



**HAL**  
open science

# Etude de la profondeur de pénétration du plomb supraconducteur : passage de la réponse électromagnétique locale à non-locale près de la température critique

Jean-Louis Allain

► **To cite this version:**

Jean-Louis Allain. Etude de la profondeur de pénétration du plomb supraconducteur : passage de la réponse électromagnétique locale à non-locale près de la température critique. Physique [physics]. Faculté des sciences de l'Université de Grenoble, 1970. Français. NNT: . tel-03361520

**HAL Id: tel-03361520**

**<https://theses.hal.science/tel-03361520>**

Submitted on 1 Oct 2021

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

n° d'ordre

T0057  
1970102

1970.6  
(043) DE  
(1)

T H E S E S

présentées

A LA FACULTE DES SCIENCES  
DE L'UNIVERSITE DE GRENOBLE

pour obtenir

LE GRADE DE DOCTEUR-ES SCIENCES PHYSIQUES

par

Jean-Louis ALLAIN

-:-:-:-

Première thèse

ETUDE DE LA PROFONDEUR DE PENETRATION DU PLOMB SUPRACONDUCTEUR :  
PASSAGE DE LA REPOSE ELECTROMAGNETIQUE LOCALE A NON-LOCALE  
PRES DE LA TEMPERATURE CRITIQUE

Deuxième thèse

Propositions données par la Faculté

Soutenues le 9 juillet 1970, devant la Commission d'examen

MM. L. NÉEL           Président  
B. DREYFUS  
B. SACROT           Examinateurs  
M. RENARD  
A. LACAZE

Doyen honoraire : Monsieur M. MORET  
Doyen : Monsieur E. BONNIER

PROFESSEURS TITULAIRES

MM.	NEEL Louis	Physique Expérimentale
	KRAVTCHENKO Julien	Mécanique Rationnelle
	CHABAUTY Claude	Calcul différentiel et intégral
	BENOIT Jean	Radioélectricité
	CHENE Marcel	Chimie Papetière
	FELICI Noël	Electrostatique
	KUNTZMANN Jean	Mathématiques Appliquées
	BARBIER Reynold	Géologie Appliquée
	SANTON Lucien	Mécanique des Fluides
	OZENDA Paul	Botanique
	FALLOT Maurice	Physique Industrielle
	KOSZUL Jean-Louis	Mathématiques
	GALVANI Octave	Mathématiques
	MOUSSA André	Chimie Nucléaire
	TRAYNARD Philippe	Chimie Générale
	SOUTIF Michel	Physique Générale
	CRAYA Antoine	Hydrodynamique
	REULOS René	Théorie des Champs
	BESSON Jean	Chimie Minérale
	AYANT Yves	Physique Approfondie
	GALLISSOT François	Mathématiques
Melle	LUTZ Elisabeth	Mathématiques
	BLAMBERT Maurice	Mathématiques
	BOUCHEZ Robert	Physique Nucléaire
	LLIBOUTRY Louis	Géophysique
	MICHEL Robert	Minéralogie et Pétrographie
	BONNIER Etienne	Electrochimie et Electrometallurgie
	DESSAUX Georges	Physiologie Animale
	PILLET Emile	Physique Industrielle-Electrotechnique
	YOCCOZ Jean	Physique Nucléaire Théorique
	DEBELMAS Jacques	Géologie Générale
	GERBER Robert	Mathématiques
	PAUTHENET René	Electrotechnique
	MALGRANGE Bernard	Mathématiques Pures
	VAUQUOIS Bernard	Calcul Electronique
	BARJON Robert	Physique Nucléaire
	BARBIER Jean-Claude	Physique
	SILBER Robert	Mécanique des Fluides
	BUYLE-BODIN Maurice	Electronique

DREYFUS Bernard  
KLEIN Joseph  
VAILLANT François  
ARNAUD Paul  
SENGEL Philippe  
BARNOUD Fernand  
BRISSONNEAU Pierre  
GAGNAIRE Didier  
Mme KOFLER Lucie  
DEGRANGE Charles  
PEBAY-PEROULA Jean-Claude  
RASSAT André  
DUCROS Pierre  
DODU Jacques  
ANGLES D'AURIAC Paul  
LACAZE Albert  
GASTINEL Noël  
GIRAUD Pierre  
PERRET René  
PAYAN Jean-Jacques  
RENARD Michel  
PROFESSEURS SANS CHAIRE

Thermodynamique  
Mathématiques  
Zoologie et Hydrobiologie  
Chimie  
Zoologie  
Biosynthèse de la cellulose  
Physique  
Chimie Physique  
Botanique  
Zoologie  
Physique  
Chimie Systématique  
Cristallographie Physique  
Mécanique Appliquée I.U.T.  
Mécanique des Fluides  
Thermodynamique  
Analyse numérique  
Géologie  
Servo-mécanisme  
Mathématiques Pures  
Thermodynamique

MM. GIDON Paul  
Mme BARBIER M. Jeanne  
Mme SOUTIF Jeanne  
COHEN Joseph  
DEPASSEL R.  
GLENAT René  
BARRA Jean  
COUMES André  
PERRIAUX Jacques  
ROBERT André  
BIARREZ Jean  
BONNET Georges  
CAUQUIS Georges  
BONNETAIN Lucien  
DEPOMMIER Pierre  
HACQUES Gérard  
POLOUJADOFF Michel  
Mme KAHANE Josette  
Mme BONNIER Jane  
VALENTIN Jacques  
REBECQ Jacques  
DEPORTES Charles  
SARROT-REYNAULD Jean  
BERTRANDIAS J. Paul  
AUBERT Guy

Géologie  
Electrochimie  
Physique  
Electrotechnique  
Mecanique des Fluides  
Chimie  
Mathématiques Appliquées  
Electronique  
Géologie et Minéralogie  
Chimie Papetière  
Mécanique Physique  
Electronique  
Chimie Générale  
Chimie Minérale  
Physique nucléaire-Génie Atomique  
Calcul numérique  
Electrotechnique  
Physique  
Chimie  
Physique  
Biologie  
Chimie  
Géologie  
Mathématiques Appliquées  
Physique

## PROFESSEURS ASSOCIES

---

MM.	RODRIGUES Alexandre	Mathématiques Pures
	MORITA Susumu	Physique Nucléaire
	RADHAKRISHNA	Thermodynamique

## MAITRES DE CONFERENCES

---

MM.	LANCIA Roland	Physique Atomique
Mme	BOUCHE Liane	Mathématiques
MM.	KAHANE André	Physique Générale
	DOLIQUE Jean Michel	Electronique
	BRIERE Georges	Physique
	DESRE Georges	Chimie
	LAJZEROWICZ Joseph	Physique
	LAURENT Pierre	Mathématiques Appliquées
Mme	BERTRANDIAS Françoise	Mathématiques Pures
	LONGEQUEUE J. Pierre	Physique
	SOHM Jean-Claude	Electrochimie
	ZADWORNY François	Electronique
	DURAND Francis	Chimie Physique
	CARLIER Georges	Biologie végétale
	PFISTER Jean-Claude	Physique
	CHIBON Pierre	Biologie animale
	IDELMAN Simon	Physiologie animale
	BLOCH Daniel	Electrotechnique I.P.
	MARTIN-BOUYER Michel	Chimie (C.S.U. Chambéry)
	SIBILLE Robert	Construction mécanique (I.U.T.)
	BRUGEL Lucien	Energétique I.U.T.
	BOUVARD Maurice	Hydrologie
	RICHARD Lucien	Botanique
	PELMONT Jean	Physiologie animale
	BOUSSARD Jean-Claude	Mathématiques Appliquées (I.P.G.)
	MOREAU René	Hydraulique I.P.G.
	ARMAND Yves	Chimie I.U.T.
	BOLLIET Louis	Informatique I.U.T.
	KUHN Gérard	Energétique I.U.T.
	PEFFEN René	Chimie I.U.T.
	GERMAIN Jean-Pierre	Mécanique
	JOLY Jean René	Mathématiques Pures
Melle	PIERY Yvette	Biologie animale
	BERNARD Alain	Mathématiques Pures
	MOHSEN Tahain	Biologie (C.S.U. Chambéry)
	CONTE René	Mesures Physiques I.U.T.
	LE JUNTER Noël	Génie Electrique Electronique I.U.T.
	LE ROY Philippe	Génie Mécanique I.U.T.



Je tiens à exprimer toute ma gratitude à Monsieur le Professeur NEEL, Membre de l'Institut, pour l'honneur qu'il m'a fait d'accepter la présidence du jury de cette thèse, ainsi qu'à Monsieur JACROT, Directeur de l'Institut Laüe-Langevin qui a bien voulu faire partie de ce jury.

Ce travail, effectué au Centre de Recherches sur les Très Basses Températures, a été commencé sous la direction de Monsieur B.B. GOODMAN, Directeur de Recherches, que je remercie vivement pour ses conseils et son aide.

Monsieur le Doyen WEIL, à la mémoire duquel j'adresse un respectueux hommage, avait bien voulu m'accepter dans son laboratoire et m'accorder un appui bienveillant.

Que Monsieur le Professeur DREYFUS, Directeur du Centre de Recherches sur les Très Basses Températures, grâce auquel ce travail a pu être mené à bien, soit ici remercié, ainsi que Monsieur le Professeur LCAZE, Directeur Adjoint.

Ce fut un plaisir pour moi de terminer cette étude grâce aux conseils de Monsieur le Professeur RENARD que je ne saurais assez remercier.

Je voudrais enfin que tous mes camarades de travail et l'ensemble du personnel du laboratoire trouvent ici l'expression de ma reconnaissance pour l'aide efficace qu'ils m'ont apportée.

III.2 - Etude en fonction du champ magnétique.....	50
III.2.1 - Généralités.....	50
III.2.2 - Résultats expérimentaux.....	51
III.3 - Etude de la résistivité.....	53
III.3.1 - Mesure de la résistance des échantil- lons.....	53
III.3.2 - Extrapolation en champ nul.....	54
III.3.3 - Saturation de la magnétorésistance....	57
III.3.4 - Variation de la résistivité avec la température.....	60
Conclusion.....	62
 <u>Annexes</u>	
I - Calcul de la profondeur de pénétration.....	64
II - Calcul de la variation de $\lambda$ avec la température....	69
III - Calcul de $\sigma/l$ .....	72
Références.....	74

## I N T R O D U C T I O N

---

On peut dire que les équations électrodynamiques d'un métal (normal ou supraconducteur) sont locales ou non locales selon que la profondeur de pénétration du champ magnétique ( $\lambda$  dans le cas d'un supraconducteur et  $\delta$  dans le cas d'un métal normal) est plus grande ou plus petite qu'une certaine valeur critique. Dans le cas d'un supraconducteur pur en champ quasi statique, cette valeur est la longueur de cohérence de Pippard,  $\xi_0$ .

Si  $\lambda \gg \xi_0$ , on est dans la région locale dite de London

Si  $\lambda \ll \xi_0$ , on est dans la région non locale dite de Pippard.

Les régions correspondantes pour un métal normal sont celles d'une part de l'effet de peau classique et d'autre part de l'effet de peau anormal, la longueur caractéristique étant  $\ell$ , le libre parcours moyen électronique. L'étude théorique<sup>(1-4)</sup> de la variation en fonction de la fréquence et de la température de la profondeur de pénétration d'un champ magnétique faible dans un supraconducteur a été commencée il y a quelques années et des vérifications expérimentales<sup>(5-7)</sup> ont été faites dans la limite extrême du comportement électromagnétique non local. Cependant, alors que quelques expériences ont été menées dans la région intermédiaire, très peu a été fait à l'opposé, dans la limite du comportement strictement local.

Deux facteurs ont contribué à cet état de chose. Tout d'abord la condition de localité peut être écrite<sup>(8)</sup>.

$$\xi_0 \ll \lambda_L(t) \approx \frac{\lambda_L(0)}{\sqrt{2(1-t)}}$$

$\lambda_L(t)$  est la profondeur de pénétration de London dans le supraconducteur à température réduite  $t = \frac{T}{T_c}$ . Cette condition est seulement satisfaite dans l'intervalle de température tel que :

$$(1-t) \ll \frac{1}{2} \left( \frac{\lambda_L(0)}{\xi_0} \right)^2 \approx \frac{K^2}{2} \quad (1)$$

où  $K$  est le paramètre de Ginzburg-Landau du supraconducteur pur ( $K_{In} \approx 0,06$ ,  $K_{Sn} \approx 0,13$ ,  $K_{Al} \approx 0,01$ ). Ce domaine local est donc très proche de  $T_c$  et conduit à avoir  $1-t \leq 0,01$  soit  $(1-t)^{-1/2} \gg 10$ , alors que jusqu'à présent différents auteurs ne dépassent pas cette valeur, en particulier à cause de difficultés expérimentales.

L'autre facteur est que beaucoup d'expériences ont été menées à très hautes fréquences <sup>(5)(9)</sup>, dans la gamme des gigacycles où la couche de peau dans l'état normal de l'ordre de  $10^{-5}$  à  $10^{-4}$  cm limite effectivement la valeur de  $\lambda$  et où l'excitation des "électrons normaux" près de  $T_c$  n'est pas négligeable.

Les mesures à faibles fréquences de Schawlow et Devlin <sup>(10)</sup> à 100 Kc/s sur l'étain et de Maxfield et Mc Lean <sup>(11)</sup> à 4 et 82 Mc/s sur le niobium semblent être les plus récentes tentatives du comportement local. Cependant Schawlow et Devlin ne donnent pas de résultats sûrs au-delà de  $(1-t)^{-1/2} \approx 10$ , aussi l'équation de localité (1) pour l'étain ( $K \approx 0,13$ ) est elle à peine satisfaite. Pour le niobium ( $K \approx 1$ ) cette condition (1) est assez bien réalisée dans l'intervalle de température  $(1-t)^{-1/2} \leq 10$ . Malheureusement les mesures de Maxfield faites dans la région très proche de  $T_c$  où les pertes

apparaissent ne peuvent être interprétées pleinement puisque la théorie de la profondeur de pénétration haute fréquence est seulement applicable aux échantillons dont le libre parcours moyen électronique est suffisamment grand pour que dans l'état normal l'effet de peau soit anormal et ce n'est pas le cas ici.

En vue d'étudier dans un supraconducteur pur le comportement électromagnétique local même dans la proximité immédiate de  $T_c$ , nous avons utilisé une méthode basse fréquence associée à un appareil permettant une régulation de température exceptionnellement stable, afin de mesurer la profondeur de pénétration dans le plomb pur.

Bien que le plomb soit un supraconducteur à couplage fort qui, à cause de sa faible température de Debye ( $\theta_D \approx 96^\circ\text{K}$ ) et sa température critique élevée ( $T_c \approx 7,2^\circ\text{K}$ ) suit parfois mal la théorie microscopique de Bardeen-Cooper et Schrieffer<sup>(8)</sup> (BCS) établie pour le couplage faible ( $\frac{\theta_D}{T_c} \ll 1$ ), nous l'avons choisi en particulier pour les raisons suivantes.

Il a une structure cubique et la relation locale de London entre densité de courant et potentiel vecteur, généralement tensorielle, peut être alors rendue scalaire. Ceci permet de mesurer le même  $\lambda$  quelque soit l'orientation de ces vecteurs par rapport aux axes cristallographiques. De plus, la seule mesure de  $\lambda$  du plomb a été faite en 1951 sur des films minces par Lock<sup>(12)</sup> qui indique un  $\lambda$  moyen de  $390 \text{ \AA}$  à partir de valeurs très dispersées et avec d'importantes variations dans l'épaisseur de chaque film. Ces mesures interprétées alors que l'on ignorait l'influence de l'effet de taille et du libre parcours moyen électronique sur la profondeur de pénétration, conduisent à une valeur de  $K$  sensiblement différente de celles estimées

avec d'autres méthodes, par exemple avec des mesures d'effet de peau anormal. Ces mesures d'effet de peau, d'ailleurs, effectuées par Chambers<sup>(13)</sup> à 1,2 Gc/s sont très sensibles aux imperfections de surface de l'échantillon ( car  $\delta \approx 3\ 000\ \text{Å}$  ).

Dans nos mesures la fréquence utilisée ( $\approx 8\ \text{Mc/s}$ ) est suffisamment élevée pour que l'effet de peau anormal soit étudié dans l'état normal et cependant assez faible pour que la profondeur de peau soit beaucoup plus grande que celle de l'expérience de Chambers. Nos résultats pris avec les plus récentes mesures de chaleur spécifique électronique<sup>(14)</sup> fournissent aussi, dans l'approximation isotrope, de nouvelles valeurs pour la surface et la vitesse moyenne de Fermi.

# C H A P I T R E    I

-----

## QUELQUES PROPRIETES ELECTRODYNAMIQUES D'UN SUPRACONDUCTEUR

### I.1 - GENERALITES

Aussitôt après la découverte en 1933 de l'effet Meissner (champ magnétique expulsé du supraconducteur), il fut reconnu que les théories antérieures basées seulement sur la conductivité infinie devaient être modifiées. F. et H. London proposèrent alors une équation reliant la densité du courant supraconducteur  $j_s$  au potentiel vecteur  $A$  du champ magnétique :

$$- c \Lambda j_s = A$$

$c$  : vitesse de la lumière,  $\Lambda$  est une constante qui pour un gaz idéal d'électrons vaut :  $\Lambda_i = \frac{m}{ne^2}$  ( $m, e, n$  respectivement masse, charge et densité électronique) et qui dans le cas du modèle des électrons libres dans un métal réel est égale à :

$$\Lambda = \frac{3 h^3}{2 e^2 S \bar{v}_F} = \frac{3}{2 e^2 N_{(0)} \bar{v}_F^2} \quad (2)$$

où  $v_F$  = vitesse moyenne de Fermi (on a supposé  $\frac{1}{v_F} = \left(\frac{1}{v_F}\right)$   
 $S$  = aire dans l'espace des moments de la surface de Fermi.  
 $N_{(0)}$  = densité des électrons de conduction.

En résolvant les équations de Maxwell et de London, on trouve qu'un champ  $H_0$  à la surface d'une supraconducteur ne vaut plus à une profondeur  $x$  que  
 $H(x) = H_0 \exp(-x/\lambda_L)$  où  $\lambda_L = \left(\frac{\Lambda c^2}{4\pi}\right)^{1/2}$  est la profondeur de

pénétration de London (typiquement  $\approx 200 \text{ \AA}$ ).

Les premières mesures de la profondeur de pénétration indiquant une forte augmentation de  $\lambda$  près de  $T_c$ , Daunt<sup>(15)</sup> suggéra de remplacer  $n$  par le nombre d'électrons supraconducteurs dépendant de la température  $n_s(t) = n_s(0) \cdot (1-t^4)$  donné par la théorie bi-fluide de Gorter-Casimir<sup>(16)</sup>. Ainsi  $\lambda$  devient :

$$\lambda(t) = \lambda(0) y \quad \text{avec } y = (1-t^4)^{-1/2}$$

C'est souvent en fonction de  $y$  qu'est tracé  $\lambda$ , la pente de la droite donnant  $\lambda(0)$ .

Cependant on trouva généralement  $\lambda(0)$  beaucoup plus grand que la valeur de London  $\lambda_L(0)$ . Cette différence fut éclaircie en 1953 par Pippard qui, à partir de mesures de profondeur de pénétration sur des échantillons de libres parcours moyens différents, montra que la relation entre la densité de courant en un point et le potentiel vecteur est donnée par une intégrale de ce potentiel vecteur sur une région entourant ce point. D'où une relation non locale de la forme :

$$\vec{j}(r) = -\frac{3}{4\pi c \xi_0 \lambda} \int \frac{\vec{R} [\vec{R} \cdot \vec{A}(r')] }{R^4} \exp\left(-\frac{R}{\xi_0}\right) \cdot \exp\left(-\frac{R}{\alpha l}\right) \cdot d^3r'$$

$\xi_0$  est introduit comme une longueur de cohérence du métal pur sur laquelle on tient compte de la variation du potentiel vecteur et est de l'ordre de  $\frac{\hbar v_F}{k T_c}$ .  $l$  est le libre parcours moyen,  $\alpha$  un nombre voisin de l'unité et  $R = |r - r'|$ . Cette équation, semblable à celle de Reuter et Sondheimer<sup>(17)</sup> pour l'effet de peau anormal, se réduit à la relation locale de London lorsque  $A(r)$  varie peu sur la distance de cohérence du métal réel définie par :  $\frac{1}{\xi} = \frac{1}{\xi_0} + \frac{1}{\alpha l}$ . La théorie BCS conduit aussi entre  $A$  et  $J$  à une relation non locale, lorsque

$\xi_0 \gg \lambda$ , similaire à celle de Pippard, avec pour  $\xi_0$  la valeur  $\frac{\hbar v_F}{\pi \Delta(0)} = \frac{0.18 \hbar v_F}{k T_c}$  où  $\Delta(0)$  est la largeur de la bande interdite à 0°K. Ainsi dans la limite non locale la valeur mesurée de  $\lambda$  est elle :  $\lambda_{\infty}(T) \approx \left[ \frac{\sqrt{3} \xi_0 \lambda_L^2(T)}{2\pi} \right]^{1/3}$ , cette valeur supérieure à  $\lambda_L$  explique les anomalies constatées.

Pour un métal pur ( $l \gg \xi_0$ ) on a généralement  $\xi_0 \gg \lambda$  et ce n'est que très près de  $T_c$ , où  $\lambda$  croit, que l'on obtient les relations locales et que le  $\lambda$  mesuré est celui de London.

La variation de  $\lambda$  avec la température est donnée près de  $T_c$  à la fois par la formulation microscopique due à Gorkov<sup>(18)</sup> de la théorie Ginzburg-Landau<sup>(19)</sup>, et par la théorie BCS, qui conduisent toutes deux à la relation :

$$\lambda_{\text{eff}} = \frac{\lambda_L(0)}{\sqrt{2(1-\epsilon)}} \quad (3)$$

Remarquons que dans les théories précédentes la profondeur de pénétration est celle définie à fréquence nulle puisqu'elle tend vers l'infini à  $T_c$ , ce qui correspond dans l'état normal à la pénétration totale d'un champ statique.

Dans notre cas où nous mesurons  $\lambda$  jusqu'à  $T_c$ , nous nous sommes intéressés plus loin à l'étude théorique de la variation de la profondeur de pénétration réelle à fréquence non nulle pour un supraconducteur pur et aux corrections à y apporter pour l'obtenir à fréquence nulle. Les conditions sont alors locales puisque pour les fréquences faibles où la couche de peau est importante, les déviations à la loi (3) n'interviennent que très près de  $T_c$ . Ceci n'est d'ailleurs pas le cas pour les mesures effectuées avec fréquences élevées où les corrections faites à l'aide des relations de Kronig-Kramers

sont importantes dans presque toute la gamme de température et peuvent conduire à des erreurs importantes sur  $\lambda^{(5)}$ .

## I.2 IMPEDANCE DE SURFACE ET PROFONDEUR DE PENETRATION

A partir des équations électrodynamiques on peut définir<sup>(20)</sup> pour un supraconducteur remplissant le demi-espace dans la direction  $z$ , une impédance de surface :

$$Z = R + iX = - \frac{4\pi E_x(0)}{c H_y(0)} = 4\pi\omega\delta \quad (4)$$

où  $E_x(0)$  et  $H_y(0)$  sont les champs électrique et magnétique à la surface et  $\delta$  la profondeur de pénétration complexe d'un champ oscillant à la pulsation  $\omega$ .

Avec :  $\delta = \delta_r - i\delta_i$ , on a  $\delta_r = \frac{R}{4\pi\omega}$  et  $\delta_i = \frac{-X}{4\pi\omega}$

Lorsque  $\omega \rightarrow 0$ , on verra plus loin que  $\delta_i(0)$  est identique à la profondeur de pénétration statique  $\lambda$  que nous cherchons à calculer.

Le calcul de  $Z$  est simplifié en considérant la relation générale entre composantes de Fourier de  $j_s$  et  $A$  qui définit  $K(q, \omega)$  comme :

$$\vec{j}_s(\vec{q}, \omega) = - \frac{c}{4\pi} K(\vec{q}, \omega) \cdot \vec{A}(\vec{q}, \omega) \quad (5)$$

$\vec{q}$  est le vecteur d'onde de la transformée de Fourier et  $\omega$  la pulsation (dans l'équation de London,  $K_L(q, \omega) = \frac{4\pi}{c^2\lambda}$ ). On obtient ainsi<sup>(20)</sup> dans le cas d'une réflexion diffuse des électrons à la surface du métal :

$$Z^{(d)} = \frac{-4\pi^2 i\omega}{\int_0^\infty \text{Log}\left(1 + \frac{K(q, \omega)}{q^2}\right) dq} = 4\pi\omega (\delta_r^{(d)} - i\delta_i^{(d)}) \quad (6)$$

et dans le cas d'une réflexion spéculaire :

$$\mathcal{Z}^{(s)} = -8i\omega \int_0^{\infty} \frac{dq}{q^2 + K(q,\omega)} = 4\pi\omega (\mathcal{S}_r^{(s)} - i\mathcal{S}_i^{(s)}) \quad (7)$$

Pour le modèle isotrope d'électrons libres, Abrikosov, Gorkov et Khalatnikov <sup>(4)</sup> ont obtenu des expressions pour le noyau  $K(q,\omega)$ . Celles qui nous intéressent et qui sont valables à température proche de  $T_c$  ( $\Delta(t) \ll kT_c$ ) sont :

Pour  $q\xi_0 \ll 1$  (région de London)

$$K(q,\omega) = \frac{4\pi Ne^2}{mc^2} \left[ \frac{7\mathcal{S}^{(s)} \Delta(t)^2}{(2\pi kT_c)^2} - \frac{3i\pi\omega}{4v_F q} \right] \quad (8)$$

et pour  $q\xi_0 \gg 1$  (région de Pippard)

$$K(q,\omega) = \frac{4\pi Ne^2}{mc^2} \left[ \frac{3\pi^2 \Delta(t)^2}{8\hbar v_F kT_c q} - \frac{3i\pi\omega}{4v_F q} \right] \quad (9)$$

où  $N$  est la densité des électrons de conduction, de masse  $m$ , et  $v_F$  est leur vitesse de Fermi. Ces équations sont sujettes aux restrictions :

$$\hbar\omega \ll \Delta(t) \quad (a)$$

$$\omega \ll v_F q \quad (b)$$

Mais aucune n'est imposée sur les valeurs de  $\frac{\hbar v_F q}{\Delta(t)}$  et de  $\frac{\hbar v_F q}{kT}$ . Ces deux conditions (a,b) sont réalisées dans nos mesures puisqu'avec une fréquence d'environ 8 MHz,  $\hbar\omega \sim \Delta(t)$  seulement pour  $T_c - T \approx 10^{-8}$ °K et  $\omega \sim v_F q$  pour  $q^{-1}$  aussi grand que 1 cm. La variation du gap utilisée près de  $T_c$  pour le plomb est celle mesurée par Gasparovic <sup>(21)</sup> peu différente de la valeur donnée pour BCS :

$$\Delta(t) \underset{t \rightarrow 1}{=} \frac{8\pi^2 k^2 T_c^2}{7\mathcal{S}^{(s)}} (1-t) \quad (10)$$

Remarquons enfin que dans nos mesures  $\frac{\rho}{\rho_0} \approx 3,5$  à 7,2°K ce qui fait que la limite extrême anormale de l'effet

de peau ( $\frac{\ell}{\delta} \gg 1$ ) n'est pas parfaitement atteinte comme il est supposé implicitement dans les relations d'Abrikosov<sup>(4)</sup>.

Mais cette condition auxiliaire intervient surtout pour fixer dans l'état normal la valeur de  $\frac{R_n}{X_n}$  que nous ne déterminons pas.

Pour des fréquences basses, la transition entre la région de London et la région de Pippard s'effectue pour un  $q_c$  tel que les deux équations (8) et (9) soient équivalentes, soit

$$q_c = \frac{3\pi^4 T_c}{14 \zeta_{(3)} V_F} \approx \frac{3,8}{\xi_0}$$

Si l'on prend  $q_c \sim \lambda^{-1}$ , on constate la transition vers  $\xi_0/\lambda \approx 3,8$ , le plomb avec  $\xi_0/\lambda_{(0)} \approx 2,2$  est donc du type intermédiaire dans presque toute la gamme de température sauf près de  $T_c$  où il devient du type London.

Par ailleurs, dans les équations (8) et (9), lorsque  $\Delta \rightarrow 0$ , nous retrouvons le comportement du métal normal ; il s'agit alors, comme on suppose  $\ell \rightarrow \infty$ , de l'effet de peau anormal donné par :

$$\vec{j}(\vec{q}, \omega) = \frac{e^2 N \vec{A}(\vec{q}, \omega)}{m c} \cdot \frac{3 i \pi \omega}{4 V_F q} \quad (11)$$

La seule constante du métal qui intervient est le rapport  $\frac{N}{m V_F}$  qui est proportionnel à  $S$ , surface de Fermi, ceci rejoint le fait que lorsqu'elle est isotrope, on la mesure directement par l'effet de peau anormal. La transition entre la région de London et celle de l'effet de peau anormal a lieu lorsque sont égales dans l'équation (8) la partie réelle et la partie imaginaire (à celle-ci correspond dans l'impédance de surface une partie réelle, donc une absorption) ;

Il faut :

$$V_F q = \frac{3\pi^3 \omega T_c^2}{7\zeta_3 \Delta^2}$$

Si nous prenons pour le plomb,  $V_F \approx 5.10^7$  cm/s,  $T_c = 7.2^\circ\text{K}$ ,  $f = 6$  Mc/s,  $q^{-1} \approx 2\mu$  qui correspond à la couche de peau dans l'état normal, et la variation de  $\Delta(k)$  précédente, on obtient cette transition pour :

$$1 - t \sim 2.5.10^{-3}$$

Ainsi, à notre fréquence, le comportement est le suivant pour le plomb :

	$1-t \approx 10^{-2}$	$1-t \approx 2.5.10^{-3}$	$1-t = 0$
	!	!	!
Transition entre	!	!	!
types London et	! Type London	! Début de	! Normal
Pippard	!	! l'absorption	!
	!	!	!

### I.3 - CALCUL DE $\delta_r$ ET DE $\delta_i$

Nous sommes concernés pour  $K(q, \omega)$  par la limite locale  $q\zeta_0 \ll 1$  (étendue de variation du champ grande comparée à  $\zeta_0$ ) et pour  $Z$  par sa valeur en réflexion diffuse, celle-ci étant observée dans le plomb à l'état normal<sup>(13)</sup>, on obtient ainsi avec (6) et (8) :

$$\delta_r - i\delta_i = \frac{-i\pi}{\int_0^{\infty} \text{Log} \left[ 1 + \frac{4\pi N e^2}{q^2 m c^2} \left( \frac{7\zeta_3 \Delta^2}{4\pi^2 k^2 T_c^2} - \frac{3i\pi\omega}{4V_F q} \right) \right] dq} \quad (12)$$

Soit avec les valeurs de  $\lambda_L$  et de  $\beta$  définies ci-dessous :

$$\delta_r - i\delta_i = \frac{-i\pi}{\int_0^{\infty} \text{Log} \left( 1 + \frac{1}{q^2 \lambda_L^2} - \frac{i\beta}{q^3} \right) dq} \quad (13)$$

Cette intégrale a été calculée par M. D.B. Goodman et un résumé des calculs figure en annexe. Nous donnerons seulement ici les résultats nécessaires à l'interprétation de certaines mesures.

- Quand  $\omega \rightarrow 0$ , l'équation (8) montre que  $K(q, \omega)$  est indépendant de  $q$  et l'équation (5) se réduit à l'équation de London avec la profondeur de pénétration donnée par :

$$\lambda_L^2 = \frac{\pi m c^2 k^2 T_c^2}{7 S(3) N e^2 \Delta^2}$$

On obtient alors avec (13) :

$$\delta_r - i\delta_i = -\frac{i\pi}{\pi/\lambda_L} = -i\lambda_L$$

soit  $\delta_i \equiv \lambda_L$   
 $\delta_r \equiv 0$

- Lorsque  $\lambda_L \rightarrow \infty$  (ou  $\Delta(t) \rightarrow 0$ ), c'est-à-dire pour l'état normal, l'équation (13) conduit au résultat connu<sup>(17)</sup> pour la limite extrême anormale de l'effet de peau :

$$\delta_{rn}^{(d)} - i\delta_{in}^{(d)} = (1 - i\sqrt{3}) \frac{\sqrt{3}}{4\beta^{1/3}} = \delta_{in}^{(d)} \left( \frac{1}{\sqrt{3}} - i \right) \quad (14)$$

Avec  $\beta = \frac{3\pi^2 e^2 N \omega}{m v_F c^2} = \frac{e^2 \omega S}{4\pi c^2 \hbar}$  et  $\delta_{in} = \frac{3}{4\beta^{1/3}}$  est la couche de peau dans l'état normal

(indices : d pour réflexion diffuse, n ou s pour l'état normal ou supraconducteur).

