



HAL
open science

Etude de l'effet des hétérogénéités microstructurales sur la dispersion de la tenue en fatigue à grand nombre de cycles d'alliages d'aluminium de fonderie : passage de l'élément de volume à la structure

Driss El Khoukhi

► To cite this version:

Driss El Khoukhi. Etude de l'effet des hétérogénéités microstructurales sur la dispersion de la tenue en fatigue à grand nombre de cycles d'alliages d'aluminium de fonderie : passage de l'élément de volume à la structure. Mécanique des matériaux [physics.class-ph]. HESAM Université, 2020. Français. NNT : 2020HESAE037 . tel-03360114

HAL Id: tel-03360114

<https://theses.hal.science/tel-03360114>

Submitted on 30 Sep 2021

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

ÉCOLE DOCTORALE SCIENCES DES MÉTIERS DE L'INGÉNIEUR
[LAMPA – Campus d'Angers]

THÈSE

présentée par : **EL KHOUKHI DRISS**

soutenue le : **12 Octobre 2020**

pour obtenir le grade de : **Docteur d'HESAM Université**

préparée à : **École Nationale Supérieure d'Arts et Métiers**

Spécialité : **Mécanique-Matériaux**

Etude de l'effet des hétérogénéités microstructurales sur la dispersion de la tenue en fatigue à grand nombre de cycles d'alliages d'aluminium de fonderie : passage de l'élément de volume à la structure

THÈSE dirigée par :

M. FRANCK MOREL & M. NICOLAS SAINTIER

Encadrée par :

M. DANIEL BELLETT

Tuteur industriel :

M. PIERRE OSMOND

Jury

M. STEPHANE MEO, Professeur des Universités, Université de Tours

Mme NATHALIE LIMODIN, Chargé de recherche CNRS HDR, Ecole Centrale de Lille

M. FABIEN SZMYTKA, Maître de conférences HDR, ENSTA Saclay

M. HABIBOU MAITOURNAM, Professeur des Universités, ENSTA Saclay

M. DANIEL BELLETT, Ingénieur de recherche, AMVALOR, Centre d'Angers

M. FRANCK MOREL, Professeur des Universités, Arts et Métiers - Centre d'Angers

M. NICOLAS SAINTIER, Professeur des Universités, Arts et Métiers - Centre de Bordeaux

M. PIERRE OSMOND, Ingénieur-Docteur, Groupe PSA

M. VIET DUC LE, Ingénieur de recherche, AMVALOR, Centre d'Angers

Président

Rapporteur

Rapporteur

Examineur

Examineur

Examineur

Examineur

Examineur

Invité

**T
H
È
S
E**

Dédicaces

A ma très chère mère RABHA

A mon très cher père ABDELKRIM

Sources inépuisables de tendresse, de patience et de sacrifice. Vos prières et votre Bénédiction m'ont été d'un grand secours tout au long de ma vie. Vous avez été et vous serez toujours un exemple pour moi par vos qualités humaines, votre persévérance et votre perfectionnisme. Quoique je puisse dire et écrire, je ne pourrais exprimer ma grande affection et ma profonde reconnaissance. J'espère ne jamais vous décevoir, ni trahir votre confiance et vos sacrifices. Puisse Dieu tout puissant, vous préserver et vous accorder santé, longue vie et Bonheur.

A mes frères et sœurs, A mes neveux et nièces, A mes oncles et tantes

Il me serait difficile de vous citer tous, vous êtes dans mon cœur, affectueusement.

A la mémoire de ceux qui me sont chers et qui ne sont plus parmi nous

Que vous pouvez reposer en paix

**

A tous mes chers professeurs

Que ce travail soit pour vous un témoignage de mon respect et de mon affection

*

Remerciements

Mes premiers remerciements vont tout d'abord à mes encadrants, Franck MOREL, Nicolas SAINTIER, Daniel BELLETT, Pierre OSMOND ainsi qu'à Viet-Duc LE pour leur aide et leur accompagnement scientifique tout au long de ces années de recherche. Leurs connaissances scientifiques approfondies et leurs conseils m'ont permis d'orienter mes travaux et d'enrichir mes connaissances scientifiques. Je les remercie pour les encouragements, leurs disponibilités et l'intérêt constant qu'ils m'ont manifesté tout au long de ma thèse.

Mon grand respect s'adresse aussi à tous les membres de jury qui m'ont fait l'honneur de juger mon travail.

Je ne peux pas écrire ces remerciements sans penser à tous les membres du laboratoire LAMPA et I2M Ainsi que le centre R&D du Groupe PSA où j'ai accompli mes travaux de recherche. Je tiens également à remercier mes collègues du bureau pour l'ambiance et les beaux moments que nous avons passés ensemble ainsi que pour nos discussions sur mes travaux de thèse que j'ai eu un réel plaisir à échanger et à partager. Sans oublier les encouragements et le respect de mes étudiants au campus des Arts et Métiers de Angers, et de ma part je leurs souhaite une bonne continuité dans leurs cursus scolaire.

Je remercie mes amis de m'avoir apporté leur soutien moral et amical tout au long de mes journées en France. Je laisse les derniers mots pour ma famille au Maroc et aux USA, distante mais toujours présente ; merci pour votre soutien, pour m'avoir encouragé à partir en France et pour n'avoir jamais hésité à soutenir mes choix et mes ambitions.

"You must be the change you want to see in the world."

Mahatma Gandhi

It is paradoxical, yet true, to say, that the more we know, the more ignorant we become in the absolute sense, for it is only through enlightenment that we become conscious of our limitations. Precisely one of the most gratifying results of intellectual evolution is the continuous opening up of new and greater prospects.

Nikola Tesla

كَنْفَصِ الْقَادِرِينَ عَلَى التَّمَامِ

وَلَمْ أَرَ فِي عُيُوبِ النَّاسِ شَيْئاً

المتنبي

Liste des Figures

Figure 1: Vue de la face flamme d'une culasse, localisation des zones critiques en fatigue thermomécanique. -	1
Figure 2: Localisation des zones critiques en fatigue polycyclique.-----	1
Figure 3: Illustration des conditions d'essai sur culasse. Emplacement (a) de l'application de la force, (b) supports et (c) emplacement approximatif des zones critiques (Osmond et al. 2018). -----	3
Figure 4: (a) Tracé de contour du coefficient de danger (Cd). (b) - (c) Comparaison entre les emplacements prévus et expérimentaux des zones critiques de fatigue dans les culasses. b) Zones critiques où le coefficient de danger est supérieur à 90% de la valeur maximale. (d) Une surface typique de rupture par fatigue observée sur la culasse. Notez que la forme de la fissure est presque elliptique (Osmond et al. 2018). -----	3
Figure 5: Diagramme de phase du système Al-Si (Brahami 2018). -----	6
Figure 6: effet du type de procédé sur la tenue en fatigue de l'alliage A-356-T6 (Rosso 2005). -----	7
Figure 7: microstructure typique d'alliage Al-Si de fonderie (James M. Boileau and Allison 2001). -----	7
Figure 8: Propagation de fissure dans des alliages Al-Si-Mg contenant : (a) 1%Si; (b) 7%Si; (c) 13%Si (Lados 2004). -----	8
Figure 9: différents intermétalliques de Fe dans l'alliage Al-5Si-1Cu-0.5Mg-(Fe) (a) β -Al ₅ FeSi (b) α -Al ₈ Fe ₂ Si (c) π - Al ₈ FeMg ₃ Si ₆ -----	8
Figure 10: (a) pore de dégazage et (b) retassure dans un alliage d'aluminium de fonderie de type W319-T7 (Boileau and Allison 2001). -----	9
Figure 11: (a) Caractérisation de trois alliages d'aluminium de fonderie : taille équivalente en fonction de sphéricité (Buffière et al. 2001) (b) micrographie d'un 319 Sr-modifié alliage obtenu avec PMP montrant l'existence des pores gazeux et de type retassure (Q. G. Wang et al. 2006). -----	9
Figure 12 : Courbe de fatigue d'un alliage Al-Si de fonderie (Wang et al. 2006)-----	10
Figure 13 : Courbe de fatigue d'un alliage AlSi7Cu05Mg03 de fonderie (Bellett et Morel 2005) -----	10
Figure 14 : Courbes SN de trois alliages, A (AlSi7Cu05Mg03 - T7), B(AlSi7Mg03 - T7) et C similaire à la nuance B et avec un traitement CIC, sollicités en (a) traction, (b) traction-torsion combinées et (c) torsion pure pour un rapport de charge de (R=-1) (V. D. Le 2016). -----	11
Figure 15 : (a) Mécanisme de formation de bande de glissement persistante (Schijve. 2003) et (b) amorçage par formation de bandes de glissement persistante dans un alliage A356 qui a subi un traitement de Compression Isostatique à Chaud (Q. G. Wang et al. 2006).-----	11
Figure 16 : Mécanismes d'amorçage pour un alliage Al-Si avec traitement CIC pour des chargements de (a) traction, (b) traction-torsion combinées et (c) torsion (V. D. Le 2016). -----	12
Figure 17 : Exemple de pores critiques dans un alliage Al-Si-Mg de fonderie (Leitner et al. 2017) et (b) Amorçage d'une fissure de fatigue sur un pore dans un alliage d'aluminium (Lefebvre et al. 2004) -----	12
Figure 18 : Exemple de défaut critique dans un alliage Al-Si de fonderie pour différents chargement avec un rapport de charge (R=-1) ; (a) traction, (b) traction-torsion combinées et (c) torsion pure (Le 2016).-----	13
Figure 19 : micrographies (a) d'un oxide de type « old » et (b) d'un oxide de type « young » pour un alliage de la famille Al-Si-Mg par (Nayhumwa et al. 2001). -----	13
Figure 20 : Films d'oxyde observés dans les alliages d'aluminium de fonderie sur la surface de rupture (Q. G. Wang, Apelian, and Lados 2001). -----	13
Figure 21 : Amorçage de fissure de fatigue à partir d'une particule de Si-phase (a) et Fe-phase (b) (Leitner et al. 2017).-----	14
Figure 22 : Définition du paramètre de (Murakami 1991). -----	14
Figure 23 : (a) Variation de résistance à la fatigue à 10 ⁷ cycles (R=-1) en fonction de la taille des pores pour différents types de procédés de fonderie (Q. G. Wang et al. 2006), et (b) Evolution de la résistance à la fatigue	

en fonction de la taille de défaut (diamètre équivalent) pour différents alliages d'aluminium de fonderie (Redik et al. 2014).-----	15
Figure 24 : Diagramme de Kitagawa-Takahashi des alliages Al-Si pour un rapport de chargement de $R=-1$ (Romano et al. 2017).-----	15
Figure 25 : Localisation et taille du défaut menant à la rupture pour deux nuances d'un alliage Al-Si (Le, 2016).-----	16
Figure 26 : Diagramme de Kitagawa-Takahashi de l'alliage A357-T6 (Rotella 2017)-----	16
Figure 27 : Déformation plastique équivalente cumulée autour d'un défaut (taille 248 μm) pour différentes positions du pore par rapport à la surface libre, la valeur affichée correspond à la fin du dernier cycle de chargement (Rotella 2017; Rotella et al. 2020).-----	17
Figure 28 : Scan en tomographie des défauts de micro-retrait dans un alliage d'Al-Si de fonderie et localisation des zones de forte concentration de contrainte (Wicke et al. 2016).-----	17
Figure 29 : coefficient de concentration de contrainte selon différents angles de rotation dans le cas d'un pore gazeux (Nicoletto et al. 2012; Nicoletto et al. 2010).-----	18
Figure 30 : Equivalence inclusion-défaut-microfissure (Murakami 1991).-----	18
Figure 31 : Illustration de la méthode d'El Haddad (Berto et al. 2015).-----	20
Figure 32 : Allure générale d'une courbe S-N et dispersion associée.-----	21
Figure 33 : Dépendance de la résistance à la fatigue au rayon de l'éprouvette (Papadopoulos et Panoskaltsis 1996).-----	22
Figure 34 : Effet de volume en essai de flexion rotative sur acier en fonction du rayon des éprouvettes (Papadopoulos et Panoskaltsis 1996).-----	23
Figure 35 : Différents cas de structures et chargements présentant un gradient de contrainte -----	23
Figure 36 : Profil de contrainte dans le cas de chargement (a) en traction (b) en flexion rotative (c) résistance à la fatigue en fonction du rayon d'éprouvette pour les deux chargements (Luu et al.2014) (résultats de (Massonnet 1955), synthétisés par (Bastien 1999)).-----	24
Figure 37 : Schéma expliquant l'effet bénéfique du gradient de contrainte sur la tenue en fatigue.-----	25
Figure 38 : Résistance à la fatigue en fonction de volume le plus contraint relatif ($V\alpha/V_0$) (Aigner et al. 2019).-----	26
Figure 39 : Probabilité d'occurrence en taille des défauts critiques pour deux volumes d'éprouvettes V_0 et V_1 (Aigner et al. 2019).-----	26
Figure 40 : (a) et (b) géométrie des éprouvettes #2 et #3 et (c) et (d) Simulation numérique pour l'estimation du volume le plus contraint des éprouvettes, avec $V\#260\%V\#360\% \approx 2.58$ (Leitner et al. 2017).-----	27
Figure 41 : courbes SN pour une éprouvette #2 d'un volume plus grand que l'éprouvette #3 (Leitner et al. 2017).-----	27
Figure 42 : Illustration du volume le plus contraint dans une entaille (Thierry Palin-Luc 1996).-----	28
Figure 43 : Illustration de $V_{95\%}$ dans le cas d'éprouvette lisse en traction (Ai et al. 2019).-----	28
Figure 44 : Estimation du volume le plus contraint pour (a) un alliage contenant une forte densité de pores et (b) un alliage contenant une faible densité de pores.-----	29
Figure 45 : $V_{80\%}$ dans trois cas de figure ; (a) entaille aigüe avec fort gradient de contrainte et petit $V_{80\%}$, (b) entaille moins aigüe avec faible gradient de contrainte et $V_{80\%}$ de taille intermédiaire (c) éprouvette lisse sans gradient de contrainte et $V_{80\%}$ de taille importante.-----	31
Figure 46 : Exemple d'utilisation de la méthode de (Murakami 1991) dans la prédiction de la taille maximale de défaut contenu dans un volume donné (Osmond et al. 2018). En tenant compte de l'effet de surface (en couleur bleu) et sans tenir compte de l'effet de surface (couleur rouge).-----	34
Figure 47 : Exemple d'utilisation de la méthode de (L. Makkonen, Rabb, and Tikanmäki 2014) dans la prédiction de la taille maximale de défaut contenu dans un volume donné pour deux alliages d'aluminium de fonderie (Osmond et al. 2018)-----	35

Figure 48: Schéma de la démarche probabiliste basée sur la méthode du maillon le plus faible dans les travaux de (Romano et al. 2018).-----	36
Figure 49 : Prise en compte de l'effet de la distance à la surface (Romano et al. 2019)-----	37
Figure 50 : Calcul de la probabilité de défaillance par simulations MC: (a) schémas de la plaque avec un trou; (b) exemple de défauts échantillonnés dans une simulation; défauts critiques obtenus par 100 simulations avec (c) une faible contrainte appliquée et une densité de défauts élevée ou (d) une contrainte appliquée élevée et une faible densité de défauts (Romano et al. 2019).-----	37
Figure 51 : Schéma des pores de surface ($x/t \geq 1,6$) et internes ou en subsurface ($x/t < 1,6$) ; x représente la taille des pores (diamètre) et t la distance du centre des pores à la surface de l'échantillon (S). Le volume de l'échantillon est V. Pore A : pore de surface éloigné de la surface ($1,6 < x/t < 2,0$), pore B : pore de surface coupant la surface ($x/t > 2,0$), pore C : pore de surface tangent à la surface ($x/t = 2,0$), et pore D : pore intérieur ($x/t < 1,6$) (Yi et al. 2007).-----	38
Figure 52 : Graphes simulés de $q(x)$ en fonction de la taille des pores, x. Le terme d_c est la taille minimale des pores en dessous de laquelle les petits pores n'ont aucune chance d'amorcer une fissure dominante, (a) $q(x) > 0$ dans la gamme de taille de pore simulée (25 à 360 μm), ce qui signifie que tous les pores ont la possibilité d'amorcer une fissure dominante et (b) $q(x) = 0$, lorsque $x < d_c = 175 \mu\text{m}$, suggérant que seuls les pores de plus de 175 μm ont la possibilité d'amorcer une fissure dominante (Yi et al. 2007).-----	40
Figure 53 : Influence de la taille moyenne supposée des pores sur la résistance à la fatigue prévue, indiquant à la fois (a) la valeur moyenne et (b) l'écart type prévu obtenus en utilisant la simulation de Monte-Carlo pour trois populations de porosité différentes (Yi et al. 2007).-----	41
Figure 54 : Comparaison de la population de porosité générée à l'aide de simulations Monte-Carlo avec des mesures à la fois de métallographie (2-D) et de fractographie (3-D) pour l'alliage d'aluminium moulé W319 (Boileau 2001) : (a) temps de solidification 0,7 min, $\lambda_2 = 23 \mu\text{m}$; (b) temps de solidification 16,1 min, $\lambda_2 = 70 \mu\text{m}$; (λ_2 dans la légende des figures représente la valeur de SDAS) (Yi et al. 2007).-----	42
Figure 55 : Comparaison de la population de porosité estimé et celle mesurée expérimentalement.-----	42
Figure 56 : Confrontation expérience modélisation pour la prédiction de la résistance à la fatigue de différents alliages d'Al-Si de fonderie (Yi et al. 2007).-----	43
Figure 57: Procédé de moulage en coquille par gravité.-----	52
Figure 58: a) Grappe de coulée des plaques PMP permettant la coulée de 4 plaques simultanément, b) dimensions de plaque ainsi que positions de prélèvement d'éprouvettes.-----	53
Figure 59: Microstructure de l'alliage (a) A (AlSi7Cu05Mg03 - T7), (b) B (AlSi7Mg03 - T7) -----	53
Figure 60: Géométries des éprouvettes lisses-----	54
Figure 61: éprouvette entaillée pour un volume sollicité plus petit.-----	55
Figure 62: Estimation du volume le plus contraint pour les éprouvettes du volume V1. La barre d'échelle représente la contrainte normale en MPa, et les volume actifs sont représentés dans le Tableau 10.-----	55
Figure 63: Estimation du volume le plus contraint pour les éprouvettes du volume V2. La barre d'échelle représente la contrainte normale en MPa. Les volumes actifs sont représentés dans le Tableau 10.-----	55
Figure 64: Estimation du volume le plus contraint pour les éprouvettes du volume V2. La barre d'échelle représente la contrainte normale en MPa, et les volume actifs sont représentés dans le Tableau 10.-----	56
Figure 65: Estimation du volume le plus contraint pour les éprouvettes du volume VN1. La barre d'échelle représente la contrainte normale en MPa, et les volume actifs sont présentés au Tableau 10.-----	56
Figure 66: profils de gradient de contrainte (a) pour une éprouvette VN1 et (b) une éprouvette VN2.-----	57
Figure 67: (a) Machine de traction Vibrophore de type Rumul et boîtiers d'acquisition pour la mesure de déformation (b) jauges de déformation rosettes à 45° et (c) cellule de charge de 100 kN.-----	57
Figure 68: Modèle 3D de l'amarrage mécanique utilisé sur la machine de fatigue en traction-----	58
Figure 69: schéma de la procédure expérimentale par paliers-----	59

Figure 70: (a) Faciès de rupture d'une éprouvette testée montrant le site d'amorçage. (b) courbe de chute en fréquence obtenue pendant un essai de fatigue. -----	60
Figure 71: Eprouvette rompue -----	60
Figure 72: Synthèse du programme d'essai.-----	61
Figure 73: trois éprouvettes entaillées BVN2-14, BVN2-15 et BVN2-16 scannées <i>postem-mortem</i> .-----	61
Figure 74: Géométrie de l'éprouvette entaillée et de la zone scannée avec une hauteur de 8 mm -----	62
Figure 75: Etapes de traitements de données des scans obtenus en micro-tomographie RX -----	62
Figure 76: The microstructure of the investigated alloys (a) Alloy A (AlSi7Cu05Mg03 - T7) (b) Alloy B (AlSi7Mg03 - T7) and (c) Grain map showing grains for alloy A with Area (grain) of approximately $337 \pm 143 \mu\text{m}$. -----	72
Figure 77: Micro-tomography scans of the alloys (a) A alloy and (b) B alloy -----	73
Figure 78: Distributions of the defect size of the pores from the scanned specimens in Fig. 2 -----	74
Figure 79: Defect size as a function of the sphericity of the defects -----	74
Figure 80: Specimens for tensile fatigue tests -----	76
Figure 81: (a)The definition of the depth of a critical defect, and (b) Cumulative probability of the defect depths for the alloy A and B -----	77
Figure 82: Fatigue crack localization in the hour-glass shaped V1 specimens -----	77
Figure 83: AV1 specimen showing that the fatigue crack is not necessarily located in the center of the specimen -----	77
Figure 84: Highly Stressed Volume for (a) smooth specimens V1, V2 and V3 and (b) notched specimen-----	78
Figure 85: SN-Curves plotted in semi-Linear diagram for the batches AV1, AV2, BV1 and BV2 -----	79
Figure 86: Local stress amplitude at fatigue limit as function of critical volume for alloys A and B. -----	81
Figure 87: Nominal stress amplitude as function of critical volume for alloys A and B -----	82
Figure 88: Fatigue failure, specimen BV1-05, Sa= 55 MPa, Nf=919402 cycles, (a) Macroscopic view, detailed view of (b) surface pore and (c) internal pore.-----	82
Figure 89: Specimen with multiple crack initiation sites, specimen B-NV-04, Sa=45MPa, Nf=129663 cycles, crack initiation from a pore at surface (a) Macroscopic view, detailed view of (b) gas pore and (c) microshrinkage pore -----	83
Figure 90: behavior of crack initiation and propagation under different stress gradients (Thieulot-Laure 2008). -----	83
Figure 91: Crack initiation site with the combination of two mechanisms, specimen AV1-29, Sa=75 MPa, Nf=328135 cycles, crack initiation from an oxide at the surface and persistent slip band (PSB). -----	84
Figure 92: The presence of some sites with the combination of two mechanisms, crack initiation from persistent slip band (PSB) and pore near to the surface. -----	84
Figure 93: Other typical crack initiation mechanisms, (a) specimen AV1-44, Sa= 85 MPa, Nf= 545162 cycles, crack initiation from persistent slip band (PSB), (b) specimen AV2-17, Sa= 70 MPa, Nf= 441454 cycles, crack initiation from an oxide at the surface, (c) specimen AV1-43, Sa= 65 MPa, Nf= 1581225 cycles, crack initiation from pore at the surface. (d) specimen AVN2-04, Sa= 50 MPa, Nf= 1084107 cycles, crack initiation from an oxide at the surface. -----	84
Figure 94: The critical defect size as a function of the Fatigue Active Volume -----	85
Figure 95: Illustration of two distributions -----	86
Figure 96: Cumulative probabilities functions of the critical defects for the different tested volumes (a) for alloy A and (b) for alloy B-----	89
Figure 97 : Cumulative probabilities functions of the critical defects for the different fatigued volumes for alloy B -----	89
Figure 98: Critical defect sizes in $\sqrt{\text{area}}$ plotted on lognormal probability papers for alloy A. -----	91
Figure 99: Critical defect sizes in $\sqrt{\text{area}}$ plotted on lognormal probability papers for alloy B. -----	91

Figure 100: Fatigue strength in MPa plotted on lognormal probability papers for alloy A. -----	92
Figure 101: Fatigue strength in MPa plotted on lognormal probability papers for alloy B. -----	92
Figure 102: Kitagawa-Takahashi diagram for different batches (R=0.1) -----	94
Figure 103: Kitagawa-Takahashi diagram (R=0.1)-----	95
Figure 104: local fatigue resistance as a function of critical defect size (R=0.1)-----	95
Figure 105: Schematic representation of fatigue resistance as a function of the means of critical defect size for each batch-----	96
Figure 106: CT scans of the notched section of (a) specimen AVN1-05, and (b) specimen BVN1-05-----	96
Figure 107: The size of defects contained in the notched section and their location to the surface-----	97
Figure 108: The location of the encircled defect in Figure 28 -----	97
Figure 109: Fatigue failure, (a) specimen AVN1-05, Sa=70 MPa, Nf=1584002 cycles, crack initiation site with Area of 27 μm (b) specimen BVN1-05, Sa=45 MPa, Nf=777402 cycles and crack initiation from a pore at the surface with Area of 313 μm .-----	98
Figure 110: sample BVN1-05 (a) tomographic image and (b) its corresponding fractographic image -----	98
Figure 111: localization of the crack at the notch tip of the sample BVN2-15.-----	98
Figure 112: post-mortem tomographic analysis of the sample BVN2-15. -----	99
Figure 113: BVN2-15 Notch sample with crack initiation site after a total failure (a) is the macroscopic view, and (b) is the detailed view showing the critical defect. For this sample specimen, Sa=40 MPa and critical pore size $\sqrt{\text{Area}}$ of 232 μm . -----	99
Figure 114: Effect of loaded volume on the standard deviation of fatigue limit -----	99
Figure 115: A critical pore located at the surface of a specimen (El Khoukhi et al. 2019) -----	114
Figure 116: Fatigue failure surface for a specimen taken from cast aluminum alloy (AlSi7Mg03 - T7), has failed at Sa= 55 MPa and Nf=919402 cycles for a stress ratio R=0.1. (a) Macroscopic view, detailed view of (b) surface pore and (c) internal pore. It shows the importance of the position of a defect relative to the free surface, in terms of fatigue failure (El Khoukhi et al. 2019) -----	115
Figure 117: Two samples with the same defect density but with different defect patterns (a) clustering, and (b) random.-----	116
Figure 118: SEM fractography of 319-T7 specimens fatigued at the same maximum stress of 100 MPa but with different fatigue lives of (a) 413 495 and (b) 189 221 cycles (Jang et al. 2009)-----	116
Figure 119: Spatial Pattern categories (a) random process, (b) clustering (d) regular process.-----	118
Figure 120: schematization des three cases of J-Function, (a) regularity, (b) Poisson process and (c) clustering (Baddeley et al. 2015).-----	120
Figure 121: Representation of the steps used to construct Ripley's K function in 2D. -----	121
Figure 122: One-Tailed Test of Clustering. -----	123
Figure 123: Micro-tomography scans of (a) Alloy A and (b) Alloy B-----	125
Figure 124: The G Function: the different curves (a) in red correspond to the 4 scanned samples for alloy A and (b) in blue correspond to the 10 scanned samples for alloy -----	126
Figure 125: The F Function for (a) Alloy A and (b) Alloy B -----	126
Figure 126: The J-Function for Alloy A, and Alloy B and Poisson Process -----	127
Figure 127: Ripley's K-function for Alloy A, Alloy B and the Poisson Process-----	127
Figure 128: Residual K-Ripley functions of Alloy A, Alloy B and Poisson process.-----	128
Figure 129: An example of a CSR pattern with a certain degree of clustering (i.e. the red circles) that occurred fortuitously. -----	129
Figure 130: Principle of the sampling -----	130
Figure 131: Sampling Distribution of Z-values for Alloy A (in red), Alloy B (in blue) and Complete Spatial Randomness CSR (in yellow) -----	131

Figure 132: An example of defect positions generated following the CSR process. (a) The 3D defect positions and (b) the projection of the defect positions onto the XY plane.-----	132
Figure 133: The G-function for the theoretical and the numerical CSR process.-----	133
Figure 134: 3D defect positions for Alloy A. (a) The natural pattern obtained via a CT scan and (b) the numerically generated pattern -----	133
Figure 135: Projection of the defect positions onto the XY plane for Alloy A. (a) The natural pattern obtained via a CT scan, and (b) the numerically generated pattern-----	133
Figure 136: 3D defect positions for Alloy B. (a) The natural pattern obtained via a CT scan and (b) the numerically generated pattern -----	134
Figure 137: The projection of the defect positions onto the XY plane for (a) the natural pattern obtained via a CT scan and (b) the numerically generated pattern-----	134
Figure 138: The cumulative probability functions of the defect size in the studied alloys in Areaeq -----	135
Figure 139: An example of size and 3D spatial distributions for Alloy A (a) from a CT scan and (b) a numerically generated pattern. Both have height of $h=8$ mm and a radius of $r=3.5$ mm.-----	136
Figure 140: An example of size and spatial distributions for Alloy A projected onto the XY plane (a) from a CT scan and (b) a numerically generated patterns. Both have height of $h=8$ mm and a radius of $r=3.5$ mm.--	136
Figure 141: An example of size and 3D spatial positions of defects for Alloy B (a) from a CT scan and (b) numerically generated patterns. Both have height of $h=8$ mm and a radius of $r=3.5$ mm. -----	137
Figure 142: Spatial positions of defects projected onto the XY plane with associated defect size for Alloy B. (a) and (c) are examples of natural patterns, and (b) and (c) are examples of numerical patterns. -----	137
Figure 143: Spatial positions of defects projected onto the XY plane with their associated defect size for Alloy A, with (a) all scanned defects (larger than $18\ \mu\text{m}$), (b) only the defects larger than $30\ \mu\text{m}$. -----	138
Figure 144: Spatial positions of defects projected onto the XY plane with their associated defect size for Alloy B, with (a) all scanned defects (larger than $18\ \mu\text{m}$), (b) with only the defects larger than $30\ \mu\text{m}$.-----	138
Figure 145: The defects sizes distributions for the natural and numerical process for (a) Alloy A and (b) Alloy B -----	139
Figure 146 : Flow diagram for the proposed probabilistic approach showing the main steps used to predict the fatigue strength. -----	145
Figure 147: Example of synthetic material with diameter of 5 mm and height of 10 mm -----	146
Figure 148: The definition of the depth of a critical defect.-----	147
Figure 149: (a) Fatigue failure surface for a specimen taken from cast aluminum alloy (AlSi7Mg03 - T7), has failed at $S_a=55$ MPa, $N_f=919402$ cycles for a stress ratio $R=0.1$, (a) Macroscopic view, detailed view of (b) surface pore and (c) internal pore. The SEM observations clearly show that the smaller pore close to the surface is responsible for the fatigue failure, (d) representation of FAV in the smooth specimen. -----	147
Figure 150: definition of the Fatigue Active Volume (FAV) and the Highly Stressed Volume (HSV) in (a) case of notched samples, and (b) case of smooth samples.-----	148
Figure 151: Schematic representation of a numerical sample and its critical defect.-----	148
Figure 152: relationship between the critical defects and the fatigue strength-----	149
Figure 153: Diagram of Kitagawa-Takahashi for $R=0.1$ -----	149
Figure 154: Flow chart for the probabilistic determination of critical defect and fatigue strength distributions. The algorithm was implemented in Matlab.-----	150
Figure 155 : The two fictive defect size populations investigated -----	152
Figure 156 : Examples of numerical samples: (a) with population 1 and (b) with population 2.-----	152
Figure 157: The evolution of the critical defect size distributions for different sample radii for (a) Population 1 and (b) Population 2.-----	153
Figure 158: The evolution of the critical defect size as a function of the sample radius for (a) Population 1 and (b) Population 2. On each box, the central mark in red indicates the median, and the bottom and top edges of	

the box indicate the 25th and 75th percentiles, respectively, and the outliers are plotted individually using the '+' symbol. -----	153
Figure 159: The evolution of the fatigue strength distributions for different sample radii for (a) Population 1 and (b) Population 2. -----	154
Figure 160: The evolution of fatigue strength as a function of the radius of the sample for (a) Population 1 and (b) Population 2. -----	154
Figure 161: numerical cylindrical sample.-----	154
Figure 162: The evolution of fatigue strength as a function of the FAV for both populations. -----	155
Figure 163: The standard deviation of the fatigue strength as a function of the Fatigue Active Volume -----	156
Figure 164: The Kitagawa-Takahashi diagram with linear scales -----	156
Figure 165: An example of three numerical samples with the same volume but with different pore spatial densities -----	157
Figure 166: The critical defect size as a function of the pore spatial density and the FAV. The red dots show the calculated values from which the surface is interpolated.-----	158
Figure 167: The coefficient of variation (standard deviation/mean) of the critical defects as a function of the pore spatial density and the FAV -----	158
Figure 168: The fatigue strength as a function of the pore spatial density and the FAV -----	158
Figure 169: The coefficient of variation (standard deviation/mean) of the critical defects as a function of the pore spatial density and the FAV -----	159
Figure 170: The cumulative probability functions of the defect size distributions for (a) Alloy A and (b) Alloy B in terms of $Area_{eq}$.-----	161
Figure 171: The probability density functions of the defect size distributions for Alloy A. The red curve is the experimentally determined distribution and the green curve is the GEV distribution, and the blue one is for the alloy B. -----	161
Figure 172: Sample geometries investigated experimentally and numerically (dimensions in mm) -----	162
Figure 173: An example of a numerical sample for (a, c) Alloy A, Geometry “VN2-Notched specimen”, Label “AVN2”, and (b, d) Alloy B, Geometry “VN2-Notched specimen”, label “BVN2”. Dimensions are in μm . -162	162
Figure 174: An example of a numerical sample for (a, c) Alloy A, Geometry “V1-Small Volume”, Label “AV1”, and (b, d) Alloy B, Geometry “V1-Small Volume, Label “BV1”. Dimensions in μm .-----	163
Figure 175: An example of a numerical sample for (a, c) Alloy A, Geometry “V2-Reference Volume”, Label “AV2” and (b, d) Alloy B, Geometry “V2-Reference Volume”, Label “BV2” (Dimensions in μm) -----	164
Figure 176: An example of a numerical sample for (a, b) Alloy A, Geometry “V3-Large Samples”, Label “AV3” (dimensions in μm).-----	164
Figure 177: Comparison between the experimental data and the model predictions for AVN2-----	166
Figure 178: Comparison between the experimental data and the model predictions for AV1 -----	166
Figure 179: Comparison between the experimental data and the model predictions for AV2 -----	167
Figure 180: Comparison between the experimental data and the model predictions for AV3 -----	167
Figure 181: The average fatigue strength for the alloy A versus the Fatigue Active Volume for the different geometries investigated -----	168
Figure 182: The fatigue strength scatter for Alloy A versus the Fatigue Active Volume -----	168
Figure 183: Comparison between the experimental data and the model predictions for BVN2 -----	169
Figure 184: Comparison between the experimental data and the model predictions for BV1 -----	170
Figure 185: Comparison between the experimental data and the model predictions for BV2 -----	170
Figure 186: The average fatigue strength for the alloy B versus the Fatigue Active Volume for the different geometries investigated -----	171
Figure 187: Correlation between experimental and predicted average fatigue strength for both alloys -----	171

Figure 188: Comparison between the experimental average fatigue strength and the corresponding predicted values for Alloys A and B versus the Fatigue Active Volume. -----	172
Figure 189: Geometry of the sample ($r=2.5$ mm, $h=12$ mm and $\rho = 2$ mm ⁻³)-----	173
Figure 190: The predicted fatigue strength distributions for N=5 samples. The model has been repeated 5 times -----	173
Figure 191: The predicted fatigue strength distributions for N=30 samples. The model has been repeated 5 times -----	174
Figure 192: The predicted fatigue strength distributions for N=50 samples. The model has been repeated 5 times -----	174
Figure 193: The uncertainty in the estimation of the fatigue strength decreases as the number of samples increases -----	174
Figure 194: The uncertainty in the estimation of the standard deviation of the fatigue strength decreases as the number of samples increases-----	175
Figure A 195: Batch AVN2 -----	177
Figure A 196: Batch AV1 -----	178
Figure A 197: Batch AV2 -----	178
Figure A 198: Batch AV3 (12 samples)-----	179
Figure A 199: Batch BVN2 (1000 samples) -----	179
Figure A 200: Batch BV1 (11 samples)-----	180
Figure A 201: Batch BV1 (50 samples)-----	180
Figure A 202: Batch BV2 (12 samples)-----	181
Figure A 203: Batch BV2 (50 samples)-----	181
Figure A 204: Fatigue strength in MPa plotted on lognormal probability papers for alloy A (Experimental and Numerical).-----	182
Figure A 205: Critical defect size plotted on lognormal probability papers for alloy A (Experimental and Numerical).-----	182
Figure A 206: The average critical defect size for the alloy A versus the Fatigue Active Volume for the different geometries investigated (numerical and experimental). -----	183
Figure A 207: The standard deviation for the critical defect size for the alloy A versus the Fatigue Active Volume for the different geometries investigated (numerical and experimental). -----	183
Figure 208: Diagramme de Kitagawa-Takahashi linéaire-----	187
Figure 209 : Résultats de simulation pour la nuance A, avec la surface de réponse pour (a) la résistance, (b) l'écart type, (c) le coefficient de variation et (d) l'exposant de la loi de Weibull. -----	190
Figure 210 : Résultats de simulation pour la nuance B, avec la surface de réponse pour (a) la résistance, (b) l'écart type, (c) le coefficient de variation et (d) l'exposant de la loi de Weibull. -----	191
Figure 211: Flow diagram with main steps applied to predict fatigue strength and reliability of structures.---	193
Figure 212: Méthode de calcul semi-probabiliste en considérant un chargement constant. Pour le chargement (Cdmax), une éventuelle incorporation des coefficients de sécurités est possible. Pour plus de détails sur les méthode semi-fiabilistes voir (Bignonnet et al. 2016). -----	193
Figure A1. 213: Représentation des stades de propagation d'une fissure en fatigue selon (Miller et al. 1982). -----	196
Figure A1. 214: mécanismes d'amorçage et effet de la microstructure sur la propagation des fissures (a) une réplique pour la localisation d'amorçage, (b) image MEB montrant le rôle de microstructure dans l'amorçage et (c) une réplique indiquant l'effet de la microstructure sur la propagation de fissure (Mbuya and Reed 2014).197	197
Figure A1. 215: Données de propagation de fissures courtes pour toutes les fissures analysées dans l'alliage d'aluminium traité en CIC par rapport au matériau non traité ainsi que les données de croissance de fissures longues correspondantes. Le suivi est fait avec la méthode des répliques (Mbuya and Reed 2014).-----	198

Figure A1. 216: Données de propagation de fissures courtes et longues pour des fissures analysées dans l'alliage d'aluminium (Caton et al. 1999). -----	198
Figure A1. 217: Méthode de correction avec ΔK_{ouv} (a) schématisation de comportement des fissures courtes, et (b) schématisation de la loi de Paris pour les fissures courtes.-----	199
Figure A1. 218: Equivalence entre (a) une fissure s'amorçant à partir d'une inclusion (b) à partir d'un pore (Murakami 1991). -----	199
Figure A1. 219: (a) estimation de facteur d'intensité de contrainte pour des fissures surfaciques (b) estimation de l'aire effective du défaut (Murakami 1991). Le facteur de forme Y vaut 0.65 selon Murakami.-----	200
Figure A1. 220: Courbe de propagation des fissures courtes et longues pour un alliage d'Aluminium BSL65 (El Haddad et al. 1979)-----	200
Figure A1. 221: Image EBSD de la nuance A avant traitement (CIC) indiquant une Area (grain) = 337 ± 143 μm (Le 2016). -----	201
Figure A1. 222: (a) géométrie d'éprouvette de traction et (b) localisation du défaut artificiel.-----	201
Figure A1. 223 : étapes de préparation et d'introduction des défauts artificiels-----	202
Figure A1. 224: Exemple de défauts artificiels et sa caractérisation avec le profilomètre (a), (b), (c) et (d) sa représentation tridimensionnelle. -----	203
Figure A1. 225: (a) micro-perceuse et (b) le profilomètre -----	203
Figure A1. 226: Microscopie électronique à balayage et ces caractéristiques -----	203
Figure A1. 227: (a) vibrophore de type Rumul Test-Tronic et (b) vidéomicroscope.-----	204
Figure A1. 228: Courbe SN pour les essais avec défauts artificiels -----	205
Figure A1. 229: diagramme de Kitagawa-Takahashi pour des défauts artificiels et d'autres naturels. -----	206
Figure A1. 230: Amorçage de fissure niveau du défaut artificiel de l'éprouvette ES04-----	207
Figure A1. 231 : La forme du défaut artificiel après la rupture totale de l'éprouvette ES04 -----	207
Figure A1. 232: (a) schéma des positions des particules de silicium eutectiques autour d'un pore et (b) effet de ces particules sur l'amorçage de fissure (Buffière et al. 2001).-----	207
Figure A1. 233: Fissure amorcée à partir d'un défaut artificiel hémisphérique de diamètre 600 μm .-----	207
Figure A1. 234: Concentration de contrainte (contrainte équivalente de von Misès) au bord d'un défaut artificiel hémisphérique. -----	208
Figure A1. 235: forme de défaut artificiel -----	208
Figure A1. 236: Amorçage puis propagation à partir d'un défaut artificiel à la surface de l'éprouvette ES07	208
Figure A1. 237: Mécanisme d'amorçage d'une fissure de fatigue à partir d'une Bande de Glissement Persistante (Do 2013). -----	209
Figure A1. 238: Simulation par éléments finis sur une éprouvette avec un défaut numérique similaire à celui de la Figure A1. 235.-----	209
Figure A1. 239: images de suivi de fissures à différents nombres de cycles, les flèches indiquent le front de fissure.-----	210
Figure A1. 240: Cette image correspond à une chute de fréquence de -1 Hz et à un nombre de cycles Nf de 415939. Les flèches indiquent le front de fissure. -----	210
Figure A1. 241: localisation des deux fissures, à droite à gauche.-----	211
Figure A1. 242: Longueur en surface de la fissure en μm en fonction du nombre de cycles, N, fissure de droite et de gauche. -----	211
Figure A1. 243: Longueur de la fissure totale en surface en μm en fonction du nombre de cycles, N. On note que sur l'axe vertical on a noté '2a'. -----	211
Figure A1. 244: schématisation du front de fissure. -----	212
Figure A1. 245: Taille de fissure totale en aire en fonction de nombre de cycles, N. -----	212
Figure A1. 246: Vitesse de propagation de la fissure en fonction de facteur d'intensité de contrainte -----	214

Figure A1. 247: Longueur de fissure en surface et chute de la fréquence de résonance en fonction de nombre de cycles, N -----	214
Figure A1. 248: Corrélation entre la chute de fréquence de résonance de la machine et la longueur surfacique de la fissure. -----	215
Figure A1. 249: Effet de la microstructure sur la propagation des fissures courtes dans les alliages d'aluminium de fonderie. -----	215
Figure A1. 250: effet de la microstructure sur la propagation des fissures courtes, (a) effet des intermétalliques, et (b) des particules de Si sur la propagation de la fissure. -----	215
Figure A1. 251 : (a) la fissure principale bifurque en suivant deux zones eutectiques, (b) la fissure principale est déviée après la rencontre avec une particule de silicium. -----	216
Figure A1. 252: Effet de la microstructure dans la propagation des fissures pour l'éprouvette (ES-07) -----	216
Figure A1. 253: Image microscopique en MEB d'une fissure à un joint de grain entre grain 1 et grain 2. Elle montre des particules intermétalliques brisés (flèches rouges) (Serrano-Munoz et al. 2020) -----	216
Figure A1. 254 : la propagation de la fissure peut être facilitée par la présence des pores sur son chemin (a) image de la fissure et (b) zoom sur le pore. -----	217
Figure A1. 255: Faciès de rupture pour les défauts artificiels avec (a) forme hémisphérique, (b) forme non-hémisphérique et avant (d) et après (c) rupture totale. -----	217
Figure A1. 256: éprouvette Es-10 -----	220
Figure A1. 257: un zoom sur la fissure de l'éprouvette Es-10. -----	220
Figure A1. 258: éprouvette ES-01 -----	221
Figure A1. 259: un zoom pour l'éprouvette ES-01 -----	221
Figure A1. 260: un zoom pour l'éprouvette ES-01 -----	221
Figure A1. 261: un zoom sur la fissure de l'éprouvette Es-01. -----	222
Figure A1. 262: (a) fractographie après une rupture totale de l'éprouvette ES-01 et (b) un zoom. -----	223
Figure A1. 263: exemple d'un scan par profilomètre d'un défaut artificiel hémisphérique de diamètre de 100 μm . -----	223
Figure A2. 264: Représentation schématique de méthode (a) de Peterson (b) de Neuber -----	224
Figure A4. 265 : Dessin d'ensemble du montage -----	228
Figure A4. 266 : Maillage des éléments de montage -----	229
Figure A4. 267 : Vérification de résistance par calcul EF -----	229
Figure A4. 268 : Vérification de résistance par calcul EF. L'effort est transmis à l'éprouvette qui présente la contrainte maximale au niveau du sa zone de raccordement (zone de concentration de contrainte) -----	230

Liste des Tableaux

Tableau 1 : Illustration de la différence entre une structure et une éprouvette standard. (a) zone de concentration de contrainte au niveau de noyau de refroidissement, et (b) une éprouvette en traction montrant la zone fortement contrainte. -----	2
Tableau 2: comparaison entre les propriétés de quelques alliages d'Al-Si et d'autres alliages de fonderie -----	10
Tableau 3: limites d'endurance en flexion rotative et en traction-compression pour différents matériaux (R=-1) (Palin-Luc et Lasserre 2000)-----	24
Tableau 4: Approches pour la prise de l'effet de volume et de gradient de contrainte :-----	30
Tableau 5: Paramètres de la population de pores et volume sollicité utilisés dans la modélisation probabiliste.	41
Tableau 6: estimation des caractéristiques de la population de pores pour un alliage d'aluminium de fonderie W319 calculées en se basant sur des données métallographiques par (Boileau 2001) et Simulation de Monte-Carlo. -----	41
Tableau 7 : Composition chimique de l'alliage AlSi7Cu0.5Mg0.3-----	52
Tableau 8 : Composition chimique de l'alliage AlSi7Mg0.3 -----	53
Tableau 9: Propriétés des alliages d'aluminium de fonderie étudiés -----	54
Tableau 10: synthèse des lots et éprouvettes utilisées -----	57
Table 11 : Properties of the investigated cast Al-Si alloys-----	72
Table 12 : Characteristics of the defect distributions from scanned volumes of 363 mm ³ -----	74
Table 13 : Characteristics of the samples -----	78
Table 14: Summary of the results for Alloy A-----	80
Table 15: Summary of the results for Alloy B-----	80
Table 16: Statistics of fatigue initiation sites for HCF-----	85
Table 17: descriptors for magnitudes of $d = 0.01$ to 2.0 , as initially suggested by Cohen and expanded by Sawilowsky.-----	86
Table 18: Summarizes the results in terms of the defect distributions of the standard volumes-----	87
Table 19: Cohen "d" calculation -----	87
Table 18: evaluated probability functions-----	87
Table 19: Summary of the Goodness of Fit statistics for different distribution for the critical defects -----	88
Table 20: comparative analyses for statistical distribution models of fatigue strength -----	90
Table 21: summary of the parameters of the identified distributions for 95% confidence level-----	90
Table 22: One-tailed significance-----	123
Table 23: Properties of the investigated cast Al-Si alloys -----	124
Table 24: Summary of the numerical results for intensive sampling ($m=N$). -----	129
Table 25: Averages values for the alloys-----	130
Table 26: Summary of the numerical results for intensive and Non-intensive sampling ($m=N$) -----	131
Table 27: Summary of the intensive and non-intensive sampling -----	131
Table 28: The Goodness-Of-Fit of the defect size distribution for the studied alloys-----	135
Table 29: Parameters of the distribution chosen to model the defect size distributions -----	135
Table 30 : Characteristics of the used populations of defects -----	151
Table 31 : Properties of the investigated cast Al-Si alloys-----	160
Table 32: The characteristics of the samples used for the experimental work -----	165
Table 33: Summary of the model parameters and specimen geometries used to validate the proposed approach -----	165
Table 34: Summary of the results for Alloy A-----	167
Table 35: Summary of the results of Alloy B-----	170
Tableau 36: The parameters used for the sensitivity analysis of the number of samples, N-----	172

Tableau 37 : estimation du paramètre de forme ' γ ' de la loi de Weibull : -----	189
Tableau 38: Résultats de tenue à la fatigue pour les essais avec défauts artificiels -----	205
Tableau 39: Données de essais de fissuration des alliages d'aluminium de fonderie selon (Mbuya and Reed 2014)-----	213

Table des matières

INTRODUCTION GENERALE	1
1. REVUE BIBLIOGRAPHIQUE	6
1.1. Introduction	6
1.2. Comportement en fatigue des alliages Al-Si de fonderie	6
1.2.1. Les alliages d'aluminium-silicium de fonderie	6
1.2.2. Résistance en fatigue des alliages Al-Si de fonderie	10
1.3. Rôle des hétérogénéités microstructurales dans la tenue en fatigue	11
1.3.1. Mécanismes d'amorçage en absence des défauts	11
1.3.2. Mécanismes d'amorçage en présence des défauts	12
1.4. Rôle des caractéristiques du défaut dans l'amorçage des fissures en fatigue	14
1.4.1. Effet de la taille des pores.....	14
1.4.2. Effet de la position spatiale	15
1.4.3. Effet de la forme du défaut	17
1.4.4. Effet du type de défaut.....	18
1.4.5. Synthèse sur l'effet des hétérogénéités microstructurales en FGNC.....	19
1.5. Prise en compte de l'effet de la taille et de la position spatiale des pores	19
1.6. Les hétérogénéités microstructurales comme principale source de la dispersion.....	20
1.7. Passage de l'élément de volume à la structure	22
1.7.1. Combinaison des effets de gradient de contrainte et de volume.....	22
1.7.2. Effet de gradient de contrainte.....	23
1.7.3. Effet de volume	25
1.7.4. Prise en compte de l'effet de volume et de l'effet de gradient de contrainte	27
1.7.5. Synthèse sur la prise en compte des effets de volume et de gradient de contrainte	30
1.8. Approches probabilistes	31
1.8.1. Concept du maillon le plus faible.....	31
1.8.2. Méthodes expérimentales de prédiction des défauts extrêmes	33
1.8.3. Approches basées sur la méthode de Monte-Carlo.....	36
1.8.4. Synthèses sur les modèles probabilistes	43
1.9. Synthèse et conclusion du chapitre de l'Etat de l'art.....	44
Références	45
2. MATERIAUX ET METHODES EXPERIMENTALES.....	52

2.1. Introduction	52
2.2. Matériaux.....	52
2.3. Campagne d’essais mécaniques.....	54
2.3.1. Eprouvettes	54
2.3.2. Moyens des essais de fatigue.....	57
1.1.1. Choix de la procédure expérimentale d’estimation de la résistance et de la dispersion en fatigue	58
1.1.2. Programme d’essais de fatigue	60
1.1.3. Analyses en micro-tomographie.....	61
1.2. Conclusion.....	62
Références	63
3. PRESENTATION DES ARTICLES	65
4. ARTICLE 1: EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE SIZE EFFECT IN HIGH CYCLE FATIGUE: ROLE OF THE DEFECT POPULATION IN CAST ALUMINUM ALLOYS.....	68
3.1. Introduction	69
3.1.1. Context, introduction and objectives	69
3.2. Materials and experimental conditions.....	71
3.2.1. Mechanical and Material Properties	71
3.2.2. Porosity Analyses	73
3.2.3. Experimental conditions of the fatigue tests.....	75
3.2.4. Specimens geometry.....	75
3.2.5. Estimation of the Fatigue Active Volume “FAV”.....	76
3.3. Fatigue SN curves and effect of FAV.....	78
3.3.1. High cycle Fatigue S-N Curves.....	78
3.3.2. Statistical size effect	80
3.3.3. Crack initiation Mechanisms	82
3.3.4. First quantitative approach of size effect.....	86
3.4. Statistical Analysis of the critical defect and fatigue strength distributions.....	87
3.4.1. Statistics analyses of the defects.....	88
3.4.2. Statistics analyses of the fatigue strength.....	89
3.4.3. Cumulated probability function.....	91
3.5. Kitagawa-Takahashi diagram: defect size effect.....	93
3.6. Study of the notch effect.....	96
3.6.1. Post-mortem analyses	96
3.6.2. Crack initiation at the notch.....	97
3.7. Role of defect size population on scatter in fatigue strength.....	99
3.8. Conclusions	100

APPENDIX 1: SN CURVES	101
APPENDIX 2: STAIRCASE TABLES	102
References	108
5. ARTICLE 2: SPATIAL POINT PATTERNS METHODOLOGY FOR THE STUDY OF PORES 3D PATTERNING IN TWO CASTING ALUMINIUM ALLOYS	113
2.1. Introduction, context and objectives.....	114
2.2. Scope of the present work.....	117
2.3. Stat of Art, theory and definitions	117
2.3.1. The Poisson point process	119
2.3.2. Techniques based on distances to the Nearest-Neighbor (NN-distances)	119
2.3.3. The K-Ripley Function.....	120
2.3.4. Clark-Evans test.....	122
2.4. Materials – the investigated cast aluminum alloys	124
2.4.1. Porosity.....	125
2.5. Statistical pattern analyses	125
2.5.1. Techniques based on the distance to the Nearest-Neighbor (NN-distances).....	126
2.5.2. The K-Ripley Function.....	127
2.5.3. Clark-Evans test in 3D.....	128
2.6. Generation of synthetic microstructures	132
2.6.1. Spatial distribution of defects	132
2.6.2. Defect size distribution.....	134
2.6.3. Examples of synthetic microstructures and comparison with the natural ones	136
2.7. Conclusions and perspectives	139
References	139
6. ARTICLE 3: NUMERICAL INVESTIGATION OF THE SIZE EFFECT AND SCATTER IN HIGH CYCLE FATIGUE: ROLE OF THE DEFECT POPULATION IN CAST ALUMINUM ALLOYS 142	
6.1. Introduction	143
6.2. Proposed probabilistic approach.....	145
6.2.1. Porosity characterization	146
6.2.2. Generation of numerical synthetic materials	146
6.2.3. Extreme value analyses	147
2.1. Sensitivity analyses.....	151
2.1.1. Effect of the defect size distribution on the size effect and the scatter.....	151
2.1.2. The effect of the pore spatial density on the fatigue behavior.....	157
2.2. Application to two cast aluminum alloys	159
2.2.1. Materials	159

2.2.2. Validation	165
2.3. Discussion.....	175
2.4. Conclusions	176
APPENDIX: CRITICAL DEFECT AND FATIGUE STRENGTH DISTRIBUTIONS	177
References	183
7. CONCLUSION ET ANALYSE CRITIQUE DES RESULTATS.....	186
PERSPECTIVES	192
Références.....	194
ANNEXES	195
A1. SUIVI DE LA PROPAGATION DE FISSURE A PARTIR DE DEFAUTS ARTIFICIELS	195
A2. METHODES POUR LA PRISE EN COMPTE DU GRADIENT DE CONTRAINTE	224
A3. CARACTERISTIQUES DU TOMOGRAPHE DE GROUPE PSA	227
A4. CONCEPTION DU MONTAGE DE TRACTION.....	228

INTRODUCTION GENERALE

Contexte industriel

Les alliages d'aluminium de fonderie coulés par gravité sont largement utilisés dans l'industrie automobile avec différentes applications allant de la jante au carter moteur en passant par le triangle ou la culasse. Cette dernière, composant central du moteur thermique, est incontestablement un des éléments les plus complexes à dimensionner. En effet, suivant la zone considérée, elle est soumise à une grande variété de chargements mécaniques allant de situations rares de chocs pour les plus fortes intensités au fonctionnement nominal du moteur pour les plus petites amplitudes. Ces dernières, mêmes modestes, peuvent favoriser l'apparition de fissures et ainsi mener à la ruine fonctionnelle de la structure. Deux régimes de sollicitations sont usuellement rencontrés : celui de la fatigue oligo-cyclique à chaud sur la face flamme (Figure 1), et celui de la fatigue polycyclique (autrement dit fatigue à grand nombre de cycles-FGNC) dans des zones relativement froides proches de noyaux de refroidissement (Figure 2). Les travaux présentés dans le cadre de cette thèse portent sur ce second régime de sollicitation.

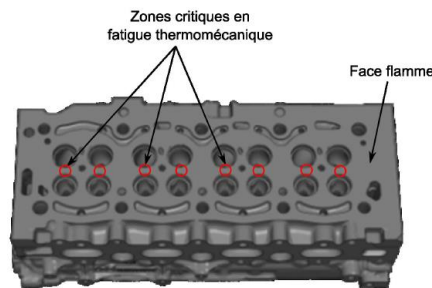


Figure 1: Vue de la face flamme d'une culasse, localisation des zones critiques en fatigue thermomécanique.

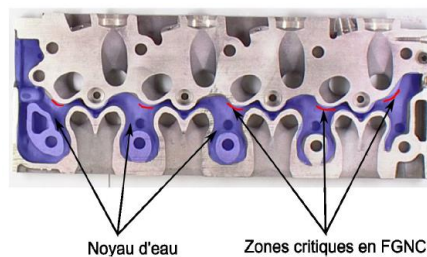


Figure 2: Localisation des zones critiques en fatigue polycyclique.

Depuis de nombreuses années, Groupe PSA prend part activement à la compréhension des mécanismes régissant le comportement en fatigue polycyclique multiaxiale des alliages d'aluminium de fonderie coulés gravité (Bellett et Morel, 2005 ; Koutiri, 2011 ; Le, 2016). Ces travaux ont participé à la compréhension des mécanismes d'endommagement des alliages d'aluminium de fonderie utilisés sur culasse sous sollicitations de fatigue polycyclique multiaxiale. L'analyse du rôle des défauts et du mode de sollicitation sur les mécanismes d'endommagement menée tout au long de ces études a permis une compréhension aboutie de leurs effets sur la résistance moyenne en fatigue polycyclique multiaxiale. Les essais sur composants, en situation représentative du fonctionnement moteur, montrent que le mécanisme d'amorçage des fissures dans ces zones critiques est similaire à celui observé sur les éprouvettes, à savoir des pores en subsurface dans la zone de fort chargement comme il a été montré par (Osmond et al. 2018a).

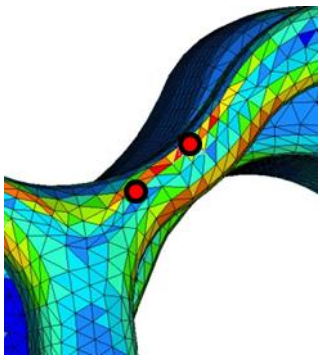

Sur cette base, une modélisation proposant de rendre compte de l'effet des défauts sur la résistance moyenne en fatigue polycyclique multiaxiale a été développée (Le, 2016). Cette approche offre globalement une bonne

description de l'effet des défauts, implicitement du type de procédé utilisé, sur la résistance moyenne et ouvre pour Groupe PSA un large champ d'application, de la délimitation du potentiel applicatif des différents procédés disponibles pour la fabrication des culasses à la spécification des défauts matières acceptables en production.

Problématique industrielle

Même si l'apport de ces travaux pour Groupe PSA est significatif, l'utilisation des critères proposés sur structure impose une certaine prudence. En effet, la pratique classique consiste à identifier les outils de dimensionnement à partir de caractérisations réalisées sur éprouvettes de laboratoire, de volume spécifique, sous des modes de chargements simples (traction, flexion, torsion). Pour autant, les sollicitations sur composant se révèlent bien souvent différentes de celles appliquées sur éprouvettes de laboratoire notamment en termes de volume de la zone critique (effet de volume) et d'homogénéité de la sollicitation en cette zone (gradient de contrainte) (voir Tableau 1). Ces effets de taille et de gradient de contrainte, notamment sur la résistance en fatigue, ont été largement mis en évidence dans la littérature (Phillips et Heywood, 1951 ; Moore et Morkovin, 1944 ; Saintier et al. 2013 ; Morel et Palin-Luc 2002).

Tableau 1 : Illustration de la différence entre une structure et une éprouvette standard. (a) zone de concentration de contrainte au niveau de noyau de refroidissement, et (b) une éprouvette en traction montrant la zone fortement contrainte.

	Structure (a)	Eprouvette en traction (b)
		
Volume sollicité (90% de la contrainte principale max et une sous couche de 500 µm)	10 mm ³	entre 70 et 150 mm ³
Gradient de Contrainte XVon Mises	1 mm ⁻¹	gradient de contrainte presque nul

Afin de maîtriser le risque en fatigue, Groupe PSA a largement recours aux essais sur composants (Figure 3), dans l'objectif de vérifier les niveaux de résistance estimés au calcul. En fonction des solutions matériaux et procédés, des écarts significatifs entre expérience et calcul peuvent apparaître, poussant ainsi à envisager la présence d'effets de volume et/ou de gradient de sollicitations.

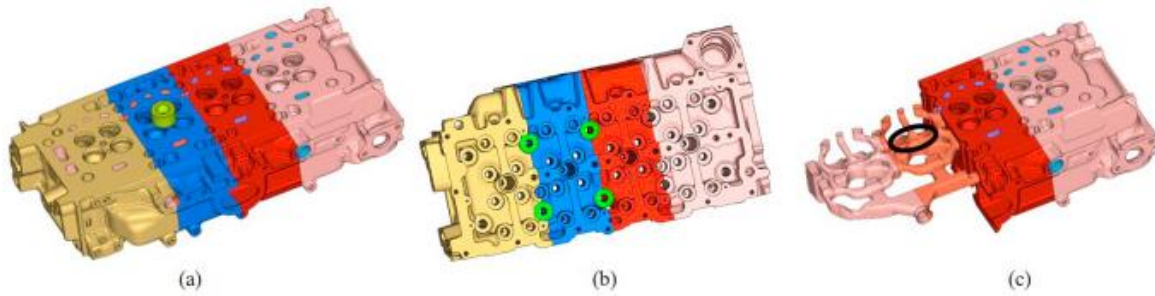


Figure 3: Illustration des conditions d'essai sur culasse. Emplacement (a) de l'application de la force, (b) supports et (c) emplacement approximatif des zones critiques (Osmond et al. 2018a).

Outre cette fonction de validation, ces essais sur composant sont aussi utilisés pour évaluer la dispersion de résistance, paramètre de première importance dans le processus de dimensionnement. En effet, Groupe PSA met en œuvre un dimensionnement fiabiliste afin d'assurer notamment un dimensionnement au juste nécessaire, ceci par la spécification d'un objectif de tenue quantifié par une probabilité de défaillance. La mise en œuvre de ces approches requière une bonne connaissance de la distribution de résistance. La forme de la distribution a une influence de premier ordre sur le niveau de fiabilité calculée et sur le contenu du plan de validation permettant de valider le niveau de tenue. Ainsi une connaissance précise de la distribution de résistance est de première importance. Or, de nombreuses difficultés sont liées à la prise en compte de cette distribution. Tout d'abord, le coût associé à la caractérisation de cette distribution, est important car implique de réaliser un grand nombre d'essais. Ensuite la mise en œuvre d'un protocole de caractérisation adapté, dont certains peuvent se révéler non pertinents pour l'estimation de la dispersion (Roué et al. 2020 ; Beaumont 2013), est délicate, notamment dans le cas où la ruine du composant ne peut être constaté qu'en fin d'essai. Enfin, les influences du matériau et du procédé sur la forme de la distribution de résistance sont mal connues et difficilement appréciables du fait des difficultés précédemment évoquées.

Devant ces difficultés, Groupe PSA postule une distribution de résistance de forme normale, associée à une dispersion de résistance de 10%, ceci quels que soient le composant, le procédé et le matériau. Même si le choix d'une distribution normale est relativement commun dans la littérature, il reste à prouver que celui-ci est le plus pertinent. En outre, la valeur de dispersion est choisie de manière conservatrice, en considérant le plus haut niveau obtenu sur l'ensemble des campagnes d'essais réalisées sur composants disponibles chez Groupe PSA, risquant ainsi dans certains cas, de surestimer de manière assez significative cette dispersion.

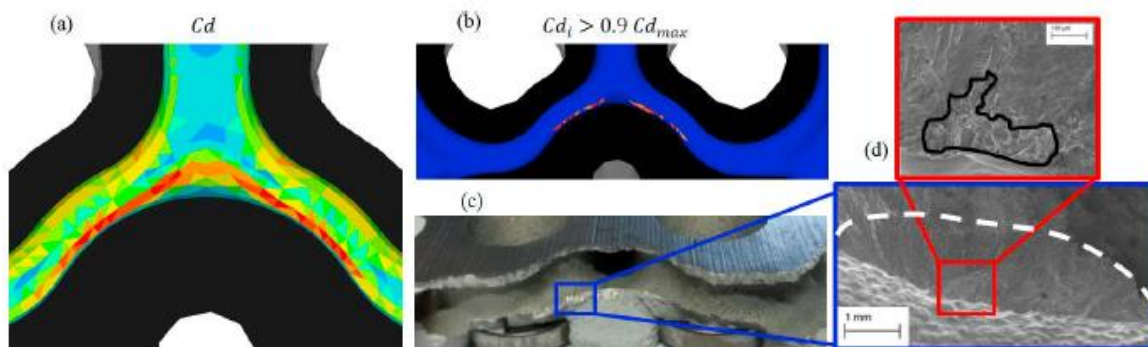


Figure 4: (a) Tracé de contour du coefficient de danger (C_d). (b) - (c) Comparaison entre les emplacements prévus et expérimentaux des zones critiques de fatigue dans les culasses. b) Zones critiques où le coefficient de danger est supérieur à 90% de la valeur maximale. (d) Une surface typique de rupture par fatigue observée sur la culasse. Notez que la forme de la fissure est presque elliptique (Osmond et al. 2018a).

Dans ce contexte, Groupe PSA souhaite disposer d'une meilleure connaissance des variabilités de résistance, des effets de volume et de gradient pour les différents procédés de coulée gravité utilisés, ceci en vue de consolider son processus de dimensionnement et assurer un transfert fiable des propriétés de l'élément de volume à la structure réelle. C'est dans ce cadre que s'inscrivent ces travaux de thèse.

Objectifs de la thèse

Plusieurs travaux ont été menés sur différents matériaux pour comprendre les effets de volume et du gradient de contrainte sur la résistance à la fatigue (Simone Romano et al. 2019 ; S. Romano et al. 2018 ; Phillips et Heywood, 1951; Moore et Morkovin, 1944 ; Saintier et al, 2013). En parallèle, un certain nombre d'étude a concerné la dispersion en résistance à la fatigue notamment pour les alliages d'aluminium de fonderie. L'ensemble de ces travaux montre que la population de défauts joue un rôle prédominant dans l'intensité de ces phénomènes (Castillo et al. 2006 ; Trantina 1981). Néanmoins, il n'existe pas encore de consensus général quant au rôle précis des caractéristiques de la population de défauts (distribution en taille et densité). Plus largement, l'analyse des effets de variabilité, de volume et de gradient, à l'aune des paramètres de la population de défauts telles que la taille moyenne, la densité des pores et leur dispersion respective semble relativement absente de la littérature.

L'objectif principal de cette thèse est ainsi de contribuer à une meilleure compréhension du rôle des caractéristiques de la population de défauts sur la variabilité de résistance, les effets de volume et de gradient, et permettre ainsi la mise en place d'une brique méthodologique applicable dans le cadre industriel de Groupe PSA. Les travaux seront conduits sur deux alliages d'aluminium de fonderie, élaborés au moyen de deux procédés de coulée gravité différents, modèle coquille et à modèle perdu (PMP), et permettant d'obtenir des populations de défauts de caractéristiques bien distinctes. L'évaluation de la distribution de résistance impose la réalisation d'un grand nombre d'essais ; un peu plus de 220 éprouvettes ont été testées, qui, combiné à une analyse quantitative systématique de la relation entre population de défauts et résistance, serviront de base à l'analyse du rôle des hétérogénéités microstructurales sur les effets de volume, de gradient de contrainte et la dispersion en limite d'endurance.

Ces travaux de thèse s'inscrivent dans le cadre d'un contrat CIFRE (Conventions Industrielles de Formation par la REcherche) de recherche partenariale entre le département de Recherche et développement de Groupe PSA (site Carrières-sous-Poissy), le LAMPA (Laboratoire Angevin de Mécanique, Procédés et innovAtion) et l'I2M – Institut de Mécanique et d'Ingénierie de Bordeaux.

Organisation de mémoire

Nous avons choisi de construire ce mémoire de thèse à partir de trois articles qui adressent trois problématiques distinctes associées aux objectifs de la thèse.

Le chapitre 1 est consacré à une analyse bibliographique sur l'effet des hétérogénéités microstructurales sur le comportement en fatigue des alliages d'aluminium de fonderie et les principaux phénomènes engendrés à savoir la dispersion en résistance à la fatigue, les effets de volume et de gradient de contrainte. Ce chapitre s'achève par la description de la démarche scientifique envisagée pour répondre à la problématique de la thèse.

Dans le chapitre 2, une caractérisation de la microstructure des matériaux étudiés est d'abord abordée. Puis, l'ensemble des dispositifs expérimentaux utilisés pour la campagne expérimentale est présenté. Enfin, une présentation est faite de la technique de micro-tomographie aux rayons X, utilisée à la fois pour caractériser la population des défauts et pour des analyses *post-mortem* afin de localiser les défauts conduisant à l'amorçage des fissures principales. Ce chapitre est suivi d'une partie présentant et introduisant les trois articles de cette thèse.

Le chapitre 4 correspond à un article. Il regroupe tous les résultats expérimentaux relatifs à l'étude de l'effet des hétérogénéités microstructurales sur la résistance à la fatigue, la dispersion et l'effet de volume.

Le chapitre 5 se présente sous la forme d'un article et concerne une analyse détaillée de la distribution spatiale des populations de défauts des matériaux étudiés. La théorie de *Point Process* est employée. Le but de ce chapitre est de décrire avec soin la distribution spatiale des pores afin de générer un matériau numérique similaire au matériau réel (en termes de population de défauts).

Le chapitre 6 est également rédigé sous forme d'un article. Il présente la démarche de modélisation probabiliste mise en place afin de modéliser l'effet des hétérogénéités microstructurales sur la résistance à la fatigue. Cette démarche est notamment utilisée pour comprendre l'effet des caractéristiques de la population des défauts (taille et densité des pores) sur la dispersion et l'effet de volume.

Le rapport de thèse s'achève par une partie d'analyse globale de tous les résultats et les conclusions soutirées (chapitre 7) suivis par des perspectives.

1. REVUE BIBLIOGRAPHIQUE

1.1. Introduction

Comme cette thèse porte sur le rôle des hétérogénéités microstructurales sur le comportement en FGNC des alliages d'aluminium-silicium de fonderie, le premier chapitre va principalement traiter des principaux travaux de la littérature portant sur les effets de volume, de gradient de contrainte et sur la dispersion dans ces matériaux. Les principales approches de modélisation probabiliste en fatigue sont également discutées et un cadre de modélisation adapté à notre cas d'étude est défini.

1.2. Comportement en fatigue des alliages Al-Si de fonderie

Avant de présenter le comportement en fatigue des alliages d'aluminium de fonderie, on va tout d'abord présenter cette catégorie de matériaux avec les principales hétérogénéités microstructurales associées.

1.2.1. Les alliages d'aluminium-silicium de fonderie

Ces alliages peuvent être scindés en deux familles ; les alliages Al-Si dits hypo-eutectiques contenant une teneur en Si inférieure à 12.2% en pourcentage massique et les alliages Al-Si dits hyper-eutectiques contenant plus 12.2% de Si [Figure 5]. Les différents éléments chimiques présents permettent une amélioration soit du procédé d'élaboration soit des propriétés mécaniques finales de la pièce :

- Si : le silicium est présent dans la majorité des alliages d'aluminium de fonderie. Sa principale caractéristique est d'améliorer la coulabilité du métal et, par conséquent, de limiter les risques de criques.
- Cu : l'ajout de cuivre permet un durcissement structural de l'alliage après traitement thermique. Il conduit à une augmentation de la limite d'élasticité et améliore l'usinabilité. Il diminue néanmoins la résistance à la corrosion et la coulabilité de l'alliage.
- Mg : l'ajout de magnésium permet un durcissement structural avec la formation de précipités binaires (de type Mg_2Si) ou quaternaires (de type $Q-Al_3Cu_2Mg_9Si_7$)

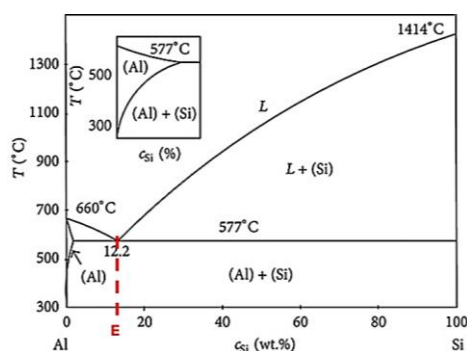


Figure 5: Diagramme de phase du système Al-Si (Brahmi 2018).

Différents **procédés de fonderie** peuvent être utilisés par la suite pour l'élaboration des pièces industrielles en alliages d'aluminium (Moule en coquille, moulage Modèle Perdu (PMP), moulage sous-pression...). Selon le couple Matériau-Procédé, différentes microstructures sont possibles. Elles ont un effet au premier ordre sur le comportement mécanique. (Rosso 2005) a étudié l'effet de différents procédés sur la tenue en fatigue de l'alliage A-356-T6. Les résultats sont présentés à la Figure 6.

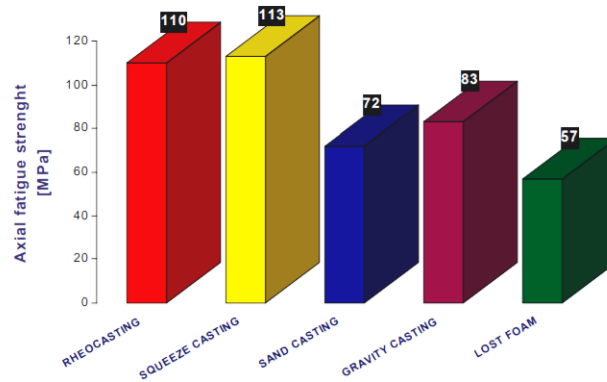


Figure 6: effet du type de procédé sur la tenue en fatigue de l'alliage A-356-T6 (Rosso 2005).

Après l'opération de coulée, des **traitements thermiques** peuvent être appliqués pour atteindre les propriétés mécaniques visées. Pour les alliages Al-Si-Mg-(Cu) les traitements thermiques les plus utilisées sont :

- Le traitement d'homogénéisation : le matériau est porté à une température relativement élevée pour la mise en solution des éléments durcissants.
- La trempe : le matériau est refroidi soudainement afin de piéger en solution les éléments durcissants.
- Le revenu : ce traitement est souvent appliqué au matériau à la suite de la trempe. Il permet une relaxation des contraintes résiduelles et également la formation des phases durcissantes permettant d'augmenter significativement les propriétés du matériau.

Suite à ces traitements thermiques, les alliages d'Al-Si auront une microstructure composée de nombreuses hétérogénéités qui peuvent impacter fortement les propriétés mécaniques de l'alliage. La Figure 7 présente une microstructure typique d'alliage Al-Si de fonderie.

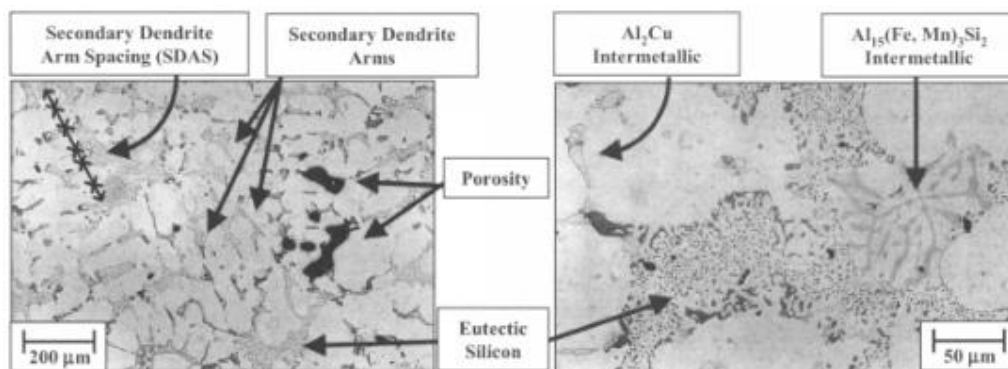


Figure 7: microstructure typique d'alliage Al-Si de fonderie (James M. Boileau and Allison 2001).

Ces microstructures sont souvent caractérisées par :

SDAS : les dendrites de phase α apparaissent au début de la solidification. Elles sont généralement décrites avec deux paramètres : la DAS (Dendrite Arm Spacing) qui représente la distance moyenne entre les bras primaires de dendrites et la SDAS (Secondary Dendrite Arm Spacing) qui est la distance entre les bras secondaires de dendrites. L'expérience montre que la taille de SDAS (Figure 7) est inversement proportionnelle à la vitesse de refroidissement, et montre également que le nombre de cycles à rupture en fonction du SDAS dans le cas des alliages où la rupture n'est pas due à la présence des pores. Pour le chargement uni-axial, qui est similaire à notre cas d'étude, (Q. G. Wang and Cáceres 1998) ont observé que dans l'intervalle de SDAS entre 30 et 60 μm , la limite de fatigue augmente avec la taille de SDAS. Dans l'intervalle de SDAS entre 60 à 80 μm , la limite

de fatigue diminue quand la SDAS augmente. D'après (Q. G. Wang and Cáceres 1998) la durée de vie en fatigue est optimale pour un SDAS d'environ 60 μm .

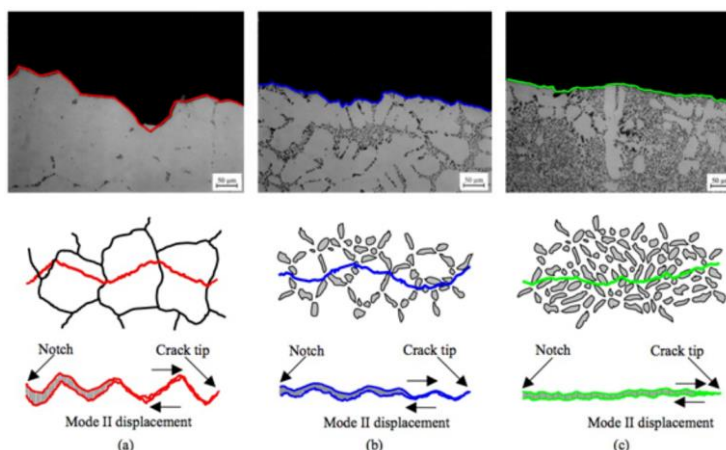


Figure 8: Propagation de fissure dans des alliages Al-Si-Mg contenant : (a) 1% Si; (b) 7% Si; (c) 13% Si (Lados 2004).

Particules de Si : la teneur en silicium modifie significativement la proportion et la taille des zones eutectiques et peut fortement affecter la tenue en fatigue des alliages d'aluminium de fonderie. Sur la Figure 8, plusieurs alliages caractérisés par une teneur en Si de 1, 7 et 13% présentent différents comportements en propagation de fissure. Le ΔK_{th} (seuil de propagation des fissures longues) est trouvé inversement proportionnel à la teneur massique en Si des alliages Al-Si (Lados 2004).

Intermétalliques : la présence de Fe, considéré comme une impureté dans les alliages Al-Si, conduit à des intermétalliques de formes et tailles variées. Le caractère fragile associé à une forte acuité se révèle néfaste pour les propriétés mécaniques monotones et en fatigue de ces alliages (J. A. Taylor 2012).

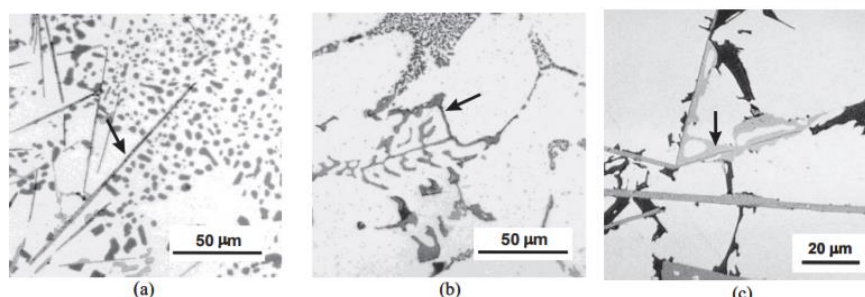


Figure 9: différents intermétalliques de Fe dans l'alliage Al-5Si-1Cu-0.5Mg-(Fe) (a) β -Al₅FeSi (b) α -Al₈Fe₂Si (c) π - Al₈FeMg₃Si₆

Porosité : La formation des pores est un phénomène toujours rencontré dans la production des pièces en fonderie. La fraction volumique ainsi que la taille des pores sont différentes d'un procédé de fonderie à un autre. Le processus de formation de ces pores est contrôlé par deux phénomènes physiques :

- Le dégazage de l'hydrogène qui provoque la formation des pores d'une morphologie plutôt régulière (pore de dégazage).
- Le micro-retrait au cours de la solidification donnant naissance à des pores d'une forme très tortueuse (retassure).

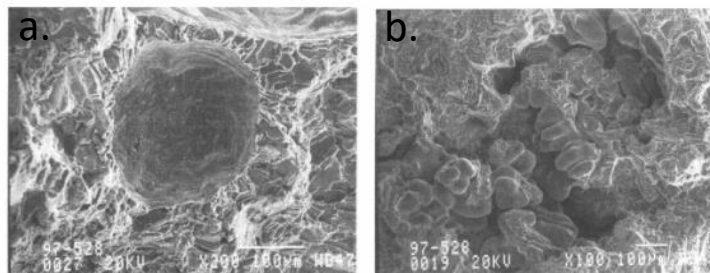


Figure 10: (a) pore de dégazage et (b) retassure dans un alliage d'aluminium de fonderie de type W319-T7 (Boileau and Allison 2001).

La taille et la forme du défaut sont généralement contrôlées par la vitesse de refroidissement. (Lashkari et al. 2009) ont conduit des analyses sur un alliage A356 en faisant varier le temps de solidification et de dégazage. Ils ont constaté, pour un temps de refroidissement élevé, que les pores ont des tailles plus grandes et des formes plus tortueuses.

La taille et la sphéricité S (définie par l'eq. I.1) sont deux paramètres couramment utilisés pour l'analyse des caractéristiques de pores géométriques. Dans le cas des défauts issus des analyses de micro-tomographie RX, l'expression suivante est souvent utilisée pour définir la sphéricité :

$$S = \frac{\pi^{1/3}(6V)^{2/3}}{A} \quad \text{eq. I. 1}$$

La sphéricité S est égale à 1 pour une sphère et inférieure à 1 pour des morphologies tortueuses.

Des travaux de caractérisation de la forme des défauts ont été menés par différents chercheurs (Buffière et al. 2001 ; Le 2016 ; Le et al. 2016). Les défauts internes ont été caractérisés et une corrélation entre la taille équivalente (définie comme le diamètre d'une sphère de même volume) et la sphéricité (eq. I. 1) a été identifiée (Buffière et al. 2001 ; Savelli et al. 2000) . Il a été montré que les pores présentent une forme tortueuse (faible sphéricité) lorsque leur taille augmente [Figure 11].

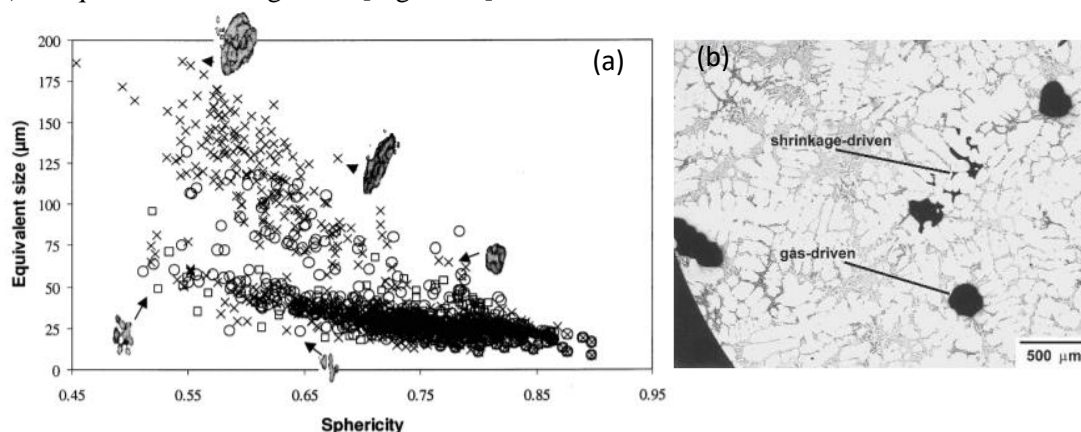


Figure 11: (a) Caractérisation de trois alliages d'aluminium de fonderie : taille équivalente en fonction de sphéricité (Buffière et al. 2001a) (b) micrographie d'un 319 Sr-modifié alliage obtenu avec PMP montrant l'existence des pores gazeux et de type retassure (Q. G. Wang et al. 2006).

Comme évoqué précédemment, les propriétés mécaniques des alliages d'aluminium de fonderie sont étroitement liées à la microstructure résultat du triplet Alliage-Procédé-Traitement thermique. Le Tableau 2 donne quelques propriétés de différents alliages d'Al-Si en comparaison avec d'autres alliages de fonderie.

Tableau 2: comparaison entre les propriétés de quelques alliages d'Al-Si et d'autres alliages de fonderie

Matériau	Contrainte à rupture (R _m), MPa	Masse volumique (ρ), Kg/m ³	Résistance spécifique (R _m /ρ), m ² /s ²
Al-7%Si, T6	210	2685	0.09
Al-5%SiCu, T6	310	2690	0.12
Al-9%Si, T6	240	2650	0.10
Fonte grise	380	7100	0.05
Fonte à graphite sphéroïdal	650	7850	0.08

Comme on peut le constater au Tableau 2, ces alliages présentent une résistance spécifique plus élevée que celle d'autres matériaux. Ils sont connus par les caractéristiques suivantes :

- Alliages traitables thermiquement pour moulage au sable, en coquille ou sous pression.
- Fluidité excellente due à la présence de Si comme élément d'alliage qui est un élément chimique intéressant pour la coulabilité.
- Résistance élevée ; en particulier, quelques alliages présentent une résistance à la fatigue élevée.
- Un rapport résistance/poids élevé (résistance spécifique).

Ces alliages sont d'excellents candidats pour des applications typiques automobiles (culasses, pistons, pompes). Dans ces applications, les pièces sont souvent sollicitées en fatigue. Dans la suite de ce chapitre on va présenter le comportement typique en fatigue de ces alliages.

1.2.2. Résistance en fatigue des alliages Al-Si de fonderie

La caractérisation des matériaux en fatigue à grand nombre de cycles consiste à soumettre une éprouvette à des efforts cycliques d'amplitude Σ_a et à relever le nombre de cycles à rupture de l'éprouvette N_f . Ces essais se font avec un certain nombre d'éprouvettes et les résultats se reportent dans un plan (Σ_a , N_f). Cette représentation, valable pour un niveau de contrainte moyenne Σ_m fixé, permet le tracé d'une courbe appelée courbe de Wöhler.

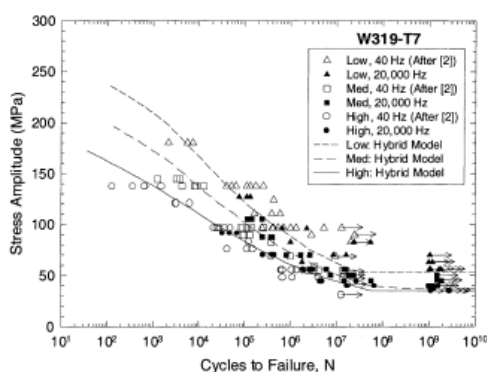


Figure 12 : Courbe de fatigue d'un alliage Al-Si de fonderie (Wang et al. 2006)

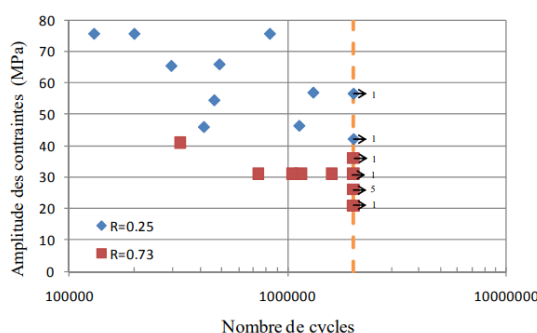


Figure 13 : Courbe de fatigue d'un alliage AlSi7Cu05Mg03 de fonderie (Bellett et Morel 2005)

Sur les Figure 14, des essais de fatigue sur des alliages similaires à ceux utilisés dans notre étude sous différents chargements sont présentés à partir des travaux de (V. D. Le 2016b). La différence en comportement est due à la différence en microstructure. L'auteur a pu identifier le rôle de différentes hétérogénéités microstructurales (pores, SDAS, ...) sur le comportement en fatigue sous différents modes de chargement. On peut constater également une grande dispersion dans les résultats de fatigue pour ces alliages.

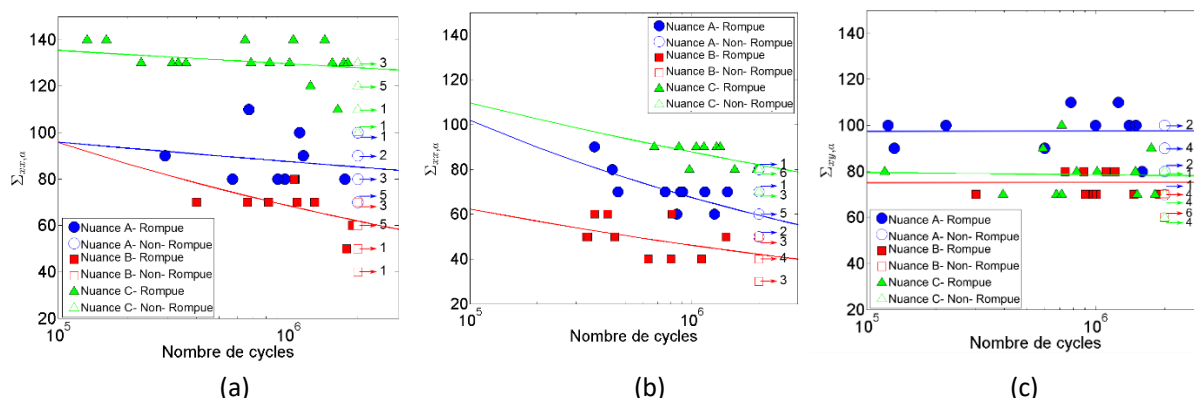


Figure 14 : Courbes SN de trois alliages, A (AlSi7Cu05Mg03 - T7), B (AlSi7Mg03 - T7) et C similaire à la nuance B et avec un traitement CIC, sollicités en (a) traction, (b) traction-torsion combinées et (c) torsion pure pour un rapport de charge de (R=-1) (V. D. Le 2016b).

Dans la suite on va s'intéresser au rôle spécifique des différentes hétérogénéités microstructurales dans le comportement en fatigue.

1.3. Rôle des hétérogénéités microstructurales dans la tenue en fatigue

Les hétérogénéités microstructurales constituent la plupart du temps des sites préférentiels pour l'amorçage des fissures en fatigue. Généralement, l'amorçage en fatigue se fait selon deux mécanismes :

1.3.1. Mécanismes d'amorçage en absence des défauts

- Par microdéformation plastique** : en général, en absence des défauts, sous chargement de fatigue, l'application d'une contrainte de cisaillement entraîne le mouvement de dislocations sur des systèmes de glissement cristallographiques au sein des différents grains constitutifs du matériau. Dans le cas particulier d'un grain débouchant à la surface, si le vecteur de Burgers du système actif pointe vers la surface, le glissement des dislocations dans ce grain va provoquer l'apparition de marches à la surface par le mécanisme d'intrusion/extrusion. Les bandes de glissement créées constituent souvent des sites privilégiés d'amorçage des microfissures.

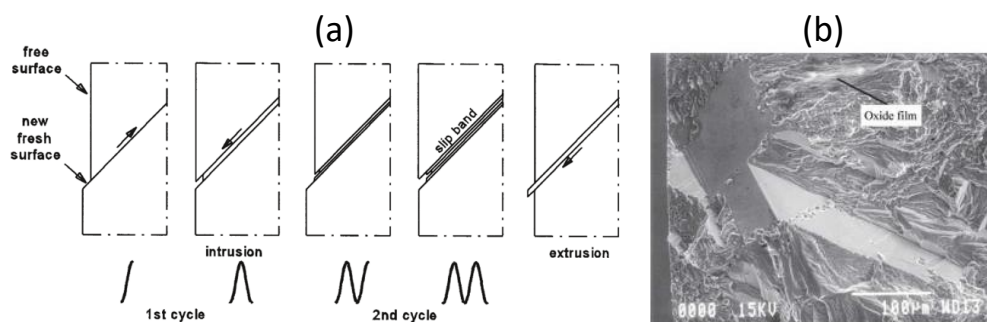


Figure 15 : (a) Mécanisme de formation de bande de glissement persistante (Schijve. 2003) et (b) amorçage par formation de bandes de glissement persistante dans un alliage A356 qui a subi un traitement de Compression Isostatique à Chaud (Q. G. Wang et al. 2006).

Pour les alliages d'Al-Si sans pore, (V. D. Le 2016b) a montré que le mécanisme d'endommagement dominant dans la FGNC est l'amorçage de fissure au sein de la matrice d'aluminium. Pour le chargement de torsion, l'orientation cristallographique et le taux de durcissement par précipitation sont les facteurs définissant dans quel grain et à quel niveau de contrainte se forment les BGP. En particulier, l'ajout de cuivre améliore la résistance en fatigue en torsion. Les particules de Si semblent favoriser la formation des BGP et ceci si la condition précédente relative à l'orientation cristallographique (facteur de Schmidt élevé) est satisfaite. L'auteur a également observé un rôle plus marqué des particules de silicium et des intermétalliques pour le chargement uni-axial à $R=0.1$.

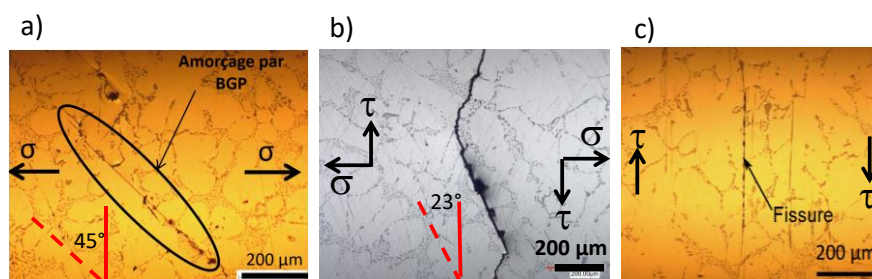


Figure 16 : Mécanismes d'amorçage pour un alliage Al-Si avec traitement CIC pour des chargements de (a) traction, (b) traction-torsion combinées et (c) torsion (V. D. Le 2016b).

Les travaux de (V. D. Le 2016b) sur un alliage sans défaut grâce à un traitement CIC ont permis de mettre en évidence les mécanismes d'amorçage en absence de porosité. La Figure 16 montre des bandes de glissement à l'origine de fissures pour différents modes de chargement.

1.3.2. Mécanismes d'amorçage en présence des défauts

Ce mécanisme est le plus souvent observé dans les matériaux à défauts. Le défaut peut être un pore, une inclusion ou un film d'oxyde. La géométrie locale du défaut conduit à une augmentation de la contrainte locale et donc facilite l'amorçage de la fissure :

- **Amorçage à partir d'un pore** : les pores jouent un rôle majeur dans l'amorçage de fissure pour les chargements uni-axiaux (Rotella 2017 ; Buffière et al. 2001). La forte tortuosité ainsi que la présence des particules eutectiques entraînent l'amorçage rapide de fissures à partir de pores. L'expérience montre que les pores les plus critiques sont ceux proches à la surface libre (Le 2016; Osmond et al. 2018 ; Savelli, Buffière, and Fougères 2000 ; Rotella 2017 ; Savelli, Buffière, and Fougères 2000). Les pores sont issus du procédé de fabrication (fonderie, fabrication additive...). On note que, sous l'effet de l'environnement, pendant la vie en service des structures, des piqûres peuvent apparaître, qui sont particulièrement caractéristiques de l'aluminium et des alliages d'aluminium à cause de la présence d'un film protecteur. C'est une forme localisée de corrosion par laquelle des cavités sont produites sur la surface du matériau.

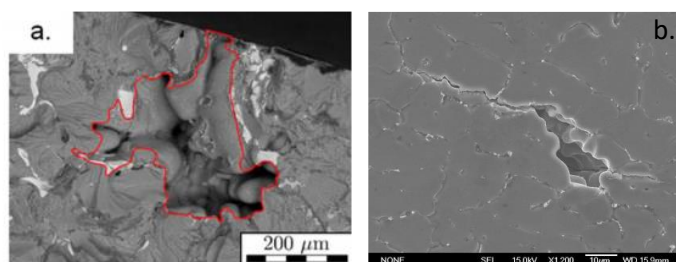


Figure 17 : Exemple de pores critiques dans un alliage Al-Si-Mg de fonderie (Leitner et al. 2017) et (b) Amorçage d'une fissure de fatigue sur un pore dans un alliage d'aluminium (Frédéric Lefebvre et al. 2004)

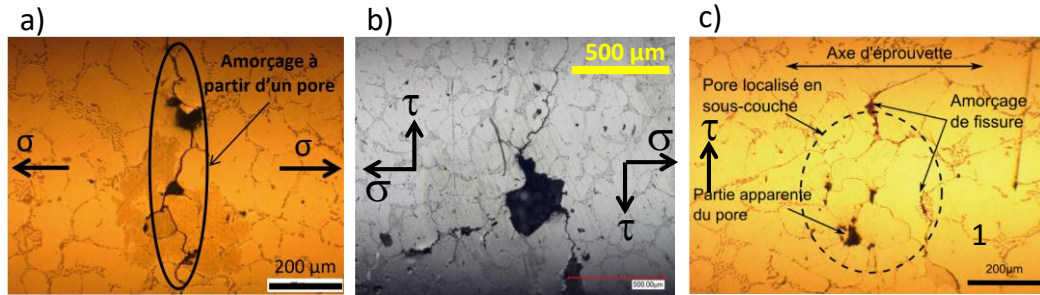


Figure 18 : Exemple de défaut critique dans un alliage Al-Si de fonderie pour différents chargement avec un rapport de charge ($R=-1$) ; (a) traction, (b) traction-torsion combinées et (c) torsion pure (Le 2016).

La Figure 18 présente le rôle des porosités de type retassure pour différents chargements. Selon (Le 2016), on constate :

- Une influence plus faible de la porosité pour le chargement de torsion.
 - Un comportement en fatigue à caractère « quasi-fragile » pour les nuances avec pores
 - Un comportement en fatigue à caractère « ductile » pour la nuance sans pore
- **Amorçage à partir d'un film d'oxyde** : tout d'abord on rappelle que les défauts de type oxyde peuvent se classer comme « old » Figure 19 (a), qui se forment avant la coulée, ou « young » Figure 19 (b), qui se forment pendant la coulée. En général, les oxydes de type « old » ont un aspect « mince » et les oxydes de type « young » ont un aspect plutôt « épais » [Figure 19].

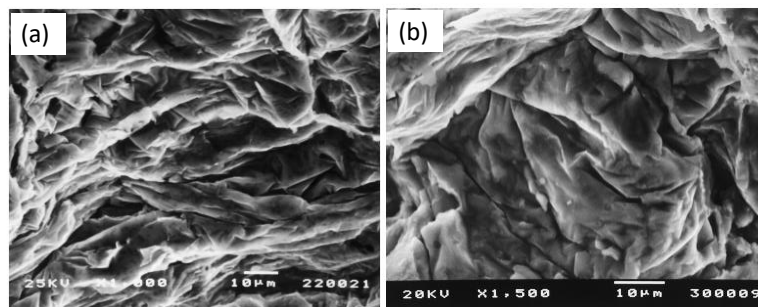


Figure 19 : micrographies (a) d'un oxyde de type « old » et (b) d'un oxyde de type « young » pour un alliage de la famille Al-Si-Mg par (Nayhumwa et al. 2001).

Des chercheurs ont montré l'effet négatif de la présence d'un film d'oxyde sur la tenue en fatigue (Q. G. Wang et al. 2006). En effet, en l'absence de pores, cet élément est à l'origine de l'amorçage de fissure et réduit de manière significative la durée de vie des matériaux (d'un facteur 7) par rapport aux alliages sans film d'oxyde.

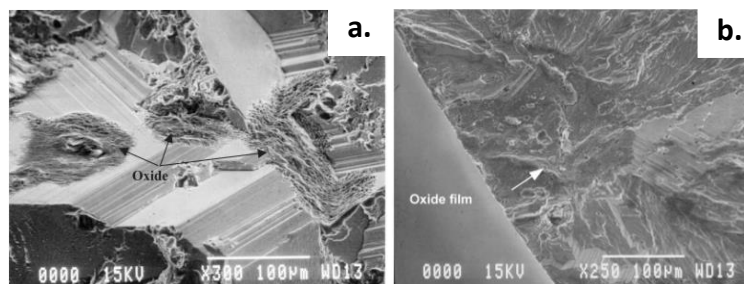


Figure 20 : Films d'oxyde observés dans les alliages d'aluminium de fonderie sur la surface de rupture (Q. G. Wang, Apelian, and Lados 2001).

- **Amorçage d'une fissure à partir d'une particule ou d'une inclusion** : l'expérience montre que dans le cas des matériaux sans pore, la présence des particules ou d'inclusions peut constituer la cause d'amorçage des fissures de fatigue [Figure 21].

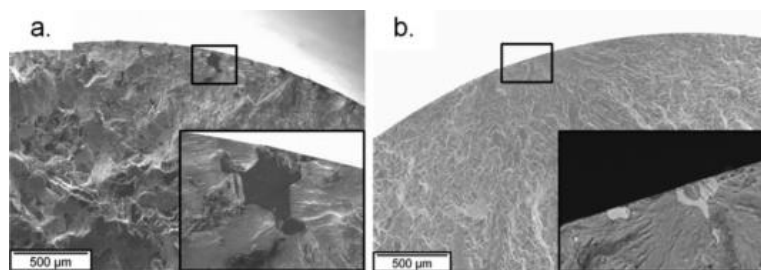


Figure 21 : Amorçage de fissure de fatigue à partir d'une particule de Si-phase (a) et Fe-phase (b) (Leitner et al. 2017).

Dans cette thèse, les alliages étudiés sont deux alliages d'aluminium de fonderie coulée gravité par deux procédés différents : moulage coquille et moulage à modèle perdu. Les travaux précédant menés sur ces matériaux (Le 2016; Koutiri, 2011; Bellett et Morel 2005) ont montré que la présence de pores était quasi systématique. Le mécanisme d'amorçage à partir des pores constitue alors le mécanisme prépondérant (Le 2016; Koutiri, 2011), avec une influence significative des propriétés de la porosité. Cette dernière peut être caractérisée par son type, sa taille, sa typologie et sa morphologie. Dans la suite, on s'intéresse au rôle de ces caractéristiques dans l'amorçage des fissures en fatigue.

1.4. Rôle des caractéristiques du défaut dans l'amorçage des fissures en fatigue

1.4.1. Effet de la taille des pores

Les travaux de (Murakami 1991) ont permis de définir un paramètre qui traduit l'effet de taille de pore sur la résistance à la fatigue. Il est défini comme la racine carrée de l'aire de la projection du défaut sur un plan perpendiculaire à la contrainte principale maximale (Figure 22).

