



**HAL**  
open science

# Modélisation stochastique pour la sûreté de fonctionnement des systèmes commandés

Yves Langeron

► **To cite this version:**

Yves Langeron. Modélisation stochastique pour la sûreté de fonctionnement des systèmes commandés. Recherche opérationnelle [math.OC]. Université de Technologie de Troyes, 2015. Français. NNT : 2015TROY0001 . tel-03358873

**HAL Id: tel-03358873**

**<https://theses.hal.science/tel-03358873>**

Submitted on 29 Sep 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse  
de doctorat  
de l'UTT

**Yves LANGERON**

**Modélisation stochastique  
pour la sûreté de fonctionnement  
des systèmes commandés**

**Spécialité :**  
**Optimisation et Sûreté des Systèmes**

2015TROY0001

Année 2015

---

---

# THESE

*pour l'obtention du grade de*

**DOCTEUR de l'UNIVERSITE  
DE TECHNOLOGIE DE TROYES  
Spécialité : OPTIMISATION ET SURETE DES SYSTEMES**

*présentée et soutenue par*

**Yves LANGERON**

*le 8 janvier 2015*

---

---

**Modélisation stochastique pour la sûreté de fonctionnement  
des systèmes commandés**

---

---

## JURY

M. V. COCQUEMPOT	PROFESSEUR DES UNIVERSITES	Président
Mme A. BARROS	PROFESSEUR DES UNIVERSITES	Directrice de thèse
M. C. BÉRENGUER	PROFESSEUR DES UNIVERSITES	Examinateur
M. A. GRALL	PROFESSEUR DES UNIVERSITES	Directeur de thèse
M. J.-J. MARTINEZ-MOLINA	MAITRE DE CONFERNCES - HDR	Rapporteur
Mme L. TRAVE-MASSUYES	DIRECTEUR DE RECHERCHE CNRS	Rapporteur

# Remerciements

Ce mémoire termine trois années de thèse enrichissantes effectuées à l'Université de Technologie de Troyes. Il est question de la dégradation des systèmes commandés. J'ai essayé d'apporter un point de vue à la frontière entre la détérioration de ces systèmes et leur commande.

En premier lieu, je tiens à remercier chaleureusement mes directeurs de thèse Antoine Grall et Anne Barros pour la confiance, le soutien qu'ils m'ont accordés en acceptant d'encadrer un doctorant un peu particulier. A ce titre, étant un membre du personnel de l'établissement, cette thèse n'aurait pu se faire sans l'accord de sa direction à laquelle j'exprime ma profonde gratitude.

Mes remerciements vont ensuite à Louise Travé-Massuyes et John-Jairo Martinez-Molina pour avoir accepté d'être les rapporteurs de cette thèse; pour leurs remarques, leurs commentaires qui ont enrichi le mémoire. Je remercie également le président du jury Vincent Cocquempot ainsi que Christophe Bérenguer qui ont examiné ce travail. Un grand merci à l'ensemble des membres du jury pour les nombreuses questions posées lors de la soutenance qui sont autant de sujets de discussion ouvrant de nouvelles perspectives.

Je voudrais également remercier tous mes collègues de l'équipe Modélisation et Sécurité des Systèmes pour m'avoir encouragé dans cette démarche; notamment Pierre, Edith, Estelle, Yann, Thuan, Elias et Mitra ("*...encore de l'eau chaude*").

Évidemment, tout ceci n'aurait pu se faire sans le soutien de ma petite famille - Christelle et Lucas - qui ne m'a pas beaucoup vu les soirs occupés à rédiger. Mille mercis et beaucoup plus.

*Voilà...*

Yves Langeron



# Résumé

Dans le contexte des systèmes commandés, l'effort de recherche est principalement porté sur la reconfiguration d'une loi de commande à l'apparition d'une situation de défaut. La reconfiguration a pour objectif de pallier au défaut et donc de maintenir les performances du système. La problématique principale de nos travaux est d'étudier ces systèmes du point de vue de leur sûreté de fonctionnement en s'interrogeant sur les causes qui engendrent une situation de défaut. Pour cela, il est supposé l'existence d'une relation étroite entre la commande d'un système, sa dégradation et ses défauts. Un cadre de modélisation stochastique de la dégradation est proposé intégrant l'usage du système ainsi que les différents modes de détérioration. Le pronostic de la durée de vie résiduelle RUL de l'actionneur -élément critique de ces systèmes- est dérivé de l'ensemble des modèles. La RUL est alors utilisée comme un outil de reconfiguration de la loi LQR (Linear Quadratic Regulator) d'un système mono-actionné dans le cadre d'une maintenance prédictive. L'impact de cette nouvelle politique de maintenance sur les performances statiques et dynamiques du système est évalué. Enfin, le comportement stochastique d'un système tolérant aux fautes basé sur une redondance d'actionneurs est étudié au travers des modèles développés.



# Abstract

In the context of control systems, the research effort is focused on how to reconfigure the control law upon the occurrence of a faulty situation. The reconfiguration procedure aims to overcome the fault and thus to maintain system performances. The main issue of this thesis is to study these systems in terms of their dependability by questioning the causes that generate a fault. Then it is assumed a close relationship between the control of a system, its degradation and its faults. A stochastic modelling framework is proposed combining the use of the system and the various modes of deterioration. The actuator is assumed to be the most critical part of a system. The prognosis of its remaining life RUL is derived from these models. This RUL is then used as a tool for reconfiguring the LQR law (Linear Quadratic Regulator) of a system with a single actuator in the context of a predictive maintenance. The impact of this new maintenance policy on static and dynamic performances is assessed. Finally the stochastic behavior of a fault tolerant control system is studied by means of the achieved models.



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>1</b>
<b>I Problématique - Analyse bibliographique</b>	<b>3</b>
<b>1 Cadre de l'étude</b>	<b>5</b>
1.1 Contexte . . . . .	5
1.2 Réduction du risque . . . . .	6
1.2.1 Système Instrumenté de Sécurité . . . . .	6
1.2.2 Contrôle fiable . . . . .	8
1.3 Motivations . . . . .	9
1.3.1 Contexte bibliographique . . . . .	9
1.3.2 Objectifs . . . . .	10
<b>2 Dégradation d'un système commandé</b>	<b>13</b>
2.1 Introduction . . . . .	13
2.2 Dégradation d'un actionneur . . . . .	14
2.2.1 Perte d'efficacité d'un actionneur . . . . .	16
2.2.2 $u(t)$ : A l'origine du phénomène de détérioration $D(t)$ . . . . .	17
2.3 Durée de vie résiduelle d'un actionneur $RUL$ . . . . .	20
2.3.1 Modèle physique . . . . .	20
2.3.2 Niveau de dégradation . . . . .	21
2.3.3 Variable aléatoire . . . . .	22
2.4 Conclusion. Perspectives . . . . .	23
<b>3 Modèles de défaillance</b>	<b>25</b>
3.1 Introduction . . . . .	25
3.2 Modèles de défaillance stochastique . . . . .	26
3.2.1 Modèles de durée de vie . . . . .	26

3.2.2	Modèles de choc . . . . .	28
3.2.3	Modèles de dégradation continue/graduelle . . . . .	30
3.3	Intégration de covariables . . . . .	32
3.3.1	Modèle de durée de vie . . . . .	32
3.3.2	Modèle de dégradation . . . . .	33
3.4	Conclusion. Perspectives . . . . .	34
<b>II</b>	<b>Modélisation stochastique Pronostic de la durée de vie résiduelle</b>	
	<b>d'un actionneur</b>	<b>37</b>
<b>4</b>	<b>Modèle stochastique du couple efficacité/dégradation</b>	<b>39</b>
4.1	Introduction . . . . .	39
4.2	Comportement d'un actionneur . . . . .	40
4.3	Couplage Efficacité - Dégradation . . . . .	42
4.4	Conclusion . . . . .	44
<b>5</b>	<b>Modèles stochastiques pour le pronostic</b>	<b>47</b>
5.1	Introduction . . . . .	47
5.2	Modèle stochastique du couple commande/dégradation . . . . .	47
5.3	Modèle stochastique de l'usage . . . . .	48
5.4	Pronostic . . . . .	50
5.4.1	Fiabilité conditionnelle . . . . .	50
5.4.2	Durée de vie résiduelle d'un actionneur <i>RUL</i> . . . . .	53
<b>6</b>	<b>Validation des modèles</b>	<b>57</b>
6.1	Introduction . . . . .	57
6.2	Choix des processus . . . . .	57
6.2.1	Processus d'usure $Z(t)$ . . . . .	57
6.2.2	Processus de choc $S(t)$ . . . . .	58
6.3	Evaluation du pronostic . . . . .	60

<b>III Maintenance des systèmes commandés</b>	
<b>Systèmes tolérants aux fautes</b>	<b>65</b>
<b>7 Système mono-actionné</b>	<b>67</b>
7.1 Introduction . . . . .	67
7.2 Cas d'étude . . . . .	67
7.3 Loi LQR basée sur la RUL . . . . .	68
7.3.1 Objectif . . . . .	68
7.3.2 Heuristique de reconfiguration . . . . .	71
7.3.3 Résultats numériques . . . . .	72
7.3.4 Quels enseignements faut-il retenir ? . . . . .	74
7.4 Maintenance conditionnelle d'un système commandé . . . . .	77
7.4.1 Politique de maintenance conditionnelle . . . . .	77
7.4.2 Données de simulation. Critères d'évaluation de la politique de maintenance . . . . .	78
7.4.3 Système inspecté périodiquement . . . . .	80
7.4.4 Impact de la perte d'efficacité . . . . .	86
7.4.5 Système inspecté lors d'un défaut d'actionneur . . . . .	89
7.5 Conclusion . . . . .	94
<b>8 Systèmes tolérants aux fautes</b>	<b>97</b>
8.1 Introduction . . . . .	97
8.2 Tolérance aux fautes : Différentes approches . . . . .	97
8.2.1 Approche passive . . . . .	97
8.2.2 Approche active . . . . .	97
8.3 Allocation de commande . . . . .	99
8.3.1 Principe . . . . .	99
8.3.2 Méthode de la pseudo-inverse PIM . . . . .	100
8.4 Comportement d'un système tolérant aux fautes . . . . .	101
8.4.1 Description du système étudié . . . . .	101
8.4.2 Comportements déterministe et stochastique . . . . .	102
8.4.3 Méthode PIM intégrant la fiabilité . . . . .	106
8.5 Dépendance stochastique . . . . .	110
8.5.1 Introduction . . . . .	110

8.5.2	Formalisation . . . . .	111
8.5.3	Applications numériques . . . . .	113
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>115</b>
	<b>A Cas d'étude : équipement d'usinage</b>	<b>119</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>123</b>

# Liste des figures

1.1	Système commandé et les fonctions de sécurité associées . . . . .	6
1.2	Réduction du risque supportée par le SIS . . . . .	6
1.3	Réduction du risque supportée par le SIS et le contrôleur . . . . .	9
2.1	Structure d'un système commandé . . . . .	13
2.2	Système répondant à une consigne en échelon $s(t)$ . La sortie $y(t)$ présente une erreur statique $\varepsilon_p$ en régime permanent. . . . .	15
2.3	Evolution de la dégradation du bobinage pour plusieurs modes de fonctionnement [Brown et al., 2009] . . . . .	22
3.1	Benchmark de Virkler [Virkler et al., 1979] . . . . .	26
3.2	Modèles de dégradation par chocs aléatoires . . . . .	29
3.3	Impact des covariables sur la vitesse de dégradation d'un processus Gamma . . . . .	33
3.4	Impact ponctuel des covariables sur un processus de dégradation continue . . . . .	34
4.1	Commande par retour d'état . . . . .	39
4.2	Signal de commande $u(t)$ (changement de consigne $s(t)$ de type échelon) . . . . .	41
4.3	Performances du système et Effort déployé par l'actionneur . . . . .	42
4.4	Modèle de perte d'efficacité d'un actionneur . . . . .	43
4.5	Impact de la perte d'efficacité sur la sortie $y(t)$ . . . . .	45
4.6	Impact de la perte d'efficacité sur la commande $u(t)$ . . . . .	45
5.1	Impact de la perte d'efficacité sur la commande $u(t)$ . . . . .	50
5.2	Fiabilité conditionnelle et $QRUL_i(q = 5\%)$ . . . . .	54
6.1	Impact de la perte d'efficacité sur $\Theta_u$ . . . . .	59
6.2	Fiabilité conditionnelle $R_i^{\#1}(t)\mathbb{I}_{\{d_i \leq L_1\}}$ $t_i = 50$ $d_i = 50$ . . . . .	61
6.3	Fiabilité conditionnelle $R_i^{\#2}(t)\mathbb{I}_{\{L_1 < d_i \leq L_2\}}$ $t_i = 100$ $d_i = 200$ . . . . .	62
6.4	Fiabilité conditionnelle $R_i^{\#3}(t)\mathbb{I}_{\{d_i > L_2\}}$ $t_i = 150$ $d_i = 350$ . . . . .	62
6.5	Densité $f_{T_1}^{\#1}(r)$ . . . . .	63

6.6	Densité jointe $f_{T_1, T_2}^{\#1}(r, v)$ . . . . .	64
7.1	Algorithme de simulation du système commandé . . . . .	70
7.2	Politique de mise à jour de la loi LQR . . . . .	72
7.3	Allure des signaux $y(t), u(t)$ . . . . .	74
7.4	Adaptive LQR. Evolution des pondérations $q$ et $r$ . . . . .	74
7.5	Fiabilité du système en fin de mission. Adaptive LQR . . . . .	76
7.6	Dégradation de l'actionneur en fin de mission. Adaptive LQR . . . . .	76
7.7	Performances moyennes du système. Adaptive LQR . . . . .	76
7.8	Politique de maintenance conditionnelle . . . . .	77
7.9	Performances du système. Effort déployé par l'actionneur pour $r = 5$ et $q \in [1, 10]$ . . . . .	79
7.10	Coût de la maintenance $\text{Cost}_{AV}$ . . . . .	83
7.11	Temps de cycle $\text{Cycle}_{AV}$ . . . . .	83
7.12	Action de reconfiguration $N_{\text{rcf } AV}$ . . . . .	84
7.13	Date de passage $T_{2AV}$ . . . . .	84
7.14	Evolution de la dégradation $D(t)$ . . . . .	85
7.15	Performances $\text{Perf}_{AV}$ . . . . .	85
7.16	$\text{Perf}_{AV}$ sans perte d'efficacité . . . . .	87
7.17	$\text{Cycle}_{AV}$ sans perte d'efficacité . . . . .	88
7.18	$\text{Cost}_{AV}$ sans perte d'efficacité . . . . .	88
7.19	Nombre d'actions correctives . . . . .	90
7.20	Nombre d'actions préventives . . . . .	91
7.21	Nombre de reconfigurations . . . . .	91
7.22	Coût global moyen . . . . .	92
7.23	Performances du système commandé . . . . .	92
7.24	Temps de cycle . . . . .	93
7.25	Date de passage par le seuil $L_2$ . . . . .	93
7.26	Durée de vie résiduelle au moment du second défaut . . . . .	94
8.1	Redondance matérielle pour la tolérance aux fautes . . . . .	99
8.2	Réservoir alimenté par deux vannes . . . . .	101
8.3	Réponse du système $y(t)$ à la consigne $s(t)$ . . . . .	104
8.4	Evolution de l'entrée de commande de chaque actionneur . . . . .	105

---

8.5	Evolution des valeurs de $\Theta_u$ . . . . .	105
8.6	Evolution de la dégradation de chaque actionneur . . . . .	106
8.7	Fiabilité du système et de chaque actionneur . . . . .	109
8.8	Probabilité des défauts de chaque actionneur . . . . .	110
8.9	Impact de la défaillance d'un actionneur . . . . .	111
8.10	Impact de la panne de l'actionneur 1 sur la fiabilité $R_i(t)$ du second . . . . .	114
8.11	Impact de la panne de l'actionneur 2 sur la fiabilité $R_i(t)$ du premier . . . . .	114
A.1	Cas d'étude : modèle simplifié d'un équipement d'usinage . . . . .	119



# Liste des tableaux

1.1	Niveaux de SIL pour le mode faible demande . . . . .	7
6.1	Evaluation du pronostic. Données de simulation . . . . .	60
7.1	Loi LQR basée sur la <i>RUL</i> . Données de simulation . . . . .	69
7.2	Reconfiguration de la loi <i>LQR</i> basée sur la <i>RUL</i> . . . . .	71
7.3	Réglage LQR initial . . . . .	72
7.4	Alarme LQR . . . . .	73
7.5	Adaptive LQR . . . . .	73
7.6	Maintenance conditionnelle. Données de simulation . . . . .	81
7.7	Indicateurs obtenus avec une maintenance corrective . . . . .	81
7.8	Indicateurs obtenus avec une maintenance corrective et préventive . . . . .	82
7.9	Maintenance corrective sans perte d'efficacité . . . . .	87
7.10	Inspection périodique et sur défaut pour $RUL_{prev} = 20$ . . . . .	90
8.1	Réservoir. Données de simulation . . . . .	102
8.2	Dépendance stochastique. Données de simulation . . . . .	113



# Introduction générale

De façon schématique, la structure d'un système commandé repose sur un contrôleur, un ensemble d'actionneurs et enfin la partie concernant le procédé industriel. En métallurgie, le traitement thermique de tubes en acier est un exemple de procédé. Le rôle des actionneurs est d'amener ce dernier vers un état de fonctionnement stable et sous des contraintes de temps généralement fixées. Connaissant l'état du système, le contrôleur implémentant une loi de commande pilote cet ensemble d'actionneurs.

Le contexte bibliographique rappelé au début de ce mémoire nous montre que la littérature des systèmes commandés est principalement consacrée à l'étude de leur commande. Peu de travaux abordent ces systèmes sous l'angle de la sûreté de fonctionnement au sens de leur fiabilité. Par conséquent et en complément, ce mémoire propose un cadre d'étude pour modéliser la fiabilité d'un système commandé. L'objectif sous-jacent est de voir comment les modèles développés peuvent s'insérer dans la commande d'un tel système et de sa maintenance. Dans ce but, ce mémoire est organisé en trois parties.

La première partie commence par introduire la notion de contrôle fiable qui participe à la réduction du risque dans le contexte de la sécurité industrielle. Dans ce cadre, lorsqu'un système commandé se trouve en défaut, le contrôle a la capacité de se reconfigurer. Par cette action, l'impact du défaut est réduit. Le système préserve ses performances et ne se retrouve pas dans une situation instable voire dangereuse. De là, les motivations de ces travaux sont amenées sous la forme de questions posées autour du défaut telle que *Qu'est ce qui engendre un défaut?* Afin de répondre à ces questions, nous proposons de mettre en place une analyse ascendante d'un système commandé. Comprendre le comportement en défaut d'un tel système nécessite de s'intéresser à celui de ses composants. Une étude bibliographique est alors effectuée dans ce but. Elle repose sur les modèles de défaillance d'un composant étudiés principalement par la communauté de la sûreté de fonctionnement et les modèles de dégradation d'un système commandé développés par la communauté des systèmes tolérants aux fautes.

L'analyse bibliographique permet d'aborder la seconde partie de ce mémoire. Elle commence par une étude préliminaire d'un système mono-actionné et piloté par une loi LQR. Les performances du système et l'effort demandé à l'actionneur pour les atteindre sont étroitement liés. Cette dépense d'énergie est vue tel un facteur de détérioration pour l'actionneur. Un modèle couplant le niveau de dégradation atteint par l'actionneur et sa perte d'efficacité est alors proposé. Le comportement de l'actionneur analysé lors de cette

première étude permet ensuite de définir une modélisation stochastique de sa dégradation. Enfin, le pronostic de sa durée de vie résiduelle  $RUL$  est dérivé de l'ensemble des modèles proposés.

La troisième et dernière partie est dédiée aux simulations numériques. Elles ont pour objectif d'implémenter les modèles développés à la partie précédente et ceci sous plusieurs angles. Le comportement déterministe d'un système mono-actionné est simulé parallèlement à l'évolution stochastique de la dégradation de son actionneur. La loi LQR qui pilote le système est paramétrée à partir de la  $RUL$  faisant l'hypothèse que le niveau de dégradation de l'actionneur soit accessible. Dans le même esprit, la maintenance conditionnelle de ce système est ensuite étudiée pour plusieurs modes d'inspection. La  $RUL$  de l'actionneur tient un rôle important car elle permet de reconfigurer la loi de commande. Cette reconfiguration est vue comme une action de maintenance additionnelle complétant le schéma classique d'une maintenance basée sur les seules actions correctives et préventives. Cette partie se termine avec l'étude d'un système tolérant aux fautes. La tolérance est basée sur une redondance d'actionneurs activée en ligne à l'aide de la méthode PIM (pseudo-inverse method) classiquement utilisée dans la commande des systèmes.

Ce mémoire se termine par une conclusion générale faisant la synthèse des résultats obtenus. Quelques pistes d'amélioration des modèles proposés sont aussi envisagées.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont fait l'objet d'une publication actuellement en révision à *Reliability Engineering & System Safety* [Langeron et al., 2014] et de trois communications en conférence internationale *PSAM-ESREL 2012* [Langeron et al., 2012b], *Sa-feProcess 2012* [Langeron et al., 2012a], *PHM Milan 2013* [Langeron et al., 2013].

Première partie

**Problématique - Analyse  
bibliographique**



## Chapitre 1

# Cadre de l'étude

### 1.1 Contexte

Les questions de sécurité industrielle font parties des préoccupations quotidiennes de la vie d'une entreprise. Celle-ci génère des activités qui potentiellement présentent des risques sur le plan environnemental, social et économique. Une entreprise doit donc satisfaire aux exigences de sécurité des biens et des personnes par la minimisation de ces risques tout en garantissant un certain niveau de rentabilité qui puisse assurer sa pérennité. Au regard du code du travail et du code de la santé publique mis en place par les législateurs, une entreprise a donc une obligation de moyens et de résultats en termes de sécurité.

L'étape initiale d'une démarche de maîtrise des risques est de considérer les dangers potentiels ou événements redoutés pouvant émaner d'un procédé industriel. A chaque danger identifié est associé un risque évalué à l'aide de méthodes telles que la matrice des risques ou le graphe de risque [Marszal et al., 1999]. Ce type de méthode permet alors de mesurer l'effort à fournir pour ramener le risque à un niveau acceptable ou tolérable qui soit conforme à la législation. Une fonction de sécurité est alors implémentée sur un système dédié à la sécurité jouant le rôle de barrière de protection entre le procédé source du danger et les biens, les personnes et l'environnement à protéger. Parmi les systèmes intégrant la fonction de sécurité se trouvent les systèmes instrumentés de sécurité SIS dont la technologie peut être plus ou moins sophistiquée (électrique/électronique/électronique programmable). Ces systèmes prennent une place de plus en plus importante dans le monde de l'industrie et font l'objet d'une norme internationale générique IEC 61508 [IEC61508, 2010]. Celle-ci est ensuite déclinée par secteur comme la norme IEC 61511 [IEC61511, 2003] pour l'industrie de procédé ou la norme IEC 62061 [IEC62061, 2005] pour la sécurité des machines. Cette norme générique définit un cadre de travail complet permettant de concevoir un SIS depuis la phase des spécifications jusqu'à l'évaluation de sa sûreté de fonctionnement.

Le contexte de l'étude proposée est celui décrit par la figure 1.1 issu des travaux de Suyama [Suyama, 2002, Suyama, 2005, Suyama, 2010]. Le procédé industriel EUC (Equipment Under Control) est associé à un contrôleur BC (Basic Control) par le biais de capteurs et d'actionneurs. Les mesures effectuées par les différents capteurs alimentent le dispositif de contrôle dont le rôle est de maintenir le procédé dans un état stable sous des contraintes de performances données à l'aide des actionneurs. L'ensemble définit le système commandé.

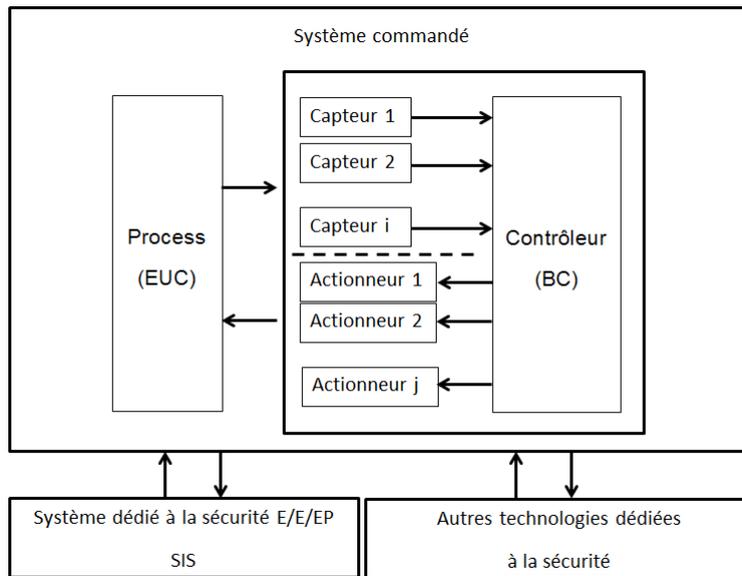


Figure 1.1 – Système commandé et les fonctions de sécurité associées

## 1.2 Réduction du risque

### 1.2.1 Système Instrumenté de Sécurité

Dans le cas où le système arriverait malgré tout dans un état instable conduisant à un danger réel pour la sécurité des biens et des personnes, une ou plusieurs fonctions de sécurité implémentées par un SIS ou toute autre technologie dédiée à la sécurité sont alors sollicitées. Le risque est donc jugulé comme le décrit la figure 1.2. Cette figure décrit un système commandé piloté avec un contrôleur BC1. La sécurité fonctionnelle d'un SIS est

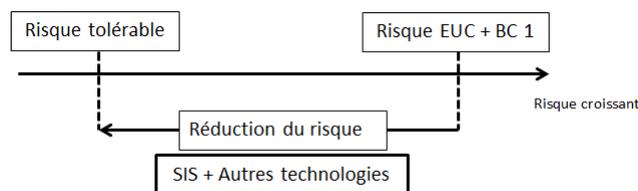


Figure 1.2 – Réduction du risque supportée par le SIS

sa capacité à assurer la fonction qui lui est confiée. Cependant, la norme convient qu'une défaillance matérielle du SIS peut arriver et cela de manière aléatoire. Le SIS est alors dans l'incapacité à parfaire sa mission de sécurité en cas de danger. La norme IEC 61508 est constituée de 7 parties à utiliser au cours des différentes étapes de la mise en œuvre de la fonction de sécurité. Parmi celles-ci, la première IEC 61508-1 définit 4 niveaux d'intégrité de sécurité SIL (Safety Integrity Level) afin de quantifier cette sécurité fonctionnelle et ceci pour deux types de fonctionnement ; faible sollicitation et sollicitation élevée ou continue.

A chaque niveau de SIL correspond un encadrement de la probabilité de défaillance à la demande PFD (cas faible demande) et de la probabilité de défaillance par heure PFH (cas demande élevée). Le terme *demande* fait référence à l'apparition d'un danger émanant du procédé pour lequel la fonction de sécurité doit être activée. Le tableau 1.1 extrait de la partie 1 (IEC 61508-1 Section 7.6.2.9) illustre le cas du premier mode. La lecture de ce

SIL	PFD
4	$\geq 10^{-5}$ à $< 10^{-4}$
3	$\geq 10^{-4}$ à $< 10^{-3}$
2	$\geq 10^{-3}$ à $< 10^{-2}$
1	$\geq 10^{-2}$ à $< 10^{-1}$

Tableau 1.1 – Niveaux de SIL pour le mode faible demande

tableau nous indique que plus la réduction du risque est élevée et plus le niveau d'intégrité de sécurité SIL se doit aussi de l'être. Un SIS dont l'intégrité est de 4 a une probabilité de défaillance à la demande très faible et peut donc prendre *en charge* la gestion d'un risque élevé.

Le cadre de travail mis en place par la norme propose une démarche permettant l'évaluation de l'intégrité de sécurité d'un SIS. Cependant, au début des années 2000, des problèmes de compréhension ou d'interprétation de son contenu ont amené à une littérature technique et scientifique abondante [Signoret, 2006, Langeron et al., 2007, Innal, 2008, Rausand, 2014].

Parmi les difficultés rencontrées dans l'exploitation de cette norme a été l'absence de méthodes de calcul tangibles pour quantifier la PFD et la PFH [Bukowski, 1995, Bukowski, 2002]. La partie 6 (IEC 61508-6 Annexe B) proposait des formules *prêtes à l'usage* pour ces probabilités et différentes architectures de SIS. Plusieurs travaux se sont alors essayés à les retrouver mais au prix de nombreuses hypothèses [Zhang et al., 2003].

Comme autre difficulté d'exploitation, la partie 2 (IEC 61508-2 Section 7.4.4.2.1) proposait une technique de conception d'une fonction de sécurité composée de plusieurs sous-systèmes. Chacun intègre sa propre fonction dont le SIL est connu a priori. Cette technique repose sur des règles de combinaison entre SILs. Sa simplicité de mise en œuvre la rend attrayante car elle ne nécessite aucun calcul. Par exemple, dans le cas d'une architecture série, le SIL du système complet correspond à celui du sous-système ayant le plus petit SIL. Une approche markovienne multi-phases [Châtelet et al., 1997, Lindqvist, 1998, Dieulle et al., 2000, Bukowski, 2001] a montré que ces règles de combinaison entre SILs se révèlent conservatives dans de nombreux cas [Langeron et al., 2008a]. Cependant, ils existent certains scénarios pour lesquels cette technique prévoit un niveau d'intégrité de sécurité supérieur à celui quantifié dans le cadre markovien [Langeron et al., 2008b].

En 2010 est apparue une nouvelle édition de la norme IEC 61508 intégrant entre autres de nouvelles méthodes (i) pour calculer les probabilités PFD/PFH avec maintenant une définition claire pour chacune d'elle, (ii) pour combiner différentes fonctions de sécurité. Ces méthodes

sont présentées comme des alternatives car les formules de la précédente édition existent toujours de même que la première technique de fusion de SILs. Cette persistance est due à des différences de culture dans l'approche de la mise en œuvre d'une fonction de sécurité. Certains utilisateurs de la norme ont un point de vue uniquement probabiliste, d'autres une approche basée sur la notion d'architecture matérielle liée à la tolérance aux fautes d'un système [Lundteigen, 2006]. Les premiers reprochent aux seconds le manque de robustesse d'une telle approche et les seconds que le nombre de données issues de retours d'expériences est encore insuffisant pour bâtir des modèles probabilistes. L'existence de ces deux points de vue est d'ailleurs à l'origine de cette première édition et de ses nombreuses controverses. Parallèlement à la mise en place de ces normes internationales, des méthodes d'évaluation de la sûreté de fonctionnement d'un SIS pour le secteur pétrolier Norvégien [Hauge et al., 2010] sont apparues.

L'utilisation de la norme doit malgré sa nouvelle édition se faire avec une certaine prudence. De par le rôle critique qu'il joue, un SIS est un système aux interactions complexes dont le fonctionnement mérite une étude approfondie. Ainsi, pour évaluer ou concevoir un SIS, la norme ne doit pas être utilisée seule mais accompagnée de méthodes, de moyens d'analyse de ses modes de fonctionnement. A ce titre, plusieurs outils basés notamment sur les réseaux de Petri stochastiques [Dutuit et al., 1997, Innal et al., 2010] ont été développés pour modéliser les défaillances potentielles d'un SIS.

### 1.2.2 Contrôle fiable

Dans [Suyama, 2005], l'auteur propose une solution complémentaire qui vient en appui du système instrumenté de sécurité. Il envisage de déléguer une partie de la réduction du risque sur le contrôleur. Le but est *d'alléger* l'effort d'intégrité de sécurité supporté par le SIS. Ce concept de contrôle fiable peut se résumer ainsi :

*"Comment piloter un système commandé sujet à des défaillances matérielles de sorte qu'il ne se retrouve pas dans un état instable source potentielle de dangers?"*

L'idée générale est que le contrôleur intégrant la loi de commande gouverne le système de telle manière qu'il compense par son action une situation de défaillance matérielle. L'objectif est que le système ne passe pas dans un état dangereux et instable. Par conséquent, la fréquence de la demande de la fonction de sécurité diminue. La loi de commande participe à sa manière à la réduction du risque. Le contrôle fiable permet de ne plus concentrer l'intégralité de l'effort de conception de la barrière de protection sur le SIS. Cet effort est réparti à la fois sur le SIS et sur le contrôleur comme le décrit la figure 1.3 qui illustre la partie du risque prise en charge par un nouveau contrôleur BC2.

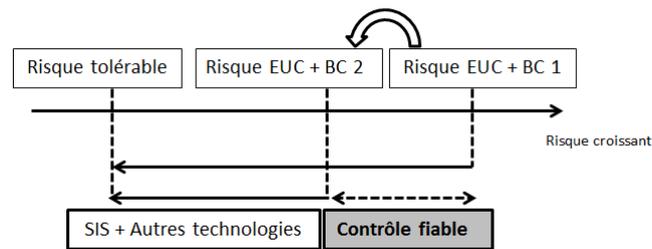


Figure 1.3 – Réduction du risque supportée par le SIS et le contrôleur

## 1.3 Motivations

Nous venons de voir que le contrôle a donc un rôle important à jouer pour la réduction du risque. Dans la conception d’une barrière de protection, il vient en complément des solutions couramment utilisées comme les systèmes instrumentés de sécurité. Dans ce cadre, nous faisons le choix d’étudier les systèmes commandés par le prisme de la sûreté de fonctionnement évoluant autour des quatre thématiques suivantes : la fiabilité, la maintenabilité, la disponibilité et la sécurité. La principale raison est que très peu de travaux étudient la sûreté de fonctionnement des systèmes commandés ou l’intègrent dans leur conception, leur contrôle. C’est une problématique ouverte et encore peu développée comme le souligne Zhang dans sa synthèse bibliographique sur les systèmes tolérants aux fautes [Zhang, 2008]. Ce choix d’étude peut apporter un point de vue complémentaire sur le rôle du contrôle dans la gestion du risque.

Sans être exhaustif, le contexte bibliographique autour de la sûreté de fonctionnement des systèmes commandés peut être illustré par les travaux qui suivent.

### 1.3.1 Contexte bibliographique

#### Fiabilité & Taux de couverture

Dans [Wu, 2001a], l’auteur propose d’étudier la fiabilité d’un système tolérant aux fautes. Dans le langage courant, la fiabilité d’un système est sa capacité à accomplir sa fonction sans défaillance dans les conditions requises d’utilisation et pendant une durée déterminée. La tolérance aux fautes est la possibilité pour un système commandé de recouvrir sa fonction à l’identique en cas de défaut d’une partie de ses composants tels que des actionneurs, des capteurs. L’objectif est que les performances initiales du système ne soient pas ou peu altérées par un défaut. Pour l’auteur, la fiabilité du système ne peut reposer uniquement sur son architecture matérielle. Il faut aussi y intégrer le taux de couverture des différentes fautes possibles. Le taux de couverture (*coverage*) représente cette tolérance aux fautes et est formalisée comme la probabilité conditionnelle que le système retrouve après l’apparition d’un défaut un état de fonctionnement correct. Le lien étroit entre la fiabilité et le taux de

couverture est modélisé à l'aide d'une chaîne de Markov. Les résultats obtenus montrent que la probabilité de défaillance du système croît linéairement avec un taux de couverture décroissant. Dans [Wu, 2001b, Wu, 2004], le même auteur poursuit son étude en intégrant cette capacité d'auto-diagnostic d'une situation de faute dans la sélection de lois de commande pré-définies afin de garantir un niveau de performance satisfaisant.

### Allocation de fiabilité

La fiabilité du système complet est choisie comme un objectif à maximiser dans [Wu et al., 2002]. Dans ces travaux, un système est composé de différents sous-systèmes permettant plusieurs configurations matérielles. Chaque configuration a une fiabilité donnée pour un temps de mission et un coût économique associé. L'objectif est de garantir en cas de situation de défaut une configuration qui puisse maximiser la fiabilité du système en respectant une contrainte de coût. Le problème étudié se résume à une allocation de fiabilité sous contrainte de coût et n'intègre pas les objectifs de performance du contrôle. Dans [Guenab et al., 2006, Guenab et al., 2011], le modèle précédent est augmenté en prenant en compte un objectif de performance statique et dynamique du système complet. Chaque sous-système est un système commandé pourvu d'une loi de commande locale. En cas de défaut, un système *maître* appelé le coordinateur distribue l'effort de contrôle à satisfaire localement pour que les performances de l'ensemble soient conservées sous des contraintes de fiabilité et de coût.

### Allocation de contrôle

Ce tour d'horizon de l'approche fiabiliste des systèmes commandés se termine avec les travaux de [Bicking et al., 2013, Weber et al., 2012b, Khelassi et al., 2011b]. Dans ces derniers, il est établi que l'actionneur est l'élément crucial d'un système commandé et mérite toute l'attention. Sa fiabilité est évaluée avec un modèle stochastique. Lors d'un défaut d'actionneur au sein d'un système sur-actionné, cette mesure de la fiabilité est utilisée dans le cadre d'une stratégie de ré-allocation du contrôle. Chaque actionneur est sollicité proportionnellement à sa fiabilité.

### 1.3.2 Objectifs

Ce contexte bibliographique évolue à la frontière entre la sûreté de fonctionnement d'un système et son contrôle. Qu'il s'agisse d'opérer une allocation de fiabilité, de contrôle ou d'évaluer la tolérance aux fautes; ces travaux ont comme point commun une situation de défaut qui doit être impérativement détectée. Une décision est alors prise afin de garantir par divers moyens un niveau de performances satisfaisant. Cependant, ce concept de contrôle fiable [Suyama, 2005] appelle à d'autres interrogations qui ne trouvent pas forcément de réponse dans ces mêmes travaux.

En effet,

- qu'est ce qui engendre un défaut ?
- à quel moment arrive un défaut ?
- quels éléments critiques d'un système commandé sont concernés par un défaut ?
- quel est l'impact d'un défaut ?

L'objectif de ce mémoire est d'étudier les systèmes commandés dans un contexte général. Notre approche qui se veut ascendante (i.e du composant vers le système) peut nous permettre de répondre à ces questions en essayant de s'approcher le plus près possible du système et de ses interactions complexes.

S'il est possible d'apporter des éléments de réponse à ces premières questions alors nous pourrions nous interroger sur la compatibilité entre un contrôle fiable et un contrôle performant. Puis dans le cadre d'un système tolérant aux fautes, nous pourrions alors tenter de répondre à deux questions posées par Zhang [Zhang, 2008] et laissées ici en anglais.

*"In designing Fault Tolerant Control System...Do such techniques really increase the safety and the reliability of the overall system? How to measure such improvement quantitatively?"*

Cette étude au plus près du système nécessite dans un premier temps une analyse bibliographique des systèmes commandés, de leurs modes de dysfonctionnement, de dégradation et par conséquent des modèles associés. C'est l'objet du chapitre suivant.



## Chapitre 2

# Dégradation d'un système commandé

### 2.1 Introduction

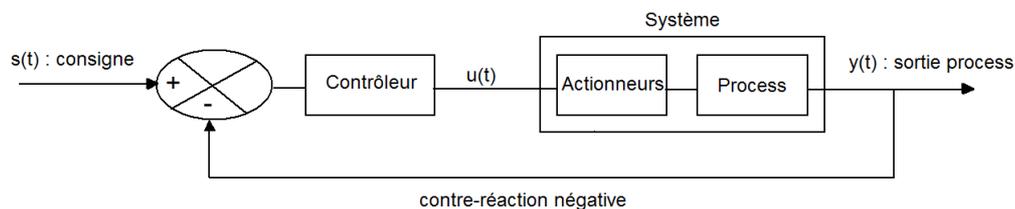


Figure 2.1 – Structure d'un système commandé

Avant de discuter plus en détail de la dégradation d'un système commandé, il peut être intéressant de rappeler ici sa composition. La figure 2.1 décrit un système commandé dans sa forme la plus basique généralement rencontrée dans le monde de l'industrie automatisée. D'une manière générale, un système est gouverné par un contrôleur dont l'objectif est de lui permettre de poursuivre ou de maintenir une consigne de référence  $s(t)$ . Pour cela, l'écart mesuré à l'aide d'un ou plusieurs capteurs entre la sortie du process  $y(t)$  et  $s(t)$  fournit au contrôleur une information d'erreur. Avec cette dernière, le contrôleur génère selon sa structure une action de commande  $u(t)$  satisfaisante qui pilote un ou plusieurs actionneurs. A titre d'exemples, un servo-moteur doit agir sur une vanne de sécurité pour la positionner précisément. Une pompe doit alimenter une cuve présentant une fuite de telle manière que son niveau soit stable en permanence. Pour ces deux exemples, le servo-moteur et la pompe représentent les actionneurs. Le système englobe les actionneurs ainsi que tous les équipements concernés par les variables de sortie mesurées comme la position de la vanne de sécurité ou la hauteur de liquide dans la cuve. De part la structure évoquée à la figure 2.1, un système commandé est aussi appelé système en boucle fermée.

Une action de commande est jugée satisfaisante si elle permet au système par le biais de ses actionneurs d'atteindre une consigne donnée dans des temps acceptables et de s'y tenir. Ce critère d'acceptabilité dépend évidemment du process étudié. Ainsi pour une machine d'emballage et de conditionnement, un vérin électrique devra atteindre des positions données dans des temps très courts pour juguler la production amont. Dans l'industrie métallurgique, la ductilité de tubes en aluminium après leur traitement thermique peut être tributaire du

temps de montée de la température dans un four mais aussi du maintien de celle-ci sans dépassement [Bourget et al., 2009, Deschamps et al., 1998]. Ces deux cas de figure illustrent la nécessité de concevoir un contrôleur quelle que soit sa structure en adéquation avec les attentes du process.

Afin de juger des performances d'un système commandé, l'automatique au sens large propose plusieurs critères avec notamment le temps de montée  $t_r$ , le temps de stabilisation  $t_{st}$  et l'erreur statique de position [Richards, 1993]. Ces trois critères illustrés à la figure 2.2 sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} t_r &= \inf\{t : y(t) = 0.9 y_\infty\} - \inf\{t : y(t) = 0.1 y_\infty\} \\ t_{st} &= \inf\{t : \frac{y(t) - y_\infty}{y_\infty} \leq 5\%\} \\ \varepsilon_p &= s_\infty - y_\infty \end{aligned} \tag{2.1}$$

où  $s_\infty$  et  $y_\infty$  représentent respectivement la valeur de la consigne  $s(t)$  et de la sortie  $y(t)$  en régime permanent. Juger les performances d'un système commandé revient in fine à juger les performances de l'action de commande associée. Pour cette raison, il ne sera pas fait de distinction entre ces deux propositions.

La description formelle d'un système commandé s'appuie sur une représentation d'état d'un système linéaire et invariant dans le temps [Fadali, 2013] telle que

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t) \end{aligned} \tag{2.2}$$

$x(t) \in \mathbb{R}^n$  représente l'état du système à la date  $t$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^p$  l'entrée de contrôle et  $y(t) \in \mathbb{R}^q$  représente la sortie du process.  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{q \times n}$  sont des matrices à coefficients réels constants de tailles respectives  $n \times n$ ,  $n \times p$  et  $q \times n$  représentant dans cet ordre la matrice de l'état, de commande et finalement de sortie. Pour reprendre l'exemple de la cuve, l'état  $x(t)$  pourrait agréger sa pression interne, la température du liquide, le débit de la fuite etc ...

## 2.2 Dégradation d'un actionneur

La littérature dédiée aux systèmes commandés utilise une terminologie variée pour décrire la dégradation, le comportement anormal d'un système ou d'un composant. On trouvera ainsi les termes faute/défaut/erreur (fault) [Liu, 2001], panne/défaillance (failure) [Chang et al., 2001]. La norme AFNOR 60010X [AFNOR, 1991] définit ces deux notions de la manière suivante. Un défaut exprime un écart entre le comportement nominal et le comportement observé d'un dispositif. Une défaillance reflète une cessation de son aptitude à accomplir sa fonction avec les performances désirées. On retrouve une notion commune à savoir la perte progressive de la fonction assurée par un système. Au regard de ces deux

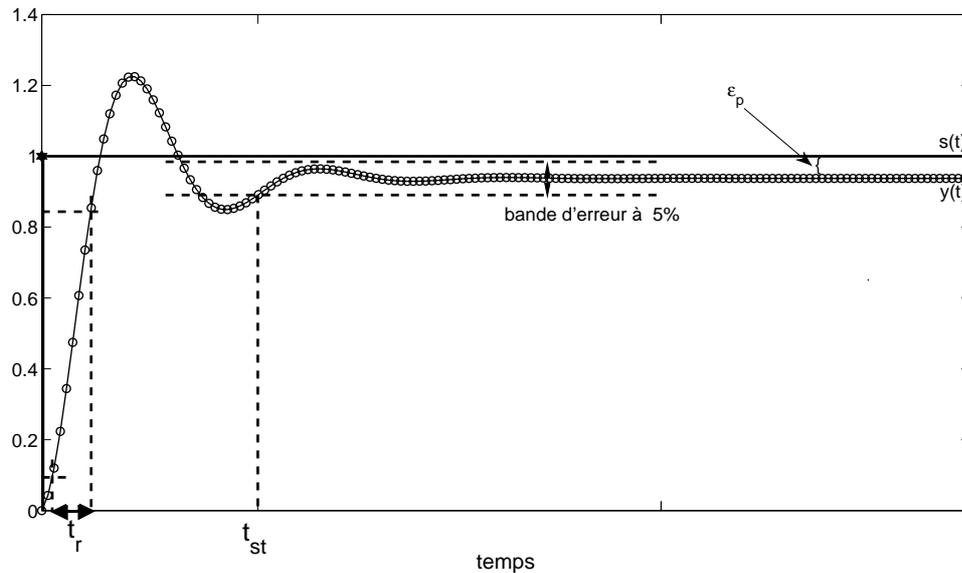


Figure 2.2 – Système répondant à une consigne en échelon  $s(t)$ . La sortie  $y(t)$  présente une erreur statique  $\varepsilon_p$  en régime permanent.

définitions, une défaillance peut donc être vue comme un défaut puisque dans ce cas la perte (l'écart) est totale. Cette dualité entre un défaut et une défaillance fait que le terme défaut est communément utilisé pour synthétiser l'ensemble des modes du comportement anormal d'un système. Il est à noter malgré tout qu'un défaut ne conduit pas systématiquement à une défaillance.

Dans le cas général, la dégradation d'un système commandé peut concerner un défaut au niveau de sa structure interne, un défaut d'actionneur ou de capteur voire une combinaison des trois scénarios. A l'occurrence du défaut, les matrices correspondantes  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{C}$  sont alors mises à jour [Guenab, 2007]. Cependant, il est à noter que la capacité d'un système automatisé à accomplir une mission donnée dépend essentiellement de ses actionneurs. D'une part il s'agit d'un composant coûteux et d'autre part il est le lien physique entre la loi de commande issue du contrôleur et le process. Par exemple, pour les systèmes dédiés à la sécurité intégrant l'ensemble capteur, contrôleur et actionneur, il est préconisé d'allouer 50% de l'intégrité de sécurité totale du système à l'actionneur, 15% au contrôleur et 35% au capteur [Hoekstra, 2005]. Ce dernier présente généralement un coût faible et une plus grande fiabilité [González-Contreras, 2009]. De plus, en cas de défaut de la fonction capteur une redondance analytique peut être mise en place [Capriglione et al., 2004, Deckert et al., 1977]. C'est pourquoi la littérature dédiée aux systèmes commandés et à leur reconfiguration est articulée principalement autour de l'actionneur et à son comportement en défaut [Johansen Tor, 2013]. Ainsi dans les sections qui suivent nous orientons volontairement notre étude bibliographique de la dégradation d'un système commandé vue au travers de celle de ses actionneurs.

