mailles admissibles : hexaèdres, prismes, pyramides et tétraèdres. Les mailles non-hexaédriques générées ne se trouvent qu'au voisinage des failles.

3.1.1 Notion d'espace déplié

L'espace déplié est défini à partir de l'alignement et la superposition des horizons dépliés de la MGC :

- L'alignement permet de réorienter géométriquement les dépliages des surfaces horizons entre elles à partir d'un nœud de référence considéré commun à ces surfaces : en effet les dépliages des surfaces horizons sont générés de manière indépendante, et l'orientation obtenue pour le dépliage de chacun de ces surfaces est locale. L'alignement est appliqué grâce la méthodologie qui provient de [MP12] ;
- La superposition consiste à considérer une cote en z pour chacun des surfaces horizons de manière à avoir une distance fixe entre deux surfaces horizons. Cette distance est adaptée à la taille des pas de discrétisation sur les grilles 2D.

Plus précisément, l'espace déplié est un sous-espace de \mathbb{R}^3 dont le volume englobe ces nouveaux horizons dépliés (alignés et superposés). On reconstruit les surfaces failles dans cet espace à partir de leurs traces sur les horizons : pour chaque faille, on joint ses traces entre deux horizons consécutifs. Les surfaces obtenues sont des interpolations des surfaces failles dans l'espace déplié. Dans cet espace, le temps correspond au dépôt des horizons : le premier horizon correspondant au temps $t = 0$ se trouve en bas ; en règle générale, le $n^{\text{ème}}$ horizon déposé correspond au temps $t = l.n$.

On propose par la suite une solution algorithmique pour générer le maillage dans l'espace déplié afin de le reporter vers l'espace géologique 3D.

3.1.2 Nouvelle méthodologie de traitement

La prise en compte de l'espace déplié présente un changement fondamental dans la MGC. Au lieu de reporter le maillage du 2D vers la 3D ensuite générer le maillage volumique en 3D, on construit le maillage dans l'espace déplié et on reporte ce maillage dans l'espace 3D (voir la figure 3-1).

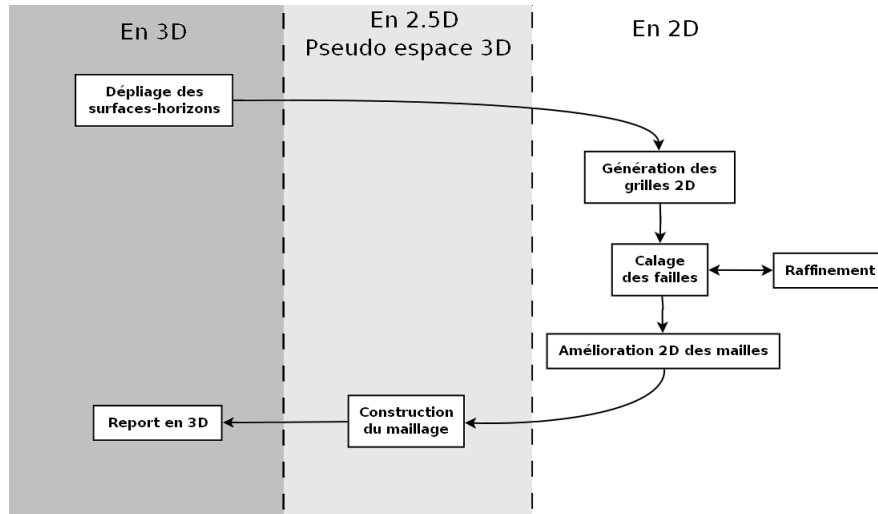


FIGURE 3-1: Diagramme de la nouvelle méthodologie

A la différence de la MGC où on génère le maillage volumique dans l'espace 3D, notre nouvelle méthodologie consiste à réaliser ce maillage dans l'espace déplié et comprend les étapes suivantes :

- a. Dépliage avec extraction du bord et des traces de failles ;
- b. Génération d'une grille régulière avec la méthode de Coons ;
- c. Calage de la grille sur les traces de failles.
- d. Alignement et superposition des horizons ;
- e. Génération de la grille 3D dans l'espace déplié ;
- f. Insertion des failles et découpage des éléments ;
- g. Report du maillage généré vers l'espace géologique 3D.

Il convient de préciser que les trois premières étapes proviennent de la MGC. Les trois dernières constituent la base de notre nouvelle méthodologie qui a permis de surmonter des difficultés rencontrées dans la MGC. L'aspect itératif de l'insertion des failles jouera un rôle primordial dans l'espace déplié. Il permettra ainsi un découpage cohérent des éléments en obtenant un maillage respectant la topologie de notre structure géologique (cette démarche comprend plusieurs phases). Dans l'étape f., on va procéder dans un premier temps, pour

une surface faille donnée, par un calcul d'intersections de cette surface avec les mailles. Une fois ces intersections calculées, on met en place une technique intéressante qu'on appellera par la suite méthode d'étoilement. Cette technique permettra l'obtention de l'ensemble des mailles admissibles respectant la faille. Le nombre des mailles admissibles peut être réduit par un déraffinement qu'on appellera pas la suite fusion. Cette fusion permet de diminuer le nombre d'éléments non-hexaédriques. Finalement, une phase de dissociation des mailles s'appuyant sur les failles sera préconisée. Ce procédé sera réitéré sur l'ensemble des surfaces failles.

Après cette étape, le maillage obtenu dans l'espace déplié est reporté dans l'espace géologique 3D. Ce report s'appuie sur les coordonnées barycentriques des nœuds sauf pour les nœuds générés par la méthode d'étoilement. Le report 3D de ces nœuds sera traité de façon simple en utilisant les nœuds voisins.

Les deux étapes f. et g. sont détaillés dans la section qui suit.

3.2 Construction des cellules dans l'espace déplié

L'objet de cette section est d'explicitier la démarche de l'étape d'insertion des failles et découpage des éléments. Cette étape comprend plusieurs phases. On parlera dans un premier temps du calcul d'intersection des mailles avec les surfaces failles. Une deuxième phase vient par la suite pour introduire la méthode d'étoilement qui permet la génération de l'ensemble des mailles respectant les failles. La troisième phase consistera à montrer la méthode utilisée pour la fusion de ces mailles. Cette section sera finalisée par une description de la méthode de dissociation. Toutes ces phases sont faites dans l'espace déplié.

3.2.1 Calcul d'intersection mailles/surface-faille

Pour calculer l'intersection des mailles avec une surface faille donnée, il est important de générer cette surface dans l'espace déplié. Cette génération s'obtient à partir des traces de failles sur les horizons (voir [\[BY10\]](#)).

Remarque 2 *Les surfaces failles sous forme d'arborescence (ou plus rarement : poignées, entrelacements...etc.) sont décomposées en sous-surfaces lisses appelées patch. Ces patches doivent être décomposés de telle sorte qu'un découpage sépare une maille en deux ou la découpe partiellement. La donnée informatique qui nous permet entre autres, de trouver ces patches, est sous forme d'un tableau permettant d'associer les failles entre les horizons.*

A partir des surfaces failles et du maillage hexaédrique, on commence par calculer les intersections entre les arêtes de chaque cellule et des triangles de la surface. Cette intersection utilise un "ray-tracing"¹ : On prend un point appelé origine et on le fait avancer dans une direction choisie. L'origine o est l'un des extrémités d'arête et le choix de la direction est imposé de o vers l'autre extrémité de l'arête. Le traitement par "ray-tracing" fait avancer une duplication o' du nœud o jusqu'à heurter un objet 3D (pour une surface faille triangulée l'objet est un triangle). Cette méthode est rapide, elle a l'avantage aussi de détecter plusieurs intersections pour décider si l'arête appartient ou non au triangle.

L'algorithme qui suit décrit le traitement d'intersection qui utilise un "ray-tracing". On prend en entrée un tableau avec deux valeurs qu'on note $arête$ et une surface triangulée notée $tSurf$. En sortie, on obtient un tableau de deux dimensions $inter$ (plutôt vu comme tableau de tableau) qui stocke :

- Les identifiants des points d'intersection si la surface passe par un des extrémités d'arête ;
- Si la surface passe par l'intérieur de l'arête (elle la découpe), on stocke un tableau des deux identifiants des extrémités et on rajoute le point d'intersection au maillage.
- Sinon il n'existe pas d'intersection.

1. La notion de "ray-tracing", ou lancer de rayon, est à la base une technique en imagerie de synthèse. Elle permet de simuler le parcours inverse de la lumière pour calculer les réflexions et les réfractions des matériaux.

Algorithme : Calcul des intersections

Données: arête, tSurf

Résultat: inter

```
// Affectation des valeurs
nœud0 ← arête[0]; nœud1 ← arête[1];
origine ← nœud0; direction ← nœud1 - nœud0;
// Soit t un vecteur contenant des valeurs flottantes
// Si  $0 \leq t[i] \leq 1$  l'intersection est à l'intérieur de l'arête
// Sinon l'intersection est à l'extérieur de l'arête
t ← raytracing(tSurf, origine, direction);
n ← t.taille; // nombre d'intersections

si  $n = 1$  alors
    // Il existe un point d'intersection
    si  $\text{abs}(t[0] - 0.5) < 0.5 - \epsilon$  alors
        // Intersection strictement à l'intérieur
        p ← direction * t[0] + nœud0;
        maillage.ajouterNœud(p); // rajout du nœud au maillage
        inter ← {{nœud0.id(), nœud1.id()}}; // id() renvoie l'identifiant local
    sinon si  $\text{abs}(t[0]) \leq \epsilon$  alors
        // Intersection sur nœud0
        inter ← {{ nœud0.id() }};
    sinon si  $\text{abs}(t[0] - 1) \leq \epsilon$  alors
        // Intersection sur nœud1
        inter ← {{ nœud1.id() }};
    fin
    // Sinon pas d'intersection avec l'arête
sinon si  $n > 1$  alors
    // Si l'arête appartient au triangle
    inter ← {{ nœud0.id() }, { nœud1.id() }};
fin
// Sinon pas d'intersection
```

La valeur renvoyée par *noeud0.id()* ou *noeud1.id()* est l'identifiant local ; par exemple pour l'hexaèdre, on a des identifiants locaux : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Voir la figure 3-2 pour la convention sur la disposition de cette numérotation sur les quatre types primitifs utilisés.

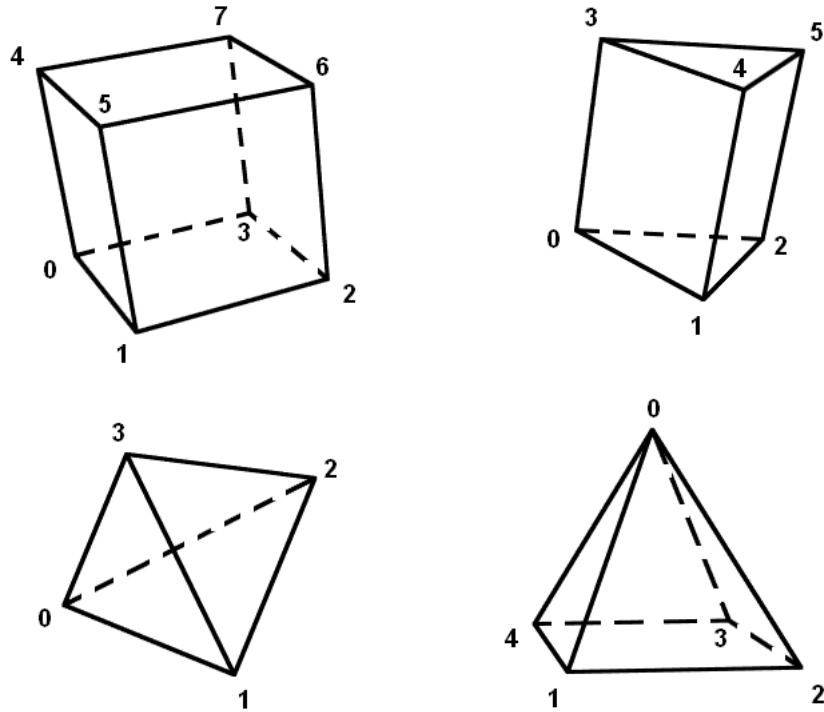


FIGURE 3-2: Convention sur la numérotation des mailles admissibles

Le tableau *inter* sert plus tard pour identifier comment est intersecté la cellule. On arrive grâce à ce tableau à identifier comment découper les cellules du maillage. Les sous-tableaux de *inter* sont rajoutés à un tableau global noté *intersections*. Si le vecteur est de taille un, il suffit de dupliquer le point pour le dissocier. Si sa taille est égale à deux alors la surface passe par l'intérieur de l'arête.

3.2.2 Etoilement de mailles

Après la phase d'intersection des mailles avec les surfaces failles, il est possible d'obtenir des formes non admissibles. Pour surmonter cette difficulté, on utilise la technique

d'étoilement. Afin de mieux comprendre cette démarche, il convient d'introduire la notion d'hyper-pyramide.

En théorie, on trouve la définition suivante : "*Une hyper-pyramide de dimension n est un polytope² de dimension n ayant une hyper-face, dite sa **base**, dont les sommets sont joints par des arêtes au même sommet s , appelé **sommet***", [Fer10].

Une hyper-pyramide est aussi une généralisation d'une pyramide (à base quelconque en 3D) et d'un triangle (en 2D) dans une dimension n . On peut voir dans la figure 3-3 des hyper-pyramides régulières à base cubique projetées en 2D. Pour construire une hyper-pyramide régulière à base cubique de dimension n , il faut relier tous les points d'un hyper-cube de dimension $n - 1$ à un nouveau nœud ; cette opération est appelée étoilement.

Remarque 3 *On peut trouver aussi des hyper-pyramides à base tétraédrique (généralisation du tétraèdre en dimension 4) appelées pentacordes ou 4-hyper-tétraèdres. D'une manière générale, on peut avoir des bases avec des polytopes de différentes formes pour construire une hyper-pyramide.*

Dans la solution proposée, on génère des étoilements pour toutes les mailles intersectées. On prend en compte les nœuds d'intersections. Le sommet de l'étoilement est imposé sur la surface faille. Il est important d'assurer un étoilement avec une base contenant seulement des triangles et des quadrilatères. Un tel étoilement garantit ainsi la création de pyramides et de tétraèdres (hyper-pyramides de dimension 3). L'avantage, par ailleurs, de l'étoilement est dans sa définition. En effet, relier un point à des nœuds de polytope, revient à relier ce point à des arêtes de la base construisant ainsi de nouveaux triangles. *Un étoilement induit donc la construction de triangles entre les arêtes de la base et le sommet. De plus, grâce aux conditions de connexité et de conformité d'un polytope, on arrive toujours à trouver une triangulation continue qui passe par les intersections. Ce qui permet de procéder au découpage ensuite.*

2. Un polytope est une généralisation d'un polygone dans une dimension quelconque. Un polytope doit remplir les conditions suivantes : conformité, connexité plus une troisième liée aux $n-2$ hyper-faces. Par définition un polytope de dimension 0 est un point unique.

Direction
Devant

| | n | Hyper-cube dimension = $n-1$ | Hyper-pyramide régulier à base cubique dimension = n |
|--|-----|---------------------------------|--|
| | 2 | | |
| | 3 | | |
| | 4 | | |
| | 5 | | |

FIGURE 3-3: Hyper-pyramides régulières à base cubique de dimension n

Remarque 4 *Afin d'éviter les nœuds flottants, le sommet sera imposé sur la surface faille. L'étoilement autour de ce sommet permet ainsi de construire un maillage conforme.*

Remarque 5 (Orientation des mailles) *Pour aboutir à un étoilement correcte entre les mailles, il faut que le maillage, avant l'étoilement, vérifie la condition d'orientation. Cette condition est liée à la façon avec laquelle on ordonne les identifiants des nœuds dans une cellule. Pour une maille non-dégénérée, il suffit de vérifier l'orientation de l'un des tétraèdres à l'intérieur de cette maille. L'orientation d'un tétraèdre, ordonné $abcd$, est le signe du volume v qui se calcule par le produit mixte :*

$$v = \frac{1}{6}[ab, ac, ad] = \frac{1}{6}(ab \wedge ac).ad.$$

Pour réorienter un élément, il suffit d'intervertir la numérotation de telle sorte à inverser le volume (voir la notion de cube de Necker [Nec32] pour l'espace inversé).

Le maillage hexaédrique de départ est créé à partir de grilles dans l'espace déplié. Il est donc sous forme de grille 3D. Par conséquent, cette condition d'orientation est contrôlée. Il reste à la conserver, après le découpage, pour aboutir au procédé itératif.

Construction de la base pour l'étoilement On commence par extraire le squelette de la cellule (l'ensemble des arêtes) par les identifiants locaux des nœuds (convention dans la figure 3-2). Le tableau *intersections* (voir le paragraphe 3.2.1) est utilisé maintenant pour procéder au développement du squelette. Ce squelette est alors décomposé en boucles (chemins fermés) représentant les facettes (triangles ou quadrilatères). On partage l'ensemble des boucles intersectées en deux types :

T1 Boucles totalement intersectées : qui sont celles dont les intersections forment à chaque fois une arête qui passe par l'intérieur de la boucle. Des intersections qui passent par les extrémités d'arêtes sont supposées traitées (pas d'évolution sur cette partie).

T2 Boucles partiellement intersectées : qui contiennent une seule intersection se trouvant à l'intérieur des arêtes. Là aussi les intersections sur les extrémités de l'arête ne nous intéressent pas pour les mêmes raisons citées. Ce deuxième type de boules correspond

à une maille partiellement découpée ou à une faille qui s'arrête sur l'une des faces. Ces cas de figure doivent être traités pour le respect des failles pendantes et des failles à bord).

La décomposition des boucles est traitée d'une manière locale suivant les différents cas existants. On dispose de trois cas de figure pour un triangle et cinq pour un quadrilatère. Soit a et b deux éléments du tableau *intersections* de type $T1$ ou $T2$. Le type $T2$ est identifié en imposant $a = b$. On utilise des transformations locales sur les identifiants afin de pouvoir retrouver la décomposition de la boucle.

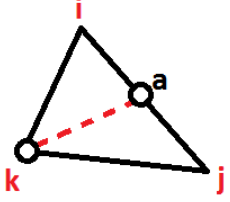
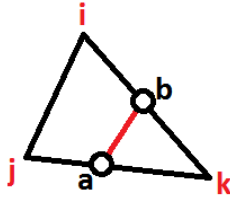
Pour un triangle, on calcul le reste de division de $i + 1$ par 3, qui donne le nœud qui succède à i :

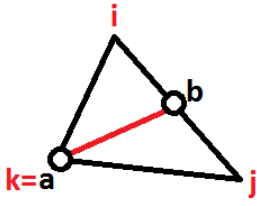
$$0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 2, 2 \rightarrow 0.$$

Pour un quadrilatère, on calcul le reste de division de $i + 2$ par 4, qui donne l'identifiant opposé à j c'est-à-dire :

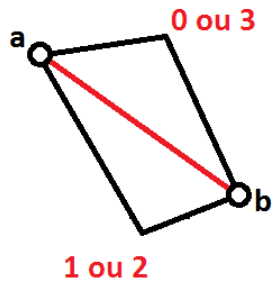
$$0 \rightarrow 2, 1 \rightarrow 3, 2 \rightarrow 0, 3 \rightarrow 1.$$

Algorithme : Découpage triangle

| Données: a, b si <i>a.taille</i> = 2 et <i>b.taille</i> = 2 alors | Illustration des cas |
|--|--|
| <pre> si <i>a</i> = <i>b</i> alors <i>k</i> ← élémentN'appartientPasA(<i>a</i>) ; // Nœud suivant sur le triangle <i>i</i> ← (<i>k</i>+1) mod 3 ; <i>j</i> ← 3 - <i>i</i> - <i>k</i> ; stockerLeTriangle(<i>a</i>, <i>k</i>, <i>i</i>) ; stockerLeTriangle(<i>k</i>, <i>a</i>, <i>j</i>) ; fin </pre> |  |
| <pre> sinon <i>k</i> ← -1 ; pour <i>i</i> dans <i>a</i> faire pour <i>j</i> dans <i>b</i> faire si <i>i</i> = <i>j</i> alors <i>k</i> ← <i>i</i> ; sortir de la boucle ; fin fin fin stockerLeTriangle(<i>k</i>, <i>a</i>, <i>b</i>) ; // Nœud suivant sur le triangle <i>i</i> ← (<i>k</i>+1) mod 3 ; <i>j</i> ← 3 - <i>i</i> - <i>k</i> ; // Pour éviter de créer un quadrilatère valide si <i>a</i>[0] = <i>i</i> ou <i>a</i>[1] = <i>i</i> alors stockerLeQuadrilatère(<i>b</i>, <i>a</i>, <i>i</i>, <i>j</i>) ; sinon stockerLeQuadrilatère(<i>b</i>, <i>a</i>, <i>j</i>, <i>i</i>) ; fin fin </pre> |  |

| | |
|--|---|
| <pre> sinon // On affecte le nœud d'intersection, à l'intérieur de // l'arête, seulement à b. si <i>a.taille</i> > <i>b.taille</i> alors intervertirLesValeurs(a, b); fin k ← a[0]; // Nœud suivant sur le triangle i ← (k+1) mod 3; j ← 3 - i - k; stockerLeTriangle(i, a, b); stockerLeTriangle(j, b, a); fin </pre> |  |
|--|---|

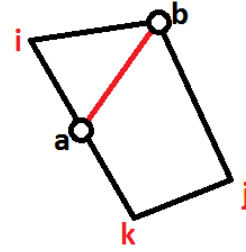
Algorithme : Découpage quadrilatère

| Données: a, b | Illustration des cas |
|---|---|
| <pre> si <i>a.taille</i> = 1 et <i>b.taille</i> = 1 alors // Cas d'une diagonale si <i>a[0]</i> = 0 ou <i>b[0]</i> = 0 alors // Première diagonale stockerLeTriangle(1, a, b); stockerLeTriangle(3, b, a); sinon // Deuxième diagonale stockerLeTriangle(0, a, b); stockerLeTriangle(2, b, a); fin </pre> |  |


```

sinon si  $\min(a.taille, b.taille) = 1$  alors
  // On affecte le nœud d'intersection, à l'intérieur de
  // l'arête, seulement à b.
  si  $a.taille > b.taille$  alors
    intervertirLesValeurs(a, b);
  fin
   $k \leftarrow \text{élémentN'appartientPasA}(a, b);$ 
  // Nœud opposé sur le quadrilatère
   $i \leftarrow (k+2) \bmod 4;$ 
  stockerLeTriangle(i, a, b);
   $j \leftarrow \text{élémentN'appartientPasA}(b, a);$ 
  stockerLeQuadrilatère(b, a, k, j);

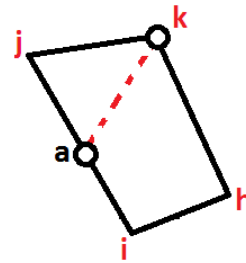
```



```

sinon
  //  $a.taille = 2$  et  $b.taille = 2$ 
  si  $a = b$  alors
     $k \leftarrow \text{élémentN'appartientPasA}(a);$ 
    // Nœud opposé sur le quadrilatère
     $i \leftarrow (k+2) \bmod 4;$ 
     $j \leftarrow \text{valeurNonAffectéeDe}(a);$ 
    stockerLeTriangle(k, a, j);
     $h \leftarrow (j+2) \bmod 4;$ 
    stockerLeQuadrilatère(a, k, h, i);

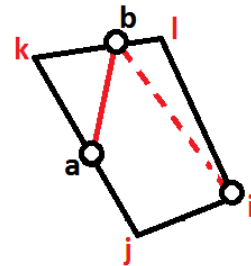
```

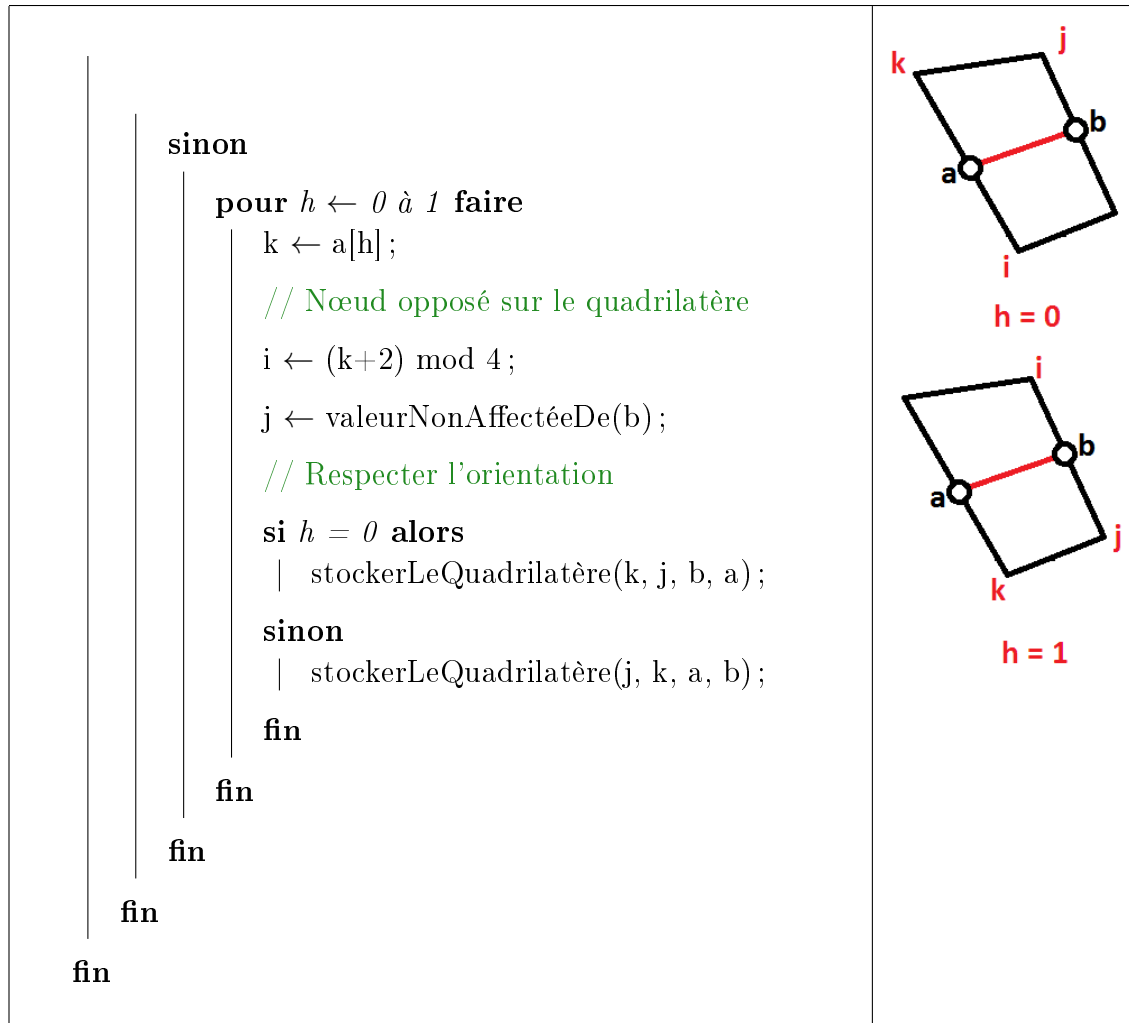


```

sinon
   $k \leftarrow \text{élémentN'appartientPasA}(a, b);$ 
  si  $k \geq 0$  alors
    stockerLeTriangle(k, a, b);
    // Nœud opposé sur le quadrilatère
     $i \leftarrow \text{cast}(4.0/3*k*k*k-6*k*k+17.0/3*k+2);$ 
     $j \leftarrow \text{valeurNonAffectéeDe}(a);$ 
    stockerLeQuadrilatère(a, j, i, b);
     $l \leftarrow \text{valeurNonAffectéeDe}(b);$ 
    stockerLeTriangle(b, i, l);

```





Après avoir traité le squelette boucle par boucle, on supprime les anciennes boucles intersectées. On assemble ensuite les boucles qui restent pour former la base d'étoilement. Le sommet d'étoilement est créé par la suite au centre des points d'intersection (approximativement sur la surface de découpage). On peut relier enfin les boucles au sommet : une boucle triangle forme un tétraèdre et une boucle quadrilatère forme une pyramide. Grâce à la triangulation qui se forme entre les intersections, on arrive à distinguer entre deux parties. Les détails sur l'extraction des parties se trouvent dans le paragraphe 3.2.3. Pour un traitement général, sans sélectivité, on procède de la même façon d'étoilement pour les mailles dont la surface passe par une facette. Par conséquent, on étoile et on supprime la partie dont le volume est nul par un test topologique : si le nombre d'intersections est égal au nombre de

nœuds total sur une partie, alors cette partie est supprimée.