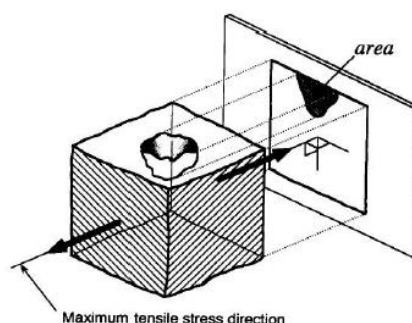


Figure 22 : Définition du paramètre de (Murakami 1991).

Plusieurs travaux de la littérature sur des alliages d'aluminium de fonderie ont permis de montrer l'effet de la taille des pores sur la résistance à la fatigue. Les résultats de (Wang et al. 2006 ; Redik et al. 2014) montrent une forte dépendance de la résistance en fatigue à la taille des pores pour des alliages de fonderie de la famille Al-Si [Figure 23].

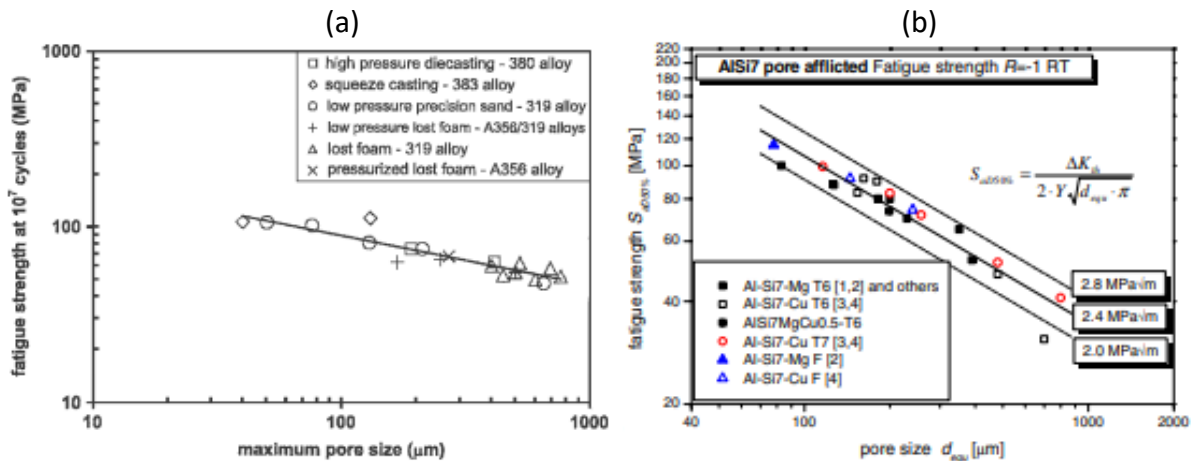


Figure 23 : (a) Variation de résistance à la fatigue à 10^7 cycles ($R=-1$) en fonction de la taille des pores pour différents types de procédés de fonderie (Q. G. Wang et al. 2006), et (b) Evolution de la résistance à la fatigue en fonction de la taille de défaut (diamètre équivalent) pour différents alliages d'aluminium de fonderie (Redik et al. 2014).

Dans les travaux de (Savelli et al. 2000 ; Buffière et al. 2001 ; McDowell et al. 2003 ; Koutiri 2011), l'effet néfaste des pores sur la tenue en fatigue est clairement montré. Pour les alliages avec pores, les fissures de fatigue s'amorcent souvent au niveau des pores proches de la surface et la résistance à la fatigue diminue en fonction de la taille de pore. (Beretta et Romano 2017) montrent que la pente de $-1/6$ est observée dans le cas de ces alliages mettant en évidence un comportement lié aux fissures courtes pour les défauts d'une taille inférieure à 1 mm (Figure 24).

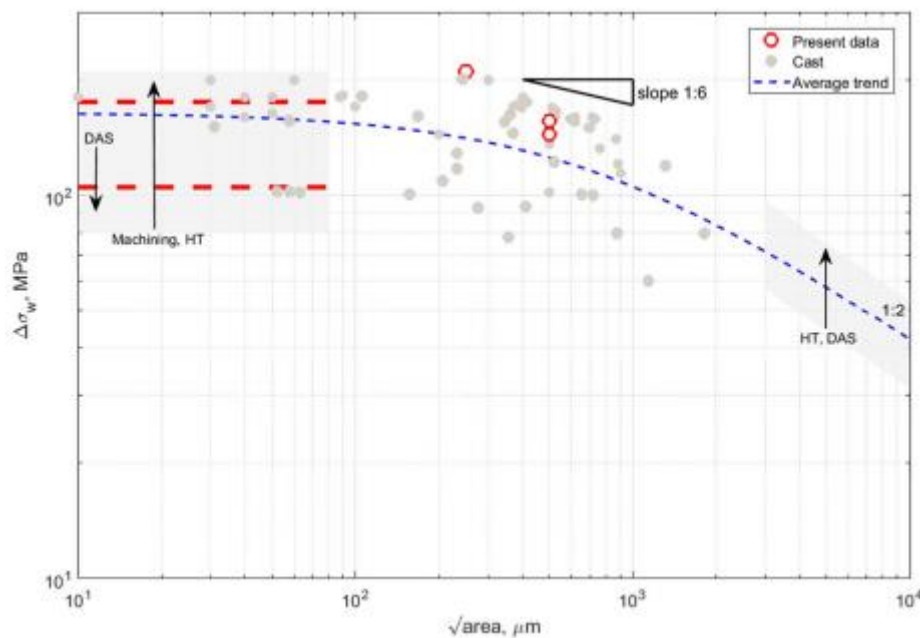


Figure 24 : Diagramme de Kitagawa-Takahashi des alliages Al-Si pour un rapport de chargement de $R=-1$ (Romano et al. 2017).

1.4.2. Effet de la position spatiale

Plusieurs travaux (Le 2016 ; Rotella 2017 ; Rotella et al. 2020) montrent l'importance de la distance du défaut à la surface libre dans le mécanisme d'amorçage. Les défauts critiques sont en général les défauts de surface ou subsurfaciques.

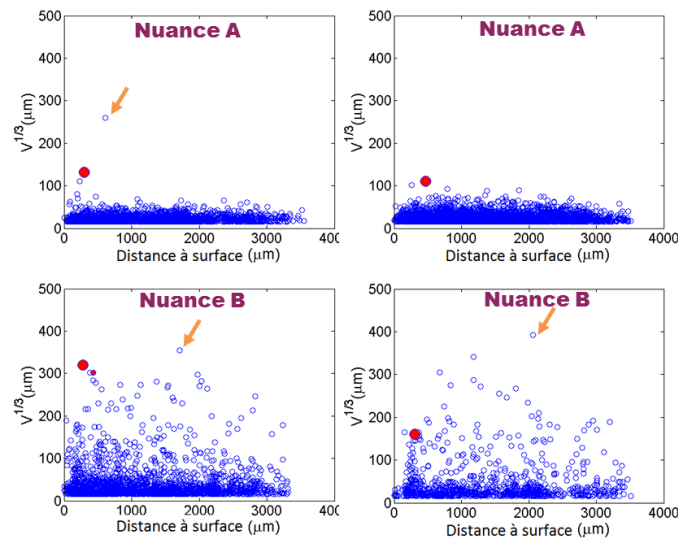


Figure 25 : Localisation et taille du défaut menant à la rupture pour deux nuances d'un alliage Al-Si (Le, 2016).

En plus de l'étude de l'effet de la taille des pores sur la résistance à la fatigue, (Antonio Rotella 2017a) parvient à distinguer l'amorçage de surface et l'amorçage interne. Les résultats sont présentés dans le diagramme de Kitagawa-Takahashi à la Figure 26. Cette figure permet de montrer que pour une taille de pore équivalente, la résistance à la fatigue (en amplitude de contrainte) pour un amorçage en interne est supérieure à celle pour un amorçage surfacique.

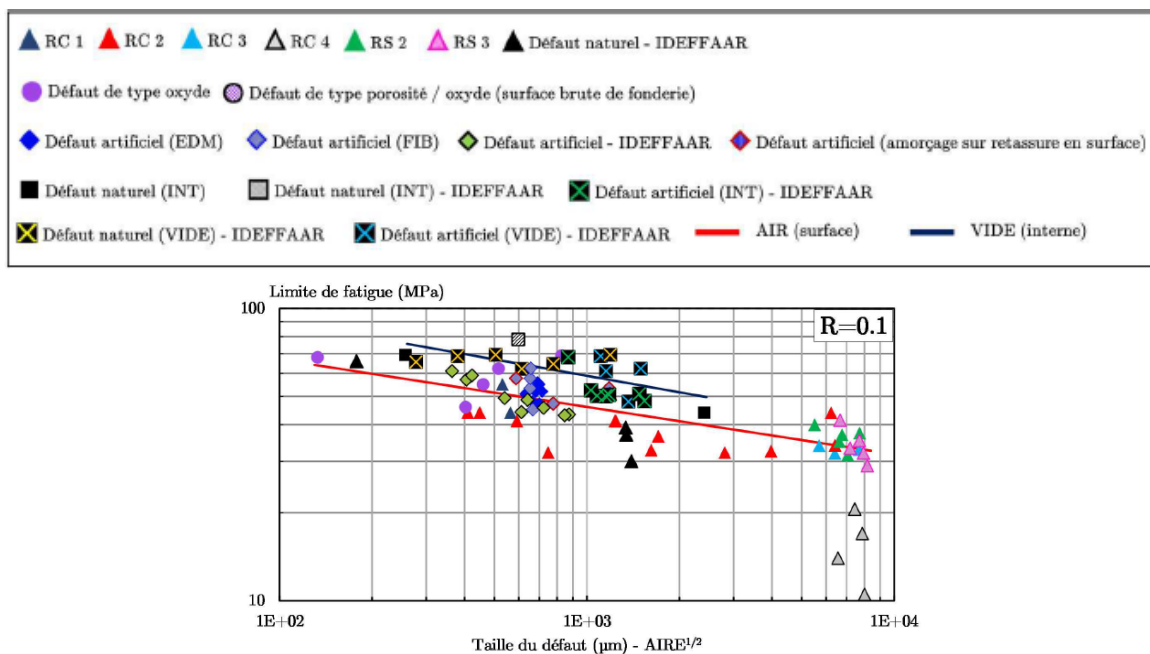


Figure 26 : Diagramme de Kitagawa-Takahashi de l'alliage A357-T6 (Antonio Rotella 2017a)

Pour quantifier l'impact de la position du défaut sur la distribution des contraintes, des calculs EF en statique ont été menés sur un défaut (retassure) pour différentes distances à la surface par Rotella (Antonio Rotella 2017a). Selon lui, la position du défaut provoque deux effets différents :

1. Un effet purement mécanique. Un niveau de contrainte plus élevé apparaît en proximité de la surface libre. Cet effet est réduit quand la distance minimale entre la surface du défaut et la surface libre est égale à la taille équivalente du défaut.

- Un effet lié à l'environnement. Un environnement inerte (type vide) ralentit l'amorçage et la propagation des fissures de fatigue par rapport à un amorçage sous un environnement plus agressif (air).

Sur la Figure 27, le paramètre PEEQ (déformation plastique équivalente cumulée) a été calculé en fonction de la distance à la surface libre pour la même forme et taille du défaut. Une saturation est constatée. La valeur maximale est donnée pour un défaut de surface. Les mêmes tendances ont été constatées pour différentes quantités telles que la contrainte équivalente de Von-mises et le facteur de concentrations des contraintes avec effet de plasticité (Antonio Rotella 2017a). Des résultats similaires ont été trouvés par (Tijani et al. 2013).

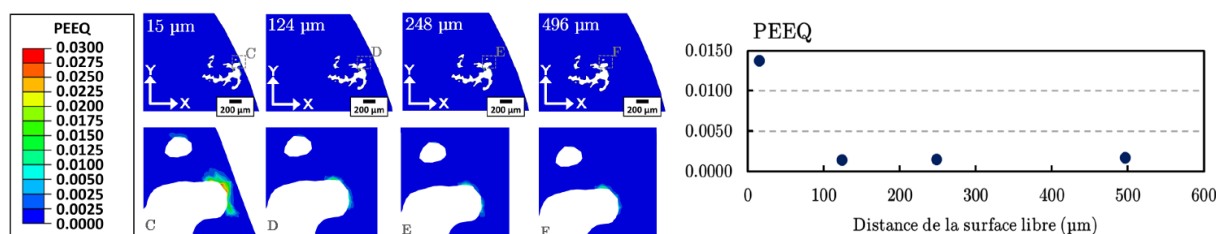


Figure 27 : Déformation plastique équivalente cumulée autour d'un défaut (taille 248 µm) pour différentes positions du pore par rapport à la surface libre, la valeur affichée correspond à la fin du dernier cycle de chargement (Antonio Rotella 2017a; Antonio Rotella et al. 2020).

1.4.3. Effet de la forme du défaut

Les défauts de type pore peuvent être une retassure ou un pore de dégazage. Des travaux de calcul EF sur les deux types de défauts ont permis d'estimer le coefficient de concentration de contrainte K_t correspondant à ces défauts (Wicke et al. 2016 ; Nicoletto et al. 2012 ; Nicoletto et al. 2010).

- Retassures**

Les alliages d'aluminium de fonderie présentent souvent des défauts avec des morphologies très tortueuses caractérisées par des valeurs de K_t supérieures à 2. Les travaux de (Wicke et al. 2016) se sont intéressés par exemple à l'étude de l'effet de la morphologie des défauts sur le coefficient de concentration de contrainte en exploitant les données de tomographie et un calcul EF. Dans leur étude, le coefficient K_t a été défini comme le rapport entre le maximum de la contrainte équivalente de Von-Mises et la contrainte nominale. Ils ont conclu que K_t varie entre 7.63 et 19.91 avec une moyenne de 9.88 [Figure 28].

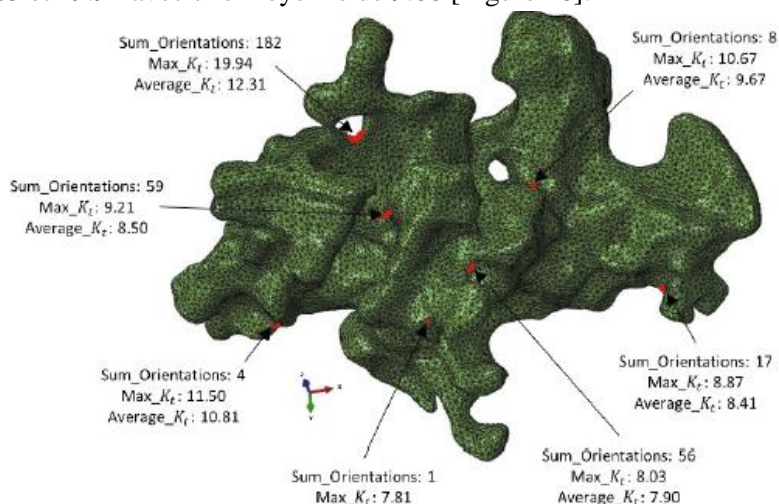


Figure 28 : Scan en tomographie des défauts de micro-retrait dans un alliage d'Al-Si de fonderie et localisation des zones de forte concentration de contrainte (Wicke et al. 2016).

• Pore de dégazage

Une étude similaire a été menée par (Nicoletto et al. 2012; Nicoletto et al. 2010). Les résultats de calcul sur un pore de dégazage ont montré une variation de K_t entre 3 et 3.5 avec une moyenne de 3.28 [Figure 29].

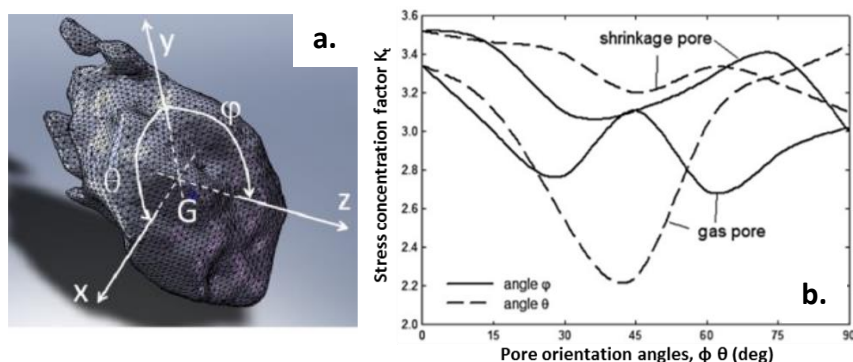


Figure 29 : coefficient de concentration de contrainte selon différents angles de rotation dans le cas d'un pore gazeux (Nicoletto et al. 2012; Nicoletto et al. 2010).

La forme du défaut est un paramètre qui peut jouer un rôle dans le processus de rupture par fatigue dans les matériaux à défauts. Cependant, selon Murakami et sa définition du paramètre \sqrt{Aire} , la morphologie de défaut a très peu d'influence sur la tenue en fatigue de matériau (Murakami 1991).

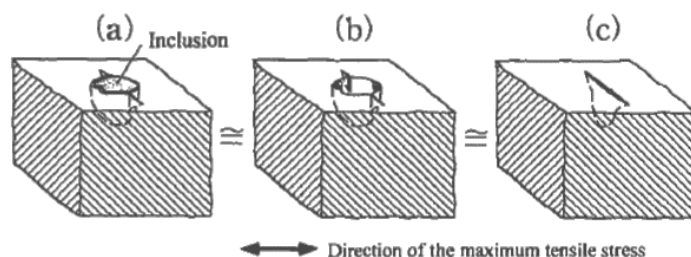


Figure 30 : Equivalence inclusion-défaut-microfissure (Murakami 1991).

Pour un alliage Al-Si de fonderie, (Amal Ben Ahmed et al. 2019) arrive au même constat. Il semble que le type et la morphologie des défauts de surface ont une influence négligeable sur la résistance en fatigue. Ce résultat est obtenu en introduisant des défauts artificiels de différentes formes. L'auteur n'a pas détecté une grande variation en matière de résistance entre les défauts artificiels et les défauts naturels de même taille \sqrt{Aire} et ceci malgré de grandes différences quant à la morphologie.

1.4.4. Effet du type de défaut

Selon (Murakami 1991), la nature ou le type de défaut n'a pas d'effet sur la résistance à la fatigue [Figure 30]. La même conclusion est faite par (Amal Ben Ahmed et al. 2019) qui n'a pas observé une grande différence entre les résistances en fatigue avec des amorçages sur des oxydes ou sur des pores. (Davidson et al. 2004) ont également observé sur deux alliages d'Al-Si, l'un ne contenant que des films d'oxyde de taille moyenne de 0.042 mm^2 et l'autre présentant à la fois des pores et des couches d'oxyde de même taille, que la tenue en fatigue de ces deux alliages est proche (130 MPa pour le premier alliage et 135 MPa pour le second). Ces résultats montrent que le type du défaut a un effet négligeable sur la résistance à la fatigue. Dans la suite, la taille de défaut et sa distance à la surface libre seront prises en compte pour la prédiction de la résistance à la fatigue.

1.4.5. Synthèse sur l'effet des hétérogénéités microstructurales en FGNC

D'après les différents éléments de la littérature regroupés, il semble que :

- La taille de défaut est le paramètre du premier ordre (Yukitaka Murakami 1991; Antonio Rotella 2017a).
- L'effet de la distance par rapport à la surface est un paramètre à ne pas négliger (Antonio Rotella 2017a).
- Les effets du type de défaut et de sa forme semblent être moins importants (Rotella 2017 ; Ben Ahmed et al. 2019; Murakami 1991; Rotella et al. 2020).

Les variabilités qui portent sur la taille et la distance à la surface libre semblent être les sources principales de dispersion de la réponse mécanique macroscopique. Elles peuvent également être responsables des phénomènes tels que l'effet d'échelle et l'effet de gradient de contrainte. Ces phénomènes seront détaillés dans les sections suivantes.

1.5. Prise en compte de l'effet de la taille et de la position spatiale des pores

- Formule empirique de Murakami

Suite aux études expérimentales sur des aciers avec des défauts naturels, (Murakami et al. 1989 ; Murakami et al. 1988 ; Endo et McEvily 2007) ont exprimé la limite de fatigue en fonction du paramètre \sqrt{Aire} . Les auteurs ont proposé une approche empirique en traction uni-axiale alternée pour divers aciers au carbone. Les analyses fractographiques ont permis de dégager deux tendances selon que le défaut se trouve en surface ou en volume. Il est observé que la résistance en fatigue est plus élevée pour les défauts internes que pour les défauts de surface. Des relations empiriques qui modélisent l'effet de la taille de défaut et sa position pour un rapport de charge R ont été identifiées (eq. I.1).

$$\overline{\Sigma}_D = C \frac{(HV+120)}{\sqrt{Aire}^{1/6}} \left[\frac{1-R}{2} \right]^\alpha \quad \text{eq. I. 1}$$

où C est une constante égale à 1.43 pour les défauts de surface et 1.56 pour les défauts internes et le paramètre matériau $\alpha = 0.226 + HV \cdot 10^{-4}$ avec HV la dureté Vickers du matériau.

On note que cette formule est valide pour des défauts de petite taille. Dans le cas des aciers, le paramètre \sqrt{Aire} est compris approximativement entre 50 μm et 1000 μm (Murakami et Endo 1994).

- Mécanique linéaire de la rupture

L'expérience montre que cette formule est plutôt adaptée pour les défauts critiques d'une taille supérieure à 1000 μm pour les aciers (Endo and McEvily 2007) et les alliages d'aluminium (Beretta et Romano 2017). L'estimation de la résistance moyenne en fatigue est donc donnée par l'eq. I. 2.

$$\overline{\Sigma}_D = \frac{\Delta K_{th}}{Y \sqrt{\pi \sqrt{Aire}}} \quad \text{eq. I. 2}$$

Afin de tenir compte de la distance à la surface, le paramètre Y peut prendre deux valeurs en fonction de la position de pore par rapport à la surface libre ; pour un défaut externe Y=0.61 et pour un défaut interne Y=0.47.

- Approche d'El Haddad

(El Haddad et al. 1979) ont proposé une expression permettant d'établir un lien entre la limite d'endurance du matériau sain et le seuil de propagation de fissures longues. Pour cela, ils introduisent la dimension a_0 pour déterminer la longueur effective de fissure. Dans les travaux de (Romano et al. 2019), on suppose que $a_0 = \sqrt{Aire}_a$ et la limite d'endurance est estimée à travers l'eq. I. 3 :

$$\bar{\Sigma}_D = \frac{\Delta K_{th}}{Y \sqrt{\pi(\sqrt{Aire} + \sqrt{Aire}_a)}} \quad \text{eq. I. 3}$$

où $\sqrt{Aire}_a = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\sigma_0} \right)^2$ est la constante d'El-Haddad.

Dans les travaux de (Romano et al. 2019) sur un alliage d'aluminium Al-Si de fonderie \sqrt{Aire}_a a été estimée à 38 μm pour $R=-1$.

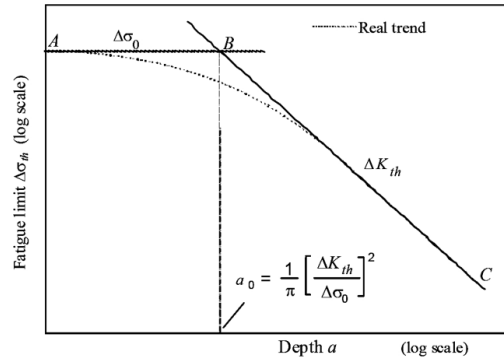


Figure 31 : Illustration de la méthode d'El Haddad (Berto et al. 2015).

Les travaux d'Endo et al. (Endo et McEvily 2007), mettent en évidence le domaine de validité de la prédiction de la résistance à la fatigue avec les formules empiriques utilisant une pente de $-1/6$. Au-delà de ce domaine, c'est plutôt la mécanique linéaire de la rupture qui permet de prédire la résistance à la fatigue en fonction de la taille de défaut avec une pente de $-1/2$ [Figure 24].

1.6. Les hétérogénéités microstructurales comme principale source de la dispersion

Chaque expérimentateur en charge d'essais de fatigue est forcément confronté au phénomène de dispersion [Figure 12] (Rotella et al. 2020 ; Wicke et al. 2016 ; Le 2016 ; Beretta et Romano 2017 ; Romano et al. 2019, etc.).

- **Sources de dispersion de la limite de fatigue**

Le phénomène de dispersion dans les résultats des essais de fatigue, attribué autrefois aux seules imperfections des conditions d'essais, aujourd'hui, est accepté comme principalement lié aux aspects physiques dus à la présence des hétérogénéités microstructurales (porosité, inclusions, ...) dans le matériau (Laure et Pommier 2007 ; Yi et al. 2003). Si on suppose donc, par souci de simplicité, que le matériau et le procédé associé sont les principales sources de dispersion, il semble naturel d'essayer de discerner dans la microstructure considérée les hétérogénéités microstructurales responsables des écarts observés sur la résistance à la fatigue.

Dans le cas des alliages de fonderie, la tâche est souvent aisée car on constate que les nombreux défauts de fonderie (retassure, pores de dégazage, oxyde...) constituent des sites privilégiés à l'amorçage des fissures de fatigue. Dans ce cadre, plusieurs études portant sur la fonte à Graphite Sphéroïdale (Agha et al. 1998 ; Chantier-de Lima 2000 ; Morel et Palin-Luc 2002 ; Flaceliere et Morel 2004) ont eu pour ambition de lier les populations de défaut à la dispersion en fatigue à travers une approche probabiliste.

Une partie de cette thèse a pour ambition de lier les caractéristiques de la population de défaut (taille moyenne, densité) à la dispersion en fatigue à travers une approche probabiliste.

Il est à noter également que deux façons sont possibles pour caractériser la dispersion selon l'application industrielle [Figure 32] :

- Une caractérisation de la dispersion en nombre de cycles.
- Une caractérisation de la dispersion en contrainte.

Le principal partenaire de cette thèse est le constructeur automobile Groupe PSA. Depuis de nombreuses années, il procède à un dimensionnement fiabiliste de ses composants mécaniques à travers la méthode Contrainte-Résistance (Beaumont 2013b). Pour cette raison, une caractérisation de la dispersion en contrainte sera adoptée lors des analyses des données expérimentales.

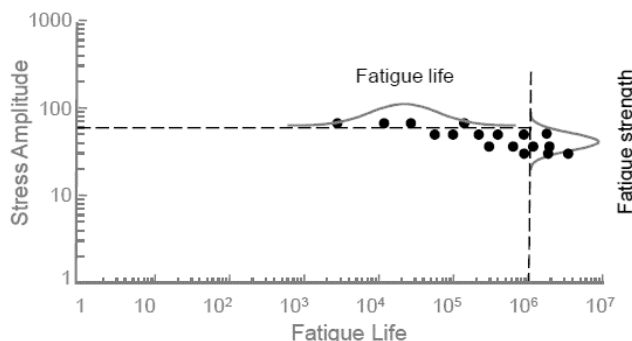


Figure 32 : Allure générale d'une courbe S-N et dispersion associée.

- **Prédiction de la dispersion**

Une façon possible pour accéder à la dispersion en fatigue est d'identifier de manière non destructive tous les défauts (pores ou inclusions) présents dans les éprouvettes testées, puis de prédire les limites de fatigue associées en utilisant les formules empiriques de prédiction de la limite d'endurance. Avec le développement des techniques d'inspection non destructive, comme la micro-tomographie RX, on peut accéder avec suffisamment de précision à la forme, la taille et l'emplacement des défauts par rapport à la surface libre. Cette tâche reste néanmoins lourde et coûteuse.

Une autre approche est développée par (Murakami et Usuki 1989). Dans leurs travaux sur des aciers, ils ont supposé que, du point de vue de la mécanique de la rupture, les inclusions non métalliques sont équivalentes à de petits défauts ou fissures. Les paramètres tels que la taille, la forme et la distance à la surface libre, influencent la résistance à la fatigue et ceux-ci deviennent la cause de la grande dispersion des résistances en fatigue. Il est néanmoins possible de prédire les limites supérieure et inférieure de la résistance à la fatigue à partir de la dureté Vickers de la matrice du matériau et de la taille maximale des inclusions définie selon le paramètre de Murakami.

- La limite supérieure de la résistance à la fatigue est obtenue lorsque des défauts n'influent pas sur la rupture en fatigue, autrement dit, la taille des défauts est inférieure à la taille critique, et, d'après (Yukitaka Murakami 1991), sa valeur est proportionnelle à la dureté Vickers du matériau selon l'eq. I. 4.

$$\overline{\Sigma_D} = 1.6HV \quad \text{eq. I. 4}$$

- Dans un lot d'éprouvettes, bien que l'estimation de la limite inférieure pour la résistance à la fatigue soit quelque peu compliquée, la méthode développée par Murakami peut être utilisée (Murakami et Usuki 1989 ; Murakami 1991; Murakami et al. 1988). La statistique des extrêmes (Gumbel 1934) peut être utilisée pour estimer $\sqrt{aire_{max}}$. (Murakami 1991) a développé une méthode expérimentale basée sur la statistique des valeurs extrêmes, pour l'estimation de $\sqrt{aire_{max}}$.

1.7. Passage de l'élément de volume à la structure

En général, la taille des structures et composants réels est grande par rapport à celle des éprouvettes de fatigue testées en laboratoire. Lors du dimensionnement, un soin particulier doit donc être apporté au choix des valeurs de limite de fatigue à utiliser au calcul. L'effet de l'accroissement du volume fortement contraint conduit par exemple à une réduction de la tenue en fatigue. (Kloos et al. 1981) proposent de classer le phénomène d'effet de volume en quatre catégories :

- (i) Effet d'échelle statistique induit par une probabilité plus élevée d'activer des défauts critiques dans des volumes plus importants,
- (ii) Effet d'échelle géométrique attribué à une inhomogénéité de contrainte provenant d'accidents géométriques ou du type de chargement (appelé aussi effet de gradient de contrainte),
- (iii) Effet d'échelle attribué au procédé de fabrication,
- (iv) Effet d'échelle de surface causé par les caractéristiques de surface telles que la rugosité.

Dans la suite, l'effet d'échelle statistique et l'effet de gradient de contrainte seront présentés en détail.

1.7.1. Combinaison des effets de gradient de contrainte et de volume

Les effets de gradient de contrainte et de volume sont souvent combinés. Un exemple est donné aux Figure 33 et Figure 34 pour le cas de la flexion rotative. L'augmentation du rayon de l'échantillon modifie à la fois le volume sollicité et le gradient, avec une diminution du gradient de contrainte, et simultanément, une augmentation du volume sollicité.

(Papadopoulos and Panoskaltsis 1996a) montrent clairement à travers les résultats de Massonnet, Moore et Pogoretskii obtenus en flexion rotative sur différents aciers (Figure 33) l'effet de gradient de contrainte combiné avec l'effet de volume. L'augmentation de rayon de l'éprouvette conduit à une diminution de la résistance en fatigue. Les courbes de tendance montrent l'existence du volume seuil à partir duquel il y a une saturation des effets.

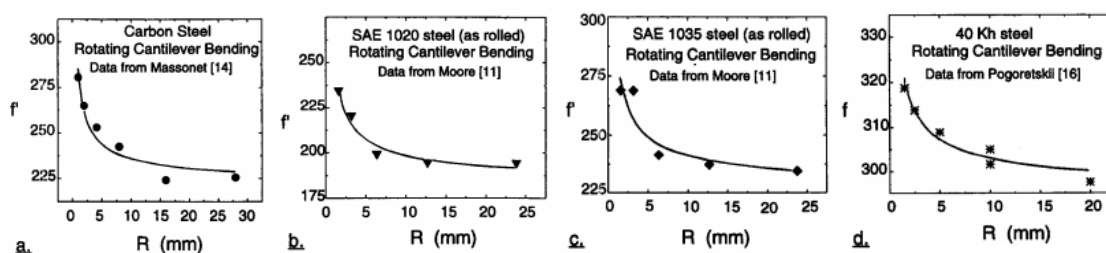


Figure 33 : Dépendance de la résistance à la fatigue au rayon de l'éprouvette (Papadopoulos et Panoskaltsis 1996).

(Pogoretskii 1966) a mené des essais sur des éprouvettes avec la même longueur mais en faisant varier le rayon des éprouvettes. Les résultats de cette étude présentent une forte dépendance de la limite de fatigue au rayon de l'éprouvette, donc au gradient de contrainte. Les résultats sont présentés à la Figure 34.

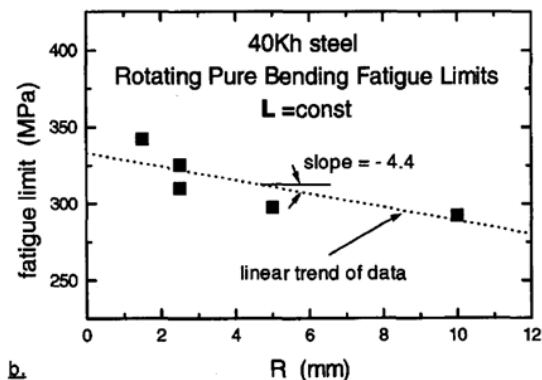


Figure 34 : Effet de volume en essai de flexion rotative sur acier en fonction du rayon des éprouvettes (Papadopoulos et Panoskaltis 1996).

1.7.2. Effet de gradient de contrainte

Le gradient de contrainte se traduit par une distribution spatiale des contraintes au sein d’une structure. L’effet du gradient des contraintes est souvent confondu avec l’effet d’entaille. Néanmoins, parler de gradient de contrainte est plus général car on peut observer des gradients de contrainte sans nécessairement qu’il y ait d’entaille (cas de la flexion, torsion ou problème de contact) [Figure 35].

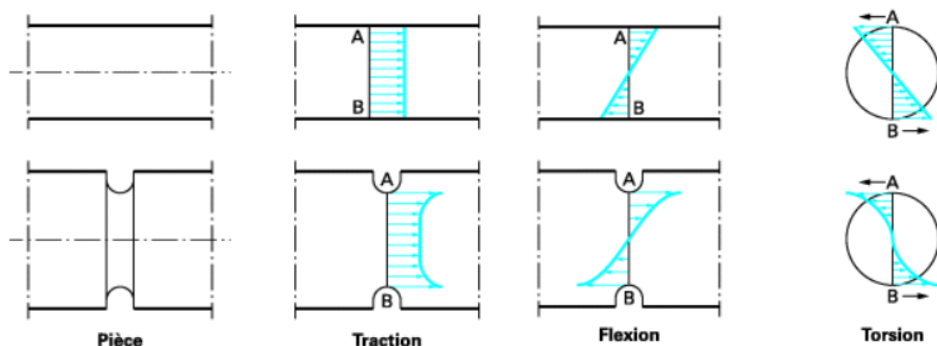


Figure 35 : Différents cas de structures et chargements présentant un gradient de contrainte

Dans la suite de ce rapport, on distinguera le cas du gradient de contrainte engendré par une singularité géométrique (présence d’une entaille par exemple) de celui issu du chargement.

- Gradient de contrainte dû au chargement

Peu de travaux expérimentaux de la littérature se sont intéressés à l’effet de gradient de contrainte pur, puisque cet effet est souvent combiné avec l’effet de volume. La courbe de la Figure 36 (c) issue des travaux de (Massonnet 1955) montre qu’un chargement avec gradient de contrainte (flexion rotative) présente une résistance à la fatigue plus élevée que celle d’un chargement de traction alternée. Ce résultat est d’une grande importance puisqu’il permet de dissocier l’effet de gradient de contrainte de l’effet de volume en utilisant deux chargements différents, l’un est dit à gradient nul (traction alternée) et l’autre à gradient non-nul (flexion rotative). Selon (Papadopoulos et Panoskaltis 1996), le gradient de contrainte a un effet bénéfique sur la tenue en fatigue.

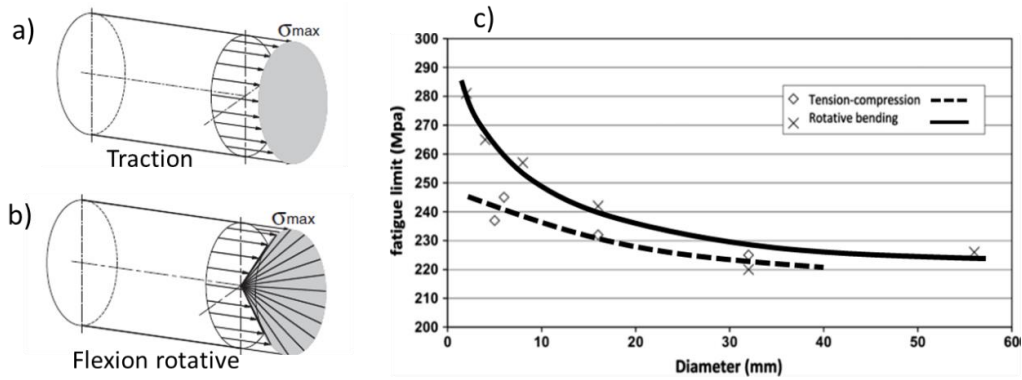


Figure 36 : Profil de contrainte dans le cas de chargement (a) en traction (b) en flexion rotative (c) résistance à la fatigue en fonction du rayon d'éprouvette pour les deux chargements (Luu et al.2014) (résultats de (Massonnet 1955), synthétisés par (Bastien 1999)).

(Palin-Luc et Lasserre 2000) ont montré que la limite d'endurance en flexion alternée symétrique (qu'il s'agisse de flexion plane ou de flexion rotative) est toujours supérieure à celle obtenue en traction-compression alternée symétrique [Tableau 2]. Ces résultats confirment l'effet bénéfique du gradient de contrainte en chargement uniaxial.

Tableau 3: limites d'endurance en flexion rotative et en traction-compression pour différents matériaux (R=-1) (Palin-Luc et Lasserre 2000)

Matériaux	N _D (cycles)	σ ₋₁ (MPa)	f ₋₁ (flexion rotative) (MPa)	Variation entre σ ₋₁ et f ₋₁ (%)
Acier 30NCD16	10 ⁶	560	658	+17,5
Acier XC18	10 ⁶	273	310	+13,6
Fonte GS61	10 ⁶	245	280	+14,3
Acier 35CD4	10 ⁷	558	581	+4,1

• **Gradient de contrainte dû à une singularité géométrique**

La présence d'un concentrateur de contrainte présente deux effets contradictoires. Il introduit une surcharge locale en contrainte néfaste pour la résistance en fatigue, et en même temps donne lieu à un gradient de contrainte qui a un effet bénéfique sur la tenue en fatigue.

(Siebel et Stieler 1955) proposent l'utilisation du gradient de contrainte adimensionnel, X, en normalisant le gradient de la distribution par la contrainte maximale au fond de l'entaille.

$$\chi = \left| \frac{1}{\sigma_{max}} \frac{\partial \sigma}{\partial r} \right|_{r=0} \quad \text{eq. I. 5.}$$

On peut alors distinguer deux cas limites :

- a) Une entaille vive avec un rayon au fond de l'entaille petit induisant un gradient de contrainte, X, plus important. Ce qui donne un volume contraint (avec une contrainte moyenne plus faible) d'une taille plus petite et par conséquent une meilleure résistance à la fatigue.
- b) Une entaille avec un rayon au fond de l'entaille grand, induisant un gradient de contrainte X, plus faible. Ce qui donne un volume sollicité d'une taille plus grande (avec une contrainte moyenne plus élevée) et par conséquent une faible résistance à la fatigue.

Sur la Figure 37, pour le même niveau de chargement σ_{max} , on considère deux profils de contrainte $\sigma_1(r)$ et $\sigma_2(r)$ avec un gradient χ_1 plus élevé que χ_2 . Le premier chargement mène à un chargement moyen σ_{avr1} inférieur à celui du deuxième chargement σ_{avr2} pour un volume de sous-couche de distance L depuis la surface libre. Le risque de rupture d'une pièce contenant un défaut critique dans ce volume avec un chargement de plus fort gradient est plus faible qu'avec un chargement de plus faible gradient.

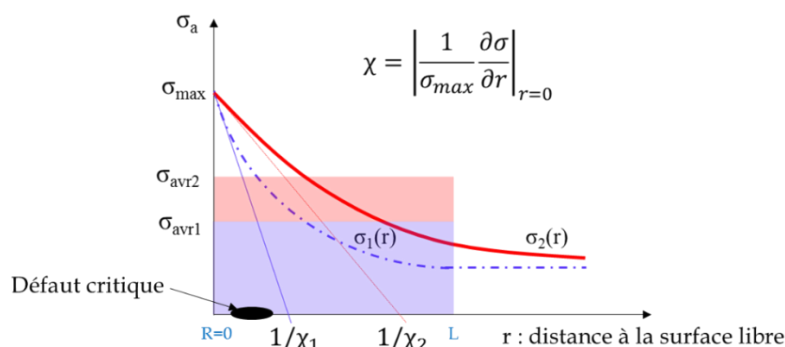


Figure 37 : Schéma expliquant l'effet bénéfique du gradient de contrainte sur la tenue en fatigue.

A partir de ces constatations, on peut conclure que l'effet de gradient de contrainte peut être traité et voire même réduit à un effet de volume en tenant compte de la valeur moyenne de la contrainte dans ce volume. Avec cette logique, des méthodes basées sur le volume le plus contraint ont été développées et permettent de tenir compte des deux effets.

1.7.3. Effet de volume

Notons tout d'abord que les travaux entrepris dans cette thèse concernent principalement l'analyse des effets de volume dans les alliages d'aluminium de fonderie. On présentera par la suite une méthode d'analyse qui permet de tenir compte conjointement des effets de volume et de gradient de contrainte notamment lors de l'analyse des résultats sur éprouvettes entaillées.

Généralement, l'effet de volume signifie la chute de la résistance à la fatigue d'une structure quand le volume sollicité augmente. Autrement dit, l'effet de volume se traduit par le fait que si on prend deux éprouvettes géométriquement similaires, A et B avec A plus grande que B, la résistance en fatigue de A est inférieure à celle de B pour différents modes de chargement : tension-compression, flexion ou torsion. Comme pointé par (Luu et al. 2014 ; Luu 2006), plus le volume sollicité est petit et plus la résistance en fatigue est importante.

- **Explication physique de l'effet d'échelle**

Le phénomène d'effet d'échelle est souvent plus marqué dans les matériaux à défauts (contenant pore, inclusion, oxyde ...). En effet, l'aspect aléatoire du phénomène de fatigue est étroitement lié à la présence de défauts d'une taille critique proche de la surface libre. La probabilité de rupture va être très différente selon que l'on considère un petit ou un grand volume sollicité, la probabilité de rencontrer un défaut d'une plus grande taille étant plus élevée dans le cas des grands volumes (Weibull 1961).

- **Observation expérimentale de l'effet de volume**

L'analyse expérimentale de l'effet de volume sur la résistance en fatigue repose sur l'utilisation de la notion de volume le plus sollicité. Cette dernière a été proposée initialement par (Kuguel 1963). Il propose d'utiliser le volume $V_{95\%}$ défini comme le volume soumis à plus de 95% de la contrainte principale max, à savoir $0,95\sigma_{max}$. Cette valeur de seuil permet de régulariser l'effet de volume pour divers matériaux et composants. D'autres seuils de chargement ont été également proposés dans la littérature $0,95\sigma_{max}$, $0,80\sigma_{max}$, $0,60\sigma_{max}$... (Leitner et al. 2017 ; Aigner et al. 2019). Plus de détails sur cette méthode seront donnés dans les sections suivantes.

Quelques travaux expérimentaux de la littérature montrent la présence de l'effet d'échelle dans le cas des alliages d'aluminium de fonderie. Pour un chargement de traction uni-axiale et un alliage d'aluminium de fonderie EN AC-46200 qui a subi un traitement thermique T6, [Aigner et al. 2019] utilisent des éprouvettes V0 et V1 avec des volumes différents tel que $V_{1[95\%]}/V_{0[95\%]} \approx 10$. Après avoir montré la faible différence en termes de caractéristiques microstructurales (dont la SDAS) et propriétés mécaniques entre les deux zones de prélèvement A et B, les résistances en fatigue sont explicitées pour les deux volumes ; V_A (éprouvette de volume V_0 prélevée dans la zone A) et V_B (éprouvette de volume V_1 prélevée dans la zone B). La Figure 38 montre la présence de l'effet de volume dans l'alliage étudié. En effet on observe un abattement en résistance à la fatigue d'approximativement 15%.

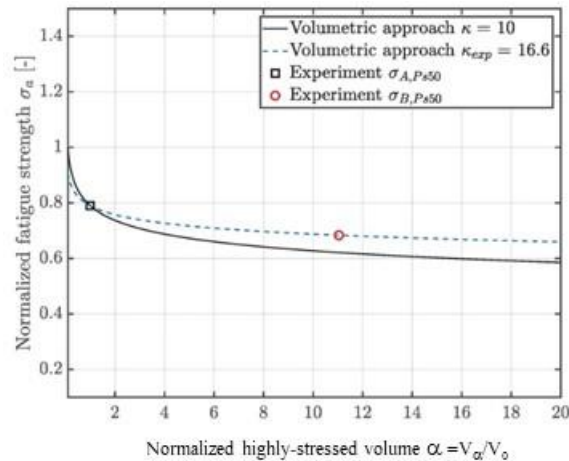


Figure 38 : Résistance à la fatigue en fonction de volume le plus contraint relatif ($V\alpha/V_0$) (Aigner et al. 2019).

Sur la Figure 38, il convient de mentionner que lorsque le volume fortement sollicité augmente, un effet de saturation est observé, de sorte qu'aucune diminution supplémentaire notable de la résistance à la fatigue n'est visible au-delà d'un certain Volume Élémentaire Représentatif (VER). Dans le cas présent, le VER est proche du volume V_1 .

Les analyses fractographiques montrent que l'augmentation du volume sollicité induit une augmentation de la taille moyenne des défauts critiques, expliquant la chute de la résistance en fatigue [Figure 39].

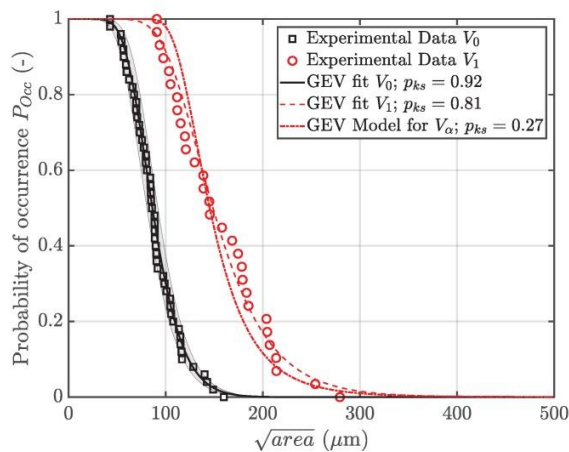


Figure 39 : Probabilité d'occurrence en taille des défauts critiques pour deux volumes d'éprouvettes V0 et V1 (Aigner et al. 2019).

Le même comportement a été observé pour un alliage d'aluminium de fonderie EN AC-46200 dans l'étude menée par (Leitner et al. 2017). L'utilisation de deux géométries d'éprouvettes est telle que $V_{2[60\%]}/V_{3[60\%]} \approx$

2.58. Les résultats montrent une chute en résistance à la fatigue de 8% due à l'effet de volume. Les auteurs utilisent un volume subissant 60% de la contrainte principale maximale, qui selon eux, conduit à une meilleure interprétation [Figure 40].

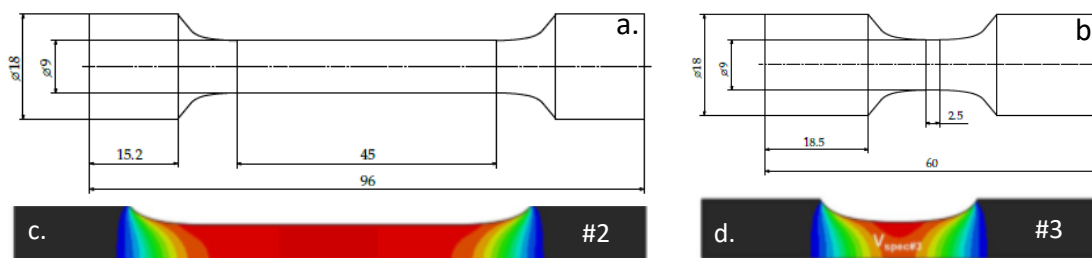


Figure 40 : (a) et (b) géométrie des éprouvettes #2 et #3 et (c) et (d) Simulation numérique pour l'estimation du volume le plus contraint des éprouvettes, avec $V_{\#2[60\%]}/V_{\#3[60\%]} \approx 2.58$ (Leitner et al. 2017).

Les résultats de la Figure 41 montrent la plus faible résistance à la fatigue pour une éprouvette #2 avec un volume plus grand que pour l'éprouvette #3 avec un volume plus petit.

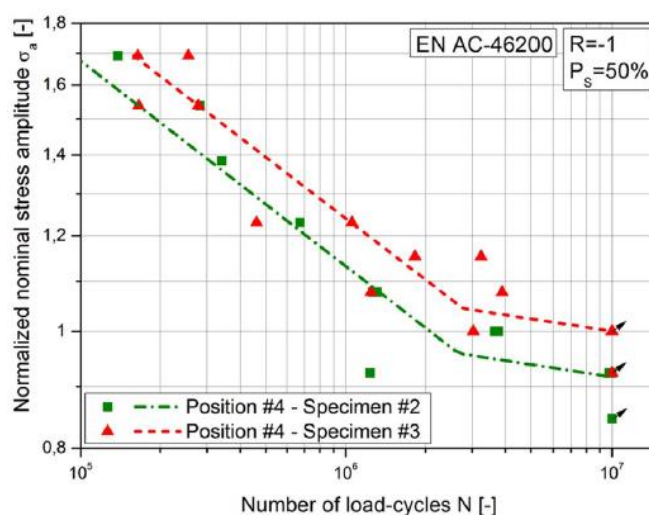


Figure 41 : courbes SN pour une éprouvette #2 d'un volume plus grand que l'éprouvette #3 (Leitner et al. 2017).

1.7.4. Prise en compte de l'effet de volume et de l'effet de gradient de contrainte

Dans la suite, on présente quelques méthodes déterministes permettant l'évaluation de la résistance à la fatigue en tenant en compte soit de l'effet de volume, soit de l'effet de gradient de contrainte ou soit des deux effets simultanément. On note que des méthodes dites probabilistes existent également. Ces méthodes sont plus adaptées pour tenir compte, en plus des effets de volume et de gradient de contrainte, de l'aspect dispersé des résultats en fatigue. Elles seront présentées dans les sections suivantes.

Différentes méthodes déterministes existent pour la prise en compte de l'effet de gradient de contrainte. Elles reposent soit sur la définition d'un gradient (Papadopoulos and Panoskaltis 1996a; Siebel E, Stieler M. 1955; Flavenot and Skalli 1984), soit sur la théorie de la distance critique (Taylor 2008 ; Peterson 1961; Neuber 1961). Ces deux familles de méthodes sont présentées en (Annexe : A2). Pour la prise en compte de l'effet de volume, des méthodes basées sur la notion du volume le plus contraint sont également proposées (Kuguel 1963; Aigner et al. 2019 ; Leitner et al. 2017). On note que ces dernières méthodes sont aussi adaptées pour la prise en compte

de l'effet de gradient de contrainte. Dans la suite, on présente en détail ces méthodes, car elles sont choisies à la fois pour l'interprétation des résultats expérimentaux et dans la démarche de modélisation.

- **Méthode du volume le plus sollicité**

Développé à l'origine par (Kuguel 1963) pour extrapoler les propriétés de fatigue obtenues expérimentalement sur des éprouvettes de laboratoire de petite taille, l'approche consiste à utiliser la taille du volume le plus fortement sollicité (HSV) pour l'évaluation de la limite d'endurance. Une relation simple est alors proposée (eq. I. 6).

$$\overline{\Sigma}_{D_{max}} = A_k V_{95\%}^{-v} \quad \text{eq. I. 6}$$

où $\overline{\Sigma}_{D_{max}}$ est l'amplitude de contrainte maximale, A_k et v sont des paramètres de modèle calibrés en utilisant les données expérimentales obtenues avec des éprouvettes de différentes géométries et dimensions. (Kuguel 1963) a constaté qu'il existait une relation linéaire entre le log de l'amplitude de la contrainte maximale et le logarithme du volume sollicité à 95% de la contrainte maximale et que cette relation semble convenir pour les éprouvettes lisses et entaillés.

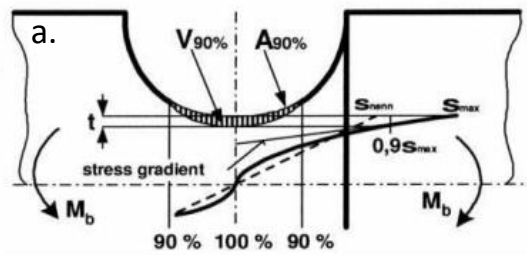


Figure 42 : Illustration du volume le plus contraint dans une entaille (Thierry Palin-Luc 1996).

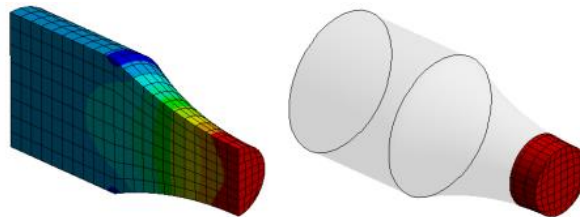


Figure 43 : Illustration de V95% dans le cas d'éprouvette lisse en traction (Yang Ai et al. 2019b).

(Sonsino et al. 1999) adopte plutôt le volume V90% pour l'évaluation de la tenue en fatigue, à savoir le volume soumis à plus de 90% de la contrainte principale maximale. Les prédictions obtenues sont de qualité pour divers matériaux et composants. Dans sa forme de base, le critère de Sonsino « V90% » peut être présenté par l'expression :

$$\overline{\Sigma}_{D_{max}} = A_s V_{90\%}^{-k} \quad \text{eq. I. 7}$$

Cette formulation permet de prédire la résistance à la fatigue d'une éprouvette d'un certain volume si on connaît la résistance à la fatigue et le volume d'une autre éprouvette du même matériau.

$$\frac{\overline{\Sigma}_{D_1}}{\overline{\Sigma}_{D_2}} = \left(\frac{V_{90,2}}{V_{90,1}} \right)^{1/k} \quad \text{eq. I. 8}$$

où k est associé à l'exposant de la loi de Weibull, $\overline{\Sigma}_{D_{max}}$ est l'amplitude de contrainte effective. A_s et k sont des paramètres calibrés en utilisant les données expérimentales obtenues avec des éprouvettes de différentes géométries et dimensions. L'efficacité de l'approche a pu être vérifiée par différentes études, et notamment les travaux de (Harkegrad et Halleraker 2010).

Des études de (Sadek et Olsson 2014) ont montré l'efficacité de cette approche dans la description de l'effet de volume et de gradient de contrainte simultanément pour différents alliages y compris les alliages d'aluminium de fonderie.

(Schweiger et Heckel 1986) proposent un modèle reposant sur la surface la plus contrainte. D'autres chercheurs (Leitner et al. 2017) montrent que l'approche volumique donne des résultats plus précis que l'approche surfacique.

En général, les niveaux de contrainte maximale, 95% et de 90%, ont été plutôt validés dans le cas des aciers. Les alliages d'aluminium de fonderie présentent des caractéristiques microstructurales très différentes pouvant conduire à des ruptures dans des zones de niveau de chargement plus faible que 90% de la contrainte maximale. Pour cette raison, (Leitner et al, 2017) utilisent un critère correspondant à 60% de la contrainte maximale.

$$\overline{\Sigma}_{D_{max}} = A_s V_{60\%}^{-k} \quad \text{eq. I. 9}$$

avec k exposant de la loi de Weibull.

- **Analyse critique du choix du seuil**

Le niveau de 95% du chargement maximal a été plutôt validé dans le cas des aciers et des fontes (Agha et al. 1998 ; Sonsino et Fischer 2005 ; Sonsino et al. 1997 ; Ai et al. 2019). D'autres chercheurs utilisent plutôt 90% (Wang et al. 2017 ; Sonsino et al. 1999) dans le cas des alliages de titane et des aciers. Un pourcentage de 80% a été utilisé pour un acier dans (Lipp et al. 2013).

Dans le cas des alliages d'aluminium de fonderie, des ruptures apparaissent parfois dans des zones avec un niveau de chargement inférieur à 90% de la contrainte maximale (Hooreweder et al. 2012). (Leitner et al. 2017) utilisent un critère correspondant à 60% de la contrainte maximale. D'autres chercheurs (Aigner et al. 2019) ont choisi 95%.

Les travaux de la littérature montrent que le choix du seuil n'est pas aisé à justifier par des considérations microstructurales. On peut néanmoins penser que le seuil est étroitement lié à la population des défauts dans le matériau.

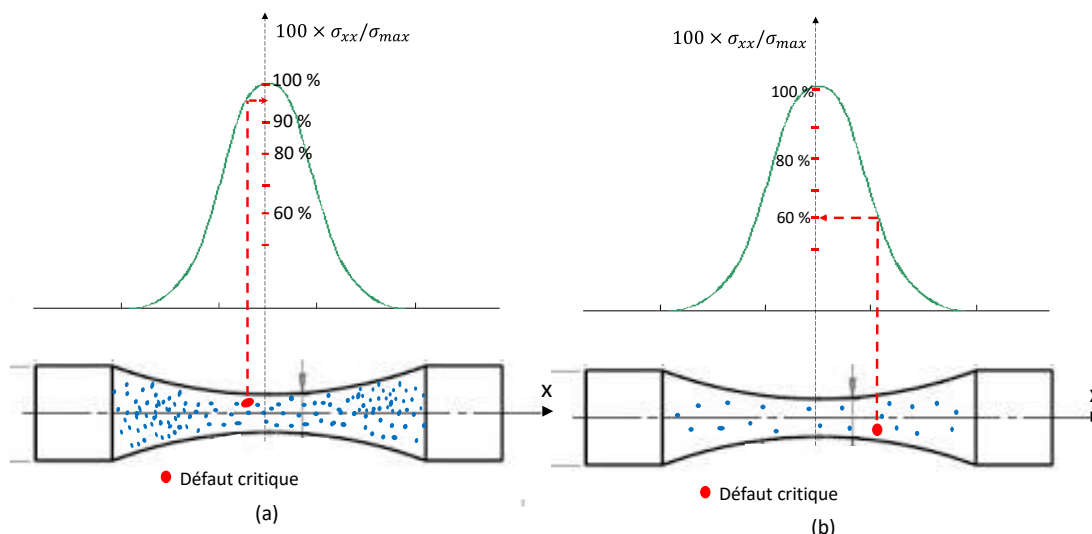


Figure 44 : Estimation du volume le plus contraint pour (a) un alliage contenant une forte densité de pores et (b) un alliage contenant une faible densité de pores.

L'expérience montre qu'un alliage avec une grande densité des pores implique une plus grande facilité d'amorçage dans une zone de forte concentration de contrainte. Pour ce type d'alliage, un volume fortement

contraint de faible taille est plus adapté (V95%) comme l'atteste l'exemple présenté à la Figure 44 .a). A *contrario*, un alliage avec une faible densité de pores présente moins de chance d'avoir un amorçage dans la zone de forte concentration de contrainte. Un volume fortement contraint est donc forcément plus grand (V60%) car le défaut critique peut se situer loin de la zone de forte contrainte (Figure 44 .b).

Il semble donc que le choix du seuil doit être justifié par une étude expérimentale adaptée. Ce travail sera conduit au chapitre 4.

1.7.5. Synthèse sur la prise en compte des effets de volume et de gradient de contrainte

L'effet de volume se caractérise donc par la chute de la résistance en fatigue quand la taille du volume sollicité croît. Le gradient de contrainte considéré dans cette étude peut être dû au mode de chargement, comme en flexion rotative ou plane, ou à la présence d'une entaille ou d'un accident géométrique. Il est souvent bénéfique à la résistance en FGNC. Une synthèse des méthodes proposées dans la littérature pour tenir compte de ces deux effets, qui apparaissent souvent de manière concomitante, est proposé au Tableau 4:

Tableau 4: Approches pour la prise de l'effet de volume et de gradient de contrainte :

Méthode	Effet de volume	Effet de gradient	Commentaires
Point-Chaud		x	Surestime la tenue en fatigue
Weibull 1933	x	x	Prise en compte du gradient de contrainte avec l'introduction du facteur d'homogénéisation de contrainte Hm. Ne distingue pas nécessairement effets propres à la surface et au volume.
Approches en gradient		x	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Siebel / Stieler 1955 ▪ Papadopoulos 1987
Volume le plus sollicité	x	x	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Kuguel 1961: V95% ▪ Sonsino 2007: V90% ▪ Leitner 2017: V60%
Neuber / Peterson 1955		x	Théorie de la distance critique
Taylor 2000		x	

La méthode du volume le plus sollicité nous semble prometteuse pour une étude conjointe de l'effet de volume et de gradient de contrainte et pour la modélisation des résultats de fatigue. En effet, comme on a pu le montrer Figure 37 et comme il est illustré Figure 45, cette méthode est capable de tenir compte à la fois des effets de gradient de contrainte et de volume.

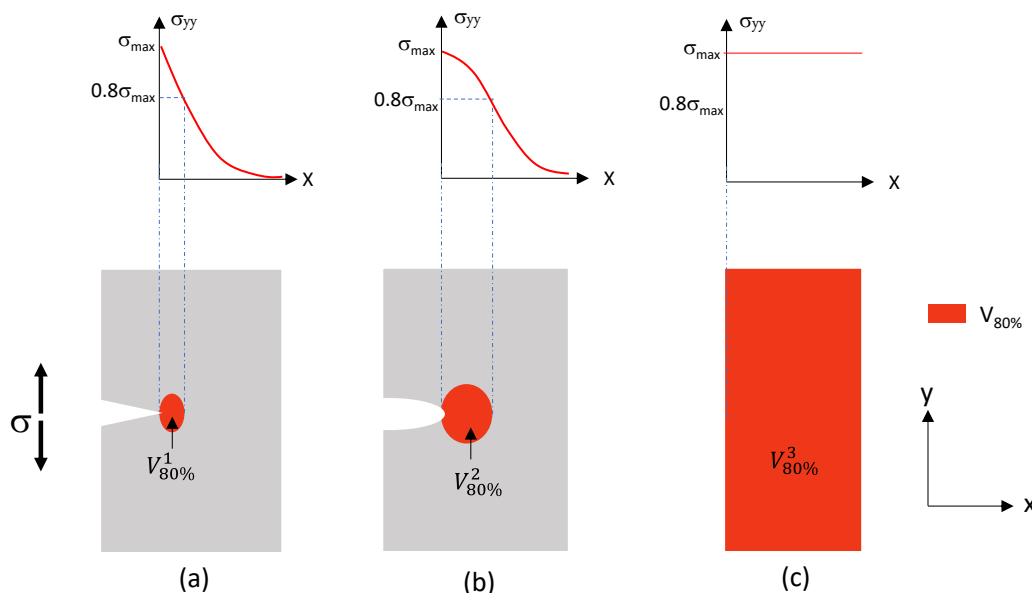


Figure 45 : V80% dans trois cas de figure ; (a) entaille aiguë avec fort gradient de contrainte et petit V80%, (b) entaille moins aiguë avec faible gradient de contrainte et V80% de taille intermédiaire (c) éprouvette lisse sans gradient de contrainte et V80% de taille importante.

A partir de la Figure 45, on comprend que l'entaille vive avec un V80% de petite taille présente moins de chance de contenir un défaut critique de grande taille, ce qui lui confère une meilleure résistance locale à la fatigue.

La méthode du volume le plus sollicité nous semble la plus adaptée pour une étude conjointe de l'effet de volume et de gradient de contrainte et pour la modélisation des résultats en fatigue. Les principaux avantages sont :

- Sa capacité à pouvoir considérer à la fois les résultats sur éprouvettes entaillées et lisses (Kuguel 1963).
- Des études comparatives menées par (Härkegård et Halleraker 2010) ont montré l'efficacité de cette méthode par rapport aux autres méthodes (point-chaud, Peterson, Neuber, distance critique PM, distance critique LM, gradient de contrainte et méthode de Weibull) dans la prédiction de la résistance à la fatigue d'éprouvettes entaillées et lisses.

Cette méthode est également un moyen intéressant pour la prise en compte de la distribution en taille des défauts contenus dans le volume le plus sollicité lors de la modélisation de l'effet de volume, du gradient de contrainte et de la dispersion comme discuté dans la section suivante.

1.8. Approches probabilistes

La prise en compte de la dispersion des résultats en fatigue est essentielle lors d'un dimensionnement fiable des composantes mécaniques. Dans le cas des alliages métalliques de fonderie, la résistance à la fatigue et sa variabilité dépendent principalement des distributions de taille et de position des pores critiques à l'origine de la rupture (Le 2016, Rotella et al. 2020). Les approches probabilistes qui considèrent la population des défauts comme source première de dispersion dans le phénomène de fatigue sont particulièrement adaptées. Le critère de fatigue alors utilisé peut faire intervenir une ou plusieurs caractéristiques de défaut (taille et/ou forme et/ou localisation), représentée par leur distribution statistique.

1.8.1. Concept du maillon le plus faible

La théorie de (Weibull 1961) reste de nos jours l'outil de base pour interpréter l'effet d'échelle statistique, c'est-à-dire expliquer comment la probabilité de rupture sous un chargement donné dépend de la taille de la structure. Ce phénomène s'explique d'un point de vue statistique par l'augmentation de la probabilité de présence d'un «

défaut » dans une pièce de dimension supérieure. (Mariotte 1686) a initié la théorie statistique de l'effet d'échelle. Cela a été formalisé beaucoup plus tard par (Weibull 1961). Il a utilisé la théorie du maillon le plus faible dans sa formulation en supposant les hypothèses suivantes :

1. La structure est considérée comme une juxtaposition d'éléments parfaitement indépendants du point de vue de leur ruine.
2. La rupture de l'élément le plus faible entraîne la ruine de la structure toute entière.
3. L'interaction entre les maillons faibles (défauts) est négligée. Cette hypothèse est vérifiée dans certains cas pratiques si la distance moyenne entre les défauts est suffisamment grande par rapport à la taille des défauts.

Weibull propose l'expression suivante pour la probabilité de rupture d'un élément de la structure :

$$P_{F0}(\sigma, V_0) = \exp(-\varphi(\sigma) \times V_0) \quad \text{eq. I. 10}$$

Avec

$$\begin{cases} \varphi(\sigma) = \left(\frac{\sigma - \sigma_s}{\sigma_0}\right)^\gamma & \text{pour } \sigma \geq \sigma_s \\ \varphi(\sigma) = 0 & \text{pour } \sigma \leq \sigma_s \end{cases} \quad \text{eq. I. 11}$$

Le choix d'une telle distribution pour la probabilité de rupture permet une transformation plus simple vers la probabilité de rupture de toute la structure.

Dans cette relation, γ est le module de Weibull, σ_0 est le paramètre d'échelle et σ_s est le seuil de la distribution. On note qu'il y a une version de la même distribution sans seuil $\sigma_s = 0$.

Le modèle développé par (Weibull 1961) permet de tenir compte des effets de volume et de dispersion. Il a été étendu au domaine de la fatigue par (Freudenthal 1968; Schweiger et Heckel 1986). Afin de prendre en compte les effets des hétérogénéités de contrainte, (Hild 1992) introduit la notion de volume effectif (V_{eff}) défini à l'équation (eq. I. 12). On note que cette formulation est plus intéressante, puisqu'on rencontre souvent une combinaison des effets de volume et de gradient contrainte (eq. I. 13).

$$V_{\text{eff}} = \int \left(\frac{\sigma}{\sigma_{\text{max}}}\right)^\gamma dV \quad \text{eq. I. 12}$$

où σ_{max} est la contrainte maximale. Dans le cas d'un chargement homogène, $V_{\text{eff}} = V$.

Par la définition d'un volume de référence V_0 , la résistance moyenne d'une structure de volume V et son écart-type peuvent s'exprimer par :

$$\bar{\Sigma}_D = \sigma_0 \left(\frac{V_0}{V_{\text{eff}}}\right)^{1/\gamma} \Gamma\left(1 + \frac{1}{\gamma}\right) \quad \text{eq. I. 13}$$

Sa dispersion est exprimée par l'écart type (eq. I. 14)

$$\overline{\Sigma}_D = \sigma_0 \left(\frac{V_0}{V_{\text{eff}}}\right)^{1/\gamma} \sqrt{\Gamma(1 + 2/\gamma) - \Gamma^2(1 + 1/\gamma)} \quad \text{eq. I. 14}$$

La dispersion relative est donnée par

$$cv = \frac{\overline{\Sigma}_D}{\Sigma_D} = \frac{\sqrt{\Gamma(1 + 2/\gamma) - \Gamma^2(1 + 1/\gamma)}}{\Gamma(1 + 1/\gamma)} = f(\gamma) \quad \text{eq. I. 15}$$

L'équation (eq. I. 13) tient compte de l'effet de volume. En effet, une résistance à la fatigue moyenne est associée à un volume V_0 , et plus la taille de celui-ci augmente, plus la résistance à la fatigue diminue. En plus

de l'effet de volume, la dispersion, qui est souvent caractérisée par le coefficient de variation (i.e. le rapport de l'écart type sur la moyenne) ne dépend que du module de Weibull γ selon l'équation (eq. I. 15)

On note que le concept du maillon le plus faible est largement utilisée par plusieurs auteurs (Morel et Huyen 2008 ; Flacelière 2004 ; Flaceliere et Morel 2004; Chantier-de lima 2000; Bomas et al. 1999). La probabilité de rupture globale peut être reliée à la probabilité de rupture locale de chaque lien élémentaire. Néanmoins, cette approche présente quelques limitations quant à la prédiction de la résistance à la fatigue. En effet, (Beretta et al. 2005) ont utilisé le modèle de Weibull afin de prédire le comportement en fatigue (d'aciers). Ils sont parvenus à des valeurs estimées de résistance en moyenne et en dispersion plus faibles que les résultats expérimentaux. D'après eux, cela peut provenir de la non prise en compte l'effet de la distance à la surface.

(Flaceliere and Morel 2004a) prennent en compte l'effet prépondérant de la surface, car comme l'expérience le prouve, l'amorçage en fatigue se fait souvent au niveau de défauts surfaciques ou sub-surfacique. Ils proposent une démarche similaire utilisant la surface la plus contrainte.

Afin de pallier le problème lié à l'effet de la distance du défaut par rapport à la surface, (Bomas et al. 1999) utilisent le concept du plus faible maillon en le reliant à deux probabilités de rupture, l'une pour les défauts de surface et l'autre pour les défauts à cœur. Dans cette approche, les probabilités de survie sont supposées suivre une description de type de Weibull. Les défauts sont distribués de la même façon en volume et en surface. La résistance à la fatigue pour un défaut surfacique est σ_{fS} et celle pour un amorçage en interne est notée σ_{fV} . σ_{DV} est la contrainte équivalente de (Dang-Van 1973) et γ est le module de Weibull. Selon les auteurs, il est utile de décrire ces distributions avec la base 2 au lieu de e . La raison est que la limite de fatigue technique est généralement définie comme la médiane de la limite de fatigue aléatoire et que les descriptions avec la base 2 rendent la médiane directement accessible.

$$P_s(\text{amorçage en surface}) = 2^{-\frac{1}{s_0} \int_s \left(\frac{\sigma_{DV}}{\sigma_{fS}}\right)^\gamma ds} \quad \text{eq. I. 16}$$

$$P_s(\text{amorçage en interne}) = 2^{-\frac{1}{v_0} \int_v \left(\frac{\sigma_{DV}}{\sigma_{fV}}\right)^\gamma dv} \quad \text{eq. I. 17}$$

La probabilité de survie est alors

$$P_s = P_s(\text{amorçage en surface}) \times P_s(\text{amorçage en interne}) \quad \text{eq. I. 18}$$

La démarche de modélisation a été validée en utilisant des données des essais de fatigue (R=-1), pour différents modes de chargement (traction-compression, torsion et flexion rotative) sur un acier SAE 52100. L'application de cette méthode fournit de bonnes prévisions des limites d'endurance mesurées et montre que l'effet d'entaille dans cet acier est un effet d'échelle statistique.

1.8.2. Méthodes expérimentales de prédiction des défauts extrêmes

Dans cette section on présente les méthodes basées sur la prédiction de la taille maximale de défaut contenue dans un volume à partir de mesures expérimentales. Ces méthodes se composent de trois étapes :

- Etablissement de la distribution des défauts extrêmes à l'aide d'analyses métallographiques
- Prédiction de la taille maximale de défaut contenue dans un volume donné
- Estimation de la résistance moyenne correspondante à la taille du défaut estimée

Dans l'établissement de la distribution des défauts extrêmes, (Yukitaka Murakami 1991) a proposé une méthodologie expérimentale. L'estimation de la résistance moyenne se fait en utilisant l'une des formules présentées à la section 1.5

• **Méthodologie de Murakami**

La méthodologie de caractérisation de la distribution des valeurs extrêmes de la taille de pore est relative à une surface S_0 . Selon Murakami, cette distribution suit la loi de Gumbel dont la fonction de répartition est exprimée dans (eq. I. 19).

$$F(\sqrt{Area}) = \exp \left\{ -\exp \left(\frac{-(\sqrt{Area}-\mu)}{\beta} \right) \right\} \quad \text{eq. I. 19}$$

Les paramètres μ et β correspondent aux paramètres de position et d'échelle de la loi de Gumbel. Afin d'estimer la probabilité de la présence d'un pore de taille maximale dans un volume V donnée, Murakami a utilisé la notion de période de retour, T . L'auteur a supposé que la fonction de répartition de la probabilité de présence de la taille de pore maximale $\sqrt{Area_{max}}$ relative à la surface S , $F(\sqrt{Area_{max}})$ est déterminée par l'expression

$$F(\sqrt{Area_{max}}) = \frac{T-1}{T} \quad \text{eq. I. 20}$$

où $T = \frac{S}{S_0}$

Et dans le cas d'un volume, Murakami étend cette formule $V = h \times S$ et $T = \frac{V}{V_0}$ tel que :

$$h = (\sum_{j=1,n} \sqrt{Area_{max,j}}) / n \quad \text{eq. I. 21}$$

avec n le nombre d'observations.

La taille du plus grand pore présent sur la surface S (ou le volume V) peut être calculée à l'aide des équations

$$y_T = -\ln \left[-\ln \left(\frac{T-1}{T} \right) \right] \quad \text{eq. I. 22}$$

$$\sqrt{Area_{max}} = \mu + \beta y_T \quad \text{eq. I. 23}$$

avec y_T variable réduite.

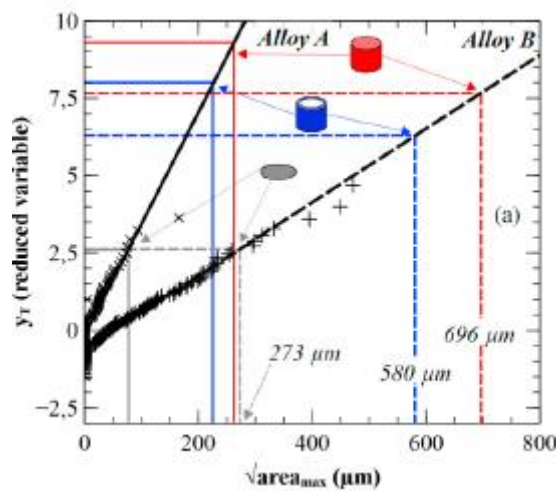


Figure 46 : Exemple d'utilisation de la méthode de (Murakami 1991) dans la prédiction de la taille maximale de défaut contenu dans un volume donné (Osmond et al. 2018a). En tenant compte de l'effet de surface (en couleur bleu) et sans tenir compte de l'effet de surface (couleur rouge).

• **Méthodologie de Makkonen**

Critiqués par (Makkonen, 2014), l'utilisation de la période de retour T présente certaines limites :

- Les équations (eq. I. 21 et 22) ne présentent pas de solution pour y_T quand $T \leq 1$.
- Quand T est proche de l'unité, $T=1.1$ par exemple, les équations (eq. I. 21 et 22) conduisent à :

$$\sqrt{Area_{max}} = \mu + \beta y_T = \mu - \ln \left(-\ln \left[\frac{1.1-1}{1.1} \right] \right) \beta = \mu - 0.88\beta \quad \text{eq. I. 24}$$

Les paramètres μ et β correspondent aux paramètres de position et d'échelle de la loi de Gumbel.

Cette constatation signifie qu'avec une très faible correction de surface, la taille de pore maximale prédite relative à la surface S est plus faible que celle relative à la surface S_0 et ceci même si $S > S_0$. Ce résultat n'est pas logique.

(Makkonen, 2014) suppose que la fonction de répartition de la taille du pore le plus grand $\sqrt{Area_{max}}$ dans le volume de contrôle $V_0 = h \times S_0$ suit une loi de Gumbel :

$$F(\sqrt{Area_{max}}, V_0) = \exp \left\{ -\exp \left(\frac{-(\sqrt{Area_{max}} - \mu)}{\beta} \right) \right\} \quad \text{eq. I. 25}$$

Les paramètres μ et β correspondent aux paramètres de position et d'échelle de la loi de Gumbel. En utilisant la méthode du maillon le plus faible, Makkonen arrive à l'expression suivante qui présente la fonction de répartition de la taille du pore le plus grand $\sqrt{Area_{max}}$ dans le volume V.

$$F(\sqrt{Area_{max}}, V) = \exp \left\{ -\frac{V}{V_0} \exp \left(\frac{-(\sqrt{Area_{max}} - \mu)}{\beta} \right) \right\} \quad \text{eq. I. 26}$$

La taille moyenne du plus grand défaut présent dans le volume V peut être obtenue en considérant, pour la distribution de Gumbel, la valeur quantile de 0,57.

$$\sqrt{Area_{max}} = \mu - \beta \ln \left(-\frac{V}{V_0} \ln (0.57) \right) \quad \text{eq. I. 27}$$

Cette approche a été utilisé par (Le 2016 et Osmond et al. 2018) dans le cas de deux alliages d'aluminium de fonderie. Elle donne une bonne estimation de la moyenne pour les deux alliages.

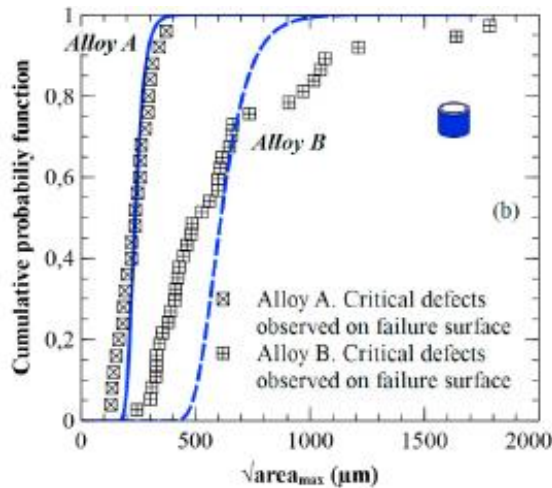


Figure 47 : Exemple d'utilisation de la méthode de (L. Makkonen, Rabb, and Tikanmäki 2014) dans la prédiction de la taille maximale de défaut contenu dans un volume donné pour deux alliages d'aluminium de fonderie (Osmond et al. 2018a)

1.8.3. Approches basées sur la méthode de Monte-Carlo

Une autre méthode pour tenir compte de la population de défauts est celle de Monte-Carlo. Cette démarche consiste à faire de multiples tirages aléatoires, et à simuler pour chaque réalisation la résistance de la pièce (structure). Elle consiste à définir un certain nombre de variables aléatoires caractéristiques, à titre d'exemple, la taille et la position spatiale des pores. Plusieurs chercheurs ont utilisé cette technique pour une modélisation probabiliste (Wilson 2017 ; Romano et al. 2019 ; Romano et al. 2019).

Dans la suite, nous allons détailler des travaux qui se basent sur la méthode de Monte-Carlo pour la modélisation de comportement statistique de la fatigue mécanique. C'est la même approche qui sera adaptée dans ce travail de thèse.

- **Formulation numérique**

Grace à sa simplicité et à sa flexibilité, plusieurs chercheurs se sont intéressés à l'utilisation de la méthode de Monte-Carlo dans le développement d'une démarche probabiliste. (Romano et al. 2019) ont proposé une modélisation basée sur la théorie du maillon le plus faible combinée avec la méthode de Monte Carlo. Le schéma de modélisation est présenté à la Figure 48.

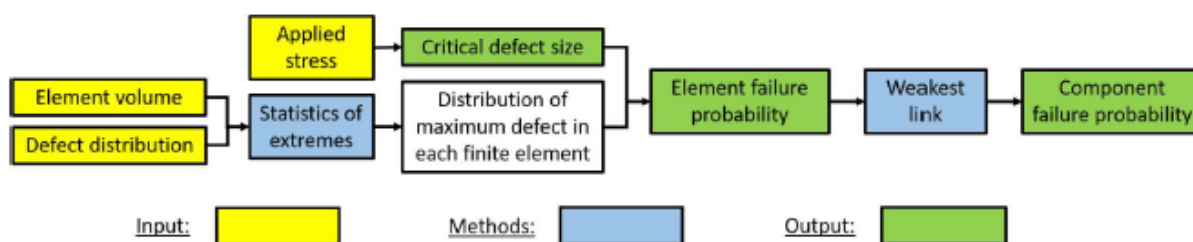


Figure 48: Schéma de la démarche probabiliste basée sur la méthode du maillon le plus faible dans les travaux de (Romano et al. 2018).

Ce schéma peut être résumé par les étapes suivantes :

- Une subdivision de la structure en un ensemble d'éléments.
- Génération de la population de défauts en utilisant la loi de Poisson pour la distribution spatiale (Chandran 2005). La taille du défaut est définie par le paramètre de Murakami \sqrt{Aire} , en utilisant les données de tomographie.
- Extraction des plus gros défauts dans chaque élément.
- Connaissant le chargement appliqué sur l'élément, estimation de la taille du défaut critique (\sqrt{Aire}_{cr}) à ne pas dépasser pour rester dans le domaine de sécurité. Par la suite une estimation de la fiabilité de l'élément est faite, en comparant la distribution des plus gros défauts contenus dans l'élément à cette taille de défaut critique
- La théorie du maillon le plus faible est finalement appliquée pour estimer la fiabilité de toute la structure en connaissant celle de chaque élément de volume.
- Ces étapes sont répétées plusieurs fois et une analyse statistique de la moyenne et de la dispersion est menée.

Dans le cas d'un chargement non uniforme dans la structure, les auteurs supposent que le chargement est constant dans chaque élément. Il est alors possible de tenir compte de l'effet de gradient de contrainte. (Romano et al. 2019) utilisent la formule de Murakami (Murakami 1991) modifiée par l'introduction de la constante d'El-Haddad (El Haddad et al. 1979), lors du passage de la distribution de la taille des défauts à la distribution en contrainte.

$$\overline{\Sigma_D} = \frac{\Delta K_{th}}{Y \sqrt{\pi(\sqrt{Aire} + \sqrt{Aire_a})}} \quad \text{eq. I. 27}$$

où $\sqrt{Aire}_a = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\sigma_0} \right)^2$ est la constante d'El-Haddad. \sqrt{Aire}_a a été estimée à 38 μm . La démarche a été appliquée à un alliage Al-Si issu du procédé de fabrication additive du procédé SLM (*Selective Laser Melting*).

Il est possible d'envisager le cas où le défaut le plus critique n'est pas forcément celui de plus grande taille grâce à la prise en compte d'un volume de sous-couche (Figure 49).

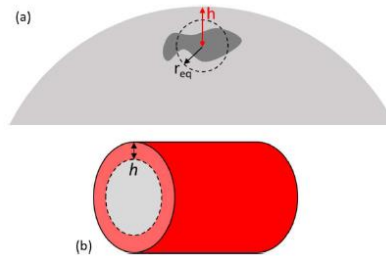


Figure 49 : Prise en compte de l'effet de la distance à la surface (Romano et al. 2019)

Cette approche peut également être appliquée pour estimer la probabilité de rupture des structures avec des géométries complexes contenant des entailles et contenant des gradients de contrainte.

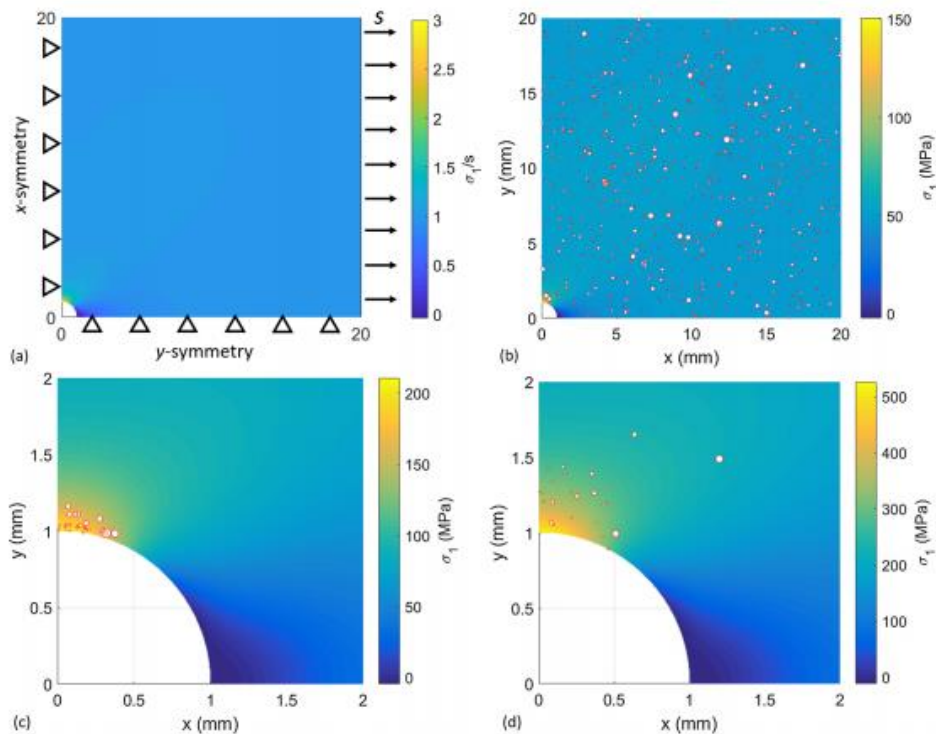


Figure 50 : Calcul de la probabilité de défaillance par simulations MC: (a) schémas de la plaque avec un trou; (b) exemple de défauts échantillonnés dans une simulation; défauts critiques obtenus par 100 simulations avec (c) une faible contrainte appliquée et une densité de défauts élevée ou (d) une contrainte appliquée élevée et une faible densité de défauts (Romano et al. 2019).

La démarche a été étendue pour la prédiction du nombre de cycles à rupture des pièces et structures issues des procédés de fabrication additive. La démarche a été validée sur des structures réelles et donne des résultats

numériques en accord avec les résultats expérimentaux. Par contre, cette démarche n'a pas été utilisée pour l'analyse de l'effet de volume et de gradient de contrainte ou l'estimation du VER en fatigue.

• **Formulation théorique**

(X. Zhu et al. 2007) ont proposé un modèle basé sur la probabilité conditionnelle et la simulation de Monte-Carlo dans le but de prédire le comportement en fatigue d'un alliage d'aluminium de fonderie W319-T7 en connaissant les caractéristiques de la population de défauts. Dans leurs travaux, la population de défauts est supposée suivre une loi Log-normale. Les principales caractéristiques sont :

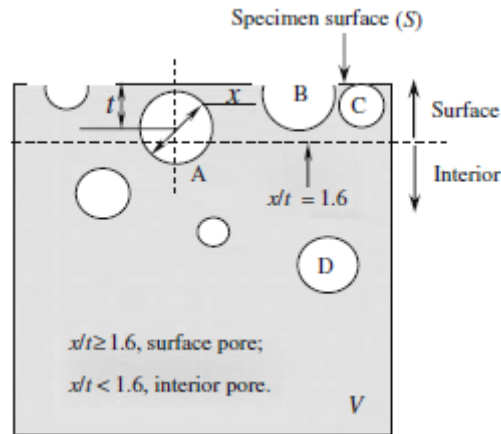


Figure 51 : Schéma des pores de surface ($x/t \geq 1,6$) et internes ou en subsurface ($x/t < 1,6$) ; x représente la taille des pores (diamètre) et t la distance du centre des pores à la surface de l'échantillon (S). Le volume de l'échantillon est V . Pore A : pore de surface éloigné de la surface ($1,6 < x/t < 2,0$), pore B : pore de surface coupant la surface ($x/t > 2,0$), pore C : pore de surface tangent à la surface ($x/t = 2,0$), et pore D : pore intérieur ($x/t < 1,6$) (Yi et al. 2007b).

- densité des pores par unité de volume : n_v
- volume de l'échantillon : V
- surface de l'échantillon : S
- diamètre équivalent du défaut numérique : x

La densité de population de défauts est supposée suivre une loi log-normale

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}(\ln \sigma_p)^2} \exp\left(-\frac{(\ln x - \ln \mu_p)^2}{2(\ln \sigma_p)^2}\right) \quad \text{eq. I. 28}$$

La population de défauts est exprimée par la fonction de répartition

$$F(x) = \int_{-\infty}^{\ln x} f(x) dx \quad \text{eq. I. 29}$$

Le nombre total des pores contenu dans le volume N_t est :

$$N_t = n_v V \quad \text{eq. I. 30}$$

On suppose que la résistance à la fatigue estimée pour un nombre de cycles de 10^8 est :

$$\overline{\Sigma}_D = \frac{\Delta K_{th}}{Y\sqrt{\pi\sqrt{Aire}}} = \frac{\Delta K_{th}}{Q\sqrt{\pi x}} \quad \text{eq. I. 31}$$

où \sqrt{Aire} est le paramètre du Murakami et x est le diamètre équivalent du pore, pour un défaut de surface $Y=0.65$ ($Q=0.61$), et pour un défaut interne $Y=0.5$ ($Q=0.47$).

Amorçage d'une fissure à partir d'un défaut interne

Dans le cas d'un chargement cyclique, le facteur d'intensité de contrainte pour une fissure amorçant à partir d'un pore de diamètre équivalent x est estimé par la formule proposée par Murakami.

$$\Delta K_I(x) = Q\sigma_a\sqrt{\pi x} \quad \text{eq. I. 32}$$

où σ_a est l'amplitude de contrainte appliquée.

En se basant sur la théorie du plus faible maillon, il est prévu que la résistance à la fatigue dépend du pore avec le facteur d'intensité de contrainte maximum dans l'éprouvette.

La probabilité qu'un pore intérieur (de diamètre x) amorce la fissure principale doit être égale au produit de la probabilité de son existence dans l'échantillon $P_1(x)$, de la probabilité de l'absence de tout pore de diamètre supérieur à x , $P_2(x)$, et de la probabilité de ne pas trouver de pores situés à la surface de l'échantillon avec un facteur d'intensité de contrainte plus élevée que celui qui correspond au pore de diamètre x , $P_3(x)$. Pour l'estimation de ces probabilités, les auteurs ont défini le nombre de pores internes N_i et le nombre de pores de surface N_s . Ils peuvent être approchés par :

$$N_i = \left(1 - \frac{5}{8}x(S/V)\right)n_VV \quad \text{eq. I. 33}$$

$$N_s = \left(\frac{5}{8}x(S/V)\right)n_VV \quad \text{eq. I. 34}$$

Selon eux, la probabilité de trouver un pore intérieur de diamètre $x \rightarrow x + dx$ est :

$$P_1(x) = N_t \left(1 - \frac{5}{8}x(S/V)\right) f(x)dx = N_i f(x)dx \quad \text{eq. I. 35}$$

tandis que la probabilité de ne pas trouver de pore supérieur à x doit être égale à :

$$P_2(x) = 1 - N_i(1 - F(x)) \quad \text{eq. I. 36}$$

La probabilité de ne pas trouver de pore situé à la surface de l'échantillon avec un facteur d'intensité de contrainte plus élevée que celui de défaut de diamètre x est supposée égale à :

$$P_3(x) = N_t \left(\frac{5}{8}x(S/V)\right) g(x) = N_s g(x) \quad \text{eq. I. 37}$$

où $g(x) = F(\lambda x)$ et $\lambda=0.77$ est un paramètre déterminé par le rapport du facteur de forme pour les fissures amorçant de l'intérieur ($Q = 0,47$) et des pores de surface ($Q = 0,61$). Par conséquent, la probabilité qu'un pore intérieur (de diamètre x) amorce une fissure dominante doit être égale à :

$$q_i(x) = N_s N_i g(x) f(x) [1 - N_i(1 - F(x))] dx \quad \text{eq. I. 38}$$

Amorçage d'une fissure à partir d'un défaut de surface

Dans ce cas, la probabilité qu'un pore de surface amorce une fissure principale doit être égale au produit de sa probabilité d'exister dans la région de surface et de la probabilité de ne pas trouver de pore plus grand que x dans la région de surface, et la probabilité de ne pas trouver de pores intérieurs possédant un facteur d'intensité de contrainte plus élevé (désigné par $h(x)$).

Par similitude, la probabilité qu'un pore de surface (de diamètre x) amorce une fissure principale doit être égale à :

$$q_s(x) = N_i N_s h(x) f(x) [1 - N_s(1 - F(x))] dx \quad \text{eq. I. 39}$$

où $h(x) = F(\lambda^{-1}x)$.

Donc la probabilité de rupture est la somme des deux probabilités. Elle représente la densité des pores extrêmes.

$$q(x) = q_i(x) + q_s(x) \quad \text{eq. I. 40}$$

$$q(x) = N_s N_i g(x) f(x) [1 - N_i (1 - F(x))] dx + N_i N_s h(x) f(x) [1 - N_s (1 - F(x))] dx \quad \text{eq. I. 41}$$

Les chercheurs ont utilisé une résolution numérique de l'équation de $q(x)$ en utilisant la méthode de Monte-Carlo.

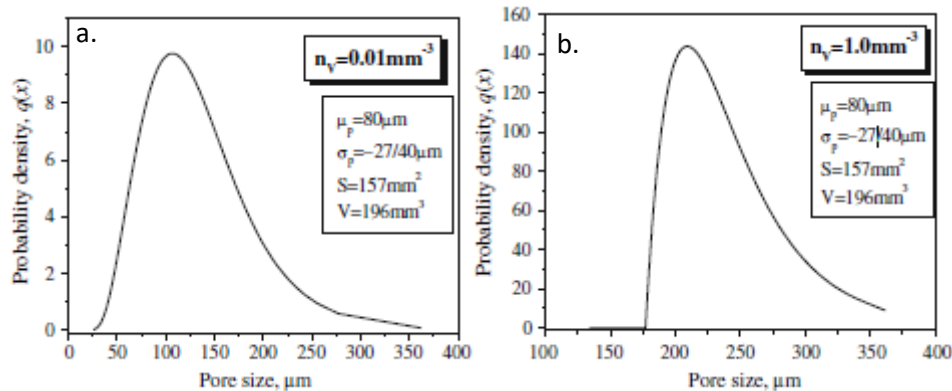


Figure 52 : Graphes simulés de $q(x)$ en fonction de la taille des pores, x . Le terme dc est la taille minimale des pores en dessous de laquelle les petits pores n'ont aucune chance d'amorcer une fissure dominante, (a) $q(x) > 0$ dans la gamme de taille de pore simulée (25 à 360 μm), ce qui signifie que tous les pores ont la possibilité d'amorcer une fissure dominante et (b) $q(x) = 0$, lorsque $x < dc = 175 \mu\text{m}$, suggérant que seuls les pores de plus de 175 μm ont la possibilité d'amorcer une fissure dominante (Yi et al. 2007b).

Les résultats présentés à la Figure 52 ont été obtenus pour deux populations de défauts qui ont la même distribution en taille mais deux densités différentes. Une faible densité ($n_v=0.01\text{mm}^{-3}$) pour laquelle il peut y avoir des défauts critiques de taille 25 μm à l'origine de fissures, et une densité élevée $n_v=1\text{mm}^{-3}$, pour laquelle les défauts extrêmes peuvent avoir une taille supérieure à 175 μm . Autrement dit, la taille des défauts critiques augmente quand la densité des pores augmente.

Les auteurs ont utilisé cette démarche pour l'analyse des effets d'autres paramètres sur la réponse en fatigue. Les étapes de la procédure de Monte-Carlo sont les suivantes :

1. Pour une éprouvette d'une géométrie donnée, un certain nombre de pores est généré dans le volume de manière aléatoire. Ce nombre est une caractéristique du matériau par unité de volume.
2. Selon la position du défaut (défaut interne ou surfacique), et sa taille, un calcul de facteur d'intensité de contrainte de toute la population de défauts avec la formule de eq. I. 32 est fait.
3. Identification du défaut le plus critique représentant $\Delta K_{I\text{max}}$
4. Calcul de la résistance à la fatigue correspondante en utilisant la formule de l'eq. I. 31
5. Répéter les étapes de (1) à (4) jusqu'à ce que le nombre d'éprouvettes N_0 soit atteint.
6. Une analyse statistique des tendances, moyenne et dispersion est finalement menée

Le modèle a été appliqué pour la prédiction de la résistance à la fatigue de l'alliage W319 d'aluminium de fonderie. Les prédictions en taille des défauts critiques et de la résistance à la fatigue sont en accord avec celles mesurées expérimentalement.

Les auteurs ont également essayé de comprendre l'effet de différents paramètres matériaux issus de procédés de fonderie :

- Caractéristiques de la population de défauts (la moyenne et la dispersion)

- Densité des pores par unité de volume n_V
- Volume de spécimen numérique V .

Les plages de variabilité de ces paramètres sont présentées au Tableau 5 :

Tableau 5: Paramètres de la population de pores et volume sollicité utilisés dans la modélisation probabiliste.

Porosity Population			
Number Density, n_V , mm^{-3}	Mean Value, μ_p , μm	Standard Deviation, $\text{Ln}(\sigma_p)^*$	Sample Volume, mm^3
Range: 0.1 to 20	80	-27/40	294
5.0	Range: 30 to 500	-10/15 to -167/250	294
5.0	80	Range: 0.05 to 1.10	294
5.0	80	-27/40	Range: 30 to 5000

Pour une première analyse, les auteurs ont essayé de comprendre l'effet de la taille moyenne des défauts contenus dans le matériau en gardant les autres paramètres constants (n_V et la dispersion).

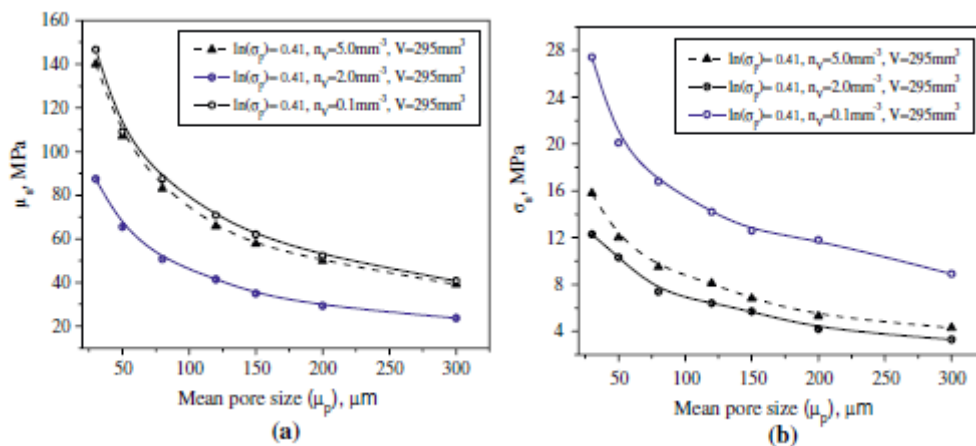


Figure 53 : Influence de la taille moyenne supposée des pores sur la résistance à la fatigue prévue, indiquant à la fois (a) la valeur moyenne et (b) l'écart type prévu obtenus en utilisant la simulation de Monte-Carlo pour trois populations de porosité différentes (Yi et al. 2007b).

A partir des résultats sur la Figure 53, on constate que la résistance à la fatigue moyenne et sa dispersion chutent quand la taille moyenne des défauts augmente (Figure 53 a). Il apparaît également que la résistance à la fatigue moyenne et sa dispersion chutent quand la densité des défauts augmente (Figure 53 b).

Les auteurs ont alors procédé à la validation de leur modèle en utilisant des résultats d'essais sur des alliages d'Aluminium de fonderie. Les résultats des essais de fatigue et les paramètres matériaux sont présentés au Tableau 6 et sur la Figure 54.

Tableau 6: estimation des caractéristiques de la population de pores pour un alliage d'aluminium de fonderie W319 calculées en se basant sur des données métallographiques par (Boileau 2001) et Simulation de Monte-Carlo.

SDAS, μm	Log-Normal* (2-D)		Log-Normal (3-D) [†]		n_s , \ddagger mm^{-2}	n_V , mm^{-3}	Runout Stress at 10^7 Cycles, MPa^{\S}	Simulated Fatigue Strength at 10^8 Cycles	
	μ_{2p}	σ_{2p}	μ_{3p}	σ_{3p}				μ_s	σ_s
23	22.6	-10/21	23.7	-12/21	0.04	20	82.7	82	9.8
70	37.8	-12/54	52.7	-31/75	1.0	50	51.7	43	2.2
100	37.6	-24/63	67.7	-43/111	2.0	100	41.3	32	1.1

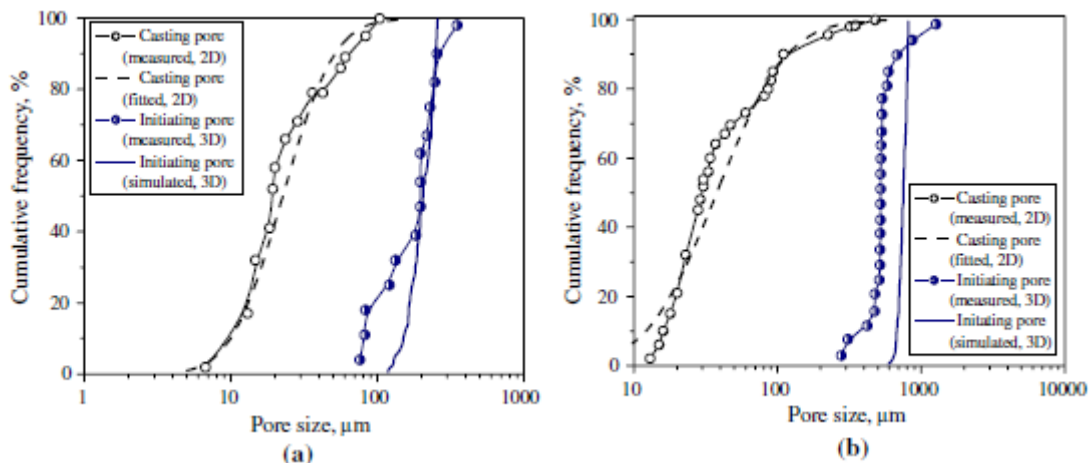


Figure 54 : Comparaison de la population de porosité générée à l'aide de simulations Monte-Carlo avec des mesures à la fois de métallographie (2-D) et de fractographie (3-D) pour l'alliage d'aluminium moulé W319 (Boileau 2001) : (a) temps de solidification 0,7 min, $\lambda_2 = 23 \mu\text{m}$; (b) temps de solidification 16,1 min, $\lambda_2 = 70 \mu\text{m}$; (λ_2 dans la légende des figures représente la valeur de SDAS) (Yi et al. 2007b).