### 2.2.1 Perte d'efficacité d'un actionneur

La sûreté de fonctionnement d'un système automatique ou automatisé est traitée dans [Ghostine, 2008]. Les défauts des différents composants - capteurs, contrôleurs, actionneurs - sont énumérés en filigrane car la problématique centrale de ces travaux est d'évaluer la sûreté de fonctionnement du système lorsque ces mêmes composants communiquent en réseau. Malgré cela, quelques pistes sont abordées. Ainsi, les défauts pour un actionneur sont les défauts en valeur, temporels et par arrêt. Dans le premier cas, l'actionneur implémente l'action de commande avec une perte de gain. Dans le second, l'actionneur délivre son action avec un certain délai et dans le dernier cas l'actionneur n'agit plus ou alors de manière constante à l'image d'une vanne qui resterait bloquée.

Quel que soit le défaut envisagé, il est alors question de situation de faute (*faulty situation*) pour laquelle l'actionneur connaît une perte d'efficacité à implémenter en totalité l'action de commande  $u(t)$ . Ainsi dans [Zhang, 2002], en fonctionnement normal un actionneur implémente fidèlement  $u(t)$ . Le système est alors décrit par sa représentation en mode nominal (2.2). Puis à l'apparition d'un défaut, l'effet de l'actionneur est réduit. Il y a donc une perte de gain entre ce que devrait faire l'actionneur selon le contrôleur et la réalité de l'action appliquée au process. D'un point de vue plus formel, le modèle d'état (2.2) se réécrit ainsi [Gonzalez-Contreras et al., 2007, Zhao, 1998]

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}[\mathbf{I} - \text{diag}(l_1, \dots, l_p)] u(t) \quad (2.3)$$

où  $l_i$  est supposé être un coefficient constant impactant la capacité de l'actionneur  $i$  à implémenter l'action de commande. Quand  $l_i = 0$ , l'actionneur  $i$  est en mode nominal, quand  $l_i = 1$  l'actionneur est en panne i.e. il est défaillant et finalement quand  $l_i \in ]0; 1[$  l'actionneur peine à implémenter l'action  $u(t)$  i.e. il est en défaut. L'équation d'état modifiée (2.3) impacte alors naturellement la sortie du système  $y(t)$ .

Ce formalisme reflète assez bien les trois modes décrits plus haut. En effet, qu'il s'agisse d'une défaillance en valeur, temporelle ou par arrêt, l'action appliquée au process n'est jamais celle délivrée par le contrôleur. Cette perte d'efficacité ainsi modélisée est à la base de l'étude de la commande des systèmes tolérants aux fautes [Veillette et al., 1992, Yang et al., 2000, Guang Hong, 2010, Chen et al., 2013]. Succinctement, un système est dit tolérant aux fautes s'il est capable en présence d'un défaut d'actionneur de maintenir la stabilité du système, son comportement dynamique et par conséquent ses performances. Une diminution de ces dernières peut néanmoins être envisagée [Patton, 1997].

Le point notable commun à beaucoup de travaux sur les systèmes tolérants aux fautes [Zhang, 2008] est que l'effort de recherche est porté (i) sur la capacité à détecter un défaut d'actionneur et (ii) à actualiser la commande  $u(t)$  avec pour objectif le maintien des performances du système. Pour tester de tels algorithmes, la date d'apparition du défaut est choisie de manière arbitraire. A titre d'exemple dans [Casavola, 2006], les auteurs étudient la régulation du niveau d'eau dans une cuve alimentée par trois pompes. A intervalles de temps

réguliers, une estimation de  $\text{diag}(l_1, \dots, l_p)$  est évaluée ainsi que ses variations afin de détecter et localiser l'actionneur en situation de défaut. Dans un tel cas, une procédure de réallocation de la commande  $u(t)$  est effectuée sur les actionneurs jugés sains. Ils testent l'efficacité de leur algorithme de détection sur un système décrit selon (2.3) et les trois scénarios suivants :

$$\begin{aligned} \text{diag}(l_1, l_2, l_3) &= (0, 0, 0) & t < 50 \\ \text{diag}(l_1, l_2, l_3) &= (0, 0, 1) & 50 \leq t < 225 \\ \text{diag}(l_1, l_2, l_3) &= (0, 0.5, 1) & t \geq 225 \end{aligned}$$

Nous pouvons distinguer ici deux instants de faute. Le premier instant à  $t = 50$  correspond à une panne de la pompe 3 et le second à  $t = 225$  à une perte d'efficacité de 50% de la pompe 2. L'algorithme proposé de détection fait l'hypothèse d'une perte d'efficacité constante. Cette perte est évaluée en mesurant l'évolution de l'état  $x(t)$  sur les  $N$  derniers instants. Les instants de faute sont détectés permettant alors au système après réallocation de maintenir ses performances. D'autres exemples d'estimation en ligne de la perte d'efficacité d'un actionneur se trouvent dans [Zuo et al., 2010, Guang Hong, 2010] où la date de défaut est aussi choisie a priori.

La dégradation d'un système commandé est donc vue comme une diminution de ses performances engendrée par la perte d'efficacité de ses actionneurs (2.3) en situation de défaut. Cependant, aucune explication n'est donnée sur le choix des instants d'apparition du défaut d'un actionneur ou sur la cause qui l'engendre. Sur ce dernier point, quelques articles effleurent le sujet faisant l'hypothèse que la perte d'efficacité est due à un échauffement ou à une usure de l'actionneur [Liu, 2001]. Pour cette raison, nous allons dans la section suivante analyser quelques travaux issus de la littérature des systèmes commandés qui puissent expliquer voire donner un sens réaliste au phénomène de dégradation d'un système.

### 2.2.2 $u(t)$ : A l'origine du phénomène de détérioration $D(t)$

#### Phénomène déterministe

Dans [Gokdere et al., 2005], les auteurs abordent la dégradation d'un actionneur comme un phénomène déterministe étroitement lié à l'entrée de commande  $u(t)$ . Intuitivement, ils font l'hypothèse que c'est la façon avec laquelle un actionneur est commandé  $u(t)$  qui est à l'origine de sa détérioration physique.

Le premier phénomène étudié est celui de la dégradation de l'isolation du bobinage électrique d'un moteur à courant continu. La température de fonctionnement au sein du bobinage provoque une désagrégation progressive de cette isolation dont la perte excessive peut entraîner un court-circuit [Brown et al., 2009]. Un modèle thermique [Leonhard, 2001] permet de faire le lien entre la température  $T$  du bobinage et l'entrée de commande  $u(t)$  avec

$$\frac{dT}{dt} = aT + bu^2 \tag{2.4}$$

où  $a$  et  $b$  sont deux coefficients propres à l'actionneur.

Les auteurs étudient ensuite l'endommagement du palier mécanique unissant les parties en rotation. La charge radiale appliquée au niveau du palier est la cause de sa dégradation. Pour un roulement à billes l'endommagement induit pourra être un écaillage, une fissure ou une détérioration de la cage [Zoubek et al., 2007]. Un modèle mécanique basé sur la cinématique du moteur en rotation couplé à un modèle électrique de sa commande permet alors de relier cette charge à l'excitation  $u(t)$ . Dans cette étude, l'intensité électrique  $u(t)$  alimentant le moteur est donc à l'origine de son endommagement.

Dans [Pereira et al., 2010, Grosso et al., 2012], les auteurs reprennent exactement le même point de vue. La dégradation d'un actionneur a une évolution déterministe dont la cause est l'entrée de commande  $u(t)$ . Contrairement aux travaux précédents, les auteurs n'expliquent pas la détérioration sur la base de phénomènes physiques. Ils font l'hypothèse que la détérioration  $D(t)$  à l'instant  $t$  d'un actionneur est proportionnelle à l'effort de contrôle appliqué  $u(t)$  ainsi qu'à ses variations  $\Delta u(t)$  tel que

$$D(t) = D(t-1) + \Gamma|u(t)| + \Psi|\Delta u(t)| \quad (2.5)$$

Ils argumentent la forte implication de  $u(t)$  en choisissant de réguler le niveau d'eau d'un réservoir à l'aide d'une commande prédictive MPC (Model Predictive Control). Ce type de contrôleur prédit sur un horizon donné le comportement de la sortie du process  $y(t)$  et calcule en conséquence la commande  $u(t)$  à générer. L'actionneur est mieux utilisé car il est piloté avec une commande *douce* ; les variations de  $u(t)$  étant réduites au maximum. Comme il est souligné dans [Richalet et al., 2005], étendre la durée de vie d'un actionneur est un des intérêts de la commande prédictive. Cette loi de commande est ici augmentée avec l'usure de l'actionneur - la pompe - alimentant le réservoir. Le rôle des matrices  $\Gamma$  et  $\Psi$  est de pondérer les effets de la commande  $u(t)$  et de ses variations  $\Delta u(t)$  sur  $D(t)$ . Elles représentent la sensibilité de l'actionneur à des phénomènes tels que des vibrations, des événements chaotiques ou une résistance électrique interne. L'hypothèse d'une évolution déterministe de  $D(t)$  fait que les composantes de  $\Gamma$  et  $\Psi$  sont réduites à des valeurs réelles constantes. Cependant, il est à noter que ces phénomènes auxquels l'actionneur est sensible peuvent présenter une grande variabilité au cours de son existence, de sa mission.

L'idée de considérer les variations de l'entrée de commande  $\Delta u(t)$  ayant un impact fort sur la dégradation d'un actionneur est appuyée dans d'autres travaux. A titre d'exemple dans [Bonnett, 1991], les auteurs étudient l'ensemble des causes de défaillance des moteurs électriques. Il se trouve que les constructeurs conçoivent des moteurs avec une puissance de plus en plus élevée et avec un encombrement très faible. La conséquence est que l'actionneur devient sensible aux variations de l'entrée de commande qui ont pour effet d'augmenter sa température de fonctionnement réduisant alors sa durée de vie. Pour terminer, dans [Li et al., 2005], la commande d'un générateur de vapeur d'une centrale nucléaire est étudiée. Ce générateur qu'il faut voir davantage comme un système complexe que comme un simple actionneur accumule deux types d'endommagement physique ; une fatigue élastique

et une fatigue plastique. Ces deux détériorations à l'évolution déterministe est causée par la température de fonctionnement en régime permanent du générateur ainsi que ses variations. Ces dernières influent de façon substantielle sur le niveau d'endommagement du générateur. Pour cette raison, les auteurs proposent d'intégrer dans la loi de commande du contrôleur un indicateur lié à cette usure afin de générer une action  $u(t)$  qui minimise la variance de la température. Le modèle utilisé pour décrire chaque type de fatigue repose sur la notion de stress thermique exprimé comme une fonction de la température et de plusieurs paramètres du matériau constituant le générateur. L'objectif de ces travaux est double puisqu'ils consistent à maintenir un niveau satisfaisant de performance et à prolonger la durée de vie du système.

### Phénomène stochastique

D'autres travaux abordent la dégradation d'un actionneur en lui donnant une coloration stochastique. Ainsi dans [Weber et al., 2012b, Khelassi et al., 2009, Khelassi et al., 2010, Khelassi et al., 2011a, Khelassi et al., 2011b], le phénomène de détérioration est vu à travers un modèle de durée de vie dont la loi est exponentielle. Cette loi est expliquée au chapitre suivant et se caractérise par un taux de défaillance  $\lambda$  indépendant du temps. Les auteurs font l'hypothèse du modèle générique suivant

$$\lambda = \lambda^{bl} \mu(l, \vartheta) \quad (2.6)$$

Il concerne un actionneur quelconque dont la défaillance est étudiée indépendamment de phénomènes physiques comme ceux vus plus haut. Il s'agit du modèle de survie de Cox [Cox, 1972]. En quelques mots, le taux de défaillance  $\lambda$  correspond au taux de défaillance en régime nominal  $\lambda^{bl}$  pondéré par  $\mu(l, \vartheta)$  une fonction intégrant la charge  $l$  appliquée à l'actionneur.  $\vartheta$  est un paramètre décrivant un type d'actionneur. L'implication de l'entrée de commande  $u(t)$  est encore une fois très prégnante. En effet, la charge  $l$  est supposée directement associée à  $u(t)$  tel que

$$\mu(l, \vartheta) = \mu(\|u\|) = e^{\|u\|^2} \quad (2.7)$$

$u(t)$  joue donc le rôle d'une covariable impactant le taux de défaillance de l'actionneur.

Ce point de vue stochastique du phénomène de détérioration couplé à l'entrée de commande  $u(t)$  a été tenu auparavant dans [Lefebvre, 1996, Rishel, 1991]. Les auteurs proposent un modèle de dégradation mettant en interaction un phénomène d'usure stochastique et la variable de contrôle  $u$ . Ainsi, ils considèrent la dégradation d'une machine, d'un actionneur comme la composition d'une usure  $z$  impactée par des covariables  $c$  images d'une température de fonctionnement, de vibrations au niveau d'un palier mécanique. En première approche, le

modèle s'écrit ainsi

$$\begin{aligned} dz(t) &= \rho[z(t), c(t)]dt \\ dc(t) &= f[z(t), c(t)]dt + \sigma[z(t), c(t)]dW(t) \end{aligned}$$

La nature stochastique de la dégradation est donnée par le processus de Wiener  $W(t)$ . Dans ces travaux, il est ensuite assumé que le taux d'usure  $\rho$ , les coefficients de dérive  $f$  et de diffusion  $\sigma$  dépendent de la variable de contrôle  $u$  tel que

$$\rho[z(t), c(t), u(t)] \quad f[z(t), c(t), u(t)] \quad \sigma[z(t), c(t), u(t)]$$

Sur ces considérations, les auteurs définissent alors un problème d'optimisation intégrant l'usure de l'actionneur pour trouver une loi de commande qui satisfasse en moyenne les performances du système. Si  $r(u)$  est le niveau de performance attendu pour une commande  $u$ ,  $k(z, c)$  la perte de performance due à la dégradation de l'actionneur et  $T_f$  sa date de panne aléatoire alors l'objectif est de trouver une loi de contrôle  $u^*$  qui maximise sur l'horizon  $T_f$  le gain suivant

$$E \left[ \int_0^{T_f} r[u(t)] - k[z(t), c(t)] dt \right]$$

## 2.3 Durée de vie résiduelle d'un actionneur *RUL*

Il peut être intéressant de dimensionner la durée de vie résiduelle d'un actionneur notée par la suite *RUL*. Intuitivement, la principale raison est qu'avec cette information, il devient possible d'envisager une action pour le système dont l'effet serait de pérenniser sa mission. Les sections qui suivent portent un regard sur la manière avec laquelle la *RUL* est abordée dans quelques travaux issus de la littérature des systèmes commandés.

### 2.3.1 Modèle physique

Lorsque cela est possible, la *RUL* d'un actionneur repose sur un ensemble de modèles issus de la physique décrivant l'évolution de sa dégradation. Par exemple dans [Bogdanov et al., 2006], les auteurs étudient la durée de vie résiduelle d'un moteur électrique en s'appuyant sur les travaux de [Kaiser, 2003] où la durée de vie à température constante d'un bobinage neuf est estimée selon une fonction logarithmique de  $T$

$$RUL(T) = \alpha e^{-\beta T} \tag{2.8}$$

Ce modèle déterministe (2.8) couplé au modèle (2.4) unissant la température de fonctionnement  $T$  et l'intensité  $u(t)$  permet de générer une loi de commande  $u(t)$  pour une contrainte de durée de vie fixée a priori. Il est à noter que cette *RUL* ne prend pas en compte d'éventuels

changements de régime de fonctionnement du moteur. Cependant, ces travaux montrent le compromis difficile à tenir si l'on souhaite satisfaire à la fois de bonnes performances dynamiques du système et une durée de vie élevée.

Pour la même application, les changements de régime de fonctionnement du moteur sont considérés dans [Gokdere et al., 2006]. Les auteurs proposent une heuristique basée sur la relation (2.8) afin d'évaluer la durée de vie du moteur pour différentes températures. L'hypothèse principale est que les détériorations subies par le bobinage sont linéairement additives à l'image de la règle de Palgrem-Miner utilisée pour l'étude de la fatigue des matériaux [Miner, 1945]. Pour illustrer l'heuristique, l'exemple suivant est donné. Il concerne un type de moteur employé dans l'industrie aéronautique. Un bobinage neuf a une durée de vie de 20000 heures pour une température de fonctionnement de 155 °C. Si ce moteur n'est utilisé que pendant les 10000 premières heures alors sa durée de vie ne serait réduite que de 50%. Puis, il est installé dans un régime de fonctionnement qui porte sa température à 175 °C ; ceci pendant 1000 heures. Or, un bobinage neuf opérant à un tel régime a une durée de vie de 5000 heures. Par conséquent, la perte additionnelle est de 20%. A l'issue de ces 1000 heures à 175 °C, la durée de vie résiduelle du bobinage est donc de 30% à condition que le moteur continue à opérer sous ce même régime. A l'image des travaux précédents, l'objectif est de synthétiser une loi de commande qui puisse ménager à la fois les performances du système commandé et la vie de l'actionneur.

### 2.3.2 Niveau de dégradation

D'autres travaux s'appuient sur le niveau de dégradation de l'actionneur pour estimer sa durée de vie résiduelle. Pour une valeur limite de détérioration  $L_f$ , la *RUL* est vue comme la durée pour atteindre ce seuil. Ainsi, dans [Brown et al., 2009], les auteurs modélisent le taux de détérioration  $\dot{D}(t)$  de l'isolation du bobinage d'un moteur porté à la température  $T$  à l'aide des lois d'Arrhenius et de Paris [Paris et al., 1961] tel que

$$\dot{D}(t) = f(e^{-\frac{1}{T}}) D(t) \quad (2.9)$$

L'équation différentielle (2.9) amène à la solution

$$D(t) = D(t_0)e^{\gamma_0(t-t_0)} \quad (2.10)$$

avec  $D(t_0)$  la dégradation initiale mesurée à  $t = t_0$  et  $\gamma_0$  un paramètre lié à la conduction thermique du matériau pour un régime de fonctionnement donné du moteur. Connaissant la valeur limite de dégradation  $L_f$  à partir de laquelle l'isolation du bobinage ne remplit plus sa fonction, la relation (2.10) permet d'estimer la durée de vie résiduelle de l'actionneur. La *RUL* est alors définie comme la durée pour atteindre le seuil de panne  $L_f$  comme cela est illustré à la figure 2.3 avec  $L_f = 0.20$ . Cette *RUL* établie pour un mode de fonctionnement est alors utilisée comme un paramètre de réglage de la loi de commande. Une approche similaire

est étudiée dans [Pei et al., 2010] où l'indicateur de dégradation  $D(t)$  est exprimé à partir de la relation (2.4) entre la température de fonctionnement et la commande  $u(t)$ . La formulation obtenue est semblable à l'expression (2.10).

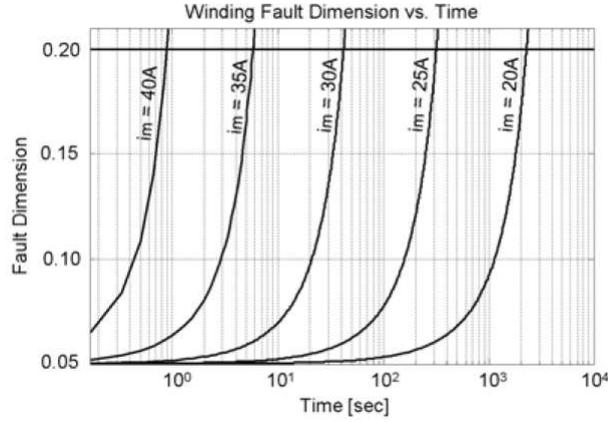


Figure 2.3 – Evolution de la dégradation du bobinage pour plusieurs modes de fonctionnement [Brown et al., 2009]

Dans le même esprit, le système étudié dans [Pereira et al., 2010, Grosso et al., 2012] est régulé à l'aide d'une commande prédictive MPC qui prédit son comportement futur sur un horizon  $N$ . Une heuristique basée sur l'indicateur de dégradation (2.5) permet de déterminer le niveau de détérioration maximale  $D_{max}$  à ne pas dépasser pour chaque actionneur à l'issue de cet horizon. Jusqu'à la date  $t_M$  où une action de maintenance est prévue, le niveau d'usure est mesuré à certaines dates  $t_i$ . Sachant a priori la valeur limite de dégradation  $L_f$ ,  $D_{max}$  est alors définie comme suit

$$D_{max}(t_i) = D(t_i) + N \frac{L_f - D(t_i)}{t_M + N - t_i} \quad (2.11)$$

Cet indicateur  $D_{max}(t_i)$  est utilisé pour élaborer une entrée de commande  $u(t)$  sur l'horizon de prédiction  $N$ ; l'objectif pour  $u(t)$  étant de satisfaire cette contrainte de durée de vie résiduelle.

### 2.3.3 Variable aléatoire

Dans les sections précédentes, la  $RUL$  est évaluée soit à l'aide d'un modèle liant la durée de vie restante à un environnement de fonctionnement, soit à partir d'un niveau de détérioration supposé accessible. Dans les deux cas, la  $RUL$  est une grandeur déterministe. De récents travaux abordent cette quantité comme aléatoire. Par exemple, dans le cadre d'un système sur-actionné, le modèle de charge (2.7) est utilisé dans [Weber et al., 2012b, Khelassi et al., 2009, Khelassi et al., 2010, Khelassi et al., 2011a, Khelassi et al., 2011b]

pour mettre à jour le taux de défaillance (2.6) de chaque actionneur. Lorsqu'un défaut est détecté, la commande  $u(t)$  générée par le contrôleur est répartie sur les différents actionneurs proportionnellement à leur taux actualisé. Dit autrement, l'actionneur qui présente le plus faible taux de défaillance sera d'avantage sollicité et ceux présentant un taux supérieur seront préservés. Il est à noter que cette actualisation (ré-allocation) tient compte uniquement de la charge supportée par chaque actionneur depuis le début de la mission jusqu'à l'instant du défaut. La durée de vie résiduelle de chaque actionneur n'est pas explicitée en tant que telle à l'image de la relation (2.8). Cependant, les auteurs font le lien implicite entre la *RUL* et une date de panne aléatoire en accordant plus de poids aux actionneurs dont le taux de défaillance est faible pour garantir la mission du système.

## 2.4 Conclusion. Perspectives

La littérature dédiée aux systèmes commandés nous permet de dégager plusieurs points importants.

1. La dégradation d'un tel système est principalement étudiée au travers de ses actionneurs.
2. Pour de nombreuses études, elle correspond à une perte d'efficacité de l'actionneur à implémenter l'entrée de commande  $u(t)$ . A l'apparition d'un défaut d'actionneur, l'équation d'état (2.2) est modifiée impactant alors la sortie du process et par conséquent ses performances. Les travaux utilisant cette approche se focalisent essentiellement sur la loi de contrôle à mettre en œuvre pour préserver les performances du système lors d'un défaut. Pour cette raison, l'instant de son occurrence n'est pas une préoccupation et est choisi de manière arbitraire.
3. Dans d'autres travaux, la détérioration physique de l'actionneur est étudiée plus en détail. Il ressort que l'entrée de commande  $u(t)$  ainsi que ses variations sont en partie à l'origine de cette détérioration. En d'autres termes, la manière de piloter un actionneur est une source d'endommagement. Des événements exogènes peuvent aussi concourir au phénomène de détérioration mais ceux-ci ne sont pas étudiés.
4. Cette détérioration est abordée sous deux angles. Le premier considère une évolution déterministe du processus de dégradation. Des modèles issus de la physique permettent une telle description. Le second point de vue envisage la dégradation d'un système commandé comme stochastique amenant alors à un modèle plus élaboré.
5. L'évaluation de la durée de vie résiduelle de l'actionneur va de pair avec la nature du phénomène de détérioration. Il peut donc s'agir d'une quantité déterministe ou stochastique pour laquelle il n'y a pas une unique définition. Quel que soit l'angle sous lequel est envisagée la *RUL*, celle-ci est calculée par rapport au mode de fonctionnement actuel intégrant éventuellement et de façon heuristique les modes passés.

Comme première perspective, le phénomène de détérioration peut constituer un point d'entrée pour expliquer la mise en défaut d'un actionneur. En effet, nous pouvons imaginer que l'évolution progressive de sa détérioration l'amène à ne plus pouvoir implémenter en totalité l'entrée de commande. L'entrée  $u(t)$  -fruit du contrôleur- tient un rôle primordial puisqu'elle est à l'origine du phénomène.

La seconde perspective issue de cette analyse bibliographique est de porter un effort de modélisation sur le pronostic de la *RUL* afin qu'il puisse intégrer les changements de modes opérationnels et futurs de l'actionneur. C'est la nature même d'un système commandé que d'être dynamique.

La modélisation de la durée de vie résiduelle dépend étroitement du choix retenu pour modéliser le phénomène de dégradation. La littérature nous offre deux pistes en considérant la dégradation soit comme déterministe soit stochastique. Nous prenons ici le parti d'une modélisation stochastique. Les raisons de ce choix sont données au chapitre suivant où une synthèse bibliographique des principaux modèles utilisés pour décrire un phénomène de défaillance au sens large est abordée.

## Chapitre 3

# Modèles de défaillance

### 3.1 Introduction

D'une façon générale, un modèle de défaillance repose sur la définition d'un ensemble d'états occupés par un composant (ou un système) au cours de son existence. Le modèle permet alors de décrire l'évolution du système pour passer d'un état à un autre. Ce chapitre analyse quelques modèles issus de la littérature. L'objectif ici est de mettre en place un ensemble d'outils pour modéliser la dégradation d'un actionneur.

Lorsque le phénomène de dégradation peut être décrit sur la base de propriétés établies telles que des caractéristiques mécaniques, chimiques, physiques ou thermiques alors une modélisation déterministe peut se justifier. A ce titre dans [Paris et al., 1961, Paris, 1963], les auteurs étudient la détérioration d'un matériau vue comme la propagation d'une fissure. Celle-ci est modélisée sous la forme d'une loi empirique dite de Paris-Erdogan avec

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta\sigma Q \sqrt{\pi a})^m \quad (3.1)$$

$C$ ,  $m$  sont des constantes liées au matériau.  $a$  représente la longueur de la fissure,  $N$  le nombre de cycles de charge reçus par le matériau,  $Q$  la géométrie de la fissure et enfin  $\Delta\sigma$  l'amplitude du stress éprouvé lors de ces sollicitations. L'équation (3.1) fait le lien entre la vitesse de propagation de la fissure  $\frac{da}{dN}$  avec une grandeur image d'une amplitude de stress. Ce modèle est très largement utilisé pour l'étude de la fatigue des matériaux car il offre un indicateur de dégradation satisfaisant en première approche y compris lorsqu'il s'agit de quantifier la durée de vie résiduelle d'un composant [Frank et al., 2009]. Cependant, cette modélisation dépend étroitement du type de matériau ou des conditions d'utilisation. Ainsi,  $C$  est jugée constante alors qu'elle dépend étroitement de la température de fonctionnement, de la fréquence de sollicitation voire du rapport entre les niveaux de stress maximum et minimum supportés. Bien que ce rapport n'apparaisse pas explicitement dans (3.1), il peut avoir une influence substantielle sur l'évolution de la fissure [Bannantine, 1989, Walsh, 1999].

Le même phénomène de dégradation peut donc être sujet à une grande variabilité. Pour cette raison, ce type de modèle (3.1) a été repris en lui donnant une connotation stochastique afin d'agréger au mieux cette variabilité [Sobczyk, 1992]. D'autres travaux vont dans le même sens en prouvant que le phénomène de dégradation d'un matériau présente une réelle dispersion alors que les conditions expérimentales sont strictement identiques. Par exemple, la figure 3.1

décrit l'expérience de Virkler [Virkler et al., 1979] où 68 éprouvettes en aluminium identiques sont soumises exactement aux mêmes sollicitations. Le phénomène étudié est celui d'une fissure se propageant. Les résultats obtenus montrent 68 chemins de propagation différents. La figure 3.1 souligne que si la longueur maximale de fissure autorisée est de  $L_f = 50$  mm alors il est possible de solliciter un échantillon en aluminium appartenant à une classe a priori homogène entre  $0.2 \cdot 10^6$  et  $0.32 \cdot 10^6$  cycles avant défaillance. La détérioration d'un matériau a donc intrinsèquement une nature aléatoire [Bérengruer, 2008].

Pour cette raison, dans les sections qui suivent nous orientons volontairement notre étude bibliographique vers les modèles de défaillance stochastique.

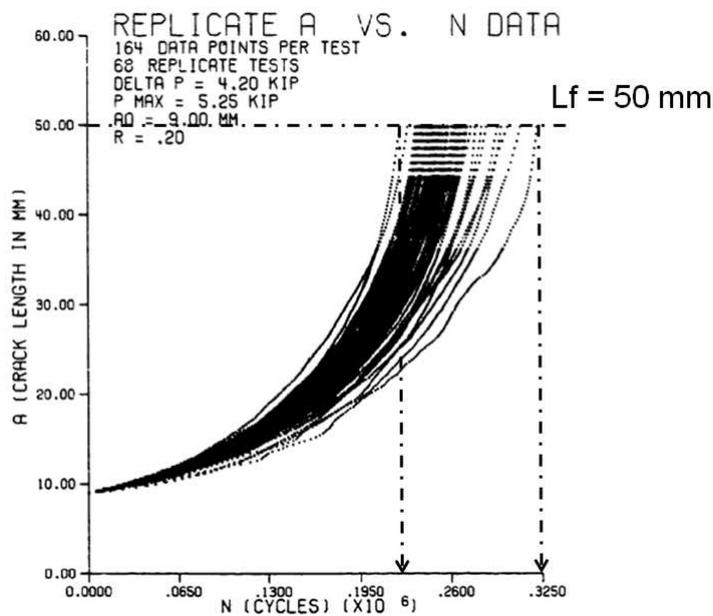


Figure 3.1 – Benchmark de Virkler [Virkler et al., 1979]

## 3.2 Modèles de défaillance stochastique

### 3.2.1 Modèles de durée de vie

Lorsque l'ensemble des états d'un système se réduit aux seuls états de marche et de panne, un modèle de durée de vie est utilisé. Le passage de l'un vers l'autre est immédiat et l'instant de panne  $T_f$  est déterminé par une loi de probabilité. Les modèles de durée de vie sont nombreux. Une liste exhaustive et très bien détaillée se trouve dans [Rausand, 2004]. Néanmoins, nous allons nous intéresser à la loi de Weibull et au processus de Poisson homogène.

La loi de Weibull est couramment utilisée pour l'étude de la résistance des matériaux

[Weibull, 1951]. La date de panne  $T_f$  d'un composant est distribuée selon une loi Weibull de paramètres de forme  $\alpha$  et d'échelle  $\beta$  lorsque sa distribution  $\bar{F}(t)$  s'écrit

$$\bar{F}(t) = \mathbb{P}(T_f \leq t) = \begin{cases} 1 - e^{-(\beta t)^\alpha} & \text{pour } t > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

La densité  $\bar{f}(t)$  correspondante étant alors

$$\bar{f}(t) = \begin{cases} \alpha\beta^\alpha t^{\alpha-1} e^{-(\beta t)^\alpha} & \text{pour } t > 0 \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

et le taux de défaillance  $\mu(t)$

$$\mu(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \mathbb{P}(t \leq T_f \leq t + \Delta t \mid T_f \geq t) / \Delta t \quad (3.2)$$

$$\mu(t) = \frac{\bar{f}(t)}{1 - \bar{F}(t)} = \alpha\beta^\alpha t^{\alpha-1} \text{ pour } t > 0 \quad (3.3)$$

La loi de Weibull est très intéressante car un paramétrage approprié la rend flexible pour modéliser différents modes de défaillance d'un composant comme les défaillances en période de rodage ( $0 < \alpha < 1$ ), les défaillances aléatoires ( $\alpha = 1$ ) et les défaillances dues à l'usure ( $\alpha > 1$ ) [Klutke et al., 2003].

Avec  $\alpha = 1$ , la date de panne  $T_f$  est alors distribuée selon une loi exponentielle. Son taux de défaillance (3.3) devient constant  $\mu(t) = \beta$ . De fait, peu importe qu'un composant ait déjà fonctionné pendant une certaine durée ; sa probabilité de tomber en panne est la même qu'au moment de sa mise en service. Cette absence de mémoire - propriété remarquable de la loi - est souvent utilisée pour les composants qui ne vieillissent pas ou qui se détériorent mais de façon très lente comme les composants électroniques (résistance, capacité) [Meeker, 1998].

Le processus de Poisson homogène est utilisé pour modéliser l'occurrence d'un événement  $\mathcal{A}$  telle qu'une panne dans un intervalle de temps donné. Ce processus de paramètre  $\lambda > 0$  se traduit par les propriétés suivantes

1. la probabilité de l'événement  $\mathcal{A}$  dans un intervalle de temps  $(t, t + \delta t]$  est indépendante de  $t$  et vaut  $\lambda \delta t + o(\delta t)$  avec  $\lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{o(\delta t)}{\delta t} = 0$
2. la probabilité d'avoir plus d'un événement sur  $(t, t + \delta t]$  vaut  $o(\delta t)$
3. si  $N(t)$  est le nombre d'événements  $\mathcal{A}$  sur l'intervalle  $(0, t]$  alors  $\mathbb{P}(N(t) = n) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} e^{-\lambda t}$

Lorsqu'il est possible d'inspecter un composant alors une mesure de son niveau de détérioration est disponible. Dans ce cas, l'ensemble des états du composant ne se limite plus aux seuls états de marche et de panne. Il est alors envisageable de décrire en fonction du temps l'évolution d'un composant depuis sa mise en service et passant par des états intermédiaires ; les états dégradés. Lorsque le niveau de dégradation dépasse un seuil donné et connu  $L_f$  alors l'état de panne est atteint. Modéliser l'évolution de cette détérioration dépend

évidemment de la manière avec laquelle le composant se dégrade. Cela fait l'objet des sections suivantes.

### 3.2.2 Modèles de choc

Un phénomène de choc se traduit par des événements traumatiques arrivant à des instants aléatoires. Le niveau de détérioration  $D(t)$  du composant est alors modifié avec une quantité elle aussi aléatoire. De manière générale, un modèle de choc est formalisé à l'aide d'un couple de variables aléatoires  $\{(X_k, Y_k), k \geq 0\}$  [Gut, 1990].  $X_k$  représente l'amplitude du  $k^{\text{ième}}$  choc et  $Y_k$  le temps écoulé entre les  $(k-1)^{\text{ième}}$  et  $k^{\text{ième}}$  chocs. De nombreuses extensions sont dérivées de ce modèle initial faisant l'objet d'une littérature abondante [Nakagawa, 2007]. Pour autant, on distingue principalement deux types de modèle. Les modèles de chocs cumulés (*cumulative shock model*) et les modèles de chocs extrêmes (*maximum shock model*) [Finkelstein, 2013].

#### Cumulative shock model

Dans ce premier cas, la détérioration  $D(t)$  évolue par incréments et entre deux sollicitations le niveau de dégradation reste constant. L'état de panne est déclaré quand l'effet cumulé de l'ensemble des chocs franchit le seuil  $L_f$  (figure 3.2 (a)). La date de panne  $T_f$  est alors définie par

$$T_f = \min\{n : \sum_{k=1}^n X_k > L_f\} \quad (3.4)$$

#### Extreme shock model

Dans le second cas, le système tombe en panne à cause d'un unique choc dont l'amplitude est supérieure à  $L_f$  (figure 3.2 (b)) tel que

$$T_f = \min\{n : X_n > L_f\} \quad (3.5)$$

Le modèle de défaillance par choc extrême est utilisé seul pour décrire la rupture de matériaux cassants comme le verre [Mallor, 2003] ou leur capacité à résister à des sollicitations aléatoires. Il est aussi associé sous la forme d'une combinaison avec le modèle additif pour la description de phénomènes de détérioration plus complexes [Gut, 2001, Gut, 2005]. En effet, un système peut tomber en panne soit du fait d'un niveau de dégradation cumulée trop élevé soit à cause d'un choc extrême.

#### Processus de Poisson composé

Les problèmes sous-jacents à ces modèles de choc concernent la modélisation de leur occurrence  $Y_k$ , leur amplitude  $X_k$ .

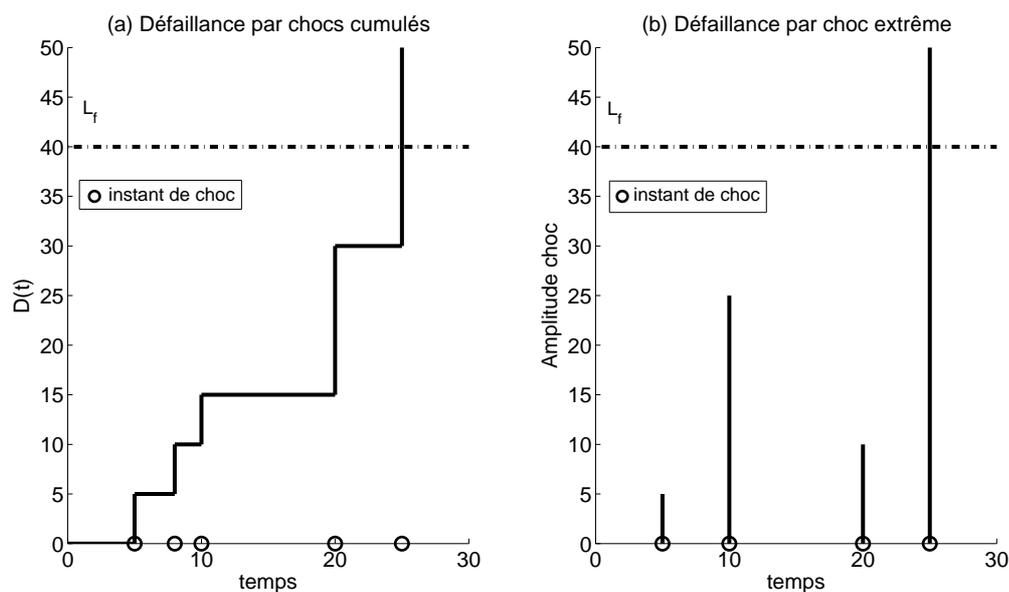


Figure 3.2 – Modèles de dégradation par chocs aléatoires

Dans le cas où l'occurrence des chocs  $Y_k$  est indépendante du temps, un processus de Poisson homogène [Esary, 1973, Finkelstein, 2010] est utilisé. L'ensemble  $\{(X_k, Y_k), k \geq 0\}$  est alors nommé processus de Poisson composé. Celui-ci est à la base du modèle de choc parallèle (*parallel shock model*) introduit par [Råde, 1976]. Un système de  $n$  composants identiques subit des chocs selon un processus de Poisson homogène. Deux cas de figure sont étudiés. Le premier où chaque composant peut tomber en panne avec une probabilité  $p$  puis le second où  $p$  dépend du nombre de composants déjà défectueux.

Un processus de Poisson non-homogène est utilisé dans le cas où l'occurrence des chocs  $Y_k$  est dépendante du temps. L'intensité d'occurrence n'est plus homogène permettant par exemple de modéliser la sensibilité d'un composant aux différents chocs au cours de sa mission [A-Hameed, 1973, Skoulakis, 2000]. Ce processus est appliqué différemment dans [van der Weide, 2011]. Les auteurs modélisent la sensibilité aux chocs en supposant l'existence d'une corrélation entre les différentes amplitudes  $X_k$ . L'amplitude d'un choc peut augmenter ou diminuer selon l'état de détérioration courant. L'exemple d'un moteur dont l'arbre présente un balourd est pris. Ce défaut augmente l'amplitude des vibrations vues comme des chocs qui endommagent d'avantage l'arbre en rotation. Cette augmentation de détérioration accentue à nouveau les vibrations et ainsi de suite. Cette corrélation est traitée à l'aide d'un processus de Poisson non homogène.

### 3.2.3 Modèles de dégradation continue/graduelle

Les modèles précédents considèrent la détérioration d'un système uniquement à des instants de choc. Cependant, ce point de vue ne couvre pas tous les mécanismes de défaillance notamment celui où la dégradation est plutôt un phénomène continu dans le temps à l'image d'une usure, d'un vieillissement. Deux cas de figure sont à considérer ; celui où la détérioration est continue et celui où elle est graduelle.

#### Modèle général de trajectoire

Le modèle général de trajectoire permet de décrire une évolution continue du phénomène de dégradation. Il prend la forme du modèle de régression suivant

$$d_k = \eta(t_k; \phi, \theta) + \epsilon \quad (3.6)$$

où  $d_k$  est le niveau dégradation à l'instant  $t_k$ . Pour un ensemble de composants identiques,  $\phi$  est un vecteur de coefficients représentant une caractéristique de la dégradation commune à tous. Il s'agit de la partie déterministe du modèle.  $\theta$  est un vecteur de coefficients représentant une caractéristique de la dégradation propre à chaque composant. Il s'agit de la partie aléatoire du modèle.  $\eta$  est une fonction monotone croissante reflétant la trajectoire de dégradation et  $\epsilon$  une erreur de mesure possible caractérisée par une loi normale de moyenne nulle et de variance constante. A titre d'exemple, ce modèle est appliqué dans [Lu, 1993] avec

$$d_k = \phi + \theta t_k \quad (3.7)$$

$\phi$  correspond à la dégradation initiale de tous les composants de l'échantillon et  $\theta$  au taux de dégradation de chacun distribué selon une loi de Weibull. Les paramètres de la loi sont estimés à partir d'un jeu de données type benchmark constitué de 21 trajectoires de propagation de fissures [Bogdanoff, 1985].

Le modèle de trajectoire a été décliné sous différentes formes. Ainsi dans [Shumaker et al., 2013, Coble, 2011], il est utilisé pour estimer la durée de vie résiduelle d'un composant en évaluant le temps d'atteinte d'un seuil de panne  $L_f$  constant. Dans [Peng, 2007] il est repris mais en assumant un seuil  $L_f$  aléatoire. Une synthèse du modèle général de trajectoire est donnée dans [Haghighi et al., 2010].

#### Processus de Lévy

Contrairement au modèle précédent où la dégradation d'un composant présente une trajectoire continue, les processus de Lévy modélisent le phénomène comme une succession d'incrémentés indépendants. Plusieurs exemples de dégradation de ce type sont traités dans la littérature comme l'usure d'une garniture de frein [Crowder, 2007], l'écaillage de galets de guidage d'un tramway [Deloux et al., 2009], la propagation de fissures au sein de transistors

IGBT [Kostandyan, 2012]. D'autres exemples d'application sont donnés dans la synthèse de Van Noortwijk [van Noortwijk, 2009].

Un processus stochastique  $\{X_t, t \geq 0\}$  est un processus de Lévy lorsqu'il répond à la définition suivante [Abdel-Hameed, 2014]

1. les incréments sont stationnaires.  $\forall s, t \geq 0$  la loi de  $X_{t+s} - X_t$  est indépendante de  $t$
2. les incréments sont indépendants.  $\forall s, t \geq 0$   $X_{t+s} - X_t$  est indépendant de  $(X_u, u \leq t)$
3.  $t \rightarrow X_t$  est càdlàg. La trajectoire composée des réalisations de  $X$  est continue à droite et limitée à gauche.

Considérer le phénomène de dégradation comme un processus de sauts est réaliste. En effet, bien souvent la mesure du niveau de détérioration d'un composant ou système n'est accessible qu'à des moments particuliers comme lors des inspections de maintenance. Par conséquent, modéliser cette information partielle de la détérioration au travers d'un processus de Lévy devient un choix cohérent. Les processus Gamma et de Wiener sont les deux instances du modèle de Lévy les plus fréquemment utilisées dans la littérature pour décrire une détérioration sous la forme de sauts.

Un processus Gamma  $\{X_t, t \geq 0\}$  est caractérisé par un paramètre de forme  $\alpha(t)$  et un paramètre d'échelle  $\beta$ . Le processus Gamma est tel que

1.  $X(0) = 0$
2.  $\forall t_2 > t_1 > 0$ , l'incrément  $X(t_2) - X(t_1)$  suit une loi Gamma de paramètres de forme  $\alpha(t_2) - \alpha(t_1)$  et d'échelle  $\beta$ .
3. sur un intervalle de temps  $t$ , la dégradation moyenne  $E[X(t)]$  et la variance  $V(X(t))$  de  $X(t)$  sont définies par  $E[X(t)] = \alpha(t) \beta$  et  $V(X(t)) = \alpha(t) \beta^2$

Le processus Gamma convient lorsque la dégradation est considérée comme strictement croissante. Dans [Abdel-Hameed, 1977], l'auteur décrit ainsi le phénomène de détérioration en supposant qu'il puisse être observé en continu ou uniquement pendant des intervalles de temps choisis. L'objectif est la mise en oeuvre de politiques de maintenance. Sur une modélisation identique dans [Castanier et al., 2003, Grall et al., 2002a], des modèles de maintenance sont établis en assumant un seuil de panne  $L_f$  fixe et une défaillance du composant déclarée qu'aux dates d'inspection.

A la différence du processus Gamma, le processus de Wiener  $\{X_t, t \geq 0\}$  est utilisé pour décrire un phénomène ayant une tendance croissante mais non monotone. A titre d'exemple, la mesure de l'endommagement est affectée par un bruit causé par un capteur de mauvaise qualité donnant à la trajectoire des incréments positifs et négatifs [Kahle, 2010, Ye et al., 2013]. Un processus de Wiener est la combinaison d'un mouvement Brownien  $B(t)$  et d'un phénomène de dérive  $\mu(t)$  telle que

1.  $X(0) = 0$
2.  $X(t) = \mu(t) + \sigma B(t)$  avec  $\sigma > 0$
3.  $B(t) \sim N(0, t)$

4.  $\forall t_2 > t_1 > 0$ , l'incrément  $X(t_2) - X(t_1)$  suit une loi normale  $N(\mu(t_2) - \mu(t_1), \sigma^2(t_2 - t_1))$
5. sur un intervalle de temps  $t$ , la dégradation moyenne  $E[X(t)]$  et la variance  $V(X(t))$  de  $X(t)$  sont définies par  $E[X(t)] = \mu(t)$  et  $V(X(t)) = \sigma^2 t$

Notons que le processus de Wiener n'est pas l'unique solution pour décrire un phénomène non monotone. Dans [Zhao et al., 2010b], la dégradation est vue comme l'association de deux variables aléatoires indépendantes et exponentiellement distribuées. La première reflète l'usure du système et la seconde sa capacité à recouvrir une partie de ses fonctionnalités malgré cette usure. La combinaison donne un caractère croissant et non monotone à l'indicateur de dégradation.

### 3.3 Intégration de covariables

Les modèles stochastiques vus jusqu'ici sont statiques dans la mesure où ils n'intègrent pas dans leur formulation la possibilité que l'environnement dans lequel évolue le composant/système puisse être dynamique [Singpurwalla, 1995]. Intuitivement, le degré d'humidité du local dans lequel opère une machine, sa température de fonctionnement ou sa charge de production sont autant de facteurs évoluant dans le temps qui peuvent impacter son état de dégradation. Quel que soit l'angle sous lequel a été élaboré le modèle de défaillance, celui-ci doit prendre en compte tous ces facteurs afin d'avoir une estimation plus fine de la date de panne  $T_f$ . Les modèles précédents sont donc re-visités afin d'intégrer cet environnement dynamique sous la forme de variables explicatives (covariables).

#### 3.3.1 Modèle de durée de vie

Pour un modèle de durée de vie, l'intégration des covariables  $c$  se fait en réécrivant le taux de défaillance instantané  $\mu(t)$  (3.3) [Prentice, 1979, Dale, 1985] tel que

$$\mu(t; \mathbf{c}) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \mathbb{P}(t \leq T_f \leq t + \Delta t \mid T_f \geq t, \mathbf{c}) / \Delta t \quad (3.8)$$

A l'origine de cette association entre le taux de défaillance et les covariables se trouve le modèle de Cox [Cox, 1972] dans sa forme multiplicative avec

$$\mu(t; \mathbf{c}) = \mu_0(t) e^{b^T \mathbf{c}} \quad (3.9)$$

$\mu_0$  est le taux de défaillance nominal éventuellement impacté d'un facteur  $e^{b^T \mathbf{c}}$ . Ce dernier exprime le risque de panne pour un composant lorsqu'il évolue dans un environnement dynamique porté par  $c$ .  $b$  est un vecteur de paramètres constants pondérant ce risque pour chaque valeur de  $c$ . L'évaluation de cette pondération fait l'objet d'une procédure d'estimation préalable. Le phénomène de stress est modélisé de cette façon dans les tests de durée de vie accélérée [Meeker, 1998, Escobar, 2006]. On retrouve par exemple les modèles d'Arrhénius,

d'Eyring pour modéliser l'impact d'un stress thermique sur la durée de vie d'un composant [Rausand, 2004].