3.2.3 Fusion de mailles

La technique d'étoilement, telle qu'on l'a décrite dans le paragraphe 3.2.2, permet de construire un maillage valide. De plus, on rajoute des nœuds seulement sur la surface faille. Par conséquent, on ne produit ni de nœud flottant ni de maille non hexaédrique à l'extérieur de la zone faillée. L'étoilement génère, pour un hexaèdre par exemple, entre 8 et 24 éléments. On arrive à garantir une majoration du nombre de mailles à créer (en l'occurrence 24 nouvelles cellules par découpage), la méthode est donc stable. Cependant, des cas de figure existent, comme dans la figure 3-4, où on n'est pas obligé d'étoiler sur au moins une des

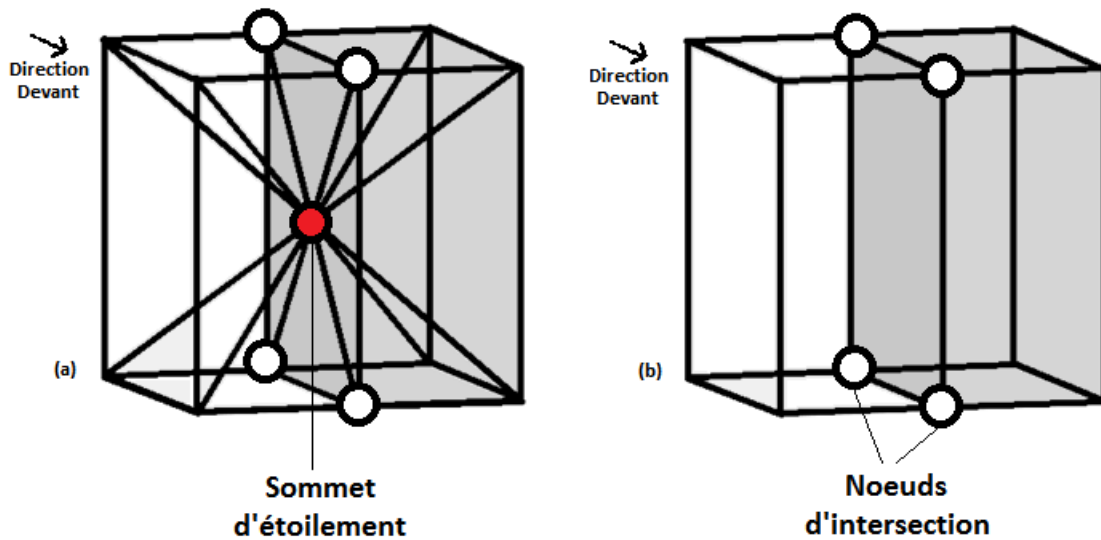


FIGURE 3-4: Fusion de parties après étoilement

parties. On implémente donc un post-traitement qui permet de fusionner les cellules en les transformant en une maille primitive : hexaèdre, prisme, pyramide et tétraèdre.

Le traitement de fusion fonctionne en extrayant les deux parties obtenues après l'étoilement. Ensuite, on identifie les caractérisations des mailles primitives imposées grâce au squelette de chaque partie.

Pour retrouver les parties on utilise un balayage par voisinage sur les boucles de la base.

On choisit une boucle initiale sur la base et on cherche les voisins. Si les nœuds communs entre l'élément et le voisin sont des nœuds d'intersections, alors on ne rajoute pas le voisin. On procède ainsi pour toutes les boucles trouvées, sans dédoubler le traitement, jusqu'à traiter tous les voisins. On stocke cette première partie et on déduit l'autre qu'on stocke aussi.

Après avoir détecté les parties, on passe à l'identification des mailles primitives. Les éléments traités sont supposés homéomorphes à la sphère de \mathbb{R}^3 (caractéristique d'Euler-Poincaré $\chi(S^3) = 2$). Pour pouvoir tester ces éléments, chaque maille primitive (hexaèdre, prisme, pyramide et tétraèdre) dispose de caractéristiques à identifier. L'élément, comme on l'a déjà précisé, est sous forme de squelette (ensemble d'arêtes). Dans ce qui suit, on explique comment on identifie, éventuellement, un élément primitif à partir du squelette de l'élément à traiter :

– **Fusion d'un tétraèdre :**

Il faut vérifier tout d'abord que le nombre d'arêtes soit égal à quatre. Ensuite, on peut exécuter un test en vérifiant si les nœuds sont reliés deux par deux. Si c'est le cas, alors l'élément est clairement un tétraèdre. Or, ce traitement n'est pas nécessaire dans notre cas, on sait que l'élément traité est homéomorphe à la sphère S^3 . On vérifie seulement que le nombre d'arêtes est égal à quatre ;

– **Fusion d'un pyramide :**

On teste si le nombre d'arêtes est égal à huit. Ensuite, on cherche un unique nœud (le sommet) qui est relié à tous les autres points. Si c'est le cas on vérifie si les quatre autres points qui restent forment un quadrilatère non dégénéré. Dans ce cas, on construit une pyramide ;

– **Fusion d'un prisme :**

Le nombre d'arêtes doit être égal à neuf. On cherche ensuite deux triangles disjoints : s'il existe deux ensembles de trois points dont les éléments se connectent tous deux par deux, on cherche les piliers du prisme en vérifiant que les deux triangles sont reliés par trois arêtes disjointes. On obtient ainsi notre prisme ;

– **Fusion d'un hexaèdre :**

Il faut vérifier si le nombre d'arêtes est égal à douze. Ensuite on cherche un quadrilatère : On prend un nœud quelconque, un nœud connecté à lui et un autre connecté au deuxième. Pour trouver le quatrième nœud, on cherche un nœud connecté au nœud choisi au départ et au troisième nœud qui n'est pas égal au deuxième. Pour trouver un hexaèdre, on parcourt les nœuds du quadrilatère déjà créé et on cherche les nœuds opposés par le principe illustré dans la figure 3-5 :

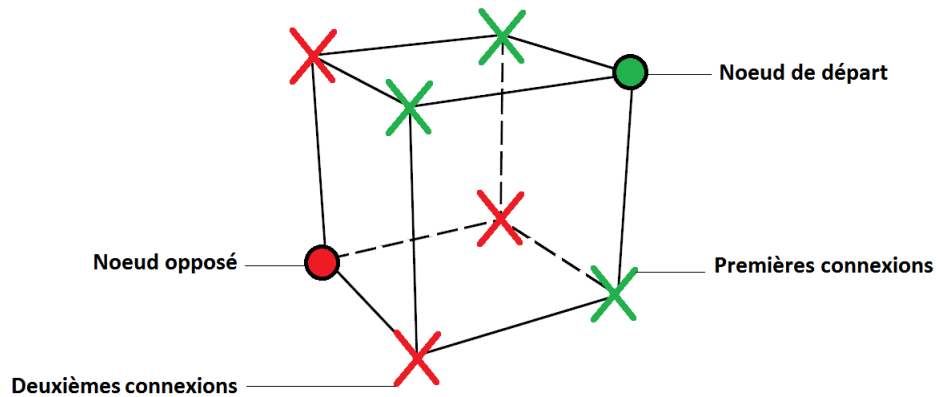


FIGURE 3-5: Trouver le nœud opposé

On cherche tous les nœuds connectés au nœud du quadrilatère choisi et on réitère une deuxième fois en cherchant les nœuds connectés aux nœuds trouvés. Celui qui reste est le nœud opposé, si ce n'est pas le cas alors l'élément traité n'est pas un hexaèdre.

Algorithme : Fusion d'un tétraèdre

Données: arêtes

```
cas où arêtes.taille = 6
| i ← 0;
| pour e ← 0 à 5 faire
| | nœud0 ← arêtes[e][0];
| | nœud1 ← arêtes[e][1];
| | si cell.neContientPas(nœud0) alors
| | | cell[i] ← nœud0;
| | | i = i + 1;
| | fin
| | si cell.neContientPas(nœud1) alors
| | | cell[i] ← nœud1;
| | | i = i + 1;
| | fin
| fin
retourner vrai;
fin
```

Algorithme : Fusion d'une pyramide

Données: arêtes

```
cas où arêtes.taille = 8
| initialiserVecteur(cell, -1); // remplit cell avec -1
| cell[0] ← nœudCommunarêtes;
| pour i ← 1 à 4 faire
| | cell[i] ← nœudConnectéA(cell[i - 1]);
| fin
| si cell.contient(-1) alors
| | retourner faux; // L'élément n'est pas un pyramide
| fin
| retourner vrai;
fin
```

Données: arêtes

```

cas où arêtes.taille = 9
  pour e0 ← 0 à 8 faire
    pour e1 ← 0 à 8 faire
      si e0 = e1 ou arêtes[e0].estConnecté(arêtes[e1]) alors
        | continuer ;
      fin
      pour e2 ← 0 à 8 faire
        si sontConnectésDeuxADeux(e0, e1, e2) alors
          | triangle.construire(e0, e1, e2) ;
          | aller à break ;
        fin
      fin
    fin
  fin
  break : i ← 0 ;
  pour e0 ← 0 à 2 faire
    pour e1 ← 0 à 8 faire
      si estUnPilier(arêtes[e1][0], arêtes[e1][1]) alors
        | cell[i] ← arêtes[e1][0] ;
        | cell[i+3] ← arêtes[e1][1] ;
        | i = i + 1 ;
      fin
    fin
  fin
  si cell.contient(-1) alors
    | retourner faux ; // L'élément n'est pas un prisme
  fin
  retourner vrai ;
fin

```

Données: arêtes

```

cas où arêtes.taille = 12
| cell[0] ← arêtes[0][0]; cell[1] ← nœudConnectéA(cell[0]);
| cell[2] ← nœudConnectéA(cell[1]); cell[3] ← -1;
| pour e ← 0 à 11 faire
| | nœud0 ← arêtes[e][0]; nœud1 ← arêtes[e][1];
| | si nœud0.estConnectéA(cell[0]) et
| | nœud0.estConnectéA(cell[1]) et
| | nœud0.n'estPasConnectéA(cell[2]) alors
| | | cell[3] ← nœud0;
| | | sortir de boucle;
| | fin
| | si nœud1.estConnectéA(cell[0]) et
| | nœud1.estConnectéA(cell[1]) et
| | nœud1.n'estPasConnectéA(cell[2]) alors
| | | cell[3] ← nœud1;
| | | sortir de boucle;
| | fin
| fin
| si cell[3] = -1 alors
| | retourner faux; // L'élément n'est pas un hexaèdre
| fin
| pour i ← 0 à 3 faire
| | j ← i + 2;
| | si i < 2 alors
| | | j ← i + 6;
| | fin
| | cell[j] ← nœudOpposeDansL'Hexa(cell[i], arêtes);
| fin
| si cell.contient(-1) alors
| | retourner faux; // L'élément n'est pas un hexaèdre
| fin
| retourner vrai;
fin

```


En fusionnant quelques mailles on réduit le nombre de mailles non-hexaédriques et on réduit aussi le nombre de nœuds ajoutés pour l'étoilement. On peut se retrouver dans quelques cas où on peut fusionner seulement une seule partie. Par exemple pour un hexaèdre découpé

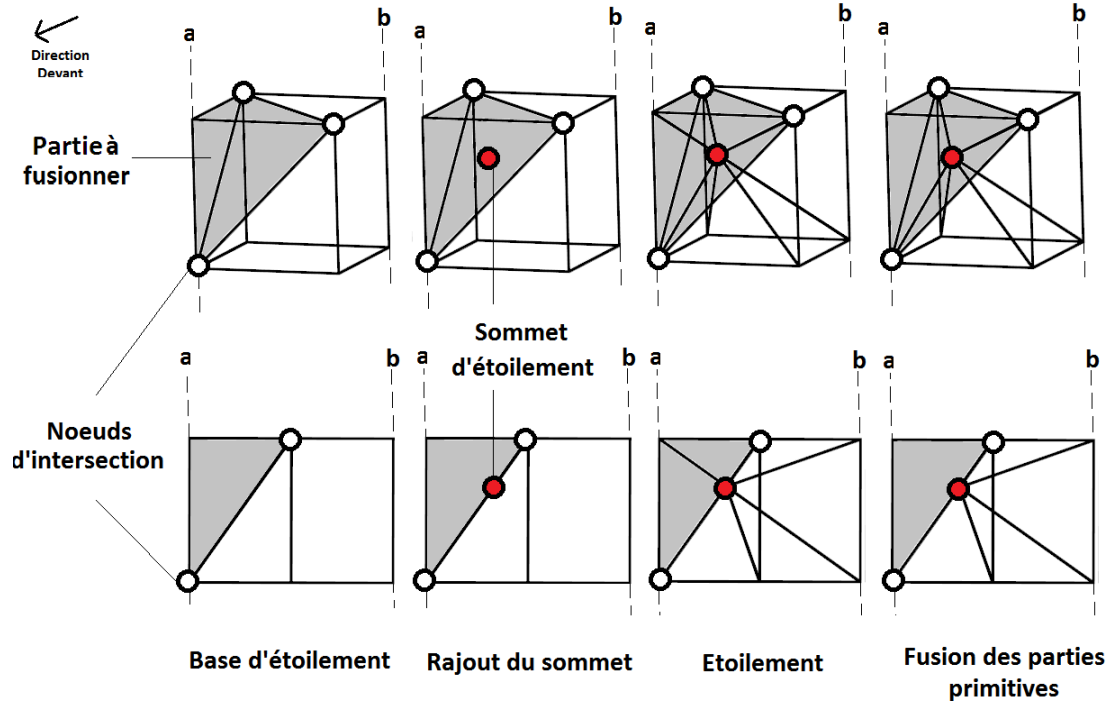


FIGURE 3-6: Etoilement et fusion d'une partie en tétraèdre

entièrement par un plan qui comprend trois arêtes seulement, on décompose la cellule en un tétraèdre et une partie non fusionnée.

3.2.4 Dissociation des mailles à travers les failles

L'objet de cette section est d'introduire le principe de dissociation des mailles suite à la phase d'étoilement expliquée précédemment. La dissociation des mailles est nécessaire pour permettre l'obtention du maillage final dans l'espace déplié qu'on peut reporter en 3D.

Après avoir étoilé les mailles intersectées et fusionnées, la dissociation sera faite maille par maille suivant une direction globale afin d'éviter les entrelacements. Cette direction s'obtient à partir de l'orientation³ des triangles sur les surfaces failles (la surface faille est supposée être orientée).

La dissociation consiste donc à sélectionner les nœuds d'intersections des cellules. Soient c' le centre des nœuds intersectés de la cellule à dissocier et c celui des nœuds non-intersectés. Supposons v le vecteur d'origine c et d'extrémité c' . On compare ensuite la direction du vecteur v avec celui de la normale du triangle $T_i = p_0p_1p_2$ "le plus proche". La distance minimisée entre le triangle et les intersections est la suivante :

$$d(T_i, (q_j)_{j=1\dots m}) = \left\| \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i - \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m q_j \right\|_2,$$

où $(q_j)_{j=1\dots m}$ sont m nœuds d'intersection et $n = 3$. La comparaison entre le vecteur v et la normale se fait par le *cosinus* de l'angle entre eux. On a donc une valeur positive si les deux vecteurs sont dans la même direction et vice versa. Si la valeur est positive alors on garde pour les nœuds intersectés de la maille traitée les mêmes identifiants. Dans le cas contraire, on crée de nouveaux identifiants pour dissocier.

3.3 Report en 3D

Cette section représente la dernière étape essentielle de notre méthodologie globale. Elle consiste à porter le maillage obtenu après dissociation de l'espace déplié vers l'espace géologique 3D. Pour ce faire, on classe les nœuds du maillage déplié. Une classe notée nœuds-horizon dont les nœuds se trouvent sur les horizons et une autre notée nœuds-faille dont les nœuds appartiennent aux failles. On propose de faire le report en 3D classe par classe.

3. Une surface triangulée orientée contient des triangles dont les normales ressortent soit par la partie supérieure ou inférieure de celle-ci.

3.3.1 Report des nœuds-horizon

On utilise, pour les nœuds-horizon, un report similaire à celui de la MGC. On prend une surface 2D notée ts_u , à reporter en 3D, et une surface de référence 2D ts_u^{ref} dont le bord est confondu avec celui de ts_u . Pour chaque nœud indexé i de ts_u , on associe un triangle T_i de ts_u^{ref} et ses coordonnées $(\alpha_i, \beta_i, \gamma_i)$ dans ce triangle. Ces coordonnées barycentriques doivent être toutes positives pour que le nœud i soit à l'intérieur de T_i . On doit disposer par ailleurs d'une surface 3D ts^{ref} dont la triangulation correspond à celle de ts_u^{ref} . Pour chaque triangle $T_i = a_i b_i c_i$, on retrouve les nœuds reportés grâce à la formule suivante $v_i = \alpha_i a_i + \beta_i b_i + \gamma_i c_i$. Dans notre cas ts^{ref} correspond à l'horizon donné au départ et ts_u^{ref} est son dépliage. Le maillage ts_u représente une surface triangulée du même horizon avec une triangulation différente. Cette surface est extraite à partir de l'espace déplié pour un $t = n.l$ (voir le paragraphe 3.1.1 pour la description de t dans l'espace déplié).

Un traitement particulier s'impose pour les n nœuds qu'on note $v_{i|faille}$ et qui se trouvent sur les traces de failles. En effet, le recollement des traces de failles fait confondre ce type de nœud qu'on duplique lors de la dissociation. L'objectif est d'associer chaque nœud $v_{i|faille}$ à un triangle T_i de ts_u^{ref} . Pour cela, on fait reculer $v_{i|faille}$ par rapport à la trace de failles. Cela se fait grâce à une pondération calculée sur ses nœuds voisins sur rapport à un triangle de ts_u . En notant p et q ses voisins sur un même triangle, on trouve le nœud déplacé $v'_{i|faille}$ grâce à la formule suivante :

$$v'_{i|faille} = (1 - 2\lambda)v_{i|faille} + \lambda p + \lambda q,$$

Avec $0 < \lambda < 0.5$. Grâce à ce calcul, $v'_{i|faille}$ se retrouve à l'intérieur. On arrive donc à retrouver le coté et calculer les coordonnées barycentriques de ts_u^{ref} . On arrive ainsi à trouver un triangle pour pouvoir reporter dessus en passant par les coordonnées barycentriques.

3.3.2 Report des nœuds-faille

On distingue les nœuds-horizon et les nœuds-faille par l'indice temporel t tel que pour un nœud-faille $t \in]n.l, (n+1).l[$ (voir les paragraphes 3.1.1 et 3.3.1). Une faille dispose de deux

côtés correspondant au déplacement des blocs de roche. Les identifiants des nœuds failles doivent être calculés après la dissociation pour éviter de reporter seulement sur un côté de faille.

On traite différemment deux types de nœuds-faille :

- **Les sommets d'étoilement** : On stocke, pour chaque sommet d'étoilement, les nœuds d'intersection qui lui correspondent dans la cellule découpée. Et on les reporte en 3D en les considérant comme centre de gravité g_i des intersections stockées. Le point g_i est approximativement sur la surface faille, on la suppose donc comme une limite de la discontinuité.
- **Les intersections arêtes/faille** : Ce type de nœuds est construit à partir d'un découpage passant par l'intérieur des arêtes. Ce cas de figure est fréquent dans le cas des failles penchées. On le reporte grâce aux coordonnées barycentriques sur la surface faille créée pour le découpage et les deux surfaces qui lui correspondent en 3D.

Une fois le report 3D terminé, on obtient un maillage déstructuré dans l'espace géologique. L'aspect dynamique, au moment du report, est traité en utilisant l'espace déplié. Pour obtenir le maillage à un instant t , on utilise la correspondance des mailles entre l'espace 3D et l'espace déplié (le maillage est le même mais avec une géométrie différente). Ensuite, on dépose couche par couche suivant chaque instant t .

3.4 Résultats et statistiques

Dans un premier temps, le résultat est stocké afin d'être seulement visualisé à chaque instant de dépôt. Les fichiers stockages sont d'extension "vtk". Le moteur d'exportation correspondant est inclus dans une librairie "Open Source" appelée VTK ou "Visualization ToolKit". Initialement implémentée sous C++ par le groupe General Electric, la bibliothèque VTK existe à présent sous Java.

La principale nouveauté avec une telle méthode est le traitement des failles en X (voir le paragraphe [1.3.3](#) pour la définition d'une faille en X), ou plus généralement, les failles qui se

croisent. Le résultat d'un cas académique est illustré dans la figure 3-7.

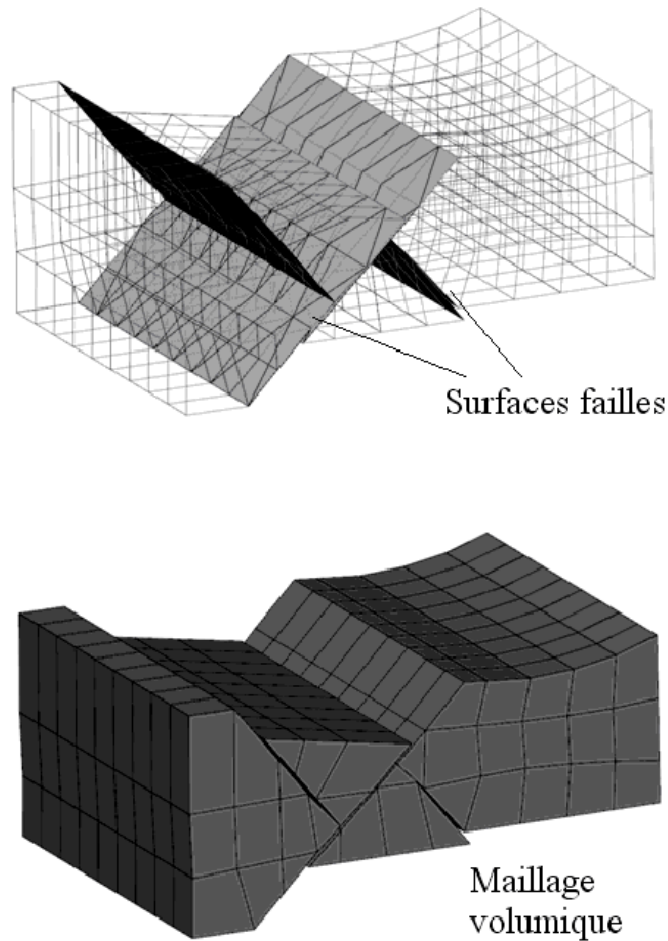


FIGURE 3-7: Traitement d'une faille en X

A partir de la figure 3-8, on remarque d'ores et déjà qu'il n'est plus nécessaire de rajouter des diagonales, contrairement à la MGC qui procède ainsi afin d'éviter la création de nœuds flottants (voir le paragraphe 2.3.2). Grâce à ce résultat, on constate que la solution proposée contient plus d'éléments hexahédriques. Ce qui signifie qu'il est encore "plus" hexa-dominant.

Le graphe dans la figure 3-9, qui correspond à la figure 3-8, confirme cette déduction. On ne rajoute donc de maille non hexaédrique que si c'est nécessaire. D'autre part, le cas est assez simple et est utilisé à cause des limitations par rapport à la MGC. L'avantage se fait ressentir pour des maillages plus complexes.