Comme on peut le constater sur la Figure 55, la démarche probabiliste proposée est capable de prédire avec certitude les distributions des défauts critiques mesurés en 3D pour différents alliages analysés.

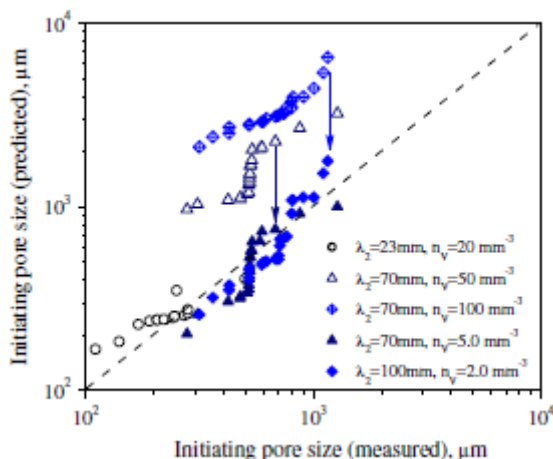


Figure 55 : Comparaison de la population de porosité estimé et celle mesurée expérimentalement.

La prédiction des défauts critiques a donné des défauts de petite taille en comparaison de ceux mesurés expérimentalement. La densité de pores a été ajustée afin de trouver celle qui donne la meilleure estimation (Figure 55). Cependant, cette sous-estimation de la taille des pores critique peut-être due à une erreur dans l'estimation de la distribution des défauts contenus dans le matériau, surtout que cette estimation est basée sur des mesures faites en 2D.

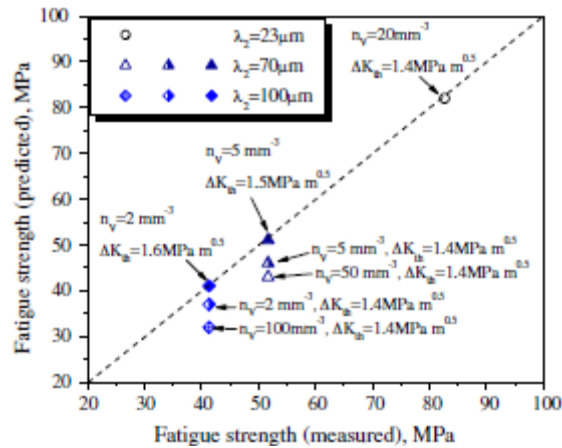


Figure 56 : Confrontation expérience modélisation pour la prédiction de la résistance à la fatigue de différents alliages d'Al-Si de fonderie (Yi et al. 2007b).

Les auteurs sont parvenus à prédire le comportement probabiliste de quelques alliages d'aluminium de fonderie avec précision (Figure 56 et Tableau 6). On remarque également, sur la Figure 56, l'effet de SDAS. En effet, une faible valeur de SDAS donne une résistance plus élevée. Ceci est dû au fait qu'il y a une corrélation entre la taille de SDAS et la taille des retassures (Boileau et Allison 2001). Une valeur de SDAS élevée entraîne une taille des pores élevés, sauf si le matériau a subi un traitement CIC.

La démarche des chercheurs présente quelques limitations :

- La formule (eq. I. 31) est plutôt adaptée pour les défauts d'une taille supérieure à 1000 μm .
- La distribution des pores en 3D a été approchée à partir des mesures effectuées en 2D.
- La densité en 3D des pores a été également approchée à partir des mesures effectuées en 2D.
- Cette approche a été utilisée pour prédire les effets de volume pour des éprouvettes lisses sans présence d'effet de gradient de contrainte.
- La notion de Volume Élémentaire Représentatif n'est pas abordée.
- Il y a des fortes hypothèses sur les deux fonctions $g(x)$ et $h(x)$. Selon les chercheurs, il est presque impossible d'obtenir une expression explicite pour ces deux probabilités.
- Ce formalisme théorique est basé sur plusieurs approximations notamment la supposition que puisque $x \ll V^{1/3}$, le volume dans lequel le pore est défini comme un pore de surface devrait être d'environ $\frac{5}{8} xS$ en se référant à la Figure 51. Cette estimation reste valable pour des géométries simples et n'est plus adaptée pour des géométries avec des entailles.

1.8.4. Synthèses sur les modèles probabilistes

Dans cette section, différents modèles probabilistes ont été présentés.

- Pour les méthodes basées sur la méthode du maillon le plus faible développée initialement par (Weibull 1961), les travaux de la littérature montrent que l'hypothèse du maillon le plus faible donne des estimations inférieures à celles observées expérimentalement car elle ne permet pas de tenir compte de l'effet de la surface (Beretta et al. 1995). (Bomas et al. 1999) proposent une amélioration en définissant deux probabilités de rupture différentes (surfacique et interne).
- Certaines méthodes se basent sur la statistique des extrêmes à partir des observations métallographiques développées initialement par (Murakami 1991). (Makkonen 2001) propose d'améliorer cette approche.
- Des méthodes de type Monte-Carlo sont utilisées pour prédire la statistique des défauts extrêmes et par la suite celle de la résistance à la fatigue. (Yi et al. 2007b) ont développé un formalisme théorique de la méthode de Monte-Carlo et (Romano et al. 2019 ; Romano et al. 2018) ont proposé une approche

numérique. La démarche de (Yi et al. 2007b) présente plusieurs inconvénients. Quant à la démarche proposée par (Romano et al. 2019 ; Romano et al. 2018) elle est plus flexible et adaptable à des géométries complexes. Il reste à noter qu'elle n'a pour le moment pas été utilisée pour la prédiction des effets de volume. On peut également dire que la méthode de Monte-Carlo constitue un moyen plus sûr et plus flexible pour l'évaluation de la probabilité de rupture, même si elle présente l'inconvénient d'être coûteuse en temps de calcul, surtout pour des composants avec une faible probabilité de défaillance. En effet, pour une probabilité de rupture de 10^{-n} , il faut réaliser entre 10^{n+2} et 10^{n+3} tirage (Fahsi 2009). Toutefois ce dernier obstacle tend à disparaître compte tenu de l'augmentation rapide et continu des puissances et des capacités de calcul.

On rappelle enfin que le passage de la distribution des pores critiques à la distribution de résistance peut être assuré de trois manières différentes :

- Les critères empiriques développés dans les travaux de Murakami et Endo, qui sont valables pour les défauts de petite taille (Murakami 1991 ; Murakami et Endo 1994).
- Les critères développés dans le cadre de la mécanique linéaire de la rupture, quand la taille des défauts est relativement grande.
- Le critère faisant intervenir la constante d'El Haddad, qui présente l'avantage d'être valable pour les défauts de petite taille et de grande taille (El Haddad 1979).

1.9. Synthèse et conclusion du chapitre de l'Etat de l'art

Les alliages Al-Si de fonderie présentent des propriétés intéressantes. Ceci justifie leurs utilisations dans différents domaines industriels où les pièces peuvent être sollicitées en statique ou fatigue mécanique. Les procédés de fabrication de fonderie induisent des défauts (retassure, pore gazeux, film d'oxyde, ...) qui affectent de manière importante la tenue en fatigue. Si ces pièces sont sollicitées en FGNC, l'expérience montre que l'origine de rupture de ces pièces est principalement un défaut proche de la surface libre.

Les propriétés de résistance en FGNC de ces alliages dépendent donc des caractéristiques de défaut à l'origine de l'amorçage :

- taille de défaut : plusieurs chercheurs ont montré que la résistance à la fatigue des alliages à défaut chute en fonction de la taille de défaut (Rotella et al. 2020 ; Rotella 2017 ; Murakami et Endo 1994 ; Romano et al. 2018).
- distance par rapport à la surface : l'expérience montre que pour les échantillons avec un amorçage en interne la résistance à la fatigue est supérieure à d'autres pièces avec un amorçage en surface pour la même taille de défaut (Murakami et Endo 1994 ; Murakami 1991 ; Rotella 2017).
- forme de défaut : différents chercheurs ont montré que la forme du défaut est un facteur qui peut être considéré du second ordre.
- type de défaut : selon (Murakami 1991) ce qui compte est la taille de défaut qui est interprétée par le paramètre \sqrt{aire} et pas sa nature ni sa forme. (Fajoui et al. 2018 ; Ben Ahmed et al. 2019) montrent que pour un alliage d'Al-Si, des oxydes et des pores de même taille en termes de \sqrt{aire} conduisent à une résistance similaire en fatigue.

En résumé, la taille du défaut est un paramètre du premier ordre et sa localisation par rapport à la surface libre est également très importante. Le type et la forme du défaut sont deux paramètres qui n'ont pas un effet notable en FGNC.

La statistique associée à ces deux paramètres conduit à l'apparition de différents phénomènes en fatigue à grand nombre de cycles :

- L'effet de volume se manifeste par une chute de la résistance en fatigue quand le volume fortement contraint augmente. Ceci est expliqué par le fait que la probabilité de trouver un défaut critique est élevée pour des volumes plus grands.
- L'effet de gradient de contrainte se manifeste par une augmentation de la résistance en fatigue quand le gradient de contrainte augmente. Le gradient de contrainte correspond à une hétérogénéité de la distribution des contraintes dans la structure. Cette hétérogénéité peut être due à l'existence d'une discontinuité dans la structure (entaille, défaut, ...) ou au chargement (flexion rotative, flexion plane, ...). On dit que le gradient a un effet bénéfique sur la résistance en fatigue.
- La dispersion. Cette caractéristique est très importante car Groupe PSA utilise la méthode Contrainte-Résistance dans sa démarche de dimensionnement fiabiliste. Peu de travaux se sont attachés à corrélérer les propriétés de la distribution des défauts présents dans le matériau (distribution en taille et distribution spatiale) avec le degré de présence de l'effet de volume et de gradient de contrainte ainsi qu'à la dispersion.

Plusieurs questions se posent alors :

- Comment la taille moyenne des défauts présents dans le matériau affecte la résistance en fatigue, l'intensité des effets de volume et de gradient de contrainte et la dispersion ?
- Comment la distribution spatiale (densité) des pores affecte la résistance en fatigue, l'intensité des effets de volume et de gradient de contrainte et la dispersion ?

Dans ce travail de thèse, la méthode du volume le plus contraint est adoptée pour une analyse conjointe des effets de volume et de gradient de contrainte qui se présentent dans les alliages Al-Si de fonderie.

L'hypothèse dans ce travail de thèse est que la dispersion est supposée être issue à 100% de la variabilité en taille des défauts à l'origine de l'amorçage et implicitement à la population des défauts dans le matériau.

Le passage de la taille des défauts à la résistance correspondante est évalué en utilisant la loi de Murakami identifiée à partir du diagramme de Kitagawa-Takahashi construit d'après les résultats expérimentaux.

Pour ce qui est de la démarche probabiliste à entreprendre, la méthode de Monte-Carlo sera utilisée pour rendre compte le plus fidèlement possible du lien entre population de défauts et résistance en fatigue. Il s'agira également de modéliser par ce biais les effets de volume.

Références

- Abdessamad, Brahami, Jamal Fajoui, and bouchouicha benattou. 2018. "Etude de l'influence Du Couplage Entre Les Caractéristiques Mécaniques et Les Sollicitations Appliquées Sur Le Comportement En Fatigue Des Alliages d'aluminium." <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.29586.96966>.
- Agha, H. Yaacoub, A.-S. Béranger, R. Billardon, and F. Hild. 1998. "High-Cycle Fatigue Behaviour of Spheroidal Graphite Cast Iron." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 21 (3): 287–96. <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.1998.00293.x>.
- Ai, Yang, Shun-Peng Zhu, Ding Liao, José A.F.O. Correia, Abílio M.P. De Jesus, and Behrooz Keshtegar. 2019. "Probabilistic Modelling of Notch Fatigue and Size Effect of Components Using Highly Stressed Volume Approach." *International Journal of Fatigue* 127 (October): 110–19. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.06.002>.
- Aigner, Roman, Sebastian Pomberger, Martin Leitner, and Michael Stoschka. 2019. "On the Statistical Size Effect of Cast Aluminium." *Materials (Basel, Switzerland)* 12 (10). <https://doi.org/10.3390/ma12101578>.
- Bastien, WEBER. 1999. "Fatigue multiaxiale des structures industrielles sous chargement quelconque," 243.
- Beaumont, Pauline. 2013. "Optimisation des plans d'essais accélérés Application à la tenue en fatigue de pièces métalliques de liaison au sol." Phdthesis, Université d'Angers. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00942280/document>.

- Bellett, D. & Morel, F. 2005. "Influence Des Fortes Contraintes Hydrostatiques Sur La Résistance En Fatigue d'un Alliage d'aluminium AS7G03U.," 2005, Technical report, 2005. edition.
- Ben Ahmed, Amal, Mohamed Iben Houria, Raouf Fathallah, and Habib Sidhom. 2019. "The Effect of Interacting Defects on the HCF Behavior of Al-Si-Mg Aluminum Alloys." *Journal of Alloys and Compounds* 779 (March): 618–29. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2018.11.282>.
- Beretta, S., P. Clerici, and S. Matteazzi. 1995. "The Effect of Sample Size on the Confidence of Endurance Fatigue Tests." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 18 (1): 129–39. <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1995.tb00147.x>.
- Beretta, S., and S. Romano. 2017. "A Comparison of Fatigue Strength Sensitivity to Defects for Materials Manufactured by AM or Traditional Processes." *International Journal of Fatigue, Fatigue and Fracture Behavior of Additive Manufactured Parts*, 94 (January): 178–91. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2016.06.020>.
- Beretta, Stefano, Guocai Chai, and E. Soffiati. 2005. "A Weakest – Link Analysis for Fatigue Strength of Components Containing Defects." In
- Berto, F., F. Mutignani, and M. Tisalvi. 2015. "Notch Effect on the Fatigue Behavior of a Hot-Dip Galvanized Structural Steel." *Strength of Materials* 47 (5): 719–27. <https://doi.org/10.1007/s11223-015-9709-0>.
- Boileau, J. M. 2001. "The Effect of Solidification Time on the Mechanical Properties of a Cast 319 Aluminum Alloy.," 1.
- Boileau, James M., and John E. Allison. 2001. "The Effect of Porosity Size on the Fatigue Properties in a Cast 319 Aluminum Alloy." *SAE Transactions* 110: 648–59.
- Bomas, H., T. Linkewitz, and Peter Dr Mayr. 1999. "Application of a Weakest-Link Concept to the Fatigue Limit of the Bearing Steel SAE 52100 in a Bainitic Condition." In. <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.1999.t01-1-00211.x>.
- Buffière, J-Y., S. Savelli, P. H. Jouneau, E. Maire, and R. Fougères. 2001. "Experimental Study of Porosity and Its Relation to Fatigue Mechanisms of Model Al–Si7–Mg0.3 Cast Al Alloys." *Materials Science and Engineering: A* 316 (1): 115–26. [https://doi.org/10.1016/S0921-5093\(01\)01225-4](https://doi.org/10.1016/S0921-5093(01)01225-4).
- Castillo, Enrique, Manuel López-Aenlle, Antonio Ramos, Alfonso Fernández-Canteli, Rolf Kieselbach, and Volker Esslinger. 2006. "Specimen Length Effect on Parameter Estimation in Modelling Fatigue Strength by Weibull Distribution." *International Journal of Fatigue, Fatigue lifetime prediction of metals based on microstructural behaviour*, 28 (9): 1047–58. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2005.11.006>.
- Chandran, K. S. Ravi. 2005. "Duality of Fatigue Failures of Materials Caused by Poisson Defect Statistics of Competing Failure Modes." *Nature Materials* 4 (4) : 303–8. <https://doi.org/10.1038/nmat1351>.
- Chantier-De Lima, Isabelle. 2000. "Tolérance aux défauts initiaux et effets de surface (dimensionnement à la fatigue de pièces de fonderie)." *Laboratoire de mécanique et technologie, Cachan. 2000.*
- Davidson, C J, J R Griffiths, and A Zanada. 2004. "Fatigue Properties Of Squeeze, Semisolid And Gravity Diecast Al-Si-Mg Alloy," 6.
- El Haddad, M. H., T. H. Topper, and K. N. Smith. 1979. "Prediction of Non-Propagating Cracks." *Engineering Fracture Mechanics* 11 (3): 573–84. [https://doi.org/10.1016/0013-7944\(79\)90081-X](https://doi.org/10.1016/0013-7944(79)90081-X).
- Endo, M., and A. J. McEvily. 2007. "Prediction of the Behavior of Small Fatigue Cracks." *Materials Science and Engineering: A, The McEvily Symposium: Fatigue and Fracture of Traditional and Advanced Materials, TMS 2006, 468–470 (November): 51–58.* <https://doi.org/10.1016/j.msea.2006.09.084>.
- Fahsi, Adil. 2009. "Application des techniques de fiabilité pour l'estimation des incertitudes des résultats de simulations numériques en hydrodynamique des rivières." *Masters, Montréal : École de technologie supérieure.* <https://espace.etsmtl.ca/id/eprint/264/>.
- Flaceliere, L., and F. Morel. 2004. "Probabilistic Approach in High-Cycle Multiaxial Fatigue: Volume and Surface Effects." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 27 (12): 1123–35. <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.2004.00823.x>.
- Flacelière, Laurent. 2004. "Contribution à La Modélisation Du Dommage En Fatigue Multiaxiale d'un Acier C36 : Confrontation à l'expérience." *These de doctorat, Poitiers.* <http://www.theses.fr/2004POIT2338>.
- Flavenot, J. F., and N. Skalli. 1984. "A Critical Depth Criterion for The Evaluation Of Long-Life Fatigue Strength Under Multiaxial Loading And A Stress Gradient." In *Fracture 84*, edited by S. R. Valluri, D. M. R. Taplin, P. RAMA Rao, J. F. Knott, and R. Dubey, 1887–94. Pergamon. <https://doi.org/10.1016/B978-1-4832-8440-8.50186-1>.

- Freudenthal, A. M. 1968. "Statistical Approach to Brittle Fracture." *Fracture, An Advanced Treatise*, II, 591–619.
- Gumbel, Emil Julius. 1934. *Les valeurs extrêmes des distributions statistiques*. s.n.!
- Härkegård, G., and G. Halleraker. 2010. "Assessment of Methods for Prediction of Notch and Size Effects at the Fatigue Limit Based on Test Data by Böhm and Magin." *International Journal of Fatigue* 32 (10): 1701–9. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2010.03.011>.
- Hild, François. 1992. "De La Rupture Des Materiaux a Comportement Fragile." These de doctorat, Paris 6. <https://www.theses.fr/1992PA066507>.
- Hooreweder, Brecht Van, David Moens, Rene Boonen, and Paul Sas. 2012. "Fatigue Strength Analysis of Notched Aluminium Specimens Using the Highly Stressed Volume Method." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 35 (2): 154–59. <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.2011.01602.x>.
- J. Schijve. 2003. "Fatigue of Structures and Materials in the 20th Century and the State of the Art. *Int. J. Fatigue*, 23(8):679–702," 2003.
- Kloos, K. H., A. Buch, and D. Zankov. 1981. "Pure Geometrical Size Effect in Fatigue Tests with Constant Stress Amplitude and in Programme Tests." *Materialwissenschaft Und Werkstofftechnik* 12 (2): 40–50. <https://doi.org/10.1002/mawe.19810120205>.
- Koutiri, I. 2011. *Effet Des Fortes Contraintes Hydrostatiques Sur La Tenue En Fatigue Des Matériaux Métalliques*. Doctoral dissertation. Angers, ENSAM.
- Kuguel, R. 1963. "A Relation between Theoretical Stress Concentration Factor and Fatigue Notch Factor Deduced from the Concept of Highly Stressed Volume, ASTM, Vol. 61,." *Journal of the Society of Materials Science, Japan* 12 (112): 10.
- Lados, D. A. 2004. "Fatigue Crack Growth Mechanisms in Al–Si–Mg Alloys." *Surface Engineering* 20 (6): 416–24. <https://doi.org/10.1179/sur.2004.20.6.416>.
- Laure, Emmanuelle, and Sylvie Pommier. 2007. "Critère d'endurance probabiliste prenant en compte l'effet de taille de défaut," 6.
- Le, V. D. 2016. *Etude de l'influence Des Hétérogénéités Microstructurales Sur La Tenue En Fatigue à Grand Nombre de Cycles Des Alliages d'aluminium de Fonderie*. (Doctoral Dissertation, Angers, ENSAM).
- Le, Viet-Duc, Franck Morel, Daniel Bellett, Nicolas Saintier, and Pierre Osmond. 2016. "Simulation of the Kitagawa-Takahashi Diagram Using a Probabilistic Approach for Cast Al-Si Alloys under Different Multiaxial Loads." *International Journal of Fatigue* 93 (December): 109–21. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2016.08.014>.
- Lefebvre, Frédéric, Giulia Serrano, Supriyo Ganguly, and Ian Sinclair. 2004. "Simulation of Fatigue Behaviour in Fusion Welded 2024-T351." 2004.
- Leitner, Martin, Christian Garb, Heikki Remes, and Michael Stoschka. 2017. "Microporosity and Statistical Size Effect on the Fatigue Strength of Cast Aluminium Alloys EN AC-45500 and 46200." *Materials Science and Engineering: A* 707 (November): 567–75. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2017.09.023>.
- Leitner, Martin, Michael Vormwald, and Heikki Remes. 2017. "Statistical Size Effect on Multiaxial Fatigue Strength of Notched Steel Components." *International Journal of Fatigue* 104 (November): 322–33. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.08.002>.
- Lipp, K., J. Baumgartner, and P. Beiss. 2013. "Fatigue Design of Sintered Steel Components: Effect of Stress Concentrations and Mean Stresses on Local Strength Using Highest Stressed Volume Approach." *Powder Metallurgy* 56 (5): 337–41. <https://doi.org/10.1179/0032589913Z.000000000141>.
- Luu, D H. 2006. "Gradient Theory: Constitutive Models and Fatigue Criteria; Application in Micromechanics."
- Luu, D.H., M.H. Maitournam, and Q.S. Nguyen. 2014. "Formulation of Gradient Multiaxial Fatigue Criteria." *International Journal of Fatigue* 61 (April): 170–83. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2013.11.014>.
- Makkonen, Lasse, Roger Rabb, and Maria Tikanmäki. 2014. "Size Effect in Fatigue Based on the Extreme Value Distribution of Defects." *Materials Science and Engineering: A* 594 (January): 68–71. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2013.11.045>.
- Makkonen, M. 2001. "Statistical Size Effect in the Fatigue Limit of Steel." *International Journal of Fatigue* 23 (5): 395–402. [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(01\)00003-2](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(01)00003-2).
- Mariotte, Edme. 1686. *Traité du mouvement des eaux et des autres corps fluides: Divisé en v. parties*. E. Michallet.
- Massonnet Ch. 1955. *Le dimensionnement des pices de machines soumises la fatigue. Contribution experimentale d'etude de l'effet de l'echelle et des entailles*. RVEue Universelle des Mines.

- McDowell, D. L, K Gall, M. F Horstemeyer, and J Fan. 2003. "Microstructure-Based Fatigue Modeling of Cast A356-T6 Alloy." *Engineering Fracture Mechanics* 70 (1): 49–80. [https://doi.org/10.1016/S0013-7944\(02\)00021-8](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(02)00021-8).
- Moore, H. F. and Morkovin, D. 1944. "Third Progress Report on the Effect of Size of Specimen on Fatigue Strength of Three Types of Steel.," 1944, ASTM Proc. 44, 137–158. edition.
- Morel, F., and N. Huyen. 2008. "Plasticity and Damage Heterogeneity in Fatigue." *Theoretical and Applied Fracture Mechanics* 49 (1): 98–127. <https://doi.org/10.1016/j.tafmec.2007.10.006>.
- Morel, Franck, and Thierry PALIN-LUC. 2002. "A Non-Local Theory Applied to High Cycle Multiaxial Fatigue." *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 25 (7): 649–65. <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.2002.00527.x>.
- Murakami. 2002. "Metal Fatigue: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions - 1st Edition." 2002. <https://www.elsevier.com/books/metal-fatigue-effects-of-small-defects-and-nonmetallic-inclusions/murakami/978-0-08-044064-4>.
- Murakami, Y., and M. Endo. 1994. "Effects of Defects, Inclusions and Inhomogeneities on Fatigue Strength." *International Journal of Fatigue* 16 (3): 163–82. [https://doi.org/10.1016/0142-1123\(94\)90001-9](https://doi.org/10.1016/0142-1123(94)90001-9).
- Murakami, Yukitaka. 1991. "Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions on the Fatigue Strength of Metals." *Key Engineering Materials*. Trans Tech Publications Ltd. 1991. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.51-52.37>.
- N. Saintier, T. Palin-luc, J. Bénabes, F. 2013. "Cocheteux, Non-Local Energy Based Fatigue Life Calculation Method under Multiaxial Variable Amplitude Loadings, *International Journal of Fatigue*," September 2013, Volume 54, Pages 68-83, ISSN 0142-1123. edition.
- Nayhumwa, C., N. R. Green, and J. Campbell. 2001. "Influence of Casting Technique and Hot Isostatic Pressing on the Fatigue of an Al-7Si-Mg Alloy." *Metallurgical and Materials Transactions A* 32 (2): 349–58. <https://doi.org/10.1007/s11661-001-0266-8>.
- Neuber, H. 1961. "Theory of Stress Concentration for Shear-Strained Prismatical Bodies With Arbitrary Nonlinear Stress-Strain Law." *Journal of Applied Mechanics* 28 (4): 544–50. <https://doi.org/10.1115/1.3641780>.
- Nicoletto, Gianni, Giancarlo Anzelotti, and Radomila Konečná. 2010. "X-Ray Computed Tomography vs. Metallography for Pore Sizing and Fatigue of Cast Al-Alloys." *Procedia Engineering* 2 (1): 547–54. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2010.03.059>.
- Nicoletto, Gianni, Radomila Konečná, and Stanislava Fintova. 2012. "Characterization of Microshrinkage Casting Defects of Al–Si Alloys by X-Ray Computed Tomography and Metallography." *International Journal of Fatigue, Fatigue Design & Material Defects*, 41 (August): 39–46. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.01.006>.
- Osmond, Pierre, Viet-Duc Le, Franck Morel, Daniel Bellett, and Nicolas Saintier. 2018. "Effect of Porosity on the Fatigue Strength of Cast Aluminium Alloys: From the Specimen to the Structure." *Procedia Engineering, 7th International Conference on Fatigue Design, Fatigue Design 2017, 29-30 November 2017, Senlis, France*, 213 (January): 630–43. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2018.02.059>.
- Palin-Luc, T., and S. Lasserre. 2000. "Prise En Compte Des Concentrations de Contraintes Par Un Critère Énergétique de Tenue En Fatigue: Prévision et Estimation de La Durée de Vie Des Structures Mécaniques." In *R.F.M. RVEue Française de Mécanique*, 41–48. Groupement pour l'avancement des méthodes d'analyse des contraintes. <http://cat.inist.fr/?aModele=afficheN&cpsidt=1319692>.
- Palin-Luc, Thierry. 1996. "Fatigue Multiaxiale d'une Fonte GS Sous Sollicitations Combinées d'amplitude Variable." *These de doctorat, Paris, ENSAM*. <http://www.theses.fr/1996ENAM0029>.
- Papadopoulos, Ioannis V., and Vassilis P. Panoskaltis. 1996. "Invariant Formulation of a Gradient Dependent Multiaxial High-Cycle Fatigue Criterion." *Engineering Fracture Mechanics* 55 (4): 513–28. [https://doi.org/10.1016/S0013-7944\(96\)00047-1](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(96)00047-1).
- Peterson, R. E. 1961. "The Role of Stress Distribution in Fatigue." *Experimental Mechanics* 1 (4): 105–15. <https://doi.org/10.1007/BF02323115>.
- Phillips, C. E. and Heywood, R. B. 1951. "The Size Effect in Fatigue of Plain and Notched Steel Specimens Loaded under RVEersed Direct Stress.," 1951, *Proc. L Mech. E.*, 165 editions.
- Pogoretskii, R. G. 1966. "The Statistical Factor of the Size Effect in Fatigue Testing of Steel." *Soviet Materials Science* 1 (2): 94–97. <https://doi.org/10.1007/BF00715894>.

- Redik, Sabine, Markus Tauscher, and Florian Grün. 2014. "Mechanisms of Fatigue-Crack Initiation and Their Impact on Fatigue Life of AlSi7 Die-Cast Components." *MATEC Web of Conferences* 12: 03003. <https://doi.org/10.1051/mateconf/20141203003>.
- Romano, S., A. Brandão, J. Gumpinger, M. Gschweidl, and S. Beretta. 2017. "Qualification of AM Parts: Extreme Value Statistics Applied to Tomographic Measurements." *Materials & Design* 131 (October): 32–48. <https://doi.org/10.1016/j.matdes.2017.05.091>.
- Romano, S., A. Brückner-Foît, A. Brandão, J. Gumpinger, T. Ghidini, and S. Beretta. 2018a. "Fatigue Properties of AlSi10Mg Obtained by Additive Manufacturing: Defect-Based Modelling and Prediction of Fatigue Strength." *Engineering Fracture Mechanics*, SI: 50th Anniversary Issue, 187 (January): 165–89. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2017.11.002>.
- Romano, S., S. Miccoli, and S. Beretta. 2019. "A New FE Post-Processor for Probabilistic Fatigue Assessment in the Presence of Defects and Its Application to AM Parts." *International Journal of Fatigue* 125 (August): 324–41. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.04.008>.
- Romano, Simone, Stefano Beretta, Stefano Miccoli, and Michael Gschweidl. 2019. "Probabilistic Framework for Defect Tolerant Fatigue Assessment of AM Parts Applied to a Space Component." *ASTM International*, April.
- Rosso, Mario. 2005. "The Influence of Casting Process on Quality and Performances of Al Based Automotive Components." 2005. [/paper/The-influence-of-casting-process-on-quality-and-of-Rosso/7b2a423fc7294b885cecea565cd6d3dff7a2a2bb](https://doi.org/10.1016/j.procs.2005.12.001).
- Rotella, Antonio. 2017. "Fatigue d'un alliage d'aluminium moulé A357-T6 : rôle de la morphologie, de la position des défauts et application à une structure pour le calcul de la durée de vie en fatigue," October. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01692427>.
- Rotella, Antonio, Yves Nadot, Mickaël Piellard, Rémi Augustin, and Michel Fleuriot. 2020. "Influence of Defect Morphology and Position on the Fatigue Limit of Cast Al Alloy: 3D Characterization by X-Ray Microtomography of Natural and Artificial Defects." *Materials Science and Engineering: A* 785 (May): 139347. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2020.139347>.
- Sadek, Salar, and Mårten Olsson. 2014. "New Models for Prediction of High Cycle Fatigue Failure Based on Highly Loaded Regions." *International Journal of Fatigue* 66 (September): 101–10. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2014.03.014>.
- Savelli, S., Jean Yves Buffière, and Roger Fougères. 2000. "Pore Characterization in a Model Cast Aluminum Alloy and Its Quantitative Relation to Fatigue Life Studied by Synchrotron X-Ray Microtomography." *Materials Science Forum*. 2000. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/MSF.331-337.197>.
- Schweiger, G, and K Heckel. 1986. "Size Effect in Randomly Loaded Specimens☆." *International Journal of Fatigue* 8 (4): 231–34. [https://doi.org/10.1016/0142-1123\(86\)90026-5](https://doi.org/10.1016/0142-1123(86)90026-5).
- Siebel E, Stieler M. 1955. "Dissimilar Stress Distributions and Cyclic Loading. *Z Ver Deutsch Ing* ;97:121–31.," 1955.
- Sonsino, C. M., and G. Fischer. 2005. "Local Assessment Concepts for the Structural Durability of Complex Loaded Components." *Materialwissenschaft Und Werkstofftechnik* 36 (11): 632–41. <https://doi.org/10.1002/mawe.200500932>.
- Sonsino, C. M., D. Radaj, U. Brandt, and H. P. Lehrke. 1999. "Fatigue Assessment of Welded Joints in AlMg 4.5Mn Aluminium Alloy (AA 5083) by Local Approaches." *International Journal of Fatigue* 21 (9): 985–99. [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(99\)00049-3](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(99)00049-3).
- Sonsino, Cetin Morris, Heinz Kaufmann, and Vatroslav Grubišić. 1997. "Transferability of Material Data for the Example of a Randomly Loaded Forged Truck Stub Axle." *SAE Transactions* 106: 649–70.
- Taylor, D. 2008. "The Theory of Critical Distances." *Engineering Fracture Mechanics*, Critical Distance Theories of Fracture, 75 (7): 1696–1705. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2007.04.007>.
- Taylor, John A. 2012. "Iron-Containing Intermetallic Phases in Al-Si Based Casting Alloys." *Procedia Materials Science*, 11th International Congress on Metallurgy & Materials SAM/CONAMET 2011, 1 (January): 19–33. <https://doi.org/10.1016/j.mspro.2012.06.004>.
- Tijani, Y., A. Henrietz, T. Bruder, and H. Hanselka. 2013. "Quantitative Evaluation of Fatigue Life of Cast Aluminum Alloys by Non-Destructive Testing and Parameter Model." *International Journal of Fatigue, Fatigue and Microstructure: A special issue on recent advances*, 57 (December): 73–78. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2013.05.017>.

- Trantina, G. G. 1981. "Statistical Fatigue Failure Analysis." *Journal of Testing and Evaluation* 9 (1): 44–49. <https://doi.org/10.1520/JTE10646J>.
- Van, Ky Dang. 1973. Sur la résistance à la fatigue des métaux. wydawca nieznanym.
- Wang, Q G, D Apelian, and D A Lados. 2001. "Fatigue Behavior of A356/357 Aluminum Cast Alloys. Part II Effect of Microstructural Constituents." *Journal of Light Metals*, 13.
- Wang, Q. G, and C. H Cáceres. 1998. "The Fracture Mode in Al–Si–Mg Casting Alloys." *Materials Science and Engineering: A* 241 (1): 72–82. [https://doi.org/10.1016/S0921-5093\(97\)00476-0](https://doi.org/10.1016/S0921-5093(97)00476-0).
- Wang, Q. G., P. N. Crepeau, C. J. Davidson, and J. R. Griffiths. 2006. "Oxide Films, Pores and the Fatigue Lives of Cast Aluminum Alloys." *Metallurgical and Materials Transactions B* 37 (6): 887–95. <https://doi.org/10.1007/BF02735010>.
- Wang, Rongqiao, Da Li, Dianyin Hu, Fanchao Meng, Hui Liu, and Qihang Ma. 2017. "A Combined Critical Distance and Highly-Stressed-Volume Model to Evaluate the Statistical Size Effect of the Stress Concentrator on Low Cycle Fatigue of TA19 Plate." *International Journal of Fatigue* 95 (February): 8–17. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2016.10.003>.
- Weibull, Waloddi. 1961. *Fatigue Testing and Analysis of Results*. 1st Edition edition. Published for Advisory Group for Aeronautical Research and Development, North Atlantic Treaty Organization, by Pergamon Press.
- Wicke, M., M. Luetje, I. Bacaicoa, and A. Brueckner-Foit. 2016. "Characterization of Casting Pores in Fe-Rich Al-Si-Cu Alloys by Microtomography and Finite Element Analysis." *Procedia Structural Integrity*, 21st European Conference on Fracture, ECF21, 20-24 June 2016, Catania, Italy, 2 (January): 2643–49. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2016.06.330>.
- Wilson, Pablo. 2017. "Inférence statistique de la population de défauts pour l'étude et la simulation de la fatigue oligocyclique d'un alliage d'aluminium de fonderie." Phdthesis, Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM. <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01511338>.
- Y. Murakami and H. Usuki. 1989. "Prediction of Fatigue Strength of High-Strength Steels Based on Statistical Evaluation of Inclusion Size, *Trans. Jpn. Soc. Mech. Eng. A*, 55(510) 213-221.," 1989.
- Y. Murakami, S. Kodama and S. Konuma: 1988. "Quantitative Evaluation of Effects of Nonmetallic Inclusions on Fatigue Strength of High Strength Steel, *Trans. Jpn. SOC. Mech. Eng. A*, 54(500)," 1988.
- Yi, J. Z., Y. X. Gao, P. D. Lee, H. M. Flower, and T. C. Lindley. 2003. "Scatter in Fatigue Life Due to Effects of Porosity in Cast A356-T6 Aluminum-Silicon Alloys." *Metallurgical and Materials Transactions A* 34 (9): 1879–90. <https://doi.org/10.1007/s11661-003-0153-6>.
- Yi, J.Z., X. Zhu, J.W. Jones, and J.E. Allison. 2007. "A Probabilistic Model of Fatigue Strength Controlled by Porosity Population in a 319-Type Cast Aluminum Alloy: Part II. Monte-Carlo Simulation." *Metallurgical and Materials Transactions A* 38 (5): 1123–35. <https://doi.org/10.1007/s11661-006-9069-2>.
- Zhu, X., J. Z. Yi, J. W. Jones, and J. E. Allison. 2007. "A Probabilistic Model of Fatigue Strength Controlled by Porosity Population in a 319-Type Cast Aluminum Alloy: Part I. Model Development." *Metallurgical and Materials Transactions A* 38 (5): 1111–22. <https://doi.org/10.1007/s11661-006-9070-9>.

2. MATERIAUX ET METHODES EXPERIMENTALES

2.1. Introduction

Dans ce chapitre, une caractérisation de la microstructure des matériaux étudiés sera tout d'abord abordée. Puis, on montrera l'ensemble des outils expérimentaux qui sera mis en œuvre pour la campagne expérimentale, en particulier, pour l'étude du comportement en FGNC du matériau et des mécanismes d'amorçage. Enfin, la technique de tomographie aux rayons X sera utilisée à la fois pour caractériser la population des défauts et pour des observations *post mortem* afin de localiser les défauts conduisant à l'amorçage des fissures principales.

2.2. Matériaux

Dans le but d'étudier le rôle des hétérogénéités microstructurales (pores) sur les effets d'échelle et de gradient de contrainte ainsi que sur la dispersion, deux nuances d'alliage d'aluminium de fonderie ont été utilisées. Dans la suite, une présentation détaillée de ces nuances, que nous avons dénommées nuance A et nuance B, va être proposée.

Nuance A

Il s'agit d'un alliage AlSi7Cu0.5Mg0.3 de première fusion et de composition indiquée dans le tableau ci-dessous.

Tableau 7 : Composition chimique de l'alliage AlSi7Cu0.5Mg0.3

Elément	Si	Cu	Mg	Zn	Mn	Ni	Ti	Pb	Fe	Sn
% en masse	6,5-7,5	0,4-0,6	0,28-0,4	<0,10	<0,10	<0,05	0,08-0,2	<0,05	<0,20	<0,05

Dans le cadre de cette étude, cet alliage est coulé en coquille par gravité dans un moule de culasse. Un traitement thermique complet T7 est ensuite appliqué afin de conférer les propriétés adaptées. Les étapes du traitement sont :

- Mise en solution à 535-540°C pendant 5 heures
- Trempe à l'eau à une température de 60 à 70°C
- Revenu à 200°C pendant 5 heures
- Refroidissement à la température ambiante.

Le procédé de moulage en coquille par gravité est présenté à la Figure 57. L'avantage de ce procédé est principalement l'obtention des pièces de bonne qualité avec une faible présence des pores.



Figure 57: Procédé de moulage en coquille par gravité.

Nuance B

La nuance B est un alliage AlSi7Mg0.3 de première fusion et de composition chimique indiqué dans le tableau ci-dessous.

Tableau 8 : Composition chimique de l'alliage AlSi7Mg0.3

Elément	Si	Cu	Mg	Zn	Mn	Ni	Ti	Pb	Fe	Sn
% en masse	6,5-7,5	<0,10	0,28-0,4	<0,10	<0,10	<0,05	0,08-0,2	<0,05	<0,20	<0,05

Dans le cadre de cette étude, il est coulé par le procédé de modèle perdu (PMP) sous la forme d'une plaque et suivi d'un traitement thermique complet T7 dont les conditions sont identiques à celles utilisées pour la nuance A. les étapes d'élaboration des plaques sont :

1. Réalisation des maquettes en polystyrène et assemblage pour former une grappe [Figure 58 (a)].
2. Poteyage : cette opération assure l'étanchéité en métal liquide du modèle. La difficulté est ici d'adopter un poteyage assurant l'imperméabilité en métal liquide et la perméabilité au gaz afin d'évacuer au maximum le gaz généré par la sublimation du polystyrène.
3. Moulage : la grappe est plongée dans une cuve puis celle-ci est remplie de sable.
4. Coulée : le métal liquide est versé par le haut du descendant. Le contact de celui-ci avec le polystyrène provoque la sublimation de ce dernier. Les dimensions de la plaque ainsi que les positions de prélèvement d'éprouvettes sont présentées en Figure 58 (b).

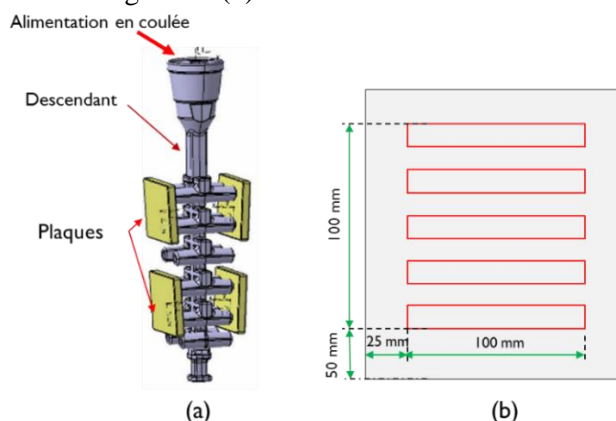


Figure 58: a) Grappe de coulée des plaques PMP permettant la coulée de 4 plaques simultanément, b) dimensions de plaque ainsi que positions de prélèvement d'éprouvettes.

Microstructure et propriétés mécaniques

Les deux alliages présentent des microstructures typiques des alliages d'aluminium de fonderie hypoeutectoïdes. La Figure 59 met en évidence les hétérogénéités microstructurales de ces deux nuances.

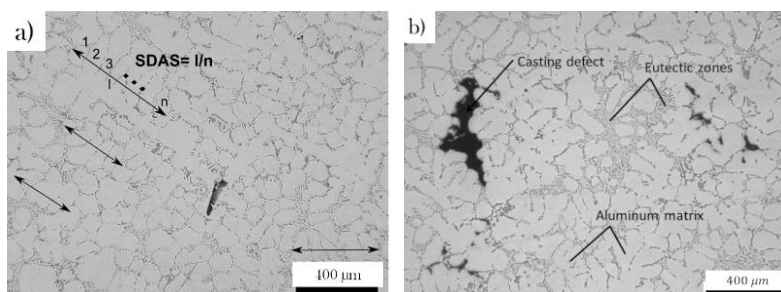


Figure 59: Microstructure de l'alliage (a) A (AlSi7Cu05Mg03 - T7), (b) B (AlSi7Mg03 - T7)

Les travaux précédents de (V. D. Le 2016b) et (Koutiri 2011b) ont permis la caractérisation de différentes propriétés de ces deux nuances. La synthèse de ces travaux de caractérisation est présentée dans le Tableau 9. Le chapitre 4 présente en détails la caractérisation de la population de défauts en termes de taille et de distribution spatiale.

Tableau 9: Propriétés des alliages d'aluminium de fonderie étudiés

Grade	Nuance A	Nuance B
Désignation	AlSi7Cu05Mg03 - T7	AlSi7Mg03 - T7
Procédé	Coquille par gravité	PMP
Traitement thermique	T7	T7
SDAS (μm)	42 \pm 10	77 \pm 19
Module d'Young E (GPa)	77 \pm 6 (Koutiri 2011b)	68 \pm 5 (Koutiri 2011b)
Limite d'élasticité $\sigma_{Y0.2\%}$ (MPa)	260 \pm 2	240 \pm 5
Résistance mécanique σ_u (MPa)	304 \pm 4	251 \pm 6
Allongement A (%)	4.7 \pm 1.2	0.8 \pm 0.1
Porosité (%)	0.03	0.28
Micro-dureté (Hv25Gr)	115	100

2.3. Campagne d'essais mécaniques

On rappelle que, pour l'étude proposée ici, il s'agira d'étudier les problèmes de dispersion ainsi que des conditions optimales de passage de l'élément de volume à la structure (effet de gradient de contrainte, effet de volume) en fatigue à grand nombre de cycles. Pour cela un programme expérimental précis est mis en place. Il comprend des essais mécaniques, des observations des mécanismes d'amorçage et l'utilisation de techniques de caractérisation ad hoc (en particulier la tomographie RX).

Les essais de fatigue à grand nombre de cycles sont conduits pour un seul mode de chargement. Il s'agit d'un chargement uni-axial en traction avec deux types d'éprouvettes. Des éprouvettes lisses pour la caractérisation de l'effet de volume et des éprouvettes entaillées pour la caractérisation de l'effet de gradient de contrainte. Le rapport de charge est fixé à $R=0.1$, permettant d'éviter les problèmes de flambement. Comme ont pu le montrer les travaux de Koutiri 2011, cette condition de sollicitations assure l'obtention d'un mode d'endommagement similaire à celui rencontré pour des conditions de sollicitations au plus proche de celles présentes sur la culasse, caractérisées par une forte moyenne et un fort taux de baïxialité.

Dans la suite, une présentation des moyens et des protocoles expérimentaux sont proposées.

2.3.1. Eprouvettes

A partir des deux nuances, différentes géométries et tailles d'éprouvettes ont été prélevées. Les géométries sont définies à la Figure 60 et Figure 61. Deux grandes familles d'éprouvettes ont été utilisées :

- des éprouvettes sans entailles avec trois volumes (V1, V2 et V3)
- et des éprouvettes entaillées avec deux rayons d'entailles différents (VN1 et VN2).

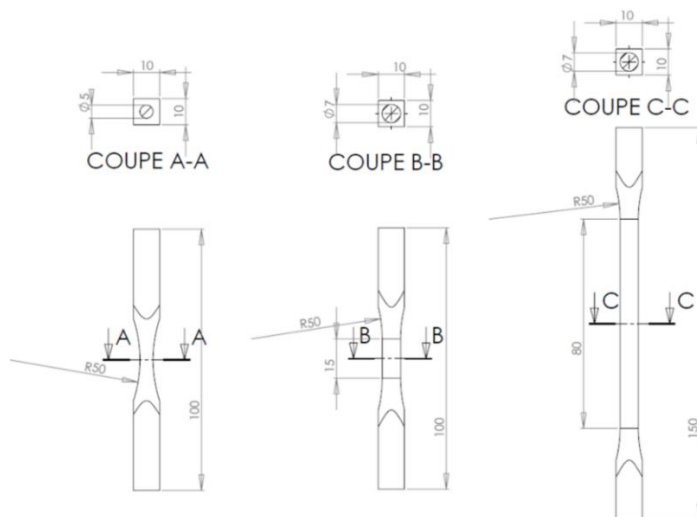


Figure 60: Géométries des éprouvettes lisses

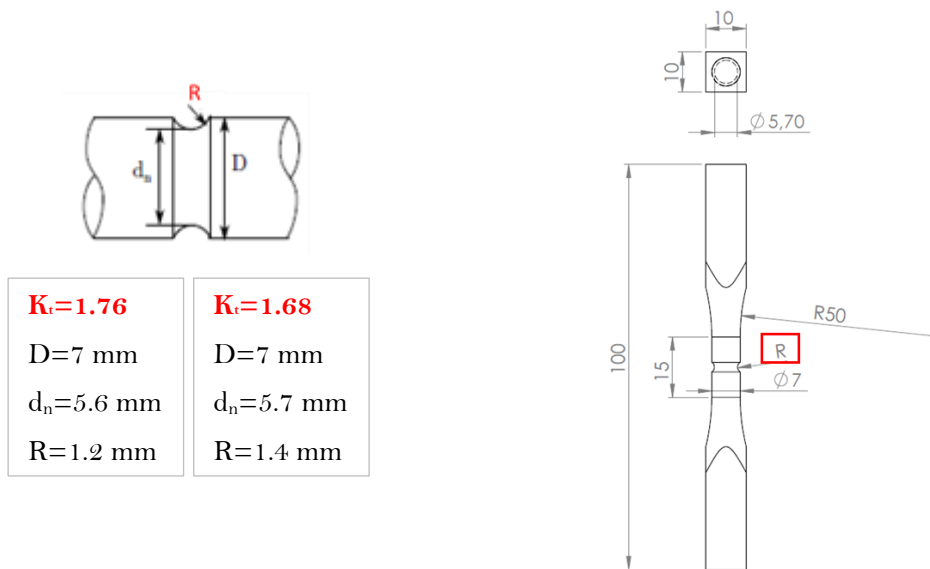


Figure 61: éprouvette entaillée pour un volume sollicité plus petit.

Il est évident que lors des sollicitations mécaniques, la totalité du volume de l'éprouvette n'est pas actif. Un critère basé sur le volume le plus contraint de 80% est donc utilisé. L'estimation de ces volumes pour les différentes éprouvettes est faite à l'aide d'un calcul EF [Figure 62, Figure 63 et Figure 64]. Le choix d'un niveau de 80% de la contrainte maximale est justifié au chapitre 4.

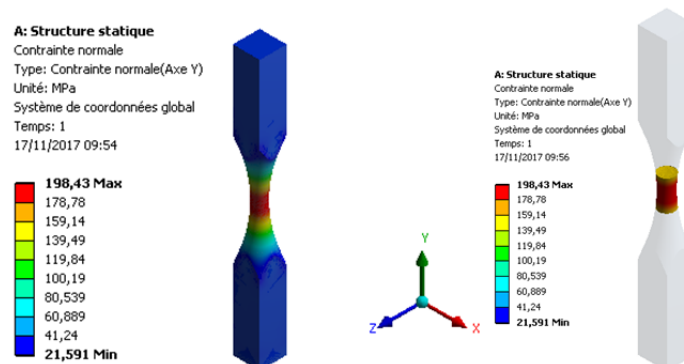


Figure 62: Estimation du volume le plus contraint pour les éprouvettes du volume V1. La barre d'échelle représente la contrainte normale en MPa, et les volume actifs sont représentés dans le Tableau 10.

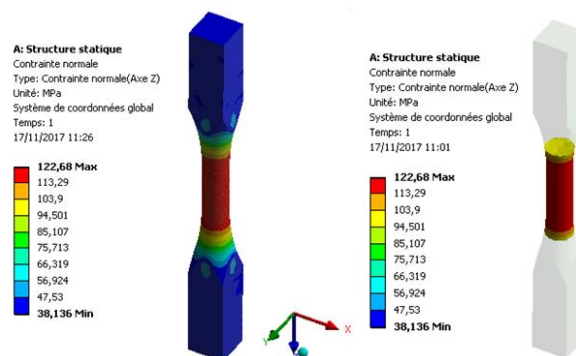


Figure 63: Estimation du volume le plus contraint pour les éprouvettes du volume V2. La barre d'échelle représente la contrainte normale en MPa. Les volumes actifs sont représentés dans le Tableau 10.

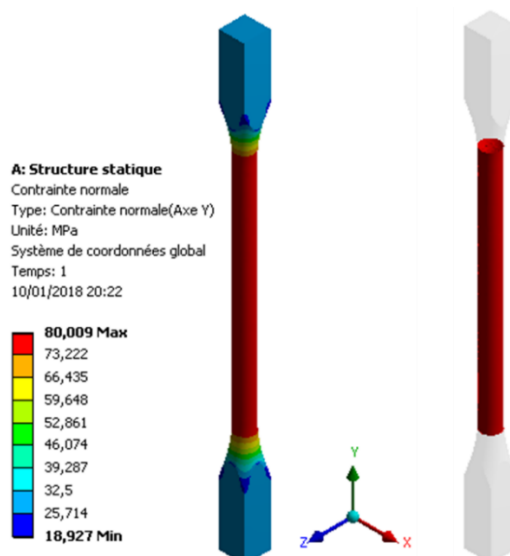


Figure 64: Estimation du volume le plus contraint pour les éprouvettes du volume V2. La barre d'échelle représente la contrainte normale en MPa, et les volume actifs sont représentés dans le Tableau 10.

Les autres géométries avec entailles ont été définies pour l'étude de l'effet de gradient de contrainte.

- VN1 : ce sont des éprouvettes avec un rayon d'entaille de 1.4 mm conduisant à un coefficient de concentration de contrainte K_t de 1.76. L'étude a d'abord porté sur ces éprouvettes mais il s'est avéré qu'elles présentent un risque de plastification en fond d'entaille. Pour cette raison, une deuxième géométrie VN2 a été proposée et utilisée.
- VN2 : ce sont des éprouvettes avec un rayon d'entaille de 1.2 mm donnant un coefficient de concentration de contrainte K_t de 1.68. On note que l'estimation du coefficient de concentration de contrainte a été faite par simulation numérique, et qu'il correspond au rapport entre la contrainte maximale et la contrainte nominale.

L'estimation de volume V80% de ces éprouvettes est présentée à la Figure 65.

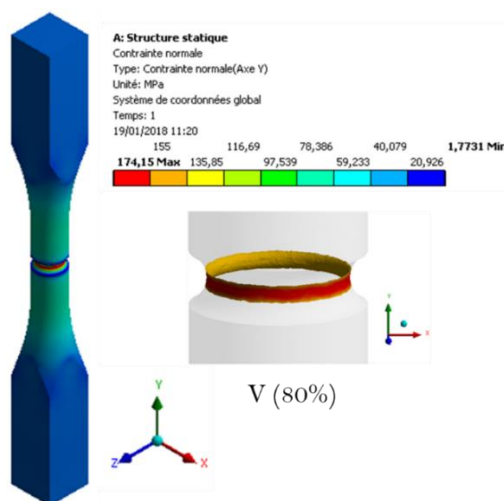


Figure 65: Estimation du volume le plus contraint pour les éprouvettes du volume VN1. La barre d'échelle représente la contrainte normale en MPa, et les volume actifs sont présentés au Tableau 10.

Les profils de gradient de contrainte des éprouvettes entaillées en fonction de la distance à la surface libre au fond de l'entaille sont présentés en Figure 66. Les gradients associés sont présentés en Figure 66 (a) et (b). Le profil du gradient de contrainte a été calculé d'une manière numérique. Ces géométries ont été définies afin

d'obtenir un gradient de contrainte au fond de l'entaille représentatif de ce que l'on observe dans les zones critiques en fatigue de la structure réelle (culasse) et qui est de l'ordre de 1 mm⁻¹.

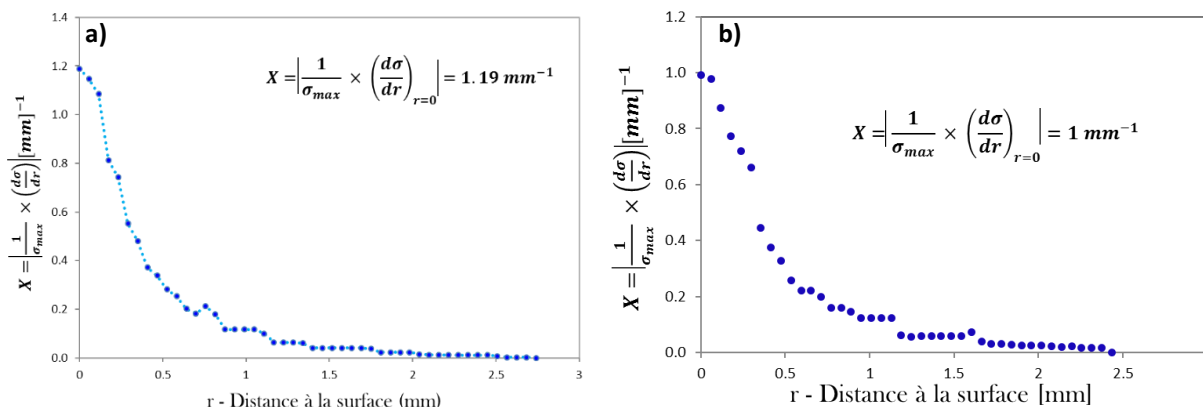


Figure 66: profils de gradient de contrainte (a) pour une éprouvette VN1 et (b) une éprouvette VN2.

La synthèse des lots utilisés dans la campagne expérimentale avec les caractéristiques des éprouvettes est présentée au Tableau 10. On note que le FAV estimé prend en compte le mécanisme d'amorçage qui dépend du matériau et le volume V80% estimé pour chacune des éprouvettes dans les paragraphes précédents. Plus de détail sur son estimation est donné dans le chapitre 4.

Tableau 10: synthèse des lots et éprouvettes utilisées

Lot	Nombre d'éprouvettes			K _t	FAV _A en mm ³ , pour une sous surface de 500 μm	FAV _B en mm ³ , pour une sous surface de 650 μm	Gradient de contrainte relative X [mm ⁻¹]
	Nuance A	Nuance B					
VN1	5	5	1.76	5	6	1.2	
VN2	50	23	1.68	5	6	1	
V1	47	11	1	90	110	~0	
V2	46	11	1	320	450	0	
V3	13	0	1	912	-	0	

2.3.2. Moyens des essais de fatigue

Tous les essais de fatigue présentés dans ce rapport ont été réalisés sur une machine de fatigue uni-axiale de type Vibrophore de marque Rumul pilotée en contrainte imposée [Figure 67]. La fréquence des tests est d'environ 105 Hz.

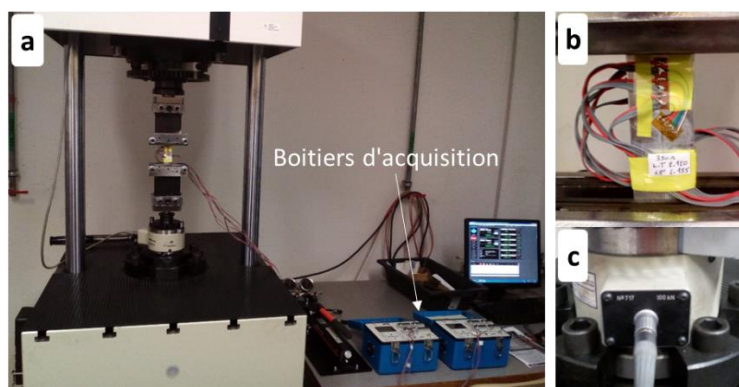


Figure 67: (a) Machine de traction Vibrophore de type Rumul et boîtiers d'acquisition pour la mesure de déformation (b) jauges de déformation rosettes à 45° et (c) cellule de charge de 100 kN.

Suite à quelques soucis quant aux pressions de serrage trop élevées des mors hydrauliques de la machine de fatigue, un nouveau montage de serrage mécanique a été conçu et fabriqué au laboratoire [Figure 68]. Afin d'assurer l'alignement du nouveau montage, des rosettes à 45° ont été utilisées [Figure 67 (b)].

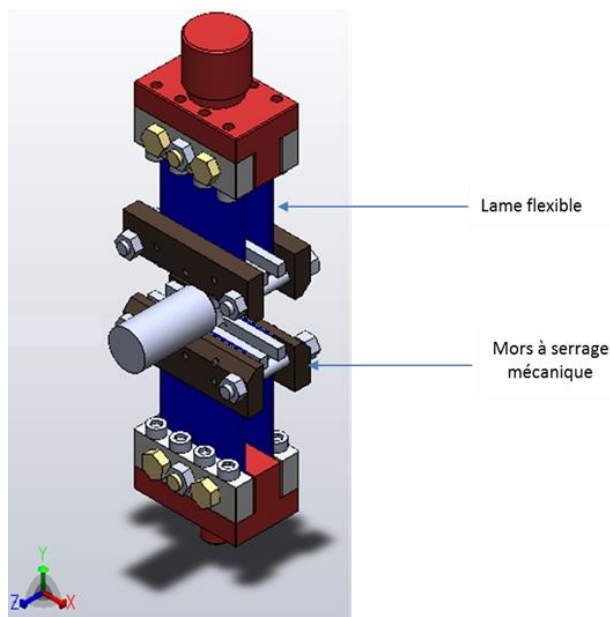


Figure 68: Modèle 3D de l'amarrage mécanique utilisé sur la machine de fatigue en traction

2.3.3. Choix de la procédure expérimentale d'estimation de la résistance et de la dispersion en fatigue

Afin d'estimer la valeur moyenne de la limite de fatigue pour un nombre de cycles fixé de $N = 2 \cdot 10^6$ cycles et la dispersion associée, différents traitements statistiques sont possibles. Les plus utilisées sont la Méthode des Probits, la Méthode de l'Escalier et la Méthode par Paliers.

- **La méthode des Probits** consiste à définir des niveaux de contrainte (quatre ou cinq) pour encadrer la limite de fatigue présumée. L'espacement des niveaux doit être fixé afin de rester dans la zone d'endurance et d'observer à la fois des ruptures et des non-ruptures. Un même nombre d'éprouvettes (50 éprouvettes) sera testé à chaque niveau jusqu'au nombre de cycles fixé à l'avance pour la limite de fatigue, $2 \cdot 10^6$ par exemple. Cette méthode est longue et très gourmande en termes de nombre d'éprouvettes à utiliser (plus de 80 éprouvettes, de préférence 150 à 200) est à réserver pour des études fondamentales pour l'estimation de la limite de fatigue avec une grande précision.
- **La méthode d'Escalier** est moins coûteuse par rapport à la méthode de Probits. Elle se conduit avec un plus faible nombre d'essais. Toutefois la précision obtenue sur l'écart type dépend grandement du nombre de tests conduit.

Ayant fixé le nombre maximal de cycles, on définit un pas d'échelonnement des niveaux de contrainte qui est de l'ordre de grandeur de l'écart type supposé. On essaie successivement les éprouvettes de la façon suivante. Le premier essai est effectué à un niveau voisin de la limite de fatigue supposée. Si l'éprouvette rompt, la seconde éprouvette sera essayée au niveau immédiatement inférieur ; si elle ne rompt pas, la seconde éprouvette est essayée au niveau immédiatement supérieur. Ce processus est ensuite poursuivi jusqu'à épuisement de toutes les éprouvettes disponibles en appliquant la règle :

$$\sigma_{i+1} = \sigma_i \pm d \text{ avec } d \text{ espacement des niveaux de contrainte}$$

- $+ d$ si l'éprouvette 'i' n'a pas rompu

- - d si l'éprouvette 'i' a rompu

Ensuite, la méthode de (Dixon et Mood 1948) où d'autres peuvent être utilisées pour l'estimation de la limite de fatigue et sa dispersion. On note que cette méthode suppose la normalité de la distribution en résistance (contrainte) ce qui n'est pas toujours le cas.

- **La méthode par paliers** (Lanning et al. 2005) repose sur les étapes suivantes. Tout d'abord on démarre un essai de fatigue à un niveau de contrainte donné, si l'essai atteint $N = 2 \cdot 10^6$ cycles sans aucune chute de fréquence (donc sans amorçage présumé), on incrémente le niveau de contrainte de $\Delta\sigma$, et on relance l'essai avec la même éprouvette. Le pas de contrainte en amplitude est de 5 MPa. On suit la même procédure jusqu'à la détection d'une chute de fréquence (Figure 70 (b)). La limite de fatigue est ensuite estimée en utilisant la méthode proposée par (Lanning et al. 2005) en utilisant la formule suivante :

$$\Sigma_D = \sigma_{n-1} + (\sigma_n - \sigma_{n-1}) \times \frac{N_f}{2 \times 10^6} \quad \text{eq. II. 1}$$

où

- Σ_D : la limite de fatigue estimée pour l'éprouvette sollicitée.
- σ_n : le palier de chargement auquel l'éprouvette avait présenté une chute en fréquence.
- σ_{n-1} : le palier de chargement précédent.
- N_f : le nombre de cycle à rupture au palier σ_n .

Le choix de cette procédure d'essai a été fait pour trois raisons :

1. Cette procédure d'essai permet, à nombre d'échantillons équivalent, d'acquérir plus d'informations et ainsi de diminuer les incertitudes d'estimation de la résistance et de la dispersion en fatigue (Roué et al, 2020)
2. Le fait de re-tester la même éprouvette jusqu'à la rupture nous permet d'identifier le défaut à l'origine de l'amorçage.
3. Elle nous permet d'estimer la limite de fatigue pour chaque éprouvette et par la suite d'associer cette limite de fatigue à la taille du défaut à l'origine de l'amorçage. Cette démarche est nécessaire pour l'établissement du diagramme de Kitagawa-Takahashi ainsi que pour corrélérer la dispersion en taille des défauts à celle de la limite de fatigue pour chacun des lots étudiés.

La limite de fatigue du lot est finalement la moyenne arithmétique de différentes valeurs de Σ_D et sa dispersion est estimée en calculant l'écart type.

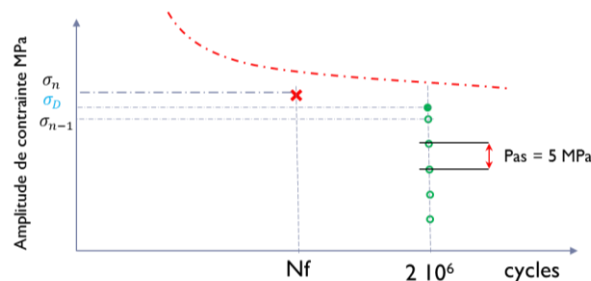


Figure 69: schéma de la procédure expérimentale par paliers

L'application de la méthode par paliers sans prise en compte du cumul de dommage suppose que le matériau est peu ou pas sensible à l'historique de chargement. Pour un alliage d'aluminium proche de celui utilisé dans notre étude (A357-T6), aucun effet de l'histoire de chargement n'a été remarqué (Antonio Rotella 2017a). La méthode d'estimation proposée par Lanning était également utilisée pour l'estimation de la résistance à la fatigue d'un alliage Ti-6Al-4V (Lanning et al. 2005).

Expérimentalement, un critère d'arrêt de l'essai a été établi en fonction d'une variation de la fréquence de résonance de l'essai. L'essai de fatigue s'arrête quand une chute de 1 Hz de fréquence est détectée au cours de l'essai (Figure 70 (b)) ou un nombre de 2 millions de cycles est atteint. La chute de fréquence de 1 Hz correspond à une fissure d'environ 2 mm en profondeur (Figure 70 (a)).

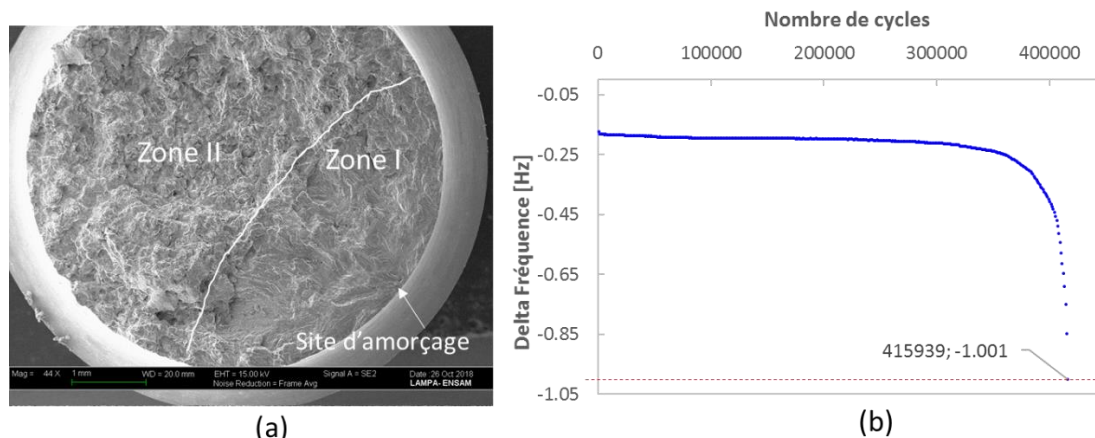


Figure 70: (a) Faciès de rupture d'une éprouvette testée montrant le site d'amorçage. (b) courbe de chute en fréquence obtenue pendant un essai de fatigue.

La Figure 70 (a) présente un faciès de rupture typique d'une éprouvette après sollicitation et rupture. La zone I présente la zone de propagation de fissure en fatigue avec une profondeur d'environ 2 mm. La zone II présente la zone de rupture ductile après l'arrachement final. La Figure 71 présente une éprouvette après la sollicitation et la rupture finale.



Figure 71: Eprouvette rompue

2.3.4. Programme d'essais de fatigue

La Figure 72 présente le résumé du programme des essais de fatigue en traction avec un rapport de charge de $R=0.1$ qui va permettre d'aborder les effets de volume et de gradient de contrainte.

Les essais sur les volumes lisses et les éprouvettes entaillées vont nous permettre d'étudier conjointement les effets de volume et de gradient de contrainte sur la tenue en fatigue des deux alliages étudiés. On rappelle que l'analyse conjointe des deux effets est faite en utilisant la notion du volume le plus contraint. Les deux nuances avec différentes caractéristiques de population de défauts, taille et densité, seront fort utiles quand il s'agira d'analyser l'effet des hétérogénéités microstructurales (principalement les pores) sur la dispersion. Afin d'estimer la dispersion avec un niveau de confiance élevé, un nombre total d'essais portant sur 220 éprouvettes a été réalisé.

On note que le fait de choisir un nombre plus important d'éprouvettes pour la nuance A que la nuance B est consécutif aux résultats des essais préliminaires qui nous ont montré que cette nuance présente un effet de volume et une dispersion plus élevés que la nuance B. Le nombre et les caractéristiques des éprouvettes sont définis au Tableau 10

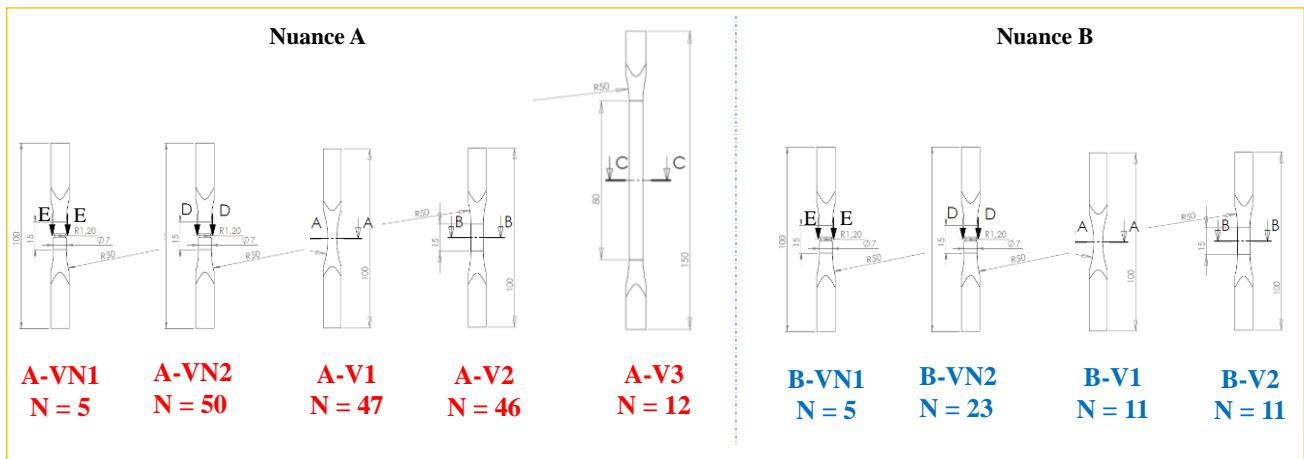


Figure 72: Synthèse du programme d'essai.

2.3.5. Analyses en micro-tomographie

Afin de caractériser la population de défauts dans les deux matériaux, des analyses de micro-tomographie ont été utilisées. Dans les travaux de thèse de Viet-Duc Le (V. D. Le 2016b), des scans en tomographie sur 9 éprouvettes de la nuance B (un volume total de $2.2 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$) et 4 éprouvettes de la nuance A (un volume total de $0.9 \cdot 10^3 \text{ mm}^3$) ont été réalisés. La mesure en micro-tomographie est réalisée en collaboration avec l'institut de Chimie de la Matière Condensée de Bordeaux (ICMCB) sur une cellule Micro-tomographe X GEV/TOME/SX avec une résolution spatiale de $5 \times 5 \times 5 \mu\text{m}^3$ et une source de RX allant jusqu'à 160 kV. Les données sur la population de défauts sont utilisées dans cette thèse.

D'autres analyses micro-tomographiques ont été utilisées pour étudier les mécanismes d'amorçage sur trois éprouvettes entaillées de la nuance B en *post mortem* au niveau de l'entaille. Afin de pouvoir scanner les éprouvettes en ouvrant la fissure, un mini-montage de traction avec un système vis-écrou est utilisé [Figure 73]. Pour ces éprouvettes, le tomographe de Groupe PSA situé sur le site de Rüsselheim a été utilisé. Plus de détails sur ce tomographe sont présentés en (Annexe : A3).



Figure 73: trois éprouvettes entaillées BVN2-14, BVN2-15 et BVN2-16 scannées *post-mortem*.

Deux autres éprouvettes du lot AVN1-05 et BVN1-05 ont été scannées en *ante-mortem* au Laboratoire de l'INSA de Lyon sur un tomographe avec un faisceau de Tension de 80 kV, une Intensité de 280 μA et une taille de voxel de 8 μm .

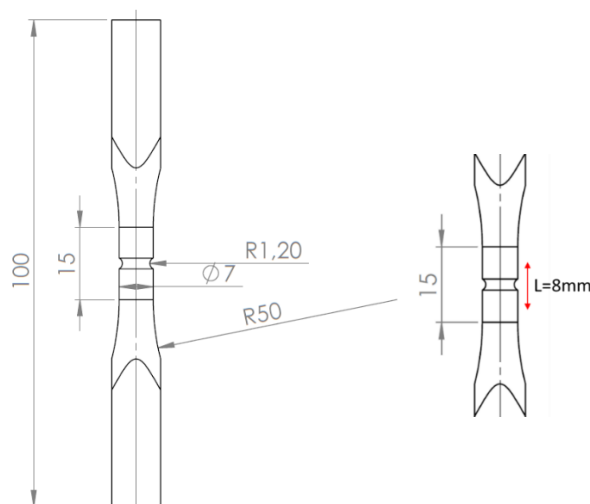


Figure 74: Géométrie de l'éprouvette entaillée et de la zone scannée avec une hauteur de 8 mm

Le logiciel Image-J est utilisé pour le traitement des données de tomographie. Les étapes de traitements sont résumées sur la Figure 75. Tout d'abord, (i) on télécharge les données brutes. Ensuite on applique un filtrage avec un filtre Gaussien (ii). Ensuite, on utilise la fonction '*Subtract Background*'. Cette fonction est utile puisqu'on est en présence d'une entaille (iv). Enfin, un seuillage (v), une binarisation (vi) suivie d'un Labelling sont appliquées (vii).

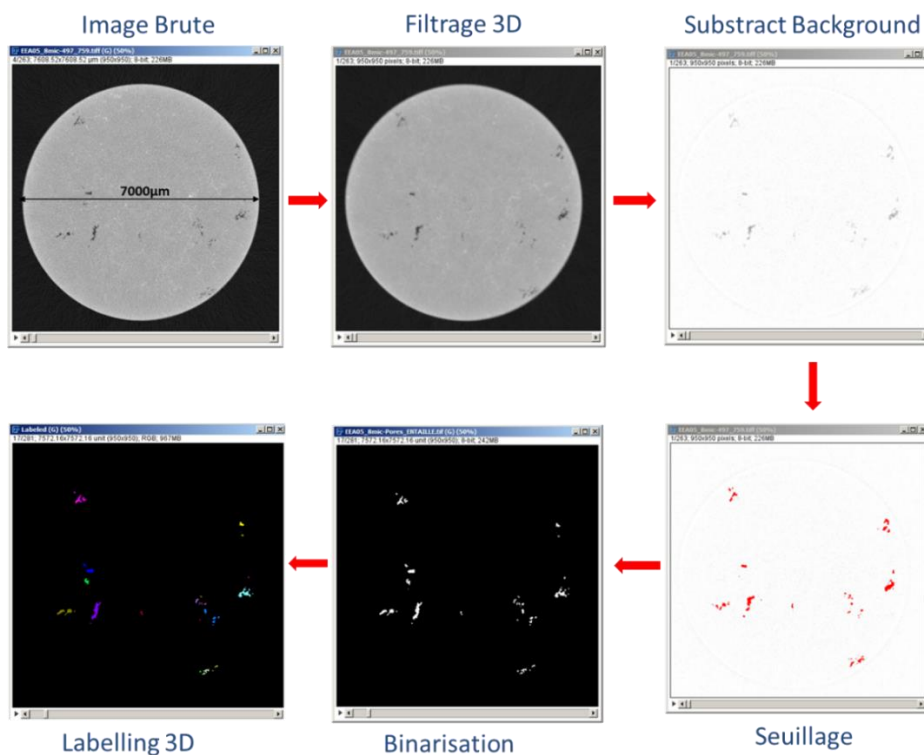


Figure 75: Etapes de traitements de données des scans obtenus en micro-tomographie RX

2.4. Conclusion

Dans ce chapitre, une présentation des matériaux étudiés issus des deux procédés de fonderie est proposée. La principale différence entre les deux alliages concerne les caractéristiques des populations de défauts. Les autres propriétés sont considérées avec un effet négligeable sur la tenue en fatigue devant l'effet de la population des pores. La nuance B présente une population caractérisée par une densité et une taille de porosité plus élevées

que celle de la nuance A. L'intérêt de ce choix réside dans l'optique d'étudier le rôle de la population de défauts sur les effets de volume et de gradient de contrainte ainsi que sur la dispersion en tenue à la FGNC.

A partir de ces matériaux, des éprouvettes lisses avec différents volumes actifs ainsi que d'autres éprouvettes entaillées ont été fabriquées. Les éprouvettes lisses sont utilisées pour l'analyse de l'effet de volume et les éprouvettes entaillées pour analyser l'effet de gradient de contrainte et du volume. Un nombre important d'éprouvettes a été choisi pour accéder à une estimation de la dispersion avec un niveau de confiance élevé (220 éprouvettes). Des analyses en micro-tomographie permettant la caractérisation de la population des défauts dans les deux matériaux ont été également utilisées et d'autres pour la caractérisation des mécanismes d'amorçage en *post-mortem*. Ces résultats sont présentés au chapitre IV.

Références

- Dixon, W. J., and A. M. Mood. 1948. "A Method for Obtaining and Analyzing Sensitivity Data." *Journal of the American Statistical Association* 43 (241): 109–26. <https://doi.org/10.1080/01621459.1948.10483254>.
- Koutiri, Imade. 2011. "Effet Des Fortes Contraintes Hydrostatiques Sur La Tenue En Fatigue Des Matériaux Métalliques." These de doctorat, Paris, ENSAM. <http://www.theses.fr/2011ENAM0015>.
- Lanning, David B., Theodore Nicholas, and George K. Haritos. 2005. "On the Use of Critical Distance Theories for the Prediction of the High Cycle Fatigue Limit Stress in Notched Ti–6Al–4V." *International Journal of Fatigue* 27 (1): 45–57. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2004.06.002>.
- Le, Viet Duc. 2016. "Etude de l'influence des hétérogénéités microstructurales sur la tenue en fatigue à grand nombre de cycles des alliages d'aluminium de fonderie," May. <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01345228>.
- Romano, S., A. Brückner-Foit, A. Brandão, J. Gumpinger, T. Ghidini, and S. Beretta. 2018. "Fatigue Properties of AlSi10Mg Obtained by Additive Manufacturing: Defect-Based Modelling and Prediction of Fatigue Strength." *Engineering Fracture Mechanics*, SI: 50th Anniversary Issue, 187 (January): 165–89. <https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2017.11.002>.
- Rotella, Antonio. 2017. "Fatigue d'un alliage d'aluminium moulé A357-T6 : rôle de la morphologie, de la position des défauts et application à une structure pour le calcul de la durée de vie en fatigue," October. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01692427>.
- Yi, J. Z., Y. X. Gao, P. D. Lee, H. M. Flower, and T. C. Lindley. 2003. "Scatter in Fatigue Life Due to Effects of Porosity in Cast A356-T6 Aluminum-Silicon Alloys." *Metallurgical and Materials Transactions A* 34 (9): 1879–90. <https://doi.org/10.1007/s11661-003-0153-6>.

3. PRESENTATION DES ARTICLES

La suite de ce rapport de thèse est divisée en trois sections. Chaque section présente un article qui a été préparé au cours de ce projet afin de remplir les objectifs énoncés au chapitre 2. Ce qui suit décrit le contenu de chaque article ainsi que son contexte par rapport aux objectifs spécifiques. Afin de respecter les consignes de l'école doctorale quant à la rédaction d'un rapport de thèse sous forme d'articles, cette partie de chapitre est consacrée à la présentation en français des articles. La discussion des résultats en français est détaillée dans le chapitre 7.

3.1. Article 1: Experimental investigation of the size effect in High Cycle Fatigue: role of the defect population in cast aluminum alloys

Ce chapitre est inspiré de l'article publié sous la référence :

El Khoukhi Driss, Franck Morel, Nicolas Saintier, Daniel Bellett, Pierre Osmond, Viet-Duc Le, et Jérôme Adrien. 2019. « Experimental Investigation of the Size Effect in High Cycle Fatigue: Role of the Defect Population in Cast Aluminium Alloys ». *International Journal of Fatigue* 129 (December) : 105222. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.105222>.

Cet article traite de l'effet des caractéristiques des populations de défauts sur le comportement en FGNC, en particulier l'effet de volume et de gradient de contrainte ainsi que la dispersion en résistance à la fatigue.

Différents lots d'éprouvettes relatives à deux nuances différentes ont été testés.

La nuance A issue du procédé de moulage en coquille présente des défauts de petite taille.

- Lot AVN1 : 5 éprouvettes entaillées ($K_t=1.76$) et avec un Volume Actif en Fatigue de 5 mm^3
- Lot AVN2 : 50 éprouvettes entaillées ($K_t=1.68$) et avec un Volume Actif en Fatigue de 5 mm^3
- Lot AV1 : 47 éprouvettes lisses avec un Volume Actif en Fatigue de 90 mm^3
- Lot AV2 : 46 éprouvettes lisses avec un Volume Actif en Fatigue de 320 mm^3
- Lot AV3 : 13 éprouvettes lisses avec un Volume Actif en Fatigue de 912 mm^3

La nuance B issue du procédé PMP présente des défauts de grande taille.

- Lot AVN1 : 5 éprouvettes entaillées ($K_t=1.76$) et avec un Volume Actif en Fatigue de 6 mm^3
- Lot AVN2 : 23 éprouvettes entaillées ($K_t=1.68$) et avec un Volume Actif en Fatigue de 6 mm^3
- Lot AV1 : 11 éprouvettes lisses avec un Volume Actif en Fatigue de 110 mm^3
- Lot AV2 : 11 éprouvettes lisses avec un Volume Actif en Fatigue de 450 mm^3

La moyenne de la taille des défauts contenus dans l'alliage B est 1,5 fois supérieure à celle des défauts contenus dans l'alliage A.

Dans cet article une analyse conjointe des effets de volume et de gradient de contrainte est menée. Afin de quantifier ces effets sur la tenue en fatigue, une estimation du volume sollicité est nécessaire. Ce volume, qu'on appellera par la suite Volume Actif en Fatigue, a été estimé d'une manière empirique en respectant deux critères :

- Un critère de volume le plus contraint V80% (volume qui subit 80% de la contrainte maximale).
- Un critère d'amorçage : tous les sites d'amorçage se situent sous une couche de $500 \mu\text{m}$ pour la nuance A et $650 \mu\text{m}$ pour la nuance B.

On signale que les travaux de la littérature montrent que les alliages d'aluminium Al-Si présente des phénomènes tels que les effets de volume et de gradient de contrainte ainsi que la dispersion (Yi et al. 2003 ; Romano et al. 2018). Mais sans pouvoir les quantifier en lien avec les caractéristiques de la population de défauts. L'apport donc de ce travail est qu'il permet de quantifier ces phénomènes en lien avec les populations de défauts.

On observe en effet que pour :

- Une population de défauts avec une taille moyenne relativement grande induit un faible effet de volume sur la limite de fatigue ainsi qu'une faible dispersion et un Volume Élémentaire Représentatif en fatigue (VERF) d'une taille relativement faible (cas de la nuance B).
- Au cas contraire, un alliage présentant une population de défauts d'une taille relativement petite, un effet de volume plus marqué est observé ainsi qu'une grande dispersion et un VERF relativement grand (cas de la nuance A).

3.2. Article 2: Spatial Point Pattern Methodology for the study of pores 3D patterning in two casting aluminum alloys

Avant de conduire une modélisation de la distribution spatiale des pores, il est indispensable d'évaluer le niveau de "*Clustering*" présent dans les populations de défauts. Souvent la caractérisation de la distribution spatiale se fait en utilisant la densité qui est un paramètre du premier ordre et qui n'est pas capable de décrire l'arrangement spatiale des pores. Dans cet article, l'utilisation de la théorie de "*Point Process*" est appliquée pour la caractérisation spatiale des pores dans les matériaux étudiés.

Dans le cadre de la théorie de "*Point Process*", des outils mathématiques permettent cette caractérisation. Des fonctions servent à décrire les propriétés du second ordre du processus existents telles que.

- La fonction G : qui décrit la distribution du plus proche voisin.
- La fonction F : qui décrit le degré du vide dans le processus.
- La fonction J : qui est le rapport de $1-G/1-F$

Même si ces fonctions sont utiles pour avoir des premières informations sur l'arrangement spatial des pores, elles traitent uniquement de l'aspect des plus proches voisins dans la population de défauts. Des fonctions permettant d'analyser les propriétés de processus au-delà du plus proche voisin existent également dans la littérature. La plus connue de ces fonctions est la K-Ripley fonction. Des tests statistiques nous permettent donc d'avoir une évaluation quantitative du degré de *Clustering*. Le test de Clark-Evans est également utilisé dans ce travail de caractérisation après son adaptation au cas 3D.

L'étude proposée présente l'originalité d'utiliser les techniques développées dans le cadre de la théorie de "*Point Process*" pour la caractérisation de la population de défauts responsables de la tenue en fatigue.

3.3. Article 3: Numerical investigation of the size effect and scatter in High Cycle Fatigue: role of the defect population in cast aluminum alloys

L'analyse des résultats expérimentaux nous ont permis de conclure à l'effet de la taille moyenne des défauts sur l'effet de volume (et l'effet de gradient de contrainte) ainsi que sur la dispersion en résistance. À la suite de ces observations, une démarche de modélisation est mise en place afin de prédire le comportement en fatigue des deux alliages étudiés. Il s'agit notamment d'exploiter les données de tomographie permettant d'accéder aux distributions en taille et position des défauts naturels.

La démarche de modélisation est basée sur (i) la génération d'une population de défauts synthétique dans des éprouvettes avec des volumes donnés, puis (ii) l'extraction des défauts extrêmes, enfin (iii) le passage vers les résistances en fatigue à l'aide du diagramme de Kitagawa-Takahashi identifié expérimentalement. La méthode de Monte-Carlo consiste à répéter ces étapes une multitude de fois afin d'obtenir des distributions statistiques. Cette démarche est intéressante pour l'analyse des différents paramètres de la population de défauts (taille moyenne, densité de pores, ...) sur le comportement en FGNC.

Les distributions en taille identifiées sur les données expérimentales des deux nuances étudiées ont été utilisées pour la validation de la démarche numérique ainsi que la densité de population de défauts correspondante à chacune des deux nuances.

L'originalité de ce travail repose sur :

- Une démarche flexible appliquée pour la prédiction de la limite de fatigue locale ($k_t \Sigma_D$) des éprouvettes lisses et entaillées. Cette démarche est intéressante puisqu'elle permet une estimation de la dispersion de la résistance à la fatigue ainsi que du Volume Élémentaire Représentatif en Fatigue (VERF) directement à partir des caractéristiques de la population de défauts.
- La prise en compte de l'effet de la distance des pores à la surface libre de l'éprouvette.

Les trois articles sont complémentaires et répondent à la problématique globale de la thèse.

4. ARTICLE 1: EXPERIMENTAL INVESTIGATION OF THE SIZE EFFECT IN HIGH CYCLE FATIGUE: ROLE OF THE DEFECT POPULATION IN CAST ALUMINUM ALLOYS

This chapter is an improved version of the published paper with reference:

El Khoukhi Driss, Franck Morel, Nicolas Saintier, Daniel Bellett, Pierre Osmond, Viet-Duc Le, et Jérôme Adrien. 2019. «Experimental Investigation of the Size Effect in High Cycle Fatigue: Role of the Defect Population in Cast Aluminium Alloys ». *International Journal of Fatigue* 129 (décembre) : 105222. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.105222>.

“Truth is ever to be found in simplicity, and not in the multiplicity and confusion of things”

Isaac Newton

Experimental investigation of the size effect in High Cycle Fatigue: role of the defect population in cast aluminium alloys

Driss EL KHOUKHI^{1,2,3,*}, Franck MOREL¹, Nicolas SAINTIER², Daniel BELLETT¹, Pierre OSMOND³, Viet-Duc Le¹, Jérôme ADRIEN⁴

¹LAMPA, Arts et Métiers Paris Tech, 49 035 Angers, Cedex, France

²I2M, Arts et Métiers Paris Tech, 33170 Talence, Cedex, France

³Groupe PSA, 78955 Carrières-sous-Poissy, Cedex, France

⁴MATEIS, INSA de Lyon, 69621 Villeurbanne, Cedex, France

Abstract. Cast Al-Si alloys have been widely used in automotive applications with regard to their low density and excellent thermal conductivity. Many components made of these alloys are subjected to cyclic loads which can lead to fatigue failure. Furthermore, for these materials the well know size effect in fatigue, whereby the fatigue strength is reduced when the size is increased, can be significant and need to be properly evaluated. This paper analyses the role of casting defects on the fatigue strength's size effect sensitivity. A uniaxial fatigue testing campaign ($R=0.1$) has been conducted using two cast aluminium alloys, fabricated by different casting processes (gravity die casting and lost foam casting), associated with the T7 heat treatment, and with different degrees of porosity. The fatigue response of different specimens (smooth and notched) with different stressed volumes has been investigated. The first part of this article is dedicated to the experimental characterization of the size effect in both alloys via the concept of the Highly Stressed Volume. The second part investigates the effect of the Highly Stressed Volume on the critical defect size via Kitagawa-Takahashi diagrams. The results show that the magnitude of the size effect and the experimental scatter are strongly linked to the characteristics of the defect population present in the alloy. It is revealed that the alloy B, with a population of defects with relatively large size, shows non-significant size effect and less scatter in fatigue strength. In comparison, alloy A that exhibits a population of defects of relatively small size manifests significant size effect and high scatter in fatigue strength.

Keywords: HCF; size effect; microstructural heterogeneities; cast aluminium alloys; fatigue scatter.

4.1. Introduction

4.1.1. Context, introduction and objectives

The fatigue data transferability from laboratory specimens to real components or structures is very often difficult to handle because of the high number of parameters potentially affecting the fatigue strength. Besides the loading mode, the microstructural heterogeneities, the stress gradient and the size of the loaded volume can show significant effects on the fatigue strength.

In particular, it is generally accepted that the fatigue strength of certain materials decreases with an increase in the volume (Kelly and Morrison 1970). This is referred to as either the “volume effect”, the “size effect” or the “scale effect” and is often simply explained by an increase in the probability of encountering a large material defect in the fatigue active volume. The effect is influenced by factors related to the distribution of defects in the material and the impact of the manufacturing process on the homogeneity of the material.

(Kloos et al. 1981) classified the size effect phenomenon into the following categories: (i) statistical size effect induced by the high probability of defects in larger specimens, (ii) geometrical size effect attributed to stress inhomogeneity from different notch types, this can also be referred to as the stress gradient effect, (iii)

production size effect generated by production technology and (iv) surface size effect caused by the surface characteristics such as roughness.

(Matti Makkonen 1999) proposed that the size effect, or the statistical size effect using Kloos' terminology, can be explained using the weakest link theory developed by (Weibull 1939). (Matti Makkonen 1999) showed the influence of the statistical size effect on the high cycle fatigue behaviour of both smooth and notched cylindrical specimens.

Regarding the gradient and the size effects, all the experimental investigations in the literature (Papadopoulos and Panoskaltsis 1996) tend to show that "the higher the stress gradient, the higher the fatigue strength" and "the higher the stressed volume size, the lower the fatigue strength". In High Cycle Fatigue (HCF) and as mentioned above, probabilistic approaches, based most of the time on the weakest link concept, manage to capture the statistical size effect whereas the stress gradient effect can be adequately modelled using a non-local criterion (Flaceliere and Morel 2004 ; Saintier et al. 2013 ; Banvillet et al. 2003 ; Abroug et al. 2018). It can also be shown that the fatigue strength scatter and the statistical size effect are most of the time closely related.

Many authors have investigated the effect of porosity on the propagation mechanisms (Hidalgo et al. 2019 ; Tenkamp et al. 2018 ; Ammar et al. 2008). Porosity is one of the main parameters in the fatigue life of cast alloys as it affects both crack initiation and propagation phases. (Ammar et al. 2008) has shown that surface porosity is the most important casting defect that affects fatigue life ; it acts as the most likely site for crack initiation since 92% of all tested specimens fractured because of surface porosity acting as a crack initiation site. The fatigue life of the sample decreases as surface pore size increases, and vice versa. Nevertheless, it should be kept in mind that the objective here is to study the scalability and geometric size effect using the Highly Stressed Volume (HSV) concept in terms of the fatigue strength distribution, corresponding to the stopping criterion used experimentally (frequency drop of -1 Hz). This criterion corresponds to fatigue cracks of approximately 3 mm in length on the surface of the specimens. Note that the specimens were not broken in half. From this point of view, the main difference in fatigue resistance is attributed to the defect size and its shape well as its location. These parameters control the magnitude of the size effect. This approach is motivated by the fact that the Groupe PSA use a fatigue design strategy based on the Strength-Resistance method (Menan et al. 2015).

Even though the experimental observations of the size and the gradient effects concern the macroscopic fatigue response, a few studies (Flaceliere and Morel 2004 ; Abroug et al. 2018 ; Chantier et al. 2000 ; Le et al. 2016) try to show how microscopic features like microroughness or microdefects can affect the global stress gradient and size effects. The idea is, from some statistical distributions of surface or volume defects, to derive the macroscopic fatigue strength distribution. When doing so, three main difficulties arise. First, the mechanisms of crack initiation must be known to identify which of the microstructural features are responsible for fatigue damage and hence which statistics must be described. The task is all the more tough when several damage mechanisms are active (Pessard et al. 2011; Pessard et al. 2011). Second, the experimental description of the statistics must be carried out by using a relevant representative volume. The question is here to know what the minimum size of the fatigue Representative Element Volume (FREV) is and how this FREV is affected by the microstructure features distribution. Third, when the main fatigue damage mechanisms have been identified, the relation between the microstructural heterogeneities' characteristics (size, shape ...) and the fatigue strength levels must be estimated. The Kitagawa diagram is for instance largely used in fatigue to relate the fatigue strength to the defect size.

The work presented in this paper aims at getting a better understanding of how the highly stressed volume and the defect population affect the macroscopic fatigue response.

It focuses on cast Al-Si alloys, widely used in the automotive industry. In order to manufacture engine components, the Groupe PSA indeed uses two foundry processes that result in components containing Microstructural Heterogeneities (MH), principally shrinkage pores and oxides, with different characteristics (size, shape and spatial distributions). These components are subjected to cyclic mechanical loads (in the High

Cycle Fatigue regime) that can result in the appearance of cracks and thus lead to the failure of the structure. The effect of the MH on the fatigue behaviour has been well documented in references (Le et al. 2016 ; Koutiri et al. 2013 ; Le 2016 ; Koutiri 2011 ; Osmond et al. 2018).

A typical engineering design practice (Jan et al. 2012) involves the identification of a fatigue criterion, used to size and validate real components, based on tests carried out on laboratory sized specimens, generally under simple loading modes (e.g. tension, bending, and torsion). However, real component loading conditions are often different to those applied to laboratory test specimens, particularly in terms of the size of the critical zone (i.e. size effect) and the homogeneity of the stress state in this zone (i.e. stress gradient effect). Hence, the industrial objective of this work is to develop predictive tools to ensure the passage from an elementary volume to the structure, taking in account the size effect and the stress gradient effect. In this work, the effect of microstructural heterogeneities, principally shrinkage porosity and oxides, on the statistical size effect in cast Al-Si alloys is investigated.

An example of fatigue design approach taking account the size effect is the Highly Stressed Volume (HSV) approach which was first introduced by (Kuguel 1961), and then employed by (Sonsino and Fischer 2005), and (Lin and Lee 1998). The terminology $V_n\%$ is used to define the volume of material that is subjected to at least $n\%$ of maximum principal stress ($\sigma_n\% = n\% \times \sigma_{max}$). This volume of material is assumed to have an increased probability of fatigue crack initiation. The percent is assumed to be 95% by (Kuguel 1961) and 90% by (C. M. Sonsino and Fischer 2005b). The concept has been verified for metallic components with good success using the $V_{90\%}$ volume (C. M. Sonsino and Fischer 2005b). For short-fiber reinforced specimens and components, a value of $V_{80\%}$ proved to be more appropriate than $V_{90\%}$ (Sonsino and Moosbrugger 2008). The effect of HSV on the fatigue behaviour has been well documented in references (Ai et al. 2019 ; Yang Ai et al. 2019 ; Zhu et al. 2018).

Due to its significance in structural reliability, certain design standards require the size effect to be taken into consideration. As an example, for the design fatigue curves of the ASME B&PV Code (Antaki and Gilada 2015a; 2015b; Hirano et al. 2014), the factors of 2 (stress) and 20 (cycles) are adjustment factors applied to the small-specimen data to obtain reasonable estimates of the lives of actual reactor components. These factors were intended to account for data scatter (including material variability) and differences in surface condition and size between the test specimens and actual components.

Two Al-Si alloys with different porosity distributions are chosen in order to understand how the characteristics of the defect populations affect the statistical size effect. Computed Tomography analyses are conducted in order to characterize the porosity in terms of size, shape and spatial distributions in these alloys. Different specimen shapes, including both smooth and notched specimens are machined from these alloys, in order to obtain geometries with different Highly Stressed Volumes. High cycle fatigue tests are conducted to investigate the size effect on the fatigue strength using the HSV concept. Fractographic analyses are conducted to investigate the relationship between the critical defects and the fatigue strength via the Kitagawa-Takahashi diagram. Statistical analyses of fatigue data are also presented. Finally, the analyses of fatigue strength scatter are conducted.

It is important to stress that 220 samples have been tested in order to get a good approximation of the statistical distribution with a high level of confidence.

4.2. Materials and experimental conditions

4.2.1. Mechanical and Material Properties

To study the influence of casting defects on the statistical size effect, two primary cast aluminium alloys, referred to as alloys A [AlSi7Cu05Mg03-T7] and B [AlSi7Mg03-T7], have been used (see Figure 76). These alloys were fabricated by different casting processes (alloy A: gravity die-casting and Alloy B: lost foam casting), and subject to the T7 heat treatment. These processes result in different porosity populations (i.e.

volume fraction, defect size...) and different mechanical properties [see table 1 and table 2]. Previous works concerning the characterization of these materials have been done by (Le et al. 2016) and (Koutiri et al. 2013).

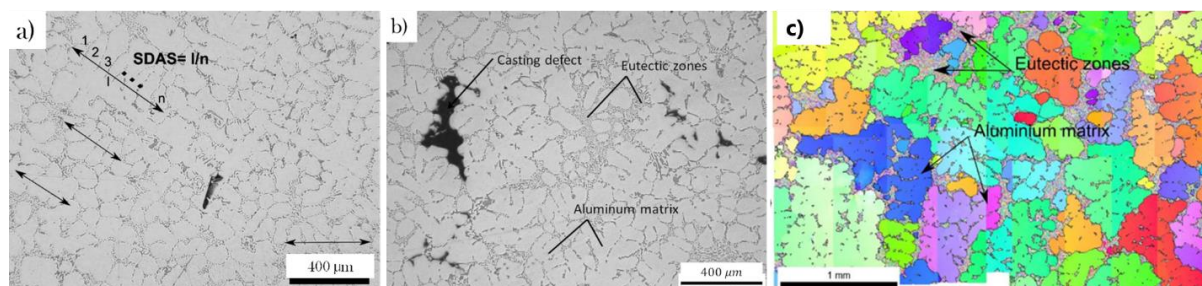


Figure 76: The microstructure of the investigated alloys (a) Alloy A (AlSi7Cu05Mg03 - T7) (b) Alloy B (AlSi7Mg03 - T7) and (c) Grain map showing grains for alloy A with $\sqrt{\text{Area (grain)}}$ of approximately $337 \pm 143 \mu\text{m}$.

Table 11 summarizes the mechanical and microstructural properties of these alloys (Le et al. 2016 ; Koutiri et al. 2013).

Table 11 : Properties of the investigated cast Al-Si alloys

Grade	Alloy A	Alloy B
Designation	AlSi7Cu05Mg03 - T7	AlSi7Mg03 - T7
Casting Process	Gravity Die	Lost Foam
Heat treatment	T7	T7
SDAS (μm)	42 ± 10	77 ± 19
Young Modulus E (GPa)	77 ± 6 [16]	68 ± 5 [16]
Yield stress $\sigma_{Y0.2\%}$ (MPa)	260 ± 2	240 ± 5
Ultimate tensile strength σ_u (MPa)	304 ± 4	251 ± 6
Elongation A (%)	4.7 ± 1.2	0.8 ± 0.1
Porosity (%)	0.03	0.28
Micro-hardness (Hv25Gr)	115	100

From **Erreur ! Source du renvoi introuvable.**, we conclude that the materials do not show a large difference in terms of micro-hardness, yield stress, ultimate strength and Young Modulus. Nevertheless, in terms of the SDAS parameter and Elongation, a significant difference is observed. However, it is well known that the uniaxial fatigue resistance in the HCF regime is mainly controlled by the defect size (Le et al. 2016 ; Koutiri et al. 2013 ; Iben Houria et al. 2015 ; Ben Ahmed et al. 2017 ; Serrano-Munoz et al. 2017). Therefore, in this work, it is assumed that the SDAS and Elongation are not the main parameters controlling the fatigue response. Furthermore, a complementary study is made to evaluate the effect of Cu on fatigue behavior in cast aluminium alloys.