### 3.3.2 Modèle de dégradation

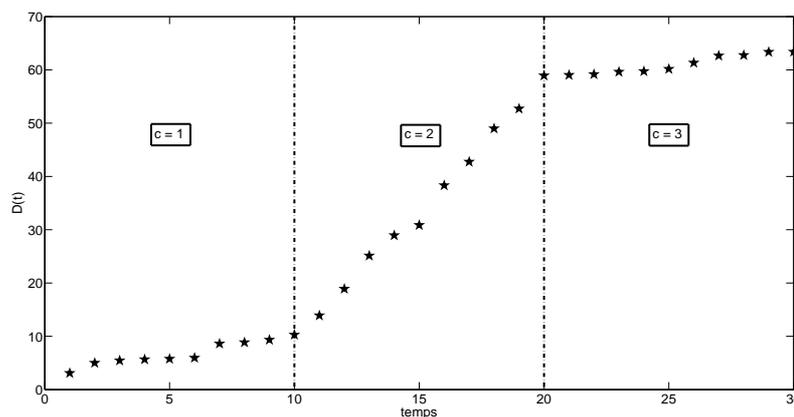


Figure 3.3 – Impact des covariables sur la vitesse de dégradation d'un processus Gamma

Pour une dégradation continue ou graduelle, les covariables peuvent avoir un impact temporel sur la vitesse de détérioration. Dans ce cadre, le modèle de Cox a inspiré de nombreux travaux. Les auteurs dans [Lawless, 2004] modélisent la dégradation d'un système à l'aide d'un processus Gamma de paramètre de forme  $\alpha(t)$  et d'échelle  $\beta$ . Ils intègrent l'ensemble des covariables  $c$  à l'aide d'un modèle de vie accélérée en modifiant l'expression du taux de dégradation  $\alpha(t)$  avec  $\alpha(e^{b^T c t})$ . On retrouve ce type de modélisation dans [Bagdonavicius, 2001, Bagdonavicius, 2009].

Dans [Kharoufeh, 2003], l'auteur adopte une approche différente. Il s'appuie sur un processus additif de Markov (*MAP*) pour décrire l'évolution continue de la dégradation dont la vitesse est impactée par un environnement aléatoire stressant. *MAP* est un processus stochastique bivarié dont le formalisme est détaillé dans [Çinlar, 1972]. Cette approche est appliquée dans [Zhao et al., 2010a] où l'impact des covariables sur un processus Gamma homogène est étudié. Il est supposé une covariable ayant trois états possibles au cours du temps et dont l'évolution est modélisée par une chaîne de Markov discrète. Le taux de dégradation est ainsi exprimé

$$\alpha(t) = \alpha t e^{b_1 \mathbf{1}_{(c=1)} + b_2 \mathbf{1}_{(c=2)} + b_3 \mathbf{1}_{(c=3)}} \quad (3.10)$$

où  $\mathbf{1}$  est la fonction indicatrice qui vaut 1 quand la covariable  $c$  se trouve dans l'état 1, 2 ou 3. A l'image d'un modèle de Cox, la covariable impacte proportionnellement la vitesse de détérioration (voir la figure 3.3).

Les covariables peuvent agir sur la dégradation de façon très ponctuelle, instantanée.

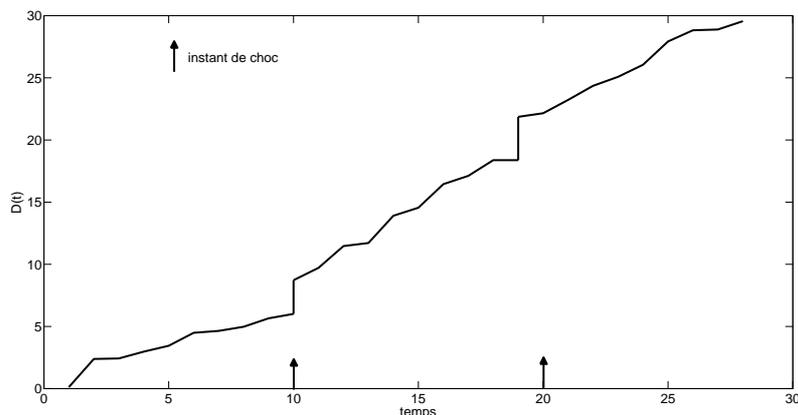


Figure 3.4 – Impact ponctuel des covariables sur un processus de dégradation continue

Un processus de choc est alors utilisé dans ce sens. Ainsi dans [Wang, 2011], les auteurs modélisent la dégradation d’un micro-actionneur comme la combinaison d’une usure impactée à des instants aléatoires par des chocs d’amplitudes elles-aussi aléatoires. Le premier phénomène reflète une dégradation naturelle du composant et est décrit selon un modèle général de trajectoire. Le second phénomène incarne un environnement aléatoire et stressant qui est décrit par un processus de Poisson composé homogène. La combinaison de ces deux phénomènes est illustrée à la figure 3.4. Un modèle similaire est étudié dans [Igaki et al., 1995, Klutke, 2002, Kharoufeh et al., 2006]

### 3.4 Conclusion. Perspectives

Nous avons vu en introduction de ce chapitre que les premiers modèles de défaillance reposaient à juste titre sur une description déterministe du phénomène lié à des caractéristiques mécaniques, physiques ou chimiques. Une telle modélisation présente une contrainte de taille dans la mesure où elle n’intègre pas la variabilité intrinsèque qui est propre à chaque composant. Donner alors une coloration stochastique au modèle de défaillance se justifie car elle permet de relâcher cette contrainte garantissant ainsi une indépendance vis à vis d’exigences technologiques ou expérimentales.

Au chapitre précédent, une première perspective a été émise avec l’idée que la détérioration physique  $D(t)$  de l’actionneur engendre sa mise en défaut. Vis à vis des modèles de défaillance stochastique, un modèle de dégradation continue ou graduelle est donc approprié pour décrire l’évolution du phénomène de détérioration amenant progressivement l’actionneur vers une situation de défaut puis éventuellement de défaillance. L’entrée de commande  $u(t)$  est en partie à l’origine du phénomène de dégradation.  $u(t)$  est donc assimilable à une covariable venant impacter la détérioration  $D(t)$ . Cette synthèse bibliographique nous donne les outils pour intégrer une covariable dans le modèle de dégradation. Cependant, avant d’effectuer un choix

de modélisation, nous devons nous interroger sur les modalités de cet impact. Pour cela, une étude du comportement d'un actionneur au sein d'un système commandé est abordée au chapitre suivant.



## Deuxième partie

# Modélisation stochastique Pronostic de la durée de vie résiduelle d'un actionneur



## Chapitre 4

# Modèle stochastique du couple efficacité/dégradation

### 4.1 Introduction

L'étude bibliographique nous a montré que l'actionneur est le composant critique à surveiller. Afin d'établir un modèle générique de dégradation, il convient d'étudier en amont son comportement au sein d'un système commandé. Ce dernier doit s'adapter en permanence à l'évolution de l'entrée de consigne  $s(t)$ . Pour un système automatisé, cette évolution est liée aux besoins d'une production à satisfaire. Ces besoins peuvent être connus à l'avance ou non. Dans le premier cas, il s'agit d'un bon de production auquel la machine automatisée doit répondre alors que dans le second il s'agit d'une production au fil de l'eau rencontrée notamment dans le monde de l'emballage et du conditionnement. Dans un tel contexte, comment un actionneur se comporte-t-il vis à vis de l'évolution de la consigne et quel effort doit-il fournir en conséquence ? Les réponses apportées ont pour objectif d'établir une relation entre la perte d'efficacité d'un actionneur et sa détérioration.

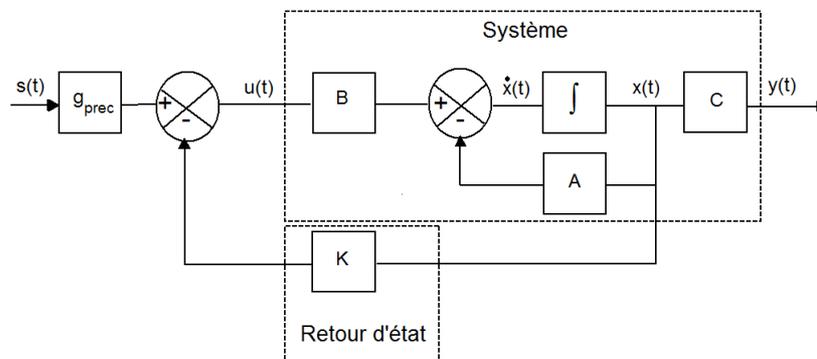


Figure 4.1 – Commande par retour d'état

## 4.2 Comportement d'un actionneur

Afin de décrire le comportement d'un actionneur, la représentation d'état d'un système LTI (Linear Time Invariant) abordée au chapitre 2 est reprise ici avec

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t)\end{aligned}\tag{4.1}$$

Le modèle du système i.e. les matrices  $\mathbf{A}$ ,  $\mathbf{B}$  et  $\mathbf{C}$  est soit obtenu à partir de données expérimentales ou dérivé en se basant sur les lois de la physique. L'état  $x(t)$  est quant à lui mesurable. Dans ce contexte, la commande d'un système en boucle fermée par retour d'état est alors envisageable sous la forme

$$u(t) = -Kx(t) + g_{prec} s(t)\tag{4.2}$$

Le gain de pré-commande  $g_{prec}$  permet de régler le gain statique du système en régime permanent et est défini ainsi

$$g_{prec} = [C(-A + BK)^{-1}B]^{-1}\tag{4.3}$$

La représentation complète du système ainsi commandé est décrite à la figure 4.1.

Parmi les méthodes de commande par retour d'état, la commande linéaire quadratique permet d'envisager les performances du système telles que le temps de montée, le temps de stabilisation et l'erreur statique de position par le biais d'un critère énergétique qui prend en compte à la fois les objectifs de commande et l'effort nécessaire pour les atteindre. Il s'agit de trouver une commande  $u(t)$  qui minimise sur un horizon  $[t_0, t_s]$  le critère suivant

$$\begin{aligned}J(u(t)) &= \int_{t_0}^{t_s} [y(t) - s(t)]^T Q [y(t) - s(t)] + u(t)^T R u(t) dt \\ Q &\geq 0, R > 0 : \text{matrices symétriques}\end{aligned}\tag{4.4}$$

Il se trouve que l'action de commande  $u(t)$  qui satisfait cette minimisation a un gain de retour  $K$  tel que

$$K = R^{-1} B^T P\tag{4.5}$$

$$0 = A^T P + PA - PBR^{-1}B^T P + Q\tag{4.6}$$

$P$  est la solution de l'équation algébrique de Riccati (4.6) dont une large description est donnée dans [Willems, 1971]. Le critère  $J$  combine à la fois les performances du système et l'effort de contrôle à fournir au moyen des matrices  $Q$  et  $R$ . De grandes valeurs pour  $Q$  mettra l'accent sur les performances du système. Dans un tel cas, le contrôle  $u(t)$  permet au système d'atteindre la consigne  $s(t)$  très rapidement. Cette pondération a pour conséquence une très forte sollicitation de l'actionneur. Au contraire de grandes valeurs pour  $R$  mettra l'accent

sur une dépense d'énergie minimale. Dans ce cas, l'action  $u(t)$  est telle que l'actionneur est sollicité de manière très douce ; la consigne  $s(t)$  est atteinte mais avec une certaine latence. Un compromis est donc à trouver. Un exemple de commande  $u(t)$  est donné à la figure 4.2 correspondant à un changement de consigne de type échelon d'Heaviside. Il est demandé à

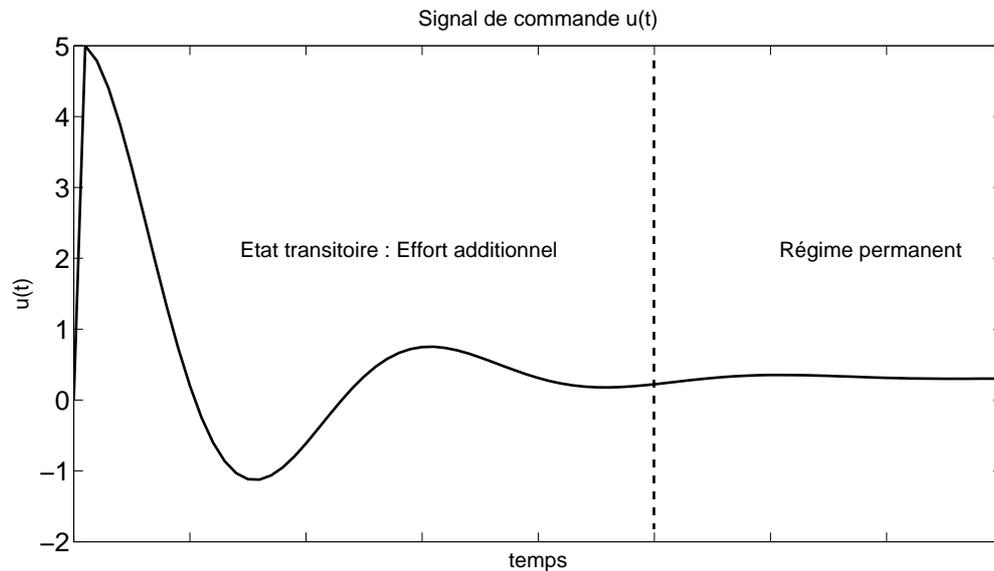


Figure 4.2 – Signal de commande  $u(t)$  (changement de consigne  $s(t)$  de type échelon)

l'actionneur de fournir un effort transitoire avant de revenir à un régime permanent stable. Dans le cadre d'une commande quadratique, cet effort additionnel dépend étroitement de la pondération apportée par les matrices  $Q$  et  $R$  comme le souligne la figure 4.3. Cette figure décrit le réglage d'une commande LQR pilotant un moteur à courant continu couplé à une unité de perçage par le biais d'un roulement à billes. Le moteur et ce roulement représentent l'actionneur. Celui-ci a pour objectif de régler la vitesse d'avance  $y(t)$  de la broche équipée d'un outil. La vitesse angulaire du moteur  $u(t)$  fournit l'énergie cinétique nécessaire à cette avance. Une description plus détaillée du système est donnée à la section 7.2. Pour ces premiers essais, les matrices  $Q$  et  $R$  sont des matrices identité pondérées respectivement par un scalaire  $q$  et  $r \in [1, 10]$ . Les performances du système  $t_r, t_{st}$  et  $\epsilon_p$  sont normalisées ainsi que l'effort déployé par l'actionneur pour les atteindre. Cet effort est calculé comme l'énergie du signal de commande  $u^2(t)$  [Khelassi et al., 2011a]. Il est à noter que plus l'actionneur est sollicité et meilleures sont les performances. Dit autrement une pondération croissante pour  $Q$  et décroissante pour  $R$  amène à une réponse rapide du système ( $t_r \rightarrow 0, t_{st} \rightarrow 0$ ) accompagnée d'une erreur statique de position faible ( $\epsilon_p \rightarrow 0$ ). Choisir une telle pondération est au prix d'une dépense d'énergie élevée de la part de l'actionneur.

Cette étude préliminaire du comportement d'un actionneur nous amène à la proposition suivante.

**Hypothèse de modélisation 4.1.** *L'effort que doit fournir un actionneur participe à l'évolution progressive de sa dégradation  $D(t)$ . Il dépend étroitement de la façon avec laquelle un système est commandé. L'entrée de commande  $u(t)$  joue donc un rôle prépondérant dans le phénomène de dégradation.*

Cette hypothèse est en accord avec l'étude bibliographique sur les systèmes commandés où il a été vu que l'entrée  $u(t)$  est une source potentielle de dégradation. Elle est finalement très réaliste dans le domaine des systèmes automatisés industriels. Par exemple en métallurgie, les variations de l'entrée de commande peuvent sérieusement endommager l'arbre d'un dérouleur sur lequel est installée une bobine d'acier de plusieurs tonnes. Dans un moteur hydraulique, les variations de pression sont à l'origine de la détérioration du boîtier d'engrenages [Hunt et al., 1996].

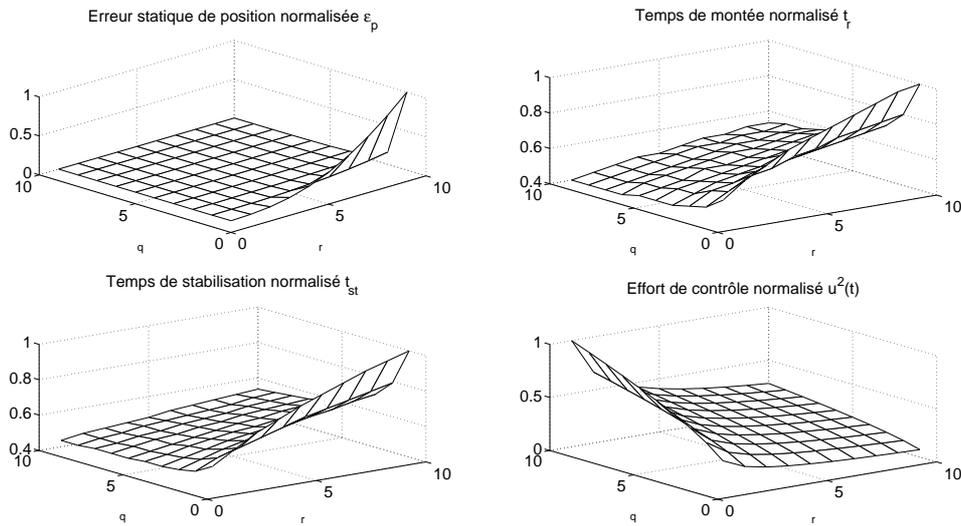


Figure 4.3 – Performances du système et Effort déployé par l'actionneur

### 4.3 Couplage Efficacité - Dégradation

L'analyse bibliographique sur la dégradation des systèmes commandés nous permet de faire le constat suivant. La perte d'efficacité d'un actionneur à implémenter l'entrée de commande  $u(t)$  et sa dégradation physique sont traités de façon disjointe. Lorsque le terme dégradation est employé il fait alors référence à la dégradation des performances du système relativement à la perte d'efficacité. Le modèle de perte d'efficacité est celui de l'équation d'état 4.1 réécrit à l'apparition d'un défaut d'actionneur tel que

$$\dot{x}(t) = \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}[\mathbf{I} - \text{diag}(l_1, \dots, l_p)] u(t) \quad (4.7)$$

Nous avons vu que cette modélisation présente deux inconvénients ; la date du défaut ainsi que sa cause ne sont pas explicités. Le modèle (4.7) est difficilement exploitable si l'on souhaite étudier le même système commandé dans un environnement qui potentiellement peut présenter une grande variabilité. Un usage aléatoire du système, des conditions opérationnelles fluctuantes sont autant d'exemples pouvant amener à différentes situations de défaut d'un actionneur. Partant de ce constat, nous soumettons une seconde proposition.

**Hypothèse de modélisation 4.2.** *La perte d'efficacité d'un actionneur et sa dégradation physique  $D(t)$  sont deux phénomènes étroitement liés. La dégradation physique de l'actionneur engendre à terme sa perte d'efficacité.*

Dans le cadre de cette hypothèse, nous proposons de reprendre le modèle de perte d'efficacité précédent et de l'augmenter avec l'indicateur de dégradation  $D(t)$ . Cet indicateur scalaire représente la détérioration physique de l'actionneur abordée ici sous un angle stochastique. L'étude bibliographique des modèles de défaillance avait mis en perspective cette approche. Ainsi, comme le décrit la figure 4.4, un actionneur neuf est supposé voir son efficacité diminuer jusqu'à une valeur limite  $a \in [0, 1]$  selon trois phases qui dépendent donc étroitement du niveau  $D(t)$ . Soient  $L_1$  et  $L_2$  deux seuils de dégradation et  $L_f$  le seuil à partir duquel l'actionneur ne remplit plus son rôle ; il est en panne. Soit  $b$  une valeur d'efficacité intermédiaire telle que  $b \in (a, 1]$ . L'efficacité de l'actionneur évolue en fonction de sa détérioration  $D(t)$

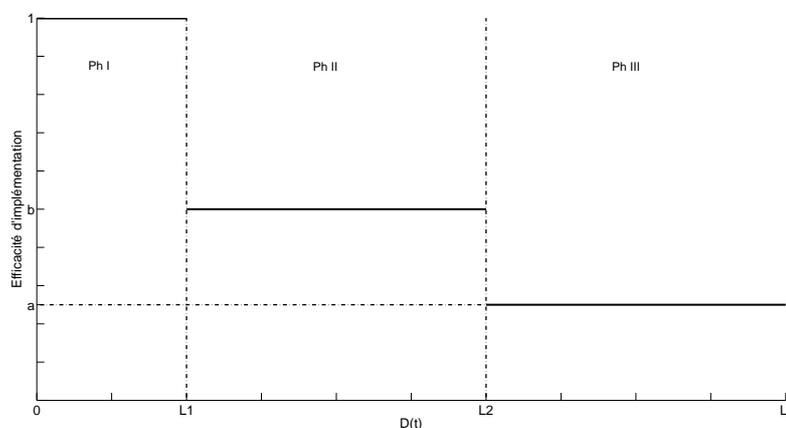


Figure 4.4 – Modèle de perte d'efficacité d'un actionneur

selon trois phases avec

1. Phase 1 ( $Ph_I$ ) correspond à une efficacité totale de l'actionneur même s'il se dégrade. Avec  $l_i = 0$ , le  $i^{\text{ème}}$  actionneur est suffisamment robuste pour ne pas être impacté par sa détérioration intrinsèque ;
2. Phase 2 ( $Ph_{II}$ ) s'apparente à une phase intermédiaire avec  $l_i = 1 - b$ . L'actionneur devient sensible aux effets de sa dégradation et commence à éprouver des difficultés pour implémenter fidèlement  $u(t)$  ;

3. Phase 3 ( $Ph_{III}$ ) avec  $l_i = 1 - a$  est la phase pendant laquelle l'actionneur implémente l'action de commande avec une perte de gain significative.

Le modèle proposé reste dans le cadre communément admis dans la littérature des systèmes tolérants aux fautes en proposant deux situations de faute (faulty situations) avec deux dates  $T_1$  et  $T_2$ . Il est à noter que bien souvent une seule situation est envisagée dans la littérature. L'intérêt de ce modèle est que ces dates ne peuvent plus être choisies de manière arbitraire et ont maintenant une explication. Les défauts sont engendrés lorsque l'indicateur  $D(t)$  franchit les seuils respectifs  $L_1$  et  $L_2$ . Le phénomène de dégradation est stochastique. Par conséquent, le couplage entre la perte d'efficacité de l'actionneur et sa dégradation l'est aussi ; les dates de défaut sont aléatoires.

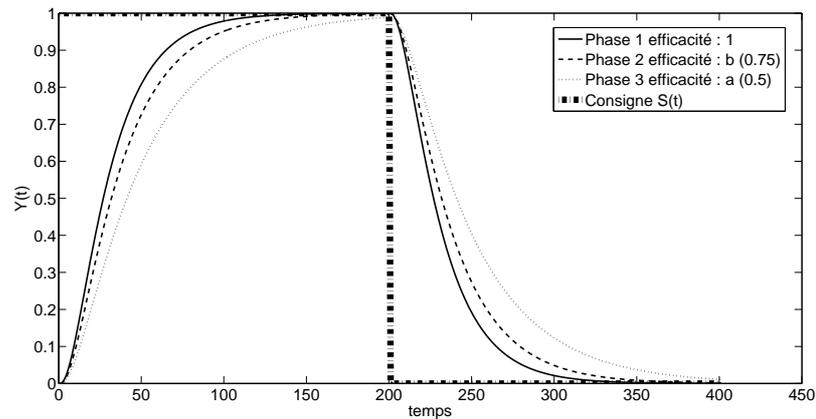
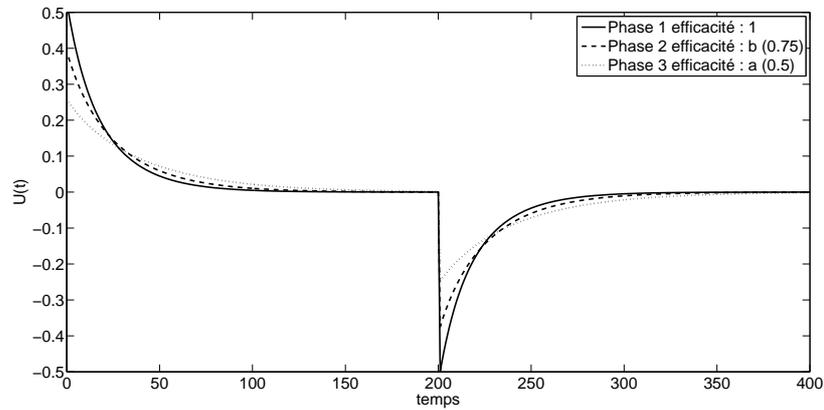
Ce modèle offre une certaine souplesse car il permet d'étudier différents scénarios de perte d'efficacité. Par exemple, si  $L_1 = L_2 = L_f$ , l'actionneur est robuste. Bien qu'il se dégrade physiquement, il implémente fidèlement  $u(t)$  jusqu'à une éventuelle panne. Autre exemple, si  $L_1 = 5\%L_f$  et  $L_2 = 95\%L_f$  alors l'actionneur opère principalement dans la phase 2. Il est sensible à sa dégradation et implémente en partie  $u(t)$ .

Les seuils  $L_1$  et  $L_2$  peuvent être connus a priori et correspondre aux résultats d'une étude préalable réalisée sur une classe d'actionneurs. Le nombre de phases est volontairement limité dans un souci de réalisme. Chaque phase peut être vue comme une période d'incubation du défaut. Un défaut n'apparaît pas systématiquement à chaque évolution de  $D(t)$ . Au contraire, il faut que  $D(t)$  atteigne un premier seuil  $L_1$  pour qu'un premier défaut apparaisse puis  $L_2$  pour le second.  $L_f$  est un seuil particulier puisqu'il n'amène pas à un défaut mais à la panne du composant. Proposer un modèle avec un nombre très important de phases voire infini reviendrait à étudier l'actionneur uniquement au travers de sa perte d'efficacité ou de sa dégradation ; le couplage surjectif entre les deux phénomènes perdrait alors de son sens.

Pour finir, les figures 4.5 et 4.6 décrivent l'impact de la perte d'efficacité sur la sortie du procédé  $y(t)$  et sur l'entrée de commande  $u(t)$ . A mesure que cette perte de capacité augmente, le système a besoin de plus en plus de temps pour atteindre la consigne souhaitée ; ses performances diminuent.

## 4.4 Conclusion

L'étude d'un premier système piloté par une commande LQR nous a permis de découvrir l'existence d'un lien fort entre ses performances dynamiques, statiques et la dépense d'énergie que doit fournir un actionneur pour les atteindre. La dépense d'énergie synonyme d'effort est alors vue tel un facteur participant à la dégradation physique  $D(t)$  de l'actionneur. Cette première proposition est en accord avec l'analyse bibliographique des systèmes commandés où l'entrée de commande  $u(t)$  semble jouer un rôle important dans le processus de dégradation. La perte d'efficacité d'un actionneur et sa dégradation sont généralement abordées de façon disjointe dans la littérature amenant à considérer des situations de défaut dont l'origine n'est pas expliquée, ni l'instant d'apparition. Dans ce cadre, une seconde proposition est soumise

Figure 4.5 – Impact de la perte d'efficacité sur la sortie  $y(t)$ .Figure 4.6 – Impact de la perte d'efficacité sur la commande  $u(t)$ .

exprimant une relation forte entre ces deux phénomènes. L'évolution de la dégradation de l'actionneur l'amène dans le temps à connaître différentes situations de défaut. Le modèle de couplage proposé repose sur la connaissance de deux seuils  $L_1$  et  $L_2$  qui lorsqu'ils sont franchis engendrent un premier défaut à la date  $T_1$  puis un second à  $T_2$ . Pour finir, le couplage stochastique entre les phénomènes de perte d'efficacité et de détérioration implique que les occurrences de défaut sont aléatoires.



## Chapitre 5

# Modèles stochastiques pour le pronostic

### 5.1 Introduction

Le chapitre précédent a décrit le comportement d'un actionneur au sein d'un système automatisé. Ce dernier doit réagir à temps lors d'un changement de consigne impliquant l'actionneur à fournir un effort additionnel afin de satisfaire les performances attendues. La faiblesse du modèle de perte d'efficacité d'un actionneur utilisé dans la littérature pour l'étude de tels systèmes est l'absence d'explication sur l'origine du défaut et son instant. Une relation étroite entre cette perte d'efficacité et la détérioration de l'actionneur a donc été posée avec pour principal objectif d'enrichir le modèle initial. Le niveau de détérioration  $D(t)$  est donc à l'origine de cette perte progressive de capacité qui passe par deux paliers successifs aux dates  $T_1$  et  $T_2$  correspondant aux seuils de dégradation  $L_1$  et  $L_2$ . La question sous-jacente est la manière avec laquelle la dégradation franchit ces deux seuils. C'est l'objet de la section suivante qui traite du choix du modèle pour  $D(t)$ .

### 5.2 Modèle stochastique du couple commande/dégradation

Au regard de la proposition (4.1), l'implémentation de l'entrée de commande  $u(t)$  a donc pour conséquence de dégrader l'actionneur. L'étude réalisée au chapitre précédent d'un système piloté par une commande LQR a montré que cette implémentation est corrélée à la loi de commande du contrôleur. Dans ce cadre, nous envisageons la détérioration d'un actionneur comme étant le fruit de la combinaison de deux phénomènes aléatoires et indépendants décrivant respectivement un processus de vieillissement et un processus de choc. La dégradation totale  $D(t)$  pour  $t > 0$  s'écrit alors

$$D(t) = Z(t) + S(t) \tag{5.1}$$

où

- $Z(t)$  représente l'usure résultat d'une accumulation à la date  $t$  d'incrémentes de dégradation.  $Z(t)$  décrit une détérioration graduelle quand l'actionneur est piloté par l'entrée de commande  $u(t)$  installée en régime permanent comme cela est illustré à la

figure 4.2.  $Z(t)$  est telle que

$$\begin{aligned} Z(0) &= 0 \\ Z(s) - Z(t) &= Acc_{\Theta_1(s-t)} \quad \forall s > t \geq 0. \end{aligned}$$

L'incrément de détérioration entre les dates  $t$  et  $s$  est une variable aléatoire  $Acc_{\Theta_1(s-t)}$  qui dépend d'un paramètre  $\Theta_1(s-t)$  fonction de l'intervalle  $s-t$ . La loi de probabilité correspondante est notée  $f_{Acc}(\cdot; \Theta_1(s-t))$ .

- $S(t)$  représente la dégradation induite par les changements soudains de la consigne  $s(t)$ . Chaque changement de consigne est perçu par l'actionneur comme une nouvelle sollicitation pour laquelle l'actionneur doit fournir un effort additionnel respectivement aux variations de l'entrée de commande  $u(t)$  (voir figure 4.2). L'effort  $i$  à la date  $t_i$  impacte le niveau de dégradation tel un choc d'amplitude  $Y_i$ . Les quantités  $Y_i$  sont des variables aléatoires i.i.d. de loi de probabilité  $f_Y(\cdot; \Theta_u)$ . A la date  $t$ , l'endommagement total dû aux  $N_t$  chocs est la somme  $S(t)$  telle que

$$S(t) = \sum_{j=0}^{N_t} Y_j \quad \text{avec } Y_0 = 0.$$

$\Theta_u$  porte une information prépondérante. Ce paramètre reflète la corrélation entre le réglage du contrôleur et l'amplitude  $Y_j$  d'un choc. Dans le cas d'une loi de commande  $LQR$ , plus l'actionneur est sollicité - ce qui correspond à des valeurs croissantes pour  $q$  et décroissantes pour  $r$  (voir figure 4.3)- et plus l'amplitude du choc  $Y_j$  risque d'être élevée.

Nous venons de formaliser à l'aide d'un modèle stochastique la relation entre la dégradation  $D(t)$  d'un actionneur et sa commande  $u(t)$ . Cependant, ce modèle n'intègre pas encore l'utilisation qui est faite d'un système commandé. Au cours d'une même mission, celui-ci est sollicité à plusieurs reprises lui conférant une dynamique qui doit être modélisée. C'est l'objet de la section suivante.

### 5.3 Modèle stochastique de l'usage

Dans un contexte industriel, une machine automatisée peut se voir comme un système répondant à une demande en un temps fixé. La demande est soit parfaitement connue à l'avance à l'image d'une presse hydraulique emboutissant des pièces à cadence régulière ou aléatoire comme dans le cas d'une machine de tri ou de conditionnement.

Pour rester dans un cadre très général, le formalisme utilisé dans ce mémoire pour décrire l'usage d'un actionneur est celui des files d'attente. Une file d'attente est un système où des clients arrivent dans la file et pour lesquels un serveur fournit un service. Ici, l'évolution de

la consigne  $s(t)$  représente cette demande qui doit être satisfaite par le système commandé. La description d'une file d'attente nécessite de connaître au moins deux éléments. Le premier correspond à la distribution des intervalles de temps séparant deux arrivées consécutives. Généralement, la distribution utilisée vérifie la propriété de Markov. Dans le cas d'un système commandé, les sollicitations futures de l'actionneur ne dépendent pas de celles déjà réalisées. Le second élément correspond à la distribution de la durée du service qui pour un système commandé est déterministe.

Modéliser l'évolution de la demande qui respecte la propriété de Markov peut être abordé à l'aide d'une chaîne de Markov discrète comme dans [Langeron et al., 2012b, Langeron et al., 2012a, Nguyen et al., 2013]. Les auteurs considèrent une consigne évoluant selon trois niveaux. Chaque niveau correspond à un état de la chaîne. La matrice des probabilités de transition d'un état vers un autre est paramétrable. Cette option permet de régler les temps de séjour dans chaque état et par conséquent de définir différents profils d'usage comme une mission *lente* ou très *rapide*.

Ici, les changements de consigne successifs sont supposés arriver selon un processus de Poisson homogène d'intensité  $\mu$ . Ce choix markovien est couramment utilisé dans un cadre industriel pour modéliser l'activité d'une machine alimentée par un flux amont aléatoire [Chung et al., 2012]. Le choix de l'intensité  $\mu$  permet de définir un type d'usage de l'actionneur (faiblement, extrêmement sollicité). Comme il a été vu lors de l'analyse bibliographique des modèles de défaillance, pour un processus de Poisson  $\{N_t : t \geq 0\}$  la probabilité qu'un actionneur subisse  $n$  sollicitations i.e  $n$  chocs au cours d'un intervalle de temps  $\tau > 0$  est

$$\mathbb{P}(N_{t+\tau} - N_t = n) = \frac{(\mu\tau)^n}{n!} e^{-\mu\tau} \quad \forall t \geq 0. \quad (5.2)$$

Le processus de dégradation par chocs  $\{S(t) : t \geq 0\}$  est donc un processus de Poisson composé. Ce modèle d'usage couplé au modèle de dégradation proposé précédemment permet maintenant d'établir une première formulation probabiliste du niveau de dégradation  $D(t)$ . Si un actionneur subit  $n$  chocs jusqu'à l'instant  $t$  d'amplitudes successives i.i.d alors la probabilité que le niveau de dégradation total à cet instant résulte du processus d'usure naturelle et du processus de sollicitations soit inférieur à un seuil donné noté  $\mathcal{D}$  est exprimée comme suit

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(D(t) < \mathcal{D}) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu t)^n}{n!} e^{-\mu t} \int_0^{\mathcal{D}} (f_{Acc}(\cdot; \Theta_1(t)) * f_Y^{*n}(\cdot; \Theta_u))(v) dv \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu t)^n}{n!} e^{-\mu t} \int_0^{\mathcal{D}} \int_0^v f_{Acc}(v-w; \Theta_1(t)) f_Y^{*n}(w; \Theta_u) dw dv \\ &= \mathcal{F}(\mathcal{D}, \Theta_1(t), \Theta_u) \end{aligned} \quad (5.3)$$

où  $*$  est le produit de convolution.

La relation (5.3) est la représentation du modèle stochastique du couple com-

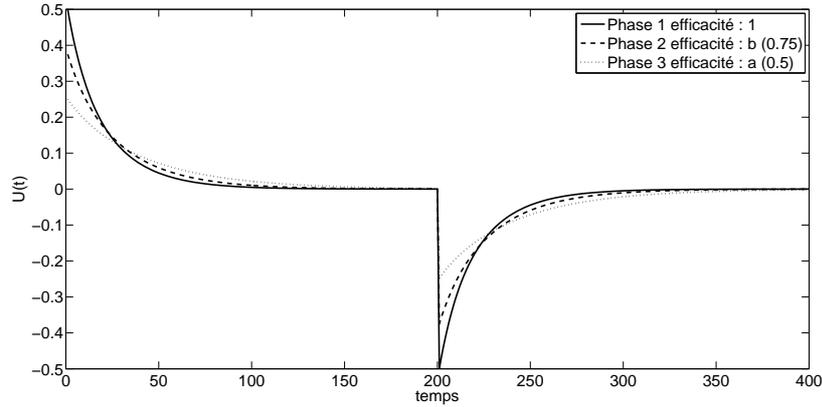


Figure 5.1 – Impact de la perte d'efficacité sur la commande  $u(t)$ .

mande/dégradation d'un actionneur associé à la modélisation de son usage. Il est maintenant envisageable de s'intéresser à la fiabilité de l'actionneur en fonction du temps  $R(t)$ . Pour cet objectif, nous devons au regard de la proposition (4.2) prendre en compte la perte d'efficacité de l'actionneur engendrée par sa propre dégradation. Comme le souligne la figure 5.1 issue de l'étude réalisée au chapitre précédent, la perte de capacité d'un actionneur affaiblit l'implémentation de l'entrée de commande  $u(t)$ . Par conséquent, en situation de défaut, l'actionneur fournit un effort moindre impactant l'évolution de sa dégradation selon la proposition (4.1). La structure bouclée d'un système commandé explique cette concomitance entre les phénomènes de dégradation et de perte d'efficacité. La section suivante formalise la fiabilité de l'actionneur en prenant en compte le couplage stochastique entre ces deux phénomènes.

## 5.4 Pronostic

### 5.4.1 Fiabilité conditionnelle

Soit  $L_f$  le seuil de dégradation à partir duquel l'actionneur est défaillant.  $T_f$  la date correspondante est alors définie comme

$$T_f = \inf\{t : D(t) \geq L_f\} \quad (5.4)$$

La fiabilité d'un actionneur  $R(t)$  est la probabilité qu'il ne soit pas défaillant dans l'intervalle de temps  $[0, t]$  i.e.  $R(t) = \mathbb{P}(D(t) < L_f)$ . Supposons (i) la mesure du niveau de dégradation parfaitement connue à la date  $t_i$  et (ii) un phénomène de détérioration monotone croissant. Si l'actionneur est toujours opérationnel à  $t_i$  avec  $D(t_i) = d_i$  alors la fiabilité conditionnelle  $R_i(t)$  sachant le niveau de dégradation observée s'écrit

$$R_i(t) = \mathbb{P}(T_f > t | D(t_i) = d_i) = \mathbb{P}(D(t) < L_f | D(t_i) = d_i).$$

Si l'actionneur est insensible à sa propre dégradation pour implémenter l'action de contrôle  $u(t)$  alors

$$R_i(t) = \mathcal{F}(L_f - d_i, \Theta_1(t - t_i), \Theta_u) \quad (5.5)$$

En effet, dans ce cas la concomitance évoquée plus haut n'a pas lieu puisque l'actionneur ne perd pas en efficacité. La commande  $u(t)$  n'est pas impactée en retour par ce phénomène.

Dans le cas contraire, le modèle de perte d'efficacité proposé dans ces travaux nous impose trois scénarios selon la phase dans laquelle la mesure  $d_i$  est effectuée tels que :

$$R_i(t) = R_i^{\#1}(t)\mathbb{I}_{\{d_i \leq L_1\}} + R_i^{\#2}(t)\mathbb{I}_{\{L_1 < d_i \leq L_2\}} + R_i^{\#3}(t)\mathbb{I}_{\{d_i > L_2\}} \quad (5.6)$$

où  $\mathbb{I}_A$  est la fonction indicatrice de l'évènement  $A$ . Soient  $T_1$ ,  $T_2$  et  $T_f$  les dates respectives correspondant aux moments inconnus où  $D(t)$  franchit les niveaux de détérioration  $L_1$ ,  $L_2$  et  $L_f$ . Soient  $E_1$ ,  $E_2$  et  $E_3$  les événements respectifs " $D(t_i) = d_i \leq L_1$ ", " $L_1 < D(t_i) = d_i \leq L_2$ " et " $D(t_i) = d_i > L_2$ ". Selon [Bérengruer et al., 2003] afin de dériver des approximations analytiques des quantités  $R_i^{\#k}(t)$  facilement manipulables notamment pour les simulations numériques, la différence  $T_2 - T_1$  entre les dates de passage des niveaux  $L_2$  et  $L_1$  est approchée par la date du passage de la différence  $L_2 - L_1$ . L'égalité est vérifiée seulement pour des trajectoires de dégradation  $D(t)$  continues.

✓ *Calcul de  $R_i^{\#1}(t)$*

La fiabilité conditionnelle  $R_i^{\#1}(t)$  peut s'écrire ainsi  $\forall t \geq t_i$  :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}[D(t) < L_f | E_1] &= \mathbb{P}[D(t) < L_f, t \leq T_1 | E_1] + \mathbb{P}[D(t) < L_f, T_1 < t \leq T_2 | E_1] \\ &\quad + \mathbb{P}[D(t) < L_f, t > T_2 | E_1] \end{aligned}$$

En conséquence, il vient respectivement :

$$\mathbb{P}[D(t) < L_f, t \leq T_1 | E_1] = \mathbb{P}[D(t) < L_f, D(t) \leq L_1 | E_1] = \mathbb{P}[D(t - t_i) \leq L_1 - d_i] \quad (5.7)$$

$$\mathbb{P}[D(t) < L_f, T_1 < t \leq T_2 | E_1] \simeq \int_{t_i}^t \mathbb{P}[D(t - r) \leq L_2 - L_1] f_{T_1}^{\#1}(r) dr \quad (5.8)$$

$$\mathbb{P}[D(t) < L_f, t > T_2 | E_1] \simeq \int_{t_i}^t \int_{t_i}^v \mathbb{P}[D(t - v) \leq L_f - L_2] f_{T_1, T_2}^{\#1}(r, v) dr dv \quad (5.9)$$

Les lois conditionnelles pdf (cdc)  $f_{T_1}^{\#1} = f_{T_1|E_1}$  ( $F_{T_1}^{\#1} = F_{T_1|E_1}$ ) et  $f_{T_1, T_2}^{\#1} = f_{T_1, T_2|E_1}$  ( $F_{T_1, T_2}^{\#1} = F_{T_1, T_2|E_1}$ ) sont respectivement liées aux dates de passage  $T_1$  et à la paire  $(T_1, T_2)$ . Elles sont définies ci-après.

$$F_{T_1}^{\#1}(r) = \mathbb{P}[T_1 \leq r | E_1] = \mathbb{P}[L_1 \leq D(r) | E_1] = 1 - \mathbb{P}[L_1 \geq D(r) | E_1]$$

et

$$f_{T_1}^{\#1}(r) = \frac{dF_{T_1}^{\#1}(r)}{dr} = -\frac{d}{dr} \mathbb{P}[L_1 \geq D(r) | E_1] = -\frac{d}{dr} \mathbb{P}[D(r - t_i) \leq L_1 - d_i]$$

$$\begin{aligned}
F_{T_1, T_2}^{\#1}(r, v) &= \mathbb{P}[T_2 \leq v, T_1 \leq r | E_1] \\
&= \int_{t_i}^r \mathbb{P}[T_2 \leq v | T_1 = w, E_1] f_{T_1}^{\#1}(w) dw \\
&\simeq \int_{t_i}^r (1 - \mathbb{P}[D(v - w) \leq L_2 - L_1]) f_{T_1}^{\#1}(w) dw
\end{aligned}$$

et

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial r} F_{T_1, T_2}^{\#1}(r, v) &\simeq \frac{\partial}{\partial r} \int_{t_i}^r f_{T_1}^{\#1}(w) dw - \frac{\partial}{\partial r} \int_{t_i}^r \mathbb{P}[D(v - w) \leq L_2 - L_1] f_{T_1}^{\#1}(w) dw \\
&\simeq f_{T_1}^{\#1}(r) - \mathbb{P}[D(v - r) \leq L_2 - L_1] f_{T_1}^{\#1}(r)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{\partial}{\partial r} F_{T_1, T_2}^{\#1}(r, v) \right) &\simeq - \frac{\partial}{\partial v} \mathbb{P}[D(v - r) \leq L_2 - L_1] f_{T_1}^{\#1}(r) \\
&\simeq \frac{d}{dv} \mathbb{P}[D(v - r) \leq L_2 - L_1] \frac{d}{dr} \mathbb{P}[D(r - t_i) \leq L_1 - d_i]
\end{aligned}$$

par conséquent

$$\begin{aligned}
f_{T_1, T_2}^{\#1}(r, v) &= \frac{\partial^2}{\partial v \partial r} F_{T_1, T_2}^{\#1}(r, v) \\
&\simeq \frac{d}{dv} \mathbb{P}[D(v - r) \leq L_2 - L_1] \frac{d}{dr} \mathbb{P}[D(r - t_i) \leq L_1 - d_i]
\end{aligned}$$

✓ *Calcul de  $R_i^{\#2}(t)$*

La fiabilité conditionnelle  $R_i^{\#2}(t)$  peut s'écrire ainsi  $\forall t \geq t_i$  :

$$\mathbb{P}[D(t) < L_f | E_2] = \mathbb{P}[D(t) < L_f, T_1 < t \leq T_2 | E_2] + \mathbb{P}[D(t) < L_f, t > T_2 | E_2] \quad (5.10)$$

Il vient successivement

$$\mathbb{P}[D(t) < L_f, T_1 < t \leq T_2 | E_2] = \mathbb{P}[D(t - t_i) \leq L_2 - d_i] \quad (5.11)$$

$$\mathbb{P}[D(t) < L_f, t > T_2 | E_2] \simeq \int_{t_i}^t \mathbb{P}[D(t - v) \leq L_f - L_2] f_{T_2}^{\#2}(v) dv \quad (5.12)$$

La loi conditionnelle pdf  $f_{T_2}^{\#2} = f_{T_2 | E_2}$  est donnée par

$$\begin{aligned}
f_{T_2}^{\#2}(v) &= \frac{d}{dv} (1 - \mathbb{P}[T_2 > v | E_2]) \\
&= - \frac{d}{dv} \mathbb{P}[L_2 > D(v) | E_2] = - \frac{d}{dv} \mathbb{P}[D(v - t_i) < L_2 - d_i]
\end{aligned}$$

✓ *Calcul de  $R_i^{\#3}(t)$*

La fiabilité conditionnelle  $R_i^{\#3}(t)$  peut s'écrire ainsi  $\forall t \geq t_i$  :

$$\mathbb{P}[D(t) < L_f, D(t_i) > L_2 | E_3] = \mathbb{P}[D(t) < L_f, t > T_2 | E_3] = \mathbb{P}[D(t - t_i) \leq L_f - d_i] \quad (5.13)$$

✓ *Expression finale de  $R_i(t)$*

Pour un actionneur, une perte d'efficacité est similaire à une perte de gain comme le souligne la figure 5.1. A mesure que cette efficacité décroît, l'entrée de commande  $u(t)$  est de moins en moins implémentée. Au moment où l'actionneur répond à la sollicitation induite par le changement de consigne, il *ressent* le choc correspondant avec une amplitude qui elle-aussi diminue au fur et à mesure du passage par les différentes phases  $Ph_I, Ph_{II}$  et  $Ph_{III}$ . Le paramètre du processus de choc  $\Theta_u$  connaît donc trois valeurs possibles suivant l'efficacité de l'actionneur avec

$$\begin{aligned}\Theta_u &= \Theta_u^1 \mathbb{I}_{\{\text{phase1}\}} + \Theta_u^2 \mathbb{I}_{\{\text{phase2}\}} + \Theta_u^3 \mathbb{I}_{\{\text{phase3}\}} \\ &= \Theta_u^1 \mathbb{I}_{\{D \leq L_1\}} + \Theta_u^2 \mathbb{I}_{\{L_1 < D \leq L_2\}} + \Theta_u^3 \mathbb{I}_{\{D > L_2\}}\end{aligned}$$

où  $\Theta_u^i, i = 1, 2, 3$  sont des paramètres liés à l'amplitude moyenne des chocs pour chaque phase. A partir de l'équation initiale de  $R_i(t)$  (équation (5.6)) et des relations  $R_i^{\#1}(t)$ ,  $R_i^{\#2}(t)$  et  $R_i^{\#3}(t)$  obtenues précédemment, l'expression finale de la fiabilité conditionnelle  $R_i(t)$  devient :

$$\begin{aligned}R_i(t) &= \left\{ \mathcal{F}(L_1 - d_i, \Theta_1(t - t_i), \Theta_u^1) + \int_{t_i}^t \mathcal{F}(L_2 - L_1, \Theta_1(t - r), \Theta_u^2) f_{T_1}^{\#1}(r) dr \right. \\ &\quad \left. + \int_{t_i}^t \int_{t_i}^v \mathcal{F}(L_f - L_2, \Theta_1(t - v), \Theta_u^3) f_{T_1, T_2}^{\#1}(r, v) dr dv \right\} \\ &\quad + \left\{ \mathcal{F}(L_2 - d_i, \Theta_1(t - t_i), \Theta_u^2) + \int_{t_i}^t \mathcal{F}(L_f - L_2, \Theta_1(t - v), \Theta_u^3) f_{T_2}^{\#2}(v) dv \right\} \\ &\quad + \left\{ \mathcal{F}(L_f - d_i, \Theta_1(t - t_i), \Theta_u^3) \right\}\end{aligned}\tag{5.14}$$

où les lois de probabilité  $f_{T_1}^{\#1}$ ,  $f_{T_1, T_2}^{\#1}$ ,  $f_{T_2}^{\#2}$  sont obtenues respectivement avec la valeur adéquate de  $\Theta_u$  et  $\mathcal{F}$  étant la fonction (5.3).