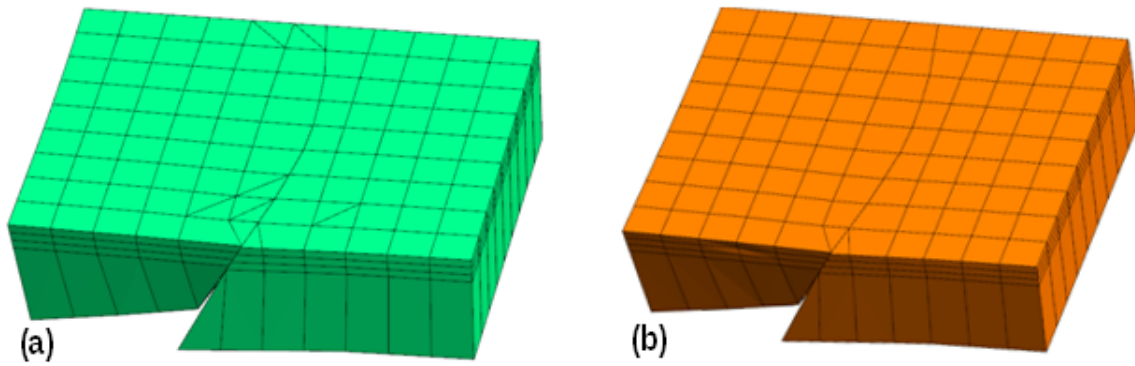


FIGURE 3-8: Comparaison du résultat de la MGC (a) avec celui du nouveau traitement (b)

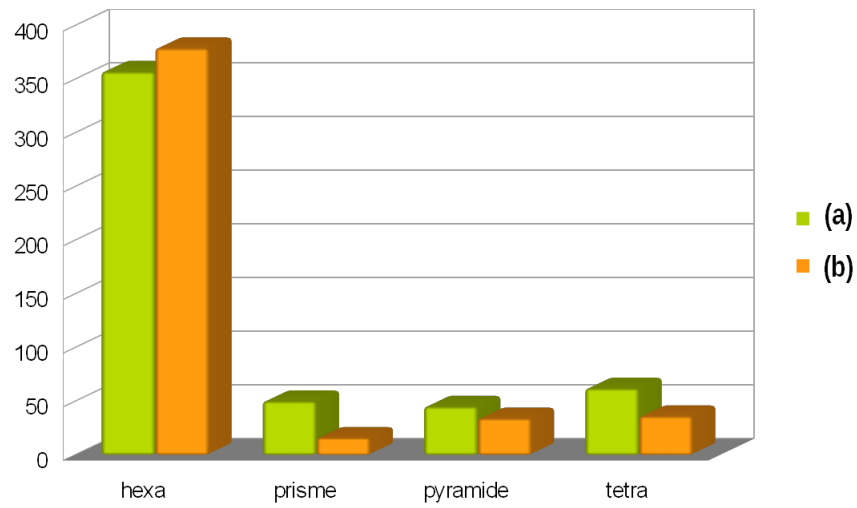


FIGURE 3-9: Comparaison statistique entre (a) et (b) de la figure 3-8

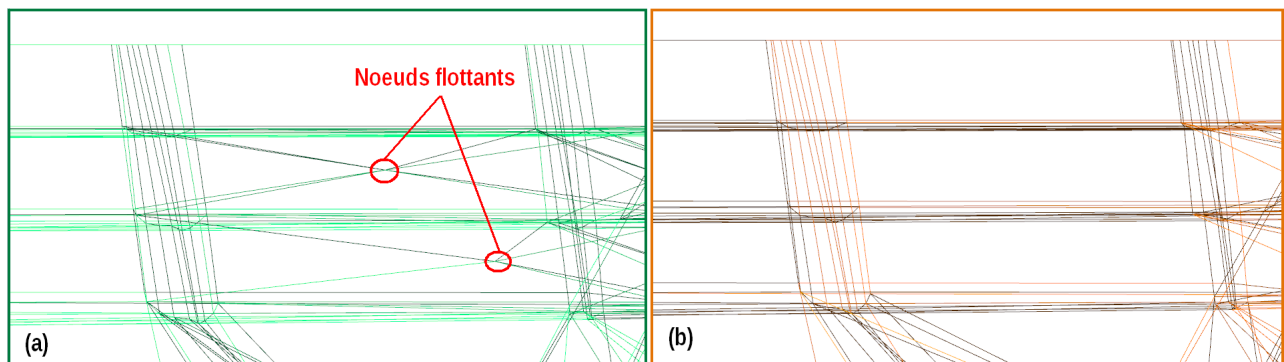


FIGURE 3-10: Comparaison des nœuds flottants entre (a) et (b)

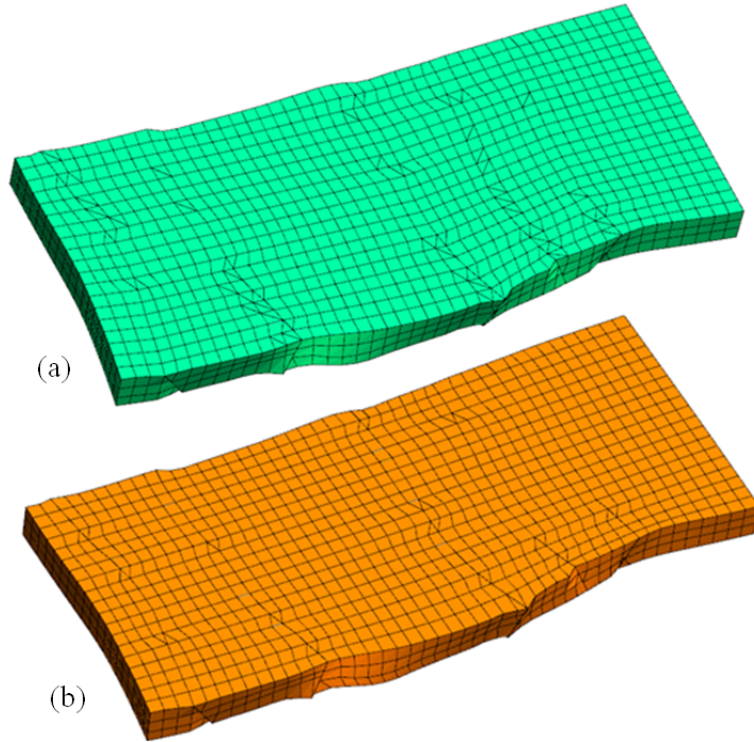


FIGURE 3-11: Comparaison avec un bassin à cinq failles
 (a) Résultat de la MGC. (b) Résultat du nouveau traitement

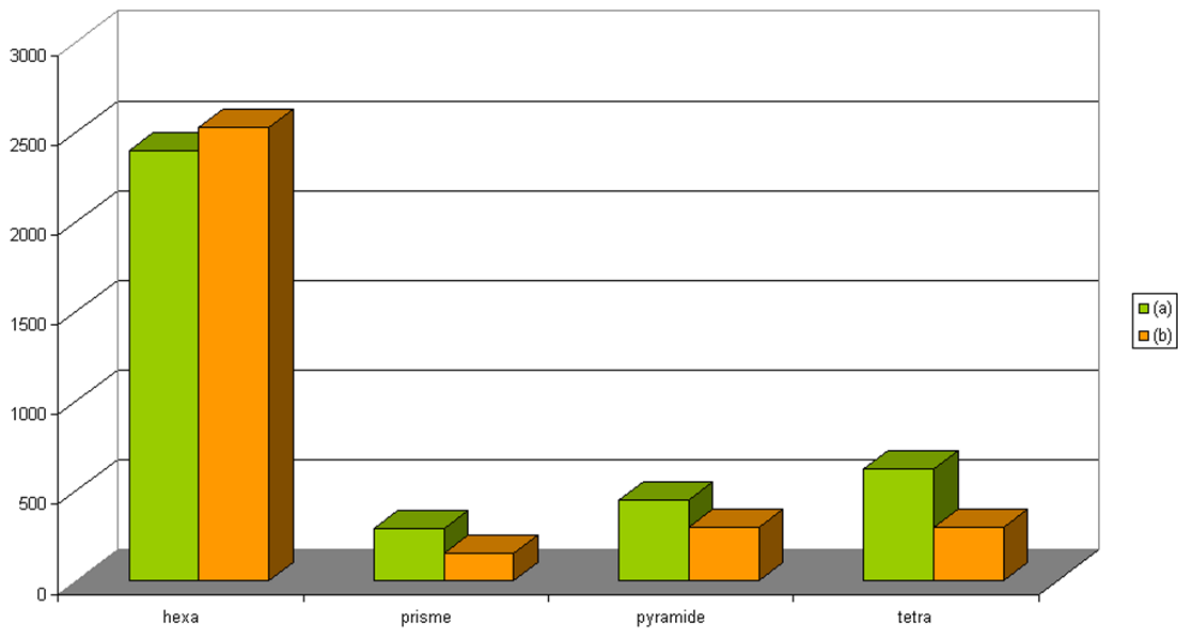


FIGURE 3-12: Comparaison statistique entre (a) et (b) de la figure 3-11

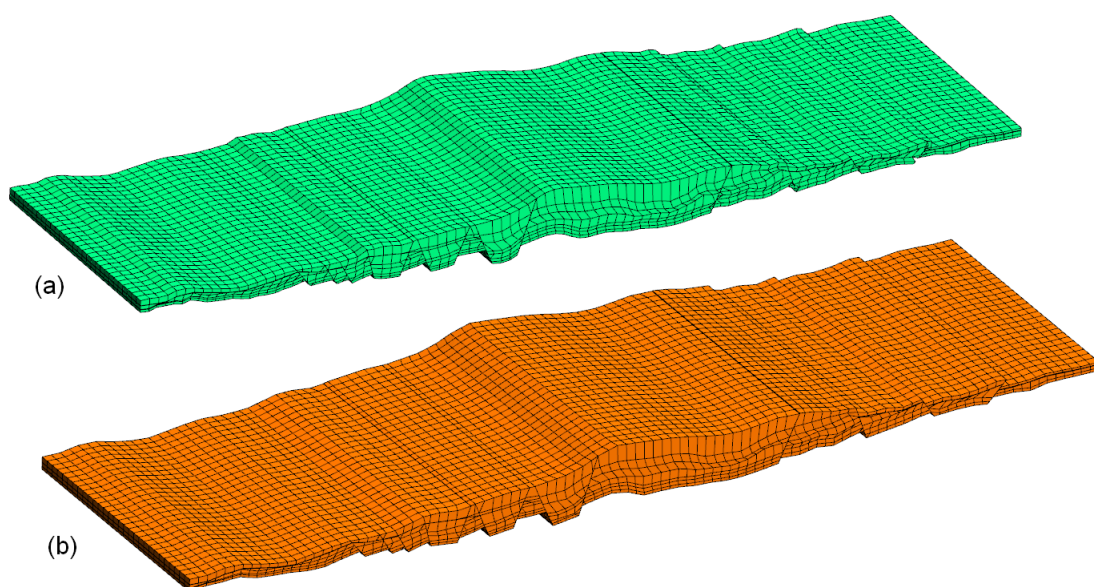


FIGURE 3-13: Cas d'un résultat presque similaire
 (a) Résultat de la MGC. (b) Résultat du nouveau traitement

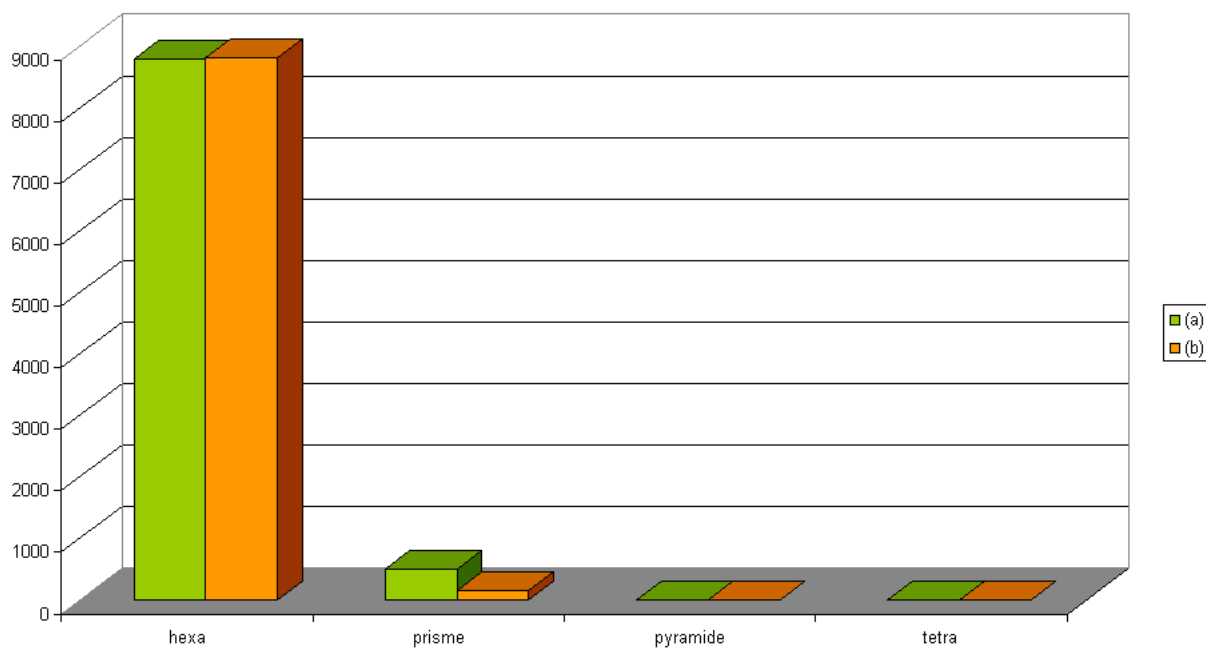


FIGURE 3-14: Comparaison statistique entre (a) et (b) de la figure 3-13

Chapitre 4

Génération du maillage évolutif

Le maillage qu'on construit grâce à la technique décrite dans le chapitre 3 s'obtient seulement aux instants des dépôts de sédiments. Cependant une simulation doit passer par un maillage évolutif à pas suffisamment petit pour la stabilité et la consistance du calcul. Comme on l'a mentionné dans le paragraphe [2.2.2](#), la simulation du dépôt est dictée par une transformation linéaire. On explique dans ce chapitre comment évoluent les nœuds, suivant une trajectoire définie par la transformation linéaire, afin d'aboutir à une simulation de dépôt "continue". On donne ensuite des résultats de cette transformation et on termine par une validation en simulant avec Arcane quelques scénarios de formation d'hydrocarbures.

4.1 Détermination des trajectoires des nœuds

4.1.1 Mécanisme et spécificités du maillage évolutif

La simulation du dépôt de sédiments dans Temis (voir le paragraphe [1.2.2](#)) ne prend en compte que des compactions verticales. Ces compactions sont dues à la sédimentation, qui par la gravitation, procure une force verticale. Pour la nouvelle génération de simulateurs, on souhaite introduire les compressions latérales, les extensions, les décrochements...etc. La prise en compte de ces éléments permettra d'aboutir à une simulation de formation des hydrocarbures plus précise. Les nœuds ne doivent donc pas toujours suivre une trajectoire

verticale.

Le mécanisme de déformation d'un bassin impose une déformation importante des nœuds. Ce qui pourrait signifier que les éléments hexaédriques peuvent être distordus. Le mécanisme des bassins nous permet d'éviter ce cas de figure. En effet car le milieu est quasi-incompressible : quand un bassin se déforme, les failles changent d'angles d'une manière négligeable. Cette particularité renforce l'hypothèse du choix des maillages hexa-dominants ; un changement brusque d'angle nécessitera un remaillage et impliquera un transfert de propriétés.

Dans la simulation du dépôt, la trajectoire des nœuds est décrite par une transformation linéaire qu'on retrouve dans le paragraphe 2.2.2 et qu'on rappelle ici :

$$\overrightarrow{v_nv} = \alpha \overrightarrow{v_nv_{n+1}} \quad (4.1)$$

Cette transformation prend une position de début v_n et une autre de fin v_{n+1} de chaque nœud. Dans le cas simple d'une grille, on peut facilement retrouver ces trajectoires en imposant comme caractéristiques les piliers dans cette grille. Or le maillage obtenu est hexa-dominant ; on ne peut pas toujours retrouver de telles caractéristiques.

4.1.2 Trajectoires des nœuds dans le maillage évolutif

Dans ce paragraphe, on explique comment sont retrouvées les caractéristiques à partir du maillage hexa-dominant obtenu.

La trajectoire des caractéristiques est déterminée par une transformation linéaire ; il suffit de trouver le point de départ et celui de l'arrivée de chaque nœud. Cette attribution de trajectoires se fait entre les couches déposées indépendamment les unes des autres. Pour pouvoir identifier les couches, on utilise le maillage dans l'espace déplié en considérant $t = (n + 1).l$ (voir le paragraphe 3.1.1) l'instant du dépôt complet de la couche n . Cela revient à dire que l'attribution de trajectoires se fait seulement pour la dernière couche déposée. Ceci dit une mise à jour de la position des nœuds sur les couches déjà déposées est nécessaire pour prendre en considération le mécanisme de déformation du bassin.

Pour une couche donnée à l'instant t , on commence par retrouver des caractéristiques dans la zone non faillée caractérisée par des hexaèdres (pour la définition d'une zone faillée voir plus haut le paragraphe 2.3.1). On procède ensuite par voisinage : si un nœud appartenant à l'horizon supérieur de la couche ne possède pas encore d'attribution de trajectoire, on prend la même position de début d'un nœuds voisin, s'il existe. On procède ainsi de suite jusqu'à trouver les trajectoires de tous les nœuds.

Cependant ce traitement remet en cause l'utilisation des sommets d'étoilement (voir plus haut le paragraphe 3.2.2 pour la définition). Comme on peut le constater dans le cas de figure illustré sur la figure 4-1, il se peut que le sommet d'étoilement ait une trajectoire se trouvant à l'extérieur de l'enveloppe formée par ses nœuds voisins. Ce qui crée des dégénérescences ou a fortiori des volumes inversés. Ces nœuds sont donc mis à part du traitement d'attribution de trajectoire pour un traitement ultérieur.

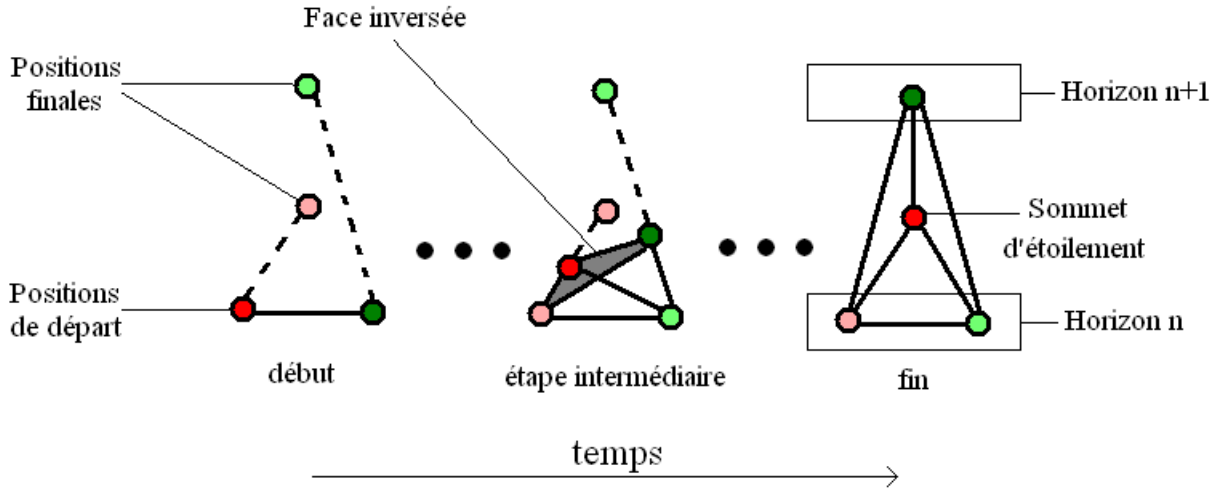


FIGURE 4-1: Evolution d'un sommet d'étoilement sans traitement particulier
(Exemple d'une mauvaise attribution de trajectoire)

Afin d'éviter des éléments dégénérés, on essaie de garantir que les sommets d'étoilement restent sur le centre de gravité de leurs nœuds voisins durant l'évolution du dépôt. Pour se faire le départ d'un sommet d'étoilement est imposé sur le centre des positions initiales

de ses nœuds voisins. Ceci revient à prendre dans un premier temps les nœuds voisins du sommet d'étoilement sur l'horizon n au temps $t = n * l$ et les nœuds attribués aux voisins du sommet d'étoilement sur l'horizon $n + 1$. Le centre est calculé à partir de tous ces nœuds, ce qui permet de trouver une trajectoire pour le sommet d'étoilement.

En résumé, un sommet d'étoilement a_i commence par le centre de ces voisins $(v_{i,j})_{j \in N(a)}$, où $N(.)$ donne le nombre de voisins d'un nœud, et termine sur le centre a_{i+1} . Pour voir que le centre a reste au barycentre des nœuds $(v_j)_{j \in N(a)}$ pendant l'évolution entre i et $i + 1$, il suffit d'utiliser (4.1) :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{a_i a} &= \alpha \overrightarrow{a_i a_{i+1}} \Rightarrow a = \alpha a_{i+1} + (1 - \alpha) a_i \\ \Rightarrow a &= \frac{\alpha}{N(a)} \sum_{j=1}^{N(a)} v_{i+1,j} + \frac{1 - \alpha}{N(a)} \sum_{j=1}^{N(a)} v_{i,j} \\ \Rightarrow a &= \frac{1}{N(a)} \sum_{j=1}^{N(a)} v_j. \end{aligned}$$

Ceci garantit que les sommets d'étoilement ne créent pas de mailles dégénérées durant l'évolution.

4.2 Résultats de maillages évolutifs de bassins

On présente ici quelques modèles obtenus grâce au nouvel algorithme qui nous donne une idée sur le résultat de l'évolution des mailles. On note que la méthode est applicable sur des modèles statiques comme on pourra le constater dans l'annexe. La validation par des maillages réservoir est intéressante car on dispose en pratique de plus de modèles de réservoirs que ceux de bassins.

On suppose pour les modèles de bassins dynamiques que les failles existent depuis le début de la simulation de dépôt. Cette hypothèse de simplification est imposée par la simulation mécanique du bassin et pour la simulation numérique. Le traitement de l'apparition des failles pourrait être envisagé dans le cas où on ne procède pas par fusion partielle (voir le

paragraphe 3.2.3). En effet, pour que le maillage reste conforme tout au long de l'évolution, il devra l'être aussi entre les failles.

Dans les figures 4-3 et 4-2, on considère environ 10% du nombre de "frames" obtenues dans la simulation. Par ailleurs les mailles non-hexaédriques proches des failles courbent la géométrie durant l'évolution. Ceci ne constitue pas vraiment un problème pour la simulation de la formation des hydrocarbures, car la reconstruction de l'évolution du dépôt est toujours très approximative.