4.2.2. Porosity Analyses

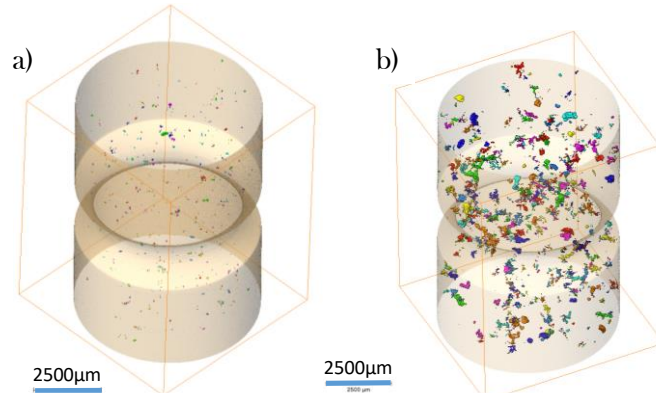


Figure 77: Micro-tomography scans of the alloys (a) A alloy and (b) B alloy

In order to characterize the defect size distribution in these alloys, Computed-Tomography (CT) analyses were undertaken. CT scans were done by the MATEIS laboratory at INSA Lyon with resolution of $8 \mu\text{m}/\text{voxel}$. The AVIZO[®] software was then used in order to analyse the raw data. The alloys were characterised in terms of size and shape distributions of their micro-shrinkage porosity. Also, the distance between individual centre of gravity of each pore was determined. An inspection volume of 363 mm^3 was used. Figure 77 illustrates the defect population as imaged by microtomography on two notched fatigue specimens (see section 2.4 for more details on specimen geometry). It can be clearly seen that alloy B has considerably higher density of large pores when compared to alloy A.

With the CT scans, only pores in the scanned volume can be observed. However, oxides are also potential sites of crack initiation. Nevertheless, as the experimental results show, the dominant mechanism of failure is the one that starts from a pore. Therefore, to understand the effect of microstructural heterogeneities on the fatigue size effect, it seems enough to understand the effect of the porosity on the fatigue size effect.

Figure 78 shows the defect size distributions for the two alloys in terms of the equivalent Murakami parameter (Yukitaka Murakami 1991), $\sqrt{Area_{eq}}$ of the defect. The relationship between pore volume obtained by tomography and its equivalent square root of the projected area is given in (eq. IV. 1). This relationship is obtained by assuming a spherical pore shape.

$$\sqrt{Area_{eq}} = \pi^{1/6} \left(\frac{3V}{4}\right)^{1/3} \quad (\text{eq. IV. 1})$$

The use of this approximation makes it possible to compare the sizes obtained by the CT scans and those measured on the fatigue failure surfaces.

The maximum pore sizes in terms of the $\sqrt{Area_{eq}}$ parameter, obtained in the scanned volumes, are $166 \mu\text{m}$ for alloy A and $302 \mu\text{m}$ for alloy B. Almost the entire population of the defects in alloy A have a $\sqrt{Area_{eq}}$ that is lower than $100 \mu\text{m}$ whereas 20% of the defects in alloy B have a $\sqrt{Area_{eq}}$ greater than $100 \mu\text{m}$.

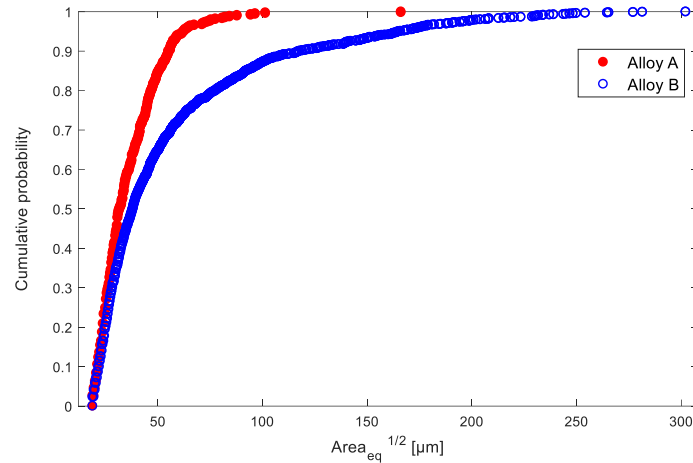


Figure 78: Distributions of the defect size of the pores from the scanned specimens in Fig. 2

In order to characterize the shape of the defects, the sphericity parameter is defined in equation (eq. IV. 2).

$$S = \frac{\pi^{1/3}(6V)^{2/3}}{A} \tag{eq. IV. 2}$$

where A is the surface area of the pore and V is the pore volume. This parameter compares the shape of a pore to a sphere. Only the perfect sphere will have a sphericity of 1.

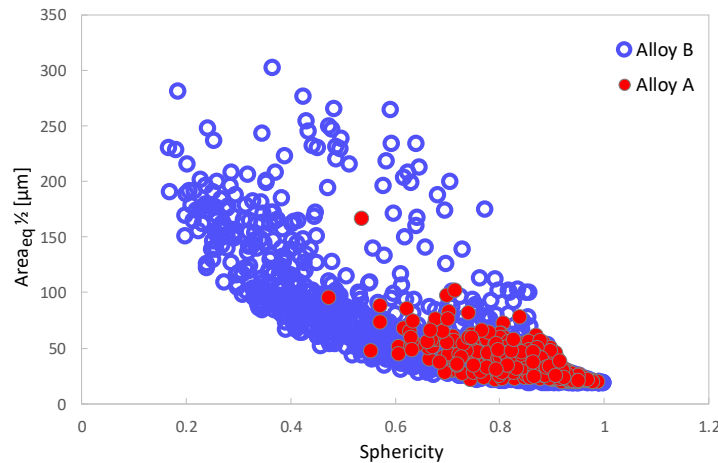


Figure 79: Defect size as a function of the sphericity of the defects

Figure 79 shows the relationship between pore size and sphericity for both alloys. It can be seen that the largest pores have the lowest sphericity and a complex shape. This tendency has also been observed in the previous works (Le et al. 2016 ; Ben Ahmed et al. 2017; Buffière et al. 2001). According to Buffière classification (Ben Ahmed et al. 2017 ; Buffière et al. 2001), this repartition tends to indicate the presence of shrinkage porosity and gas pores. This last type of pores seems especially present in the alloy B.

Table 12 : Characteristics of the defect distributions from scanned volumes of 363 mm³

	Alloy A		Alloy B	
	$\sqrt{Area_{eq}}$ [μm]	Sphericity	$\sqrt{Area_{eq}}$ [μm]	Sphericity
Min	20	0.48	20	0.17
Max	170	0.99	300	1.00
Mean	40	0.85	60	0.71
Median	35	0.87	40	0.76
Standard deviation	20	0.09	50	0.20
Coefficient of variation	0.43	0.09	0.83	0.24

Table 12 : shows that the alloys have different characteristics in terms of size and shape. We can summarize the data contained in the table as follows:

- Defects size:
 - The mean of the defects size contained in ally B is 1.5 times higher than the mean of those contained in alloy A.
 - Either the coefficient of variation and the standard deviation for alloy A are lower than for the alloy B
- Defect shape:
 - The alloy A presents more regular shaped pores compared to those in the alloy B.

The characteristics of the defect size distributions is likely to control the magnitude of size effect and scatter in these alloys.

4.2.3. Experimental conditions of the fatigue tests

All fatigue tests were performed under uniaxial tensile loads with a stress ratio $R = 0.1$ using a Rumul Testronic resonant testing machine at approximately 105 Hz. The stopping criterion was a drop in the resonance frequency of 1 Hz, corresponding to the presence of a fatigue crack of approximately 2 mm on surface. All tests were performed at room temperature, in air. The tests were conducted following the staircase method with a maximum life of 2×10^6 cycles. The run-out specimens were retested until failure at higher load levels in order to identify the critical defect that initiates a crack. A step of 5 MPa stress amplitude was used in the staircase procedure. In a second time, the data of fatigue strength was analysed using the Lanning (Lanning et al. 2005) formula in order to estimate the fatigue strength of every single sample.

4.2.4. Specimens geometry

To study the effect of stressed volume on the fatigue strength of alloys A and B, different fatigue specimen geometries were defined, corresponding to different loaded volumes. These are shown in Figure 80 and are referred to as: “V1-Small Volume”, “V2-Reference Volume”, “V3-Large Volume” and “VN1-Notched specimen with K_t of 1.76” and “VN2-Notched specimen with K_t of 1.68”.

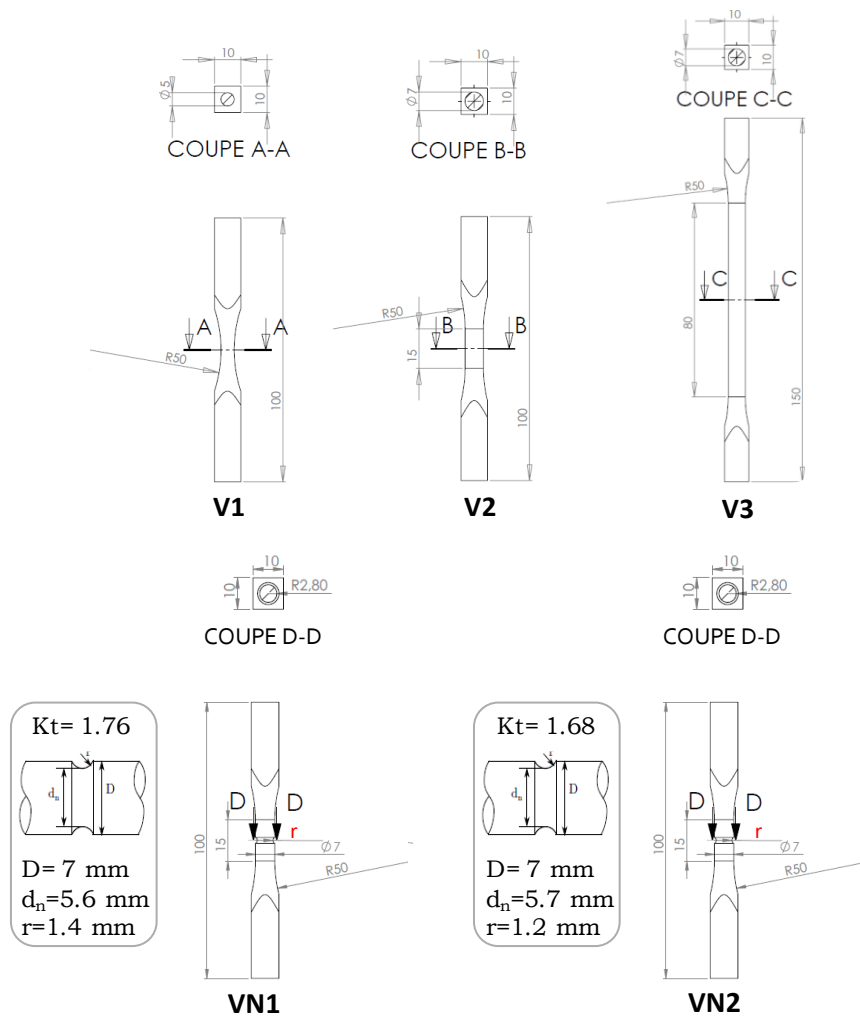


Figure 80: Specimens for tensile fatigue tests

4.2.5. Estimation of the Fatigue Active Volume “FAV”

To illustrate the difference between the four specimen shapes in terms of loaded volume, the concept of the Fatigue Active Volume “FAV” is used in an empirical manner.

In the following sections, the FAV is estimated using the combination of two criteria:

- Damage mechanism.** In the literature, much works (Le et al. 2016 ; Iben Houria et al. 2015 ; Serrano-Munoz et al. 2017 ; Boromei et al. 2010 ; Mu et al. 2014 ; Le 2016 ; A. Rotella et al. 2017) have shown that the fatigue failure usually occurs at defect or pores located on the surface or in a sub-surface layer. In the experimental work undertaken in this work, the crack initiation sites are located in a subsurface of 500 μm for alloy A and 650 μm for alloy B. Figure 81-a- shows a subsurface pore with the depth ‘t’ in the crack initiation zone for alloy B. Figure 81-b- shows the cumulative distributions distance from the surface for all pores observed in the crack initiation zones in these alloys.

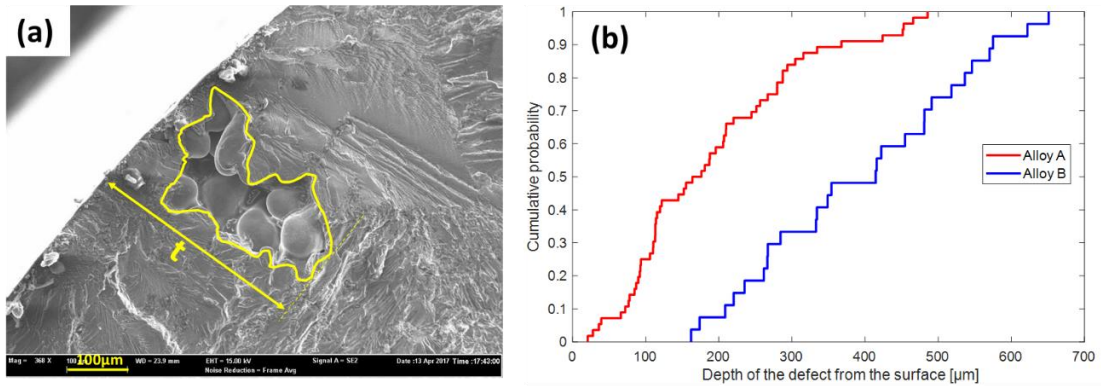


Figure 81: (a) The definition of the depth of a critical defect, and (b) Cumulative probability of the defect depths for the alloy A and B

- Stress heterogeneity.** A Highly Stressed Volume of V80% is chosen. The justification for choosing this value is based on the results for the V1 specimen, which has an hourglass shape (Figure 83). Most of the fatigue cracks in these specimens do not occur in the center of the specimen where the cross-sectional area is the smallest and the stress is the highest. This is because the cast aluminium materials investigated are defect containing materials. Figure 83 shows the case of a specimen in which the fatigue crack is located approximately 5.82 mm from the middle of the specimen. Figure 82 shows the normalised stress at the crack location as a function of the distance from the centre of the specimen. From this figure, it can be seen that almost all of the specimens have failed at a stress level that is greater than 80% of the maximal stress.

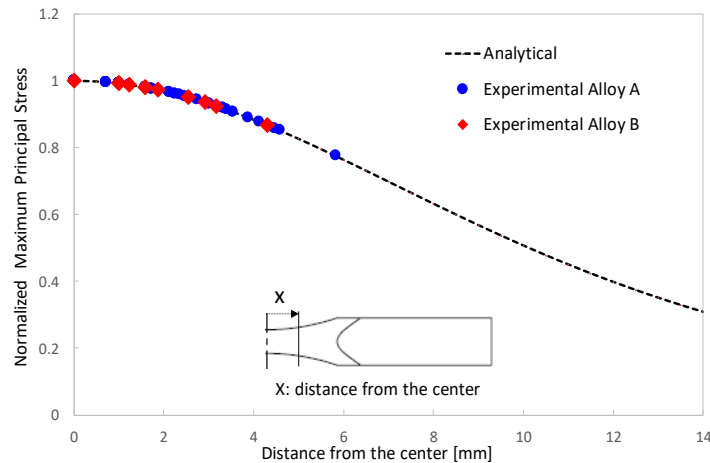


Figure 82: Fatigue crack localization in the hour-glass shaped V1 specimens

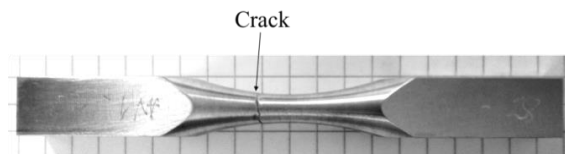


Figure 83: AV1 specimen showing that the fatigue crack is not necessarily located in the center of the specimen

The combination of these two criteria is used to define the Highly Stressed Volume corresponding to $0.8\sigma_{I_{max}}$ located in a subsurface layer of thickness 500 µm for alloy A and 650 µm for alloy B. In the following section, this definition is referred to as the FAV. For each specimen geometry, an estimation of the Highly Stressed

Volume has been done using finite element computation with a linear elastic analysis. Figure 84 shows HSVs identified for each case.

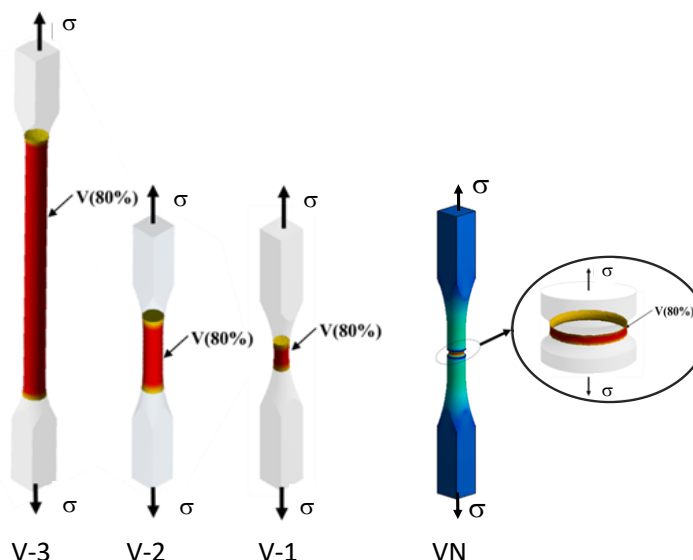


Figure 84: Highly Stressed Volume for (a) smooth specimens V1, V2 and V3 and (b) notched specimen

The use of the notch for the fatigue specimens VN1 and VN2 has been designed to get a very small active volume.

In the following sections, we will use the estimated FAV_A for alloy A and FAV_B for alloy B. The FAV corresponding to each specimen shape, as well as stress concentration factors and number of specimens tested for each configuration, are presented in Table 13. We point out also that the FAV of the sample V3 for alloy B is not indicated in Table 13 since it was not tested for this alloy. The stress concentration factors K_t were estimated as follows in (eq. IV. 3):

$$K_t = \frac{\sigma_{max}}{\sigma_{nom}} \quad (\text{eq. IV. 3})$$

Where, σ_{max} being the maximum elastic normal stress in the axial direction at the notch tip, and σ_{nom} is the nominal elastic stress based on the net section.

Table 13 : Characteristics of the samples

Sample	Number of specimens		K_t	FAV _A in mm ³ for the sublayer of 500 μm	FAV _B in mm ³ for the sublayer of 650 μm	Stress Gradient X [mm ⁻¹]
	Alloy A	Alloy B				
VN1	5	5	1.76	5	6	1.19
VN2	50	23	1.68	5	6	1
V1	47	12	1	90	110	Close to 0
V2	46	12	1	320	450	0
V3	12	0	1	912	-	0

4.3. Fatigue SN curves and effect of FAV

4.3.1. High cycle Fatigue S-N Curves

High-cycle fatigue tests have been performed on specimens with different geometries taken from two Al–Si cast aluminium alloys. S–N curves have been represented to characterize the statistical size effect in these alloys. For the sake of simplicity, only the results corresponding to the standard volume V2 and the small volume V1

are shown for both alloys. For more details on the data of the other batches, see Appendix A. Figure 85 shows the S-N curves for these volumes: AV1, AV2, BV1 and BV2. The average S-N curves have been fitted to the experimental data using a power law based on the least square method.

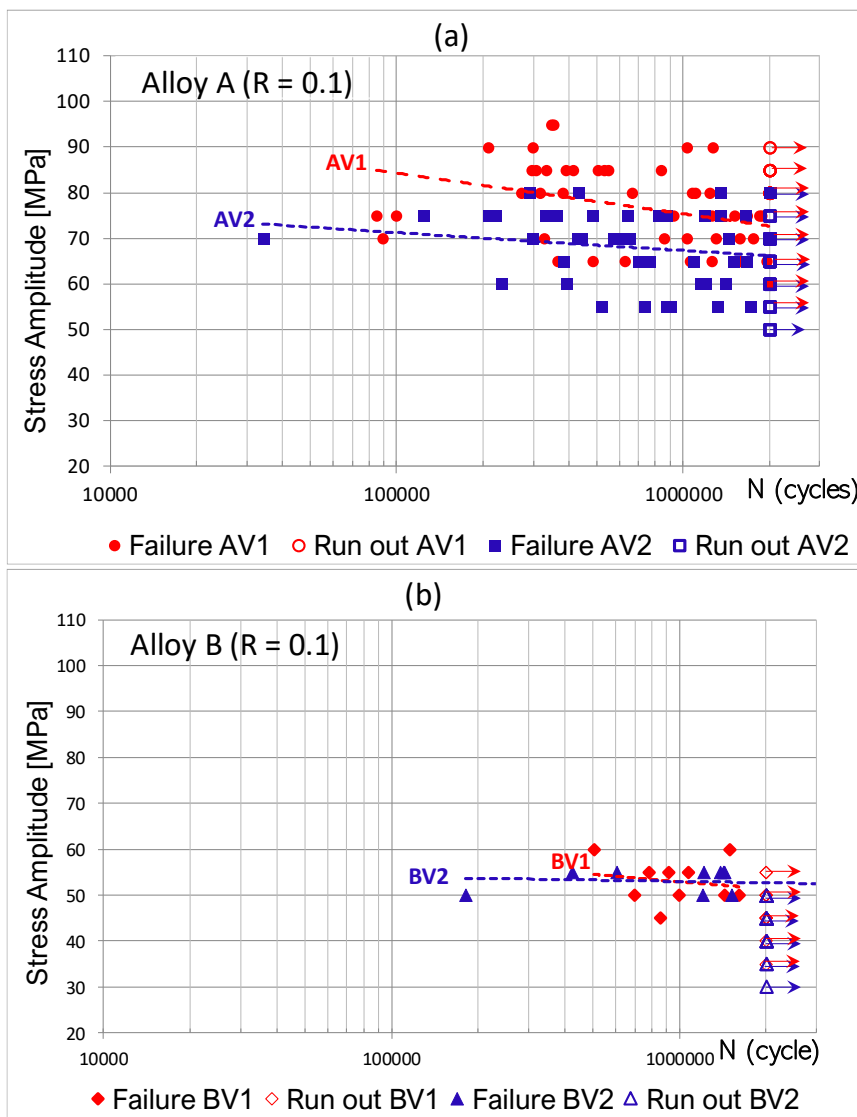


Figure 85: SN-Curves plotted in semi-Linear diagram for the batches AV1, AV2, BV1 and BV2

From Figure 85, it can be seen that there is:

- A large difference between the AV1 and the AV2 data. This indicates a significant size effect in alloy A,
- For alloy B, the data for BV1 and BV2 are almost superimposed. Hence, the size effect is almost negligible for alloy B,
- Less scatter in terms of fatigue strength is observed for alloy B data compared to alloy A data. In fact, from the experimental data, we observe that the failure level in stare-case table, particularly for the batch BV2, it varies between two levels (50 and 55 MPa) (**Appendix: Staircase**).
- The mean fatigue resistance for alloy B is lower than that of alloy A. This difference can be associated to the difference in terms of Cu content and the critical defects size between the studied alloys. Complementary work aims to evaluate the effect of Cu on the fatigue strength was undertaken. The results show the small effect of Cu on the fatigue strength in presence of pores in the material (**Appendix: A1**).

From these remarks, it can be concluded that alloy A shows a strong statistical size effect as compared to alloy B, at least for the range of investigated volumes. Furthermore, the alloy A present high scatter in fatigue strength compared to the alloy B.

4.3.2. Statistical size effect

In order to illustrate the influence of the size effect on the fatigue strength, the product of the nominal stress amplitude Σ_D and stress concentration factor K_t is used. That is, for the notched specimens the local stress amplitude at the notch-tip is used. In references (Engelke and Esderts 2018 ; Lipp et al. 2013), it was shown that there is a good correlation between the fatigue strength expressed as $K_t \Sigma_D$ and the highly stressed volume. In this work, the correlation will be made in terms of the Fatigue Active Volume. Note that the notched specimens were designed to ensure minimal local plasticity at the notch-tip. At the highest loads experimentally applied for 5 specimens the von Mises stress exceeds the yield strength by 4%. Hence, another geometry of notched samples was designed. This batch is called VN2 with low stress factor of 1.68 and does not present any plasticity. Let us also notice that the estimation of the fatigue limit of each specimen is assessed using the following formula proposed in (Lanning et al. 2005).

$$\Sigma_D = \sigma_{n-1} + (\sigma_n - \sigma_{n-1}) \times \frac{N_f}{2 \times 10^6} \quad (\text{eq. IV. 4})$$

where Σ_D is the interpolated fatigue limit at 2 millions of cycles. σ_{n-1} is the stress amplitude level of the block prior to the block where failure occurs. For the specimens that fail at the first level (σ_n) of stress we supposed the existence of a fictive level (σ_{n-1}). σ_n is the maximum stress level of the final block of cycles during which failure occurs, and N_f is the number of cycles to failure in the final loading block. The main objective here is to get the fatigue limit of each specimen and not for the whole batch. The results are summarized in the following tables (Table 14 for alloy A and Table 15 for the alloy B).

Table 14: Summary of the results for Alloy A

Batch	Average of local fatigue strength [MPa]	Standard deviation [MPa]	Coefficient of Variation
AVN1	120.29	9.62	0.08
AVN2	81.33	10.47	0.13
AV1	73.19	8.09	0.11
AV2	64.56	7.78	0.12
AV3	61.91	6.33	0.10

Table 15: Summary of the results for Alloy B

Batch	Average of local fatigue strength [MPa]	Standard deviation [MPa]	Coefficient of Variation
BVN1	70.43	3.96	0.06
BVN2	60.78	5.66	0.09
BV1	50.09	4.93	0.10
BV2	51.73	3.66	0.07

For a better visualization, the results are presented in Figure 86.

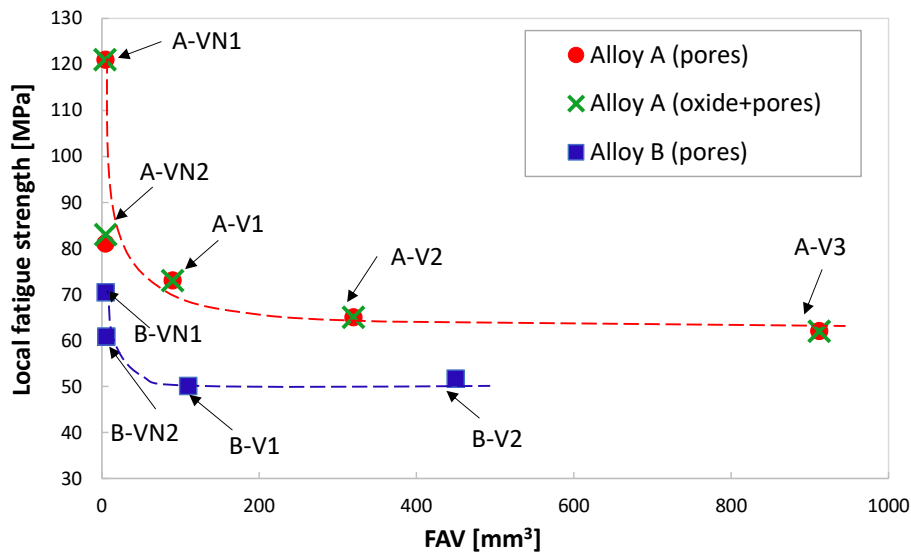


Figure 86: Local stress amplitude at fatigue limit as function of critical volume for alloys A and B.

Figure 86 shows the effect of the fatigue active volume (FAV) on the local fatigue strength amplitude $K_t \Sigma_D$ for 50% probability of failure for a stress ratio of $R = 0.1$ at 2×10^6 cycles. For both alloys, the local fatigue strength amplitude decreases with increasing FAV, then stabilizes for each alloy at a specific FAV. The notched specimens show the highest strengths in terms of the local stress amplitude.

Following these observations, it can be concluded that:

- the alloy A has a more pronounced volume effect than alloy B. Indeed, a drop of 20 MPa approximately in local fatigue limit from AVN2 to AV3 for the alloy A. In contrast, the drop for the alloy B is almost 10 MPa from BVN2 to BV2. This is probably due to the characteristics of the defect population (i.e. pore size, distance between large pores, etc...). We notice that the batch AVN1, due to the presence of the notch, it presents a plasticity.
- We notice also that the presence of oxides as mechanisms of failure does not induce big difference in the resulted behavior of fatigue strength. This result is consistent with the literature (Rotella 2017 ; Antonio Rotella et al. 2020 ; Rotella et al. 2017).
- for alloy A, the fatigue strength stabilizes from a specific volume of 320 mm^3 . This could be considered as the Fatigue Representative Element Volume (FREVE).
- for alloy B, the fatigue strength stabilizes rapidly at a specific volume of 110 mm^3 , which can be considered as the FREVE.

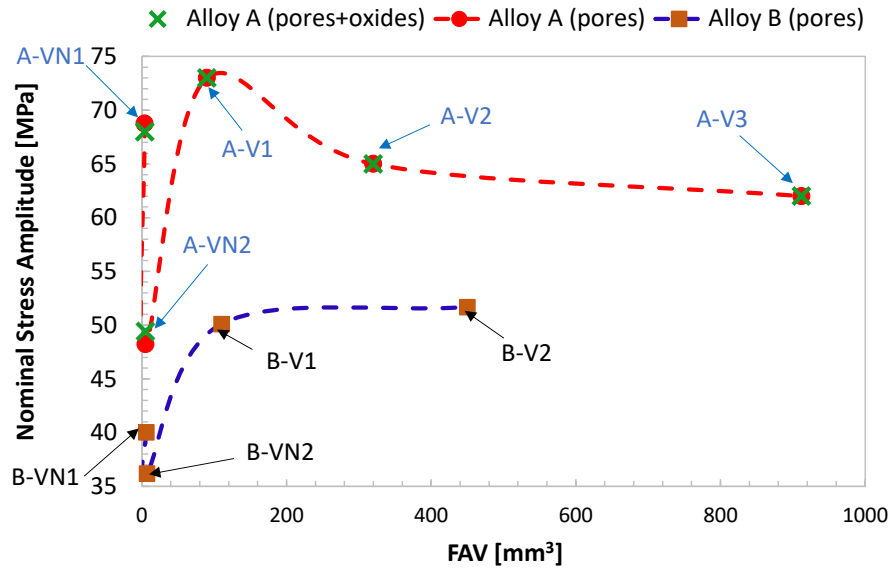


Figure 87: Nominal stress amplitude as function of critical volume for alloys A and B

Figure 87 shows the same data as Figure 86 but in terms of the nominal stress. It can be seen that for both alloys, the presence of the notch in the AVN2, BVN1 and BVN2 specimens dramatically decreases the nominal fatigue resistance as expected due to the notch effect. But, for the batch AVN1 it does not decrease dramatically due to presence of plasticity.

Furthermore, on Figure 86 and Figure 87, in order to separate between the oxides and the pores in the case of alloy A that present different mechanisms in crack initiation, it seems that taking account the data for the failure from a pore or taking in account the data associated to the both mechanisms oxide or pore leads to the same results. This result agrees with conclusions made by (Yukitaka Murakami 1991) and (Rotella 2017) about the effect of the nature of the initiation site that can be considered insignificant.

4.3.3. Crack initiation Mechanisms

After fatigue failure, the crack initiation sites were systematically observed on all specimens. Different defect types were identified to be at the origin of fatigue crack initiation and are discussed below. SEM was used to measure Murakami parameter $\sqrt{\text{Area}}$ of the critical defects on the fatigue failure surfaces.

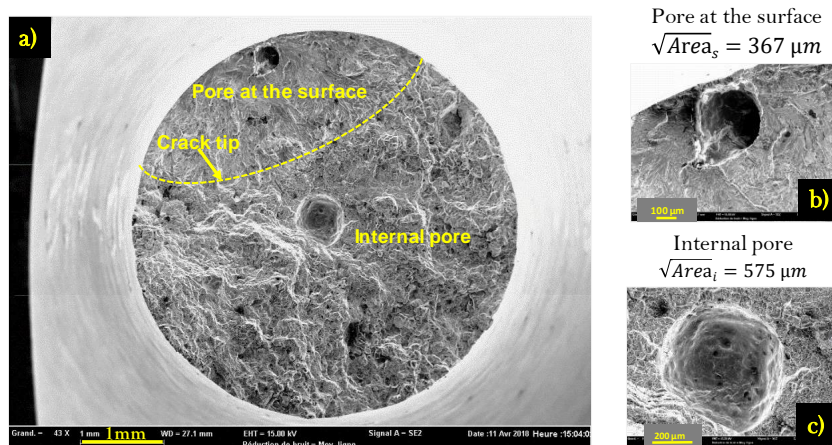


Figure 88: Fatigue failure, specimen BV1-05, Sa= 55 MPa, Nf=919402 cycles, (a) Macroscopic view, detailed view of (b) surface pore and (c) internal pore.

Figure 88 highlights the importance in fatigue of the free surface (Itziar Serrano-Munoz et al. 2017). For this specimen, a very large defect can be seen in the middle of the specimen ($\sqrt{Area} = 575 \mu\text{m}$) and a smaller one is visible near the surface ($\sqrt{Area} = 367 \mu\text{m}$). The SEM observations clearly show that the smaller pore close to the surface is responsible for the fatigue failure.

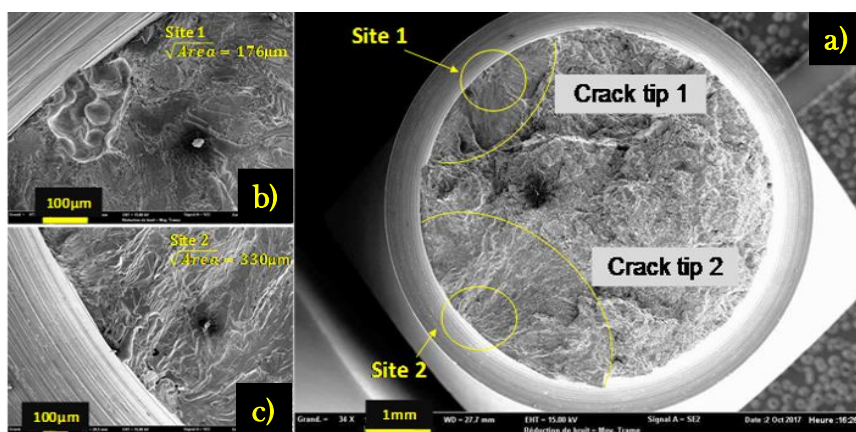


Figure 89: Specimen with multiple crack initiation sites, specimen B-NV-04, $S_a=45\text{MPa}$, $N_f=129663$ cycles, crack initiation from a pore at surface (a) Macroscopic view, detailed view of (b) gas pore and (c) microshrinkage pore

This behavior was identified in many notched samples for the studied alloys. In fact, 4/5 (equivalent to 80% of the samples) from the batch BVN1 present multiple crack initiation sites and 6/12 (equivalent to 50% of the samples) from the batch BVN2. Moreover, 11/49 (equivalent to 22% of the samples) from the batch AVN2 present multiple crack initiation sites.

This behavior is supposed to be controlled by the presence of the stress gradient in the notched samples compared to the smooth ones. In the literature (Thieulot-Laure 2008), Figure 90 presents a plate of thickness 10 mm under bending and tensile loading. On Figure 90-(a), two stress gradients corresponding to two zones of a structure. Regarding crack initiation, a defect in the stressed area corresponding to the strong gradient (dashed line) is more critical. This is no longer the case as soon as the crack has spread of almost 2.5 mm.

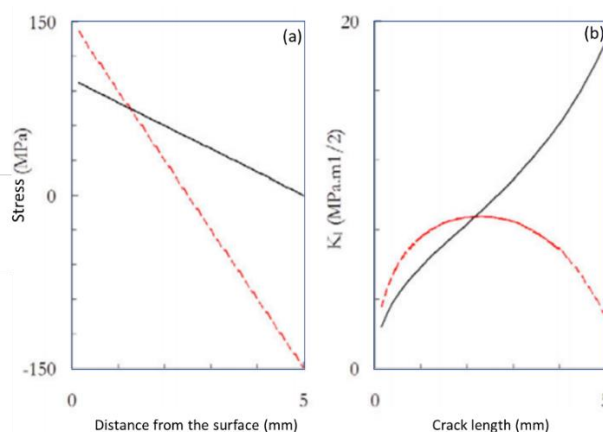


Figure 90: behavior of crack initiation and propagation under different stress gradients (Thieulot-Laure 2008).

For alloy B, all the crack initiation sites are pores. In contrast, for alloy A, which has a lower density of large pores, other crack initiation mechanisms were observed such as initiation from oxides, Persistent Slip Band (PSB) and even the combination of the two mechanisms (see Figure 91, Figure 92 and Figure 93). However, the dominant fatigue damage mechanism is crack initiation and growth from pores. Note that these damage mechanisms are fully consistent with those observed by (Le et al. 2016) on specimen V2 under a stress ratio $R=-1$. The statistics of crack initiation sites in these alloys are summarized in Table 16.

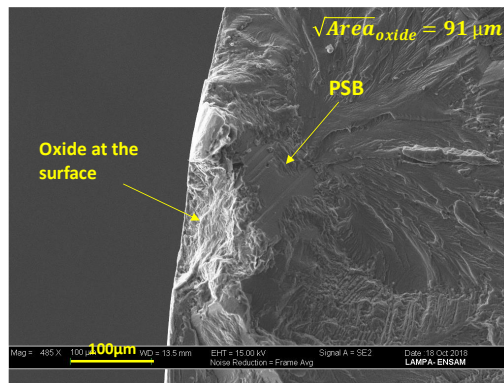


Figure 91: Crack initiation site with the combination of two mechanisms, specimen AV1-29, Sa=75 MPa, Nf=328135 cycles, crack initiation from an oxide at the surface and persistent slip band (PSB).

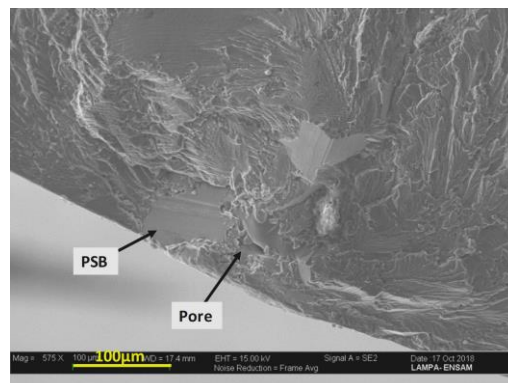


Figure 92: The presence of some sites with the combination of two mechanisms, crack initiation from persistent slip band (PSB) and pore near to the surface.

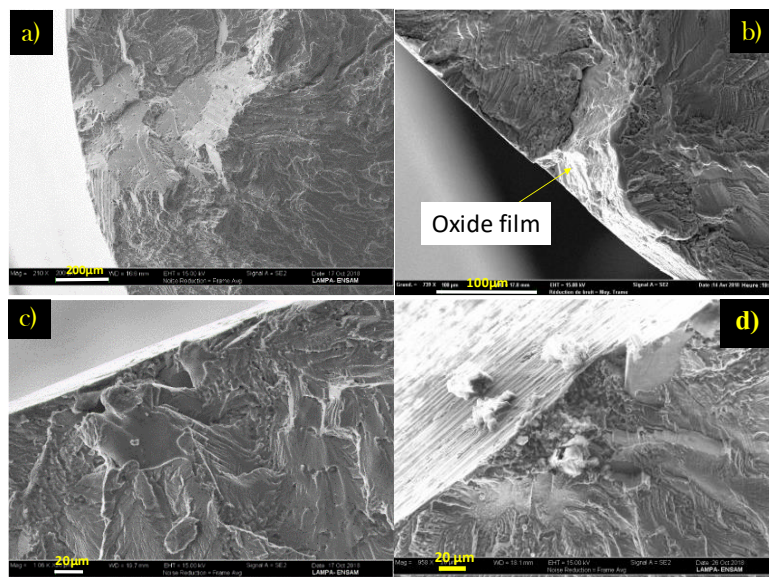


Figure 93: Other typical crack initiation mechanisms, (a) specimen AV1-44, Sa= 85 MPa, Nf= 545162 cycles, crack initiation from persistent slip band (PSB), (b) specimen AV2-17, Sa= 70 MPa, Nf= 441454 cycles, crack initiation from an oxide at the surface, (c) specimen AV1-43, Sa= 65 MPa, Nf= 1581225 cycles, crack initiation from pore at the surface. (d) specimen AVN2-04, Sa= 50 MPa, Nf= 1084107 cycles, crack initiation from an oxide at the surface.

Table 16 summarizes the fatigue damage mechanisms determined via SEM observations of the failure surfaces for all tested specimens. For alloy A it can be seen that by decreasing the FAV size from AV3, to AVN1, the percentage of non-pore related mechanisms increases. For alloy B, the only mechanism is failure from pore.

Table 16: Statistics of fatigue initiation sites for HCF

Mechanisms	Batch									
	AVN1	AVN2	AV1	AV2	AV3	BVN1	BVN2	BV1	BV2	
Pore at the surface	2	14	21	23	11	5	23	11	12	
Sub-surface pore	0	6	4	0	1	0	0	1	0	
Oxide Interne	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
Oxide at the surface	1	17	3	8	0	0	0	0	0	
PSB	1	4	6	2	0	0	0	0	0	
PSB + pore	0	6	1	0	0	0	0	0	0	
Oxide + pore	0	1	6	5	0	0	0	0	0	
Oxide + BGP	1	1	6	1	0	0	0	0	0	
Number of observed specimens	5	49	47	39	12	5	23	12	12	
Percentage of mechanisms initiated from Pores (%)	40	53	53	59	100	100	100	100	100	

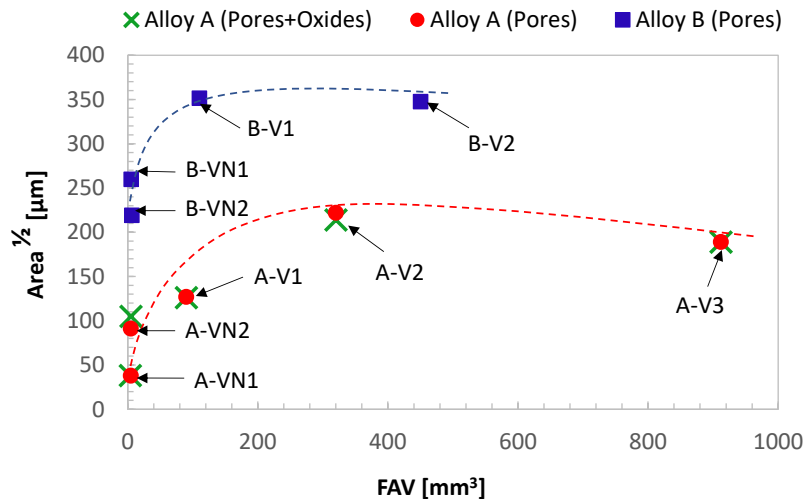


Figure 94: The critical defect size as a function of the Fatigue Active Volume

Figure 94 shows the evolution of the critical defect sizes expressed in terms of (\sqrt{Area}) as a function of the fatigue active volume for both alloys. The mean value of critical defect size in alloy B are larger than 225 µm. On the other hand, for alloy A, the mean value of critical defect size is less than 210 µm. The two curves show the same tendencies. For a small FAV, the average critical defect size is low. It starts to increase and then stabilizes for a FAV of approximately 110 mm³ for alloy B and a FAV 320 mm³ for alloy A. The average of critical defect size is almost 4 times less for the notched specimens AVN1 when compared to the stabilized volume. Furthermore, for the alloy A, the average of the critical defect size starts to stabilize at the volume AV2. Nevertheless, the alloy B stabilizes at the volume BV1 and the average of critical defect size is almost 1.6 times for the notched specimens BVN2 when compared to the stabilized volume.

On Figure 94, for the alloy A, it seems that taking in account the data for the failure from a pore or taking in account the data associated to the both mechanisms oxide or pore leads to the same results.

The postulate made by (Weibull 1939), i.e. the size effect is explained by an increase in the probability of encountering a large defect in large volume, seems to apply in alloy A but not in alloy B. The size effect in alloy A is very noticeable in contrast to what happens in alloy B. The following sections give further details on the quantification of the magnitude of size effect in these alloys.

4.3.4. First quantitative approach of size effect

In this section, we aim to quantify the magnitude of size effect present in the studied alloys. The idea is to measure the difference between the means of the batches V1 and V2 in terms of defects and stresses. In statistics, *Cohen's d* is a parameter that quantifies the difference between the means of two populations divided by their standard deviation as a measure to represent the magnitude of mean difference between them. Cohen (Cohen 1988) was the first to introduce this parameter. However, its accuracy relies on two assumptions, the Normality of the distribution and the Homogeneity of variances. In practice, two groups of samples do not necessarily have the same standard deviation. Therefore, to correct the assumption on the Homogeneity of variance, Hedges (Hedges 1982) proposed to use the pooled standard deviation (eq. IV. 6). Then, the corrected *Cohen's d* is defined as the difference between two means divided by the pooled standard deviation (eq. IV. 5).

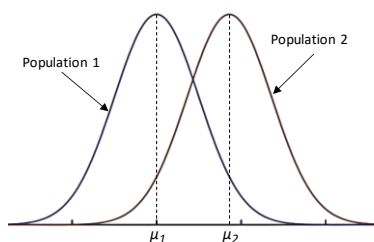


Figure 95: Illustration of two distributions

$$d = \frac{\mu_1 - \mu_2}{s_p} \tag{eq. IV. 5}$$

Where, μ_1 and μ_2 are the mean values of the populations.

The pooled standard deviation for the non-equal standard deviation is defined as:

$$s_p = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}} \tag{eq. IV. 6}$$

Where n_1 and n_2 are the sizes of the populations and s_1 and s_2 are their standard deviations.

In Cohen's terminology, an effect with a small magnitude is an effect that you can see only through a careful study (in terms of number of samples, it takes a relatively large number of samples to reveal it). While an effect with large magnitude is an effect which is big enough that you may be able to see with the naked eye (otherwise, with a relatively small number of samples you can reveal it). The Table 17 contains descriptors for magnitudes of 'd' from 0.01 to 2.0, as initially suggested by Cohen and expanded by (Sawilowsky 2009).

Table 17: descriptors for magnitudes of $d = 0.01$ to 2.0, as initially suggested by Cohen and expanded by Sawilowsky.

Magnitude of the effect	d	Reference
Very small	0.01	Sawilowsky, 2009
Small	0.20	Cohen, 1988
Medium	0.50	Cohen, 1988
Large	0.80	Cohen, 1988
Very large	1.20	Sawilowsky, 2009
Huge	2.0	Sawilowsky, 2009

Using the experimental data, in the following section we quantify the size effect in terms of defect size and fatigue strength in the studied alloys by calculating the *Cohen's d* of the two populations of the small volume V1 and the standard V2 [Table 18]. We choose those volumes in order to avoid the notch effect.

Table 18: Summarizes the results in terms of the defect distributions measured on the fracture surface of the standard volumes

	Defect [μm]				Fatigue strength [MPa]			
	AV1	AV2	BV1	BV2	AV1	AV2	BV1	BV2
Mean	127	222	352	348	73	65	51	53
Standard Deviation	54	119	100	94	8.09	7.78	4.93	3.66
Pooled Standard Deviation	83		97		7.56		4.34	

From these results in Table 19, the Alloy A present a large size effect in terms of defects and fatigue strength. In the other hand, alloy B presents a very small size effect in terms of defects and small size effect in terms of fatigue strength. For the alloy A, the fatigue strength presents a drop of 12% from the volume V1 to the volume V2. On the other hand, the fatigue strength for the alloy B stay almost the same.

Table 19: Cohen "d" calculation

	Cohen "d"	
	Defect	Fatigue strength
Alloy A	1.16	1.06
Alloy B	0.04	0.46

4.4. Statistical Analysis of the critical defect and fatigue strength distributions

The aim of this section is to determine which typical statistical distribution (Lognormal, Weibull or Gumbel) is best suited to model the experimental data (i.e. both the fatigue strength distribution and the critical defect size distribution).

Table 20 shows the evaluated probability functions where f is the probability density function (PDF), and F is the cumulative density function (CDF).

In addition, $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt$ indicates the standard normal cumulative function.

Table 20: evaluated probability functions

Distributions	$f(\Sigma)$	$F(\Sigma)$
Log-normal	$\frac{1}{\Sigma s \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln(\Sigma) - \mu)^2}{2 s^2}\right)$	$\Phi\left(\frac{\ln(\Sigma) - \mu}{s}\right)$
Weibull	$\frac{\gamma}{\alpha} \left(\frac{\Sigma}{\alpha}\right)^{1-\gamma} \exp\left[-\left(\frac{\Sigma}{\alpha}\right)^\gamma\right]$	$1 - \exp\left[-\left(\frac{\Sigma}{\alpha}\right)^\gamma\right]$
Gumbel	$\frac{1}{\beta} \exp\left(-\frac{\Sigma - \vartheta}{\beta}\right) \exp\left[-\exp\left(-\frac{\Sigma - \vartheta}{\beta}\right)\right]$	$\exp\left[-\exp\left(-\frac{\Sigma - \vartheta}{\beta}\right)\right]$

where μ is the mean and s is the Standard deviation of logarithmic values for the lognormal distribution. α is the scale parameter and γ is the shape parameter for the Weibull distribution. ϑ is the location parameter and β is the scale parameter for Gumbel law.

Statistical tests are also used; the Anderson Darling test (AD) combined with its corresponding P-value and the log-likelihood criterion. The reason for choosing the AD test is that in terms of fatigue we are typically interested in the distribution's tails, to which the AD test gives greater importance.

To summarize the use of these criteria:

- The best distribution is the one that has the smallest AD value.
- If the corresponding P-value of the AD test is less than α , corresponding to the 5% significance level in this case, then the distribution does not show a good-fit to the data.
- The best distribution is the one that has the highest Log-likelihood value.

Following these criteria, the distributions have been ranked and then the distribution with the best overall rank is chosen. The overall rank is obtained by summation of the individual ranking. The results are presented in Table 21.

4.4.1. Statistics analyses of the defects

Table 21: Summary of the Goodness of Fit statistics for different distribution for the critical defects

Batch	Number of specimens	Tests	Lognormal	Gumbel	Weibull
AVN2	50	P-value	0.95	0.001	0.25
		AD	0.17	1.97	0.47
		Log-likelihood	-140	-151	-141
		Rank	1	3	2
AV1	40	P-value	0.58	0.001	0.17
		AD	0.3051	1.6261	0.5379
		Log-likelihood	-223	-232	-224
		Rank	1	3	2
AV2	37	P-value	0.70	0.001	0.31
		AD	0.26	2.29	0.43
		Log-likelihood	-215	-230	-217
		Rank	1	3	2
AV3	12	P-value	0.74	0.68	0.90
		AD	0.24	0.28	0.20
		Log-likelihood	-64	-65	-64
		Rank	2	3	1
BVN2	23	P-value	0.05	0.001	0.19
		AD	0.72	1.40	0.51
		Log-likelihood	-134	-139	-134
		Rank	2	3	1
BV1	12	P-Value	0.78	0.04	0.32
		AD	0.23	0.78	0.43
		Log-likelihood	-59	-62	-61
		Rank	1	3	2
BV2	12	P-value	0.61	0.38	0.65
		AD	0.28	0.40	0.29
		Log-likelihood	-65	-66	-65
		Rank	1	3	2
Ranking Summary			9	21	12

As shown Table 21, the lognormal distribution gives the best approximation for the critical defect size. This conclusion had been made also by (Yi et al. 2003b).

Figure 97 shows the experimental data fitted using the lognormal distribution. The parameters of the distribution are obtained using the Maximum Likelihood Estimation method and are summarized in Table 23.

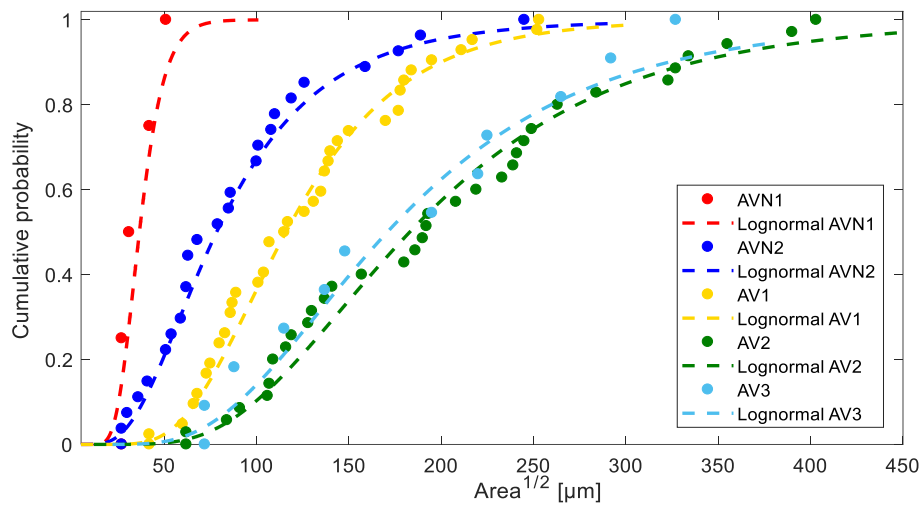


Figure 96: Cumulative probabilities functions of the critical defects for the different tested volumes (a) for alloy A.

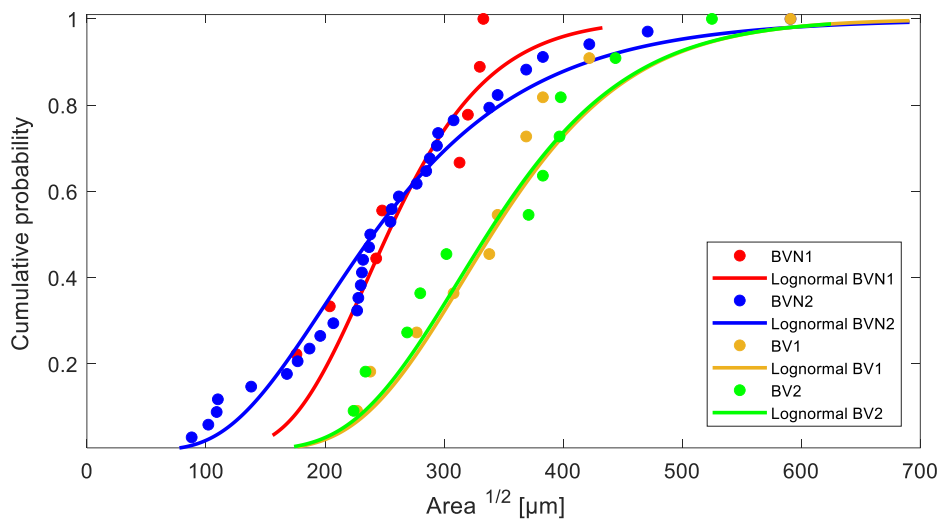


Figure 97 : Cumulative probabilities functions of the critical defects for the different fatigued volumes for alloy B.

From Figure 96 it can be seen that for alloy A, the size of critical defects is increased drastically by increasing the size of the FAV. However, for alloy B in Figure 97, the mean values of the distributions specially for the volumes BV1 and BV2 are almost the same with averages respectively 352 and 348 μm [see Table 18]. These results explain the different sensitivity of alloy A and B fatigue strength to the FAV. In terms of the defect spatial distribution, these results can be explained by the fact that, the largest defects in the alloy A are distributed in a way that when the volume is increased there is a higher probability of finding a large defect. However, for alloy B, the larger defects are so densely distributed that when increasing the volume of the specimen the probability of finding a large defect does not increase. We remind the batches BVN1 and BVN2 have shown many double sites of initiation. All the critical defects were taken in account in the represented distributions.

4.4.2. Statistics analyses of the fatigue strength

The same procedure was applied to the data obtained for the fatigue strength. Table 22 summarizes the results of the statistical tests.

Table 22: comparative analyses for statistical distribution models of fatigue strength

Batch	Number of specimens	Tests	Lognormal	Gumbel	Weibull
AVN2	50	P-value	0.03	0.001	0.001
		AD	0.85	2.08	1.65
		Log-likelihood	-100	-107	-105
		Rank	1	3	2
AV1	47	P-value	0.22	0.08	0.20
		AD	0.49	0.66	0.51
		Log-likelihood	-147	-150	-148
		Rank	1	3	2
AV2	46	P-value	0.01	0.1	0.1
		AD	1.05	0.57	0.65
		Log-likelihood	-125	-123	-124
		Rank	3	1	2
AV3	12	P-value	0.40	0.1	0.04
		AD	0.36	0.93	0.76
		Log-likelihood	-35	-37	-37
		Rank	1	2	3
BVN2	23	P-value	0.04	0.56	0.59
		AD	0.78	0.32	0.31
		Log-likelihood	-73	-71	-71
		Rank	3	2	1
BV1	12	P-Value	0.96	0.53	0.72
		AD	0.15	0.33	0.27
		Log-likelihood	-33	-34	-33
		Rank	1	3	2
BV2	12	P-value	0.38	0.65	0.63
		AD	0.37	0.29	0.30
		Log-likelihood	-27	-26	-26
		Rank	3	1	2
Ranking Summary			13	15	14

From these analyses, the lognormal distribution was also chosen as the best distribution for the experimental data in terms of fatigue strength distribution for the different batches. The corresponding parameters are summarized in Table 23.

Table 23: summary of the parameters of the identified distributions for 95% confidence level

Batch	Defect						Fatigue strength					
	Lognormal		Weibull		Gumbel		Lognormal		Weibull		Gumbel	
AVN2	μ	4.36	α	103	ν	119	μ	4.39	α	86	ν	87
	s	0.55	γ	1.90	β	63.25	s	0.12	γ	7.23	β	12.45
AV1	μ	4.75	α	143	ν	154	μ	4.23	α	77	ν	77
	s	0.43	γ	2.60	β	56.86	s	0.11	γ	9.90	β	7.75
AV2	μ	5.24	α	243	ν	275	μ	4.16	α	68	ν	68
	s	0.51	γ	2.07	β	143	s	0.12	γ	10.13	β	6.48
AV3	μ	5.14	α	214	ν	230	μ	4.12	α	65	ν	65
	s	0.50	γ	2.58	β	75.75	s	0.10	γ	7.22	β	7.22
BVN2	μ	5.32	α	246	ν	264	μ	4.10	α	63	ν	63
	s	0.41	γ	2.79	β	101	s	0.10	γ	13.80	β	4.47
BV1	μ	5.83	α	389	ν	406	μ	3.91	α	52	ν	53
	s	0.28	γ	3.58	β	118	s	0.10	γ	11.28	β	4.63
BV2	μ	5.82	α	382	ν	393	μ	3.93	α	53	ν	52
	s	0.27	γ	4.22	β	90.15	s	0.06	γ	15.19	β	2.08

4.4.3. Cumulated probability function

In this section, the experimental data are plotted on a lognormal probability scale for the defect size and the fatigue strength distributions :the data should follow a straight line if it conforms to the lognormal distribution (Koehler 1990).

In general, this approach is based on a linearization of the cumulative probability function of the specific distribution. For the lognormal distribution, the cumulative density function can be written as:

$$Y = A + BT \tag{eq. IV. 7}$$

Where $Y = \Phi^{-1}(F)$ and $T = \ln(\Sigma)$ are the variables. Figure 98 and Figure 99 show lognormal probability paper resulting from the linearized cumulative probability function.

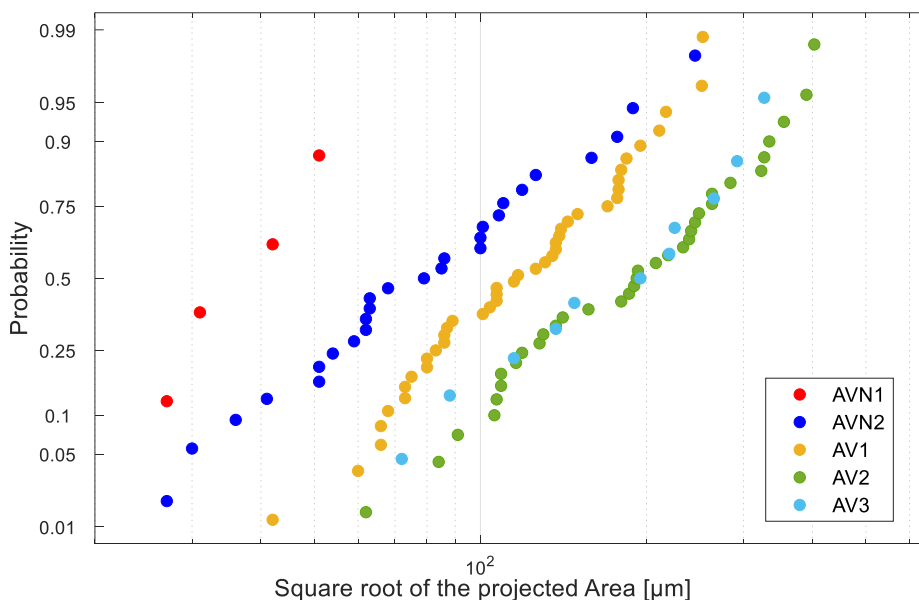


Figure 98: Critical defect sizes in $\sqrt{\text{area}}$ plotted on lognormal probability papers for alloy A.

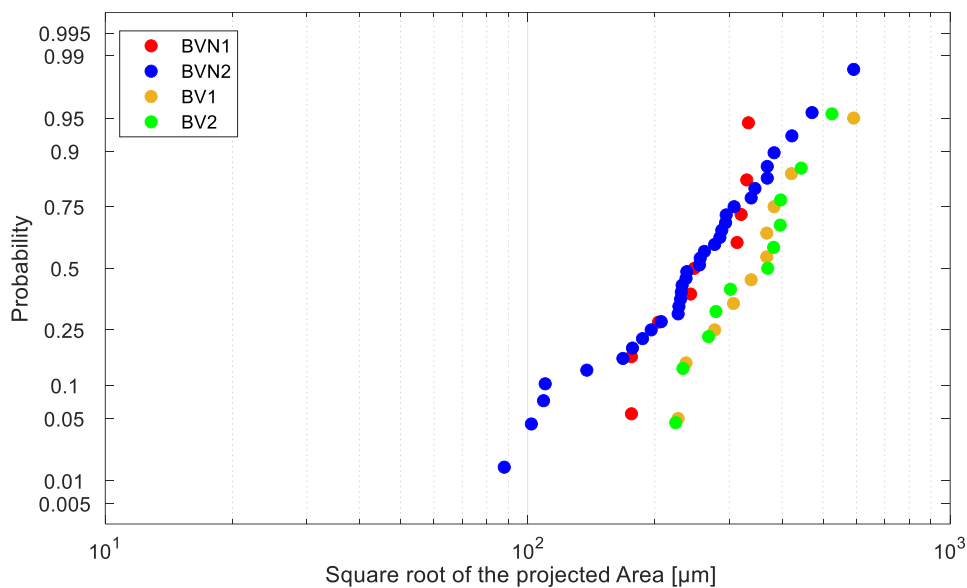


Figure 99: Critical defect sizes in $\sqrt{\text{area}}$ plotted on lognormal probability papers for alloy B.

Figure 98 and Figure 99 show the distributions of critical defect sizes in \sqrt{Area} plotted on lognormal probability papers for the studied alloys. Firstly, it can be seen that the critical defect sizes show good linearity on the lognormal probability paper. This confirms that the statistical analyses above are correct. Similar results were obtained in (Yi et al. 2003b).

Figure 99 shows that, for the two smooth specimen volumes, the critical defect distribution for alloy B are superimposed. This confirms the conclusions from section 4.3. For the case of alloy A (Figure 98), increasing the size of critical volume leads to an increase in the critical defect size, until the AV2 volume at which the defect size stabilizes. While for the alloy B, the increase stops at the volume BV1 (Figure 99).

To sum up, for alloy A, the large defects are rare [see Figure 77]. Therefore, due to the small number of these defects, large defects are unlikely to be found in small specimens (i.e. small critical defects) but are more likely to be found in large specimens. In contrast, alloy B contains a high number of large defects that leads to almost the same probability of finding a large defect in both volumes (BV1 and BV2).

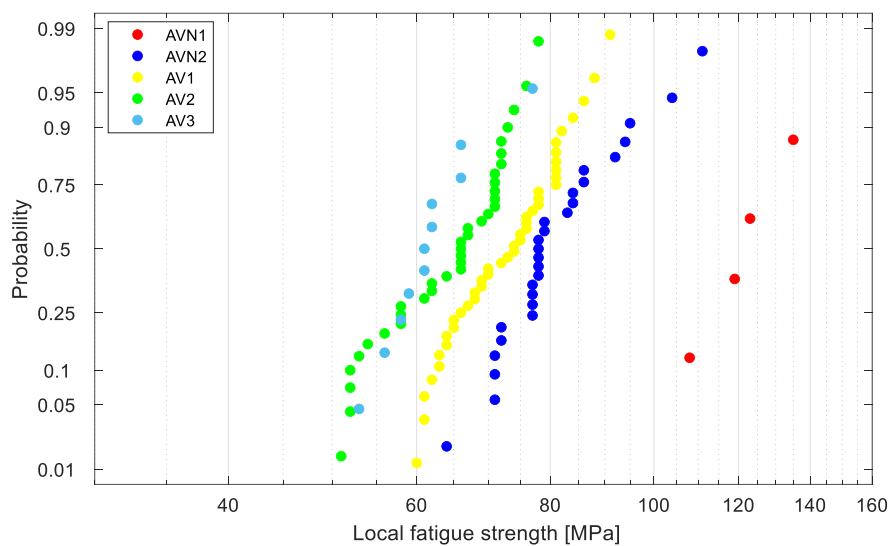


Figure 100: Fatigue strength in MPa plotted on lognormal probability papers for alloy A.

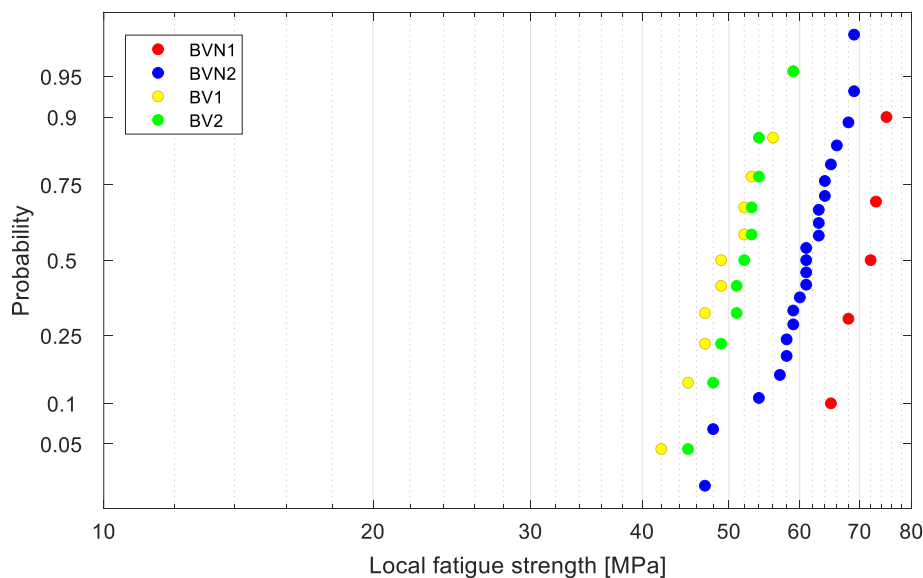


Figure 101: Fatigue strength in MPa plotted on lognormal probability papers for alloy B.

Figure 100 and Figure 101 show that the fatigue strength follows a lognormal distribution. Especially the AV1 and BV1 data. This is due to the continuous variation in the section of the V1 specimen shape. In addition to the conclusions drawn in the previous section.

It is very clear thus that the size effect on HCF strength for alloy A is caused by differences in critical defect sizes between different specimens and their spatial distribution. This difference leads to the difference noticeable on Figure 100 between the batches. For alloy B, there is an insignificant difference in terms of critical defect sizes between BV1 and BV2. Therefore, the same observation in terms of fatigue strength for the same batches.

To sum up, the parameters of the distributions of defects in the material (size and spatial distribution) will control the magnitude of the statistical size effect.

- Higher number of large defects leads to non-significant volume effect (case of alloy B): the volume effect is present but has little effect on the observed variables.
- Low number of large defects leads to strong presence of the volume effect which is facilitated by experimental means (case of alloy A).

4.5. Kitagawa-Takahashi diagram: defect size effect

In order to link the fatigue strength of the different specimens to the critical defect size, Kitagawa-Takahashi diagrams have been established. The estimation of fatigue strength for each specimen was carried out using the local stress. Results are shown in Figure 103.

In this work, the “hot spot” stress at the notch tip is used as a parameter to compare the different configurations. Using classical logic, this implies that K_f is considered equal to K_t , where K_t is the elastic stress concentration factor and K_f is the fatigue notch factor, defined as the ratio of the smooth specimen fatigue strength (reference) to the notched specimen fatigue strength. However, the concept of K_f cannot easily be applied in this work because it has been experimentally shown that the plane specimen fatigue strength is a function of the volume (or the size of the smooth specimen). It is well known that K_f is generally inferior to K_t and that this is often contributed to a “notch effect” which is essentially a combination of the size effect the stress gradient effect and the presence of local plasticity. If the plasticity is considered to be negligible than understanding the notch effect corresponds perfectly to the objectives of this work.

Moreover, given that $1 < K_f < K_t$, and $K_t=1.68$ is not very large, it is expected that the difference between K_t and K_f will not be large.

Figure 103 shows the Kitagawa-Takahashi diagram in terms of local fatigue limit $K_t \Sigma_D$ as a function of the square root of the critical defect size. The points on the graph are the critical defects observed on the fatigue failure surfaces of the tested specimens of the two alloys. Note that, for the notched specimens of alloy B (with multi-site initiation), only the largest defect is shown in Figure 102.

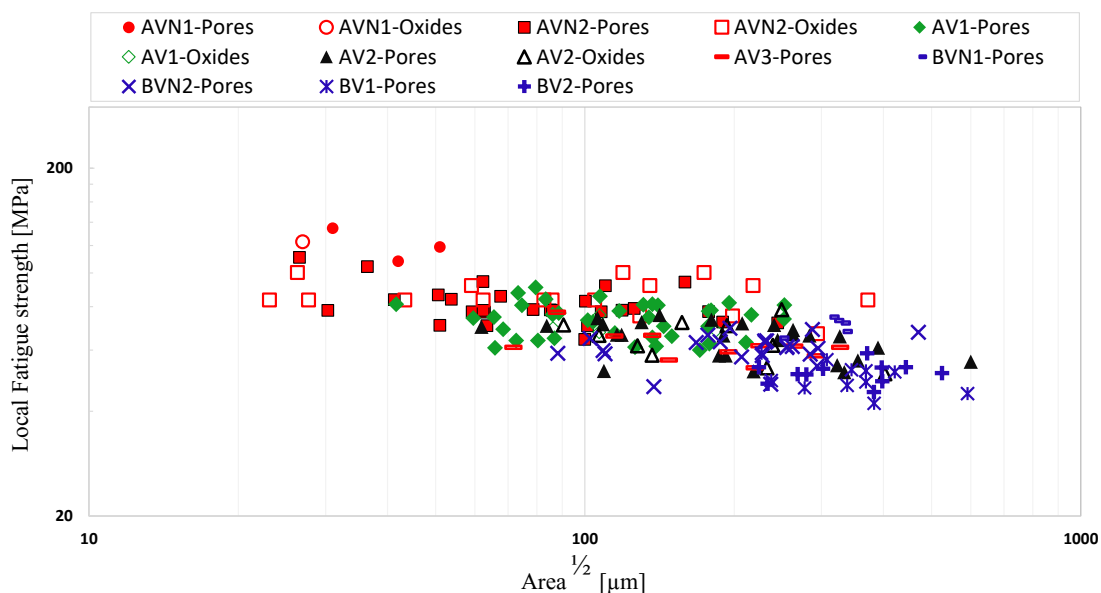


Figure 102: Kitagawa-Takahashi diagram for different batches (R=0.1)

From Figure 102, the following conclusions can be made:

- i. The fatigue strength of alloy A tends to decrease when the size of the critical defects increases. Same conclusions were made by (Matti Makkonen 1999; Weibull 1939; Iben Houria et al. 2015; Y. Murakami and Endo 1994). Note also that the size of the critical defects increases when the FAV increases. Indeed, the notched specimens (AVN1) with the lowest FAV of 5 mm³ have the smallest defect sizes. By increasing the size of FAV, the size of the critical defects has a tendency to increase and the fatigue strength drops.
- ii. Between specimens of size AV2 and AV3, there is almost no difference in the average value of the fatigue strength as shown in Figure 86 and Figure 102. It can be concluded that the fatigue strength has stabilised, most probably due to the saturation in the maximum critical defect size.
- iii. The size of the critical defects in the smooth samples of alloy B is relatively large for all types of tested specimens. Their \sqrt{Area} are greater than 220 μm. For this range of defect size, the fatigue strength of the specimens does not change significantly compared to the variation in alloy A.

On Figure 103, in order to separate between the oxides and the pores in the case of alloy A that present different mechanisms in crack initiation, it seems that the only parameter that count is the size of the defect and not its nature (oxide or pore).

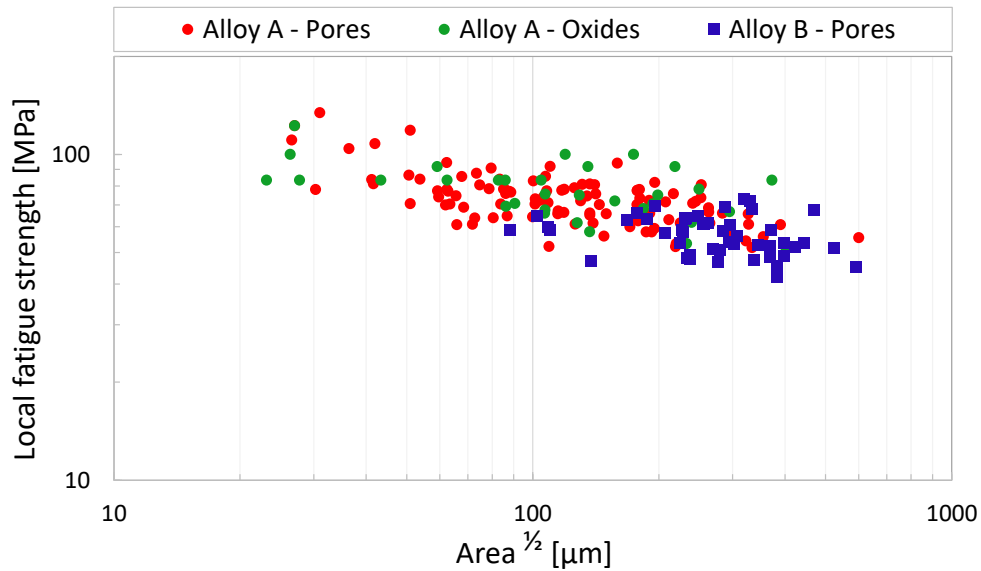


Figure 103: Kitagawa-Takahashi diagram (R=0.1)

Using the Kitagawa-Takahashi diagram represented with linear axes Figure 104 gives a better understanding of the small size effect in alloy B. The critical defects are generally at the level where the fatigue strength begins to stabilize. Therefore, and since the size of the critical defects remain relatively large (\sqrt{Area} greater than 220 μm for the smooth samples), the difference in the fatigue strength and the scatter remain low. So, even for the different specimen sizes, the fatigue strength does not significantly change leading to a slight size effect and a low scatter.

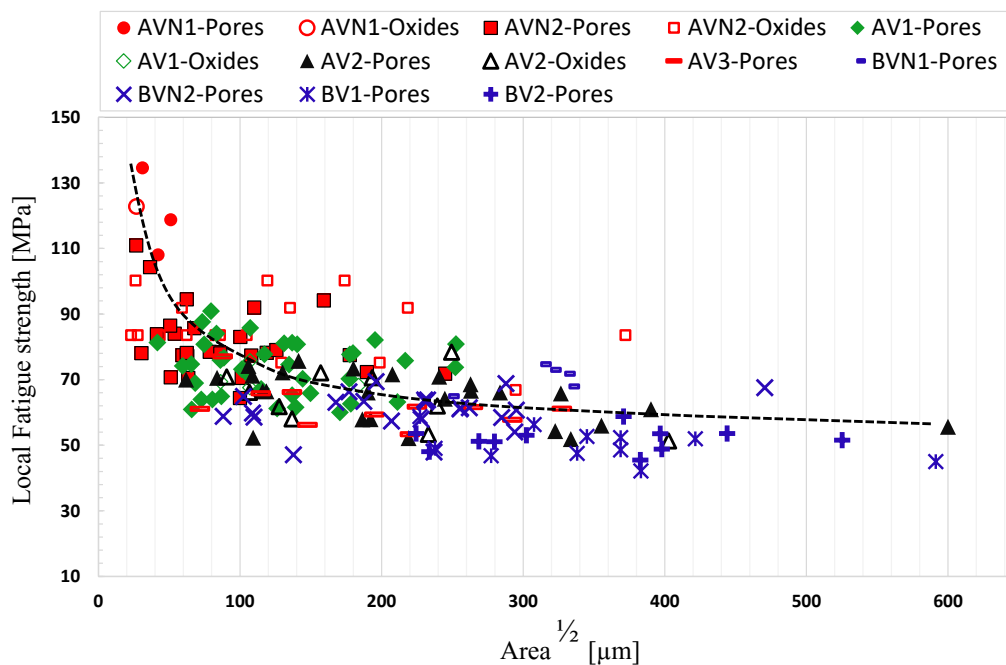


Figure 104: local fatigue resistance as a function of critical defect size (R=0.1)

Figure 105 is a schematic representation of the fatigue strength amplitude as a function of the average critical defect size for volumes AV1, AV2, BV1 and BV2. It shows that due to the large average critical defect size of the alloy B, the size effect and the scatter are low. In contrast, the average critical defect size of the AV1 and AV2 specimens are in the interval in which the curve has a strong slope. A large difference between the fatigue

strength of these two volumes and high scatter can hence be expected. We notice that, the initiation from an oxide leads to the same behaviour and the same level of fatigue strength. Murakami first supposed that the type of the defect does not matter (Yukitaka Murakami 1991). The same results were confirmed in the work of (Rotella et al. 2017; Rotella 2017).

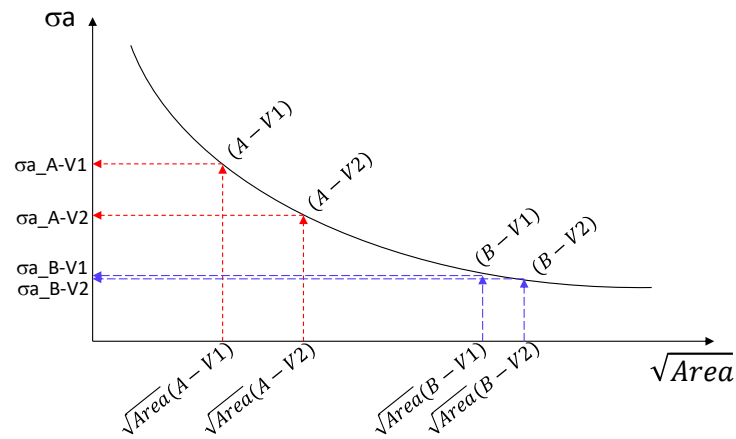


Figure 105: Schematic representation of fatigue resistance as a function of the means of critical defect size for each batch

A large size effect in terms of fatigue strength is a result of large size effect in the corresponding distributions of critical defect size (which is the case for alloy A). However, a large size effect in terms of critical defects does not lead systematically to a large size effect in terms of fatigue strength, depending on the range of the critical defect size.

4.6. Study of the notch effect

As previously discussed, four of the five specimens tested from batch BVN1, have two crack initiation sites (see Figure 89). In this section, the notch effect is investigated for both alloys. Computer Tomography analyses are used to gain insight into the problem.

4.6.1. Post-mortem analyses

As shown in Figure 106, the defect density and the size of the defects in the notched section of the specimen taken from alloy B are much higher in comparison with alloy A.

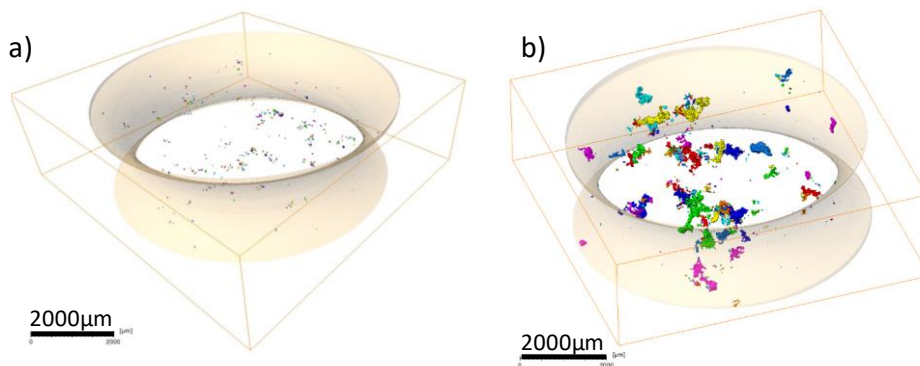


Figure 106: CT scans of the notched section of (a) specimen AVN1-05, and (b) specimen BVN1-05

Figure 107 shows the location of the defects in the notched specimens AVN1-05 and BVN1-05 as a function of their sizes in terms of \sqrt{Area}_{eq} .

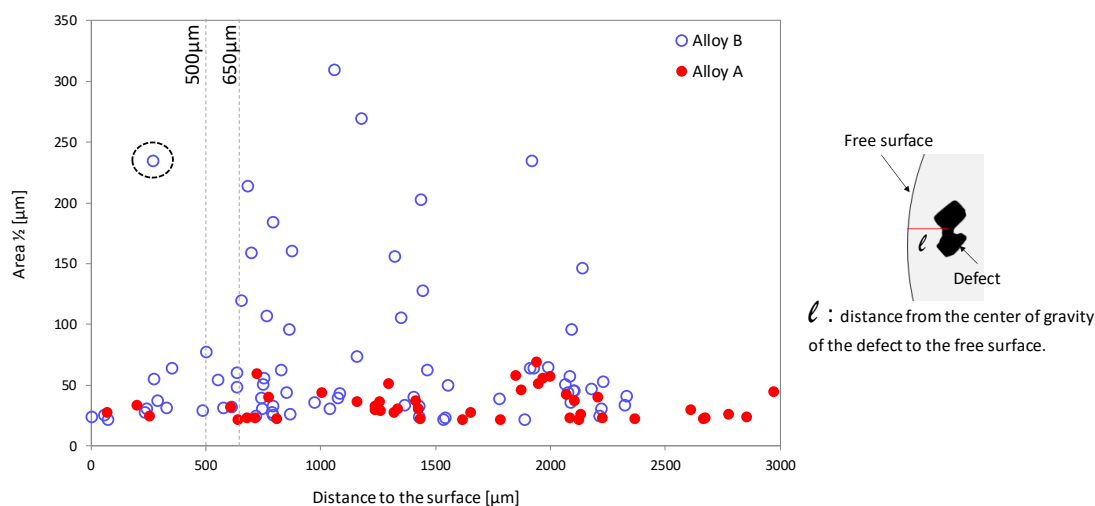


Figure 107: The size of defects contained in the notched section and their location to the surface

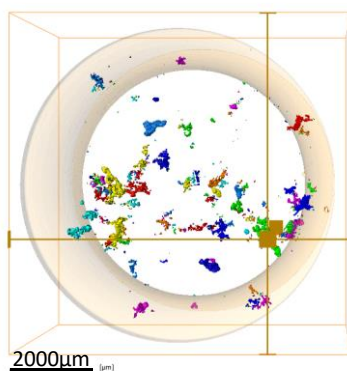


Figure 108: The location of the encircled defect in Figure 107

From Figure 107 and Figure 108, two important conclusions can be made; (i) firstly there is a higher number of defects in the subsurface of the BVN1-05 specimen (10 defects) when compared to the AVN -05 specimen (3 defects). (ii) Secondly, the largest defect in the FAV for alloy B is almost 7 times larger than the largest defect in alloy A in terms of $\sqrt{Area_{eq}}$. The largest defect size in the alloy B notched specimen is about $\sqrt{Area_{eq}}$ of approximately 200 μm , and for the alloy A is about $\sqrt{Area_{eq}}$ of approximately 35 μm .

The higher density of large defects in alloy B means that even by decreasing the FAV, there is still a high probability of finding large defects near to the surface of the notch. This explains why the averages of the distributions for alloy B in Figure 97 are higher than 225 μm for different FAVs. The opposite is observed for alloy A. By decreasing the FAV, the average size of the critical defect drops (see Figure 94). This leads to the activation of other failure mechanisms such as oxide, inclusion or PSB.

Furthermore, the higher probability of finding many large defects near to the surface of the notch in alloy B can lead to the multiple crack initiation sites. Two crack initiation sites were observed in four out of five notched specimens for batch BVN1 and batch BVN2. This phenomenon is also linked to the gradient stress effect introduced by the notch.

4.6.2. Crack initiation at the notch

In the following, the fractographic analyses have been matched to the tomographic analyses, the results are shown in Figure 109 and Figure 110.

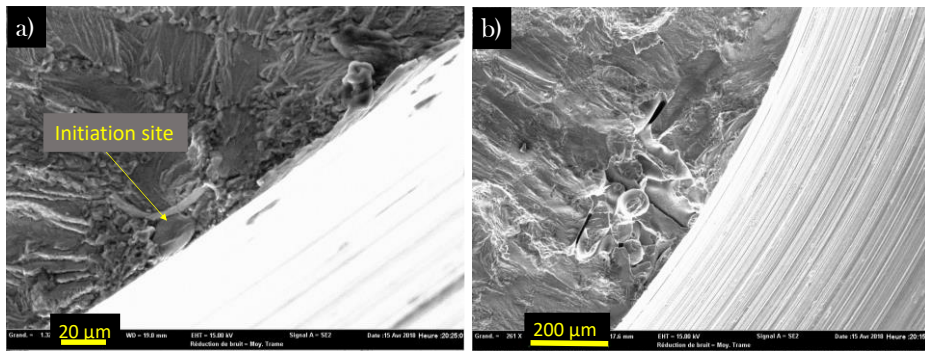


Figure 109: Fatigue failure, (a) specimen AVN1-05, $S_a=70$ MPa, $N_f=1584002$ cycles, crack initiation site with \sqrt{Area} of $27\ \mu\text{m}$ (b) specimen BVN1-05, $S_a=45$ MPa, $N_f=777402$ cycles and crack initiation from a pore at the surface with \sqrt{Area} of $313\ \mu\text{m}$.

For alloy A, the results show that due to the lack of large defects near the surface, the specimen has failed from an inclusion located at the surface. For alloy B, due to the high density of large pores in this material, the specimen has failed from a pore at the surface. It can be seen that the critical pore is not the largest one contained in the fatigue active volume, as indicated in Figure 108. It is a different pore at the surface of the notch (see Figure 109 (b) and Figure 110).

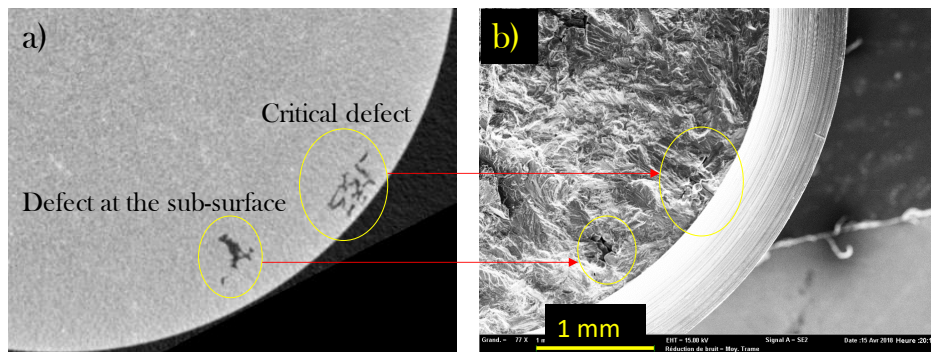


Figure 110: sample BVN1-05 (a) tomographic image and (b) its corresponding fractographic image

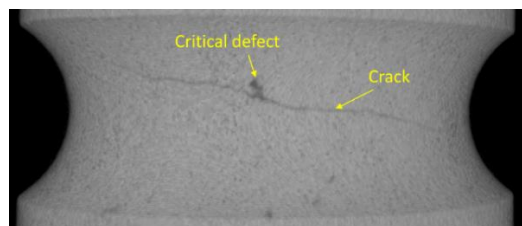


Figure 111: localization of the crack at the notch tip of the sample BVN2-15.

Figure 111 shows that the crack has initiated from a surface defect located in the highly stressed volume of the notch. This crack corresponds to a drop in the resonance frequency of $0.3\ \text{Hz}$ and $N_f=539380$ cycles. The critical defect has a \sqrt{Area} of $232\ \mu\text{m}$ [Figure 113].

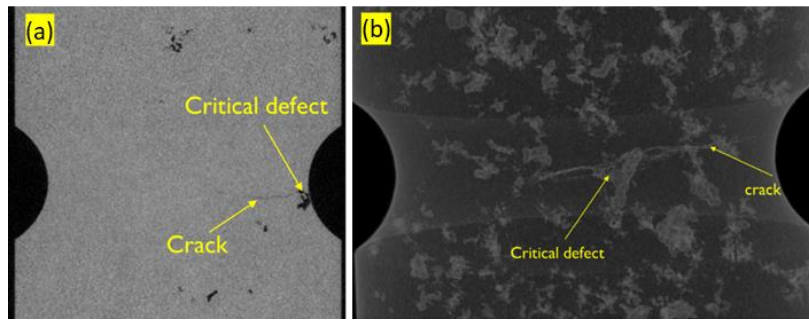


Figure 112: post-mortem tomographic analysis of the sample BVN2-15.

From Figure 112, we can notice the high density of pores in the notched sample taken from alloy B.

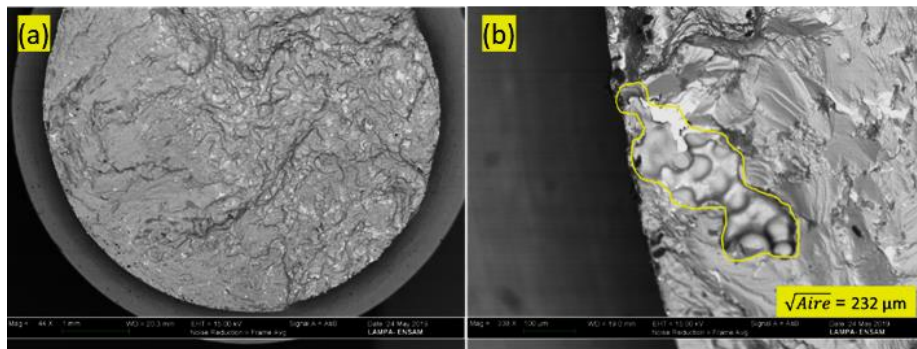


Figure 113: BVN2-15 Notch sample with crack initiation site after a total failure (a) is the macroscopic view, and (b) is the detailed view showing the critical defect. For this sample specimen, $S_a=40$ MPa and critical pore size $\sqrt{\text{Area}}$ of $232 \mu\text{m}$.

4.7. Role of defect size population on scatter in fatigue strength

Figure 114 presents the evolution of the standard deviation of the studied alloys with the size of fatigue active volume.

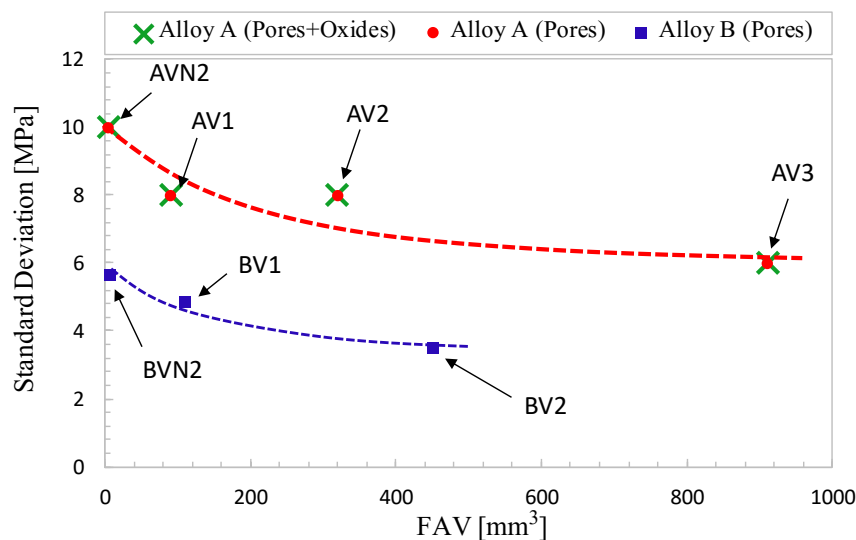


Figure 114: Effect of loaded volume on the standard deviation of fatigue limit

As aforementioned in the precedent sections, first we can notice that both alloys show the same tendency in standard deviation of fatigue strength. The standard deviation in fatigue strength is high for the smaller volumes and decreases by increasing the volume of the sample (i.e. FAV). Secondly, the results show that the alloy A with small defect sizes shows a high scatter in fatigue strength compared to the alloy B with larger defects.

These conclusions are in correlation with the assumptions made in section 4.5 on Figure 105. Furthermore, for the alloy A, taking in account the data associated to the both mechanisms oxide and pore or only pores lead to the same value of scatter.

4.8. Conclusions

In this study, an experimental investigation has been conducted to evaluate the statistical size effect (or volume effect) on the fatigue strength of cast Al-Si alloys. Statistical analyses of fatigue data were carried out by means of statistical tests (Log-likelihood, AD test and its corresponding P-value). The main results can be summarized as follows:

- The fatigue strength is strongly dependent on microstructure defects in cast aluminium alloys. The most harmful defects are the pores located on specimen surface or subsurface. The pore size is the key factor controlling fatigue strength, and the random distribution of pores can cause great scatter in fatigue strength.
- A variation in the highly stressed volume is accompanied by a change in the fatigue strength of the material. This result confirms the existence of a size effect in cast Al-Si alloys. Furthermore, alloy A has a more pronounced volume effect than alloy B. This is due to the characteristics of the defect population of each alloy (pore size and distance between large pores).
- Good correlation between the local fatigue strength amplitude $K_t \Sigma_D$ and the critical volume was found. Hence, it can be concluded that the highly stressed volume approach is an effective way to describe the statistical size effect in cast Al-Si alloys.
- Both critical defects size and the fatigue strength follow a lognormal distribution. For the fatigue strength, this has consequences for fatigue design. Some works are based on the idea that the fatigue resistance follows a normal distribution (Thomas et al. 1999). Which is not the case for Al-Si cast alloys.
- The fatigue strength for alloy A stabilizes from a critical volume of 320 mm^3 , which can be considered as the Fatigue Representative Elementary Volume.
- The fatigue strength of alloy B stabilizes at a smaller critical volume of 110 mm^3 which can be considered as the fatigue RVE of this alloy.
- The alloys do not show the same fatigue damage mechanisms. For the alloy B, all the specimens have shown fracture initiated from a pore. However, the alloy A shows several mechanisms of crack initiation (pores, oxide, PSB). Nevertheless, the initiation from the pore is the predominant mechanisms and the percentage of the other mechanisms increases by decreasing the FAV size.
- Size effect and scatter of fatigue are strongly linked to the average size of the critical defects. If the average size of the critical defect is lower than $220 \mu\text{m}$, the alloy will show high size effect and high scatter, which is the case of alloy A. If it is higher than $220 \mu\text{m}$ the alloy will show low size effect and low scatter, that is the case of alloy B.
- Density of large pores plays a role also in the fatigue size effect and scatter; more presence of large defects in the material leads to non-significant volume effect (case of alloy B). On the other hand, less presence of large defects leads to strong presence of the volume effect and scatter (case of alloy A).

APPENDIX 1: SN CURVES

- SN curves

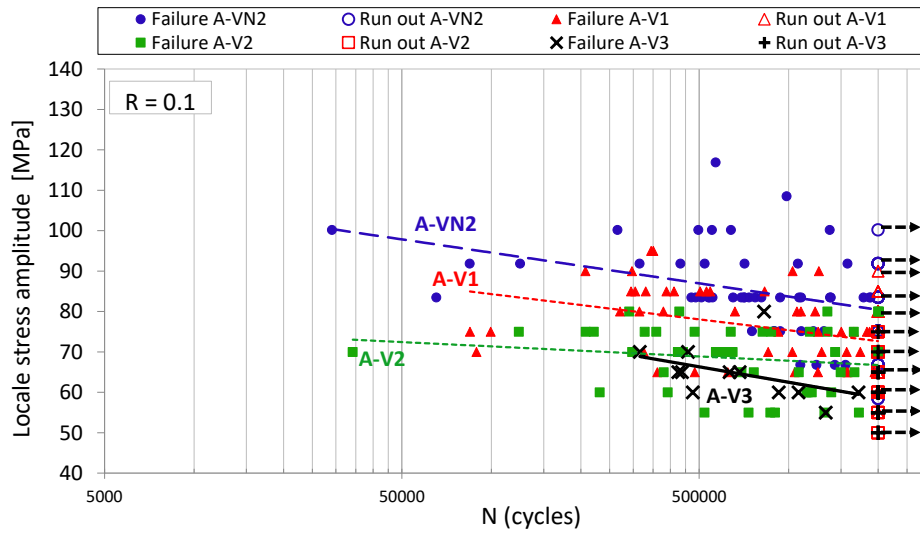


Figure A. SN curve for the alloy A.

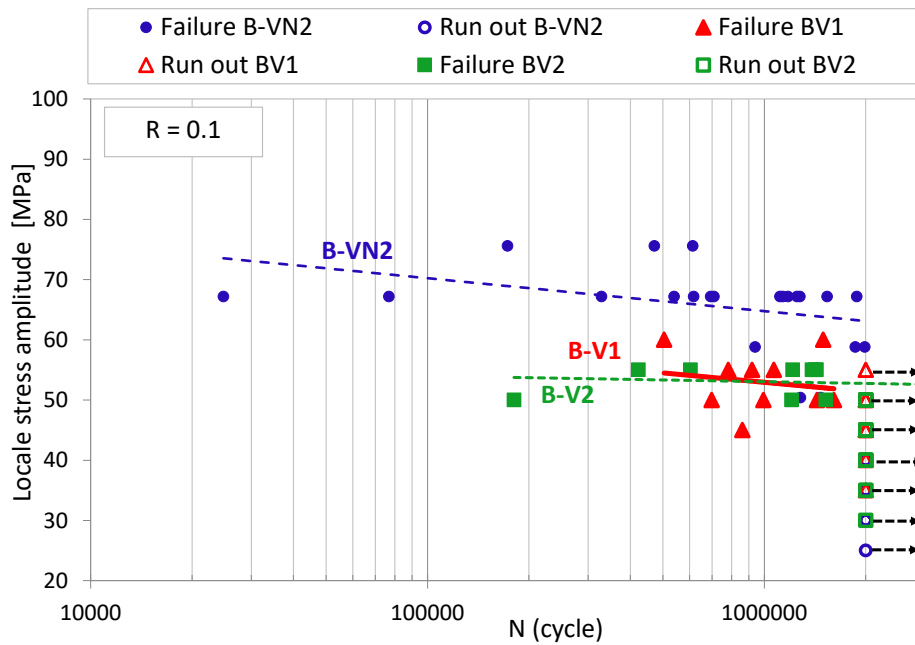


Figure A. SN curve for the alloy B.

Staircase table for batch AV3

N°		AV3-01	AV3-02	AV3-03	AV3-04	AV3-05	AV3-06	AV3-07	AV3-08	AV3-09	AV3-10	AV3-11	AV3-12
σ_a MPa	R												
80	0.1	Failed at the head			x								
75	0.1				o								
70	0.1			x	o			x					
65	0.1			o	o		x	o	x			x	x
60	0.1		x	o	o	x	o	o		x	x	o	
55	0.1		o	x	o	o		o			o		
50	0.1		o		o								
Nf			926468	1333158	316000	827135	1080523	425443	458688	632926	476402	1718933	684272

Staircase table for batch BV1

N°		BV1-1	BV1-2	BV1-3	BV1-4	BV1-5	BV1-6	BV1-7	BV1-8	BV1-9	BV1-10	BV1-11
σ_a MPa	R											
60	0.1	x					x					
55	0.1	o			x	x	o	x				
50	0.1	o	x	x	o		o		x	x	x	
45	0.1	o	o	o						o		x
40	0.1	o	o									
35	0.1	o										
Nf		1494524	1433516	1368021	1067352	919402	503757	781765	993818	697638	1609297	860126

Staircase table for batch BVN1

N°		BVN1-01	BVN1-02	BVN1-03	BVN1-04	BVN1-05
σ_a MPa	R					
45	0.1			X	X	X
40	0.1	X	X	O	O	O
35	0.1	O	O	O	O	
30	0.1	O	O			
Nf		590639	1249259	390896	129663	777402

Staircase table for batch AVN1

N°		AVN1-01	AVN1-02	AVN1-03	AVN1-04	AVN1-05
σ_a MPa	R					
80				X		
75	0.1			O		
70	0.1	X	X	O		X
65	0.1	O	O	O	X	O
60	0.1	O	O			O
55	0.1	O				
50	0.1	O				
Nf		690648	356006	239540	287762	1584002

Staircase table for batch BVN2

N° sample	s _a (MPa)		R	Nf
	60	55		
BVN2_23				1861139
BVN2_22				612984
BVN2_21			X	1731197
BVN2_20			X	692632
BVN2_19			X	1536603
BVN2_18			X	1274614
BVN2_17			X	172689
BVN2_16			X	1987517 (-0.3 Hz) 2000000 (-1 Hz)
BVN2_15			X	1250421 (-0.3 Hz) 1280381 (-1 Hz)
BVN2_14			X	539380 (-0.3 Hz) 573348 (-1 Hz)
BVN2_13			X	1135579
BVN2_12			X	1880301
BVN2_11			X	24780
BVN2_10			X	938410
BVN2_9			X	616831
BVN2_8			X	708364
BVN2_7			X	1112739
BVN2_6			X	471570
BVN2_5			X	1175837
BVN2_4			X	328460
BVN2_3			X	76752
BVN2_2			X	1280310
BVN2_1			X	1467836

Staircase table for batch BVN2

N° épr	R	s _a (MPa)										Z
		75	70	65	60	55	50	45	40	35		
AVN2_01												188843
AVN2_02					x							64548
AVN2_03					x							432689
AVN2_04					x							1084107
AVN2_05												1314060
AVN2_06				x								984067
AVN2_07												471064
AVN2_08												537777
AVN2_09												1102574
AVN2_10					x							315170
AVN2_11												121213
AVN2_12					x							552099
AVN2_13												50901
AVN2_14												735710
AVN2_15												891591
AVN2_16												1553306
AVN2_17												1378571
AVN2_18												1429469
AVN2_19												1240616
AVN2_20												1094916
AVN2_21												93176
AVN2_22												752629
AVN2_23												1386077
AVN2_24												659698
AVN2_25												100501
AVN2_26												07608
AVN2_27												1577887
AVN2_28												181101
AVN2_29												1869049
AVN2_30												985856
AVN2_31												26368
AVN2_32												159639
AVN2_33												5606
AVN2_34												120277
AVN2_35												623795
AVN2_36												1375223
AVN2_38												220267
AVN2_42												865798
AVN2_50												125017
AVN2_39												597370
AVN2_40												474224
AVN2_41												189608
AVN2_43												009017
AVN2_44												52359
AVN2_45												590895
AVN2_46												521275
AVN2_47												026755
AVN2_48												65781
AVN2_49												021320

References

- Abroug, Foued, Etienne Pessard, Guenaël Germain, et Franck Morel. 2018. « HCF of AA7050 alloy containing surface defects: Study of the statistical size effect ». *International Journal of Fatigue* 110 (mai): 81-94.
- Ai, Y., S. P. Zhu, D. Liao, J. A. F. O. Correia, C. Souto, A. M. P. De Jesus, et B. Keshtegar. 2019. « Probabilistic modeling of fatigue life distribution and size effect of components with random defects ». *International Journal of Fatigue* 126 (septembre) : 165-73. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.05.005>.
- Ai, Yang, Shun-Peng Zhu, Ding Liao, José A. F. O. Correia, Abílio M. P. De Jesus, et Behrooz Keshtegar. 2019. « Probabilistic modelling of notch fatigue and size effect of components using highly stressed volume approach ». *International Journal of Fatigue* 127 (octobre): 110-19. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.06.002>.
- Ammar, H. R., A. M. Samuel, et F. H. Samuel. 2008. « Effect of casting imperfections on the fatigue life of 319-F and A356-T6 Al-Si casting alloys ». *Materials Science and Engineering: A* 473 (1): 65-75. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2007.03.112>.
- Antaki, George, et Ramiz Gilada. 2015a. « Chapter 1 - Regulations, Codes, and Standards ». In *Nuclear Power Plant Safety and Mechanical Integrity*, édité par George Antaki et Ramiz Gilada, 1-26. Boston: Butterworth-Heinemann. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-417248-7.00001-1>.
- . 2015b. « Chapter 2 - Design Basis Loads and Qualification ». In *Nuclear Power Plant Safety and Mechanical Integrity*, édité par George Antaki et Ramiz Gilada, 27-102. Boston: Butterworth-Heinemann. <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-417248-7.00002-3>.
- Banville, A., T. Palin-Luc, et S. Lasserre. 2003. « A volumetric energy based high cycle multiaxial fatigue criterion ». *International Journal of Fatigue* 25 (8): 755-69. [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(03\)00048-3](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(03)00048-3).
- Ben Ahmed, A., A. Nasr, A. Bahloul, et R. Fathallah. 2017. « The Impact of Defect Morphology, Defect Size, and SDAS on the HCF Response of A356-T6 Alloy ». *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology* 92 (1): 1113-25. <https://doi.org/10.1007/s00170-017-0192-6>.
- Boromei, I, L. Ceschini, Al Morri, An Morri, G Nicoletto, et E Riva. 2010. « Influence of the Solidification Microstructure and Porosity on the Fatigue Strength of Al-Si-Mg Casting Alloys » 28: 7.
- Buffière, J-Y., S. Savelli, P. H. Jouneau, E. Maire, et R. Fougères. 2001. « Experimental study of porosity and its relation to fatigue mechanisms of model Al-Si7-Mg0.3 cast Al alloys ». *Materials Science and Engineering: A* 316 (1): 115-26. [https://doi.org/10.1016/S0921-5093\(01\)01225-4](https://doi.org/10.1016/S0921-5093(01)01225-4).
- C. M. Sonsino, et E. Moosbrugger. 2008. « Fatigue design of highly loaded short-glass-fibre reinforced polyamide parts in engine compartments - ». juillet 2008.
- Chantier, Bobet, Billardon, et Hild. 2000. « A Probabilistic Approach to Predict the Very High-Cycle Fatigue Behaviour of Spheroidal Graphite Cast Iron Structures ». *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 23 (2): 173-80. <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.2000.00228.x>.
- Cohen, Jacob. 1988. *Statistical Power Analysis for the Behavioral Sciences*. Hillsdale, N.J: L. Erlbaum Associates.
- Engelke, Torben, et Alfons Esderts. 2018. « Analytical Strength Assessments of Austempered Ductile Iron Components », 5.