#### 5.4.2 Durée de vie résiduelle d'un actionneur *RUL*

A la suite de l'analyse bibliographique des systèmes commandés, il avait été émis comme perspective de porter un effort de modélisation sur le pronostic de la durée de vie résiduelle d'un actionneur *RUL*. En effet, selon le contexte, nous avons vu que la littérature ne donne pas une définition unique de la *RUL*. Plusieurs approches sont alors proposées. Par exemple, si un indicateur de dégradation est disponible alors la *RUL* est vue comme la durée pour atteindre un seuil de dégradation à partir duquel l'actionneur ne remplit plus sa mission. Autre exemple, il existe des cas pour lesquels la *RUL* est obtenue directement par un modèle s'appuyant sur des caractéristiques physiques décrivant le phénomène de dégradation. Quelle que soit l'approche envisagée, le pronostic est basé sur l'utilisation passée de l'actionneur et non sur sa dynamique future. Cette prévision présente donc une incertitude car elle ne prend pas en compte les conditions opérationnelles à venir du système commandé. Il est donc

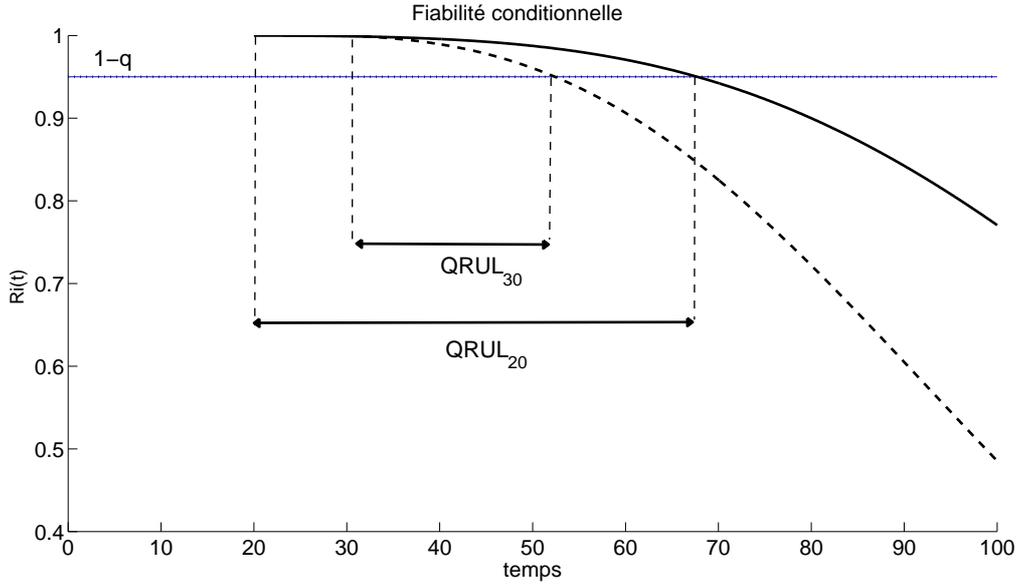


Figure 5.2 – Fiabilité conditionnelle et  $QRUL_i(q = 5\%)$

nécessaire d'intégrer toute la connaissance que l'on peut avoir sur l'activité future du système afin de réduire cette incertitude [Khoury, 2012, Banjevic, 2009].

De ce point de vue, la relation (5.14) est intéressante. En effet, elle représente la fiabilité conditionnelle  $R_i(t)$  de l'actionneur à l'instant  $t$  connaissant son niveau de dégradation  $d_i$  mesurée à  $t_i < t$ . Elle intègre son usage futur ainsi que les situations de défaut non encore réalisées et synonymes de perte d'efficacité.

De façon générale, la durée de vie résiduelle d'un actionneur est la durée qui lui reste avant sa défaillance. La coloration stochastique donnée au phénomène de défaillance implique que la  $RUL$  est une quantité aléatoire et non déterministe. Dans ces travaux, nous nous plaçons dans un cadre markovien. A un instant  $t_i$ , la mesure du niveau  $d_i$  intègre complètement l'évolution passée du phénomène de dégradation et l'utilisation qui a été faite de l'actionneur. L'estimation de la  $RUL$  à  $t_i$  est donc conditionnée par la mesure  $d_i$  qui joue un rôle essentiel. La  $RUL$  est donc une variable aléatoire  $RUL_i$  telle que

$$RUL_i = \inf\{t \geq t_i, D(t) \geq L_f\} - t_i \quad (5.15)$$

Sa loi est la loi conditionnelle de  $T_f - t_i$  sachant  $D(t_i) = d_i$  et sa fonction de répartition est  $1 - R_i(t)$  (5.14). On considère ensuite un quantile  $q$  de la  $RUL_i$  noté  $QRUL_i(q)$  défini par :

$$QRUL_i(q) = \inf\{t : R_i(t) \leq (1 - q)\} - t_i \quad (5.16)$$

Ce quantile permet de définir un seuil sur la probabilité de défaillance de l'actionneur et donc sur le degré d'incertitude de la durée de vie résiduelle correspondante. Dans le cadre de la maintenance conditionnelle des systèmes, la connaissance de la  $RUL$  apporte une informa-

---

tion essentielle [Son et al., 2013]. En effet, elle permet d'anticiper ou de retarder une action préventive ou une inspection. Le choix du quantile est donc important car il a un impact sur le déclenchement de ces actions et donc sur le coût de maintenance [Khoury et al., 2010]. Son usage est illustré à la figure 5.2 où à  $t = 20$  et  $t = 30$  une estimation de la durée de vie résiduelle est effectuée avec  $QRUL_{20}$  et  $QRUL_{30}$  pour un quantile  $q$  à 5%.



## Chapitre 6

# Validation des modèles

### 6.1 Introduction

Le chapitre précédent a proposé un cadre de modélisation stochastique de la dégradation  $D(t)$  d'un actionneur au sein d'un système commandé. Cette détérioration est modélisée comme la combinaison de deux processus. Le premier décrit l'usure  $Z(t)$  pour une utilisation en régime stationnaire. Le second modélise la dégradation  $S(t)$  lorsque l'actionneur est sollicité aux changements de consigne. Ces sollicitations transitoires vues comme des chocs lui demandent de fournir un effort supplémentaire. Un processus de Poisson complète ce modèle de dégradation pour décrire l'utilisation de l'actionneur.

La modélisation stochastique a permis une première formulation probabiliste du niveau de dégradation  $D(t)$  avec la relation (5.3). Celle-ci est à la base de l'expression de la fiabilité conditionnelle  $R_i(t)$  d'un actionneur. Le pronostic de sa durée de vie résiduelle  $RUL$  est ensuite dérivé à partir de  $R_i(t)$ ; ceci quel que soit son niveau d'efficacité.

Les modèles développés jusqu'à présent sont génériques. Ce chapitre termine la seconde partie de ce mémoire en proposant des choix pour décrire les phénomènes d'usure  $Z(t)$  et de détérioration par chocs  $S(t)$ . Une confrontation numérique est ensuite effectuée entre le pronostic de la  $RUL$  (5.16) et celui obtenu à partir de simulations de Monte Carlo.

### 6.2 Choix des processus

#### 6.2.1 Processus d'usure $Z(t)$

La littérature propose plusieurs modèles de processus stochastiques pour incarner un phénomène de dégradation. Dans le cas où l'indicateur  $D(t)$  présente des fluctuations lui donnant une tendance croissante mais non monotone, un processus de Wiener avec dérive est un choix approprié [Whitmore, 1995].

Dans le cadre de ces travaux, au chapitre 5, nous avons fait l'hypothèse que  $D(t)$  est un phénomène monotone et croissant. L'usure de l'actionneur  $Z(t)$  est modélisée comme une accumulation d'incrément de détérioration positifs  $Acc_{\Theta_1}$  que nous supposons indépendants et homogènes en temps. Un processus de détérioration qui présente de telles propriétés peut

être modélisé par un processus Gamma [Bérengruer et al., 2003, van Noortwijk, 2009]. Celui-ci est caractérisé par un paramètre de forme  $\alpha$  et un paramètre d'échelle  $\beta$ . Sur un intervalle de temps  $t - s$ , l'incrément de dégradation  $Acc_{\Theta_1(t-s)}$  est une variable aléatoire de distribution Gamma avec pour paramètres  $\Theta_1(t - s) = (\alpha(t - s), \beta)$  et pour fonction de répartition cdf

$$F_{Acc_{\Theta_1(t-s)}}(r) = \frac{\Gamma(\alpha(t - s), \frac{r}{\beta})}{\Gamma(\alpha(t - s))} \quad \forall r > 0 \quad (6.1)$$

avec  $\Gamma(a, z) = \int_z^\infty t^{a-1} e^{-t} dt$  et  $\Gamma(a) = \Gamma(a, 0)$ . La loi pdf correspondante est donnée par

$$f_{Acc_{\Theta_1(t-s)}}(r) = \frac{(\frac{1}{\beta})^{\alpha(t-s)}}{\Gamma(\alpha(t-s))} r^{\alpha(t-s)-1} e^{-\frac{r}{\beta}}$$

### 6.2.2 Processus de choc $S(t)$

#### Distribution de l'amplitude $Y$

Le processus de dégradation engendré par les différents changements de consigne  $\{S(t) : t \geq 0\}$  est défini au chapitre 5 comme un processus de Poisson composé. Sans perdre la généralité du modèle de détérioration d'un actionneur, l'amplitude des chocs  $Y$  est modélisée par une distribution exponentielle de paramètre  $\Theta_u = \lambda$ . La première conséquence d'un tel choix est que la somme des  $n$  chocs causés par les changements de consigne jusqu'à la date  $t$  suit une distribution d'Erlang avec pour paramètres de forme  $n$  et d'échelle  $1/\lambda$ . La seconde conséquence est que plus la valeur de  $\Theta_u$  augmente et plus l'amplitude moyenne des chocs diminue. De tels choix de distributions pour  $Z(t)$  et  $S(t)$  permettent de réécrire la fonction de distribution (5.3) de l'indicateur de dégradation totale  $D(t)$  avec

$$\mathcal{F}(\mathcal{D}, \Theta_1(t), \Theta_u) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu t)^n}{n!} e^{-\mu t} \int_0^{\mathcal{D}} \int_0^u \frac{(1/\beta)^{\alpha t}}{\Gamma(\alpha t)} (u-h)^{\alpha t-1} e^{-(u-h)/\beta} \frac{\lambda^n}{\Gamma(n)} h^{n-1} e^{-h\lambda} dh du.$$

#### Evolution de $\Theta_u$

L'amplitude des chocs subis par l'actionneur au moment des changements de consigne est initialement distribuée selon une loi exponentielle de paramètre  $\Theta_u = \Theta_u^1 = \lambda_{\text{init}}$ . Cette distribution est corrélée au réglage initial du contrôleur. Cependant, deux événements vont venir impacter  $\Theta_u$  avec (i) la perte d'efficacité de l'actionneur et (ii) la mise à jour éventuelle du contrôleur lors d'une procédure de reconfiguration.

- (i) Une perte d'efficacité est vue au chapitre 4 comme une perte de gain. Il est supposé que l'actionneur ressent les chocs avec une amplitude qui évolue dans les mêmes proportions que le signal de contrôle  $u(t)$  selon les trois phases Ph<sub>I</sub> ( $D \leq L_1$ ), Ph<sub>II</sub> ( $L_1 < D \leq L_2$ ) et Ph<sub>III</sub> ( $D > L_2$ ). Lorsqu'un actionneur aborde une nouvelle phase de perte d'efficacité, l'amplitude de la commande  $u(t)$  décroît. En conséquence, le choc correspondant a lui aussi une amplitude moindre. Puisque cette amplitude  $Y$  est exponentiellement dis-

tribuée, il suit  $\Theta_u^3 > \Theta_u^2 > \Theta_u^1$ . Comme première approche, nous supposons que pour un réglage initial  $\Theta_u^1 = \lambda_{\text{init}}$ , il vient  $\Theta_u^2 = \frac{\lambda_{\text{init}}}{b}$  et  $\Theta_u^3 = \frac{\lambda_{\text{init}}}{a}$  (voir figure 6.1).

- (ii) Lorsqu'une reconfiguration du contrôleur a lieu, l'actionneur est appelé à être sollicité différemment aux prochains changements de consigne. Soit cette action affaiblit l'amplitude de la sollicitation, soit il l'augmente. Dans le premier cas, l'action de reconfiguration est une perte de gain qui a pour conséquence de diminuer l'amplitude des futurs chocs ressentis par l'actionneur. Dans le second cas, la reconfiguration est une augmentation du gain et a pour impact d'accroître l'amplitude de ces chocs.

La reconfiguration de l'action de contrôle à la  $i^{\text{ième}}$  inspection est telle que la valeur de  $\Theta_u$  est définie après la reconfiguration à partir de sa valeur  $\Theta_u^-$  juste avant par

$$\Theta_u = \varphi \cdot \Theta_u^- \quad (6.2)$$

avec  $\varphi > 1$  : perte de gain      avec  $\varphi < 1$  : augmentation du gain

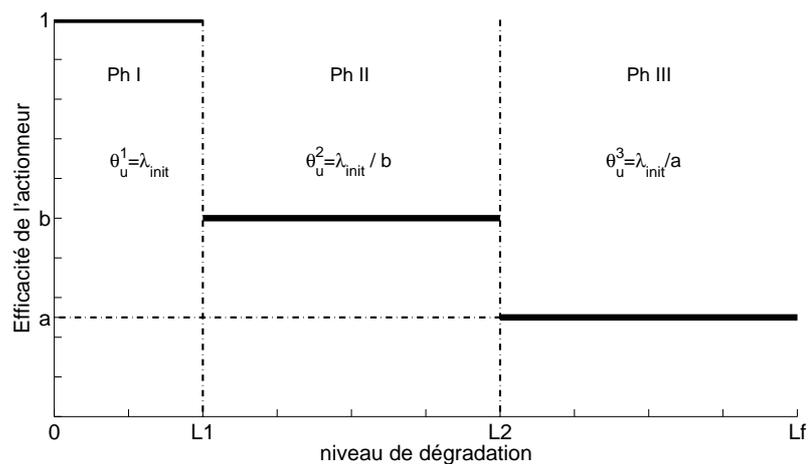


Figure 6.1 – Impact de la perte d'efficacité sur  $\Theta_u$

Seuils de dégradation			Efficacité de l'actionneur		
$L_1$	$L_2$	$L_f$	$a$	$b$	
100	300	500	0.5	0.75	
Processus Gamma			Inspection		
$\alpha$	$\beta$		$t_i$	$d_i$	
2	1		50,100,150	50,200,350	
Intensité du processus de Poisson $\mu$			Monte Carlo	$T_{span}$	quantile
0.05			2000	200	5%

Tableau 6.1 – Evaluation du pronostic. Données de simulation

### 6.3 Evaluation du pronostic

Au chapitre 5, l'expression analytique de la fiabilité conditionnelle (5.14) d'un actionneur a été établie et est rappelée ici

$$\begin{aligned}
R_i(t) = & \left\{ \mathcal{F}(L_1 - d_i, \Theta_1(t - t_i), \Theta_u^1) + \int_{t_i}^t \mathcal{F}(L_2 - L_1, \Theta_1(t - r), \Theta_u^2) f_{T_1}^{\#1}(r) dr \right. \\
& \left. + \int_{t_i}^t \int_{t_i}^v \mathcal{F}(L_f - L_2, \Theta_1(t - v), \Theta_u^3) f_{T_1, T_2}^{\#1}(r, v) dr dv \right\} \\
& + \left\{ \mathcal{F}(L_2 - d_i, \Theta_1(t - t_i), \Theta_u^2) + \int_{t_i}^t \mathcal{F}(L_f - L_2, \Theta_1(t - v), \Theta_u^3) f_{T_2}^{\#2}(v) dv \right\} \\
& + \left\{ \mathcal{F}(L_f - d_i, \Theta_1(t - t_i), \Theta_u^3) \right\}
\end{aligned}$$

Elle permet de pronostiquer la durée de vie résiduelle d'un actionneur inspecté à la date  $t_i$  à partir du niveau de dégradation mesuré  $d_i$  selon

$$QRUL_i(q) = \inf\{t : R_i(t) \leq (1 - q)\} - t_i$$

où  $QRUL_i(q)$  est un quantile de la variable aléatoire  $RUL_i$  de distribution  $1 - R_i(t)$ .

L'objectif de cette section est de confronter ce pronostic avec celui obtenu à partir de simulations de Monte Carlo pour des valeurs de  $t_i$  et  $d_i$  choisies a priori. A partir de ces valeurs, 2000 simulations du comportement stochastique d'un actionneur sont effectuées à l'issue desquelles la distribution de la date de panne  $T_f$  est évaluée. La possibilité de reconfigurer la loi de commande n'est pas prise en compte.

Trois valeurs pour  $\Theta_u$  sont choisies avec  $\Theta_u = (0.01, 0.05, 0.1)$  correspondant à trois réglages initiaux du contrôleur.

Trois scénarios sont testés avec  $(t_i, d_i) = (50, 50)$  pour une inspection de l'actionneur en phase 1,  $(t_i, d_i) = (100, 200)$  pour une inspection en phase 2 et  $(t_i, d_i) = (150, 350)$  pour la phase 3. L'ensemble des données de simulation est résumé dans le tableau 6.1.

Enfin, les lois conditionnelles  $f_{T_1}^{\#1}$ ,  $f_{T_2}^{\#2}$  et  $f_{T_1, T_2}^{\#1}$  sont numériquement évaluées comme suit en

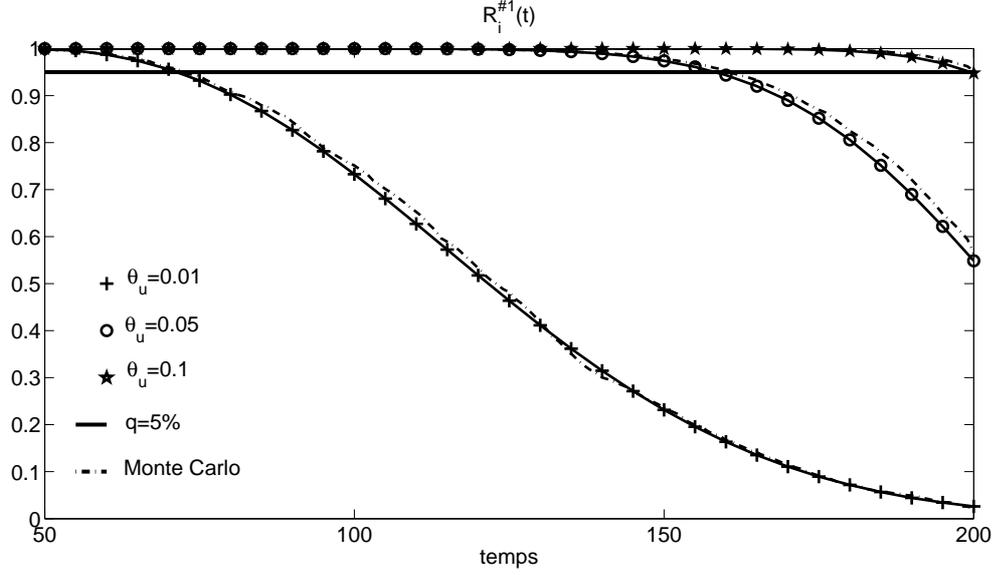


Figure 6.2 – Fiabilité conditionnelle  $R_i^{\#1}(t)\mathbb{I}_{\{d_i \leq L_1\}}$   $t_i = 50$   $d_i = 50$

supposant que pendant un intervalle de temps  $\Delta t$  choisi suffisamment petit il y ait un nombre de chocs i.e. de changements de consigne constant.

$$\begin{aligned} f_{T_1}^{\#1}(r) &= -\frac{d}{dr}\mathcal{F}(L_1 - d_i, \Theta_1(r - t_i), \Theta_u) \\ &\simeq -\frac{\mathcal{F}(L_1 - d_i, \Theta_1(r + \Delta t - t_i), \Theta_u^1) - \mathcal{F}(L_1 - d_i, \Theta_1(r - t_i), \Theta_u^1)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (6.3)$$

De même,

$$f_{T_2}^{\#2}(v) \simeq -\frac{\mathcal{F}(L_2 - d_i, \Theta_1(v + \Delta t - t_i), \Theta_u^2) - \mathcal{F}(L_2 - d_i, \Theta_1(v - t_i), \Theta_u^2)}{\Delta t} \quad (6.4)$$

et finalement

$$\begin{aligned} f_{T_1, T_2}^{\#1}(r, v) &\simeq \frac{\mathcal{F}(L_1 - d_i, \Theta_1(r + \Delta t - t_i), \Theta_u^1) - \mathcal{F}(L_1 - d_i, \Theta_1(r - t_i), \Theta_u^1)}{\Delta t} \\ &\quad \times \frac{\mathcal{F}(L_2 - L_1, \Theta_1(v + \Delta t - r), \Theta_u^2) - \mathcal{F}(L_2 - L_1, \Theta_1(v - r), \Theta_u^2)}{\Delta t} \end{aligned} \quad (6.5)$$

## Résultats

Les trois scénarios d'inspection - phases 1, 2 et 3 - sont respectivement illustrés par les figures 6.2, 6.3 et 6.4. Les résultats obtenus montrent une bonne adéquation entre la fiabilité conditionnelle évaluée selon (5.14) et son estimation basée sur les 2000 simulations de Monte Carlo. En conséquence, la qualité du pronostic de la durée de vie résiduelle pour un quantile à 5% peut être jugée satisfaisante. Pour un réglage initial du contrôleur  $\Theta_u = 0.05$  et  $(t_i, d_i) = (50, 50)$ , la figure 6.5 décrit la densité de la date  $T_1$  du premier défaut obtenue

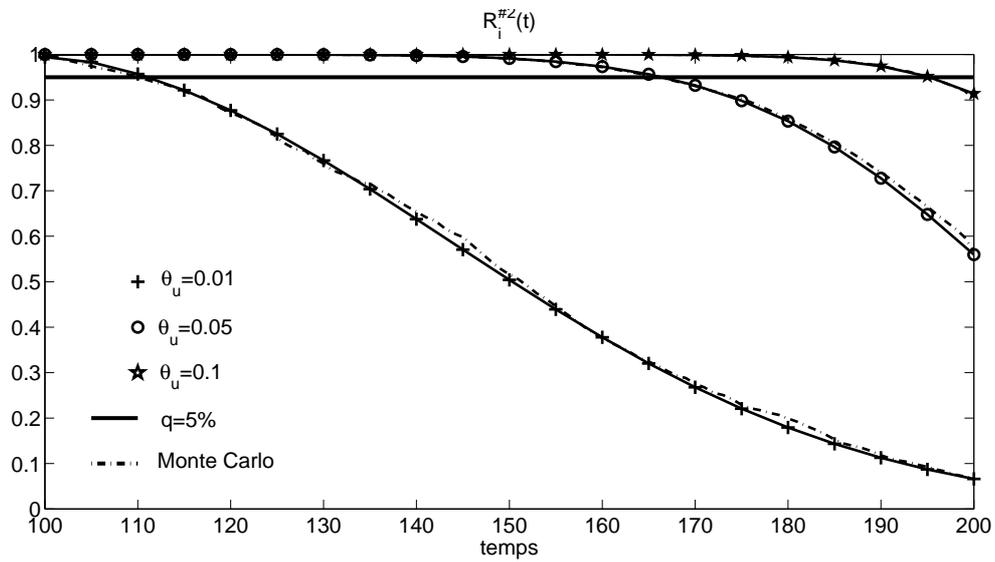


Figure 6.3 – Fiabilité conditionnelle  $R_i^{\#2}(t)\mathbb{I}_{\{L_1 < d_i \leq L_2\}}$   $t_i = 100$   $d_i = 200$

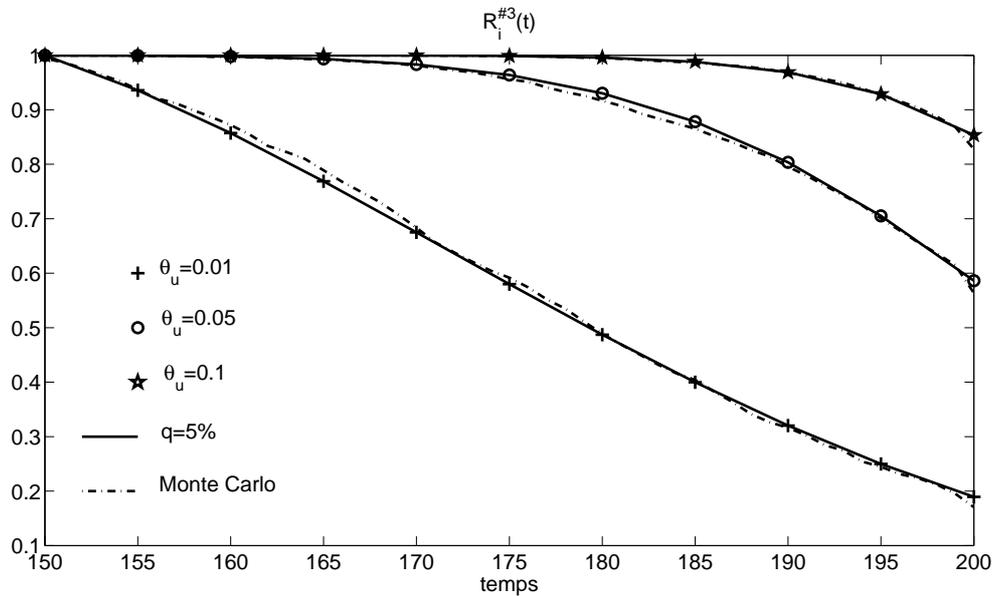


Figure 6.4 – Fiabilité conditionnelle  $R_i^{\#3}(t)\mathbb{I}_{\{d_i > L_2\}}$   $t_i = 150$   $d_i = 350$

numériquement par la relation (6.3) et par son estimation basée sur un histogramme des simulations de Monte Carlo. La figure 6.6 décrit la densité jointe de la date  $T_2$  du second défaut sachant l'occurrence du premier calculée à l'aide de la relation (6.5) et son estimation de Monte Carlo reposant sur un algorithme de lissage d'histogrammes d'une densité bivariée [Botev et al., 2010]. Ces figures montrent que les distributions obtenues par les simulations de Monte Carlo sont relativement en bonne adéquation avec celles calculées numériquement. Les relations (6.3), (6.5) ainsi que (6.4) peuvent être jugées comme de corrects estimateurs des distributions des dates de défaut d'un actionneur relativement à sa perte d'efficacité.

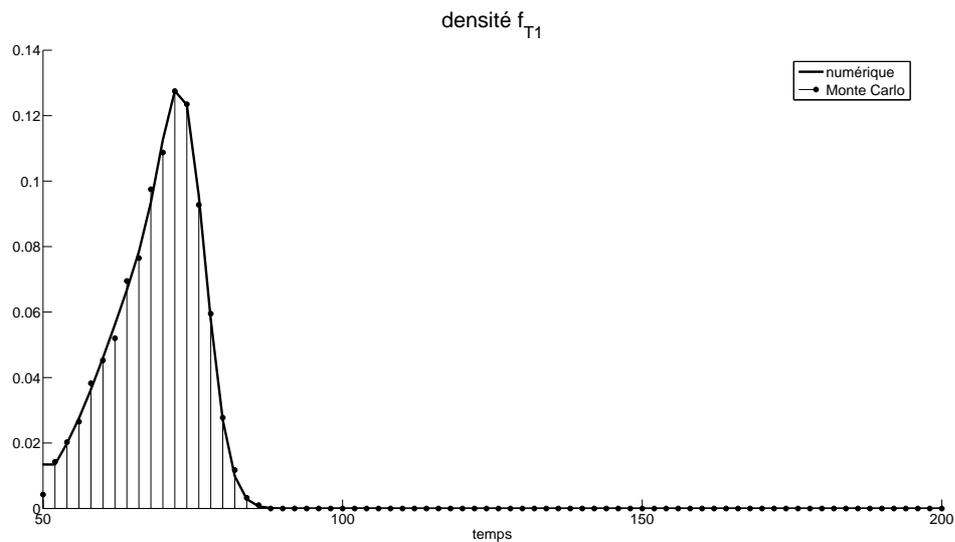
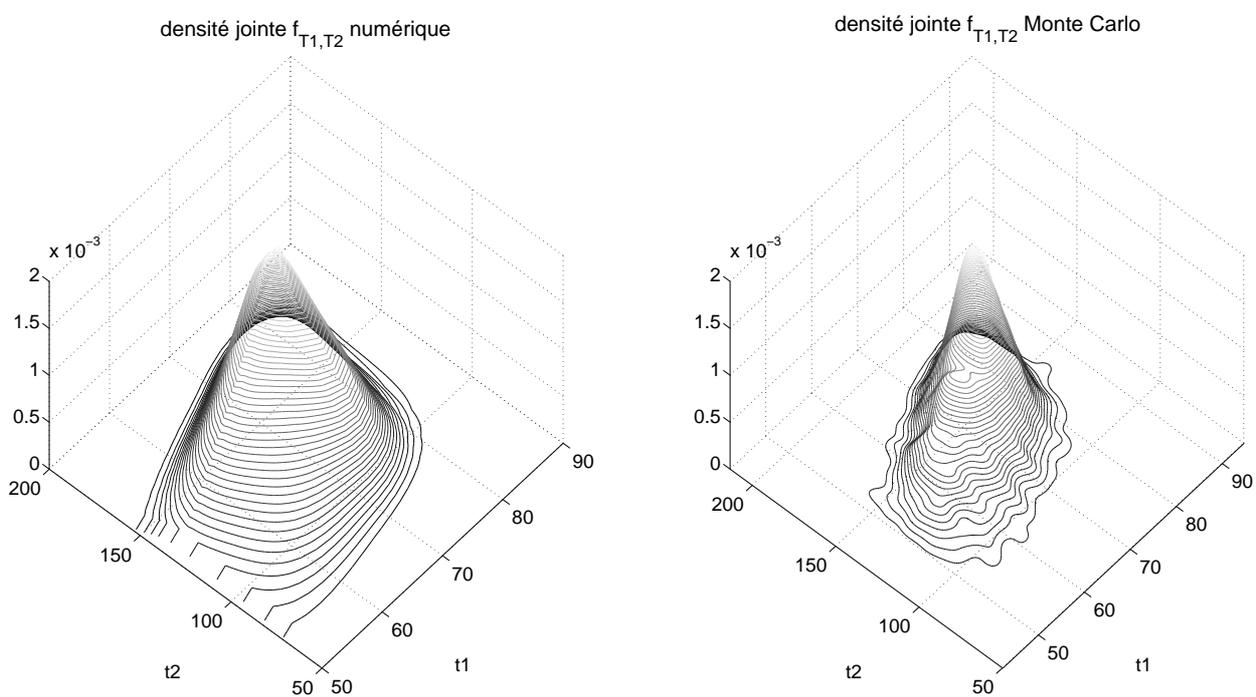


Figure 6.5 – Densité  $f_{T_1}^{\#1}(r)$

Figure 6.6 – Densité jointe  $f_{T_1, T_2}^{\#1}(r, v)$

Troisième partie

Maintenance des systèmes  
commandés

Systemes tolérants aux fautes



## Chapitre 7

# Systeme mono-actionné

### 7.1 Introduction

Dans ce chapitre, les modèles développés dans ce mémoire sont appliqués. La *RUL* est utilisée comme un outil de réglage de la commande *LQR* d'un système mono-actionné. Un algorithme permet de simuler conjointement l'évolution déterministe de ce système ainsi que la dégradation stochastique de son actionneur. L'impact de la reconfiguration du contrôleur sur les performances du système est évalué.

Puis, la maintenance conditionnelle du même système est étudiée. La reconfiguration de la loi de commande basée sur la *RUL* de l'actionneur vient compléter le schéma classique d'une maintenance composée des actions préventives et correctives. Des indicateurs sont proposés pour juger les performances de cette maintenance. Deux types d'inspection sont abordés avec (i) une inspection périodique du système puis (ii) une inspection effectuée lors de l'apparition d'un défaut d'actionneur.

Avant de présenter les différents essais numériques, la section suivante commence par décrire le système étudié et le phénomène de dégradation associé.

### 7.2 Cas d'étude

Le système considéré dans le cadre de ces applications numériques est celui déjà étudié à la section 4.2 pour décrire la relation étroite entre les performances d'un système et l'effort nécessaire fourni par l'actionneur pour les obtenir. Il s'agit d'une machine d'usinage où un moteur à courant continu est couplé à une unité de perçage par le biais d'un roulement à billes. Le moteur et ce roulement représentent l'actionneur. Celui-ci a pour objectif de régler la vitesse d'avance  $y(t)$  de la broche équipée d'un outil. La vitesse angulaire du moteur  $u(t)$  fournit l'énergie cinétique nécessaire à cette avance. La machine d'usinage effectue une opération sur des pièces au fur et à mesure de leur arrivée. Le flux des pièces n'est pas nécessairement constant. La représentation d'état suivante est proposée.

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -10 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -10/9 & 1/9 \end{pmatrix}$$

Son obtention détaillée à l'annexe A repose sur un ensemble d'équations différentielles décrivant le comportement mécanique de la machine et sa cinématique.

Les défauts de roulements à billes dus à l'usure sont les plus fréquemment rencontrés dans les machines électriques. Un roulement est composé de deux bagues concentriques à l'intérieur desquelles évolue en rotation un ensemble de billes. Un scénario de dégradation type peut être le suivant. Dans un premier temps, une ou plusieurs fissures apparaissent à la surface des bagues voire des billes. Puis un phénomène d'écaillage se produit amenant à l'arrachement de parties métalliques jusqu'à la défaillance du roulement [Ibrahim et al., 2008, Nandi et al., 2005]. Dans certains cas, celui-ci se grippe et amène à l'endommagement de la machine couplée au moteur. Ces différents défauts induisent une perte d'efficacité du moteur. Le couple mécanique produit n'est pas transféré en totalité à la machine [Nandi et al., 2005]. Dans le cadre de la machine d'usinage, une partie de l'énergie cinétique est perdue. La principale conséquence est que les performances dynamiques et statiques ne sont pas satisfaites. La vitesse d'avance désirée de la broche  $s(t)$  est obtenue avec une certaine latence voire une erreur. Cela peut amener à devoir ralentir la production de pièces usinées et/ou à un mauvais usinage. Dans le pire cas, le phénomène de dégradation du couplage mécanique peut anticiper l'usure de l'outil monté sur la broche voire sa cassure. La dégradation du palier mécanique produit au niveau de l'arbre des signaux vibratoires aux fréquences caractéristiques [Bonnett, 1991]. Il est supposé l'existence d'un équipement de surveillance dédié monté sur l'arbre moteur permettant la mesure de ces vibrations, de les analyser, de les classifier afin de fournir un indicateur précis de l'état de dégradation  $D(t)$  [Pan et al., 2013, Son et al., 2013]. Pour finir, la durée de vie d'un roulement peut être contrôlée en agissant sur le couple mécanique exercé image de la vitesse de rotation  $u(t)$  [Gokdere et al., 2005].

$u(t)$  est obtenu à l'aide d'une loi de commande LQR rappelée ici

$$J(u(t)) = \int_{t_0}^{t_s} [y(t) - s(t)]^T Q [y(t) - s(t)] + u(t)^T R u(t) dt$$

$Q \geq 0, R > 0$  : matrices symétriques

## 7.3 Loi LQR basée sur la RUL

### 7.3.1 Objectif

A partir d'un réglage initial de la loi de commande LQR, l'objectif de cette étude est de procéder à sa reconfiguration en pondérant les matrices  $Q, R$  et de quantifier son impact sur deux classes d'indicateurs. La pondération est réalisée à l'aide de deux scalaires  $q$  et  $r$  obtenus par une heuristique basée sur la durée de vie résiduelle de l'actionneur  $QRUL_i$ . A chaque inspection effectuée à  $t_i$ ,  $QRUL_i$  est évaluée selon (5.16).

La première classe d'indicateurs concerne les performances moyennes du système obtenues à l'issu des simulations numériques de Monte Carlo avec

- $E_p = \mathbb{E}[\epsilon_p]$  : l'erreur statique de position
- $T_r = \mathbb{E}[t_r]$  : le temps de montée
- $T_{st} = \mathbb{E}[t_{st}]$  : le temps de stabilisation

Ces indicateurs sont tirés du comportement déterministe du système piloté par la loi de commande LQR.

La seconde classe d'indicateurs reflète le comportement stochastique du système au travers de son actionneur avec

- $D(T_{span})$  : le niveau de dégradation (valeur moyenne) à la fin de la mission  $T_{span}$
- $R(T_{span})$  : la fiabilité à la fin de la mission  $T_{span}$

Les données de simulation sont résumées dans le tableau 7.1.

N'ayant aucun retour d'expérience concernant l'intensité du stress généré par la loi LQR initiale sur le système choisi, la valeur de  $\Theta_u$  est fixée a priori à 0.05. Cette valeur correspond au choc ressenti par l'actionneur quand celui-ci est soumis à un échelon unitaire. Ce choix arbitraire n'enlève rien au caractère générique de la modélisation mise en avant dans ces travaux.

Seuils de dégradation			Efficacité de l'actionneur		
$L_1$	$L_2$	$L_f$	$a$	$b$	
2.5	5	11	0.5	0.75	
Processus Gamma			Configuration loi LQR		
$\alpha$	$\beta$		$Q$	$R$	$\Theta_u$
1	1		$\mathbb{I}^{3 \times 3}$	1	0.05
Intensité du processus de Poisson $\mu$			Monte Carlo	$T_{span}$	quantile
0.05			1000	100s	5%

Tableau 7.1 – Loi LQR basée sur la RUL. Données de simulation

La figure 7.1 décrit les grandes lignes de la simulation de Monte Carlo d'un système commandé avec les interactions entre les comportements stochastique de l'actionneur et déterministe du système.

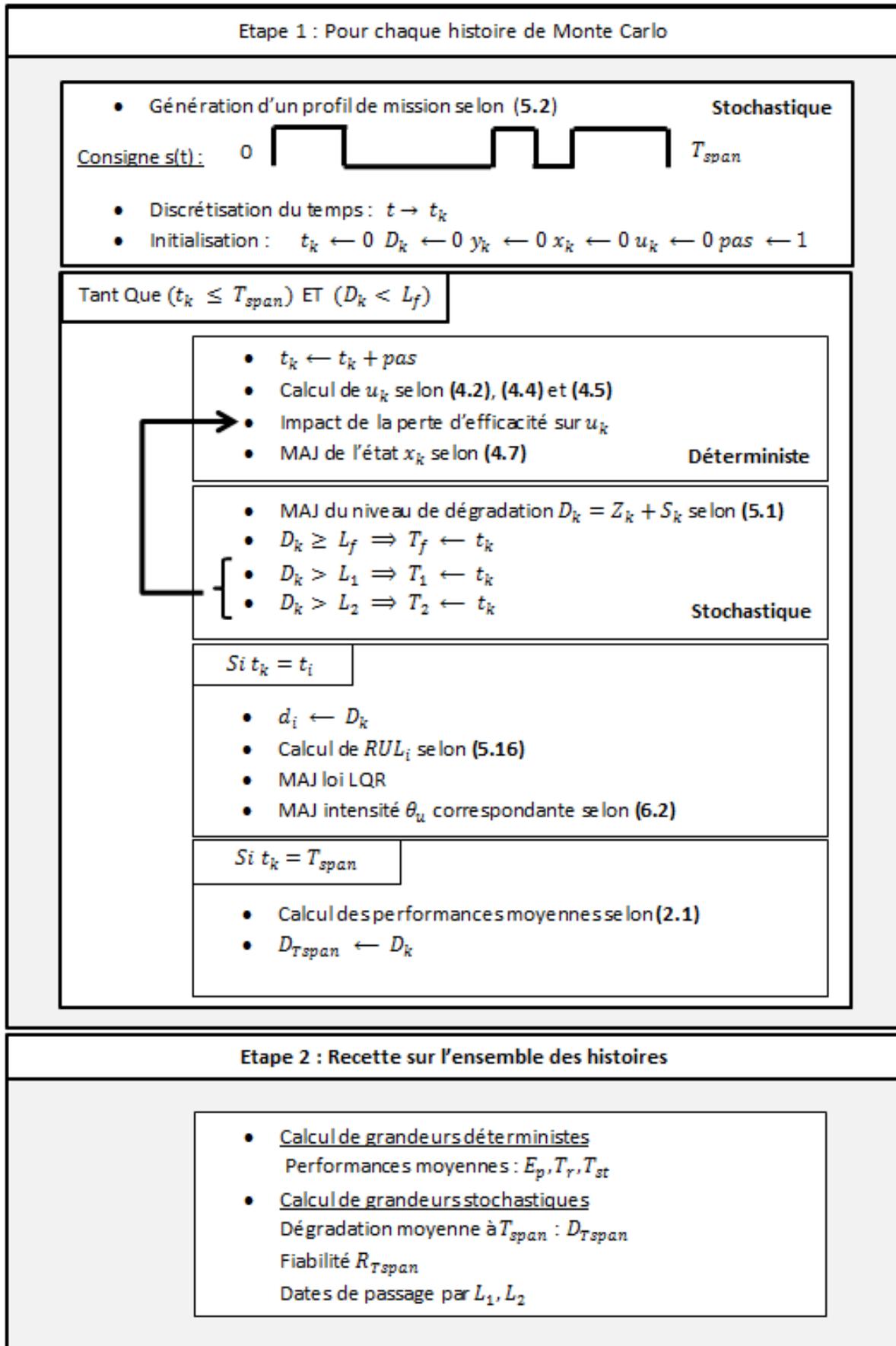


Figure 7.1 – Algorithme de simulation du système commandé

<b>Heuristique :</b> Mise à jour des matrices $Q$ & $R$ à la date d'inspection $t_i$ ( $Q_i, R_i$ ) $t_i > 0$			
Soit $\delta \propto  QRUL_i - RUL^* $ avec $ QRUL_o - RUL^*  \Rightarrow \delta = 1$			
Selon ( $QRUL_i > RUL^*$ )			
Cas VRAI		Cas FAUX	
$q_i \leftarrow q_{i-1}$	Performances privilégiées	$q_i \leftarrow q_{i-1} * (1 - \delta)$	Dégradation des performances
$r_i \leftarrow r_{i-1} * (1 + \frac{1}{\delta})$		$r_i \leftarrow r_{i-1} * (1 + \delta)$	

Tableau 7.2 – Reconfiguration de la loi LQR basée sur la RUL

### 7.3.2 Heuristique de reconfiguration

La reconfiguration de la loi de commande fait l'objet d'une heuristique déclinée en deux versions.

#### ■ Version #1 Alarme LQR

L'actionneur est inspecté périodiquement à chaque pas de temps. Soit  $RUL^*$  une durée de vie résiduelle considérée comme un seuil d'alarme. A chaque inspection,  $QRUL_i$  est calculée et comparée à  $RUL^*$ . Les matrices  $Q$  et  $R$  sont mises à jour proportionnellement à la distance  $|QRUL_i - RUL^*|$ . Si  $QRUL_i > RUL^*$  alors le contrôle LQR met l'accent sur les performances du système avec malgré tout une attention particulière portée sur l'état de santé de l'actionneur. Cette importance accordée à l'actionneur augmente avec le temps à mesure que la distance diminue. Puis lorsque le seuil d'alarme est franchi, la commande LQR préserve l'actionneur au détriment des performances qui ne cessent de décroître.

L'heuristique est résumée dans le tableau 7.2.

#### ■ Version #2 Adaptive LQR

Cette première version suppose une inspection périodique. La durée de vie résiduelle est un indicateur qui évolue avec une certaine inertie. Il n'est donc pas utile de la calculer régulièrement. De plus dans certains cas, le niveau de dégradation ne peut être qu'estimé. Cette estimation n'est alors pas forcément compatible avec une mise à jour instantanée de la loi de commande. Les méthodes d'estimation basées sur le filtrage stochastique [Cadini et al., 2009, Huynh et al., 2012], les modèles de Markov cachés [Vrignat et al., 2012] sont quelques exemples de procédures permettant de reconstruire l'information de dégradation.

Cette seconde version suggère d'échelonner les inspections de manière aperiodique. A mesure que l'indicateur de dégradation évolue, la fréquence des inspections augmente. Ce type de politique d'inspection a fait l'objet de plusieurs travaux d'optimisation au sein de la communauté de la sûreté de fonctionnement des systèmes et de leur maintenance [Grall et al., 2002b, Barker, 2009].

A la date  $t_i$ ,  $QRUL_i$  est calculée permettant d'obtenir la date de la prochaine inspection  $t_{i+1}$

avec

$$t_{i+1} = t_i + \Delta t(QRUL_i)$$

$$\Delta t(QRUL_i) = 1 + \max\left\{\frac{c}{1-d}(QRUL_i - dQRUL_0); 0\right\} \quad QRUL_0 = QRUL|_{t=0} \quad (7.1)$$

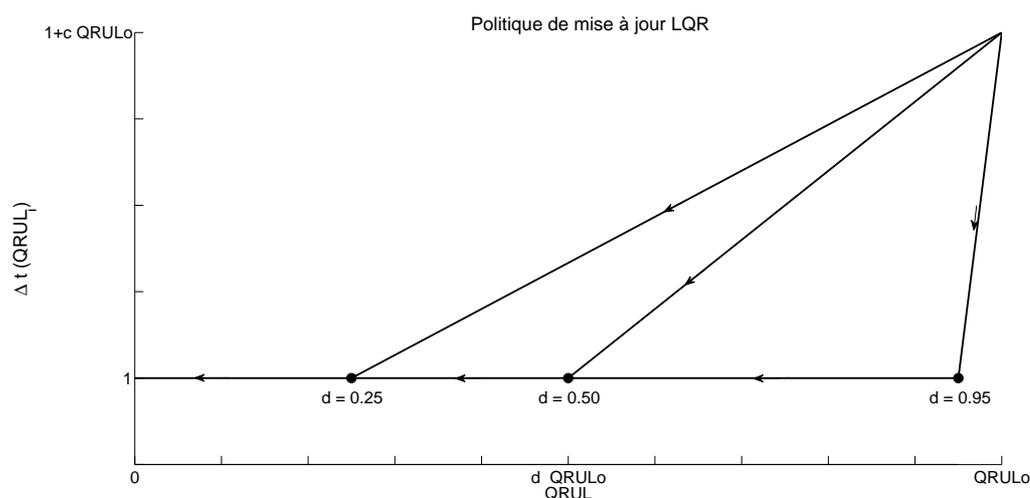


Figure 7.2 – Politique de mise à jour de la loi LQR

Le coefficient  $c \geq 0$  a un impact sur la date de la première mise à jour ;  $d \in [0; 1[$  sur la fréquence des suivantes comme cela est décrit par la figure 7.2.

