

## Contribution aux approches probabilistes pour le pronostic et la maintenance des systèmes contrôlés

Danh Ngoc Nguyen

### ▶ To cite this version:

Danh Ngoc Nguyen. Contribution aux approches probabilistes pour le pronostic et la maintenance des systèmes contrôlés. Recherche opérationnelle [math.OC]. Université de Technologie de Troyes, 2015. Français. NNT : 2015TROY0010 . tel-03359582

## HAL Id: tel-03359582 https://theses.hal.science/tel-03359582

Submitted on 30 Sep 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse de doctorat de l'UTT

# Danh Ngoc NGUYEN

# Contribution aux approches probabilistes pour le pronostic et la maintenance des systèmes contrôlés



Spécialité : Optimisation et sûreté des systèmes

### 2015TROY0010

Année 2015



## THESE

pour l'obtention du grade de

## DOCTEUR de l'UNIVERSITE DE TECHNOLOGIE DE TROYES Spécialité : OPTIMISATION ET SURETE DES SYSTEMES

présentée et soutenue par

### **Danh Ngoc NGUYEN**

le 24 mars 2015

### Contribution aux approches probabilistes pour le pronostic et la maintenance des systèmes contrôlés

## JURY

M. F. KRATZ	PROFESSEUR DES UNIVERSITES	Président
M. V. COCQUEMPOT	PROFESSEUR DES UNIVERSITES	Rapporteur
Mme L. DIEULLE	MAITRE DE CONFERENCES	Directrice de thèse
M. A. GRALL	PROFESSEUR DES UNIVERSITES	Directeur de thèse
M. É. LEVRAT	MAITRE DE CONFERENCES - HDR	Rapporteur

\_

# Remerciements

Arrivé au terme de la rédaction de ce mémoire, il m'est particulièrement agréable d'exprimer ma gratitude et mes remerciements à tous ceux qui, par leur enseignement, leur soutien et leurs conseils, m'ont aidé à sa réalisation.

Les travaux présentés dans ce mémoire ont été effectués au sein du laboratoire de Modélisation et Sûreté des Systèmes (LM2S) de l'Université de Technologie de Troyes avec le soutien financier du Ministère de l'Enseignement supérieur et de la Recherche, France.

Bien que le mot soit faible aux vues des trois années et demi qui se sont écoulées, je tiens d'abord à adresser mes plus sincères remerciements à Laurence DIEULLE et Antoine GRALL, mes directeurs de thèse, pour avoir rendu possible un tel projet. Je remercie vivement pour la qualité de leur encadrement, leurs précieuses orientations, mais également leur disponibilité et le temps passé à la relecture et la correction du mémoire de thèse. Laurence et Antoine, merci, pour m'avoir fait confiance, écouté, guidé, encouragé et conseillé pendant ces années. Vos écoutes attentives, vos judicieux conseils ainsi que vos vastes connaissances scientifiques m'ont été d'une aide précieuse et ont contribué à alimenter ma réflexion. J'ai eu la chance et le plaisir de travailler sous votre direction (je n'oublie jamais l'ambiance chaleureuse des réunions ensembles). Je vous exprime ici toutes ma plus profonde reconnaissance et mon admiration.

J'adresse également mes remerciements à Monsieur Vincent COCQUEMPOT et Monsieur Eric LEVRAT pour avoir accepté d'être rapporteurs de mes travaux et membres du jury et pour les nombreux précieux commentaires qu'ils ont apportés. J'exprime ma gratitude à Monsieur Frédéric KRATZ, qui m'a fait l'honneur d'accepter la présidence du jury de cette thèse. Je remercie également l'ensemble des personnes que j'ai pu côtoyer durant ces années de thèse au LM2S. Je voudrais remercier très sincèrement tous mes collègues et tous mes amis qui m'ont permis de passer ces trois années et demi dans une ambiance très conviviale. En particulier, merci à Houda, Kim-Anh et Ying-Jun d'avoir partagé le bureau G012, mais aussi les moments de joie que nous avons passée ensemble et surtout des "cours de langues" : l'Arabe libanais, le Chinois et le Vietnamien;-) Je souhaite aussi remercier tous mes chers amis qui sont non seulement à Troyes, en France, au Vietnam mais aussi "all over the world". Merci anh Nam, anh Hoa, Hoang, Tan, Dac, "Toi" et ... pour vos soutiens et notre amitié.

Je sais bien que le mot "MERCI" ne suffit jamais pour tout le sacrifice que ma mère m'est consacrée et mon merci n'est pas non plus nécessaire pour elle. Son amour inconditionnel est la raison de mes efforts pendant toutes ces années et c'est à elle que je dédie ce travail. Je le dédie aussi à mon père. J'espère qu'il aurait été content de son fils...

# Résumé

Les systèmes de contrôle-commande jouent un rôle important dans le développement de la civilisation et de la technologie moderne. La perte d'efficacité de l'actionneur agissant sur le système est nocive dans le sens où elle modifie le comportement du système par rapport à celui qui est désiré. Cette thèse est une contribution au pronostic de la durée de vie résiduelle (RUL) et à la maintenance des systèmes de contrôle-commande en boucle fermée avec des actionneurs soumis à dégradation. Dans une première contribution, un cadre de modélisation à l'aide d'un processus markovien déterministe par morceaux est considéré pour modéliser le comportement du système. Dans ce cadre, le comportement du système est représenté par des trajectoires déterministes qui sont intersectées par des sauts d'amplitude aléatoire se produisant à des instants aléatoires et modélisant le phénomène de dégradation discret de l'actionneur. La deuxième contribution est une méthode de pronostic de la RUL du système composée de deux étapes : estimation de la loi de probabilité de l'état du système à l'instant de pronostic par le filtre particulaire et calcul de la RUL qui nécessite l'estimation de la fiabilité du système à partir de cet instant. La troisième contribution correspond à la proposition d'une politique de maintenance à structure paramétrique permettant de prendre en compte dynamiquement les informations disponibles conjointement sur l'état et sur l'environnement courant du système et sous la contrainte de dates d'opportunité.

## Abstract

The automatic control systems play an important role in the development of civilization and modern technology. The loss of effectiveness of the actuator acting on the system is harmful in the sense that it modifies the behavior of the system compared to that desired. This thesis is a contribution to the prognosis of the remaining useful life (RUL) and the maintenance of closed loop systems with actuators subjected to degradation. In the first contribution, a modeling framework with piecewise deterministic Markov process is considered in order to model the overall behavior of the system. In this context, the behavior of the system is represented by deterministic trajectories that are intersected by random size jumps occurring at random times and modeling the discrete degradation phenomenon of the actuator. The second contribution is a prognosis method of the system RUL which consists of two steps : the estimation of the probability distribution of the system state at the prognostic instant by particle filtering and the computation of the RUL which requires the estimation of the system reliability starting from the prognostic instant. The third contribution is the proposal of a parametric maintenance policy which dynamically takes into account the available information on the state and on the current environment of the system and under the constraint of opportunity dates.

# Table des matières

### Introduction générale

Ι	Eta	t de l'a	art		7
	1	Génér	alités sur	le pronostic	7
		1.1	Pronost	ic et durée de vie résiduelle	7
			1.1.1	Lien entre diagnostic et pronostic	9
			1.1.2	Mesure de performance du pronostic	10
		1.2	Classific	ation des approches et des outils de pronostic	14
			1.2.1	Classifications de la littérature	14
			1.2.2	La classification adoptée	16
	2	Prono	stic et ma	aintenance	21
		2.1	Les cone	cepts de base de la maintenance	22
			2.1.1	Maintenance corrective	22
			2.1.2	Maintenance préventive	23
		2.2	Politiqu	es de maintenance basées sur le pronostic	23
	3	Motiv	ations et	cadre de travail	24
		3.1	Perte d'	efficacité d'un système de contrôle-commande	24
		3.2	Orientat	tion du travail $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	25
			3.2.1	Processus de dégradation de l'actionneur	25
			3.2.2	Pronostic de durée de vie résiduelle : approche stochas- tique	27
			3.2.3	Principaux objectifs	27
II	Moo à dé	délisat égrada	ion du ce tion gra	omportement d'un système en boucle fermée soumis duelle et méthodologie de pronostic	29
	1	Introd	luction .		29
	2	Modél	isation d	u comportement d'un système de contrôle-commande	30
		2.1	Général fermée	ités sur les systèmes de contrôle-commande en boucle	31
			2.1.1	Structure générale du système	31
				$\sim$ $\sim$	

3

			2.1.2	Performances du système et surveillance de boucle de contrôle-commande	34
			2.1.3	Régulateur PID	35
		2.2	Modèle s	stochastique de dégradation de l'actionneur et de sa perte	
			d'efficaci	ité	36
			2.2.1	Perte d'efficacité et dégradation	36
			2.2.2	Processus de dégradation par chocs	37
			2.2.3	Impact des conditions opérationnelles	38
	3	Métho	odologie d	e pronostic	39
		3.1	Modèle s	stochastique	39
			3.1.1	Modélisation du comportement du système par proces- sus Markovien déterministe par morceaux	39
			3.1.2	Deux étapes : diagnostic et pronostic	42
		3.2	Etape 1	: diagnostic	44
			3.2.1	Estimation Bayésienne récursive	44
			3.2.2	Filtrage particulaire interactif avec observations discrètes	46
			3.2.3	Algorithme du filtrage particulaire	48
		3.3	Etape 2	: pronostic	50
	4	Concl	usion		50
<b>TT</b>	та	1			~ 0
111		plicatio	on de la :	methodologie de pronostic : cas d'étude	53
	1	Introc Madál	luction .	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	53
	Ζ	d'eau	avec dégr	adation de la pompe par chocs	54
		2.1	Fonctior	nement du système sans dégradation	54
		2.2	Modélisa	ation de la dégradation de la pompe et de son impact	56
		2.3	Définitio	on du PDMP associé	59
		2.4	Processu	us de surveillance et prise d'information en ligne	59
	3	Consi	gne variab	ble avec évolution aléatoire	61
		3.1	Modélisa	ation de l'évolution aléatoire de la consigne	61
		3.2	Applicat	ion numérique	62
			3.2.1	Implémentation numérique	62
			3.2.2	Algorithme de calcul de la RUL	63
			3.2.3	Impact des données de surveillance	66
	4	Cas d d'exci	'une consi tation	igne invariante dans le temps : introduction de signaux	69
		4.1	Signaux	d'excitation	69

		4.2	Prise de décision d'excitation	70
			4.2.1 Impact de la fréquence d'excitation	70
			4.2.2 Une règle de décision d'excitation	74
	5	Conclu	nsion	77
IV	7 Poli	tiques	de maintenance basées sur le pronostic	79
	1	Introd	uction	79
	2	Hypot	hèses générales pour la maintenance	80
		2.1	Mode de fonctionnement, évolution de la consigne et dégradation de l'actionneur	80
		2.2	Opportunités de maintenance	83
		2.3	Critères à maximiser	84
	3	Politiq	ue de maintenance dynamique basée sur le pronostic	85
	4	Applic	ation numérique	89
		4.1	Changement fréquent du mode de fonctionnement	89
		4.2	Changement rare du mode de fonctionnement $\ldots \ldots \ldots$	93
	5	Conclu	ision	94
Co	onclu	sion et	t perspectives	97
$\mathbf{A}$	Calo	cul de	la zone de défaillance	101
в	Moo	dèle de	e dommages cumulatifs avec la surveillance parfaite	103
Bi	bliog	raphie	. 1	107

# Liste des tableaux

II.1	Effets des actions d'un régulateur PID	35
III.1	Variables et paramètres du système de contrôle du niveau d'eau	56
III.2	Valeurs numériques du processus de dégradation et de l'évolution de la consigne	63
III.3	Valeurs numérique du modèle de dégradation et du processus d'inspection	71
IV.1	Variables et paramètres du système de contrôle du niveau d'eau	90
IV.2	Changement fréquent du mode de fonctionnement : comparaison entre les politiques de maintenance predictive et de maintenance basée sur l'âge pour différentes valeurs de $C_d$ pour chaque configuration relative à	02
		92

# Liste des figures

I.1	Schéma du pronostic : (a) RUL avec une information parfaite continue et (b) RUL avec une information imparfaite discrète	9
I.2	Diagnostic vs. pronostic	9
I.3	Cadre général du processus de diagnostic-pronostic	10
I.4	Classification des mesures de performance de pronostic, extraite de [94]	11
I.5	Mesures de performance du système de pronostic, issues de [65] : (a) exactitude et précision, (b) opportunité	12
I.6	Illustration de l'horizon de pronostic, issue de $[95]$ : (a) Horizon de pro- nostic basé sur des estimations ponctuelles (moyenne empirique), (b) Mesure $PH$ en fonction des densités de probabilité selon le critère $\beta$ . La constante $\alpha$ permet de définir les bornes ( $\alpha^+$ et $\alpha^-$ ) autour de la RUL réelle	13
I.7	Exactitude $\alpha - \lambda$ , issue de [95]. Le coefficient $\lambda$ détermine l'instant considéré : $t_{\lambda} = t_P + \lambda(t_{EoL} - t_P)$ où $t_P$ est le premier instant de pronostic.	13
I.8	Classification des approches de pronostic d'après Byington $et \ al. \ [14]$ .	14
I.9	Correspondance entre les classifications d'après Byington <i>et al.</i> ,2002 [14], Heng <i>et al.</i> ,2009 [49] et Jardine <i>et al.</i> , 2006 [56], tirée de [19]	15
I.10	Classification des approches de pronostic d'après [96]	16
I.11	Système flou, tiré de $[96]$	17
I.12	Choix d'une méthode d'estimation de la probabilité conditionnelle, tirée de [96]	19
I.13	Pronostic basé sur le modèle d'après [75]	21
I.14	Schéma des principaux types de maintenance	22
I.15	Schéma de principe d'une loi de commande FTC : (a) FTC passive et (b) FTC active, tiré de [60]	26
II.1	Schéma-bloc général d'un système de contrôle-commande en boucle fermée	31
II.2	Modèle de dégradation cumulatif où Z(t) représente le dommage total à l'instant t du matériel. Le matériel est considéré en panne lorsque le dommage total dépasse un niveau pré-défini $L$ ( $0 < L < \infty$ ) pour la	
II O	premiere iois.	38 41
11.J	Exemple des trajectoires de PDMP	41
11.4	Evolution probabiliste de l'état du système	44

II.5 Rééchantillonnage par la méthode d'inversion où $P^i = \sum_{l=1}^{i} w_{T_k}^{(l)} \dots $	<b>1</b> 8
III.1 Schéma général du système de régulation du niveau d'eau	55
III.2 Sortie de la pompe pour différentes valeurs de gain $K_a$ et une valeur de commande égale à $u_{max}$	57
III.3 (a) Perturbation dûe à la dégradation ( $K_a$ diminue de 5.0 à 4.0) (b) Réponse avec une même consigne : avant la dégradation (la courbe en trait plein et bleu : $K_a = 5.0$ ) et après la dégradation (la courbe rouge en pointillés $K_a = 4.0$ )	57
III.4 Illustration de la procédure de surveillance	30
<ul> <li>III.5 Une trajectoire du système de contrôle du niveau d'eau du réservoir jusqu'à la défaillance de l'actionneur : (a) la consigne, (b) le niveau d'eau du réservoir 1, (c) le niveau d'eau du réservoir 2, (d) la capacité de l'actionneur, (e) la valeur de commande appliquée sur l'actionneur et (f) le débit d'écoulement d'entrée correspondant</li></ul>	64
III.6 Observations bruitées du niveau d'eau du réservoir 2	35
III.7 Densité conditionnelle de l'état du système au temps $T_{prog} = 15046, 8$ unités de temps, sachant les mesures bruitées de $h_2$ pour $N_s = 1000$ particules	36
III.8 Densité conditionnelle de l'état du système au temps $T_{prog} = 15046, 8$ unités de temps, compte tenu des mesures bruitées de $h_2$ pour différentsnombres de particules6	57
III.9 Durée de vie résiduelle du système de contrôle de niveau d'eau de réservoir au moment de $T_{prog} = 15046, 8$ unités de temps	37
III.10Modèle de dégradation cumulatifs de l'actionneur	38
III.11Estimation du temps moyen de fonctionnement avant la panne dans deux cas d'information de surveillance à quelques instants de pronostic différents	39
III.12Différents types de signaux d'excitation	70
III.13Caractéristique d'une impulsion rectangulaire	70
III.14Processus d'inspection avec impulsion rectangulaire	71
III.15Une trajectoire du système de contrôle du niveau d'eau du réservoir jusqu'à la défaillance de l'actionneur : (a) la consigne, (b) le niveau d'eau du réservoir 1, (c) le niveau d'eau du réservoir 2 et (d) la capacité de l'actionneur	72
III.16Densité conditionnelle de l'état du système au temps $T_{prog} = 1209$ unités de temps selon les observations bruitées pour $N_s = 3000$ particules et l'histogramme correspondant de la RUL du système	73
III.17Estimation de la loi de la RUL pour différents scénarios d'excitation 7	74
III.18Règle de l'amplitude du signal d'excitation	75

III.19	9Règle de décision d'excitation	76
IV.1	Graphe de changement de mode	81
IV.2	Un exemple de l'évolution de la consigne : (a) dans le mode normal, (b) dans le mode stressé et (c) avec le changement alternatif du mode de fonctionnement	82
IV.3	Allure de la dégradation de l'actionneur en considérant deux sources d'usure : l'usure naturelle et l'usure dûe au mode de fonctionnement	83
IV.4	Décision de maintenance basée sur l'indicateur de profit (a) cas d'une maintenance préventive planifiée à $T^i_{opp}$ , (b) cas d'une maintenance préventive planifiée à $T^{i+1}_{opp}$	87
IV.5	Processus de décision de la stratégie de maintenance predictive	88
IV.6	Changement fréquent du mode de fonctionnement : Cas 1 («Coût préventif faible») - Evaluation (a) du profit moyen optimal, (b) du MTTM.	91
IV.7	Changement fréquent du mode de fonctionnement : Cas 2 («Coût préventif intermédiaire») - Evaluation du profit moyen optimal (a) et le MTTM (b)	92
IV.8	Changement fréquent du mode de fonctionnement : Cas 3 («Coût préventif important») - Evaluation du profit moyen optimal (a) et le MTTM (b)	92
IV.9	Changement rare du mode de fonctionnement : Evaluation du profit moyen optimal (à gauche) et le MTTM (à droite) : Cas 1 (a,b), Cas 2 (c,d) et Cas 3 (e,f)	93
IV.10	OChangement rare du mode de fonctionnement : comparaison entre les politiques de maintenance predictive et de maintenance basée sur l'âge en fonction de $C_d$ pour chaque configuration relative à $C_p$	94

# Notations

## Abréviations

PHM	Prognostic and Health Management.
CBM	Condition based maintenance : maintenance conditionnelle.
RUL	Remaining Useful Life : durée de vie résiduelle.
FTC	Fault-tolerant Control : commande tolérante aux défauts.
PDMP	Piecewise deterministic Markov processes : processus markovien
	déterministe par morceaux.
PID	Proportional-Integral-Derivative controller : régulateur Proportionnel-
	Intégral-Dérivé.
MRUL	Mean Remaining Useful Life : durée de vie résiduelle moyenne.
MTTM	Mean Time Till Maintenance : temps moyen avant maintenance.
SISO	Single-Input Single-Output : système possédant une seule entrée et une
	seule sortie.
MIMO	$\mathit{Multi-Input}$ $\mathit{Multi-Output}$ : système avec plus d'une entrée et/ou plus
	d'une sortie.

## Notations

x(t), u(t), y(t)	Respectivement vecteur d'état, des entrées, des sorties du système au
$\mathbf{C}(\mathbf{A}, \mathbf{A}, \mathbf{A})$	temps $t$ .
f(.), h(.)	Respectivement fonction d'évolution et de sortie du procédé.
$y^m(t), \epsilon(t)$	Mesure de sortie, bruit aléatoire additif de densité de probabilité $\phi$ , à
	l'instant $t$ .
$y^{ref}, e(t)$	Consigne de procédé, écart entre la consigne et la mesure de sortie du
	procédé à $t$ .
$u^{c}(t)$	Sortie du régulateur à $t$ .
$K_p, T_i, T_d$	Paramètres du régulateur PID.
$c_0, C(t)$	Capacité nominale initiale, capacité réelle de l'actionneur à $t$ .
$\mathbf{g}(.)$	Fonction décroissante par rapport de la capacité $C(t)$ .
$\mathcal{D}(t)$	Détérioration cumulée de l'actionneur à $t$ .
$(\Xi, W)$	Processus ponctuel marqué.
Z(t)	Vecteur d'état global du système à $t$ .
$T_{prog}$	Instant auquel le pronostic est réalisé.
$RUL_{T_{prog}}$	Variable aléatoire de durée de vie résiduelle à $T_{prog}$ .
$\mu_{y_1,\ldots,y_n}$	Loi de probabilité de l'état global du système à $T_{prog}$ sachant les ob-
	servations disponibles $y_1, \ldots, y_n$ .

Fiabilité du système à l'instant $s$ sachant que la valeur initiale de l'état
est $z$ .
Ensemble de $N_s$ particules avec les poids associés à $T_k$ .
Coûts de maintenance préventif, correctif, d'indisponibilité.
Profit moyen à long terme.
Temps de travail total du système dans $[0, t]$ .
Revenu par unité de temps de travail.
Nombre de remplacement préventif, de remplacement correctif sur
[0, t].
Durée totale d'indisponibilité du système dans $[0, t]$ .
Densité de probabilité de date de panne $T$ estimée en prenant en
compte l'ensemble des informations disponibles jusqu'à l'instant $T^i_{prog}.$

\_\_\_\_\_

# Introduction générale

Dans le contexte actuel de compétitivité économique, l'un des plus grands enjeux dans la gestion des systèmes industriels est de maintenir ces systèmes dans un état sûr de fonctionnement, permettant de garantir un niveau de fiabilité, de disponibilité et de sécurité tout en assurant la maîtrise du coût global. Cet objectif peut être atteint grâce à la mise en œuvre de politiques de maintenance dédiées, à condition d'en optimiser les paramètres de décision. En effet, le coût de maintenance représente une part importante du coût opérationnel global des systèmes de fabrication ou de production. Selon le secteur d'activité, ce coût peut représenter entre 15% et 60% du coût de production des produits finis [80]. De ce fait, une règle de décision de maintenance inadaptée (par exemple quant à la nature des actions de maintenance) comme un mauvais réglage des paramètres de cette règle de décision (par exemple une mauvaise fréquence d'intervention) peuvent conduire par exemple à une mauvaise anticipation des pannes et à un surcoût fortuit, potentiellement très important. La mise en oeuvre de politiques de maintenance doit donc prendre en compte l'historique de fonctionnement du système ainsi que de son environnement, intégrer son état de santé courant et éventuellement les éléments disponibles sur les conditions opérationnelles futures. Dans ce contexte, les politiques de maintenance conditionnelle (CBM - Condition-based maintenance) basées sur la surveillance de paramètres pertinents pour système (vibration, température, qualité d'huile de lubrification ou niveau de bruit...) afin de diagnostiquer son état de santé sont très largement étudiées et ont été reconnues comme les plus performantes dans de nombreux cas [3]. Ce type de maintenance tire son avantage de l'intégration de l'information (éventuellement partielle ou bruitée) collectée sur l'état de santé du système en temps réel dans la règle de décision pour planifier au mieux les tâches de maintenance. La règle de décision s'appuie généralement sur un indicateur permettant de faire le lien entre l'état «physique» de santé du système (diagnostiqué à partir des paramètres de surveillance) et le risque de panne encouru selon la fréquence des interventions. Il s'agit en particulier de de planifier au plus juste les tâches de maintenance. Récemment, un nouvel indicateur a été intégré aux règles de décision : la durée de vie résiduelle (RUL - *Remaining Useful Life*) qui peut être considérée comme une variable aléatoire représentant le temps restant avant la défaillance du système à compter de l'instant courant.

Au cours de ces dernières années, les systèmes de contrôle-commande ont joué un rôle croissant dans l'essor des systèmes technologiques de plus en plus complexes [40]. Les systèmes de contrôle-commande peuvent être vus comme sujets à détérioration via les actionneurs. En effet la perte d'efficacité, partielle ou totale, de l'actionneur peut engendrer une perte de performance du système de contrôle-commande et même conduire à une instabilité pouvant s'avérer catastrophique pour le système. L'étude de la mise en œuvre d'un phénomène de compensation de cette perte d'efficacité de l'actionneur est un problème important et stimulant pour la recherche sur les systèmes de contrôle-commande et a donné naissance à de très nombreux travaux regroupés sous l'appellation de «commande tolérante aux défauts» (FTC - *Fault Tolerant Control*). Un système dit tolérant aux défauts se caractérise par son aptitude à maintenir des performances proches de celles désirées, non seulement en mode de fonctionnement nominal, mais aussi en mode de fonctionnement dégradé. Cependant, il est apparu que très peu de travaux ont été consacrés à l'étude de la dynamique de formation de défauts (pouvant être vu comme un processus de dégradation) pour ce type de système.

Les contributions de cette thèse sont organisées en trois principaux volets. Dans un premier temps, nous proposons un cadre de modélisation permettant de représenter l'évolution conjointe de la dynamique du système de contrôle-commande et du processus stochastique de dégradation de l'actionneur. Puis, nous mettons en œuvre une méthodologie d'estimation de la loi de la durée de vie résiduelle du système qui se décompose en deux étapes, diagnostic et pronostic. L'objectif est d'utiliser uniquement l'information issue des variables contrôlées. Une hypothèse majeure de ce travail est qu'aucun capteur supplémentaire n'est dédié à l'observation directe de l'état de santé du système. Dans un troisième temps et dernier temps, nous proposons et évaluons les performances de politiques de maintenance basées sur le pronostic de la RUL prenant en compte de manière dynamique et adaptative la contrainte de dates d'opportunité de maintenance.

Le reste de ce mémoire est structuré de la manière suivante.

Le chapitre I est consacré à une synthèse bibliographique sur le pronostic ainsi que sur les différents types de maintenance qui sont utilisées pour maintenir un système industriel. Nous discutons ensuite de l'intérêt, selon nous, du pronostic pour la maintenance préventive. Nous présentons, en les motivant, les orientations prises pour ce travail de thèse sur une étude intégrant d'une part un processus de dégradation à temps discret pour représenter le phénomène de perte d'efficacité de l'actionneur et d'autre part sur une approche stochastique de réalisation du pronostic de durée de vie résiduelle du système.

L'objectif du chapitre II est double. D'une part, il propose un cadre de modélisation du comportement d'un système de contrôle-commande en boucle fermée intégrant la dégradation stochastique de l'actionneur à l'aide du processus markovien déterministe par morceaux. D'autre part, une méthodologie de pronostic de la RUL du système en intégrant toutes les informations disponibles est présentée. La méthodologie est séparée en deux étapes successives : 1) l'estimation de la loi de probabilité de l'état du système à l'instant de pronostic avec utilisation d'un filtre particulaire; 2) le calcul de la RUL qui nécessite l'estimation de la fiabilité du système à partir de cet instant de pronostic.

Le chapitre III illustre la mise en œuvre de la modélisation et de la méthodologie de pronostic présentée dans le chapitre précédent sur un cas d'étude constitué par un système de régulation du niveau d'eau de deux réservoirs. Deux contextes différents sont étudiés selon que la consigne évolue au cours du temps ou qu'elle reste fixe sur la période d'intérêt. Le comportement de la consigne est vu dans ce travail comme représentatif des conditions opérationnelles (ou environnementales) du système. Rappelons que dans ce travail, aucun capteur supplémentaire dédié à l'observation directe du niveau de dégradation du système n'est envisagé. L'observation des variables contrôlées dans les périodes transitoires résultant d'un changement de la consigne est la seule source d'information utilisée pour reconstruire la dynamique du système et estimer l'état de santé de l'actionneur.

Le chapitre IV est dédié à la proposition d'une politique de maintenance à structure paramétrique permettant de prendre en compte dynamiquement en temps réel les informations disponibles conjointement sur l'état, sur l'environnement courant du système et sur la présence de dates «d'opportunité» de maintenance. Afin d'évaluer les performances de cette politique, un critère basé sur le profit moyen à long terme représentant un compromis entre le gain et le coût de maintenance possibles pour un horizon de temps important est considéré.

Pour finir nous dégageons des perspectives de travail qu'il nous semble intéressant d'explorer à la suite de cette thèse.

### Chapitre I

## Etat de l'art

L'objectif de ce chapitre est de présenter une introduction à la problématique du pronostic et à son lien avec la prise de décision en maintenance. Dans un premier temps sont évoquées les différentes définitions que l'on peut trouver dans la littérature scientifique et celle que nous avons adoptée dans cette thèse. Les principales approches de pronostic et la problématique de mesure de performance de pronostic sont également abordées. Dans un deuxième temps, nous présentons rapidement les principaux types de maintenance et évoquons le lien entre pronostic et maintenance préventive. Finalement, nous concluons en précisant le cadre d'étude que nous avons choisi d'approfondir.

### 1 Généralités sur le pronostic

#### 1.1 Pronostic et durée de vie résiduelle

Le pronostic des défaillances occupe une place de plus en plus importante dans le domaine de la sûreté de fonctionnement [105, 85]. Plusieurs définitions sont proposées dans la littérature [38, 96]. Par exemple, le pronostic est très souvent assimilé à l'estimation de la durée de vie résiduelle (RUL pour *Remaining Useful Life*) [75, 105]. La durée de vie résiduelle d'un système correspond au temps restant avant que le système ne soit plus capable de remplir les fonctions pour lesquelles il a été conçu [32]. Dans ce cas, le processus de pronostic peut être défini comme «un processus dont l'objectif est de prévoir le nombre d'heures restant avant la défaillance à partir de l'instant courant et selon l'historique de fonctionnement» [56]. Une définition alternative du pronostic consiste à s'intéresser à l'estimation de la probabilité de bon fonctionnement d'un système jusqu'à une certaine date [71].

Depuis 2004, la norme internationale ISO 13381-1 [2] définit le pronostic comme «l'estimation de la durée de fonctionnement avant défaillance et du risque d'existence ou d'apparition ultérieure d'un ou de plusieurs modes de défaillance». Cette définition fait ressortir le concept de durée de vie résiduelle et intègre également la notion de mode de défaillance courant et de mode de défaillance potentiel.

Même s'il existe quelques divergences quant à l'interprétation du concept de pronostic, un trait marquant peut être identifié : le processus de pronostic est considéré comme un processus de prédiction de l'évolution future de l'état du système considéré. Sur la base des définitions et principes mentionnés précédemment, nous considérons dans ce travail le processus de pronostic comme le processus de prédiction de la durée de vie résiduelle du système en service à un instant de prédiction donné. Ce processus intègre les informations relatives aux modes de défaillance détectés et connus à cet instant. L'instant auquel le pronostic est réalisé sera noté dans la suite  $t_{prog}$ . La durée de vie résiduelle du système à  $t_{prog}$  sera notée  $RUL_{t_{prog}}$ . Elle correspond à la durée écoulée entre  $t_{prog}$  et l'instant où le système ne peut plus réaliser dans des conditions satisfaisantes les fonctions requises. Notons T la date de défaillance, la durée de vie résiduelle à l'instant de pronostic est donc une variable aléatoire définie pour  $t_{prog} < T$  par :

$$RUL_{t_{prog}} = T - t_{prog} \tag{I.1}$$

Pour un système en fonctionnement à l'instant  $t_{prog}$ , nous allons chercher à déterminer la loi de probabilité conditionnelle de  $RUL_{t_{prog}}$  sachant le résultat des observations menées depuis l'instant initial. Cette loi est notée

$$\mathcal{L}(T - t_{prog} | T > t_{prog}, I(t_{prog}))$$

où  $I(t_{prog})$  représente l'ensemble des informations collectées jusqu'à l'instant de prédiction  $t_{prog}$ . Deux types d'informations disponibles sont considérés :

- le premier type regroupe les informations intrinsèques obtenues généralement à la conception du système telles que sa structure, sa composition, son modèle de comportement, ses modes de défaillance
- le second type rassemble les informations de surveillance collectées en ligne jusqu'à l'instant  $t_{prog}$  qui correspondent à des mesures directes ou indirectes de l'état de santé du système aux instants d'observation.

