



**HAL**  
open science

# Stratégies de regroupement pour la maintenance des systèmes à composants multiples avec structure complexe

Hai Canh Vu

► **To cite this version:**

Hai Canh Vu. Stratégies de regroupement pour la maintenance des systèmes à composants multiples avec structure complexe. Recherche opérationnelle [math.OC]. Université de Technologie de Troyes, 2015. Français. NNT : 2015TROY0008 . tel-03358900

**HAL Id: tel-03358900**

**<https://theses.hal.science/tel-03358900v1>**

Submitted on 29 Sep 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse  
de doctorat  
de l'UTT

**Hai Canh VU**

**Stratégies de regroupement  
pour la maintenance des systèmes  
à composants multiples  
avec structure complexe**

**Spécialité :**  
**Optimisation et Sécurité des Systèmes**

2015TROY0008

Année 2015

---

---

# THESE

*pour l'obtention du grade de*

## DOCTEUR de l'UNIVERSITE DE TECHNOLOGIE DE TROYES Spécialité : **Optimisation et sûreté des systèmes**

*présentée et soutenue par*

**Hai Canh VU**

*le 12 mars 2015*

---

---

### **Stratégies de regroupement pour la maintenance des systèmes à composants multiples avec structure complexe**

---

---

#### JURY

M. A. GRALL	PROFESSEUR DES UNIVERSITES	Président
Mme A. BARROS	PROFESSOR	Directrice de thèse
M. L. BOUILLAUT	CHARGE DE RECHERCHE - HDR	Rapporteur
M. B. CASTANIER	PROFESSEUR DES UNIVERSITES	Rapporteur
M. V. P. DO	MAITRE DE CONFERENCES	Directeur de thèse
M. B. IUNG	PROFESSEUR DES UNIVERSITES	Examineur

#### Personnalité invitée

M. C. BÉRENGUER	PROFESSEUR DES UNIVERSITES
-----------------	----------------------------



## Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier, Monsieur Phuc Do et Madame Anne Barros pour m'avoir encadré durant ma thèse, et pendant ces quatre années dernières de thèse. Ils m'ont donné l'opportunité de travailler sur un sujet aussi passionnant que riche d'enseignements. Leur confiance, leur disponibilité, et leur sens de la critique constructive ont été pour moi toujours très précieux. Je leur exprime ici toute ma reconnaissance et mon admiration.

Je remercie Antoine Grall, Pierre Beuseroy pour m'avoir accueilli dans leur équipe et pour leur professionnalisme excellent dans les travaux que j'ai réalisés au sein de leur équipe. J'étends ces remerciements à mesdames secrétaires de l'école doctorat, du pôle ROSAS et aux membres du laboratoire LM2S/ICD.

Messieurs Bruno Castanier, Laurent Bouillaut ont accepté d'être rapporteurs de cette thèse et je tiens à leur exprimer ma gratitude pour l'attention qu'ils y ont portée et les observations pertinentes qu'ils ont faites sur ce travail. Je remercie également Messieurs Benoit Iung, Antoine Grall et Christophe Bérenguer pour avoir accepté de faire partie du jury et pour leur soutien.

Je ne peux également manquer l'occasion d'adresser une pensée particulière à mes parents, ma femme et ma fille pour leur estime et leurs encouragements. Un remerciement spécial à mes amis pour leur amitié sincère et hors pair.

Cette thèse de doctorat est effectuée au sein du laboratoire de Modélisation et Sécurité des Systèmes (LM2S) - Pôle Recherche Opérationnelle, Statistiques Appliquées et Simulation - Institut Charles Delaunay, UMR CNRS 6281 - Université de technologie de Troyes. Les travaux de thèse sont réalisés avec le soutien financier du département de Développement International de l'éducation (VIED) - Ministère de l'éducation et de la Formation du Vietnam (MEF), et de la laboratoire LM2S.

*Hai Canh VU*



## Résumé

La structure de systèmes industriels devient de plus en plus complexe. Elle peut être une combinaison des structures élémentaires telles que structures séries, structures parallèles, structures séries-parallèles, etc. Ceci mène à l'objectif principal de cette thèse portant sur le développement des stratégies de regroupement dynamique et stationnaire pour la maintenance des systèmes multi-composants à structure complexe. Tous les deux types de stratégies de maintenance permettent de réduire le coût de maintenance en exécutant conjointement plusieurs activités de maintenance. La stratégie de regroupement stationnaire peut fournir un plan de regroupement (avec des dates d'intervention systématiques) rendant en pratique facile l'organisation de la maintenance. La stratégie de regroupement dynamique est plus efficace dans des contextes dynamiques, car elle est plus flexible et permet de prendre en compte des impacts de contextes dynamiques qui peuvent apparaître au fil de temps. Par ailleurs, les études sur les contextes dynamiques et leur prise en compte dans la planification de maintenance sont réalisées.

Avec la prise en compte de la structure complexe et les durées de maintenance, le développement des modèles de maintenance devient plus compliqué. Par conséquent, plusieurs procédures de calcul et techniques d'optimisation sont proposées et appliquées afin d'évaluer et d'optimiser les stratégies proposées.

L'ensemble des études menées montrent l'intérêt de la prise en compte de structure complexe, de contextes dynamique et de durée de maintenance dans les décisions de regroupement. L'avantage des stratégies développées est vérifié en les comparant à d'autres existantes dans la littérature.





## **Abstract**

The structure of industrial systems becomes more and more complex. It could be a combination of elementary structures such as series structures, parallel structures, series-parallel structures, etc. This leads to the main purpose of this thesis on the development of dynamic and stationary grouping strategies for the maintenance of multi-component systems with complex structure. Both kinds of grouping strategies allow reducing maintenance costs by performing simultaneously some maintenance activities. The stationary grouping strategy provides a grouped maintenance plan (with systematic intervention dates) that makes it easier for the organization of maintenance in practice. The dynamic grouping strategy is more efficient especially in dynamic contexts since it is more flexible and allows to take into account the impacts of dynamic contexts which may occur over time. Moreover, studies of dynamic contexts and taking them into account in maintenance planning are conducted.

With the taking into account of the complex structure and maintenance durations, the development of the maintenance models becomes more complicated. Therefore, several calculation procedures and optimization techniques are proposed and applied to evaluate and optimize the proposed strategies.

All the studies carried out demonstrate interest in the consideration of the system structures, the appearance of dynamic contexts and the maintenance durations in the grouping decisions. The advantage of the developed strategies is confirmed by comparing with the other existing strategies in the literature.



# Table des matières

<b>Introduction générale</b>	<b>xv</b>
<b>I Cadre de l'étude</b>	<b>1</b>
<b>Introduction</b>	<b>3</b>
<b>1</b>	
<b>Regroupement pour la maintenance des systèmes complexes : problématique</b>	
1.1 Introduction . . . . .	5
1.2 Modélisation des systèmes multi-composants complexes . . . . .	6
1.2.1 Modélisation de la structure du système . . . . .	6
1.2.2 Modélisation stochastique des composants . . . . .	7
1.2.3 Modélisation des interactions entre les composants . . . . .	8
1.3 Stratégies pour la maintenance des systèmes multi-composants complexes .	9
1.3.1 Stratégies de maintenance calendaire et maintenance conditionnelle	9
1.3.2 Stratégies de maintenance stationnaires et dynamiques . . . . .	10
1.4 Conclusions . . . . .	10
<b>2</b>	
<b>Étude bibliographique</b>	
2.1 Introduction . . . . .	13
2.2 Modélisation des systèmes multi-composants complexes . . . . .	13
2.2.1 Modélisation de la structure du système . . . . .	14
2.2.2 Modélisation stochastique de composants en utilisant les modèles de durée de vie . . . . .	20
2.2.3 Modélisation de la dépendance économique entre composants . . .	22

2.3	Stratégies de regroupement pour la maintenance des systèmes multi-composants	23
2.3.1	Stratégies de regroupement dynamiques . . . . .	25
2.3.2	Stratégies de regroupement stationnaires . . . . .	27
2.4	Évaluation et Optimisation des stratégies de maintenance . . . . .	34
2.4.1	Objectifs d'un programme de maintenance . . . . .	34
2.4.2	Méthodes d'évaluation . . . . .	34
2.4.3	Optimisation des stratégies de maintenance . . . . .	35
2.5	Problèmes étudiés . . . . .	36
2.5.1	Modèle de système multi-composants complexe . . . . .	36
2.5.2	Construction des stratégies de regroupement pour la maintenance de système multi-composants complexe . . . . .	37
2.5.3	Évaluation et optimisation des stratégies de regroupement proposées	39
2.6	Conclusions . . . . .	40

## **II Stratégie de regroupement dynamique avec la prise en compte de structure complexe 41**

### **Introduction 43**

<p><b>3</b>  <b>Stratégie de regroupement dynamique sans tenir compte de durée de maintenance</b></p>
---

3.1	Introduction . . . . .	45
3.2	Regroupement des opérations de maintenance : problématique . . . . .	46
3.2.1	Modèles d'activités et de coûts de maintenance . . . . .	46
3.2.2	Regroupement des opérations de maintenance . . . . .	47
3.3	Stratégie de regroupement dynamique pour la maintenance des systèmes avec structure complexe . . . . .	49
3.3.1	Phase 1 : Analyse de la structure du système . . . . .	49
3.3.2	Phase 2 : Optimisation individuelle de maintenance . . . . .	51
3.3.3	Phase 3 : Optimisation du regroupement des opérations de maintenance nance . . . . .	54
3.4	Exemples numériques . . . . .	65

3.4.1	Regroupement dynamique des activités de maintenance sans tenir compte de la structure du système . . . . .	67
3.4.2	Regroupement dynamique des activités de maintenance en tenant compte de la structure du système . . . . .	69
3.4.3	Sensibilité aux coûts de maintenance . . . . .	73
3.5	Conclusions . . . . .	76

## **4**

### **Stratégie de regroupement dynamique avec la prise en compte de durée de maintenance**

4.1	Introduction . . . . .	77
4.2	Dynamique de la structure complexe et sa nouvelle représentation . . . . .	78
4.3	Prise en compte de la durée de maintenance préventive . . . . .	79
4.3.1	Phase 1 : Analyse de la structure du système . . . . .	80
4.3.2	Phase 2 : Optimisation individuelle de maintenance . . . . .	80
4.3.3	Phase 3 : Optimisation de regroupement des opérations de maintenance . . . . .	84
4.4	Prise en compte des durées de maintenance préventive et corrective . . . . .	92
4.4.1	Phase 1 : Analyse de la structure du système . . . . .	92
4.4.2	Phase 2 : Optimisation individuelle de maintenance . . . . .	92
4.4.3	Phase 3 : Optimisation de regroupement des opérations de maintenance . . . . .	96
4.5	Exemples numériques . . . . .	99
4.5.1	Regroupement dynamique en prenant en compte la durée de maintenance préventive . . . . .	100
4.5.2	Regroupement dynamique en prenant en compte les durées de maintenance préventive et corrective . . . . .	104
4.6	Conclusions . . . . .	109

## **5**

### **Contextes dynamiques et mise à jour du plan de regroupement de maintenance**

5.1	Introduction . . . . .	111
5.2	Contextes dynamiques . . . . .	112
5.2.1	Type 1 : “structure” . . . . .	112
5.2.2	Type 2 : “Composant” . . . . .	113

5.2.3	Type 3 : “Externe” . . . . .	113
5.3	Procédures de mise à jour du plan de regroupement . . . . .	114
5.3.1	Procédure de mise à jour pour les contextes dynamiques de type 1 .	115
5.3.2	Procédure de mise à jour pour les contextes dynamiques de type 2 .	116
5.3.3	Procédure de mise à jour pour les contextes dynamiques de type 3 .	116
5.4	Exemples numériques . . . . .	119
5.4.1	Mise à jour du plan de regroupement du fait de changement de la structure du système . . . . .	119
5.4.2	Mise à jour du plan de regroupement suite à une opportunité de maintenance . . . . .	123
5.5	Conclusions . . . . .	126

**III Stratégie de regroupement stationnaire avec la prise en compte de  
structure complexe 127**

**Introduction 129**

<p><b>6 Stratégies de regroupement stationnaire</b></p>
---

6.1	Introduction . . . . .	131
6.2	Hypothèses générales et modélisation de la maintenance . . . . .	131
6.3	Description de la stratégie de regroupement stationnaire . . . . .	132
6.3.1	Période de maintenance planifiée . . . . .	132
6.3.2	Maintenance préventive . . . . .	133
6.3.3	Maintenance corrective . . . . .	134
6.4	Évaluation et Optimisation de la stratégie de maintenance . . . . .	136
6.4.1	Évaluation du coût moyen asymptotique : Décision A . . . . .	137
6.4.2	Évaluation du coût moyen asymptotique : Décisions B & C . . . . .	141
6.5	Exemples numériques . . . . .	143
6.5.1	Système considéré . . . . .	143
6.5.2	Application de notre stratégie de maintenance . . . . .	144
6.6	Conclusions . . . . .	146

<b>Étude de performance des stratégies de regroupement proposées</b>
--

7.1	Introduction . . . . .	147
7.2	Cas d'étude . . . . .	147
7.3	Stratégies de maintenance pour la maintenance du système SAS . . . . .	150
7.4	Comparaison des stratégies de regroupement dynamique et de regroupement stationnaire . . . . .	151
7.5	Analyses de sensibilité des stratégies de maintenance stationnaire . . . . .	153
7.6	Conclusions . . . . .	155
 <b>Conclusion générale</b>		<b>157</b>
 <b>Perspectives</b>		<b>159</b>
 <b>Annexes</b>		<b>161</b>
 <b>A Optimisation de la politique de remplacement basée sur l'âge avec durée de maintenance préventive non-négligeable</b>		<b>163</b>
 <b>B Optimisation de la stratégie de remplacement par blocs avec durées de maintenance préventive et corrective non-négligeables</b>		<b>165</b>
 <b>C Procédure de mise à jour la structure du système</b>		<b>167</b>
 <b>D Évaluation de la stratégie de mono-regroupement</b>		<b>171</b>
 <b>E Évaluation de la stratégie de maintenance individuelle</b>		<b>173</b>
 <b>Bibliographie</b>		<b>177</b>





# Glossaire des notations et abréviations

## Acronymes

PM	maintenance préventive
CM	maintenance corrective
MRL	durée de vie résiduelle moyenne
MCS	modélisation de Monte Carlo
AG	algorithme génétique
PD	programmation dynamique
i.i.d	indépendantes, identiquement distribuées
etc	et cétéra

## Notations

$n$	nombre de composants
$S^p$	coût de mise en œuvre d'une opération de maintenance préventive
$S^c$	coût de mise en œuvre d'une opération de maintenance corrective
$C_{sys}^p$	coût d'arrêt planifié
$C_{sys}^u$	coût d'arrêt non-planifié
$ST(t)$	la structure du système à l'instant $t$
$Pm(t)$	ensemble des chemins de succès minimaux à l'instant $t$
$Cm(t)$	ensemble des coupes minimales à l'instant $t$
$A(t)$	ensemble des composants critiques à l'instant $t$
$B(t)$	ensemble des composants non-critiques à l'instant $t$
$H(t)$	ensemble des composants étant en panne à l'instant $t$
$D(t)$	ensemble des composants qui ne fonctionnent pas à l'instant $t$ à cause de l'arrêt d'autres composants

## Glossaire des notations et abréviations

---

$G(t)$	ensemble des composants étant en maintenance préventif à l'instant $t$
$\pi_i$	fonction indicatrice du rôle du composant $i$
$G^k$	groupe de composants
$\pi_{G^k}$	fonction indicatrice du rôle du groupe $G^k$
$age_i(t)$	âge du composant $i$ à l'instant $t$
$\alpha$	paramètre d'échelle de la loi de Weibull
$\beta$	paramètre de forme de la loi de Weibull
$\omega_i^p$	durée de maintenance préventive du composant $i$
$\omega_i^c$	durée de maintenance corrective du composant $i$
$C_i^{sp}$	coût spécifique de maintenance préventive du composant $i$
$C_i^{sc}$	coût spécifique de maintenance corrective du composant $i$
$C_i^p$	coût d'une opération de maintenance préventive du composant $i$
$C_i^c$	coût d'une opération de maintenance corrective du composant $i$
$CA$	coût moyen asymptotique
$HP$	horizon de planification
$N$	nombre des opérations de maintenance préventive sur l'horizon $HP$
$i^j$	$j^{\text{ème}}$ occurrence d'opération de maintenance préventive du composant $i$
$t_{ij}$	date d'exécution de l'opération $i^j$
$t_{G^k}$	date d'exécution du groupe $G^k$
$D_{G^k}$	durée de maintenance du groupe $G^k$
$PE(G^k)$	profit économique du $G^k$
$SG$	structure groupante
$PET(SG)$	profit économique total de la structure groupante $SG$
$T_j$	$j^{\text{ème}}$ période de maintenance planifiée
$\tau$	intervalle de temps séparant deux périodes de maintenance planifiées consécutives
$I_i^B$	facteur d'importance structurel de Birnbaum
$C_{SPP}$	coût total des opérations de maintenance effectuées sur les périodes de maintenance planifiées
$C_{EPP}$	coût total des opérations de maintenance corrective effectuées en dehors des périodes de maintenance planifiées

# Introduction générale

Dans le contexte actuel d'ouverture des marchés, pour rester compétitives, les entreprises définissent leurs activités et leurs priorités en fonction de plusieurs facteurs liés à leurs systèmes de production, tels que la flexibilité, la productivité et la qualité. Par conséquent, la maintenance, qui est définie comme *”l'ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un bien, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise”* par la norme européenne NF-EN-13306-X-60-319 [98], joue un rôle support de plus en plus important. D'une part, elle permet de maintenir des équipements en bon état de fonctionnement et d'augmenter leur durée de vie, mais elle permet aussi d'assurer la production en respectant les exigences de délai, de qualité et de sécurité requises. En percevant le rôle très important de la maintenance, les entreprises investissent de plus en plus dans les opérations de maintenance. Pour mieux maîtriser les budgets, la construction ou le choix de stratégies de maintenance a une grande importance. La stratégie choisie doit s'adapter au mieux à l'objectif de maintenance (diminuer le coût de production, améliorer la disponibilité du système, assurer la fiabilité du système, etc.), aux caractéristiques des systèmes (mono ou multi-composants, etc.) et aux conditions de fonctionnement des systèmes (stables ou dynamiques).

Dans la littérature, de nombreux travaux s'intéressent au développement et à l'optimisation des stratégies de maintenance : il s'agit d'effectuer des choix optimaux parmi les différentes options concernant la nature de la maintenance (préventive ou corrective), le type de tâches (contrôle, test, inspection, remplacement, etc.), leur fréquence de réalisation, le niveau d'intervention (réparation sur place, en atelier, chez le conducteur, etc.) en respectant certains objectifs (minimiser le coût moyen de maintenance, maximiser la disponibilité du système, etc.) [12]. En conséquence, plusieurs stratégies de maintenance ont été développées depuis des années 60. Cependant, ces travaux se limitent souvent à l'étude d'une seule entité globale en considérant des systèmes mono-composants [139, 126, 125]. Avec le développement des nouvelles technologies et de l'économie mondiale, les systèmes industriels sont formés de plusieurs entités en interaction et de plus en plus complexes [136, 105, 77]. D'une part, les interactions entre les composants de ces systèmes créent des difficultés importantes de modélisation. Mais d'autre part, elles offrent des opportunités pour économiser certains coûts de maintenance qu'il paraît

important de ne pas négliger. Dans ce contexte, l'hypothèse "mono-composant" est très pénalisante. Les stratégies optimales au niveau de chaque composant ne garantissent pas l'optimalité au niveau global du système. C'est la raison pour laquelle, un grand nombre des recherches se concentrent sur la maintenance des systèmes multi-composants au cours des deux dernières décennies [154, 101, 103]. La plupart des stratégies de maintenance existantes pour des systèmes multi-composants exploitent des formes de dépendances économiques positives en regroupant des actions de maintenance (préventive ou/et corrective) [162, 109, 46]. Une dépendance économique positive correspond à une situation dans laquelle le coût de maintenance peut diminuer quand plusieurs opérations de maintenance sont effectuées simultanément. Néanmoins, jusqu'à maintenant, les stratégies précédentes ne s'appliquent que pour des systèmes multi-composants de structures élémentaires (série, parallèle, etc.).

Aujourd'hui, les structures des systèmes multi-composants (tels que réseaux électriques, systèmes automatisés, systèmes informatiques, etc.) sont de plus en plus complexes et contiennent n'importe quelle combinaison de structures élémentaires (structures séries, parallèles, parallèles-séries, etc.). Pour ces systèmes, le regroupement des opérations de maintenance conduit parfois à des coûts d'arrêts supplémentaires (on parle alors de dépendance économique négative). Dans ce cas, les stratégies de regroupement précédentes, qui ne considèrent que des structures élémentaires avec dépendance économique positive perdent leur intérêt. C'est pourquoi, l'objectif principal de cette thèse est de développer des stratégies de regroupement pour les systèmes à structures complexes en considérant à la fois les dépendances économiques positive et négative.

Nous rappelons que le choix des stratégies de maintenance dépend aussi des conditions de fonctionnement des systèmes (stables ou dynamiques). Quand les systèmes fonctionnent sous des conditions stables (les données et les paramètres du système évoluent peu), les stratégies de regroupement stationnaire peuvent être appliquées afin d'obtenir le plan de maintenance à long-terme. Dans le cas contraire, quand les systèmes fonctionnent sous des conditions plus dynamiques, nous choisissons a priori les stratégies de regroupement dynamique qui permettent de remettre à jour le plan de regroupement en prenant en compte l'apparition de contextes dynamiques. Les contextes dynamiques sont des informations concernant les changements de données et de paramètres du système à court terme tels que les changements de la planification de production, les changements de la structure du système, l'apparition d'opportunités pour faire la maintenance, etc. Dans ce mémoire, les deux types de stratégies de regroupement (dynamique et stationnaire) sont étudiées.

---

## Organisation du manuscrit

La première partie permet de donner un cadre à notre étude et de préciser notre problématique. Cette partie se compose de deux chapitres. D’abord, les notions de base sont présentées et mentionnées dans le premier chapitre afin de (i) localiser notre étude, notre problématique dans le monde des problèmes très divers de la maintenance (ii) faciliter la compréhension de notre problème et nos motivations de manière très générale. Ensuite, le deuxième chapitre de cette partie est consacré à une étude bibliographique sur la modélisation de systèmes multi-composants complexes (systèmes avec structure complexe) et sur les stratégies pour la maintenance de ces systèmes. Cette étude permet de justifier les choix que nous avons effectués (modèle de durée de vie, stratégies de regroupement, etc.) et de préciser nos contributions pour la maintenance des systèmes multi-composants complexes. De plus, dans ce chapitre, nous présentons plus précisément les notions supplémentaires (rôle critique ou non-critique, facteur d’importance de Birnbaum, etc.) et les outils (algorithme génétique, simulation de Monte Carlo, etc.) que nous allons utiliser dans les parties suivantes.

L’objectif de la deuxième partie est de développer une stratégie de regroupement dynamique pour la maintenance des systèmes multi-composants complexes. En prenant en compte la complexité de la structure du système, les décisions de regroupement sont faites en vérifiant à la fois la dépendance économique positive (l’économie du coût de mise en œuvre) et la dépendance économique négative (la pénalité du coût d’arrêt du système) entre composants. Par conséquent, le problème d’optimisation de regroupement devient NP-complet et il est résolu par l’utilisation d’un algorithme génétique [67]. De plus, en se basant sur l’approche de l’horizon roulant [162], notre stratégie de regroupement dynamique permet de remettre à jour le plan de regroupement lorsqu’un contexte dynamique apparaît à un moment donné sur l’horizon de planification. Dans un premier temps, nous nous concentrons sur la prise en compte de la structure complexe dans la décision de regroupement. Ainsi, dans le chapitre 3, la stratégie de regroupement dynamique est développée en considérant que la durée de maintenance est négligée. Ensuite, l’étude du regroupement, en prenant en compte à la fois la structure complexe et la durée de maintenance (préventive et corrective), est réalisée dans le chapitre 4 dans le but de rendre notre modèle plus réaliste. Enfin, les contextes dynamiques sont étudiés et classés dans le chapitre 5. Dans ce chapitre, les procédures de remise à jour, le plan de regroupement correspondant aux différents types du contexte dynamique, sont présentées. Les exemples numériques et les résultats présentés à la fin de chaque chapitre montrent la nécessité de la prise en compte de la structure du système, de la durée de maintenance et des contextes dynamiques dans la maintenance des systèmes multi-composants complexes. Les contenus de cette partie ont été publiés dans deux revues internationales à comité de lecture [152, 151] et deux conférences internationales [150, 149].

La troisième partie est consacré à développer une nouvelle stratégie de regroupement stationnaire pour la maintenance des systèmes multi-composants complexes. La complexité de la structure du système est prise en compte à la fois dans les décisions de la maintenance préventive et de la maintenance corrective. De plus, les stratégies de regroupement (stationnaire et dynamique) développées sont comparées avec les autres stratégies de maintenance (la maintenance individuelle et le mono-regroupement) dans cette partie. Les résultats de cette partie ont été publiés dans une conférence internationale [147] et soumis à IEEE Transaction on Reliability [148].

**Première partie**

**Cadre de l'étude**





# Introduction

Aujourd'hui, avec un fort développement de nouvelles technologies et de l'économie mondiale, les systèmes industriels deviennent de plus en plus complexes. La complexité des systèmes multi-composants peut être venue d'un grand nombre de composants, des interactions entre les composants et aussi de la structure du système [118, 122, 116, 28, 63]. Au cours des deux dernières décennies, un grand nombre des stratégies de maintenance ont été proposées pour ces systèmes multi-composants complexes. Pourtant, elles se concentrent souvent sur la modélisation des interactions entre les composants ou sur les méthodes d'optimisation de maintenance pour les grands systèmes. Par contre, les impacts de la structure du système sont rarement étudiés et pris en compte dans la modélisation et la décision de maintenance. Les auteurs se limitent à l'étude des structures élémentaires (série, parallèle, etc.). C'est la raison pour laquelle, dans nos travaux, nous essayons de développer les stratégies de regroupement (dynamique et stationnaire) en prenant en compte la structure du système. L'objectif de cette première partie est d'explicitier plus clairement notre problématique, de mettre en évidence la nécessité de la prise en compte de la structure du système dans la décision de maintenance et de présenter les outils et les notions que nous allons utiliser dans les parties suivantes.

Le chapitre 1 est une présentation générale de la modélisation des systèmes multi-composants complexes et leurs stratégies de maintenance. Nous présentons l'ensemble des notions indispensables à la description et à la compréhension de notre problématique.

Le chapitre 2 permet de souligner l'importance de la prise en compte de la structure du système dans la modélisation et la décision de maintenance (notre motivation) à travers des études bibliographiques sur la modélisation des systèmes multi-composants complexes et leur maintenance. De plus, les choix du modèle de maintenance et les outils à utiliser sont aussi présentés et précisés dans ce chapitre.



# Chapitre 1

## Regroupement pour la maintenance des systèmes complexes : problématique

### 1.1 Introduction

Le coût de revient d'un produit est la somme des coûts : coût de recherche et développement, coût d'achat des matières premières, coût de fabrication, *coût de maintenance*, coût d'indisponibilité. La compétitivité d'une entreprise dépend de son coût de revient. C'est pourquoi il est important de diminuer au maximum les coûts liés à la maintenance. Par ailleurs, l'optimisation des décisions de maintenance devient beaucoup plus compliqué pour des systèmes multi-composants complexes qui opèrent dans des conditions dynamiques. D'une part, il est nécessaire de trouver des modèles qui rendent compte au mieux de la complexité des systèmes et qui permettent de prendre des décisions qui leur sont adaptées. Plus précisément, les décisions de maintenance optimales pour une structure complexe ne sont pas forcément obtenues en superposant l'ensemble des décisions optimisées séparément au niveau de chaque composant. Les dates et la nature des interventions dépendent en effet du fonctionnement propre de chaque composant (dates de pannes, niveaux de dégradation, etc.), mais également de la manière dont ils sont agencés pour remplir une fonction commune (structures séries, parallèles, etc.) et des interactions qui peuvent exister entre eux (dépendance économique, stochastique, structurelle). D'autre part, les décisions de maintenance doivent prendre en compte toutes les conditions dynamiques (contraintes de production, contraintes de disponibilité de ressources, opportunités de faire la maintenance, etc.) qui peuvent apparaître sur l'horizon de planification.

Le management de la maintenance a longtemps été lié au personnel de maintenance (techniciens et ingénieurs) et à leurs formations souvent mécanique et à leurs expériences. Bien que cette expérience soit importante, elle n'est pas suffisante pour être la seule base de décision en maintenance d'autant plus que cette décision dépend de plusieurs paramètres hétérogènes

parfois contradictoires. Une stratégie de maintenance est un processus plus ou moins complexe selon la configuration. Il est recommandé de développer des stratégies de maintenance en se basant sur des modèles mathématiques. C'est la raison pour laquelle, dans un premier temps, nous nous concentrons sur la modélisation des systèmes multi-composants complexes dans le paragraphe 1.2. Ce paragraphe est une introduction générale sur les principales étapes de la modélisation : la structure du système, le modèle de défaillance de chaque composant et les dépendances entre les composants. Il faut ensuite choisir la structure de la politique de maintenance ou au moins lui donner un cadre dans le paragraphe 1.3. Ce choix est effectué en respectant des critères comme la dépendance économique entre composants, les conditions dynamiques. Grâce aux introductions générales de la modélisation du système et au type de stratégies de maintenance choisi, notre problématique est proposée dans le paragraphe 1.4.

## **1.2 Modélisation des systèmes multi-composants complexes**

Comme nous l'avons mentionné ci-dessus, la modélisation des systèmes multi-composants complexes contient des étapes suivantes [9] :

- modélisation de la structure du système ;
- modélisation stochastique des composants ;
- modélisation des interactions entre les composants.

Dans les sous-sections suivantes, nous allons présenter de manière très générale chaque étape de la modélisation des systèmes multi-composants complexes et choisir les modèles que nous allons étudier. Les descriptions détaillées sur les modèles choisis sont présentées à la sous-section 2.2 du chapitre 2.

### **1.2.1 Modélisation de la structure du système**

La structure du système représente la manière dont les composants sont agencés pour remplir une fonction commune. Il faut savoir comment l'état des composants (l'état de marche ou de panne) conditionne celui du système global. Dans les analyses de la fiabilité du système, la structure est souvent illustrée par le diagramme de fiabilité qui est défini comme suit : "Un diagramme de fiabilité est un graphe orienté sans boucle, comprenant une entrée et une sortie. Les noeuds du graphe (repérés par des rectangles appelés blocs) représentent des composants et un noeud est passant si le composant correspondant est en marche. Le système fonctionne si et seulement s'il existe un chemin dans le graphe entre l'entrée et la sortie," [113]. La structure du système peut être classifiée dans deux catégories principales [84] :

- structures élémentaires comprenant les structures série, parallèle, série-parallèle, parallèle-série ;

- structures complexes comprenant les structures qui ne sont pas comprises dans le premier type. Une structure complexe peut être une combinaison de structures élémentaires.

Cette classification est expliquée plus clairement grâce à la fonction de structure en sous-section 2.2.1.

Dans la littérature, il existe un grand nombre de travaux sur la maintenance des systèmes avec structure élémentaire. Par contre, les études sur la maintenance des systèmes avec structure complexe sont très peu nombreuses. Malheureusement, avec un fort développement de l'économie et de la technologie, les structures complexes sont de plus en plus populaires. C'est la raison pour laquelle, la maintenance des systèmes avec structure complexe est étudiée dans nos travaux.

Enfin, il faut noter aussi que nos études sont effectuées seulement sur des systèmes cohérents. Ceux qui correspondent à la plupart des systèmes physiques réels. Un système est dit "cohérent" si la réparation d'un composant du système améliore toujours ses performances et tous les composants ont un impact sur la date de panne du système [113].

### 1.2.2 Modélisation stochastique des composants

La modélisation stochastique d'un composant commence par la définition d'un espace d'états dans lesquels le composant est susceptible de se trouver. Ensuite, nous devons préciser comment le composant passe d'un état à un autre (combien de temps il passe dans chaque état, sous quelles conditions il passe d'un état à un autre, etc.). Dans la littérature, il existe deux grandes classes de modèles de défaillance suivants :

- Modèles de durée de vie : on appelle modèle de durée de vie, le cas simple où l'espace des états que peut parcourir le composant est réduit à deux états de marche et état de panne. Ces modèles sont largement utilisés dans la littérature [10, 9] pour la modélisation stochastique des composants, surtout pour les composants électroniques, électriques, etc., pour lesquels le passage de l'état de marche à l'état de panne est immédiat [13].
- Modèles de dégradation : on appelle modèle de dégradation, les modèles pour lesquels l'espace des états dans lesquels peut se retrouver un composant n'est pas réduit aux états de marche et de panne. On distingue en général des états de dégradation intermédiaires qui permettent de transiter successivement entre l'état neuf ou le moins dégradé et l'état de panne. Avec les progrès des systèmes de contrôle et de surveillance d'aujourd'hui, les modèles de dégradation sont de plus en plus développés et appliqués pour la modélisation des composants [25].

En comparant avec les modèles de durée de vie, les modèles de dégradation permettent de mieux décrire le comportement de panne du composant en prenant en compte son état actuel relativement précis. Par contre, les modèles de dégradation ont besoin des efforts supplémentaires au niveau de la surveillance, de la modélisation de la défaillance et de l'implémenta-

tion [55, 76, 5, 7]. De plus, dans la réalité, il existe des cas où l'installation des systèmes de surveillance est parfois très difficile ou inutile (par exemple le cas des systèmes micro-électroniques). En conséquence, dans le cadre de cette thèse, nous avons choisi le modèle de durée de vie plutôt que celui de dégradation pour la modélisation stochastique des composants.

### **1.2.3 Modélisation des interactions entre les composants**

D'après [136], nous distinguons les trois types d'interactions entre les composants suivants :

- Dépendances économiques : la structure du coût de maintenance présente des inter-dépendances entre les composants. En conséquence, le coût de maintenance d'un groupe de composants n'est pas égal à la somme des coûts de maintenance de tous les composants dans le groupe. Pour ce type de dépendance, nous distinguons deux cas suivants :
  - Dépendance économique positive : cette dépendance implique que le coût de maintenance de plusieurs composants est moins élevé que la somme de leurs coûts de maintenance individuelle. Par exemple, pour des systèmes séries, quand les composants sont maintenus conjointement, le coût de maintenance peut être réduit grâce au partage des tâches de préparation de maintenance (déplacement d'équipes de maintenance, d'ouverture d'appareils, etc.) entre les composants où à la diminution du temps d'arrêt du système,
  - Dépendance économique négative : cette dépendance se produit quand le coût de maintenance d'un groupe de plusieurs composants est plus élevé que la somme de leurs coûts de maintenance individuelle. Par exemple, pour des systèmes parallèles, quand les composants sont maintenus conjointement, le coût de maintenance peut être augmenté à cause de l'augmentation du temps d'arrêt du système.
- Dépendances stochastiques : cela se produit lorsque le comportement d'un composant dépend de celui des autres. Les dépendances stochastiques sont dues principalement aux sollicitations de l'environnement qui sont communes à tous les composants ("common-cause failure" en Anglais), à la configuration de la charge partagée où la défaillance d'un composant peut causer une redistribution de la charge pour les composants qui sont en fonctionnement, et donc modifier leurs distributions de défaillances ("Shared-load configuration" en Anglaise), à une cascade d'échecs (lorsque la défaillance d'un composant entraîne d'autres défaillances) [167, 146, 172, 68].
- Dépendances structurelles : ces dépendances interviennent lorsqu'on ne peut pas maintenir un composant sans que cela ait des conséquences sur les autres [30]. C'est notamment le cas lorsqu'un composant est inaccessible directement et qu'il faut en démonter ou en arrêter un autre pour pouvoir intervenir.

Parmi les trois types de dépendances précédents, les dépendances structurelles sont peu présentes dans la réalité. Par contre, les dépendances stochastiques et les dépendances économiques

sont souvent présentes et correspondent à de nombreux cas réels. Les modèles de maintenance avec la prise en compte des dépendances stochastiques sont très compliqués et souvent se limitent aux systèmes avec quelques composants [83, 43]. Dans le cadre de cette thèse, nous ne considérons que les dépendances économiques afin de simplifier les modèles de maintenance et se concentrer sur les développements des stratégies pour la maintenance des systèmes multi-composants complexes avec un grand nombre de composants.

## **1.3 Stratégies pour la maintenance des systèmes multi-composants complexes**

Après avoir modélisé le système, nous allons ensuite choisir le type de stratégies de maintenance qui est la plus adaptée à notre système. Pour ce faire, nous considérons tout d'abord les grands types des stratégies de maintenance suivants : stratégies de maintenance calendaire et stratégies de maintenance conditionnelle, stratégies de maintenance stationnaires et stratégies de maintenance dynamiques.

### **1.3.1 Stratégies de maintenance calendaire et maintenance conditionnelle**

Selon la nature des informations prises en compte dans la décision en maintenance, nous pouvons distinguer les deux types de stratégies de maintenance suivants :

- Stratégies de maintenance calendaire : sont construites en se basant sur les connaissances de la durée de vie des composants. Les stratégies de maintenance calendaire sont largement appliquées dans l'industrie, car elles sont relativement faciles à implémenter et peuvent se baser uniquement sur l'historique des pannes et l'expérience du personnel de maintenance [154].
- Stratégies de maintenance conditionnelle : sont construites en se basant sur les connaissances de la condition de santé (l'état défaillant) des composants. Les stratégies de maintenance conditionnelle prennent en compte l'état actuel relativement précis des composants.

En prenant en compte l'état actuel des composants, il est donc raisonnable de penser que la performance des stratégies de maintenance conditionnelle est supérieure à celle des stratégies de maintenance calendaire. Par contre, le prix à payer pour cette performance est un effort supplémentaire au niveau de la surveillance des composants. De plus, les décisions des stratégies de maintenance conditionnelle sont souvent très compliquées et ont besoin de beaucoup d'efforts de calcul surtout quand le nombre de composants est grand. En conséquence, dans le cadre de cette thèse, nous choisissons les stratégies de maintenance calendaire pour la maintenance des systèmes multi-composants complexes.

### **1.3.2 Stratégies de maintenance stationnaires et dynamiques**

Les contextes dynamiques sont des changements du système et de sa condition de fonctionnement au cours du temps. Par exemple, le changement de la structure du système pour répondre aux changements de la demande de clients ou le changement de taux d'utilisation des composants sur certaines périodes.

Selon la possibilité de prise en compte des contextes dynamiques de décisions de maintenance, nous distinguons les types de stratégies de maintenance suivants : stratégies de maintenance stationnaires et stratégies de maintenance dynamiques [160].

- Stratégies de maintenance stationnaires : les décisions de maintenance ne permettent pas de prendre en compte du contexte dynamique qui n'est connu que sur un horizon à court terme. Les stratégies de maintenance stationnaires prévoient un plan de maintenance qui ne change pas au cours de la vie du système.
- Stratégies de maintenance dynamiques : les décisions de maintenance permettent de prendre en compte du contexte dynamique. Le plan de maintenance proposé par les stratégies de maintenance dynamiques peut être remis à jour lorsque le contexte dynamique apparaît sur l'horizon de planification.

Pour les stratégies de maintenance stationnaires, les modèles mathématiques et l'optimisation de maintenance sont souvent moins compliqués que ceux des stratégies de maintenance dynamiques. De plus, dans la pratique, la gestion et l'organisation des actions de maintenance d'un plan de maintenance stationnaire sont plus simples que celles d'un plan de maintenance dynamique. Par contre, les stratégies de maintenance dynamiques permettent de tenir compte du contexte dynamique dans ses décisions de maintenance afin de réduire les coûts de maintenance et satisfaire les exigences instantanées des clients. Le choix entre les stratégies de maintenance stationnaires ou les stratégies de maintenance dynamiques dépend donc de la fréquence d'apparition du contexte dynamique.

## **1.4 Conclusions**

Grâce aux analyses réalisées ci-dessus, nous allons envisager de développer des stratégies de maintenance calendaire utilisant le modèle de durée de vie pour la maintenance des systèmes multi-composants complexes. Ces stratégies de maintenance calendaire doivent prendre en compte les caractéristiques suivantes :

- La complexité de structure complexe : pour que nos stratégies de maintenance puissent s'appliquer pour la maintenance de n'importe quelle structure du système, les caractéristiques de la structure du système doivent être étudiées et prises en compte.
- La dépendance économique entre composants : les activités de maintenance sont mainte-



nues conjointement afin de réduire le coût de maintenance ou/et assurer la disponibilité du système.

- Le contexte dynamique : la prise en compte du contexte dynamique dans la planification de maintenance est très importante. Elle permet de mettre à jour le plan de maintenance au cours de l'horizon de planification afin de réduire le coût de maintenance ou répondre rapidement aux changements des conditions du système, aux changements des demandes des clients.

Les stratégies de maintenance calendaire et les caractéristiques précédentes sont présentées plus en détail au chapitre 2.



# Chapitre 2

## Étude bibliographique

### 2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter plus précisément les modèles et problématiques que nous avons évoqués dans le chapitre 1 (modèle de durée de vie, dépendance économique, structure complexe, stratégies de regroupement). De plus, les notions supplémentaires et les outils que nous allons utiliser dans le reste de ce mémoire sont présentées.

Nous commençons ce chapitre par une étude précise sur la modélisation des systèmes multi-composants complexes dans la section 2.2. Ensuite, à travers une étude bibliographique sur les stratégies de maintenance de systèmes multi-composants dans la section 2.3, nous choisissons le type de stratégies qui convient mieux pour la maintenance des systèmes étudiés et justifions la motivation de la prise en compte de la structure du système dans les décisions de maintenance. Les méthodes d'évaluation et d'optimisation des stratégies de maintenance sont présentées dans la section 2.4. Puis, une présentation précise du problème étudié est faite dans la section 2.5. Enfin, la conclusion de ce chapitre est présentée dans la dernière section (section 2.6).

### 2.2 Modélisation des systèmes multi-composants complexes

Dans cette section, la définition et les caractéristiques de la structure complexe sont présentées et analysées d'abord au paragraphe 2.2.1. Ensuite, nous expliquons comment modéliser le comportement de panne des composants par l'utilisation des modèles de durée de vie au deuxième paragraphe 2.2.2. Dans ce paragraphe, les rappels sur les grandeurs de fiabilité utilisées sont aussi présentées. Enfin, la dépendance économique et les coûts liés sont présentés au dernier paragraphe 2.2.3.

### 2.2.1 Modélisation de la structure du système

**Différents types de structure du système :** nous considérons un système cohérent contenant  $n$  composants. Nous supposons ensuite que l'état du système et l'état de ses composants sont binaires (soit en marche soit en panne). Les différents types de la structure du système sont présentés et listés [113, 84, 33]. Pour chaque type de structure, le diagramme de fiabilité et la fonction structure correspondante sont étudiées. La fonction de structure est une représentation mathématique du diagramme de fiabilité : soit  $x_i$  une variable binaire désignant l'état du composant  $i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ .  $x_i = 1$  pour l'état de marche et  $x_i = 0$  pour l'état de panne. Le système est donc dans l'état  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \{0, 1\}^n$ . Notons  $\phi$  l'application de  $\{0, 1\}^n$  dans  $\{0, 1\}$  définie par  $\phi(x) = 1$  si l'état  $x$  est un état de marche du système et  $\phi(x) = 0$  si l'état  $x$  est un état de panne. La fonction  $\phi$  s'appelle la fonction de structure du système.

- (a) *Structure série :* une structure s'appelle structure série quand le système fonctionne si et seulement si tous ses composants fonctionnent.

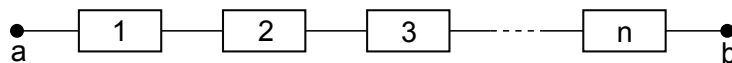


FIGURE 2.1 – Diagramme de fiabilité d'une structure série

Une structure série peut être illustrée par le diagramme de fiabilité présenté Figure 2.1. La fonction de structure correspondante est

$$\phi(x) = \prod_{i=1}^n x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot \dots \cdot x_n = \min(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

- (b) *Structure parallèle :* une structure s'appelle structure parallèle quand le système fonctionne si au moins l'un de ses composants fonctionne.

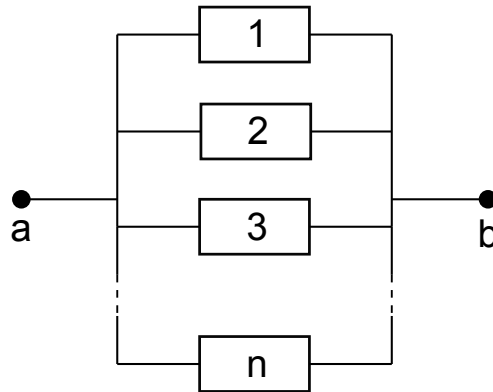


FIGURE 2.2 – Diagramme de fiabilité d'une structure parallèle

Une structure parallèle peut être illustrée par le diagramme de fiabilité présenté Figure 2.2. La fonction de structure est

$$\phi(x) = 1 - \prod_{i=1}^n (1 - x_i) = 1 - (1 - x_1) \cdot (1 - x_2) \cdot \dots \cdot (1 - x_n) = \max(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

- (c) *Structure k/n* : une structure s'appelle structure k/n : G système quand le système fonctionne si et seulement si au moins k de ses n composants fonctionnent. Inversement, pour une structure k/n : F système, le système tombe en panne si et seulement si au moins k de ses n composants tombent en panne.

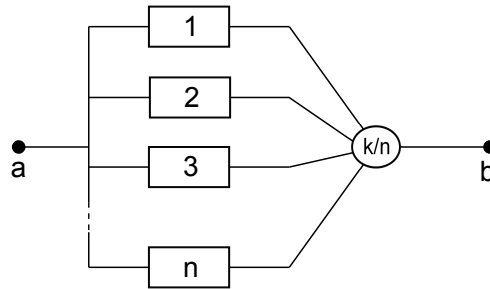


FIGURE 2.3 – Diagramme de fiabilité d'une structure k/n

Une structure k/n peut être illustrée par le diagramme de fiabilité présenté Figure 2.3. La fonction de structure correspondante est

$$\phi(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } \sum_{i=1}^n x_i \geq k \\ 0 & \text{si } \sum_{i=1}^n x_i < k \end{cases}$$

- (d) *Structure série-parallèle* : une structure série-parallèle est constituée de m sous-systèmes connectés en parallèle. Chaque sous-système j contient n<sub>j</sub> (j = 1, 2, ..., m) composants connectés en série.

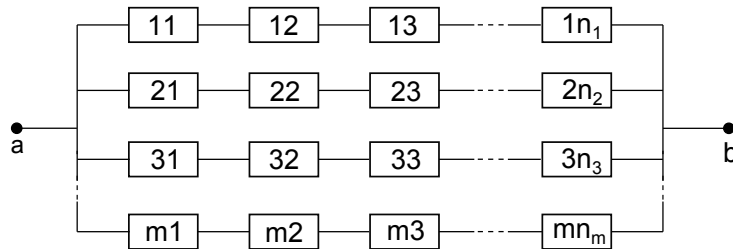


FIGURE 2.4 – Diagramme de fiabilité d'une structure série-parallèle

La figure 2.4 présente le diagramme de fiabilité d'une structure série-parallèle. La fonction de structure correspondante est

$$\phi(x) = 1 - \prod_{j=1}^m (1 - \prod_{i=1}^{n_j} x_{ji})$$

où  $x_{ji}$  est la variable binaire représentant l'état du composant  $i$  qui se situe au sous-système  $j$ .

- (e) *Structure parallèle-série* : une structure parallèle-série est constituée de  $m$  sous-systèmes connectés en série. Chaque sous-système  $j$  contient  $n_j$  ( $j = 1, 2, \dots, m$ ) composants connectés en parallèle.

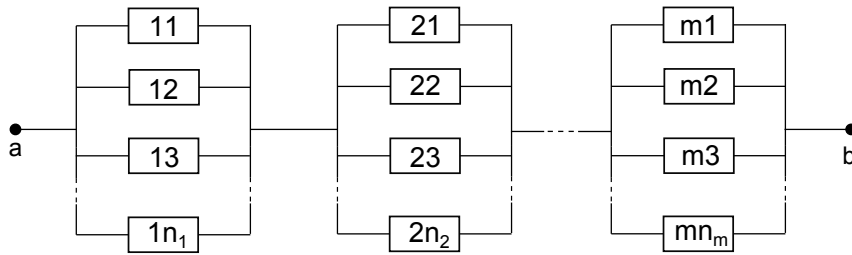


FIGURE 2.5 – Diagramme de fiabilité d'une structure parallèle-série

La figure 2.5 présente le diagramme de fiabilité d'une structure parallèle-série. La fonction de structure correspondante est

$$\phi(x) = \prod_{j=1}^m [1 - \prod_{i=1}^{n_j} (1 - x_{ji})]$$

- (f) *Structure complexe* : une structure complexe est une structure qui ne peut pas être directement classée dans les catégories précédentes de structures élémentaires. Par exemple, la Figure 2.6 donne le diagramme de fiabilité d'une structure complexe d'un système d'automatisation des postes électriques (pour plus de détails, voir la sous-section 6.5.1). Cette structure est une combinaison des structures séries, structures parallèles et une structure 2/4.

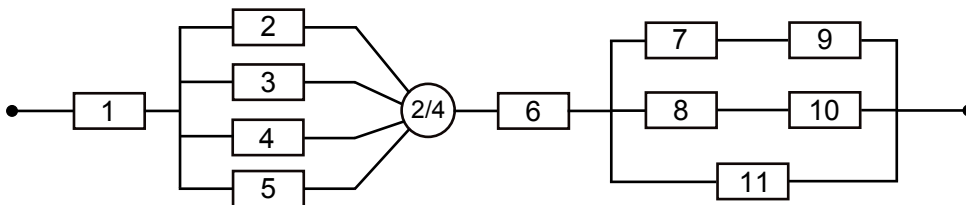


FIGURE 2.6 – Diagramme de fiabilité d'une structure complexe

Contrairement aux cas précédents de structures élémentaires où la fonction de structure peut être obtenue directement et facilement, pour les structures complexes, la fonction structure doit être calculée en utilisant les coupes minimales ou les chemins de succès minimaux. À partir du diagramme de fiabilité, les coupes minimales et les chemins de succès minimaux sont définis comme suit :

- Un chemin de succès est un ensemble d'éléments (blocs) qui conduit au bon fonctionnement du système. Un chemin de succès minimal est un chemin de succès qui ne contient aucun autre chemin de succès.  $Pm = (P_1, \dots, P_{np})$  dénote l'ensemble de tous les  $np$  chemins de succès minimaux du système. Par exemple, pour la structure présentée Figure 2.6, l'ensemble des chemins de succès minimaux est  $Pm = (P_1, \dots, P_{18})$ , avec :

$$\begin{array}{lll}
 P_1 = \{1, 2, 3, 6, 7, 9\} & P_7 = \{1, 2, 3, 6, 8, 10\} & P_{13} = \{1, 2, 3, 6, 11\} \\
 P_2 = \{1, 2, 4, 6, 7, 9\} & P_8 = \{1, 2, 4, 6, 8, 10\} & P_{14} = \{1, 2, 4, 6, 11\} \\
 P_3 = \{1, 2, 5, 6, 7, 9\} & P_9 = \{1, 2, 5, 6, 8, 10\} & P_{15} = \{1, 2, 5, 6, 11\} \\
 P_4 = \{1, 3, 4, 6, 7, 9\} & P_{10} = \{1, 3, 4, 6, 8, 10\} & P_{16} = \{1, 3, 4, 6, 11\} \\
 P_5 = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\} & P_{11} = \{1, 3, 5, 6, 8, 10\} & P_{17} = \{1, 3, 5, 6, 11\} \\
 P_6 = \{1, 4, 5, 6, 7, 9\} & P_{12} = \{1, 4, 5, 6, 8, 10\} & P_{18} = \{1, 4, 5, 6, 11\}
 \end{array}$$

- Une coupe est un ensemble d'éléments dont la panne conduit à la panne du système. Une coupe minimale est une coupe qui ne contient aucune autre coupe.  $Cm = (C_1, \dots, C_{nc})$  dénote l'ensemble de tous les  $nc$  coupes minimales du système. Par exemple, pour la structure présentée Figure 2.6, l'ensemble des coupes minimales est  $Cm = (C_1, \dots, C_{10})$ , avec :

$$\begin{array}{llll}
 C_1 = \{1\} & C_2 = \{6\} & C_3 = \{2, 3, 4\} & C_4 = \{2, 3, 5\} \\
 C_5 = \{2, 4, 5\} & C_6 = \{3, 4, 5\} & C_7 = \{7, 8, 11\} & C_8 = \{7, 10, 11\} \\
 C_9 = \{8, 9, 11\} & C_{10} = \{9, 10, 11\} & & 
 \end{array}$$

Grâce aux coupes minimales et aux chemins de succès minimaux, la fonction structure des structures complexes peut être déterminée de la façon suivante :

- La structure complexe est considérée comme une structure série-parallèle contenant  $np$  chemins de succès minimaux en parallèle ( $np$  sous-systèmes). Dans chaque sous-système, les composants des chemins de succès minimaux sont connectés en série. En conséquence, la fonction de structure est donnée par l'équation suivante :

$$\phi(x) = 1 - \prod_{j=1}^{np} (1 - \prod_{i \in P_j} x_i) = 1 - \prod_{j=1}^{18} (1 - \prod_{i \in P_j} x_i)$$

- La structure complexe est considérée comme une structure parallèle-série contenant  $nc$  coupes minimales en série ( $nc$  sous-systèmes). Dans chaque sous-système, les composants des coupes minimales sont connectés en parallèle. La fonction de structure est présentée par la formule suivante :

$$\phi(x) = \prod_{j=1}^{nc} [1 - \prod_{i \in C_j} (1 - x_i)] = \prod_{j=1}^{10} [1 - \prod_{i \in C_j} (1 - x_i)]$$

**Propriétés de structures complexes :** notons que les exemples présentés dans ce paragraphe sont étudiés en considérant la structure complexe présentée sur la Figure 2.6. Avant de discuter des propriétés de cette structure complexe, nous définissons d’abord les notions supplémentaires suivantes :

- Une coupe minimale d’ordre  $\epsilon$  est une coupe minimale contenant  $\epsilon$  composants. Par exemple, les coupes minimales  $C_1 = \{1\}$  et  $C_5 = \{6\}$  sont des coupes minimales d’ordre 1, les coupes  $C_2 = \{2, 3, 4\}$  et  $C_3 = \{2, 3, 5\}$  sont des coupes minimales d’ordre 3.
- Un composant est dit “critique” s’il est une coupe minimale d’ordre 1, par exemple : les composants 1 et 6. Inversement, un composant est dit “non-critique” s’il ne constitue pas à lui seul une coupe minimale d’ordre 1, par exemple : les composants 2, 3, 4, 5.
- Un groupe de composants  $G^k$  est dit “critique” s’il contient au moins une coupe minimale, par exemple : le groupe  $G^k = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Inversement, le groupe  $G^k$  est dit “non-critique” s’il ne contient aucune coupe minimale, par exemple : le groupe  $G^k = \{2, 3, 7\}$ .
- Un arrêt du système est dit “planifié” lorsque le système est arrêté à cause de la maintenance préventive de composants. Un arrêt du système est dit “non-planifié” lorsque le système est arrêté à cause de la panne.

Notons qu’un arrêt d’un composant critique ou d’un groupe critique cause un arrêt du système. En revanche, le système est encore en marche pendant l’arrêt d’un composant non-critique ou d’un groupe non-critique. Grâce aux notions précédentes, nous allons préciser ici quelques propriétés qui caractérisent une structure complexe comme suit :

- Propriété 1 : lorsque les composants sont maintenus conjointement, le nombre d’arrêts planifiés du système peut être augmenté ou diminué selon que les composants et le groupe de ces composants sont critiques ou non. Par exemple, lorsque les composants non-critiques 9, 10 et 11 sont maintenus séparément, le système est toujours en marche. Cependant, lorsque ces composants sont maintenus conjointement, le système est arrêté, car le groupe  $G^1 = \{9, 10, 11\}$  est un groupe critique. En conséquence, le regroupement de opérations de maintenance des composants 9, 10 et 11 cause à un arrêt planifié supplémentaire du système. Par contre, la maintenance du groupe  $G^2 = \{1, 6\}$  peut réduire le nombre d’arrêts planifiés, car le système est arrêté une seule fois lorsque les composants critiques 1 et 6 sont maintenus conjointement au lieu de deux fois lorsqu’ils sont maintenus séparément.
- Propriété 2 : l’importance des composants du système sont souvent différentes, car les composants ne sont pas symétriques ni identiques. Donc, il est nécessaire de mesurer l’importance des composants en proposant différents facteurs. Dans la littérature, de nombreux facteurs d’importance ont été proposés. Ces facteurs peuvent être classés dans deux catégories principales suivantes [45] :
  - Les facteurs d’importance structurels donnent l’importance relative d’un composant



quant à sa position dans la structure d'arbre de défaillance où dans le diagramme de fiabilité. Ils ne dépendent que de la structure du système et peuvent être complètement déterminés par la conception du système, c'est à dire la fonction de structure. Les facteurs d'importance structurels les plus populaires sont : facteur d'importance de Birnbaum, facteur d'importance de Barlow et Proschan, facteur d'importance de Freixas et Pons, facteur d'importance de Butler [79].

- Les facteurs d'importance fiabilistes évaluent l'importance relative d'un composant en prenant en compte de façon conjointe ses contributions structurelle et probabiliste à la fiabilité du système. Nous pouvons lister ici les facteurs d'importance fiabilistes plus couramment utilisés : facteur d'importance marginal, facteur d'importance conjoint, facteur d'importance critique, facteur d'importance de diagnostic, facteur d'augmentation du risque, facteur de diminution du risque, facteur d'importance différentiel [45].

Nous allons préciser ici le facteur d'importance structurel de Birnbaum [18], qui va être pris en compte dans la décision de maintenance de la stratégie de regroupement stationnaire développée dans la partie III.

Soit  $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$  est le vecteur de l'état de composants du système.  $(1_i, x) = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 1, x_{i+1}, \dots, x_n)$  et  $(0_i, x) = (x_1, x_2, \dots, x_{i-1}, 0, x_{i+1}, \dots, x_n)$  sont des vecteurs de l'état qui ont  $x_i = 1$  et  $x_i = 0$  respectivement. Le facteur d'importance structurel de Birnbaum peut s'exprimer par l'équation suivante :

$$I_i^B = \frac{\sum_x [\phi(1_i, x) - \phi(0_i, x)]}{2^{n-1}}$$

Le facteur  $I^B$  des composants de la structure présentée sur la Figure 2.6 est calculé et donné sur le Tableau 2.1.

Composants	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$I_i^B$	$\frac{115}{1024}$	$\frac{69}{1024}$	$\frac{69}{1024}$	$\frac{69}{1024}$	$\frac{69}{1024}$	$\frac{115}{1024}$	$\frac{15}{1024}$	$\frac{15}{1024}$	$\frac{15}{1024}$	$\frac{15}{1024}$	$\frac{45}{1024}$

TABLE 2.1 – Facteur d'importance structurel de Birnbaum des composants

- Propriété 3 : le système avec structure complexe peut fonctionner lorsqu'un ou quelques composants non-critiques ne fonctionnent pas. Par exemple, le système avec structure présentée sur la Figure 2.6 peut fonctionner lorsque les composants 2, 3, 7 et 8 ne fonctionnent pas. Cet état de fonctionnement partiel du système peut conduire à des mauvaises conséquences telles que l'augmentation de la fréquence de panne du système, la diminution du nombre de produits ou de la qualité de service.

## 2.2.2 Modélisation stochastique de composants en utilisant les modèles de durée de vie

Pour modéliser stochastiquement le comportement de panne des composants en utilisant les modèles de durée de vie, il faut définir les lois qui représentent le temps passé dans l'état de marche et le temps passé dans l'état de panne.