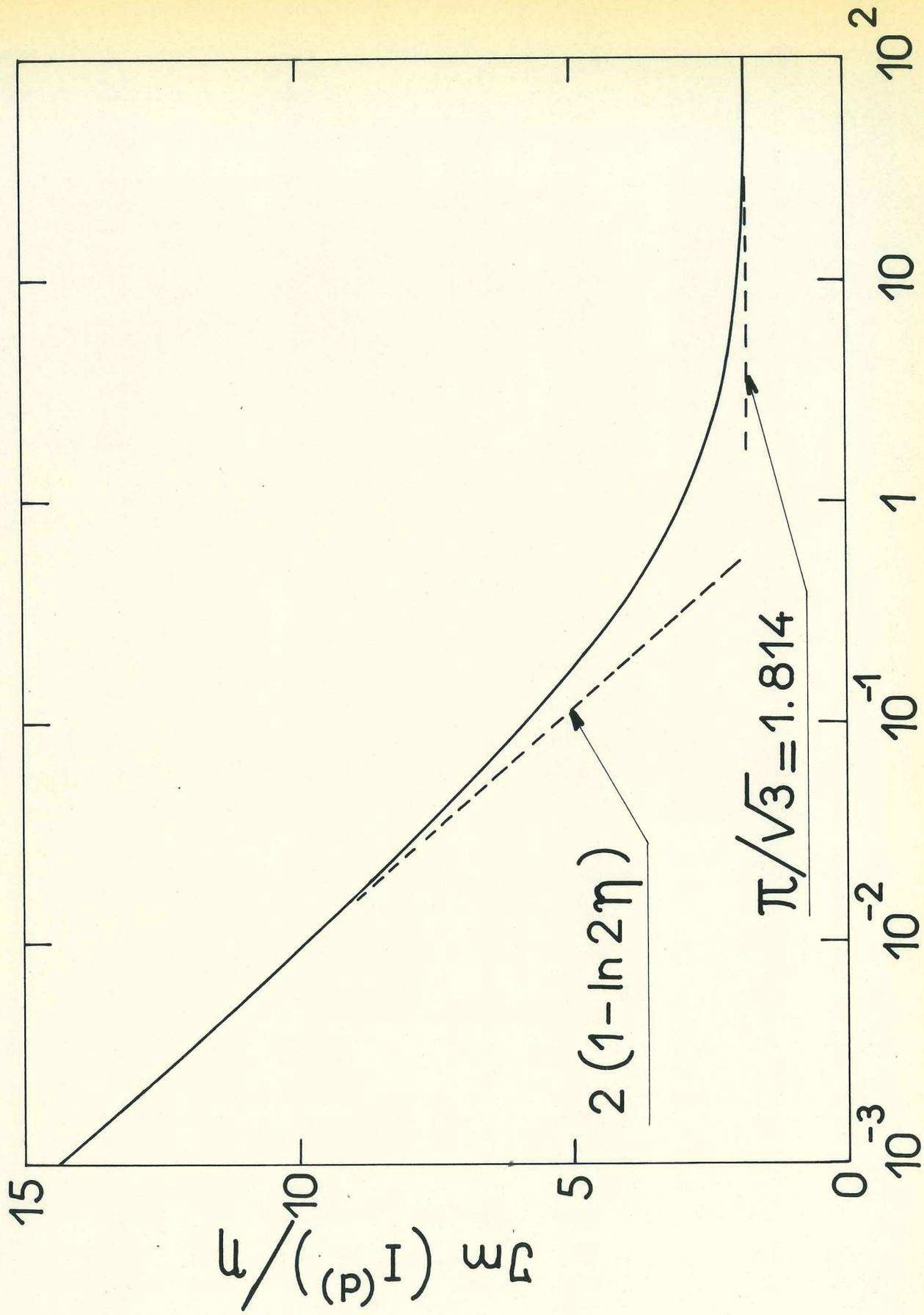


Fig. 1

## - Cas intermédiaire

$$\delta_r - i\delta_i = \frac{-i\pi\lambda_c}{\int_0^\infty \text{Log}\left(1 + \frac{1}{z^2} - \frac{i\gamma}{z^3}\right) dz} = \frac{-i\pi\lambda_c}{I_1}$$

où  $\gamma = \frac{3\lambda_c}{4\delta_{in}}$  et  $I_1$  est l'intégrale calculée en annexe selon les valeurs du paramètre  $v_1$  qui est une racine de l'équation :  $v^3 - v - \gamma = 0$ ,  $1 \leq v_1 \leq \infty$ .

- On obtient :

$$I_1 = \pi v_1 - i \left[ \frac{v_1}{2} \text{Log}\left(\frac{v_1^2}{v_1^2 - 1}\right) - 2\sqrt{1 - \frac{3v_1^2}{4}} \text{arg. coth.} \frac{v_1/2}{\sqrt{1 - \frac{3v_1^2}{4}}} \right]$$

soit  $I_1 = \Re v_1 - iy$ ,

a) Pour  $v_1 = 1 + \varepsilon$ ,  $\varepsilon \ll 1$ , un développement limité conduit à :

$$y = 2\varepsilon \left(1 + \text{Log} \frac{1}{2\varepsilon}\right) + \dots$$

b) Pour  $v_1 \gg 1$ , un développement asymptotique donne :

$$y_{(v_1)} = \frac{\pi v_1}{\sqrt{3}} - \frac{2\pi}{3\sqrt{3}v_1} - \frac{1}{v_1^3} \left( \frac{2\pi}{9\sqrt{3}} - \frac{1}{6} \right) + \dots$$

La figure 1 représente  $\frac{y}{\gamma}$  en fonction de  $\gamma = v_1 - 1$ .

- On a donc :  $\delta_r - i\delta_i = \frac{-i\pi\lambda_c}{\pi v_1 - iy} = \frac{\pi y \lambda_c - i\pi^2 v_1 \lambda_c}{(\pi^2 v_1^2 + y^2)}$

$$\text{soit : } \begin{cases} \frac{\delta_{is}}{\delta_{in}} = \frac{\pi^2 v_1}{\pi^2 v_1^2 + y^2} \cdot \frac{\lambda_c}{\delta_{in}} \\ \frac{\delta_{rs}}{\delta_{in}} = \frac{\pi y}{\pi^2 v_1^2 + y^2} \cdot \frac{\lambda_c}{\delta_{in}} \end{cases}$$

Si l'on remarque qu'avec l'équation (3) :

$$\left(\frac{\lambda_c}{\delta_{in}}\right)^2 = \frac{\lambda_c^2}{2(1-t)\delta_{in}^2}$$

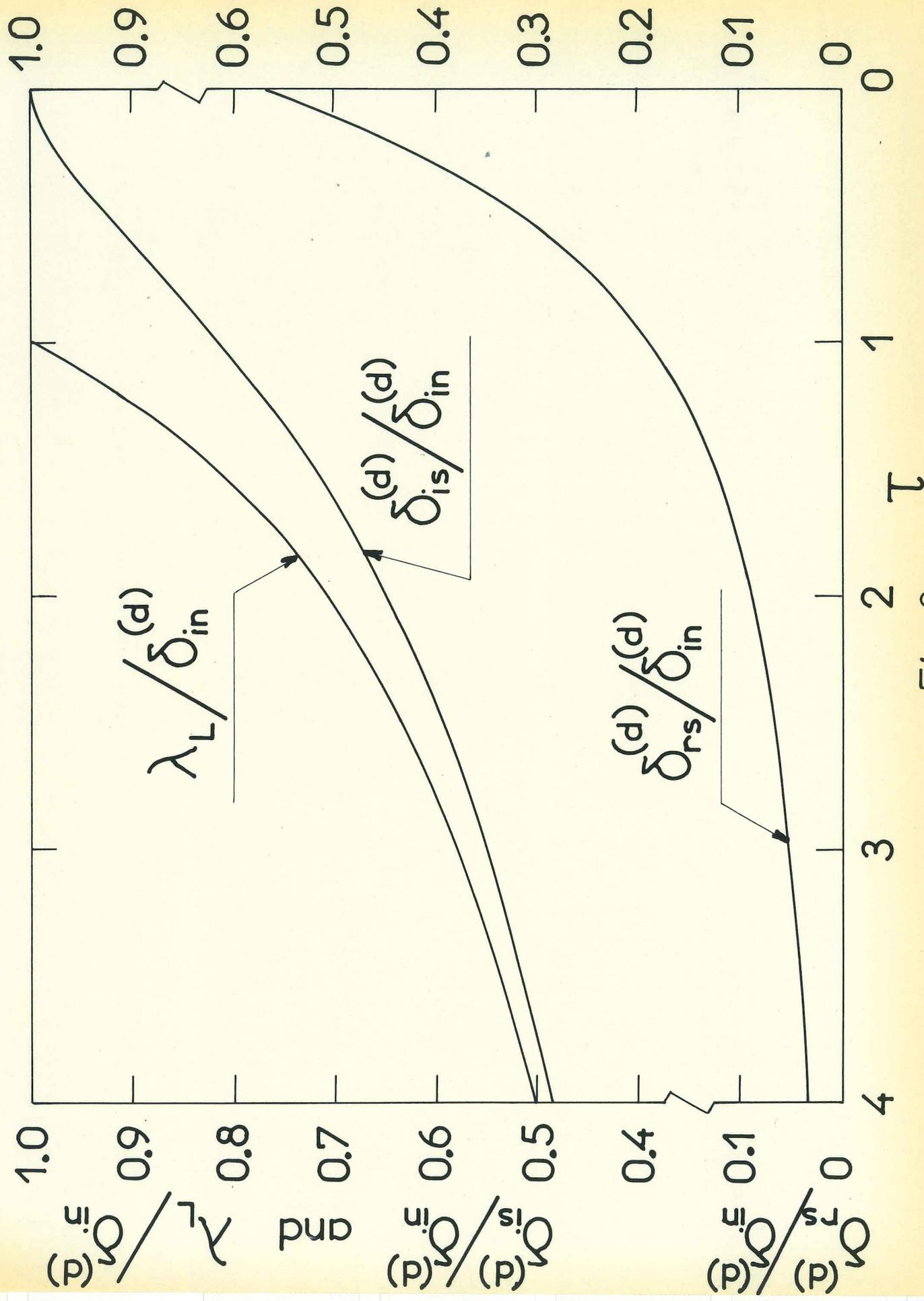


Fig. 2

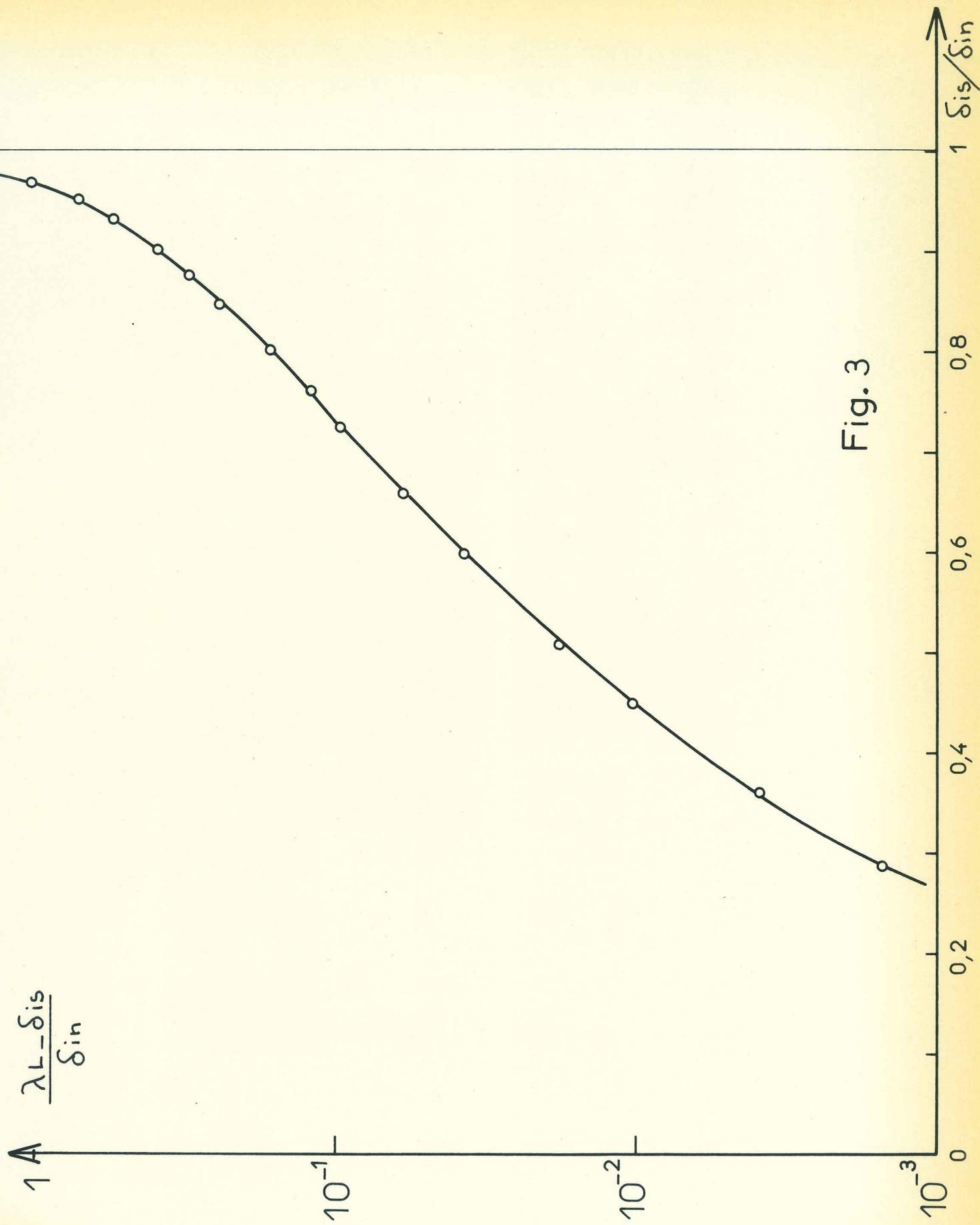


Fig. 3

Ainsi en posant :  $\Delta T = T_c - T = T_c (1-t)$  ,  $\frac{\lambda_L}{\delta_{in}} = \left( \frac{2 \delta_{in}^2 \Delta T}{\lambda_L^2(0) T_c} \right)^{-1/2}$   
 on définit un écart de température réduit  $\Delta Z$  par :

$$\Delta Z = \frac{2 \delta_{in}^2 \Delta T}{\lambda_L^2(0) T_c}$$

qui satisfait à l'équation :

$$\frac{\lambda_L}{\delta_{in}} = (\Delta Z)^{-1/2}$$

On peut tracer  $\frac{\delta_{rs}}{\delta_{in}}$  et  $\frac{\delta_{is}}{\delta_{in}}$  en fonction de  $\Delta Z$  (figure 2 ).

- Enfin sur la figure 3 est représenté  $(\lambda_L - \delta_{is}) / \delta_{in}$  en fonction de  $\delta_{is} / \delta_{in}$ , ceci est utile pour corriger la valeur  $\delta_{is}$  (mesurée) afin d'obtenir  $\lambda_L$  (valeur de  $\delta_{is}$  pour  $\omega \rightarrow 0$ )  
 Avec les résultats expérimentaux, on peut alors tracer  $\lambda_L / \delta_{in}$  en fonction de  $(1-t)^{-1/2}$  et  $(\lambda_L / \delta_{in})^{-2}$  en fonction de  $\Delta T$ , la pente de ces deux courbes déterminant  $\lambda_L(0)$ .

## C H A P I T R E    I I

=====

## TECHNIQUE EXPERIMENTALE

II.1 - GENERALITES

La variation totale de la profondeur de pénétration  $\lambda_L$  du champ haute fréquence est faible, de l'ordre du micron, et l'on désire détecter des variations de quelques angströms.

Pour se ramener à la mesure de variation de fréquence, toujours très sensible, nous utilisons une méthode dans laquelle l'échantillon cylindrique sert de noyau à une self. L'inductance de celle-ci est proportionnelle à la section transversale occupée par le flux, c'est-à-dire dépend de la distance entre la bobine et l'échantillon ainsi que de la profondeur de pénétration du champ haute fréquence dans l'échantillon. Cette self associée à une capacité forme un circuit oscillant classique qui fait partie d'un oscillateur dont nous mesurons la fréquence. Cette méthode est semblable à celle utilisée par Schawlov et Devlin<sup>(10)</sup>.

La température critique  $T_c$  du plomb étant de  $7,2^\circ\text{K}$  en champ nul, il a été nécessaire de construire un calorimètre adiabatique (à double enceinte) avec mesure de la température au thermomètre à gaz.

La variation très rapide près de  $T_c$  de la profondeur de pénétration conduit à utiliser une résistance de carbone qui est un thermomètre secondaire sensible permettant une régulation précise de la température.

L'étude de la variation de  $\lambda_L$  avec un champ magnétique à nécessité la construction d'une bobine de champ refroidie à l'azote liquide qui a servi aussi pour les mesures de résistivité.

Nous allons étudier successivement :

- la mesure de la profondeur de pénétration
- l'enceinte de mesure ("calorimètre")
- l'ensemble cryogénique
- la mesure et la régulation de la température
- les appareils et mesures annexes

## II.2 - MESURE DE LA PROFONDEUR DE PENETRATION

### II.2.1 - Etalonnage

L'échantillon supraconducteur est donc au centre de la self. Lorsque la température change, la profondeur de pénétration varie et l'inductance aussi. Ainsi :

$$\frac{\text{Variation d'inductance } (\delta L)}{\text{Inductance totale (L)}} = \frac{\delta(\text{ép. pénét.}) \times \text{circonf. échantillon}}{\text{Section totale occupée par le flux HF}}$$

Pour rendre cette variation d'inductance mesurable avec suffisamment de sensibilité, la bobine est accordée avec une capacité pour former un circuit résonnant à environ 8 MHz.

Quand la self L varie de  $\delta L$ , la fréquence f varie de :

$$\frac{\delta f}{f} = \frac{1}{2} \frac{\delta L}{L} \quad (\text{on dérive } LC\omega^2 = 1 \text{ avec } C = c^{te})$$

soit :

$$\frac{2\delta f}{f} = \frac{\delta L}{L} = \frac{2\pi r \delta \lambda}{S}$$

d'où :

$$\delta \lambda = \left( \frac{S}{\pi r} \right) \frac{\delta f}{f} \quad (1)$$

avec r : rayon de l'échantillon

S : section transversale entre la bobine et l'échantillon

Donc  $\delta f$  est proportionnelle à  $\delta \lambda$ . Si la section S est faible (ce qui est le cas si l'on veut une bonne sensibilité), elle peut être délicate à mesurer avec précision, mais elle peut être éliminée en calibrant le circuit avec plusieurs échantillons de différents diamètres ou avec la self vide.

Comme L est proportionnelle à  $S = \pi r^2 - \pi r_0^2$  où r et  $r_0$  sont respectivement les rayons effectifs de l'échantillon et de la bobine, on a :

$$S \sim L \sim \frac{1}{f^2} = A - Br^2 \quad (2)$$

En traçant  $\frac{1}{f^2}$  selon  $r^2$  on doit avoir, et on obtient, une droite dont la pente nous donne B.

Il vient si l'on dérive (2) :

$$\frac{1}{f^3} \delta f = Br \delta r$$

$$\text{soit } \delta \lambda = \delta r = \frac{1}{Br} \frac{1}{f^3} \delta f \quad (3)$$

Connaissant B, f et r on a donc la constante de proportionnalité reliant les variations de la profondeur de pénétration aux variations de fréquence.

### II.2.2 - Construction

La self est constituée de 100 spires de fil de cuivre de  $\varnothing$  : 7/10 mm. On obtient facilement un espace faible entre l'échantillon et la self en la bobinant directement sur un mandrin de diamètre légèrement supérieur à celui de l'échantillon. Après avoir enduit extérieurement la bobine de résine époxy (Araldite) pour lui assurer sa rigidité, on enlève le mandrin et elle se trouve prête à recevoir l'échantillon. Celui-ci, de longueur supérieure à la bobine pour éviter les

effets d'extrémité, est calé en bout par un petit cylindre de nylon.

Nous nous sommes limités à un espacement de 0,4 mm qui nous permet, sans employer comme certains auteurs<sup>(10)(11)</sup> une self en fil supraconducteur qui peut amener des effets parasites, d'obtenir une bonne sensibilité (de l'ordre de  $2 \text{ \AA} / \text{Hz}$ ) et des oscillations stables jusqu'à plusieurs degrés au-dessus de la température de transition de l'échantillon.

Le bobinage vide a une inductance de  $12 \mu\text{H}$  et d'environ  $1,8 \mu\text{H}$  avec l'échantillon, soit une fréquence de résonance de 8 MHz en l'associant à une capacité de 200 pF. Une capacité "CDE" au mica argenté a d'abord été essayée, mais les connexions internes étant soudées à la soudure Pb-Sn, une légère variation de fréquence apparaissait à sa température de transition très proche de celle du plomb<sup>(22)</sup>. Nous avons été amenés à choisir une capacité "Stéafix" au mica argenté dont les connexions par serrage nous ont donné toute satisfaction.

### II.2.3 - Oscillateur

L'oscillateur dont le circuit LC décrit ci-dessus sert de fréquence de référence doit être très stable. Il ne peut se trouver dans le commerce, aussi avons-nous choisi de réaliser un oscillateur du type "Clapp" (Colpitts modifié)<sup>(23)</sup> qui répond bien aux conditions suivantes :

- les capacités parasites doivent agir le moins possible sur la fréquence puisque seules les variations d'inductance doivent être mesurées.

- l'énergie dissipée dans le circuit résonnant doit être très faible.

- enfin, il est commode de disposer de réglages extérieurs (par rapport au cas où tout l'oscillateur se trouve dans l'hélium liquide en utilisant une diode tunnel).

Sur la figure 4, on voit que les capacités  $C \gg C_0$  agissent très peu sur la fréquence  $f_0$  du circuit résonnant série déterminé par  $L_0$  et  $C_0$ , le facteur correctif étant  $\sqrt{1 + \frac{2C_0}{C}} \approx 1,04$ . Les capacités parasites  $C_p$  se ramenant en parallèle avec les capacités  $C$  de faible réactance interviennent encore moins pour changer la fréquence.

Le coaxial qui relie le circuit  $L_0 C_0$  dans le calorimètre aux éléments  $T_r$ ,  $C$ ,  $R$  se trouvant dans une enceinte calorifugée située au-dessus du cryostat, est formé de tubes concentriques en acier inox centrés avec des rondelles téflon. Sa capacité est de 40 pf.

La résistance du coaxial et celle équivalente à l'entrée du transistor déterminent principalement le coefficient de surtension et ainsi le niveau d'oscillation reste sensiblement constant lorsque l'échantillon passe de l'état normal à supraconducteur. L'accès aux capacités  $C$  nous permet de les ajuster afin d'obtenir ce niveau d'oscillation très faible. Ceci est important pour avoir une faible puissance dissipée dans le calorimètre (à 50 mV aux bornes de  $C$  correspond une puissance de  $8 \mu W$  et un champ haute fréquence appliqué sur l'échantillon de  $7 \cdot 10^{-2}$  oersted efficace). On obtient aussi une fréquence se rapprochant de la fréquence idéale définie par  $L_0$ ,  $C_0$  et  $C$ .

L'oscillateur est fortement découplé des influences extérieures en prenant seulement une fraction du signal (2 %) sur un étage séparateur et en réalisant un amplificateur sélectif de gain  $10^4$ . Cette précaution est importante et nous avons vérifié la stabilité de la fréquence en connectant la sortie de l'amplificateur diverses impédances. La stabilité de l'ensemble a été testée avec la self vide. A température constante, la stabilité en une heure est d'environ 10 Hz sur 8 MHz et de  $4,2^\circ K$  à  $7,5^\circ K$  la variation, approximativement linéaire, est de 40 Hz au total. Enfin, un champ magnétique de 350 oersteds provoque seulement 8 Hz de variation (1 part sur  $10^6$ ).

Ces deux dernières stabilités n'ont pu être obtenues qu'en employant dans la partie à basse températures des soudures non supraconductrices dans notre gamme de température.

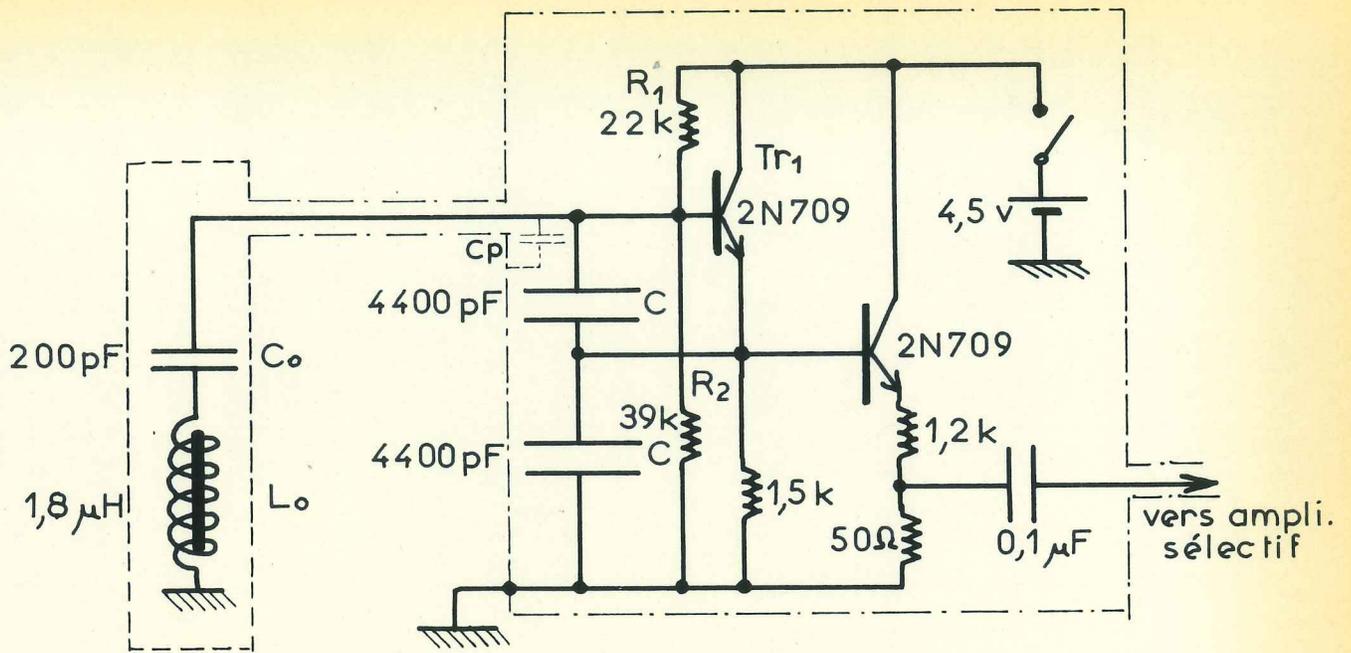


Fig. 4 Oscillateur

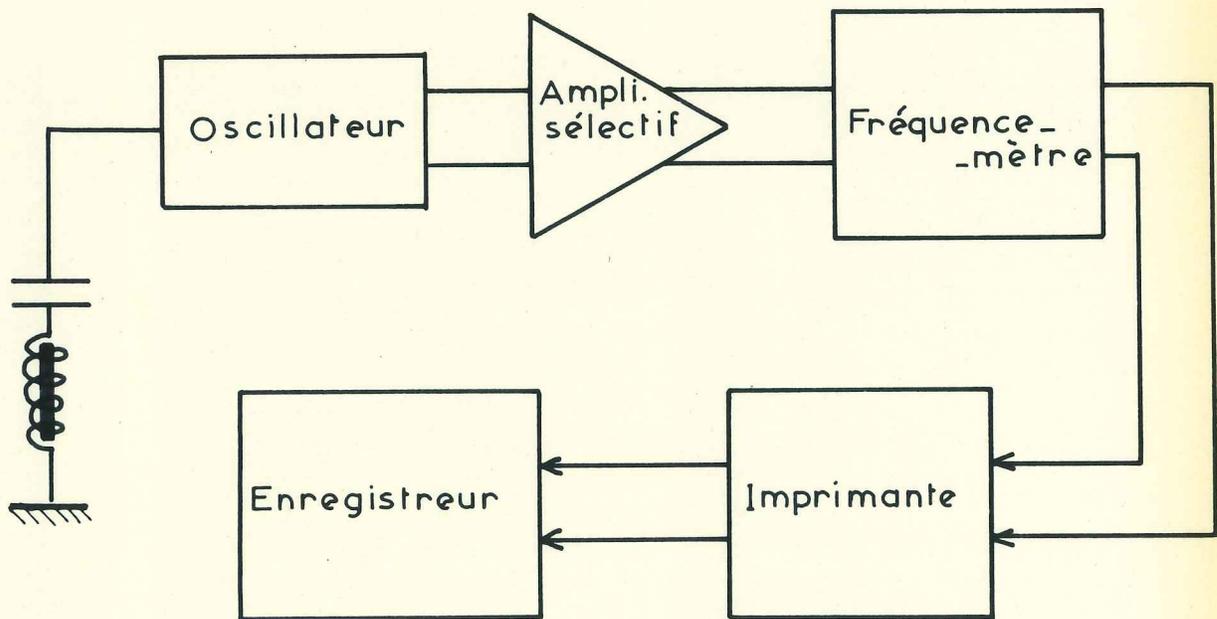


Fig. 5 Circuit de mesure de la fréquence

Comme dans nos mesures la variation totale de fréquence est de plusieurs milliers de hertz sur une faible étendue de température ou de champ magnétique, nous pouvons négliger ces différentes dérives de fréquence. Cependant, nous tiendrons compte de la dérive thermique lorsque nous étudierons la faible variation de  $\lambda$  loin de  $T_c$ .

La mesure de la fréquence est effectuée à  $\pm 1$  Hz à l'aide d'un fréquence-mètre Hewlett Packard 524 C muni d'un tiroir préamplificateur. Les sorties codées de cet appareil sont envoyées sur une imprimante HP 560 A qui dispose aussi d'une sortie analogique permettant l'enregistrement des variations de fréquence (figure 5). On obtient une tension proportionnelle à 3 chiffres consécutifs, dans notre cas l'enregistrement des 3 derniers chiffres de la valeur de la fréquence nous convient parfaitement (200 mm sur l'enregistreur correspondent à  $\Delta f = 1\ 000$  Hz).

### II.3 - L'ENCEINTE DE MESURE

L'échantillon, le circuit oscillant et le bulbe du thermomètre à gaz sont enfermés à l'intérieur d'une enceinte isotherme, de parois épaisses (1,5 mm) et remplie de gaz d'échange (quelques mm de Hg d'hélium) pour obtenir une bonne homogénéité de température (fig. 6). Une seconde enceinte se trouve autour de la précédente avec possibilité d'introduire entre les deux du gaz d'échange pour les lier thermiquement ou de faire un vide poussé ( $10^{-6}$  mm de Hg) lorsque l'on veut chauffer l'enceinte intérieure au-dessus de  $4,2^\circ\text{K}$ .

Le rayonnement entre les 2 parois étant négligeable dans notre gamme de température, l'apport thermique à l'enceinte intérieure se fait principalement par une fuite thermique calibrée (environ  $10\text{ mw}/^\circ\text{K}$ ) constituée par un fil de cuivre arrivant sur le haut du tube de cuivre (figure 6) où est bobinée la résistance de chauffage ( $R_{ch} \approx 100\Omega$ , en constantan). Cette disposition évite des constantes de temps thermiques trop longues, gênantes pour une bonne régulation électronique.

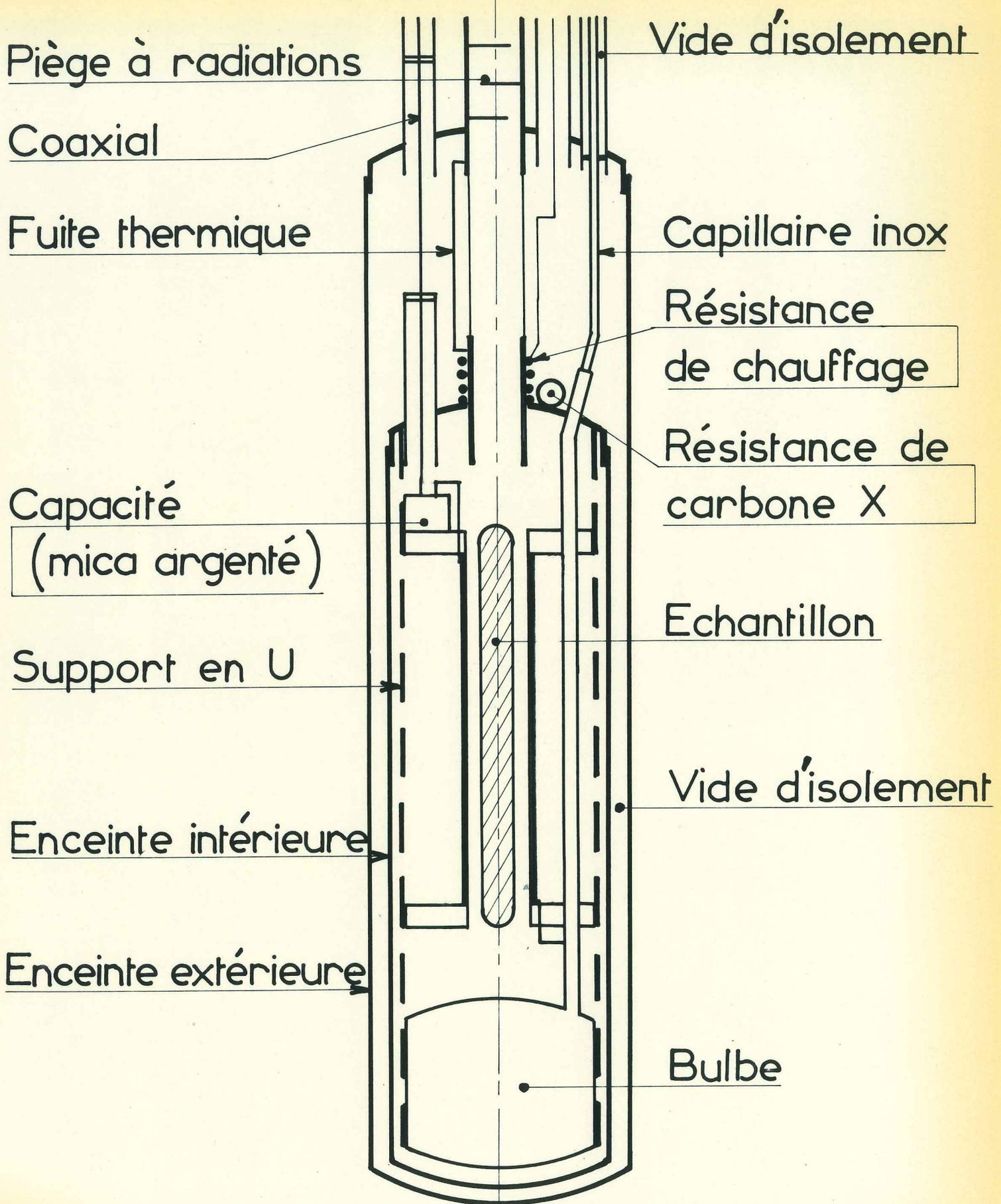


Fig.6 Schéma de la partie basse température

Des précautions ont été prises pour éviter un gradient thermique entre l'échantillon et le haut du calorimètre sur lequel se trouve la résistance de carbone. L'espace échantillon-self est faible, la liaison thermique entre le calorimètre et une extrémité de la self est faite et l'on a aussi entouré celle-ci d'un cylindre en cuivre lié thermiquement au calorimètre. Avec la puissance globale dissipée dans la self et l'échantillon (que celui-ci soit normal ou supraconducteur) d'environ  $8 \mu w$ , le gradient de température est inférieur à  $10^{-4} \text{°K}$  et est sensiblement constant.