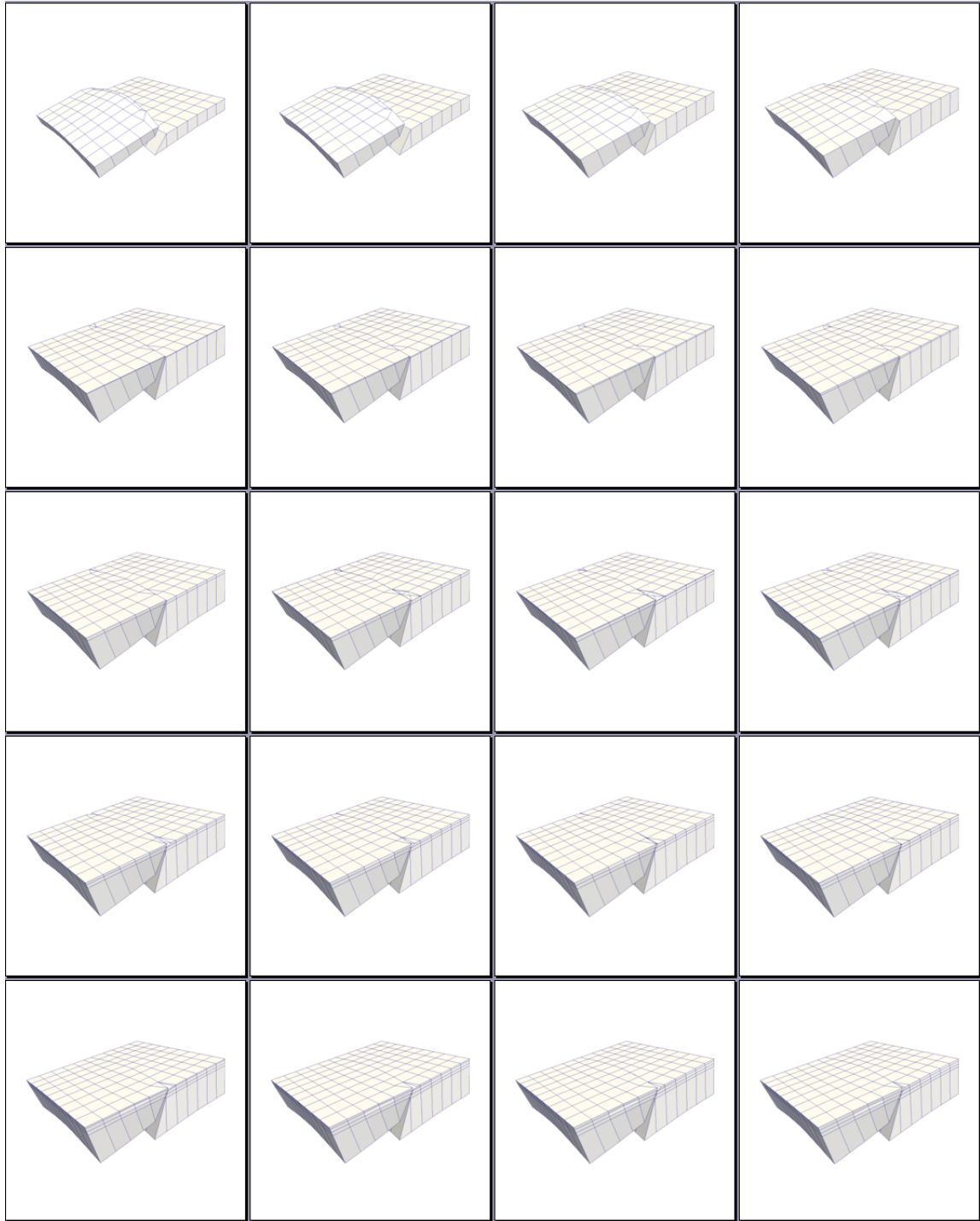


FIGURE 4-2: Exemple d'un bassin dynamique à une faille

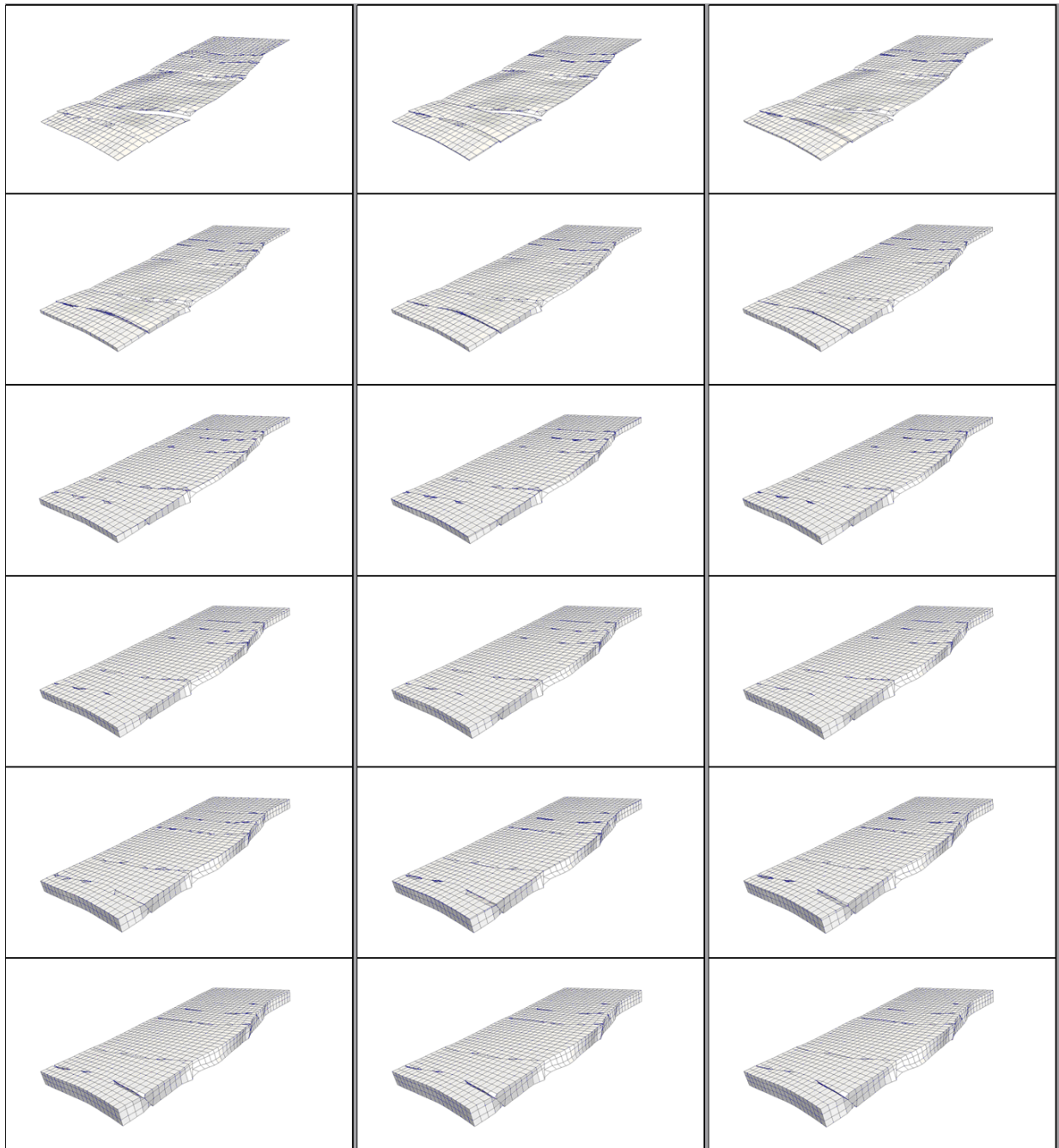


FIGURE 4-3: Exemple d'un bassin dynamique à cinq failles

Chapitre 5

Traitement des plis et amélioration de la qualité des grilles 2D

Dans le chapitre 3, on a présenté une méthodologie globale permettant de générer un maillage hexa-dominant dans l'espace géologique 3D. Il convient de rappeler que ce traitement comprend plusieurs étapes parmi lesquelles on trouve l'étape de la construction des grilles de Coons (voir le paragraphe [2.3.2](#)). Une difficulté essentielle, liée à cette construction, peut être constatée sur des grilles ayant un bord trop déformé. Dans ce cas, ces grilles peuvent présenter des éléments non-valides. Cela ne permet pas par la suite de passer à l'étape du calage. Pour surmonter cette difficulté, on propose dans ce chapitre une méthode dite "Laplacian Smoothing" ou lissage par le Laplacien. Cette méthode utilise l'équation la de chaleur stationnaire pour trouver des morphismes. Elle permet de simuler généralement des déformations pour par exemple des animations 2D [[YW08](#)] ou 3D [[OKCA06](#)]. Dans le domaine médical la méthode permet de faire du lissage de surfaces pour la suppression de bruits [[JV99](#)]. L'intérêt d'utiliser cette méthode dans notre travail est surtout la suppression de plis. Cette méthode peut être considérée aussi comme une technique d'optimisation de la qualité du maillage. Elle a l'avantage d'agir sur tous les éléments de la grille à la différence de l'optimisation utilisée dans la MGC qui agit seulement sur les éléments au voisinage des traces de failles.

5.1 Notion de "Laplacian Smoothing"

5.1.1 Equation de la chaleur stationnaire et application aux maillages

Soit un ouvert connexe et borné $\Omega \in \mathbb{R}^n$. Résoudre l'équation de la chaleur stationnaire consiste à :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Trouver une fonction } u \in L^2(\Omega) \text{ telle que :} \\ -\Delta u = f \\ u = g \text{ sur } \partial\Omega \end{array} \right. , \quad (5.1)$$

où f est une fonction de $L^2(\Omega)$ appelée terme source. Cette fonction sert à modéliser la source de chaleur dans le domaine Ω . La fonction g est définie dans $L^2(\partial\Omega)$ remplit la condition au bord pour l'EDP. L'existence d'une solution est prouvée par le principe de Dirichlet et l'unicité est garantie par le principe du maximum. La solution u minimise l'énergie de Dirichlet définie par :

$$E[v] = \int_{\Omega} \left(\frac{1}{2} |\nabla v|^2 - v f \right). \quad (5.2)$$

Un "Laplacian Smoothing" est une translation d'un ensemble de points dont le champ de déplacement est égal à u . Ce champ de déplacement u est la solution de (5.1) avec un terme source $f \equiv 0$. C'est-à-dire que le système à résoudre est une équation de Laplace vérifiant :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta u = 0 \\ u = g \text{ sur } \partial\Omega \end{array} \right. . \quad (5.3)$$

Cela signifie que l'on cherche une fonction harmonique u vérifiant une valeur imposée sur le bord.

Plus précisément, dans le cas continu, un "Laplacian Smoothing" revient à résoudre le problème suivant : On dispose d'une variété ν de dimension n (dans un espace de dimension n), dont le bord est noté $\partial\nu$, et d'une duplication déformée du bord $\partial\nu$ qu'on note $\partial\nu'$ (dimension $n-1$). On cherche à transformer la variété ν en une variété ν' qui épouse le bord $\partial\nu'$. L'équation (5.3) est appliquée avec u définie comme le champ de déplacement entre ν et ν' , ce qui revient à dire $\nu' = \nu + u$. Dans ce cas le champ de déplacement est imposé sur le bord avec $g = \partial\nu' - \partial\nu$.

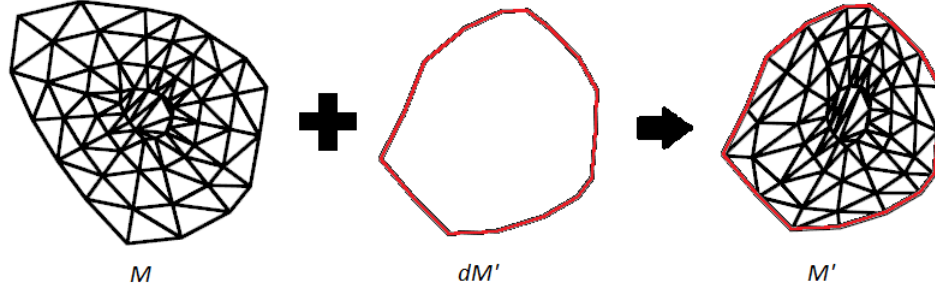


FIGURE 5-1: Transformation par "Laplacian Smoothing", illustration

D'un point de vu discret, on utilise le même procédé pour les maillages. On prend un maillage de départ M et un bord $\partial M'$. Par un "Laplacian Smoothing" discret, on déforme M en un maillage M' afin d'épouser le bord $\partial M'$. La figure 5-1 illustre la transformation par "Laplacian Smoothing" appliquée aux maillages.

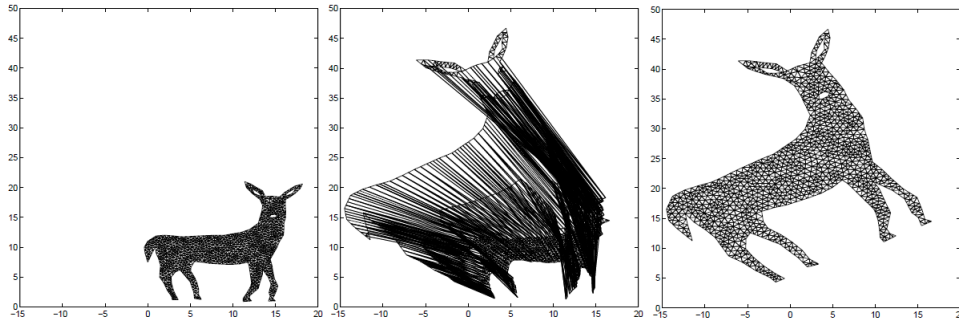


FIGURE 5-2: Transformation par "Laplacian Smoothing", résultat numérique [SMS03]

5.1.2 Suppression de plis avec le "Laplacian Smoothing"

Rappelons que la transformation par "Laplacian Smoothing", pour $\Omega \subset \mathbb{C}$, s'écrit sous la forme suivante :

$$z' = z + u(z), \quad z \in \Omega$$

où u est la solution harmonique. On peut facilement vérifier que la composition d'une transformation avec une fonction harmonique reste une fonction harmonique.

Il existe des cas particuliers de transformations harmoniques : les transformations holomorphes et les transformations antiholomorphes. Rappelons qu'une fonction holomorphe

$f = u + iv$ vérifie la condition de Cauchy-Riemann :

$$\frac{\partial f}{\partial \bar{z}} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial f}{\partial x} + i \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial v}{\partial x} \end{cases} \quad (5.4)$$

Autrement dit, une fonction holomorphe ne combine que des puissances de z . Une fonction anti-holomorphe vérifie aussi d'autres conditions :

$$\frac{\partial f}{\partial z} = 0 \Leftrightarrow \frac{\partial f}{\partial x} - i \frac{\partial f}{\partial y} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{\partial v}{\partial y} \\ \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \end{cases} \quad (5.5)$$

Depuis la factorisation du Laplacien :

$$\Delta \cdot = \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) = \left(\frac{\partial}{\partial x} + i \frac{\partial}{\partial y} \right) \left(\frac{\partial}{\partial x} - i \frac{\partial}{\partial y} \right).$$

On déduit que les transformations holomorphes ou antiholomorphes sont harmoniques.

Dans [Knu61], on trouve une propriété sur les fonctions holomorphes et antiholomorphes qui stipule que "Pour qu'une transformation continûment différentiable à jacobien $\neq 0$ dans un ouvert connexe D du plan conserve les angles, il faut et il suffit qu'elle soit holomorphe ou antiholomorphe. Dans le premier cas, elle conserve l'orientation des angles ; dans le second cas, elle change d'orientation."

Les transformations holomorphes ou anti-holomorphes appartiennent donc à la famille des transformations conformes¹. Dans le cas d'une transformation holomorphe on obtient des similitudes directes (pas de changement d'orientation). Les fonctions antiholomorphes changent l'orientation des angles et sont obtenues lorsqu'on impose des bord inversés. On précise que l'inversion du bord n'est pas toléré dans notre traitement. En règle générale on ne tolère pas de bord donné sous forme de : point (jacobien = 0), chemin inversé, chemin contenant plusieurs boucles et chemin totalement ou partiellement aplati. Les seuls chemins tolérés sont donc les cycles correctement orientés.

Il faut à présent garantir que les éléments ne s'inversent pas. La méthodologie présentée dans [SMS03] est similaire à la notre. On prouve, dans le cas discret, qu'une transformation par "Laplacian Smoothing" n'inverse aucun angle, même en présence de trous.

1. Une application conforme (à ne pas confondre avec la notion de maillage conforme) est une bijection qui conserve localement les angles.

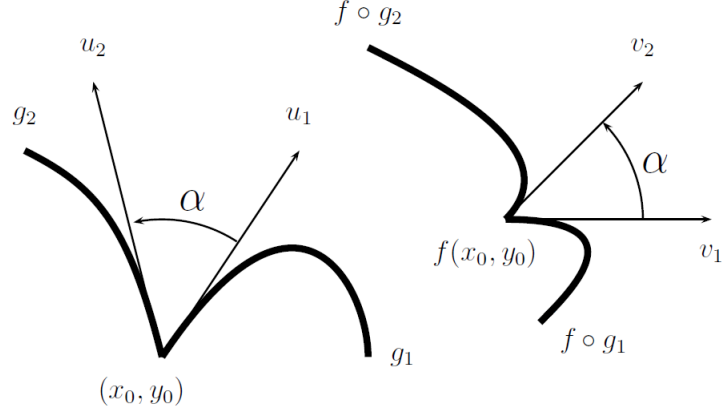


FIGURE 5-3: Principe de conservation local des angles (transformation holomorphe) [Rol09]

Pour traiter un cas discret, on prend un maillage initial à éléments valides sur lequel on applique le "Laplacian smoothing" discret en imposant une condition au bord. Les angles autour des nœuds conservent la même direction pour un calcul assez précis. Dans ce qui suit, on propose une discrétisation du problème de transformation par "Laplacian Smoothing" et des variantes pour augmenter la précision dans des cas extrêmes.

5.2 Discrétisation et algorithme

5.2.1 Discrétisation de la transformation "Laplacian Smoothing"

On note ici que la discrétisation se fait sur une triangulation. Comme on dispose, dans notre cas, d'une grille, il suffit de la convertir en triangles en décomposant chaque quadrilatère par l'une de ses diagonales.

Rappelons qu'une fonction est harmonique si et seulement si sa partie réelle et sa partie imaginaire sont harmoniques. Pour cette raison on traite chaque partie u_1 et u_2 du champ de déplacement $u = u_1 + iu_2$ de la même façon. On suppose donc que la solution u de (5.3) est réelle sans restreindre la généralité.

La discrétisation du Laplacien utilisée ici est celle proposée dans [Duf59]. L'avantage de cette discrétisation s'inscrit dans son interprétation liée explicitement au maillage. Plus

précisément, on arrive à retrouver une interprétation qui relie les coefficients de l'opérateur discret, qu'on note ici L , aux triangles du maillage. Ceci a l'avantage de nous permettre d'affecter seulement les coefficients non-nuls durant l'assemblage de la matrice L .

Afin d'effectuer la discrétisation, on utilise l'énergie telle qu'elle est décrite dans la formule (5.2). Le terme source ici est nul puisqu'on cherche une fonction harmonique, ce qui nous donne :

$$J(u) = \min_{v \in L^2(\Omega)} \left(\iint_{\Omega} \frac{1}{2} \nabla v^t \nabla v dx dy \right). \quad (5.6)$$

Autrement dit on minimise $\bar{E}(v) = \|\nabla v\|_{L^2(\Omega)}$. Soit $\gamma = \partial\Omega$ et γ' son image qui est donnée, le problème continu qu'on résout est donc :

$$\begin{cases} J(u) = \min \bar{E}(v) = \min_{v \in L^2(\Omega)} \left(\|\nabla v\|_{L^2(\Omega)}^2 \right) & \text{dans } \Omega \\ u = \gamma' - \gamma & \text{dans } \partial\Omega \end{cases} \quad (5.7)$$

Dans un premier temps, on se restreint à un triangle $T = abc$ où on considère une solution linéaire $U|_T$, la solution globale et discrète U est linéaire par morceau. On oublie pour le moment l'effet des triangles voisins. De ce fait, le problème (5.7) se ramène à :

$$\begin{aligned} \bar{E}(U|_T) &= \iint_T \nabla U^t \nabla U dx dy \\ &\simeq s_T \nabla U|_T^t \nabla U|_T = s_T \|\nabla U|_T\|^2, \end{aligned} \quad (5.8)$$

où s_T est l'air du triangle T . Soit à présent un point $p \in T$, on peut trouver une formule affine du nœud p en fonction de ces coordonnées barycentriques dans T :

$$\exists \alpha, \beta, \gamma \in [0, 1] \quad \text{tels que} \quad p = \alpha a + \beta b + \gamma c \quad (5.9)$$

Par linéarité on trouve :

$$U(p) = \alpha u_a + \beta u_b + \gamma u_c, \quad (5.10)$$

où $u_q = U|_T(q)$ pour $q \in \mathbb{R}^2$. Les coordonnées barycentriques peuvent être écrites de la manière suivante :

$$\alpha = \frac{\|\vec{pb} \wedge \vec{pc}\|}{\|\vec{ab} \wedge \vec{ac}\|}, \quad \beta = \frac{\|\vec{pc} \wedge \vec{pa}\|}{\|\vec{bc} \wedge \vec{ba}\|}, \quad \gamma = \frac{\|\vec{pa} \wedge \vec{pb}\|}{\|\vec{ca} \wedge \vec{cb}\|}. \quad (5.11)$$

Il est trivial que les dénominateurs dans (5.11) sont tous égaux à $2s_T$. Pour trouver $\nabla \mathbf{U}$ on cherche les gradients des coordonnées barycentriques par rapport à $p = (x, y)$. On les calcule en fonction des coordonnées de $a = (x_a, y_a)$, $b = (x_b, y_b)$ et $c = (x_c, y_c)$. Ainsi, on peut vérifier que :

$$\nabla \alpha = \frac{1}{2s_T} \begin{pmatrix} y_b - y_c \\ x_c - x_b \end{pmatrix}, \nabla \beta = \frac{1}{2s_T} \begin{pmatrix} y_c - y_a \\ x_a - x_c \end{pmatrix}, \quad (5.12)$$

$$\nabla \gamma = \frac{1}{2s_T} \begin{pmatrix} y_a - y_b \\ x_b - x_a \end{pmatrix}. \quad (5.13)$$

La linéarité de $\mathbf{U}_{|T}$ avec (5.12) et (5.13) permet d'obtenir :

$$\nabla \mathbf{U}_{|T} = \frac{1}{2s_T} \begin{pmatrix} (y_b - y_c)u_a + (y_c - y_a)u_b + (y_a - y_b)u_c \\ (x_c - x_b)u_a + (x_a - x_c)u_b + (x_b - x_a)u_c \end{pmatrix}, \quad (5.14)$$

On remplace maintenant $\nabla \mathbf{U}_{|T}$ dans (5.8), on obtient :

$$\begin{aligned} \overline{E}(\mathbf{U}_{|T}) &= \frac{1}{4s_T} (((y_b - y_c)u_a + (y_c - y_a)u_b + (y_a - y_b)u_c)^2 \\ &\quad + ((x_c - x_b)u_a + (x_a - x_c)u_b + (x_b - x_a)u_c)^2), \end{aligned} \quad (5.15)$$

On peut déduire à partir de (5.15) que $\overline{E}(\mathbf{U}_{|T})$ est une forme quadratique. Autrement dit, il existe une double suite $(a_{ij})_{i,j \in \{1,2,3\}}$ tel que (5.15) se réécrit de la manière suivante :

$$\overline{E}(\mathbf{U}_{|T}) = \sum_i \sum_j a_{ij} u_i u_j, \quad (5.16)$$

où $u_1 = u_a$, $u_2 = u_b$ et $u_3 = u_c$.

Toutefois $\overline{E}(\mathbf{U}_{|T})$ dispose d'une autre particularité. En effet, on trouve dans [Duf59] que si Q est une forme quadratique telle que :

- (a). Q est semi-définie positive ;
- (b). Et si pour tout X défini vérifiant $x_i = x_j$, $\forall i, j$ on a $Q(X) = 0$,

alors :

$$\exists (g_{ij})_{ij} \text{ telle que } Q(X) = \sum_j \sum_{i < j} g_{ij} (x_i - x_j)^2. \quad (5.17)$$

Les conditions (a) et (b) peuvent être retrouvées à partir de (5.15). Il reste à calculer les coefficients g_a , g_b et g_c associés aux nœuds a , b et c . Pour ce faire, on commence par réécrire $\overline{E}(\mathbf{U}_{|T})$ sous la forme suivante :

$$\overline{E}(\mathbf{U}_{|T}) = g_a(u_b - u_c)^2 + g_b(u_c - u_a)^2 + g_c(u_a - u_b)^2. \quad (5.18)$$

Afin de retrouver g_a , g_b et g_c , on commence par dériver respectivement les deux formules (5.15) et (5.18). Cela nous donne :

$$\begin{aligned} \frac{\partial E}{\partial u_a} &= \frac{(y_b - y_c)}{2s_T} ((y_b - y_c)u_a + (y_c - y_a)u_b + (y_a - y_b)u_c) \\ &+ \frac{(x_c - x_b)}{2s_T} ((x_c - x_b)u_a + (x_a - x_c)u_b + (x_b - x_a)u_c), \end{aligned} \quad (5.19)$$

$$\frac{\partial E}{\partial u_a} = -2g_b(u_c - u_a) + 2g_c(u_a - u_b). \quad (5.20)$$

En posant $u_a = u_b = 0$ et en comparant les équations résultantes, on trouve :

$$g_b = \frac{1}{4s_T} ((y_c - y_b)(y_a - y_b) + (x_c - x_b)(x_a - x_b)). \quad (5.21)$$

On en déduit :

$$g_b = \frac{\vec{cb} \cdot \vec{ab}}{2\|\vec{cb} \wedge \vec{ab}\|}. \quad (5.22)$$

Par une démarche similaire en posant, respectivement, $u_c = u_b = 0$ et $u_a = u_c = 0$, on trouve :

$$g_a = \frac{\vec{ba} \cdot \vec{ca}}{2\|\vec{ba} \wedge \vec{ca}\|}, \quad (5.23)$$

$$g_c = \frac{\vec{ac} \cdot \vec{bc}}{2\|\vec{ac} \wedge \vec{bc}\|}. \quad (5.24)$$

On se place à présent dans le cas d'un maillage triangulé non-manifold. On cherche à déterminer les coefficients $(w_{ij})_{i,j \in 1..N}$ (où N est le nombre de nœuds) qui combinent les coefficients locaux g_{ij} (sur les triangles). En d'autres termes w_{ij} est la pondération de $(U_j - U_i)^2$ qui combine plusieurs triangles.

On introduit par la suite la notion de semi-arête qui correspond à une arête munie d'une orientation. La notation $i \rightarrow j$ signifie que i est connecté à j suivant l'orientation locale du

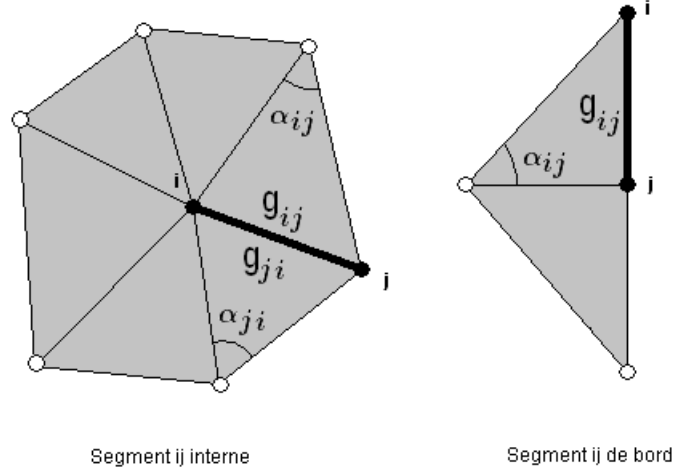


FIGURE 5-4: Illustration des coefficients g_{ij} dans une triangulation

triangle. Une arête intérieure correspond à $i \rightarrow j$ et $j \rightarrow i$. Sinon si $i \rightarrow j$ alors ij est une arête de bord.

Soit le coefficient g_{ij} défini de la manière suivante :

$$g_{ij} = \frac{\overrightarrow{p_i p_k} \cdot \overrightarrow{p_j p_k}}{2 \|\overrightarrow{p_i p_k} \wedge \overrightarrow{p_j p_k}\|},$$

il représente le coefficient local calculé dans un triangle $p_i p_j p_k$. On combine à présent les semi-arêtes afin de trouver l'expression finale des poids w_{ij} :

$$\begin{cases} w_{ij} = g_{ij} + g_{ji} & \text{si } i \rightarrow j \text{ et } j \rightarrow i \\ w_{ij} = g_{ij} & \text{si } i \rightarrow j \\ w_{ij} = 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad (5.25)$$

L'énergie de Dirichlet globale et discrète s'écrit enfin de la manière suivante :

$$\overline{E}(\mathbf{U}) = \sum_{j \rightarrow i} w_{ij} (\mathbf{U}_j - \mathbf{U}_i)^2. \quad (5.26)$$

On doit minimiser $D(\mathbf{U})$ pour obtenir la solution finale, ce qui revient à dériver (5.26) et résoudre l'équation :

$$\sum_{j \rightarrow i} w_{ij} (\mathbf{U}_j - \mathbf{U}_i) = 0, \quad (5.27)$$

ce système peut être résolu par la formule itérative de diffusion suivante :

$$U_i^{n+1} = \frac{\sum_{j \rightarrow i} w_{ij} U_j^n}{\sum_{j \rightarrow i} w_{ij}}. \quad (5.28)$$

Le test d'arrêt se traduit par $\|U^{n+1} - U^n\|_2$ assez petit.