Le pronostic doit également prendre en compte la connaissance sur l'évolution des conditions opérationnelles futures telle qu'elle est disponible à l'instant de pronostic. Ces informations peuvent dépendre des missions futures (scénarii d'utilisation et de maintenance) suivant lesquelles le système va évoluer. La connaissances de l'évolution de la dégradation par rapport aux conditions opérationnelles, leurs effets sur le comportement du système ainsi que la qualité des informations de surveillance collectées sont des points-clés dont dépend la qualité de l'estimation de la durée de vie résiduelle. Plus ces connaissances sont précises, meilleure sera l'estimation de la RUL [47, 74].

La figure I.1 illustre le schéma de pronostic suivant deux hypothèses différentes relatives à l'information de surveillance. La figure I.1(a) présente un cas idéal d'information parfaite où la dégradation passée et le niveau de dégradation courant peuvent être parfaitement connus. La figure I.1(b) représente un cas plus réaliste suivant lequel seule une information imparfaite est ponctuellement accessible sur la dégradation passée et sur le niveau de dégradation courant.

A l'instant de pronostic, le niveau courant de la dégradation du système est estimé. A partir de cette estimation, l'évolution future du matériel est évaluée en prenant en compte l'ensemble des incertitudes, cela jusqu'à l'apparition de l'événement de défaillance. Dans toute la suite, la défaillance est caractérisée par le dépassement d'un seuil limite de dégradation prédéterminé.



Figure I.1 – Schéma du pronostic : (a) RUL avec une information parfaite continue et (b) RUL avec une information imparfaite discrète

#### 1.1.1 Lien entre diagnostic et pronostic

Le diagnostic consiste à détecter sur un système l'occurrence de fautes, à les identifier, les caractériser et les isoler. Un défaut ou faute est ici considéré comme une déviation d'au moins une propriété caractéristique du système ou de l'un de ses paramètres. De manière générale, comme illustré sur la figure I.2, le diagnostic est postérieur à l'apparition d'une faute ou d'une défaillance sur le système alors que le pronostic est antérieur à la survenue de la défaillance.



Figure I.2 – Diagnostic vs. pronostic

Un défaut ne conduit pas toujours à une cessation de l'aptitude du système à accomplir les fonctions requises. Il peut apparaître suite à la naissance et l'évolution d'un phénomène de dégradation. Une défaillance est systématiquement consécutive à un défaut.

Le terme diagnostic de défaut ou de défaillance est souvent utilisé. Il regroupe la détection, l'isolation et l'identification d'un défaut ou d'une défaillance. La détection indique la présence ou non d'un défaut ou d'une défaillance sur le système surveillé. Le cas échéant, l'isolation permet de localiser le composant du système en défaut ou en panne. Enfin, l'identification d'un défaut ou d'une défaillance consiste à déterminer la nature du défaut ou de la défaillance à partir de l'instant où il a été détecté [47].

En pratique, l'objectif du diagnostic consiste non seulement à détecter un défaut ou une défaillance mais aussi à fournir de l'information sur l'état de santé actuel et l'historique du système pour le pronostic. Dans cette optique, ces deux activités peuvent être groupées dans un processus unique de diagnostic-pronostic [96] même si le diagnostic à lui-seul peut fournir des informations utiles pour la prise de décision.

Dans notre cadre de travail, le diagnostic et le pronostic sont considérés comme deux phases d'un même cadre général diagnostic-pronostic. En effet, le système de surveillance de l'état permet d'évaluer l'état de santé du système (partie diagnostic) préalablement à l'estimation éventuelle la RUL du système (partie pronostic) comme l'illustre la figure I.3.



Figure I.3 – Cadre général du processus de diagnostic-pronostic

#### 1.1.2 Mesure de performance du pronostic

L'évaluation de la performance du pronostic est une étape importante pour son utilisation en pratique dans un contexte industriel. Saxena *et al.* [95] proposent une classification des mesures de performances en quatre catégories représentant des métriques relatives à l'aspect algorithmique et à la mise en œuvre numérique : les performances liées à la procédure de caractérisation de la RUL (exactitude, robustesse, précision, convergence), les performances du point de vue de la complexité algorithmique et de l'efficacité calculatoire, les performances liées à la balance bénéfice-risque et les performances liées à la facilité de certification de l'algorithme. Elles sont représentées sur la figure I.4.

Dans cette thèse, nous nous intéressons à la proposition de méthodologies de pronostic, c'est pourquoi nous privilégions des mesures de performance de pronostic associées au calcul de la RUL. Ce type de mesures de performance cherche à évaluer la qualité du résultat de pronostic par rapport à la réalité [30]. Cependant, les mesures considérées nécessitent de connaître la date réelle de la défaillance. Cette aspect représente un point critique dans le pronostic. En pratique, les évaluations des mesures s'appuient sur l'existence de données historiques collectées sur l'ensemble du cycle de vie du matériel. Elles ne sont donc disponibles qu'après la fin du cycle.

Dans [105, 30, 65], trois indicateurs de performance de pronostic sont proposées. Ils sont illustrés sur la figure I.5. Du point de vue de ces indicateurs, on considère un ensemble de N systèmes ou expérimentations identiques dont les dates de défaillance sont connues. À un instant  $t_{prog}$  donné, le résultat de pronostic obtenu pour le système  $i, i \in \{1, \ldots, N\}$  est noté  $\widehat{RUL}_{t_{prog}}^{i}$ . On remarquera que dans la description du premier indicateur, les grandeurs  $\widehat{RUL}_{t_{prog}}^{i}$  sont considérées comme des grandeurs scalaires. La RUL n'est alors pas définie comme une variable aléatoire et la variabilité envisagée sur la prédiction caractérise une dispersion suivant les différentes expériences.



Figure I.4 – Classification des mesures de performance de pronostic, extraite de [94]

• L'exactitude (*accuracy*) mesure l'écart entre l'estimation de la durée de vie et sa valeur réelle. L'exactitude augmente quand la date de défaillance estimée se rapproche de la date de défaillance réelle. Elle est représentée par :

Exactitude
$$(t_{prog}) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} e^{\frac{D_i}{D_0}}$$
 (I.2)

où  $D_i = |\widehat{RUL}_{t_{prog}}^i - \overline{RUL}_{t_{prog}}^i|$ ,  $\overline{RUL}_{t_{prog}}^i$  étant la valeur réelle de la RUL.  $D_0$  une constante de normalisation dont la valeur dépend spécifiquement de l'application considérée.

• La précision (*precision*) est une mesure de dispersion des résultats de pronostic qui prend en compte l'intervalle de confiance de chaque estimation et permet d'évaluer la variabilité de l'écart entre l'estimation de la date de défaillance et la date réelle. Elle est calculée par :

$$\operatorname{Pr\acute{e}cision}(t_{prog}) = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} e^{-\frac{R_i}{R_0}}\right) e^{\frac{\sigma^2}{\sigma_0}} \tag{I.3}$$

où

- $-\sigma_0^2$  et  $R_0$  sont des constantes de normalisation
- $-R_i$  est l'intervalle de confiance de la prédiction pour le *i* ème système (ou expérimentation)
- $-\sigma^2$  est l'estimateur empirique de la variance de l'erreur de prédiction :

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E_i - \bar{E})^2 \text{ où } E_i = \widehat{RUL}_{t_{prog}}^i - \overline{RUL}_{t_{prog}}^i \text{ et } \bar{E} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i$$

• L'opportunité (*timeliness*) représente la position relative de la fonction de densité de probabilité de  $RUL_{t_{prog}}$  par rapport à la date réelle de défaillance. Selon [65] il est souvent préférable du point de vue de l'aide à la décision que la prédiction soit précoce plutôt que tardive.



Figure I.5 – Mesures de performance du système de pronostic, issues de [65] : (a) exactitude et précision, (b) opportunité.

Dans [95, 74, 47], d'autres mesures sont proposées. Elles sont décrites dans la suite :

L'horizon de pronostic (PH pour Prognostic Horizon) désigne la durée écoulée depuis la date d'apparition d'un défaut jusqu'à ce que l'estimation de la RUL satisfasse pour la première fois un critère de performance donné. Deux exemples sont représentés sur la figure I.6 pour deux critères différents. Sur la figure I.6(a), le critère PH est basé sur l'appartenance d'une estimation ponctuelle de la RUL (moyenne empirique) à un intervalle donné autour de sa valeur réelle. Pour la figure I.6(b), le critère de performance repose sur l'amplitude de recouvrement entre la densité de probabilité estimée de la RUL et un intervalle déterminé autour de la RUL réelle par deux bornes α<sup>-</sup> et α<sup>+</sup> qui sont définies par la constante α.

Dès que l'aire de la densité de probabilité  $\pi[r(k)]_{\alpha^-}^{\alpha^+}$  de la RUL estimée recouvrant la zone délimitée par deux bornes autour de la RUL réelle dépasse un seuil  $\beta$  le critère est satisfait.



Figure I.6 – Illustration de l'horizon de pronostic, issue de [95] : (a) Horizon de pronostic basé sur des estimations ponctuelles (moyenne empirique), (b) Mesure PH en fonction des densités de probabilité selon le critère  $\beta$ . La constante  $\alpha$  permet de définir les bornes ( $\alpha^+$  et  $\alpha^-$ ) autour de la RUL réelle.

• L'exactitude  $\alpha - \lambda$  est définie comme une mesure de performance binaire qui évalue si à un instant donné (par le coefficient  $\lambda$ ) un critère de performance (caractérisé par le paramètre  $\alpha$ ) est satisfait.

L'exactitude 
$$\alpha - \lambda = \begin{cases} 1 & \text{if } \pi[r(i_{\lambda})]_{\alpha^{-}}^{\alpha^{+}} \ge \beta \\ 0 & \text{autrement} \end{cases}$$
 (I.4)

L'idée est la même que précédemment sauf le fait que le critère de performance dépend de la date de pronostic. Une illustration de cette métrique est donnée par la figure I.7.



Figure I.7 – Exactitude  $\alpha - \lambda$ , issue de [95]. Le coefficient  $\lambda$  détermine l'instant considéré :  $t_{\lambda} = t_P + \lambda(t_{EoL} - t_P)$  où  $t_P$  est le premier instant de pronostic.

• L'exactitude relative donnée par la formule suivante évalue l'erreur de la prédiction réalisée à l'instant de prédiction  $t_{prog}$ :

$$RA(t_{prog}) = 1 - \frac{|\widehat{RUL}_{t_{prog}} - \overline{RUL}_{t_{prog}}|}{\overline{RUL}_{t_{prog}}}$$
(I.5)

• La convergence est destinée à quantifier la vitesse de convergence d'une mesure de pronostic (comme l'exactitude et la précision) en fonction du temps.

### 1.2 Classification des approches et des outils de pronostic

#### 1.2.1 Classifications de la littérature

Dans la littérature, de nombreuses méthodes et outils de pronostic de défaillance ont été proposés. La classification des différentes approches permet de cartographier les travaux dans ce domaine et de mettre en valeur les points forts et les inconvénients de chaque modèle. Un résumé des différents groupements présentés dans la littérature peut être trouvé dans [96].

Selon [19] la première classification des approches de pronostic a été proposée par Lebold et Byington dans [14]. Cette classification historique a été reprise de nombreuses fois. Elle est perfectible et a été modifiée et enrichie par la suite. Comme le montre la figure I.8, cette représentation consiste à dissocier les approches en trois classes représentées sous forme pyramidale dans un plan prenant en compte des critères du coût et de la complexité de mise en œuvre, de la précision des résultats obtenus d'une part et de l'applicabilité des approches d'autre part : les approches basées sur l'expérience, les approches guidées par les données et les approches basées sur les modèles.





Reprenons les approches de pronostic selon cette classification :

• Pronostic basé sur l'expérience : Les approches de pronostic basées sur l'expérience se fondent sur la formalisation des mécanismes de défaillance des

systèmes par modèles probabilistes (loi de durée de vie, processus markoviens ou non-markoviens) construits par connaissance à priori, par retour d'expérience ou par jugement d'expert. Cette méthode est principalement utilisé dans la situation où il n'y a aucune connaissance disponible sur la nature physique du système et où aucun dispositif de suivi de l'état de dégradation n'est opérationnel [14].

- Pronostic guidé par les données : Les approches basées sur les données s'appuient sur l'évolution d'indicateurs de dégradation d'un système issus de données (entrées/sorties). Ces données peuvent être obtenues en ligne par le système de surveillance ou être issues de campagnes de mesures des périodes d'utilisation précédentes ou sur des équipements similaires. Ce type de pronostic se base sur l'hypothèse que les caractéristiques statistiques des données sont relativement inchangées à moins qu'un défaut de fonctionnement ne se produise dans le système.
- Pronostic basé sur les modèles : Les approches basées sur les modèles se fondent sur un modèle dynamique représentant le comportement du système et intégrant le mécanisme de dégradation dont l'évolution est modélisée par une loi physique déterministe à laquelle peut s'ajouter un aléa intrinsèque au phénomène ou de type bruit de mesure par exemple [68].

De nombreux travaux ont pour objectif d'amender cette classification. On retrouve différentes appellations pour les classes et les frontières entre les classes peuvent varier [75, 34, 26]. Il existe également des travaux qui ont proposé de nouveaux critères pour classer les approches en fonction du résultat attendu [56] ou de la nature des informations utilisées par le pronostic [49]. Des correspondances entre les classifications proposées dans [14, 49, 56] sont mises en évidence dans [19] (voir la figure I.9).



Figure I.9 – Correspondance entre les classifications d'après Byington *et al.*,2002 [14], Heng *et al.*,2009 [49] et Jardine *et al.*, 2006 [56], tirée de [19]

#### 1.2.2 La classification adoptée

Les classifications présentées ci-dessus nous paraissent complexes et difficiles à justifier en particulier vis-à-vis de la distinction entre des approches basées sur l'expérience et des approches guidées par les données. De plus, des ambiguïtés peuvent découler du fait qu'il n'est pas toujours facile d'assigner un modèle individuel particulier à une classe particulière lorsqu'il fait appel à une combinaison d'outils. Par exemple, dans [98] l'auteur propose une méthode de pronostic qui repose sur l'utilisation d'un modèle stochastique (processus Gamma) pour modéliser un phénomène de dégradation. Cependant, dans un premier temps, il est nécessaire de construire un indicateur de dégradation en utilisant des données d'apprentissage.

Nous présentons ici succinctement une classification qui donne une vision plus détaillée. Dans [96], les auteurs proposent une classification destinée à l'estimation de la RUL basée sur la norme ISO 13381-1 [2]. Selon cette classification représentée sur la figure I.10, les approches de pronostic peuvent être organisées selon quatre branches principales : les modèles basés sur les connaissances, les modèles de vie prévisionnelle (*life expectancy model*), les réseaux de neurones artificiels et les modèles physiques.



Figure I.10 – Classification des approches de pronostic d'après [96]

Chacun de ces types de modèles est présenté plus en détail dans la suite.

#### Modèles basés sur les connaissances

Les modèles basés sur les connaissances évaluent la similitude entre une situation observée et une banque de données de défaillance précédemment définies et produisent une estimation de l'espérance de vie. Ce type de pronostic peut se décliner en deux types de systèmes :

Systèmes experts D'une manière générale, un système expert est un outil capable de reproduire les mécanismes cognitifs d'un expert, dans un domaine particulier. Il comprend généralement 3 parties : une base de faits, une base de règles et un moteur d'inférence qui est capable d'utiliser faits et règles pour produire de nouveaux faits, jusqu'à parvenir à la réponse à la question experte posée. Typiquement,
un système expert est intégré à d'autres modèles ou utilisé pour compléter leurs résultats. Par exemple, Garga *et al.* combinent un système expert à de la logique floue et à des réseaux neuronaux dans le cadre de leur approche de fusion de données pour prédire la durée de vie utile restante de boîtes de vitesses [35].

Systèmes flous Un système flou est constitué d'une base de connaissances, une base de règles floues et des algorithmes permettant d'appliquer la logique floue, comme l'illustre la figure I.11. On peut décomposer un système flou en trois parties. La première partie qui permettra de traduire une donnée numérique provenant d'un capteur en une variable linguistique s'appelle la «fuzzification». La seconde partie est le moteur d'inférence qui se chargera d'appliquer chacune des règles d'inférences. Ces règles d'inférences représentant les connaissances que l'on a du système dues à l'expertise humaine. Chaque règle générera une commande de sortie. Enfin, la troisième étape est la «défuzzification». C'est l'étape permettant de fusionner les différentes commandes générées par le moteur d'inférence pour ne donner qu'une seule commande de sortie et transformer cette variable linguistique de sortie en donnée numérique.



Figure I.11 – Système flou, tiré de [96]

Bien que la logique floue soit utilisée régulièrement pour améliorer d'autres types de modèles de pronostic [101, 17, 72], on peut trouver quelques exemples de cas où elle a été utilisée comme la principale méthode pour la prédiction de la RUL. Dans [78] les auteurs ont utilisé la logique floue pour prédire la durée de vie d'un ensemble de tubes de chaudière. Dans [11] un système basé sur les connaissances avec un ensemble de règles expertes et règles floues est appliqué pour le diagnostic et le pronostic dans l'usine des équipements.

# Modèles de vie prévisionnelle

Des modèles de vie prévisionnelle déterminent la durée de vie résiduelle de systèmes ou composants concernant le risque attendu de détérioration sous des conditions de fonctionnement connues. Ces approches peuvent être divisées en deux grands groupes présentés ci-dessous.

Modèles probabilistes Ils fournissent en particulier une information liée à la fiabilité, par exemple le temps moyen à la défaillance (MTTF pour *Mean Time to Failure*) ou la probabilité de défaillance au cours du temps. Ils sont basés sur l'hypothèse que les dates de défaillance de systèmes identiques peuvent être considérées comme des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées et sont décrites par une loi de probabilité.

Les modèles de pronostic les plus simples dans cette catégorie sont les fonctions de survie qui concernent l'analyse des dates de défaillance d'une population de matériels et l'ajustement de la densité de probabilité ou du taux de défaillance pour cette population. Cette densité de probabilité fournit des informations sur le moment où les défaillances peuvent se produisent généralement. De nombreuses lois de probabilité peuvent être utilisées pour modéliser les données de défaillance comme les lois exponentielles, normales, log-normales et les modèles de Weibull. La loi de Weibull est très souvent utilisée dans le domaine de l'analyse de fiabilité grâce à sa capacité à décrire de nombreux types de défaillances différentes et à caractériser du rajeunissement (en phase de rodage par exemple) comme du vieillissement. [110] a modélisé la durée de vie de ponts en béton par la loi de Weibull dans un objectif d'optimisation des opérations de maintenance. Cependant, ces approches ne permettent pas d'évaluer l'état de dégradation du système à un instant donné. Ils tiennent difficilement compte de la manière dont le système est utilisé.

Contrairement aux techniques précédentes, le pronostic basé sur les processus stochastiques considère l'évolution de l'état de dégradation du système. En effet, les modèles de dégradation permettent de rendre compte des états de dégradation intermédiaires et d'utiliser l'information disponible les concernant. Il existe des modèles de dégradation à espace d'état discret et des modèles de dégradation à espace d'état continu, dédiés par exemple à des phénomènes d'usure, d'érosion, de propagation de défauts de type fissures... Parmi les modèles de dégradation à espace d'état continu, le processus Gamma est adéquat pour modéliser des phénomènes de dégradation graduelle monotone [109]. [44] propose une méthode de pronostic de dégradation basée sur un mélange de processus Gamma dont les paramètres sont estimés en utilisant des mesures de dégradation sur des systèmes différents.

Dans le cas où l'évolution de l'état de dégradation est observée indirectement, l'estimation de l'état peut être améliorée en utilisant des techniques avancées d'estimation telles que des méthodes de filtrage particulaire, de Kalman ou des réseaux bayésiens. Le choix d'une technique appropriée dépend du type de système et du lien entre l'observation et l'état réel (voir la figure I.12)

Dans [84], les auteurs ont utilisé un filtre particulaire afin d'estimer la progres-



Figure I.12 – Choix d'une méthode d'estimation de la probabilité conditionnelle, tirée de [96]

sion temporelle d'une fissure de fatigue, qui a été modélisée par combinaison d'un modèle d'état et d'un modèle de mesure. Un réseau bayésien dynamique (DBR pour *Dynamic Bayesian Network*) est proposé afin de pronostiquer la défaillance d'un système industriel [79] ou d'un outil de coupe d'une machine-outil à commande numérique [102].

Modèles statistiques Ils estiment l'initiation et la progression de dégradation basée sur des résultats d'inspections réalisées sur des systèmes similaires. La prédiction de la détérioration future est souvent effectuée en comparant ces résultats avec des modèles de comportement de référence. Ils sont souvent utilisés comme une alternative aux réseaux de neurones artificiels quand un modèle dynamique du processus physique n'est pas disponible. Ces approches utilisent des données temporelles comme des sorties de la surveillance d'état.

Certaines applications de ce type de pronostic peuvent être trouvées dans [91] pour les moteurs de turbine à gaz de chars et dans [57] pour les boîtes de vitesses d'hélicoptère. Afin de modéliser la façon dont les variables explicatives, également appelées covariables, affectent la durée de vie du matériel, le modèle à risque proportionnel (PHM pour *Proportional Hazard Model*) est utilisé. Dans [37], le taux de défaillance d'un cric hydraulique de camion LHD (*Load Haul Dump*) dans une mine souterraine est modélisé par un modèle PHM Weibull avec des covariables. D'autres techniques statistiques ou d'analyse de données peuvent être utilisées telle que par exemple l'analyse en composantes principales [69]. Dans [117], le pronostic

est réalisé à partir d'un modèle de prédiction ARMA (pour Autoregressive moving average model).

### Réseaux de neurones artificiels

Les réseaux de neurones artificiels calculent une sortie estimée pour la RUL d'un composant ou d'un système, directement ou indirectement, à partir d'une représentation de la dynamique d'évolution du composant ou du système dérivée des données d'observation plutôt que d'une compréhension de la physique du procédé. Ils sont efficaces pour la modélisation des systèmes complexes non linéaires et peuvent généraliser et adapter des solutions à partir d'un ensemble limité de données.

Le réseau neuro-flou est utilisé pour le pronostic de propagation de l'usure ou la fissure de pignons dans des machines tournantes, avant qu'elle atteigne un niveau critique dans [113] ou pour le pronostic de défaillance de roulements à billes dans [104]. Dans [119], une application de neurones à fonction de bases radiales sur un four à gaz est présenté. Le modèle ANFIS (*Adaptive Neuro-Fuzzy Inference system*) qui mêle un réseau de neurones avec une prise en compte d'incertitude par logique floue est utilisé dans [31] afin d'assurer une certaine stabilité des erreurs de prévision.

### Modèles physiques

Les modèles physiques caractérisent quantitativement le comportement d'un mode de défaillance à base de modèles en s'appuyant sur une connaissance physique profonde du système. Cela nécessite une compréhension consciencieuse du comportement du système en réponse au stress. Le pronostic est alors réalisé au travers de l'analyse de dégradation [75]. Ce type de pronostic détermine le niveau de dégradation courant du système grâce aux processus de surveillance et évalue la RUL en utilisant la courbe d'évolution de la dégradation en fonction de la sollicitation du système [65]. Cependant, leur inconvénient majeur réside dans le fait que, pour un système réel, il est difficile de construire un modèle global à cause de la complexité de modélisation des interactions entre les différents mécanismes et des difficultés de calcul associées à la résolution d'un système d'équations différentielles.

Dans la littérature, il existe de nombreuses applications du pronostic basé sur les modèles physiques. [75] introduit une procédure générique de pronostic basée sur les modèles physiques qui utilise des données générées par simulation du comportement du système soumis à des sollicitations aléatoires, en mode nominal et en mode dégradé (voir figure I.13). Cette méthode de pronostic qui utilise des résidus générés par simulation est appliquée à un système de suspension de voiture.

Dans [89] les auteurs proposent un modèle stochastique non linéaire de la dynamique de fatigue de fissure dans des structures mécaniques. Un filtre de Kalman étendu est construit pour l'estimation de l'état de dégradation courant. La durée de vie résiduelle de la structure est déduite de l'état estimé. Dans [70] une méthode de pronostic basée sur un modèle stochastique tenant compte de la nature incertaine de la propagation de défaillance est proposée pour estimer le temps de vie restant de roulements à bille. Dans [47], le comportement d'un oscillateur électromécanique est décrit par un modèle



Figure I.13 – Pronostic basé sur le modèle d'après [75]

à échelles de temps multiples (*multi-time-scale model*) qui comporte deux parties : une partie du comportement dynamique rapide et un comportement dynamique lent. La partie du comportement dynamique lent, dont la structure est connue *a priori*, décrit l'évolution de l'état des dommages. L'estimation de la RUL implique d'identifier les paramètres de la structure de la partie lente du comportement dynamique.

En pratique, si l'état réel de dégradation de l'équipement n'est pas directement observable, alors une formulation d'observateur d'état peut être adoptée. Dans cette démarche, une équation d'état de Markov est utilisée pour représenter l'évolution de l'état de dégradation caché et une équation d'observation est introduite pour relier les variables mesurées à l'état de dégradation. Cette formulation met en place un cadre typique d'analyse du signal par approches de filtrage comme le filtrage de particule ou le filtrage de Kalman [10]. Dans [20], les auteurs comparent la performance de trois types de filtre stochastique pour le problème de prédiction de la RUL d'une pompe centrifuge : le filtre de Daum, le filtre de Kalman «unscented» (UKF pour *Unscented Kalman filter*) et le filtre particulaire.

# 2 Pronostic et maintenance

L'objectif de cette section est de présenter plus précisément l'application du pronostic au domaine de la maintenance. Pour ce faire, les concepts de base de la maintenance, les grands types d'actions de maintenance et les différentes politiques de maintenance sont brièvement introduits. Une synthèse de l'utilisation de la fonction de pronostic pour l'aide à la décision de maintenance est également proposée.

# 2.1 Les concepts de base de la maintenance

Selon la norme AFNOR [1] la maintenance est l'ensemble de toutes les actions techniques, administratives et de management durant le cycle de vie d'un système, destinées à le maintenir ou à le rétablir dans un état dans lequel il peut accomplir la fonction requise. La maintenance doit permettre d'améliorer la fiabilité, la sécurité et la qualité des équipements du système industriel tout en respectant des critères économiques liés au coût de mise en œuvre.

Les actions de maintenance réalisées sur des systèmes sont essentiellement de deux types : la maintenance corrective et la maintenance préventive. La maintenance corrective est celle que le système subit lorsque la panne est avérée tandis que, la maintenance préventive est réalisée par anticipation donc avant l'apparition de défaillance. Les principaux types de maintenance que l'on peut distinguer sont synthétisés sur la figure I.14.



Figure I.14 – Schéma des principaux types de maintenance

# 2.1.1 Maintenance corrective

La maintenance corrective regroupe l'ensemble des activités opérées après la détection d'une défaillance, elles sont destinées à remettre le système dans un état dans lequel il peut accomplir une fonction requise. Elle peut être palliative ou curative [115].

- La maintenance curative ayant pour objet de rétablir un bien dans un état spécifié lui permettant d'accomplir une fonction requise. Le résultat des actions réalisées doit présenter un caractère durable. Des modifications et améliorations peuvent être apportées, afin de réduire l'occurrence d'apparition de la défaillance ou d'en limiter l'incidence.
- La maintenance palliative est destinée à permettre à un bien d'accomplir provisoirement tout ou partie d'une fonction requise. Appelée couramment «dépannage»,

la maintenance palliative est principalement constituée d'actions à caractère provisoire qui doivent être suivies d'actions curatives.

## 2.1.2 Maintenance préventive

La maintenance préventive a pour objectif d'améliorer la fiabilité et la disponibilité des procédés. Les actions de maintenance préventive sont exécutées à des intervalles prédéterminés ou selon un critère adaptatif évalué en ligne. Elles sont destinées à réduire la probabilité de défaillance ou augmenter la durée de bon fonctionnement d'un système. Une action de maintenance préventive peut être mise en œuvre selon trois types de stratégies : la maintenance systématique, la maintenance conditionnelle et la maintenance prévisionnelle.

- La maintenance systématique regroupe des opérations effectuées systématiquement par rapport à un échéancier préétabli (à périodicité temporelle fixe déterminée à l'avance), ou une périodicité d'usage (nombre d'heures de fonctionnement, nombre d'unités produites, nombre de mouvements effectués, etc). Aucune intervention n'a lieu avant l'échéance déterminée à l'avance. Si l'équipement tombe en panne avant la date d'intervention fixée (par exemple à partir de son modèle de défaillance) alors une période d'inactivité est engendrée. Inversement un excès d'interventions inutiles est produit si l'équipement est maintenu alors qu'il aurait pu fonctionner encore longtemps après la date d'intervention.
- La maintenance conditionnelle consiste à baser la prise de décision sur les informations du comportement du système obtenues en ligne. La règle de décision utilise les données de surveillance du fonctionnement du système et des paramètres significatifs de ce fonctionnement (la mesure et l'analyse de données des capteurs). Les dates des interventions de maintenance et la nature de l'intervention sont donc déterminées en ligne en fonction de l'état observé ou estimé du système.
- La maintenance prévisionnelle permet d'anticiper et de prévoir au mieux le moment où l'opération de maintenance devra être réalisée. Elle est considérée comme une sous-catégorie proche de la maintenance conditionnelle parce qu'elle se base également sur les données de surveillance des paramètres significatifs de la dégradation du système. Elle nécessite en plus une capacité à prévoir l'évolution de la dégradation selon différents scénarios.

# 2.2 Politiques de maintenance basées sur le pronostic

Dans le cadre de maintenance conditionnelle, la plupart des travaux existants utilisent les informations sur les états de dégradation passés ou courants du système pour la prise de décision de maintenance (voir par exemple [43, 23, 87]). L'idée principale de la maintenance prévisionnelle est de projeter l'état actuel du système dans le futur afin d'estimer la durée de vie résiduelle et de mieux planifier les tâches de maintenance. Les actions de maintenance étant planifiées avec davantage de précision, la maintenance prévisionnelle permet de faire des économies substantielles et fait actuellement l'objet d'une attention grandissante [56, 31, 85, 3].

Dans la littérature, de nombreux travaux sur l'estimation de la RUL ont été développés pour différents types de systèmes ou de composants comme les batteries lithium-ion [116], les machines tournantes [97, 36] ou des systèmes de suspension de voiture [76]... Cependant, l'utilisation de cet indicateur dans la prise de décision de maintenance reste encore à développer. Récemment, on a pu trouver quelques politiques de maintenance qui utilisent cet indicateur [51, 112, 118]. Dans [63] les auteurs ont proposé une politique d'inspection/remplacement apériodique en utilisant les informations de durée de vie résiduelle estimée en ligne pour calculer la loi des intervalles d'inspection. Le résultat obtenu peut montrer l'efficacité de politiques de maintenance qui utilisent l'indicateur de prédiction pour la décision de maintenance. Dans [106], une politique de maintenance adaptative est proposée dans laquelle des actions de maintenance (parfaite ou imparfaite) sont décidées en utilisant l'estimation de la RUL. Dans [54], les auteurs proposent l'utilisation du MRL (Mean Residual Life) comme indicateur dans la prise de décision de maintenance pour un système se dégradant selon le modèle DTDS (Degradation-Threshold-Dependent Shock model). La prédiction de la RUL peut être utilisée pour ajuster une politique conjointe de maintenance et d'inventaire [108, 82]. Dans [82], la prise de décisions liées à la maintenance, la commande des pièces de rechange, ainsi que la planification des inspections est basée à la fois sur la prédiction de la RUL et une mesure d'importance structurelle.

Ces travaux montrent que l'utilisation de l'information de pronostic peut apporter des bénéfices dans l'aide à la décision de maintenance et au soutien logistique. Les coûts de remplacement en cas de défaillance étant très élevés, le pronostic peut aider à réduire la fréquence des actions de maintenance correctives. L'information de pronostic de la santé du système en temps réel peut également être intégrée dans la prise de décision du modèle logistique. La mise en œuvre d'une logistique predictive devrait permettre d'optimiser les performances d'un système et d'améliorer le contrôle des activités de la chaîne d'approvisionnement [99].