### 7.3.3 Résultats numériques

#### Contrôle LQR initial

Le réglage LQR qui va servir de référence est celui communément utilisé où le poids accordé à chaque matrice reflète un équilibre entre les performances et l'effort à déployer par l'actionneur avec  $Q = \mathbb{I}^{3 \times 3}$  et  $R = 1$ . Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau 7.3. Ils indiquent de très bonnes performances du système. Cependant, l'usure et la fiabilité en

	$E_p$	$T_r (s)$	$T_{st} (s)$	$D(T_{span})$	$R(T_{span})$
$LQR_{ref}$	0.008	2.420	5.070	7.697	0.884

Tableau 7.3 – Réglage LQR initial

fin de mission peuvent être améliorées.

### Contrôle Alarme LQR

La loi LQR est maintenant mise à jour à chaque pas de temps selon la première version de l'heuristique avec un seuil d'alarme choisi a priori à  $RUL^* = 80$ . Les résultats (tableau 7.4)

	$E_p$	$T_r (s)$	$T_{st} (s)$	$D(T_{span})$	$R(T_{span})$
<i>Alarme LQR</i>	0.060	4.052	6.837	6.212	0.975

Tableau 7.4 – Alarme LQR

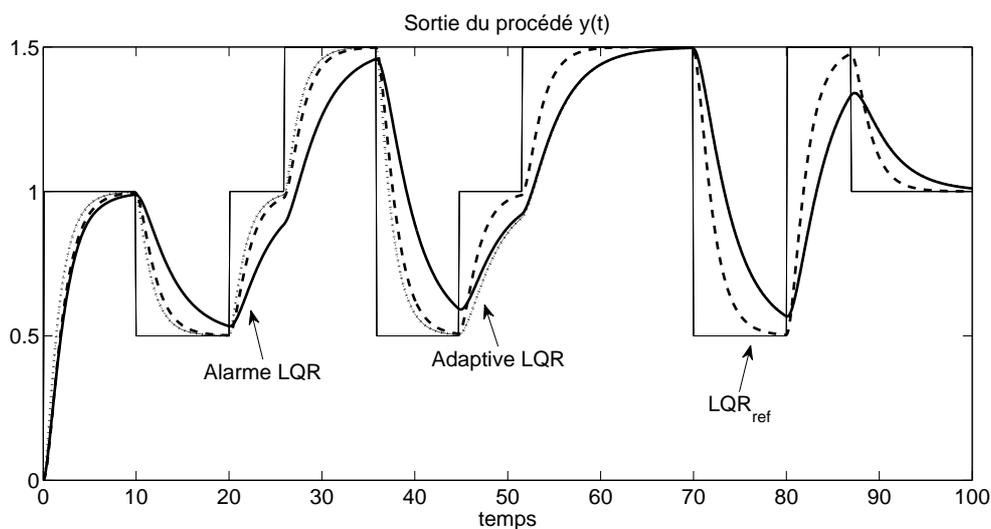
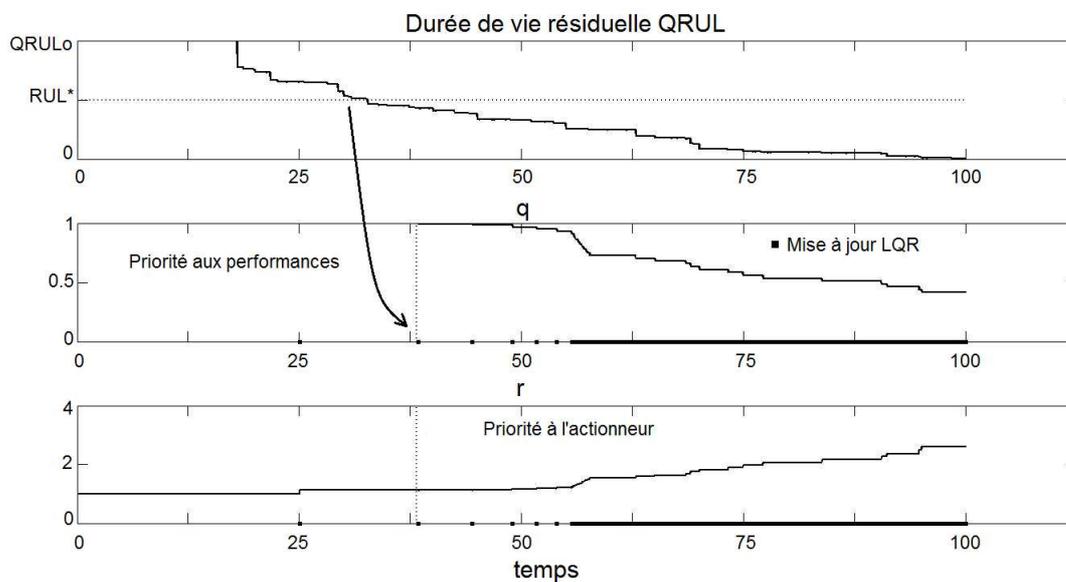
montrent qu'en moyenne les performances dynamiques et statiques du système sont moindres mais avec une fiabilité qui s'est accrue. A mesure que la  $RUL$  diminue, le contrôle devient moins stressant pour l'actionneur qui par conséquent se dégrade moins vite ceci au détriment des performances.

### Contrôle Adaptive LQR

	$E_p$	$T_r (s)$	$T_{st} (s)$	$D(T_{span})$	$R(T_{span})$
<i>Adaptive LQR</i>	0.043	3.304	6.000	7.555	0.912

Tableau 7.5 – Adaptive LQR

Le tableau 7.5 illustre la mise en œuvre de la seconde version où les inspections sont échelonnées suivant la règle (7.1) avec  $(c, d) = (0.5, 0.5)$  et  $RUL^* = 80$ . Cet échelonnement présente l'avantage de dégrader les performances du système moins vite que dans le cas précédent tout en maintenant un niveau de fiabilité correct à la fin de la mission avec  $R(T_{span}) = 0.912$ . La figure 7.3 décrit l'évolution de la sortie du procédé  $y(t)$  pour les réglages LQR de référence (en tirets), Alarme LQR (en trait continu) et enfin Adaptive LQR (en pointillés). Les trois allures de  $y(t)$  correspondent à trois histoires de Monte Carlo. Il peut être noté que ce dernier réglage est finalement une composition des deux premiers où la loi de commande s'adapte au fur et à mesure du niveau de dégradation de l'actionneur pour évoluer depuis la commande de référence  $LQR_{ref}$  vers celle où il faut préserver le système *AlarmeLQR*. La figure 7.4 illustre - pour une histoire de Monte Carlo - l'impact de l'heuristique Adaptive LQR sur les pondérations  $q, r$  des matrices  $Q, R$  correspondantes. Nous pouvons noter que la priorité est donnée à l'actionneur suite à la première inspection effectuée après le passage par le seuil d'alarme  $RUL^*$ .

Figure 7.3 – Allure des signaux  $y(t), u(t)$ Figure 7.4 – Adaptive LQR. Evolution des pondérations  $q$  et  $r$ 

### 7.3.4 Quels enseignements faut-il retenir ?

Ce cas d'étude nous apporte plusieurs remarques.

1. A mesure que l'on reconfigure la loi de commande, l'effort demandé à l'actionneur au moment des changements de consigne est moindre. Cela a pour conséquence de diminuer

- les performances du système ce qui est en accord avec les résultats obtenus lors de l'étude du comportement d'un actionneur au chapitre 4. L'avantage de cette reconfiguration est qu'elle préserve l'actionneur d'une éventuelle panne.
2. De fait, cette étude montre le caractère antagoniste entre maintenir les performances d'un système commandé et sa fiabilité jugée au travers de celle de son actionneur. Un compromis doit être trouvé entre ces deux grandeurs selon l'importance que l'on souhaite accorder à chacune d'elles. Ce compromis est illustré par les figures 7.5, 7.6 et 7.7. Elles décrivent l'évolution des différents indicateurs dans le cadre d'une politique de mise à jour Adaptive LQR pour plusieurs valeurs du couple  $(c, d)$ . L'impact de cette politique est à comparer avec le réglage initial  $LQR_{ref}$  et le réglage  $AlarmeLQR$  favorisant l'état de l'actionneur. Quelle solution choisir ? Si le choix est porté sur la fiabilité du système en acceptant de dégrader légèrement ses performances alors la solution  $(c, d) = (0.5, 0.5)$  est un bon compromis car elle permet d'assurer une fiabilité  $R_{tspan} = 0.91$  ainsi qu'une erreur statique de position  $E_p = 0.043$ , un temps de montée  $T_r = 3.3 s$  et un temps de stabilisation  $T_{st} = 6 s$ .
  3. L'ensemble de ces résultats a été obtenu à l'aide de l'algorithme de simulation décrit par la figure 7.1. Celui-ci permet une étude conjointe (i) de l'évolution déterministe du système portée par sa représentation d'état et (ii) de l'évolution stochastique de sa dégradation modélisée par la combinaison d'un processus de vieillissement et de choc. Bien que cet algorithme de simulation de Monte Carlo remplisse parfaitement son rôle, il présente malgré tout un conflit d'échelles de temps. En effet, décrire l'évolution de la partie déterministe (figure 7.3) nécessite une simulation à chaque instant. Or, un actionneur ne se dégrade pas de manière visible à chaque instant. L'étude est réalisée ici sur un horizon de 100 s pour lequel les paramètres des processus de détérioration sont choisis de telle façon que l'actionneur se détériore. Ce choix n'est évidemment pas réaliste. A titre d'exemple, un horizon d'étude d'une année soit 8760 h serait plus approprié à l'évolution lente de la dégradation de l'actionneur. Cependant, simuler conjointement les comportements déterministes et stochastiques du système sur un tel horizon nécessiterait un temps de simulation conséquent dans un cadre Monte Carlo. Une solution alternative doit donc être trouvée afin de respecter cette contrainte d'échelles de temps.

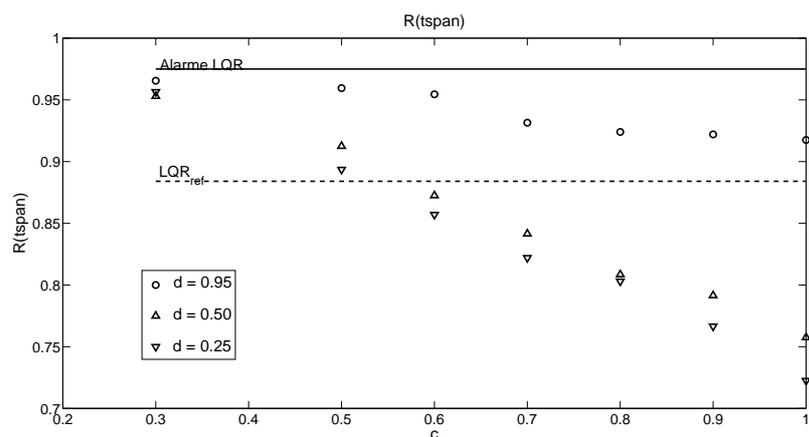


Figure 7.5 – Fiabilité du système en fin de mission. Adaptive LQR

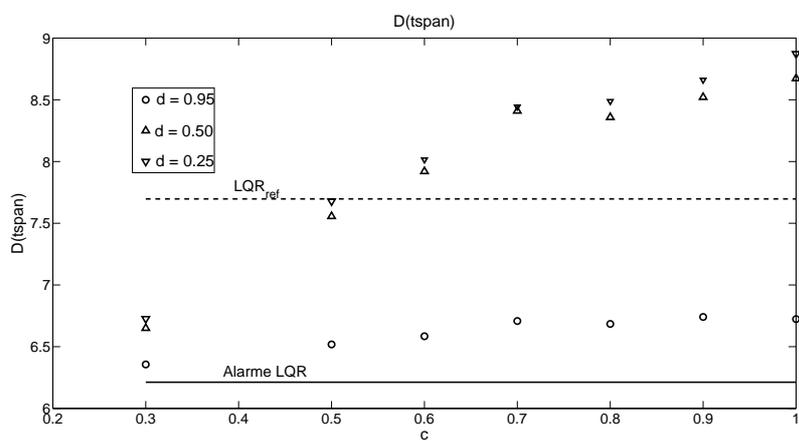


Figure 7.6 – Dégradation de l'actionneur en fin de mission. Adaptive LQR

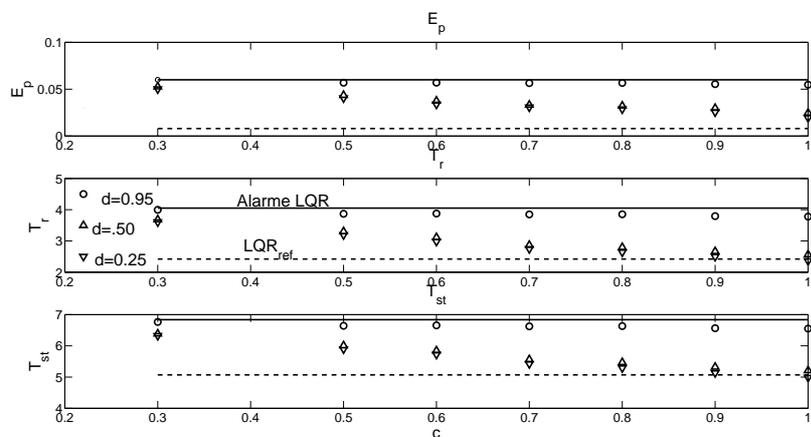


Figure 7.7 – Performances moyennes du système. Adaptive LQR

## 7.4 Maintenance conditionnelle d'un système commandé

Nous venons de voir que le pronostic de la durée de vie résiduelle d'un actionneur peut constituer un outil pour reconfigurer une loi de commande. L'actionneur est alors préservé d'une éventuelle défaillance et ceci au détriment des performances du système. L'objectif ici est d'intégrer cette possibilité de reconfiguration au sein d'une politique de maintenance conditionnelle basée classiquement sur les actions de maintenance préventives et correctives. La section suivante décrit cette nouvelle politique.

### 7.4.1 Politique de maintenance conditionnelle

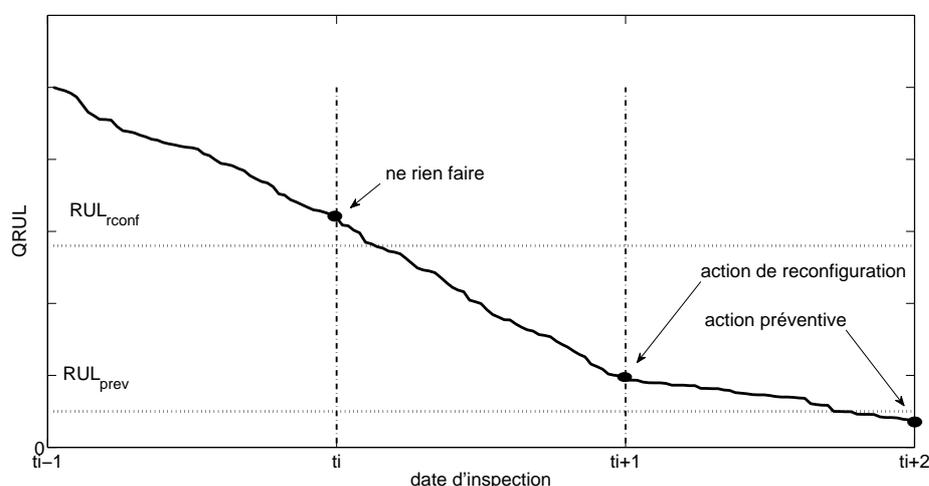


Figure 7.8 – Politique de maintenance conditionnelle

Le niveau de dégradation de l'actionneur est mesuré lors d'inspections à des dates  $t_i$ . Cette mesure est réalisée à l'aide d'une instrumentation dédiée capable de surveiller l'état de santé de l'actionneur. Le niveau de détérioration  $d_i$  est donc parfaitement connu et permet de pronostiquer la durée de vie résiduelle du composant  $QRUL_i$ . La politique de maintenance est basée sur cet indicateur à l'image des travaux effectués dans [Khoury et al., 2010, Khoury et al., 2013] et non uniquement sur le niveau de dégradation  $d_i$  comme dans [Grall et al., 2002a] ni sur l'âge de l'actionneur.

Cette politique de maintenance est inspirée du modèle de décision "lifetime extending maintenance" proposé par Baker, van der Graff et van Noortwick [Bakker et al., 1999]. Ce type de maintenance fait référence aux activités réalisées afin d'augmenter la durée de vie d'un composant, d'une structure. Une action effectuée sur un composant affecte la durée de vie d'un autre. Les auteurs prennent l'exemple du revêtement de protection d'une structure en acier. Il existe une relation forte entre le renouvellement de cette protection et la dégradation de l'acier. Ici, la politique de maintenance reflète la même idée et est basée sur la reconfiguration du contrôleur de sorte qu'il soit moins stressant pour l'actionneur avec un impact positif sur

sa dégradation. Évidemment comme cela a été vu à la section 4.2, un réglage moins stressant est au dépend des performances du système.

Cette politique repose sur deux paramètres de décision qui sont deux seuils  $RUL_{\text{rconf}}$  et  $RUL_{\text{prev}}$  avec  $RUL_{\text{rconf}} > RUL_{\text{prev}}$ . La figure 7.8 illustre les scénarios envisagés lors d'une inspection avec

1. si  $QRUL_i \leq RUL_{\text{prev}}$  une maintenance préventive est déclenchée occasionnant un coût  $C_{\text{prev}}$  ;
2. si  $RUL_{\text{rconf}} \geq QRUL_i > RUL_{\text{prev}}$  la loi de contrôle est reconfigurée avec un coût  $C_{\text{rconf}}$ . Reconfigurer la loi de contrôle signifie adopter un contrôle  $u(t)$  qui soit moins stressant pour l'actionneur. Celui-ci est donc moins sollicité avec un impact positif sur sa durée de vie. Dans le cas d'un contrôleur  $LQR$ , reconfigurer l'action de contrôle implique de modifier la pondération apportée par les matrices  $Q$  et  $R$ . A titre d'exemple dans [Bogdanov et al., 2006] les auteurs proposent d'augmenter sensiblement  $R$  à mesure que la  $RUL$  décroît. Du point de vue de la dégradation de l'actionneur, chaque fois qu'une reconfiguration de la loi de commande est effectuée l'amplitude moyenne des chocs à venir diminue ;
3. si  $QRUL_i > RUL_{\text{rconf}}$  aucune action n'est effectuée sur l'actionneur ni sur sa commande. Le système sera gouverné par la même loi de commande jusqu'à la prochaine inspection ;
4. et finalement lorsque le niveau de détérioration  $D(t)$  franchit le seuil de panne  $L_f$ , une maintenance corrective est effectuée avec un coût  $C_{\text{cor}}$  tel que  $C_{\text{cor}} \gg C_{\text{prev}} \gg C_{\text{rconf}}$ . Cet ordonnancement des coûts se justifie par le fait qu'une action corrective correspond au remplacement complet de l'actionneur. Par contre, une inspection préventive a pour effet de remplacer certaines parties de l'actionneur. Dans les deux cas, le système commencera une nouvelle mission avec un actionneur neuf et un niveau de détérioration nul. Enfin, une reconfiguration correspond à une simple modification logicielle du contrôleur d'où un coût  $C_{\text{rconf}}$  supposé faible.

#### 7.4.2 Données de simulation. Critères d'évaluation de la politique de maintenance

■ Quatre réglages du même contrôleur sont considérés. Ils correspondent à quatre intensités initiales caractérisant respectivement une loi de commande stressante avec  $\Theta_u = \lambda_{\text{init}} = 0.01$ , un stress moyen avec  $\Theta_u = \lambda_{\text{init}} = 0.05$ , une loi douce avec  $\Theta_u = \lambda_{\text{init}} = 0.08$  et enfin une action de contrôle non stressante avec  $\Theta_u = \lambda_{\text{init}} = 0.1$ . A l'image de l'étude précédente effectuée à la section 7.3, ces intensités sont à mettre en regard de lois de commande  $LQR$ . Par exemple,  $(Q = \mathbb{I}_{10}^{3 \times 3}, R = 1)$  pour  $\Theta_u = 0.01$ ,  $(Q = \mathbb{I}_1^{3 \times 3}, R = 1)$  pour  $\Theta_u = 0.05$ ,  $(Q = \mathbb{I}_1^{3 \times 3}, R = 5)$  pour  $\Theta_u = 0.08$  et  $(Q = \mathbb{I}_1^{3 \times 3}, R = 10)$  pour  $\Theta_u = 0.1$ .

$\mathbb{I}_n^{3 \times 3}$  représente une matrice diagonale de dimensions  $3 \times 3$  et de valeur  $n$ .

Quelle que soit la loi de commande initiale, lors d'une procédure de reconfiguration l'intensité

$\Theta_u$  des sollicitations suit la relation (6.2)  $\Theta_u = \varphi \cdot \Theta_u^-$  où le paramètre  $\varphi$  est choisi ici constant.

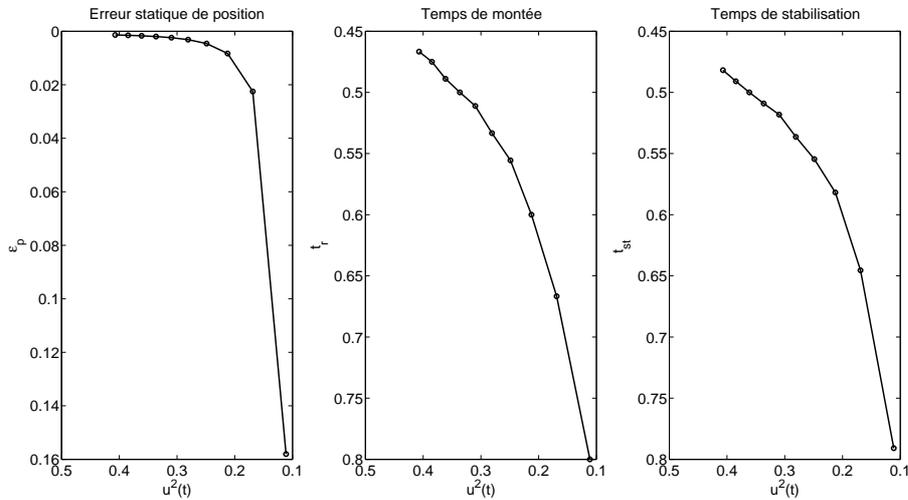


Figure 7.9 – Performances du système. Effort déployé par l'actionneur pour  $r = 5$  et  $q \in [1, 10]$

■ Nous devons nous doter d'indicateurs pour juger cette politique de maintenance conditionnelle basée sur la *RUL*.

✓ En premier lieu, il est nécessaire de quantifier son impact sur les performances du système. Le cas du contrôle *LQR* abordé au chapitre 4 et illustré à la figure 7.9 nous rappelle que plus le réglage de la loi de commande est stressant pour l'actionneur et meilleures sont les performances du système commandé. Puisque l'amplitude des chocs est exponentiellement distribuée suivant  $\Theta_u$ , il vient que plus la valeur de  $\Theta_u$  est faible plus l'action de contrôle correspondante est stressante pour l'actionneur et meilleures sont les performances. Par conséquent et afin d'évaluer les performances du système, l'indicateur  $Perf(t_{sc})$  est proposé avec

$$Perf(t_{sc}) = e^{-(\Theta_u(t_{sc}) - \lambda_{init})} \quad (7.2)$$

où  $t_{sc}$  représente l'instant d'un changement de consigne ; date à laquelle les performances du système sont évaluées. Cet indicateur représente une combinaison des critères de performance avec le temps de montée  $t_r$ , le temps de stabilisation  $t_{st}$  et l'erreur statique de position  $\epsilon_p$ .

Quand un système commence une nouvelle mission, son actionneur est piloté avec un réglage initial du contrôleur. Aux changements de consigne, cet actionneur est donc sollicité au regard de ce réglage. Si aucune reconfiguration n'est effectuée durant cette mission et si l'actionneur n'est pas impacté dans son efficacité pour implémenter fidèlement  $u(t)$  alors les performances du système restent optimales et valent 1. Dans le cas contraire, ces performances décroissent de façon non linéaire avec l'effort à produire pour implémenter la commande comme le souligne la figure 7.9.

Dans [Guenab et al., 2006, Guenab et al., 2011], les auteurs prennent un critère similaire. Ils étudient l'influence de la reconfiguration sur les performances du système et recherchent une

structure du système reconfiguré après un défaut d'actionneur pour laquelle la différence entre les performances obtenues et celles du système sans défaut soit minimale. Le critère proposé est normalisé et tient compte à la fois des performances en régime stationnaire e.g  $\epsilon_p$  et celles en régime dynamique e.g  $t_r, t_{st}$ .

Pour finir, l'indicateur  $Perf(t_{sc})$  présente l'intérêt de quantifier les performances du système uniquement au travers de l'intensité  $\Theta_u$ . Il n'est plus nécessaire de simuler conjointement l'évolution déterministe du système pour calculer ses performances et la dégradation de son actionneur. L'algorithme utilisé à l'étude précédente se trouve alors réduit à sa seule partie stochastique ; le conflit d'échelles de temps qu'il introduit disparaît. L'horizon d'étude n'est plus une contrainte.

✓ La politique de maintenance proposée est aussi évaluée au travers de son coût moyen global par unité de temps  $Cost_{AV}$  quantifiant l'équilibre entre le nombre de remplacements correctifs effectués avant  $t$  noté  $N_c(t)$  (de coût unitaire  $C_{cor}$ ), le nombre d'actions préventives  $N_p(t)$  (de coût unitaire  $C_{prev}$ ), le nombre de mises à jour du contrôleur  $N_{rconf}(t)$  (de coût unitaire  $C_{rconf}$ ) et enfin la durée moyenne d'un cycle de renouvellement noté  $T$ . Les dates de passage  $T_1$  et  $T_2$  sont aussi considérées. Les essais numériques sont réalisés par le biais de simulations de Monte Carlo dans le but d'obtenir des tendances moyennes de ces différents indicateurs.

Les notations utilisées pour la suite sont :

- $Cycle_{AV} = \mathbb{E}[T]$
- $N_{cAV} = \mathbb{E}[N_c(t)]$     $N_{pAV} = \mathbb{E}[N_p(t)]$     $N_{rconf AV} = \mathbb{E}[N_{rconf}(t)]$
- $Cost_{AV} = (C_{cor}N_{cAV} + C_{prev}N_{pAV} + C_{rconf}N_{rconf AV}) / Cycle_{AV}$
- $Perf_{AV} = \mathbb{E}[Perf(t_{sc})]$
- $T_{1AV} = \mathbb{E}[T_1]$
- $T_{2AV} = \mathbb{E}[T_2]$

Des essais préliminaires ont mis en avant les données de simulation résumées dans le tableau 7.6 car elles permettent de mettre en relief les différents thèmes abordés dans cette étude ; à savoir la dégradation d'un actionneur, sa perte d'efficacité, la reconfiguration de la loi de commande.

### 7.4.3 Système inspecté périodiquement

Dans le cadre des simulations suivantes, le système est inspecté périodiquement toutes les 30 unités de temps au cours de la mission dont la durée est de  $T_{span} = 200$ . L'objectif ici est d'étudier l'impact de la reconfiguration de la loi de commande sur les différents critères vus précédemment au travers de la maintenance conditionnelle proposée à la section 7.4.1. Pour cela, les simulations sont effectuées en plusieurs étapes. Dans un premier temps, la politique de maintenance n'inclut que l'action corrective. Puis, une action préventive vient s'ajouter à la première et enfin le plan de maintenance est complètement réalisé avec l'apport de l'action

Seuils de dégradation			Efficacité de l'actionneur			
$L_1$	$L_2$	$L_f$	$a$		$b$	
100	300	500	0.5		0.75	
Processus Gamma			Politique de maintenance			
$\alpha$	$\beta$		$C_{cor}$	$C_{prev}$	$C_{rconf}$	$\varphi$
2	1		100	1	0.1	2
Intensité du processus de Poisson $\mu$			Simulations de Monte Carlo		$T_{span}$	$q$
0.05			1000		200	5%

Tableau 7.6 – Maintenance conditionnelle. Données de simulation

de reconfiguration.

Quand la maintenance prend en compte une action préventive, le seuil correspondant est fixé à  $RUL_{prev} = 20$ . Cette valeur de seuil n'est pas optimisée et est choisie relativement petite comparée à  $T_{span}$ . Ainsi lorsque l'action de reconfiguration est prise en compte, ce choix permet au système d'être reconfiguré plusieurs fois au cours de la même mission et donc de réaliser cette étude pour différentes valeurs de  $RUL_{rconf}$ .

### Maintenance corrective

Les premiers résultats résumés au tableau 7.7 traitent du cas d'une maintenance uniquement basée sur l'action corrective. Pour cela, la politique de maintenance est paramétrée avec les seuils  $RUL_{rconf} = 0$  et  $RUL_{prev} = 0$ . Nous pouvons remarquer qu'une loi de commande très stressante ( $\Theta_u = 0.01$ ) dégrade rapidement l'actionneur. Les seuils de dégradation  $L_1$  et  $L_2$  sont rapidement atteints ainsi que le seuil de panne  $L_f$ . Quand l'actionneur tombe en panne, une action corrective est donc effectuée avec un coût élevé.

Stress de la loi de commande :	élevé	moyen	faible	très faible
	$\Theta_u = 0.01$	$\Theta_u = 0.05$	$\Theta_u = 0.08$	$\Theta_u = 0.1$
$Cost_{AV}$	1.18	0.44	0.22	0.13
$Cycle_{AV}$	84	179	194	197
$N_{cAV}$	1	0.796	0.427	0.262
$N_{pAV}$	0	0	0	0
$Perf_{AV}$	0.99	0.97	0.96	0.95
$T_{1AV}$	12	29	35	37
$T_{2AV}$	43	101	116	121
$N_{refAV}$	0	0	0	0

Tableau 7.7 – Indicateurs obtenus avec une maintenance corrective

### Maintenance préventive

La maintenance précédente est maintenant augmentée avec l'action préventive. Pour cela, la politique de maintenance est paramétrée avec les seuils  $RUL_{\text{rconf}} = 0$  et  $RUL_{\text{prev}} = 20$ . Dans ce cas, seuls 2 scénarios sur les 4 envisagés par la maintenance conditionnelle sont pris en compte. Les principaux résultats sont synthétisés dans le tableau 7.8. Comparés aux résultats précédents, nous pouvons remarquer que le coût de maintenance est réduit de manière substantielle mais au dépend du temps de cycle. Cela est d'autant plus vrai pour une loi de commande stressante. L'action préventive est déclenchée assez tôt avant que le système ne tombe en panne. Ces résultats sont cohérents avec ce type de maintenance. Le nombre moyen d'actions correctives est réduit de manière significative en faveur des actions préventives au coût moindre.

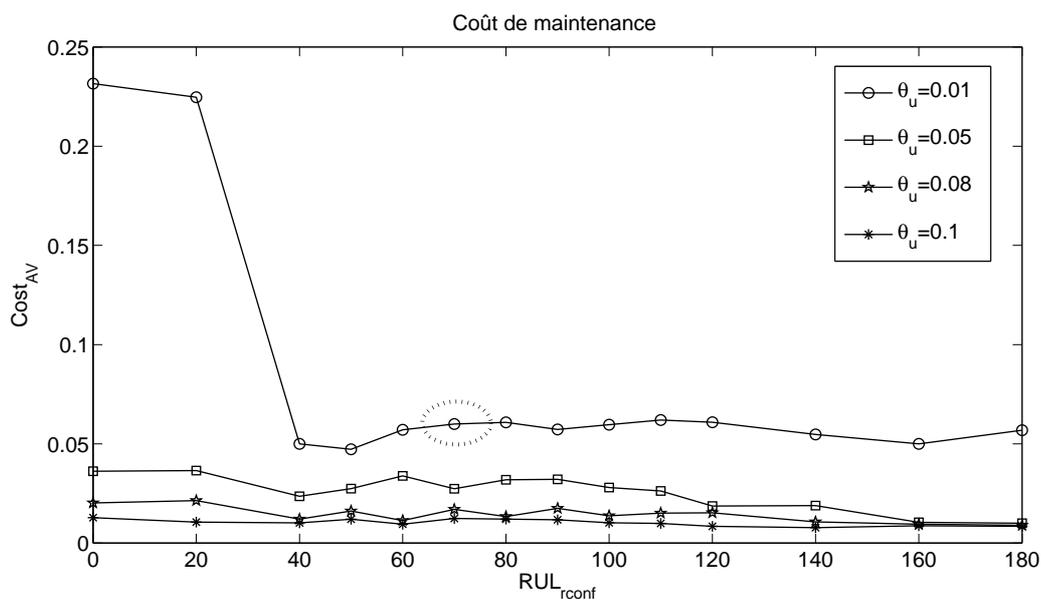
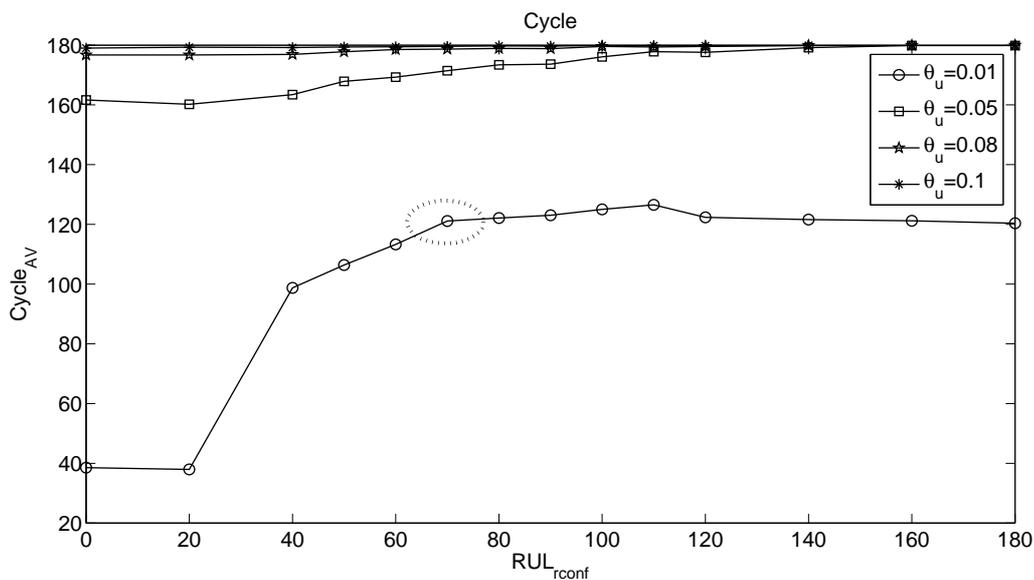
Stress de la loi de commande :	élevé $\Theta_u = 0.01$	moyen $\Theta_u = 0.05$	faible $\Theta_u = 0.08$	très faible $\Theta_u = 0.1$
$Cost_{AV}$	0.23	0.03	0.02	0.01
$Cycle_{AV}$	40	160	176	179
$N_{cAV}$	0.08	0.05	0,026	0.013
$N_{pAV}$	0.92	0.95	0.974	0.987

Tableau 7.8 – Indicateurs obtenus avec une maintenance corrective et préventive

### Reconfiguration de la loi $u(t)$

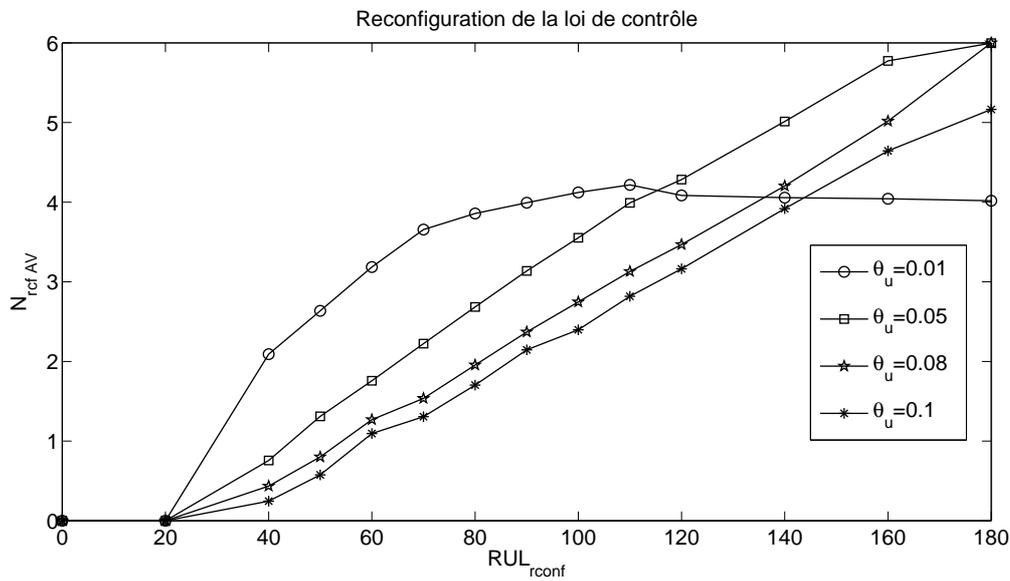
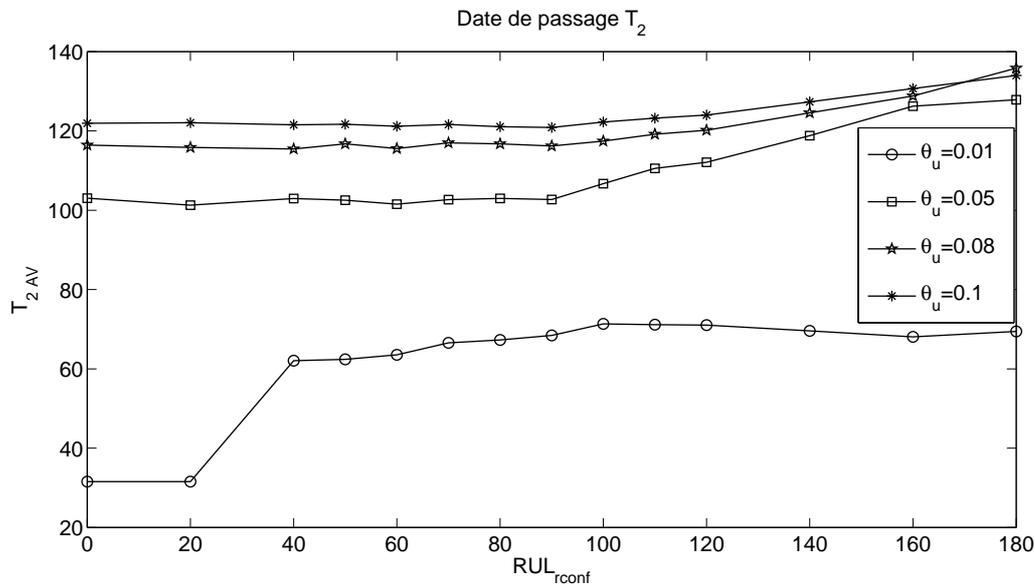
Quand  $RUL_{\text{rconf}} \neq 0$ , une action additionnelle basée sur la reconfiguration de la loi de contrôle complète le plan de maintenance. Dans ce cas, les quatre scénarios envisagés sont maintenant pris en compte. Précédemment, il a été vu que le principal inconvénient de l'action préventive est de réduire le temps de cycle. Ici, nous pouvons remarquer au travers des figures 7.10 et 7.11 que reconfigurer la loi de commande impacte positivement le coût de maintenance ainsi que le temps de cycle. Le coût de maintenance continue à décroître et le temps de cycle augmente. Ce dernier peut même être plus grand que celui obtenu avec une unique maintenance corrective.

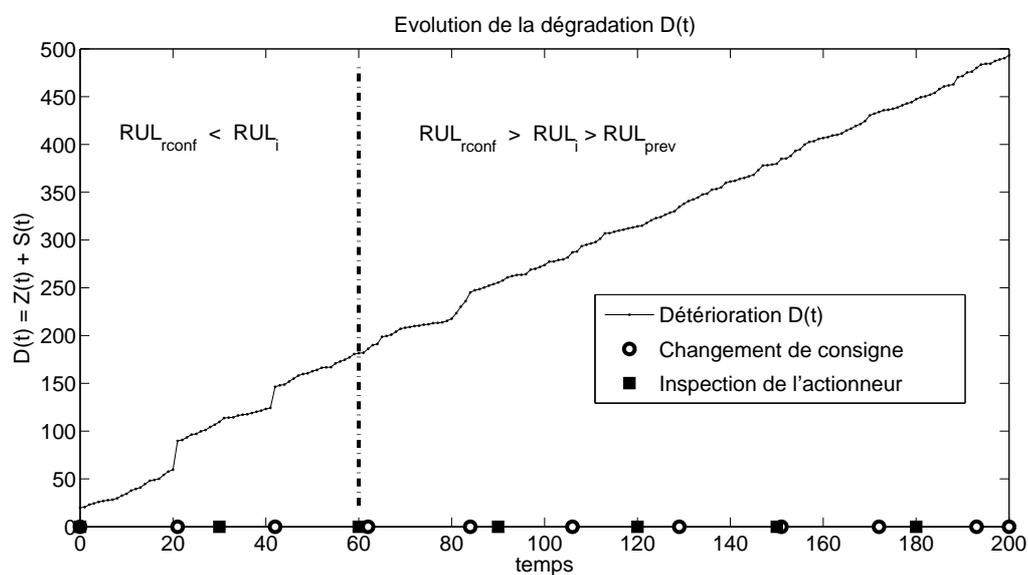
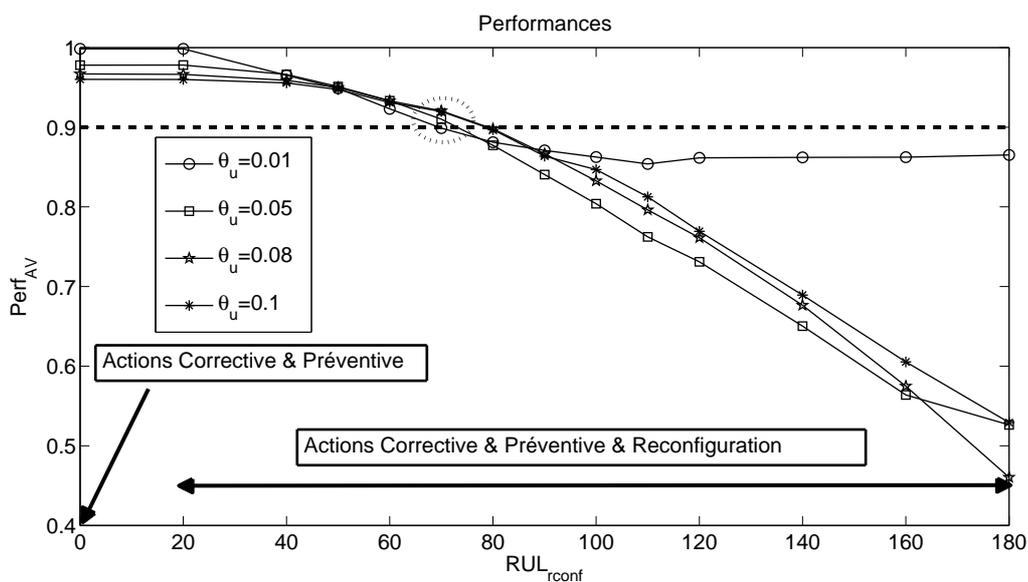
Plus le seuil de reconfiguration  $RUL_{\text{rconf}}$  augmente et plus le nombre de mises à jour du contrôleur augmente pendant la mission comme le montre la figure 7.12. Par conséquent, l'action de contrôle devient de moins en moins stressante pour l'actionneur. La dynamique de sa dégradation ralentit comme le décrit la figure 7.14. Celle-ci montre l'évolution de la dégradation  $D(t)$  (une simulation parmi les 1000 du plan de simulation de Monte Carlo) impactée par la politique de maintenance conditionnelle. A chaque inspection, il est décidé si le contrôleur doit être mis à jour ou non à partir de la durée de vie résiduelle de l'actionneur  $QRUL_i$  évaluée à cet instant. Si la reconfiguration a lieu alors entre deux inspections chaque choc vécu par l'actionneur lors d'un changement de consigne a une amplitude en accord avec

Figure 7.10 – Coût de la maintenance  $Cost_{AV}$ Figure 7.11 – Temps de cycle  $Cycle_{AV}$ 

cette mise à jour. De fait, la dynamique de détérioration de l'actionneur change. L'actionneur entre dans la phase  $Ph_{III}$  de plus en plus tard comme le souligne la figure 7.13 et par conséquent la probabilité de panne décroît en faveur du coût de maintenance et du temps de cycle

Évidemment, les bénéfices apportés par cette nouvelle action de maintenance sont aux

Figure 7.12 – Action de reconfiguration  $N_{\text{ref AV}}$ Figure 7.13 – Date de passage  $T_{2AV}$

Figure 7.14 – Evolution de la dégradation  $D(t)$ Figure 7.15 – Performances  $Perf_{AV}$

dépens des performances du système commandé qui diminuent à mesure que le seuil  $RUL_{\text{rconf}}$  augmente. Pour les mêmes raisons, puisque la *force* de la loi de contrôle s'affaiblit à chaque mise à jour du contrôleur, le système commandé poursuit la valeur de consigne avec une certaine latence. Les temps de montée  $t_r$  et d'établissement  $t_{st}$  augmentent. Cette latence peut être telle que l'erreur statique de position peut ne plus être nulle dans le cas d'une mission rapide où les changements de consigne sont fréquents. Un compromis doit donc être trouvé entre les performances du système commandé, le temps de cycle et le coût de maintenance. Une solution consisterait à pouvoir autoriser une perte de performances dans une certaine latitude prenant en compte son impact sur le procédé industriel. Par exemple dans le cas d'une action de contrôle stressante ( $\Theta_u = 0.01$ ), si un niveau de performance moyen  $\text{Perf}_{AV} = 0.90$  (figure 7.15) est admis sans aucun impact sur le procédé alors l'objectif est de rechercher un seuil  $RUL_{\text{rconf}}$  qui puisse maximiser  $\text{Cycle}_{AV}$  et minimiser le coût de maintenance. Ici, un seuil  $RUL_{\text{rconf}} = 70$  amenant à un temps de cycle  $\text{Cycle}_{AV} = 120$  et à un coût moyen de maintenance  $\text{Cost}_{AV} = 0.06$  est une solution possible pour résoudre ce compromis. Cette solution est décrite par des cercles en pointillés sur les figures 7.10, 7.11 et 7.15.

Aucun effet sur le procédé industriel signifie que la reconfiguration du contrôleur n'aura pas d'impact sur la qualité des pièces usinées dans le cadre d'une machine d'usinage, sur les propriétés de tubes en aluminium traités thermiquement dans un four. Ce type de compromis nécessaire montre bien qu'étendre la durée de vie d'un actionneur tout en préservant les performances du système sont deux exigences contradictoires.