- Flaceliere, L., et F. Morel. 2004. « Probabilistic Approach in High-Cycle Multiaxial Fatigue: Volume and Surface Effects ». *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 27 (12): 1123-35. <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.2004.00823.x>.
- Hedges, Larry V. 1982. « Estimation of effect size from a series of independent experiments ». *Psychological Bulletin* 92 (2): 490-99. <https://doi.org/10.1037/0033-2909.92.2.490>.
- Hidalgo, R., J. A. Esnaola, I. Llavori, M. Larrañaga, I. Hurtado, et N. Herrero-Dorca. 2019. « Fatigue life estimation of cast aluminium alloys considering the effect of porosity on initiation and propagation phases ». *International Journal of Fatigue* 125 (août): 468-78. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.04.006>.
- Hirano, Akihiko, Motoki Nakane, Seiji Asada, et Takehiko Sera. 2014. « Study on Consideration of Size Effects on Design Fatigue Curve », juillet, V001T01A029. <https://doi.org/10.1115/PVP2014-28573>.
- Iben Houria, Mohamed, Yves Nadot, Raouf Fathallah, Matthew Roy, et Daan M. Maijer. 2015. « Influence of casting defect and SDAS on the multiaxial fatigue behaviour of A356-T6 alloy including mean stress effect ». *International Journal of Fatigue* 80 (novembre): 90-102. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.05.012>.
- Jan, M M, H-P Gaenser, et W Eichlseder. 2012. « Prediction of the Low Cycle Fatigue Regime of the S–N Curve with Application to an Aluminium Alloy ». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science* 226 (5): 1198-1209. <https://doi.org/10.1177/0954406211422146>.
- Kelly, D. A., et J. L. M. Morrison. 1970. « Effect of Specimen Size and Preparation on the Fatigue Strength of a Plain Carbon Steel Tested in Rotating Bending and in Torsion ». *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers* 185 (1): 655-64.
- Kloos, K. H., A. Buch, et D. Zankov. 1981. « Pure Geometrical Size Effect in fatigue tests with constant stress amplitude and in programme tests ». *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 12 (2): 40-50. <https://doi.org/10.1002/mawe.19810120205>.
- Koehler, K. J. 1990. « Goodness-of-Fit Tests Based on P-P Probability Plots AU- Gan, F. F. » *Technometrics* 32 (3): 289-303. <https://doi.org/10.1080/00401706.1990.10484682>.
- Koutiri, Imade. 2011. « Effet des fortes contraintes hydrostatiques sur la tenue en fatigue des matériaux métalliques ». Thèse de doctorat, France : Arts et Métiers ParisTech.
- Koutiri, Imade, Daniel Bellett, Franck Morel, Louis Augustins, et Jérôme Adrien. 2013. « High cycle fatigue damage mechanisms in cast aluminium subject to complex loads ». *International Journal of Fatigue* 47 (février) : 44-57. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.07.008>.
- Kuguel, R. 1961. « A relation between theoretical stress concentration factor and fatigue notch factor deduced from the concept of highly stressed volume ». *ASTM Proc.* 61: 732-48.
- Lanning, David B., Theodore Nicholas, et George K. Haritos. 2005. « On the use of critical distance theories for the prediction of the high cycle fatigue limit stress in notched Ti–6Al–4V ». *International Journal of Fatigue* 27 (1): 45-57. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2004.06.002>.
- Le, Viet Duc. 2016. « Etude de l'influence des hétérogénéités microstructurales sur la tenue en fatigue à grand nombre de cycles des alliages d'aluminium de fonderie ». Thèse de doctorat, France : Arts et Métiers ParisTech.
- Le, Viet-Duc, Franck Morel, Daniel Bellett, Nicolas Saintier, et Pierre Osmond. 2016. « Multiaxial High Cycle Fatigue Damage Mechanisms Associated with the Different Microstructural Heterogeneities of Cast Aluminium Alloys ». *Materials Science and Engineering: A* 649 (janvier): 426-40. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2015.10.026>.

- Lin, Chih-Kuang, et Wen-Jeng Lee. 1998. « Effects of Highly Stressed Volume on Fatigue Strength of Austempered Ductile Irons ». *International Journal of Fatigue* 20 (4): 301-7. [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(97\)00134-5](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(97)00134-5).
- Lipp, K., J. Baumgartner, et P. Beiss. 2013. « Fatigue design of sintered steel components: effect of stress concentrations and mean stresses on local strength using highest stressed volume approach ». *Powder Metallurgy* 56 (5): 337-41. <https://doi.org/10.1179/0032589913Z.000000000141>.
- Makkonen, Matti. 1999. « Size Effect and Notch Size Effect in Metal Fatigue », août. <http://lutpub.lut.fi/handle/10024/46785>.
- Menan, F., P. -A. Adragna, et M. François. 2015. « The Stress-Strength Interference Method Applied to Fatigue Design: The Independence of the Random Variables ». *Procedia Engineering, Fatigue Design 2015, International Conference Proceedings, 6th Edition, 133 (janvier): 746-57*. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2015.12.656>.
- Mu, P., Y. Nadot, C. Nadot-Martin, A. Chabod, I. Serrano-Munoz, et C. Verdu. 2014. « Influence of casting defects on the fatigue behavior of cast aluminum AS7G06-T6 ». *International Journal of Fatigue* 63 (juin) : 97-109. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2014.01.011>.
- Murakami, Yukitaka. 2002. *Metal Fatigue: Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions*. Elsevier.
- Osmond, Pierre, Viet-Duc Le, Franck Morel, Daniel Bellett, et Nicolas Saintier. 2018. « Effect of porosity on the fatigue strength of cast aluminium alloys: from the specimen to the structure ». *Procedia Engineering, 7th International Conference on Fatigue Design, Fatigue Design 2017, 29-30 November 2017, Senlis, France, 213 (janvier): 630-43*. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2018.02.059>.
- Papadopoulos, Ioannis V., et Vassilis P. Panoskaltsis. 1996. « Invariant formulation of a gradient dependent multiaxial high-cycle fatigue criterion ». *Engineering Fracture Mechanics* 55 (4): 513-28. [https://doi.org/10.1016/S0013-7944\(96\)00047-1](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(96)00047-1).
- Pessard, E., F. Morel, A. Morel, et D. Bellett. 2011. « Modelling the role of non-metallic inclusions on the anisotropic fatigue behaviour of forged steel ». *International Journal of Fatigue* 33 (4): 568-77. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2010.10.012>.
- Pessard, Etienne, Franck Morel, Catherine Verdu, Laurent Flacelière, et Gilles Baudry. 2011. « Microstructural heterogeneities and fatigue anisotropy of forged steels ». *Materials Science and Engineering: A* 529 (novembre): 289-99. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2011.09.031>.
- Rotella, A., Y. Nadot, M. Piellard, et R. Augustin. 2017. « Influence of natural defects on the fatigue limit of a cast Al-Si alloy ». *Procedia Structural Integrity, 3rd International Symposium on Fatigue Design and Material Defects, FDMD 2017, 7 (janvier): 513-20*. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2017.11.120>.
- Rotella, Antonio. 2017. « Fatigue d'un alliage d'aluminium moulé A357-T6 : rôle de la morphologie, de la position des défauts et application à une structure pour le calcul de la durée de vie en fatigue », octobre. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01692427>.
- Saintier, Nicolas, Thierry Palin-luc, Jérôme Bénabes, et Francis Cochetoux. 2013. « Non-local energy-based fatigue life calculation method under multiaxial variable amplitude loadings ». *International Journal of Fatigue* 54 (septembre) : 68-83. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.12.013>.
- Sawilowsky, Shlomo. 2009. « New Effect Size Rules of Thumb ». *Journal of Modern Applied Statistical Methods* 8 (2). <https://doi.org/10.22237/jmasm/1257035100>.

- Serrano-Munoz, Itziar, Jean-Yves Buffiere, Rajmund Mokso, Catherine Verdu, et Yves Nadot. 2017. « Location, location & size : defects close to surfaces dominate fatigue crack initiation ». *Scientific Reports* 7 (mars): 45239.
- Sonsino, C. M., et G. Fischer. 2005. « Local Assessment Concepts for the Structural Durability of Complex Loaded Components ». *Materialwissenschaft und Werkstofftechnik* 36 (11): 632-41.
- Tenkamp, Jochen, Alexander Koch, Stephan Knorre, Ulrich Krupp, Wilhelm Michels, et Frank Walther. 2018. « Defect-correlated fatigue assessment of A356-T6 aluminum cast alloy using computed tomography-based Kitagawa-Takahashi diagrams ». *International Journal of Fatigue* 108 (mars): 25-34. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2017.11.003>.
- Thieulot-Laure, Emmanuelle. 2008. « Méthode probabiliste unifiée pour la prédiction du risque de rupture en fatigue », avril. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01199575>.
- Thomas, J. J., G. Perroud, A. Bignonnet, et D. Monnet. 1999. « Fatigue design and reliability in the automotive industry ». In *European Structural Integrity Society*, édité par G. Marquis et J. Solin, 23:1-11. *Fatigue Design and Reliability*. Elsevier. [https://doi.org/10.1016/S1566-1369\(99\)80025-9](https://doi.org/10.1016/S1566-1369(99)80025-9).
- Weibull, Waloddi. 1939. *The Phenomenon of Rupture in Solids*. Stockholm: Generalstabens litografiska anstalts förlag.
- Yi, J. Z., Y. X. Gao, P. D. Lee, H. M. Flower, et T. C. Lindley. 2003. « Scatter in Fatigue Life Due to Effects of Porosity in Cast A356-T6 Aluminum-Silicon Alloys ». *Metallurgical and Materials Transactions A* 34 (9): 1879. <https://doi.org/10.1007/s11661-003-0153-6>.
- Zhu, Shun-Peng, Stefano Foletti, et Stefano Beretta. 2018. « Evaluation of size effect on strain-controlled fatigue behavior of a quench and tempered rotor steel: Experimental and numerical study ». *Materials Science and Engineering: A* 735 (septembre): 423-35. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2018.08.073>.

5. ARTICLE 2: SPATIAL POINT PATTERNS METHODOLOGY FOR THE STUDY OF PORES 3D PATTERNING IN TWO CASTING ALUMINIUM ALLOYS

“The formulation of a problem is often more essential than its solution, which may be merely a matter of mathematical or experimental skill. To raise new questions, new possibilities, to regard old problems from a new angle requires creative imagination and marks real advances in science.”

Albert Einstein

Spatial Point Pattern Methodology for the study of pores 3D patterning in two casting aluminium alloys

Driss EL KHOUKHI^{1,2,3,*}, Franck MOREL¹, Nicolas SAINTIER², Daniel BELLETT¹, Pierre OSMOND³, Viet-Duc Le¹

¹LAMPA, Arts et Métiers Paris Tech, 49 035 Angers, Cedex, France

²I2M, Arts et Métiers Paris Tech, 33170 Talence, Cedex, France

³Groupe PSA, 78955 Carrières-sous-Poissy, Cedex, France

Abstract

Two cast aluminium alloys fabricated by different casting processes (gravity die-casting and lost foam casting followed by the T7 heat treatment) and showing different degrees of porosity were characterized with X-ray Computed tomography. Information concerning the pore distribution inside the investigated materials is obtained in terms of pore size, pore shape and the pore positions in 3D space. Subsequently, a spatial point pattern analysis is undertaken to investigate the pore distributions. Different methods, including a nearest neighbor analysis, Ripley's K-function and Clark-Evans tests developed for 3D applications, are used to analyse the observed patterns. The results show that the Homogeneous Poisson Process is suitable to approximate the spatial distribution of the pores present in the investigated alloys. Synthetic microstructures that mimic key macroscale features of the materials in terms of pore size and the 3D spatial distribution of the pores were generated. These microstructures can be used in the probabilistic modelling of fatigue behaviour.

Keywords: Casting process, X-ray Computed Tomography, Porosity, Point pattern, spatial statistics, Ripley's K-function, nearest neighbor function, Poisson process, Fatigue.

5.1. Introduction, context and objectives

In terms of fatigue failure, many authors have shown that surface porosity is the most important casting defect that affects fatigue life. (Ammar et al 2008) showed that porosity acts as the most likely site for crack initiation as 92% of all tested specimens fractured from surface or near-surface porosity site (Figure 115).

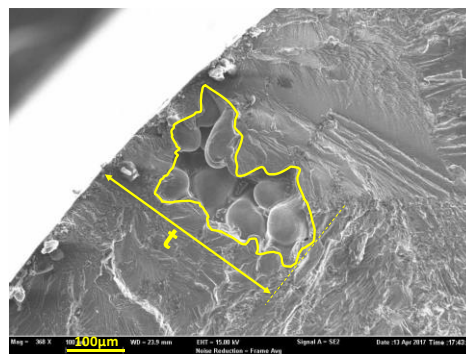


Figure 115: A critical pore located at the surface of a specimen (El Khoukhi et al. 2019)

Moreover, in the literature, many studies (Ammar et al. 2008 ; Le et al. 2016 ; El Khoukhi et al. 2019 ; Murakami 1991) have emphasized the importance of the distance between the critical defect and the free surface. Figure 116 highlights the importance of this parameter. This figure shows a specimen loaded in the High Cycle Fatigue regime, in which a very large defect can be seen in the very middle of the specimen ($\sqrt{\text{Area}}=575 \mu\text{m}$) and a smaller one is visible near the surface ($\sqrt{\text{Area}}=367 \mu\text{m}$). SEM

observations clearly show that the smaller pore close to the surface is responsible for fatigue crack initiation and failure.

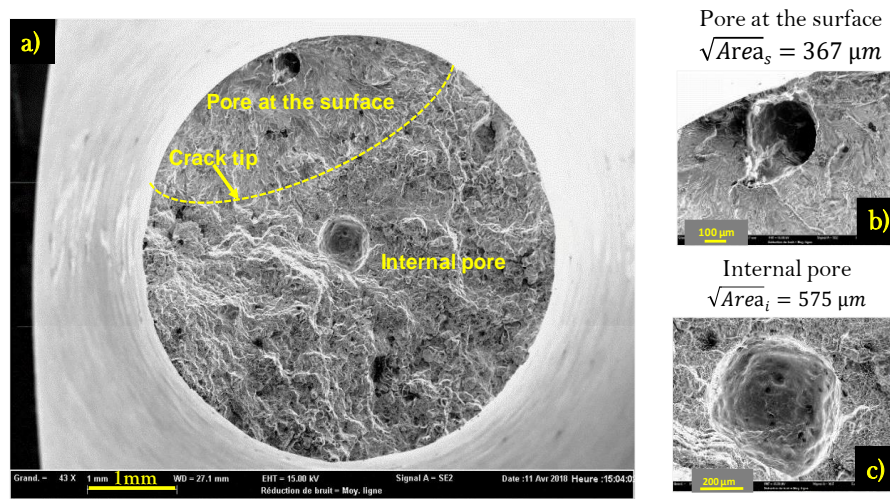


Figure 116: Fatigue failure surface for a specimen taken from cast aluminum alloy (AlSi7Mg03 - T7), which has failed at $S_a = 55$ MPa and $N_f = 919402$ cycles for a stress ratio $R = 0.1$. (a) Macroscopic view, detailed view of (b) surface pore and (c) internal pore. It shows the importance of the position of a defect relative to the free surface, in terms of fatigue failure (El Khoukhi et al. 2019)

Furthermore, experimental investigations have shown that the characteristics of the defect distribution have a major impact on the sensitivity of the fatigue behaviour to the size effect and the stress gradient effect as well as the scatter in the fatigue strength (El Khoukhi et al. 2019).

(X. Zhu et al. 2007) have developed a probabilistic fatigue model to establish the relationship between the porosity population and the resulting fatigue strength of a cast aluminum alloy. The predictions show that, when the fatigue life is controlled by the porosity population, the mean and standard deviation of the fatigue strength decrease with increasing mean pore size, pore size standard deviation, and porosity density. In addition, the specimen size and shape are shown to influence the fatigue strength by affecting the number of pores and the probability of pores intersecting with the specimen surface within the stressed volume.

The same authors, in (Yi et al. 2007a) have extended this approach to examine how specific changes to the nature of the porosity population, such as mean pore size, pore size standard deviation, porosity density, and the volume of the specimen gauge section, affect the predicted fatigue behavior of the alloy. In their model, the authors have supposed that casting pores are randomly distributed in each specimen, and that the pore sizes follow a lognormal distribution. However, in real materials the population of defects can exhibit 3D patterning and may not follow the lognormal distribution in terms of their size.

From these studies, it can be concluded that the variability in the fatigue strength is linked to the variability in microstructural heterogeneities (i.e. size, spatial distribution, shape, density...). Therefore, in the development of probabilistic models and for an accurate prediction of the resulting variability in the fatigue strength, the precise characterization of the defect population is needed in order to create numerical microstructures that ideally mimic key macroscale features of the material in terms of the size distribution and the 3D spatial distribution of defect.

3D characterisation of defects is also important for Additive Manufacturing emerging technologies and other casting process such as high-pressure die-casting. This type of characterization can help understand the links between the process parameters and the porosity of the resulting parts (Chen et al. 2014).

In the literature, many authors have investigated the characterisation of the size and the shape of defect populations (Guerchais, Morel, and Saintier 2017; Amal Ben Ahmed et al. 2019; Billaudeau, Nadot, and Bezine 2004a; Yukitaka Murakami 1991), but relatively little work has focused on characterizing the spatial distribution of defects, especially in 3D space (Wilson 2017). Typically, to take in account the spatial distribution of defects, the density, defined as the number of defects per unit volume, is used. This is a first order parameter which is not capable of describing the defect pattern in the material (i.e. clustering, randomness, etc.). Figure 117 and Figure 118 highlight the fact that two alloys with the same defect density but with different spatial arrangements: (a) clustering (b) random, can lead to different behaviour in terms of high cycle fatigue.

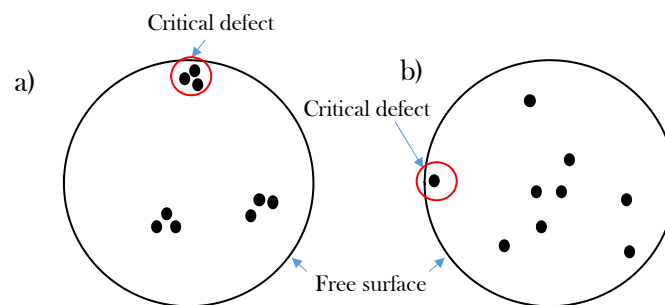


Figure 117: Two samples with the same defect density but with different defect patterns (a) clustering, and (b) random.

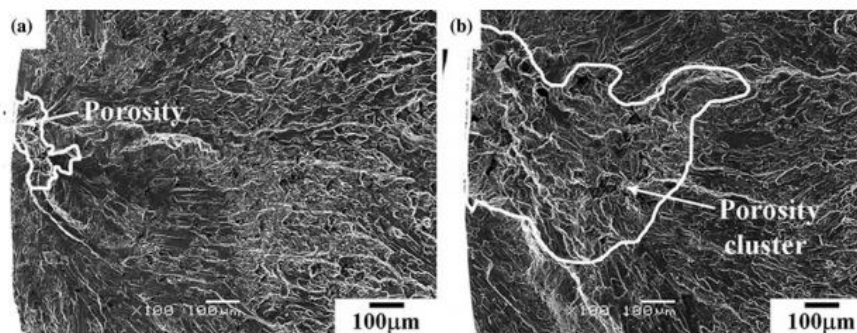


Figure 118: SEM fractography of 319-T7 specimens fatigued at the same maximum stress of 100 MPa but with different fatigue lives of (a) 413 495 and (b) 189 221 cycles (Jang et al. 2009)

For these reasons, it is concluded that the 3D characterisation of the spatial defect distribution inside the material is particularly important in terms of fatigue response. The rapid development of X-ray Computed Tomography makes it possible to access to this information and more, such as the size and shape of individual defects.

As discussed by (Amal Ben Ahmed et al. 2019) the presence of micro-shrinkage porosity in cast materials is directly related to the solidification process and in particular the change in volume of the material which occurs as the material changes state and cools. This is a physical process that is highly dependent on the cooling rate, which in a complex real component is not constant in all zones of the part.

On the other hand, different approaches have been proposed in the literature to predict the appearance of defects in the casting process (Stefanescu 2005). For example, a multiphase (solid, liquid, and porosity) model that predicts melt pressure, feeding flow, and porosity formation and growth during solidification has been developed by (Blair et al. 2005). This model can predict the location in a casting,

the defect volume fraction, and the size (diameter) of individual pores. It could be interesting to characterize their spatial arrangement. This information can be useful to enhance the parameters of the process to avoid the appearance of the clusters of pores in some locations in the parts.

For those reasons, in the present work, we will present the application of certain techniques that can be used to characterize the 3D spatial distribution of defects contained in cast alloys. These techniques have been developed in the framework of the Point Process Theory (Diggle 1983) and are often used in other disciplines such as forestry (Perrin et al. 2006), plant ecology (Illian et al. 2007) as well as astronomy (Babu and Feigelson 1996). However, very few researchers have applied it to the characterization of the spatial distribution of material defects (Wilson 2017; Wilson et al. 2019). The ultimate goal of this work is to propose a high cycle fatigue model that takes into account the defect size and spatial distributions within a loaded volume.

5.2. Scope of the present work

The main objective of this paper is to characterize the spatial distribution of micro-shrinkage and gas porosity in two cast aluminium alloys using the Point Pattern Process theory. This characterization tells us whether the defects are aggregated (i.e. clustered) or dispersed in comparison to a Complete State of Randomness described by a Homogeneous Poisson Process and over which spatial scales do patterns exist. With this information it will be possible to create numerical microstructures that ideally mimic the features of the material with respect to the size and spatial distribution of the defects present in the alloys. Note that in this work it is assumed that the defect size distribution and the 3D spatial distributions are not coupled. This hypothesis was verified by (Wilson 2017; Wilson et al. 2019) in an alloy of the same kind.

The characterization of the defect size has been presented in a previous publication (El Khoukhi et al. 2018), and it is generally accepted that the effect of the shape of a defect does not have a strong influence on its fatigue behaviour (Yukitaka Murakami 1991). Hence, the focus of this paper is the characterisation of the 3D spatial defect distribution.

This step is mandatory for future modelling work to predict the fatigue resistance of components made from these alloys by coupling the defect size distribution, the spatial distribution as well as the loaded volume. This modelling work will help understand how the scatter in the fatigue strength is linked to the microstructural variability of the material, such as the variability in the defect size and the way the defects are arranged in 3D space (clustering, regularity...).

As already mentioned, to characterize the 3D spatial defect distribution, the techniques developed in the framework of Point Process Theory are used. In the following sections, these techniques are presented, as well as their application to the investigated alloys.

5.3. State of Art, theory and definitions

According to (Diggle 1983), a Spatial Point Pattern is a set of locations, or events, within a specified region. The events are irregularly placed and are modelled as the result of an unknown underlying stochastic Process, referred to as a Spatial Point Process. We can think of the spatial distribution of pores as the result of one such process. Point processes are a well-studied domain in probability theory and the subject of powerful tools in statistics for modelling and analysing spatial data, which is of interest in such diverse disciplines as forestry, plant ecology, astronomy and many more. As discussed by (Diggle 1983), spatial point patterns can be divided into three main categories (Figure 119):

- **Random:** or Complete Spatial Randomness (CSR) where point or events are distributed randomly (Poisson process)
- **Clustering:** if the points or events attract each other and appear in small groups called clusters.
- **Regularity:** if the points or events repulse each other; no two points are close to each other.

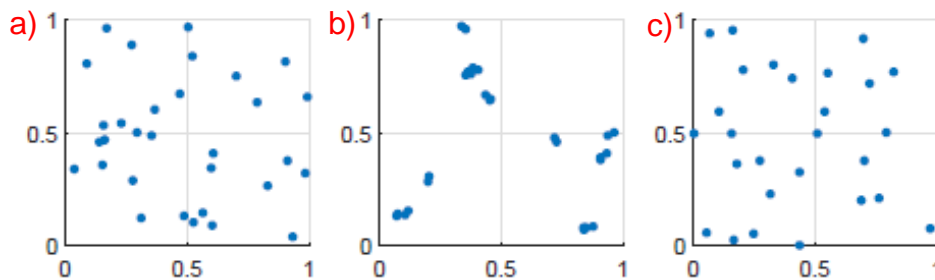


Figure 119: Spatial Pattern categories (a) random process, (b) clustering (d) regular process.

Point Pattern Analysis (PPA) is the study of the spatial arrangements of points in space (3 dimensions in our case). The simplest formulation is a set $S = \{x \in D\}$ where D , which can be called the 'study volume', is a subset of \mathbf{R}^3 , a 3-dimensional Euclidean space.

When exploring the properties of an unknown spatial distribution of defects contained in a material, we can look at the density ρ , which can be estimated as the average number of pores per unit volume. A spatial distribution also can be characterized by its second-order properties, which describe how events or point are placed in relation to each other.

(Bailey and Gatrell 1995) have classified these techniques as Exploratory Analyses of the first order properties and the second order properties of a process.

The exploratory analyses of **first order properties** of a process aim to analyse how the density, of defects in a material for example, varies over an area or a volume. This category includes Quadrat Analyses and Kernel Estimation.

On the other hand, exploratory analyses of **second order properties** of a process estimate the presence of spatial dependence among events (pores) based on the distances from one another in comparison to the CSR process. In this category, different techniques can be used:

- The Nearest-Neighbor distance distribution function (G-Function)
- The Empty space function of the point process (F-Function)
- The K-Ripley Function (Ripley 1977)

Furthermore, statistical test can be conducted to obtain quantitative information on how the studied process differs from the CSR process. The Clark-Evans (CE) test is usually used (Clark and Evans 1954). This test aims to calculate the statistical significance level through comparison with the null hypothesis of complete spatial randomness (CSR) provided by the homogeneous Poisson process. In other words, it tends to measure the distance of the investigated process from the CSR process.

As previously stated, this study aims to explore how the defects are arranged in two cast aluminum alloys. For these reasons, it has been decided to use the exploratory analyses of second order properties of the patterns combined with the Clark-Evans test.

In the following sections, the detailed definitions of the different techniques used to analyse the spatial distribution of defects contained in two casting aluminium alloys, will be presented. At the simplest level, the data being analysed consist only of the coordinate locations of the events (i.e. the pores). Each event or pore could also have attributes or variables associated with them like their size or shape.

Since the analyses of second order properties of a process aims to compare it to the Poisson Point Process, firstly we start by defining the Poisson Point Process.

5.3.1. The Poisson point process

A homogeneous Poisson point process is characterized by:

- i. the number of points in a subset V from \mathbb{R}^3 follows a Poisson distribution of parameter $\rho|V|$, where $|V|$ is the volume of V :

$$P\{N(V) = k\} = \frac{(\rho|V|)^k}{k!} e^{-\rho|V|} \quad (\text{eq. V. 1})$$
- ii. $\rho > 0$ is the point process density, which corresponds to the average number of points per volume unit.
- iii. For m disjoint sets V_1, \dots, V_m , the random variables $N(V)_1, \dots, N(V)_m$ are independent.

The Poisson point process is used to represent Complete Spatial Randomness (CSR): each point is stochastically independent, and there is absolutely no interaction between them (see Figure 119). Therefore, the Poisson point process serves as a reference to evaluate if a point process is clustered (i.e. the points are attracted to each other (see Figure 119 (b)) or regular (i.e. the points repulse each other, see Figure 119 (c)).

5.3.2. Techniques based on distances to the Nearest-Neighbor (NN-distances)

This category includes the G , F and J functions that are commonly used to compare two sets of spatial patterns, or one pattern against the null hypothesis of complete spatial randomness (CSR). These functions are defined as follows.

G Function: nearest neighbor distance distribution function

The nearest neighbor distance distribution function of a point process S is the cumulative distribution function G of the distance from a typical random point of S to its nearest neighboring point (also of S). It is estimated by:

$$G(r) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(d_i \leq r) \quad (\text{eq. V. 2})$$

where d_i is the Euclidian distance between pore i and its nearest neighbor, and N is the number of pores. $I(\cdot)$ is the indicator function, which is one if the argument is true, else zero.

The estimate of G is then compared to the true value of G for a completely Spatial Random process (Poisson Point Process) in 3D, defined by:

$$G(r) = 1 - e^{-\frac{4}{3}\rho\pi r^3} \quad (\text{eq. V. 3})$$

where ρ is the density (expected number of points per unit area).

Deviations between the empirical and theoretical G curves may suggest spatial clustering or spatial regularity.

F Function: empty space function of the point process

The F function, also called the ‘‘spherical contact distribution’’ of a stationary point process, in contrast to the G function plots the cumulative frequency distribution for the distance of each grid point to its

nearest pore when a regularly spaced grid of g points is superimposed upon the population. It is estimated by:

$$F(r) = \frac{1}{g} \sum_{i=1}^g I(z_i \leq r) \quad (\text{eq. V. 4})$$

where z_i is the distance of grid point i to the nearest pore. The F function is useful for detecting non-homogeneities in the distribution of pores within the field. In addition, the estimate of F is a useful statistic summarizing the gap sizes in the pattern. Like for the G function, the estimate of F is compared to the true value of F for a Poisson Point Process in 3D, which is:

$$F(r) = 1 - e^{-\frac{4}{3}\rho\pi r^3} \quad (\text{eq. V. 5})$$

Deviations between the empirical and theoretical F curves may suggest spatial clustering or spatial regularity.

J-Function

The J -function (Baddeley et Lieshout 1995) of a stationary point process is defined as:

$$J(r) = \frac{1-G(r)}{1-F(r)} \quad (\text{eq. V. 6})$$

This function is used to compare a given distribution to a Poisson process. If :

- $J(r) = 1$: the process is a Poisson point process
- $J(r) > 1$: the point process tends to be regular
- $J(r) < 1$: the point process tends to be clustered

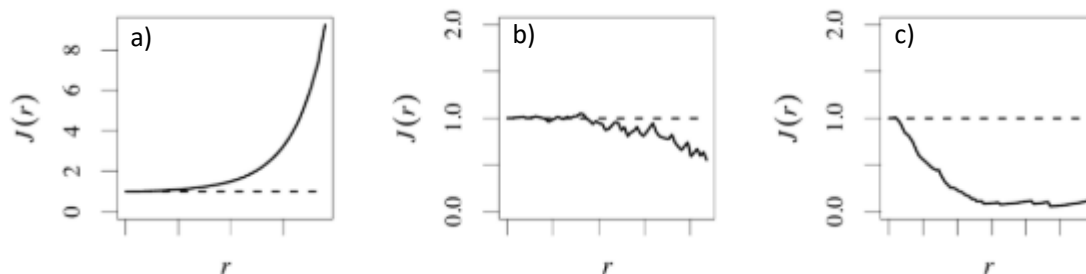


Figure 120: schematization des trois cas de J-Function, (a) regularity, (b) Poisson process and (c) clustering (Baddeley et al. 2015).

5.3.3. The K-Ripley Function

While these three functions (G , F and J) provide qualitative information about the spatial distribution, the K -Ripley function (Ripley 1977) is often chosen to infer statistical properties. It is a more descriptive point pattern measure. Whereas the G -function and the F -function rely only on the nearest neighbor distances to describe a point process, the K -Function (also called “Ripley's K -function” or the “ K -Ripley function” or the “reduced second moment function”) uses all distances between point pairs in the pattern [Figure 121]. The K -Function of point process S is determined by the second order moment properties of S . It is determined as follows:

1. Construct a circle of radius d around each point (event) i
2. Count the number of other events, labeled j , that fall inside this circle
3. Repeat these first two steps for all points i , and
4. Sum the results.

These steps equate to:

$$K(d) = \frac{|V|}{N} \sum_{i=1}^N \sum_{i \neq j}^N \frac{I(r_{ij} \leq d)}{N} \quad (\text{eq. V. 8})$$

where, N is the number of events (pores) in the studied region, $|V|$ its volume and r_{ij} is the distance between pore i and pore j . $I(\cdot)$ is the indicator function. $I(r_{ij})=1$ if the distance, r_{ij} , from i to j is less than d . Otherwise $I(r_{ij})=0$.

5. Increase d by a small fixed amount
6. Repeat the calculation, giving values of $K(d)$ for a set of distances, d

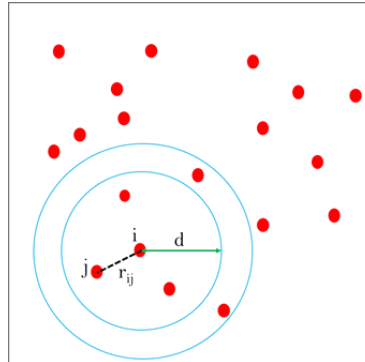


Figure 121: Representation of the steps used to construct Ripley's K function in 2D.

The estimate of K is a useful statistic, summarizing aspects of inter-point “dependence” and “clustering”. It is usually compared to the theoretical value of K for a Poisson point process. In 3D, Ripley's K function for a Poisson Point process is exactly the volume of the sphere with radius d (since the K function is normalized by $1/\rho$):

$$K_{CSR}(d) = \frac{4}{3} \pi d^3 \quad (\text{eq. V. 10})$$

Like for the precedent estimators, deviations between the empirical and theoretical K curves may suggest spatial clustering or spatial regularity.

Therefore, if:

- $K(d) > K_{CSR}(d)$: the point process is clustered
- $K(d) < K_{CSR}(d)$: the point process is regular

The K -Function describes the characteristics of a point processes at many distance scales. The G and F nearest-neighbor distance functions do not have this property.

All of these methods give qualitative information about the pattern; if it is clustered, regular or random. However, as most real patterns will almost never be perfectly random, even if the population is random, a way is needed to determine how far a process really is from the CSR process. In order to evaluate the degree of clustering or randomness compared to the Poisson process with a certain level of confidence (ex. 1%, 5% or 10%) a statistical test should be used. The Clark-Evans test is one possibility. There are two versions of this test: (i) The one-tailed version used if the pattern is known to be clustered (or regular) and is compared to the CSR pattern. (ii) The two-tailed version used when it is unknown if the process is clustered or regular.

In general, after using either the 1st or the 2nd order techniques, we can tell if the pattern is clustered or regular. Therefore, in the following only the one-tailed version of the Clark-Evans test is used.

5.3.4. Clark-Evans test

The "Clark and Evans" test (1954) calculates for each pore the distances from the nearest neighbor. The average value of these distances \bar{D}_m can then be compared to the theoretical value μ calculated for a null hypothesis (i.e. the Poisson process) in order to characterize the spatial structure: clustering, regularity, etc. The standardized sample mean under the CSR Hypothesis is defined by:

$$Z_m = \frac{\bar{D}_m - \mu}{\sigma} \quad (\text{eq. V. 11})$$

It follows from the Central Limit Theorem that independent sums of identically distributed random variables are approximately normally distributed. Hence, the most common test of the CSR Hypothesis based on nearest neighbors involves a normal approximation to the sample mean of D, as defined by:

$$\bar{D}_m = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m D_i \quad (\text{eq. V. 12})$$

To construct this normal approximation, the mean and variance of the Poisson distribution in 3D are respectively given by:

$$\mu = E(X) = \left(\frac{4\rho\pi}{3}\right)^{-1} \Gamma(4/3) \quad (\text{eq. V. 13})$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Gamma(5/3) - (\Gamma(4/3))^2}{3 \left(\frac{4\rho\pi}{3}\right)^2}} \quad (\text{eq. V. 14})$$

where Γ is the gamma function.

But from the Central Limit Theorem it then follows that for sufficiently large sample sizes ($m > 30$), D_m must be approximately normally distributed under the CSR Hypothesis with the mean and variance of the Poisson Process, so:

$$\bar{D}_m \sim N \left[\left(\frac{4\rho\pi}{3}\right)^{-1} \Gamma(4/3), \frac{\Gamma(5/3) - (\Gamma(4/3))^2}{3 \left(\frac{4\rho\pi}{3}\right)^2} \right] \quad (\text{eq. V. 15})$$

Hence, if we now denote the standardized sample mean under the CSR Hypothesis by:

$$Z_m = \frac{\bar{D}_m - \mu}{\sigma} = \frac{\left(\frac{4\rho\pi}{3}\right)^{-1} \bar{D}_m - \Gamma(4/3)}{\sqrt{\Gamma(5/3) - (\Gamma(4/3))^2}} \quad (\text{eq. V. 16})$$

Then Z_m follows the standard normal distribution,

$$Z_m \sim N(0,1) \quad (\text{eq. V. 17})$$

If the CSR Hypothesis is true, then Z_m should be a sample from $N(0,1)$.

One-tailed version

By definition, the level of significance of a test is the probability, α , that the null hypothesis is rejected when it is actually true. And the *upper-tail points*, z_α , for the standard normal distribution is defined by:

$$Pr(Z \geq Z_\alpha) = \alpha \quad \text{For } Z \sim N(0, 1) \quad (\text{eq. V. 18})$$

It is important to highlight that there is no “best” choice for α . The typical values given by most statistical tests (Smith 2020) from the literature are listed in Table 24 below:

Table 24: One-tailed significance

Significance	α	Z_α
Strong	0.01	2.33
Standard	0.05	1.65
Weak	0.10	1.28

Using the one-tailed significance table, for example, the non-randomness of a given pattern is considered “strongly” (“weakly”) significant if the CSR Hypothesis can be rejected at the $\alpha = 0.01$ ($\alpha = 0.10$) level of significance. The value $\alpha = 0.05$ is regarded as a standard (default) value indicating “significance”. We mention that in the case of clustering we use $(-Z_\alpha)$ instead of (Z_α) in Table 24 (see Figure 122).

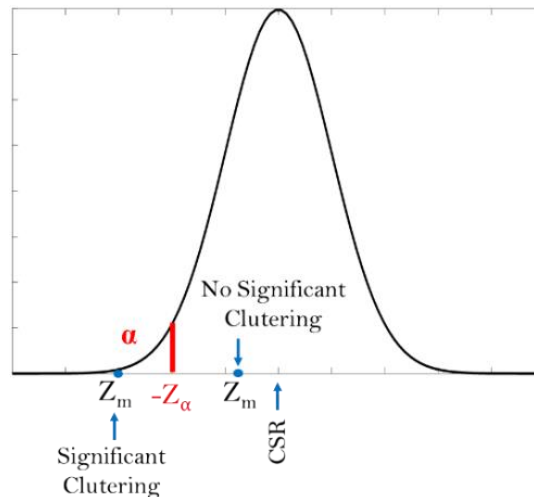


Figure 122: One-Tailed Test of Clustering.

P-Values for Test

Another approach is often adopted in evaluating test results. The idea is that, in the one-tailed test of clustering versus CSR discussed above, suppose that for the observed standardized mean value, Z_m , one simply asks how likely it would be to obtain a value this low if the CSR Hypothesis were true? This question is answered by calculating the probability of a sample value as low as Z_m for the standard normal distribution $N(0,1)$. This probability, called the P-value of the test, is given by

$$P(Z \leq Z_m) = \Phi(Z_m) \quad (\text{eq. V. 19})$$

where Φ the probability density function for the normal distribution.

Taking in account the dependencies between nearest neighbor distances

However, one major difficulty with the precedent techniques is that we have used the entire point pattern ($m=N$) and have thus ignored the obviously dependencies between NN-distances. (Cressie 1993) calls this “intensive” sampling and shows with simulation analyses that this procedure tends to overestimate the significance of clustering (or regularity). The study of the dependencies between nearest neighbor distances is discussed in the following sections.

5.4. Materials – the investigated cast aluminum alloys

In this work, two cast aluminium alloys referred to as Alloy A (AlSi7Cu0.5Mg0.3) obtained using gravity die casting followed by a standard T7 heat treatment and Alloy B (AlSi7Mg0.3) obtained by lost foam casting followed by T7 heat treatment are used. These alloys have been largely studied and characterised in previous works by the present research group (El Khoukhi et al. 2019), (Le et al. 2016) and (Koutiri et al. 2013). The different manufacturing processes result in different porosity populations (volume fraction, defect size, defect spatial distribution, ... [see Figure 123]) and it should be kept in mind that alloy A contains an additional 0.5 wt% copper, compared to alloys B. The presence of copper results in a higher micro-hardness of the alpha phase.

Table 25, Table 26 and Table 27 summarize the mechanical and microstructural properties of these alloys

Table 25: Chemical composition of the alloy A [AlSi7Cu0.5Mg0.3]

Element	Si	Cu	Mg	Zn	Mn	Ni	Ti	Pb	Fe	Sn
% in weight	6,5-7,5	0,4-0,6	0,28-0,4	<0,10	<0,10	<0,05	0,08-0,2	<0,05	<0,20	<0,05

Table 26: Chemical composition of the alloy B [AlSi7Mg0.3]

Element	Si	Cu	Mg	Zn	Mn	Ni	Ti	Pb	Fe	Sn
% in weight	6,5-7,5	<0,10	0,28-0,4	<0,10	<0,10	<0,05	0,08-0,2	<0,05	<0,20	<0,05

Table 27: Properties of the investigated cast Al-Si alloys

Grade	Alloy A	Alloy B
Designation	AlSi7Cu0.5Mg0.3 - T7	AlSi7Mg0.3 - T7
Casting Process	Gravity Die	Lost Foam
Young Modulus E (GPa)	77±6	68±5
Yield stress $\sigma_{Y0.2\%}$ (MPa)	260±2	240±5
Ultimate tensile strength σ_u (MPa)	304±4	251±6
Void fraction (%)	0.03	0.28

In a previous publication (El Khoukhi et al. 2019) presented the effect of microstructural heterogeneities (SDAS, pore size, oxides ...) on the fatigue behavior of these materials in terms of fatigue failure mechanisms, the size effect and the stress gradient effect as well as the scatter in the fatigue strength. As the main objective of this paper is to analyse the 3D spatial distribution of pores that exists in these alloys, the following section shows the data concerning the micro-porosity obtained from CT X-Ray

tomography scans and the volume-rendering analyses done using the AVIZO software of samples extracted from the studied alloys.

In these analyses, only defect sizes larger than $18 \mu\text{m}^3$ are taken into account. This decision was made due to experimental observations indicating that defects smaller than this value are harmless with regard to fatigue.

5.4.1. Porosity

In order to characterize the defect size and spatial distributions in these alloys, Computed-Tomography (CT) analyses were undertaken. The CT scans were done by the MATEIS laboratory at INSA Lyon with a resolution of $8 \mu\text{m}/\text{voxel}$. The AVIZO software was then used in order to analyze the raw data. An inspection volume of 363 mm^3 was used. Note that the CT scan resolution can influence the precision of the defect size measurements, in particularly for small defects.

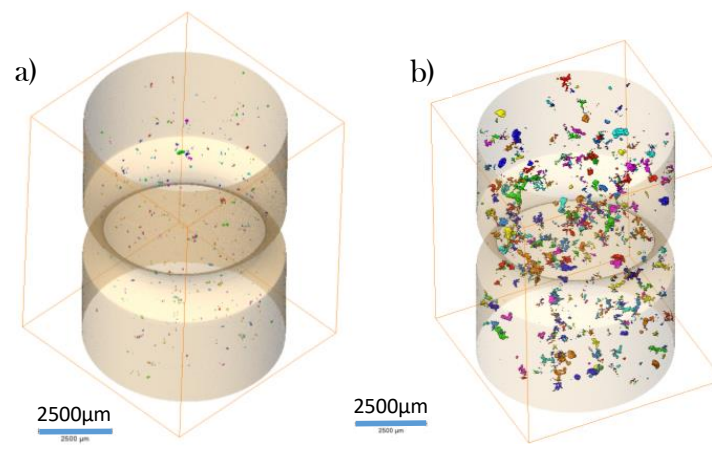


Figure 123: Micro-tomography scans of (a) Alloy A and (b) Alloy B

Figure 123 illustrates the defect populations within two notched specimens. For more detail on the use of the notched specimen see (El Khoukhi et al. 2019). It can be clearly seen that Alloy B has considerably larger pores when compared to Alloy A. This is to be expected as Alloy B was obtained by the lost foam casting process. From these two scans, only the scan corresponding to BVN1-05 is used in the Point Process analyses.

In addition, further measurements using the X-ray micro-tomography technique were conducted by (V. D. Le 2016b) at the PLACAMAT (attached to the University of Bordeaux and CNRS), in France on a X GE V/TOME/SX micro-tomograph. A spatial resolution of $5 \mu\text{m} \times 5 \mu\text{m} \times 5 \mu\text{m}$ was used with a 160 kV (max) X-ray source. This data was also reconstructed and analyzed using the Avizo[®] software.

In these measurements, 9 samples from Alloy B were scanned. The total scanned volume corresponds to $2.2 \times 10^3 \text{ mm}^3$. For Alloy A, 4 samples were scanned corresponding to a total volume of $0.9 \times 10^3 \text{ mm}^3$.

5.5. Statistical pattern analyses

The following sections show the application of the Point Pattern Process techniques discussed above to the data obtained from the CT X-Ray tomography for the 3D pore distributions in the cast alloys.

5.5.1. Techniques based on the distance to the Nearest-Neighbor (NN-distances)

Figure 124 shows the estimation of the G function for both Alloy A and Alloy B. As previously discussed, the G function describes the nearest neighbor distance distribution of the pattern.

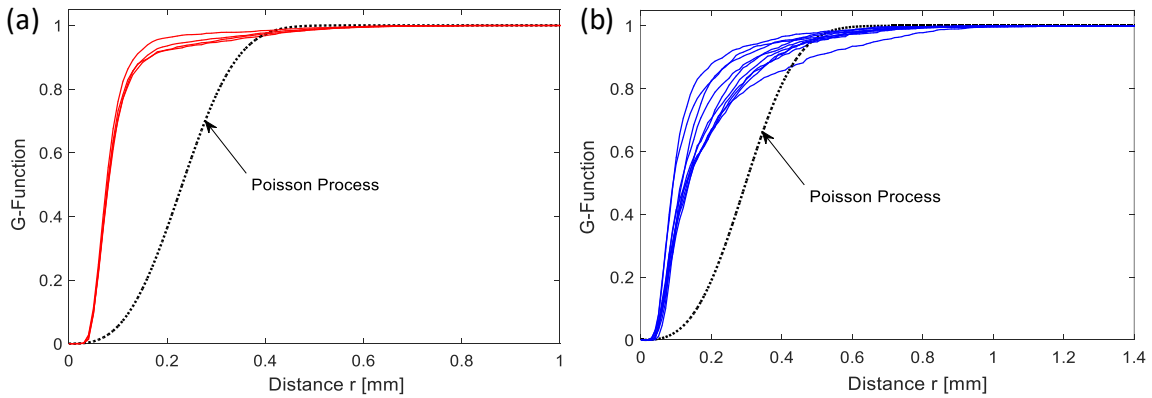


Figure 124: The G Function: the different curves (a) in red correspond to the 4 scanned samples for alloy A and (b) in blue correspond to the 10 scanned samples for alloy B

Visually, for both alloys, all the empirical curves lie above the theoretical curve for the Poisson process, indicating that the NN-distances in the data are shorter than the expected from a Completely Random pattern. This is consistent with clustering.

Figure 125 shows the results for the F-function, used to characterize the empty space function of the point process.

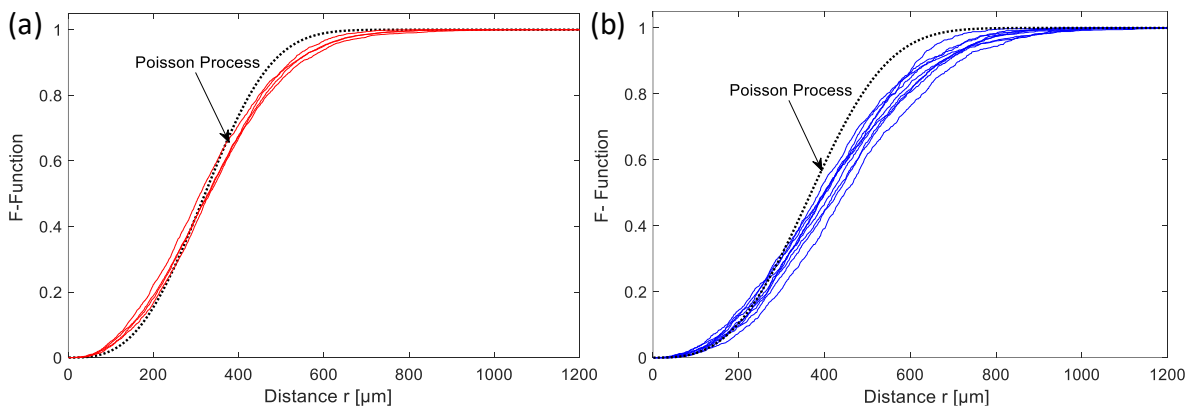


Figure 125: The F Function for (a) Alloy A and (b) Alloy B

From Figure 125, it can be noted that the F-Function increases slowly at first, for distances less than 400 μm for alloy A and 300 μm for alloy B, but then increases more rapidly at greater distances for both alloys. This is an indication of the presence of clustering in both alloys.

Figure 126 shows the J-Function versus the NN-distance r , estimated for the two alloys. The results from the J-function confirm the presence of clusters in the studied patterns. This is because the curves are lower than the value of 1 corresponding to the CSR Process. From Figure 126, it can also be concluded that there is more clustering in Alloy A compared to Alloy B.

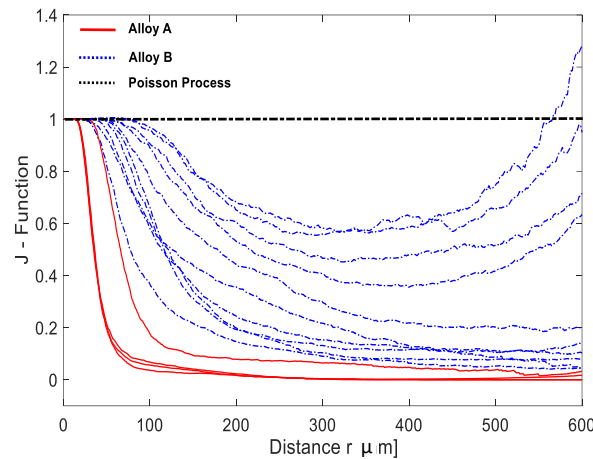


Figure 126: The J-Function for Alloy A, and Alloy B and Poisson Process

In the next section, the results in terms of the K-Function are presented. This analysis gives greater detail as it does not only consider the Nearest Neighbor pores. The drawback of this technique is that it requires an edge effect correction. It is generally recommended that in order to minimize the edge effect, a maximum distance ‘d’ of approximately ¼ of the minimum distance should be used.

5.5.2. The K-Ripley Function

Figure 127 shows the estimation of the K-Ripley function for both alloys. The black curve is the K-Ripley function for a Complete Spatial Random process (CSR). A curve that is above the CSR curve indicates clustering and a curve that is under the CSR curve indicates regularity.

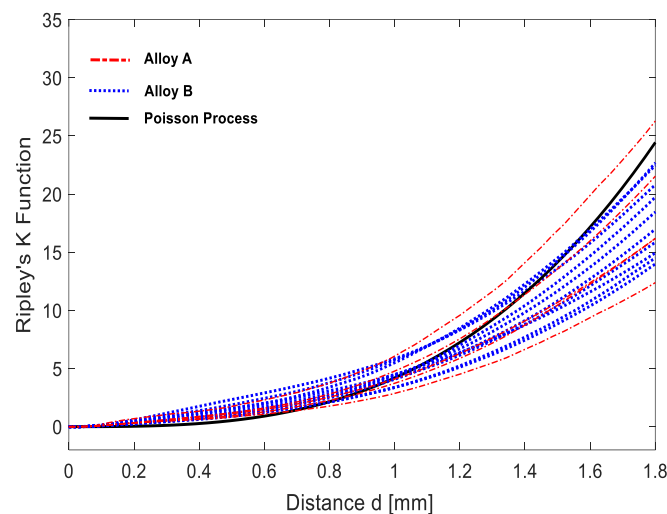


Figure 127: Ripley’s K-function for Alloy A, Alloy B and the Poisson Process

Thanks to the use of the K-Ripley function, it can be seen that the point patterns of both alloys show a combination of effects, clustering at small scales and regularity at large scales. This information was not detected by the techniques based only on the Nearest-Neighbor distance.

In order to better highlight the difference between a point pattern process and the CSR process, the estimated K-function is often displayed as the difference between the estimated K-Ripley function and the expected $K_{CSR}(d) = \frac{4}{3}\pi d^3$.

When the estimated K-function value is similar to the expected value from the CSR process the difference $\left(K(d) - \frac{4}{3}\pi d^3\right)$ is close to zero. This value is referred to as the “Residual K-Function”. When the Residual K-Function is positive or the values of the estimated K-function are higher than the CSR process, this indicates clustering. When the difference is negative it indicates regularity. Moreover, the intersection of the K-Ripley function with the theoretical curve of the Poisson process determines a critical distance.

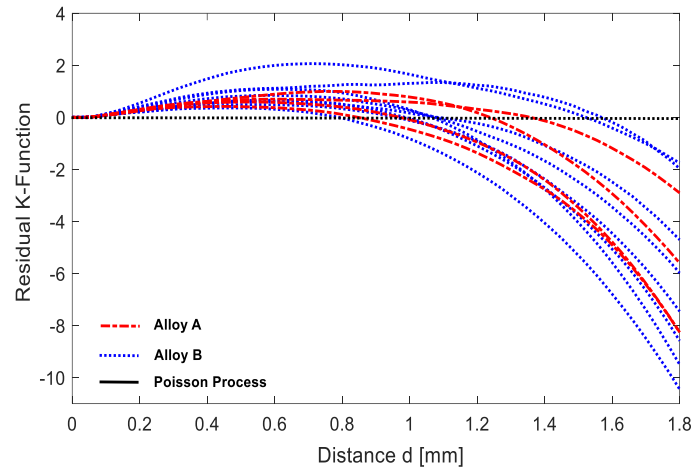


Figure 128: Residual K-Ripley functions of Alloy A, Alloy B and Poisson process.

The resulting plot is shown in Figure 128. The horizontal line indicates the “theoretical” values of $\left(K(d) - \frac{4}{3}\pi d^3\right)$ using the CSR hypothesis. Furthermore, the Residual K-Function (Figure 128) shows that the point patterns of both alloys have a combination of effects, clustering at small scales and regularity at large scales.

Moreover, the intersections between the experimental curves and the CSR curve provides information concerning the critical inter-pore distance below which there is risk of clustering. For both alloys, the critical distance varies between 800 μm to 1600 μm . This critical distance could be important in terms of the size of Representative Volume Element for the fatigue behavior of the material, although information concerning the defect size distribution would also be required.

Nevertheless, it would be beneficial to have quantitative evaluation that measures the degree of clustering in the studied point processes. The following section presents the results of the Clark-Evans test including a proposed methodology to adapt it to the 3D point pattern case. Note that only the One-Tailed version is used as it is concluded that both alloys show clustered patterns.

5.5.3. Clark-Evans test in 3D

The key to this statistical test is to distinguish between the degree of clustering that could easily occur haphazardly and those that could not (i.e. due to the physics of the process). Figure 129 shows a Poisson pattern that contains some clusters. Two examples are circled in red.

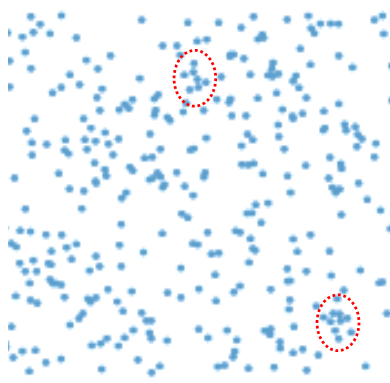


Figure 129: An example of a CSR pattern with a certain degree of clustering (i.e. the red circles) that occurred fortuitously.

Example for the case of intensive sampling (m=N) for a sample from Alloy A

To obtain insight into the Z_m variable, we first need an estimate of the Mean of the NN distance \bar{D}_m , then an estimate of the density. By using equation (eq. V. 16) the value of Z_m can be obtained. For instance, the batch A23 has a $\bar{D}_m = 101 \mu\text{m}$ and a density $\rho=13 \text{ mm}^{-3}$. Therefore:

$$Z_m = -1.58 > -Z_{0.1} = -1.65 \tag{eq. V. 20}$$

Hence, from Table 24, this value of Z_m indicates “weak to standard significance” of clustering. Moreover, the P-value in this case is given by:

$$\text{P-value (A)} = \phi(Z_m = -1.58) = 0.12 (\sim 12\%) \tag{eq. V. 21}$$

This means that the chance of obtaining a mean Nearest-Neighbor distance this low with the CSR hypothesis is 12% for Alloy A.

The same steps have been done for the other batches; the results are summarized in Table 28 and the averages are show in Table 29. The results do not present a high dispersion for Z_m .

Table 28: Summary of the numerical results for intensive sampling (m=N).

Batch	$\rho [\text{mm}^{-3}]$	Z_m
B10	4	-1.19
B19	8	-1.14
B20	10	-1.51
B30	7	-1.24
B31	8	-1.47
B32	6	-1.15
B43	6	-1.39
B48	6	-1.20
B49	6	-1.27
BVN1-05	4	-1.48
A01	13	-1.53
A23	13	-1.58
A24	13	-1.53

A30	12	-1.53
-----	----	-------

Table 29: Averages values for the alloys

Alloy	ρ [mm ⁻³]	Z_m
Alloy B	7	-1.30
Alloy A	13	-1.54

However, As mentioned before, one major difficulty with this conclusion is that the entire point pattern ($m = N$) has been used and as discussed above the obvious dependencies between NN-distances have been ignored. With this in mind, a procedure for taking random subsamples of pattern points which tend to minimize this dependence problem is presented below.

For the case of non-intensive sampling $m < N$

This procedure makes it possible to take random subsamples, and thereby reduces the effect of dependencies among NN-distances. The objective is to take many subsamples of the same size (for example with $m=N/10$) and to examine the range of Z -values obtained. If almost all samples indicate significant clustering, then this yields a much stronger result that is clearly independent of the particular sample chosen. In addition, one might for example want to use the P-value obtained for the sample mean of Z as a more representative estimate of actual significance. Figure 130 shows the sampling procedure.

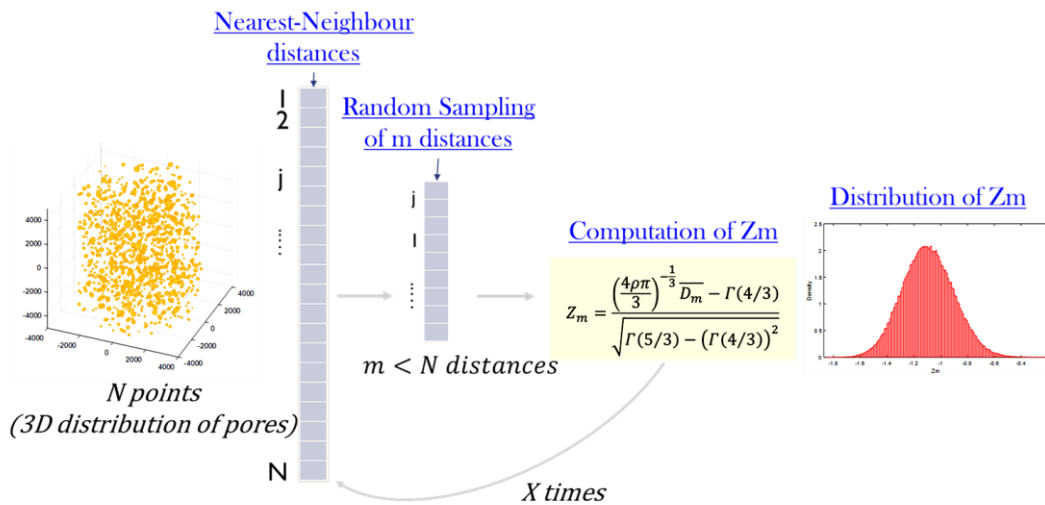


Figure 130: Principle of the sampling

This sampling procedure (Figure 130) was applied to both alloys and to a CSR process generated numerically. The steps of this procedure are as follows :

1. Randomly choose $m=N/10$ nearest neighbor distances.
2. Average these m distances.
3. Calculate the expected mean distance given by the Poisson Process (CSR).
4. Calculate the corresponding Z_m value (and calculate the P-value).
5. Repeat steps 1 to 4 ‘X’ times.
6. Taking into account the average value of Z_m (and the average value of P-value) and considering the significance reference values given in Table 24, determine the degree of clustering.

These steps have been implemented using Matlab. The results are presented below.

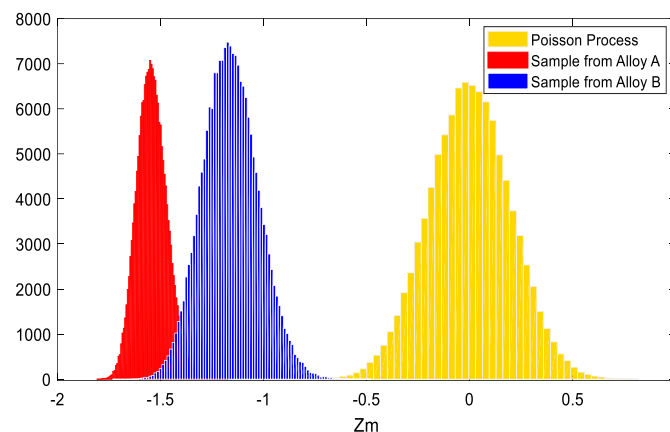


Figure 131: Sampling Distribution of Z-values for Alloy A (in red), Alloy B (in blue) and Complete Spatial Randomness CSR (in yellow)

Figure 131 shows the results of the non-intensive sampling technique of the NN-distances for Alloy A (in red) and Alloy B (in blue) and the NN-distances from a numerical CSR process (in yellow) used as a reference. The results are summarized in Table 30. It can be concluded that there is no strong evidence suggesting that a clustered spatial pattern is observed in the studied alloys (see Table 31). This implies that the generation of the spatial defect positions in a synthetic microstructure can be done using the Poisson distribution that gives the CSR process.

Table 30: Summary of the numerical results for intensive and Non-intensive sampling (m=N)

Batch	ρ [mm ⁻³]	Intensive sampling Zm	Non-intensive sampling Zm	P-Value
B10	4	-1.19	-1.16	0.2
B19	8	-1.14	-0.12	0.22
B20	10	-1.51	-1.49	0.13
B30	7	-1.24	-1.23	0.19
B31	8	-1.47	-1.46	0.14
B32	6	-1.15	-1.13	0.21
B43	6	-1.39	-1.38	0.15
B48	6	-1.20	-1.19	0.2
B49	6	-1.27	-1.26	0.18
BVN1-05	4	-1.48	-1.48	0.13
A01	13	-1.53	-1.53	0.12
A23	13	-1.58	-1.57	0.12
A24	13	-1.53	-1.53	0.12
A30	12	-1.53	-1.54	0.12

Table 31: Summary of the intensive and non-intensive sampling

Alloys	Intensive sampling Average (Zm)	Non-intensive sampling Average (Zm)	P-Value	Degree of clustering
Alloy A	-1.54	-1.54	0.12	Weak to standard
Alloy B	-1.30	-1.19	0.18	Weak to standard

From this quantitative evaluation of the degree of clustering in the studied alloys using the Clark-Evans test for both the intensive and non-intensive sampling cases, the following conclusions can be drawn.

- i. The value of Z_m for Alloy A is -1.54 with the non-intensive sampling procedure, which is the same for the intensive sampling procedure.

- ii. The value of Z_m for Alloy B is -1.19 with the non-intensive sampling procedure, which is very close to -1.30 for the intensive sampling.
- iii. The scatter in the numerical distributions of Z_m in Figure 131 is dependent on the size of the sample (i.e. the number of pores in the pattern). The higher the number of pores, the lower the scatter in the variable Z_m .
- iv. The values obtained with or without intensive sampling are almost the same. Therefore, it can be concluded that the effect of dependencies between the NN-distances is negligible.
- v. From Figure 131, it confirms that the numerical methodology employed to generate pore locations using the CSR process is quite good, as the average value of Z_m (in yellow) is equal to zero.

5.6. Generation of synthetic microstructures

In the previous section, it has been shown that for both alloys their point processes can be modelled using the Poisson Process. At the simplest level, the data are analysed only in terms of the coordinate locations of the events (pores). However as previously mentioned, the population of defects can have associated attributes such as the size or the shape of each defect. For the sake of simplicity, the point process will be modelled in association with the defect size that has been determined from the CT X-Ray tomography data. It is assumed that the size and the spatial distribution of the defects are independent of each other.

For the generation of synthetic microstructures, the initial step is to generate the defect or pore positions, and then to associate with each position a size with respect to the defect size distribution extracted using the CT X-Ray tomography data. For the sake of simplicity, the defect shape has not been taken into account. In addition, experimental work (Yukitaka Murakami 1991) has shown that the shape of the defect has a slight effect in the high cycle fatigue failure process. Hence, in this work all defects are assumed to be spherical in shape. The size of defects is expressed as the \sqrt{Area} of this spherical volume.

5.6.1. Spatial distribution of defects

In the following section, numerical processes are generated that have almost the same density as the natural processes with the homogeneous Poisson process. Firstly, a verification of the ability of the script that was developed to generate numerical Poisson processes is presented in Figure 132.

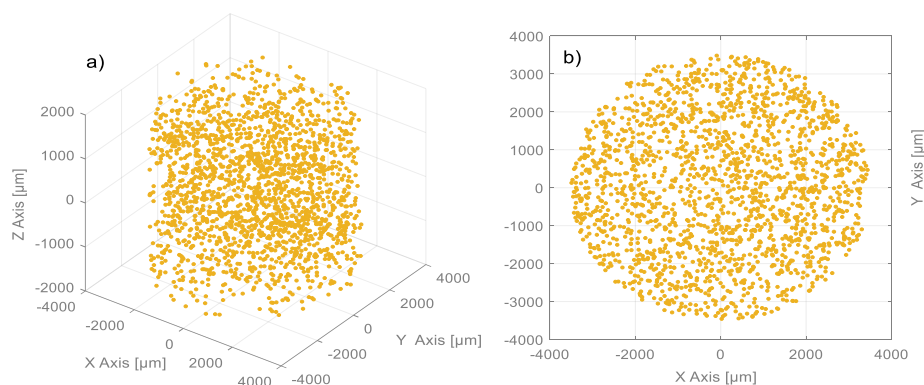


Figure 132: An example of defect positions generated following the CSR process. (a) The 3D defect positions and (b) the projection of the defect positions onto the XY plane.

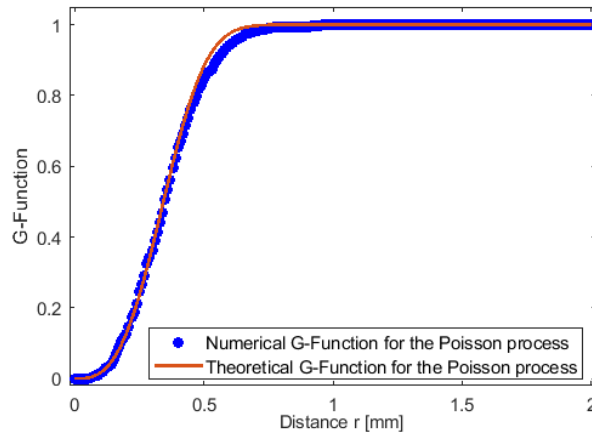


Figure 133: The G-function for the theoretical and the numerical CSR process.

Figure 132 and Figure 133 confirm that the numerical procedure correctly generates a defect population that follows the Poisson process, as the numerical G-Function and the theoretical one are almost superimposed.

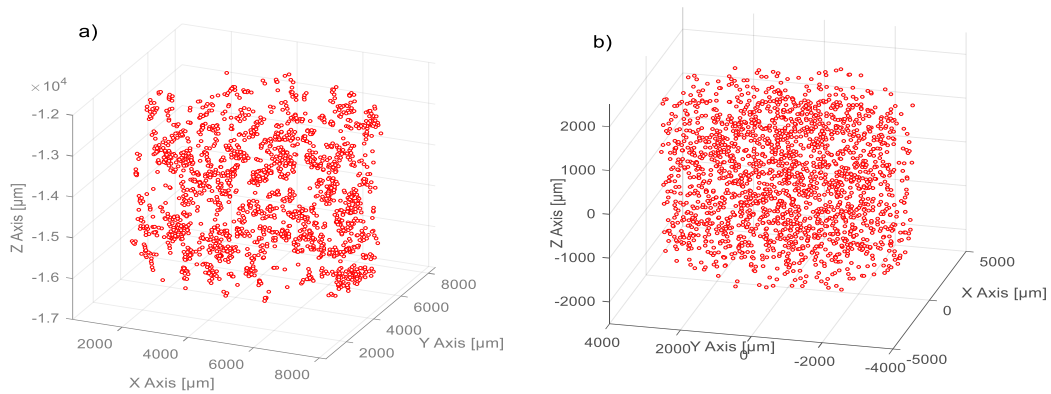


Figure 134: 3D defect positions for Alloy A. (a) The natural pattern obtained via a CT scan and (b) the numerically generated pattern

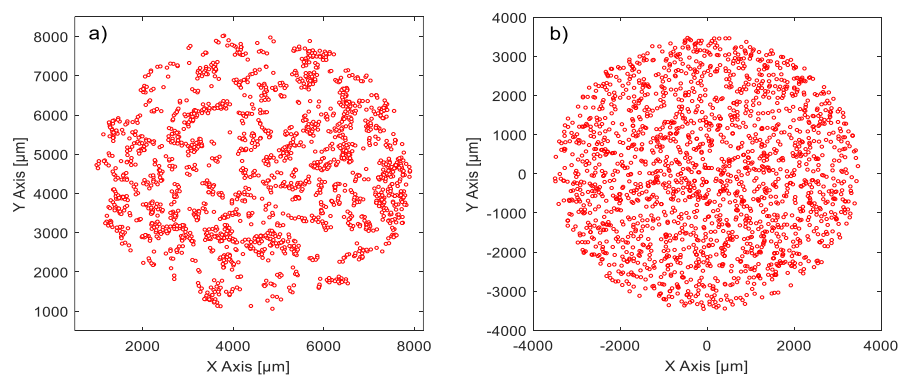


Figure 135: Projection of the defect positions onto the XY plane for Alloy A. (a) The natural pattern obtained via a CT scan, and (b) the numerically generated pattern

Figure 134 (a) and Figure 135 (a) show respectively an example of the natural positions in 3D space and its projection for a real sample from the alloy A. Figure 134 (b) and Figure 135 (b) show respectively an example of the numerical positions in 3D space and its projection for a numerical sample for the alloy

A with the same density of 13 mm^{-3} . These figures give insight into the difference between the numerical and the natural patterns.

The same steps were used to generate a numerical process for Alloy B. The results are shown in Figure 136 and Figure 137. The numerical process shown in Figure 136 (b) and Figure 137 (b) was also generated using the homogeneous Poisson process with the same density of 7 mm^{-3} . Figure 136 (a) and Figure 137 (a) show an example of the natural pattern for Alloy B. These figures show that Alloy B has lower clustering than Alloy A.

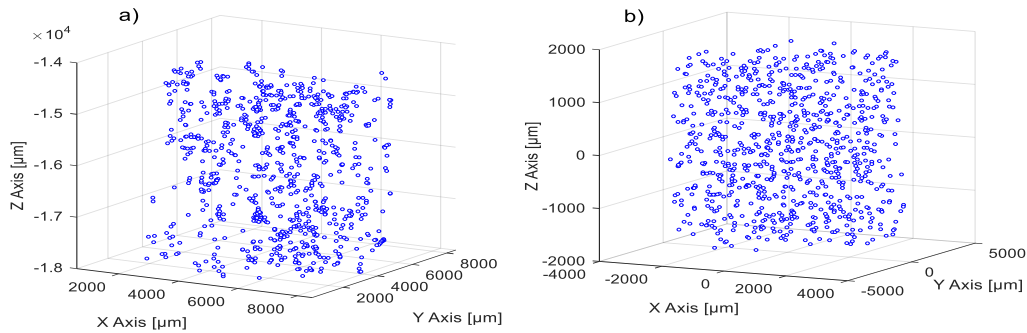


Figure 136: 3D defect positions for Alloy B. (a) The natural pattern obtained via a CT scan and (b) the numerically generated pattern

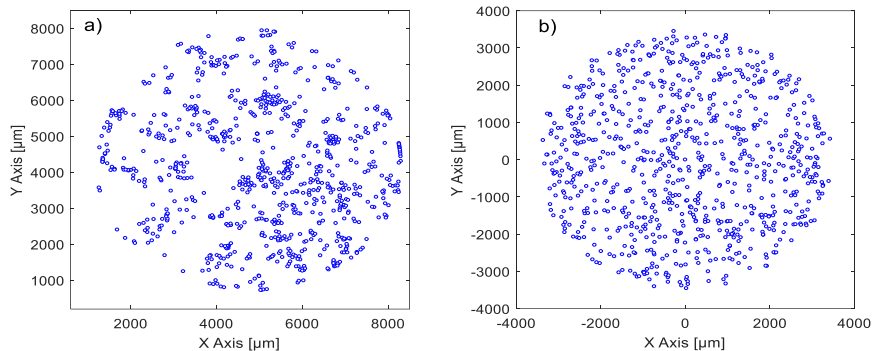


Figure 137: The projection of the defect positions onto the XY plane for (a) the natural pattern obtained via a CT scan and (b) the numerically generated pattern

From these results, the presence of some clustering can be seen in the natural pattern, when compared to the numerical patterns corresponding to a homogenous Poisson process. Nevertheless, as previously estimated using the Clark-Evans test, the degree of clustering is still less than the standard level. Therefore, the resulting process can be and will be used for future modelling work.

5.6.2. Defect size distribution

Figure 138 shows the defect size distributions for the two alloys in terms of the equivalent Murakami parameter (Yukitaka Murakami 1991), $\sqrt{Area_{eq}}$ of the defect. The relationship between the pore volume obtained by tomography and the equivalent square root value of the projected area is given in (eq. V. 24). This relationship is obtained by assuming the pores have a spherical shape. The data are obtained from different scans, with a total volume of almost $2.16 \times 10^3 \text{ mm}^3$ for Alloy B and almost $0.86 \times 10^3 \text{ mm}^3$ for Alloy A.

$$\sqrt{Area_{eq}} = \pi^{1/6} \left(\frac{3V}{4}\right)^{1/3} \quad (\text{eq. V. 24})$$

This approximation makes it possible to compare the pore sizes obtained by the CT scans and those measured on the fatigue failure surfaces. It can be seen that for this data the maximum defect size for Alloy A is 285 μm and for Alloy B it is 1492 μm .

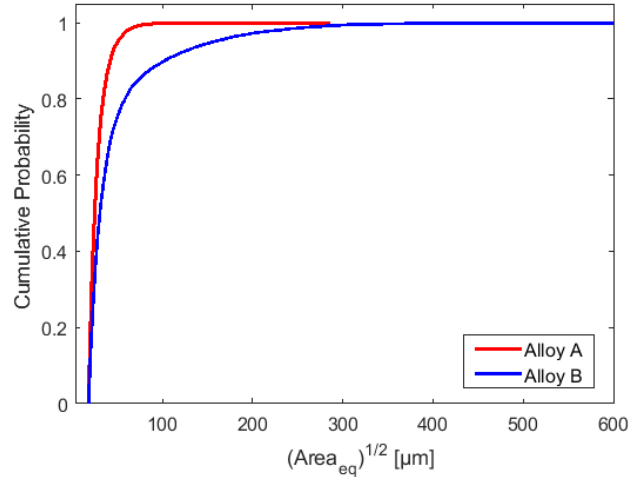


Figure 138: The cumulative probability functions of the defect size in the studied alloys in $\sqrt{Area_{eq}}$

Statistical tests were used to choose the best fit of the defect size distributions. The results of the comparison between the different distributions shows that the Generalized Extreme Value distribution has the maximum value of Ln-Likelihood for both alloys (Table 32). This distribution is therefore chosen to model the defect size distributions for both alloys. The distribution parameters identified for each material are summarized in Table 33.

Table 32: The Goodness-Of-Fit of the defect size distribution for the studied alloys

Alloy	Criteria	Generalized extreme value	Lognormal	Gamma	Weibull	Gumbel
A	Ln-Likelihood	-57218	-60145	-61363	-64348	-79376
B	Ln-Likelihood	-64830	-69005	-71664	-72662	-92007

Table 33: Parameters of the distribution chosen to model the defect size distributions

	Alloy A	Alloy B
ρ : density of pores (mm^{-3})	13	7
Spatial distribution	Poisson process	Poisson process
Distribution model	Generalized Extreme Value ($k=0.35, \sigma=4.4, \mu=22$)	Generalized Extreme Value ($k=0.9, \sigma=9, \mu=25$)

where μ is the location parameter, σ is the scale parameter, and k is the shape parameter of the generalized extreme value distribution.

The maximum pore sizes expressed in terms of the $\sqrt{Area_{eq}}$ parameter, obtained via the CT scans, are approximately 900 μm for Alloy A and 1500 μm for Alloy B. Almost the entire population of defects in Alloy A have a $\sqrt{Area_{eq}}$ that is lower than 100 μm whereas 20% of the defects in Alloy B have a $\sqrt{Area_{eq}}$ greater than 100 μm . The defect size distributions were fitted using the generalized extreme value density probability function. The resulting theoretical distributions were then used to generate a defects size to be associated with each point in the modelled pattern.

5.6.3. Examples of synthetic microstructures and comparison with the natural ones

The synthetic microstructures are generated by coupling the defect size distribution and the position distributions. Figure 142 compares the generated 3D patterns and the natural ones. In terms of their spatial distributions, the natural processes are random with a certain degree of clustering as previously discussed. The synthetic ones are also random processes but with a lower degree of clustering. This small deviation in the 3D patterning between the natural and numerical processes for both alloys can be observed visually, nevertheless, this deviation has already been quantified using the Point Pattern Theory and it has been shown that it is negligible according to the Clark-Evans test. Furthermore, it can be noticed that the clustering is mainly due to the smaller defects.

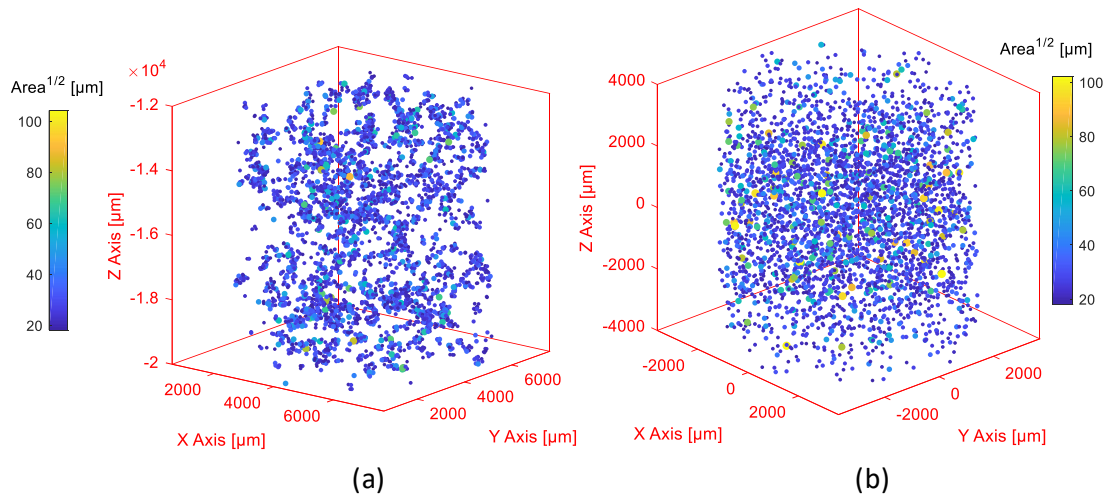


Figure 139: An example of size and 3D spatial distributions for Alloy A (a) from a CT scan and (b) a numerically generated pattern. Both have height of $h=8$ mm and a radius of $r=3.5$ mm.

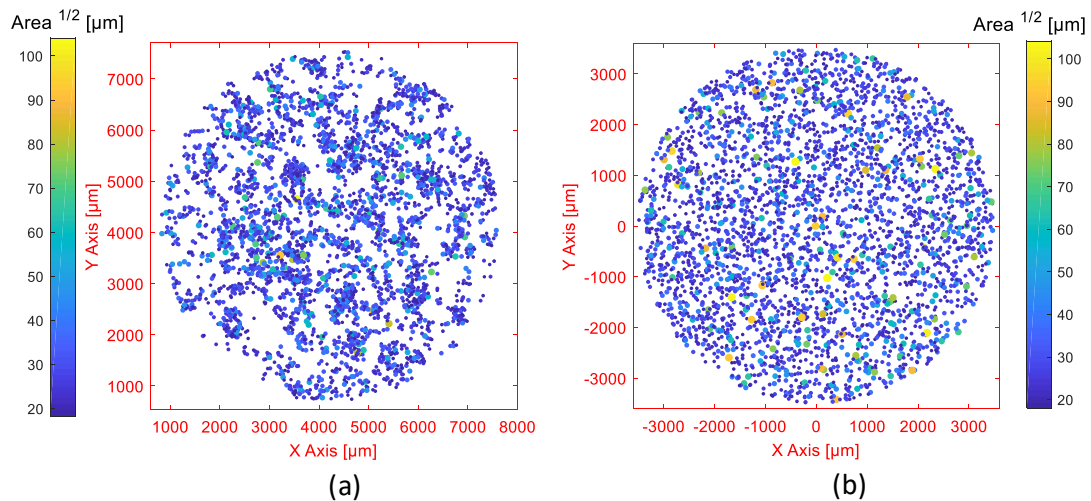


Figure 140: An example of size and spatial distributions for Alloy A projected onto the XY plane (a) from a CT scan and (b) a numerically generated pattern. Both have height of $h=8$ mm and a radius of $r=3.5$ mm.

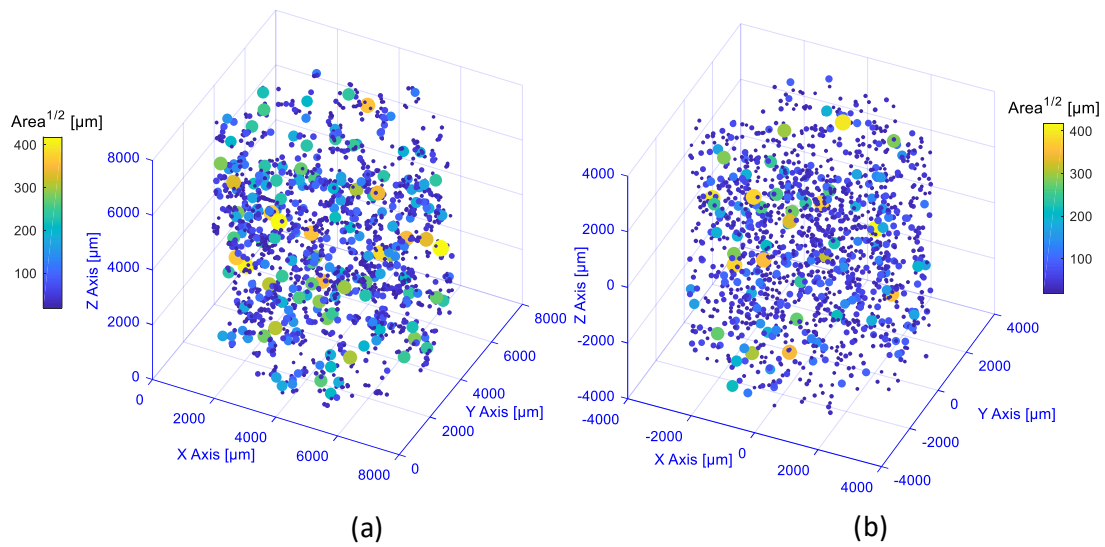


Figure 141: An example of size and 3D spatial positions of defects for Alloy B (a) from a CT scan and (b) numerically generated patterns. Both have height of $h=8$ mm and a radius of $r=3.5$ mm.

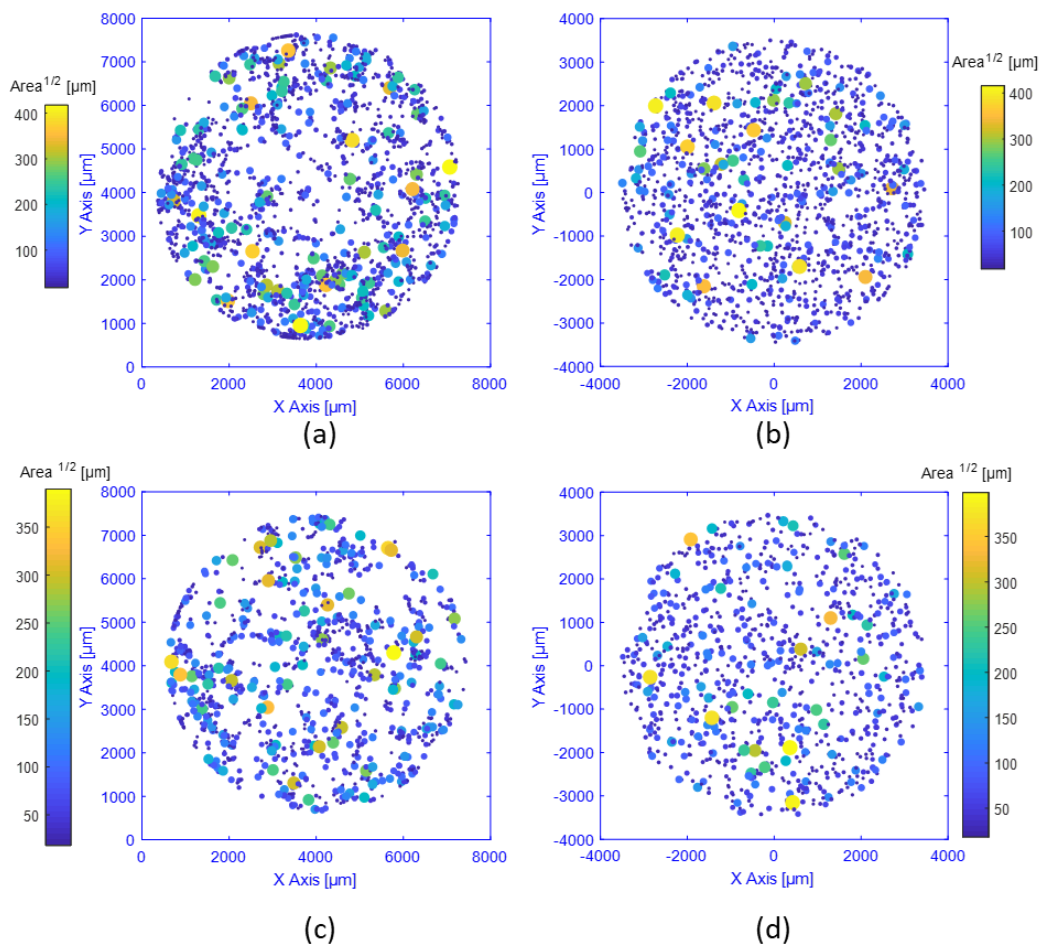


Figure 142: Spatial positions of defects projected onto the XY plane with associated defect size for Alloy B. (a) and (c) are examples of natural patterns, and (b) and (d) are examples of numerical patterns.

From Figure 142, for Alloy B, it can be seen that clustering occurs predominately for the smallest defects. Furthermore, in terms of fatigue behavior, it is generally accepted that only the largest pores are involved in the fatigue process of failure. Therefore, in addition to the low level of clustering given by the Clark-Evans test for this alloy, clustering is only observed for the smallest pores. These results justify the choice of the Poisson process to model the spatial distribution of the defects in these alloys.

Figure 143 and Figure 144, visually demonstrate that if the smallest defects are not taken in account, less clustering would be observed in both alloys. In previously published work (El Khoukhi et al. 2019), the smallest critical defects measured on the fatigue failure surfaces were approximately 30 μm in size. Given this observation, in figures Figure 143 (b) and Figure 144 (b), only the defects with a size larger than 30 μm are considered.

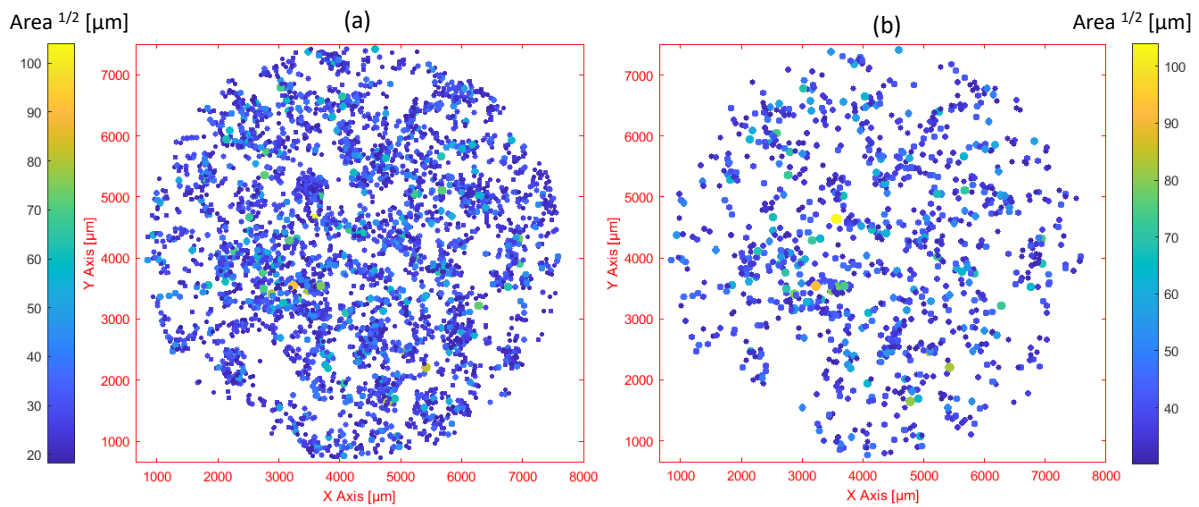


Figure 143: Spatial positions of defects projected onto the XY plane with their associated defect size for Alloy A, with (a) all scanned defects (larger than 18 μm), (b) only the defects larger than 30 μm .

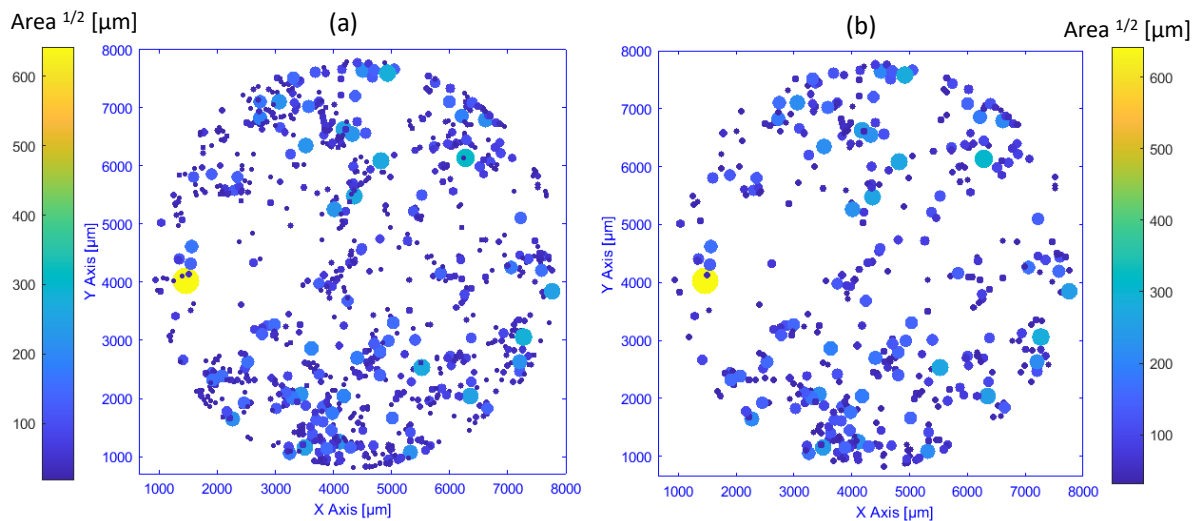


Figure 144: Spatial positions of defects projected onto the XY plane with their associated defect size for Alloy B, with (a) all scanned defects (larger than 18 μm), (b) with only the defects larger than 30 μm .

Figure 145 shows that the size distributions of the numerically generated defects are almost identical to the natural defect size distributions. Furthermore, on this figure, the GEV distributions giving the best Goodness-of-Fit are presented for both alloys.

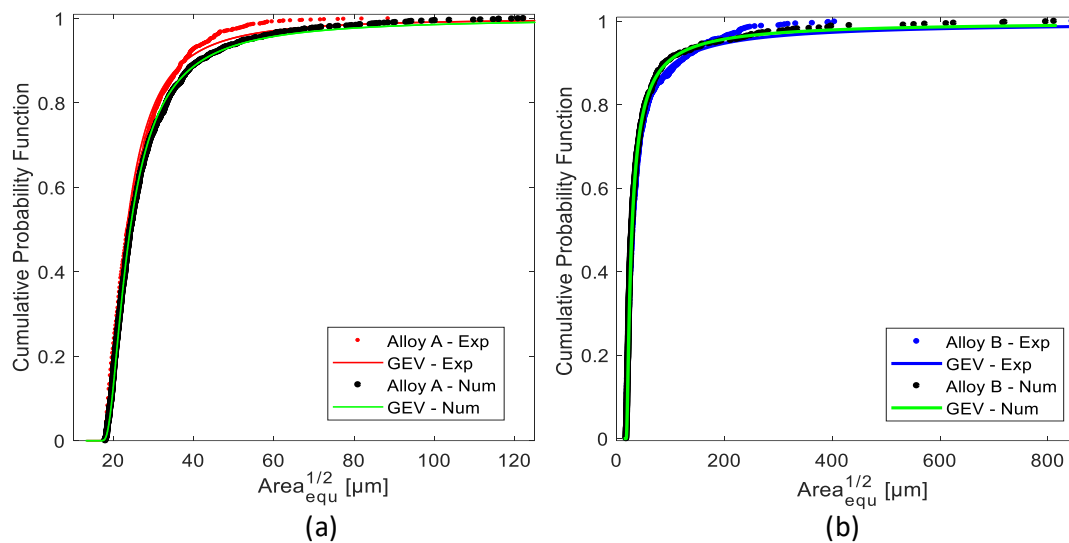


Figure 145: The defects sizes distributions for the natural and numerical process for (a) Alloy A and (b) Alloy B

5.7. Conclusions and perspectives

In this paper, it has been shown that Point Process Theory is an efficient way to characterize the 3D spatial distribution of defects in materials. The techniques developed in the framework of this theory have been applied to two cast aluminum alloys, referred to here as Alloy A and Alloy B. The statistical analyses have shown that the 3D patterns of the defects in the studied alloys do not present a high degree of clustering. Consequently, for the generation of the defect positions in synthetic microstructures the Homogeneous Poisson Process can be used. In order to generate numerical microstructures for the cast aluminum alloys, the defect size distributions from the CT-X ray tomography scans were used. The synthetic microstructures are generated by coupling the defect size distributions and the 3D position distributions. The Clark-Evans test indicates that the numerical processes are in agreement with the natural processes for both alloys. The resulting synthetic microstructures will be used in future modelling work to predict the average fatigue strength as well as the scatter for a given Highly Stressed Volume by providing information concerning the variability in the microstructural heterogeneities.

References

Ammar, H. R., A. M. Samuel, and F. H. Samuel. 2008. “Effect of Casting Imperfections on the Fatigue Life of 319-F and A356-T6 Al–Si Casting Alloys.” *Materials Science and Engineering: A* 473 (1): 65–75. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2007.03.112>.

Babu, Gutti Jogesh, and Eric D. Feigelson. 1996. “Spatial Point Processes in Astronomy.” *Journal of Statistical Planning and Inference, Spatial Statistics, Part I*, 50 (3): 311–26. [https://doi.org/10.1016/0378-3758\(95\)00060-7](https://doi.org/10.1016/0378-3758(95)00060-7).

Baddeley, A. J., and M. N. M. van Lieshout. 1995. “Area-Interaction Point Processes.” *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* 47 (4): 601–19. <https://doi.org/10.1007/BF01856536>.

Baddeley, Adrian, Ege Rubak, and Rolf Turner. 2015. *Spatial Point Patterns: Methodology and Applications with R*. CRC Press.

Bailey, Trevor C., and Anthony C. Gatrell. 1995. *Interactive Spatial Data Analysis*. Longman Scientific & Technical.

- Ben Ahmed, Amal, Mohamed Iben Houria, Raouf Fathallah, and Habib Sidhom. 2019. “The Effect of Interacting Defects on the HCF Behavior of Al-Si-Mg Aluminum Alloys.” *Journal of Alloys and Compounds* 779 (March): 618–29. <https://doi.org/10.1016/j.jallcom.2018.11.282>.
- Billaudeau, T., Y. Nadot, and G. Bezine. 2004. “Multiaxial Fatigue Limit for Defective Materials: Mechanisms and Experiments.” *Acta Materialia* 52 (13): 3911–20. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2004.05.006>.
- Blair, Malcolm, Christoph Beckermann, Richard Hardin, Kent Carlson, and Charles Monroe. 2005. “Predicting the Occurrence and Effects of Defects in Castings.” *JOM: The Journal of the Minerals, Metals & Materials Society* 57 (May): 29–34. <https://doi.org/10.1007/s11837-005-0092-3>.
- Chen, Bo, Teruo Hashimoto, Frank Vergeer, Andrew Burgess, George Thompson, and Ian Robinson. 2014. “Three-Dimensional Analysis of the Spatial Distribution of Iron Oxide Particles in a Decorative Coating by Electron Microscopic Imaging.” *Progress in Organic Coatings* 77 (6): 1069–72. <https://doi.org/10.1016/j.porgcoat.2014.03.005>.
- Clark, P. J., and F. C. Evans. 1954. “Distances to Nearest Neighbor as a Measure of Spatial Relationships in Populations.” *Ecology, Vol. 35, p. 445-453 (1954)*. 35: 445–53.
- Cressie, Noel A. C. 1993. *Statistics for Spatial Data*. J. Wiley.
- Diggle, Peter. 1983. *Statistical Analysis of Spatial Point Patterns*. Academic Press.
- El Khoukhi, Driss, Franck Morel, Nicolas Saintier, Daniel Bellett, and Pierre Osmond. 2018. “The Effect of Microstructural Heterogeneities on the High Cycle Fatigue Scatter of Cast Aluminium Alloys: From an Elementary Volume to the Structure.” Edited by G. Hénaff. *MATEC Web of Conferences* 165: 14006. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201816514006>.
- El Khoukhi, Driss, Franck Morel, Nicolas Saintier, Daniel Bellett, Pierre Osmond, and Viet Duc Le. 2020. “Probabilistic Modeling of the Size Effect and Scatter in High Cycle Fatigue Using a Monte-Carlo Approach: Role of the Defect Population in Cast Aluminum Alloys,” 2020.
- El Khoukhi, Driss, Franck Morel, Nicolas Saintier, Daniel Bellett, Pierre Osmond, Viet-Duc Le, and Jérôme Adrien. 2019. “Experimental Investigation of the Size Effect in High Cycle Fatigue: Role of the Defect Population in Cast Aluminium Alloys.” *International Journal of Fatigue* 129 (December): 105222. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.105222>.
- Guerchais, R., F. Morel, and N. Saintier. 2017. “Effect of Defect Size and Shape on the High-Cycle Fatigue Behavior.” *International Journal of Fatigue, Multiaxial Fatigue 2016: Experiments and Modeling*, 100 (July): 530–39. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2016.12.010>.
- Illian, Janine, Jesper Møller, and Rasmus Waagepetersen. 2007. “Spatial Point Process Analysis for a Plant Community with High Biodiversity.” *Environmental and Ecological Statistics* 16 (September): 389–405. <https://doi.org/10.1007/s10651-007-0070-8>.
- Jang, Younghwan, Youin Jeong, Chongho Yoon, and Sangshik Kim. 2009. “Fatigue Life Prediction for Porosity-Containing Cast 319-T7 Aluminum Alloy.” *Metallurgical and Materials Transactions A* 40 (5): 1090–99. <https://doi.org/10.1007/s11661-009-9795-3>.
- Koutiri, Imade, Daniel Bellett, Franck Morel, Louis Augustins, and Jérôme Adrien. 2013. “High Cycle Fatigue Damage Mechanisms in Cast Aluminium Subject to Complex Loads.” *International Journal of Fatigue* 47 (February): 44–57. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2012.07.008>.
- Le, Viet Duc. 2016. “Etude de l’influence des hétérogénéités microstructurales sur la tenue en fatigue à grand nombre de cycles des alliages d’aluminium de fonderie,” May. <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01345228>.
- Le, Viet-Duc, Franck Morel, Daniel Bellett, Nicolas Saintier, and Pierre Osmond. 2016. “Multiaxial High Cycle Fatigue Damage Mechanisms Associated with the Different Microstructural Heterogeneities of Cast Aluminium Alloys.” *Materials Science and Engineering: A* 649 (January): 426–40. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2015.10.026>.
- Murakami, Yukitaka. 1991. “Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions on the Fatigue Strength of Metals.” *Key Engineering Materials*. Trans Tech Publications Ltd. 1991. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.51-52.37>.
- Perrin, Guillaume, Xavier Descombes, and Josiane Zerubia. 2006. “Point Processes in Forestry : An Application to Tree Crown Detection,” January.