**Le temps passé dans l'état de marche (la durée de vie) :** est donné par la loi de durée de vie d'un composant. Cette loi de durée de vie du composant peut être évaluée par de nombreuses méthodes statistiques classiques de type inférence paramétrique, semi-paramétrique et non-paramétrique [114, 25, 42, 75]. Dans la littérature, plusieurs lois de probabilités sont associées à la durée de vie des composants [9]. Nous pouvons classer ces lois dans les grandes classes suivantes :

- Modèle markovien ou exponentiel : le temps de survie des composants à un instant  $t$  ne dépend pas du temps déjà passé dans l'état de marche. Dans la réalité, ce modèle est utilisé pour la modélisation des composants qui ne vieillissent pas et qui tombent en panne indépendamment du temps de fonctionnement (sans mémoire) tels que les composants électroniques.
- Modèles non markoviens : le temps de survie des composants dépend du temps de fonctionnement (avec mémoire). Les composants vieillissent ou rajeunissent. Les lois non markoviennes sont nombreuses telles que la loi de Weibull, la loi Normale (Gaussienne), la loi Gamma, etc.

En se basant sur les modèles de durée de vie, l'étude de fiabilité est développée. Nous reprenons ici les principales grandeurs de fiabilité qui vont être utilisées dans les parties suivantes. Pour ce faire, nous notons d'abord  $T_i$  la durée de vie du composant  $i$ . La première grandeur que nous représentons est la fonction de répartition  $F_i$ . Elle est la probabilité que le composant  $i$  tombe en panne avant l'instant  $t$  :

$$F_i(t) = \mathbb{P}(T_i \leq t)$$

La densité de probabilité  $f_i$  représente la fréquence relative des instants de panne comme une fonction du temps :

$$f_i(t) = \frac{dF_i(t)}{dt}$$

La fonction de survie  $R_i$  (fonction de fiabilité) représente la probabilité d'avoir une panne après l'instant  $t$  :

$$R_i(t) = \mathbb{P}(T_i > t) = 1 - F_i(t)$$

Le taux de défaillance se calcule comme la limite quand  $\Delta t$  tend vers zéro, si elle existe, de la probabilité pour que le composant  $i$  tombe en panne dans l'intervalle  $(t, t + \Delta t]$ , sachant qu'il

était en fonctionnement à l'instant  $t$ , divisé par  $\Delta t$ . Le taux de défaillance, noté par  $r_i(t)$ , est calculé comme suit :

$$r_i(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta t} \frac{\mathbb{P}(t < T_i \leq t + \Delta t)}{\mathbb{P}(T_i \geq t)} = \frac{f_i(t)}{R_i(t)}$$

Le taux de défaillance est caractéristique du mode de vieillissement d'un composant. Nous considérons les trois cas suivants :

- Quand le taux de défaillance augmente avec le temps, la probabilité qu'il tombe en panne sur l'intervalle de temps  $[t_1, t_2]$  est inférieure à la probabilité qu'il tombe en panne sur l'intervalle de temps  $[t_1 + \Delta t, t_2 + \Delta t]$  avec  $\Delta t > 0$ . Le composant vieillit donc au cours du temps.
- Au contraire, quand le taux de défaillance diminue avec le temps, la probabilité qu'il tombe en panne sur l'intervalle de temps  $[t_1, t_2]$  est supérieure à la probabilité qu'il tombe en panne sur l'intervalle de temps  $[t_1 + \Delta t, t_2 + \Delta t]$ . Le composant donc rajeunit au cours du temps.
- Quand le taux de défaillance reste constant au cours du temps, la loi de durée de vie est exponentielle. Le composant est donc dit "sans mémoire".

Le temps moyen de fonctionnement avant panne est défini comme suit :

$$MTTF_i = \mathbb{E}(T_i) = \int_0^{+\infty} t f_i(t) dt = \int_0^{+\infty} R_i(t) dt$$

La durée de vie résiduelle est la durée qui reste à un composant avant sa défaillance. Il s'agit d'une variable aléatoire et non d'une valeur déterministe précise. La valeur moyenne de la durée de vie résiduelle notée  $MRL_i$  ("Mean Residual Lifetime" en Anglais) est calculée comme suit :

$$MRL_i(t) = \int_0^{+\infty} R_i(x|t) dx = \frac{1}{R_i(t)} \int_t^{+\infty} R_i(x) dx \quad (2.1)$$

La durée de vie résiduelle moyenne  $MRL$  est une grandeur très utile. Elle permet d'apprécier la possibilité de bon fonctionnement des composants dans l'avenir.

**Le temps passé dans l'état de panne :** quand un composant tombe en panne, le temps passé dans l'état de panne peut se composer des parties suivantes :

- Temps de réparation du composant : ce temps dépend de l'étendue de la panne (la cause de la panne), de la procédure de réparation. Le temps de réparation du composant peut être une durée déterministe fixe [34], une durée déterministe variable qui est une fonction croissante de l'âge du composant ou du nombre de pannes qui sont déjà apparues [169, 173], une durée aléatoire qui suit une loi exponentielle ou une loi normale [93, 159]. Afin de faciliter les modèles de maintenance, ce temps est souvent considéré comme négligeable devant le temps de fonctionnement.

- Temps d’attente des pièces de rechange [29, 56] et le temps d’attente des opérateurs [17, 86]. Parfois, les pièces de rechange et les opérateurs ne sont pas disponibles à l’instant de panne à cause des ruptures de stock, des délais de livraison des pièces de rechange, des temps de voyage des opérateurs, etc. En conséquence, la réparation doit être retardée. Dans les cas simples, ces temps peuvent être négligés par des hypothèses considérant que les pièces de rechange et les opérateurs sont toujours disponibles.
- Temps de détection des défaillances cachées. Considérons que nous ne pouvons détecter la panne du composant qu’aux instants d’inspections. En conséquence, quand le composant tombe en panne entre deux inspections consécutives, le composant reste en panne de l’instant de panne à l’instant de la prochaine inspection [135, 158]. Ce temps peut être considéré comme nul quand les défaillances s’annoncent (“self-announcing” en Anglais) ou lorsque l’inspection est continue.
- Temps avant l’intervention. Selon les stratégies de maintenance proposées dans [107, 148], dans quelques cas, quand les composants tombent en panne entre deux périodes de maintenance préventive, ils sont laissés dans l’état de panne de l’instant de panne jusqu’à la prochaine période de la maintenance préventive afin d’économiser les coûts de réparation.

### 2.2.3 Modélisation de la dépendance économique entre composants

Comme mentionné ci-dessus, il peut exister des dépendances économiques (positives et/ou négatives) entre les composants dans un système multi-composants. Pour cette raison, le coût de maintenance d’un groupe de composants est différent de la somme des coûts de maintenance des composants individuels du groupe. La nature de cette différence se base souvent sur les deux coûts suivants :

- Coût de mise en œuvre : ce coût de maintenance est payé pour les tâches de préparation de maintenance. Il contient souvent des coûts de transports (coûts de déplacement des équipes de maintenance, des pièces de rechange, des outils de maintenance), coûts de l’ouverture des appareils. Le coût de mise en œuvre est souvent égal à environ 5% du coût total de remplacement d’un composant, mais parfois il est très important pour les systèmes tels que des parcs éoliens en mer, les installations au large des côtes où le transport a besoin des avions ou des bateaux [160, 64]. Dans la littérature, il existe deux grands types de coût de mise en œuvre : (i) quand le coût de mise en œuvre est le même pour la maintenance de tous les composants dans le système, nous avons le coût de mise en œuvre de type unique [162, 26, 21, 46] ; (ii) quand le coût de mise en œuvre est partagé entre des groupes de composants spécifiques et il est différent pour chaque groupe, le coût de mise en œuvre est dit de type multiple [140].
- Coût d’arrêt du système : ce coût de maintenance est payé pour des impacts négatifs

des arrêts du système. Le coût d'arrêt peut être composé des coûts de perte de production, coûts de redémarrage du système, coûts de perte de la qualité des produits ou de la qualité des services [53, 144, 130, 133]. Les articles [147, 152, 151] distinguent deux types de coût d'arrêt selon les causes qui conduisent à l'arrêt du système : (i) le coût d'arrêt planifié lorsque le système est arrêté pour la maintenance préventive ; (ii) le coût d'arrêt non-planifié lorsque le système tombe en panne.

Le coût de mise en œuvre peut être économisé lorsqu'un groupe de composants est maintenu. L'économie du coût de mise en œuvre dépend du nombre de composants du groupe. Cependant, à la différence du coût de mise en œuvre, lorsque quelques composants sont maintenus conjointement, le coût d'arrêt planifié peut être réduit ou augmenté selon que les composants et le groupe de ces composants sont critiques ou non. Par exemple, avec la structure présentée sur la Figure 2.6, deux cas suivants sont considérés :

- Lorsque les composants non-critiques 9, 10 et 11 sont maintenus conjointement, le coût d'arrêt planifié est augmenté à cause de l'augmentation du nombre d'arrêts planifiés du système (comme mentionné au paragraphe 2.2.3). Dans ce contexte, la structure du système peut conduire à la dépendance économique négative entre ces composants.
- Lorsque les composants critiques 1 et 6 sont maintenus conjointement, le coût d'arrêt planifié peut être réduit grâce à la diminution du nombre d'arrêts planifiés du système (comme mentionné au paragraphe 2.2.3). Dans ce contexte, la structure du système peut conduire à la dépendance économique positive entre ces composants.

En conséquence, nous concluons qu'il peut à la fois exister la dépendance économique positive et négative entre les composants dans un système avec structure complexe. De plus, la dépendance économique entre composants dépend non seulement du nombre des composants, mais aussi de la structure du système.

## **2.3 Stratégies de regroupement pour la maintenance des systèmes multi-composants**

Comme mentionné ci-dessus, il existe la dépendance économique entre les composants des systèmes multi-composants complexes. C'est la raison pour laquelle, un grand nombre de travaux s'intéresse à développer des stratégies de regroupement pour la maintenance de ces systèmes. Les stratégies de regroupement essaient de trouver une meilleure façon de regrouper la maintenance des composants afin de profiter au maximum de la dépendance économique positive et éviter au minimum la dépendance économique négative entre composants. Les auteurs souvent classifient les stratégies de maintenance en se basant sur les différents systèmes de classification : le système mono/multi-composants [155], la dépendance entre les compo-

sants [39, 101], la maintenance calendaire/conditionnelle [5], la modélisation mathématique des stratégies de maintenance [103, 126], l'interaction entre la maintenance et la production [20], l'interaction entre la maintenance et la garantie [128], l'interaction entre la maintenance et la gestion des stocks [143], etc. En nous appuyant sur ces états de l'art, dans le cadre de cette thèse, les stratégies de regroupement pour la maintenance des systèmes multi-composants complexes sont classifiées comme sur la Figure 2.7.

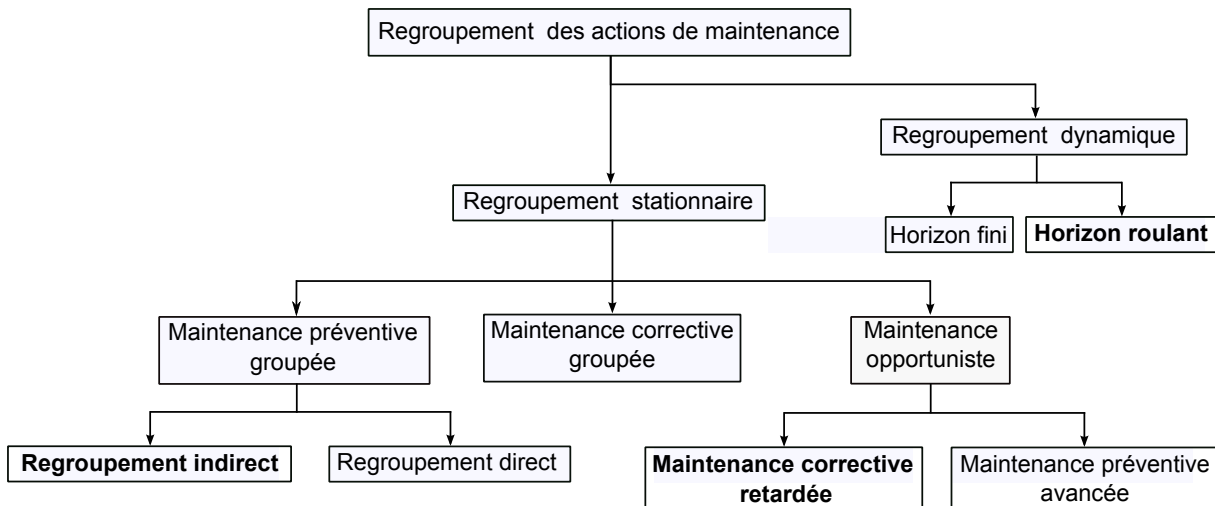


FIGURE 2.7 – Différents types de stratégies de maintenance pour la maintenance des systèmes multi-composants

Sur la Figure 2.7, en se basant d'abord sur la dynamique de la planification de maintenance (la possibilité de la prise en compte du contexte dynamique), les stratégies de regroupement sont classées dans deux grands groupes : regroupement dynamique et regroupement stationnaire. Pour le premier groupe (les stratégies de regroupement dynamiques), l'approche par horizon fini et l'approche par horizon roulant sont étudiées. En vérifiant la nature des actions de maintenance (préventive/corrective) qui sont groupées, les trois types de stratégies de regroupement stationnaires peuvent être considérées : maintenance préventive groupée, maintenance corrective groupée, maintenance opportuniste. Parmi ces trois types, la maintenance préventive groupée et la maintenance opportuniste sont largement développées. Ensuite, en se basant sur la façon de modéliser et de chercher (directement ou indirectement) les groupes de composants optimaux, les stratégies de maintenance préventive groupée peuvent être classées dans deux sous-types : regroupement direct et regroupement indirect. De plus, en se basant sur la nature des actions de maintenance effectuées aux instants de l'opportunité, deux sous types de maintenance opportuniste sont considérés : maintenance corrective retardée et maintenance préventive avancée.

Dans les prochaines sous-sections, nous allons présenter la définition, les caractéristiques et

les stratégies de chaque type de regroupement. Afin de mettre en évidence les contributions de nos travaux, nous nous concentrons notamment sur l'approche par horizon roulant, le regroupement indirect et la maintenance corrective retardée.

### 2.3.1 Stratégies de regroupement dynamiques

Les stratégies de regroupement dynamiques sont des stratégies qui permettent de prendre en compte le contexte dynamique (changements de structure du système, changements des conditions opérationnelles sur l'horizon de planification).

**Horizon fini :** la première approche qui permet d'intégrer les contextes dynamiques dans les décisions de maintenance est de considérer le système sur un seul horizon fini [97]. Le modèle de maintenance est optimisé sur cet horizon en considérant que le système n'est plus opérationnel à la fin de l'horizon. Le calcul du coût de maintenance doit pallier cet effet en intégrant des valeurs résiduelles concernant les composants afin d'estimer la vie résiduelle du système à la fin de l'horizon fini. Les modèles de maintenance pour un horizon fini sont peu nombreux à cause de la complexité de l'optimisation et de la modélisation de maintenance (durées de maintenance non-négligeables, actualisation des coûts de maintenance). Ces modèles sont souvent appliqués pour le cas où le temps de fonctionnement des systèmes est fini. Par exemple, dans les applications militaires, un système de lancement de missiles ne doit fonctionner que sur sa durée d'utilisation désignée [164]. Les stratégies de maintenance proposées pour horizon fini ne sont souvent appliquées que pour la maintenance des systèmes avec structure série [163, 22, 106]. Récemment, [166] a proposé une stratégie pour la maintenance des systèmes avec structure série-parallèle sur horizon fini. La stratégie contient deux étapes principales : dans un premier temps, un plan de maintenance sur l'horizon de planification est déterminé séparément pour chaque composant en minimisant le coût de maintenance et maximisant la disponibilité du composant sur l'horizon de planification en même temps. Ensuite, au niveau du système, une fenêtre de temps de maintenance (un intervalle de temps, noté *MTW*) est proposée pour : (i) séparer les dates de maintenance des composants en parallèle lorsque la maintenance de ces composants cause l'arrêt du système ; (ii) regrouper les dates de maintenance des composants en série afin de réduire le temps d'arrêt du système.

**Horizon roulant :** la deuxième approche du regroupement dynamique est l'approche par horizon roulant. On commence à déterminer les dates de maintenance individuelles pour chaque composant en minimisant son coût moyen de maintenance sur un horizon infini (coût moyen asymptotique). À cette étape, les modèles de maintenance stationnaires pour les systèmes mono-composants, tels que la stratégie de remplacement basée sur l'âge ou remplacement par blocs, peuvent être appliqués. Une fonction de coût de pénalité est construite pour chaque composant

afin d'évaluer les coûts additionnels lorsque la date de maintenance du composant est déplacée de sa date optimale. Ensuite, un algorithme d'optimisation est appliqué afin de trouver la meilleure façon de regrouper les dates de maintenance individuelles sur un horizon fini en maximisant le profit économique total du regroupement sur cet horizon fini. Pour ce faire, le plan de regroupement optimal doit être choisi en optimisant le compromis entre économies de coût de mise en œuvre et pénalités liées à des déplacements de dates de maintenance individuelles.

L'approche par horizon roulant est proposée pour la première fois dans [41]. Dans cet article, l'optimisation de regroupement est formalisée comme un problème de partitionnement d'ensemble. Malgré les lemmes proposés par les auteurs afin de réduire le temps de calcul, l'algorithme se limite à un petit nombre d'activités (10 activités) de maintenance sur l'horizon de planification. [162] améliore l'approche par horizon roulant en proposant le théorème des activités de maintenance consécutives où les activités de maintenance d'un groupe optimal doivent être consécutives. Grâce au théorème proposé, la programmation dynamique peut être utilisée pour chercher le plan optimal de regroupement en temps quadratique. En conséquence, la stratégie de regroupement proposée peut s'appliquer à la maintenance des systèmes de plusieurs composants. Malheureusement, ce théorème n'est valide que pour les systèmes avec structure série. Donc, la stratégie de regroupement se basant sur la programmation dynamique n'est appliquée que pour la maintenance des systèmes avec structure série. Les auteurs aussi montrent comment leur stratégie peut prendre en compte des changements de taux d'utilisation des composants dans la planification du regroupement. De plus, le papier [161] s'intéresse au problème de comparaison entre l'approche par horizon roulant et l'approche de maintenance stationnaire. En considérant une fréquence d'apparition considérable des contextes dynamiques (le changement de taux d'utilisation ou l'opportunité de faire la maintenance), le papier montre que l'approche par horizon roulant donne les meilleurs résultats (le moindre coût) que ceux de l'approche par maintenance stationnaire. Jusqu'à maintenant, les travaux sur horizon roulant ont été réalisés en considérant des modèles simples : systèmes en série, durée de maintenance négligeable, coût de mise en œuvre unique et fixé, modèles de durée de vie.

En percevant les avantages de l'approche par horizon roulant, de nombreux travaux ont été réalisés pour développer cette approche pour la maintenance des systèmes et des modèles plus complexes. Phuc Do Van a développé les modèles pour une durée de la maintenance préventive non-négligeable. Dans le papier [47], il s'intéresse au problème de regroupement dynamique sous des contraintes de la disponibilité du système et de nombre limité d'opérateurs. Dans ce cas, le plan de regroupement optimal permet non seulement de réduire le coût de maintenance, mais aussi d'assurer un certain niveau de la disponibilité du système sur l'horizon de planification. Dans le papier [46], il a résolu le problème avec plusieurs activités de maintenance d'un composant sur l'horizon de planification et proposé une nouvelle méthode pour la remise à jour du plan de regroupement lorsqu'une opportunité de durée limitée apparaît. Nous nous rapp-



lons que dans les travaux [41, 162, 161], chaque composant est considéré comme maintenu une seule fois sur l'horizon de planification.

[19] a développé l'approche par horizon roulant pour la maintenance des systèmes multi-composants à détérioration graduelle. Pour que la planification soit adaptée aux conditions réelles d'utilisation, les décisions de regroupement se basent sur les états de santé des composants du système qui sont connus à chaque date d'inspection. Enfin, la stratégie de regroupement dynamique développée s'applique à la maintenance des véhicules industriels. [142] a développé une approche pour les système multi-composants complexes où il existe à la fois la dépendance économique et stochastique entre composants. Les décisions de regroupement se basent sur le niveau de dégradation et la durée de vie résiduelle des composants. [64] a appliqué la stratégie de regroupement dynamique pour la maintenance d'un système d'énergie éolienne en mer. Dans ce travail, le coût de mise en œuvre est formulé en termes d'accès au parc éolien et ensuite de se déplacer d'une éolienne à l'autre (si nécessaire).

Papiers	Structure du système	Contextes dynamiques	Durée de maintenance
[41]	structure série	x	x
[162]	structure série	changements de taux d'utilisation	x
[161]	structure série	changements de taux d'utilisation opportunités de maintenance	x
[47]	structure série	contraintes de la disponibilité	maintenance préventive
[46]	structure série	opportunités de temps limit	maintenance préventive
[19]	structure série	l'état de santé de composants	x
[142, 64]	structure série	l'état de santé de composants	maintenance corrective et préventive

TABLE 2.2 – Approches par horizon roulant

*Remarque* : le tableau 2.2 montre que les stratégies de l'approche avec horizon roulant sont développées et appliquées pour les structures séries où il n'existe que des dépendances économiques positives entre les composants. De plus, les contextes dynamiques considérés sont peu nombreux et ne sont pas classés.

### 2.3.2 Stratégies de regroupement stationnaires

Le regroupement stationnaire prévoit un plan de regroupement sur un horizon infini en considérant que les conditions d'opération du système sont stables et la fréquence d'apparition des contextes dynamiques est faible. Par rapport au regroupement dynamique, les modèles du regroupement stationnaire semblent être moins compliqués. En regardant la nature des actions

de maintenance (préventive ou corrective) qui sont groupées, nous considérons trois catégories de regroupement stationnaire suivantes :

- maintenance corrective groupée ;
- maintenance préventive groupée ;
- maintenance opportuniste.

**Maintenance corrective groupée :** le plan de regroupement donné par les stratégies de cette catégorie ne concerne que la maintenance corrective. La maintenance corrective groupée s'applique souvent à la maintenance des systèmes avec redondance où nous pouvons laisser quelques composants en panne sans interrompre le fonctionnement du système. [104, 99] considère un système parallèle à  $n$  composants i.i.d. Le système est maintenu chaque  $T$  unités de temps par la réparation de tous les composants qui sont en panne à ce moment-là.  $T$  est la variable de décision de cette stratégie et elle est déterminée en minimisant le coût moyen par unité de temps sur horizon infini. Notons que quand un composant tombe en panne entre les deux périodes de maintenance, il est laissé en panne jusqu'à la prochaine période. En considérant le même modèle que celui dans [104], le papier [54] utilise un seuil de nombre de pannes des composants. Les composants en panne sont conjointement remplacés quand le nombre des composants en panne atteint un seuil  $m$ .  $m$  est la variable de décision.

*Remarque :* la maintenance corrective groupée peut ne pas être satisfaisante, car elle ne permet pas de planifier les actions de maintenance et dans le cas de systèmes peu redondants, un coût d'arrêt important doit être payé quand les composants sont laissés en panne.

**Maintenance préventive groupée :** les stratégies de cette catégorie considèrent un plan de regroupement qui ne contient que des actions de maintenance préventive. Un grand avantage de la maintenance préventive groupée est qu'elle est planifiable. Ceci est important lorsque les tâches de préparation sont nécessaires, de sorte que les pièces de rechange peuvent être commandées à temps et les équipes de maintenance disponibles sont suffisantes aux périodes de maintenance préventive. En vue de l'optimisation du regroupement, les stratégies de la maintenance préventive groupée peuvent être classées dans deux groupes : le regroupement direct et le regroupement indirect.

- (a) *Regroupement direct :* le mot "direct" ici signifie que le plan de regroupement est modélisé directement sous forme des variables de décision. Plus concrètement, nous devons déterminer : (i) une structure groupante  $SG = \{G^1, G^2, \dots, G^m\}$  qui explique quel composant va être maintenu dans quel groupe ; (ii) le cycle de maintenance préventive optimal de chaque groupe de la structure groupante ( $t_{SG} = \{t_{G^1}, t_{G^2}, \dots, t_{G^m}\}$ ). En conséquence,

le problème de regroupement est directement formulé comme suit :

$$\text{Minimiser } CA = f(SG, t_{SG})$$

$$\text{Avec } SG = \{G^1, G^2, \dots, G^m\}, \quad \forall SG \in ESG$$

$$t_{SG} = \{t_{G^1}, t_{G^2}, \dots, t_{G^m}\}, \quad \forall t_{G^k} \in [0, +\infty), \quad k = 1, \dots, m$$

où  $CA$  est le coût moyen asymptotique. Il est une fonction de la structure groupante et des cycles de maintenance préventive optimaux de ces groupes ;  $ESG$  est l'ensemble de structures groupantes possibles. Le nombre de solutions possibles est égal à  $2^n - 1$  [162].

Le problème d'optimisation de regroupement est très difficile à résoudre par cette approche directe, car nous devons chercher à la fois la structure groupante optimale et les cycles de maintenance préventive optimaux de ces groupes. En conséquence, le regroupement direct est très peu développé et n'est appliqué que pour les systèmes avec quelques composants. Afin de réduire la complexité de regroupement direct, le papier [141] considère que le cycle de maintenance optimal d'un groupe de composants  $G^k$  est déterminé comme suit :  $t_{G^k} = \min_{i \in G^k} t_i$ , où  $t_i$  est le cycle de maintenance optimal du composant  $i$ . La programmation dynamique est utilisée afin de chercher la structure groupante optimale. Selon cette stratégie, la maintenance préventive des composants n'est qu'avancée.

(b) *Regroupement indirect* : pour le regroupement indirect, le plan de regroupement est obtenu de façon indirecte.

- La première approche de regroupement indirect est de considérer que chaque composant  $i$  a un cycle de maintenance préventive optimal sous la forme  $k_i \cdot T$ , où  $T > 0$  est un nombre réel et  $k_i$  est un nombre entier. Ensuite, les variables de décisions  $T$  et  $k_i$  avec ( $i = 1, \dots, n$ ) sont déterminées en minimisant le coût moyen asymptotique du système. Cette approche de regroupement indirect est étudiée par de nombreux travaux. Les articles [60, 59, 37, 2] considèrent le problème de regroupement indirect comme suit :

$$\text{Minimiser } CA(k_i, T) = AS + \sum_{i=1}^n \frac{C_i^{sp} + MC_i(k_i \cdot T)}{k_i \cdot T}$$

Avec  $k_i$  est un nombre entier et  $T > 0$  est un nombre réel.

$AS$  est le coût de mise en œuvre moyen ;  $C_i^{sp}$  est le coût spécifique de remplacement préventif du composant  $i$  ;  $MC_i(x)$  est le coût total de maintenance corrective du composant  $i$  encouru sur l'intervalle  $[0, x]$ .

Les articles [60, 59] considèrent la forme de  $MC_i(x)$  suivante  $MC_i(x) = a_i \cdot x + b_i \cdot x^e$ . En considérant que le coût de mise en œuvre doit être payé à chaque  $T$ , nous avons donc  $AS = S/T$ . Notons que quand tous les  $k_i$  sont supérieurs à un, il existe des périodes de  $T$  où le coût de mise en œuvre ne doit pas être payé, car aucun composant est maintenu à ces périodes “vides”. Les articles [37, 2] considèrent les modèles généraux de  $MC_i(x)$  et donnent un facteur de correction pour le calcul de  $AS$  dans le cas où il existe des périodes “vides”.

L'article [140] résout le problème de regroupement indirect en considérant des systèmes de production avec un modèle de coût de mise en œuvre multiple. [71] donne des analyses mathématiques complémentaires pour le modèle proposé dans [60, 59] et propose un nouvel algorithme permettant de chercher les valeurs optimales des variables de décisions. Récemment, en prenant en compte les durées de la maintenance préventive et corrective, [81] propose une nouvelle façon de calculer le coût moyen asymptotique :

$$CA(k_i, T) = \frac{\sum_{j=1}^K C_{mr}^j + C_{pr}^j}{K \cdot T + \omega_K^p}$$

où :  $K$  est le nombre de périodes de maintenance préventive sur un cycle de renouvellement du système ;  $C_{mr}^j$  est le coût total de maintenance corrective de tous les composants entre deux périodes consécutives  $(j - 1)^{ème}$  et  $j^{ème}$  ;  $C_{pr}^j$  est le coût total de maintenance préventive sur la  $j^{ème}$  période ;  $\omega_K^p$  est la durée totale de maintenance préventive de  $K$  périodes.

- Une autre façon de modéliser le problème de regroupement indirect est présentée dans [134, 65, 66, 49]. Selon ces articles, le système est renouvelé chaque  $T$  unités de temps. En outre, chaque composant  $i$  du système est maintenu chaque  $T/k_i$  unités de temps. Les variables de décision sont déterminées en minimisant le coût moyen asymptotique qui est calculé comme suit :

$$CA(k_i, T) = AS + \frac{\sum_{i=1}^n [(k_i - 1) \cdot C_i^{sp} + k_i \cdot MC_i(\frac{T}{k_i})]}{T}$$

- Pour les approches de regroupement indirect précédentes, le nombre des variables de décision augmente selon le nombre de composants du système. En conséquence, le problème d'optimisation de regroupement est compliqué et il a besoin de beaucoup de temps de calcul surtout quand le nombre de composants du système est grand. Pour répondre au problème de temps de calcul précédent, une approche de regroupement indirect se basant sur des seuils est proposée. Les seuils (les variables de décision) à optimiser sont souvent peu nombreux, le problème d'optimisation du regroupement

est donc moins compliqué. La stratégie la plus connue utilisant cette approche est la stratégie de remplacement par blocs [119, 129]. Selon cette stratégie, tous les composants sont remplacés à chaque  $T$ . Quand un composant tombe en panne entre deux périodes de remplacement, il est immédiatement réparé par une réparation minimale ou un remplacement. La variable de décision  $T$  est déterminée en minimisant le coût moyen asymptotique :

$$CA(T) = \frac{S + \sum_{i=1}^n (C_i^{sp} + MC_i(T))}{T}$$

où  $S$  est le coût de mise en œuvre.

La stratégie de remplacement par blocs est simple et facile à mettre en place. Cependant, dans le cas où les composants sont remplacés lorsqu'ils tombent en panne, le remplacement est parfois gaspillé surtout quand l'intervalle de temps entre la panne des composants et la prochaine période de maintenance préventive est court. Afin d'éviter ce désavantage, une stratégie de remplacement par blocs modifiée est proposée dans l'article [15, 6]. Selon cette stratégie modifiée, aux périodes de remplacement préventif, les composants sont remplacés seulement si leur âge est supérieur à une limite d'âge  $a$ . Deux variables de décision ( $T$  et  $a$ ) sont déterminées en minimisant le coût moyen asymptotique.

*Remarque* : en comparant avec la maintenance corrective groupée, la maintenance préventive groupée permet de préparer les activités de maintenance. Cependant, comme les stratégies de regroupement dynamique, les stratégies de maintenance préventive groupée ne sont appliquées que pour la maintenance des systèmes avec structure série.

**Maintenance opportuniste** : pour ce type de regroupement, le plan de regroupement contient à la fois des activités de maintenance préventive et corrective. Selon la façon de grouper les actions de maintenance corrective et préventive, nous considérons les deux types de maintenance opportuniste suivants : maintenance préventive avancée et maintenance corrective retardée.

- (a) *Maintenance préventive avancée* : les activités de maintenance préventive sont avancées afin de profiter des opportunités de maintenance. Plus concrètement, en profitant de la maintenance (préventive/corrective) d'un composant, les autres composants dans le système peuvent être choisis et remplacés. Ces stratégies sont souvent appliquées pour la maintenance des systèmes séries où l'arrêt de n'importe quel composant va conduire à l'arrêt du système et cet arrêt est considéré comme une occasion de faire la maintenance préventive sur les autres composants.

La maintenance opportuniste est présentée pour la première fois dans le papier [15]. Ce papier considère un système série de deux composants i.i.d. Quand un composant tombe

en panne, l'autre composant est remplacé à cette occasion si son âge atteint un seuil limite. Une extension de cette stratégie est développée dans [14]. La stratégie se base sur quatre seuils  $m_1, m_2, M_1, M_2$ . Le composant  $i$  est remplacé (remplacement correctif) quand il tombe en panne ou quand son âge atteint le seuil limite  $M_i$  (remplacement préventif). Quand un composant est remplacé (corrective ou préventive), l'autre composant est remplacé conjointement si son âge atteint le seuil limite  $m_i$ .

L'article [171] présente une stratégie de maintenance préventive avancée pour la maintenance des systèmes de  $n$  composants différents. Selon cette stratégie, un composant subit une réparation minimale lorsqu'il tombe en panne et son taux de défaillance à l'instant de panne est entre 0 et  $L - u$ . Le composant est remplacé dans deux cas : (i) il tombe en panne et son taux de défaillance est entre  $L - u$  et  $L$  ; (ii) son taux de défaillance atteint le seuil limite  $L$ .  $L$  et  $u$  sont les deux variables de décision.

Le papier [44] propose une stratégie de maintenance préventive avancée pour la maintenance des éoliennes offshore. Selon cette stratégie, un composant  $i$  est remplacé lorsqu'il tombe en panne. La panne du composant  $i$  est aussi une occasion pour remplacer d'autres composants  $j$  remplissant la condition suivante :  $age_j \geq p \cdot MTTF_j$  avec  $j \neq i$ ,  $p = p_1$  si le composant  $j$  se situe dans une turbine en panne et  $p = p_2$  si le composant  $j$  se situe dans une turbine en marche. La stratégie réussit à donner un seuil de remplacement opportuniste différent pour chaque composant en se basant sur son  $MTTF$ .

Récemment, les stratégies de type maintenance préventive avancée sont largement développées et appliquées pour la maintenance des systèmes industriels réels. Les autres stratégies de ce type peuvent se trouver dans les articles [80, 70, 172, 69, 165].

- (b) *Maintenance corrective retardée* : la maintenance corrective retardée signifie que les activités de la maintenance corrective et préventive sont groupées en retardant les activités de la maintenance corrective. Précisément, quand un composant tombe en panne, aucune action de maintenance est effectuée à l'instant de panne et le composant est laissé en panne. Le composant en panne va être maintenu conjointement lors d'autres activités de maintenance à la défaillance d'un autre composant ou à la prochaine période de maintenance préventive. Notons que d'une part, le coût de mise en œuvre et/ou le coût de réparation peut être réduit quand les activités de la maintenance corrective sont regroupées aux périodes de maintenance préventive. Mais, d'autre part, le coût du risque ou le coût d'indisponibilité doit être payé quand le composant est laissé en panne. C'est la raison pour laquelle, la maintenance corrective retardée s'applique souvent à la maintenance des systèmes redondants (parallèles,  $k$  sur  $n$ , etc.) où l'arrêt de quelques composants ne conduit pas toujours à l'arrêt du système.

La maintenance corrective retardée a commencé à être développée pour la maintenance des systèmes avec structure parallèle par les articles [111, 95, 168, 91]. D'après ces ar-

ticles, les composants du système parallèle sont laissés en panne lorsqu'ils tombent en panne. Ensuite, un seuil limite optimal du nombre de composants qui sont laissés en panne est déterminé en minimisant le coût moyen asymptotique du système.

La maintenance corrective retardée est développée pour la maintenance des systèmes avec structure  $k$  sur  $n$  dans les articles [31, 107]. L'article [31] propose une stratégie de remplacement préventive se basant sur l'ensemble de composants critiques. Selon cette stratégie, le composant est remplacé lorsqu'il tombe en panne s'il est dans l'ensemble de composants critiques. En revanche, le composant est laissé en panne s'il n'est pas dans l'ensemble de composants critiques. L'article [107] propose une stratégie de remplacement préventive se basant sur un seuil limite  $m$ . Précisément, si le nombre de composants en panne sur un cycle de maintenance  $\tau$  est inférieur à  $m$ , le système est donc remplacé à la période de maintenance préventive  $k \cdot \tau$ , ( $k = 1, 2, \dots$ ). Au contraire, si le nombre de composants en panne est égal à  $m$ , tous les  $m$  composants en panne sont remplacés immédiatement à l'instant de la  $m^{\text{ème}}$  panne.

Le papier [130] considère des systèmes réparables avec un modèle de défaillance et structures plus générales. Une stratégie de maintenance en deux phases est proposée : la première phase est  $(0, T]$ , et la deuxième phase est  $(T, T + W]$ . Un composant du système a deux types de défaillance : (i) défaillances mineures qui sont traitées par une réparation minimale sur les deux phases ; (ii) défaillances catastrophiques sont traitées par un remplacement si elles interviennent sur la première phase  $(0, T]$ , et pour lesquelles on ne fait rien si elles apparaissent sur la deuxième phase  $[T, T + W)$ . Le système est remplacé à l'instant  $T + W$  ou à l'instant de  $k^{\text{ème}}$  panne de composant sur  $[T, T + W)$ . Les variables de décision  $T, W, k$  sont déterminées en minimisant le coût moyen asymptotique du système.

*Remarque* : la maintenance préventive avancée est appropriée pour les systèmes séries. Un grand désavantage de ce type de stratégies est que les actions de maintenance ne sont pas connues à l'avance (dépendent des instants de panne). En conséquence, aucun plan et aucune tâche de préparation ne sont pas possibles. Au contraire, la maintenance corrective retardée est appropriée pour les systèmes redondants. Elle permet souvent de préparer et de planifier les tâches de préparation à l'avance surtout quand les instants de panne des composants sont éloignés de la prochaine période de maintenance préventive.

## 2.4 Évaluation et Optimisation des stratégies de maintenance

Après avoir modélisé le système et construit des stratégies de maintenance, nous allons évaluer et optimiser ces stratégies selon des objectifs spécifiques.

### 2.4.1 Objectifs d'un programme de maintenance

Afin de proposer des programmes efficaces de maintenance, il faut d'abord définir des objectifs. Cela conditionne le choix des stratégies de maintenance tels que le regroupement pour un objectif économique, la maintenance basée sur la fiabilité [1] pour un objectif de sécurité, etc. De plus, cela oriente les phases d'évaluation et d'optimisation. Dans la littérature, les objectifs d'un programme de maintenance sont divers et peuvent être classifiés comme suit :

- objectifs économiques [108, 100, 62] ;
- objectifs de disponibilité [137, 156, 35] ;
- objectifs de sécurité [127, 48] ;
- multi-objectifs [27, 11].

Dans le cadre de cette thèse, on se limitera à un objectif purement économique. Cela peut correspondre à un profit économique total sur l'horizon de planification dans les approches avec horizon roulant [162], un coût total de maintenance sur un horizon fini dans les approches avec horizon fini [97], ou un coût moyen par unité de temps sur un horizon infini (coût moyen asymptotique) dans les approches du regroupement stationnaire [80, 70, 172].

### 2.4.2 Méthodes d'évaluation

Les stratégies de maintenance sont évaluées selon les objectifs choisis. Il existe de nombreuses méthodes d'évaluations dans la littérature [110]. Pourtant, dans nos travaux, nous ne considérons que les méthodes d'évaluation mathématiques les plus utilisées : évaluations se basant sur une formulation analytique [120] et évaluations numériques [51].

- Lorsque les modèles de maintenance et les règles de décision de maintenance sont relativement simples, le traitement analytique est fondé sur l'identification d'un processus de renouvellement pour calculer le coût moyen asymptotique [81, 6] :

$$CA = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C(t)}{t} = \frac{\mathbb{E}[C(T)]}{\mathbb{E}[T]}$$

où :

- $C(t)$  est le coût de maintenance cumulé à l'instant  $t$  ;
- $T$  est le cycle de renouvellement ;
- $C(T)$  est le coût de maintenance sur un cycle de renouvellement.



- Quand les systèmes, les interactions entre les composants, les modèles de maintenance et les règles de décision sont compliquées, le coût moyen par unité de temps sur un horizon infini ne peut pas être calculé de manière analytique. Dans ce cas, il faut avoir recours aux méthodes numériques. Dans le but d'utilisation d'une approche stochastique, on s'intéresse à la simulation de Monte Carlo [121]. En utilisant cette technique, le coût moyen par unité de temps sur un horizon infini peut être écrit comme suit :

$$CA = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C(t)}{t} = \frac{\mathbb{E}[C(T)]}{\mathbb{E}[T]} = \lim_{H \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{H} \cdot \sum_{h=1}^H C(T_h)}{\frac{1}{H} \cdot \sum_{h=1}^H T_h} \simeq \frac{\sum_{h=1}^{H_s} C(T_h)}{\sum_{h=1}^{H_s} T_h}$$

où :

- $H_s$  est le nombre de cycles de renouvellement qui doit être assez grand pour que l'approximation soit de bonne qualité ;
- $T_h$  est la longueur du  $h^{\text{ème}}$  cycle de renouvellement ;
- $C(T_h)$  est le coût de maintenance sur le  $h^{\text{ème}}$  cycle de renouvellement.

### 2.4.3 Optimisation des stratégies de maintenance

Les méthodes d'évaluation précédentes permettent de calculer le coût moyen asymptotique en considérant des valeurs spécifiques des variables de décision. Ensuite, l'optimisation des stratégies de maintenance permet de déterminer la valeur optimale des variables de décision en minimisant le coût moyen asymptotique. Il existe une grande diversité pour les méthodes d'optimisation des stratégies de maintenance. Elles peuvent être classifiées dans trois catégories principales : méthodes exactes, méthodes heuristiques et méthodes méta-heuristiques.

**Méthodes exactes :** les méthodes exactes sont basées soit sur une résolution algorithmique ou analytique, soit sur une énumération exhaustive de toutes les solutions possibles. Nous pouvons lister ici quelques méthodes exactes qui sont appliquées pour l'optimisation des stratégies de maintenance : la programmation dynamique [92, 162], la programmation linéaire en nombres mixtes [3], la programmation non-linéaire [52, 72], l'algorithme d'énumération par séparation et évaluation [50], etc.

Les méthodes exactes ont permis de trouver des solutions optimales pour des problèmes de taille raisonnable. De plus, elles nécessitent souvent d'avoir des expressions explicites du coût moyen asymptotique et parfois leurs dérivées. En raison de la complexité des modèles de maintenance et des systèmes, l'utilisation des méthodes exactes pose généralement beaucoup de difficultés et nécessite souvent trop de temps de calcul. Dans ce contexte, les méthodes

heuristiques et méta-heuristique sont développées pour donner des solutions de bonne qualité (sans garantie d’optimalité) avec des temps de calcul raisonnables.

**Méthodes heuristiques :** selon [138], “*une méthode heuristique comme une règle d’estimation, une stratégie, une astuce, une simplification, ou toute autre sorte de système qui limite drastiquement la recherche des solutions dans l’espace des configurations possibles*”. Les méthodes heuristiques ne sont proposées que pour les problèmes spécifiques, au cas par cas [74, 112].

**Méta-heuristiques :** en 2006, le réseau méta-heuristics (metaheuristics.org) définit les méta-heuristiques comme “*un ensemble de concepts utilisés pour définir des méthodes heuristiques, pouvant être appliquées à une grande variété de problèmes. On peut voir la méta-heuristique comme une “boîte à outils” algorithmique, utilisable pour résoudre différents problèmes d’optimisation et ne nécessitant que peu de modifications pour qu’elle puisse s’adapter à un problème particulier*”.

Les méthodes méta-heuristiques sont largement appliquées pour l’optimisation des stratégies de maintenance : algorithmes génétiques [24, 82, 133, 32, 4, 87, 88, 89], algorithmes d’optimisation par colonies de fourmis [123, 16], algorithmes du recuit simulé [124], algorithmes de la recherche Tabou [57], algorithmes hybrides [23, 117].

## 2.5 Problèmes étudiés

Afin de répondre à la problématique exposée dans le chapitre 1, on présente ici le modèle de système multi-composants complexe choisi, ainsi que les stratégies de regroupement envisagées et la méthode d’optimisation utilisée. Ces choix sont explicités et justifiés à l’aide de l’étude bibliographique précédente.

### 2.5.1 Modèle de système multi-composants complexe

Suite à l’étude bibliographique du chapitre 2, nous constatons que la plupart des travaux s’intéressent au développement de stratégies de maintenance pour des systèmes avec structure série en considérant que l’arrêt de n’importe quel composant va conduire à l’arrêt du système. De plus, les durées de maintenance préventive et corrective sont souvent considérées comme négligeables. Ces hypothèses limitent l’application des stratégies de maintenance dans la réalité. Dans ce mémoire, un modèle plus réaliste de système multi-composants est présenté et étudié.

**Structure du système :** considérons un système multi-composants contenant  $n$  composants différents. La structure du système est complexe, c’est-à-dire qu’elle peut consister en n’importe

quelle combinaison des structures élémentaires (séries, parallèles,  $k$  sur  $n$ , etc.).

**Modèle stochastique des composants :** le comportement de la défaillance des composants du système est décrit par des modèles de durée de vie. Le temps passé dans l'état de marche pour chacun d'eux suit une loi de durée de vie. Leur taux de défaillance est supérieur à 1, autrement dit, les composants vieillissent au cours du temps. Dans nos exemples numériques, pour faciliter la compréhension et la formalisation mathématique, nous supposons que les défaillances de composant  $i$  se produisent selon une loi de Weibull qui est largement utilisée dans la littérature grâce à sa versatilité et sa simplicité [85, 162]. Notons que la loi de Weibull est utilisée à titre d'exemple et que les autres lois de durée de vie peuvent être envisagées pour les modèles développés dans ce mémoire. Nous rappelons quelques éléments relatifs à la loi de Weibull :

- fonction de répartition  $F_i(t) = 1 - e^{-\left(\frac{t}{\lambda_i}\right)^{\beta_i}}$ , pour  $t > 0$ ;
- taux de défaillance  $r_i(t) = \frac{\beta_i}{\lambda_i} \left(\frac{t}{\lambda_i}\right)^{\beta_i-1}$

où,  $\lambda_i > 0$  et  $\beta_i > 1$  sont des paramètres d'échelle et de forme respectivement.

Nous considérons que le temps d'attente des pièces de rechange et le temps de détection des défaillances cachées sont négligeables. En conséquence, le temps passé dans l'état de panne dépend du temps de réparation et du temps d'attente selon les décisions de maintenance. Dans nos travaux, le temps de réparation et le temps de remplacement préventif sont considérés comme constants.

**Dépendances entre les composants :** les composants sont économiquement dépendants. Les deux types de dépendances économiques (dépendance positive et dépendance négative) sont étudiés. Par contre, les dépendances stochastiques et structurelles entre les composants du système ne sont pas prises en compte.

## 2.5.2 Construction des stratégies de regroupement pour la maintenance de système multi-composants complexe

La bibliographie du chapitre 2 montre qu'un grand nombre des stratégies de regroupement ont été développées pour la maintenance des systèmes avec dépendances économiques. Néanmoins, dans le contexte d'un système multi-composants complexe, les problèmes suivants existent :

- les stratégies de regroupement développées ne sont souvent appliquées que pour des structures séries ;
- les études sur les différents types de contexte dynamique et sur la prise en compte du contexte dynamique dans la décision de maintenance sont très peu nombreuses et relativement limités à des cas simples tels qu'une seule opportunité de maintenance ou des

changements de taux d'utilisation de composants sur le plan de planification.

En conséquence, notre objectif est de développer et proposer des stratégies de regroupement pour la maintenance du système multi-composants complexe. En se basant sur la fréquence d'apparition des contextes dynamiques, nous allons proposer des stratégies de regroupement dans deux cas : le système fonctionne dans des conditions dynamiques et dans des conditions stables.

**Stratégie de regroupement pour la maintenance de systèmes multi-composants complexes fonctionnant dans des conditions dynamiques :** quand le système fonctionne dans des conditions dynamiques, autrement dit la fréquence d'apparition du contexte dynamique est élevée, une stratégie de regroupement dynamique se basant sur une approche par horizon roulant est développée. Plus précisément, en regardant la caractéristique 1 d'une structure complexe, les décisions de regroupement sont prises en prenant en compte les dépendances économiques positives et négatives en même temps. La stratégie de regroupement dynamique est développée dans la partie II de ce mémoire.

**Stratégie de regroupement pour la maintenance de systèmes multi-composants complexes fonctionnant dans des conditions stables :** dans le cas où le système fonctionne dans des conditions stables (la fréquence d'apparition du contexte dynamique est faible), les stratégies de regroupement stationnaires semblent être plus appropriées. Dans la troisième partie de ce mémoire, nous proposons une nouvelle stratégie de regroupement stationnaire qui est une combinaison d'un regroupement indirect et d'une maintenance corrective retardée.

- La règle de regroupement préventif est de type “regroupement indirect” : en respectant la caractéristique 2 d'une structure complexe, les composants sont choisis pour être remplacés à chaque période de maintenance  $k \cdot \tau$  en se basant non seulement sur la valeur moyenne de la durée de vie résiduelle, mais aussi sur leur rôle dans la structure du système.
- La règle de maintenance corrective est de type “maintenance corrective retardée” : en profitant de la caractéristique 3 d'une structure complexe, nous proposons plusieurs façons de laisser les composants non-critiques en panne lorsqu'ils tombent en panne entre deux périodes de maintenance préventive consécutives afin d'économiser les coûts de maintenance corrective.

La prise en compte de la structure complexe et de la durée de maintenance conduit à des difficultés dans l'évaluation de la stratégie de regroupement stationnaire proposée, car il existe des cas où la structure du système est modifiée au cours du temps.

**Contextes dynamiques et comparaison des deux stratégies de regroupement proposées :**

différents contextes dynamiques peuvent apparaître pendant la vie du système. Selon leur type, une procédure de remise à jour du plan de regroupement est proposée.

De plus, afin de montrer l'importance de la prise en compte du contexte dynamique dans la planification de maintenance, deux stratégies de regroupement (dynamique et stationnaire) proposées sont comparées en faisant varier la fréquence d'apparition des contextes dynamiques.

### 2.5.3 Évaluation et optimisation des stratégies de regroupement proposées

Nous décrivons ici plus précisément les outils que nous allons utiliser dans ce mémoire pour évaluer et optimiser les stratégies de regroupement proposées.

**Évaluation :** le coût moyen asymptotique est choisi comme le seul critère d'évaluation de nos stratégies de regroupement. En considérant que les composants subissent une réparation minimale immédiate lorsqu'ils tombent en panne, le coût moyen par unité de temps sur un horizon infini de la stratégie de regroupement dynamique (voir la section 4.4) et de la stratégie de regroupement stationnaire *A*-Décision (voir la section 6.4.1) est calculé par les méthodes analytiques. Ces méthodes se basent sur la propriété de régénération du processus de renouvellement (voir le paragraphe 2.4.2) et les propriétés de la réparation minimale [96]. La structure ne change pas pendant le fonctionnement du système. Par contre, pour les *B* et *C* - Décisions de la stratégie de regroupement stationnaire (voir la section 6.4.2), les composants sont laissés en panne lorsqu'ils tombent en panne entre deux périodes de maintenance consécutives et la structure change pendant le fonctionnement du système. En conséquence, dans ces cas, les méthodes analytiques précédentes deviennent inopérantes. Nous proposons alors des procédures de simulation en se basant sur la simulation de Monte Carlo (voir la section 6.4.2).

**Optimisation :** en ce qui concerne l'optimisation des stratégies de regroupement, des méta-heuristiques peuvent être utilisées pour chercher le plan optimal de regroupement. Parmi les méta-heuristiques existantes, les algorithmes génétiques sont les plus connues et utilisés grâce à leur efficacité et leur flexibilité. En effet, les algorithmes exploitent au mieux l'espace de recherche et peuvent aider à résoudre des problèmes très complexes et divers. C'est la raison pour laquelle, dans la deuxième partie de ce mémoire, nous envisageons d'utiliser des algorithmes génétiques afin de résoudre le problème d'optimisation de regroupement dynamique qui est très complexe lorsque la structure du système est prise en compte dans les décisions de maintenance (voir le paragraphe 3.3.3).

## 2.6 Conclusions

Dans ce chapitre, l'étude bibliographique sur la modélisation de systèmes multi-composants, les stratégies de regroupement, les objectifs d'un programme de maintenance, les outils d'évaluation et d'optimisation de stratégies de maintenance est d'abord réalisée en faisant attention à la complexité des systèmes. Ensuite, les problèmes étudiés sont choisis et précisés grâce à l'étude bibliographique réalisée. De plus, notre contribution et nos objectifs dans le cadre de cette thèse peuvent être présentés de manière plus précise :

- Développer les stratégies de regroupement (stationnaire et dynamique) en prenant en compte des caractéristiques d'une structure complexe et des dépendances économiques positives et négatives entre les composants.
- Étudier plus en détail la prise en compte du contexte dynamique dans la décision de maintenance en répondant aux questions suivantes : Quels sont les types de contexte dynamique ? Comment mettre à jour le plan de maintenance en prenant en compte de différents types de contexte dynamique ? Quelles sont les avantages de la prise en compte du contexte dynamique dans la décision de maintenance à travers des comparaisons entre le regroupement dynamique et le regroupement stationnaire ?
- Prendre en compte les durées de maintenance préventive et corrective dans les modèles développés.

## **Deuxième partie**

# **Stratégie de regroupement dynamique avec la prise en compte de structure complexe**





# Introduction

Afin de réduire le coût de maintenance, les stratégies de regroupement profitent de la dépendance économique positive entre les composants du système en regroupant plusieurs activités de maintenance. Dans la littérature, la plupart des stratégies de regroupement sont proposées pour la maintenance des systèmes avec structure série où il n'existe que les dépendances économiques positives [162, 19, 38, 46, 47]. En effet, pour un système avec structure série, la maintenance de n'importe quel composant va conduire à un arrêt du système. Par conséquent, la dépendance économique positive est présentée non seulement pour des économies des coûts de mise en œuvre, mais aussi pour des économies des coûts d'arrêt du système.

On s'intéresse ici à des systèmes multi-composants plus complexes qui peuvent contenir de n'importe quelle combinaison de connexions en série, en parallèle,  $k$  sur  $n$ , etc. Pour ces systèmes, le regroupement des opérations de maintenance peut conduire à des coûts d'arrêt supplémentaires. Autrement dit, la dépendance économique entre les composants dans un système avec structure complexe peut être à la fois positive et négative. Dans ces cas, les stratégies de regroupement existantes, qui ne prennent en compte que les dépendances économiques positives entre les composants, ne peuvent pas être appliquées. C'est pourquoi, le premier objectif de cette partie est de développer une stratégie de regroupement dynamique pour la maintenance des systèmes avec structure complexe en considérant en même temps les dépendances économiques positives et négatives entre les composants.

La stratégie de regroupement dynamique est développée pour les systèmes avec structure complexe en combinant l'approche de l'horizon roulant et l'algorithme génétique. Dans un premier temps, afin de simplifier les développements de la stratégie, nous considérons que les durées de maintenance corrective et préventive sont négligeables. Cette hypothèse est acceptable dans la réalité quand le coût d'arrêt du système est suffisamment petit ou/et la durée de maintenance est significativement plus courte que celle de l'horizon de planification. Par contre, dans les autres cas, il est nécessaire de prendre en compte la durée de la maintenance dans les développements des modèles de maintenance. C'est la raison pour laquelle, les développements de la stratégie de regroupement avec la durée de maintenance non-négligeable sont ensuite étudiés.

De plus, dans cette partie, plusieurs contextes dynamiques (les informations à court terme)

telles que changements de condition de fonctionnement du système, changements de plan de production, etc., sont listées et classées. Enfin, nous proposons les procédures de remise à jour qui permettent de remettre à jour le plan de regroupement lorsqu'un contexte dynamique apparaît.

L'organisation de cette partie est la suivante :

- Chapitre 3 : Stratégie de regroupement dynamique sans tenir compte de durée de maintenance ;
- Chapitre 4 : Stratégie de regroupement dynamique avec la prise en compte de durée de maintenance ;
- Chapitre 5 : Contexte dynamique et mise à jour du plan de regroupement de maintenance.

# Chapitre 3

## Stratégie de regroupement dynamique sans tenir compte de durée de maintenance

### 3.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est de développer une stratégie de regroupement dynamique en prenant en compte la complexité de la structure du système. La prise en compte de la structure du système conduit à des difficultés dans l'évaluation et l'optimisation de la stratégie de regroupement. En effet, une décision de regroupement des opérations de maintenance doit se baser non seulement sur les aspects positifs de regroupement tels que l'économie des coûts de mise en oeuvre, mais elle doit considérer aussi les impacts négatifs du regroupement sur le fonctionnement du système, qui dépendent de la structure du système. Par conséquent, l'optimisation du regroupement devient un problème NP-complet. Afin de résoudre ce problème de regroupement, nous envisageons de développer une stratégie de regroupement dynamique se basant sur une approche avec horizon roulant et une technique d'optimisation globale (Algorithme Génétique-GA). Notons que dans ce chapitre, la durée de maintenance n'est pas considérée.

Dans un premier temps, la section 3.2 est consacrée à la modélisation de la maintenance, ses hypothèses et la description du problème de regroupement. Les impacts de la structure du système sur les décisions de regroupement sont également analysés. Ensuite, la section 3.3 se concentre sur le défi majeur de l'optimisation du plan de regroupement et le développement de l'approche avec horizon roulant dans le contexte où la structure du système est complexe. Afin d'illustrer l'application et la performance de la stratégie de regroupement proposée, des exemples numériques sont présentés dans la section 3.4. Enfin, la dernière section présente les conclusions tirées des travaux dans ce chapitre.

## 3.2 Regroupement des opérations de maintenance : problématique

Avant d'étudier la problématique du regroupement des opérations de maintenance, nous précisons d'abord la façon de modélisation des opérations de maintenance et le modèle de coûts de maintenance que nous allons utiliser.

### 3.2.1 Modèles d'activités et de coûts de maintenance

Nous considérons dans ce manuscrit deux types de maintenance :

- Maintenance préventive est une maintenance parfaite (un remplacement préventif) qui remet le système à l'état neuf. Après la maintenance parfaite, le système est dit aussi bon que neuf ou "As Good As New" (AGAN) en anglais.
- Maintenance corrective est une réparation minimale qui remet le système en fonctionnement dans l'état exact où il était juste avant la défaillance. Après la réparation minimale, le système est dit aussi mauvais que vieux ou en anglais "As Bad As Old" (ABAO).

Rappelons que dans ce chapitre les durées de maintenance corrective et préventive sont négligeables. On suppose également que toutes les ressources nécessaires de maintenance pour exécuter une action de maintenance sont toujours disponibles. Les hypothèses précédentes nous permettent de conclure que la date de début et de fin d'une action de maintenance sont considérées comme égales et que le temps d'arrêt du système est toujours négligeable.

Même si le temps d'arrêt du système est négligeable, un arrêt du système peut conduire à un coût d'arrêt qui peut être dû à [53, 144] :

- Perte de la fonction principale du système (production, sécurité, etc.).
- Coût de redémarrage du système : ce coût est parfois très élevé, par exemple, le coût du combustible pour le redémarrage de la chaudière et de la turbine dans une centrale thermique.
- Perte de la qualité des produits : c'est le coût qui doit être payé pour des impacts négatifs de l'arrêt du système sur la qualité des produits ou de la qualité de service. Par exemple, le risque de perte des données en raison d'une panne de système peut avoir un impact juridique et financier important pour les systèmes de réseau/serveur.
- Combinaison de plusieurs des raisons précédentes.

Quelle que soit l'origine du coût d'arrêt du système, on peut distinguer deux types de coût selon que l'arrêt du système a été prévu ou non :

- coût d'arrêt planifié, noté  $C_{sys}^p$ , qui est engagé lorsque le système est arrêté pour faire la maintenance préventive ;
- coût d'arrêt non planifié, noté  $C_{sys}^u$ , qui est engagé lorsque le système tombe en panne.

En générale, un arrêt non planifié coûte plus cher qu'un arrêt planifié ( $C_{sys}^u \geq C_{sys}^p$ ) car avec un arrêt planifié, on peut réduire de manière pro-active les dommages (surtout la perte de la qualité des produits).

Quand une opération de maintenance préventive est effectuée sur le composant  $i$ , les coûts suivants doivent être payés :

- Coût de mise en œuvre d'une opération de maintenance préventive, noté  $S^p$ . Notons que nous considérons le modèle du coût de mise en œuvre unique et fixé. Cela veut dire qu'on doit payer le même coût de mise en œuvre  $S^p$  lorsqu'on remplace n'importe quel composant.
- Coût spécifique de maintenance préventive (coût du remplacement de pièces, essais, mesures, réglages, etc.), noté  $C_i^{sp}$ . Ce coût dépend du comportement du composant et ses caractéristiques.
- Coût d'arrêt planifié, noté  $C_{sys}^p$ . Ce coût doit être payé quand l'opération de la maintenance préventive est effectuée sur un composant critique. Autrement dit, l'existence de ce coût dépend de la position du composant  $i$  dans la structure du système.