# 3 Motivations et cadre de travail

# 3.1 Perte d'efficacité d'un système de contrôle-commande

Les systèmes de contrôle-commande ont joué un rôle important dans le développement et le progrès de la civilisation et de la technologie moderne. Le problème de la perte d'efficacité du contrôle dans un système en boucle fermée a été beaucoup étudiée au cours des dernières années [120]. Dans une boucle de contrôle-commande, l'actionneur est une partie importante qui représente le lien opérationnel entre la partie commande et le processus contrôlé. Il permet de transformer l'énergie reçue en un phénomène physique (déplacement, dégagement de chaleur, émission de lumière...). Cependant, en raison de l'apparition de défauts la performance de l'actionneur peut diminuer au cours de son utilisation. Il ne peut alors plus répondre de manière nominale aux commandes de contrôle et le fait soit partiellement soit plus du tout. Ceci affecte la performance globale du système de contrôle-commande. Afin de qualifier la sévérité des défauts des actionneurs, [33, 55] introduisent un facteur qui représente

la réduction d'efficacité des actionneurs pour exécuter la commande de contrôle de la sortie du régulateur. Dans [33], un filtre de Kalman adaptatif est utilisé pour estimer les facteurs d'efficacité qui sont modélisés dans le modèle linéaire du système comme des variables d'états augmentées d'un biais aléatoires.

Actuellement, dans le domaine de la sécurité, la disponibilité et la fiabilité des des systèmes automatisés, beaucoup de travaux sont consacrés à la commande tolérante aux défauts (FTC pour *Fault Tolérant Control*) qui est liée à l'ingénierie de la commande. Un système dit tolérant aux défauts se caractérise par son aptitude à maintenir des performances proches de celles désirées, non seulement en mode de fonctionnement nominal, mais aussi en mode de fonctionnement dégradé. Plusieurs approches ont été proposées dans la littérature (pour une synthèse voir par exemple [121]). Les techniques de synthèse de systèmes tolérants aux défauts sont généralement classées en deux grandes familles : les approches passives (*Passive Fault Tolerant Control Systems*, PFTCS) et les approches actives (*Active Fault tolerant Control Systems*, AFTCS).

- Approches passives : le système est conçu de façon à tolérer un nombre limité de défauts supposés connus avant la phase de conception de la loi de commande. En effet, les méthodes PFTCS utilisent des techniques de commande robuste afin d'assurer l'insensibilité du système en boucle fermée à certains défauts, et cela sans changement de structure des régulateurs nominaux (situation sans défaut) et sans utilisation d'information en ligne relative aux différents défauts affectant le système (voir la figure I.15(a))
- Approches actives : comme le montre la figure I.15(b), les approches actives se caractérisent par la présence d'un module de diagnostic de défauts. Le principe consiste à détecter et localiser en ligne les défauts affectant le système. En fonction de la sévérité du défaut, une nouvelle stratégie de commande est appliquée via un mécanisme de reconfiguration en changeant un ensemble de paramètres de la loi de commande ou par la mise en place d'une nouvelle structure de commande.

# 3.2 Orientation du travail

Sur la base de l'analyse des travaux existants il est apparu que très peu de travaux ont été consacrés à l'étude de la dynamique d'évolution défauts pour ce type de système et à la capacité à développer un pronostic de durée de vie.

## 3.2.1 Processus de dégradation de l'actionneur

Dans les travaux mentionnés ci-dessus, un défaut correspond à un changement brusque de certaines caractéristiques du système. Cependant, l'évolution dynamique de la dégradation qui est l'origine de ces défauts ou qui leur est consécutive et mène à la défaillance n'a pas été beaucoup étudiée. Cette limitation conduit au fait que la majorité de papiers existants focalise sur la détection de défauts brusques de l'actionneur mais pas sur la prédiction de sa durée de vie quand il se détériore progressivement. En fait, les informations fournies par le processus de pronostic sur la santé des composants et/ou la RUL du système peuvent être utiles pour la modification de l'action



Figure I.15 – Schéma de principe d'une loi de commande FTC : (a) FTC passive et (b) FTC active, tiré de [60]

de contrôle afin de trouver un compromis entre l'objectif de contrôle et la fiabilité de l'actionneur [13, 67].

Le processus de dégradation de l'actionneur est un phénomène complexe. L'interaction entre deux processus : le processus stochastique de dégradation et celui déterministe du contrôle-commande, n'est pas encore bien exploitée. Dans [46], l'évolution de dégradation du système est modélisée par une fonction polynomiale avec des paramètres inconnus. [86] considère une relation déterministe entre la dégradation de l'actionneur et sa valeur de commande appliquée. [61] considère le problème d'allocation et de ré-allocation de la commande en prenant en compte la dégradation des composants du système en fonction des actions de commande. Récemment, [67] considère la dégradation de l'actionneur comme un processus stochastique de type Gamma dont les paramètres dépendent du mode de fonctionnement du système. Afin de modéliser la relation entre la dégradation et la perte d'efficacité, un modèle de trois phases est proposé.

Comme on peut le constater dans la littérature, l'apparition de défauts partiels sur un actionneur est représenté comme un phénomène discret en temps. Un processus stochastique à temps discret est donc approprié pour modéliser l'évolution de dégradation. A chaque instant de choc associé à un incrément de dégradation, il y a une perte d'efficacité aléatoire de l'actionneur jusqu'au moment où l'actionneur est considéré comme défaillant.

# 3.2.2 Pronostic de durée de vie résiduelle : approche stochastique

Dans ce travail, nous considérons une approche stochastique pour le pronostic de durée de vie résiduelle d'un système de contrôle-commande dont l'actionneur se dégrade au cours du temps. Un des objectifs principaux de ce travail est de modéliser le comportement global du système en considérant conjointement la partie déterministe et la partie stochastique. Le caractère aléatoire influence le système aux instants de chocs. Entre deux chocs ou incréments de dégradation, le comportement du système est régi par le modèle déterministe de bon fonctionnement. Le cadre théorique des processus markoviens déterministes par morceaux (PDMP pour *Piecewise deterministic Markov process*) semble particulièrement approprié. En effet, les PDMP caractérisent des processus stochastiques possédant des trajectoires déterministes par morceaux entrecoupées de sauts aléatoires survenant à des instants d'occurrence eux mêmes aléatoires ou provoqués par des passages de frontières [73]. Notre objectif est d'utiliser l'information disponible pour la régulation à des fin de pronostic sans envisager de système de surveillance supplémentaire.

Nous proposons une méthode composée deux étapes afin d'évaluer l'état de santé actuel du système de contrôle-commande dans une phase de diagnostic et finalement d'estimer sa RUL pour le pronostic proprement dit. Aucun capteur supplémentaire n'est consacré spécifiquement à la surveillance de la dégradation de l'actionneur. La mesure bruitée de la sortie du système est considérée comme la seule information disponible sur la santé du système en boucle fermée. Le mode de dégradation est cependant supposé connu et étudié hors ligne, par exemple durant la phase de conception de l'actionneur. Cette étude renseigne le modèle de dégradation. Le pronostic consiste ainsi à déterminer en ligne le temps résiduel avant que l'état de l'actionneur ne permette plus de satisfaire une exigence de performance du système en boucle fermée.

# 3.2.3 Principaux objectifs

En synthèse, l'objectif de cette thèse consiste en trois principales contributions :

- D'abord, un cadre de modélisation à l'aide de processus markovien déterministe par morceaux est considéré afin de modéliser le comportement global d'un système de contrôle-commande soumis à dégradation. Dans ce cadre, le comportement dynamique du système est représenté par des trajectoires déterministes qui sont intersectées par des sauts d'amplitudes aléatoires et se produisant à des instants aléatoires modélisant le phénomène de dégradation discret de l'actionneur.
- Ensuite, une méthode de pronostic de durée de vie résiduelle du système composée de deux étapes est proposée. Dans la première étape, la loi de probabilité de l'état du système à l'instant de pronostic  $t_{prog}$  est estimée. Dans la deuxième étape, le calcul de la RUL nécessite l'estimation de la fiabilité du système à partir de l'instant de pronostic  $t_{prog}$  connaissant une estimation de la loi de l'état du système à  $t_{prog}$ . Le calcul de la RUL du système est mise en œuvre sur un cas

d'étude dans deux modes spécifiques de fonctionnement du système : un mode à environnement variable avec une consigne évolutive et un mode à environnement stable pour lequel un schéma de prise d'information est requis.

• Enfin, des politiques de maintenance à structures paramétriques permettant de prendre en compte dynamiquement les informations disponibles conjointement sur l'état et sur l'environnement courant du système contrôle-commande sont proposées. Nous considérons en particulier l'impact de la contrainte de dates d'opportunité associées à des durées de missions dans la structure de la règle de décision de maintenance.

Le plan du reste de ce document reprend successivement chacun des points précédents. Pour cela, le chapitre suivant aborde successivement la modélisation du comportement d'un système en boucle fermée avec dégradation de l'actionneur et la méthodologie de pronostic de durée de vie restante.

# Chapitre II

# Modélisation du comportement d'un système en boucle fermée soumis à dégradation graduelle et méthodologie de pronostic

L'objectif de ce chapitre est double. D'une part, il propose un modèle comportemental d'un système de contrôle-commande en boucle fermée avec actionneur soumis à dégradation stochastique. D'autre part, une méthodologie de pronostic de la durée de vie résiduelle du système (RUL - *Remaining Useful Life*) intégrant toutes les informations disponibles est présentée.

# 1 Introduction

Au cours de ces dernières années, les systèmes de contrôle-commande ont joué un rôle de plus en plus important dans le développement et le progrès de la technologie moderne [40]. En pratique, les systèmes de contrôle-commande sont présents dans tous les secteurs de l'industrie, tels que le contrôle de qualité des produits manufacturés, des lignes d'assemblage automatique, des machines-outils à commande numérique, des systèmes de transport, des systèmes d'énergie électrique, robotique... Leurs performances de fonctionnement est un intérêt de recherche dans la communauté scientifique, en particulier dans la phase de conception.

Le rôle d'un système de contrôle-commande est de maintenir une réponse désirée pour un système donné. Cet objectif peut être réalisé par un système de contrôlecommande en boucle ouverte, où le régulateur détermine le signal d'entrée du processus sur la base du signal de référence uniquement, ou par un système de contrôle-commande en boucle fermée, où le régulateur détermine le signal d'entrée du processus en utilisant aussi la mesure de la sortie (i.e. le signal de contre-réaction ou «feedback»).

En réalité, la plupart des systèmes de contrôle-commande fonctionnent de manière satisfaisante au cours de la phase initiale, mais leurs performances se détériorent après une période de production en raison d'une variété de causes possibles, comme des variations des propriétés des matières premières, des perturbations d'intensité variable, des dysfonctionnements du capteur dédié à la mesure de sortie et/ou de l'actionneur ou encore une mauvaise maintenance. Dans ce travail, nous considérons des systèmes de contrôle-commande en boucle fermée avec des actionneurs qui se dégradent au cours du temps. Les actionneurs sont considérés comme étant soumis à un processus de dégradation ayant pour effet une diminution graduelle de leur efficacité. La perte d'efficacité de l'actionneur agissant sur le système est néfaste dans le sens où elle modifie le comportement du système par rapport à celui qui est désiré.

Du point de vue de la maintenance, afin de planifier les interventions de manière efficace il est nécessaire de disposer d'information sur la durée de vie du système. L'estimation de la durée restant avant la prochaine défaillance (ou RUL) du système permet d'ajuster en ligne la date et/ou la nature de l'intervention. Afin d'estimer la RUL du système, nous nous plaçons dans un contexte de pronostic basé sur des modèles stochastiques : l'évolution de l'état du système au cours du temps est modélisée par un processus stochastique et la RUL est donc une variable aléatoire. Notre objectif est d'estimer la loi de probabilité de la RUL à un instant de pronostic  $t_{prog}$  à partir d'observations collectées sur le système. On suppose que ces observations sont obtenues par inspections du système à des instants discrets. Ce sont des observations indirectes et bruitées de l'état du système. Le calcul de la loi de la RUL peut se diviser en deux sous-problèmes distincts grâce à l'hypothèse Markovienne. Effectivement, comme nous allons le montrer dans ce chapitre, les processus de Markov déterministes par morceaux (PDMP pour *Piecewise deteministic Markov process*) sont appropriés pour modéliser la dynamique du système considéré qui se compose d'une partie déterministe (équation d'états rendant compte de la dynamique) et d'une partie aléatoire (sauts de dégradation de l'actionneur). Dans ce cadre de modélisation, la RUL du système peut être calculée selon une méthodologie en deux étapes. Dans la première étape, notée «étape de diagnostic», la loi de l'état à l'instant de pronostic sachant les données observées est estimée. Dans la seconde étape, notée «étape de pronostic», la loi de la RUL à partir de cet instant est à son tour estimée.

Dans la section 2, le modèle de comportement du système contrôlé en boucle fermée est présenté. La section 3 est dédiée à la méthodologie de pronostic en deux étapes. Un point-clef dans ce cadre de travail est que nous supposons qu'aucun dispositif supplémentaire n'est utilisé pour surveiller directement la dégradation de l'actionneur. Les observations de la sortie (i.e. observation de la variable contrôlée) sont considérées comme la seule information disponible pour évaluer la RUL du système.

# 2 Modélisation du comportement d'un système de contrôle-commande

La modélisation du comportement d'un système joue un rôle très important dans les études de sûreté de fonctionnement. L'existence de divers types d'interactions entre les différentes variables physiques du système et son comportement global (par exemple l'interaction entre des variables contrôlées et des variables de contrôle) peuvent être source de difficultés dans l'étude des systèmes de contrôle-commande, notamment dans le choix des modèles et des méthodes qui doivent prendre en compte de manière effective et réaliste ces diverses interactions. Dans cette section, nous proposons un cadre de modélisation du comportement d'un système de contrôle-commande en boucle fermée avec actionneurs se dégradant au cours du temps. D'abord, nous introduisons le principe de fonctionnement d'une boucle de contrôle. Puis, nous proposons un modèle de dégradation de l'actionneur qui est basé sur un processus stochastique de chocs. Enfin, nous présentons une modélisation globale du système contrôlé par un processus de Markov déterministe par morceaux en détaillant les raisons qui en font un cadre de modélisation approprié pour intégrer le comportement dynamique d'une boucle de contrôle au phénomène stochastique de dégradation de l'actionneur.

# 2.1 Généralités sur les systèmes de contrôle-commande en boucle fermée

# 2.1.1 Structure générale du système

Un système de contrôle-commande est un ensemble de composants physiques qui interagissent de manière à contrôler, diriger d'autres systèmes ou se réguler entre eux. Un contrôle en boucle fermée (une boucle de rétro-action) est un type de contrôle de système qui intègre la rétroaction du système. L'opposé du contrôle en boucle fermée est le contrôle en boucle ouverte, qui ne prend pas en compte de rétroaction.

Nous nous intéressons dans ce travail, à ce type de système en boucle fermée dont le schéma-bloc est illustré par Figure II.1.

![](_page_50_Figure_6.jpeg)

Figure II.1 – Schéma-bloc général d'un système de contrôle-commande en boucle fermée

L'ensemble constitué du procédé, de l'actionneur et du régulateur est appelé chaîne directe ou chaîne d'action qui assure les fonctions de commande et de puissance tandis que la fonction de mesure est assurée par la chaîne de retour formée par le capteur.

L'objectif du contrôle est d'ajuster les sorties du procédé (les grandeurs régulées) sur une valeur souhaitée en ajustant ses entrées (les variables de contrôle). On parle de régulation quand il faut maintenir la grandeur régulée à une grandeur de consigne constante et ce, indépendamment des perturbations subies par le procédé. Il s'agit d'asservissement lorsque la grandeur régulée suit une grandeur de référence variable. En pratique, lorsqu'un changement de consigne est effectué, une régulation devient, de fait, un asservissement. De même, un asservissement maintenant une grandeur constante pendant une durée donnée peut subir une perturbation inopinée et devient une régulation. Dans beaucoup de cas, il y a à la fois régulation et asservissement.

Les systèmes de commande en boucle fermée peuvent être classés de différentes manières, selon le but de la classification. Par exemple, selon la méthode de l'analyse et de la conception, les systèmes de commande sont classés comme linéaires ou non linéaires et variant dans le temps ou invariants dans le temps.

Dans ce travail, nous considérons des procédés dynamiques en temps continu dont l'évolution peut être représentée par les équations d'état (II.1):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = \mathbf{f}(t, x(t), u(t), \theta) \\ y(t) = \mathbf{h}(t, x(t), u(t), \theta) \end{cases}$$
(II.1)

où  $x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$  est le vecteur d'état,  $u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$  désigne les variables de contrôle permettant de modifier l'état du système,  $y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$  est le vecteur de sortie,  $\theta$  est le vecteur des paramètres du procédé qui est généralement considéré comme constant en pratique.  $\mathbf{f}(.)$  et  $\mathbf{h}(.)$  sont, respectivement, les fonctions d'évolution et de sortie qui peuvent être non linéaires.

Généralement, une boucle de régulation comporte les éléments suivants : un capteur de mesure, un régulateur et un actionneur.

### Capteur de mesure

Un capteur de mesure sert à la prise d'informations relatives à la grandeur à mesurer. Il a pour rôle de transformer la grandeur physique à mesurer et le contenu de son information en un autre signal (électrique, pneumatique, hydraulique ou numérique, normalisé) représentatif de l'information originelle.

Malgré des structures de filtrage sophistiquées, le bruit dans le processus de mesure est généralement un problème inévitable. L'imprécision liée au processus de mesure est prise en compte au travers des bruits additifs  $(\epsilon(t))_{t\in\mathbb{R}_+}$  qui sont classiquement supposés être des variables aléatoires indépendantes de densité de probabilité commune  $\phi$ , non nécessairement gaussienne, indépendantes de l'état du procédé  $(x_t)_{t\in\mathbb{R}_+}$ . La mesure de sortie peut donc être représentée comme (II.2) :

$$y^{m}(t) = y(t) + \epsilon(t) = \mathbf{h}(t, x(t), u(t), \theta) + \epsilon(t)$$
(II.2)

# Régulateur

Dans une boucle de contrôle-commande, le régulateur joue un rôle très important. Il compare une valeur  $y^m$  mesurée sur le procédé à une valeur de consigne  $y^{ref}$ . La différence e(t) entre ces deux valeurs (ou signal d'erreur) est alors utilisée pour calculer une nouvelle valeur de commande  $u^c(t)$  agissant sur les actionneurs de manière à réduire au maximum l'écart entre la mesure et la consigne.

Chaque régulateur doit premièrement garantir la stabilité du comportement en boucle fermée. La conception et le réglage des paramètres d'un régulateur sont des point-clefs dans le processus de recherche d'une performance requise du procédé contrôlé. Selon le procédé spécifique, différents types de régulateur sont utilisés. On peut citer comme exemple de stratégies de contrôle, le régulateur de type PID («Proportionnelle, Intégrale, et Dérivée») ou des stratégies de contrôle avancées comme la commande predictive (MPC pour *Model predictive control*) ou la commande linéaire quadratique gaussienne (LQG pour *Linear-quadratic-Gaussian control*).

## Actionneur

Dans les systèmes de contrôle en boucle fermée, les actionneurs sont des dispositifs importants car ils représentent le lien physique entre la loi de commande et le procédé contrôlé. Ils sont par exemple des vannes de régulation, des pompes ou d'autres commutateurs de commande. La sortie de l'actionneur u(t) est la variable de contrôle agissant sur le procédé qui est lui-même caractérisé par une fonction  $\mathbf{g}$  de la valeur de sortie du régulateur  $u^c(t)$  et de la capacité réelle de l'actionneur C(t).  $\mathbf{g}$  est une fonction décroissante de la capacité C(t) :

$$u(t) = \mathbf{g}(u^c(t), C(t)) \tag{II.3}$$

Au stade initial, les actionneurs fonctionnent parfaitement, c'est-à-dire  $C(t) = c_0$  où  $c_0$  est la capacité nominale initiale de l'actionneur. Cependant, en raison du vieillissement naturel ou de l'usure des pièces mécaniques de l'actionneur sous l'effet non désiré des conditions de fonctionnement, l'efficacité C(t) de l'actionneur diminue au cours du temps et réduit les performances du système de commande par la suite. Par exemple, dans une pompe à piston, l'usure et la corrosion pendant la période d'opération peuvent agrandir progressivement l'espace entre des billes et des sièges de vannes, qui se traduira par une diminution du débit [77].

Dans la littérature, la commande appliquée sur les actionneurs est généralement calculée afin d'optimiser les performances du système et d'offrir une certaine robustesse aux incertitudes du système mais sans tenir compte de la durée de vie de l'actionneur. Il est souvent souhaitable et parfois nécessaire, d'utiliser un critère de durée de vie opérationnelle étendue à l'actionneur [39] plutôt que baser la décision sur l'unique performance. Récemment, des travaux considèrent l'intégration de la durée de vie de l'actionneur à l'ensemble des paramètres contrôlés [60, 67]. Dans [60], des informations sur la santé des actionneurs sont intégrées dans une méthode d'allocation de la loi de commande pour un système sur-actionné. Lorsqu'un actionneur tombe en panne, le régulateur trouvera une nouvelle répartition des efforts souhaités de manière à obtenir une haute fiabilité globale du système tout en minimisant l'utilisation des actionneurs devenus sensibles compte tenu de la dégradation causée par la charge appliquée avant la re-configuration.

### 2.1.2Performances du système et surveillance de boucle de contrôlecommande

Dans la pratique, la performance d'un système de contrôle-commande peut être évaluée en utilisant des réponses temporelles. Des signaux d'entrée de référence sont appliqués au système, la performance du système est évaluée par l'étude de la réponse dans le domaine temporel.

La réponse temporelle d'un système de contrôle-commande est généralement divisée en deux parties : la réponse transitoire et la réponse en régime permanent. Soit o(t) la réponse temporelle d'un système. Elle peut s'écrire sous la forme :

$$o(t) = o_{tr}(t) + o_{ss}(t) \tag{II.4}$$

où  $o_{tr}(t)$  désigne la réponse transitoire et  $o_{ss}(t)$  désigne la réponse en régime permanent.

Dans les systèmes de contrôle-commande, une réponse transitoire est définie comme la partie de la réponse temporelle qui tend vers zéro quand le temps devient très grand. Ainsi,  $o_{tr}(t)$  a la propriété :

$$\lim_{t \to \infty} o_{tr}(t) = 0$$

La réponse en régime permanent est tout simplement la partie de la réponse totale qui perdure au delà de la phase transitoire.

Les principaux critères permettant de caractériser les performances d'un système de contrôle-commande concernent à la fois le régime transitoire et le régime permanent.

# En régime transitoire

- La rapidité est mesurée par le temps mis par le système pour que la sortie reste dans une plage de valeurs centrée sur la valeur de consigne.
- L'amortissement est caractérisé par le rapport entre les amplitudes successives des oscillations de sortie

# En régime permanent

- La stabilité : un système est dit stable si et seulement si à une entrée bornée correspond une sortie bornée.
- La précision : pour un système en boucle fermée, on dit que le système est d'autant plus précis que l'écart entre la valeur réelle de la sortie et la valeur désirée est réduite.

Le but de la surveillance du système est de fournir des informations qui peuvent être utilisées pour évaluer l'état actuel du contrôleur et aider les ingénieurs de contrôle pour décider si la re-conception est nécessaire [83].

Dans ce cadre de travail, nous considérons que la réponse temporelle du système est la seule source d'information permettant d'évaluer l'état de santé du système. La partie transitoire de la réponse temporelle est plus informative pour caractériser la dynamique du système en particulier pour le type de dégradation (par chocs) considéré dans ce travail. Des observations de la réponse en phase transitoire sont donc utilisées dans la procédure de pronostic qui sera mise en œuvre sur des cas d'étude qui décrits dans le chapitre III.

# 2.1.3 Régulateur PID

Ce travail n'a pas pour objectif de discuter de l'influence d'une loi de commande sur la durée de vie résiduelle du système. Nous choisissons donc de considérer un régulateur générique : le régulateur PID qui est le plus largement employé dans l'industrie. Ceci s'explique par la grande facilité de réglage de ce type de régulateur ainsi que par l'obtention de performances satisfaisantes dans la plupart des applications courantes. En effet, plus de 95% des boucles de contrôle-commande sont de types PID [7].

# Structure générale

Un régulateur PID est un organe de contrôle qui utilise trois actions : actions proportionnelle, intégrale et dérivée. Définissons  $u_c(t)$  comme la sortie du régulateur, dans le domaine temporel, la forme du régulateur PID standard est :

$$u_c(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) \mathrm{d}\tau + T_d \frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t} \right]$$
(II.5)

où e(t) est égale à l'écart entre la consigne et la mesure du procédé  $y^{ref}(t) - y^m(t)$ ,  $K_p$  est le gain proportionnel,  $T_i$  est la constante de temps intégral et  $T_d$  est la constante de temps dérivé.

Ce régulateur comprend donc trois termes :

- le terme proportionnel  $P = K_p e(t)$  délivrant une commande proportionnelle à l'erreur;
- le terme intégral  $I = K_p \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau$  délivrant une commande proportionnelle à l'intégrale de l'erreur;
- le terme dérivatif  $D = K_p T_d \frac{de(t)}{dt}$  délivrant une commande proportionnelle à la dérivée de l'erreur.

Le tableau II.1 ([103]) résume l'effet de chacune des actions d'un régulateur PID.

Action	Р	Ι	D
Forme	$K_p e(t)$	$K_p \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) \mathrm{d}\tau$	$K_p T_d \frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t}$
Action statique	Diminue l'erreur	L'erreur statique est annulée	Aucune
Action dynamique	Augmente la rapidité	Diminue la rapidité et l'amortissement	Augmente la rapidité et l'amortissement

Tableau II.1 – Effets des actions d'un régulateur PID

# Réglage des paramètres d'un régulateur PID

Le réglage d'un PID consiste à déterminer les coefficients  $K_p$ ,  $T_d$  et  $T_i$  afin d'obtenir une réponse adéquate du procédé et de la régulation. L'objectif est d'être robuste, rapide et précis. Il faut pour cela limiter le ou les dépassements éventuels (overshoot).

- La robustesse est le critère le plus important mais aussi le plus délicat à satisfaire. Un système est dit robuste si la régulation continue à fonctionner même lorsque le modèle change un peu. Un régulateur doit être capable d'assurer sa tâche même avec ces changements afin de s'adapter à des usages non prévus/testés (dérive de production, vieillissement mécanique...).
- La rapidité du régulateur dépend du temps de montée et du temps d'établissement du régime stationnaire.
- Le critère de précision est basé sur l'erreur statique.

Il existe de nombreuses méthodes permettant de régler ces paramètres [6, 100]. La méthode de réglage la plus utilisée est la méthode de Ziegler-Nichols qui utilise des mesures sur la réponse indicielle du procédé (en boucle ouverte ou en boucle fermée) introduite par John G. Ziegler et Nathaniel B. Nichols. Les paramètres du PID sont choisis parmi les tables empiriques [123]. La méthode de Ziegler-Nichols est utile pour les procédés dont les modèles mathématiques ne sont pas connus ou difficiles à obtenir. Cependant, il faut continuer à faire varier les coefficients jusqu'à obtenir une réponse satisfaisant le cahier des charges.

### 2.2Modèle stochastique de dégradation de l'actionneur et de sa perte d'efficacité

Comme nous l'avons vu dans la section 3.1 du chapitre I, de récents travaux considèrent la perte d'efficacité de l'actionneur suite à l'apparition brusque d'un défaut. Cependant l'origine de ces fautes n'est pas considérée dans ces modèles. La plupart des travaux s'intéressent à la détection des fautes et à la re-configuration du système après l'occurrence d'une perte partielle ou totale de l'efficacité de l'actionneur.

Notre objectif est de nous intéresser au processus de dégradation causant la perte d'efficacité d'un actionneur. Plus précisément, nous considérons que l'actionneur se dégrade en cours de fonctionnement selon un processus non décroissant. De notre point de vue, la dégradation de l'actionneur provient de sa sollicitation au cours du temps. Deux facteurs affectent ce processus de dégradation : la dégradation naturelle et l'effet du mode de fonctionnement. Pour un mode de fonctionnement donné la dégradation est modélisée par un processus stochastique de chocs (perte d'efficacité à des instants discrets) tandis que le mode de fonctionnement influe sur la fréquence d'occurrence des chocs.

#### 2.2.1Perte d'efficacité et dégradation

Comme mentionné dans la section 2.1.1, l'effet de la dégradation de l'actionneur se traduit par une perte de performance du système de contrôle-commande. Si  $\mathcal{D}(t)$  décrit la détérioration cumulée de l'actionneur à l'instant t (en «unité de capacité»), la capacité de l'actionneur à l'instant t avant sa perte totale d'efficacité peut être exprimée par :

$$C(t) = c_0 - \mathcal{D}(t) \tag{II.6}$$

où  $c_0$  est la capacité nominale et initiale de l'actionneur.

Dans [67], les auteurs proposent un modèle en trois phases qui représente la relation entre l'efficacité de l'actionneur et son niveau de dégradation. La première phase correspond à une pleine efficacité, même si l'actionneur subit une dégradation intrinsèque. Au cours de la deuxième phase, qui est une phase transitoire, la perte d'efficacité est uniformément distribuée. La dernière phase correspond à une saturation de l'efficacité de l'actionneur. Dans ce modèle, le processus de dégradation graduelle n'influence l'efficacité de l'actionneur que lorsque le niveau de dégradation est assez important.

Selon notre point de vue, le processus de dégradation de l'actionneur est caractérisé par des dommages survenant à des instants discrets et chaque dommage cause spontanément et immédiatement une perte d'efficacité de l'actionneur. Cette hypothèse de modèle de dégradation se fonde sur le fait que la perte partielle de l'efficacité de l'actionneur est considérée comme un phénomène discret dans la littérature (par exemple [41, 61]). Cela signifie que la capacité de l'actionneur reste constante entre deux instants successifs d'occurrence d'un choc.

# 2.2.2 Processus de dégradation par chocs

L'actionneur est considéré comme étant soumis à un processus de dégradation par chocs à trajectoires non décroissantes. L'occurrence d'un choc à un instant aléatoire provoque une quantité aléatoire de dommage. Un cas d'application d'un tel modèle peut être trouvé dans [73] où la taille de la fuite de la valve de régulation de pression du système BLEED assurant l'aération de la cabine est modélisée par un couple de processus aléatoires de sauts d'après l'historique de maintenance et les avis d'experts. Dans [93] le modèle de chocs cumulés est appliqué à la vie d'une batterie de stockage dont la capacité diminue avec le temps et à chaque charge et décharge, jusqu'à ce qu'elle devienne inutilisable. Dans [52] un processus de Poisson composé est utilisé pour modéliser le courant de fuite d'oxyde de grille (*Ultra-Thin Gate Oxides*) dans un problème de nanotechnologie.

Dans le cas d'un actionneur au comportement de détérioration progressive monotone, d'autres processus doivent être envisagés comme par exemple le processus Gamma homogène qui peut être considéré comme l'accumulation d'un nombre infini de petits chocs [109].

### Processus ponctuels composés

Ces processus décrivent un phénomène de dégradation par chocs d'amplitude aléatoire et qui se produisent à des instants aléatoires  $(\Xi_n)_{n \in \mathbb{N}}$ , formant un processus ponctuel. Chaque instant de saut  $\Xi_n$  est associé à une marque aléatoire  $W_n$  à valeurs réelles, qui décrit le dommage additionnel causé par le n ème choc. Le processus ponctuel marqué est noté  $(\Xi, W) = (\Xi_n, W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ . A partir du processus ponctuel marqué le processus ponctuel composé  $\mathcal{D}$  qui décrit le dommage accumulé jusqu'au temps t s'obtient par [9]:

$$\mathcal{D}_t = \sum_{n=1}^{\infty} \mathbb{1}_{(\Xi_n < t)} W_n \tag{II.7}$$

où  $\mathbb{1}_A$  est la fonction indicatrice de l'ensemble A.

## Processus de Poisson composé

L'exemple le plus simple de processus ponctuel composé est un processus de Poisson composé [88] correspondant à un modèle de dommages cumulatifs [81] dans lequel le processus d'arrivée des chocs est un processus de Poisson et les tailles de choc  $(W_n)_{n \in \mathbb{N}}$ sont des variables aléatoires indépendantes et identiquement distribuées (iid).

On note que l'information statistique sur l'usure de l'actionneur peut être fournie par le fabricant. Elle peut être obtenue par exemple à partir d'essais accélérés de dégradation pour les principaux modes de défaillance.

![](_page_57_Figure_7.jpeg)

Figure II.2 – Modèle de dégradation cumulatif où Z(t) représente le dommage total à l'instant t du matériel. Le matériel est considéré en panne lorsque le dommage total dépasse un niveau pré-défini L ( $0 < L < \infty$ ) pour la première fois.