-
- Ripley, B. D. 1977. "Modelling Spatial Patterns." *Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)* 39 (2): 172–212.
- Smith, Tony E. 2020. "Notebook on Spatial Data Analysis."
<http://www.seas.upenn.edu/~ese502/#notebook>.
- Stefanescu, Doru. 2005. "Computer Simulation of Shrinkage-Related Defects In Castings – A Review." In . Vol. 179.
- Wilson, Pablo. 2017. "Inférence statistique de la population de défauts pour l'étude et la simulation de la fatigue oligocyclique d'un alliage d'aluminium de fonderie." Phdthesis, Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM. <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01511338>.
- Wilson, Pablo, Nicolas Saintier, Thierry Palin-Luc, and Sebastien Bergamo. 2019. "Isothermal Fatigue Damage Mechanisms at Ambient and Elevated Temperature of a Cast Al-Si-Cu Aluminium Alloy." *International Journal of Fatigue* 121 (April): 112–23.
<https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2018.11.016>.
- Yi, J. Z., X. Zhu, J. W. Jones, and J. E. Allison. 2007. "A Probabilistic Model of Fatigue Strength Controlled by Porosity Population in a 319-Type Cast Aluminum Alloy: Part II. Monte-Carlo Simulation." *Metallurgical and Materials Transactions A* 38 (5): 1123–35.
<https://doi.org/10.1007/s11661-006-9069-2>.
- Zhu, X., J. Z. Yi, J. W. Jones, and J. E. Allison. 2007. "A Probabilistic Model of Fatigue Strength Controlled by Porosity Population in a 319-Type Cast Aluminum Alloy: Part I. Model Development." *Metallurgical and Materials Transactions A* 38 (5): 1111–22.
<https://doi.org/10.1007/s11661-006-9070-9>.

6. ARTICLE 3: NUMERICAL INVESTIGATION OF THE SIZE EFFECT AND SCATTER IN HIGH CYCLE FATIGUE: ROLE OF THE DEFECT POPULATION IN CAST ALUMINUM ALLOYS

“ There is no doubt that creativity is the most important human resource of all. Without creativity, there would be no progress, and we would be forever repeating the same patterns.”

Edward de Bono

Probabilistic modeling of the size effect and scatter in High Cycle Fatigue using a Monte-Carlo approach: role of the defect population in cast aluminum alloys

Driss EL KHOUKHI^{1,2,3,*}, Franck MOREL¹, Nicolas SAINTIER², Daniel BELLETT¹, Pierre OSMOND³, Viet-Duc Le¹

¹LAMPA, Arts et Métiers Paris Tech, 49 035 Angers, Cedex, France

²I2M, Arts et Métiers Paris Tech, 33170 Talence, Cedex, France

³Groupe PSA, 78955 Carrières-sous-Poissy, Cedex, France

Abstract

In this study, a probabilistic model based on Monte-Carlo theory is applied to predict the fatigue behavior of cast aluminum alloys. The objective of the proposed approach is to investigate the effect of porosity (i.e. the defect size distribution and spatial density) on the fatigue strength and its associated scatter. The proposed model is applied to two cast aluminum alloys with very different defect characteristics. The results for these two alloys confirm that the model can be used to predict the average fatigue strength with a relative error less than 5%. It also accurately reproduces the experimentally observed trends concerning the scatter in fatigue strength. The scatter is underestimated but is of the same order of magnitude as the experimental values. It is believed that this is because the proposed model considers that the porosity is the only source of scatter. It is demonstrated that the model is well adapted for the prediction of the volume or scale effect in fatigue. The model can also be used to estimate the Representative Volume Element in Fatigue for cast aluminum alloys.

Keywords: High cycle fatigue, Cast aluminum alloys, Probabilistic model, Representative Volume Element (RVE), Size effect in fatigue, Highly stressed volume, Scatter in fatigue strength, Casting defect population

6.1. Introduction

Many experimental studies have highlighted the dependence of the fatigue strength on the size of the tested sample (Kloos, Buch, and Zankov 1981a) and the presence of a stress gradient (Papadopoulos and Panoskaltsis 1996b). The size effect corresponds to the decrease in the fatigue strength observed when the specimen size is increased. It is generally explained by an increase in the probability of encountering larger defects in larger loaded volumes, which leads to a lower fatigue strength. Other authors have shown that the presence of a stress gradient has a beneficial effect on the fatigue resistance by comparing the results of different loading conditions with and without stress gradients (Morel and Palin-luc 2002; Gaenser 2008).

(Kuguel 1961) was the first to introduce the notion of a Highly Stressed Volume (HSV) which can be used to conjointly analyze both the stress gradient and the size effects. Since then, the HSV approach has been commonly used for this purpose by many authors (Kuguel 1961; Sonsino and Fischer 2005; Morel and Palin-luc 2002; Yang Ai et al. 2019). For any given geometry, the Highly Stressed Volume is selected as the regions subjected to more than $n\%$ of the maximum stress. This percentage is assumed to be 95% by (Kuguel 1961), 90% by (Sonsino and Fischer 2005) and 80% by El Khoukhi in the present work and in previous publications (El Khoukhi et al. 2019). It has been demonstrated that this approach yields accurate predictions for the fatigue behavior of both the notched and smooth specimens (Y. Ai et al. 2019; Yang Ai et al. 2019; Zhu et al. 2018).

Experimental results indicate that, in terms of the local stress at a notch-tip (i.e. the hotspot stress), a notched specimen can endure higher stresses in comparison with smooth specimens due to the smaller Highly Stressed Volume (Sun and Song 2018). Furthermore, other experimental works have shown that the fatigue strength does not decrease indefinitely as the Highly Stressed Volume increases. This indicates the presence of a Representative Volume Element (RVE) in fatigue above which the fatigue strength is constant and below which a volume effect is observed.

In addition, a great deal of experimental work has shown that cast aluminum alloys have a high degree of scatter associated with their fatigue strength (El Khoukhi et al. 2018; 2019; Simone Romano et al. 2019). It is generally accepted that the important parameters controlling the fatigue strength of a specimen are a combination of (a) the size of the largest defects in the HSV and (b) the distance between the largest defects and the free surface of the specimen (Murakami 1991 ; Murakami and Endo 1994). The variation of these parameters in individual specimens leads to a variation in the fatigue strengths of the batch. This explains the high scatter in the fatigue strength of these type of materials for which the fatigue strength is predominately controlled by defects. Undoubtedly, other factors also exist and influence the scatter in the fatigue strength (i.e. experimental error, surface roughness, residual stresses, heat treatment, microstructure etc.). However, it is proposed here that the dominate factors are related to the defect characteristics of the material. Furthermore, many works have shown that the scatter of the fatigue strength for the large samples is smaller than that for the smaller ones (El Khoukhi et al. 2019 ; Yi et al. 2007).

From an industrial point of view, taking in account these two phenomena (the size effect and scatter) is crucial to the structural integrity assessment and reliability evaluation of engineering components.

In order to gain insight into these phenomena, extensive experimental work is needed. Many specimens with different sizes and shapes should be tested in order to investigate the decrease in fatigue strength versus the Fatigue Active Volume and to estimate the RVE. Also, in order to assess the scatter in the fatigue strength with a high level of confidence, more than 50 tests per batch is needed (Pollak 2005). Furthermore, the results obtained on the standard sized specimens should be re-evaluated to make them applicable to real structures. Due to the time and cost of a full-scale testing program like this, the use of probabilistic models to predict the fatigue behavior has become more common in recent years. In general, deterministic analyses are considered insufficient. In most deterministic procedures (Devlukia et al. 1997), to ensure the integrity of components, the concept of a safety factor is normally used. However, these empirical coefficients do not explain the origin of the dispersion, which limit the optimization of the component of interest. Thus, probabilistic approaches are more useful and are capable of capturing the aforementioned features of the fatigue phenomenon. In addition, the relationship between small size specimens and full-scale components can be established easily by probabilistic modeling of the size effect.

The Weibull Weakest-Link theory (Weibull 1939; Freudenthal and Gough 1946) is the tool most commonly used to interpret the statistical size effect, to describe how the probability of failure under a given stress depends on the size or volume of loaded material. The main shortcoming of Weibull's original formulation is that fracture is assumed to occur from the largest flaw, however, experience shows that it is not systematically the largest flaw contained in the structure that leads to failure, but a smaller flaw close to the surface can be more critical.

In order to correct this shortcoming, a combination of the Weibull theory and the Highly Stressed Volume approach is usually used (Yang Ai et al. 2019a). In this approach, only the active volume of the specimen is considered. The Weibull distribution supported by experimental data has been used for the statistical analysis of the fatigue strength and to investigate the statistical size effect by many authors. For example, (Shirani and Härkegård 2011) investigated the size effect on the fatigue strength of EN-

GJS-400-18-LT ductile casting irons and (Rafsanjani and Sørensen 2015) presented a probabilistic model for fatigue failure probability estimation.

To summarize, the characteristics of the defect population (i.e. the defect size distribution and the spatial defect density) of the material are the keys factors controlling certain aspects of the fatigue behavior, in particular the size effect, the scatter and the size of the RVE.

From this postulate, a probabilistic model using a Monte-Carlo approach is proposed in this article to examine how specific changes to the nature of the porosity population, in particular the average pore size and the pore spatial density affect the fatigue strength and its scatter. These two parameters are estimated by changing the “virtual” volume of the specimen in order to understand the size effect. The proposed model uses the HSV concept in combination with Monte-Carlo sampling and aims to:

- Predict the sensitivity of two cast aluminum alloys to the size effect (with or without the presence of a stress gradient).
- Provide an estimation of the RVE for both alloys.
- Provide an estimation of the scatter in fatigue strength for both alloys.

The current work is organized as follows: (i) a general description is given for the proposed probabilistic approach for fatigue failure analysis, followed by a description of each step of the modeling approach. (ii) The results of the model applied to two very different, but fictive defect populations are presented. The influence of the defect size distribution on the fatigue strength and its scatter is investigated. Then (iii) the influence of the defect spatial density is presented, and (iv) the model is applied to two cast aluminum alloys. The model is validated for these alloys via comparison with experimental data. Finally, (v) the approach is used to study the effect of the number of tests used in the experimental protocol on the accuracy of the estimated fatigue strength.

6.2. Proposed probabilistic approach

The global approach proposed to study the probabilistic fatigue behavior of cast aluminum alloys is presented in the flowchart shown in Figure 146.

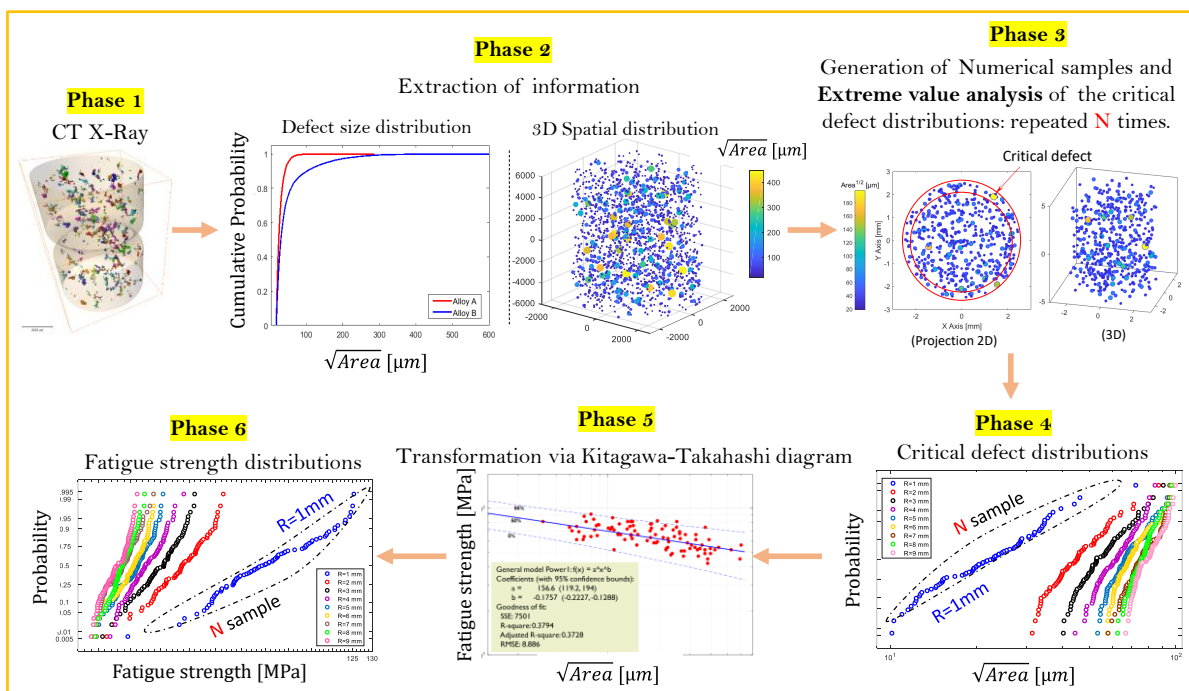


Figure 146 : Flow diagram for the proposed probabilistic approach showing the main steps used to predict the fatigue strength.

The global approach is based on the Monte-Carlo method. Each step is explained in detail in the following section.

6.2.1. Porosity characterization

In phases 1 and 2, the defect population in the material is characterized using X-Ray micro-tomography. From the scanned volume, the defect size distribution and the location of individual defects can be determined in 3D space. The defect size is then characterized in terms of the equivalent Murakami parameter \sqrt{Area}_{eq} of the defect (Murakami 1991). The relationship between the pore volume obtained by tomography and its equivalent square root value of the projected area is given by (eq. VI. 1). This relationship is obtained by assuming the pores have a spherical shape.

$$\sqrt{Area}_{eq} = \pi^{1/6} \left(\frac{3V}{4}\right)^{1/3} \quad (\text{eq. VI. 1})$$

This approximation makes it possible to compare the pore sizes obtained by the CT scans and those measured on the fatigue failure surfaces.

Point process theory can be used to characterize the defect spatial distribution. The natural defect population can then be numerically reproduced to create synthetic materials. Greater details are given in the Chapter 5.

6.2.2. Generation of numerical synthetic materials

In phase 3, synthetic materials that mimic key macroscale features of the defect population in terms of size and 3D spatial distribution are generated.

The experimental defect size distribution can be approximated by fitting a standard statistical distribution, such as the normal, log-normal or Weibull distributions. The choice of the distribution and the identification of the most suitable parameters are discussed in Chapter 5 and summarized in the following sections. This distribution is then used to generate the defect sizes for the synthetic materials. The defect size is defined in terms of the equivalent Murakami parameter \sqrt{Area}_{eq} and it is assumed that the pores have a spherical shape.

If the spatial distribution of the natural defects is unknown or presents a small degree of clustering, the Poisson process can be used to generate the 3D positions of the synthetic defects. In this work Point Process Theory has been used in order to characterize the spatial distribution of the natural defects. The results are discussed in Chapter 5. It has been shown that the natural defect populations do not present a high level of clustering. This is especially true of the largest defects which are the most likely to control the fatigue behavior. Hence, it is concluded that the Poisson Process is suitable to approximate the spatial distribution of the pores present in the investigated alloys. An example of a synthetic material is presented in Figure 147.

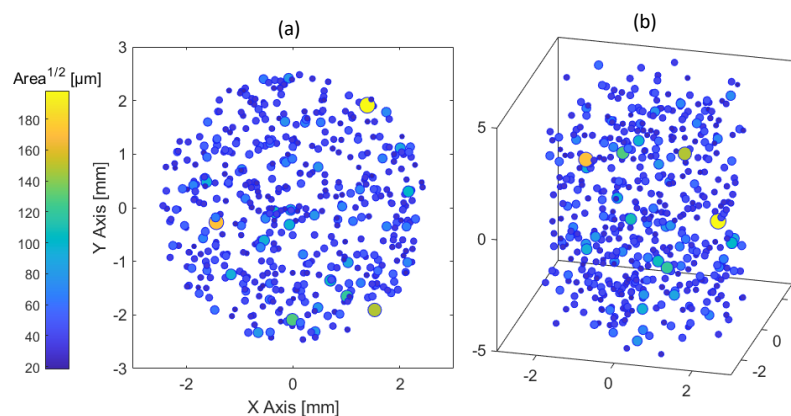


Figure 147: Example of synthetic material with diameter of 5 mm and height of 10 mm

6.2.3. Extreme value analyses

From phase 3 to phase 4, extreme value analyses are applied. This consists of extracting the most critical defect in the FAV. The principle of sampling and the definition of FAV are presented in the following paragraphs.

- **Principle of sampling**

In terms of fatigue behavior, experience shows that the most critical defect in a structure or specimen is usually the largest defect that exists close to the surface (V.-D. Le et al. 2016a; Iben Houria et al. 2015; Itziar Serrano-Munoz et al. 2017; Boromei et al. 2010; Mu et al. 2014; A. Rotella et al. 2017). To take this in account, only the subsurface volume should be considered that we called FAV.

For the definition of the FAV of a sample, first we estimate the Highly Stressed Volume under at least 80% of the maximal principal stress. Then, we take just the subsurface volume of a thickness 't' (Figure 149 (b)). The thickness 't' of the subsurface layer is an empirical parameter estimated by measuring the size of the largest defect observed experimentally in fracture surfaces Figure 81.

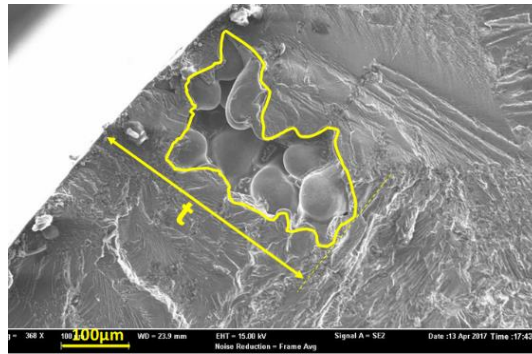


Figure 148: The definition of the depth of a critical defect.

The use of FAV based on the notion of Highly Stressed Volume is interesting in order to take stress gradient effect into account.

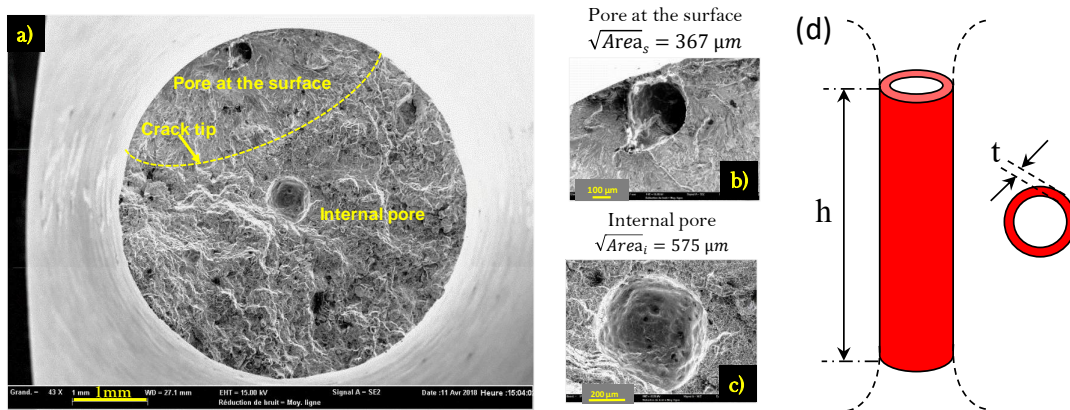


Figure 149: (a) Fatigue failure surface for a specimen taken from cast aluminum alloy (AlSi7Mg03 - T7), which has failed at Sa= 55 MPa, Nf=919402 cycles for a stress ratio R=0.1, (a) Macroscopic view, detailed view of (b) surface pore and (c) internal pore. The SEM observations clearly show that the smaller pore close to the surface is responsible for the fatigue failure, (d) representation of FAV in the smooth specimen.

In the case of presence of stress gradient, the FAV is presented in Figure 150.

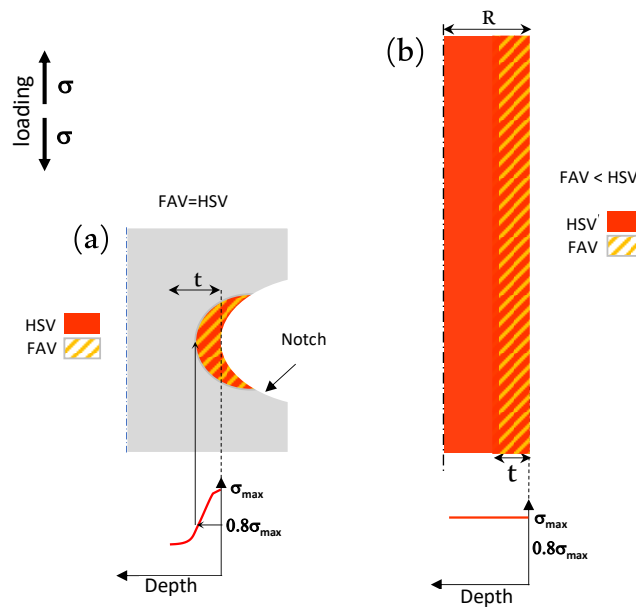


Figure 150: definition of the Fatigue Active Volume (FAV) and the Highly Stressed Volume (HSV) in (a) case of notched samples, and (b) case of smooth samples.

From the extensive experimental work presented in Chapter 4 (El Khoukhi et al. 2019), the thickness of subsurface layer for the studied alloys was defined as 0.5 mm for the alloy A (AlSi7Cu05Mg03 - T7) and 0.65 mm for the alloy B (AlSi7Mg03 - T7). These values will be used for the application of the model to these alloys.

In the numerical study, the critical defect is defined as the largest defect contained in the FAV [Figure 151].

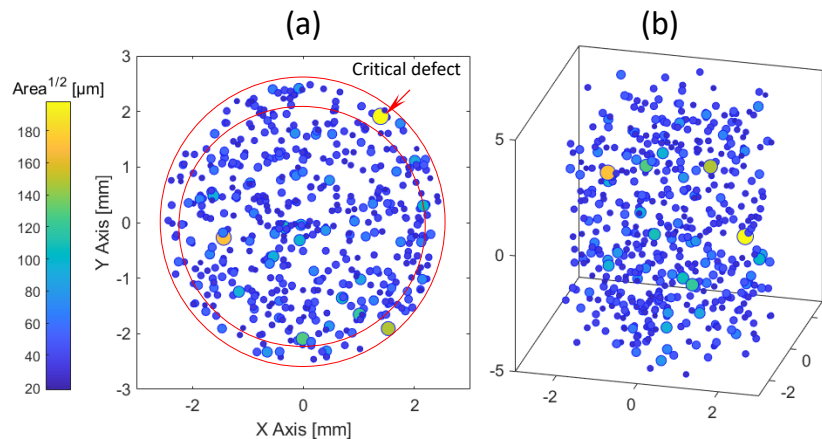


Figure 151: Schematic representation of a numerical sample and its critical defect.

By repeating N times the generation of the numerical sample and extracting the critical defect in each iteration, a distribution of N critical defects can be obtained. In general, this distribution follows the lognormal probability function (El Khoukhi et al. 2019). Physically, the N iterations correspond to the number of samples. The same distribution can be compared to the distribution of critical defects established by measuring the size of critical defects from fractography analyses of real fatigue test specimens.

- **Relationship between the critical defects and the fatigue limit**

It is well known that the fatigue strength decreases when the size of the critical defect increases. This relationship is described in the Kitagawa-Takahashi diagram, shown schematically in Figure 152. The objective of phase 5 is to obtain the distribution of the fatigue strength from the distribution of the critical defects.

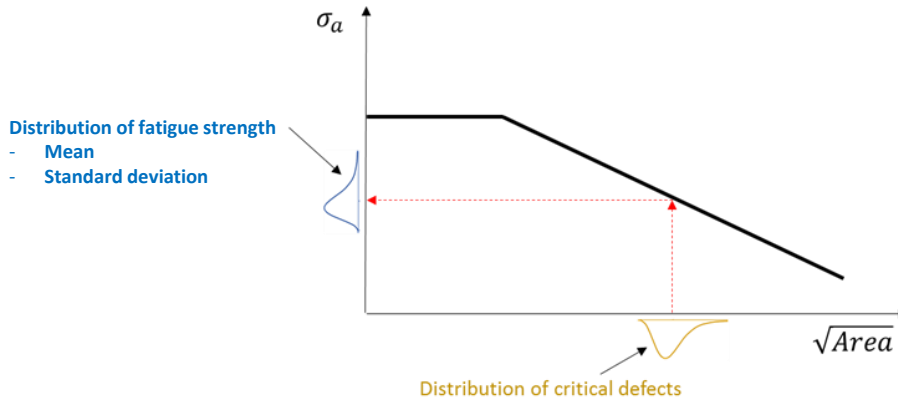


Figure 152: relationship between the critical defects and the fatigue strength

The transformation from the distribution of the critical defects, obtained in phase 4, to the distribution of the fatigue strength can be done using an equation established from the experimental data shown in Figure 153. The Kitagawa-Takahashi diagram below presents the local fatigue strength as a function of the critical defect size measured on the fatigue failure surface. For the definition of the local fatigue strength see (El Khoukhi et al. 2019) and chapter 4.

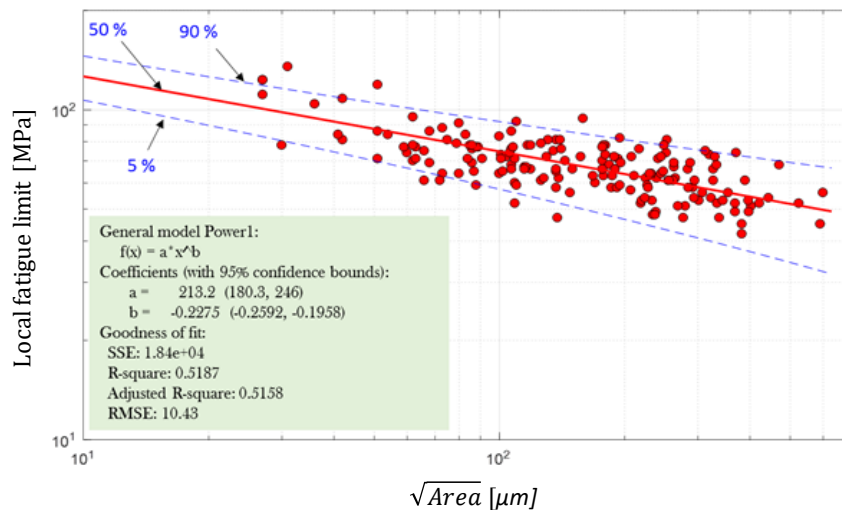


Figure 153: Diagram of Kitagawa-Takahashi for R=0.1

For the record, it should be noted that other techniques could be used to transform the critical defect distribution into the fatigue strength distribution, such as the formula proposed by (Murakami 1991 ; El Haddad et al. 1979).

- **The probabilistic determination of critical defect and fatigue strength distributions**

As previously mentioned, the numerical samples generated N times make it possible to establish a distribution of critical defects that could be compared to the experimental distribution of critical defects

measured on the fatigue failure surfaces of real specimens. The Monte-Carlo procedure used for these simulations is explained and summarized in the following flowchart [Figure 154].

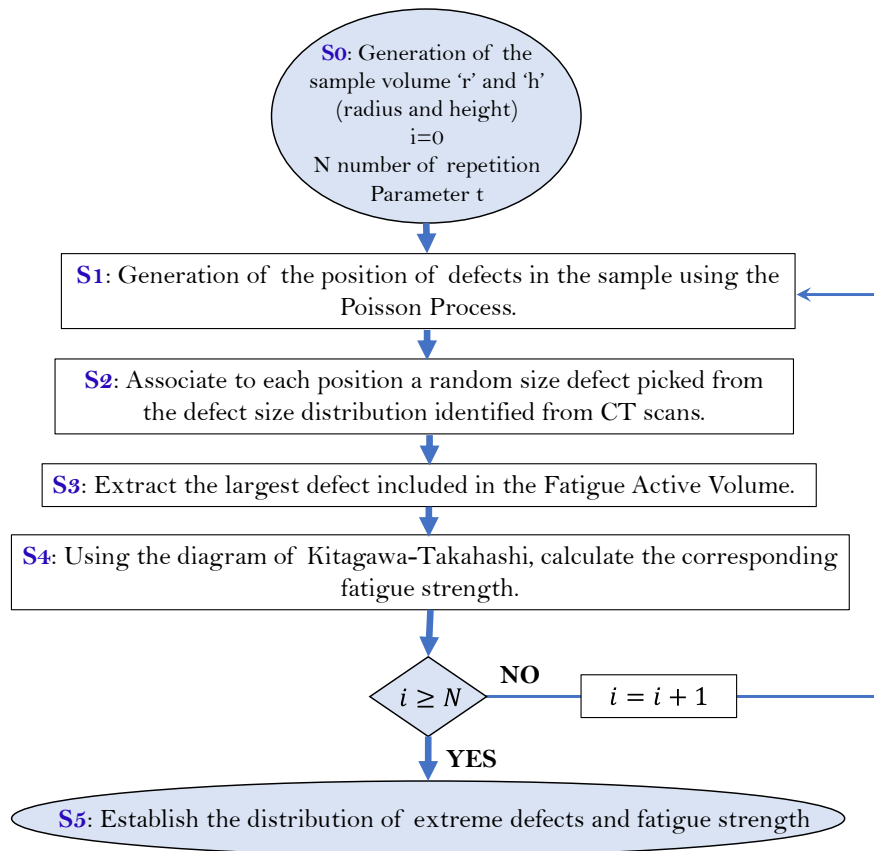


Figure 154: Flow chart for the probabilistic determination of critical defect and fatigue strength distributions. The algorithm was implemented in Matlab.

In the flow chart shown in Figure 154, the first step (S0) consists in defining the sample volume by fixing its radius ‘r’ and height ‘h’. At the same time, the number of repetition ‘N’ corresponding to the number of samples in the batch is defined. The parameter ‘i’ corresponds to the sample’s number.

After the definition of the sample volume, the next steps (S1) is to generate the defects within the volume. The 3D defect positions are generated using the Poisson process. For each position, a defect size is randomly selected from the defect size distribution that was identified from the CT scans (S2). *Note that other “fictive” distributions can be used to study the effect of different parameters of the defect population, such as the average defect size and its standard deviation.* Following the numerical generation of the sample, the most critical defect is extracted (S3). The critical defect is defined as the largest defect in the Fatigue Active Volume.

After extraction of the critical defect, the Kitagawa-Takahashi diagram is used to calculate the corresponding fatigue strength for the sample (S4).

The preceding steps (S1 to S4) are repeated N times which makes it possible to establish the critical defect distribution and the fatigue strength distribution corresponding to the sample volume (S5).

Finally, descriptive statistical analyses are applied to investigate the evolution of the average and the standard deviation of the resulting distributions.

To summarize, to set-up the probabilistic modeling algorithm, the following parameters must be defined:

- The volume of the sample, via its radius r (or diameter) and height h .

- the definition of the Fatigue Active Volume via the ‘t’ thickness parameter.
- The pore spatial density ρ . This parameter is needed for the generation of the 3D positions of the pores using the Poisson process.
- The defect size distribution parameters (for example, the location, shape and scale parameters of the Weibull distribution)
- The number of iterations N, or the number of samples in the batch with the same volume.

Many phenomena can be investigated using this algorithm.

- ✓ The volume effect in fatigue: this phenomenon can be investigated by changing the volume of the numerical samples (either the radius, the height or both) and fixing the other parameters ρ , N and the parameters of the defect population. The resulting distributions can then be compared in terms of their mean values and their standard deviations.
- ✓ The effect of the defect size distribution on the fatigue strength: this can be examined by changing the parameters of the defect size distribution and fixing the other parameters (N, ρ and the volume of the samples).
- ✓ The effect of the spatial density of the pores on the fatigue strength by changing the parameter ρ and fixing the other parameters.
- ✓ The effect of the number of the samples (N) on the estimation of the fatigue strength.
- ✓ It is also possible to study different combinations of the aforementioned aspects.

In this paper, the modeling approach is firstly used to study the effect of the average defect size and the pore spatial density on the size effect and the scatter. The results are discussed in the following paragraphs.

6.3. Sensitivity analyses

6.3.1. Effect of the defect size distribution on the size effect and the scatter

As aforementioned, the first application of the model aims to study the effect of the average defect size on the size effect and the scatter in the fatigue strength. For this, two fictive defect populations that are very different in terms of their average defect size are used. The same defect density ‘ ρ ’ is used for both populations. In fact, ‘Population 1’ contains smaller defects when compared to ‘Population 2’ [Figure 155]. The parameters of the theoretical defect size distributions are summarized in Table 34.

Table 34 : Characteristics of the used populations of defects

	Lognormal distribution	
	μ	σ
Population 1	3	0.4
Population 2	5	0.3

These defect size distributions are visually presented in Figure 155.

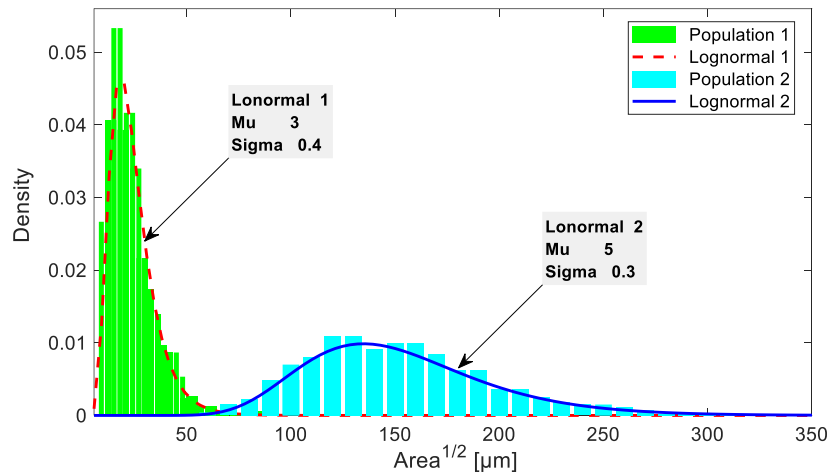


Figure 155 : The two fictive defect size populations investigated

Using these two defect size populations, different sample volumes were generated. The sample height is held constant and the radius varies. The parameters used for this simulation are :

- $\rho = 7 \text{ mm}^{-3}$
- $h = 20 \text{ mm}$
- r : radius changes from 1 to 9 mm
- $N = 80$ (numerical sample for each volume)
- The Fatigue Active Volume parameter is $t = 0.5 \text{ mm}$.

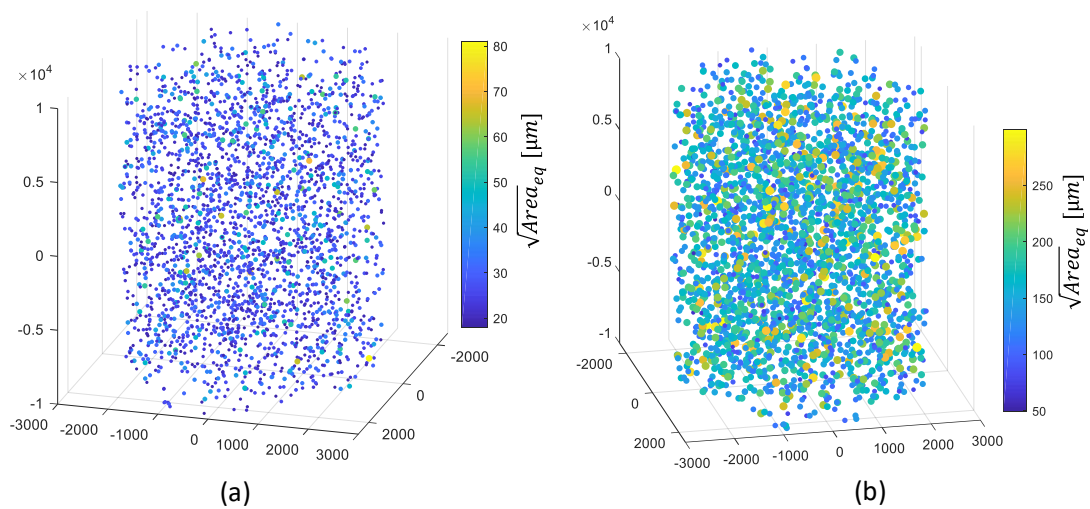


Figure 156 : Examples of numerical samples: (a) with population 1 and (b) with population 2.

The evolution of the critical defect size and the fatigue strength distributions as a function of the radius of the numerical samples are presented in Figure 157 and Figure 159 for both alloys. The distributions are presented on lognormal probability paper. The comparison between the two populations is presented later.

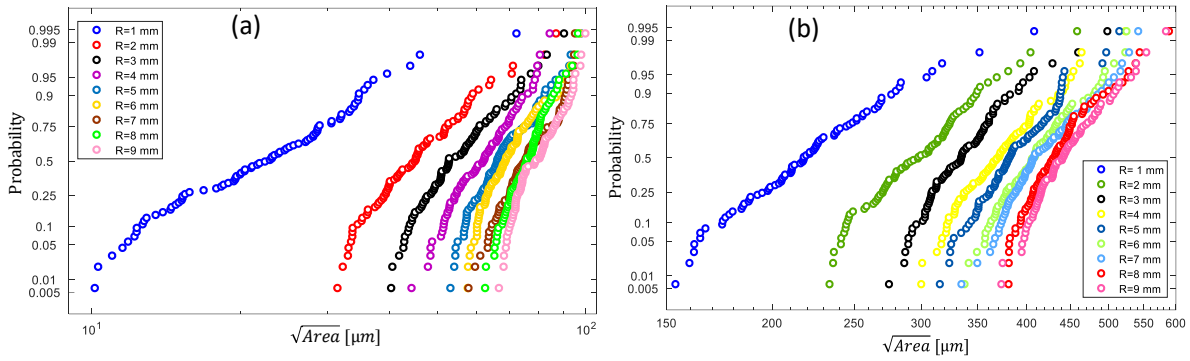


Figure 157: The evolution of the critical defect size distributions for different sample radii for (a) Population 1 and (b) Population 2.

Figure 157 shows the evolution of the critical defect size distributions for different sample radii for the two populations. The results clearly show that the average size of the critical defect distributions increases when the sample radius is increased for both populations. This increase reaches a certain level where it stabilizes to a constant value. This stabilization indicates the presence of an RVE. The same conclusions can be extracted from Figure 158.

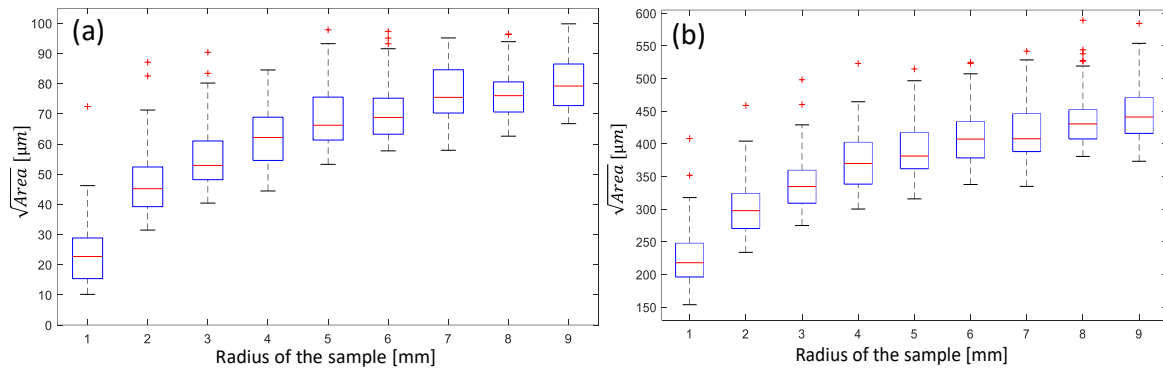


Figure 158: The evolution of the critical defect size as a function of the sample radius for (a) Population 1 and (b) Population 2. On each box, the central mark in red indicates the median, and the bottom and top edges of the box indicate the 25th and 75th percentiles, respectively, and the outliers are plotted individually using the '+' symbol.

Figure 159 shows the evolution of the fatigue strength distributions for different sample radii for both populations. It can be observed that by increasing the sample volume (or radius), the fatigue strength distribution decreases. This is the exact definition of the size effect. Furthermore, the decrease in the fatigue strength stabilizes at a certain volume that can be defined by the RVE. It should be noted that the saturation in the average critical defect size may occur at a different volume compared to the volume for which the saturation in terms of the fatigue strength occurs. This is because the relationship between the critical defect size and the fatigue strength is not linear.

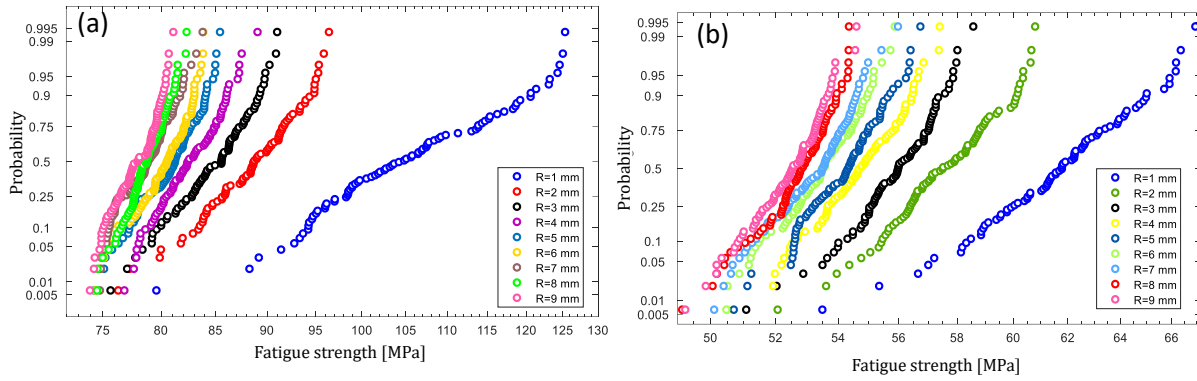


Figure 159: The evolution of the fatigue strength distributions for different sample radii for (a) Population 1 and (b) Population 2.

Besides the effect of the sample volume (or radius) on the fatigue strength, the Figure 160 gives insight into the change in the fatigue strength scatter when the sample volume (or radius is varied). It can be seen that the scatter is higher when the volume is small. Further analyses of the scatter are detailed in the following section.

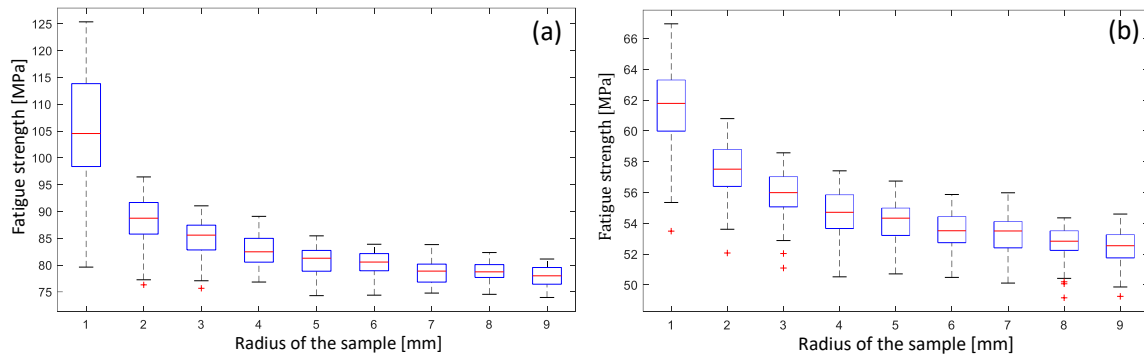


Figure 160: The evolution of fatigue strength as a function of the radius of the sample for (a) Population 1 and (b) Population 2.

Role of defect size population on the volume effect

As already stated, the main objective of this section of the article is to illustrate the effect of changing the defect population and in particular its average value, on the volume effect and the resulting scatter in the fatigue strength. Figure 162 shows the evolution of the average fatigue strength value as a function of the Fatigue Active Volume of the numerical samples.

We notice that there are two ways to represent the evolution of the mechanical entities (fatigue strength, scatter) versus the volume either the “Total Sample Volume” or the “Fatigue Active Volume” (see Figure 161). The relationship between them is given in (eq. VI. 2) and (eq. VI. 3).

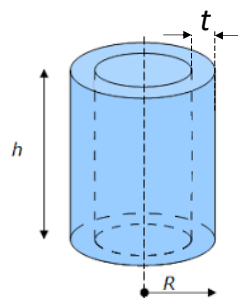


Figure 161: numerical cylindrical sample.

$$\text{Total Sample Volume} = \pi h R^2 \quad (\text{eq. VI. 2})$$

$$\text{Fatigue Active Volume} = \pi h (2Rt - t^2) \quad (\text{eq. VI. 3})$$

In the following sections, we have chosen to represent the results in terms of Fatigue Active volume.

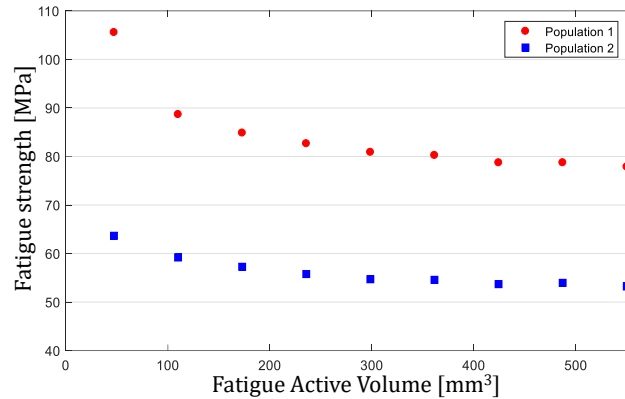


Figure 162: The evolution of fatigue strength as a function of the FAV for both populations.

- Firstly, both populations follow the same trend whereby the fatigue strength decreases with the sample volume.
- Secondly, the fatigue strength of the synthetic material with the defect population characterized by smaller defects (Population 1) is higher than the material where the defects are larger (Population 2).
- Thirdly, the decrease in the fatigue strength for Population 1 is more pronounced than the decrease for Population 2; this difference leads to the two materials having different volume effects. In fact, Population 1 shows a more pronounced volume effect compared to the Population 2 with the larger defects.
- Finally, for both populations the fatigue strength decreases and then tends to a stabilized value. This stabilization indicates the existence of a RVE for both alloys. It can be seen that the RVE for Population 2 (with large defects) is smaller than the RVE for Population 1 (with smaller defects). This can be explained by the fact that for Population 2 with larger defects, the transformation to the fatigue strength using the Kitagawa-Takahashi diagram occurs at the tail of the curve where the curve is relatively flat, leading to only a lower variation in the fatigue strength.

The role of the defect size population on the scatter in the fatigue strength

It is well known that fatigue data in the HCF regime is characterized by a high degree of scatter. Even if there are many attributes that contribute to this variability in the fatigue behavior, for cast aluminum alloys porosity is the principal factor affecting the fatigue scatter. In the present work, it is assumed that porosity is the only source of scatter in the fatigue strength.

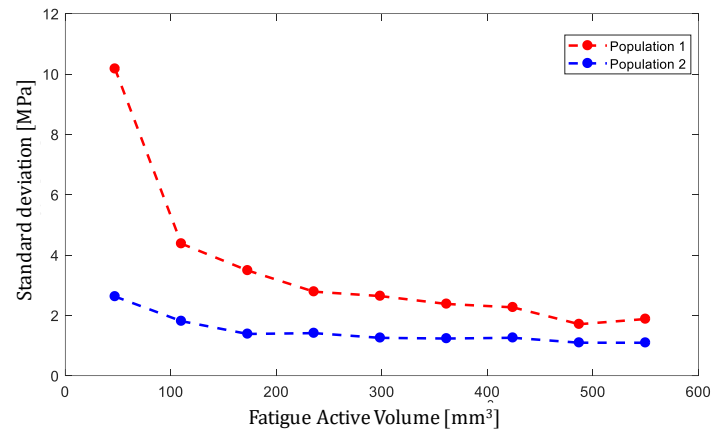


Figure 163: The standard deviation of the fatigue strength as a function of the Fatigue Active Volume

Figure 163 presents the effect of the FAV on the scatter in the fatigue strength. From the results of the model, it can be noted that both populations show the same trend in the standard deviation of the fatigue strength. Secondly, the scatter in the fatigue strength is high for the smaller volumes and decreases with increasing sample volume. This result has already been demonstrated experimentally (El Khoukhi et al. 2019). Thirdly, the results show that Population 1 with smaller defect have higher scatter compared to Population 2 with larger defects. This result is in agreement with the experimental results obtained in by (El Khoukhi et al. 2019).

Conclusions on the role of the defect size population on the volume effect and the fatigue strength scatter

Figure 164 shows the evolution of the average fatigue strength for different sample volumes as a function of the average critical defect size.

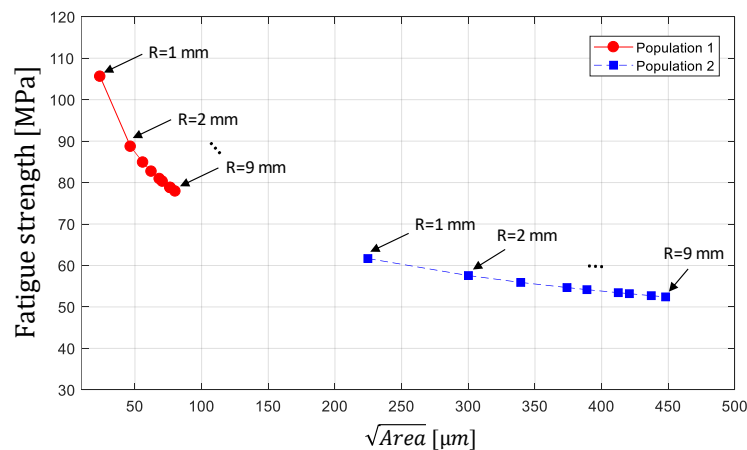


Figure 164: The Kitagawa-Takahashi diagram with linear scales

This diagram shows that the average critical defects for Population 1 occur in the part of the Kitagawa-Takahashi curve where a small variation in defect size leads to a large variation in the fatigue strength. In contrast, the larger defects for Population 2 occur on the right of the curve where the variation in fatigue strength is small. This observation explains the different degrees to which different materials are affected by the volume effect. With the hypotheses that both populations have the same spatial pore density ($\rho = 7 \text{ mm}^{-3}$). It can be concluded that :

- Alloys with smaller defects lead to a strong size or volume effect. The decrease in fatigue strength can be detected easily in the experimental studies. Furthermore, it leads to higher scatter in the fatigue strength.
- Alloys with larger defects lead to a less significant volume effect and lower scatter in the fatigue strength.

These results have been confirmed experimentally (El Khoukhi et al. 2019), for two different alloys with two different population of defects. The results obtained on the studied alloys have been used for the validation of the proposed approach. The results of the validation will be presented and discussed in the following sections. However, firstly the effect of the pore spatial density on the fatigue behavior is investigated.

6.3.2. The effect of the pore spatial density on the fatigue behavior

The effect of the pore spatial density on the fatigue strength is presented in this section. For this investigation, the following inputs to the probabilistic model must be defined:

- A single defect size distribution is used: lognormal distribution with $\mu=3$ and $\sigma=0.4$
- The same spatial distribution is generated using the Poisson process
- The pore spatial density (ρ) is varied from 1 to 12 mm^{-3}
- The sample volume (or radius) is varied
- The number of repetitions is 50 000. It was used to obtain a stabilization of the coefficient of variation for 72 point (red dots on Figure 166). Which is equivalent to $3.6 \cdot 10^6$ iteration.

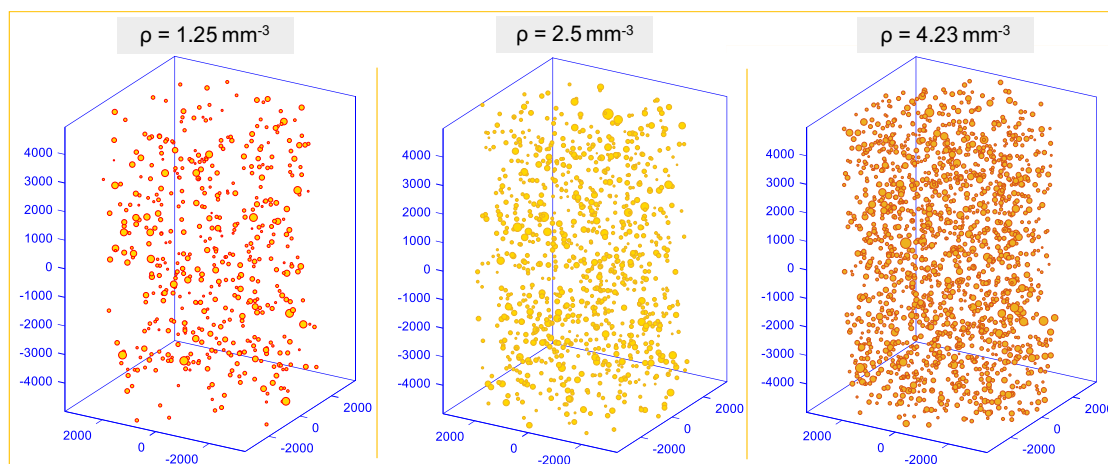


Figure 165: An example of three numerical samples with the same volume but with different pore spatial densities

The effect of the pore spatial density (ρ) on the critical defect size is displayed in Figure 166 and Figure 167. A higher pore density results in an increase of the average critical pore size (Figure 166) and leads to a decrease in the scatter in the critical pore size (Figure 167), for a fixed sample volume. The same behavior is observed in terms of the effect of the sample volume on the critical defect size distribution. Note that the scatter is presented in terms of the coefficient of variation, which is defined as the standard deviation divided by the average value. Physically, the effect of pore density on the critical defect size can be interpreted as when the overall number of pores in a given volume (sample size) increases, the size of the average critical defect increases. This is simply because many more large pores are available for crack initiation within the selected volume. Of course, when more large pores are available for crack initiation, one would expect both the average fatigue strength and the fatigue strength scatter to be reduced. This is demonstrated in Figure 168 and Figure 169.

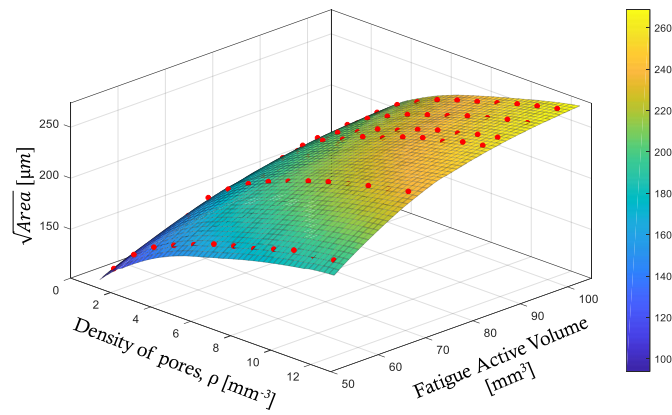


Figure 166: The critical defect size as a function of the pore spatial density and the FAV. The red dots show the calculated values from which the surface is interpolated.

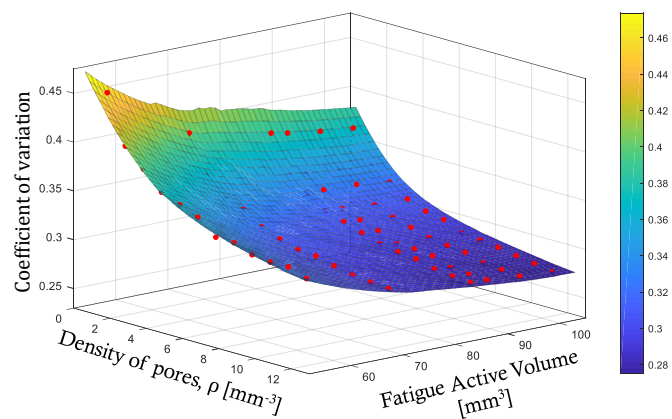


Figure 167: The coefficient of variation (standard deviation/mean) of the critical defects as a function of the pore spatial density and the FAV

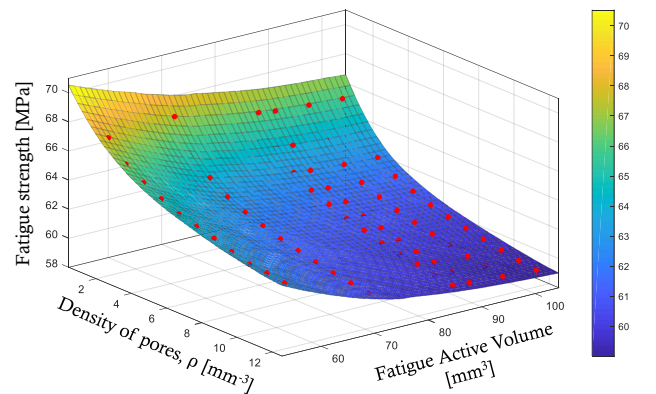


Figure 168: The fatigue strength as a function of the pore spatial density and the FAV

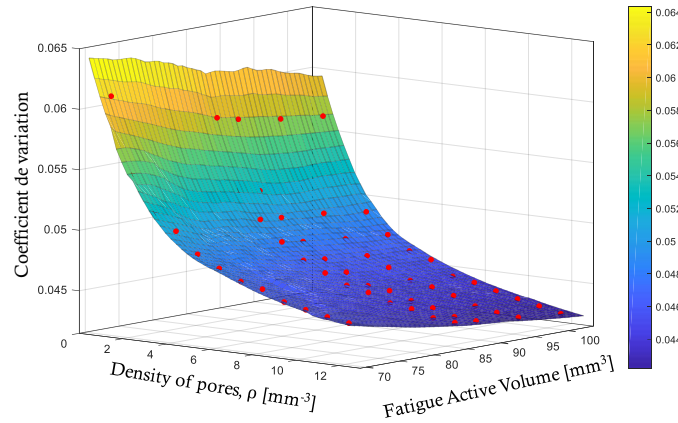


Figure 169: The coefficient of variation (standard deviation/mean) of the critical defects as a function of the pore spatial density and the FAV

Hence, the influence of the sample volume on the fatigue strength follows a similar trend to that of the pore density (ρ). The fatigue strength and its standard deviation are predicted to decrease with increasing specimen volume or pore density, and they tend towards almost constant values. This stabilization is predicted to happen at the RVE. From these results and the previous conclusions, it can be seen that the size of the RVE decreases:

- with increasing pore density (ρ).
- with an increasing average value of the defect size contained in the material.

6.4. Application to two cast aluminum alloys

In this section, the proposed model will be applied to two cast aluminum-silicon alloys that have been extensively studied from an experimental point of view (El Khoukhi et al. 2019; 2018). The objective is to investigate and validate the ability of the model to predict, for both alloys:

- the fatigue strength
- the scatter associated with the fatigue strength
- the sensitivity to size or volume effect (and implicitly stress gradient effect).
- size of the RVE in fatigue

6.4.1. Materials

To evaluate the capacity of the proposed approach to predict the influence of casting defects on the fatigue behavior, two primary cast aluminum alloys, referred to as alloys A [AlSi7Cu0.5Mg0.3-T7] and B [AlSi7Mg0.3-T7], have been used. These alloys were fabricated by different casting processes (alloy A: gravity die-casting and Alloy B: lost foam casting), and subject to the T7 heat treatment. These processes result in different porosity populations (i.e. pore density, defect size and spatial distribution...) and different mechanical properties. Previous work concerning the characterization of these materials has been done by (V.-D. Le et al. 2016a). Table 35, Table 36 and Table 37 summarize the mechanical and microstructural properties of these alloys

Table 35: Chemical composition of the alloy A [AlSi7Cu0.5Mg0.3]

Element	Si	Cu	Mg	Zn	Mn	Ni	Ti	Pb	Fe	Sn
% in weight	6,5-7,5	0,4-0,6	0,28-0,4	<0,10	<0,10	<0,05	0,08-0,2	<0,05	<0,20	<0,05

Table 36: Chemical composition of the alloy B [AlSi7Mg0.3]

Element	Si	Cu	Mg	Zn	Mn	Ni	Ti	Pb	Fe	Sn
% in weight	6,5-7,5	<0,10	0,28-0,4	<0,10	<0,10	<0,05	0,08-0,2	<0,05	<0,20	<0,05

Table 37 : Properties of the investigated cast Al-Si alloys

	Alloy A	Alloy B
Designation	AlSi7Cu05Mg03 - T7	AlSi7Mg03 - T7
Casting Process	Gravity Die	Lost Foam
Heat treatment	T7	T7
SDAS (μm)	42 \pm 10	77 \pm 19
Young Modulus E (GPa)	77 \pm 6	68 \pm 5
Yield stress $\sigma_{Y0.2\%}$ (MPa)	260 \pm 2	240 \pm 5
Ultimate tensile strength σ_u (MPa)	304 \pm 4	251 \pm 6
Elongation A (%)	4.7 \pm 1.2	0.8 \pm 0.1
Void fraction (%)	0.03	0.28

An extensive experimental campaign involving 220 fatigue tests, reported in (El Khoukhi et al. 2019; 2018) has highlighted the effect of casting defects on: (i) the size or volume effect, (ii) the scatter in the fatigue strength and (iii) and the RVE for these alloys. The experimental results are used here in order to validate the accuracy of the proposed probabilistic approach. As previously mentioned, certain material and model parameters must be provided so that the model can predict the fatigue behavior of the cast aluminum alloys. These parameters are:

- The defect size distribution in terms of $\sqrt{Area_{eq}}$
- The defect spatial distribution: characterization of the defect populations in these materials was presented in Chapter 5. The results show that the defect spatial distributions in the studied alloys can be described by the Poisson point process.
- The pore density ρ of each material.
- The specimen geometries.
- The number of the numerical samples generated (N)

It should be noted that the Kitagawa-Takahashi diagram used for these materials is the same diagram presented above in Figure 153.

Defect size distribution

Figure 170 shows the cumulative probability function of the defect size expressed in terms of $\sqrt{Area_{eq}}$ for the studied alloys. The data are obtained from multiple CT X-Rays scans with a total volume of $V=2.2 \times 10^3 \text{ mm}^3$ for Alloy B and a total volume of $V=0.9 \times 10^3 \text{ mm}^3$ for Alloy A. It can be seen that for this data the maximum defect size for Alloy A is 285 μm and for Alloy B it is 1492 μm .

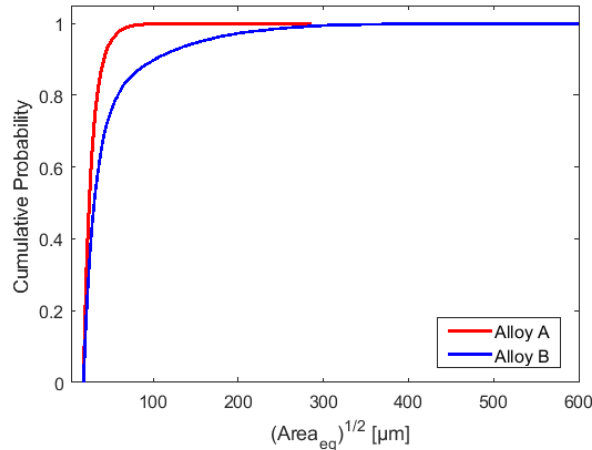


Figure 170: The cumulative probability functions of the defect size distributions for (a) Alloy A and (b) Alloy B in terms of $\sqrt{Area_{eq}}$.

Work presented in Chapter 5 showed that the Generalized Extreme Value (GEV) distribution gives the highest value of the Ln likelihood. Hence, the GEV gives the best-fit for the defect size distribution for both alloys. The corresponding parameters are summarized in Table 39.

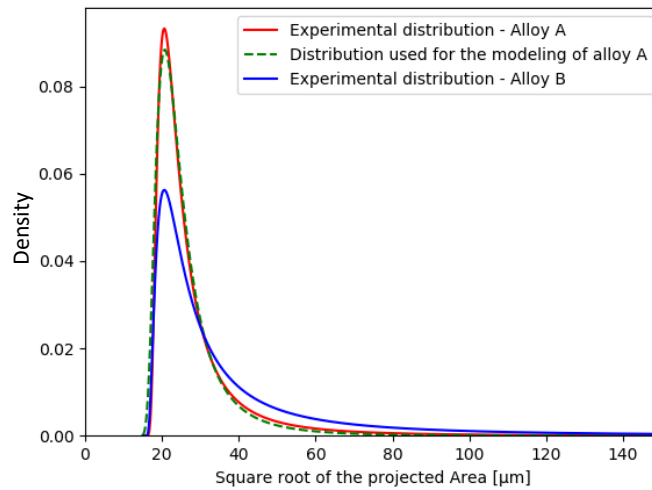


Figure 171: The probability density functions of the defect size distributions for Alloy A. The red curve is the experimentally determined distribution, and the green curve is the GEV distribution, and the blue one is for the alloy B.

Spatial distribution

As discussed in Chapter 5, the Poisson point process can be used to describe the spatial distribution of the defects in both alloys.

The pore density ρ

This parameter defines the number of pores per unit volume [mm^{-3}]. It is important for the generation of the pores in the numerical samples and corresponds to the average number of pores per volume unit. The number of points in a sample volume follows a Poisson distribution (eq. VI. 4) with the parameter $\rho|V|$, where $|V|$ is the volume of the sample:

$$P\{N(V) = k\} = \frac{(\rho|V|)^k}{k!} e^{-\rho|V|} \quad (\text{eq. VI. 4})$$

Therefore, when considering a numerical sample of volume V generated from a material with a pore density of ρ , the total number of pores N_t contained in the numerical sample is given by (eq. VI. 5):

$$N_t = \rho \times V \quad (\text{eq. VI. 5})$$

The experimental analyses from the CT scans of the studied alloys indicate that the pore density for the Alloy A is $\rho=13 \text{ mm}^{-3}$ and for the Alloy B is $\rho=7 \text{ mm}^{-3}$. These values will be used for the generation of the numerical samples.

Sample Geometries

In previous experimental work discussed in (El Khoukhi et al. 2019), different fatigue specimen geometries were defined, corresponding to different Fatigue Active Volumes. These are shown in Figure 172 and are referred to as: “V1-Small Volume”, “V2-Reference Volume”, “V3-Large Volume” and “VN2-Notched specimen”. In order to compare the results of the model with the experimental results, the same sample volumes are generated numerically with similar defect populations [Figure 172, Figure 173, Figure 174, Figure 175 and Figure 176].

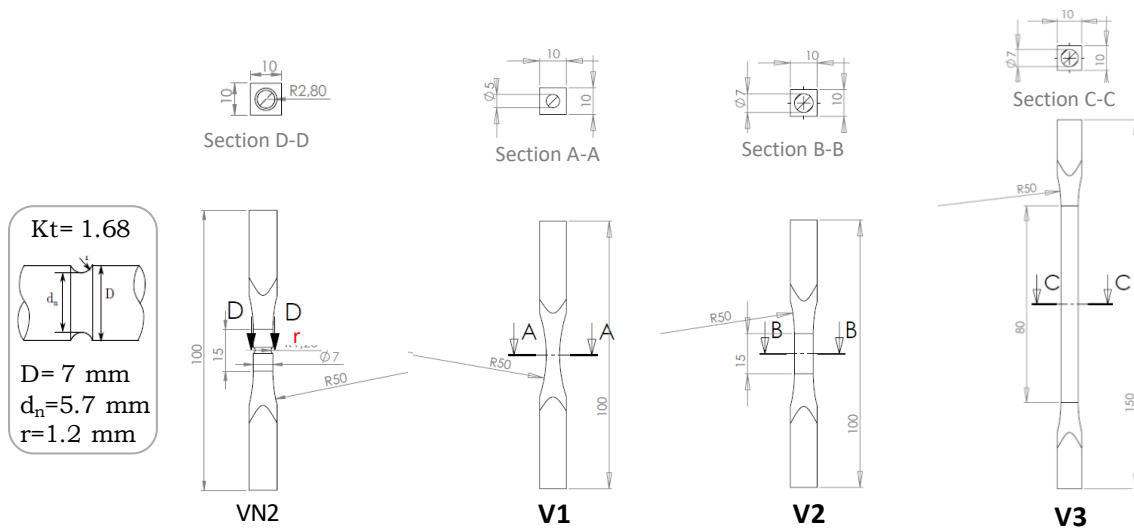


Figure 172: Sample geometries investigated experimentally and numerically (dimensions in mm)

The following figures show examples of the generated numerical samples.

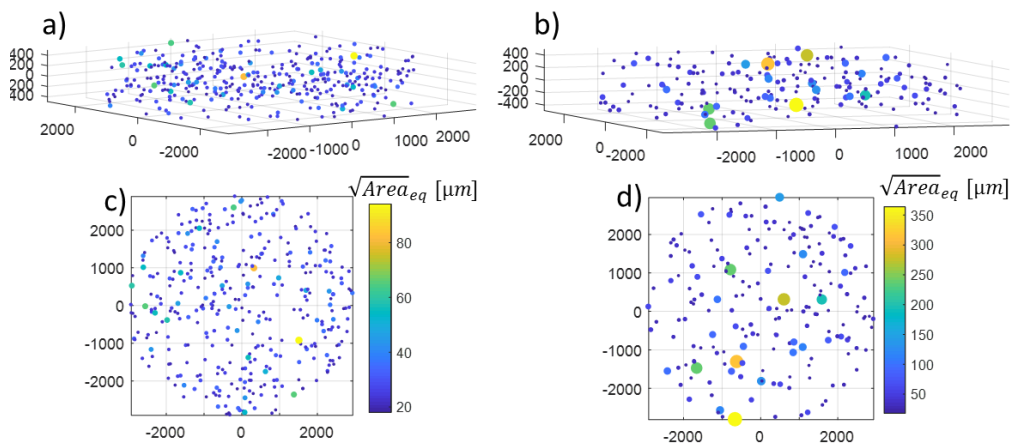


Figure 173: An example of a numerical sample for (a, c) Alloy A, Geometry “VN2-Notched specimen”, Label “AVN2”, and (b, d) Alloy B, Geometry “VN2-Notched specimen”, label “BVN2”. Dimensions are in μm .

For the sake of simplicity, for the notched samples, we consider the numerical volume to be cylindrical. In addition, the fatigue strength is expressed in terms of the local stress at the notch-tip.

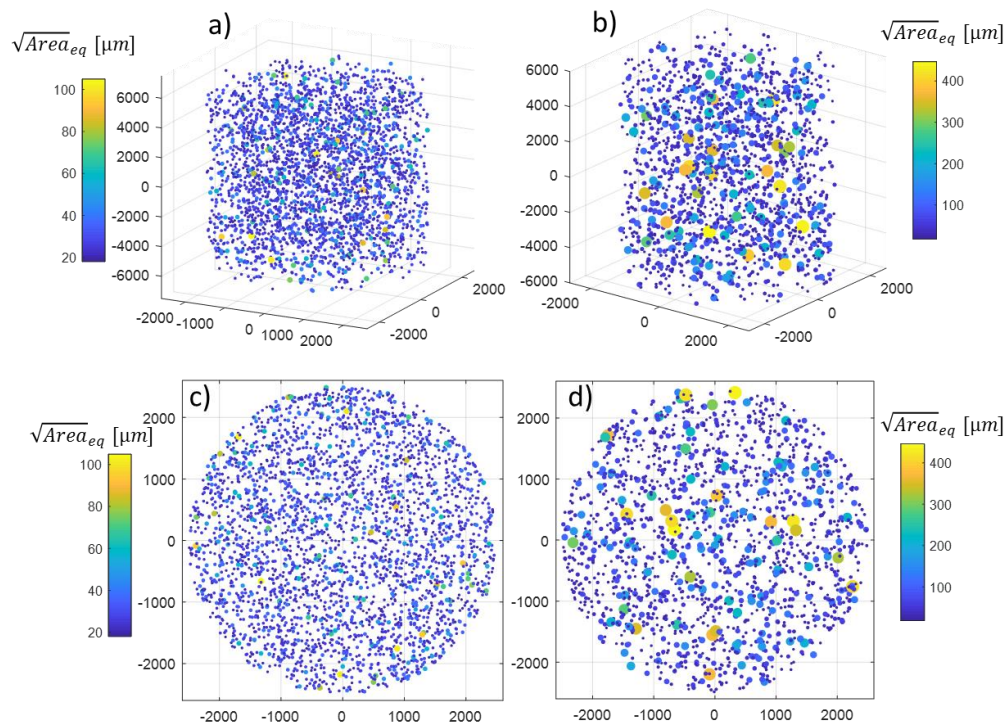


Figure 174: An example of a numerical sample for (a, c) Alloy A, Geometry “V1-Small Volume”, Label “AV1”, and (b, d) Alloy B, Geometry “V1-Small Volume, Label “BV1”. Dimensions in μm .

Note that for the sake of simplicity the Geometry “V1-Small Volume”, which experimentally has an hour-glass shaped, is considered to have a cylindrical shape for the numerical samples.

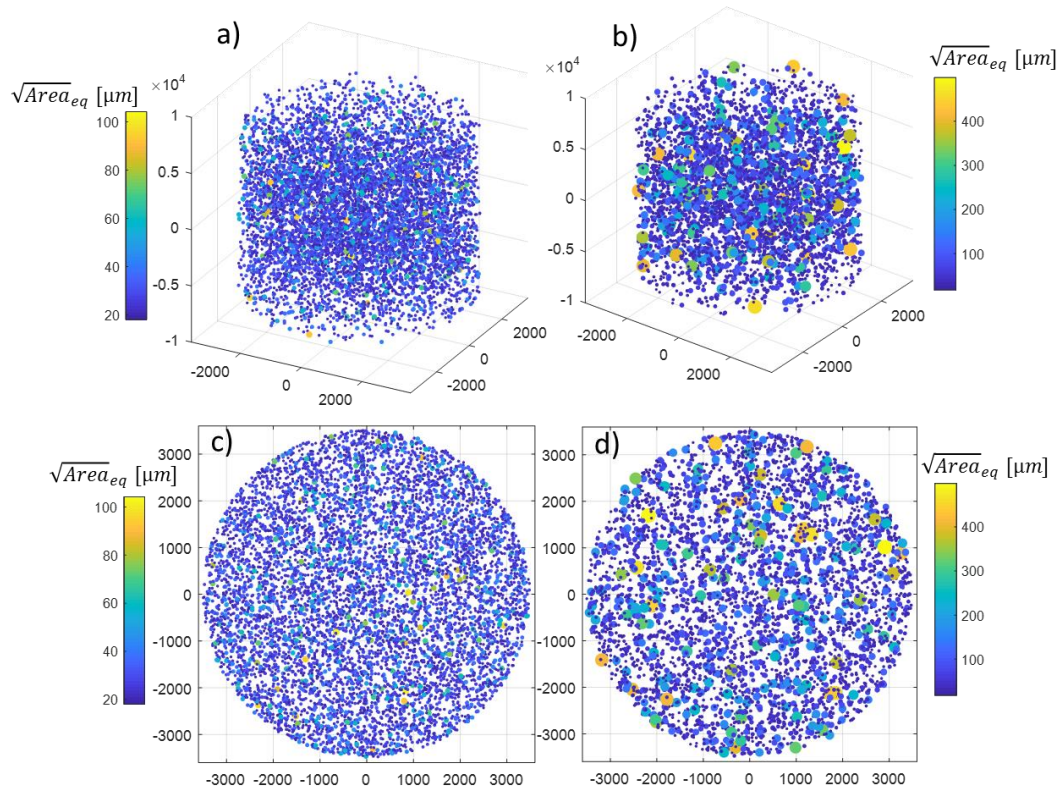


Figure 175: An example of a numerical sample for (a, c) Alloy A, Geometry “V2-Reference Volume”, Label “AV2” and (b, d) Alloy B, Geometry “V2-Reference Volume”, Label “BV2” (Dimensions in μm)

The third specimen geometry is “V3-Large Volume”. This geometry was only tested experimentally for Alloy A, hence only numerical samples for Alloy A were generated.

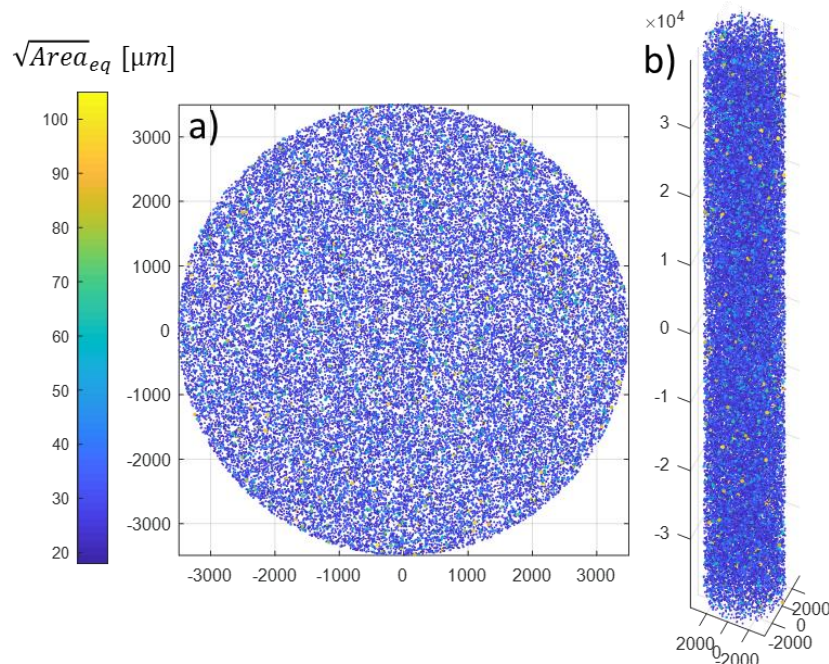


Figure 176: An example of a numerical sample for (a, b) Alloy A, Geometry “V3-Large Samples”, Label “AV3” (dimensions in μm).

Table 38: The characteristics of the samples used for the experimental work

Geometry	Number of specimens/samples		FAV _A in mm ³ for the sublayer of 500 μm	FAV _B in mm ³ for the sublayer of 650 μm
	Alloy A	Alloy B		
VN2	15	50	5	6
V1	24	11	90	110
V2	20	11	320	450
V3	9	0	912	-

Table 39: Summary of the model parameters and specimen geometries used to validate the proposed approach

	Alloy A	Alloy B
ρ: density of pores (mm ⁻³)	13	7
Spatial distribution	Poisson process	Poisson process
Defect size distribution	Generalized Extreme Value (k=0.35, σ=4.4, μ =22)	Generalized Extreme Value (k=0.9, σ=9, μ =25)
Geometries investigated	AVN2, AV1, AV2, AV3	BVN2, BV1, BV2

where μ is the location parameter, σ is the scale parameter, and k is the shape parameter of the generalized extreme value distribution.

The other parameters used for the simulation are the number of numerical samples N=50 for each geometry/volume and 100 repetitions are done in order to have a numerical distribution with mean and standard deviation. We choose to use this strategy because, we have noticed that the Fatigue strength and its standard deviation change with the number of samples. That is the way we have used the same number of samples of 50. Furthermore, the 100 repetition allow us to show the amount of variation in the numerical fatigue strength and its standard deviation.

6.4.2. Validation

In this section the results are presented in terms of the estimated fatigue strength distributions. Firstly, the results for Alloy A are presented and discussed, followed by the results for Alloy B. It can be seen that the model provides a distribution of the fatigue strength for each volume. The average value of the resulting distribution and its standard deviation are compared to the experimental values for each alloy.

Application to Alloy A

Figure 177 shows the comparison between the proposed model and the experimental data for Alloy A with the notched geometry VN2 (labelled “AVN2”). Figure 177(a) shows the experimental data in terms of the Cumulative Probability Function (CPF) fitted with the lognormal distribution and the predicted CPF. The results show good agreement between the predicted distribution and the experimental data as the predicted CPF is included in the 95% confidence interval of the experimental data. This result is confirmed by Figure 177(b) which shows that the experimental average fatigue strength is close to the average value of the numerical distribution. However, in terms of the scatter associated with this volume, the model predicts a lower standard deviation compared to the experimental value [Figure 177(c)]. Further analyses of the difference between the numerical and the experimental data are presented later.

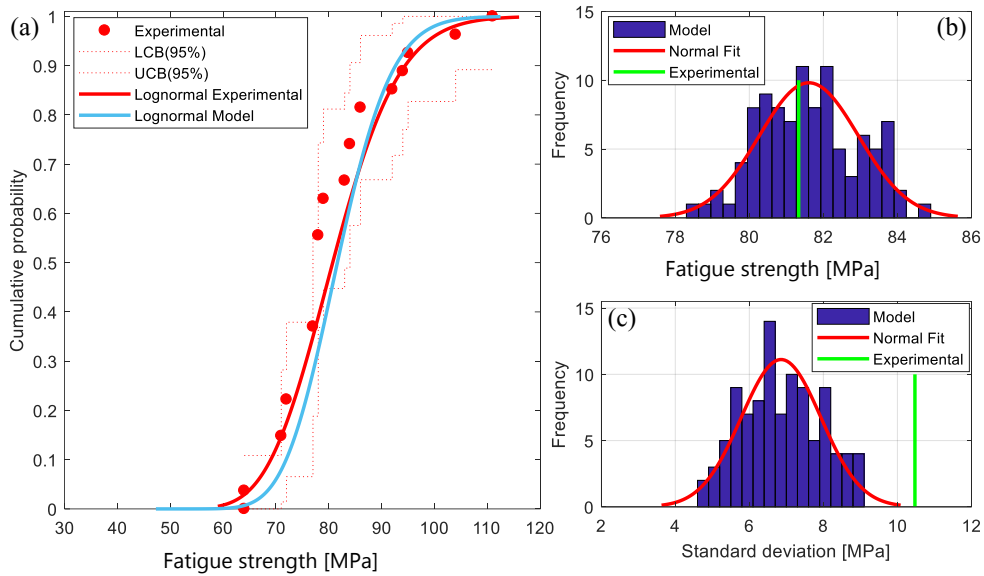


Figure 177: Comparison between the experimental data and the model predictions for AVN2

The same conclusions can be made for the AV1 and AV2 cases. The model results are in good agreement with the experimental results for the average value of the fatigue strength. However, the predicted scatter is low compared to the experimental data.

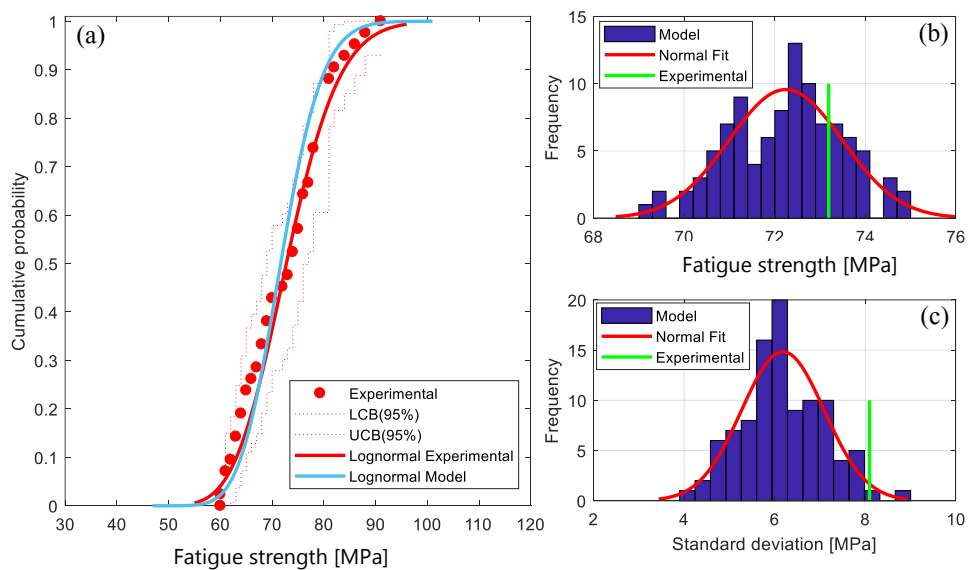


Figure 178: Comparison between the experimental data and the model predictions for AV1

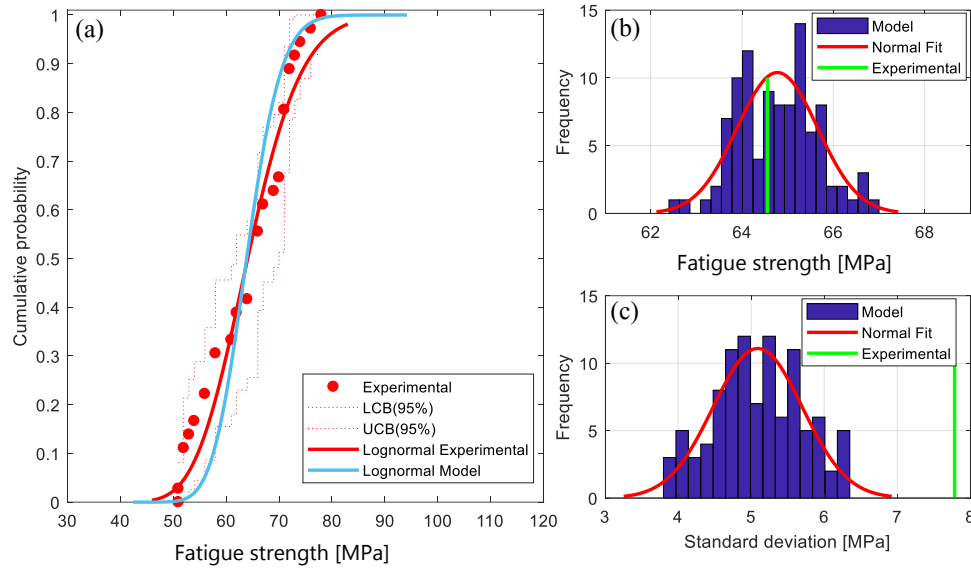


Figure 179: Comparison between the experimental data and the model predictions for AV2

For Alloy A and the geometry with the largest volume (AV3), the model gives an estimation of the average fatigue strength of 59 MPa and the experimental value is 62 MPa. Hence, the relative error is less than 5%. However, the scatter estimation is also underestimated, hence non conservative.

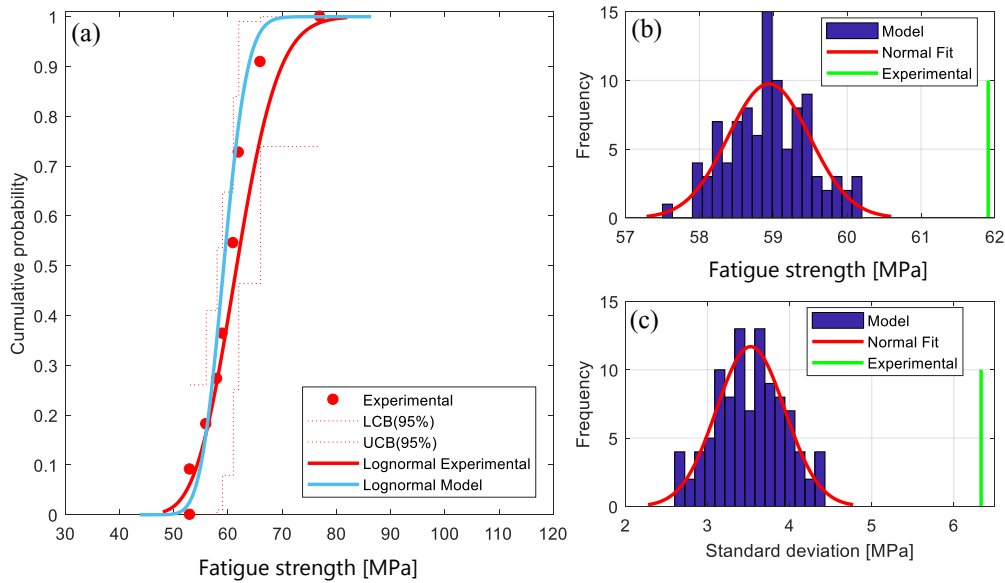


Figure 180: Comparison between the experimental data and the model predictions for AV3

In the following section, a quantitative analysis of the differences between the experimental and the predicted data is undertaken. A summary of this comparison is shown in Table 40.

Table 40: Summary of the results for Alloy A

Batch	Average fatigue strength [MPa]		Standard deviation [MPa]		Coefficient of Variation		Relative error = (Exp-Num)/Exp		
	Exp.	Num.	Exp.	Num.	Exp.	Num.	Fatigue strength	Standard deviation	CV
AVN2	81.33	81.73	10.47	6.86	0.13	0.08	-0.005	0.35	0.35
AV1	73.19	72.25	8.09	6.00	0.11	0.08	0.013	0.26	0.25
AV2	64.56	64.81	7.78	5.02	0.12	0.08	-0.004	0.36	0.36
AV3	61.91	58.87	6.33	3.46	0.10	0.06	0.049	0.45	0.42

From the results shown in Table 14, it can be seen that the model gives excellent predictions of the average fatigue strength with a relative error less than 5% and the predicted standard deviation is of the same order of magnitude as the experimental standard deviation. In particular, the coefficient of variation is almost the same for both the predicted and the experimental data with values of about 10%.

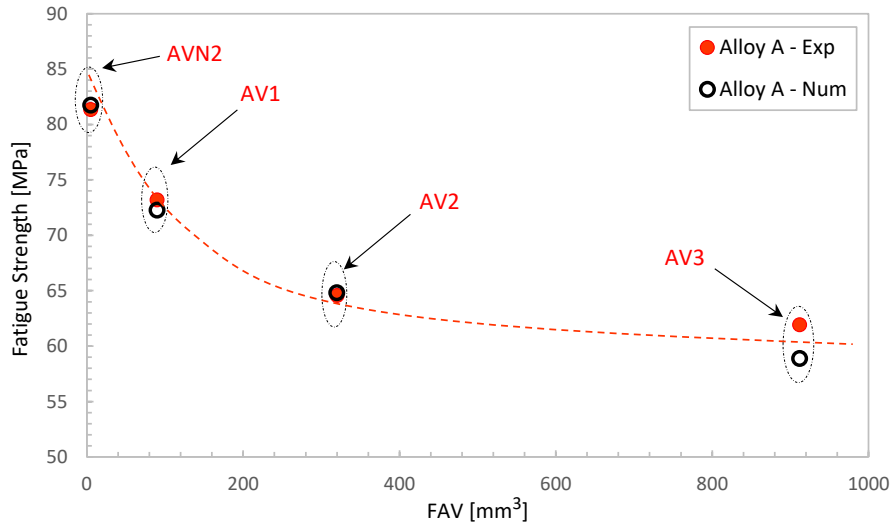


Figure 181: The average fatigue strength for the alloy A versus the Fatigue Active Volume for the different geometries investigated

From Figure 181 and Table 14 the following conclusions, relative to Alloy A, can be drawn:

- The proposed model can predict the volume effect on the average fatigue strength (i.e. the size effect).
- The relative error in the predicted average fatigue strength is less than 5%.
- The proposed model is also able to give a good estimation of the RVE ; in fact, the experimental estimation of the RVE where the change in the fatigue strength starts to stabilize, is approximately equal to the volume (or FAV) of AV2, and for the numerical model, the RVE is in between [AV2 and AV3].

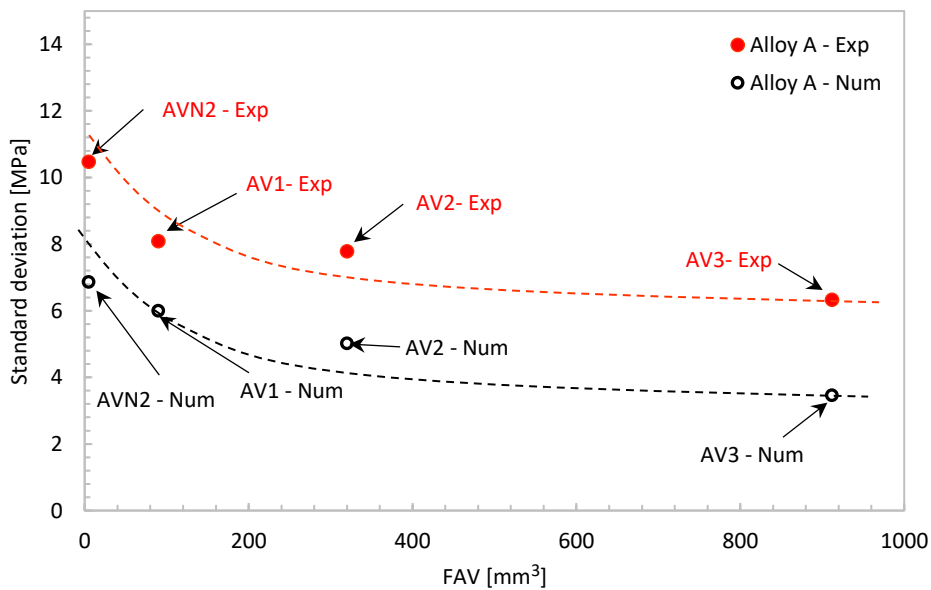


Figure 182: The fatigue strength scatter for Alloy A versus the Fatigue Active Volume

From Figure 182, it can be seen that the proposed model is able to predict the experimental trend in terms of the influence of the Fatigue Active Volume on the standard deviation. That is the scatter is highest for small FAVs. However, the absolute values of the predicted standard deviation are consistently lower than the experimental values.

It is well known that in the HCF regime the fatigue strength is characterized by high scatter which can be attributed to many sources. For the cast aluminum alloys investigated in this work, casting defects and in particular the presence of porosity are the principal source of scatter. Nevertheless, it is not the only factor influencing the scatter. Other sources could include experimental error, environmental factors, residual stresses, microstructure etc.). As it is assumed in the proposed model that the fatigue behavior is completely controlled by the porosity, this is the only source of dispersion that is considered. Hence it is normal that the predicted standard deviations are systematically lower than the corresponding experimental values. In some cases, up to 2 times lower.

Application to Alloy B

In this section the proposed model is applied to Alloy B. The smooth specimen geometries (BV1 and BV2) and the notch specimen geometry (BVN2) are considered. Note that, in terms of the experimental data available for this material (El Khoukhi et al. 2019) it is considered that there are enough data to accurately determine the average fatigue strengths, however, this is not the case for the scatter, especially when compared to Alloy A.

Concerning the prediction of the fatigue strength for Alloy B, the same conclusions can be drawn as those discussed above for Alloy A. It can be seen in Figure 183, Figure 184 and Figure 185 that good correlation is obtained between the experimental data and the model predictions for the fatigue strength distributions. The predicted CPFs are included in the 95% confidence intervals of the experimental data.

The predicted standard deviation for batch BVN2 is very close to the experimental value [Figure 183 (c)] and is lower for batches BV1 and BV2. The results are summarized in Table 41.

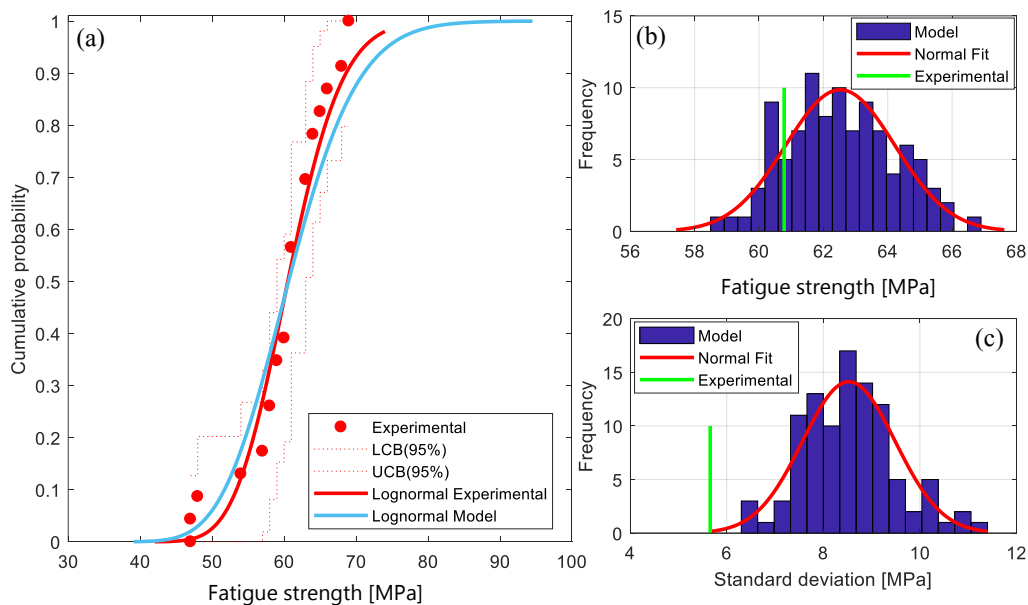


Figure 183: Comparison between the experimental data and the model predictions for BVN2

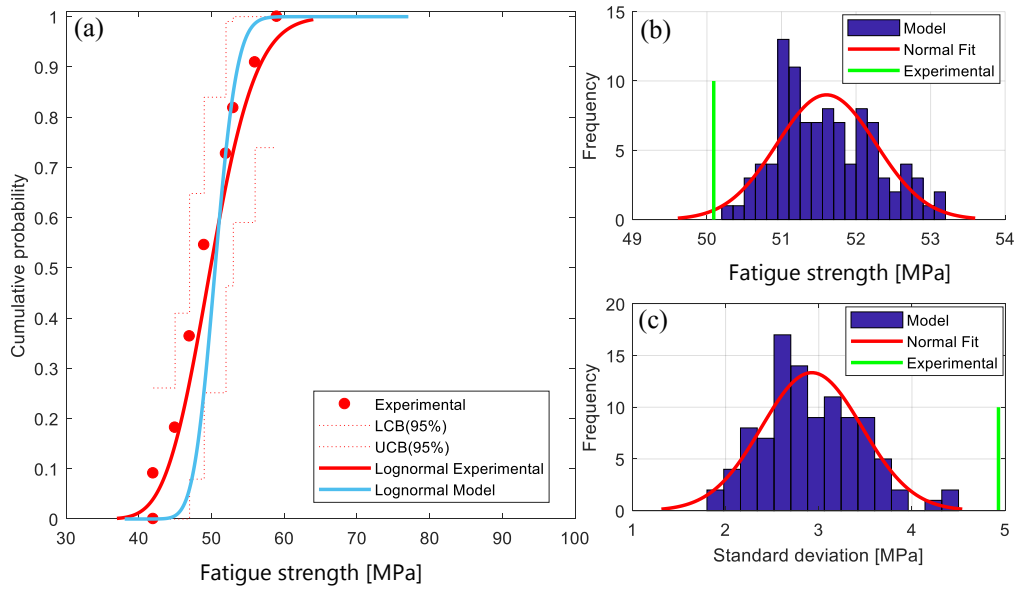


Figure 184: Comparison between the experimental data and the model predictions for BV1

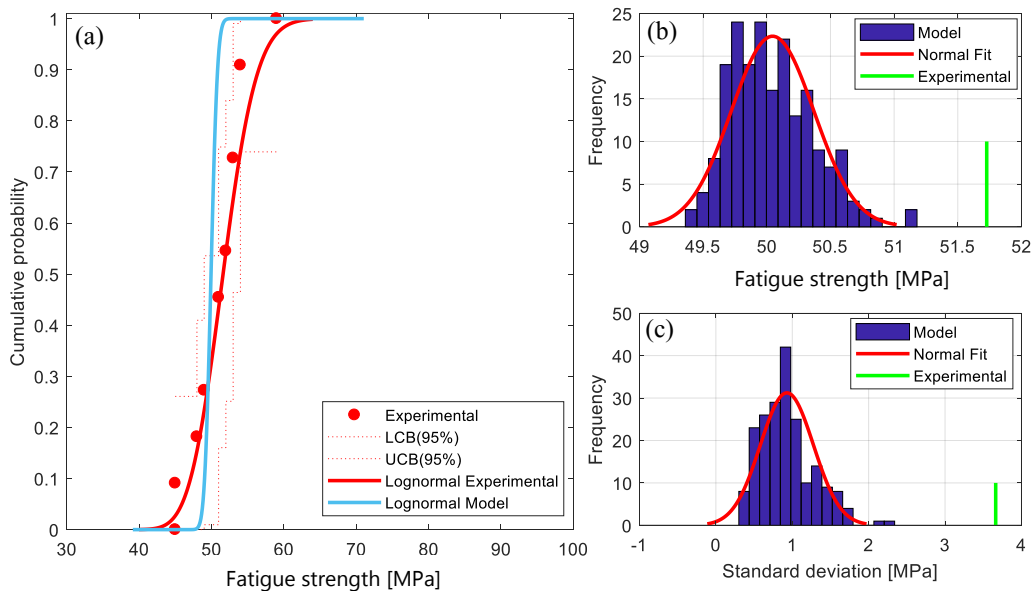


Figure 185: Comparison between the experimental data and the model predictions for BV2

Table 41: Summary of the results of Alloy B

Batch	Average fatigue strength [MPa]		Standard deviation [MPa]		Coefficient of Variation		Relative error = (Exp-Num)/Exp		
	Exp.	Num.	Exp.	Num.	Exp.	Num.	Fatigue strength	Standard deviation	CV
BVN2	60.78	60.27	5.66	7.10	0.09	0.12	0.01	0.25	0.27
BV1	50.09	51.22	4.93	3.11	0.10	0.06	0.02	0.37	0.38
BV2	51.73	50.17	3.66	1.09	0.07	0.03	0.03	0.70	0.69

It can be seen that the model accurately predicts the average fatigue strength with a relative error of less than 3% and results in a predicted standard deviation with the same order of magnitude as the

experimental value. Note that for Alloy B, 11 specimens for batches BV1 and BV2 have been experimentally tested, and 23 for batch BVN2. For these batches, the estimation of the experimental standard deviation is not considered to be accurate, as a greater number of specimens are needed. Nevertheless, the predicted standard deviation is in general lower than the experimental values, except for batch BVN2.