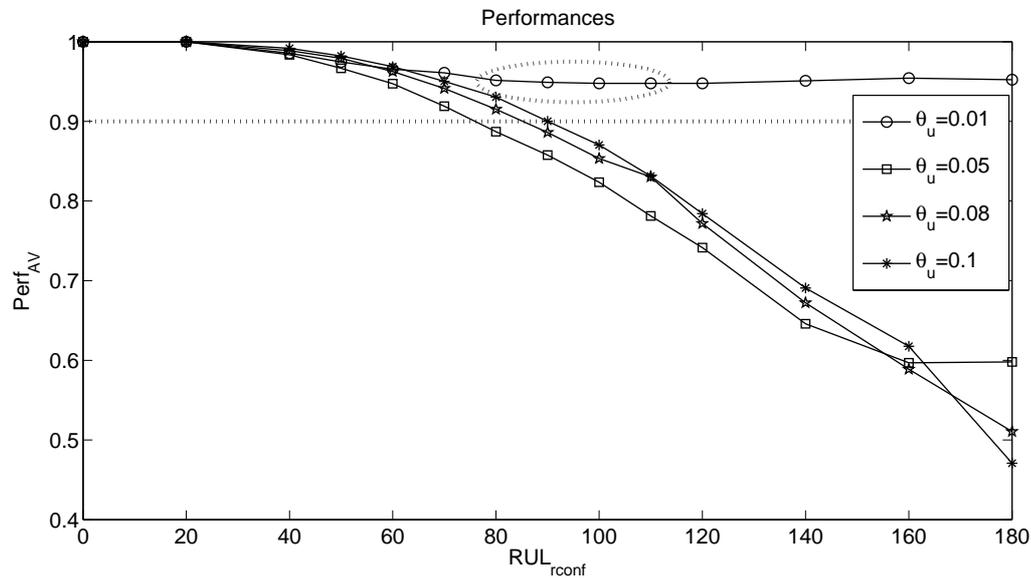
#### 7.4.4 Impact de la perte d'efficacité

Les mêmes essais numériques sont ici reconduits en assumant que l'actionneur est insensible à sa dégradation. Il est suffisamment robuste pour implémenter en totalité l'effort de contrôle  $u(t)$  avec  $a = b = 1$  quel que soit le niveau de détérioration accumulée. En accord avec le modèle de dégradation élaboré au chapitre 5, dans un tel cas la fiabilité conditionnelle évaluée à la date  $t_i$  se réduit à l'équation (5.5).

Le tableau 7.9 résume les valeurs des différents indicateurs lorsque le plan de maintenance inclut la seule action corrective. Comparés aux résultats obtenus précédemment avec la même maintenance, nous pouvons remarquer comment cette insensibilité à la dégradation impacte ces indicateurs. Le temps de cycle est réduit, le coût de maintenance est plus grand et l'actionneur aborde la phase  $Ph_{III}$  plus tôt. Ces résultats peuvent paraître surprenants parce qu'ils semblent indiquer un effet positif de la perte d'efficacité sur les indicateurs. En fait, ils sont en plein accord avec le cadre de modélisation proposé dans ces travaux. Cette perte d'efficacité est vue comme une perte de gain qui vient affaiblir l'effet de la commande. Par conséquent, elle agit tel un absorbeur de chocs quand l'actionneur est sollicité aux changements de consigne. Ici puisque l'actionneur ne connaît pas de perte d'efficacité, il ressent pleinement ces chocs non absorbés. La dégradation de l'actionneur évolue plus rapidement vers le seuil de panne  $L_f$ . D'autre part, les performances sont optimales puisque l'actionneur implémente en totalité l'entrée de commande  $u(t)$ .

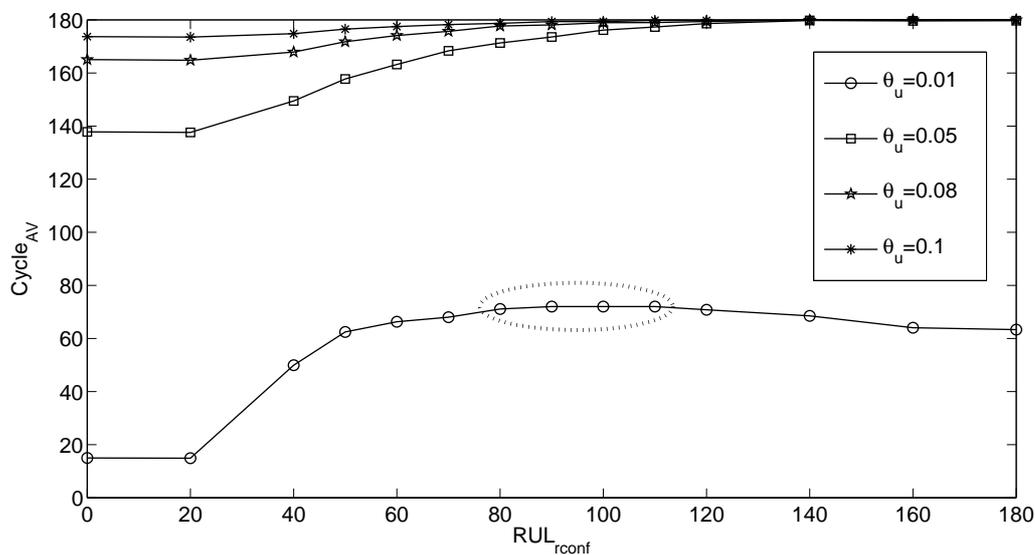
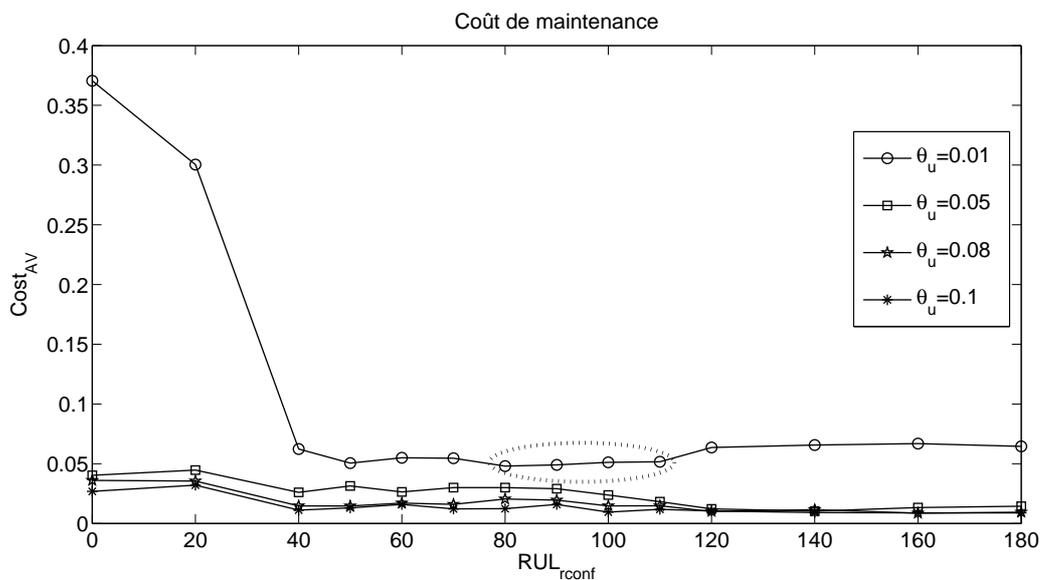
Stress de la loi de commande :	élevé	moyen	faible	très faible
	$\Theta_u = 0.01$	$\Theta_u = 0.05$	$\Theta_u = 0.08$	$\Theta_u = 0.1$
$Cost_{AV}$	1.44	0.54	0.37	0.27
$Cycle_{AV}$	69	164	185	192
$N_{cAV}$	1	0.89	0.691	0.52
$N_{pAV}$	0	0	0	0
$Perf_{AV}$	1	1	1	1
$T_{1AV}$	11	30	35	37
$T_{2AV}$	39	98	112	117
$N_{ref AV}$	0	0	0	0

Tableau 7.9 – Maintenance corrective sans perte d'efficacité

Figure 7.16 –  $Perf_{AV}$  sans perte d'efficacité

La combinaison des actions correctives, préventives et de reconfiguration est décrite par les figures 7.16, 7.17 et 7.18. Les effets apportés par les mises à jour du contrôleur demeurent inchangés (i) le temps de cycle augmente, (ii) le coût de maintenance diminue ainsi que (iii) les performances à mesure que la valeur du seuil  $RUL_{rconf}$  augmente.

Pour finir dans le cas d'une loi de commande stressante ( $\Theta_u = 0.01$ ), si un niveau moyen de performances  $Perf_{AV} = 0.90$  (figure 7.16) est autorisé sans aucun impact sur le procédé industriel alors avec un seuil  $RUL_{rconf} \in [80; 110]$  le coût de maintenance se stabilise à  $Cost_{AV} = 0.05$  pour un temps de cycle  $Cycle_{AV} \in [70; 75]$ . La solution à ce compromis entre les performances du système commandé, le temps de cycle et le coût de maintenance est décrite par des cercles en pontillés sur les figures 7.16, 7.17 et 7.18.

Figure 7.17 – Cycle<sub>AV</sub> sans perte d'efficacitéFigure 7.18 – Cost<sub>AV</sub> sans perte d'efficacité

### 7.4.5 Système inspecté lors d'un défaut d'actionneur

Précédemment, les inspections de maintenance étaient planifiées à l'avance avec une périodicité choisie arbitrairement. Le cadre des simulations qui suivent se rapproche de celui qui est communément étudié dans la littérature des systèmes commandés. On suppose que la structure du système est augmentée avec un module de supervision FDI qui a pour rôle de détecter, d'isoler et d'identifier le défaut. Bien que la synthèse de ce module ne fasse pas l'objet de ces simulations, son fonctionnement est le suivant. La différence entre la valeur de référence et les variables d'intérêts génère un résidu. Ce dernier est nul lorsque l'actionneur ne présente aucune perte d'efficacité. Dans le cas contraire, l'actionneur est en défaut, l'instant de son apparition est détecté et l'amplitude de la perte d'efficacité correspondante quantifiée.

Au regard du modèle de perte d'efficacité proposé, la loi de commande est donc reconfigurée au plus à deux reprises au moment du passage par les seuils  $L_1$  et  $L_2$ . L'objectif ici est d'étudier l'impact du seuil  $RUL_{prev}$  sur les différents indicateurs. L'étude est menée dans le cas où l'actionneur est piloté avec une loi de commande correspondant à un stress moyen  $\Theta_u = 0.05$ .

Les figures 7.25 et 7.26 montrent que le seuil  $RUL_{prev}$  n'a aucun impact sur la durée de vie résiduelle de l'actionneur ni sur le temps d'atteinte du second défaut correspondant à une perte d'efficacité lorsque le niveau de dégradation franchit le seuil  $L_2$ . La seule action qui puisse influencer l'état de santé de l'actionneur est la reconfiguration de la loi de commande dont le déclenchement est paramétré via le seuil  $RUL_{rconf}$ .

$RUL_{prev}$  a un réel impact sur les valeurs initiales (i.e sans l'action de reconfiguration) du nombre d'actions correctives (figure 7.19), du nombre d'actions préventives (figure 7.20), de fait du coût de la politique de maintenance (figure 7.22) et du temps de cycle (figure 7.24). Ainsi, lorsque le seuil préventif est placé très bas e.g  $RUL_{prev} = 20$ , l'action correspondante est peu déclenchée assurant un temps de mission plus grand mais avec le risque pour l'actionneur de tomber en panne amenant à une action corrective au coût élevé. Dans le cas d'un seuil élevé e.g  $RUL_{prev} = 100$ , nous observons le phénomène inverse.

Nous pouvons aussi noter l'influence du seuil  $RUL_{prev}$  sur les performances initiales du système pour la même raison. En effet, plus le temps de mission est élevé et plus l'actionneur a la possibilité de connaître les différentes phases de perte d'efficacité impactant directement les performances dynamiques et statiques du système (voir figure 7.23).

Les propriétés de l'action de reconfiguration restent identiques. Elle a pour principale caractéristique de préserver l'état de l'actionneur en repoussant l'éventualité d'un défaut ainsi que d'une panne totale. Par conséquent, le coût de la maintenance a tendance à diminuer et le temps de cycle à augmenter ceci au détriment des performances.

Pour un seuil  $RUL_{prev} = 20$ , si un niveau moyen de performances  $Perf_{AV} \geq 0.90$  est admis sans aucun impact sur le procédé alors un bon compromis est de reconfigurer le contrôleur avec un seuil  $RUL_{rconf} = 120$ . Les résultats pour ce choix sont à comparer avec ceux obtenus

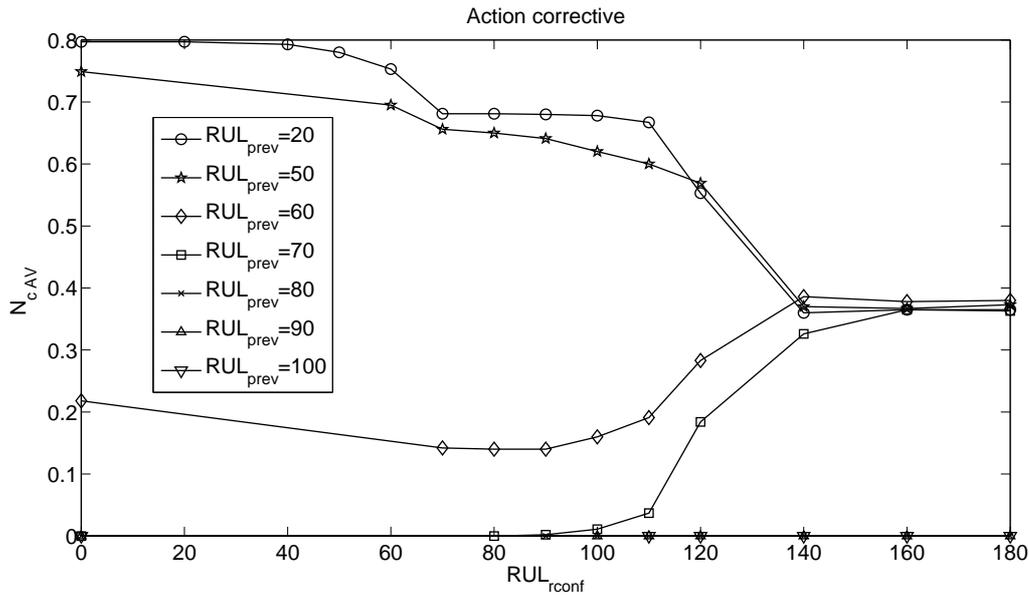


Figure 7.19 – Nombre d’actions correctives

dans le cadre d’une inspection périodique (voir section 7.4.3) pour un même niveau de performances. L’ensemble est résumé dans le tableau 7.10. Dans le cas d’une inspection sur défaut, le nombre de reconfigurations possibles destinées à préserver l’actionneur est limité à 2 (i.e. le nombre de défauts envisagés par le modèle). Par conséquent, le risque d’une panne totale est plus important dans ce cas que dans celui où le système est inspecté régulièrement d’où cet écart de coût entre les deux modes d’inspection. Écart d’autant plus affirmé que le critère de coût global utilisé et rappelé ici  $Cost_{AV} = (C_{cor}N_{cAV} + C_{prev}N_{pAV} + C_{rconf}N_{rconf}) / Cycle_{AV}$  n’intègre pas le coût moyen d’une inspection.

Inspection	$Perf_{AV}$	$RUL_{rconf}$	$Cost_{AV}$	$Cycle_{AV}$
Périodique	0.910	70	0.028	171
Sur défaut	0.908	120	0.290	190

Tableau 7.10 – Inspection périodique et sur défaut pour  $RUL_{prev} = 20$

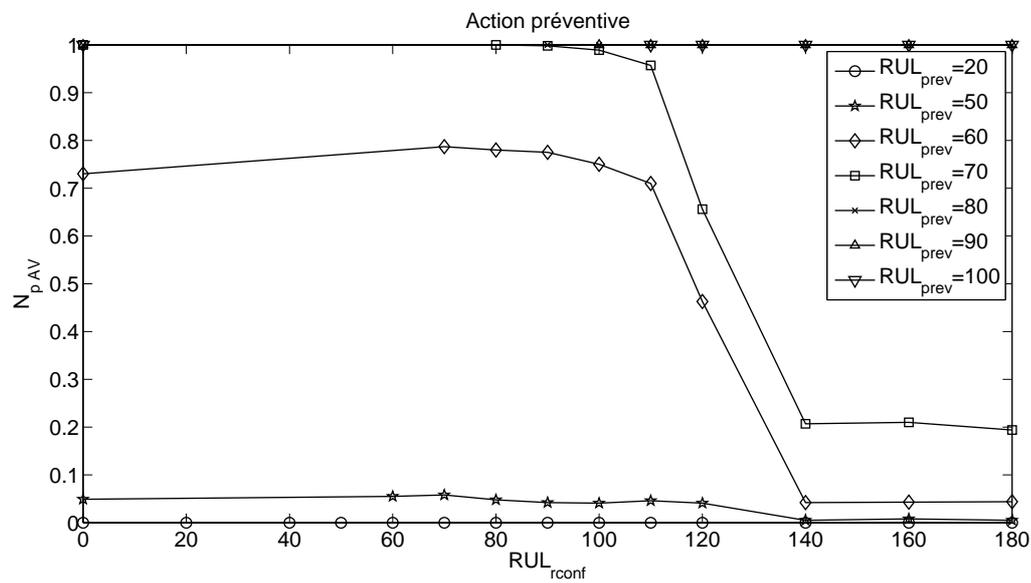


Figure 7.20 – Nombre d'actions préventives

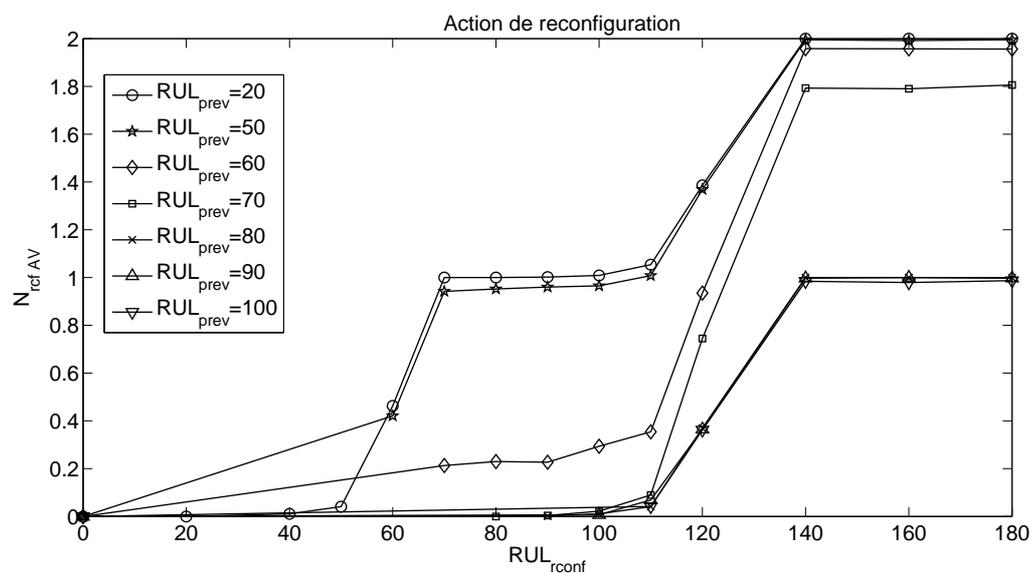


Figure 7.21 – Nombre de reconfigurations

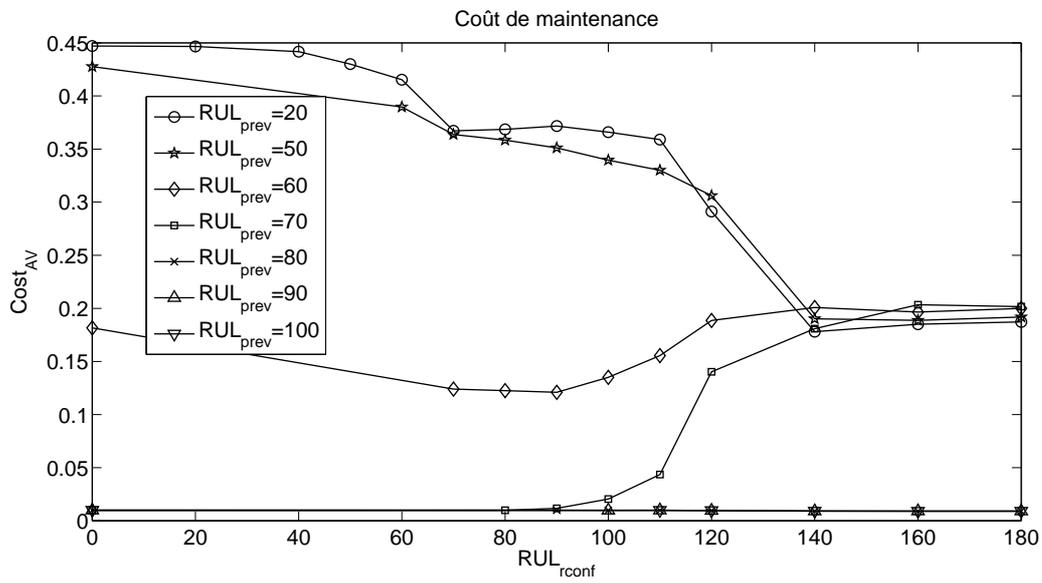


Figure 7.22 – Coût global moyen

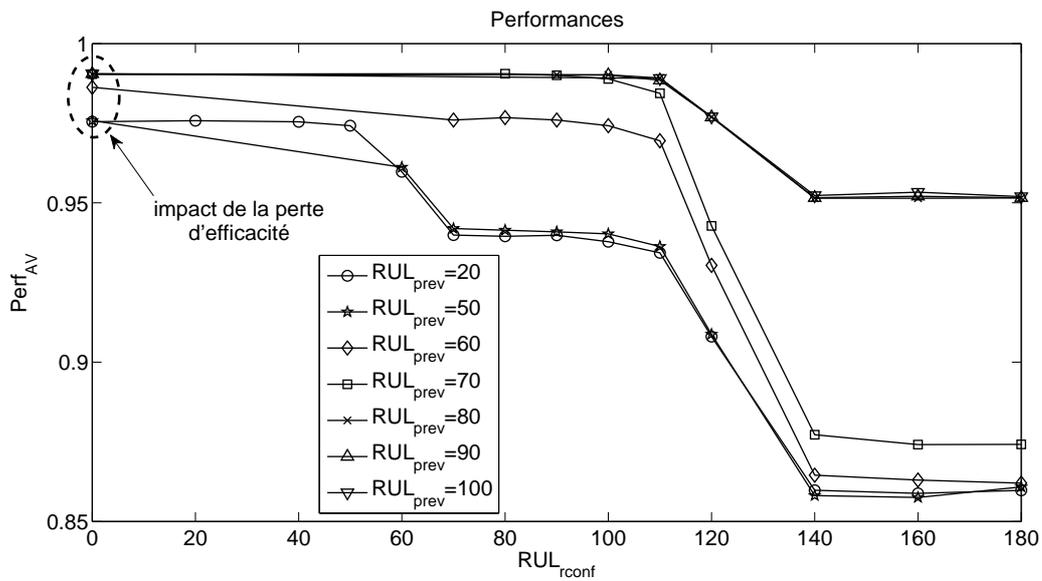


Figure 7.23 – Performances du système commandé

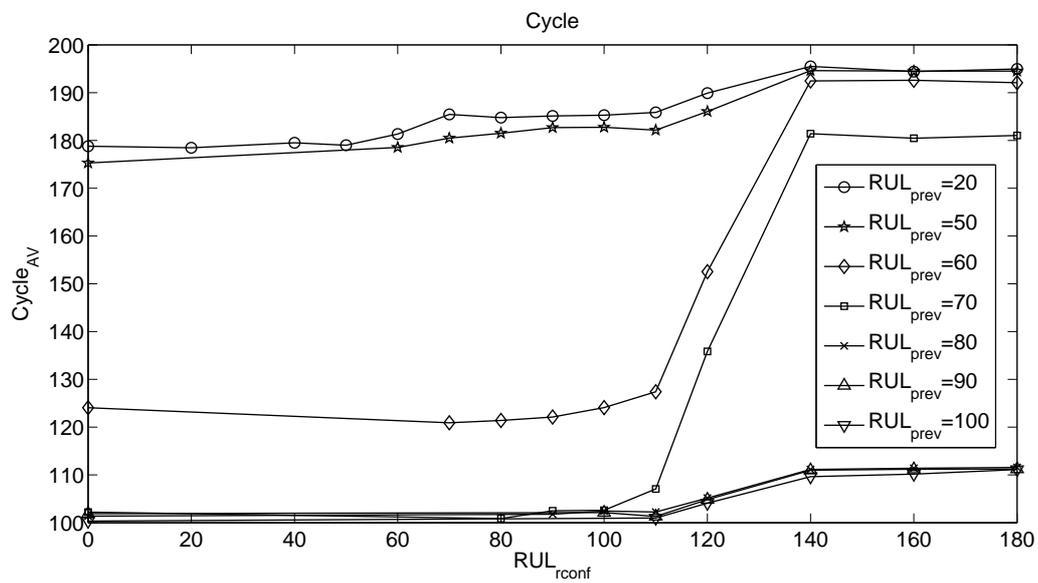
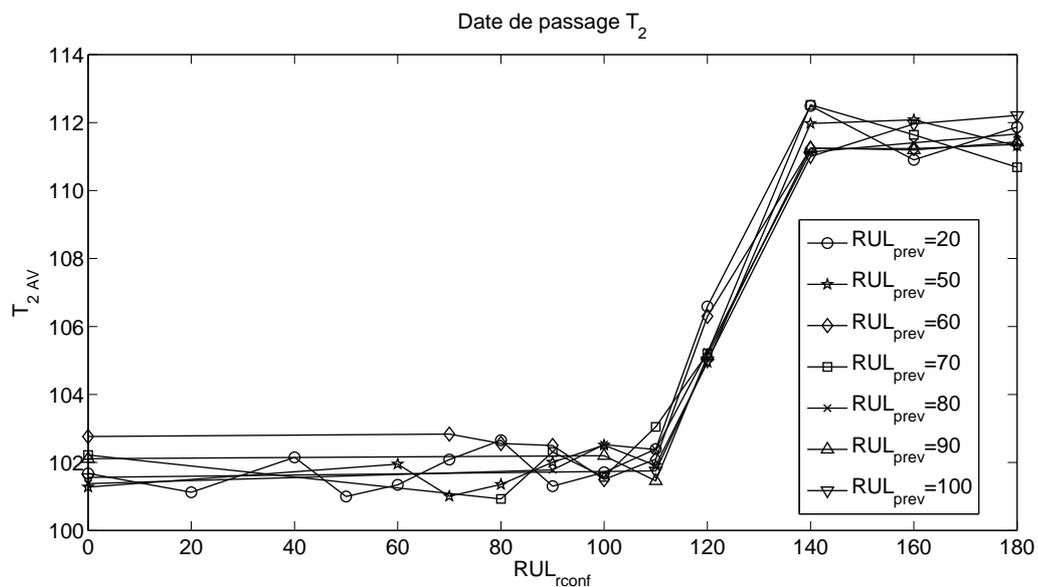


Figure 7.24 – Temps de cycle

Figure 7.25 – Date de passage par le seuil  $L_2$

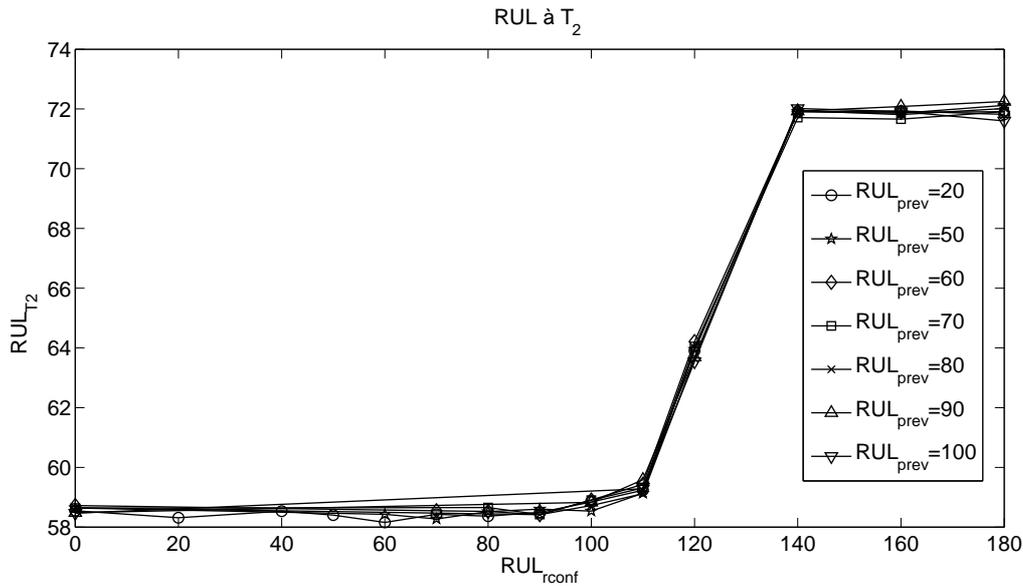


Figure 7.26 – Durée de vie résiduelle au moment du second défaut

## 7.5 Conclusion

Ces applications numériques amènent plusieurs remarques.

1. L'estimation de la durée de vie résiduelle d'un actionneur  $RUL$  est une quantité qui permet le paramétrage d'une loi de commande. Une première application est réalisée sur un contrôle  $LQR$ . De par sa définition, il intègre à la fois les objectifs de commande ainsi que l'effort nécessaire pour les atteindre. De fait, un contrôle  $LQR$  se prête bien à l'utilisation du pronostic de la  $RUL$ . Les résultats obtenus montrent qu'il est possible grâce à la  $RUL$  de ménager l'état de détérioration de l'actionneur. Une heuristique est proposée en ce sens.
2. La maintenance d'un système au sens large repose sur deux actions - préventive et corrective - qui sont communément utilisées dans l'industrie. L'action corrective présente généralement un coût élevé et l'inconvénient d'une action préventive est d'anticiper la panne en arrêtant le système pour une inspection approfondie. La seconde application propose alors d'intégrer une troisième action de maintenance reposant sur la reconfiguration du contrôleur. Cette action ne correspond pas à un renouvellement du système commandé mais l'autorise à poursuivre sa mission dans un mode de fonctionnement moins impactant. Les résultats obtenus montrent qu'il est possible de réduire le coût de la maintenance ainsi que d'augmenter le temps de mission du système en préservant l'actionneur de la panne.
3. Cependant, la remarque commune à ces deux applications est que la reconfiguration du contrôleur se fait au détriment des performances du système commandé. Le système étudié étant mono-actionné, préserver à la fois ses performances et sa fiabilité (au travers

de celle de son actionneur) sont deux exigences incompatibles à moins d'accepter (i) soit une diminution des objectifs en assumant qu'il n'y ait pas d'impact sur le process du point de vue économique, (ii) soit un système moins fiable avec comme risque potentiel de mettre le process dans un état instable donc dangereux.



## Chapitre 8

# Systemes tolérants aux fautes

### 8.1 Introduction

Le chapitre précédent a montré que dans le cadre d'un système commandé mono-actionné le maintien de ses performances et de sa fiabilité sont deux exigences incompatibles. Dans ce dernier chapitre, un système tolérant aux fautes est étudié. Ce type de système a pour rôle de maintenir les objectifs de contrôle initiaux malgré la présence de défauts. La tolérance aux fautes est réalisée grâce à une redondance matérielle d'actionneurs. L'objectif de cette étude est d'évaluer la sûreté de fonctionnement du système à l'aide des modèles stochastiques développés dans nos travaux. Avant cela, un rapide tour d'horizon des systèmes tolérants aux fautes est proposé dans les sections suivantes afin de mettre en place le contexte de l'étude. Cette présentation est basée principalement sur l'analyse bibliographique de [Zhang, 2008].

### 8.2 Tolérance aux fautes : Différentes approches

#### 8.2.1 Approche passive

Une commande tolérante aux fautes peut-être passive. Elle est conçue pour tolérer un nombre fini de défauts connus a priori. Les défauts sont perçus comme des perturbations ou des incertitudes sur le modèle du système. De fait, la synthèse d'une commande passive repose sur des techniques de commande robuste [Veillette et al., 1992, Suyama, 2002, Jiang and Yu, 2012]. A l'occurrence d'un défaut, la loi de commande et sa structure ne sont pas modifiées ; le système en boucle fermée reste insensible à ce défaut. L'intérêt de ce type de tolérance est qu'elle ne nécessite pas l'ajout d'un module de diagnostic qui scrute de manière continue l'apparition d'un défaut. L'inconvénient est qu'il faut avoir une bonne connaissance du système complet et de l'ensemble de ses défauts pour pouvoir les intégrer en amont dans la synthèse de la loi de commande.

#### 8.2.2 Approche active

Une commande tolérante aux fautes peut-être active. Elle est active dans le sens où elle réagit à l'apparition d'un défaut. Ce type de commande nécessite l'ajout d'un bloc

de diagnostic qui consiste à détecter puis localiser les défauts. Dès lors qu'un défaut est détecté, un mécanisme de reconfiguration opère une mise à jour des paramètres de la loi de commande ou met en place une nouvelle structure de commande. Il existe deux approches dans la synthèse d'une commande tolérante active détaillées ci-après.

La loi de commande active est synthétisée hors-ligne [Moerder, 1989, Guenab et al., 2006]. Dans ce cas, un ensemble de contrôleurs est disponible avec un contrôleur utilisé pour le mode de fonctionnement nominal sans défaut et plusieurs contrôleurs pour différents modes de fonctionnement dégradés. A l'apparition d'un défaut, le mécanisme de reconfiguration choisit le contrôleur et sa loi de commande associée pour lesquelles les performances du système restent identiques à celles obtenues dans le mode nominal.

La loi de commande active est synthétisée en ligne. La synthèse peut s'opérer selon deux formes avec l'accommodation et la reconfiguration.

L'accommodation consiste à recalculer la loi de commande par rapport à l'amplitude du défaut. Il est supposé que cette amplitude soit relativement faible pour que l'accommodation puisse opérer dans de bonnes conditions. L'objectif du contrôle ne change pas.

La reconfiguration permet de *déconnecter* les parties défectueuses et de reporter leur action sur les parties saines du système [Khelassi et al., 2009]. Cette allocation de la commande suppose une redondance matérielle. L'objectif du contrôle ne change pas. Ce type de synthèse est plutôt utilisée pour une amplitude de défaut pour laquelle l'accommodation ne peut opérer.

Notons que lorsque l'accommodation et la reconfiguration ne sont pas envisageables alors l'objectif du contrôle ne peut pas être atteint. Il faut alors dégrader cet objectif et répondre à un nouveau problème de commande [Staroswiecki, 2001].

### 8.3 Allocation de commande

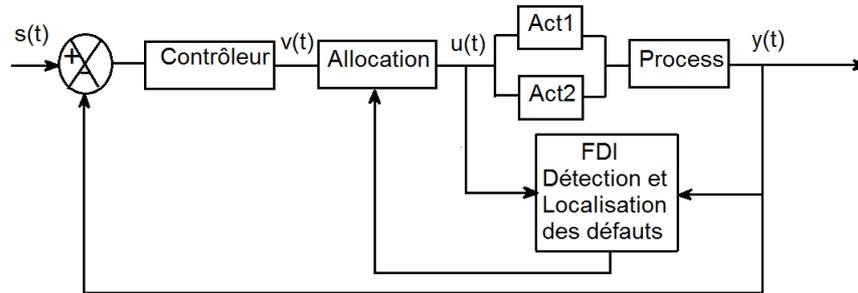


Figure 8.1 – Redondance matérielle pour la tolérance aux fautes

#### 8.3.1 Principe

La tolérance aux fautes d'un système est ici étudiée aux travers d'une redondance matérielle d'actionneurs. Dans le cadre d'une approche active, la commande est allouée en ligne. La représentation d'état d'un système vue au chapitre 2 est reprise ici avec :

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t)\end{aligned}\quad (8.1)$$

$x(t) \in \mathbb{R}^n$  représente l'état du système à la date  $t$ ,  $u(t) \in \mathbb{R}^p$  l'entrée de contrôle et  $y(t) \in \mathbb{R}^q$  représente la sortie du process.  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ ,  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{q \times n}$  sont des matrices à coefficients réels constants de tailles respectives  $n \times n$ ,  $n \times p$  et  $q \times n$  représentant dans cet ordre la matrice de l'état, de commande et finalement de sortie. Le système (8.1) est sur-actionné si  $\text{rang}(\mathbf{B}) = b < p$  [Härkegård, 2005]. Il est alors possible de mettre  $\mathbf{B}$  sous la forme

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_v \mathbf{B}_b \quad \text{avec } \mathbf{B}_v \in \mathbb{R}^{n \times b} \quad \mathbf{B}_b \in \mathbb{R}^{b \times p} \quad (8.2)$$

puis de réécrire le système (8.1) tel que

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= \mathbf{A}x(t) + \mathbf{B}_v v(t) \\ v(t) &= \mathbf{B}_b u(t) \\ y(t) &= \mathbf{C}x(t)\end{aligned}\quad (8.3)$$

$v(t)$  agrège l'ensemble des efforts que doit fournir la redondance matérielle.  $v(t)$  est appelée commande virtuelle et est générée par le contrôleur. Cette commande est ensuite répartie au moyen d'un bloc d'allocation sur les différents actionneurs composant la redondance. Pour une redondance à deux actionneurs, la structure du système avec le bloc d'allocation est

représentée à la figure 8.1. A l'apparition d'un défaut, l'intérêt d'une telle structure est de ne pas recalculer la loi de commande issue du contrôleur mais de reconfigurer l'allocation (ré-allocation) de l'effort.

### 8.3.2 Méthode de la pseudo-inverse PIM

Dans le cas général, l'allocation du contrôle est un problème d'optimisation sous contrainte linéaire avec

$$\begin{aligned} v(t) &= \mathbf{B}_b u(t) \\ u_{min} &\leq u \leq u_{max} \end{aligned} \quad (8.4)$$

où il faut trouver l'ensemble des entrées  $u(t)$  tel que (8.4) soit satisfaite en respectant les contraintes physiques des actionneurs.

La commande  $u(t)$  solution de ce problème est obtenue par une optimisation en deux étapes (programmation quadratique séquentielle) [Härkegård, 2002]

$$\begin{aligned} \psi &= \arg \min_{u_{min} \leq u \leq u_{max}} \| \mathbf{B}_b u - v \|_2 \\ u &= \arg \min_{u \in \psi} \| W u \|_2 \end{aligned} \quad (8.5) \quad (8.6)$$

La première étape (8.5) consiste à trouver l'ensemble  $\psi$  des entrées  $u(t)$  qui répondent au problème (8.4).

Puis, la seconde étape (8.6) est de choisir parmi cet ensemble une solution pondérée par  $W$  qui minimise l'énergie développée par chaque actionneur. Cette matrice  $W$  permet de donner une priorité à chaque composant dans le partage de la charge [Oppenheimer et al., 2006]. A titre d'exemple, si  $W = \mathbb{I}$  alors aucune priorité n'est donnée.

Ici dans un souci de simplicité, les limites physiques des actionneurs ne sont pas prises en compte. Par conséquent, le problème précédent libéré de cette contrainte devient un problème de minimisation d'énergie reformulé ainsi

$$\begin{aligned} u &= \arg \min \| W u \|_2 \\ s.q \quad &v(t) = \mathbf{B}_b u(t) \end{aligned} \quad (8.7)$$

Une solution pour  $u$  est obtenue à l'aide de la pseudo-inverse de  $\mathbf{B}_b$  pondérée par  $W$ . Le problème d'allocation de la commande a pour solution

$$u(t) = W^{-1} (\mathbf{B}_b W^{-1})^+ v(t) \quad (8.8)$$

(+) étant l'opérateur de la pseudo-inverse.

A l'apparition d'un défaut d'actionneur, la perte d'efficacité impacte la matrice de commande

suivant (2.3). Le bloc d'allocation opère alors à une ré-allocation de la commande qui a pour solution

$$u(t) = W^{-1} (\mathbf{B}_b [\mathbf{I} - \text{diag}(l_1, \dots, l_p)] W^{-1})^+ v(t) \quad (8.9)$$

## 8.4 Comportement d'un système tolérant aux fautes

Le premier objectif de cette section est d'étudier les comportements déterministe et stochastique d'un système tolérant aux fautes à deux actionneurs. Le comportement déterministe est simulé dans le cadre d'une tolérance active avec la méthode PIM. Conjointement, le comportement stochastique de chaque actionneur est évalué à l'aide des modèles du couple efficacité/dégradation (chapitre 4) et du couple commande/dégradation (chapitre 5).

Quelques travaux intègrent dans le paramétrage de la méthode PIM une grandeur liée à la fiabilité des actionneurs. A leur image, le second objectif est de paramétrer cette méthode avec le pronostic de la *RUL* de chaque actionneur calculée selon (5.16). Dans un premier temps, le cas d'étude d'un réservoir est présenté ainsi que les données nécessaires à sa simulation.

### 8.4.1 Description du système étudié

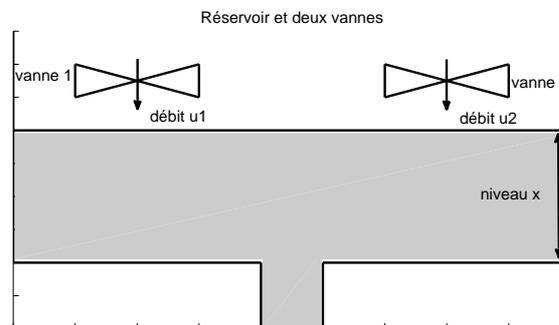


Figure 8.2 – Réservoir alimenté par deux vannes

Le système étudié dans ce chapitre est une version très simplifiée d'un réservoir alimenté à l'aide de deux vannes de régulation (voir figure 8.2). L'objectif est de remplir ce réservoir par paliers successifs. De par leur utilisation, ces deux actionneurs peuvent se dégrader occasionnant une recopie partielle de l'entrée de commande.

Il est supposé le modèle d'état suivant

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= x(t) + [1 \quad 1] u(t) \\ y(t) &= x(t) \end{aligned} \quad (8.10)$$

En mode nominal, la loi de commande est telle que l'intensité initiale des chocs ressentis

par chaque actionneur aux changements de consigne vaut  $\theta_u = 0.05$ . Cette intensité est proportionnelle à l'amplitude de l'entrée de commande (section 6.2.2).

Seuils de dégradation			Efficacité de l'actionneur			
$L_1$	$L_2$	$L_f$	$a$		$b$	
100	300	500	0.25		0.75	
Horizon de simulation			Processus Gamma			
$T_{span}$			$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$
250			2	1	1	1

Tableau 8.1 – Réservoir. Données de simulation

Les données de simulation résumées dans le tableau 8.1 indiquent que l'actionneur 1 se fatigue deux fois plus vite que le second ( $\alpha_1 = 2$ ).

#### 8.4.2 Comportements déterministe et stochastique

La figure 8.4 décrit l'évolution de l'entrée de commande  $u(t)$  pour chaque actionneur. Cette évolution correspond à la sollicitation  $s(t)$  du système dont la sortie  $y(t)$  est représentée à la figure 8.3.

A  $t = 0$ , les deux actionneurs sont sollicités de manière identique. Puis arrive un premier événement  $Evt1$  correspondant à un défaut de l'actionneur 1 (figure 8.4). A cet instant, cet actionneur aborde la phase *II* de sa perte d'efficacité. La commande tolérante aux fautes -au travers de la méthode PIM - ré-équilibre l'effort total à fournir en sollicitant l'actionneur 2. Ce partage de l'effort se répète à  $t = 50$  lors du second changement de consigne.

L'actionneur 2 est à son tour en défaut ( $Evt2$ ). A cet instant, l'actionneur 2 entre dans la phase *II* de sa perte d'efficacité; l'actionneur 1 soulage le second en participant au partage de l'effort total.

A  $t = 100$ , le système aborde un troisième changement de consigne. Les deux actionneurs sont sollicités de manière identique.

L'actionneur 1 aborde la phase *III* de sa perte d'efficacité ( $Evt3$ ). Au même instant, l'actionneur 2 prend le relais. Cette perte d'efficacité additionnelle se ressent davantage au niveau de l'actionneur 2 lors des quatrième ( $t = 150$ ) et cinquième ( $t = 200$ ) changements de consigne.

Juste après la cinquième sollicitation ( $t = 201$ ), l'actionneur 2 entre dans la phase *III* de sa perte d'efficacité ( $Evt4$ ). L'actionneur 1 est alors sollicité en appui du second.

Pour finir, le premier actionneur tombe en panne ( $Evt5$ ). A partir de cet instant, la redondance matérielle a disparu et le système est maintenant mono-actionné. L'actionneur 2 doit fournir la totalité de l'effort.

La figure 8.5 décrit les valeurs prises par  $\theta_u$  pour décrire les chocs ressentis par chaque

actionneur aux changements de consigne. A  $t = 0$ , les deux actionneurs exempts de défaut sont sollicités de manière identique. Le choc ressenti à cet instant est distribué avec  $\theta_u = 0.05$ . En fonction des multiples événements, les sollicitations du système sont ressenties différemment par chaque actionneur. Compte tenu de ces événements, l'actionneur 2 est plus souvent *chargé* que l'actionneur 1. Cette surcharge est d'autant plus marquée que l'actionneur 1 aborde ses situations de défaut plus rapidement que le second. Rappelons que d'après le modèle de dégradation et les choix de distributions envisagés pour les processus d'usure et de chocs,  $\theta_u$  correspond au paramètre d'une loi exponentielle. De fait, à une faible valeur correspond une amplitude élevée du choc ressenti.

La figure 8.6 décrit la dégradation de chaque actionneur. Étant donné que l'actionneur 1 vieillit 2 fois plus vite (en moyenne) que le second, il est logique qu'il atteigne plus rapidement le seuil de défaillance  $L_f$  à partir duquel l'actionneur n'est plus opérationnel. Nous pouvons aussi remarquer l'impact de la commande tolérante aux fautes. En effet, au travers de la méthode PIM, l'actionneur 2 participe davantage à l'effort à produire aux changements de consigne au profit du premier. L'amplitude du choc correspondant est en général plus grande pour le second que pour le premier actionneur. La méthode PIM a donc un impact positif sur l'état de santé de l'actionneur qui se dégrade rapidement ; ceci aux dépens de l'actionneur le plus robuste. En cela, la commande tolérante aux fautes participe à la fiabilité du système.

### Enseignements

Le modèle de dégradation d'un actionneur développé dans ces travaux autour de l'interaction commande/dégradation/efficacité présente une faiblesse de taille dans le cadre d'un système tolérant aux fautes. En effet, les seuls chocs considérés dans ce modèle correspondent aux variations de l'entrée de commande provoquées lors des changements de consigne. Or la tolérance aux fautes avec la méthode PIM amène deux nouvelles variations potentielles pour  $u(t)$  :

- Lors d'un défaut d'actionneur, sa perte d'efficacité est suppléée par l'autre composant introduisant des variations d'amplitude de chaque entrée de commande. L'amplitude de ces variations dépend du niveau de perte d'efficacité. Par exemple, la conséquence de l'événement (*Evt1*) sur l'entrée du second actionneur pourrait être négligée au niveau de sa dégradation. Par contre, l'entrée du second actionneur dans la phase III de sa perte d'efficacité (*Evt4*) introduit une variation d'amplitude substantielle de l'entrée  $u_1$  qui n'est pas répercutée sur l'évolution de la détérioration du premier actionneur.
- Lors de la panne d'un actionneur, l'actionneur restant doit subvenir à l'effort total entraînant un choc additionnel important comme le souligne la figure 8.4 lors de l'événement (*Evt5*) où l'actionneur 2 est seul à opérer. Malheureusement, la figure 8.6 ne répercute pas cet événement sur l'évolution de la dégradation de l'actionneur 2.

Il devrait y figurer un saut à l'apparition de l'événement *Evt5*. Ces phénomènes internes amenés par la tolérance aux fautes sont de nature stochastique. En effet, cette approche active de la tolérance ne fait que répondre à des situations de défaut et de panne engendrées par la dégradation physique de chaque actionneur. Ces chocs additionnels *oubliés* dans le modèle de dégradation ont un impact sur la durée de vie résiduelle de chaque actionneur. La *RUL* calculée selon (5.16) représente donc un cas de figure optimiste.