#### 2.2.3Impact des conditions opérationnelles

Nous considérons dans ce travail que l'évolution de la consigne qui représente les conditions opérationnelles peut également impacter le processus de dégradation de l'actionneur. Par exemple, dans une pompe centrifuge, une augmentation de la demande de débit de la pompe sera une cause de friction du roulement dûe au rythme plus rapide adopté pour s'adapter à ce changement de la demande. Les conditions opérationnelles ont tendance dans ce cas à aggraver la dégradation naturelle de l'actionneur.

Si le mode de fonctionnement du système est stable tout au long de la mission considérée, un seul processus de dégradation est nécessaire pour modéliser la dégradation de l'actionneur. En revanche, si le système alterne plusieurs modes de fonctionnement, correspondant à différentes vitesses d'évolution de la consigne, deux processus stochastiques interagissant entre eux peuvent être nécessaires : l'un pour modéliser la dégradation naturelle et l'autre rendant compte de l'impact sur cette dégradation naturelle de l'environnement dans lequel évolue le système. Supposons par exemple que le système peut fonctionner selon deux modes : un mode normal et un mode stressé. L'évolution de la consigne dans le mode stressé étant plus rapide que dans le mode normal, le nombre de chocs de dégradation est en moyenne plus élevé en mode stressé (voir le Chapitre IV).

Dans la suite de ce chapitre, nous considérons des actionneurs dont le processus de dégradation peut être modélisé par un processus de chocs en interaction avec le processus d'évolution des conditions opérationnelles.

# 3 Méthodologie de pronostic

Le problème posé est de quantifier la durée de vie résiduelle du système avant un dysfonctionnement en considérant les informations disponibles à l'instant courant. Nous nous inscrivons dans le cadre des approches basées sur les modèles de vie prévisionnelle [96] ou les techniques probabilistes [98, 73]. Dans cette optique, le phénomène de dégradation sous-jacent est considéré comme intrinsèquement aléatoire. L'évolution de l'état du système est modélisée par un processus stochastique et la RUL est une variable aléatoire. Nous nous intéressons à la loi de probabilité de la RUL qui est caractérisée par sa densité de probabilité. Sous l'hypothèse Markovienne, l'estimation de la loi de la RUL peut se diviser en deux sous-problèmes distincts. En premier lieu, nous devons estimer la loi de l'état du système à l'instant de pronostic, conditionnellement aux observations disponibles. Dans un second temps, il s'agit de prévoir la date de panne.

# 3.1 Modèle stochastique

# 3.1.1 Modélisation du comportement du système par processus Markovien déterministe par morceaux

Comme nous l'avons déjà évoqué dans la section 2 les interactions entre les différentes parties d'un système de contrôle-commande soumis à dégradation sont complexes. L'enjeu est de prendre en compte de manière effective l'évolution stochastique de la dégradation de l'actionneur conjointement au comportement déterministe du système de contrôle-commande. Récemment les processus Markoviens déterministes par morceaux [21] (PDMP pour *Piecewise deterministic Markov process*) ont été introduits dans la littérature fiabiliste pour modéliser des systèmes physiques dont la dynamique peut être perturbée par des événements ponctuels et aléatoires. Cette classe de processus Markoviens offre un cadre de modélisation très général et particulièrement pertinent

pour traiter des problèmes de sûreté de fonctionnement, comme par exemple la croissance de la taille de fissure par fatigue dans [18] où l'effet de la corrosion dans [12]. Dans [18], les trajectoires déterministes représentent le modèle physique de la propagation des fissures et les sauts caractérisent des chocs qui influencent la dégradation. Dans le cadre de modélisation à l'aide de PDMP, l'aléa n'intervient qu'à des instants discrets. En effet, les PDMP sont caractérisés par des trajectoires déterministes avec des sauts d'instant d'occurrence et d'importance aléatoire.

Nous présentons brièvement ci-dessous une définition d'un PDMP (selon [73]):

## **Définition II.1.** Soient :

- 1.  $\nu$  une loi de probabilité sur E
- 2.  $\psi$  une fonction mesurable de  $E \times \mathbb{R}_+$  dans E, vérifiant :
  - $\forall z \in E, \quad s \to \psi(z, s)$  càdlàg;

• 
$$\forall (z, s, t) \in E \times \mathbb{R}^2_+, \quad \psi(z, 0) = z \text{ et } \psi(z, s + t) = \psi(\psi(z, s), t);$$

- 3. *b* une fonction de *E* dans  $\mathbb{R}_+$  intégrable au voisinage de zéro;
- 4.  $\alpha$  une fonction de E dans  $\overline{\mathbb{R}}^*_+$  vérifiant

$$\forall z \in E, \quad \forall v < \alpha(z) \quad \alpha(\psi(z, v)) = \alpha(z) - v$$

5. un noyau de transition Q de E dans E

Un processus Markovien déterministe par morceaux Z de caractéristiques  $\nu, \psi, b, \alpha$ et Q est défini par :

$$Z(t) = \psi(W_n, t - \Xi_n), \quad \Xi_n \le t < \Xi_{n+1}$$
(II.8)

pour  $(W_n, \Xi_n)_{n \in \mathbb{N}}$  le processus de renouvellement Markovien de loi initiale  $\nu$  et de noyau N donné par :

$$N(y, dz, dv) = dF_y(v)Q(\psi(y, v), dz)$$

où  $dF_z(v)$  est la loi du minimum entre une date aléatoire de taux de hasard  $b(\psi(y, .))$ et une date déterministe  $\alpha(z)$ . On a ainsi

$$dF_{y}(v) = b(\psi(y,v))e^{\int_{0}^{v}b(\psi(y,u))du} \mathbb{1}_{v < \alpha(y)}dv + \mathbb{1}_{\alpha(y) < \infty}e^{-\int_{0}^{\alpha(y)}b(\psi(y,u))du}\delta_{\alpha(y)}(dv)$$
(II.9)

On note que  $W_n = Z_{\Xi_n}$  tant que  $\Xi_n$  est fini.

Dans notre contexte de travail,  $\psi$  est le flot continu associé à l'équation différentielle de contrôle par le régulateur PID. Les instants de sauts sont les instants d'occurrence des chocs et la fonction b est donc l'intensité du processus de Poisson associé. Par ailleurs, dans l'équation (II.9), le second terme correspond à un saut survenant à un instant prédéfini lorsque le processus est dans état donné. Il permet par exemple de modéliser des dates de maintenance planifiées. Si aucune maintenance n'est prévue,  $\alpha$ vaut l'infini.

Une trajectoire  $Z_t$  du processus peut alors être définie de façon itérative. On part d'un point initial  $z_0$  (selon loi  $\nu$ ). Le processus suit la trajectoire déterministe  $Z_t$  =  $\psi(z_0,t)$  jusqu'à l'instant  $\Xi_1 = \xi_1$  qui est le minimum entre une date de loi de taux de hasard b et la date butoir  $\alpha(z_0)$ . A l'instant  $\Xi_1$  un saut se produit vers l'état  $w_1$  selon la loi de transition  $Q(\psi(z_0, \Xi_1), .)$ . La trajectoire redémarre à partir de ce nouvel état et évolue selon  $Z_t = w_1 + \psi(w_1, t - \xi_1)$  jusqu'à l'instant  $\Xi_2 = \xi_2 ...$  On construit ainsi de façon itérative le PDMP (voir la figure II.3 pour un exemple de trajectoire de PDMP).

![](_page_60_Figure_2.jpeg)

Figure II.3 – Exemple des trajectoires de PDMP

### Cas du système de contrôle-commande considéré

Pour un système de contrôle-commande soumis à une dégradation par chocs telle que considérée, le comportement global du système à l'instant t peut être résumé par une vecteur aléatoire :

$$Z_t = \begin{pmatrix} X_t \\ C_t \\ t \end{pmatrix}$$
(II.10)

où  $X_t$  est le vecteur des variables physiques du procédé contrôlé régies par les équations (II.1) (la notation X est utilisé afin de représenter ses caractéristiques aléatoires),  $C_t$  est la capacité réelle de l'actionneur et t est le temps. Le temps t est inclus pour que le processus soit homogène dans le temps en raison notamment de la consigne variable. La propriété d'homogénéité est nécessaire afin d'utiliser la méthodologie de pronostic présentée dans la suite. A ce vecteur peuvent être intégrées des covariables représentant le mode de fonctionnement du système s'il y a interaction entre le système et son environnement.

Pour illustrer la modélisation par PDMP, nous considérons un système de contrôlecommande dont l'actionneur se dégrade par chocs. Les instants d'occurrence des chocs forment un processus de Poison homogène d'intensité  $\lambda$  et la quantité de dommage de l'actionneur provoquée par chaque choc suit la loi uniforme sur  $[0, \Delta]$ .

Le système peut être modélisé à l'aide d'un PDMP d'espace d'états  $E = \mathbb{R}^{n_x} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}_+$  caractérisé par :

• la loi initiale  $\nu$  définie par une mesure de Dirac

$$\nu(dz) = \delta_{(x_0,c_0,0)}(dz)$$

où  $x_0$  est l'état initial du procédé contrôlé,  $c_0$  est la capacité nominale de l'actionneur.

- la fonction déterministe  $\psi$ , traduit le comportement dynamique du système entre deux sauts. La particularité d'un système en boucle fermée, est que sa réponse est décrite par des équations différentielles qui combinent la caractéristique dynamique du procédé et le comportement du régulateur PID (comme décrit dans la section 2). Il n'y a pas de solution analytique mais  $\psi$  est calculée numériquement à chaque pas de simulation.
- la fonction b représente le taux de hasard des instants de saut. Ici,  $b(z) = \lambda$  (sauts à des instants Poissonnien).
- la fonction  $\alpha$  représente les dates de sauts déterministes, c'est-à-dire des sauts planifiés. Ici, cette fonction vaut toujours l'infini, puisqu'il n'y a aucun changement de dynamique à des instants déterministes.
- le noyau Q représente la loi de transition au moment d'un sauts. On a donc :

$$Q(z,dy) = \delta_{(x,c,t)}(y_1,y_3) \otimes \frac{1}{\Delta} \mathbb{1}_{[c-\Delta,c]}(y_2) dy_2$$

où  $\otimes$  est le produit tensoriel.

Dans le cadre de modélisation à l'aide du PDMP, les trajectoires déterministes représentent donc le fonctionnement nominal du système (i.e. sans dégradation de l'actionneur) et le processus de sauts modélise les dégradation de l'actionneur. Nous allons à présent détailler la méthodologie de pronostic qui se compose principalement de deux étapes.

#### Deux étapes : diagnostic et pronostic 3.1.2

La durée de vie résiduelle à l'instant  $t RUL_t$  est ainsi définie comme le temps d'entrée dans la zone de défaillance  $\mathcal{F}$  :

$$RUL_t = \inf(s \ge t, Z_s \in \mathcal{F}) - t \tag{II.11}$$

Pour un système de contrôle-commande, la zone de défaillance  $\mathcal{F}$  du système rassemble tous les états de dégradation inacceptable de l'actionneur. Le système est défaillant dés que les objectifs de commande ne sont pas atteints. Lorsqu'il se trouve dans un état de défaillance, le système peut encore fonctionner, mais ses performances ne sont plus dans l'intervalle de tolérance. Comme l'objectif de contrôle est de maintenir les sorties du processus contrôlé y(t) proches des valeurs souhaitées  $y_{ref}$  malgré des perturbations, la capacité réelle de l'actionneur C(t) doit rester supérieure à un niveau minimal lié aux objectifs de conception du système de commande. Plus précisément, cette valeur de capacité de l'actionneur est la plus petite valeur permettant à la sortie du système de rester dans l'intervalle de tolérance une fois le régime atteint (voir la section 2.1.2). Nous verrons dans le chapitre III la caractérisation de la zone de défaillance dans des cas d'étude spécifiques.

# Processus de surveillance et observations considérées

Pour définir la RUL, on prend en compte les observations spécifiques disponibles sur le système. Comme mentionné, aucun dispositif spécifique n'est utilisé afin d'observer directement la dégradation de l'actionneur. La sortie du système contrôlé est considéré dans ce travail comme la seule source d'information disponible pour l'évaluation de la santé de l'actionneur.

Soit  $T_{prog} > 0$  la date de prédiction. On considère une suite d'instants  $0 < T_1 < \ldots < T_n = T_{prog}$  correspondant aux instants d'observations du système. A l'instant  $T_i$  l'observation  $Y_i$  de la variable de sortie est considérée comme instantanée, continue, bruitée et définie par (II.2) :

$$Y_i = y^m(T_i) = y(T_i) + \epsilon(T_i) = \mathbf{h}(T_i, x(T_i), u(T_i), \theta) + \epsilon(T_i)$$
(II.12)

Nous présenterons dans les chapitres suivants le shéma d'inspection retenu pour chaque cas d'étude. Le régime transitoire suivant un changement de la consigne est particulièrement informatif pour le pronostic car c'est à ce moment que la dynamique du système peut être observée. D'une façon générale, des observations sont donc réalisées de manière à capturer le plus précisément possible la dynamique du système de contrôlecommande. Dans la suite, nous supposons avoir une réalisation  $(y_1, \ldots, y_n)$  des variables  $Y_1, \ldots, Y_n$ .

### Division du problème de pronostic en deux sous-problèmes

Le problème de pronostic posé est donc de calculer la fonction de survie conditionnelle de  $RUL_{T_{prog}}$  sachant  $Y_1 = y_1, \ldots, Y_n = y_n$  qui est notée

$$\mathbb{P}(RUL_{T_{prog}} > s | Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n)$$

Comme indiqué dans [73] le cadre de la modélisation par PDMP assure que la distribution de la RUL du système au temps  $T_{prog}$ , étant données les informations de surveillance en ligne jusqu'à  $T_{prog}$ , peut s'écrire :

$$\mathbb{P}(RUL_{T_{prog}} > s | Y_1 = y_1, \dots, Y_n = y_n)$$
  
= 
$$\int_E R_z(s) \mu_{y_1,\dots,y_n}(dz)$$
 (II.13)

où :

•  $\mu_{y_1,\ldots,y_n}(dz)$  est la loi de probabilité de l'état du système au temps  $T_{prog}$  sachant les observations disponibles  $y_1,\ldots,y_n$ :

$$\mu_{y_1,\dots,y_n} = \mathcal{L}(Z_{T_{prog}} | Y_1 = y_1,\dots,Y_n = y_n)$$
(II.14)

•  $R_z(s)$  est la fiabilité du système à l'instant s sachant que la valeur initiale de l'état est z :

$$R_z(s) = \mathbb{P}(Z_u \notin \mathcal{F} \quad \forall u \le s | Z_0 = z)$$
(II.15)

La densité de probabilité ou la valeur moyenne de  $RUL_{T_{prog}}$  peut être déduit de (II.13). La méthodologie détaillée dans les sections qui suivent consiste à estimer en premier lieu  $\mu_{y_1,\dots,y_n}$  puis la fiabilité conditionnelle sachant la loi de l'état du système à l'instant de pronostic  $Z_{T_{prog}}$ .

#### 3.2Etape 1 : diagnostic

Nous nous intéressons dans cette section à l'estimation de la loi conditionnelle de l'état du système (II.14). D'abord nous rappelons brièvement le problème de filtrage stochastique ainsi que les techniques existantes pour le calcul d'une loi conditionnelle. Puis nous décrivons la technique de filtrage particulaire qui est utilisée dans ce travail.

L'évolution de l'état du système de contrôle-commande soumis à dégradation peut être représenté graphiquement par la figure II.4

![](_page_63_Figure_5.jpeg)

Figure II.4 – Evolution probabiliste de l'état du système

En conséquence, le comportement du système peut être spécifié par le modèle probabiliste de propagation qui définit l'évolution de l'état et de la mesure au travers des équations de transition. Le modèle peut être résumé comme suit :

$$p(z_{T_0})$$

$$p(z_{T_k}|z_{T_{k-1}})$$

$$p(y_k|z_{T_k})$$

où  $p(z_{T_0})$  est la densité de probabilité de l'état initial du système,  $p(z_{T_k}|z_{T_{k-1}})$  représente la densité de probabilité associée à l'évolution de l'état caché du système entre les instants  $T_{k-1}$  et  $T_k$ . Elle dépend des relations déterministes et stochastiques dominant le système (comme décrit dans la section 2) et peut être obtenue par la simulation du système entre ce deux instants. La fonction de vraisemblance  $p(y_k|z_{T_k})$  est définie par l'équation (II.12) le bruit de mesure  $\epsilon$  étant connu.

#### 3.2.1Estimation Bayésienne récursive

La première étape est le calcul de la loi conditionnelle d'un processus Markovien à partir d'observations partielles bruitées. La séquence,  $Z_{T_{0:k}} = \{Z_{T_i}, i = 0, \dots, k\}, k \leq n$  où  $Z_{T_0}$  est l'état initial du système, n'est pas observée directement, mais accessible uniquement à partir des observations  $Y_{1:k} = \{Y_i, i = 1, \ldots, k\}$ . En conséquence le premier objectif est de reconstruire le vecteur d'états  $Z_{T_{0:k}}$  à partir des observations  $y_{1:k} = y_1, \ldots, y_k$  de la variable  $Y_{1:k}$ . Plus précisément, la tâche principale est d'estimer la densité conditionnelle  $p(z_{T_k}|y_{1:k})$  de la loi de l'état à l'instant  $T_k$ , compte tenu des observations disponibles à l'instant d'inspection  $T_k$ . La densité de probabilité de l'état initial du système  $p(z_{T_0})$  est supposé connue.

Dans le cadre Bayésien, la densité conditionnelle  $p(z_{T_k}|y_{1:k})$  peut être calculée de manière récursive en deux étapes : prédiction et correction.

Etant donnée la densité de probabilité  $p(z_{T_{k-1}}|y_{1:k-1})$  à l'instant  $T_{k-1}$  l'étape de prédiction implique d'utiliser le modèle de comportement du système afin d'obtenir la densité de probabilité de l'état du système  $z_{T_k}$  à l'instant  $T_k$  par l'équation de Chapman-Kolmogorov :

$$p(z_{T_k}|y_{1:k-1}) = \int p(z_{T_k}|z_{T_{k-1}}, y_{1:k-1}) p(z_{T_{k-1}}|y_{1:k-1}) dz_{T_{k-1}}$$
$$= \int p(z_{T_k}|z_{T_{k-1}}) p(z_{T_{k-1}}|y_{1:k-1}) dz_{T_{k-1}}$$
(II.16)

où  $p(z_{T_k}|z_{T_{k-1}}, y_{1:k-1}) = p(z_{T_k}|z_{T_{k-1}})$  provient de l'hypothèse Markovienne du modèle du système.

A l'instant  $T_k$ , une nouvelle observation  $y_k$  est obtenue et utilisée pour corriger la densité de probabilité conditionnelle par le théorème de Bayes. On a :

$$p(z_{T_k}|y_{1:k}) = \frac{p(y_{1:k}|z_{T_k})p(z_{T_k})}{p(y_{1:k})}$$

$$= \frac{p(y_k, y_{1:k-1}|z_{T_k})p(z_{T_k})}{p(y_k, y_{1:k-1})}$$

$$= \frac{p(y_k|y_{1:k-1}, z_{T_k})p(y_{1:k-1}|z_{T_k})p(z_{T_k})}{p(y_k|y_{1:k-1})p(y_{1:k-1})}$$

$$= \frac{p(y_k|y_{1:k-1}, z_{T_k})p(z_{T_k}|y_{1:k-1})p(y_{1:k-1})}{p(y_k|y_{1:k-1})p(y_{1:k-1})}$$

$$= \frac{p(y_k|z_{T_k})p(z_{T_k}|y_{1:k-1})}{p(y_k|y_{1:k-1})}$$
(II.17)

où la loi  $p(y_k|y_{1:k-1})$  est donnée par :

$$p(y_k|y_{1:k-1}) = \int p(y_k|z_{T_k})p(z_{T_k}|y_{1:k-1})dz_{T_k}$$
(II.18)

Les équations (II.16) et (II.17) forment la base de la solution Bayésienne exacte. Cependant, ces équations n'admettent une solution explicite que dans certains cas. Le filtre de Kalman (KF) peut être utilisé pour des systèmes linéaires soumis à un bruit gaussien [59, 45].

Dans le cas non linéaire ces équations n'admettent en général pas de solution explicite. Il est donc nécessaire de faire appel à des techniques d'approximation par exemple le filtre de Kalman étendu (EKF pour *Extended Kalman filter*) [48, 58]. Au cours de ces dernières années, la croissance de la puissance de calcul a permis d'utiliser des méthodes statistiques informatiques intensives. L'approximation de la dynamique du système par linéarisation peut être remplacée par des techniques Monte-Carlo [42, 28].

Dans ce travail, nous considérons la méthode particulaire, ou méthode de Monte-Carlo séquentielle. Cette méthode permet d'intégrer les informations en temps réel et ainsi de réduire le temps de calcul grâce à son schéma récursif permettant d'utiliser les simulations des étapes précédentes pour estimer et mettre à jour l'état courant du système à chaque instant. En effet, le problème d'estimation considéré reposant sur des estimations en ligne, une méthode récursive est donc nécessaire. De plus, il est possible d'utiliser un éventuel simulateur «boîte noire» du système contrôlé. Par ailleurs, cette méthode est intéressante dans le cas où l'interaction entre les différentes parties du système est de nature stochastique et non linéaire.

# 3.2.2 Filtrage particulaire interactif avec observations discrètes

Dans le cadre des systèmes non-linéaires avec bruit possiblement non-gaussien, le filtrage particulaire est utilisé pour calculer numériquement la loi  $p(z_{T_k}|y_{1:k})$  appelée densité de filtrage [4, 28]. L'idée clé est d'estimer la densité de filtrage ciblée à l'aide d'un nuage de  $N_s$  échantillons aléatoires iid appelées particules  $\{z_{T_k}^{(i)}, i = 1, ..., N_s\}$ . Chaque particule est associée à un poids  $w_{T_k}^{(i)}$  et l'ensemble  $\{w_{T_k}^{(i)}, i = 1, ..., N_s\}$  satisfait  $\sum_{i=1}^{N_s} w_{T_k}^{(i)} = 1$ . La loi de l'état au temps  $T_k$  peut être approchée par :

$$p(z_{T_k}|y_{1:k}) \approx \hat{p}(z_{T_k}|y_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N_s} w_{T_k}^{(i)} \delta_{(z_{T_k} - z_{T_k}^{(i)})}$$
(II.19)

où  $\delta_{(z_{T_k}-z_{T_k}^{(i)})}$  est la masse de Dirac.

Les poids sont calculés selon le principe d'une méthode dite d'échantillonnage d'importance (*importance sampling*) [15, 29].

# Echantillonnage d'importance

Supposons que l'on sache simuler selon la loi de densité  $\pi(z_{T_k}|y_{1:k})$ . Puisqu'il est impossible d'échantillonner des particules directement à partir de  $p(z_{T_k}|y_{1:k})$ , on cherche à les générer en utilisant  $\pi(z_{T_k}|y_{1:k})$ . Dans ce cas, la densité  $\pi(z_{T_k}|y_{1:k})$  est appelée la probabilité d'importance (proposal density).

En effet, le poids normalisé  $w_{T_k}^{(i)}$  est défini comme :

$$w_{T_k}^{(i)} \propto \frac{p(z_{T_k}^{(i)}|y_{1:k})}{\pi(z_{T_k}^{(i)}|y_{1:k})}$$
(II.20)

Afin de permettre un calcul itératif des poids, nous interprétons la probabilité d'importance sous la forme :

$$\pi(z_{T_k}|y_{1:k}) = \pi(z_{T_k}|z_{T_{k-1}}, y_{1:k})\pi(z_{T_{k-1}}|y_{1:k-1})$$
(II.21)

sous l'hypothèse que l'état courant du système ne dépend pas des observations futures.

D'autre part,  $p(z_{T_k}|y_{1:k})$  peut s'écrire comme [4] :

$$p(z_{T_k}|y_{1:k}) = \frac{p(y_k|z_{T_k})p(z_{T_k}|z_{T_{k-1}})}{p(y_k|y_{1:k-1})}p(z_{T_{k-1}}|y_{1:k-1})$$
(II.22)

En utilisant les équations (II.20), (II.21) et (II.22), l'expression des poids normalisés s'obtient par :

$$w_{T_{k}}^{(i)} \propto \frac{p(y_{k}|z_{T_{k}}^{(i)})p(z_{T_{k}}^{(i)}|z_{T_{k-1}}^{(i)})p(z_{T_{k-1}}^{(i)}|y_{1:k-1})}{\pi(z_{T_{k}}^{(i)}|z_{T_{k-1}}^{(i)},y_{1:k})\pi(z_{T_{k-1}}^{(i)}|y_{1:k-1})} = w_{T_{k-1}}^{(i)} \frac{p(y_{k}|z_{T_{k}}^{(i)})p(z_{T_{k}}^{(i)})p(z_{T_{k-1}}^{(i)})}{\pi(z_{T_{k}}^{(i)}|z_{T_{k-1}}^{(i)},y_{1:k})}$$
(II.23)

# Choix de la densité d'importance

Le choix de la probabilité d'importance  $\pi(z_{T_k}|z_{T_{k-1}}, y_{1:k})$  conditionne le bon fonctionnement de l'algorithme d'estimation. Effectivement, comme montré dans [29], le choix de  $\pi(z_{T_k}|z_{T_{k-1}}, y_{1:k})$  comme  $p(z_{T_k}|z_{T_{k-1}}, y_k)$  est la solution optimale. Néanmoins, il n'est pas toujours possible de construire une telle probabilité d'importance. Dans ce travail, nous faisons le choix très courant de prendre pour  $\pi(z_{T_k}|z_{T_{k-1}}, y_{1:k})$  la densité *a priori*  $p(z_{T_k}|z_{T_{k-1}})$  permettant la simulation du processus de dégradation de l'actionneur et du comportement dynamique du système contrôle-commande à partir des équations comme décrit dans la Section 2.

# Dégénérescence et rééchantillonage

Comme la récente observation  $y_k$  n'est pas prise en compte dans l'échantillonnage des particules  $\left\{\tilde{z}_{T_k}^{(i)}, \tilde{w}_{T_k}^{(i)}\right\}_{i=1}^{N_s}$  la méthode d'échantillonnage Monte-Carlo pondéré séquentiel entraîne une dégénérescence rapide des particules : en quelques itérations k, un faible nombre de particules concentre l'essentiel des poids et les particules pondérées ne représentent plus fidèlement la distribution *a posteriori*. Idéalement, les poids doivent tous rester proches de  $\frac{1}{N_s}$ , i.e. les particules sont d'égale importance dans l'approximation.

On peut considérer que le critère suivant :

$$\hat{N}_{k}^{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N_{s}} (\tilde{w}_{T_{k}}^{(i)})^{2}}$$
(II.24)

représente le nombre efficace de particules. Notons que  $\hat{N}_k^{eff} \leq N_s$ , et une faible valeur  $\hat{N}_k^{eff}$  indique une dégénérescence sévère. Afin de se prémunir de cette dégénérescence, on utilise une méthode de «redistribution» les particules.

Si  $\hat{N}_k^{eff}$  est petit alors la plupart des particules ont un poids proche de 0 et ont donc une contribution négligeable dans l'approximation. L'idée est d'éliminer les particules de poids négligeable et de dupliquer les particules de fort poids. Dans l'approche utilisée ici le nombre de particules reste constant. Il s'agit donc d'une étape de rééchantillonnage ou de redistribution des particules. Après avoir rééchantillonné (redistribué), on obtient alors un nouvel ensemble de particules de même poids. Parmi les nombreuses techniques de rééchantillonnage [50, 27], le rééchantillonnage dit déterministe (deter*ministic re-sampling*) qui est introduit par Kitagawa [64] a été retenu, car il semble être un algorithme de calcul rapide qui est particulièrement adapté aux contextes contraints en temps de calcul i.e. des applications en ligne. Cette technique de rééchantillonnage peut être représenté par l'algorithme 1.

Algorithme 1 Rééchantillonnage déterministe

Au temps  $T_k$  sachant  $\left\{\tilde{z}_{T_n}^{(i)}, \tilde{w}_{T_n}^{(i)}\right\}_{i=1}^{N_s}$ , Générer échantillon uniforme :  $\tilde{u} \sim U(0, 1)$ 

Pour  $j = 1, \ldots, N_s$  faire

- Poser  $u_j = \frac{\tilde{u}+j-1}{N_{\circ}}$
- Déterminer l'indice *i* tel que  $\sum_{l=1}^{i-1} \tilde{w}_{T_k}^{(l)} \le u_j < \sum_{l=1}^{i} \tilde{w}_{T_k}^{(l)}$  (voir Figure II.5)
- Sélectionner la nouvelle particule  $z_{T_k}^{(j)}=\tilde{z}_{T_k}^{(i)}$  et le poids associé  $w_{T_k}^{(j)}=\frac{1}{N_s}$

# Fin pour

Obtenir le nouveau nuage des particules  $\left\{z_{T_k}^{(i)}, \frac{1}{N_s}\right\}_{i=1}^{N_s}$ 

![](_page_67_Figure_10.jpeg)

Figure II.5 – Rééchantillonnage par la méthode d'inversion où  $P^i = \sum_{l=1}^{i} w_{T_k}^{(l)}$ 

#### Algorithme du filtrage particulaire 3.2.3

En appliquant le principe précédent, le filtrage particulaire consiste à approcher  $p(z_{T_k}|y_{1:k})$  au moyen de la distribution empirique d'un ensemble de particules ca-ractérisées par des positions  $\{z_{T_k}^{(i)}, i = 1, \ldots, N_s\}$  et des poids  $\{w_{T_k}^{(i)}, i = 1, \ldots, N_s\}$ où  $\sum_{i=1}^{N_s} w_{T_k}^{(i)} = 1$  en trois étapes : prédiction, correction et rééchantillonnage [4].

Dans l'étape de prédiction, les particules predictive  $\{\tilde{z}_{T_k}^{(i)}\}$  sont générées en utilisant les équations d'évolution du système (voir la section 2). Elles sont corrigées ou pondérées par des poids normalisés  $\{w_{T_k}^{(i)}\}$  (cf. équations (II.12)) lorsqu'une nouvelle mesure  $y_i$  est disponible (i.e. l'étape de correction).

Dans les étapes de prédiction et de correction, le phénomène de dégénérescence peut provoquer la divergence du filtre, on applique alors la technique du rééchantillonnage déterministe [64] pour pallier à ce problème. Si le nombre efficace de particules est inférieur à un nombre fixé alors le rééchantillonnage est réalisé. Après l'étape de rééchantillonnage, le nuage pondéré  $\left\{\tilde{z}_{T_k}^{(i)}, \tilde{w}_{T_k}^{(i)}\right\}_{i=1}^{N_s}$  peut se transformer en un nuage équivalent au sens où les particules ont le même poids  $\left\{z_{T_k}^{(i)}, \frac{1}{N_s}\right\}_{i=1}^{N_s}$ . Les étapes de prédiction, correction et rééchantillonnage fournissent une procédure simple qui est répétée récursivement à chaque instant d'inspection discret  $T_k$ .

La procédure d'estimation en ligne de l'état réel du système utilisant le filtrage particulaire est résumée par l'Algorithme 2.

# Algorithme 2 Estimation de l'état du système

Initialisation :  $\forall i = 1, \ldots, N_s$ .