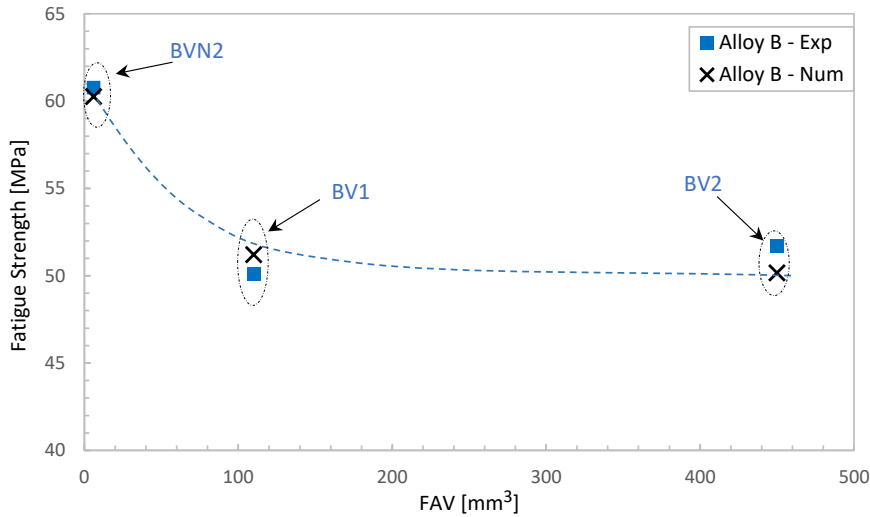


Figure 186: The average fatigue strength for the alloy B versus the Fatigue Active Volume for the different geometries investigated

In summary, Figure 186 and Table 41 show that the model predictions for the average fatigue strength are accurate; the relative error is less than 3%. Moreover, the model predicts the existence of an RVE for Alloy B with a volume that is approximately equal to the FAV of BV1, because the fatigue strength for the batches BV1 and BV2 are very close.

Summary of the results for the two studied alloys

Figure 187 presents the correlation between the predicted and experimental average fatigue strengths for both alloys. It can be seen that seven out of the eight data points are located inside of the 68% confidence intervals. Hence, the predicted average fatigue strengths are in excellent agreement with the experimental values.

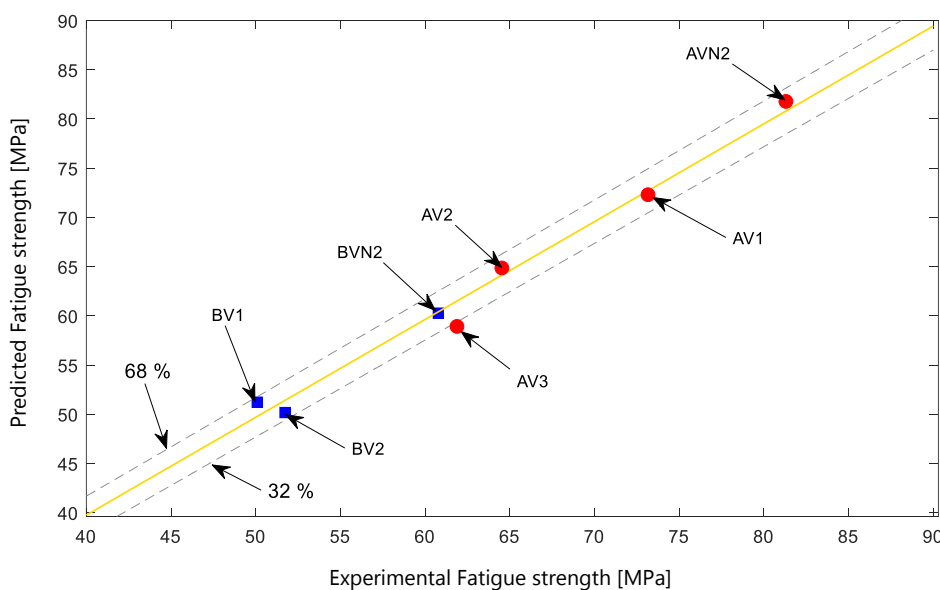


Figure 187: Correlation between experimental and predicted average fatigue strength for both alloys

The preceding results and Figure 188 highlight that the proposed probabilistic approach is capable of predicting the high cycle fatigue strength of both alloys with a relative error less than 5%, including the accurate prediction of the volume effect, for both smooth and notched geometries.

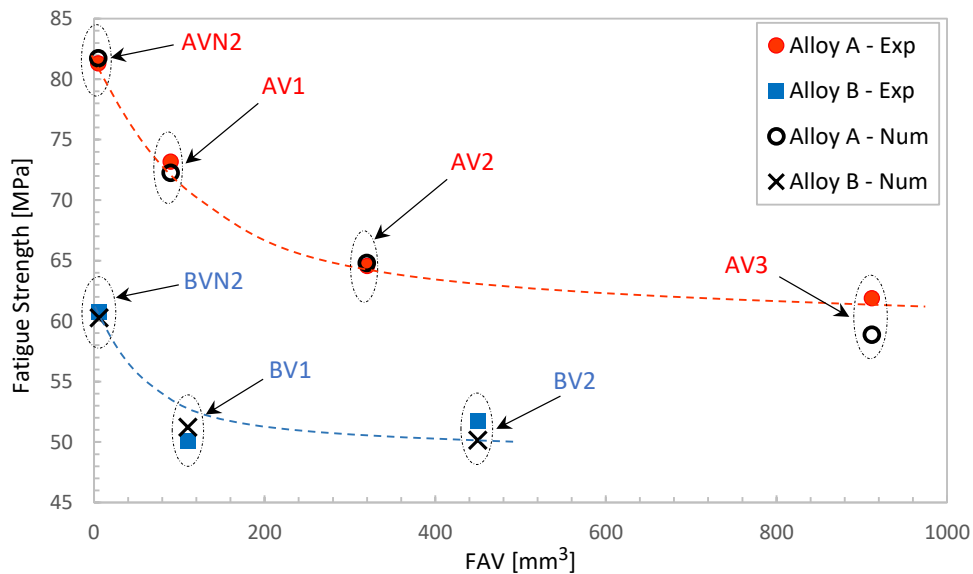


Figure 188: Comparison between the experimental average fatigue strength and the corresponding predicted values for Alloys A and B versus the Fatigue Active Volume.

Therefore, it can be concluded that the proposed model can be used:

- To evaluate the susceptibility of cast aluminum to the volume effect
- To predict their fatigue strength distribution
- To estimate the RVE in fatigue
- To obtain insight into the scatter associated with the fatigue strength

Effect of the number of samples on the fatigue strength prediction

This approach can be extended to examine how changing certain parameters will affect the estimation of the fatigue strength. In the following, a sensitivity analysis of the effect of the number of samples on the estimated fatigue strength is presented. For this analysis, a constant sample volume is used, along with the same defect size distribution and the same pore density. The only parameter that is varied is the number of samples N . More information concerning the parameters that are used is given in Tableau 42.

Tableau 42: The parameters used for the sensitivity analysis of the number of samples, N

	Parameters
ρ : density of pores (mm^{-3})	2
Spatial distribution	Poisson process
Defect size distribution model	Generalized Extreme Value ($k=0.35, \sigma=4.4, \mu=22$)

where μ is the location parameter, σ is the scale parameter, and k is the shape parameter of the generalized extreme value distribution.

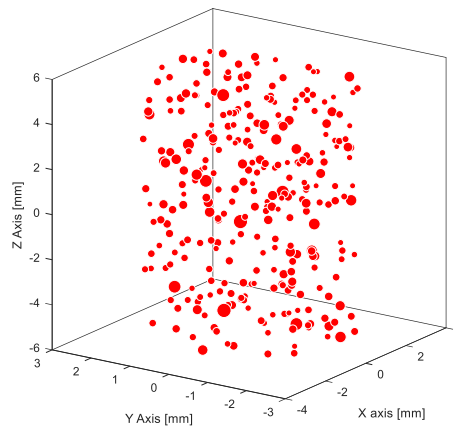


Figure 189: Geometry of the sample ($r=2.5$ mm, $h=12$ mm and $\rho = 2$ mm⁻³)

The figures below show the results for the analyses where the number of samples are: $N=5$, $N=30$ and $N=50$. The data is shown in the form of lognormal probability plots of the estimated fatigue strength distributions. In each figure, the analyses have been repeated five times for the same number of samples. The difference between the curves is due to the uncertainty in the estimation of the fatigue strength. This uncertainty depends on the number of the samples generated. Figure 190 shows that when only 5 samples are used the results are unstable and five distinctly different distributions for the fatigue strength are obtained. However, as the number of samples that are generated is increased the stability increases and the distributions obtained via repeating the analysis 5 times converge.

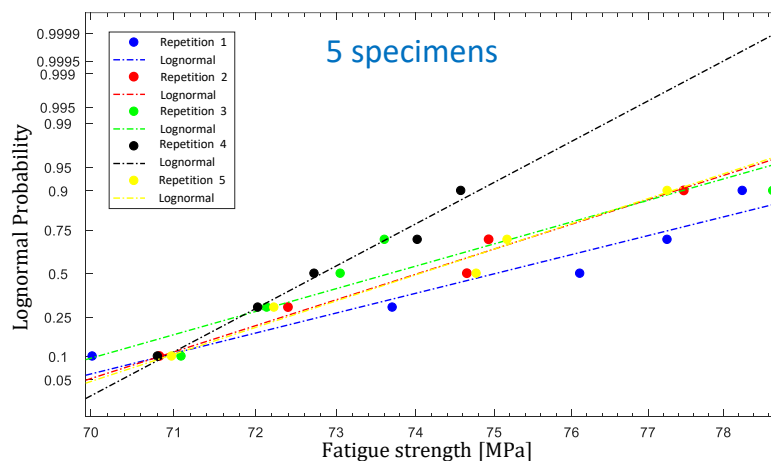


Figure 190: The predicted fatigue strength distributions for $N=5$ samples. The model has been repeated 5 times

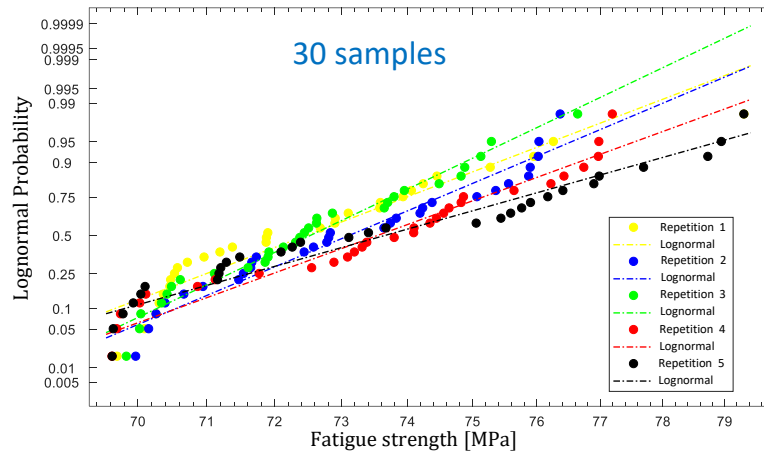


Figure 191: The predicted fatigue strength distributions for $N=30$ samples. The model has been repeated 5 times

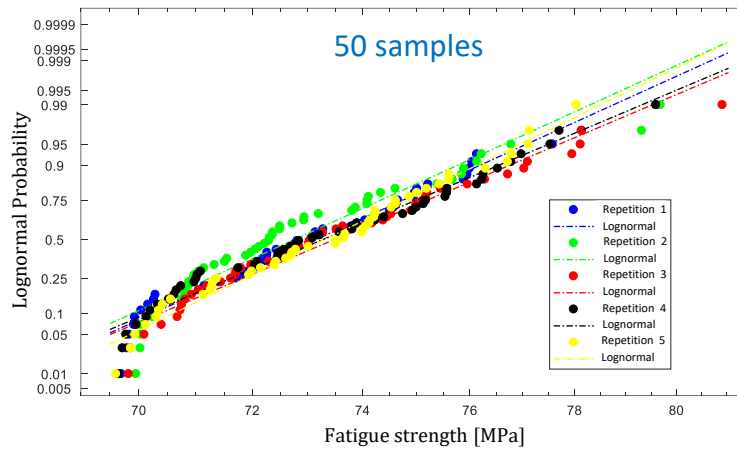


Figure 192: The predicted fatigue strength distributions for $N=50$ samples. The model has been repeated 5 times

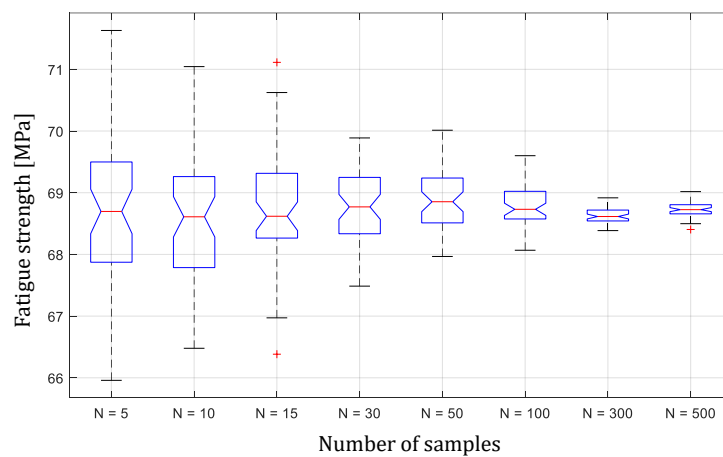


Figure 193: The uncertainty in the estimation of the fatigue strength decreases as the number of samples increases

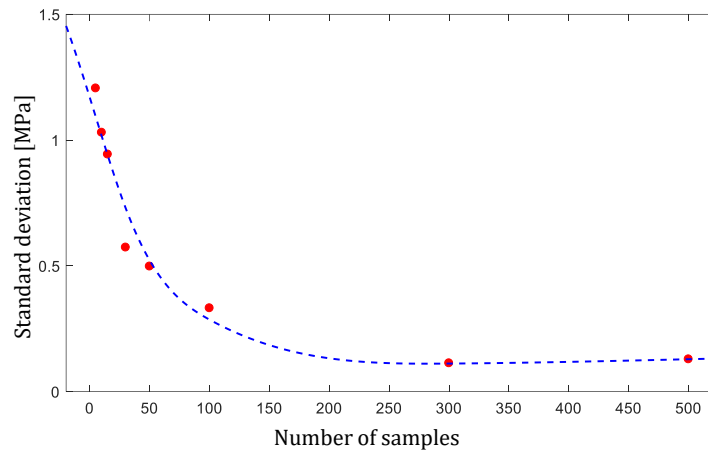


Figure 194: The uncertainty in the estimation of the standard deviation of the fatigue strength decreases as the number of samples increases

The evolution of the uncertainty as a function of number of samples is presented in Figure 194. It can be clearly seen that in order to obtain high precision in the estimation of the fatigue strength and its scatter a higher number of samples is necessary. For this sample volume and pore density ($r=2.5$ mm, $h=12$ mm and $\rho = 2$ mm⁻³), stabilization is reached within $N=200$ samples. It should be noted that the stabilized value of N depends on the sample volume and the pore density ρ . That means, if the numerical sample has a larger size, the stabilization will be reached with a lower number of samples N . In the same way, if the pore density ρ is higher in the numerical sample, the stabilization will be reached with a lower number of samples N .

6.5. Discussion

It should be noted that the proposed probabilistic model assumes that the porosity controls the fatigue behavior of the material. This assumption is based on many experimental studies that showed that usually the fatigue failures were initiated from a pore close to the surface (El Khoukhi et al. 2019 ; Le et al. 2016 ; Rotella et al. 2017 ; Murakami 1991). The proposed method presents many advantages and some drawbacks.

The advantages of the proposed model include:

- The average fatigue strength is predicted with high precision (relative error less than 5%).
- The trends in the fatigue strength scatter are correctly predicted, however the model underestimates the absolute values of the standard deviation associated with the fatigue strength.
- The RVE can be estimated.
- The size or volume effect can be investigated.
- Arbitrary geometries involving the presence of stress gradients can be investigated through the definition of the Fatigue Active Volume (FAV).
- The model can be used to assess the variability due to the manufacturing process and the effect of the process parameters on the fatigue behavior of the alloys.

The proposed model has the following limits and drawbacks:

- The model is well suited to material for which the fatigue behavior is controlled by the presence of “well defined” defects such as micro-shrinkage porosity in cast materials. Its application to other defect types or microstructural heterogeneities, such as inclusions or persistent slip bands, is possible but should be validated experimentally.

- The model assumes that porosity is the only source of scatter. Hence it underestimates the scatter.
- The proposed model cannot be implemented analytically. It must be programmed numerically using a Monte-Carlo approach. This requires a certain degree of programming expertise and time.
- In this work, we predicted the fatigue strength for specimens loaded with a load ratio of 0.1. In case we want to predict the fatigue for specimens loaded with a different load ratio, we need to establish experimentally a Kitagawa-Takahashi diagram that corresponds to aimed load ratio R .
- This approach is valid only when the failure mechanism is a pore (an oxide).

Moreover, the proposed approach was used to predict the distribution of the critical defects. The results are shown in the APPENDIX.

- The predicted critical defect distributions are in general in agreement with the experimental results, especially for the alloy A for whom we had more experimental data (Figure A 195, Figure A 196, Figure A 197 and Figure A 198).
- However, for the alloy B, the predicted critical defects distributions are higher than the experimental ones especially for batches BV1 and BV2. This difference in the size of the critical defect distributions does not affect that much the predicted fatigue strength of the same batches. Because, at this range of critical defect size, the fatigue strength does not decrease a lot (see Figure A 199, Figure A 200, Figure A 201; Figure A 202 and Figure A 203). In order to show the effect of the lack of experimental data, different simulations were performed with different number of samples. The results show that with a similar number of samples (Figure A 200), the predicted critical defect distributions are closer to the experimental ones than those performed with high number of samples (Figure A 201).
- The proposed approach was used also to predict the average and the standard deviation for the critical defect size for the alloy A versus the Fatigue Active Volume for the different geometries investigated. The result shows the same tendency and a good agreement between the numerical and experimental data (see Figure A 206 and Figure A 207).

6.6. Conclusions

In this work, a probabilistic model has been established to investigate the statistical characteristics of the fatigue strength controlled by the porosity population in cast aluminum alloys. The results show that the average pore size, the pore density, and the specimen volume, all influence the fatigue strength of these alloys. In general, the largest pore that is close to the free surface determines the fatigue strength. The average value and standard deviation of the fatigue strength decrease with increasing average pore size, and pore density. The specimen volume was also found to influence the fatigue strength by affecting the number of pores and their proximity with the specimen surface, this result explains the size effect phenomenon. The characteristics of the parent defect population are found to control the magnitude of the size effect. In fact, a population of defects with a smaller size leads to a high size effect and high scatter in the fatigue strength compared to a defect population with larger defect sizes.

By applying the model to two cast aluminum alloys, it is demonstrated that the predicted fatigue strength is in excellent agreement with the experimental results. Hence, it is concluded that the model can be used to:

- predict the fatigue strength distribution for smooth and notched geometries, via the definition of the Fatigue Active Volume (FAV)
- evaluate the volume effect
- estimate the RVE in fatigue
- estimate the trends in terms of the scatter (but underestimates the scatter)

The principal drawbacks and limits of the model are:

- that it assumes that the fatigue behavior is completely controlled by porosity. Hence, it may not be suitable for all materials with different fatigue damage mechanisms.
- It cannot be analytically implemented.

APPENDIX: CRITICAL DEFECT AND FATIGUE STRENGTH DISTRIBUTIONS

The main objective of this simulations is to use the proposed approach to predict the critical defect distributions and to compare them to the experimental data. We notice that for these distributions, we have used only one repetition. We remind that for the distributions on Figure 177, Figure 178, Figure 179, Figure 180, Figure 183, Figure 184, and Figure 185, we have made 100 repetition in order to get the average of the distribution and its standard deviation.

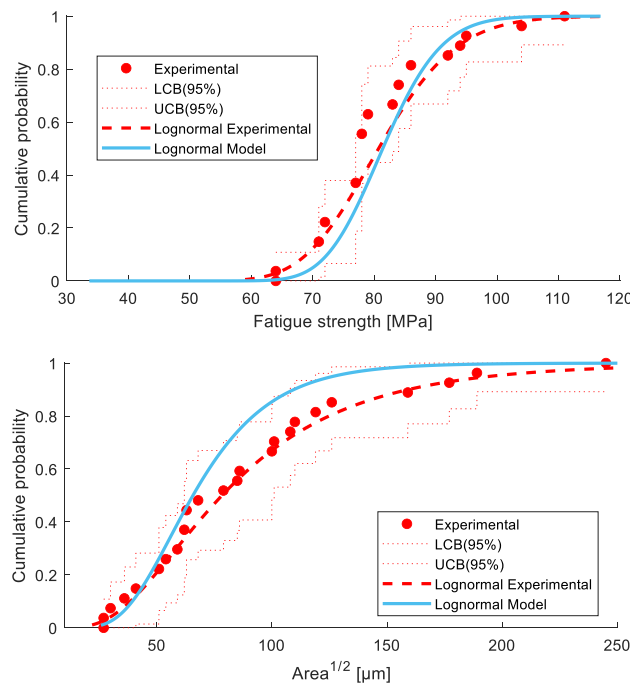


Figure A 195: Batch AVN2

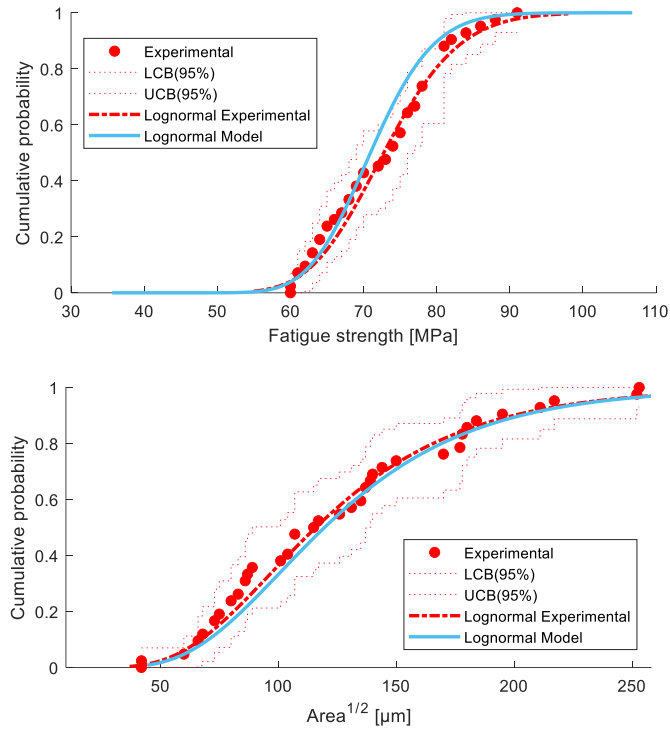


Figure A 196: Batch AV1

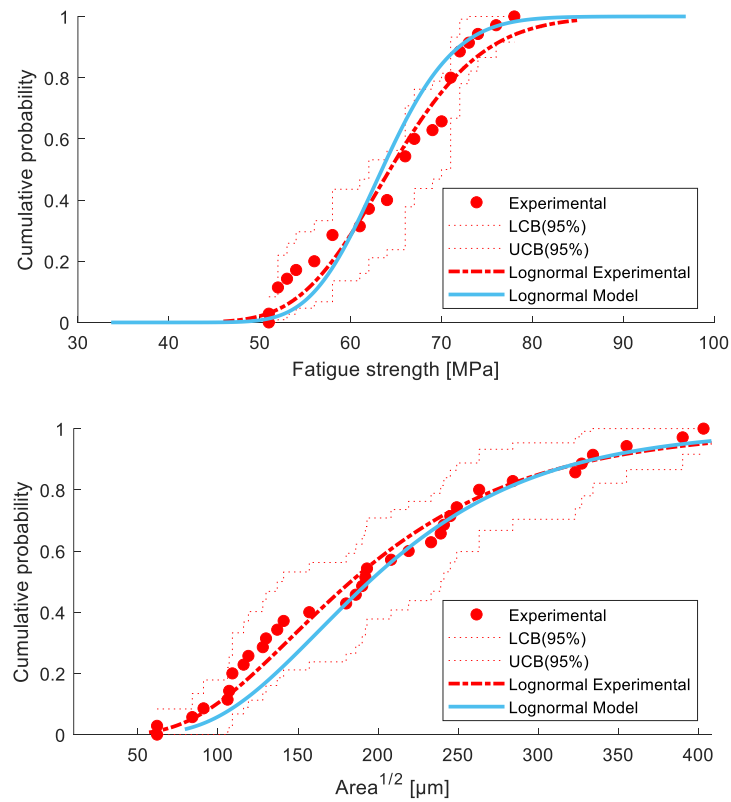


Figure A 197: Batch AV2

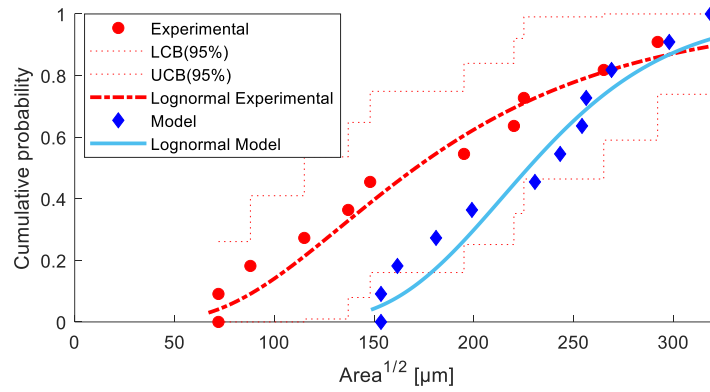
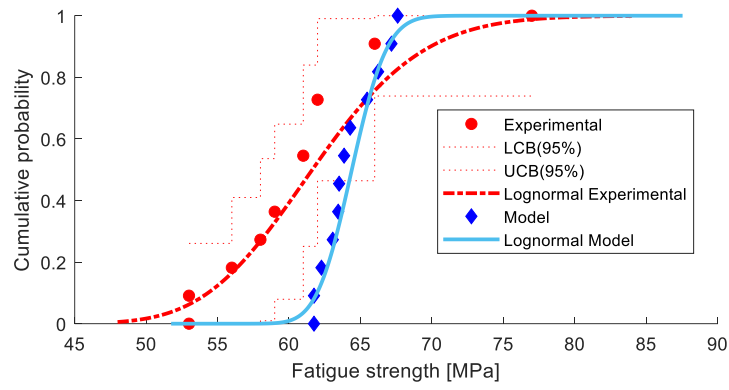


Figure A 198: Batch AV3 (12 samples)

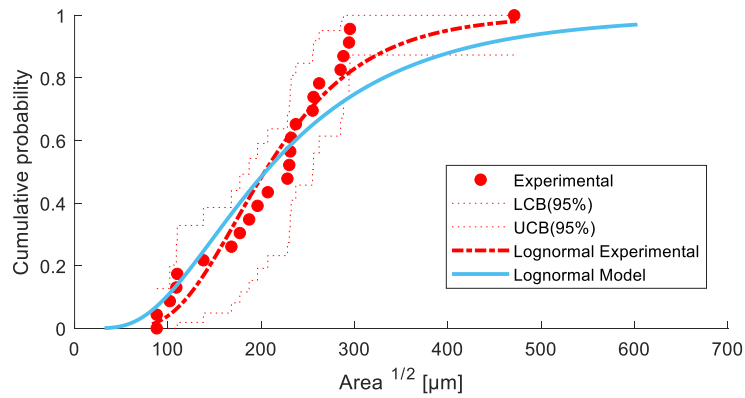
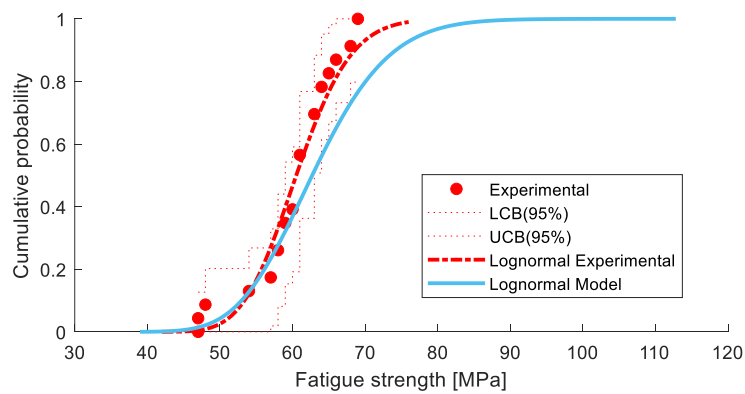


Figure A 199: Batch BVN2 (1000 samples)

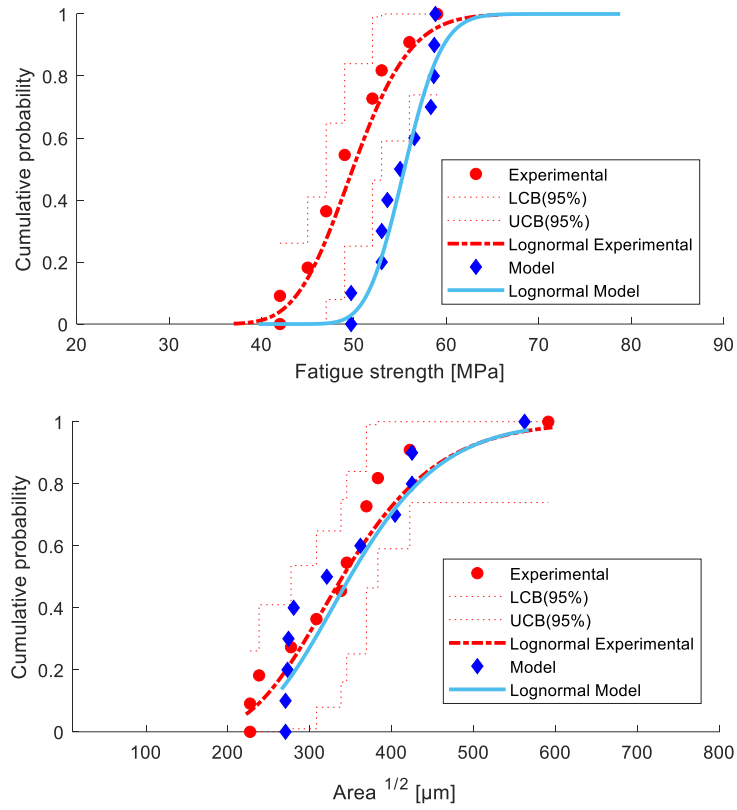


Figure A 200: Batch BV1 (11 samples)

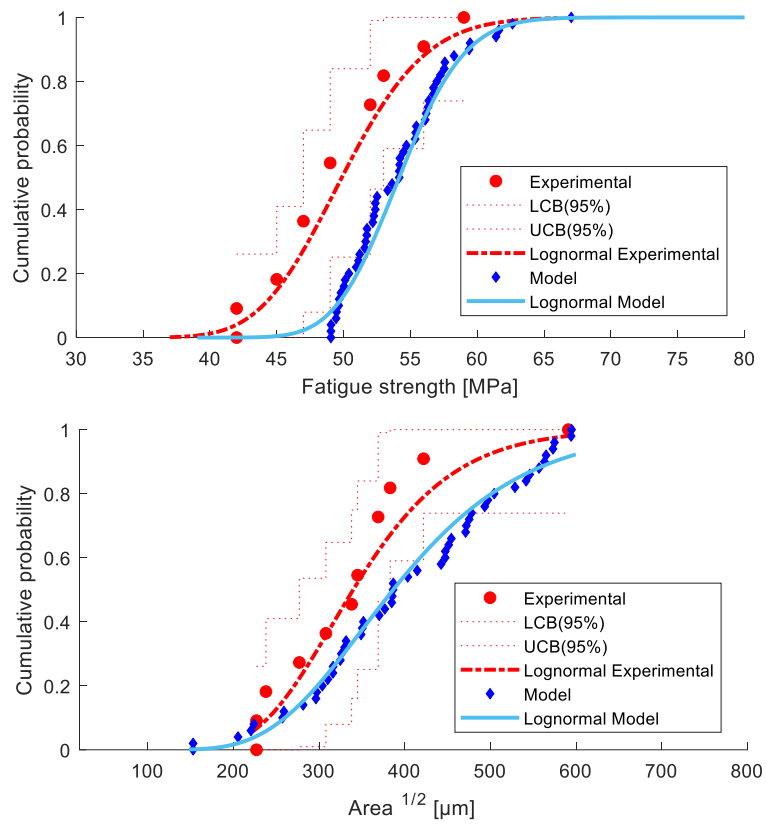


Figure A 201: Batch BV1 (50 samples)

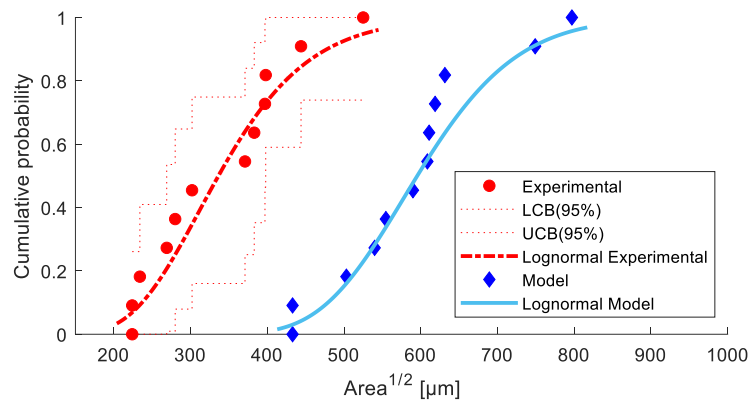
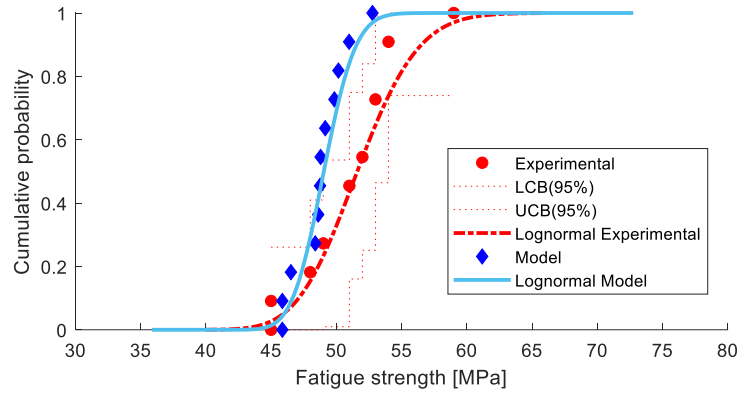


Figure A 202: Batch BV2 (12 samples)

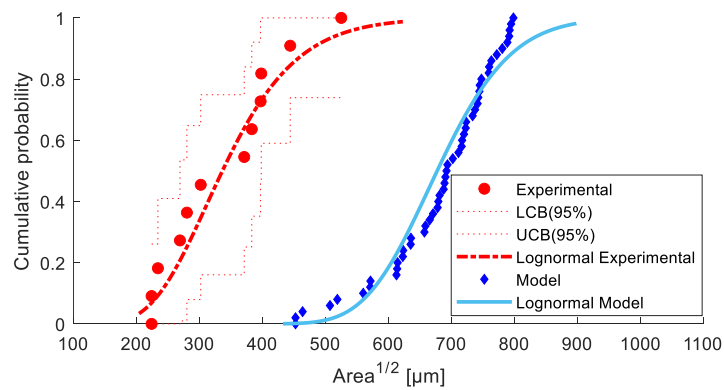
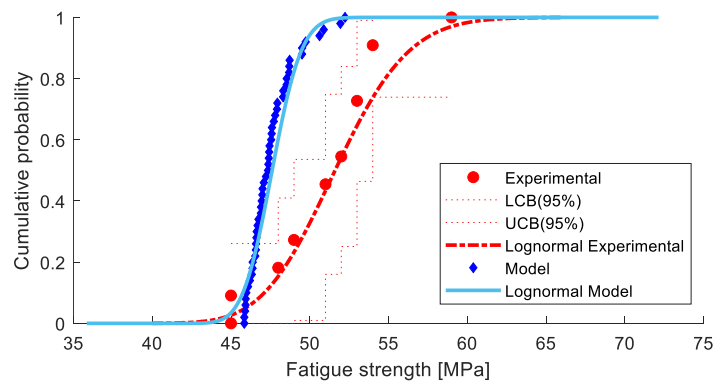


Figure A 203: Batch BV2 (50 samples)

Critical defect and fatigue strength distributions presented in paper probability plot

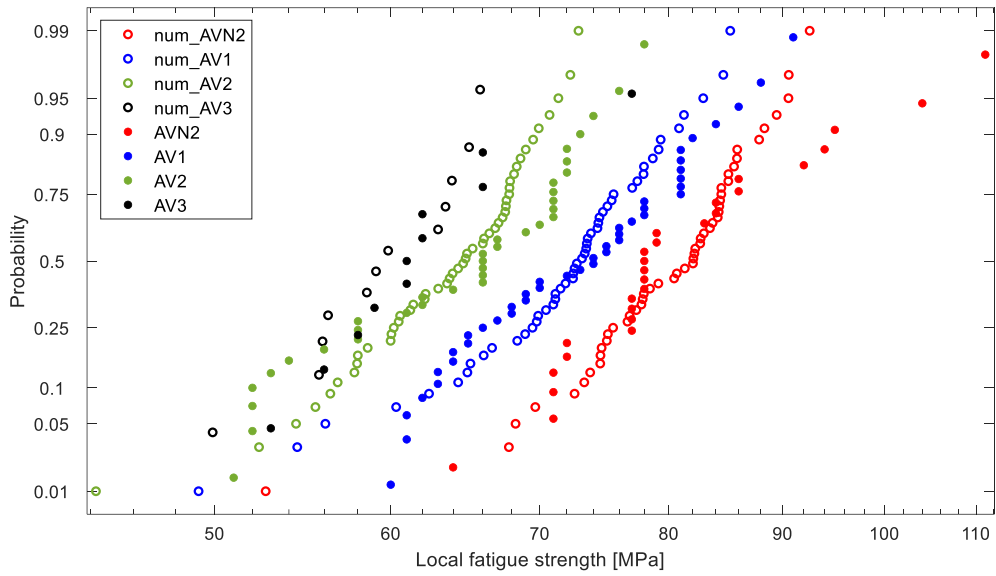


Figure A 204: Fatigue strength in MPa plotted on lognormal probability papers for alloy A (Experimental and Numerical).

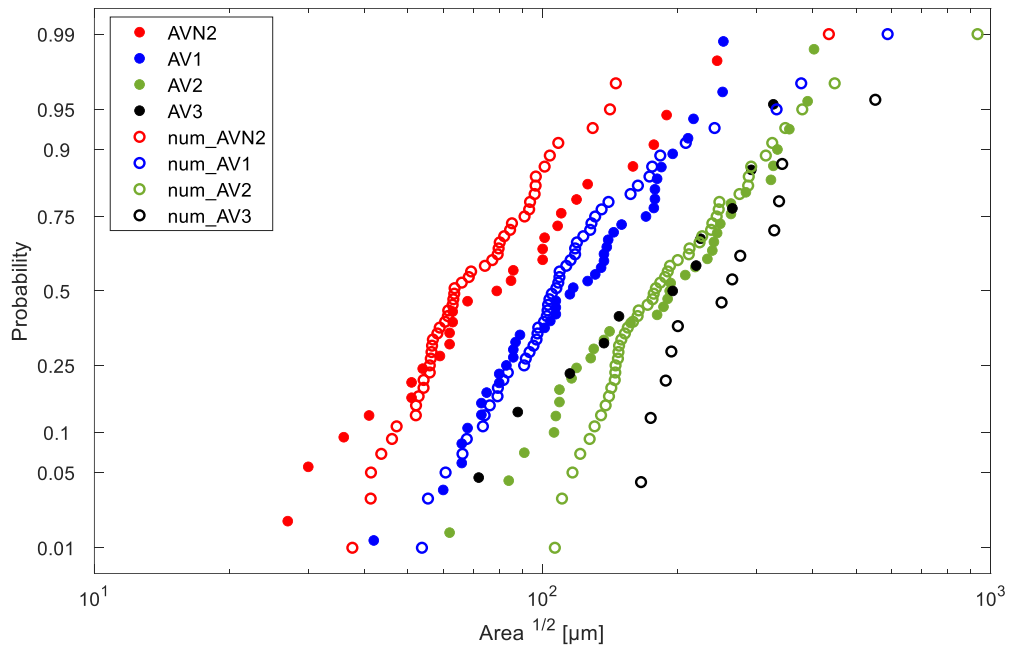


Figure A 205: Critical defect size plotted on lognormal probability papers for alloy A (Experimental and Numerical).

Evolution of the critical defect size for the alloy A versus the Fatigue Active Volume

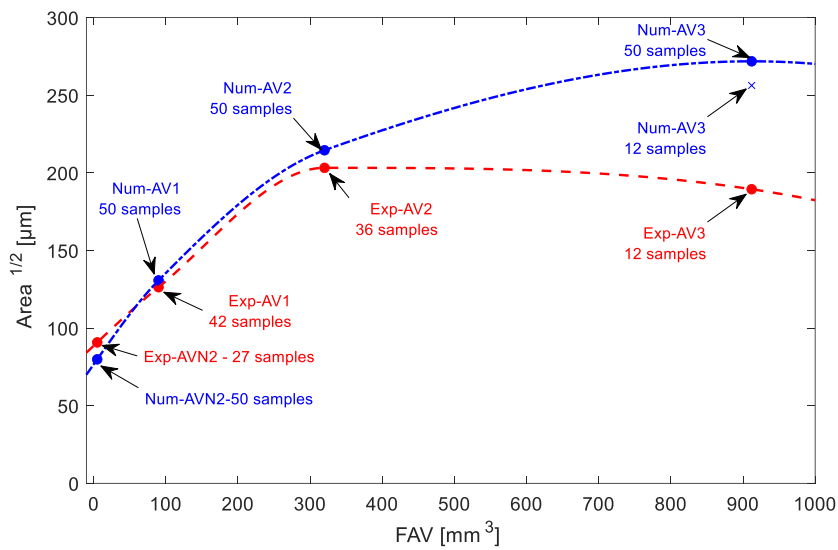


Figure A 206: The average critical defect size for the alloy A versus the Fatigue Active Volume for the different geometries investigated (numerical and experimental).

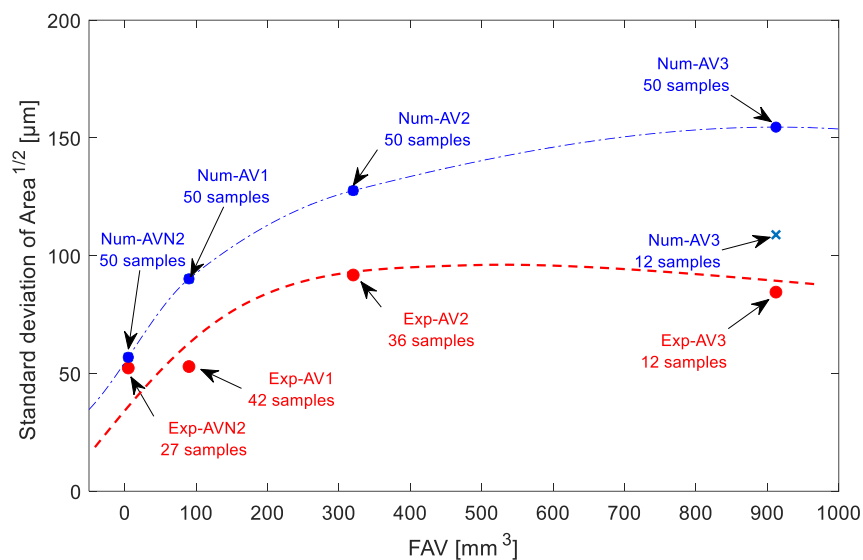


Figure A 207: The standard deviation for the critical defect size for the alloy A versus the Fatigue Active Volume for the different geometries investigated (numerical and experimental).

References

Ai, Y., S. P. Zhu, D. Liao, J. A. F. O. Correia, C. Souto, A. M. P. De Jesus, and B. Keshtegar. 2019. "Probabilistic Modeling of Fatigue Life Distribution and Size Effect of Components with Random Defects." *International Journal of Fatigue* 126 (September): 165–73. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.05.005>.

Ai, Yang, Shun-Peng Zhu, Ding Liao, José A. F. O. Correia, Abílio M. P. De Jesus, and Behrooz Keshtegar. 2019. "Probabilistic Modelling of Notch Fatigue and Size Effect of Components Using Highly Stressed Volume Approach." *International Journal of Fatigue* 127 (October): 110–19. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.06.002>.

- Boromei, I, L Ceschini, Al Morri, An Morri, G Nicoletto, and E Riva. 2010. “Influence of the Solidification Microstructure and Porosity on the Fatigue Strength of Al-Si-Mg Casting Alloys” 28: 7.
- Devlukia, J., G. Bargmann, and I. Rüstenberg. 1997. “Fatigue Assessment of an Automotive Suspension Component Using Deterministic and Probabilistic Approaches.” In *European Structural Integrity Society*, edited by G. Marquis and J. Solin, 22:1–16. Fatigue Design of Components. Elsevier. [https://doi.org/10.1016/S1566-1369\(97\)80003-9](https://doi.org/10.1016/S1566-1369(97)80003-9).
- El Haddad, M. H., T. H. Topper, and K. N. Smith. 1979. “Prediction of Non-Propagating Cracks.” *Engineering Fracture Mechanics* 11 (3): 573–84. [https://doi.org/10.1016/0013-7944\(79\)90081-X](https://doi.org/10.1016/0013-7944(79)90081-X).
- El Khoukhi, Driss, Franck Morel, Nicolas Saintier, Daniel Bellett, and Pierre Osmond. 2018. “The Effect of Microstructural Heterogeneities on the High Cycle Fatigue Scatter of Cast Aluminium Alloys: From an Elementary Volume to the Structure.” Edited by G. Hénaff. *MATEC Web of Conferences* 165: 14006. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201816514006>.
- El Khoukhi, Driss, Franck Morel, Nicolas Saintier, Daniel Bellett, Pierre Osmond, and Viet-Duc Le. 2020. “Spatial Point Pattern Methodology for the Study of Pores 3D Patterning in Two Casting Aluminium Alloys,” under submission 2020.
- El Khoukhi, Driss, Franck Morel, Nicolas Saintier, Daniel Bellett, Pierre Osmond, Viet-Duc Le, and Jérôme Adrien. 2019. “Experimental Investigation of the Size Effect in High Cycle Fatigue: Role of the Defect Population in Cast Aluminium Alloys.” *International Journal of Fatigue* 129 (December): 105222. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2019.105222>.
- Freudenthal, A. M., and Herbert John Gough. 1946. “The Statistical Aspect of Fatigue of Materials.” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences* 187 (1011): 416–29. <https://doi.org/10.1098/rspa.1946.0086>.
- Gaenser, Hans-Peter. 2008. “Some Notes on Gradient, Volumetric and Weakest Link Concepts in Fatigue.” *Computational Materials Science* 44 (2): 230–39. <https://doi.org/10.1016/j.commatsci.2008.03.021>.
- Iben Houria, Mohamed, Yves Nadot, Raouf Fathallah, Matthew Roy, and Daan M. Maijer. 2015. “Influence of Casting Defect and SDAS on the Multiaxial Fatigue Behaviour of A356-T6 Alloy Including Mean Stress Effect.” *International Journal of Fatigue* 80 (November): 90–102. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2015.05.012>.
- Kloos, K. H., A. Buch, and D. Zankov. 1981. “Pure Geometrical Size Effect in Fatigue Tests with Constant Stress Amplitude and in Programme Tests.” *Materialwissenschaft Und Werkstofftechnik* 12 (2): 40–50. <https://doi.org/10.1002/mawe.19810120205>.
- Kuguel, R. 1961. “A Relation between Theoretical Stress Concentration Factor and Fatigue Notch Factor Deduced from the Concept of Highly Stressed Volume.” *ASTM Proc.* 61: 732–48.
- Le, Viet-Duc, Franck Morel, Daniel Bellett, Nicolas Saintier, and Pierre Osmond. 2016. “Multiaxial High Cycle Fatigue Damage Mechanisms Associated with the Different Microstructural Heterogeneities of Cast Aluminium Alloys.” *Materials Science and Engineering: A* 649 (January): 426–40. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2015.10.026>.
- Morel, Franck, and Thierry PALIN-LUC. 2002. “A Non-Local Theory Applied to High Cycle Multiaxial Fatigue.” *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures* 25 (7): 649–65. <https://doi.org/10.1046/j.1460-2695.2002.00527.x>.
- Mu, P., Y. Nadot, C. Nadot-Martin, A. Chabod, I. Serrano-Munoz, and C. Verdu. 2014. “Influence of Casting Defects on the Fatigue Behavior of Cast Aluminum AS7G06-T6.” *International Journal of Fatigue* 63 (June): 97–109. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2014.01.011>.
- Murakami, Y., and M. Endo. 1994. “Effects of Defects, Inclusions and Inhomogeneities on Fatigue Strength.” *International Journal of Fatigue* 16 (3): 163–82. [https://doi.org/10.1016/0142-1123\(94\)90001-9](https://doi.org/10.1016/0142-1123(94)90001-9).
- Murakami, Y. 1991. “Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions on the Fatigue Strength of Metals.” *Key Engineering Materials*. Trans Tech Publications Ltd. 1991. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.51-52.37>.

- Papadopoulos, Ioannis V., and Vassilis P. Panoskaltsis. 1996. "Invariant Formulation of a Gradient Dependent Multiaxial High-Cycle Fatigue Criterion." *Engineering Fracture Mechanics* 55 (4): 513–28. [https://doi.org/10.1016/S0013-7944\(96\)00047-1](https://doi.org/10.1016/S0013-7944(96)00047-1).
- Pollak, Randall D. 2005. "Analysis of Methods for Determining High Cycle Fatigue Strength of a Material with Investigation of Titanium-Aluminum-Vanadium Gigacycle Fatigue Behavior." <http://adsabs.harvard.edu/abs/2005PhDT.....271P>.
- Rafsanjani, Hesam Mirzaei, and John Dalsgaard Sørensen. 2015. "Reliability Analysis of Fatigue Failure of Cast Components for Wind Turbines." *Energies* 8 (4): 2908–23. <https://doi.org/10.3390/en8042908>.
- Romano, Simone, Stefano Beretta, Stefano Miccoli, and Michael Gschweidl. 2019. "Probabilistic Framework for Defect Tolerant Fatigue Assessment of AM Parts Applied to a Space Component." *ASTM International*, April.
- Rotella, A., Y. Nadot, M. Piellard, and R. Augustin. 2017. "Influence of Natural Defects on the Fatigue Limit of a Cast Al-Si Alloy." *Procedia Structural Integrity*, 3rd International Symposium on Fatigue Design and Material Defects, FDMD 2017, 7 (January): 513–20. <https://doi.org/10.1016/j.prostr.2017.11.120>.
- Serrano-Munoz, Itziar, Jean-Yves Buffiere, Rajmund Mokso, Catherine Verdu, and Yves Nadot. 2017. "Location, Location & Size: Defects Close to Surfaces Dominate Fatigue Crack Initiation." *Scientific Reports* 7 (March): 45239.
- Shirani, M., and G. Härkegård. 2011. "Fatigue Life Distribution and Size Effect in Ductile Cast Iron for Wind Turbine Components." *Engineering Failure Analysis* 18 (1): 12–24. <https://doi.org/10.1016/j.engfailanal.2010.07.001>.
- Sonsino, C. M., and G. Fischer. 2005. "Local Assessment Concepts for the Structural Durability of Complex Loaded Components." *Materialwissenschaft Und Werkstofftechnik* 36 (11): 632–41.
- Sun, Chengqi, and Qingyuan Song. 2018. "A Method for Predicting the Effects of Specimen Geometry and Loading Condition on Fatigue Strength." *Metals* 8 (October): 811. <https://doi.org/10.3390/met8100811>.
- Weibull, Waloddi. 1939. *The Phenomenon of Rupture in Solids*. Stockholm: Generalstabens litografiska anstalts förlag.
- Yi, J.Z., X. Zhu, J.W. Jones, and J.E. Allison. 2007. "A Probabilistic Model of Fatigue Strength Controlled by Porosity Population in a 319-Type Cast Aluminum Alloy: Part II. Monte-Carlo Simulation." *Metallurgical and Materials Transactions A* 38 (5): 1123–35. <https://doi.org/10.1007/s11661-006-9069-2>.
- Zhu, Shun-Peng, Stefano Foletti, and Stefano Beretta. 2018. "Evaluation of Size Effect on Strain-Controlled Fatigue Behavior of a Quench and Tempered Rotor Steel: Experimental and Numerical Study." *Materials Science and Engineering: A* 735 (September): 423–35. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2018.08.073>.

7. CONCLUSION ET ANALYSE CRITIQUE DES RESULTATS

Les travaux présentés dans cette thèse ont concerné deux problématiques scientifiques majeures relatives au comportement en fatigue des alliages de fonderie :

- La première porte sur l'effet des hétérogénéités microstructurales sur l'effet de volume et du gradient de contrainte sur la réponse en fatigue des alliages d'aluminium de fonderie,
- La deuxième porte sur l'effet des caractéristiques de la population de défauts sur la dispersion de la résistance en fatigue.

La compréhension de l'impact des caractéristiques de la population de défauts (taille moyenne, nombre de pores par unité de volume) sur l'effet de volume et de gradient de contrainte ainsi que la dispersion est indispensable lors de la mise en place d'approches permettant d'assurer avec succès le passage des résultats d'essais sur éprouvettes de laboratoire au dimensionnement de structures réelles.

En effet, la revue bibliographique conduite dans ce rapport a montré que les alliages d'aluminium de fonderie présentent un effet de volume et de gradient de contrainte ainsi qu'une dispersion plus au moins prononcée. Mais les effets exacts des paramètres de la population de défauts (taille moyenne, Ecart-Type, nombre de pores par unité de volume), n'ont pas encore été pleinement compris.

Ces travaux de thèse ont donc visé à une meilleure compréhension de ces effets. Une étude expérimentale d'ampleur a été menée et a concerné deux alliages d'aluminium de fonderie issus de deux procédés de fonderie différents (alliage A (AS7U0,5G0,3 K T7) et alliage B (AS7G0,3 PMP T7)). La principale différence entre ces deux alliages porte sur les caractéristiques de la population de défauts : (i) taille moyenne des pores, nombre de pores par unité de volume.

- Alliage A (AS7U0,5G0,3 K T7) : est issu d'un procédé de moulage en coquille et conduit à une population de défaut avec la quasi-totalité de pores de taille inférieure à 100 μm et une densité de pore de l'ordre de 13 mm^{-3} .
- Alliage B (AS7G0,3 PMP T7) : est issu d'un procédé de moulage PMP et conduit à une population de défaut avec environ 20% de pores de taille supérieure à 100 μm et une densité de pore de l'ordre de 7 mm^{-3} .

Ces différentes populations de défauts ont été soigneusement caractérisées et on a essayé de savoir en quoi les différences enregistrées affectaient la dispersion et l'effet de taille.

Les résultats des essais sur les deux alliages montrent que, globalement, la nuance A présente une limite d'endurance plus élevée que la nuance B, le procédé de moulage en coquille conduisant à des défauts de plus petite taille que le procédé PMP. Ce résultat est cohérent avec les travaux de la littérature (Simone Romano et al. 2019).

Également, l'analyse des mécanismes d'amorçage montre que :

- Tous les amorçages se font majoritairement à partir d'un défaut (oxyde ou pore) proche de la surface
- L'analyse des faciès de rupture montre que la nuance A présente différents mécanismes d'amorçage :
 - Amorçage à partir d'un pore.
 - Amorçage à partir d'un oxyde.
 - Amorçage à partir d'une bande de glissement.

- Pour la nuance B, tous les sites d'amorçage sont des pores.
- Les lots constitués d'éprouvettes entaillées présentent des sites avec un multi-amorçage. Ce comportement peut être expliqué par la présence d'un gradient de contrainte.
- Pour les deux nuances, les analyses statistiques des tailles des défauts critiques montrent que la taille moyenne des défauts critiques augmente quand la taille du FAV croît, puis se stabilise. Pour la nuance A, il a été remarqué aussi que lorsque la taille du FAV diminue le pourcentage de mode d'amorçage à partir d'un pore au détriment d'autres mécanismes (oxydes et PSB).

Par ailleurs, les essais de fatigue montrent que la résistance à la fatigue décroît en fonction du volume sollicité puis se stabilise à partir d'un certain seuil qu'on considère comme le RVE. Ce comportement est observé pour les deux nuances étudiées. Du point de vue industriel, l'estimation du RVE est importante. En général, il est recommandé de mener les essais de fatigue sur des éprouvettes d'un volume supérieur au RVE afin de définir une limite d'endurance indépendante de volume de l'éprouvette. Ces essais montrent aussi que la taille du RVE dépend du matériau, donc des caractéristiques de la population de défauts présents dans le matériau. Les expériences montrent que la nuance avec les plus gros défauts (Nuance B) sature plus vite que celle avec les plus petits défauts (Nuance A). Ces résultats peuvent être expliqués en se référant à la représentation schématique de diagramme de Kitagawa-Takahashi (axes linéaires).

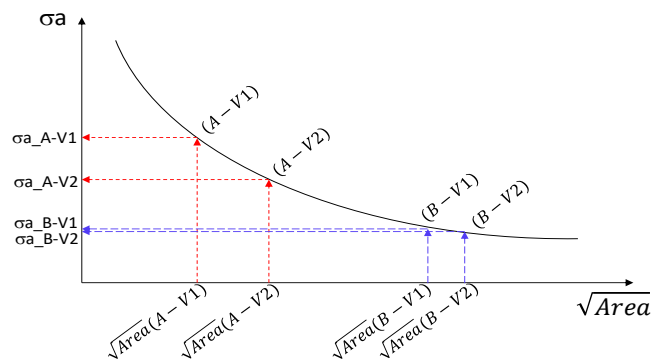


Figure 208: Diagramme de Kitagawa-Takahashi linéaire

En se référant à la Figure 208, la forte ou la faible présence de l'effet de volume et de gradient de contrainte ainsi que la dispersion peut être expliquée quantitativement comme suit.

Pour les différents lots de la nuance A, la taille moyenne des défauts critique est inférieure à $\sqrt{Area} = 220\mu m$. Pour ces tailles, une petite variation en taille de défauts induit une variation potentiellement importante en contrainte. Ce qui induit :

- ⇒ Plus de dispersion en amplitude de contrainte.
- ⇒ Un effet de volume plus prononcé.

Pour tous les lots de la nuance B, la taille moyenne des défauts critiques en \sqrt{Area} est supérieure à $220\mu m$. Pour l'ensemble de ces défauts, une grande variation en taille induit une variation négligeable en contrainte. Ce qui conduit à :

- ⇒ Moins de dispersion en amplitude de contrainte.
- ⇒ Un effet de volume moins prononcé.

Il est important de préciser que, pour accéder à l'effet des caractéristiques de la population de défauts sur la dispersion en limite d'endurance, un nombre élevé d'éprouvettes a été utilisé (220 éprouvettes).

Ces résultats nous ont permis de mettre en évidence l'effet des caractéristiques de la population de défauts sur les phénomènes liés au comportement en FGNC.

L'analyse statistique des distributions de résistance et de taille des défauts critiques montre qu'ils suivent une loi log-normale. Quant à la dispersion relative, les deux matériaux présentent une dispersion relative de l'ordre de 10% en limite d'endurance. Ceci est un résultat primordial pour le dimensionnement fiabiliste par la méthode Contrainte-Résistance utilisée par Groupe PSA. Cette méthode nécessite la connaissance de la résistance moyenne, la dispersion et la définition de la distribution de la résistance afin d'assurer un bon dimensionnement. Néanmoins, l'utilisation n'est pas toujours aisée puisque la résistance moyenne et la dispersion dépendent du volume sollicité (volume le plus contraint). Cet inconvénient peut être surmonté en utilisant la démarche numérique présentée dans l'article 3 (chapitre 5) et discutée aux paragraphes suivants.

Cette démarche de modélisation probabiliste vise, à partir de la population de défauts, à prédire la limite d'endurance en FGNC des alliages d'aluminium de fonderie. Une caractérisation de la population de défauts est alors nécessaire afin de générer des microstructures numériques le plus proches de celle identifiée expérimentalement avec la technique de Micro-tomographie RX. La densité qui donne une valeur moyenne de nombre de pores par unité de volume est souvent l'unique paramètre utilisé afin de caractériser une population de défauts. Cependant ce paramètre n'est pas suffisant pour une description complète de la population de défauts. L'arrangement spatial des pores dans l'espace peut présenter des groupement (clusters) qui ne sont pas captés par la densité. Une description plus réaliste est possible par l'utilisation d'outils mathématiques développées dans le cadre de la théorie de *point Process* (Chou 1995). L'application de ces outils sur les deux matériaux utilisés dans cette étude montre que les populations de défauts peuvent être modélisée en utilisant le processus de Poisson.

La démarche de modélisation probabiliste permettant de passer de la population de défauts à la prédiction de la tenue en fatigue utilise l'approche de Monte-Carlo. Cette démarche repose sur les étapes suivantes (i) Génération numérique des défauts en utilisant la loi de Poisson et connaissant la densité de défauts de l'alliage (nombre par millimètre cube), puis, (ii) utilisation des statistiques des extrêmes pour extraire les défauts les plus critiques et ensuite (iii) utilisation du digramme de Kitagawa-Takahashi pour construire les distributions en résistance correspondantes.

La démarche de modélisation prédit plutôt bien les tendances observées expérimentalement :

- Une population de défauts avec une taille moyenne relativement grande induit un faible effet de volume sur la limite d'endurance ainsi qu'une faible dispersion et un Volume Élémentaire Représentatif en Fatigue (VERF) d'une taille relativement faible.
- A l'inverse, dans un alliage présentant une population de défauts de taille relativement petite, un effet de volume plus marqué est observé ainsi qu'une grande dispersion et un VERF relativement grand.
- L'application de la démarche en utilisant les données de tomographie en termes de taille et de distribution spatiale des pores dans les deux matériaux ainsi que leurs densités (Alliage A et Alliage B) permet de prédire une limite d'endurance des différents lots testés avec une erreur relative de moins de 5%. La démarche est aussi capable de donner une estimation du VERF.
- La prédiction de la dispersion est non-conservative. La dispersion prédite est inférieure à celle mesurée expérimentalement. Ce résultat montre que les caractéristiques de la population de défauts (taille moyenne, écart type, densité) ne contrôlent pas seuls la dispersion en limite d'endurance, mais d'autres paramètres interviennent tels que :
 - o Géométrie des défauts et variation des paramètres microstructuraux locaux.
 - o Conditions d'essais : préparation de l'éprouvette et alignement de la machineRemarquons néanmoins que la même machine d'essais de fatigue a été utilisée pour tous les essais et que les éprouvettes ont été préparées par la même personne.

- conditions liées à l'environnement (changement de température ...)
- La démarche de simulation a également été utilisée pour l'analyse d'autres paramètres tels que l'effet du nombre d'éprouvettes, l'effet de la densité de pores sur l'effet de volume et de gradient de contrainte. On constate que :
 - avec un faible nombre d'éprouvettes, l'incertitude sur l'estimation de la limite d'endurance peut être conséquente.
 - Pour ce qui est de l'effet de la densité des pores (nombre de pores par millimètre cube), une densité plus grande induit un faible effet de volume et une faible dispersion en résistance (cas de la nuance B) et vice-versa.

La compréhension du rôle de la population de défauts sur l'intensité de ces phénomènes nous a donc permis de développer une démarche numérique permettant de :

- prédire la limite de fatigue avec une grande précision (erreur relative inférieure à 5%)
- prédire la taille du Volume Élémentaire Représentative en fatigue des alliages Al-Si.
- Evaluer la sensibilité à l'effet de taille (et de gradient) ainsi que la dispersion des alliages d'aluminium de fonderie.

Cette démarche est utilisable pour évaluer la variabilité du processus et l'effet des paramètres du processus sur le comportement à la fatigue des alliages Al-Si de fonderie.

Globalement, les deux parties de l'étude à savoir les essais expérimentaux et la démarche de modélisation se complètent et répondent aux problématiques définies dans le cadre de cette thèse.

Commentaire à propos du lien entre l'approche probabiliste proposée et une modélisation utilisant la loi de Weibull

Afin de clairement montrer l'importance de la prise en compte de toutes les caractéristiques de la population de défaut, on se propose, dans la suite, d'apporter une vision critique de l'utilisation de la loi de Weibull dans la prédiction de la résistance en fatigue. Il s'agira plus précisément de mener une discussion à propos du paramètre de forme de la loi de Weibull 'γ'. On procédera dans un premier temps à l'estimation de ce paramètre avec deux méthodes différentes à partir des données expérimentales. Puis il s'agira d'estimer ce paramètre ainsi que d'autres variables (résistance à la fatigue, écart type et coefficient de variation) avec la démarche de modélisation proposée au chapitre 5.

- Estimation de paramètre de forme de la loi de Weibull 'γ' à partir des données expérimentales

Dans l'équation (eq. VII. 1) on rappelle la fonction de répartition de la loi de Weibull à deux paramètres qui sera utilisée dans la suite. 'γ' est le paramètre de forme, et α est le facteur d'échelle. En utilisant la formule en (eq. VII. 2), on peut estimer le paramètre de forme 'γ'. On note également qu'il peut être également identifié directement après ajustement des distributions de résistance à la fatigue de chaque lot en utilisant la méthode de maximum de vraisemblance.

$$F(\Sigma) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\Sigma}{\alpha} \right)^\gamma \right] \tag{eq. VII.1}$$

$$cv = \frac{\bar{\Sigma}}{\bar{\Sigma}} = \frac{\sqrt{\Gamma(1+2/\gamma) - \Gamma^2(1+1/\gamma)}}{\Gamma(1+1/\gamma)} \tag{eq. VII.2}$$

Les résultats sont présentés au Tableau 43.

Tableau 43 : estimation du paramètre de forme 'γ' de la loi de Weibull :

Lot	Coefficient de variation (cv)	Paramètre 'γ' (Estimé par eq. VII.2)	Paramètre 'γ' (Estimé à partir des distributions par Maximum de vraisemblance)
AVN2	0.13	9.21	7.23
AV1	0.11	10.99	9.90
AV2	0.12	10.02	10.13
AV3	0.10	12.15	7.22
BVN2	0.09	13.57	13.80
BV1	0.10	12.15	11.28
BV2	0.07	17.63	15.19

On remarque que les deux méthodes d'estimation donnent des valeurs proches. On observe également que le paramètre 'γ' pour les lots de la nuance B est plus élevé que celui des lots de la nuance A. Ce résultat confirme bien que la nuance B présente moins de dispersion que la nuance A.

- **Estimation du paramètre 'γ' de la loi de Weibull pour les deux nuances à partir des résultats de simulation.**

Dans les simulations suivantes, une population de défauts similaire à celle de l'alliage A puis une autre similaire à celle de l'alliage B sont utilisées. Pour chacune des populations, on fait varier la densité des pores et le rayon de l'éprouvette numérique en gardant sa hauteur fixe (15 mm). Le nombre de répétitions est de 30 000 par point (pour 16 points). Les résultats de la simulation qui correspondent à l'alliage A sont représentés sur la Figure 209 et ceux qui correspondent à l'alliage B sont représentés sur la Figure 210.

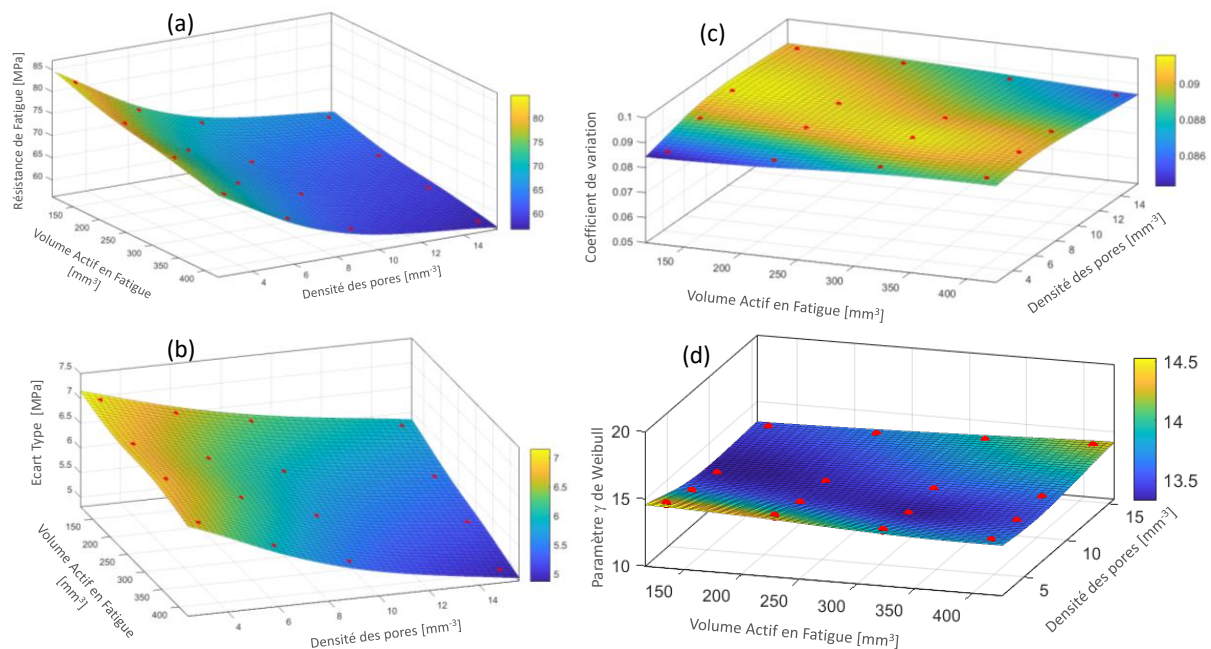


Figure 209 : Résultats de simulation pour la nuance A, avec la surface de réponse pour (a) la résistance, (b) l'écart type, (c) le coefficient de variation et (d) l'exposant de la loi de Weibull.

De la Figure 209, les tendances suivantes sont observées :

- La limite d'endurance chute quand la taille du FAV ou la densité augmente (Figure 209. a).

- L'écart type chute quand la taille du FAV ou la densité augmente (Figure 209. b).
- Sur cette plage de FAV et de densité, le coefficient de variation de résistance à la fatigue reste constant (Figure 209. c).
- En utilisant la formule en (eq. VI. 1), le paramètre ' γ ' de la loi de Weibull est calculé. Ce paramètre comme le cv restent également constants (Figure 209. d).

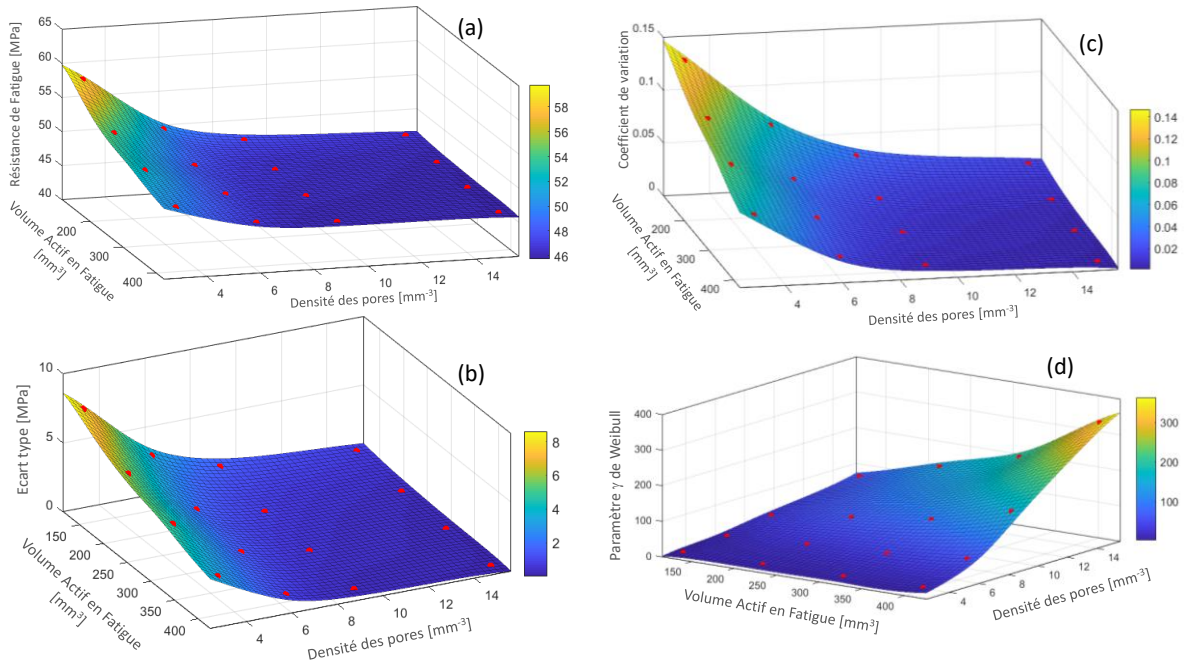


Figure 210 : Résultats de simulation pour la nuance B, avec la surface de réponse pour (a) la résistance, (b) l'écart type, (c) le coefficient de variation et (d) l'exposant de la loi de Weibull.

De la Figure 210, les tendances suivantes sont observées :

- La limite d'endurance chute quand la taille du FAV ou la densité augmente (Figure 210 .a).
- L'écart type chute quand la taille du FAV ou la densité augmente (Figure 210 .b).
- Les paramètres cv et ' γ ' de la loi de Weibull présentent une tendance différente de celle de la nuance A. En effet, la nuance B présente une faible dispersion surtout pour les volumes grands, et par la suite le paramètre ' γ ' croît rapidement pour ces volumes.

Cette courte analyse permet de montrer que le choix d'un paramètre de forme de la loi de Weibull à deux paramètres constants ne permet pas toujours de rendre compte des tendances observées dans les nuances étudiées. La loi de Weibull est donc à utiliser avec précaution pour certains alliages.

PERSPECTIVES

Même si les résultats obtenus dans cette étude permettent de comprendre de manière bien plus précise les effets d'échelle dans les matériaux à défaut, certaines problématiques qui n'ont pu être abordées nécessiteraient une attention particulière. On pense en particulier à :

- Effet d'échelle pour différents modes de chargement (effet du rapport de charge et du taux de bi-axialité)
- Effet d'échelle et dispersion dans le cas des nuances A et B avec traitement HIP. Il serait alors possible de s'affranchir du rôle de la population de défauts et d'accéder à l'effet intrinsèque de la matrice (constituée de α -Al, phases eutectiques, intermétalliques ...)
- Rôle de la géométrie complexe des défauts. Quelle géométrie simplifiée pourrait être considérée comme équivalente du point de vue de l'endommagement en fatigue ?
- Approche en durée de vie plutôt qu'en contrainte. Il a été choisi, dans ces travaux de thèse, d'aborder l'effet d'échelle et la dispersion sous l'angle de la résistance en fatigue. Il serait nécessaire maintenant de vérifier si une approche en durée de vie conduirait aux mêmes tendances que celles observées. Une connaissance très précise des conditions de propagation des fissures longues et courtes sera alors indispensable.
- Application de la démarche probabiliste développée dans cette étude au cas d'un dimensionnement fiabiliste comme illustrée sur la Figure 211. En effet, afin de prédire la probabilité de rupture de la structure, il suffit de prédire la probabilité de rupture de la zone la plus critique. Pour cela, nous avons besoin de suivre les étapes suivantes pour la mise en place de la démarche développée et validée dans le chapitre 6 dans le cas de la culasse.
 - 1) Une estimation de Volume Actif en Fatigue par calcul EF.
 - 2) Caractérisation de la distribution des défauts qui se présente localement au niveau de FAV par microtomographie RX.
 - 3) Générer une population de défauts synthétique similaire à la réelle dans le FAV.
 - 4) Extraire le plus gros défaut contenu dans ce volume.
 - 5) En utilisant le diagramme de Kitagawa-Takahashi on remonte vers la résistance de fatigue locale.
 - 6) On répète les étapes 3, 4 et 5 plusieurs fois, pour obtenir une distribution de défauts critiques et de résistance. La distribution en résistance sera utilisée dans la méthode de Contrainte-Résistance.
 - 7) Le Bureau d'Etude peut notamment fournir la distribution en contrainte. Cette distribution peut être établie par la méthode de comptage Rain-Flow.
 - 8) La confrontation de ces deux distributions (Résistance et Contrainte) et une éventuelle utilisation de la méthode de Monte-Carlo pour calculer la probabilité de rupture (ou fiabilité).

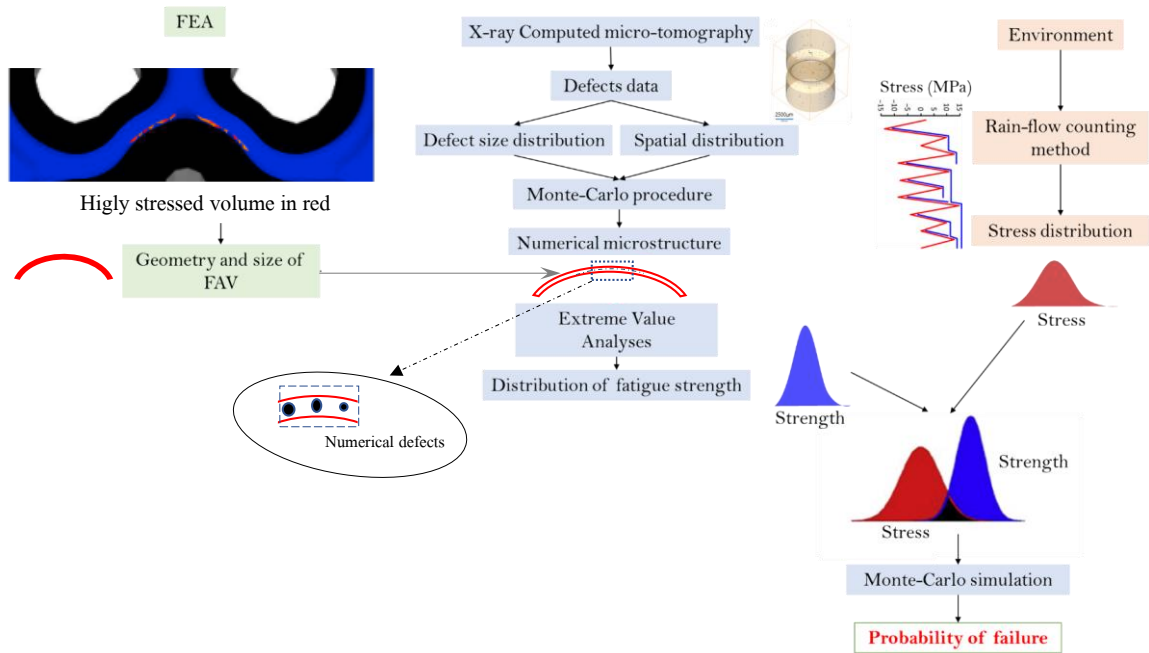


Figure 211: Flow diagram with main steps applied to predict fatigue strength and reliability of structures.

Une autre application est possible dans le cas des essais de validation sur les blocs moteurs. On note que la contrainte n'est pas forcément une distribution. Elle peut être supposée constante. Par exemple, dans le cas d'un test de sévérité sur un bloc moteur sollicité en régime max (C_{dmax}). La distribution de la contrainte pourra se réduire à la constante C_{dmax} . Par la suite, on peut faire un dimensionnement semi-fiabiliste (Figure 212).

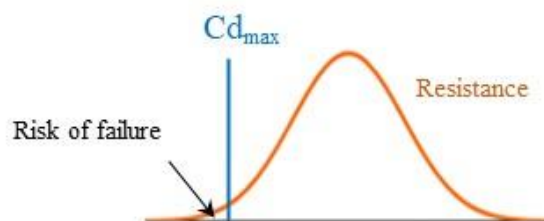


Figure 212: Méthode de calcul semi-probabiliste en considérant un chargement constant. Pour le chargement (C_{dmax}), une éventuelle incorporation des coefficients de sécurité est possible. Pour plus de détails sur les méthode semi-fiabilistes voir (Bignonnet et al. 2016).

Références

- Bignonnet, André, Rémy Chieragatti, Bruno Colin, Stéphan Courtin, Michel Huther, Mac-Lan Nguyen-Tajan and Fabien Szmytka. 2016. “Définition des chargements en fatigue,” 26. Dans : « Comportement en service des systèmes et composants mécaniques ».
- Chou, Yue -Hong. 1995. “Spatial Pattern and Spatial Autocorrelation.” In *Spatial Information Theory A Theoretical Basis for GIS*, edited by Andrew U. Frank and Werner Kuhn, 365–76. Lecture Notes in Computer Science. Berlin, Heidelberg: Springer. https://doi.org/10.1007/3-540-60392-1_24.
- Osmond, Pierre, Viet-Duc Le, Franck Morel, Daniel Bellett, and Nicolas Saintier. 2018. “Effect of Porosity on the Fatigue Strength of Cast Aluminium Alloys: From the Specimen to the Structure.” *Procedia Engineering*, 7th International Conference on Fatigue Design, Fatigue Design 2017, 29-30 November 2017, Senlis, France, 213 (January): 630–43. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2018.02.059>.
- Romano, Simone, Stefano Beretta, Stefano Miccoli, and Michael Gschweidl. 2019. “Probabilistic Framework for Defect Tolerant Fatigue Assessment of AM Parts Applied to a Space Component.” *ASTM International*, April

ANNEXES

A1. SUIVI DE LA PROPAGATION DE FISSURE A PARTIR DE DEFAUTS ARTIFICIELS

1. Introduction

Le Chapitre 4 a permis de mettre en évidence certains traits caractéristiques du comportement en fatigue d'alliages d'aluminium de fonderie et principalement l'effet d'échelle en lien avec certaines propriétés microstructurales. Les résultats obtenus sont très riches d'informations mais l'analyse conduite est restée dans un cadre restreint qu'on peut rappeler ci-après :

- Seule une approche en contrainte a été conduite. La problématique de la propagation de fissure et des effets de microstructure sur l'évolution de la taille de la fissure n'a pas été du tout abordée. Comme l'étude porte sur le régime de la fatigue à grand nombre de cycles, la prise en compte du cas spécifique des fissures courtes semble être nécessaire ;
- Le Chapitre 4 porte uniquement sur les défauts naturels. La quantité de données recueillies est très importante et permet de tracer un diagramme de Kitagawa très riche en information. On peut néanmoins s'interroger sur la criticité de défauts artificiels introduits à la surface de nos échantillons en comparaison avec l'ensemble des données disponible sur les défauts réels ;
- Les alliages A et B présentent des populations de défaut très différentes. Leurs compositions chimiques diffèrent également avec un %Cu beaucoup plus important dans l'alliage A. Même si la porosité est un facteur du premier ordre sur la réponse en fatigue, le rôle exact de l'ajout de Cuivre sur le comportement en fatigue n'a pas été abordé et reste à définir

Cette annexe est proposée afin de compléter et d'enrichir les travaux présentés au chapitre 4 qui ont fait l'objet de l'article Elle concerne le comportement mécanique des fissures (principalement courtes) en fatigue dans l'alliage d'aluminium de fonderie étudié. Les conditions d'amorçage et de propagation de ces fissures, à partir d'un défaut artificiel introduit par micro-perçage, sont caractérisées en procédant à un suivi de la taille de la fissure par vidéomicroscope optique. Des analyses post-mortem à l'aide des techniques de microscopie optique et de microscopie électronique à balayage sont également menées afin d'analyser les effets de la microstructure (Intermétalliques et zones eutectiques Al-Si) sur le comportement à la fissuration.

Ce chapitre s'articule autour de trois axes. Le premier axe (i) est consacré à une brève étude bibliographique sur la problématique des fissures courtes dans les alliages d'aluminium de fonderie. Le deuxième axe (ii) consiste à présenter et discuter les résultats du suivi de fissures. Le troisième (iii) repose sur une analyse des effets de microstructure sur le comportement des fissures en phases d'amorçage et de propagation.

1.1. Rappels sur la spécificité des fissures courtes

Les fissures courtes de fatigue peuvent être caractérisées selon deux catégories (Figure A1. 213) :

- les fissures *micro-structurellement* courtes, avec une taille de l'ordre de la dimension caractéristique de la microstructure (typiquement la taille de grain).

- les fissures *mécaniquement* courtes, d'une taille comparable avec la dimension de leur zone plastique.
- les fissures *physiquement* courtes. Ce sont des fissures typiquement d'une taille inférieure au millimètre. Ces fissures sont caractérisées par un phénomène physique annexe de haute importance et participe à la propagation de la fissure. Il s'agit de phénomènes liés à l'environnement. On peut citer les phénomènes de corrosion, d'oxydation ou encore de fermeture de fissure.

Elles peuvent se propager à des vitesses qui diffèrent de, et généralement dépassent, ceux des fissures longues pour une même valeur du facteur d'intensité de contrainte. Il s'ensuit des prédictions de durée de vie potentiellement non-conservatives (Figure A1. 213).

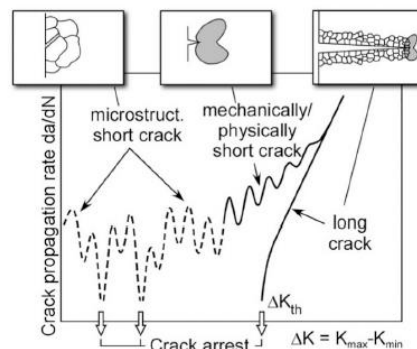


Figure A1. 213: Représentation des stades de propagation d'une fissure en fatigue selon (Miller et al. 1982).

L'allègement des structures est aujourd'hui un problème central dans l'industrie automobile. L'utilisation de l'alliage d'aluminium de fonderie pour la fabrication de plusieurs pièces dans le domaine automobile est souvent optée. Ces pièces contiennent inévitablement des défauts (inclusion, retassure, soufflure, ...). Ces défauts constituent souvent un site d'amorçage des fissures courtes et peuvent mettre en danger l'intégrité de la structure. L'analyse des mécanismes d'amorçage et de propagation de ces fissures dans les alliages d'aluminium de fonderie est primordiale pour mieux maîtriser le dimensionnement, notamment en fatigue, des structures industrielles.

Expérimentalement, deux démarches se présentent pour l'étude de l'amorçage et de propagation des fissures courtes.

Démarche 1 : comme utilisée dans les travaux de (Mbuya and Reed 2014).

1. Prélèvement d'éprouvettes d'un matériau contenant des défauts naturels
2. Sollicitation en fatigue
3. Vérification régulière de l'apparition des fissures sur la surface de l'éprouvette et de leur suivi. Le suivi dans ce cas se fait souvent en utilisant la méthode de répliques sur toute la surface de l'éprouvette.

Démarche 2 : comme utilisée dans les travaux de (Abdessamad et al. 2018).

1. Prélèvement des éprouvettes d'un matériau contenant des défauts naturels
2. Traitement de Compression isostatique à Chaud (CIC) des éprouvettes.
3. Introduction d'un défaut artificiel sur la surface de l'éprouvette (par micro-perçage, usinage électrochimique, ...)
4. Sollicitation en fatigue
5. Suivi de fissure (avec la méthode des répliques ou par vidéomicroscope, ...)

Dans notre étude, c'est la deuxième démarche qui est choisie. Car, elle présente l'avantage de localisation de l'amorçage au niveau du défaut artificiel. Le suivi de fissure est fait par vidéomicroscope.

1.2. Effet de la microstructure sur la propagation des fissures courtes

D'après les études de la littérature, la microstructure dans les alliages d'aluminium de fonderie semble jouer un rôle différent dans les phases d'amorçage et de propagation des fissures courtes en fatigue mécanique.

En effet, des travaux montrent que l'amorçage se fait souvent au niveau des particules primaires de Si. Les travaux de (Joyce et al. 2003) ont notamment montré que la fissuration en fatigue dans deux alliages Al-Si se produit principalement au niveau des particules primaires de Si à la fois à température ambiante et à haute température (200 °C et 350 °C). Les auteurs (Joyce et al. 2003) ont également observé que l'amorçage des fissures se produit principalement au niveau des particules intermétalliques et des pores dans l'alliage à 6,9 (wt %) de Si, mais exclusivement à partir des pores dans l'alliage à faible teneur en Si (0,67 wt %). Ces études indiquent donc que l'abaissement de la teneur en Si réduit le rôle des particules de Si dans l'amorçage des fissures de fatigue. Cela s'accompagne malheureusement d'une augmentation en taux de porosité, qui domine ensuite le comportement à la fatigue, en particulier pour l'alliage à faible teneur en Si (Moffat et al. 2005). A l'issue de ces observations, des alliages à faible teneur en Si ont été proposés (Moffat et al. 2005) pour atténuer l'amorçage des fissures de fatigue à partir des particules primaires de Si.

Pour ce qui est de la propagation, les fissures courtes de fatigue sont connues pour fortement interagir avec les particules intermétalliques et les zones eutectiques. Plusieurs travaux (Moffat 2007 ; Mbuya et al. 2016 ; 2012) montrent que les particules intermétalliques et les zones eutectiques Al-Si jouent un rôle important sur le chemin de fissuration et la vitesse des fissures courtes. En effet, la croissance de petites fissures est souvent retardée ou même arrêtée au niveau des particules intermétalliques et des régions eutectiques Al-Si. La bifurcation des fissures aux intermétalliques et au Si eutectique est également fréquemment observée (Moffat et al. 2009).

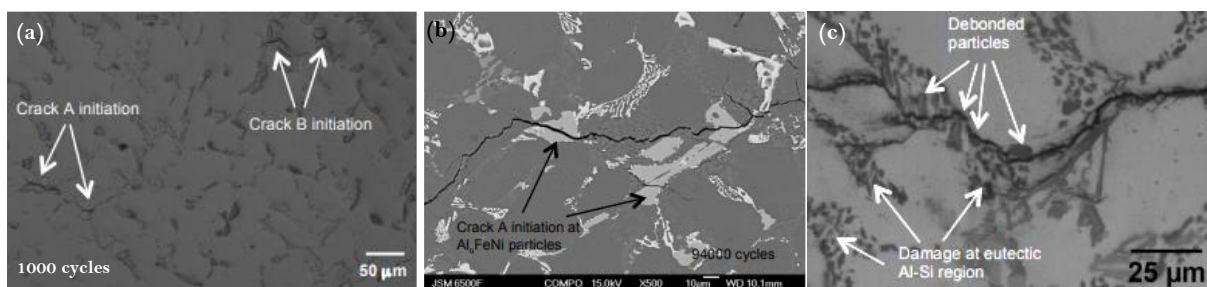


Figure A1. 214: mécanismes d'amorçage et effet de la microstructure sur la propagation des fissures (a) une réplique pour la localisation d'amorçage, (b) image MEB montrant le rôle de microstructure dans l'amorçage et (c) une réplique indiquant l'effet de la microstructure sur la propagation de fissure (Mbuya and Reed 2014).

Dans (Mbuya and Reed 2014), des alliages d'aluminium de fonderie ayant subi un traitement de Compression Isostatique à Chaud (CIC) sont utilisés. Un suivi de fissure est conduit par la méthode des répliques. Les auteurs ont observé que la croissance de fissures courtes est souvent retardée ou même arrêtée au niveau des particules intermétalliques et des régions eutectiques Al-Si. Une bifurcation des fissures aux intermétalliques et aux zones eutectiques est également fréquemment observée.

1.3. Comportement mécanique des fissures courtes

Historiquement, la majeure partie des travaux effectués cherche à expliquer les fissures mécaniquement courtes et à étendre l'analyse de la MELR. Plusieurs chercheurs comme (Ritchie and Lankford 1986; Mbuya and Reed 2014; Mbuya et al. 2012 ; 2016 ; A. Moffat et al. 2009) se sont intéressés à leurs études. Un exemple de ces travaux est présenté dans la Figure A1. 215.

La Figure A. 3 regroupe des données de différents alliages d'aluminium de fonderie testés avec un rapport de charge ($R=0.1$) par (Mbuya and Reed 2014). Elle met en évidence la différence de comportement des fissures courtes et des fissures longues. Comme on peut le constater, généralement les fissures courtes présentent une vitesse de propagation (da/dN) plus élevées que celle des fissures longues pour la même valeur de ΔK . Ces résultats sont en accord avec ceux de (Caton et al. 1999) sur la Figure A1. 216.

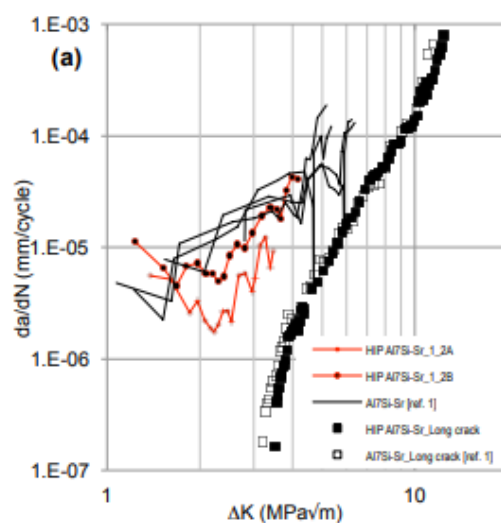


Figure A1. 215: Données de propagation de fissures courtes pour toutes les fissures analysées dans l'alliage d'aluminium traité en CIC par rapport au matériau non traité ainsi que les données de croissance de fissures longues correspondantes. Le suivi est fait avec la méthode des répliques (Mbuya and Reed 2014).

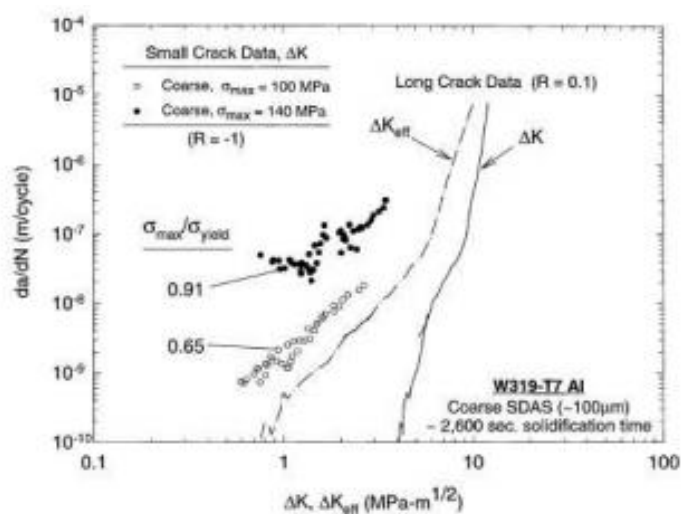


Figure A1. 216: Données de propagation de fissures courtes et longues pour des fissures analysées dans l'alliage d'aluminium (Caton et al. 1999).

1.4. Méthodologies de prise en compte de comportement des fissures courtes

Pour répondre à la problématique des fissures courtes, différentes approches ont été proposées. Ici, on présente les deux méthodes les plus discutées dans les travaux de la littérature.

- **Correction avec ΔK_{eff} : prise en compte de l'effet de fermeture de fissure**

L'effet de fermeture est souvent utilisé pour expliquer la spécificité des fissures courtes. En effet, la différence de vitesse de propagation entre fissures courtes et longues s'estompe fortement dès que ces vitesses sont exprimées en fonction de K_{eff} . Cette méthode présente l'inconvénient de nécessiter l'estimation du niveau de fermeture de la fissure qui n'est pas facile à déterminer expérimentalement.

Pour le calcul des durées de vie en bureau d'études (BE), on utilise en général une loi type Paris pour les fissures longues et une pour les fissures courtes tronquée comme représenté sur la Figure A1. 217 (b).

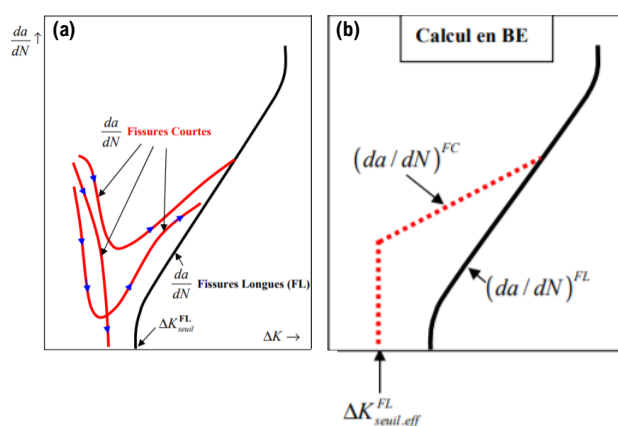


Figure A1. 217: Méthode de correction avec ΔK_{ouv} (a) schématisation de comportement des fissures courtes, et (b) schématisation de la loi de Paris pour les fissures courtes.

- **Correction avec l'ajout de la constante d'El Haddad (El Haddad et al. 1979)**

Avant d'introduire cette méthode, on rappelle tout d'abord les hypothèses de (Yukitaka Murakami 2019) pour le calcul de ΔK pour les défauts de surface. Selon Murakami, une équivalence mécanique existe entre une fissure qui est amorcée à partir d'une interface inclusion-matrice et une fissure qui est amorcée à partir d'un pore (Figure A1. 218).

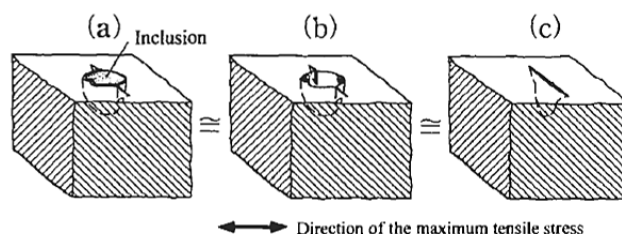


Figure A1. 218: Equivalence entre (a) une fissure s'amorçant à partir d'une inclusion (b) à partir d'un pore (Murakami 1991).

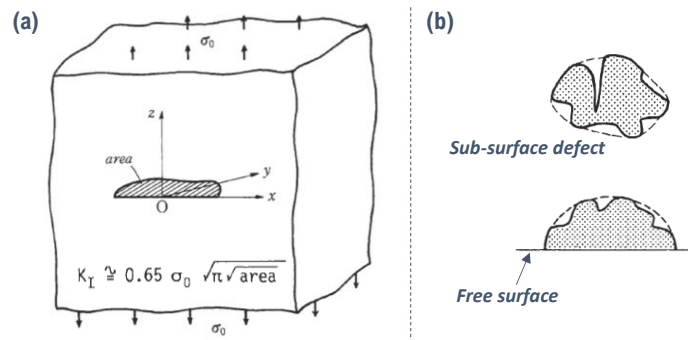


Figure A1. 219: (a) estimation de facteur d'intensité de contrainte pour des fissures surfaciques (b) estimation de l'aire effective du défaut (Murakami 1991). Le facteur de forme Y vaut 0.65 selon Murakami.

Selon (Murakami 1991), le facteur d'intensité de contrainte peut être estimé avec la formule suivante.

$$\Delta K = Y \Delta \sigma \sqrt{\pi \sqrt{Area}} \quad (\text{eq. A1.1})$$

Le principe de la méthode de (El Haddad et al. 1979) repose sur l'ajout d'une fissure d'une taille fictive (a_0) à la taille de la fissure réelle qui permet de ramener la courbe de propagation de la fissure courte à celle des fissures longues (Figure A1. 220). La constante a_0 est estimée en fonction des propriétés du matériau et du chargement. Pour plus de détails sur cette méthode voir la section (3.4). Précisons que cette méthode sera utilisée dans l'analyse des fissures courtes dans cette étude.

$$\Delta K_{Mod} = Y \cdot \Delta \sigma \sqrt{\pi(\sqrt{Area} + a_0)} \quad (\text{eq. A1.2})$$

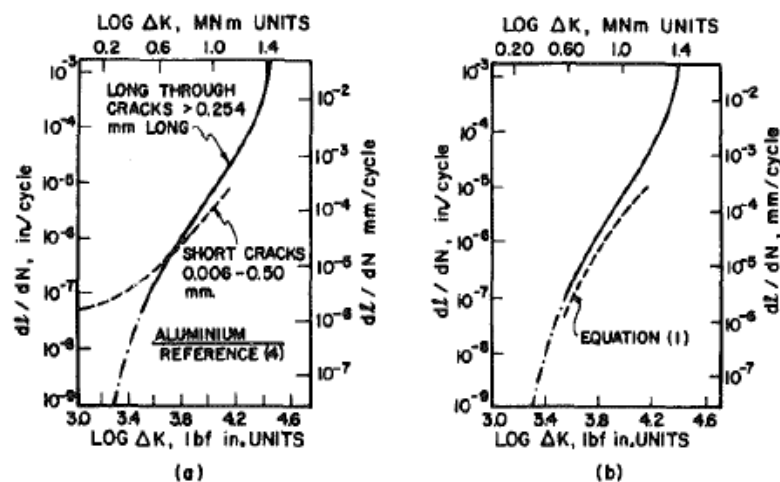


Figure A1. 220: Courbe de propagation des fissures courtes et longues pour un alliage d'Aluminium BSL65 (El Haddad et al. 1979)

2. Conditions et démarche expérimentales de suivi de fissure

Afin de bien comprendre les mécanismes physiques gouvernant la cinétique de ces fissures courtes, une démarche expérimentale a été mise en place. Les étapes de cette démarche sont les suivantes :

1. Prélèvement des éprouvettes à partir de la culasse (Nuance A : AlSi7Cu05Mg03 - T7)
2. Traitement CIC de ces éprouvettes afin de fermer tous les pores artificiels
3. Polissage de ces éprouvettes
4. Introduction des défauts artificiels
5. Contrôle de la forme et de la taille des défauts (microscope optique et profilomètre)
6. Sollicitation de fatigue appliquée à ces éprouvettes et observations en temps réel de l'amorçage et de la propagation de fissure en utilisant un vidéomicroscope optique.
7. Observation en microscopie optique de la zone d'amorçage et du chemin de propagation de la fissure et son interaction avec la microstructure.
8. Rupture complète de l'éprouvette et observation de faciès de rupture.

2.1. Matériau

Le matériau utilisé correspond à l'alliage AlSi7Cu05Mg03 coulé par le procédé de moulage coquille pour l'obtention de la culasse. Les éprouvettes prélevées ont subi un traitement CIC et ensuite un traitement thermique T7. Le traitement de CIC est réalisé sous une température de 500°C avec une pression de 1000 bars. Ce traitement a été sous-traité à la société Bodycote.