Tous les fils sont reliés à des masses thermiques à température du bain. Les 3 fils allant à la résistance de mesure sont en plus à une masse thermique placée sur l'enceinte intérieure afin d'éviter l'échange thermique entre le bain et cette résistance.

Notons enfin que toutes les soudures sont faites avec les alliages Cd 40 % - Bi 60 % qui fond à  $140 \text{°C}$  et Cd 82 % Zn 18 % fondant à  $260 \text{°C}$ , non supraconducteurs dans la gamme de l'hélium.<sup>(22)</sup> Du fait de leurs points de fusion relativement élevés et proches, l'emploi de ces soudures, au lieu du métal de Wood et de l'alliage classique PbSn, est très délicat.

## II.4 - ENSEMBLE CRYOGENIQUE

### II.4.1 - Montage expérimental

Il est montré à la figure 7 . Ce schéma montre comment la pression du bain peut être réglée, les vapeurs d'hélium récupérées, le gaz d'échange introduit ou pompé dans le calorimètre, le thermomètre à gaz rempli à la pression désirée.

Le fonctionnement avec tout autre liquide cryogénique est prévu. La température du bain est mesurée au niveau du calorimètre par un thermomètre à tension de vapeur. Le manomètre du thermomètre à gaz est à huile, le réglage

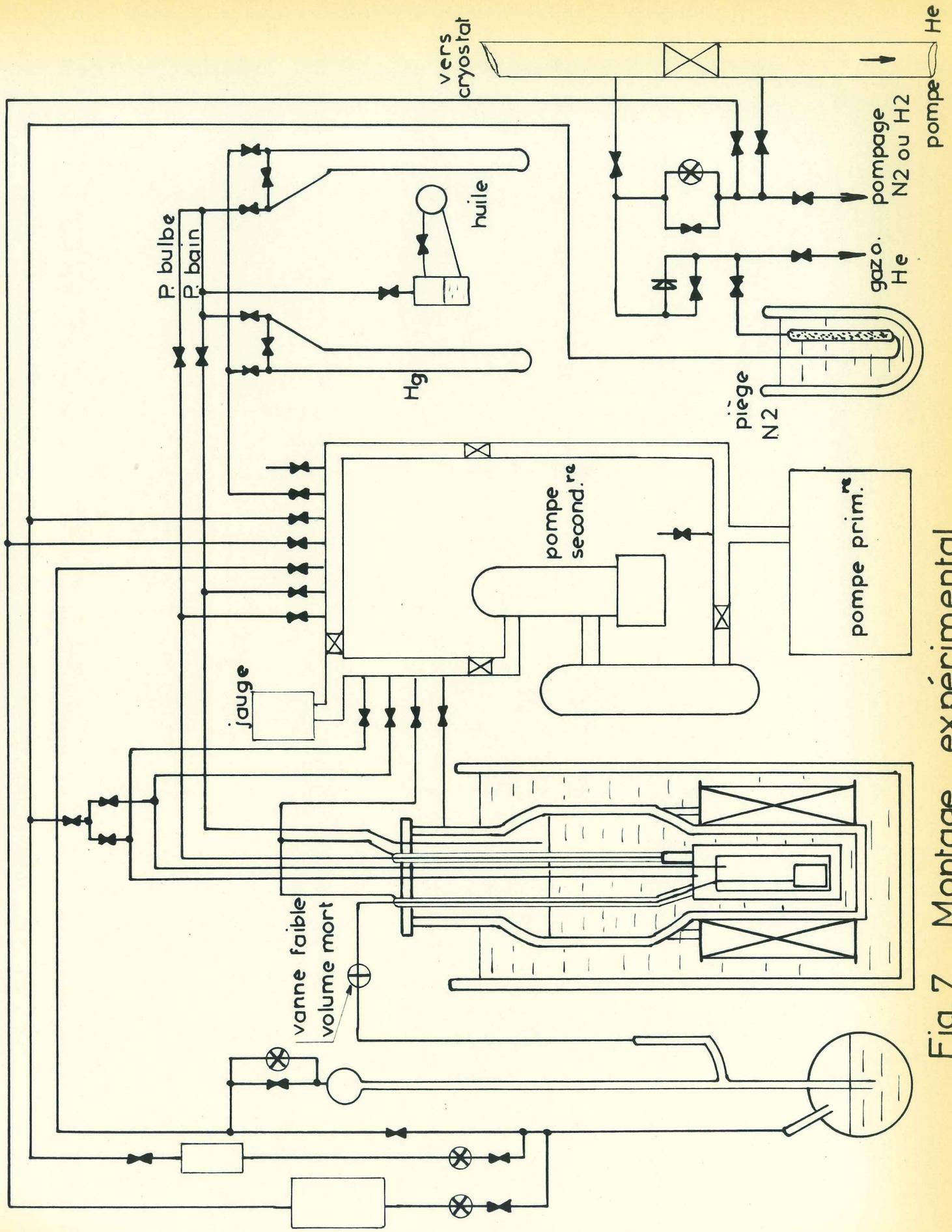


Fig. 7 Montage expérimental

de son niveau est effectué à l'aide de microvannes permettant de faire varier la pression sur la surface libre du liquide.

#### II.4.2 - Cryostat

Il est constitué par deux dewars séparés : l'un contient l'hélium liquide (environ 4 litres) ; la bobine de champ refroidie à l'azote est fixée en bas sur son extérieur. Le calorimètre et l'appareillage associé sont suspendus à l'intérieur de ce dewar par les tubes de vidage et les coaxiaux. Le tout est supporté par la conduite de pompage de 10 cm de diamètre. L'autre dewar contient l'azote liquide et peut être enlevé indépendamment du précédent pour permettre l'accès à la bobine de champ.

### II.5 - MESURE ET REGULATION DE LA TEMPERATURE

#### II.5.1 - Températures $1^{\circ}\text{K} \leq T \leq 4,2^{\circ}\text{K}$

La pression régnant à la surface du bain cryogénique est mesurée à l'aide des manomètres classiques à huile et à mercure. Pour tenir compte de la correction de température amenée par la pression hydrostatique de l'hélium liquide, on utilise un bulbe à tension de vapeur dont le réservoir est fixé au sommet du calorimètre par une tresse en cuivre.

Pour les températures inférieures à la température du point  $\lambda$ , il suffit de mesurer la pression au-dessus du bain d'hélium. La prise de pression est constituée par un simple tube de diamètre suffisamment grand pour que les corrections de pression thermomoléculaires soient négligeables. La température correspondante est lue dans la table de tension de vapeur de l'hélium du N.B.S. (1958 He<sup>4</sup> Scale).

La régulation de la température peut se faire :

- soit en pompant le bain à  $1,2^{\circ}\text{K}$  et en chauffant l'enceinte isolée selon le mode décrit plus loin.

- soit en liant thermiquement par du gaz d'échange les différentes enceintes du bain et en régulant celui-ci au moyen des vannes de pompage et d'une résistance de chauffage placée au fond du cryostat. Dans le cas des mesures de résistivité, les enceintes sont enlevées, et l'échantillon est en contact direct avec l'hélium liquide.

## II.5.2 - Températures $> 4,2^{\circ}\text{K}$

### II.5.2.1 - Mesure de la température - thermomètre à gaz

La température est mesurée au thermomètre à gaz à volume constant pour lequel la pression est en première approximation proportionnelle à la température absolue. Le thermomètre secondaire constitué par une résistance de carbone est étalonné au moyen de ce thermomètre à gaz à chaque manipulation.

#### Description du thermomètre à gaz

Le bulbe est constitué par un réservoir en cuivre, d'épaisseur 0,5 mm, de volume  $70,1 \text{ cm}^3$  à  $4,2^{\circ}\text{K}$ . Il est relié à un manomètre à phtalate de butyle par un tube capillaire qui est en cuivre à l'extérieur du cryostat ( $\emptyset$  int. 8 mm - longueur 220 cm) et en acier inoxydable à l'intérieur ( $\emptyset$  int. 0,6 mm - longueur 40 cm). Il est alors entouré d'une enceinte de vide ( $P < 10^{-6}$  mm Hg) qui assure que seul le point à l'entrée du calorimètre est à la température du fluide cryogénique. La répartition en température le long de ce capillaire est donc indépendante de la hauteur du fluide cryogénique et le risque d'oscillations spontanées de la colonne d'hélium gazeux est évité <sup>(24)</sup>.

Les deux branches en forme de U (fig. 7) du manomètre de mesure de pression sont en tube de verre calibré de diamètre identique (8 mm), les phénomènes de tension superficielle sont donc automatiquement compensés. Le niveau du ménisque, dans la branche reliée au bulbe, est toujours amené à un repère fixe afin de travailler à volume constant. Au-dessus du niveau de l'autre branche règne un vide secondaire.

La distance entre les deux ménisques est lue au cathétopomètre.

Le fait d'utiliser du phtalate de butyle au lieu de mercure nous permet une sensibilité plus grande avec une pression de remplissage plus faible qui nous rapproche plus du gaz parfait. Comme les constantes de temps d'équilibrage de la température sont de nature cryogénique, l'utilisation du phtalate n'est pas gênante ; on doit seulement veiller à ce qu'au cours d'une manipulation la température de la colonne d'huile reste sensiblement constante si l'on veut éviter les erreurs dues à sa dilatation.

#### Remplissage

Le remplissage du thermomètre à gaz est effectué avec de l'hélium passant par un piège à charbon actif refroidi à l'azote liquide pour éviter tout apport de vapeur d'eau qui pourrait boucher les capillaires.

Dans notre cas d'utilisation du thermomètre à gaz, la pression de remplissage à 4,2°K est d'environ 370 mm d'huile de sorte qu'à 10°K, on atteint toute la hauteur utile de la colonne du thermomètre à gaz (sensibilité  $\approx 86 \text{ mm}/^\circ\text{K}$ ). Le remplissage est effectué lorsque la partie cryogénique est à 77°K pour éviter les trop longs temps de remplissage. Une vanne sans volume mort, analogue à celles utilisées par Haen et Thomas<sup>(25)</sup>, permet le refroidissement à 4,2°K sans remontée intempestive d'huile dans le capillaire.

#### Point fixe d'étalonnage

On relie thermiquement par du gaz d'échange le bulbe du thermomètre à gaz au bain cryogénique lorsque celui-ci est à la pression atmosphérique. On mesure, lorsque la température est stabilisée, la pression  $P_0$  correspond à la température connue  $T_0$ .

#### Correction de pression thermomoléculaire

Dans un tube dont les extrémités sont à des températures différentes et où la pression est assez faible pour que le libre

parcours moyen des molécules devienne comparable au diamètre, il s'établit entre les deux extrémités un gradient de pression. La pression la plus élevée étant au bout chaud.

Pour obtenir la valeur correcte de la pression dans le bulbe du thermomètre à gaz, il faut donc retrancher la valeur de cette pression thermomoléculaire à la valeur mesurée.

Keesom<sup>(26)</sup> considère plusieurs cas suivant la valeur de  $\lambda'/d$ .

$\lambda'$  est donné par la relation :

$$\lambda'_{(\text{en cm})} = 2,159 \cdot 10^{-5} \frac{T^{1,147}}{P_{(\text{mm Hg})}}$$

$\lambda'$  = libre parcours moyen des molécules à la température T et sous la pression P, d est le diamètre du capillaire et dans notre cas  $\lambda'/d$  est toujours  $< 0,1$ .

Nous sommes donc dans la région hydrodynamique pour laquelle on peut utiliser :

$$\frac{\Delta P}{P} = 2897 \frac{1}{(dxP)^2} \left( 1 - \left( \frac{T}{\theta} \right)^{2,29} \right)$$

$\theta$  = température ambiante = 290°K environ

P = pression régnant dans le capillaire, exprimée en microbars de Hg

d = diamètre du capillaire en cm.

Nous avons tracé  $\Delta P$  en fonction de P (figure 8). Notre manomètre contenant du phtalate de butyle, nous avons exprimé P en mm de phtalate sachant que son rapport de densité avec le mercure est  $13 \pm 0,02$ .

#### Equation du thermomètre à gaz

Nous considérons que le gaz utilisé suit une

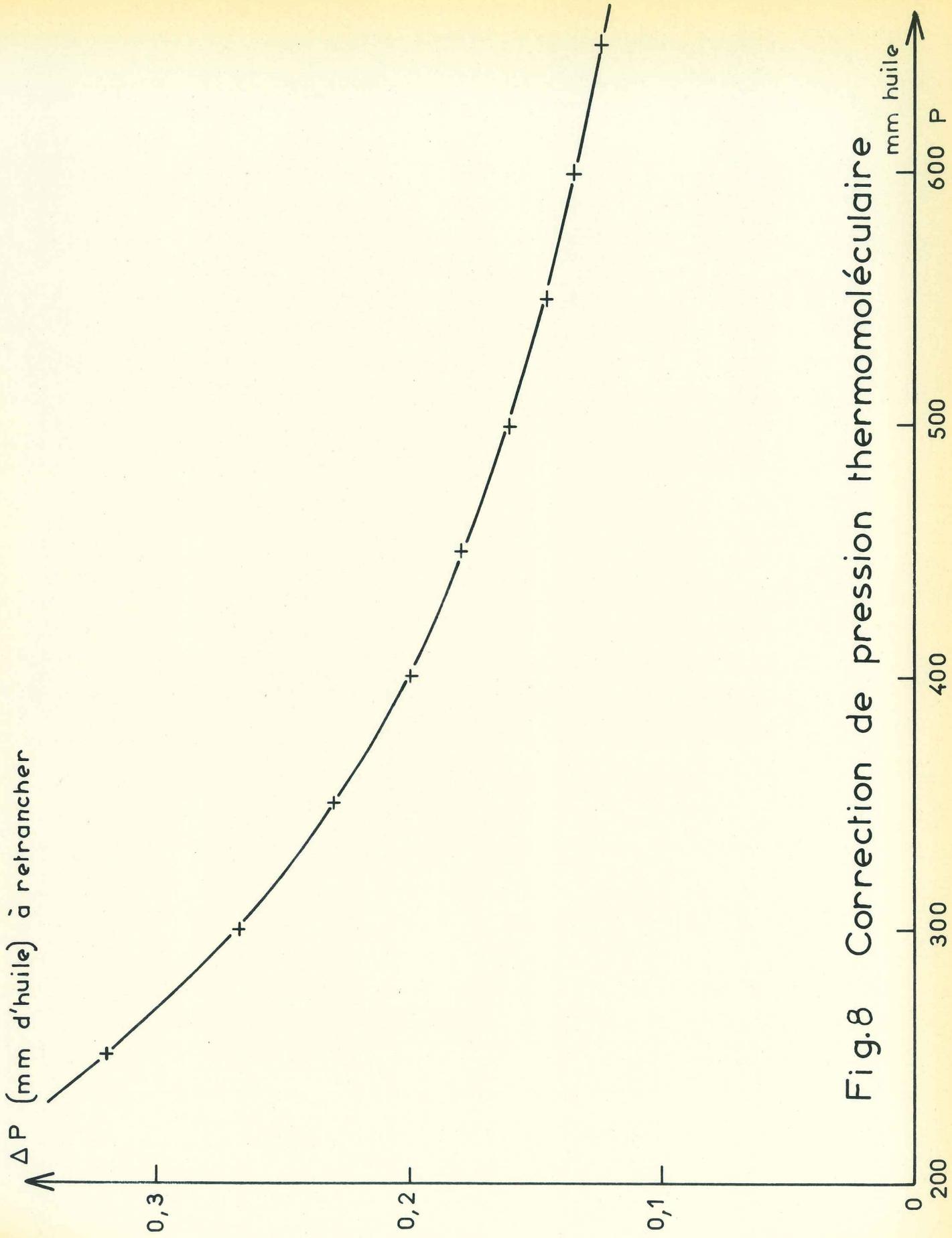


Fig.8 Correction de pression thermomoléculaire

équation d'état à un terme correctif de la forme :

$$\frac{PV}{T} = kn \left(1 + \frac{B}{V}\right) \quad (4)$$

Le thermomètre étant un système isolé, le nombre  $n$  des molécules est constant et on peut écrire :

$$P \sum \frac{V}{T} \cdot \frac{1}{1 + \frac{B}{V}} = k \cdot n = C^{ste} \quad (5)$$

Ce nombre est la somme :

- des  $n_1$  molécules contenues dans le réservoir pour lesquelles nous utiliserons l'équation (4)

- des  $n_2$  molécules contenues dans le volume  $V_2$  formé par le capillaire et le volume mort à température ambiante pour lesquelles on se contente de l'équation simplifiée :  $\frac{P \cdot V_2}{\theta} = kn_2$

- et enfin des  $n_3$  molécules contenues dans le volume  $V_3$  du capillaire inoxydable à température variable joignant le réservoir à l'extérieur du cryostat pour lesquelles :

$$p \int_0^L \frac{S dx}{T(x)} = pSL \int_0^L \frac{1}{L} \frac{dx}{T(x)} = kn_3$$

en posant :

$$K(T, \theta) = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{dx}{T(x)}$$

On a :  $PV_3 K(T, \theta) = kn_3$

Avec  $n = n_1 + n_2 + n_3$ , il vient avec (5) :

$$P \left\{ \frac{V_1}{T} \cdot \frac{1}{1 + \frac{B}{V_1}} + \frac{V_2}{\theta} + V_3 K(T, \theta) \right\} = kn$$

soit :

$$\frac{PV_1}{T} \times \frac{1}{1 + \frac{B}{V_1}} \left\{ 1 + \frac{V_2}{V_1} \cdot \frac{T}{\theta} \left(1 + \frac{B}{V_1}\right) + \frac{V_3}{V_1} T K(T, \theta) \left(1 + \frac{B}{V_1}\right) \right\} = kn$$

Au point fixe d'étalonnage lorsque la température est  $T_0$ , on a la même équation avec  $T_0$ ,  $B_0$ ,  $P_0$ . En divisant membre à membre les deux équations, on obtient en négligeant les termes correctifs du second ordre :

$$T = T_0 \frac{P}{P_0} \frac{V_1}{V_0} \left[ 1 + \frac{B_0 - B}{V_1} + \frac{V_2}{V_1} \left( \frac{T - T_0}{\theta} \right) + \frac{V_3}{V_1} \left( T K(\theta, T) - T_0 K(\theta, T_0) \right) \right] \quad (56)$$

#### Calcul de la température :

Calculons les différents termes correctifs pour obtenir  $T$  à partir de la relation précédente.

a) Déformation du réservoir  $\frac{V}{V_0}$ . Il peut se déformer sous l'effet de la température par dilatation. Un calcul rapide<sup>(27)</sup> montre que la variation de volume sous l'effet de la pression (au maximum 120 mm Hg) est toujours négligeable. On peut aussi négliger la correction due à la dilatation du bulbe en cuivre, le coefficient de dilatation étant inférieur à  $5 \cdot 10^{-6}$  jusqu'à  $20^\circ\text{K}$ .

b) Correction d'imperfection de gaz  $\frac{B_0 - B}{V}$ . Keesom<sup>(26)</sup> donne les valeurs de  $B$  pour l'hélium en unités Amagat de volume. Dans l'intervalle 5 à  $50^\circ\text{K}$ ,  $B$  suit la loi

$$B \cdot 10^3 = 0,6824 - \frac{17,244}{T}$$

Le volume vaut en unité Amagat :  $V = 1 \cdot \frac{T_0}{273} \cdot \frac{76}{P_0 \text{ cm Hg}}$

$$\text{On obtient } \frac{B_0 - B}{V} = \left( \frac{418}{T} - 99,2 \right) 10^{-4}$$

c) Volume mort à température ambiante. Ce volume  $V_2$  est égal à  $2,5 \text{ cm}^3$  et le volume  $V_1$  du bulbe est  $70,1 \text{ cm}^3$ .

On obtient, avec  $\theta = 290^\circ\text{K}$ ,

$$\frac{V_2}{V_1} \left( \frac{T - T_0}{\theta} \right) = 1,23 \cdot 10^{-4} (T - T_0)$$

d) volume mort à température variable. Il faut calculer :

$$K(\theta, T) = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{dx}{T(x)}$$

Le capillaire inox étant dans une enceinte de vide, on peut supposer qu'il ne reçoit pas de chaleur latéralement et comme il a ses deux extrémités respectivement à  $T_0$  et à  $\theta$  ambiante la répartition de température  $T(x)$  le long du tube est imposée par la conductivité thermique  $k(T)$  du métal. La quantité de chaleur qu'il transporte par unité de section est donnée par la loi de Fourier :

$$Q = -k(T) \frac{dT}{dx}, \text{ ou encore : } Q = \frac{1}{L} \int_{T_0}^{\theta} k(T) dT$$

Par suite :

$$K(\theta, T) = \frac{1}{L} \int_0^L \frac{dx}{T(x)} = \frac{\int_{T_0}^{\theta} k(T) \frac{dT}{T}}{\int_{T_0}^{\theta} k(T) dT}$$

On détermine  $K(\theta, T)$  en intégrant graphiquement les courbes  $k(T)$  et  $\frac{k(T)}{T}$  de l'acier inoxydable (28) pour  $\theta = 290^\circ\text{K}$ . Comme  $K(\theta, T)$  varie peu pour  $0 < T < 20^\circ\text{K}$ , on prend sa valeur moyenne qui vaut  $7,7 \cdot 10^{-3} \text{ degré}^{-1}$ . Le dernier terme correctif devient avec  $V_2 = 0,1 \text{ cm}^3$ .

$$\frac{V_3}{V} (TK(\theta, T) - T_0 K(\theta, T_0)) = 0,11 \cdot 10^{-4} (T - T_0)$$

e) Température corrigée

Au total, pour une pression  $P_0$  de remplissage à  $T_0 = 4,22^\circ\text{K}$  de 37 cm de phtalate, il vient :

$$T = T_0 \frac{P}{P_0} \left\{ 1 + \left( \frac{418}{T} - 99,2 \right) 10^{-4} + 1,34 \cdot 10^{-4} (T - 4,22) \right\}$$

Cette expression est de la forme  $T = T_0 \frac{P}{P_0} (1 + \epsilon_1 + \epsilon_2)$

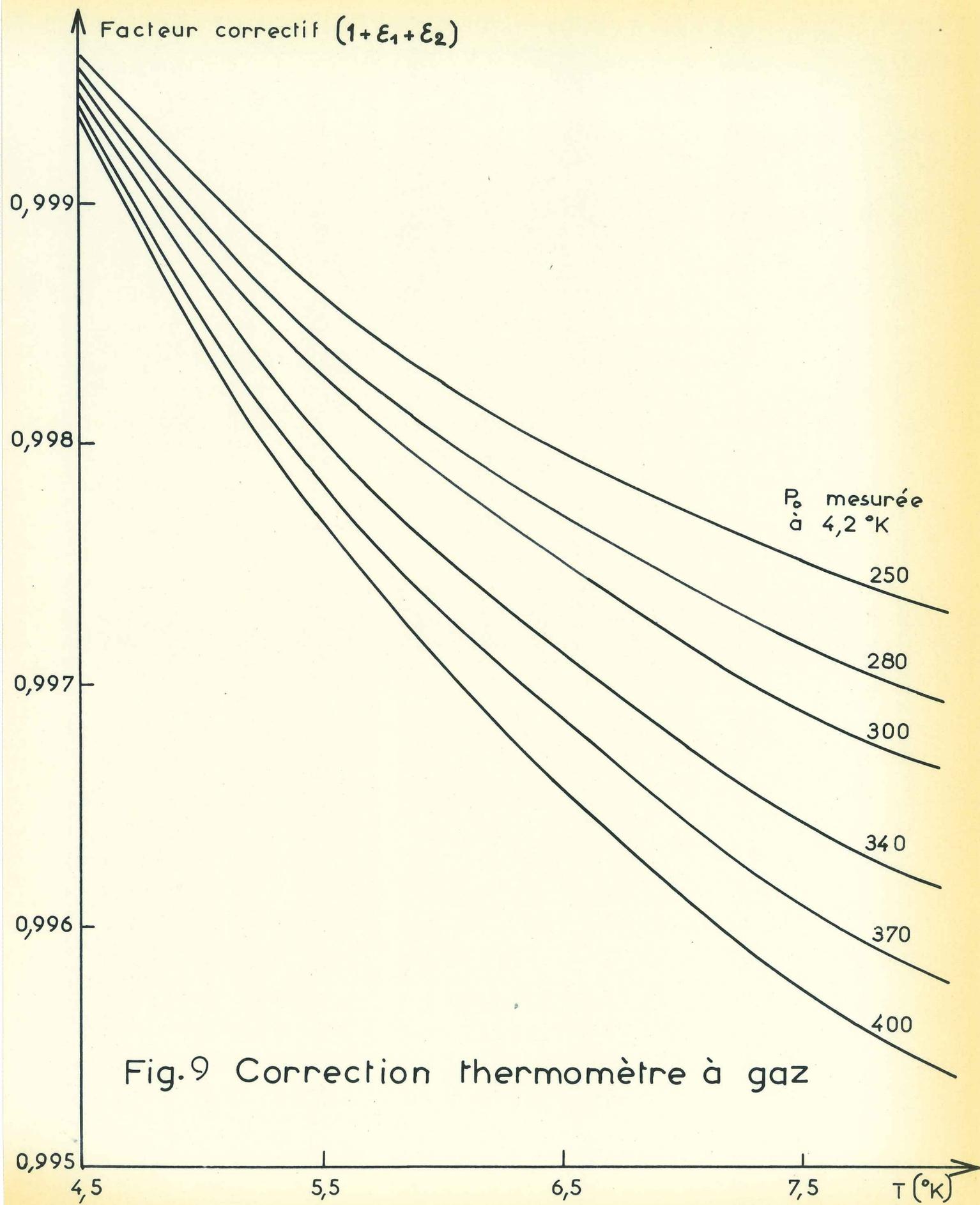


Fig.9 Correction thermomètre à gaz

On remarque que  $\epsilon_1$  est négatif pour  $T > T_0$ ,  $\epsilon_2$  est positif et pour  $T = T_0 = 4,22^\circ\text{K}$ , on vérifie bien que les termes correctifs sont nuls.

Nous avons tracé  $(1 + \epsilon_1 + \epsilon_2)$  en fonction de  $T_0 \frac{P}{P_0} = T$  approchée, avec comme paramètre  $P_0$ , la pression de remplissage à  $4,22^\circ\text{K}$ . Ceci nous permet d'effectuer rapidement les corrections qui sont assez faibles ( $\leq 1\%$ ) dans notre gamme de température (fig. 9).

Nous avons pu vérifié expérimentalement la précision de nos mesures en mesurant la température de transition du plomb très pur. La valeur donnée par Frank et Martin<sup>(29)</sup>,  $T_c = 7,193^\circ\text{K}$ , est retrouvée avec un accord meilleur que  $10^{-2}^\circ\text{K}$ .

#### II.5.2.2. - Régulation de la température

La loi de variation de la profondeur de pénétration  $\lambda$  avec la température étant en  $(1 - \frac{T}{T_c})^{1/2}$ , il en résulte que  $\lambda$  varie très rapidement lorsque  $T \rightarrow T_c$ . La moitié de la variation totale de la profondeur de pénétration se passe en 3 millidegrés environ dans notre cas, une stabilisation de la température de l'ordre de quelques  $10^{-5}^\circ\text{K}$  est donc souhaitable.

Jusqu'à présent, les mesures similaires ayant porté sur différents supraconducteurs ont été faites avec des stabilités de température de l'ordre de  $10^{-3}^\circ\text{K}$ , il était ainsi impossible de suivre de façon continue la variation de la profondeur de pénétration jusqu'à  $T_c$  où l'on rejoint la couche de peau de l'état normal.

Nous avons donc choisi comme thermomètre secondaire de grande sensibilité une résistance Allen-Bradley de  $68\Omega - 1/10\text{ W}$  permettant de mesurer de très faibles variations de la température et de réguler celle-ci à une valeur constante.

Remarquons qu'une résistance germanium pourrait être utilisée, mais le chauffage nécessaire à la soudure du calorimètre avec l'alliage Cd-Bi fait que l'on ne pourrait se fier à la reproductibilité de son étalonnage, ce qui lui enlève son principal intérêt.

La résistance thermométrique est placée dans une branche d'un pont de Wheatstone, lequel a l'avantage d'avoir un équilibre insensible aux fluctuations de la tension l'alimentant. En réalisant le pont en courant continu, avec un bon amplificateur à "chopper" d'entrées pour amplifier le signal d'erreur, on ne peut espérer une stabilité dans le temps meilleur que quelques  $10^{-4}$  °K, même en prenant beaucoup de soins pour éviter les f.é.m. d'origine thermoélectrique.

Nous avons donc choisi de faire ce pont de mesure et de régulation en courant alternatif selon le principe d'un prototype conçu par M. Brochier pour ses mesures de largeurs de transition de supraconducteurs<sup>(30)</sup>. Nous allons examiner les particularités de notre pont de mesure et de régulation. M. Faure a largement contribué à sa réalisation et ce dispositif est devenu un appareil commercialisable\* dont de nombreux exemplaires sont en service au laboratoire et pour lequel un brevet<sup>†</sup> a été déposé.

#### Description et particularités du pont :

En opérant à courant alternatif à une fréquence de l'ordre de 205 Hz, qui correspond à un bruit de fond admissible et qui est assez basse, on supprime radicalement l'effet des f.e.m. thermoélectriques. L'utilisation de la méthode "3 fils" permet d'éliminer au second ordre l'influence des

---

<sup>†</sup>Brevet C.N.R.S. déposé par l'A.N.V.A.R. le 8 mars 1969 sous le n° 6908388 (Brochier, Faure, Allain).

\* Nous remercions aussi MM. Gariod, Tournier et Martin du C.E.N.G. (L.E.T.I.) qui ont permis une collaboration efficace C.N.R.S.-C.E.N.G. ainsi que, pour son aide, M. Keyston, Maître de Conférences Associé. La commercialisation de cet appareil est assurée par la S.E.I.N. Paris.

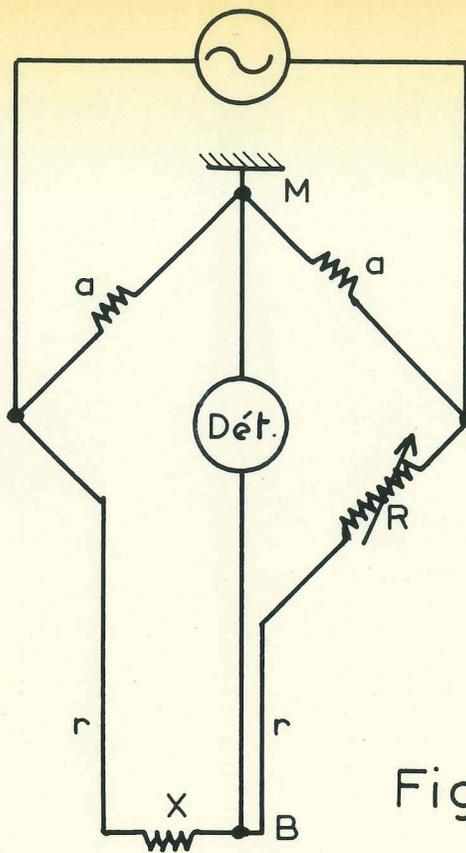


Fig. 10

Dispositif de mesure et de régulation de la température.

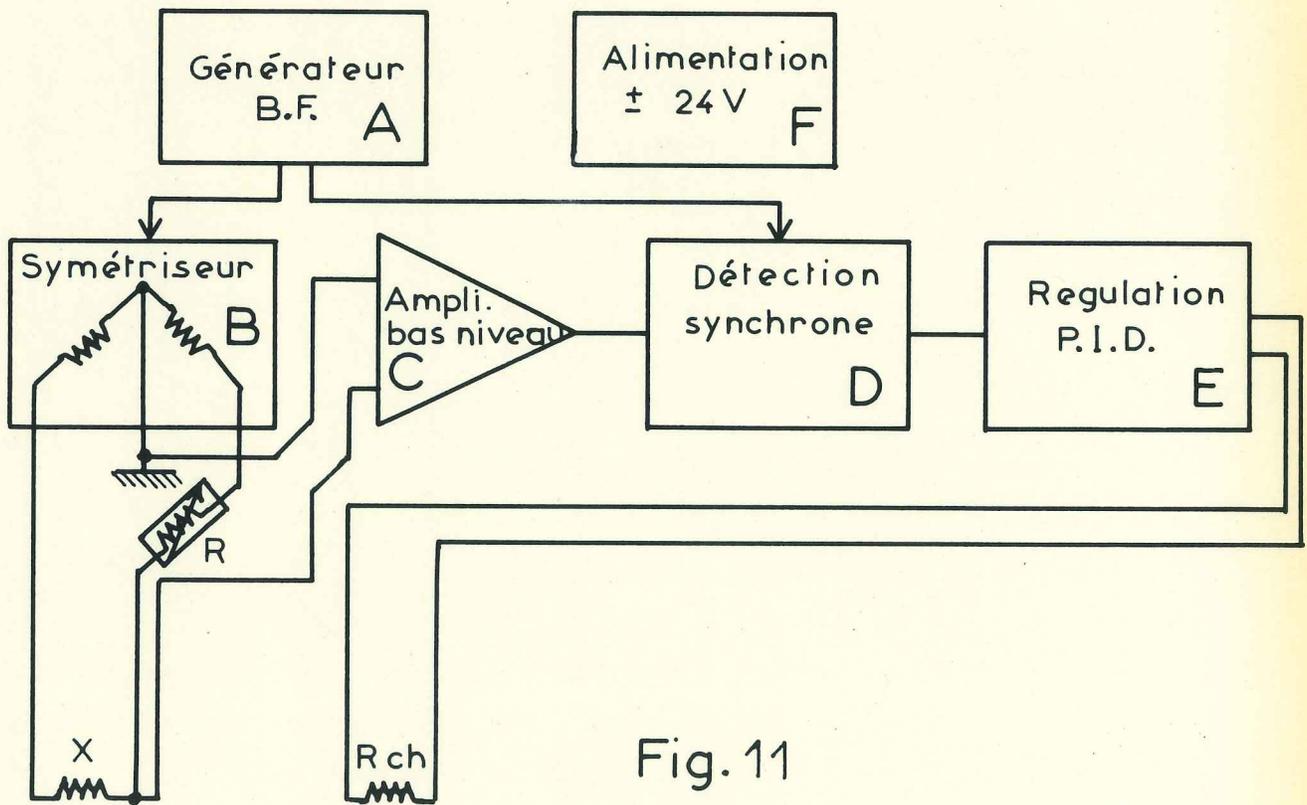


Fig. 11

connexions. Nous avons passé les fils dans des tubes de pompage, ainsi leur résistance est indépendante du niveau du bain cryogénique. La figure 10 montre le schéma de principe. On voit aussi que le point M est avantageusement à la masse car à l'équilibre B est aussi à ce potentiel et l'on diminue l'effet des capacités parasites entre connexions et masse. La figure 11 représente le schéma fonctionnel de l'appareil qui est réalisé sous forme d'éléments embrochables.