Générer  $z_{T_0}^{(i)}$  selon la condition initiale du système

Poser  $w_{T_0}^{(i)} = \frac{1}{N_s}$ 

A l'étape k (correspondant au temps  $T_k$ ) : Sachant  $\left\{z_{T_{k-1}}^{(i)}, w_{T_{k-1}}^{(i)}\right\}_{i=1}^{N_s}$ , faire

(a) Échantillonnage d'importance

Basé sur la description du système (voir la section 2), générer particule  $\tilde{z}_{T_k}^{(i)} \sim p(z_{T_k}|z_{T_{k-1}}^{(i)})$ 

(b) Mise à jour les poids

Basé sur la vraisemblances des observations  $y_k$  collectées (Eq. (II.12)), poser  $\tilde{w}_{T_k}^{(i)} = w_{T_{k-1}}^{(i)} p(y_k | \tilde{z}_{T_k}^{(i)})$ 

(c) Normalisation des poids

$$\tilde{w}_{T_k}^{(i)} = \frac{\tilde{w}_{T_k}^{(i)}}{\sum_{i=1}^{N_s} \tilde{w}_{T_k}^{(i)}}$$

(d) Décision de rééchantillonnage

Si 
$$\hat{N}_k^{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N_s} (\tilde{w}_{T_k}^{(i)})^2} < N_{seuil}$$
 alors

Exécuter rééchantillonnage déterministe :  $\left\{\tilde{z}_{T_k}^{(i)}, \tilde{w}_{T_k}^{(i)}\right\}_{i=1}^{N_s} \Rightarrow \left\{z_{T_k}^{(i)}, \frac{1}{N_s}\right\}_{i=1}^{N_s}$ sinon

Poser 
$$\left\{z_{T_k}^{(i)}, w_{T_k}^{(i)}\right\}_{i=1}^{N_s} = \left\{\tilde{z}_{T_k}^{(i)}, \tilde{w}_{T_k}^{(i)}\right\}_{i=1}^{N_s}$$

Fin si

(e) Densité

$$p(z_{T_k}|y_{1:k}) \approx \sum_{i=1}^{N_s} w_{T_k}^{(i)} \delta_{z_{T_k}^{(i)}}(\mathrm{d}z_{T_k})$$

Répéter jusqu'à l'instant de pronostic  $T_{prog}$ 

#### 3.3 Etape 2 : pronostic

La deuxième étape de la méthode proposée dans ce travail pour le calcul de la RUL nécessite l'estimation de la fiabilité du système à partir de l'instant de pronostic  $T_{prog}$ connaissant une estimation de la loi de l'état du système à  $T_{prog}$ .

La simulation de Monte-Carlo se place comme une alternative dans les cas où l'obtention de solutions analytiques devient compliquée. Cette méthode consiste à simuler un nombre important d'histoires indépendantes décrivant chacune le comportement du système, depuis l'instant de pronostic et pour un temps de mission fixé.

Dans le cadre de ce travail, la fiabilité est calculée par la méthode de Monte-Carlo classique. Cela signifie que la simulation de trajectoires du système jusqu'à sa défaillance est nécessaire. Le point de départ de chaque trajectoire est ensuite choisi au hasard parmi les particules obtenues à  $T_{prog}$ . Chaque particule est propagée en utilisant l'hypothèse de l'évolution future de consigne et des conditions de mission futures. L'histogramme de la RUL est directement obtenu. La valeur moyenne et les quantiles de la RUL peuvent également être estimés. La procédure est illustrée par l'algorithme 3.

Algorithme 3 Estimation de la RUL

Sachant  $\left\{z_{T_n}^{(i)}, w_{T_n}^{(i)}\right\}_{i=1}^{N_s}$ ,  $N_{depart}$  nombre de point de départ,  $N_{traj}$  nombre de trajectoire de simulation pour chaque point

Pour  $j = 1, \ldots, N_{depart}$  faire

- Générer échantillon uniforme :  $u_i \sim U(0, 1)$
- Sélectionner le point de départ :
- $z_j^{\text{selected}} = z_{T_n}^{(k)} \text{ avec } \sum_{l=1}^{k-1} w_{T_n}^{(l)} \le u_j < \sum_{l=1}^k w_{T_n}^{(l)}$ • Pour  $k = 1, \ldots, N_{traj}$  faire

Simular les trajectoires selon la description du système (voir la section 2)

# Fin pour

Fin pour Obtenir la distribution empirique de la RUL

Dans le but de calculer la fiabilité sur les PDMP, A. Lorton dans sa thèse (voir la section 2.5 [74]) a proposé deux méthodes plus fines toujours de type Monte-Carlo : une approximation utilisant les calculs d'espérance et une méthode basée sur les processus décomposables.

#### Conclusion 4

L'objectif de la régulation traditionnelle est de maintenir des variables contrôlées dans des limites autorisées en tenant compte de l'évolution dynamique du système et d'éventuelles perturbations. Ainsi, la conception de systèmes de contrôle-commande se concentre sur la stabilité et la performance du processus de contrôle. Autrement dit, elle ignore la durabilité (la durée de vie) des actionneurs. Par exemple, un grand changement de vitesse de tour du rotor de la pompe, pour s'adapter plus vite au changement de débit demandé, peut accélérer la dégradation de la pompe.

Dans ce cadre, nous avons construit un modèle permettant d'intégrer les caractéristiques du processus de contrôle au processus de dégradation des actionneurs et inversement. L'actionneur est considéré ici comme soumis aux chocs aléatoire qui réduisent sa capacité en cours de fonctionnement. L'actionneur dégradé va affecter à son tour la performance de la boucle de contrôle dans deux sens : la perturbation immédiate et la réduction de la durée de vie résiduelle du système.

Sous l'hypothèse Markovienne, le problème de pronostic de la durée de vie du système peut se diviser en deux sous-problèmes. Premièrement, la loi conditionnelle de l'état du système est calculé numériquement à l'aide de la méthode de filtrage particulaire. Deuxièmement, la distribution de la RUL du système est estimé grâce la simulation de type Monte-Carlo classique.

Dans le chapitre suivant, la méthodologie proposée sera mise en œuvre sur des cas d'études.
#### Chapitre III

# Application de la méthodologie de pronostic : cas d'étude

L'objectif de ce chapitre est de présenter un cas d'étude afin d'illustrer la mise en oeuvre de la méthodologie proposée au chapitre précédent. Le cas d'étude considéré est le système de contrôle-commande du niveau d'eau de deux réservoirs placés en cascade. La pompe d'alimentation du réservoir placé en amont se dégrade gradûellement. Après la présentation détaillée du modèle de comportement du système intégrant la dégradation de la pompe, la méthodologie de calcul de la RUL est mise en œuvre pour deux modes de fonctionnement spécifiques du système : celui correspondant à une consigne variable dans le temps et celui correspondant à une consigne fixe sur la période considérée. Comme précisé dans le chapitre précédent, une contrainte fondamentale est imposée concernant les moyens utilisés pour la surveillance du système : aucun capteur supplémentaire dédié spécifiquement à l'observation directe du niveau de dégradation de la pompe n'est disponible. La seule source d'information mesurée en ligne est donc la sortie du système. Le niveau de dégradation doit être estimé à partir de la dynamique de réponse du système. Dans le cas d'un changement de consigne, la période transitoire de la réponse observée peut permettre une caractérisation de la dynamique du système contrôlé et être utilisée pour estimer le niveau d'efficacité de l'actionneur. En l'absence de modification de consigne, il peut s'avérer nécessaire de perturber le système pour obtenir de l'information. Ce cas est examiné en fin de chapitre où des signaux d'excitation sont appliqués au système selon une règle expérimentale proposée.

#### 1 Introduction

Bien que la méthodologie de pronostic décrite dans le chapitre précédent soit applicable à tous les types de systèmes de contrôle-commande, nous considérons dans ce chapitre un cas d'étude de système dit SISO (*Single-Input Single-Output*) c'est à dire que le procédé contrôlé possède une seule entrée et une seule sortie. La raison principale de ce choix est de proposer une illustration simple et compréhensible de la méthodologie en évitant toutes les difficultés liées à la conception d'un système de contrôle-commande multi-variables. Nous aborderons dans la partie perspectives quelques éléments concernant l'applicabilité de la méthodologie à des systèmes MIMO (*Multi-Input Multi-Output*). Dans les systèmes SISO, un seul actionneur réalise le lien de commande entre la sortie du régulateur et l'entrée du procédé contrôlé. Un système de contrôle du niveau d'eau de deux réservoirs en cascade est utilisé comme support pour la mise en œuvre de la méthodologie de pronostic. Cette application a été choisie car son modèle de comportement présente l'intérêt d'être non linéaire et nous permet de montrer que la linéarité n'est pas une contrainte d'applicabilité de notre méthode. Par ailleurs, la simplicité relative du système ne perturbe pas l'objectif principal qui est de présenter les performances de la méthodologie.

Dans un premier temps, la modélisation du système est détaillée dans la section 2. Cette modélisation inclut les spécifications du fonctionnement normal et de la dégradation du système. Les hypothèses de modèle et les informations disponibles par des observations effectuées en ligne sont également précisées pour différentes configurations de fonctionnement ou de sollicitation du système. Dans un second temps, le calcul de la RUL par la méthode proposée est mis en œuvre pour deux cas-types de consigne. Le premier cas détaillé dans la section 3 correspond à une configuration dans laquelle la consigne évolue dans le temps, de manière non obligatoirement régulière ou connue à l'avance. Dans la section 4 nous étudions le cas type d'une consigne stable et constante pour laquelle l'acquisition d'information nécessite la mise en œuvre d'excitations ou perturbations artificielles du système. Les différentes étapes nécessaires et les résultats associés sont présentés. Enfin, quelques conclusions et des perspectives de recherche sont proposées dans la section 5.

#### 2 Modélisation du comportement du système de régulation du niveau d'eau avec dégradation de la pompe par chocs

Cette section présente le fonctionnement du système de régulation du niveau d'eau, le modèle de dégradation considéré et les données disponibles. L'ensemble de ces éléments est structuré de manière à bénéficier du formalisme des processus Markovien déterministes par morceaux (PDMP).

#### 2.1 Fonctionnement du système sans dégradation

Comme évoqué précédemment, nous considérons un système de contrôle-commande du niveau d'eau de deux réservoirs en série. La section du premier réservoir est notée  $S_1$  et celle du second réservoir  $S_2$ . Le fluide contenu dans les réservoirs est supposé incompressible ce qui signifie que sa densité de masse  $\rho$  est constante. Il est pompé dans le premier réservoir ou «réservoir amont» par une pompe. Puis, l'écoulement du premier réservoir alimente le second réservoir ou «réservoir aval». Le niveau d'eau du réservoir aval est mesuré par un capteur de mesure de niveau et contrôlé par ajustement de l'entrée de commande de la pompe qui est calculée par un régulateur PID. Le schéma général du système est représenté sur la figure III.1.

Afin de considérer la réponse réelle de la pompe, la relation entre le débit



Figure III.1 – Schéma général du système de régulation du niveau d'eau

d'écoulement  $q_{in}$  en sortie de la pompe et l'entrée de commande de la pompe u est représentée par une équation du premier ordre [16] :

$$\frac{\mathrm{d}q_{in}}{\mathrm{d}t} = -\frac{1}{\tau_a}q_{in} + \frac{K_a(t)}{\tau_a}u\tag{III.1}$$

où  $\tau_a$  est la constante de temps de la pompe,  $K_a(t)$  est le gain d'amplification d'asservissement avec pour gain initial  $K_a(0) = K_{a_{init}}$ . La pompe sature lorsque l'entrée atteint une valeur maximale  $u_{max}$  et il n'est plus possible d'extraire l'eau du réservoir, ce qui se traduit par la contrainte  $u \ge 0$ . Quel que soit l'instant t considéré, on a donc  $u(t) \in [0, u_{max}]$ .

Le fluide s'écoule par les vannes de sortie de chaque réservoir selon un débit  $q_{j,out}$ , j = 1, 2 vérifiant la formule de Torricelli :

$$q_{j,out} = K_{v_j} \sqrt{2gh_j}, \quad j = 1, 2$$
 (III.2)

où  $h_j$  est le niveau d'eau du réservoir j, g est l'accélération de gravité et  $K_{v_j}$  est le paramètre spécifique de la valve j.

En se basant sur le principe d'équilibre dynamique, le procédé peut être décrit par le système suivant :

$$\begin{cases}
\frac{dh_1(t)}{dt} = \frac{1}{S_1}q_{in}(t) - \frac{K_{v1}}{S_1}\sqrt{2gh_1(t)} \\
\frac{dh_2(t)}{dt} = \frac{K_{v1}}{S_1}\sqrt{2gh_1(t)} - \frac{K_{v2}}{S_2}\sqrt{2gh_2(t)}
\end{cases}$$
(III.3)

L'objectif du contrôle est de maintenir le niveau  $h_2$  du réservoir aval à la valeur demandée ou consigne notée  $y^{ref}$ . Le niveau  $h_2$  est la sortie du système, donc la seule grandeur observée. Sa mesure, éventuellement bruitée s'exprime sous la forme :

$$y^m(t) = h_2(t) + \epsilon(t) \tag{III.4}$$

où le bruit de mesure à l'instant t,  $\epsilon(t)$  est modélisé par une variable aléatoire de loi normale d'écart-type  $\sigma$  et d'espérance nulle :  $\epsilon(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ .

Un régulateur PID est utilisé afin de calculer la valeur appliquée à la pompe partir de l'évaluation de l'écart entre la consigne et la mesure du niveau d'eau du réservoir aval. La commande sur la pompe est donc déterminée par :

$$u(t) = K_p \left[ e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) \mathrm{d}\tau + T_d \frac{\mathrm{d}e(t)}{\mathrm{d}t} \right]$$
(III.5)

où :  $e(t) = y^{ref}(t) - y^m(t)$  est l'écart entre la consigne et la mesure du niveau d'eau,  $K_p$  est le gain proportionnel,  $T_i$  est la constante de temps de la partie intégrale et  $T_d$  est la constante de temps de la dérivée.

Les paramètres  $K_p$ ,  $T_i$  et  $T_d$  du régulateur PID sont réglés en phase de conception et ne sont pas modifiés au cours du fonctionnement du système. Les notations sont résumées dans le tableau III.1.

Tableau III.1 – Variables e	t paramètres	du système	de contrôle	du niveau	d'eau
	1	•/			

Paramètres physiques				
$S_1$	section du réservoir 1 (amont)			
$S_2$	section du réservoir 2 (aval)	20		
$K_{v_1}$	paramètre de la valve 1	8		
$K_{v_2}$	paramètre de la valve 2	6		
g	constante de gravité	9.82		
$ au_a$	$ au_a$ constante de temps de la pompe			
$u_{max}$	valeur maximale d'entrée de la pompe	100		
Condition initiale : $t = 0$				
$h_1(0)$	niveau d'eau initial du réservoir 1	0		
$h_2(0)$	niveau d'eau initial du réservoir 2	0		
$K_{a_{init}}$	valeur initiale du gain d'amplificateur de la pompe	5.0		

#### 2.2 Modélisation de la dégradation de la pompe et de son impact

Nous considérons dans cette partie la description de la dégradation de la pompe. Au cours de son utilisation, la pompe perd de son efficacité. Cela peut se traduire par une réduction du gain d'amplification  $K_a$  ou de la constante de temps  $\tau_a$ . Dans ce travail, nous considérons l'influence d'une réduction du gain  $K_a$  sur le fonctionnement du système. Cette réduction de gain correspond au phénomène couramment considéré dans la littérature [90, 114]. Nous allons détailler dans la suite comment cette perte d'efficacité modifie le comportement du système.

Une dégradation au niveau de la pompe peut modifier sa puissance d'alimentation en eau ou sa vitesse de réponse. La figure III.2 illustre l'évolution du débit de sortie de la pompe lorsqu'elle se dégrade. Nous pouvons voir qu'avec la même valeur maximum  $u = u_{max}$  de la commande, le débit d'eau de la pompe  $q_i$  est réduit lorsque son gain d'amplification  $K_a$  diminue sous l'effet de la dégradation.



Figure III.2 – Sortie de la pompe pour différentes valeurs de gain  $K_a$  et une valeur de commande égale à  $u_{max}$ 

Au niveau de la boucle de commande, le premier impact d'une dégradation qui évolue par chocs successifs est l'existence d'une perturbation dans la boucle fermée. Dans ce cas, le système va se stabiliser après une période de transition grâce à la propriété de compensation du régulateur. La figure III.3(a) illustre la réponse du système lorsqu'une dégradation réduit le gain de la pompe. Il est supposé qu'à l'instant t = 500une dégradation se produit qui cause une diminution de la valeur nominale du gain  $K_a$ (de 5.0 à 4.0). Après cette période d'établissement, la réponse du système à un même changement de consigne va être différente car la dynamique du système contrôlé est modifiée. Par exemple, nous pouvons voir sur la figure III.3(b) que pour des paramètres du régulateur fixés, le système répond plus lentement après avoir subi une dégradation.



Figure III.3 – (a) Perturbation dûe à la dégradation ( $K_a$  diminue de 5.0 à 4.0) (b) Réponse avec une même consigne : avant la dégradation (la courbe en trait plein et bleu :  $K_a = 5.0$ ) et après la dégradation (la courbe rouge en pointillés  $K_a = 4.0$ )

Une dégradation trop importante de l'actionneur provoque la défaillance du système. Cette défaillance correspond ici à la perte de la fonction requise c'est à dire que le système ne peut plus suivre l'évolution de la consigne. Dans ce cas d'étude, la capacité réelle de la pompe représentée par le gain  $K_a$  doit être supérieure à une valeur minimale fixée, notée  $K_{a_{min}}$ . Le choix de cette valeur est lié aux objectifs de réponse fixés lors de la conception du système de commande. Cette défaillance ne correspond pas à une panne physique brutale d'un composant. Elle n'est donc pas auto-détectable.

Il faut maintenant représenter l'évolution temporelle de la dégradation en fonction des caractéristiques de la pompe. L'apparition de pertes d'efficacité de la pompe est un phénomène complexe qui se produit aléatoirement sous l'effet de l'usure des pièces mécaniques ou électroniques. Nous considérons dans ce travail que les dégradations successives peuvent être représentées sous la forme d'un processus de sauts caractérisé par les instants d'arrivée de chocs d'une part et par l'impact d'un choc en terme de perte d'efficacité d'autre part. En effet, les fabricants d'actionneurs sont supposés capables de fournir des informations statistiques sur l'usure. Ces informations peuvent être obtenues par exemple pour les principaux modes de défaillance à partir d'essais accélérés de dégradation effectués en laboratoire. Les occurrences de chocs dépendront alors de la manière avec laquelle l'actionneur est sollicité. Dans la suite nous modélisons la perte d'efficacité par un processus aléatoire de sauts comme présenté dans la section 2.2 du chapitre II.

Deux phénomènes de dégradations se superposent :

- *une usure naturelle* : à cause du vieillissement naturel ou de l'usure des pièces mécaniques et/ou électriques, la capacité de la pompe diminue dans le temps;
- une usure dûe à l'impact de mode de fonctionnement : l'évolution de la consigne et/ou le profil de mission représentent les conditions opérationnelles dans lesquelles évolue le système. Elles ont tendance à aggraver l'usure naturelle du système avec une intensité plus ou moins grande. Cela signifie que la fréquence des changements de consigne, qui peut dépendre des modes de production ou des profils de missions, impacte la dégradation de la pompe.

La prise en compte de l'influence du profil de mission sur l'usure nous permet d'avoir un point de vue plus global et réaliste du processus de dégradation du système. Il est également possible d'envisager le cas d'un système fonctionnant suivant plusieurs phases correspondant à des conditions opérationnelles différentes. Ce point sera plus particulièrement abordé dans le chapitre suivant.

Dans ce chapitre, pour privilégier la simplicité du modèle nous considérons que le système fonctionne selon un seul mode de fonctionnement. Nous pouvons alors considérer que l'évolution de la dégradation peut être modélisée par un seul processus aléatoire de sauts. Nous modélisons les instants de sauts  $(\xi_n)_{n\in N}$  par un processus de Poisson homogène de paramètre  $\lambda$  connu. Le temps entre deux sauts successifs suit donc une loi exponentielle de paramètre  $\lambda$ . Le choix d'un processus à un paramètre permet une estimation statistique simple même avec des données de retour d'expérience peu nombreuses. A chaque instant  $(\xi_n)_{n\in N}$  le gain  $K_a$  diminue. Nous modélisons cette perte d'efficacité par une variable de loi uniforme U entre 0 et  $\Delta$ . La valeur du gain  $K_a$  reste constante entre deux sauts.

#### 2.3 Définition du PDMP associé

L'état du système, au sens du processus Markovien déterministe par morceaux, est défini par un ensemble de variables caractérisant son fonctionnement normal, ses indicateurs de dégradation, et les variables représentant les conditions de mission :

- l'état du système sans dégradation, au sens du modèle classique de l'automatique, est caractérisé par les niveaux d'eau  $h_1$  et  $h_2$  des réservoirs amont et aval
- le niveau de dégradation est représenté par un indicateur de dégradation scalaire qui est ici la valeur du gain  $K_a$
- le temps t est inclus au vecteur d'état afin de permettre la construction d'un processus stochastique homogène.

L'évolution de l'état du système est donc décrit par un processus Z. A l'instant t, l'état du système est caractérisé par le vecteur  $Z_t$  défini par :

$$Z_t = \begin{pmatrix} h_1(t) \\ h_2(t) \\ K_a(t) \\ t \end{pmatrix}$$
(III.6)

Le processus Z appartient à la classe des PDMP dont on peut trouver une présentation dans [73] et dont les principaux éléments descriptifs sont reportés dans la section 3.1.1 du chapitre II. Avec les notations de cette section 3.1.1:

- la loi de probabilité  $dF_z$  représente la loi du temps  $\xi_{n+1} \xi_n$  entre deux sauts étant donné l'état courant  $Z_n = z$ . Ici, cette loi est liée à l'intensité constante  $\lambda$ du processus de Poisson i.e.  $dF_z(v) = \lambda \exp(-\lambda v) dv$ . Elle ne dépend pas de z.
- le noyau Markovien Q(z, du), qui représente la loi de probabilité de l'état du processus après un saut partant de z, est la densité de la loi uniforme entre 0 et  $\Delta$ . Dans ce cas d'étude Q(z, du) ne dépend pas de z.
- la fonction  $\psi(z,t)$  décrit l'évolution déterministe de la trajectoire entre les sauts qui est la solution des équations d'état classiques du système en boucle fermée (III.3) de la section 2.1. Ici,  $\psi(z,t)$  ne possède pas d'expression analytique. Elle décrit l'évolution déterministe (entre deux chocs de dégradation) des niveaux d'eau des réservoirs.

#### 2.4 Processus de surveillance et prise d'information en ligne

Généralement, l'objectif de contrôle d'un système est défini selon un plan de production qui est relié, par exemple, à la demande du marché ou à des effets saisonniers. A partir du plan de production, la consigne de référence peut être définie précisément dans un futur proche. Cependant, la planification est souvent modifiée par exemple en fonction d'aléas sur les différentes période de production ou adaptée en temps réel à l'évolution de la demande de production. C'est pourquoi dans la suite, l'évolution de la consigne est modélisée par un processus stochastique qui permet de prendre en compte une variabilité du plan de production sur un grand horizon de temps. À titre illustratif, considérons un système d'approvisionnement en eau pour un bâtiment. Dans ce cas, le fonctionnement de la pompe dépend de la demande des habitants qui comporte des heures de pointe et des périodes creuses pendant la journée. La demande en eau le matin et le soir peut être différente de celle à d'autres périodes de la journée et aussi d'un jour sur l'autre. Concernant le cas d'étude considéré, l'évolution du niveau d'eau désiré du réservoir 2,  $y^{ref}$ , peut changer selon la demande. La consigne est donc modélisée par un processus stochastique à espace d'états discret comme nous le présenterons dans les sections suivantes.

Dans ce travail, aucun capteur supplémentaire n'est utilisé afin d'observer directement la dégradation de la pompe. La sortie du procédé contrôlé, c'est à dire le niveau d'eau  $h_2$  du réservoir aval est considéré ici comme la seule grandeur disponible en temps réel pour l'évaluation de la santé de l'actionneur. La performance du système est influencée par la dégradation de l'actionneur mais elle est compensée par le régulateur. C'est pourquoi comme évoqué dans la section 2.1.2 du chapitre II, la période transitoire après un changement de la consigne est informative pour le pronostic. En effet, un tel changement de la consigne offre la possibilité de caractériser la dynamique du système selon son niveau de dégradation courant. Il est connu que la réponse d'un système à un changement de consigne admet deux périodes : une période transitoire suivie d'une période d'établissement de régime stationnaire. La première a lieu dans un court laps de temps immédiatement après le changement, alors que l'établissement commence généralement quand la sortie ne diffère plus de la consigne qu'au maximum d'une erreur spécifiée et reste par exemple inférieure à 2% ou 5% de la taille de changement. Généralement, l'erreur autorisée dépend de l'écart entre les deux valeurs de consignes successives. Une part significative du comportement dynamique du système est observable dans la période transitoire. Pour cette raison, nous ne prenons en compte les observations de la sortie du système que sur cette période. La procédure d'inspection peut être illustrée par la figure III.4.



Figure III.4 – Illustration de la procédure de surveillance

Après chaque changement de consigne, un nombre fini de mesures de sortie du système est enregistré avec une période d'échantillonnage  $\Delta t_{inspec}$ . Les dates d'observation correspondant au *i* ème changement de consigne sont notées  $T_i^1, T_i^2, \ldots, T_i^{N_i}$ . Le

nombre total d'observations  $N_i$  dépend de la durée de temps entre deux changements de consigne, mais  $N_i \leq n^{max}$ ,  $\forall i$ . Les valeurs de sorties à ces instants sont alors modélisées par les variables aléatoires  $Y_i^1, Y_i^2, \ldots, Y_i^{N_i}$  définie à partir de l'équation (III.4) par :

$$Y_i^j = y^m(T_i^j) = h_2(T_i^j) + \epsilon(T_i^j)$$
(III.7)

Comme le processus de surveillance dépend entièrement de l'évolution aléatoire de la consigne, il peut être nécessaire dans certains cas de réaliser des perturbations artificielles. Plus précisément, quelques signaux d'excitation sont introduits si nécessaire, afin de collecter suffisamment d'information.

Introduisons la date de prédiction  $T_{prog} > 0$ , qui correspond à l'instant courant ou la date à laquelle la dernière observation a été enregistrée. Dans la suite et pour alléger les notations, la référence au changement de consigne sera supprimée autant que possible. En conséquence, si n est le nombre total d'observations jusqu'à  $T_{prog}$ , les dates d'observation, tous changements de consigne confonduss et les valeurs de sortie du système correspondantes seront notées respectivement  $0 < T_1 < \ldots < T_n = T_{prog}$ et  $Y_1, Y_2, \ldots, Y_n$ .

Afin de pouvoir utiliser la méthode de pronostic, il faut faire une hypothèse sur les sollicitations futures et l'évolution de la consigne. On suppose que cette évolution suit toujours la même dynamique. Effectivement, il est indispensable de connaître les conditions de fonctionnement dans lesquelles le système va évoluer afin de pouvoir établir un pronostic de durée de vie.

Dans les sections suivantes, nous présentons l'application de la méthodologie de pronostic de la RUL du système. Nous allons considérer des cas concrets avec différentes types de consigne. Dans un premier temps, nous considérons le cas où l'évolution de la consigne est aléatoire. L'évolution aléatoire de la consigne est modélisée par une chaîne de Markov homogène en temps. Des observations sont effectuées à chaque modification de la consigne. Nous proposons ensuite une règle de décision d'introduction de perturbations ou de signaux d'excitation supplémentaires afin d'ajouter des observations si nécessaire.

#### 3 Consigne variable avec évolution aléatoire

#### 3.1 Modélisation de l'évolution aléatoire de la consigne

Afin d'avoir un cas simple et compréhensible, nous supposons que la consigne ne peut prendre que deux valeurs  $r_1$  and  $r_2$ , avec  $r_1 < r_2$ . Les temps de séjour dans les différentes valeurs de la consigne sont caractérisés par une chaîne de Markov à temps continu dont la matrice le taux de transition est :

$$A = \begin{pmatrix} -\alpha_1 & \alpha_1 \\ \alpha_2 & -\alpha_2 \end{pmatrix}$$
(III.8)

où  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  sont les taux de transition d'une valeur de consigne à l'autre. La valeur moyenne de temps de séjour au niveau  $r_i$  est égale à  $1/\alpha_i$ , i = 1, 2.

Comme mentionné ci-dessus, la réponse du système (le niveau du réservoir 2) est considérée comme la seule information disponible en ligne sur le système pour évaluer l'évolution de son état de santé. L'observation du niveau d'eau est enregistrée à des fins de pronostic lorsqu'un changement de consigne est détecté.

La durée de vie résidûelle du système est le temps restant avant que le processus Z pénètre dans la zone de défaillance, lorsque le gain d'amplification devient trop faible. La zone de défaillance est définie comme la zone sur laquelle le gain d'amplification vérifie :

$$K_a(t) \le K_{a_{\min}} \tag{III.9}$$

où  $K_{a_{\min}}$  est une valeur associée aux contraintes de saturation de l'actionneur et définie par :

$$K_{a_{\min}} = \frac{S_1}{S_2} \frac{K_{v_2}}{u_{max}} \sqrt{2gr_2}$$
(III.10)

Les détails concernant l'obtention de cette dernière expression sont donnés en annexe A.

#### 3.2 Application numérique

#### 3.2.1 Implémentation numérique

Pour mettre en œuvre numériquement le système de contrôle de niveau de deux réservoirs en série, le modèle continu décrivant le procédé (III.3) et le modèle de l'actionneur (III.1) sont discrétisés par le schéma d'Euler explicite. Le pas de temps est noté  $\Delta t$ . Pour la mise en œuvre du PID, l'algorithme de vitesse [8] est utilisé. Par conséquent, le comportement du système commandé peut être représenté par le schéma de simulation discrète suivant :

$$\begin{split} t_{k} &= t_{k-1} + \Delta t \\ y_{k} &= h_{2_{k}} + \epsilon_{k} \\ y_{k}^{ref} &\sim P(r_{k} \mid r_{k-1}) \\ e_{k} &= y_{k}^{ref} - y_{k} \\ u_{c_{k}} &= u_{c_{k-1}} + K_{P} \left[ \left( 1 + \frac{\Delta t}{T_{I}} + \frac{T_{D}}{\Delta t} \right) e_{k} + \left( -1 - \frac{2T_{D}}{\Delta t} \right) e_{k-1} + \frac{T_{D}}{\Delta t} e_{k-2} \right] \\ u_{k} &= \begin{cases} u_{\max} &: u_{c_{k}} > u_{\max} \\ 0 &: u_{c_{k}} < 0 \\ u_{c_{k}} &: 0 \le u_{c_{k}} \le u_{\max} \end{cases} \\ \mathcal{D}_{k} &= \sum_{j=1}^{\infty} \mathbb{1}_{(\xi_{j} < t_{k})} W_{j} \\ K_{a_{k}} &= K_{a_{init}} - \mathcal{D}_{k} \\ q_{k+1} &= q_{k} \left( 1 - \frac{\Delta t}{\tau_{a_{k}}} \right) + K_{a_{k}} \frac{\Delta t}{\tau_{a_{k}}} u_{k} \\ h_{1_{k+1}} &= h_{1_{k}} + \Delta t \left[ \frac{1}{S_{1}} q_{k} - \frac{K_{v_{1}}}{S_{1}} \sqrt{2gh_{1_{k}}} \right] \\ h_{2_{k+1}} &= h_{2_{k}} + \Delta t \left[ \frac{K_{v_{1}}}{S_{1}} \sqrt{2gh_{1_{k}}} - \frac{K_{v_{2}}}{S_{2}} \sqrt{2gh_{2_{k}}} \right] \end{split}$$

Les valeurs numériques du cas d'étude sont données dans le tableau III.2.

La figure III.5 représente une trajectoire simulée de chaque variable constituant le processus Z, de l'état initial jusqu'à la défaillance du système. L'évolution de la consigne

Dégradation		
$\lambda$	taux d'usure	$10^{-3}$
$\Delta$	dégradation maximale du gain $K_a$	0.5
Evolution de la consigne		
$r_1$	niveau faible de la consigne	10
$r_2$	niveau haut de la consigne	25
$\alpha_1$	taux de transition	0.003
$\alpha_2$	taux de transition	0.004
Paramètres du régulateur		
$K_P$	gain proportionnel	4.2519
$T_I$	constante de temps intégrale	18.9817
$T_D$	constante de temps dérivée	1.6182
Zone de défaillance		
$K_{a_{min}}$	gain limite de la pompe	1.6619

Tableau III.2 – Valeurs numériques du processus de dégradation et de l'évolution de la consigne

est illustrée sur la figure III.5(a). Les niveaux d'eau  $h_1(t)$  et  $h_2(t)$  des réservoirs amont et aval sont représentés sur la figure III.5(b) et la figure III.5(c). La figure III.5(d) montre une trajectoire simulée de la capacité de l'actionneur, cette information étant en réalité non accessible dans notre cas d'étude. Cette courbe est présentée uniquement à des fins d'illustration et pourrait être obtenue par des inspections spécifiques ou l'ajout d'un capteur dédié. Le débit d'écoulement et l'entrée de commande appliquée sur la pompe sont illustrés sur les figures III.5(e) et III.5(f).