5.2.2 Assemblage de la matrice L

L'assemblage de la matrice rigide et creuse L consiste à placer les coefficients w_{ij} . On propose un algorithme d'assembler qui ne fait intervenir que les termes non nuls. Une boucle **pour** est appliquée une seule fois sur les facettes pour trouver les coefficients. On prend un nœud a d'un triangle $T = abc$ et on cherche les coefficients g_b et g_c . On combine avec les autres coefficients lorsqu'on balaye les triangles voisins.

```

L ← initialiserToutA(0);
pour  $f \leftarrow 0$  à  $tSurf.nombreDeFaces()$  - 1 faire
|   pour  $iLoc \leftarrow 0$  à 2 faire
|   |   Globale[iLoc] ← numérotationGlobaleDe(iLoc, f);
|   |   Alpha[iLoc] ← angleAuNœud(iLoc, f);
|   fin
|   pour  $iLoc \leftarrow 0$  à 2 faire
|   |    $jLoc \leftarrow (iLoc + 1) \bmod 3$ ;
|   |    $kLoc \leftarrow 3 - iLoc - jLoc$ ;
|   |    $I \leftarrow \max(\text{globale}(iLoc), \text{globale}(jLoc))$ ;
|   |    $J \leftarrow \min(\text{globale}(iLoc), \text{globale}(jLoc))$ ;
|   |    $L(I, J) \leftarrow L(I, J) + 0.5 / \tan(\alpha(kLoc))$ ;
|   fin
fin

```

La matrice L est stockée sous forme de bande. La formule $(iLoc + 1) \bmod 3$ nous permet de retrouver l'identifiant local du nœud qui succède $iLoc$ (voir la description de la formule dans le paragraphe 3.2.2). Ensuite la résolution du système est appliquée.

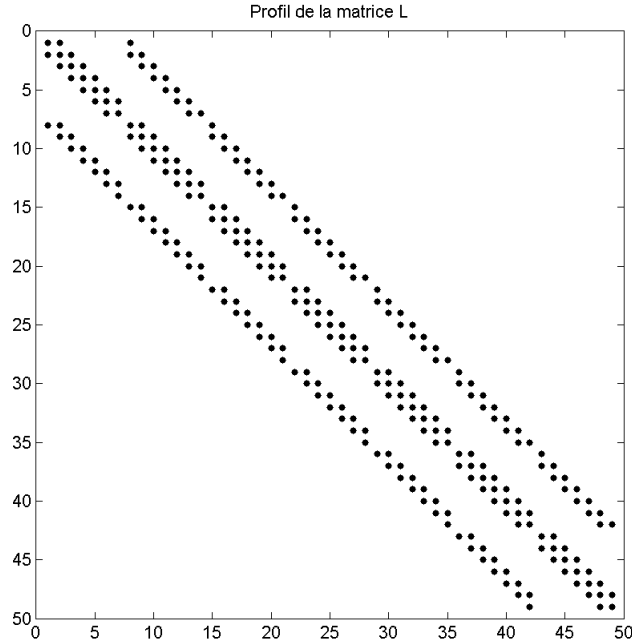


FIGURE 5-5: Profil de la matrice L

5.2.3 Résultats et amélioration des grilles de Coons

On présente dans cette section les résultats de déformation appliquée sur une grille par le "Laplacian Smoothing". Il convient de préciser que la grille a été convertie en triangulation. Dans la figure 5-6 on peut constater la suppression des plis.

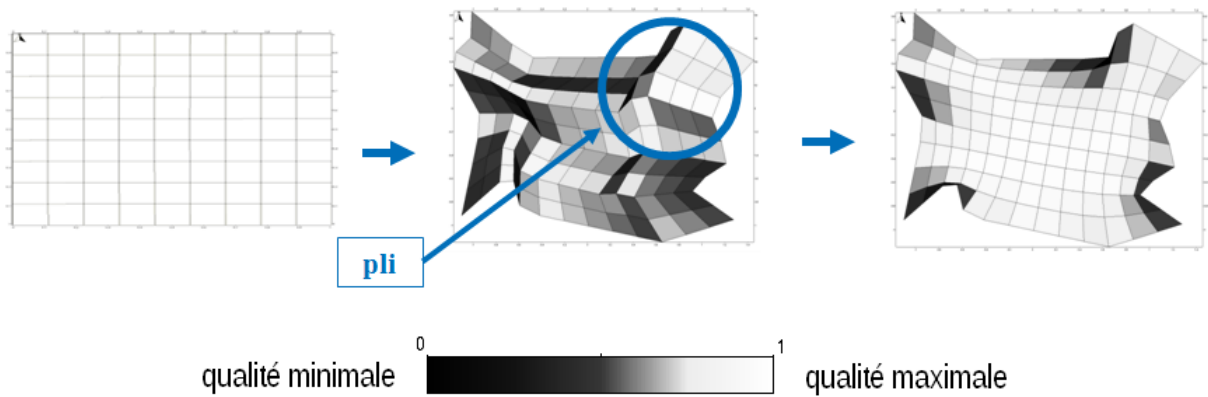


FIGURE 5-6: Suppression de plis sur une grille

Par ailleurs, sur la figure 5-6, chaque quadrilatère est donné avec une mesure de la qualité : Plus le quadrilatère est clair plus il est de bonne qualité. Cette mesure de qualité est calculée

à partir d'une comparaison entre : le plus petit angle dans le quadrilatère $\min \alpha_i$ et la valeur $\frac{\pi}{2}$. Notons par q la quantité qui mesure la qualité. Elle est donnée par :

$$q = \left| \min_{i=1\dots 4} (\cos(\alpha_i)) \right|.$$

On peut remarquer sur la figure 5-7 qu'au-delà de la suppression des plis, la méthode permet une bonne amélioration de la qualité des quadrilatères. Il faut noter qu'une qualité maximale de maillage de départ choisie assure un résultat optimal. Dans notre cas on prend une grille régulière afin d'obtenir un résultat de régularité optimale. On arrive ainsi à contrôler la qualité des triangles choisis au départ en minimisant le gradient du champ de déformation $\|\nabla v\|_{L^2(\Omega)}$. Par la suite, la grille de départ sera appelée grille de référence.

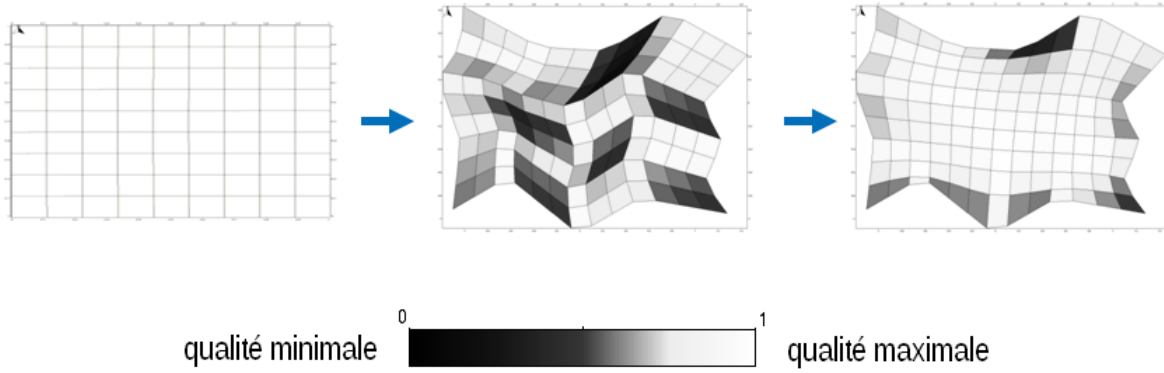


FIGURE 5-7: Effet d'amélioration d'éléments sur une grille

L'optimisation de la qualité citée auparavant peut s'appliquer sur des grilles de Coons contenant un sous-ensemble de noeuds dont les positions sont prédéterminées. Cet ensemble de noeuds représente, dans notre cas, les traces de failles. La transformation par "Laplacian Smoothing" peut donc remplacer l'ancienne méthode d'amélioration des quadrilatères proposée dans la MGC (voir paragraphe 2.3.2). Elle aura l'avantage de faire contribuer toutes les mailles à l'amélioration de la qualité.

Afin d'aboutir à une telle optimisation, on applique le "Laplacian Smoothing" dans un deuxième temps après la phase de calage. Le principe est ensuite le même que celui utilisé pour les grilles avant le calage. Il suffit d'appliquer le "Laplacian Smoothing" non seulement au bord mais aussi sur les traces de failles.

5.2.4 Limites du "Laplacian Smoothing" 2D

On a vu que le "Laplacian Smoothing" permet théoriquement de résoudre le problème des plis. La méthode discrète reste néanmoins limitée par l'erreur numérique. Toutefois on arrive à distinguer deux principales raisons induisant parfois des solutions non-valides :

- **Variations brutales du bord** : Ce type de problème apparaît lors d'une déformation extrême. Si on prend un domaine quelconque et un bord de la solution trop déformé, un biais d'erreur (perte de précision) risque de se manifester sur le Laplacien discret. On retrouve cette erreur numérique dans le résultat sous forme de pli (voir la figure 5-8);

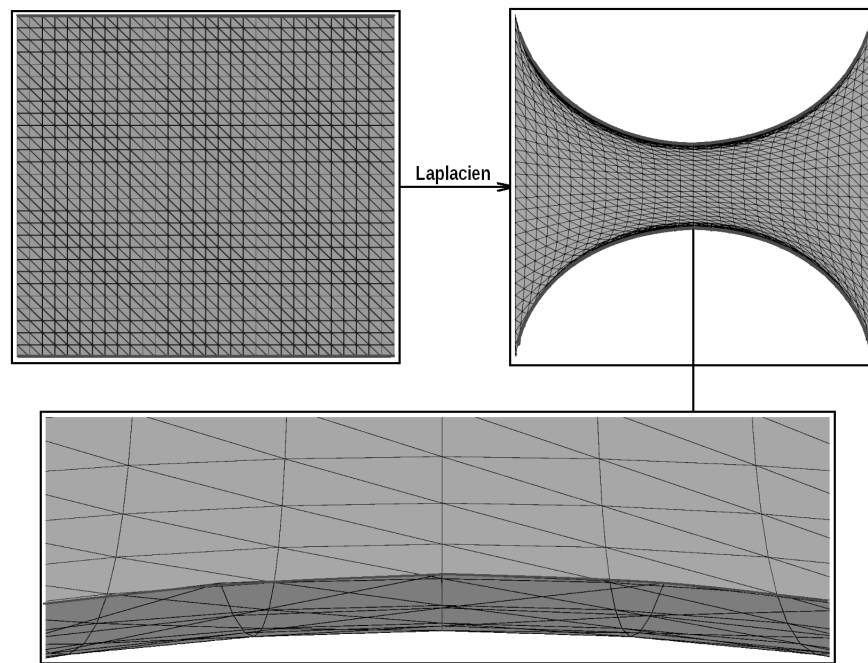


FIGURE 5-8: Apparition d'un pli après application d'un Laplacien discret

- **Bord imposé** : La déformation par "Laplacian Smoothing" telle qu'on la décrit dans le paragraphe 2.2.3 suppose que les positions des nœuds sur le bord soient imposées. Or la qualité du maillage souhaitée dépend de ces positions. *L'idéal serait de trouver une interpolation du bord de façon à ce que ses nœuds contribuent à l'amélioration de la qualité des éléments.*

Pour surmonter ces deux difficultés, on propose des variantes du "Laplacian Smoothing" qu'on présente dans la section suivante.

5.3 Variantes du "Laplacian Smoothing"

5.3.1 Première variante : procédé dichotomique de déformation

Le principe du procédé dichotomique Afin d'augmenter la précision et de réduire l'effet de variation brutale du bord, on utilise un procédé dichotomique. Pour cela, *on commence par un test de présence des plis sur une surface triangulée en analysant les normales de ses triangles. Si la triangulation contient des plis, on divise par deux le champ de déplacement du bord afin de diminuer les variations. On ré-itére l'algorithme du "Laplacian Smoothing" entre le maillage initial et le nouveau bord obtenu jusqu'à trouver un maillage intermédiaire valide. On enchaîne ensuite pour avancer de la même façon en ré-utilisant le "Laplacian Smoothing" sur le dernier maillage intermédiaire et le bord qui correspond au dernier maillage obtenu contenant des plis. On continue ainsi de suite jusqu'à épouser le bord final.*

Résultats de la première variante On constate sur la figure 5-10 que les plis ne sont plus présents. Même dans le cas où on pousse plus loin la déformation (voir la figure 5-11).

Construction de la grille de référence Comme on travaille avec des objets à échelle géologique, il serait plus convenable de disposer d'une grille de référence proche du bord imposé pour un minimum de déformation. Par exemple, on transforme une grille de référence qui se trouve dans un carré unité, appelée grille unité, en utilisant un bord d'une taille importante. De plus, ce choix évitera les rotations supérieurs à π . Ces rotations induisent un plissement de la grille pour épouser le nouveau bord (voir la figure 5-12). Dans ce cas, on ne peut pas appliquer la méthode dichotomique qui va détecter le plissement et suppose que le maillage intermédiaire est non-valide.

La construction d'une grille de référence consiste à utiliser une grille régulière dont on déforme le bord. Pour cela, on propose la méthode d'Analyse des Composantes Principales ou

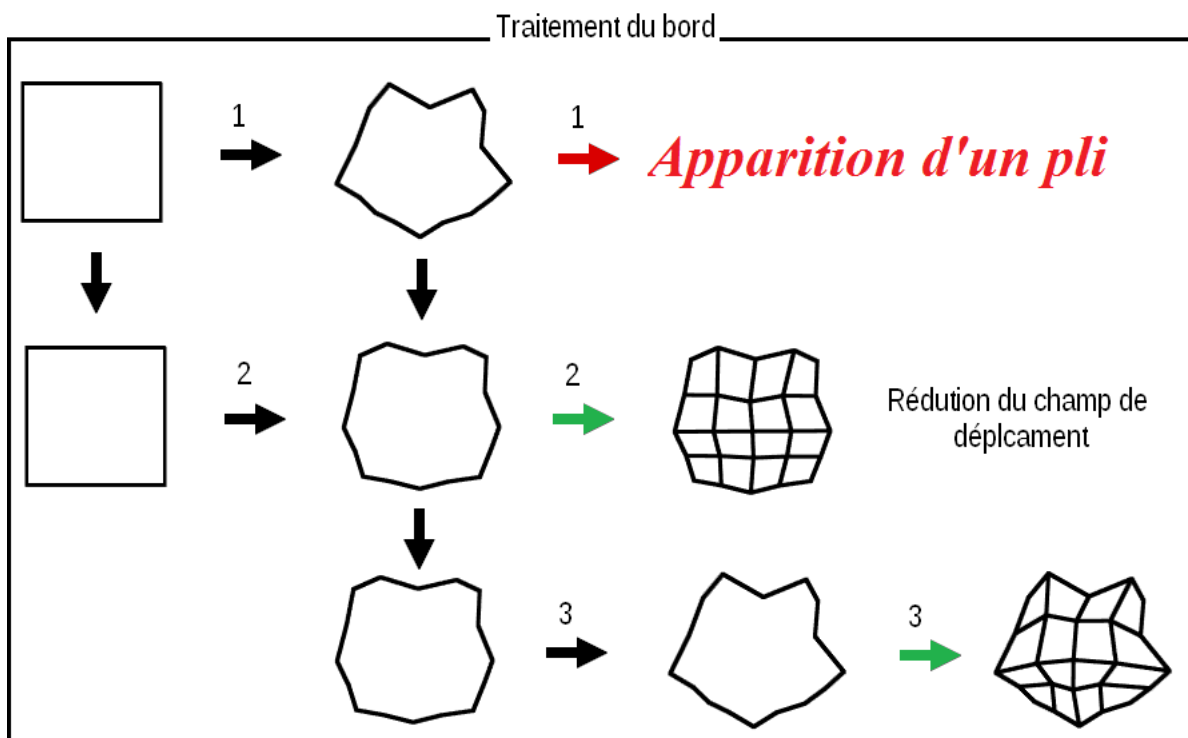
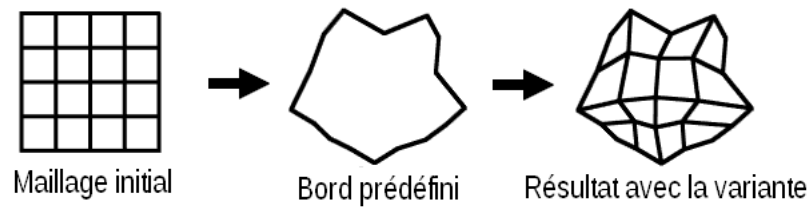


FIGURE 5-9: Illustration du procédé dichotomique de la variante

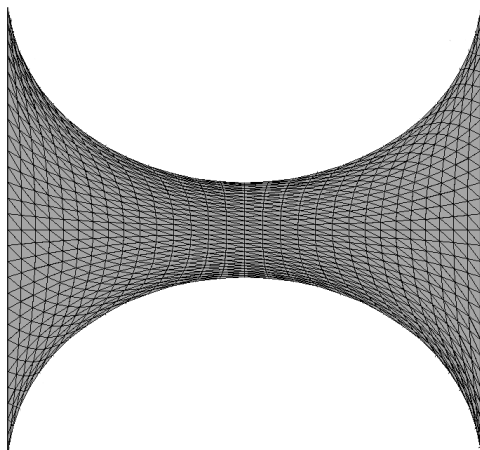


FIGURE 5-10: Résultat concernant la figure 5-8 ; augmentation de la précision

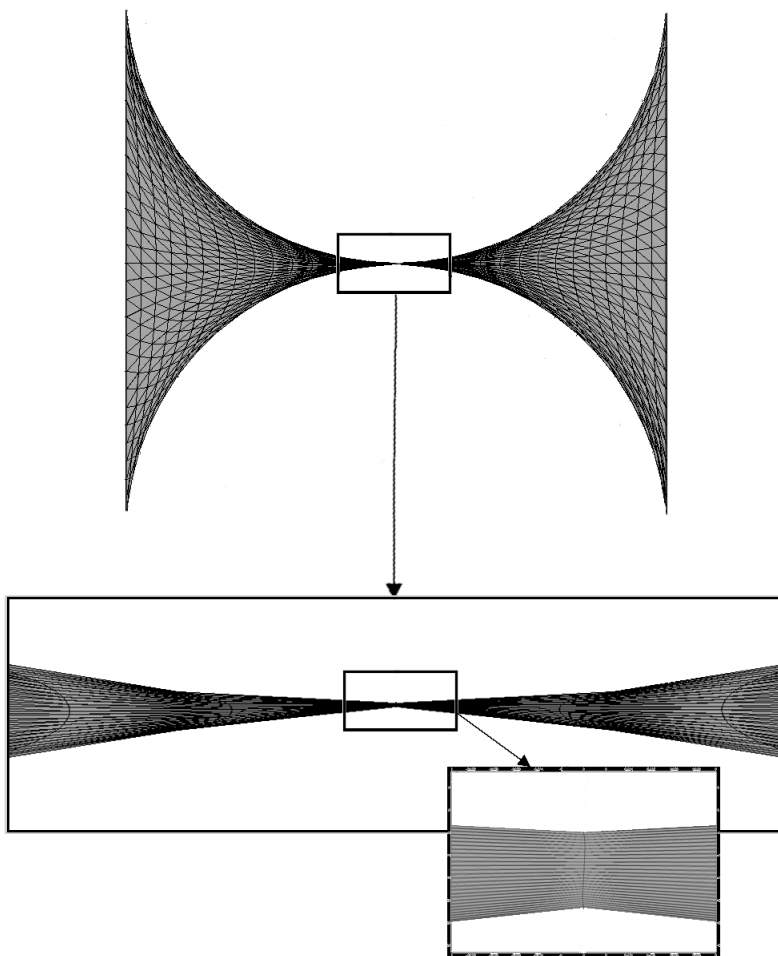


FIGURE 5-11: Illustration d'un résultat avec des déformations extrêmes

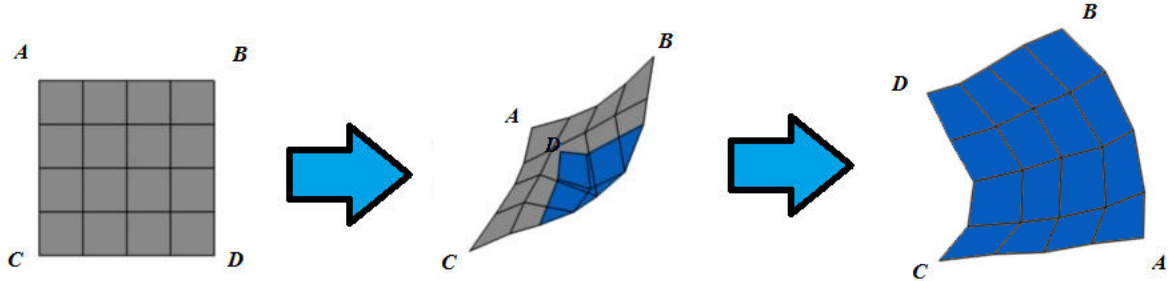


FIGURE 5-12: Retournement de la surface durant la transformation

"PCA". Cette méthode permet de retrouver les directions 2D qui prédominent en déformant la grille unité. Ces directions sont des vecteurs propres calculés à partir de la matrice de corrélation entre les nœuds du bord imposé. Une fois ces directions calculées, la matrice de rotation R est construite. On en déduit aussi le coefficient de dilatation s donné par le maximum des magnitudes des vecteurs propres. Quant au vecteur de translation, on le calcule à partir du centre de gravité des nœuds G et du centre de la grille unité (c'est-à-dire l'origine). La transformation de la grille unité est calculée ainsi par la formule suivante :

$$p \rightarrow b_{box}(p) = s R.p + \overrightarrow{oG}$$

5.3.2 Deuxième variante : contribution du bord à l'amélioration des grilles

La méthodologie La résolution qui suit est propre seulement à la déformation de grilles régulières par le "Laplacian Smoothing". Il est possible de réutiliser le même concept sur d'autres types de maillages, à condition de choisir d'autres caractérisations du maillage de référence.

La méthode dichotomique contribue assez bien à la suppression de plis et à l'amélioration de la qualité. Or, comme on le constate dans la figure 5-7, le bord empêche une résolution optimale du problème. L'idée proposée est de faire circuler les nœuds du bord afin d'obtenir des angles égaux, à l'intérieur de la grille, autour de ces nœuds. Le procédé permet de conserver cette propriété qui caractérise les grilles régulières.

Pour ce faire, on commence par décomposer le bord en quatre chemins (voir le paragraphe 2.3.1). En se référant à la figure 5-13, on note $(b_i^{(n)})_{i=0\dots n+1}$ l'ensemble des nœuds de l'un des chemins de bord à l'itération n . Soit $b = \gamma(t)$ une paramétrisation de la courbe d'origine appelée support. Soient p_i le nœud de la grille relié à $b_i^{(n)}$, α et β les angles associés au nœud

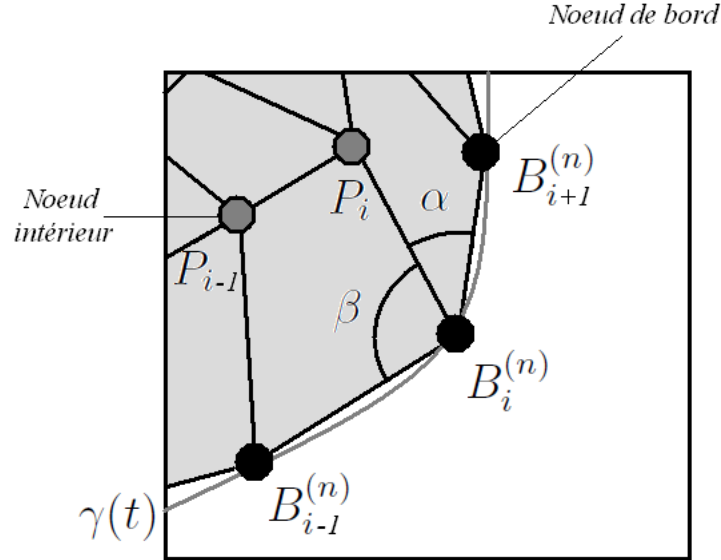


FIGURE 5-13: Notation des éléments utilisés pour la circulation sur le bord

$b_i^{(n)}$. Le but est de comparer les angles α et β et d'aller dans une direction telle que α soit égal à β . Cependant, en bougeant un nœud de bord on déforme sans doute l'angle du voisin. pour y remédier, nous utilisons une relaxation pour supprimer l'effet d'interaction entre les nœuds du bord. C'est-à-dire, on agit par petites déformations, avec un paramètre Δt , jusqu'à converger vers une solution. Il revient donc à calculer à une itération $n + 1$ le paramètre :

$$t_i^{(n+1)} = t_i^{(n)} + \frac{\alpha - \beta}{|\alpha - \beta|} \Delta t.$$

On retrouve ainsi le nœud grâce à la paramétrisation sur le support : $b_i^{(n+1)} = \gamma(t_i^{(n+1)})$.

Le pas Δt est imposé au départ. Il peut varier pour se rapproche d'une solution assez précise ($\alpha \simeq \beta$ à un ϵ prêt). On utilise donc une résolution à pas variant qui sera divisé à chaque fois par deux. Pour garantir une stabilité, on impose une distance minimale entre les nœuds pour qu'ils ne s'intervertissent pas sur le chemin du bord.

Une fois qu'on réitère sur tous les nœuds du bord, on obtient un bord avec des angles assez réguliers. On applique ensuite une transformation par "Laplacian Smoothing", ce qui implique à bouger les nœuds internes. Par conséquent, les angles du bord changent. On alterne alors entre l'amélioration du bord et la transformation par le "Laplacian Smoothing" sur plusieurs itérations afin d'améliorer les angles.

Résultats de la deuxième variante Dans la figure 5-14, on illustre une comparaison entre la transformation par "Laplacian Smoothing" et la variante proposée. Les niveaux de couleur grise sur cette figure correspondent à la mesure de qualité telle qu'on la décrit dans le paragraphe 5.2.3.