En conséquence, le coût d'une opération de maintenance préventive du composant  $i$  est calculé par l'équation suivante :

$$C_i^p = S^p + C_i^{sp} + \pi_i \cdot C_{sys}^p \quad (3.1)$$

où  $\pi_i$  est définie comme suit :

$$\pi_i = \begin{cases} 1 & \text{si } i \text{ est un composant critique ;} \\ 0 & \text{si non.} \end{cases}$$

Comme pour le cas de la maintenance préventive, le coût d'une opération de maintenance corrective effectuée sur le composant  $i$  peut être exprimé comme suit :

$$C_i^c = S^c + C_i^{sc} + \pi_i \cdot C_{sys}^u \quad (3.2)$$

où

- $S^c$  est le coût de mise en œuvre qui doit être payé lorsqu'une opération de maintenance corrective est effectuée ;
- $C_i^{sc}$  est le coût spécifique de maintenance corrective du composant  $i$ .

Les équations (3.1) et (3.2) montrent que le coût d'une activité de maintenance dépend des caractéristiques du système, des caractéristiques des composants et de la structure du système.

### 3.2.2 Regroupement des opérations de maintenance

Dans l'esprit des stratégies de regroupement, le regroupement des opérations de maintenance peut économiser le coût de mise en œuvre. Plus précisément, quand  $k$  opérations de PM

sont réalisées simultanément, un seul coût de mise en œuvre doit être payé [46, 38]. Cependant, il est important de noter que lorsque les composants d'un groupe sont préventivement maintenus conjointement, les coûts de pénalité suivants doivent être payés :

- coût lié à la réduction de durée de vie utile des composants si les dates d'exécution des opérations de PM sont avancées ;
- coût lié à l'augmentation de la probabilité de défaillance des composants qui pourrait conduire à une augmentation des coûts totaux correctifs et/ou le coût total d'arrêt non-planifié, si les dates de la maintenance préventive sont retardées.

En ce qui concerne le coût d'arrêt du système, pour les systèmes en série, une opération de maintenance sur un composant aboutit toujours à un arrêt du système qui peut être utilisé comme une opportunité pour faire la maintenance d'autres composants ou d'un groupe de composants, voir par exemple [47]. Dans ce sens, le regroupement des opérations de maintenance peut permettre d'économiser les coûts de mise en œuvre et les coûts d'arrêt du système à la fois. En conséquence, nous pouvons conclure que dans les systèmes avec structure série, il n'y a que des dépendances économiques positives entre les composants. Cette conclusion n'est plus valide pour les systèmes avec structure complexe dans lesquels les coûts d'arrêt planifiés du système peuvent être réduits ou accrus selon le rôle (critique ou non-critique) du groupe et les rôles de ses composants. Pour en savoir plus, nous distinguons d'abord deux types de groupes suivants :

- Groupe critique : un groupe est critique s'il contient au moins une coupe minimale. La maintenance du groupe critique va conduire à un arrêt du système.
- Groupe non-critique : un groupe est non-critique s'il ne contient aucune coupe minimale. Le système est encore en marche lorsque le groupe non-critique est maintenu.

Alors que la maintenance d'un groupe non-critique ne conduit pas à un changement du coût d'arrêt total, la maintenance d'un groupe critique va provoquer les situations suivantes :

- Si le groupe critique contient au moins deux composants critiques, le coût d'arrêt planifié est économisé. Il s'agit d'un cas de dépendance économique positive. La structure du système a un impact positif sur le regroupement des opérations de maintenance.
- Si le groupe critique contient un composant critique, le coût total d'arrêt planifié reste alors inchangé. Il y a pas de dépendance économique entre les composants de ce groupe.
- Si le groupe critique ne contient aucun composant critique, le coût d'arrêt planifié est accru. Il s'agit d'un cas de dépendance économique négative. La structure du système a un impact négatif sur le regroupement des opérations de maintenance de ce groupe.

Afin de tenir compte de la complexité de la structure du système qui peut conduire à l'existence des dépendances économiques négatives entre les composants et à des difficultés pour l'optimisation du regroupement, une approche de regroupement dynamique utilisant un algorithme génétique est proposée dans la section suivante.

### 3.3 Stratégie de regroupement dynamique pour la maintenance des systèmes avec structure complexe

Cette section est consacrée à une description de l'approche de regroupement dynamique pour la maintenance des systèmes avec structure complexe où il existe en même temps les dépendances économiques positives et négatives entre les composants. L'idée est de trouver un plan de regroupement optimal qui est un compromis entre les bénéfices et les pénalités du regroupement. Pour ce faire, notre approche de regroupement dynamique est développée en se basant sur l'approche par horizon roulant (introduit dans [162] pour des systèmes avec structure série) et l'algorithme génétique (AG).

Plus précisément, l'approche proposée se compose de 3 phases principales (Figure 3.1) : analyse de la structure du système, optimisation individuelle de maintenance et regroupement optimisé des opérations de maintenance.

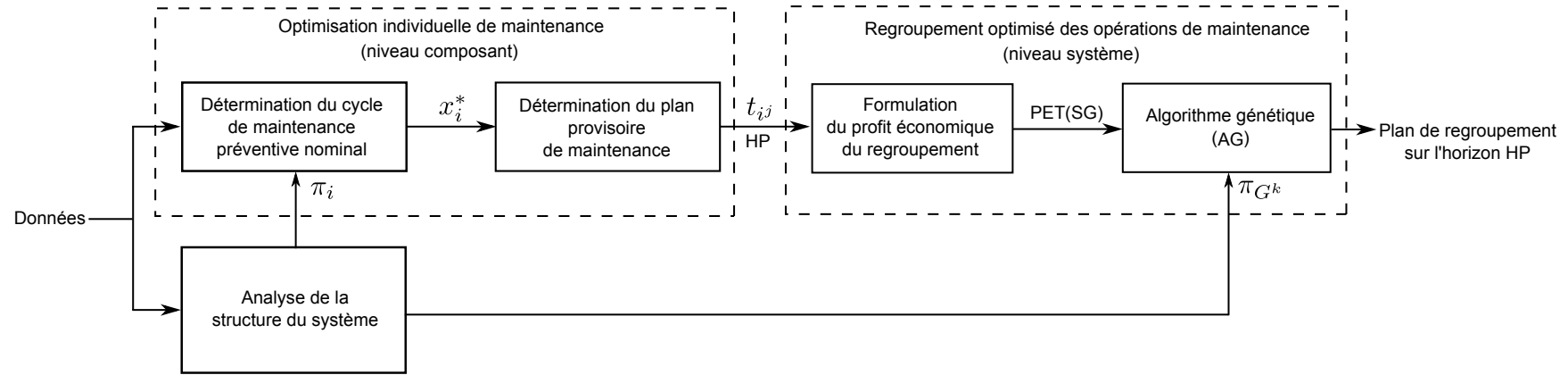
- La première phase a pour but de déterminer le rôle (critique ou non-critique) des composants ou des groupes.
- La deuxième phase consiste à construire le plan optimal de maintenance pour chaque composant en négligeant les dépendances entre eux. Les dates optimales de maintenance d'un composant est obtenue en minimisant son coût moyen asymptotique. Cette date optimale est aussi nécessaire pour évaluer le coût additionnel dans le cas où l'on décale la date d'exécution de l'opération de maintenance.
- La troisième phase utilise des outils d'optimisation (l'AG dans le cadre de cette thèse) pour trouver le plan de regroupement qui minimise le coût total de maintenance du système sur un horizon fini. Notons que dans cette phase, le coût de maintenance et le plan de regroupement sont analysés et établis en prenant en compte les interactions entre les composants au niveau du système.

À la fin de l'horizon de planification (*HP*), un nouveau plan de regroupement pour le prochain horizon est requis. Dans cette perspective, la stratégie de regroupement est relancée en commençant par l'étape "Détermination du plan provisoire de maintenance" de la phase 2 pour redéfinir toutes les opérations de maintenance dans le nouvel horizon de planification. Ensuite, on utilise l'algorithme génétique pour chercher le plan de regroupement sur ce nouvel horizon.

Dans les paragraphes suivants, nous allons présenter plus en détails les phases de la stratégie de regroupement dynamique proposée.

#### 3.3.1 Phase 1 : Analyse de la structure du système

Dans cette phase, la structure du système est analysée afin de déterminer le rôle des composants ou groupes de composants relativement à une fonction spécifique du système. Cette phase



$x_i^*$  : limite d'âge optimale de remplacement préventif

$t_{ij}$  : date d'exécution provisoire de la j ième occurrence d'opération de maintenance préventive du composant i

HP : horizon de planification

$PET(SG)$  : profit économique total de la structure groupante SG

$\pi_i$  : fonction indicatrice du rôle du composant i (critique ou non-critique)

$\pi_{G^k}$  : fonction indicatrice du rôle de groupe  $G^k$

FIGURE 3.1 – Stratégie de regroupement dynamique pour la maintenance des systèmes avec structure complexe.



comporte les trois étapes suivantes :

- Étape 1 : Construction du diagramme de fiabilité du système (RBD) relativement à une fonction spécifique du système.
- Étape 2 : Détermination des coupes minimales  $Cm = \{C_1, C_2, \dots, C_{nc}\}$  grâce au RBD obtenu et de l'ordre  $\epsilon$  de chaque coupe minimale.
- Étape 3 : Détermination du rôle des composants / groupes de composants.
  - Le composant  $i$  est un composant critique ( $\pi_i = 1$ ) s'il est une coupe minimale de premier ordre ( $\epsilon = 1$ ), sinon le composant  $i$  s'appelle un composant non-critique ( $\pi_i = 0$ ).

$$\pi_i = \begin{cases} 1 & \text{si } \exists C_j \subset Cm, C_j \equiv (i) \\ 0 & \text{si } \forall C_j \subset Cm, C_j \not\equiv (i) \end{cases} \quad (3.3)$$

- Pour un groupe de composants, notée  $G^k$ , il s'agit d'un groupe critique ( $\pi_{G^k} = 1$ ) si  $G^k$  contient au moins une coupe minimale. Par contre,  $G^k$  est un groupe non-critique ( $\pi_{G^k} = 0$ ) s'il ne contient pas de coupe minimale.

$$\pi_{G^k} = \begin{cases} 1 & \text{si } \exists C_j \subset Cm, C_j \subset G^k \\ 0 & \text{si } \forall C_j \subset Cm, C_j \not\subset G^k \end{cases} \quad (3.4)$$

### 3.3.2 Phase 2 : Optimisation individuelle de maintenance

L'idée principale de cette phase est d'établir un plan provisoire de maintenance basé sur le cycle de maintenance préventive nominal de chaque composant qui peut être déterminé de façon optimale selon le modèle du coût de maintenance à long terme pour chaque composant indépendamment (ignorer les dépendances et les interactions entre les composants du système).

Dans cette phase, nous allons

- déterminer le cycle de maintenance préventive nominal pour chaque composant du système ;
- définir l'horizon de planification  $HP$  et déterminer les dates de maintenance provisoires sur cet horizon.

**Cycle de maintenance préventive nominal :** dans le cadre de cette section, la stratégie de maintenance basée sur l'âge s'applique à la maintenance de chaque composant du système. En vertu de cette politique, un composant  $i$  est systématiquement remplacé à la limite d'âge fixée  $x_i$  qui est déterminée de façon optimale en fonction du coût moyen asymptotique du composant. Lorsque le composant  $i$  tombe en panne entre deux périodes de maintenance préventive, il est immédiatement remis en marche par une réparation minimale avec durée négligeable. Notons que, dans ce cas, le cycle de maintenance préventive nominale est égal à  $x_i$ .

En appliquant la théorie du renouvellement, le coût moyen asymptotique du composant  $i$ , noté  $CA_i(T_i)$ , peut être déterminé comme suit :

$$CA_i(T_i) = \frac{\mathbb{E}[C_i(T_i)]}{\mathbb{E}[T_i]} \quad (3.5)$$

où :

- $T_i$  est la longueur d'un cycle de renouvellement du composant  $i$  ;
- $C_i(T_i)$  est le coût total de maintenance du composant  $i$  sur un cycle de renouvellement.

En considérant que les durées de maintenance préventive et corrective sont négligeables, nous avons

$$\mathbb{E}[T_i] = T_i = x_i \quad (3.6)$$

Soit  $MC_i(T_i)$  le coût total de maintenance corrective encouru en  $T_i$  unités de temps de fonctionnement depuis le dernier remplacement du composant  $i$ . Conformément à la politique de réparation minimale, l'espérance de  $MC_i(T_i)$  peut être exprimée comme suit, [40] :

$$\mathbb{E}[MC_i(T_i)] = \mathbb{E}[MC_i(x_i)] = C_i^c \cdot \Lambda_i(0, x_i) = C_i^c \cdot \int_0^{x_i} r_i(x_i) dx \quad (3.7)$$

où  $\Lambda_i(0, x_i) = \int_0^{x_i} r_i(x_i) dx$  denote le nombre moyen de pannes du composant  $i$  sur intervalle  $(0, x_i)$ .

Dans le cas de Weibull, on a

$$\mathbb{E}[MC_i(x_i)] = C_i^c \cdot \left(\frac{x_i}{\lambda_i}\right)^{\beta_i}$$

Si le composant  $i$  est maintenu en préventif lorsque son âge atteint la limite  $x_i$ , le coût espéré total de maintenance sur un cycle de renouvellement est :

$$\mathbb{E}[C_i(x_i)] = \mathbb{E}[C_i^p + MC_i(x_i)] = C_i^p + \mathbb{E}[MC_i(x_i)] = C_i^p + C_i^c \cdot \left(\frac{x_i}{\lambda_i}\right)^{\beta_i} \quad (3.8)$$

À partir des équations (3.5), (3.6) et (3.8), le coût moyen asymptotique de maintenance du composant  $i$  est

$$CA_i(x_i) = \frac{\mathbb{E}[C_i(x_i)]}{x_i} = \frac{C_i^p + C_i^c \cdot \left(\frac{x_i}{\lambda_i}\right)^{\beta_i}}{x_i} \quad (3.9)$$

Puisque  $CA_i(x_i)$  est une fonction convexe [162], l'âge optimal de remplacement préventif du composant  $i$ , noté  $x_i^*$ , peut être obtenu en dérivant  $CA_i(x_i)$  par rapport à  $x_i$  en zéro :

$$x_i^* = \arg \min_{x_i} CA_i(x_i) = \lambda_i \sqrt[\beta_i]{\frac{C_i^p}{C_i^c(\beta_i - 1)}} \quad (3.10)$$

Le coût moyen asymptotique optimal du composant  $i$  est alors égal à :

$$CA_i^* = CA_i(x_i^*) = \frac{C_i^p \beta_i}{x_i^*(\beta_i - 1)} \quad (3.11)$$

Le coût moyen asymptotique du système lorsque ses composants sont maintenus séparément est calculé comme suit :

$$CA_{sys}^* = \sum_{i=1}^n CA_i^* \quad (3.12)$$

L'âge optimal de remplacement préventif du composant  $i$  obtenu serait utilisé pour déterminer les dates provisoires de maintenance préventive du composant  $i$  dans le prochain paragraphe.

**Horizon de planification et dates provisoires de maintenance :** dans cette sous-section, un horizon fini de planification est défini pour les raisons suivantes :

- Réduire le temps de calcul dans l'identification de la façon optimale de regrouper. Si la durée de l'horizon de planification est plus long, le nombre d'activités de maintenance sur cet horizon est plus grand et par conséquent le temps de calcul est accru.
- Permettre de prendre en compte les contextes dynamiques qui apparaissent au cours du temps.

L'horizon de planification, noté  $HP$ , est défini par la date de début  $T_{début}$  et la date de fin  $T_{fin}$ . Dans le cadre de cette thèse, le début de l'horizon de planification est fixé à la date actuelle et la date de fin est choisie afin de garantir que tous les composants du système sont maintenus en préventif au moins une fois dans l'horizon de planification. Afin de calculer  $T_{fin}$ , les premières dates de maintenance préventive des composants après  $T_{début}$  sont d'abord déterminées grâce aux cycles de maintenance préventive obtenus précédemment :

$$t_{i1} = (x_i^* - age_i(T_{début})) + T_{début} \quad (3.13)$$

où :

- $t_{i1}$  est la première date de maintenance préventive du composant  $i$  ;
- $age_i(t)$  est l'âge de composant  $i$  à l'instant  $t$ , c'est-à-dire son temps de fonctionnement depuis le dernier renouvellement.

Ensuite, la date de fin de l'horizon de planification est calculée par l'équation suivante :

$$T_{fin} = \max_i t_{i1} \text{ avec } i = (1, 2, \dots, n) \quad (3.14)$$

L'horizon de planification est donc  $HP = [T_{début}, T_{fin}]$ . Dans la phase suivante (phase 3), en minimisant le coût de maintenance du système sur cet horizon, on va obtenir le plan optimal de regroupement des opérations de maintenance.

Notons  $t_{ij}$ , la date de la  $j^{ème}$  occurrence d'opération de maintenance préventive du composant  $i$  sur l'horizon de planification  $HP$ .  $t_{ij}$  est calculée comme suit :

$$t_{ij} = t_{i,j-1}^* + x_i^*, \quad j > 1, t_{ij} \leq T_{fin} \quad (3.15)$$

Après cette phase, les dates d'exécution provisoires de toutes les opérations de maintenance préventive sur l'horizon de planification sont identifiées.

Un exemple du plan provisoire de maintenance d'un système de trois composants est représenté dans la Figure 3.2. Sur l'horizon de planification qui est défini par  $T_{début} = 0$  et  $T_{fin} = \max_i t_{i1} = t_{21}$ , les composants 1 et 2 sont maintenus en préventif seulement une seule fois à  $t_{1^1}$ ,  $t_{2^1}$  sur l'horizon de planification. Cependant, le composant 3 est maintenu en préventif deux fois à  $t_{3^1}$  et  $t_{3^2}$ . En conséquence, le nombre d'opérations de maintenance préventive sur l'horizon de planification, noté  $N$ , est égal à 4.

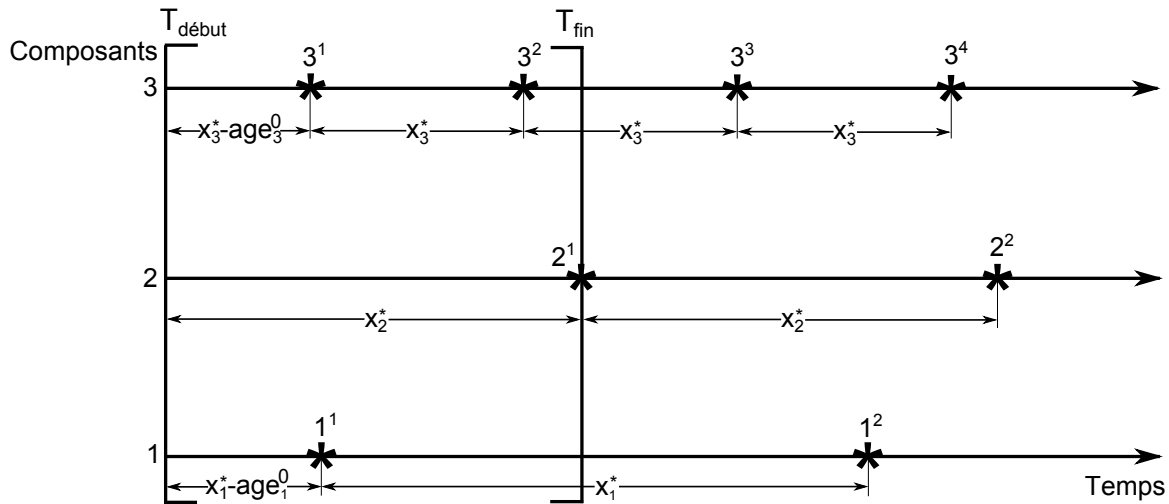


FIGURE 3.2 – Exemple du plan provisoire de maintenance d'un système de trois composants

### 3.3.3 Phase 3 : Optimisation du regroupement des opérations de maintenance

L'idée principale de cette phase est d'effectuer simultanément plusieurs opérations de maintenance préventive afin d'économiser les coûts de maintenance.

**Formulation mathématique du problème de regroupement :** comme mentionné ci-dessus, le regroupement peut réduire les coûts de maintenance. L'idée de cette phase est de formuler les profits économiques lorsque les opérations de maintenance préventive sont simultanément réalisées.

(a) *Profit économique d'un groupe de composants :* considérons un groupe  $G^k$  de plusieurs opérations de maintenance préventive, lorsque toutes les opérations du groupe sont effectuées simultanément à l'instant  $t_{G^k}$ , le profit économique de ce groupe peut être divisé en trois parties :

- Réduction de coût de mise en œuvre. Puisque l'exécution d'un ensemble d'opérations de maintenance ne nécessite qu'un seul coût de mise en œuvre, le groupe  $G^k$  donne

une réduction de coût de mise en œuvre  $U_{G^k}$ .

$$U_{G^k} = [\text{card}(G^k) - 1] \cdot S^p \quad (3.16)$$

où  $\text{card}(G^k)$  est le nombre d'opérations de maintenance préventive du groupe  $G^k$ .

Selon l'équation (3.16), il est clair que  $U_{G^k}$  dépend seulement du nombre d'opérations de maintenance du groupe.

- Coûts de pénalité en raison des changements de dates d'exécution provisoires. Afin d'économiser le coût de mise en œuvre, les opérations de maintenance du groupe  $G^k$  sont simultanément exécutées à la date d'exécution du groupe, notée  $t_{G^k}$ , au lieu d'être exécutées séparément à la date d'exécution provisoire de chaque opération de maintenance  $t_{ij}$  ( $i^j \in G^k$ ). Les changements de dates d'exécution des opérations  $i^j$  du groupe  $G^k$  conduisent à un coût total de pénalité, nommé  $\Delta H_{G^k}^1(t_{G^k})$ . Pour calculer  $\Delta H_{G^k}^1(t_{G^k})$ , nous calculons d'abord le coût de pénalité pour chaque changement de la date d'exécution d'une opération de maintenance.

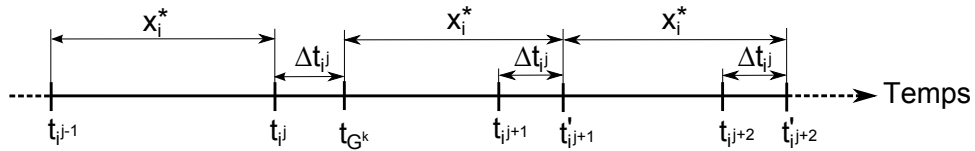


FIGURE 3.3 – Illustration de changement de la date d'exécution d'opération  $i^j$

Soit  $h_i(\Delta t_{ij})$  le coût de pénalité lorsqu'une opération  $i^j$  est actuellement exécutée à l'instant  $t_{G^k} = t_{ij} + \Delta t_{ij}$ , avec  $\Delta t_{ij} > -x_i^*$ , au lieu de  $t_{ij}$  (voir la Figure 3.3). Ce changement de date d'exécution d'opération de maintenance  $i^j$  conduit aux résultats suivants, [162] :

- Changement du coût espéré total de détérioration ( $\mathbb{E}[MC_i(x_i^* + \Delta t_{ij})] - \mathbb{E}[MC_i(x_i^*)]$ ), car le temps de fonctionnement du composant  $i$  est changé. En considérant que la durée de maintenance est négligeable, ce changement de temps de fonctionnement du composant  $i$  est exactement égal au changement de la date d'exécution  $\Delta t_{ij}$ .
- Changement du coût ( $\Delta t_{ij} \cdot CA_i^*$ ), car toutes les dates futures d'exécution après  $t_{ij}$  sont reportées de  $\Delta t_{ij}$  unités de temps.

En conséquence,  $h_i(\Delta t_{ij})$  peut s'exprimer par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} h_i(\Delta t_{ij}) &= \mathbb{E}[MC_i(x_i^* + \Delta t_{ij})] - \mathbb{E}[MC_i(x_i^*)] - \Delta t_{ij} \cdot CA_i^* \\ &= C_i^c \cdot \left( \frac{x_i^* + \Delta t_{ij}}{\lambda_i} \right)^{\beta_i} - C_i^c \cdot \left( \frac{x_i^*}{\lambda_i} \right)^{\beta_i} - \Delta t_{ij} \cdot \frac{C_i^p \beta_i}{x_i^* (\beta_i - 1)} \end{aligned} \quad (3.17)$$

Enfin, le coût total de pénalité  $\Delta H_{G^k}^1(t_{G^k})$  peut être calculé comme suit :

$$\Delta H_{G^k}^1(t_{G^k}) = \sum_{ij \in G^k} h_i(\Delta t_{ij}) = \sum_{ij \in G^k} h_i(t_{G^k} - t_{ij}) \quad (3.18)$$

La date d'exécution optimale de groupe  $G^k$ , notée  $t_{G^k}^*$ , peut être trouvée lorsque  $\Delta H_{G^k}^1(t_{G^k})$  atteint sa valeur minimale  $\Delta H_{G^k}^{1*}$  :

$$\Delta H_{G^k}^{1*} = \min_{t_{G^k}} \Delta H_{G^k}^1(t_{G^k}) = \min_{t_{G^k}} \sum_{ij \in G^k} h_i(t_{G^k} - t_{ij}) \quad (3.19)$$

Les équations (3.17) et (3.19) montrent que  $\Delta H_{G^k}^{1*}$  dépend du nombre d'opérations de maintenance du groupe, du comportement des composants ainsi que du changement de la date d'exécution provisoire des opérations de maintenance.

- Changement du coût total d'arrêt planifié, noté  $\Delta H_{G^k}^2$ . Sous l'influence de la structure du système, le regroupement des opérations de maintenance peut diminuer ou augmenter le coût total d'arrêt planifié. Ce changement  $\Delta H_{G^k}^2$  est exprimé par l'équation suivante :

$$\Delta H_{G^k}^2 = CT_{sys}^p(G^k) - CT_{sys}^p(\overline{G^k}) \quad (3.20)$$

où :

- $CT_{sys}^p(\overline{G^k})$  est le coût total d'arrêt planifié lorsque toutes les opérations de maintenance préventive du groupe  $G^k$  sont effectuées séparément :

$$CT_{sys}^p(\overline{G^k}) = C_{sys}^p \cdot \sum_{ij \in G^k} \pi_i \quad (3.21)$$

- $CT_{sys}^p(G^k)$  est le coût total d'arrêt planifié lorsque toutes opérations de maintenance préventive du groupe  $G^k$  sont effectués simultanément :

$$CT_{sys}^p(G^k) = C_{sys}^p \cdot \pi_{G^k} \quad (3.22)$$

Grâce aux équations (3.20), (3.21) et (3.22),  $\Delta H_{G^k}^2$  peut être écrit comme suit :

$$\Delta H_{G^k}^2 = C_{sys}^p \cdot (\pi_{G^k} - \sum_{ij \in G^k} \pi_i) \quad (3.23)$$

Notez bien que si  $G^k$  est un groupe non-critique ( $\pi_{G^k} = 0$ ) et que tous les composants du groupe sont non-critiques ( $\pi_i = 0$  avec  $ij \in G^k$ ),  $\Delta H_{G^k}^2$  est donc égal à zéro. Si  $G^k$  est un groupe critique ( $\pi_{G^k} = 1$ ),  $\Delta H_{G^k}^2$  peut être positif ou négatif selon le nombre de composants critiques de ce groupe.

À partir des équations (3.16), (3.19), et (3.23), le profit économique du groupe  $G^k$ , noté  $PE(G^k)$ , est :

$$PE(G^k) = U_{G^k} - \Delta H_{G^k}^{1*} - \Delta H_{G^k}^2 \quad (3.24)$$

- Si  $PE(G^k) < 0$ , regrouper les opérations de maintenance préventive revient plus cher que maintenir les composants séparément, c'est-à-dire le regroupement implique une dépendance économique négative. En conséquence, ce n'est pas nécessaire de maintenir les composants du groupe  $G^k$  en même temps.

– Si  $PE(G^k) \geq 0$ , le coût de maintenance peut être économisé lorsque les composants sont maintenus simultanément, en d'autres termes, le regroupement conduit à une dépendance économique positive.

(b) *Profit économique total du regroupement* : jusqu'à maintenant, nous avons donné une formulation du profit économique pour un groupe. L'étape suivante consiste à calculer le profit économique total du regroupement, noté  $PET$ , qui est la somme des profits économiques de tous les groupes dans l'horizon de planification. Il y a plusieurs solutions pour regrouper des opérations de maintenance. Les solutions de regroupement peuvent avoir un nombre de groupes différent et/ou des groupes avec des opérations de PM différentes. La valeur du profit économique total du regroupement dépend de la solution de regroupement. Dans le but de déterminer le  $PET$ , nous avons besoin de définir une structure groupante, notée  $SG$ .

Une structure groupante est une partition de  $\{1, \dots, N\}$  telle sorte que toutes les opérations de PM de chaque groupe sont exécutées en même temps [162]. Une partition de  $\{1, \dots, N\}$  est une collection de  $m$  groupes mutuellement exclusifs  $G^1, \dots, G^m$  couvrant toutes les  $N$  opérations de maintenance sur l'horizon de planification.

$$G^l \cap G^k = \emptyset, \forall l \neq k \text{ et } G^1 \cup G^2 \cup \dots \cup G^m = \{1, \dots, N\}. \quad (3.25)$$

Le profit économique total d'une structure groupante  $PET(SG)$  est calculé comme suit :

$$PET(SG) = \sum_{G^k \in SG} PE(G^k) = \sum_{G^k \in SG} (U_{G^k} - \Delta H_{G^k}^{1*} + \Delta H_{G^k}^2) \quad (3.26)$$

Une structure groupante (un plan de regroupement) est optimal lorsque son profit économique total atteint la valeur maximale :

$$SG^* = \arg \max_{SG} PET(SG) \quad (3.27)$$

Notez bien que chaque fois que la date d'exécution optimale du groupe  $G^k$  est fixée à  $t_{G^k}^*$ , les autres dates provisoires de maintenance, qui sont prévues pour être maintenues entre  $t_{G^k}^*$  et  $T_{fin}$ , sont changées et doivent être remises à jour. Considérons une opération de maintenance  $i^j$  du groupe  $G^k$  et  $i^l$  est une autre opération de maintenance du composant  $i$  avec  $t_{i^l} \in (t_{G^k}^*, T_{fin})$ . Alors, la date d'exécution  $t_{i^l}$  doit être remise à jour et déclarée à  $t'_{i^l} = t_{i^l} + \Delta t_{i^j}$ .

Un exemple de mise à jour des dates de maintenance provisoires à cause de la création d'un groupe est présenté Figure 3.4. Sur cette figure, la date provisoire de maintenance  $t_{32} = t_{31} + x_3^*$  est remise à jour et déclarée à  $t'_{32} = t_{32} + \Delta t_{31} = t_{G^1}^* + x_3^*$ .

À cause des changements précédents du plan provisoire de maintenance lorsqu'un groupe est créé, les dates d'exécution optimales des groupes de la structure groupante  $SG$  ne

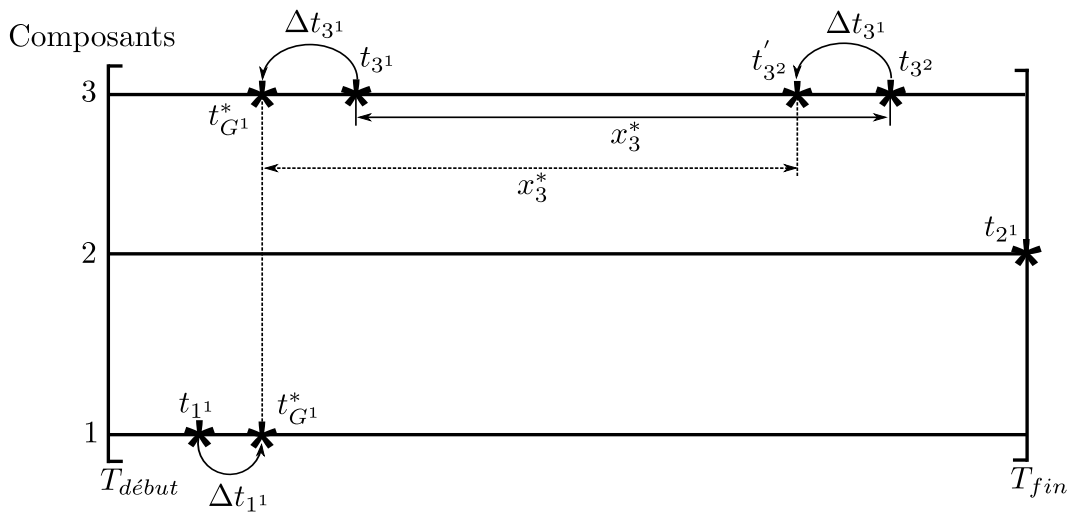


FIGURE 3.4 – Mise à jour des dates provisoires de maintenance après  $t_{G^1}^*$

peuvent pas être déterminées indépendamment. Elles doivent être déterminées l'une après l'autre en respectant l'ordre croissant du temps. En conséquence, nous proposons un algorithme approché qui permet de calculer le profit économique total du regroupement et d'intégrer les changements du plan provisoire de maintenance dans la procédure de calcul. Cet algorithme est présenté ci-dessous :



**Algorithme 3.1 :** Calcul du profit économique total du regroupement

---

**Étape 1 :** Détermination de l'ordre d'exécution des groupes dans la structure groupante :

- calcul des dates d'exécution optimales pour tous les groupes de  $SG$   
sans la mise à jour du plan provisoire de maintenance :

$$t_{G^k}^* = \arg \min_{t_{G^k}} \Delta H_{G^k}^1, \quad k = 1, \dots, m;$$

- détermination de l'ordre  $OC = (G^1, G^2, \dots, G^m)$  des groupes de la  
structure groupante  $SG$  avec  $t_{G^1}^* < t_{G^2}^* < \dots < t_{G^m}^*$ .

**Étape 2 :** Initialisation :  $k = 1, PET = 0$ .

**Étape 3 :** Détermination de  $t_{G^k}^*$  et mise à jour du plan provisoire de maintenance :

- détermination de  $t_{G^k}^* = \arg \min_{t_{G^k}} \Delta H_{G^k}^1$  ;
- mise à jour du profit économique total :  $PET = PET + PE(G^k)$ .

**Étape 4 :** Mise à jour du plan provisoire de maintenance et de l'ordre  $OC$  :

- mise à jour des dates provisoires de maintenance :  $t'_{i^l} = t_{i^l} + \Delta t_{ij}$   
avec  $(i^j \in G^k)$  et  $t_{i^l} \in (t_{G^k}^*, T_{fin})$  ;
- mise à jour de l'ordre  $OC$  pour s'adapter aux changements des dates  
provisoires précédentes.

**Étape 5 :**  $k = k + 1$  et retourner à l'étape 3 jusqu'à ce que  $k = m$ .

---

*Remarque :* le changement de la date provisoire de maintenance de  $t_{i^l}$  à  $t'_{i^l}$  va causer le changement de la date d'exécution optimale du groupe qui contient l'opération  $i^l$ . C'est la raison pour laquelle, l'ordre  $OC$  doit être mis à jour à chaque itération  $k$ .

**Complexité du problème de regroupement :** dans cette sous-section, nous essayons d'analyser et de quantifier la complexité du problème de regroupement des opérations de maintenance. Pour commencer, il est important de noter tout d'abord que le nombre total de structures groupantes possibles qui contiennent exactement  $k$  groupes, noté  $S(N, k)$ , est égal au nombre de Stirling de seconde espèce. Ce nombre compte les façons de diviser un ensemble de  $N$  objets en  $k$  sous-ensembles non-vides et peut être calculé par l'équation suivante, [58] :

$$S(N, k) = \frac{1}{k!} \cdot \sum_{j=0}^{k-1} (-1)^j \cdot \binom{k}{j} \cdot (k-j)^N \quad (3.28)$$

En outre, quand l'horizon de planification contient  $N$  opérations de maintenance, le nombre maximum de groupes dans une structure groupante est égal à  $N - 1$ . En effet, si le nombre de groupes est égal au nombre des opérations de PM, alors chaque groupe contient une seule opération de maintenance, autrement dit, il n'y a pas de regroupement. En conséquence, le nombre total des structures groupantes possibles, noté  $S(N)$ , peut être calculé comme suit :

$$S(N) = \sum_{k=1}^{N-1} S(N, k) \quad (3.29)$$

La recherche de la structure groupante optimale parmi  $S(N)$  structures groupantes possibles est un problème NP-complet, voir par exemple [58, 73]. Une méthode exacte, qui tient compte des  $S(N)$  structures groupantes possibles, prend trop de temps de calcul surtout quand  $N$  est élevé. Le tableau 3.1 indique le nombre total de structures groupantes possibles  $S(N)$  et le temps de calcul correspondant par rapport aux différentes valeurs du nombre d'opérations de maintenance ( $N$ ) sur l'horizon de planification. Les temps de calcul sont approximativement calculés sur la base du temps de calcul moyen pour une structure groupant ( $4 \cdot 10^{-4}$  secondes) en utilisant un ordinateur de bureau DELL (core i5 d'Intel, processeur de 3.3GHz et 4 Go de mémoire, windows 7 version 64 bits).

Afin de s'assurer que la stratégie de regroupement proposée peut prendre en compte des informations à court terme, le temps de calcul de la stratégie ne doit pas être important. Par exemple, si une journée est le seuil du temps de calcul, alors grâce au tableau 3.1, nous constatons que les méthodes exactes sont inutilisables si le nombre d'opérations de PM est supérieur à 14.

Pour les structures séries (qui ont seulement des impacts positifs sur le regroupement de maintenance), afin de diminuer le temps de recherche la structure groupante optimale, Ralph E. Wildeman et all [162] ont proposé le théorème des opérations de maintenance consécutives suivant :

**Théorème 3.3.1.** *Considérons plusieurs opérations de maintenance consécutives  $i, j, k$  avec  $t_i < t_j < t_k$ , si les opérations  $i$  et  $k$  sont regroupées dans le groupe  $G^m$ , alors l'opération  $j$  doit être dans le groupe  $G^m$ .*

$N$	Structures groupantes possibles, $S(N)$	Temps de calcul
10	115975	46 secondes
11	678570	4.5 minutes
12	4213597	28 minutes
13	27644437	3 heures
<b>14</b>	<b>190899322</b>	<b>21 heures</b>
15	$1.3830 \cdot 10^9$	6,48 journées
<b>16</b>	<b><math>1.048 \cdot 10^{10}</math></b>	<b>50 journées</b>
17	$8.2865 \cdot 10^{10}$	1 ans
18	$6.8208 \cdot 10^{11}$	8,7 ans
19	$5.8327 \cdot 10^{12}$	75 ans
20	$5.1724 \cdot 10^{13}$	664 ans

TABLE 3.1 – Temps de calcul par rapport à  $N$

Avec l'aide de ce théorème, le nombre de structures groupantes possibles peut être considérablement réduit. La programmation dynamique est ensuite utilisée comme une technique d'optimisation pour trouver le plan optimal de regroupement. Cependant, le théorème n'est valable que pour les structures séries. En fait, l'équation (3.24) montre qu'un groupe dans la structure groupante optimale ne contient pas toujours uniquement des opérations consécutives, car le choix des opérations pour être exécutées dans un même groupe doit à la fois minimiser les coûts de pénalité en raison des changements de dates d'exécution provisoires ( $\Delta H_{G^k}^{1*}$ ) et maximiser le gain du coût total d'arrêt planifié ( $\Delta H_{G^k}^2$ ). Il faut noter que  $\Delta H_{G^k}^2$  est égal à zéro pour des structures séries et que  $\Delta H_{G^k}^2$  a une influence significative dans la composition du groupe optimal. En conséquence, pour les systèmes de structure quelconque, le Théorème 3.3.1 n'est pas toujours valide, alors la programmation dynamique ne peut pas être utilisée dans ce cas. Il faut donc utiliser une autre technique d'optimisation.

Pour faire face à ce problème combinatoire, une solution naturelle est d'utiliser un algorithme génétique [67]. Il a été utilisé et considéré comme une approche d'optimisation pertinente dans le cadre de l'optimisation de la maintenance [32, 132, 92, 82, 145]. En outre, l'intégration d'un algorithme génétique dans l'approche avec regroupement dynamique proposée peut aider à tenir compte facilement de plusieurs contraintes de maintenance telles que les contraintes du plan de la production, contraintes de disponibilité de pièces de rechange, etc. Pour les raisons mentionnées ci-dessus, un algorithme génétique est utilisé et développé pour trouver la structure groupante optimale dans ce travail. La subsection suivante est consacrée à la description de l'algorithme génétique dans le contexte spécifique de ce travail.

**Mise en œuvre d'un algorithme génétique (AG) :** les algorithmes génétiques utilisent la notion de sélection naturelle et l'appliquent à une population de solutions potentielles au problème donné. Elles commencent par la création de la population initiale de solutions. Chaque solution est ensuite évaluée en utilisant une fonction objectif. À chaque itération, les opérations génétiques (opérations de sélection, croisement, mutation et réparation) sont appliquées afin de rechercher la meilleure solution de cette itération. Les algorithmes sont terminés lorsque leur condition d'arrêt (nombre maximum d'itération, temps maximum d'exécution, nombre maximum de stagnations de la meilleure solution, etc.) est satisfaite.

Dans la littérature, il existe plusieurs techniques de codage, de croisement, de mutation et de sélection. La convergence et les performances de l'algorithme génétique dépendent fortement du choix des techniques précédentes qui convient le mieux à chaque problème spécifique. Dans le paragraphe suivant, nous allons expliquer plus en détail les techniques appliquées et quelques modifications de l'algorithme génétique classique pour qu'il s'adapte bien à notre problème de regroupement (voir la Figure 3.5).

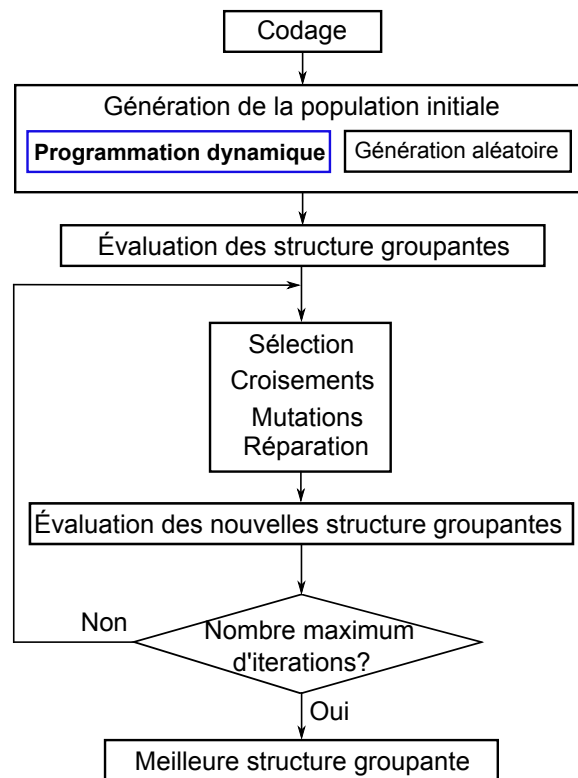


FIGURE 3.5 – Schéma d'un AG pour le problème d'optimisation du regroupement

- (a) *Codage* : un procédé de codage détermine la manière dont le problème est structuré dans l'algorithme. Pour notre problème, chaque structure groupante est représentée par un tableau de  $N$  éléments, noté  $X$ . Notez que  $N$  est le nombre d'opérations de maintenance

sur l'horizon de planification. Le tableau  $X$  est construit en utilisant la fonction de codage suivante :

$$i^j \in G^k \Rightarrow X(i^j) = k ; k \in [1, \dots, (N - 1)] \quad (3.30)$$

Par exemple, nous considérons l'exemple sur la Figure 3.2, le système contient 3 composants ( $n = 3$ ) et 4 opérations de maintenance ( $N = 4$ ) sur l'horizon de planification  $HP = [0, t_{21}] : 1^1, 2^1, 3^1, 3^2$ . Une structure groupante (SG) contient 2 groupes  $G^1 = \{1^1, 3^1\}$ ,  $G^2 = \{2^1, 3^2\}$ . Cette structure groupante est représentée par le tableau  $X$  représenté Figure 3.6.

$X(1^1)$	$X(2^1)$	$X(3^1)$	$X(3^2)$
1	2	1	2

FIGURE 3.6 – Exemple de codage d'une structure groupante

- (b) *Génération de la population initiale* : comme mentionné ci-dessus, l'AG commence par la création d'un ensemble de solutions possibles (la population initiale). S'il y a très peu de solutions dans la population, l'AG a moins de possibilités pour effectuer le croisement et seulement une petite partie de l'espace de recherche est explorée. D'autre part, s'il y a trop de structures groupantes dans la population, l'AG va ralentir. Par conséquent, la taille de la population est généralement choisie entre 60 et 100 solutions.

Dans le cadre de ce travail, une population initiale qui contient  $n_{pop}$  solutions est créée selon les deux techniques suivantes :

- En utilisant la programmation dynamique proposée dans [162] : comme mentionné ci-dessus, la programmation dynamique est inutilisable pour chercher le plan optimal de regroupement pour les systèmes de structure quelconque. Toutefois, afin d'améliorer la vitesse de convergence de notre algorithme génétique, la programmation dynamique est utilisée comme une heuristique pour chercher une bonne structure groupante réalisable d'opérations de maintenance consécutives.
  - En utilisant un générateur aléatoire pour générer  $(n_{pop} - 1)$  solutions restant de la population initiale : tout d'abord, le nombre de groupes dans une structure groupante est choisi aléatoirement entre 1 et  $(N - 1)$ . Ensuite, les opérations de maintenance sont mises aléatoirement dans tous les groupes.
- (c) *Évaluation des structures groupantes* : dans cette étape, les structures groupantes de la population sont évaluées selon le profit économique total calculé par l'équation 3.26. On dit qu'une structure groupante est meilleure qu'une autre si son profit économique total est plus grand que l'autre.

Si une structure groupante  $SG$  est présentée sous la forme un tableau  $X$ , avant de calculer son profit économique total, nous devons retrouver la structure groupante à partir du

tableau  $X$  donné grâce à la fonction de décodage suivante :

$$X(i^j) = k \Rightarrow i^j \in G^k ; k \in [1, \dots, (N - 1)] \quad (3.31)$$

- (d) *Sélection* : l'objectif est de sélectionner des paires de solutions utilisées à l'étape de croisement. Ici, la sélection par roulette [8] est utilisée. D'après cette technique, le processus de sélection commence par trier des solutions de la population en fonction de leur profit économique total par ordre croissant. Ensuite, la population est classée dans  $s$  groupes : le premier groupe (groupe 1) contient des solutions qui ont les plus petits profits et le dernier groupe (groupe  $s$ ) contient des solutions qui ont les plus grands profits. Ensuite, une solution est choisie au hasard parmi ces groupes selon les probabilités de sélection des groupes :  $p_1 \leq p_2 \leq \dots \leq p_s$  ( $\sum_{i=1}^s p_i = 1$ ). L'idée est que les bonnes solutions ont de grandes chances d'être choisies pour l'étape suivante. Dans ce travail, la population est divisée en 5 groupes ( $s = 5$ ) et les probabilités de sélection des groupes sont 5% , 10% , 15% , 25% et 45% respectivement.
- (e) *Croisement* : l'objectif est de combiner les solutions précédentes choisies pour générer des nouvelles solutions en préservant certaines caractéristiques de leurs parents. La probabilité de croisement qui représente la fréquence à laquelle les croisements sont appliquées est souvent choisie entre 60% et 90%.

Le croisement en un point est utilisé dans cet algorithme. La première étape consiste à choisir aléatoirement un point de coupure pour partager chaque solution parent en deux parties. Puis, le premier enfant est construit en utilisant la première partie du premier parent et la deuxième partie du deuxième parent. À l'inverse, le deuxième enfant est une concaténation de la seconde partie du premier parent et de la première partie du second parent (Figure 3.7a).

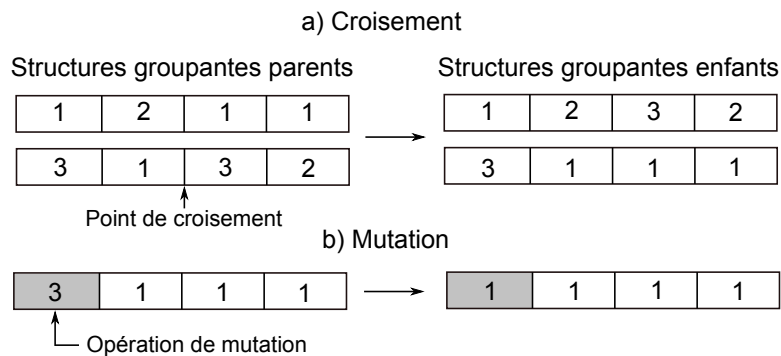


FIGURE 3.7 – Exemples du croisement et de la mutation

- (f) *Mutation* : la mutation est réalisée pour éviter à l'AG de tomber dans des solutions optimales locales, mais elle ne pouvait pas se produire très souvent, car l'AG changera à la

recherche aléatoire. Par conséquent, la probabilité de mutation est généralement choisie entre 0,2% et 2%.

Pour chaque solution choisie, une opération de maintenance d'un groupe est sélectionnée et ensuite déplacée aléatoirement vers un autre groupe afin de générer une nouvelle solution (Figure 3.7b).

- (g) *Réparation* : après les croisements et mutations, il existe parfois quelques défauts dans les nouvelles structures groupantes. Par conséquent, la réparation est exécutée pour corriger les défauts et remettre les solutions dans l'espace de recherche.
- Si les opérations de maintenance  $i^j$  et  $i^l$  d'un composant  $i$  sont regroupées dans un même groupe  $X(i^j) = X(i^l) = u$ , l'opération  $i^l$  sera déplacée aléatoirement vers un autre groupe  $v$  ( $v \neq u$ ).
  - Pour les opérations  $X(i^j) = k$ ,  $X(i^l) = u$ , si  $j < l$  et  $t_{G^k} > t_{G^u}$ , la réparation va échanger les deux opérations de deux groupes :  $X(i^j) = u$  et  $X(i^l) = k$ .
  - Les groupes qui ne contiennent aucune opération sont supprimés et les groupes restants sont re-numérotés. Par exemple, la structure groupante  $SG = (G^1 = \{1^1\}, G^2 = \emptyset, G^3 = \{2^1, 3^1, 3^2\})$  doit être reformulée comme suit  $SG = (G^1 = \{1^1\}, G^2 = \{2^1, 3^1, 3^2\})$ .

### 3.4 Exemples numériques

Considérons la structure dont le diagramme de fiabilité est présentée sur la Figure 3.8. Cette structure a été choisie de telle sorte que l'effet de la structure du système peut être clairement analysé lorsque les opérations de maintenance sont regroupées. Elle n'est pas directement connectée à une étude de cas réel, mais des systèmes réels peuvent être étudiés en utilisant la même méthode à partir d'un diagramme de la fiabilité.

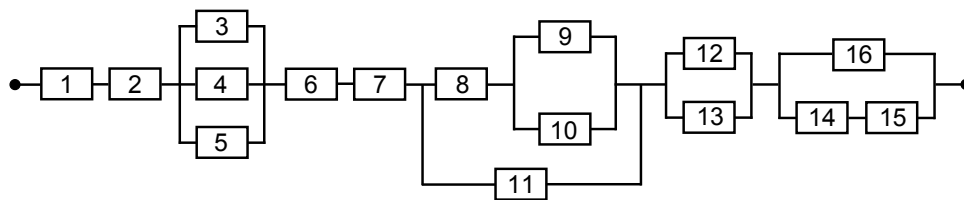


FIGURE 3.8 – Diagramme de fiabilité d'une structure à 16 composants

Comme mentionné dans la partie théorique, on suppose que le comportement de la défaillance de chaque composant  $i$  ( $i = 1, \dots, 16$ ) du système considéré est décrit par la loi de Weibull de paramètres  $\lambda_i$  et  $\beta_i > 1$ . Les valeurs de ces paramètres sont aléatoirement générées et présentées sur le Tableau 3.2. Ce tableau donne aussi le coût spécifique de maintenance pré-

ventive ( $C_i^{sp}$ ), le coût spécifique de maintenance corrective ( $C_i^{sc}$ ), et l'âge à la date de début de l'horizon de planification ( $age_i(T_{début})$ ) des composants.

Le coût d'arrêt planifié, le coût d'arrêt non-planifié et le coût de mise en œuvre sont les suivants  $C_{sys}^p = 60$ ,  $C_{sys}^u = 70$ ,  $S^p = 30$  et  $S^c = 20$  respectivement. Notons que les autres valeurs de ces coûts sont étudiées dans la sous-section 3.4.3.

Composants	$\lambda_i$	$\beta_i$	$C_i^{sp}$	$C_i^{sc}$	$age_i(T_{début})$
1	170	1.55	205	130	220.10
2	250	1.75	105	82	246.58
3	190	2.00	245	108	115.49
4	200	2.00	235	117	108.16
5	108	1.70	385	162	31.33
6	285	2.00	345	90	306.05
7	209	1.95	225	112	104.48
8	97	1.75	345	60	26.41
9	84	1.50	345	86	43.59
10	149	1.50	165	102	123.34
11	190	2.00	345	88	169.04
12	117	1.70	305	76	61.01
13	205	1.75	225	106	95.49
14	241	1.75	105	62	87.69
15	300	1.80	105	102	24.25
16	235	2.00	225	75	85.01

TABLE 3.2 – Données des composants du système considéré

Les objectifs et l'organisation de cette section sont présentés comme suit :

- Tout d'abord, afin de montrer la nécessité de la prise en compte de la structure du système dans la décision et la modélisation de la maintenance, les deux scénarios suivants sont considérés : (i) regroupement dynamique des activités de maintenance sans tenir compte de la structure du système (paragraphe 3.4.1) ; (ii) regroupement dynamique des activités de maintenance en tenant compte de la structure du système (paragraphe 3.4.2).
- Ensuite, à chaque scénario, à la fois le plan individuel (plan provisoire) de maintenance et le plan de regroupement sont étudiés pour montrer comment notre stratégie de regroupement dynamique peut être utilisée pour la maintenance des systèmes complexes et aussi l'intérêt de regroupement des activités de maintenance.
- Enfin, les impacts du coût de mise en œuvre et du coût d'arrêt planifié sur le regroupement des activités de maintenance sont étudiés dans le paragraphe 3.4.3.



### 3.4.1 Regroupement dynamique des activités de maintenance sans tenir compte de la structure du système

Dans cette sous-section, la structure du système n'est pas prise en compte, ce qui signifie que le système est arrêté lors de la maintenance sur n'importe quel composant du système. Par conséquent, nous avons  $\pi_i = 1, \forall i = 1, \dots, 16$ , autrement dit, tous les composants du système sont des composants critiques. Deux plans de maintenance sont considérés ici : le plan individuel et le plan de regroupement.

**Plan individuel de maintenance :** le plan individuel (le plan provisoire) de maintenance, où toutes les activités de maintenance sont séparément effectuées, est établi grâce au cycle de maintenance préventive nominal de chaque composant qui est déterminé pour minimiser son coût moyen asymptotique. Plus précisément, à partir des données des composants du système,  $C_i^p, C_i^c, x_i^*, CA_i^*$  et  $t_{i1}$  sont calculés par les équations (3.1), (3.2), (3.10), (3.11) et (3.13) respectivement. Les résultats obtenus sont présentés sur le Tableau 3.3.

Composants	$\pi_i$	$C_i^p$	$C_i^c$	$x_i^*$	$CA_i^*$	$t_{i1}$
1	1	295	220	302.10	2.7520	82.00
2	1	195	172	316.58	1.4372	70.00
3	1	335	198	247.14	2.7110	131.65
4	1	325	207	250.60	2.5937	142.44
5	1	475	252	193.41	5.9644	162.08
6	1	435	180	443.05	1.9637	137.00
7	1	315	202	269.48	2.3994	165.00
8	1	435	150	210.08	4.8314	183.67
9	1	435	176	243.75	5.3538	200.17
10	1	255	192	285.78	2.6769	162.44
11	1	435	178	297.02	2.9291	127.98
12	1	395	166	240.31	3.9919	179.30
13	1	315	196	316.88	2.3195	221.38
14	1	195	152	327.52	1.3892	239.83
15	1	195	192	342.53	1.2809	318.29
16	1	315	165	324.70	1.9403	239.69

TABLE 3.3 – Maintenance individuelle des composants sans tenir compte de la structure

Grâce aux valeurs obtenues de  $t_{i1}$ , l'horizon de planification est défini par  $T_{début} = 0$  et  $T_{fin} = \max_i t_{i1} = t_{151} = 318.29$ . Ensuite, les dates d'exécution des autres activités de maintenance préventive ( $t_{ij}, j > 1$ ) sont calculées en utilisant l'équation (3.15). En conséquence,

nous obtenons  $t_{ij} > T_{fin}$ ,  $\forall i = 1, \dots, n$  et  $j > 1$ , en d'autres termes, chaque composant est maintenu en préventif une seule fois sur l'horizon de planification ( $N = n = 16$ ). Enfin, le plan individuel de maintenance est présenté sur la Figure 3.9.

Le coût moyen asymptotique du système sur l'horizon de planification lorsque ses composants sont individuellement maintenus est calculé comme suit :

$$CA_{sys}^{\overline{SG}} = \sum_{i=1}^n CA_i^* = 46.5300 \quad (3.32)$$

Le coût total de maintenance sur l'horizon de planification lorsque les composants sont individuellement maintenus est

$$CT_{sys}^{\overline{SG}} = CA_{sys}^{\overline{SG}} \cdot (T_{fin} - T_{début}) = 14810.03$$

**Plan de regroupement :** afin d'économiser les coûts de maintenance, notre stratégie de regroupement s'applique à la maintenance du système. Dans ce cas considéré, notons que quand  $\pi_i = 1, \forall i$ , le théorème des opérations de maintenance consécutives est vérifié. En conséquence, la structure groupante optimale peut être obtenue par l'utilisation de la programmation dynamique proposée dans [162].

Après le lancement de notre stratégie de regroupement, nous obtenons la structure groupante optimale présentée sur le Tableau 3.4 et son profit économique total est  $PET^{\overline{SG}} = 1219.80$ .

Groupes	Opérations de PM	$t_{G^k}^*$	$\pi_{G^k}$	$PE(G^k)$
1	$\{1^1, \dots, 16^1\}$	168.77	1	1219.80

TABLE 3.4 – Structure groupante optimale sans tenir compte de la structure du système

Le coût total de maintenance sur l'horizon de planification lorsque les opérations de maintenance sont regroupées est

$$CT_{sys}^{\overline{SG}} = CT_{sys}^{\overline{SG}} - PET^{\overline{SG}} = 14810.03 - 1219.80 = 13590.23$$

Le coût moyen de maintenance du système sur l'horizon de planification, noté  $CM_{sys}^{\overline{SG}}$ , lorsque les opérations de maintenance sont regroupées est

$$CM_{sys}^{\overline{SG}} = \frac{CT_{sys}^{\overline{SG}}}{T_{fin} - T_{début}} = 42.6976 \quad (3.33)$$

Enfin, le plan provisoire de maintenance et le plan de regroupement sont tracés sur la Figure 3.9.

Les résultats précédents montrent que le regroupement des opérations de maintenance est plus avantageux que la maintenance des composants séparément (économie d'environ 8.24%).