Comme le montre la figure III.5(d), la panne physique de la pompe, qui correspond à une capacité  $K_a$  nulle, survient après 26411,6 unités de temps. La défaillance du système est à 18951,8 unités de temps, date à laquelle la capacité descend en dessous de sa valeur minimale admissible. Nous pouvons voir qu'après l'instant de défaillance du système, le niveau d'eau du réservoir 2 (variable contrôlée) ne peut plus suivre l'évolution de la valeur de consigne souhaitée.

#### 3.2.2 Algorithme de calcul de la RUL

Nous présentons ici la mise en œuvre de la méthode de calcul de la RUL, telle qu'expliquée dans le chapitre II, pour le système de contrôle du niveau d'eau avec évolution aléatoire de la consigne. Nous présentons les deux étapes successives :

- l'étape de diagnostic : l'algorithme du filtrage particulaire proposé dans la section 3.2 est utilisé;
- l'étape de pronostic : un calcul de fiabilité à partir d'une méthode de Monte-Carlo classique telle que détaillée à la section 3.3 est mis en œuvre.

Nous considérons la procédure d'inspection décrite à la section 2.4. La figure III.6 illustre un exemple d'observations du niveau d'eau du réservoir 2 sur la même trajectoire que celle représentée sur la figure III.5(c). L'instant de pronostic est  $T_{prog} = 15046, 8$  unité de temps et correpond à l'instant du 238 ème changement de la consigne.



Figure III.5 – Une trajectoire du système de contrôle du niveau d'eau du réservoir jusqu'à la défaillance de l'actionneur : (a) la consigne, (b) le niveau d'eau du réservoir 1, (c) le niveau d'eau du réservoir 2, (d) la capacité de l'actionneur, (e) la valeur de commande appliquée sur l'actionneur et (f) le débit d'écoulement d'entrée correspondant

Ici, nous supposons que le nombre maximum d'observations enregistrées à chaque changement de consigne est  $n^{max} = 6$ . La séquence d'observations déclenchée à chaque changement de consigne est enregistrée avec une période  $\Delta t_{inspec} = 4$ .



Figure III.6 – Observations bruitées du niveau d'eau du réservoir 2

#### Calcul de la loi conditionnelle

La méthode de filtrage particulaire telle que décrite par l'algorithme 2 est appliquée afin d'estimer la loi conditionnelle de l'état du système connaissant la mesure bruitée de  $h_2$ . Les estimations des densités de probabilité sont représentés sur la figure III.7(a) pour le niveau d'eau du réservoir amont, sur la figure III.7(b) pour le niveau d'eau du réservoir aval et sur la figure III.7(c) pour la capacité de l'actionneur.

Pour l'estimation de la densité conditionnelle ci-dessus, nous avons utilisé  $N_s = 1000$  particules. Cette valeur est choisie car elle constitue un bon compromis entre la précision issue du filtrage particulaire et le temps de calcul. La figure III.8 donne une illustration du résultat pour différentes valeurs de  $N_s$  égales à 500, 1000 et 5000.

#### Prédiction de la RUL

La seconde étape de la méthode consiste à estimer la distribution de la RUL du système à partir de l'instant  $T_{prog}$ , sachant la loi de l'état du système à  $T_{prog}$ . La distribution de la RUL est obtenue par simulation numérique. Cela nécessite la génération aléatoire de trajectoires décrivant l'évolution du système depuis son état au moment du pronostic jusqu'à sa défaillance. Nous utiliserons  $N_{depart} = 50$  points de départ et  $N_{traj} = 30$  trajectoires de simulation pour chaque point. La RUL obtenue est représentée sur la Figure III.9 sous la forme d'un histogramme. Nous pouvons l'utiliser afin de calculer des quantiles ou la moyenne (comme montrée dans cette figure).



(c) Conditional actuator capacity parameter

Figure III.7 – Densité conditionnelle de l'état du système au temps  $T_{prog} = 15046, 8$ unités de temps, sachant les mesures bruitées de  $h_2$  pour  $N_s = 1000$  particules

#### 3.2.3 Impact des données de surveillance

La méthode présentée propose une technique pour calculer la RUL du système de contrôle de niveau d'eau de deux réservoirs en série sur la base de l'information de surveillance partielle et imparfaite. Seules les observations bruitées de sortie du système qui reflètent en partie l'impact de la dégradation sont disponibles. Afin d'évaluer la précision de la méthode proposée, considérons le cas d'une surveillance directe et parfaite du processus de détérioration. Dans ce cas, le niveau de dégradation de la pompe peut être observé parfaitement et directement ce qui signifie que  $K_a(t)$  est observable et parfaitement connu au moment de l'inspection. Le processus de dégradation de la pompe est modélisé par un processus de Poisson composé [88] ou un modèle de dommages cumulatifs [81] comme illustré sur la figure III.10.

Sous l'hypothèse que le dommage par choc suit une distribution uniforme sur  $[0, \Delta]$ , la fonction de survie de la RUL dans ce cas idéal sachant que  $K_a(t) = x$  avec  $x > K_{a_{\min}}$ 



(c) Conditional actuator capacity parameter

Figure III.8 – Densité conditionnelle de l'état du système au temps  $T_{prog} = 15046, 8$  unités de temps, compte tenu des mesures bruitées de  $h_2$  pour différents nombres de particules



Figure III.9 – Durée de vie résiduelle du système de contrôle de niveau d'eau de réservoir au moment de  $T_{prog} = 15046, 8$  unités de temps



Figure III.10 – Modèle de dégradation cumulatifs de l'actionneur

est donnée par :

$$\Pr(T-t>s|K_a(t)=x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda s)^n}{n!} e^{-\lambda s} \frac{1}{(\Delta)^n n!} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{x-K_{a_{\min}}}{\Delta} \rfloor} (-1)^k \binom{n}{k} (x-K_{a_{\min}}-k\Delta)^n$$
(III.11)

où |u| représente la partie entière de u. Les détails du calcul sont en annexe B.

La moyenne conditionnelle de la durée de vie résidûelle (MRUL pour *Mean Remaining Useful Life*) de la pompe à partir de t et sachant l'état courant s'exprime alors comme suit :

$$E[T-t|K_a(t)=x] = \frac{1}{\lambda} \sum_{k=0}^{\left\lfloor \frac{x-K_{a_{\min}}}{\Delta} \right\rfloor} (-1)^k \frac{1}{k!} e^{\left(\frac{x-K_{a_{\min}}}{\Delta}-k\right)} \left(\frac{x-K_{a_{\min}}}{\Delta}-k\right)^k \quad (\text{III.12})$$

La figure III.11 représente le temps moyen avant défaillance calculé par l'équation (III.12) dans le cas de données de surveillance parfaites ainsi que le temps moyen de défaillance estimé par la méthode proposée dans le cas d'information partielle et bruitée, le tout à différents instants de pronostic. Nous pouvons remarquer la performance de la méthodologie d'estimation de la RUL puisque la date de panne «réellement» observée se situe toujours dans l'intervalle de confiance entre 5% et 95%, quel que soit l'instant auquel le pronostic est réalisé. On peut remarquer de plus que :

- la précision du pronostic s'améliore lorsque l'instant auquel il est réalisé se rapproche de la date effective de panne. Cette précision pourrait être évaluée quantitativement en définissant un indicateur qui permet de prendre en compte l'«étalement» de la densité de probabilité de la RUL;
- il y a très peu de différence entre les valeurs moyennes estimées sur la base d'une observation parfaite directe et sur la base de la sortie bruitée du système. Ceci montre que la principale contribution à l'erreur de pronostic sur les valeurs moyennes vient de la prédiction et non de l'estimation de l'état courant.

Pour une meilleure lecture de la figure III. 11 les boites à moustache à 5% - 95% d'une part, 25% - 75% d'autre part sont mises en évidence.



Figure III.11 – Estimation du temps moyen de fonctionnement avant la panne dans deux cas d'information de surveillance à quelques instants de pronostic différents

#### 4 Cas d'une consigne invariante dans le temps : introduction de signaux d'excitation

Dans certains cas de figures, la consigne peut rester constante sur une longue période de temps. Durant cette période l'utilisation directe de la sortie du système pour le pronostic n'est plus possible en raison d'un manque de réponse transitoire. Afin de faire face à cette situation, des signaux d'excitation sont générés. Des impulsions courtes sous forme de petites modifications du point de consigne sont émises afin d'observer la façon dont le système répond à ces perturbations. Le comportement résultant est assimilable à la réponse impulsionnelle du système. Cette information est ensuite utilisée par la méthode de pronostic considérée afin d'actualiser la prédiction de la RUL du système.

#### 4.1 Signaux d'excitation

Les changements occasionnels de consigne dus à des impulsions courtes sont considérés comme des perturbations du système. La fréquence de la période d'excitation et le type de signal d'excitation doivent être choisis avec soin. Il existe de nombreux types d'impulsions susceptibles d'être utilisés comme excitation. Quelques exemples sont représentés sur la figure III.12

Le type de signal le plus simple est une impulsion rectangulaire (voir la figure III.13). Ext<sup>i</sup> désigne la *i* ème impulsion d'excitation qui est générée à la date  $T_i^b$ . La durée d'excitation est notée  $\Delta T_i$  et l'amplitude d'excitation  $\delta_i$ . Il vient :

$$\operatorname{Ext}^{i}(t) = \begin{cases} 0 & \text{if } t < T_{i}^{b} \\ \delta_{i} & \text{if } T_{i}^{b} \leq t < T_{i}^{b} + \Delta T_{i} \\ 0 & \text{if } t \geq T_{i}^{b} + \Delta T_{i}. \end{cases}$$
(III.13)



Figure III.12 – Différents types de signaux d'excitation

L'amplitude de l'excitation  $\delta_i$  est choisie inférieure à un pourcentage de la valeur courante de consigne (5% ou 2%) afin de pouvoir observer la réponse transitoire du système sans affecter la capacité du système à remplir sa tâche.



Figure III.13 – Caractéristique d'une impulsion rectangulaire

La figure III.14 illustre le processus d'inspection. Une période d'observation est alors divisée en deux phases : excitation et rétablissement. La réponse du système à cette excitation est observée à partir de  $T_i^b$  jusqu'à l'instant  $T_i^e$  où la dernière observation est enregistrée.

#### 4.2 Prise de décision d'excitation

#### 4.2.1 Impact de la fréquence d'excitation

Nous considérons dans cette section l'application de la méthodologie proposée dans le cas où la consigne est fixée c'est à dire que la valeur nominale du set-point  $r_{set}$ est constante sur toute la période d'observation. La réponse du système (le niveau d'eau du réservoir aval) reste considérée comme la seule information disponible. Tous les signaux d'excitation sont des impulsions rectangulaires de même durée  $\Delta T$  et de



Figure III.14 – Processus d'inspection avec impulsion rectangulaire

même amplitude  $\delta$ . A chaque période d'inspection, un même nombre fini d'observations est enregistré.

La RUL du système est le temps restant avant que le processus Z pénètre dans la zone de défaillance, qui est toujours défini par (voir l'annexe A) :

$$K_a(t) \le K_{a_{\min}} \tag{III.14}$$

avec

$$K_{a_{min}} = \frac{S_1}{S_2} \frac{K_{v_2}}{u_{max}} \sqrt{2g(r_{set} + \delta)}$$
(III.15)

Les valeurs numériques choisies pour le cas d'étude sont résumées dans le tableau III.3.

Tableau III.3 – Valeurs numérique du modèle de dégradation et du processus d'inspection

Dégradation			
$\lambda$	taux d'usure	0.05	
$\Delta$	dégradation maximale du gain $K_a$	0.1	
Consigne et signaux d'excitation			
$r_{set}$	valeur normale de la consigne	10	
δ	amplitude de l'excitation	0.5	
$\Delta T$	durée d'excitation	1	
Paramètres du régulateur			
$K_P$	gain proportionnel	4.2519	
$T_I$	constante de temps intégral	18.9817	
$T_D$	constante de temps dérivé	1.6182	
Zone de défaillance			
$K_{a_{min}}$	gain limite de la pompe	1.0770	

La figure III.15 représente une trajectoire du processus Z jusqu'à la défaillance complète de la pompe lorsqu'aucune impulsion d'excitation n'est appliquée. Avec la consigne constante, le niveau d'eau des deux réservoirs est représenté en figures III.15(b) etIII.15(c). La figure III.15(d) montre la vraie valeur (non observable) de la capacité de l'actionneur. Comme le montre cette figure, l'actionneur tombe en panne complètement (i.e.  $K_a = 0$ ) à 1912.8 unités de temps, mais la défaillance du système se produit ici à 1531, 8 unités de temps. Nous pouvons constater qu'après la date de défaillance du système le niveau d'eau du réservoir aval qui est la variable contrôlée ne peut plus suivre la consigne souhaitée. Le système n'est donc plus apte à remplir sa mission.



Figure III.15 – Une trajectoire du système de contrôle du niveau d'eau du réservoir jusqu'à la défaillance de l'actionneur : (a) la consigne, (b) le niveau d'eau du réservoir 1, (c) le niveau d'eau du réservoir 2 et (d) la capacité de l'actionneur

La méthodologie décrite précédemment est appliquée afin d'effectuer le pronostic de la RUL du système. Il est supposé que dix signaux d'excitation sont appliqués au système aux instants  $T_i^b = i.120, i = 1, ..., 10$ . Les observations de la réponse du système (mesure du niveau du réservoir d'eau 2) pour chaque séquence sont ensuite enregistrées. L'instant de pronostic est  $T_{prog} = T_{10}^e = 1209$ .

La première étape de la méthode consiste à estimer la densité de l'état du système à partir des observations disponibles jusqu'à la fin de processus d'observation. Les densités de probabilité estimées sont représentés dans la figure III.16(a) pour le niveau d'eau du réservoir 1, la figure III.16(b) pour le niveau du réservoir 2 et la figure III.16(c) pour la capacité de l'actionneur. Les calculs sont effectués avec  $N_s = 3000$  particules.

La dernière étape de la méthode consiste à estimer la distribution de la RUL du système à partir de l'instant  $T_{prog}$ , sachant la loi de l'état du système à cet instant. Pour cette phase, la simulation de la trajectoire du système jusqu'à la défaillance est nécessaire et 3000 trajectoires de simulation sont générées. La densité de la RUL est représentée sur la figure III.16(d).



Figure III.16 – Densité conditionnelle de l'état du système au temps  $T_{prog} = 1209$  unités de temps selon les observations bruitées pour  $N_s = 3000$  particules et l'histogramme correspondant de la RUL du système

La qualité de l'estimation de la loi de l'état et donc de l'estimation de la loi de la RUL augmente avec la quantité d'informations recueillies sur l'état. Des essais numériques ont été réalisés pour différents historiques de dégradation et font apparaître un comportement bien représenté par la trajectoire de dégradation du système tracée sur la figure III.15(d). Avec les paramètres de processus de surveillance décrits ci-dessus, plusieurs scénarios avec différentes fréquences d'excitation sont mis en œuvre. La quantité d'information disponible est alors différente pour chaque scénario. L'estimation de la RUL est réalisée au même instant  $T_{prog} = 1209$ .

La figure III.17 illustre les prévisions de RUL correspondantes. Pour la visualisation, les densités tracées sont obtenues à partir des histogramme des populations de particules par lissage grâce à une méthode d'estimation par noyau. Un noyau d'Epanechnikov est utilisé. Les distributions de probabilité sont toutes réparties autour de la date de défaillance réellement observée, et quand la fréquence augmente, la prédiction devient plus précise avec une fonction densité de probabilité moins étalée. Nous pouvons noter que la courbe en pointillé noir présente la densité de la RUL estimée par simulation Monte Carlo dans le cas idéal où le point de départ de chaque trajectoire est la valeur réelle de la capacité de l'actionneur à l'instant  $T_{prog}$ . Cela donne un point de référence de la meilleure information qu'il est possible d'avoir sur le système.



Figure III.17 – Estimation de la loi de la RUL pour différents scénarios d'excitation

#### 4.2.2 Une règle de décision d'excitation

Comme nous l'avons vu dans les exemples numériques ci-dessus, la qualité du pronostic dépend de la quantité d'information de surveillance du système, elle-même directement reliée aux périodes transitoires du système après un changement de la consigne. En réalité, l'attente passive de ces changements de la consigne peut conduire à des interventions de maintenance non opportunes dûes à une absence de mises à jour des estimations la RUL. Le but de cette section est de proposer une règle de prise de décision d'excitation qui est initialisée en phase de conception du système et adaptée selon la condition de fonctionnement du système.

A l'instant du *i* ème pronostic  $T^i_{prog}$ , deux valeurs sont à estimer : le gain de capacité de l'actionneur  $\widehat{K^i_a}$  et l'espérance de la durée de vie résidûelle  $\widehat{RUL^i}$  ou de manière équivalente l'espérance de la date de défaillance  $\widehat{T^i} = \widehat{RUL^i} + T^i_{prog}$ . Cette information

est utilisée de manière itérative afin de déterminer la date d'excitation suivante s'il n'y a pas de changement de la consigne «naturel» avant. Nous considérons ici des signaux d'excitation rectangulaires. La règle de décision d'excitation doit donc fournir la date de début  $T_i^b$  de la *i* ème excitation et l'amplitude du signal d'excitation  $\delta_i$ . Nous supposons que tous les signaux d'excitation ont une même durée d'excitation,  $\Delta T_1 = \Delta T_2 = \ldots = \Delta T$ .

L'amplitude du signal rectangulaire  $\delta_i$  peut être définie selon la variation du gain estimé  $\widehat{K}_a^i$  à l'instant de pronostic courant  $T_{prog}^i$ . La figure III.18 illustre une proposition de calcul de cette valeur. Des valeurs  $\delta_i^{min}$ ,  $\delta_i^{max}$  et  $K_a^*$  sont choisies empiriquement de manière à ce que la réponse du système avec ces excitations soit inférieure à un pourcentage de la valeur de consigne (5% ou 2%). L'objectif est d'observer la réponse transitoire du système sans trop affecter le fonctionnement du système et sa capacité à remplir correctement sa tâche.



Figure III.18 – Règle de l'amplitude du signal d'excitation

L'instant d'excitation est défini selon la règle expérimentale suivante :

• A l'instant  $T^i_{prog}$ , on calcule  $\frac{\widehat{T^i}}{\beta}$  où  $\beta$  est le paramètre qui modifie la durée d'attente depuis le dernier instant de pronostic. Cette valeur est choisie de manière empirique. Par exemple, à l'instant initial  $T_{prog} = 0$  avec la première estimation de date de défaillance  $\widehat{T}$ ,  $\beta$  est choisi comme

$$\beta \le \frac{\widehat{T}}{1/\min(\alpha_i)} \tag{III.16}$$

où  $\alpha_i$ , i = 1, 2 est le taux de transition d'une valeur de consigne vers l'autre. Donc,  $1/\min(\alpha_i)$  est le plus grande durée passée en moyenne dans une valeur fixe de consigne.

• On détermine

$$T_i^b = \min\left(k\frac{\widehat{T}^i}{\beta} \left| \{k\frac{\widehat{T}^i}{\beta} \ge T_{prog}^i, k \in \mathbb{N}\}\right)$$
(III.17)

La règle utilisant les données historiques de conception du système et les informations en ligne peut être résumée par le logigramme III.19.



Figure III.19 – Règle de décision d'excitation

#### 5 Conclusion

Nous avons illustré, autour du système de contrôle-commande du niveau d'eau, le calcul de pronostic de durée de vie d'un système de contrôle-commande soumis à dégradation par chocs. L'actionneur est supposé subir des pertes d'efficacité au cours de son fonctionnement. La modélisation du système a permis de tenir compte du comportement dynamique nominal sans dégradation du système avec la propriété de compensation du régulateur et des évolutions de dégradation par sauts. En utilisant des informations spécifiques comme la connaissance historique du modèle de comportement du système, une représentation probabiliste de la dégradation de l'actionneur peut être établie et sert de base à la démarche. Des observations en ligne sont prises en compte pour permettre une estimation spécifique à la trajectoire surveillée et des hypothèses sur le futur du fonctionnement du système sont prises en compte. La méthode de calcul intègre tous ces informations pour déterminer les caractéristiques probabilistes de la durée de vie restante, résumées par la densité de probabilité de la RUL.

A travers les résultats numériques obtenus, la faisabilité de la méthodologie et aussi sa performance ont été illustrées. La comparaison des résultats numériques avec les calculs analytiques lorsqu'ils sont accessibles a montré la performance de cette méthodologie. En utilisant cette méthode, nous avons rencontré les deux principales difficultés numériques suivantes :

- Dans le cas d'application étudié, nous avons vu l'inadéquation entre l'échelle de temps du modèle de comportement du système de contrôle et celle du modèle de dégradation. Cet écart important pose des problèmes de temps de simulation. Dans des tests numériques, nous avons accéléré la vitesse de la dégradation par rapport à ce qui nous semblerait réaliste.
- En outre, nous avons calculé la RUL du système grâce à une méthode basée sur un simulateur du processus. La trajectoire déterministe du système ne peut pas être obtenue analytiquement, ce qui était un choix volontaire au départ de manière à ne pas se placer dans un cas trop particulier. L'utilisation de la méthode de Monte Carlo standard constitue une limitation du point de vue numérique. Dans le cas du système considéré, le comportement est non-linéaire, et donc coûteux en terme de temps de calcul.

Pour éviter une trop grande dispersion dans l'étude, nous avons considéré que le système fonctionne avec un seul mode de fonctionnement. L'impact de l'environnement, par exemple, n'est pas considéré en dehors de son influence sur l'évolution de la consigne. Dans le chapitre suivant, nous allons considérer la prise en compte des conditions de missions dans la modélisation, et illustrer quel peut être l'intérêt de disposer d'une description fine de la RUL pour la prise de décision de maintenance.

#### Chapitre IV

### Politiques de maintenance basées sur le pronostic

Dans les chapitres précédents, une méthodologie de pronostic de durée de vie résiduelle d'un système contrôle-commande à dégradation a été proposée. Sa mise en oeuvre été illustrée et ses performances évaluées sur un cas d'étude. L'objectif de ce chapitre est de présenter comment le calcul de pronostic peut être utilisé pour planifier des actions de maintenance, en particulier lorsque :

- le processus de dégradation de l'actionneur dépend de l'environnement de fonctionnement ou du type de mission en cours,
- les opportunités ou contraintes sur les actions de maintenance dépendent des durées des missions.

Pour fixer un cadre et illustrer les propositions, nous considérons dans ce chapitre le castest d'un système de régulation de niveau d'eau de deux réservoirs qui fonctionne selon deux modes de fonctionnement différents. Chaque instant possible de changement du mode de fonctionnement est considéré comme une opportunité de maintenance. Toute intervention sur le système est réalisée uniquement à l'une de ces dates. Le processus de surveillance de l'état du système se base seulement sur les instants d'évolution de la consigne. Afin d'évaluer la performance des politiques de maintenance, un critère de type économique est utilisé.

#### 1 Introduction

Dans la littérature, la plupart des stratégies de maintenance conditionnelle sont ainsi qualifiées dans le sens où la prise de décision est réalisée en ligne et basée sur le niveau de dégradation courant observé [111, 24, 122]. L'évolution du système est supposée suivre une tendance générique modélisée hors ligne. Dans ce contexte, un nouvel indicateur de fiabilité basé sur une prévision de l'évolution de la dégradation peut être intéressant pour la prise de décision de maintenance. Récemment, certains travaux ont proposé des politiques de maintenance basées sur la RUL [118, 63, 25, 98]. Les auteurs ont montré l'efficacité de cet indicateur de pronostic pour l'aide à la décision en maintenance.

Dans le chapitre précédent, les étapes de la méthodologie de pronostic de la RUL d'un système de contrôle-commande SISO ont été illustrées au travers d'un système de régulation du niveau d'eau de deux réservoirs soumis à un seul mode de fonctionnement. De manière à illustrer la prise en compte du type de missions dans la modélisation pour la prise de décision de maintenance, différentes conditions opérationnelles sont envisagées . Le système est supposé être soumis à deux modes de fonctionnement qui influencent l'évolution de la dégradation et donc la prédiction de sa durée de vie résiduelle. De plus pour un grand nombre d'applications, la planification d'actions de maintenance au cours d'une mission doit être absolument évitée pour des raisons de délais ou de coûts dans le cas de systèmes de production, de sûreté dans le cas de systèmes de transport... Le schéma d'intervention de maintenance doit alors reposer sur les opportunités qui se présentent entre deux missions.

La section suivante présente les caractéristiques du cas d'étude considéré et précise les hypothèses générales relatives aux opportunités de maintenance. Le critère de performance considéré pour l'évaluation de la politique de maintenance est présenté. Il s'agit d'un critère de type économique, basé sur le profit moyen à long terme. Dans la section 3, des structures de politiques de maintenance préventive sont proposées. Une règle de décision dynamique de maintenance qui tient compte en ligne de l'évolution de l'information de pronostic est envisagée. Afin d'évaluer la performance de cette politique de maintenance, elle est comparée à une politique «statique» de maintenance systématique dans la section 4 sur des exemples. Pour finir quelques conclusions sont dégagées dans la section 5.

#### 2 Hypothèses générales pour la maintenance

Dans cette section, un système de régulation du niveau d'eau de deux réservoirs en série est considéré. Le fonctionnement du système sans dégradation est identique à celui présenté dans la section 2.1 du chapitre précédent. Cependant, le système fonctionne maintenant selon deux modes de fonctionnement : un mode normal noté «OM1» et un mode stressé noté «OM2». Le changement de mode a lieu en fonction de la demande de «production», de manière irrégulière supposée aléatoire. Chaque mode de fonctionnement correspond à un comportement caractéristique spécifique de la consigne. Son évolution est de nature différente et a donc un impact différent sur le processus de dégradation du système.

## 2.1 Mode de fonctionnement, évolution de la consigne et dégradation de l'actionneur

#### Mode de fonctionnement

En pratique, le mode de fonctionnement d'un système peut changer selon le plan de production. Ce plan peut être considéré comme une caractéristique de l'environnement du système influant sur son évolution. Selon les périodes de production, la sollicitation du système est de nature différente. Pour simplifier l'exposé, nous considérons deux modes de fonctionnement qui représentent par exemple une période de production normale (OM1) ou stressée (OM2). Pour le cas d'étude considéré nous supposons que dans des périodes de pointe, la consigne de niveau d'eau  $h_2$  du réservoir 2 peut changer plus souvent. Nous modélisons l'évolution du mode de fonctionnement de la façon suivante. Les intervalles de temps entre deux changements possibles du mode de fonctionnement sont modélisés par une variable de loi uniforme. A chaque instant de changement, le nouveau mode de fonctionnement est sélectionné aléatoirement selon le graphe représenté par la figure IV.1.



Figure IV.1 – Graphe de changement de mode

Les probabilités de changement de mode du modèle ci-dessus peuvent être estimées à partir de l'historique des données de production. La problématique d'estimation des probabilités de transition n'est pas évoquée dans ce travail, elles sont supposées connues.

#### Évolution de la consigne dans un mode

Comme évoqué dans les chapitres précédents, pour un profil de mission donné, la consigne est amenée à évoluer au cours du temps. Pour fixer les idées sur une configuration simple et éviter la manipulation d'un trop grand nombre de paramètres, nous considérons que la consigne prend ses valeurs dans un espace d'états à deux éléments  $r_{set} = \{r_1, r_2\}$ . Les caractéristiques de sa dynamique d'évolution sont conditionnées par le mode de fonctionnement courant du système qui agit donc comme une variable influente ou «covariable». D'autre part, les séquences de changement de consigne peuvent dépendre d'un ensemble d'éléments relatifs au contexte global dans lequel évolue le système étudié. Ces éléments ne sont pas tous exactement connus ce qui est source d'aléas. En conséquence, il est nécessaire de traduire le fait que, sur une plage temporelle donnée, le profil de consigne ne correspond pas à une séquences connue et complètement déterminée à l'avance. L'évolution de la consigne est donc modélisée dans ce travail par un processus stochastique dont les caractéristiques ou les paramètres dépendent du mode de fonctionnement courant OMi, i = 1, 2. Le modèle choisi est basé sur un processus de Markov à temps continu à un paramètre dont la matrice des taux de transition dépend du mode de fonctionnement. Dans le mode OMi, elle s'écrit :

$$A_i = \begin{pmatrix} -\alpha_i & \alpha_i \\ \alpha_i & -\alpha_i \end{pmatrix}$$
(IV.1)

Le paramètre  $\alpha_i$  représente le taux de transition de la consigne dans le mode de fonctionnement OMi. Le mode OM2 correspond au mode stressé c'est-à-dire dans lequel la consigne présente une fréquence de changement plus importante. Par conséquent,  $\alpha_2 > \alpha_1$ . Le choix de limiter le nombre de paramètres se fait sans perte de généralité mais induit ici une hypothèse de symétrie entre les deux niveaux de référence  $r_1$  et  $r_2$  de



Figure IV.2 – Un exemple de l'évolution de la consigne : (a) dans le mode normal, (b) dans le mode stressé et (c) avec le changement alternatif du mode de fonctionnement

la consigne. Le temps de séjour moyen est le même sur les deux valeurs. La figure IV.2 illustre l'évolution de la consigne correspondant aux deux modes de fonctionnement OM1 et OM2.

#### Dégradation de l'actionneur

Comme mentionné ci-dessus, le système considéré fonctionne selon plusieurs modes de fonctionnement qui influencent l'évolution de la consigne et ont donc des impacts spécifiques sur le processus de dégradation de l'actionneur. Rappelons que notre cadre de modélisation de la dégradation de l'actionneur envisage deux sources de dégradation : une dégradation dûe à l'usure naturelle et une dégradation liée à l'impact du mode de fonctionnement (voir la figure IV.3). Les caractéristiques relatives à ces deux sources sont rappelées ci-dessous :

- Pour l'usure naturelle : En raison du vieillissement naturel ou de l'usure des pièces mécaniques ou électriques, la capacité de l'actionneur diminue au cours du temps. Cette diminution est modélisée par des occurrences de «chocs» arrivant à des instants notés  $\xi_i^{nd}$ . Le processus  $(\xi_i^{nd})_{i \in N}$  est Poissonnien d'intensité  $\lambda^{nd}$ . À chaque instant où un choc se produit la capacité de l'actionneur  $K_a(t)$  diminue d'une quantité  $W_i^{nd}$  qui suit une distribution uniforme sur  $[0; \Delta^{nd}]$ .
- Pour l'usure due à l'environnement : L'impact de l'évolution de la consigne sur la dégradation de l'actionneur est modélisé par un autre processus de chocs. Les instants de chocs ( $\xi_i^{om}$ ) suivent un processus de Poisson d'intensité  $\lambda^{om}$ . La valeur de l'intensité dépend du mode de fonctionnement courant OMi et doit donc être considérée comme liée au taux de transition  $\alpha_i$ . Un changement de la consigne plus fréquent dans le mode stressé va induire une fréquence de chocs de dégradation plus importante c'est à dire un taux de transition plus fort. Par conséquent,  $\lambda^{om,2} < \lambda^{om,1}$ . À chaque instant  $\xi_i^{om}$  la capacité de l'actionneur  $K_a(t)$ diminue d'une quantité  $W_i^{om}$  qui suit une distribution uniforme sur  $[0; \Delta^{om}]$ .



Figure IV.3 – Allure de la dégradation de l'actionneur en considérant deux sources d'usure : l'usure naturelle et l'usure dûe au mode de fonctionnement

Des observations sont nécessaires afin d'estimer à un instant donné, le niveau de dégradation de l'actionneur et d'en déduire le pronostic de durée de vie restante pour le système selon la méthodologie présentée. Dans le contexte de cette étude, l'hypothèse fondamentale est de proposer un processus d'inspection se basant exclusivement sur le suivi de la variable de sortie du système. Ce processus d'inspection est piloté par l'évolution de la consigne du système, sans ajouter d'excitation artificielle. Du point de vue du cas d'étude considéré, cela signifie plus précisément que l'observation du niveau d'eau du deuxième réservoir est réalisée après chaque instant de changement de consigne, afin d'estimer la durée de vie résiduelle du système. La méthodologie est celle décrite dans la section 2.4 du chapitre II.