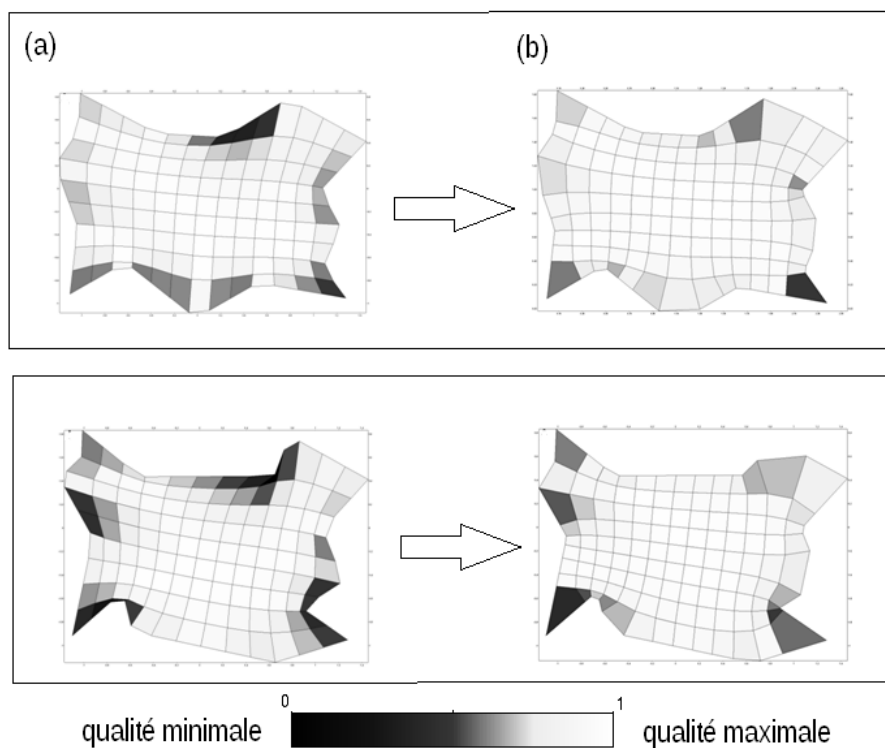


FIGURE 5-14: Comparaison entre (a) le "Laplacian Smoothing" et (b) la variante

On illustre dans la figure 5-15 un exemple intéressant : On commence par construire un carré sur lequel on génère une grille. On bruite ensuite la position des nœuds, y compris sur le bord en respectant la forme du carré (on ne bouge que sur la trace du bord). En

utilisant le "Laplacian Smoothing", la solution n'est pas optimale et le bord ne participe pas à l'amélioration du maillage. Or, en appliquant la variante, la solution est meilleure. On retrouve la grille optimale régulière prise au départ.

5.4 Récapitulatif sur le nouveau traitement d'un horizon

On aborde à présent un exemple récapitulatif sur le traitement des horizons. L'exemple est un horizon provenant d'une modélisation d'un réservoir. Il contient douze failles et un bord dont la forme contient des variations brutales.

On dispose donc d'un horizon 3D qu'on déplie avec recollement des lèvres de chaque faille. Le bord est extrait ensuite pour construire la grille de Coons.

Dans ce cas, des plis apparaissent (figure 5-17) à cause des fortes variations du bord. On applique donc la première variante du "Laplacian Smoothing" pour la suppression des plis. Ensuite, on utilise la deuxième variante pour faire circuler les noeuds sur le bord et obtenir un maillage de meilleur qualité.

Comme les plis sont supprimés, on utilise le calage pour que les noeuds de la grille épousent les traces de failles. On ré-applique une seconde fois la première variante du "Laplacian Smoothing" afin d'améliorer la qualité de cette grille en prenant en compte les traces de failles.

Après ceci le maillage peut être reporté en 3D comme on l'aperçoit sur la figure 5-22.

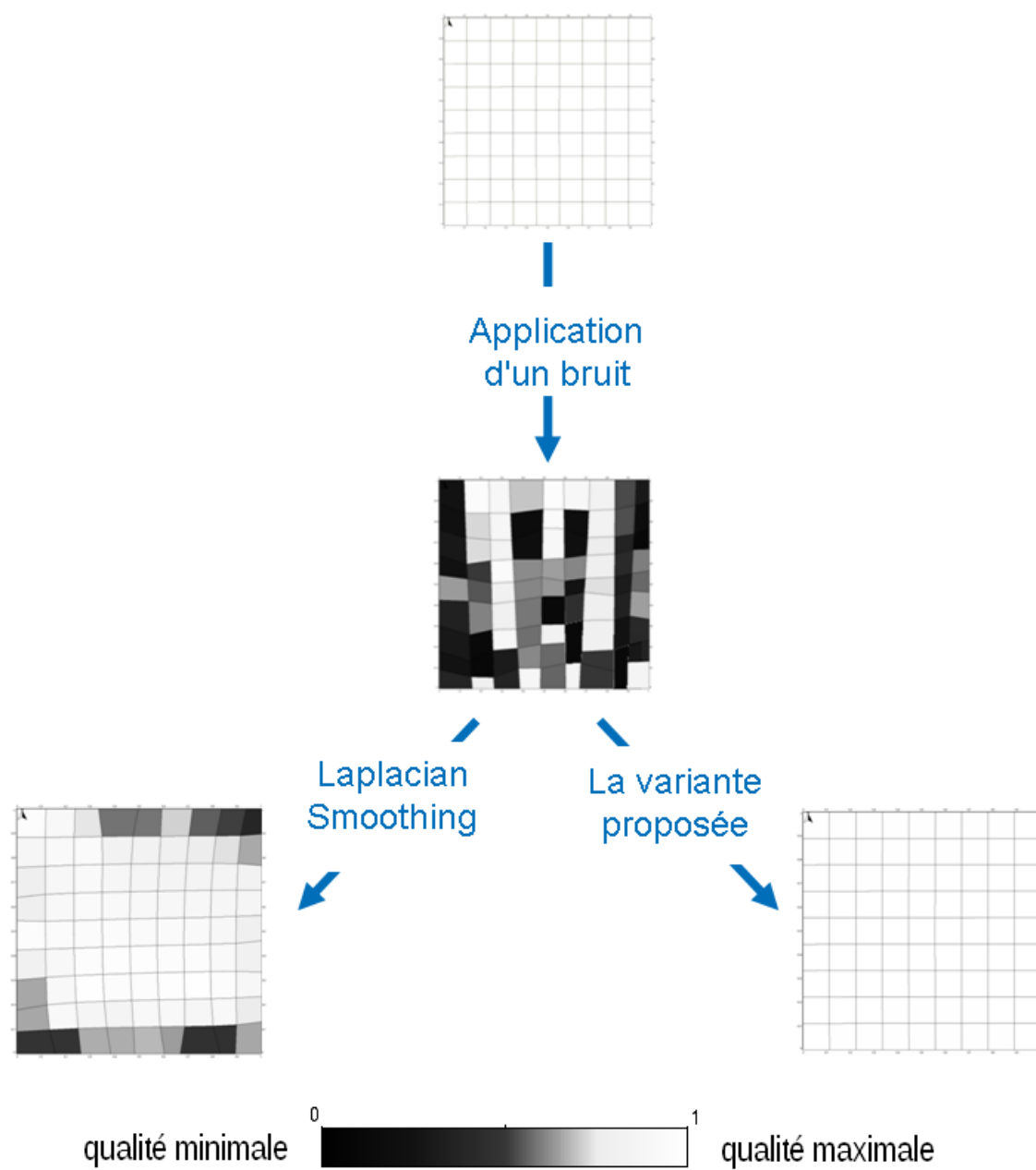


FIGURE 5-15: Récupération d'une grille régulière

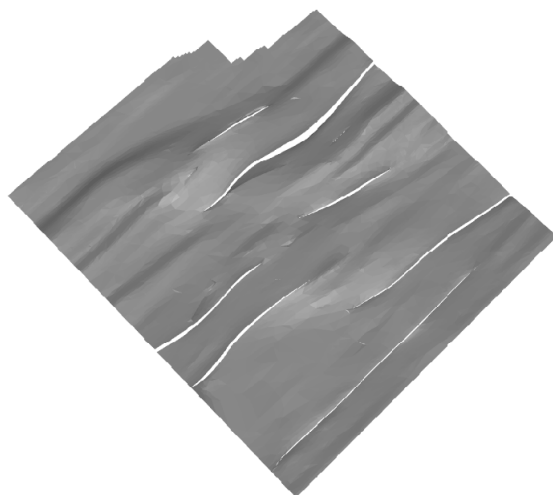


FIGURE 5-16: Exemple de traitement

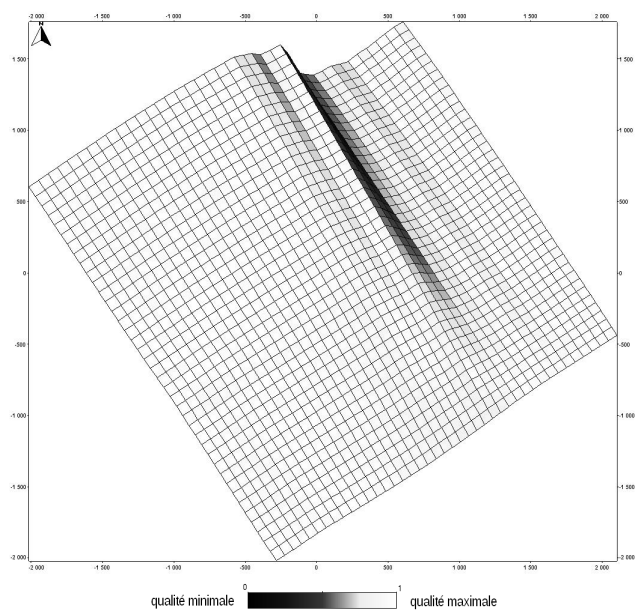


FIGURE 5-17: Grille de Coons

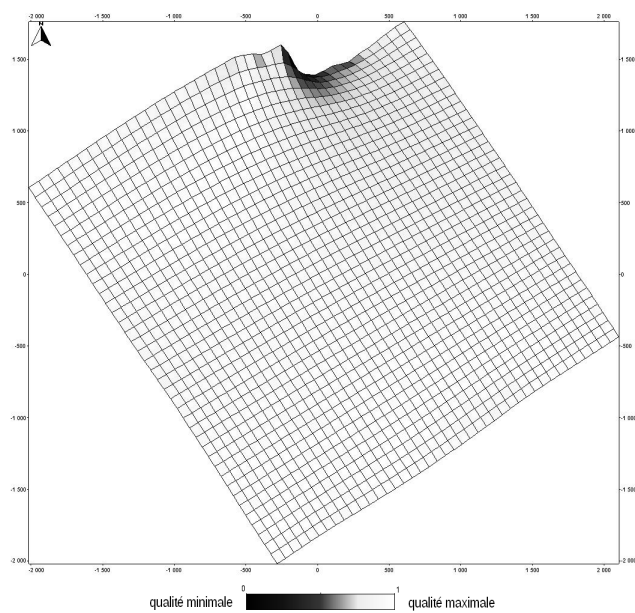


FIGURE 5-18: Première variante du "Laplacian Smoothing"

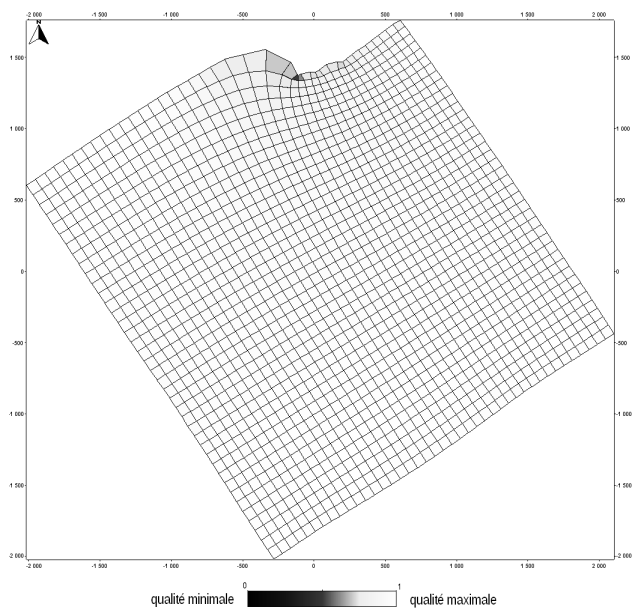


FIGURE 5-19: Deuxième variante du "Laplacian Smoothing"

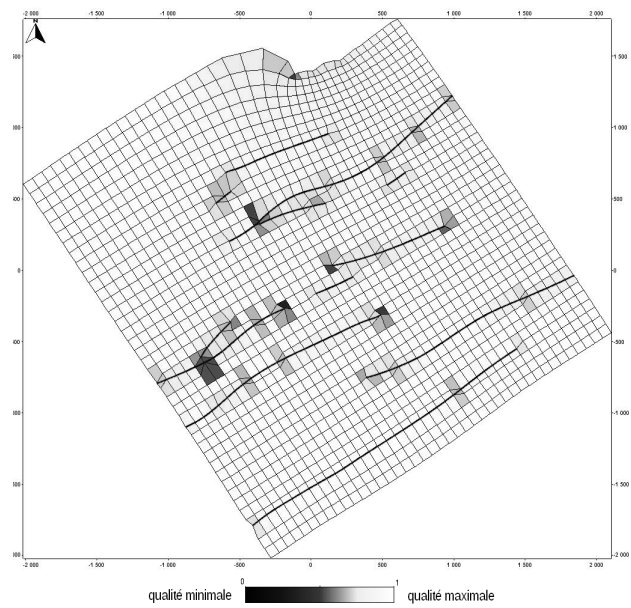


FIGURE 5-20: Calage des failles

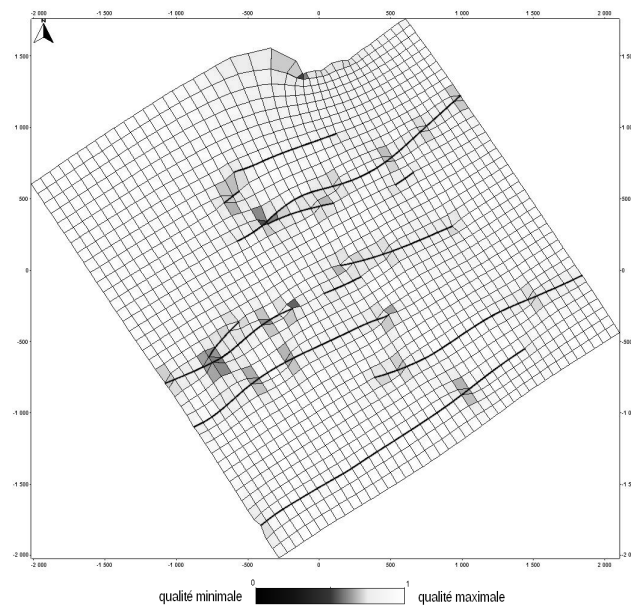


FIGURE 5-21: Optimisation de la qualité après le calage

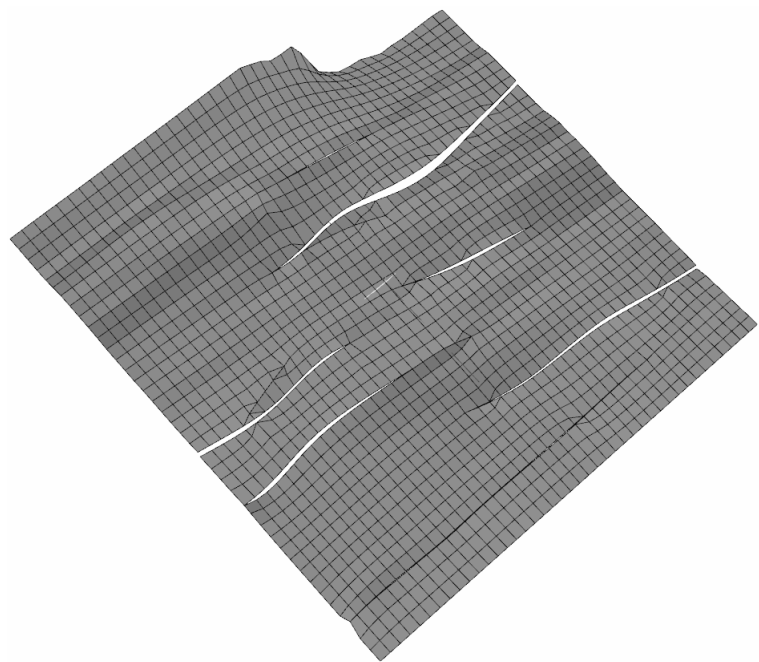


FIGURE 5-22: Résultat du report en 3D

Chapitre 6

Amélioration de la qualité du maillage dynamique 3D hexa-dominant

L'optimisation de la qualité des grilles dans l'espace déplié (voir le paragraphe 5.2.3) ne suffit pas pour obtenir un maillage final de bonne qualité. Le transport de cette qualité en 3D est empêchée par le dépliage comme on l'indique dans le paragraphe 2.3.2. Ce chapitre propose une méthode qui améliore globalement le maillage après le report en 3D. Cette méthode s'appuie sur le "Laplacian Smoothing". Le traitement est décomposé en deux étapes :

- Une première étape consiste à prendre les piliers autour des horizons et à les mettre en position vertical du mieux possible ;
- Dans une deuxième étape, on essaie d'optimiser le critère d'orthogonalité (voir la section 2.2 pour la définition de ce critère).

Afin d'aboutir à un maillage correct pour la simulation, la méthode ne doit traiter que la dernière couche déposée à l'instant t . En effet, une maille appartenant à un ancien dépôt qui se déforme signifierait le changement de quelques paramètres physiques. On peut prendre pour exemple la porosité ϕ qui dépend du volume de chaque maille.

6.1 Notion de repérage ijk sur le maillage résultant

Pour aboutir au traitement proposé, qui intervient en deux temps, il faudra pouvoir se repérer dans le maillage final. Ce repérage se fait grâce à la grille structurée avant le découpage dans l'espace déplié. Cela veut dire, que l'on associe des directions ijk d'une grille structurée au maillage hexa-dominant obtenu. Une valeur de $k = 1 \dots l$ correspond donc à un horizon, les valeurs de i et j correspondant à la position des nœuds sur les horizons. Chacun des nœuds sur la faille sera supposé rigide durant la déformation ; les autres nœuds contribuent à l'amélioration du maillage.

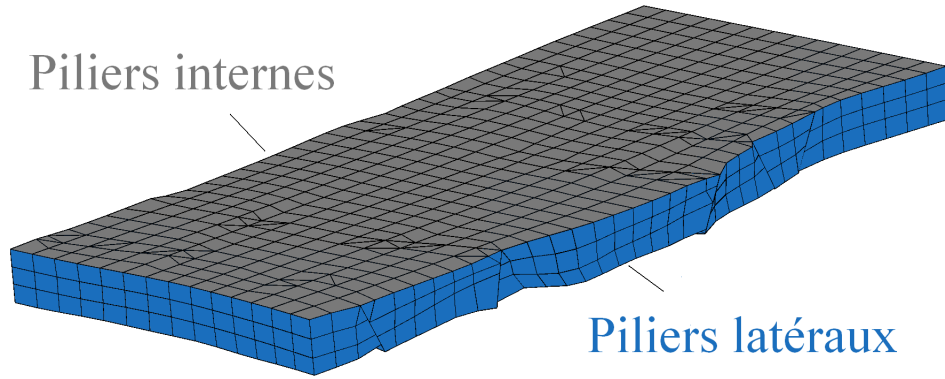


FIGURE 6-1: Piliers des bords latéraux B et piliers internes I

On retrouve les piliers latéraux du bord (voir figure 6-1 pour les piliers latéraux) grâce aux valeurs de i et j . Soit n et m les nombres de nœuds respectivement pour les directions i et j . Les piliers latéraux d'une grille 3D sont donnés, pour tout k , par l'union de B_1 , B_2 , B_3 et B_4 qu'on note B tel que :

$$B_1 = \{p_{ij}/i = 1 \text{ et } j = 1 \dots m\}$$

$$B_2 = \{p_{ij}/i = 1 \dots n \text{ et } j = m\}$$

$$B_3 = \{p_{ij}/i = n \text{ et } j = 1 \dots m\}$$

$$B_4 = \{p_{ij}/i = 1 \dots n \text{ et } j = 1\}$$

L'ensemble du reste des piliers se trouve à l'intérieur et on le note I .

6.2 Méthode d'amélioration

6.2.1 Déformation des nœuds de bord

Soit $(p_{h,k})_{h=1\dots H, k=1\dots K}$ le $k^{\text{ème}}$ nœud d'un pilier latéral h . La valeur de h correspond à une numérotation graduée des piliers suivant une direction autour de la grille. Comme on l'a précisé, un nœud ne bouge pas s'il appartient à une faille. On souhaite déplacer le nœud non-rigide $p_{h,k}$ vers le centre c_h des deux piliers voisins défini par :

$$c_h = \frac{1}{2l} \sum_{k=1}^K (p_{h-1,k} + p_{h+1,k}).$$

Il convient de préciser que c_h change à chaque fois qu'on bouge un nœud sur les piliers voisins $h-1$ et $h+1$. On procède donc par relaxation (petites déformations) pour éviter cette interaction. Plus précisément, on commence par calculer le centre c_h et on fait bouger ensuite $p_{h,k}$ sur le support avec le pas de relaxation. Le calcul du centre dépend ainsi du nombre d'itérations.

L'avancement se fait grâce à une relaxation à paramètre w . Pour l'itération l on a :

$$p_{h,k}^{(l+1)} = w c_h^{(l)} + (1-w) p_{h,k}^{(l)}$$

On s'arrête lorsque la distance $\|p_{h,k}^{(l+1)} - p_{h,k}^{(l)}\|$ devient constante (voir la figure 6-3).

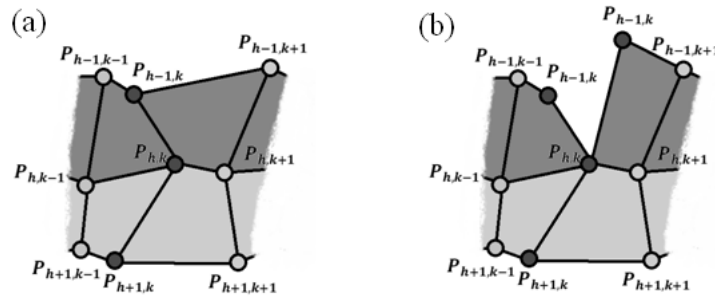


FIGURE 6-2: Notations et disposition des points $(p_{h,k})_{h,k}$ sur un bord latéral
(a) Illustration sans failles. (b) Illustration avec appariement des nœuds sur les failles.

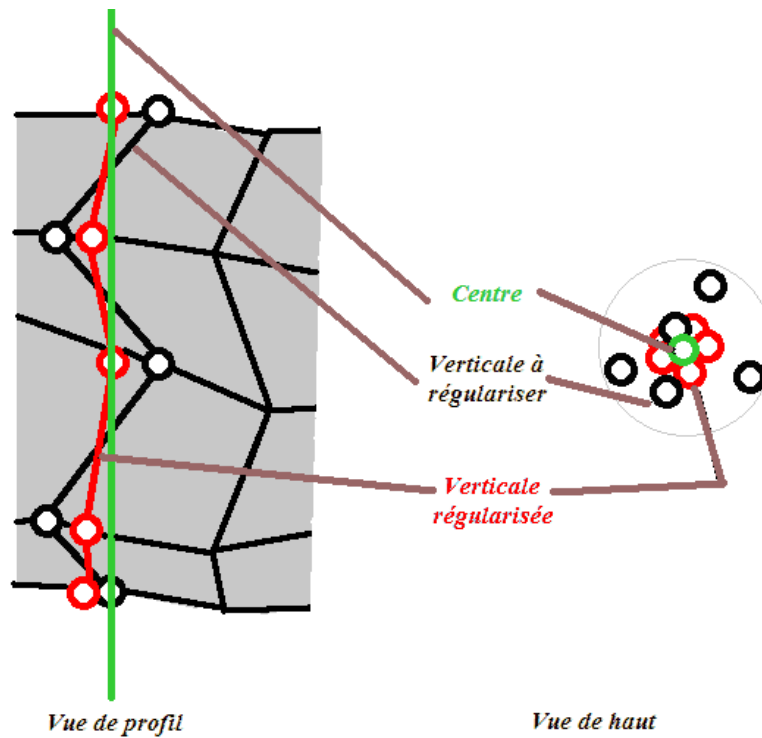


FIGURE 6-3: Illustration d'un "meilleur compromis" entre courbure et direction verticale

Une fois ce traitement terminé, en respectant la contrainte sur les nœuds-faille, les bords latéraux disposent de piliers à direction assez proches de la verticale pour passer à la prochaine étape.

6.2.2 Amélioration des piliers à l'intérieur

Les piliers intérieurs correspondent à l'ensemble noté I dans la section 6.1. Le but est de les rendre les plus verticaux possible. Pour cela, il suffit d'utiliser un "Laplacian Smoothing", mais seulement pour les coordonnées xy , sur chaque horizon. En effet, comme on l'a décrit dans le paragraphe 6.2, la méthode aligne au mieux les piliers des bords latéraux. Ce qui signifie que les coordonnées xy des nœuds appartenant à ces bords sont approximativement les mêmes sur chaque piler. Par conséquent, la solution par le laplacien est presque la même (la démonstration est triviale en considérant que la variation entre les bords d'horizons est

assez petite).

Une solution qui est approximativement la même sur les différents horizons signifie que les coordonnées xy sont presque toutes les mêmes. Par conséquent, les piliers de I et de B sont améliorés afin de respecter au mieux la direction verticale (voir des résultats dans les figures [6-4](#) et [6-5](#)).