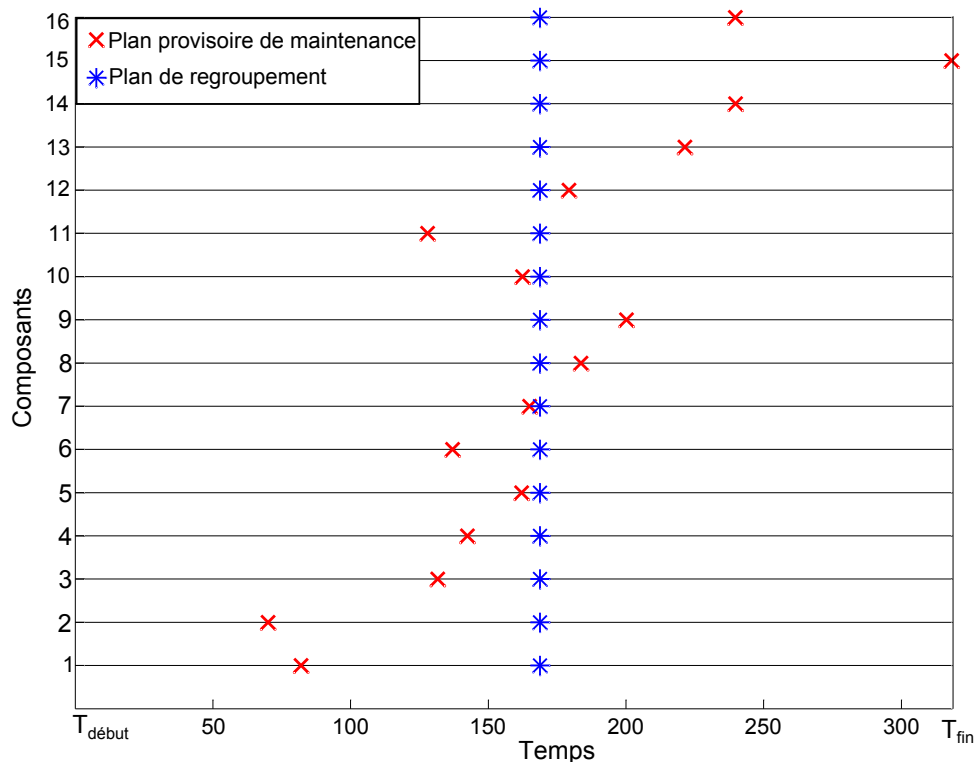


FIGURE 3.9 – Plan individuel et plan de regroupement sans tenir compte de la structure

### 3.4.2 Regroupement dynamique des activités de maintenance en tenant compte de la structure du système

La structure du système est maintenant prise en compte dans la planification de la maintenance. Selon la structure présentée sur la Figure 3.8, seule la maintenance des composants critiques ou des groupes critiques conduit à l'arrêt du système. Les valeurs de  $\pi_i$  sont déterminées en effectuant la phase 1 (voir le paragraphe 3.3.1) et rapportées dans le Tableau 3.5. Comme dans le scénario 1, le plan provisoire et le plan de regroupement de maintenance sont étudiés ici.

**Plan individuel de maintenance :** comme dans le scénario 1, les valeurs de  $C_p^i$ ,  $C_i^c$ ,  $x_i^*$ ,  $CA_i^*$  et  $t_{i1}$  sont d'abord calculées et rapportées dans le Tableau 3.5.

Grâce aux premières dates de maintenance des composants  $t_{i1}$ , l'horizon de planification est défini par  $T_{début} = 0$  et  $T_{fin} = \max_i t_{i1} = t_{151} = 335.00$ . Notons que dans ce cas, chaque composant est aussi maintenu en préventif une seule fois sur l'horizon de planification ( $N = n = 16$ ).

Le plan provisoire de maintenance est tracé sur la Figure 3.11.

Le coût moyen asymptotique du système sur l'horizon de planification lorsque ses compo-

Composants	$\pi_i$	$C_i^p$	$C_i^c$	$x_i^*$	$CA_i^*$	$t_i^1$
1	1	295	220	302.10	2.7520	82.00
2	1	195	172	316.58	1.4372	70.00
3	0	275	128	278.49	1.9749	163.00
4	0	265	137	278.16	1.9054	170.00
5	0	415	182	216.33	4.6589	185.00
6	1	435	180	443.05	1.9637	137.00
7	1	315	202	269.48	2.3994	165.00
8	0	375	80	276.41	3.1655	250.00
9	0	375	106	309.59	3.6339	266.00
10	0	195	122	323.34	1.8093	200.00
11	0	375	108	354.04	2.1184	185.00
12	0	335	96	301.01	2.7028	240.00
13	0	255	126	361.49	1.6459	266.00
14	0	135	82	377.69	0.8340	290.00
15	0	135	122	359.25	0.8455	335.00
16	0	255	95	385.01	1.3246	300.00

TABLE 3.5 – Maintenance individuelle des composants en tenant compte de la structure

sants sont individuellement maintenus est calculé comme suit :

$$CA_{sys}^{SG} = \sum_{i=1}^n CA_i^* = 35.1714 \quad (3.34)$$

Le coût total de maintenance sur l’horizon de planification lorsque les composants sont individuellement maintenus est

$$CT_{sys}^{SG} = CA_{sys}^{SG} \cdot (T_{fin} - T_{début}) = 11782.42$$

**Plan de regroupement :** afin d’économiser les coûts de maintenance (coût de mise en œuvre et coût d’arrêt planifié), notre stratégie de regroupement dynamique s’applique à regrouper les opérations de maintenance obtenues au paragraphe précédent.

Notons que, pour cette structure complexe, le théorème des opérations de maintenance consécutives n’est plus vérifié. En conséquence, la structure groupante donnée par la programmation dynamique peut ne pas être optimale. Afin de chercher la structure groupante optimale, notre algorithme génétique est appliqué. Le simulateur a été utilisé pour déterminer les paramètres de l’AG (la probabilité de croisement, la probabilité de mutation et la taille de la population) en testant leur différentes valeurs. Les valeurs appropriées sont finalement choisies

comme suit : la probabilité de croisement= 0.80 ; la probabilité de mutation=0.02 ; la taille de la population=60 solutions. De plus, le graphique de l'évolution de l'algorithme génétique, qui représente la convergence du profit économique total ( $PET$ ) pendant 4000 itérations, est déterminé et représenté sur la Figure 3.10. Par conséquent, le nombre limité de 1400 itérations est choisi comme la condition d'arrêt de l'AG, car le graphe de l'évolution indique qu'il n'y a aucun changement du profit économique total au-delà de ce nombre.

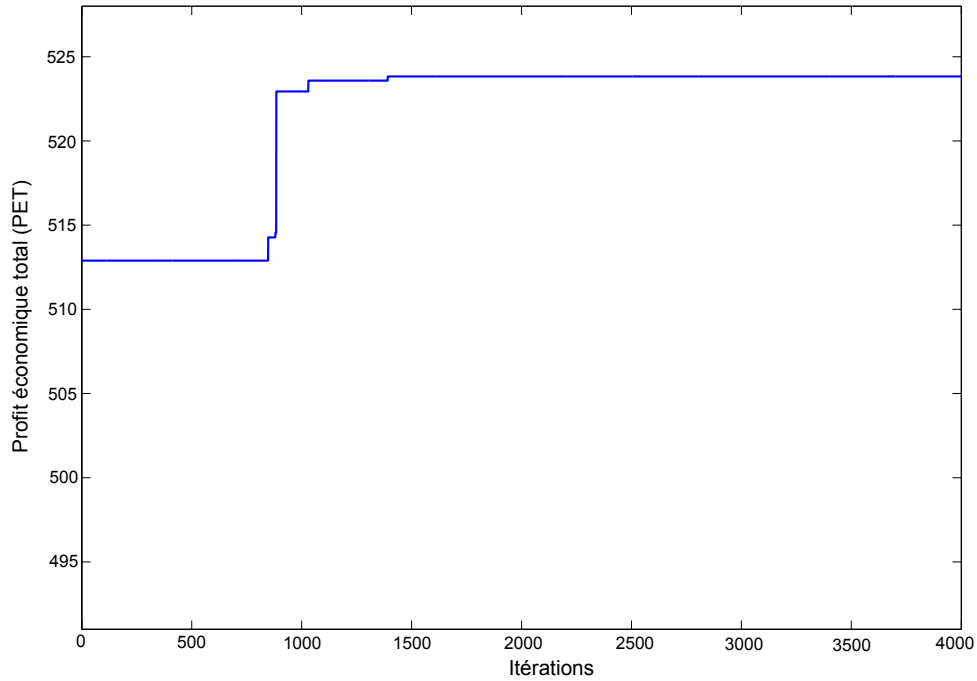


FIGURE 3.10 – Évolution de l'algorithme génétique pendant 4000 itérations

Après le lancement de l'algorithme génétique, nous obtenons la structure groupante optimale présentée sur le Tableau 3.6 et son profit économique total de  $PET_{GA}^{SG} = 523.83$ , qui est égal à 4,45% de  $CT_{sys}^{SG}$ . Cependant, le profit économique total de la structure groupante donné par la programmation dynamique est seulement  $PET_{PD}^{SG} = 491.03$ . En conséquence, nous pouvons conclure que, en utilisant l'algorithme génétique, notre stratégie de regroupement fournit un meilleur résultat que celle proposée par [162].

Stratégies de regroupement	Groupes	Opérations de PM	$t_{G^k}^*$	$PE(G^k)$	$\pi_{G^k}$	$PET$
Notre stratégie de regroupement dynamique	1	$\{1^1, \dots, 7^1, 10^1, 11^1\}$	160.20	381.24	1	$PET_{GA}^{SG} = 523.83$
	2	$\{8^1, 9^1, 12^1, 16^1\}$	258.46	85.49	0	
	3	$\{13^1, 14^1, 15^1\}$	290.66	57.10	0	
La stratégie de regroupement dynamique proposée dans [162]	1	$\{1^1, \dots, 7^1, 10^1, 11^1\}$	160.20	381.24	1	$PET_{PD}^{SG} = 491.03$
	2	$\{8^1, 9^1, 12^1, \dots, 16^1\}$	265.74	109.79	1	

TABLE 3.6 – Structure groupante optimale en tenant compte de la structure du système

Figure 3.11 montre que le plan de regroupement obtenu par la programmation dynamique ne contient que des groupes dont les activités de PM sont consécutives. Cependant, notre stratégie de regroupement fournit le plan de regroupement optimal qui contient aussi des groupes dont les activités de PM ne sont pas consécutives. En effet, nous avons  $t_{12^1} < t_{13^1} < t_{14^1} < t_{16^1} < t_{15^1}$ , mais les activités PM  $13^1$ ,  $14^1$  et  $15^1$  sont regroupées dans le groupe  $G^3$  et d'un autre côté les activités  $12^1$ ,  $16^1$  sont dans le groupe  $G^2$ . Ce résultat encore une fois confirme que le théorème des activités de maintenance consécutives n'est pas toujours vérifié pour les systèmes de structure complexe, autrement dit, un groupe optimal peut contenir des activités de maintenance non-consécutives.

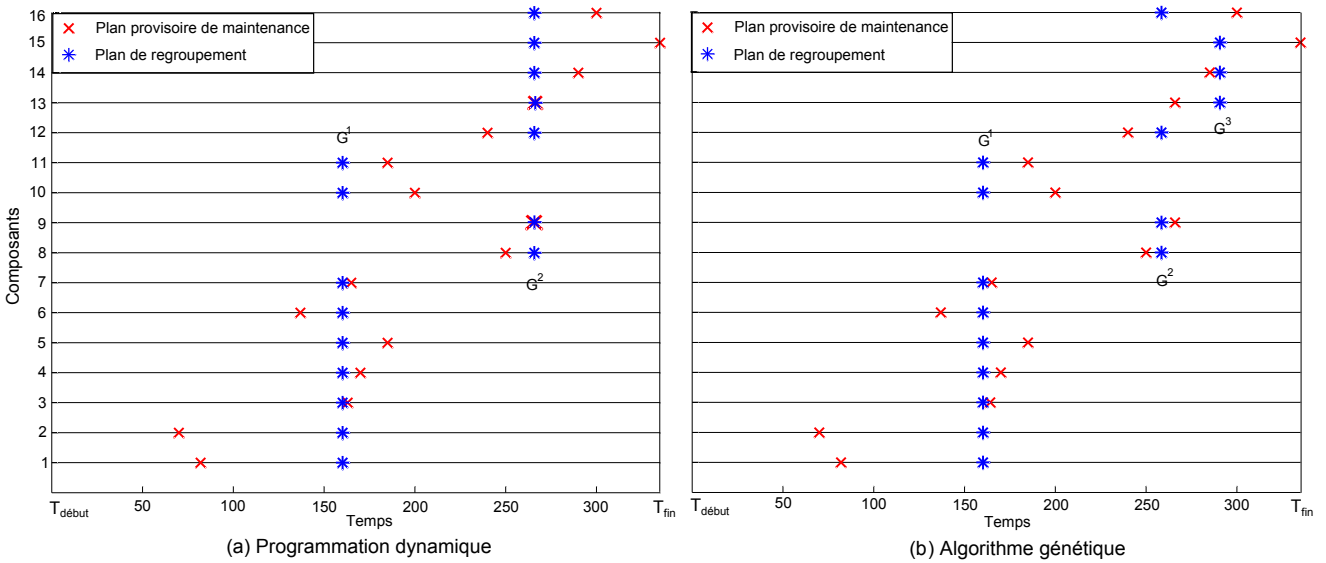


FIGURE 3.11 – Plan individuel et Plan de regroupement en tenant compte de la structure

Le coût total de maintenance sur l'horizon de planification lorsque les opérations de maintenance sont regroupées est

$$CT_{sys}^{SG} = CT_{sys}^{S\bar{G}} - PET_{GA}^{SG} = 11782.42 - 523.83 = 11258.59$$

Le coût moyen de maintenance du système sur l'horizon de planification lorsque les opérations de maintenance sont regroupées est

$$CM_{sys}^{SG} = \frac{CT_{sys}^{SG}}{T_{fin} - T_{début}} = 33.6077 \quad (3.35)$$

Le résumé du coût moyen des différents plans de maintenance est présenté sur le Tableau 3.7.

Grâce au Tableau 3.7, un résultat important est déduit comme suit :

$$CA_{sys}^{S\bar{G}} < CA_{sys}^{SG}$$

$$CM_{sys}^{SG} < CM_{sys}^{S\bar{G}}$$

Maintenance sans tenir compte de la structure du système		Maintenance en tenant compte de la structure du système	
Plan provisoire	Plan de regroupement	Plan provisoire	Plan de regroupement
$CA_{sys}^{\overline{SG}} = 46.5300$	$CM_{sys}^{\overline{SG}} = 42.6976$	$CA_{sys}^{\overline{SG}} = 35.1714$	$CM_{sys}^{SG} = 33.6077$

TABLE 3.7 – Résumé du coût moyen asymptotique des différents plans de maintenance

Ce classement affirme que : (i) le regroupement des activités de maintenance peut réduire considérablement les coûts de maintenance ; (ii) la structure du système a un impact important sur la maintenance (à la fois la planification et le coût de la maintenance). Elle doit être prise en compte dans la modélisation de maintenance.

### 3.4.3 Sensibilité aux coûts de maintenance

L'objectif ici est d'étudier l'impact des coûts de mise en œuvre et coût d'arrêt planifié sur le regroupement des activités de maintenance qui est effectué par l'application de notre stratégie de regroupement dynamique.

**Impacts du coût de mise en œuvre sur le regroupement des opérations de maintenance :** une analyse de sensibilité est réalisée en faisant varier la valeur du coût de mise en œuvre d'une opération de maintenance préventive ( $S^p$ ) de 0 à 130 (les autres paramètres restent inchangés). Pour chaque valeur du coût de mise en œuvre, la structure groupante optimale correspondante est déterminée en utilisant notre stratégie de regroupement dynamique. La figure 3.12 trace le profit économique total par rapport aux différentes valeurs du coût de mise en œuvre.

Les résultats présentés sur la Figure 3.12 montrent que le profit économique total ou la performance du regroupement augmente quand le coût de mise en œuvre augmente. En outre, le regroupement des opérations de maintenance peut économiser le coût de mise en œuvre et le coût d'arrêt planifié en même temps. C'est la raison pour laquelle, le profit économique total est supérieur à zéro, même si le coût de mise en œuvre est égal à zéro.

Il faut noter que le coût de mise en œuvre a des impacts importants non seulement sur la performance du regroupement, mais aussi sur la structure groupante optimale. En effet, les résultats présentés dans le Tableau 3.8 montrent que plus le coût de mise en œuvre est important, plus le nombre de groupes est petit. Par ailleurs, quand  $S^p = 0$ , la structure groupante optimale contient 13 groupes. Cependant, quand  $S^p \geq 70$ , la structure groupante optimale contient seulement un groupe.

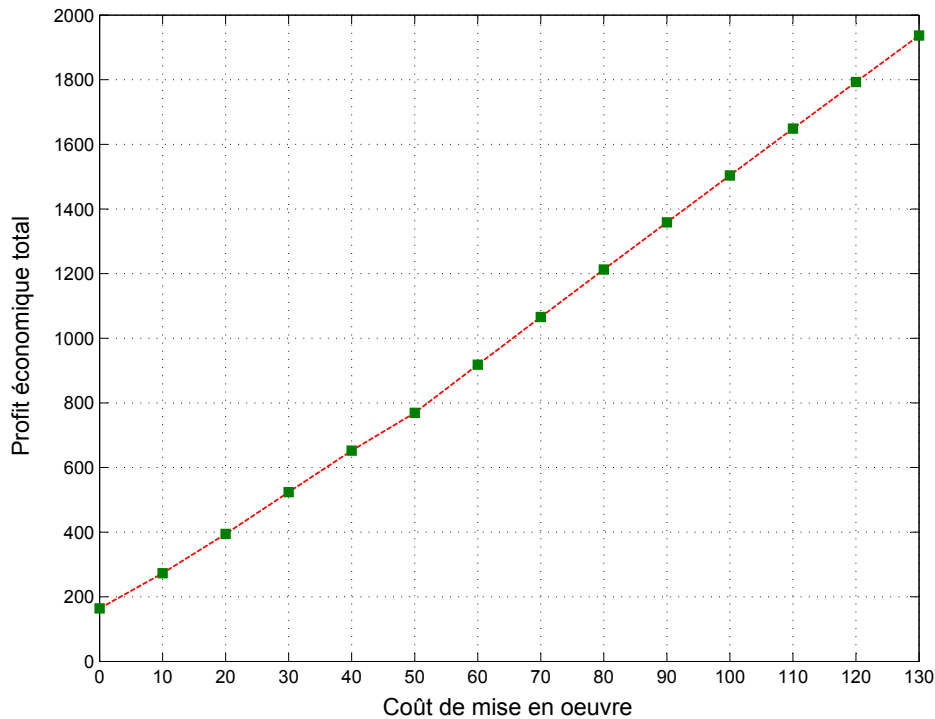


FIGURE 3.12 – Sensibilité au coût de mise en oeuvre

$S^p$	Structure groupante optimale	Nombre de groupes	$PET$
0	$\{1^1, 2^1, 6^1, 7^1\}, \{3^1\}, \{4^1\}, \{5^1\}, \{8^1\}, \dots, \{15^1\}, \{16^1\}$	13	163.96
10	$\{1^1, 2^1, 3^1, 6^1, 7^1\}, \{4^1, 5^1, 10^1, 11^1\}, \{8^1, 12^1, 14^1, 15^1\}, \{9^1, 13^1, 16^1\}$	4	273.01
20	$\{1^1, \dots, 7^1, 10^1, 11^1\}, \{8^1, 9^1, 12^1, 16^1\}, \{13^1, 14^1, 15^1\}$	3	394.71
30	$\{1^1, \dots, 7^1, 10^1, 11^1\}, \{8^1, 9^1, 12^1, 16^1\}, \{13^1, 14^1, 15^1\}$	3	523.83
40	$\{1^1, \dots, 7^1, 10^1, 11^1\}, \{8^1, 9^1, 12^1, 16^1\}, \{13^1, 14^1, 15^1\}$	3	652.35
50	$\{1^1, \dots, 7^1, 10^1, 11^1\}, \{8^1, 9^1, 12^1, 16^1\}, \{13^1, 14^1, 15^1\}$	3	780.41
60	$\{1^1, \dots, 7^1, 10^1, 11^1, 12^1, 16^1\}, \{8^1, 9^1, 13^1, 14^1, 15^1\}$	2	922.74
70	$\{1^1, \dots, 16^1\}$	1	1065.80
80	$\{1^1, \dots, 16^1\}$	1	1212.60

TABLE 3.8 – Impacts du coût de mise en oeuvre sur la structure groupante optimale

**Impacts du coût d'arrêt planifié sur le regroupement des opérations de maintenance :** dans ce paragraphe, la même analyse de sensibilité est effectuée en faisant varier la valeur du coût d'arrêt planifié  $C_{sys}^p$  de 0 à 130. Pour s'assurer que le coût d'arrêt non-planifié est toujours plus élevé que le coût d'arrêt planifié, la valeur de  $C_{sys}^u$  est calculée comme suit :  $C_{sys}^u = C_{sys}^p + 10$ . Les coûts de mise en oeuvre sont  $S^p = 30$  et  $S^c = 20$ . Puis, pour chaque valeur de  $C_{sys}^p$ , notre stratégie de regroupement est appliquée afin de trouver la structure groupante



optimale. La Figure 3.13 trace le profit économique total par rapport aux différentes valeurs des coûts d'arrêt. Les résultats montrent que plus le coût d'arrêt planifié est important, plus le profit économique total est grand.

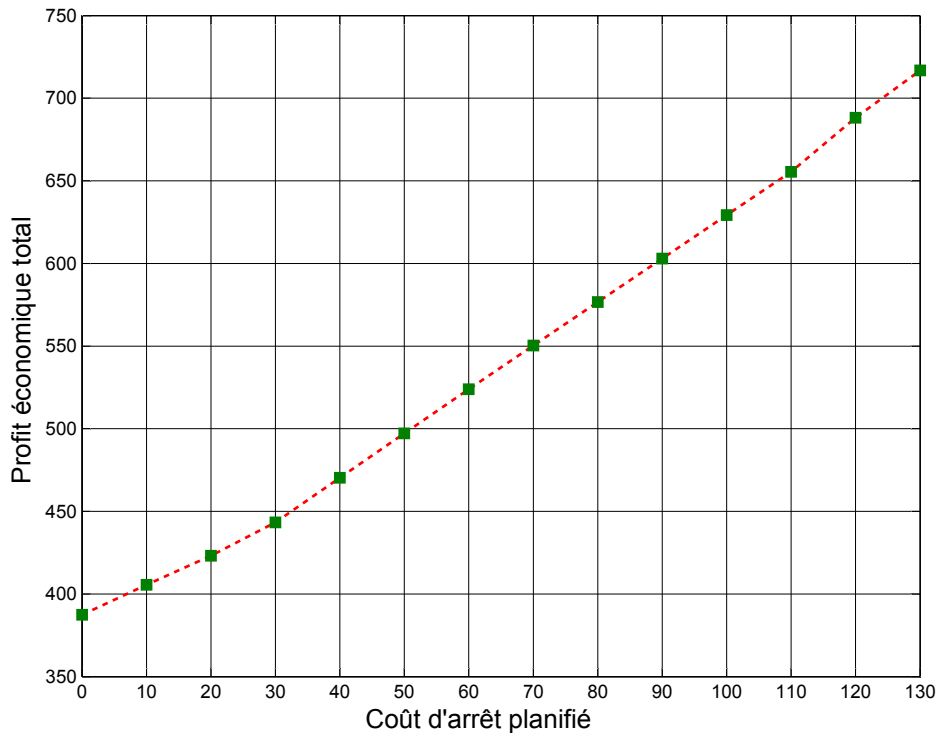


FIGURE 3.13 – Sensibilité au coût d'arrêt planifié

L'impact de la structure du système sur le regroupement peut dépendre des valeurs du coût d'arrêt planifié. Pour étudier ce phénomène, la stratégie de regroupement dynamique proposée dans [162] s'applique à la maintenance du système avec les différentes valeurs de coût d'arrêt planifié. Tous les résultats obtenus sont représentés dans le Tableau 3.9. Ces résultats montrent que lorsque le coût d'arrêt planifié est faible ( $C_{sys}^p \leq 20$ ), notre stratégie de regroupement et celle de l'article [162] donnent les mêmes résultats. Ceci peut être expliqué par le fait que la structure du système peut être négligée lorsque le coût d'arrêt est faible. Au contraire, lorsque le coût d'arrêt est assez élevé ( $C_{sys}^p \geq 30$ ), notre stratégie de regroupement donne de meilleurs résultats que l'article [162], car l'impact de la structure du système sur le regroupement est significatif dans ce cas.

Coût d'arrêt planifié	Notre stratégie de regroupement dynamique		La stratégie de regroupement dynamique proposée dans [162]	
	Nombre de groupes critiques	Profit économique total	Nombre de groupes critiques	Profit économique total
0	2	387.39	2	387.39
10	2	405.52	2	405.52
20	2	423.19	2	423.19
30	1	443.33	2	440.52
40	1	470.37	2	457.57
50	1	523.83	2	491.03

TABLE 3.9 – Impact des coûts d'arrêt planifié et non-planifié sur la structure groupante optimale

### 3.5 Conclusions

Dans le cadre de ce chapitre, une stratégie de regroupement dynamique, basée sur l'approche par horizon roulant [162] et un algorithme génétique, est développée pour des systèmes de structure quelconque. Nous avons montré qu'une structure quelconque a à la fois des impacts positifs et négatifs sur le regroupement des opérations de maintenance. En conséquence, il est nécessaire de prendre en compte la complexité de la structure du système afin d'économiser le coût d'arrêt du système en profitant des impacts positifs et en réduisant les impacts négatifs de la structure sur le regroupement. Notons que dans ce chapitre, tous les développements du modèle de maintenance sont faits sous l'hypothèse que la durée des opérations de maintenance est négligeable. Cette hypothèse peut amènera à une solution de regroupement sous-optimale. En conséquence, la prise en compte de durée de maintenance fait l'objet du chapitre suivant.

# Chapitre 4

## Stratégie de regroupement dynamique avec la prise en compte de durée de maintenance

### 4.1 Introduction

Dans le cadre des systèmes multi-composants, selon plusieurs articles de synthèse, la durée de maintenance est généralement considérée négligeable afin de faciliter la modélisation et la formulation des problèmes de maintenance. Il est important de souligner que cette hypothèse classique de durée de maintenance négligeable peut être irréaliste, en particulier pour les systèmes avec des pertes de production importantes tels que les réacteurs nucléaires, les raffineries de pétrole, les usines de traitement des produits chimiques, etc. Par conséquent, dans ce chapitre, nous allons tenir compte de la durée de maintenance dans la modélisation du problème de regroupement des tâches de maintenance. Cette prise en compte présente des avantages : (i) rendre le modèle plus réaliste et applicable ; (ii) permettre de réduire le temps d'arrêt du système en groupant les opérations de maintenance (préventive et/ou corrective). Cependant, elle conduit à plusieurs difficultés sur l'évaluation du coût de maintenance et sur l'optimisation du regroupement. Une de ces difficultés est que la structure du système peut être modifiée dans les périodes de maintenance des composants non-critiques ou d'un groupe non-critique. C'est pourquoi, dans ce chapitre nous considérons une structure dynamique qui peut être modifiée au cours du temps et présentée par une fonction du temps notée  $ST(t)$  (voir la Section 4.2). En outre, le rôle de composants et de groupes de composants est modifiée quand la structure du système est modifiée, donc nous notons aussi  $\pi_i(t)$  et  $\pi_{G^k}(t)$  comme des fonctions du temps. Tous ces changements sont décrits et pris en compte dans le développement de la stratégie de regroupement dynamique.

Le suite de ce chapitre est organisée de la manière suivante. D'abord, afin de faciliter la prise en compte de changements de structure au cours du temps, une nouvelle représentation de la structure dynamique est présentée dans la Section 4.2. Ensuite, dans la section 4.3, notre stratégie de regroupement dynamique proposée dans le chapitre précédant est développée afin de prendre en compte la durée de maintenance préventive. Notons que dans ce cas, la politique de remplacement basée sur l'âge avec réparation minimale est encore utilisée pour la maintenance individuelle des composants. Pour rendre notre modèle de maintenance plus réaliste, les durées de maintenance préventive et corrective sont simultanément prises en compte dans la section 4.4. Sous l'impact de la durée de la maintenance corrective, la détermination analytique de l'âge des composants et des dates provisoires de maintenance deviennent complexes et difficiles. En conséquence, afin de simplifier la modélisation de maintenance, au niveau de composant, la politique de remplacement basé sur le temps calendaire est utilisée et appliquée au lieu du remplacement basé sur l'âge. Pour montrer le déroulement de notre stratégie de regroupement et la nécessité de prendre en compte la durée de maintenance, des exemples numériques sont proposés dans la section 4.5. Enfin, quelques remarques et conclusions sont consignées dans la dernière section 4.6.

## 4.2 Dynamique de la structure complexe et sa nouvelle représentation

Pour un système avec structure série, un arrêt de n'importe quel composant conduit à un arrêt du système. Par contre, un système avec structure complexe peut fonctionner lorsqu'un composant/groupe non-critique ne fonctionne pas. Pourtant, l'état de non-fonctionnement d'un composant/groupe non-critique conduit à des changements de structure du système. À cause de ces changements, à un instant  $t$ , les composants du système avec structure complexe peuvent se trouver dans un des ensembles suivants :

- ensemble des composants critiques, noté  $A(t)$  ;
- ensemble des composants non-critiques, noté  $B(t)$  ;
- ensemble des composants qui sont en panne, noté  $H(t)$  ;
- ensemble des composants fonctionnels, mais à l'arrêt à  $t$  à cause de la défaillance d'autres composants du système, noté  $D(t)$  ;
- ensemble des composants en maintenance, noté  $G(t)$ .

En se basant sur ces cinq ensembles, une structure contenant  $n$  composants peut être présentée sous une nouvelle forme dynamique comme suit :

$$ST(t) = [A(t), B(t), H(t), D(t), G(t)]$$

et

$$A(t) \cup B(t) \cup H(t) \cup D(t) \cup G(t) = \{1, 2, \dots, n\}$$

Lorsque la structure du système est modifiée, ses ensembles sont remis à jour par la procédure de remise à jour qui est décrite en annexe C.

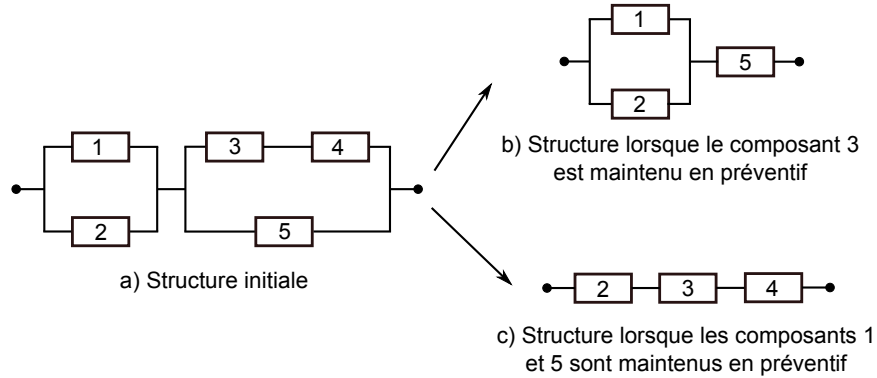


FIGURE 4.1 – Exemple de modifications de structure du système

Afin de mieux comprendre la nouvelle représentation de structure, nous considérons ici un système à 5 composants avec sa structure initiale ( $ST(0)$ ) présentée sur la Figure 4.1a. Nous avons :

$$ST(0) = [A(0), B(0), H(0), D(0), G(0)] = [\emptyset, (1, 2, 3, 4, 5), \emptyset, \emptyset, \emptyset]$$

Ensuite, lorsque le composant 3 est maintenu en préventif à l'instant  $t_3$ , la structure du système est modifiée (Figure 4.1b). En utilisant la procédure de remise à jour présentée en Annexe C, les ensembles de la structure sont remis à jour et présentés comme suit :

$$ST(t_3) = [A(t_3), B(t_3), H(t_3), D(t_3), G(t_3)] = [(5), (1, 2), \emptyset, (4), (3)]$$

### 4.3 Prise en compte de la durée de maintenance préventive

L'objectif de cette section est de développer la stratégie de regroupement dynamique présentée dans le chapitre précédent en prenant en compte la durée de maintenance préventive. Cependant, dans un premier temps, la durée de maintenance corrective est toujours négligeable. Cette hypothèse est acceptable dans certains cas où les pannes du système ne sont pas trop graves et où elles peuvent être rapidement éliminées par des actions de la maintenance corrective.

La prise en compte de la durée de la maintenance préventive conduit à des changements sur toutes les phases de la stratégie de regroupement dynamique développée dans le chapitre précédent. Plus précisément, ces changements sont portés sur les calculs des coûts de maintenance

au niveau du composant et du système, sur la procédure de détermination et de remise à jour du plan provisoire de maintenance. Cependant, la partie de l'algorithme génétique reste inchangée. Les détails du développement de notre stratégie de regroupement sont présentés dans les sous-sections suivantes.

### 4.3.1 Phase 1 : Analyse de la structure du système

Dans cette section, en prenant en compte la durée de maintenance préventive, la structure du système est modifiée lorsqu'un composant non-critique ou qu'un groupe non-critique est maintenu en préventif. Par exemple, sur la Figure 4.1, lorsque le composant 3 est maintenu en préventif, le système est encore en marche, mais sa structure initiale est modifiée (Figure 4.1b). De la même manière, lorsque le groupe de composants  $\{1, 5\}$  est maintenu en préventif (Figure 4.1c).

Les changements de structure conduisent non seulement à des changements des ensembles  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $H(t)$ ,  $D(t)$  et  $G(t)$ , mais aussi à des changements du rôle des composants/groupes de composants. Par exemple, le composant 5 est un composant non-critique sur la Figure 4.1a ( $\pi_5 = 0$ ). Il devient un composant critique sur la Figure 4.1b ( $\pi_5 = 1$ ). De même, le groupe  $G^1 = \{1, 5\}$  est un groupe non-critique sur la Figure 4.1a ( $\pi_{G^1} = 0$ ) et critique ( $\pi_{G^1} = 1$ ) sur la Figure 4.1b. En conséquence, les fonctions indicatrices  $\pi_i$  et  $\pi_{G^k}$  doivent être redéfinies comme suit :

$$\pi_i(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } i \in A(t); \\ 0 & \text{si } i \in B(t). \end{cases} \quad (4.1)$$

et

$$\pi_{G^k}(t) = \begin{cases} 1 & \text{si } \exists C_j \subset Cm(t), C_j \subset G^k \\ 0 & \text{si } \forall C_j \subset Cm(t), C_j \not\subset G^k \end{cases}$$

où  $Cm(t)$  est l'ensemble des coupes minimales de la structure du système à l'instant  $t$ .

L'analyse de la structure du système est faite à chaque changement afin de déterminer le rôle des composants ou des groupes de composants à l'instant  $t$ . Cette analyse de la structure du système est exécutée à l'aide de la procédure de mise à jour présentée en Annexe C.

### 4.3.2 Phase 2 : Optimisation individuelle de maintenance

**Modèle de coût de maintenance :** supposons que la durée d'une opération de maintenance préventive du composant  $i$  est fixée et notée  $\omega_i^p$ . Quand on fait la maintenance préventive sur un composant critique  $i$ , le système va s'arrêter pendant la maintenance de ce composant et un coût d'arrêt planifié doit être payé. Ce coût d'arrêt planifié contient deux parties suivantes :

### 4.3. Prise en compte de la durée de maintenance préventive

- $C_{sys}^p$  est la partie qui ne dépend pas de la durée de l'arrêt. Ce coût est défini dans le chapitre précédent comme le coût d'arrêt planifié du système quand la durée de maintenance est négligeable.
- $\omega_i^p \cdot C_d^p$  est la partie qui dépend de la durée de l'arrêt du système.  $C_d^p$  est le coût moyen de cette partie par unité de temps, par exemple, le coût des produits perdus par unité de temps d'arrêt du système.

En conséquence, le coût d'une opération de maintenance préventive du composant  $i$  est calculé par l'équation suivante :

$$C_i^p = S^p + C_i^{sp} + \pi_i(t) \cdot (C_{sys}^p + \omega_i^p \cdot C_d^p) \quad (4.2)$$

En considérant que la durée de maintenance corrective est nulle, la formule mathématique du coût d'une opération de la maintenance corrective est inchangée et reste la même qu'avec l'équation (3.2).

$$C_i^c = S^c + C_i^{sc} + \pi_i(t) \cdot C_{sys}^u$$

**Cycle de maintenance préventive nominal :** dans ce paragraphe, la politique de remplacement basée sur l'âge avec réparation minimale est encore choisie au niveau du composant. La limite d'âge optimale de remplacement est déterminée de la même façon que dans la sous-section 3.3.2 du chapitre 3.

L'espérance du coût total de la maintenance corrective encouru en  $x_i$  unités de temps de fonctionnement depuis le dernier remplacement du composant  $i$  est :

$$\mathbb{E}[MC_i(x_i)] = C_i^c \cdot \Lambda_i(0, x_i) = C_i^c \cdot \int_0^{x_i} r_i(x_i) dx$$

Le coût espéré total de maintenance sur un cycle de renouvellement est :

$$\mathbb{E}[C_i(x_i)] = \mathbb{E}[C_i^p + MC_i(x_i)] = C_i^p + \mathbb{E}[MC_i(x_i)] = C_i^p + C_i^c \cdot \left(\frac{x_i}{\lambda_i}\right)^{\beta_i} \quad (4.3)$$

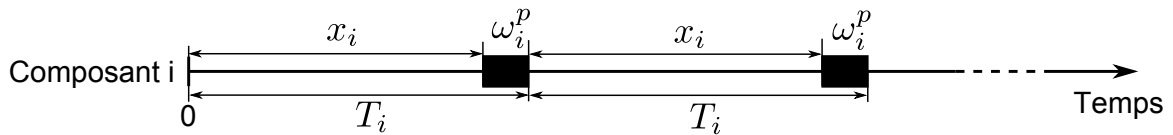


FIGURE 4.2 – Politique de remplacement basée sur l'âge avec durée de maintenance préventive non-négligeable

En considérant que la durée de maintenance préventive est non-négligeable, nous avons (voir la Figure 4.2) :

$$\mathbb{E}[T_i] = x_i + \omega_i^p \quad (4.4)$$

En appliquant la théorie du renouvellement, le coût moyen asymptotique du composant  $i$ , noté  $CA_i(x_i)$ , peut être calculé par l'équation suivante :

$$CA_i(x_i) = \frac{\mathbb{E}[C_i(x_i)]}{\mathbb{E}[T_i]} = \frac{C_i^p + \mathbb{E}[MC_i(x_i)]}{x_i + \omega_i^p} \quad (4.5)$$

L'âge optimal de remplacement préventif du composant  $i$ , noté  $x_i^{**}$ , peut être obtenu en dérivant  $CA_i(x_i)$  par rapport à  $x_i$  en zéro :

$$x_i^{**} = \arg \min_{x_i} CA_i(x_i) \implies \left. \frac{dCA_i(x_i)}{dx_i} \right|_{x_i=x_i^{**}} = 0 \iff \quad (4.6)$$

$$\frac{C_i^c \cdot (\beta_i - 1) \cdot (x_i^{**})^{\beta_i} + C_i^c \cdot \beta_i \cdot \omega_i^p \cdot (x_i^{**})^{\beta_i-1} - C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i}}{(x_i^{**} + \omega_i^p)^2} = 0$$

Le coût moyen asymptotique optimal du composant  $i$  est alors égal à :

$$CA_i^{**} = CA_i(x_i^{**}) = \frac{C_i^p + C_i^c \cdot \left(\frac{x_i^{**}}{\lambda_i}\right)^{\beta_i}}{x_i^{**} + \omega_i^p} \quad (4.7)$$

*Remarque :* Dans l'annexe A, nous montrons que  $x_i^{**}$  existe et  $x_i^{**} \in (0, x_i^*]$ , où  $x_i^*$  est l'âge optimal de remplacement préventif du composant  $i$  quand la durée de maintenance est négligeable :

$$x_i^* = \lambda_i \sqrt[\beta_i]{\frac{C_i^p}{C_i^c(\beta_i - 1)}} \quad (4.8)$$

Autrement dit, quand la durée de maintenance préventive est prise en compte dans l'optimisation de la maintenance des composants, l'âge optimal de remplacement préventif des composants augmente. De plus,  $x_i^{**} = x_i^*$  si la durée de maintenance est négligeable ou si le composant  $i$  est un composant non-critique.

**Horizon de planification HP et dates de maintenance préventive :** en prenant en compte la durée de maintenance préventive, les dates de maintenance préventive de composants doivent être retardées à cause de temps d'arrêt des composants et du système. Les dates provisoires de maintenance d'un composant  $i$  sont calculées comme suit :

$$t_{i1} = x_i^{**} - age_i(T_{début}) + D_i(T_{début}, t_{i1}) + T_{début} \quad (4.9a)$$

$$t_{ij} = t_{ij-1} + \omega_i^p + D_i(t_{ij-1} + \omega_i^p, t_{ij}) \text{ si } j > 1, \quad (4.9b)$$

où,  $D_i(a, b)$  dénote le total du temps d'arrêt du composant  $i$  sur l'intervalle  $(a, b)$ . Les arrêts du composant  $i$  sur l'intervalle  $(a, b)$  sont causés par les opérations de maintenance préventive des autres composants dans le système.  $D_i(a, b)$  dépend non seulement de la date d'exécution et de la durée des opérations de maintenance des autres composants, mais il dépend aussi de la



structure du système qui détermine si la maintenance préventive d'un composant  $l$  ( $l \neq i$ ) va conduire à un arrêt du composant  $i$  ou non.

L'horizon de planification est défini par la date de début  $T_{début}$  qui est fixée à la date actuelle et la date de fin  $T_{fin}$  est calculée comme suit :

$$T_{fin} = \max_i(t_{i1} + \omega_i^p)$$

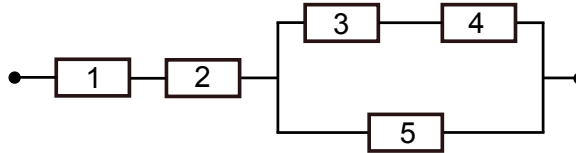


FIGURE 4.3 – Structure de système à 5 composants

Afin d'illustrer le plan provisoire de maintenance, nous considérons ici un système à 5 composants avec sa structure à l'instant  $t = 0$  présentée sur la Figure 4.3. Dans cette structure, les composants 1 et 2 sont des composants critiques et les composants 3, 4, 5 sont des composants non-critiques.

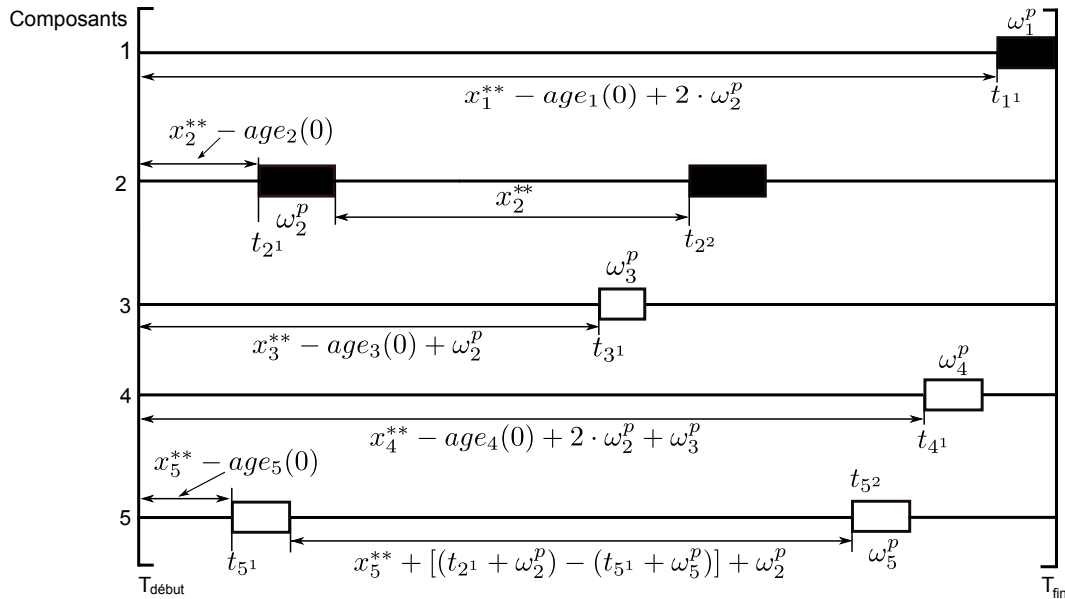


FIGURE 4.4 – Exemple de plan provisoire de maintenance

La Figure 4.4 présente un exemple du plan provisoire de maintenance du système considéré. L'horizon de planification est défini par  $T_{début} = 0$  et  $T_{fin} = \max_i(t_{i1} + \omega_i^p) = t_{11} + \omega_1^p$ . Dans cet horizon, nous considérons, par exemple, la première date de maintenance du composant 4, en utilisant l'équation (4.9a) nous avons  $t_{41} = x_4^{**} - age_4(0) + D_4(0, t_{41})$ . Selon la structure présentée sur la Figure 4.3, la maintenance du composant 1, 2 ou 3 va conduire à un arrêt du

composant 4, par conséquent,  $D_4(0, t_{41}) = 2 \cdot \omega_2^p + \omega_3^p$ . Pour le composant 5, en utilisant l'équation (4.9b), nous avons  $t_{52} = x_5^{**} + D_5(t_{51} + \omega_5^p, t_{52})$ . Notons que la maintenance du composant 1 ou 2 va conduire à un arrêt du composant 5, alors  $D_5(t_{51} + \omega_5^p, t_{52}) = [(t_{21} + \omega_2^p) - (t_{51} + \omega_5^p, t_{52})] + \omega_2^p$ . De la même manière, la date d'exécution des autres activités de maintenance sur l'horizon de planification est déterminée et présentée sur la Figure 4.4.

### 4.3.3 Phase 3 : Optimisation de regroupement des opérations de maintenance

L'objectif de ce paragraphe est de re-construire la formule mathématique de profit économique total du regroupement en prenant en compte la durée de maintenance préventive. Pour ce faire, nous cherchons d'abord à déterminer le profit économique d'un groupe de composants.

**Profit économique d'un groupe de composants :** en tenant compte de la durée de maintenance préventive, lorsqu'un groupe de composants est maintenu en préventif, le coût total d'arrêt planifié du système est modifié. Et lorsqu'un groupe non-critique est maintenu en préventif, le coût total d'arrêt non-planifié est modifié. En conséquence, dans ce paragraphe, le profit économique du groupe  $G^k$  contient quatre parties au lieu de trois comme dans le cas où la durée de maintenance est négligeable (voir la sous-section 3.3.3).

- réduction de coût de mise en œuvre,  $U_{G^k}$  ;
- coûts de pénalité en raison des changements de dates d'exécution provisoires,  $\Delta H_{G^k}^1$  ;
- changement du coût total d'arrêt planifié,  $\Delta H_{G^k}^2$  ;
- changement du coût total d'arrêt non-planifié,  $\Delta H_{G^k}^3$ .

En comparant les formules de ces coûts avec celles qui sont présentées dans le chapitre précédent (chapitre 3), la première partie ( $U_{G^k}$ ) reste inchangée, par contre, les parties  $\Delta H_{G^k}^1$ ,  $\Delta H_{G^k}^2$  et  $\Delta H_{G^k}^3$  sont différentes.

(a) Réduction de coût de mise en œuvre,  $U_{G^k}$ , est calculée par l'équation (3.16) :

$$U_{G^k} = [\text{card}(G^k) - 1] \cdot S^p$$

(b) Coûts de pénalité en raison des changements de dates d'exécution provisoires,  $\Delta H_{G^k}^1(t_{G^k})$ , sont calculés par l'équation suivante :

$$\Delta H_{G^k}^1(t_{G^k}) = \sum_{ij \in G^k} h_i(\Delta t_{ij}, \Delta' t_{ij}) \quad (4.10)$$

$h_i(\Delta t_{ij}, \Delta' t_{ij})$  est le coût de pénalité à cause du changement de date provisoire de main-

tenance d'opération  $i^j$  de  $t_{ij}$  à  $t_{G^k}$ .

$$\begin{aligned} h_i(\Delta t_{ij}, \Delta' t_{ij}) &= \mathbb{E}[MC_i(x_i^{**} + \Delta' t_{ij})] - \mathbb{E}[MC_i(x_i^{**})] - \Delta t_{ij} \cdot CA_i^{**} \\ &= C_i^c \cdot \left( \frac{x_i^{**} + \Delta' t_{ij}}{\lambda_i} \right)^{\beta_i} - C_i^c \cdot \left( \frac{x_i^{**}}{\lambda_i} \right)^{\beta_i} - \Delta t_{ij} \cdot \frac{C_i^p + C_i^c \cdot \left( \frac{x_i^{**}}{\lambda_i} \right)^{\beta_i}}{x_i^{**} + \omega_i^p} \end{aligned} \quad (4.11)$$

où  $\Delta' t_{ij} = age_i(t_{G^k}) - x_i^{**}$  est le changement de temps de fonctionnement du composant  $i$  quand la date provisoire de maintenance est changée de  $t_{ij}$  à  $t_{G^k}$ .

Notons que, en prenant en compte la durée de maintenance préventive, le changement de date provisoire de maintenance  $\Delta t_{ij} = t_{G^k} - t_{ij}$  n'est pas toujours égal au changement de temps de fonctionnement du composant  $\Delta' t_{ij}$ .

Par exemple, considérons le plan provisoire présenté sur la Figure 4.4. Lorsque les opérations de maintenance  $3^1$  et  $5^2$  sont regroupées et maintenues conjointement à  $t_{G^1}$  (voir la Figure 4.5), nous avons  $\Delta' t_{3^1} = \Delta t_{3^1} = t_{G^1} - t_{3^1}$ , cependant  $\Delta' t_{5^2} = t_{G^1} - t_{5^2} - \omega_2^p - \omega_5^p = \Delta t_{5^2} - \omega_2^p - \omega_5^p$ .

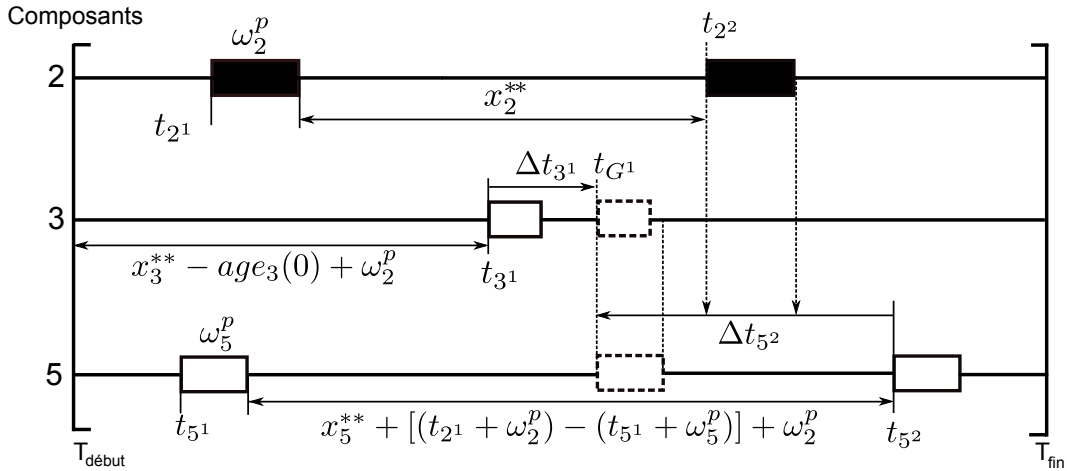


FIGURE 4.5 – Changement de temps de fonctionnement des composants

- (c) *Changement du coût total d'arrêt planifié* : quand un groupe critique  $G^k$  est maintenu en préventif, le coût total d'arrêt planifié du système est modifié. Ce changement  $\Delta H_{G^k}^2$  est calculé comme suit :

$$\Delta H_{G^k}^2 = CT_{sys}^p(G^k) - CT_{sys}^p(\overline{G^k}) \quad (4.12)$$

où

- $CT_{sys}^p(\overline{G^k})$  est le coût total d'arrêt planifié lorsque toutes les opérations de maintenance préventive du groupe  $G^k$  sont effectuées séparément :

$$CT_{sys}^p(\overline{G^k}) = \sum_{ij \in G^k} [\pi_i(t) \cdot (C_{sys}^p + C_d^p \cdot \omega_i^p)] \quad (4.13)$$

- $CT_{sys}^p(G^k)$  est le coût total d'arrêt planifié lorsque toutes les opérations de maintenance préventive du groupe  $G^k$  sont effectuées simultanément :

$$CT_{sys}^p(G^k) = \pi_{G^k}(t) \cdot (C_{sys}^p + C_d^p \cdot D_{G^k}) \quad (4.14)$$

où  $D_{G^k}$  est la durée de maintenance du groupe  $G^k$ . Cette durée dépend du nombre de réparateurs disponibles et les durées des opérations de maintenance de groupe  $G^k$ . Nous considérons trois cas suivants :

- Si le nombre de réparateurs est supérieur ou égal au nombre d'opérations de maintenance du groupe  $G^k$ , la durée de maintenance de ce groupe est  $D_{G^k} = \max_{ij \in G^k} \omega_i^p$ .
- Si nous avons un seul réparateur,  $D_{G^k} = \sum_{ij \in G^k} \omega_i^p$ .
- Si le nombre de réparateurs est inférieur au nombre d'opérations de maintenance du groupe  $G^k$  et supérieur à un, la durée de maintenance de ce groupe est  $\max_{ij \in G^k} \omega_i^p \leq D_{G^k} \leq \sum_{ij \in G^k} \omega_i^p$ . Dans ces cas, nous devons chercher une façon optimale de répartir les opérations de maintenance aux réparateurs disponibles pour minimiser la durée totale de maintenance du groupe  $G^k$ . Ce problème d'optimisation peut être trouvé dans la littérature comme un problème d'ordonnancement de minimisation de date de fin de la dernière tâche ("Makespan minimization" en anglaise) [47, 61].

Grâce aux équations (4.12), (4.13) et (4.14),  $\Delta H_{G^k}^2$  peut être écrite comme suit :

$$\Delta H_{G^k}^2 = \pi_{G^k}(t) \cdot (C_{sys}^p + C_d^p \cdot D_{G^k}) - \sum_{ij \in G^k} [\pi_i(t) \cdot (C_{sys}^p + C_d^p \cdot \omega_i^p)] \quad (4.15)$$

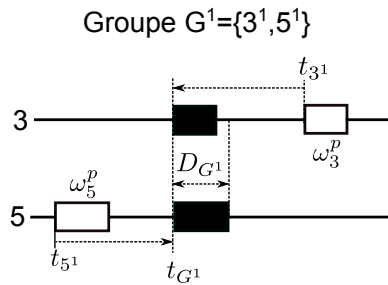


FIGURE 4.6 – Exemple du calcul de  $\Delta H_{G^1}^2$

Considérons un exemple sur la Figure 4.6, le groupe  $G^1 = \{3^1, 5^1\}$  est un groupe critique dans la structure présentée Figure 4.3. Nous avons  $CT_{sys}^p(\overline{G^1}) = 0$ , car les deux composants 3 et 5 sont non-critiques. Cependant, en considérant que le nombre de réparateurs disponibles est inférieur au nombre d'opérations de maintenance, alors  $CT_{sys}^p(G^1) = C_{sys}^p + C_d^p \cdot \omega_5^p$ . En conséquence,  $\Delta H_{G^1}^2 = CT_{sys}^p(G^1) - CT_{sys}^p(\overline{G^1}) = C_{sys}^p + C_d^p \cdot \omega_5^p$ .

- (d) *Changement du coût total d'arrêt non-planifié* : quand un groupe/un composant non-critique est maintenu, le système est encore en marche, mais la structure du système est modifiée (voir la Figure 4.1). Ainsi la fréquence de panne et le nombre moyen de pannes du système augmentent. En conséquence, le coût total d'arrêt non-planifié sur l'horizon de maintenance du composant ou du groupe, qui est proportionnel au nombre de pannes du système, augmente.

En considérant que la durée de maintenance corrective est égale à zéro et qu'à un moment donné un seul composant peut tomber en panne, la panne du système est causée seulement par la panne des composants critiques. Par conséquent, l'augmentation de la fréquence de panne et du nombre moyen de pannes du système peuvent s'exprimer en condition de l'apparition des composants critiques supplémentaires lorsqu'un composant non-critique ou qu'un groupe non-critique est maintenu.

Le changement du coût total d'arrêt non planifié lorsqu'un groupe non-critique  $G^k$  est maintenu, noté  $\Delta H_{G^k}^3$ , est calculé comme suit :

$$\Delta H_{G^k}^3 = CT_{sys}^u(G^k) - CT_{sys}^u(\overline{G^k}) \quad (4.16)$$

où :

- $CT_{sys}^u(G^k)$  est l'augmentation du coût total d'arrêt non-planifié lorsque toutes les opérations de maintenance préventive du groupe  $G^k$  sont effectués simultanément :

$$\begin{aligned} CT_{sys}^u(G^k) &= [1 - \pi_{G^k}(t)] \cdot C_{sys}^u \cdot \sum_{p \in P_{G^k}} \Lambda_p(t_{G^k}, t_{G^k} + D_{G^k}) \\ &= [1 - \pi_{G^k}(t)] \cdot C_{sys}^u \cdot \sum_{p \in P_{G^k}} \int_{age_p(t_{G^k})}^{age_p(t_{G^k}) + D_{G^k}} r_p(y) dy \\ &= [1 - \pi_{G^k}(t)] \cdot C_{sys}^u \cdot \sum_{p \in P_{G^k}} \left[ \left( \frac{age_p(t_{G^k}) + D_{G^k}}{\lambda_p} \right)^{\beta_p} - \left( \frac{age_p(t_{G^k})}{\lambda_p} \right)^{\beta_p} \right] \end{aligned} \quad (4.17)$$

où :

- $p$  est un composant de l'ensemble  $P_{G^k}$  ;
- $P_{G^k}$  est l'ensemble des composants critiques supplémentaires  $p$  apparaissant lorsque le groupe non-critique  $G^k$  est maintenu.  $P_{G^k}$  est déterminé comme suit :

$$p \in P_{G^k} \text{ si } p \in A(t_{G^k}^+) \text{ et } p \notin A(t_{G^k}^-)$$

où  $A(t_{G^k}^+)$  est l'ensemble des composants critiques à l'instant juste après  $t_{G^k}$  ( $t_{G^k}^+$ );  
 $A(t_{G^k}^-)$  est l'ensemble des composants critiques à l'instant juste avant  $t_{G^k}$  ( $t_{G^k}^-$ ).

Puisque  $CT_{sys}^u(G^k)$  est une fonction de  $age_p(t_{G^k})$ , nous pouvons donc déduire que  $CT_{sys}^u(G^k)$  dépend de  $t_{G^k}$ .

- $CT_{sys}^u(\overline{G^k})$  est l'augmentation du coût total d'arrêt non-planifié lorsque toutes les opérations de maintenance préventive du groupe  $G^k$  sont effectuées séparément :

$$\begin{aligned} CT_{sys}^u(\overline{G^k}) &= \sum_{i^i \in G^k} \left[ C_{sys}^u \cdot [1 - \pi_i(t)] \cdot \sum_{l \in L_i} \Lambda_l(t_{ij}, t_{ij} + \omega_i^p) \right] \\ &= \sum_{i^i \in G^k} \left[ C_{sys}^u \cdot [1 - \pi_i(t)] \cdot \sum_{l \in L_i} \left[ \left( \frac{age_l(t_{ij}) + \omega_i^p}{\lambda_l} \right)^{\beta_l} - \left( \frac{age_l(t_{ij})}{\lambda_l} \right)^{\beta_l} \right] \right] \end{aligned} \quad (4.18)$$

où :

- $l$  est un composant de l'ensemble  $L_i$  ;
- $L_i$  est l'ensemble des composants critiques supplémentaires  $l$  apparaissant lorsque le composant non-critique  $i$  est maintenu en préventif à l'instant  $t_{ij}$ .  $L_i$  est déterminé comme suit :

$$l \in L_i \text{ si } l \in A(t_{ij}^+) \text{ et } l \notin A(t_{ij}^-)$$

où  $A(t_{ij}^+)$  est l'ensemble des composants critiques à l'instant juste après  $t_{ij}$  ( $t_{ij}^+$ );  
 $A(t_{ij}^-)$  est l'ensemble des composants critiques à l'instant juste avant  $t_{ij}$  ( $t_{ij}^-$ ).

Puisque  $CT_{sys}^u(\overline{G^k})$  est une fonction de  $age_l(t_{ij})$ , nous pouvons donc déduire que  $CT_{sys}^u(\overline{G^k})$  dépend de  $t_{ij}$  et ne dépend pas de  $t_{G^k}$ .