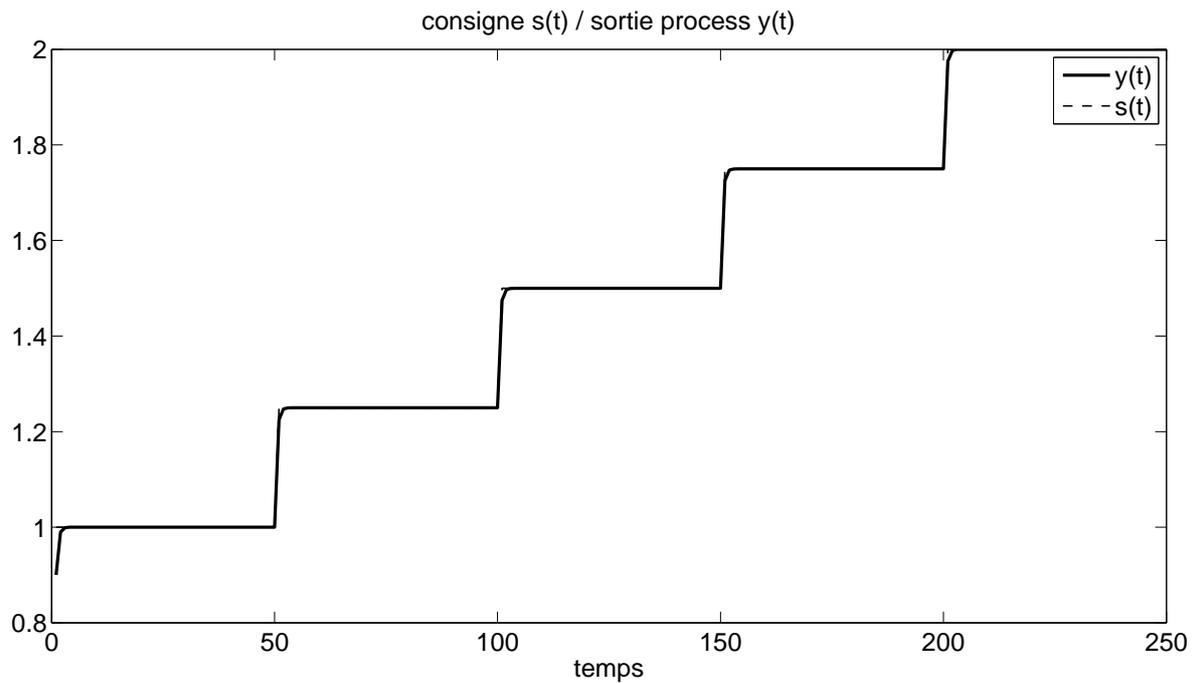


Figure 8.3 – Réponse du système  $y(t)$  à la consigne  $s(t)$

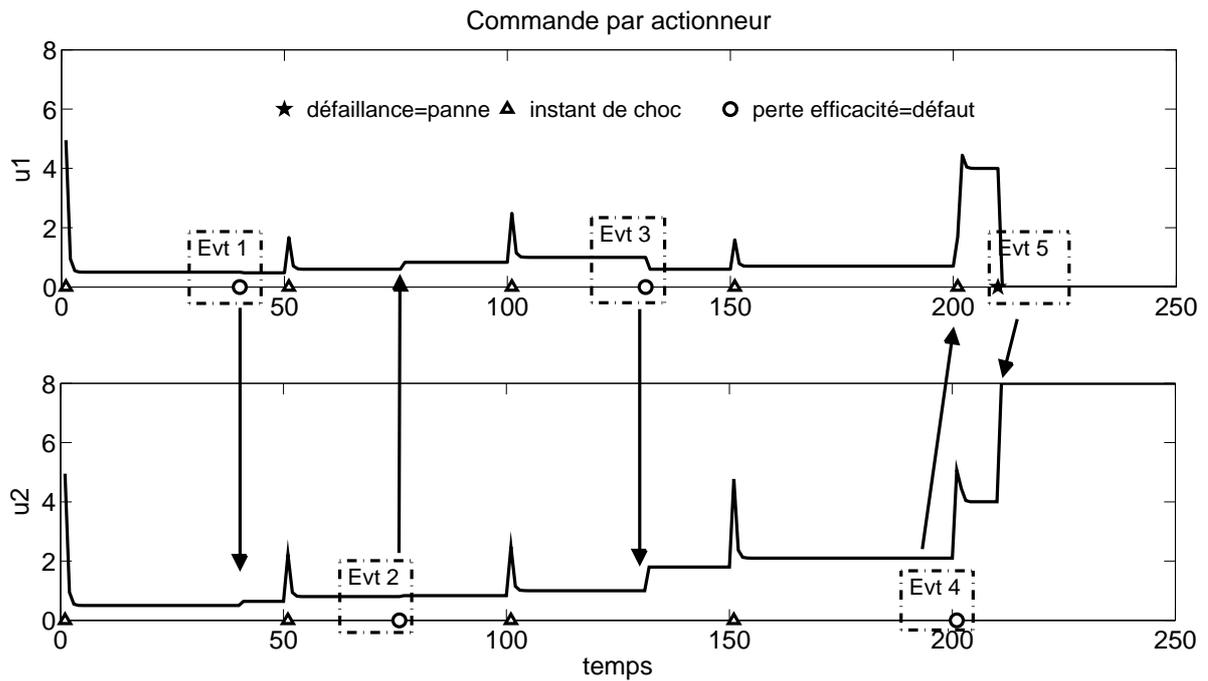
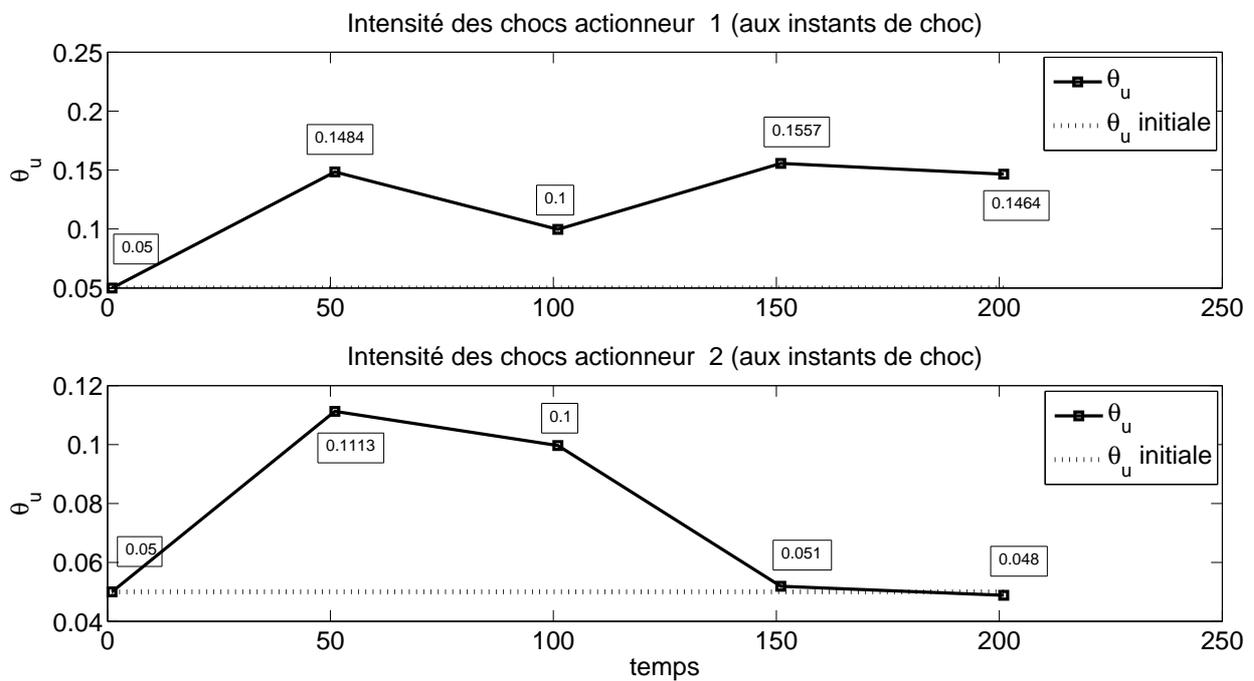


Figure 8.4 – Evolution de l'entrée de commande de chaque actionneur

Figure 8.5 – Evolution des valeurs de  $\Theta_u$

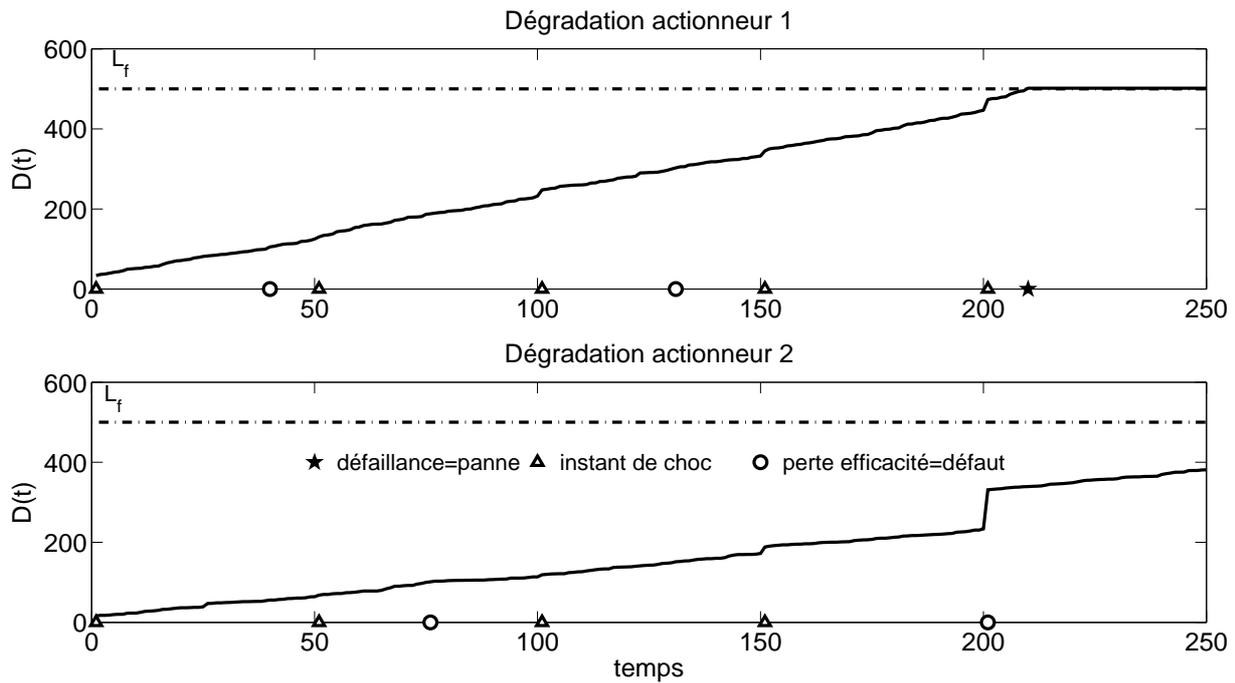


Figure 8.6 – Evolution de la dégradation de chaque actionneur

### 8.4.3 Méthode PIM intégrant la fiabilité

La littérature traitant de l'allocation de commande avec la méthode PIM ne met pas trop l'accent sur la façon de choisir la matrice de pondération  $W$ . Quand c'est le cas, les valeurs de  $W$  sont choisies afin de garantir les performances du système en privilégiant l'utilisation de certains actionneurs comme dans [Alwi, 2008]. Il existe peu de travaux intégrant une grandeur liée à la fiabilité dans le paramétrage de cette méthode.

L'objectif de cette section est donc de porter un regard sur ces travaux et d'entrevoir comment les modèles développés dans le cadre de cette thèse peuvent s'y insérer.

#### Contexte

Dans [Khelassi et al., 2010, Weber et al., 2012a], les auteurs proposent de générer une commande optimale vis à vis de la fiabilité des actionneurs. La priorité donnée à chaque actionneur dépend de sa fiabilité modélisée par une loi de durée de vie exponentielle (voir section 3.2.1). Le taux de défaillance du  $i$ ème actionneur noté  $\lambda_i$  repose sur un modèle de Cox [Cox, 1972] (voir section 3.3) avec

$$\lambda_i = \lambda_i^0 e^{\beta_i U_i^{moy}} \quad (8.11)$$

où  $\beta_i$  est un paramètre lié au composant,  $U_i^{moy}$  la charge moyenne appliquée à l'actionneur  $i$  et  $\lambda_i^0$  son taux de défaillance dans un fonctionnement nominal. Pour évaluer la charge moyenne, les auteurs proposent de calculer l'énergie moyenne de l'entrée de commande  $u_i(t)$  sur un horizon donné depuis l'instant initial.

La proposition qui est faite est qu'à l'étape d'allocation de la commande (relation (8.8)), la matrice de priorité  $W$  est initialisée avec

$$W = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_1^0}{\lambda_{max}^0} & & 0 \\ & \frac{\lambda_2^0}{\lambda_{max}^0} & \\ & & \vdots \\ & & \ddots \\ 0 & & & \frac{\lambda_p^0}{\lambda_{max}^0} \end{pmatrix}$$

où  $\lambda_{max}^0 = \max(\lambda_i^0)$ . Puis, lors d'un défaut d'actionneur, l'étape de ré-allocation de la commande (relation (8.9)) correspond à une mise à jour de  $W$  avec

$$W = \begin{pmatrix} \frac{\lambda_1}{\lambda_{max}} & & 0 \\ & \frac{\lambda_2}{\lambda_{max}} & \\ & & \vdots \\ & & \ddots \\ 0 & & & \frac{\lambda_p}{\lambda_{max}} \end{pmatrix}$$

où  $\lambda_{max} = \max(\lambda_i)$ . Si  $\lambda_i \ll \lambda_{max}$  alors une forte priorité est donnée à l'actionneur  $i$ . La charge moyenne de chaque composant nécessaire pour quantifier son taux de défaillance  $\lambda_i$  est calculée depuis  $t = 0$  jusqu'à la date d'apparition du défaut. Au moment de la ré-allocation,  $U_i^{moy}$  reflète donc l'activité passée de l'actionneur.

Cette méthode d'allocation est appliquée dans les travaux de [Khelassi, 2011]. La redondance repose sur quatre actionneurs dont un est très fiable i.e son taux de défaillance est faible. Cet actionneur est choisi comme étant le seul élément à être en défaut. La mise en œuvre de la pondération proposée sollicite davantage cet actionneur et soulage davantage les actionneurs sains supposés peu fiables. Les résultats obtenus sont comparés avec le cas où aucune priorité n'est donnée. Les actionneurs sains voient leur fiabilité en fin de mission augmenter. L'actionneur en défaut se retrouve avec une fiabilité moindre mais malgré tout très correcte. L'indicateur retenu pour juger cette nouvelle pondération est la fiabilité de chaque actionneur en fin de mission. De fait, la conclusion tirée de ces travaux est que pondérer les actionneurs de la sorte améliore la sûreté de fonctionnement du système.

## Etude

Afin d'apporter un jugement sur cette forme de pondération, le système du réservoir alimenté par deux vannes est étudié dans un contexte général où les instants de changement de consigne sont distribués selon un processus de Poisson d'intensité  $\mu = 0.02$ . Le modèle de durée de vie résiduelle (5.16) est utilisé afin de paramétrer la matrice de priorité  $W$  avec un quantile  $q = 5\%$ . Ce paramétrage est réalisé au moment de l'allocation à  $t = 0$  puis aux différents instants de défaut  $T_1$  et  $T_2$  des deux actionneurs lors de la procédure de ré-allocation.  $W$  s'écrit alors

$$W = \begin{pmatrix} \frac{1}{QRUL_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{QRUL_2} \end{pmatrix}$$

où  $QRUL_1$  et  $QRUL_2$  sont les durées de vie résiduelle des deux actionneurs. Notons que cette pondération prend en compte l'usage futur de chaque actionneur alors que dans la proposition précédente  $W$  est l'image de la fiabilité de chaque élément reposant sur son activité passée. Le calcul de la  $RUL$  ne prend pas compte les phénomènes internes amenés par la tolérance active aux fautes.

Deux cas de figure sont envisagés. Le premier correspond à celui où aucune priorité n'est donnée aux actionneurs avec  $W = \mathbb{I}^{2 \times 2}$  et le second où chaque composant est sollicité en fonction de sa durée de vie résiduelle. Pour chaque cas, 2000 simulations de Monte Carlo sont réalisées afin de dégager *le comportement moyen* du système. Les figures 8.7 et 8.8 résument les résultats obtenus avec l'évolution de la fiabilité des deux actionneurs (y compris du système) ainsi que leur probabilité d'être en défaut.

Dans le cas où aucune priorité n'est donnée, nous pouvons constater que la fiabilité (figure 8.7) du système repose principalement sur celle de l'actionneur 2. Ce résultat est logique car celui-ci vieillit deux fois moins vite (en moyenne) que le premier. L'actionneur 1 atteint plus rapidement ses deux situations de défaut (Phases II et III) comme le souligne la figure 8.8.

Lorsque la priorité donnée à chaque actionneur dépend de sa durée de vie résiduelle, nous pouvons constater l'impact positif d'une telle pondération sur l'actionneur 1. Sa fiabilité augmente et l'échéance de ses deux mises en défaut recule. Pour autant, le bénéfice apporté est aux dépens de l'actionneur 2 qui doit accomplir un effort venant en supplément de celui demandé par la seule méthode PIM ( $W = \mathbb{I}^{2 \times 2}$ ). La conséquence est que sa fiabilité diminue et l'échéance de ses situations de défaut se trouve avancée. L'impact au niveau du système est une réduction de sa fiabilité.

## Enseignements

Ces résultats sont en partie en accord avec ceux obtenus dans [Khelassi, 2011]. En effet, pondérer la charge des actionneurs proportionnellement à une grandeur liée à leur fiabilité a pour effet de préserver les moins robustes et de solliciter les plus fiables. La conséquence est que cette nouvelle forme de pondération impacte la fiabilité de chaque actionneur. Cependant,

elle n'améliore pas la sûreté de fonctionnement du système. Pour le système étudié, cette pondération a même l'effet inverse ; elle diminue sa fiabilité.

Le second point de désaccord est le scénario envisagé dans [Khelassi, 2011] qui consiste à la mise en défaut d'un actionneur très fiable. La raison de ce désaccord est que dans nos travaux les situations de défaut sont amenées par la dégradation physique des actionneurs. En moyenne, les actionneurs peu fiables connaissent leur mise en défaut bien avant les autres. Selon les modèles que nous proposons, la probabilité de ce scénario existe bien mais elle n'est pas prépondérante.

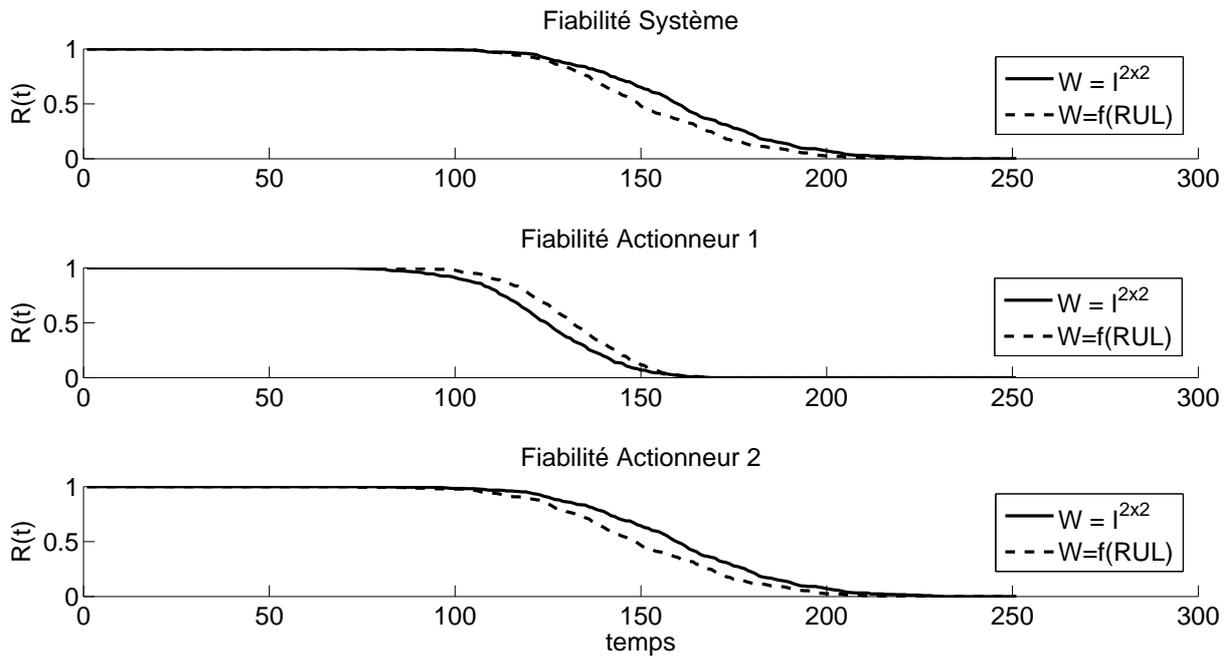


Figure 8.7 – Fiabilité du système et de chaque actionneur

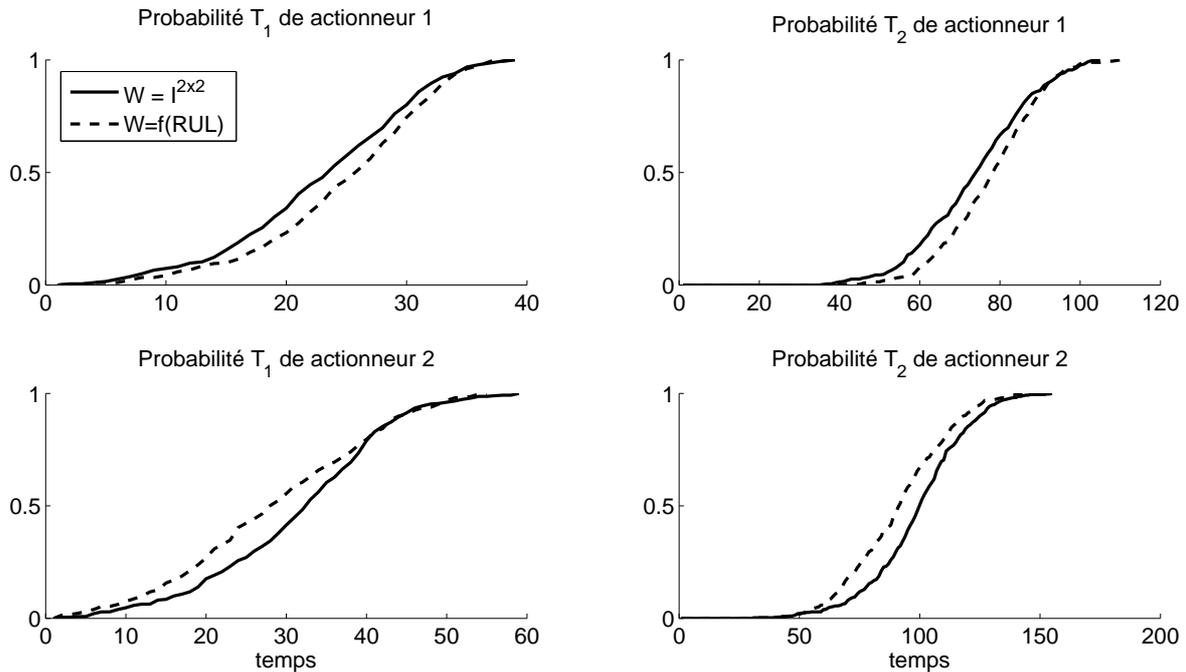


Figure 8.8 – Probabilité des défauts de chaque actionneur

## 8.5 Dépendance stochastique

### 8.5.1 Introduction

Cette dernière section revient sur les phénomènes stochastiques amenés par la tolérance active aux fautes qui ne sont pas pris en compte dans la modélisation de la dégradation d'un actionneur. Il s'agit

- d'un défaut d'actionneur (perte d'efficacité partielle),
- de la panne d'un actionneur (perte d'efficacité totale).

entraînant une surcharge d'effort de la part des autres composants de la redondance matérielle. L'étude des comportements déterministe et stochastique d'un système sur-actionné (voir section 8.4.2) a montré que la dégradation physique d'un actionneur peut impacter de façon substantielle celle des autres éléments. Les processus de dégradation stochastique décrivant l'évolution de la détérioration de chaque composant sont donc mutuellement dépendants.

L'objectif ici est d'initier une perspective de travail consistant à intégrer cette dépendance stochastique dans les modèles existants. Formaliser de manière analytique ces phénomènes internes peut devenir vite insoluble ; difficulté augmentée par le degré de la redondance. En première approche et dans un souci de simplification afin d'utiliser au mieux les modèles développés, nous faisons les choix suivant :

- Les défauts d'actionneurs sont écartés de cette nouvelle modélisation. L'actionneur ne perd pas en efficacité. La tolérance est activée uniquement lors de la panne d'un

actionneur dont seul l'impact est pris en compte.

- Cet impact sur les autres actionneurs n'est supposé visible qu'aux instants de changement de consigne. Cette hypothèse est forte puisqu'elle omet qu'à l'instant de panne de l'actionneur, les autres composants sont immédiatement sollicités impactant de fait leur niveau de détérioration respective.

La seule dépendance stochastique considérée est donc la panne d'un actionneur.

### 8.5.2 Formalisation

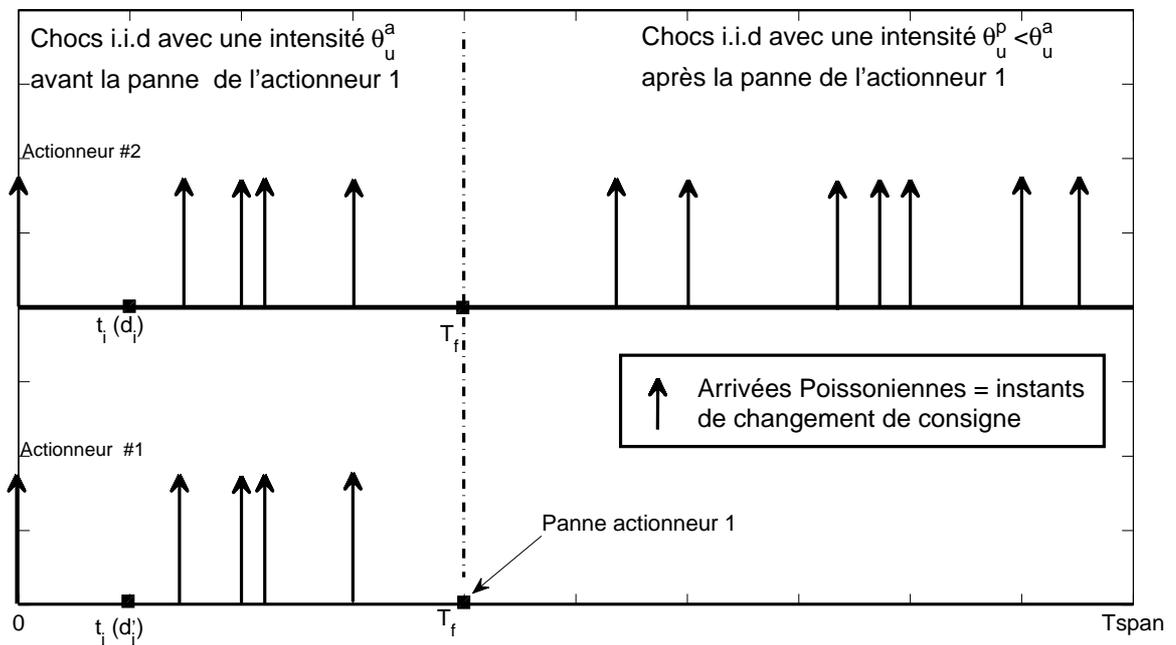


Figure 8.9 – Impact de la défaillance d'un actionneur

Pour rappel, le modèle de dégradation d'un actionneur couplé à son usage a donné le formalisme suivant obtenu au chapitre 5

$$\begin{aligned}
 \mathbb{P}(D(t) < \mathcal{D}) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu t)^n}{n!} e^{-\mu t} \int_0^{\mathcal{D}} (f_{Acc}(\cdot; \Theta_1(t)) * f_Y^{*n}(\cdot; \Theta_u))(v) dv \\
 &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\mu t)^n}{n!} e^{-\mu t} \int_0^{\mathcal{D}} \int_0^v f_{Acc}(v-w; \Theta_1(t)) f_Y^{*n}(w; \Theta_u) dw dv \\
 &= \mathcal{F}(\mathcal{D}, \Theta_1(t), \Theta_u)
 \end{aligned} \tag{8.12}$$

où  $*$  est le produit de convolution. De plus, nous avons vu dans ce même chapitre que l'expression de la fiabilité d'un actionneur insensible à sa propre dégradation pour implémenter

l'entrée de commande  $u(t)$  est

$$R_i(t) = \mathcal{F}(L_f - d_i, \Theta_1(t - t_i), \Theta_u) \quad (8.13)$$

où  $d_i$  est le niveau de dégradation de l'actionneur mesurée à l'instant  $t_i$ .

Le système considéré est celui du réservoir alimenté par deux vannes de régulation. Considérons le scénario où le premier actionneur tombe en panne à l'instant  $T_f$ . Avant cet instant, les changements de consigne sont ressentis par chaque actionneur avec une intensité  $\Theta_u^a$ . Après cet instant, le second actionneur reste le seul composant capable de fournir la totalité de l'effort. Pour cela, aux changements de consigne, il est soumis à des chocs d'intensité  $\Theta_u^p$  telle que  $\Theta_u^p < \Theta_u^a$ . La figure 8.9 décrit le scénario envisagé. A la date d'inspection  $t_i$ , le premier actionneur a un niveau de détérioration  $d'_i$ , le second  $d_i$ .

A partir de ce scénario et des hypothèses envisagées, calculons maintenant la fiabilité  $R_i(t)$  du second actionneur.

$$R_i(t) = \mathbb{P}[D(t) < L_f \mid d_i] \quad (8.14)$$

$$= \mathbb{P}[D(t) < L_f \mid T_f > t, d_i] \mathbb{P}[T_f > t] + \mathbb{P}[D(t) < L_f \mid T_f \leq t, d_i] \mathbb{P}[T_f \leq t] \quad (8.15)$$

$$= R_I(t) + R_{II}(t) \quad (8.16)$$

$$\begin{aligned} R_I(t) &= \mathbb{P}[D(t) < L_f \mid T_f > t, d_i] \mathbb{P}[T_f > t] \\ &= \mathcal{F}(L_f - d_i, \Theta_1(t - t_i), \Theta_u^a) \mathcal{F}(L_f - d'_i, \Theta_1(t - t_i), \Theta_u^a) \end{aligned} \quad (8.17)$$

$$\begin{aligned} R_{II}(t) &= \mathbb{P}[D(t) < L_f \mid T_f \leq t, d_i] \mathbb{P}[T_f \leq t] \\ &= \mathbb{P}[D(t) - D(t_i) < L_f - d_i \mid T_f \leq t, d_i] \mathbb{P}[T_f \leq t] \\ &= \mathbb{P}[D(t) - D(T_f) + D(T_f) - D(t_i) < L_f - d_i \mid T_f \leq t, d_i] \mathbb{P}[T_f \leq t] \\ &= \int_{t_i}^t \mathbb{P}[D(t) - D(t_f) + D(t_f) - D(t_i) < L_f - d_i \mid T_f = t_f, d_i] f_{T_f}(t_f \mid d'_i) dt_f \\ &= \int_{d_i}^{L_f} \int_{t_i}^t \mathbb{P}[D(t) - D(t_f) + D(t_f) - D(t_i) < L_f - d_i \mid T_f = t_f, d_i, D(t_f) = x] \dots \\ &\quad \dots f_{T_f}(t_f \mid d'_i) f_{D(t_f)}(x \mid d_i) dt_f dx \\ &= \int_{d_i}^{L_f} \int_{t_i}^t \mathbb{P}[D(t) - D(t_f) < L_f - x \mid T_f = t_f, d_i, D(t_f) = x] f_{T_f}(t_f \mid d'_i) f_{D(t_f)}(x \mid d_i) dt_f dx \\ &= \int_{d_i}^{L_f} \int_{t_i}^t \mathcal{F}(L_f - x, \Theta_1(t - t_f), \Theta_u^p) f_{T_f}(t_f \mid d'_i) f_{D(t_f)}(x \mid d_i) dt_f dx \end{aligned} \quad (8.18)$$

Ainsi,

$$\begin{aligned}
R_i(t) &= \mathcal{F}(L_f - d_i, \Theta_1(t - t_i), \Theta_u^a) \mathcal{F}(L_f - d'_i, \Theta_1(t - t_i), \Theta_u^a) \\
&+ \int_{d_i}^{L_f} \int_{t_i}^t \mathcal{F}(L_f - x, \Theta_1(t - t_f), \Theta_u^p) f_{T_f}(t_f | d'_i) f_{D(t_f)}(x | d_i) dt_f dx
\end{aligned} \tag{8.19}$$

La relation (8.19) est à mettre en regard de celle (8.13) qui ne prend pas en compte la dépendance stochastique considérée.

Pour finir,

$$\begin{aligned}
f_{T_f}(t_f | d'_i) &= \frac{d}{dt_f} \mathbb{P}[T_f \leq t_f | d'_i] = \frac{d}{dt_f} \mathbb{P}[L_f \leq D(t_f) | d'_i] = -\frac{d}{dt_f} \mathbb{P}[D(t_f) - D(t_i) \leq L_f - d'_i] \\
&= \lim_{dt_f \rightarrow 0} -\frac{\mathcal{F}(L_f - d'_i, \Theta_1(t_f + dt_f - t_i), \Theta_u^a) - \mathcal{F}(L_f - d'_i, \Theta_1(t_f - t_i), \Theta_u^a)}{dt_f}
\end{aligned} \tag{8.20}$$

$$\begin{aligned}
f_{D(t_f)}(x | d_i) &= \frac{d}{dx} \mathbb{P}[D(t_f) \leq x | d_i] = \frac{d}{dx} \mathbb{P}[D(t_f) - D(t_i) \leq x - d_i] \\
&= \lim_{dx \rightarrow 0} \frac{\mathcal{F}(x + dx - d_i, \Theta_1(t_f - t_i), \Theta_u^a) - \mathcal{F}(x - d_i, \Theta_1(t_f - t_i), \Theta_u^a)}{dx}
\end{aligned} \tag{8.21}$$

### 8.5.3 Applications numériques

La fiabilité des deux vannes alimentant le réservoir est ici étudiée en s'appuyant sur le formalisme précédent. La première vanne vieillit deux fois plus vite que la seconde avec une vitesse de dégradation  $\alpha_1 = 2$ . A la date  $t_i = 0$ , les deux vannes sont neuves avec  $d_i = 0$  et  $d'_i = 0$ . Les données utilisées pour ces dernières simulations sont résumées par le tableau 8.2.

Seuil de dégradation	Intensités Poisson & Chocs			
$L_f$	$\mu$	$\Theta_u^a$	$\Theta_u^p$	
100	0.02	0.05	0.01	
Horizon de simulation	Processus Gamma			
$T_{span}$	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\beta_1$	$\beta_2$
100	2	1	1	1

Tableau 8.2 – Dépendance stochastique. Données de simulation

La figure 8.10 décrit la fiabilité  $R_i(t)$  de la seconde vanne prenant en compte la dépendance stochastique calculée selon (8.19). Elle est à comparer avec celle ne prenant pas en compte ce phénomène calculée selon (8.13). Nous pouvons alors remarquer que la tolérance active a une influence substantielle sur la fiabilité du second actionneur et donc sur sa durée de vie résiduelle. Lors de la panne du premier actionneur, la commande est ré-allouée en totalité

sur le second qui de fait se fatigue plus rapidement.

Le second actionneur étant choisi a priori plus robuste que le premier ; la fiabilité de celui-ci n'est pas impactée par la tolérance active comme le montre la figure 8.11.

Ces premiers résultats indiquent que les phénomènes amenés par la tolérance aux fautes ont une réelle importance sur la fiabilité de chaque composant de la redondance. Il est impératif de les prendre en compte notamment si l'on souhaite intégrer une grandeur liée à la fiabilité -comme la durée de vie résiduelle de chaque actionneur- dans l'élaboration de la loi de commande.

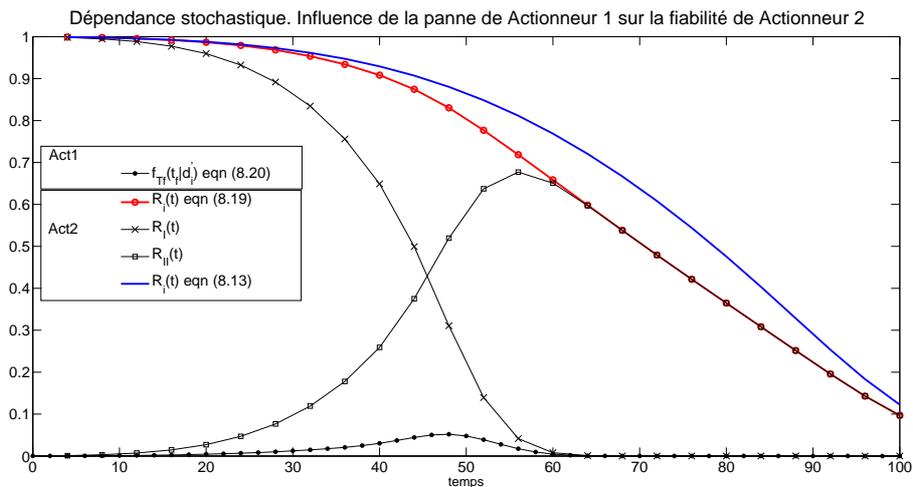


Figure 8.10 – Impact de la panne de l'actionneur 1 sur la fiabilité  $R_i(t)$  du second

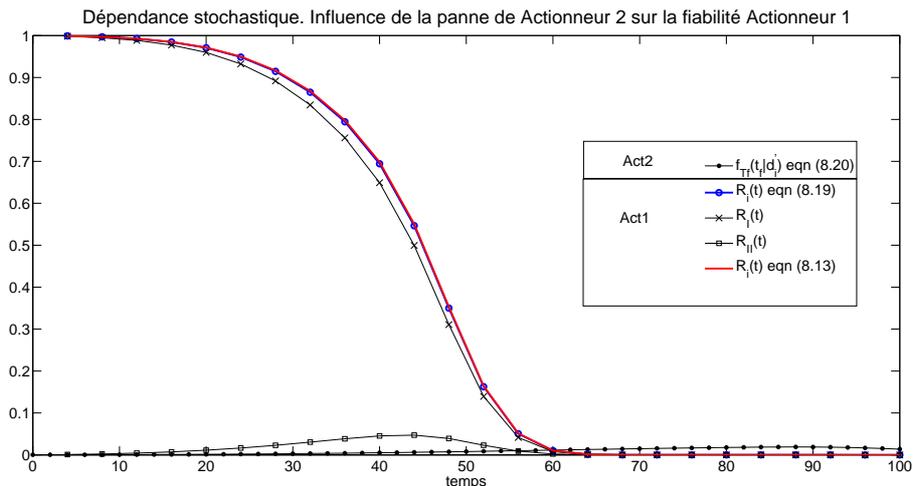


Figure 8.11 – Impact de la panne de l'actionneur 2 sur la fiabilité  $R_i(t)$  du premier

# Conclusion générale et perspectives

Dans ce mémoire, nous nous sommes intéressés à la sûreté de fonctionnement des systèmes commandés. La principale raison est que peu de travaux abordent ces systèmes sous cet angle [Zhang, 2008]. De manière générale, l'effort de recherche est porté sur la capacité à détecter le plus rapidement possible une situation de faute, à localiser cette faute puis à prendre une décision. Cette dernière a pour objectif de maintenir les performances du système à un niveau acceptable. Par cette action, le système ne se retrouve pas dans une situation instable qui pourrait être dangereuse pour les biens, les personnes et l'environnement.

Nos travaux ne se placent pas dans ce cadre du diagnostic. L'étude est portée en amont de cette situation de faute. Pour cela, nous nous sommes posés les questions suivantes au début de ce mémoire avec :

- quels éléments critiques d'un système commandé sont concernés par un défaut ?
- quel est l'impact d'un défaut ?
- qu'est ce qui engendre un défaut ?
- à quel moment arrive un défaut ?

Une analyse bibliographique nous permet d'apporter les premiers éléments de réponse. Nous avons focalisé notre étude sur l'actionneur. Il s'agit d'un composant coûteux à l'interface entre le contrôleur et le process. Lorsqu'il est en défaut, il perd en efficacité à reproduire fidèlement l'entrée de commande  $u(t)$ . La conséquence est une diminution des performances du système.

Nous faisons ensuite deux hypothèses pour modéliser le comportement d'un actionneur. La première est que le défaut d'actionneur est engendré par sa propre dégradation. Le terme dégradation fait référence dans ce mémoire à une détérioration physique d'un élément de l'actionneur. Il peut s'agir de l'usure progressive du joint d'étanchéité d'un vérin pneumatique, de la fissuration des bagues d'un roulement à billes équipant un moteur électrique. Au fur et à mesure de son existence, un actionneur se dégrade. Cette dégradation a pour conséquence une difficulté croissante à parfaire la tâche demandée par le contrôleur.

La seconde hypothèse est que c'est la manière avec laquelle un système est commandé qui dégrade son actionneur. L'entrée  $u(t)$  tient donc un rôle prépondérant dans le processus de dégradation. Le critère de commande  $LQR$  appuie intuitivement ce second point de vue puisqu'il formalise un compromis à trouver entre les performances du système et l'effort demandé à l'actionneur pour les atteindre. Ces deux hypothèses de modélisation révèlent un lien fort entre la commande d'un actionneur, sa dégradation et son efficacité.

Ces travaux proposent de modéliser la dégradation d'un actionneur comme un phénomène stochastique. Ce choix présente l'avantage d'être indépendant de contraintes technologiques ou matérielles de l'actionneur et permet d'agréger la variabilité que peut présenter un phénomène de dégradation.

Dans ce cadre, la première hypothèse fait l'objet d'une modélisation stochastique du couple dégradation/efficacité. Il est supposé qu'un actionneur perd en efficacité par paliers successifs suivant deux niveaux de détérioration  $L_1$  et  $L_2$ . Il connaît donc deux situations de faute arrivant aux instants correspondants  $T_1$  et  $T_2$ . L'usage d'un modèle stochastique fait que l'instant d'apparition d'un défaut est distribué aléatoirement et non plus de manière déterministe. Le choix déterministe est souvent employé dans la littérature dédiée aux systèmes tolérants aux fautes pour fixer a priori l'instant du défaut. Au début de ce mémoire, une question sous-jacente est posée autour du terme *dégradation*. Dans la littérature dédiée au contrôle des systèmes, il s'agit de la diminution des performances d'un système commandé. Ce modèle montre que cette diminution des performances n'est que la conséquence d'une détérioration physique d'un de ses éléments. Pour finir, la modélisation proposée permet d'étudier différents scénarios de sensibilité de l'actionneur à sa dégradation pour reproduire  $u(t)$ .

La seconde hypothèse fait l'objet d'une modélisation stochastique du couple commande/dégradation. Cette dégradation est la combinaison de deux processus. Le premier correspond à une usure amenée par le fonctionnement en régime stationnaire de l'actionneur. Le second décrit l'impact des sollicitations en régime transitoire. Ces sollicitations ressenties par l'actionneur comme des chocs correspondent aux changements de consigne du système. Un processus de Poisson complète cette modélisation afin de porter l'usage qui est fait du système ; le terme usage fait référence à sa mission.

Enfin, le cadre de modélisation proposé répondant aux deux hypothèses initiales permet de dériver le pronostic de la durée de vie résiduelle *RUL* d'un actionneur.

L'évolution déterministe d'un système mono-actionné est ensuite étudiée ainsi que le comportement stochastique de son actionneur. L'objectif de cette première étude est d'utiliser la *RUL* comme un moyen de reconfiguration en ligne d'une commande *LQR*. L'heuristique proposée en ce sens nécessite de pouvoir mesurer le niveau de dégradation d'un actionneur. Malgré cette contrainte non négligeable, les résultats obtenus montrent que ce type de commande se prête bien à l'utilisation de la *RUL*. La *RUL* permet de ménager l'état de l'actionneur. L'étude a aussi révélé un point très important. La dynamique rapide d'un système commandé n'est pas celle de la dégradation lente de son actionneur. Pour pouvoir simuler conjointement ces deux dynamiques, des concessions sont faites sur les paramètres des processus de détérioration. Ils sont choisis de telle façon que l'actionneur se dégrade sur un horizon de temps court ; ce qui n'est évidemment pas réaliste.

La maintenance conditionnelle du même système est ensuite étudiée. La reconfiguration de sa loi de commande à partir de la *RUL* vient en complément d'une maintenance classique basée sur les actions correctives et préventives. Des indicateurs sont donnés afin de mesurer l'apport

de cette politique de maintenance notamment sur les performances du système. A ce titre,  $Perf(t_{sc})$  reflète les performances dynamiques ( $t_r, t_{st}$ ) et statique ( $\epsilon_p$ ) du système évaluées lors des instants de changement de consigne  $t_{sc}$ . Cet indicateur est une fonction non linéaire décroissante de  $\Theta_u$ . Ce paramètre du processus de choc  $S(t)$  exprime l'intensité des chocs ressentis aux instants  $t_{sc}$ . Lors de la mission du système,  $\Theta_u$  évolue avec la perte d'efficacité de l'actionneur et des différentes reconfigurations de la loi de commande.  $\Theta_u$  fait donc le lien entre le comportement déterministe du système avec  $Perf(t_{sc})$  et le comportement stochastique de l'actionneur. Ce lien présente un avantage conséquent. En effet, la simulation du système se trouve réduite à la seule partie stochastique évitant ainsi le conflit d'échelles de temps vu précédemment. L'horizon d'étude n'est alors plus une contrainte. Deux schémas d'inspection de l'actionneur sont abordés. Le premier correspond à une inspection périodique alors que le second se rapproche plus du cadre de travail communément étudié dans la littérature des systèmes commandés. La mesure du niveau de détérioration est obtenue aux seuls instants de défaut supposés détectés par un bloc additionnel FDI (Fault Detection and Isolation). Dans le cadre de la politique de maintenance conditionnelle proposée, les résultats obtenus indiquent que reconfigurer la loi de commande constitue une troisième action ayant un impact positif sur le temps de cycle du système et sur le coût de la maintenance. Ces deux premières études montrent cependant le caractère antagoniste entre le maintien des performances d'un système mono-actionné et sa fiabilité vue au travers de celle de son actionneur. Il s'agit de deux exigences incompatibles pour lesquelles un compromis est nécessaire. A l'origine de cette incompatibilité se trouve la relation étroite que nous avons supposée entre la commande d'un actionneur, sa dégradation et son efficacité.

Ce constat nous amène alors à étudier les systèmes tolérants aux fautes pour lesquels les performances sont préservées. La tolérance active est basée sur une redondance matérielle d'actionneurs. L'objectif principal est de comprendre le comportement stochastique de la redondance en s'appuyant sur les modèles développés dans ces travaux. Cette étude nous permet d'apporter des éléments de réponse aux questions posées par Zhang [Zhang, 2008] *"In designing Fault Tolerant Control System...Do such techniques really increase the safety and the reliability of the overall system? How to measure such improvement quantitatively?"* Dans le cadre de la redondance étudiée (un système à deux actionneurs), la réponse à la première question est simplement *oui*. C'est principalement le degré de la redondance qui améliore la fiabilité d'un système. Cependant, la manière avec laquelle la commande est réallouée sur les différents actionneurs a aussi un impact sur cette fiabilité. En effet, les modèles développés dans ces travaux permettent de mesurer quantitativement la sûreté de fonctionnement du système; ce qui constitue notre réponse à la seconde question. Cette mesure montre que si la réallocation est déséquilibrée alors cela peut avoir un impact néfaste et précipiter prématurément le système vers sa défaillance.

## Les perspectives

Les modèles développés dans ce mémoire ne représentent qu'une vue parcellaire d'un système commandé. Ils pourraient être augmentés de plusieurs façons.