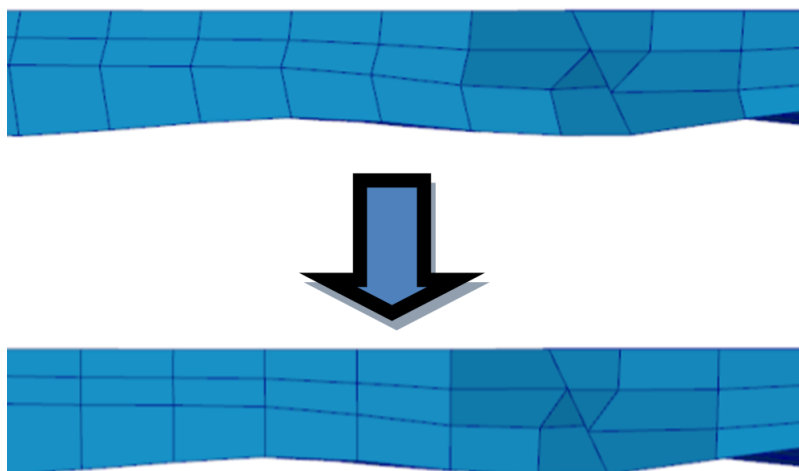


FIGURE 6-4: Résultat sur une amélioration locale

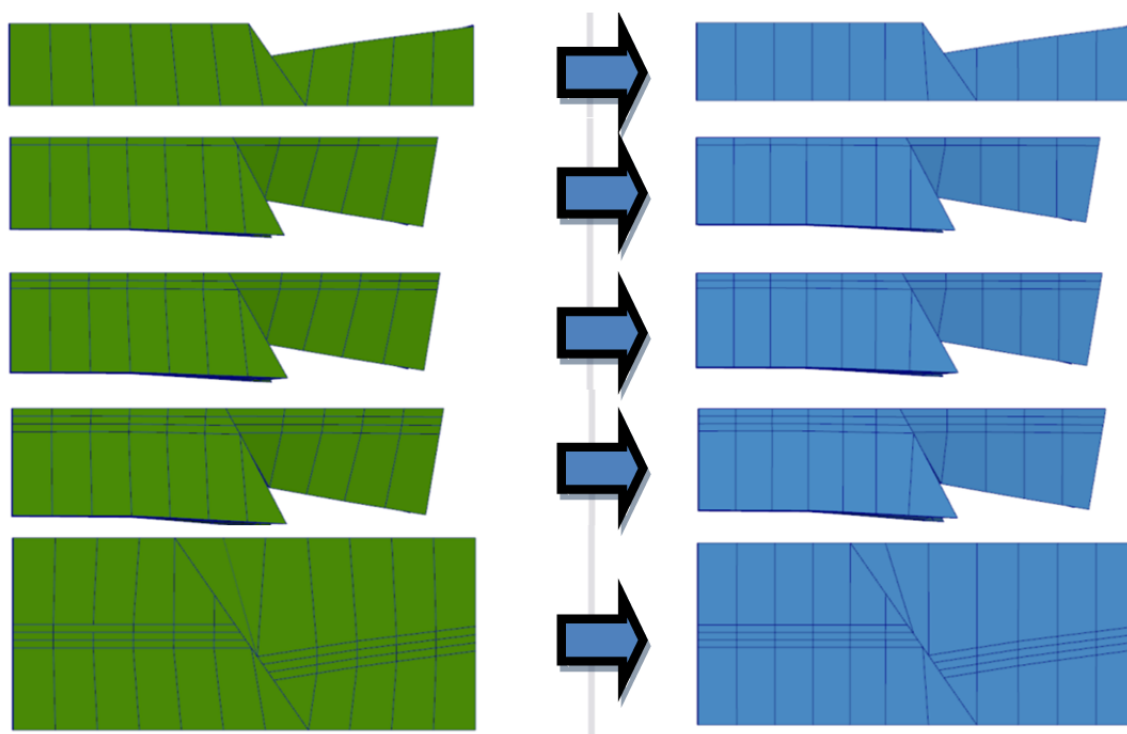


FIGURE 6-5: Résultat sur un maillage de bassin dynamique

En vert : maillage sans amélioration.

En bleu : maillage avec amélioration.

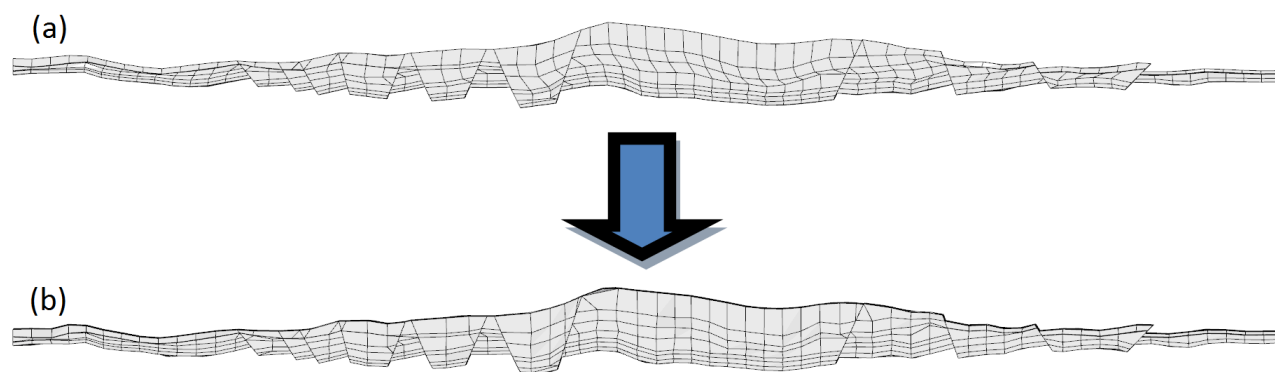


FIGURE 6-6: Autre résultat sur un maillage de grande taille
(a) Sans le "Laplacian Smoothnig". (b) Avec le "Laplacian Smoothnig".

Conclusion

Le travail fourni dans cette thèse correspond à une évolution vers des modèles de maillages complexes et dynamiques pour l'étude des systèmes pétroliers. On s'intéresse particulièrement aux maillages hexa-dominants modélisant les bassins sédimentaires. La construction de ce type de maillages a été initiée par les travaux de L. Ran [Ran] grâce à une technique innovante appelée Méthode des Grilles Contraintes.

Afin de faire évoluer la Méthode des Grilles Contraintes, on examine dans cette thèse les points forts ainsi que les points manquants pour proposer des traitements à différentes étapes. Vis-à-vis des étapes antérieures, proposées dans la Méthode des Grilles Contraintes, la prise en compte du "workflow" et de quelques algorithmes est nécessaire. L'ancienne méthode s'est inspirée des traitements classiques pour le placage de textures. Elle consistait à exécuter le "workflow" suivant :

- Dépliage des surfaces triangulées données au départ ;
- Génération d'une grille 2D sur chaque surface dépliée (remaillage) ;
- Report en 3D avec les coordonnées barycentriques ;
- Construction du maillage volumique dans l'espace géologique.

Dans la méthode proposée dans notre thèse, les deux dernières étapes sont inversées : on construit d'abord le maillage dans l'espace déplié qu'on reporte par la suite dans l'espace géologique 3D. Ce choix induit une démarche introduisant une nouvelle méthode afin de construire le maillage volumique. L'ancienne construction repose sur une technique de projection 3D inspirée du logiciel Ceres2D [Mal02]. Cette technique dépend de la forme géométrique des surfaces dans l'espace 3D. Elle n'est pas adaptée aux changements qu'on impose

sur le "workflow".

A présent la construction du maillage volumique se fait dans un espace spécifique qu'on appelle espace déplié. Le choix de cet espace est fondamental car il nous permet de procéder par un simple découpage des mailles. Par conséquent, on construit de nouvelles mailles respectant la forme des failles ainsi que l'hétérogénéité des matériaux.

Les algorithmes que l'on rajoute ont pour principales conséquences de procurer :

- un aspect itératif permettant de traiter tout type de failles qui se croisent ;
- une garantie qu'aucun élément ne s'inverse durant la simulation du dépôt "continu" des couches sédimentaires ;
- une suppression de plis sur les grilles 2D nécessaires pour la génération du maillage volumique ;
- une amélioration de la qualité du maillage volumique.

On parvient au final à générer un maillage évolutif adapté à la simulation de l'écoulement dans les bassins sédimentaires.

Perspectives

Il convient de préciser, avant d'introduire les perspectives, que la classification des modèles géologiques est très différente de celle imposée par le traitement géométrique et topologique. On est contraint, pour une construction de cas généralisés, de choisir un traitement géométrique et topologique en réduisant les classifications en un traitement d'intersection entre des volumes et des surfaces (failles).

Les limites introduites ci-après dépendent, entre autres, des spécificités que représentent les modèles géologiques. L'une de ces spécificités est l'ordre des distances pour ces modèles qui est énorme, surtout pour des modèles de bassins. En même temps, de petites distances peuvent s'avérer déterministes, ou en revanche, elles peuvent induire des erreurs. Cet écart de distance, le bruit sur les données d'entrée sous forme de surfaces non-implicites, ainsi que la nature mécanique du milieu peuvent compliquer le traitement numérique. Ils classent les modèles géologiques parmi les géométries les plus complexes à mailler.

Les données fournies pour l'élaboration de cette thèse ne prenaient pas en compte des surfaces failles évolutives. En effet, après un traitement des surfaces horizons et des surfaces failles à l'âge actuel, le principe de la restauration ne procure que des surfaces horizons. Des surfaces failles sont utilisées pour simuler le glissement par le frottement. Elles sont donc extrapolées et ne servent pas à modéliser correctement des surfaces failles. La construction dynamique de ces surfaces failles a été prise en compte dans la méthode de génération du maillage hexa-dominant à partir des traces de failles sur les horizons. L'inconvénient avec ce procédé se remarque lorsqu'on dispose d'une faille pendante s'arrêtant entre deux couches. C'est une conséquence directe du fait qu'on ne dispose d'aucune information sur les failles

entre les horizons. Par la suite, si on arrive à introduire des surfaces failles évolutives, il sera nécessaire, pour appliquer notre méthode, de trouver une transformation des surfaces failles entre l'espace géologique et l'espace déplié afin de pouvoir découper et reporter en 3D les nœuds sur les failles. Un prétraitement complet et automatique permettrait de construire un maillage pour des cas complexes comme celui de la figure 1-11.

L'apparition des failles n'est pas encore prise en compte car ni la simulation des systèmes pétroliers ni la restauration dynamique n'ont considéré, pour le moment, ce mécanisme. Lorsqu'il sera nécessaire de prendre en considération l'apparition des failles, on devra rester conforme entre les surfaces failles, depuis leur apparition jusqu'à la fin, afin d'éviter le remaillage dynamique. Plus précisément, il ne faudra plus prendre en compte, dans notre méthode, des fusions partielles des mailles : un étoilement ou une fusion des deux cotés suffisent.

Une étude plus approfondie doit être déterminée pour le traitement de l'évolution du dépôt "continu" des couches sédimentaires. Par ailleurs, comme l'algorithme procède par voisinage et que chaque composante connexe d'une couche est initialisée par un hexaèdre, une composante connexe inclut entièrement dans une zone faillée ne peut pas être traitée.

Nous pouvons enfin proposer une classification géologique des modèles et le traitement apporté correspondant :

- Failles coupant entièrement les horizons : le traitement est complet
- Failles coupant partiellement les horizons (failles à bords) : le traitement est complet
- Failles en X, Y... (croisements) : le traitement est complet dans l'espace déplié mais il nécessite une transformation des surfaces failles évolutives pour un traitement complet
- Erosions : le traitement est complet en supposant que les parties érodées sont celles représentées par un volume nul
- Failles pendantes : le traitement est complet dans l'espace déplié mais il nécessite une transformation des surfaces failles évolutives pour un traitement complet
- Dômes de sel : qui fonctionnent pour le cas où les horizons dans l'espace géologique ne comportent pas de plissements

L'étude sur les variantes proposées pour l'amélioration d'un "Laplacian Smoothing" peuvent être approfondie. On pourrait apporter une évolution à l'algorithme qui fait bouger les nœuds sur le bord en laissant les nœuds bouger également sur les failles. Ainsi, le maillage serait plus optimal pour le calcul.

L'algorithme d'optimisation du maillage volumique pourrait être amélioré afin de favoriser le critère d'orthogonalité d'une manière optimale sur le maillage volumique final. Pour le moment, on a proposé une méthode générant un maillage qui vérifie au mieux la condition d'orthogonalité sur les coordonnées xy et rend les piliers les plus verticaux possibles.

Annexe A

Figures complémentaires

A.1 Architecture du programme et structure de données

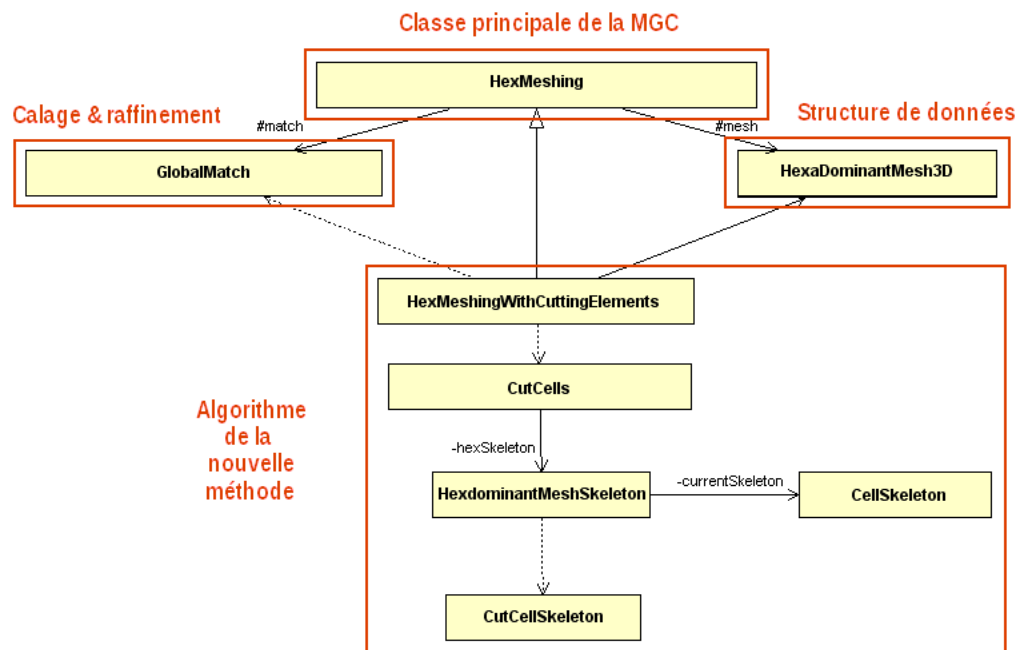


FIGURE A-1: Diagramme UML de la nouvelle méthodologie

Ce travail a été implémenté sous le langage objet Java. La classe principale de notre code est une classe fille de la classe principale de la MGC. On arrive grâce à l'héritage à

reprendre plusieurs fonctionnalités et conserver les étapes initiales jusqu’au calage. On note par ailleurs que la méthode de découpage, dans le code d’origine, a été implémentée en tant que module. C’est-à-dire qu’elle peut être indépendante de la MGC afin de l’utiliser pour d’autres applications. On peut, par exemple, prendre des maillages mixtes, contenant nos quatre types de mailles primitives, et introduire des surfaces de découpage.

On retrouve un diagramme détaillé de la MGC dans la figure [A-2](#). Concernant les données d’entrée, on constate un tableau d’association de failles. Ce tableau, tel que l’indique son nom, permet d’apparier les failles entre chaque couche. Il dispose de cinq dimensions illustrées dans la figure [A-3](#). Plus précisément, il permet d’attribuer une référence pour chaque lèvre (coté) de faille avec deux nœuds qui représentent respectivement le début et la fin de la trace sur la lèvre. L’appariement se fait par rapport à chaque horizon : *une lèvre d’une sous-branche d’un horizon i dans la figure [A-3](#) constitue une même partie de faille avec la lèvre du même parcours de la sous-branche sur un autre horizon j .*

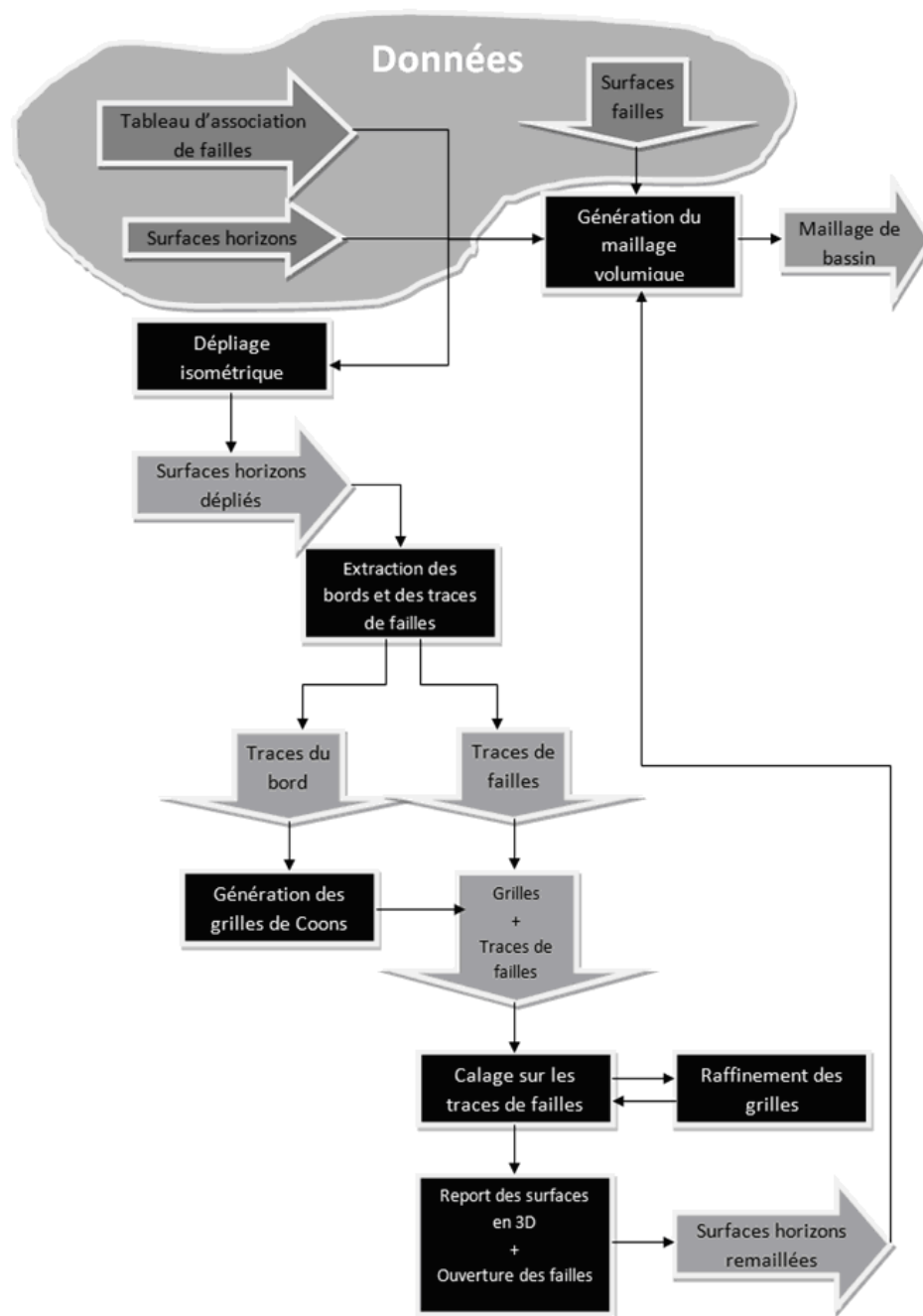


FIGURE A-2: Diagramme détaillé de la Méthode des Grilles Contraintes

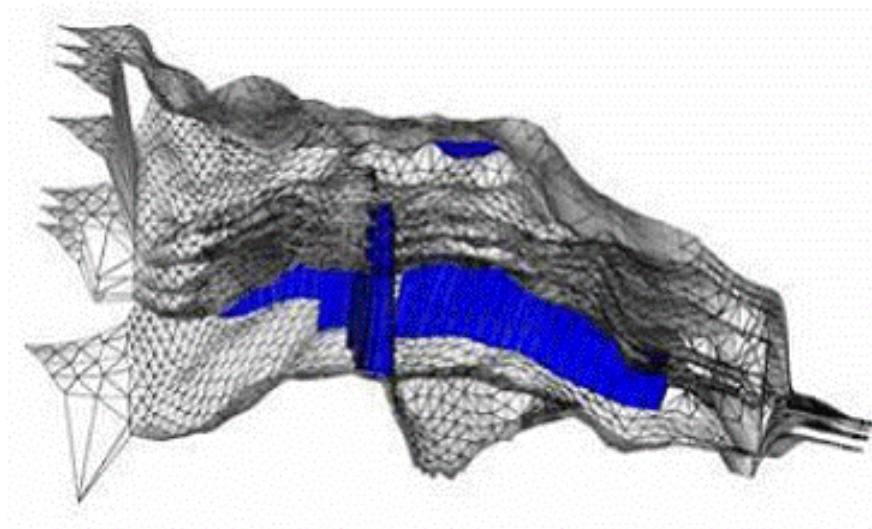


FIGURE A-4: Résultat de construction de surfaces failles [BY10]

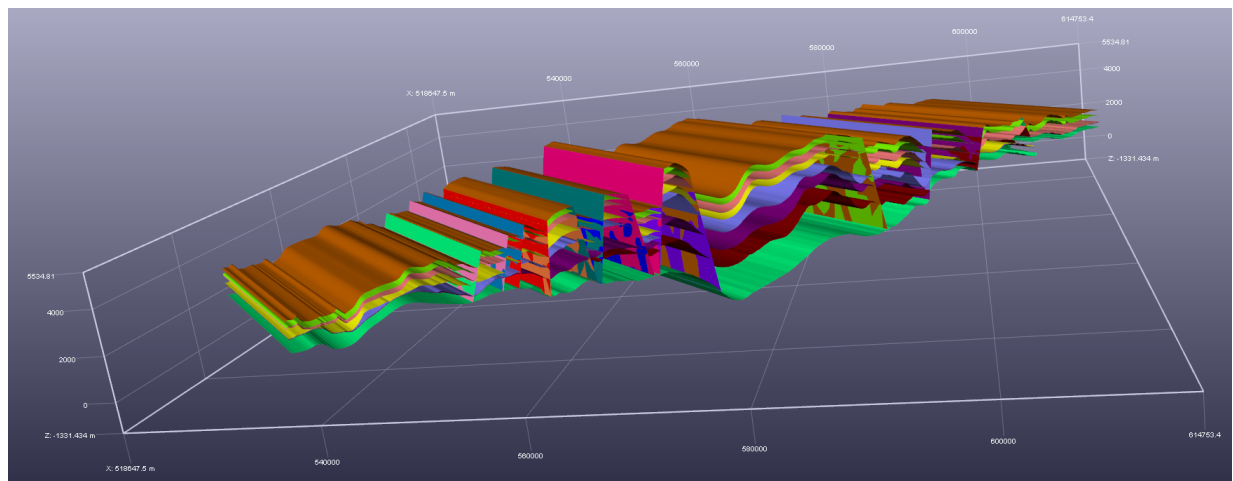


FIGURE A-5: Surfaces horizons et surfaces failles

A.2 Quelques illustrations sur la construction des mailles

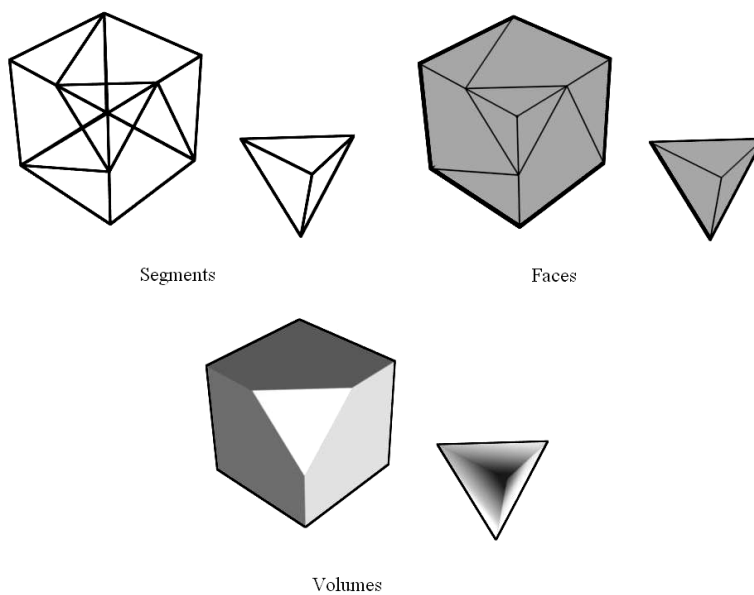


FIGURE A-6: Découpage d'un hexaèdre en utilisant un étoilement

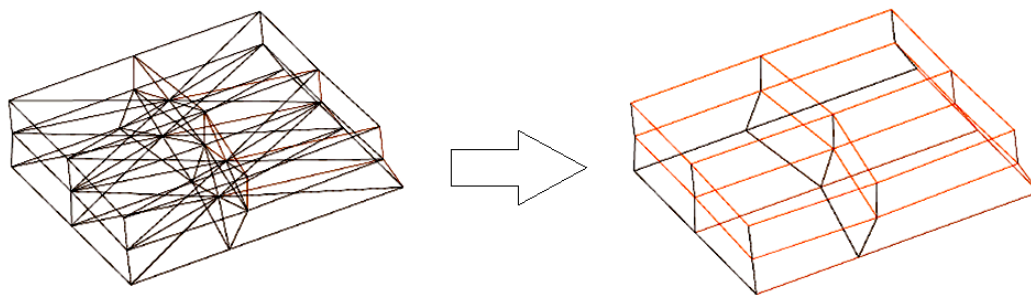


FIGURE A-7: Fusion d'un ensemble d'hexaèdres

A.3 Résultat sur des cas statiques -érosion et faille pendante-



FIGURE A-8: Cas d'un maillage statique de réservoir : première vue

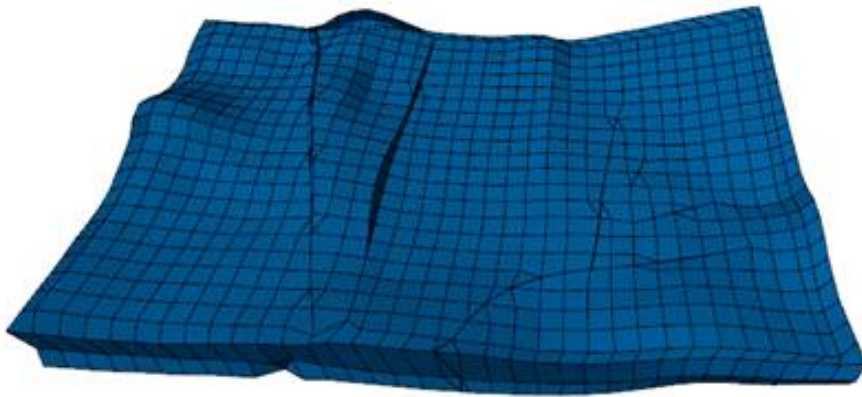


FIGURE A-9: Cas d'un maillage statique de réservoir : deuxième vue

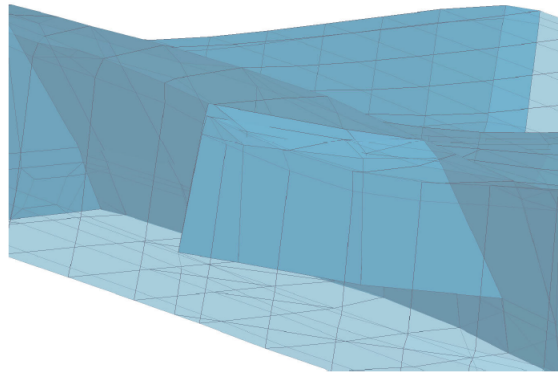


FIGURE A-10: Traitement d'une faille pendante

A.4 principe du "Laplacian Smoothing"