Une alimentation (F) en tension continue stabilisée à  $10^{-5}$  fournit le + 24 et le - 24 volts à l'ensemble des fonctions. Un générateur à pont de Wien (A) avec régulation automatique d'amplitude alimente en signal alternatif le symétriseur (B) qui joue le rôle d'une tête de pont) et fournit la tension alternative de référence pour la détection synchrone.

Nous avons choisi une tension aux bornes de la résistance thermométrique de 10 mV, qui correspond à une puissance de  $10^{-7}$  W dans  $1\ 000\ \Omega$  et l'on a vérifié que cette puissance n'amène aucune perturbation dans la mesure. Le signal de déséquilibre est amplifié par un amplificateur bas-niveau (C) avec à l'entrée un transistor à effet de champ à faible bruit. Après cette amplification de 120 db on envoie le signal alternatif dans une détection synchrone (D) à la sortie de laquelle on dispose d'une tension continue proportionnelle au déséquilibre et dont le signe dépendra du sens du déséquilibre, cette tension peut être enregistrée. Une fonction régulation (E) fournit le signal nécessaire au chauffage de l'enceinte régulée. Il résulte de la combinaison de tensions proportionnelles au signal d'erreur, à son intégrale et à sa dérivée, chacune de ces trois actions est réglable séparément afin d'obtenir les conditions optimales de régulation en fonction des conditions cryogéniques données. Le gain de l'ensemble du dispositif est très élevé et ainsi la variation de la puissance de chauffage est d'environ 1 KW/°K.

Nous noterons enfin les deux particularités suivantes :

- Pour équilibrer de manière résistive un pont de Wheatstone en courant alternatif, on est conduit à utiliser une "terre de Wagner" qui permet d'éliminer l'influence des capacités parasites (elles proviennent en particulier du secondaire du transformateur alimentant la tête de pont), le symétriseur réalisé, dont le rôle est de remplacer ce transformateur et la tête de pont de rapport 1 permet d'avoir le point milieu à la masse et d'éliminer la terre de Wagner du fait qu'il n'apporte pas de capacités parasites.

- Un point délicat à obtenir dans une détection synchrone est la stabilité de la phase du signal, une fois son réglage effectué. La dérive se traduit en effet par une dérive du signal de sortie, cet effet doit être éliminé, surtout dans le cas d'une régulation où l'on ne peut procéder à des ajustements fréquents de la phase. La conception indiquée ci-dessous de l'amplificateur bas niveau et du déphaseur permet d'éliminer totalement cette dérive même dans le cas de fluctuations importantes de la fréquence du signal de mesure. Alors qu'en général on emploie un amplificateur sélectif équivalent à un circuit accordé dont la phase varie rapidement autour de la fréquence centrale, il a été réalisé un amplificateur à bande passante relativement large dans laquelle la phase reste constante. La bande est délimitée à 2 octaves de part et d'autre de la fréquence de travail par des filtres passe-haut et passe-bas. Le signal parasite à la fréquence du réseau se trouvant dans cette bande est éliminé par un filtre de coupure double T, réglé à 50 Hz.

Quant au déphaseur de la détection synchrone, il est à large bande, c'est-à-dire que le réglage de la phase reste bien constant dans une large bande de fréquence. Cette

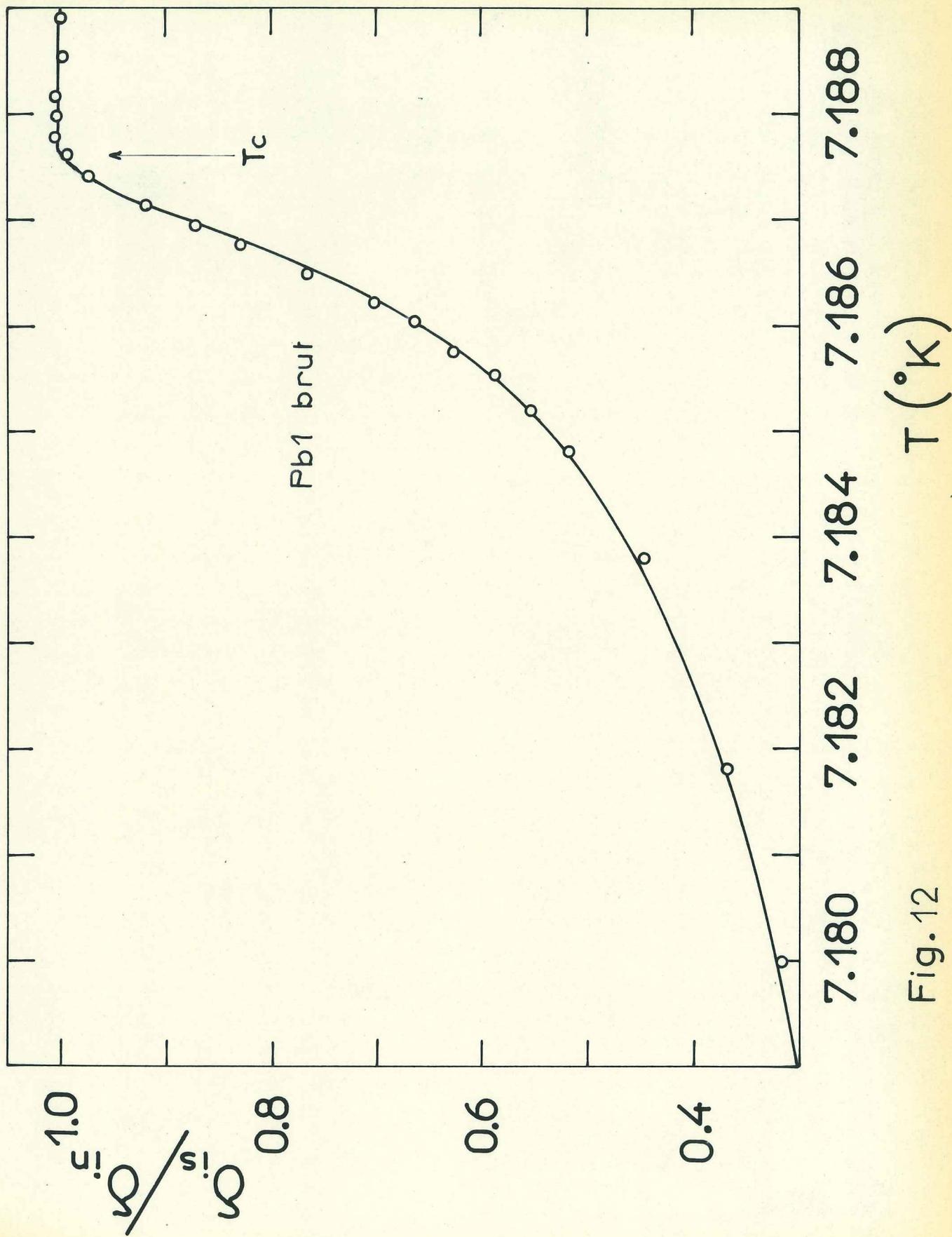


Fig. 12

particularité contribue avec la précédente à la stabilité en phase de l'ensemble. Après la détection il n'y a plus de problème de déphasage, le signal détecté passe alors dans un amplificateur moyenneur (de constante de temps 0,6 sec. pouvant être modifiée) qui "lisse" le signal en annulant les fluctuations rapides de bruit. On peut augmenter cette constante de temps, ce qui équivaut à obtenir une bande passante très étroite sans l'aide d'un amplificateur sélectif qui amènerait des déphasages.

### Performances

Grâce à la variation très rapide de  $\lambda$  près de  $T_c$  et à la sensibilité des mesures de fréquence, on peut vérifier aisément la stabilité de la température. La figure 12 représente un exemple de variation de  $\lambda$  avec  $T$ . Les fluctuations de fréquence dans la plus grande pente correspondent à une stabilité d'environ  $\pm 2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{K}$ .

## II.6. - APPAREILS ET MESURES ANNEXES

### II.6.1 - Mesures de résistivités

Nous devons connaître la résistivité de nos échantillons d'une part pour vérifier leur pureté, d'autre part pour calculer la couche de peau dans l'état normal avec  $\rho$  à  $7,2^\circ\text{K}$ .

L'échantillon étant massif et d'excellente pureté, il était à prévoir que les tensions à mesurer seraient très faibles et aussi avons-nous pensé à utiliser chez M. Hillairet au C. E. N. G. la méthode consistant à mesurer le temps de décroissance de courants de Foucault induits dans l'échantillon. Malheureusement on ne pouvait opérer qu'à la température de l'hélium liquide et la bobine de champ nécessaire pour détruire l'état supraconducteur de l'échantillon était à l'origine de constantes de temps aberrantes ne correspondant pas à celle due à l'échantillon.

Nous avons donc utilisé la méthode classique dite en "4 fils". Avec notre calorimètre et la bobine de champ, nous avons l'avantage de travailler à température et à champ variable, ce qui a été très utile comme on le verra par la suite pour extrapoler la résistivité résiduelle en champ nul.

L'alimentation en courant de l'échantillon est simple, batterie et rhéostat ; on mesure au potentiomètre le courant et l'on procède toujours à son inversion pour éliminer les f.é.m. thermoélectriques.

La mesure du potentiel aux bornes de l'échantillon est plus délicate puisque celui-ci est très pur ; ainsi aux basses températures les tensions à mesurer descendent à quelques dizaines de nanovolts même pour une variation du courant de 10 A.

Des précautions ont été prises dans le circuit pour les masses et la minimisation des fém-parasites. Ainsi les fils de tension en cuivre partant des pointes en cuivre du porte-échantillon (fig. 13) passent à travers des perles creuses maintenues à température sensiblement constante et vont jusqu'au potentiomètre (Tinsley, modèle Diesselhorst). Sa sortie galvanomètre est connectée à un amplificateur galvanométrique Tinsley à très faible bruit de fond. Un enregistreur permet ensuite de faire le zéro et d'enregistrer les déséquilibres. On obtient une déviation de plus de 120 mm avec un bruit de fond de l'ordre du millimètre pour une variation de tension de  $0,1 \mu\text{V}$ .

#### II.6,2 - Bobine de champ magnétique

Désirant en faible champ une bonne linéarité et la même homogénéité qu'au champ maximal qui doit être relativement faible, nous avons choisi de réaliser une bobine de champ refroidie à l'azote liquide qui résout le problème de manière satisfaisante.

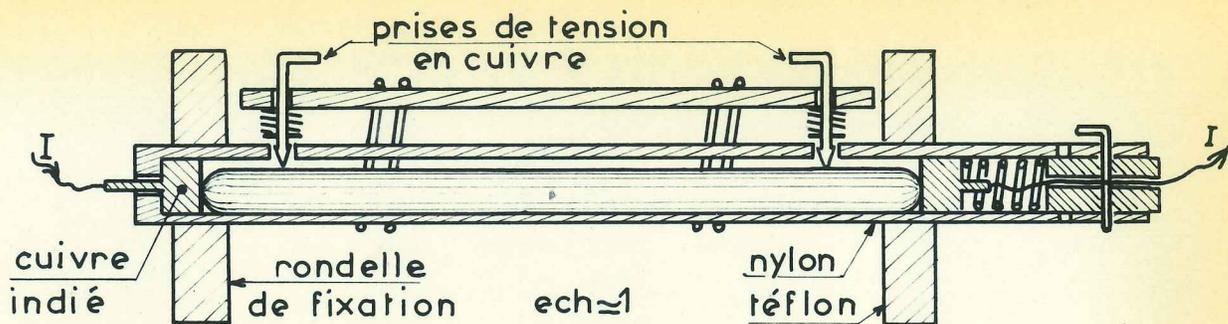


Fig.13 PORTE-ECHANTILLON.

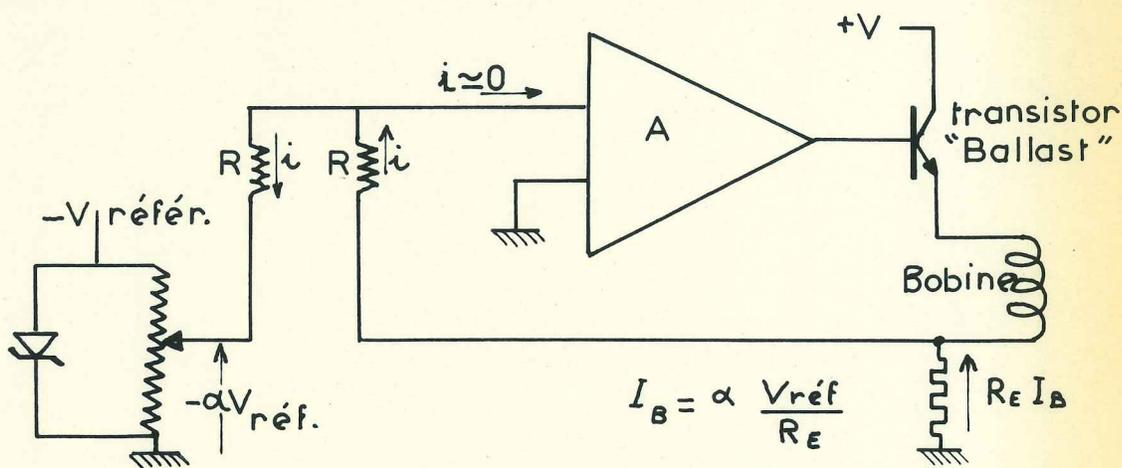


Fig.14 Principe de l'alimentation bobine.

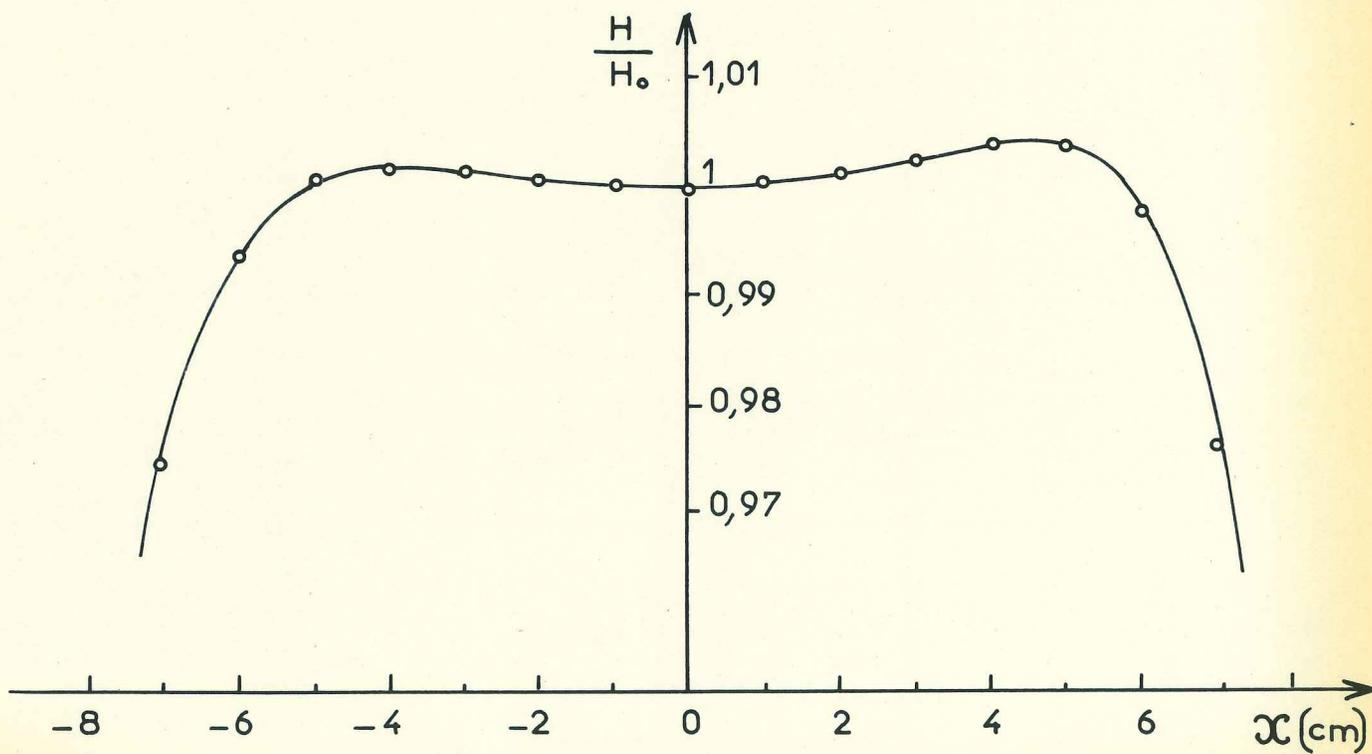


Fig.15 Carte de champ de la bobine.

### Réalisation

Pour cette bobine de même type que celle de Bon Mardion<sup>(31)</sup>, nous nous sommes fixé les caractéristiques suivantes :

- diamètre intérieur utile : 66 mm
- diamètre extérieur hors tout : 150 mm
- champ utile : 3 000 Oersteds.

En calculant dans un premier temps une bobine à section rectangulaire selon les résultats de Gaume<sup>(32)</sup>, nous avons défini une longueur de 240 mm pour une homogénéité de 3,6 % sur 10 cm. Dans un deuxième temps, nous avons calculé les dimensions de l'encoche (nombre de spires à enlever de part et d'autre du plan médian de la bobine) pour obtenir la meilleure homogénéité.

### Construction:

Le fil émaillé à un diamètre utile de 0,7 mm. Les canaux de refroidissement sont créés toutes les deux couches par des cales de presspan de 1 x 3 mm. 17 couches sont à spires jointives sur 240 mm puis à chaque extrémité on trouve 4 couches sur 60 mm de longueur. Pour les détails de construction on peut se reporter à Bon Mardion<sup>(31)</sup>.

### Caractéristiques :

La bobine réalisée, dont la résistance à l'azote est  $10 \Omega$ , fonctionne jusqu'à un champ maximal de 6 000 oersteds, le champ utile de 3 000 oersteds est atteint sans consommation excessive d'azote liquide (0,5 l/mn). La carte de champ le long de l'axe de la bobine a été relevée au pont de Hartshorn par mesure, à très basse fréquence (0,6 Hz), de la mutuelle inductance entre la bobine et une galette de 1 mm d'épaisseur en fil fin. La figure 15 montre que l'homogénéité est de  $\pm 3.10^{-3}$  sur 10 cm.

La valeur du rapport champ sur courant a

été mesurée à l'aide d'un intégrateur et d'une sonde étalonnée dans la bobine de Bonnin dont le rapport  $\frac{H}{I}$  a été déterminé par résonance nucléaire. On trouve  $\frac{H}{I} = 278 \pm 2$  Oe/A.

Avec nos mesures de la profondeur de pénétration en fonction du champ près de  $T_c$ , en prenant  $(\frac{dH_c}{dT})_T = -238,4$  Oe/°K (Decker et al<sup>(33)</sup>), nous avons vérifié cette valeur<sup>c</sup>. La bobine est alimentée à l'aide d'une régulation de courant stable à quelques  $10^{-5}$  dont le principe est montré figure 14.

## II.7 - ETALONNAGES

### II.7.1 - Self de mesure

Comme nous l'avons vu au chapitre II.2.1, la relation entre la variation de la profondeur de pénétration et la variation de la fréquence est :

$$d\lambda = \frac{1}{Br} \frac{1}{f^3} df$$

et on a :

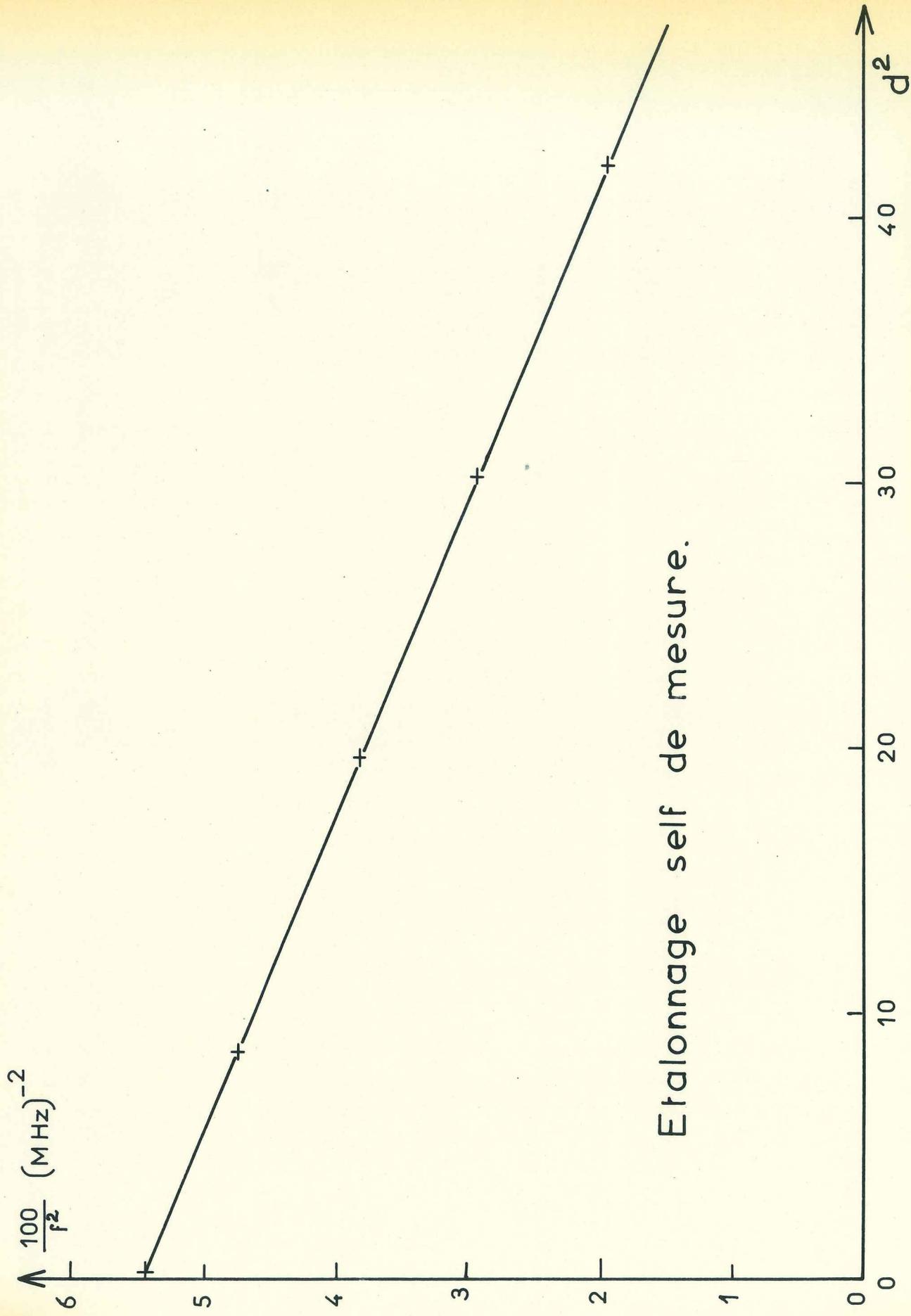
$$\frac{1}{f^2} = A - Br^2$$

La droite  $\frac{1}{f^2}$  en fonction de  $r^2$  a été tracée pour plusieurs diamètres d'échantillon et pour la self vide dans les conditions normales d'utilisation, c'est-à-dire à très basses températures (figure 16).

La pente nous donne le coefficient  $B = 0,3440 \pm 0,0050 \cdot 10^{-15}$  (Hz.mm)<sup>-2</sup>. En mesurant au palmer le diamètre de l'échantillon étudié et en mesurant la fréquence d'oscillation, on en déduit le facteur de conversion entre  $d\lambda$  et  $df$ .

Par exemple, pour un échantillon de diamètre  $6,48 \pm 0,02$  mm avec une fréquence d'oscillation de 7,218 MHz, on obtient :

$$\frac{d\lambda}{df} = 2,38 \pm 0,05 \text{ \AA/Hz}$$



Etalonnage self de mesure.

Fig. 16

## II.7.2. Température

### Résistance de carbone :

L'étalonnage de la résistance se fait au thermomètre à gaz. Près de  $T_c$ , lorsque les points de mesure sont très rapprochés nous avons besoin d'une loi mathématique reliant  $R$  et  $T$ . Nous avons utilisé la loi simple :  $\frac{1}{T} = A + B \log R$ , qui est parfaitement valable sur un faible intervalle de température. Pour les autres températures, on utilise les températures mesurées au thermomètre à gaz, après les corrections nécessaires. Nous traçons  $\frac{10}{T} = f(\log R)$  et nous calculons les coefficients  $A$  et  $B$  à partir des points d'étalonnages proches de  $T_c$ . Un exemple est donné figure 17 .

Pour ce cas, on trouve  $\frac{10}{T} = 2,453 \log R - 4,963$ , cette relation est vérifiée à mieux que  $0,01^\circ\text{K}$  entre  $6$  et  $8^\circ\text{K}$ .

### Précision sur la température

La précision sur la détermination de la valeur absolue de la température dépendra directement des erreurs commises sur  $T_0$ ,  $P_0$ ,  $P$  (voir chapitre II.5.2.1, thermomètre à gaz).

On réalise facilement  $\frac{\Delta P_0}{P_0} \leq 5 \cdot 10^{-3}$  ; en mesurant la hauteur de phtalate à  $0,04$  mm près, comme  $P \geq 300$  mm, on a  $\frac{\Delta P}{P} < 1,5 \cdot 10^{-4}$  d'où  $\frac{\Delta T}{T} \leq 1,3 \cdot 10^{-3}$ .

Près de  $T_c$ , l'erreur absolue vaut  $0,01^\circ\text{K}$ , en bon accord avec la vérification de la température de transition du plomb.

## II.7.3 - Compensation du champ terrestre

Il a été nécessaire de compenser le champ magnétique terrestre. Nous avons utilisé les bobines d'Helmutz construites par M. Brochier. Elles se composent de deux paires de bobines, l'une pour compenser la composante verticale, l'autre pour la composante horizontale. La compensation du champ est effectuée à 1 % près et mesurée à l'aide d'un gaussmètre à effet Hall.

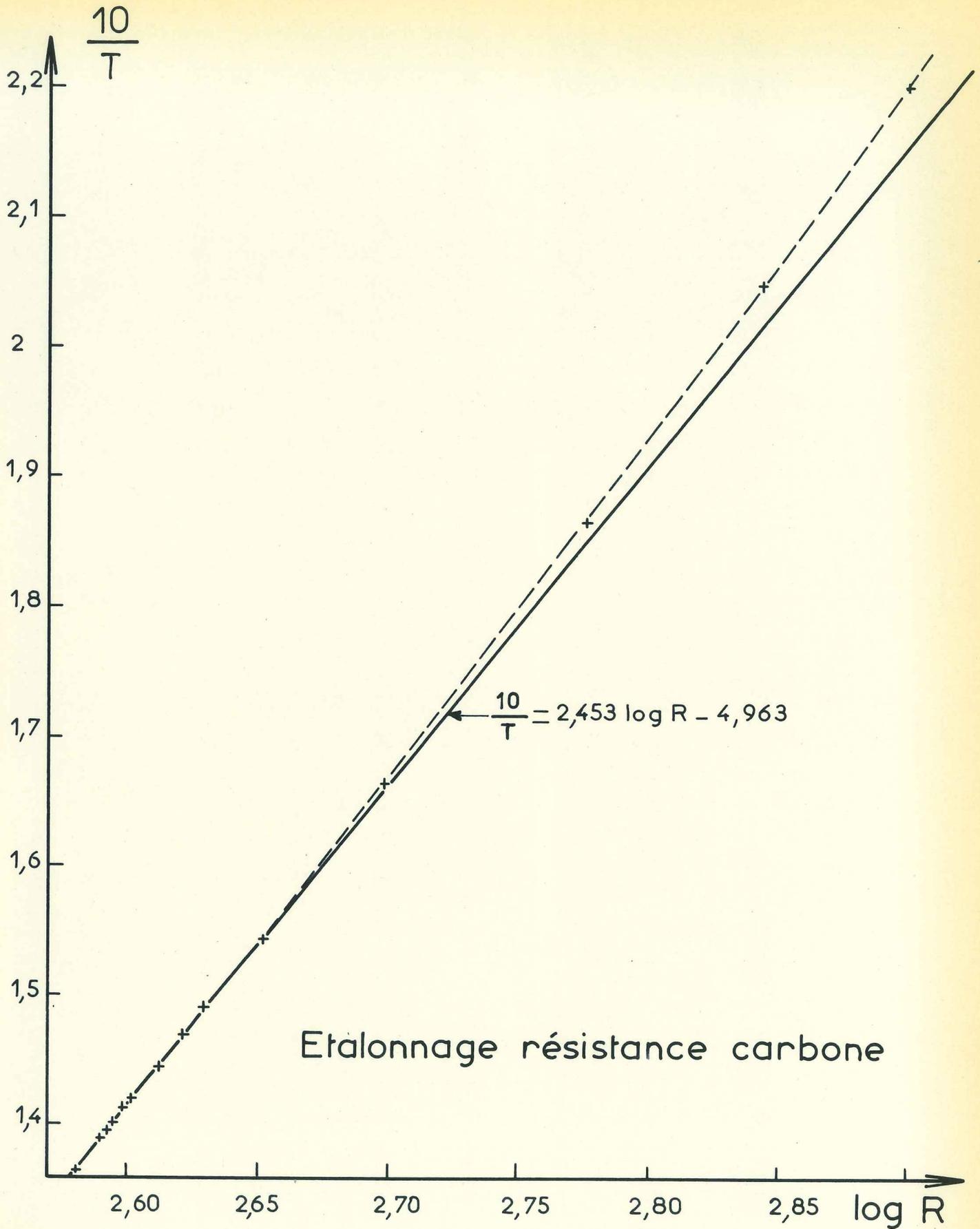


Fig. 17

## II.8 - ECHANTILLONS

Dans ce travail, nous avons utilisé deux échantillons polycristallins de plomb très pur. Ils ont été obtenus au laboratoire par coulée sous vide ( $10^{-6}$  mm Hg) dans un creuset en cuivre refroidi, à partir de plomb fourni par l'"American Smelting and Refining Company" et contenant moins de 1 ppm de fer et moins de 0,5 ppm de cuivre.

A l'état brut, chacun se présente sous la forme d'un barreau de diamètre 6,5 mm et de 100 mm de longueur. Après avoir utilisé l'échantillon brut pour tester l'appareillage, nous avons été conduit à effectuer des traitements de surface.

En effet, la profondeur de pénétration près de  $T_c$  est de l'ordre du micron et les défauts de surface doivent être très inférieurs à cette dimension.

De bons résultats ont été obtenus par une attaque chimique dans un mélange formé de 5 parts d'acide acétique glacial et d'une part d'eau oxygénée à 110 volumes, suivie d'un polissage électrolytique dans un bain composé d'une part d'acide perchlorique pour 3 parts d'acide acétique glacial avec une densité de courant de  $0,3 \text{ A/cm}^2$ . Le plomb se recuit à température ambiante, mais on a procédé à un recuit supplémentaire de 24 heures sous vide et à  $200^\circ\text{C}$ . L'état de surface était contrôlé avant et après polissage par microscopie optique et après polissage par examen au microscope électronique d'une double réplique argent-carbone et ombrage platine (angle d'incidence de  $30^\circ$ ). La figure 18 montre après polissage divers états de surface. On note que les aspérités, dont les dimensions sont de l'ordre de  $1000 \text{ \AA}$  ont une hauteur inférieure à  $100 \text{ \AA}$ .