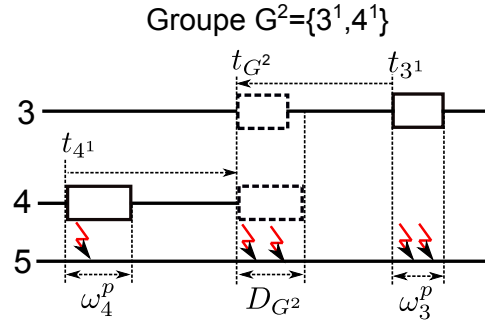


FIGURE 4.7 – Exemple du calcul de  $\Delta H_{G^2}^3$

Considérons un exemple sur la Figure 4.7,  $G^2 = \{3^1, 4^1\}$  est un groupe non-critique dans la structure présentée sur la Figure 4.3. Lorsque le groupe  $G^2$  est maintenu, le composant 5 devient un composant critique ( $P_{G^2} = \{5\}$ ), nous avons :

$$CT_{sys}^u(G^2) = C_{sys}^u \cdot \Lambda_5(t_{G^2}, t_{G^2} + D_{G^2})$$

Lorsque les composants 3 et 4 sont maintenus séparément, nous avons  $L_3 = L_4 = \{5\}$  et

$$CT_{sys}^u(\overline{G^2}) = C_{sys}^u \cdot [\Lambda_5(t_{3^1}, t_{3^1} + \omega_3^p) + \Lambda_5(t_{4^1}, t_{4^1} + \omega_4^p)]$$

En conséquence,

$$\Delta H_{G^2}^3 = C_{sys}^u \cdot [\Lambda_5(t_{G^2}, t_{G^2} + D_{G^2}) - \Lambda_5(t_{3^1}, t_{3^1} + \omega_3^p) - \Lambda_5(t_{4^1}, t_{4^1} + \omega_4^p)]$$

À partir des équations (3.16), (3.19), (4.15), (4.16), le profit économique du groupe  $G^k$  est calculé par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} PE(G^k) &= U_{G^k} - \Delta H_{G^k}^1 - \Delta H_{G^k}^2 - \Delta H_{G^k}^3 & (4.19) \\ &= U_{G^k} - \Delta H_{G^k}^1 - [CT_{sys}^p(G^k) - CT_{sys}^p(\overline{G^k})] - [CT_{sys}^u(G^k) - CT_{sys}^u(\overline{G^k})] \\ &= U_{G^k} - [\Delta H_{G^k}^1 + CT_{sys}^u(G^k)] - [CT_{sys}^p(G^k) - CT_{sys}^p(\overline{G^k}) - CT_{sys}^u(\overline{G^k})] \end{aligned}$$

En comparant la formule (4.19) avec la formule (3.24) dans le chapitre 3, nous constatons que la partie  $\Delta H_{G^k}^3$  existe quand la durée de maintenance préventive est considérée. De plus, lorsque la durée de maintenance préventive est non-négligeable, la date d'exécution optimale de groupes non-critiques dépend de  $\Delta H_{G^k}^1$  et de  $CT_{sys}^u(G^k)$ . Pour des groupes critiques,  $CT_{sys}^u(G^k) = 0$  et donc la date d'exécution optimale de ces groupes ne dépend que de la partie  $\Delta H_{G^k}^1$ . En conséquence, la date d'exécution optimale du groupe  $G^k$  est déterminée comme suit :

$$t_{G^k}^{**} = \begin{cases} \arg \min_{t_{G^k}} [\Delta H_{G^k}^1 + CT_{sys}^u(G^k)] & \text{si } G^k \text{ est un groupe non-critique} \\ \arg \min_{t_{G^k}} \Delta H_{G^k}^1 & \text{si } G^k \text{ est un groupe critique} \end{cases} \quad (4.20)$$

Notons que  $CT_{sys}^u(G^k)$  est une fonction croissante de  $t_{G^k}$  et que la vitesse d'évolution de  $CT_{sys}^u(G^k)$  est inférieure à celle de  $\Delta H_{G^k}^1$ , car la durée de maintenance du groupe  $G^k$  est souvent courte. Nous pouvons conclure que  $t_{G^k}^{**}$  est unique et existe entre 0 et  $t_{G^k}^*$ , avec  $t_{G^k}^*$  est la date d'exécution optimale du groupe  $G^k$  lorsque  $CT_{sys}^u(G^k) = 0$ .

Soit  $\Delta H_{G^k}^* = \min_{t_{G^k}} [\Delta H_{G^k}^1 + CT_{sys}^u(G^k)]$  et  $\Delta H_{G^k}^{**} = CT_{sys}^p(G^k) - CT_{sys}^p(\overline{G^k}) - CT_{sys}^u(\overline{G^k})$ .

En conséquence,  $PE(G^k)$  peut être réécrit comme suit :

$$PE(G^k) = U_{G^k} - \Delta H_{G^k}^* - \Delta H_{G^k}^{**} \quad (4.21)$$

**Profit économique total du regroupement :** considérons une structure groupante  $SG$ , le profit économique total de cette structure groupante est :

$$PET(SG) = \sum_{G^k \in SG} PE(G^k) = \sum_{G^k \in SG} (U_{G^k} - \Delta H_{G^k}^* + \Delta H_{G^k}^{**}) \quad (4.22)$$

Une structure groupante est optimale lorsque le profit économique total atteint sa valeur maximale :

$$SG^{**} = \arg \max_{SG} PET(SG)$$

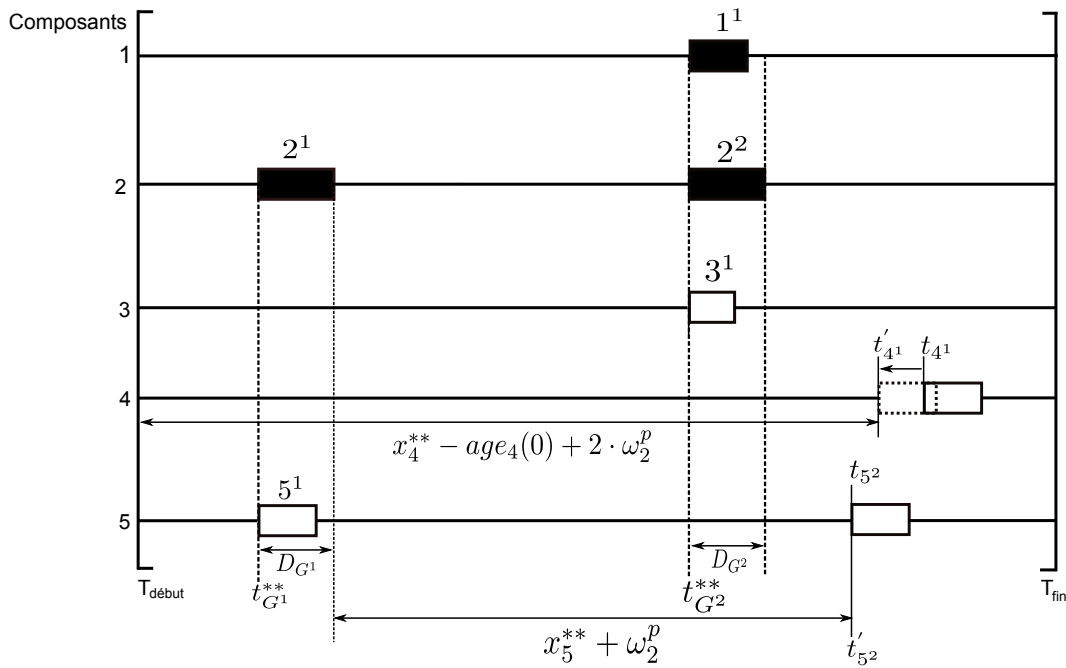


FIGURE 4.8 – Mise à jour des dates de maintenance provisoires après  $t_{G^2}^{**}$

Comme le cas où la durée de maintenance est négligeable dans le chapitre 3, chaque fois que la date d'exécution optimale du groupe  $G^k$  est fixée à  $t_{G^k}^{**}$ , les dates d'exécution provisoires entre  $t_{G^k}^{**}$  et  $T_{fin}$  peuvent être changées et doivent être remises à jour. Ces changements de dates provisoires sont plus complexes. Ils sont causés non seulement par les changements de dates d'exécution provisoires des opérations de maintenance du groupe  $G^k$ , mais aussi par le changement du temps total d'arrêt du système.

Considérons un exemple présenté sur la Figure 4.8, lorsque les opérations de maintenance du groupe  $G^2 = \{1^1, 2^2, 3^1\}$  sont exécutées conjointement à l'instant  $t_{G^2}^{**}$ , la date d'exécution provisoire de l'opération  $4^1$  est changée de  $t_{4^1} = x_4^{**} - age_4(0) + 2 \cdot \omega_2^p + \omega_3^p$  à  $t_{4^1}' = x_4^{**} - age_4(0) + 2 \cdot \omega_2^p$ .

Comme nous en avons discuté dans la sous-section 3.3.3, les dates d'exécution optimales des groupes d'une structure groupante  $SG$  doivent être déterminées l'une après l'autre en respectant l'ordre du temps. En prenant en compte la durée de maintenance préventive, une procédure de calcul est proposée pour évaluer le profit économique total du regroupement. Cette procédure est présentée dans l'algorithme 4.1.



---

**Algorithme 4.1** : Calcul du profit économique total du regroupement

---

**Étape 1** : Détermination de l'ordre d'exécution des groupes :

- calcul les dates d'exécution optimales de tous les groupes en considérant

que la partie  $CT_{sys}^u(G^k)$  est toujours nulle :  $t_{G^k}^* = \arg \min_{t_{G^k}} \Delta H_{G^k}^1$  ;

- détermination de l'ordre  $OC = (G^1, G^2, \dots, G^m)$  tel que  $t_{G^1}^* < t_{G^2}^* < \dots < t_{G^m}^*$ .

**Étape 2** : Initialisation :  $k = 1, PET = 0$ .

**Étape 3** : Détermination de  $t_{G^k}^{**}$  en prenant en compte la durée de maintenance préventive :

- détermination de  $t_{G^k}^{**}$  :  $t_{G^k}^{**} = \arg \min_{t_{G^k}} [\Delta H_{G^k}^1 + CT_{sys}^u(G^k)]$  et calcul du  $PE(G^k)$  ;

- mise à jour du profit économique total :  $PET = PET + PE(G^k)$  ;

- mise à jour de l'âge de composants :

$$age_i(t_{G^1}^{**}) = age_i(T_{début}) + t_{G^1}^{**}$$

$$age_i(t_{G^k}^{**}) = age_i(t_{G^{k-1}}^{**}) + (t_{G^k}^{**} - t_{G^{k-1}}^{**}) \text{ si } k > 1$$

$$age_i(t_{G^k}^{**} + D_{G^k}) = 0 \text{ si } i \in G^k$$

$$age_i(t_{G^k}^{**} + D_{G^k}) = age_i(t_{G^k}^{**}) + (1 - \pi_{G^k}) \cdot D_{G^k} \text{ si } i \notin G^k$$

**Étape 4** : Mise à jour du plan provisoire de maintenance et de l'ordre  $OC$  :

- mise à jour des dates provisoires  $t_{i^l}$  si  $t_{G^k}^{**} < t_{i^l} \leq T_{fin}$  ;

- mise à jour de l'ordre  $OC$  pour s'adapter aux changements des dates provisoires précédentes.

**Étape 5** :  $k = k + 1$  et retourner à l'étape 3 jusqu'à ce que  $k = m$ .

---

*Remarque* : la surveillance de l'âge des composants à l'instant  $t_{G^k}^{**}$  et à  $t_{G^k}^{**} + D_{G^k}$  est nécessaire, car la mise à jour des dates provisoires de maintenance à l'étape 4 et le calcul de la partie  $CT_{sys}^u(G^k)$  nécessite de connaître l'âge des composants.

## 4.4 Prise en compte des durées de maintenance préventive et corrective

Dans cette section, nous allons développer la stratégie de regroupement dynamique en considérant à la fois la durée de maintenance préventive et la durée de maintenance corrective. Pour un composant  $i$ , une opération de maintenance préventive prend  $\omega_i^p$  unités de temps et une opération de maintenance corrective prend  $\omega_i^c$  unités de temps. Puisque la panne de composants est aléatoire et la durée de maintenance corrective est non-négligeable, il est très difficile de déterminer le plan provisoire de maintenance en se basant sur la politique de remplacement basée sur l'âge au niveau du composant. C'est la raison pour laquelle, dans cette section, une politique de remplacement par blocs (basée sur le temps calendaire) est appliquée afin de déterminer le plan provisoire de maintenance dans un horizon de planification.

Le principe de notre stratégie de regroupement dynamique reste inchangé (Figure 3.1). Cependant, toutes les phases de la stratégie (sauf l'algorithme génétique) doivent être modifiées afin de prendre en compte la durée de maintenance corrective.

### 4.4.1 Phase 1 : Analyse de la structure du système

En prenant en compte les durées de maintenance préventive et corrective, la structure du système peut être modifiée à cause des raisons suivantes :

- panne d'un composant non-critique ;
- opération de maintenance préventive d'un composant non-critique ;
- opération de maintenance préventive d'un groupe non-critique.

Notons que le cas où la structure est modifiée à cause d'une panne d'un groupe de composants non-critiques n'est pas considéré ici, car la probabilité de pannes multiples est considérée comme négligeable.

Lorsque la structure est modifiée, l'analyse de la structure du système est nécessaire afin de déterminer le rôle des composants  $\pi_i(t)$  ou des groupes de composants  $\pi_{G^k}(t)$ .

### 4.4.2 Phase 2 : Optimisation individuelle de maintenance

**Modèle de coût de maintenance :** lorsqu'un composant critique tombe en panne, le système est arrêté et un coût d'arrêt non-planifié doit être payé. Ce coût contient les parties suivantes :

- La première partie ne dépend pas du temps d'arrêt du système, notée  $C_{sys}^u$ . Cette partie est égale au coût d'arrêt non-planifié quand la durée de maintenance corrective est négligeable ( $\omega_i^c = 0$ ).
- La deuxième partie dépend du temps d'arrêt du système. Cette partie est égale à  $\omega_i^c \cdot C_d^c$ , où  $C_d^c$  est le coût moyen par unité de temps de cette partie.

En conséquence, le coût d'une opération de maintenance corrective du composant  $i$  est calculé par l'équation suivante :

$$C_i^c = S^c + C_i^{sc} + \pi_i(t) \cdot (C_{sys}^u + \omega_i^c \cdot C_d^c) \quad (4.23)$$

La formule du coût d'une opération de maintenance préventive du composant  $i$  reste inchangée comme l'équation (4.2).

$$C_i^p = S^p + C_i^{sp} + \pi_i(t) \cdot (C_{sys}^p + \omega_i^p \cdot C_d^p)$$

**Déterminer le cycle de maintenance préventive nominal :** comme mentionné ci-dessous, en prenant en compte la durée de maintenance corrective, la politique de remplacement basée sur l'âge avec réparation minimale n'est plus utilisable car elle conduit à des difficultés dans la détermination du plan provisoire de maintenance. En conséquence, dans cette section, une politique de remplacement par blocs avec réparation minimale est appliquée au niveau du composant. D'après cette politique, un composant est systématiquement remplacé à tous les instants  $k \cdot T$  ( $k=1,2,\dots$ ) sans regarder ce qui se passe entre les périodes de remplacement préventif. Le cycle de maintenance préventive nominal ( $T$ ) est une constante. Il est déterminé de façon optimale en fonction du coût moyen asymptotique du composant. Lorsqu'un composant tombe en panne, il est immédiatement remis en marche par une réparation minimale qui prend  $\omega_i^c$  unités de temps (voire la Figure 4.9).

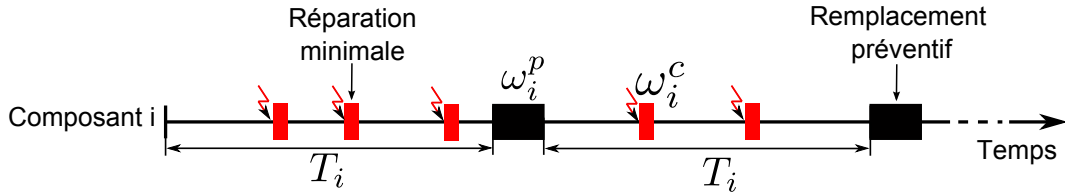


FIGURE 4.9 – Politique de remplacement par blocs avec la durée de maintenance corrective non-négligeable

Soit  $x_i$  le temps moyen total de fonctionnement du composant  $i$  dans un cycle de renouvellement, nous avons :

$$T_i = x_i + \omega_i^c \cdot \Lambda_i(0, T_i + \omega_i^p) = x_i + \omega_i^c \cdot \int_0^{x_i} r_i(y) dy \quad (4.24)$$

Où,  $T_i$  est le cycle de maintenance préventive nominal du composant  $i$ .

Le cycle de renouvellement est égal à

$$T_i + \omega_i^p = x_i + \omega_i^c \cdot \int_0^{x_i} r_i(y) dy + \omega_i^p \quad (4.25)$$

L'espérance du coût total de maintenance corrective sur un cycle de renouvellement :

$$\mathbb{E}[MC_i(x_i)] = C_i^c \cdot \Lambda_i(0, T_i + \omega_i^p) = C_i^c \cdot \int_0^{x_i} r_i(y) dy$$

Le coût espéré total de maintenance sur un cycle de renouvellement est :

$$\mathbb{E}[C_i(T_i)] = \mathbb{E}[C_i^p + MC_i(x_i)] = C_i^p + \mathbb{E}[MC_i(x_i)] = C_i^p + C_i^c \cdot \int_0^{x_i} r_i(y) dy \quad (4.26)$$

En appliquant la théorie du renouvellement, le coût moyen asymptotique du composant  $i$ , noté  $CA_i(T_i)$ , peut être déterminé comme suit :

$$CA_i(T_i) = \frac{\mathbb{E}[C_i(T_i)]}{\mathbb{E}[T_i + \omega_i^p]} = \frac{C_i^p + C_i^c \cdot \int_0^{x_i} r_i(y) dy}{x_i + \omega_i^c \cdot \int_0^{x_i} r_i(y) dy + \omega_i^p} = \frac{C_i^p + C_i^c \cdot \left(\frac{x_i}{\lambda_i}\right)^{\beta_i}}{x_i + \omega_i^c \cdot \left(\frac{x_i}{\lambda_i}\right)^{\beta_i} + \omega_i^p} \quad (4.27)$$

Afin de déterminer le cycle optimal de maintenance préventive du composant  $i$  qui minimise le coût moyen asymptotique  $CA_i(T_i)$ , nous cherchons d'abord la valeur optimale de  $x_i$ , notée  $x_i^{opt}$ , en dérivant la formule précédente par rapport à  $x_i$  en zéro :

$$\left. \frac{dCA_i(T_i)}{dx_i} \right|_{x_i=x_i^{opt}} = 0 \iff \quad (4.28)$$

$$C_i^c \cdot (\beta_i - 1) \cdot (x_i^{opt})^{\beta_i} + (C_i^c \omega_i^p - C_i^p \cdot \omega_i^c) \cdot \beta_i \cdot (x_i^{opt})^{\beta_i - 1} - C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i} = 0$$

$x_i^{opt}$  est obtenue en résolvant l'équation (4.28).  $x_i^{opt}$  a quelques caractéristiques suivantes (voir Annexe B) :

- $x_i^{opt}$  existe et est unique sur l'intervalle  $(0, \min(a, b))$  si  $C_i^c \omega_i^p > C_i^p \cdot \omega_i^c$  ;
- $x_i^{opt}$  existe et est unique sur l'intervalle  $[\max(a, c), +\infty)$  si  $C_i^c \omega_i^p \leq C_i^p \cdot \omega_i^c$ .

avec,

$$a = \sqrt[\beta_i]{\frac{C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i}}{C_i^c \cdot (\beta_i - 1)}}$$

$$b = \sqrt[\beta_i - 1]{\frac{C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i}}{\beta_i \cdot (C_i^c \omega_i^p - C_i^p \cdot \omega_i^c)}}$$

$$c = \frac{C_i^p \cdot \omega_i^c - C_i^c \omega_i^p}{C_i^c}$$

Enfin, le cycle optimal de maintenance préventive du composant  $i$ ,  $T_i^*$ , est calculé comme suit :

$$T_i^* = x_i^{opt} + \omega_i^c \cdot \left(\frac{x_i^{opt}}{\lambda_i}\right)^{\beta_i} \quad (4.29)$$

Le coût moyen asymptotique minimal du composant  $i$  est alors égal à

$$CA_i^{***} = CA_i(T_i^*) = \frac{C_i^p + C_i^c \cdot \left(\frac{x_i^{opt}}{\lambda_i}\right)^{\beta_i}}{x_i^{opt} + \omega_i^c \cdot \left(\frac{x_i^{opt}}{\lambda_i}\right)^{\beta_i} + \omega_i^p} \quad (4.30)$$

**Horizon de planification HP et dates provisoires de maintenance préventive :** en appliquant la politique de remplacement par blocs, les dates provisoires de maintenance d'un composant ne dépendent pas du temps d'arrêt du composant entre les périodes de maintenance préventive. Par contre, elles ne dépendent que de  $T_i^*$ . Les dates provisoires de maintenance d'un composant  $i$  sont déterminées comme suit :

$$t_{i1} = T_i^* - d_i(T_{début}) + T_{début} \quad (4.31a)$$

$$t_{ij} = t_{ij-1} + \omega_i^p + T_i^* \text{ si } j > 1 \quad (4.31b)$$

où,  $d_i(T_{début})$  est la durée de l'intervalle entre la date de fin de la dernière opération de maintenance préventive du composant  $i$  et la date de début de l'horizon de planification.

L'horizon de planification est défini par la date de début  $T_{début}$  (fixée à la date actuelle) et la date de fin  $T_{fin}$  calculée comme suit :

$$T_{fin} = \max_i(t_{i1} + \omega_i^p)$$

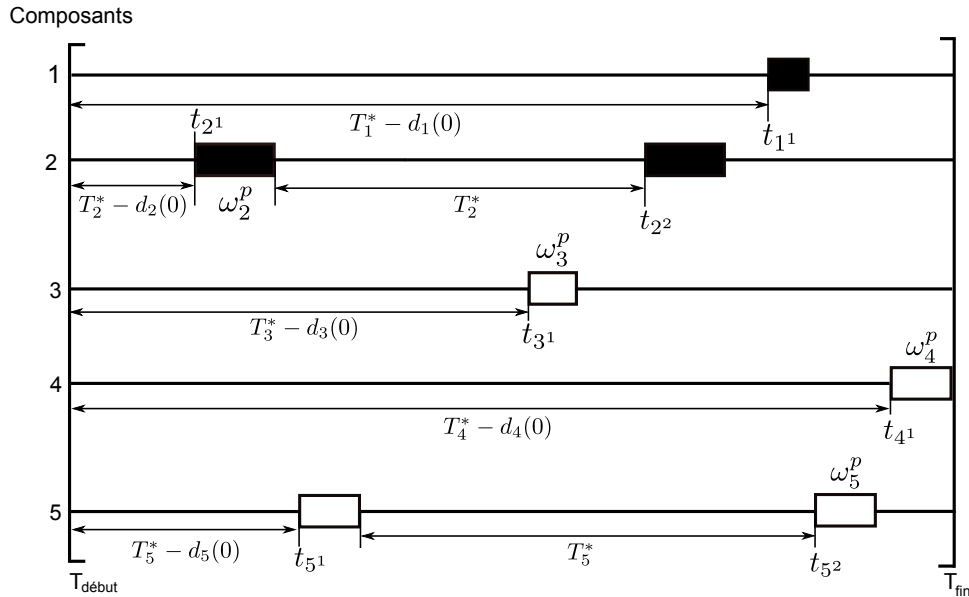


FIGURE 4.10 – Exemple du plan provisoire de maintenance

La Figure 4.10 présente un exemple de plan provisoire de maintenance du système à 5 composants. La structure du système est présentée sur la Figure 4.3. L'horizon de planification est défini par  $T_{début} = 0$  et  $T_{fin} = \max_i(t_{i1} + \omega_i^p) = t_{41} + \omega_4^p$ . Par exemple, considérons le composant 4 avec  $t_{41} = T_4^* - d_4(0)$ , nous constatons que la date  $t_{41}$  est calculée sans tenir compte des arrêts du composant 4 sur l'intervalle entre 0 et  $t_{41}$ . Ces arrêts peuvent être causés par les opérations de maintenance corrective et préventive des autres composants (composants 1, 2 et 3) et par les opérations de maintenance corrective du composant 4.

### 4.4.3 Phase 3 : Optimisation de regroupement des opérations de maintenance

Dans cette phase, le calcul du profit économique total d'une structure groupante et l'algorithme génétique proposés au chapitre 3 restent inchangés. Par contre, la prise en compte de la durée de maintenance corrective conduit à des changements dans les calculs du profit économique d'un groupe de composants. L'objectif de ce paragraphe est donc de re-construire la formule mathématique du profit économique d'un groupe de composants  $PE(G^k)$ .

**Profit économique d'un groupe de composants :** comme dans le cas où la durée de maintenance préventive est non-négligible en section précédente, le profit économique du groupe  $G^k$  contient les quatre parties suivantes :

- réduction du coût de mise en œuvre,  $U_{G^k}$  ;
- coûts de pénalité en raison des changements de dates d'exécution provisoires,  $\Delta H_{G^k}^1$  ;
- changement du coût total d'arrêt planifié,  $\Delta H_{G^k}^2$  ;
- changement du coût total d'arrêt non-planifié,  $\Delta H_{G^k}^3$ .

Parmi ces 4 parties, la première et troisième parties restent inchangées et calculées comme dans la section 4.3.3. Par contre, les parties  $\Delta H_{G^k}^1$  et  $\Delta H_{G^k}^3$  sont changées et doivent être reformulées. Les calculs de ces parties du coût de pénalité se basent sur les connaissances de l'âge des composants sur le plan provisoire et le plan de regroupement.

(a) *coûts de pénalité en raison des changements de dates d'exécution provisoires :*

$$\Delta H_{G^k}^1(t_{G^k}) = \sum_{ij \in G^k} h_i(\Delta t_{ij})$$

D'abord, nous devons reconstruire la formule mathématique du coût de pénalité à cause du changement de la date provisoire d'opération  $i^j$  de  $t_{ij}$  à  $t_{G^k}$ . Comme mentionné dans le chapitre 3,  $\Delta H_{G^k}^1$  est causée par :

- Changement du coût espéré total de détérioration à cause du changement du temps de fonctionnement du composant  $i$  :  $\mathbb{E}[MC_i(\text{age}_i(t_{G^k}))] - \mathbb{E}[MC_i(\text{age}_i(t_{ij}))]$ . Le changement du temps de fonctionnement du composant  $i$ , noté  $\Delta' t_{ij} = \text{age}_i(t_{G^k}) - \text{age}_i(t_{ij})$ , dépend des arrêts de ce composant causés par la panne du composant et dépend aussi des arrêts des autres composants dans le système. Sous l'influence des durées de maintenance corrective et préventive, le changement du temps de fonctionnement est souvent différent du changement de la date provisoire de maintenance  $\Delta' t_{ij} \neq \Delta t_{ij} = t_{G^k} - t_{ij}$ .
- Changement du coût ( $\Delta t_{ij} \cdot CA_i^{***}$ ), car toutes les dates futures d'exécution après  $t_{ij}$  sont reportées de  $\Delta t_{ij}$  unités de temps.

En conséquence,  $h_i(\Delta t_{ij})$  peut être exprimé selon l'équation :

$$\begin{aligned} h_i(\Delta t_{ij}) &= \mathbb{E}[MC_i(\text{age}_i(t_{G^k}))] - \mathbb{E}[MC_i(\text{age}_i(t_{ij}))] - \Delta t_{ij} \cdot CA_i^{***} \\ &= C_i^c \cdot \left[ \frac{\text{age}_i(t_{G^k})}{\lambda_i} \right]^{\beta_i} - C_i^c \cdot \left[ \frac{\text{age}_i(t_{ij})}{\lambda_i} \right]^{\beta_i} - \Delta t_{ij} \cdot \frac{C_i^p + C_i^c \cdot \left( \frac{x_i^{\text{opt}}}{\lambda_i} \right)^{\beta_i}}{x_i^{\text{opt}} + \omega_i^c \cdot \left( \frac{x_i^{\text{opt}}}{\lambda_i} \right)^{\beta_i} + \omega_i^p} \end{aligned} \quad (4.32)$$

où :

- $\text{age}_i(t_{ij})$  est l'âge du composant  $i$  à l'instant  $t_{ij}$  sur le plan provisoire ;
- $\text{age}_i(t_{G^k})$  est l'âge du composant  $i$  à l'instant  $t_{G^k}$  sur le plan de regroupement.

(b) *Changement du coût total d'arrêt non-planifié :*

$$\Delta H_{G^k}^3 = CT_{sys}^u(G^k) - CT_{sys}^u(\overline{G^k})$$

où :

- $CT_{sys}^u(G^k)$  est l'augmentation du coût total d'arrêt non-planifié lorsque toutes les opérations de maintenance préventive du groupe  $G^k$  sont effectuées simultanément :

$$\begin{aligned} CT_{sys}^u(G^k) &= [1 - \pi_{G^k}(t)] \cdot C_{sys}^u \cdot \sum_{p \in P_{G^k}} \Lambda_p(t_{G^k}, t_{G^k} + D_{G^k}) \\ &= [1 - \pi_{G^k}(t)] \cdot C_{sys}^u \cdot \sum_{p \in P_{G^k}} \int_{\text{age}_p(t_{G^k})}^{\text{age}_p(t_{G^k}) + D_{G^k}} r_p(y) dy \\ &= [1 - \pi_{G^k}(t)] \cdot C_{sys}^u \cdot \sum_{p \in P_{G^k}} \left[ \left( \frac{\text{age}_p(t_{G^k}) + D_{G^k}}{\lambda_p} \right)^{\beta_p} - \left( \frac{\text{age}_p(t_{G^k})}{\lambda_p} \right)^{\beta_p} \right] \end{aligned}$$

- $CT_{sys}^u(\overline{G^k})$  est l'augmentation du coût total d'arrêt non-planifié lorsque toutes les opérations de maintenance préventive du groupe  $G^k$  sont effectuées séparément :

$$\begin{aligned} CT_{sys}^u(\overline{G^k}) &= \sum_{i^i \in G^k} \left[ C_{sys}^u \cdot [1 - \pi_i(t)] \cdot \sum_{l \in L_i} \Lambda_l(t_{ij}, t_{ij} + \omega_i^p) \right. \\ &= \sum_{i^i \in G^k} \left[ C_{sys}^u \cdot [1 - \pi_i(t)] \cdot \sum_{l \in L_i} \left[ \left( \frac{\text{age}_l(t_{ij}) + \omega_i^p}{\lambda_l} \right)^{\beta_l} - \left( \frac{\text{age}_l(t_{ij})}{\lambda_l} \right)^{\beta_l} \right] \right] \end{aligned}$$

**Détermination de l'âge de composants :** comme mentionné ci-dessus, les calculs des parties  $\Delta H_{G^k}^1$  et  $\Delta H_{G^k}^3$  se basent sur la connaissance de l'âge de composants aux dates provisoires de maintenance des composants sur le plan provisoire de maintenance ( $\text{age}_i(t_{ij})$ ) et aux dates de maintenance de groupes sur le plan de regroupement ( $\text{age}_i(t_{G^k})$ ). C'est pourquoi, une méthode analytique qui permet de déterminer l'âge des composants sur le plan provisoire et le plan de regroupement, est proposée et présentée dans l'Algorithme 4.2.

**Algorithme 4.2 :** Analyse du temps de fonctionnement de composants

---

**Étape 1 :** Détermination d'une partition  $HP_1, HP_2, \dots, HP_V$  de l'horizon de planification  $HP$ , avec  $HP_v = (T_d^v, T_f^v)$  est un intervalle de temps où la structure du système est fixée.  $V$  est le nombre des sous-intervalles de  $HP$ ,  $T_d^v$  et  $T_f^v$  sont la date de début et la date de fin de l'intervalle  $HP_v$  respectivement.

**Étape 2 :** Analyse de la structure du système sur le sous-intervalle  $HP_v$  pour identifier les ensembles suivants :

- $G_v$  est l'ensemble de composants qui sont en maintenance préventif ;
- $D_v$  est l'ensemble de composants qui ne fonctionnent pas à cause de la maintenance du  $G_v$  ;
- $AB_v$  est l'ensemble de composants qui sont en marche ;
- $C_v^i$  est l'ensemble de composants dont les arrêts conduisent à l'arrêt du composant  $i$  de l'ensemble  $AB_v$ .

**Étape 3 :** Mise à jour de l'âge des composants sur sous-intervalle  $HP_v$  :

- si le composant  $i$  est dans le groupe  $G_v$  :  $age_i(T_f^v) = 0$  ;
- si le composant  $i$  est dans le groupe  $D_v$  :  $age_i(T_f^v) = age_i(T_d^v)$  ;
- si le composant  $i$  est dans le groupe  $AB_v$  :  $age_i(T_f^v)$  est déterminé en résolvant le système d'équations suivant :

$$T_f^v = T_d^v + [age_i(T_f^v) - age_i(T_d^v)] + \omega_i^c \cdot \Lambda_i(T_d^v, T_f^v) + \sum_{j \in C_v^i} \omega_j^c \cdot \Lambda_j(T_d^v, T_f^v), \forall i \in AB_v \quad (4.33)$$

où :

$$\Lambda_i(T_d^v, T_f^v) = \int_{age_i(T_d^v)}^{age_i(T_f^v)} r_i(y) dy \text{ et } \Lambda_j(T_d^v, T_f^v) = \int_{age_j(T_d^v)}^{age_j(T_f^v)} r_j(y) dy$$

**Étape 4 :** Retourner à l'étape 2 jusqu'à ce que  $v = V$

---

Pour illustrer l'Algorithme 4.2, nous considérons par exemple, le plan provisoire de maintenance présenté sur la Figure 4.10. Les composants sont connectés dans une structure présentée sur la Figure 4.3. L'horizon de planification  $HP = (0, t_{41} + \omega_4^p)$  est d'abord coupé en 14 sous-intervalles :  $HP_1 = (0, t_{21})$ ,  $HP_2 = (t_{21}, t_{21} + \omega_2^p)$ ,  $\dots$ ,  $HP_{14} = (t_{41}, t_{41} + \omega_4^p)$ . Ensuite, pour un sous-intervalle, par exemple  $HP_1 = (0, t_{21})$ , ses ensembles sont déterminés selon la structure du système sur ce sous-intervalle comme suit :  $G_1 = \emptyset$ ,  $D_1 = \emptyset$ ,  $AB_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $C_1^1 = \{2\}$ ,  $C_1^2 = \{1\}$ ,  $C_1^3 = \{1, 2, 4\}$ ,  $C_1^4 = \{1, 2, 3\}$ ,  $C_1^5 = \{1, 2\}$ . Enfin, l'âge des composants



à l'instant  $t_{21}$  sont déterminés en résolvant le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} t_{21} = [age_1(t_{21}) - age_1(0)] + \omega_1^c \cdot \Lambda_1(0, t_{21}) + \omega_2^c \cdot \Lambda_2(0, t_{21}) \\ t_{21} = [age_2(t_{21}) - age_2(0)] + \omega_2^c \cdot \Lambda_2(0, t_{21}) + \omega_1^c \cdot \Lambda_1(0, t_{21}) \\ t_{21} = [age_3(t_{21}) - age_3(0)] + \omega_3^c \cdot \Lambda_3(0, t_{21}) + \omega_1^c \cdot \Lambda_1(0, t_{21}) + \omega_2^c \cdot \Lambda_2(0, t_{21}) + \omega_4^c \cdot \Lambda_4(0, t_{21}) \\ t_{21} = [age_4(t_{21}) - age_4(0)] + \omega_4^c \cdot \Lambda_4(0, t_{21}) + \omega_1^c \cdot \Lambda_1(0, t_{21}) + \omega_2^c \cdot \Lambda_2(0, t_{21}) + \omega_3^c \cdot \Lambda_3(0, t_{21}) \\ t_{21} = [age_5(t_{21}) - age_5(0)] + \omega_5^c \cdot \Lambda_5(0, t_{21}) + \omega_1^c \cdot \Lambda_1(0, t_{21}) + \omega_2^c \cdot \Lambda_2(0, t_{21}) \end{cases}$$

## 4.5 Exemples numériques

Le but de cette section est de montrer comment notre stratégie de regroupement dynamique peut s'appliquer à la maintenance avec la prise en compte des durées de la maintenance préventive et corrective. En outre, les impacts de ces durées sur la modélisation et le regroupement de maintenance sont aussi soulignés et analysés. Les analyses sont réalisées sur un système de 12 composants dont les données sont représentées sur le Tableau 4.1. Le diagramme de fiabilité du système est donné sur la Figure 4.11. Notons que cette structure est une structure complexe, parce qu'elle est un mélange d'une structure 2/3 (le système fonctionne si au moins deux composants sont en marche), structures séries et structures parallèles.

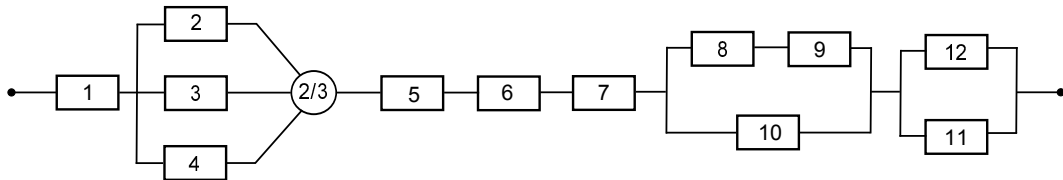


FIGURE 4.11 – Diagramme de fiabilité du système considéré

Nous considérons que le nombre de réparateurs est supérieur ou égal au nombre d'opérations de maintenance de groupes. C'est pourquoi, dans les exemples suivants, nous avons  $D_{G^k} = \max_{ij \in G^k} \omega_i^p$ .

Le reste de cette section est organisé comme suit : le paragraphe 4.5.1 présente d'abord un exemple de la prise en compte de la durée de maintenance préventive. Ensuite, la prise en compte des durées de maintenance préventive et corrective en même temps est présentée dans le paragraphe 4.5.2.

Composants	$\lambda_i$	$\beta_i$	$C_i^{sp}$	$C_i^{sc}$
1	253	2.45	155	22
2	205	2.35	225	36
3	117	1.87	785	66
4	190	2.00	245	28
5	119	1.65	375	92
6	284	2.50	300	76
7	297	3.05	345	55
8	108	1.55	555	102
9	200	1.95	190	45
10	125	1.85	350	44
11	189	2.75	460	30
12	275	1.85	130	24

TABLE 4.1 – Données des composants du système considéré

#### 4.5.1 Regroupement dynamique en prenant en compte la durée de maintenance préventive

Dans ce paragraphe, nous considérons que la durée de maintenance corrective est négligeable et que la durée d'une opération de maintenance préventive sur un composant  $i$  dure  $\omega_i^p$  unités de temps. Les valeurs de la durée de maintenance préventive et de l'âge de composants à l'instant  $T_{début}$  sont données dans le Tableau 4.2. Les coûts de maintenance sont aléatoirement générés comme suit :  $C_d^p = 80$ ,  $C_{sys}^p = 0$ ,  $C_{sys}^u = 50$ ,  $S^p = S^c = S = 15$ .

Composants	$\omega_i^p$	$age_i(T_{début})$	Composants	$\omega_i^p$	$age_i(T_{début})$
1	1	290.61	7	1	138.89
2	3	236.54	8	1	123.35
3	1	302.80	9	3	60.42
4	2	45.21	10	2	23.14
5	1	147.98	11	2	32.16
6	2	319.41	12	1	259.42

TABLE 4.2 – Durée d'opérations de maintenance préventive de composants

En tenant compte des durées de maintenance préventive précédentes, notre stratégie de regroupement développée dans la section 4.3 est appliquée.

**Analyse de la structure du système :** pour déterminer le rôle des composants et des groupes de composants dans la structure initiale du système, la structure est analysée par la phase 1. Le Tableau 4.3 présente les valeurs de  $\pi_i$  à l'instant  $t = 0$ .

Composants	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\pi_i(0)$	1	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0

TABLE 4.3 – Rôle des composants de la structure initiale

Le rôle de groupes de composants sont déterminés grâce aux coupes minimales. Un groupe  $G^k$  est critique s'il contient au moins une des coupes minimales suivantes :

$$C_1 = \{1\}; C_2 = \{2, 3\}; C_3 = \{2, 4\}; C_4 = \{3, 4\}; C_5 = \{5\}$$

$$C_6 = \{6\}; C_7 = \{7\}; C_8 = \{8, 10\}; C_9 = \{9, 10\}; C_{10} = \{11, 12\}$$

**Plan individuel de maintenance :** nous considérons un plan individuel de maintenance où toutes les opérations de maintenance sont séparément effectuées. Le plan est établi grâce au cycle de maintenance preventive nominal de chaque composant qui est déterminé en minimisant son coût moyen asymptotique (voir le paragraph 4.3.2). Plus précisément,  $C_i^p$ ,  $C_i^c$ ,  $x_i^*$ ,  $x_i^{**}$  et  $CA_i^{**}$  sont calculés en utilisant les équations (4.2), (3.2), (4.8), (4.6) et (4.7) respectivement. Les résultats obtenus sont présentés sur le Tableau 4.4.

Components	$C_i^p$	$C_i^c$	$x_i^*$	$x_i^{**}$	$CA_i^{**}$	$t_{i1}$
1	250	87	<b>285.76</b>	<b>333.79</b>	0.8740	43.18
2	240	51	<b>348.76</b>	<b>346.54</b>	1.1877	113.00
3	800	81	<b>428.95</b>	<b>427.80</b>	3.9994	128.00
4	260	43	<b>467.20</b>	<b>465.21</b>	1.1083	123.00
5	470	157	<b>268.18</b>	<b>298.75</b>	3.9599	153.77
6	475	141	<b>333.06</b>	<b>391.20</b>	2.0066	72.79
7	440	120	<b>336.49</b>	<b>358.90</b>	1.8165	224.00
8	570	117	<b>441.17</b>	<b>439.35</b>	3.6329	321.00
9	205	60	<b>385.56</b>	<b>382.42</b>	1.0829	327.00
10	365	59	<b>365.48</b>	<b>363.14</b>	2.1617	345.00
11	475	45	<b>363.30</b>	<b>362.16</b>	2.0433	335.00
12	145	39	<b>610.60</b>	<b>609.42</b>	0.5160	355.00

TABLE 4.4 – Calculs de la maintenance individuelle

Ce tableau montre que, en considérant la durée de maintenance préventive, le cycle de maintenance preventive nominal des composants est plus exacte. En fait, nous constatons que

$x_i^{**} > x_i^*$  si le composant  $i$  est un composant critique, en revanche,  $x_i^{**} < x_i^*$  si le composant  $i$  est un composant non-critique.

Les dates provisoires de maintenance préventive sont déterminées en utilisant les équations 4.9a et 4.9b. Les valeurs obtenues de  $t_{i1}$  sont présentées dans le Tableau 4.4. Ensuite, l'horizon de planification est défini par  $T_{début} = 0$  et  $T_{fin} = \max_i t_{i1} = t_{12^1} + \omega_{12}^p = 356$ . Notons que les dates des opérations  $i^j$ ,  $j > 1$  sont en dehors de l'horizon de planification. Le plan provisoire de maintenance est tracé sur la Figure 4.12.

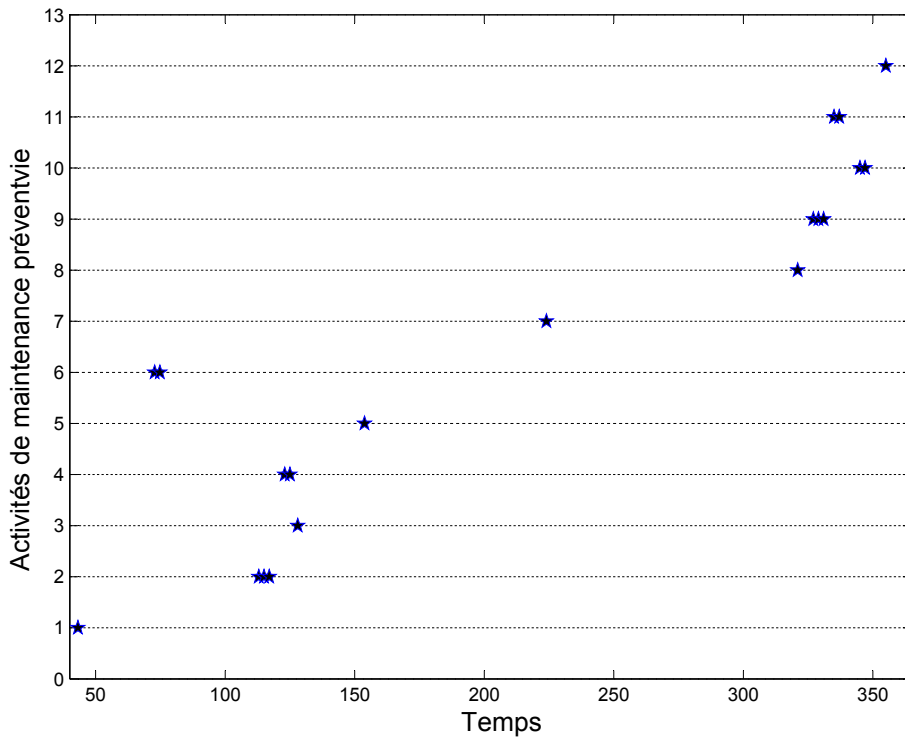


FIGURE 4.12 – Plan provisoire de maintenance

Le coût moyen asymptotique du système sur l'horizon de planification lorsque ses composants sont individuellement maintenus est calculé comme suit :

$$CA_{sys}^{\bar{G}} = \sum_{i=1}^n CA_i^{**} = 24.7744 \quad (4.34)$$

Le coût total de maintenance sur l'horizon de planification lorsque les composants sont individuellement maintenus est

$$CT_{sys}^{\bar{G}} = CA_{sys}^{\bar{G}} \cdot (T_{fin} - T_{début}) = 8819.69$$

**Plan de regroupement :** afin de chercher la structure groupante optimale, la phase 3 de notre stratégie de regroupement développée dans 4.3.3 est appliquée. Les paramètres de l'AG sont

choisis comme suit : la probabilité de croisement = 0.8 ; la probabilité de mutation = 0.02 ; la taille de la population = 60 et le nombre d'itérations = 1000. Après le lancement de l'algorithme génétique, nous obtenons la structure groupante optimale présentée sur le Tableau 4.5. Les résultats dans ce tableau encore une fois confirment que les dates optimales de maintenance des groupes sont avancées quand la durée de maintenance préventive est prise en compte  $0 \leq t_{G^k}^{**} \leq t_{G^k}^*$ .

Groupes	Composants	$\pi_{G^k}$	$t_{G^k}^*$	$t_{G^k}^{**}$	$PE(G^k)$	$D_{G^k}$
1	2	0	<b>113.00</b>	<b>110.00</b>	0	3
2	1, 3, 4, 5, 6, 7	1	<b>131.44</b>	<b>129.09</b>	239.83	2
3	8, 9, 11	0	<b>330.02</b>	<b>327.02</b>	29.68	3
4	10, 12	0	<b>346.25</b>	<b>343.25</b>	14.97	2

TABLE 4.5 – Structure groupante optimale

Le profit économique total de la structure groupante optimale précédente est  $PET = \sum PE(G^k) = 284.49$ . En conséquence, le regroupement peut permettre d'économiser 3.23% du coût total de maintenance sur l'horizon de planification en comparant avec la maintenance individuelle. Le plan de regroupement est tracé sur la Figure 4.13.

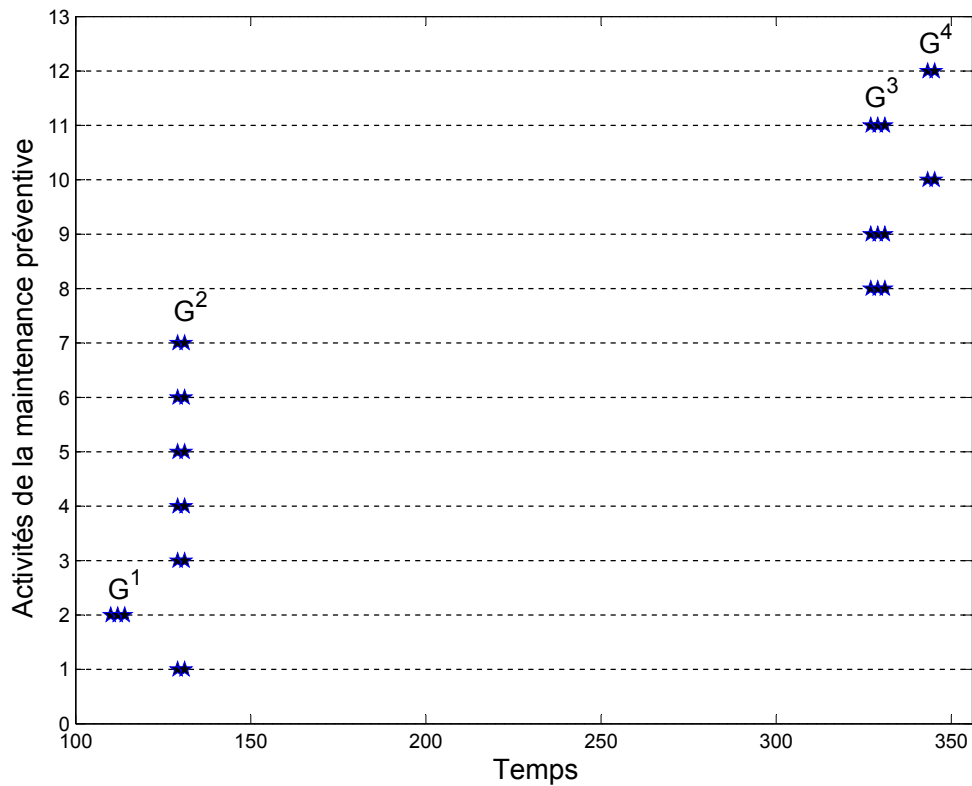


FIGURE 4.13 – Plan de regroupement

### 4.5.2 Regroupement dynamique en prenant en compte les durées de maintenance préventive et corrective

Afin d'illustrer les développements du modèle de regroupement dynamique avec durées de maintenance préventive et corrective non-négligeables présentés dans la section 4.4, nous considérons dans ce paragraphe un exemple où le système et les données sont les mêmes que dans le paragraphe précédent. La durée de maintenance préventive d'un composant  $i$  ( $\omega_i^p$ ) est donnée sur le Tableau 4.2. La durée de maintenance corrective d'un composant  $i$  ( $\omega_i^c$ ) n'est plus négligeable. Les valeurs sont données dans le Tableau 4.6. De plus, le système est considéré neuf à l'instant  $T_{début}$ . En conséquence, nous avons  $d_i(T_{début}) = 0, \forall i = 1, \dots, n$ . Les coûts de maintenance sont aléatoirement créés comme suit :  $C_d^p = 80, C_{sys}^p = 0, C_d^c = 120, C_{sys}^u = 0, S = S^p = S^c = 15$ .

Composants	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\omega_i^c$	0.35	0.81	0.29	0.54	0.36	0.44	0.27	0.31	0.39	0.32	0.78	0.34

TABLE 4.6 – Durée de maintenance corrective de composants

Pour la maintenance du système avec durée de maintenance corrective non-négligeable, la stratégie de regroupement développée dans la section 4.4 est appliquée. Notons que la prise en compte de la durée de maintenance corrective n'a aucun impact sur les analyses de la structure du système (la phase 1). Les résultats obtenus dans la phase 1 du paragraphe 4.5.1 peuvent donc être utilisés ici. Par conséquent, nous commençons directement à la phase 2 de la stratégie pour déterminer le plan provisoire de maintenance.

**Plan individuel de maintenance :** en présence de durée de maintenance corrective, la politique de remplacement par blocs est appliquée au niveau du composant afin d'obtenir le plan individuel de maintenance fixé. Un composant  $i$  est remplacé à tous les instants  $k \cdot T_i^*$  avec ( $k = 1, 2, \dots$ ), où  $T_i^*$  est le cycle de maintenance préventif du composant  $i$  et est déterminé comme dans le paragraphe 4.4.2. Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau 4.7.

Notons que les dates de maintenance préventive ne dépendent pas du temps de fonctionnement du composant. En remplaçant  $d_i(T_{début}) = 0$  et  $T_i^*$  à l'équation (4.31a), nous avons  $t_{i1} = T_i^*$ . Les valeurs obtenues de  $t_{i1}$  sont présentées dans le Tableau 4.7. Ensuite, l'horizon de planification est défini par  $T_{début} = 0$  et  $T_{fin} = \max_i t_{i1} = t_{12^1} + \omega_{12}^p = 613.40$ . Le plan individuel de maintenance est tracé Figure 4.14.

Le coût moyen asymptotique du système lorsque les composants sont individuellement maintenus est calculé comme suit :

$$CA_{sys}^{\bar{G}} = \sum_{i=1}^n CA_i^{***} = 24.3990$$

Composants	$C_i^p$	$C_i^c$	$t_{i1} = T_i^*$	$CA_i^{***}$
1	250	79	<b>348.75</b>	1.2080
2	240	51	<b>352.19</b>	1.1782
3	800	81	<b>434.42</b>	3.9690
4	260	43	<b>471.75</b>	1.1006
5	470	150	<b>310.39</b>	3.8339
6	475	143	<b>390.06</b>	2.0174
7	440	102.40	<b>379.20</b>	1.7222
8	570	117	<b>444.85</b>	3.6105
9	205	60	<b>385.20</b>	1.0790
10	365	59	<b>367.79</b>	2.1481
11	475	45	<b>371.72</b>	2.0172
12	145	39	<b>612.40</b>	0.5148

TABLE 4.7 – Calculs de maintenance individuelle

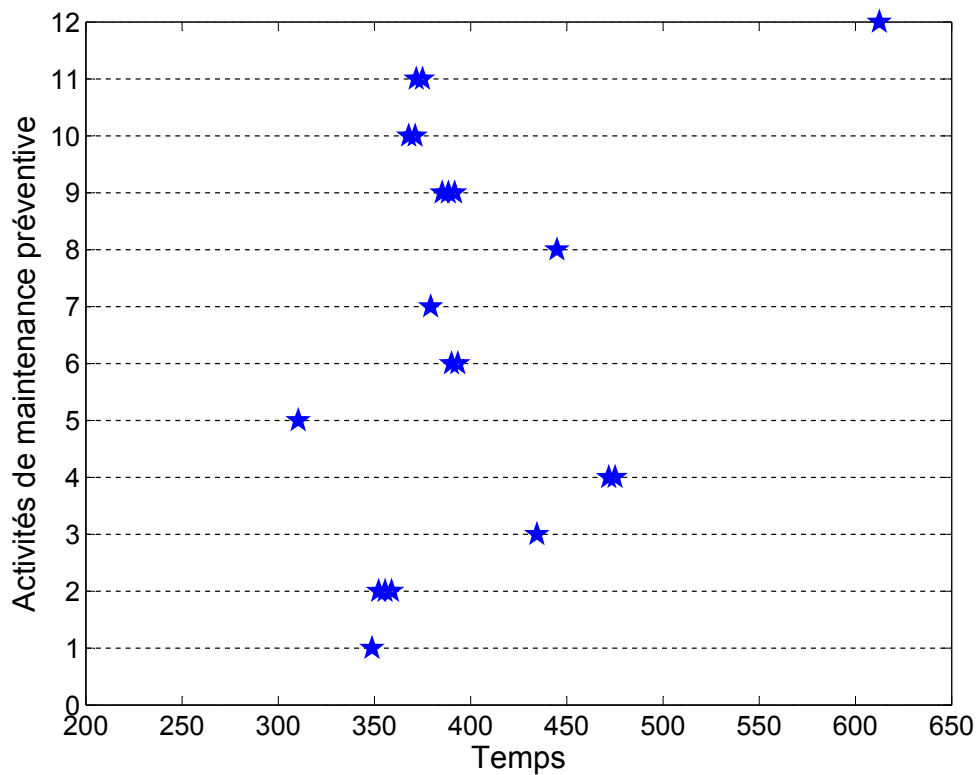


FIGURE 4.14 – Plan individuel de maintenance

Le coût total de la maintenance sur l'horizon  $[0, 613.40]$  lorsque les composants sont individuellement maintenus est :

$$CT_{sys}^{\bar{G}} = CA_{sys}^{\bar{G}} \cdot (T_{fin} - T_{début}) = 14966.35$$

**Plan de regroupement :** dans cette phase, l’algorithme génétique est appliqué afin de regrouper les opérations de maintenance préventive précédentes. La structure groupante optimale obtenue est présentée sur le Tableau 4.8. Dans ce tableau,  $t_{G^k}^*$  est la date optimale de maintenance du groupe  $G^k$  quand la partie  $\Delta H_{G^k}^3$  est négligée et  $t_{G^k}^{***}$  est la date optimale de maintenance du groupe  $G^k$  quand la partie  $\Delta H_{G^k}^3$  est considérée. Nous constatons que  $t_{G^k}^{***} = t_{G^k}^*$  quand  $G^k$  est un groupe critique, car pour ce groupe  $\Delta H_{G^k}^3$  est égale à zéro. Par contre, quand le groupe  $G^k$  est un groupe non-critique,  $t_{G^k}^{***}$  est différent de  $t_{G^k}^*$  à cause de l’existence de la partie  $\Delta H_{G^k}^3$ . Le profit économique total optimal est  $PET = \sum PE(G^k) = 485.03$ , ce qui correspond à 3.24% du coût total de maintenance sur l’horizon de planification ( $CT_{sys}^{\bar{G}}$ ).

Groupes	Composants	$\pi_{G^k}$	$t_{G^k}^*$	$t_{G^k}^{***}$	$D_{G^k}$	$PE(G^k)$	$PET$	$CT_{sys}^u(G^k)$
1	1, 4, 5, 6, 7, 10	1	<b>367.08</b>	<b>367.08</b>	2	326.29		<b>0</b>
2	2, 9, 11	0	<b>369.08</b>	<b>373.38</b>	3	62.77	485.03	<b>5.7429</b>
3	3, 8, 12	0	<b>448.01</b>	<b>458.74</b>	1	95.98		<b>1.3961</b>

TABLE 4.8 – Structure groupante optimale

Dans le Tableau 4.8, l’augmentation du coût total d’arrêt non-planifié du groupe  $G^k$  est aussi étudiée. La somme des augmentations du coût total d’arrêt non-planifié des groupes est  $\sum CT_{sys}^u(G^k) = 0 + 5.7429 + 1.3961 = 7,139$ . Cependant, la somme des augmentations du coût total d’arrêt non-planifié du plan individuel de maintenance est égale à  $18.2096 > \sum CT_{sys}^u(G^k)$ . En conséquence, non seulement le coût de mise en œuvre, le coût d’arrêt planifié, mais aussi le coût d’arrêt non-planifié sont diminués. Le plan de regroupement est présenté sur la Figure 4.15.

**Analyses du temps de fonctionnement des composants sur l’horizon de planification :** comme nous avons mentionné dans le paragraphe 4.4.3, les calculs des coûts de pénalité  $\Delta H_{G^k}^1$  et  $\Delta H_{G^k}^3$  se basent sur l’âge des composants dans le plan provisoire de maintenance et le plan de regroupement. Notons que dans l’application de la politique de remplacement par blocs, la prise en compte de la durée de maintenance préventive, la durée de maintenance corrective et la complexité de structure du système, conduisent à plusieurs difficultés dans la détermination de l’âge (le temps de fonctionnement) des composants. Le Tableau 4.9 présente le temps de fonctionnement de composants obtenu par l’application de l’algorithme 4.2, aux différents instants du plan de regroupement (Figure 4.15).