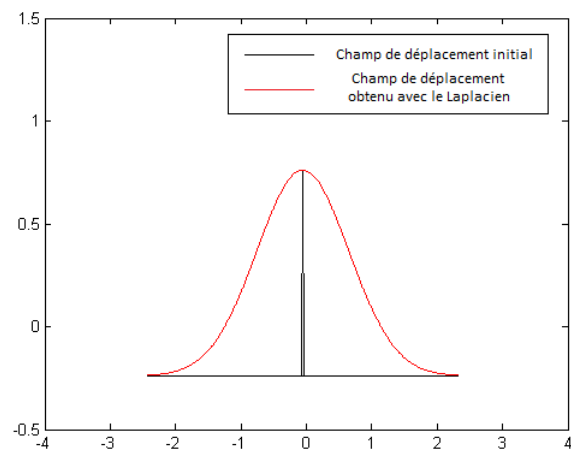
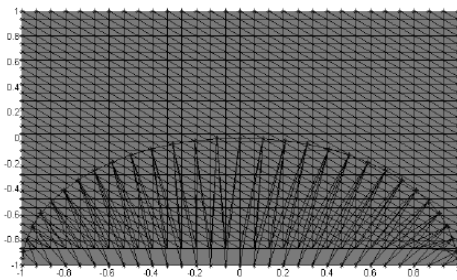
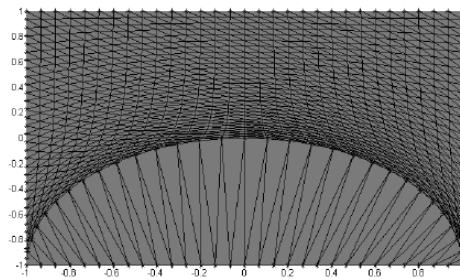


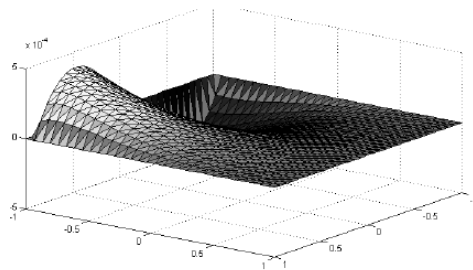
FIGURE A-11: Le "Laplacian Smoothing" 1D



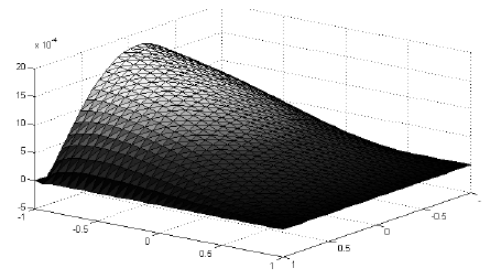
Imposition des déformations



Laplacian Smoothing



Partie réelle u_1 de la solution



Partie imaginaire u_2 de la solution

FIGURE A-12: Solution d'un "Laplacian Smoothing"

A.5 Autres résultats des variantes du "Laplacian Smoothing"

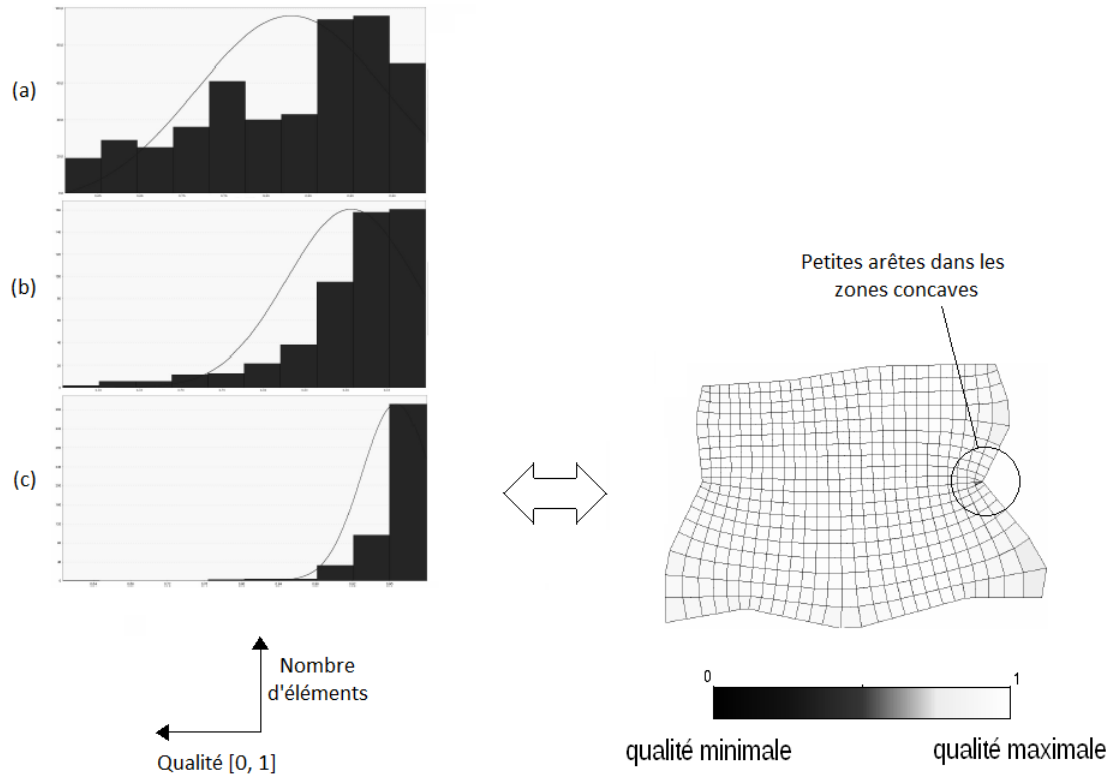


FIGURE A-13: Comparaison en les différentes optimisations
 (a) L'optimisation dans la MGC. (b) Le "Laplacian Smoothing". (c) La variante.

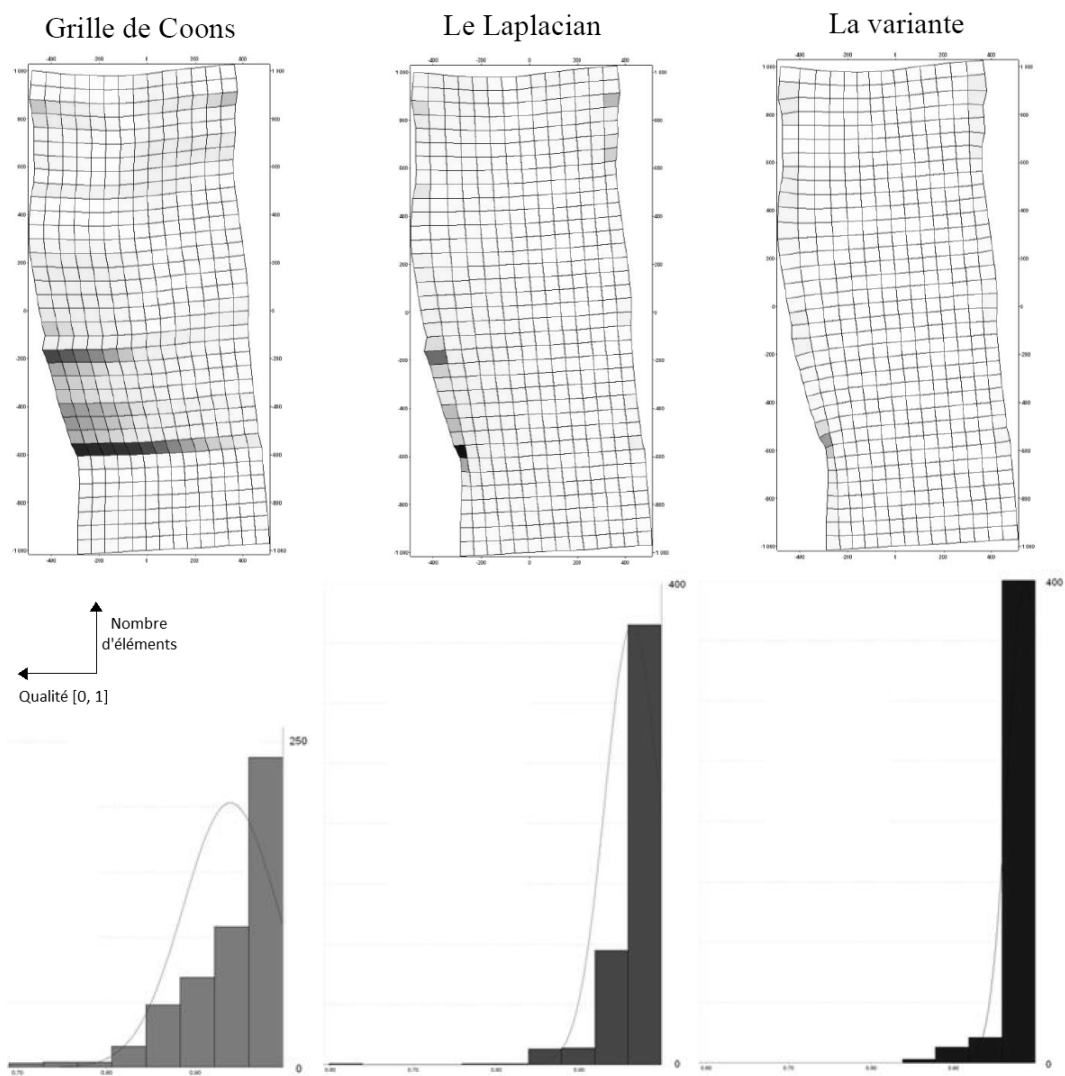


FIGURE A-14: Comparaison entre les mesures de qualité obtenues par trois méthodes

A.6 Proposition d'une variante avec du "Laplacian Smoothing" pour l'améliorer

Le procédé dichotomique décrit dans le paragraphe 5.3.1 a été aussi testé pour minimiser l'erreur sur la qualité du maillage. On impose une qualité minimale q_{min} qui peut diminuer pour pouvoir converger. La condition qui remplace le test de plissement est que si la qualité du maillage est inférieure à q_{min} alors on divise le champ de déplacement par deux. On peut voir les résultats statistiques dans la figure A-15. L'effet d'amélioration de la qualité dans ce cas dépend aussi de l'augmentation de la précision. Autrement dit une solution optimale conserve les angles d'une manière optimale.

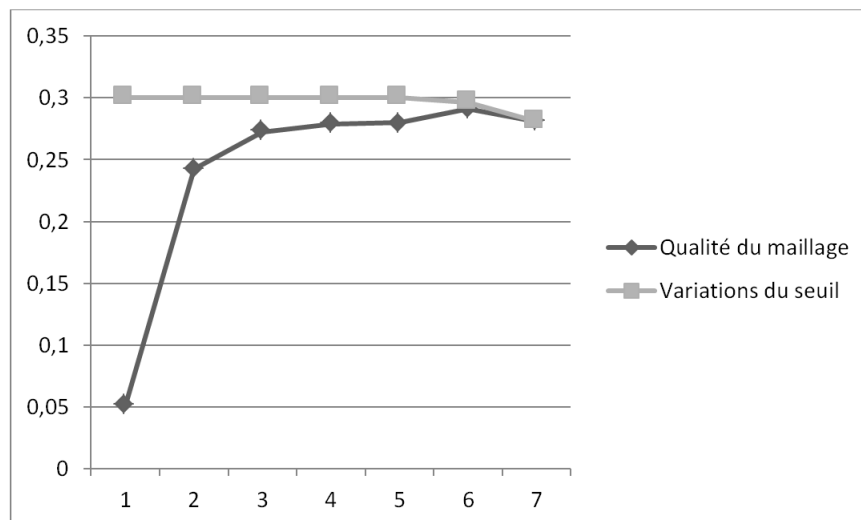


FIGURE A-15: Amélioration de la qualité par dichotomie

Bibliographie

- [BFa] Beicip-Franlab. Temis2d : Rigorous 2d basin modeling,
http://www.beicip.com/index.php/eng/software/petroleum_systems_modeling/temissuite/temis_2d.
- [BFb] Beicip-Franlab. Temis3d : The effective 3d basin modeling solution,
http://www.beicip.com/index.php/eng/software/petroleum_systems_modeling/temissuite/temis_3d.
- [BH] R. Bradley B. Hanson. Occurance of petroleum in the world,
<http://dnr.louisiana.gov/assets/tad/education/bgbb/4/leet358.gif>.
- [bib] Profil de sismique réflexion et profil interprété du prisme d'accrétion de la fosse de nankai,
http://artic.ac-besancon.fr/svt/act_ped/svt_lyc/eva_bac/s-bac2007/bac2007-li.htm, exemple académique pour l'enseignement au liban.
- [bib13] Bp statistical review of world energy. Bp statistical review of world energy, which can be found on the, BP (British Petroleum), 2013. Rapport statistique, fichier xls.
- [Bor06] H. Borouchaki. Aplat : déplieur de triangulations surfaciques. *Université de Technologie de Troyes*, 2006.
- [Bou10] P-A. Bourque. Les combustibles fossiles,
http://www2.ggl.ulaval.ca/personnel/bourque/intro.pt/planete_terre.html, 2010.
- [Boy08] F. Boyer. Volumes finis pour la résolution de problèmes elliptiques hétérogènes anisotropes sur maillages généraux. *Laboratoire d'Analyse, Topologie et Probabilités, CNRS / Université Paul Cézanne, présentation à l'école d'été du GDR CHANT*, 2008.
- [BY10] A. Benali C. Bennis B. Yahiaoui, H. Borouchaki. Génération de surfaces failles pour la modélisation de bassins sédimentaires 3d en milieux poreux. *rapport de stage IFPEN*, 2010.
- [CK08] R. Lorrillière C. Kerbirou, J. F. Julien. Bilan 2006 du suivi des chauves souris communes. Technical report, Programme Vigie-Nature, 2008.
- [Coo67] S.A. Coons. Surfaces for computer-aided design of space forms. *MIT CSAIL Publications*, 1967.

- [DADP11] S. Lemaire R. Masson D. A. Di Pietro, R. Eymard. Hybrid finite volume discretization of linear elasticity models on general meshes. *Springer Proc. Math. - Finite volumes for complex applications. VI. Problems & perspectives*, 4 :331–339, 2011.
- [Dav12] F. David. Les conditions de stockage et de concentration des hydrocarbures, [http ://acces.ens-lyon.fr/acces/terre/ccic/ccl/petrole/enseigner/donnees/condition-de-gisement.pdf/view](http://acces.ens-lyon.fr/acces/terre/ccic/ccl/petrole/enseigner/donnees/condition-de-gisement.pdf/view), 2012.
- [dM81] G. de Marsily. *Hydrogéologie quantitative*. Collection Sciences de la terre. Masson, 1981.
- [dM86] G. de Marsily. *Quantitative hydrogeology : groundwater hydrology for engineers*. Academic Press, 1986.
- [Duf59] R. J. Duffin. Distributed and lumped networks. *Jour. of Math. and Mech*, 8 :793–826, 1959.
- [Fer10] R. Ferréol. Hyperpyramide, [http ://www.mathcurve.com/polyedres/hyperpyramide/hyperpyramide.shtml](http://www.mathcurve.com/polyedres/hyperpyramide/hyperpyramide.shtml), 2010.
- [GC] C. Antoine M-O. Titeux G. Caumon, G. Gray. Three-dimensional implicit stratigraphic model building from remote sensing data on tetrahedral meshes : Theory and application to a regional model of la popa basin, ne mexico. *IEEE TRANSACTIONS ON GEOSCIENCE AND REMOTE SENSING*, 51(3).
- [GG] B. Lelandais G. Grospellier. The arcane development framework. *POOSC 2009 : Proceedings of the 8th Workshop on Parallel/High-Performance Object-Oriented Scientific Computing*, pages 1–11.
- [Gro] Gocad Research Group. Gocad : Gocad project nancy school of geology - georssources, [http ://www.gocad.org/](http://www.gocad.org/).
- [HX] J. Zhang1 H. Xing, W. Yu. Advancing in geocomputing. *Springer - Chapitre II : Mesh Generation in Geocomputing, ISBN 978 3 540 85877*.
- [IM06] M. Guiton I. Moretti, F. Lepage. Kine3d : a new 3d restoration method based on a mixed approach linking. *Geometry and Geomechanics : Oil & Gas Science and Technology*, 61(2) :277. DOI : 10.2516/ogst :2006021, 2006.
- [JV99] H. Müller J. Vollmer, R. Mencl. Improved laplacian smoothing of nosy surface meshes. *EUROGRAPHICS '99*, 18(5), 1999.
- [Knu61] Donald E. Knuth. *Théorie élémentaire des fonctions analytiques d'une ou plusieurs variables complexes, ISBN 2 7056 5215 9*. Hermann, Paris, hermann edition, 1961. Chapitre VI : Transformations holomorphes.
- [LA06] R. Masson L. Agélas, I. Faille. Schémas numériques en simulation de bassin et de réservoir dans l'industrie pétrolière. *IFP Energies Nouvelles, présentation VF06*, 2006.

- [LR10] A. Benali C. Bennis L. Ran, H. Borouchaki. Hex-dominant mesh generation for basin modeling with complex geometry. *IOP Conf. Series : Materials Science and Engineering*, 10(1), 2010.
- [LR11a] A. Benali C. Bennis L. Ran, H. Borouchaki. Méthode pour générer un maillage hexa-dominant d'un milieu souterrain faillé. *Numéro de publication : EP2275994 A1, Déposant du brevet : IFP Energies nouvelles*, 2011.
- [LR11b] A. Benali C. Bennis L. Ran, H. Borouchaki. Hex-dominant mesh generation for subterranean formation modeling. *Springer - Engineering with Computers*, DOI : 10.1007/s00366-011-0234-x, 2011.
- [Mö8] M. Sdrolias C. Gaina W.R. Roest Müller, R.D. Age, spreading rates and spreading symmetry of the world's ocean crust, <http://www.test.org/doe/>, 2008.
- [MAH09] J. Derks T. Fuchs T. Hantschel A. Kauerauf M. Neumaier O. Schenk O. Swientek N. Tessen D. Welte B. Wygrala D. Kornpihl K. Peters M. Al-Hajeri, M. Al Saeed. Basin and petroleum system modeling. *Oilfield Review*, 21(2) :14–29, 2009.
- [Mal02] J. L. Mallet. Ceres2d : A numerical prototype for hc potential evaluation in complex area. *Oil & Gas Science and Technology*, 57(6) :607–619, 2002.
- [Mar09] L. Maréchal. Advances in octree-based all-hexahedral mesh generation : handling sharp features, salt lake. *18th International Meshing Roundtable*, 2009.
- [MM89] D.S. Moore and G.P. McCabe. *Introduction to the practice of statistics*. W.H. Freeman, 1989.
- [MP12] J. F. Rainaud H. Borouchaki M. Poudret, C. Bennis. A volume flattening methodology for geostatistical properties estimation. *Proceedings of the 20th International Meshing Roundtable, Springer Berlin Heidelberg*, pages 569–585. DOI : 10.1007/978-3-642-24734-7 31, 2012.
- [Nec32] L.A. Necker. Observations on some remarkable optical phenomena seen in switzerland ; and on an optical phenomenon which occurs on viewing a figure of a crystal or geometrical solid. *The London and Edinburgh Philosophical Magazine and Journal of Science*, 1(5) :329–337, 1832.
- [OH11] S. A. Petersen Ø Hjelle. A hamilton-jacobi framework for modeling folds in structural geology. *Math. Geosci.*, 43(7) :741–761, 2011.
- [OKCA06] Ligang Liu Hongbo Fu O. Kin-Chung Au, C.L. Tai. Dual laplacian editing for meshes. *IEEE Transactions on Visalisation and Computer Graphics*, 12(3) :386–395, 2006.
- [PC] G. Courrioux A. Guillen P. Calcagno, J.-P. Chilès. Geological modelling from field data and geological knowledge part i. modelling method coupling 3d potential-field interpolation and geological rules. *Phys. Earth Planetary Interiors*, 171(1).
- [PLG97] H. Borouchaki P-L. George. *Triangulation de Delaunay et maillage : applications aux éléments finis*. Hermès, Paris, 1997.

- [Pon89] D.K. Ponting. Corner point geometry in reservoir simulation. *Clarendon Press, editor, 1st European Conference on the Mathematics of Oil Recovery*, pages 45–65, 1989.
- [Ran] L. Ran. *CONSTRUCTION DE MAILLAGES 4D POUR LA MODELISATION DE BASSIN EN ZONES A GEOMETRIE COMPLEXE*. PhD thesis.
- [RE11] C. Guichard R. Masson R. Eymard, R. Herbin. Multiphase flow in porous media using the vag scheme. *FVCA VI : Finite Volumes for Complex Application*, 2011.
- [Rol09] R. Rolland. *ETUDE ELEMENTAIRE DES FONCTIONS D’UNE VARIABLE COMPLEXE - TOME I*, Institut de Mathématiques de Luminy, Cours en Analyse Complexe. Marseille, 2009.
- [Sch] Schlumberger. Petromod : Petroleum systems modeling, <http://www.software.slb.com/products/foundation/pages/petromod-petroleum-systems-model.aspx>.
- [SMS03] S. A. Vavasis S. M. Shontz. A mesh warping algorithm based on weighted laplacian smoothing. In *IMR*, pages 147–158, 2003.
- [Tis69] B. Tissot. Premières données sur les mécanismes et la cinétique de la formation du pétrole dans les sédiments. simulation d’un schéma réactionnel sur ordinateur. *Revue de l’Institut Français du Pétrole*, 24(6) :470–501, 1969.
- [Wat76] Ryan W.B.F. Watts, A.B. Flexure of the lithosphere and continental margin basins. *Tectonophysics*, 36(1-3) :25–44, 1976.
- [YW08] Y. Xiong Z.Q. Cheng Y. Wang, K. Xu. 2d shape deformation based on rigid square matching. *COMPUTER ANIMATION AND VIRTUAL WORLDS*, 19 :411–420, 2008.

Brahim YAHIAOUI

Doctorat : Systèmes Mécaniques et Matériaux

Année 2013

Maillage dynamique tridimensionnel pour la simulation de l'écoulement dans un bassin sédimentaire

Afin de cibler une meilleure rentabilité des gisements d'hydrocarbures, la simulation numérique présente un intérêt grandissant dans le secteur pétrolier. Dans ce contexte, deux principaux types d'applications sont distingués : l'ingénierie du réservoir, où les modèles géologiques sont définis comme statiques et l'exploration des gisements par la simulation de la formation des hydrocarbures. Cette dernière application nécessite des modèles de bassins dynamiques. Pour ce type de simulation, la modélisation mathématique et numérique a connu une avancée importante durant les dernières années. En revanche, la construction de maillages indispensables pour les simulations reste une tâche lourde dans le cas de géométries complexes et dynamiques. La difficulté se traduit par la particularité du domaine à mailler, qui est dictée par la mécanique des milieux granulaires, c'est-à-dire des milieux quasi-incompressibles et hétérogènes. De plus, les données sismiques sont des surfaces non-implicites modélisant des blocs volumiques. Dans ce cadre, nous nous intéressons à la génération de maillages lagrangiens hexa-dominants des bassins à géométrie complexe. Le maillage souhaité doit contenir une couche de mailles principalement hexaédriques entre deux horizons et respecter les surfaces failles traversant ces horizons. Une méthodologie originale basée sur la construction d'un espace déplié est proposée. Le maillage souhaité est alors traduit par une grille 3D contrainte dans cet espace. Plusieurs techniques d'optimisation de maillages sont aussi proposées.

Mots clés : analyse numérique - géométrie algorithmique - bassins sédimentaires - gisements pétrolifères - simulation par ordinateur - modélisation tridimensionnelle.

Three Dimensional Dynamic Meshing for Hydrocarbons Flow Simulation in Sedimentary Basin

To target more profitable oil and gas deposits, the numerical simulation is of growing interest in the oil sector. In this context, two main types of applications are distinguished: reservoir engineering where geological models are defined as static and exploration for the simulation of hydrocarbons formation. The latter application requires dynamic basins models. For this type of simulation, mathematical and numerical modeling has been an important advance in recent years. However, the construction of meshes needed for the simulations is a difficult task in the case of complex and dynamic geometries. The difficulty is reflected by the characteristic of the domain to mesh, which is defined from the mechanics of granular media which are almost incompressible and heterogeneous environments. In addition, the seismic data represent non-implicit surfaces modeling volume blocks. In this context, we focus on Lagrangian hex-dominant mesh generation of basins with complex geometry. The desired mesh must contain a layer of almost hexahedral meshes between two horizons and conform to fault surfaces through these horizons. A novel methodology based on the construction of an unfolded space is introduced. The desired mesh is then seen as a constrained 3D grid in this novel space. Several mesh optimization techniques are also proposed.

Keywords: numerical analysis - computational geometry - sedimentary basins - oilfield - numerical simulation - three-dimensional modelling.

Thèse réalisée en partenariat entre :