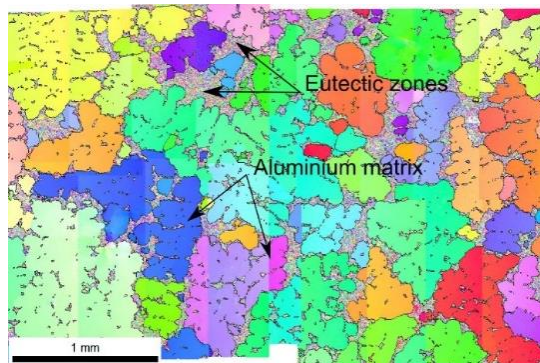


Figure A1. 221: Image EBSD de la nuance A avant traitement (CIC) indiquant une $\sqrt{\text{Area}(\text{grain})} = 337 \pm 143 \mu\text{m}$ (Le 2016).

2.2. Préparation des éprouvettes

Sur les éprouvettes avec la géométrie définie à la Figure A1. 222, des défauts artificiels ont été introduits par micro-perçage.

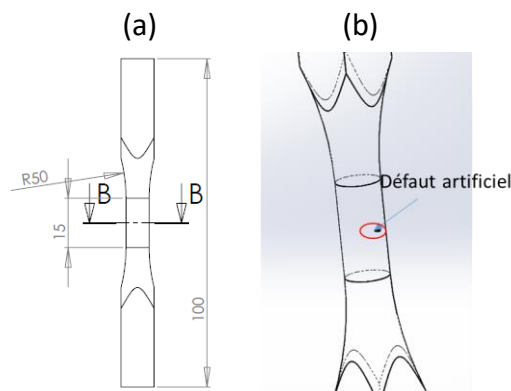


Figure A1. 222: (a) géométrie d'éprouvette de traction et (b) localisation du défaut artificiel.

Les étapes (Figure A1. 223) d'introduction des défauts artificiels et de suivi de fissure ainsi que la mesure de la taille de la fissure sont les suivantes :

1. Polissage (20 min avec une solution de diamant de 1 μm) : E1
2. Micro-perçage (E2) avec une fraise à 2 tailles.
3. Nettoyage dans un bain d'ultrason
4. Image avec profilomètre et microscope optique (vérification taille et forme) : E3
5. Sollicitation en fatigue selon le protocole de Locati et suivi avec un vidéomicroscope : E4
6. Nettoyage dans un bain d'ultrason
7. Observations de la surface (Microscope optique, MEB) : E5
8. Rupture de l'éprouvette et Observation de faciès de rupture MEB : E6

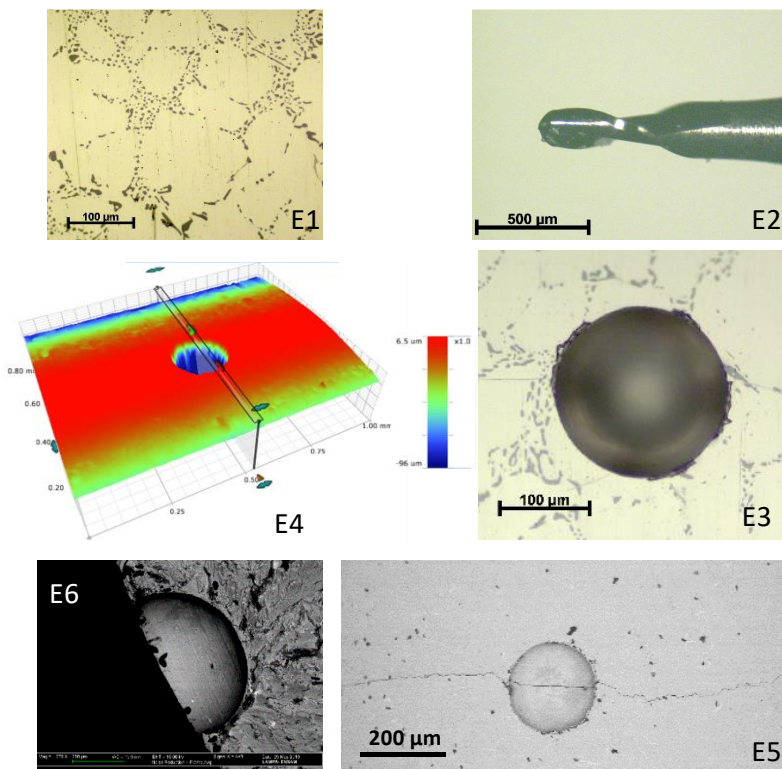


Figure A1. 223 : étapes de préparation et d'introduction des défauts artificiels

2.3. Géométries des défauts

Sur la Figure A1. 224, un exemple de vérification de la géométrie de défaut avec le profilomètre est présenté.

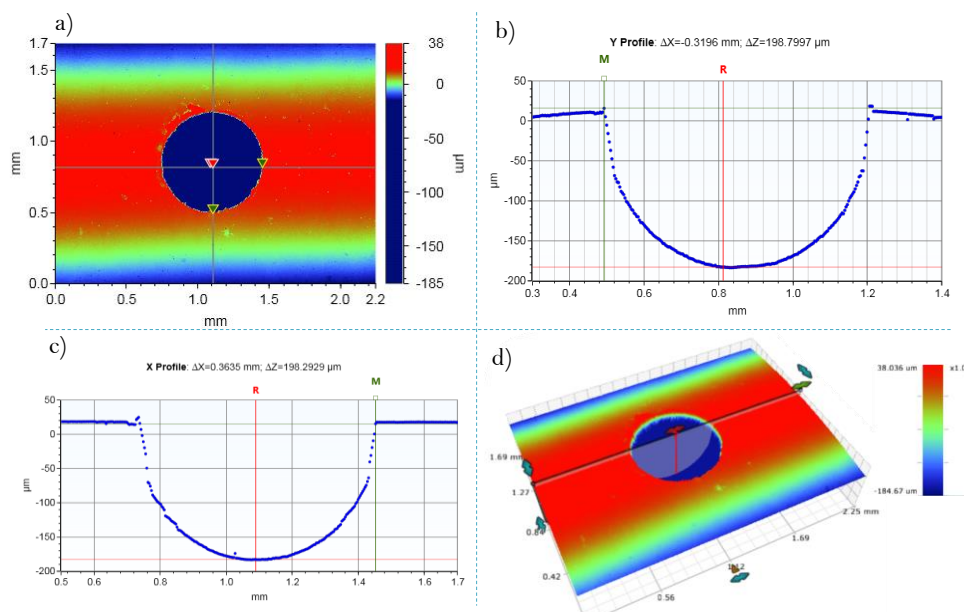


Figure A1. 224: Exemple de défauts artificiels et sa caractérisation avec le profilomètre (a), (b), (c) et (d) sa représentation tridimensionnelle.

Afin d'introduire les défauts artificiels, une micro-perceuse (Figure A1. 225(a)) a été utilisée. La vérification de la forme et de la taille des défauts est assurée avec le profilomètre (Figure A1. 225(b)).

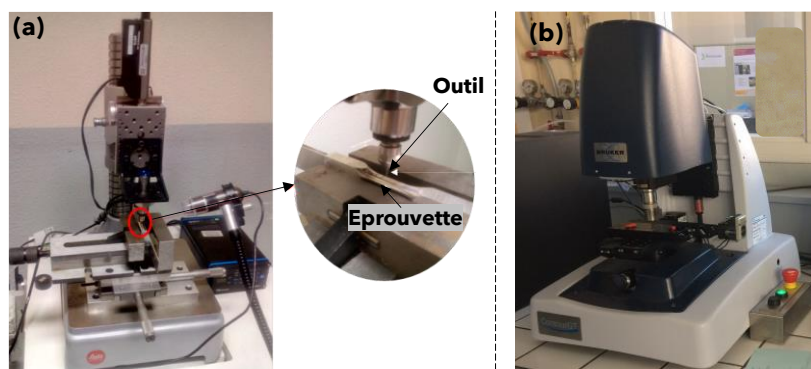


Figure A1. 225: (a) micro-perceuse et (b) le profilomètre

Le MEB est utilisé à la fois pour analyser les mécanismes d'amorçage et ceux de propagation des fissures courtes (Figure A1. 226).



Figure A1. 226: Microscopie électronique à balayage et ces caractéristiques

Afin d'étudier l'amorçage et la propagation des fissures courtes, les méthodes expérimentales suivantes ont été utilisées :

Fréquence de résonance : La progression de la fissure conduit à une chute de la raideur de l'ensemble du dispositif éprouvette et ligne d'amarrage. Cette chute de raideur conduit à la baisse de la fréquence de résonance Figure A1. 227 (a).

Vidéomicroscope : permet à la fois la détection et le suivi visuel de la fissure Figure A1. 227 (b). Cette technique présente l'avantage d'une observation directe avec un suivi en temps réel sans avoir besoin d'arrêter la machine. L'inconvénient de cette méthode est l'impossibilité d'accéder à la géométrie du front de fissure.

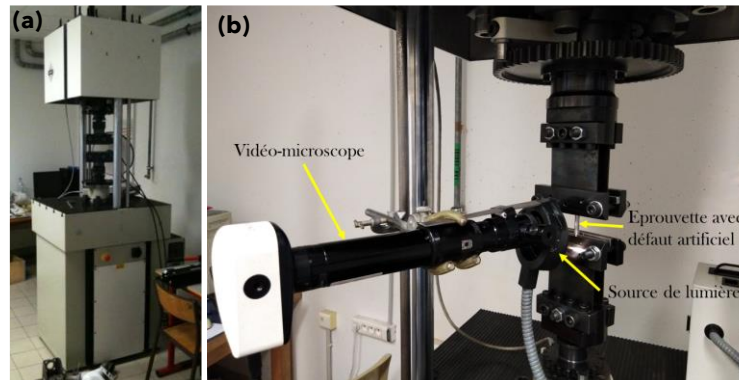


Figure A1. 227: (a) vibrophore de type Rumul Test-Tronic et (b) vidéomicroscope.

3. Résultats des essais de fissuration

3.1. Analyse du comportement mécanique

Plusieurs tentatives de suivi de fissure ont été faites sur 12 éprouvettes. Un seul test a conduit à des résultats exploitables. Les 11 autres essais ont permis la construction d'un diagramme de Kitagawa-Takahashi pour les défauts artificiels et de le comparer avec celui des défauts naturels. La méthode par paliers proposée par (Lanning et al. 2005) a été utilisée pour l'estimation de la résistance à la fatigue.

- **Données brutes**

Les éprouvettes sont désignées ES (Eprouvette de Suivi de fissure). La dernière ligne du Tableau 44 donne des informations sur la géométrie des défauts, défauts hémisphériques ou de forme plus complexe (Figure A1. 255) avec diamètre et profondeur. Notons que 12 éprouvettes ont été testées et que seules 7 ont amorcé une fissure au niveau du défaut artificiel. Les autres éprouvettes ont fissuré au niveau de tête de l'éprouvette.

Tableau 44: Résultats de tenue à la fatigue pour les essais avec défauts artificiels

	Es-01	Es-02	Es-04	Es-07	Es-08	Es-09	Es-10
R=0.1							
s_a (MPa)							
80			x				
75			o			x	x
70	x	x	o	x		o	
65	o		o	o	x		
60	o						
55	o						
50	o						
45	o						
40	o						
35	o						
30							
Nf	270139	1236206	1410944	415942	1112325	1025368	369238
$\sqrt{a_0}$ (μm)	376	260	155	160	250	125	189
Géométrie	Hémisphérique diam. 600 μm	Voir Figure A1. 255 (c et d)	Voir Figure A1. 255 (b)	Oblique avec diam. 200 μm et profondeur 150 μm	Hémisphérique diam. 400 μm	Hémisphérique diam. 200 μm	Oblique avec diam. 200 μm et profondeur 200 μm .

- Les courbes SN

Sur la Figure A1. 228, on présente la courbe SN des résultats des essais de fatigue pour l'ensemble des défauts artificiels. On indique également pour chaque point la taille du défaut artificiel à l'origine de l'amorçage.

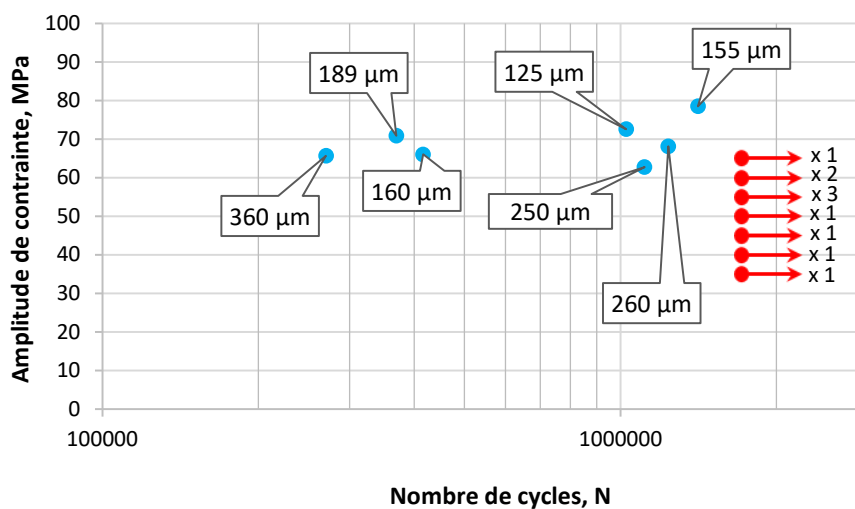


Figure A1. 228: Courbe SN pour les essais avec défauts artificiels

- **Diagramme de Kitagawa-Takahashi**

La Figure A1. 229 regroupe les résultats de résistance à la fatigue estimés avec la méthode de (Lanning et al. 2005), obtenus en utilisant les éprouvettes avec des défauts naturels (pores et/ou oxydes) des nuances A et B aux quelles on a ajouté les résultats obtenus pour les essais avec des défauts artificiels.

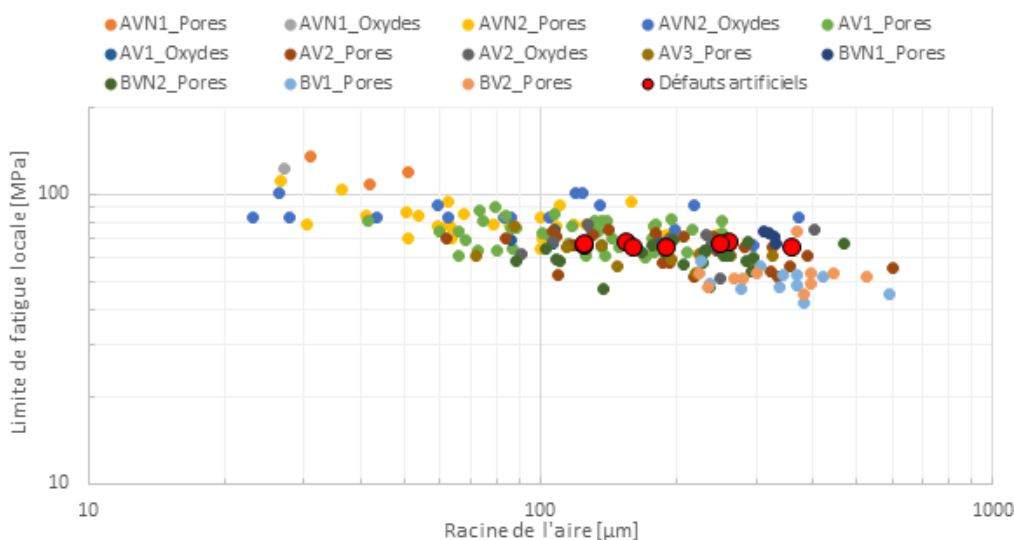


Figure A1. 229: diagramme de Kitagawa-Takahashi pour des défauts artificiels et d'autres naturels.

- La Figure A1. 229 montre que les résultats des essais avec défauts artificiels se situent au sein des données relatives aux défauts naturels des nuances A et B. A partir de ces résultats on peut conclure que l'effet de Cu sur la limite d'endurance est faible pour une taille de défaut supérieure à 100 μm . La nuance B (avec des tailles de défauts de même ordre que celles des défauts artificiels) présente en effet des niveaux similaires de résistance en fatigue.
-
- Les défauts et les oxydes induisent le même ordre de dispersion. Ce point a été déjà abordé dans le chapitre III.
- La limite d'endurance chute en fonction de la taille des défauts. Un résultat très connu dans les travaux de la littérature (Billaudeau et al. 2004 ; Murakami and Beretta 1999 ; Romano et al. 2019 ; Rotella 2017).

3.2. Analyse des mécanismes d'amorçage

La Figure A1. 230 montre un amorçage de la fissure au niveau d'un défaut artificiel. La géométrie de ce défaut est présentée sur la Figure A1. 231. Cet amorçage et sa propagation sont facilités par la présence d'une zone eutectique proche de la zone de forte concentration de contrainte du défaut. Les résultats de la littérature montrent également que les fissures préfèrent se propager en suivant les joints de grains (Fabien Lefebvre 2003). Selon (Buffière et al. 2001c) les particules eutectiques qui se positionnent suivant une ligne indiquent la présence de joint de grains (Figure A1. 232).

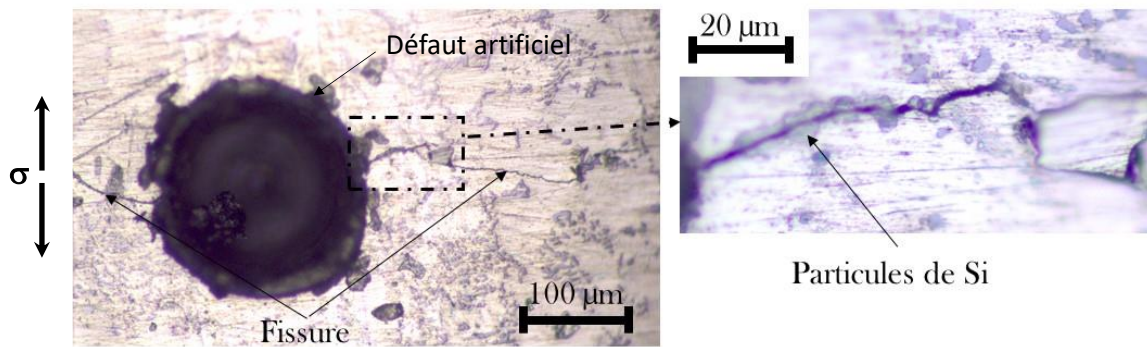


Figure A1. 230: Amorçage de fissure niveau du défaut artificiel de l'éprouvette ES04

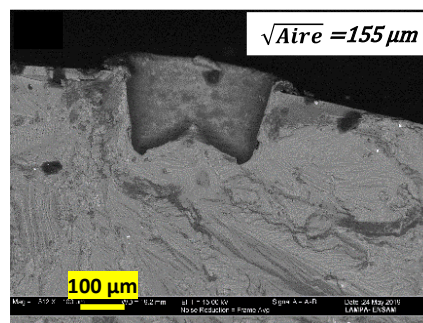


Figure A1. 231 : La forme du défaut artificiel après la rupture totale de l'éprouvette ES04

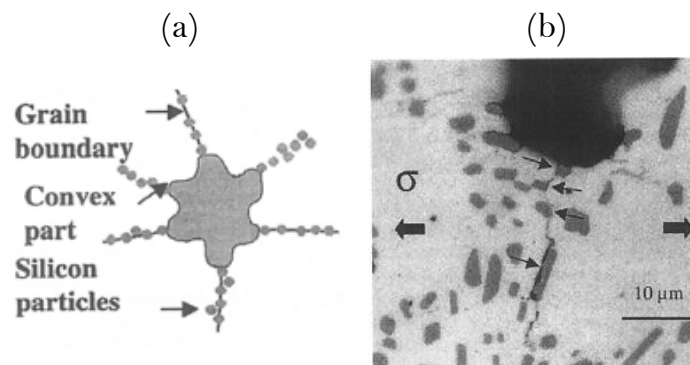


Figure A1. 232: (a) schéma des positions des particules de silicium eutectiques autour d'un pore et (b) effet de ces particules sur l'amorçage de fissure (Buffière et al. 2001c).

- **Eprouvette avec un défaut hémisphérique**

Il a également été possible d'observer une fissure de fatigue amorcée à partir d'un défaut hémisphérique (Figure A. 20).

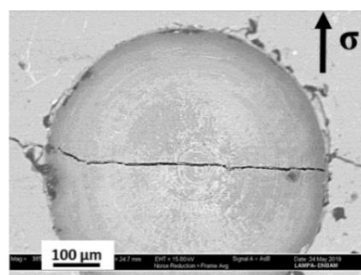


Figure A1. 233: Fissure amorcée à partir d'un défaut artificiel hémisphérique de diamètre 600 µm.

Afin d'analyser les mécanismes d'amorçage à partir de ce défaut artificiel, des simulations numériques ont été menées sur un défaut de même forme hémisphérique et même taille (diamètre de 600 μm). A l'aide de ce calcul élément finis (en comportement élastique), on comprend que l'amorçage se fait dans la zone de forte concentration de contrainte (Figure A1. 234).

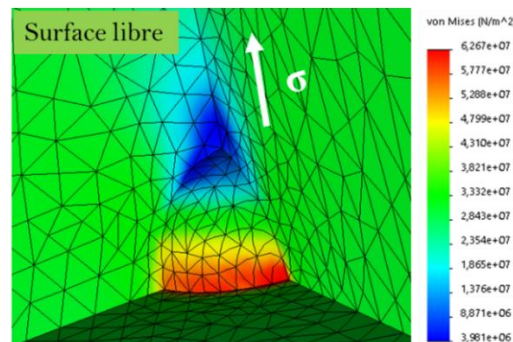


Figure A1. 234: Concentration de contrainte (contrainte équivalente de von Mises) au bord d'un défaut artificiel hémisphérique.

- **Eprouvette avec un défaut à forme cylindrique à fond hémisphérique (Figure A1. 235)**

La Figure A1. 236 montre le résultat d'un essai de fissuration sur une éprouvette avec un défaut à forme cylindrique avec un fond hémisphérique (Figure A1. 235). A partir de la Figure A1. 236, on déduit que les deux lignes droites au niveau des zones de forte concentration de contrainte du défaut indiquent le mécanisme d'amorçage par formation de Bandes de Glissement Persistantes (BGP). La Figure A1. 237 explique ce mécanisme d'amorçage. La fissure s'amorce sur une bande de glissement puis se propage en Mode I. on note également la présence d'une fissure non-propageante au-dessus de la fissure principale. Le même type de fissures est appelé "microfissure" dans la Figure A1. 237.

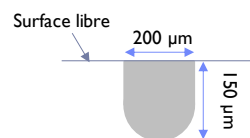
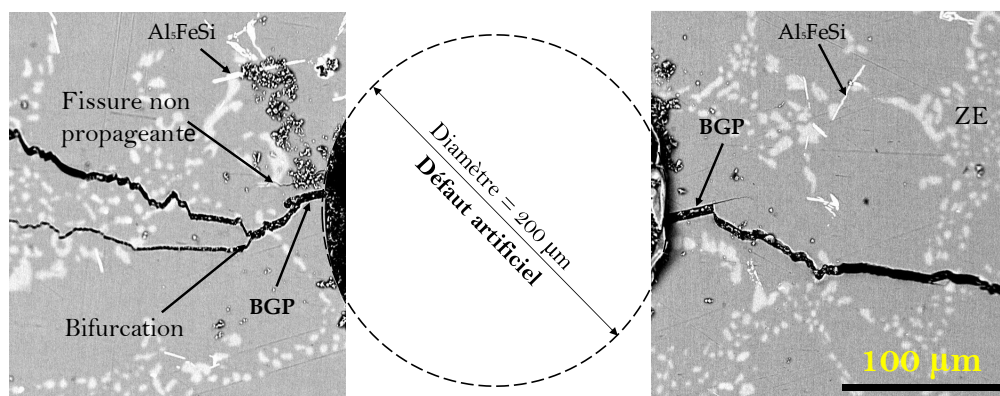


Figure A1. 235: forme de défaut artificiel



BGP: Bande de Glissement Persistante
ZE: Zone Eutectique

Figure A1. 236: Amorçage puis propagation à partir d'un défaut artificiel à la surface de l'éprouvette ES07

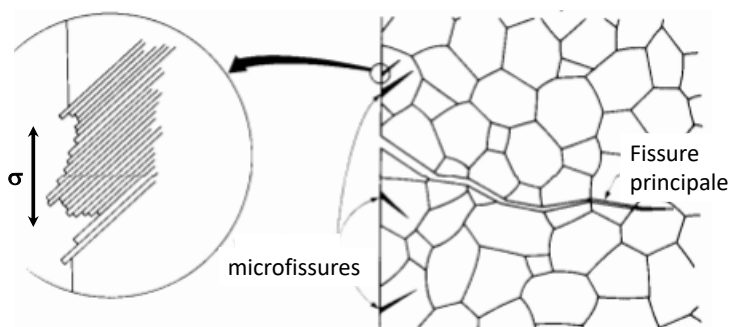
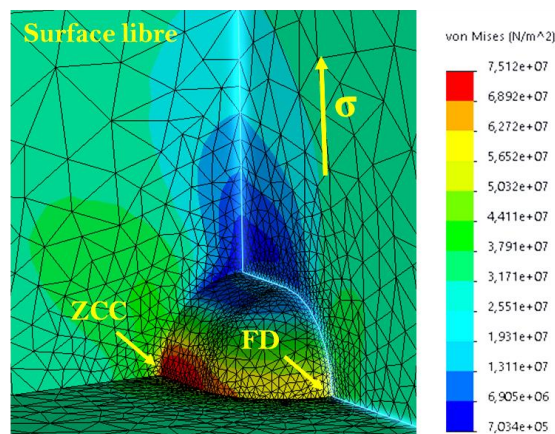


Figure A1. 237: Mécanisme d'amorçage d'une fissure de fatigue à partir d'une Bande de Glissement Persistante (Do 2013).

Un calcul élément finis tenant compte de la forme spécifique de ce défaut artificiel (Figure A. 25) permet de localiser la zone la plus contrainte (ZCC) à l'origine de la formation des bandes de glissement et de la fissure.



ZCC: Zone de concentration de contrainte
FD: fond de défaut

Figure A1. 238: Simulation par éléments finis sur une éprouvette avec un défaut numérique similaire à celui de la Figure A1. 235.

3.3. Analyse de la cinétique de propagation des fissures courtes

Grâce à l'utilisation du vidéomicroscope optique, le suivi de fissure a été réalisé. Les courbes de la cinétique de propagation de la fissure $a=f(N)$ et de sa vitesse de propagation en fonction de facteur d'intensité de contrainte ont été établies.

On rappelle que le défaut de l'éprouvette analysée dans cette section est le même que celui présenté à la Figure A1. 236.

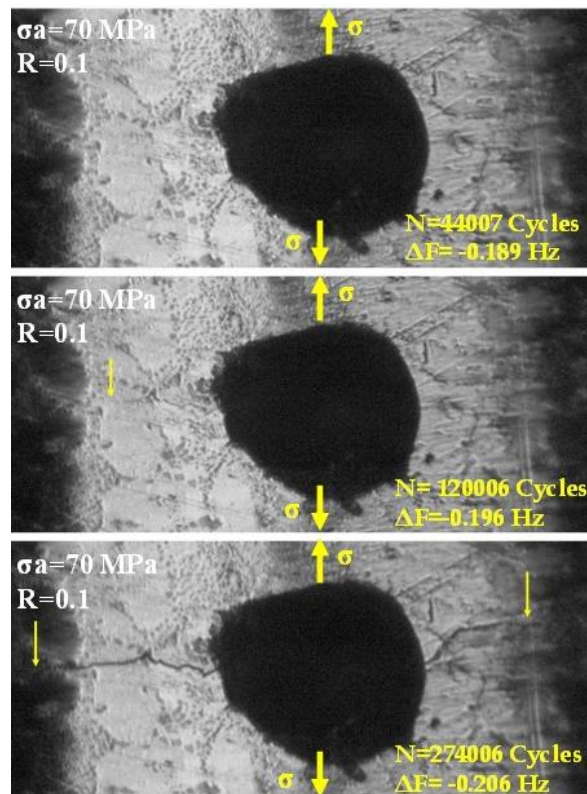


Figure A1. 239: images de suivi de fissures à différents nombres de cycles, les flèches indiquent le front de fissure.

Des images ont été prises à l'aide d'un MEB afin mieux comprendre l'effet de la microstructure sur la propagation de la fissure. Une discussion plus détaillée est proposée en section (3.6). La Figure A. 27 présente une vue globale de la fissure suivie dans cette étude.

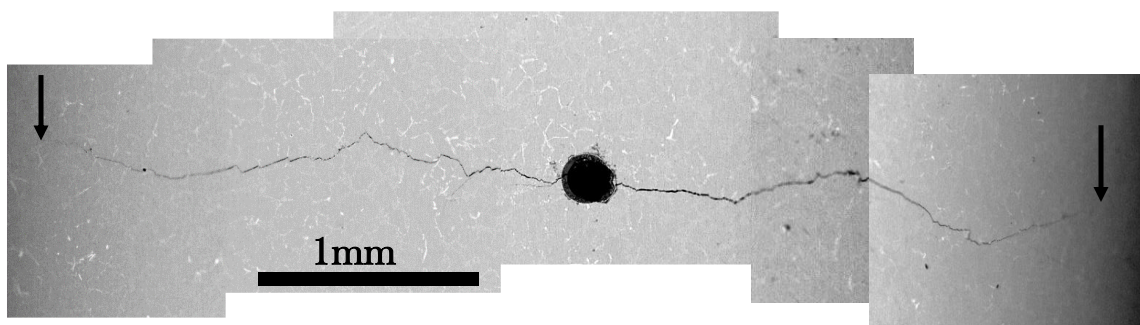


Figure A1. 240: Cette image correspond à une chute de fréquence de -1 Hz et à un nombre de cycles N_f de 415939. Les flèches indiquent le front de fissure.

- **Analyse de propagation de la fissure en fonction du nombre de cycles**

A partir de ces séquences d'images prises à l'aide de vidéomicroscope, la mesure de la taille de fissure en fonction du nombre de cycles est réalisée à l'aide du logiciel Image-J. On note que lors de l'amorçage de cette fissure, il y a eu un décalage entre la fissure de droite et celle de gauche Figure A. 28. La fissure de droite a amorcé après environ 150000 cycles (Figure A1. 242).

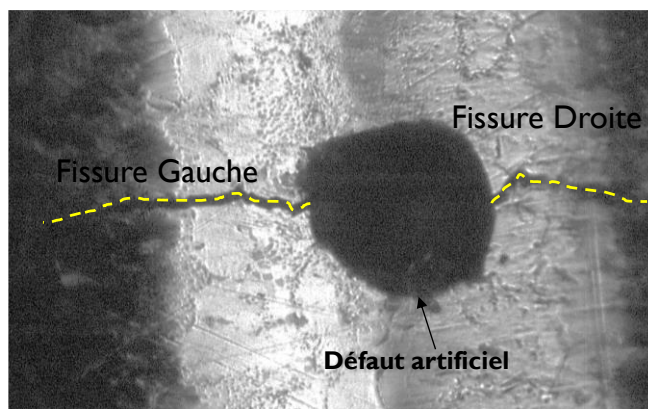


Figure A1. 241: localisation des deux fissures, à droite à gauche.

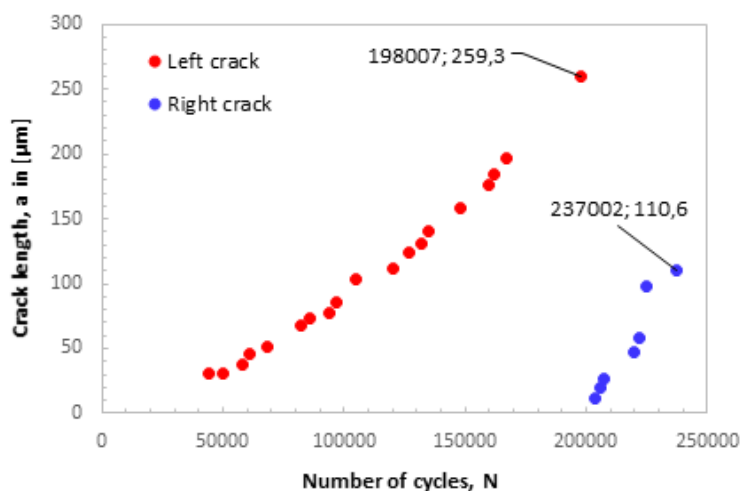


Figure A1. 242: Longueur en surface de la fissure en μm en fonction du nombre de cycles, N , fissure de droite et de gauche.

Pour le traitement de la propagation de cette fissure, on a considéré la somme des deux fissures (de droite et de gauche). La fissure résultante suit une loi exponentielle, un résultat conforme aux travaux de la littérature (Virkler et al. 1979).

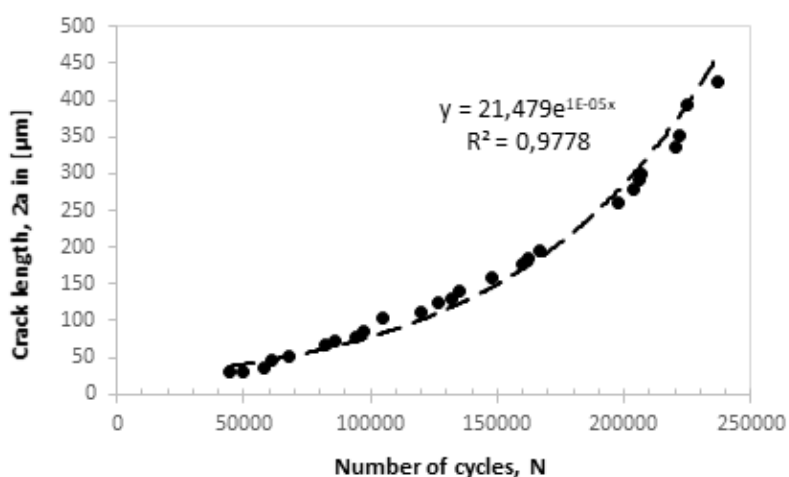


Figure A1. 243: Longueur de la fissure totale en surface en μm en fonction du nombre de cycles, N . On note que sur l'axe vertical on a noté '2a'.

3.4. Analyse de la vitesse de propagation des fissures courtes ($da/dN=f(\Delta K)$)

Après l'établissement de la courbe de propagation de la fissure, l'établissement de la courbe ($da/dN=f(\Delta K)$) est nécessaire afin d'analyser le comportement des fissures courtes. Mais, tout d'abord on rappelle que pour pouvoir estimer le facteur d'intensité de contrainte ΔK en utilisant la formule de Murakami (Figure A1. 219), une estimation de l'aire de la fissure est nécessaire.

Afin d'utiliser l'approximation proposée par Murakami, le front de la fissure est considéré semi-circulaire et la racine de l'aire peut être calculer en fonction de la longueur « l ».

Dans le cas d'un défaut de surface, l'aire considérée est un demi-cercle (Figure A1. 244).

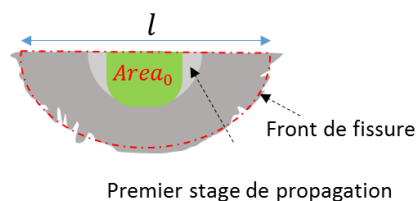


Figure A1. 244: schématisation du front de fissure.

$$\sqrt{Area} = \sqrt{\frac{\pi l^2}{8}} = \sqrt{\frac{\pi}{8}} l \quad (\text{eq. A1.3})$$

La courbe obtenue par la suite est représentée sur la Figure A1. 245.

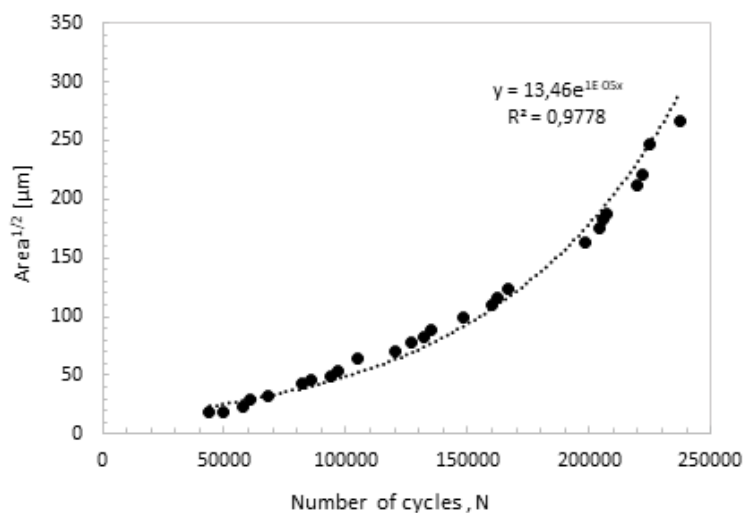


Figure A1. 245: Taille de fissure totale en aire en fonction de nombre de cycles, N.

Lorsque la taille de la fissure est faible, sa vitesse de croissance (da/dN) est faible. Quand la taille de fissure commence à croître, sa vitesse (da/dN) croît aussi.

Par la suite, le calcul de ΔK est donné par l'équation (eq. A1.4).

$$\Delta K = Y \cdot \Delta \sigma \sqrt{\pi \sqrt{Area}} = 0.65 \Delta \sigma \sqrt{\pi \sqrt{\frac{\pi}{8}} l} \quad (\text{eq. A1.4})$$

- **Méthode de correction d'EL HADDAD**

L'idée d'EL HADDAD est d'introduire une constante 'a₀' traduisant une taille de fissure fictive. Les solutions de la mécanique linéaire de la rupture (plastique et élastique) ont ensuite été modifiées pour décrire le comportement de fissures courtes en introduisant cette constante.

$$\Delta K = Y \cdot \Delta \sigma \sqrt{\pi(\sqrt{Area} + a_0)} \quad (\text{eq. A1.5})$$

L'expression de la constante 'a₀' est une constante du matériau et est donnée par la formule suivante (eq. A1. 6).

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{TH}}{Y \Delta \sigma_D} \right)^2 \quad (\text{eq. A1.6})$$

où ΔK_{TH} est le facteur d'intensité de contrainte seuil au-dessous duquel les fissures longues restent sans propagation ; $\Delta \sigma_D$ est la résistance en fatigue du matériau.

$$\Delta K_{Mod} = Y \Delta \sigma \sqrt{\sqrt{\frac{\pi^3}{8}} l + \left(\frac{\Delta K_{TH}}{Y \Delta \sigma_D} \right)^2} = 0.65 \Delta \sigma \sqrt{\sqrt{\frac{\pi^3}{8}} l + \left(\frac{\Delta K_{TH}}{Y \Delta \sigma_D} \right)^2} \quad (\text{eq. A1.7})$$

Dans cette formule (eq. A1.7) nous avons besoin d'une estimation de ΔK_{TH} . Ca valeur a été estimée en utilisant les données de la littératures issus des travaux de (Mbuya and Reed 2014) (voir Tableau 45).

Tableau 45: Données de essais de fissuration des alliages d'aluminium de fonderie selon (Mbuya and Reed 2014)

Alloy	No. of tests	ΔK_{th} (MPa \sqrt{m})	da/dN at ΔK_{th} (mm/cycle)	K_Q (MPa \sqrt{m})	Paris constants		Range of ΔK and da/dN for the Paris regime	
					C (mm/cycle)	m	ΔK (MPa \sqrt{m})	da/dN (mm/cycle)
HIP Al7Si-Sr	3 ^a	3.5	1.6×10^{-7}	13.9	2.4×10^{-9}	4.9	4.6-10.1	4.1×10^{-6} - 1.8×10^{-4}
As-cast Al7Si-Sr	1	3.1	2.4×10^{-8}	12.8	4×10^{-9}	4.7	4.6-10.1	4.4×10^{-6} - 1.7×10^{-4}
HIP Al0.7Si	1	3.2	4.1×10^{-7}	13.1	6×10^{-9}	4.1	4.6-10.1	4.1×10^{-6} - 1.8×10^{-4}
As-cast Al0.7Si	1	3.0	1.1×10^{-7}	11.9	3.4×10^{-9}	4.8	4.6-10.1	4.1×10^{-6} - 1.8×10^{-4}

^a Values given for this alloy are averages of 3 tests.

A partir du Tableau 45, le ΔK_{TH} utilisé pour la formule (eq. A1. 5) est de $\Delta K_{TH}=3.2 \text{ MPa}\cdot\text{m}^{0.5}$. Les résultats de la vitesse de propagation de fissure en fonction de facteur d'intensité de contrainte sont représentés dans la Figure A1. 246. La courbe en rouge présente la méthode sans correction pour le calcul de ΔK (eq. A1.4), et la courbe en vert représente les résultats après la modification d'El Haddad (eq. A1.7).

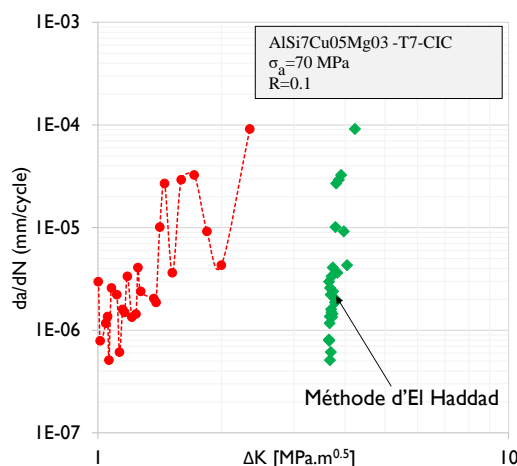


Figure A1. 246: Vitesse de propagation de la fissure en fonction de facteur d'intensité de contrainte

A partir de la Figure A1. 246, la première constatation qu'on peut signaler concerne le ΔK_{TH} estimé sans la modification d'EL HADDAD. En effet, les essais de fissuration et de propagation des fissures longues indiquent un ΔK_{TH} de l'ordre de $3.2 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ selon les travaux de (Mbuya and Reed 2014). Alors que les résultats de nos essais indiquent un ΔK_{th} de l'ordre de $1 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$. (Mbuya and Reed 2014) avaient signalé aussi le même comportement pour les fissures courtes qu'ils avaient analysées dans leurs travaux (Figure A1. 215).

3.5. Analyse des moyens de détection des fissures

Dans nos travaux de suivi de fissure, on rappelle que deux moyens de suivi de fissures ont été utilisés. Le vidéomicroscope et le capteur de la chute en fréquence de résonance de la machine de fatigue Rumul. Dans la suite, une analyse comparative de ces deux techniques est discutée.

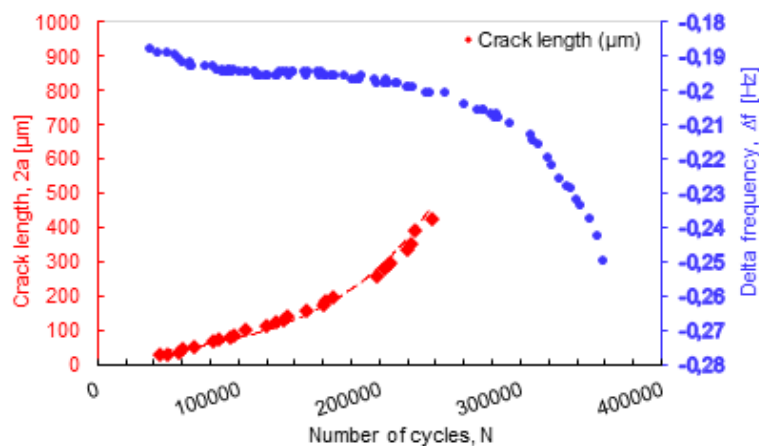


Figure A1. 247: Longueur de fissure en surface et chute de la fréquence de résonance en fonction de nombre de cycles, N

De la Figure A1. 247, on observe que la chute de fréquence se fait dès que la fissure s'amorce (taille de $50 \mu\text{m}$ à peu près) et se propage. Les deux techniques sont donc capables de détecter l'amorçage de la fissure et de sa propagation.

La Figure A1. 248 montre la corrélation entre la chute de fréquence de résonance de la machine et la longueur surfacique de la fissure. Cette courbe montre qu'on a une bonne corrélation entre les deux grandeurs mesurées quand la taille de la fissure devient supérieure à $50 \mu\text{m}$.

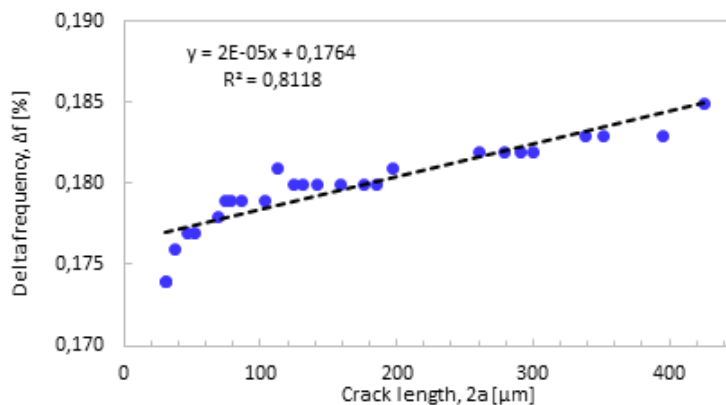


Figure A1. 248: Corrélation entre la chute de fréquence de résonance de la machine et la longueur surfacique de la fissure.

Les résultats d'analyse de ces deux techniques (contrôle de la chute de fréquence de résonance et le vidéomicroscope) indiquent que ces deux sont capables de détecter des petites fissures de l'ordre de 50 μm .

3.6. Effet de la microstructure sur la propagation de la fissure courte

La fissure qui a été suivie avec le vidéomicroscope est présentée en Figure A. 36. Sur cette Figure, on observe clairement l'effet de la microstructure sur la propagation des fissures courtes. La présence des intermétalliques jouent le rôle de barrières microstructurales lors de la propagation de la fissure. On observe également que même si la taille de la fissure est supérieure à 1 mm, sa propagation semble affectée par les barrières microstructurales.



Figure A1. 249: Effet de la microstructure sur la propagation des fissures courtes dans les alliages d'aluminium de fonderie.

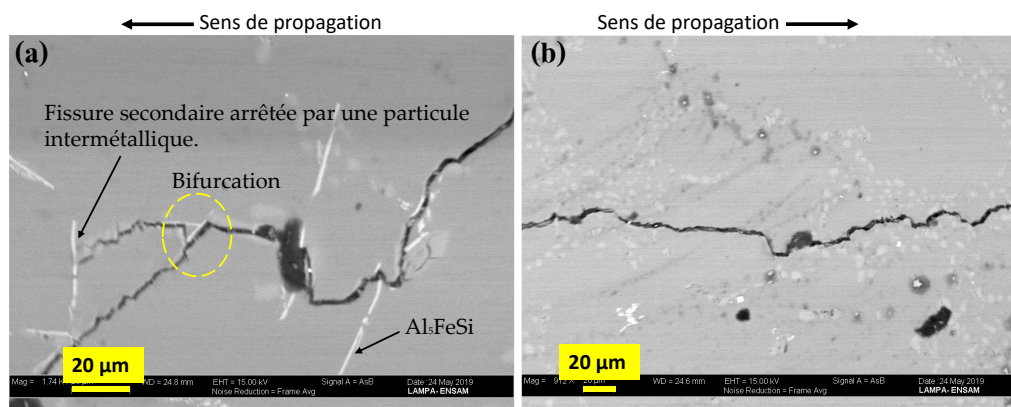


Figure A1. 250: effet de la microstructure sur la propagation des fissures courtes, (a) effet des intermétalliques, et (b) des particules de Si sur la propagation de la fissure.

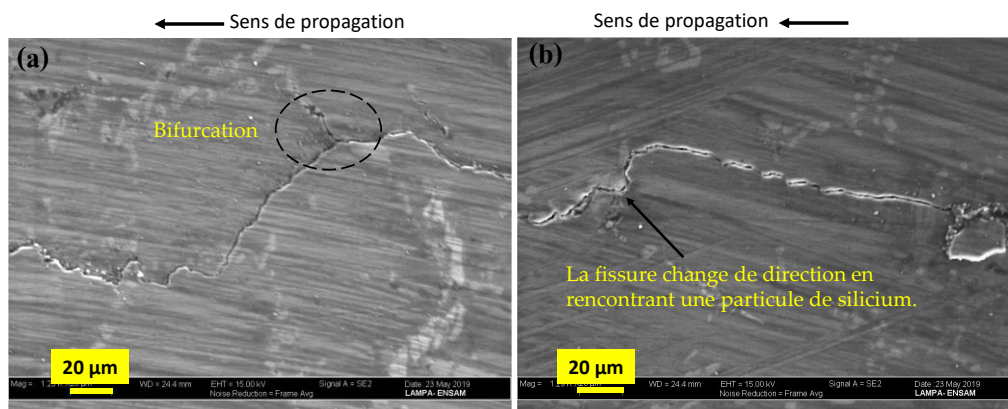


Figure A1. 251 : (a) la fissure principale bifurque en suivant deux zones eutectiques, (b) la fissure principale est déviée après la rencontre avec une particule de silicium.

A partir des Figure A1. 250, Figure A1. 251 et

Figure A1. 252, on observe que la fissure a tendance à suivre les Zones Eutectiques (ZE) pendant sa propagation. Les ZEs continus indiquent souvent la présence d'un Joint de Grain (JG). En plus, lors de passage de la fissure dans les ZEs, des bifurcations peuvent se produire. On note aussi que la présence des intermétalliques sous forme d'aiguilles contribue à la déviation et parfois à l'arrêt de la fissure. Ces résultats sont en accord avec les résultats de la littérature (Mbuya and Reed 2014; I. Serrano-Munoz et al. 2020) (Figure A1. 253).

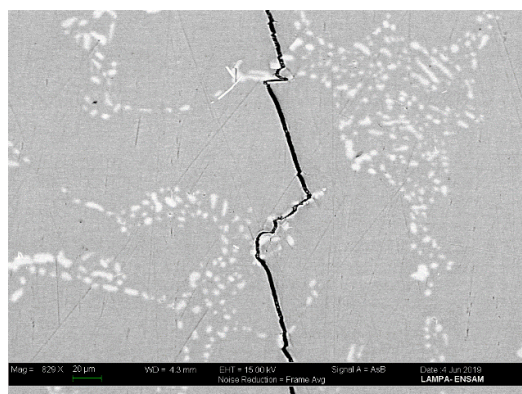


Figure A1. 252: Effet de la microstructure dans la propagation des fissures pour l'éprouvette (ES-07)

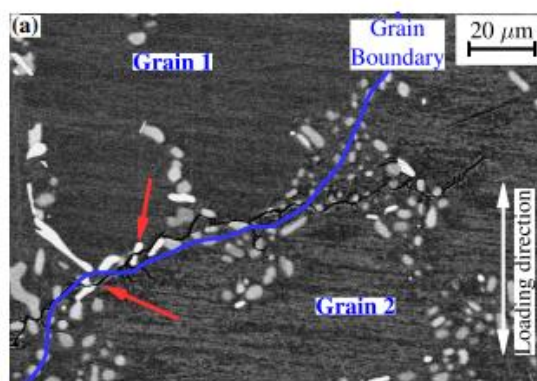


Figure A1. 253: Image microscopique en MEB d'une fissure à un joint de grain entre grain1 et grain 2. Elle montre des particules intermétalliques brisées (flèches rouges) (I. Serrano-Munoz et al. 2020)

La présence de pores sur le chemin des fissures peut faciliter la propagation de ces dernières (Figure A1. 254).

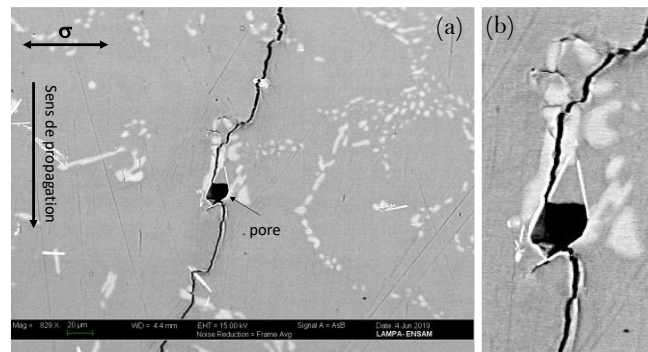


Figure A1. 254 : la propagation de la fissure peut être facilitée par la présence des pores sur son chemin (a) image de la fissure et (b) zoom sur le pore.

Après la prise photos au MEB et en microscopie optique, les éprouvettes ont été remontées sur la machine puis sollicitées pour une rupture complète. Quelques images fractographiques sont représentées sur la Figure A1. 255.

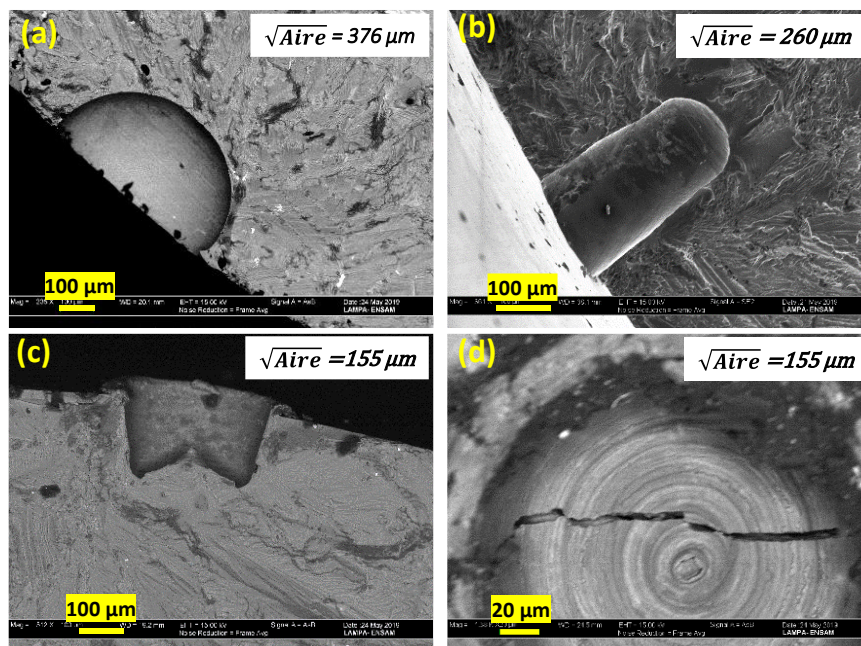


Figure A1. 255: Faciès de rupture pour les défauts artificiels avec (a) forme hémisphérique, (b) forme non-hémisphérique et avant (d) et après (c) rupture totale.

4. Conclusions

L'ensemble des résultats obtenus dans cette étude montre que :

1. Avec la machine on est capable de détecter une fissure d'une taille proche de 50 µm.
 - La longueur de la fissure suit une loi exponentielle en fonction du nombre de cycles.
 - Sa vitesse de propagation est faible quand sa taille est inférieure à 400 µm.
 - Sa vitesse croît avec sa taille

- L'amorçage se fait dans les zones de forte concentration de contraintes.

Concernant la phase d'amorçage de la fissure lors des essais de fatigue, deux mécanismes d'amorçage ont été observés :

- Amorçage par formation des bandes de glissement persistantes (des deux côtés de défaut)
- Amorçage dans une zone eutectique localisée dans la zone de concentration de contrainte de défaut artificiel

Les résultats montrent que la microstructure joue un rôle important dans la détermination du chemin de propagation de fissure et de sa vitesse de propagation :

- La fissure a tendance à suivre les ZE pendant sa propagation. Les ZEs continus indiquent souvent la présence d'un JG.
- Lors de passage de la fissure dans les ZEs, des bifurcations peuvent se produire.
- La présence des intermétalliques sous forme d'aiguilles contribue à la déviation et parfois à l'arrêt de la fissure.

Références

- Abdessamad, Brahami, Jamal Fajoui, and bouchouicha benattou. 2018. "Etude de l'influence Du Couplage Entre Les Caractéristiques Mécaniques et Les Sollicitations Appliquées Sur Le Comportement En Fatigue Des Alliages d'aluminium." <https://doi.org/10.13140/RG.2.2.29586.96966>.
- Billaudeau, T., Y. Nadot, and G. Beziene. 2004. "Multiaxial Fatigue Limit for Defective Materials: Mechanisms and Experiments." *Acta Materialia* 52 (13): 3911–20. <https://doi.org/10.1016/j.actamat.2004.05.006>.
- Buffière, J-Y., S. Savelli, P. H. Jouneau, E. Maire, and R. Fougères. 2001. "Experimental Study of Porosity and Its Relation to Fatigue Mechanisms of Model Al–Si7–Mg0.3 Cast Al Alloys." *Materials Science and Engineering: A* 316 (1): 115–26. [https://doi.org/10.1016/S0921-5093\(01\)01225-4](https://doi.org/10.1016/S0921-5093(01)01225-4).
- Caton, M. J., J. Wayne Jones, J. M. Boileau, and J. E. Allison. 1999. "The Effect of Solidification Rate on the Growth of Small Fatigue Cracks in a Cast 319-Type Aluminum Alloy." *Metallurgical and Materials Transactions A* 30 (12): 3055–68. <https://doi.org/10.1007/s11661-999-0216-4>.
- Do, Tien Dung. 2013. "Etude de La Zone Plastique En Pointe de Fissure Pour l'alliage d'aluminium 2024T351." These de doctorat, Tours. <http://www.theses.fr/2013TOUR4019>.
- El Haddad, M. H., T. H. Topper, and K. N. Smith. 1979. "Prediction of Non-Propagating Cracks." *Engineering Fracture Mechanics* 11 (3): 573–84. [https://doi.org/10.1016/0013-7944\(79\)90081-X](https://doi.org/10.1016/0013-7944(79)90081-X).
- Lanning, David B., Theodore Nicholas, and George K. Haritos. 2005. "On the Use of Critical Distance Theories for the Prediction of the High Cycle Fatigue Limit Stress in Notched Ti–6Al–4V." *International Journal of Fatigue* 27 (1): 45–57. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2004.06.002>.
- Le, Viet Duc. 2016. "Etude de l'influence des hétérogénéités microstructurales sur la tenue en fatigue à grand nombre de cycles des alliages d'aluminium de fonderie." Phd thesis, Ecole nationale supérieure d'arts et métiers - ENSAM. <https://pastel.archives-ouvertes.fr/tel-01345228>.
- Lefebvre, Fabien. 2003. "Micromechanical Assessment of Fatigue in Airframe Fusion Welds." Ph.D., University of Southampton. <https://ethos.bl.uk/OrderDetails.do?uin=uk.bl.ethos.416080>.
- Mbuya, T. O., I. Sinclair, A. J. Moffat, and P. A. S. Reed. 2012. "Micromechanisms of Fatigue Crack Growth in Cast Aluminium Piston Alloys." *International Journal of Fatigue, Fatigue Damage of Structural Materials* VIII, 42 (September): 227–37. <https://doi.org/10.1016/j.ijfatigue.2011.10.015>.

- Mbuya, T. O., I. Sinclair, K. A. Soady, and P. A. S. Reed. 2016. "Three-Dimensional Analysis of Microstructure in Cast Aluminium Piston Alloys." In ICAA13 Pittsburgh, edited by Hasso Weiland, Anthony D. Rollett, and William A. Cassada, 55–60. Cham: Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-48761-8_10.
- Mbuya, T.O., and P.A.S. Reed. 2014. "Micro mechanisms of Short Fatigue Crack Growth in an Al–Si Piston Alloy." *Materials Science and Engineering: A* 612 (August): 302–9. <https://doi.org/10.1016/j.msea.2014.06.046>.
- Miller, Kj, And Miller Kj. 1982. "The Short Crack Problem." *The Short Crack Problem*.
- Moffat, Andrew, Brian Mellor, Ian Sinclair, and Philippa Reed. 2009. "Short Crack and near Threshold Fatigue Behaviour of Al-Si Casting Alloys." *12th International Conference on Fracture 2009, ICF-12 4* (January): 3081–90.
- Murakami, Y., and S. Beretta. 1999. "Small Defects and Inhomogeneities in Fatigue Strength: Experiments, Models and Statistical Implications." *Extremes* 2 (2): 123–47. <https://doi.org/10.1023/A:1009976418553>.
- Murakami, Yukitaka. 1991. "Effects of Small Defects and Nonmetallic Inclusions on the Fatigue Strength of Metals." *Key Engineering Materials*. Trans Tech Publications Ltd. 1991. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.51-52.37>.
- Ritchie, R. O., and J. Lankford. 1986. "Small Fatigue Cracks: A Statement of the Problem and Potential Solutions." *Materials Science and Engineering* 84 (December): 11–16. [https://doi.org/10.1016/0025-5416\(86\)90217-X](https://doi.org/10.1016/0025-5416(86)90217-X).
- Romano, Simone, Stefano Beretta, Stefano Miccoli, and Michael Gschweidl. 2019. "Probabilistic Framework for Defect Tolerant Fatigue Assessment of AM Parts Applied to a Space Component." *ASTM International*, April.
- Rotella, Antonio. 2017. "Fatigue d'un alliage d'aluminium moulé A357-T6 : rôle de la morphologie, de la position des défauts et application à une structure pour le calcul de la durée de vie en fatigue." *Phdthesis, ISAE-ENSMA Ecole Nationale Supérieure de Mécanique et d'Aérotechnique - Poitiers*. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01692427>.
- Serrano-Munoz, I., S. Dancette, C. Verdu, and J.-Y. Buffiere. 2020. "Influence of Pore Size and Crystallography on the Small Crack HCF Behavior of an A357-T6 Cast Aluminum Alloy." *Metallurgical and Materials Transactions A* 51 (3): 1416–27. <https://doi.org/10.1007/s11661-019-05590-6>.
- Virkler, D. A., B. M. Hillberry, and P. K. Goel. 1979. "The Statistical Nature of Fatigue Crack Propagation." *Journal of Engineering Materials and Technology* 101 (2): 148–53. <https://doi.org/10.1115/1.3443666>.

Quelques autres images de fissuration à partir des défauts artificiels

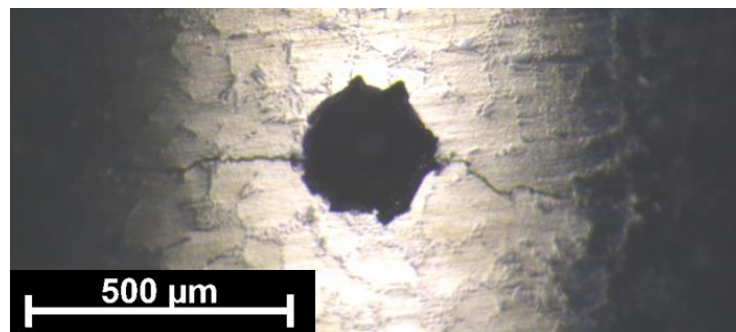


Figure A1. 256: éprouvette Es-10

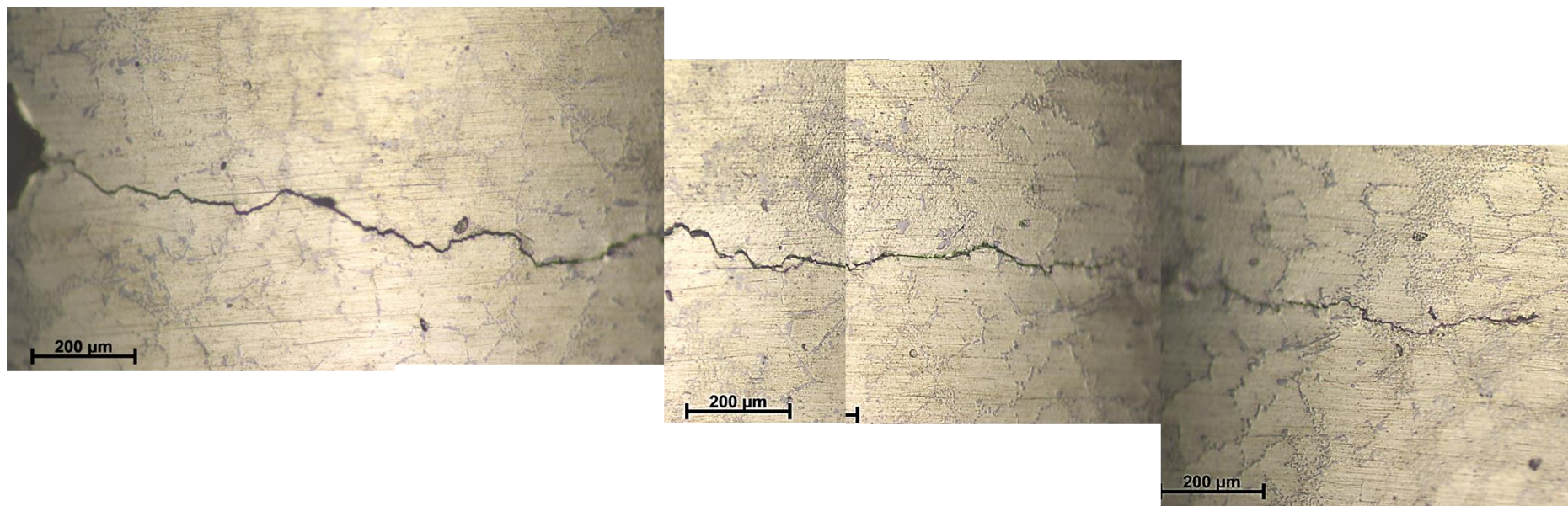


Figure A1. 257: un zoom sur la fissure de l'éprouvette Es-10.

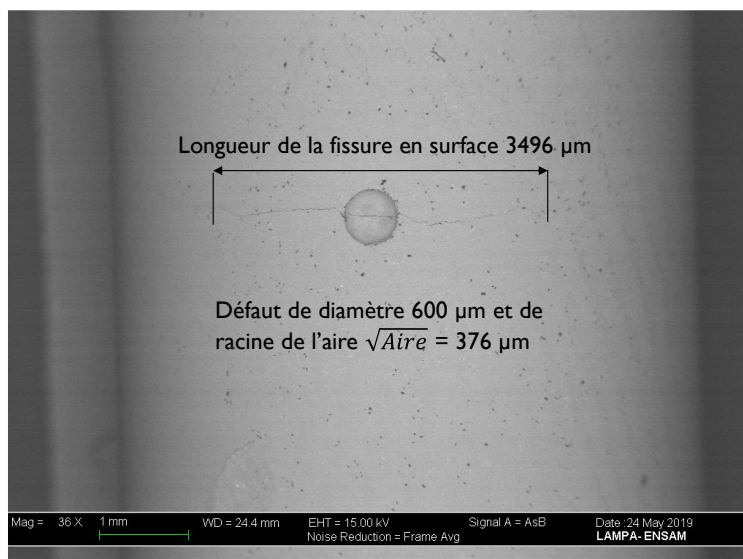


Figure A1. 258: éprouvette ES-01

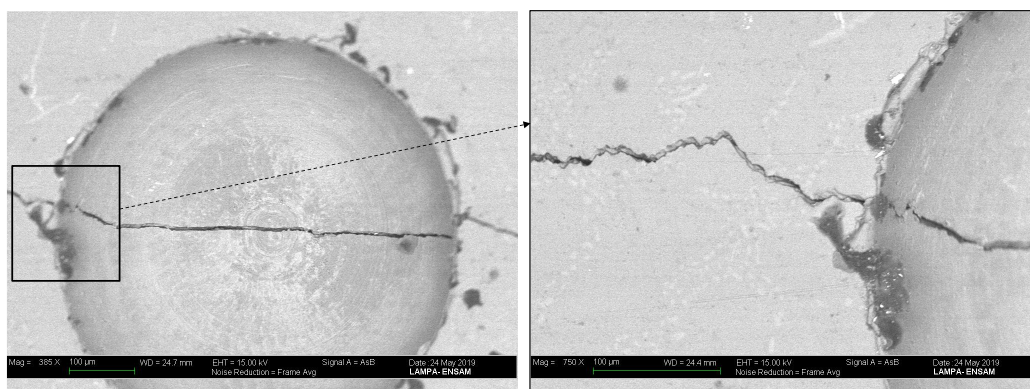


Figure A1. 259: un zoom pour l'éprouvette ES-01

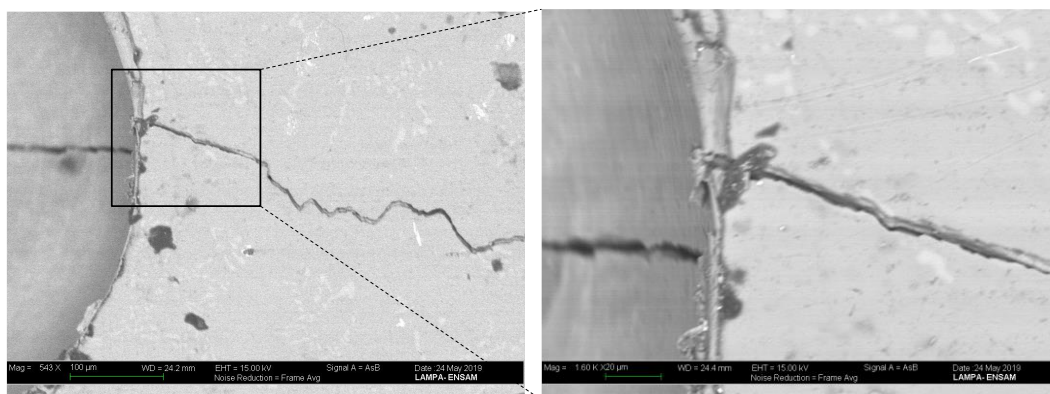


Figure A1. 260: un zoom pour l'éprouvette ES-01

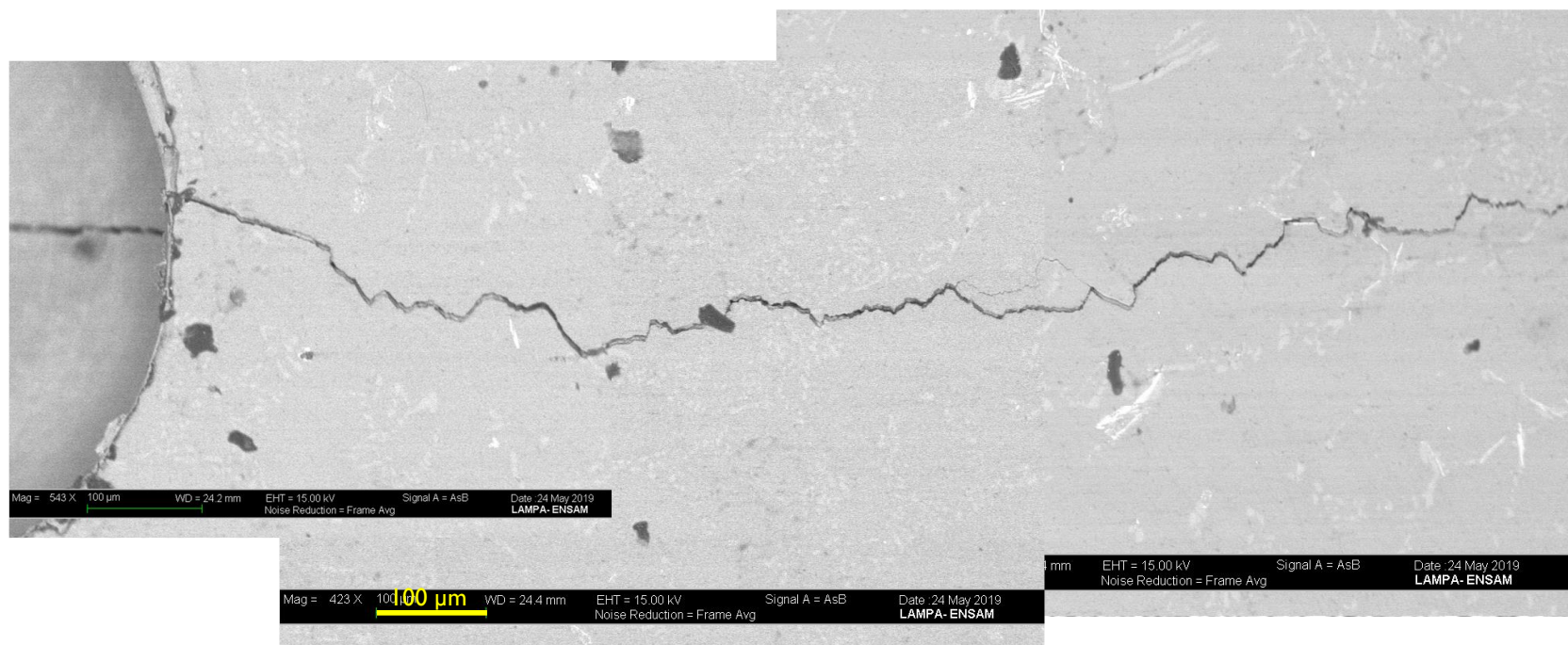


Figure A1. 261: un zoom sur la fissure de l'éprouvette Es-01.

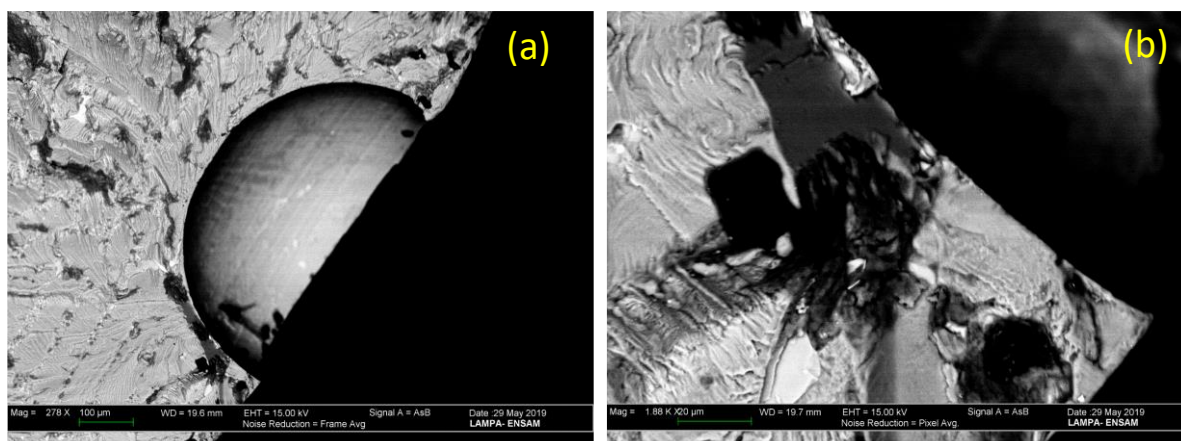


Figure A1. 262: (a) fractographie après une rupture totale de l'éprouvette ES-01 et (b) un zoom.

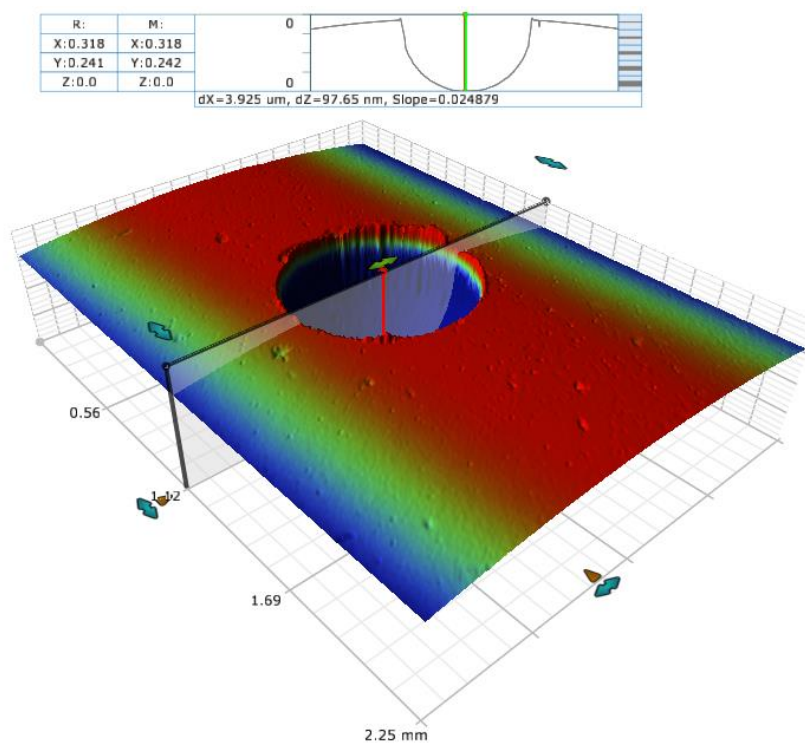


Figure A1. 263: exemple d'un scan par profilomètre d'un défaut artificiel hémisphérique de diamètre de $100 \mu\text{m}$.

A2. METHODES POUR LA PRISE EN COMPTE DU GRADIENT DE CONTRAINTE

A2.1. Méthode du ‘Point chaud’

Dans cette méthode on utilise parfois un coefficient effectif d'entaille K_f tel que

$$K_f = \frac{\sigma_0^{lis}}{\sigma_0^{ent}} \quad (\text{eq. A2. 2})$$

σ_0^{lis} étant la limite d'endurance d'une éprouvette lisse et σ_0^{ent} celle d'une éprouvette entaillée (en contrainte nominale).

L'indice de sensibilité q permet de décrire la dépendance de la limite d'endurance à l'effet d'entaille. Son expression est donnée par :

$$q = \frac{K_f - 1}{K_t - 1} \quad (\text{eq. A2. 3})$$

La limite d'endurance est estimée finalement par

$$\bar{\Sigma}_D = K_f S_a = [1 + q(K_t - 1)] S_a \quad (\text{eq. A2. 4})$$

q varie entre 0, dans le cas d'un matériau insensible à l'effet de l'entaille, à 1, valeur qui correspond à la méthode du ‘Point chaud’. Peterson et Wahl [1936] ont montré que cet indice dépend du matériau ainsi que de la géométrie de la pièce et de l'entaille.

Les approches associées à cette méthodologie se distinguent tout simplement dans la définition de K_f .

A2.2. Approches classiques (Neuber (1958) et Peterson (1959))

Deux approches prenant en compte l'effet du gradient de contrainte ont été proposées par Neuber (1958) et Peterson (1959) comme une alternative à l'approche précédente dans la prédiction de la limite d'endurance des éprouvettes entaillées. Les deux auteurs, au lieu d'utiliser la contrainte maximale au ‘point chaud’ pour évaluer la limite d'endurance, définissent une zone effective dans laquelle la contrainte est moyennée. La différence entre les deux méthodes réside dans la façon de définir la zone effective. Peterson considère un point à la distance D_{PM} du fond de l'entaille et Neuber considère une ligne D_{LM} .

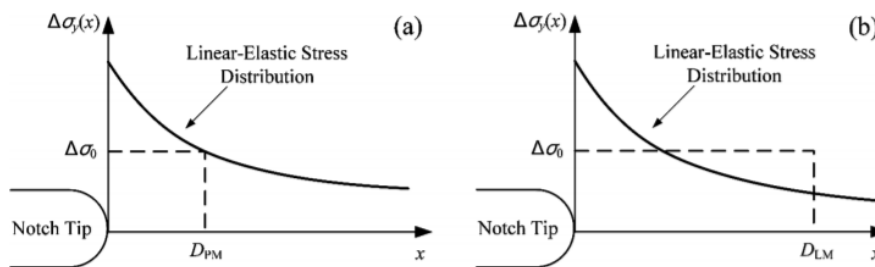


Figure A2. 264: Représentation schématique de méthode (a) de Peterson (b) de Neuber

D_{PM} : la distance critique pour la méthode de Peterson

D_{LM} : la distance critique de Neuber

$$K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \frac{\rho_P}{\rho}} \text{ et } K_f = 1 + \frac{K_t - 1}{1 + \sqrt{\frac{\rho_N}{\rho}}} \quad (\text{eq. A2. 5})$$

ρ est le rayon de l'entaille, ρ_N et ρ_P sont respectivement des constantes de matériau de la méthode de Neuber et de Peterson. La difficulté réside dans la définition de la relation entre les constantes ρ_P et D_{PM} , aussi entre ρ_N et D_{LM} . À titre indicatif, dans le cas d'un chargement en flexion ou en traction alternée, la méthode point de Peterson conduit à :

$$\rho_P = D_{PM} \frac{2.5K_t}{K_t - 1} \quad (\text{eq. A2. 6})$$

Le facteur 2.5 est le résultat d'un ajustement avec des données expérimentales.

Cette approche présente les inconvénients suivants :

- Il s'est avéré que les coefficients K_t , K_f , K_σ , K_ε dépendent du gradient de contrainte défini par Siebel et Stieler en 1955 (Siebel E, Stieler M. 1955).
- Dans les formules pour l'estimation de K_f , l'estimation de K_t est à définir en fonction des contraintes nominale et locale. Mais, dans le cas des structures réelles, la contrainte nominale n'est pas définie clairement.
- La longueur caractéristique de matériau est estimée empiriquement et n'est pas toujours disponible.

A2.3. Théorie de la distance critique (TDC)

Taylor propose une généralisation des deux méthodes de (Neuber 1958 ; Peterson 1959). Dans son approche, il utilise la distance critique L issue de la mécanique linéaire de rupture exprimée initialement par (El Haddad et al. 1979). Le principe est que l'éprouvette entaillée atteint sa limite de fatigue quand la contrainte à une distance critique au fond de l'entaille est égale à limite de fatigue d'une éprouvette lisse du même matériau.

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\sigma_0} \right)^2 \quad (\text{eq. A2. 7})$$

où ΔK_{th} est le seuil de propagation des fissures longues et σ_0 la limite d'endurance d'une éprouvette lisse. Ces deux valeurs sont calculées pour un rapport de charge R donné. Taylor a proposé quatre méthodes pour la prédiction de la limite d'endurances des éprouvettes entaillées.

- **Méthode point (PM)**

$$\bar{\Sigma}_D \left(r = \frac{L}{2}, \theta = 0 \right) = \sigma_0 \quad (\text{eq. A2. 8})$$

- **Méthode ligne (LM)**

$$\bar{\Sigma}_D = \frac{1}{2L} \int_0^{2L} \sigma_y(r, \theta = 0) dx = \sigma_0 \quad (\text{eq. A2. 9})$$

- **Méthode surface (SM)**

$$\bar{\Sigma}_D = \frac{2}{\pi(1.32L)^2} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{1.32L} \sigma_{yy}(r, \theta) dr d\theta = \sigma_0 \quad (\text{eq. A2. 10})$$

- **Méthode de volume (VM)**

$$\bar{\Sigma}_D = \frac{3}{2\pi(1.54L)^3} \int_0^\pi \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{1.54L} \sigma_{yy}(r, \theta, \varphi) r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi = \sigma_0 \quad (\text{eq. A2. 11})$$

Cependant, (Kim et al. 1995) démontrent expérimentalement que la distance critique est un paramètre qui ne dépend pas que du matériau, mais aussi de la géométrie de l'éprouvette et de l'entaille. En plus, (Lanning et Nicholas 2005) montrent également que pour certains matériaux, les distances critiques sont une fonction de K_t .

A2.4. Méthodes du gradient de contrainte

En présence d'une entaille, la méthode de gradient de contrainte prédit la limite d'endurance par :

$$\bar{\Sigma}_D = \frac{\sigma_{a,max}}{S_x} \quad (\text{eq. A2. 12})$$

où $\sigma_{a,max}$ est l'amplitude de contrainte maximal au fond de l'entaille et S_x est le facteur 'support' de l'entaille.

(Siebel E, Stieler M. 1955) proposent une estimation empirique de S_x .

$$S_x = 1 + \sqrt{\rho_0 \chi} \quad (\text{eq. A2. 13})$$

où ρ_0 est un paramètre de longueur à ajuster et χ le gradient de contrainte adimensionnel.

Le gradient proposé par Siebel et Stieler concerne le cas d'un chargement uni-axial. Dans le cas d'un chargement multiaxial, (Papadopoulos and Panoskaltis 1996) proposent une formulation plus générale.

$$G = \sqrt{\left(\frac{\partial P_{max}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial P_{max}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial P_{max}}{\partial z}\right)^2} \quad (\text{eq. A2. 14})$$

Avec P_{max} est la pression hydrostatique maximale donnée par l'expression

$$P_{max} = \max_t \left\{ \frac{1}{3} \text{tr} \left(\underline{\underline{\Sigma}}(t) \right) \right\} \quad (\text{eq. A2. 15})$$

où $\underline{\underline{\Sigma}}$ est le tenseur des contraintes qui varie en fonction du temps t .

Le gradient de Papadopoulos a été utilisé avec succès notamment au travers d'une extension du critère de Crossland à la prise en compte des effets de gradient (Papadopoulos and Panoskaltis 1996a).

A3. CARACTERISTIQUES DU TOMOGAPHE DE GROUPE PSA

Overall dimension	3800 x 2000 x 2400 (L x W x H) in [mm]
Weight	ca. 13 metric tonnes
Working mode	Cone beam CT with horizontal and vertical enlargement possibility; 2D Inspection
Manipulation system	9-Axis, granite basis, active vibration damping system, secondary collimation unit (detector side)
X-ray tube	Microfokus Y.FXE 225.48, 225kV, max. 320W, directional tube head (open design)
Detector	Flat panel detector Perkin Elmer 1620AN1x 2048 x 2048 Pixel, Pixel size 200µm, 16bit 409,6 x 409,6 [mm] active detector area
Generator	225kV Gulmay UC225/6
Peripheral device	electrical cabinet, computer cluster, vacuum pump
maximum probe dimension	ca. Ø 320mm x 320mm (without detector enlargement) ca. Ø 500mm x 800mm (without detector enlargement)
Focus-Detector Distance	467mm - 1256mm (variable)
maximum part weight	ca. 20kg
maximum wall thickness (x-ray energy limit)	plastic: > 500mm aluminum: < 150mm steel: < 30mm

A4. CONCEPTION DU MONTAGE DE TRACTION

Ici on présente plus de détail sur le montage conçu pour mener les essais de fatigue en mode de traction

- Caractéristiques d'Alliage d'Aluminium, qui est le matériau pour l'éprouvette :
 - Re : 280 MPa
 - E : 71 GPa
 - Rm : 310 MPa
- Caractéristiques de l'acier (XC 30) pour le reste du montage :
 - E = 200 000 MPa
 - Re=350 MPa
 - Rm= 690 MPa

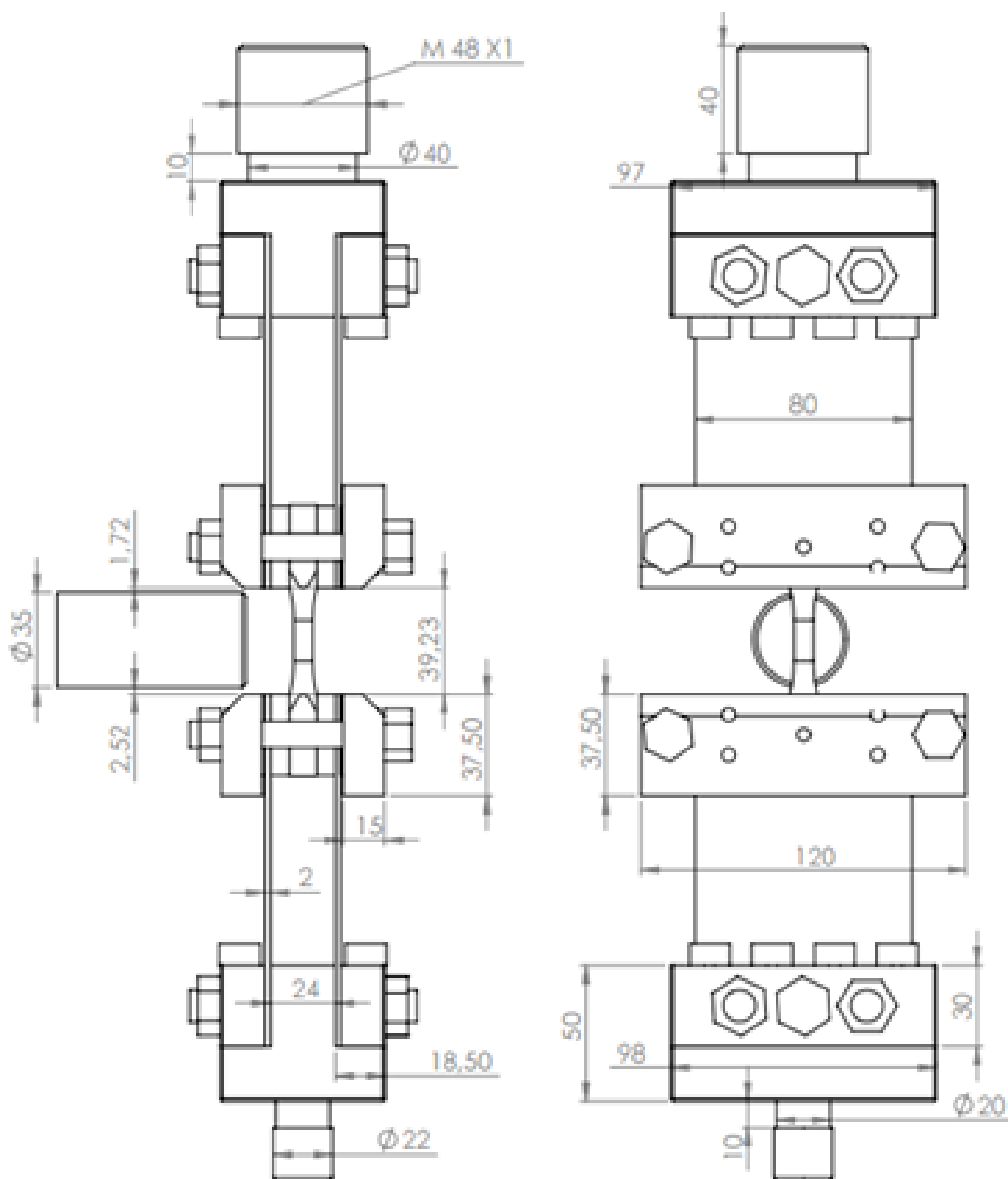


Figure A4. 265 : Dessin d'ensemble du montage

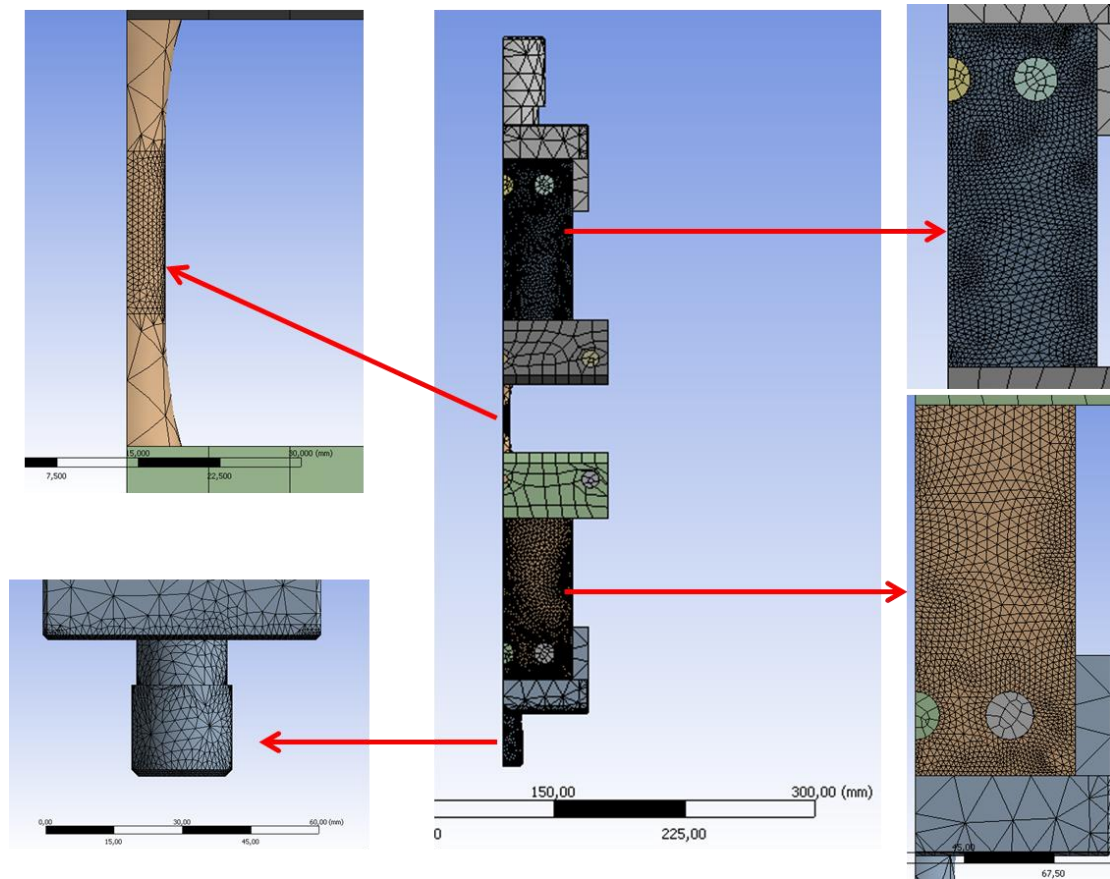


Figure A4. 266 : Maillage des éléments de montage

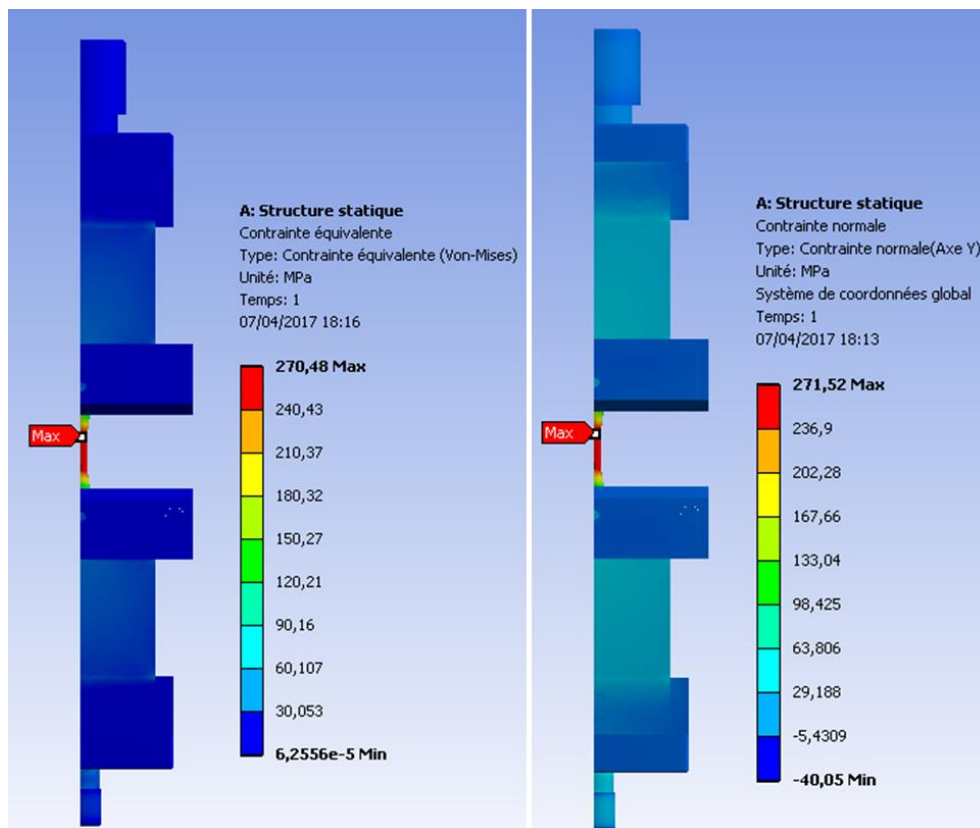


Figure A4. 267 : Vérification de résistance par calcul EF

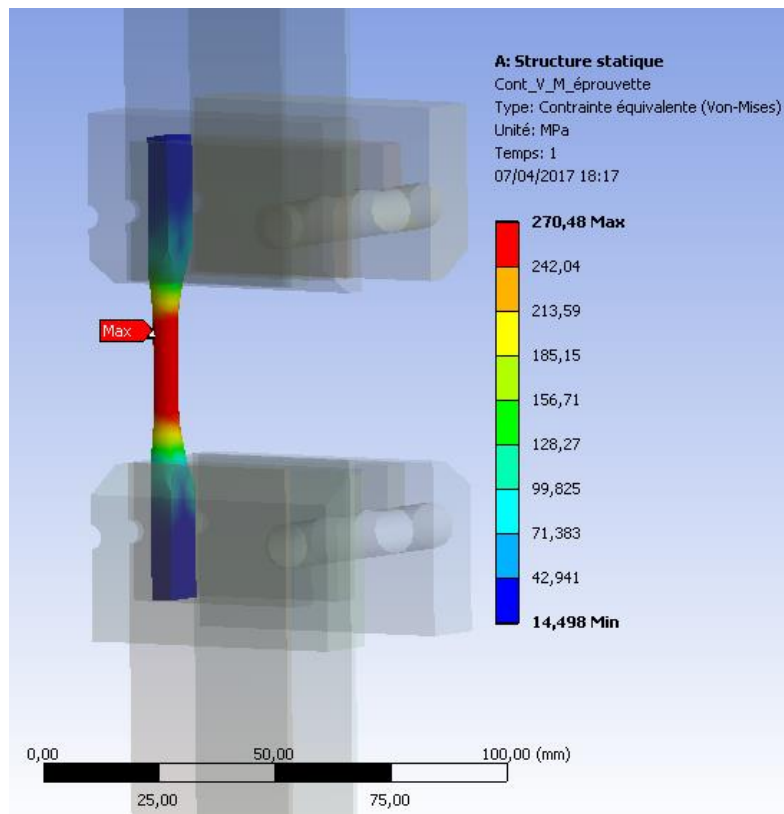


Figure A4. 268 : Vérification de résistance par calcul EF. L'effort est transmis à l'éprouvette qui présente la contrainte maximale au niveau du sa zone de raccordement (zone de concentration de contrainte)

Etude de l'effet des hétérogénéités microstructurales sur la dispersion de la tenue en fatigue à grand nombre de cycles d'alliages d'aluminium de fonderie : passage de l'élément de volume à la structure

Résumé : Ces travaux de thèse portent sur la tenue en fatigue d'alliages Al-Si de fonderie pour des applications dans l'automobile. Ils concernent plus précisément (i) l'effet des hétérogénéités microstructurales sur la dispersion en tenue en FGNC et (ii) leurs rôles sur les effets d'échelle et de gradient de contrainte. Les hétérogénéités microstructurales caractéristiques de cette famille de matériau sont la matrice d'aluminium, les inclusions (particules de silicium, intermétalliques) et les défauts de fonderie (films d'oxyde et porosités). L'expérience montre que les pores et les oxydes sont des facteurs du premier ordre. Ils sont également responsables des effets d'échelle, de gradient de contrainte et de la grande dispersion observée. Afin de comprendre le rôle des caractéristiques de la population de défauts (densité et distribution en taille des pores), sur l'intensité de ces phénomènes, une vaste étude expérimentale avec plus de 220 éprouvettes est menée en utilisant deux alliages d'aluminium de fonderie issus de procédés de fonderie distincts (alliage A (AS7U0,5G0,3 K T7) et alliage B (AS7G0,3 PMP T7)). La principale différence entre ces deux concerne les caractéristiques de la population de défauts. Les essais de FGNC à $R=0.1$ sont conduits avec un seul mode de chargement. Il s'agit d'un chargement uni-axial en traction avec deux types d'éprouvettes. Des éprouvettes lisses pour la caractérisation des effets d'échelle et des éprouvettes entaillées pour la caractérisation des effets de gradient. La méthode de volume le plus contraint est utilisée dans l'analyse conjointe des deux effets.

Une démarche de modélisation probabiliste pour la prédiction de la tenue en fatigue basée sur la théorie de Monte-Carlo est ensuite développée. Elle repose sur (i) la génération numérique des défauts en utilisant la loi de Poisson, (ii) l'utilisation des statistiques des extrêmes pour extraire les défauts critiques et (iii) l'utilisation du diagramme de Kitagawa-Takahashi pour générer les distributions en résistance. Cette approche conduit à des résultats en accord avec l'expérience et permet la prédiction de la limite d'endurance avec une erreur inférieure à 5% pour les différents lots.

Enfin, une étude complémentaire est menée afin d'évaluer l'effet de la différence de teneur en Cu sur le comportement en fatigue. Il est prouvé que le Cu a un effet négligeable sur la tenue en fatigue dans ce cas d'étude. La même étude a permis d'analyser l'effet de microstructure sur le comportement des fissures courtes. Les résultats sont en accord avec d'autres travaux de la littérature.

Mots clés : FGNC ; Effet d'Echelle ; effet de Gradient de Contrainte ; Hétérogénéités Microstructurales ; Al-Si de fonderie ; Dispersion ; Tomographie RX ; Modélisation Probabiliste ; Monte-Carlo ; Fissures Courtes.

Abstract: This PhD thesis deals with the fatigue strength of cast Al-Si alloys used in the automotive industry. The impact of microstructural heterogeneities on the fatigue resistance scatter is investigated as well as the size and stress gradient effects. They are factors to be considered when transposing the results obtained on standard size test specimens to real structures. The characteristic microstructural heterogeneities for this family of materials include the aluminum matrix, casting defects (oxide films and porosity), silicon particles and intermetallic particles. A thorough experimental study shows that pores and oxides are the major sources of crack initiation and fatigue failure. It is observed that these alloys exhibit a large dispersion of the fatigue response together with a clear dependence upon the size of the loaded volume and the stress gradient. These features are proved to be strongly linked to the population of defects. The few studies from the literature regarding these phenomena in these alloys do not highlight the key role played by the characteristics of the defect population. Here, a vast experimental study with more than 220 specimens is carried out using two cast aluminium alloys, fabricated by different casting processes; alloy A (AS7U0.5G0.3 K T7) obtained by die casting process and alloy B (AS7G0.3 LFC T7) obtained by Lost-Foam casting process. The main difference between these alloys is the defect size distribution and the pore density. Uniaxial high cycle fatigue tests are carried out with a R-ratio of 0.1. Two types of specimens are tested: smooth specimens used to characterize the size effect and notched specimens used to characterize the stress gradient effect. The size and stress gradient effects are examined conjointly using the Highly Stressed Volume method.

A probabilistic approach using the Monte-Carlo theory is proposed and is based on the following steps; (i) numerical generation of defects using the Poisson law, (ii) statistics of extreme values used to predict the critical defect distribution and finally (iii) the Kitagawa-Takahashi diagram used to obtain the fatigue resistance distributions. This approach leads to results that are in very good agreement with the experimental results and correctly predicts the fatigue strength distributions for both alloys, for different specimen sizes and for both smooth and notched specimens.

An additional study is finally carried out to assess the effect of Copper in the studied alloys and the short crack growth features. It is concluded that the Copper content has a negligible effect on the fatigue behavior for uniaxial tensile fatigue when casting defects are present. The short crack behavior is in agreement with previous works from the literature.

Keywords: HCF; Size Effect; Stress Gradient Effect; Microstructural Heterogeneities; Cast Aluminium Alloys; Fatigue Scatter; X-Ray Tomography; Probabilistic Modeling; Monte-Carlo; Short Cracks.