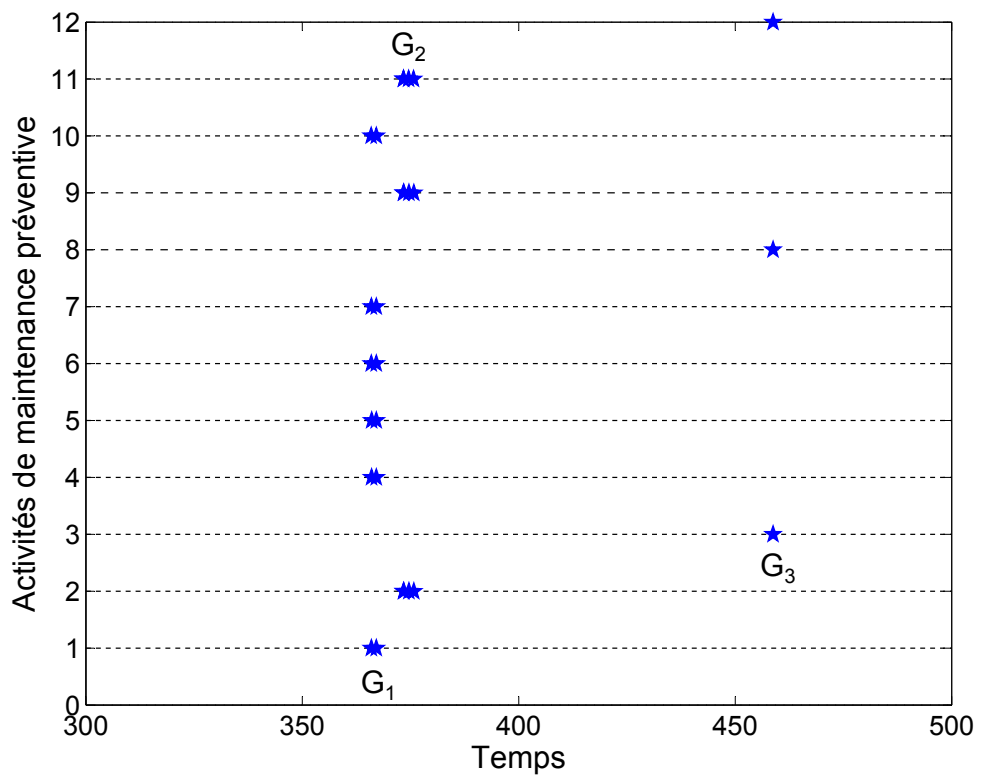


FIGURE 4.15 – Plan de regroupement

TABLE 4.9 – Analyse du temps de fonctionnement des composants sur le plan de regroupement

Composants	$age_i(T_{début})$	$age_i(t_{G^1}^{***})$	$age_i(t_{G^1}^{***} + d_{G^1})$	$age_i(t_{G^2}^{***})$	$age_i(t_{G^2}^{***} + d_{G^2})$	$age_i(t_{G^3}^{***})$	$age_i(t_{G^3}^{***} + d_{G^3})$	$age_i(T_{fin})$
1	0	362.67	0	4.30	7.30	89.37	90.37	242.40
2	0	359.63	359.63	363.84	0	81.98	82.98	234.00
3	0	360.29	360.29	364.53	367.53	448.50	0	151.56
4	0	360.72	0	4.29	7.29	89.25	90.25	241.53
5	0	362.67	0	4.30	7.30	89.37	90.37	242.40
6	0	362.67	0	4.30	7.30	89.37	90.37	242.40
7	0	362.67	0	4.30	7.30	89.37	90.37	242.40
8	0	359.45	359.45	363.68	363.68	444.94	0	151.05
9	0	359.45	359.45	363.68	0	81.26	81.26	232.31
10	0	360.40	0	4.29	7.29	89.20	90.20	241.32
11	0	358.14	358.14	362.29	0	82.00	83.00	233.71
12	0	362.10	362.10	366.38	369.38	451.20	0	151.91

## 4.6 Conclusions

Dans le cadre de ce chapitre, la stratégie de regroupement dynamique proposée dans le chapitre précédent, est développée en prenant en compte les durées de maintenance préventive et corrective. Grâce à la prise en compte la durée de maintenance, notre modèle de maintenance devient plus réel et peut-être appliqué pour la maintenance des systèmes réels. De plus, en considérant la durée de maintenance préventive, le regroupement peut non seulement réduire les coûts de mise en œuvre, mais aussi le coût d'arrêt planifié du système et également améliorer la disponibilité du système. Cependant, la prise en compte la durée de maintenance conduit à des difficultés dans le calcul et la formalisation mathématique du problème.



# Chapitre 5

## Contextes dynamiques et mise à jour du plan de regroupement de maintenance

### 5.1 Introduction

Sous l'impact de la dynamique de l'économie mondiale et de l'apparition incessante d'innovations technologiques, un système doit faire face aux changements d'environnement. Ces changements, appelés contextes dynamiques, apparaissent au cours du temps et bien souvent ne peuvent pas être anticipés. Dans ce contexte, les stratégies de maintenance stationnaires donnant un plan de maintenance à long-terme sur un horizon infini, ne permettent pas la prise en compte des contextes dynamiques à court-terme. Par conséquent, afin de mettre à jour le plan de maintenance et prendre en compte les contextes dynamiques, les stratégies de maintenance dynamiques et, surtout, les stratégies de regroupement dynamiques sont récemment développées dans [162, 19, 47, 46]. Cependant, en se basant sur le théorème d'opérations de maintenance consécutives, la plupart de ces politiques rencontrent des difficultés dans l'application avec contextes dynamiques. En revanche, en utilisant l'algorithme génétique pour chercher le meilleur plan de regroupement dans un temps raisonnable, notre politique de regroupement dynamique permet de facilement mettre à jour le plan de regroupement en présence de différents types de contextes dynamiques.

Nous allons d'abord distinguer les différents types de contextes dynamiques, qui peuvent apparaître au cours du temps et imposer une mise à jour du plan de regroupement, au paragraphe 5.2. Dans ce paragraphe, une classification des contextes dynamiques est proposée. Au paragraphe 5.3, nous allons ensuite expliquer comment notre stratégie de regroupement peut mettre à jour le plan de regroupement en utilisant l'algorithme génétique. Enfin, au paragraphe 5.4, deux exemples numériques sont proposés pour illustrer notre stratégie.

## 5.2 Contextes dynamiques

D'un point de vue pratique, les contextes dynamiques tels que les changements dans la planification de la production, les changements de la structure du système [80, 46] peuvent avoir une influence significative sur le coût total de maintenance et doivent être pris en compte dans le processus d'optimisation de la maintenance. Dans ce chapitre, plusieurs contextes dynamiques différents sont envisagés.

### 5.2.1 Type 1 : "structure"

Les contextes dynamiques de ce type conduisent aux changements de la structure du système au cours du temps. Ces changements peuvent porter sur le nombre de composants ou/et sur leurs interconnexions. On trouve par exemple dans cette catégorie :

- Les changements de la demande de production : pour rester compétitif, les systèmes de fabrication sont conçus de manière à ce qu'ils puissent être rapidement reconfigurés selon l'évolution de la demande du marché. Typiquement, quand la demande de produits augmente, des composants sont ajoutés à la structure du système afin d'augmenter la capacité de production. À l'inverse, quand la demande de produits diminue, des composants sont retirés de la structure du système. Dans la littérature, ce phénomène est appelé l'extensibilité des systèmes reconfigurables [157].

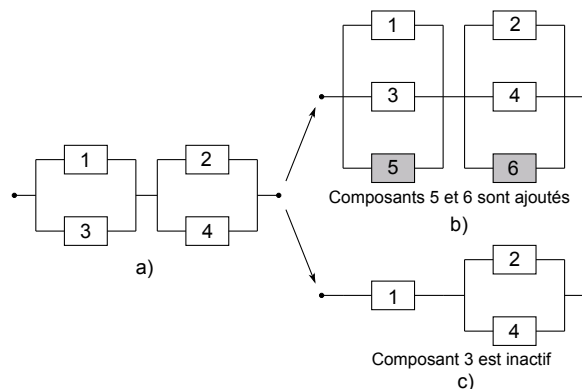


FIGURE 5.1 – Reconfiguration du système

Un tel exemple est présenté dans la Figure 5.1 où la Figure 5.1a illustre la structure initiale du système. Quand la demande de produit augmente, les composants 5 et 6 sont ajoutés (Figure 5.1b). Au contraire, quand la demande de produit diminue, le composant 3 est rendu inactif et la structure devient celle présentée Figure 5.1c.

- Les changements du niveau de redondance du système : afin d'améliorer la fiabilité du système ou son aptitude à la tolérance aux fautes, des composants peuvent être ajoutés au système [153, 170].

- Les changements de la phase de mission : ici, on parle de systèmes de multi-missions, dans lesquels la configuration ou la structure du système est modifiée pour la réalisation d’une tâche/mission spécifique [94].

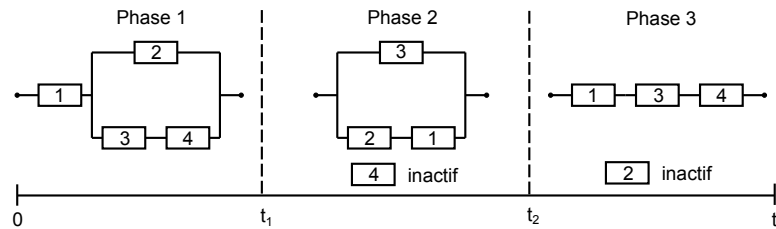


FIGURE 5.2 – Changements de la structure d’un système par phase

Un exemple des changements de la structure du système par phase est présenté dans la figure 5.2. Dans laquelle, le système contient 4 composants pour réaliser la mission de la phase 1. Dans la phase 2, le composant 4 n’est pas nécessaire et est stoppé. Dans la phase 3, le composant 4 est remis en marche et le composant 2 est stoppé.

### 5.2.2 Type 2 : “Composant”

Ce type de contexte dynamique se réfère aux changements au niveau des composants. Il peut être dû à :

- des changements de coûts de maintenance (préventive et/ou corrective) au cours du temps en raison des fluctuations des prix du marché, par exemple [100] ;
- des changements sur la dynamique de détérioration de composants en raison de modifications de l’environnement opérationnel, par exemple suite à un changement climatique [131, 19] ;
- des modifications des caractéristiques des composants (qualité, performance) consécutifs de progrès technologiques [100, 115].

### 5.2.3 Type 3 : “Externe”

Les contextes dynamiques, qui ne peuvent être classés dans les deux types précédents, sont classés dans ce type (type 3). Les contextes dynamiques de type 3 correspondent à des changements venant de l’extérieur du système. Ce troisième type de contexte dynamique regroupe les changements suivants :

- Les changements du planning de production : dans les périodes de production “intensives” peuvent devenir incompatible avec des opérations de maintenance préventive [172]. Cela signifie que le plan de regroupement courant doit être mis à jour en intégrant ces

contraintes :

$$t_{G^k} \notin I_p; \forall G^k \in SG, \forall I_p \in LP \quad (5.1)$$

où  $LP$  est un ensemble de périodes de production dans lesquelles, les actions de maintenance ne sont pas autorisées ;  $I_p$  est une période de production de l'ensemble  $LP$ .

- Les changements de disponibilité des ressources de maintenance. Par exemple, des retards dans l'approvisionnement des pièces de rechange vont entraîner des contraintes pour le plan de regroupement. Ces contraintes de disponibilité peuvent être généralement écrites comme suit :

$$(t_{G^k} \notin SPI) \text{ ou } (t_{G^k} \in SPI \text{ et } SPS \cap G^k = \emptyset); \forall G^k \in SG \quad (5.2)$$

où,  $SPS$  est l'ensemble des composants qui ne peuvent pas être maintenus aux dates prévues ;  $SPI$  est l'intervalle d'attente les pièces de rechange.

- Les changements de la fiabilité/disponibilité du système pendant certaines périodes de temps peuvent satisfaire des contraintes de la production et de sécurité de fonctionnement [47]. La contrainte de la disponibilité du système sur un horizon fini est mathématiquement écrite comme suit :

$$D(PH, SG) = \frac{PH - TD(SG)}{PH} \geq D_0 \quad (5.3)$$

où  $PH$  est la durée de l'horizon de planification ;  $D(PH)$  et  $TD$  sont la disponibilité et le temps d'arrêt total du système sur l'horizon de planification ;  $D_0$  est la disponibilité demandée du système.

- Les opportunités de maintenance sont des périodes d'arrêt du système qui peuvent être utilisées pour effectuer des opérations de maintenance à des coûts réduits [46, 161].
- Les changements d'objectif de la politique de maintenance pendant certaines périodes : maximisation de la fiabilité ou la disponibilité, minimisation du coût de maintenance, etc., les critères d'optimisation peuvent changer au cours du temps [27].

Grâce à la flexibilité de l'outil d'optimisation globale utilisé, tous ces types de contextes dynamiques peuvent être pris en compte dans le processus d'optimisation de la maintenance. La description détaillée des procédures de mise à jour du plan de regroupement est présentée dans la section suivante.

### 5.3 Procédures de mise à jour du plan de regroupement

Les procédures de mise à jour du plan de regroupement dépendent du type du contexte dynamique pris en compte.



### 5.3.1 Procédure de mise à jour pour les contextes dynamiques de type 1

On considère que le système est maintenu avec un plan de regroupement et sa structure groupante correspondante  $SG$  sur l'horizon  $[T_{début}, T_{fin}]$ , et qu'un contexte dynamique de type 1 apparaît à un moment donné  $T_{dc} \in [T_{début}, T_{fin}]$ . Du fait de l'apparition de ce contexte dynamique, la structure groupante  $SG$  ne peut plus être utilisée et doit être mise à jour. Cette procédure est illustrée Figure 5.3 et se décompose comme suit :

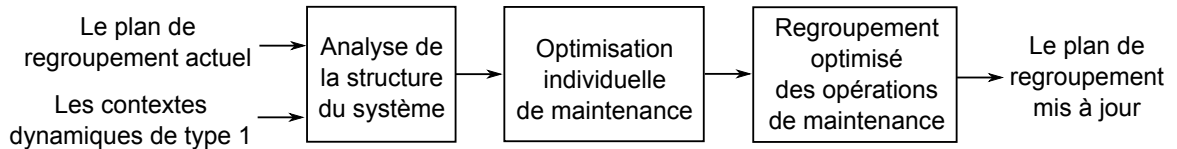


FIGURE 5.3 – Procédure de mise à jour pour les contextes dynamiques de type 1

**Phase 1 : analyse de la structure du système.** Sous l'influence des contextes dynamiques de type 1, la structure du système est modifiée. Afin de tenir compte de ce changement, nous devons revenir à la phase 1. À l'issue de cette phase, les coupes minimales, les chemins de succès et le rôle des composants ( $\pi_i$ ) sont re-déterminés.

**Phase 2 : optimisation individuelle de maintenance.** Cette deuxième phase comprend 3 étapes :

- Nous devons d'abord : (i) déterminer le cycle optimal nominal de maintenance préventive des nouveaux composants s'il y a lieu ; (ii) déterminer le cycle optimal nominal de maintenance préventive des composants dont le rôle a été modifié.
- En considérant la nouvelle date de début de l'horizon de planification  $T'_{début} = T_{dc}$ , nous devons recalculer l'âge des composants à l'instant  $T'_{début}$  noté par  $age_i(T'_{début})$ .
- Enfin, nous devons déterminer le plan provisoire de maintenance sur l'horizon de planification  $HP' = (T'_{début}, T'_{fin})$

**Phase 3 : regroupement optimisé des opérations de maintenance.** Dans cette phase, l'algorithme génétique est utilisé pour trouver la nouvelle structure groupante sur le nouvel horizon de planification  $[T'_{début}, T'_{fin}]$ . Après cette phase, un nouveau plan de regroupement intégrant le contexte dynamique à l'instant  $T_{dc}$  est obtenu.

### 5.3.2 Procédure de mise à jour pour les contextes dynamiques de type 2

La structure du système étant inchangée, nous n'avons pas besoin de ré-analyser la structure du système. Les modifications étant apportées au niveau des composants, nous devons revenir à la phase 2 (telle que décrite en section 5.3.1) pour prendre en compte ces changements et poursuivre la procédure de mise à jour. Cette procédure est illustrée Figure 5.4.

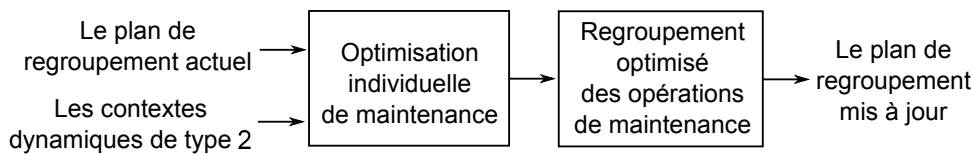


FIGURE 5.4 – Procédure de mise à jour pour les contextes dynamiques de type 2

### 5.3.3 Procédure de mise à jour pour les contextes dynamiques de type 3

Là encore, nous devons revenir à la phase 2 de la procédure décrite en section 5.3.1 afin de redéfinir l'horizon de planification et le plan provisoire de maintenance correspondant. Puis, afin de chercher la meilleure façon de regrouper des opérations de maintenance, l'algorithme génétique doit être modifié (voir la Figure 5.5). Nous proposons ici quelques méthodes simples pour l'adaptation de l'algorithme génétique.

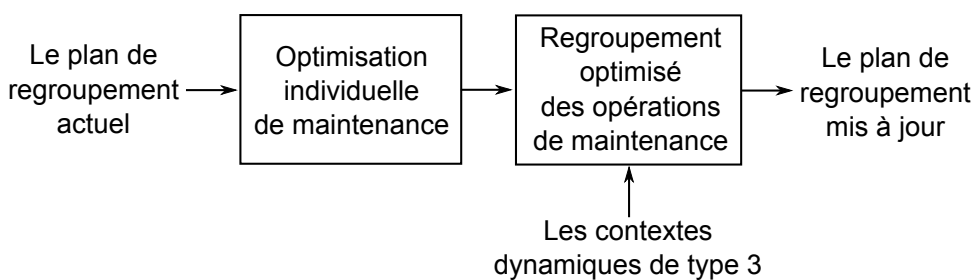


FIGURE 5.5 – Procédure de mise à jour pour les contextes dynamiques de type 3

**Optimisation du regroupement sous contraintes** : quand les contextes dynamiques apparaissent sous la forme des contraintes telles que la contrainte de production, la contrainte de disponibilité des pièces de rechange, la contrainte de la disponibilité du système, le problème de regroupement devient un problème d'optimisation sous contraintes. Ce problème peut être

mathématiquement présenté comme suit :

La fonction objective :

$$\max_{SG} PET(SG) = \sum_{G^k \in SG} PE(G^k)$$

sous contraintes :

$$t_{G^k} \notin I_p; \forall G^k \in SG, \forall I_p \in LP$$

ou/et

$$(t_{G^k} \notin SPI) \text{ ou } (t_{G^k} \in SPI \text{ et } SPS \cap G^k = \emptyset); \forall G^k \in SG$$

ou/et

$$D(PH, SG) = \frac{PH - TD(SG)}{PH} \geq D_0$$

Pour résoudre ce problème d'optimisation sous contraintes, plusieurs méthodes ont été proposées : méthodes basées sur la préservation de la faisabilité de solutions, méthodes basées sur la fonction de pénalité, méthodes de prise de distinction entre les solutions réalisables et irréalisables, méthodes basées sur les décodeurs, méthodes hybrides [90, 36]. Dans le cadre de cette thèse, en raison de sa simplicité de mise en œuvre, la méthode basée sur la fonction de pénalité est utilisée. Cette méthode consiste à ajouter une pénalité supplémentaire dans l'évaluation des solutions qui ne satisfont pas les contraintes. L'évaluation des structures groupantes est donc modifiée comme suit :

$$f(SG) = \begin{cases} PET(SG) & \text{si } SG \text{ satisfait les contraintes;} \\ PET(SG) - g(SG) & \text{si } SG \text{ ne satisfait pas ces contraintes} \end{cases}$$

où  $g(SG) > 0$  est une fonction de pénalité pouvant être calculée de différentes manières selon les spécificités du problème traité.

**Optimisation du regroupement à objectifs multiples :** quand les contextes dynamiques de type 3 impliquent une évolution de l'objectif de la politique de maintenance, le problème de regroupement peut devenir un problème d'optimisation à objectifs multiples. Un exemple peut être présenté comme suit :

Les fonctions objectives :

$$\max_{SG} PET(SG) = \sum_{G^k \in SG} PE(G^k)$$

$$\text{et } \max_{SG} D(SG, PH) = \frac{PH - TD(SG)}{PH}$$

où, l'horizon de planification  $PH = T'_{fin} - T'_{début}$ .

Pour résoudre ce problème d'optimisation à objectifs multiples, plusieurs approches sont listées dans [78]. Nous présentons ici la méthode la plus simple dites méthode de la somme pondérée. Pour notre exemple, on cherche à trouver une structure groupante maximisant à la fois le profit économique total et la disponibilité du système sur l'horizon de planification. En appliquant la méthode de la somme pondérée, les deux objectifs précédents sont combinés en un problème d'optimisation mono-objectif :

$$\max_{SG} f(SG) = [\alpha \cdot PET(SG) + (1 - \alpha) \cdot D(SG, PH)]$$

où,  $\alpha$  est un coefficient de poids. Ce coefficient représente l'importance relative de l'objectif du profit économique total par rapport à l'objectif de disponibilité du système.

**Optimisation du regroupement et opportunités de maintenance :** considérons l'apparition d'une opportunité de maintenance à l'instant  $T_{dc}$  et d'une durée de  $D_{dc}$  unités de temps. La remise à jour du plan de regroupement afin de profiter de cette opportunité permet d'économiser le coût d'arrêt planifié [46, 161] : celui-ci ne doit pas être payé quand les activités de maintenance sont effectuées sur l'intervalle  $(T_{dc}, T_{dc} + D_{dc})$ . Comme dans la section précédente, l'évaluation des structures groupantes doit être modifiée afin de mettre à jour le plan de regroupement. Plus précisément, la formulation du changement du coût total d'arrêt planifié  $\Delta H_{G^k}^2$  doit être modifiée comme suit :

$$\Delta H_{G^k}^2 = C_{sys}^p \cdot [(\sum_{ij \in G^k} \pi_i \cdot D_i^{dc}) - \pi_{G^k} \cdot D_{G^k}^{dc}] \quad (5.4)$$

où :

- $D_i^{dc}$  est l'intervalle où le coût d'arrêt planifié doit être payé quand l'activité  $i^j$  est réalisée, il est défini comme suit :

$$D_i^{dc} = \begin{cases} \omega_i^p - D_i^0 & \text{si } D_i^0 > 0; \\ \omega_i^p & \text{si } D_i^0 \leq 0. \end{cases}$$

où  $D_i^0 = \min(t_{ij} + \omega_i^p, T_{dc} + D_{dc}) - \max(t_{ij}, T_{dc})$

- $D_{G^k}^{dc}$  est l'intervalle où le coût d'arrêt planifié doit être payé quand le groupe  $G^k$  est maintenu, il est défini comme suit :

$$D_{G^k}^{dc} = \begin{cases} D_{G^k} - D_{G^k}^0 & \text{si } D_{G^k}^0 > 0; \\ D_{G^k} & \text{si } D_{G^k}^0 \leq 0. \end{cases}$$

où  $D_{G^k}^0 = \min(t_{G^k}^* + D_{G^k}, T_{dc} + D_{dc}) - \max(t_{G^k}^*, T_{dc})$

## 5.4 Exemples numériques

Dans cette section, nous considérons deux exemples de contextes dynamiques :

- le changement de la structure du système du fait de l'évolution de la demande de production à cause du changement de la quantité demandée de produits (sous-section 5.2.1) ;
- l'apparition d'une opportunité de maintenance (sous-section 5.2.3).

### 5.4.1 Mise à jour du plan de regroupement du fait de changement de la structure du système

Nous considérons à nouveau le système présenté Figure 3.8. En appliquant notre stratégie de regroupement, nous avons obtenu le plan optimal de regroupement (voir le Tableau 3.6 et la Figure 3.11) sur l'horizon de planification  $HP = (0, 335)$ . Nous supposons maintenant qu'à l'instant  $T_{dc} = 200$  les composants neufs 17 et 18 sont ajoutés au système pour répondre aux demandes croissantes des clients (voir la Figure 5.6). Les paramètres de ces composants sont donnés dans le Tableau 5.1.

Composants	$\lambda_i$	$\beta_i$	$C_i^{sp}$	$C_i^{sc}$	$age_i(T_{dc})$
17	150	1.95	400	120	0
18	110	2.30	250	100	0

TABLE 5.1 – Paramètres des composants 17 et 18

L'ajout de ces deux composants 17 et 18 modifie la structure du système comme illustré en Figure 5.6.

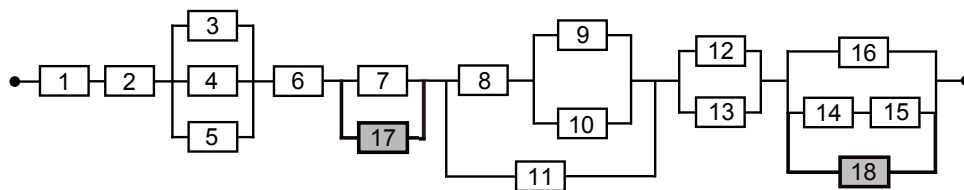


FIGURE 5.6 – Modification de la structure du système

Selon la structure groupante présentée Tableau 3.6, trois groupes  $G^1 = \{1^1, \dots, 7^1, 10^1, 11^1\}$ ,  $G^2 = \{8^1, 9^1, 12^1, 16^1\}$  et  $G^3 = \{13^1, 14^1, 15^1\}$  sont déterminés à  $t_{G^1} = 160.20$ ,  $t_{G^2} = 258.46$  et  $t_{G^3} = 290.66$  respectivement. Avec le changement de structure du système intervenant à l'instant 200, deux groupes  $G^2$  et  $G^3$  qui ont été prévus pour être maintenus après  $T_{dc}$  ne sont plus optimaux et nécessitent une mise à jour du plan de regroupement.

**Phase 1 : analyse de la structure du système.** L'analyse de la structure présentée sur la Figure 5.6 est effectuée afin de mettre à jour le rôle des composants. Les valeurs obtenues sont présentées dans le Tableau 5.2.

Composants	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$\pi_i$	1	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

TABLE 5.2 – Mise à jour le rôle des composants

Nous constatons que :

- les composants 17 et 18 sont non-critiques ;
- le composant 7 passe de critique à non-critique ;
- le rôle des autres composants n'est pas modifié.

**Phase 2 : optimisation individuelle de maintenance :** Dans cette phase, nous cherchons à déterminer le plan provisoire de maintenance pour le nouvel horizon de planification débutant à  $T'_{début} = T_{dc} = 200$ . Le cycle optimal de maintenance préventive des composants 17, 18 et 7 est d'abord déterminé par l'équation (3.10). Les résultats obtenus sont indiqués Tableau 5.3.

Composants	$C_i^p$	$C_i^c$	$x_i^*$	$CA_i^*$
7	255	132	300.76	1.7403
17	430	150	264.28	3.3397
18	280	130	137.00	3.6159

TABLE 5.3 – Cycle optimal de maintenance préventive des composants 17, 18 et 7

Ensuite, l'âge des composants à  $T'_{début}$  est déterminé comme suit (voir Figure 5.7) :

- l'âge des composants de groupe  $G^1$  maintenu à l'instant  $t_{G^1}^* = 160.20$  est mis à jour comme suit :

$$age_i(T'_{début}) = (T'_{début} - T_{début}) - t_{G^1}^*, i \in G^1;$$

- l'âge des composants des groupes  $G^2$  et  $G^3$  est donné par :

$$age_i(T'_{début}) = (T'_{début} - T_{début}) + age_i(T_{début}), i \in G^2 \text{ ou } i \in G^3;$$

- l'âge des composants 17 et 18 est déterminé comme :

$$age_{17}(T'_{début}) = age_{18}(T'_{début}) = 0.$$

Grâce aux âges obtenus (voir le Tableau 5.4), les premières dates provisoires de maintenance de tous les composants ( $t_{i1}$  avec  $i = 1, 2, \dots, 18$ ) sont calculées en utilisant l'équation (3.13).

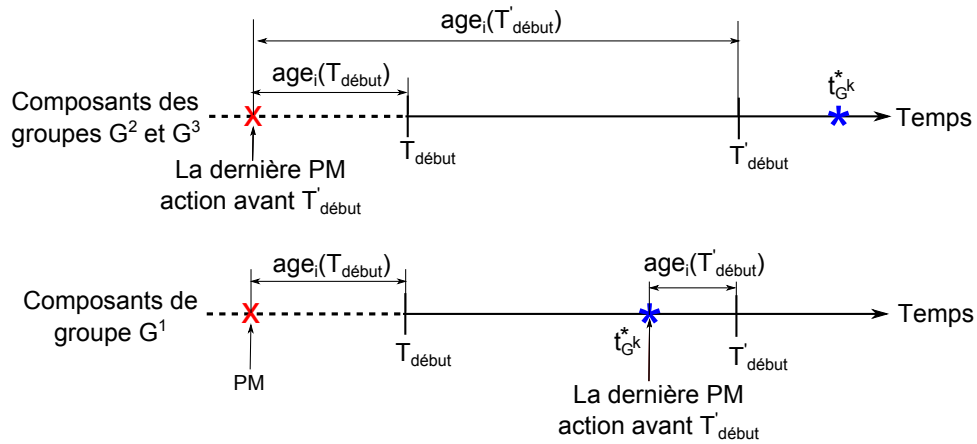


FIGURE 5.7 – Mise à jour de l'âge des composants à l'instant  $T'_{début}$

Un nouvel horizon de planification est alors déterminé :  $T'_{début} = 200$  et  $T'_{fin} = t_6^1 = 603.25$ . Les autres dates de maintenance ( $t_{ij}, j > 1$ ) sont calculées en utilisant l'équation (3.15) et présentées Tableau 5.4. Notons que, dans le nouvel horizon de planification, les composants 5, 8, 9, 12 et 16 sont maintenus préventivement deux fois sur l'horizon de planification considéré. Dans ce cas, le nombre total des activités de maintenance est plus grand que le nombre de composants ( $N = 23 > n = 18$ ).

Composants	1	2	3	4	5	6	7	8	9
$age_i(T'_{début})$	39.80	39.80	39.80	39.80	39.80	39.80	39.80	226.41	243.59
$x_i^*$	302.10	316.58	278.49	278.16	216.33	443.05	300.76	276.41	309.59
$t_{i1}$	462.30	476.78	438.36	438.36	376.53	603.25	460.95	250.00	266.00
$t_{i2}$					592.86			526.42	575.58
Composants	10	11	12	13	14	15	16	17	18
$age_i(T'_{début})$	39.80	39.80	261.01	295.49	287.69	224.25	285.01	0.00	0.00
$x_i^*$	323.34	354.04	301.01	361.49	377.69	359.25	385.01	264.28	137.00
$t_{i1}$	483.54	514.24	240.00	266.00	290.00	335.00	300.00	464.28	337.00
$t_{i2}$			541.01						574.01

TABLE 5.4 – Mise à jour du plan provisoire de maintenance

Le coût moyen asymptotique du système lorsque les 18 composants sont individuellement maintenus est calculé comme suit :

$$CA_{sys}^{SG} = \sum_{i=1}^{18} CA_i^* = 41.4679 \quad (5.5)$$

**Phase3 : Optimisation du regroupement des activités de maintenance :** Dans cette phase, l’algorithme génétique est appliqué afin de chercher la structure groupante optimale. Le résultat est présenté Tableau 5.5.

Groupes	Opérations de maintenance préventive	$t_{G^k}^*$	$PE(G^k)$	$\pi_{G^k}$	$PET$
1	$\{8^1, 9^1, 12^1, 14^1, 16^1\}$	260.52	114.72	0	599.04
2	$\{5^1, 13^1, 15^1, 18^1\}$	343.71	70.77	0	
3	$\{1^1, \dots, 4^1, 6^1, 7^1, 10^1, 11^1, 17^1, 18^2\}$	475.25	337.92	1	
4	$\{5^2, 8^2, 9^2, 12^2\}$	565.45	75.63	0	

TABLE 5.5 – Structure groupante optimale après la modification de structure du système

Le coût moyen de maintenance du système sur l’horizon de planification lorsque les opérations de maintenance sont regroupées est :

$$CM_{sys}^{SG} = CA_{sys}^{SG} - \frac{599.04}{603.25 - 200} = 39.9824 \quad (5.6)$$

Les dates de maintenance après la prise en compte de la modification de structure du système sont reportées Tableau 5.6 et Figure 5.8.

Opérations de maintenance préventive	Dates de maintenance avant la modification de structure	Dates de maintenance après la modification de structure
$8^1$	258.46	260.52
$9^1$	258.46	260.52
$12^1$	258.46	260.52
$16^1$	258.46	260.52
$13^1$	290.66	343.71
$14^1$	290.66	260.52
$15^1$	290.66	343.71

TABLE 5.6 – Mise à jour des dates de maintenance en prenant en compte la modification de structure du système



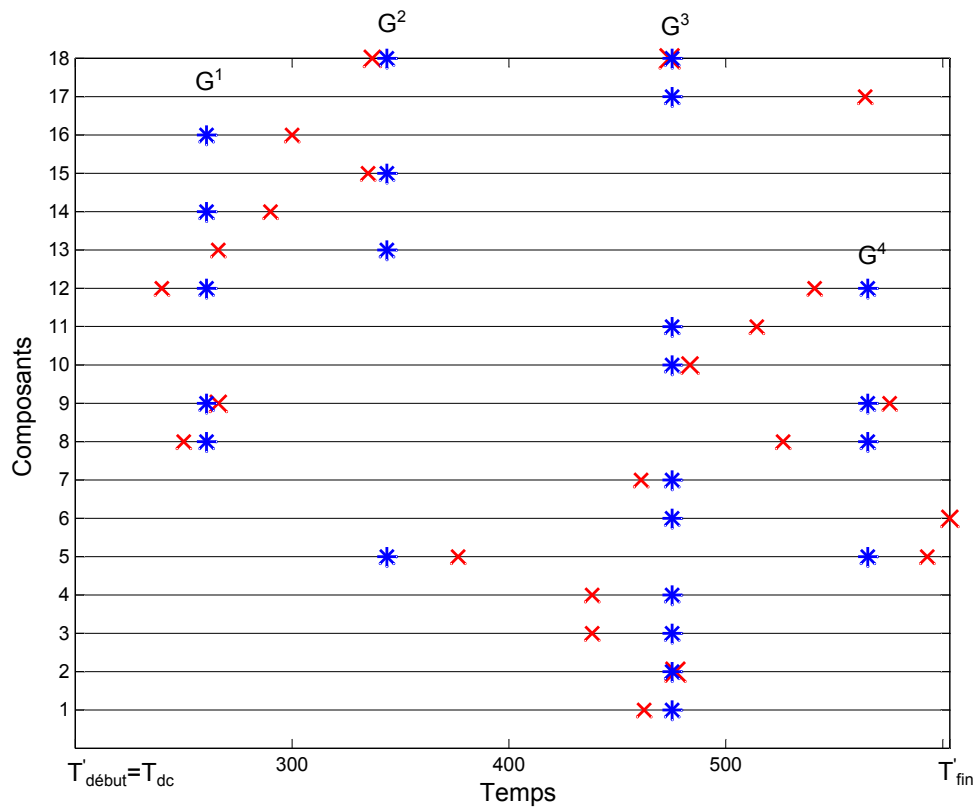


FIGURE 5.8 – Plan provisoire de maintenance (x) et plan de regroupement (\*) en prenant en compte la modification de structure

### 5.4.2 Mise à jour du plan de regroupement suite à une opportunité de maintenance

Dans cette section nous considérons à nouveau le système de structure présentée Figure 4.11. Les données du système sont supposées identiques à celles utilisées dans la section 4.5. La structure groupante optimale obtenue est présentée Figure 4.13 et Tableau 4.5 sur l’horizon de planification  $HP = (0, 356)$ . À l’instant  $t = 280$  sur l’horizon de planification  $HP$ , nous considérons maintenant une opportunité de maintenance à la date  $T_{dc} = 500$  et une durée  $D_{dc}$  de 2 unités de temps. Par conséquent, la structure groupante actuelle peut ne plus être optimale et une nouvelle structure groupante est potentiellement opportune pour économiser les coûts de maintenance. Le reste de cette sous-section est organisé comme suit : détermination du plan provisoire de maintenance sur le nouvel horizon de planification dont la date de début est égale à 280 ; évaluation de l’intérêt de la prise en compte de l’opportunité de maintenance. Pour ce second point, les deux scénarios sont considérés : (i) regroupement “sans” opportunité ; (ii) regroupement “avec” opportunité.

**Plan provisoire de maintenance exploitant l’opportunité :** dans ce paragraphe le plan provisoire de maintenance sur le nouvel horizon de planification est déterminé. La date de début du nouvel horizon est fixée à l’instant  $T'_{début} = 280$ . Dans ce cas de contextes dynamiques de type 3, le cycle optimal nominal de maintenance préventive des composants n’est pas changé. En conséquence, il n’est pas nécessaire de redéterminer le cycle optimal nominal de maintenance. Nous passons donc directement à l’étape de mise à jour de l’âge des composants et au calcul des premières dates provisoires de maintenance,  $t_{i1}$ . Les résultats obtenus sont présentés Tableau 5.7. La date de fin de l’horizon est  $T'_{fin} = t_{41} + \omega_i^A = 601.30$ . Nous avons  $N = n = 12$  car les autres activités sont hors de l’horizon de planification  $HP' = (280, 601.30)$ .

Composants	1	2	3	4	5	6
$age_i(T'_{début})$	150.91	170.00	150.91	150.91	150.91	150.91
$t_{i1}$	463.88	457.54	561.89	599.30	427.84	523.29
Composants	7	8	9	10	11	12
$age_i(T'_{début})$	150.91	403.35	340.42	303.14	312.16	539.42
$t_{i1}$	489.98	316.00	322.00	310.00	330.00	350.00

TABLE 5.7 – Valeurs obtenues de  $age_i(T'_{début})$  et  $t_{i1}$

Le coût total de maintenance dans cette configuration est

$$CT_{sys}^{\bar{G}} = CA_{sys}^{\bar{G}} \cdot (T'_{fin} - T'_{début}) = 24.7744 \cdot (601.30 - 280) = 7960.02$$

où  $CA_{sys}^{\bar{G}} = 24.7744$  est obtenu par l’équation 4.34.

**Regroupement sans exploitation de l’opportunité de maintenance :** pour montrer les avantages de notre approche, nous traitons tout d’abord le cas où l’opportunité de maintenance n’est pas prise en compte dans la procédure de regroupement. La stratégie de regroupement décrite en section 4.3 est donc appliquée. Le plan de regroupement obtenu est présenté Tableau 5.8. Ce

Groupes	Composants	$\pi_{G^k}$	$t_{G^k}^{**}$	$PE(G^k)$	$D_{G^k}$	PET
1	8, 9, 11	0	325.02	29.68	3	311.24
2	10, 12	0	341.25	14.97	2	
3	2	0	456.54	0	3	
4	1, 5, 6, 7	1	475.25	266.59	2	
5	3	0	558.89	0	1	
6	4	0	596.30	0	2	

TABLE 5.8 – Structure groupante optimale sans la prise en compte de l’opportunité

plan de regroupement permet d'économiser 3.91% sur le coût total de maintenance sur l'horizon de planification quand il est comparé au plan de maintenance sans regroupement.

**Regroupement avec exploitation de l'opportunité de maintenance :** afin de prendre en compte l'opportunité de maintenance, la formulation du coût total d'arrêt planifié est modifié comme indiqué en section 5.3.3. Le plan de regroupement obtenu est présenté Tableau 5.9.

Groupes	Composants	$\pi_{G^k}$	$t_{G^k}^{**}$	$PE(G^k)$	$D_{G^k}$	PET
1	8, 9, 11	0	325.02	29.68	3	461.65
2	10, 12	0	341.25	14.97	2	
3	2	0	456.54	0	3	
4	1, 5, 6, 7	1	500	417.00	2	
5	3	0	558.89	0	1	
6	4	0	596.30	0	2	

TABLE 5.9 – Structure groupante optimale avec la prise en compte de l'opportunité

Cette structure groupante optimale permet d'économiser 5.80% sur le coût total de maintenance sur l'horizon de planification quand il est comparé au plan de maintenance sans regroupement. Ce résultat montre donc l'intérêt de notre approche en outre la prise en compte de l'opportunité de maintenance permet une augmentation du profit économique total (la performance de regroupement) de 311.24 à 461.65. De plus, les plans de regroupement obtenus avec et sans prise en compte de l'opportunité de maintenance sont illustrés Figure 5.9.

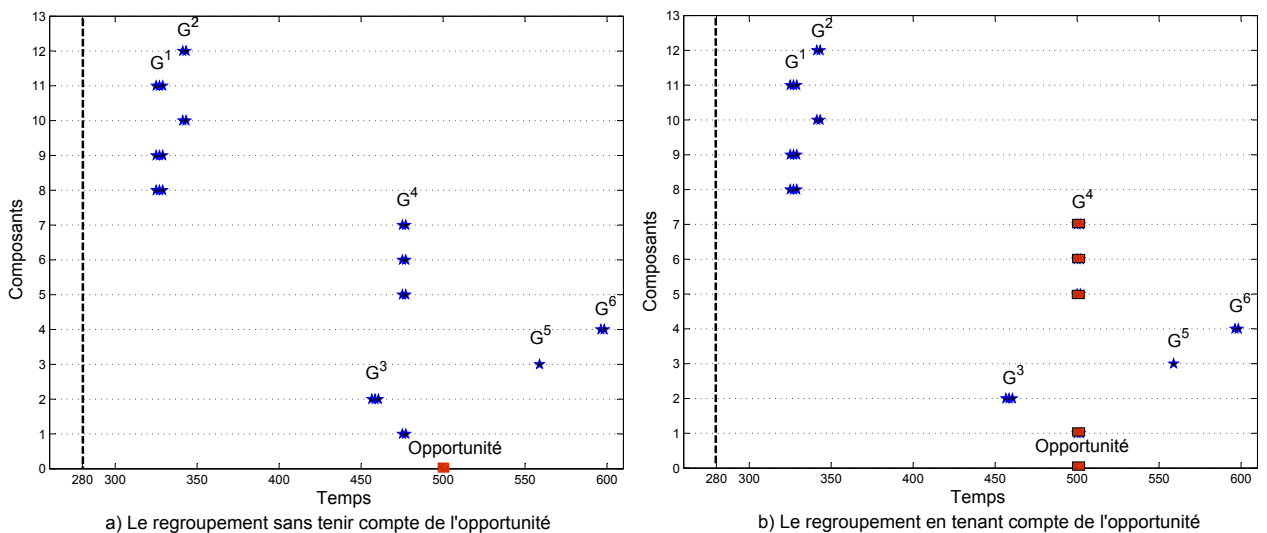


FIGURE 5.9 – Plans de regroupement

## **5.5 Conclusions**

Dans ce chapitre, nous avons distingué trois différents types de contextes dynamiques selon qu'ils aient un impact sur : la structure du système (type 1) ; les composants du système (type 2) ; et l'environnement du système (type 3). Puis, grâce à la flexibilité de la stratégie de regroupement dynamique proposée, nous avons présenté différentes procédures de mise à jour permettant l'intégration de ces contextes dynamiques. On pourra noter que les adaptations du problème d'optimisation proposées (méthode de la fonction pénalité, méthode de la somme pondérée) sont relativement classiques. Le développement de méthodes mieux adaptées à notre problématique peut faire l'objet de futurs travaux de recherche.

## **Troisième partie**

# **Stratégie de regroupement stationnaire avec la prise en compte de structure complexe**



# Introduction

L'existence des dépendances entre les composants dans un système complexe rend, en général, difficile la construction d'un modèle global et complet par une démarche analytique. Une solution pour la maintenance de tels systèmes est de déterminer d'abord les indicateurs de sûreté de fonctionnement (facteurs d'importance fiabilistes des composants, importance relative des coupes minimales prépondérantes, probabilité d'occurrence d'événements critiques, ...) qui peuvent souvent être caractérisés analytiquement et puis d'appuyer les décisions de maintenance sur ces indicateurs.

La stratégie de regroupement dynamique étudiée dans la partie précédente, permet de prendre en compte plusieurs types de contextes dynamiques. Cette stratégie présente toutefois les désavantages suivants : (i) l'optimisation du regroupement sur un horizon de planification est un problème NP-complet : la complexité augmente avec le nombre de composants ; (ii) les intervalles entre les dates d'exécution des opérations de maintenance ne sont pas systématiques, rendant en pratique difficile l'organisation de la maintenance. L'utilisation de la stratégie de regroupement dynamique n'est donc pas toujours efficace. C'est pourquoi, dans cette partie, le regroupement stationnaire est développé en espérant qu'il peut dans certains cas constituer une alternative raisonnable. Bien évidemment, la stratégie de regroupement stationnaire ne permet pas de prendre en compte les contextes dynamiques, mais elle présente les avantages suivants :

- le nombre de paramètres à optimiser est relativement réduit et ne dépend pas du nombre de composants du système ;
- la gestion et l'organisation des actions de maintenance dans la pratique sont simples.

L'organisation de cette partie du document est la suivante : premièrement, une stratégie de regroupement stationnaire intégrant la complexité de la structure du système est développée (Chapitre 6). Ensuite, une étude de performance des stratégies de regroupement (dynamique et stationnaire) développées est réalisée (Chapitre 7).





# Chapitre 6

## Stratégies de regroupement stationnaire

### 6.1 Introduction

Dans ce chapitre, la stratégie de regroupement stationnaire pour des systèmes de structure complexe est développée. La complexité de la structure est prise en compte dans la décision de maintenance par le facteur d'importance structurel des composants. Précisément, la décision de remplacement d'un composant se fonde non seulement sur sa durée de vie résiduelle moyenne, qui peut s'interpréter comme un indicateur de l'état de dégradation du composant, mais aussi sur son facteur d'importance structurelle qui représente le "rôle" du composant dans la structure du système.

### 6.2 Hypothèses générales et modélisation de la maintenance

**Hypothèses générales :** dans ce chapitre, les hypothèses suivantes sont formulées :

- le système en état neuf est mis en marche à l'instant  $t = 0$  ;
- la défaillance de composant  $i$  du système se produit selon une loi de probabilité continue de densité de probabilité  $f_i(t)$  ;
- les composants ne se dégradent pas pendant leurs périodes de non-fonctionnement ;
- la probabilité de pannes multiples est négligeable ;
- les pièces de rechange ne sont disponibles qu'à des périodes de maintenance planifiées. En conséquence, le remplacement de composants à l'instant de panne est infaisable.

**Modélisation de maintenance :** comme dans la partie précédente, deux types de maintenance sont considérés :

- la maintenance préventive est une maintenance parfaite remettant le composant à l'état neuf. La durée de l'opération de maintenance préventive du composant  $i$  est fixée à  $\omega_i^p$ .

Le coût d'une opération de maintenance préventive est calculé par l'équation (4.2) :

$$C_i^p = S^p + C_i^{sp} + \pi_i(t) \cdot (C_{sys}^p + \omega_i^p \cdot C_d^p)$$

- la maintenance corrective est une réparation minimale ce qui remet le composant dans l'état où il était avant la défaillance. La durée d'une opération de maintenance corrective est négligeable. Le coût d'une opération de maintenance corrective est calculé par l'équation (3.2) :

$$C_i^c = S^c + C_i^{sc} + \pi_i(t) \cdot C_{sys}^u$$

### 6.3 Description de la stratégie de regroupement stationnaire

Une stratégie de maintenance doit répondre aux trois questions suivantes :

- à quel moment les opérations de maintenance préventive sont menées ?
- quels sont les composants devant être maintenus préventivement ?
- à quel moment les composants en panne doivent-ils être réparés ?

Pour répondre à ces questions, les stratégies de regroupement stationnaires directes considèrent des cycles de maintenance préventive  $x_i$  pour chaque composant  $i$ , puis déterminent la valeur optimale de ces cycles  $x_i^*$  en optimisant une fonction du coût de maintenance  $C = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ . Ces stratégies sont difficiles de mise en œuvre quand le nombre de composants du système augmente, car le nombre de composants détermine la dimension des problèmes d'optimisation. Afin de réduire le nombre des variables à optimiser, la stratégie de regroupement proposée repose sur deux seuils. Par conséquent, le nombre de variables à optimiser est toujours égal à deux et ne dépend pas du nombre de composants.

La description détaillée de cette stratégie est présentée dans les sous-sections suivantes où les 3 questions précédentes sont successivement traitées.

#### 6.3.1 Période de maintenance planifiée

D'après notre stratégie de regroupement stationnaire, le système est maintenu à chaque période de maintenance planifiée  $j$  avec  $j = 1, 2, \dots$  par le remplacement d'un groupe de composants  $G_j$  (voir la figure 6.1).

Une période de maintenance planifiée  $j$  est définie par sa date de début  $T_j$  et sa date de fin  $T_j^e = T_j + D_{G_j}$ . Où,  $D_{G_j}$  est la durée de maintenance du groupe  $G_j$ .

La date de début de la  $j^{\text{ème}}$  période de maintenance planifiée est calculée comme suit :

$$T_j = \begin{cases} \tau & \text{si } j = 1 ; \\ \tau + T_{j-1}^e = j \cdot \tau + \sum_{k=1}^{j-1} D_{G_k} & \text{si } j > 1 \end{cases} \quad (6.1)$$

où  $\tau$  est l'intervalle de temps séparant deux périodes de maintenance planifiées consécutives.

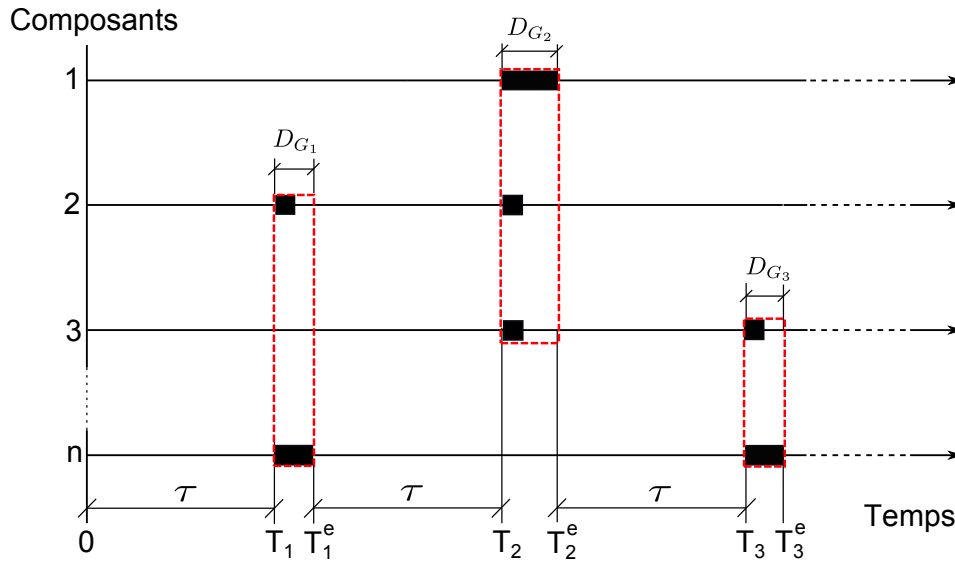


FIGURE 6.1 – Stratégie de regroupement stationnaire

### 6.3.2 Maintenance préventive

La maintenance préventive est appliquée à un groupe de composants  $G_j$  à la période de maintenance planifiée  $j$ . En prenant en compte la complexité de la structure du système, les composants sont choisis d'être maintenus dans le groupe  $G_j$  selon les deux critères suivants :

- comportement de panne (via la RUL, la fiabilité, la durée de vie résiduelle, le taux de défaillance, etc.) : en effet par exemple, plus la probabilité de panne est importante et plus la maintenance préventive du composant s'impose ;
- facteur d'importance : il est en effet raisonnable de maintenir préventivement les composants les plus critiques vis-à-vis de la défaillance du système.

Notons que les facteurs d'importance fiabilistes peuvent présenter à la fois les deux critères précédents. Cependant, le calcul de ces facteurs est souvent compliqué. De plus, l'intégration des facteurs d'importance fiabilistes dans la décision de maintenance conduit au problème de regroupement NP-complet (choisir un groupe  $G_j$  parmi  $2^n$  groupes possibles).

Dans le cadre de cette thèse, la durée de vie résiduelle moyenne ( $MRL_i(t)$ ) est utilisée pour décrire le comportement de panne des composants, et le facteur d'importance de Birnbaum ( $I_i^B$ ) est sélectionné comme un facteur d'importance structurel. Notons que les autres moyens de décrire le comportement de panne (par exemple : la fiabilité, le taux de défaillance) et les autres facteurs d'importance structurels (par exemple : le facteur d'importance de Barlow et Proschan) peuvent être exploités de façon similaire.

Ainsi, un composant  $i$  est maintenu dans le groupe  $G_j$  à la période de maintenance planifiée  $j$  si :

$$MRL_i(T_j) \leq MRL_0^i = MRL_0 \cdot f(I_i^B) \quad (6.2)$$

où :

- $MRL_i(T_j)$  est la durée de vie résiduelle moyenne du composant  $i$  à l'instant  $T_j$  ;
- $MRL_0^i$  est le seuil de la durée de vie résiduelle du composant  $i$  ;
- $MRL_0$  est le seuil de la durée de vie résiduelle commune à tous les composants du système. Il fait partie des paramètres à optimiser ;
- $I_i^B$  est le facteur d'importance de Birnbaum du composant  $i$ .  $I_i^B$  est donc une constante dépendant seulement de la structure du système : l'idée étant ici d'utiliser  $I_i^B$  pour augmenter ou diminuer  $MRL_0$  selon le facteur d'importance du composant  $i$  ;
- $f(I_i^B)$  est une fonction monotone croissante de  $I_i^B$ . Elle est construite pour garantir la quantité d'ajustement de  $I_i^B$  à la  $MRL_0$ . Dans la suite nous considérons la fonction suivante où  $a$  est une constante à optimiser :

$$f(I_i^B) = e^{(a \cdot I_i^B)}, a \geq 0 \quad (6.3)$$

Les paramètres  $MRL_0$ ,  $\tau$ , et  $a$  de notre stratégie de regroupement sont optimisés en minimisant le coût moyen asymptotique.

### 6.3.3 Maintenance corrective

Dans cette sous-section, les décisions de maintenance corrective à l'instant de panne d'un composant entre deux périodes de maintenance planifiées sont discutées.

Rappelons que la panne d'un composant critique conduit à l'arrêt du système. Par conséquent, quand un composant critique tombe en panne, afin d'assurer la continuité du fonctionnement du système, une réparation minimale est immédiatement effectuée sur le composant défaillant.

En revanche, un composant non-critique tombe en panne, le système est toujours fonctionnel. Il n'est donc pas toujours nécessaire d'immédiatement effectuer une réparation minimale sur ce composant. Le composant non-critique défaillant peut être resté en panne jusqu'à la prochaine période de maintenance planifiée. Ceci permet d'économiser le coût de mise en œuvre, ainsi que le coût de réparation minimale.

Ainsi, quand un composant non-critique  $i$  tombe en panne à l'instant  $t_i$  entre deux périodes de maintenance planifiées  $j$  et  $j + 1$  ( $t_i \in (T_j^e, T_{j+1})$ ), les décisions suivantes sont possibles :

- Décision  $A$  : le composant non-critique  $i$  est immédiatement réparé par une réparation minimale à l'instant  $t_i$  ;
- Décision  $B$  : aucune action de maintenance n'est effectuée, le composant non-critique  $i$  reste à l'état de panne sur l'intervalle  $(t_i, T_{j+1})$ . Il sera maintenu à  $T_{j+1}$  ;
- Décision  $C$  : le composant non-critique  $i$  est laissé à l'état de panne seulement si cette action ne conduit pas aux changements de rôle d'un composant de "non-critique" à "critique". Dans le cas contraire, on considère l'ensemble  $E(t_i)$  des composants défaillants

dont la maintenance évite l'apparition d'un nouveau composant critique. Au sein de cet ensemble, le composant dont la durée de vie résiduelle moyenne à l'instant de la panne ( $t_i$ ) est la plus grande est réparé par une réparation minimale.

Pour les décisions  $B$  et  $C$ , les composants défaillants à l'instant  $T_{j+1}$  sont réparés par des réparations minimales si  $MRL_w(t_w^+) > MRL_0^w = MRL_0 \cdot f(I_w^B)$  avec  $w \in C(T_{j+1})$  où  $MRL_w(t_w^+)$  est la durée de vie résiduelle moyenne du composant  $w$  à l'instant précédant la panne. En revanche, si  $MRL_w(t_w^+) \leq MRL_0^w = MRL_0 \cdot f(I_w^B)$ , le composant  $w$  est remplacé et est ajouté au groupe  $G_{j+1}$ .

Pour illustrer ces différentes décisions, nous considérons le système de structure complexe présenté Figure 6.2a. Le scénario des pannes des composants sur l'intervalle  $(T_j^e, T_{j+1})$  est le suivant :  $T_j^e < t_2 < t_{11} < t_3 < t_9 < T_{j+1}$ . Les décisions de maintenance précédentes sont appliquées comme suit :

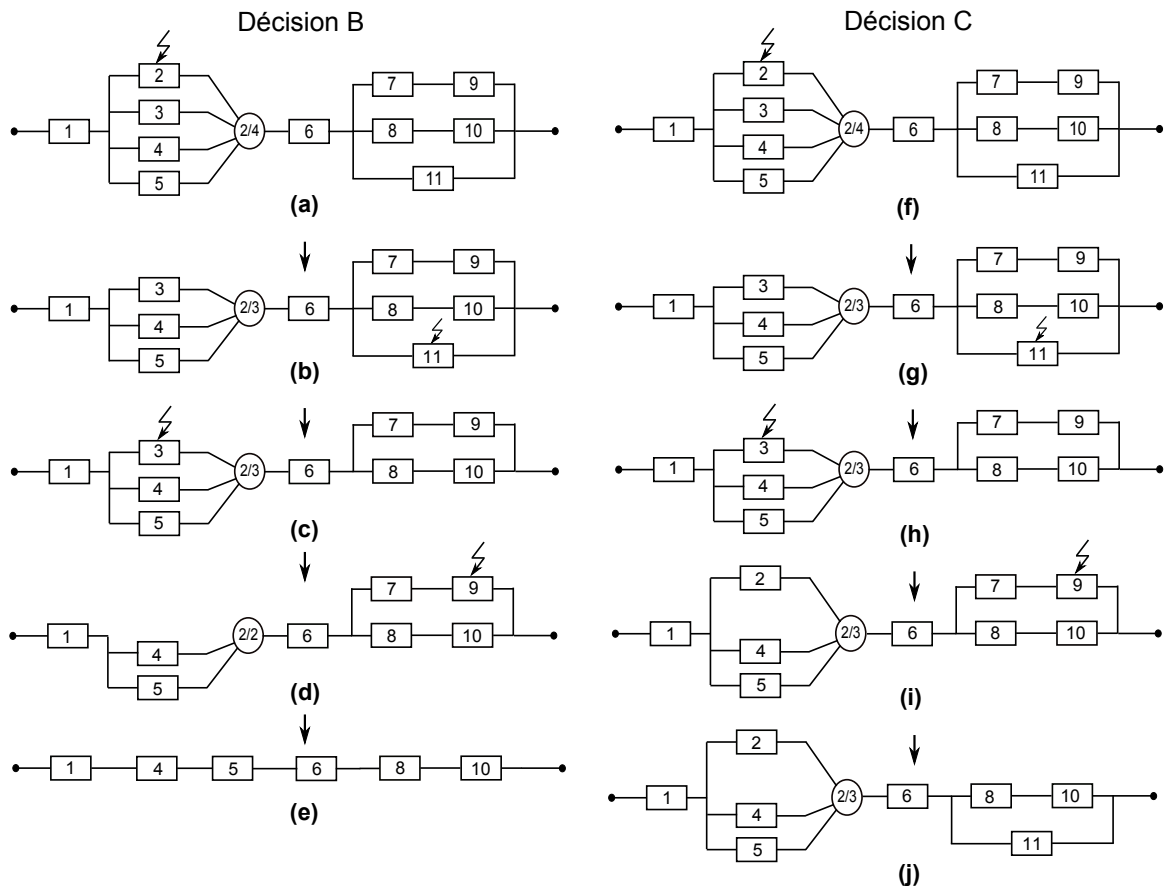


FIGURE 6.2 – Changements de la structure du système selon les Décisions  $B$  et  $C$

- Décision  $A$  : les composants 2, 11, 3, 9 sont immédiatement maintenus par des réparations minimales aux instants  $t_2, t_{11}, t_3, t_9$  respectivement. La structure du système ne change donc pas sur l'intervalle  $(T_j^e, T_{j+1})$ .

- Décision  $B$  : les composants 2, 11, 3, 9 sont laissés en l'état de panne sur l'intervalle  $(t_2, T_{j+1})$ ,  $(t_{11}, T_{j+1})$ ,  $(t_3, T_{j+1})$  et  $(t_9, T_{j+1})$  respectivement. La structure du système change : Figure 6.2a à Figure 6.2e.
- Décision  $C$  : comme pour la décision  $B$ , les composants 2 et 11 sont laissés à l'état de panne sur l'intervalle  $(t_2, T_{j+1})$  et  $(t_{11}, T_{j+1})$  respectivement. La structure du système change : Figure 6.2f à Figure 6.2h.