#### 2.2 Opportunités de maintenance

En pratique, les systèmes industriels sont régulièrement soumis à des arrêts, pour modifier des réglages ou effectuer un changement de configuration. Dans le cas d'une chaîne de production par exemple des arrêts peuvent correspondre à un changement de lots prévu dans le planning de production [66, 106]. Ces arrêts, souvent planifiés ou connus à l'avance, représentent de opportunités pour exécuter des actions d'entretien ou de maintenance préventive. Une exploitation pertinente de ces opportunités doit permettre de réduire le coût de maintenance. Dans ce travail, nous considérons que ces instants correspondent à de possibles changements du mode de fonctionnement et sont les instants d'opportunités auxquels les actions de maintenance doivent être planifiées exclusivement. Toute intervention à un autre moment, consécutive à une panne par exemple, interrompt un lot de production et peut avoir des conséquences indésirables importantes.

Deux opérations de maintenance sont envisageables à chaque date d'opportunité : un remplacement préventif avec un coût  $C_p$  et un remplacement correctif avec un coût  $C_c$ . On suppose que les coûts de surveillance et de calcul de la RUL par la méthodologie proposée sont suffisamment faibles devant les coûts unitaires  $C_p$  et  $C_c$  pour être négligés. La durée d'un remplacement correctif ou préventif ne nécessite pas d'allongement de la durée d'arrêt telle que planifiée a priori. Elle sera donc considérée comme négligeable. En revanche, une panne provoque une indisponibilité et la durée d'indisponibilité du système doit être prise en compte. Un coût additif par unité de temps  $C_d$  est encouru à partir de l'instant de défaillance jusqu'à l'instant de remplacement.

Comme le plan de production est généralement défini à court ou moyen terme, on suppose qu'à tout instant au moins deux opportunités de maintenance futures sont connues. Elles définissent un «horizon temporel de visibilité» et constituent un élément d'information à prendre en compte pour la prise de décision de maintenance. Dans le contexte décrit, le problème considéré est de planifier de manière dynamique des tâches de maintenance à des dates d'opportunités connues peu de temps à l'avance, en tenant compte des contraintes du processus de surveillance. L'objectif global recherché est d'optimiser le rendement de la production.

À chaque instant de pronostic, la prise de décision doit permettre de choisir l'une des deux options suivantes :

- saisir la prochaine opportunité pour effectuer une maintenance,
- attendre l'opportunité suivant immédiatement la prochaine dans l'horizon de visibilité pour prendre une décision sur la base d'un pronostic mis à jour à l'aide des nouvelles informations disponibles.

Dans ce cadre, il faut trouver un compromis entre maintenir au plus tôt, c'est à dire dès la première opportunité, au risque de réduire la durée de vie utile ou retarder la planification de l'action de maintenance en attendant au moins la deuxième opportunité connue, au risque de se trouver confronté à une défaillance fortuite aux conséquences coûteuses.

Un problème de maintenance similaire a été étudié dans [62], les auteurs ont considéré pour des systèmes à dégradation graduelle. Cependant, les auteurs considèrent dans ce modèle que chaque inspection peut révéler exactement l'état de dégradation du système et que l'inspection peut être programmée sans contrainte de dates.

#### 2.3 Critères à maximiser

Afin d'évaluer la performance d'une politique de maintenance, un critère couramment utilisé est le coût moyen à long terme [43, 53] par unité de temps défini par :

$$C^{\infty} = \lim_{t \to \infty} \frac{C(t)}{t}$$

où C(t) est le coût de maintenance cumulé sur une période de temps de longueur t.

Dans ce travail, nous nous intéressons à un critère de profit moyen à long terme qui prend en compte conjointement le gain induit par un fonctionnement normal du système et les coûts de maintenance cumulés sur un large horizon temporel. Ce critère s'écrit à partir du bénéfice ou du déficit P(t) cumulé au temps t par :

$$P^{\infty} = \lim_{t \to \infty} \frac{P(t)}{t}$$
(IV.2)

L'expression de P(t) s'écrit :

$$P(t) = \gamma w(t) - \left[\sum_{i=1}^{N_p(t)} C_p + \sum_{j=1}^{N_c(t)} C_c + C_d d(t)\right]$$
(IV.3)

où

- w(t) est la durée cumulée de fonctionnement du système sur [0, t],
- $N_p(t)$  et  $N_c(t)$  sont respectivement les nombres de maintenances préventives et de remplacements correctifs sur [0, t],
- d(t) est la durée totale d'inactivité du système sur [0, t].

Nous avons choisi un modèle simple pour représenter le gain de la production en le considérant comme proportionnel à la durée de fonctionnement du système.

En utilisant le théorème de renouvellement [5], le profit moyen à long terme peut s'exprimer comme le rapport entre l'espérance du profit sur un cycle de renouvellement et la longueur moyenne du cycle :

$$P^{\infty} = \lim_{t \to \infty} \frac{P(t)}{t} = \frac{E[P(S)]}{E[S]}$$
(IV.4)

où S est l'instant de premier renouvellement qui correspond à la première date de remise à neuf du système qu'elle soit préventive ou corrective.

Plus précisément, le profit moyen à long terme peut s'écrire comme

$$P^{\infty} = \frac{E[P(S)]}{E[S]} = \frac{\gamma E[w(S)] - E[C(S)]}{E[S]}$$
(IV.5)

où w(S) est la durée de bon fonctionnement jusqu'à la première date de remise à neuf du système ( $w(S) \leq S$ ). L'équation précédente montre que dans une configuration idéale, une politique de maintenance peut apporter un profit moyen maximal de valeur  $\gamma$ .

Un autre indicateur de performance des politiques est également considéré : le temps moyen jusqu'à maintenance (MTTM pour *Mean time till maintenance*). En effet, plus le MTTM est élevé, plus les interruptions pour maintenance sont éloignées. Le système peut donc fonctionner sans arrêt pendant une durée plus grande. Cet indicateur est approprié pour évaluer les possibilités d'adaptation de la politique de maintenance en fonction de la trajectoire de dégradation du système. Il permet de comparer par la suite la performance entre la politique de maintenance dynamique basée sur le pronostic et une politique de maintenance systématique où la prise de décision est basée sur un comportement moyen. Comme la durée de l'intervention pour la remise à neuf est négligeable, l'indicateur MTTM est la longueur moyenne du cycle de renouvellement E[S].

## 3 Politique de maintenance dynamique basée sur le pronostic

L'objectif principal de la politique de maintenance basée sur le pronostic est de proposer une règle de décision adaptative en utilisant les informations de la RUL du système et sous la contrainte de dates d'interventions de maintenance régies par le plan de fonctionnement du système.

Rappelons qu'à chaque instant de changement de la consigne  $T^i_{prog}$  la densité de probabilité de la RUL du système, ou bien de manière équivalente la densité de probabilité de la date de défaillance estimée du système, peut être recalculée en utilisant la méthodologie proposée en intégrant les nouvelles informations de surveillance. A l'instant initial (t = 0), le système est dans un état connu, supposé neuf.

Lorsque le système fonctionne, l'état des connaissances du plan de production évolue. Nous considérons que l'horizon de visibilité porte sur les deux instants possibles de changement de mode de fonctionnement à venir. Cela signifie que deux instants d'opportunité de maintenance sont connus, respectivement notés  $T^i_{opp}$  et  $T^{i+1}_{opp}$ . Dans un objectif de maximisation du profit global, il convient de choisir l'opportunité qui peut conduire à un profit plus grand.

À un instant de pronostic donné, la règle de décision de maintenance proposée est basée sur un indicateur appelé «indicateur de profit» qui évalue la pertinence d'un instant d'opportunité donné. Cet indicateur met en balance le gain généré par le fonctionnement du système jusqu'à la date d'opportunité choisie et le coût de la maintenance induit par un remplacement à cette date. Dans la suite cet indicateur est noté  $PI(a, T^i_{prog}, f^i_T)$ .

Le gain ou revenu possible jusqu'à l'opportunité a s'écrit :

$$\operatorname{Gain}(a, T^{i}_{prog}, f^{i}_{T}) = \gamma \mathbb{E}(\min(T, a)) = \gamma \left( \int_{0}^{a} t f^{i}_{T}(t) dt + a \mathbb{P}(T > a) \right)$$
(IV.6)

où  $\gamma$  est un paramètre qui définit l'échelle de proportion entre le temps de fonctionnement du système et le gain, c'est à dire le revenu par unité de temps de fonctionnement, T désigne la date de panne du système et  $f_T^i$  est la densité de probabilité de T estimée en tenant compte de l'ensemble des informations disponibles jusqu'à l'instant  $T_{prog}^i$ c'est à dire :

$$f_T^i = f_{T^i|Y_1 = y_1, \dots, Y_n^i = y_n^i}$$

où  $Y_1, \ldots, Y_n^i$  sont les observations réalisées entre l'instant initial et  $T_{prog}^i$ .

Le coût de maintenance jusqu'à l'opportunité a est :

$$C_{Pred}(a, T^i_{prog}, f^i_T) = C_p \mathbb{P}(T \ge a) + C_c \mathbb{P}(T < a) + C_d \mathbb{E}(W_d(a))$$
(IV.7)

où les probabilités et l'espérance mathématique sont calculées suivant la loi  $f_T^i$  et

$$\mathbb{E}(W_d(a)) = \int_0^a (a-t) f_T^i(t) dt$$

L'indicateur  $PI(a, T_{prog}^i, f_T^i)$  à l'instant de pronostic  $T_{prog}^i$  pour l'instant d'opportu-

nité a s'écrit :

$$PI(a, T^{i}_{prog}, f^{i}_{T}) = \frac{\text{Gain} - \text{Perte}}{\text{Durée en bon fonctionnement sans interruption}}$$
$$= \frac{1}{\int_{0}^{a} t f^{i}_{T}(t) dt + a \mathbb{P}(T > a)} \left\{ \gamma \left( \int_{0}^{a} t f^{i}_{T}(t) dt + a \mathbb{P}(T > a) \right) - \left( C_{p} \mathbb{P}(T \ge a) + C_{c} \mathbb{P}(T < a) + C_{d} \int_{0}^{a} (a - t) f^{i}_{T}(t) dt \right) \right\}$$
(IV.8)

Pour un instant de pronostic donné, notons  $T_{opp}^i$  et  $T_{opp}^{i+1}$  les deux dates d'opportunité à venir. Notons  $PI_i$  et  $PI_{i+1}$  les valeurs de l'indicateurs de profit respectivement en  $a = T_{opp}^i$  et en  $a = T_{opp}^{i+1}$ .

La règle de décision de maintenance est la suivante :

- Si  $PI_{i+1} < PI_i$  (Figure IV.4(a)), ceci signifie que, du point de vue de l'indicateur choisi, il est préférable de planifier la maintenance à la première opportunité à venir plutôt qu'à la deuxième. Une maintenance préventive est donc planifiée à l'instant  $T^i_{opp}$ .
- Si  $PI_{i+1} \ge PI_i$ , la décision consiste à ne pas profiter de la prochaine opportunité. Lors de la prochaine évaluation de l'indicateur de profit, une action de maintenance sera planifiée soit à  $T_{opp}^{i+1}$  soit à une date d'opportunité ultérieure (Figure IV.4(b)) et ce, en fonction des résultats de la mise à jour du pronostic et de l'indicateur de profit.



Figure IV.4 – Décision de maintenance basée sur l'indicateur de profit (a) cas d'une maintenance préventive planifiée à  $T_{opp}^i$ , (b) cas d'une maintenance préventive planifiée à  $T_{opp}^{i+1}$ 

Au plus tard à la date d'opportunité suivante une nouvelle date d'opportunité est disponible. Ainsi, l'horizon de visibilité se déroule devant le décideur et les indicateurs sont recalculés en temps réel lorsque l'information disponible est mise à jour. Le processus dynamique de prise de décision en temps réel est récapitulé sur la figure IV.5.



Figure IV.5 – Processus de décision de la stratégie de maintenance predictive
#### Politique de maintenance systématique

Afin d'évaluer les performances de la politique de maintenance basée sur le pronostic, nous proposons une comparaison avec une politique basée sur l'âge. Cette politique correspond à une politique de maintenance préventive systématique sous la contrainte de dates d'opportunité de maintenance. Si le système fonctionne encore, une maintenance préventive est prévue au plus tard à la dernière date d'opportunité précédant immédiatement un âge  $T_{age}$ . La valeur de  $T_{age}$  est optimisée hors ligne, sur la base de la connaissance a priori [111, 3] disponible. Cette politique de maintenance s'appuie sur l'information a priori du processus de défaillance. Autrement dit, la prise de décision de maintenance se base sur le comportement moyen de tout système similaire sans prise en compte de la trajectoire particulière du phénomène de dégradation auquel elle s'applique.

### 4 Application numérique

L'objectif de cette partie est d'évaluer les performances des politiques de maintenance avec pronostic sur la base d'exemples numériques représentatifs. Dans ce but, nous considérons le jeu de paramètres pour la modélisation du système donné dans le tableau IV.1. La durée entre deux dates d'opportunité, c'est à dire la durée de fonctionnement dans un mode donné est simulée en utilisant une loi uniforme. Deux types de cas sont envisagés :

- un changement fréquent de mode de fonctionnement avec une loi U(220, 320),
- un changement rare de mode de fonctionnement avec une loi U(1030, 1130).

Les coûts unitaires de maintenance sont choisis en référence à un coût de maintenance corrective  $C_c = 300$ . Trois configurations de maintenance préventive sont envisagées correspondant à des actions dont les coûts sont plus ou moins proches de la valeur de  $C_c$ . Les coûts de maintenance préventive  $C_p$  choisis sont :

**Cas 1** Opération préventive à coût faible :  $C_p = 5$ 

**Cas 2** Opération préventive à coût intermédiaire ou moyen :  $C_p = 50$ 

**Cas 3** Opération préventive à coût important :  $C_p = 150$ 

Le coût d'indisponibilité par unité de temps  $C_d$  varie entre 0.005 et 1 dans toutes les configurations.

#### 4.1 Changement fréquent du mode de fonctionnement

La figure IV.6 illustre le profit moyen optimal et le MTTM dans le cas 1 correspondant à un coût préventif faible pour la politique basée sur l'âge et la politique dynamique adaptative proposée. Nous pouvons constater que les profits moyens des politiques sont toujours inférieurs à  $\gamma$ . Comme prévu, la politique basée sur l'indicateur PI apporte un profit plus grand que la politique basée sur l'âge. Cependant le gain est faible, de l'ordre de 0,1%. Cela provient du fait que le très faible coût d'une opération préventive permet un déclenchement fréquent de ce type d'opération sans

Tableau IV.1 – Variables et paramètres du système de contrôle du niveau d'eau

Paramètres physiques				
$S_1$	section du réservoir 1	25		
$S_2$	section du réservoir 2	20		
$K_{v_1}$	paramètre de la valve 1	8		
$K_{v_2}$	paramètre de la valve 2	6		
g	constant de gravité	9.82		
$ au_a$	constante de temps de la pompe	1		
$u_{max}$	entrée maximum de la pompe	100		
$\sigma$	écart-type du bruit de mesure	0.05		
Condition initiale : $t = 0$				
$h_1(0)$	niveau d'eau initial du réservoir 1	0		
$h_2(0)$	niveau d'eau initial du réservoir 2	0		
$K_{a_{init}}$	valeur initiale du gain d'amplificateur de la pompe	5.0		
Paramètres du régulateur				
$K_P$	gain proportionnel	12.9896		
$T_I$	constante de temps intégral	99.8432		
$T_D$	constante de temps dérivé	2.3727		
Dégradation naturelle				
$\lambda^{nd}$	taux d'usure	$10^{-3}$		
$\Delta^{nd}$	dégradation maximale du gain $K_a$	0.5		
Mode de fonctionnement				
$Pr_{11}$	probabilité de transition	0.75		
$Pr_{12}$	probabilité de transition	0.25		
$Pr_{21}$	probabilité de transition	0.75		
$Pr_{22}$	probabilité de transition	0.25		
Evolution de la consigne				
$r_1$	niveau faible de la consigne	25		
$r_2$	niveau haut de la consigne	40		
$\alpha_1$	taux de transition	0.006		
$\alpha_2$	taux de transition	0.01		
$\lambda_1^{om}$	taux d'usure	$5.10^{-4}$		
$\lambda_2^{om}$	taux d'usure	$10^{-3}$		
$\Delta^{om}$	dégradation maximale du gain $K_a$	0.3		
Zone de défaillance				
$K_{a_{min}}$	gain limite de la pompe	2.1021		

pénalisation du coût global. Les politiques sont donc exclusivement préventives. En revanche on peut constater un gain important du MTTM avec la politique basée sur le pronostic par rapport à celui de la politique basée sur l'âge (voir la figure IV.6(b)). Cela montre que la prise de décision de maintenance de la politique basée sur le pronostic est mieux adaptée à l'évolution de l'état du système. Elle permet au système de fonctionner plus longtemps avec un profit moyen plus élevé que celui obtenu par la politique basée sur l'âge.



Figure IV.6 – Changement fréquent du mode de fonctionnement : Cas 1 («Coût préventif faible») - Evaluation (a) du profit moyen optimal, (b) du MTTM.

Considérons le profit moyen optimal et le MTTM pour les deux politiques dans les cas 2 («Coût préventif intermédiaire») et 3 («Coût préventif important»). Ils sont représentés sur les figures IV.7 et IV.8. Lorsque le coût préventif augmente, les profits moyens et le MTTM des politiques diminuent mais les résultats montrent la performance de la politique de maintenance predictive dans ces cas également. Le tableau IV.2 vient compléter ces résultats par l'évaluation du gain de profit et du gain de MTTM entre les deux politiques pour différents coûts d'indisponibilité dans chacune des trois configurations de coût préventif  $C_p$ . Le gain est calculé comme suit :

$$Gain \ de \ P^{\infty} = \frac{P_{Pred}^{\infty} - P_{age}^{\infty}}{P_{age}^{\infty}}$$
$$Gain \ de \ MTTM = \frac{MTTM_{Pred} - MTTM_{age}}{MTTM_{age}}$$

On peut voir que lorsque  $C_p$  augmente le gain de profit augmente également car dans ce cas, une date d'intervention précoce privilégiant une maintenance préventive n'est plus avantageuse. Cependant en sélectionnant une date plus tardive, la politique basée sur l'âge augmente le risque d'un remplacement correctif du système du fait de son manque d'adaptabilité à la trajectoire de dégradation.



Figure IV.7 – Changement fréquent du mode de fonctionnement : Cas 2 («Coût préventif intermédiaire») - Evaluation du profit moyen optimal (a) et le MTTM (b)



Figure IV.8 – Changement fréquent du mode de fonctionnement : Cas 3 («Coût préventif important») - Evaluation du profit moyen optimal (a) et le MTTM (b)

Tableau IV.2 – Changement fréquent du mode de fonctionnement : comparaison entre les politiques de maintenance predictive et de maintenance basée sur l'âge pour différentes valeurs de  $C_d$  pour chaque configuration relative à  $C_n$ 

	0		P
Gain de $P^{\infty}$ (%)	$C_p = 5$	$C_p = 50$	$C_{p} = 150$
$C_d = 0.005$	0.0962	0.6650	1.6105
$C_d = 0.05$	0.0983	0.6714	1.6350
$C_{d} = 0.5$	0.1037	0.7144	1.7598
$C_d = 1$	0.1081	0.7514	1.8639
Gain de MTTM (%)	$C_p = 5$	$C_p = 50$	$C_{p} = 150$
$C_d = 0.005$	87.48	64.08	60.12
$C_d = 0.05$	87.25	63.68	60.14
$C_{d} = 0.5$	85.09	73.59	63.01
$C_d = 1$	83.15	71.29	64.43

### 4.2 Changement rare du mode de fonctionnement

Nous considérons maintenant le cas où le mode de fonctionnement change plus rarement. Comme dans le cas précédent, la politique basée sur le pronostic est plus performante que la politique basée sur l'âge (voir la figure IV.9).



Figure IV.9 – Changement rare du mode de fonctionnement : Evaluation du profit moyen optimal (à gauche) et le MTTM (à droite) : Cas 1 (a,b), Cas 2 (c,d) et Cas 3 (e,f)

La figure IV.10 représente l'évolution des deux critères de performance en fonction du coût d'indisponibilité  $C_d$  pour chaque configuration relative à  $C_p$ .



Figure IV.10 – Changement rare du mode de fonctionnement : comparaison entre les politiques de maintenance predictive et de maintenance basée sur l'âge en fonction de  $C_d$  pour chaque configuration relative à  $C_p$ 

Comme le montrent ces résultats, les deux politiques de maintenance sont capables de trouver un compromis de «Gain - Perte» dans le but de maximiser le profit. Les gains de profit et de MTTM sont moindres dans ce cas où l'écart du comportement individuel par rapport à un comportement moyen est moins marqué.

### 5 Conclusion

Nous avons considéré dans ce chapitre, une politique de maintenance préventive dynamique intégrant une contrainte d'interventions possibles uniquement à des dates de changement de mode de fonctionnement. Elle permet en particulier :

- la prise en compte des conditions de fonctionnement dans la modélisation,
- l'intégration de l'information de pronostic.

Le mode de fonctionnement joue le rôle de covariable dans le modèle de comportement du système. Son impact sur le processus de dégradation est représenté par un processus de chocs qui vient s'additionner au processus de dégradation naturelle. Le calcul de la RUL est réalisé en utilisant seulement l'évolution stochastique de la consigne. Il n'y a pas d'excitation artificielle, ce qui peut limiter partiellement la performance de la politique.

Deux critères de performance sont considérés afin d'évaluer la politique de maintenance predictive et celle de maintenance basée sur l'âge : le profit moyen et le temps moyen jusqu'à maintenance.

Un système de régulation du niveau d'eau de deux réservoirs est employé afin d'évaluer la performance de la politique de maintenance proposée. Les résultats numériques montrent que la règle de décision basée sur l'indicateur de profit s'adapte à la tendance de dégradation du système. Elle permet donc de prolonger la durée de fonctionnement du système jusqu'à la date de maintenance par rapport à la politique de maintenance basée sur l'âge. En effet la prise de décision de maintenance basée sur l'âge ne tient compte que du comportement moyen adopté par tout système similaire et non de la trajectoire particulière suivie par le système, ce qui conduit à des intervention de maintenance planifiées précocément par rapport à celles effectuées par la politique predictive. Une amélioration des caractéristiques d'adaptabilité de la décision peut être rendue possible par l'ajout d'excitations artificielles de la consigne pour une «prise d'information» plus fréquente comme cela a été présenté dans la Section 4.2.2 du chapitre précédent.

# Conclusion et perspectives

### Conclusion générale

Le travail décrit dans ce mémoire s'inscrit dans une démarche de modélisation du comportement des systèmes dynamiques du point de vue la sûreté de fonctionnement. Dans ce contexte, la problématique retenue pour cette thèse est celle du pronostic de la durée de vie résiduelle d'un système de contrôle-commande à l'aide de l'unique information issue des variables contrôlées et de son exploitation pour la mise en œuvre d'une politique de maintenance préventive. Nous nous sommes placés dans le contexte où un modèle probabiliste de dégradation de l'élément critique qu'est l'actionneur est déjà identifié. L'étape d'inférence nécessite la mise en œuvre de méthodes statistiques permettant par exemple l'exploitation de résultats de campagnes d'essais accélérés de dégradation pour les principaux modes de défaillance.

Nous avons proposé un cadre de modélisation stochastique entrant dans le cadre des processus Markovien déterministe par morceaux afin de modéliser le comportement global d'un système de contrôle-commande qui est affecté par la dégradation de l'actionneur. Ce cadre de modélisation permet d'intégrer le modèle physique de comportement du système de contrôle-commande, souvent caractérisé par un système différentiel, au modèle stochastique de dégradation graduelle. Aucun capteur supplémentaire n'est dédié à l'observation directe de la dégradation de l'actionneur. Une procédure de surveillance en-ligne est considérée. Elle consiste à observer le régime transitoire de la variable sortie du système lors des changements de la consigne. Une méthodologie permettant d'estimer en deux étapes la durée de vie résiduelle du système à l'aide des observations de la sortie du système est proposée. La première étape consiste à estimer la loi de l'état du système à l'instant de pronostic en intégrant les observations disponibles. Le filtrage particulaire, aussi connu sous le nom de la méthode de Monte-Carlo séquentielle, a été utilisé. Cette approche permet d'estimer numériquement la loi de probabilité recherchée à l'aide d'une mesure empirique. Grâce à la récursivité de la méthode, l'estimation est ré-actualisée au fur et à mesure du processus de collecte des observations en utilisant le résultat précédent à chaque nouveau calcul. Dans la deuxième étape, la loi de probabilité de la durée de vie résiduelle du système à partir de l'instant courant est estimée. Cela correspond à une estimation de la fiabilité du système à partir de cet instant. Deux types d'informations ont été prises en compte pour le pronostic :

- L'ensemble de données reliées à l'évolution passée ou présente du système : il s'agit de informations de surveillance qui sont collectées en-ligne et représentent l'histoire de l'état du système, de son mode de fonctionnement et de son environnement.
- La connaissance disponible sur les sollicitations futures : il s'agit des informations

permettant de caractériser les évolution prévisionnelles de l'environnement et les profils de missions futurs.

D'après l'information de pronostic obtenue, un modèle de maintenance à structure paramétrique a été proposé permettant de prendre préventivement les décisions d'intervention nécessaires avant la défaillance du système sous la contrainte de dates d'opportunité. L'ensemble des résultats numériques que nous avons obtenus a montré que la politique de maintenance exploitant les résultats de pronostic de durée de vie résiduelle présente de meilleures performances qu'une politique de maintenance préventive systématique.

## Perspectives générales

#### Perspectives à court terme

Concernant la dégradation de l'actionneur, nous nous sommes concentrés sur un modèle de dégradation de l'actionneur à temps discret dont les paramètres sont supposés déjà connus. Les grandeurs caractéristiques des processus stochastiques déterministes par morceaux telles que les paramètres des lois des instants de sauts et de leurs amplitudes doivent être estimés à partir des données historiques en utilisant des outils statistiques. Cela pose notamment la question de la sensibilité des performances de méthodologie d'estimation de la RUL vis à vis de la qualité des paramètres estimés. Ce point doit encore être étudié pour analyser la robustesse de la règle de décision basée sur la RUL.

Du point de vue numérique, nous envisageons d'améliorer encore les performances du filtrage particulaire en utilisant des méthodes de filtrages plus sophistiquées telles que le filtrage particulaire sans biais (UPF - Unscented Particle Filter [107]), le filtrage particulaire Rao-Blackwellisé (Rao-Blackwellised Particle Filter [22]) ou en développant un nouvel algorithme plus efficace pour l'estimation et la prédiction. De plus, dans le cadre du filtrage stochastique, il existe dans la littérature d'autres méthodes comme l'algorithme de Gibbs ou des versions avancées du filtrage de Kalman. Il est nécessaire d'effectuer une comparaison entre ces méthodes afin de montrer l'efficacité du filtrage particulaire, liées notamment à son caractère récursif, constitue une réalité numériquement.

Concernant la deuxième étape de la méthodologie de pronostic, la loi de probabilité de la RUL du système est estimée par la méthode de Monte-Carlo classique. En vue d'une amélioration de la précision et du temps de calcul, d'autres méthodes d'approximation de cette loi peuvent être envisagées. En particulier les méthodes proposées dans [74] devraient améliorer les performances du Monte-Carlo classique.

#### Perspectives à long terme

Pour les perspectives à long terme, nous pouvons évoquer des perspectives quant à de futurs travaux de recherche. Sur les aspects de maintenance, les interventions ont été envisagées comme réalisables uniquement aux instant de changement de la consigne. Cette situation semble bien adaptée à des systèmes de type production car elle profite des changements de lots pour planifier une maintenance à ce moment. En revanche, elle peut limiter la performance de la politique par manque d'information à des instants critiques pour le système. Pour pallier à cet inconvénient, un schéma d'excitation tenant compte de l'état estimé ainsi que du pronostic de RUL peut être introduit. Cependant, des perturbations artificielles peuvent influencer la performance du système et éventuellement augmenter la vitesse de dégradation. Il est nécessaire de mener une étude approfondie et complexe de la réponse du système lorsque ces changements de la consigne afin d'ajuster le schéma d'excitation. Cela nécessite une augmentation de complexité du modèle proposé.

Au niveau du système de contrôle-commande, nous avons considéré un type particulier de système à une entrée et une sortie (SISO) avec un unique mode de défaillance. La problématique de l'applicabilité de la méthodologie pour des systèmes MIMO ou des système SISO avec plusieurs modes de défaillance reste posée. En effet, l'hypothèse des systèmes MIMO conduit au problème d'observabilité et d'estimabilité de la dégradation des actionneurs dû à la complexité structurelle. De plus, l'adaptabilité de la loi de commande aux résultats de pronostic doit être considérée dans les futurs travaux.

## Annexe A

# Calcul de la zone de défaillance

Selon les équations (III.1) et (III.3) décrivant le comportement du système, les états stables sont obtenus à l'instant  $t_{ss}$  si

$$u(t_{ss}) = \frac{S_1}{S_2} \frac{K_{v_2}}{K_a(t_{ss})} \sqrt{2gh_2(t_{ss})}$$
(A.1)

Étant donné que  $u(t_{ss}) \leq u_{max}$ , il vient

$$K_a(t_{ss}) \ge \frac{S_1}{S_2} \frac{K_{v_2}}{u_{max}} \sqrt{2gh_2(t_{ss})}$$
 (A.2)

cela signifie que la capacité réelle de l'actionneur doit être supérieure à une capacité minimale définie dans la phase de conception du système de contrôle.

Notons  $K_{a_{\min}}$  la capacité minimale associée aux contraintes de saturation de l'actionneur.

$$K_{a_{\min}} = \frac{S_1}{S_2} \frac{K_{v_2}}{u_{max}} \sqrt{2gr_{max}}$$
(A.3)

où

$$r_{max} = \begin{cases} \max\{r_1, r_2, \dots, r_n\} & \text{Cas d'une consigne variable prends ses valeurs dans} \\ \{r_1, r_2, \dots, r_n\}; \\ \\ r_{set} + \delta & \text{Cas d'une consigne } r_{set} \text{ invariant dans le temps avec} \\ & \text{des impulsions rectangulaires de magnitude } \delta. \end{cases}$$

## Annexe B

# Modèle de dommages cumulatifs avec la surveillance parfaite

Soit T la variable aléatoire désignant le première temps de passage du seuil  $K_{a_{\min}}$  par le processus  $\{K_a(t), t \ge 0\}$ :

$$T = \inf\{t \in \mathbb{R}_+, K_a(t) \le K_{a_{\min}}\}\tag{B.1}$$

Pour  $x > K_{a_{\min}}$  on peut écrire :

$$\Pr(T - t > s | K_a(t) = x) = \Pr(K_a(t + s) \ge K_{a_{\min}} | K_a(t) = x) = \Pr(\mathcal{D}(t + s) - \mathcal{D}(t) \le x - K_{a_{\min}} | K_a(t) = x)$$
(B.2)

Le niveau de dégradation à t + s peut s'écrire  $\mathcal{D}(t + s) = \mathcal{D}(t) + \mathcal{D}(t, s)$  où

$$\mathcal{D}(t,s) = \sum_{i=N(t)}^{N(t+s)} W_i \tag{B.3}$$

est le dommage cumulé de t à t + s.

En conséquence,

$$\Pr(T - t > s | K_a(t) = x) = \Pr\left(\sum_{i=N(t)}^{N(t+s)} W_i \le x - K_{a_{\min}} | K_a(t) = x\right)$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \Pr\left(\sum_{i=0}^{n} W_i \le x - K_{a_{\min}} | N(t+s) - N(t) = n, K_a(t) = x\right) \Pr(N(t+s) - N(t) = n)$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda s)^n}{n!} e^{-\lambda s} F_d^{(n)}(x - K_{a_{\min}})$$
(B.4)

où  $F_d^{(n)}(x)$  est la fonction de distribution de  $\sum_{i=0}^n W_i$ .

Selon [92], sous l'hypothèse que  $W_i$  suit la loi  $U(0, \Delta)$  la densité de probabilité de  $\sum_{i=0}^n W_i$  est donnée par

$$f_{d}^{(n)}(x) = \frac{1}{(\Delta)^{n}(n-1)!} \left\{ x^{n-1} + \sum_{k=1}^{n} (-1)^{k} \binom{n}{k} \left[ (x-k\Delta)_{+} \right]^{n-1} \right\}$$
$$= \frac{1}{(\Delta)^{n}(n-1)!} \sum_{k=0}^{n} (-1)^{k} \binom{n}{k} \left[ (x-k\Delta)_{+} \right]^{n-1}$$
(B.5)

avec  $0 \le x \le n\Delta$ , où la notation  $u_+ = \max(0, u)$  est utilisée.