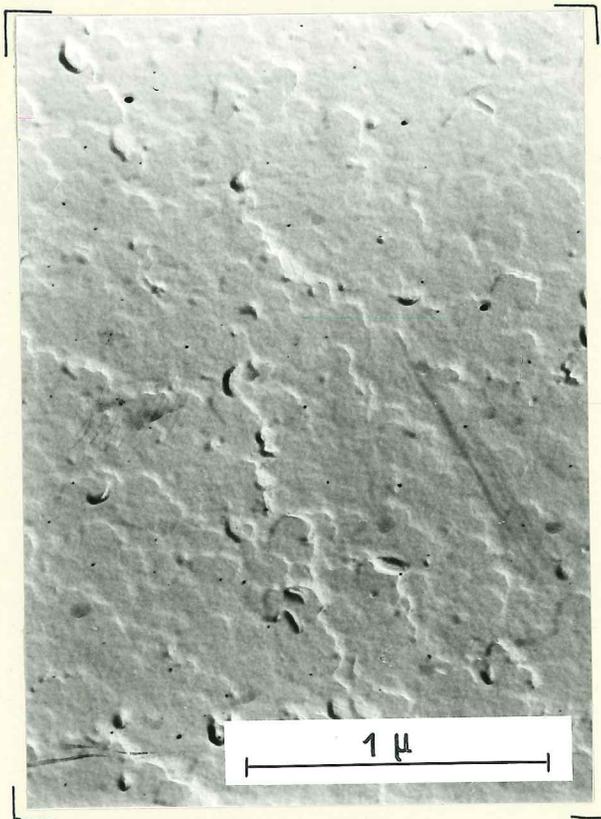
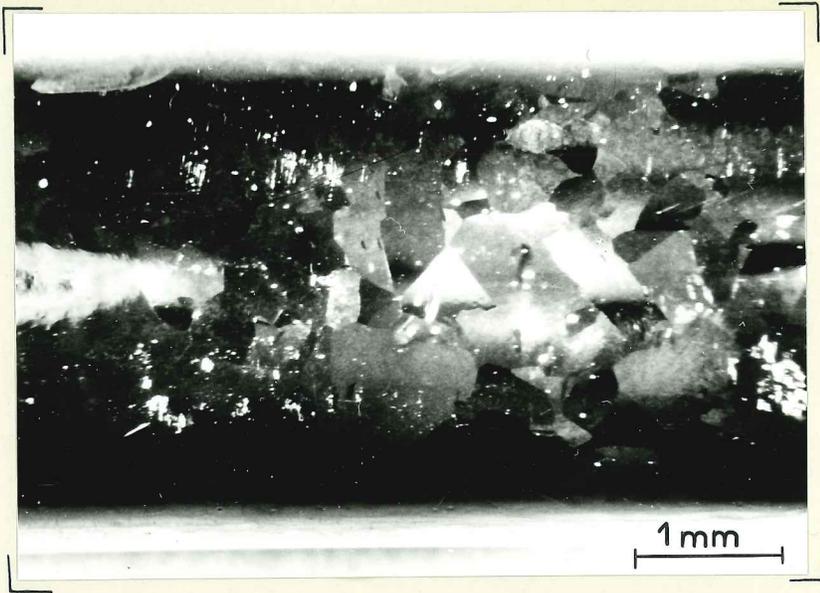


Fig. 18

Il faut aussi éviter l'oxydation superficielle car la résistivité de la couche de peau doit être la même que celle qui est mesurée dans tout l'échantillon. L'échantillon est donc conservé sous vide. Il n'est exposé à l'air que quelques instants lors de son introduction dans la self de mesure. Pour souder le calorimètre, on le met sous atmosphère d'hélium après l'avoir préalablement vidé en l'entourant d'une enceinte auxiliaire.

## C H A P I T R E   I I I

=====

### RESULTATS EXPERIMENTAUX - INTERPRETATIONS

#### III.1 - ETUDE EN FONCTION DE LA TEMPERATURE

##### III.1.1 - Mesure de la profondeur de pénétrations en fonction de la température

La figure 19 montre la variation de la profondeur de pénétration mesurée  $\delta_{is}$  en fonction de la température. La valeur à l'état normal permet d'obtenir la couche de peau  $\delta_{in}$ . L'expérience donnant seulement la variation de  $\delta_{is}$  à partir de 4,2°K environ, on peut y ajouter la valeur de  $\lambda$  à cette température pour obtenir ainsi la valeur totale de  $\delta_{is}$  (1,96  $\mu$ ). La valeur de  $\lambda_{4,2^{\circ}K}$  est obtenue à partir de la loi empirique  $\lambda(t) = \lambda(0) (1-t^4)^{-1/2}$ , notons que cette correction de 400 Å n'est qu'approchée, en particulier à cause de la déviation à cette loi lorsque  $T \rightarrow 0$ .

##### III.1.2 - Variation de $\lambda$ près de $T_c$ . Valeur de $\lambda_{L(0)}$ :

A l'aide des calculs étudiés au chapitre I, on a la possibilité d'obtenir  $\lambda$  (c'est-à-dire  $\delta_{is}$  pour  $\omega \rightarrow 0$ ) à partir de  $\delta_{is}$ . La correction atteint 2 % environ pour  $\delta_{is} = \delta_{in}/2$ . En dessous,  $\delta_{is}$  est pratiquement confondu avec  $\lambda$  et est identique à  $\lambda_L$  pour la région locale ( $\Delta T \lesssim 0,1^{\circ}K$ ). La figure 20 montre  $(\lambda_L/\delta_{in})^{-2}$  en fonction de T pour les deux échantillons étudiés (Pb1 et Pb2). D'autres séries de mesures sur ces échantillons donnant des résultats très semblables ne sont pas reportées.

Les pentes, égales à  $2 \delta_{in}^2 / \lambda_{L(0)}^2 T_c$  conduisent

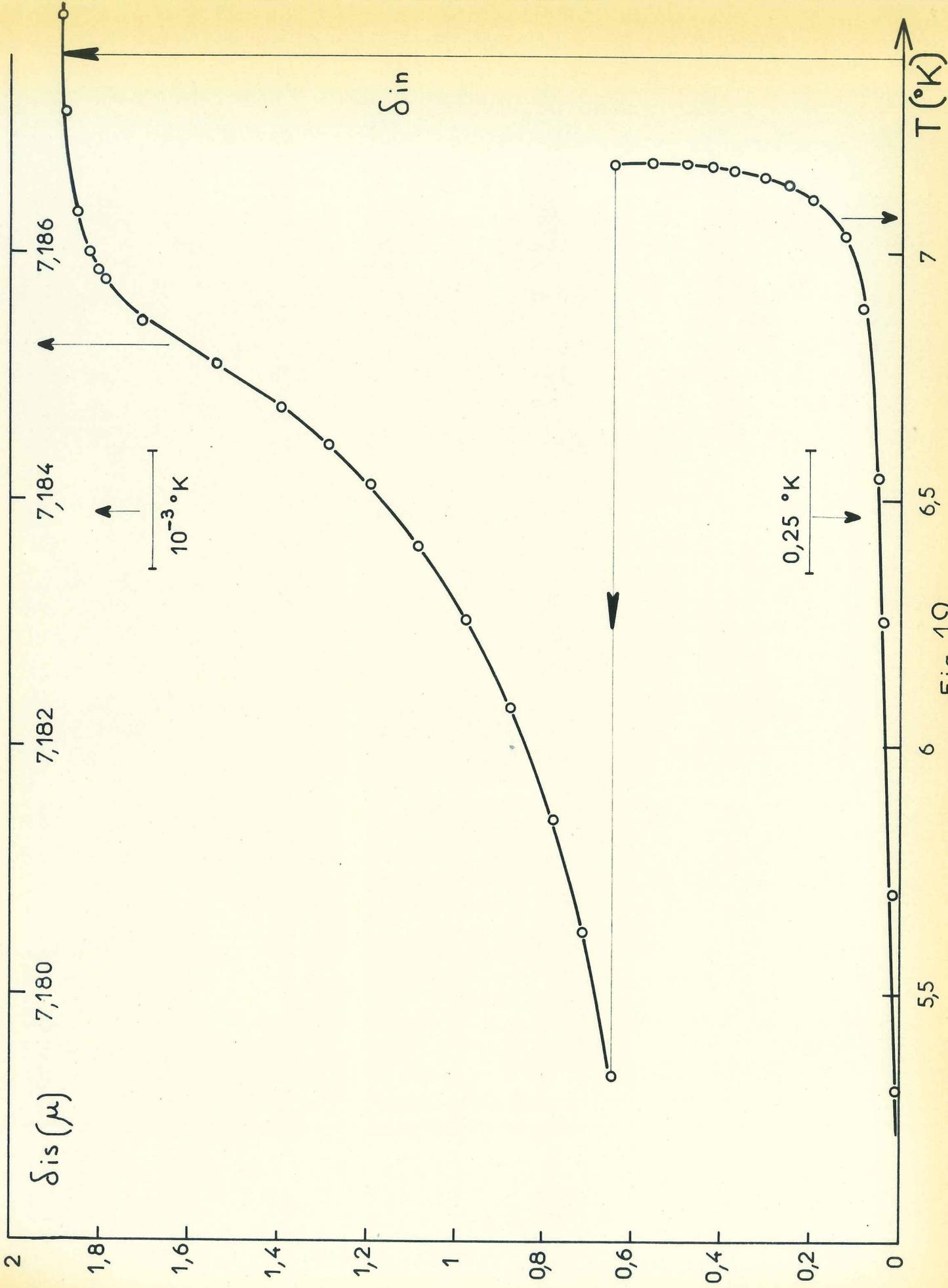


Fig. 19

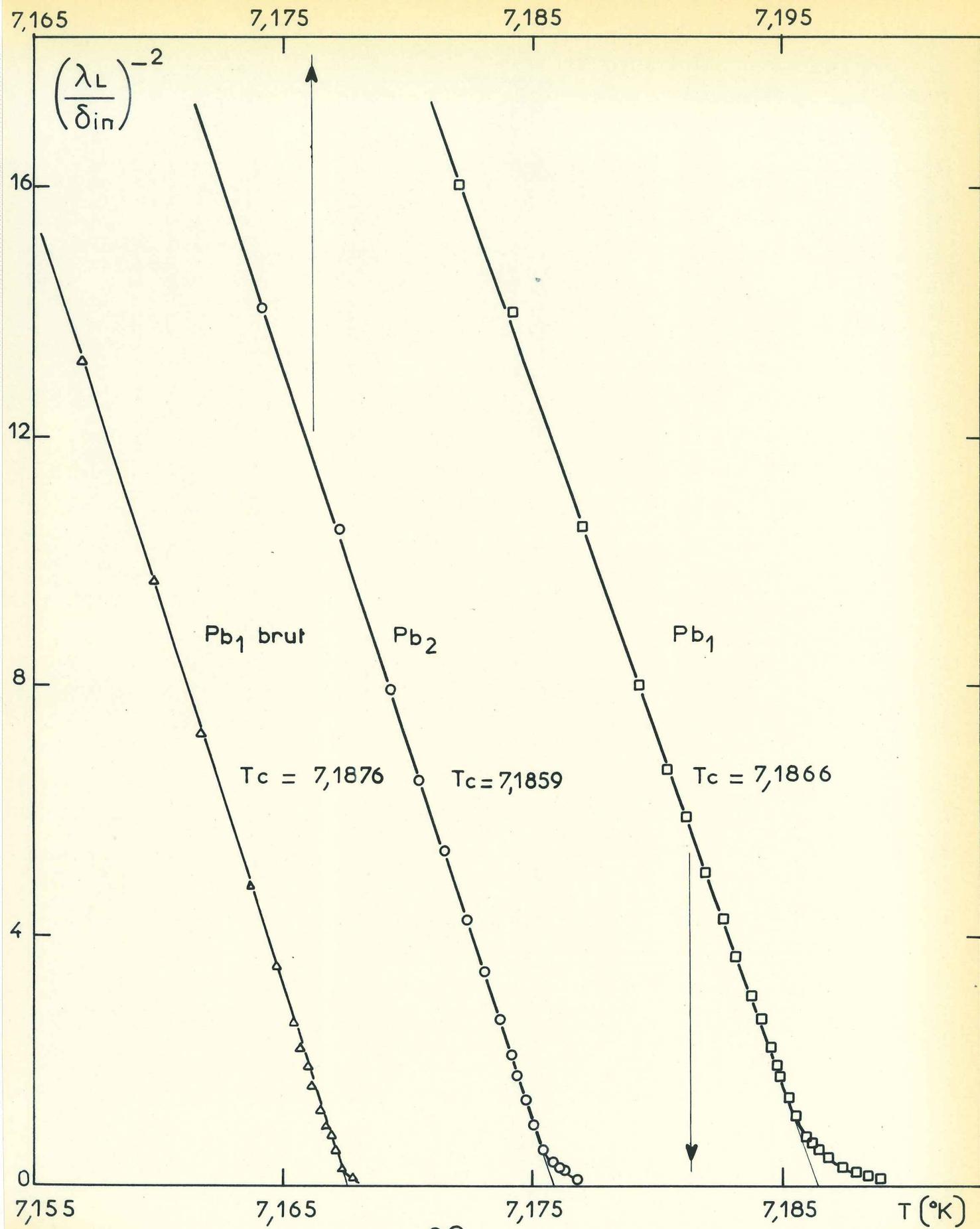


Fig. 20

respectivement à  $\lambda_{L(0)1} = 320 \text{ \AA}$  et  $\lambda_{L(0)2} = 300 \text{ \AA}$ , soit une moyenne pour  $\lambda_{L(0)}$  de  $310 \text{ \AA}$ .

Ce tracé permet aussi de définir  $T_c$  très précisément, ce qui est important lorsque l'on étudie  $\lambda_L$  en fonction des fortes valeurs de  $x = (\frac{T_c - T}{T})^{-1/2}$ . En valeur absolue,  $T_c$  n'est évidemment déterminée qu'à plusieurs millidegrés près.

Sur la figure 21 est reporté  $\lambda$  en fonction de  $(1-t)^{-1/2}$ , cette variation devant bien représenter  $\lambda_L$  près de  $T_c$ . La pente, dont la valeur est  $\lambda_{L(0)}/\sqrt{2}$  près de  $T_c$  nous donne encore pour  $\lambda_{L(0)}$  :

$$\lambda_{L(0)} = 310 \pm 10 \text{ \AA}$$

Nous noterons la linéarité obtenue jusqu'à des valeurs inusitées de  $(1-t)^{-1/2} \simeq 70$ . Ceci est en excellent accord avec les théories BCS et Ginzburg-Landau qui prédisent une telle variation vers  $T_c$ .

La déviation à cette variation linéaire plus loin de  $T_c$  (faibles valeurs de  $(1-t)^{-1/2}$ ) sera étudiée après.

### III.1.3 - Variation de $\delta_{is}/\delta_{in}$ et de $\lambda_L/\delta_{in}$ en fonction de $\Delta\tau$

Les résultats du chapitre I donnant les variations calculées en coordonnées réduites de  $\delta_{is}/\delta_{in}$  et

$\lambda_L/\delta_{in}$  en fonction de  $\Delta\tau = 2\delta_{in}^2 \Delta T / \lambda_{L(0)}^2 T_c$ , nous avons représenté fig. 22 les variations expérimentales et celles calculées. L'accord est très bon avec cependant à  $T_c$  une variation de  $\delta_{is}$  plus lente que celle calculée.

### III.1.4 - Variation de $\lambda$ loin de $T_c$

Alors que jusqu'au zéro absolu la théorie bifluide de Gorter-Casimir (densité d'électrons supraconducteurs en  $1-t^4$ ) suppose une variation linéaire de  $\lambda(t)$  avec  $y = (1-t^4)^{-1/2}$ , des mesures faites sur l'étain<sup>(10)</sup> et le

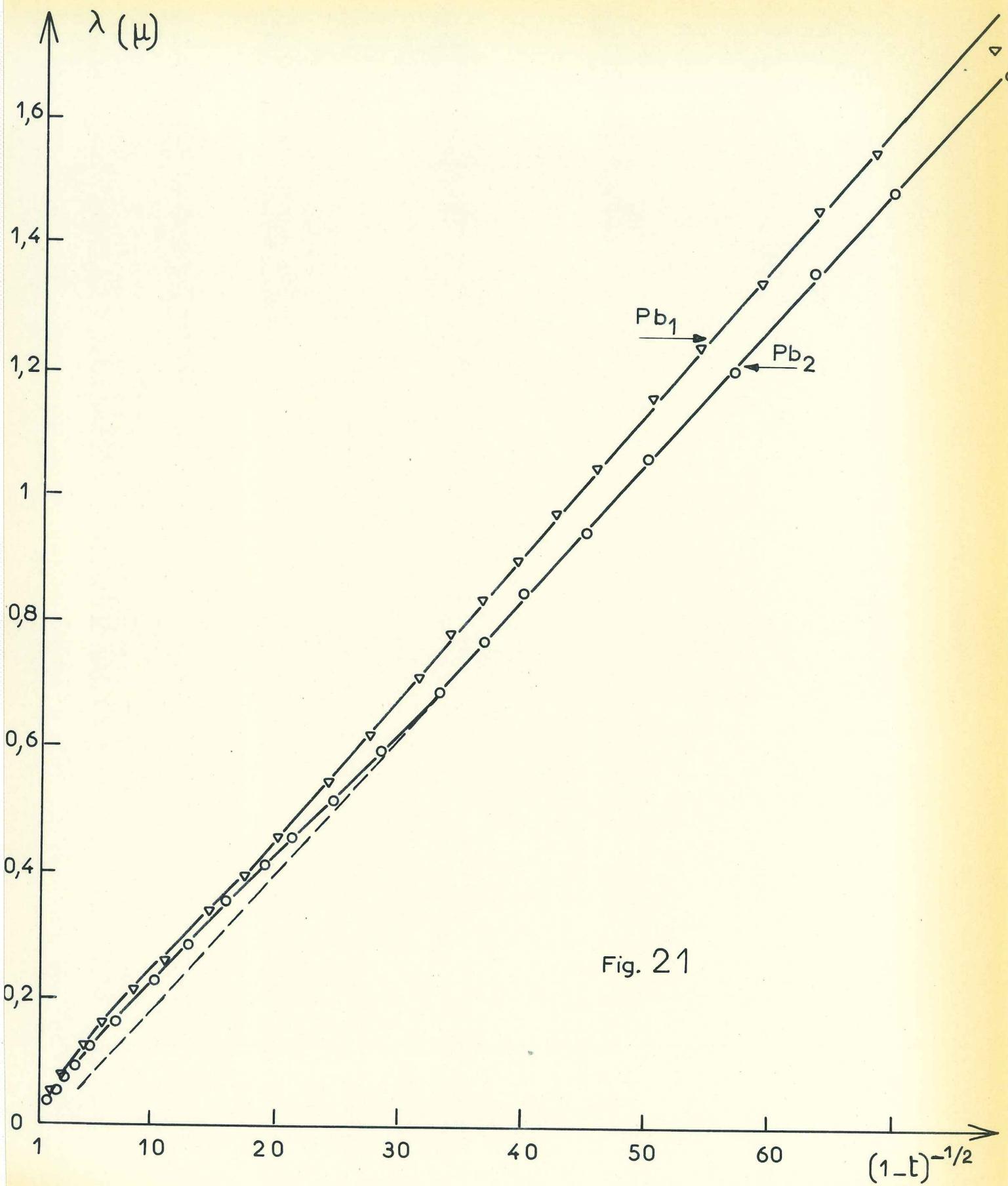


Fig. 21

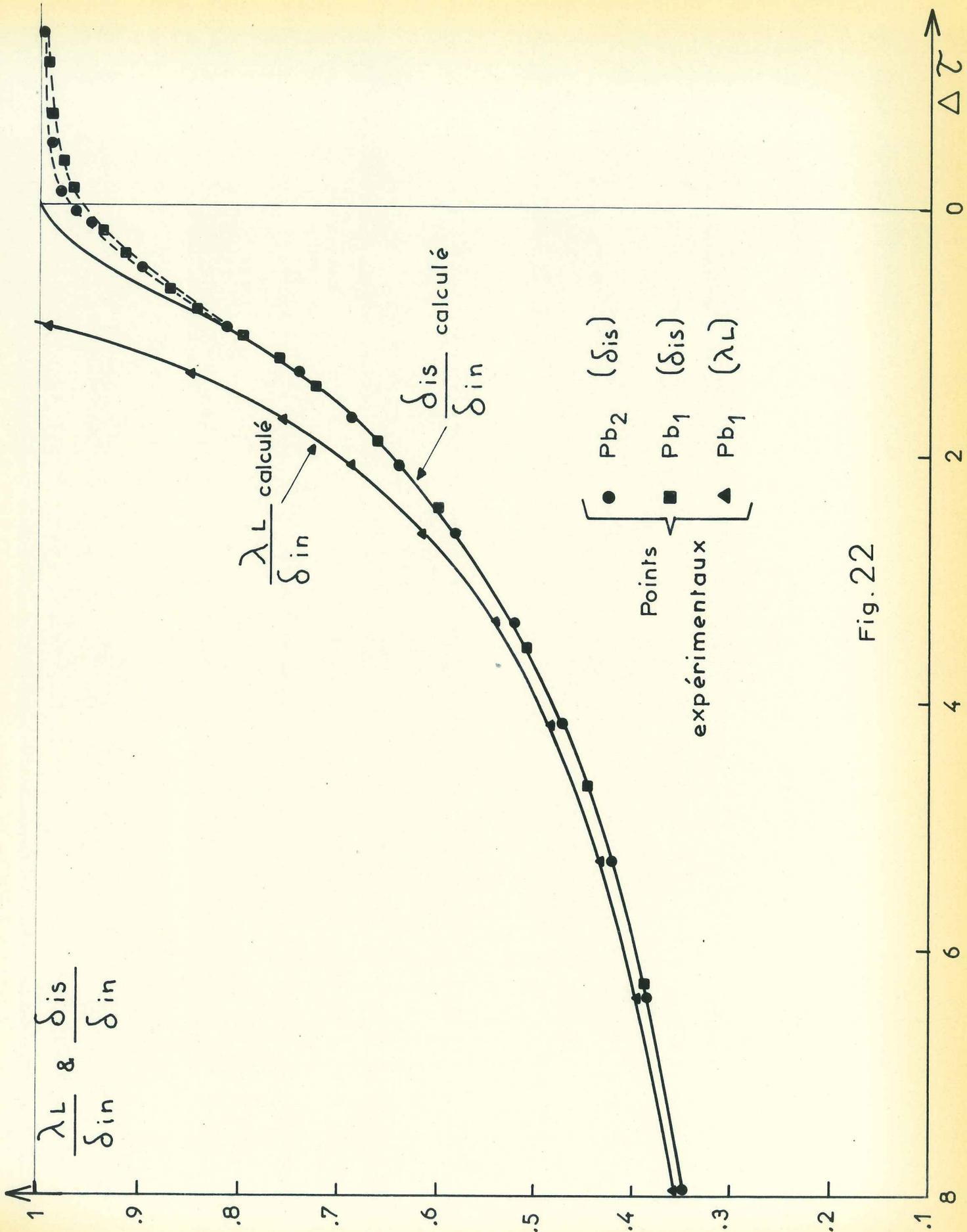


Fig. 22

niobium<sup>(11)</sup> font apparaître aux faibles températures une déviation à cette loi, due à la présence de la bande interdite dans le spectre d'excitation des électrons. Près de  $T_c$  la variation très rapide de  $\lambda$  avec  $T$  prédomine, mais plus loin de  $T_c$ , la variation est beaucoup plus lente (Fig.19) et l'on peut se rendre compte de la présence du gap qui est d'augmenter la pente  $d\lambda/dy$ . Eventuellement, pour les températures encore plus faibles,  $d\lambda/dy$  décroît alors jusqu'à s'annuler en raison de la décroissance exponentielle avec la température du nombre d'électrons excités au-dessus de la bande interdite. Ceci est confirmé pour le plomb par Erlbach<sup>(34)</sup>. L'augmentation de  $d\lambda/dy$  à température relativement basse fut prédite par Lewis<sup>(35)</sup> qui introduisit dans la théorie bi-fluide une bande interdite indépendante de la température. Ceci provoque une décroissance de  $\lambda(t)$  plus rapide avec la température, et ainsi  $d\lambda/dy$  est augmenté. Le plus rigoureux traitement de  $\Lambda(t)$  dans la théorie B.C.S. tient compte de la variation en température de la bande interdite et prédit une notable augmentation de  $d\lambda/dy$  pour  $y \lesssim 2$ .

Des mesures faites sur des alliages d'étain<sup>(36)</sup> et sur l'aluminium<sup>(37)</sup> ne montrent pas cette particularité, mais récemment Garfunkel<sup>(38)</sup> retrouvait pour un monocristal d'aluminium une déviation à la loi empirique.

Il est intéressant, dans le cas du plomb qui est supraconducteur à fort couplage de voir si l'on trouve ou non cette déviation.

Nous avons pu établir que toutes nos mesures indiquent l'existence d'une telle déviation pour le plomb. Nous avons aussi tracé en fonction de  $y$  les courbes théoriques de variation de  $\lambda(t)$  et de  $d\lambda/dy$  (fig.23 et 24), calculées avec  $\lambda_{L(0)} = 310 \text{ \AA}$ ,  $\xi_0 = 630 \text{ \AA}$  et la variation thermique du "gap" selon BCS, (la façon d'obtenir ces courbes est indiquée en annexe). On peut se rendre compte sur la figure 23

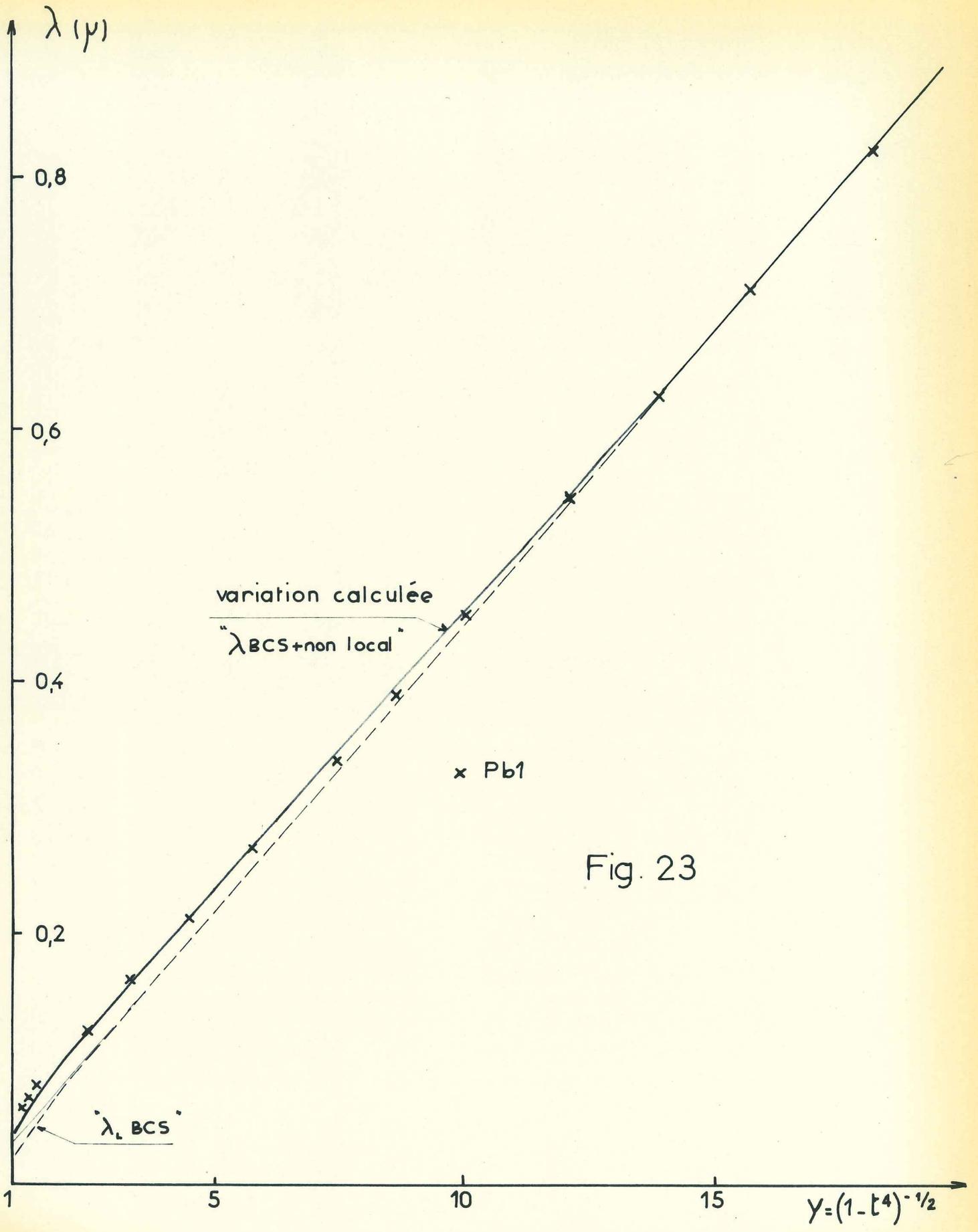


Fig. 23

et surtout sur la figure 24 représentant la pente  $d\lambda/dy$  pour les faibles valeurs de  $y$  qui nous intéressent que, bien que la précision soit un peu réduite puisqu'il s'agit de faibles variations corrigées de l'effet de la self vide, on obtient même quantitativement une variation très semblable à la variation théorique.

Ceci indique qu'en fonction de la température (pour  $0,6 \lesssim t \lesssim 1$ ), la variation relative du gap du plomb est proche de la variation théorique de  $(\Delta(t)/\Delta(0))_{BCS}$  qui intervient dans les calculs, bien que le plomb est à couplage fort avec  $\Delta(0) \neq \Delta(0)_{BCS}$ . Les mesures par effet tunnel de Gasparovic<sup>(21)</sup> sur le gap du plomb confirment ce résultat et sont en accord avec la théorie du couplage fort électrons-phonons de Swihart, Scalapino et Wada<sup>(39)(40)</sup> (figure 25).

### III.1.5 - Effets annexes :

#### III.1.5.1 - Passage à la région locale

On peut remarquer sur la courbe 21 représentant  $\lambda$  selon  $(1-t)^{-1/2}$  qu'en plus de la déviation vue précédemment, on note que les points expérimentaux pour  $(1-t)^{-1/2} \lesssim 15$  sont légèrement au-dessus de la droite donnant  $\lambda_{L(0)}$ . Ce comportement peut être expliqué en considérant que nous sommes alors dans les conditions intermédiaires (§ I.2) où  $\lambda_{\text{mesuré}}$  est différent de  $\lambda_L$ . Nous avons tracé fig. 23 la valeur calculée de  $\lambda(t)$  selon  $y$ , le calcul est celui du paragraphe précédent, la pente a la valeur  $\sqrt{2} \lambda_{L(0)}$  pour les grandes valeurs de  $y$ .

Il est intéressant de noter, cette étude n'ayant pas encore été faite, que nos points expérimentaux reflètent bien ce passage de la condition intermédiaire où  $\xi_0 \gtrsim \lambda$  à la condition locale  $\xi_0 \ll \lambda$ . On se rend aussi compte que pour avoir réellement  $\lambda_{L(0)}$ , il est nécessaire d'être

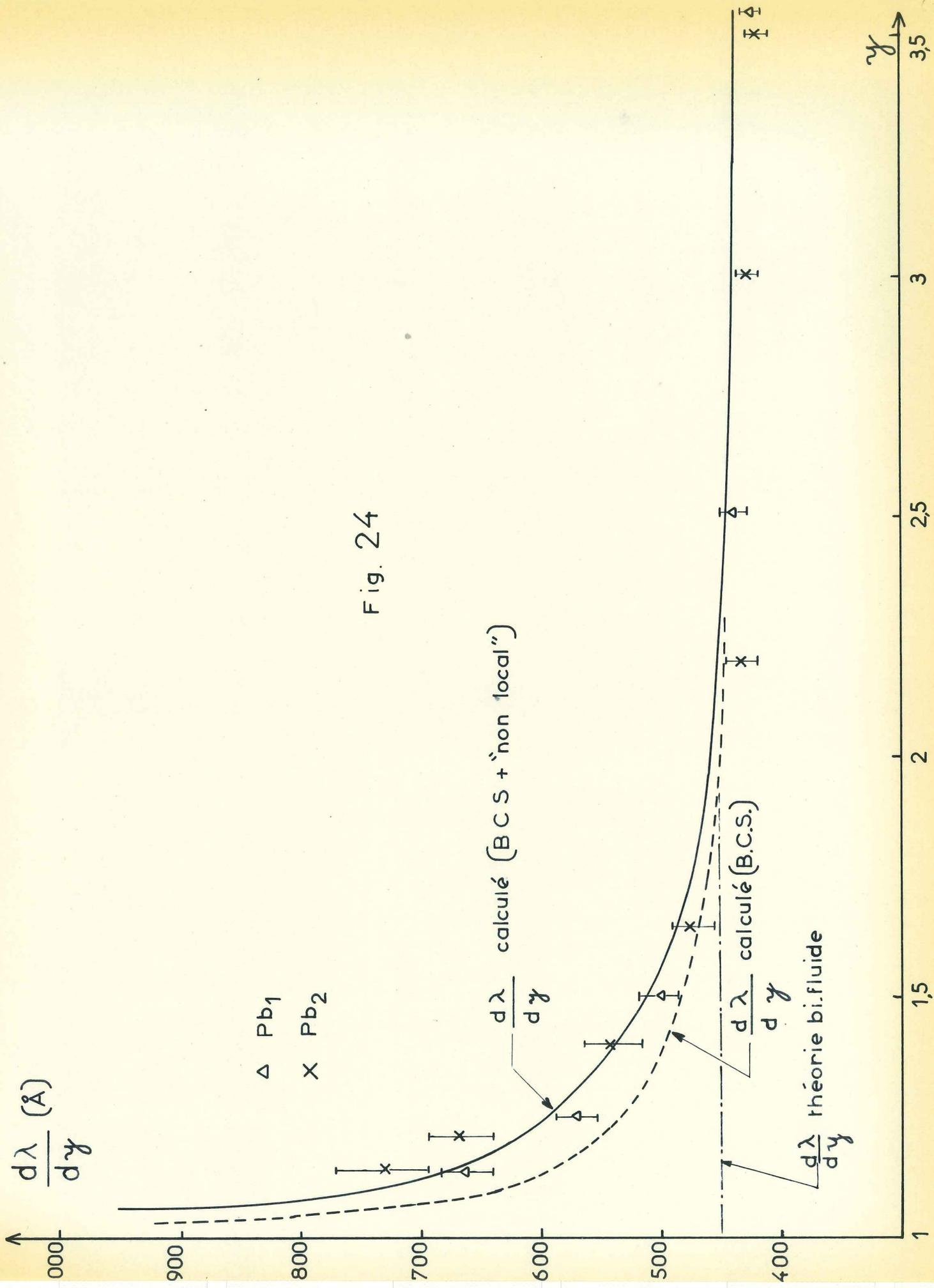
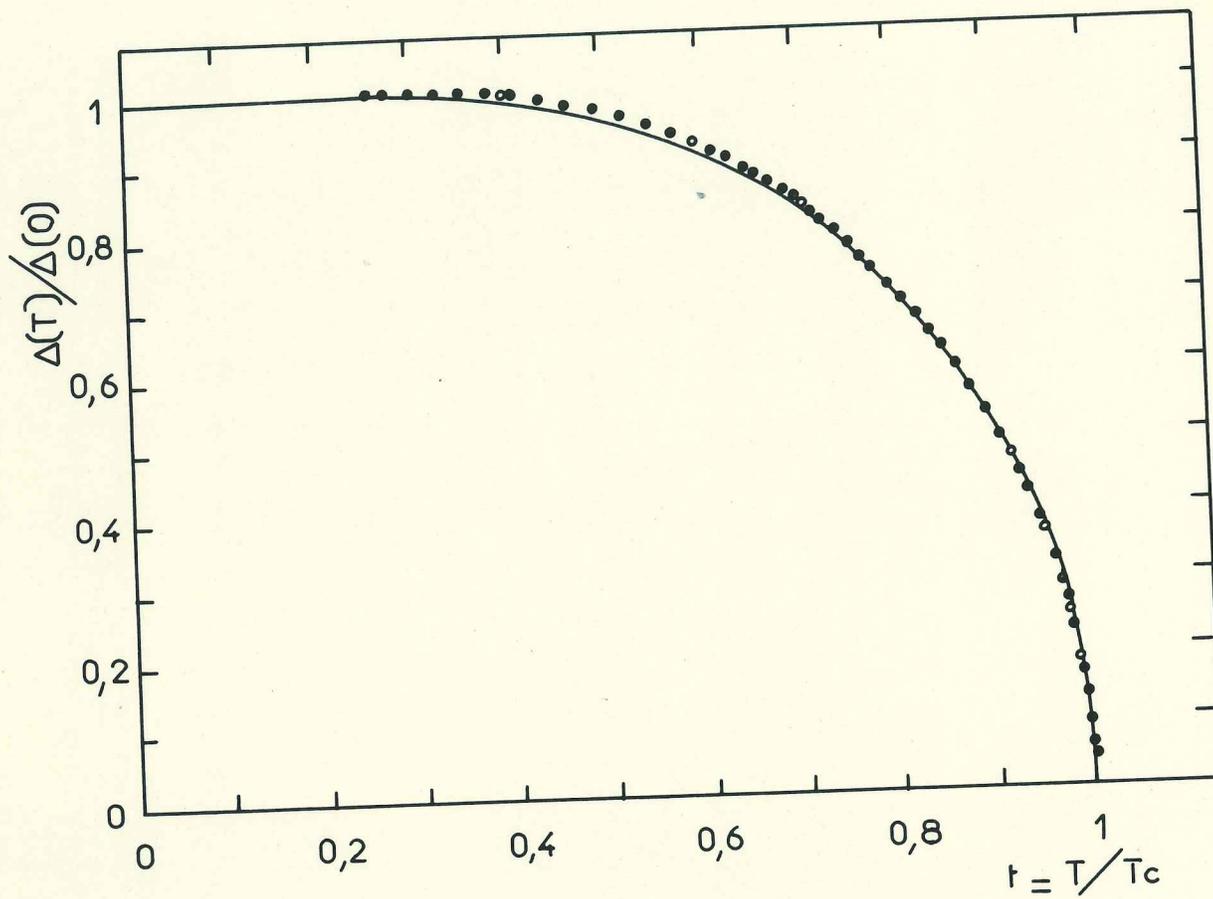


Fig. 24



- R.F. Gasparovic, B.N. Taylor & E.Eck
- B.C.S.
- Swihart J.C., Scalapino D.J. & Wada Y.