Suite à la défaillance du composant 3, les composants 4 et 5 deviennent critiques. De plus, parmi les composants de l'ensemble  $E(t_3) = \{2, 3\}$ , supposons que  $MRL_2(t_3^+) > MRL_3(t_3^+)$ , alors le composant 2 est réparé de façon minimale. La structure du système change de la Figure 6.2h à la Figure 6.2i. De la même manière, à l'instant de panne du composant 9, nous avons  $E(t_9) = \{9, 11\}$  et supposons que  $MRL_{11}(t_9^+) > MRL_9(t_9^+)$ . Selon la décision  $C$ , le composant 11 est réparé de façon minimale. La structure du système change de la Figure 6.2i à la Figure 6.2j.

## 6.4 Évaluation et Optimisation de la stratégie de maintenance

La performance d'une stratégie de maintenance peut être évaluée à travers de nombreux objectifs tels que le coût de maintenance, la disponibilité, la fiabilité, etc [102]. Comme dans la partie précédente, le coût de maintenance est ici choisi pour évaluer la performance de notre stratégie de regroupement stationnaire.

Le coût de maintenance cumulé à  $t$ , noté  $C(t|MRL_0, \tau, a)$ , peut être déterminé comme suit :

$$C(t|MRL_0, \tau, a) = C_{SPP} + C_{EPP} \quad (6.4)$$

où :

- $C_{SPP}$  est le coût total des opérations de maintenance (préventive et corrective) effectuées sur les périodes de maintenance planifiées ;
- $C_{EPP}$  est le coût total des opérations de maintenance corrective réalisées en dehors des périodes de maintenance planifiées.

Le coût moyen asymptotique est donné par l'équation suivante :

$$CA(MRL_0, \tau, a) = \lim_{t \rightarrow \infty} CM(t|MRL_0, \tau, a) = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{C(t|MRL_0, \tau, a)}{t} \quad (6.5)$$

où  $CM(t|MRL_0, \tau, a)$  est le coût moyen de maintenance sur l'intervalle  $(0, t)$ .

$$CA_{min} = CA(MRL_0^*, \tau^*, a^*) = \min_{MRL_0, \tau, a} CA(MRL_0, \tau, a) \quad (6.6)$$

Les paramètres optimaux  $MRL_0^*$ ,  $\tau^*$  et  $a^*$  sont déterminés en minimisant ce coût moyen asymptotique. Concrètement le calcul de  $CA(MRL_0, \tau, a)$  est opéré différemment selon la décision de maintenance corrective est de type  $A$  ou de type  $B, C$ .

- Pour la décision  $A$ , les composants étant maintenus dès qu'ils tombent en panne entre deux périodes de maintenance planifiées par des réparations minimales, de durée négligeable, le temps de fonctionnement des composants est toujours égal à la durée de l'intervalle entre ces périodes et la structure du système ne change pas. Dans ce cas, la méthode d'analyse peut-être utilisée pour donner la formulation analytique du coût moyen asymptotique de maintenance. Cette approche est développée en section 6.4.1.
- Pour les décisions  $B$  et  $C$ , les composants étant parfois laissés à l'état de panne, la structure du système est changée. Il en résulte de nombreuses difficultés pour analytiquement déterminer le temps de fonctionnement des composants entre deux périodes de maintenance planifiées. Pour évaluer le coût moyen asymptotique de maintenance, une méthode de simulation stochastique est proposée. Elle fait l'objet de la section 6.4.2.

### 6.4.1 Évaluation du coût moyen asymptotique : Décision A

La formulation du coût moyen asymptotique 6.5 peut être réécrit comme suit :

$$CA(MRL_0, \tau, a) = \lim_{m \rightarrow \infty} CM(m|MRL_0, \tau, a) = \lim_{m \rightarrow \infty} \frac{\sum_{j=1}^m (C_{EPP}^j + C_{SPP}^j)}{T_m^e} \quad (6.7)$$

où :

- $CM(m|MRL_0, \tau, a)$  est le coût moyen de maintenance sur les  $m$  premières périodes planifiées  $(0, T_m^e)$  ;
- $T_m^e$  est la date de fin de la  $m^{ième}$  période de maintenance planifiée :

$$T_m^e = m \cdot \tau + \sum_{k=1}^m D_{G_k}; \quad (6.8)$$

- $C_{EPP}^j$  est le coût total des opérations de maintenance corrective effectuées sur l'intervalle  $(T_{j-1}^e, T_j)$ , où  $T_0^e = 0$  et  $j = 1, 2, \dots, m$ .
- $C_{SPP}^j$  est le coût total des opérations de maintenance (préventive et corrective) qui sont effectuées sur l'intervalle  $(T_j, T_j^e)$ .

**Calcul du coût total de maintenance sur l'intervalle  $(T_{j-1}^e, T_j)$  :** comme mentionné précédemment, du fait de la réparation minimale de durée négligeable, le temps de fonctionnement des composants est toujours égal à  $\tau = T_j - T_{j-1}^e$ . En conséquence, le coût total de la maintenance corrective est calculé comme suit :

$$\begin{aligned} C_{EPP}^j &= \sum_{i=1}^n [C_i^c \cdot \Lambda_i(T_{j-1}^e, T_j)] = \sum_{i=1}^n [(S^c + C_i^{sc} + \pi_i(0) \cdot C_{sys}^u) \cdot \Lambda_i(T_{j-1}^e, T_j)] \\ &= \sum_{i=1}^n \left[ (S^c + C_i^{sc} + \pi_i(0) \cdot C_{sys}^u) \cdot \int_{age_i(T_{j-1}^e)}^{age_i(T_j)} r_i(t) dt \right] \end{aligned} \quad (6.9)$$

où :

- $\pi_i(0)$  est la valeur de la fonction indicatrice du composant  $i$  à l'instant  $t = 0$  (voir l'équation 4.1) ;
- $age_i(T_j)$  et  $age_i(T_{j-1}^e)$  sont les âges du composant  $i$  aux instants  $T_j$  et  $T_{j-1}^e$  respectivement. Notons qu'avec la décision de type  $A$ , nous avons toujours  $age_i(T_j) = age_i(T_{j-1}^e) + \tau$ ,  $i = 1, \dots, n$ .

**Calcul du coût total de maintenance sur l'intervalle  $(T_j, T_j^e)$  :** afin de calculer  $C_{SPP}^j$ , nous identifions les composants du groupe  $G_j$  remplacés à la  $j^{\text{ème}}$  période, c'est-à-dire ceux satisfaisant la contrainte 6.2 rappelée ici :

$$i \in G_j \text{ if } MRL_i(T_j) \leq MRL_0^i = MRL_0 \cdot f(I_i^B), \quad i = 1, \dots, n$$

Ensuite, selon le rôle (critique ou non-critique) du groupe  $G_j$ ,  $C_{SPP}^j$  peut contenir les parties suivantes :

- Si  $G_j$  est un groupe critique ( $\pi_{G_j} = 1$ ), le système est stoppé pendant la maintenance de ce groupe. Par conséquent, un coût d'arrêt planifié doit être payé. Ce coût est égal à :

$$\pi_{G_j} \cdot (C_{sys}^p + C_d^p \cdot D_{G_j}) \quad (6.10)$$

Pour les calculs des prochaines périodes, l'âge du composants  $i$  à l'instant  $T_j^e$  est mis à jour :

$$age_i(T_j^e) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \in G_j \\ age_i(T_j) & \text{si } i \notin G_j \end{cases} \quad (6.11)$$

- Si  $G_j$  est un groupe non-critique ( $\pi_{G_j} = 0$ ), le système est encore en marche pendant la maintenance de ce groupe. Toutefois en l'absence des composants du groupe  $G_j$ , la structure du système et le rôle des composants qui ne sont pas dans ce groupe  $G_j$  sont modifiés. En conséquence, avant de calculer le coût de maintenance, nous devons à nouveau déterminer la structure du système sur la  $j^{\text{ème}}$  période de maintenance planifiée :  $ST(j) = [A(j), B(j), H(j), D(j), G_j]$ . Dans ce cas, le coût de maintenance payé pour la réparation les composants des groupes  $A(j)$  et  $B(j)$  quand ils tombent en panne sur l'intervalle  $(T_j, T_j^e)$ , est égal à :

$$\begin{aligned} & (1 - \pi_{G_j}) \cdot \left( \sum_{p \in A(j)} [(C_p^{sc} + C_{sys}^u) \cdot \Lambda_p(T_j, T_j^e)] + \sum_{q \in B(j)} [C_q^{sc} \cdot \Lambda_q(T_j, T_j^e)] \right) \quad (6.12) \\ & = (1 - \pi_{G_j}) \cdot \left( \sum_{p \in A(j)} [(C_p^{sc} + C_{sys}^u) \cdot \int_{age_p(T_j)}^{age_p(T_j^e)} r_p(t) dt] + \sum_{q \in B(j)} [C_q^{sc} \cdot \int_{age_q(T_j)}^{age_q(T_j^e)} r_q(t) dt] \right) \end{aligned}$$

L'âge du composant  $i$  à l'instant  $T_j^e$  est mis à jour comme suit :

$$age_i(T_j^e) = \begin{cases} 0 & \text{si } i \in G_j \\ age_i(T_j) + D_{G_j} & \text{si } i \notin G_j \end{cases} \quad (6.13)$$



- Le coût spécifique total de remplacement des composants du groupe  $G_j$  est égal à  $\sum_{i \in G_j} C_i^{sp}$
- Comme toutes les opérations de maintenance (préventive et corrective) qui sont effectuées à la période de maintenance planifiée  $(T_j, T_j^e)$  peuvent partager le coût de mise en œuvre, celui-ci doit être compté une unique fois pour chaque période de maintenance planifiée.

À partir des équations (6.10) et (6.12), le coût total des opérations de maintenance effectuées sur l'intervalle  $(T_j, T_j^e)$  peut être calculé par l'équation suivante :

$$C_{SPP}^j = S^p + \sum_{i \in G_j} C_i^{sp} + \pi_{G_j} \cdot (C_{sys}^p + C_d^p \cdot D_{G_j}) + \dots \quad (6.14)$$

$$\dots (1 - \pi_{G_j}) \cdot \left( \sum_{p \in A(j)} [(C_p^{sc} + C_{sys}^u) \cdot \Lambda_p(T_j, T_j^e)] + \sum_{q \in B(j)} [C_q^{sc} \cdot \Lambda_q(T_j, T_j^e)] \right)$$

Notons que si  $G_j$  est un ensemble vide, alors  $C_{SPP}^j = 0$ .

Enfin, grâce aux équations (6.7), (6.8), (6.9) et (6.14), le coût moyen asymptotique de maintenance est obtenu par la relation suivante :

$$CA(MRL_0, \tau, a) = \lim_{m \rightarrow \infty} CM(m | MRL_0, \tau, a) \quad (6.15)$$

$$\frac{\sum_{j=1}^m \left[ \sum_{i=1}^n [(S^c + C_i^{sc} + \pi_i(0) \cdot C_{sys}^u) \cdot \Lambda_i(T_{j-1}^e, T_j)] + \dots \right. \\ \left. \dots S^p + \sum_{i \in G_j} C_i^{sp} + \pi_{G_j} \cdot (C_{sys}^p + C_d^p \cdot D_{G_j}) + \dots \right. \\ \left. \dots (1 - \pi_{G_j}) \cdot \left( \sum_{p \in A(j)} [(C_p^{sc} + C_{sys}^u) \cdot \Lambda_p(T_j, T_j^e)] + \sum_{q \in B(j)} [C_q^{sc} \cdot \Lambda_q(T_j, T_j^e)] \right) \right]}{m \cdot \tau + \sum_{k=1}^m D_{G_k}}$$

Le calcul du coût moyen asymptotique d'après cette équation (6.15) est délicat pour les méthodes analytiques. L'algorithme 6.1 est donc proposée. Notons que, dans cet algorithme, la tolérance de convergence est calculée comme suit :

$$\Delta CA = CA_{max}^k - CA_{min}^k$$

où,

- $CA_{max}^k$  est la valeur maximale de  $CA$  sur  $k$  périodes de maintenance planifiées consécutives ;
- $CA_{min}^k$  est la valeur minimale de  $CA$  sur ces mêmes  $k$  périodes ;

Notons aussi que si à une période de maintenance planifiée quelconque  $m$ , nous avons  $G_m \equiv \{1, 2, \dots, n\}$ , autrement dit, le système est renouvelé à  $T_m^e$ , alors la procédure de calcul peut être arrêtée.

**Algorithme 6.1** : Procédure de calcul du coût moyen asymptotique : Décision A

---

**Initialisation :**

- $\Delta CA^0 = 0.001$  ; % le seuil de la tolérance de convergence

- $C = 0$  ; % le coût total de maintenance

- $j = 0$  ;

- $age_i(0) = 0, \forall i$  ;

- $ST(0)$ =la structure initiale ;

**Boucle de calculs :**

- $j = j + 1$  ;

-Détermination de  $C_{EPP}^j$  et remise à jour de  $age_i(T_j)$  ;

-Détermination de  $G_j, ST(j), T_j^e = T_j + D_{G_j}$  ;

-Détermination de  $C_{SPP}^j$  et remise à jour de  $age_i(T_j^e)$  ;

-Calcul de  $C = C + C_{EPP}^j + C_{SPP}^j$  ;

-Calcul de  $CA(j|MRL_0, \tau, a) = \frac{C}{T_j^e}$  ;

-Remise à jour de  $\Delta CA$  ; % la tolérance de convergence

**Condition d'arrêt de la boucle :**

$(\Delta CA < \Delta CA^0)$  ou  $(G_j \equiv \{1, 2, \dots, n\})$

---

### 6.4.2 Évaluation du coût moyen asymptotique : Décisions B & C

Lorsqu'aucune opération de maintenance n'est effectuée à l'instant de panne de composants non-critique, la structure du système est aléatoirement modifiée (selon le ou les composants tombant en panne) entre deux périodes de maintenance planifiées. Il est donc très difficile d'utiliser des méthodes analytiques basées sur des calculs de probabilité pour évaluer le coût moyen asymptotique. Une procédure de calcul est donc ici proposée. Dans cette procédure, la simulation de Monte Carlo est utilisée pour simuler les défaillances de composants non-critiques. S'agissant des composants critiques, leur panne est toujours immédiatement supprimée par une réparation minimale. Les calculs analytiques de la décision *A* sont donc encore valides. La procédure de calcul est présentée Algorithme 6.2.

---

**Algorithme 6.2** : Procédure de calcul du coût moyen asymptotique : Décisions B & C

---

**Étape 1 : Initialisation.**

$$C_{EPP} = 0, \quad C_{SPP} = 0, \quad j = 1.$$

**Étape 2 : Simulation de pannes des composants non-critiques sur l'intervalle  $(T_{j-1}^e, T_j)$ .**

- Les instants de panne de chaque composant non-critique sont simulés en utilisant la méthode de la transformée inverse. Selon cette méthode, un composant non-critique *i* d'âge  $age_i$  va tomber en panne dans  $t_i$  unités de temps où  $t_i$  est calculé comme suit :

$$R_i(t_i | age_i) = \frac{R_i(t_i)}{R_i(age_i)} = U \Rightarrow t_i = g_i(U, age_i)$$

où  $U$  est une variable aléatoire suivant une loi uniforme sur l'intervalle  $(0, 1)$  et  $g_i$  est une fonction de  $age_i$  et  $U$ .

- Le composant tombant en panne le premier parmi l'ensemble des composants non-critiques est notée  $q$ . L'instant de panne de ce composant  $q$  est noté  $t_q = \min_{i \in B(t)} t_i$ .
- Soit  $D = \tau$  la durée de simulation. Si  $t_q \geq D$ , alors l'âge des composants non-critiques est mis à jour  $age_i = age_i + \tau$  et l'on passe directement à l'étape 5. En revanche, si  $t_q < D$ , on passe à l'étape 3.

**Étape 3 : Décisions de maintenance corrective à l'instant de panne des composants non-critiques.**

- Mise à jour de l'âge des composants non-critiques et de la durée de simulation :

$$age_i = age_i + t_q$$

$$D = D - t_q$$

- Selon que les décisions *B* ou *C* sont considérées les actions suivantes sont effectuées :

- Décision  $B$  : le composant  $q$  est laissé dans l'état de panne. La structure du système est mise à jour en tenant compte de l'état de non-fonctionnement de ce composant.
- Décision  $C$  : si l'état de non-fonctionnement du composant  $q$  ne conduit pas à l'apparition d'au moins un composant critique,  $q$  est laissé en panne. La structure du système est mise à jour en tenant compte de l'absence de ce composant. Si l'état de non-fonctionnement du composant  $q$  conduit à l'apparition d'au moins un composant critique, le composant défaillant  $q'$  ayant la plus grande  $MRL$  est réparé. Dans ce cas, le coût de maintenance sur l'intervalle  $(T_{j-1}^e, T_j)$  est mis à jour :  $C_{EPP} = C_{EPP} + (S^c + C_q^{sc})$ . La structure du système est mise à jour si le composant  $q'$  est différent de  $q$ .
- Si  $D \leq 0$  ou si  $B(t) = \emptyset$ , on passe à l'étape 4 ; sinon, on retourne à l'étape 2.

**Étape 4 : Calcul du coût de maintenance corrective des composants critiques sur l'intervalle  $(T_{j-1}^e, T_j)$ .**

$$C_{EPP} = C_{EPP} + \sum_{i \in B(t)} (S^c + C_i^{sc} + C_{sys}^{ru}) \cdot \Lambda_i(t_i^{dc}, T_j)$$

- $t_i^{dc}$  est l'instant où le composant  $i$  devient un composant critique sur l'intervalle
- $(T_{j-1}^e, T_j)$ ,  $t_i^{dc} = T_{j-1}^e$  si à l'instant  $T_{j-1}^e$ , le composant  $i$  est critique.

**Étape 5 : Calcul du coût de maintenance sur l'intervalle  $(T_j, T_j^e)$ .**

- Selon la règle de maintenance préventive, les composants du groupe  $G_j$  sont choisis pour être maintenus préventivement à la  $j^{\text{ème}}$  période de maintenance planifiée.
- $C_{SPP}$  et l'âge des composants sont analytiquement calculés et mis à jour comme cela est spécifié section 6.4.1.
- On passe ensuite à l'étape 6.

**Étape 6 : Calcul du coût moyen asymptotique.**

- Le coût moyen asymptotique est donné par la relation suivante :

$$CA(j|MRL_0, \tau, a) = \frac{C_{EPP} + C_{SPP}}{j \cdot \tau + \sum_{k=1}^j D_{G_k}}$$

- On passe ensuite à l'étape 7.

**Étape 7 : Évaluation de la condition d'arrêt.**

- Le composant  $j$  est incrémenté si le coût moyen asymptotique satisfait la condition de convergence ci-dessous :

$$\Delta CA < CA^0 = 0.001$$

- où  $\Delta CA$  est calculé comme en section 6.4.1, l'algorithme est terminé ; sinon l'on retourne à l'étape 2.

Cette procédure de calcul, se basant sur la simulation de Monte Carlo, prend beaucoup de temps de calcul pour que le coût moyen asymptotique atteigne la condition de convergence, surtout quand le nombre de composants du système est grand. L'utilisation d'une méthode exacte afin de déterminer les valeurs optimales des paramètres de décision  $MRL_0^*, \tau^*$  et  $a^*$  devient donc infaisable. En conséquence, pour les décisions  $B$  &  $C$ , l'optimisation des paramètres de décision est faite par un algorithme génétique proposée par l'article [88, 89].

## 6.5 Exemples numériques

Le but de cette section est d'illustrer comment notre stratégie de regroupement stationnaire pourrait être utilisée pour la maintenance d'un système avec structure complexe.

### 6.5.1 Système considéré

Nous considérons ici un système à 11 composants avec structure complexe présentée Figure 6.2a. Le comportement de pannes des composants est décrit par une distribution de Weibull avec paramètre d'échelle  $\lambda_i > 0$  et paramètre de la forme  $\beta_i > 1$  présentés Tableau 6.1.

Composants	$\lambda_i$	$\beta_i$	$C_i^{sc}$	$C_i^{sp}$	$\omega_i^p$	$\pi_i(0)$	$I_i^B$
1	120	1.95	72	858	1	1	115/1024
2	68	2.20	50	423	2	0	69/1024
3							
4							
5	103	1.85	33	645	2	1	115/1024
6							
7	44	2.54	76	500	1	0	15/1024
8							
9	57	3.24	80	304	2	0	15/1024
10							
11	85	1.75	62	373	2	0	45/1024

TABLE 6.1 – Données des composants du système considéré

Les coûts de maintenance sont choisis  $S^p = 100$ ,  $S^c = 0$ ,  $C_d^p = 800$ ,  $C_{sys}^p = 0$  et  $C_{sys}^u = 200$ .

## 6.5.2 Application de notre stratégie de maintenance

Le calcul du coût moyen asymptotique pour la décision  $A$  est réalisé avec la méthode numérique (Algorithme 6.1) décrite section 6.4.1. Pour la décision  $B$  ou  $C$ , le calcul s'appuie sur la méthode de la simulation de Monte Carlo (Algorithme 6.2) décrite section 6.4.2. Dans ce second cas, la Figure 6.3 présente la convergence du coût moyen asymptotique.

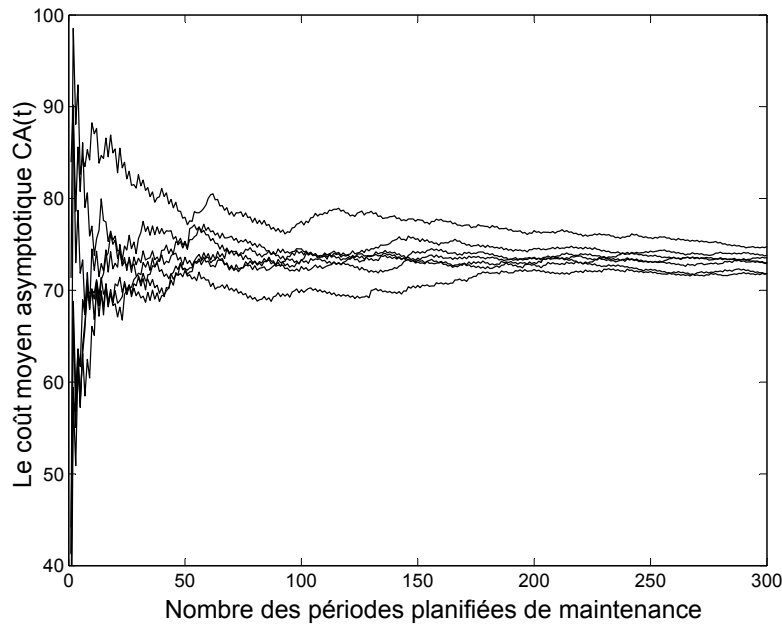


FIGURE 6.3 – Convergence du coût moyen asymptotique, décision  $B$  avec :  $MRL_0 = 37$ ,  $\tau = 93$ ,  $a = 0$

Afin de trouver le plan optimal de maintenance, un algorithme d'optimisation génétique est utilisé dans le cas de la décision  $A$ . Pour la décision  $B$  ou  $C$ , la combinaison d'un algorithme génétique et de simulations de Monte Carlo récemment proposée dans l'article [88, 89] est appliquée. Afin de montrer l'intérêt de la prise en compte du facteur d'importance structurelle dans la décision de maintenance, nous considérons deux scénarios suivants :

- $a = 0$  : dans ce cas, on a  $MRL_0^i = MRL_0$  car  $f(I_i^B) = 1$ . Le seuil de la durée de vie résiduelle moyenne est le même pour tous les composants du système autrement dit, le facteur d'importance structurelle  $I_i^B$  des composants n'est pas pris en compte dans la décision de maintenance préventive ;
- $a$  est une variable de décision : la valeur optimale de  $a$  est déterminée en minimisant le coût moyen asymptotique du système.

Les valeurs minimales du coût moyen asymptotique et les valeurs optimales des paramètres de décision dans les deux scénarios sont présentées Tableau 6.2.

Les résultats du Tableau 6.2 montrent que la stratégie de regroupement stationnaire donne le meilleur résultat, coût moyen asymptotique plus petit 65.15, lorsque la décision de type  $C$  est

Stratégie de regroupement		$CA_{min}$	Valeurs optimales des paramètres de décision
$a = 0$	Décision A	87.18	$MRL_0^* = 20, \tau^* = 78$
	Décision B	73.25	$MRL_0^* = 37, \tau^* = 93$
	Décision C	66.28	$MRL_0^* = 20, \tau^* = 73$
$a$ est une variable de décision	Décision A	82.77	$MRL_0^* = 15, \tau^* = 78, a^* = 4$
	Décision B	69.66	$MRL_0^* = 15, \tau^* = 54, a^* = 5$
	Décision C	65.15	$MRL_0^* = 14, \tau^* = 75, a^* = 5$

TABLE 6.2 – Optimisation la stratégie de regroupement stationnaire

appliquée avec  $MRL_0^* = 14, \tau^* = 75$  et  $a^* = 5$ . Ces résultats confirment que quel que soit le type de décision, la stratégie de regroupement considérant  $a$  comme une variable de décision donne de meilleurs résultats. Nous pouvons donc conclure que la prise en compte du facteur d'importance structurelle des composants dans la décision de maintenance est avantageuse pour la maintenance des systèmes complexes. Par ailleurs, il est clair que la décision de type C donne le meilleur résultat parmi les types de décisions considérées. Bien évidemment, la pertinence de ces résultats peut dépendre de la valeur des paramètres du système et en particulier le coût d'arrêt non-planifié. Une analyse de sensibilité de ce paramètre est donc étudiée et présentée Figure 6.4.

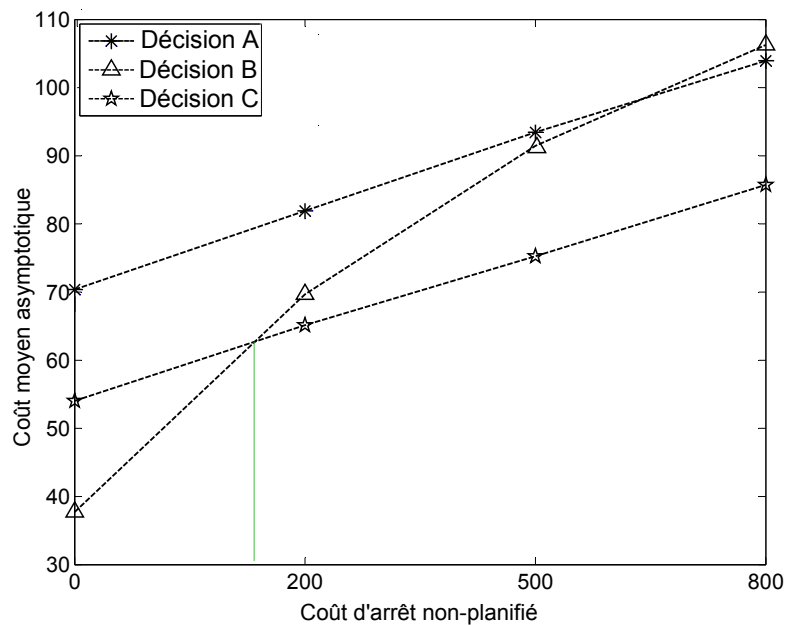


FIGURE 6.4 – Sensibilité des types de décisions de maintenance corrective au coût d'arrêt non-planifié

Figure 6.4, il apparaît que la pertinence d'un type de décision (A, B ou C) dépend de la

valeur du coût d'arrêt non-planifié du système. En effet, la décision de type  $B$  donne le meilleur résultat lorsque le coût d'arrêt non-planifié est petit. En revanche, lorsque ce coût est important, la décision de type  $C$  est la meilleure. Par ailleurs, la décision de type  $C$  semble être toujours meilleure que la décision de type  $A$ . Cependant, il est important de noter que cette conclusion n'est pas toujours validée, notamment dans le cas des systèmes de production où l'arrêt d'un composant conduit à la diminution du nombre de produits par unité de temps.

## 6.6 Conclusions

Dans ce chapitre, une stratégie de regroupement stationnaire est proposée pour la maintenance des systèmes de structure complexe. Le facteur d'importance de Birnbaum ( $I^B$ ) est utilisé conjointement avec la durée de vie résiduelle moyenne ( $MRL$ ) dans la prise de décision de maintenance. Pour la maintenance corrective, trois types de décisions ( $A$ ,  $B$  et  $C$ ) sont introduites. Ces différentes décisions peuvent permettre à notre stratégie de regroupement de mieux s'adapter aux applications réelles. Par ailleurs, les différents types de décisions de maintenance corrective conduisent à des modifications de la structure du système au cours du temps. Il en résulte de nombreuses difficultés lors de l'évaluation du coût de maintenance. Une méthode d'analyse (pour la décision de type  $A$ ) et une méthode se basant sur la simulation de Monte Carlo (pour les décisions de type  $B$  ou  $C$ ) sont proposées pour évaluer le coût moyen asymptotique. Grâce à ces méthodes proposées, l'optimisation du plan de maintenance peut être réalisée en un temps raisonnable et ceci même lorsque le système complexe étudié comporte un grand nombre de composants.



# Chapitre 7

## Étude de performance des stratégies de regroupement proposées

### 7.1 Introduction

L'objectif de ce chapitre est d'étudier la performance des stratégies de regroupement proposées : la stratégie de regroupement dynamique présentée en deuxième partie et la stratégie de regroupement stationnaire présentée en troisième partie. Cette étude est réalisée de la façon suivante :

- Une comparaison entre les stratégies de regroupement proposées (dynamique et stationnaire) est réalisée aux sections 7.3 et 7.4 afin de montrer l'intérêt de la prise en compte du contexte dynamique et l'avantage de la stratégie de regroupement dynamique.
- La stratégie de regroupement stationnaire proposée est comparée aux deux autres politiques de maintenance stationnaires (politique de maintenance individuelle et politique de mono-regroupement) en section 7.5. Cette comparaison permet de confirmer la nécessité de la prise en compte de structure du système.

Toutes les comparaisons précédentes sont réalisées en considérant un système complexe présentée en section 7.2 ;

### 7.2 Cas d'étude

Nous considérons ici un système d'automatisation de postes électriques (SAS) étudié dans [63] (voir la Figure 7.1).

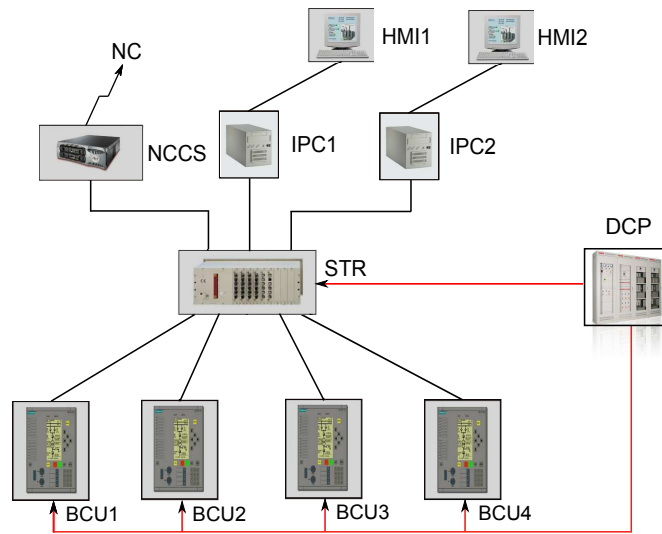


FIGURE 7.1 – Système d’automatisation de postes électriques (SAS)

Les principaux composants du système sont :

- un coupleur en étoile (STR) ;
- 4 unités de contrôle (BCU) identiques : le système est considéré comme hors de contrôle si plus de deux BCUs sont en panne (structure 2/4) ;
- une alimentation à courant continu (DCP) qui alimente le courant continu pour le STR et les 4 BCU ;
- chaque BCU est contrôlée de façons redondantes : (i) par un serveur de contrôle de réseau (NCCS) ; (ii) par deux ordinateurs industriels personnels (IPC1 et IPC2) et supportant chacun une interface homme-machine spécifique (HMI1 et HMI2).
- NCCS, IPCs et HMIs sont alimentés par le réseau de courant alternatif.

Le diagramme de fiabilité de ce système est présenté Figure 7.2. La codification des composants est donnée Tableau 7.1.

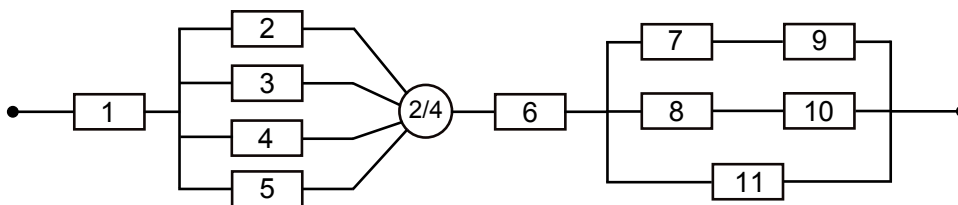


FIGURE 7.2 – Diagramme de fiabilité du système SAS

Nous supposons que le comportement de pannes des composants est décrit par une distribution de Weibull avec paramètre d’échelle  $\lambda > 0$  et paramètre de la forme  $\beta > 1$ . Pour un

composant  $i$ , nous avons donc :

$$F_i(t) = 1 - e^{-(\frac{t}{\lambda_i})^{\beta_i}}, \quad R_i(t) = e^{-(\frac{t}{\lambda_i})^{\beta_i}} \quad \text{et} \quad r_i(t) = \frac{\beta_i}{\lambda_i} \cdot \left(\frac{t}{\lambda_i}\right)^{\beta_i-1}$$

La durée de vie résiduelle moyenne du composant  $i$  à l'instant  $t$  peut donc être calculée comme suit :

$$MRL_i(t) = \frac{1}{R_i(t)} \cdot \int_0^{\infty} R_i(x+t) dx = e^{(\frac{t}{\lambda_i})^{\beta_i}} \cdot \int_0^{\infty} e^{-(\frac{t+x}{\lambda_i})^{\beta_i}} dx$$

Le nombre moyen de pannes du composant  $i$  sur intervalle  $(a, b)$  est donné par :

$$\Lambda_i(a, b) = \int_{age_i(a)}^{age_i(b)} r_i(t) dt = \int_{age_i(a)}^{age_i(b)} \frac{\beta_i}{\lambda_i} \cdot \left(\frac{t}{\lambda_i}\right)^{\beta_i-1} dt = \left(\frac{age_i(b)}{\lambda_i}\right)^{\beta_i} - \left(\frac{age_i(a)}{\lambda_i}\right)^{\beta_i}$$

Les paramètres  $\lambda_i, \beta_i$ , le rôle des composants dans la structure initiale à l'instant zéro  $\pi_i(0)$  et les facteurs d'importance  $I_i^B$  sont donnés Tableau 7.1. Notons que la durée de maintenance corrective des composants est nulle ( $\omega_i^c = 0$ ).

Composants	Nom	$\lambda_i$	$\beta_i$	$C_i^{sc}$	$C_i^{sp}$	$\omega_i^p$	$\pi_i(0)$	$I_i^B$
1	DCP	120	1.95	72	858	1	1	115/1024
2	BCU	68	2.20	50	423	2	0	69/1024
3								
4								
5								
6	STR	103	1.85	33	645	2	1	115/1024
7	IPC	44	2.54	76	500	1	0	15/1024
8								
9	HMI	57	3.24	80	304	2	0	15/1024
10								
11	NCCS	85	1.75	62	373	2	0	45/1024

TABLE 7.1 – Données des composants du système SAS

Le coût de mise en œuvre d'une opération de maintenance préventive est  $S^p = 100$ . Pour la maintenance corrective, le coût de mise en œuvre est compté dans le coût spécifique du composant, nous avons  $S^c = 0$ . Lorsque le système est arrêté par des opérations de maintenance préventive, les paramètres du coût d'arrêt planifié sont  $C_d^p = 800$  et  $C_{sys}^p = 0$ . Lorsque le système tombe en panne, le coût d'arrêt non-planifié est  $C_{sys}^u = 200$ .

## 7.3 Stratégies de maintenance pour la maintenance du système SAS

**Stratégies considérées pour la maintenance du système SAS :** dans cette section, les stratégies suivantes sont considérées pour la maintenance du système complexe SAS :

- Stratégie de regroupement dynamique proposée en section 4.3 du chapitre 4 ;
- Stratégie de regroupement stationnaire proposée au chapitre 6. Notons que seule la décision de type  $A$  est considérée dans ce chapitre afin de réduire le temps de calcul.
- Stratégie de maintenance individuelle. Selon cette stratégie chaque composant est remplacé séparément lorsque son âge atteint un seuil prédéterminé  $\tau_i$ . Cette stratégie se concentre sur la recherche d'un cycle de remplacement optimal ( $\tau_i^*$ ) qui est particulièrement approprié pour chaque composant. Toutefois, les dépendances économiques entre les composants ne sont pas prises en compte dans la décision de maintenance de cette stratégie.
- Stratégie de mono-regroupement. Selon cette stratégie, tous les composants du système sont remplacés conjointement lorsque l'âge du système atteint un seuil prédéterminé  $T^*$ . La première priorité de cette stratégie est de profiter des dépendances économiques entre les composants pour remplacer le système sans tenir compte des différences entre ses composants.

**Optimisation des stratégies pour la maintenance du système SAS :** pour les stratégies de maintenance stationnaires telles que stratégie de regroupement stationnaire, stratégie de maintenance individuelle et stratégie de mono-regroupement, le plan de regroupement optimal ou les valeurs optimales des variables de décision de ces stratégies sont déterminées en minimisant leur coût moyen asymptotique. Précisément, les procédures de calcul du coût moyen asymptotique et l'optimisation de stratégie de regroupement stationnaire présentée en section 6.4.1 du chapitre 6, de stratégie de maintenance individuelle présentée en Annexe D et de stratégie de mono-regroupement présentée en Annexe E sont appliquées pour la maintenance du système SAS considéré.

Pour la stratégie de regroupement dynamique, le coût moyen asymptotique est calculé par l'équation suivante :

$$CA_{dynamique}^* = \lim_{H \rightarrow +\infty} \frac{\sum_{h=1}^H CT_{sys}^h}{\sum_{h=1}^H D(HP_h)} \simeq \frac{\sum_{h=1}^{H_s} CT_{sys}^h}{\sum_{h=1}^{H_s} D(HP_h)} \quad (7.1)$$

où :

#### 7.4. Comparaison des stratégies de regroupement dynamique et de regroupement stationnaire

- $H$  est le nombre d’horizons de planification ;
- $H_s$  est le nombre d’horizons de planification qui doit être assez grand pour que l’approximation soit de bonne qualité ;
- $D(HP_h)$  est la durée de l’horizon de planification  $HP_h$  qui est définie par la date de début  $T_{début}^h$  et la date de fin  $T_{fin}^h$ . Nous avons  $D(HP_h) = T_{fin}^h - T_{début}^h$  ;
- $CT_{sys}^h$  est le coût total de maintenance sur l’horizon de planification  $h$  lorsque le plan de regroupement optimal de cet horizon est appliqué. Ce plan de regroupement optimal est obtenu en utilisant l’approche développée en section 4.3 du chapitre 4.

La valeur minimale du coût moyen asymptotique et les valeurs optimales des paramètres de décision des stratégies considérées sont présentées Tableau 7.2.

Stratégies de maintenance	$CA_{min}$	Valeurs optimales des paramètres de décision
Regroupement dynamique	80.21	
Regroupement stationnaire	82.77	$MRL_0^* = 15, \tau^*=78, a^* = 4$
Maintenance individuelle	102.97	$\tau_1^*=305; \tau_2^* = \tau_3^* = \tau_4^* = \tau_5^*=214; \tau_6^*=329$ $\tau_7^* = \tau_8^*=117; \tau_9^* = \tau_{10}^*=120; \tau_{11}^*=231$
Mono-regroupement	97.74	$T^*=110$

TABLE 7.2 – Différentes stratégies pour la maintenance du système complexe SAS

Grâce à la prise en compte de la structure du système et des dépendances économiques entre les composants, il apparaît que nos stratégies de regroupement dynamique et stationnaire fournissent les meilleurs résultats parmi l’ensemble des stratégies de maintenance considérées avec des gains de l’ordre de 15% à 20% selon les différentes stratégies. La différence entre le coût moyen asymptotique optimal donné par la stratégie de regroupement dynamique et celui donné par la stratégie de regroupement stationnaire ne paraît pas très claire. Il est important de noter que cette différence dépend des conditions de fonctionnement du système étant dynamiques ou stables. Pour cette raison, en prenant en compte l’apparition du contexte dynamique, une comparaison entre les deux stratégies de regroupement est réalisée dans la section suivante.

## 7.4 Comparaison des stratégies de regroupement dynamique et de regroupement stationnaire

Dans cette section, nous nous concentrons sur la comparaison de la performance entre la stratégie de regroupement dynamique et la stratégie de regroupement stationnaire en prenant en compte l’apparition du contexte dynamique. Pour réaliser cette comparaison, l’opportunité de

maintenance est choisie comme un exemple du contexte dynamique et elle est définie comme suit :

- $f_{dc}$  est la probabilité d'apparition de l'opportunité de maintenance sur un horizon de planification ;
- les informations concernent une opportunité de maintenance disponible à la date de début de chaque horizon de planification  $PH_h = (T_{début}^h, T_{fin}^h)$  ;
- l'opportunité de maintenance apparaît à l'instant  $T_{dc} = T_{début}^h + \frac{1}{2} \cdot D(HP_h)$  ;
- la durée de l'opportunité de maintenance est  $D_{dc} = 2$  ;
- lorsque le groupe  $G^k$  est maintenu à la date de l'opportunité, nous avons  $CT_{sys}^p(G^k) = 0$ ,  $CT_{sys}^u(G^k) = 0$  et une réduction de 20% sur le coût spécifique de maintenance préventive des composants du groupe  $G^k$ .

Afin de réduire le coût de maintenance en prenant en compte l'apparition du contexte dynamique, la procédure de mise à jour pour les contextes dynamiques de type 3 présentée au paragraphe 5.3.3 du chapitre 5 est appliquée lorsque l'opportunité de maintenance apparaît sur l'horizon de planification  $HP_h$ . Selon cette procédure, le profit économique du groupe  $G^k$  exécuté à la date de l'opportunité de maintenance doit être calculé par l'équation suivante :

$$\begin{aligned} PE(G^k) &= U_{G^k} - \Delta H_{G^k}^1(T_{dc}) - \Delta H_{G^k}^2 - \Delta H_{G^k}^3 + \Delta H_{G^k}^4 \\ &= U_{G^k} - \Delta H_{G^k}^1(T_{dc}) + CT_{sys}^p(\overline{G^k}) + CT_{sys}^u(\overline{G^k}) + \Delta H_{G^k}^4 \end{aligned} \quad (7.2)$$

où  $\Delta H_{G^k}^4 = 0.2 \cdot \sum_{ij \in G^k} C_i^{sp}$  est la réduction du coût spécifique des opérations de maintenance préventive du groupe  $G^k$ .

L'analyse de sensibilité du coût moyen asymptotique à la fréquence d'apparition de l'opportunité de maintenance ( $f_{dc}$ ) a été réalisée pour les stratégies de regroupement (stationnaire et dynamique) proposées. Le résultat obtenu est présenté sur la figure 7.3.

La figure 7.3 montre que la différence entre le coût moyen asymptotique optimal donné par la stratégie de regroupement dynamique et celui donné par la stratégie de regroupement stationnaire est considérable lorsque la fréquence d'apparition de l'opportunité de maintenance ( $f_{dc}$ ) est importante. Il est donc recommandé d'utiliser la stratégie de regroupement dynamique pour la maintenance des systèmes complexes lorsque leur condition de fonctionnement est dynamique. Cependant, dans des applications réelles, un bon choix entre la stratégie de regroupement dynamique et la stratégie de regroupement stationnaire doit se baser sur l'ensemble des caractéristiques suivantes :

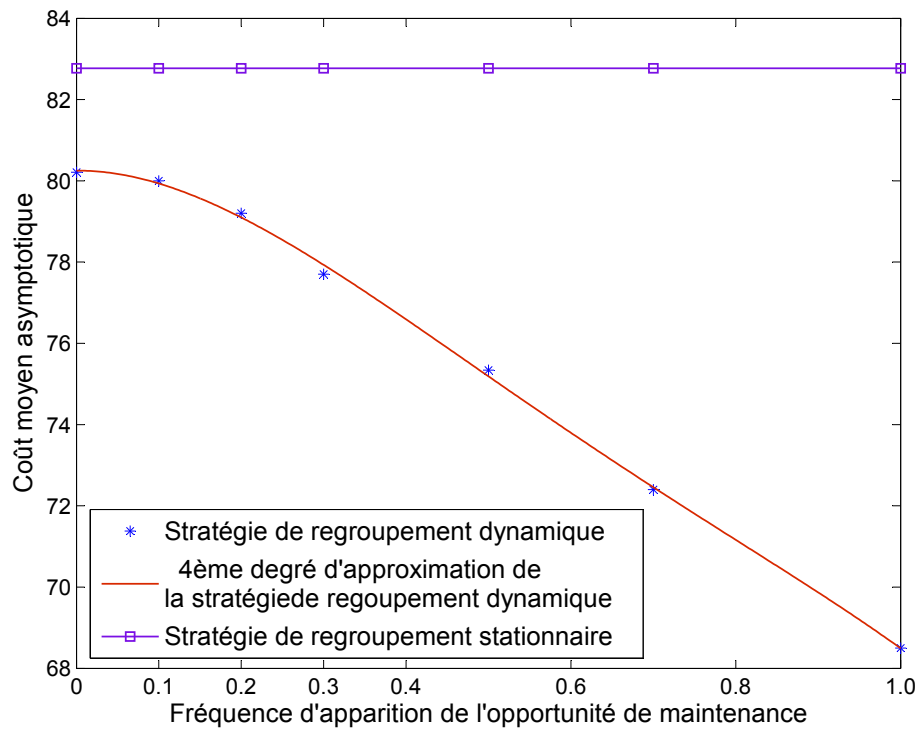


FIGURE 7.3 – Analyse de sensibilité à la fréquence d'apparition du contexte dynamique

Stratégies de regroupement dynamique	Stratégie de regroupement stationnaire
-le plan de regroupement peut être mis à jour en prenant en compte les contextes dynamiques ;	- le plan de regroupement ne peut pas être mis à jour ;
- la maintenance n'est pas périodique et l'organisation de maintenance est donc difficile ;	- la maintenance est périodique et l'organisation de maintenance est simple ;
- l'optimisation du regroupement est un problème NP-complet et dépend du nombre de composants ;	- le nombre de paramètres à optimiser ne dépend pas du nombre de composants ;

TABLE 7.3 – Caractéristiques des stratégies de regroupement dynamique et stationnaire

## 7.5 Analyses de sensibilité des stratégies de maintenance stationnaire

Il est toutefois important de noter que la performance d'une stratégie de maintenance peut dépendre de la valeur des paramètres du modèle. Pour cette raison, différentes analyses de sensibilité sont présentées ici.

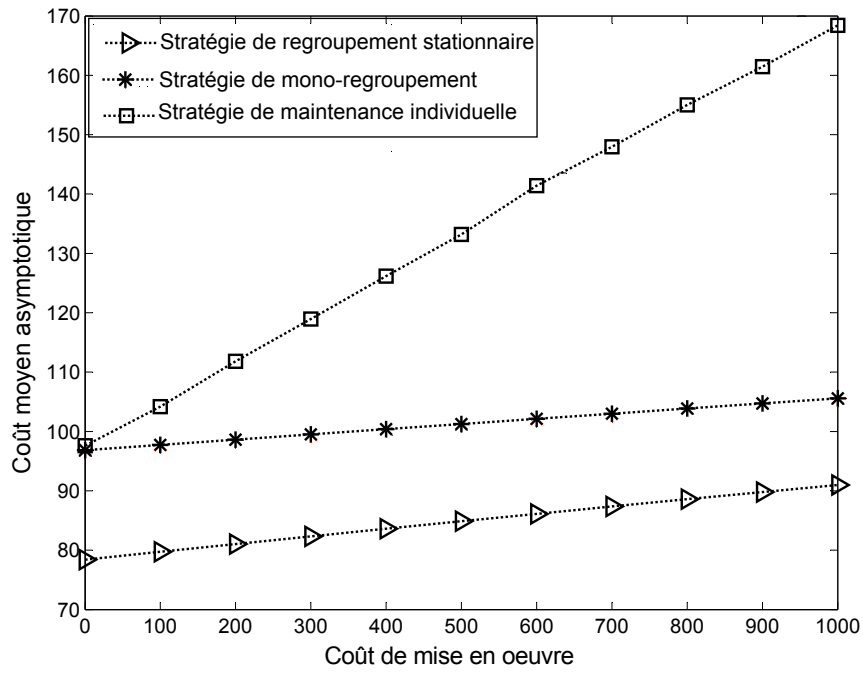


FIGURE 7.4 – Analyse de sensibilité au coût de mise en œuvre

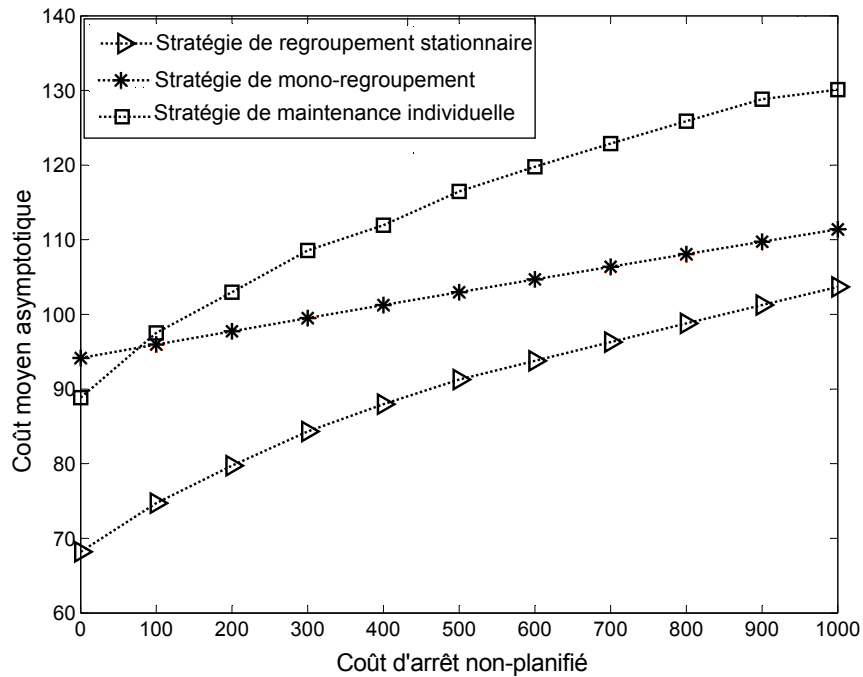


FIGURE 7.5 – Analyse de sensibilité au coût d'arrêt non-planifié

Les analyses de sensibilité des performances au coût de mise en œuvre, au coût d'arrêt non-planifié et au coût moyen d'arrêt planifié ont été réalisées pour toutes les stratégies de maintenance stationnaires (regroupement stationnaire, maintenance individuelle, mono-regroupement).



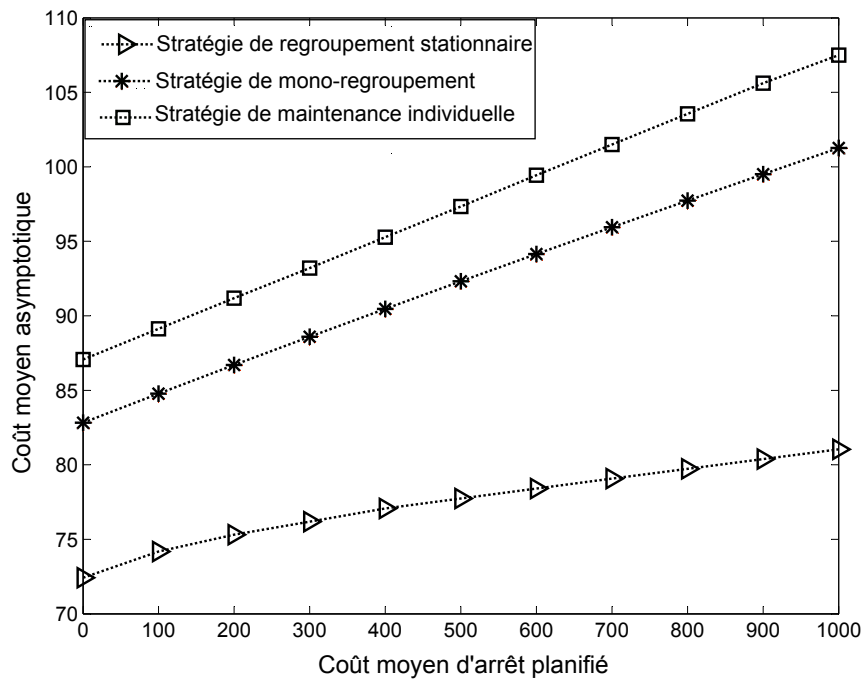


FIGURE 7.6 – Analyse de sensibilité au coût moyen d'arrêt planifié

Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 7.4, 7.5 et 7.6.

On peut observer que pour différentes valeurs du coût de mise en œuvre, coût d'arrêt non-planifié et coût moyen d'arrêt planifié, la stratégie de regroupement stationnaire proposée est toujours meilleure que les deux autres (maintenance individuelle, mono-regroupement) et d'autant plus lorsque le coût moyen d'arrêt planifié est élevé.

## 7.6 Conclusions

Dans ce chapitre, quatre stratégies de maintenance (regroupement dynamique, regroupement stationnaire, maintenance individuelle et mono-regroupement) sont appliquées pour la maintenance d'un système complexe SAS. Les résultats numériques montrent que, en prenant en compte la structure du système et les dépendances économiques entre les composants, les stratégies de regroupement dynamique et stationnaire donnent les meilleurs résultats parmi les stratégies considérées. De plus, l'analyse de sensibilité du coût moyen asymptotique à la fréquence d'apparition du contexte dynamique pour la stratégie de regroupement dynamique est réalisée. Le résultat obtenu confirme l'avantage de la stratégie de regroupement dynamique par rapport à la stratégie de regroupement stationnaire, surtout lorsque la fréquence d'apparition du contexte dynamique est importante.



# Conclusion générale

Tous les travaux de cette thèse ont pour but de montrer l'intérêt de la prise en compte de structures complexes et d'expliquer comment ce type de structure peut être présenté et intégré dans les modèles de maintenance.

Pour commencer, une analyse bibliographique a été réalisée dans la première partie, qui nous a permis de préciser notre problématique et choisir les modèles étudiés. Concrètement, la modélisation des systèmes est composée de trois étapes : modélisation de la structure complexe, modélisation du comportement de panne des composants par un modèle de durée de vie, modélisation de la dépendance économique entre composants. La structure complexe et ses caractéristiques ont été particulièrement proposées et étudiées. Les stratégies de regroupement ont été choisies afin de profiter de la dépendance économique entre les composants. Ces stratégies sont ensuite évaluées et optimisées selon un critère économique (le coût moyen asymptotique). L'étude bibliographique montre également la nécessité de la prise en compte de structures complexes dans les décisions de regroupement (dynamique et stationnaire).

Ensuite, dans la deuxième partie, nous nous sommes intéressés à la prise en compte de structures complexes dans les décisions de regroupement dynamique. Nos contributions dans cette partie sont résumées comme suit :

- Construction d'une stratégie de regroupement dynamique pour la maintenance des systèmes à structure complexe : en se basant sur l'approche par horizon roulant, la stratégie développée permet de mettre à jour le plan de regroupement en prenant en compte les contextes dynamiques. Sous l'influence de la structure complexe, il existe à la fois les dépendances économiques positives et négatives. Le théorème des opérations de maintenance consécutives proposé dans [162] n'est plus valide et le problème d'optimisation du regroupement est donc NP-difficile. Pour répondre à ce problème, un algorithme génétique a été proposé afin de trouver la structure groupante optimale qui maximise le profit économique total du regroupement. À travers des exemples numériques, nous avons expliqué la mise en œuvre de notre stratégie et montré l'intérêt de la prise en compte de structure complexe dans les décisions de regroupement. En effet, la stratégie proposée est meilleure que celle proposée par [162].
- Prise en compte de durée de maintenance : la prise en compte de durée de maintenance

rend notre modèle plus réaliste d'une part ; d'autre part, elle conduit à des difficultés dans l'évaluation et l'optimisation de la stratégie développée. Une de ces difficultés est que la structure est modifiée au cours du temps. Dans cette thèse, afin de surmonter cette difficulté, la structure a été considérée comme une fonction du temps, notée par  $ST(t)$ . Lorsque la structure est modifiée, la procédure proposée en Annexe C est effectuée pour mettre à jour la structure du système.

- Études sur les contextes dynamiques : les contextes dynamiques ont été classés en trois types (composant, système et externe). Pour chaque type de contexte dynamique, nous avons proposé une procédure de mise à jour du plan de regroupement correspondante. À travers des cas où le contexte dynamique apparaît sous la forme des modifications de la structure du système ou des opportunités de maintenance, nous avons montré que la prise en compte des contextes dynamiques dans la planification de maintenance est nécessaire afin de réduire le coût de maintenance.

Quand les systèmes fonctionnent sous des environnements stables, c'est-à-dire la fréquence d'apparition du contexte dynamique est faible, il n'est pas nécessaire de mettre à jour le plan de regroupement régulièrement. Dans ce cas, une nouvelle stratégie de regroupement stationnaire a été construite dans la troisième partie. Selon cette stratégie de regroupement, les opérations de maintenance préventive sont groupées en utilisant l'approche de regroupement indirect. Précisément, un composant est choisi pour être remplacé à la période de maintenance planifiée en se basant sur son facteur d'importance de Birnbaum et sa durée de vie résiduelle moyenne. Pour la maintenance corrective, trois types de décision ( $A$ ,  $B$  et  $C$ ) ont été proposées. Parmi ces décisions, la décision de type  $A$  signifie que les composants sont réparés immédiatement lorsqu'ils tombent en panne. Selon les décisions de types  $B$  et  $C$ , les activités de maintenance corrective sont groupées en utilisant l'approche de maintenance corrective retardée. La stratégie de regroupement stationnaire proposée peut s'appliquer à la maintenance des systèmes à grand nombre de composants, car le nombre des variables de décision est constant et ne dépend pas du nombre de composants. Cependant, le calcul du coût moyen asymptotique est compliqué, et pour les décisions de types  $B$  et  $C$ , il a besoin de l'utilisation de la simulation de Monte Carlo. Nous avons montré l'intérêt de l'utilisation du facteur d'importance de Birnbaum dans la prise de décision en maintenance. Nous avons constaté que la performance des types de décisions  $A$ ,  $B$  et  $C$  dépend de la valeur du coût d'arrêt non-planifié.

Les études de performance des stratégies de regroupement proposées ont été également réalisées à travers un cas d'étude d'un système d'automatisation de postes électriques au chapitre 7. Les stratégies proposées ont été comparées aux deux autres stratégies de maintenance (monogroupement et maintenance individuelle). Ces études montrent l'avantage des stratégies proposées et contribuent à l'aide au bon choix entre la stratégie de regroupement dynamique et la stratégie de regroupement stationnaire dans des applications réelles.

# Perspectives

En regardant sur les problèmes étudiés et les hypothèses que nous avons considérées dans le cadre de cette thèse, nous envisageons d'aborder plusieurs perspectives pour l'avenir. Les perspectives sont portées principalement sur le développement des stratégies de maintenance plus efficaces pour la maintenance des systèmes avec structure complexe.

**Dépendance stochastique.** Dans nos travaux, la dépendance stochastique entre composants n'est pas considérée. Cette dépendance implique que le comportement de panne d'un composant dépend de celui des autres composants dans le système. Par exemple, nous pouvons deviner un système avec le partage de charge entre les composants. Lorsqu'un composant tombe en panne, sa charge va repartir sur les autres composants dans le système. Les composants recevant plus de charges sont sur-sollicités et leur probabilité de panne est donc augmentée. Afin de construire un modèle de maintenance plus pratique et améliorer la performance des stratégies de regroupement, la prise en compte de la dépendance stochastique est nécessaire.

**Soutiens logistiques.** Les soutiens logistiques ont un rôle important dans la mise en place des opérations de maintenance. Dans nos travaux, nous considérons que le nombre de réparateurs et les pièces de recharge sont toujours disponibles et suffisants pour le remplacement des groupes de composants. Ces hypothèses semblent ne pas être réalistes dans certains cas. Dans ce contexte, la prise en compte de contraintes du nombre de réparateurs disponibles dans les décisions de regroupement permet d'obtenir un plan de regroupement plus efficace et réalisable. De plus, l'optimisation conjointe entre la stratégie de regroupement et la politique de gestion des stocks peut être une approche très intéressante.