1. Nous avons considéré l'entrée de consigne  $s(t)$  comme la seule source affectant la commande  $u(t)$ . Or pour un système commandé, les phénomènes de perturbation ne manquent pas. L'état du système  $x(t)$ , sa sortie  $y(t)$  peuvent être entachés d'incertitudes sollicitant l'entrée de commande de manière aléatoire. Des événements exogènes au système peuvent impacter durablement ses actionneurs. La température du local ou son niveau hygrométrie, le respect des conditions d'utilisation de l'actionneur (graissage d'un roulement à billes, alignement de l'arbre moteur, air sec pour un vérin pneumatique) sont quelques exemples réalistes d'un environnement industriel. Intégrer ce type de covariables augmenterait la finesse du pronostic de la *RUL* d'un actionneur.
2. Nous avons considéré un actionneur sans aucune limite physique. C'est une hypothèse qui est souvent admise en première approche dans les travaux traitant de la tolérance active au travers de la méthode PIM. Cependant, elle n'est pas réaliste, raison pour laquelle la méthode PIM est revisitée pour tenir compte de cette contrainte [Virnig, 1994]. Du point de vue de sa dégradation, la saturation d'un actionneur pourrait être envisagée sous la forme d'une accélération de son usure naturelle  $Z(t)$ .
3. La perte d'efficacité est supposée constante et déterministe entre deux phases. Il existe (peut-être) des cas de figure pour lesquels cette perte présente un comportement *chahuté*; phénomène qui traduirait l'imminence d'une défaillance. Par exemple, l'efficacité de l'actionneur pendant la seconde phase ( $Ph_{II}$ ) pourrait être modélisée par une variable aléatoire. Cette dernière prendrait ces valeurs entre une efficacité totale ( $Ph_I$ ) et celle correspondant à la troisième phase ( $Ph_{III}$ ).
4. Les dépendances stochastiques engendrées par la tolérance active aux fautes ont été abordées au dernier chapitre en faisant plusieurs hypothèses simplificatrices. Elles constituent autant de contraintes à lever pour une meilleure approche du comportement stochastique de ce type de systèmes.
5. Dans ce mémoire, les différents paramètres des processus de dégradation ont été fixés a priori. Des données issues de retours d'expériences nous permettraient de les estimer à l'aide d'une procédure appropriée basée -par exemple- sur un rapport de vraisemblance à définir.
6. Enfin, quel que soit le niveau de détail apporté à la modélisation de la dégradation d'un actionneur, un objectif majeur serait d'intégrer en amont une grandeur liée à la fiabilité dans l'élaboration de la commande. Dit autrement, comment intégrer dans le gain de retour d'état une telle information (équation (4.6)) ?

## Annexe A

### Cas d'étude : équipement d'usinage

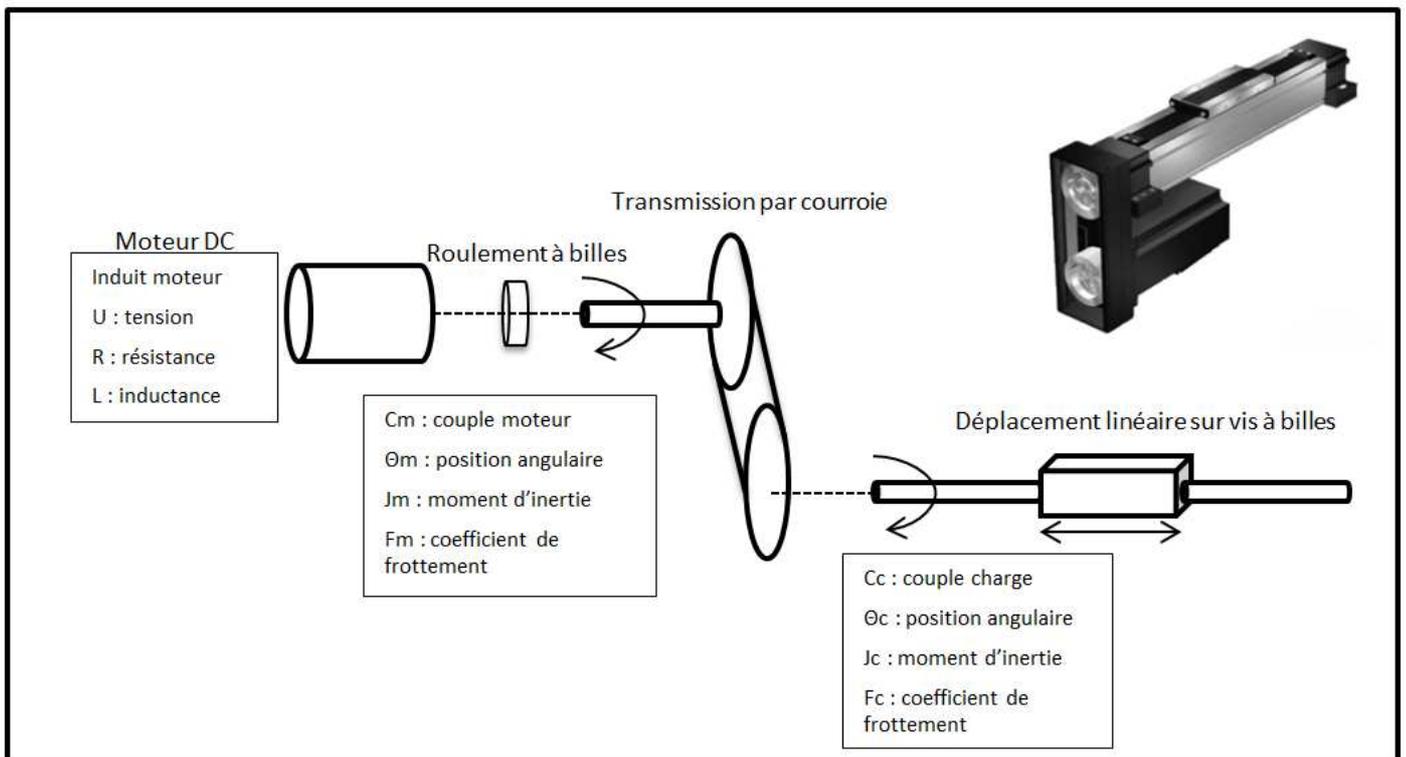


Figure A.1 – Cas d'étude : modèle simplifié d'un équipement d'usinage

La figure A.1 décrit un moteur à courant continu entraînant une charge par le biais d'une transmission à courroie. La charge en rotation est une vis à billes de moment d'inertie  $J_c$ . Elle présente un coefficient de frottement  $F_c$  proportionnelle à sa vitesse angulaire. La vis est destinée à recevoir un équipement telle qu'une unité d'usinage dont le déplacement est linéaire. Le moteur a un moment d'inertie  $J_m$  et un coefficient de frottement  $F_m$ .

Au niveau de la charge, l'équation mécanique est

$$C_c(t) = F_c \frac{d\Theta_c(t)}{dt} + J_c \frac{d^2\Theta_c(t)}{dt^2} \quad (\text{A.1})$$

Si le couple reçu à la charge est  $C_c(t)$  alors celui appliqué à la transmission de rapport  $k$  est  $k C_c(t)$ . Le couple développé par le moteur doit donc être suffisant pour entraîner sa propre

mécanique ainsi que la charge.

$$C_m(t) = F_m \frac{d\Theta_m(t)}{dt} + J_m \frac{d^2\Theta_m(t)}{dt^2} + k C_c(t) \quad (\text{A.2})$$

$$= F_m \frac{d\Theta_m(t)}{dt} + J_m \frac{d^2\Theta_m(t)}{dt^2} + k F_c \frac{d\Theta_c(t)}{dt} + k J_c \frac{d^2\Theta_c(t)}{dt^2} \quad (\text{A.3})$$

$$= F_m \frac{d\Theta_m(t)}{dt} + J_m \frac{d^2\Theta_m(t)}{dt^2} + k^2 F_c \frac{d\Theta_m(t)}{dt} + k^2 J_c \frac{d^2\Theta_m(t)}{dt^2} \quad (\text{A.4})$$

$$= \left\{ F_m + k^2 F_c \right\} \frac{d\Theta_m(t)}{dt} + \left\{ J_m + k^2 J_c \right\} \frac{d^2\Theta_m(t)}{dt^2} \quad (\text{A.5})$$

$$= F \frac{d\Theta_m(t)}{dt} + J \frac{d^2\Theta_m(t)}{dt^2} \quad (\text{A.6})$$

Au niveau de l'induit, la rotation produit une tension contre-électromotrice  $e(t)$ . L'équation électrique classique est

$$u(t) = L \frac{di(t)}{dt} + Ri(t) + e(t) \quad (\text{A.7})$$

Pour finir, le couple moteur est proportionnel au courant d'induit  $i(t)$  par une constante  $k_m$  (constante du couple moteur) tel que

$$C_m(t) = k_m i(t) \quad (\text{A.8})$$

et la tension  $e(t)$  est proportionnelle à la vitesse angulaire du moteur par une constante  $k_{f_{cem}}$  (constante contre-électromotrice) tel que

$$e(t) = k_{f_{cem}} \frac{d\Theta_m(t)}{dt} \quad (\text{A.9})$$

En supposant une relation proportionnelle (sans perte) entre la vitesse de déplacement linéaire  $y(t)$  et la position angulaire  $\Theta_m(t)$  tel que

$$y(t) = r \Theta_m(t) \quad (\text{A.10})$$

alors le calcul du transfert entre  $y(t)$  et la tension appliquée à l'induit  $u(t)$  devient

$$JL \frac{d^3 y(t)}{dt^3} + (LF + JR) \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + (FR + k_m k_{f_{cem}}) \frac{dy(t)}{dt} = u(t) \frac{k_m}{r} \quad (\text{A.11})$$

L'équation différentielle (A.11) représente un système du troisième ordre avec notamment une racine à l'origine. Il existe plusieurs représentations d'état pour un même système. Nous choisissons la forme modale pour laquelle les valeurs numériques sont choisies de façon arbitraire. Lors des simulations, la discrétisation du système est mise en œuvre avec la méthode

d'Euler.

$$\dot{x}(t) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -10 \end{pmatrix} x(t) + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} u(t) \quad (\text{A.12})$$

$$y(t) = \begin{pmatrix} 1 & -10/9 & 1/9 \end{pmatrix} x(t) \quad (\text{A.13})$$



# Bibliographie

- [A-Hameed, 1973] A-Hameed, M.S Proschan, F. (1973). Nonstationary shock models. *Stochastic Processes and their Applications*, 1(4) :383 – 404.
- [Abdel-Hameed, 1977] Abdel-Hameed, M. (1977). *Optimal replacement policies for devices subject to a gamma wear process*. Academic Press, New York,.
- [Abdel-Hameed, 2014] Abdel-Hameed, M. (2014). *Lévy processes and their applications in reliability and storage*. Springer briefs in Statistics.
- [AFNOR, 1991] AFNOR (1991). Afnor nf x 60010. *Groupe AFNOR*.
- [Alwi, 2008] Alwi, H., E. C. (2008). Fault tolerant control using sliding modes with on-line control allocation. *Automatica*, 44(7) :1859 – 1866.
- [Bagdonavicius, 2001] Bagdonavicius, V. Nikulin, M. (2001). Estimation in degradation models with explanatory variables. *Lifetime Data Analysis*, 7(1) :85–103.
- [Bagdonavicius, 2009] Bagdonavicius, V. Nikulin, M. (2009). Statistical models to analyze failure, wear, fatigue, and degradation data with explanatory variables. *Communications in Statistics - Theory and Methods*, 38(16-17) :3031–3047.
- [Bakker et al., 1999] Bakker, J., van der Graff, H., and van Noortwijk, J. (1999). Model of lifetime-extending maintenance. In Forde, M. e., editor, *Proc. of the eighth international conference on structural faults and repair 1999, London, United Kingdom*. Edinburgh : Engineering Technics Press.
- [Banjevic, 2009] Banjevic, D. (2009). Remaining useful life in theory and practice. *Metrika*, 69 :337–349.
- [Bannantine, 1989] Bannantine, J. A. (1989). *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*. Prentice Hall, facsimile edition.
- [Barker, 2009] Barker, C.T. Newby, M. (2009). Optimal non-periodic inspection for a multivariate degradation model. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(1) :33 – 43. Maintenance Modeling and Application.
- [Bérengruer, 2008] Bérengruer, C. Grall, A. (2008). *Wear - Encyclopedia of Quantitative Risk Analysis and Assessment*. John Wiley & Sons, Ltd.
- [Bérengruer et al., 2003] Bérengruer, C., Grall, A., Dieulle, L., and Roussignol, M. (2003). Maintenance policy for a continuously monitored deteriorating system. *Probab. Eng. Inf. Sci.*, 17(2) :235–250.
- [Bicking et al., 2013] Bicking, F., Weber, P., and Theilliol, D. (2013). Reliability importance measures for fault tolerant control allocation. In *Control and Fault-Tolerant Systems (Sys-Tol), 2013 Conference on*, pages 104–109.

- [Bogdanoff, 1985] Bogdanoff, J.L. Kozin, F. (1985). *Probabilistic models of cumulative damage*. New-York, John Wiley.
- [Bogdanov et al., 2006] Bogdanov, A., Chiu, S., Gökdere, L., and Vian, J. (2006). Stochastic optimal control of a servo motor with a lifetime constraint. *45th IEEE Conference on Decision & Control, San Diego CA, USA*, pages 4182–4187.
- [Bonnett, 1991] Bonnett, A.H. Soukup, G. (1991). Cause and analysis of stator and rotor failures in 3-phase squirrel cage induction motors. In *Pulp and Paper Industry Technical Conference, 1991., Conference Record of 1991 Annual*, pages 22–42.
- [Botev et al., 2010] Botev, Z. I., Grotowski, J. F., and Kroese, D. P. (2010). Kernel density estimation via diffusion. *Annals of Statistics*.
- [Bourget et al., 2009] Bourget, J.-P., Fafard, M., Shakeri, H., and Côté, T. (2009). Optimization of heat treatment in cold-drawn 6063 aluminium tubes. *Journal of Materials Processing Technology*, 209(11) :5035 – 5041.
- [Brown et al., 2009] Brown, D. W., Georgoulas, G., Bole, B., Pei, H.-L., Orchard, M., Tang, L., Saha, B., Saxena, A., Goebel, K., and Vachtsevanos, G. (2009). Prognostics enhanced reconfigurable control of electro-mechanical actuators. In *Proc. Annual Conference of the Prognostic Health Management Society*.
- [Bukowski, 2001] Bukowski, J. (2001). Modeling and analyzing the effects of periodic inspection on the performance of safety-critical systems. *Reliability, IEEE Transactions on*, 50(3) :321–329.
- [Bukowski, 1995] Bukowski, Julia V. Goble, W. (1995). Using markov models for safety analysis of programmable electronic systems. *{ISA} Transactions*, 34(2) :193 – 198.
- [Bukowski, 2002] Bukowski, Julia V. Goble, W. (2002). What is pfdavg? *www.exida.com free article web page*.
- [Cadini et al., 2009] Cadini, F., Zio, E., and Avram, D. (2009). Monte carlo-based filtering for fatigue crack growth estimation. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 24(3) :367 – 373.
- [Capriglione et al., 2004] Capriglione, D., Liguori, C., and Pietrosanto, A. (2004). Analytical redundancy for sensor fault isolation and accommodation in public transportation vehicles. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 53(4) :993–999.
- [Casavola, 2006] Casavola, A. Garone, E. (2006). Adaptive actuators allocation strategies in overactuated networked control systems. In *International Workshop on Networked Control Systems : Tolerant to Faults*.
- [Castanier et al., 2003] Castanier, B., Bérenguer, C., and Grall, A. (2003). A sequential condition-based repair/replacement policy with non-periodic inspections for a system subject to continuous wear. *Applied Stochastic Models in Business and Industry*, 19(4) :327–347.
- [Chang et al., 2001] Chang, B.-C., Bajpai, G., and Kwatny, H. (2001). A regulator design to address actuator failures. In *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*, volume 2, pages 1454–1459 vol.2.

- [Châtelet et al., 1997] Châtelet, E., Bérenguer, C., and Grall, A. (1997). Reliability Evaluation of Systems Subject to Partial Renewals for Preventive Maintenance. In Soares, C. G., editor, *Proc. of European conference on safety and reliability-ESREL'97*, pages 1767–1774, Lisbon, Portugal.
- [Chen et al., 2013] Chen, B., Niu, Y., and Zou, Y. (2013). Adaptive sliding mode control for stochastic markovian jumping systems with actuator degradation. *Automatica*, 49(6) :1748 – 1754.
- [Chung et al., 2012] Chung, S.-H., Yang, M.-H., and Kao, C.-K. (2012). Analyzing the effects of family-based scheduling rule on reducing capacity loss of single machine with uncertain job arrivals. *Expert Systems with Applications*, 39(1) :1231 – 1242.
- [Çınlar, 1972] Çınlar, E. (1972). Markov additive processes. i. *Zeitschrift für Wahrscheinlichkeitstheorie und Verwandte Gebiete*, 24(2) :85–93.
- [Coble, 2011] Coble, J. Hines, J. (2011). Applying the general path model to estimation of remaining useful life.
- [Cox, 1972] Cox, D. (1972). Regression models and life-tables. *Journal of the Royal Statistical Society*, 34 :187–220.
- [Crowder, 2007] Crowder, M. Lawless, J. (2007). On a scheme for predictive maintenance. *European Journal of Operational Research*, 176(3) :1713 – 1722.
- [Dale, 1985] Dale, C. (1985). Application of the proportional hazards model in the reliability field. *Reliability Engineering*, 10(1) :1 – 14.
- [Deckert et al., 1977] Deckert, J. C., Desai, M., Deyst, J., and Willsky, A. (1977). F-8 dfbw sensor failure identification using analytic redundancy. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 22(5) :795–803.
- [Deloux et al., 2009] Deloux, E., Castanier, B., and Bérenguer, C. (2009). Predictive maintenance policy for a gradually deteriorating system subject to stress. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(2) :418 – 431.
- [Deschamps et al., 1998] Deschamps, A., Livet, F., and Bréchet, Y. (1998). Influence of pre-deformation on ageing in an al zn mg alloy i. microstructure evolution and mechanical properties. *Acta Materialia*, 47(1) :281 – 292.
- [Dieulle et al., 2000] Dieulle, L., Bérenguer, C., and Châtelet, E. (2000). Evaluation of preventive maintenance policies using multiphased Markov models. In Nikulin, M. and Limnios, N., editors, *Proc. of Mathematical Methods in Reliability - Methodology, Practice and Inference*, pages 343–346, Lisbon, Portugal.
- [Dutuit et al., 1997] Dutuit, Y., Châtelet, E., Signoret, J.-P., and Thomas, P. (1997). Dependability modelling and evaluation by using stochastic petri nets : application to two test cases. *Reliability Engineering & System Safety*, 55(2) :117 – 124. {ESREL} '94.
- [Esary, 1973] Esary, J.D. Marshall, A. (1973). Shock models and wear processes. *The Annals of Probability*, 1(4) :pp. 627–649.

- [Escobar, 2006] Escobar, L.A. William, Q. (2006). A review of accelerated test models. *Statistical Science*, 21(4) :552–577.
- [Fadali, 2013] Fadali, M.S. Visioli, A. (2013). Chapter 7 - state space representation. In *Digital Control Engineering (Second Edition)*, pages 235 – 291. Academic Press, Boston, second edition edition.
- [Finkelstein, 2010] Finkelstein, M. Marais, F. (2010). On terminating poisson processes in some shock models. *Reliability Engineering & System Safety*, 95(8) :874 – 879.
- [Finkelstein, 2013] Finkelstein, M. Hwan Cha, J. (2013). *Stochastic modeling for reliability. Shocks, burn-in and heterogeneous populations*. Springer Series in Reliability Engineering. London : Springer.
- [Frank et al., 2009] Frank, A., Pinter, G., and Lang, R. (2009). Prediction of the remaining lifetime of polyethylene pipes after up to 30 years in use. *Polymer Testing*, 28(7) :737 – 745.
- [Ghostine, 2008] Ghostine, R. (2008). *Influence des fautes transitoires sur la fiabilité d'un système commandé en réseau*. These, Institut National Polytechnique de Lorraine - INPL.
- [Gokdere et al., 2006] Gokdere, L., Bogdanov, A., Chiu, S., Keller, K., and Vian, J. (2006). Adaptive control of actuator lifetime. *IEEE Aerospace conference, Big Sky MT, USA*.
- [Gokdere et al., 2005] Gokdere, L., Chiu, S., Keller, K., and Vian, J. (2005). Lifetime control of electromechanical actuators. *IEEE Aerospace Conference, Big Sky MT, USA*, pages 3523–3531.
- [González-Contreras, 2009] González-Contreras, B. (2009). *Contribution à la Tolérance aux Défauts des Systèmes Linéaires : Synthèse de Méthodes d'Accommodation Fondée sur l'Information du Second Ordre*. These, Université Henry Poincaré Nancy I.
- [Gonzalez-Contreras et al., 2007] Gonzalez-Contreras, B., Theilliol, D., and Sauter, D. (2007). Actuator fault tolerant controller synthesis based on second order information. *ECC'07 - European Control Conference, Kos, Greece*.
- [Grall et al., 2002a] Grall, A., Bérenguer, C., and Dieulle, L. (2002a). A condition-based maintenance policy for stochastically deteriorating systems. *Reliability Engineering & System Safety*, 76(2) :167 – 180.
- [Grall et al., 2002b] Grall, A., Dieulle, L., Bérenguer, C., and Roussignol, M. (2002b). Continuous-time predictive-maintenance scheduling for a deteriorating system. *IEEE Transactions On Reliability*, 51 :141–150.
- [Grosso et al., 2012] Grosso, J., Ocampo-Martinez, C., and Puig, V. (2012). A service reliability model predictive control with dynamic safety stocks and actuators health monitoring for drinking water networks. In *Decision and Control (CDC), 2012 IEEE 51st Annual Conference on*, pages 4568–4573.
- [Guang Hong, 2010] Guang Hong, Y. Ye, D. (2010). Reliable  $h_\infty$  control of linear systems with adaptive mechanism. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 55(1) :242–247.

- [Guenab, 2007] Guenab, F. (2007). *Contribution aux systèmes tolérants aux défauts : synthèse d'une méthode de reconfiguration et de restructuration intégrant la fiabilité des composants*. These, Université Henri Poincaré - Nancy I.
- [Guenab et al., 2006] Guenab, F., Theilliol, D., Weber, P., Zhang, Y., and Sauter, D. (2006). Fault tolerant control system design : A reconfiguration strategy based on reliability analysis under dynamic behavior constraints. In IFAC, editor, *6th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, pages 1387–1392, Beijing, Chine. Elsevier.
- [Guenab et al., 2011] Guenab, F., Weber, P., Theilliol, D., and Zhang, Y. (2011). Design of a fault tolerant control system incorporating reliability analysis and dynamic behaviour constraints. *Systems Science*, 42(1) :219–233.
- [Gut, 1990] Gut, A. (1990). Cumulative shock models. *Advances in Applied Probability*, 22(2) :pp. 504–507.
- [Gut, 2001] Gut, A. (2001). Mixed shock models. *Bernoulli*, 7(3) :541–555.
- [Gut, 2005] Gut, A. Hüsler, J. (2005). Realistic variation of shock models. *Statistics & Probability Letters*, 74(2) :187 – 204.
- [Haghighi et al., 2010] Haghighi, F., Noorae, N., and Rad, N. (2010). On the general degradation path model : Review and simulation. In Nikulin, M., Limnios, N., Balakrishnan, N., Kahle, W., and Huber-Carol, C., editors, *Advances in Degradation Modeling*, Statistics for Industry and Technology, pages 147–155. Birkhäuser Boston.
- [Härkegård, 2002] Härkegård, O. (2002). Efficient active set algorithms for solving constrained least squares problems in aircraft control allocation. In *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, volume 2, pages 1295–1300 vol.2.
- [Härkegård, 2005] Härkegård, O. Glad, T. (2005). Resolving actuator redundancy optimal control vs. control allocation. *Automatica*, 41(1) :137 – 144.
- [Hauge et al., 2010] Hauge, S., Lundteigen, M.-A., Hokstad, P., and Habrekke, S. (2010). Reliability prediction method for safety instrumented systems pds method handbook. Technical Report Sintef A13503, Sintef, Trondheim, Norway.
- [Hoekstra, 2005] Hoekstra, B. (2005). Safety integrity, not only a matter of reliable hardware. *Business Briefing : Exploration and Production : The Oil and Gas Review*, pages 114–117.
- [Hunt et al., 1996] Hunt, T. M., Hunt, T., and Vaughan, N. (1996). *The Hydraulic Handbook*. Elsevier advanced technology.
- [Huynh et al., 2012] Huynh, K. T., Barros, A., and Berenguer, C. (2012). Maintenance decision-making for systems operating under indirect condition monitoring : Value of on-line information and impact of measurement uncertainty. *Reliability, IEEE Transactions on*, 61(2) :410–425.
- [Ibrahim et al., 2008] Ibrahim, A., El Badaoui, M., Guillet, F., and Bonnardot, F. (2008). A new bearing fault detection method in induction machines based on instantaneous power factor. *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, 55(12) :4252–4259.

- [IEC61508, 2010] IEC61508 (2010). IEC 61508 functional safety of electrical/electronic/programmable electronic safety-related systems. edition 2.0. International Electrotechnical Commission.
- [IEC61511, 2003] IEC61511 (2003). IEC 61511 safety instrumented systems for the process industry sector. International Electrotechnical Commission.
- [IEC62061, 2005] IEC62061 (2005). IEC62061 safety of machinery : Functional safety of electrical, electronic and programmable electronic control systems,. International Electrotechnical Commission.
- [Igaki et al., 1995] Igaki, N., Sumita, U., and Kowada, M. (1995). Analysis of markov renewal shock models. *Journal of Applied Probability*, 32(3) :pp. 821–831.
- [Innal, 2008] Innal, F. (2008). *Contribution à la modélisation des systèmes instrumentés de sécurité et à l'évaluation de leurs performances : analyse critique de la norme CEI 61508*. PhD thesis. Thèse de doctorat dirigée par Dutuit, Yves Sciences Physiques et de l'Ingénieur. Automatique, Productique, Signal et Image. Sûreté de fonctionnement Bordeaux 1 2008.
- [Innal et al., 2010] Innal, F., Dutuit, Y., Rauzy, A., and Signoret, J. (2010). New insight into the average probability of failure on demand and the probability of dangerous failure per hour of safety instrumented systems. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O : Journal of Risk and Reliability*, 224(2) :75–86.
- [Jiang and Yu, 2012] Jiang, J. and Yu, X. (2012). Fault-tolerant control systems : A comparative study between active and passive approaches. *Annual Reviews in Control*, 36(1) :60 – 72.
- [Johansen Tor, 2013] Johansen Tor, A. Fossen Thor, I. (2013). Control allocation a survey. *Automatica*, 49(5) :1087 – 1103.
- [Kahle, 2010] Kahle, W. Lehmann, A. (2010). The wiener process as a degradation model : Modeling and parameter estimation. In Nikulin, M., Limnios, N., Balakrishnan, N., Kahle, W., and Huber-Carol, C., editors, *Advances in Degradation Modeling*, Statistics for Industry and Technology, pages 127–146. Birkhäuser Boston.
- [Kaiser, 2003] Kaiser, D. (2003). Advances in digital servo drive motor protection. *Motion system design*, pages 21–25.
- [Kharoufeh et al., 2006] Kharoufeh, J., Finkelstein, D., and Disting, G. M. (2006). Availability of periodically inspected systems with markovian wear and shocks. *Journal of Applied Probability*, 43 :303–317.
- [Kharoufeh, 2003] Kharoufeh, J. P. (2003). Explicit results for wear processes in a markovian environment. *Operations Research Letters*, 31(3) :237 – 244.
- [Khelassi, 2011] Khelassi, A. (2011). *Nouvelle méthodologie de synthèse de lois de commande tolérante aux fautes garantissant la fiabilité des systèmes*. These, Université Henri Poincaré - Nancy I.

- [Khelassi et al., 2009] Khelassi, A., Theilliol, D., and Weber, P. (2009). Reconfigurability analysis for reliable fault-tolerant control design. In *7th Workshop on Advanced Control and Diagnosis, ACD'2009*, page CDROM, Zielona Gora, Pologne.
- [Khelassi et al., 2010] Khelassi, A., Theilliol, D., and Weber, P. (2010). Control design for over-actuated systems based on reliability indicators. *UKACC Intl Conference on Control, Coventry, UK*, pages 1–6.
- [Khelassi et al., 2011a] Khelassi, A., Theilliol, D., Weber, P., and Ponsart, J.-C. (2011a). Fault-tolerant control design with respect to actuator health degradation : An lmi approach. *CCA - IEEE International Conference on Control Applications, Denver CO, USA*, pages 983–988.
- [Khelassi et al., 2011b] Khelassi, A., Theilliol, D., Weber, P., and Sauter, D. (2011b). A novel active fault tolerant control design with respect to actuators reliability. In *Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC), 2011 50th IEEE Conference on*, pages 2269–2274.
- [Khoury, 2012] Khoury, E. (2012). *Modélisation de la durée de vie résiduelle et maintenance prédictive : application à des véhicules industriels*. These, Université de Technologie de Troyes.
- [Khoury et al., 2013] Khoury, E., Deloux, E., Grall, A., and Bérenguer, C. (2013). On the use of time-limited information for maintenance decision support : A predictive approach under maintenance constraints. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013 :Article ID 983595, 11 pages.
- [Khoury et al., 2010] Khoury, E., Grall, A., and Bérenguer, C. (2010). A comparison of rule-based and deterioration-based maintenance policies for gradually deteriorating systems. *ESREL'10 - European Safety and Reliability Conference, Rhodes, Greece*.
- [Klutke et al., 2003] Klutke, G., Kiessler, P., and Wortman, M. (2003). A critical look at the bathtub curve. *Reliability, IEEE Transactions on*, 52(1) :125–129.
- [Klutke, 2002] Klutke, G.A. Yoonjung, Y. (2002). The availability of inspected systems subject to shocks and graceful degradation. *Reliability, IEEE Transactions on*, 51(3) :371–374.
- [Kostandyan, 2012] Kostandyan, E. Sørensen, J. (2012). Physics of failure as a basis for solder elements reliability assessment in wind turbines. *Reliability Engineering & System Safety*, 108(0) :100 – 107.
- [Langeron et al., 2007] Langeron, Y., Barros, A., Grall, A., and Bérenguer, C. (2007). Safe failures impact on Safety Instrumented Systems. In Aven and Vinnem, editors, *Proc. of European conference on safety and reliability-ESREL'07*, pages 641–648, Stavanger, Norway.
- [Langeron et al., 2008a] Langeron, Y., Barros, A., Grall, A., and Bérenguer, C. (2008a). Combination of safety integrity levels (sils) : A study of iec 61508 merging rules. *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, 21(4) :437 – 449.

- [Langeron et al., 2008b] Langeron, Y., Barros, A., Grall, A., and Bérenguer, C. (2008b). On Combination of Safety Integrity Levels (SILs) according to IEC61508 Merging Rules. In S.Martorell, C. Guedes Soares, J. B., editor, *Proc. of European conference on safety and reliability-ESREL'08*, pages 3125–3133, Valencia, Spain.
- [Langeron et al., 2012a] Langeron, Y., Grall, A., and Barros, A. (2012a). Actuator lifetime management in industrial automation. In *Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes*, volume 8, pages 642–647.
- [Langeron et al., 2013] Langeron, Y., Grall, A., and Barros, A. (2013). Actuator health prognosis for designing lqr control in feedback systems. *Chemical Engineering Transactions (proceedings of PHM 2013 conference)*, 33 :979–984.
- [Langeron et al., 2014] Langeron, Y., Grall, A., and Barros, A. (2014). A modeling framework for deteriorating control system and predictive maintenance of actuators. *Reliability Engineering & System Safety*.
- [Langeron et al., 2012b] Langeron, Y., Grall, A., Barros, A., and Berenguer, C. (2012b). Residual useful lifetime prognosis and design of control systems. In Aven, R. V. . T., editor, *Proc. of the 11th International Probabilistic Safety Assessment and Management Conference & the Annual European Safety and Reliability Conference - PSAM 11/ESREL 2012*, pages 411–421, Helsinki, Finlande. Curran Associates, Inc.
- [Lawless, 2004] Lawless, J. Crowder, M. (2004). Covariates and random effects in a gamma process model with application to degradation and failure. *Lifetime Data Analysis*, 10(3) :213–227.
- [Lefebvre, 1996] Lefebvre, M. Gaspo, J. (1996). Optimal control of wear processes. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 41(1) :112–115.
- [Leonhard, 2001] Leonhard, W. (2001). *Control of Electrical Drives*. Engineering online library. Springer Berlin Heidelberg.
- [Li et al., 2005] Li, Chen, Marquez, and Gooden (2005). Life extending control by a variance constrained mpc approach. In *16th IFAC World Congress, Prague*.
- [Lindqvist, 1998] Lindqvist, B. Amundrustad, H. (1998). Markov models for periodically tested components. In Sandtorv, H. ., editor, *Proc. of European conference on safety and reliability-ESREL'98*, pages 191–197, Trondheim, Norway.
- [Liu, 2001] Liu, G. (2001). Control of robot manipulators with consideration of actuator performance degradation and failures. In *Robotics and Automation, 2001. Proceedings 2001 ICRA. IEEE International Conference on*, volume 3, pages 2566–2571 vol.3.
- [Lu, 1993] Lu, C.J. Meeker, W. (1993). Using degradation measures to estimate a time-to-failure distribution. *Technometrics*, 35(2) :pp. 161–174.
- [Lundteigen, 2006] Lundteigen, M. Rausand, M. (2006). Assessment of hardware safety integrity requirements. In *Proc. of 30th ESReDA Seminar*, pages 185–198, Trondheim, Norway.
- [Mallor, 2003] Mallor, F. Santos, J. (2003). Classification of shock models in system reliability. *Monografias del Semin. Matem. Garcia de Galdeano*, 27.

- [Marszal et al., 1999] Marszal, E., Fuller, B., and Shah, J. (1999). Comparison of safety integrity level selection methods and utilization of risk based approaches. *Process Safety Progress*, 18(4) :189–194.
- [Meeker, 1998] Meeker, W.Q. Escobar, L. (1998). *Statistical Methods for Reliability Data*. Wiley series in probability and statistics.
- [Miner, 1945] Miner, M. (1945). Cumulative damage in fatigue. *Journal of Applied Mechanics*, 12 :A159–A164.
- [Moerder, 1989] Moerder, D. D. (1989). Application of precomputed control laws in a reconfigurable aircraft flight control system. *journal of Guidance Control and Dynamics*, 12 :325–333.
- [Nakagawa, 2007] Nakagawa, T. (2007). *Shock and Damage Models in Reliability Theory*. Springer Verlag London.
- [Nandi et al., 2005] Nandi, S., Toliyat, H., and Li, X. (2005). Condition monitoring and fault diagnosis of electrical motors-a review. *Energy Conversion, IEEE Transactions on*, 20(4) :719–729.
- [Nguyen et al., 2013] Nguyen, D., Dieulle, L., and Grall, A. (2013). A deterioration model for feedback control systems with random environment. In *ESREL 2013, Amsterdam*.
- [Oppenheimer et al., 2006] Oppenheimer, M., Doman, D., and Bolender, M. (2006). Control allocation for over-actuated systems. In *Control and Automation, 2006. MED '06. 14th Mediterranean Conference on*, pages 1–6.
- [Pan et al., 2013] Pan, Y., Hu, X., Er, M. J., Li, X., and Gouriveau, R. (2013). Bearing condition prediction using enhanced online learning fuzzy neural networks. In Andrew Y.C. Nee, Bin Song, S.-K. O., editor, *Re-engineering Manufacturing for Sustainability*., pages 175–182. SPRINGER Singapore.
- [Paris, 1963] Paris, P.C. Erdogan, F. (1963). A critical analysis of crack propagation laws. *Journal of Basic Engineering*, 85 :528–534.
- [Paris et al., 1961] Paris, P. C., Gomez, M. P., and Anderson, W. E. (1961). A rational analytic theory of fatigue. *The trend in engineering*, 13(1) :9–14.
- [Patton, 1997] Patton, R. J. (1997). Fault-tolerant control systems : The 1997 situation. In *IFAC SAFEPROCESS'1997 Symposium on Fault Detection Supervision and Safety for Technical Processes*, pages 1033–1054.
- [Pei et al., 2010] Pei, H.-L., Brown, D., and Vachtsevanos, G. (2010). Prognosis-enhanced reconfiguration control. In *Networking, Sensing and Control (ICNSC), 2010 International Conference on*, pages 71–75.
- [Peng, 2007] Peng, W Coit, D. (2007). Reliability and degradation modeling with random or uncertain failure threshold. In *Reliability and Maintainability Symposium, 2007. RAMS '07. Annual*, pages 392–397.

- [Pereira et al., 2010] Pereira, E., Kawakami, R., and Yoneyama, T. (2010). Model predictive control using prognosis and health monitoring of actuators. *IEEE Intl Symposium on Industrial Electronics, Bari, Italy*, pages 237–243.
- [Prentice, 1979] Prentice, Ross L. Kalbfleisch, J. (1979). Hazard rate models with covariates. *Biometrics*, 35(1) :pp. 25–39.
- [Råde, 1976] Råde, L. (1976). Reliability systems in random environment. *Journal of Applied Probability*, 13(2) :pp. 407–410.
- [Rausand, 2004] Rausand, M. Høyland, A. (2004). System reliability theory - models, statistical methods and applications. *Second Edition, Wiley series*.
- [Rausand, 2014] Rausand, M. (2014). *Reliability of Safety-Critical Systems : Theory and Applications*. Wiley.
- [Richalet et al., 2005] Richalet, J., Lavielle, G., and Mallet, J. (2005). *La commande prédictive*. Eyrolles.
- [Richards, 1993] Richards, R. (1993). Solving problems in control. *Longman Scientific & Technical. John Wiley & Sons*.
- [Rishel, 1991] Rishel, R. (1991). Controlled wear process : modeling optimal control. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 36(9) :1100–1102.
- [Shumaker et al., 2013] Shumaker, B. D., Ledlow, J. B., OHagan, R. D., McCarter, D. E., and Hashemian, H. M. (2013). Remaining useful life estimation of electric cables in nuclear power plants. *CHEMICAL ENGINEERING*, 33.
- [Signoret, 2006] Signoret, JP. Dutuit, Y. (2006). An attempt to better understand and to better apply some of the recommendations of IEC 61508 standard. In *Proc. of 30th ESReDA Seminar*, pages 185–198, Trondheim, Norway.
- [Singpurwalla, 1995] Singpurwalla, N. D. (1995). Survival in dynamic environments. *Statistical Science*, 10(1) :pp. 86–103.
- [Skoulakis, 2000] Skoulakis, G. (2000). A general shock model for a reliability system. *Journal of Applied Probability*, 37(4) :pp. 925–935.
- [Sobczyk, 1992] Sobczyk, K. Spencer, B. (1992). *Random fatigue : From Data to Theory*. Academic Press, Inc.
- [Son et al., 2013] Son, K. L., Fouladirad, M., Barros, A., Levrat, E., and Iung, B. (2013). Remaining useful life estimation based on stochastic deterioration models : A comparative study. *Reliability Engineering & System Safety*, 112(0) :165 – 175.
- [Staroswiecki, 2001] Staroswiecki, M. Gehin, A. (2001). From control to supervision. *Annual Reviews in Control*, 25(0) :1 – 11.
- [Suyama, 2002] Suyama, K. (2002). What is reliable control. In *proceedings of the 15th Triennial IFAC World Congress*, volume 1.
- [Suyama, 2005] Suyama, K. (2005). Probabilistic safety assessment and management of control laws. In *PROCEEDINGS OF THE AMERICAN CONTROL CONFERENCE*, volume 3, page 2232.

- [Suyama, 2010] Suyama, K. Sebe, N. (2010). Probabilistic safety management of control laws against deviations from normal operating-range. In *Control and Fault-Tolerant Systems (SysTol), 2010 Conference on*, pages 442–449. IEEE.
- [van der Weide, 2011] van der Weide, J.A.M. Pandey, M. (2011). Stochastic analysis of shock process and modeling of condition-based maintenance. *Reliability Engineering & System Safety*, 96(6) :619 – 626. {ESREL} 2009 Special Issue.
- [van Noortwijk, 2009] van Noortwijk, J. (2009). A survey of the application of gamma processes in maintenance. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(1) :2 – 21. Maintenance Modeling and Application.
- [Veillette et al., 1992] Veillette, R., Medanic, J., and Perkins, W. R. (1992). Design of reliable control systems. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 37(3) :290–304.
- [Virkler et al., 1979] Virkler, D., Hillberry, B., and Goel, P. (1979). The statistical nature of fatigue crack propagation. *Journal of Engineering Material Technology ASME*, 101 :148–153.
- [Virnig, 1994] Virnig, J., B. D. (1994). Multivariable control allocation and control law conditioning when control effectors limit. In *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, pages 572–582.
- [Vrignat et al., 2012] Vrignat, P., Avila, M., Duculty, F., Aupetit, S., Slimane, M., and Kratz, F. (2012). Maintenance policy : degradation laws versus hidden Markov model availability indicator. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O : Journal of Risk and Reliability*, 226(2) :137–155.
- [Walsh, 1999] Walsh, C. (1999). *Bayesian Modelling of Short Fatigue Crack Growth and Coalescence*. Trinity College.
- [Wang, 2011] Wang, Y. Pham, H. (2011). Imperfect preventive maintenance policies for two-process cumulative damage model of degradation and random shocks. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, 2(1) :66–77.
- [Weber et al., 2012a] Weber, P., Boussaid, B., Khelassi, A., Theilliol, D., and Aubrun, C. (2012a). Reconfigurable control design with integration of a reference governor and reliability indicators. *Applied Mathematics and Computer Science*, 22(1) :139–148.
- [Weber et al., 2012b] Weber, P., Simon, C., Theilliol, D., and Puig, V. (2012b). Fault-tolerant control design for over-actuated system conditioned by reliability : a drinking water network application. In *8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes, SAFEPROCESS 2012*, page CDROM, Mexico City, Mexique. SURF-DIAG, CID SURFDIAG, CID.
- [Weibull, 1951] Weibull, W. (1951). A statistical distribution function of wide applicability. *Journal of Applied Mechanics*, 18 :293–297.
- [Whitmore, 1995] Whitmore, G. (1995). Estimating degradation by a wiener diffusion process subject to measurement error. *Lifetime Data Analysis*, 1(3) :307–319.

- [Willems, 1971] Willems, J. (1971). Least squares stationary optimal control and the algebraic riccati equation. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 16(6) :621–634.
- [Wu, 2001a] Wu, N. (2001a). Reliability of fault tolerant control systems : Part i. In *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*, volume 2, pages 1460–1465 vol.2.
- [Wu, 2001b] Wu, N. (2001b). Reliability of fault tolerant control systems : Part ii. In *Decision and Control, 2001. Proceedings of the 40th IEEE Conference on*, volume 2, pages 1466–1471 vol.2.
- [Wu, 2004] Wu, N. (2004). Coverage in fault-tolerant control. *Automatica*, 40(4) :537 – 548.
- [Wu et al., 2002] Wu, N. E., Wang, X., Sampath, M., and Kott, G. (2002). An operational approach to budget-constrained reliability allocation. page 748.
- [Yang et al., 2000] Yang, Y., Yang, G. H., and Soh, Y. (2000). Reliable control of discrete-time systems with actuator failure. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings -*, 147(4) :428–432.
- [Ye et al., 2013] Ye, Z.-S., Wang, Y., Tsui, K.-L., and Pecht, M. (2013). Degradation data analysis using wiener processes with measurement errors. *Reliability, IEEE Transactions on*, 62(4) :772–780.
- [Zhang, 2008] Zhang, Y. Jiang, J. (2008). Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems. *Annual Reviews in Control*, 32(2) :229 – 252.
- [Zhang, 2002] Zhang, Y.M. Jiang, J. (2002). Active fault-tolerant control system against partial actuator failures. *Control Theory and Applications, IEE Proceedings -*, 149(1) :95–104.
- [Zhang et al., 2003] Zhang, T., Long, W., and Sato, Y. (2003). Availability of systems with self-diagnostic components applying markov model to iec 61508-6. *Reliability Engineering & System Safety*, 80(2) :133 – 141.
- [Zhao, 1998] Zhao, Q. Jiang, J. (1998). Reliable state feedback control system design against actuator failures. *Automatica*, 34 :1267–1272.
- [Zhao et al., 2010a] Zhao, X., Fouladirad, M., and Bérenguer, C. (2010a). Residual-based inspection/replacement policy for a deteriorating system with markovian covariates. In *Industrial Engineering and Engineering Management (IEEM), 2010 IEEE International Conference on*, pages 636–640.
- [Zhao et al., 2010b] Zhao, X., Fouladirad, M., Bérenguer, C., and Bordes, L. (2010b). Condition-based inspection/replacement policies for non-monotone deteriorating systems with environmental covariates. *Reliability Engineering & System Safety*, 95(8) :921 – 934.
- [Zoubek et al., 2007] Zoubek, H., Villwock, S., and Pacas, M. (2007). Automated diagnosis of rolling bearing faults in electrical drives. In *Power Electronics, 2007. ICPE '07. 7th International Conference on*, pages 718–723.
- [Zuo et al., 2010] Zuo, Z., Ho, D. W., and Wang, Y. (2010). Fault tolerant control for singular systems with actuator saturation and nonlinear perturbation. *Automatica*, 46(3) :569 – 576.

# Yves LANGERON

## Doctorat : Optimisation et Sûreté des Systèmes

### Année 2015

#### Modélisation stochastique pour la sûreté de fonctionnement des systèmes commandés

Dans le contexte des systèmes commandés, l'effort de recherche est principalement porté sur la reconfiguration d'une loi de commande à l'apparition d'une situation de défaut. La reconfiguration a pour objectif de pallier au défaut et donc de maintenir les performances du système. La problématique principale de nos travaux est d'étudier ces systèmes du point de vue de leur sûreté de fonctionnement en s'interrogeant sur les causes qui engendrent une situation de défaut. Pour cela, il est supposé l'existence d'une relation étroite entre la commande d'un système, sa dégradation et ses défauts. Un cadre de modélisation stochastique de la dégradation est proposé intégrant l'usage du système ainsi que les différents modes de détérioration. Le pronostic de la durée de vie résiduelle RUL de l'actionneur-élément critique de ces systèmes- est dérivé de l'ensemble des modèles. La RUL est alors utilisée comme un outil de reconfiguration de la loi LQR (Linear Quadratic Regulator) d'un système mono-actionné dans le cadre d'une maintenance prédictive. L'impact de cette nouvelle politique de maintenance sur les performances statiques et dynamiques du système est évalué. Enfin, le comportement stochastique d'un système tolérant aux fautes basé sur une redondance d'actionneurs est étudié au travers des modèles développés.

**Mots clés :** processus stochastiques - détérioration - durée de vie (ingénierie) - fiabilité - systèmes, théorie des - entretien - reconfiguration (informatique) - actionneurs, défauts - prévision, théorie de la.

#### Stochastic Modeling for Dependability Assessment of Control Systems

In the context of control systems, the research effort is focused on how to reconfigure the control law upon the occurrence of a faulty situation. The reconfiguration procedure aims to overcome the fault and thus to maintain system performances. The main issue of this thesis is to study these systems in terms of their dependability by questioning the causes that generate a fault. Then it is assumed a close relationship between the control of a system, its degradation and its faults. A stochastic modelling framework is proposed combining the use of the system and the various modes of deterioration. The actuator is assumed to be the most critical part of a system. The prognosis of its remaining life RUL is derived from these models. This RUL is then used as a tool for reconfiguring the LQR law (Linear Quadratic Regulator) of a system with a single actuator in the context of a predictive maintenance. The impact of this new maintenance policy on static and dynamic performances is assessed. Finally the stochastic behavior of a fault tolerant control system is studied by means of the achieved models.

**Keywords:** stochastic processes - deterioration - service life (engineering) - reliability (engineering) - system theory - maintenance - actuators, defects - prediction theory.