Fig.25 Variation en température de l'énergie interdite du Plomb.

suffisamment près de  $T_c$  pour obtenir des valeurs de  $\gamma$  supérieures à celles généralement considérées.

### III.1.5.2 - Effets des champs magnétiques parasites

Il est nécessaire dans les mesures de  $\lambda$  avec T de compenser le champ terrestre qui est cause d'une transition du 1er ordre à environ  $2,10^{-3}^\circ\text{K}$  avant  $T_c$ . Le champ de mesure haute fréquence ( $\sim 8$  MHz) ne peut être évidemment compensé, il est heureusement très faible ( $\approx 0,07$  oe. efficace). Pour voir s'il n'est pas une cause éventuelle de la variation plus lente de  $\delta_{is}$  à  $T_c$  (fig. 22), nous avons effectué avec 3 champs HF différents des mesures, mais on ne remarque pas de modifications sensibles de celles-ci. Nous n'avons d'ailleurs pas trouvé d'explication satisfaisante montrant que la fin de la courbe de transition mesurée à une variation plus lente que celle que l'on pourrait attendre. Il est à remarquer que l'on ne constate pas cette différence dans le cas d'un échantillon oxydé et de mauvais état de surface.

### III.1.6 - Discussion de quelques résultats

#### III.1.6.1 - Valeur de $\lambda(0)$

- En tenant compte du libre parcours moyen, Gorkov<sup>(41)</sup> donne pour  $\lambda_L$  près de  $T_c$ , la relation :

$$\lambda_L = \frac{\lambda_{L(0)}}{\sqrt{2(1-t)} \sqrt{\chi(\rho)}}$$

$\chi(\rho)$  est une fonction de  $\rho = \pi \xi_0 / 2 \chi_e \ell$  qui dans notre cas est égale à 1,007, ainsi la correction sur  $\lambda_{L(0)}$  (0,35 % en moins) est pratiquement négligeable.

- L'influence d'un état de surface non parfait est assez difficile à estimer quantitativement mais doit être faible pour nos échantillons sur lesquels on constate (fig. 18) que la

hauteur des aspérités est très inférieure à la profondeur de pénétration près de  $T_c$ . Nous avons aussi remarqué sur un échantillon de très mauvais état de surface que celui-ci agit beaucoup moins sur  $\lambda_L(0)$  qui augmente de 25 % que sur  $\sigma/\ell$  qui est divisé par 4.

- La valeur de  $\lambda(0)$ , pente de la variation mesurée de  $\lambda$  selon  $(1-t^4)^{-1/2}$  peut être déterminée (fig.23) à partir de nos mesures lorsque l'on n'est pas encore assez proche de  $T_c$ , pour être dans les conditions locales, mais cependant en dehors de la déviation due au gap. Ainsi pour  $2 \lesssim y \lesssim 5$  on obtient :  $\lambda(0) = 425 \pm 15 \text{ \AA}$ . A partir de  $\lambda_L(0)$  et de  $\xi_0$  on peut aussi obtenir la valeur de  $\lambda(0)$  en utilisant les résultats des calculs de B.C.S. donnant  $\lambda(t)/\lambda_L(t)$  selon  $\xi_0/\lambda_L(t)$ , donc concernant le cas intermédiaire aux conditions locales et non-locales. En réflexion diffuse on obtient  $\lambda(0)/\lambda_L(0) = 1,38$  soit  $\lambda(0) = 428 \text{ \AA}$ .

Récemment Swihart et Shaw<sup>(42)</sup> ont calculé avec la théorie de Nam<sup>(43)</sup> et le spectre des phonons dans le plomb, la valeur de  $\lambda(0)_{Pb}$  en tenant compte de l'interaction électron-phonon. Leur valeur de  $406 \text{ \AA}$  est en accord avec notre valeur mesurée.

### III.1.6.2 - Valeur de $K, \sigma/\ell, S, V_F$

#### Paramètre K

Le paramètre sans dimensions K définit à partir des équations thermodynamiques de Ginzburg-Landau<sup>(19)</sup> ( $K = H_{c2}/\sqrt{2} H_c$ ,  $H_{c2}$  étant le champ critique supérieur) est aussi relié aux valeurs expérimentales par la relation :

$$K = \sqrt{2} \cdot \frac{2e H_c \cdot \lambda^2}{h} \quad (1)$$

Près de  $T_c$ , avec le développement limité de  $H_c$  et la variation en  $(1-t)^{-1/2} = (T_c/\Delta T)^{1/2}$  de  $\lambda$ , on peut aussi écrire :

$$K = \sqrt{2} \cdot e \cdot \lambda_{L(0)}^2 \cdot \left( -\frac{dH_c}{dT} \right)_{T=T_c} \cdot T_c \quad (2)$$

Enfin, avec les équations microscopiques de Gorkov<sup>(41)</sup> que l'on peut relier à celles de la théorie BCS, on écrit :

$$K = \frac{1}{\chi(e)} \cdot \sqrt{\frac{6}{7\zeta(3)}} \cdot \sqrt{\frac{mc^2}{4\pi N e^2}} \cdot \frac{2\pi k_B T_c}{\hbar v_F} \quad (3)$$

soit, avec la relation BCS pour  $\xi_0$ ,  $\chi(e)$  étant égal à 1 dans le cas d'un métal pur :

$$K = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{6}{7\zeta(3)}} \cdot 0,18 \frac{\lambda_{L(0)}}{\xi_0} = 0,96 \frac{\lambda_{L(0)}}{\xi_0} \quad (4)$$

Si nous prenons  $H_{c0} = 802,6 \text{ Oe}$ <sup>(33)</sup> et notre valeur de  $\lambda_{L(0)} = 310 \pm 10 \text{ \AA}$ , l'équation (1) donne  $K = 0,33 \pm 0,02$ .

La seconde formulation qui est la plus correcte conduit avec  $\left( -\frac{dH_c}{dT} \right)_{T_c} = 238 \text{ Oe/}^\circ\text{K}$ <sup>(33)</sup> à

$$K = 0,355 \pm 0,02$$

et enfin la dernière, valable surtout pour le cas des couplages faibles, donne en calculant  $\xi_0$  avec  $v_F = 5,8 \cdot 10^7 \text{ cm/sec}$  et  $2 \Delta_{(0)} = 4,34 kT_c$ <sup>(44)</sup> :

$$K = 0,327$$

le K calculé avec  $\lambda_{0} = 390 \text{ \AA}$  de Lock<sup>(12)</sup> est beaucoup plus faible (0,28). Des mesures du champ qui rétablit complètement la résistivité en courant continu<sup>(45)</sup> où a 23 GHz<sup>(46)</sup>, on a le champ de nucléation de surface  $H_{c3}(t)$ , lequel vaut  $1,695 H_{c2}(t)$  à toute température<sup>(47)</sup>, par extrapolation des mesures à  $t = 1$ , on peut estimer K à 0,37 et 0,42 respectivement.

D'autres mesures du champ  $H_{c3}(t)$  par Fischer<sup>(48)</sup> sur des couches de Pb d'environ  $5 \mu$ , de très bon état de surface, donnent  $K = 0,328$ .

### Valeur de $\sigma/l$

La mesure à l'aide de l'effet de peau anormal de la constante  $\sigma/l$  du métal, reliée directement à la surface de Fermi, est peu précise. Elle est très sensible à l'état de surface et l'on doit supposer que la conductance de surface est isotrope<sup>(71)</sup>. Ainsi les mesures de Chambers<sup>(13)</sup> à 1,2 GHz et 3,6 GHz donnent  $\sigma/l = 94$  uém ( $\frac{S}{S_0} = 0,46$ ,  $S_0$  est définie plus loin dans le modèle des électrons libres), mais Faber et Pippard<sup>(49)</sup>, à cause de l'état de surface, modifient cette valeur et estiment  $\sigma/l$  à 114 uém ( $\frac{S}{S_0} = 0,56$ ). Plus tard, Aubrey<sup>(50)</sup> par des mesures à 9GHz trouve une valeur peu différente,  $\sigma/l = 111$  uém,  $\frac{S}{S_0} = 0,55$ . Le modèle de Gold<sup>(51)</sup> sur la surface de Fermi du plomb conduit à une valeur théorique de  $\sigma/l = 165$  si les coins de la 4ème zone sont occupés et à 121 s'ils ne le sont pas. Une autre valeur théorique souvent utilisée<sup>(52)(53)</sup> est celle d'Aschroft ( $\frac{S}{S_0} = 0,7$  soit  $\sigma/l = 140$  uém). Les mesures de résistivité et d'effet de taille conduisent toujours à des valeurs plus faibles<sup>(54)</sup> ( $\sigma/l = 60$  uém). Dans nos mesures on peut estimer à partir de la profondeur de pénétration dans l'état normal (qui intervient au cube), la valeur de  $\sigma/l$  à  $80 \pm 10$  uém (voir annexe).

Nous pensons que si cette valeur est relativement faible, ce n'est pas seulement à cause de l'état de surface (puisque les défauts sont  $\ll \delta$ ) mais parce que nous ne sommes pas dans les conditions de la limite extrême anormale ( $l \gg \delta$ ) comme Chambers et Aubrey. Il peut, en effet, exister un spectre de temps de relaxation  $\tau$ , d'où une distribution de libre parcours dont la moyenne est définie comme

$$\bar{l} = \frac{1}{S} \iint dS \tau(\vec{k}) |v(\vec{k})|$$

(l'intégrale est prise sur toutes parties libres de la surface de Fermi).

Ainsi, dans notre cas où la fréquence est assez faible ( $\ell \sim \delta$ ) ou dans le cas de l'étude par effet de taille, on ne tient pas compte selon Olsen<sup>(55)</sup>, dans la mesure effectuée, des parties de la surface de Fermi correspondant aux libres parcours les plus petits (probablement la 3ème zone) et la valeur de  $\sigma/\ell$  proportionnelle à  $S$  apparaît plus faible.

#### Valeur de $S$ et $V_F$

Le plomb est généralement considéré comme ayant une surface de Fermi sensiblement isotrope<sup>(72)</sup> que l'on peut comparer en première approximation au modèle des électrons libres.

Dans les relations suivantes,  $\gamma_0$ ,  $S_0$  et  $V_{F0}$  sont respectivement le coefficient du terme linéaire de la chaleur spécifique électronique, l'aire de la surface de Fermi et la vitesse de Fermi, calculées dans le modèle des électrons libres pour le plomb avec son vecteur d'onde de Fermi ( $k_F = 1,57 \text{ \AA}^{-1}$  avec 4 électrons/atome et un volume atomique de  $17,86 \text{ cm}^3$ );  $\gamma$ ,  $S$  et  $V_F$  sont les valeurs réelles déduites à partir des mesures de chaleur spécifique, d'effet de peau anormal et de profondeur de pénétration.

$$S_0 = 4\pi k_F^2 = 4\pi (3\pi^2 n)^{2/3} \quad (5)$$

$$\gamma_0 = \frac{2\pi^2 k_B^2}{3} \cdot \frac{mk_F}{2\pi^2 \hbar^2} \quad (6)$$

$$V_{F0} = \frac{\hbar k_F}{m} \quad (7)$$

$$S = \frac{12\pi^3 \hbar}{e^2} \cdot \frac{\sigma}{\ell} = 8\pi^3 \hbar N_{(0)} V_F \quad (8)$$

$$\gamma = \frac{2\pi^2}{3} k_B^2 N_{(0)} = \frac{k_B^2}{12\pi \hbar} \cdot \frac{S}{V_F} \quad (9)$$

$$V_F = \frac{\gamma_0}{\gamma} \cdot \frac{S}{S_0} \cdot \frac{\hbar k_F}{m} \quad (10)$$

On a aussi :

$$\Lambda_0 = 4\pi \lambda_{L(0)}^2 = \frac{12\pi^3 \hbar}{e^2 S V_F} = \frac{1}{V_F \cdot \sigma/\ell} \quad (11)$$

Ainsi que, avec les relations DCS :

$$K = 0,96 \frac{\lambda_{L(0)}}{\xi_0} = \frac{29k_B T_c}{e \hbar^{1/2} (S \cdot V_F^3)^{1/2}} \quad (12)$$

Nous avons représenté dans un diagramme  $(S, V_F)$  les mesures de Philipps et Keesom<sup>(14)</sup> ( $\gamma = 1691 \text{ ergs/cm}^3 \cdot \text{deg}^2$ ), notre valeur de  $\lambda_{L(0)}$  (310 Å) et les différentes valeurs de  $\sigma/\ell$ , en utilisant les équations précédentes 8, 9, 11, 12.

Il ne faut pas s'étonner que les tracés (fig. 26) ne concordent pas exactement puisque d'une part toutes les relations sont établies pour l'approximation isotrope qui n'est pas totalement exacte et que d'autre part l'effet de l'interaction électrons-phonons doit intervenir dans certaines mesures et non dans d'autres<sup>(56)</sup>. On peut cependant dégager de ces mesures les résultats cohérents suivants :

$V_F = 5,8 \cdot 10^7 \text{ cm/sec}$ , valeur comprise entre celles souvent utilisées ( $5 \text{ et } 6,2 \cdot 10^7 \text{ cm/sec}$ ) et

$S = 21 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-2}$  soit  $\sigma/\ell = 137 \text{ uém}$  ou  $\frac{S}{S_0} = 0,68$ , résultat proche de celui d'Aschroft ( $\frac{S}{S_0} = 0,7$ ).

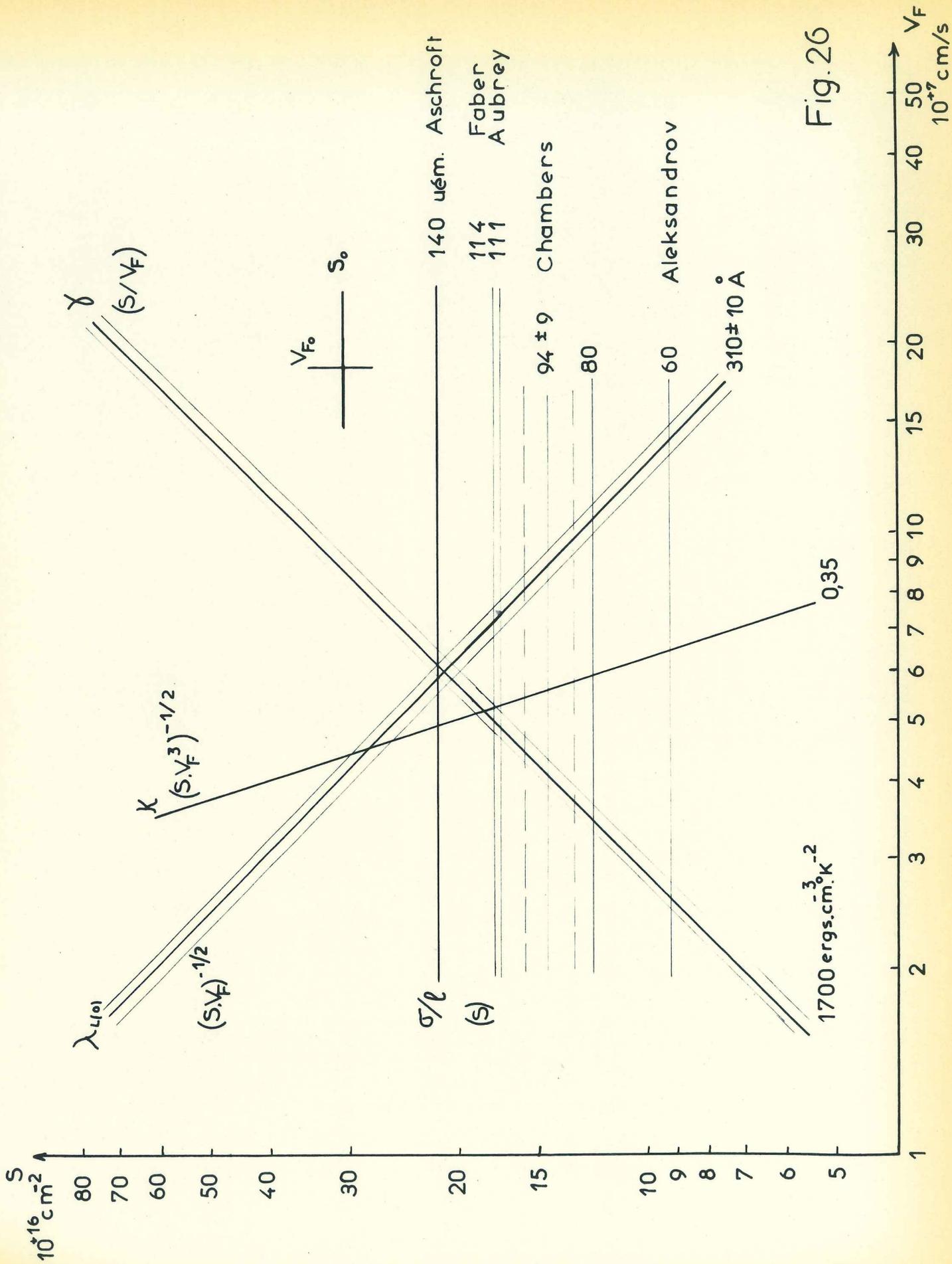


Fig. 26

### III.2 - ETUDE EN FONCTION DU CHAMP MAGNETIQUE

#### III.2.1 - Généralités

Pippard<sup>(57)</sup> fut le premier à mesurer la variation sous champ magnétique de la profondeur de pénétration. Il trouva sur l'étain à la fréquence de 9,4 GHz un effet assez faible, passant par un minimum vers  $\frac{T}{T_c} \approx 0,80$ . Le travail en ce domaine progressa lentement parce que l'effet est faible, la technique difficile et la théorie mal adaptée. Huit ans plus tard, Spiewak<sup>(58)</sup> à 1 GHz et ensuite Richards<sup>(59)</sup> à 3 GHz donnent des résultats mal interprétables et très complexes ; en particulier, pour certaines températures, ils notent une diminution de  $\lambda$  avec le champ, contrairement à ce que l'on attend.

Entre temps, Sharvin et Gantmakher<sup>(60)</sup> trouvèrent sur l'étain à fréquence beaucoup plus faible (2 MHz) un comportement en accord raisonnable avec les prédictions de Ginzburg et Landau<sup>(19)</sup>. Toujours à fréquence faible (700 kHz), Connell<sup>(61)</sup> sur des alliages In-Sn, In-Tl, In-Pb trouve un comportement semblable au précédent, avec une brusque augmentation de la pénétration effective pour les matériaux ayant un  $K \gg \frac{1}{\sqrt{2}}$  ; ce qui pour ces matériaux de seconde espèce, indique bien un comportement filamentaire. Il est admis que les mesures à basses fréquences sont plus significatives des propriétés à l'équilibre que celles aux fréquences élevées.

Récemment Garfunkel<sup>(62)</sup> a établi pour la variation de  $\lambda$  avec le champ une théorie dans laquelle l'effet du champ est de changer l'énergie cinétique des électrons dans le courant Meissner de surface. Mais ce modèle semble applicable seulement aux supraconducteurs avec  $\frac{\lambda}{\xi} \ll 1$  pour lesquels cet effet n'est pas masqué par d'autres causes de variation. Dans le cas des basses fréquences qui est le nôtre,

on peut considérer<sup>(60)</sup> la profondeur de pénétration indépendante du champ seulement en première approximation et la développer en fonction de  $\frac{H}{H_c}$ . Il vient, puisque  $\lambda$  est une fonction paire du champ :

$$\lambda(H) = \lambda(0) \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{H}{H_c} \right)^2 + \beta \left( \frac{H}{H_c} \right)^4 + \dots \right\} \quad (13)$$

A température suffisamment proche de  $T$ , la théorie de Ginzburg et Landau donne les expressions de  $\alpha$  et  $\beta$ , en fonction du paramètre  $K$ , pour  $K \ll 1$  et  $\alpha \gg \beta$ .

$$\alpha = \frac{K(K + 2\sqrt{2})}{8(K + \sqrt{2})^2} \quad (14)$$

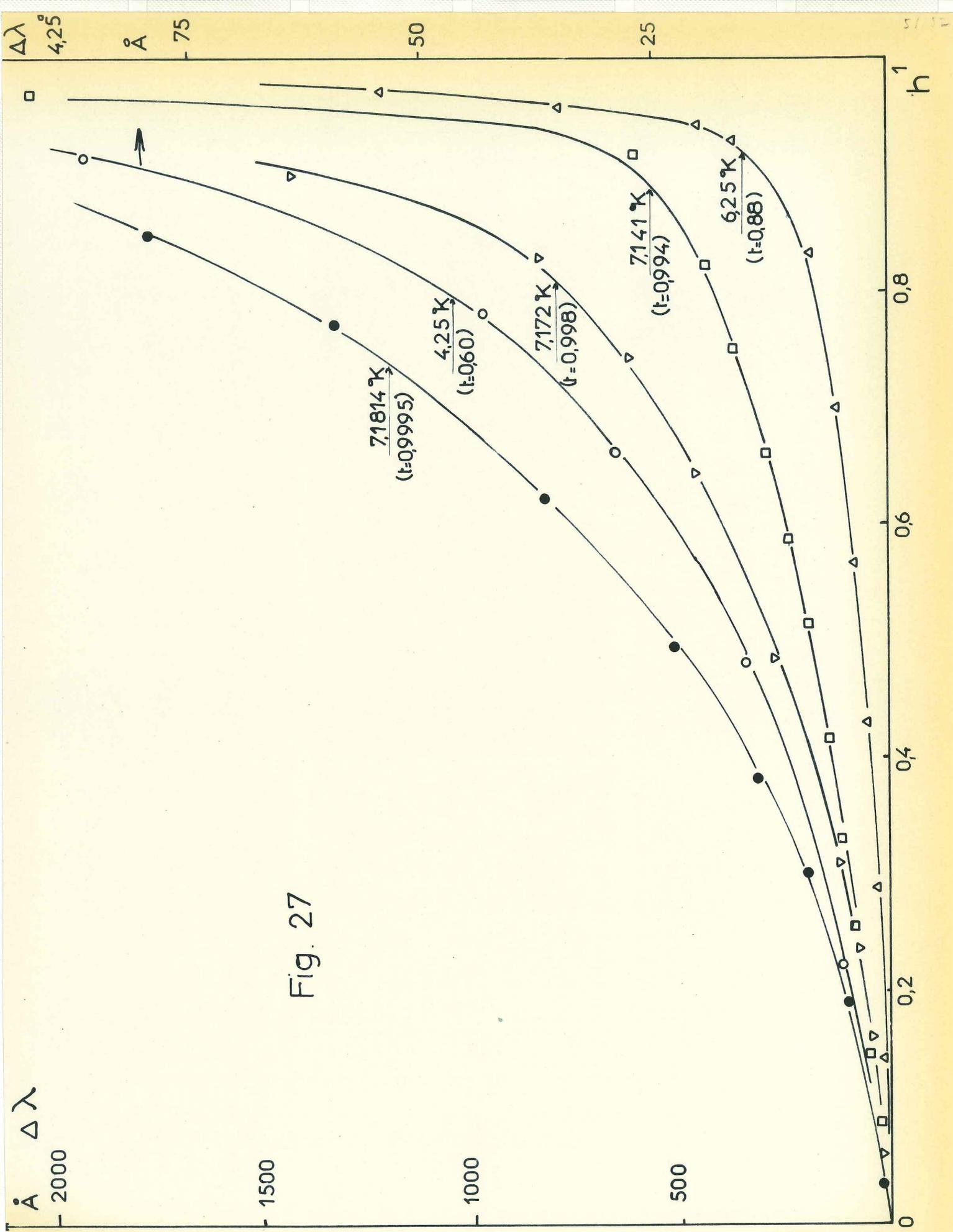
$$\beta \approx 4,7 \cdot 10^{-2} K^2 (1 - 5,1K + 7K^2) \quad (15)$$

### III.2.2- Résultats expérimentaux

La figure 27 montre la variation de la profondeur de pénétration avec le champ réduit  $\frac{H}{H_c}$  pour plusieurs températures. On note une variation sensiblement parabolique, puis beaucoup plus rapide vers le champ critique. La variation en fonction du champ est toujours dans le même sens et à aucun moment il n'y a indication d'une décroissance de  $\lambda$  avec le champ comme cela a été reporté par Richards<sup>(59)</sup> à 3 GHz.

Pour mieux établir la variation de  $\lambda$  avec le champ, on peut dire<sup>(60)</sup> que celui-ci est la somme du champ statique  $H_0$  et du champ de mesure haute fréquence  $H_1$  qui lui est parallèle :

$$H = H_0 + H_1 \sin \omega t \quad (16)$$



Le flux traversant la couche de surface de longueur unité est :

$$\Phi = H_0 \lambda_{(0,T)} \left\{ 1 + \alpha \left( \frac{H_0}{H_c} \right)^2 + \beta \left( \frac{H_0}{H_c} \right)^4 \right\} \quad (17)$$

En substituant 16 dans 17 et en considérant seulement les termes oscillants à la fréquence  $\omega$  et dépendant de  $H_0$ , on a :

$$\Phi_\omega = \lambda_{(0,T)} \left\{ \left( 3\alpha + \frac{15}{2} \beta h_1^2 \right) h^2 + 5\beta h^4 \right\} H_1 \sin \omega t$$

$$\text{où } h = \frac{H_0}{H_c}, \quad h_1 = \frac{H_1}{H_c}$$

En prenant  $H_1 \ll H_0$ , le changement effectif dans la profondeur de pénétration est :

$$\frac{\Delta \lambda}{\lambda_{(0,T)}} \approx 3\alpha h^2 + 5\beta h^4 \quad (18)$$

La figure 28 montre la variation selon  $h^2$  de  $\frac{\Delta \lambda}{\lambda_{(0,T)}}$  ( $\lambda_{(0,T)}$  est déterminée par la variation de fréquence entre  $4,2^\circ\text{K}$  et  $T$ , corrigée de la valeur  $\lambda_{(4,2^\circ\text{K})}$ ).

La variation est semblable à celles de Sharvin et de Connell, mais est plus importante, bien que dans le même sens, que celle prévue par Garfunkel et vérifiée<sup>(38)</sup> sur l'aluminium (mais  $\left(\frac{\lambda}{\xi}\right)_{\text{Alu}_2} \approx 0,03$  tandis que  $\left(\frac{\lambda}{\xi}\right)_{\text{Pb}} \approx 0,5$ ). La valeur de la pente de  $\frac{\Delta \lambda}{\lambda}(h^2)$  pour  $T$  proche de  $T_c$  donne :

$$\alpha \approx 0,057 \pm 0,01$$

ce qui correspond à  $K \approx 0,50 \pm 0,15$ .

Cette valeur, dont l'ordre de grandeur est correct, n'est cependant pas très précise à cause du petit

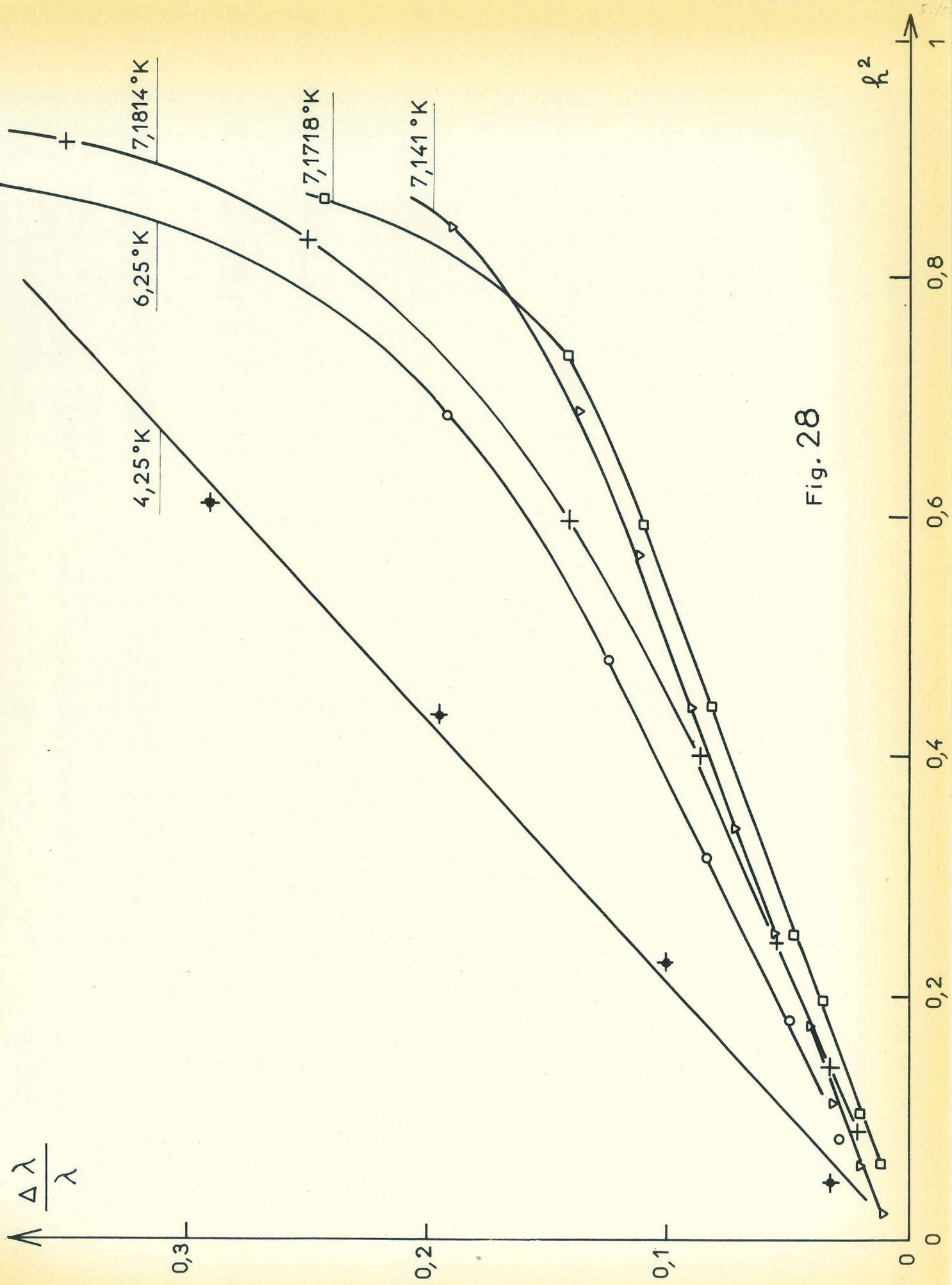


Fig. 28

effet du champ dans la partie intéressante et de l'erreur sur les faibles valeurs absolues de  $\lambda(0, T)$  pour lesquelles l'incertitude sur la correction à 4,2°K n'est pas négligeable, de plus la condition  $K \ll 1$  pour la relation entre  $\alpha$  et  $K$  est mal réalisée. D'ailleurs Connell<sup>(61)</sup> trouve pour l'indium jusqu'à  $t \approx 0,88$  des valeurs de  $\alpha$  supérieures à sa limite de 1/8 qui correspond à  $K$  infini.