**Maintenance conditionnelle/maintenance prévisionnelle.** Afin d'améliorer la qualité des décisions de regroupement qui sont prises sur la base d'une information plus riche sur la condition de santé du système, les maintenances conditionnelle et prévisionnelle peuvent être envisagées pour la maintenance des systèmes multi-composants à structure complexe.

**Modèles de maintenance plus généraux.** Nous pouvons également envisager ici quelques modèles de maintenance plus généraux : modèles de coût plus pratiques (coût de mise en œuvre multiple tenant compte de la distance géographique entre les composants, coût concernant la diminution de produits lorsqu'un composant non-critique est arrêté ou l'actualisation et la volatilité de coûts de maintenance) ; modèles de durée de vie avec les autres lois de probabilités (loi Normale, la loi Gamma, etc.) ; modèles de durée de maintenance plus généraux, par exemple la durée de maintenance aléatoire.

**Combinaisons des différentes approches de regroupement.** Afin d'améliorer la performance des stratégies de regroupement et réduire le coût de maintenance, nous envisageons de proposer des nouvelles stratégies de regroupement en combinant plusieurs types de regroupement. Dans le chapitre 6, nous avons proposé une stratégie de regroupement stationnaire qui est une combinaison entre le regroupement indirect et la maintenance corrective retardée. Dans les futures recherches, nous envisageons de développer des stratégies de regroupement par combinaison des différents types de regroupement, par exemple, le regroupement dynamique avec le regroupement indirect ou le regroupement dynamique avec la maintenance opportuniste.

**Optimisation du regroupement.** Dans cette thèse, le coût de maintenance est utilisé comme un critère unique pour l'évaluation et l'optimisation du regroupement. Cependant, dans la réalité, la disponibilité ou la fiabilité du système sont aussi importantes que le coût. En conséquence, l'optimisation d'objectifs multiples (minimiser le coût de maintenance et maximiser la disponibilité du système en même temps) ou l'optimisation sous contraintes (un budget de maintenance annuel limité ou une demande de disponibilité du système sur un horizon spécifique) peuvent être envisagées dans les futures recherches. Enfin, afin d'améliorer la qualité de la structure groupante obtenue, les autres méthodes méta-heuristiques telles que le recuit simulé ou la recherche Tabou peuvent être utilisées dans les futures recherches.

# **Annexes**





## Annexe A

# Optimisation de la politique de remplacement basée sur l'âge avec durée de maintenance préventive non-négligeable

L'âge optimal de remplacement préventif du composant  $i$  est déterminé grâce à l'équation (4.6) :

$$\frac{C_i^c \cdot (\beta_i - 1) \cdot (x_i^{**})^{\beta_i} + C_i^c \cdot \beta_i \cdot \omega_i^p \cdot (x_i^{**})^{\beta_i - 1} - C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i}}{(x_i^{**} + \omega_i^p)^2} = 0$$

Soit  $f(x_i^{**}) = C_i^c \cdot (\beta_i - 1) \cdot (x_i^{**})^{\beta_i} + C_i^c \cdot \beta_i \cdot \omega_i^p \cdot (x_i^{**})^{\beta_i - 1} - C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i}$ . Nous avons :

$$f(0) = -C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i} < 0 \quad (\text{A.1})$$

et

$$f(x_i^*) = C_i^c \cdot \beta_i \cdot \omega_i^p \cdot a^{\beta_i - 1} > 0 \quad (\text{A.2})$$

avec

$$x_i^* = \lambda_i^{\beta_i} \sqrt{\frac{C_i^p}{C_i^c \cdot (\beta_i - 1)}} \quad (\text{A.3})$$

Ensuite, nous nous intéressons à la dérivée de  $f(x_i^{**})$  :

$$f'(x_i^{**}) = C_i^c \cdot (\beta_i - 1) \cdot \beta_i \cdot (x_i^{**})^{\beta_i - 1} + C_i^c \cdot \beta_i \cdot \omega_i^p \cdot (\beta_i - 1) \cdot (x_i^{**})^{\beta_i - 2} > 0, \forall \beta_i > 1, \forall x_i^{**} > 0; \quad (\text{A.4})$$

Grâce aux équations (A.4), (A.1), (A.2), nous pouvons conclure que l'équation (4.6) a une solution unique  $x_i^{**}$  et  $x_i^{**} \in (0, x_i^*)$ .

De plus, à partir de l'équation (4.5), il n'est pas trop difficile de montrer que la deuxième dérivant du coût moyen asymptotique  $CA_i$  à  $x_i^{**}$  est supérieur à zéro.

$$CA_i''(x_i^{**}) = \frac{C_i^c \cdot (\beta_i - 1) \cdot \beta_i \cdot (x_i^{**})^{\beta_i - 1} + C_i^c \cdot (\beta_i - 1) \cdot \beta_i \cdot \omega_i^p \cdot (x_i^{**})^{\beta_i - 2}}{(x_i^{**} + \omega_i^p)^2} > 0$$

En conséquence,  $x_i^{**}$  qui minimise le coût moyen asymptotique du composant  $i$  est unique et existe sur l'intervalle  $(0, x_i^*)$ .

## Annexe B

# Optimisation de la stratégie de remplacement par blocs avec durées de maintenance préventive et corrective non-négligeables

Considérons l'équation (4.28) qui est équivalente au cas où la première dérivant du coût moyen asymptotique du composant  $i$  est égal à zéro.

$$C_i^c \cdot (\beta_i - 1) \cdot (x_i^{opt})^{\beta_i} + (C_i^c \omega_i^p - C_i^p \cdot \omega_i^c) \cdot \beta_i \cdot (x_i^{opt})^{\beta_i - 1} - C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i} = 0;$$

Soit  $f(x_i^{opt}) = C_i^c \cdot (\beta_i - 1) \cdot (x_i^{opt})^{\beta_i} + (C_i^c \omega_i^p - C_i^p \cdot \omega_i^c) \cdot \beta_i \cdot (x_i^{opt})^{\beta_i - 1} - C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i}$ . Nous avons :

$$f(0) = -C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i} < 0 \quad (\text{B.1})$$

et

$$f(a) = (C_i^c \omega_i^p - C_i^p \cdot \omega_i^c) \cdot \beta_i \cdot a^{\beta_i - 1} \quad (\text{B.2})$$

avec

$$a = \sqrt[\beta_i]{\frac{C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i}}{C_i^c \cdot (\beta_i - 1)}} \quad (\text{B.3})$$

$$f(b) = C_i^c \cdot (\beta_i - 1) \cdot b^{\beta_i} > 0 \quad (\text{B.4})$$

avec

$$b = \beta_i^{-1} \sqrt[\beta_i]{\frac{C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i}}{\beta_i \cdot (C_i^c \omega_i^p - C_i^p \cdot \omega_i^c)}} \quad (\text{B.5})$$

De plus, pour assurer que le coût moyen asymptotique de maintenance du composant  $i$  soit minimal à  $x_i^{opt}$ , la deuxième dérivant de  $CA_i$  à  $x_i^{opt}$  doit être supérieur à 0. Nous avons :

$$CA_i''(x_i^{opt}) = \frac{C_i^c \cdot (\beta_i - 1) \cdot \beta_i \cdot (x_i^{opt})^{\beta_i - 1} + (C_i^c \omega_i^p - C_i^p \cdot \omega_i^c) \cdot (\beta_i - 1) \cdot \beta_i \cdot (x_i^{opt})^{\beta_i - 2}}{\left(x_i^{opt} + \omega_i^c \cdot \left(\frac{x_i^{opt}}{\lambda_i}\right)^{\beta_i} + \omega_i^p\right)^2} > 0$$

$$\Leftrightarrow x_i^{opt} > c = \frac{C_i^p \cdot \omega_i^c - C_i^c \omega_i^p}{C_i^c}$$

Notons aussi que

$$f(c) = -(C_i^p \cdot \omega_i^c - C_i^c \omega_i^p)^{\beta_i} - C_i^p \cdot \lambda_i^{\beta_i} \quad (\text{B.6})$$

En conséquence, nous distinguons deux cas suivants :

- si  $C_i^c \omega_i^p > C_i^p \cdot \omega_i^c$ , nous avons  $f(a) > 0$ ,  $f(b) > 0$ ,  $f(0) < 0$ . En conséquence, le coût moyen asymptotique du composant  $i$  est minimal à  $x_i^{opt}$  et  $x_i^{opt}$  est unique sur l'intervalle  $(0, \min(a, b))$ .
- si  $C_i^c \omega_i^p \leq C_i^p \cdot \omega_i^c$ , nous avons  $f(a) \leq 0$ ,  $f(c) < 0$ ,  $f(+\infty) > 0$ . En conséquence, le coût moyen asymptotique du composant  $i$  est minimal à  $x_i^{opt}$  et  $x_i^{opt}$  est unique sur l'intervalle  $[\max(a, c), +\infty)$ .

# Annexe C

## Procédure de mise à jour la structure du système

**Mise à jour de la structure du système lorsqu'un composant non-critique  $u$  ne fonctionne pas.** Nous considérons un système avec structure complexe de  $n$  composants. Lorsqu'un composant non-critique  $u$  ne fonctionne pas car il tombe en panne ou il est en maintenance préventif à l'instant  $t_u$ , le système est encore en marche, mais sa structure est modifiée. Soit  $ST(t_u^-) = [A(t_u^-), B(t_u^-), H(t_u^-), D(t_u^-), G(t_u^-)]$  la structure du système à l'instant juste avant l'arrêt du composant  $u$ , nous nous intéressons à déterminer  $ST(t_u^+) = [A(t_u^+), B(t_u^+), H(t_u^+), D(t_u^+), G(t_u^+)]$  qui représente la structure du système à l'instant juste après l'arrêt du composant  $u$ . Une procédure de mise à jour de la structure du système est donc présentée comme suit :

- Mise à jour de l'ensemble des composants qui sont en panne  $H(t)$  : si le composant  $u$  ne fonctionne pas à cause d'une panne du composant, ce composant est ajouté à l'ensemble  $H(t)$  :  $H(t_u^+) = H(t_u^-) \oplus u$  ;
- Mise à jour de l'ensemble des composants qui sont en maintenance préventif  $G(t)$  : si le composant  $u$  est arrêté pour la maintenance préventive, le composant  $u$  est donc ajouté à l'ensemble  $G(t)$  :  $G(t_u^+) = G(t_u^-) \oplus u$  ;
- Mise à jour de l'ensemble des composants qui ne sont pas en panne, mais ne marchent pas à cause de l'état de non-fonctionnement des autres composants du système  $D(t)$  : un composant non-critique  $i \in B(t_u^-)$  et  $i \neq u$  est ajouté à l'ensemble  $D(t)$  si l'ensemble de tous les chemins de succès minimaux contenant le composant  $i$ , noté  $Pm_i(t_u^-)$  est un sous-ensemble de  $Pm_u(t_u^-)$  qui est l'ensemble de tous les chemins de succès minimaux contenant le composant  $u$ . Autrement dit,  $D(t_u^+) = D(t_u^-) \oplus i$  si  $Pm_i(t_u^-) \subset Pm_u(t_u^-)$  avec  $i \in B(t_u^-)$  et  $i \neq u$ .
- Mise à jour de l'ensemble des chemins de succès minimaux  $Pm(t_u^-)$ . L'ensemble des chemins de succès minimaux  $Pm(t_u^+)$  est déterminé en supprimant tous les chemins de succès minimaux de  $Pm(t_u^-)$  contenant le composant  $u$  ou les composants de  $D(t_u^+)$  ;

- Mise à jour de l'ensemble des coupes minimales  $Cm(t_u^-)$ . L'ensemble des coupes minimales  $Cm(t_u^+)$  est déterminé en supprimant le composant  $u$  et les composants de  $D(t_u^+)$  dans chaque coupe minimale de  $Cm(t_u^-)$  ;
- Mise à jour de l'ensemble des composants critiques  $A(t)$  :  $A(t_u^+)$  contient toutes les coupes minimales de l'ordre 1 de  $Cm(t_u^+)$  ;
- Mise à jour de l'ensemble des composants non-critiques  $B(t)$  : les composants qui ne sont pas dans les ensembles  $A(t_u^+)$ ,  $H(t_u^+)$ ,  $D(t_u^+)$ ,  $G(t_u^+)$ , sont mis dans l'ensemble  $B(t_u^+)$ .

Pour mieux comprendre cette procédure, nous considérons ici un exemple d'une structure présentée Figure C.1. La Figure C.1a présente la structure juste avant la panne du composant 2 :  $ST(t_2^-) = [A(t_2^-), B(t_2^-), H(t_2^-), D(t_2^-), G(t_2^-)]$  avec

- $A(t_2^-) = \{1\}$ ,  $B(t_2^-) = \{2, 3, 4, 5\}$ ,  $H(t_2^-) \equiv D(t_2^-) \equiv G(t_2^-) = \emptyset$  ;
- l'ensemble des coupes minimales  $Cm(t_2^-) = (C_1 = \{1\}, C_2 = \{2, 5\}, C_3 = \{3, 5\}, C_4 = \{4, 5\})$  ;
- l'ensemble des chemins de succès minimaux  $Pm(t_2^-) = (P_1 = \{1, 2, 3\}, P_2 = \{1, 2, 4\}, P_3 = \{1, 5\})$ .

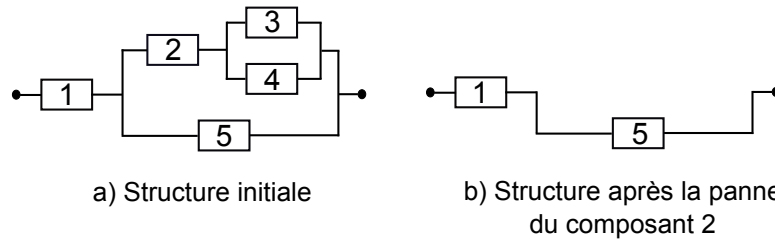


FIGURE C.1 – Exemple de mise à jour de la structure du système

Quand le composant 2 tombe en panne, la structure est modifiée de Figure C.1a à Figure C.1b. La structure juste après la panne du composant 2 est déterminée grâce à la procédure de mise à jour précédente :

- $H(t_2^+) = H(t_2^-) \oplus 2 = \{2\}$  ;
- $G(t_2^+) \equiv G(t_2^-)$  ;
- Nous avons  $Pm_2(t_2^-) = (P_1, P_2)$  and  $Pm_3(t_2^-) = (P_1)$ ,  $Pm_4(t_2^-) = (P_2)$ ,  $Pm_5(t_2^-) = (P_3)$ . En conséquence,  $Pm_3(t_2^-)$  et  $Pm_4(t_2^-)$  sont des sous-ensembles de l'ensemble  $Pm_2(t_2^-)$ . Alors,  $D(t_2^+) = D(t_2^-) \oplus 3 \oplus 4 = \{3, 4\}$  ;
- En supprimant tous les chemins de succès minimaux contenant un des composants 2, 3 ou 4 de  $Pm_2(t_2^-)$ , nous avons  $Pm_2(t_2^+) = (P_3)$  ;
- $Cm(t_2^+)$  est obtenu en supprimant tous les composants 2, 3 et 4 dans chaque coupe minimale de  $Cm(t_2^-)$  :  $Cm(t_2^+) = (C_1 = \{1\}, C_2 = \{5\})$
- $A(t_2^+) = \{1, 5\}$  ;
- $B(t_2^+) \equiv \emptyset$ .

---

**Mise à jour de la structure du système lorsqu'un groupe de composants non-critique sont maintenus conjointement.** Soit  $ST(t_{G^k}^-)$  la structure du système juste avant la maintenance du groupe  $G^k$ , la structure du système juste après de la maintenance de ce groupe, notée  $ST(t_{G^k}^+)$ , peut être déterminée en appliquant la procédure de mise à jour précédente pour chaque composant du groupe respectivement.





## Annexe D

# Évaluation de la stratégie de mono-regroupement

Selon cette stratégie, tous les composants sont remplacés conjointement lorsque le temps de fonctionnement du système atteint un seuil limite  $T$  unités de temps. Quand un composant tombe en panne, il est immédiatement réparé par une réparation minimale. Puisque, dans la partie 3, la durée de maintenance préventive est non-négligeable, le système est donc renouvelé à chaque  $T + \omega_{sys}^p$  unités de temps.  $\omega_{sys}^p$  est la durée de remplacement de tous les composants du système. En appliquant le théorème de renouvellement, le coût moyen asymptotique du système, noté  $CA^{mono}$ , est calculé comme suit :

$$CA^{mono}(T) = \frac{\mathbb{E}[C(T_{cycle})]}{\mathbb{E}[T_{cycle}]} = \frac{\mathbb{E}[C_{SPP}] + \mathbb{E}[C_{EPP}]}{T + \omega_{sys}^p} \quad (D.1)$$

où :

- $T_{cycle} = T + \omega_{sys}^p$  est la durée d'un cycle de renouvellement ;
- $\omega_{sys}^p$  est la durée de remplacement de tous les composants du système.  $\omega_{sys}^p = \max_{i=1:n} \omega_i^p$  si le nombre de réparateurs est illimité.

Le coût de remplacement total de tous les composants :

$$\mathbb{E}[C_{SPP}] = S^p + \sum_{i=1}^n C_i^{sp} + C_d^p \cdot \omega_{sys}^p \quad (D.2)$$

Le coût total espéré de toutes les opérations de maintenance qui sont effectuées entre deux cycles de renouvellement consécutifs est donné par :

$$\mathbb{E}[C_{EPP}] = \sum_{i=1}^n \left[ (S^c + C_i^{sc} + \pi_i(0) \cdot C_{sys}^r) \cdot \int_0^T r_i(t) dt \right] \quad (D.3)$$

Annexe D. Évaluation de la stratégie de mono-regroupement

---

À partir des équations (D.1), (D.2), (D.3), nous obtenons la formule du coût moyen asymptotique suivante :

$$\begin{aligned}
 CA^{mono}(T) &= \frac{\mathbb{E}[C_{SPP}] + \mathbb{E}[C_{EPP}]}{T + \omega_{sys}^p} \\
 &= \frac{S^p + C_d^p \cdot \omega_{sys}^p + \sum_{i=1}^n \left[ C_i^{sp} + (S^c + C_i^{sc} + \pi_i(0) \cdot C_{sys}^u) \cdot \int_0^T r_i(t) dt \right]}{T + \omega_{sys}^p}
 \end{aligned}$$

La valeur optimale de  $T$  minimisant le coût moyen asymptotique est déterminée comme suit :

$$T^* = \arg \min_T CA^{mono}(T)$$

$$CA_{min}^{mono} = CA^{mono}(T^*)$$

## Annexe E

# Évaluation de la stratégie de maintenance individuelle

**Décision de maintenance au niveau du composant :** la stratégie de remplacement préventif basée sur l'âge avec la réparation minimale présentée sous-section 4.3.2 est appliquée au niveau du composant. Soit  $x_i$  l'âge de remplacement limite du composant  $i$ , en appliquant la théorie du renouvellement, le coût moyen asymptotique du composant  $i$ , noté  $CA_i(x_i)$ , peut être déterminé comme suit :

$$CA_i(x_i) = \frac{\mathbb{E}[C_i(x_i)]}{\mathbb{E}[T_i]} = \frac{(S^p + C_i^{sp} + \pi_i(0) \cdot \omega_i^p \cdot C_d^p) + (S^c + C_i^{sc} + \pi_i(0) \cdot C_{sys}^u) \cdot \int_0^{x_i} r_i(t) dt}{x_i + \omega_i^p}$$

La valeur optimale de  $x_i$  minimisant le coût moyen asymptotique est déterminée comme suit :

$$x_i^{**} = \arg \min_{x_i} CA_i(x_i)$$
$$CA_{min}^i = CA_i(x_i^{**})$$

**Calcul de coût moyen asymptotique en prenant en compte les interactions entre les composants :** Notons que le coût moyen asymptotique du système  $CR^{sys}$  est différent de  $\sum_{i=1}^n CA_{min}^i$  à cause de l'existence de interactions entre les composants du système. Dans ce paragraphe, nous proposons une procédure qui permet de calculer  $CR^{sys}$  en prenant en compte ces interactions.

En prenant en compte les interactions entre les composants, le coût moyen asymptotique du système est calculé par l'équation suivante :

$$CR^{sys} = \lim_{Z \rightarrow +\infty} \frac{\sum_{z=1}^Z C(V_z)}{\sum_{z=1}^Z d(V_z)}$$

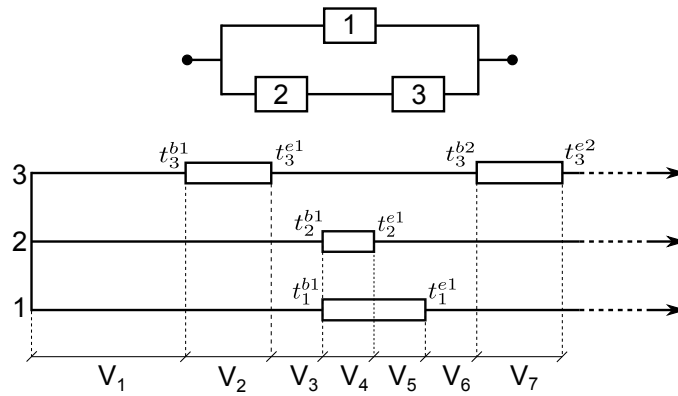


FIGURE E.1 – Stratégie de maintenance individuelle

- $V_z$ , avec  $z = (1, \dots, Z)$ , sont des intervalles où la structure du système n'est pas modifiée. Par exemple, considérons la structure d'un système présentée Figure E.1, le premier intervalle  $V_1$  est déterminé entre 0 et  $t_3^{b1}$ . Sur l'intervalle  $V_1$ , la structure du système est représentée par les ensembles suivants :  $A(V_1) = \emptyset$ ,  $B(V_1) = \{1, 2, 3\}$ ,  $H(V_1) \equiv D(V_1) \equiv G(V_1) = \emptyset$ . Sur l'intervalle  $V_2 = (t_3^{b1}, t_3^{e1})$ , le composant 3 est arrêté pour la maintenance préventive, en conséquence la structure du système est modifiée. Afin de déterminer la structure du système sur l'intervalle  $V_2$ , la procédure de mise à jour de la structure proposée Annexe C est appliquée. La structure sur  $V_2$  représentée par les ensembles suivants :  $A(V_2) = \{1\}$ ,  $B(V_2) = \emptyset$ ,  $H(V_2) = \emptyset$ ,  $D(V_2) = \{2\}$ ,  $G(V_2) = \{3\}$  ;
- $d(V_z)$  est la durée de l'intervalle  $V_z$  ;
- $C(V_z)$  est le coût espéré total de toutes les activités de maintenance sur l'intervalle  $V_z$  :

$$\begin{aligned}
 C(V_z) = & \Phi[G(V_z)] \cdot S^p + \sum_{i \in G(V_z)} C_i^{sp} \cdot \frac{dV_z}{\omega_i^p} + \Psi[G(V_z)] \cdot C_d^p \cdot d(V_z) + \dots \\
 & \dots + (1 - \Psi[G(V_z)]) \cdot \left[ \sum_{q \in B(V_z)} (S^c + C_q^{sc}) \cdot \Lambda_q(V_z^b, V_z^e) + \dots \right. \\
 & \left. \dots + \sum_{p \in A(V_z)} (S^c + C_p^{sc} + C_{sys}^u) \cdot \Lambda_p(V_z^b, V_z^e) \right]
 \end{aligned}$$

où :

- $\Phi[G(V_z)] = 1$  si  $G(V_{z-1})$  est vide et  $G(V_z)$  n'est pas vide ;
- $\Psi[G(V_z)] = 0$  si l'ensemble  $G(V_z)$  est vide ou si ses composants créent un groupe non-critique.  $\Psi[G(V_z)] = 1$  si les composants de l'ensemble  $G(V_z)$  créent un groupe critique ;
- $V_z^b$  et  $V_z^e$  sont la date de début et la date de fin de l'intervalle  $V_z$  respectivement ;
- $\Lambda_i(V_z^b, V_z^e) = \int_{age_i(V_z^b)}^{age_i(V_z^e)} r_i(t) dt$  est le nombre de panne moyen du composant  $i$  sur

---

l'intervalle  $V_z$ .

Notons que, pour déterminer le nombre de panne moyen des composants sur chaque intervalle  $V_z$ , nous devons connaître l'âge des composants. C'est la raison pour laquelle, il est nécessaire de mettre à jour l'âge des composants à la fin de chaque intervalle  $V_z$ . La mise à jour de l'âge des composants est effectuée selon la formule suivante :

$$age_i(V_z^e) = \begin{cases} 0 & \text{if } i \in G(V_z); \\ age_i(V_z^b) & i \in (H(V_z) \cup D(V_z)); \\ age_i(V_z^b) + d(V_z) & i \in (A(V_z) \cup B(V_z)). \end{cases}$$



# Bibliographie

- [1] Chapter 9 - reliability-centered maintenance. In *Engineering Maintainability*, B. Dhillon, Ed. Gulf Professional Publishing, Houston, 1999, pp. 160–179.
- [2] A general approach for the coordination of maintenance frequencies in cases with a single set-up. In *Maintenance, Modeling and Optimization*, M. Ben-Daya, S. Duffuaa, and A. Raouf, Eds. Springer US, 2000.
- [3] ABIRI-JAHROMI, A., FOTUHI-FIRUZABAD, M., AND ABBASI, E. An efficient mixed-integer linear formulation for long-term overhead lines maintenance scheduling in power distribution systems. *IEEE Transactions on Power Delivery* 24, 4 (2009), 2043–2053.
- [4] AGHAIE, M., NOROUZI, A., ZOLFAGHARI, A., MINUCHEHR, A., MOHAMADI FARD, Z., AND TUMARI, R. Advanced progressive real coded genetic algorithm for nuclear system availability optimization through preventive maintenance scheduling. *Annals of Nuclear Energy* 60 (2013), 64–72.
- [5] AHMAD, R., AND KAMARUDDIN, S. An overview of time-based and condition-based maintenance in industrial application. *Computers & Industrial Engineering* 63, 1 (2012), 135–149.
- [6] ARCHIBALD, Y., AND DEKKER, R. Modified block-replacement for multiple-component systems. *IEEE Transactions on Reliability* 45, 1 (1996), 75–83.
- [7] BAGLEE, D. AND JANTUNEN, E. Can equipment failure modes support the use of a condition based maintenance strategy? *Procedia CIRP* 22 (2014), 87–91.
- [8] BAKER, J. Adaptive selection methods for genetic algorithms. *Proceedings of the 1st International Conference on Genetic Algorithms* (1985), 101–111.
- [9] BARLOW, R., AND PROSCHAN, F. Statistical theory of reliability and life testing : probability models. Tech. rep., DTIC Document, 1975.
- [10] BARLOW, R., AND PROSCHAN, F. *Mathematical theory of reliability*, vol. 17. Siam, 1996.
- [11] BARONE, G., AND FRANGOPOL, D. Life-cycle maintenance of deteriorating structures by multi-objective optimization involving reliability, risk, availability, hazard and cost. *Structural Safety* 48 (2014), 40–50.

- [12] BARROS, A. *Maintenance des systèmes multicomposants sous surveillance imparfaite : modélisation stochastique et optimisation*. PhD thesis, Université de Technologie de Troyes, France, 2003.
- [13] BARROS, A. De l'information de surveillance à la construction d'indicateurs de décision en fiabilité et en maintenance : contribution par approches stochastiques. *HPR thesis, Université de Technologie de Compiègne, France* (2010).
- [14] BERG, M. General trigger-off replacement procedures for two-unit systems. *Naval Research Logistics Quarterly* 25, 1 (1978), 15–29.
- [15] BERG, M., AND EPSTEIN, B. A modified block replacement policy. *Naval Research Logistics Quarterly* 23, 1 (1976), 15–24.
- [16] BERRICHI, A., YALAOUI, F., AMODEO, L., AND MEZGHICHE, M. Bi-objective ant colony optimization approach to optimize production and maintenance scheduling. *Computers & Operations Research* 37, 9 (2010), 1584–1596.
- [17] BIGRAS, L., GAMACHE, M., AND SAVARD, G. The time-dependent traveling salesman problem and single machine scheduling problems with sequence dependent setup times. *Discrete Optimization* 5, 4 (2008), 685–699.
- [18] BIRNBAUM, Z. On the importance of different components in a multicomponent system. Tech. rep., Washington university, Sattle lab of statistical research, 1968.
- [19] BOUVARD, K., ARTUS, S., BERENQUER, C., AND COCQUEMPOT, V. Condition-based dynamic maintenance operations planning & grouping. application to commercial heavy vehicles. *Reliability Engineering & System Safety* 96, 6 (2011), 601–610.
- [20] BUDAI, G., DEKKER, R., AND NICOLAI, R. Maintenance and production : a review of planning models. In *Complex System Maintenance Handbook*. Springer, 2008, pp. 321–344.
- [21] BUDAI, G., HUISMAN, D., AND DEKKER, R. Scheduling preventive railway maintenance activities. *Journal of the Operational Research Society* 57, 9 (2006), 1035–1044.
- [22] BUDAI-BALKE, G. *Operations research models for scheduling railway infrastructure maintenance*. No. 456. Rozenberg Publishers, 2009.
- [23] BURKE, E., AND SMITH, A. Hybrid evolutionary techniques for the maintenance scheduling problem. *IEEE Transactions on Power Systems* 15, 1 (2000), 122–128.
- [24] CAMCI, F. System maintenance scheduling with prognostics information using genetic algorithm. *IEEE Transactions on Reliability* 58, 3 (2009), 539–552.
- [25] CASTANIER, B. *Modélisation stochastique et optimisation de la maintenance conditionnelle des systèmes à dégradation graduelle*. PhD thesis, Université de Technologie de Troyes, France, 2001.



- 
- [26] CASTANIER, B., GRALL, A., AND BÉRENGUER, C. A condition-based maintenance policy with non-periodic inspections for a two-unit series system. *Reliability Engineering & System Safety* 87, 1 (2005), 109–120.
- [27] CERTA, A., GALANTE, G., LUPO, T., AND PASSANNANTI, G. Determination of pareto frontier in multi-objective maintenance optimization. *Reliability Engineering & System Safety* 96, 7 (2011), 861–867.
- [28] CHEN, S., HO, T., AND MAO, B. Reliability evaluations of railway power supplies by fault-tree analysis. *Electric Power Applications, IET* 1, 2 (2007), 161–172.
- [29] CHIEN, Y. A number-dependent replacement policy for a system with continuous preventive maintenance and random lead times. *Applied Mathematical Modelling* 33, 3 (2009), 1708–1718.
- [30] CHO, D., AND PARLAR, M. A survey of maintenance models for multi-unit systems. *European Journal of Operational Research* 51, 1 (1991), 1–23.
- [31] CHUNG, C., AND FLYNN, J. Optimal replacement policies for k-out-of-n systems. *IEEE Transactions on Reliability* 38, 4 (1989), 462–467.
- [32] CHUNG, S., CHAN, F., AND CHAN, H. A modified genetic algorithm approach for scheduling of perfect maintenance in distributed production scheduling. *Engineering Applications of Artificial Intelligence* 22, 7 (2009), 1005–1014.
- [33] COCOZZA-THIVENT, C. *Processus stochastiques et fiabilité des systèmes*, vol. 28. Springer, 1997.
- [34] DAGPUNAR, J., AND JACK, N. Optimizing system availability under minimal repair with non-negligible repair and replacement times. *Journal of the Operational Research Society* (1993), 1097–1103.
- [35] DE SMIDT-DESTOMBES, K., C VAN DER HEIJDEN, M., AND VAN HARTEN, A. On the availability of a k-out-of-n system given limited spares and repair capacity under a condition based maintenance strategy. *Reliability engineering & System safety* 83, 3 (2004), 287–300.
- [36] DEB, K. An efficient constraint handling method for genetic algorithms. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 186, 2 (2000), 311–338.
- [37] DEKKER, R., FRENK, H., AND WILDEMAN, R. How to determine maintenance frequencies for multi-component systems? a general approach. In *Reliability and maintenance of complex systems*. Springer, 1996, pp. 239–280.
- [38] DEKKER, R., VAN DER MEER, J., PLASMEIJER, R., WILDEMAN, R., AND DE BRUIN, J. Maintenance of light-standards-a case-study. *Journal of the Operational Research Society* (1998), 132–143.

- [39] DEKKER, R., WILDEMAN, R., AND VAN DER DUYN SCHOUTEN, F. A review of multi-component maintenance models with economic dependence. *Mathematical Methods of Operations Research* 45, 3 (1997), 411–435.
- [40] DEKKER, R., WILDEMAN, R., AND VAN EGMOND, R. Joint replacement in an operational planning phase. *European Journal of Operational Research* 91, 1 (1996), 74–88.
- [41] DEKKERT, R., SMIT, A., AND LOSEKOOT, J. Combining maintenance activities in an operational planning phase : a set-partitioning approach. *IMA Journal of Management Mathematics* 3, 4 (1991), 315–331.
- [42] DELOUX, E. *Politiques de maintenance conditionnelle pour un system à dégradation continue soumis à un environnement stressant*. PhD thesis, Université de Technologie de Troyes, France, 2008.
- [43] DELOUX, E., AND DIEULLE, L. Condition-based maintenance policies for multi-component systems with stochastic, structural and economic dependencies. *IMA International Conference on Modelling in Industrial Maintenance and Reliability, Oxford, UK* (2014).
- [44] DING, F., AND TIAN, Z. Opportunistic maintenance for wind farms considering multi-level imperfect maintenance thresholds. *Renewable Energy* 45 (2012), 175–182.
- [45] DO, P. *Contribution au développement et à l'étude de facteurs d'importance fiabilistes pour les systèmes markoviens*. PhD thesis, Université de Technologie de Troyes, 2008.
- [46] DO, P., BARROS, A., BERENQUER, C. BOUVARD, K., AND BRISSAUD, F. Dynamic grouping maintenance with time limited opportunities. *Reliability Engineering & System Safety* 120 (2013), 51–59.
- [47] DO, P., VU, C., BARROS, A., AND BERENQUER, C. Grouping maintenance strategy with availability constraint under limited repairmen. In *8th IFAC Symposium on Fault Detection, Supervision and Safety of Technical Processes* (2012), vol. 8, pp. 486–491.
- [48] DOOSTPARAST, M., KOLAHAN, F., AND DOOSTPARAST, M. A reliability-based approach to optimize preventive maintenance scheduling for coherent systems. *Reliability Engineering & System Safety* 126 (2014), 98–106.
- [49] DUFFUAA, S., AND BEN-DAYA, M. An extended model for the joint overhaul scheduling problem. *International Journal of Operations & Production Management* 14, 7 (1994), 37–43.
- [50] EGAN, G., DILLON, T., AND MORSZTYN, K. An experimental method of determination of optimal maintenance schedules in power systems using the branch-and-bound technique. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, 8 (1976), 538–547.

- 
- [51] FAULIN, J., JUAN, A., MARTORELL, S., AND RAMÍREZ-MÁRQUEZ, J. *Simulation Methods for Reliability and Availability of Complex Systems*. Springer, 2010.
- [52] FERREIRA, R., BARROSO, L., FEINSTEIN, C., AND BORGES, C. A non-linear programming approach to maintenance budgeting for multi-component systems. In *Power and Energy Society General Meeting (PES), 2013 IEEE* (July 2013), pp. 1–5.
- [53] GERAERDS, W. The cost of downtime for maintenance : preliminary considerations. *Maintenance management international* 5, 1 (1985), 13–21.
- [54] GERTSBAKH, I. Optimal group preventive maintenance of a system with observable state parameter. *Advances in Applied Probability* (1984), 923–925.
- [55] GERTSBAKH, I. *Reliability theory : with applications to preventive maintenance*. Springer, 2000.
- [56] GODOY, D., PASCUAL, R., AND KNIGHTS, P. Critical spare parts ordering decisions using conditional reliability and stochastic lead time. *Reliability Engineering & System Safety* 119 (2013), 199–206.
- [57] GOPALAKRISHNAN, M., MOHAN, S., AND HE, Z. A tabu search heuristic for preventive maintenance scheduling. *Computers & industrial engineering* 40, 1 (2001), 149–160.
- [58] GOULD, H. Stirling number representation problems. *Proceedings of the American Mathematical Society* 11, 3 (1960), 447–451.
- [59] GOYAL, S., AND GUNASEKARAN, A. Determining economic maintenance frequency of a transport fleet. *International Journal of Systems Science* 23, 4 (1992), 655–659.
- [60] GOYAL, S., AND KUSY, M. Determining economic maintenance frequency for a family of machines. *Journal of the Operational Research Society* (1985), 1125–1128.
- [61] GUPTA, J., AND RUIZ-TORRES, A. A listfit heuristic for minimizing makespan on identical parallel machines. *Production Planning & Control* 12, 1 (2001), 28–36.
- [62] GUSTAVSSON, E., PATRIKSSON, M., STRÖMBERG, A., WOJCIECHOWSKI, A., AND ÖNNHEIM, M. Preventive maintenance scheduling of multi-component systems with interval costs. *Computers & Industrial Engineering* (2014).
- [63] HAJIAN-HOSEINABADI, H. Reliability and component importance analysis of substation automation systems. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 49 (2013), 455–463.
- [64] HAMEED, Z., AND VATN, J. Role of grouping in the development of an overall maintenance optimization framework for offshore wind turbines. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O : Journal of Risk and Reliability* 226, 6 (2012), 584–601.

- [65] HARIGA, M. Coordinated overhaul scheduling of production units. *Naval Research Logistics (NRL)* 41, 4 (1994), 565–577.
- [66] HARIGA, M. A deterministic maintenance-scheduling problem for a group of non-identical machines. *International Journal of Operations & Production Management* 14, 7 (1994), 27–36.
- [67] HOLLAND, J. *Adaptation in natural and artificial systems : An introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence*. No. 53. University of Michigan Press, 1975.
- [68] HONG, H., ZHOU, W., ZHANG, S., AND YE, W. Optimal condition-based maintenance decisions for systems with dependent stochastic degradation of components. *Reliability Engineering & System Safety* 121 (2014), 276–288.
- [69] HU, J., AND ZHANG, L. Risk based opportunistic maintenance model for complex mechanical systems. *Expert Systems with Applications* 41, 6 (2014), 3105–3115.
- [70] HU, J., ZHANG, L., AND LIANG, W. Opportunistic predictive maintenance for complex multi-component systems based on dbn-hazop model. *Process Safety and Environmental Protection* 90, 5 (2012), 376–388.
- [71] HUANG, J. New search algorithm for solving the maintenance scheduling problem for a family of machines. *Optimisation Methods and Software* 21, 3 (2006), 461–477.
- [72] IGHRAVWE, D., AND OKE, S. A non-zero integer non-linear programming model for maintenance workforce sizing. *International Journal of Production Economics* 150, 0 (2014), 204–214.
- [73] JAIN, R., AND CHAUDHARI, N. A new bit wise technique for 3-partitioning algorithm. *IJCA Special Issue on Optimization and On-chip Communication 1* (2012), 1–5.
- [74] JAYABALAN, V., AND CHAUDHURI, D. An heuristic approach for finite time maintenance policy. *International journal of production economics* 27, 3 (1992), 251–256.
- [75] KALBFLEISCH, J., AND PRENTICE, R. *The statistical analysis of failure time data*, vol. 360. John Wiley & Sons, 2011.
- [76] KHOURY, E. *Modélisation de la durée de vie résiduelle et maintenance prédictive : application à des véhicules industriels*. PhD thesis, Université de Technologie de Troyes, France, 2012.
- [77] KOBACZY, K., AND MURTHY, D. *Complex system maintenance handbook*. Springer, 2008.
- [78] KONAK, A., COIT, D., AND SMITH, A. Multi-objective optimization using genetic algorithms : A tutorial. *Reliability Engineering & System Safety* 91, 9 (2006), 992–1007.

- 
- [79] KUO, W., AND ZHU, X. Some recent advances on importance measures in reliability. *IEEE Transactions on Reliability* 61, 2 (2012), 344–360.
- [80] LAGGOUNE, R., CHATEAUNEUF, A., AND AISSANI, D. Opportunistic policy for optimal preventive maintenance of a multi-component system in continuous operating units. *Computers & Chemical Engineering* 33, 9 (2009), 1499–1510.
- [81] LAGGOUNE, R., CHATEAUNEUF, A., AND AISSANI, D. Preventive maintenance scheduling for a multi-component system with non-negligible replacement time. *International Journal of Systems Science* 41, 7 (2010), 747–761.
- [82] LAPA, C., PEREIRA, C., AND DE BARROS, M. A model for preventive maintenance planning by genetic algorithms based in cost and reliability. *Reliability Engineering & System Safety* 91, 2 (2006), 233–240.
- [83] LI, H., D. L., AND DELOUX, E. Condition-based maintenance policies for multi-component systems with lévy copulas dependence. In *Safety and Reliability : Methodology and Applications*. Taylor & Francis Group, London, 2014, pp. 1281 –1288.
- [84] LIMNIOS, N. *Fault trees*, vol. 675. John Wiley & Sons, 2010.
- [85] LOVE, C., AND GUO, R. Utilizing weibull failure rates in repair limit analysis for equipment replacement/preventive maintenance decisions. *Journal of the Operational Research Society* (1996), 1366–1376.
- [86] LUO, Z., QIN, H., AND LIM, A. Branch-and-price-and-cut for the multiple traveling repairman problem with distance constraints. *European Journal of Operational Research* 234, 1 (2014), 49–60.
- [87] MARSEGUERRA, M., AND ZIO, E. Optimizing maintenance and repair policies via a combination of genetic algorithms and monte carlo simulation. *Reliability Engineering & System Safety* 68, 1 (2000), 69–83.
- [88] MARSEGUERRA, M., ZIO, E., AND PODOFILLINI, L. Condition-based maintenance optimization by means of genetic algorithms and monte carlo simulation. *Reliability Engineering & System Safety* 77, 2 (2002), 151–165.
- [89] MARSEGUERRA, M., ZIO, E., AND PODOFILLINI, L. Multiobjective spare part allocation by means of genetic algorithms and monte carlo simulation. *Reliability Engineering & System Safety* 87, 3 (2005), 325–335.
- [90] MICHALEWICZ, Z., AND SCHOENAUER, M. Evolutionary algorithms for constrained parameter optimization problems. *Evolutionary computation* 4, 1 (1996), 1–32.
- [91] MIZUTANI, S., NAKAGAWA, T., AND CHEN, M. Extended maintenance and inspection models for a parallel system. In *IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, IEEM 2009*. (2009), IEEE, pp. 248–251.

- [92] MOGHADDAM, K., AND USHER, J. Preventive maintenance and replacement scheduling for repairable and maintainable systems using dynamic programming. *Computers & Industrial Engineering* 60, 4 (2011), 654–665.
- [93] MOINZADEH, K., AND AGGARWAL, P. Analysis of a production/inventory system subject to random disruptions. *Management Science* 43, 11 (1997), 1577–1588.
- [94] MURPHY, K., CARTER, C., AND MALERICH, A. Reliability analysis of phased-mission systems : a correct approach. In *Reliability and Maintainability Symposium, 2007.* (2007), IEEE, pp. 7–12.
- [95] NAKAGAWA, T. Optimal number of units for a parallel system. *Journal of Applied probability* (1984), 431–436.
- [96] NAKAGAWA, T., AND KOWADA, M. Analysis of a system with minimal repair and its application to replacement policy. *European Journal of Operational Research* 12, 2 (1983), 176–182.
- [97] NAKAGAWA, T., AND MIZUTANI, S. A summary of maintenance policies for a finite interval. *Reliability Engineering & System Safety* 94, 1 (2009), 89–96.
- [98] NF-EN-13306-X-60-319. Terminologie de la maintenance. *Norme AFNOR* (2001).
- [99] NGUYEN, A., DO, P., AND GRALL, A. Condition-based maintenance for multi-component systems using importance measure and predictive information. *International Journal of Systems Science : Operations & Logistics* 1, 4 (2014), 1–18.
- [100] NGUYEN, T., CASTANIER, B., AND YEUNG, T. Maintaining a system subject to uncertain technological evolution. *Reliability Engineering & System Safety* (2014).
- [101] NICOLAI, R., AND DEKKER, R. Optimal maintenance of multi-component systems : a review. *Complex system maintenance handbook* (2008), 263–286.
- [102] NOSOOHI, I., AND HEJAZI, S. A multi-objective approach to simultaneous determination of spare part numbers and preventive replacement times. *Applied Mathematical Modelling* 35, 3 (2011), 1157–1166.
- [103] NOWAKOWSKI, T., AND WERBIŃKA, S. On problems of multicomponent system maintenance modelling. *International Journal of Automation and Computing* 6, 4 (2009), 364–378.
- [104] OKUMOTO, K., AND ELSAYED, E. An optimum group maintenance policy. *Naval Research Logistics Quarterly* 30, 4 (1983), 667–674.
- [105] ÖZEKICI, S. *Reliability and maintenance of complex systems*. No. 154. Springer, 1996.
- [106] PAPAKONSTANTINOY, K., AND SHINOZUKA, M. Optimum inspection and maintenance policies for corroded structures using partially observable markov decision pro-

- 
- cesses and stochastic, physically based models. *Probabilistic Engineering Mechanics* 37 (2014), 93–108.
- [107] PARK, M., AND PHAM, H. A generalized block replacement policy for a k-out-of-n system with respect to threshold number of failed components and risk costs. *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A : Systems and Humans* 42, 2 (2012), 453–463.
- [108] PASCUAL, R., MERUANE, V., AND REY, P. On the effect of downtime costs and budget constraint on preventive and replacement policies. *Reliability Engineering & System Safety* 93, 1 (2008), 144–151.
- [109] PHAM, H., AND WANG, H. Optimal  $(\tau, t)$ -opportunistic maintenance of a k-out-of-n : G system with imperfect pm and partial failure. *Naval Research Logistics (NRL)* 47, 3 (2000), 223–239.
- [110] PONCHET, A. *Modèles stochastiques pour l'évaluation de politiques de maintenance sur des systèmes à dégradation graduelle*. PhD thesis, Université de Technologie de Troyes, 2010.
- [111] POPOVA, E., AND WILSON, J. Group replacement policies for parallel systems whose components have phase distributed failure times. *Annals of operations research* 91 (1999), 163–198.
- [112] QI, X. A note on worst-case performance of heuristics for maintenance scheduling problems. *Discrete Applied Mathematics* 155, 3 (2007), 416–422.
- [113] RAUSAND, M., AND HØYLAND, A. *System reliability theory : models, statistical methods, and applications*, vol. 396. Wiley-Interscience, 2003.
- [114] REDMOND, D., CHRISTER, A., RIGDEN, S., BURLEY, E., TAJELLI, A., AND ABU-TAIR, A. O.R. modelling of the deterioration and maintenance of concrete structures. *European Journal of Operational Research* 99, 3 (1997), 619–631.
- [115] REGNIER, E., SHARP, G., AND TOVEY, C. Replacement under ongoing technological progress. *IIE Transactions* 36, 6 (2004), 497–508.
- [116] REHAGE, D., CARL, U., AND VAHL, A. Redundancy management of fault tolerant aircraft system architectures-reliability synthesis and analysis of degraded system states. *Aerospace Science and Technology* 9, 4 (2005), 337 – 347.
- [117] REIHANI, E., SARIKHANI, A., DAVODI, M., AND DAVODI, M. Reliability based generator maintenance scheduling using hybrid evolutionary approach. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems* 42, 1 (2012), 434–439.
- [118] REINEKE, D., MURDOCK JR, W., POHL, E., AND REHMERT, I. Improving availability and cost performance for complex systems with preventive maintenance. *Reliability and Maintainability Symposium* (1999), 383–388.

- [119] RITCHKEN, P., AND WILSON, J. (m, t) group maintenance policies. *Management science* 36, 5 (1990), 632–639.
- [120] ROSS, S. *Introduction to probability models*. Academic press, 2014.
- [121] RUBINSTEIN, R., AND KROESE, D. *Simulation and the Monte Carlo method*, vol. 707. John Wiley & Sons, 2011.
- [122] SAHINOGLU, M., AND RAMAMOORTHY, C. Rbd tools using compression, decompression, hybrid techniques to code, decode, and compute reliability in simple and complex embedded systems. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement* 54, 5 (2005), 1789–1799.
- [123] SAMROUT, M., YALAOU, F., CHATELET, E., AND CHEBBO, N. New methods to minimize the preventive maintenance cost of series-parallel systems using ant colony optimization. *Reliability Engineering & System Safety* 89, 3 (2005), 346–354.
- [124] SARAIVA, J., PEREIRA, M., MENDES, V., AND SOUSA, J. A simulated annealing based approach to solve the generator maintenance scheduling problem. *Electric Power Systems Research* 81, 7 (2011), 1283–1291.
- [125] SARKARA, A., BEHERAB, D., AND KUMARC, S. Maintenance policies of single and multi-unit systems in the past and present. *International Journal of Current Engineering and Technology* 2, 1 (2012), 196–205.
- [126] SCARF, P. On the application of mathematical models in maintenance. *European Journal of operational research* 99, 3 (1997), 493–506.
- [127] SELVIK, J., AND AVEN, T. A framework for reliability and risk centered maintenance. *Reliability Engineering & System Safety* 96, 2 (2011), 324–331.
- [128] SHAFIEE, M., AND CHUKOVA, S. Maintenance models in warranty : A literature review. *European Journal of Operational Research* 229, 3 (2013), 561–572.
- [129] SHEU, S. A generalized block replacement policy with minimal repair and general random repair costs for a multi-unit system. *Journal of the Operational Research Society* (1991), 331–341.
- [130] SHEU, S., AND JHANG, J. A generalized group maintenance policy. *European Journal of Operational Research* 96, 2 (1997), 232–247.
- [131] SINGPURWALLA, N. Survival in dynamic environments. *Statistical Science* 10, 1 (1995), 86–103.
- [132] SORTRAKUL, N., NACHTMANN, H., AND CASSADY, C. Genetic algorithms for integrated preventive maintenance planning and production scheduling for a single machine. *Computers in Industry* 56, 2 (2005), 161–168.



- 
- [133] SRISKANDARAJAH, C., JARDINE, A., AND CHAN, C. Maintenance scheduling of rolling stock using a genetic algorithm. *Journal of the Operational Research Society* (1998), 1130–1145.
- [134] SULE, D., AND HARMON, B. Determination of coordinated maintenance scheduling frequencies for a group of machines. *AIIE Transactions* 11, 1 (1979), 48–53.
- [135] TANG, T., LIN, D., BANJEVIC, D., AND JARDINE, A. Availability of a system subject to hidden failure inspected at constant intervals with non-negligible downtime due to inspection and downtime due to repair/replacement. *Journal of Statistical Planning and Inference* 143, 1 (2013), 176–185.
- [136] THOMAS, L. A survey of maintenance and replacement models for maintainability and reliability of multi-item systems. *Reliability Engineering* 16, 4 (1986), 297–309.
- [137] TSAI, Y., WANG, K., AND TSAI, L. A study of availability-centered preventive maintenance for multi-component systems. *Reliability Engineering & System Safety* 84, 3 (2004), 261–270.
- [138] TURING, A., FEIGENBAUM, E., AND FELDMAN, J. Computers and thought. *Computing Machinery and Intelligence*, EA 6 (1963).
- [139] VALDEZ-FLORES, C., AND FELDMAN, R. A survey of preventive maintenance models for stochastically deteriorating single-unit systems. *Naval Research Logistics (NRL)* 36, 4 (1989), 419–446.
- [140] VAN DIJKHUIZEN, G. Maintenance grouping in multi-step multi-component production systems. In *Maintenance, Modeling and Optimization*. Springer, 2000, pp. 283–306.
- [141] VAN DIJKHUIZEN, G., AND VAN HARTEN, A. Optimal clustering of frequency-constrained maintenance jobs with shared set-ups. *European Journal of Operational Research* 99, 3 (1997), 552–564.
- [142] VAN HORENBEEK, A., AND PINTELON, L. A dynamic predictive maintenance policy for complex multi-component systems. *Reliability Engineering & System Safety* 120 (2013), 39–50.
- [143] VAN HORENBEEK, A. AND BURÉ, J., CATTRYSSÉ, D., PINTELON, L., AND VANS-TEENWEGEN, P. Joint maintenance and inventory optimization systems : A review. *International Journal of Production Economics* 143, 2 (2013), 499–508.
- [144] VEGUNTA, S., AND MILANOVIC, J. Estimation of cost of downtime of industrial process due to voltage sags. *IEEE Transactions on Power Delivery* 26, 2 (2011), 576–587.
- [145] VOLKANOVSKI, A., MAVKO, B., BOŠEVSKI, T., ČAUŠEVSKI, A., AND ČEPIN, M. Genetic algorithm optimisation of the maintenance scheduling of generating units in a power system. *Reliability Engineering & System Safety* 93, 6 (2008), 779–789.

- [146] VOLOVOI, V., AND VALENZUELA, R. On compact modeling of coupling effects in maintenance processes of complex systems. *International Journal of Engineering Science* 59 (2012), 193–210.
- [147] VU, C., DO, P., AND BARROS, A.  $(mrl, \tau)$  grouping policy for complex structure systems. In *Proceedings of the European Safety and Reliability Conference* (2013), Taylor & Francis Group, London, pp. pp–949.
- [148] VU, C., DO, P., AND BARROS, A. A stationary grouping maintenance strategy using importance measure and mean residual life for multi-component systems with complex structure. *IEEE Transactions on Reliability* (2014).
- [149] VU, C., DO, P., BARROS, A., AND BERENQUER, C. Dynamic grouping maintenance for complex structure systems with non-negligible replacement time. In *Advanced Maintenance Engineering* (2012), vol. 2, pp. 79–84.
- [150] VU, C., DO, P., BARROS, A., AND BERENQUER, C. Maintenance activities planning and grouping for complex structure systems. In *Annual Conference of the European Safety and Reliability Association, PSAM11 & ESREL 2012* (2012), pp. 181–190.
- [151] VU, C., DO, P., BARROS, A., AND BÉRENGUER, C. Maintenance grouping strategy for multi-component systems with dynamic contexts. *Reliability Engineering & System Safety* 132 (2014), 233–249.
- [152] VU, C., DO, P., BARROS, A., AND BERENQUER, C. Maintenance planning and dynamic grouping for multi-component systems with positive and negative economic dependencies. *IMA Journal of Management Mathematics* (2014).
- [153] WANG, F., RAMAMRITHAM, K., AND STANKOVIC, J. Determining redundancy levels for fault tolerant real-time systems. *IEEE Transactions on Computers* 44, 2 (1995), 292–301.
- [154] WANG, H. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European journal of operational research* 139, 3 (2002), 469–489.
- [155] WANG, H. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. *European Journal of Operational Research* 139, 3 (2002), 469–489.
- [156] WANG, H., AND PHAM, H. Availability and maintenance of series systems subject to imperfect repair and correlated failure and repair. *European Journal of Operational Research* 174, 3 (2006), 1706–1722.
- [157] WANG, W., AND KOREN, Y. Scalability planning for reconfigurable manufacturing systems. *Journal of Manufacturing Systems* 31, 2 (2012), 83–91.
- [158] WANG, Y., AND PHAM, H. A multi-objective optimization of imperfect preventive maintenance policy for dependent competing risk systems with hidden failure. *IEEE Transactions on Reliability* 60, 4 (2011), 770–781.

- 
- [159] WIDYADANA, G., AND WEE, H. Optimal deteriorating items production inventory models with random machine breakdown and stochastic repair time. *Applied Mathematical Modelling* 35, 7 (2011), 3495–3508.
- [160] WILDEMAN, R. *The art of grouping maintenance*. PhD thesis, Erasmus University Rotterdam, Netherlands, 1996.
- [161] WILDEMAN, R., AND DEKKER, R. Dynamic influences in multi-component maintenance. *Quality and reliability engineering international* (1997), 199–207.
- [162] WILDEMAN, R., DEKKER, R., AND SMIT, A. A dynamic policy for grouping maintenance activities. *European Journal of Operational Research* 99, 3 (1997), 530–551.
- [163] WORM, J., AND VAN HARTEN, A. Model based decision support for planning of road maintenance. *Reliability Engineering & System Safety* 51, 3 (1996), 305–316.
- [164] WU, J., ADAM NG, T., XIE, M., AND HUANG, H. Analysis of maintenance policies for finite life-cycle multi-state systems. *Computers & Industrial Engineering* 59, 4 (2010), 638–646.
- [165] XIA, T., JIN, X., XI, L., AND NI, J. Production-driven opportunistic maintenance for batch production based on mam–apb scheduling. *European Journal of Operational Research* 240, 3 (2015), 781–790.
- [166] XIA, T., XI, L., ZHOU, X., AND LEE, J. Dynamic maintenance decision-making for series-parallel manufacturing system based on mam–mtw methodology. *European Journal of Operational Research* 221, 1 (2012), 231–240.
- [167] XIE, M., AND LAI, C. *Stochastic ageing and dependence for reliability*. Springer, 2006.
- [168] YASUI, K., NAKAGAWA, T., AND OSAKI, S. A summary of optimum replacement policies for a parallel redundant system. *Microelectronics Reliability* 28, 4 (1988), 635–641.
- [169] YEH, L. A note on the optimal replacement problem. *Advances in Applied Probability* (1988), 479–482.
- [170] YOUNES, M., KHALIL, A., AND HASSAN, D. Improving reliability by modifying system configuration. In *2011 IEEE International Conference on Quality and Reliability (ICQR)* (Sept 2011), pp. 450–454.
- [171] ZHENG, X., AND FARD, N. A maintenance policy for repairable systems based on opportunistic failure-rate tolerance. *IEEE Transactions on Reliability* 40, 2 (1991), 237–244.
- [172] ZHOU, W., HONG, H., AND ZHANG, S. Impact of dependent stochastic defect growth on system reliability of corroding pipelines. *International Journal of Pressure Vessels and Piping* 96 (2012), 68–77.

- [173] ZONG, S., CHAI, G., ZHANG, Z. G., AND ZHAO, L. Optimal replacement policy for a deteriorating system with increasing repair times. *Applied Mathematical Modelling* 37, 23 (2013), 9768–9775.

# Hai Canh VU

## Doctorat : Optimisation et Sûreté des Systèmes

### Année 2015

#### Stratégies de regroupement pour la maintenance des systèmes à composants multiples avec structure complexe

Au cours des dernières décennies, avec un fort développement de l'économie mondiale et des nouvelles technologies, la structure des systèmes industriels devient de plus en plus complexe. Elle peut être une combinaison des structures élémentaires telles que structures séries, structures parallèles, structures séries-parallèles, etc. Dans la littérature, la plupart des travaux s'intéressent à développer des stratégies de regroupement en considérant des structures séries. Cette hypothèse est parfois très pénalisée et se limite l'application de ces stratégies dans la réalité. C'est pourquoi, l'objectif principal de cette thèse est de développer des stratégies de regroupement (dynamique et stationnaire) pour la maintenance des systèmes multi-composants avec structure complexe. Ces stratégies développées se basent sur des modèles de durée de vie avec la durée de maintenance non-négligeable.

De plus, les conditions dynamiques (contextes dynamiques) telles que opportunités de faire la maintenance, changements de la structure, etc. sont étudiées et intégrées dans la planification de maintenance.

Les études montrent la nécessité et les difficultés de la prise en compte de la structure complexe dans les décisions de maintenance. Exemples numériques confirment les avantages de nos stratégies de maintenance en comparant avec les autres stratégies existantes dans la littérature.

**Mots clés :** entretien - durée de vie (ingénierie) - prise de décision, modèles mathématiques – fiabilité - algorithmes génétiques - Monte-Carlo, méthode de - systèmes complexes.

#### Grouping Strategies for the Maintenance of Multi-component Systems with Complex Structure

In the recent decades, with a strong development of the global economy and new technologies, the structure of industrial systems is more and more complex. It can be a combination of elementary structures such as series structures, parallel structures, series-parallel structures, etc. In the literature, the most work focused on developing grouping strategies by considering series structures. This assumption is sometimes much penalized and limited the application of these strategies in reality. Therefore, the main objective of this thesis is to develop dynamic and stationary grouping strategies for the maintenance of multi-component systems with complex structure. These strategies have been developed for age-based models with non-negligible maintenance durations. In addition, dynamic conditions (dynamic context) such as maintenance opportunities, changes of the structure, etc., are considered and integrated into the maintenance scheduling.

Our studies show the necessity and the difficulties of taking into account of the complex structure in the maintenance decisions. Numerical examples confirm the advantages of our maintenance strategies by comparing with other existing strategies in the literature.

**Keywords:** maintenance - service life (engineering) - decision making, mathematical models - reliability (engineering) - genetic algorithms - Monte Carlo method – complex systems.

Thèse réalisée en partenariat entre :