La fonction de distribution de  $\sum_{i=0}^{n} W_i$  est

$$F_{d}^{(n)}(x) = \int_{0}^{x} f_{d}^{(n)}(s) ds$$
  
=  $\frac{1}{(\Delta)^{n}(n-1)!} \sum_{k=0}^{n} (-1)^{k} {n \choose k} \int_{0}^{x} \left[ (s-k\Delta)_{+} \right]^{n-1} ds$   
=  $\frac{1}{(\Delta)^{n}n!} \sum_{k=0}^{n} (-1)^{k} {n \choose k} \left[ (x-k\Delta)_{+} \right]^{n}$  (B.6)

avec  $0 \le x \le n\Delta$ 

L'équation (B.6) peut s'écrire également sous la forme :

$$F_d^{(n)}(x) = \frac{1}{\left(\Delta\right)^n n!} \sum_{k=0}^{\left\lfloor \frac{x}{\Delta} \right\rfloor} (-1)^k \binom{n}{k} (x - k\Delta)^n \tag{B.7}$$

avec  $0 \le x \le n\Delta$ .

À partir des équations (B.4) et (B.7) la fonction de survie de la RUL est :

$$\Pr(T-t>s|K_a(t)=x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda s)^n}{n!} e^{-\lambda s} \frac{1}{(\Delta)^n n!} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{x-K_{a_{\min}}}{\Delta} \rfloor} (-1)^k \binom{n}{k} (x-K_{a_{\min}}-k\Delta)^n$$
(B.8)

La moyenne conditionnelle de la durée de vie résiduelle (MRUL) sachant  $K_a(t)$  est donné par :

$$E[T - t|K_a(t) = x] = \int_0^\infty \Pr(T - t > s|K_a(t) = x) ds$$
  
$$= \sum_{n=0}^\infty \left( \int_0^\infty \frac{(\lambda s)^n}{n!} e^{-\lambda s} ds \right) F_d^{(n)}(x - K_{a_{\min}})$$
  
$$= \frac{1}{\lambda} \sum_{n=0}^\infty F_d^{(n)}(x - K_{a_{\min}})$$
(B.9)

À partir de (B.9) et (B.7), la MRUL peut être calculée par :

$$E[T-t|K_a(t) = x] = \frac{1}{\lambda} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(\Delta)^n n!} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{x-K_{a_{\min}}}{\Delta} \rfloor} (-1)^k \frac{n!}{k!(n-k)!} (x-K_{a_{\min}}-k\Delta)^n$$
$$= \frac{1}{\lambda} \sum_{k=0}^{\lfloor \frac{x-K_{a_{\min}}}{\Delta} \rfloor} (-1)^k \frac{1}{k!} e^{\left(\frac{x-K_{a_{\min}}}{\Delta}-k\right)} \left(\frac{x-K_{a_{\min}}}{\Delta}-k\right)^k \quad (B.10)$$

# Publications

## Publications dans des journaux internationaux

 Nguyen, D. N., Dieulle, L., & Grall, A. Remaining Useful Lifetime Prognosis of Controlled Systems : A Case of Stochastically Deteriorating Actuator, *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2015, Article ID 356916, 16 pages, 2015. doi:10.1155/2015/356916.

## Publications dans des congrès internationaux avec articles étendus (>3 pages)

- Nguyen, D. N., Dieulle, L., & Grall, A. Feedback control system with stochastically deteriorating actuator : remaining useful life assessment. In *the 19th World Congress of the International Federation of Automatic Control*, Cape Town, South Africa (24-29 August, 2014).
- Nguyen, D. N., Dieulle, L., & Grall, A. Remaining Useful Life Estimation of Stochastically Deteriorating Feedback Control Systems with a Random Environment and Impact of Prognostic Result on the Maintenance Process. In Second European Conference of the Prognostics and Health Management Society, Nantes, France (8-10 July, 2014).
- Nguyen, D. N., Dieulle, L., & Grall, A. A deterioration model for feedback control systems with random environment. In *Proceedings of the Conference ESREL 2013 Annual Conference*, Amsterdam, The Netherlands (29 September - 2 October, 2013).

# Bibliographie

- [1] Norme AFNOR NF EN 13306. Terminologie de la maintenance. Ed. Afnor, Paris, 2004.
- [2] ISO 13381-1. Condition monitoring and diagnostics of machines prognostics part1 : General guidelines. International Standard ISO, 2004.
- [3] Rosmaini Ahmad and Shahrul Kamaruddin. An overview of time-based and condition-based maintenance in industrial application. *Computers & Industrial Engineering*, 63(1):135–149, 2012.
- [4] M. Sanjeev Arulampalam, Simon Maskell, and Neil Gordon. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-gaussian bayesian tracking. *IEEE Transactions* on signal processing, 50:174–188, 2002.
- [5] Søren Asmussen. Applied probability and queues, volume 51. Springer, 2003.
- [6] Karl J Astrom. Pid controllers : theory, design and tuning. *Instrument Society* of America, 1995.
- [7] Karl J Aström and T Hägglund. *PID controllers : theory, design and tuning*. Research Triangle Park, 2 edition, 1995.
- [8] Karl Johan Aström and Richard M Murray. *Feedback systems : an introduction for scientists and engineers*. Princeton university press, 2008.
- [9] Terje Aven and Uwe Jensen. *Stochastic models in reliability*, volume 41. Springer, 1999.
- [10] Piero Baraldi, Francesco Cadini, Francesca Mangili, and Enrico Zio. Model-based and data-driven prognostics under different available information. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 32 :66–79, 2013.
- [11] Tatiana Biagetti and Enrico Sciubba. Automatic diagnostics and prognostics of energy conversion processes via knowledge-based systems. *Energy*, 29(12):2553– 2572, 2004.
- [12] Adrien Brandejsky, Benoîte De Saporta, François Dufour, and Charles Elegbede. Numerical method for the distribution of a service time. In *Proceedings of the Conference ESREL 2011*, 2011.
- [13] Douglas W Brown and George J Vachtsevanos. A prognostic health management based framework for fault-tolerant control. In Annual Conference of the Prognostics and Health Management Society 2011, 2011.
- [14] C.S. Byington, M.J. Roemer, and T. Galie. Prognostic enhancements to diagnostic systems for improved condition-based maintenance [military aircraft]. In *Aerospace Conference Proceedings, 2002. IEEE*, volume 6, pages 6–2815–6–2824 vol.6, 2002.

- [15] James V Candy. Bayesian signal processing : Classical, modern and particle filtering methods, volume 54. John Wiley & Sons, 2011.
- [16] Hong-Ming Chen and Zi-Yi Chen. Implement of a cascade integral sliding mode controller for a water tank level control system. In *Innovative Computing Information and Control, 2008. ICICIC'08. 3rd International Conference on*, pages 162–162. IEEE, 2008.
- [17] Ratna Babu Chinnam and Pundarikaksha Baruah. A neuro-fuzzy approach for estimating mean residual life in condition-based maintenance systems. *Interna*tional Journal of Materials and Product Technology, 20(1):166–179, 2004.
- [18] Julien Chiquet, Nikolaos Limnios, and Mohamed Eid. Piecewise deterministic markov processes applied to fatigue crack growth modelling. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 139(5):1657 – 1667, 2009.
- [19] Pierre Cocheteux. Contribution à la maintenance proactive par la formalisation du processus de pronostic des performances de systèmes industriels. These, Université Henri Poincaré - Nancy I, November 2010.
- [20] M. Daigle, B. Saha, and K. Goebel. A comparison of filter-based approaches for model-based prognostics. In *Aerospace Conference*, 2012 IEEE, pages 1–10, March 2012.
- [21] Mark HA Davis. Markov Models & Optimization, volume 49. Chapman & Hall/CRC, 1993.
- [22] Nando De Freitas. Rao-blackwellised particle filtering for fault diagnosis. In Aerospace Conference Proceedings, 2002. IEEE, volume 4, pages 4–1767. IEEE, 2002.
- [23] Estelle Deloux, Bruno Castanier, and Christophe Bérenguer. Maintenance policy for a deteriorating system evolving in a stressful environment. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O : Journal of Risk and Reliability, 222(4) :613-622, 2008.
- [24] L Dieulle, C Bérenguer, A Grall, and M Roussignol. Sequential condition-based maintenance scheduling for a deteriorating system. *European Journal of Operational Research*, 150(2):451 – 461, 2003.
- [25] Phuc Do Van, Eric Levrat, Alexandre Voisin, Benoît Iung, et al. Remaining useful life (rul) based maintenance decision making for deteriorating systems. In 2nd IFAC Workshop on Advanced Maintenance Engineering, Service and Technology (A-Mest'12), 2012.
- [26] Ming Dong and David He. Hidden semi-markov model-based methodology for multi-sensor equipment health diagnosis and prognosis. *European Journal of Operational Research*, 178(3):858 – 878, 2007.
- [27] Randal Douc and Olivier Cappé. Comparison of resampling schemes for particle filtering. In Image and Signal Processing and Analysis, 2005. ISPA 2005. Proceedings of the 4th International Symposium on, pages 64–69. IEEE, 2005.
- [28] Arnaud Doucet. Sequential monte carlo methods. Wiley Online Library, 2001.
- [29] Arnaud Doucet, Simon Godsill, and Christophe Andrieu. On sequential monte carlo sampling methods for bayesian filtering. *Statistics and computing*, 10(3):197–208, 2000.

- [30] Otilia Elena Vasile Dragomir. Contribution au pronostic de défaillances par réseau neuro-flou : maîtrise de l'erreur de prédiction. PhD thesis, FEMTO-ST, 24 octobre 2008.
- [31] Otilia Elena Dragomir, Rafael Gouriveau, Florin Dragomir, Eugénia Minca, and Noureddine Zerhouni. Review of prognostic problem in condition-based maintenance. In IFAC and in collaboration with the IEEE Control Systems Society, editors, *European Control Conference, ECC'09.*, volume sur CD ROM, pages 1585–1592, Budapest, Hongrie, 2009.
- [32] S.J. Engel, B.J. Gilmartin, K. Bongort, and A. Hess. Prognostics, the real issues involved with predicting life remaining. In *Aerospace Conference Proceedings*, 2000 IEEE, volume 6, pages 457–469 vol.6, 2000.
- [33] N Eva Wu, Youmin Zhang, and Kemin Zhou. Detection, estimation, and accommodation of loss of control effectiveness. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 14(7):775–795, 2000.
- [34] Charles R Farrar and Nick A.J Lieven. Damage prognosis : the future of structural health monitoring. *Philosophical Transactions of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 365(1851) :623–632, 2007.
- [35] AK. Garga, K.T. McClintic, R.L. Campbell, Chih-Chung Yang, M.S. Lebold, T.A Hay, and C.S. Byington. Hybrid reasoning for prognostic learning in cbm systems. In *Aerospace Conference*, 2001, IEEE Proceedings., volume 6, pages 2957–2969 vol.6, 2001.
- [36] Nagi Z Gebraeel, Mark A Lawley, Rong Li, and Jennifer K Ryan. Residual-life distributions from component degradation signals : a bayesian approach. *IIE Transactions*, 37(6) :543–557, 2005.
- [37] B Ghodrati, F Ahmadzadeh, and U Kumar. Remaining useful life estimation of mining equipment : a case study. *ISMPES Proceeding, New Delhi*, 2012.
- [38] K.M. Goh, B. Tjahjono, T. Baines, and S. Subramaniam. A review of research in manufacturing prognostics. In *Industrial Informatics*, 2006 IEEE International Conference on, pages 417–422, August 2006.
- [39] L.U. Gokdere, S.L. Chiu, K.J. Keller, and J. Vian. Lifetime control of electromechanical actuators. In *Aerospace Conference*, 2005 IEEE, pages 3523–3531, March 2005.
- [40] Farid Golnaraghi and Benjamin C Kuo. Automatic control systems. Wiley Publishing, 2009.
- [41] Brian González-Contreras, Didier Theilliol, Dominique Sauter, et al. Actuator fault tolerant controller synthesis based on second order information. In European Control Conference, ECC'07, 2007.
- [42] N.J. Gordon, D.J. Salmond, and A.F.M. Smith. Novel approach to nonlinear/non-gaussian bayesian state estimation. *Radar and Signal Processing*, *IEE Proceedings F*, 140(2):107–113, Apr 1993.
- [43] A Grall, L. Dieulle, C. Berenguer, and M. Roussignol. Continuous-time predictive-maintenance scheduling for a deteriorating system. *Reliability*, *IEEE Transactions on*, 51(2) :141–150, Jun 2002.

- [44] Edith Grall-Maes, Pierre Beauseroy, and Antoine Grall. Degradation prognosis based on a model of gamma process mixture. In Second European Conference of the Prognostics and Health Management Society, pages 194–201, 2014.
- [45] Mohinder S Grewal and Angus P Andrews. Kalman filtering : theory and practice using MATLAB. John Wiley & Sons, 2011.
- [46] D Gucik-Derigny, R Outbib, and M Ouladsine. Prognosis applied to an electromechanical system, a nonlinear approach based on sliding mode observer. In Annual Conference on European Safety and Reliability Association, ESREL2011, Troyes, France, 2011.
- [47] David Gucik-Derigny. Contribution au pronostic des systèmes à base de modèles : théorie et application. These, Université Paul Cézanne Aix Marseille, 09 décember 2011.
- [48] Fredrik Gustafsson and Fredrik Gustafsson. Adaptive filtering and change detection, volume 1. Wiley New York, 2000.
- [49] Aiwina Heng, Sheng Zhang, Andy C.C. Tan, and Joseph Mathew. Rotating machinery prognostics : State of the art, challenges and opportunities. *Mechanical* Systems and Signal Processing, 23(3) :724 – 739, 2009.
- [50] Jeroen D Hol, Thomas B Schon, and Fredrik Gustafsson. On resampling algorithms for particle filters. In Nonlinear Statistical Signal Processing Workshop, 2006 IEEE, pages 79–82. IEEE, 2006.
- [51] A Horenbeek and L Pintelon. Optimal prognostic maintenance planning for multi-component systems. In Proceedings of the European Safety and Reliability Conference (2011), 2011.
- [52] Min-Hsiung Hsieh and Shuen-Lin Jeng. Accelerated discrete degradation models for leakage current of oltra-thin gate oxides. *IEEE Transactions on Reliability*, 56(3):369–380, 2007.
- [53] Khac Tuan Huynh, Anne Barros, and Christophe Berenguer. Maintenance decision-making for systems operating under indirect condition monitoring : value of online information and impact of measurement uncertainty. *Reliability*, *IEEE Transactions on*, 61(2) :410–425, 2012.
- [54] Khac Tuan Huynh, I Torres Castro, A Barros, and C. Berenguer. On the use of mean residual life as a condition index for condition-based maintenance decision-making. Systems, Man, and Cybernetics : Systems, IEEE Transactions on, 44(7) :877–893, July 2014.
- [55] Hicham Jamouli and Dominique Sauter. Adaptive estimation of loss control effectiveness based on fault detection filter. In *Control & Automation (MED)*, 2010 18th Mediterranean Conference on, pages 82–86. IEEE, 2010.
- [56] Andrew K.S. Jardine, Daming Lin, and Dragan Banjevic. A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance. *Mecha*nical Systems and Signal Processing, 20(7) :1483–1510, 2006.
- [57] G.J. Kacprzynski, M.J. Roemer, G. Modgil, A. Palladino, and K. Maynard. Enhancement of physics-of-failure prognostic models with system level features. In *Aerospace Conference Proceedings, 2002. IEEE*, volume 6, pages 6–2919–6–2925 vol.6, 2002.

- [58] Thomas Kailath, Ali H Sayed, and Babak Hassibi. *Linear estimation*. Prentice-Hall, Inc., 2000.
- [59] Rudolph Emil Kalman. A new approach to linear filtering and prediction problems. Journal of basic Engineering, 82(1):35–45, 1960.
- [60] A Khelassi, D. Theilliol, P. Weber, and J.-C. Ponsart. Fault-tolerant control design with respect to actuator health degradation : An lmi approach. In *Control Applications (CCA), 2011 IEEE International Conference on*, pages 983–988, Sept 2011.
- [61] Ahmed Khelassi, Didier Theilliol, and Philippe Weber. Control design for overactuated systems based on reliability indicators. In *Control 2010, UKACC International Conference on*, pages 1–6. IET, 2010.
- [62] Elias Khoury, Estelle Deloux, Antoine Grall, and Christophe Berenguer. On the use of time-limited information for maintenance decision support : a predictive approach under maintenance constraints. *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, 2013.
- [63] Elias Khoury, A Grall, and C Bérenguer. A comparison of rul-based and deterioration-based maintenance policies for gradually deteriorating systems. In Proc Reliability, Risk and Safety-Ale, Papazoglou & Zio (eds), Proceedings of the European Safety and Reliability Conference, pages 530–537, 2010.
- [64] Genshiro Kitagawa. Monte carlo filter and smoother for non-gaussian nonlinear state space models. *Journal of computational and graphical statistics*, 5(1):1–25, 1996.
- [65] Mohamed El Koujok. Contribution au pronostic industriel : int˩gration de la confiance À un modèle prédictif neuro-flou. PhD thesis, Franche-Comté Electronique, Mécanique, Thermique et Optique - Sciences et Technologies, 17 septembre 2010.
- [66] Radouane Laggoune, Alaa Chateauneuf, and Djamil Aissani. Opportunistic policy for optimal preventive maintenance of a multi-component system in continuous operating units. Computers & Chemical Engineering, 33(9):1499 – 1510, 2009.
- [67] Yves Langeron, Antoine Grall, and Anne Barros. Actuator health prognosis for designing lqr control in feedback systems. *Chemical Engineering Transactions*, 33 :979–984, 2013.
- [68] Khanh Le Son, Mitra Fouladirad, and Anne Barros. Remaining useful life estimation on the non-homogenous gamma with noise deterioration based on gibbs filtering : A case study. In *Prognostics and Health Management (PHM)*, 2012 *IEEE Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2012.
- [69] Gang Li, S. Joe Qin, Yindong Ji, and Donghua Zhou. Reconstruction based fault prognosis for continuous processes. *Control Engineering Practice*, 18(10) :1211 – 1219, 2010.
- [70] Y Li, TR Kurfess, and SY Liang. Stochastic prognostics for rolling element bearings. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 14(5):747–762, 2000.

- [71] Daming Lin and Viliam Makis. Recursive filters for a partially observable system subject to random failure. Advances in Applied Probability, 35(1):207–227, 03 2003.
- [72] J.K. Line and N.S. Clements. A systematic approach for developing prognostic algorithms on large complex systems. In *Aerospace Conference*, 2005 IEEE, pages 1–7, March 2005.
- [73] A Lorton, M Fouladirad, and A Grall. A methodology for probabilistic modelbased prognosis. *European Journal of Operational Research*, 2012.
- [74] Ariane Lorton. Contribution aux apporches hybrides pour le pronostic à l'aide de processus de Markov déterministes par morceaux. These, Université de Technologie de Troyes, 3 octobre 2012.
- [75] Jianhui Luo, M. Namburu, K. Pattipati, Liu Qiao, M. Kawamoto, and S. Chigusa. Model-based prognostic techniques [maintenance applications]. AUTO-TESTCON 2003. IEEE Syst. Readiness Technol. Conf. Proc., 2003.
- [76] Jianhui Luo, Krishna R Pattipati, Liu Qiao, and Shunsuke Chigusa. Modelbased prognostic techniques applied to a suspension system. Systems, Man and Cybernetics, Part A : Systems and Humans, IEEE Transactions on, 38(5):1156– 1168, 2008.
- [77] Jiming Ma, Xiaoyan Zhan, and Shengkui Zeng. Real time reliability analysis based on the performance degradation data and bayesian method. In *Reliability, Maintainability and Safety (ICRMS), 2011 9th International Conference on*, pages 90–94. IEEE, 2011.
- [78] A Majidian and MH Saidi. Comparison of fuzzy logic and neural network in life prediction of boiler tubes. *International Journal of Fatigue*, 29(3):489–498, 2007.
- [79] Kamal Medjaher, Jean-Yves Moya, Noureddine Zerhouni, et al. Failure prognostic by using dynamic bayesian networks. *Dependable Control of Discrete* Systems., 1 :291–296, 2009.
- [80] R Keith Mobley. An introduction to predictive maintenance. Butterworth-Heinemann, 2002.
- [81] Toshio Nakagawa. Shock and damage models in reliability theory. Springer, 2007.
- [82] Kim-Anh Nguyen, Phuc Do Van, Antoine Grall, et al. A joint predictive maintenance and spare parts provisioning policy for multi-component systems using rul prediction and importance measure. In *Proceedings of the 2nd European Conference of the Prognostics and Health Management Society*, 2014.
- [83] Niall O'Connor and Aidan O'Dwyer. Control loop performance assessment : a classification of methods. In Proceedings of the Irish Signals and Systems Conference, pages 530–535, July, 2004.
- [84] M.E. Orchard and G.J. Vachtsevanos. A particle filtering-based framework for real-time fault diagnosis and failure prognosis in a turbine engine. In *Control Automation*, 2007. MED '07. Mediterranean Conference on, pages 1–6, June 2007.

- [85] Ying Peng, Ming Dong, and Ming Jian Zuo. Current status of machine prognostics in condition-based maintenance : a review. *The International Journal* of Advanced Manufacturing Technology, 50(1-4) :297–313, 2010.
- [86] E.B. Pereira, R. Galvao, and T. Yoneyama. Model predictive control using prognosis and health monitoring of actuators. In *Industrial Electronics (ISIE)*, 2010 *IEEE International Symposium on*, pages 237–243, July 2010.
- [87] Amélie Ponchet, Mitra Fouladirad, and Antoine Grall. Assessment of a maintenance model for a multi-deteriorating mode system. *Reliability Engineering & System Safety*, 95(11):1244 – 1254, 2010.
- [88] Marvin Rausand and Arnljot Høyland. System reliability theory : models, statistical methods, and applications, volume 396. John Wiley & Sons, 2004.
- [89] A. Ray and S. Tangirala. Stochastic modeling of fatigue crack dynamics for on-line failure prognostics. *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, 4(4):443–451, Jul 1996.
- [90] Mickaël Rodrigues, Didier Theilliol, and Dominique Sauter. Design of an active fault tolerant control and polytopic unknown input observer for systems described by a multi-model representation. In *Decision and Control, 2005 and 2005 European Control Conference. CDC-ECC'05.* 44th IEEE Conference on, pages 3815–3820. IEEE, 2005.
- [91] V. Rouet, K. Moreau, and B. Foucher. Embedded prognostics and health monitoring systems. In *Electronics System-Integration Technology Conference*, 2008. *ESTC 2008. 2nd*, pages 79–84, Sept 2008.
- [92] SM Sadooghi-Alvandi, AR Nematollahi, and R Habibi. On the distribution of the sum of independent uniform random variables. *Statistical Papers*, 50(1):171–175, 2009.
- [93] T Satow, K Teramoto, and T Nakagawa. Optimal replacement policy for a cumulative damage model with time deterioration. *Mathematical and computer* modelling, 31(10):313–319, 2000.
- [94] Abhinav Saxena, Jose Celaya, Edward Balaban, Kai Goebel, Bhaskar Saha, Sankalita Saha, and Mark Schwabacher. Metrics for evaluating performance of prognostic techniques. 2008 Int. Conf. Progn. Heal. Manag., pages 1–17, October 2008.
- [95] Abhinav Saxena, Jose Celaya, Bhaskar Saha, Sankalita Saha, and Kai Goebel. Metrics for offline evaluation of prognostic performance. *International Journal of Prognostics and Health Management*, 1(1):20, 2010.
- [96] J.Z. Sikorska, M. Hodkiewicz, and L. Ma. Prognostic modelling options for remaining useful life estimation by industry. *Mech. Syst. Signal Process.*, 25(5):1803– 1836, July 2011.
- [97] F. Sloukia, M.El Aroussi, H. Medromi, and M. Wahbi. Bearings prognostic using mixture of gaussians hidden markov model and support vector machine. In *Computer Systems and Applications (AICCSA), 2013 ACS International Conference* on, pages 1–4, 2013.

- [98] Khanh Le Son. Modélisation probabiliste du pronostic Application à un cas d'étude et à la prise de décision en maintenance. These, Université de Technologie de Troyes, 13 Décembre 2012.
- [99] Bo Sun, Shengkui Zeng, Rui Kang, and Michael G Pecht. Benefits and challenges of system prognostics. *Reliability, IEEE Transactions on*, 61(2):323–335, 2012.
- [100] Su Whan Sung, Jietae Lee, and In-Beum Lee. Process identification and PID control. John Wiley & Sons, 2009.
- [101] D.C. Swanson. A general prognostic tracking algorithm for predictive maintenance. In Aerospace Conference, 2001, IEEE Proceedings., volume 6, pages 2971–2977 vol.6, 2001.
- [102] D.A. Tobon-Mejia, K. Medjaher, and N. Zerhouni. Cnc machine tool's wear diagnostic and prognostic by using dynamic bayesian networks. *Mechanical Systems* and Signal Processing, 28(0) :167 – 182, 2012. Interdisciplinary and Integration Aspects in Structural Health Monitoring.
- [103] Rosario Toscano. Commande et diagnostic des systèmes dynamiques : modélisation, analyse, commande par PID et par retour d'état, diagnostic. Ellipses, 2004.
- [104] G Vachtsevanos and P Wang. Fault prognosis using dynamic wavelet neural networks. In AUTOTESTCON Proceedings, 2001. IEEE Systems Readiness Technology Conference, pages 857–870. IEEE, 2001.
- [105] G.J. Vachtsevanos, F.L. Lewis, M. Roemer, A. Hess, and B. Wu. Intelligent fault diagnosis and prognosis for engineering systems. Wiley Online Library, 2006.
- [106] Phuc Do Van, A Voisin, E. Levrat, and B. Iung. Remaining useful life based maintenance decision making for deteriorating systems with both perfect and imperfect maintenance actions. In *Prognostics and Health Management (PHM)*, 2013 IEEE Conference on, pages 1–9, June 2013.
- [107] Rudolph Van Der Merwe, Arnaud Doucet, Nando De Freitas, and Eric Wan. The unscented particle filter. In NIPS, pages 584–590, 2000.
- [108] Adriaan Van Horenbeek, Philip Scarf, Cristiano Cavalcante, and Liliane Pintelon. On the use of predictive information in a joint maintenance and inventory policy. *status : accepted*, 2013.
- [109] JM Van Noortwijk. A survey of the application of gamma processes in maintenance. *Reliability Engineering & System Safety*, 94(1) :2–21, 2009.
- [110] J.M. van Noortwijk and H.E. Klatter. The use of lifetime distributions in bridge maintenance and replacement modelling. *Computers & Structures*, 82(13-14) :1091 – 1099, 2004. Advances in Probabilistic Mechanics and Structural Reliability.
- [111] Hongzhou Wang. A survey of maintenance policies of deteriorating systems. European Journal of Operational Research, 139(3):469 – 489, 2002.
- [112] Wenbin Wang. A two-stage prognosis model in condition based maintenance. European Journal of Operational Research, 182(3):1177 – 1187, 2007.

- [113] Wilson Q Wang, M Farid Golnaraghi, and Fathy Ismail. Prognosis of machine health condition using neuro-fuzzy systems. *Mechanical Systems and Signal Pro*cessing, 18(4):813–831, 2004.
- [114] Marcin Witczak. Fault Diagnosis and Fault-Tolerant Control Strategies for Non-Linear Systems. Springer, 2014.
- [115] Norme AFNOR NF X60-000. Maintenance industrielle fonction maintenance. Ed. Afnor, Paris, 2002.
- [116] W. Xian, B. Long, M. Li, and H. Wang. Prognostics of lithium-ion batteries based on the verhulst model, particle swarm optimization and particle filter. *Instrumentation and Measurement, IEEE Transactions on*, 63(1):2–17, 2014.
- [117] Jihong Yan, Jay Lee, and Muammer Koc. Predictive algorithm for machine degradation detection using logistic regression. In 5th International Conference on Managing Innovations in Manufacturing, volume 2001, pages 172–178. Milwaukee, Wisconisn, USA :[sn], 2002.
- [118] SK Yang. A condition-based failure-prediction and processing-scheme for preventive maintenance. *Reliability, IEEE Transactions on*, 52(3):373–383, 2003.
- [119] Ryad Zemouri, Daniel Racoceanu, and Noureddine Zerhouni. Réseaux de neurones récurrents à fonctions de base radiales : Rrfr : Application au pronostic. *Revue d'intelligence artificielle*, 16(3) :307–338, 2002.
- [120] Y.M. Zhang and J. Jiang. Active fault-tolerant control system against partial actuator failures. Control Theory and Applications, IEE Proceedings -, 149(1):95– 104, Jan 2002.
- [121] Youmin Zhang and Jin Jiang. Bibliographical review on reconfigurable faulttolerant control systems. Annual Reviews in Control, 32(2):229–252, 2008.
- [122] X Zhao, M Fouladirad, C Bérenguer, and Laurent Bordes. Condition-based inspection/replacement policies for non-monotone deteriorating systems with environmental covariates. *Reliability Engineering & System Safety*, 95(8):921 – 934, 2010.
- [123] JG Ziegler and NB Nichols. Optimum settings for automatic controllers. trans. ASME, 64(11), 1942.

## Danh Ngoc NGUYEN Doctorat : Optimisation et sûreté des systèmes

Année 2015

#### Contribution aux approches probabilistes pour le pronosti et la maintenance des systèmes contrôlés

Les systèmes de contrôle-commande jouent un rôle important dans le développement de la civilisation et de la technologie moderne. La perte d'efficacité de l'actionneur agissant sur le système est nocive dans le sens où elle modifie le comportement du système par rapport à celui qui est désiré. Cette thèse est une contribution au pronostic de la durée de vie rési-duelle (RUL) et à la maintenance des systèmes de contrôle-commande en boucle fermée avec des actionneurs soumis à dégradation. Dans une première contribution, un cadre de modélisation à l'aide d'un processus markovien déterministe par morceaux est considéré pour modéliser le comportement du système. Dans ce cadre, le comportement du système est représenté par des trajectoires dé-terministes qui sont intersectées par des sauts d'amplitude aléatoire se produisant à des instants aléatoires et modélisant le phénomène de dégradation discret de l'actionneur. La deuxième contribution est une méthode de pronostic de la RUL du système composée de deux étapes : estimation de la loi de probabilité de l'état du système à l'instant de pronostic par le filtre particulaire et calcul de la RUL qui nécessite l'estimation de la fiabilité du système à partir de cet instant. La troisième contribution correspond à la proposition d'une politique de maintenance à structure paramétrique permettant de prendre en compte dynamiquement les informations disponibles conjointement sur l'état et sur l'environnement courant du système et sous la contrainte de dates d'opportunité.

Mots clés : entretien, modèles mathématiques durée de vie (ingénierie) – fiabilité - Markov, processus de - prévision, théorie de la - Monte-Carlo, méthode de – commande automatique.

### Contribution to Probabilistic Approaches for Prognosis and Maintenance of Controlled System

The automatic control systems play an important role in the development of civilization and modern technology. The loss of effectiveness of the actuator acting on the system is harmful in the sense that it modifies the behavior of the system compared to that desired. This thesis is a contribution to the prognosis of the remaining useful life (RUL) and the maintenance of closed loop systems with actuators subjected to degradation. In the first contribution, a modeling framework with piecewise deterministic Markov process is considered in order to model the overall behavior of the system. In this context, the behavior of the system is represented by deterministic trajectories that are intersected by random size jumps occurring at random times and modeling the discrete degradation phenomenon of the actuator. The second contribution is a prognosis method of the system RUL which consists of two steps: the estimation of the probability distribution of the system state at the prognostic instant by particle filtering and the computation of the RUL which requires the estimation of the system reliability starting from the prognostic instant. The third contribution is the proposal of a parametric maintenance policy which dynamically take into account the available information on the state and on the current environment of the system and under the constraint of opportunity dates.

Keywords: maintenance, mathematical models service life (engineering) – reliability – Markov processes - prediction theory - Monte Carlo method - automatic control.