Nous noterons enfin que la variation totale de la profondeur de pénétration à  $H_c$  est telle qu'en l'ajoutant à la variation due à la température, on trouve sensiblement celle atteinte en champ nul pour la température critique ( $\delta_{in}$ ). Ceci est normal puisque dans l'état non supraconducteur la couche de peau est sensiblement constante, avec cependant une légère diminution avec la température, causée par la variation thermique de la résistivité. Ce fait a été vérifié pour une température de 4,2°K, assez éloignée de  $T_c$ .

### III.3-ETUDE DE LA RESISTIVITE

#### III.3.1-Mesure de la résistance des échantillons

##### III.3.1.1- Température $\leq 10^\circ\text{K}$

Ces mesures, effectuées à l'aide du dispositif décrit dans la partie expérimentale ont été faites sur les deux échantillons utilisés, sans modification de leur géométrie ( $l = 10$  cm,  $\phi = 6,5$  mm). La correction due aux effets de bout est négligeable puisque la longueur est plus de 20 fois le rayon et que les prises de tension sont suffisamment éloignées des amenées de courant.

Le champ magnétique sur l'échantillon, dû au courant de mesure, est au maximum de 3 oersteds et nous

n'en avons pas tenu compte.

Les figures 29 et 30 montrent les valeurs des résistivités obtenues pour plusieurs températures en fonction du champ magnétique longitudinal croissant et décroissant nous en discuterons plus loin. Indiquons seulement ici que nous pensons que l'étalement de la transition, important surtout pour  $T \lesssim 4,3^\circ\text{K}$ , est principalement causé par le fait que  $H_{c3} > H_c$  pour  $T < 4,5^\circ\text{K}$ <sup>(63)</sup>, il est de l'ordre de celui observé sur des mesures de Mc Donald<sup>(45)</sup>.

### III.3.1.2 - Températures de 7,2°, 77° et 273°K

La résistivité à 273°K (0°C) est déterminée avec les dimensions de l'échantillon à partir de la résistance  $R_{23^\circ\text{C}}$  et du coefficient de température du plomb<sup>(64)</sup>  $\alpha = 4,22 \cdot 10^{-3}$ , on trouve :

$$\rho_{273^\circ\text{K}} = 19,5 \pm 0,2 \mu\Omega\text{cm}$$

Cette valeur est en bon accord avec Van den Berg<sup>(65)</sup>

( $\rho_{273^\circ\text{K}} = 19,3 \mu\Omega\text{cm}$ ). On a aussi  $\rho_{77^\circ\text{K}} = 4,80 \pm 0,1 \mu\Omega\text{cm}$ . La valeur de la résistivité à 7,2°K nous intéresse pour calculer la couche de peau à  $T_c$ . En extrapolant la résistance à courant de mesure nul, pour une température juste au-dessus de la transition, nous trouvons :

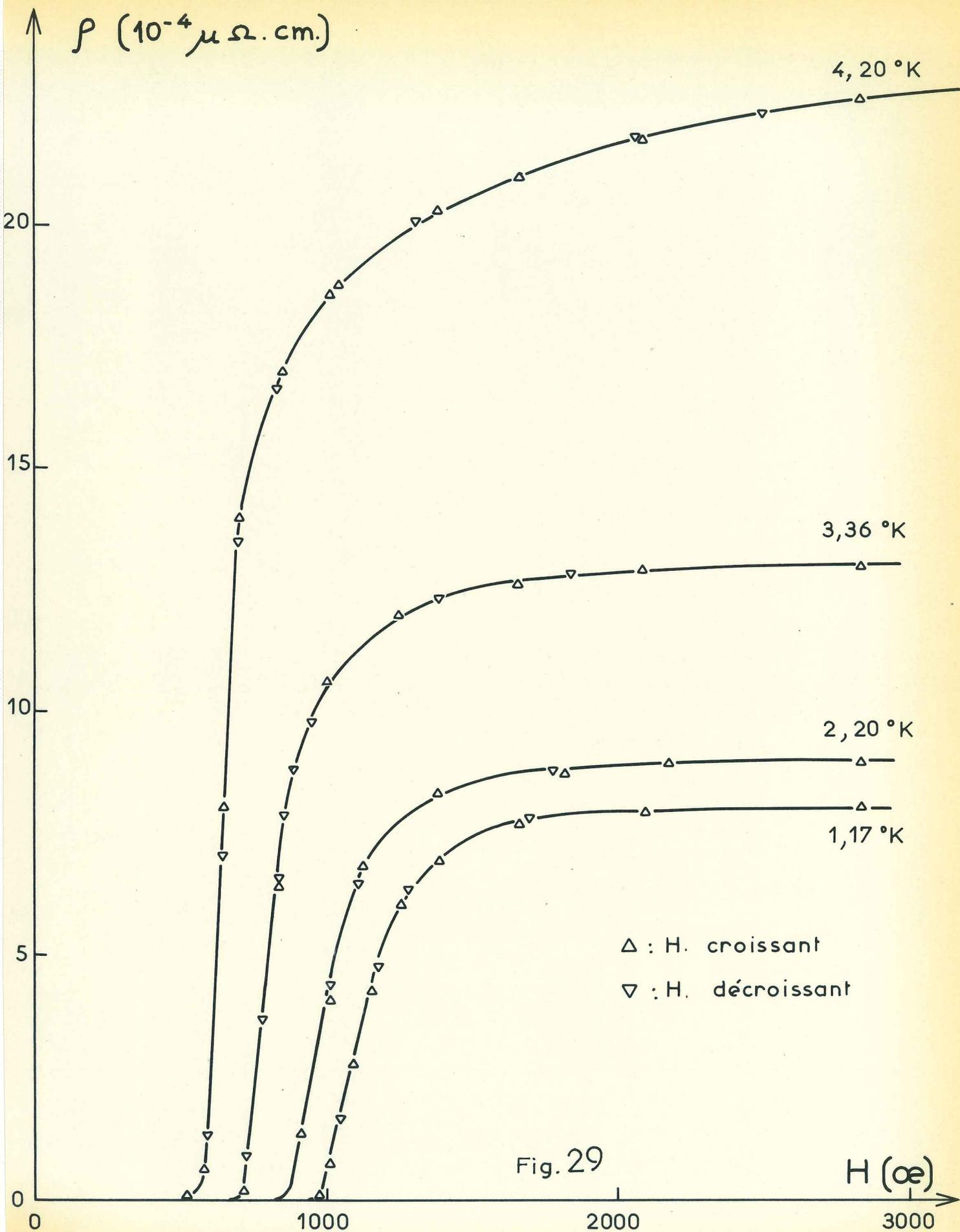
$$\rho_{7,2^\circ\text{K}} = 13,50 \pm 0,10 \cdot 10^{-3} \mu\Omega\text{cm} = 13,5 \pm 0,1 \text{ uem.}$$

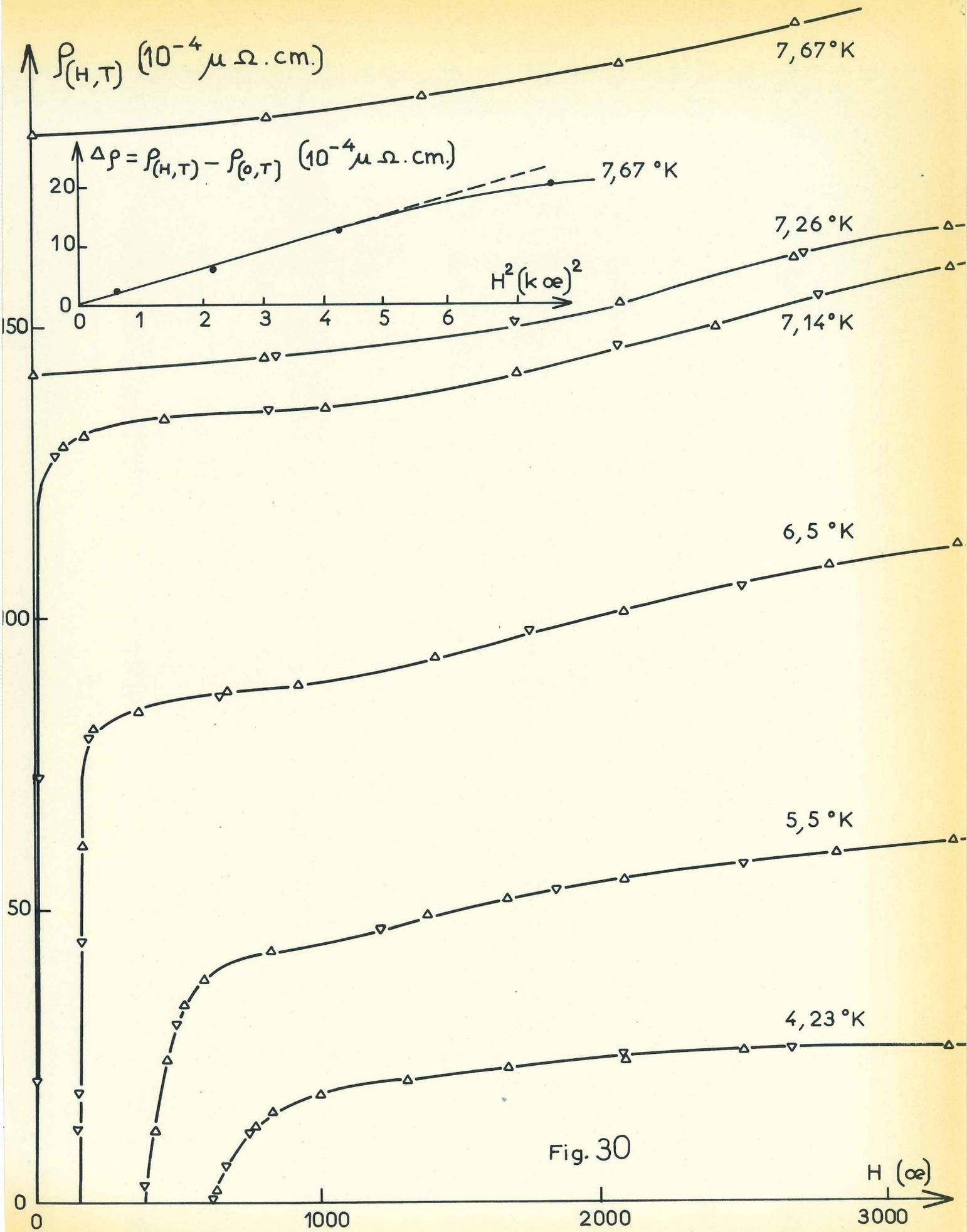
Avec la valeur de  $\frac{\sigma}{l} = 94 \text{ uem}$  de Chambers<sup>(13)</sup> nous obtenons un libre parcours moyen à  $T_c$  d'environ  $8 \mu$ .

### III.3.2 - Extrapolation en champ nul

#### III.3.2.1 - Magnéto-résistance - Règle de Kolher

Pour obtenir la résistivité d'un supraconducteur





en-dessous de sa température critique, et en particulier sa résistivité résiduelle caractéristique de la pureté de l'échantillon, on effectue généralement pour le plomb<sup>(66)</sup> une extrapolation quadratique avec plusieurs points de résistivité sous champ à 4,2°K. Cependant la variation n'est pas obligatoirement quadratique dans tout le domaine de champ et, pourvu que la pureté soit suffisante, nous constatons même, en champs relativement faibles, une saturation de la magnétorésistance longitudinale comme il apparaît sur nos résultats aux températures les plus basses.

C'est ainsi que nous remarquons (figures 29 et 30) que si en très faible champ (à températures assez élevées pour que le plomb soit à l'état normal) la variation est quadratique, elle est suivie en champ plus élevé d'une variation plus lente ( $\sim$  en H) et ensuite d'une tendance à la saturation.

A champ donné, l'effet est d'autant plus prononcé que la température, donc la résistivité, est plus basse. Ceci est en accord avec la règle de Kolher<sup>(67)</sup> qui est valable si l'on peut définir un temps de relaxation et si l'effet d'un changement de température ou de concentration d'impureté est simplement de le multiplier par un facteur numérique. (Dans notre cas;  $\tau \sim \frac{l}{v_F} \sim \frac{pl}{p v_F} \sim \frac{c^{it}}{p}$ ).

Pour exploiter nos résultats, nous avons utilisé cette règle selon laquelle la variation de résistivité  $\Delta\rho$  dans un champ H est :

$$\frac{\Delta\rho}{\rho_{(0,T)}} = \text{fonction de } \left( \frac{H}{\rho_{(0,T)}} \right) \quad (1)$$

où  $\rho_{(0,T)}$  est la résistivité en champ nul.

On peut aussi écrire :

$$H/\rho_{(0,T)} = \Psi \left( \rho_{(H,T)}/\rho_{(0,T)} \right) \quad (2)$$

Ainsi en traçant  $H/\rho_{(0,T)}$  en fonction de  $\rho_{(H,T)}$  représenté sur une échelle logarithmique on doit obtenir, si la règle de Kohler est valable dans notre cas, des courbes décalées selon le rapport des valeurs  $\rho_{(0,T)}$ .

Nous obtenons bien (fig. 31) des courbes superposables par recoupement (les remontées aux températures inférieures à  $T_c$  sont dues à l'apparition de la supraconductivité et les parties verticales correspondent à la saturation de la magnétorésistance). Ceci nous permet l'extrapolation en champ nul de la résistivité  $\rho_{(0,T)}$  à toute température inférieure à  $T_c$ . En abscisse réduite  $\rho_{(H,T)}/\rho_{(0,T)}$ , on obtient tous les points expérimentaux sur une même courbe (fig. 32).

### III.3.2.2 - Résistivité résiduelle

Nous pouvons la déterminer à partir d'une légère correction de la valeur de  $\rho$  à 1,17°K en champ nul. Ainsi :

$$\rho_{(H=0, T=0)} = 3,80 \pm 0,10 \cdot 10^{-4} \mu\Omega \text{cm}$$

ce qui conduit à un rapport de résistivité :

$$\delta^{-1} = \frac{\rho_{273}}{\rho_0} = 51\,500$$

Bien que notre échantillon soit massif, sa très faible résistivité conduit à un libre parcours moyen de l'ordre de 0,25 mm et l'on doit tenir compte d'un léger effet de taille. D'après les résultats d'Aleksandrov<sup>(54)</sup> on peut estimer à 1,5 % la correction à effectuer pour l'échantillon de 6,5 mm de diamètre. Ceci est en assez bon accord avec la relation de Dingle<sup>(67)</sup> :

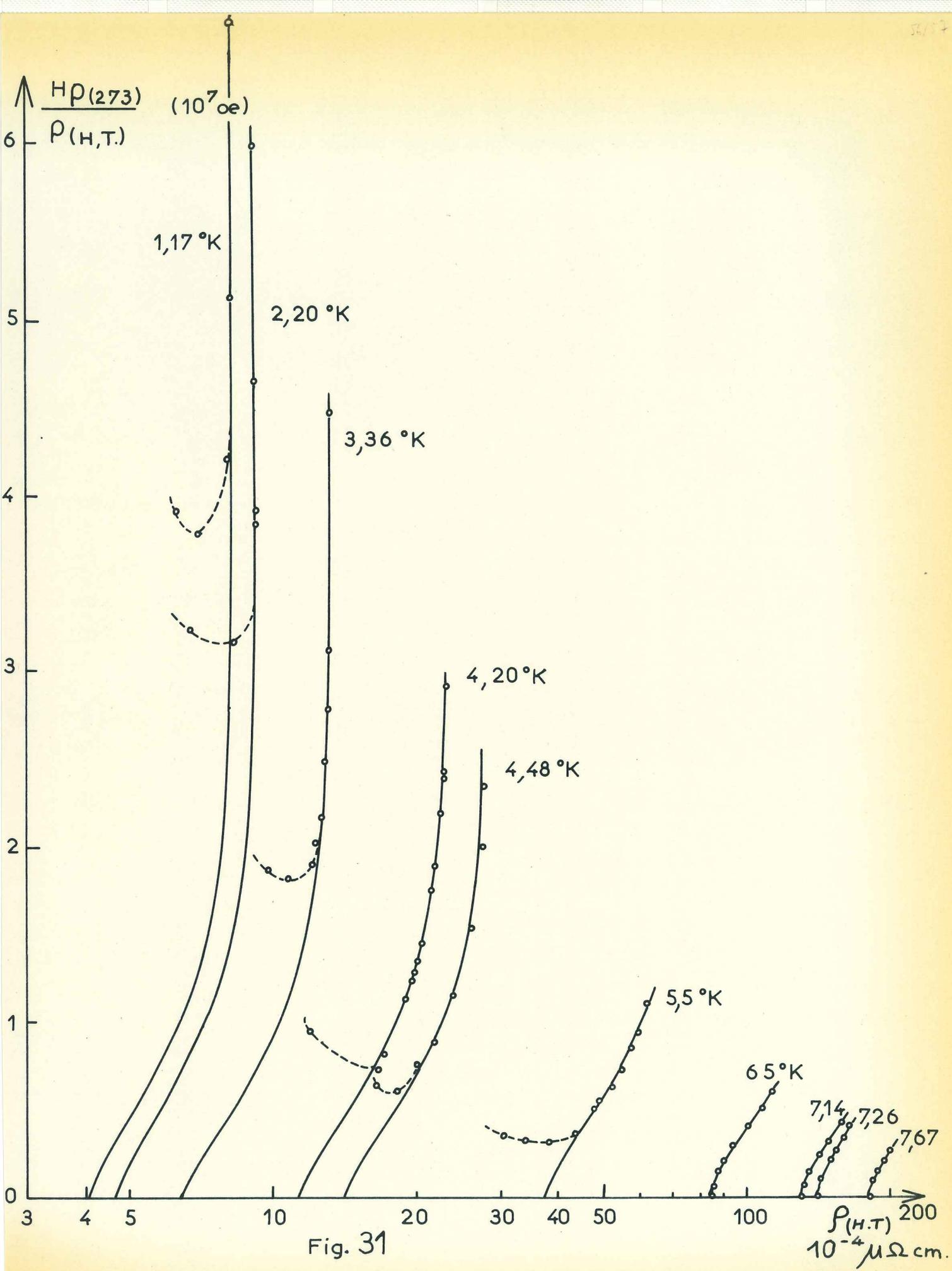


Fig. 31

$$\mathcal{D} = \mathcal{D}_\infty \left( 1 + \frac{3\alpha}{4} \cdot \frac{\ell}{d} \right)$$

$\alpha = 1$  pour une réflexion totalement diffuse et

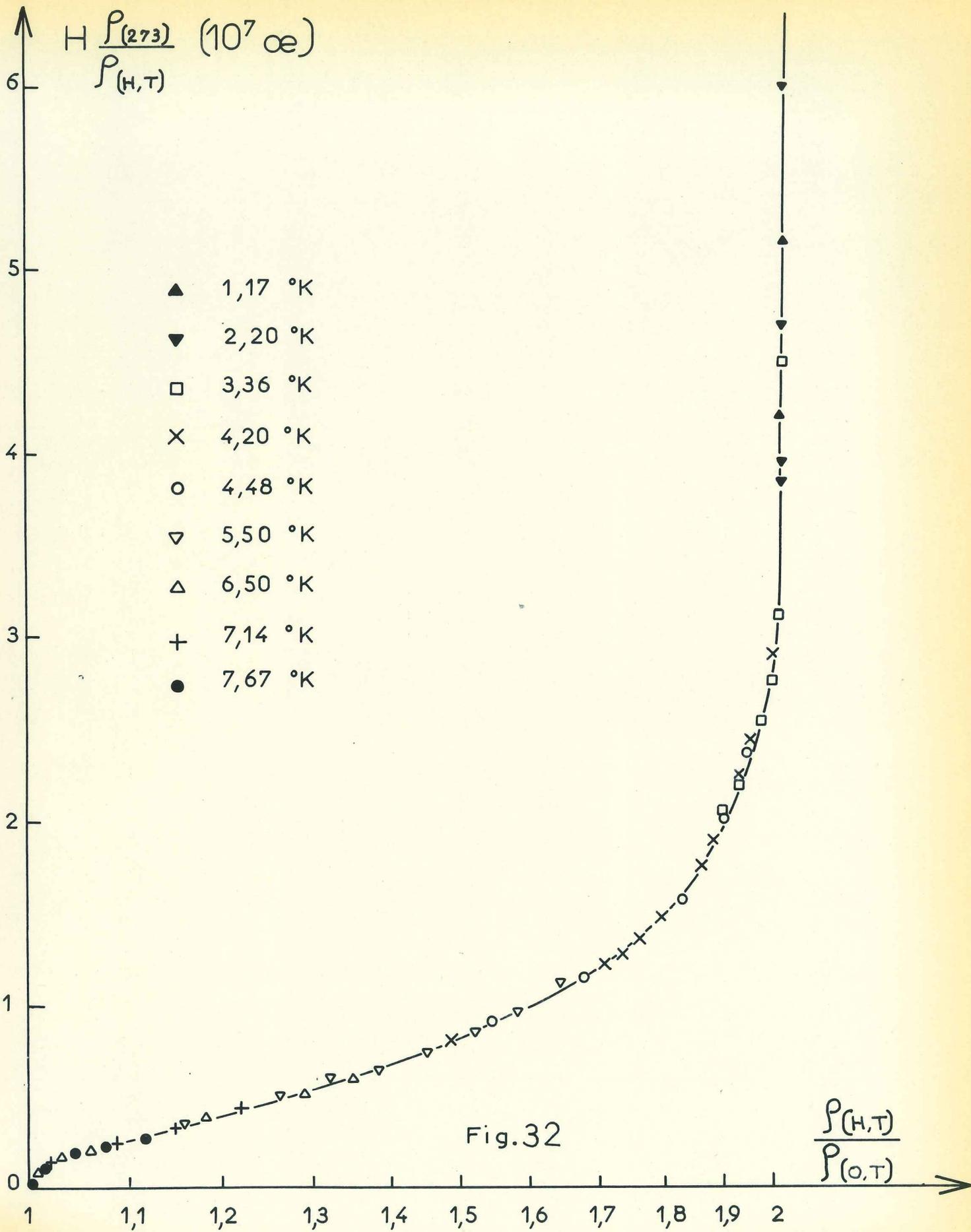
$\alpha = 0$  pour une réflexion spéculaire.

Ainsi 
$$\mathcal{D}_\infty^{-1} = \left( \frac{\rho_{273}}{\rho_0} \right)_{\text{massif}} = 52.300$$

### III.3.3- Saturation de la magnétorésistance

#### III.3.3.1- Domaine des champs élevés :

Revenons à la saturation de la magnétorésistance que nous obtenons aux températures les plus basses. Rappelons qu'alors le libre parcours moyen ( $\sim 0,25$  mm) est environ 20 fois plus grand que le rayon de l'orbite électronique dans un champ de 3 000 gauss et que celui-ci est par contre environ 300 fois plus petit que le rayon de l'échantillon, il ne peut y avoir un effet de taille important pour la magnétorésistance. Cependant, nous sommes dans le domaine des champs forts ( $\omega_c \tau \gg 1$ ,  $\omega_c$  = pulsation cyclotron,  $\tau$  = temps de relaxation) pour lequel l'électron parcourt beaucoup d'orbites avant une collision, car même pour un champ de 1000 gauss, on a  $\omega_c \tau \approx 10$ . La constatation d'une saturation de la magnétorésistance longitudinale est intéressante puisqu'elle n'a pas encore été observée pour le plomb. Si Lüthi<sup>(68)</sup> trouve sur des échantillons polycristallins en champ élevé (jusqu'à 200 kgauss) une saturation de la magnétorésistance pour divers matériaux (Zn, Ag, Sn), il n'obtient pour le plomb qu'une variation en  $H^{1/2}$  avec cependant un échantillon certainement moins pur et de faible diamètre (0,2 mm). Dans ces matériaux d'ailleurs, on note que s'il y a saturation de la magnétorésistance longitudinale, la magnétorésistance transversale croît linéairement sans limite en champ élevé (c'est aussi le cas du plomb polycristallin<sup>(68)</sup>). Pour des monocristaux, ce comportement pourrait être en bon accord avec les théories existantes<sup>(69)</sup> où la magnétorésistance se conçoit avec l'étude de la surface de Fermi.



Suivant son orientation avec le champ, les électrons doivent effectuer des orbites fermées si elle ne touche pas les frontières des zones de Brillouin et il peut y avoir saturation de la magnétorésistance transversale, tandis que si le champ est dans une direction telle que des orbites électroniques ouvertes existent dans les directions où la surface de Fermi touche les frontières de zones, il n'y a pas de limitation de la magnétorésistance.

Des mesures de magnétorésistance transversale sur des monocristaux de plomb<sup>(70)</sup> montrent ainsi que la surface de Fermi correspondant à la 3ème zone de Brillouin est bien ouverte et que des électrons peuvent s'y propager en orbites étendues.

### III.3.3.2 Cas des échantillons polycristallins

Dans le cas des champs élevés ( $\omega_c \tau \gg 1$ ), on montre<sup>(69)(71)</sup> que la magnétorésistance longitudinale des monocristaux se sature toujours, quelque soit le type de trajectoire et que le métal soit compensé ou non (le plomb est un métal compensé car  $n_{\text{électrons}} = n_{\text{trous}}$ ). Il semble donc logique de retrouver ce comportement sur des échantillons polycristallins dans lesquels on doit tenir compte de la moyenne sur toutes les directions des microcristaux (les dimensions de ceux-ci sont dans notre cas de l'ordre de quelques dixièmes de millimètre, fig. 18).

Ziman<sup>(73)</sup> propose aussi un modèle où la surface de Fermi ouverte est représentée par un ensemble de cylindres infinis connectés entre eux, permettant les mêmes types d'orbites ; en champ élevé, on explique ainsi la croissance linéaire de la magnétorésistance transversale. Pour interpréter les résultats de Webber sur le cuivre ( $\frac{\Delta \rho_{xx}}{\rho}$  en fonction de  $sH = \frac{\rho_{233}}{\rho} H$  tend à se saturer à une valeur presque exactement unité pour  $sH \gtrsim 10^7$  gauss). Ziman ajoute au tenseur

des conductivités des cylindres celui correspondant à une surface de Fermi sphérique, de façon qu'en champ élevé la valeur à saturation de la conductivité longitudinale puisse être celle de la sphère seule, ceci parce que dans le métal réel il existe de nombreux électrons provenant de portions fermées de la surface de Fermi, qui ont des vitesses dans la direction du champ et qui, non perturbés par celui-ci, contribuent de façon constante à la conductivité longitudinale.

Dans nos mesures sur le plomb, nous trouvons que la portion linéaire a sensiblement la même pente ( $\sim 0,05 \cdot 10^6$ ) que celle trouvée par Webber ( $0,07 \cdot 10^6$ ) et que la saturation qui apparaît aussi vers  $\frac{\rho_{273}}{\rho_0} H \approx 10^7$  gauss conduit à  $\frac{\Delta \rho_{||}}{\rho} \approx 1$ , c'est-à-dire que la conductivité parallèle au champ ne peut qu'être la moitié de sa valeur d'origine en champ nul (fig. 32). Nos résultats peuvent être assez bien représentés dans la plupart du domaine de variation, par une expression empirique de la forme :

$$\frac{\Delta \rho_{||}}{\rho} \approx \frac{a (sH)^n}{1 + b (sH)^n}$$

avec :  $n = 1,76$  ,  $a = 5,08 \cdot 10^{-13}$  ,  $b = 4,36 \cdot 10^{-13}$

De Launay, Dolecek et Webber<sup>(74)</sup> reportent des résultats similaires sur des échantillons de cuivre très pur, tandis que les mesures antérieures d'Olsen<sup>(75)</sup> ne montraient pas ce comportement.

Nous pensons que le modèle de Ziman peut s'appliquer à notre cas et que la surface de Fermi du plomb peut être approximée par celle de son modèle. On y retrouve les mêmes genre d'orbites, la surface correspondant à la 3ème zone étant assimilée aux cylindres, tandis que le reste peut assez bien représenter la modification sphérique. On expliquerait, au moins, qualitativement, le comportement

observé. Il serait intéressant de trouver une explication théorique au fait qu'à la saturation  $\frac{\Delta \rho_{||}}{\rho} = 1$ .

Enfin, on peut montrer que l'effet d'un écart de parallélisme du champ avec l'échantillon ( $\lesssim 1^\circ$ ) est négligeable. D'ailleurs, s'il existait, il donnerait une composante augmentant linéairement avec le champ et l'on ne trouverait pas de saturation.

### III.3.4-Variation de la résistivité avec la température

Pour trouver la variation avec la température de  $\rho$  (ou du rapport de résistivité  $\delta = \frac{\rho}{\rho_{273}}$ ), nous supposons :

$$\rho = \rho_0 + aT^n$$

puisque selon la règle de Matthiessen :

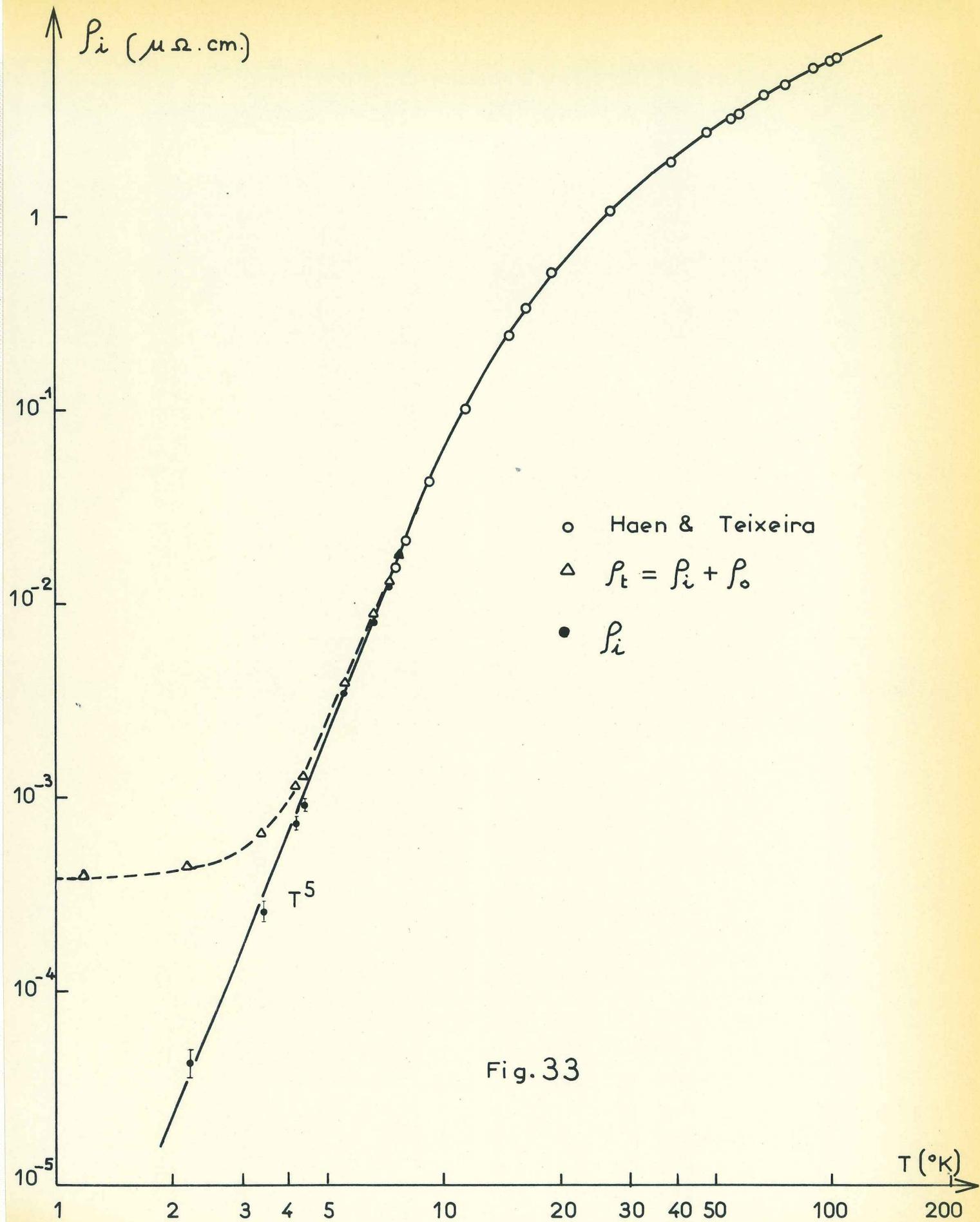
$$\rho = \rho_0 + \rho_i$$

$\rho_i$  étant la résistivité "idéale" due aux vibrations thermique et  $\rho_0$  la résiduelle.  $n$  est égal à 5 à basses températures si  $\rho_i$  suit la loi de Bloch Grüneisen qui est alors de la forme  $\rho_i = C^{ste} T^5$ .

Figure 33 est reporté  $\rho_i(T)$  en coordonnées logarithmiques. Nous obtenons pour  $T \lesssim 10^\circ K$  une droite de pente telle que :  $n = 5 \pm 0,1$ .

Ceci indique que pour  $T \lesssim \theta_r/10$ , la loi théorique en  $T^5$  est bien valable pour le plomb (sur la même figure sont aussi reportées les valeurs obtenues à plus hautes températures par Haen et Teixeira<sup>[77]</sup> sur un échantillon de plomb dont nous avons mesuré la résiduelle en-dessous de  $4,2^\circ K$ ).

Nous obtenons aussi  $a = 6,6 \cdot 10^{-7} \mu\Omega \text{ cm}/(^{\circ}K)^5$ ,



ce qui conduit pour  $\delta = \delta_0 + AT^5$  (avec  $\delta_0 = 1,91.10^{-5}$ ) à  $A = 3,4.10^{-8} \text{ } ^\circ\text{K}^{-5}$ , valeur en accord avec Aleksandrov et Dyakov, mais plus élevée que celle de Van den Berg<sup>(65)</sup> qui correspond à un échantillon moins pur<sup>(66)</sup>.

La résistivité à haute température étant linéaire, nous pouvons estimer la température caractéristique  $\theta_R$  en sachant par exemple que si  $\rho_i$  a la valeur  $\rho_1$  à basse température  $T_1 (< \theta/10)$  et  $\rho_2$  à la température  $T_2 (> \theta/2)$ , on a<sup>(67)</sup>:

$$\theta_R^4 \approx 497,6 \times \frac{T_1^5}{T_2} \times \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

Nous obtenons :  $\theta_R = 85^\circ\text{K}$ , en bon accord avec la valeur admise<sup>(67)</sup> ( $86^\circ\text{K}$ ) peu différente de  $\theta_{\text{Debye}} (\approx 90^\circ\text{K})$ .

Nous noterons enfin que nous avons aussi mesuré la résistivité du lingot brut de plomb d'où provenait nos échantillons. Ceci afin de déterminer dans quelle mesure leur mode de fabrication avait pu entraîner une modification de la pureté initiale. Les mesures sur un cylindre taillé par étincelage, de même géométrie que nos échantillons, ont donné des résultats semblables aux précédents, le rapport de résistivité étant légèrement supérieur ( $\approx 54000$ ); ceci indique que pratiquement la pureté initiale n'a pas été modifiée.

C O N C L U S I O N

A l'issue de cette étude de la profondeur de pénétration électromagnétique dans le plomb, nous sommes frappés par le degré élevé de bonne approximation de théories anciennes, du type bi-fluides de Gorter-Casimir, qui, conjointement avec les équations de London, décrivent la variation thermique de  $\lambda$  à quelques pour cents près.

L'introduction par Pippard de la distance de cohérence  $\xi_0$  sur des bases purement phénoménologiques, permet également d'expliquer une partie des déviations observées, et en particulier le passage du comportement "local" de London au comportement "non-local", c'est-à-dire en jauge de London et en transformées de Fourier, le passage d'une relation directe entre  $j(q, \omega)$  et  $A(q, \omega)$  à une relation faisant intervenir un noyau  $K(q, \omega)$ .

Dans l'espace réel, l'équivalent de  $K(q, \omega)$  est une fonction  $S(r, r')$  de portée  $\xi_0$  en  $|r - r'|$ . Les théories microscopiques actuelles permettent en fait d'explicitier la variation thermique et la forme analytique de la fonction  $S$ .

Dans le cas où  $T$  est très voisin de  $T_c$ , et où par conséquent  $\lambda \gg \xi_0$  (cas local), l'intégrale spatiale du produit de convolution  $S(r - r') A(r')$  se réduit pratiquement à  $A(r)$  multipliée par l'intégrale de  $S$ , qui est donc du type  $\xi_0$ , portée de  $S$ , et ceci indépendamment de la forme analytique du noyau  $S$ , donc de la théorie microscopique sous jacente.

On retrouve ainsi la relation locale de London :

$$\vec{j}(r) = \frac{-\vec{A}(r)}{c \wedge} ,$$

en partant de la relation :

$$\vec{j}(r) = -\frac{3}{4\pi c \xi_0 \Lambda} \times \int \frac{\vec{R} \cdot |\vec{R} \cdot \vec{A}(r')|}{R^4} \exp\left(-\frac{R}{\xi_0}\right) d^3r'$$

Il est donc normal que les déviations au modèle bi-fluide ne se manifestent que dans le passage du comportement local au comportement non local (le choix du plomb s'est d'ailleurs trouvé être judicieux pour cette étude).

Mais, étant donné la faiblesse des déviations mesurées, cette correction sera peu dépendante de la forme précise de la théorie appliquée à la mesure du  $d\lambda/dy$  à relativement basse température et au passage local - non local. Bien que le plomb soit à priori un supraconducteur à couplage fort, la théorie B.C.S. donne des résultats parfaitement satisfaisants.

D'autre part, nos résultats montrent qu'une étude ultérieure intéressante semble être celle concernant l'élargissement de la transition que nous avons constaté pour les échantillons les meilleurs. Ceci nous incite en effet à effectuer un parallèle avec les expériences de Brochier<sup>(78)</sup> concernant les largeurs de transitions, qui vont dans ce sens. Il pourrait alors être intéressant d'ajouter l'étude de la profondeur de pénétration comme troisième moyen d'investigation des fluctuations dans les supraconducteurs, en plus des mesures de résistivités et de chaleurs spécifiques.

A N N E X E S

I - CALCUL DE LA PROFONDEUR DE PENETRATION

L'intégrale à résoudre pour obtenir l'expression de la profondeur de pénétration complexe étudiée au chapitre I est :

$$\delta = \delta_r - i\delta_i = \frac{-i\pi}{\int_0^{\infty} \text{Log} \left( 1 + \frac{1}{q^2 \lambda_L^2} - \frac{i\beta}{q^3} \right) dq} \quad (1)$$

soit, en posant  $\gamma = \beta \lambda_L^3 = \left( 3 \lambda_L / 4 \delta_{in} \right)^3$  (2)

et  $z = q \lambda_L$  (3)

$$\delta = \frac{-i\pi \lambda_L}{\int_0^{\infty} \text{Log} \left( 1 + \frac{1}{z^2} - \frac{i\gamma}{z^3} \right) dz} \quad (4)$$

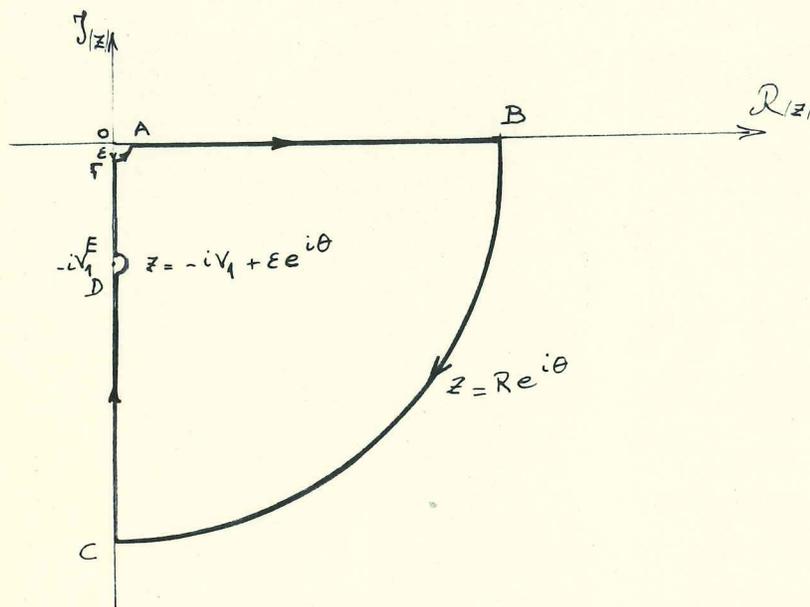
Dans le plan complexe cette intégrale a ses pôles qui satisfont soit à  $z = 0$ , soit à  $1 + \frac{1}{z^2} - \frac{i\gamma}{z^3} = 0$ , c'est-à-dire pour les 3 racines de :

$$z^3 + z - i\gamma = 0 \quad (5)$$

En faisant la substitution  $z = -iv$ , on peut montrer que l'équation (5) a 2 racines complexes au-dessus de l'axe réel ( $\Re(z) > 0$ ), (nous ne serons pas concernés par celles-ci), ainsi que, puisque  $\gamma$  est par définition positif, une racine imaginaire pure :

$$z_1 = -iv_1 \quad (v_1 > 0 \text{ et réel})$$

On peut donc imaginer le contour d'intégration montré ci-après à l'intérieur duquel l'intégrale est partout analytique.



Ainsi, nous avons :

$$0 = \oint_{ABCDEFA} dz \cdot \text{Log} \left( 1 + \frac{1}{z^2} - \frac{iV_1}{z^3} \right) = \oint f(z) dz. \quad (6)$$

Lorsque le rayon  $R$  du quadrant  $BC$  tend vers l'infini, l'intégrale correspondante devient nulle, on peut aussi le montrer lorsque le rayon  $\epsilon$  du quadrant  $FA$  tend vers zéro.

L'intégrale qui nous intéresse est celle qui correspond au parcours  $AB$ , elle peut être écrite lorsque  $\epsilon \rightarrow 0$  et  $R \rightarrow \infty$  :

$$I_1 = \int_0^{\infty} f(z) dz = \lim_{\substack{\epsilon \rightarrow 0 \\ R \rightarrow \infty}} \left\{ \int_{-i\epsilon}^{-iV_1+i\epsilon} f(z) dz + \int_{-iV_1-i\epsilon}^{-iV_1+i\epsilon} f(z) dz + \int_{-iV_1-i\epsilon}^{-iR} f(z) dz \right\} \quad (7)$$

Nous pouvons mener à bien le calcul des différents termes en fonction du paramètre  $V_1$  ( $\infty \geq V_1 \geq 1$ ) qui est la racine

positive de l'équation :

$$\gamma = v_1^3 - v_1 \quad (8)$$

On peut s'apercevoir que pour  $v_1 = \frac{2}{\sqrt{3}}$ , les deux autres racines de l'équation (5) passent de complexes à réelles.

En faisant  $z = -iv$  le long de FE et de DC et  $z = -iv_1 + \varepsilon e^{i\theta}$  ( $\frac{\pi}{2} \gg \theta \gg -\frac{\pi}{2}$ ) le long de ED puisque cette intégrale le long de ED est de l'ordre de  $\varepsilon$  et s'annule, on obtient donc :

$$I_1 = \int_0^{\infty} dz \cdot \text{Log} \left( 1 + \frac{1}{z^2} - \frac{i\gamma}{z^3} \right) =$$

$$-i \lim_{\substack{\varepsilon \rightarrow 0 \\ R \rightarrow \infty}} \left\{ \int_{\varepsilon}^{v_1 - \varepsilon} dv \left[ (i\pi + \text{Log} \frac{(v_1 - v)(v^2 + vv_1 + v_1^2 - 1)}{v^3}) \right] + \int_{v_1 + \varepsilon}^R dv \cdot \text{Log} \frac{(v - v_1)(v^2 + vv_1 + v_1^2 - 1)}{v^3} \right\} \quad (9)$$

Au terme d'un calcul assez long mais sans difficulté majeure, le résultat est donné par :

$$I_1 = \pi v_1 - i \left\{ \frac{v_1}{2} \cdot \text{Log} \left( \frac{v_1^2}{v_1^2 - 1} \right) - 2 \sqrt{1 - \frac{3v_1^2}{4}} \cdot \text{arg. coth.} \frac{v_1/2}{\sqrt{1 - \frac{3v_1^2}{4}}} \right\} \quad (10)$$

lorsque  $1 < v_1 < 2/\sqrt{3}$ , et qui devient pour  $\infty > v_1 > 2/\sqrt{3}$ :

$$I_1 = \pi v_1 - i \left\{ \frac{v_1}{2} \cdot \text{Log} \left( \frac{v_1^2}{v_1^2 - 1} \right) + 2 \sqrt{\frac{3v_1^2}{4} - 1} \cdot \text{arg. cotg.} \frac{v_1/2}{\sqrt{\frac{3v_1^2}{4} - 1}} \right\} \quad (11)$$

Soit un résultat de la forme :  $I_1 = v_1 - iy$ .

Les cas particuliers sont :

a) quand  $V_1 = 2/\sqrt{3}$

$$I_1 = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} - \frac{i}{\sqrt{3}} \text{Log } 4 \quad (12)$$

b) quand  $\eta = V_1 - 1 \ll 1$ , l'identité :

$$2 \text{ arc tanh } u = \text{Log} \left( \frac{1+u}{1-u} \right), \text{ conduit à :}$$

$$I_1 = \pi(1+\eta) - i \left\{ (-\text{Log } 2\eta) (2\eta + 3\eta^2 + 9\eta^3 + 36\eta^4 + \dots) \right. \\ \left. + \left( 2\eta - \frac{67}{12}\eta^3 - \frac{219}{8}\eta^4 + \dots \right) \right\} \quad (13)$$

Avec les équations (2) et (8), on constate que ce cas ( $V_1 \rightarrow 1$ ) correspond à  $\lambda_L \ll \delta_{in}$ , c'est-à-dire que l'on se trouve dans partie supraconductrice, loin de  $T_c$ .

c) quand  $V_1 \gg 1$ , le développement en série de :

$$\text{arc tang } \sqrt{3} (1+x) = \frac{\pi}{3} + \sqrt{3} \left( \frac{x}{4} - \frac{3}{16} x^2 - \frac{x^3}{8} + \dots \right)$$

conduit à :

$$I_1 = \pi V_1 - i \left\{ \frac{\pi V_1}{\sqrt{3}} - \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} V_1 - \frac{1}{V_1^3} \left( \frac{2\pi}{9\sqrt{3}} - \frac{1}{6} \right) + \dots \right\} \quad (14)$$

Cette limite ( $V_1 \gg 1$ ), correspondant à  $\gamma \rightarrow \infty$  ou à  $\lambda_L \rightarrow \infty$ , est donc valable près de  $T_c$ .

De façon générale, on a :

$$\delta_r - i\delta_i = \frac{i\pi\lambda_L}{I_1} = \frac{\pi y \lambda_L - i\pi^2 v_1 \lambda_L}{\pi^2 v_1 + y^2} \quad (15)$$

Soit :

$$\frac{\delta_{is}}{\delta_{in}} = \frac{\pi^2 v_1}{\pi^2 v_1^2 + y^2} \cdot \frac{\lambda_L}{\delta_{in}} \quad (16)$$

$$\frac{\delta_{rs}}{\delta_{in}} = \frac{\pi y}{\pi^2 v_1^2 + y^2} \cdot \frac{\lambda_L}{\delta_{in}} \quad (17)$$

En examinant les équations (2) (8) et (16), (17), on peut se rendre compte que ces deux dernières équations donnant les profondeurs réduites  $\delta_{is}/\delta_{in}$  et  $\delta_{rs}/\delta_{in}$  sont fonction seulement de  $\lambda_L/\delta_{in}$ .

En définissant une température réduite  $\tau$ , mesurée en dessous de  $T_c$ , telle que (chapitre I) :

$$\tau = \left( \frac{\delta_{in}}{\lambda_L} \right)^2 = \frac{2 \delta_{in}^2}{\lambda_{L(0)}^2 T_c} \Delta T \quad (18)$$

on peut tracer (fig. 2) en fonction de  $\tau$  les valeurs  $\delta_{is}/\delta_{in}$ ,  $\delta_{rs}/\delta_{in}$  et  $\lambda_L/\delta_{in}$ . Lorsque  $\tau \gg 1$ , on obtient avec le développement limité (13), l'expression simple :

$$\frac{\delta_{is}}{\delta_{in}} = \frac{\lambda_L}{\delta_{in}} - \frac{27}{128} \left( \frac{\lambda_L}{\delta_{in}} \right)^4 \quad (19)$$

## II. CALCUL DE LA VARIATION DE $\lambda$ AVEC LA TEMPERATURE

Nous nous intéressons au calcul du paramètre  $\Lambda$  de London directement relié à  $\lambda_L$  par :

$$\lambda_L(\tau) = \left( \frac{\Lambda(\tau) c^2}{4\pi} \right)^{1/2} \quad (1)$$

Dans le cas des fréquences faibles ( $\hbar\omega \ll \Delta$ ), B.C.S. <sup>(8)</sup> relie la densité de courant  $\vec{j}$  et le potentiel vecteur  $\vec{A}$  par l'expression :

$$\vec{j}(r) = \frac{-3}{4\pi c \Lambda(\tau) \xi_0} \int \frac{\vec{R} (\vec{R} \cdot \vec{A}(r')) J(R, T) e^{-R/\xi}}{R^4} d\vec{r}' \quad (2)$$

Cette équation est très semblable à l'équation de Pippard vue au chapitre I ;  $\exp(-R/\xi)$  étant remplacée par la fonction  $J(R, T)$  qui a sensiblement le même comportement.

En utilisant ce résultat, Bardeen et Schrieffer <sup>(7)</sup> donnent la relation suivante qui utilise la variation du modèle B.C.S. pour la bande interdite  $\Delta(T)$  :

$$\frac{\Lambda(\tau)}{\Lambda(0)} = \frac{1}{\Delta(\tau)} \cdot \frac{d(\beta \Delta(\tau))}{d\beta} \quad (3)$$

où  $\beta = \frac{1}{kT}$

Nous appellerons  $Z$  ce rapport qui vaut aussi :

$$Z = \frac{\lambda_L(\tau)^2}{\lambda_L(0)^2} = 1 - \frac{T}{\Delta(\tau)} \frac{d\Delta(\tau)}{dT} \quad (4)$$

Pour calculer facilement  $(d\Delta_\tau/dT)_{B.C.S.}$ , nous utilisons la relation suivante due à Thouless <sup>(79)</sup> :

$$\frac{\Delta_\tau}{\Delta_0} = \tanh\left(\frac{T_c}{T} \cdot \frac{\Delta_\tau}{\Delta_0}\right) \quad (5)$$

Ainsi :

$$\frac{d\Delta_T}{dT} = \Delta_T \cdot \frac{T_c}{T} \cdot \frac{\Delta_0^2 - \Delta_T^2}{(T_c - T)\Delta_0^2 - T_c\Delta_T^2} \quad (6)$$

d'où :

$$z = \frac{T/T_c}{(\Delta_T/\Delta_0)^2 + T/T_c - 1} \quad (7)$$

Avec l'équation précédente et :

$$\lambda_{L(T)} = z^{1/2} \cdot \lambda_{L(0)} \quad (8)$$

la variation de la pente de  $\lambda_{L(T)}$  selon  $y = (1-t^4)^{-1/2}$  s'écrit, en appelant  $\varepsilon_T = \frac{\Delta_T}{\Delta_0}$ .

$$\frac{d\lambda_{L(T)}}{dy} = \frac{d\lambda_{L(T)}}{d(1-t^4)^{-1/2}} = \lambda_{L(0)} \cdot t^{-7/2} \cdot (1-t^4)^{3/2} \cdot \frac{\varepsilon_T^2(t - \varepsilon_T^2) + 1 - t}{4(\varepsilon_T^2 - 1 + t)^{5/2}} \quad (9)$$

Nous remarquons que seule la variation relative  $\varepsilon(T)$  de la bande interdite intervient dans les équations (8) et (9), proportionnelles toutes deux à  $\lambda_{L(0)}$ .

Ainsi, en utilisant dans les relations précédentes les valeurs du gap  $(\varepsilon_T)_{BCS}$  en fonction de  $t$ , tabulées par Mühlischlegel<sup>(80)</sup>, nous avons effectué les calculs numériques de  $\lambda_{L(T)}$  et de  $d\lambda_{L(T)}/dy$ , pour  $\lambda_{L(0)} = 310 \text{ \AA}$ , à l'aide d'un ordinateur CAE 510.\*

Ces valeurs calculées de  $\lambda_{L(T)}$  qui pour  $T \rightarrow T_c$  varient en  $(1 - \frac{T}{T_c})^{-1/2}$ , comme alors les valeurs mesurées, ne sont cependant pas celles que nous mesurons loin de  $T_c$  lorsque les conditions ne sont pas locales et qui, puisqu'on a seulement  $\xi \approx 2\lambda$ , ne sont pas non plus dans la limite non locale pour laquelle on aurait<sup>(8)</sup>:

---

\* Nous tenons à remercier M. Radha Krishna pour son aide dans ces calculs à l'ordinateur.

### III. CALCUL DE $\sigma/l$ :

Nous cherchons à calculer cette constante du métal à partir des valeurs expérimentales : résistivité  $\rho$ , profondeur de pénétration  $\delta_{in}$  à la fréquence  $f$ . Dans le modèle des électrons libres, rappelons que :

$$\frac{\sigma}{l} = \frac{e^2 S}{12\pi^3 \hbar} = \frac{2}{3} e^2 N_{(0)} v_F \quad (1)$$

Dans la limite extrême anormale de l'effet de peau ( $\frac{l}{\delta} \gg 1$ ), on a pour l'impédance de surface :

$$Z_{\infty} = R_{\infty} + i X_{\infty} = \left( \frac{\sqrt{3} \pi \omega^2}{\sigma/l} \right)^{1/3} (1 + i\sqrt{3}) \quad (2)$$

tandis que dans la limite classique ( $\frac{l}{\delta} \ll 1$ )

$$Z_d = R_d + i X_d = \left( \frac{2\pi\omega}{\sigma} \right)^{1/2} (1 + i) \quad (3)$$

Entre les deux limites, notre cas, nous utiliserons la relation de Chambers<sup>(13)</sup>, approchée à 0,1 % :

$$X = X_{\infty} (1 + F_x \cdot \alpha^{-G}) \quad (4)$$

$$\text{avec} \quad \alpha = \frac{3\pi\omega}{\rho^3 (\sigma/l)^2} \quad (5)$$

$$X = 4\pi\omega\delta_{in} \quad (6)$$

$$\left. \begin{array}{l} F_x = 0,473 \\ G = 0,2757 \end{array} \right\} \text{ en limite diffuse}$$

$$\text{En posant : } A = \frac{\pi^{1/3} \sqrt{2} X_{\infty}}{\sqrt{3}} = \alpha^{1/6} (2\pi\omega\rho)^{1/2} = \alpha^{1/6} X_d \quad (7)$$

On a avec (4) et (7) :

$$X = \frac{\sqrt{3} A}{\pi^{1/3} \sqrt{2}} \left\{ 1 + F_x \left( \frac{A^2}{2\pi\omega\rho} \right)^{-3G} \right\} \quad (8)$$

La seule inconnue de cette équation est A que nous pouvons obtenir simplement par résolution graphique.

Par exemple, pour l'échantillon avec traitement de surface (Pb1):

$$\begin{aligned} \rho &= 13,50 \cdot 10^{-9} \Omega \text{cm} = 13,5 \text{ uém} \\ \delta_{\text{oh}} &= 1,99 \mu \\ f &= 5 \text{ 882 kHz} \end{aligned}$$

Soit à résoudre :

$$1,1052 = A \cdot 10^{-5} \left( 1 + 0,18118 \cdot (10^{-5} A)^{-1,6542} \right)$$

en posant  $10^{-5} A = \underline{a}$ , on trace  $\underline{a} (1 + 0,18118 \underline{a}^{-1,6542})$  pour quelques valeurs de  $\underline{a}$  (la courbe est presque une droite et l'on a facilement une précision suffisante); on trouve que le second membre de l'équation est égal au premier pour  $\underline{a} = 0,912$ , ce qui, avec la relation :

$$A^6 = \alpha (2\pi\omega\rho)^3 = \frac{24\pi^4\omega^4}{(\sigma/l)^2}$$

conduit à :

$$\frac{\sigma}{l} = 85 \text{ uém}$$

Avec les mesures obtenues sur le second échantillon, on obtient :  $\frac{\sigma}{l} = 75 \text{ uém}$ , soit une valeur moyenne  $\frac{\sigma}{l} = 80 \text{ uém}$ .

## R E F E R E N C E S

- 1 - MATTIS D.C. et BARDEEN J., Phys. Rev. 111, 412 (1958)
- 2 - MILLER P.B., Phys. Rev. 118, 928 (1960)
- 3 - KHALATNIKOV I.M. et ABRIKOSOV A.A., Advances in Physics,  
8, 45 (1959)
- 4 - ABRIKOSOV A.A., GOR'KOV L.P. et KHALATNIKOV L.M.,  
Zh. Eksperim. Teor. Fiz. 35, 265, (1958) ;  
idem 37, 187, (1959) ; traduction anglaise :  
Soviet Physics J.E.T.P. 35, 182 (1959) ; idem  
37, 132 (1960).
- 5 - WALDRAM J.R., Advances in Physics 13, 1, (1964)
- 6 - WILLIAMS D.L., Proc. Phys. Soc., 79, 594, (1962)
- 7 - BARDEEN J. et SCHRIEFFER J.R. dans Progress in Low Temp.  
Physics , Vol III, (Ed. C.J. Gorter), North-Holland  
Publishing Co, Amsterdam (1961) pp. 240-252.
- 8 - BARDEEN J., COOPER L.N. et SCHRIEFFER J.R., Phys. Rev., 108  
1175 (1957)
- 9 - PIPPRD A.A., Proc. Roy. Soc. (London) A 203, 98, (1950)
- 10 - SCHAWLOW A.L. et DEVLIN G.E., Phys. Rev., 113, 120, (1959)
- 11 - MAXFIELD B.W. and Mc LEAN W.L., Phys. Rev. 139, A 1515, (1965)
- 12 - LOCK J.M., Proc. Roy. Soc. (London) A 208, 391, (1951)
- 13 - CHAMBERS R.G., Proc. Roy. Soc. (London) A 215, 481, (1952)
- 14 - NEIGHBOR J.E., COCHRAN J.F. et SHIFFMAN, C.A. Phys. Rev., 155  
384, (1967), voir aussi KEESOM P.H. et VAN DER  
HOEVEN B.J.C., Phys. Rev. 137, A 103, (1965)  
et PHILIPS N.E., LAMBERT M.H. et GARDNER W.R.,  
Rev. Mod. Phys., 36, 131, (1964)
- 15 - DAUNT J.G., MILLER A.R., PIPPARD A.B. et SHOENBERG D.,  
Phys. Rev. 74, 842 (1948)
- 16 - GORTER C.J. et CASIMIR H.B.G., Physik Z., 35, 963 (1934)
- 17 - REUTER G.E.H. et SONDEHEIMER E.M., Proc. Roy. Soc., (London)  
A 195, 336, (1948)
- 18 - GOR'KOV L.P., Zh. Eksper. Teor. Fiz., 37, 1407, (1959) ;  
traduction anglaise : Soviet Physics J.E.T.P.  
10, 998, (1960)

- 19 - GINZBURG V.L. et LANDAU L.D., Zh. Eksper. Teor. Fiz., 20, 1064, (1950)
- 20 - PIPPARD A.B., Rep. Progr. Phys., 23, 181, (1960) (London : Physical Society). ou  
PIPPARD A.B., the dynamics of conduction Electrons, Gordon and Breach, New York (1965) p. 59.68.
- 21 - GASPAROVIC R.F., TAYLOR B.N. et ECK R.E., Solid State Comm., 4, 59, (1966)
- 22 - WARREN W.H. et BADER W.G., Rev. Scient. Inst., 40, 180, (1969)
- 23 - CLAPP J.K., Proceedings of the I.R.E., 36, 356, (1948)
- 24 - CLEMENT et GAFFNEY - Cryogenic Eng. Conf. - Boulder, Colorado (1954)
- 25 - HAEN P., thèse doctorat d'Etat, Grenoble (1968)
- 26 - KEESOM W.H. - "Helium" - Elsevier, Amsterdam (1942)
- 27 - BOUGARD J. , thèse Université Grenoble (1962)
- 28 - POWELL R.L. et BLAMPIED W.A. National Bureau of Standards - Circular 556 (1954)
- 29 - FRANCK J.P. et MARTIN D.L., Can. Jour. Phys. 39, 1320 (1961)
- 30 - BROCHIER D. et GOODMAN B.B., Suppl. Bulletin I.I.F., Conf. Boulder (U.S.A.) 1966 ; p. 165
- 31 - BON MARDION G, GOODMAN B.B. et LACAZE A., Cryogenics, 4, 26 (1964)
- 32 - GAUME F., Journal des Rech. du C.N.R.S. 9, 93 (1958)
- 33 - DECKER D.L., MAPOTHER D.E. et SHAW R.W., Phys. Rev. 112, 1880 (1958)
- 34 - ERLBACH E., GARWIN R.L. et SARACHIK M.P., I.B.M. Jour. Res. Develop., 4, 107 ,(1960), ou :  
mêmes auteurs, Phys. Rev. Letters, 4, 52, (1960)
- 35 - LEWIS M.W., Phys. Rev. 102, 1508, (1956)
- 36 - CHAMBERS R.G., Proc. Cambridge Phil. Soc., 52, 363, (1965), et réf 5
- 37 - McLEAN W.L., Proc. Phys. Soc. (London), 79, 572, (1962)
- 38 - GARFUNKEL M.P. et BEHROOZI F. Int. Conf. on the Science of Superconductivity - Stanford University - Août 1969.
- 39 - SWIHART J.C., SCALOPINO D.J. et WADA Y., Phys. Rev. Letters, 14, 106, (1965)

- 40 - SCALAPINO D.J., dans Superconductivity, édité par Parks R.D., (Marcel Dekker Inc, New York) Vol. 1, p. 520 (1969)
- 41 - GOR'KOV L.P., référence 18, ou GOODMAN B.B., Reports on Progress in Physics, 29, 445, (1966)
- 42 - SWIHART J.C. et SHAW W., Int. Conf. on the Science of Superconductivity - Stanford University - Août 1969
- 43 - NAM S.B., Phys. Rev., 156, 470, 487, (1967)
- 44 - ADLER J.G., JACKSON J.E. et WILL T.A., Physics Letters 24 A, 407, (1967)
- 45 - Mc DONALD D.K. et MENDELSSOHN K., Proc. Roy. Soc. (London), A 200, 66, (1949)
- 46 - ROSENBLUM B. et CARDONA M. Phys. Letters, 13, 33, (1964)
- 47 - de GENNES P.G., Phys. Kondens. Materie, 3, 79, (1964)
- 48 - FISCHER G., Phys. Rev. Letters, 20, 268, (1968)
- 49 - FABER T. et PIPPARD A.B. Proc. Roy. Soc. (London) A 231, 336, (1955)
- 50 - AUBREY J.E., Phil. Mag., 5, 1001, (1960)
- 51 - GOLD A.V., Phil. Trans., A 251, 85, (1958)  
Voir aussi ANDERSON J.R. et GOLD A.V., Phys. Rev. A 139, 1459 (1965)
- 52 - SMITH F.W. et CARDONA M., Sol. State Com , 6, 37, (1968)
- 53 - EILENBERGER G. et AMBEGAOKAR V., Phys. Rev., 158, 332, (1967)
- 54 - ALEKSANDROV B.N., Zh. Eksperim. Teor. Fiz., 43, 399, (1962)  
traduction anglaise : Soviet Physics J.E.T.P., 16, 286, (1963).
- 55 - BRÄNDLI G., COTTI P., FRYER E.M. et OLSEN J.L.  
Low temperature Physics, LT 9 (J.G. Daunt et al, eds.) Plenum Press, New York, 1965, Part B, p.827
- 56 - PRANGE R.E. et KADANOFF L.P., Phys. Rev., A 134, 566 (1964)
- 57 - PIPPARD A.B., Proc. Roy. Soc. (London), A 203, 210 (1950)
- 58 - SPIEWAK M., Phys. Rev., 113, 1479, (1959)
- 59 - RICHARDS P.L., Phys. Rev. 126, 912 (1962)

- 60 - SHARVIN Yu.V. et GANTMAKHER V.F., Zh. Eksperim. Teor. Fiz., 39, 1242, (1960), traduction anglaise, Soviet Physics J.E.T.P., 12, 866 (1961)
- 61 - CONNELL R.A., Phys. Rev., 129, 1952, (1963)
- 62 - GARFUNKEL M.P., Phys. Rev. 173, 516, (1968)
- 63 - Mc EVOY J.P., JONES D.P. et PARK J.G., Solid State Com. 5, 641, (1967)
- 64 - BON MARDION G. , thèse Docteur-Ingénieur, Grenoble (1965)
- 65 - VAN DEN BERG G.J., Physica, 14, 111, (1948)
- 66 - ALEKSANDROV B.N. et D'YAKOV I.G., Zh. Eksperim. Teor. Fiz., 43, 852, (1962), traduction anglaise : Soviet Physics J.E.T.P., 16, 603, (1963)
- 67 - Mc DONALD D.K.C., dans Handbuch der Physik, édité par Flügge S., (Springer Verlag, Berlin, 1956). Vol. 14, page 137.
- 68 - LÜTHI B., Phys. Rev. Letters, 2, 503, (1959) ; voir aussi LÜTHI B., Helv. Phys. Acta, 33, 161, (1960)
- 69 - FAWCETT E., Advances in Physics, 13, 139 (1964) ; voir aussi : PIPPARD A.B., Proc. Roy. Soc. (London) A 282, 464 (1964)
- 70 - ALEKSEEVKII N.E. et GAÏDUKOV Yu.P., Zh. Eksperim. Teor. Fiz., 41, 354, (1961), traduction anglaise : Soviet Physics J.E.T.P., 14, 256, (1962).
- 71 - MERCOUROFF W., La surface de Fermi des métaux, Masson et Cie édit., Paris 1967,
- 72 - SHOENBERG D. Low Temperature Physics, LT 9, (J.G. DAUNT et al eds) Plenum Press, New York 1965, part B, p. 680
- 73 - ZIMAN J.M., Phil. Mag., 3, 1117, (1958)
- 74 - de LAUNAY J., DOLECEK R.L. et WEBBER R.T., J. Phys. Chem. Solids, 11, 37, 1959
- 75 - OLSEN J.L., Helv. Phys. Acta, 26, 798, (1953)
- 76 - STROM-OLSEN J.O., Proc. Roy. Soc. (London), A 302, 83 (1967)
- 77 - HAEN P. et TEIXEIRA J.M., Communication privée ; voir aussi TEIXEIRA, thèse Docteur-Ing., Université de Grenoble (1970)

- 78 - BROCHIER D. Thèse doctorat d'état 1970  
79 - THOULESS D.J. Phys. Rev. 117, 1256 (1960)  
80 - MÜHLSCHLEGEL B. , Z. Phys., 155, 313, (1959) ; voir  
aussi référence 7.